



HAL
open science

Abstraction structurale et idéalisme matériel. Vuillemin et le problème de l'espace

David Thomasette

► **To cite this version:**

David Thomasette. Abstraction structurale et idéalisme matériel. Vuillemin et le problème de l'espace. *Philosophia Scientiae*, 2020, Lectures et postérités de La Philosophie de l'algèbre de Jules Vuillemin, 24 (3), p. 115-129. 10.4000/philosophiascientiae.2538 . hal-03212714

HAL Id: hal-03212714

<https://hal.univ-lorraine.fr/hal-03212714>

Submitted on 30 Apr 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Abstraction structurale et idéisme matériel. Vuillemin et le problème de l'espace

David Thomasette

Archives Henri-Poincaré – Philosophie et Recherches
sur les Sciences et les Technologies
(AHP-PreST), Université de Lorraine, CNRS,
Université de Strasbourg, UMR 7117, Nancy (France)

Résumé : L'objectif de cet article est de montrer que la réflexion engagée par Jules Vuillemin sur les structures algébriques dans les années 1960 lui permettra de dégager une conception structurale de l'abstraction, dont il tirera une compréhension nomologique de l'objectivité. Ces deux concepts seront alors convoqués bien des années plus tard pour proposer une construction de l'espace représentatif, que Vuillemin conçoit comme une réfutation de l'idéalisme matériel de Berkeley. La possibilité de retracer la genèse de nos notions spatiales et de leur garantir une certaine objectivité serait ainsi rendue possible par un emprunt aux méthodes de l'algèbre moderne, conformément à l'esprit de *La Philosophie de l'algèbre*.

Abstract: The objective of this article is to show that Jules Vuillemin's study of algebraic structures in the 1960s would enable him to identify a structural conception of abstraction from which he derived a nomological way of understanding objectivity. These two concepts will then be revisited many years later to propose a construction of the representative space that Vuillemin conceives as a refutation of Berkeley's material idealism. The possibility of retracing the genesis of our spatial notions and of guaranteeing them a certain objectivity would thus be made possible by borrowing from the methods of modern algebra, in accordance with the spirit of *La Philosophie de l'algèbre*.

1 Les « analogies de la connaissance mathématique »

La Philosophie de l'algèbre [Vuillemin 1962] se présente, à bien des égards, comme une œuvre pionnière qui ne s'inscrit à proprement parler ni dans le domaine de l'histoire des mathématiques, ni dans celui de la philosophie des mathématiques. À partir d'une étude libre et parfois audacieuse de l'algèbre moderne, Vuillemin propose d'établir un certain nombre d'analogies entre connaissance mathématique et philosophie théorique.

Le recours au terme « analogie » pourrait d'abord surprendre et même inquiéter. Comme Bouveresse l'a montré¹, bien des auteurs jugent légitime d'utiliser des résultats scientifiques comme caution pour des thèses philosophiques qui leurs sont propres. Il ne fait pas de doute que Vuillemin était parfaitement conscient de ce genre de dérives, tout comme il se méfiait de l'excès de formalisme en philosophie [Vuillemin 1983]. Sa position, comme souvent, se veut alternative : rejeter à la fois la tendance à l'obscurantisme qui ignore purement et simplement les progrès des sciences, et la tendance au positivisme, qui voit dans les sciences des réponses indiscutables et définitives aux problèmes philosophiques classiques. Si la philosophie doit tirer des *leçons* des sciences, elle ne peut le faire qu'avec vigilance et, comme le montre l'ouvrage, à la suite d'une réflexion critique.

Ce projet s'insère par conséquent de manière tout à fait cohérente dans le vaste programme de « philosophie à l'âge de la science » dans lequel Vuillemin s'était engagé dès le début des années 1950². La richesse et la fécondité d'une philosophie doit selon lui se mesurer à sa capacité à se saisir des connaissances scientifiques de son temps. Bien des années plus tard, Vuillemin sera conduit à clarifier de la manière suivante sa conception du rapport entre science et philosophie :

Je suis très préoccupé par les rapports entre la philosophie et la science. [...] Une constatation historique s'impose. Les systèmes de philosophie coupés de la science aujourd'hui ont tous un caractère commun : ce sont des squelettes de systèmes. Ils se réduisent à deux ou trois clés qui ouvrent toutes les portes et qui correspondent à des propositions très abstraites. [...] Dès que l'on pratique un peu l'histoire de la philosophie, on constate que les philosophes classiques ont souvent participé activement à la vie scientifique de leur temps. En tout cas, il est impossible de les étudier et de les comprendre si on ne prend pas en compte leur

1. Sur ce point, voir par exemple [Bouveresse 1999], qui a sans doute raison de faire remarquer que le « pompon » en la matière revient à la surexploitation des théorèmes de Gödel.

2. On peut considérer que [Vuillemin 1955] marque le point de départ de son étude détaillée des rapports existants entre science et philosophie.

rapport avec les données scientifiques. On ne comprend pas Kant si l'on ne s'interroge pas sur la représentation très précise qu'il se faisait de la science de son temps³.

Pour bien comprendre un philosophe, Vuillemin historien de la philosophie insiste sur l'importance d'étudier celui-ci en lien avec la science de son époque, méthode qu'il a mise en pratique avec Kant et la physique [Vuillemin 1955], Descartes et les mathématiques [Vuillemin 1960] ou encore Carnap et la logique [Vuillemin 1969]. De nombreux passages de *La Philosophie de l'algèbre* s'efforcent ainsi de maintenir un parallélisme entre histoire de la philosophie et histoire des mathématiques, afin que l'une et l'autre s'éclaircissent réciproquement.

Mais c'est aussi et surtout pour l'élaboration de sa propre philosophie que Vuillemin cherche à identifier les idées, les méthodes et les résultats nouveaux élaborés par la science de son temps. On sait par exemple à quel point l'étude des théorèmes de complétude et d'incomplétude de Gödel⁴ et de la mécanique quantique⁵ ont joué un rôle crucial dans son engagement platonicien tardif. Cependant, contrairement aux théorèmes de Gödel, qui sont des résultats mathématiques⁶, ce sont les méthodes qui intéressent Vuillemin dans le premier tome de *La Philosophie de l'algèbre*, qu'il intitule « Recherches sur quelques concepts et méthodes de l'algèbre moderne ». Or, puisque « l'histoire des Mathématiques et de la Philosophie montre qu'un renouvellement des méthodes de celles-là a, chaque fois, des répercussions sur celle-ci » [Vuillemin 1962, 4], il reste à déterminer quels concepts et méthodes de l'algèbre moderne permettront d'affronter à nouveaux frais les problèmes classiques de la philosophie. La science ne peut donc fournir des solutions mais seulement des outils.

L'ouvrage de Vuillemin foisonne de réponses à cette question. On se limitera, dans le cadre de cette étude, à l'un de ces apports, sur lequel insiste l'auteur à la fin de son introduction, car il jouera un rôle important dans la suite de son œuvre :

Je ferai voir surtout à propos [de la notion de structure] comment les idées de définition et d'invariant qui en résultent ont considérablement modifié nos représentations de l'abstraction et de l'objectivité. [Vuillemin 1962, 66]

3. Entretien avec Didier Éribon pour le journal *Le Monde* [Vuillemin & Éribon 1984].

4. Pour une synthèse de l'interprétation que fait Vuillemin de ces théorèmes, voir [Vidal-Rosset 2005].

5. Vuillemin n'a jamais achevé son texte le plus développé portant sur la mécanique quantique, auquel il travaillait à la fin de sa vie. Il a néanmoins publié quelques articles sur la question, en particulier [Vuillemin 1985, 1989]. Des remarques se trouvent également dans [Vuillemin 1984, 338–340].

6. On peut bien entendu ajouter que ces résultats supposent eux-mêmes des méthodes spécifiques comme l'arithmétisation de la syntaxe ou l'argument diagonal.

Comprendre quel déplacement conceptuel l'algèbre moderne a fait subir aux notions d'abstraction et d'objectivité, tel est l'un des objectifs principaux de l'ouvrage de Vuillemin.

2 Abstraction empirique et abstraction structurale

Les problèmes gravitant autour de la notion d'abstraction semblent avoir été, au moins dans les années 1960–1970, au centre des préoccupations de Vuillemin. Comme on l'a mentionné, l'un des objectifs de *La Philosophie de l'algèbre* [Vuillemin 1962] est en effet de montrer comment les notions de définition et d'invariant issues de l'algèbre moderne « ont considérablement modifié nos représentations de l'abstraction et de l'objectivité ». Quelques années plus tard, Vuillemin publie *De la logique à la théologie* [Vuillemin 1967] dont la seconde étude est en partie consacrée à la conception particulière qu'Aristote se faisait de l'abstraction. Plus tard encore, c'est *La Logique et le Monde sensible* [Vuillemin 1971] qui est présentée comme un examen de « quelques théories contemporaines de l'abstraction », couronnant plusieurs années d'enseignement sur ce thème au Collège de France.

En 1962, l'objectif affiché par Vuillemin est de comprendre quelle conception nouvelle de l'abstraction peut nous permettre d'envisager l'évolution de l'algèbre. Vuillemin nous invite sur ce point, au §30, intitulé « De l'idée de structure algébrique dans son rapport avec l'abstraction : la notion générale d'opération », à distinguer deux types d'abstractions, ce qu'il résume plus loin de la manière suivante :

Nous sommes donc fondés à distinguer deux sortes d'abstraction. La première est empirique et matérielle. Elle sert par exemple à classer les êtres vivants. La seconde est structurale et sa meilleure illustration est la Théorie des groupes. Elle peut être appelée, avec plus de précision, *formalisation*, parce qu'elle ne dégage les structures de la gangue des problèmes individuels qu'à la condition d'abstraire deux fois : elle porte et sur les éléments du groupe, qu'on remplace par des symboles entièrement formels et sur les opérations mêmes, qui d'ailleurs viennent se confondre avec ses éléments. [Vuillemin 1962, 288]

La première sorte d'abstraction, « matérielle et empirique », est une opération de l'esprit permettant de remonter d'un ensemble d'éléments particuliers à une propriété essentielle commune à ces éléments. Elle correspond à ce que Vuillemin identifie chez Aristote comme l'opération de généralisation, par laquelle un individu se voit prédiqué sous une espèce, comme dans l'énoncé « Socrate est un homme » [Vuillemin 1971, 11–23]. En termes ensemblistes, la copule « est » possède alors le sens de l'appartenance. Elle peut être

prolongée par l'opération d'inclusion, comme dans l'énoncé « L'homme est un animal », où une espèce est subsumée sous un genre. Dans le premier cas, les individus à partir desquels on abstrait une propriété sont tous les porteurs concrets de celle-ci.

Pour mesurer la différence entre les deux sortes d'abstractions distinguées par Vuillemin, on peut d'abord considérer l'abstraction qui permet de former la notion de vecteur à partir de celle de couples de points (qu'on appelle « bipoints ») « équipollents » dans un plan E . On dit que deux bipoints (A, B) et (C, D) sont équipollents lorsque le quadrilatère $ABDC$ est un parallélogramme. La relation d'équipollence est une relation d'équivalence et ses classes d'équivalence, qui forment donc une partition de l'ensemble $E \times E$, permettent de définir les vecteurs. On obtient ainsi, par abstraction, un vecteur \vec{u} , qu'on peut noter \overrightarrow{AB} , en tant que classe d'équivalence de tous les bipoints équipollents à (A, B) . Dans ce cas, Vuillemin fait remarquer que « le mathématicien n'établit [...] aucune différence entre classer et abstraire » [Vuillemin 1971, 24].

À partir d'éléments matériellement déterminés, les bipoints (A, B) , (C, D) , etc., l'abstraction empirique permet de former un nouvel objet mathématique, un vecteur \vec{u} qui est une classe de bipoints représentant toutes les possibilités de se transporter d'un point du plan à un autre selon une certaine distance dans une certaine direction et selon un certain sens. La relation d'équivalence a donc permis, en quelque sorte, de gommer la matérialité des objets initiaux. Le point de départ (état initial) et le point d'arrivée (état final) du vecteur sont maintenant indéterminés.

La seconde sorte d'abstraction, « structurale », sur laquelle Vuillemin veut attirer notre attention, mobilise un procédé différent. Tout se passe en effet comme si ce qui se présentait comme un objet au premier niveau était conçu comme un acte ou une opération au second niveau. L'abstraction structurale permet en effet de « passer du résultat au mouvement qui l'engendre et s'en dégage » [Vuillemin 1962, 261]. Autrement dit, l'élément sur lequel elle opère n'est plus une classe de bipoints mais une opération de translation dans tout ce qu'elle a de dynamique. Par conséquent, les éléments à partir desquels on abstrait sont déjà le produit d'une abstraction, et ont la particularité d'être des opérations non matériellement déterminées. De ce fait, il devient possible de composer chaque opération avec chaque autre opération de cette classe, ce qui était impossible avec le premier type d'abstraction. En effet, il était par exemple impossible de former une figure avec des couples de points dont le point final de l'un ne coïncidait pas exactement avec le point initial du suivant.

Cette possibilité de combiner entre eux tout élément d'un ensemble afin d'obtenir un nouvel élément de cet ensemble est la caractéristique fondamentale d'un groupe, qui illustre cette abstraction de second ordre. Comme l'indique en effet Vuillemin, « les éléments du groupe sont toujours des opérations » [Vuillemin 1962, 261]. Rappelons qu'on définit un groupe comme un ensemble muni d'une loi de composition interne associative (ici notée \circ),

possédant un élément neutre et dans lequel tout élément est symétrisable. Il répond donc aux quatre axiomes suivants [Vuillemin 1962, 257] :

1. *Axiome de fermeture* : la loi \circ est une application de $E \times E$ dans E qui associe à tout couple (a, b) de $E \times E$ un élément c de E ;
2. *Axiome d'associativité* : pour tout triplet (a, b, c) d'éléments de E , on a : $a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ c$;
3. *Axiome de l'élément neutre* : il existe un élément e de E tel que pour tout élément a de E , on a : $a \circ e = e \circ a = a$;
4. *Axiome de l'élément symétrique* : pour tout élément a de E , il existe un élément symétrique a' dans E tel que $a \circ a' = a' \circ a = e$.

La distinction vuilleminienne entre les deux abstractions successives n'est pas sans rappeler celle que propose Cavallès dans *Sur la logique et la théorie de la science* entre les deux modes de création de concepts en mathématiques [Cavallès 2008, II]. D'une part, en effet, le paradigme opère par généralisation et permet d'élaborer des objets de plus en plus abstraits, comme le fait la première abstraction. D'autre part, la thématization, elle, permet à des actes de devenir objets d'actes de niveaux supérieurs [Mélès 2013, 192], à l'image de la seconde abstraction.

Chez Vuillemin comme chez Cavallès, la différence décisive entre ces deux modes tient au fait que le premier est entièrement tributaire de l'expérience, alors que le second peut s'en détacher. En effet, on ne peut abstraire matériellement qu'à partir d'un ensemble d'éléments donnés empiriquement, ainsi l'abstrait ne peut être que directement tiré du concret. En revanche, la possibilité de composer librement des opérations permet d'imaginer n'importe quelle combinaison sans avoir besoin de la rencontrer dans l'expérience. C'est sur cette possibilité infinie de combinaisons que repose la puissance de l'abstraction structurale, qui permet de se dégager de la « gangue des problèmes individuels », contrairement à l'abstraction empirique, qui reste toujours tributaire du donné à partir duquel on abstrait.

3 Théorie de l'espace et structures algébriques

Une philosophie à l'âge de la science attentive à l'évolution de l'algèbre verra donc sa conception de l'abstraction bouleversée par cette approche structurale, qui se trouve illustrée par la théorie des groupes. Il reste à montrer

en quoi ce nouvel outil⁷ permet de renouveler l'approche de certains problèmes philosophiques traditionnels.

Et en effet, Vuillemin énonce au § 34 les sept « propositions positives » qu'on peut formuler en ayant recours à ce type d'abstraction. Il existe un certain nombre de domaines où le philosophe peut retrouver des structures de groupe relatives à l'espace (I), la qualité (III), la moralité (IV), l'expérience (V), la théorie de la perception (VI) et la logique (VII). Le temps (II), en revanche, comme la plupart des « opérations de la connaissance » mentionnées plus loin dans le même paragraphe, ne possède pas de structure de groupe : le premier est en effet asymétrique, alors que les secondes n'ont souvent même pas de loi de composition interne. Elles ne peuvent donc pas même prétendre au titre de groupoïde, entendu comme groupe dans lequel la loi de composition ne serait pas partout définie.

Malheureusement, la manière dont ces propositions « résultent » de ce qui précède n'est pas explicitée par Vuillemin, à l'exception de la première, portant sur l'espace, qui doit faire l'objet d'une justification ultérieure :

Proposition I. L'espace a une structure de groupe ; cette structure est complexe. Nous l'étudierons en rapport avec la Théorie de Felix Klein. [Vuillemin 1962, 292]

Vuillemin renvoie alors en note aux paragraphes § 36 et suivants, effectivement consacrés à l'étude de la théorie de Klein, « et surtout » au tome II, qui traitera en effet du programme d'Erlangen. La preuve que l'espace possède une structure de groupe n'est pas fournie dans les passages indiqués pour le tome I, mais plutôt à l'occasion de l'étude de la théorie de Lie aux § 47–48, qui concluent la seconde section. Cependant, Vuillemin limite son propos à l'analyse historique du problème de Helmholtz-Lie et à la mise en évidence de l'intérêt que celui-ci présente pour un réexamen de la théorie kantienne de l'espace. Ces paragraphes sont les premières réflexions développées de Vuillemin sur le problème de l'espace. Il ne cessera d'y revenir jusqu'à ses derniers textes. On soutiendra ici que c'est relativement à ce problème que la réflexion de Vuillemin sur les structures algébriques, et en particulier sur la théorie des groupes, trouvera l'un de ses aboutissements les plus féconds. Les réflexions engagées dans *La Philosophie de l'algèbre* semblent ainsi avoir permis de mettre en place les principaux éléments de sa future théorie de l'espace.

Cette affirmation n'a rien d'évident car Vuillemin publie quelques années plus tard une série d'articles visant à examiner, parallèlement à son enseignement au Collège de France, les systèmes de constitution logico-empiriques

7. On peut nuancer en remarquant avec Vuillemin qu'on peut déceler de façon moderne chez certains philosophes des prémices de structures algébriques, comme dans le *Timée* de Platon [Vuillemin 1962, § 40–41]. Voir aussi [Cassirer 1938]. Dans le même ordre d'idée, mais pour des auteurs plus contemporains et moins étudiés, voir aussi [Timmermans 2012].

de Whitehead, Russell, Carnap, et Goodman⁸, qui seront regroupés en 1971 dans l'ouvrage *La Logique et le Monde sensible*. Parmi les questions couvertes par ces théories de l'abstraction figure à nouveau celle du statut de l'espace, mais cette fois abordée d'une manière tout à fait différente de celle qui avait été initiée dans les deux tomes de l'ouvrage de 1962. Faut-il en conclure que pour examiner le problème de l'espace, Vuillemin a finalement préféré délaïsser l'outil algébrique de la théorie des groupes au profit de l'outil logique et de la théorie des ensembles ?

C'est une interprétation que n'interdit pas, *a priori*, la conclusion de l'ouvrage de 1971, dans laquelle Vuillemin se contente de remarquer au § 68 que sur « le statut particulier de l'espace et du temps », il existe deux approches distinctes. D'une part une approche *constructiviste*, consistant à retracer la genèse de nos concepts spatiaux à partir d'éléments et de relations non spatiaux. C'est ainsi, selon Vuillemin, que procèdent Helmholtz, Poincaré et Nicod. D'autre part, une approche *originnaire*, consistant à accepter la spatialité comme une donnée *sui generis*. C'est ce que mettent en œuvre les projets de Weyl, Russell et Goodman. L'approche *constructiviste* a pour caractéristique de faire un usage massif de la théorie des structures. S'interroger sur la fonction des structures dans la théorie de l'espace de Vuillemin, c'est donc se demander s'il adopte pour son propre compte une approche constructiviste ou originnaire.

Dans son dernier ouvrage inachevé, intitulé *Être et choix. Éléments de philosophie réaliste* [Vuillemin s.d.], rédigé dans le courant des années 1990, Vuillemin tranche sans équivoque la question :

La tentative de Poincaré l'emporte sur toutes les autres par la clarté (il oppose continu sensible à continu mathématique), l'élégance systématique (grâce au concept de groupe), la vraisemblance empirique (grâce à l'association par compensation) et l'efficacité (l'adéquation, à la continuité près, entre espace représentatif et espace géométrique).

[...]

Mais ce n'est pas le concept de groupe qui fait difficulté dans l'espace représentatif : il est plus naturel et plus économique que les substituts logiques qu'on lui oppose. Il explique mieux qu'ils ne le font l'objectivité de l'extériorité. Il présente aussi clairement qu'ils le font les difficultés liées au passage de la pré-géométrie à la géométrie et desquelles on conclut à la moindre réalité du monde sensible⁹.

Il est impossible, dans le cadre restreint de cette étude, de justifier point par point les propos de Vuillemin relatifs à la supériorité de la théorie de

8. Il faudrait ajouter Nicod à cette liste, mais son statut est particulier puisqu'il est le seul des auteurs étudiés à faire précisément usage du concept de groupe.

9. Cet extrait de [Vuillemin s.d.], encore inédit, est cité à partir de [Thomasette 2015, 428, 430], qui propose un commentaire ligne à ligne du texte.

Poincaré sur les systèmes de constitution logico-empiriques. On s'intéressera ici essentiellement à la thèse ayant trait à l'objectivité : c'est en effet grâce à l'abstraction structurale qu'il sera possible d'objectiver l'extériorité de l'espace et ainsi de formuler une réfutation de l'idéalisme matériel. Cette forme particulière d'objectivité dont est munie l'extériorité de l'espace devra ainsi être appréhendée dans le cadre de la théorie des groupes.

4 L'espace existe-t-il hors de nous ? Une réfutation de l'idéalisme matériel

Si Vuillemin s'intéresse déjà aux problèmes relatifs à l'espace dans *La Philosophie de l'algèbre*, il se concentre essentiellement sur leurs aspects mathématiques et physiques. Au §47, consacré à l'analyse du problème de Helmholtz-Lie, Vuillemin propose en effet de dédoubler le « problème de l'espace » : d'une part le problème de l'espace mathématique, qui consiste à décrire la forme de celui-ci comme si la matière n'existait pas ; d'autre part le problème de l'espace physique, qui est celui de l'espace réel, pour lequel on ne sépare plus forme et matière [Vuillemin 1962, 428].

Or Vuillemin délaissera progressivement ces deux approches pour s'intéresser au problème de la genèse de nos notions spatiales, c'est-à-dire à l'espace représentatif¹⁰. Il s'agit donc de résoudre le problème suivant : comment produire l'étendue à partir de sensations inétendues, et surtout, comment garantir une objectivité à la construction ainsi proposée ? Si l'extériorité est le produit d'une construction, cette dernière est-elle nécessairement subjective ? Dans *Être et choix*, Vuillemin tente de formuler une réfutation de l'idéalisme matériel, thèse qu'après Kant il rattache à Berkeley, ce « scandale de la philosophie¹¹ ». Contrairement à ce que le nom de l'ouvrage semble indiquer, la solution proposée n'est pas pour autant proprement réaliste : la preuve constructive avancée par Vuillemin est compatible avec l'esprit de l'intuitionnisme, puisqu'elle insiste sur les actes subjectifs qui vont permettre de construire l'extériorité.

Le raisonnement de Vuillemin repose pour l'essentiel sur des outils que la philosophie a pu emprunter à l'algèbre moderne. C'est en ce sens qu'une partie des réflexions engagées dans *La Philosophie de l'algèbre* trouve une

10. Sa réflexion se nourrit de la théorie de l'espace de Poincaré. On peut remarquer que dans [Vuillemin 1972], il est question de l'espace représentatif et géométrique, mais que dans [Vuillemin 1994] c'est seulement l'étude du premier qui occupe toute l'attention de Vuillemin.

11. Il faut préciser que si Vuillemin combat l'idéalisme matériel, qu'il associe naturellement à Berkeley, il ne prétend pas faire œuvre d'historien de la philosophie dans ce cadre. Le texte de l'auteur irlandais n'est donc pas discuté dans le détail, et se voit réduit pour l'essentiel à la thèse selon laquelle il n'existe pas de monde extérieur à nos représentations dont les objets existent indépendamment de celles-ci.

forme d'aboutissement, puisqu'elles permettent de résoudre avec des outils nouveaux un problème ancien de philosophie. De même que Platon doit sa théorie des Idées à la découverte des irrationnelles [Vuillemin 1962, 4], cette réfutation de l'idéalisme matériel aurait été rendue possible par l'apparition de la théorie des groupes. On aurait ainsi l'exemple d'une découverte mathématique qui, correctement interprétée et utilisée, permettrait de réfuter une thèse philosophique.

On se limitera dans ce qui suit à montrer d'une part que la notion de distance est la propriété invariante que permet de dégager l'abstraction structurale à partir des changements de position, et d'autre part que cette distance se trouve ainsi dotée d'une objectivité de type nomologique¹².

4.1 Invariance et abstraction structurale

Les sens tactile et kinesthésique ont la particularité d'être des sens que l'on qualifie généralement, depuis Gareth Evans, de sériels¹³ : l'un et l'autre nous livrent une suite d'impressions non-spatiales qui forment deux ensembles hétérogènes entre eux. Adoptant une démarche similaire à celle de Poincaré, Vuillemin souligne que c'est l'étude de la *coordination* des sens tactile et kinesthésique qui nous permettra de rendre compte de la genèse de nos premières notions spatiales. Les tentatives d'y parvenir en ne s'appuyant que sur l'étude d'un seul sens isolé sont donc globalement vouées à l'échec.

Ainsi, comme le développe Vuillemin dans *Être et choix*¹⁴, la distance entre le point A et le point B de l'espace tactile est définie au moyen de la sensation kinesthésique¹⁵ s qui, appliquée au couple (A, B) de sensations tactiles, produit le couple (C, D) . Le mouvement « inverse », qui permet de rétablir le couple (A, B) , correspond à la sensation kinesthésique s^{-1} et on a $s \circ s^{-1} = s^{-1} \circ s = e$ où e désigne la sensation kinesthésique associée à l'absence de mouvement. La sensation kinesthésique s définit ainsi une relation d'équivalence sur l'ensemble des couples de sensations tactiles : (C, D) est dans la même classe d'équivalence que (A, B) , et on peut lui associer la même « qualité de position », i.e., la qualité laissée invariante par la composition des sensations kinesthésiques s et s^{-1} . Les qualités de position, correspondant à la

12. On laissera par conséquent de côté de nombreux aspects de la théorie de l'espace de Vuillemin. On ne dira rien, en particulier, de la genèse de la notion de dimension à partir de l'idée de coupure, de la constitution d'un espace général à partir des espaces particuliers via le principe d'adjonction, ou de la loi de dualité. Ces trois aspects de la théorie ont tous un lien avec les méthodes de l'algèbre.

13. La distinction entre concepts spatiaux sériels et concepts spatiaux simultanés a été introduite par Evans à l'occasion de sa critique du chapitre 2 de l'ouvrage *Les Individus* de Strawson [Evans 1985, 281–284].

14. Cf. [Thomasette 2015, § 37, 332–335].

15. Pour simplifier le propos, on évoquera parfois une sensation kinesthésique là où il faudrait rigoureusement mentionner une *série* de sensations kinesthésiques pour les mouvements complexes. L'axiome d'associativité autorise cette facilité de langage.

distance entre deux points tactiles, sont donc bien définies par les changements de position uniquement exprimés au moyen de sensations kinesthésiques non-spatiales. L'égalité de distance entre deux couples de points de l'espace tactile équivaut à la possession par ces deux couples de points d'une propriété invariante commune qui est de pouvoir être compensée par la même sensation kinesthésique s .

À ce premier niveau d'abstraction, les sensations kinesthésiques permettent de partitionner l'ensemble des sensations tactiles en classes d'équivalence. Ces deux types de sensations possèdent dès lors un statut différent : les premières sont des opérations alors que les secondes sont matériellement définies. En effet, la série de sensations kinesthésiques qui accompagne le déplacement de mon doigt de A à B peut être la même que celle qui le déplace de C à D . Ce que l'on retient est l'opération consistant à passer d'un couple de points tactiles à l'autre, ces points correspondant à des sensations distinctes non-interchangeables. Le raisonnement précédent, relatif aux changements internes s de mon corps, qui sont accompagnés de sensations kinesthésiques, peut être étendu à celui des changements externes α , qui ne sont pas accompagnés de sensations kinesthésiques. Dans les deux cas, on part d'une classe d'éléments matériels dont on abstrait une opération formelle.

Le second niveau d'abstraction consiste alors à rassembler les opérations obtenues, l'ensemble des changements internes s_i et s_i^{-1} ainsi que l'ensemble des changements externes α_i et α_i^{-1} , auxquelles on ajoutera l'élément neutre e correspondant à une absence de changement afin de former le groupe des mouvements rigides. Cet ensemble satisfait bien l'axiome de fermeture (toute combinaison de changements donne un changement), d'associativité (la manière de grouper les changements n'importe pas), de l'élément neutre (l'absence de changement) et de l'élément inverse (tout changement est accompagné du changement inverse). Les notions de groupe et d'opération se trouvent donc intimement liées, comme l'indique Poincaré :

Ce que les mathématiciens appellent un groupe est l'ensemble d'un certain nombre d'opérations et de toutes les combinaisons qui peuvent être formées avec elles. [Poincaré 2002, 8–9]

Il faut cependant préciser ce que Poincaré entend ici par opération. En effet, pour savoir si nous avons affaire à un changement d'état ou à un changement de position, il faut déterminer si le changement observé peut être ou non compensé. Cette compensation est une opération, mais ne peut correspondre à un mouvement, puisque cette notion possède une dimension spatiale évidente en tant qu'il s'agit de se transporter d'un point à l'autre de l'espace. Elle ne correspond pas non plus à une série d'impressions réelles, mais seulement imaginées : identifier un changement de position revient à se représenter la suite de sensations kinesthésiques qui accompagneraient les mouvements qu'il faudrait faire pour atteindre un objet. Il s'agit donc bien d'une opération, mais d'une opération mentale, d'un acte de l'imagination.

En résumé, si le premier niveau d'abstraction a permis de dégager la notion de distance à partir de couples de points tactiles, le second niveau permet de produire l'espace représentatif moteur à partir des ensembles de sensations kinesthésiques qui forment un groupe. Cette construction est rendue possible par une abstraction de type structurale, telle qu'elle est définie dans *La Philosophie de l'algèbre*.

4.2 Loi et objectivité

L'idée forte de la construction de Poincaré telle qu'elle est reprise par Vuillemin tient au fait que l'association par compensation, qui rend possible la construction précédente, est une association *active*, qui implique un élément dynamique [Vuillemin 1986, 11]. Cette activité, ce dynamisme, correspondent au niveau de l'abstraction structurale à l'émergence de la notion d'opération. Or, les théories empiristes de l'abstraction critiquées plus haut par Vuillemin ont toutes le défaut d'avoir recours à des associations *passives* comme la contiguïté temporelle ou la ressemblance mémorielle. Elles sont par conséquent contraintes d'en rester à l'abstraction empirique.

Mais précisément, si l'idéalisme matériel ne nie pas que nous possédons bien des notions spatiales comme celles de distance, de situation ou d'orientation, il leur dénie toute objectivité en vertu du fait qu'elles ne seraient que le produit d'associations d'idées subjectives. Berkeley soutient en effet qu'il n'existe qu'une connexion arbitraire entre nos idées visuelles et nos idées tactiles, et que cette connexion est acquise dans l'expérience. Par conséquent, on ne peut prétendre que les idées spatiales qu'elles font naître existent indépendamment de l'esprit humain, puisque c'est ce même esprit qui les recevrait.

Vuillemin serait probablement d'accord avec la conclusion de Berkeley selon laquelle la coordination tactilo-visuelle n'est pas à l'origine de nos idées spatiales. Il n'y a en effet pas de connexion nécessaire directe entre le toucher et la vue, mais seulement une connexion arbitraire et indirecte. En revanche, comme la construction de l'espace représentatif le montre, il existe une connexion directe et nécessaire entre le sens moteur et le sens tactile, ainsi qu'entre le sens moteur et le sens visuel. Cette connexion est nécessaire car elle obéit à une *loi* de groupe objective, qui s'impose à nous, car le fait que certains éléments forment un groupe est totalement indépendant du fait que nous les percevions. La connexion entre les idées visuelles et tactiles n'obéit quant à elle à aucune loi de groupe, c'est pourquoi elle est subjective.

L'erreur de Berkeley est de ne pas avoir vu que nos idées spatiales étaient intimement liées à notre sens musculaire, au caractère dynamique et opératoire de celui-ci. En ignorant cet aspect fondamental, il est conduit à l'impasse de l'idéalisme matériel. Puisque nos idées spatiales ne nous sont fournies ni par le sens de la vue ni par le sens du toucher, chercher à résoudre le problème de l'objectivité de l'espace à partir de ces deux sens ne pourra qu'échouer. En définitive, Berkeley a simplement démontré que ces deux sens ne permettent

pas de construire l'espace, ce qui n'implique pas qu'il soit impossible de construire l'espace d'une autre manière.

Si Vuillemin entend réfuter l'idéalisme matériel, c'est d'abord parce qu'il place au centre de sa théorie de l'espace l'étude du sens musculaire. Il suffit d'ajouter que les sensations musculaires forment un groupe, et que les éléments de ce groupe permettent de partitionner l'ensemble des sensations tactiles ou visuelles. Une sensation musculaire, qui est un élément du groupe, peut alors servir d'invariant à un sous-ensemble de sensations tactiles ou visuelles.

Cette distinction entre association subjective et loi objective permet d'éviter le glissement conceptuel qui a conduit Berkeley à l'idéalisme matériel. Dans la perspective de ce dernier, si l'espace n'est pas inné, il est acquis, et s'il est acquis, il l'est nécessairement par l'intermédiaire d'une association d'idées subjective. Or, il est tout à fait possible de s'accorder sur le fait que l'espace n'est pas inné, tout en soutenant comme Vuillemin qu'il est acquis par le biais d'une loi de groupe objective qui s'impose à nous. L'objectivité de l'espace, et par conséquent la réfutation de l'idéalisme matériel, ne dériverait alors pas de son caractère *a priori* comme le pensait Kant, mais de son caractère *nomologique* puisqu'il est produit selon une loi.

5 Conclusion

Il est maintenant bien connu qu'en soutenant la thèse du pluralisme philosophique, Vuillemin a été conduit à récuser le concept traditionnel de *vérité* philosophique [Vuillemin 1986, ix]. On pourrait facilement en déduire qu'en l'absence de celui-ci, Vuillemin se trouve contraint d'adopter une certaine forme de relativisme puisque le choix d'une philosophie reste entièrement libre.

Pour nuancer cette conception, on peut considérer qu'une attention aux méthodes et aux résultats des sciences permet d'envisager un *progrès* philosophique compatible avec ce scepticisme modéré en matière de vérité. En effet, de même que, selon Vuillemin, la publication des théorèmes de Gödel a mis en difficulté certaines philosophies des mathématiques, la conception structurale de l'abstraction porte un coup presque fatal à la thèse de l'idéalisme matériel. Il s'agit d'un des rares cas de *réfutation* d'une thèse philosophique mentionné par Vuillemin. Même si celle-ci s'expose à des critiques, comme le fait qu'elle ne permette de produire l'espace que de manière sérielle et non simultanée, elle permet d'illustrer l'idée d'un progrès critique dont le pluralisme s'accommoderait sans difficulté.

C'est, en l'occurrence, le recours à une conception structurale de l'abstraction et à une conception nomologique de l'objectivité qui traduit le rapport entre groupe et invariant qui permet à Vuillemin de formuler cette réfutation. Il fallait pour cela être attentif aux outils introduits par l'algèbre, comme nous y invite l'ouvrage de 1962, pour répondre au défi proposé par Berkeley plus de deux siècles auparavant.

Remerciements

Cet article a profité des suggestions de Baptiste Mélès, Sébastien Maronne et d'un relecteur anonyme, que je tiens à remercier.

Bibliographie

- BOUVERESSE, Jacques [1999], *Prodiges et vertiges de l'analogie*, Paris : Raisons d'agir.
- CASSIRER, Ernst [1938], Le concept de groupe et la théorie de la perception, *Journal de Psychologie Normale et Pathologique*, XXXV, 368–410, trad. fr. par P. Guillaume.
- CAVAILLÈS, Jean [2008], *Sur la logique et la théorie de la science*, Paris : Vrin.
- EVANS, Gareth [1985], Things without the mind—A commentary upon Chapter Two of Strawson's *Individuals*, dans *Collected Papers*, Oxford : Clarendon Press, 249–290.
- MÉLÈS, Baptiste [2013], Unix selon l'ordre des raisons : la philosophie de la pratique informatique, *Philosophia Scientiæ*, 17(3), 181–198, doi : 10.4000/philosophiascientiæ.897.
- POINCARÉ, Henri [2002], *L'Opportunisme scientifique*, Bâle : Birkhäuser, édité par L. Rollet.
- THOMASETTE, David [2015], *La Philosophie à l'âge de la science. Édition d'un livre inachevé de Jules Vuillemin*, Thèse de doctorat, Université de Lorraine.
- TIMMERMANS, Benoît [2012], *Histoire philosophique de l'algèbre moderne. Les origines romantiques de la pensée abstraite*, Paris : Classiques Garnier.
- VIDAL-ROSSET, Joseph [2005], Le platonisme de Jules Vuillemin, dans *Philosophie des mathématiques et théorie de la connaissance. L'œuvre de Jules Vuillemin*, édité par R. Rashed & P. Pellegrin, Paris : Albert Blanchard, 171–186.
- VUILLEMIN, Jules [1955], *Physique et métaphysique kantienne*, Bibliothèque de philosophie contemporaine—Histoire de la philosophie et philosophie générale, Paris : PUF, 2^e éd., 1987.
- [1960], *Mathématiques et Métaphysique chez Descartes*, Epiméthée, Paris : PUF.
- [1962], *La Philosophie de l'algèbre. Tome premier. Recherches sur quelques concepts et méthodes de l'algèbre moderne*, Épipiméthée, Paris : PUF.

- [1967], *De la logique à la théologie. Cinq études sur Aristote*, Nouvelle Bibliothèque Scientifique, Paris : Flammarion.
- [1969], La « Constitution » selon Carnap : la construction logique du monde, *L'Âge de la science*, II(4), 304–305.
- [1971], *Le Dieu d'Anselme et Les Apparences de la raison*, Paris : Aubier.
- [1972], Platonism in Russell's early philosophy and the principle of abstraction, dans *Bertrand Russell : A Collection of Critical Essays*, édité par D. F. Pears, Garden City, N. Y. : Doubleday Anchor Books, 305–324.
- VUILLEMIN, Jules (éd.) [1983], *Mérites et limites des méthodes logiques en philosophie*, Paris : Vrin, Fondation Singer-Polignac.
- VUILLEMIN, Jules [1984], *Nécessité ou contingence. L'aporie de Diodore et les systèmes philosophiques*, Paris : Minuit ; Fondation Singer-Polignac.
- [1985], Physique quantique et philosophie, dans *Le Monde quantique*, édité par St. Deligeorges, Paris : Seuil, 201–224.
- [1986], *What are Philosophical Systems ?*, Cambridge ; Londres ; New York : Cambridge University Press.
- [1989], Note sur l'école allemande de mécanique quantique, dans *L'Âge de la science. Lectures philosophiques*, édité par P. Jacob, Paris : Odile Jacob, t. 2 : Épistémologie, 177–179.
- [1994], *L'Intuitionnisme kantien*, Paris : Vrin.
- [s.d.], *Être et choix. Éléments de philosophie réaliste*, Nancy : Archives Henri-Poincaré.
- VUILLEMIN, Jules & ÉRIBON, Didier [1984], Entretiens de Didier Éribon avec Jacques Bouveresse et Jules Vuillemin, *Le Monde*, 4–5 mars, 2 feuillets.