



**HAL**  
open science

# La recherche et l'optimisation d'outillage de brasage destiné a la fabrication d'échangeurs de chaleur en inconel et super alliage

Hamza Nait Laziz

► **To cite this version:**

Hamza Nait Laziz. La recherche et l'optimisation d'outillage de brasage destiné a la fabrication d'échangeurs de chaleur en inconel et super alliage. Génie des procédés. 2013. hal-01862148

**HAL Id: hal-01862148**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/hal-01862148>**

Submitted on 27 Aug 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-memoires-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-memoires-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

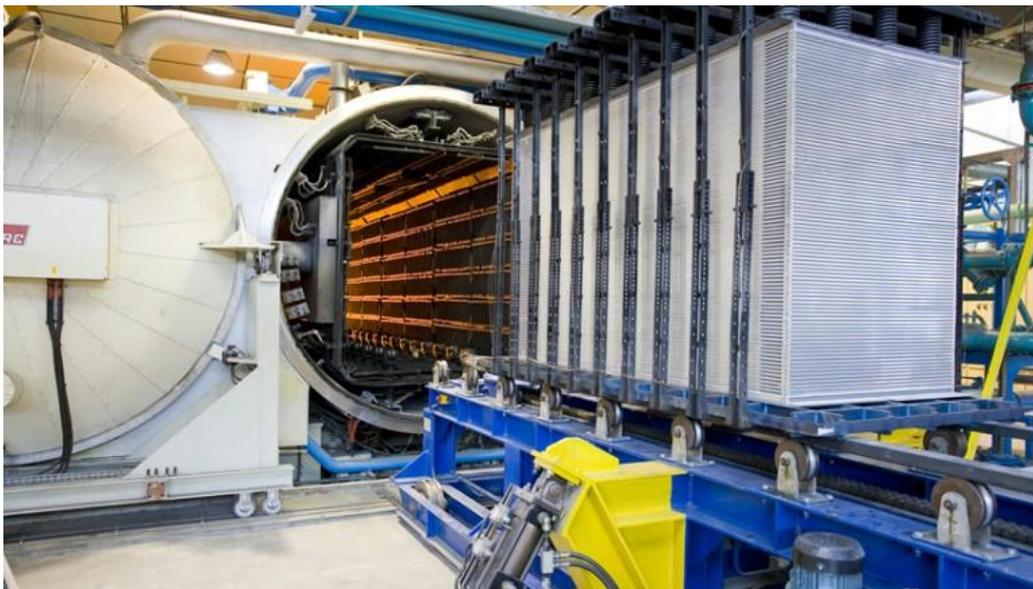
Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

**RAPPORT DE STAGE DE FIN D'ETUDE**

**LA RECHERCHE ET L'OPTIMISATION D'OUTILLAGE DE BRASAGE**  
**DESTINE A LA FABRICATION D'ECHANGEURS DE CHALEUR EN**  
**INCONEL ET SUPER ALLIAGE**



**Tuteur EEIGM: Thierry MAZET**

**Tuteur FIVES CRYO: Johan DIB**

**Tuteur ENSEM : Alain DEGIOVANNI**

**Hamza NAIT LAZIZ**

**Master 2 : Mécanique, énergie,  
procédés et produits (MEPP)**

**Septembre 2013**

## Remerciements

Je tiens à remercier dans un premier temps Thierry MAZET, responsable de la halle de technologie de l'École européenne d'ingénieurs en génie des matériaux, et responsable de l'équipe recherche et développement au sein de l'entreprise Fives Cryogénie, pour m'avoir donné l'opportunité d'effectuer ce stage et conseillé régulièrement tout au long de son déroulement.

Je remercie également Alain DEGIOVANNI, Professeur à l'Institut National Polytechnique de Lorraine (INPL-ENSEM), pour l'ensemble de ses conseils et sa grande disponibilité qui m'on permit de réaliser la partie théorique de ce travail.

Je voudrai aussi remercie Johan DIB, docteur ingénieur au sein de l'entreprise Fives Cryogénie pour ses conseils pertinents, ses explication et pour m'avoir fait visiter l'entreprise avec œil expert.

Enfin, merci a Jonathan CHAVES, technicien assistant d'ingénieur chez Fives Cryogénie et Jérôme HILDENBRAND pour l'aide qu'ils m'ont apporté durant la réalisation de la partie expérimentale de cette étude.

**Sommaire :**

<b>Remerciements</b> .....	1
<b>Nomenclature</b> .....	6
<b>Introduction</b> .....	7
<b>Objectif du stage</b> .....	7
<b>1. Présentation de l'entreprise :</b> .....	8
<b>1.1. Groupe Fives Cryogénie :</b> .....	8
<b>1.2. Fabrication des échangeurs de chaleur en aluminium :</b> .....	8
<b>1.3. Définition de brasage :</b> .....	9
<b>1.3.1. Brasage au four sous vide</b> .....	9
<b>1.3.2. Avantages du brasage</b> .....	9
<b>1.3.3. Four sous vide CONSARC</b> .....	10
<b>1.3.4. Fours VIM de petites dimensions</b> .....	10
<b>1.3.5. Four de brasage de l'EEIGM :</b> .....	11
<b>2. Echangeur prototype</b> .....	12
<b>2.1. Bloc échangeur</b> .....	12
<b>2.2. Outils de serrage</b> .....	13
<b>2.2.1. Tirants : boulons et écrous</b> .....	13
<b>2.2.2. Plaque</b> .....	13
<b>2.2.3. Cale</b> .....	13
<b>3. Bilan énergétique sur l'ensemble échangeur et outils de serrages</b> .....	14
<b>3.1. Hypothèse</b> .....	14
<b>3.2. Calcul de <math>\varnothing 1</math> et <math>\varnothing 2</math> par Analogie électrique</b> .....	14
<b>3.2.1. Loi du nœud</b> .....	15
<b>3.2.2. Loi de maille</b> .....	15
<b>3.2.3. Calcul de <math>x_1, x_2, x_3</math></b> .....	15
<b>3.2.4. Calcul de <math>\varnothing 1</math> et <math>\varnothing 2</math></b> .....	16
<b>3.2.4.2. Branche <math>U_1 - U_3</math></b> .....	17
<b>3.3. Bilan d'énergie</b> .....	19
<b>3.4. Calcul des facteurs de formes</b> .....	19
<b>3.4.1. Calcul de F22</b> .....	19
<b>3.4.2. Calcul de F23</b> .....	21
<b>3.4.3. Calcule de F21</b> .....	21
<b>3.4.4. Calcule de F13</b> .....	21

3.4.5.	Calcul de F12 .....	21
3.5.	Résolution du système.....	22
3.6.	Résultats de simulation numérique .....	23
4.	Bilan énergétique sur l'ensemble échangeur et outils de serrages avec l'utilisation des écrans thermiques.....	24
4.1.	Ecran thermique .....	24
4.2.	Hypothèse.....	24
4.3.	Bilan d'énergie.....	24
4.4.	Calcul de $\phi_1, \phi_2$ et $\phi_E$ par Analogie électrique .....	25
4.4.1.	Loi du nœud .....	25
4.4.2.	Loi de maille .....	25
4.4.3.	Calcul de $x_1, x_2, x_3$ .....	25
4.4.4.	Calcul de $\phi_1$ et $\phi_E$ .....	26
4.4.4.1.	Branche $U_1 - U_E$ .....	26
4.4.4.2.	Branche $U_1 - U_3$ .....	27
4.4.5.	Calcul de $\phi_2$ .....	28
4.4.5.1.	Branche $U_E - U_2$ .....	28
4.5.	Bilan d'énergie.....	29
4.6.	Calcul des facteurs de formes .....	30
4.6.1.	Calcul de $FEE$ .....	30
4.6.2.	Calcul de $FE_3$ .....	31
4.6.3.	Calcul de $FE_1$ .....	31
4.6.4.	Calcul de F13 .....	32
4.6.5.	Calcul de F1E .....	32
4.6.6.	Calcul de F2E .....	32
4.7.	Résolution du système.....	33
4.8.	Résultats de simulation numérique .....	34
5.	Amélioration des modèles numériques sans écrans et avec écrans thermiques .....	35
5.1.	Bilan d'énergie sur l'ensemble bloc échangeur et tirants.....	35
5.1.1.	Bloc échangeur.....	35
5.1.2.	Tirants .....	35
5.1.3.	Calcul des résistances $R_a$ et $R_b$ .....	36
5.1.4.	Résolution du système .....	37
5.2.	Bilan d'énergie sur l'ensemble bloc échangeur, tirants et écrans thermiques .....	37

5.2.1.	Bloc échangeur.....	37
5.2.2.	Ecrans thermiques.....	37
5.2.3.	Tirants.....	37
5.2.4.	Résolution du système.....	38
5.3.	Résultats de simulations.....	38
5.3.1.	Système sans écrans thermiques.....	38
5.3.2.	Système avec écrans thermiques.....	39
6.	Utilisation de deux écrans thermiques concentriques.....	40
6.1.	Bilan d'énergie.....	40
6.2.	Calcul de $\varnothing 1, \varnothing 2, \varnothing E1$ et $\varnothing E2$ par Analogie électrique.....	41
6.2.1.	Calcul de $\varnothing 1$ et $\varnothing E1$ .....	42
6.2.1.1.	Branche $U1 - UE1$ .....	42
6.2.1.2.	Branche $U1 - U3$ .....	43
6.2.2.	Calcul de $\varnothing E2$ .....	44
6.2.2.1.	Branche $UE1 - UE2$ .....	44
6.2.3.	Calcul de $\varnothing 2$ .....	44
6.2.3.1.	Branche $UE2 - U2$ .....	44
6.3.	Bilan d'énergie.....	45
6.4.	Calcul des facteurs de formes.....	46
6.5.	Résolution du système.....	46
6.6.	Résultats de simulations.....	47
6.7.	Amélioration du modèle numérique avec deux écrans.....	49
6.7.1.	Bilan d'énergie sur l'ensemble bloc échangeur, tirants et écrans thermiques :.....	49
6.7.2.	Résolution du système.....	49
6.7.3.	Résultats de simulation.....	50
7.	Partie expérimentale.....	51
7.1.	Système de compression sans isolation thermiques.....	51
7.1.1.	Résultats Expérimentaux :.....	51
7.1.2.	Résultats numériques :.....	52
7.1.3.	Comparaison des résultats :.....	53
7.1.4.	Calcul d'erreurs :.....	54
7.2.	Expérience sur les écrans thermique.....	55
	Conclusion.....	56
	Références bibliographiques.....	57

<b>Mots clés</b> .....	57
<b>Résumé</b> .....	58
<b>Annexes</b> .....	59

### Liste des figures :

Figure 1 : Fabrication d'échangeur de chaleur en aluminium chez Fives Cryogénie.....	8
Figure 2 : Tableau synoptique du four de brasage TAV .....	11
Figure 3 : Schéma du l'échangeur prototype .....	12
Figure 4 : Echanges radiatifs par Analogie électrique.....	15
Figure 5 : Températures des différents éléments su système sans isolation .....	23
Figure 6 : Températures des différents éléments su système sans isolation .....	23
Figure 7 : Echanges radiatifs avec présence d'écrans thermiques par Analogie électrique .....	25
Figure 8 : Températures des différents éléments su système en utilisant un écran thermique .....	34
Figure 9 : Températures des différents éléments du système en utilisant un écran thermique .....	34
Figure 10 : Bloc échangeur assimilé a trois sphères concentriques .....	35
Figure 11 : Représentation analogique de transfère de chaleur dans le bloque échangeur .....	36
Figure 12 : Températures des différents éléments su système amélioré sans isolation.....	38
Figure 13 : Températures des différents éléments su système amélioré en utilisant un écran thermique.....	39
Figure 14 : Disposition des écrans autour du tirant.....	40
Figure 15 : Echanges radiatifs avec présence de deux écrans thermiques concentriques par Analogie électrique .....	41
Figure 16 : Températures des différents éléments su système en utilisant deux écrans thermiques ..	47
Figure 17 : Températures des différents éléments su système amélioré en utilisant deux écrans thermiques .....	50
Figure 18 : Comparaison des températures du bloc échangeur avant et après amélioration.....	50
Figure 19 : Dispositif expérimental du système de compression sans écrans thermiques .....	51
Figure 20 : Résultats expérimentaux des températures du bloc échangeur et tirants .....	52
Figure 21 : Résultats numériques des températures du bloc échangeur et tirants .....	52
Figure 22 : Comparaison des températures expérimentales et numériques du bloc échangeur .....	53
Figure 23 : Comparaison des températures expérimentales et numériques du tirant .....	53
Figure 24 : Calcul d'erreurs entre les valeurs numériques et expérimentales.....	54
Figure 25 : Dispositif expérimental sur les écrans thermiques .....	55
Figure 26 : Expériences sur les écrans thermiques concentriques.....	55

## Nomenclature

$T_1$	Température du bloc échangeur
$T_2$	Température des tirants
$T_3$	Température des faces du four
$T_E$	Température du l'écran thermique
$S_1$	Surface latérale du bloc échangeur
$S_2$	Surface latérale totale des tirants
$S_3$	Surface des faces intérieures du four
$S_C$	Surface de contact entre les tirants et plaques
$S_E$	Surface latérale totale des écrans thermiques
$\varepsilon_1$	Émissivité du matériau du bloc échangeur
$\varepsilon_2$	Émissivité du matériau des tirants
$\varepsilon_3$	Émissivité du matériau des faces intérieures du four de brasage
$\varepsilon_E$	Émissivité du matériau des écrans thermique
$m_1$	Masse du bloc échangeur
$m_2$	Masse totale des tirants
$m_E$	Masse totale des écrans thermiques
$C_1$	Chaleur spécifique du matériau du bloc échangeur
$C_2$	Chaleur spécifique du matériau des tirants
$C_E$	Chaleur spécifique du matériau des écrans thermique

## Introduction

Le brasage est une technologie d'assemblage qui permet de réaliser des ensembles complexes constitués d'un ou de plusieurs matériaux, comme par exemple la structure d'un échangeur de chaleur ou celle d'une chambre de combustion d'un moteur de propulsion. Ces ensembles sont le plus souvent utilisés à haute température et soumis à des chargements pouvant atteindre la limite d'endurance des matériaux de bases utilisés pour leur fabrication. La maîtrise de leur assemblage devient alors un enjeu majeur pour garantir l'intégrité de ces équipements.

Pour optimiser et fiabiliser la fabrication d'échangeurs à plaques et ondes brasées en Inconel ou en super alliage la société FIVES CRYOGENIE, spécialisée dans la distillation des gaz et hydrocarbures souhaite, avec le concours de la Halle de Technologie des Matériaux de l'E.E.I.G.M., et de l'E.N.S.E.M., s'engager dans un programme de recherche visant à définir une nouvelle gamme d'outillage permettant d'assurer le maintien à haute température (1000 - 1200°C) des éléments à assembler.

Les outillages à concevoir devront alors assurer le maintien, sous fortes charges, d'empilages pouvant atteindre des hauteurs de plusieurs centaines de millimètres, et prendre en compte leurs variations dimensionnelles au cours du cycle de brasage

## Objectif du stage

La recherche d'une solution d'isolation pour limiter la température de fonctionnement des éléments de compression lors de brasage des échangeurs en inox fait l'objectif principal de ce travail, il fallu donc élaboré un modèle thermique qui estime le différentiel de température atteint entre les outils de compression et la charge à braser

## 1. Présentation de l'entreprise :

### 1.1. Groupe Fives Cryogénie :

Fives Cryogénie est une entreprise spécialiste dans l'étude et la réalisation d'équipements destinés au marché de traitement des gaz et d'énergies nouvelles. Sous la marque Fives Cryogénie, Fives Cryo conçoit et fabrique les échangeurs de chaleur en aluminium brasé, Fives Cryomec AG, les pompes cryogéniques.

Bénéficiant d'une forte expérience dans leur domaine, respectivement 50 et 30 années, Fives Cryogénie est sans conteste un leader incontournable du marché de la cryogénie.

### 1.2. Fabrication des échangeurs de chaleur en aluminium :

Les échangeurs sont principalement utilisés dans les procédés de traitement industriel des gaz pour des unités de séparation des gaz de l'air, pour la séparation d'hydrocarbures, pour la production d'éthylène ou la liquéfaction du gaz naturel par voie cryogénique, pour la réfrigération basse température. Ils interviennent dans un domaine de températures de + 65° à - 271° C. En fonction des besoins des clients, les échangeurs sont livrés séparément ou entièrement assemblés dans une « boîte froide » qui intègre ballons séparateurs, tuyauteries, vannes et instrumentation.

Le brasage constitue sans nul doute une des étapes-clé dans le cycle de fabrication d'un échangeur, dont la réussite est le garant de la qualité de la matrice brasée. Pour cette raison, Fives Cryogénie s'est toujours attaché à mettre en œuvre tous les moyens nécessaires à la maîtrise de cette opération.



Figure 1 : Fabrication d'échangeur de chaleur en aluminium chez Fives Cryogénie

### 1.3. Définition de brasage :

Le brasage des métaux est un procédé d'assemblage permanent qui établit une continuité métallique entre pièces réunies. Le mécanisme du brasage est la diffusion / migration atomique de part et d'autre des bords à assembler (substrat) obtenue par action calorique et/ou mécanique. Contrairement au soudage, il n'y a pas fusion des bords assemblés. Selon les cas il peut y avoir ou non utilisation d'un métal d'apport.

Le brasage est très largement utilisé comme technique d'assemblage dans les industries de pointe telles l'aérospatial, l'aéronautique, l'automobile ainsi que la conception des petites pièces creuses aux profils compliqués et en métal noble (micromécanique de précision, prothèses, capteurs...).

Concernant les techniques de brasage mettant en œuvre la chaleur, on distingue :

- Le brasage tendre qui met en œuvre des températures inférieures à 450 °C ; le terme technique anglais correspondant est soldering.
- Le brasage dur « brazing », incluant le soudo-brasage « braze welding », qui met en œuvre des températures supérieures à 450 °C. Par exemple, les brasures eutectiques argent-cuivre peuvent avoir des températures de fusion comprises entre 600 °C et 900 °C, les brasures de cuivre les moins coûteuses ont une température de fusion comprise entre 700 °C et 1 180 °C.

#### 1.3.1. Brasage au four sous vide

Avec certains alliages, le brasage peut être effectué sans flux, dans un four sous vide, ce qui élimine le problème d'enlèvement du flux. Les pièces à assembler doivent préalablement être nettoyées et dégraissées pour permettre au flux d'atteindre l'oxyde à dissoudre ou pour assurer le mouillage au four sous vide.

#### 1.3.2. Avantages du brasage

Le brasage est indispensable pour assembler des structures complexes et minces ou des pièces très petites, il présente certains avantages qui sont :

- Joints très résistants; traitement thermique possible pour certains alliages (trempe possible à la sortie du four de brasage).
- Assemblages résistants aux chocs et aux vibrations.
- Les assemblages en alliages d'aluminium brasés ont une excellente résistance à la corrosion
- Peu ou pas de distorsions; du fait d'une zone fondue très mince comparée au soudage et que la température n'est pas localisée.
- (Brasage au four ou au bain).
- Possibilité de joindre l'aluminium avec d'autres métaux; ferreux ou non ferreux (ex. : acier, cuivre, titane, nickel, magnésium).
- Procédé facilement automatisable qui donne des assemblages fiables et économiques
- Permet de réaliser un grand nombre de joints en même temps.

- Peut remplacer le soudage dans de nombreux cas
- Joints uniformes et lisses; le polissage est normalement non requis.
- Les coûts de finition sont faibles.

### 1.3.3. Four sous vide CONSARC

Les fours de brasage utilisés chez Fives Cryogénie pour la fabrication des échangeurs de chaleur en aluminium sont de type CONSACR, une température limite dans ces fours est de 700 °C.

- **Procédé de fusion à induction sous vide (vacuum induction melting)**

A l'origine, le procédé de fusion par induction sous vide permettait de satisfaire à l'élaboration d'alliage afin de répondre aux industries spécialisées. Aujourd'hui, il est de plus en plus important de produire des matériaux de grande performance pour les nombreuses applications industrielles. Les alliages obtenus par procédé de fusion VIM sont utilisés dans des domaines exigeants comme l'élaboration des super alliages à base de nickel conférant de bonnes caractéristiques à la tenue à de hautes températures, les aciers inoxydables dans des applications nucléaires, les alliages à base de cobalt dans des applications médicales, les alliages de cuivre et alliages magnétiques de grande pureté utilisés pour leur perméabilité élevée.

Le procédé de four VIM permet de fondre les métaux par induction dans une enceinte sous vide. Le four est composé d'une bobine refroidie par eau et d'un revêtement réfractaire ou creuset permettant de recevoir l'acier à fondre. Le four est entouré par une enceinte sous vide refroidie par eau. Cette chambre est connectée à une série de pompes de mise sous vide, ainsi l'ensemble permet de fondre, raffiner et vider la charge liquide dans un moule, le tout sous vide ou sous gaz inerte.

Ce procédé permet de raffiner les métaux et les alliages qui contiennent des éléments qui ont une forte réactivité avec certains gaz, comme l'oxygène. Les impuretés peuvent être enlevées et/ou dissoutes par dissociation ou réaction chimique et par écumage. La chimie de la fusion peut être correctement ajustée pour obtenir un produit final propre et homogène.

### 1.3.4. Fours VIM de petites dimensions

Consarc a développé une gamme de fours VIM de capacité allant de 2 à 100 kg d'acier afin de répondre aux besoins de production de petites quantités ou dans le cadre de la recherche. Les équipements standards sont disponibles, cependant Consarc peut concevoir un four spécifique pour satisfaire les besoins particuliers des clients et de leurs applications.

Le four est conçu avec une enceinte sous vide refroidie par eau. Cette enceinte est étudiée afin de faciliter l'accès lors du chargement et également assurer une utilisation simple lors des différentes phases de fusion. Elle est équipée de mécanismes auxiliaires en configuration standard mais peut également recevoir des options afin de garantir un maximum de flexibilité et de faciliter la maintenance.

### 1.3.5. Four de brasage de l'EEIGM :

Le four de brasage et de traitement thermique sous vide utilisé pour l'expérimentation dans ce travail, ce trouve a l'EEIGM, il est de type TAV, la figure ci-dessous montre le tableau synoptique qui permet de suivre l'état réel de l'unité. Un résumé des mesures et de l'état du programmeur est également indiqué ici pour la commodité de l'opérateur.

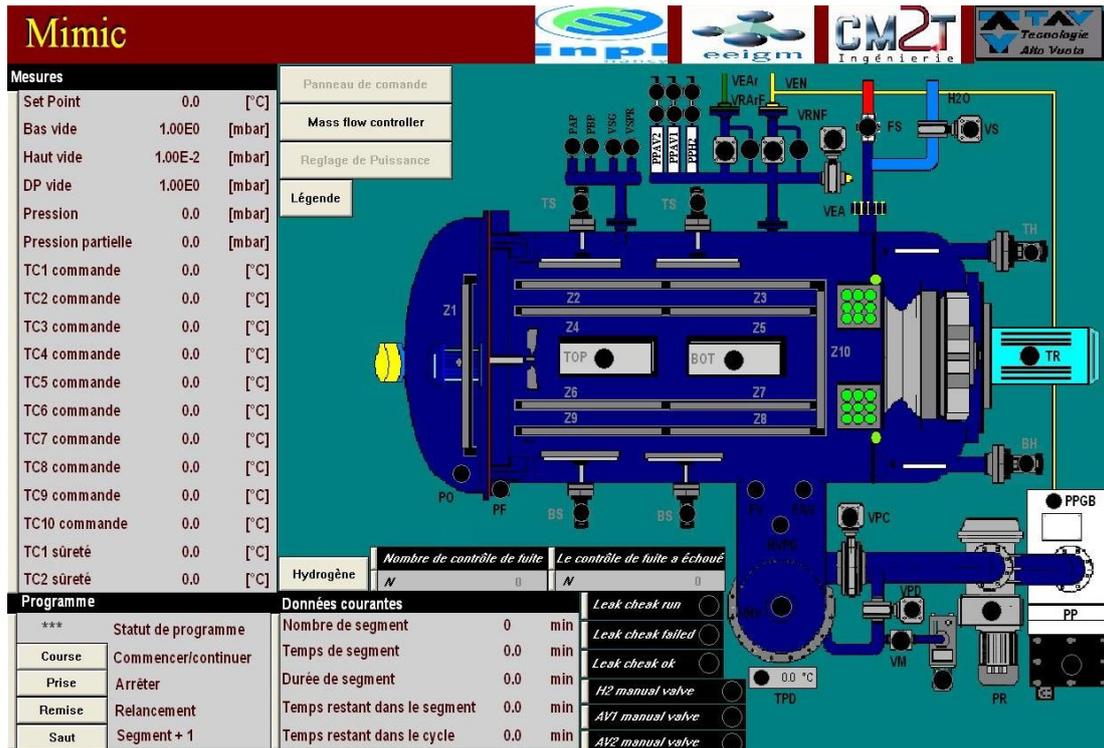


Figure 2 : Tableau synoptique du four de brasage TAV

## 2. Echangeur prototype

L'échangeur prototype utilisé dans ce travail est présenté ci-dessous, avec tous les détails, et les outils de serrage accompagné le procédé de brasage.

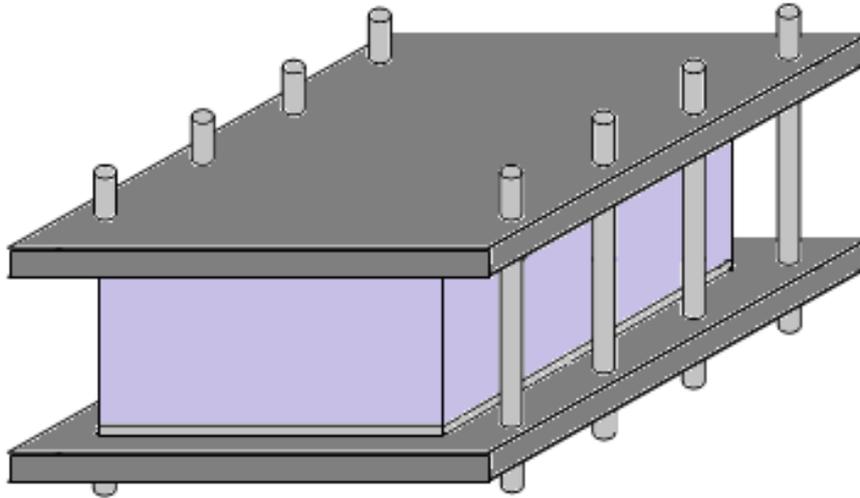
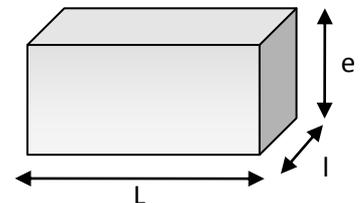


Figure 3 : Schéma du l'échangeur prototype

### 2.1. Bloc échangeur

- Dimensions :  $L = 300$  (mm)  
 $l = 200$  (mm)  
 $e = 230$  (mm)
- Matériau : Acier, FT 316 L
- Propriétés physiques :  $\lambda = 16,2$  (W/m<sup>°K</sup>) à 100 °C  
 $\lambda = 21,4$  (W/m<sup>°K</sup>) à 500 °C  
 $C_p = 500$  (j/kg.K)  
 $\rho = 3261$  (kg/m<sup>3</sup>)  
 $m = 45$  (kg) (masse fictive)

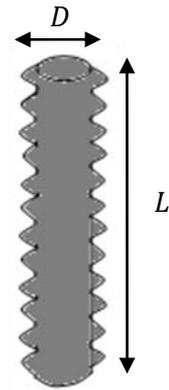


## 2.2. Outils de serrage

### 2.2.1. Tirants : boulons et écrous

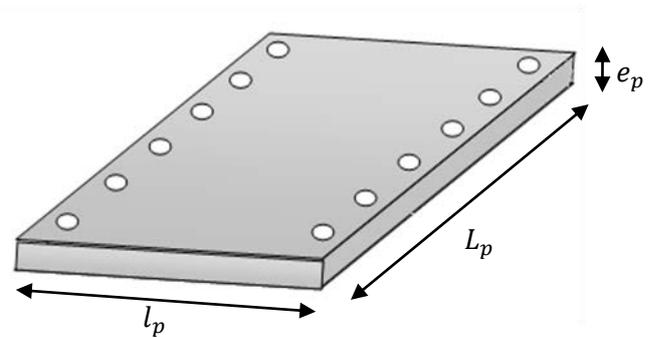
Dans l'outil de serrage on utilise 12 tirants

- Matière : acier réfractaire HR 230
- Dimensions :  $L = 400$  (mm)  
 $D = 24$  (mm)
- Propriétés physiques :  $\lambda = 14,80$  (W/m<sup>2</sup>K) à 20 °C,  $\lambda = 15$  (W/m<sup>2</sup>K) à 100 °C  
 $\lambda = 19,25$  (W/m<sup>2</sup>K) à 600 °C,  $\lambda = 25,10$  (W/m<sup>2</sup>K) à 1000 °C  
 $\rho = 7900$  (kg/m<sup>3</sup>)  
 $C_p = 500$  (j/kg°C)



### 2.2.2. Plaque

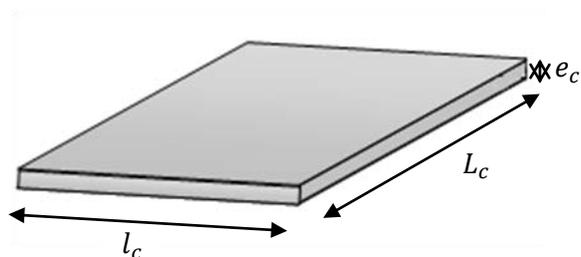
- Matière : 2 plaques en acier carbone E24
- Dimensions :  $L_p = 450$  (mm)  
 $l_p = 300$  (mm)  
 $e_p = 30$  (mm)
- Propriétés physiques :  $\lambda = 34,9$  (W/m°C)  
 $\rho = 7550$  (kg/m<sup>3</sup>)  
 $C_p = 520$  (j/kg°C) à 100 °C,  $C_p = 670$  (j/kg°C) à 1000 °C



### 2.2.3. Cale

On utilise 2 cales pour éviter que l'échangeur se colle sur l'outil de serrage.

- Dimensions :  $L_c = 400$  (mm)  
 $l_c = 200$  (mm)  
 $e_c = 10$  (mm)
- Propriétés physiques : même propriétés que les plaques.



### 3. Bilan énergétique sur l'ensemble échangeur et outils de serrages

Dans cette partie, on va faire un bilan d'énergie sur le procédé brasage effectué sur l'échangeur prototype présenté dans la première partie, les échanges de chaleur dans le four sous vide sont effectués par le biais de rayonnement entre les parois du four et l'échangeur et par conduction dans ce dernier et le système de serrage.

La résolution du système d'équations issu de ce bilan nous servira par la suite d'élaborer le model numérique pour le procédé de brasage des échangeurs de chaleur dans ce type de four.

#### 3.1. Hypothèse

La température est uniforme par élément (méthode du petit corps)

Pour le bloc échangeur :

$$m_1 c_1 dT_1 = - \phi_1 dt + h S_c (T_2 - T_1) dt \quad (1)$$

Pour les tirants :

$$m_2 c_2 dT_2 = - \phi_2 dt + h S_c (T_1 - T_2) dt \quad (2)$$

Conditions initiales :

A  $t=0$  on a  $T_1 = T_2 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$

#### 3.2. Calcul de $\phi_1$ et $\phi_2$ par Analogie électrique

On représente les échanges radiatifs entre les parois du four et l'ensemble bloc échangeur et outils de serrage par le schéma suivant :

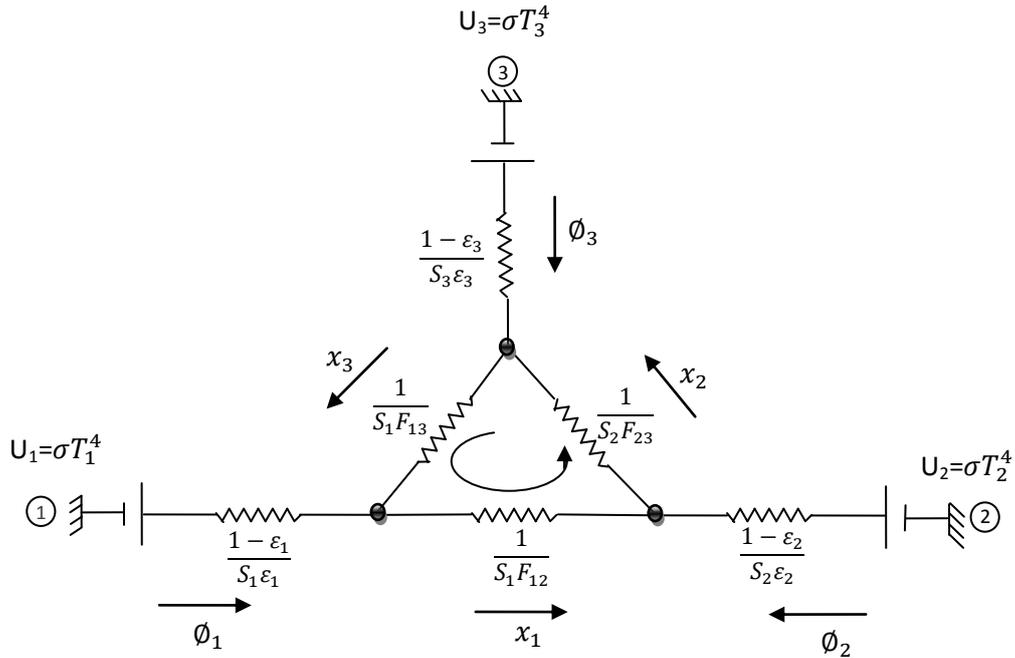


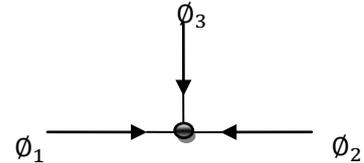
Figure 4 : Echanges radiatifs par Analogie électrique

### 3.2.1. Loi du nœud

**Rappel :** la somme des flux de chaleur échangés dans le four égal à zéro.

$$\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \phi_1 + x_3 = x_1 & (3) \\ \phi_2 + x_1 = x_2 & (4) \\ \phi_3 = -\phi_1 - \phi_2 & (5) \end{cases}$$



### 3.2.2. Loi de maille

$$\frac{x_1}{S_1 F_{12}} + \frac{x_3}{S_2 F_{23}} + \frac{x_3}{S_1 F_{13}} = 0 \quad (6)$$

### 3.2.3. Calcul de $x_1, x_2, x_3$

On remplace  $x_1$  et  $x_2$  dans (6) et on obtient :

$$(\phi_1 + x_3) \frac{1}{S_1 F_{12}} + (\phi_2 + x_1) \frac{1}{S_2 F_{23}} + \frac{x_3}{S_1 F_{13}} = 0$$

$$(\phi_1 + x_3) \frac{1}{S_1 F_{12}} + (\phi_2 + \phi_1 + x_3) \frac{1}{S_2 F_{23}} + \frac{x_3}{S_1 F_{13}} = 0$$

$$x_3 \left( \frac{1}{S_1 F_{12}} + \frac{1}{S_2 F_{23}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right) = -\phi_1 \left( \frac{1}{S_1 F_{12}} + \frac{1}{S_2 F_{23}} \right) - \phi_2 \left( \frac{1}{S_2 F_{23}} \right)$$

$$\Rightarrow x_3 = - \left[ \frac{\left( \frac{1}{S_1 F_{12}} + \frac{1}{S_2 F_{23}} \right)}{\left( \frac{1}{S_1 F_{12}} + \frac{1}{S_2 F_{23}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \phi_1 - \left[ \frac{\frac{1}{S_2 F_{23}}}{\left( \frac{1}{S_1 F_{12}} + \frac{1}{S_2 F_{23}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \phi_2 \quad (7)$$

$$x_1 = \phi_1 + x_3$$

$$\Rightarrow x_1 = \left[ 1 - \frac{\left( \frac{1}{S_1 F_{12}} + \frac{1}{S_2 F_{23}} \right)}{\left( \frac{1}{S_1 F_{12}} + \frac{1}{S_2 F_{23}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \phi_1 - \left[ \frac{\frac{1}{S_2 F_{23}}}{\left( \frac{1}{S_1 F_{12}} + \frac{1}{S_2 F_{23}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \phi_2$$

$$\Rightarrow x_1 = \left[ \frac{\frac{1}{S_1 F_{13}}}{\left( \frac{1}{S_1 F_{12}} + \frac{1}{S_2 F_{23}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \phi_1 - \left[ \frac{\frac{1}{S_2 F_{23}}}{\left( \frac{1}{S_1 F_{12}} + \frac{1}{S_2 F_{23}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \phi_2 \quad (8)$$

$$x_2 = \phi_2 + x_1$$

$$\Rightarrow x_2 = \left[ 1 - \frac{\left( \frac{1}{S_1 F_{12}} + \frac{1}{S_2 F_{23}} \right)}{\left( \frac{1}{S_1 F_{12}} + \frac{1}{S_2 F_{23}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \phi_1 + \left[ 1 - \frac{\frac{1}{S_2 F_{23}}}{\left( \frac{1}{S_1 F_{12}} + \frac{1}{S_2 F_{23}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \phi_2$$

$$\Rightarrow x_2 = \left[ \frac{\frac{1}{S_1 F_{13}}}{\left( \frac{1}{S_1 F_{12}} + \frac{1}{S_2 F_{23}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \phi_1 + \left[ \frac{\frac{1}{S_1 F_{12}} + \frac{1}{S_1 F_{13}}}{\left( \frac{1}{S_1 F_{12}} + \frac{1}{S_2 F_{23}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \phi_2 \quad (9)$$

### 3.2.4. Calcul de $\phi_1$ et $\phi_2$

#### 3.2.4.1. Branche $U_1 - U_2$

$$U_1 - U_2 = \left( \frac{1 - \varepsilon_1}{S_1 \varepsilon_1} \right) \phi_1 + \left( \frac{1}{S_1 F_{12}} \right) x_1 - \left( \frac{1 - \varepsilon_2}{S_2 \varepsilon_2} \right) \phi_2$$

On remplace l'expression de  $x_1$  calculer dans l'équation (8) et on trouve :

$$U_1 - U_2 = \left( \frac{1-\varepsilon_1}{S_1\varepsilon_1} \right) \phi_1 + \left[ \frac{\frac{1}{S_1F_{13}}}{\left( \frac{1}{S_1F_{12}} + \frac{1}{S_2F_{23}} + \frac{1}{S_1F_{13}} \right)} \right] \left( \frac{1}{S_1F_{12}} \right) \phi_1 - \left[ \left( \frac{1-\varepsilon_2}{S_2\varepsilon_2} \right) + \frac{\frac{1}{S_2F_{23}} \times \frac{1}{S_1F_{12}}}{\left( \frac{1}{S_1F_{12}} + \frac{1}{S_2F_{23}} + \frac{1}{S_1F_{13}} \right)} \right] \phi_2$$

$$U_1 - U_2 = \left[ \left( \frac{1-\varepsilon_1}{S_1\varepsilon_1} \right) + \frac{\frac{1}{S_1F_{13}} \times \frac{1}{S_1F_{12}}}{\left( \frac{1}{S_1F_{12}} + \frac{1}{S_2F_{23}} + \frac{1}{S_1F_{13}} \right)} \right] \phi_1 - \left[ \left( \frac{1-\varepsilon_2}{S_2\varepsilon_2} \right) + \frac{\frac{1}{S_2F_{23}} \times \frac{1}{S_1F_{12}}}{\left( \frac{1}{S_1F_{12}} + \frac{1}{S_2F_{23}} + \frac{1}{S_1F_{13}} \right)} \right] \phi_2$$

$$\Rightarrow U_1 - U_2 = A \times \phi_1 - B \times \phi_2 \quad (10)$$

De l'équation (10) on obtient :

$$\Rightarrow \phi_1 = \frac{U_1 - U_2}{A} + \frac{B}{A} \times \phi_2 \quad (11)$$

### 3.2.4.2. Branche $U_1 - U_3$

$$U_1 - U_3 = \left( \frac{1-\varepsilon_1}{S_1\varepsilon_1} \right) \phi_1 - \left( \frac{1}{S_1F_{13}} \right) x_3 + \left( \frac{1-\varepsilon_3}{S_3\varepsilon_3} \right) (\phi_1 + \phi_2)$$

$$U_1 - U_3 = \left( \frac{1-\varepsilon_1}{S_1\varepsilon_1} \right) \phi_1 + \left[ \left( \frac{\frac{1}{S_1F_{12}} + \frac{1}{S_2F_{23}}}{\left( \frac{1}{S_1F_{12}} + \frac{1}{S_2F_{23}} + \frac{1}{S_1F_{13}} \right)} \right) \phi_1 + \left( \frac{\frac{1}{S_2F_{23}}}{\left( \frac{1}{S_1F_{12}} + \frac{1}{S_2F_{23}} + \frac{1}{S_1F_{13}} \right)} \right) \phi_2 \right] \left( \frac{1}{S_1F_{13}} \right) + \left( \frac{1-\varepsilon_3}{S_3\varepsilon_3} \right) (\phi_1 + \phi_2)$$

$$U_1 - U_3 = \left[ \left( \frac{1-\varepsilon_1}{S_1\varepsilon_1} \right) + \left( \frac{1-\varepsilon_3}{S_3\varepsilon_3} \right) + \frac{\left( \frac{1}{S_1F_{12}} + \frac{1}{S_2F_{23}} \right) \times \left( \frac{1}{S_1F_{13}} \right)}{\left( \frac{1}{S_1F_{12}} + \frac{1}{S_2F_{23}} + \frac{1}{S_1F_{13}} \right)} \right] \phi_1 + \left[ \left( \frac{1-\varepsilon_3}{S_3\varepsilon_3} \right) + \frac{\frac{1}{S_2F_{23}} \times \frac{1}{S_1F_{13}}}{\left( \frac{1}{S_1F_{12}} + \frac{1}{S_2F_{23}} + \frac{1}{S_1F_{13}} \right)} \right] \phi_2$$

$$U_1 - U_3 = C \times \phi_1 + D \times \phi_2 \quad (12)$$

On remplace  $\phi_1$  calculé déjà en (11), dans l'équation (12) et on obtient :

$$U_1 - U_3 = \frac{C}{A} (U_1 - U_2) + \left( \frac{C \times B}{A} + D \right) \times \phi_2$$

$$\Rightarrow \left( 1 - \frac{C}{A} \right) U_1 - U_3 + \frac{C}{A} U_2 = \left( \frac{C \times B}{A} + D \right) \times \phi_2$$

$$\Rightarrow \phi_2 = \left( \frac{A - C}{CB + AD} \right) U_1 - \left( \frac{A}{CB + AD} \right) U_3 + \left( \frac{C}{CB + AD} \right) U_2$$

$$\Rightarrow \phi_2 = \left( \frac{1}{CB + AD} \right) [(A - C)U_1 + CU_2 - AU_3] \quad (13)$$

On remplace  $\phi_2$  dans l'équation (11) et on obtient :

$$\phi_1 = \frac{U_1 - U_2}{A} + \left[ \frac{B}{A} \times \left( \frac{1}{CB + AD} \right) [(A - C)U_1 + CU_2 - AU_3] \right]$$

$$\Rightarrow \phi_1 = \left[ \frac{1}{A} + \frac{B(A - C)}{A(CB + AD)} \right] U_1 + \left[ \frac{BC}{A(CB + AD)} - \frac{1}{A} \right] U_2 - \left[ \frac{BA}{A(CB + AD)} \right] U_3 \quad (14)$$

Finalement on trouve :

$$\begin{cases} \phi_1 = \left( \frac{B + D}{AD + BC} \right) U_1 - \left( \frac{D}{AD + BC} \right) U_2 - \left( \frac{B}{AD + BC} \right) U_3 \\ \phi_2 = \left( \frac{A - C}{AD + BC} \right) U_1 + \left( \frac{C}{AD + BC} \right) U_2 - \left( \frac{A}{AD + BC} \right) U_3 \end{cases} \quad (15)$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \left[ \left( \frac{1 - \varepsilon_1}{S_1 \varepsilon_1} \right) + \frac{\frac{1}{S_1 F_{13}} \times \frac{1}{S_1 F_{12}}}{\left( \frac{1}{S_1 F_{12}} + \frac{1}{S_2 F_{23}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \\ B = \left[ \left( \frac{1 - \varepsilon_2}{S_2 \varepsilon_2} \right) + \frac{\frac{1}{S_2 F_{23}} \times \frac{1}{S_1 F_{12}}}{\left( \frac{1}{S_1 F_{12}} + \frac{1}{S_2 F_{23}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \\ C = \left[ \left( \frac{1 - \varepsilon_1}{S_1 \varepsilon_1} \right) + \left( \frac{1 - \varepsilon_3}{S_3 \varepsilon_3} \right) + \frac{\left( \frac{1}{S_1 F_{12}} + \frac{1}{S_2 F_{23}} \right) \times \left( \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)}{\left( \frac{1}{S_1 F_{12}} + \frac{1}{S_2 F_{23}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \\ D = \left[ \left( \frac{1 - \varepsilon_3}{S_3 \varepsilon_3} \right) + \frac{\frac{1}{S_2 F_{23}} \times \frac{1}{S_1 F_{13}}}{\left( \frac{1}{S_1 F_{12}} + \frac{1}{S_2 F_{23}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \end{array} \right.$$

### 3.3. Bilan d'énergie

On remplace  $\phi_1$  et  $\phi_2$  dans les équations (1) et (2) et on trouve le bilan final des échanges radiatifs dans le four :

$$\begin{cases} m_1 c_1 dT_1 = -\phi_1 dt + hS_c(T_2 - T_1)dt \\ m_2 c_2 dT_2 = -\phi_2 dt + hS_c(T_1 - T_2)dt \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1 c_1 dT_1 = - \left[ \left( \frac{B+D}{AD+BC} \right) U_1 - \left( \frac{D}{AD+BC} \right) U_2 - \left( \frac{B}{AD+BC} \right) U_3 \right] dt + hS_c(T_2 - T_1)dt \\ m_2 c_2 dT_2 = - \left[ \left( \frac{A-C}{AD+BC} \right) U_1 + \left( \frac{C}{AD+BC} \right) U_2 - \left( \frac{A}{AD+BC} \right) U_3 \right] dt + hS_c(T_1 - T_2)dt \end{cases}$$

Finalement, on obtient un système d'équations différentielles ordinaires suivant :

$$\begin{cases} \frac{dT_1}{dt} = -\frac{\sigma}{m_1 c_1} \left[ \left( \frac{B+D}{AD+BC} \right) T_1^4 - \left( \frac{D}{AD+BC} \right) T_2^4 - \left( \frac{B}{AD+BC} \right) T_3^4 \right] + \frac{hS_c}{m_1 c_1} (T_2 - T_1) \\ \frac{dT_2}{dt} = -\frac{\sigma}{m_2 c_2} \left[ \left( \frac{A-C}{AD+BC} \right) T_1^4 + \left( \frac{C}{AD+BC} \right) T_2^4 - \left( \frac{A}{AD+BC} \right) T_3^4 \right] + \frac{hS_c}{m_2 c_2} (T_1 - T_2) \end{cases} \quad (16)$$

### 3.4. Calcul des facteurs de formes

On cherche à calculer les trois facteurs de formes suivants :  $F_{12}, F_{13}, F_{23}$

On a, par définition des facteurs de formes :

$$F_{11} + F_{12} + F_{13} = 1$$

$F_{11} = 0$  Car les surfaces du bloc échangeur n'échange de chaleur qu'avec les surfaces du four et les outils de serrage

$$\Rightarrow F_{12} + F_{13} = 1$$

$$\Rightarrow F_{13} = 1 - F_{12}$$

$$\text{Avec } F_{21} + F_{22} + F_{23} = 1$$

#### 3.4.1. Calcul de $F_{22}$

On dispose de 12 tirants, 6 de chaque cotés et on veut calculer le facteur de forme qui définit l'échange de chaleur entre ces tirants.

$$S_2 F_{22} = [S_2 (F_{2,2a} + F_{2,2b} + F_{2,2c} + F_{2,2d} + F_{2,2e} + F_{2,2f})] \times 2$$

$$S_2 F_{22} = [(S_{2a} F_{2a,2a} + S_{2b} F_{2b,2a} + S_{2c} F_{2c,2a} + S_{2d} F_{2d,2a} + S_{2e} F_{2e,2a} + S_{2f} F_{2f,2a}) + (S_{2a} F_{2a,2b} + S_{2b} F_{2b,2b} + S_{2c} F_{2c,2b} + S_{2d} F_{2d,2b} + S_{2e} F_{2e,2b} + S_{2f} F_{2f,2b}) + (S_{2a} F_{2a,2c} + S_{2b} F_{2b,2c} + S_{2c} F_{2c,2c} + S_{2d} F_{2d,2c} + S_{2e} F_{2e,2c} + S_{2f} F_{2f,2c}) + (S_{2a} F_{2a,2d} + S_{2b} F_{2b,2d} + S_{2c} F_{2c,2d} + S_{2d} F_{2d,2d} + S_{2e} F_{2e,2d} + S_{2f} F_{2f,2d}) + (S_{2a} F_{2a,2e} + S_{2b} F_{2b,2e} + S_{2c} F_{2c,2e} + S_{2d} F_{2d,2e} + S_{2e} F_{2e,2e} + S_{2f} F_{2f,2e}) + (S_{2a} F_{2a,2f} + S_{2b} F_{2b,2f} + S_{2c} F_{2c,2f} + S_{2d} F_{2d,2f} + S_{2e} F_{2e,2f} + S_{2f} F_{2f,2f})] \times 2$$

Après simplification, sachant que la surface latérale des tirants est la même, et tenant compte de la notion de réciprocité :  $S_a F_{a,b} = S_b F_{b,a}$

On trouve :

$$S_2 F_{22} = S_{bar} [2 F_{2a,2b} + 2 F_{2b,2c} + 2 F_{2c,2d} + 2 F_{2d,2e} + 2 F_{2e,2f}] \times 2$$

Dans notre cas, on considère que les 12 tirants échange entre eux avec un même facteur de forme, ce qui nous permet d'écrire :

$$S_2 F_{22} = [10 S_{bar} F_{a,b}] \times 2$$

$$\Rightarrow F_{22} = \frac{20 S_{bar}}{S_2} F_{a,b} = \frac{5}{3} F_{a,b} \quad (17)$$

Avec :  $S_2 = 12 S_{bar}$

$F_{a,b}$ : Facteur de forme pour deux tirants d'axes parallèle et verticaux de même diamètre.

$$F_{a,b} = F_{b,a} = \frac{1}{\pi} \left[ \sqrt{X^2 - 1} + \arcsin \frac{1}{X} - X \right]$$

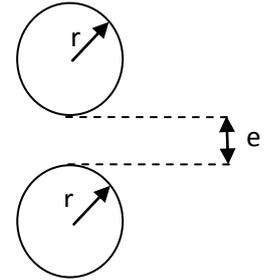
$$\text{Avec : } X = 1 + \frac{e}{2r}$$

$$e = 55 \text{ (mm)}$$

$$X = 1 + \frac{55}{33,4} = 2,65$$

$$\Rightarrow F_{a,b} = \frac{1}{3,14} \left[ \sqrt{(2,65)^2 - 1} + \arcsin \frac{1}{2,65} - 2,65 \right]$$

$$\Rightarrow F_{a,b} = 0,06$$



Finalement on trouve :

$$F_{22} = 0,1 \quad (18)$$

### 3.4.2. Calcul de $F_{23}$

D'apres le rapport des sections des tirants, on à :

$$\frac{F_{23}}{F_{21}} = \frac{8}{4} \Rightarrow F_{23} = 2 F_{21} \quad (19)$$

Tel que : 8 sections des tirants qui voit le four

4 sections des tirants qui voit le bloc échangeur.

### 3.4.3. Calcule de $F_{21}$

On à :  $F_{21} + F_{22} + F_{23} = 1$

On remplace l'expression de  $F_{23}$  calculer dans l'équation (19) et on trouve :

$$3 F_{21} + F_{22} = 1 \Rightarrow F_{21} = \frac{1 - F_{22}}{3} = \frac{1 - 0,1}{3} \Rightarrow F_{21} = 0,3 \quad (20)$$

Et d'après l'équation (19) on trouve :

$$\Rightarrow F_{23} = 2 F_{21} = 0,6 \quad (21)$$

### 3.4.4. Calcule de $F_{13}$

On à  $F_{13} = 1 - F_{12}$

### 3.4.5. Calcule de $F_{12}$

Pour calculer ce facteur de forme entre l'échangeur et les tirants, on applique la notion de réciprocité :

$$S_1 F_{12} = S_2 F_{21} \Rightarrow F_{12} = \frac{S_2}{S_1} F_{21} \quad (22)$$

$S_1 = 0,590 \text{ m}^2$  : Surface latérale du bloc échangeur.

$S_2 = 0,362 \text{ m}^2$  : Surface totale des tirants.

Avec  $F_{21} = 0,3$

De l'équation (22), on trouve :  $F_{12} = 0,18$

$$\Rightarrow F_{13} = 0,82$$

$$\text{Finalement : } \left\{ \begin{array}{l} F_{11} = 0 \\ F_{12} = 0,18 \\ F_{13} = 0,82 \\ F_{21} = 0,3 \\ F_{22} = 0,1 \\ F_{23} = 0,6 \end{array} \right. \quad \text{avec : } \left\{ \begin{array}{l} F_{11} + F_{12} + F_{13} = 1 \\ F_{21} + F_{22} + F_{23} = 1 \end{array} \right.$$

### 3.5. Résolution du système

Après avoir défini tous ces facteurs de forme dont on a besoin, on les remplace dans les équations du bilan (16) suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dT_1}{dt} = -\frac{\sigma}{m_1 c_1} \left[ \left( \frac{B+D}{AD+BC} \right) T_1^4 - \left( \frac{D}{AD+BC} \right) T_2^4 - \left( \frac{B}{AD+BC} \right) T_3^4 \right] + \frac{hS_c}{m_1 c_1} (T_2 - T_1) \\ \frac{dT_2}{dt} = -\frac{\sigma}{m_2 c_2} \left[ \left( \frac{A-C}{AD+BC} \right) T_1^4 + \left( \frac{C}{AD+BC} \right) T_2^4 - \left( \frac{A}{AD+BC} \right) T_3^4 \right] + \frac{hS_c}{m_2 c_2} (T_1 - T_2) \end{array} \right. \quad (23)$$

Pour résoudre ce système d'équation, on le simplifie sous la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dT_1}{dt} = K_1 T_1^4 + K_2 T_2^4 + K_3 T_3^4 + K_4 (T_2 - T_1) \\ \frac{dT_2}{dt} = K_5 T_1^4 + K_6 T_2^4 + K_7 T_3^4 + K_8 (T_1 - T_2) \end{array} \right. \quad (24)$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} K_1 = -\frac{\sigma}{m_1 c_1} \left( \frac{B+D}{AD+BC} \right) \\ K_2 = \frac{\sigma}{m_1 c_1} \left( \frac{D}{AD+BC} \right) \\ K_3 = \frac{\sigma}{m_1 c_1} \left( \frac{B}{AD+BC} \right) \\ K_4 = \frac{hS_c}{m_1 c_1} \\ K_5 = -\frac{\sigma}{m_2 c_2} \left( \frac{A-C}{AD+BC} \right) \\ K_6 = -\frac{\sigma}{m_2 c_2} \left( \frac{C}{AD+BC} \right) \\ K_7 = \frac{\sigma}{m_2 c_2} \left( \frac{A}{AD+BC} \right) \\ K_8 = \frac{hS_c}{m_2 c_2} \end{array} \right.$$

### 3.6. Résultats de simulation numérique

Les résultats de simulation numérique en variant h (coefficient d'échange de chaleur entre le bloc échangeur et les tirants) sont présentés ci-dessous :

Pour  $h=0$  :

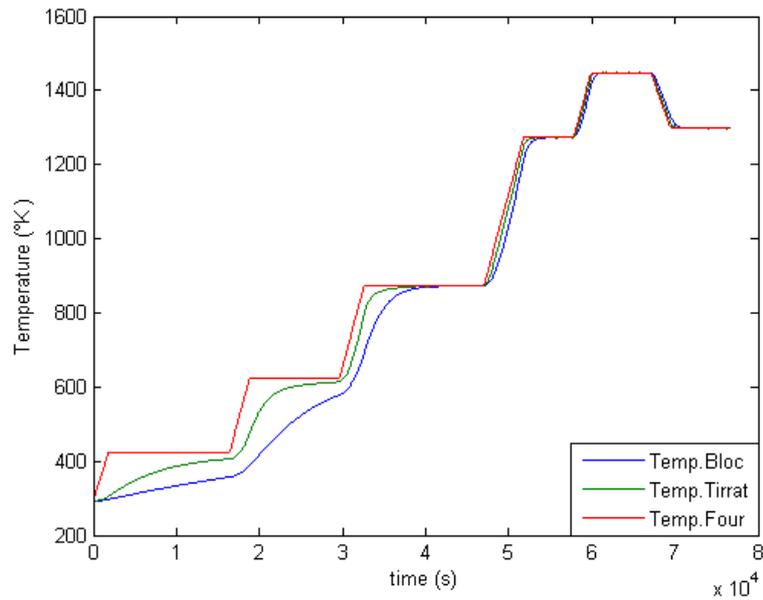


Figure 5 : Températures des différents éléments su système sans isolation

Pour  $h=100$  :

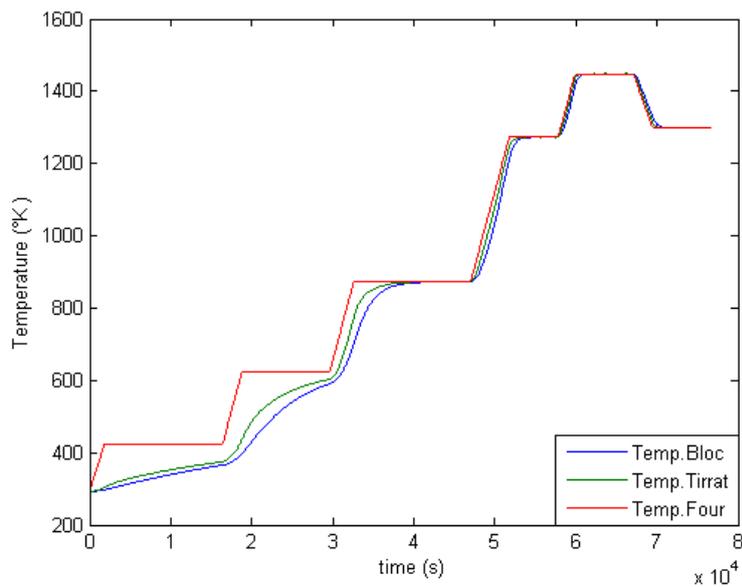


Figure 6 : Températures des différents éléments su système sans isolation

En augmentant h, on remarque que les deux courbes de température se rapprochent entre elles et c'est normale puisque h traduit l'échange de chaleur entre le bloc et les tirants .

#### 4. Bilan énergétique sur l'ensemble échangeur et outils de serrages avec l'utilisation des écrans thermiques

Dans cette partie, on isole les tirants avec des écrans thermiques dans le but de limiter la température des éléments de compression, pour cela, on garde les mêmes hypothèses posées auparavant.

##### 4.1. Ecran thermique

L'écran thermique qu'on utilise a une forme cylindrique comme le présente le schéma ci-dessous :

Matière : acier réfractaire

Dimensions :  $L = 250$  (mm)

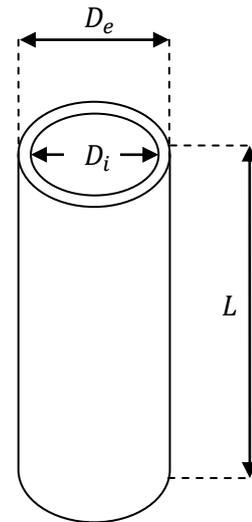
$$D_i = 42$$
 (mm)

$$D_e = 46$$
 (mm)

Propriétés physiques :  $\rho = 7900$  (kg/m<sup>3</sup>)

$$C_p = 500$$
 (j/kg°C)

$$\varepsilon_E = 0,2$$



##### 4.2. Hypothèse

La température est uniforme sur tout l'écran (méthode du petit corps).

##### 4.3. Bilan d'énergie

Pour le bloc échangeur :

$$m_1 c_1 dT_1 = -\phi_1 dt + h S_c (T_2 - T_1) dt \quad (25)$$

Pour l'écran thermique :

$$m_E c_E dT_E = -\phi_E dt - \phi_2 dt \quad (26)$$

Pour les tirants :

$$m_2 c_2 dT_2 = \phi_2 dt + h S_c (T_1 - T_2) dt \quad (27)$$

##### Conditions initiales

A  $t=0$  on a  $T_1 = T_2 = T_E = 20$  °C

#### 4.4. Calcul de $\Phi_1, \Phi_2$ et $\Phi_E$ par Analogie électrique

On représente les échanges radiatifs entre les parois du four et l'ensemble bloc échangeur, écrans thermiques et outils de serrage par le schéma suivant :

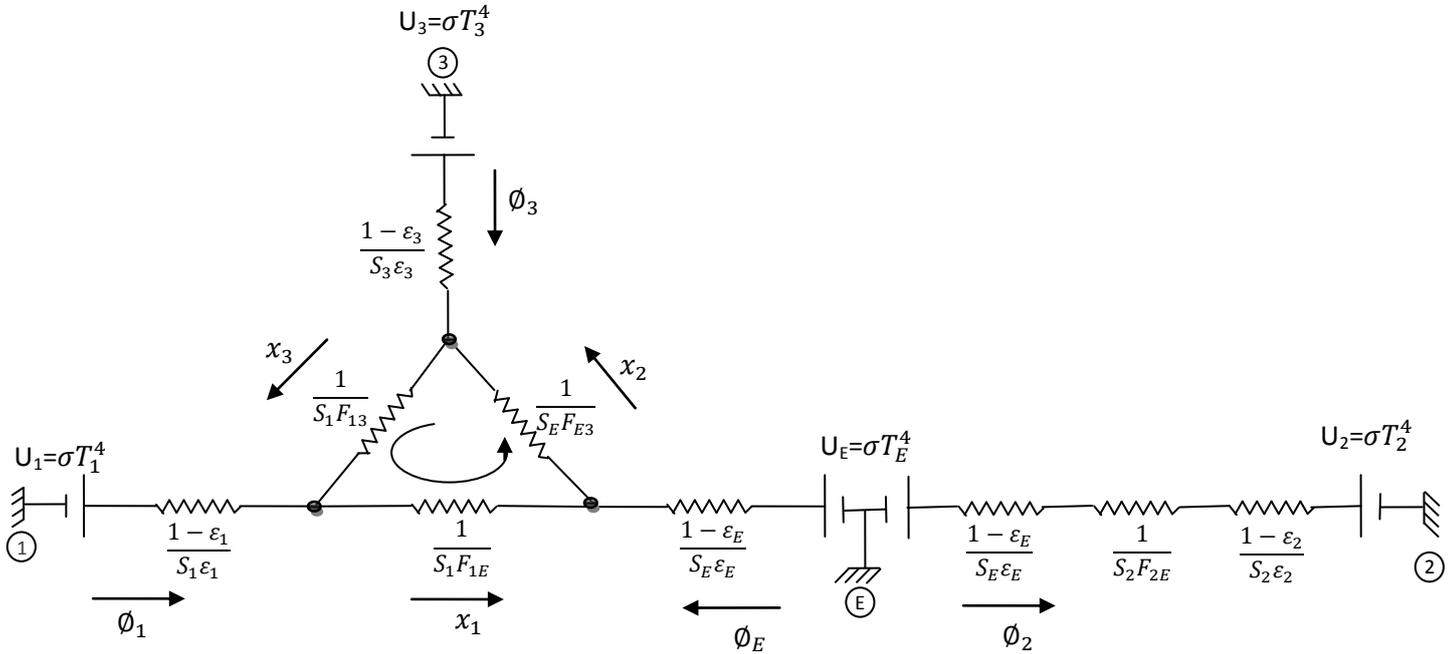


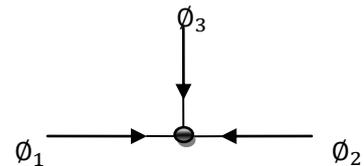
Figure 7 : Echanges radiatifs avec présence d'écrans thermiques par Analogie électrique

##### 4.4.1. Loi du nœud

Rappel : la somme des flux de chaleur échangés dans le four égal à zéro.

$$\Phi_1 + \Phi_E + \Phi_3 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Phi_1 + x_3 = x_1 & (28) \\ \Phi_E + x_1 = x_2 & (29) \\ \Phi_3 = -\Phi_1 - \Phi_E & (30) \end{cases}$$



##### 4.4.2. Loi de maille

$$\frac{x_1}{S_1 F_{1E}} + \frac{x_2}{S_E F_{E3}} + \frac{x_3}{S_1 F_{13}} = 0 \quad (31)$$

##### 4.4.3. Calcul de $x_1, x_2, x_3$

On remplace  $x_1$  et  $x_2$  dans l'équation (31) et on obtient :

$$(\Phi_1 + x_3) \frac{1}{S_1 F_{1E}} + (\Phi_E + x_1) \frac{1}{S_E F_{E3}} + \frac{x_3}{S_1 F_{13}} = 0$$

$$(\Phi_1 + x_3) \frac{1}{S_1 F_{1E}} + (\Phi_E + \Phi_1 + x_3) \frac{1}{S_E F_{E3}} + \frac{x_3}{S_1 F_{13}} = 0$$

$$x_3 \left( \frac{1}{S_1 F_{1E}} + \frac{1}{S_E F_{E3}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right) = -\phi_1 \left( \frac{1}{S_1 F_{1E}} + \frac{1}{S_E F_{E3}} \right) - \phi_E \left( \frac{1}{S_E F_{E3}} \right)$$

$$\Rightarrow x_3 = - \left[ \frac{\left( \frac{1}{S_1 F_{1E}} + \frac{1}{S_E F_{E3}} \right)}{\left( \frac{1}{S_1 F_{1E}} + \frac{1}{S_E F_{E3}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \phi_1 - \left[ \frac{\frac{1}{S_E F_{E3}}}{\left( \frac{1}{S_1 F_{1E}} + \frac{1}{S_E F_{E3}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \phi_E \quad (32)$$

$$x_1 = \phi_1 + x_3$$

$$\Rightarrow x_1 = \left[ 1 - \frac{\left( \frac{1}{S_1 F_{1E}} + \frac{1}{S_E F_{E3}} \right)}{\left( \frac{1}{S_1 F_{1E}} + \frac{1}{S_E F_{E3}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \phi_1 - \left[ \frac{\frac{1}{S_E F_{E3}}}{\left( \frac{1}{S_1 F_{1E}} + \frac{1}{S_E F_{E3}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \phi_E$$

$$\Rightarrow x_1 = \left[ \frac{\frac{1}{S_1 F_{13}}}{\left( \frac{1}{S_1 F_{1E}} + \frac{1}{S_E F_{E3}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \phi_1 - \left[ \frac{\frac{1}{S_E F_{E3}}}{\left( \frac{1}{S_1 F_{1E}} + \frac{1}{S_E F_{E3}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \phi_E \quad (33)$$

$$x_2 = \phi_E + x_1$$

$$\Rightarrow x_2 = \left[ \frac{\frac{1}{S_1 F_{13}}}{\left( \frac{1}{S_1 F_{1E}} + \frac{1}{S_E F_{E3}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \phi_1 + \left[ 1 - \frac{\frac{1}{S_E F_{E3}}}{\left( \frac{1}{S_1 F_{1E}} + \frac{1}{S_E F_{E3}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \phi_E$$

$$\Rightarrow x_2 = \left[ \frac{\frac{1}{S_1 F_{13}}}{\left( \frac{1}{S_1 F_{1E}} + \frac{1}{S_E F_{E3}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \phi_1 + \left[ \frac{\frac{1}{S_1 F_{1E}} + \frac{1}{S_1 F_{13}}}{\left( \frac{1}{S_1 F_{1E}} + \frac{1}{S_E F_{E3}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \phi_E \quad (34)$$

#### 4.4.4. Calcul de $\phi_1$ et $\phi_E$

##### 4.4.4.1. Branche $U_1 - U_E$

$$U_1 - U_E = \left( \frac{1 - \varepsilon_1}{S_1 \varepsilon_1} \right) \phi_1 + \left( \frac{1}{S_1 F_{1E}} \right) x_1 - \left( \frac{1 - \varepsilon_E}{S_E \varepsilon_E} \right) \phi_E$$

On remplace l'expression de  $x_1$  calculer dans l'équation (33) et on trouve :

$$U_1 - U_E = \left( \frac{1-\varepsilon_1}{S_1\varepsilon_1} \right) \phi_1 + \left[ \frac{\frac{1}{S_1F_{13}}}{\left( \frac{1}{S_1F_{1E}} + \frac{1}{S_EF_{E3}} + \frac{1}{S_1F_{13}} \right)} \right] \left( \frac{1}{S_1F_{1E}} \right) \phi_1 - \left[ \left( \frac{1-\varepsilon_E}{S_E\varepsilon_E} \right) + \frac{\frac{1}{S_EF_{E3}} \times \frac{1}{S_1F_{1E}}}{\left( \frac{1}{S_1F_{1E}} + \frac{1}{S_EF_{E3}} + \frac{1}{S_1F_{13}} \right)} \right] \phi_E$$

$$U_1 - U_E = \left[ \left( \frac{1-\varepsilon_1}{S_1\varepsilon_1} \right) + \frac{\frac{1}{S_1F_{13}} \times \frac{1}{S_1F_{1E}}}{\left( \frac{1}{S_1F_{1E}} + \frac{1}{S_EF_{E3}} + \frac{1}{S_1F_{13}} \right)} \right] \phi_1 - \left[ \left( \frac{1-\varepsilon_E}{S_E\varepsilon_E} \right) + \frac{\frac{1}{S_EF_{E3}} \times \frac{1}{S_1F_{1E}}}{\left( \frac{1}{S_1F_{1E}} + \frac{1}{S_EF_{E3}} + \frac{1}{S_1F_{13}} \right)} \right] \phi_E$$

$$\Rightarrow U_1 - U_E = A \times \phi_1 - B \times \phi_E \quad (35)$$

De l'équation (35) on obtient :

$$\Rightarrow \phi_1 = \frac{U_1 - U_E}{A} + \frac{B}{A} \times \phi_E \quad (36)$$

#### 4.4.4.2. Branche $U_1 - U_3$

$$U_1 - U_3 = \left( \frac{1-\varepsilon_1}{S_1\varepsilon_1} \right) \phi_1 - \left( \frac{1}{S_1F_{13}} \right) x_3 + \left( \frac{1-\varepsilon_3}{S_3\varepsilon_3} \right) (\phi_1 + \phi_E)$$

$$U_1 - U_3 = \left( \frac{1-\varepsilon_1}{S_1\varepsilon_1} \right) \phi_1 + \left[ \left( \frac{\frac{1}{S_1F_{1E}} + \frac{1}{S_EF_{E3}}}{\left( \frac{1}{S_1F_{1E}} + \frac{1}{S_EF_{E3}} + \frac{1}{S_1F_{13}} \right)} \right) \phi_1 + \left( \frac{\frac{1}{S_EF_{E3}}}{\left( \frac{1}{S_1F_{1E}} + \frac{1}{S_EF_{E3}} + \frac{1}{S_1F_{13}} \right)} \right) \phi_E \right] \left( \frac{1}{S_1F_{13}} \right) + \left( \frac{1-\varepsilon_3}{S_3\varepsilon_3} \right) (\phi_1 + \phi_E)$$

$$U_1 - U_3 = \left[ \left( \frac{1-\varepsilon_1}{S_1\varepsilon_1} \right) + \left( \frac{1-\varepsilon_3}{S_3\varepsilon_3} \right) + \frac{\left( \frac{1}{S_1F_{1E}} + \frac{1}{S_EF_{E3}} \right) \times \left( \frac{1}{S_1F_{13}} \right)}{\left( \frac{1}{S_1F_{1E}} + \frac{1}{S_EF_{E3}} + \frac{1}{S_1F_{13}} \right)} \right] \phi_1 + \left[ \left( \frac{1-\varepsilon_3}{S_3\varepsilon_3} \right) + \frac{\frac{1}{S_EF_{E3}} \times \frac{1}{S_1F_{13}}}{\left( \frac{1}{S_1F_{1E}} + \frac{1}{S_EF_{E3}} + \frac{1}{S_1F_{13}} \right)} \right] \phi_E$$

$$U_1 - U_3 = C \times \phi_1 + D \times \phi_E \quad (37)$$

On remplace  $\phi_1$  calculé déjà en (36), dans l'équation (37) et on obtient :

$$U_1 - U_3 = \frac{C}{A} (U_1 - U_E) + \left( \frac{C \times B}{A} + D \right) \times \phi_E$$

$$\Rightarrow \left( 1 - \frac{C}{A} \right) U_1 - U_3 + \frac{C}{A} U_E = \left( \frac{C \times B}{A} + D \right) \times \phi_E$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \phi_E &= \left( \frac{A-C}{CB+AD} \right) U_1 - \left( \frac{A}{CB+AD} \right) U_3 + \left( \frac{C}{CB+AD} \right) U_E \\ &\Rightarrow \phi_E = \left( \frac{1}{CB+AD} \right) [(A-C)U_1 + CU_E - AU_3] \end{aligned} \quad (38)$$

On remplace  $\phi_E$  dans l'équation (36) et on obtient :

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \frac{U_1 - U_E}{A} + \left[ \frac{B}{A} \times \left( \frac{1}{CB+AD} \right) [(A-C)U_1 + CU_E - AU_3] \right] \\ &\Rightarrow \phi_1 = \left[ \frac{1}{A} + \frac{B(A-C)}{A(CB+AD)} \right] U_1 + \left[ \frac{BC}{A(CB+AD)} - \frac{1}{A} \right] U_E - \left[ \frac{BA}{A(CB+AD)} \right] U_3 \end{aligned} \quad (39)$$

#### 4.4.5. Calcul de $\phi_2$

##### 4.4.5.1. Branche $U_E - U_2$

$$U_E - U_2 = \left( \frac{1-\varepsilon_E}{S_E \varepsilon_E} + \frac{1}{S_2 F_{2E}} + \frac{1-\varepsilon_2}{S_2 \varepsilon_2} \right) \phi_2$$

$$\text{On pose : } \left( \frac{1-\varepsilon_E}{S_E \varepsilon_E} + \frac{1}{S_2 F_{2E}} + \frac{1-\varepsilon_2}{S_2 \varepsilon_2} \right) = E$$

$$\Rightarrow U_E - U_2 = E \times \phi_2$$

$$\Rightarrow \phi_2 = \frac{U_E}{E} - \frac{U_2}{E} \quad (40)$$

Finalement on trouve :

$$\begin{cases} \phi_1 = \left( \frac{B+D}{AD+BC} \right) U_1 - \left( \frac{D}{AD+BC} \right) U_E - \left( \frac{B}{AD+BC} \right) U_3 \\ \phi_E = \left( \frac{A-C}{AD+BC} \right) U_1 + \left( \frac{C}{AD+BC} \right) U_E - \left( \frac{A}{AD+BC} \right) U_3 \\ \phi_2 = \frac{1}{E} \times U_E - \frac{1}{E} \times U_2 \end{cases} \quad (41)$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \left[ \left( \frac{1 - \varepsilon_1}{S_1 \varepsilon_1} \right) + \frac{\frac{1}{S_1 F_{13}} \times \frac{1}{S_1 F_{1E}}}{\left( \frac{1}{S_1 F_{1E}} + \frac{1}{S_E F_{E3}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \\ B = \left[ \left( \frac{1 - \varepsilon_E}{S_E \varepsilon_E} \right) + \frac{\frac{1}{S_E F_{E3}} \times \frac{1}{S_1 F_{1E}}}{\left( \frac{1}{S_1 F_{1E}} + \frac{1}{S_E F_{E3}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \\ C = \left[ \left( \frac{1 - \varepsilon_1}{S_1 \varepsilon_1} \right) + \left( \frac{1 - \varepsilon_3}{S_3 \varepsilon_3} \right) + \frac{\left( \frac{1}{S_1 F_{1E}} + \frac{1}{S_E F_{E3}} \right) \times \left( \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)}{\left( \frac{1}{S_1 F_{1E}} + \frac{1}{S_E F_{E3}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \\ D = \left[ \left( \frac{1 - \varepsilon_3}{S_3 \varepsilon_3} \right) + \frac{\frac{1}{S_E F_{E3}} \times \frac{1}{S_1 F_{13}}}{\left( \frac{1}{S_1 F_{1E}} + \frac{1}{S_E F_{E3}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \\ E = \left[ \left( \frac{1 - \varepsilon_E}{S_E \varepsilon_E} \right) + \left( \frac{1}{S_2 F_{2E}} \right) + \left( \frac{1 - \varepsilon_2}{S_2 \varepsilon_2} \right) \right] \end{array} \right.$$

#### 4.5. Bilan d'énergie

On remplace  $\phi_1$  et  $\phi_2$  dans le système ci dessous et on trouve le bilan final des échanges radiatifs dans le four :

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 c_1 dT_1 = -\phi_1 dt + h S_c (T_2 - T_1) dt \\ m_E c_E dT_E = -\phi_E dt - \phi_2 dt \\ m_2 c_2 dT_2 = \phi_2 dt + h S_c (T_1 - T_2) dt \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 c_1 dT_1 = - \left[ \left( \frac{B + D}{AD + BC} \right) U_1 - \left( \frac{D}{AD + BC} \right) U_E - \left( \frac{B}{AD + BC} \right) U_3 \right] dt + h S_c (T_2 - T_1) dt \\ m_E c_E dT_E = - \left[ \left( \frac{A - C}{AD + BC} \right) U_1 + \left( \frac{C}{AD + BC} \right) U_E - \left( \frac{A}{AD + BC} \right) U_3 \right] dt - \left[ \left( \frac{1}{E} \right) U_E - \left( \frac{1}{E} \right) U_2 \right] dt \\ m_2 c_2 dT_2 = \left[ \left( \frac{1}{E} \times U_E \right) - \left( \frac{1}{E} \times U_2 \right) \right] dt + h S_c (T_1 - T_2) dt \end{array} \right.$$

Finalement, on obtient un système d'équations différentielles ordinaires suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dT_1}{dt} = - \frac{\sigma}{m_1 c_1} \left[ \left( \frac{B + D}{AD + BC} \right) T_1^4 - \left( \frac{D}{AD + BC} \right) T_E^4 - \left( \frac{B}{AD + BC} \right) T_3^4 \right] + \frac{h S_c}{m_1 c_1} (T_2 - T_1) \\ \frac{dT_E}{dt} = - \frac{\sigma}{m_E c_E} \left[ \left( \frac{A - C}{AD + BC} \right) T_1^4 + \left( \frac{C}{AD + BC} + \frac{1}{E} \right) T_E^4 - \left( \frac{A}{AD + BC} \right) T_3^4 - \left( \frac{1}{E} \right) T_2^4 \right] \\ \frac{dT_2}{dt} = \frac{\sigma}{m_2 c_2} \left[ \left( \frac{1}{E} \right) T_E^4 - \left( \frac{1}{E} \right) T_2^4 \right] + \frac{h S_c}{m_2 c_2} (T_1 - T_2) \end{array} \right. \quad (42)$$

#### 4.6. Calcul des facteurs de formes

On cherche à calculer les quatre facteurs de formes suivants :  $F_{1E}$  ,  $F_{13}$  ,  $F_{E3}$  ,  $F_{2E}$

On à, par définition des facteurs de formes :

$$F_{11} + F_{1E} + F_{13} = 1$$

$F_{11} = 0$  Car les surfaces du bloc échangeur n'échange de chaleur qu'avec les surfaces du four et les outils de serrage

$$\Rightarrow F_{1E} + F_{13} = 1$$

$$\Rightarrow F_{13} = 1 - F_{1E}$$

$$F_{E1} + F_{EE} + F_{E3} = 1$$

##### 4.6.1. Calcul de $F_{EE}$

On dispose de 12 écrans thermiques au tour des tirants, 6 de chaque cotés et on veut calculer le facteur de forme qui définit l'échange de chaleur entre ces écrans.

$$S_E F_{EE} = [S_E (F_{E, Ea} + F_{E, Eb} + F_{E, Ec} + F_{E, Ed} + F_{E, Ee} + F_{E, Ef})] \times 2$$

$$\begin{aligned} S_E F_{EE} = & [(S_{Ea} F_{Ea, Ea} + S_{Eb} F_{Eb, Ea} + S_{Ec} F_{Ec, Ea} + S_{Ed} F_{Ed, Ea} + S_{Ee} F_{Ee, Ea} + S_{Ef} F_{Ef, Ea}) \\ & + (S_{Ea} F_{Ea, Eb} + S_{Eb} F_{Eb, Eb} + S_{Ec} F_{Ec, Eb} + S_{Ed} F_{Ed, Eb} + S_{Ee} F_{Ee, Eb} + S_{Ef} F_{Ef, Eb}) \\ & + (S_{Ea} F_{Ea, Ec} + S_{Eb} F_{Eb, Ec} + S_{Ec} F_{Ec, Ec} + S_{Ed} F_{Ed, Ec} + S_{Ee} F_{Ee, Ec} + S_{Ef} F_{Ef, Ec}) \\ & + (S_{Ea} F_{Ea, Ed} + S_{Eb} F_{Eb, Ed} + S_{Ec} F_{Ec, Ed} + S_{Ed} F_{Ed, Ed} + S_{Ee} F_{Ee, Ed} + S_{Ef} F_{Ef, Ed}) \\ & + (S_{Ea} F_{Ea, Ee} + S_{Eb} F_{Eb, Ee} + S_{Ec} F_{Ec, Ee} + S_{Ed} F_{Ed, Ee} + S_{Ee} F_{Ee, Ee} + S_{Ef} F_{Ef, Ee}) \\ & + (S_{Ea} F_{Ea, Ef} + S_{Eb} F_{Eb, Ef} + S_{Ec} F_{Ec, Ef} + S_{Ed} F_{Ed, Ef} + S_{Ee} F_{Ee, Ef} + S_{Ef} F_{Ef, Ef})] \times 2 \end{aligned}$$

Après simplification, sachant que la surface latérale des écrans thermiques est la même, et tenant compte de la notion de réciprocité :  $S_a F_{a,b} = S_b F_{b,a}$

On trouve :

$$S_E F_{EE} = S_{ecran} [2 F_{Ea, Eb} + 2 F_{Eb, Ec} + 2 F_{Ec, Ed} + 2 F_{Ed, Ee} + 2 F_{Ee, Ef}] \times 2$$

Dans notre cas, on considère que les 12 écrans échangent la chaleur entre eux avec un même facteur de forme  $F_{a,b}$  , ce qui nous permet d'écrire :

$$S_E F_{EE} = [10 S_{ecran} F_{a,b}] \times 2$$

$$\Rightarrow F_{EE} = \frac{20 S_{ecran}}{S_E} F_{a,b} = \frac{5}{3} F_{a,b} \quad (43)$$

Avec :  $S_E = 12 S_{ecran}$

$F_{a,b}$ : Facteur de forme pour deux écrans d'axes parallèle et verticaux de même diamètre.

$$F_{a,b} = F_{b,a} = \frac{1}{\pi} \left[ \sqrt{X^2 - 1} + \arcsin \frac{1}{X} - X \right]$$

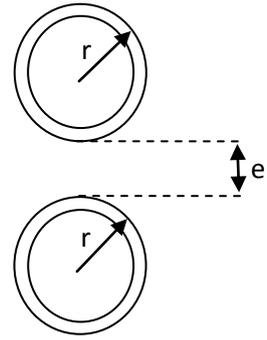
Avec :  $X = 1 + \frac{e}{2r}$

$$e = 42,4 \text{ (mm)}$$

$$X = 1 + \frac{42,4}{46} = 1,92$$

$$\Rightarrow F_{a,b} = \frac{1}{3,14} \left[ \sqrt{(1,92)^2 - 1} + \arcsin \frac{1}{1,92} - 1,92 \right]$$

$$\Rightarrow F_{a,b} = 0,085$$



Finalement on trouve :

$$F_{EE} = 0,14 \quad (44)$$

#### 4.6.2. Calcul de $F_{E3}$

D'après le rapport des sections des écrans, on à :

$$\frac{F_{E3}}{F_{E1}} = \frac{8}{4} \Rightarrow F_{E3} = 2 F_{E1} \quad (45)$$

Tel que : 8 sections des écrans en face du four

4 sections des écrans en face du bloc échangeur.

#### 4.6.3. Calcule de $F_{E1}$

On à :  $F_{E1} + F_{EE} + F_{E3} = 1$

On remplace l'expression de  $F_{E3}$  calculer dans l'équation (45) et on trouve :

$$3 F_{E1} + F_{EE} = 1 \Rightarrow F_{E1} = \frac{1 - F_{EE}}{3} = \frac{1 - 0,14}{3}$$

$$\Rightarrow F_{E1} \cong 0,29 \quad (46)$$

Et d'après l'équation (45) on trouve :

$$\Rightarrow F_{E3} = 2 F_{E1} = 0,57 \quad (47)$$

#### 4.6.4. Calcule de $F_{13}$

Pour calculer  $F_{13}$ , on aura besoin de calculer  $F_{1E}$  car on a :

$$F_{13} = 1 - F_{1E}$$

#### 4.6.5. Calcule de $F_{1E}$

Pour calculer ce facteur de forme entre l'échangeur et les écrans thermiques, on applique la notion de réciprocité :

$$S_1 F_{1E} = S_E F_{E1} \Rightarrow F_{1E} = \frac{S_E}{S_1} F_{E1} \quad (48)$$

$S_1 = 0,590 \text{ m}^2$  : Surface latérale du bloc échangeur.

$S_E = 0,433 \text{ m}^2$  : Surface latérale totale des écrans thermiques.

Avec  $F_{E1} = 0,29$

De l'équation (48), on trouve :  $F_{1E} = 0,21$

$$\Rightarrow F_{13} = 0,79$$

#### 4.6.6. Calcule de $F_{2E}$

Le tirant est encastré dans l'écran thermique, il échange la chaleur qu'avec ce dernier, ce qui implique que  $F_{2E} = 1$

$$\text{Finalement : } \left\{ \begin{array}{l} F_{11} = 0 \\ F_{1E} = 0,21 \\ F_{13} = 0,79 \\ F_{E1} = 0,29 \\ F_{EE} = 0,14 \\ F_{E3} = 0,57 \\ F_{2E} = 1 \end{array} \right. \quad \text{avec : } \left\{ \begin{array}{l} F_{11} + F_{1E} + F_{13} = 1 \\ F_{E1} + F_{EE} + F_{E3} = 1 \end{array} \right.$$

#### 4.7. Résolution du système

Après avoir défini tous ces facteurs de forme dont on a besoin, on les remplace dans les équations du bilan suivant :

$$\begin{cases} \frac{dT_1}{dt} = -\frac{\sigma}{m_1 c_1} \left[ \left( \frac{B+D}{AD+BC} \right) T_1^4 - \left( \frac{D}{AD+BC} \right) T_E^4 - \left( \frac{B}{AD+BC} \right) T_3^4 \right] + \frac{hS_c}{m_1 c_1} (T_2 - T_1) \\ \frac{dT_E}{dt} = -\frac{\sigma}{m_E c_E} \left[ \left( \frac{A-C}{AD+BC} \right) T_1^4 + \left( \frac{C}{AD+BC} + \frac{1}{E} \right) T_E^4 - \left( \frac{A}{AD+BC} \right) T_3^4 - \left( \frac{1}{E} \right) T_2^4 \right] \\ \frac{dT_2}{dt} = \frac{\sigma}{m_2 c_2} \left[ \left( \frac{1}{E} \right) T_E^4 - \left( \frac{1}{E} \right) T_2^4 \right] + \frac{hS_c}{m_2 c_2} (T_1 - T_2) \end{cases}$$

Pour résoudre ce système d'équation, on le simplifie sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \frac{dT_1}{dt} = K_1 T_1^4 + K_2 T_E^4 + K_3 T_3^4 + K_4 (T_2 - T_1) \\ \frac{dT_E}{dt} = K_5 T_1^4 + K_6 T_E^4 + K_7 T_3^4 + K_8 T_2^4 \\ \frac{dT_2}{dt} = K_9 T_E^4 + K_{10} T_2^4 + K_{11} (T_1 - T_2) \end{cases} \quad (49)$$

Avec :

$$\begin{cases} K_1 = -\frac{\sigma}{m_1 c_1} \left( \frac{B+D}{AD+BC} \right) \\ K_2 = \frac{\sigma}{m_1 c_1} \left( \frac{D}{AD+BC} \right) \\ K_3 = \frac{\sigma}{m_1 c_1} \left( \frac{B}{AD+BC} \right) \\ K_4 = \frac{hS_c}{m_1 c_1} \\ K_5 = -\frac{\sigma}{m_E c_E} \left( \frac{A-C}{AD+BC} \right) \\ K_6 = -\frac{\sigma}{m_E c_E} \left( \frac{C}{AD+BC} + \frac{1}{E} \right) \\ K_7 = \frac{\sigma}{m_E c_E} \left( \frac{A}{AD+BC} \right) \\ K_8 = \frac{\sigma}{m_E c_E} \left( \frac{1}{E} \right) \\ K_9 = \frac{\sigma}{m_2 c_2} \left( \frac{1}{E} \right) \\ K_{10} = -\frac{\sigma}{m_2 c_2} \left( \frac{1}{E} \right) \\ K_{11} = \frac{hS_c}{m_2 c_2} \end{cases}$$

#### 4.8. Résultats de simulation numérique

Les résultats de simulation numérique en variant h sont présentés ci-dessous :

Pour h = 0

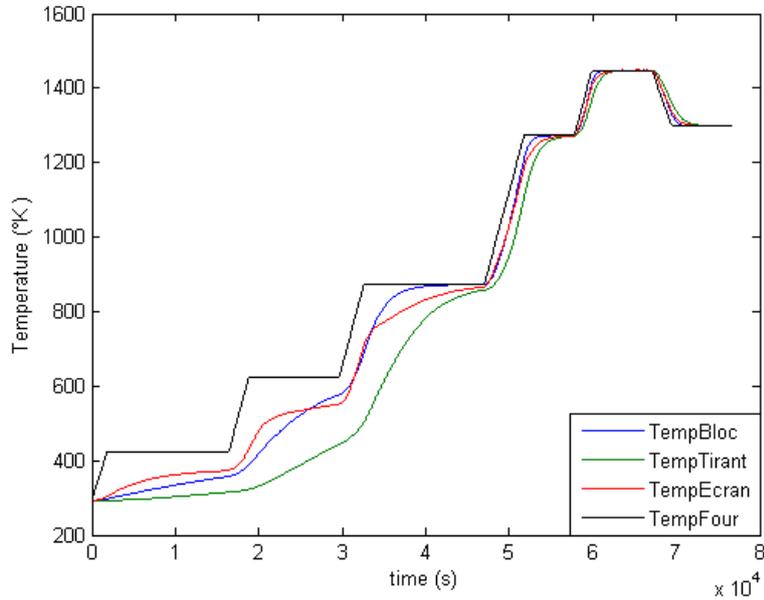


Figure 8 : Températures des différents éléments su système en utilisant un écran thermique

Pour h = 100

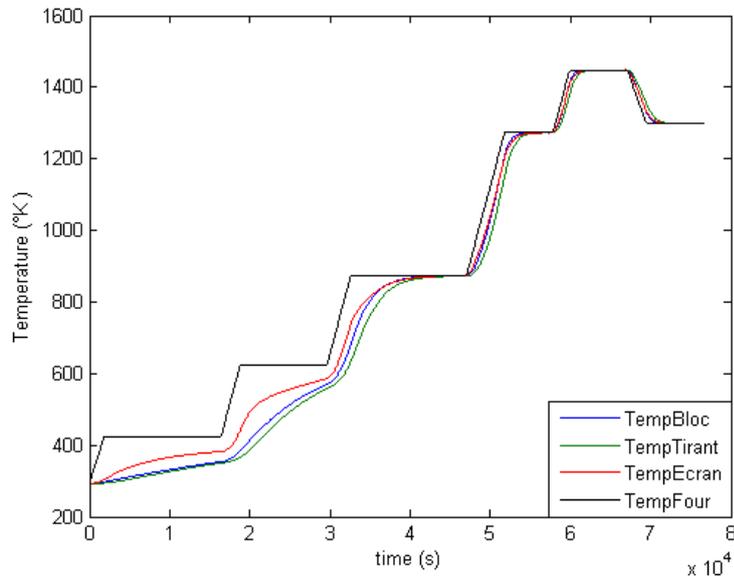


Figure 9 : Températures des différents éléments du système en utilisant un écran thermique

Sur ces deux résultats, avec la présence d'un écran thermique, on remarque que la température des tirants est tout le temps inférieure à celle du bloc échangeur quel que soit h.

## 5. Amélioration des modèles numériques sans écrans et avec écrans thermiques

Au départ, on a posé l'hypothèse que la température dans le bloc échangeur est uniforme pour simplifier les calculs. Dans cette partie on va essayer d'améliorer cette dernière en calculant trois températures respectivement sur la surface, au milieu et au centre du bloc échangeur, pour cela, on le considère comme une sphère de masse  $m_1$  et de rayon  $R_1$  qu'on divise en trois sphères concentriques de masses identiques comme le montre la figure ci-dessous.

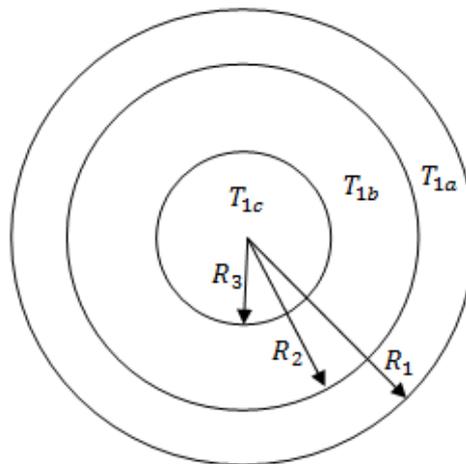


Figure 10 : Bloc échangeur assimilé a trois sphères concentriques

### 5.1. Bilan d'énergie sur l'ensemble bloc échangeur et tirants

Avec cette amélioration, on aura trois températures dans le bloc échangeur et deux résistances thermiques  $R_a$  et  $R_b$ , qu'on va définir par la suite.

#### 5.1.1. Bloc échangeur

$$\begin{cases} \frac{1}{3}m_1c_1dT_{1a} = -\phi_1dt + hS_c(T_2-T_{1a})dt + \frac{1}{R_a}(T_{1b}-T_{1a})dt \\ \frac{1}{3}m_1c_1dT_{1b} = \frac{1}{R_a}(T_{1a}-T_{1b})dt + \frac{1}{R_b}(T_{1c}-T_{1b})dt \\ \frac{1}{3}m_1c_1dT_{1c} = \frac{1}{R_b}(T_{1b}-T_{1c})dt \end{cases}$$

#### 5.1.2. Tirants

$$m_2c_2dT_2 = -\phi_2dt + hS_c(T_{1a}-T_2)dt$$

### 5.1.3. Calcul des résistances $R_a$ et $R_b$

La résistance thermique de la sphère creuse est définie par la relation suivante :

$$R_{sph} = \frac{1}{4\pi\lambda} \left( \frac{1}{R_i} - \frac{1}{R_e} \right) \quad (50)$$

Avec  $R_i$  : le rayon intérieur de la sphère

$R_e$  : Rayon extérieur de la sphère

La propagation de la chaleur dans le bloc échangeur est représentée par l'analogie électrique suivante :

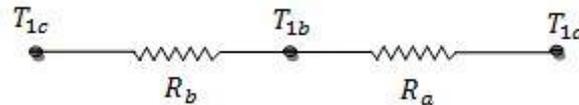


Figure 11 : Représentation analogique de transfert de chaleur dans le bloque échangeur

➤ Calcul des rayons  $R_1$  et  $R_2$  :

La masse totale du bloc  $m_1=133$  kg et sa masse volumique  $\rho_1 = 7900$   $kg/m^3$

Les volumes des sphères :  $V_1 = V_2 = V_3 = 0,041$   $m^3$

$$R_3 = \sqrt[3]{\frac{3V_3}{4\pi}} = 214 \text{ (mm)}$$

$$R_2 = \sqrt[3]{\frac{3V_2}{4\pi} + R_3^3} = 269 \text{ (mm)}$$

$$R_1 = \sqrt[3]{\frac{3V_1}{4\pi} + R_2^3} = 308 \text{ (mm)}$$

On remplace les valeurs des rayons dans l'équation (50) et on trouve les deux résistances suivantes :

$$\Rightarrow R_a = \frac{0,0375}{\lambda}$$

$$\Rightarrow R_b = \frac{0,0761}{\lambda}$$

#### 5.1.4. Résolution du système

Après s'simplification, le système d'équations à résoudre est le suivant :

$$\begin{cases} \frac{dT_{1a}}{dt} = K_1 T_{1a}^4 + K_2 T_2^4 + K_3 T_3^4 + K_4 (T_2 - T_{1a}) + K_a (T_{1b} - T_{1a}) \\ \frac{dT_{1b}}{dt} = K_a (T_{1a} - T_{1b}) + K_b (T_{1c} - T_{1b}) \\ \frac{dT_{1c}}{dt} = K_a (T_{1b} - T_{1c}) \\ \frac{dT_2}{dt} = K_5 T_{1a}^4 + K_6 T_2^4 + K_7 T_3^4 + K_8 (T_{1a} - T_2) \end{cases}$$

Avec :

$$\begin{cases} K_a = \frac{3}{R_a m_1 c_1} \\ K_b = \frac{3}{R_b m_1 c_1} \end{cases} \quad \text{Et} \quad \begin{cases} R_a = \frac{0,0375}{\lambda} \\ R_b = \frac{0,0761}{\lambda} \end{cases}$$

Les autres constantes sont déjà définies auparavant

$\lambda$  Utilisé dans les calculs est égale à 10.

## 5.2. Bilan d'énergie sur l'ensemble bloc échangeur, tirants et écrans thermiques

### 5.2.1. Bloc échangeur

$$\begin{cases} \frac{1}{3} m_1 c_1 dT_{1a} = -\phi_1 dt + h S_c (T_2 - T_{1a}) dt + \frac{1}{R_a} (T_{1b} - T_{1a}) dt \\ \frac{1}{3} m_1 c_1 dT_{1b} = \frac{1}{R_a} (T_{1a} - T_{1b}) dt + \frac{1}{R_b} (T_{1c} - T_{1b}) dt \\ \frac{1}{3} m_1 c_1 dT_{1c} = \frac{1}{R_b} (T_{1b} - T_{1c}) dt \end{cases}$$

### 5.2.2. Ecrans thermiques

$$m_E c_E dT_E = -\phi_E dt - \phi_2 dt$$

### 5.2.3. Tirants

$$m_2 c_2 dT_2 = \phi_2 dt + h S_c (T_{1a} - T_2) dt$$

### 5.2.4. Résolution du système

Les flux :  $\phi_1, \phi_2$  et  $\phi_E$  sont déjà calculés auparavant, idem pour les deux résistances  $R_a$  et  $R_b$  ; Après s'simplification, le système d'équations à résoudre est le suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dT_{1a}}{dt} = K_1 T_{1a}^4 + K_2 T_E^4 + K_3 T_3^4 + K_4(T_2 - T_{1a}) + K_a(T_{1b} - T_{1a}) \\ \frac{dT_{1b}}{dt} = K_a(T_{1a} - T_{1b}) + K_b(T_{1c} - T_{1b}) \\ \frac{dT_{1c}}{dt} = K_a(T_{1b} - T_{1c}) \\ \frac{dT_E}{dt} = K_5 T_{1a}^4 + K_6 T_E^4 + K_7 T_3^4 + K_8 T_2^4 \\ \frac{dT_2}{dt} = K_9 T_E^4 + K_{10} T_2^4 + K_{11}(T_{1a} - T_2) \end{array} \right. \quad (51)$$

## 5.3. Résultats de simulations

### 5.3.1. Système sans écrans thermiques

Les résultats de simulation numérique pour l'économiseur en améliorant les températures du bloc sont représentées sur la figure ci-dessous, avec  $h=100$

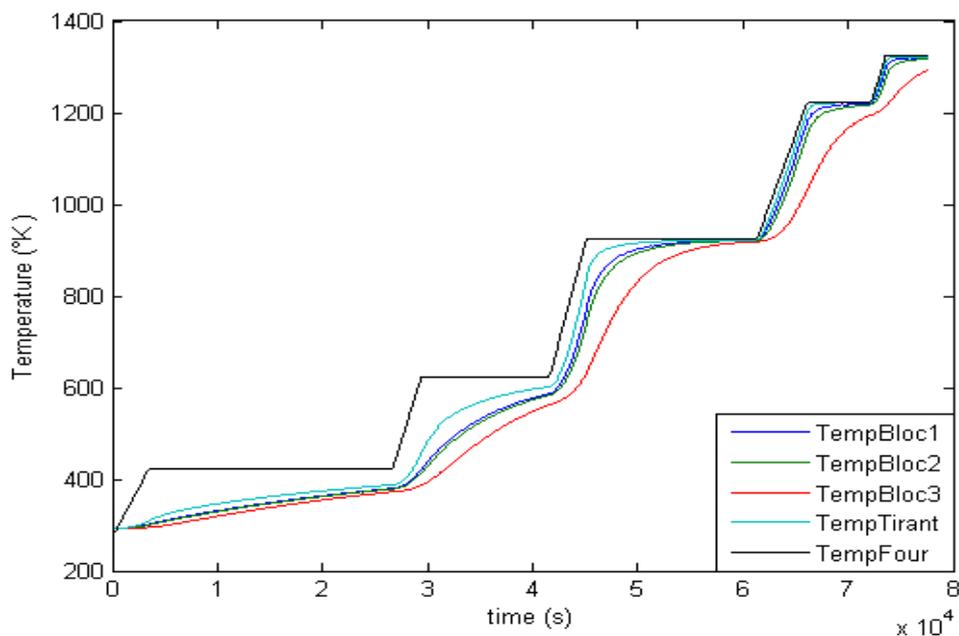


Figure 12 : Températures des différents éléments su système amélioré sans isolation

### 5.3.2. Système avec écrans thermiques

Pour un système de compression avec présence des écrans thermiques, les résultats de simulation numériques sont présentés sur la figure ci-dessous.

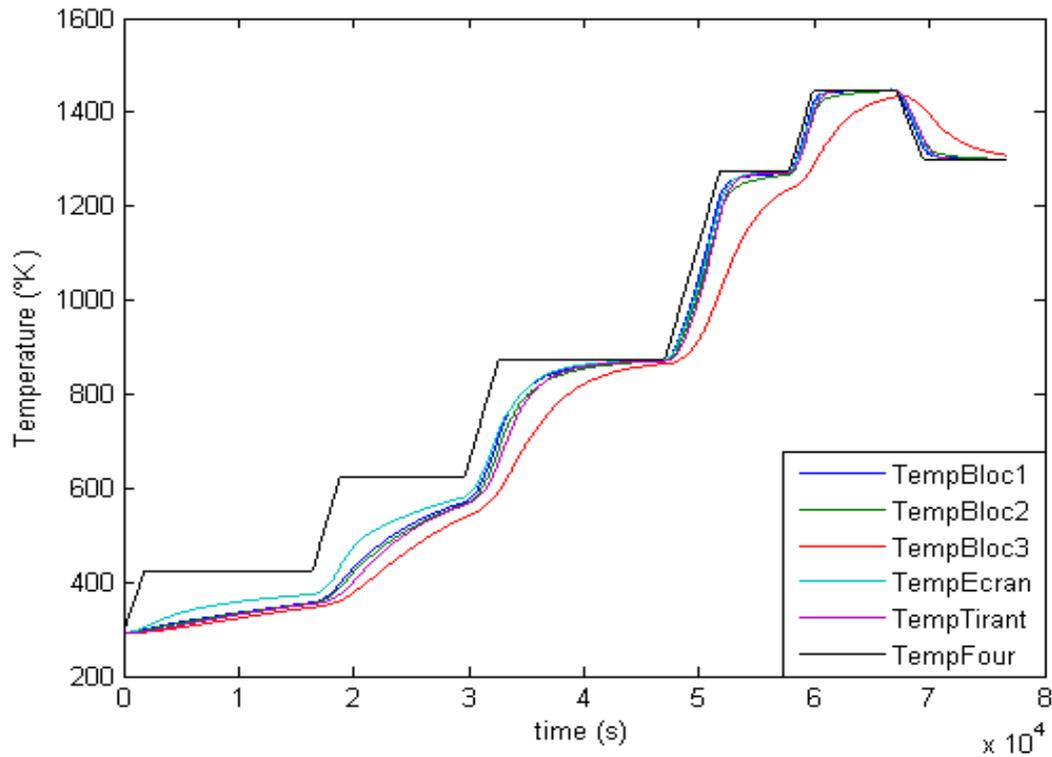


Figure 13 : Températures des différents éléments su système amélioré en utilisant un écran thermique

On remarque sur ces deux résultats l'effet d'améliorer le bloc échangeur, trois profils de température qui montrent les échanges radiatifs entre le bloc et les parois du four, ainsi que les échanges par conduction dans le bloc et le système de compression.

## 6. Utilisation de deux écrans thermiques concentriques

Dans cette partie, on rajouter un autre écran thermique vu que les résultats avec un seul écran ne sont pas satisfaisant, les deux écrans concentriques ont la même émissivité  $\varepsilon_E$ , ils forment une résistance thermique autour du tirant.

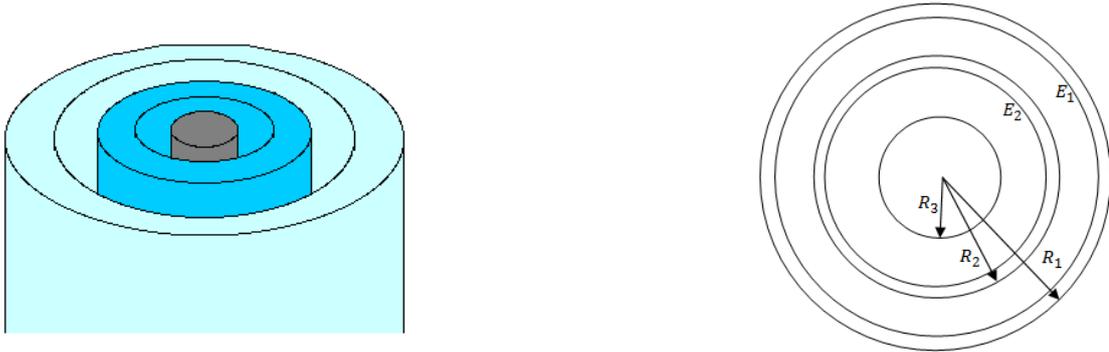


Figure 14 : Disposition des écrans autour du tirant

### 6.1. Bilan d'énergie

Le bilan d'énergie est équivalent à celui déjà fait pour l'utilisation d'un seul écran thermique, sauf qu'il faut tenir compte de la résistance thermique du deuxième écran.

$$\begin{cases} m_1 c_1 dT_1 = -\phi_1 dt + h S_c (T_2 - T_1) dt \\ m_{E_1} c_{E_1} dT_{E_1} = -\phi_{E_1} dt - \phi_{E_2} dt \\ m_{E_2} c_{E_2} dT_{E_2} = \phi_{E_2} dt - \phi_2 dt \\ m_2 c_2 dT_2 = \phi_2 dt + h S_c (T_1 - T_2) dt \end{cases} \quad (52)$$

#### Conditions initiales

At = 0 on a :  $T_1 = T_2 = T_{E_1} = T_{E_2} = 20^\circ C$

## 6.2. Calcul de $\phi_1, \phi_2, \phi_{E_1}$ et $\phi_{E_2}$ par Analogie électrique

On représente les échanges radiatifs entre les parois du four et l'ensemble bloc échangeur, écrans thermiques et outils de serrage par le schéma suivant :

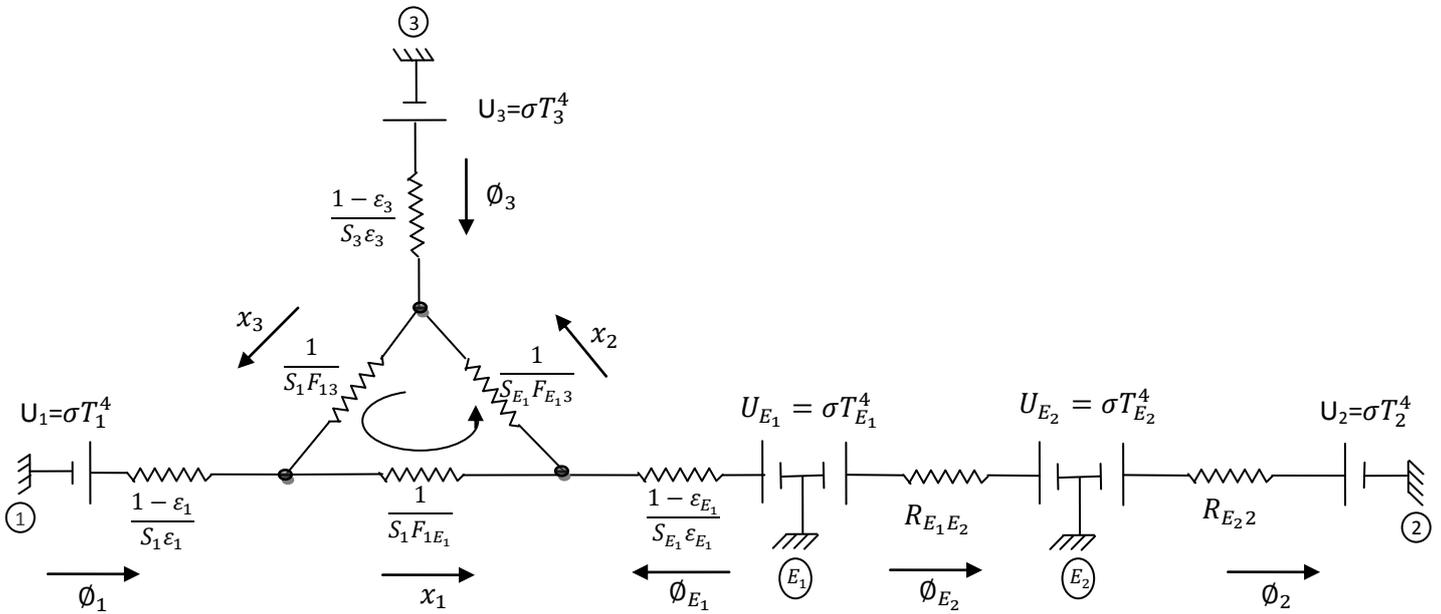


Figure 15 : Echanges radiatifs avec présence de deux écrans thermiques concentriques par Analogie électrique

Avec :

$$\begin{cases} R_{E_1 E_2} = \left( \frac{1 - \epsilon_{E_1}}{S_{E_1} \epsilon_{E_1}} \right) + \left( \frac{1}{S_{E_2} F_{E_2 E_1}} \right) + \left( \frac{1 - \epsilon_{E_2}}{S_{E_2} \epsilon_{E_2}} \right) \\ R_{E_2 2} = \left( \frac{1 - \epsilon_{E_2}}{S_{E_2} \epsilon_{E_2}} \right) + \left( \frac{1}{S_2 F_{2 E_2}} \right) + \left( \frac{1 - \epsilon_2}{S_2 \epsilon_2} \right) \end{cases} \quad (53)$$

### Remarque

Le calcul de  $x_1, x_2$  et  $x_3$  se fait de la même manière qu'auparavant, sauf qu'il faut remplacer l'écran E par l'écran  $E_1$  et tenir compte de sa surface

Donc on aura :

$$\begin{cases} x_1 = \left[ \frac{\frac{1}{S_1 F_{13}}}{\left( \frac{1}{S_1 F_{1E_1}} + \frac{1}{S_{E_1} F_{E_13}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \phi_1 - \left[ \frac{\frac{1}{S_{E_1} F_{E_13}}}{\left( \frac{1}{S_1 F_{1E_1}} + \frac{1}{S_{E_1} F_{E_13}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \phi_{E_1} \\ x_2 = \left[ \frac{\frac{1}{S_1 F_{13}}}{\left( \frac{1}{S_1 F_{1E_1}} + \frac{1}{S_{E_1} F_{E_13}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \phi_1 + \left[ \frac{\frac{1}{S_1 F_{1E_1}} + \frac{1}{S_1 F_{13}}}{\left( \frac{1}{S_1 F_{1E_1}} + \frac{1}{S_{E_1} F_{E_13}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \phi_{E_1} \\ x_3 = - \left[ \frac{\left( \frac{1}{S_1 F_{1E_1}} + \frac{1}{S_{E_1} F_{E_13}} \right)}{\left( \frac{1}{S_1 F_{1E_1}} + \frac{1}{S_{E_1} F_{E_13}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \phi_1 - \left[ \frac{\frac{1}{S_{E_1} F_{E_13}}}{\left( \frac{1}{S_1 F_{1E_1}} + \frac{1}{S_{E_1} F_{E_13}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \phi_{E_1} \end{cases} \quad (54)$$

### 6.2.1. Calcul de $\phi_1$ et $\phi_{E_1}$

#### 6.2.1.1. Branche $U_1 - U_{E_1}$

$$U_1 - U_{E_1} = \left( \frac{1 - \varepsilon_1}{S_1 \varepsilon_1} \right) \phi_1 + \left( \frac{1}{S_1 F_{1E_1}} \right) x_1 - \left( \frac{1 - \varepsilon_{E_1}}{S_{E_1} \varepsilon_{E_1}} \right) \phi_{E_1}$$

On remplace l'expression de  $x_1$  calculer avant et on trouve :

$$U_1 - U_{E_1} = \left( \frac{1 - \varepsilon_1}{S_1 \varepsilon_1} \right) \phi_1 + \left[ \frac{\frac{1}{S_1 F_{13}}}{\left( \frac{1}{S_1 F_{1E_1}} + \frac{1}{S_{E_1} F_{E_13}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \left( \frac{1}{S_1 F_{1E_1}} \right) \phi_1 - \left[ \left( \frac{1 - \varepsilon_{E_1}}{S_{E_1} \varepsilon_{E_1}} \right) + \frac{\frac{1}{S_{E_1} F_{E_13}} \times \frac{1}{S_1 F_{1E_1}}}{\left( \frac{1}{S_1 F_{1E_1}} + \frac{1}{S_{E_1} F_{E_13}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \phi_{E_1}$$

$$U_1 - U_{E_1} = \left[ \left( \frac{1 - \varepsilon_1}{S_1 \varepsilon_1} \right) + \frac{\frac{1}{S_1 F_{13}} \times \frac{1}{S_1 F_{1E_1}}}{\left( \frac{1}{S_1 F_{1E_1}} + \frac{1}{S_{E_1} F_{E_13}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \phi_1 - \left[ \left( \frac{1 - \varepsilon_{E_1}}{S_{E_1} \varepsilon_{E_1}} \right) + \frac{\frac{1}{S_{E_1} F_{E_13}} \times \frac{1}{S_1 F_{1E_1}}}{\left( \frac{1}{S_1 F_{1E_1}} + \frac{1}{S_{E_1} F_{E_13}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \phi_{E_1}$$

$$\Rightarrow U_1 - U_{E_1} = A \times \phi_1 - B \times \phi_{E_1} \quad (55)$$

De l'équation (55) on obtient :

$$\phi_1 = \frac{U_1 - U_{E_1}}{A} + \frac{B}{A} \times \phi_{E_1} \quad (56)$$

### 6.2.1.2. Branche $U_1 - U_3$

$$U_1 - U_3 = \left(\frac{1 - \varepsilon_1}{S_1 \varepsilon_1}\right) \phi_1 - \left(\frac{1}{S_1 F_{13}}\right) x_3 + \left(\frac{1 - \varepsilon_3}{S_3 \varepsilon_3}\right) (\phi_1 + \phi_{E_1})$$

$$U_1 - U_3 = \left(\frac{1 - \varepsilon_1}{S_1 \varepsilon_1}\right) \phi_1 + \left[ \left( \frac{\frac{1}{S_1 F_{1E_1}} + \frac{1}{S_{E_1} F_{E_13}}}{\frac{1}{S_1 F_{1E_1}} + \frac{1}{S_{E_1} F_{E_13}} + \frac{1}{S_1 F_{13}}} \right) \phi_1 + \left( \frac{\frac{1}{S_{E_1} F_{E_13}}}{\frac{1}{S_1 F_{1E_1}} + \frac{1}{S_{E_1} F_{E_13}} + \frac{1}{S_1 F_{13}}} \right) \phi_{E_1} \right] \left(\frac{1}{S_1 F_{13}}\right) + \left(\frac{1 - \varepsilon_3}{S_3 \varepsilon_3}\right) (\phi_1 + \phi_{E_1})$$

$$U_1 - U_3 = \left[ \left(\frac{1 - \varepsilon_1}{S_1 \varepsilon_1}\right) + \left(\frac{1 - \varepsilon_3}{S_3 \varepsilon_3}\right) + \frac{\left(\frac{1}{S_1 F_{1E_1}} + \frac{1}{S_{E_1} F_{E_13}}\right) \times \left(\frac{1}{S_1 F_{13}}\right)}{\left(\frac{1}{S_1 F_{1E_1}} + \frac{1}{S_{E_1} F_{E_13}} + \frac{1}{S_1 F_{13}}\right)} \right] \phi_1 + \left[ \left(\frac{1 - \varepsilon_3}{S_3 \varepsilon_3}\right) + \frac{\frac{1}{S_{E_1} F_{E_13}} \times \frac{1}{S_1 F_{13}}}{\left(\frac{1}{S_1 F_{1E_1}} + \frac{1}{S_{E_1} F_{E_13}} + \frac{1}{S_1 F_{13}}\right)} \right] \phi_{E_1}$$

$$U_1 - U_3 = C \times \phi_1 + D \times \phi_{E_1} \quad (57)$$

On remplace  $\phi_1$  calculé déjà en (56), dans l'équation (57) et on obtient :

$$U_1 - U_3 = \frac{C}{A} (U_1 - U_{E_1}) + \left(\frac{C \times B}{A} + D\right) \times \phi_{E_1}$$

$$\Rightarrow \left(1 - \frac{C}{A}\right) U_1 - U_3 + \frac{C}{A} U_{E_1} = \left(\frac{C \times B}{A} + D\right) \times \phi_{E_1}$$

$$\Rightarrow \phi_{E_1} = \left(\frac{A - C}{CB + AD}\right) U_1 - \left(\frac{A}{CB + AD}\right) U_3 + \left(\frac{C}{CB + AD}\right) U_{E_1}$$

$$\Rightarrow \phi_{E_1} = \left(\frac{1}{CB + AD}\right) [(A - C)U_1 + CU_{E_1} - AU_3] \quad (58)$$

On remplace  $\phi_{E_1}$  dans l'équation (56) et on obtient :

$$\phi_1 = \frac{U_1 - U_{E_1}}{A} + \left[\frac{B}{A} \times \left(\frac{1}{CB + AD}\right) [(A - C)U_1 + CU_{E_1} - AU_3]\right]$$

$$\Rightarrow \phi_1 = \left[\frac{1}{A} + \frac{B(A - C)}{A(CB + AD)}\right] U_1 + \left[\frac{BC}{A(CB + AD)} - \frac{1}{A}\right] U_{E_1} - \left[\frac{BA}{A(CB + AD)}\right] U_3 \quad (59)$$

### 6.2.2. Calcul de $\phi_{E_2}$

#### 6.2.2.1. Branche $U_{E_1} - U_{E_2}$

$$U_{E_1} - U_{E_2} = R_{E_1E_2} \times \phi_{E_2}$$

$$\phi_{E_2} = \frac{U_{E_1} - U_{E_2}}{R_{E_1E_2}}$$

$$\Rightarrow \phi_{E_2} = \left( \frac{1}{R_{E_1E_2}} \right) U_{E_1} - \left( \frac{1}{R_{E_1E_2}} \right) U_{E_2}$$

### 6.2.3. Calcul de $\phi_2$

#### 6.2.3.1. Branche $U_{E_2} - U_2$

$$U_{E_2} - U_2 = R_{E_22} \times \phi_2$$

$$\Rightarrow \phi_2 = \frac{U_{E_2}}{R_{E_22}} - \frac{U_2}{R_{E_22}} \quad (60)$$

Avec :

$$\begin{cases} R_{E_1E_2} = \left( \frac{1 - \varepsilon_{E_1}}{S_{E_1} \varepsilon_{E_1}} \right) + \left( \frac{1}{S_{E_2} F_{E_2E_1}} \right) + \left( \frac{1 - \varepsilon_{E_2}}{S_{E_2} \varepsilon_{E_2}} \right) \\ R_{E_22} = \left( \frac{1 - \varepsilon_{E_2}}{S_{E_2} \varepsilon_{E_2}} \right) + \left( \frac{1}{S_2 F_{2E_2}} \right) + \left( \frac{1 - \varepsilon_2}{S_2 \varepsilon_2} \right) \end{cases}$$

Finalement on trouve :

$$\begin{cases} \phi_1 = \left( \frac{B + D}{AD + BC} \right) U_1 - \left( \frac{D}{AD + BC} \right) U_{E_1} - \left( \frac{B}{AD + BC} \right) U_3 \\ \phi_{E_1} = \left( \frac{A - C}{AD + BC} \right) U_1 + \left( \frac{C}{AD + BC} \right) U_{E_1} - \left( \frac{A}{AD + BC} \right) U_3 \\ \phi_{E_2} = \left( \frac{1}{R_{E_1E_2}} \right) U_{E_1} - \left( \frac{1}{R_{E_1E_2}} \right) U_{E_2} \\ \phi_2 = \left( \frac{1}{R_{E_22}} \right) U_{E_2} - \left( \frac{1}{R_{E_22}} \right) U_2 \end{cases} \quad (61)$$

Les constantes : A, B, C et D sont définies ci-dessous :

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \left[ \left( \frac{1 - \varepsilon_1}{S_1 \varepsilon_1} \right) + \frac{\frac{1}{S_1 F_{13}} \times \frac{1}{S_1 F_{1E_1}}}{\left( \frac{1}{S_1 F_{1E_1}} + \frac{1}{S_{E_1} F_{E_1 3}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \\ B = \left[ \left( \frac{1 - \varepsilon_{E_1}}{S_{E_1} \varepsilon_{E_1}} \right) + \frac{\frac{1}{S_{E_1} F_{E_1 3}} \times \frac{1}{S_1 F_{1E_1}}}{\left( \frac{1}{S_1 F_{1E_1}} + \frac{1}{S_{E_1} F_{E_1 3}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \\ C = \left[ \left( \frac{1 - \varepsilon_1}{S_1 \varepsilon_1} \right) + \left( \frac{1 - \varepsilon_3}{S_3 \varepsilon_3} \right) + \frac{\left( \frac{1}{S_1 F_{1E_1}} + \frac{1}{S_{E_1} F_{E_1 3}} \right) \times \left( \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)}{\left( \frac{1}{S_1 F_{1E_1}} + \frac{1}{S_{E_1} F_{E_1 3}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \\ D = \left[ \left( \frac{1 - \varepsilon_3}{S_3 \varepsilon_3} \right) + \frac{\frac{1}{S_{E_1} F_{E_1 3}} \times \frac{1}{S_1 F_{13}}}{\left( \frac{1}{S_1 F_{1E_1}} + \frac{1}{S_{E_1} F_{E_1 3}} + \frac{1}{S_1 F_{13}} \right)} \right] \end{array} \right.$$

### 6.3. Bilan d'énergie

On remplace  $\phi_1$  et  $\phi_2$  dans le système ci dessous et on trouve le bilan final des échanges radiatifs dans le four :

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 c_1 dT_1 = -\phi_1 dt + h S_c (T_2 - T_1) dt \\ m_{E_1} c_{E_1} dT_{E_1} = -\phi_{E_1} dt - \phi_{E_2} dt \\ m_{E_2} c_{E_2} dT_{E_2} = \phi_{E_2} dt - \phi_2 dt \\ m_2 c_2 dT_2 = \phi_2 dt + h S_c (T_1 - T_2) dt \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 c_1 dT_1 = - \left[ \left( \frac{B + D}{AD + BC} \right) U_1 - \left( \frac{D}{AD + BC} \right) U_{E_1} - \left( \frac{B}{AD + BC} \right) U_3 \right] dt + h S_c (T_2 - T_1) dt \\ m_{E_1} c_{E_1} dT_{E_1} = - \left[ \left( \frac{A - C}{AD + BC} \right) U_1 + \left( \frac{C}{AD + BC} + \frac{1}{R_{E_1 E_2}} \right) U_{E_1} - \left( \frac{A}{AD + BC} \right) U_3 - \left( \frac{1}{R_{E_1 E_2}} \right) U_{E_2} \right] dt \\ m_{E_2} c_{E_2} dT_{E_2} = \left[ \left( \frac{1}{R_{E_1 E_2}} \right) U_{E_1} - \left( \frac{1}{R_{E_1 E_2}} + \frac{1}{R_{E_2 2}} \right) U_{E_2} + \left( \frac{1}{R_{E_2 2}} \right) U_2 \right] dt \\ m_2 c_2 dT_2 = \left[ \left( \frac{1}{R_{E_2 2}} \right) U_{E_2} - \left( \frac{1}{R_{E_2 2}} \right) U_2 \right] dt + h S_c (T_1 - T_2) dt \end{array} \right.$$

Finalement, on obtient un système d'équations différentielles ordinaires suivant :

$$\begin{cases} \frac{dT_1}{dt} = -\frac{\sigma}{m_1 c_1} \left[ \left( \frac{B+D}{AD+BC} \right) T_1^4 - \left( \frac{D}{AD+BC} \right) T_{E_1}^4 - \left( \frac{B}{AD+BC} \right) T_3^4 \right] + \frac{hS_c}{m_1 c_1} (T_2 - T_1) \\ \frac{dT_{E_1}}{dt} = -\frac{\sigma}{m_{E_1} c_{E_1}} \left[ \left( \frac{A-C}{AD+BC} \right) T_1^4 + \left( \frac{C}{AD+BC} + \frac{1}{R_{E_1 E_2}} \right) T_{E_1}^4 - \left( \frac{A}{AD+BC} \right) T_3^4 - \left( \frac{1}{R_{E_1 E_2}} \right) T_{E_2}^4 \right] \\ \frac{dT_{E_2}}{dt} = \frac{\sigma}{m_{E_2} c_{E_2}} \left[ \left( \frac{1}{R_{E_1 E_2}} \right) T_{E_1}^4 - \left( \frac{1}{R_{E_1 E_2}} + \frac{1}{R_{E_2 2}} \right) T_{E_2}^4 + \left( \frac{1}{R_{E_2 2}} \right) T_2^4 \right] \\ \frac{dT_2}{dt} = \frac{\sigma}{m_2 c_2} \left[ \left( \frac{1}{R_{E_2 2}} \right) T_{E_2}^4 - \left( \frac{1}{R_{E_2 2}} \right) T_2^4 \right] + \frac{hS_c}{m_2 c_2} (T_1 - T_2) \end{cases}$$

#### 6.4. Calcul des facteurs de formes

Les facteurs de formes sont calculés de la même manière qu'avant, on remplace juste la surface de l'cran E dans le cas d'isolation avec un seul écran par la surface de l'écran  $E_1$ , et on trouve :

$$F_{13} = 0,79$$

$$F_{1E_1} = 0,21$$

$$F_{E_1 3} = 0,57$$

$$S_{E_1} = 0,455 \text{ m}^2 : \text{Surface latérale totale des écrans thermiques extérieurs.}$$

$$\varepsilon_{E_1} = \varepsilon_{E_2} = \varepsilon_E$$

$$F_{E_2 E_1} = F_{2 E_2} = 1$$

#### 6.5. Résolution du système

Après avoir défini tous ces facteurs de forme dont on a besoin, on les remplace dans les équations du bilan suivant :

$$\begin{cases} \frac{dT_1}{dt} = -\frac{\sigma}{m_1 c_1} \left[ \left( \frac{B+D}{AD+BC} \right) T_1^4 - \left( \frac{D}{AD+BC} \right) T_{E_1}^4 - \left( \frac{B}{AD+BC} \right) T_3^4 \right] + \frac{hS_c}{m_1 c_1} (T_2 - T_1) \\ \frac{dT_{E_1}}{dt} = -\frac{\sigma}{m_{E_1} c_{E_1}} \left[ \left( \frac{A-C}{AD+BC} \right) T_1^4 + \left( \frac{C}{AD+BC} + \frac{1}{R_{E_1 E_2}} \right) T_{E_1}^4 - \left( \frac{A}{AD+BC} \right) T_3^4 - \left( \frac{1}{R_{E_1 E_2}} \right) T_{E_2}^4 \right] \\ \frac{dT_{E_2}}{dt} = \frac{\sigma}{m_{E_2} c_{E_2}} \left[ \left( \frac{1}{R_{E_1 E_2}} \right) T_{E_1}^4 - \left( \frac{1}{R_{E_1 E_2}} + \frac{1}{R_{E_2 2}} \right) T_{E_2}^4 + \left( \frac{1}{R_{E_2 2}} \right) T_2^4 \right] \\ \frac{dT_2}{dt} = \frac{\sigma}{m_2 c_2} \left[ \left( \frac{1}{R_{E_2 2}} \right) T_{E_2}^4 - \left( \frac{1}{R_{E_2 2}} \right) T_2^4 \right] + \frac{hS_c}{m_2 c_2} (T_1 - T_2) \end{cases}$$

Pour résoudre ce système d'équations, on le simplifie sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \frac{dT_1}{dt} = K_1 T_1^4 + K_2 T_{E_1}^4 + K_3 T_3^4 + K_4 (T_2 - T_1) \\ \frac{dT_{E_1}}{dt} = K_5 T_1^4 + K_6 T_{E_1}^4 + K_7 T_3^4 + K_8 T_{E_2}^4 \\ \frac{dT_{E_2}}{dt} = K_9 T_{E_1}^4 + K_{10} T_{E_2}^4 + K_{11} T_2^4 \\ \frac{dT_2}{dt} = K_{12} T_{E_2}^4 + K_{13} T_2^4 + K_{14} (T_1 - T_2) \end{cases} \quad (62)$$

## 6.6. Résultats de simulations

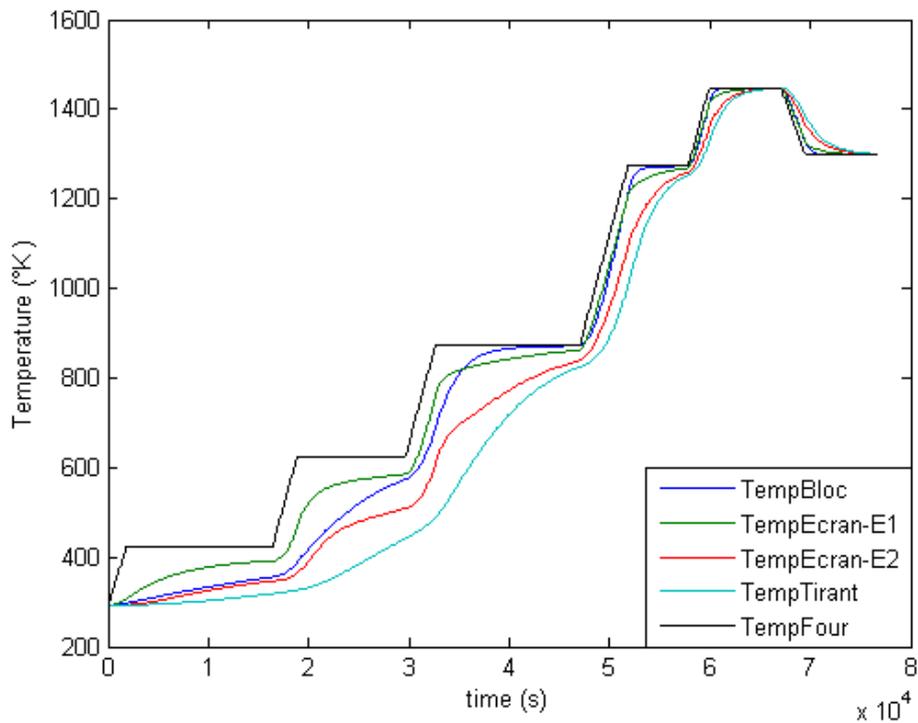


Figure 16 : Températures des différents éléments su système en utilisant deux écrans thermiques

En utilisant deux écrans concentriques autour du tirant, les résultats s'avèrent meilleurs que ceux obtenus avec un seul écran.

Les constantes du système d'équations à résoudre sont définies ci-dessous

$$\left\{ \begin{array}{l}
 K_1 = -\frac{\sigma}{m_1 c_1} \left( \frac{B + D}{AD + BC} \right) \\
 K_2 = \frac{\sigma}{m_1 c_1} \left( \frac{D}{AD + BC} \right) \\
 K_3 = \frac{\sigma}{m_1 c_1} \left( \frac{B}{AD + BC} \right) \\
 K_4 = \frac{h S_c}{m_1 c_1} \\
 K_5 = -\frac{\sigma}{m_{E_1} c_{E_1}} \left( \frac{A - C}{AD + BC} \right) \\
 K_6 = -\frac{\sigma}{m_{E_1} c_{E_1}} \left( \frac{C}{AD + BC} + \frac{1}{R_{E_1 E_2}} \right) \\
 K_7 = \frac{\sigma}{m_{E_1} c_{E_1}} \left( \frac{A}{AD + BC} \right) \\
 K_8 = \frac{\sigma}{m_{E_1} c_{E_1}} \left( \frac{1}{R_{E_1 E_2}} \right) \\
 K_9 = \frac{\sigma}{m_{E_2} c_{E_2}} \left( \frac{1}{R_{E_1 E_2}} \right) \\
 K_{10} = -\frac{\sigma}{m_{E_2} c_{E_2}} \left( \frac{1}{R_{E_1 E_2}} + \frac{1}{R_{E_2 2}} \right) \\
 K_{11} = \frac{\sigma}{m_{E_2} c_{E_2}} \left( \frac{1}{R_{E_2 2}} \right) \\
 K_{12} = \frac{\sigma}{m_2 c_2} \left( \frac{1}{R_{E_2 2}} \right) \\
 K_{13} = -\frac{\sigma}{m_2 c_2} \left( \frac{1}{R_{E_2 2}} \right) \\
 K_{14} = \frac{h S_c}{m_2 c_2}
 \end{array} \right.$$

## 6.7. Amélioration du modèle numérique avec deux écrans

Pour l'amélioration du bloc échangeur, on procède de la même manière que le cas du système d'isolation avec un seul écran.

### 6.7.1. Bilan d'énergie sur l'ensemble bloc échangeur, tirants et écrans thermiques :

Les équations d'échange de chaleur entre les différents éléments du système sont présentées ci-dessous :

$$\begin{cases} \frac{1}{3} m_1 c_1 dT_{1a} = -\phi_1 dt + hS_c(T_2 - T_{1a})dt + \frac{1}{R_a} (T_{1b} - T_{1a})dt \\ \frac{1}{3} m_1 c_1 dT_{1b} = \frac{1}{R_a} (T_{1a} - T_{1b})dt + \frac{1}{R_b} (T_{1c} - T_{1b})dt \\ \frac{1}{3} m_1 c_1 dT_{1c} = \frac{1}{R_b} (T_{1b} - T_{1c})dt \\ m_{E_1} c_{E_1} dT_{E_1} = -\phi_{E_1} dt - \phi_{E_2} dt \\ m_{E_2} c_{E_2} dT_{E_2} = \phi_{E_2} dt - \phi_2 dt \\ m_2 c_2 dT_2 = \phi_2 dt + hS_c(T_{1a} - T_2)dt \end{cases}$$

### 6.7.2. Résolution du système

Les flux :  $\phi_1, \phi_2, \phi_{E_1}$  et  $\phi_{E_2}$  sont déjà calculés auparavant, idem pour les deux résistances  $R_a$  et  $R_b$  ; Après s'simplification, le système d'équations à résoudre est le suivant :

$$\begin{cases} \frac{dT_{1a}}{dt} = K_1 T_{1a}^4 + K_2 T_{E_1}^4 + K_3 T_3^4 + K_4 (T_2 - T_{1a}) + K_a (T_{1b} - T_{1a}) \\ \frac{dT_{1b}}{dt} = K_a (T_{1a} - T_{1b}) + K_b (T_{1c} - T_{1b}) \\ \frac{dT_{1c}}{dt} = K_b (T_{1b} - T_{1c}) \\ \frac{dT_{E_1}}{dt} = K_5 T_{1a}^4 + K_6 T_{E_1}^4 + K_7 T_3^4 + K_8 T_{E_2}^4 \\ \frac{dT_{E_2}}{dt} = K_9 T_{E_1}^4 + K_{10} T_{E_2}^4 + K_{11} T_2^4 \\ \frac{dT_2}{dt} = K_{12} T_{E_2}^4 + K_{13} T_2^4 + K_{14} (T_{1a} - T_2) \end{cases}$$

Avec :

$$\begin{cases} K_a = \frac{3}{R_a m_1 c_1} \\ K_b = \frac{3}{R_b m_1 c_1} \end{cases} \quad \text{Et} \quad \begin{cases} R_a = \frac{0,0375}{\lambda} \\ R_b = \frac{0,0761}{\lambda} \end{cases}$$

Les autres constantes sont déjà définies auparavant

### 6.7.3. Résultats de simulation

Après amélioration du bloc échangeur, les résultats de simulation numérique sont représentés sur la figure ci-dessous :

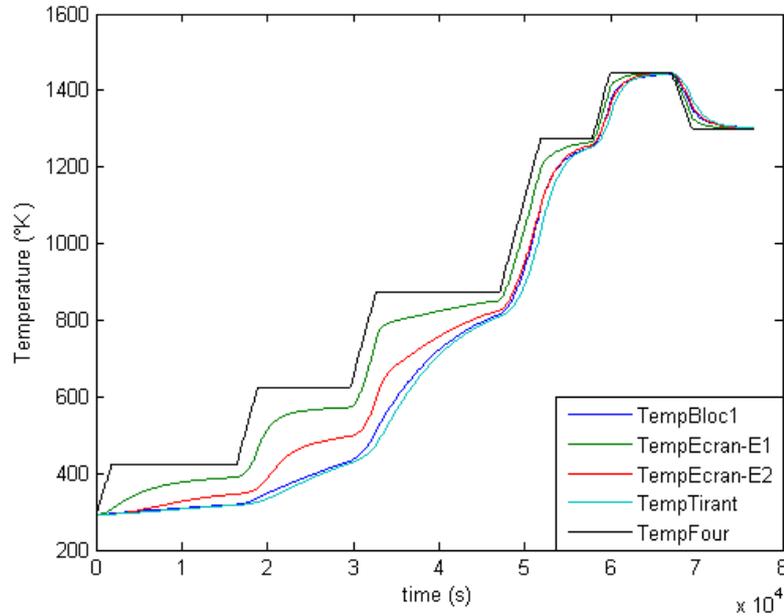


Figure 17 : Températures des différents éléments su système amélioré en utilisant deux écrans thermiques

Avec l'amélioration du bloc échangeur, on remarque que les résultats présentés sur la figure ci-dessus sont aussi améliorés vu que la température sur la surface du bloc échangeur monte moins que précédemment et c'est ce que on va voir sur la figure de comparaison ci-dessous.

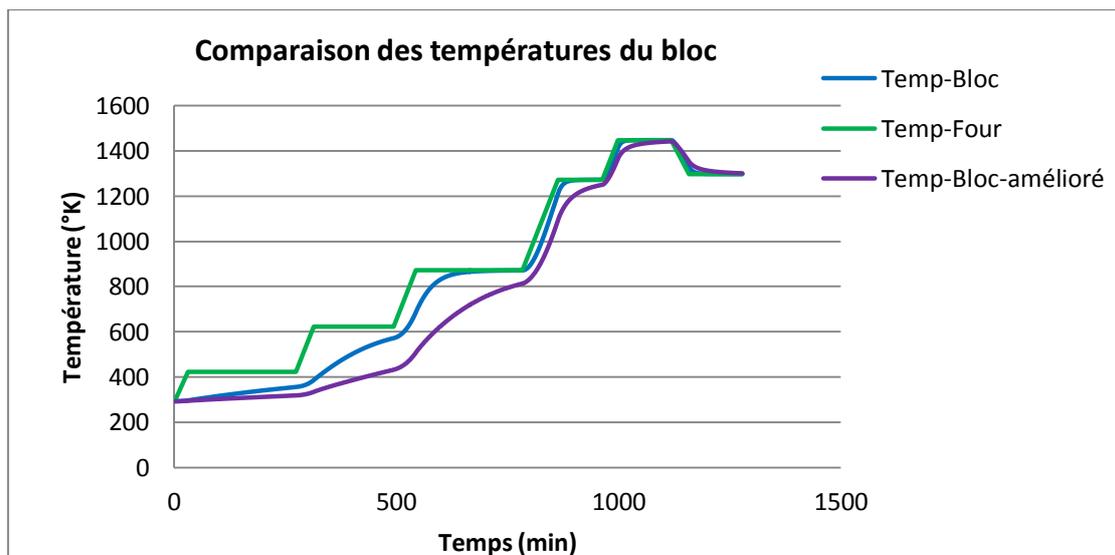


Figure 18 : Comparaison des températures du bloc échangeur avant et après amélioration

## 7. Partie expérimentale

### 7.1. Système de compression sans isolation thermique

Dans cette première partie expérimentale, on cherche à valider les résultats du model numérique conçu pour un système de compression sans isolation thermique, la charge à braser est un économiseur avec deux têtes soudés sur deux faces, le nombre de tirants est de 10 au lieu de 12 (les deux têtes empêchent de mettre tout les tirants).

Le dispositif expérimental est présenté sur la figure 1. Des thermocouples sont insérés dans plusieurs points du bloc échangeur, tirants et près des parois du four.



Figure 19 : Dispositif expérimental du système de compression sans écrans thermiques

#### Remarque :

- L'expérimentation a pour but de détensionner l'économiseur qui est déjà brasé, pour cela la température maximale dans le four est de 1050 °C.
- L'économiseur présente deux têtes sur ces deux faces latérales comme le montre la figure 1, et le système de serrage comporte 10 tirants au lieu de 12, donc des petites modifications sont portés sur le modèle numérique.

#### 7.1.1. Résultats Expérimentaux :

Après un cycle de 21h et 30min (partie chauffage uniquement), on récupère le tableau d'évolution des températures de chaque point relié par un thermocouple ; les résultats sur un point du bloc échangeur et un tirant sont présentés sur la figure ci-dessous.

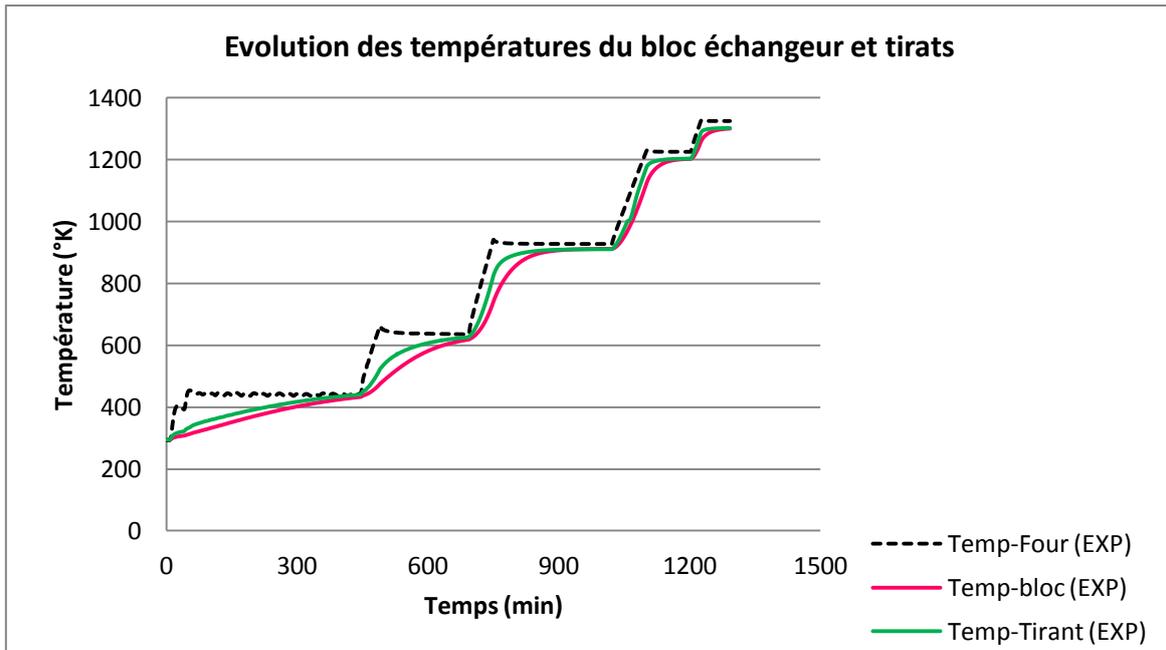


Figure 20 : Résultats expérimentaux des températures du bloc échangeur et tirants

### 7.1.2. Résultats numériques :

Les résultats de simulation numérique sur le système de compression sans écrans thermiques sont présentés sur la figure ci-dessous, la résistance du contact entre le bloc échangeur et le système de serrage est prise en compte.

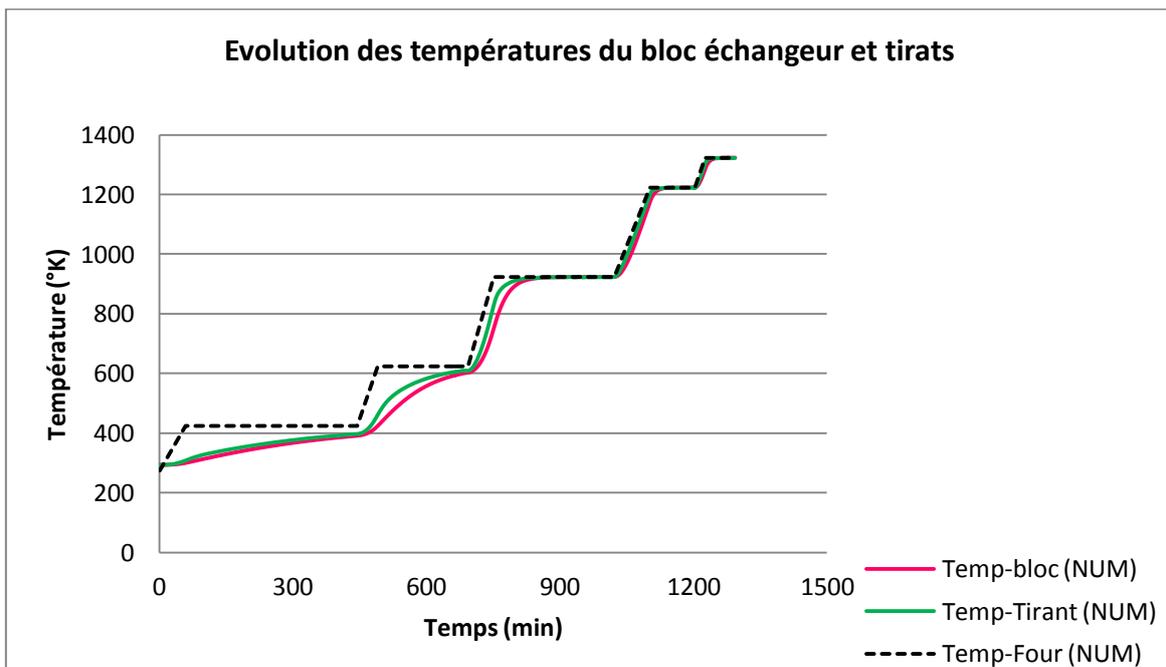


Figure 21 : Résultats numériques des températures du bloc échangeur et tirants

### 7.1.3. Comparaison des résultats :

La figure ci-dessous présente les deux courbes des températures mesurées et calculées sur la surface du bloc échangeur.

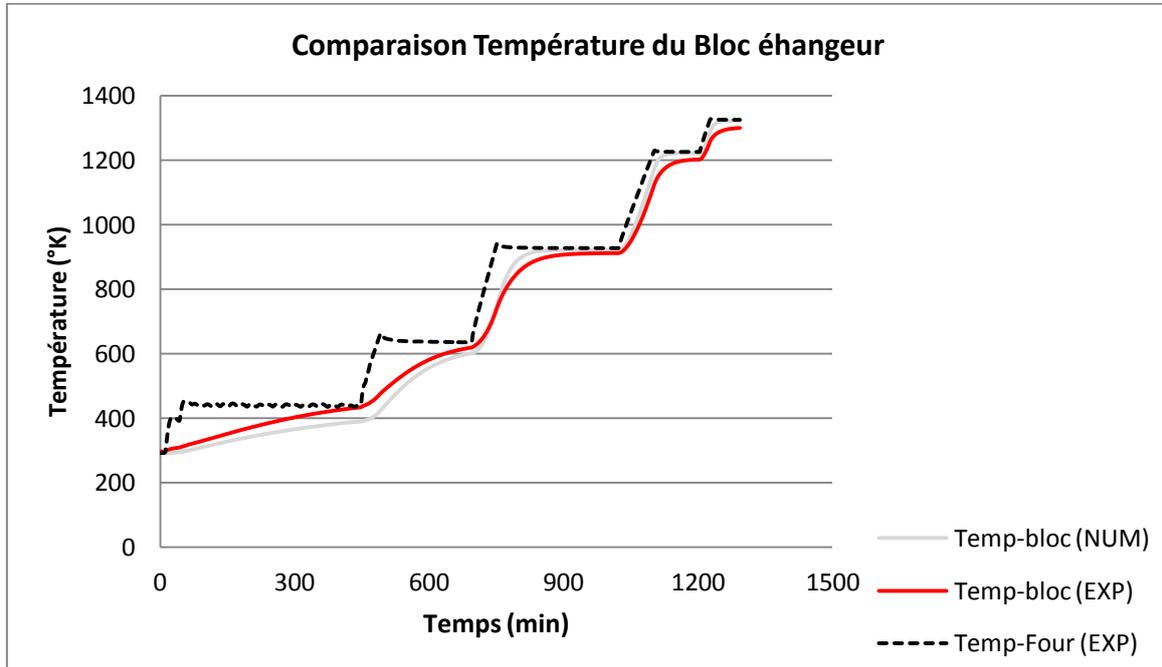


Figure 22 : Comparaison des températures expérimentales et numériques du bloc échangeur

La figure ci-dessous présente les deux courbes des températures mesurées et calculées sur le tirant.

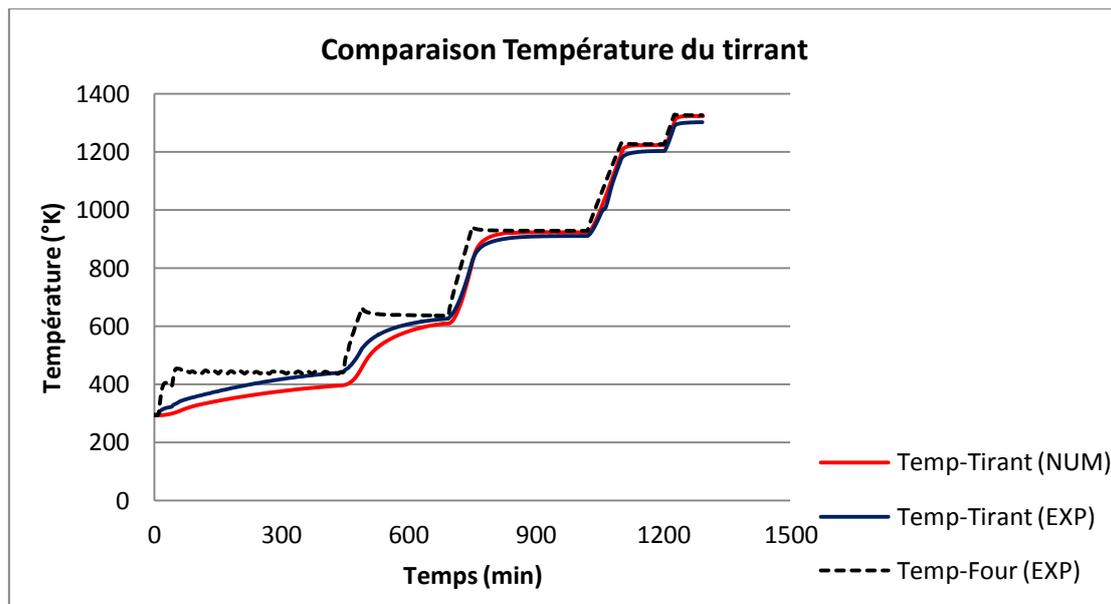


Figure 23 : Comparaison des températures expérimentales et numériques du tirant

#### 7.1.4. Calcul d'erreurs :

La figure 6 présente l'écart entre les valeurs numériques et expérimentales sur le bloc échangeur et tirant :

- L'erreur maximale entre les valeurs mesurées et celles calculées sur le bloc échangeur est de 11%
- L'erreur maximale entre les valeurs mesurées et celles calculées sur le tirant est de 12,4%

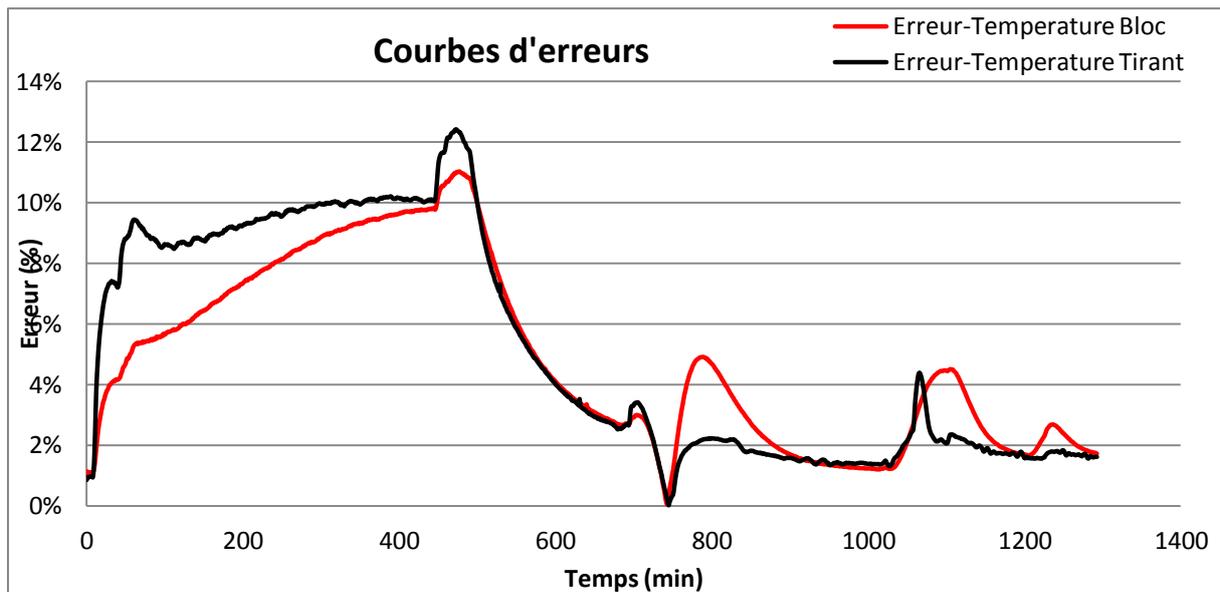


Figure 24 : Calcul d'erreurs entre les valeurs numériques et expérimentales

L'erreur constatée sur ces résultats apparaît importante au début du cycle de brasage, cela est dû au type d'économiseur utilisé dans l'expérimentation qui présente des éléments en plus soudés sur sa surface.

## 7.2. Expérience sur les écrans thermique

Dans cette deuxième partie expérimentale, on va tester deux écrans thermiques montés sur un tirant, pour voir les résultats de cette solution dans un premier temps. Faire une deuxième expérience par la suite sur un prototype pour valider le modèle numérique conçu pour cette solution d'isolation. La figure ci-dessous montre le dispositif expérimental de cette expérience.



Figure 25 : Dispositif expérimental sur les écrans thermiques

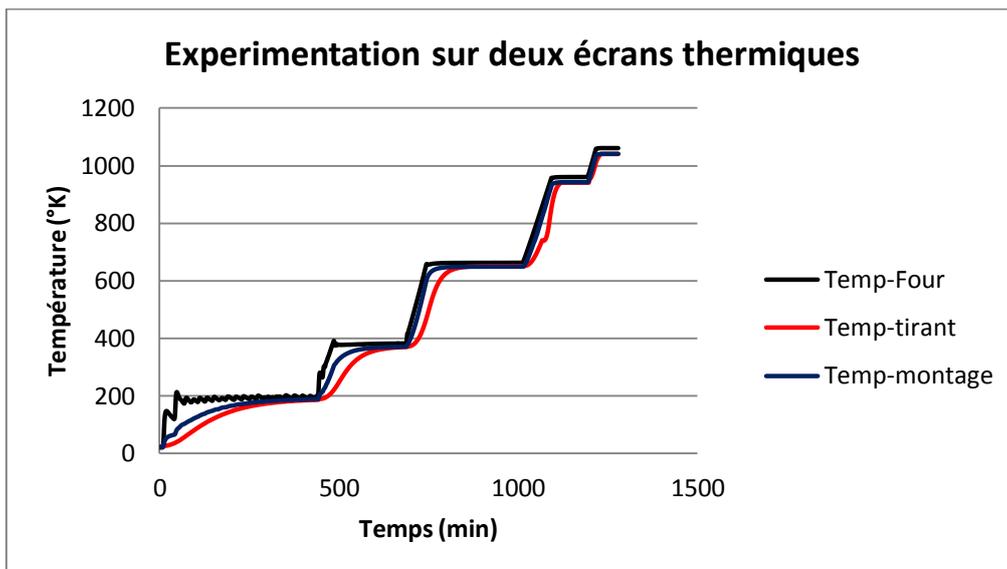


Figure 26 : Expériences sur les écrans thermiques concentriques

Sur cette courbe, on voit bien que la température du tirant isolé est tout le temps inférieure à celle du montage, ici on n'a pas de charge (bloc échangeur), ce qui nous permis de dire que cette solution sera efficace dans le cas de brasage d'échangeur de chaleur où la charge sera plus importante pour absorbé la chaleur du four et diminué la température des tirants, ça reste à confirmé avec une autre expérience.

## **Conclusion**

On a pu modéliser le procédé de brasage des échangeurs de chaleur fabriqué en inox dans un four industriel à 1170 °c.

On a aussi pu intégrer les écrans thermiques pour isoler les outils de serrage dans le but de mieux maintenir la compression dans le système et d'évité la dilatation rapide des tirants, on a remarqué que les résultats sont améliorés, la monté de température dans les tiges est retardé par rapport à celle du bloc échangeur, contrairement à ce que nous avons constaté dans le système sans isolation.

Finalement, ces études effectuées au cours de mon stage chez Fives Cryo ont permis de mettre en place un modèle numérique standard permettant d'estimer, pour les cycles de brasage communément utilisés pour la fabrication des échangeurs de chaleurs en inox, le différentiel de température atteint entre l'outillage et la charge à braser.

## Références bibliographiques

Quarteroni Alfio; Gervasio Paola; Saleri Fausto, calcul scientifique cours exercices corrigés et illustrations en MATLAB et Octave

Guide d'utilisation du four TAV.

Alain DEGIOVANNI, Rayonnement, transferts thermiques (Polycop 2008-2009)

<http://www.fivesgroup.com/FivesCryogenie/FR/Profil/Pages/Presentation.aspx>

[http://www.consarceng.com/french/pages/product\\_vacuum\\_arc\\_remelting.html](http://www.consarceng.com/french/pages/product_vacuum_arc_remelting.html)

Google, propriétés physiques de quelques matériaux.

## Mots clés

Brasage, échangeur de chaleur à plaques et ondes brasée, échange de chaleur par rayonnement, écrans thermique

## Résumé

Ce stage effectué du 15 mars au 15 septembre 2013 et qui s'est déroulé entre le service recherche et développement de l'entreprise Fives Cryogénie et la halle technique de l'école européenne d'ingénieurs en génie des matériaux « EEIGM » avait pour sujet : Optimisation d'outillage de brasage destiné à la fabrication d'échangeurs de chaleur en inconel et super alliage.

Pour optimiser et fiabiliser la fabrication d'échangeurs à plaques et ondes brasées en inconel ou en super alliage, une solution d'isolation pour limiter la température de fonctionnement des éléments de compression s'impose, donc, ma première tâche, la modélisation du procédé brasage dans le four sous vide m'a permis d'avoir les profils de température au cour d'un cycle de brasage communément utilisé pour la fabrication de ce type d'appareil, ensuite, j'ai validé mon modèle numérique avec une expérience sur un échangeur prototype. Ma seconde tâche, l'intégration de la solution d'isolation des outils de serrage dans le modèle numérique que j'ai fait en deux étapes m'a permis d'avoir des résultats satisfaisant, ce qui ma motivé de faire une expérience pour voir les résultats de cette solution sur la réalité.

Enfin, j'ai fait trois modèles numériques standards pour l'entreprise, ce qui présentera un gain en termes de délais et de coûts pour les projets futurs

## Summary

This internship carried out from 15 March to 15 September 2013 and held between the research and development department of the company Fives Cryogenics and technology hall of the European School of Engineering in Materials Engineering "EEIGM" was subject to: **Optimization of soldering tool for the manufacture of heat exchangers and super alloy inconel.**

For optimizing reliability and manufacturing of plate heat exchangers and brazed inconel waves or super alloy, a solution of insulation to limit the operating temperature of the compression elements is necessary, therefore, my first task, process modeling brazing in vacuum furnace has enabled me to have the temperature profiles in the heart of a brazing cycle commonly used in the manufacture of this type of device, then I validated my digital model with experience exchanger prototype. My second task, the integration of the insulation solution clamping tools in the numerical model that I made in two steps allowed me to have satisfying results, which motivated me to do an experiment to see the results of this solution on reality.

Finally, I made three standard digital models for the company, which will provide a gains in terms of time and cost for future projects

## Annexes

### Annexe1 : Données numériques du problème :

Les valeurs numériques des différentes constantes utilisées dans le bilan d'énergie sont les suivantes :

$$\varepsilon_1 = 0,5 : \text{Acier inoxydable à } 1200 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\varepsilon_2 = 0,4 : \text{Acier réfractaire à } 1200^\circ\text{C}$$

$$\varepsilon_3 = 1 : \text{Parois de four noir}$$

$$\varepsilon_E = 0,2 : \text{Émissivité des écrans thermique}$$
$$= 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ (W/m}^2\text{K}^4\text{)}$$

$$m_1 = 113 \text{ Kg} : \text{Masse du bloc échangeur}$$

$$m_2 = 17,15 \text{ Kg} : \text{Masse totale des tirants}$$

$$m_E = 6,55 \text{ Kg} : \text{Masse totale des écrans thermiques}$$

$$m_{E_1} = 5,61 \text{ Kg} : \text{Masse totale des écrans extérieurs (dans le cas du système à deux écrans)}$$

$$m_{E_2} = 2,79 \text{ Kg} : \text{Masse totale des écrans internes (dans le cas du système à deux écrans)}$$

$$C_1 = 670 \text{ (J/kg K)}$$

$$C_2 = 570 \text{ (J/kg K)}$$

$$C_E = 500 \text{ (J/kg K)}$$

$$S_1 = 0,590 \text{ m}^2 : \text{Surface latérale du bloc échangeur}$$

$$S_2 = 0,362 \text{ m}^2 : \text{Surface latérale totale des tirants}$$

$$S_3 = 16 \text{ m}^2 : \text{Surface des faces intérieures du four}$$

$$S_C = 0,05 \text{ m}^2 : \text{Surface de contact entre les tirants et plaques}$$

$$S_E = 0,433 \text{ m}^2 : \text{Surface latérale totale des écrans thermiques.}$$

$$S_{E_1} = 0,455 \text{ m}^2 : \text{Surface latérale totale des écrans thermiques extérieurs.}$$

$$S_{E_2} = 0,358 \text{ m}^2 : \text{Surface latérale totale des écrans thermiques internes}$$

