



**HAL**  
open science

# Interactions particules-paroi : formulation des conditions aux limites pour une rugueuse

Mohammed Khalij, Boris Arcen, Anne Tanière

## ► To cite this version:

Mohammed Khalij, Boris Arcen, Anne Tanière. Interactions particules-paroi : formulation des conditions aux limites pour une rugueuse. 17ème Congrès Français de Mécanique, 2005, Troyes, France. hal-03542717

**HAL Id: hal-03542717**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/hal-03542717v1>**

Submitted on 25 Jan 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Interactions particules-paroi : formulation des conditions aux limites pour une rugueuse

Boris Arcen, Mohamed Khalij, Anne Tanière

LEMTA-UMR 7563 CNRS, Université Henri Poincaré - Nancy 1  
ESSTIN, 2 rue Jean Lamour, 54519 Vandoeuvre-lès-Nancy, France.

## Résumé :

*Les conditions limites pour la phase dispersée à la paroi pour les écoulements gaz-solides sont étudiées en tenant compte des effets d'une rugosité tridimensionnelle (3D) sur les collisions, inélastiques et avec frottement, entre les particules solides et la paroi. L'étude se porte également sur l'action de « l'anisotropie » des écart-types de la vitesse des particules. Les statistiques sont calculées par simulation d'un grand nombre de collisions entre une paroi et des particules dont la vitesse normale à la paroi est imposée à partir d'une fonction de distribution gaussienne. Ces collisions sont traitées en 3D par un modèle de rebonds inélastiques tout en évitant les cas non physiques. Des coefficients équivalents de frottement et de restitution sont définis, permettant ainsi d'utiliser le même formalisme établi pour une paroi lisse. Les résultats montrent la validité du modèle proposé.*

## Abstract :

*The dispersed phase wall boundary conditions for gas-particle flows are investigated here taking the effects of 3-D wall roughness on frictional inelastic particle-wall collisions and taking the anisotropy of the particle velocity fluctuations into account. Particle statistics at the wall are computed by simulating a large number of particle-wall impacts for a Gaussian distribution of the incident wall normal velocity. The collisions are treated by using a 3D irregular bouncing model and avoiding unphysical impact or reflected angles, the so-called shadow effect. The approach which allows to derive the dispersed phase boundary conditions in the case of rough wall is described. By taking the zero mass flux condition and the shadow effect into account, the second and third order particle velocity correlations at the wall can be compared to the theoretical relations obtained in the smooth case. Equivalent friction and restitution coefficients are defined, making it possible to use the same formulation of the dispersed phase boundary conditions as established in the smooth wall case. The dependence of these equivalent coefficients upon the actual collision parameters and the wall roughness is illustrated by the results of the numerical simulation.*

## Mots clefs :

**Écoulement gaz-solide, rebonds inélastiques, conditions aux limites, paroi rugueuse.**

## 1 Introduction

Lorsqu'on utilise un modèle à deux fluides pour simuler un écoulement gaz-solide, la seule façon d'introduire les effets de paroi s'effectue en imposant des conditions aux limites pour la phase dispersée. Le problème est d'autant plus compliqué lorsque la paroi est rugueuse car à l'heure actuelle, il n'existe aucun modèle de conditions aux limites pour une rugosité 3D. C'est dans ce cadre que nous proposons cette étude en s'appuyant sur les travaux de Sakiz et Simonin [1] en paroi lisse et les travaux de Tanière *et al.* [2] pour une paroi rugueuse 2D. Dans ces deux études des rebonds inélastiques avec frottement ont été considérés.

## 2 Conditions aux limites lorsque la paroi est rugueuse

### 2.1 Description du modèle

Comme Sakiz & Simonin [1], nous considérons une fonction de distribution  $f$  pour la vitesse des particules à la paroi. La valeur moyenne d'une fonction  $\psi(\mathbf{u})$  quelconque, est donnée par :

$\langle \psi(\mathbf{u}) \rangle = \frac{1}{N} \int \psi(\mathbf{u}) f(\mathbf{u}) d\mathbf{u}$ , où  $N = \int f(\mathbf{u}) d\mathbf{u}$  est la densité du nombre de particules à la paroi et  $\mathbf{u}$  le vecteur vitesse des particules avant choc ( $u_i$  étant les composantes de la vitesse dans le repère orthogonal  $R(x, y, z)$  où  $x, y$  et  $z$  correspondent aux directions longitudinale, normale à la paroi et transversale). Par la suite, toutes les composantes de vitesse avant et après choc seront notées  $u_i$  et  $\tilde{u}_i$ , respectivement. La fluctuation de  $\psi$  est définie par  $\psi' = \psi - \langle \psi \rangle$ . Afin de distinguer l'effet des rebonds à la paroi, comme Sakiz & Simonin [1], nous distinguons la valeur moyenne de  $\psi$  avant et après choc, notée respectivement  $\langle \cdot \rangle^-$  et  $\langle \cdot \rangle^+$ , ces deux valeurs moyennes étant reliées par la relation :  $N \langle \psi \rangle = N^- \langle \psi \rangle^- + N^+ \langle \psi \rangle^+$ , où  $N^-$  et  $N^+$  sont la densité du nombre de particules avant et après choc tel que  $N = N^- + N^+$ . Cette relation peut être écrite en utilisant la paramètre  $\xi$  défini par  $\xi = N^- / N$  :

$$\langle \psi \rangle = \xi \langle \psi \rangle^- + (1 - \xi) \langle \psi \rangle^+ \quad (1)$$

La relation (1), écrite pour  $\psi = u_y$ , montre que le paramètre  $\xi$  doit satisfaire la condition suivante afin

d'assurer un flux net de particules nul à la paroi (*i.e.*  $\langle u_y \rangle = 0$ ) :  $\xi = \frac{N^-}{N} = \frac{\langle \tilde{u}_y \rangle^+}{\langle \tilde{u}_y \rangle^+ - \langle u_y \rangle^-}$ , où  $\langle \tilde{u}_y \rangle^+$  est relié à

$\langle u_y \rangle^-$  par les lois de rebonds décrites ci-dessous (rappelons que le choc particule-paroi considéré est tel que la composante verticale de la vitesse est négative, *i.e.*  $\langle u_y \rangle^- < 0$ ). En effet, le mouvement de translation de la particule après choc est décrit au moyen des équations liées à l'impulsion ainsi qu'à l'aide des lois de Coulomb fonction du coefficient de restitution  $e$  et du coefficient de frottement  $\mu$ . Considérant un glissement dans la direction parallèle à l'écoulement moyen et une composante transversale de vitesse d'impact des particules négligeable, les lois de rebonds s'écrivent donc :

$$\begin{cases} \tilde{u}_x = u_x + \mu(1+e)u_y \\ \tilde{u}_y = -e u_y \\ \tilde{u}_z = u_z \end{cases} \Rightarrow \tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{C} \mathbf{u}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & \mu(1+e) & 0 \\ 0 & -e & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

De telles relations sont toujours valables dans un plan incident formé par la vitesse incidente et le vecteur normal à la paroi, ce plan contenant également le vecteur vitesse après choc. Dans ce plan, la relation (3)

devient (sachant que  $\langle \tilde{u}_y \rangle^+ = -e \langle u_y \rangle^-$ ) :  $\xi = \frac{e}{1+e}$ . Notons que cette valeur du paramètre  $\xi$  est la même

que celle obtenue dans le cas d'une paroi lisse puisque le formalisme utilisé par Sakiz & Simonin [1] est basé sur la relation suivante :

$$\langle \psi(\mathbf{u}) \rangle = \frac{e}{1+e} \langle \psi(\mathbf{u}) \rangle^- + \frac{1}{1+e} \langle \psi(\tilde{\mathbf{u}}) \rangle^- \quad (3)$$

Contrairement à notre démarche, ils peuvent exprimer  $\langle \psi(\tilde{\mathbf{u}}) \rangle^+$  comme étant une fonction de  $\langle \psi(\tilde{\mathbf{u}}) \rangle^-$  puisque les rebonds des particules sont purement déterministes. Au moyen des équations précédentes et en supposant une distribution gaussienne de la vitesse normale incidente, Sakiz & Simonin [1] obtiennent les conditions aux limites suivantes à la paroi :

$$\left. \begin{aligned} \langle u_Y \rangle &= 0 \\ \langle u'_x u'_Y \rangle &= -\mu \langle u_Y'^2 \rangle \\ \langle u_x'^2 u_Y' \rangle &= -2\mu \langle u'_x u_Y'^2 \rangle - \mu^2 \langle u_Y'^3 \rangle \\ \langle u_Y'^3 \rangle &= C \frac{1-e}{\sqrt{e}} \langle u_Y'^2 \rangle^{3/2} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

où  $C$  est une constante qui dépend de la nature de la fonction de distribution de  $u_Y$  (dans le cas Gaussien,  $C = -\frac{4}{\sqrt{2\pi}}$ ). Par analogie avec (4), un modèle de conditions aux limites pour la phase dispersée a été proposé dans le cas d'une paroi rugueuse[2]. Il est basé sur des coefficients de Coulomb équivalents  $e^*$  et  $\mu^*$  :

$$\left. \begin{aligned} \langle u_x'^2 u_Y' \rangle &= -2\mu^* \langle u'_x u_Y'^2 \rangle - \mu^{*2} \langle u_Y'^3 \rangle \\ \langle u_Y'^3 \rangle &= C \frac{1-e^*}{\sqrt{e^*}} \langle u_Y'^2 \rangle^{3/2} \end{aligned} \right\} \text{ où } e^* = -\frac{\langle \tilde{u}_Y \rangle^+}{\langle u_Y \rangle^-} \text{ et } \mu^* = -\frac{\langle u'_x u_Y' \rangle}{\langle u_Y'^2 \rangle}. \quad (5)$$

Bien que la paroi soit considérée comme rugueuse, le flux massique nul des particules à la paroi est toujours assuré ( $\langle u_Y \rangle = 0$ ) puisque le paramètre  $\xi$  est défini par  $\xi = \frac{e^*}{1+e^*}$ . Lorsque la paroi est rugueuse, l'équation (3) peut être réécrite sous la forme suivante :  $\langle \psi \rangle = \frac{e^*}{1+e^*} \langle \psi \rangle^- + \frac{1}{1+e^*} \langle \psi \rangle^+$ . Les effets du coefficient de restitution, du facteur de frottement et de la rugosité sur les conditions aux limites de la phase dispersée sont donc introduits via  $e^*$  : De plus amples détails sont donnés dans l'étude [2].

### 2.2 Introduction de la rugosité 3D

L'effet de la rugosité de la paroi peut être introduit dans l'équation (4) grâce au modèle de « paroi virtuelle » proposé par Sommerfeld [3]. Dans ce modèle, la paroi réelle est remplacée par une paroi virtuelle dont l'angle d'inclinaison  $\beta$  est déterminé à partir d'une fonction de distribution gaussienne à moyenne nulle et écart-type  $\sigma_\beta$ . La rugosité 3D a été simulée en appliquant deux rotations successives suivant le schéma suivant :  $R(X,Y,Z) \xrightarrow{\alpha} R(x',y'=Y,z'=Z) \xrightarrow{\beta} R(x'',y''=y',z''=z') \xrightarrow{\gamma} R(x,y=y'',z)$ . La troisième rotation d'angle  $\gamma$  autour de l'axe  $y''$  permet de se placer dans le plan incident pour pouvoir appliquer les lois de rebonds. Dans le but de simuler des rebonds réalistes, il est nécessaire de vérifier que les vitesses avant et après choc obéissent aux conditions suivantes :  $u_{y''} < 0$  et  $\tilde{u}_Y > 0$ . Nous prenons donc en compte le « shadow effect » décrit par Sommerfeld & Zivkovic [4] en procédant à un nouveau tirage au sort des angles d'inclinaisons si ces conditions ne sont pas respectées.

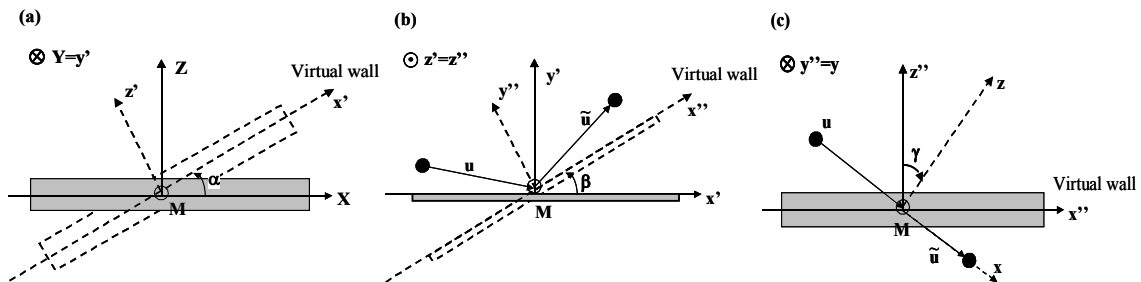


FIG. 1 – Le modèle de paroi virtuelle en 3D. (a): rotation autour de l'axe  $Y$ . (b): rotation autour de l'axe  $z'$ . (c) rotation définissant le plan incident.

### 3 Simulation numérique : résultats et discussion

L'objectif principal est d'étudier la dépendance entre les coefficients équivalents  $e^*$  et  $\mu^*$  et les paramètres des collisions utilisés lors de la simulation numérique. Les résultats numériques sont comparés avec ceux calculés à partir du modèle (5). Les collisions s'effectuent dans un espace ayant trois dimensions, c'est-à-dire que la vitesse transverse a été prise en compte ( $\langle u_z \rangle^- = 0; \langle u_z^2 \rangle^- = 0,2$ ). Pour chaque valeur des paramètres de collision, un nombre élevé de chocs particules-paroi a été simulé (10<sup>6</sup>). La fonction de distribution de l'angle d'inclinaison est gaussienne à moyenne nulle et d'écart-type  $\sigma_\beta$ . La valeur de  $\sigma_\beta$  varie entre 0 et 0,2. Afin de se rapprocher de cas plus réalistes, pour lesquels les valeurs de la variance des composantes de la vitesse des particules sont différentes (cas que l'on nomme « anisotrope »), les effets de la variation du rapport  $\langle u_x^2 \rangle^- / \langle u_y^2 \rangle^-$  seront également étudiés. Les résultats sont présentés pour  $\langle u_x^2 \rangle^- / \langle u_y^2 \rangle^- = 1$  et 2,25, la première valeur correspond au cas isotrope et la seconde au cas anisotrope. Quelque soit le cas étudié, nous supposons que le mouvement de rotation et de translation sont découplés, i.e. si  $\langle u_z^2 \rangle^- \ll \langle u_y^2 \rangle^-, \langle u_x^2 \rangle^-$ . Les calculs sont réalisés pour une seule valeur de la vitesse incidente longitudinale,  $\langle u_x \rangle^- = 10\sqrt{\langle u_y^2 \rangle^-}$ .

#### 3.1 Etude des coefficients équivalents de restitution et de frottement

Le rapport  $e^*/e$  est tracé en fonction l'écart-type de l'angle d'inclinaison de la paroi virtuelle  $\sigma_\beta$  dans la figure (2). Quelque soit la valeur de  $\langle u_x^2 \rangle^- / \langle u_y^2 \rangle^-$ , les résultats sont identiques (voir. (5)). A partir de la figure (2), nous observons que  $e^*/e$  augmente quand  $\sigma_\beta$  augmente. L'augmentation est d'autant plus importante que  $e$  diminue. On remarque aussi que  $e^*$  est toujours supérieur à  $e$ . Contrairement à  $e$ , dont le maximum est 1,  $e^*$  atteint des valeurs beaucoup plus importantes. Cela signifie que la vitesse normale à la paroi après choc peut excéder la vitesse avant choc dès que la rugosité est présente, puisque  $\langle \tilde{u}_y \rangle^+ = -e^* \langle u_y \rangle^-$  avec ( $\langle u_y \rangle^- < 0$ ). De la même façon, la vitesse normale après collision augmente lorsque  $\sigma_\beta$  augmente. Cette re-distribution de la quantité de mouvement due aux collisions fût observée précédemment lors d'études par simulation lagrangienne de la phase dispersée Sommerfeld [5] et Fukagata *et al.* [6].

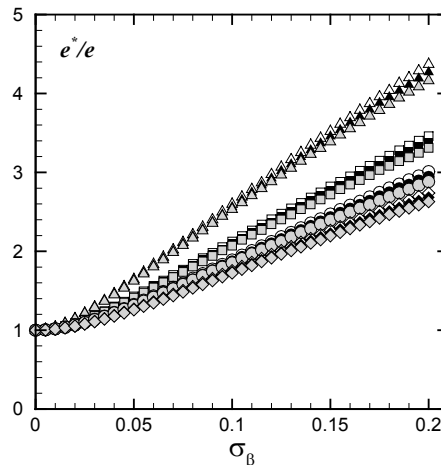


FIG. 2 –:  $e^*/e$  en fonction de  $\sigma_\beta$  pour  $\langle u_x^2 \rangle^- / \langle u_y^2 \rangle^- = 1$ .  $e = 0,4$ :  $\Delta$ ;  $e = 0,6$ :  $\square$ ;  $e = 0,8$ :  $\circ$ ;  $e = 1$ :  $\diamond$ .

Symboles vides, remplis en noir et gris correspondent à  $\mu = 0,2, 0,3, 0,4$ .

L'évolution de  $\mu^*/\mu$  en fonction de  $\sigma_\beta$  est observée dans la figure (3 a-b). La comparaison de ces deux figures montre que  $\mu^*/\mu$  est plus sensible au caractère anisotrope de la variance des vitesses des particules que  $e^*/e$ . L'évolution de  $\mu^*/\mu$  est non monotone, ce comportement est plus prononcé dans le cas anisotrope. Ceci peut s'expliquer par l'influence du « shadow effect ». Néanmoins, nous savons que le « shadow effect » est plus sensible à la valeur du coefficient de restitution qu'à la valeur du coefficient de frottement (voir étude [2]). Cette analyse montre que les coefficients équivalents  $e^*$  et  $\mu^*$  prennent en compte les effets liés à la rugosité de la paroi.

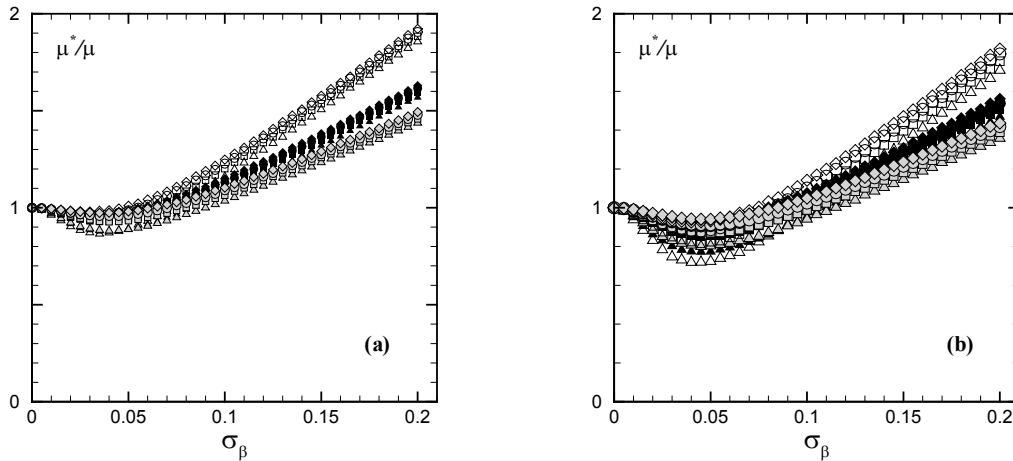


FIG. 3 – Rapport  $\mu^*/\mu$  en fonction de  $\sigma_\beta$ . (a):  $\langle u_x'^2 \rangle^- / \langle u_y'^2 \rangle^- = 1$ . (b):  $\langle u_x'^2 \rangle^- / \langle u_y'^2 \rangle^- = 2,25$ . Même légende que pour la figure(2).

### 3.2 Evaluation du modèle proposé et conclusion

Afin d'examiner la validité du modèle proposé, les résultats provenant de celui-ci et de la simulation numérique sont comparés dans la figure (4). La comparaison est effectuée sur les corrélations normalisées triples de la vitesse :

$$\Pi_{yyy} = \frac{\langle u_y'^3 \rangle}{\langle u_y'^2 \rangle^{3/2}} \text{ et } \Pi_{xxy} = \frac{\langle u_x'^2 u_y' \rangle}{\langle u_y'^2 \rangle^{3/2}}, \quad (6)$$

qui devraient être égales respectivement à  $C \frac{1-e^*}{\sqrt{e^*}}$  et à  $[-2\mu^* \langle u_x' u_y'^2 \rangle - \mu^{*2} \langle u_y'^3 \rangle] / \langle u_y'^2 \rangle^{3/2}$  d'après l'équation

(5). La distinction entre le cas isotrope et anisotrope n'est pas effectuée car les résultats sont quasiment identiques dans ces deux cas. Nous remarquons à partir de cette figure que les résultats sont en bon accord. Cela voulant dire qu'une estimation correcte des corrélations de la vitesse à la paroi est obtenue à partir d'une formulation proche de celle proposée par Sakiz and Simonin [1] pour une paroi lisse et en utilisant des coefficients équivalents dont les valeurs sont données dans les figures (2) et (3). En conclusion, ces paramètres reproduisent d'une part la re-distribution de la quantité de mouvement par le paramètre  $e^*$  (augmente lorsque  $\sigma_\beta$  augmente) et d'une d'autre une augmentation de l'agitation normale à la paroi due aux effets antagonistes de  $\mu^*$  (décroît pour des faibles valeurs de  $\sigma_\beta$  et augmente pour de plus grandes valeurs).

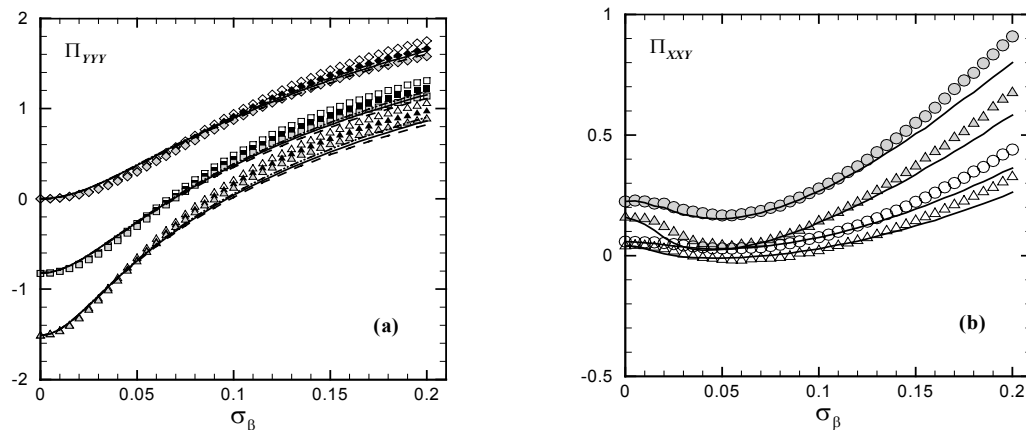


FIG. 4 – Comparaison entre le présent modèle et la simulation numérique pour  $\Pi_{yyy}$  (a) et  $\Pi_{xxy}$  (b).  
Même légende que la figure (2). — : modèle (5).

## Références

- [1] M. Sakiz et O. Simonin, Development and validation of continuum particle wall boundary conditions using Lagrangian simulation of a vertical gas-solid channel flow, In: *Proc. 3<sup>rd</sup> ASME/JSME Joint Fluids Eng. Conf.*, San-Francisco, CA, Paper N° 7898, 1999.
- [2] A. Tanière, M. Khalij, B. Oesterlé. Focus on the dispersed phase boundary conditions at the wall for irregular particle bouncing. *Int. J. Multiphase Flow*, 30: 327-345, 2004.
- [3] M. Sommerfeld, Modelling of particle/wall collisions in confined gas-particle flows, *Int. J. Multiphase Flow*, 18: 905-926, 1992.
- [4] M. Sommerfeld et G. Zivkovic, Recent advances in the numerical simulation of pneumatic conveying trough pipe systems. In: Hirsch, Ch., Periaux, J., Onate, E. (Eds.), *Computational Methods in Applied Science*. Invited Lectures and Special Technological Sessions of the First European Computational Fluid Dynamics Conference and the First Conference on Numerical Methods in Engineering, Brussels : 201-212, 1992.
- [5] M. Sommerfeld, Analysis of collision effects for turbulent gas-particle flow in a horizontal channel: Part I. Particle transport, *Int. J. Multiphase Flow*, vol. 29, pp. 675-699, 2003.
- [6] K. Fukagata, S. Zahrai, F. Bark, S. Kondo, Effects of wall roughness in a gas-particle turbulent vertical channel flow. In: Lingborg et al. (Eds.), *Proc. 2nd Int. Symp. on Turbulence and Shear Flow Phenomena*, KTH, Stockholm, II : 117-122, 2001.