

## "Hydrodynamique d'une particule non-spherique : traînée et portance"

"OUCHENE Rafik"<sup>1</sup>,

"KHALIJ Mohammed"<sup>1</sup>,

"TANIERE ANNE"<sup>1</sup>,

"ARCEN Boris"<sup>2</sup>,

<sup>1</sup> LEMTA, UMR CNRS 7563, Université de Lorraine  
ESSTIN, 54500 Vandoeuvre-les-Nancy, France,  
rafik.ouchene@univ-lorraine.fr"

<sup>2</sup> "LRGP, UMR CNRS 7274, Université de Lorraine – 54000 Nancy, France

### Résumé :

*Dans cet article, on examinera la capacité du code CFD de type industriel (ANSYS FLUENT®) à fournir les forces hydrodynamiques agissant sur une particule non-sphérique de type sphérocyindre. On se limitera ici aux forces de traînée et de portance. L'objectif est de faire un choix décisif des corrélations les plus pertinentes à intégrer dans notre code de simulation numérique direct couplé à un suivi lagrangien DNS/DPS afin de débiter l'étude de la dispersion des particules non-sphériques.*

## Introduction

Les particules issues de phénomènes naturels ou de processus industriels peuvent avoir une infinité de formes et/ou de tailles comme le montre la figure ci-dessous (Fig.1). La prise en compte de ces multiples formes est trop complexe pour la simulation des écoulements turbulents gaz-particules en raison de leurs infinies possibilités de variations. C'est dans le but d'échapper à cette complexité qu'une classification de ces formes en différentes catégories fût proposée par la communauté scientifique. Celle-ci s'appuie essentiellement sur la difficulté de la représentation mathématique de chacune des formes. Ainsi, deux catégories principales sont distinguées (voir Fig.2). La sphère étant la forme de référence dont la description mathématique est la plus simple en raison des multiples symétries qu'elle satisfait. De ce fait, la première catégorie est nommée particules sphériques. Elle rassemble la sphère, les sphéroïdes de petits rapports d'aspect, noté  $w = \text{Longueur} / \text{Largeur}$ , mais aussi certains polygones. La seconde catégorie est, quant à elle, intitulée particules non-sphériques et se décompose en deux sous-catégories. La première réunit les formes qui ont une simple description mathématique comme les ellipsoïdes, cylindres, cubes ...etc. Celle-ci s'intitule « particules non-sphériques » de formes régulières, alors que la seconde englobe de son côté toutes les autres formes ne disposant d'aucune description mathématique. Ainsi, elle porte le nom de « particules non-sphériques de formes irrégulières.

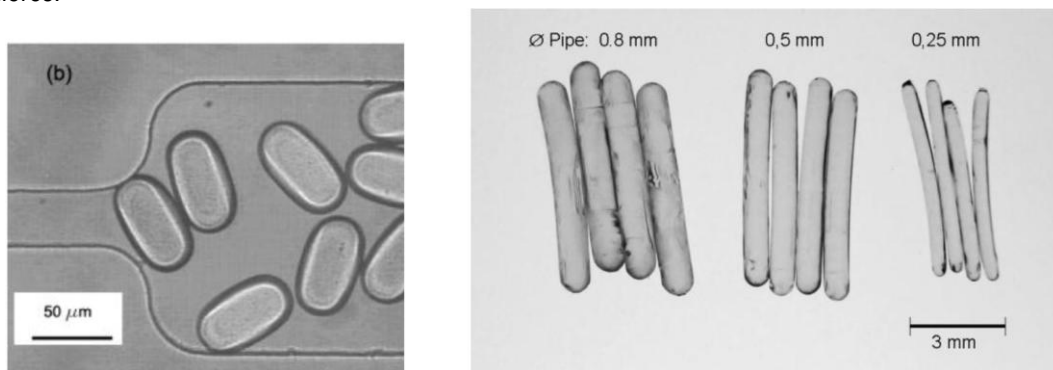


FIG. 1 – Illustration de particules sphérocyllindriques de polymère générées par une technique microfluidique

Notre travail considérait jusqu'à maintenant la dispersion de particules sphériques en écoulement turbulent. Nous l'avions quantifiée par des statistiques propres à la dispersion (vitesse moyenne, profil de concentration, vitesse d'agitation de particules solides, covariances fluide particules, etc.) [1] [2]. Qu'en est-il lorsqu'on travaille avec des particules non sphériques? C'est l'objectif du programme de recherche PLAYER1 financé par l'ANR2. On propose dans cette étude préliminaire, en amont de la modélisation DNS/DPS, de s'intéresser au jeu de forces hydrodynamiques qui peuvent s'exercer sur des particules non-sphériques (fig. 1). En effet, lors d'un suivi lagrangien, il est primordial de connaître les forces agissant sur de telles particules. On connaît bien ce jeu de forces lorsque les particules sont sphériques. Cependant, pour le cas des particules non-sphériques, la littérature est assez riche d'information depuis les travaux de Brenner [3] mais paradoxalement, elle reste dénuée d'informations essentielles. Les corrélations existantes sur ce jeu de forces pour des particules de ce type se basent sur des facteurs de formes souvent incomplets ou compliqués à déterminer pour décrire la particule et prendre en compte son orientation ([4], [5], [6]). En effet, il paraît indéniable de prendre l'influence des facteurs de forme, d'orientation de la particule par rapport à l'écoulement et enfin l'inertie de la particule au sein d'une même corrélation.

Dans cet article, les forces hydrodynamiques agissant sur une particule non-sphérique de type sphérocyllindre. On se limitera ici aux forces de traînée et de portance. L'objectif est de faire un choix décisif sur les corrélations à intégrer dans notre code de simulation numérique direct couplé à un suivi lagrangien DNS/DPS afin d'étudier la dispersion des particules non-sphériques [7].

## 1. Trainée et portance d'une particule non-sphérique

Il existe peu de modèles qui décrivent le mouvement de particules non-sphériques suspendues dans un fluide en écoulement uniforme. En effet, ce type de particules n'est pas uniquement soumis aux seules forces de translation mais aussi au mouvement de rotation autour d'elles-mêmes. Si on ne s'intéresse qu'au mouvement de translation d'une particule, il est décrit dans le repère inertiel  $x=(x,y,z)$  par la conservation de la quantité de mouvement. De plus, pour une particule solide « lourde » seule les forces de traînée  $F_D$ , de portance  $F_L$  et de volume sont prédominantes(2) [8].

<sup>1</sup> Acronyme de Particles in a turbulent boundary LAYER

<sup>2</sup> Agence Nationale de la Recherche

$$m_p \frac{d\vec{u}_p}{dt} = \vec{F}_D + \vec{F}_L + V_p (\rho_p - \rho_f) \vec{g} \tag{1}$$

Où  $V_p$ ,  $\rho_p$ ,  $\rho_f$ , représentent respectivement le volume de la particule, la masse volumique de la particule et la masse volumique du fluide. De manière générale, les forces qui s'exercent sur une particule non-sphérique sont caractérisées par des coefficients adimensionnels de traînée  $C_D$ , de portance  $C_L$  dépendant du nombre de Reynolds particulaire  $Re_p = \frac{\|\vec{v}_p - \vec{u}_f\| d_p}{\nu}$ .  $\vec{u}_p = \vec{v}_p - \vec{u}_f$  est la vitesse relative de particule par rapport à celle du fluide  $\vec{u}_f$ ,  $\vec{v}_p$  représente la vitesse de la particule,  $d_p$  est le diamètre équivalent de la sphère de même volume que la particule considérée et  $\nu$  est la viscosité cinématique du fluide. Ainsi, ces coefficients sont obtenus en utilisant les formulations suivantes :

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho_f u^2 \frac{\pi}{4} d_p^2} ; C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2} \rho_f u^2 \frac{\pi}{4} d_p^2} \tag{2}$$

La particule n'étant pas symétrique (contrairement à la sphère), les coefficients de traînée et de portance dépendent non seulement du Reynolds mais aussi de leurs angles d'incidence  $\alpha$  par rapport à l'écoulement (fig. 2). Cette incidence joue un rôle déterminant dans le mouvement des particules non-sphériques [9] par le biais des forces de traînée et de portance d'où la nécessité de les évaluer au mieux.

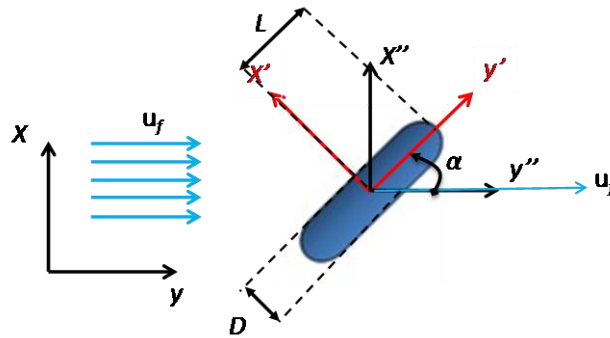


FIG. 2 – Sphéro-cylindre considéré avec un angle d'incidence  $\alpha$ .  $x' = (x', y', z')$  est le repère lié à la particule qui est porté par un des axe de la particule.

Contrairement aux coefficients de portance et de moment qui sont peu présents dans la littérature, le coefficient de traînée fait l'objet de nombreuses études comme celle de Hölzer et Sommerfeld [4] sur des particules de forme arbitraire où celles de Rosendahl [5], Zastawny et al [6] pour des particules de formes spécifiques. La corrélation de Hölzer et Sommerfeld [4] est établie pour des particules de formes arbitraires. Le point fort de cette corrélation est la prise en compte de l'orientation à travers l'introduction de deux paramètres de forme qui sont la sphéricité  $\phi$  défini par Wadell [10] et la sphéricité orthogonale  $\phi_{\perp}$ . La sphéricité  $\phi$  est le rapport entre la surface de la sphère ayant le même volume que la particule et la surface de la particule de volume équivalent ;  $\phi_{\perp}$  représente le rapport entre la surface projetée de la sphère de même volume et la surface projetée de la particule considérée dans la direction de l'écoulement. L'approche de Rosendahl [5] consiste à déterminer le coefficient de traînée aux deux angles d'incidence  $0^{\circ}$  et  $90^{\circ}$  ( $C_{D,\alpha=0^{\circ}}, C_{D,\alpha=90^{\circ}}$ ) à partir des meilleurs résultats expérimentaux ou issu de corrélations existantes. Une fonction liant ces deux cas limites, ie ( $C_{D,\alpha=0^{\circ}}, C_{D,\alpha=90^{\circ}}$ ), disposant d'un point d'inflexion à  $45^{\circ}$ , est créée afin de représenter toute la plage angulaire de l'incidence pour une particule non-sphérique (Tab. 1). On s'intéresse à cette dernière étude car elle traite exactement le cas que nous souhaitons étudier. Cependant, lorsque Zastawny et al [6] comparent leurs résultats issus de la simulation DNS à ceux de Brenner (1963), de Hölzer et Sommerfeld [4] et de Rosendaal [5], ces auteurs trouvent une différence significative. Devant cette incertitude des résultats, des simulations sont entreprises afin de faire un choix décisif des corrélations à utiliser pour nos futures études.

Hölzer & Sommerfeld [4]	$C_D = \frac{8}{Re_p} \frac{1}{\sqrt{\phi_{\perp}}} + \frac{16}{Re_p} \frac{1}{\sqrt{\phi}} + \frac{3}{\sqrt{Re_p}} \frac{1}{\phi^{\frac{3}{4}}} + 0.42 * 10^{0.4(-\log \phi)^{0.2}} \frac{1}{\phi_{\perp}}$
Rosendahl [5]	$C_D = C_{D,\alpha=90^{\circ}} + (C_{D,\alpha=90^{\circ}} - C_{D,\alpha=0^{\circ}}) \sin^3 \alpha$

Zastawny et al [6]	$\begin{cases} C_D = C_{D,\alpha=90^\circ} + (C_{D,\alpha=90^\circ} - C_{D,\alpha=0^\circ}) \sin^{a_0} \alpha \\ \text{Tel que :} \\ C_{D,\alpha=0^\circ} = \frac{a_1}{Re^{a_2}} - \frac{a_3}{Re^{a_4}} \\ C_{D,\alpha=90^\circ} = \frac{a_5}{Re^{a_6}} - \frac{a_7}{Re^{a_8}} \end{cases}$	a0	2,12	b1	8,652
		a1	20,35	b2	0,815
		a2	0,98	b3	0,407
		a3	2,77	b4	-0,197
		a4	0,396	b5	0,978
		a5	29,14	b6	0,036
		a6	0,97	b7	0,451
Zastawny et al [6]	$C_L = \left( \frac{b_1}{Re^{b_2}} - \frac{b_3}{Re^{b_4}} \right) \sin(\alpha)^{b_5+b_6 Re^{b_7}} \cos(\alpha)^{b_8+b_9 Re^{b_{10}}}$	a7	3,66	b8	1,359
		a8	0,16	b9	-0,43
				b10	0,007
Hoener [9]	$\frac{C_L}{C_D} = \sin^2 \alpha \cos \alpha$				

Tableau 1 : Corrélations de référence

## 2. Simulation numérique

Nous cherchons à déterminer les forces hydrodynamiques agissant sur une particule sphérocyindrique (fig.1). Pour ce faire, la particule est supposée immobile, immergée dans un écoulement tridimensionnel unidirectionnel uniforme de vitesse  $\vec{u}_f$  (fig.2).

Sa vitesse relative  $\vec{u}_p$  est donc égale à la vitesse du fluide. Les simulations sont effectuées à l'aide du code commercial Ansys-Fluent© (version 14.5). Les équations de Navier-Stokes ainsi que l'équation de continuité sont résolues par une méthode volumes finis centrés aux nœuds (cell-centered). La discrétisation des équations est effectuée par un schéma numérique décentré du second ordre. Le couplage pression-vitesse est effectué à l'aide de l'algorithme SIMPLE [11] (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations). Le domaine de simulation (fig. 3) est un parallélépipède (« boîte fluide ») qui entoure la particule. Les conditions aux limites appliquées aux bornes du domaine sont présentées sur la figure 3. Les dimensions de la « boîte fluide » (reportées sur la figure 3) sont déterminées en fonction de la longueur du grand axe L de la particule (fig.1). Elles sont déterminées afin d'éviter toute perturbation de l'écoulement due aux conditions aux limites, notamment au niveau de la couche limite. D'un point de vue pratique, ces dimensions ont été imposées par le cas  $Re_p=0,1$  (Tab. 2) entraînant la plus grande couche limite et où la particule est positionnée transversalement à l'écoulement. En outre, à l'aval de la particule, les dimensions sont fixées afin de laisser une distance suffisante au développement du sillage. Le maillage du domaine fluide est constitué d'éléments quadrilatéraux. Le maillage en surface de la particule est suffisamment fin pour obtenir une intégration précise des contraintes pariétales par rapport à la surface. Ainsi, le nombre de mailles est d'environ 1 million. La couche limite est toujours représentée par au minimum 20 nœuds. Avant que les différents cas présentés dans le tableau 2 pour une particule sphérocyindrique ne soient simulés, un cas de validation relatif à une sphère dans un écoulement en régime de Stokes est effectué. Le résultat du coefficient de traînée obtenu à  $Re_p=0,1$  est :  $C_D=245$  sachant que le résultat théorique est  $C_D = \frac{24}{Re_p} = 240$ . Une déviation de 2% est obtenue, ce qui nous encourage à poursuivre les simulations avec des sphérocyindres.

est  $C_D = \frac{24}{Re_p} = 240$ . Une déviation de 2% est obtenue, ce qui nous encourage à poursuivre les simulations avec des sphérocyindres.

Rep	Particule	Ratio w=L/D	Orientation
0.1, 10, 50, 240, 300	Sphérocyindre	5/1	0 à 90° par pas de 10°

Tableau 2 : Paramètres de simulation

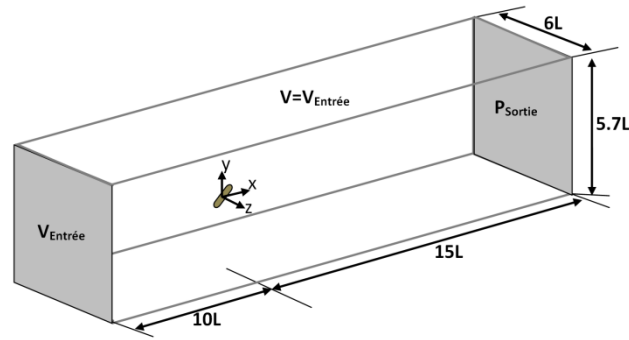


FIG. 3 – Domaine de simulation et conditions aux limites

### 3. Résultats et discussions

Les simulations effectuées ont permis de calculer les coefficients de traînée  $C_D$  et de portance  $C_L$  pour une particule sphéro-cylindrique en fonction de l'angle d'incidence et pour différents nombres de Reynolds particulaires. Les résultats des calculs sont reportés sur La figure 4 et sont comparés aux corrélations de la littérature données dans le tableau 1. Concernant le coefficient de trainée  $C_D$ , les résultats présentés sont qualitativement en bon accord avec ceux de la littérature. Les courbes augmentent lorsque l'angle d'incidence augmente pour atteindre un point d'inflexion à  $45^\circ$  qui est une caractéristique des particules isométriques. Notons que ce point n'est pas représenté avec la corrélation de Hölzer et Sommerfeld [4]. Une tangente nulle est bien présente à  $90^\circ$  ; elle est due à la symétrie des courbes par rapport à l'axe  $\alpha=90^\circ$ . Qualitativement, pour des Reynolds supérieurs à 240, les résultats de nos simulations présentent un bon accord avec les résultats de DNS de Zastawny et al [6] et ceux de Rosendahl [5]. La corrélation de Hölzer et Sommerfeld [4] semble surestimer les valeurs de  $C_D$ . Pour des Reynolds inférieurs à 240, on constate une grande disparité des résultats. La différence entre nos calculs et ceux de la littérature peut atteindre 30% pour un nombre de Reynolds  $Re_p=0,1$  en comparaison avec les valeurs de Zastawny et al [6]. Notons que pour un Reynolds  $Re_p=0,1$ , Zastawny et al [6] obtiennent un fort écart entre leurs résultats de DNS et ceux théoriques de Brenner [3] pour des sphéroïdes. Cette disparité des résultats a été aussi relatée par Chhabra et al [12]. Le tableau 3 représente le rapport entre  $C_{Dmax}$  et  $C_{Dmin}$  (coefficient de traînée à  $\alpha=90^\circ$  et  $0^\circ$  respectivement). On peut nettement observer que nos résultats sont très proches de ceux d e Zastawny et al [6] comparés à ceux de Hölzer et Sommerfeld [4]. En effet, cette dernière corrélation tend à sous-estimer l'effet de l'orientation de la particule.

Rep	Hölzer &Sommerfeld [4]	Zastawny et al [6]	ANSYS-FLUENT
0,1	1,28	1,38	1,33
10	1,50	1,74	1,75
50	2,11	2,54	2,40
240	3,29	4,05	3,50
300	3,49	4,27	3,80

Tableau 3: Rapport du  $C_{Dmax}/C_{Dmin}$

Le coefficient de portance  $C_L$  en fonction du nombre Reynolds particulaire est présenté à gauche dans la figure 4. Le coefficient de portance augmente (pour atteindre un maximum lorsque l'angle d'incidence est de  $50^\circ$ ) et ensuite décroît. Zastawny et al [6] obtiennent la même tendance avec un maximum situé au point  $\alpha=50^\circ$ . Qualitativement, l'évolution de  $C_L$  est en accord avec les constatations de Hoener [9] qui montre que le coefficient de portance ne dépend pas uniquement du coefficient de traînée. Cependant, nos calculs et ceux de Zastawny et al [6] présentent des écarts importants avec ceux de Hoener [8]. En effet, le maximum de la portance qui est situé pour Hoener [9] à  $60^\circ$  n'est pas obtenu par nos résultats et ceux de Zastawny et al [6]. De plus, le coefficient  $C_L$  étant lié au coefficient de traînée [9], les mêmes observations que pour le coefficient de traînée peuvent être faites lorsque l'on compare nos résultats avec ceux de Zastawny et al [6]. En effet, pour des grands nombres de Reynolds, nos simulations sont en bon accord avec ceux de Zastawny et al [6] et les surestime pour des faible Reynolds. Sur le plan quantitatif, les écarts, sont très faibles au-delà de  $Re_p =240$ .

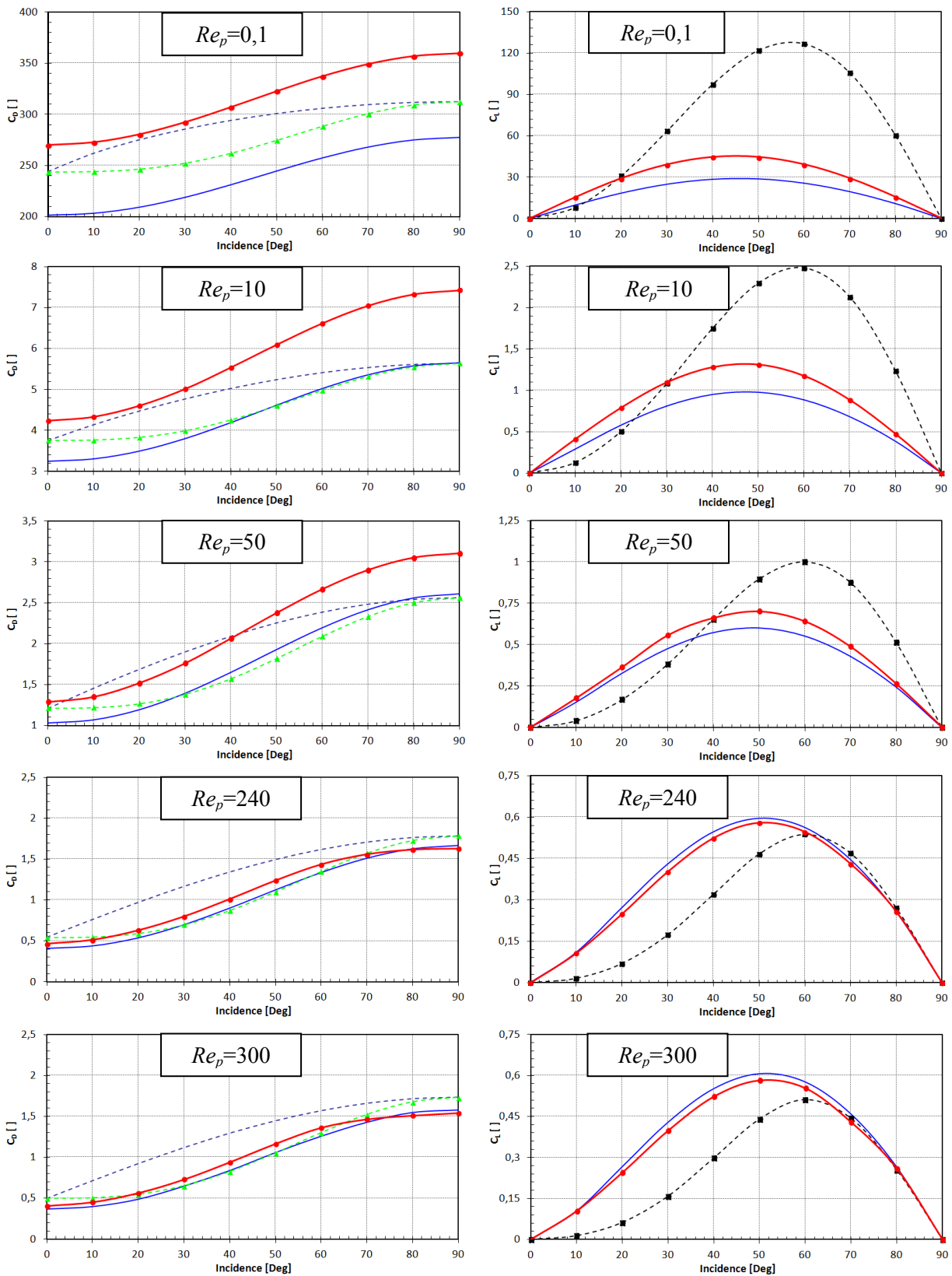


FIG. 4– Comparaison entre les résultats de simulation et les corrélations existantes. A gauche les coefficients de traînée et à droite les coefficients de portance en fonction de l'angle d'incidence  $\alpha$ .

--- Holzer and Sommerfeld — Zastawny et al — ANSYS FLUENT - - Rosendahl et al - - HOENER

## 4. Conclusion

L'objectif du travail est de passer en revue les corrélations des forces hydrodynamiques agissant sur des particules non-sphériques afin de d'intégrer les plus pertinentes dans notre code DNS/DPS, servant à faire des suivis Lagrangien d'inclusions solides dans un écoulement turbulent. Des simulations pour déterminer les coefficients de traînée et de portance pour des particules sphérocyindriques ont été effectuées. Celles-ci nous ont permis de constituer une base de données pour ce type de particules qui ne sont pas étudiées dans la littérature. L'allure des courbes tend à bien représenter l'évolution des coefficients de traînée et de portance. En effet, on a vu à travers le ratio  $C_{Dmax}/C_{Dmin}$  que l'influence de l'orientation de la particule est bien prise en compte. La comparaison de nos calculs avec les différentes corrélations du  $C_D$  montre un écart significatif à un faible nombre de Reynolds et faible pour des nombres de Reynolds élevés particulièrement lorsqu'on les compare avec les calculs de Zastawny et al [6]. On observe, dans une moindre mesure, un comportement semblable pour les courbes du  $C_L$ . Le manque d'éléments de comparaison pour ce type de particule nous empêche de statuer sur la corrélation à choisir. C'est pour cette raison, qu'actuellement, nous procédons à l'étude du jeu de forces hydrodynamiques pour d'autres types de particules.

## 5. Bibliographie

- [1] Marchioli C., Soldati A., Kuerten J.G.M., Arcen B., Taniere A., Goldensoph G., Squires K.D., Cargnelutti M.C and Portela L.M. Statistics of particle dispersion in Direct Numerical Simulations of wall-bounded turbulence: results of an international collaborative benchmark test. *Int. J. Multiphase Flow*, 34, 879–893, 2008.
- [2] Arcen B, Tanière A and Zaichik L. Assessment of a statistical model for the transport of discrete particles in a turbulent channel flow. *Int. J. Multiphase Flow*, 34, 4, 419-426, 2008.
- [3] Brenner H., The stokes resistance of an arbitrary particle, *Chemical Engineering Science*, 18, 1-25, 1963.
- [4] Holzer A and Sommerfeld M. New simple correlation formula for the drag coefficient of non-spherical particles. *Powder Technology*, 184, 361–365, 2008.
- [5] Rosendahl, L. Using a multi-parameter particle shape description to predict the motion of non-spherical particle shapes in swirling flow. *Applied Mathematical Modelling*, 24, 11–25, 2000.
- [6] Zastawny M., Mallouppas G., Zhao F., and van Wachem B. Derivation of drag and lift force and torque coefficients for non-spherical particles in flows. *Int. Journal of Multiphase flows*, 101, 288–295, 2012.
- [7] Dendukuri D., Tsoi K., Hatton T. A., Doyle P. Controlled synthesis of nonspherical microparticles using microfluidics, *Langmuir*, 21 : 2113-2116, 2005.
- [8] Lázaro B.J and Lasheras J.C. Particle Dispersion in a Turbulent, Plane, Free Shear Layer. *Physics of Fluids A*, 1, 6, 1035-1044, 1989.
- [9] Hoerner S.F. Fluid Dynamic Drag. Hoerner Fluid Dynamics, 1965.
- [10] Wadell H. The coefficient of resistance as a function of Reynolds number for solids of various shapes. *Journal of the Franklin Institute*, 217, 459–490, 1934.
- [11] Patankar S. V., Spalding D. B. Mathematical Models of Fluid Flow and Heat Transfer in Furnaces: A Review, Paper 2, 4th Symposium on Flames and Industry, 1972.
- [12] Chhabra, R., Agarwal, L., Sinha, N. Drag on non-spherical particles: an evaluation of available methods. *Powder Technology*, 101, 288–295, 1999.