



**HAL**  
open science

# Développement d'un outil d'analyse du mouvement des particules en turbulence

Justin Jacquot

► **To cite this version:**

Justin Jacquot. Développement d'un outil d'analyse du mouvement des particules en turbulence. Génie des procédés. 2012. hal-02093663

**HAL Id: hal-02093663**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/hal-02093663>**

Submitted on 9 Apr 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-memoires-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-memoires-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>



Université de Lorraine  
Faculté des sciences et technologies  
Master MEPP (Mécanique, Énergétique, Procédés et Produits)  
Spécialité MFE (Mécanique des Fluides et Énergie)  
Laboratoire : LEMTA (Laboratoire d'Énergétique et de Mécanique Théorique et  
Appliquée)

Maître de stage : Markus Abel

## Développement d'un outil d'analyse du mouvement des particules en turbulence

*Justin Jacquot*

Nancy, le 4 Septembre 2012

# Table des matières

<b>I</b>	<b>Introduction</b>	<b>8</b>
<b>II</b>	<b>Rappels théoriques</b>	<b>12</b>
<b>1</b>	<b>Probabilités et statistiques</b>	<b>14</b>
1.1	Outils mathématiques . . . . .	14
1.2	Description statistique du champ de vecteurs : Processus Stochastique . .	15
<b>2</b>	<b>La turbulence</b>	<b>17</b>
2.1	Un phénomène naturel avant tout . . . . .	17
2.2	Les équations de Navier-Stokes . . . . .	19
2.3	Description statistique . . . . .	19
2.3.1	Décomposition statistique . . . . .	19
2.3.2	Equations de Navier-Stokes moyennées . . . . .	19
2.4	Turbulence Homogène et isotrope - Théorie de Kolmogorov . . . . .	22
2.4.1	Turbulence homogène . . . . .	22
2.4.2	Turbulence isotrope . . . . .	22
2.4.3	La théorie de Kolmogorov . . . . .	22
2.4.4	Les fonctions de structure et le phénomène d’intermittence . . . . .	25
2.5	Turbulence Non-idéale . . . . .	27
<b>3</b>	<b>Les particules et la turbulence</b>	<b>28</b>
3.1	Rappel général sur la description des écoulements . . . . .	28
3.1.1	Champ de vitesse Eulérien . . . . .	28
3.1.2	Champ de vitesse Lagrangien . . . . .	28
3.2	Advection des Particules . . . . .	29
3.2.1	Grandeurs caractéristiques : Nombre de Stokes (et de Kubo) . . . .	29
3.2.2	Équations d’advection : cas de particules discrètes . . . . .	30
3.2.3	La méthode de la “pair dispersion” . . . . .	32
<b>III</b>	<b>Application à Python</b>	<b>34</b>
<b>4</b>	<b>Développement et programmation d’un système d’analyse universel pour la turbulence</b>	<b>35</b>
4.1	Le choix de Python . . . . .	35
4.2	Développement du programme : besoins et exigences . . . . .	36
4.3	Écriture des modules . . . . .	36
4.3.1	Lecture des données . . . . .	37
4.3.2	Manipulation des données qui nous intéressent . . . . .	37
4.3.3	Analyse statistique (moments, PDF, ...) . . . . .	38
4.3.4	Représentation graphique des données analysées . . . . .	39
4.3.5	Rapport final . . . . .	39

<b>5</b>	<b>Les données</b>	<b>40</b>
5.1	La base de données ICTR . . . . .	40
5.2	Le format HDF . . . . .	40
5.2.1	Qu'est-ce que le format HDF ? . . . . .	40
5.2.2	Compatibilité avec Python . . . . .	41
5.3	Ouverture quant aux données à exploiter . . . . .	41
5.3.1	netCDF . . . . .	41
5.3.2	The JHU Turbulence Database Cluster (TDC) . . . . .	41
5.3.3	eFluids . . . . .	42
<b>IV</b>	<b>Résultats</b>	<b>43</b>
<b>6</b>	<b>Analyse numérique et interprétation</b>	<b>45</b>
6.1	Schéma général . . . . .	45
6.2	Quelques résultats statistiques . . . . .	48
6.3	Influence du nombre de Stokes : . . . . .	52
6.3.1	À un temps fixé . . . . .	52
6.3.2	Évolution temporelle . . . . .	55
6.3.3	L'intermittence . . . . .	57
<b>V</b>	<b>Discussion et Conclusion</b>	<b>59</b>
<b>A</b>	<b>Organigramme</b>	<b>62</b>
<b>B</b>	<b>Exemple du Code source développé</b>	<b>65</b>
<b>C</b>	<b>Exemple du rapport généré</b>	<b>72</b>

# Nomenclature

## Lettres grecques

	Signification
$\chi$	variable aléatoire
$\sigma$	écart type
$\pi$	constante géométrique
$\mu$	mathématique $\rightarrow$ moyenne / physique $\rightarrow$ viscosité dynamique
$\nu$	viscosité cinématique
$\rho$	masse volumique
$\varepsilon$	tenseur des dissipations turbulent
$\kappa$	énergie cinétique turbulente
$\phi$	flux (d'énergie)
$\delta$	incrément (spatial ou temporel)
$\tau$	quantité temporelle
$\lambda$	micro-échelle de la turbulence

## Symboles mathématiques

	Signification
$\bar{A}$	moyenne d'ensemble
$\sum_{i=a}^b$	somme de a à b
$\vec{A}$	vecteur (tenseur d'ordre 1)
$[A]$	délimiteurs ou analyse dimensionnelle
$ A $	valeur absolue
$\langle A \rangle$	moyenne
$\ln$	logarithmique népérien (relation : $a^x = e^{x \ln(a)}$ )
$\ll$	très inférieur à
$\gg$	très supérieur à
$\leq$	inférieur ou égal à
$\geq$	supérieur ou égal à
$d$	dérivée simple
$\partial$	dérivée partielle (d rond)
$D$	dérivée particulière
$\nabla$	nabla (gradient)
$\Delta$	laplacien

## Abréviations

	Signification
PDF	Probability Density Function
RANS	Reynolds Average Navier Stokes
DNS	Direct Numerical Simulation
LES	Large Eddy Simulation
THI	Turbulence Homogène Isotrope
HDF	Hierarchical Data Format
2D	Deux Dimensions
3D	Trois Dimensions



Première partie

**Introduction**

Source illimitée de problèmes, touchant une quantité exceptionnelle de domaines de la physique, la turbulence des fluides est, encore de nos jours, très loin d'être résolue et comprise.

L'homme étant curieux par nature, il se pencha avec attention sur le sujet et tente depuis maintenant quelques siècles de comprendre et d'interpréter ce phénomène.

La turbulence est observable partout, et à tout instant. La beauté de sa complexité nous attire, nous fascine, nous émerveille. Nous cherchons à l'enfermer dans des lois et des modèles physiques mais en vain, le désordre qu'elle engendre ne se laisse pas faire. Comment apprivoiser ce chaos? Par où commencer et dans quelle direction se lancer? Y reconnaît-on quelque chose de familier pour nous repérer? Peut-on expliquer, modéliser une quantité turbulente, sans rien laisser au hasard? Comment prédire les mouvements futurs d'un fluide soumis à un comportement si capricieux? Des scientifiques du monde entier travaillent à ces questions pour avancer doucement vers une connaissance toujours plus grande de ce phénomène si subtil.

Pour notre part, l'intérêt porté à la turbulence est essentiellement dû à la curiosité. Pourquoi à l'heure actuelle, avec les connaissances et la facilité de diffusion de celles-ci, la turbulence reste un problème ouvert? Quelles sont les difficultés rencontrées lors des actions mises en œuvre pour comprendre ce phénomène? Et comment trouver un moyen de l'approcher différemment?

Tout d'abord il nous a fallu trouver comment était caractérisé un écoulement turbulent. Après une période de documentation non négligeable, nous pouvons résumer les grandes lignes de ce qui est mis en place, aujourd'hui, pour parvenir à une telle description.

Les écoulements de fluides incompressibles sont gouvernés par les équations de Navier-Stokes. Elles relient la vitesse et la pression en chaque point de l'écoulement. Quatre fonctions inconnues doivent être déterminées : les trois composantes du vecteur vitesse et la pression. Deux termes interviennent dans les équations de Navier-Stokes. Le terme de diffusion, qui est linéaire, traduit l'effet de la viscosité du fluide sur l'écoulement et a pour effet de contrôler tout développement d'instabilité. Le deuxième terme, appelé terme inertiel, est non linéaire et est à l'origine des interactions à des échelles spatiales très différentes. Plus la vitesse de l'écoulement est grande, plus l'influence du terme inertiel dans les équations de Navier-Stokes est forte, le comportement de l'écoulement dépend donc du rapport vitesse/viscosité, c'est-à-dire du nombre de Reynolds. Dans la simulation numérique d'un écoulement fluide on résout, au moyen d'un ordinateur, les équations de Navier-Stokes préalablement discrétisées avec un schéma numérique. Cela consiste à calculer, en chaque point de l'espace de calcul (c'est-à-dire du maillage de l'espace) et pour certaines valeurs du temps, la vitesse et la pression du fluide. On définit donc un pas d'espace qui représente la taille du maillage, et un pas de temps qui représente l'intervalle de temps entre deux instants de calcul de la solution. La difficulté de la simulation est liée à la physique du problème traité, c'est-à-dire à la turbulence. L'écoulement étant irrégulier en temps et en espace (turbulence forte), cela nécessite des pas d'espace et de temps très petits (pour essayer de ne rien laisser de côté). Le calcul précis de toutes les échelles d'un écoulement turbulent sur de longs intervalles de temps entraîne des contraintes très fortes, le temps de calcul et la mémoire nécessaire étant alors très grands. On parle de simulation numérique directe (DNS) de la turbulence. Toutes ces contraintes font que la simulation numérique directe d'écoulements reste limitée à des écoulements en géométries simples (écoulement périodique pour la turbulence homogène, écoulement dans un canal pour le développement de couches limites), et à des nombres de Reynolds faibles (quelques milliers) comparés aux nombres de Reynolds couramment rencontrés dans les écoulements industriels ou dans l'atmosphère (jusqu'à plusieurs milliards).

Tout le travail réalisé lors de ce stage est de créer un programme permettant l'analyse des "solutions" calculées lors de la simulation. La plupart des logiciels de simulations numériques en mécanique des fluides possèdent une interface graphique, le plus connu

est probablement Fluent (édité par la société ANSYS<sup>1</sup>). C'est-à-dire qu'il est possible de visualiser le résultat obtenu de manière explicite, en trois dimensions. Ce résultat de l'équation de Navier Stokes (soumis aux caractéristiques de l'écoulement turbulent que nous souhaitons simuler) est dans l'ordinateur sous un format uniquement numérique et il est impossible de comprendre cet amas de données sans l'aide d'un logiciel de ce genre. Mais bien entendu, la puissance numérique nécessaire à ce genre de modélisation est énorme et limite une fois de plus les possibilités de l'analyse.

C'est pourquoi il est important de travailler avec les données brutes, directement issues de la simulation, sans chercher à les représenter directement. C'est ici le point de départ de notre travail, comprendre comment exploiter ce type de données.

Certains grands noms de la physique restent indissociables des découvertes faites dans le domaine de la mécanique des fluides, et plus particulièrement de la turbulence. Nous pourrions noter Andre N. Kolmogorov, U. Frisch [1], M. Lesieur [2] qui ont retenu notre attention.

Beaucoup de chemins différents ont été empruntés pour parvenir à comprendre la turbulence, celui que nous avons choisi est inspiré par Stefan B. Pope[3]. La description statistique du comportement d'un fluide. Nous ne pouvons que difficilement savoir comment se comporte un fluide turbulent dans le détail et à différentes échelles, car ceci nous emmène sur des équations d'une rare complexité et que nous ne sommes pas capable de résoudre (sauf sous condition d'une trop grande quantité d'hypothèses). La démarche statistique consiste à répéter le maximum de fois les expériences que nous savons faire et de rassembler toutes les données générées par celles-ci. S'ensuit alors un long travail de calculs de moyennes, de moments, de densités de probabilités qui nous permettra de déterminer le mouvement moyen, le plus probable, au sein de ce type d'écoulement.

Quelques documents essentiels ont servi de base à la première étape du travail réalisé pendant ce stage, la compréhension du lien entre les mathématiques statistiques et la physique de la turbulence.

Pour la partie mathématique, un retour aux sources en statistiques et probabilités était indispensable, c'est pourquoi nous avons choisi un petit manuel [4], complet et accessible aux nons mathématiciens, écrit par Robert. A Donnelly, un professeur de management du *Goldy-Beacom College* de Wilmington(Delaware, État de la côte Est des États-Unis), soucieux de rendre compréhensible les statistiques à ses élèves. Ce fût donc le premier ouvrage utilisé pour éclaircir la dimension mathématique qui nous attendait. Avec une approche plus poussée et orientée vers la physique, nous nous sommes également beaucoup aidés de l'ouvrage de Jean-Louis Féménias [5], entre autre pour la compréhension des procédés stochastiques appliqués à la physique.

L'aspect numérique étant une part primordiale de notre projet, il a fallu se mettre à la programmation de manière plus approfondie que ce qui avait pu être abordé en cours jusqu'à présent. Le langage choisi pour concevoir notre programme est Python, ce qui nous a conduit vers le livre de Gerard Swinnen [6], idéal pour comprendre son architecture et apprendre les bases de son utilisation. Mais en complément, les forums de programmation ont été irremplaçables, les principaux sont *le site du zéro* [7], *developpez.com* [8], *stackoverflow* [9] ou même *Google groups* [10]. Python est un langage gratuit et fait de plus en plus d'émules dans le monde scientifique et universitaire, c'est pourquoi il est aussi simple de trouver de l'aide sur la toile. Nous pensons notamment à Thomas Caswell un doctorant de l'Université de Chicago qui est venu à notre secours depuis Google groups et nous a été d'une aide précieuse pour l'utilisation d'un module de lecture de Python.

Le programme que nous avons initié pendant ce stage était surtout un moyen de mesurer les possibilités qui nous étaient accessibles pour mettre au point une analyse automatisée de la turbulence. Mais le projet a été remarqué dans le monde scientifique, et ce qui était au départ un brouillon de laboratoire à l'échelle d'une université, est en train de servir de base à une collaboration à échelle européenne. Ce travail prendra bientôt

---

1. <http://ansys.com/>

place au sein de l'ICTR (International Collaboration for Turbulence Research) en tant que première ébauche d'une plus grande réalisation.

Cette collaboration sera en partie due à *GitHub* [11] qui a permis la diffusion efficace de nos travaux. GitHub est un service web d'hébergement et de gestion de développement de logiciels. GitHub est libre, et public. Au fur et à mesure que la conception du logiciel évolue, il est possible, pour qui veut, de suivre son avancement et même d'y participer. Cette plateforme est devenue le rendez-vous des développeurs opensources du monde entier, et est depuis peu le plus populaire de tous (devant SourceForge et d'autres). Son fonctionnement est du même type que celui des réseaux sociaux, c'est ce qui rend la visibilité et la popularité des projets qu'il contient très importante. Certains noms connus y apparaissent car sont développés sur GitHub, tels que *Facebook*, *Tweeter*, *Mozilla*, *Linux Mint* ou encore *Python*.

Notre projet est disponible par le lien suivant : <https://github.com/markus-abel/pyturb>, une page Wiki expliquant le fonctionnement du logiciel est disponible sur cette page, et bien évidemment le code source y est présent et en libre accès.

Après s'être éloigné légèrement du contenu de ce mémoire, recentrons-nous sur l'essence même de ce qui le compose.

Le travail de Master que nous avons entrepris consiste à créer le prototype d'un programme informatique permettant la lecture des données issues de simulations numériques, puis d'en faire l'analyse statistique.

Dans ce mémoire, en première partie, nous proposons une introduction générale à la turbulence. Elle sera constituée des quelques bases fondamentales en mathématiques statistiques, puis d'une description de la turbulence au sein d'un fluide monophasique ainsi que diphasique (présence de particules).

Dans une deuxième partie, nous présentons le travail réalisé pour concevoir le programme ainsi que le détail de son architecture. Une brève explication de son fonctionnement sera proposée ainsi qu'une ouverture sur les possibilités d'utilisations futures de celui-ci.

Dans une troisième partie, nous exploitons les graphiques réalisés par notre programme, en essayant de comprendre au mieux les statistiques obtenues concernant les simulations numériques analysées.

Pour finir, dans une quatrième partie, nous discutons de manière générale les résultats étudiés dans la partie précédente, et nous concluons sur l'efficacité et l'avenir des travaux réalisés pendant ce stage en laboratoire.

Deuxième partie

Rappels théoriques

Cette partie a pour but d'introduire de manière accessible et claire la plupart des éléments nécessaires à la compréhension des résultats obtenus suite aux analyses délivrées par notre programme.

Nous n'avons en aucun cas la prétention de dire que ceci sera suffisant tant l'étendue des prérequis indispensables à la description de la turbulence est grande. Mais à travers cette première partie, notre intention est de rendre ce rapport compréhensible au plus grand nombre.

Nous nous adressons ici aux lecteurs non initiés au phénomène de la turbulence, les connaisseurs peuvent passer cette première partie sans se soucier de son contenu, et se rendre directement à la partie programmation.

# Chapitre 1

## Probabilités et statistiques

Les bases du calcul des probabilités et des statistiques sont exprimées ici de manière très brève mais devraient être suffisantes pour faire le lien avec la suite. Nous nous appuyons sur le livre de Robert A. Donnelly[4] pour la formulation générale.

### 1.1 Outils mathématiques

#### La moyenne

La moyenne arithmétique est la somme des valeurs de la variable divisée par le nombre des ces valeurs. Dans le cas où les valeurs de la variable sont aléatoires la moyenne est appelée l'espérance :

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \chi_i \quad (1.1)$$

Dans notre cas, par exemple, si nous répétons plusieurs fois notre simulation,  $n$  correspondrait au nombre de simulations effectuées et  $\chi_i$  à une variable telle que  $U_x(x, y, z, t)$ , c'est-à-dire qu'à une position et un temps donnés, nous pourrions calculer une moyenne de la composante de la vitesse selon  $x$  après avoir répété plusieurs fois l'expérience.

#### La variance

La variance correspond à la moyenne des carrés des écarts à la moyenne. Elle permet de caractériser la dispersion des valeurs par rapport à la moyenne :

$$VAR(X) = \sigma_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\chi_i - \bar{X})^2 \quad (1.2)$$

Dans notre cas, par exemple, la variance nous sert à obtenir une idée de la précision et des écarts maximums possibles que peuvent prendre les valeurs des vitesses en fonction de l'espace et du temps.

#### Les moments

Le moment d'ordre  $k$  d'une variable aléatoire est un indicateur de la dispersion de cette variable.

$$M^k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \chi_i^k \quad (1.3)$$

Dans notre cas, nous utiliserons les moments d'ordre 2, 3, et 4. Le moment d'ordre 1 est nul pour une distribution gaussienne centrée en zéro (correspond à la moyenne) et le moment d'ordre 2 correspond à la variance.

## Probabilités

La probabilité d'un évènement  $A$  peut être considérée comme une supposition sur la possibilité de réalisation de cet évènement.

La probabilité d'un évènement est toujours un nombre réel compris entre 0 et 1. La somme des probabilités de toutes les valeurs possibles d'une variable aléatoire valant un, ces probabilités sont en quelque sorte réparties sur ces différentes valeurs. Toute relation qui établit une correspondance entre les valeurs prises par une variable et leur probabilité s'appelle une loi (ou distribution) de probabilité.

*Exemple d'une PDF<sup>1</sup>, la fonction de Gauss :*

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}} \quad (1.4)$$

Avec :

$\sigma$  = La variance des valeurs de la variable aléatoire correspondante.

$\mu$  = La moyenne des valeurs de la variable aléatoire correspondante.

La représentation graphique correspondante est présentée sur la *Figure 1.1* :

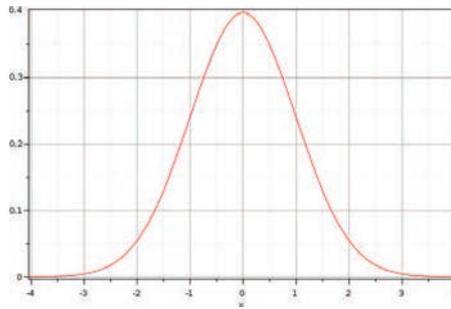


FIGURE 1.1 – Représentation graphique d'une PDF, la fonction de Gauss pour  $\sigma = 1$  et  $\mu = 0$ .

## 1.2 Description statistique du champ de vecteurs : Processus Stochastique

Cette partie représente une courte introduction au processus stochastique. Celle-ci est abordée par une approche physique, en évitant les équations lourdes proposées par les mathématiques qui sont trop longues à expliquer et à comprendre.

Il est important d'assimiler ce à quoi correspond un processus stochastique tant pour la compréhension globale de notre système d'étude que pour l'interprétation des résultats. Ces processus sont issus de la branche de la statistique descriptive.

La statistique descriptive permet de décrire un ensemble relativement important de données, ce qui convient bien à notre problème. Nous allons redéfinir de manière simple et précise quelques outils statistiques de base qui nous seront utiles.

### Variables Aléatoires

La variable aléatoire est une variable qui correspond à l'ensemble des résultats possibles d'une expérience à caractère aléatoire. C'est d'une certaine manière l'interprétation numérique d'un résultat issu d'une expérience. Elle est souvent à valeur réelle.

Il y a deux types différents de variables aléatoires :

---

1. Probability Density Function

- Variables aléatoires continues : cette variable peut prendre n'importe quelle valeur numérique située dans un intervalle correspondant aux résultats d'une expérience.
- Variables aléatoires discrètes : cette variable est limitée à des valeurs entières spécifiques à cause de la forme du résultat.

### Vecteurs aléatoires

Notre système d'étude étant exprimé en trois dimensions, alors mathématiquement parlant, les objets aléatoires considérés sont repérés par trois coordonnées constituant un système de variables aléatoires. Une réalisation  $(x; y; z)$  de ce système de variables aléatoires  $(X; Y; Z)$  donne un point aléatoire de coordonnées aléatoires  $(x; y; z)$  ou un vecteur aléatoire.

### Avec le temps : Processus Stochastique

Un processus stochastique[12] correspond à un phénomène d'évolution temporelle pouvant être analysé de manière statistique, reposant sur des calculs de probabilités. C'est l'ensemble de ces réalisations qui va constituer un processus stochastique. Une réalisation est obtenue par l'expérience qui consiste à enregistrer une suite d'évènements au cours du temps. Analytiquement, un processus stochastique correspond au mélange entre une ou plusieurs variable(s) aléatoire(s)  $n(i)$  et un paramètre d'évolution de temps  $t$ , ce qui nous donne un quantité aléatoire  $n_i(t)$  :

- à  $t$  fixé, la variable aléatoire est "nombre d'évènements observés au bout du temps  $t$ ".
- à  $n$  fixé, il donne l'évolution temporelle de la probabilité  $P_n(t)$  d'observation de  $n$  évènements.

Ce sont bien ces deux entrées  $n$  et  $t$  qui caractérisent un processus stochastique. Lors de l'observation statistique d'un phénomène physique, nous sommes amenés à répéter plusieurs fois une expérience, ce qui conduit à différentes séquences temporelles. Voici maintenant quelques exemples explicites de processus stochastiques :

- Le processus "pile ou face" consiste à enregistrer la suite des "piles" ou "faces" lorsqu'on lance une pièce de monnaie ;
- Le processus brownien consiste à suivre la position d'une particule en suspension dans un fluide ;
- Le processus de Poisson consiste à compter le nombre de personnes dans une file d'attente lorsque ces personnes y arrivent au hasard ;
- Un processus épidémiologique consiste à dénombrer les individus infectés par une maladie au cours du temps ;
- Un processus météorologique peut consister à relever le nombre d'heures d'ensoleillement par jour ;
- Un processus boursier peut consister à relever le cours des titres chaque jour.

La nature erratique et non reproductible des réalisations du processus tient au fait que leur évolution est en général le résultat de l'action d'un grand nombre d'agents incontrôlables, ou dont l'effet est même inconnu. La particule brownienne se déplace sous l'effet de ses collisions avec les particules du fluide : les lois dynamiques gouvernant ces mêmes particules sont connues. Dans ce cas, nous pourrions en principe établir le lien entre le mouvement brownien et la dynamique microscopique sous-jacente, mais la complexité de la description de ces mouvements microscopiques défie l'analyse. Dans le cas des fluctuations boursières, on se rend bien compte qu'il est illusoire de faire remonter la théorie à la description de l'état physicochimique des cerveaux des opérateurs !

# Chapitre 2

## La turbulence

### 2.1 Un phénomène naturel avant tout

Qu'est-ce que la turbulence et pourquoi sa compréhension est-elle si peu maîtrisée encore de nos jours ?

Tout d'abord, prenons une définition la plus large possible pour introduire ce phénomène physique. Par exemple, celle issue d'un dictionnaire de la langue française [13] :

**Turbulence** : n.f. 1.a) Trouble, tumulte collectif. b) Agitation désordonnée, bruyante. 2. Caractère d'une personne turbulente → dissipation, pétulance, vivacité. 3. Sc. Formation de tourbillons, dans un fluide. *Turbulence d'un courant fluvial, d'une masse d'air. Étude des turbulences (en mécanique statistique). Météorologie, ...*

Nous nous intéressons à la turbulence en mécanique des fluides seulement, car ce phénomène est observable dans d'autres domaines de la physique comme la physique des plasmas.

La première remarque à faire est que ce phénomène est observable par tous très facilement. Il est présent partout autour de nous. C'est sous ce régime que sont représentés la plupart des écoulements "naturels" des fluides usuels que sont l'air et l'eau. Les manifestations de la turbulence sont d'une grande diversité, et c'est dans la nature que son illustration en est la meilleure :

- les mouvements de fluides "biologiques" tel que le sang dans toute une hiérarchie de vaisseaux en "macro-circulation" ;
- les mouvements de "géofluides" : vent atmosphérique, courants fluviaux, marins ;
- les mouvements de fluides stellaires : circulations gazeuses autour des planètes, gaz de la photosphère du Soleil, jets de plasmas d'étoiles ...

Ce phénomène se rencontre également dans de nombreux cas de laboratoires et dans le monde industriel :

- l'hydraulique : hydrodynamique des carènes, coques, ouvrages, machines ;
- l'aéronautique : voilures d'avions, moteurs, turbomachines ;
- l'énergétique et la thermique : combustion, fours, échangeurs ;
- le génie des procédés : génie chimique, pétrolier, nucléaire, ...

Nous constatons un grand nombre de manifestations de la turbulence, avec certaines caractéristiques toujours identiques, telle que l'aspect chaotique et imprévisible de l'écoulement en question.

**L'expérience de Reynolds :** En 1883, un ingénieur et physicien Irlandais du nom de Osborne Reynolds met au point une expérience permettant de différencier les régimes d'écoulements pour les fluides.

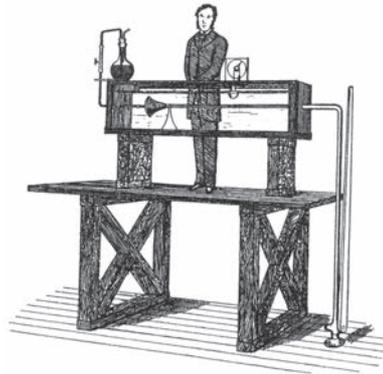


FIGURE 2.1 – Dessin représentant Osborne Reynolds et son expérience.

Comme nous le voyons dans la *Figure 2.1*, provenant du site web *mecaflux.com*<sup>1</sup>, un réservoir d'eau se déverse dans une conduite dans laquelle on introduit un colorant. Selon le régime *laminaire* ou *turbulent*, le colorant est transporté en ligne droite ou est mélangé par les structures tourbillonnaires. La transition se produit pour une valeur avoisinant 2500 du *nombre de Reynolds* défini par :

$$Re = \frac{U.D}{\nu} \quad (2.1)$$

où  $U$  est la vitesse moyenne ( $m.s^{-1}$ ),  $\nu$  la viscosité cinématique moléculaire ( $m^2.s^{-1}$ ) et  $D$  le diamètre hydraulique (m) de la conduite. Le diamètre hydraulique  $D$  est calculé à partir de la surface passante  $S$  et du périmètre mouillé  $P$  selon une formule qui permet de retrouver le diamètre géométrique naturel dans une conduite à section circulaire :

$$D = \frac{4.S}{P} \quad (2.2)$$

La *Figure 2.2* (récupérée sur le même site web que la précédente) est une bonne représentation de ce qui est observable dans la conduite nommée précédemment.

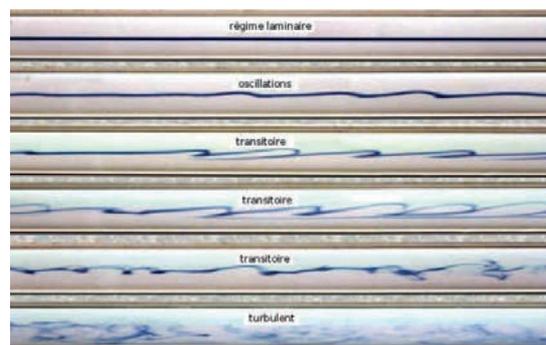


FIGURE 2.2 – Dessin représentant les différents régimes d'écoulements observables.

Pour l'air, dans les conditions normales de température et de pression, la viscosité cinématique est de l'ordre de  $10^{-5}$ . Ainsi dans un conduit d'aération de 20 cm de diamètre,

1. <http://www.mecaflux.com>

l'écoulement sera turbulent à partir d'une vitesse de  $12,5 \text{ cm.s}^{-1}$ .

Pour l'eau, à pression atmosphérique et température de 20 degrés, la viscosité cinématique est de l'ordre de  $10^{-6}$ . Ainsi dans une conduite de 20 cm de diamètre, l'écoulement sera turbulent à partir d'une vitesse de  $12,5 \text{ mm.s}^{-1}$ .

## 2.2 Les équations de Navier-Stokes

Durant le *XIX*<sup>e</sup> siècle, le mathématicien et ingénieur des Ponts Claude Navier et le physicien George Stokes travaillèrent ensemble à la mise en équation de la description du mouvement des fluides newtoniens. C'est la résolution de ces équations qui nous permet encore à l'heure actuelle d'obtenir une approximation raisonnable des courants océaniques et des mouvements des masses d'air de l'atmosphère. Cette résolution est très complexe et elle n'est possible qu'en posant un certain nombre d'hypothèses telle que la continuité du milieu étudié ou encore le caractère incompressible de celui-ci.

En se limitant donc aux fluides incompressibles homogènes visqueux newtoniens, les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement, en référentiel galiléen s'écrivent :

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.3)$$

$$\rho \left( \frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) = \rho F_i - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2.4)$$

où  $F_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) correspond aux forces extérieures de volume,  $\mu$  est la viscosité dynamique du fluide et  $\rho$  la masse volumique.

## 2.3 Description statistique

Pour une résolution statistique des équations de Navier-Stokes, nous considérons la vitesse et la pression comme deux fonctions aléatoires de l'espace et du temps. Nous devons analyser un très grand nombre de réalisations du même écoulement pour pouvoir approcher la description de celui-ci.

L'idée directrice de cette analyse sera d'établir et d'interpréter les équations gouvernant les propriétés statistiques telles que moyennes, moments, pdf, fonctions de structures....

### 2.3.1 Décomposition statistique

Soient la vitesse et la pression, décomposées en moyenne d'ensemble et terme de fluctuation :

$$U_i(x_j, t) = \overline{U}_i(x_j, t) + u_i(x_j, t) \quad (2.5)$$

$$P(x_j, t) = \overline{P}(x_j, t) + p(x_j, t) \quad (2.6)$$

Le symbole  $\overline{(\quad)}$  correspond à l'opérateur de moyenne statistique ou moyenne d'ensemble et les lettres minuscules  $u$  et  $p$  correspondent aux fluctuations (ou écarts par rapport à la moyenne)<sup>2</sup>.

### 2.3.2 Equations de Navier-Stokes moyennées

Ce rapport n'étant pas un ouvrage destiné à la démonstration des équations de la turbulence, nous ne démontrerons que certaines parties de la théorie qui nous paraissent indispensables.

Nous admettons les résultats connus suivants, tirés du livre de Patrick Chassaing [14].

---

2. Par définition, les fluctuations sont centrées, ce qui implique que leur moyenne est nulle :  $\overline{u}_i(x_j, t) = 0$  et  $\overline{p}(x_j, t) = 0$

## Résultats admis :

D'après l'équation d'advection totale, que nous appliquerons ici à une quantité scalaire  $G$  pour généraliser notre expression :

$$\underbrace{U_j \frac{\partial G}{\partial x_j}}_{\text{Advection totale}} = \underbrace{\bar{U}_j \frac{\partial G}{\partial x_j}}_{\text{mouvement moyen}} + \underbrace{u_j \frac{\partial G}{\partial x_j}}_{\text{mouvement fluctuant}} \quad (2.7)$$

Nous moyennons ensuite cette équation en décomposant  $G$  de la même manière que la vitesse et la pression et nous obtenons :

$$\underbrace{\overline{U_j \frac{\partial G}{\partial x_j}}}_{\text{Moyenne de l'advection totale}} = \underbrace{\bar{U}_j \frac{\partial \bar{G}}{\partial x_j}}_{\text{mouvement moyen de la valeur moyenne}} + \underbrace{\overline{u_j \frac{\partial G}{\partial x_j}}}_{\text{Moyenne du transfert turbulent}} \quad (2.8)$$

Nous utilisons maintenant un nouvel opérateur de dérivation particulière qui correspond à la variation suivant le mouvement moyen :

$$\frac{D}{Dt} (\bar{G}) \equiv \frac{\partial \bar{G}}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{G}}{\partial x_j} \quad (2.9)$$

L'équation de **Navier-Stokes moyennée** devient alors :

$$\rho \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \overline{u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} \right) = \rho \bar{F}_i - \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \bar{U}_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2.10)$$

De manière plus habituelle, ou plus conventionnelle, cette équation s'écrit également sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{U}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u_i u_j} \quad (2.11)$$

Le terme  $\frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u_i u_j}$  correspond ici au tenseur des corrélations des fluctuations de vitesse  $\overline{u_i u_j}$ , c'est un tenseur symétrique d'ordre deux. Il traduit l'influence du champ turbulent sur le champ moyen.

À partir de là nous pouvons introduire le **tenseur des tensions de Reynolds** :  $\rho \overline{u_i u_j}$ .

Il nous est également possible d'écrire les équations de Navier-Stokes de telle sorte à obtenir des informations sur l'énergie au sein de l'écoulement. Cette partie est tirée du cours de turbulence reçu en Waster 2 par Ophélie Caballina [15].

Soit l'équation des tensions de Reynolds :

$$\frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} = P_{ij} + T_{ij} + \Pi_{ij} + D_{ij} - \varepsilon_{ij} \quad (2.12)$$

Tous les termes de droites sont expliqués ci-dessous :

- $P_{ij} = \left( \overline{u_i u_k} \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_k} + \bar{u}_j \overline{u_k} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} \right)$  Production ;
- $T_{ij} = -\frac{\partial \overline{u_i u_j u_k}}{\partial x_k}$  Transport turbulent ;
- $\Pi_{ij} = -\frac{1}{\rho} \left( \overline{u_i} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} \right)$  Corrélation Pression-Vitesse ;
- $D_{ij} = \nu \frac{\partial^2 \overline{u_i u_j}}{\partial x_k \partial x_k}$  Diffusions visqueuses ;
- $\varepsilon_{ij} = 2\nu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_k}$  Tenseur de dissipation turbulente.

Il nous est possible d'obtenir une équation de transport pour l'énergie cinétique turbulente  $\kappa = \frac{1}{2}\overline{u_i u_i}$ , ceci par contraction des indices dans l'équation des tensions de Reynolds (équation 2.12).

**Équation de l'énergie cinétique turbulente :**

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t} = \underbrace{-\overline{u_i u_k} \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_k}}_{P_k} - \underbrace{\frac{1}{2} \frac{\partial \overline{u_i u_j u_k}}{\partial x_k}}_{T_k} - \underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{u_k p}}{\partial x_k}}_{\Pi_k} + \nu \underbrace{\frac{\partial^2 \kappa}{\partial x_k \partial x_k}}_{D_k} - \nu \underbrace{\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k}}_{\varepsilon_k} \quad (2.13)$$

- $P_k$  : Production turbulente (énergie cédée par le mouvement moyen au mouvement turbulent, terme toujours positif) ;
- $T_k$  : Transport/Diffusion turbulent(e) par les fluctuations de vitesse ;
- $\Pi_k$  : Transfert d'énergie par interaction Pression-Fluctuations de vitesse ;
- $D_k$  : Diffusion visqueuse de l'énergie cinétique turbulente par la viscosité ;
- $\varepsilon_k$  : Dissipation visqueuse de l'énergie turbulente sous forme de chaleur (conduit toujours à une diminution de la turbulence).

Actuellement, un problème de fermeture existe toujours quant à la résolution des équations descriptives de la turbulence. Il y a plus d'inconnues que d'équations et il nous est donc impossible de résoudre ces équations. Plusieurs modèles de fermeture ont été mis au point, tels que ceux en un point (du premier ou second ordre) ou deux points (généralement formulé dans l'espace de Fourier).

Malgré tout, les outils numériques nous permettent, depuis maintenant une quarantaine d'années, de simuler avec plus ou moins d'exactitude les écoulements turbulents.

Voici les méthodes les plus courantes :

- RANS : *Reynolds Averaged Navier-Stokes*, c'est la plus ancienne des modélisations de la turbulence. Malgré certaines idées reçues, il est tout à fait possible d'appliquer ce modèle aux écoulements instationnaires ;
- DNS : *Direct Numerical Simulation*, qui est réservée à des géométries simples et des petits nombres de Reynolds. C'est une méthode qui est très coûteuse en temps de calcul ( $t \sim Re^3$ ) ;
- LES : *Large Eddy Simulation*, filtre les plus petites échelles de l'écoulement pour ne résoudre que les grandes. Cette méthode est plus coûteuse en temps de calcul que la RANS mais l'est beaucoup moins que la DNS ;
- PDF methods : *Probability Density Function methods*, qui porte sur la localisation de la fonction de densité de probabilité de la vitesse en un point. C'est-à-dire qu'on cherche à définir  $f_l(\mathbf{v}, \mathbf{x}, \mathbf{t}) = d\mathbf{v}$  qui va nous donner la probabilité de la vitesse comprise entre  $v$  et  $v + dv$  à un point  $x$ . Cette approche est la même que celle utilisée dans la théorie cinétique des gaz. La méthode PDF est couramment employée pour le suivi lagrangien des particules. C'est celle-ci qui nous intéresse.

Pour approcher une résolution de ce type d'écoulement, nous posons certaines hypothèses importantes. Dans notre cas d'étude, nous supposons une turbulence homogène et isotrope.

## 2.4 Turbulence Homogène et isotrope - Théorie de Kolmogorov

Nous pouvons introduire le terme de turbulence homogène isotrope (THI) en décomposant ces deux propriétés physiques :

### 2.4.1 Turbulence homogène

Nous parlons d'un *champ de turbulence homogène*. Ce champ est un domaine infini de l'espace dans lequel les propriétés statistiques de la turbulence sont indépendantes de la position du point dans ce domaine. Analytiquement, cette homogénéité définit la stationnarité dans l'espace de toute moyenne statistique des quantités fluctuantes.

On peut résumer simplement en disant que le champ de vitesse moyenne  $\bar{U}_i(\vec{x}, t)$  et celui des tensions de Reynolds  $\bar{u}_i u_j(\vec{x}, t)$  sont indépendants du vecteur position  $\vec{x}$ .

**Conséquences admises de l'hypothèse d'homogénéité :**

- Toute moyenne statistique de grandeur en un point est constante dans le champ et ne dépend que du temps.
- Toute propriété statistique en deux points est invariante par translation spatiale.

### 2.4.2 Turbulence isotrope

À tout instant, les propriétés du champ d'agitation turbulente sont invariantes par rotation et symétrie plane en tout point du champ.

**Remarque :**

- tout champ isotrope est nécessairement homogène, car toute translation peut se réduire au produit de deux rotations ;
- l'hypothèse d'isotropie n'est compatible qu'avec un champ de vitesse moyenne nul.

Pour résumer sur la turbulence homogène isotrope, nous choisirons la définition donnée par Taylor que nous considérons comme la plus claire. Pour lui, la THI est caractérisée par :

- un domaine spatial infini ;
- invariance par translation de toute propriété statistique en un point ;
- invariance par translation, rotation et symétrie plane de toute propriété statistique prise en au moins deux points.

### 2.4.3 La théorie de Kolmogorov

En dehors des noms de Navier et Stokes qui sont indissociables de l'avancée remarquable quant à la mise en équations de la description physique des écoulements, un autre homme a marqué l'histoire dans ce domaine, et plus particulièrement dans la turbulence, son nom est **Andreï Nicolaïevitch Kolmogorov**.

**L'homme :**

*Andreï Nicolaïevitch Kolmogorov* est un mathématicien russe du XX<sup>e</sup> siècle. Né en 1903 à Tambov (au sud-est de Moscou), il décède à Moscou en 1987.

Il intègre l'université de Moscou en 1920. Ces premiers travaux portent sur l'analyse harmonique mais c'est pour les calculs de probabilités que sa renommée est la plus grande. Son intérêt se tourne également vers les processus et en 1931 il publie les premières bases des processus stochastiques. C'est également cette année là qu'il devient directeur du département de mathématiques de l'université de Moscou.

Lorsqu'il commence à regarder les équations aux dérivées partielles de la physique, il se penche sur la compréhension et la résolution des équations de Navier-Stokes. Ses réflexions vont le conduire à mettre au point une théorie apportant une description statistique des fluctuations à petites échelles de la turbulence appelée théorie de l'équilibre universel des structures fines (ou théorie K41). Kolmogorov est l'auteur d'un très grand nombre d'avancées mathématiques non citées ici bien entendu, l'étendue de son travail est très importante et il nous est indispensable de garder son nom en mémoire.[16]

### Kolmogorov et la turbulence :

Kolmogorov a permis de caractériser les échelles de la turbulence en fonction de certaines propriétés connues de l'écoulement : Soient  $U$  et  $L$  les échelles caractéristiques de vitesse et de longueur du champ moyen. On constate une cascade de tourbillons d'échelles de plus en plus fines, créées par les processus non linéaires engendrés par les termes d'inertie dans les équations de Navier-Stokes<sup>3</sup>.

→ Ce processus s'arrête quand des échelles  $l_k$  suffisamment petites pour que l'énergie y soit dissipée sous forme de chaleur sont atteintes. On parle dans ce cas des *Cascades de Richardson*.

(*Remarque* : En 1922 le météorologiste Richardson réfléchit aux interactions entre les tourbillons de différentes tailles et soumet l'idée de cascades d'énergie entre les échelles. Et c'est quatre ans plus tard, en 1926, qu'il découvre expérimentalement une loi qui stipule que le taux d'accroissement du carré de la distance entre 2 particules placées dans un écoulement turbulent varie comme la distance entre les particules élevée à la puissance  $\frac{4}{3}$  :  $\frac{\partial}{\partial t} \langle l^2 \rangle \sim \langle l^2 \rangle^{\frac{2}{3}}$ .)

→ Soient  $u$  et  $l$ , la vitesse et la longueur caractéristiques des plus grosses structures porteuses d'énergie cinétique turbulente et  $u_k$  et  $l_k$  les grandeurs caractéristiques des fluctuations les plus fines, tailles des structures dissipatives. C'est *L'échelle de Kolmogorov*.

En THI, on note  $\bar{\varepsilon}$  le taux de dissipation de l'énergie dans le fluide :

$$\bar{\varepsilon} = 2\nu \overline{S_{ij}S_{ij}} \quad (2.14)$$

Avec  $S_{ij}$  la partie symétrique du tenseur gradient de vitesse :

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.15)$$

L'unité du taux de dissipation de l'énergie est :

$$[\varepsilon] = \left[ \frac{W}{Kg} \right] \equiv [L^2.T^{-3}] \quad (2.16)$$

Après quelques réflexions, on constate que plus le nombre de Reynolds est élevé, plus les tourbillons dissipateurs sont petits :

$$\varepsilon \sim \frac{u^3}{l} \sim \frac{u_I^3}{l_I} \sim \frac{u_k^3}{l_k} \quad (2.17)$$

$u_I$  et  $l_I$  sont les grandeurs caractéristiques intermédiaires.

Puisque l'énergie est dissipée à l'échelle  $l_k$ , on peut écrire :

$$\varepsilon \sim \frac{\phi}{\rho} \sim \nu \frac{u_k^2}{l_k^2} \quad (2.18)$$

---

3. Voir Partie 2.5 pour l'introduction à la théorie fractale.

Avec la relation  $Re_k = \frac{u_k l_k}{\nu} \sim 1$ , on établit que :

$$l_k \sim \left( \frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{1/4} ; u_k \sim (\nu \varepsilon)^{1/4} \quad (2.19)$$

Si on introduit ensuite le nombre de Reynolds turbulent,  $Re_t = \frac{u l}{\nu}$ , on peut réécrire l'échelle de longueur de Kolmogorov :

$$l_k \sim l (Re_t)^{-3/4} \quad (2.20)$$

### La théorie K41 (succinctement) :

Kolmogorov considère une turbulence pleinement développée, localement homogène et insiste sur le rôle des incréments.

Soit l'incrément spatial de vitesse (issu de la description Eulérienne de l'écoulement) :

$$\delta v_r(x) = |v(x+r) - v(x)| \quad (2.21)$$

$r$  est un vecteur auquel on donne généralement une direction telle qu'il soit tangent à l'écoulement et dans son sens ou alors orthogonal à celui-ci avec une direction donnée.

Où l'incrément temporel de vitesse (issu de la description Lagrangienne de l'écoulement) :

$$\delta u(t) = |u(t+\tau) - u(t)| \quad (2.22)$$

$\tau$  est le pas d'incrément dans le temps.

Pour la compréhension des hypothèses de Kolmogorov nous devons introduire la notion de *fonctions de structure* sur laquelle nous reviendrons plus tard.

Soit la fonction de structure spatiale longitudinale d'ordre  $p$  pour l'écoulement, décrit ici comme le moment d'ordre  $p$  de l'incrément de la vitesse longitudinale :

$$S_p = \langle (\delta u_r^{\parallel})^p \rangle \quad (2.23)$$

Trois hypothèses sont primordiales à la justification de sa réflexion, nous les présentons ci-dessous<sup>4</sup> :

- Hyp1 : *Pour des nombres de Reynolds infinis, toutes les symétries des équations de Navier-Stokes, détruites par la turbulence, sont restaurées dans les statistiques de l'écoulement.* ;
- Hyp2 : *Sous les hypothèses de Hyp1, la turbulence est autosimilaire :  $\delta u(x, \lambda r) = \lambda^h \delta u(x, r)$  en loi. ; ( $\lambda$  est la micro-échelle de la turbulence.)*
- Hyp3 : *Sous les hypothèses de Hyp1, la turbulence a un taux moyen de dissipation par unité de masse  $\bar{\varepsilon}$  fini non nul.* ;

Il est très important de retenir que Kolmogorov se place dans le domaine inertiel. Ce domaine est critique, il se situe juste entre l'échelle où les dissipations thermiques prédominent et l'échelle intégrale où les grands tourbillons apportent les incréments d'énergie à la cascade. Il fait la conjecture que dans le domaine inertiel, l'énergie est transférée des échelles les plus grandes vers les plus petites sans perte, avec un taux  $\varepsilon$  qu'il suppose constant dans tout le domaine.

- La Loi des deux-tiers :  
*Dans un fluide turbulent localement homogène, à des nombres de Reynolds tendant*

---

4. Elles sont écrites ici comme les a recueilli U.Frisch en 1995 [1]

vers l'infini, la fonction de structure d'ordre 2,  $S_2(r)$ , entre deux points distants de la longueur  $r$  est une puissance deux-tiers de cette distance :  $\langle (\delta u_r^\parallel)^2 \rangle = C_0 \varepsilon^{2/3} r^{2/3}$ , où  $C_0$  est une constante adimensionnelle universelle, et  $\varepsilon$  est le taux moyen de dissipation turbulente.

– La Loi des quatre-cinquièmes :

Dans des écoulements turbulents localement homogènes, à très grands nombres de Reynolds, la fonction de structure d'ordre 3,  $S_3(r)$ , entre deux points distants de  $r$  est  $\langle (\delta u_r^\parallel)^3 \rangle = -\frac{4}{5} \varepsilon r$  où  $r$  est comparable à la longueur d'échelle.

Des deux lois précédentes, après quelques manipulations, il est possible de tirer une expression de l'énergie pour un nombre d'onde  $\kappa$  :  $E(\kappa) = C_0 \varepsilon^{2/3} \kappa^{-5/3}$ .

L'héritage de Kolmogorov comme le dit U.Frisch, dans son livre [1] consacré à celui-ci, est d'une importance première en turbulence mais également dans d'autres domaines où l'étude des probabilités et des processus est nécessaire.

Maintenant que certains principes sont introduits en turbulence, nous allons pouvoir nous concentrer sur une partie qui nous intéresse plus particulièrement, l'**intermittence**, mise en évidence par les **fonctions de structure**.

#### 2.4.4 Les fonctions de structure et le phénomène d'intermittence

Pour commencer, il nous faut introduire la dimension *fractale* de la turbulence. La cascade d'énergie de Richardson en est une très bonne illustration (Figure 2.3).

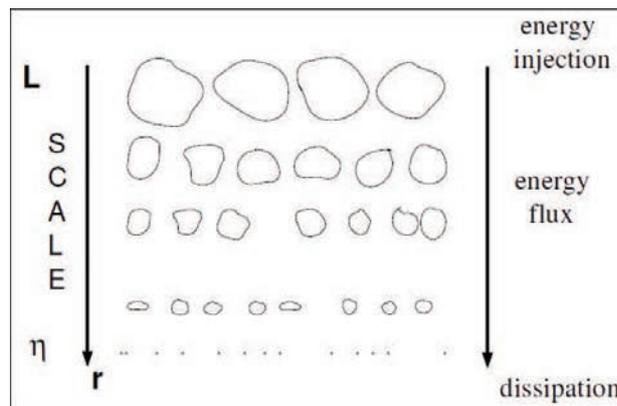


FIGURE 2.3 – Image représentant la dissipation de l'énergie (cascade d'énergie de Richardson).

Des études récentes et plus approfondies (moyens expérimentaux et numériques plus performants) en relation avec les changements d'échelles dans la turbulence pleinement développée, homogène et isotrope au sens de Kolmogorov vont nous apprendre quelque chose d'important qui n'avait pas forcément été remarqué avant.

Dans le régime inertiel, on constate une déviation du modèle fractal que Kolmogorov avait établi et qui prédisait un comportement linéaire du spectre  $\zeta_q$ . Cette linéarité n'est plus respectée et les statistiques des incréments de vitesse Eulériennes et Lagrangiennes nous le prouvent clairement par leurs comportements en loi de puissance anormaux en fonction de l'échelle. C'est cet écart à la linéarité que nous appelons phénomène d'**intermittence**.

L'outil mathématique qui nous permet de mettre en évidence ce phénomène est une fonc-

tion de structure, que l'on calcule pour différentes échelles de la turbulence. Les fonctions de structure correspondent en fait à l'étude de la densité de probabilité des incréments de vitesse. L'expérience (ou la simulation) consiste à déterminer cette densité de probabilité pour différentes échelles de la turbulence, d'où le rappel sur la dimension fractale de la turbulence.

Par exemple, dans le cas Eulérien (*Figure 2.4*), nous avons ce type de courbe qui permet de mettre en évidence le phénomène d'intermittence.

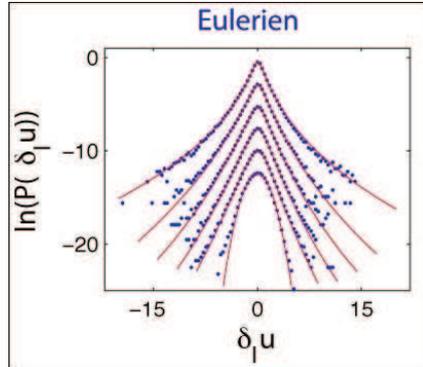


FIGURE 2.4 – Image provenant d'un article publié sur le site web du laboratoire de physique de l'ENS Lyon[17] représentant la probabilité de mesurer un incrément de vitesse  $\delta_l u$  sur une échelle  $l$  (Eulérien) à partir d'un signal expérimental acquis en soufflerie (Modane), depuis la grande échelle (bas) jusqu'à une échelle dissipative (haut).

On remarque que pour  $l = L$ , c'est-à-dire lorsque le pas de l'incrément est égal à l'échelle intégrale de la turbulence (première courbe en partant du bas), nous avons une distribution qui se rapproche très fortement de la densité Gaussienne.

Le cas Lagrangien (*Figure 2.5*), c'est-à-dire pour une étude temporelle des fonctions de structure, nous apporte des courbes très similaires au cas Eulérien.

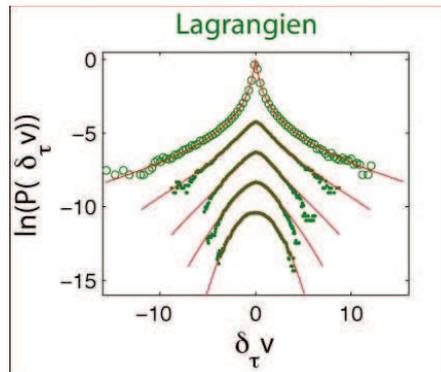


FIGURE 2.5 – Idem que pour la figure 3.4 pour la provenance de l'image. La forme et la description du même type, mais l'incrément est temporel.

Dans les deux cas différenciés ici, Eulérien et Lagrangien, nous remarquons l'apparition du phénomène d'intermittence assez rapidement. Ceci se voit très clairement par l'aplatissement de la densité de probabilité (l'éloignement de forme Gaussienne) lorsque le rapport de l'incrément sur l'échelle de l'écoulement diminue.

## 2.5 Turbulence Non-idéale

La plupart des écoulements turbulents ne sont pas libres, c'est-à-dire qu'ils sont limités par des surfaces solides, dans une ou plusieurs directions. Par exemple, l'écoulement de l'air autour d'un avion, l'écoulement de l'eau autour de la coque d'un bateau, ou à plus grande échelle, les mouvements atmosphériques déviés par les sols ou les montagnes.

Nous pouvons discerner trois cas connus et très étudiés :

- les écoulements dans un canal ;
- les écoulements dans en conduite ;
- la couche limite sur une plaque plane.

Pour chacun de ces cas, le vecteur de la vitesse moyenne est parallèle à la paroi et le comportement du fluide en proche paroi sera très similaire.

Une chose importante à comprendre et à déterminer est la valeur du coefficient de traînée à la paroi.

Après avoir détaillé les écoulements turbulents en eux-mêmes, nous allons pouvoir nous intéresser au cas des particules entraînées par ces flux incohérents et imprévisibles.

# Chapitre 3

## Les particules et la turbulence

### 3.1 Rappel général sur la description des écoulements

Cette sous-partie 3.1 est un léger exposé sur les deux types d'observations dont nous pouvons avoir à faire lors de l'étude d'un écoulement (turbulent ou non). Nous différencions le point de vue **Eulérien** du point de vue **Lagrangien**. Pour les définir de manière appliquée à notre travail, nous nous placerons dans le cas de l'étude des champs de vitesses.

#### 3.1.1 Champ de vitesse Eulérien

C'est lorsque l'on se place à une position fixe et que l'on observe l'écoulement évoluer depuis ce point. Du point de vue expérimental il s'agit de la mesure locale du fluide en un très grand nombre de points de l'écoulement. Pour comprendre cette description de manière imagée, il suffit de se placer au bord d'une rivière et d'observer toujours le même repère droit devant soi pendant que l'écoulement évolue à cet endroit précis.

Le champ de vitesse est alors décrit en donnant à tout instant  $t$  le vecteur vitesse  $V$  en tout point  $\vec{r}$  de l'espace, soit :

$$V(\vec{r}, t) \tag{3.1}$$

#### 3.1.2 Champ de vitesse Lagrangien

De ce point de vue, il s'agit de suivre le mouvement d'une particule du fluide au cours du temps, tout au long de sa trajectoire. De manière imagée, nous sommes une fois de plus au bord d'une rivière, sauf que cette fois-ci, nous ne restons pas au bord à la regarder évoluer mais nous faisons comme si nous étions une petite particule emportée par cette écoulement et étudions notre propre trajectoire depuis cette particule en mouvement.

Dans l'expression de la vitesse d'une particule, nous prenons en compte la position initiale au temps initial :

$$U(r_0, t_0, t) \tag{3.2}$$

C'est bien la vitesse d'une particule de fluide à l'instant  $t$  qui se trouvait en  $r_0$  à l'instant  $t_0$ .

Dans le cas des écoulements avec particules et l'étude du mouvement de ces particules, il est alors logique que nous privilégions l'approche Lagrangienne pour la suite de notre travail. *Remarque* : Il est possible d'obtenir la trajectoire de la particule fluide étudiée en intégrant de manière temporelle le champ de vitesse Lagrangien :

$$r(t) = r_0 + \int_{t_0}^t U(r_0, t_0, t') dt' \tag{3.3}$$

#### Expérimentalement :

Comme l'explique Nicolas Mordant dans sa thèse[18], la difficulté principale pour effectuer des mesures lagrangiennes réside dans le fait qu'il faut marquer d'une manière

ou d'une autre des particules de fluide et pouvoir les suivre individuellement. Avant le développement de l'informatique et, en particulier, de l'acquisition numérique d'image, il était plutôt difficile de mettre en œuvre une mesure lagrangienne en laboratoire.

**Les mesures lagrangiennes directes** sont les méthodes expérimentales encore utilisées de nos jours (ce ne sont pas des simulations numériques mais des expériences !). Le principe consiste à placer dans le fluide un certain nombre de particules solides et à enregistrer leur mouvement. Le point commun à toutes ces expériences est l'utilisation de méthodes optiques. Un dispositif photographique ou un ensemble de caméras enregistrent les trajectoires des particules puis on en extrait les informations sur la vitesse par dérivation des trajectoires.

## 3.2 Advection des Particules

### 3.2.1 Grandeurs caractéristiques : Nombre de Stokes (et de Kubo)

– **Le nombre de Stokes :**

Le nombre de Stokes  $St$  est un nombre adimensionnel permettant la caractérisation du comportement d'une particule (fluide ou solide) dans un fluide. Il correspond au rapport entre l'énergie cinétique de la particule et l'énergie dissipée par frottement. Du point de vue de l'étude des écoulements multiphasiques, et en considérant de manière générale que nous avons à faire à une particule fluide, nous pouvons approcher le nombre de Stokes de la manière suivante :

L'étude du mouvement d'une particule dans un écoulement fait apparaître un temps caractéristique appelé temps de réponse de la particule  $\tau_r$ . C'est le temps au bout duquel une goutte lâchée dans un écoulement uniforme se met à être emportée par celui-ci. L'étude des écoulements diphasiques nous a permis d'obtenir cette équation pour le temps caractéristique :

$$\tau_r = \frac{2}{9} \frac{(\rho_p + \frac{1}{2}\rho_p)}{\mu_f} r^2 \left(1 + \frac{Re_p^{0.66}}{6}\right) \frac{3 + 3\Phi_\mu}{2 + 3\Phi_\mu} \quad (3.4)$$

où  $r$  est le rayon de la particule.

On a  $Re_p$  le nombre de Reynolds particulaire qui vaut :

$$Re_p = \frac{\rho_f d |V_f - U_p|}{\mu_f} \quad (3.5)$$

Avec :

$\rho_f$  = la masse volumique du fluide ;

$d$  = le diamètre de la particule ;

$v_f$  = la vitesse du fluide ;

$u_o$  = la vitesse de la particule ;

$\mu_f$  = la viscosité dynamique du fluide.

Dans le cas d'une particule, nous avons bien évidemment :

$$\Phi_\mu = \frac{\mu_p}{\mu_f} \gg 1 \quad (3.6)$$

ainsi que

$$\rho_p \gg \rho_f \quad (3.7)$$

Soit pour finir nous obtenons :

$$\tau_r = \frac{\rho_p d^2}{18\mu_f} \left(1 + \frac{Re_p^{0.66}}{6}\right) \quad (3.8)$$

Le nombre de Stokes apparaît en divisant le temps de "réponse" de la particule par le temps caractéristique de l'écoulement :

$$St = \frac{\tau_r}{\tau_e} \quad (3.9)$$

Remarque : une autre écriture, peut-être plus courante existe :

$$St = \frac{\rho_p d_p^2 v_f}{\mu_f L} \quad (3.10)$$

Avec :

- $\rho_p$  = la masse volumique de la particule ;
- $d_p$  = la longueur caractéristique de la particule ;
- $v_f$  = la vitesse du fluide ;
- $\mu_f$  = la viscosité dynamique du fluide ;
- $L$  = la longueur caractéristique de l'écoulement.

Nous pouvons désormais apporter une explication physique sur ce que nous apporte le nombre de Stokes. Deux cas clairs se présentent alors à nous :

– **St**  $\gg$  **1** :

La trajectoire de la particule est très peu affectée par l'écoulement et on dit qu'elle est en **régime inertiel**.

– **St**  $\ll$  **1** :

La particule est alors considérée comme un **traceur** de l'écoulement, c'est-à-dire qu'elle est directement emportée par celui-ci, et toutes les particules à très faible nombre de Stokes ont la même trajectoire, ce qui pose un problème d'homogénéisation du mélange.

– **Nombre de Kubo** :

Le nombre de Kubo R permet de classer les régimes de transport dans les systèmes turbulents. Lorsqu'il est petit, il conduit au coefficient de diffusion quasi-linéaire. Au départ, il a été défini pour la turbulence comme :

$$R = \frac{\text{fluctuation de vitesse} \times \text{temps de corrélation}}{\text{longueur de corrélation}} \quad (3.11)$$

$$R = \frac{u' \cdot \tau}{L} \quad (3.12)$$

Après avoir posé ces quelques notions importantes qui nous permettent de caractériser un écoulement, nous allons tenter de présenter simplement une équation descriptive du comportement de particules entraînées par un fluide turbulent.

### 3.2.2 Équations d'advection : cas de particules discrètes

Une fois de plus, il s'agit ici de proposer un rapide aperçu de la théorie connue et utilisée en mécanique des fluides, c'est pourquoi nous exposerons les lignes directrices principales sans rentrer dans les détails.

Nous nous appuyerons sur le cours d'écoulements multiphasiques de Benoit Oesterlé[19] donné en Master 2 Recherche à Nancy. Une des parties de ce cours permet de mettre en équation (sous quelques hypothèses tout de même) le mouvement d'une particule discrète entraînée par un écoulement turbulent, cette partie repose sur *la théorie de Tchen*.

### La théorie de Tchen :

Pour pouvoir utiliser la théorie de Tchen il nous faut donc nous situer dans des conditions particulières, qui seront définies par :

#### Hypothèses :

- $Re_p \ll 1$ ;
- T.H.I.;
- pas de force extérieure (ni vitesse relative moyenne, ni mouvement isotrope des particules);
- particules discrètes de très faible inertie ( $St \ll 1$ ).

Maintenant que ces hypothèses sont posées, nous allons pouvoir formuler une équation à caractère le plus général possible (même si ce n'est pas évident sous ces conditions).

#### Équation du mouvement d'une particule discrète :

$$\frac{du'_{Pi}}{dt} = -\frac{u'_{Pi} - u_i^{*'}}{\tau_P} + b \frac{du_i^{*'}}{dt} \quad (3.13)$$

Avec :  $b = \frac{3\rho_f}{2\rho_p + \rho_f}$  et  $u^{*'}(t) = u'_f(x(t), t)$  la fluctuation de vitesse du fluide (où  $x(t)$  est la position de la particule).

Soient les conséquences de la théorie de Tchen sont les suivantes :

- Variance de vitesse des particules :

$$\langle u'^2_P \rangle = \langle u^{*'}^2 \rangle \frac{1 + b^2 St}{1 + St} \quad (3.14)$$

- Covariance fluide-particule :

$$\langle u'_P u^{*'} \rangle = \langle u^{*'}^2 \rangle \frac{1 + b St}{1 + St} \quad (3.15)$$

*Remarque :* Il est ici également très intéressant de construire les fonctions de densité de probabilité des vitesses moyennes ainsi que des fluctuations de vitesse. On admet ici que :  $\langle u^{*'}^2 \rangle \approx \langle u'^2_f \rangle_f$

- Cas de particules lourdes dans un gaz :  $b \approx 0 \Rightarrow \langle u'^2_P \rangle_P \leq \langle u'^2_f \rangle_f$
- Cas des bulles dans un liquide :  $b = 3 \Rightarrow \langle u'^2_P \rangle_P \geq \langle u'^2_f \rangle_f$

#### Les corrections après Tchen :

Après l'équation du mouvement exprimée par Tchen pour une particule sphérique rigide dans un écoulement non uniforme, plusieurs articles d'amélioration (ou de correction) ont été publiés.

La première approche de Tchen fut de considérer une particule sphérique soumise à la force de pesanteur dans un écoulement instationnaire et uniforme. Et c'est seulement après avoir validé cette partie qu'il décida d'aller plus loin et de considérer cette fois-ci le cas d'un écoulement instationnaire et non uniforme.

C'est dans cette partie que persistait encore quelques erreurs.

En 1983, Riley et Maxey[20] publient un article dans lequel apparaît l'équation proposée par Corrsin et Lumley :

$$\begin{aligned}
m_p \frac{dV_i}{dt} = & \underbrace{m_F \left( \frac{Du_i}{Dt} - \nu \nabla^2 u_i \right) \Big|_{Y(t)}}_{(1)} \\
& - \underbrace{\frac{1}{2} m_F \frac{d}{dt} \{V_i(t) - u_i[Y(t), t]\}}_{(2)} \\
& - \underbrace{6\pi a \mu [V_i(t) - u_i[Y(t), t]]}_{(3)} + \underbrace{a \int_{-\infty}^t \frac{d/d\tau V_i(\tau) - u_i[Y(t), t]}{[\pi \nu (t - \tau)]^{1/2}}}_{(4)} \\
& + \underbrace{(m_p - m_F) g_i}_{(5)}
\end{aligned} \tag{3.16}$$

Avec :  $a$  = le rayon d'une particule sphérique rigide ;  
 $m_p$  = la masse de la particule ;  
 $Y(t)$  = instantanéement centrée ;  
 $V(t)$  = vitesse de la particule ;  
 $u_i(X, t)$  = le champ de vitesse de l'écoulement ;  
 $m_F$  = la masse du fluide déplacée par la sphère ;  
 $\mu$  et  $\nu$  = respectivement la viscosité dynamique et la viscosité cinématique.

Chaque terme de l'équation précédente peut maintenant être décrit comme :

- (1) : Ici nous voyons apparaître un terme correctif introduit par Faxen<sup>1</sup> ( $-\nu \nabla^2 u_i$ ), sans celui-ci, nous serions dans le cas d'un écoulement entraînant une particule sans influence de l'inertie.  
(2) : Ce terme correspond à une accélération relative de la particule par rapport au fluide.  
(3) : C'est la traînée de Stokes, on peut reconnaître facilement  $\frac{6\pi a \mu}{m_p} = \frac{1}{\tau_p}$ .  
(4) : Ce terme a été introduit par Basset<sup>2</sup>, il correspond à la force de mémoire appliquée à la particule. C'est l'influence de la trajectoire passée sur le comportement présent.  
(5) : L'équation de sédimentation.

### 3.2.3 La méthode de la "pair dispersion"

Cette sous-partie est une très brève introduction à la méthode de la pair dispersion et est entièrement inspirée de l'article "The Role of Pair Dispersion in Turbulent Flow"[21] rédigé par Mickaël Bourgoïn, Nicholas T. Ouellette, Haitao Xu, Jacob Berg et Eberhard Bodenschatz, en ligne sur le site [www.sciencemag.org](http://www.sciencemag.org).

L'étude est principalement réalisée sur les fluctuations locales de concentration de mélange au sein d'un fluide diphasique. Après un grand nombre d'observations, on constate que ces fluctuations locales de concentrations sont entièrement liées au problème de la séparation des paires d'éléments fluides.

L'équipe de recherche a donc mesuré le taux de séparation des particules d'un flux intensément turbulent (en laboratoire) et a remarqué le fait, déjà exprimé par Batchelor en 1952, que la séparation initiale d'une paire de particules joue un rôle important dans la diffusion ultérieure des éléments fluides.

Dans un fluide au repos, la dispersion relative des deux éléments de fluide (ou particules de traceur) est dominée par diffusion. Les particules ont un mouvement brownien, et la séparation quadratique moyenne entre elles croît linéairement dans le temps. Dans un

1. Hilding Faxén, physicien suédois du XX<sup>e</sup> siècle, connu pour avoir apporté une correction à la loi de Stokes pour la friction d'un objet sphérique dans un fluide visqueux

2. Alfred Barnard Basset, mathématicien anglais de la fin du XIX<sup>e</sup>, début du XX<sup>e</sup> siècle, connu en dynamique des fluides pour la force de Basset (ou Boussiesq-Basset force) qui décrit l'effet de la force d'histoire d'un corps dans un mouvement instationnaire.

écoulement turbulent, cependant, si les deux particules sont séparées par des distances plus petites que la taille caractéristique des plus grands tourbillons de l'écoulement, elles se sépareront plus rapidement (superdiffusivité). Pour le cas de grandes distances de séparation en revanche, la superdiffusivité ne sera plus présente, et, en moyenne, la dispersion relative entre deux particules sera de nouveau linéaire dans le temps. L'équation définie par Batchelor (rappelée dans l'article sur lequel nous nous appuyons) est un bon exemple de ce qui est utilisé comme base pour le calcul de la séparation des particules :

$$\langle [\vec{\Delta}(t) - \vec{\Delta}_0]^2 \rangle = \frac{11}{3} C_2 (\varepsilon \Delta_0)^{\frac{2}{3}} t \quad (3.17)$$

Pour  $t < t_0 = \left(\frac{\Delta_0^2}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{3}}$

Avec :

$\Delta(t)$  = la séparation entre deux particules fluides à un temps  $t$ .

$\Delta_0$  = la séparation initiale entre deux particules fluides.

$C_2$  = la constante universelle de la loi d'échelle pour le domaine inertielle eulérien du second ordre de la fonction de structure de vitesse. Sa valeur connue est d'environ 2,13.

Dans le modèle classique de la turbulence en cascade,  $t_0$  peut être identifié comme le temps pendant lequel les deux éléments de fluide se "souviennent" de leur vitesse initiale à mesure qu'ils progressent dans le même tourbillon de taille  $\Delta_0$ . À certains moments de l'ordre de  $t_0$ , ce tourbillon se brise, et la croissance de la séparation de la paire de particules observée devrait subir une transition de Richardson-Obukhov (non détaillée ici).

La turbulence est un domaine de la physique extrêmement large et cette partie n'a pour but que d'en résumer très succinctement les quelques bases qui nous seront utiles pour comprendre la démarche suivie lors de la conception de notre programme.

Troisième partie

**Application à Python**

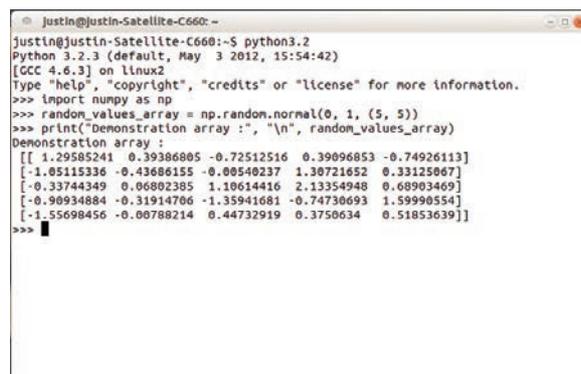
## Chapitre 4

# Développement et programmation d'un système d'analyse universel pour la turbulence

### 4.1 Le choix de Python

À l'heure actuelle, il existe plusieurs langages de programmation connus dont la réputation quant à leur qualité et leurs performances n'est plus à faire. Voici les principaux langages qui auraient également pu répondre à nos attentes : C, C++, Fortran (qui sont tous trois des langages compilés), Matlab, Mathematica (qui sont eux interprétés). Python a été choisi pour sa syntaxe simple à utiliser, pour ses outils de haut niveau proposés ainsi que pour sa gratuité. Étant un logiciel libre, il possède un très grand nombre de bibliothèques disponibles en ligne et très simples à utiliser. Ses extensions destinées au monde scientifique sont efficaces et claires, telles que Numpy (manipulation de matrices et de tableaux multidimensionnels), matplotlib (tracé de graphiques de tous types et à plusieurs dimensions), Pickle (écriture de données sous différents formats et lecture de données), etc. Nous avons utilisé la dernière version de Python disponible, la 3.2, qui fonctionne parfaitement.

La *Figure 4.1* est une image représentant son interface sous Linux (Ubuntu 12.04 LTS) :



```
justin@justin-Satellite-C660:~$ python3.2
Python 3.2.3 (default, May 3 2012, 15:54:42)
[GCC 4.6.3] on linux2
Type "help", "copyright", "credits" or "license()" for more information.
>>> import numpy as np
>>> random_values_array = np.random.normal(0, 1, (5, 5))
>>> print("Demonstration array :", "\n", random_values_array)
Demonstration array :
[[ 1.29585241  0.39386805 -0.72512516  0.39096853 -0.74926113]
 [-1.05115336 -0.43686155 -0.00540237  1.30721652  0.33125067]
 [-0.33744349  0.06802385  1.10614416  2.13354948  0.68903469]
 [-0.90934884 -0.31914706 -1.35941681 -0.74730693  1.59990554]
 [-1.55698456 -0.00788214  0.44732919  0.3750634  0.51853639]]
>>>
```

FIGURE 4.1 – Interface graphique de Python 3.2 et exemple d'utilisation de numpy.

## 4.2 Développement du programme : besoins et exigences

Le but principal de ce programme est de proposer une base pour la lecture ainsi que l'analyse des données issues de simulations numériques telle que la DNS. Notre souhait fut avant tout de pouvoir proposer un script pouvant être adapté par chaque utilisateur de la manière la plus élémentaire possible, et cela pour le plus de formats de données possibles. Ne connaissant pas toutes les possibilités de format, nous avons réfléchi à un programme pouvant lire des données stockées sous format binaire, ASCII, HDF, netCDF... Pour être sûr que nous pourrions utiliser correctement notre programme, nous avons décidé de prendre comme base la banque de données en ligne icfdDatabase<sup>1</sup>. Les fichiers de données sont très lourds, ils pèsent parfois jusqu'à plusieurs Téra Octets! Il fallait donc créer un programme peu coûteux en temps de calcul et capable de traiter des tableaux à 2 ou 3 dimensions et de très grande taille.

### Organigramme :

Un organigramme nous permet de comprendre visuellement la direction de notre étude, ce dont nous avons besoin et ce que nous voulons atteindre.

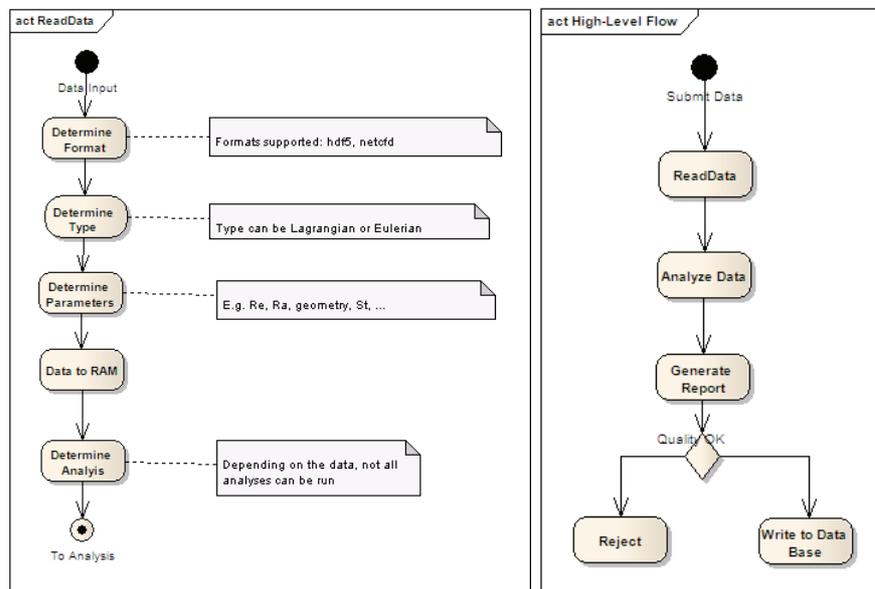


FIGURE 4.2 – À gauche : Lecture et vérification des données en entrée. À droite : Fonctionnement général du programme.

Sur la *Figure 4.2*, nous pouvons observer à gauche, ce qui serait la lecture idéale des données, avec une récupération et une vérification complète de ce que le fichier de données contient. À droite, nous soumettons le fonctionnement général du logiciel, suivant les étapes que nous allons décrire dans la section suivante.

Les compléments de l'organigramme sont proposés dans l'annexe.

## 4.3 Écriture des modules

Pour faciliter la compréhension de ce programme nous avons procédé de sorte à créer un programme « **main** » faisant appel à différents modules interprétant des tâches bien

1. Données récupérées de DNS ou autres types de simulations en turbulence : <http://mp0806.cineca.it/icfd.php?uuid=09f74890f39f11dc8b1f001b6393b217>

définies. Ces différents modules sont décrits ci-dessous.

### 4.3.1 Lecture des données

Nous voulons automatiser au maximum le traitement des données, et pour cela le plus compliqué est de pouvoir lire le maximum de formats différents. Une fois la lecture des données faite, nous pouvons les ranger à notre manière pour faciliter leur analyse future mais également pour diminuer le temps de calcul. Un des problèmes rencontrés lors de la lecture des ensembles de données récupérés est la grande variété de formes et des données en elles-mêmes, i.e des tableaux simples à 2 dimensions, des tableaux à 3 dimensions, ou dans le cas du fichier HDF provenant de l'iCFD database, des tableaux 2 dimensions plus une 3<sup>e</sup> qui est sous forme de tuple<sup>2</sup>.

Il faut aussi savoir que les fichiers de données récupérés sont créés au départ pour aboutir à une étude précise utile au laboratoire à la base de la simulation en question. Certaines valeurs du tableaux nous seront donc utiles (positions, vitesses Eulériennes, Lagrangienne, accélérations, pressions ...) mais d'autres ne nous concerneront pas du tout. C'est pourquoi après lecture, nous effectuons un tri et reformons un tableaux comprenant uniquement les valeurs qui nous seront utiles. Ils s'agit alors d'ordonner ce nouveau tableau de manière la plus simple et compréhensible possible, le but étant toujours de limiter au maximum le temps de calcul.

Sur la *Figure 4.3* nous présentons un petit aperçu des données que nous avons utilisées<sup>3</sup>, ici lues avec un logiciel destiné uniquement à la lecture de fichiers au format HDF, puis lues en utilisant Python sur la *Figure 4.4* :

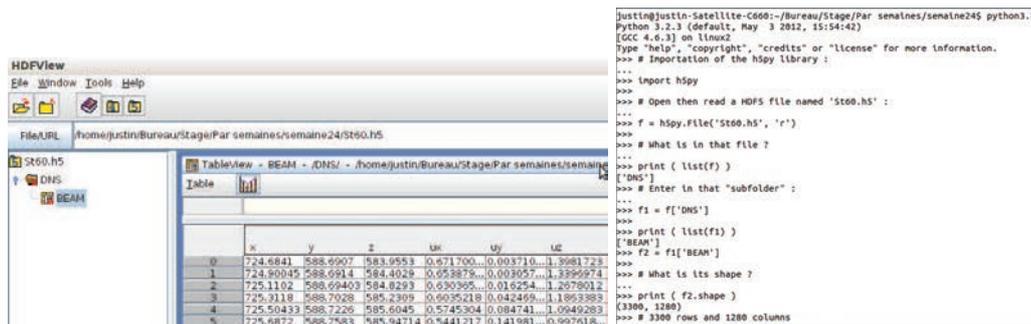


FIGURE 4.3 – À gauche : Capture d'écran lors de la lecture d'un fichier de données sous format HDF à l'aide du logiciel libre HDFView. À droite : Capture d'écran lors de la lecture d'un fichier de données sous format HDF en utilisant Python et le module h5py.

Comme nous pouvons le voir dans les deux Figures précédentes, le fichier HDF en lui-même est construit par arborescence. Ici, il y a un dossier principal conteneur ('DNS'), puis à l'intérieur de celui-ci un autre dossier qui contient les données ('BEAM'). Ce cas-là est relativement simple mais il se peut que l'on trouve d'autres fichiers avec une organisation différente, c'est pourquoi il est vraiment important de savoir lire correctement les fichiers à analyser. Sur le site de l'ICTR<sup>4</sup> nous pouvons voir une rubrique "dataformat" qui précise de quelle manière il est préférable de ranger les données.

Chaque module sera défini dans Python comme une fonction ; celui qui permet d'ouvrir puis de lire un fichier HDF, sera appelé `read()`.

### 4.3.2 Manipulation des données qui nous intéressent

Notre approche statistique est essentiellement centrée sur l'analyse des positions, des vitesses et des accélérations du fluide ou des particules présentes dans le fluide. Du

2. Correspondance mathématique : si  $n$  est un entier naturel alors un  $n$ -uplet est une collection ordonnée de  $n$  objets, appelée composantes du  $n$ -uplet.

3. Données téléchargées depuis l'iCFD database2 de Federico Toschi.

4. International Collaboration for Turbulence Research : <http://www.ictr.eu/ictr.html>

moins pour l'instant, car ce projet n'en est qu'à son commencement, et, plus tard, il sera sûrement intéressant de regarder la statistique au sein des champs de pression, etc... La figure 4.2 nous montre comment lire les fichiers HDF de manière très simple, mais il est impossible d'exploiter les données qui y sont enfermées. C'est là que Python prend toute son importance. Il suffit de sélectionner les colonnes ou lignes dont nous avons besoin, puis de les insérer dans un nouveau tableau conçu à l'aide de Numpy.

La lecture avec HDFView nous permet de voir les entêtes des colonnes, nous choisissons donc dans un premier temps les 6 premières colonnes de notre fichier qui correspondent aux positions des particules ainsi qu'à leurs vitesses. Le fichier de données 'BEAM' est construit comme ceci :

$$DataSet = \underbrace{\quad}_{dimension1} \underbrace{\quad}_{dimension2} \underbrace{\quad}_{dimension3(tuple)} \quad (4.1)$$

(Nous appelons DataSet notre fichier 'BEAM' contenant les données issues de la DNS.)

La Figure 4.5 montre comment se fait la manipulation des données avec Python.

```

>>> F2 = f1['BEAM']
>>> DataSet = F2
>>> X1 = DataSet[0][0][0]
>>> X1
724.68408
>>> V1 = DataSet[0][0][1]
>>> V1
588.69067
>>> UX1 = DataSet[0][0][3]
>>> UX1
0.67170066
>>> Uy1 = DataSet[0][0][4]
>>> Uy1
0.6037109461
>>> # It was for the first time step, now for example we will find the third :
...
>>> X3 = DataSet[2][0][0]
>>> X3
725.11023
>>> Y3 = DataSet[2][0][1]
>>> Y3
588.69403
>>> UX3 = DataSet[2][0][3]
>>> UX3
0.63036555
>>> Uy3 = DataSet[2][0][4]
>>> Uy3
0.616254226

```

FIGURE 4.4 – Capture d'écran lors de la manipulation d'un fichier de données au format HDF en utilisant Python et h5py.

Après avoir compris les subtilités de notre tableau, nous pouvons réfléchir à comment accéder à des outils statistiques numériques efficaces (ie avec un coût de calcul faible) simples à utiliser.

Il nous sera très important de connaître les caractéristiques de l'écoulement, autres que le nombre de Stokes. Il serait idéal d'avoir accès au nombre de Reynolds, au type de géométrie (et même les paramètres intrinsèques à la géométrie en question), au type de simulation, si nous avons affaire à des données Eulériennes ou Lagrangiennes, etc... Ce module, quant à lui, sera défini comme **dataSortOut()**.

### 4.3.3 Analyse statistique (moments, PDF, ...)

Une fois de plus nous remarquons la grande polyvalence que nous apporte Python, car des options de statistiques existent déjà dans les bibliothèques de Numpy et de Scipy. Il nous est donc possible de calculer les moyennes, les moments, ainsi que les fonctions de densité de probabilité sans composer la moindre formule mathématique, tout est déjà fait.

Avant chaque analyse, il nous faut créer un tableau pour ranger ces nouvelles données traitées. Nous pouvons ensuite appliquer nos calculs de moyennes, de moments, etc aux valeurs de positions ou de vitesses, triées grâce au module précédent.

Ce module sera uniquement consacré au traitement mathématique des données sur lesquelles nous portons notre intérêt, il sera appelé **analysis()**.

### 4.3.4 Représentation graphique des données analysées

Là aussi une bibliothèque est spécialement dédiée aux outils graphiques, et il devient extrêmement simple de représenter, par exemple, l'évolution des positions ou vitesses moyennes de l'ensemble des particules dans le temps. Avec cette représentation en 3D, il nous est facile de voir si le comportement moyen est plutôt calme ou très perturbé, et c'est de manière intuitive et logique que nous chercherons à observer ce mouvement moyen pour différents nombres de Stokes (qui sera le paramètre principal pour caractériser notre écoulement).

Nous nommerons simplement ce module `plot()`.

### 4.3.5 Rapport final

Ce dernier module devient intéressant pour l'utilisateur car si son fichier de données est correctement lisible par notre programme, alors il n'aura qu'à lancer le traitement de celui-ci et il obtiendra un rapport directement rédigé sous le format qu'il souhaite.

Il faut ici utiliser un autre logiciel, qui ne fonctionne qu'avec Python et qui s'appelle Pyreport. Après quelques modifications dans le script de notre programme d'analyse, il est facile de générer un rapport propre (avec ou sans le code source) sous tous ces types de formats : \*.pdf, \*.ps, \*.dvi, \*.trac, \*.eps, \*.tex, \*.rst, \*.moin ou html.

Le site web de Gael Varoquaux nous a été très utile pour prendre en main Pyreport<sup>5</sup>.

Le format html est intéressant pour une utilisation en direct de notre programme sur un site internet, car les résultats s'affichent automatiquement sur une nouvelle page web. Le format \*.tex est quant à lui idéal pour qui sait utiliser latex, car une fois le rapport écrit en latex, l'utilisateur choisit lui-même son format final, comme le \*.pdf ou le \*.ps par exemple, il peut également apporter des modifications au document s'il le souhaite. Pour l'utilisateur qui ne connaît pas latex alors il sera prévu une petite routine permettant de compiler automatiquement au format souhaité.

Ce module sera appelé `write()`.

Tous les modules qui viennent d'être présentés sont appelés par le programme « **main** » dans l'ordre logique d'exécution. Il suffit simplement d'écrire (manuellement) le nom du fichier que l'on souhaite analyser dans notre « **main** » et l'exploitation se fait automatiquement, de la lecture des données brutes à l'écriture d'un rapport final des données analysées.

Une de nos contraintes principales est, comme déjà mentionné précédemment, le format du fichier de données que l'on cherche à lire en entrée de notre programme. Il s'agit donc de prendre connaissance des différents formats qui existent pour le stockage des grands volumes de données en général, mais surtout pour celles issues de simulations numériques des écoulements.

---

5. <http://gael-varoquaux.info/computers/pyreport/>

# Chapitre 5

## Les données

### 5.1 La base de données ICTR

Notre objectif est de comprendre toujours mieux le phénomène physique complexe qu'est la turbulence, et pour cela, nous avons décidé de commencer par mettre en place une étude statistique automatisée des écoulements turbulents.

Une collaboration internationale est mise en place depuis 2007, comprenant plus d'une trentaine de laboratoires, pour unir et partager les connaissances en relation avec la turbulence. Ce groupe de recherche s'appelle l'ICTR<sup>1</sup>. Le site web de l'ICTR est une plateforme d'échange, est c'est ici que nous avons trouvé un lien conduisant à une base de données en ligne d'une très grande capacité. Le physicien Federic Toschi en étant l'auteur, nous avons naturellement cherché à nous rapprocher de lui. De plus, une partie de ces travaux est orientée vers l'étude et la simulation Lagrangienne des écoulements turbulents. Ce chercheur italien a créé cette base de données dans le but de la rendre accessible à tous et de faire en sorte qu'elle soit continuellement alimentée par une communauté de scientifiques à dimension internationale. Cette base de données s'appelle "iCFDdatabase2"<sup>2</sup>. Cette page web constitue un répertoire libre de données issues de simulations d'écoulements de tous genres, laminaires, turbulents, Eulériens, Lagrangiens, 2 dimensions, 3 dimensions, avec propriétés thermiques ou non, etc... Ce système de partage est excellent pour la recherche scientifique qui se retrouve accélérée par un dynamisme d'ensemble commun à un grand nombre de laboratoires à l'échelle internationale. De plus, la gratuité d'accès aux données permet d'accroître la diversité et le nombre de regards qui portent leur intérêt au vaste domaine de la turbulence.

La facilité d'accès est importante, mais ces données doivent également être lisibles facilement ! C'est là que notre travail commence, dans quel format sont-elles stockées ?

### 5.2 Le format HDF

C'est dans le format HDF que sont stockées les données de l'iCFDdatabase2 et nous avons donc dû apprivoiser ce format pour pouvoir utiliser au mieux les informations contenues dans les fichiers récupérés.

#### 5.2.1 Qu'est-ce que le format HDF ?

Tout d'abord, la signification de cet acronyme est : *Hierarchical Data Format*. Après lecture de différentes définitions concernant ce format, nous pourrions dire qu'un fichier HDF est, d'une certaine manière, un conteneur de fichiers. Les fichiers HDF peuvent contenir une très grande quantité de données, c'est un format unique en son genre et entièrement dédié au stockage de données. Les premiers formats HDF ont été développés

---

1. International Collaboration for Turbulence Research

2. <http://mp0806.cineca.it/icfd.php?uuid=09f74890f39f11dc8b1f001b6393b217>

au NCSA<sup>3</sup> puis la société HDF Group a été créée<sup>4</sup>. Ce groupe est à but non lucratif et propose ses logiciels de lecture et de stockage de données gratuitement en ligne. Ce format est utilisé dans le monde entier par les plus grandes entreprises et institutions telles que la NASA, BOEING, CAT, etc.

## 5.2.2 Compatibilité avec Python

Python ne nous permet pas directement de prendre en charge les fichiers au format HDF. Il nous a donc fallu trouver comment les ouvrir à partir de Python pour pouvoir exploiter les données qu'ils contiennent par la suite. Après quelques recherches, nous avons compris qu'il existait plusieurs solutions connues pour le couplage de HDF avec les langages C, C++ ou Fortran, mais qu'une seule existait, encore peu utilisée, pour Python. Il s'agit du module "h5py" écrit par un doctorant de l'Université du Colorado, Andrew Collette<sup>5</sup>. Ce module est en libre accès et son utilisation reste simple, il est conçu pour être importé de la même manière que tous les autres et son usage est similaire à différentes fonctions de lecture ou d'écriture déjà existantes dans Python. Notre module h5py permet de lire les fichiers enregistrés sous la dernière version, HDF5, mais bien évidemment aussi ceux des versions plus anciennes.

## 5.3 Ouverture quant aux données à exploiter

Nous cherchons bien entendu à standardiser notre programme et pour cela nous ferons en sorte de pouvoir lire des formats autres que le HDF.

### 5.3.1 netCDF

Nous avons déjà connaissance de netCDF : *network Common Data Form* qui contient déjà en lui-même certaines fonctions propres au stockage des données et peut également être défini comme un format de données "auto-documenté". C'est-à-dire qu'un en-tête décrit la disposition des données dans le reste du fichier, et en particulier des tableaux de données. C'est un format qui reste très polyvalent grâce à l'indépendance qu'il montre face à l'architecture matérielle qui permet la création, l'accès et le partage de données scientifiques.

NetCDF est un projet entièrement réalisé par une communauté de chercheurs soucieux de vouloir comprendre les mouvements naturels à grande échelle (dans l'atmosphère), l'UCAR (*University Corporation for Atmospheric Research*). C'est une entité du savoir à but non lucratif qui regroupe un nombre considérable de centres de recherche tels que, par exemple : la NSF, la NOAA, la NASA, la FAA, et l'EPA<sup>6</sup>. Le site web de Unidata<sup>7</sup> héberge tout ce qui est en lien avec netCDF.

### 5.3.2 The JHU Turbulence Database Cluster (TDC)

La TDC<sup>8</sup> est développée en tant que ressource libre par l'Université John Hopkins, parrainée par la NSF<sup>9</sup>. C'est en fait un portail permettant l'accès à une énorme base de données concentrée sur le cluster<sup>10</sup> de l'Université John Hopkins. Pour l'instant, encore

---

3. National Center for Supercomputing Applications

4. <http://www.hdfgroup.org/>

5. Andrew Collette, research scientist at the University of Colorado's, Laboratory for Atmospheric and Space Physics. Personal website : <http://alfven.org/wp/>

6. Dans l'ordre de citation : National Science Foundation, National Oceanic and Atmospheric Administration, National Aeronautics and Space Administration, Federal Aviation Administration, Environmental Protection Agency

7. <http://www.unidata.ucar.edu/>

8. <http://turbulence.pha.jhu.edu/>

9. National Science Foundation

10. "grappe de serveurs" fonctionnant comme un seul système et permettant de très lourds calculs impossible à réaliser avec une machine normale.

très peu de données sont disponibles sur ce site, dans le sens où deux possibilités nous sont offertes :

- La DNS en 3 dimensions d'un écoulement turbulent isotrope pour un fluide incompressible ;
- La DNS permettant la résolution des équations de la magnéto-hydrodynamique incompressible.

Tout ceci étant accessible pour 1024 pas de temps, donc par l'intermédiaire d'un maillage comprenant 1024 nœuds dans chaque direction utilisant une méthode pseudo-spectrale et en forçant les grandes échelles. Nous pouvons penser au fait qu'il serait possible de travailler en utilisant ce portail pour le futur, pour certains besoins spécifiques.

### 5.3.3 eFluids

Le site web eFluids<sup>11</sup> fonctionne de la même manière que la TDC, c'est un portail permettant l'accès à une base de données libre. Ce portail est mis à jour et complété par une très grande communauté de scientifiques évoluant dans des laboratoires du monde entier, principalement aux USA mais également en Suède, en Australie, en Allemagne, en Irlande, etc... La diversité de ses sources fait sa force et les domaines visés sont aussi bien l'ingénierie, la recherche ou l'enseignement.

---

11. <http://www.efluids.com/efluids/pages/databases.html>

Quatrième partie

Résultats

Dans cette partie, nous décrivons les résultats de nos analyses, basés sur les données décrites précédemment. À part dans le cas du rapport automatisé qui fonctionne avec le schéma détaillé dans le Chapitre 4, nous utilisons une routine pour l'analyse statistique complète de la description des données en turbulence lagrangienne. Du point de vue théorique, la description systématique de l'influence du nombre de Stokes sur la statistique des particules n'est pas toujours très bien comprise.

# Chapitre 6

## Analyse numérique et interprétation

Nous présentons ici des résultats à titre d'exemple pour plusieurs nombres de Stokes tels que  $St = 0.99$ ,  $St = 19.99$ ,  $St = 39.99$  et  $St = 60$ , la différence qui sépare ces nombres nous laisse supposer un effet marqué sur les résultats attendus. Nous démontrons également dans le Chapitre 4 comment notre programme d'analyse lit les attributs des données récupérées, assemble les quantités analysables et finalement affiche les résultats. À la fin de chaque section nous donnerons une brève explication pour terminer avec une étude comparative à la fin du chapitre.

Dans un premier temps, il s'agit de déterminer les paramètres d'entrée : les informations nécessaires au minimum pour un ensemble de données en turbulence incompressible sont le nombre de Reynolds et les détails de la géométrie. Dans le cas d'un écoulement anisotrope nous préférons connaître la direction selon laquelle la moyenne est effectuée, comme dans le cas d'un écoulement en conduite.

Dans notre cas d'essai, nous choisirons les données optimales correspondant à un écoulement homogène isotrope issues d'une simulation spectrale de la turbulence. Les particules entraînées sont soumises à la correction de Faxén mais pas à celle de Basset (cf. Section 3.2.2).

### 6.1 Schéma général

Nous décrivons dans un premier temps le mouvement général de l'écoulement comme le produit l'analyse, à titre d'exemple nous commencerons par observer le cas  $St = 0.99$ . Premièrement, nous affichons les trajectoires de plusieurs particules choisies arbitrairement dans un graphique 3D, dans le but d'obtenir une représentation, explicite, du mouvement des particules (cf. *Figure 6.1*). La même est réalisée pour la vitesse (cf. *Figure 6.2*). L'observation de ces graphiques permet à l'utilisateur de se faire une idée des fluctuations engendrées par la turbulence. Bien entendu, les valeurs moyennes de la position et de la vitesse sont calculées et contrôlées pour la stationnarité, l'homogénéité et l'isotropie dans l'analyse des variations temporelles, spatiales et directionnelles. C'est la première étape pour caractériser les données.

Par cette représentation il nous est possible de voir nettement le caractère turbulent, donc "aléatoire", du mouvement des particules. Nous sommes ici dans le cas d'un nombre de Stokes très faible donc nous savons que les particules suivent presque sans écart le mouvement du fluide qui les emporte.

La trajectoire moyenne ainsi que la vitesse moyenne de toutes les particules ont également été représentées graphiquement (respectivement *Figure 6.3* et *Figure 6.4*).

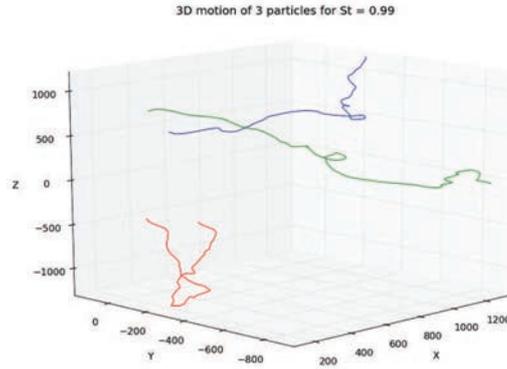


FIGURE 6.1 –  $St = 0.99$ , 3 different Particules trajectories,  $T = 3300 \times dt$ .

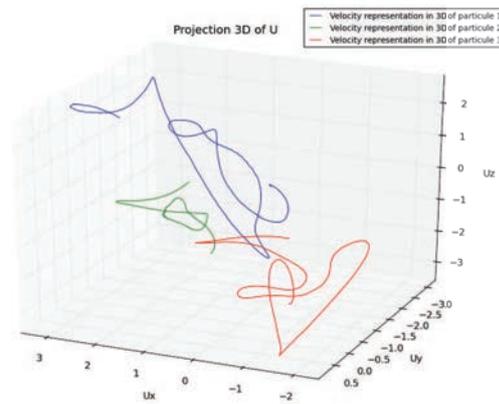


FIGURE 6.2 –  $St = 0.99$ , 3 different Particules velocities,  $T = 500 \times dt$ .

Ce qui est représenté ici est la moyenne des positions  $\langle x \rangle$ ,  $\langle y \rangle$  et  $\langle z \rangle$  pour les 1280 particules de nos données à chaque pas de temps  $dt$ . Au passage, on constate que cette position moyenne évoluant dans le temps suit une certaine direction, comme une trajectoire. Ceci n'était pas forcément attendu sachant les propriétés de la simulation, toutes les particules semblent se diriger vers le même endroit.

Nous trouvons un ensemble de données très stationnaires avec des fluctuations constantes à travers le temps et l'espace. Bien sûr, le théorème central limite doit être vérifié et nous reconnaissons le fait que la variance diminue avec l'augmentation de la quantité de données prises en compte.

Physiquement, des questions très importantes ont été formulées pour les statistiques de la vitesse et de l'accélération. En particulier, l'accélération des particules est une quantité cruciale car elle correspond à la force que le fluide exerce sur la particule, comme nous le voyons dans l'équation de Maxey et Lumley (*equation (3.16)*) où la traînée de Stokes va agir de telle sorte à amortir les forces du fluide sur la particule. Les autres forces comme

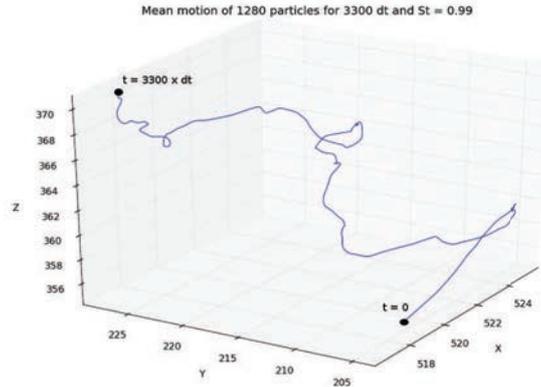


FIGURE 6.3 –  $St = 0.99$ , Mean position of 1280 Particules,  $T = 3300 \times dt$ .

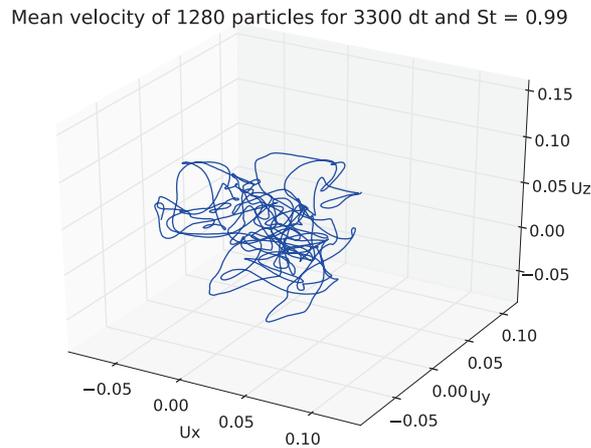


FIGURE 6.4 –  $St = 0.99$ , Mean velocity of 1280 particles,  $T = 3300 \times dt$ .

la correction de Faxén, la force de Basset, et le terme de masse ajoutée sont aussi des facteurs qui influencent l'accélération. Dans la simulation étudiée ici, elles sont négligées et le nombre de Stokes est le paramètre caractéristique de la réponse de la particule à la force du fluide environnant.

Nous pouvons observer sur la *Figure 6.5* la représentation en 3D de l'accélération d'une particule évoluant dans le temps et l'espace. On peut y voir de grandes variations avec une amplitude allant de 0 à  $16\,000\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ , ce qui est très important.

Si l'accélération est statistiquement moyennée, nous nous attendons à une distribution normale de celle-ci, mais étant donné les connaissances au sujet des scalaires passifs<sup>1</sup> et de l'advection des particules, ce n'est finalement pas ce qui est le plus certain.

Pour pouvoir mieux apprécier ou valider nos suppositions, nous avons jugé important de mettre au point un outil permettant la comparaison des statistiques des accélérations des

1. Dans la théorie de la turbulence, on parle de scalaire passif lorsque la quantité scalaire considérée n'a pas d'influence sur le fluide (ce n'est pas le cas pour la température)

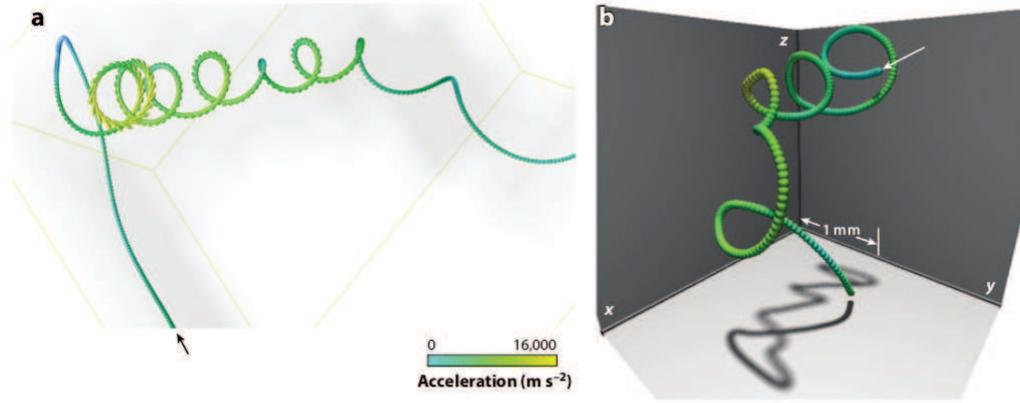


Figure 3

(a) A trajectory of a fluid tracer in a small-scale vortex filament in a turbulent flow from a numerical simulation at  $R_\lambda \sim 280$ . Colors and arrows indicate the magnitude and direction of the velocity (see Biferale et al. 2004a, Toschi et al. 2005). (b) Trajectory of a high-acceleration event of a  $46\text{-}\mu\text{m}$ -diameter tracer particle in turbulence at  $R_\lambda = 970$  recorded at a frame rate of 70,000 frames per second. The position of the particle at each of the 278 frames is represented by a sphere. The colors represent the acceleration magnitude, as indicated by the scale. Figure reproduced from Voth et al., “Measurement of particle accelerations in fully developed turbulence,” *J. Fluid Mech.*, 469:121–60, 2002, with permission of Cambridge University Press.

FIGURE 6.5 – Représentation de l’accélération d’une particule réalisée par F. Toschi et E. Bodenschatz [22].

particules pour différents nombres de Stokes. C’est ce qui a donc été réalisé lors de ce stage.

Après la description des résultats obtenus, nous proposons une très brève présentation des différences pour certaines valeurs de Stokes .

## 6.2 Quelques résultats statistiques

Une partie du travail réalisé ici a été d’effectuer des réductions, c’est-à-dire que nous avons considéré les cas non isotropes, non homogènes et non stationnaires, mais que par simplification nous nous sommes contentés du cas de la THI. Nous concentrons notre travail sur l’étude numérique ou l’estimation des PDF et ne montrons pas l’analyse en termes de fonctions de structure (qui est plus utile essentiellement pour caractériser le phénomène d’intermittence dans un écoulement eulérien). Pour les données lagrangiennes, nous avons besoin de compliquer le maillage de la simulation, ce qui implique une augmentation importante du temps de calcul. L’idéal pour cette étude serait alors d’utiliser la méthode de la “pair dispersion” (voir Section 3.2.3). Récemment, le volume de dispersion a été étudié à l’aide de la méthode des tétraèdres qui nous apporterait les informations nécessaires. Or, les ressources numériques dont nous disposons sont limitées et nous ne pouvons pas nous lancer dans cette partie actuellement. Nous ne détaillons pas cette méthode dans ce mémoire Ce programme n’étant encore qu’un prototype, il est compréhensible que nous n’ayons pas investi de plus gros moyens uniquement pour porter ces étapes préliminaires à un stade plus avancé du développement. Mais nous gardons à l’esprit et sur papier les calculs réalisables qu’il serait intéressant d’approfondir lorsque nous aurons les moyens nécessaires à disposition.

Nous affichons maintenant successivement les figures des PDF pour les positions, la vitesse et l’accélération (des particules et non du fluide) pour un nombre de Stokes de 0,99. Par soucis de lisibilité nous affichons plusieurs histogrammes de la quantité analysée pour plusieurs pas de temps. Le rendu final peut paraître approximatif mais ceci reste un bon moyen de visualiser les PDF.

À quoi nous attendons-nous avec le nombre de Stokes ?

Comme expliqué dans la *Section 3.2.1*, le cas  $St \sim 1$  correspond à la situation où les temps caractéristiques du fluide et des particules sont égaux, c'est donc un cas très particulier. Qualitativement nous pourrions comprendre que c'est la situation critique pour laquelle les particules et le fluide ont une influence maximale l'un sur l'autre, ceci va amener le phénomène d'intermittence et donc modifier ce que nous supposons sur les "prédictions" possibles du mouvement des particules. L'accélération du fluide environnant peut être amplifiée par la particule. La forme générale de la statistique correspondante sera un profil très large et aplati, et donc très peu Gaussien. Ce résultat observé sur la forme des PDF des accélérations des particules dans l'espace va également nous informer sur la répartition des particules en elle-même. Le profil très éloigné du Gaussien pour les accélérations nous laisse supposer une diffusion anormale des particules, visiblement une superdiffusion (c'est-à-dire plus rapide que dans le cas Brownien d'une marche aléatoire), qui fera tendre le système (fluide - particules) vers un état mixte entre régime laminaire et turbulent. Cette instabilité évoluera probablement assez rapidement et s'approchera peut-être d'un comportement exponentiel. Cette supposition nous vient du fait que lors de l'étude de la dispersion entre deux particules, leur diffusion évolue selon un comportement exponentiel.

Pour terminer, il faut comprendre qu'il ne s'agit pas obligatoirement d'une transition d'un régime à un autre mais d'un comportement instable qui tend à se stabiliser.

### Les positions :

Dans le cas des positions, ceci nous informera sur la distribution des particules au sein du fluide, c'est ce que nous montrent la *Figure 6.6*.

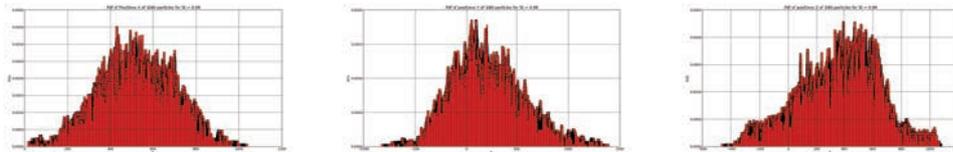


FIGURE 6.6 –  $St = 0.99$ , PDF of positions. Left : X, Middle : Y, Right : Z, each calculated for 1280 particles and 200 time steps.

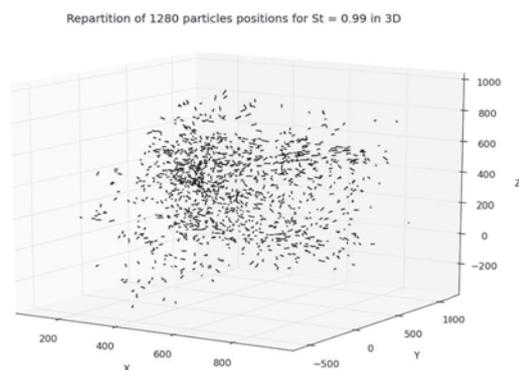


FIGURE 6.7 –  $St = 0.99$ , PDF 3D of positions for 1280 particles and 20 time steps.

Nous constatons que la distribution des particules n'est pas Gaussienne et surtout

selon la direction Z. Cette information sur Z pourrait nous apprendre que la répartition des particules n'est pas complètement isotrope.

Il est également possible de réaliser une représentation 3D de la répartition des particules dans l'espace, mais une fois de plus le problème des ressources numériques limitées fait son apparition car cette projection demande beaucoup d'énergie. Nous le montrons sur la *Figure 6.7* pour seulement 20 pas de temps. Il est très difficile de remarquer quelque chose de valable sur un si petit temps d'étude et même si un constat sur une particularité est faisable alors il serait délicat d'en tenir compte. Cette représentation est ici pour démontrer les possibilités du programme que nous avons élaboré. Néanmoins, nous observons une certaine homogénéité dans l'ensemble de la répartition des paritucules.

### Les vitesses :

Les représentations des PDF des vitesses sont obtenues de la même manière que pour les positions, c'est-à-dire par l'accumulation des histogrammes des différentes valeurs des vitesses. Nous constatons que les vitesses sont centrées en zéro, ce qui nous permet de calquer une fonction Gaussienne sur ces histogrammes. Nous pourrions ainsi plus aisément comparer un comportement général Gaussien ou non, ce qui est visible sur la *Figure 6.8*.

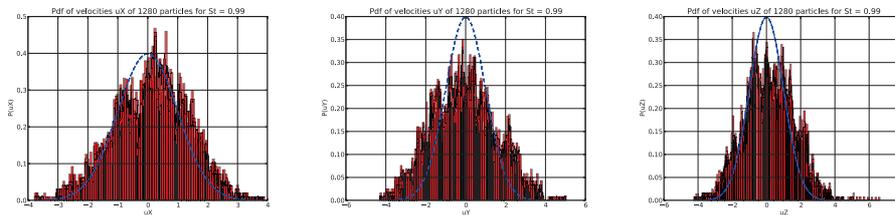


FIGURE 6.8 –  $St = 0.99$ , PDF of velocities. Left :  $U_x$ , Middle :  $U_y$ , Right :  $U_z$ , each calculated for 1280 particles and 100 time steps.

Nous constatons que nos histogrammes n'ont toujours pas une forme Gaussienne mais qu'ils en sont moins éloignés que pour les positions. Il est également possible de constater cet écart à l'aide d'une représentation semi-logarithmique des PDF, nous l'utiliserons dans la suite de ce Chapitre pour approcher la mise en évidence du phénomène d'intermittence. Une représentation 3D de la répartition de la vitesse est également réalisable (*Figure 6.9*), mais comme dans le cas des positions, les ressources numériques nous obligent à limiter le nombre de pas de temps pris en compte.

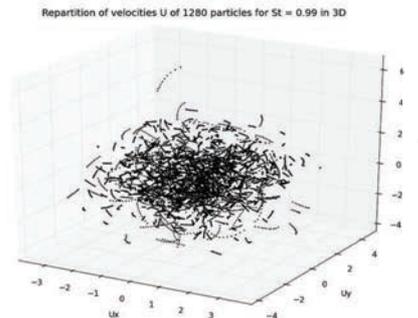


FIGURE 6.9 –  $St = 0.99$ , PDF 3D of velocities for 1280 particles and 10 time steps.

### Les accélérations :

Les fichiers HDF de Federico Toschi que nous utilisons ne contiennent pas d'informations sur l'accélération des particules, c'est pourquoi nous la calculons nous-même par la méthode la plus simple qui existe :

$$a(t_i) = \frac{u_{t_i} - u_{t_{i-1}}}{t_i - t_{i-1}} \quad (6.1)$$

Nous obtenons ainsi des valeurs de l'accélération pour chaque particule à chaque pas de temps.

Le procédé pour obtenir les PDF est le même que précédemment, nous pouvons donc analyser la *Figure 6.10* correspondantes possédant elles aussi le tracer d'une fonction de Gauss.

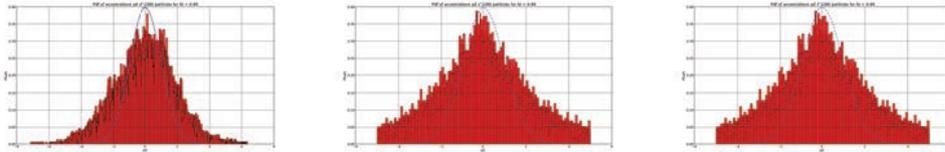


FIGURE 6.10 –  $St = 0.99$ , PDF of accelerations. Left :  $A_x$ , Middle :  $A_y$ , Right :  $A_z$ , each calculated for 1280 particles and 100 time steps.

Il est évident ici que les profils des PDF des accélérations ne sont pas Gaussiens mais nous pouvons tout de même remarquer que la répartition est toujours centrée en zéro.

La *Figure 6.11* nous montre une fois de plus la représentation en 3D de la répartition de l'accélération des particules dans l'espace.

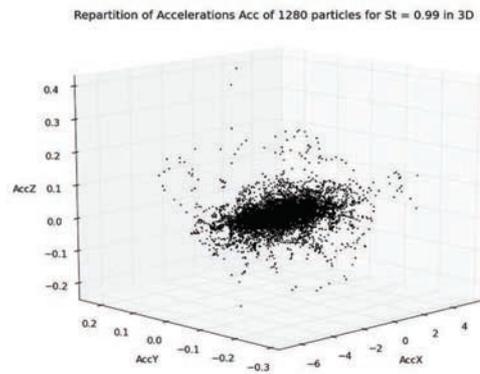


FIGURE 6.11 –  $St = 0.99$ , PDF 3D of accelerations for 1280 particles and 10 time steps.

Ce que nous voyons sur la *Figure 6.11* est plutôt intéressant car inattendu. Les particules ont l'air d'être concentrées en zéro selon Y et Z (ce qui correspondrait à une forme d'homogénéité de l'accélération selon ces directions) mais l'évolution est totalement différente selon la direction X. On peut constater une répartition allongée qui semble d'une certaine manière se "propager" selon cette axe, comme si l'accélération évoluait le long de  $\vec{X}$ . Il faut garder à l'esprit que nous avons représenté cette répartition des accélérations des particules uniquement pour 10 pas de temps, ce qui nous laisse supposer un très grand

allongement sur un temps plus long.

## 6.3 Influence du nombre de Stokes :

L'analyse détaillée au-dessus est très coûteuse et trop approfondie pour établir une étude comparative complète pour beaucoup de nombres de Stokes différents. C'est pourquoi dans cette partie, nous présentons un extrait des résultats les plus importants pour des particules caractérisées par des nombres de Stokes de 0.99, 20, 40 et 60. Ceci dans le but d'obtenir un aperçu du changement des propriétés statistiques des trajectoires correspondant aux données analysées.

Il est vraiment important de comparer la statistique de la vitesse du fluide et des particules car nous avons ainsi un aperçu de la réponse des particules soumises à un champ externe.

### 6.3.1 À un temps fixé

#### Les positions :

Nous avons premièrement affiché sur la *Figure 6.12* les valeurs moyennes des fluctuations des positions des particules pour un seul pas de temps sur une même représentation pour différents nombres de Stokes.

Les fluctuations sont calculées comme expliqué dans la partie 2.3.1, en soustrayant la valeur moyenne des positions à chaque positions de chaque particule :

$$x_i = X_i - \bar{X} \quad (6.2)$$

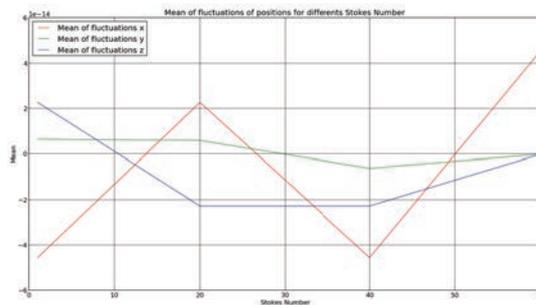


FIGURE 6.12 – Mean fluctations of positions for different Stokes number and 1 dt.

Nous pouvons réaliser ce graphique uniquement pour 4 valeurs du nombre de Stokes, une fois de plus car les ressources numériques ne nous permettent pas de lire un plus grand nombre de fichiers de données (du moins pour des fichiers aussi lourds). Il faut néanmoins savoir que les fichiers de données de Federico Toschi sont très complets et que les simulations ont été réalisées pour chaque unité du nombre de Stokes de 1 à 60 .

La représentation de l'évolution des fluctuations des positions en fonction du nombre de Stokes affichée ici n'est pas assez précise pour que nous puissions réellement l'exploiter. Mais nous pouvons tout de même observer de très grosses variations suivant la direction  $\vec{X}$ .

Dans le cas de cette étude des fluctuations des positions à un temps fixé, nous avons également voulu tracer la variance en fonction du nombre de Stokes, que nous pouvons voir sur la *Figure 6.13*.

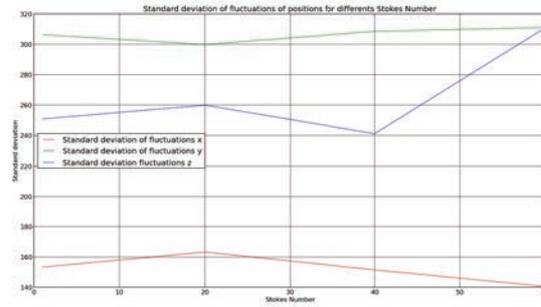


FIGURE 6.13 – Standard deviation of positions for different Stokes number and 1 dt.

Sur cette figure, nous n’observons pas d’homogénéité, ce qui n’est pas normal, c’est très probablement dû à une statistique trop faible, et avec plus de particules et plus de pas de temps nous pourrions nous attendre à de très fortes similitudes entre ces trois courbes.

D’un autre côté, si on essaie d’analyser le peu que l’on peut voir, alors on constate que la dépendance du nombre de Stokes est différente suivant les directions. Nous observons une augmentation selon y et z mais une diminution selon x. Ceci peut être possible, lorsqu’une très grosse structure fluctuante (un gros tourbillon) domine le flux durant le temps d’étude. Ce qui entraîne le fait que la direction de l’écoulement impose finalement moins de fluctuations que le courant traversant celui-ci.

Ce cas est aussi possible pour les particules, et il serait intéressant de déterminer qualitativement, quelle serait la dépendance des champs du fluide et des particules.

Il est également tout à fait faisable de calculer les fluctuations de vitesses (du fluide et des particules) ainsi que celles des accélérations.

### Les vitesses :

Pour le cas des fluctuations de vitesses, le calcul est du même type, mais la puissance nécessaire est trop importante pour pouvoir analyser plus de 3 fichiers de données. Ce qui est vraiment dommage car l’idéal serait de pouvoir observer cette évolution de manière beaucoup plus détaillée, par exemple avec 10 nombres de Stokes différents. Nous placerons ici deux graphiques qui se suivent, pour nous permettre une étude un petit peu plus réelle.

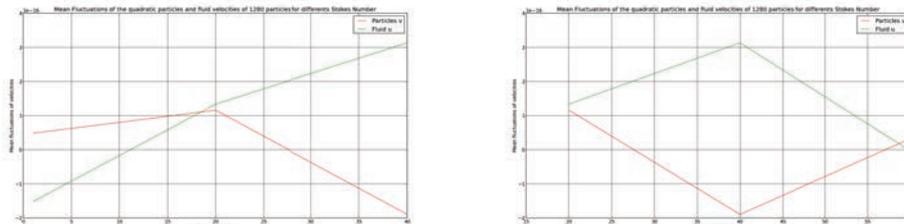


FIGURE 6.14 – Mean fluctuations of velocities v and u for different Stokes number and 1 dt.

Malgré le manque de précision, nous pouvons voir sur la *Figure 6.14* que les fluctuations des vitesses du fluide et des particules restent relativement centrées en zéro quelque

soit le nombre de Reynolds. Le comportement général est très particulier et nous voyons clairement que les fluctuations sont presque identiques pour des nombres de Stokes à peine inférieurs à 20 et à 60.

Cette étude serait à approfondir dans le futur, par exemple pour comprendre les variations d'énergie engendrées par les fluctuations en fonction de l'influence des particules sur le fluide ou inversement.

Nous considérons ici la vitesse quadratique, qui nous permet d'avoir un comportement global des vitesses. Ce sont les conditions d'homogénéité et d'isotropie qui nous permettent ceci :

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} \quad (6.3)$$

Nous pouvons ensuite réaliser un graphique avec un intérêt plus statistique. Nous calculons la moyenne des moments d'ordres 2, 4 et 6 des vitesses de chaque particule pour différents nombres de Stokes à un pas de temps (*Figure 6.15*).

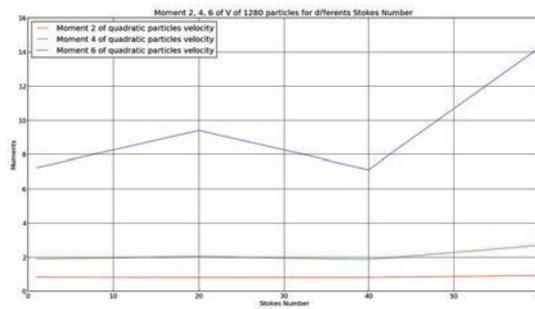


FIGURE 6.15 – Moments of particles velocities  $v$  for different Stokes number and 1 dt.

Puis nous traçons les rapports de la moyenne des moments 4 et 6 sur la moyenne des moments 2 au carré et au cube sur la *Figure 6.16*.

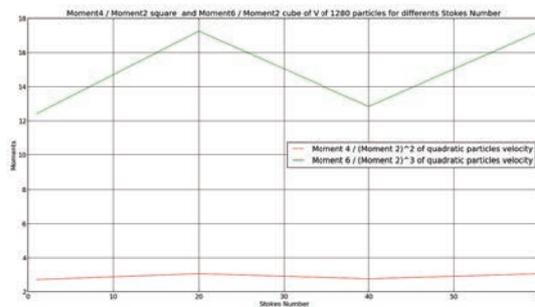


FIGURE 6.16 – Moments 4 / (moment 2)<sup>2</sup> and moment 6 / (moment 2)<sup>3</sup> of particles velocities  $v$  for different Stokes number and 1 dt.

Les moments des vitesses des particules vont en fait correspondre à la quantité de mouvement des particules, et par la suite peuvent nous informer sur la densité en particules du système.

Pour le cas d'une concentration en particules beaucoup plus élevée, les moments des vitesses des particules nous renseigneraient sur les collisions ainsi que sur la fragmentation des particules au sein du système fluide-particules.

Nous ne le réaliserons pas ici mais les moments des accélérations des particules nous apporteraient des informations sur la force des particules.

### Représentation semi-logarithmique des PDF :

Pour mettre en évidence explicitement la dépendance fluide-particules en fonction du nombre de Stokes, nous avons décidé de tracer les représentations semi-logarithmiques des PDF des vitesses des particules et du fluide sur le même graphique et pour différents nombres de Stokes. C'est la *Figure 6.17* qui correspond à cette représentation.

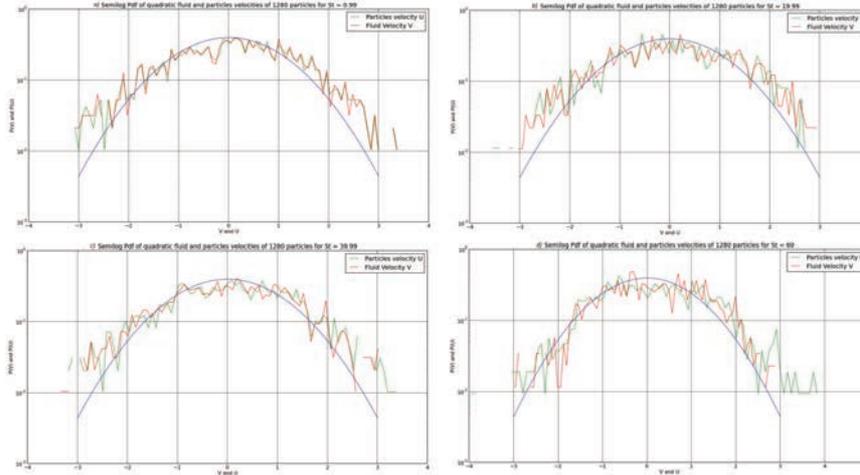


FIGURE 6.17 – Semi logarithmic representation of PDF of fluid and particles quadratic velocities for Stokes number a) 0.99, b) 19.99, c) 39.99 and d) 60.

Dans le cas *a)* d'un nombre de Stokes de 0.99, les PDF des vitesses des particules et du fluides sont quasiment égales, elles possèdent presque exactement la même distribution. Alors que lorsque le nombre de Stokes augmente, on constate que l'écart séparant ses deux distributions augmente jusqu'à nous montrer une quasi indépendance entre la PDF de la vitesse du fluide et celle des particules.

Par cette figure nous pouvons une fois de plus valider qualitativement le lien qu'impose le nombre de Stokes entre le fluide et les particules. On observe clairement que pour un nombre de Stokes petit la dépendance entre ces deux quantités sera très grande, une forme d'homogénéité du système fluide-particules, alors que pour un grand nombre de Stokes nous tendrons vers un état du système de moins en moins lié (système hétérogène).

### 6.3.2 Évolution temporelle

Dans la partie précédente nous avons décrit l'évolution en fonction du nombre de Stokes de la statistique du mouvement des particules pour un seul pas de temps, mais maintenant nous allons étudier l'évolution temporelle en fonction du nombre de Stokes des statistiques de l'écoulement. Les graphiques réalisés dans la *Section 6.2* pour le cas d'un nombre de Stokes de 0.99 sont utilisables ici.

Comme nous l'avons montré précédemment, il est difficile d'afficher les PDF pour la totalité des pas de temps de manière efficace. C'est pourquoi les PDF de quelques pas de temps seulement sont proposées.

Nous ne regarderons pas la répartition des particules en fonction du nombre de Stokes mais directement les PDF des vitesses et des accélérations. Nous observons différents profils pour différents nombres de Stokes.

Pour permettre une étude comparative plus générale nous utilisons également la vitesse ainsi que l'accélération quadratique des particules pour 100 pas de temps. La méthode

utilisée est une fois de plus l'accumulation d'histogrammes répertoriant les valeurs des vitesses et des accélérations. La vue globale de ces histogrammes nous permet de faire une analogie avec la représentation d'une fonction de probabilité.

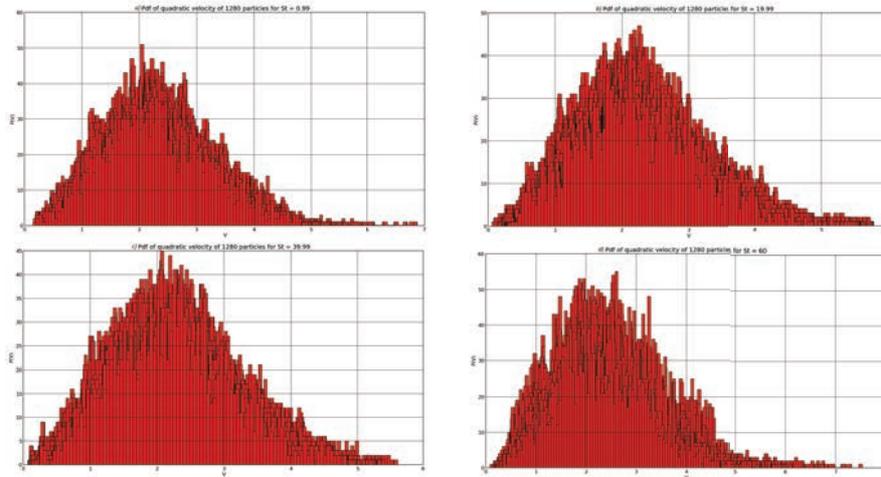


FIGURE 6.18 – For 100dt, Pdf of mean particles quadratic velocities for Stokes number a) 0.99, b) 19.99, c) 39.99 and d) 60.

Sur la *Figure 6.18* la première remarque à faire est que la vitesse n'est pas du tout centrée en zéro mais plutôt aux alentours de 2. Ce qui pourrait éventuellement nous apporter une information sur le mouvement général de la simulation. Mais nous remarquons surtout la différence importante de distribution dans le cas d'un nombre de Stokes de 60. Alors que pour les nombres de Stokes plus faibles la forme de la distribution semble plutôt régulière et se concentrer de manière presque homogène autour de la même valeur, le dernier cas quant à lui possède une forme complètement irrégulière. De plus, l'histogramme réalisé est le résultat d'une accumulation de distributions pour 100 pas de temps ce qui nous pousse à croire qu'en visualisant chaque pas de temps cas par cas il n'y aurait quasiment aucune ressemblance de forme entre eux. Le seul point sensiblement similaire est la concentration aux alentours de la même valeur, 2.

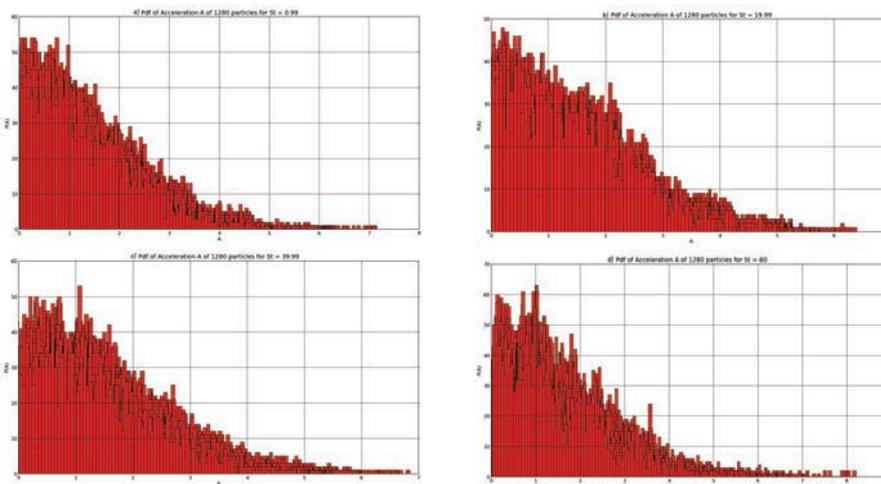


FIGURE 6.19 – For 100dt, Pdf of mean particles quadratic accelerations for Stokes number a) 0.99, b) 19.99, c) 39.99 and d) 60.

Le cas de l'accélération (*Figure 6.19*) est du même genre mise à part qu'un changement

est observable à partir d'un nombre de Stokes de 40. On constate sur les histogrammes *c)* et *d)* un aplatissement de la distribution qui laisse supposer une légère augmentation de la concentration de la distribution sur une même zone, donc une "homogénéisation" de l'accélération vers des valeurs plus petites. Cette perte d'accélération se comprend par l'augmentation de l'importance des particules par rapport au fluide, par exemple l'augmentation de la masse des particules. Des particules plus lourdes sont moins soumises à l'influence d'entraînement du fluide et leur accélération sera donc moins importante.

La représentation en 3D est intéressante à regarder mais, comme dit plus tôt, le nombre de pas de temps pour l'observation est très limité en raison du coût de calcul important. Nous proposons tout de même de l'afficher pour 20 pas de temps sur la *Figure 6.20* :

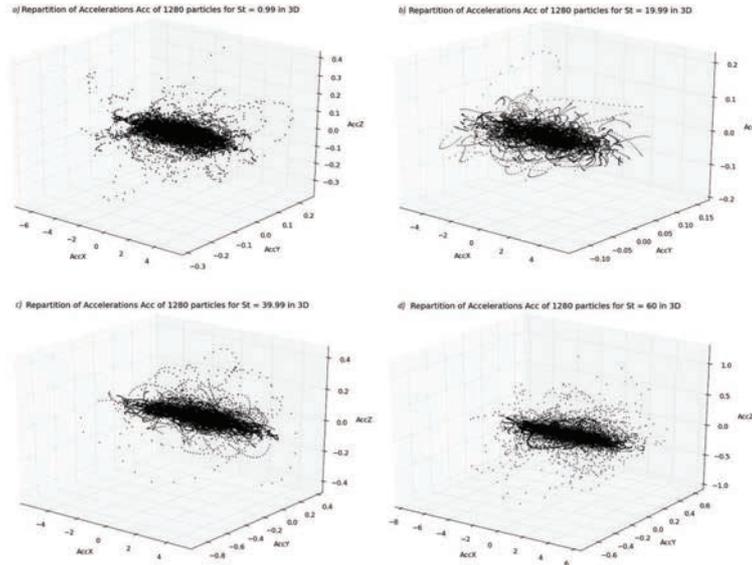


FIGURE 6.20 – For 20dt, 3D distribution of mean particles quadratic accelerations for Stokes number a) 0.99, b) 19.99, c) 39.99 and d) 60.

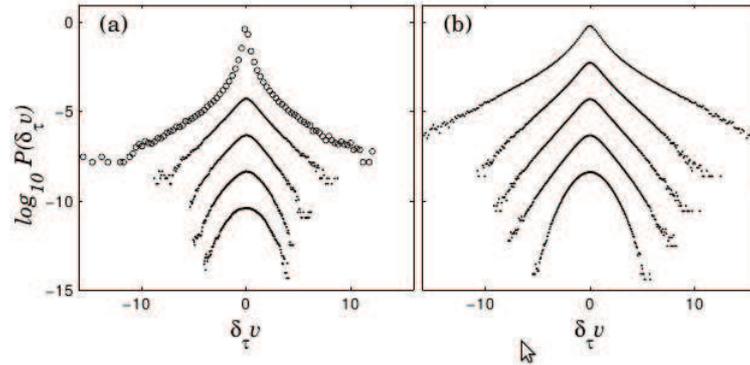
Il est impossible de tirer de conclusion ou d'obtenir une information utilisable sur un temps d'étude si court. Nous remarquons tout de même que la forme générale des distributions est plutôt ellipsoïdale et allongée, probablement suivant le direction de l'écoulement quelque soit le nombre de Stokes. En observant les unités, on constate quand même que l'amplitude générale de la distribution pour un nombre de Stokes de 60 est plus importante. Une observation sur un domaine temporel plus grand nous apporterait probablement une répartition beaucoup plus homogène dans l'espace de l'accélération.

### 6.3.3 L'intermittence

Comme mentionné dans la *Section 2.4.4*, l'étude du phénomène d'intermittence requiert une très bonne statistique des vitesses des particules et du fluide. Dans notre cas il s'agirait de moyenner la totalité de ces valeurs en temps et en espace, ce qui nous est numériquement impossible pour l'instant.

La méthode principale connue pour mettre en évidence l'intermittence est l'étude de la forme générale des PDF des incréments de vitesse.

N'ayant pas pu réaliser nous-même des graphiques nous permettant la mise en évidence de l'intermittence, nous nous appuyons sur les travaux de Laurent Chevillard, publiés dans son mémoire de thèse [23]. La *Figure 6.21* nous montre très bien ce que nous cherchons.



– Représentation des densités de probabilité des incréments d'ordre 1 de vitesse Lagrangienne  $\delta_r^{(1)} = v(t + \tau) - v(t)$ . (a)  $\log_{10} \mathcal{P}(\delta_r, v)$  pour  $(\bullet)$  l'expérience de l'ENS Lyon ( $\mathbb{R}_\lambda = 740$ ) aux échelles (de haut en bas)  $\tau/T = 0.07, 0.16, 0.35, 1$  et  $(\circ)$  l'expérience de l'université de Cornell ( $\mathbb{R}_\lambda = 690$ ) à l'échelle  $\tau \simeq O(10^{-1})\tau_{\text{IK}}$  et où les abscisses ont été divisées par un facteur 4 par commodité de représentation. (b)  $\log_{10} \mathcal{P}(\delta_r, v)$  pour les DNS ( $\mathbb{R}_\lambda = 140$ ) aux échelles (de haut en bas)  $\tau/T = 0.05, 0.11, 0.17, 0.25$  et 1. En (a) et (b), les courbes ont été arbitrairement décalées en ordonnée par souci de clarté et la variance de  $\mathcal{P}(\delta_r, v(t))$  a été fixée à l'unité à toutes les échelles.

FIGURE 6.21 – Représentations graphiques de l'intermittence avec commentaires, provenant de la thèse de Laurent Chevillard [23].

Pour obtenir ce genre de courbe, il nous aurait fallu déterminer pour quelle quantité temporelle (le pas de temps)  $\tau$ , exprimée dans l'équation 2.22, une visualisation de l'intermittence était possible. Car bien entendu il faut absolument se placer dans l'échelle inertielle. Pour cela nous devons connaître l'échelle intégrale temporelle  $T$ , qui peut être défini par  $T = \frac{L}{\sigma}$  (avec  $L$  = l'échelle intégrale spatiale et  $\sigma$  la racine carrée de la variance de la vitesse Lagrangienne).

Après avoir obtenu ces quantités, en connaissant les caractéristiques de l'écoulement, nous aurions pu nous placer dans le cas de coefficient  $\frac{\tau}{T}$  cohérents (tels que ceux appliqués par Laurent Chevillard).

Il est plus facile d'apprécier la forme non Gaussienne des densités de probabilité des incréments sur une représentation semi-logarithmique. Nous constatons un aplatissement des PDF vers les extérieurs des courbes, c'est-à-dire pour des incréments de vitesses plus grands<sup>2</sup>.

C'est ainsi que se termine ce chapitre d'analyse des résultats. Nous avons fait de notre mieux pour décrire et interpréter les graphiques obtenus même si nous avons conscience qu'ils ne sont qu'à un stade de "brouillon" en quelque sorte et que leur précision ou leur esthétique ne sont pour l'instant idéales. Nous tenons à indiquer que les généralisations et spécificités de calculs mentionnés précédemment feront l'objet de travaux futurs, en particulier en ce qui concerne l'analyse automatisée des données directement depuis la base de données.

2. Remarque : la probabilité de rencontrer un incrément de vitesse de particule plus grande est plus importante que dans le cas d'un processus de Wiener (qui est le processus stochastique permettant l'expression du mouvement Brownien

Cinquième partie

**Discussion et Conclusion**

Comprendre la turbulence. Voilà ce qui pourrait être rapporté si quelqu'un nous posait la question du but de nos travaux. Sans aucun doute, la motivation principale était de pouvoir enrichir nos connaissances et d'apporter un outil le permettant aux intéressés. La mise en place d'un tel projet fut longue et laborieuse, car quoi de plus complexe lorsqu'il s'agit de commencer à partir de rien. Sans même savoir s'il était possible de le concrétiser. Une suite d'idées désordonnées, de discussions, intéressantes, parfois floues, face à un vaste océan de questions ouvertes.

La physique de la turbulence pose problème. Les moyens numériques sont potentiellement présents pour résoudre des problèmes. Alors maintenant, comment coupler ces deux mondes si différents? C'est à cette question que nous avons tenté de répondre en réfléchissant à la conception de ce programme, qui un jour peut-être, sera capable de nous offrir des réponses en toute simplicité.

La rapidité de calcul et la précision que peut nous apporter un ordinateur est tout simplement indispensable à la compréhension des mouvements d'un fluide turbulent. Leur modélisation nécessite une puissance numérique incroyable, alors imaginez-vous ce qu'il en est pour la détermination d'un modèle de prédictions. Permettre une analyse statistique nous permettant d'accumuler le maximum d'informations sur les mouvements probables d'un tel fluide était notre idée. Nous nous sommes finalement laissés tenter pour utiliser des données issues de simulations numériques d'écoulements turbulents entraînant des particules, de masses relatives différentes, nous informant sur l'influence réciproque qu'avaient les particules sur le fluide, et inversement.

La standardisation était une autre ligne directrice de notre projet. Car bien sûr, des logiciels du même genre avaient déjà été pensés, mais à chaque fois pour rester au sein du laboratoire de son créateur, avec un triste usage unique, ou presque.

Notre idée était donc d'apporter une base de logiciel pouvant être utilisé, manipulé, retravaillé par n'importe quel individu possédant des notions en programmation et souhaitant un tel outil pour analyser statistiquement de gros volumes de données. D'où l'utilisation de Python, ce langage totalement libre, ainsi que GitHub, permettant une interaction avec le monde des développeurs.

L'apprentissage de Python a été assez rapide et facilité par la communauté d'adeptes présente en permanence sur le web. Les forums nous ont permis de prendre connaissance de modules en tout genre, apportant des possibilités sans limite à ce langage. Les explications et tutoriels relatifs ont parfois été accompagnés de discussions avec des experts, en toute simplicité, mû par l'esprit d'entraide.

Après quelques mois de travail, le ciel semblait s'éclaircir doucement au-dessus de nos têtes, et la vue de notre projet commençait à être satisfaisante. Certaines parties ont été dures et décourageantes, mais d'autres ont su nous redonner confiance, comme la perspective de finaliser notre analyse par un rapport rédigé automatiquement dans le format demandé, sans intervention de l'utilisateur. Nous pouvons maintenant considérer cette "découverte" comme une récompense à nos efforts.

L'aspect mécanique des fluides de ce stage a été une part très importante mais ne se ressent pas énormément dans le programme en lui-même. Ce dernier est plus axé sur la statistique pure et non sur l'interprétation physique correspondante, car très complexe et notre analyse n'est pas suffisamment importante pour l'instant.

Cependant, le niveau de connaissances que nous en avons tiré est vraiment appréciable. Nous n'avons étudié que très brièvement les mouvements des particules en cours durant les cours de Master, et essentiellement le cas de la sédimentation, très différent de la turbulence. Mais apprendre quels pouvaient être les résultats des interactions entre fluides et particules au sein d'écoulements turbulents a été passionnant. Rechercher les théories et nombres adimensionnels les plus courants, les simulations et hypothèses couramment imposées en fonction des cas d'études, les représentations du chaos généré par la turbulence, tant de temps passé à apprendre et comprendre. Nous pouvons dire que la partie bibli-

ographique à la base de ce travail fut assez difficile, surtout le fait de se replonger dans les théories relatives aux statistiques, aux probabilités ou encore aux processus stochastiques, qui ne correspondent pas aux derniers enseignements reçus.

La découverte d'un phénomène tel que l'intermittence a été très motivante. Nous avons été poussés par l'envie de comprendre l'origine de ce phénomène ou de connaître le premier auteur de cette hypothèse. Se renseigner sur les travaux réalisés pour mettre en évidence celui-ci, et même tenter de les reproduire était parfois la seule idée que nous avions en tête. Si le temps nous l'avait permis et que les données utilisées avaient contenu assez d'informations, nous aurions probablement réussi à obtenir des courbes lisibles et compréhensibles pour observer l'intermittence. Malheureusement nous n'avons pas pu. Néanmoins, l'important est que l'idée, elle, soit toujours là.

Comme nous venons de le mentionner, ce travail préliminaire nous a pris énormément de temps et l'analyse en elle-même se voudrait plus poussée. Idem pour l'esthétique générale du rapport final engendré par celle-ci. Comme expliqué précédemment, nous avons avancé à tâtons, sans certitude d'un résultat viable.

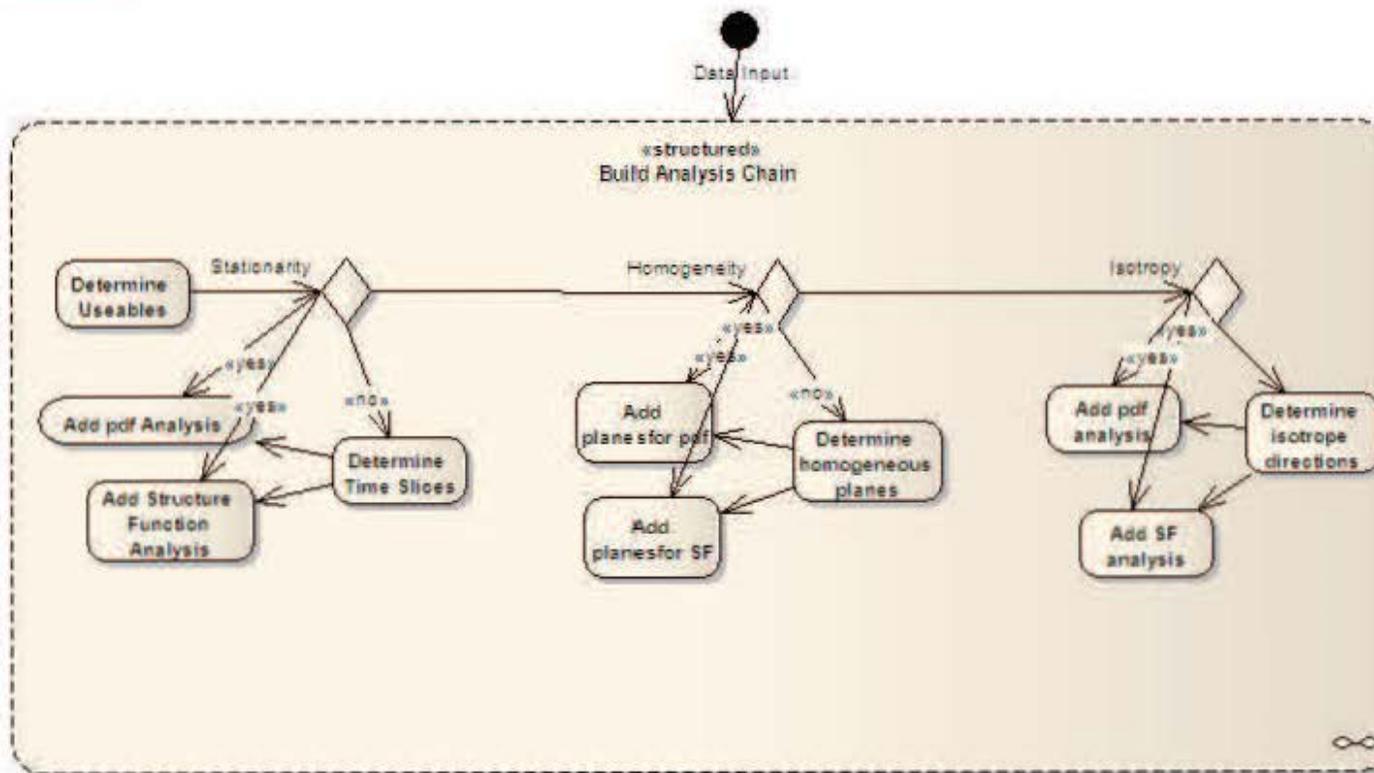
Même si beaucoup de choses sont encore à faire, nous sommes satisfaits de l'avancement actuel des choses. Nous sommes arrivés à rendre ce programme utile et pratique. De plus, le fait que le projet ait séduit la communauté scientifique est gratifiant et rassurant, car il ne sera pas laissé à l'abandon et continuera d'évoluer dans de bonnes conditions.

## Annexe A

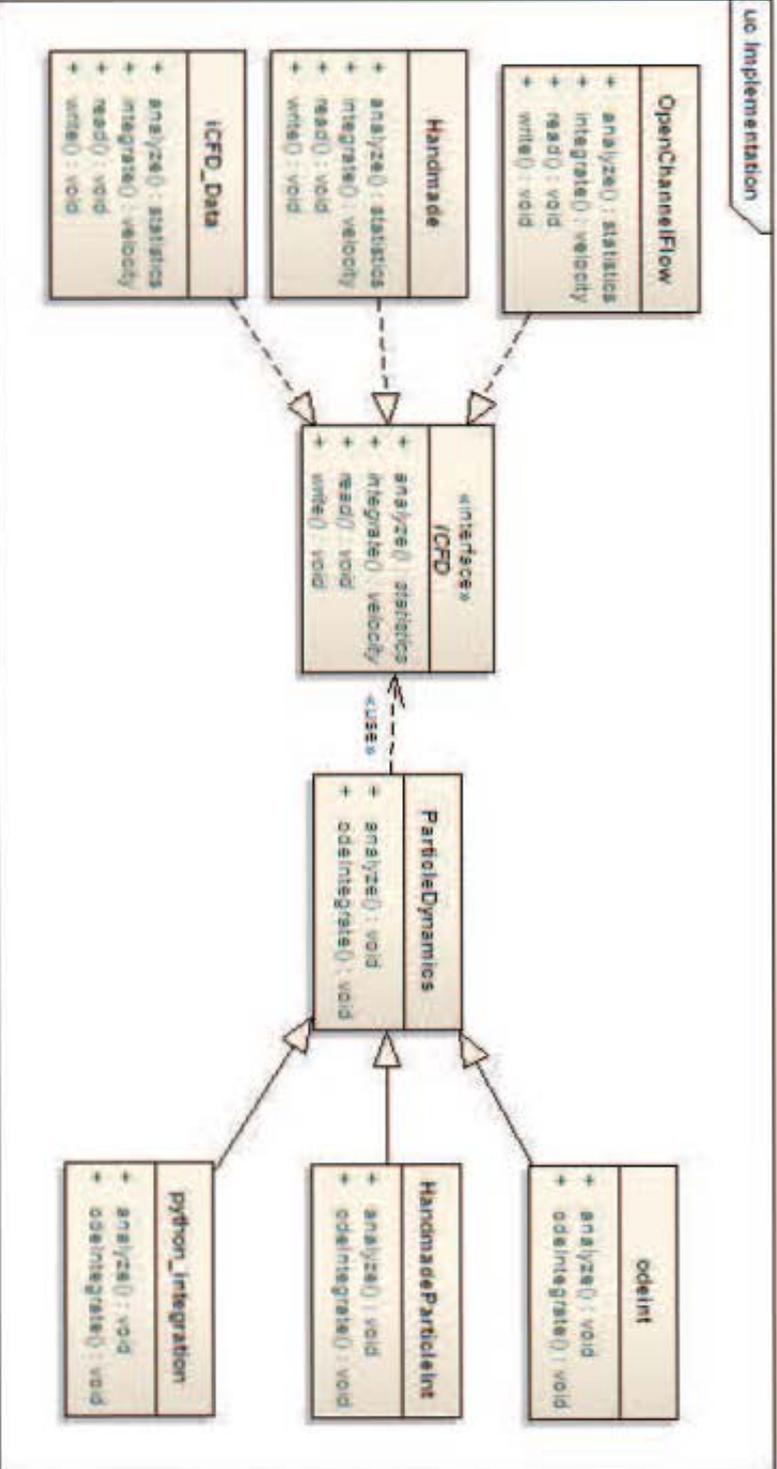
# Organigramme

Dans cette annexe, nous présentons un supplément à l'organigramme avancée dans la *Section 4.2*.

Il s'agit une fois de plus d'une ébauche et ne constitue pas la version finale. Il est présenté dans l'état actuel de son avancement.



uc Implementation



## Annexe B

# Exemple du Code source développé

Le morceau de code affiché ci-dessous est proposé à titre démonstratif. Il correspond à un aperçu des morceaux de scripts développés lors de ce stage mais n'est en aucun cas le programme en lui-même.

Nous pouvons y voir la forme générale du langage utilisé, qui permettra peut-être à certains de se faire une idée de la démarche suivie.

Des commentaires seront présents dans la totalité du code source ainsi qu'un tutoriel sur la page GitHub correspondante. Un fichier "*Read me*" attaché au logiciel est également prévu.

```
# Exemple de script sous Python permettant d'appliquer l'analyse des donnees
# puis de generer le rapport sous format *pdf.
```

```
# Dans le terminal, il suffit d ecrire ceci :
# $ pyreport -n -t pdf file_name.py
```

```
import h5py
import matplotlib as mpl
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib.mlab as mlab
import scipy.stats.stats
from pylab import *

#! Statistic analysis of particles advected in turbulent flows.
#!=====
#!
#!
f = h5py.File('St0.99.h5', 'r')    # Reading the dataset file
h = list(f)
x = f['DNS']
x1 = list(x)
x2 = x['BEAM']
z = np.array(x2)
#!
#! This example is for a Stokes number = 0.99.
#!
print "Shape of the dataset :", z.shape

# Processing of the dataset and sort positions data of 3 particles :

tabTime = []

X = np.zeros( (np.size(z[:,0]), np.size(z[0,:]) ) )
Y = np.zeros( (np.size(z[:,0]), np.size(z[0,:]) ) )
Z = np.zeros( (np.size(z[:,0]), np.size(z[0,:]) ) )

j = 0
while j < 3300 :

    i = 0
    while i < 1280:

        X[j,i] = z[j][i][0]
        Y[j,i] = z[j][i][1]
        Z[j,i] = z[j][i][2]

        i = i + 1

    j = j + 1

    tabTime.append(j)

# Positions sort x, y, z for 3 particles :

x3p = np.transpose(X)
y3p = np.transpose(Y)
z3p = np.transpose(Z)

xP1 = x3p[0]
xP2 = x3p[1]
xP3 = x3p[2]

yP1 = y3p[0]
yP2 = y3p[1]
yP3 = y3p[2]

zP1 = z3p[0]
zP2 = z3p[1]
```

```
zP3 = z3p[2]

# Plot 3D of positions :

#! 1. 3D representation of the motion of particles :
#!-----
#!
#! The first figure is the representations of 3 different particles motion :
#!
#!

fig = plt.figure(1)

ax = fig.gca(projection='3d')

ax.set_title("3D motion of 3 particles for St = 0.99")
ax.set_xlabel('X')
ax.set_ylabel('Y')
ax.set_zlabel('Z')

ax.plot(xP1, yP1, zP1, label='Positions representation in 3D of particle 1')
ax.plot(xP2, yP2, zP2, label='Positions representation in 3D of particle 2')
ax.plot(xP3, yP3, zP3, label='Positions representation in 3D of particle 3')

show()

"""
#La moyenne :
"""

Meanx = np.zeros( (np.size(z[:,0]), 1) )
Meany = np.zeros( (np.size(z[:,0]), 1) )
Meanz = np.zeros( (np.size(z[:,0]), 1) )

m = 0
while m < 3300 :

    Meanx[m] = np.mean(X[m])
    Meany[m] = np.mean(Y[m])
    Meanz[m] = np.mean(Z[m])

    m = m + 1

# Plot 3D Of mean motion :

#!
#! The second figure is the mean motion of all the particles :
#!
#!

fig = plt.figure(2)

ax = fig.gca(projection='3d')

ax.set_title("Mean motion of 1280 particles for 3300 dt and St = 0.99")
ax.set_xlabel('X')
ax.set_ylabel('Y')
ax.set_zlabel('Z')

ax.plot(np.concatenate(Meanx), np.concatenate(Meany), np.concatenate(Meanz), label=None)

show()

# Velocities data :

Ux = np.zeros( (np.size(z[:,0]), np.size(z[0,:]) ) )
Uy = np.zeros( (np.size(z[:,0]), np.size(z[0,:]) ) )
Uz = np.zeros( (np.size(z[:,0]), np.size(z[0,:]) ) )

j = 0
```

```
while j < 3300 :
    i = 0
    while i < 1280:
        Ux[j,i] = z[j][i][3]
        Uy[j,i] = z[j][i][4]
        Uz[j,i] = z[j][i][5]

        i = i + 1

    j = j + 1

# Velocities sort Ux, Uy, Uz for 3 particles :

Ux3p = np.transpose(Ux)
Uy3p = np.transpose(Uy)
Uz3p = np.transpose(Uz)

UxP1 = Ux3p[0]
UxP2 = Ux3p[1]
UxP3 = Ux3p[2]

UyP1 = Uy3p[0]
UyP2 = Uy3p[1]
UyP3 = Uy3p[2]

UzP1 = Uz3p[0]
UzP2 = Uz3p[1]
UzP3 = Uz3p[2]

# Plot 3D of velocities :

#! 2. 3D representation of the velocity of particles :
#!-----
#!
#! The first figure is the velocities of 3 different particles :
#!
#!

fig = plt.figure(3)

ax = fig.gca(projection='3d')

ax.set_title("3D velocities of 3 particles for St = 0.99")
ax.set_xlabel('Ux')
ax.set_ylabel('Uy')
ax.set_zlabel('Uz')

ax.plot(UxP1, UyP1, UzP1, label='Velocities representation in 3D of particle 1')
ax.plot(UxP2, UyP2, UzP2, label='Velocities representation in 3D of particle 2')
ax.plot(UxP3, UyP3, UzP3, label='Velocities representation in 3D of particle 3')

show()

"""
#La moyenne :
"""

MeanUx = np.zeros( (np.size(z[:,0]), 1) )
MeanUy = np.zeros( (np.size(z[:,0]), 1) )
MeanUz = np.zeros( (np.size(z[:,0]), 1) )

m = 0
while m < 3300 :

    MeanUx[m] = np.mean(Ux[m])
    MeanUy[m] = np.mean(Uy[m])
    MeanUz[m] = np.mean(Uz[m])
```

```
m = m + 1

#!
#! The second figure is the mean velocity of all the particles :
#!
#!

fig = plt.figure(4)

ax = fig.gca(projection='3d')

ax.set_title("Mean velocity of 1280 particles for 3300 dt and St = 0.99")
ax.set_xlabel('Ux')
ax.set_ylabel('Uy')
ax.set_zlabel('Uz')

ax.plot(np.concatenate(MeanUx), np.concatenate(MeanUy), np.concatenate(MeanUz), label='Mean velocity
3D')

show()

# Calcul of accelerations :

Ax = np.zeros( (np.size(z[:,0]), np.size(z[0,:]) ) )
Ay = np.zeros( (np.size(z[:,0]), np.size(z[0,:]) ) )
Az = np.zeros( (np.size(z[:,0]), np.size(z[0,:]) ) )

k = 0
while k < 3300 :

    Ax[k] = (Ux[k] - Ux[k-1]) / (tabTime[k] - tabTime[k-1])
    Ay[k] = (Uy[k] - Uy[k-1]) / (tabTime[k] - tabTime[k-1])
    Az[k] = (Uz[k] - Uz[k-1]) / (tabTime[k] - tabTime[k-1])

    k = k + 1

Ax3p = np.transpose(Ax)
Ay3p = np.transpose(Ay)
Az3p = np.transpose(Az)

AxP1 = Ax3p[0]
AxP2 = Ax3p[1]
AxP3 = Ax3p[2]

AyP1 = Ay3p[0]
AyP2 = Ay3p[1]
AyP3 = Ay3p[2]

AzP1 = Az3p[0]
AzP2 = Az3p[1]
AzP3 = Az3p[2]

# Plot 3D of accelerations :

#! 3. 3D representation of the acceleration of particles :
#!-----
#!
#! The first figure is the accelerations of 3 differents particles :
#!
#!

fig = plt.figure(5)

ax = fig.gca(projection='3d')

ax.set_title("3D accelerations of 3 particles for St = 0.99")
ax.set_xlabel('Ax')
ax.set_ylabel('Ay')
ax.set_zlabel('Az')
```

```
ax.plot(AxP1, AyP1, AzP1, label='Acceleration representation in 3D of particle 1')
ax.plot(AxP2, AyP2, AzP2, label='Acceleration representation in 3D of particle 2')
ax.plot(AxP3, AyP3, AzP3, label='Acceleration representation in 3D of particle 3')

show()

"""
La moyenne :
"""

MeanAx = np.zeros( (np.size(z[:,0]), np.size(z[0,:]) ) )
MeanAy = np.zeros( (np.size(z[:,0]), np.size(z[0,:]) ) )
MeanAz = np.zeros( (np.size(z[:,0]), np.size(z[0,:]) ) )

m = 0
while m < 3300 :

    MeanAx[m] = np.mean(Ax[m])
    MeanAy[m] = np.mean(Ay[m])
    MeanAz[m] = np.mean(Az[m])

    m = m + 1

# Plot 3D :

#!
#! The second figure is the mean acceleration of all the particles :
#!
#!

fig = plt.figure(6)

ax = fig.gca(projection='3d')

ax.set_title("Mean acceleration of 1280 particles for 3300 dt and St = 0.99")
ax.set_xlabel('Accx')
ax.set_ylabel('Accy')
ax.set_zlabel('Accz')

ax.plot(np.concatenate(MeanAx), np.concatenate(MeanAy), np.concatenate(MeanAz), label='Mean
acceleration 3D')

show()

# For the probability density function of the velocities :

T1 = 10

mu, sigma = 0, 1

# Plot PDF of X, decimal :

#!
#! 4. Pdf of the velocity with a Gaussian function (mu = 0 and sigma = 1)
#!-----
#!
#! There we show one of the easiest representation of pdf.
#! It's only a demonstration of the Pyreport capabilities.
#!
#!
#! This is for the Ux velocity :
#!
#!

figure(7)
title("Pdf of velocities uX of 1280 particles for St = 0.99")
xlabel("uX")
```

```
ylabel("P(uX)")
grid(color='black', linestyle='-', linewidth=0.5)

t = 0
while t < T1:

    n, bins, patches = plt.hist(Ux[t], 100, normed=1, facecolor='red', alpha=0.75)

    y = mlab.normpdf( bins, mu, sigma)
    l = plt.plot(bins, y, 'b--', linewidth=1)

    t = t + 1

show()

# For the probability density function of the accelerations :

# Plot PDF of X, decimal :

#!
#!
#!
#! 5. Pdf of the vacceleration of particles with a Gaussian function (mu = 0 and sigma = 1)
#!-----
#!
#! This is for the Ax acceleration :
#!
#!

figure(10)
title("Pdf of accelerations aX of 1280 particles for St = 0.99")
xlabel("aX")
ylabel("P(aX)")
grid(color='black', linestyle='-', linewidth=0.5)

t = 0
while t < T1:

    n, bins, patches = plt.hist((Ax[t+1]*10**1.8), 100, normed=1, facecolor='red', alpha=0.75)

    y = mlab.normpdf( bins, mu, sigma)
    l = plt.plot(bins, y, 'b--', linewidth=1)

    t = t + 1

show()

#!
#!
#! With that example report, you can see the possibilities of our software.
#! Many other options are available to make the appearance of the analysis
#! report more enjoyable and more functional.
#!
```

## Annexe C

# Exemple du rapport généré

Nous exposons ici le rapport généré par le code de l'annexe précédent. L'esthétique générale et le contenu sont très basiques, mais nous voulions surtout proposer un bref aperçu du format final obtenu lors de l'analyse des données sélectionnées. Un rapport beaucoup plus riche en commentaires et en figures est facilement réalisable.

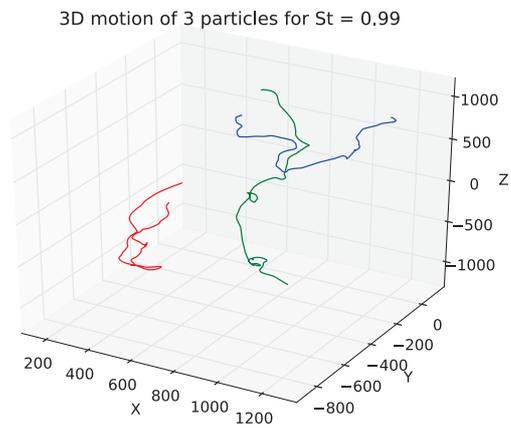
## Statistic analysis of particles advected in turbulent flows.

This example is for a Stokes number = 0.99.

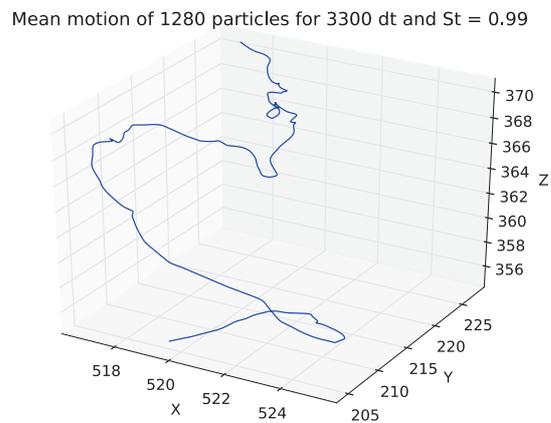
Shape of the dataset : (3300, 1280)

### 1. 3D representation of the motion of particles :

The first figure is the representations of 3 different particles motion :

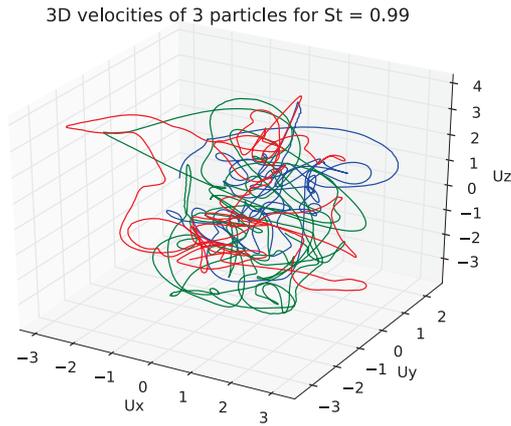


The second figure is the mean motion of all the particles :

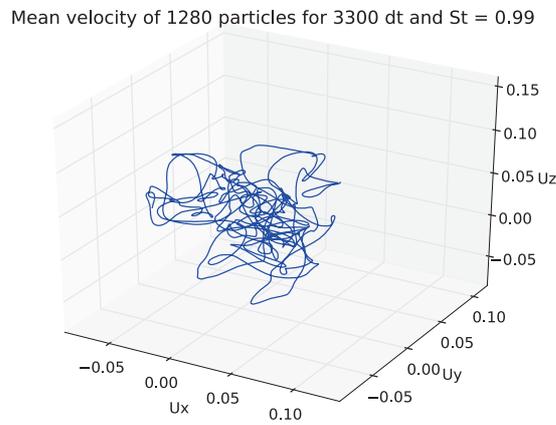


### 2. 3D representation of the velocity of particles :

The first figure is the velocities of 3 different particles :

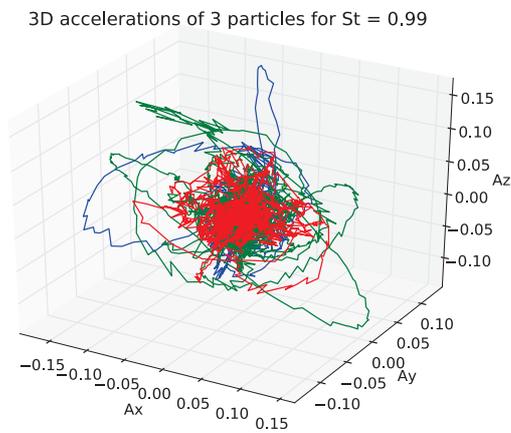


The second figure is the mean velocity of all the particles :



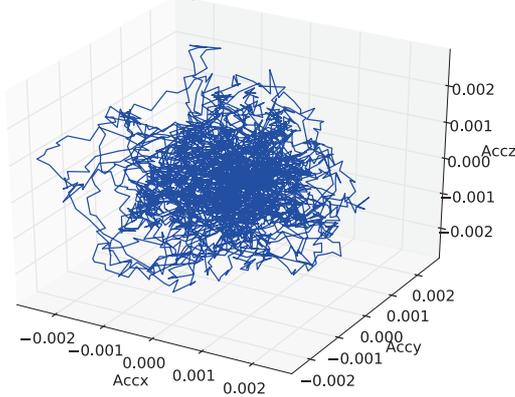
### 3. 3D representation of the acceleration of particles :

The first figure is the accelerations of 3 differents particles :



The second figure is the mean acceleration of all the particles :

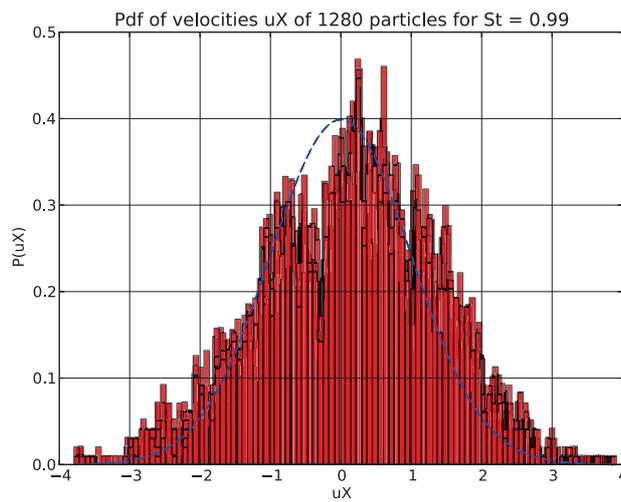
Mean acceleration of 1280 particles for 3300 dt and St = 0.99



#### 4. Pdf of the velocity with a Gaussian function (mu = 0 and sigma = 1)

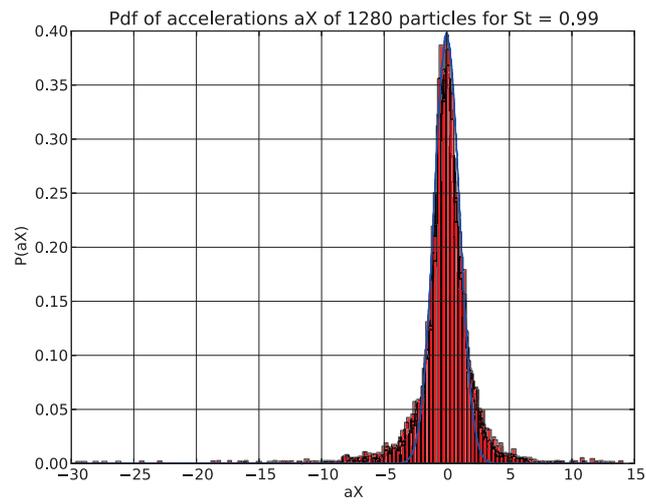
There we show one of the easiest representation of pdf. It's only a demonstration of the Pyreport capabilities.

This is for the Ux velocity :



#### 5. Pdf of the vacceleration of particles with a Gaussian function (mu = 0 and sigma = 1)

This is for the Ax acceleration :



With that example report, you can see the possibilities of our software. Many other options are available to make the appearance of the analysis report more enjoyable and more functional.



# Bibliographie

- [1] Uriel Frisch. *Turbulence : The Legacy of A. N. Kolmogorov*. Cambridge University Press, 1995.
- [2] Marcel Lesieur. *Turbulence in Fluids*. Springer, 2007.
- [3] Stephen B Pope. *Turbulent flows*. CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 2000.
- [4] Ph.D. Robert A. Donnelly, Jr. *The complete idiot's guide to Statistics, second edition*. ALPHA BOOKS, 2007.
- [5] Jean-Louis Féménias. *Probabilités et statistiques pour les sciences physiques*. DUNOD, 2003.
- [6] Gerard Swinnen. *Apprendre à programmer avec Python 3*. EYROLLES, 2011.
- [7] Les Zéros. Le site du zéro, jun 2009. [www.siteduzero.com](http://www.siteduzero.com).
- [8] Developpez LLC. [developpez.net](http://www.developpez.net/forums/), 2007. <http://www.developpez.net/forums/>.
- [9] stackoverflow Team. [stackoverflow](http://stackoverflow.com/), 2008. <http://stackoverflow.com/>.
- [10] Google. Google groups, 2001. <https://groups.google.com/forum/?fromgroups>.
- [11] GitHub. [github social coding](https://github.com/), 2008. <https://github.com/>.
- [12] A. Philippe Martin. Introduction aux processus stochastiques en physique. *4eme séminaire transalpin de physique : Nonequilibrium statistical mechanics*, Mar 2006.
- [13] Paul Robert. *Le Grand Robert De La Langue Française*. Dictionnaires Le Robert, 2001.
- [14] Patrick Chassaing. *Turbulence en mécanique des fluides*. CÉPADUÈS-EDITIONS, 2000.
- [15] Ophélie Caballina. *Turbulence avancée, Compléments pour la simulation des écoulements turbulents*. INPL, Année universitaire 2011/2012.
- [16] Jean-Luc Verley. Kolmogorov andreï nikolaïevitch (1903-1987). *UNIVERSALIS, ressource documentaire pour l'enseignement*, 2012.
- [17] A. Arneodo, B. Castaing, L. Chevillard, J-F. Lévêque, and S.G. Roux. *Description multifractale unifiée du phénomène d'intermittence en turbulence Eulérienne et Lagrangienne*. <http://www.ens-lyon.fr/PHYSIQUE>, 2008.
- [18] Nicolas Mordant. *Mesure Lagrangienne en turbulence : mise en œuvre et analyse*. PhD thesis, École Normale Supérieure de Lyon, 2001.
- [19] Benoît Oesterlé. *Écoulements multiphasiques*. Laboratoire LEMTA-CNRS, Année universitaire 2011/2012.
- [20] Martin R. Maxey and James J. Riley. Equation of motion for a small rigid sphere in a nonuniform flow. *Physic Fluids*, page 1, Apr 1983.
- [21] Mickaël Bourgoïn, Nicholas T. Ouellette, Haitao Xu, Jacob Berg, and Eberhard Bodenschatz. *The Role of Pair Dispersion in Turbulent Flow*. <http://www.sciencemag.org/content/311/5762/835.full>, February 2006.
- [22] Federico Toschi and Eberhard Bodenschatz. Lagrangian properties of particles in turbulence. *Annual Review of Fluid Mechanics*, Sep 2008.
- [23] Laurent Chevillard. *Description multifractale unifiée du phénomène d'intermittence en turbulence Eulérienne et Lagrangienne*. PhD thesis, Université Bordeaux I, 2004.



## Résumé

Ce rapport est la finalité d'un stage de Master 2 Recherche en mécanique des fluides effectué en laboratoire, le LEMTA, avec le soutien de l'ESSTIN. La direction principale des travaux réalisés est l'élaboration d'un programme informatique permettant l'analyse automatique de données issues d'écoulements turbulents de fluides, porteurs ou non de particules. Ces données peuvent provenir d'une simulation numérique ou d'une expérience. Cette tâche étant extrêmement générale, il est impossible de l'accomplir pour tous les cas existants. Par ce fait, le premier cas choisi est celui d'une turbulence idéale avec particules lourdes. Un tel programme n'est pas indispensable uniquement à la communauté scientifique, il l'est aussi pour de nombreuses applications industrielles. Dans le premier cas, les motivations sont d'enrichir les connaissances concernant les écoulements avec particules. Dans le second, une analyse standardisée est indispensable à la conception de machines œuvrant dans le domaine des fluides.

En ce qui concerne les simulations, la quantité de données produites dans le monde entier ne cesse de croître avec l'évolution permanente des ressources numériques (loi Moody). Principalement dans le cas des écoulements turbulents, de nombreuses techniques d'analyse existent en fonction des besoins spécifiques.

Les statistiques sont un moyen intéressant et utile pour caractériser les données de la turbulence, et c'est dans ce sens que notre analyse est dirigée. Le logiciel développé est conçu de telle sorte qu'il puisse être utilisé dans le cas de très grandes bases de données, nous ne nous intéressons pas à l'architecture de ces bases de données.

Le programme mis au point lors de ce stage servira de base à de plus grands projets et a permis d'apprécier les possibilités que nous offre l'informatique, à l'heure actuelle, pour automatiser une telle analyse.

**Mots clés :** Turbulence, analyse automatisée de données, particules en écoulements turbulents, statistiques.

## Abstract

This report is the final work of a Master 2 Research in fluid mechanics, conducted in the labs of LEMTA with support from ESSTIN. The main task consists in the development of a software, which shall allow to analyze automatically datasets from turbulent flows with and without particles therein. Those data might originate from a numerical simulation or from experiments. This task appears very general and it is clear that it is impossible to accomplish it in finite time for all possible cases. Therefore, the starting point is ideal turbulence with heavy particles.

Such a software as sketched above is essential not only to the scientific community, but as well for practical applications in an industrial setup. Since the first wish improve comparability of flows and particles in flows situations, the latter require standardized analyses in order to facilitate the design and manufacturing of machinery working with flows of various kind. With regard to simulations, the amount of data produced worldwide does not stop to increase with the evolution of numerical resources (moody's law). Mainly in the case of turbulent flows, many ways of analysis exist, depending on community and specific needs. Statistics are an interesting and useful way to characterize data from turbulence and turbulent transport; our analysis points right in this direction. The developed software is to be understood as the basis routines for use in the automatized characterization in large databases. We do not touch the state-of-the-art techniques concerning server architecture or distributed data bases, but show results on the basic functionality to be expanded in the open source development project started with this thesis.

**Key words :** Turbulence, automated dataset analysis, particles in turbulent flows, statistics.

**Title :** A multi-purpose Python tool to analyze particles in turbulence