



HAL
open science

Reconsidération du moteur de Carnot : de la faisabilité thermodynamique à la faisabilité technique

Mathilde Blaise

► **To cite this version:**

Mathilde Blaise. Reconsidération du moteur de Carnot : de la faisabilité thermodynamique à la faisabilité technique. Génie des procédés. 2013. hal-01862170

HAL Id: hal-01862170

<https://hal.univ-lorraine.fr/hal-01862170v1>

Submitted on 27 Aug 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-memoires-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

Reconsidération du moteur de Carnot

De la faisabilité thermodynamique à la faisabilité
technique

BLAISE Mathilde

Encadré par M. FEIDT, professeur à l'Université de Lorraine

*LEMTA, Laboratoire d'Energétique et de Mécanique Théorique et Appliquée, Université de
Lorraine, NANCY*

Soutenance: 05/09/2013

Mémoire de stage de Master 2 de Mécanique Energétique Procédés et Produits, Parcours Recherche



Table des matières

Introduction	6
Chapitre 1 Modélisations de la machine de Carnot en Thermodynamique en Dimensions Finies ...	7
Partie 1 Convertisseur thermomécanique avec échangeurs de chaleur : Modèle des nombres d'unités de transfert	7
I Développement du modèle	7
II Maximisation de la puissance libérée	10
II.1 Optimisation 0 : Maximisation de la puissance libérée par variation des températures du fluide cyclé en interne	10
II.2 Optimisation 1 : Hypothèse d'indépendance des efficacités d'échangeurs vis-à-vis des autres paramètres	11
II.2.1 Optimisation 1,1 : Maximisation de la puissance libérée en efficacités d'échangeur finies	11
II.2.2 Optimisation 1,2 : Maximisation numérique de la puissance libérée en débits calorifiques finis	15
II.3 Optimisation 2 : Couplage des efficacités des échangeurs avec les nombres d'unités de transfert	22
II.3.1 Optimisation 2,1 : Maximisation de la puissance libérée en nombres d'unités de transfert finis	22
II.3.2 Optimisation 2,2 : Maximisation numérique de la puissance libérée en débits calorifiques finis	25
II.4 Optimisation 3 : Optimisation en surfaces d'échange	32
II.5 Comparaison des résultats	40
II.5.1 Equivalence des dimensions totales	40
II.5.2 Comparaison des rapports d'efficacité d'échangeur	43
Partie 2 Convertisseur thermomécanique avec température de paroi imposée aux échangeurs : Modèle à coefficient global d'échange interne en demi-échangeur	45
I Développement du modèle	45
II Expression des paramètres en fonction du débit massique	47
II.1 Expression générale des pertes de charge régulières en fonction du débit massique	47
II.2 Expression générale des conductances de transfert en fonction du débit massique	48
III Optimisation du système	48
III.1 Maximisation de la puissance libérée avec variation des températures haute et basse .	48
Chapitre 2 Comparaison des différents critères d'optimisation	50
Partie 1 Optimisation 1 : Convertisseur	52

I	Bilans.....	52
II	Optimisation 1,1 : Maximisation de la puissance libérée par le convertisseur.....	53
III	Optimisation 1,2 : Minimisation du flux de création d'entropie dans le convertisseur.....	54
Partie 2	Optimisation 2 : Système.....	55
I	Bilans.....	55
II	Optimisation 2,1 : Maximisation de la puissance libérée par le système	55
III	Optimisation 2,2 : Minimisation du flux de création du système.....	55
Partie 3	Optimisation 3 : Système dans son environnement.....	56
I	Bilans.....	56
II	Optimisation 3,1 : Maximisation de la puissance libérée par le système pris dans son environnement	57
III	Optimisation 3,2 : Minimisation du flux de création d'entropie du système dans son environnement.....	57
Partie 4	Critères mixtes d'optimisation	58
Conclusion et perspectives		59
Travaux cités.....		60
Annexes		63
Partie 1	Premier et second principe de la thermodynamique : Formulation et application au cycle de Carnot.....	63
I	Premier principe de la thermodynamique appliqué au cycle de Carnot	63
I.1	Enoncé du premier principe de la thermodynamique	63
I.2	Présentation de la machine de Carnot.....	64
I.2.1	Concept de Sadi Carnot.....	64
I.2.2	Fonctionnement de la machine motrice de Carnot	66
I.2.3	Rendement du cycle de Carnot en gaz parfait	66
II	Second principe de la thermodynamique.....	69
II.1	Qualité et dégradation de l'énergie.....	69
II.1.1	Définition des variables intensives et extensives.....	69
II.1.2	Etude d'un convertisseur	70
II.1.3	Inégalité de Clausius.....	71
II.2	Formulation de la variation d'entropie	72
II.2.1	Avant propos	72
II.2.2	Flux de création d'entropie et entropie échangée.....	72
II.2.3	Expression des variations d'entropie.....	73
II.2.4	Expression du flux de création d'entropie dans deux cas particuliers.....	74
Partie 2	Corrélations de pertes de charge et des coefficients de transfert thermique.....	76

I	Expression des pertes de charge en fluide permanent (liquide gaz)[28][29].....	76
I.1	Section circulaire.....	76
I.1.1	Écoulement laminaire.....	77
I.1.2	Écoulement turbulent.....	77
I.2	Section annulaire.....	78
I.2.1	Écoulement laminaire.....	79
I.2.2	Écoulement turbulent.....	79
I.3	Remarque.....	80
II	Expression des conductances de transferts en fluide permanent (liquide et gaz)[10].	81
II.1	Cas où le fluide cyclé s'écoule dans le cylindre.....	81
II.1.1	Régime laminaire.....	82
II.1.2	Régime turbulent et établi.	83
II.2	Cas où le fluide cyclé s'écoule dans la section annulaire.....	83
Partie 3	Comparaison des différents critères d'optimisation.....	85
I	Maximisation de la puissance libérée.....	85
I.1	Flux de création d'entropie indépendant des températures.	85
I.2	Flux de création d'entropie linéaire.....	88
I.3	Flux de création d'entropie logarithmique.	91
II	Minimisation flux de création d'entropie dans le système.....	94
II.1	Flux de création d'entropie indépendant des températures	94
II.2	Flux de création d'entropie linéaire.....	97
II.3	Flux de création d'entropie logarithmique	100
III	Minimisation du flux de création d'entropie dans le système pris dans son environnement	103
III.1	Flux de création d'entropie indépendant des températures	103
III.2	Flux de création d'entropie linéaire.....	106
III.3	Flux de création d'entropie logarithmique	109

Remerciements

Je remercie tout d'abord M. Feidt pour son suivi et ses conseils. Son humilité et sa disponibilité font de lui un maître de stage avec qui le travail est efficace et agréable. Je remercie également D. Lacroix et l'ensemble des enseignants du master de Mécanique Energétique, Procédés et Produits pour la formation reçue, elle y est riche et m'a beaucoup apportée. Enfin, je remercie les employés du laboratoire et particulièrement mes collègues de bureau, Aroussia, Mohamed Tahar et Van Long pour leur accueil.

Introduction

Sadi Carnot propose en 1824 dans "Réflexion sur la puissance motrice du feu"[1] de théoriser la conversion de l'énergie thermique en énergie mécanique. Il introduit la notion de maximum de puissance récupérable directement liée à la réversibilité des processus. Dans ses écrits, il imagine une machine idéale entièrement réversible dont les transferts se font à température constante et dont les phases de détente et compression sont adiabatiques. Cependant, pour qu'il y ait réversibilité des processus il faut que les zones de transferts soient infiniment grandes ou que les temps de transferts soient infiniment longs. Il est également nécessaire qu'il n'y ait aucune perte de charge pour satisfaire la réversibilité complète du convertisseur, ce qui n'est possible qu'en absence de mouvement. L'irréversibilité des transformations est en effet inhérente au mouvement et aux transferts de chaleur réalistes. Carnot, par le biais de sa machine idéale, introduit la thermodynamique réversible de l'équilibre. Cette théorie est la base de tous les développements de la thermodynamique actuelle.

Cependant si on souhaite dimensionner de manière optimale un convertisseur, la thermodynamique de l'équilibre abouti à des résultats qui n'ont pas de sens physique. Il est nécessaire d'imposer des contraintes de finitude aux dimensions physiques. La "Thermodynamique en Dimensions Finies" ou "Thermodynamique en Temps Fini" se propose d'optimiser des systèmes contraints, c'est-à-dire avec des surfaces d'échange finies ou pendant des temps finis. Elle est introduite par Curzon et Ahlborn [2] ainsi que Novikov [3] et Chambadal [4]. Cette discipline s'appuie sur les travaux d'Onsager [5] qui propose une théorie phénoménologique des processus réversibles qui lie les flux aux forces de manière linéaire. L'importance fondamentale de ce travail réside dans le fait qu'il permet la description des processus irréversibles d'une manière simple (approximation linéaire). Cette théorie est valable pour toutes les énergies et leur couplage entre elles en régime dynamique stationnaire. Toutefois, il doit être remarqué que l'hypothèse linéaire peut représenter une approximation imprécise. Par exemple, le couplage des transferts de chaleur et de masse est généralement plus complexe qu'un couplage linéaire. Ce couplage non linéaire est un enjeu de la Thermodynamique en Dimensions Finies.

L'application de la Thermodynamique Optimale en Dimensions Finies au cycle de Carnot permet de dimensionner une machine de Carnot réaliste, c'est l'objet de ce mémoire. Le modèle utilisé est un convertisseur thermomécanique moteur de Carnot avec pertes thermiques globalisées [6] [7] [8]. Les irréversibilités internes au convertisseur sont représentées par un flux de création d'entropie. Les lois de transfert de chaleur aux sources et puits sont conformes à la méthode de l'efficacité et du nombre d'unité de transfert. Diverses optimisations sont réalisées, tout d'abord en efficacités d'échangeur finies, puis en débits caloriques finis. Ensuite en nombres d'unités de transferts finis et enfin en surfaces d'échanges finies. Toutes ces optimisations sont faites pour maximiser la puissance libérée. Un second modèle plus simple permettant de lier transfert de chaleur et pertes de charge régulières par méthode entropique est également développé.

Deux principaux critères d'optimisation permettent de se rapprocher au mieux du cycle de Carnot idéal, la maximisation de la puissance libérée et la minimisation de la création d'entropie. Ces deux critères sont équivalents dans certains cas [9] c'est pourquoi ils sont comparés pour le convertisseur thermomécanique à différentes échelles. Tout d'abord à l'échelle du convertisseur, puis à celle du système et enfin à l'échelle du système dans son environnement.

Chapitre 1 Modélisations de la machine de Carnot en Thermodynamique en Dimensions Finies

Partie 1 Convertisseur thermomécanique avec échangeurs de chaleur : Modèle des nombres d'unités de transfert

I Développement du modèle

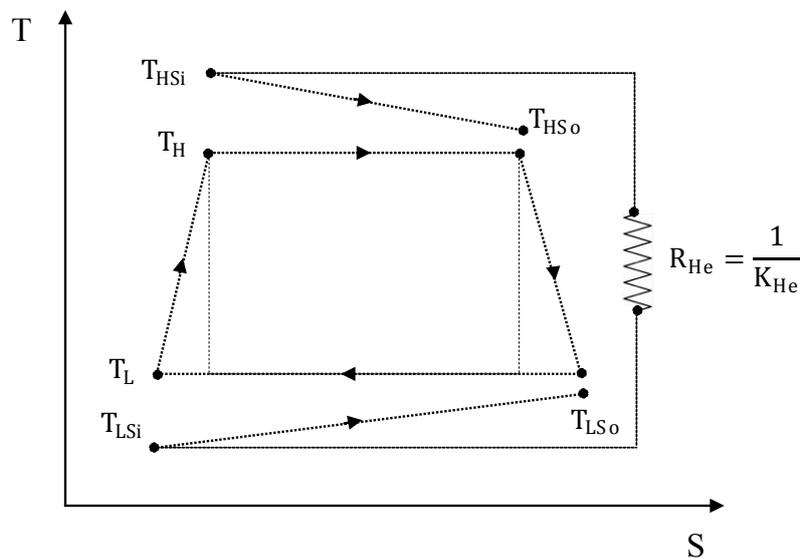


Figure 1.1 : Diagramme entropique [7].

Le modèle présenté dans cette partie prend en compte les irréversibilités internes et les pertes thermiques. C'est un convertisseur thermomécanique irréversible dont le fluide cyclé est mis en contact avec une source chaude et un puits froid de capacités thermiques finies dont le diagramme entropique est donné en Figure 1.1 [7].

Comme le montre la Figure 1.2 du convertisseur, au côté chaud, le fluide chaud entre dans l'échangeur chaud à une température T_{HSi} et sort à une température T_{HSo}, il cède un flux de chaleur \dot{Q}_{HC} . En symétrie, côté froid, le fluide entre dans l'échangeur froid à une température T_{LSi}, sort à T_{LSo} et prend le flux de chaleur \dot{Q}_{LC} . Les transferts sur le fluide cyclé se font à températures constantes conformément au cycle de Carnot idéal. L'hypothèse du régime dynamique stationnaire est faite.

La non adiabaticité des transformations thermodynamiques est prise en compte par un flux thermique perdu \dot{Q}_{He} entre les deux températures extrémales :

$$\dot{Q}_{He} = K_{He}(T_{HSi} - T_{LSi}) \quad (1.1)$$

K_{He} est la conductance globale de pertes thermiques du système en W/K.

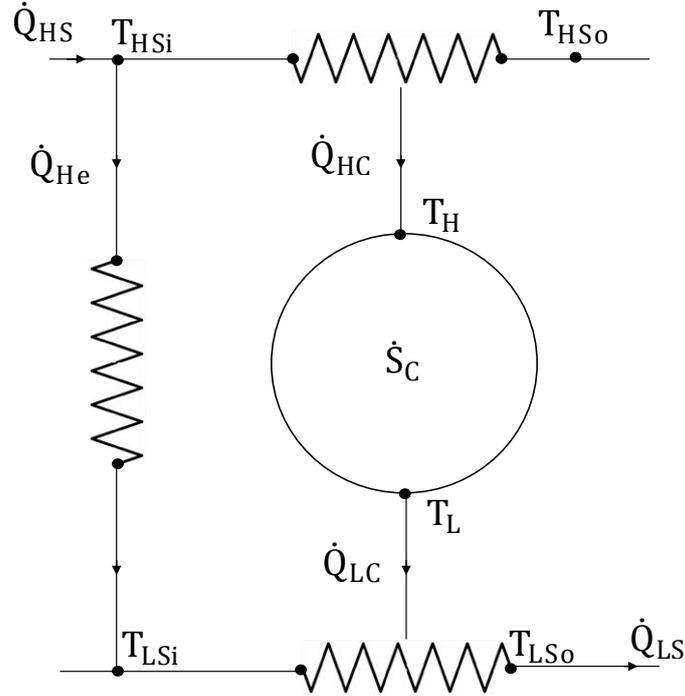


Figure 1.2 : Schéma du convertisseur de Carnot avec pertes globalisées.

Les lois de transfert de chaleur aux sources et puits sont conformes à la méthode de l'efficacité ε et du nombre d'unité de transfert NUT. L'efficacité d'un échangeur est une notion semblable à celle de rendement et permet de qualifier l'échangeur. D'après la Figure 1.3, il faudrait que T_{HSO} soit égal à T_H pour que toute la chaleur transférable soit transférée dans l'échangeur chaud. On peut alors la définir comme :

$$\varepsilon = \frac{\text{puissance échangée}}{\text{puissance maximale échangeable}}$$

Le flux maximum échangeable s'écrit :

$$\Phi_{\max} = (\dot{m}C_p)_{\min} (T_{HSi} - T_H)$$

D'où :

$$\Phi_{\text{réel}} = \varepsilon [(\dot{m}C_p)_{\min} (T_{HSi} - T_H)]$$

L'efficacité de l'échangeur, elle est fonction de trois paramètres :

$$\varepsilon = \text{fct} \left(\frac{k A_l}{(\dot{m}C_p)_{\min}}, \frac{(\dot{m}C_p)_{\min}}{(\dot{m}C_p)_{\max}}, \text{type d'écoulement} \right)$$

Le terme $\frac{k A_l}{(\dot{m}C_p)_{\min}}$ est appelé nombre d'unités de transfert (NUT) sans dimension avec k le coefficient global d'échange et A_l la surface longitudinale totale d'échange.

On définit les débits calorifiques respectivement chaud et froid par $\dot{C}_H = \dot{m}_H C_{pH}$ et $\dot{C}_L = \dot{m}_L C_{pL}$.

En considérant que \dot{C}_H et \dot{C}_L sont les débits calorifiques des fluides limitant, les équations de transfert s'écrivent:

$$\begin{cases} \dot{Q}_{HC} = \varepsilon_H \dot{C}_H \Delta T_{max} = \varepsilon_H \dot{C}_H (T_{HSI} - T_H) > 0 \\ \dot{Q}_H = \dot{C}_H * (T_{HSI} - T_{HSO}) \end{cases} \quad (1.2)$$

$$\begin{cases} \dot{Q}_{LC} = \varepsilon_L * \dot{C}_L * \Delta T_{max} = \varepsilon_L \dot{C}_L (T_{LSI} - T_L) < 0 \\ \dot{Q}_L = \dot{C}_L (T_{LSI} - T_{LSO}) \end{cases} \quad (1.3)$$

Avec:

ε_i : Efficacité de l'échangeur i

$C_i = \dot{m}_i C_{pi}$: Débit calorifique du fluide i

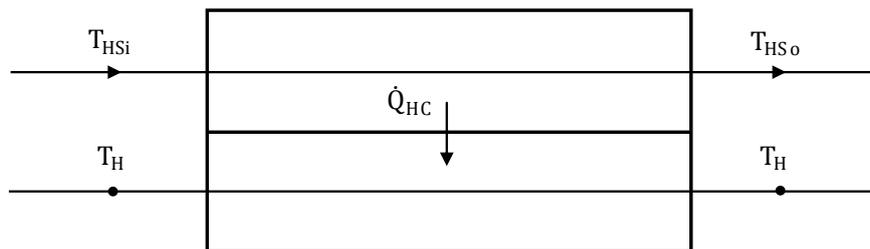


Figure 1.3 : Schéma échangeur chaud.

Distinction des entropies créées dans le système :

Dans le cas d'un convertisseur thermodynamique, le système est constitué de trois sous-systèmes : un convertisseur, une source chaude et un puits froid. On distingue alors deux types d'irrégularités, les irrégularités internes au convertisseur et les irrégularités de transfert. Les irrégularités internes aux sources et puits sont négligées en première approximation.

-Les irrégularités internes au convertisseur correspondent à une création d'entropie interne au convertisseur δS_C . On cite par exemple les frottements entre pièces en contact et les frottements entre particules.

-Les irrégularités de transfert correspondent à une création d'entropie δS_t et sont dues aux échanges énergétiques du convertisseur avec la source et le puits mais également par pertes thermiques.

Le flux d'entropie total créée dans le système δS_i s'exprime alors :

$$\boxed{\delta S_i = \delta S_C + \delta S_t} \quad (1.4)$$

Bilans sur le convertisseur :

Bilan énergétique :

$$\dot{Q}_{HC} + \dot{Q}_{LC} + \dot{W} = 0 \quad (1.5)$$

Bilan entropique:

$$\frac{\dot{Q}_{HC}}{T_H} + \frac{\dot{Q}_{LC}}{T_L} + \dot{S}_C = 0 \quad (1.6)$$

\dot{S}_C représente le flux d'entropie interne créée dans le convertisseur, l'utilisation de la méthode entropique est ici faite. Le flux de création d'entropie interne est considéré comme paramètre indépendant des températures alors qu'en réalité ils sont liés. Pour simplifier les calculs, cette hypothèse est faite dans un premier temps.

Bilans sur les sources :

Bilan énergétique source :

$$\dot{Q}_{SH} = \dot{Q}_{HC} + \dot{Q}_{He} \quad (1.7)$$

Bilan énergétique puits :

$$\dot{Q}_{LS} = \dot{Q}_{LC} - \dot{Q}_{He} \quad (1.8)$$

Bilans sur le système :

Bilan énergétique :

$$\dot{Q}_{HS} + \dot{Q}_{LS} + \dot{W} = 0 \quad (1.9)$$

$$\dot{Q}_{HC} + \dot{Q}_{He} + \dot{Q}_{LC} - \dot{Q}_{He} + \dot{W} = 0 \Leftrightarrow \dot{Q}_{HC} + \dot{Q}_{LC} + \dot{W} = 0 \quad (1.10)$$

Bilan entropique approximé [7]:

$$\frac{\dot{Q}_{HS}}{T_{HSi}} + \frac{\dot{Q}_{LS}}{T_{LSi}} + \dot{S}_i \approx 0 \quad (1.11)$$

II Maximisation de la puissance libérée

II.1 Optimisation 0 : Maximisation de la puissance libérée par variation des températures du fluide cyclé en interne

Pour se rapprocher au mieux du cycle de Carnot, il faut minimiser le flux de création d'entropie et/ou maximiser la puissance libérée, un compromis entre les deux est à faire. Dans un premier temps on cherche à maximiser la puissance libérée ($-\dot{W}$), les variables considérées sont ici les températures chaudes et froides T_H et T_L .

D'après le premier principe de la thermodynamique on peut écrire la fonction objectif OF_0 :

$$OF_0 = -\dot{W} = \varepsilon_H \dot{C}_H (T_{HSi} - T_H) + \varepsilon_L \dot{C}_L (T_{LSi} - T_L) > 0 \quad (1.12)$$

Le deuxième principe permet d'écrire la contrainte J_0 :

$$J_0 = \frac{\varepsilon_H \dot{C}_H (T_{HSi} - T_H)}{T_H} + \frac{\varepsilon_L \dot{C}_L (T_{LSi} - T_L)}{T_L} + \dot{S}_C = 0 \quad (1.13)$$

Le lagrangien s'exprime alors :

$$L_0(T_H, T_L) = \varepsilon_H \dot{C}_H (T_{HSi} - T_H) + \varepsilon_L \dot{C}_L (T_{LSi} - T_L) + \lambda_0 \left[\frac{\varepsilon_H \dot{C}_H (T_{HSi} - T_H)}{T_H} + \frac{\varepsilon_L \dot{C}_L (T_{LSi} - T_L)}{T_L} + \dot{S}_C \right] \quad (1.14)$$

L'optimisation en températures aboutit à [6]:

$$\begin{cases} T_{L \text{ opt}} = \sqrt{T_{LSi}} \frac{\varepsilon_H \dot{C}_H \sqrt{T_{HSi}} + \varepsilon_L \dot{C}_L \sqrt{T_{LSi}}}{\varepsilon_H \dot{C}_H + \varepsilon_L \dot{C}_L - \dot{S}_C} \\ T_{H \text{ opt}} = \sqrt{T_{HSi}} \frac{\varepsilon_H \dot{C}_H \sqrt{T_{HSi}} + \varepsilon_L \dot{C}_L \sqrt{T_{LSi}}}{\varepsilon_H \dot{C}_H + \varepsilon_L \dot{C}_L - \dot{S}_C} \end{cases} \quad (1.15)$$

La puissance libérée maximale s'exprime alors :

$$\boxed{\text{MAX}_0 \left(-\dot{W}(T_{L \text{ opt}}, T_{H \text{ opt}}) \right) = \frac{\varepsilon_H \dot{C}_H * \varepsilon_L \dot{C}_L}{\varepsilon_H \dot{C}_H + \varepsilon_L \dot{C}_L - \dot{S}_C} (\sqrt{T_{HSi}} - \sqrt{T_{LSi}})^2 - \frac{\dot{S}_C [\varepsilon_H \dot{C}_H T_{HSi} + \varepsilon_L \dot{C}_L T_{LSi}]}{\varepsilon_H \dot{C}_H + \varepsilon_L \dot{C}_L - \dot{S}_C}} \quad (1.16)$$

On voit que dans le cas endoréversible, c'est-à-dire quand $\dot{S}_C = 0$, la puissance libérée maximale devient :

$$\text{MAX}_0 \left(-\dot{W}(T_{L \text{ opt}}, T_{H \text{ opt}}) \right)_{\text{endo}} = \frac{\varepsilon_H \dot{C}_H * \varepsilon_L \dot{C}_L}{\varepsilon_H \dot{C}_H + \varepsilon_L \dot{C}_L} (\sqrt{T_{HSi}} - \sqrt{T_{LSi}})^2 \quad (1.17)$$

II.2 Optimisation 1 : Hypothèse d'indépendance des efficacités d'échangeurs vis-à-vis des autres paramètres

II.2.1 Optimisation 1,1 : Maximisation de la puissance libérée en efficacités d'échangeur finies

II.2.1.1 Optimisation analytique

On fera, dans un premier temps l'hypothèse que les échangeurs sont adiabatiques et que les ε_i et les C_i sont indépendants. Cette deuxième hypothèse est forte car en réalité ces deux expressions sont liées par le nombre d'unités de transfert (NUT). L'optimisation réalisée dans cette partie est faite pour ε_L et ε_H variables. C'est une optimisation séquentielle, c'est-à-dire que la fonction objectif utilisée est $\text{MAX}_0(-\dot{W}(T_{L \text{ opt}}, T_{H \text{ opt}}))$, la puissance maximisée en températures précédemment calculée.

La fonction objectif $\text{OF}_{1,1}$ est :

$$\text{OF}_{1,1} = \frac{\varepsilon_H \dot{C}_H * \varepsilon_L \dot{C}_L}{\varepsilon_H \dot{C}_H + \varepsilon_L \dot{C}_L - \dot{S}_C} (\sqrt{T_{HSi}} - \sqrt{T_{LSi}})^2 - \frac{\dot{S}_C [\varepsilon_H \dot{C}_H T_{HSi} + \varepsilon_L \dot{C}_L T_{LSi}]}{\varepsilon_H \dot{C}_H + \varepsilon_L \dot{C}_L - \dot{S}_C} \quad (1.18)$$

Une contrainte dimensionnelle d'efficacité d'échangeurs totale $J_{1,1}$ est ajoutée:

$$J_{1,1} = \varepsilon_L + \varepsilon_H - \varepsilon_T = 0 \quad (1.19)$$

Le lagrangien s'exprime alors :

$$L_{1,1}(\varepsilon_H, \varepsilon_L) = \frac{\varepsilon_H \dot{C}_H * \varepsilon_L \dot{C}_L}{\varepsilon_H \dot{C}_H + \varepsilon_L \dot{C}_L - \dot{S}_C} (\sqrt{T_{HSi}} - \sqrt{T_{LSi}})^2 - \frac{\dot{S}_C [\varepsilon_H \dot{C}_H T_{HSi} + \varepsilon_L \dot{C}_L T_{LSi}]}{\varepsilon_H \dot{C}_H + \varepsilon_L \dot{C}_L - \dot{S}_C} + \lambda_{1,1} (\varepsilon_L + \varepsilon_H - \varepsilon_T) \quad (1.20)$$

Après optimisation on obtient le couple de résultats suivant :

$$\begin{cases} \varepsilon_{L \text{ opt } 1,1} = \varepsilon_T \frac{\sqrt{\dot{C}_H}}{\sqrt{\dot{C}_H} + \sqrt{\dot{C}_L}} - \frac{\dot{S}_C}{\dot{C}_H - \dot{C}_L} \left[1 + \frac{\dot{C}_L \sqrt{T_{LSi}} - \dot{C}_H \sqrt{T_{HSi}}}{\sqrt{\dot{C}_L \dot{C}_H} (\sqrt{T_{HSi}} - \sqrt{T_{LSi}})} \right] \\ \varepsilon_{H \text{ opt } 1,1} = \varepsilon_T \frac{\sqrt{\dot{C}_L}}{\sqrt{\dot{C}_H} + \sqrt{\dot{C}_L}} + \frac{\dot{S}_C}{\dot{C}_H - \dot{C}_L} \left[1 + \frac{\dot{C}_L \sqrt{T_{LSi}} - \dot{C}_H \sqrt{T_{HSi}}}{\sqrt{\dot{C}_L \dot{C}_H} (\sqrt{T_{HSi}} - \sqrt{T_{LSi}})} \right] \end{cases} \quad (1.21)$$

Le $\text{MAX}_{1,1}(-W(T_{L \text{ opt}}, T_{H \text{ opt}}, \varepsilon_{L \text{ opt } 1}, \varepsilon_{H \text{ opt } 1}))$ correspondant ne peut être donné analytiquement.

Dans le cas endoréversible il s'exprime de la manière suivante :

$$\text{MAX} \left(-W(T_{C \text{ opt}}, T_{H \text{ opt}}, \varepsilon_{C \text{ opt } 1}, 1, \varepsilon_{H \text{ opt } 1,1}) \right)_{\text{endo}} = \frac{\varepsilon_T (\sqrt{T_{HSi}} - \sqrt{T_{LSi}})^2}{2 \left(\frac{1}{\dot{C}_L} + \frac{1}{\dot{C}_H} \right)} \quad (1.22)$$

Avec:

$$\begin{cases} \varepsilon_{L \text{ opt } 1,1 \text{ endo}} = \varepsilon_T \frac{\sqrt{\dot{C}_H}}{\sqrt{\dot{C}_H} + \sqrt{\dot{C}_L}} \\ \varepsilon_{H \text{ opt } 1,1 \text{ endo}} = \varepsilon_T \frac{\sqrt{\dot{C}_L}}{\sqrt{\dot{C}_H} + \sqrt{\dot{C}_L}} \end{cases} \quad (1.23)$$

II.2.1.2 Etude de sensibilité aux paramètres

Les efficacités d'échangeur après optimisation sont soumises à une étude de sensibilité paramétrique, pour cela elles sont adimensionnées de la manière suivante et pour toutes les optimisations de cette partie :

$$\begin{aligned} c_l = \frac{\dot{C}_L}{\dot{C}_T} ; c_h = \frac{\dot{C}_H}{\dot{C}_T} ; t_{hs_i} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}} ; sc = \frac{\dot{S}_C}{\dot{C}_T} ; e_h = \frac{\varepsilon_H}{\varepsilon_T} ; \\ e_c = \frac{\varepsilon_C}{\varepsilon_T} ; w = \frac{\dot{W}}{(\dot{C}_T \cdot T_{LSi})} ; q_i = \frac{\dot{Q}_i}{\dot{C}_T \cdot T_{LSi}} \end{aligned} \quad (1.24)$$

On définit deux rapports:

-Le rapport des efficacités d'échangeur: $E = \frac{\varepsilon_L}{\varepsilon_H}$

-Le rapport des débits calorifiques: $C = \frac{\dot{C}_L}{\dot{C}_H}$

Les valeurs de référence sont:

$$\varepsilon_T = 1,8, T_{LSi} = 290K ; \dot{C}_T = 10\ 000\ W/K ; s_c = 0.02 ; C = 1$$

En Figure 1.4 est donnée la sensibilité du rapport $E_{1,1}$ à la température en entrée d'échangeur chaud à T_{LSi} fixé. L'augmentation de l'écart de température entre la source chaude et le puits froid diminue fortement l'écart entre les efficacités optimales des échangeurs chaud et froid. Si l'efficacité totale à répartir augmente, le rapport optimal diminue.

En Figure 1.5 est tracé le rapport $E_{1,1}$ en fonction de s_c . L'augmentation du flux de création d'entropie interne au convertisseur entraîne une augmentation de l'efficacité optimale de l'échangeur froid au détriment de l'échangeur chaud. Lorsque s_c est nul, c'est-à-dire dans le cas où la machine est endoréversible, il y a équipartition des efficacités d'échangeur optimales. Différentes valeurs de t_{hsi} sont représentées et confirment la forte influence de la température.

L'influence du rapport C sur $E_{1,1}$ est donnée en Figure 1.5 pour une valeur de flux de création d'entropie fixée à 0.02. Un équilibre entre efficacité d'échangeur et débit calorifique est observé, c'est-à-dire que lorsque le débit calorifique froid est privilégié par rapport au débit calorifique chaud, la répartition optimale des efficacités d'échangeur favorise l'échangeur chaud. La encore, l'augmentation de l'écart entre T_{HSi} et T_{LSi} minimise cette tendance.

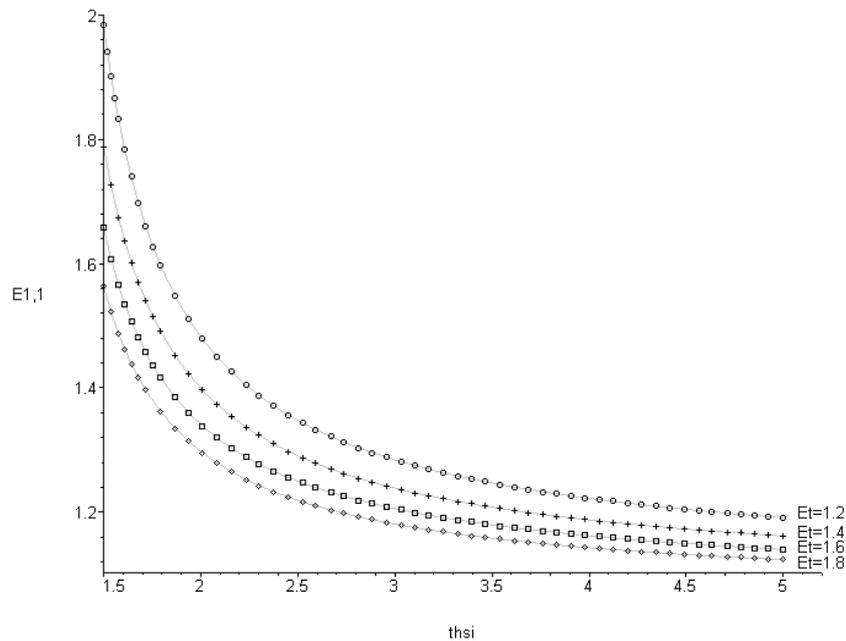


Figure 1.4 : Rapport des efficacités d'échangeur optimal $\left(E_{1,1} = \frac{\varepsilon_{L\ opt\ 1,1}}{\varepsilon_{H\ opt\ 1,1}}\right)$ en fonction de la température en entrée d'échangeur chaud $\left(t_{hsi} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}}\right)$ pour différentes valeurs de l'efficacité d'échangeur totale (ε_T) .

Avec $T_{LSi} = 290K$, $s_c = \frac{s_c}{\dot{C}_T} = 0.02$, $C = 1$ et $\dot{C}_T = 10\ 000\ J/K.kg$.

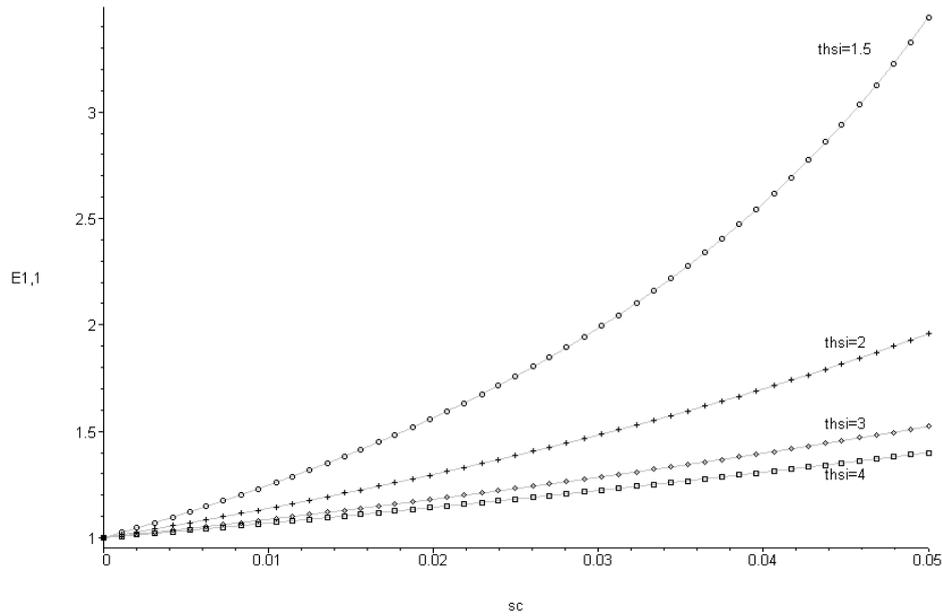


Figure 1.5 : Rapport des efficacités d'échangeur optimal $\left(E_{1,1} = \frac{\varepsilon_{L \text{ opt } 1,1}}{\varepsilon_{H \text{ opt } 1,1}}\right)$ en fonction du flux de création d'entropie dans le convertisseur $\left(s_c = \frac{\dot{S}_c}{\dot{C}_T}\right)$ pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud $\left(t_{hsi} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}}\right)$.

Avec $T_{LSi} = 290\text{K}$, $C = \frac{\dot{C}_L}{\dot{C}_H} = 1$, $\varepsilon_T = 1,8$ et $\dot{C}_T = 10\,000 \text{ J/K} \cdot \text{kg}$.

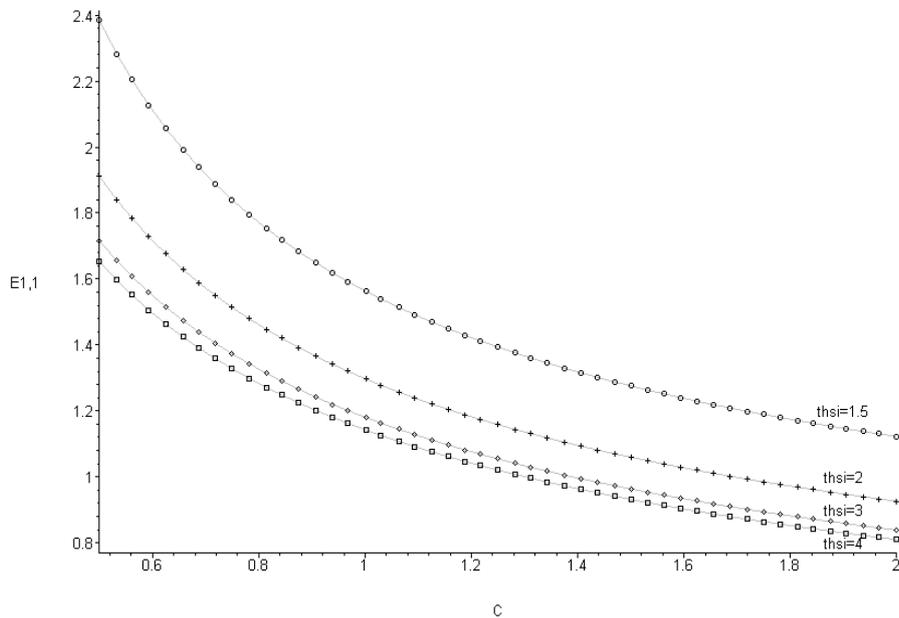


Figure 1.6 : Rapport des efficacités d'échangeur optimal $\left(E_{1,1} = \frac{\varepsilon_{L \text{ opt } 1,1}}{\varepsilon_{H \text{ opt } 1,1}}\right)$ en fonction du rapport des débits calorifiques $\left(C = \frac{\dot{C}_L}{\dot{C}_H}\right)$ pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud $\left(t_{hsi} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}}\right)$.

Avec $T_{LSi} = 290\text{K}$, $s_c = \frac{\dot{S}_c}{\dot{C}_T} = 0.02$, $\varepsilon_T = 1,8$ et $\dot{C}_T = 10\,000 \text{ J/K} \cdot \text{kg}$.

II.2.2 Optimisation 1,2 : Maximisation numérique de la puissance libérée en débits calorifiques finis

La fonction objectif est :

$$OF_{1,2} = \text{MAX}_{1,1}(-\dot{W}(T_{L \text{ opt}}, T_{H \text{ opt}}, \varepsilon_{L \text{ opt } 1,1}, \varepsilon_{H \text{ opt } 1,1})) \quad (1.25)$$

La contrainte supplémentaire est $J_{1,2}$:

$$J_{1,2} = \dot{C}_L + \dot{C}_H - \dot{C}_T = 0 \quad (1.26)$$

$$j_{1,2} = c_l + c_h - 1 = 0$$

L'optimisation est numérique. L'influence de l'augmentation de sc sur le rapport optimal $C_{1,2}$ est donné en Figure 1.7 et traduit le même tendance que celle de $E_{1,1}$. Le $E_{1,2}$ en fonction de sc correspondant à cette optimisation est tracé en Figure 1.8. Ce rapport optimal diffère fortement de celui obtenu en Figure 1.5 particulièrement pour les faibles valeurs de t_{hsi} . Une correspondance entre débits calorifiques optimaux et efficacités d'échangeur optimales est remarqué.

Les températures optimales respectivement basse et haute sont données en Figure 1.9 et Figure 1.10. Elles sont peu sensibles à l'augmentation des irréversibilités internes mais semblent favoriser le transfert "chaud". Ces températures sont par contre fortement liées à la valeur de t_{hsi} .

La Figure 1.11 permet de voir l'évolution de la puissance maximale libérée qui est dans tout le chapitre la fonction objectif des optimisations. L'augmentation des irréversibilités internes diminue fortement cette puissance, l'existence d'un seuil de fonctionnement du convertisseur est remarquée. Il est donné en Figure 1.18 et semble lier sc et t_{hsi} de manière linéaire. L'augmentation de l'écart entre T_{HSi} et T_{LSi} accroît fortement la puissance, ce qui correspond au raisonnement de Carnot. Cette même puissance est tracée selon l'efficacité totale d'échangeur en Figure 1.12. L'augmentation de ε_T permet une forte augmentation du travail libéré. Le point où $\varepsilon_T = 2$ correspond au maximum d'efficacité possible.

La Figure 1.13 correspond à l'évolution du rendement correspondant au maximum de puissance délivrée en fonction de sc . Le même seuil d'existence qu'en Figure 1.11 est remarqué. Les pertes thermiques globalisées n'influent que sur ce rendement et la Figure 1.14 en donne la sensibilité. Comme il est prévisible, l'augmentation des pertes thermiques du système diminue le rendement.

Les irréversibilités internes sc sont dissociées des flux de création d'entropie dus aux transferts thermiques. Le flux de création d'entropie de transfert total stt se décompose en deux flux distincts, stl et sth , respectivement flux d'entropie dus aux transferts au puits froid et à la source chaude donnés en Figure 1.16 et en Figure 1.17. Le transfert est nettement plus dissipatif au côté froid et le stt correspondant à l'optimisation 1,2 diminue légèrement quand sc augmente.

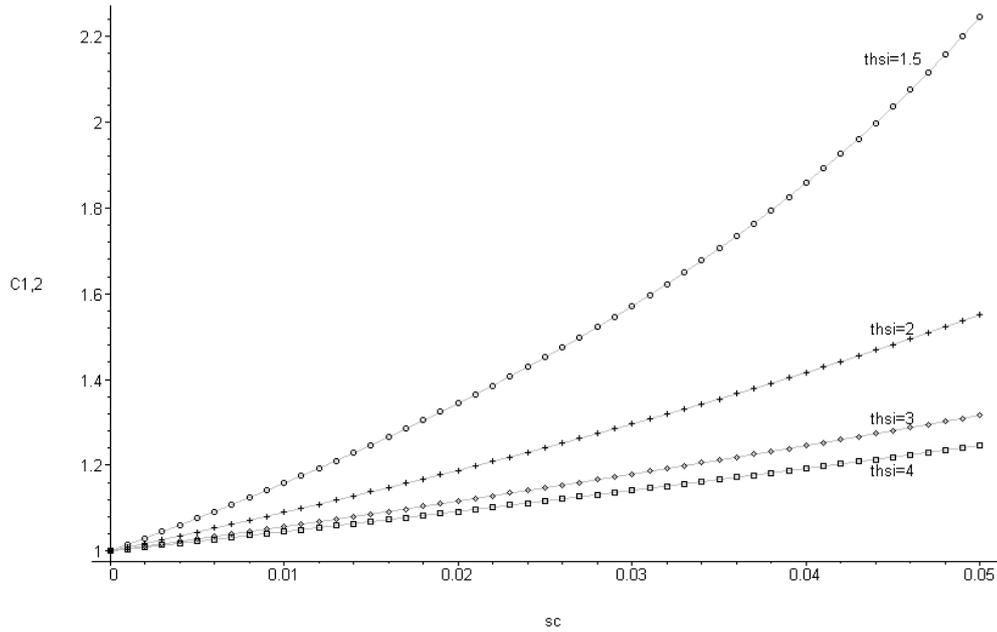


Figure 1.7 : Rapport des débits calorifiques optimal $\left(C_{1,2} = \frac{\dot{C}_{L\text{opt } 1,2}}{\dot{C}_{H\text{opt } 1,2}}\right)$ en fonction flux de création d'entropie dans le convertisseur $\left(s_c = \frac{S_c}{\dot{C}_T}\right)$ pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud $\left(t_{\text{hsi}} = \frac{T_{\text{HSi}}}{T_{\text{LSi}}}\right)$.
Avec $T_{\text{LSi}} = 290\text{K}$, $\varepsilon_T = 1,8$ et $\dot{C}_T = 10\,000 \text{ J/K} \cdot \text{kg}$.

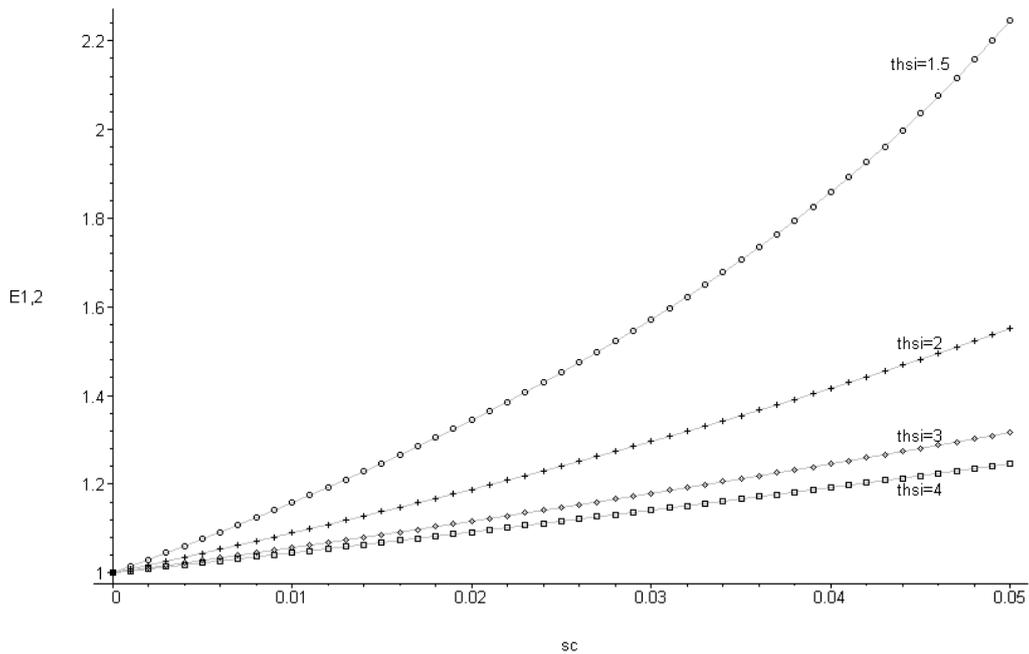


Figure 1.8 : Rapport des efficacités d'échangeur optimal $\left(E_{1,2} = \frac{\varepsilon_{L\text{opt } 1,2}}{\varepsilon_{H\text{opt } 1,2}}\right)$ en fonction du flux de création d'entropie dans le convertisseur $\left(s_c = \frac{S_c}{\dot{C}_T}\right)$ pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud $\left(t_{\text{hsi}} = \frac{T_{\text{HSi}}}{T_{\text{LSi}}}\right)$.
Avec $T_{\text{LSi}} = 290\text{K}$, $C_{1,1} = \frac{\dot{C}_{L\text{opt } 1,2}}{\dot{C}_{H\text{opt } 1,2}}$, $\varepsilon_T = 1,8$ et $\dot{C}_T = 10\,000 \text{ J/K} \cdot \text{kg}$.

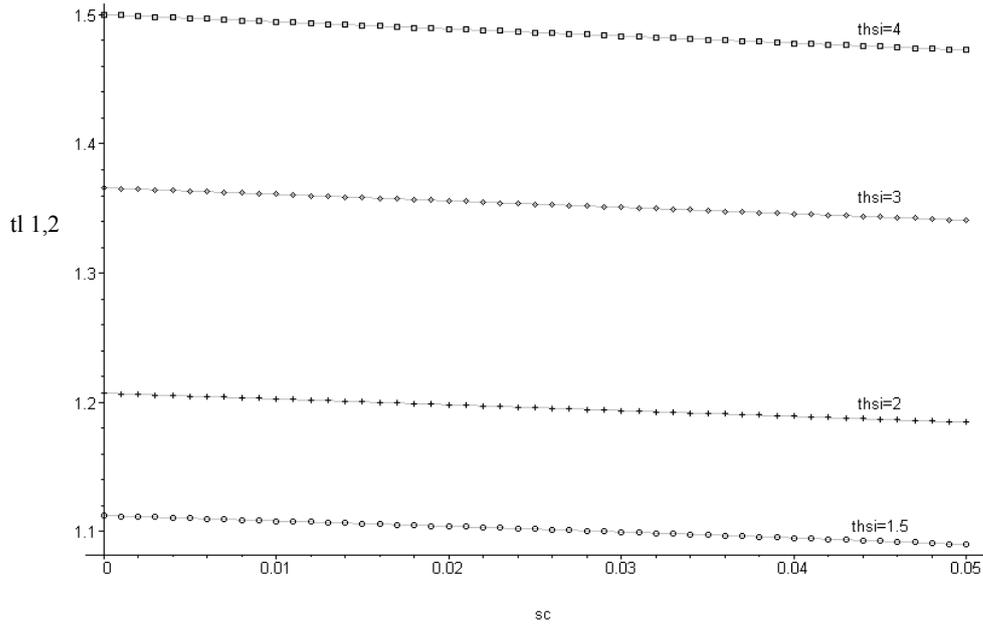


Figure 1.9 : Température basse optimale du fluide cyclé ($tl_{1,2} = \frac{T_{L\text{opt } 1,2}}{T_{LSi}}$) en fonction du flux de création d'entropie dans le convertisseur ($s_c = \frac{\dot{S}_c}{\dot{C}_T}$) pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud ($t_{hsi} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}}$).

Avec $T_{LSi} = 290\text{K}$, $C_{1,2} = \frac{\dot{C}_{L\text{opt } 1,2}}{\dot{C}_{H\text{opt } 1,2}}$, $\varepsilon_T = 1,8$ et $\dot{C}_T = 10\,000\text{ J/K. kg}$.

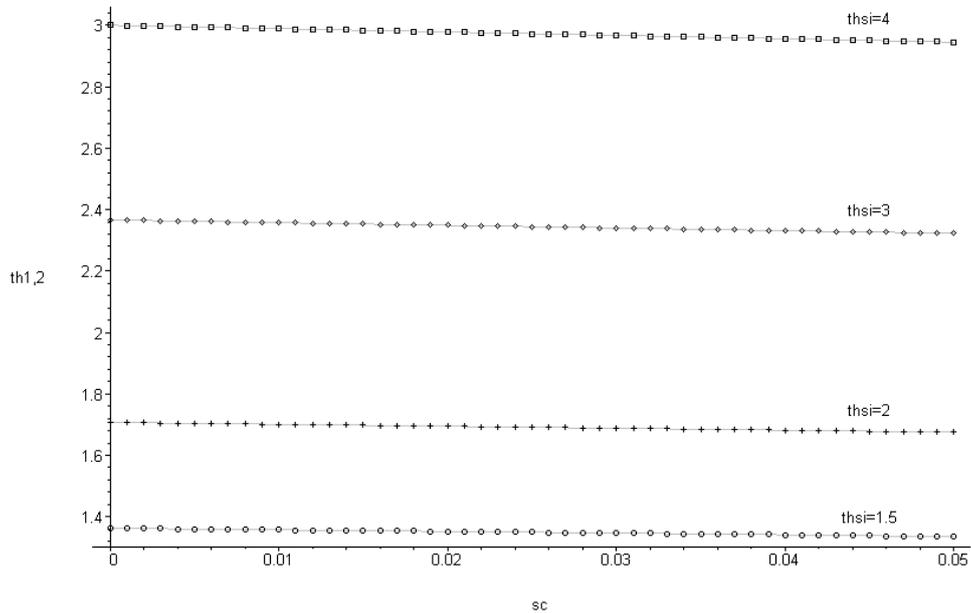


Figure 1.10 : Température haute optimale du fluide cyclé ($th_{1,2} = \frac{T_{H\text{opt } 1,2}}{T_{LSi}}$) en fonction du flux de création d'entropie dans le convertisseur ($s_c = \frac{\dot{S}_c}{\dot{C}_T}$) pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud ($t_{hsi} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}}$).

Avec $T_{LSi} = 290\text{K}$, $C_{1,1} = \frac{\dot{C}_{L\text{opt } 1}}{\dot{C}_{H\text{opt } 1}}$, $\varepsilon_T = 1,8$ et $\dot{C}_T = 10\,000\text{ J/K. kg}$.

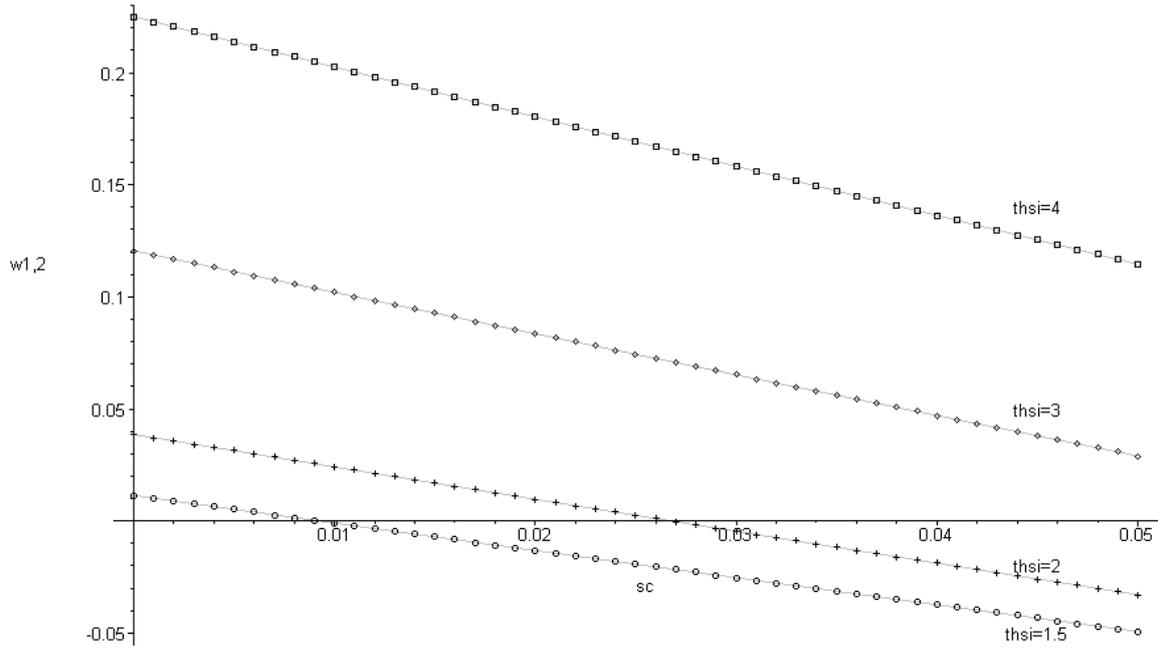


Figure 1.11 : Puissance libérée optimale ($w_{1,2} = \frac{\dot{W}_{opt 1,2}}{\dot{C}_T \cdot T_{LSi}}$) en fonction du flux de création d'entropie dans le convertisseur

($s_c = \frac{\dot{S}_c}{\dot{C}_T}$) pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud ($t_{hsi} = \frac{T_{Hsi}}{T_{LSi}}$).

Avec $T_{LSi} = 290K$, $C_{1,1} = \frac{\dot{C}_{Lopt 1}}{\dot{C}_{Hopt 1}}$, $\varepsilon_T = 1,8$ et $\dot{C}_T = 10\ 000\ J/K \cdot kg$.

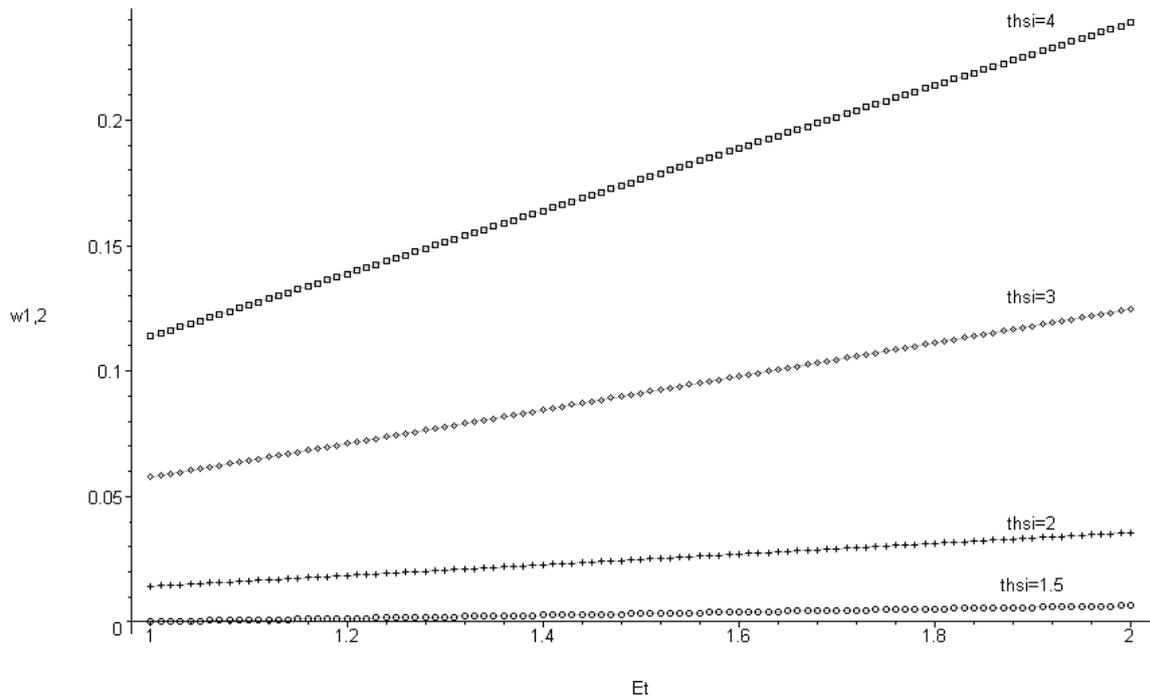


Figure 1.12 : Puissance libérée optimale ($w_{1,2} = \frac{\dot{W}_{opt 1,2}}{\dot{C}_T \cdot T_{LSi}}$) en fonction de l'efficacité totale d'échangeur

ε_T pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud ($t_{hsi} = \frac{T_{Hsi}}{T_{LSi}}$).

Avec $T_{LSi} = 290K$, $C_{1,2} = \frac{\dot{C}_{Lopt 1,2}}{\dot{C}_{Hopt 1,2}}$, $s_c = \frac{\dot{S}_c}{\dot{C}_T} = 0.005$ et $\dot{C}_T = 10\ 000\ J/K \cdot kg$.

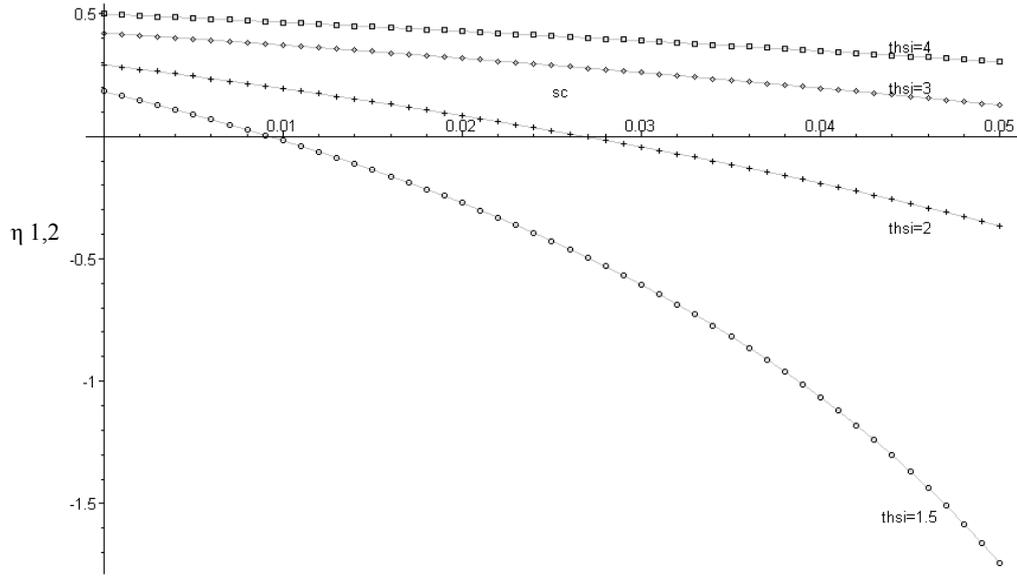


Figure 1.13 : Rendement associé à la puissance libérée optimale $\left(\eta_{1,2} = \frac{W_{opt 1,2}}{\dot{Q}_{HSopt 1,2}} = \frac{W_{opt 1,2}}{\dot{Q}_{HC opt 1,2} + \dot{Q}_{He}}\right)$ en fonction du flux de création d'entropie dans le convertisseur $\left(s_c = \frac{\dot{S}_c}{\dot{C}_T}\right)$ pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud $\left(t_{hsi} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}}\right)$.

Avec $T_{LSi} = 290K$, $C_{1,2} = \frac{\dot{C}_{Lopt 1,2}}{\dot{C}_{Hopt 1,2}}$, $q_{he} = \frac{\dot{Q}_{He}}{\dot{C}_T \cdot T_{LSi}} = 0,0001$; $\varepsilon_T = 1,8$ et $\dot{C}_T = 10\ 000\ J/K \cdot kg$.
 $\eta_{1,2}$ en fonction de q_l pour $T_{SCi} = 290$, $C = C_{opt}$ et $\varepsilon_T = 1.8$ $s_c = 0.005$

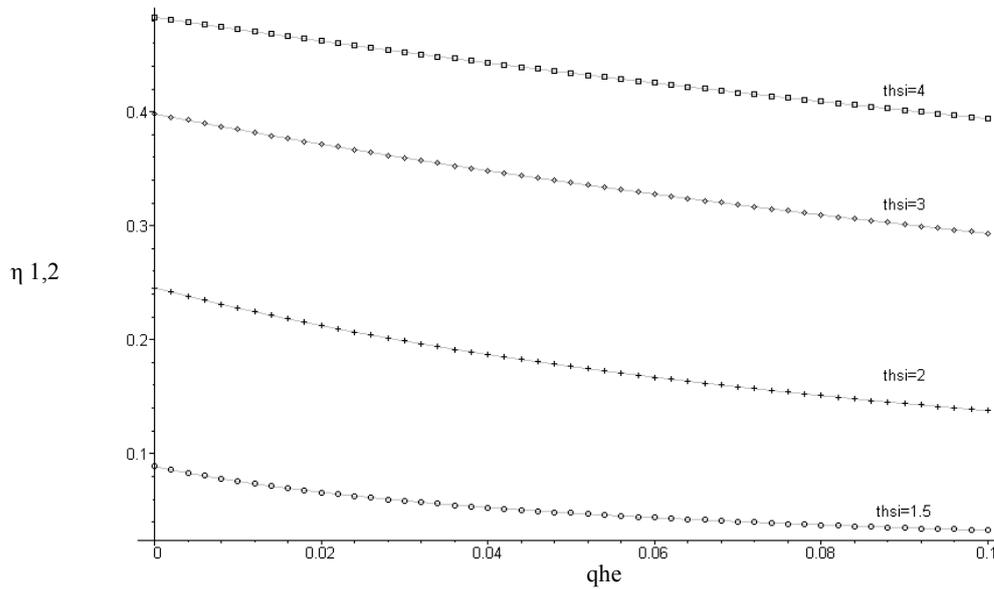


Figure 1.14 : Rendement associé à la puissance libérée optimale $\left(\eta_{1,2} = \frac{W_{opt 1,2}}{\dot{Q}_{HSopt 1,2}} = \frac{W_{opt 1,2}}{\dot{Q}_{HC opt 1,2} + \dot{Q}_{He}}\right)$ en fonction des pertes thermiques $\left(q_{he} = \frac{\dot{Q}_{He}}{\dot{C}_T \cdot T_{LSi}}\right)$ pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud $\left(t_{hsi} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}}\right)$.

Avec $T_{LSi} = 290K$, $C_{1,1} = \frac{\dot{C}_{Lopt 1,2}}{\dot{C}_{Hopt 1,2}}$, $s_c = \frac{\dot{S}_c}{\dot{C}_T} = 0.005$; $\varepsilon_T = 1,8$ et $\dot{C}_T = 10\ 000\ J/K \cdot kg$.

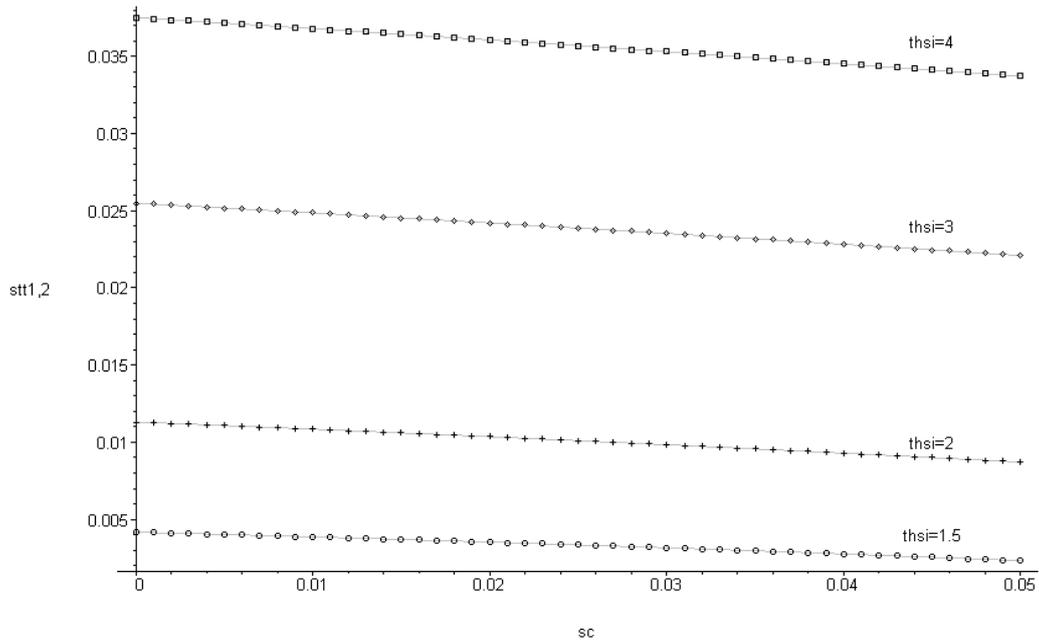


Figure 1.15 : Flux de création d'entropie du aux transferts total $stt_{1,2} = \frac{\dot{S}_{TT1,2}}{\dot{C}_T}$ en fonction du flux de création d'entropie dans le convertisseur ($s_c = \frac{\dot{S}_c}{\dot{C}_T}$) pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud ($t_{hsi} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}}$).

Avec $T_{LSi} = 290K$, $C_{1,2} = \frac{\dot{C}_{Lopt1,2}}{\dot{C}_{Hopt1,2}}$, $\varepsilon_T = 1,8$ et $\dot{C}_T = 10\,000 \text{ J/K} \cdot \text{kg}$.

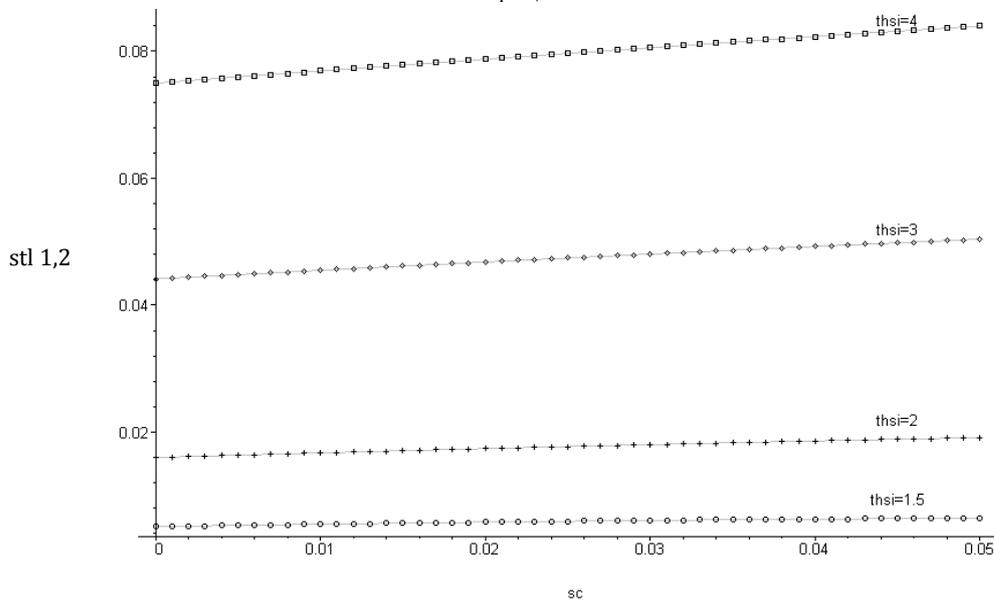


Figure 1.16 : Flux de création d'entropie du aux transferts au puits froid $stl_{1,2} = \frac{\dot{S}_{RL1,2}}{\dot{C}_T}$ en fonction du flux de création d'entropie dans le convertisseur ($s_c = \frac{\dot{S}_c}{\dot{C}_T}$) pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud ($t_{hsi} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}}$).

Avec $T_{LSi} = 290K$, $C_{1,2} = \frac{\dot{C}_{Lopt1}}{\dot{C}_{Hopt1}}$, $\varepsilon_T = 1,8$ et $\dot{C}_T = 10\,000 \text{ J/K} \cdot \text{kg}$.

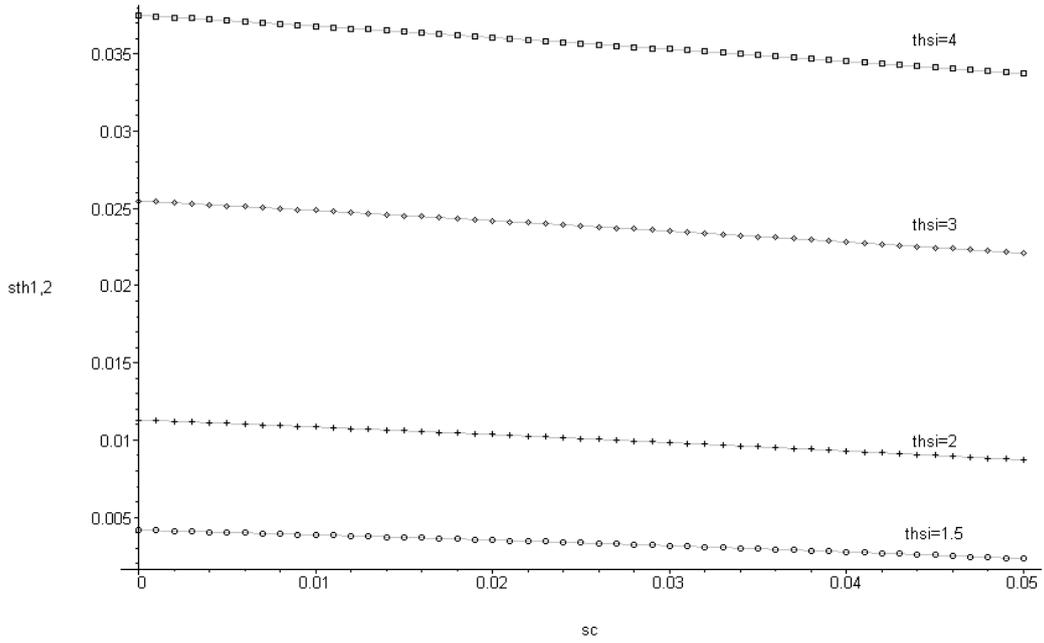


Figure 1.17 : Flux de création d'entropie du aux transferts à la source chaude $sth_{1,2} = \frac{\dot{S}_{TH1,2}}{\dot{C}_T}$ en fonction du flux de création d'entropie dans le convertisseur $(s_c = \frac{\dot{S}_C}{\dot{C}_T})$ pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud $(t_{hsi} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}})$.

Avec $T_{LSi} = 290K$, $C_{1,2} = \frac{\dot{C}_{Lopt1}}{\dot{C}_{Hopt1}}$, $\varepsilon_T = 1,8$ et $\dot{C}_T = 10\,000\text{ J/K}\cdot\text{kg.}$.

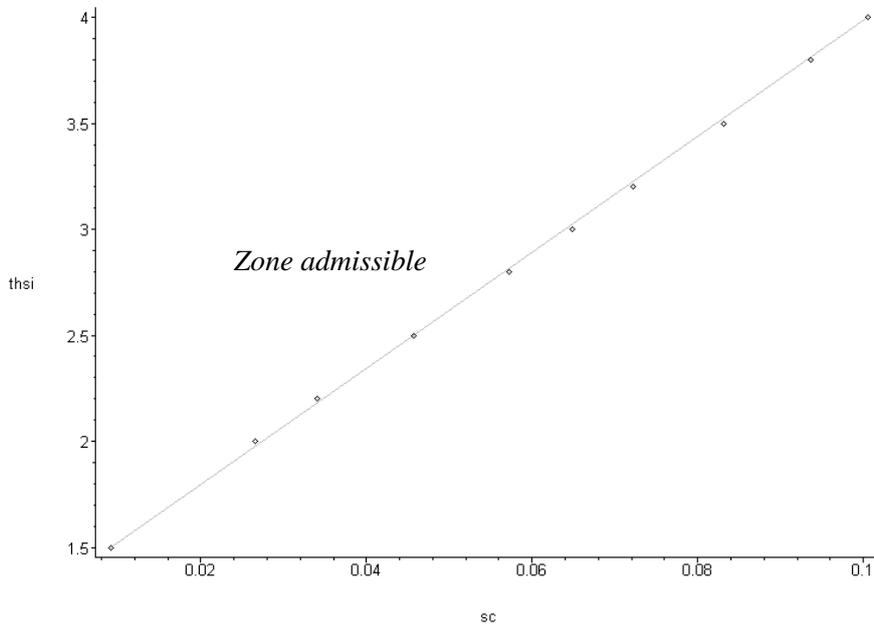


Figure 1.18 : Evolution du seuil d'existence du convertisseur en puissance en fonction du flux de création d'entropie dans le convertisseur $(s_c = \frac{\dot{S}_C}{\dot{C}_T})$ de la température en entrée d'échangeur chaud $(t_{hsi} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}})$.

Avec $T_{LSi} = 290K$, $C_{1,2} = \frac{\dot{C}_{Lopt1,2}}{\dot{C}_{Hopt1,2}}$, $\varepsilon_T = 1,8$ et $\dot{C}_T = 10\,000\text{ J/K}\cdot\text{kg.}$.

II.3 Optimisation 2 : Couplage des efficacités des échangeurs avec les nombres d'unités de transfert

II.3.1 Optimisation 2,1 : Maximisation de la puissance libérée en nombres d'unités de transfert finis

Dans cette partie, les efficacités sont reliées aux nombres d'unités de transfert et l'optimisation porte sur les nombres d'unités de transfert. Les variables ε_C et ε_H sont utilisées comme variables intermédiaires et s'exprime par :

$$\begin{cases} \varepsilon_H = 1 - \exp(-NUT_H) \\ \varepsilon_L = 1 - \exp(-NUT_L) \end{cases} \quad (1.27)$$

Cette expression simplifiée de $\varepsilon_i = f(NUT_i)$ se justifie par l'échange isotherme du fluide cyclé et vaut pour toutes les configurations d'échangeur [10].

Ce qui équivaut à :

$$\begin{cases} NUT_L = \ln\left(\frac{1}{1 - \varepsilon_L}\right) \\ NUT_H = \ln\left(\frac{1}{1 - \varepsilon_H}\right) \end{cases} \quad (1.28)$$

La fonction objectif $OF_{2,1}$ est toujours $MAX_0(-\dot{W}(T_{L\ opt}, T_{H\ opt}))$:

$$OF_{2,1} = \frac{\varepsilon_H \dot{C}_H * \varepsilon_L \dot{C}_L}{\varepsilon_H \dot{C}_H + \varepsilon_L \dot{C}_L - \dot{S}_C} (\sqrt{T_{HSi}} - \sqrt{T_{LSi}})^2 - \frac{\dot{S}_C [\varepsilon_H \dot{C}_H T_{HSi} + \varepsilon_L \dot{C}_L T_{LSi}]}{\varepsilon_H \dot{C}_H + \varepsilon_L \dot{C}_L - \dot{S}_C} \quad (1.29)$$

La contrainte $J_{2,1}$ en nombre d'unités de transfert fini s'exprime comme:

$$J_{2,1} = NUT_L + NUT_H - NUT_T = 0$$

$$J_{2,1} = \ln\left(\frac{1}{1 - \varepsilon_L}\right) + \ln\left(\frac{1}{1 - \varepsilon_H}\right) - NUT_T = 0$$

Après simplifications :

$$J_{2,1} = (1 - \varepsilon_L)(1 - \varepsilon_H) - \exp(-NUT_T) = 0 \quad (1.30)$$

Le lagrangien s'exprime :

$$L_{2,1}(\varepsilon_H, \varepsilon_L) = \frac{\varepsilon_H \dot{C}_H * \varepsilon_L \dot{C}_L}{\varepsilon_H \dot{C}_H + \varepsilon_L \dot{C}_L - \dot{S}_C} (\sqrt{T_{HSi}} - \sqrt{T_{LSi}})^2 - \frac{\dot{S}_C [\varepsilon_H \dot{C}_H T_{HSi} + \varepsilon_L \dot{C}_L T_{LSi}]}{\varepsilon_H \dot{C}_H + \varepsilon_L \dot{C}_L - \dot{S}_C} + \lambda_{2,1}((1 - \varepsilon_L)(1 - \varepsilon_H) - \exp(-NUT_T)) \quad (1.31)$$

Le couple de $\varepsilon_{L \text{ opt } 2,1}$ et $\varepsilon_{H \text{ opt } 2,1}$ permet d'accéder aux nombres d'unités de transferts optimaux :

$$\begin{cases} \text{NUT}_{L \text{ opt } 2,1} = \ln\left(\frac{1}{1 - \varepsilon_{L \text{ opt } 2,1}}\right) \\ \text{NUT}_{H \text{ opt } 2,1} = \ln\left(\frac{1}{1 - \varepsilon_{H \text{ opt } 2,1}}\right) \end{cases} \quad (1.32)$$

Dans le cas endoréversible ils s'expriment :

$$\begin{cases} \text{NUT}_{L \text{ opt } 2,1 \text{ endo}} = \ln\left(\frac{e^{\frac{\text{NUTT}}{2}} \sqrt{\dot{C}_H} + \sqrt{\dot{C}_L}}{e^{-\frac{\text{NUTT}}{2}} \sqrt{\dot{C}_H} + \sqrt{\dot{C}_L}}\right) \\ \text{NUT}_{H \text{ opt } 2,1 \text{ endo}} = \ln\left(\frac{\sqrt{\dot{C}_H} + e^{\frac{\text{NUTT}}{2}} \sqrt{\dot{C}_L}}{\sqrt{\dot{C}_H} + e^{-\frac{\text{NUTT}}{2}} \sqrt{\dot{C}_L}}\right) \end{cases} \quad (1.33)$$

Le travail correspondant est :

$$\dot{W}_{\text{opt endo}} = \frac{\dot{C}_H \dot{C}_L (\sqrt{T_{Hsi}} - \sqrt{T_{Lsi}})^2 \left(e^{\frac{\text{NUTT}}{2}} - e^{-\frac{\text{NUTT}}{2}} \right)}{\dot{C}_H \cdot e^{\frac{\text{NUTT}}{2}} + 2\sqrt{\dot{C}_H \dot{C}_L} + \dot{C}_L \cdot e^{-\frac{\text{NUTT}}{2}}} \quad (1.34)$$

On réalise ensuite une étude de sensibilité paramétrique des nombres d'unités de transferts optimaux avec le même adimensionnement qu'en optimisation précédente, avec $n_{uth} = \frac{\text{NUT}_H}{\text{NUT}_T}$ et $n_{utc} = \frac{\text{NUT}_C}{\text{NUT}_T}$. Le nombre total d'unité de transfert de référence est de 4,6 et les autres valeurs sont inchangées par rapport à l'optimisation 1.

On définit un nouveau rapport : $N = \frac{\text{NUT}_L}{\text{NUT}_H}$

La sensibilité de ce rapport à la température est donnée pour différentes valeurs de NUT_T en Figure 1.19. La tendance est la même que pour $E_{1,1}$ et les ordres grandeurs sont semblables. $N_{2,1}$ en fonction de sc est tracé en Figure 1.20 et traduit également une favorisation du nombre d'unités de transfert en côté froid qui est fortement liée à la valeur de $thsi$. L'évolution de $N_{2,1}$ en fonction de C est donnée par la Figure 1.21 pour sc fixé. La tendance est la même que pour $E_{2,1}$.

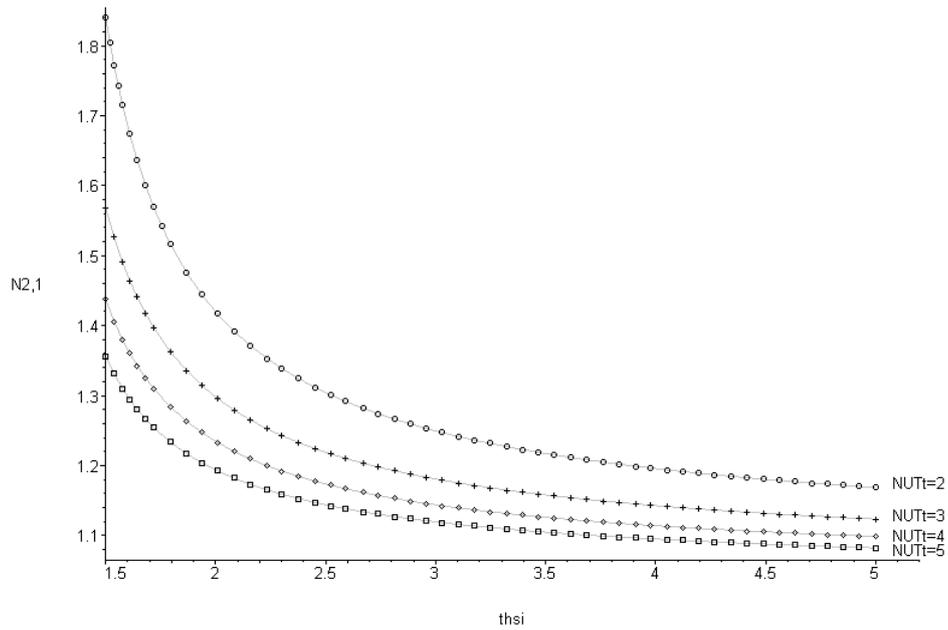


Figure 1.19 : Rapport des nombres d'unités de transfert optimal $\left(N_{2,1} = \frac{NUT_{L\ opt\ 2,1}}{NUT_{H\ opt\ 2,1}}\right)$ en fonction de la température en entrée d'échangeur chaud $\left(t_{hsi} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}}\right)$ pour différentes valeurs du nombre d'unités de transferts total NUT_T .

Avec $T_{LSi} = 290K$, $s_c = \frac{\dot{S}_C}{\dot{C}_T} = 0.02$, $C = \frac{\dot{C}_L}{\dot{C}_H} = 1$ et $\dot{C}_T = 10\ 000\ J/K.kg.$

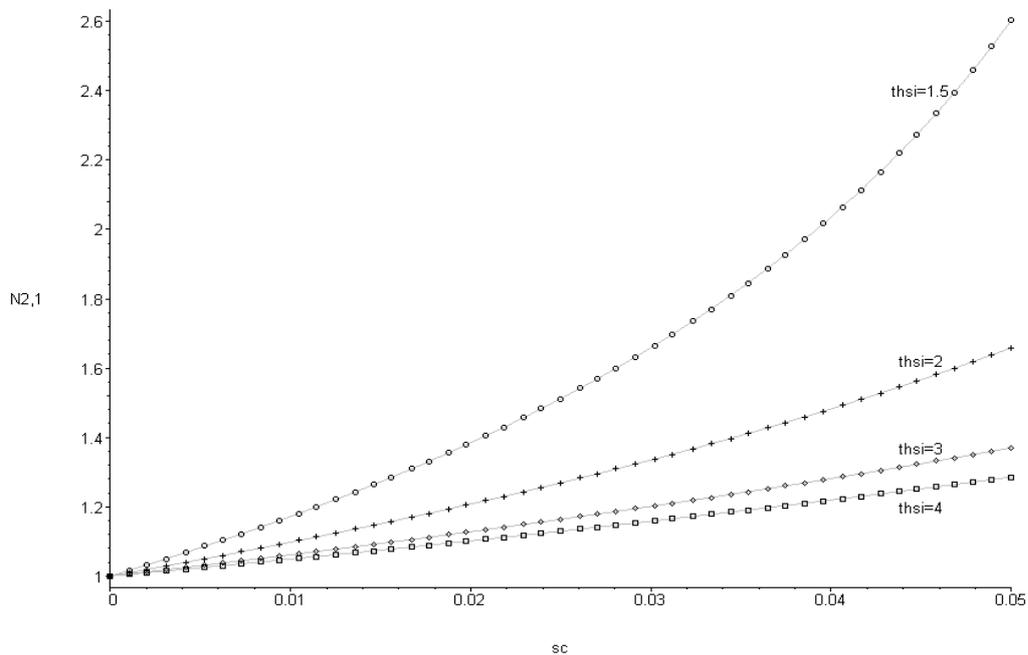


Figure 1.20 : Rapport des nombres d'unités de transfert optimal $\left(N_{2,1} = \frac{NUT_{L\ opt\ 2,1}}{NUT_{H\ opt\ 2,1}}\right)$ en fonction du flux de création d'entropie dans le convertisseur $\left(s_c = \frac{\dot{S}_C}{\dot{C}_T}\right)$ pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud $\left(t_{hsi} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}}\right)$.

Avec $T_{LSi} = 290K$, $C = \frac{\dot{C}_L}{\dot{C}_H} = 1$, $NUT_T = 4,6$ et $\dot{C}_T = 10\ 000\ J/K.kg.$

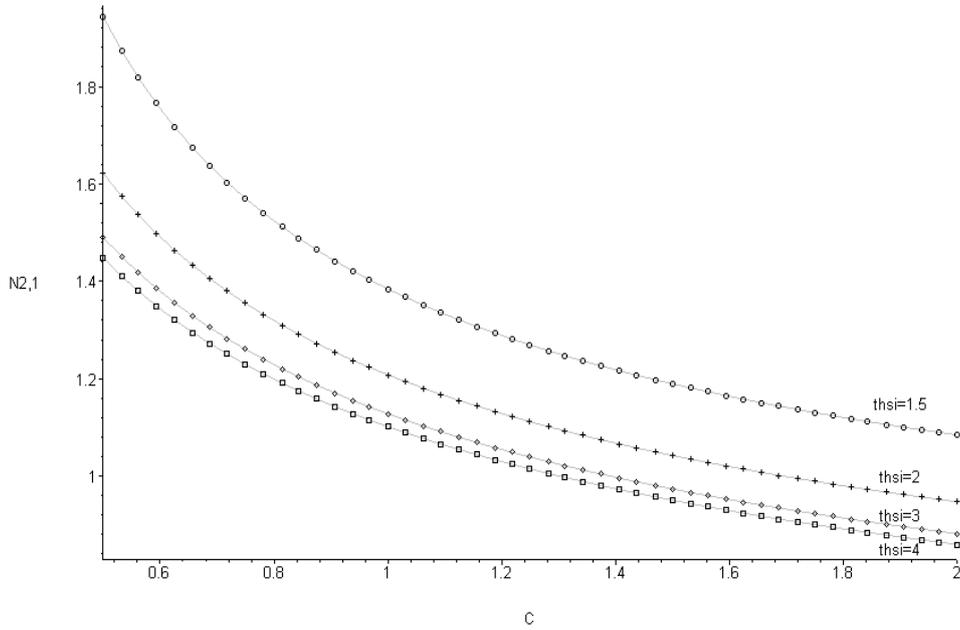


Figure 1.21 : Rapport des nombres d'unités de transfert optimal $\left(N_{2,2} = \frac{NUT_{L\ opt\ 2,1}}{NUT_{H\ opt\ 2,1}}\right)$ en fonction du rapport des débits calorifiques $\left(C = \frac{\dot{C}_L}{\dot{C}_H}\right)$ pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud $\left(t_{hsi} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}}\right)$.
Avec $T_{LSi} = 290K$, $s_c = \frac{S_c}{C_T} = 0.02$, $NUT_T = 4,6$ et $\dot{C}_T = 10\ 000\ J/K.kg$.

II.3.2 Optimisation 2,2 : Maximisation numérique de la puissance libérée en débits calorifiques finis

L'adimensionnement et les valeurs de référence sont les mêmes que pour l'optimisation 1 et 2,1. La fonction objectif est :

$$OF_{2,2} = \text{MAX}_{2,1}(-\dot{W}(T_{L\ opt}, T_{H\ opt}, \varepsilon_{L\ opt\ 2,1}, \varepsilon_{H\ opt\ 2,1})) \quad (1.35)$$

Le rapport $C_{2,2}$ optimal en fonction de s_c est tracé en Figure 1.22 et le rapport $E_{2,2}$ correspondant en Figure 1.23. L'augmentation des irréversibilités internes abouti à une favorisation du débit calorifique froid et de l'efficacité de l'échangeur froid au détriment du coté chaud, tendance déjà observée en optimisation 1,2. Les $th_{2,2}$ et $tl_{2,2}$ correspondants ne semblent pas être sensibles à s_c comme le montrent les Figure 1.24 et Figure 1.25. La puissance optimale du moteur donnée en Figure 1.26 est la même qu'en Figure 1.11. Le modèle affiné ne semble pas affecter la puissance maximale délivrable par le moteur. C'est ce qu'on observe également pour le rendement associé à l'opt 2,2 donné en Figure 1.28 en fonction de s_c , son évolution est similaire à celle donnée en Figure 1.13.

L'influence du nombre total d'unités de transfert est donné en Figure 1.27, elle est plus notable pour de grandes valeurs de t_{hsi} . La Figure 1.29 donne l'évolution du rendement en fonction des pertes thermiques globalisées qui tendent à le diminuer.

Le flux de création d'entropie total dû aux transferts thermiques est tracé en fonction de s_c en Figure 1.30. L'augmentation de s_c influe sur sa valeur, comme sur celle de stl et sth données en Figure 1.31 et en Figure 1.32. Les dissipations lors des transferts de chaleur avec le puits froid sont supérieures à celles lors des transferts à la source chaude.

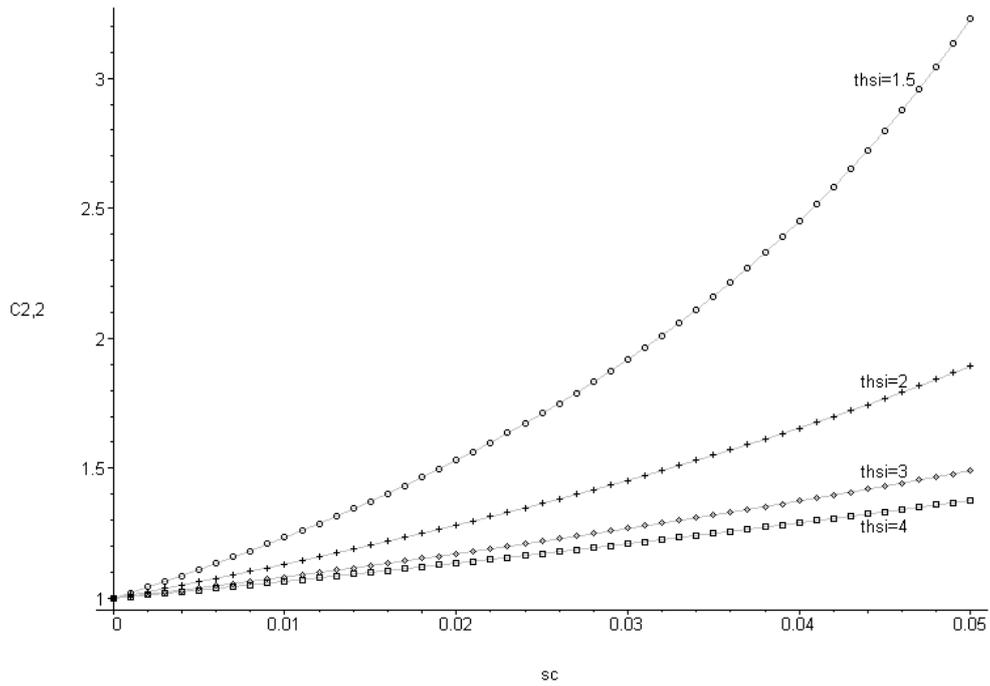


Figure 1.22 : Rapport des débits calorifiques optimal $\left(C_{2,2} = \frac{\dot{C}_{Lopt\ 2,2}}{\dot{C}_{Hopt\ 2,2}}\right)$ en fonction flux de création d'entropie dans le convertisseur $\left(s_c = \frac{\dot{S}_c}{\dot{C}_T}\right)$ pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud $\left(t_{hSi} = \frac{T_{Hsi}}{T_{LSi}}\right)$.
Avec $T_{LSi} = 290K$, $NUT_T = 4,6$ et $\dot{C}_T = 10\ 000\ J/K.kg$.

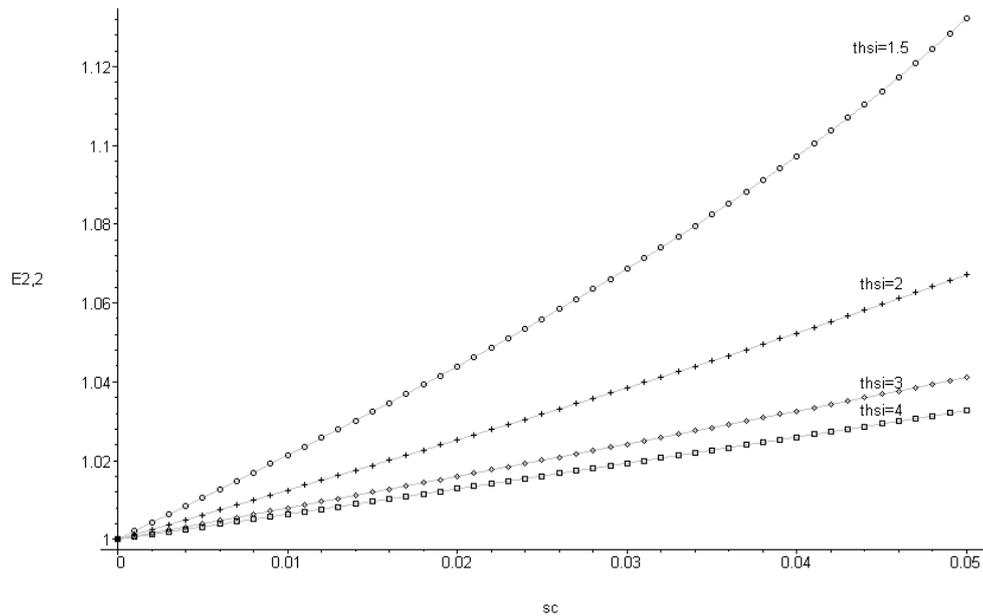


Figure 1.23 : Rapport des efficacités d'échangeur optimal $\left(E_{2,2} = \frac{\varepsilon_{Lopt\ 2,2}}{\varepsilon_{Hopt\ 2,2}}\right)$ en fonction du flux de création d'entropie dans le convertisseur $\left(s_c = \frac{\dot{S}_c}{\dot{C}_T}\right)$ pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud $\left(t_{hSi} = \frac{T_{Hsi}}{T_{LSi}}\right)$.
Avec $T_{LSi} = 290K$, $C_{2,2} = \frac{\dot{C}_{Lopt\ 2,2}}{\dot{C}_{Hopt\ 2,2}}$, $NUT_T = 4,6$ et $\dot{C}_T = 10\ 000\ J/K.kg$.

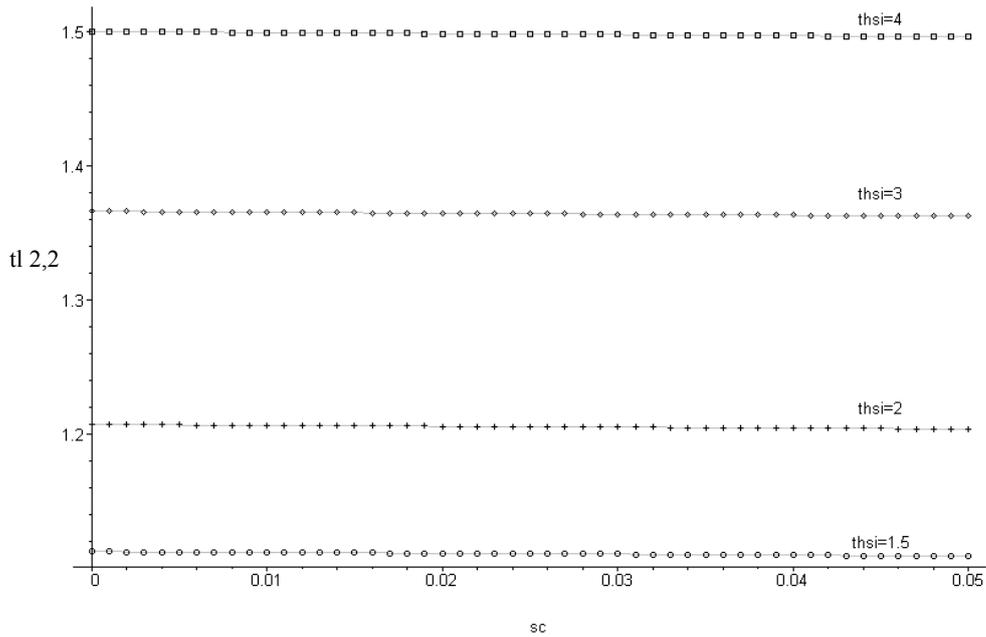


Figure 1.24 : Température basse optimale du fluide cyclé ($tl_{2,2} = \frac{T_{Lopt 2,2}}{T_{LSi}}$) en fonction du flux de création d'entropie dans le convertisseur ($s_c = \frac{\dot{S}_c}{\dot{C}_T}$) pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud ($t_{hsi} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}}$).

Avec $T_{LSi} = 290K$, $C_{2,2} = \frac{\dot{C}_{Lopt 2,2}}{\dot{C}_{Hopt 2,2}}$, $NUT_T = 4,6$ et $\dot{C}_T = 10\ 000\ J/K.kg$.

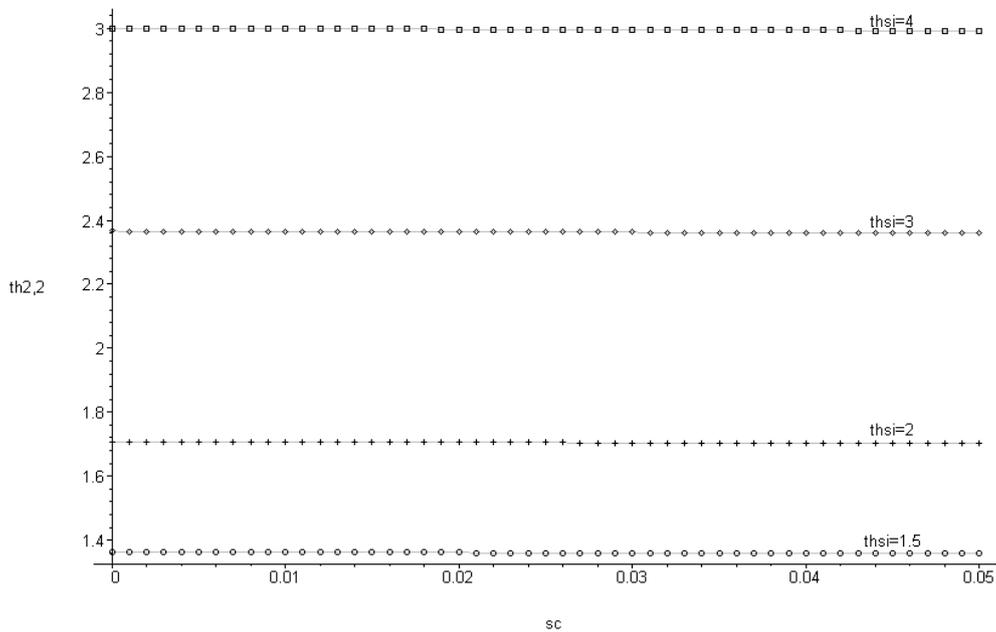


Figure 1.25 : Température haute optimale du fluide cyclé ($th_{2,2} = \frac{T_{Hopt 2,2}}{T_{LSi}}$) en fonction du flux de création d'entropie dans le convertisseur ($s_c = \frac{\dot{S}_c}{\dot{C}_T}$) pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud ($t_{hsi} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}}$).

Avec $T_{LSi} = 290K$, $C_{2,2} = \frac{\dot{C}_{Lopt 2,2}}{\dot{C}_{Hopt 2,2}}$, $NUT_T = 4,6$ et $\dot{C}_T = 10\ 000\ J/K.kg$.

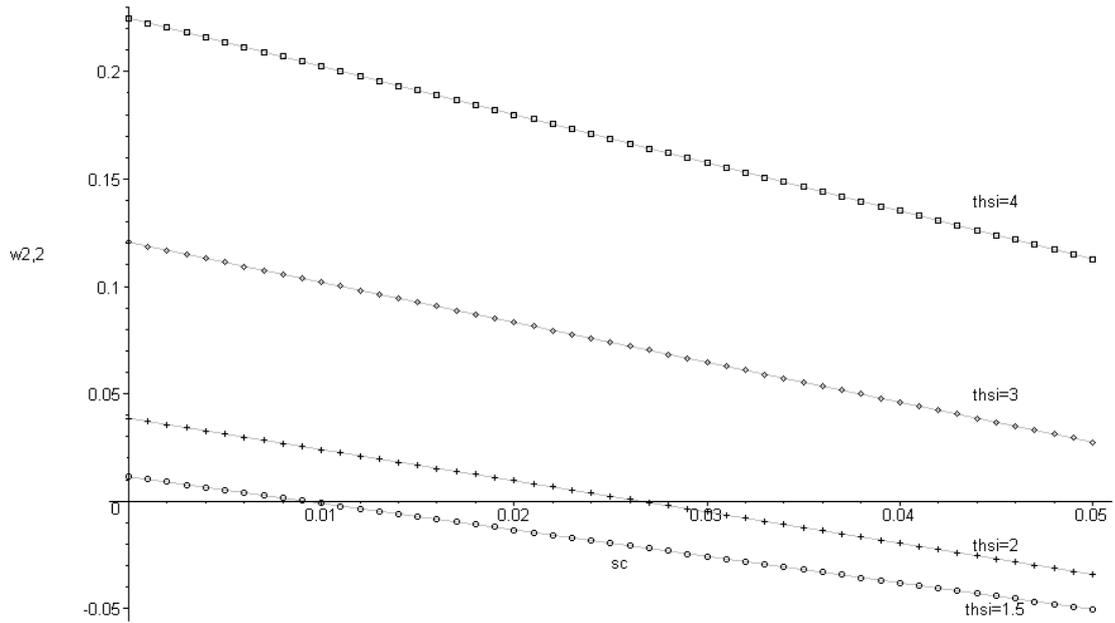


Figure 1.26 : Puissance libérée optimale ($w_{2,2} = \frac{\dot{W}_{opt 2,2}}{\dot{C}_T \cdot T_{LSi}}$) en fonction du flux de création d'entropie dans le convertisseur ($s_c = \frac{\dot{S}_c}{\dot{C}_T}$) pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur

$$\text{chaud} \left(t_{hsi} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}} \right).$$

Avec $T_{LSi} = 290K$, $C_{2,2} = \frac{\dot{C}_{Lopt 2,2}}{\dot{C}_{Hopt 2,2}}$, $NUT_T = 4,6$ et $\dot{C}_T = 10\ 000\ J/K \cdot kg$.

w_{2,2} en fonction de NUTT

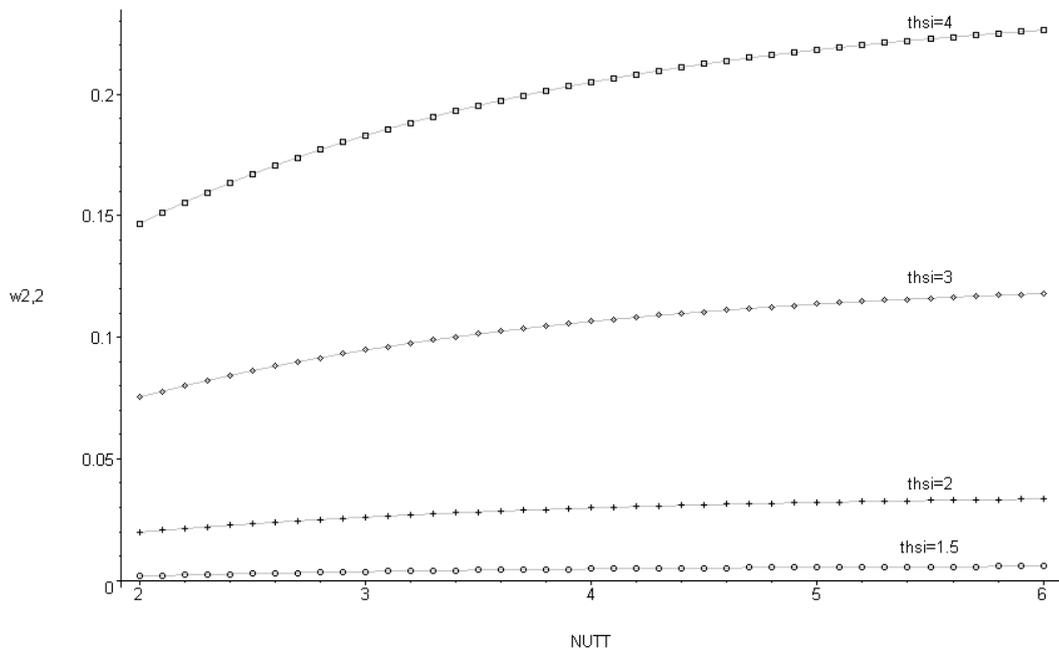


Figure 1.27 : Puissance libérée optimale ($w_{2,2} = \frac{\dot{W}_{opt 2,2}}{\dot{C}_T \cdot T_{LSi}}$) en fonction du nombre d'unités de transfert total (NUT_T) pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud ($t_{hsi} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}}$).

Avec $T_{LSi} = 290K$, $C_{2,2} = \frac{\dot{C}_{Lopt 2,2}}{\dot{C}_{Hopt 2,2}}$, $s_c = \frac{\dot{S}_c}{\dot{C}_T} = 0,005$ et $\dot{C}_T = 10\ 000\ J/K \cdot kg$.

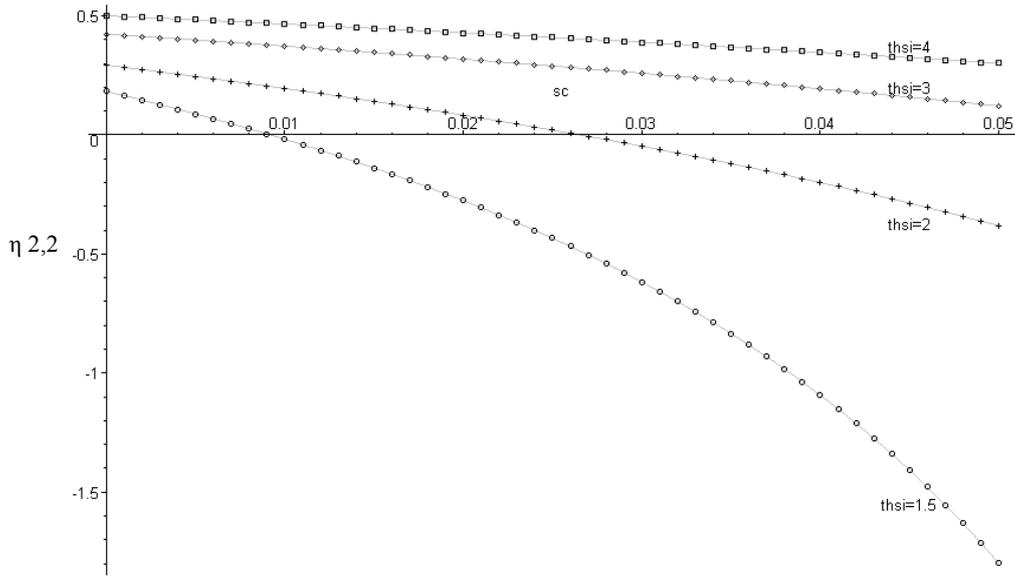


Figure 1.28 : Rendement optimal $\left(\eta_{2,2} = \frac{\dot{W}_{opt 2,2}}{\dot{Q}_{HSopt 2,2}} = \frac{\dot{W}_{opt 2,2}}{\dot{Q}_{HC opt 2,2} + \dot{Q}_{He}}\right)$ en fonction du flux de création d'entropie dans le convertisseur $\left(s_c = \frac{\dot{S}_c}{\dot{C}_T}\right)$ pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud $\left(t_{hsi} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}}\right)$.

Avec $T_{LSi} = 290K$, $C_{2,2} = \frac{\dot{C}_{Lopt 2,2}}{\dot{C}_{Hopt 2,2}}$, $q_{he} = \frac{\dot{Q}_{He}}{\dot{C}_T \cdot T_{LSi}} = 0,0001$; $NUT_T = 4,6$ et $\dot{C}_T = 10\ 000\ J/K \cdot kg$.

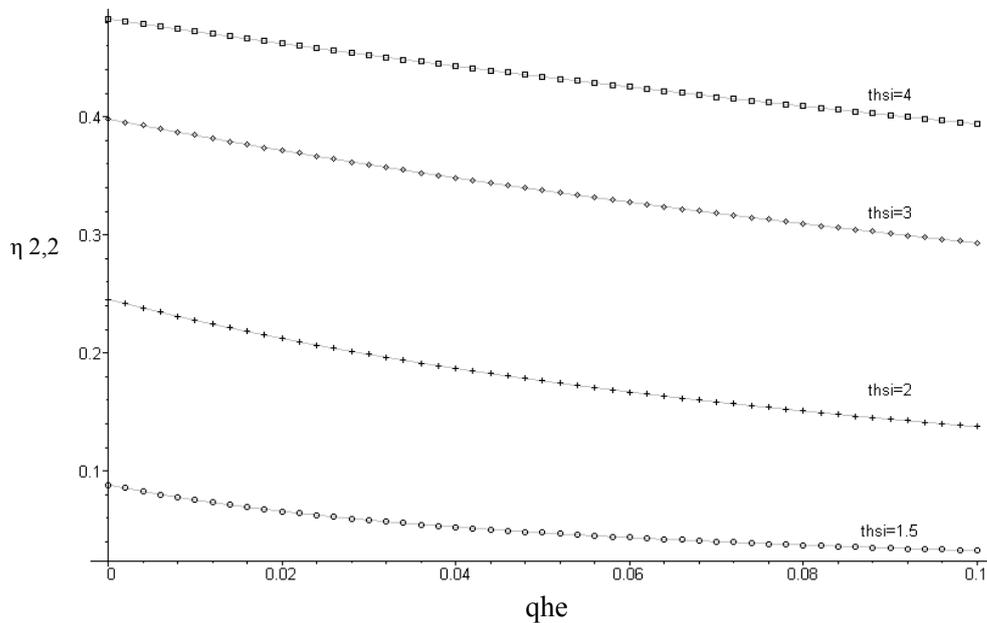


Figure 1.29 : Rendement optimal $\left(\eta_{2,2} = \frac{\dot{W}_{opt 2,2}}{\dot{Q}_{HSopt 2,2}} = \frac{\dot{W}_{opt 2,2}}{\dot{Q}_{HC opt 2,2} + \dot{Q}_{He}}\right)$ en fonction des pertes thermiques $\left(q_{he} = \frac{\dot{Q}_{He}}{\dot{C}_T \cdot T_{LSi}}\right)$ pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud $\left(t_{hsi} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}}\right)$.

Avec $T_{LSi} = 290K$, $C_{2,2} = \frac{\dot{C}_{Lopt 2,2}}{\dot{C}_{Hopt 2,2}}$; $s_c = \frac{\dot{S}_c}{\dot{C}_T} = 0,005$; $NUT_T = 4,6$ et $\dot{C}_T = 10\ 000\ J/K \cdot kg$.

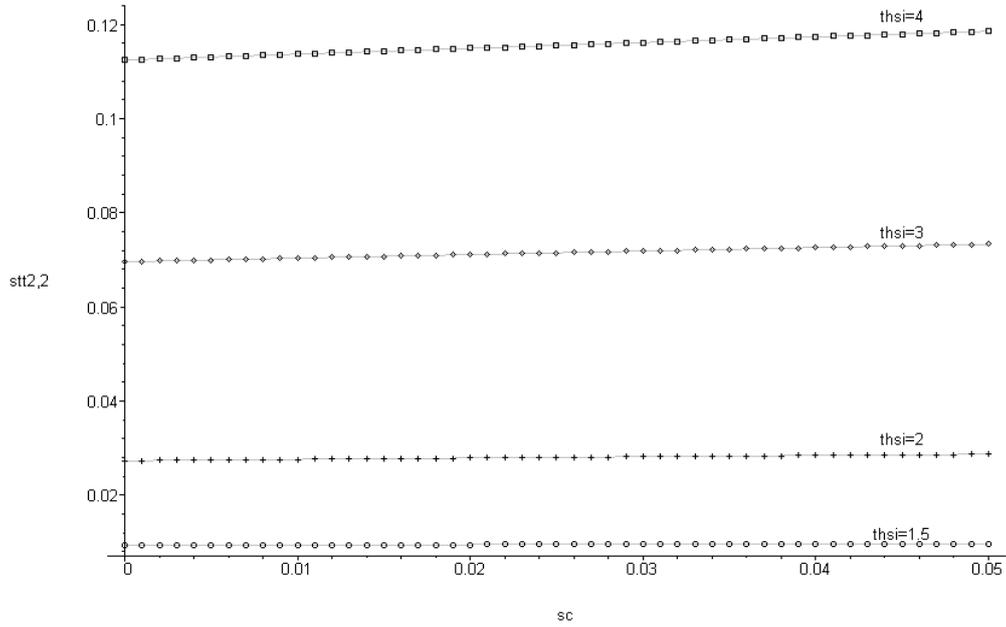


Figure 1.30 : Flux de création d'entropie total dû aux transferts $\left(stt_{2,2} = \frac{\dot{S}_{TT_{2,2}}}{\dot{C}_T}\right)$ en fonction du flux de création d'entropie dans le convertisseur $\left(s_c = \frac{\dot{S}_C}{\dot{C}_T}\right)$ pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud $\left(t_{hsi} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}}\right)$.

Avec $T_{LSi} = 290K$, $C_{2,2} = \frac{\dot{C}_{L_{opt\ 2,2}}}{\dot{C}_{H_{opt\ 2,2}}}$, $NUT_T = 4,6$ et $\dot{C}_T = 10\ 000\ J/K.kg$.

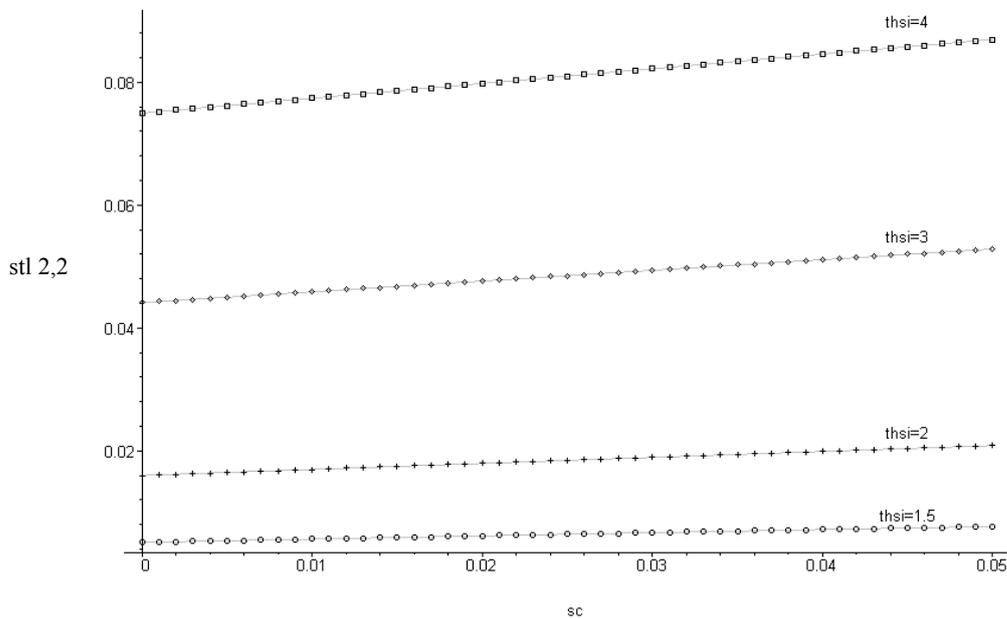


Figure 1.31 : Flux de création d'entropie dû au transfert au puits froid $\left(stl_{2,2} = \frac{\dot{S}_{TL_{2,2}}}{\dot{C}_T}\right)$ en fonction du flux de création d'entropie dans le convertisseur $\left(s_c = \frac{\dot{S}_C}{\dot{C}_T}\right)$ pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud $\left(t_{hsi} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}}\right)$.

Avec $T_{LSi} = 290K$, $C_{2,2} = \frac{\dot{C}_{L_{opt\ 2,2}}}{\dot{C}_{H_{opt\ 2,2}}}$, $NUT_T = 4,6$ et $\dot{C}_T = 10\ 000\ J/K.kg$.

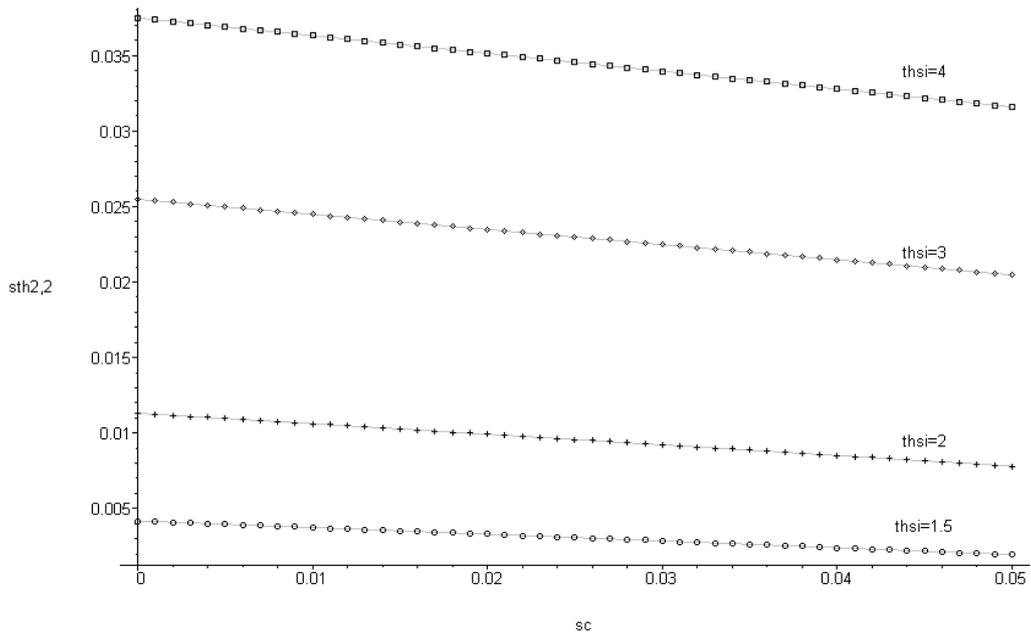


Figure 1.32 : Flux de création d'entropie dû au transfert à la source chaude $\left(sth_{2,2} = \frac{\dot{S}_{TH_{2,2}}}{\dot{C}_T}\right)$ en fonction du flux de création d'entropie dans le convertisseur $\left(s_c = \frac{\dot{S}_C}{\dot{C}_T}\right)$ pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud $\left(t_{hsi} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}}\right)$.

Avec $T_{LSi} = 290K$, $C_{2,2} = \frac{\dot{C}_{L_{opt\ 2,2}}}{\dot{C}_{H_{opt\ 2,2}}}$, $NUT_T = 4,6$ et $\dot{C}_T = 10\ 000\ J/K.kg$.

L'optimisation est ici directement numérique et les résultats soumis à une étude de sensibilité paramétrique dont l'adimensionnement est identique à celui des optimisations précédentes. Les valeurs de références son inchangées avec en plus :

$$A_T = 46\text{m}^2 ; k_T = 1000 \text{ W/K}$$

On introduit un nouveau rapport : $A = \frac{A_{LH}}{A_{HL}}$

La rapport $A_{3,1}$ est tracé en fonction de sc en Figure 1.33 pour différentes valeurs de A_T . L'augmentation de $thsi$ entraîne une forte diminution de $A_{3,1}$ qui est amoindrie pour de grandes valeurs de surface totale.

Le rapport $A_{3,1}$ est donné en fonction de sc en Figure 1.34. Il augmente fortement avec l'augmentation des irréversibilités internes. Sa valeur optimale est également liée au rapport C , quand celui-ci augmente la surface de l'échangeur froid est moins favorisée par rapport à la surface de l'échangeur chaud (Figure 1.35).

Les températures optimales basse, Figure 1.36, et haute, Figure 1.37, sont légèrement sensibles à l'augmentation de sc . Elles augmentent, privilégiant l'échange en échangeur froid, cette tendance est l'inverse de celle observée en optimisation 1 et 2.

L'évolution de la puissance libérée donnée en Figure 1.38 et du rendement associé donné en Figure 1.40 sont les mêmes que pour les optimisations précédentes. La Figure 1.39 montre l'augmentation de la puissance libérée en fonction de la surface totale d'échange A_T , celle-ci est plus significative pour de fortes valeurs de $thsi$. La Figure 1.41 traduit la diminution du rendement associé à l'optimisation en fonction des pertes thermiques.

Les évolutions de stt , stl et sth sont données respectivement en Figure 1.42, en Figure 1.43 et en Figure 1.44. Les résultats correspondent à ceux des optimisations précédentes, c'est l'échangeur froid qui est le plus dissipatif.

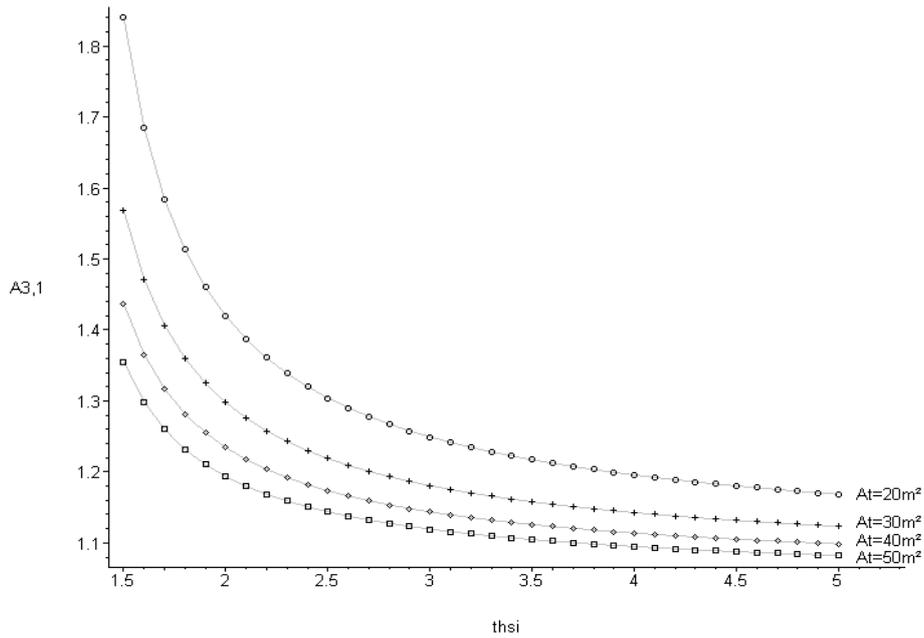


Figure 1.33 : Rapport des surfaces d'échange optimal $\left(A_{3,1} = \frac{A_{L \text{ opt } 3,1}}{A_{H \text{ opt } 3,1}}\right)$ en fonction des valeurs de la température en entrée d'échangeur chaud $\left(t_{\text{hsi}} = \frac{T_{\text{HSi}}}{T_{\text{LSi}}}\right)$ pour différentes valeurs de la surface totale d'échange A_T .

Avec $T_{\text{LSi}} = 290\text{K}$, $C = \frac{\dot{C}_L}{\dot{C}_H} = 1$, $K = \frac{k_L}{k_H} = 1$, $k_T = 1000 \text{ W/K}$ et $\dot{C}_T = 10\,000 \text{ W/K}$.

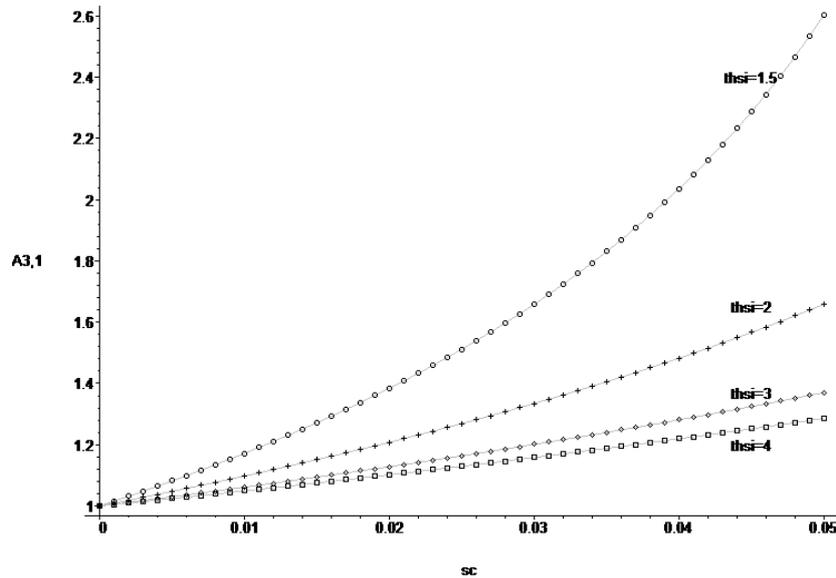


Figure 1.34 : Rapport des surfaces d'échange optimal $\left(A_{3,1} = \frac{A_{L \text{ opt } 3,1}}{A_{H \text{ opt } 3,1}}\right)$ en fonction du flux de création d'entropie dans le convertisseur $\left(s_c = \frac{\dot{S}_c}{\dot{C}_T}\right)$ pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud $\left(t_{\text{hsi}} = \frac{T_{\text{HSi}}}{T_{\text{LSi}}}\right)$.

Avec $T_{\text{LSi}} = 290\text{K}$, $C = \frac{\dot{C}_L}{\dot{C}_H} = 1$, $K = \frac{k_L}{k_H} = 1$, $k_T = 1000 \text{ W/K}$ et $\dot{C}_T = 10\,000 \text{ W/K}$. et $A_T = 46\text{m}^2$.

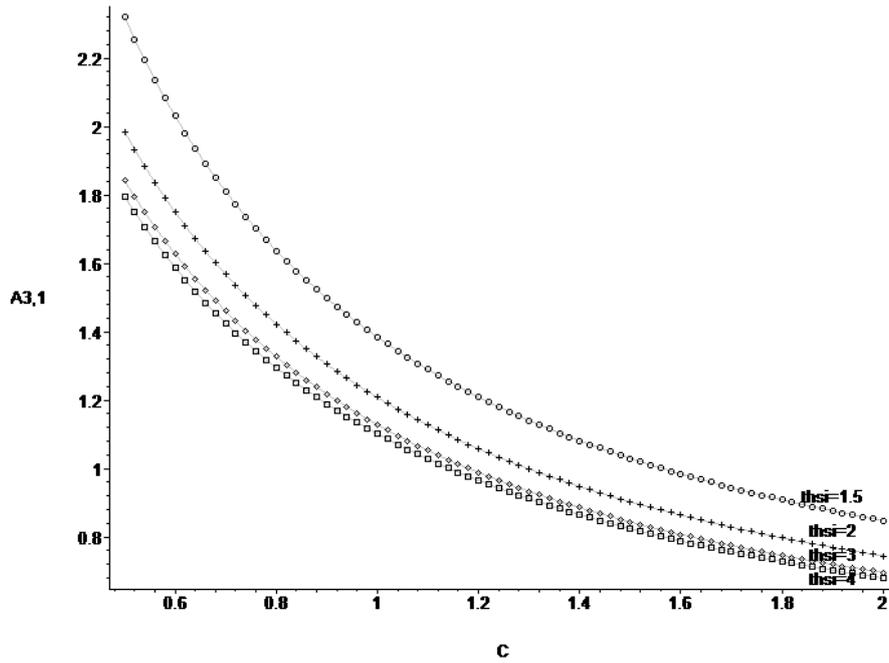


Figure 1.35 : Rapport des surfaces d'échange optimal $\left(A_{3,1} = \frac{A_{L\text{opt } 3,1}}{A_{H\text{opt } 3,1}}\right)$ en fonction du rapport des débits calorifiques $\left(C = \frac{\dot{C}_L}{\dot{C}_H}\right)$ pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud $\left(t_{hsi} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}}\right)$.

Avec $T_{LSi} = 290\text{K}$, $C = \frac{\dot{C}_L}{\dot{C}_H} = 1$, $K = \frac{k_L}{k_H} = 1$, $k_T = 1000 \text{ W/K}$ et $\dot{C}_T = 10\,000 \text{ W/K}$ et $A_T = 46\text{m}^2$.

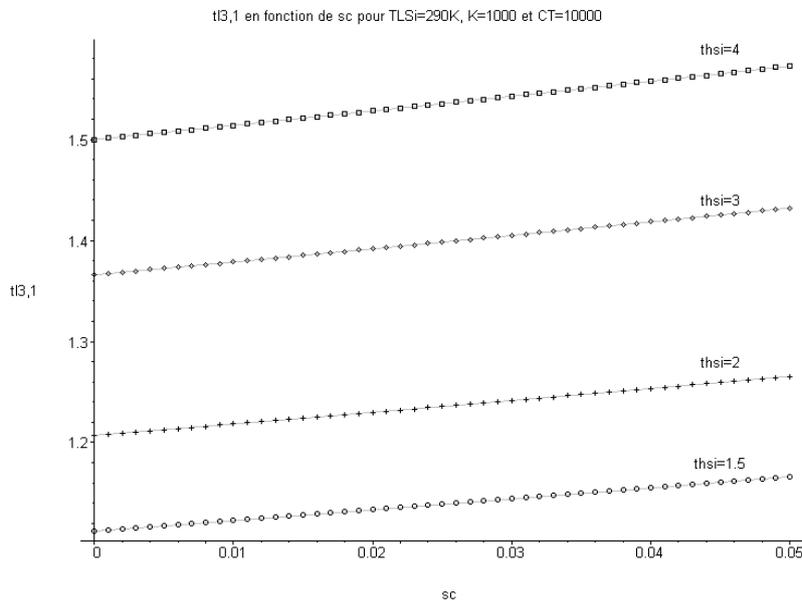


Figure 1.36: Température basse optimale du fluide cyclé $\left(t_{l3,1} = \frac{T_{L\text{opt } 3,1}}{T_{LSi}}\right)$ en fonction du flux de création d'entropie dans le convertisseur $\left(s_c = \frac{\dot{S}_c}{\dot{C}_T}\right)$ pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud $\left(t_{hsi} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}}\right)$.

Avec $T_{LSi} = 290\text{K}$, $A_{3,1} = \frac{A_{L\text{opt } 3,1}}{A_{H\text{opt } 3,1}}$, $C = \frac{\dot{C}_L}{\dot{C}_H} = 1$, $K = \frac{k_L}{k_H} = 1$, $k_T = 1000 \text{ W/K}$; $\dot{C}_T = 10\,000 \text{ W/K}$ et $A_T = 46\text{m}^2$.

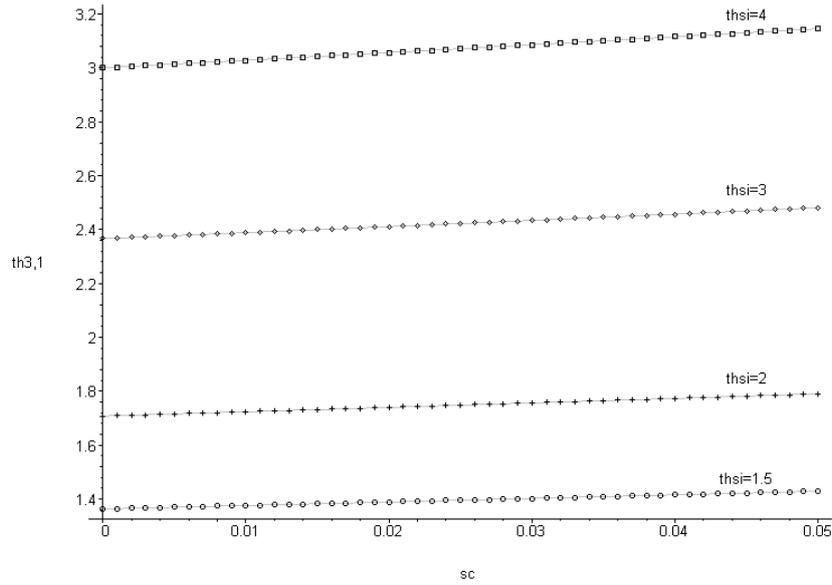


Figure 1.37 : Température haute optimale du fluide cyclé ($th_{3,1} = \frac{T_{H\text{opt } 3,1}}{T_{LSi}}$) en fonction du flux de création d'entropie dans le convertisseur ($s_c = \frac{\dot{S}_c}{\dot{C}_T}$) pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud ($t_{hsi} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}}$).

Avec $T_{LSi} = 290\text{K}$, $A_{3,1} = \frac{A_{IL\text{opt } 3,1}}{A_{IH\text{opt } 3,1}}$, $C = \frac{\dot{C}_L}{\dot{C}_H} = 1$, $K = \frac{k_L}{k_H} = 1$, $k_T = 1000\text{ W/K}$; $\dot{C}_T = 10\,000\text{ W/K}$ et $A_T = 46\text{m}^2$.

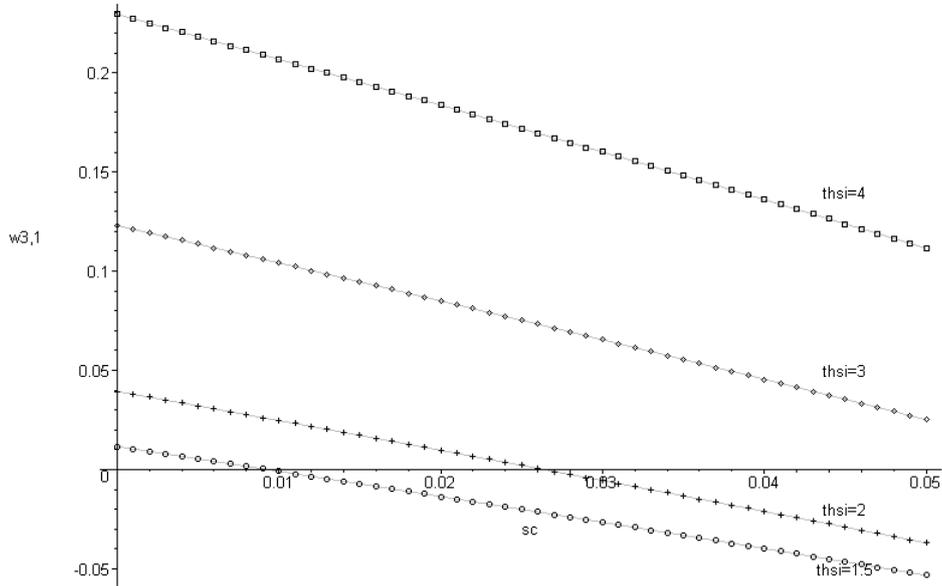


Figure 1.38 : Puissance libérée optimale ($w_{3,1} = \frac{\dot{W}_{\text{opt } 3,1}}{\dot{C}_T \cdot T_{LSi}}$) en fonction du flux de création d'entropie dans le convertisseur ($s_c = \frac{\dot{S}_c}{\dot{C}_T}$) pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur

chaud ($t_{hsi} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}}$).

Avec $T_{LSi} = 290\text{K}$, $A_{3,1} = \frac{A_{IL\text{opt } 3,1}}{A_{IH\text{opt } 3,1}}$, $C = \frac{\dot{C}_L}{\dot{C}_H} = 1$, $K = \frac{k_L}{k_H} = 1$, $k_T = 1000\text{ W/K}$; $\dot{C}_T = 10\,000\text{ W/K}$ et $A_T = 46\text{m}^2$.

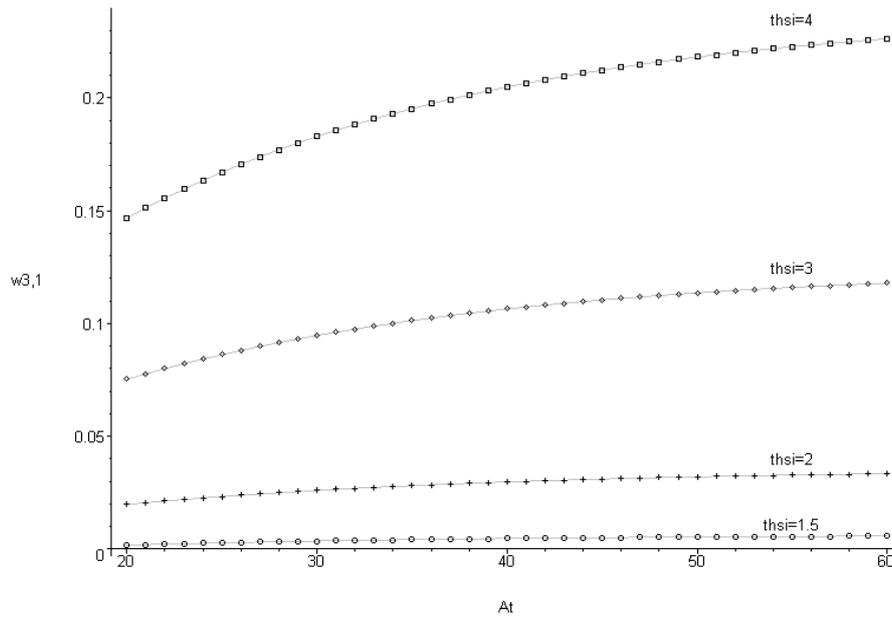


Figure 1.39 : Puissance libérée optimale $\left(w_{3,1} = \frac{W_{opt\ 3,1}}{\dot{C}_T \cdot T_{LSi}}\right)$ en fonction de la surface totale d'échange (A_T) pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud $\left(t_{hsi} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}}\right)$.
Avec $T_{LSi} = 290K$, $A_{3,1} = \frac{A_{IL\ opt\ 3,1}}{A_{IH\ opt\ 3,1}}$, $C = \frac{\dot{C}_L}{\dot{C}_H} = 1$, $K = \frac{k_L}{k_H} = 1$, $k_T = 1000\ W/K$ et $\dot{C}_T = 10\ 000\ W/K$.

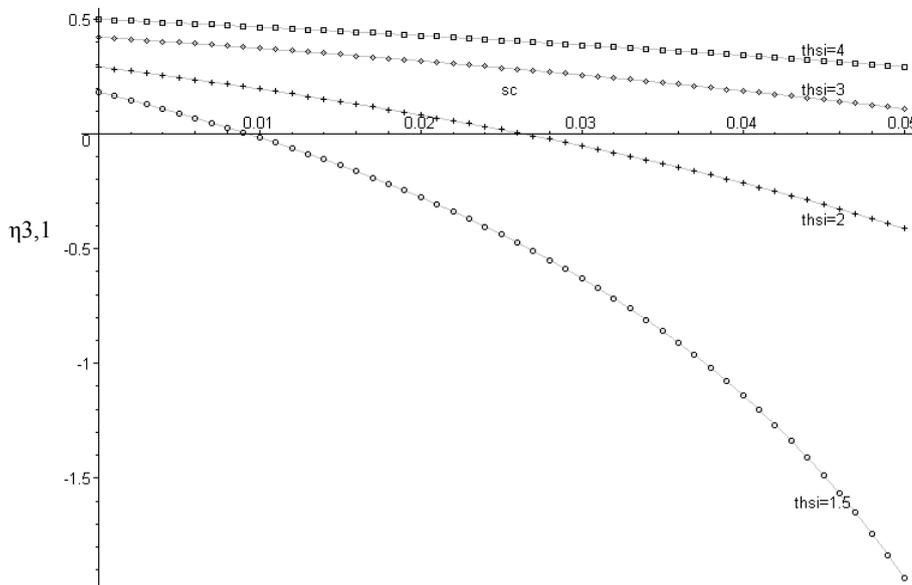


Figure 1.40 : Rendement optimal $\left(\eta_{3,1} = \frac{W_{opt\ 3,1}}{\dot{Q}_{HS_{opt\ 3,1}}} = \frac{W_{opt\ 3,1}}{\dot{Q}_{HC_{opt\ 3,1}} + \dot{Q}_{He}}\right)$ en fonction du flux de création d'entropie dans le convertisseur $\left(s_c = \frac{\dot{S}_c}{\dot{C}_T}\right)$ pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud $\left(t_{hsi} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}}\right)$.
Avec $T_{LSi} = 290K$, $A_{3,1} = \frac{A_{IL\ opt\ 3,1}}{A_{IH\ opt\ 3,1}}$, $C = \frac{\dot{C}_L}{\dot{C}_H} = 1$, $K = \frac{k_L}{k_H} = 1$, $k_T = 1000\ W/K$; $\dot{C}_T = 10\ 000\ W/K$
; $q_{he} = \frac{\dot{Q}_{He}}{\dot{C}_T \cdot T_{LSi}} = 0,0001$ et $A_T = 46m^2$.

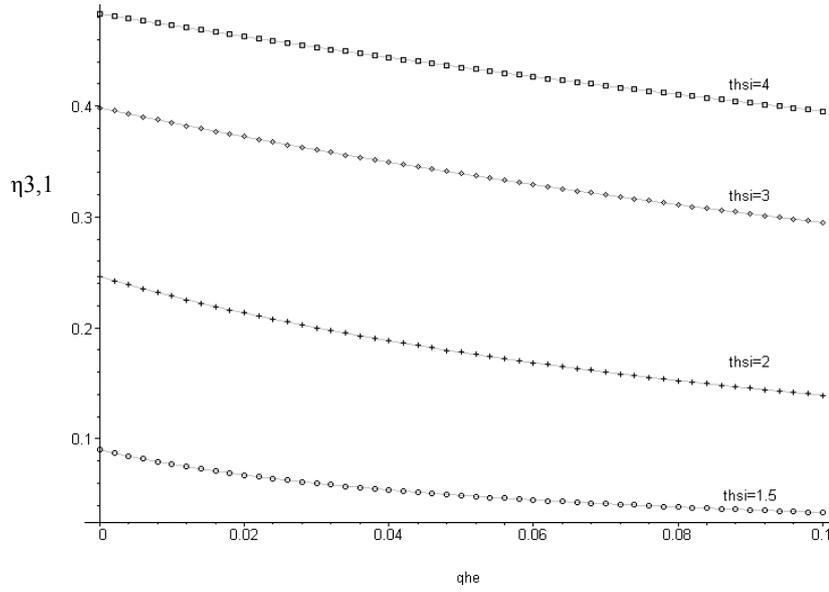


Figure 1.41: Rendement optimal $\left(\eta_{3,1} = \frac{\dot{W}_{\text{opt } 3,1}}{\dot{Q}_{\text{HS opt } 3,1}} = \frac{\dot{W}_{\text{opt } 3,1}}{\dot{Q}_{\text{HC opt } 3,1} + \dot{Q}_{\text{He}}}\right)$ en fonction des pertes thermiques $\left(q_{\text{he}} = \frac{\dot{Q}_{\text{He}}}{\dot{C}_T \cdot T_{\text{LSi}}}\right)$ pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur

$$\text{chaud} \left(t_{\text{hsi}} = \frac{T_{\text{HSi}}}{T_{\text{LSi}}} \right).$$

Avec $T_{\text{LSi}} = 290\text{K}$, $A_{3,1} = \frac{A_{\text{IL opt } 3,1}}{A_{\text{IH opt } 3,1}}$, $C = \frac{\dot{C}_L}{\dot{C}_H} = 1$, $K = \frac{k_L}{k_H} = 1$, $k_T = 1000 \text{ W/K}$; $\dot{C}_T = 10\ 000 \text{ W/K}$
et $A_T = 46\text{m}^2$.

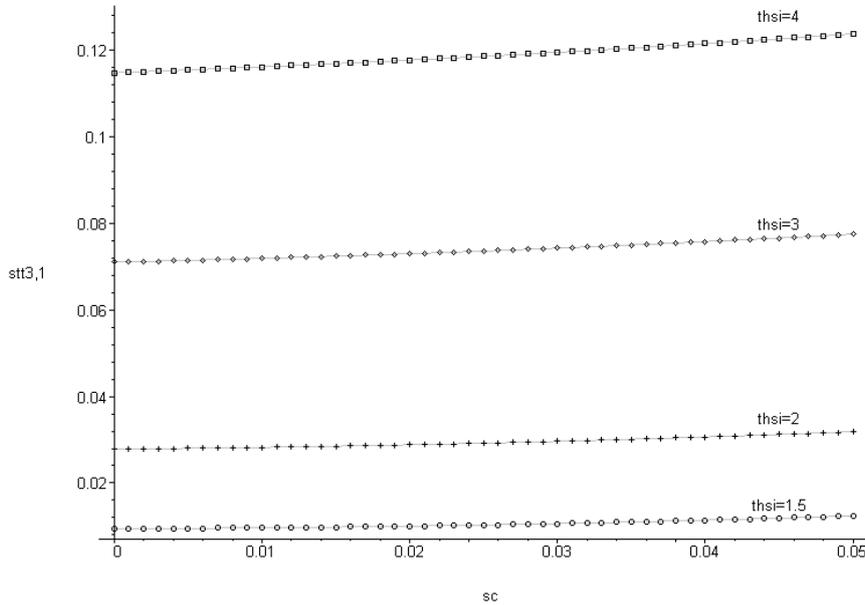


Figure 1.42 : Flux de création d'entropie total dû aux transferts $\left(stt_{3,1} = \frac{\dot{S}_{\text{TT}3,1}}{\dot{C}_T}\right)$ en fonction du flux de création d'entropie dans le convertisseur $\left(s_c = \frac{\dot{S}_C}{\dot{C}_T}\right)$ pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud $\left(t_{\text{hsi}} = \frac{T_{\text{HSi}}}{T_{\text{LSi}}}\right)$.

Avec $T_{\text{LSi}} = 290\text{K}$, $A_{3,1} = \frac{A_{\text{IL opt } 3,1}}{A_{\text{IH opt } 3,1}}$, $C = \frac{\dot{C}_L}{\dot{C}_H} = 1$, $K = \frac{k_L}{k_H} = 1$, $k_T = 1000 \text{ W/K}$; $\dot{C}_T = 10\ 000 \text{ W/K}$
et $A_T = 46\text{m}^2$.

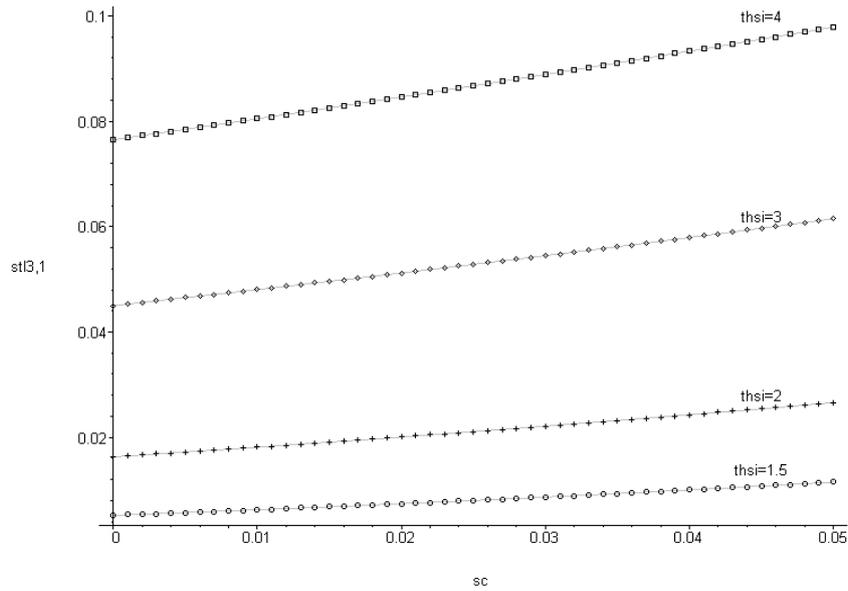


Figure 1.43: Flux de création d'entropie dû au transfert au puits froid ($stl_{3,1} = \frac{\dot{S}_{TL3,1}}{\dot{C}_T}$) en fonction du flux de création d'entropie dans le convertisseur ($s_c = \frac{\dot{S}_C}{\dot{C}_T}$) pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud ($t_{hsi} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}}$).

Avec $T_{LSi} = 290K$, $A_{3,1} = \frac{A_{IL\ opt\ 3,1}}{A_{IH\ opt\ 3,1}}$, $C = \frac{\dot{C}_L}{\dot{C}_H} = 1$, $K = \frac{k_L}{k_H} = 1$, $k_T = 1000\ W/K$; $\dot{C}_T = 10\ 000\ W/K$ et $A_T = 46m^2$.

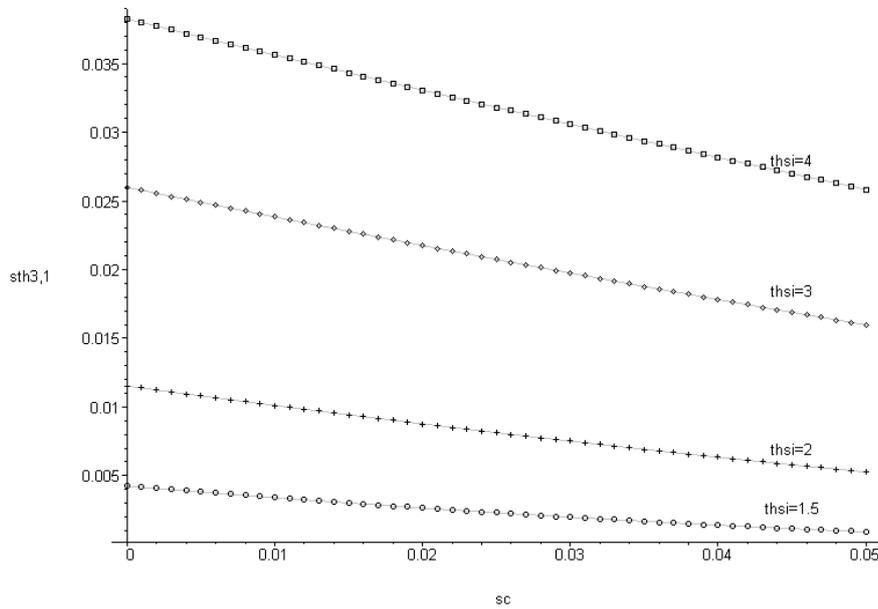


Figure 1.44: Flux de création d'entropie dû au transfert à la source chaude ($sth_{3,1} = \frac{\dot{S}_{TH3,1}}{\dot{C}_T}$) en fonction du flux de création d'entropie dans le convertisseur ($s_c = \frac{\dot{S}_C}{\dot{C}_T}$) pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud ($t_{hsi} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}}$).

Avec $T_{LSi} = 290K$, $A_{3,1} = \frac{A_{IL\ opt\ 3,1}}{A_{IH\ opt\ 3,1}}$, $C = \frac{\dot{C}_L}{\dot{C}_H} = 1$, $K = \frac{k_L}{k_H} = 1$, $k_T = 1000\ W/K$; $\dot{C}_T = 10\ 000\ W/K$ et $A_T = 46m^2$.

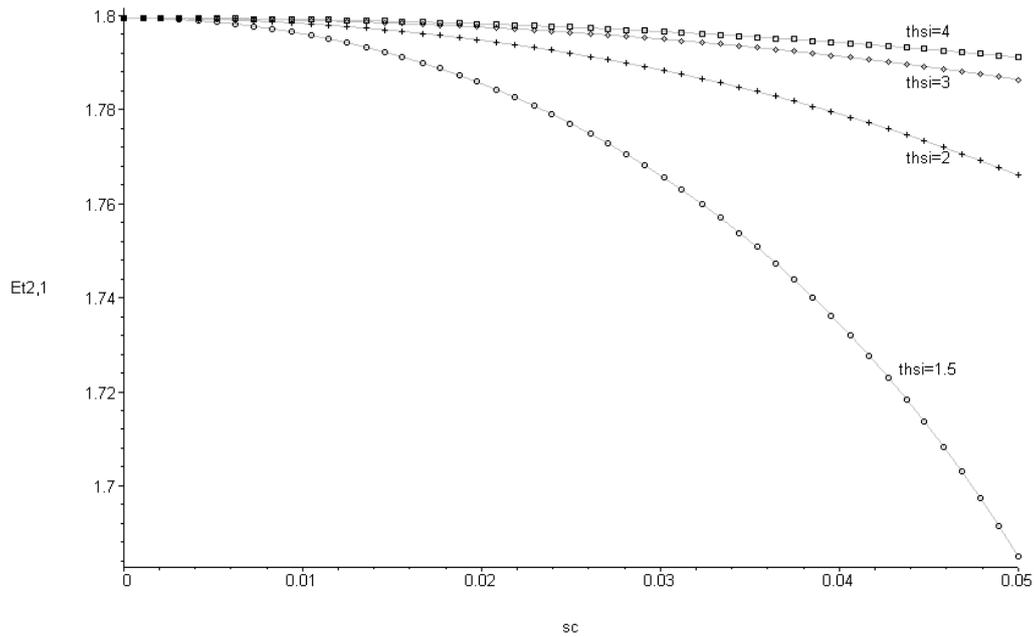


Figure 1.45 : Evolution de l'efficacité d'échangeur totale $\varepsilon_{T,2,1}$ en fonction du flux de création d'entropie dans le convertisseur ($s_c = \frac{\dot{S}_c}{\dot{C}_T}$) pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud ($t_{hsi} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}}$).

Avec $T_{LSi} = 290K$, $C = \frac{\dot{C}_L}{\dot{C}_H} = 1$, $\varepsilon_T = 1,8$ et $\dot{C}_T = 10\,000 \text{ W/K}$.

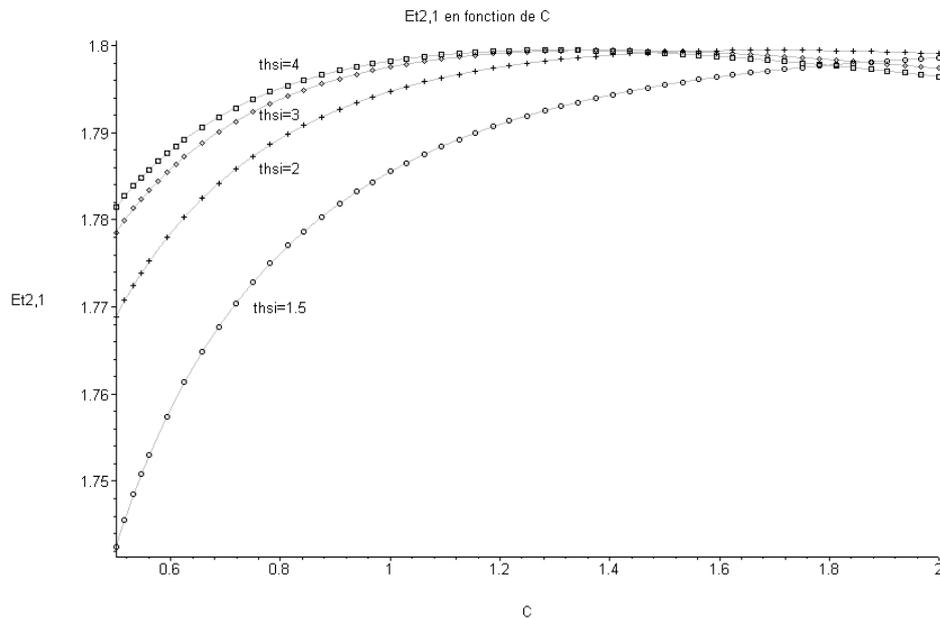


Figure 1.46 : Evolution de l'efficacité d'échangeur totale $\varepsilon_{T,2,1}$ en fonction du rapport des débits calorifiques ($C = \frac{\dot{C}_L}{\dot{C}_H}$) pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud ($t_{hsi} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}}$).

Avec $T_{LSi} = 290K$, $sc = \frac{\dot{S}_c}{\dot{C}_T} = 0,02$, $\varepsilon_T = 1,8$ et $\dot{C}_T = 10\,000 \text{ W/K}$.

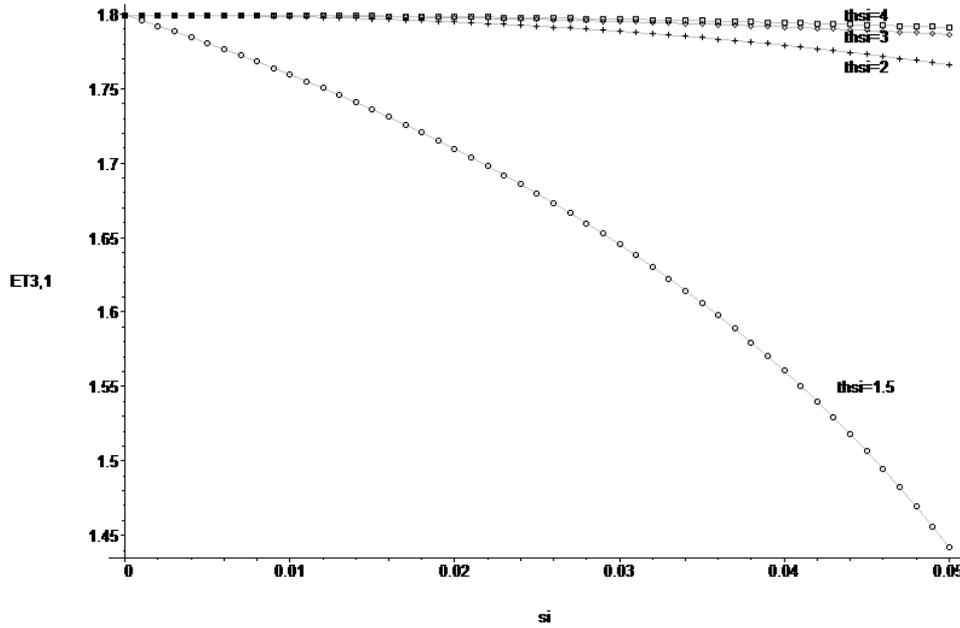


Figure 1.47 : Evolution de l'efficacité d'échangeur totale $\epsilon_{T,3,1}$ en fonction du flux de création d'entropie dans le convertisseur ($s_c = \frac{\dot{S}_c}{\dot{C}_T}$) pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud ($t_{hsi} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}}$).

Avec $T_{LSi} = 290K$, $C = \frac{\dot{C}_L}{\dot{C}_H} = 1$, $K = \frac{k_L}{k_H} = 1$, $k_T = 1000 W/K$, $\dot{C}_T = 10\ 000 W/K$ et $A_T = 46m^2$.

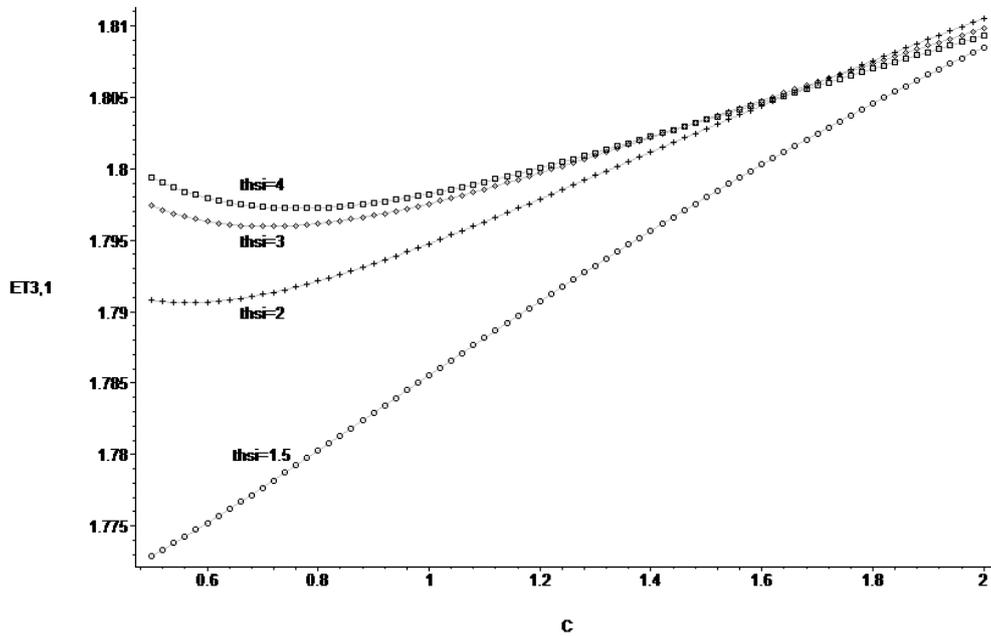


Figure 1.48 : Evolution de l'efficacité d'échangeur totale $\epsilon_{T,2,1}$ en fonction du rapport des débits calorifiques ($C = \frac{\dot{C}_L}{\dot{C}_H}$) pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud ($t_{hsi} = \frac{T_{HSi}}{T_{LSi}}$).

Avec $T_{LSi} = 290K$, $sc = \frac{\dot{S}_c}{\dot{C}_T} = 0,02$, $K = \frac{k_L}{k_H} = 1$, $k_T = 1000 W/K$, $\dot{C}_T = 10\ 000 W/K$ et $A_T = 46m^2$.

II.5.2 Comparaison des rapports d'efficacité d'échangeur

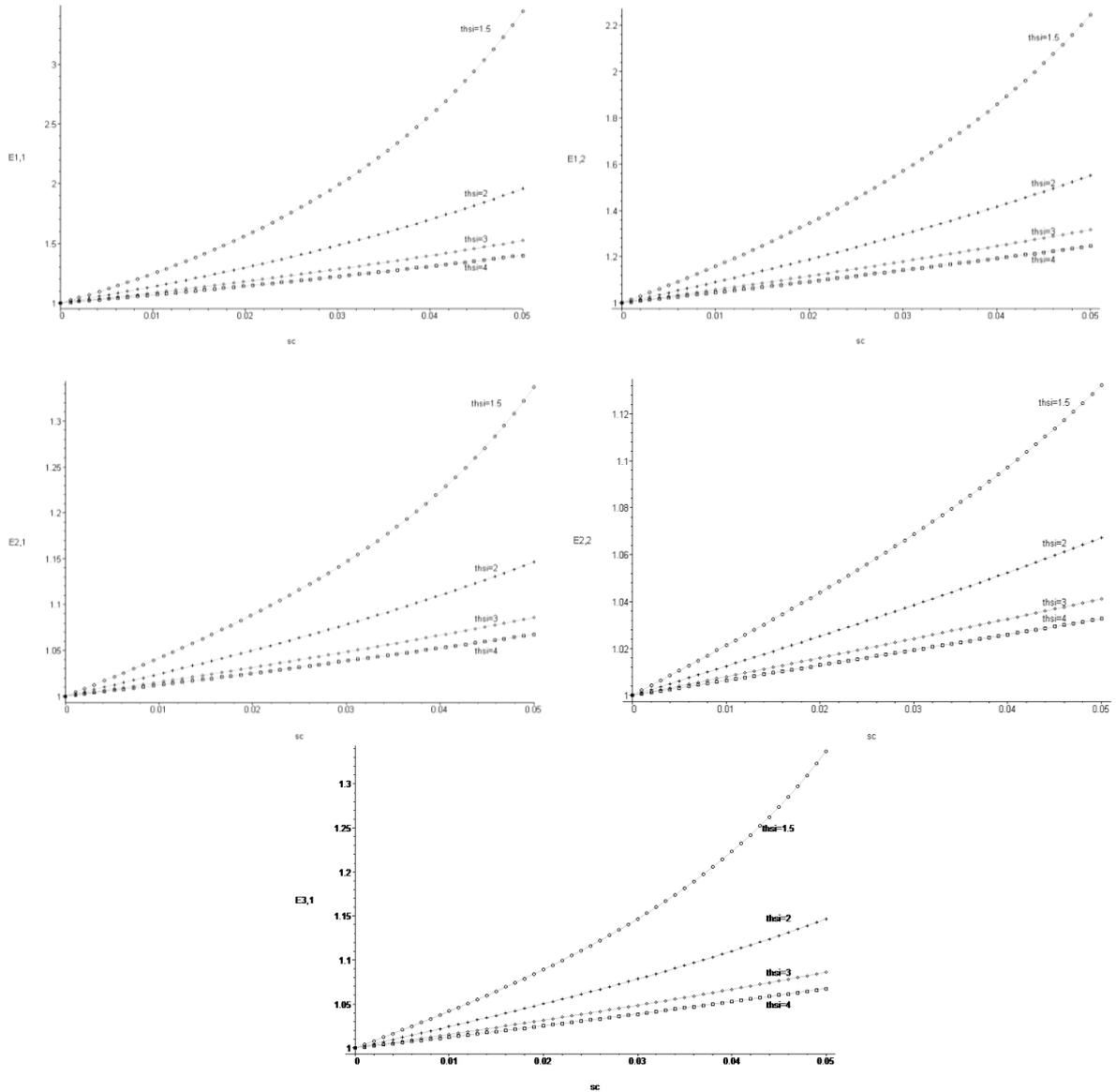


Figure 1.49: Rapports des efficacités d'échangeur $E_{i,j} = \frac{\varepsilon_{L_{i,j}}}{\varepsilon_{H_{i,j}}}$ correspondants aux optimisations i,j en

fonction du flux de création d'entropie $(sc = \frac{\dot{S}_C}{\dot{C}_T})$
 $(i = 1 \text{ à } 3 \text{ et } j = 1 \text{ à } 2).$

Avec $T_{L_{Si}} = 290\text{K}$, $K = \frac{k_L}{k_H} = 1$, $k_T = 1000 \text{ W/K}$, $\dot{C}_T = 10\,000 \text{ W/K}$, $\varepsilon_T = 1,8$; $NUT_T = 4,6$;
 $A_T = 46\text{m}^2$

Pour $j = 1$, $C = 1$ et pour $j = 2$, $C = \frac{\dot{C}_{L_{i,j}}}{\dot{C}_{H_{i,j}}}$.

Les rapports des efficacités d'échangeur optimaux des différentes optimisations sont donnés fonction du flux de création d'entropie interne en Figure 1.49 et en fonction de rapport des débits calorifiques C en Figure 1.50. On rappelle que pour l'optimisation 1 l'hypothèse que les efficacités d'échangeur et les débits calorifiques sont indépendants est faite. L'optimisation 1,1 consiste en la maximisation de la puissance libérée par variation de la répartition des efficacités d'échangeur. L'optimisation 1,2 est la

maximisation de la puissance résultante de l'optimisation 1,1 en considérant la répartition des débits calorifique comme variable. $E_{1,2}$ est fonction de $C_{1,2}$ optimal alors que $E_{1,1}$ est donné pour $C = 1$, leurs évolutions en fonction de sc sont différentes, $E_{1,1}$ augmente plus rapidement quand sc augmente que $E_{1,2}$. L'allure des rapports $E_{1,1}$ et $E_{1,2}$ en fonction de sc montre que la seconde optimisation permet un équilibre optimal entre efficacités d'échangeur et débits calorifiques. La même remarque peut être faite entre $E_{2,1}$ et $E_{2,2}$ qui correspondent aux rapports des efficacités d'échangeur optimaux correspondants aux optimisations 2,1, en nombre d'unités de transfert fini et 2,2, en débits calorifiques finis. L'optimisation 3 est uniquement faite en répartition des surfaces d'échange variable et donne le rapport $E_{3,1}$.

La sensibilité des rapports $E_{1,1}$, $E_{2,1}$ et $E_{3,1}$ permet de comparer les trois optimisations dans la limite de validité des équivalences des dimensions totales. Les optimisations 2,1 et 3 aboutissent à une répartition d'efficacités d'échangeur similaire quand sc varie. Les résultats de l'optimisation 1,1 sont par contre bien différents, l'optimisation 1,1 favorise de manière plus prononcée l'efficacité de l'échangeur froid par rapport à celle de l'échangeur chaud. Les sensibilités des rapports $E_{1,1}$, $E_{2,1}$ et $E_{3,1}$ au rapport C ne sont pas les mêmes bien que des similitudes sont également observables entre l'optimisation 2,1 et 3.

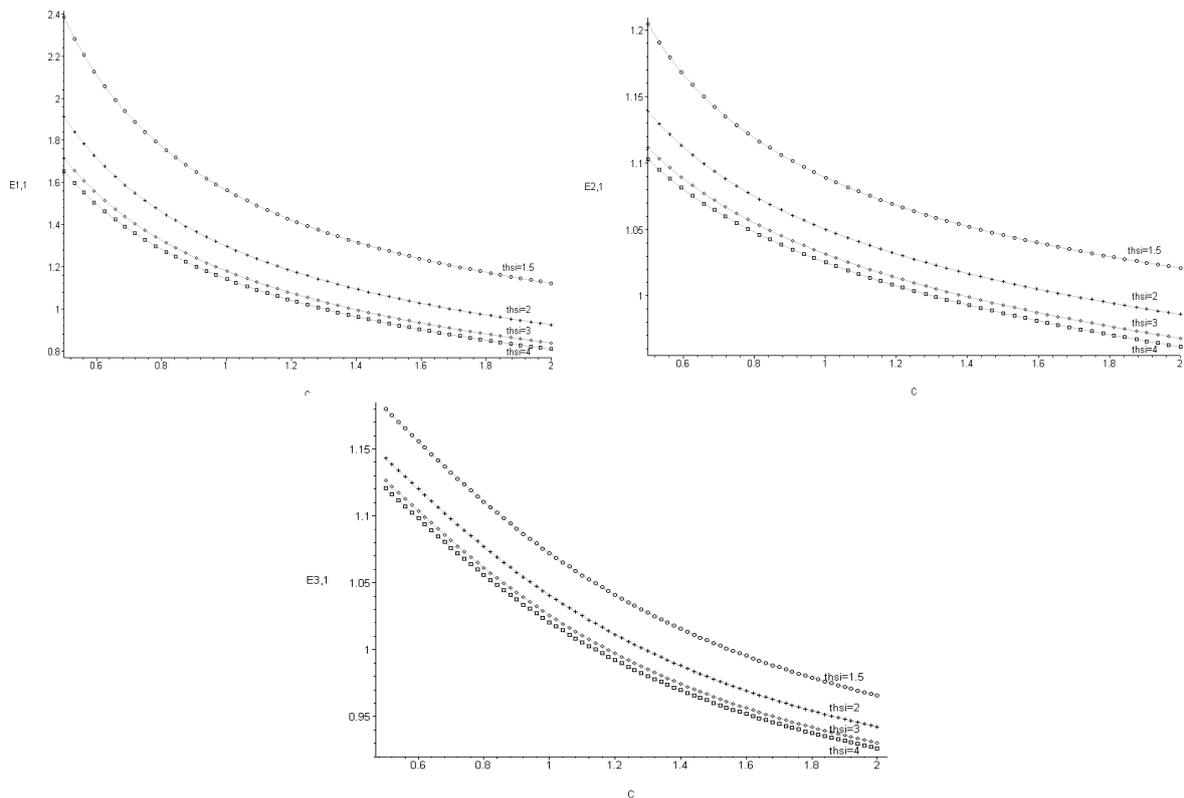


Figure 1.50: Rapports des efficacités d'échangeur $E_{i,j} = \frac{\varepsilon_{L,i,j}}{\varepsilon_{H,i,j}}$ correspondants aux optimisations i,j en fonction du rapport des débits calorifiques $(C = \frac{\dot{C}_L}{\dot{C}_H})$.
(i = 1 à 3 et j = 1).
Avec $T_{LSi} = 290K$, $K = \frac{k_L}{k_H} = 1$, $k_T = 1000 \text{ W/K}$, $\dot{C}_T = 10\,000 \text{ W/K}$, $\varepsilon_T = 1,8$; $NUT_T = 4,6$ et $A_T = 46m^2$.

Partie 2 Convertisseur thermomécanique avec température de paroi imposée aux échangeurs : Modèle à coefficient global d'échange interne en demi-échangeur

I Développement du modèle

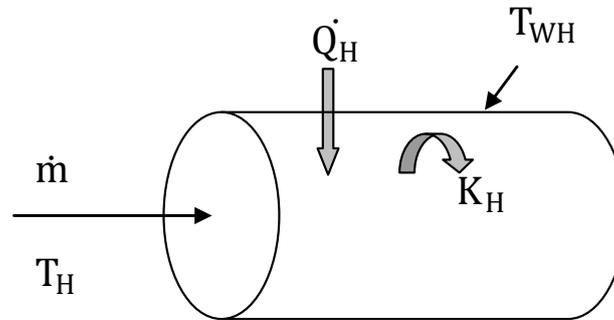


Figure 1.51 : Tube échangeur chaud dans le cas où le fluide cyclé s'écoule dans le cylindre.

On utilise ici un modèle simplifié où les transferts aux source et puits se font dans un tube circulaire (Figure 1.51) ou annulaire dont la température à la paroi est imposée, T_{WH} à la source chaude et T_{WL} au puits froid. Le fluide cyclé est à T_H en échangeur chaud et à T_L en échangeur froid (Figure 1.52). Les irréversibilités dues aux transferts de chaleurs sont prises en compte et le modèle de transfert utilisé est celui conductances de transfert K_H et K_L [11]. Les flux de chaleurs échangés s'expriment donc :

$$\dot{Q}_H = K_H(T_{WH} - T_H) \quad (1.41)$$

$$\dot{Q}_L = K_L(T_{WL} - T_L) \quad (1.42)$$

Le bilan entropique du fluide cyclé seul s'exprime par :

$$\frac{\dot{Q}_H}{T_H} + \frac{\dot{Q}_L}{T_L} + \dot{S}_{C_{\Delta P \text{ tot}}} + \dot{S}_{C_{\text{dét}}} + \dot{S}_{C_{\text{comp}}} = 0 \quad (1.43)$$

Avec $\dot{S}_{C_{\Delta P \text{ tot}}}$, les irréversibilités internes au convertisseur que l'on suppose uniquement dues aux pertes de charge dans les échangeurs. On décompose ce terme en deux parties :

$$\dot{S}_{C_{\Delta P \text{ tot}}} = \dot{S}_{C_{\Delta PH}} + \dot{S}_{C_{\Delta PL}} \quad (1.44)$$

$\dot{S}_{C_{\Delta PH}}$ sont les pertes de charges dans l'échangeur chaud et $\dot{S}_{C_{\Delta PL}}$ les pertes de charge dans l'échangeur froid.

$S_{C_{\text{dét}}}$ et $S_{C_{\text{comp}}}$ sont respectivement les irréversibilités de détente et de compression. Elles sont considérées indépendantes du débit massique et des températures haute et basse.

Le flux de création d'entropie dû aux transferts est donné par:

$$\dot{S}_{t_{\Delta T \text{ tot}}} = \dot{Q}_H \left(\frac{1}{T_H} - \frac{1}{T_{WH}} \right) + \dot{Q}_L \left(\frac{1}{T_L} - \frac{1}{T_{WL}} \right) \quad (1.45)$$

Le flux de création d'entropie total dans le système convertisseur + demi-échangeurs étant:

$$\dot{S}_{i \text{ tot}} = \dot{S}_{C_{\Delta P \text{ tot}}} + \dot{S}_{t_{\Delta T \text{ tot}}} + \dot{S}_{C_{\text{dét}}} + \dot{S}_{C_{\text{comp}}} \quad (1.46)$$

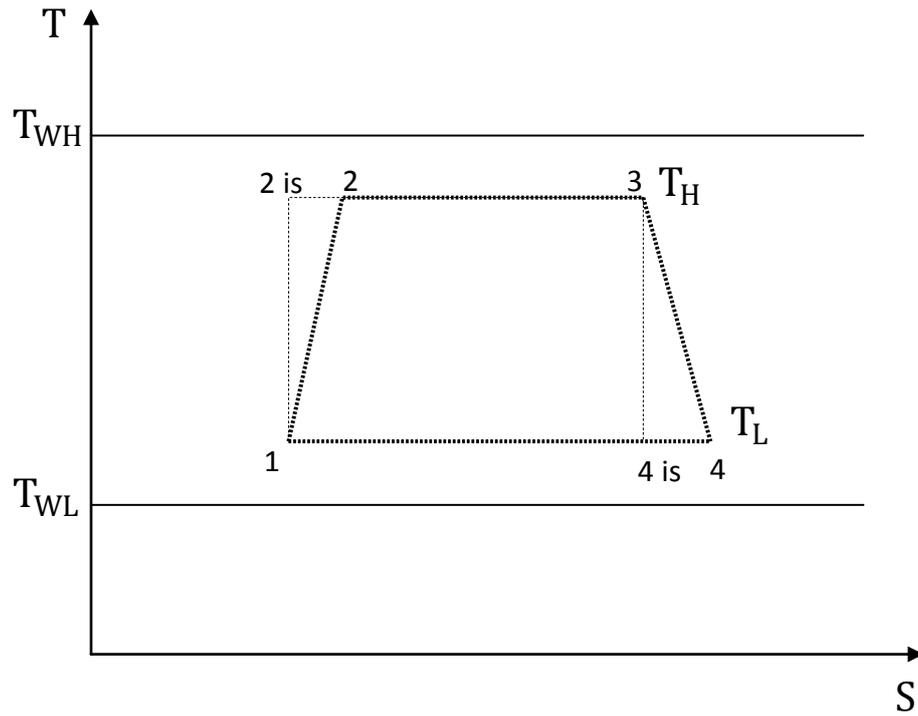


Figure 1.52 : Modèle de convertisseur de Carnot à température de paroi imposée.

II Expression des paramètres en fonction du débit massique

II.1 Expression générale des pertes de charge régulières en fonction du débit massique

On peut généraliser le flux de création d'entropie interne dû aux pertes de charge dans le cas d'un liquide et d'un gaz considéré comme incompressible à :

$$\dot{S}_{C_{\Delta P i}} = \dot{m} y_i \frac{1}{T_i} \quad (1.47)$$

Avec α_i et y_i des paramètres qui dépendent du régime d'écoulement, de la géométrie et du fluide considéré regroupés en Tableau 1.1 et dont le développement est donné en I de la Partie 1 des annexes. R_1 est le petit rayon de la section annulaire et R_2 le grand rayon.

		α_i	y_i
Écoulement laminaire	Section circulaire	$\frac{128 \cdot \dot{m}_i \cdot L_i}{\rho_i \cdot \mu_i \cdot D_i^4}$	2
	Section annulaire	$\frac{8 \dot{m}_i L_i}{\rho_i \left(R_1 + R_2 - \frac{R_2 - R_1}{\ln(R_2/R_1)} \right)}$	2
Écoulement turbulent	Section circulaire	$\frac{0,24 L_i \cdot v_i^{0,25}}{\rho_i^{1,75} \cdot D_i^{4,75}}$	2,75
	Section annulaire	$\frac{0,0632 L_i}{\rho_i^2 \mu_i^{0,2} (R_2 - R_1)^{0,8}} \left(1 - \frac{R_1}{R_2}\right)^{0,1} \left(\frac{1}{\pi(R_2^2 - R_1^2)}\right)^{2,2}$	3,2

Tableau 1.1: Valeurs de α_i et n_i correspondants aux cas d'un écoulement en section circulaire ou annulaire lors d'un écoulement laminaire ou turbulent.

Chapitre 2 Comparaison des différents critères d'optimisation

Dans le chapitre 2, la fonction objectif était le maximum de puissance libérée. Le flux de création d'entropie interne était considéré comme paramètre du système et le flux de création d'entropie dû aux transferts thermiques était une conséquence de l'optimisation. La thermodynamique en dimension finies permet également une optimisation par minimisation de la création d'entropie. Cette minimisation semble être en accord avec la volonté de se rapprocher au mieux du moteur de Carnot idéal. La question de l'équivalence de ces deux critères d'optimisation fait l'objet de travaux récents [9][13][14]. Dans certains cas particulier, maximiser la puissance libérée équivaut à minimiser le flux de création d'entropie. Dans ce chapitre ces deux critères sont comparés dans le cas d'un convertisseur thermomécanique de Carnot schématisé en Figure 2.1.

Il est nécessaire de définir clairement le système considéré et de cibler les différentes sources de création d'entropie. Le système est constitué du convertisseur et de ses contacts thermiques avec la source chaude et le puits froid. Ces trois éléments sont considérés dans l'environnement qui est caractérisé par sa température T_0 . Ils constituent alors le système dans son environnement.

L'entropie créée dans le convertisseur \dot{S}_C est due aux irréversibilités internes et est fonction des températures haute et basse, T_H et T_L . Il est possible de l'exprimer sous différentes formes dont:

-Forme linéaire :

$$\dot{S}_C(T_H, T_L) = S'_C(T_H - T_L) \quad (2.1)$$

-Forme logarithmique :

$$\dot{S}_C(T_H, T_L) = \dot{C}_i \ln\left(\frac{T_H}{T_L}\right) \quad (2.2)$$

-Dans le chapitre précédent, il était pris constant, cette hypothèse peut être acceptable dans les conditions d'équilibre dynamique stationnaire, dans ce cas:

$$\dot{S}_C = \text{cste} \quad (2.3)$$

La non adiabaticité du système peut être prise en compte à différentes échelles. Les pertes thermiques du convertisseur sont caractérisées par K_{i} , la conductance de pertes thermiques internes. Le système pris entre sa température haute T_{HS} et sa température basse T_{LS} est caractérisé par des pertes thermiques externes représentées par la conductance K_{ie} . Des pertes sont également considérées entre le système et son environnement et sont caractérisées par K_{io} , conductance prise entre T_{HS} et T_0 .

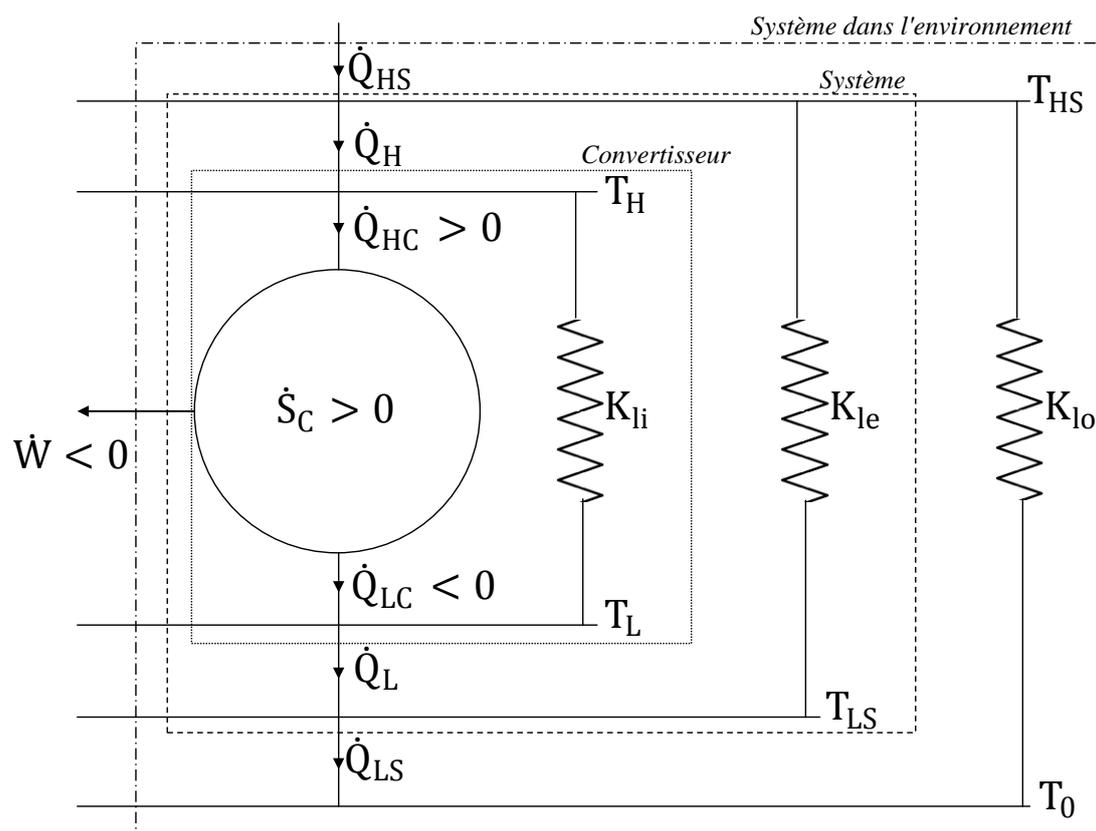


Figure 2.1 : Schéma du convertisseur thermomécanique de Carnot.

Ces pertes peuvent être exprimées selon une loi linéaire de transfert :

$$\dot{Q}_{Hi} = K_{li}(T_H - T_L) \quad (2.4)$$

$$\dot{Q}_{He} = K_{le}(T_{HS} - T_{LS}) \quad (2.5)$$

$$\dot{Q}_{Ho} = K_{lo}(T_{HS} - T_0) \quad (2.6)$$

Les flux de chaleur \dot{Q}_H et \dot{Q}_L respectivement pris à la source chaude et cédé au puits froid s'expriment, conformément aux conventions thermodynamiques :

$$\dot{Q}_H = K_H(T_{HS} - T_H) \quad (2.7)$$

$$\dot{Q}_L = K_L(T_{LS} - T_L) \quad (2.8)$$

Le problème dont fait l'objet ce chapitre est la correspondance entre les différents critères d'optimisation, particulièrement entre la maximisation de la puissance libérée et la minimisation de la création d'entropie.

On distingue trois sous systèmes :

-Le convertisseur seul.

-Le convertisseur et ses contacts thermiques avec la source chaude et le puits froid, appelé système.

-Les trois éléments, c'est-à-dire le convertisseur, la source chaude et le puits froid, considéré comme le système dans son environnement.

Les variables considérés sont les températures hautes et basses, T_H et T_L , ainsi, $K_L, K_H, K_{li}, K_{le}, T_{HS}, T_{LS}$ et T_0 sont les paramètres de l'optimisation. Pour chaque sous système la maximisation de la puissance libérée et la minimisation de la création d'entropie sont comparées.

Les optimisations qui suivent sont réalisées numériquement, l'adimensionnement utilisé est le suivant:

$$k_i = \frac{K_i}{K_T}, t_i = \frac{T_i}{T_0}, sc = \frac{\dot{S}_C}{T_0}, k_{li} = \frac{K_{li}}{K_T}, k_{le} = \frac{K_{le}}{K_T}, k_{lo} = \frac{K_{lo}}{K_T}$$

Les valeurs de référence sont:

$$sc = 0,02 ; sc' = 0,02 ; ci = 0.02 ; K = \frac{K_L}{K_H} = 1; t_{ls} = 1,04 ; T_0 = 290K; K_T = 1000 W/K;$$

$$k_{li} = 0,05; k_{le} = 0,05 ; k_{lo} = 0.05.$$

Partie 1 Optimisation 1 : Convertisseur

I Bilans

Le bilan énergétique sur le convertisseur est :

$$\dot{Q}_{HC} + \dot{Q}_{LC} + \dot{W} = 0 \quad (2.9)$$

Avec

$$\dot{Q}_H = \dot{Q}_{HC} + \dot{Q}_{Hi} \quad (2.10)$$

$$\dot{Q}_L = \dot{Q}_{LC} - \dot{Q}_{Hi} \quad (2.11)$$

Le bilan entropique sur le convertisseur est :

$$\frac{\dot{Q}_{HC}}{T_H} + \frac{\dot{Q}_{LC}}{T_L} + \dot{S}_C(T_H, T_L) = 0 \quad (2.12)$$

$$\frac{\dot{Q}_H}{T_H} + \frac{\dot{Q}_L}{T_L} + \dot{S}_i = 0 \quad (2.13)$$

\dot{S}_i est le flux de création d'entropie dans le convertisseur.

II Optimisation 1,1 : Maximisation de la puissance libérée par le convertisseur

La fonction objectif $OF_{1,1}$ s'exprime :

$$OF_{1,1} = -\dot{W} = \dot{Q}_H + \dot{Q}_L = K_H(T_{SH} - T_H) + K_L(T_{SL} - T_L) \quad (2.14)$$

Le rendement associé est:

$$\eta = \frac{-\dot{W}}{\dot{Q}_{HC} + \dot{Q}_{Hi}} \quad (2.15)$$

La contrainte $C_{1,1}$ s'exprime :

$$C_{11} = \frac{\dot{Q}_H - \dot{Q}_{Hi}}{T_H} + \frac{\dot{Q}_L + \dot{Q}_{Hi}}{T_L} + \dot{S}_C(T_H, T_L)$$

Ou encore :

$$C_{1,1} = K_H \frac{(T_{SH} - T_H)}{T_H} + K_L \frac{(T_{SL} - T_L)}{T_L} + K_{li}(T_H - T_L) \left(\frac{1}{T_L} - \frac{1}{T_H} \right) + \dot{S}_C(T_H, T_L) \quad (2.16)$$

Le lagrangien s'exprime alors :

$$\begin{aligned} L_{1,1} = & K_H(T_{SH} - T_H) + K_L(T_{SL} - T_L) \\ & + \lambda_{11} \left(K_H \frac{(T_{SH} - T_H)}{T_H} + K_L \frac{(T_{SL} - T_L)}{T_L} + K_{li}(T_H - T_L) \left(\frac{1}{T_L} - \frac{1}{T_H} \right) \right. \\ & \left. + \dot{S}_C(T_H, T_L) \right) \end{aligned} \quad (2.17)$$

La résolution numérique permet de tracer la sensibilité des T_{Hopt11} et T_{Lopt11} aux différents paramètres.

Sont tracées en I de la partie 3 des annexes de la Figure 0.12 à la Figure 0.17 les sensibilités des températures haute et basse optimales correspondant au maximum de puissance aux différents paramètres sc , K et k_{li} pour $sc = cste$. En Figure 0.18 à Figure 0.23 sont tracées également les sensibilités des températures optimales correspondant à $MAX(-\dot{W})$ mais le flux de création d'entropie est linéaire de T_H et T_L . Les évolutions de T_{Hopt} et T_{Lopt} en fonction des différents paramètres pour $sc = c_i \cdot \ln\left(\frac{T_H}{T_L}\right)$ sont données en Figure 0.24 à Figure 0.29.

Le pincement côté chaud diminue alors que le pincement côté froid augmente lorsque le flux de création d'entropie interne au convertisseur augmente. L'augmentation du rapport K inverse la tendance alors que l'augmentation des pertes thermiques augmente le pincement aux deux zones de transfert.

III Optimisation 1,2 : Minimisation du flux de création d'entropie dans le convertisseur

La fonction objectif $OF_{1,2}$ s'exprime :

$$OF_{1,2} = \dot{S}_i = -\frac{\dot{Q}_H}{T_H} - \frac{\dot{Q}_L}{T_L} = -\frac{K_H(T_{SH} - T_H)}{T_H} - \frac{K_L(T_{SL} - T_L)}{T_L} \quad (2.18)$$

La contrainte $C_{1,2}$ est la même que pour la maximisation de la puissance libéré :

$$C_{1,2} = K_H \frac{(T_{SH} - T_H)}{T_H} + K_L \frac{(T_{SL} - T_L)}{T_L} + K_{li}(T_H - T_L) \left(\frac{1}{T_L} - \frac{1}{T_H} \right) + \dot{S}_C(T_H, T_L) \quad (2.19)$$

Le lagrangien correspondant s'exprime:

$$L_{1,2} = -\frac{K_H(T_{SH} - T_H)}{T_H} - \frac{K_L(T_{SL} - T_L)}{T_L} + \lambda_{1,2} \left(K_H \frac{(T_{SH} - T_H)}{T_H} + K_L \frac{(T_{SL} - T_L)}{T_L} + K_{li}(T_H - T_L) \left(\frac{1}{T_L} - \frac{1}{T_H} \right) + \dot{S}_C(T_H, T_L) \right) \quad (2.20)$$

L'optimisation est réalisée pour les trois cas:

-forme indépendante des températures: $\dot{S}_C = \text{cste}$

$$T_{H \text{ opt } 1,2} = T_{L \text{ opt } 1,2} \quad (2.21)$$

-forme linéaire : $\dot{S}_C(T_H, T_L) = S_C(T_H - T_L)$

$$T_{H \text{ opt } 1,2} \leq T_{L \text{ opt } 1,2} \quad (2.22)$$

-forme logarithmique : $\dot{S}_C(T_H, T_L) = \dot{C}_i \ln \left(\frac{T_H}{T_L} \right)$

$$T_{H \text{ opt } 1,2} \leq T_{L \text{ opt } 1,2} \quad (2.23)$$

L'optimisation n'a pas de solution physique, elle mène à l'égalité des températures haute et basse dans le cas endoréversible ou lorsque le flux de création d'entropie interne au convertisseur ne dépend pas des températures. Dans les cas où le flux de création d'entropie dépend des températures, que ce soit de manière linéaire ou logarithmique, l'optimisation impose que la température basse soit plus grande que la température haute, ce qui n'a pas de sens physique.

Dans les trois cas considérés de relation entre flux de création d'entropie et températures haute et basse de fluide cyclé, la maximisation de la puissance libérée par le convertisseur n'équivaut pas à la minimisation du flux de création d'entropie sur l'ensemble du convertisseur.

Partie 2 Optimisation 2 : Système

I Bilans

Les flux échangés s'expriment :

$$\dot{Q}_{HS} = \dot{Q}_H + \dot{Q}_{He} \quad (2.24)$$

$$\dot{Q}_{LS} = \dot{Q}_L - \dot{Q}_{He} \quad (2.25)$$

Le bilan énergétique s'exprime de la même manière que pour le convertisseur :

$$\dot{Q}_{HC} + \dot{Q}_{LC} + \dot{W} = 0 \quad (2.26)$$

Le bilan entropique change et s'exprime :

$$\frac{\dot{Q}_{HS}}{T_{HS}} + \frac{\dot{Q}_{LS}}{T_{SL}} + \dot{S}_S = 0 \quad (2.27)$$

II Optimisation 2,1 : Maximisation de la puissance libérée par le système

Le bilan énergétique étant le même que pour l'optimisation 1, cette optimisation est identique à l'optimisation 1,1 et l'étude de sensibilité est donnée en annexe. Seul le rendement est affecté, il devient :

$$\eta_{IS} = -\frac{\dot{W}}{\dot{Q}_{HC} + \dot{Q}_{Hi} + \dot{Q}_{He}} \quad (2.28)$$

III Optimisation 2,2 : Minimisation du flux de création du système

La fonction objectif $OF_{2,2}$ est :

$$OF_{2,2} = \dot{S}_S = -\frac{\dot{Q}_{HS}}{T_{HS}} - \frac{\dot{Q}_{LS}}{T_{SL}} = -\frac{\dot{Q}_H}{T_{HS}} - \frac{\dot{Q}_L}{T_{SL}} + \dot{Q}_{He} \left(\frac{1}{T_{LS}} - \frac{1}{T_{HS}} \right) \quad (2.29)$$

La contrainte $C_{2,2}$ est :

$$C_{2,2} = -K_H \frac{(T_{SH} - T_H)}{T_H} - K_L \frac{(T_{SL} - T_L)}{T_L} + K_{ii}(T_H - T_L) \left(\frac{1}{T_L} - \frac{1}{T_H} \right) + \dot{S}_C(T_H, T_L) \quad (2.30)$$

Le lagrangien $L_{2,2}$ s'exprime alors :

$$\begin{aligned}
 L_{2,2} = & -K_H \frac{(T_{SH} - T_H)}{T_H} - K_L \frac{(T_{SL} - T_L)}{T_L} + K_{le}(T_{SH} - T_{LS}) \left(\frac{1}{T_{LS}} - \frac{1}{T_{HS}} \right) \\
 & + \lambda_{2,2} \left(K_H \frac{(T_{SH} - T_H)}{T_H} + K_L \frac{(T_{SL} - T_L)}{T_L} + K_{li}(T_H - T_L) \left(\frac{1}{T_L} - \frac{1}{T_H} \right) \right. \\
 & \left. + \dot{S}_C(T_H, T_L) \right) \quad (2.31)
 \end{aligned}$$

Les études de sensibilité des températures optimales sont données en II de la partie 3 des annexes. Pour les Figure 0.30 à Figure 0.35 le flux de création d'entropie dans le convertisseur est pris indépendant des températures. Les sensibilités des températures optimales sont données pour s_c , s_c' , c_i , K , k_{li} variables. La sensibilité de $T_{H, \text{opt}}$ et $T_{L, \text{opt}}$ aux paramètres dans le cas où s_c est fonction linéaire des températures est tracé en Figure 0.36 à Figure 0.41. De la Figure 0.36 à la Figure 0.41, l'évolution de s_c est logarithmique par rapport à T_H et T_L .

Le pincement côté chaud diminue alors que le pincement côté froid augmente lorsque le flux de création d'entropie interne au convertisseur augmente. L'augmentation du rapport K inverse la tendance alors que l'augmentation des pertes thermiques augmente le pincement aux deux zones de transfert. Les tendances sont les mêmes que pour la maximisation de la puissance libérée mais les valeurs obtenus diffèrent. La maximisation de la puissance libérée n'équivaut donc pas à la minimisation de la création d'entropie du système.

Partie 3 Optimisation 3 : Système dans son environnement

I Bilans

Lorsque le fluide est considéré dans son environnement, des pertes sont à considérer pour le système et ses source et puits. Dans le cas particulier où $T_{LS} = T_0$ les bilans sont les mêmes que pour l'optimisation 2. Or ces deux températures ne sont pas systématiquement égales, le flux chaud s'exprime alors:

$$\dot{Q}_{HS} = \dot{Q}_H + \dot{Q}_{He} + \dot{Q}_{Ho} \quad (2.32)$$

Le flux de chaleur rejeté dans l'environnement s'exprime par:

$$\dot{Q}_0 = \dot{Q}_{LS} - \dot{Q}_{Ho} \quad (2.33)$$

Le bilan entropique devient:

$$\frac{\dot{Q}_{HS}}{T_{HS}} + \frac{\dot{Q}_0}{T_0} + \dot{S}_0 = 0 \quad (2.34)$$

II Optimisation 3,1 : Maximisation de la puissance libérée par le système pris dans son environnement

Le bilan énergétique étant le même que pour l'optimisation 1, cette optimisation est identique à l'optimisation 1,1 et les sensibilités des températures optimales sont données en I de la partie 3 des annexes. Seul le rendement est affecté, il devient :

$$\eta_{IS} = - \frac{\dot{W}}{\dot{Q}_{HC} + \dot{Q}_{Hi} + \dot{Q}_{He} + \dot{Q}_{Ho}} \quad (2.35)$$

III Optimisation 3,2 : Minimisation du flux de création d'entropie du système dans son environnement

La fonction objectif $OF_{3,2}$ est :

$$\begin{aligned} OF_{3,2} = \dot{S}_0 &= - \frac{\dot{Q}_{HS}}{T_{HS}} - \frac{\dot{Q}_0}{T_0} \\ &= \dot{Q}_H \left(\frac{T_{LS}}{T_0 T_H} - \frac{1}{T_{HS}} \right) + \dot{Q}_{Hi} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{T_{LS}}{T_0 T_H} \right) + \frac{T_{LS}}{T_0} \dot{S}_C(T_H) \\ &\quad + (\dot{Q}_{He} + \dot{Q}_{Ho}) \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_{HS}} \right) \end{aligned} \quad (2.36)$$

La contrainte $C_{3,2}$ est :

$$C_{3,2} = -K_H \frac{(T_{SH} - T_H)}{T_H} - K_L \frac{(T_{SL} - T_L)}{T_L} + K_{li}(T_H - T_L) \left(\frac{1}{T_L} - \frac{1}{T_H} \right) + \dot{S}_C(T_H, T_L) \quad (2.37)$$

Le lagrangien $L_{3,2}$ s'exprime alors :

$$\begin{aligned} L_{3,2} &= \dot{Q}_H \left(\frac{T_{LS}}{T_0 T_H} - \frac{1}{T_{HS}} \right) + \dot{Q}_{Hi} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{T_{LS}}{T_0 T_H} \right) + \frac{T_{LS}}{T_0} \dot{S}_C(T_H) + (\dot{Q}_{He} + \dot{Q}_{Ho}) \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_{HS}} \right) \\ &\quad + \lambda_{3,2} \left(K_H \frac{(T_{SH} - T_H)}{T_H} + K_L \frac{(T_{SL} - T_L)}{T_L} + K_{li}(T_H - T_L) \left(\frac{1}{T_L} - \frac{1}{T_H} \right) \right. \\ &\quad \left. + \dot{S}_C(T_H, T_L) \right) \end{aligned} \quad (2.38)$$

Les études de sensibilités sont données en III de la partie 3 des annexes, pour les Figure 0.48 à Figure 0.53 le flux de création d'entropie est indépendant des températures. L'évolution linéaire de s_c par rapport à T_H et T_L est utilisée pour les études de sensibilités des Figure 0.54 à Figure 0.59. En Figure 0.60 à Figure 0.65 le flux de création d'entropie est fonction logarithmique de T_H et T_L .

Le pincement côté chaud diminue alors que le pincement côté froid augmente lorsque le flux de création d'entropie interne au convertisseur augmente. L'augmentation des pertes thermiques donne les mêmes tendances. En revanche l'augmentation du rapport K inverse cette tendance.

Les résultats obtenus diffèrent de ceux issus de la maximisation de la puissance libérée, la maximisation de la puissance libérée n'équivaut donc pas à la minimisation de la création d'entropie du système dans son environnement.

Partie 4 Critères mixtes d'optimisation

Les optimisations précédemment réalisées montrent que la maximisation de la puissance libérée et la minimisation de la création d'entropie ne sont pas des critères d'optimisation équivalents dans le cas d'un convertisseur thermomécanique de Carnot. Cependant pour se rapprocher au mieux du moteur de Carnot idéal ces deux critères sont à remplir. Pour satisfaire ces objectifs des critères dits "écologiques" ont été introduits dans la littérature.

Tout d'abord par F. Angulo-Brown [15]:

$$OF_{\text{Angulo-Brown}} = -\dot{W} - T_{\text{LS}}\dot{S}_{\text{S}} \quad (2.39)$$

$(-\dot{W})$ est la puissance libérée, T_{LS} est la température du puits froid et \dot{S}_{S} est le flux de création d'entropie du système.

Dans [16] Z. Yan en propose une amélioration:

$$OF_{\text{Yan}} = -\dot{W} - T_0\dot{S}_{\text{S}} \quad (2.40)$$

T_0 est alors la température de l'environnement.

Un autre critère est proposé par M. Feidt [13][14], il considère le système dans son environnement:

$$OF_{\text{Feidt}} = -\dot{W} - T_0\dot{S}_0 \quad (2.41)$$

\dot{S}_0 étant le flux de création d'entropie du système dans son environnement.

Conclusion et perspectives

La thermodynamique en dimensions finies a permis l'optimisation du moteur de Carnot de façon réaliste. La maximisation de la puissance libérée aboutit à la favorisation de l'échangeur froid par rapport à l'échangeur chaud afin d'évacuer l'entropie créée au sein du convertisseur.

L'analyse entropique permet d'identifier les dissipations dans la machine et de les minimiser. Cependant minimiser la création d'entropie à différentes échelles n'équivaut pas à maximiser la puissance libérée. La machine de Carnot idéale semble être optimale si elle satisfait une puissance maximale et une création d'entropie minimale, c'est pourquoi l'utilisation d'un critère mixte couplant les deux objectifs est un bon compromis.

La réalisation technique d'une machine de Carnot est actuellement encore un enjeu. Le cycle réalisé le plus proche du cycle de Carnot idéal est celui de Rankine. Il fonctionne en changement de phase lors des transferts de chaleur. La phase de compression dans le domaine liquide est assurée par une pompe peu coûteuse en énergie mais impose qu'une partie du transfert de chaleur ne soit pas isotherme. L'utilisation d'un fluide organique permet de baisser la température d'évaporation du fluide cyclé et les niveaux de pression. La réalisation de telles machines fait l'objet de recherches actuelles [17].

D'autres procédés en cours de développement tendent à se rapprocher au mieux de la machine de Carnot idéale. S. Klutchenko a proposé aux journées microcogénération du 25-26 janvier 2012 à Paris un nouveau concept de moteur de Carnot en configuration gaz permanent avec un cylindre à trois pistons [18]. La thèse de Martins M. [19] du laboratoire Promes (PROcédés, Matériaux et Energie Solaire) porte sur la modélisation d'une machine à froid à récupération de la chaleur solaire.

L'entreprise HEVATECH développe un nouveau convertisseur thermomécanique [20]. Un fluide thermodynamique est mélangé, vaporisé, et détendu par la mise en contact avec un liquide caloporteur dans un dispositif mélangeur accélérateur. L'ensemble diphasique fortement accéléré vient percuter une turbine à action de type « Pelton » et transmet son énergie. Le mélange diphasique est séparé par le dispositif de séparation. La vapeur de fluide thermodynamique est refroidie et condensée, puis réinjecté sous pression à l'entrée du cycle. Le liquide caloporteur en sortie de séparateur est repris par une pompe chaude et retourné vers la source chaude.

Toutes ces réalisations techniques en cours de développement fonctionnent selon des cycles qui se rapprochent du cycle idéal de Carnot. Leur faisabilité technique est un enjeu actuel de conversion efficace de l'énergie thermique en énergie mécanique.

Travaux cités

- [1] Carnot, S., "Réflexions sur la puissance motrice du feu et sur les machines propres à développer cette puissance", *Gauthier-Villars*, 1824.
- [2] Curzon, F.L.; Ahlborn, B., "Efficiency of a Carnot engine at maximum power output." *Am. J. Phys.* **1975**, *1*, 22-24.
- [3] Novikov, I., "The efficiency of atomic power stations (a review)", *Atomaya Energiya* **1957**, 3-11.
- [4] Chambadal, P., *Les centrales nucléaires*, A. Colin: Paris, France, 1957. *Le choix du cycle thermique dans une usine génératrice nucléaire*; Revue Générale d'Electricité, 1958. *Evolution et applications du concept d'entropie*; Dunod: Paris, France, 1963; p. 84.
- [5] Onsager, L., "Reciprocal relations in irreversible processes I.", *Phys. Rev.* **1931**, *37*, 405; "Reciprocal relations in irreversible processes II", *Phys. Rev.* **1931**, *38*, 2265.
- [6] Feidt, M., *Thermodynamique optimale en dimensions physiques finies*, Paris: Lavoisier, 2013.
- [7] Feidt, M., "Cours d'optimisation énergétique", Université de Lorraine Nancy, 2012/2013.
- [8] Feidt, M., *Thermodynamique et optimisation énergétique des systèmes et procédés*; TEC et DOC: 2ème édition Paris, France, 1996; p. 343.
- [9] Bejan, A., "Entropy generation minimization : the new thermodynamics of finite size and finite time processes." *J. Appl. Phys.* **1997**, *79*, 1191-1218.
- [10] Battaglia, J.-L.; Kusiak, A. et Puiggali, J.-R. *Introduction aux transferts thermiques*, Paris: Dunod, 2010.
- [11] Yuanyuan, Z., "Generalized model of an internally irreversible Carnot refrigerator with finite mass flowrate", *Communication personnelle*, 2013.
- [12] Henrion, M. et Feidt, M., "Comportement en régime transitoire de divers types d'échangeurs de chaleur; Modélisation et conséquence", *Int. Com. in heat and mass transfer*, vol. 18, n° 5, pp. 731-740, 1991.
- [13] Feidt, M., "Comparaison de méthodes d'analyse et optimisation de système et procédés énergétiques: Un état de la question", *11ème Colloque Interuniversitaire Franco-Québécois*, Reims, 2013.
- [14] Feidt, M., "mini symposium A Entropy production minimization, constructal law, and other technical optimizations in energy and other technologies", *12th Joint European Thermodynamics Conference*, Brescia, 2013.

- [15] Angulo-Brown, F. "An ecological optimisation criterion for finite-time heat engines", *J. Appl. Phys.*, **1991**, 69(11), 7465-7469.
- [16] Yan, Z., "Comment on "An ecological optimization criterion for finite-time heat engines"", *J. Appl. Phys.*, **1993**, 73(7), 3583.
- [17] Le Van Long, "Etude de la faisabilité de cycle organique sous-critique et supercritique de Rankine pour la valorisation des rejets thermiques". Thèse de doctorat : Lemta, Nancy. Recherche en cours.
- [18] Klutchenko, S., *Réflexion sur le cycle de Carnot, limites technologiques*. Journées microcogénération, Paris, 25-26 janvier 2012. (Site internet : <http://thecarnotengine.blogspot.fr/>).
- [19] Martins, M., "Nouveau procédé thermo-hydraulique appliqué au rafraîchissement solaire de l'habitat. Analyse et optimisation thermodynamiques", Thèse de doctorat : Laboratoire PROMES, UPR 8521 CNRS, Perpignan, soutenue en octobre 2010.
- [20] Tech. Chaix & Associés, consultant en technologies, Chaix J., 05/07/2012. « Dispositif de conversion d'énergie thermique en énergie mécanique ». WO 2012/089940 A2. Bureau international : WIPO PCT.
- [21] Gerl, M. et Janot, C. *Thermodynamique et physique statistique.*, Paris: Hachette, 1970.
- [22] Lallemand, A., "Convertisseur thermomécanique - Conversion de l'énergie. Cycles générateurs.", *Techniques de l'ingénieur*, 2006.
- [23] Lallemand, A., "Thermodynamique appliquée - Deuxième principe. Entropie.", *Techniques de l'ingénieur.*, 2005.
- [24] Clausius, R., *Sur diverses formes des équations fondamentales de la théorie mécanique de la chaleur*, Paris: Eugène Lacroix, 1865.
- [25] Fourier, J. *Théorie Analytique de la Chaleur*, Paris: F. Didot, 1822.
- [26] Kondepudi, D. et Prigogine, I., *Thermodynamique; Des moteurs thermiques aux structures dissipatives*, Paris: Odile Jacob, 1999.
- [27] Pottier, N. *Physique statistique hors équilibre , Processus irréversibles linéaires*, Paris: CNRS Edition, 2007.
- [28] Padet, J. , *Fluides en écoulement- Méthodes et modèles*, Reims: Société Française de Thermique, 2008.
- [29] Meury, M. , *Memento des pertes de charge*, I.E Idel'cik, Paris: Eyrolles, 1999.
- [30] Feidt, M., "Production de froid et revalorisation de la chaleur: principes généraux", *Techniques de l'ingénieur*, 1998.

- [31] Tondeur, D., "Optimisation thermodynamique- répartition de production d'entropie.", *Techniques de l'ingénieur*, 2006.
- [32] Cornil, J-M, *MAPLE, Introduction raisonnée à l'usage de l'étudiant, de l'ingénieur et du chercheur*, Berlin: Springer, 1995.
- [33] Feidt, M., "Optimal Thermodynamics – New Upperbounds", *Entropy*, p. p. 529–547, 2009.
- .

Annexes

Partie 1 Premier et second principe de la thermodynamique : Formulation et application au cycle de Carnot

I Premier principe de la thermodynamique appliqué au cycle de Carnot

I.1 Enoncé du premier principe de la thermodynamique

Newton introduit dans son œuvre "Principia Mathematica", au XXVIIème siècle, le principe de conservation des énergies mécaniques, cinétiques et potentielles, il parle cependant de force et de puissance. Le terme d'énergie est proposé par Young en 1807 et n'est adopté qu'en 1847 par Thomson. Le concept d'énergie reste alors vague et évolue durant le XIXème siècle. Une manière de la définir est de l'exprimer comme une quantité commune indestructible. Helmholtz propose alors le principe de conservation de l'énergie. Sa formulation moderne est donnée par Rankine en 1853 et amène au premier principe de la thermodynamique. Ce premier principe stipule tout d'abord que toutes les énergies macroscopiques sont équivalentes, en particulier l'énergie mécanique et l'énergie thermique en thermodynamique, mais également que l'énergie se conserve, c'est-à-dire qu'elle ne peut être ni créée ni détruite. Ce second aspect implique que tout échange d'énergie entre un système et son environnement doit se traduire par une variation en quantité égale de l'énergie contenue dans le système. En utilisant la convention thermodynamique qui donne positives les énergies reçues et négatives celles libérées, on peut écrire qu'au cours d'une transformation quelconque dans le système de référence:

$$\Delta U = \Delta W + \Delta Q \quad (0.1)$$

ΔU est la variation d'énergie interne du système, ΔW et ΔQ sont respectivement l'énergie mécanique et la quantité de chaleur échangée avec le milieu extérieur au cours de la transformation.

L'équation (0.1) amène à une autre formulation du premier principe qui dit que la somme des énergies mécaniques et thermiques reçues du milieu extérieur (ou fournies au milieu extérieur) par un système au cours d'une transformation est égale à la variation de son énergie interne. Dans le cas d'un cycle thermodynamique, qui est défini comme la succession de transformations quelconques ramenant le fluide considéré à son état initial, la variation d'énergie interne est nulle :

$$\Delta U = 0 \quad (0.2)$$

L'énergie interne est alors une fonction d'état, sa variation ne dépend pas du chemin suivi mais uniquement des états initial et final de la transformation considérée.

Dans le cas d'une transformation infiniment petite on peut écrire que :

$$dU = W + Q \quad (0.3)$$

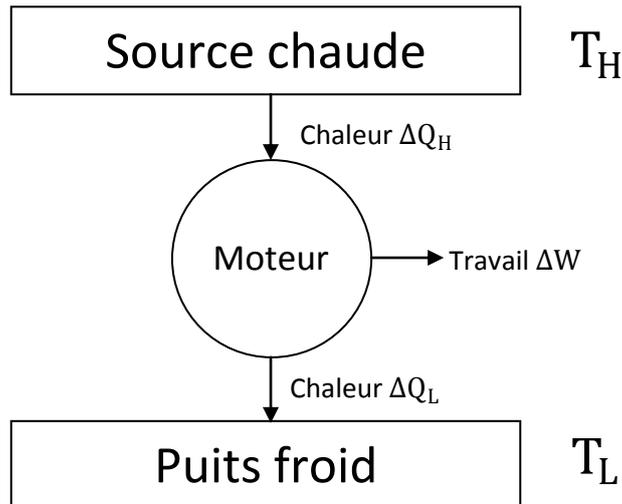


Figure 0.1 : Expérience de pensée de Carnot.

Si on considère les notations de la Figure 0.1, le fluide cyclé prend une quantité de chaleur ΔQ_H à la source chaude et restitue une quantité de chaleur ΔQ_L au puits froid en libérant une quantité de travail ΔW . On utilise la convention thermodynamique qui donne positives les quantités reçues et négatives celles cédées. D'après le premier principe de la thermodynamique appliqué au cycle de Carnot au cours d'un cycle thermodynamique, on peut écrire que :

$$\Delta Q_H + \Delta Q_L + \Delta W = 0 \quad (0.4)$$

En définissant le rendement η_I au sens du premier principe comme étant le rapport de l'effet utile sur la somme des dépenses énergétiques nécessaires à sa réalisation, on peut écrire que :

$$\eta_I = \frac{|\text{Effet utile}|}{\text{Dépense Énergétique}} = \frac{-\Delta W}{\Delta Q_H} = \frac{\Delta Q_H + \Delta Q_L}{\Delta Q_H}$$

$$\boxed{\eta_I = 1 + \frac{\Delta Q_L}{\Delta Q_H}} \quad (0.5)$$

La valeur absolue du travail, c'est-à-dire $-\Delta W$, est utilisée pour obtenir un rendement positif.

Selon Carnot, le rapport $\frac{\Delta Q_L}{\Delta Q_H}$ ne dépend que des températures T_H et T_C :

$$\eta_I = 1 + f(T_H, T_L) \quad (0.6)$$

Le terme $f(T_H, T_L)$ est négatif car $\Delta Q_H > 0$ et $\Delta Q_L < 0$ d'après la convention thermodynamique.

Le flux d'entropie s'exprime alors [26]:

$$\frac{\delta S_i}{dt} = \frac{\delta Q_1}{dt} \cdot \frac{1}{T_1} + \frac{\delta Q_2}{dt} \cdot \frac{1}{T_2} = \frac{\delta Q}{dt} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)$$

Le flux de chaleur $\frac{\delta Q}{dt}$ peut être exprimé selon la loi de Fourier [25] donnée ci-dessous en unidirectionnel:

$$\frac{\delta Q}{dt} = -\lambda \cdot A_1 \cdot (T_1 - T_2)$$

Avec λ la conductivité thermique du milieu considéré et A_1 la surface d'échange.

Le flux d'entropie créée s'exprime alors:

$$\frac{\delta S_i}{dt} = -\lambda \cdot A_1 \cdot (T_1 - T_2) \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) = \frac{-\lambda \cdot A_1 \cdot (T_1 - T_2)^2}{T_1 \cdot T_2} \geq 0$$

II.2.4.2 Détente isotherme d'un gaz

Considérons maintenant la détente d'un gaz au contact d'un réservoir chaud (Figure 0.7). Faisons l'hypothèse que cette expansion est à température constante, la variation d'entropie du gaz δS_e est alors $\frac{\delta Q}{T}$ avec δQ le flux de chaleur cédé par le réservoir chaud. Ceci est le cas idéal, en réalité il existe une différence entre la pression du gaz p_{gaz} et celle reçue par le piston p_{piston} qui correspond à une création d'entropie. L'accroissement irréversible de l'entropie s'exprime :

$$\frac{\delta S_i}{dt} = \frac{(p_{\text{gaz}} - p_{\text{piston}}) dV}{T} > 0$$

$p_{\text{gaz}} - p_{\text{piston}}$ correspond à la force thermodynamique et $\frac{dV}{dt}$ au flux correspondant.

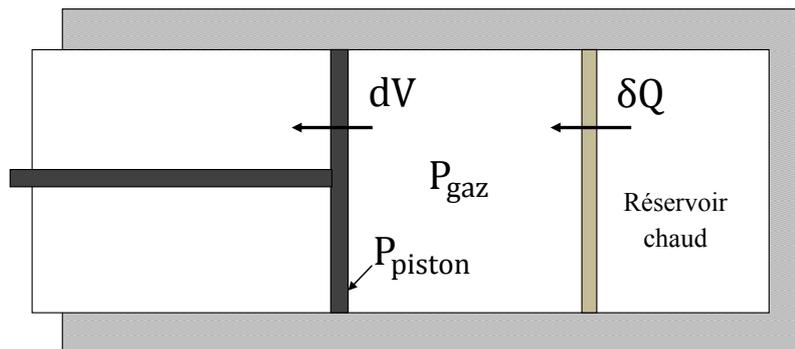


Figure 0.7: Détente isotherme d'un gaz.

L'expression de l'entropie totale est [26]:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{\delta S_e}{dt} + \frac{\delta S_i}{dt} = \frac{1}{T} \frac{\delta Q}{dt} + \frac{(p_{\text{gaz}} - p_{\text{piston}}) dV}{T} \frac{dV}{dt}$$

La chaleur absorbée est égale au travail produit par le déplacement du piston, c'est-à-dire :

$$\frac{\delta Q}{dt} = p_{\text{piston}} \frac{dV}{dt}$$

Ce qui implique que :

$$\frac{dS}{dt} = \frac{p_{\text{gaz}}}{T} \frac{dV}{dt}$$

Partie 2 Corrélations de pertes de charge et des coefficients de transfert thermique

I Expression des pertes de charge en fluide permanent (liquide gaz)[28][29]

On donne ici les corrélations de pertes de charge en écoulement établi isochore pour deux types de canalisations, une conduite circulaire et une conduite annulaire. L'expression générale des pertes de charge est :

$$\Delta P = 4. Cf \frac{L}{D_h} \frac{V_d^2}{2} \quad (0.23)$$

ΔP est la perte de pression (pertes de charge), Cf est le coefficient de pertes de charge, L la longueur de conduite, D_h le diamètre hydraulique, ρ la masse volumique du fluide et V_d est la vitesse débitante.

Le flux de création d'entropie correspondant est :

$$\dot{S}_i = \frac{\dot{m}}{T} \Delta P \quad (0.24)$$

Avec T la température du fluide.

On rappelle la définition du nombre de Reynold :

$$Re = \frac{V \cdot L}{\nu} \quad (0.25)$$

Avec V la vitesse caractéristique, L la longueur caractéristique et ν la viscosité cinématique ($\nu = \frac{\mu}{\rho}$).

I.1 Section circulaire

Dans cette partie, l'écoulement est considéré dans un tube circulaire de diamètre D et de longueur L . Le nombre de Reynold critique Re_C détermine la transition entre régime laminaire et turbulent. Cette

valeur expérimentale est approximative puisqu'en réalité il y a une zone de transition laminaire-turbulent. Dans le cas d'un écoulement dans une conduite circulaire on a :

$$Re_C \approx 2000$$

I.1.1 Écoulement laminaire

La longueur d'établissement, c'est-à-dire la longueur à partir de laquelle l'écoulement est considéré comme établi, est donnée par :

$$L_{ei} = 0,06 \cdot Re_i \cdot D_i \quad (0.26)$$

Le coefficient de perte de charge est de :

$$Cf_i = \frac{16 \cdot \mu_i \cdot L_i \cdot A_{ti}}{\dot{m} \cdot D_i^4} \quad (0.27)$$

A_t étant la section transversale du tube, c'est-à-dire la section de passage du fluide.

La perte de pression correspondante est :

$$P_i = \frac{128 \cdot \mu_i \cdot L_i}{D_i^4} \dot{m} \quad (0.28)$$

La création d'entropie est alors :

$$\dot{S}_{C_{\Delta P_i}} = \frac{128 \cdot \mu_i \cdot L_i}{T \cdot D_i^4} \dot{m} \quad (0.29)$$

$$\dot{S}_{C_{\Delta P_i}} = \frac{\alpha_i}{T} \dot{m}^{n_i}$$

$$\begin{cases} \alpha_i = \frac{128 \cdot \mu_i \cdot L_i}{D_i^4} \\ n_i = 2 \end{cases}$$

I.1.2 Écoulement turbulent

L'écoulement est considéré comme turbulent pour $Re > 10^5$.

La longueur d'établissement est donnée par :

$$L_{ei} = 0,63 Re_i^{0,25} D_i \quad (0.30)$$

Le modèle de turbulence utilisé dans les corrélations de pertes de charge est celui de la viscosité cinématique turbulente ν_T avec hypothèse de Boussinesq. Ce modèle pseudo laminaire est acceptable dans quelques cas comme les écoulements dans la partie centrale d'une canalisation, c'est-à-dire relativement loin de la paroi.

La relation de Blasius permet une expression des pertes de charge :

$$\Delta P_i = \frac{0,24 L_i \cdot v_i^{0,25}}{\rho_i^{0,75} \cdot D_i^{4,75}} \dot{m}^{1,75} \quad (0.31)$$

Le flux de création d'entropie correspondant est :

$$\dot{S}_{C\Delta P_i} = \frac{0,24 L_i \cdot v_i^{0,25}}{T_i \cdot \rho_i^{1,75} \cdot D_i^{4,75}} \dot{m}^{2,75} \quad (0.32)$$

$$\dot{S}_{C\Delta P_i} = \frac{\alpha_i}{T} \dot{m}^{n_i}$$

$$\begin{cases} \alpha_i = \frac{0,24 L_i \cdot v_i^{0,25}}{\rho_i^{1,75} \cdot D_i^{4,75}} \\ n_i = 2,75 \end{cases}$$

I.2 Section annulaire

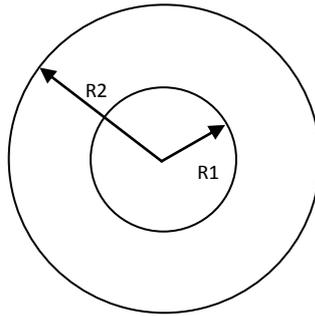


Figure 0.8 : Schéma section annulaire

On note R_1 le petit rayon et R_2 le grand rayon comme en Figure 0.8.

La transition laminaire-turbulent se fait pour un nombre de Reynolds critique :

$$Re_c = 1200 B_i^{1,25}$$

B_i est un paramètre géométrique :

$$B_i = \frac{\left(\frac{R_2}{R_1} - 1\right)^2}{1 + \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 - \frac{\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 - 1}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}}$$

I.2.1 Ecoulement laminaire

La longueur d'établissement est donnée par Mojtabi et Tehrmina [28]:

$$L_{ei} = R_1 \left\{ \left(R_2/R_1 \right)^{0,5} - 1 \right\}^{1,85} Re_i^{0,8} \quad (0.33)$$

Le coefficient de perte de charge est :

$$Cf_i = \frac{8v_i}{V_{di}} \frac{R_2 - R_1}{R_1^2 + R_2^2 - \frac{R_2^2 - R_1^2}{\ln(R_2/R_1)}} \quad (0.34)$$

Ce qui donne des pertes de charge de :

$$\Delta P_i = \frac{8v_i L_i}{R_1^2 + R_2^2 - \frac{R_2^2 - R_1^2}{\ln(R_2/R_1)}} \dot{m} \quad (0.35)$$

Le flux de création d'entropie correspondant est de :

$$\dot{S}_{C_{\Delta P_i}} = \frac{1}{T_i} \frac{8v_i L_i}{R_1 + R_2 - \frac{R_2 - R_1}{\ln(R_2/R_1)}} \dot{m} \quad (0.36)$$

$$\dot{S}_{C_{\Delta P_i}} = \frac{\alpha_i}{T_i} \dot{m}^{n_i}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_i = \frac{8v_i L_i}{R_1 + R_2 - \frac{R_2 - R_1}{\ln(R_2/R_1)}} \\ n_i = 2 \end{array} \right.$$

I.2.2 Ecoulement turbulent

L'écoulement est considéré comme turbulent pour $Re > 10^5$.

Le coefficient de perte de charge est donné par la formule de Davis :

$$Cf_i = 0,055 \left(1 - \frac{R_1}{R_2} \right)^{0,1} Re_i^{0,2} \quad (0.37)$$

Pour cette géométrie particulière le nombre de Reynolds s'exprime par :

$$Re_i = \frac{2(R_2 - R_1)V_{di}}{v_i} \quad (0.38)$$

La perte de charge est dans ce cas:

$$\Delta P_i = \frac{0,0632L_i}{\rho_i \mu_i^{0,2} (R_2 - R_1)^{0,8}} \left(1 - \frac{R_1}{R_2}\right)^{0,1} \left(\frac{\dot{m}}{\pi(R_2^2 - R_1^2)}\right)^{2,2} \quad (0.39)$$

La création d'entropie est:

$$\dot{S}_{C_{\Delta P_i}} = \frac{0,0632L_i}{T_i \cdot \rho_i^2 \mu_i^{0,2} (R_2 - R_1)^{0,8}} \left(1 - \frac{R_1}{R_2}\right)^{0,1} \left(\frac{1}{\pi(R_2^2 - R_1^2)}\right)^{2,2} \dot{m}^{3,2} \quad (0.40)$$

Généralisable en :

$$\dot{S}_{C_{\Delta P_i}} = \frac{\alpha_i}{T_i} \dot{m}^{n_i}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_i = \frac{0,0632L_i}{\rho_i^2 \mu_i^{0,2} (R_2 - R_1)^{0,8}} \left(1 - \frac{R_1}{R_2}\right)^{0,1} \left(\frac{1}{\pi(R_2^2 - R_1^2)}\right)^{2,2} \\ n_i = 3,2 \end{array} \right.$$

I.3 Remarque

Le fluide est considéré comme incompressible, c'est-à-dire que la masse volumique ρ est constante. Cependant les phases de transfert de chaleur sont une détente et une compression toutes deux isothermes. On définit donc la limite de validité des expressions de pertes de charge en écoulement incompressible. Le critère est une comparaison avec la vitesse du son dans le même milieu avec les mêmes conditions de pression et de température :

-si le gaz a une vitesse $v < 0,3 * v_{son}$ il peut être considéré comme incompressible et les corrélations de pertes de charge peuvent être appliquées.

- si le gaz a une vitesse $v > 0,3 * v_{son}$ il doit être considéré comme compressible et les corrélations ne sont plus applicables.

II Expression des conductances de transferts en fluide permanent (liquide et gaz)[10].

II.1 Cas où le fluide cyclé s'écoule dans le cylindre.

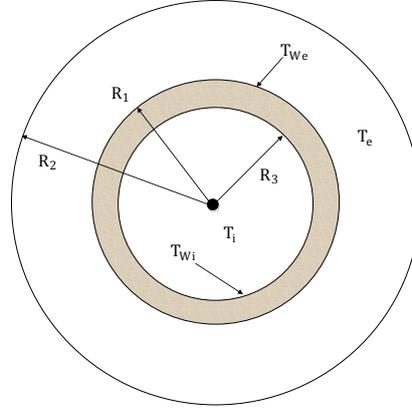


Figure 0.9 : Ecoulement du fluide cyclé dans le cylindre.

Le fluide cyclé s'écoule avec un débit massique \dot{m} dans un cylindre horizontal de longueur L , de rayon interne R_1 et à une température T_i ; Le cylindre a une température de paroi interne imposée T_{wi} comme le montre la Figure 0.9. Dans cette configuration, on peut schématiser le transfert de chaleur par le circuit électrique de la Figure 0.10, il se compose de trois résistances thermiques dues à la convection des deux fluides et la conduction dans le matériau constituant le cylindre.

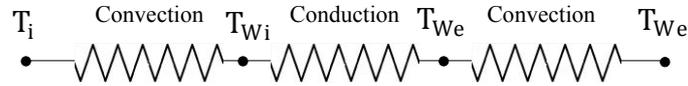


Figure 0.10 : Schéma électrique équivalent au transfert thermique.

L'étude est faite sur le demi-échangeur coté fluide cyclé, le coefficient d'échange global est alors pris entre T_i et T_{wi} et s'exprime par :

$$K_i = A_{li} h_i = 2\pi R_3 L_i h_i \quad (0.41)$$

Avec h_i , le coefficient de transfert par convection du fluide cyclé dans le cylindre qui dépend du nombre de Nusselt :

$$Nu_D = \frac{h_i D_h}{\lambda_i} \quad (0.42)$$

D_h est le diamètre hydraulique, dans ce cas D , et λ_i est la conductivité thermique du fluide cyclé à la température de film T_f que l'on rappelle :

$$T_f = \frac{T_{wi} + T_i}{2} \quad (0.43)$$

Le coefficient de transfert par convection du fluide cyclé peut alors s'écrire :

$$h_i = \frac{Nu_D \lambda_i}{D_h} \quad (0.44)$$

II.1.1 Régime laminaire.

$$(100 < Re < 2100)$$

- Si le tube est long c'est à dire que $\frac{L}{D} > 0,1 Re Pr$ et pour $0,6 < Pr < 100$ on peut considérer

que le régime thermique est établi, dans la littérature on trouve que :

-Si la température de paroi est uniforme, c'est le cas dans l'exemple étudié, le nombre de Nusselt est de 3,66. Dans ce cas, le coefficient de transfert par convection du fluide cyclé devient :

$$h_i = \frac{3,66 \lambda_i}{D_{hi}} \quad (0.45)$$

On alors :

$$h_i = \beta_i' \dot{m}^{z_i}$$

$$\text{Avec } \begin{cases} \beta_i' = \frac{3,66 \lambda_i}{D_{hi}} \\ z_i = 0 \end{cases}$$

-Si le flux de chaleur pariétal est imposé, le nombre de Nusselt est de 4,36. Dans ce cas, le coefficient de transfert par convection du fluide cyclé devient :

$$h_i = \frac{4,36 \lambda_i}{D_{hi}} \quad (0.46)$$

Ce qui équivaut à :

$$h_i = \beta_i' \dot{m}^{z_i}$$

$$\text{Avec } \begin{cases} \beta_i' = \frac{4,36 \lambda_i}{D_{hi}} \\ z_i = 0 \end{cases}$$

- Tube court $\left(\frac{L_i}{D_{hi}} < 0,1 Re Pr\right)$ et pour $0,48 < Pr < 16700$.

$$Nu_D = 1,86 \left(\frac{(Re_D Pr D)}{L}\right)^{0,33} \left(\frac{\mu}{\mu_W}\right)^{0,14} \quad (0.47)$$

μ et Pr sont évalués à T_f alors que μ_w est pris à la température de la paroi du tube. Ce cas de figure ne sera pas considéré dans notre modèle, on travaillera en régime thermique établi.

II.1.2 Régime turbulent et établi.

($10^4 < Re < 1,2 \cdot 10^5$), pour $0,7 < Pr < 100$ et pour $\frac{L_i}{D_{hi}} > 60$.

$$Nu_D = 0,023 Re_D^{0,8} Pr^{0,33} \quad (0.48)$$

On rappelle les expressions du nombre de Reynolds et du nombre de Prandtl :

$$Re = \frac{\dot{m} D_h}{\mu A_t}$$

$$Pr = \frac{C_p \cdot \mu}{\lambda}$$

Le coefficient de transfert par convection devient :

$$h_i = \frac{\lambda_i}{D_{hi}} 0,023 Re_{Di}^{0,8} Pr_i^{0,33} = \frac{\lambda_i}{D_{hi}} 0,023 \left(\frac{\dot{m} D_{hi}}{\mu_i A_{it}} \right)^{0,8} \left(\frac{C_{p_i} \cdot \mu_i}{\lambda_i} \right)^{0,33} \quad (0.49)$$

Ce qui équivaut à :

$$h_i = \beta_i' \dot{m}^z$$

$$\text{Avec } \begin{cases} \beta_i' = \frac{\lambda_i}{D_{hi}} 0,023 \left(\frac{D_{hi}}{\mu_i A_{it}} \right)^{0,8} \left(\frac{C_{p_i} \cdot \mu_i}{\lambda_i} \right)^{0,33} \\ z = 0,8 \end{cases}$$

II.2 Cas où le fluide cyclé s'écoule dans la section annulaire.

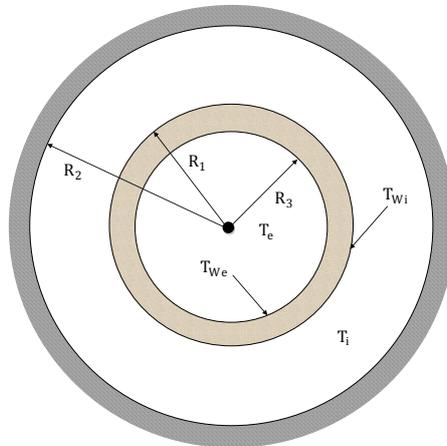


Figure 0.11 : Ecoulement du fluide cyclé dans la section annulaire.

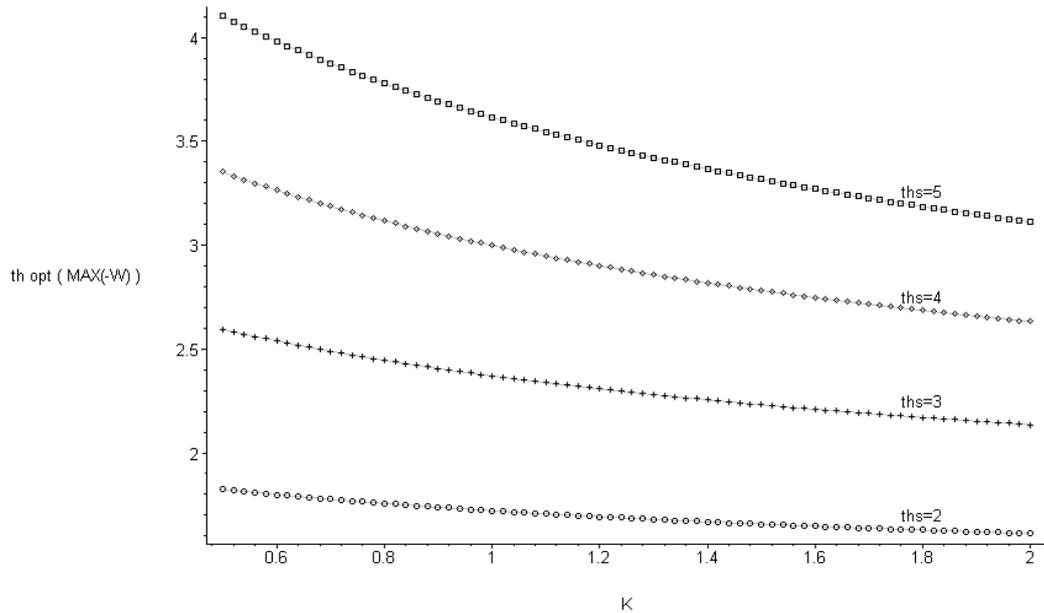


Figure 0.14: Température haute optimale ($t_{h\text{ opt}} = \frac{T_{H\text{opt}}}{T_0}$) en fonction du rapport des conductances de transfert ($K = \frac{K_L}{K_H}$) correspondant à la maximisation de la puissance libérée ($\text{MAX}(-\dot{W})$) pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud ($t_{shi} = \frac{T_{S\text{Hi}}}{T_0}$) et pour $\dot{S}_C = \text{cste}$.

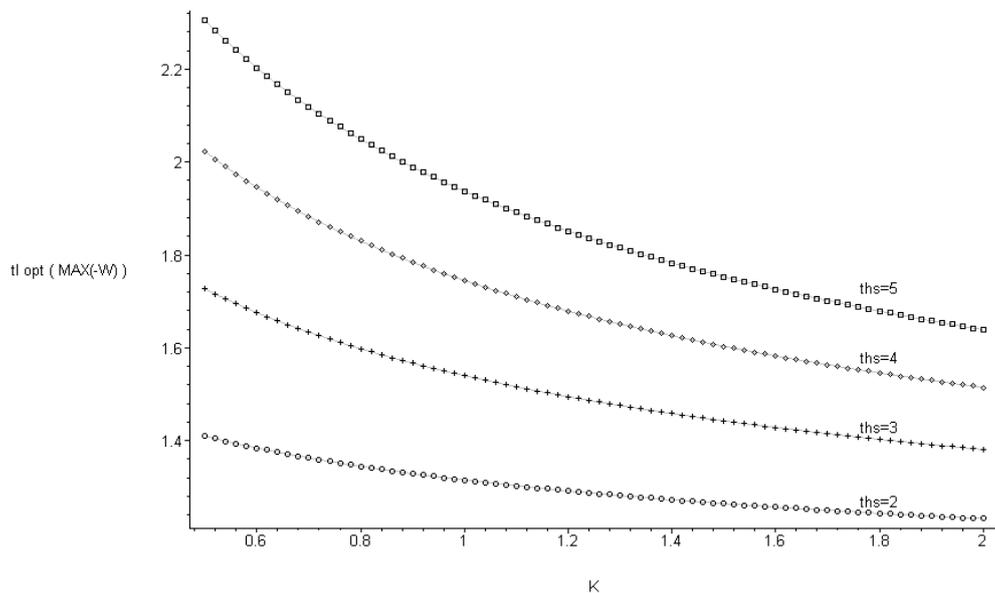


Figure 0.15 : Température basse optimale ($t_{l\text{ opt}} = \frac{T_{L\text{opt}}}{T_0}$) en fonction du rapport des conductances de transfert ($K = \frac{K_L}{K_H}$) correspondant à la maximisation de la puissance libérée ($\text{MAX}(-\dot{W})$) pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud ($t_{shi} = \frac{T_{S\text{Hi}}}{T_0}$) et pour $\dot{S}_C = \text{cste}$.

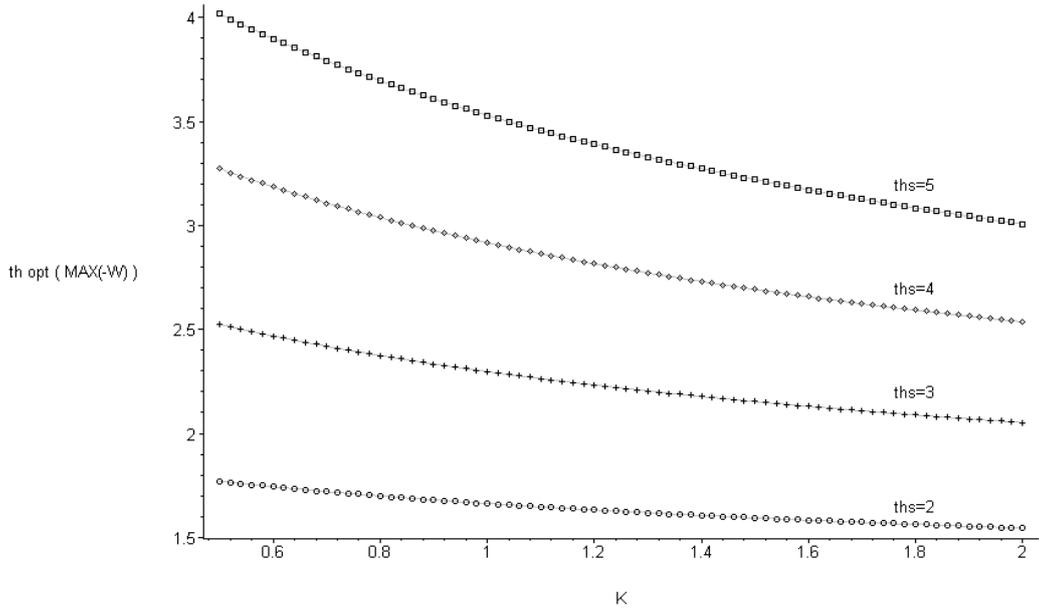


Figure 0.20 : Température haute optimale ($t_{h \text{ opt}} = \frac{T_{H \text{ opt}}}{T_0}$) en fonction du rapport des conductances de transfert ($K = \frac{K_L}{K_H}$) correspondant à la maximisation de la puissance libérée ($\text{MAX}(-\dot{W})$) pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud ($t_{shi} = \frac{T_{S \text{ Hi}}}{T_0}$) et pour $\dot{S}_C = S_C'(T_H - T_L)$.

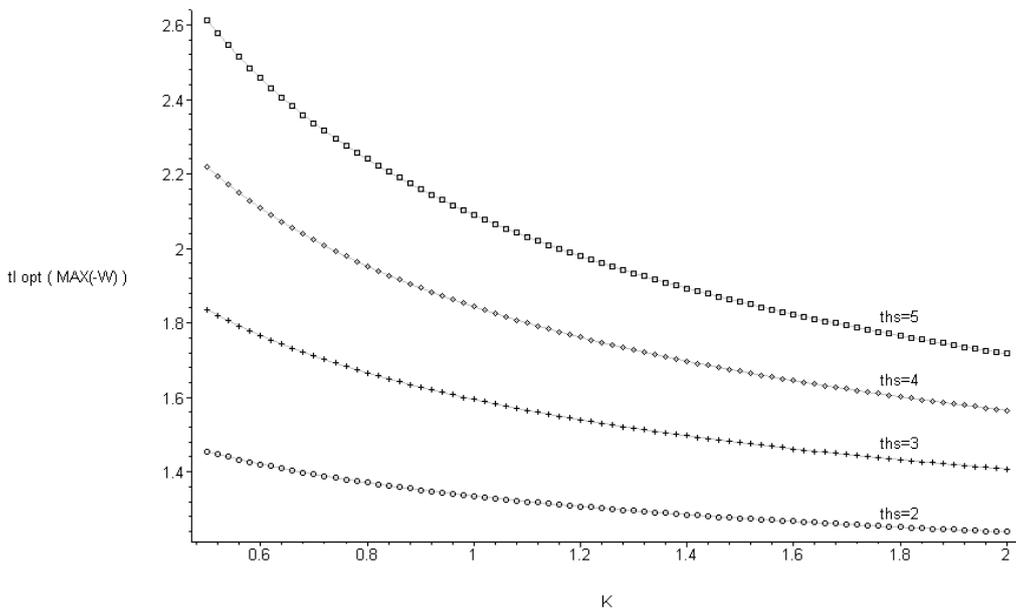


Figure 0.21 Température basse optimale ($t_{l \text{ opt}} = \frac{T_{L \text{ opt}}}{T_0}$) en fonction du rapport des conductances de transfert ($K = \frac{K_L}{K_H}$) correspondant à la maximisation de la puissance libérée ($\text{MAX}(-\dot{W})$) pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud ($t_{shi} = \frac{T_{S \text{ Hi}}}{T_0}$) et pour $\dot{S}_C = S_C'(T_H - T_L)$.

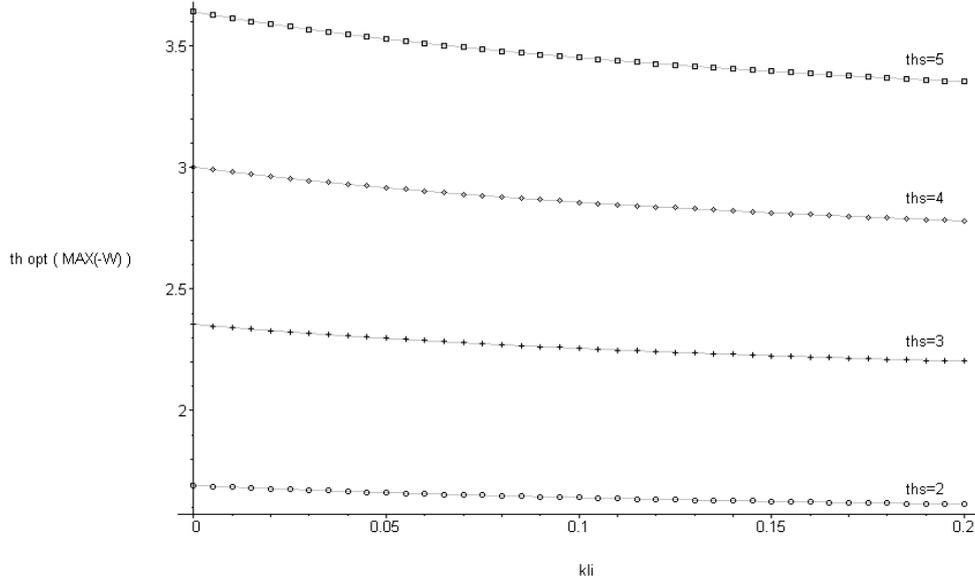


Figure 0.22: Température haute optimale ($t_{h\ opt} = \frac{T_{Hopt}}{T_0}$) en fonction des pertes thermiques du convertisseur ($k_{li} = \frac{K_{Li}}{K_T}$) correspondant à la maximisation de la puissance libérée ($MAX(-\dot{W})$) pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud ($t_{shi} = \frac{T_{SHi}}{T_0}$) et pour $\dot{S}_C = S_C'(T_H - T_L)$.

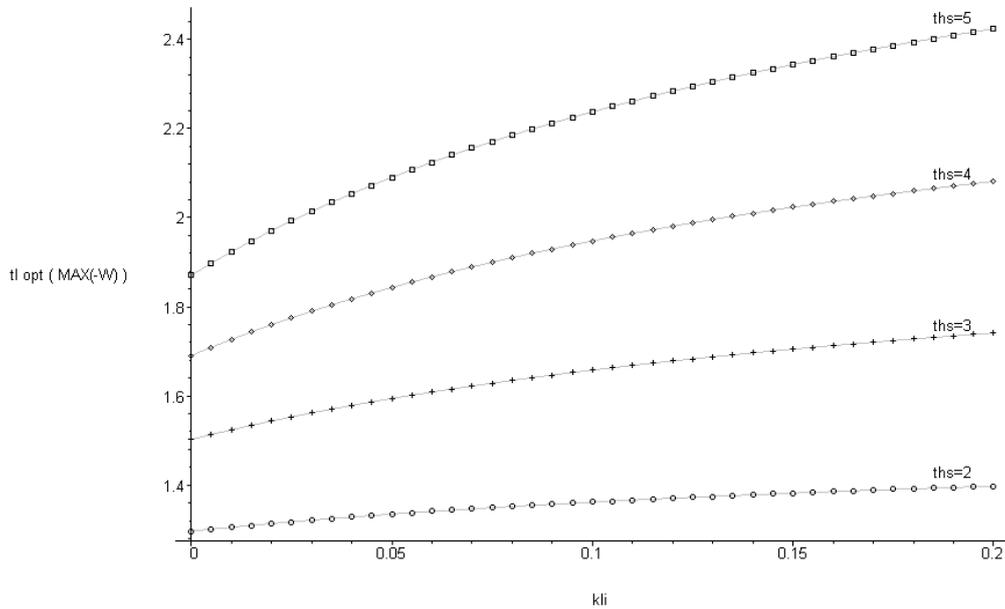


Figure 0.23 : Température basse optimale ($t_{l\ opt} = \frac{T_{Lopt}}{T_0}$) en fonction des pertes thermiques du convertisseur ($k_{li} = \frac{K_{Li}}{K_T}$) correspondant à la maximisation de la puissance libérée ($MAX(-\dot{W})$) pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud ($t_{shi} = \frac{T_{SHi}}{T_0}$) et pour $\dot{S}_C = S_C'(T_H - T_L)$.

I.3 Flux de création d'entropie logarithmique.

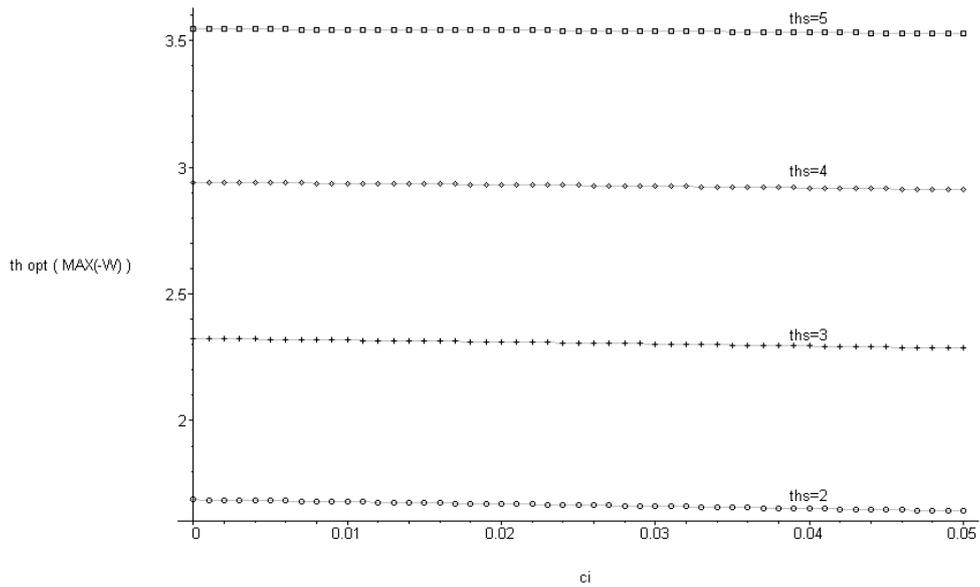


Figure 0.24 : Température haute optimale ($t_{hopt} = \frac{T_{Hopt}}{T_0}$) en fonction du flux de création d'entropie interne du convertisseur ($ci = \frac{C_i}{K_T}$) correspondant à la maximisation de la puissance libérée ($MAX(-\dot{W})$) pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud ($tshi = \frac{T_{SHi}}{T_0}$) et pour $\dot{S}_C = \ln\left(\frac{T_H}{T_L}\right)$.

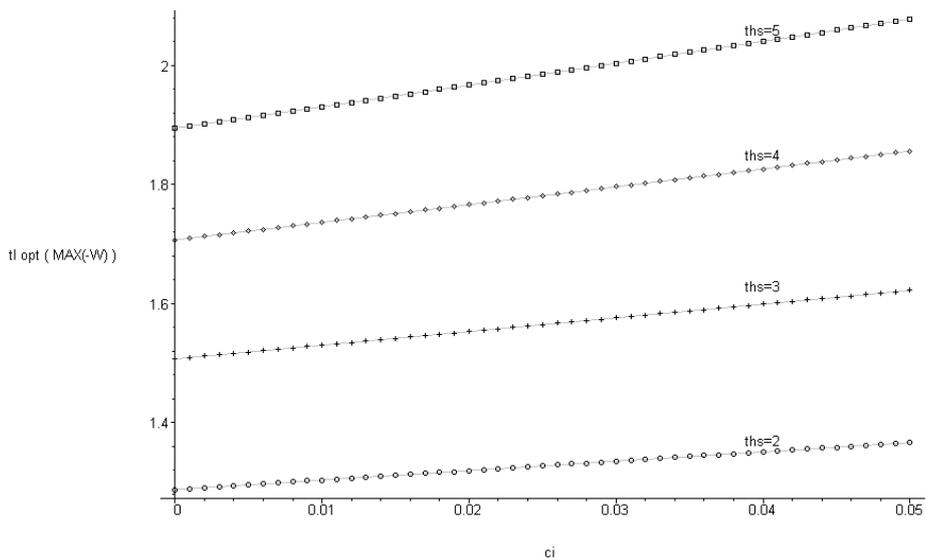


Figure 0.25 : Température basse optimale ($t_{lopt} = \frac{T_{Lopt}}{T_0}$) en fonction du flux de création d'entropie interne du convertisseur ($ci = \frac{C_i}{K_T}$) correspondant à la maximisation de la puissance libérée ($MAX(-\dot{W})$) pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud ($tshi = \frac{T_{SHi}}{T_0}$) et pour $\dot{S}_C = \ln\left(\frac{T_H}{T_L}\right)$.

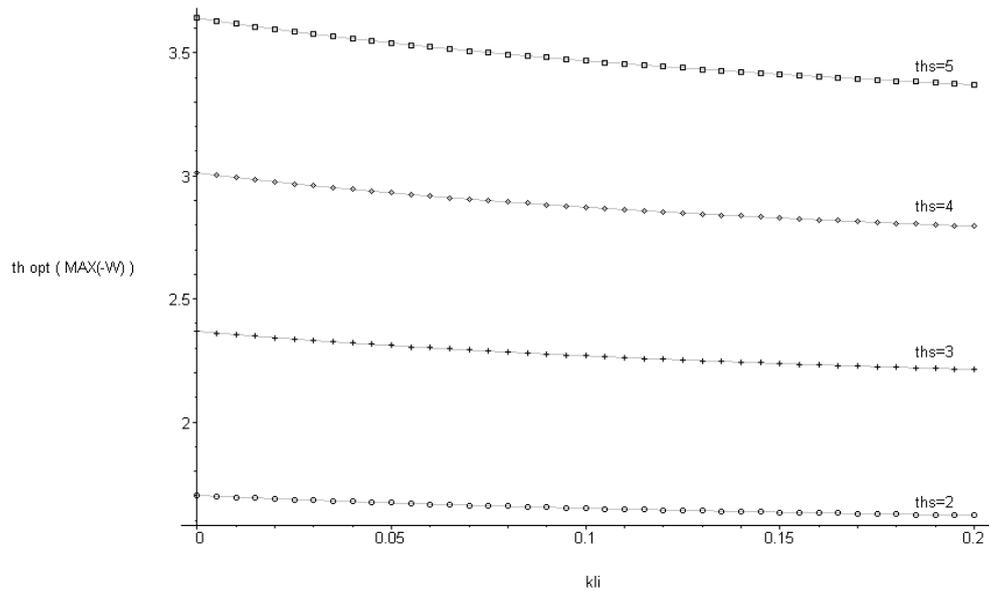


Figure 0.28 : Température haute optimale ($t_{h\text{opt}} = \frac{T_{H\text{opt}}}{T_0}$) en fonction des pertes thermiques du convertisseur ($kli = \frac{K_{Li}}{K_T}$) correspondant à la maximisation de la puissance libérée ($\text{MAX}(-\dot{W})$) pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud ($tshi = \frac{T_{SHi}}{T_0}$) et pour $\dot{S}_C = \ln\left(\frac{T_H}{T_L}\right)$.

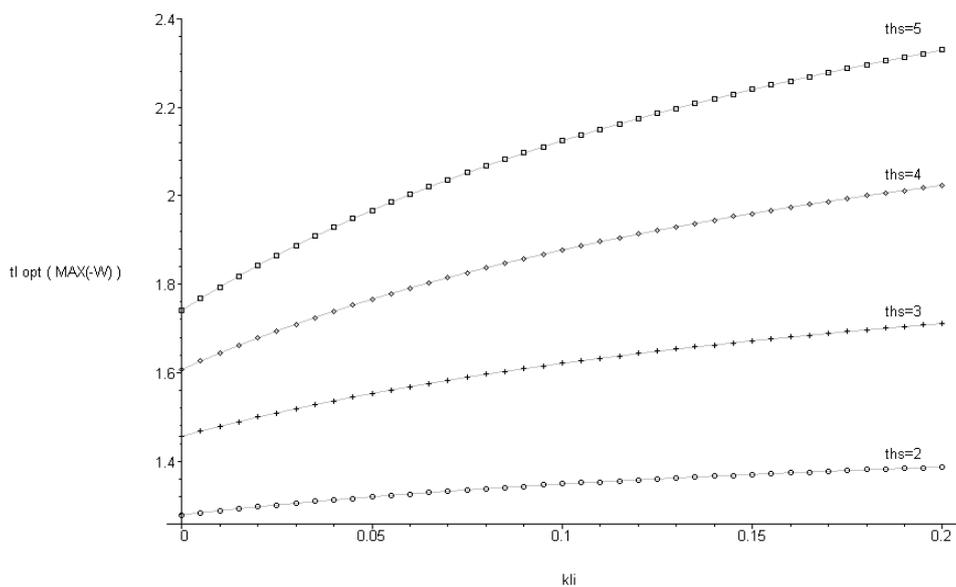


Figure 0.29 : Température basse optimale ($t_{l\text{opt}} = \frac{T_{L\text{opt}}}{T_0}$) en fonction des pertes thermiques du convertisseur ($kli = \frac{K_{Li}}{K_T}$) correspondant à la maximisation de la puissance libérée ($\text{MAX}(-\dot{W})$) pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud ($tshi = \frac{T_{SHi}}{T_0}$) et pour $\dot{S}_C = \ln\left(\frac{T_H}{T_L}\right)$.

II Minimisation flux de création d'entropie dans le système

II.1 Flux de création d'entropie indépendant des températures

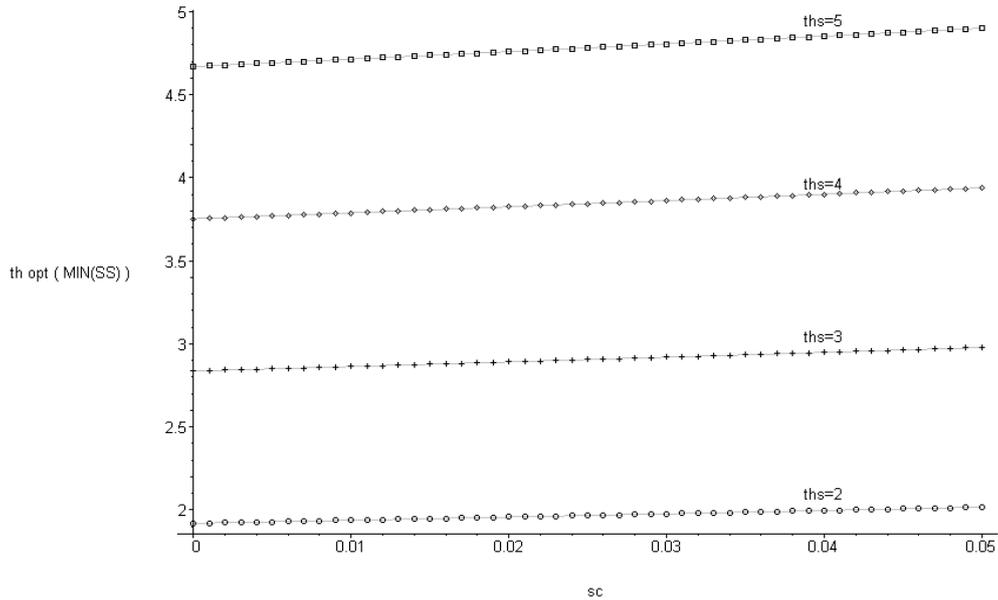


Figure 0.30: Température haute optimale ($t_{h\text{opt}} = \frac{T_{H\text{opt}}}{T_0}$) en fonction du flux de création d'entropie interne du convertisseur ($sc = \frac{\dot{S}_C}{K_T}$) correspondant à la minimisation du flux de création d'entropie du système ($\text{MIN}(\dot{S}_S)$) pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud ($t_{sh} = \frac{T_{SHi}}{T_0}$) et pour $\dot{S}_C = \text{cste}$.

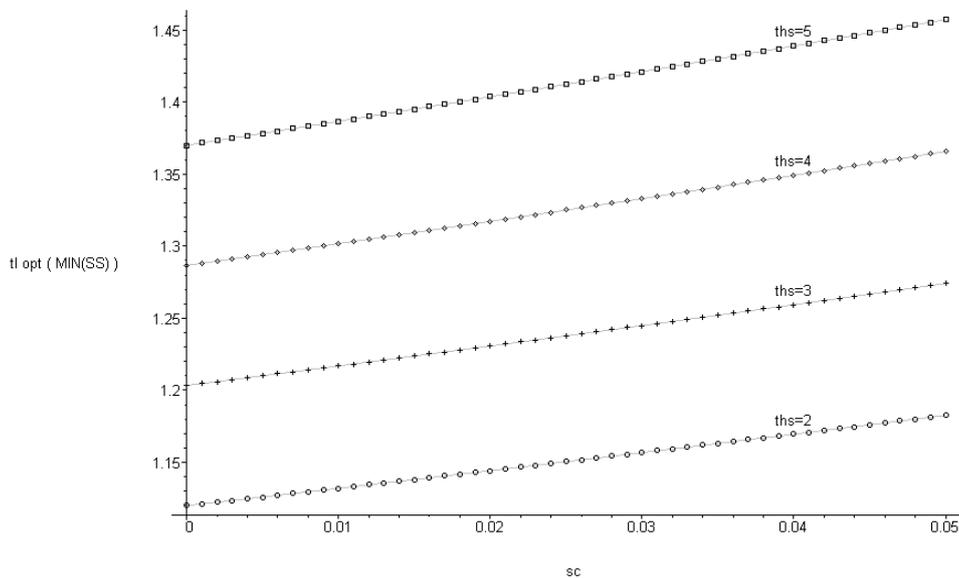


Figure 0.31: Température basse optimale ($t_{l\text{opt}} = \frac{T_{L\text{opt}}}{T_0}$) en fonction du flux de création d'entropie interne du convertisseur ($sc = \frac{\dot{S}_C}{K_T}$) correspondant à la minimisation du flux de création d'entropie du système ($\text{MIN}(\dot{S}_S)$) pour différentes valeurs de température en entrée d'échangeur chaud ($t_{sh} = \frac{T_{SHi}}{T_0}$) et pour $\dot{S}_C = \text{cste}$.

