



**HAL**  
open science

# Une expérience de Génie des Procédés peut elle mettre en évidence un effet relativiste en comparant les résultats mesurés sur terre et dans la Station Spatiale Internationale (ISS) ?

Christian Fonteix, Dimitrios Meimaroglou, B. I. Morsi, M. Camargo,  
Jean-Claude Charpentier

## ► To cite this version:

Christian Fonteix, Dimitrios Meimaroglou, B. I. Morsi, M. Camargo, Jean-Claude Charpentier. Une expérience de Génie des Procédés peut elle mettre en évidence un effet relativiste en comparant les résultats mesurés sur terre et dans la Station Spatiale Internationale (ISS) ?. 2023. hal-04251771

**HAL Id: hal-04251771**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/hal-04251771v1>**

Preprint submitted on 20 Oct 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Une expérience de Génie des Procédés peut elle mettre en évidence un effet relativiste en comparant les résultats mesurés sur terre et dans la Station Spatiale Internationale (ISS) ?

C. FONTEIX<sup>b</sup>, D. MEIMAROGLOU<sup>b</sup>, B.I. MORSI<sup>a</sup>, M. CAMARGO<sup>b</sup>, J.C. CHARPENTIER<sup>b</sup>

a Pittsburgh University, USA

b Lorraine University, France

## Résumé

Dans (FONTEIX et al. 2020a) nous avons présenté des éléments de cinétique relativiste des fluides, à la manière définie par (FER 1970). L'intérêt de ce travail était de démontrer la transformation de la diffusion, de différentes fonctions thermodynamiques, de la quadri-quantité de mouvement et du flux d'énergie, dont le flux de transfert de chaleur, lors d'un changement de repère inertiel. L'objectif du présent article est de préciser les bases de cette cinétique relativiste des mélanges fluides continus, et d'étudier s'il est possible de faire des expériences de Génie des Procédés dont les résultats diffèrent significativement de celle réalisées sur terre, à savoir des expériences menées dans le véhicule utilisable le plus rapide disponible actuellement : la Station Spatiale Internationale (ISS). En fait nous montrons, dans les cas de réaction chimique, diffusion et absorption gaz-liquide avec réaction chimique, que la vitesse de l'ISS par rapport à la terre est très insuffisante pour que des résultats d'expériences de Génie des Procédés diffèrent réellement entre la terre et le véhicule spatial.

## 1 Introduction et contexte de l'étude

De nombreux auteurs ont publié dans le domaine de la mécanique relativiste des fluides (Von LAUE 1911) (HALBWACHS 1960) (PICHON 1965) (LICHNEROWICZ 1966) (BRUHAT 1966) (MARLE 1969) (ARZELIES 1971) (MAHJOURB 1971) (REZZOLLA et al. 2013) (DISCONZI 2014) (DERRADI et al. 2016). Cependant, les démonstrations réalisées sont sujettes à caution, soit du fait d'erreurs, soit par l'utilisation de l'équation de BOLTZMANN ou du principe de moindre action associé au Lagrangien (FONTEIX et al. 2020a). La conférence présentée au précédent congrès de la SFGP (CAMARGO et al. 2019) était basée sur les résultats d'une publication (FONTEIX et al. 2020a). Il s'agissait d'écrire les bilans d'énergie, de quantité de mouvement et de matière en relativité restreinte, pour les mélanges fluides continus (ARZELIES 1971). Contrairement aux habitudes, ces bilans étaient démontrés à l'aide de 2 principes. Le premier est bien connu, il s'agit de l'inséparabilité de l'espace et du temps lors d'un changement de repère inertiel (MINKOWSKI 1907). Le deuxième est notre proposition originale : **dans le Repère Inertiel Tangent d'un espace-temps plat, les équations de la dynamique relativiste des mélanges fluides continus et celles de la physique classique sont identiques**. Grâce à cela, nous avons pu intégrer la gravitation relativiste (BRAGINSKY et al. 1992) (Mc DONALD 1997) (TARTAGLIA et al. 2004) en espace-temps plat (non courbé) et l'électromagnétisme. Cependant, nous n'avons pas pris en compte les réactions nucléaires et les phénomènes quantiques (SCHULMAN 1980), ni abordé la thermodynamique relativiste (ARZELIES 1965) (De BROGLIE 1968) (STRUCHTRUP 1998). Nous ne le ferons pas plus ici, mais nous verrons dans le présent papier s'il est possible, en s'appuyant sur les résultats précédents, de faire des expériences de Génie des Procédés dont les résultats diffèrent significativement de celles réalisées sur terre, à savoir des expériences menées dans le véhicule utilisable le plus rapide disponible actuellement : la Station Spatiale Internationale (ISS). Bien des expériences sont menées sur l'ISS, et l'utilisation de la technologie des membranes y tient une place importante : (BERNARDO et al. 2021) notent 242 références dans ce domaine. De plus, les expériences

réalisées dans l'ISS, ou sur terre à l'aide de forces électromagnétiques s'opposant à la gravité, se font sous microgravité (sans effet relativiste). En particulier, (MUNTEANU 2008) a montré que l'on pouvait, de cette manière, améliorer l'efficacité de mouillage d'un catalyseur, la rétention liquide et la perte de charge dans des écoulements gaz – liquide, diamagnétique et paramagnétique, traversant des milieux poreux. Ces travaux ont conduit à plusieurs publications (MUNTEANU et al. 2009) (LARACHI et al. 2009). Ces auteurs ont complété leurs travaux par (LARACHI et al. 2010a) et (LARACHI et al. 2010b). Pour des écoulements gaz-liquide à co-courant vers le bas ou vers le haut dans des réacteurs à garnissage (MOTIL et al. 2003) ont effectué des travaux de recherche semblables en collaboration avec la NASA d'abord dans un avion dont la trajectoire fournit une microgravité pendant 20 secondes. Ces expériences ont été poursuivies dans la navette spatiale internationale (ISS) qui a permis une plus grande durée d'expériences en microgravité (de plusieurs minutes jusqu'à 1 heure) (MOTIL et al. 2020) pour des garnissages sphériques mouillables (en verre) et non mouillables (en Téflon). En ce qui concerne les régimes d'écoulement et les valeurs de pertes de charge, les expériences effectuées en condition de microgravité ont apporté des informations complémentaires à celles effectuées sur terre, notamment pour les faibles valeurs de débits des phases avec l'influence des effets capillaires (TAGHAVI et al., 2023). Ce travail a également été fait en collaboration avec la NASA, dans un avion dont la trajectoire fournit une microgravité pendant moins de 20 secondes. (BALASUBRAMANIAM et al. 2019) ont réalisé pour la NASA une synthèse des travaux dans ce domaine, en détaillant 87 références. Les effets relativistes ont été vérifiés par des mesure du temps, sur terre et dans l'espace.

Déjà en 1971, HAFELE et KEATING effectuent deux tours du monde en avion sur des lignes commerciales en transportant une horloge atomique, un d'ouest en est et l'autre en sens inverse, et comparent le temps écoulé avec une horloge atomique restée à l'Observatoire Naval des Etats Unis : le voyage vers l'est indique un retard de 40 nanosecondes et celui vers l'ouest une avance de 275 nanosecondes (HAFELE et al. 1972a) (HAFELE et al. 1972b) (HAFELE et al. 1972c). (STRATONOVITCH 2014) souligne la difficulté que pose le temps en relativité restreinte. Selon lui (STRATONOVITCH 2015), chaque point de l'espace-temps a une histoire qui lui est propre. (PIERSEUX 2007) conclue : « *Seulement récemment la conception relativiste de l'espace-temps a pu être mise en place de façon pratique avec le GPS (Global Positioning System). L'effet SAGNAC, forme concrète mesurable du terme elliptique de POINCARÉ y joue un rôle important* ». Cependant, nous n'avons pas trouvé d'article concernant le résultat d'une expérience de Génie des Procédés confirmant un effet relativiste. Nous nous posons donc, comme indiqué plus haut, la question : quelle est la faisabilité d'une telle confirmation à l'aide d'une expérience menée conjointement sur terre et dans l'ISS ? Ainsi, en section 2, nous rappelons les caractéristiques de la relativité restreinte (au voisinage de la terre les effets de la courbure de l'espace-temps prévue par la relativité générale se font essentiellement sentir sous la forme de la gravité Newtonienne). En section 3, nous verrons comment passer de la physique-chimie classique à la relativité restreinte. La section 4 jette les bases d'une cinétique d'un corps pur fluide, et en section 5 de la cinétique d'un mélange fluide continu. En section 6, nous présentons un rappel des éléments de cinétique relativiste des mélanges fluides continu. La section 7 aborde le cas des réactions chimiques, et la section 8 le cas de la diffusion. La diffusion avec réaction chimique sera évoquée en section 9, et sera suivi d'une conclusion.

## 2 Caractéristiques de la relativité restreinte

La principale caractéristique de la relativité restreinte est qu'il existe une vitesse limite, la vitesse de la lumière dans le vide,  $c$ , et ce dans toutes les directions de l'espace et quel que soit le repère inertiel utilisé. Attention, la vitesse de la lumière diminue à la traversée d'une matière, ce qui peut donner l'impression que certaines particules peuvent aller plus vite que la lumière (dans cette matière). De même, la vitesse du photon est souvent inférieure à celle de l'onde associée (cela dépend du déphasage) qui définit la valeur de  $c$ . En plus du principe d'inséparabilité du temps et de l'espace de MINKOWSKI, Albert EINSTEIN et Raymond POINCARÉ ont proposé des principes fondateurs de la

relativité restreinte. Valentin DANCI a listé 19 principes définis par EINSTEIN (DANCI 2017). Le premier principe est celui de relativité, qui veut dire que chaque loi physique doit être identique dans tous les repères inertiels, ce qu'EINSTEIN nomme covariance. DANCI considère que, concernant certains autres postulats, EINSTEIN se contredit lui-même d'un écrit à un autre. Dans un domaine proche, (PIERSEAU 2001) compare les théories d'EINSTEIN et de POINCARÉ sur la contraction des longueurs et l'allongement du temps : chez EINSTEIN la contraction des longueurs n'est pas jugée réelle. Nous avons-nous même posé la question (sans donner de réponse définitive sans expérimentation) concernant le paradoxe de LANGEVIN (FONTEIX et al. 2022). (PIERSEAU 2000) insiste en citant Einstein : « **pour donner une valeur à l'emplacement d'un processus qui se produit dans un élément d'espace et dont la durée est infiniment courte, nous avons besoin d'un système de coordonnées cartésiennes rigides** ». (ALIOUI 2011) tire du livre de 1905 de (POINCARÉ 1970) 6 principes, auxquels il convient d'ajouter le principe de relativité (les lois des phénomènes physiques doivent être les mêmes, soit pour un observateur fixe, soit pour un observateur entraîné dans un mouvement de translation uniforme). Ce principe est celui de GALLILE cité par POINCARÉ avant celui d'EINSTEIN, qui sont apparemment identiques, mais considérés comme différents par les spécialistes. POINCARÉ estimait aussi que toutes les horloges d'un référentiel devaient être réglées strictement à la même heure : en clair cela veut dire d'un repère inertiel peut avoir simultanément le même temps dans tout l'espace. Enfin, POINCARÉ pensait que l'espace a les mêmes propriétés en tout point en en toute direction : ceci veut dire que l'espace d'un repère inertiel est homogène et isotrope, mieux qu'il est Euclidien. Pourtant, nous savons, et POINCARÉ le savait aussi, que l'espace-temps réel n'est pas Euclidien (c'est un effet du temps), cependant (SCOTT 1999) précise qu'une représentation Euclidienne peut s'avérer avantageuse. Il cite Poincaré (SCOTT 2009) : « la solution la plus avantageuse n'est pas celle qui admet que l'espace est courbe, mais plutôt celle qui dit que la lumière stellaire ne se propage pas toujours de façon rectiligne », et ajoute « une même expérience quelconque peut être interprétée en termes d'espace Euclidien et en termes d'espace hyperbolique », puis (TORRETI 1984) observe que, pour Poincaré du point de vue algébrique, la géométrie Euclidienne est la plus simple. (MIZONY 2005) complète la vision de POINCARÉ : « Ce que nous appelons référentiel est donc un espace de représentation adéquat des phénomènes », et « **dans toute modélisation il y a un choix a priori de l'espace mathématique servant à repérer l'ensemble des phénomènes** ». (POINCARÉ 1891) lui-même insiste : « Une géométrie ne peut pas être plus vraie qu'une autre, elle peut seulement être plus commode. Or la géométrie Euclidienne est et restera la plus commode ». C'est pour ces raisons que nous préférons le terme de repère inertiel à celui de référentiel, puisqu'il s'agit de repérer un point dans l'espace-temps, et que ce repère aura 4 dimensions orthogonales entre elles, chaque axe étant gradué en longueur, et que l'espace de représentation (dimension 3), à un moment donné quelconque, sera Euclidien par convention. Le terme inertiel a le même sens que Galiléen à ceci près qu'il existe des forces. (SCOTT 1999) dit du travail de MINKOWSKI : « Four-dimensional vector algebra is a natural extension of vector analysis of Euclidean space when the time coordinate is multiplied by  $\sqrt{-1}$  », et « After his death, mathematically-adept physicists turned his matrix calculus into a vector and tensor analysis », puis « In the space-time formalism, the temporal coordinate  $u$  is imaginary,  $u = ict$ , where  $c$  is the universal light constant, and  $i = \sqrt{-1}$  ». Mais (SCOTT 2009) précise « SOMMERFIELD délaissa le calcul matriciel novateur – et étrange – de MINKOWSKI en faveur d'une algèbre quadridimensionnelle proche du formalisme vectoriel ordinaire ». Nous nous sommes inspirés de ces travaux pour nos articles antérieurs et celui-ci.

Alors, pour rendre compte des phénomènes, nous appliquons une représentation utilisant à la fois des nombres réels et des imaginaires purs, qui présente la particularité de faire disparaître la notion de signature en relativité restreinte, et de faire apparaître un tenseur métrique à déterminant réel positif en relativité générale (FONTEIX et al. 2020b). Les tenseurs d'ordre deux (matrices) seront symétriques ou antisymétriques. Par exemple, un tenseur d'ordre deux symétrique sera représenté suivant  $\begin{pmatrix} -\alpha & i\vec{a}^T \\ i\vec{a} & \vec{A} \end{pmatrix}$ , où la matrice symétrique 3x3,  $\vec{A}$ , est formée de nombres réels, tout comme le vecteur de dimension 3,  $\vec{a}$ . Le scalaire  $-\alpha$  est un nombre réel, le signe moins provenant de  $i^2 = -1$ . Une position

dans l'espace-temps sera définie par un quadrivecteur  $\vec{X}^T = (ict \quad \vec{x}^T)$  dans un repère inertiel (Galiléen) dont tous les axes sont orthogonaux entre eux et d'échelles identiques, où  $t$  est le temps,  $\vec{x}$  un vecteur formé des trois coordonnées spatiales et  $c$  la vitesse de la lumière dans le vide. Un accroissement de position dans l'espace-temps correspond à :

$$d\vec{X}^T = (icdt \quad d\vec{x}^T) = (ic \quad \vec{u}^T)dt = \vec{u}^T dt \quad (1)$$

Où  $\vec{u}$  est la vitesse et  $\vec{u}^T$  la quadri-vitesse. La dérivation spatio-temporelle, ou quadri-gradient, s'écrit :

$$\overrightarrow{\text{grad}}^T(\dots) = \left( \frac{1}{ic} \frac{\partial(\dots)}{\partial t} \quad \overrightarrow{\text{grad}}^T(\dots) \right) \quad (2)$$

Où  $\overrightarrow{\text{grad}}(\dots)$  est l'opérateur gradient (spatial) usuel. Si une information allant de  $\vec{X}$  à  $\vec{X} + d\vec{X}$  met le temps  $dt$  pour parcourir cette distance à la vitesse  $c$ , alors  $d\vec{X}^T d\vec{X} = 0$ . Plus généralement nous pouvons définir un indicateur  $ds$  d'arrivée en  $\vec{X} + d\vec{X}$  de l'information partie de  $\vec{X}$ , appelé souvent intervalle entre  $\vec{X}$  et  $\vec{X} + d\vec{X}$ , voire pseudo-norme de  $d\vec{X}$  :

$$ds^2 = d\vec{X}^T d\vec{X} = -c^2 dt^2 + d\vec{x}^T d\vec{x} \quad (3)$$

Cet indicateur  $ds^2$  est nul si l'information vient juste d'arriver. Il est positif si l'information n'est pas encore arrivée, et négatif si elle est déjà parvenue en  $\vec{X} + d\vec{X}$  depuis un certain temps. Le temps propre  $\tau$  est celui vécu par le point matériel (vu du repère inertiel R) et le temps  $t$  est celui vécu par un observateur situé à l'origine du repère inertiel R (point O).

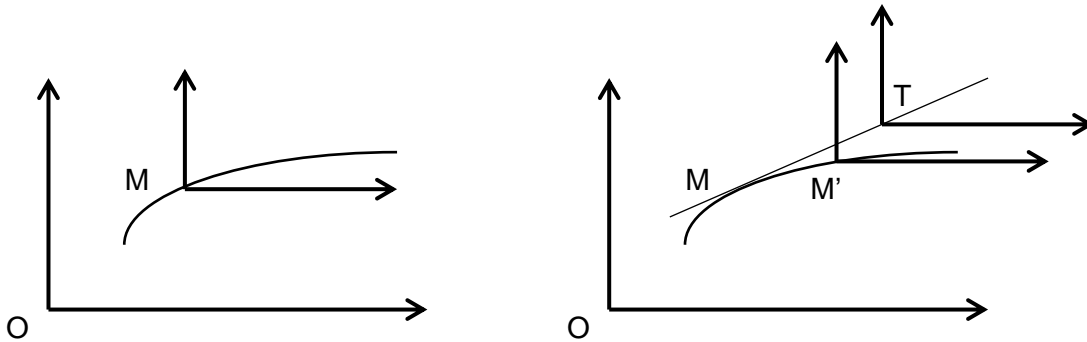


Figure 1 : Repères Inertiel Tangent (RIT) et Entraîné

Un repère inertiel est un repère Galiléen dans lequel il existe des forces gravitationnelles et électromagnétiques. Afin d'illustrer les notions de repère inertiel tangent et de repère entraîné, plaçons-nous dans un espace à 2 dimensions. La figure 1 de gauche montre la trajectoire d'un point M dans R de centre O, et un repère centré sur M à l'instant  $t$  dans R. La figure 1 de droite indique la position  $M'$  du point à  $t' \neq t$ , et le repère inertiel tangent  $R_T$ , centré sur T à l'instant  $t'$  dans R, qui s'est déplacé de M à T à vitesse constante, égale à la vitesse de M dans R à l'instant  $t$ . Ainsi, T se déplace sur la droite tangente à la trajectoire du point matériel en M (repère inertiel tangent  $R_T$  d'origine T). Le repère  $R_e$ , dont le centre a suivi la trajectoire du point matériel, est le repère entraîné. Ici les directions des axes restent parallèles à celles de R (ce fait n'est pas obligatoire). Il est clair que les vitesses du point en M sont nulles dans  $R_T$  et  $R_e$ . Par contre, les accélérations, et donc les forces ne sont pas les mêmes dans ces deux repères. Par ailleurs, la définition du repère inertiel tangent est étendue à 4 dimensions. Nous avons donc, pour l'indicateur  $ds^2$ , entre les repères R et  $R_T$  :

$$ds^2 = -c^2 d\tau^2 = -c^2 dt^2 + d\vec{x}^T d\vec{x} \quad (4)$$

En effet, la deuxième caractéristique de la relativité est que la valeur de  $ds^2$  est identique dans tous les repères inertiels. Ainsi, le temps propre ( $d\tau$ ) est indépendant du choix du repère inertiel R.

### 3 Comment passer de la physique-chimie classique à la relativité ?

Nous avons signalé, dans l'introduction, un principe original que nous avons proposé dans (FONTEIX et al. 2020a). A l'aide de ce principe il est possible de démontrer des équations en relativité restreinte à partir de ces mêmes équations en physique-chimie classique. Pour cela nous avons besoin de la forme générale de la transformation de LORENTZ démontrée dans (FONTEIX et al. 2022). La covariance est assurée par la structure des transformations mises en jeu. Nous avons fait apparaître deux tenseurs énergie-impulsion indispensables à la résolution complète de la dynamique des mélanges fluides continus. Le fait que, en relativité, bien des auteurs ne considèrent qu'un seul tenseur énergie-impulsion de type cinétique (voir l'ensemble des références) vient du fait qu'ils se placent dans un cas d'écoulement très simplifié. Certains (ARZELIES 1971) soulignent cependant une certaine difficulté à définir les forces qui s'exercent sur le système. Ceci est dû au fait que certains spécialistes de la relativité associent le bilan d'énergie totale au bilan de quantité de mouvement pour construire le tenseur énergie-impulsion (DISCONZI 2014). C'est possible dans certains cas simples, mais impossible dans un cas plus général, que nous souhaitons aborder. Pour montrer cela, nous nous appuyerons sur la physique classique qui montre que la résolution de la dynamique des fluides nécessite le bilan d'énergie totale (ou de masse-énergie), le bilan de quantité de mouvement et le bilan de masse Newtonienne, appelé équation de continuité (REZZOLLA et al. 2013). En fait, le premier tenseur énergie-impulsion associe le bilan de masse Newtonienne (énergie nucléaire principalement) au bilan de quantité de mouvement. Le deuxième associe le bilan d'énergie totale à un bilan d'impulsion (totale) à définir. Nous admettrons cependant que les phénomènes quantiques se réduisent à des effets thermodynamiques, et que bien des réactions nucléaires peuvent être approximées comme des cas particuliers de réactions chimiques ordinaires moyennant une fonction définissant les sections efficaces, le fluide étant toujours considéré comme un milieu continu. La vitesse de déplacement du point matériel dans le repère inertiel R est  $\vec{u}$ , définie par (1), ce qui donne avec (4) :

$$\frac{d\tau}{dt} = \sqrt{1 - \frac{\vec{u}^T \vec{u}}{c^2}} = \frac{1}{\gamma} = \sqrt{-\frac{\vec{u}^T \vec{u}}{c^2}} \quad (5)$$

Où  $\gamma$  est le facteur de LORENTZ. Ainsi  $d\tau < dt$ , ce qui signifie que le temps propre s'écoule moins vite que celui d'un observateur lié au repère inertiel R. Au point de tangence, le quadrivecteur vitesse dans R est  $\frac{d\vec{x}}{dt} = \begin{pmatrix} ic \\ \vec{u} \end{pmatrix} = \vec{u}$  et celui dans le repère inertiel tangent  $R_T$  est  $\frac{d\vec{x}_T}{d\tau} = \begin{pmatrix} ic \\ 0 \end{pmatrix} = \vec{u}_T$ . Le passage de R à  $R_T$  se fait par :

$$d\vec{x}_T = \bar{\bar{P}} \bar{\bar{\Lambda}}_T d\vec{x} \quad (6)$$

Où  $\bar{\bar{P}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \bar{\bar{P}} \end{pmatrix}$  avec la matrice 3x3  $\bar{\bar{P}}$  définissant les nouvelles directions spatiales par rapport aux premières, et  $\bar{\bar{\Lambda}}_T$  correspondant aux seuls effets relativistes. Nous simplifierons les équations grâce à  $\bar{\bar{P}} = \bar{\bar{\delta}}$ , où  $\bar{\bar{\delta}}$  est la matrice unité de KRONECKER ( $\bar{\bar{P}} = \bar{\bar{\delta}}$ ). La matrice de transition de R vers le RIT est une constante où  $\vec{u}^0 = \vec{u}$  au point de tangence (FONTEIX et al. 2022) :

$$\bar{\bar{\Lambda}}_T = \begin{pmatrix} \gamma^0 & -\frac{i\gamma^0}{c} \vec{u}^{0T} \\ \frac{i\gamma^0}{c} \vec{u}^0 & \bar{\bar{\delta}} + (\gamma^0 - 1) \frac{\vec{u}^0 \vec{u}^{0T}}{\vec{u}^{0T} \vec{u}^0} \end{pmatrix} \quad (7)$$

Avec  $\gamma^0 = \gamma$  (point de tangence), et  $\bar{\bar{\Lambda}}_T^T \bar{\bar{\Lambda}}_T = \bar{\bar{\Lambda}}_T \bar{\bar{\Lambda}}_T^T = \bar{\bar{\delta}}$ . Compte tenu de (5) et (6) nous obtenons :

$$\left. \begin{aligned} d\vec{X}_T &= \bar{\Lambda}_T d\vec{X} \\ \vec{u}_T &= \frac{d\vec{X}_T}{d\tau} = \bar{\Lambda}_T \frac{dt}{d\tau} \frac{d\vec{X}}{dt} = \bar{\Lambda}_T (\gamma \vec{u}) \\ \frac{d\vec{u}_T}{d\tau} &= \gamma \bar{\Lambda}_T \frac{d(\gamma \vec{u})}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Où  $\bar{\Lambda}_T$  est une matrice orthogonale et normée 4x4 à coefficients constants (le RIT se déplace à vitesse constante par rapport à R). La masse Newtonienne, que nous qualifierons d'intrinsèque, est un invariant, indépendant du repère inertiel utilisé. Or la force d'accélération est, en physique classique et donc dans le RIT (voir notre principe original donné en section 1), la masse Newtonienne multipliée par l'accélération (POINCARÉ 1901). La troisième ligne de l'équation (8) donne la transformation des accélérations, donc la transformation des forces quelles qu'elles soient (POINCARÉ 1906).

Le quadri-gradient a été défini en (2), et sa transformation se fait par :

$$\overrightarrow{\text{grad}}_T(\dots) = \bar{\Lambda}_T \overrightarrow{\text{grad}}(\dots) \quad (9)$$

#### 4 Bases de cinétique dans le cas d'un corps pur à l'état fluide

Rappelons que dans (FONTEIX et al. 2020a) nous avons proposé un nouveau principe qui nous permet de partir de la physique classique si nous nous plaçons initialement dans un repère inertiel tangent (RIT), ensuite nous pourrions nous transférer dans un repère inertiel quelconque R. Pour rendre compte d'un ensemble de molécules dans un hypervolume élémentaire de fluide, reprenons (PIERSEAU 2000) qui citait Einstein en ces termes « pour donner une valeur à l'emplacement d'un processus qui se produit dans un élément d'espace et dont la durée est infiniment courte, nous avons besoin d'un système de coordonnées cartésiennes rigides ». Un peu plus loin, (PIERSEAU 2000) citait encore Einstein « **Nous entendons par événement élémentaire, un événement supposé concentré en un point et de durée infiniment petite. Nous appellerons coordonnée de temps d'un événement élémentaire l'indication, au moment où se produit l'événement, d'une horloge située infiniment près du point où l'événement a lieu. Un événement élémentaire est donc défini par quatre coordonnées, la coordonnée du temps et les trois coordonnées définissant la position dans l'espace du point où l'événement est supposé concentré** », et dans la suite « Einstein considère, dans le **paragraphe 5 de l'article sur les quantas de lumière, un système de points mobiles indépendants pour lequel il ne formule aucune hypothèse notamment sur la loi de mouvement** ». Nous nous placerons exactement dans cette situation pour représenter le cas le plus simple, celui d'un corps pur en physique classique.

Soit K molécules dans un Hypervolume Élémentaire Représentatif (HER)  $dV_T$  (nombre imaginaire pur dont l'unité est la longueur à la puissance 4), dans le repère inertiel tangent  $R_T$  (RIT). La position de toutes les molécules est prise au même instant  $\tau$  (temps propre) :  $\vec{X}_{Tk}^T = (ic\tau \quad \vec{x}_{Tk}^T)$  pour la molécule k. Cette molécule va à une vitesse  $\vec{u}_{Tk} = \left( \frac{ic}{d\vec{x}_{Tk}} \right) = \left( \vec{u}_{Tk} \right)$  dans  $R_T$ . Toutes les molécules ayant la même masse (corps pur), le centre de gravité de  $dV_T$  s'écrit, dans  $R_T$ ,  $\vec{X}_T = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{k=K} \left( \vec{X}_{Tk}^T \right) = \left( ic\tau \quad \vec{x}_T \right)$ . Ainsi, la vitesse d'ensemble est (dans le RIT la vitesse d'ensemble est nulle, en physique classique elle est très négligeable devant c, la vitesse de la lumière dans le vide) :

$$\frac{d}{d\tau} \left( \begin{matrix} ic\tau \\ \vec{x}_T \end{matrix} \right) = \begin{pmatrix} ic \\ 0 \end{pmatrix} = \vec{u}_T = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{k=K} \frac{d}{d\tau} \left( \vec{X}_{Tk}^T \right) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{k=K} \begin{pmatrix} ic \\ \vec{u}_{Tk} \end{pmatrix} = \left( \frac{ic}{\sum_{k=1}^{k=K} \vec{u}_{Tk}} \right) \quad (10)$$

Ce qui conduit à  $\frac{1}{K} \sum_{k=1}^{k=K} \vec{u}_{Tk} = 0$ , et  $\vec{x}_T = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{k=K} \vec{x}_{Tk}$ . Les vitesses  $\vec{u}_{Tk}$  correspondent, en physique classique, à l'agitation Brownienne.

Dans un repère inertiel quelconque R, les mêmes K molécules que précédemment, sont dans un Hypervolume Élémentaire Représentatif  $dV$ . La position de la  $k^{\text{ième}}$  molécule dans R est  $\vec{X}_k^T = (ict_k \ \vec{x}_k^T)$ . Cette molécule k va à une quadri-vitesse dans le repère inertiel R  $\vec{u}_k = \begin{pmatrix} ic \frac{dt_k}{dt} \\ \frac{d\vec{x}_k}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ic\sigma_k \\ \vec{u}_k \end{pmatrix}$ . La vitesse d'ensemble (3D) de toutes les molécules est, par définition, la somme des quantités de mouvement de toutes les molécules, divisée par la somme des masses de toutes les molécules. Ceci correspond ici à la moyenne arithmétique des vitesses de toutes les molécules dans  $dV_T$ . Rappelons que la masse dont nous parlons est celle utilisée couramment en physique classique, que nous avons appelé masse intrinsèque (Newtonienne) afin d'éviter toute ambiguïté avec les masses au repos et en mouvement de la physique relativiste (FONTEIX et al. 2020a). Une propriété importante est la conservation des masses intrinsèques d'un repère inertiel à un autre, donc de leur égalité entre les physiques classique et relativiste. La position du centre de gravité est du HER est  $(ict \ \vec{x}^T)$  et la vitesse d'ensemble des molécules dans  $dV$  est  $\vec{u} = \begin{pmatrix} ic \\ \vec{u} \end{pmatrix}$ , et le passage de R à  $R_T$  se fait par  $d\vec{X}_T = \bar{\Lambda}_T d\vec{X}$ , avec (FONTEIX et al. 2020a) (FONTEIX et al. 2022). L'équation de  $\bar{\Lambda}_T$  a été donné par l'équation (7) :

$$\bar{\Lambda}_T = \begin{pmatrix} \gamma & -\frac{i\gamma}{c} \vec{u}^T \\ \frac{i\gamma}{c} \vec{u} & \bar{\delta} + (\gamma - 1) \frac{\vec{u}\vec{u}^T}{\vec{u}^T\vec{u}} \end{pmatrix} \quad (11)$$

La matrice semi-réelle de transition  $4 \times 4$   $\bar{\Lambda}_T$  est orthogonale et normée, ce qui veut dire que son déterminant est égal à 1 (et que son inverse est sa transposée). La conséquence de ce fait est que les hypervolumes se conservent, et donc que  $dV_T = dV$ . Notons que ces deux derniers termes sont des nombres imaginaires purs, en effet il s'agit dans chaque cas d'un volume multiplié par un accroissement de l'élément correspondant au temps. Ainsi, le volume de l'Hypervolume Élémentaire Représentatif (HER) dans  $R_T$  est  $\frac{dV_T}{icd\tau}$ , et le volume de l'Hypervolume Élémentaire Représentatif (HER) dans R est  $\frac{dV}{icdt}$ . Le passage du RIT à R se fait grâce à la transformation  $\bar{\Lambda}_T^T$ , et  $d\vec{X} = \bar{\Lambda}_T^T d\vec{X}_T$ . En ce qui concerne la pseudo-norme, nous avons  $ds^2 = d\vec{X}^T d\vec{X} = d\vec{X}_T^T \bar{\Lambda}_T \bar{\Lambda}_T^T d\vec{X}_T = d\vec{X}_T^T d\vec{X}_T = -c^2 d\tau^2 = -c^2 dt^2 + d\vec{x}^T d\vec{x}$ , c'est-à-dire que l'équation (5) est respectée.

Nous retrouvons donc, pour l'image dans R du centre de gravité de  $dV_T$  dans  $R_T$  ( $\bar{\Lambda}_T^T$  est constante) :

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\vec{X}}{dt} &= \frac{d}{dt} (ict \ \vec{x}) = \begin{pmatrix} ic \\ \frac{d\vec{x}}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ic \\ \vec{u} \end{pmatrix} = \bar{\Lambda}_T^T \frac{d\vec{X}_T}{d\tau} \frac{d\tau}{dt} = \frac{\bar{\Lambda}_T^T}{\gamma} \vec{u}_T \\ \vec{u} &= \begin{pmatrix} 1 & \frac{i}{c} \vec{u}^T \\ -\frac{i}{c} \vec{u} & \frac{1}{\gamma} \bar{\delta} + \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{\vec{u}\vec{u}^T}{\vec{u}^T\vec{u}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ic \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ic \\ \vec{u} \end{pmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Ce qui correspond à l'équation (8). Le résultat attendu est donc vérifié, nous pouvons appliquer cette transformation au cas de la molécule k :

$$\vec{u}_k = \frac{\bar{\Lambda}_T^T}{\gamma} \vec{u}_{Tk} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{i}{c} \vec{u}^T \\ -\frac{i}{c} \vec{u} & \frac{1}{\gamma} \bar{\delta} + \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{\vec{u}\vec{u}^T}{\vec{u}^T\vec{u}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ic \\ \vec{u}_{Tk} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ic \left(1 + \frac{\vec{u}^T \vec{u}_{Tk}}{c^2}\right) \\ \vec{u} + \frac{\vec{u}_{Tk}}{\gamma} + \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{\vec{u}\vec{u}^T \vec{u}_{Tk}}{\vec{u}^T \vec{u}} \end{pmatrix} \quad (13)$$



Or  $\gamma^2 - 1 = \gamma^2 \frac{\vec{u}^T \vec{u}}{c^2} = (\gamma - 1)(\gamma + 1) \rightarrow \frac{\gamma - 1}{\vec{u}^T \vec{u}} = \frac{\gamma^2}{c^2(\gamma + 1)} \rightarrow \frac{1 - \frac{1}{\gamma}}{\vec{u}^T \vec{u}} = \frac{\gamma}{c^2(\gamma + 1)}$ , donc :

$$\vec{u}_k = \begin{pmatrix} ic \left(1 + \frac{\vec{u}^T \vec{u}_{Tk}}{c^2}\right) \\ \vec{u} \left(1 + \frac{\gamma \vec{u}^T \vec{u}_{Tk}}{c^2(\gamma + 1)}\right) + \frac{\vec{u}_{Tk}}{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ic \sigma_k \\ \vec{u}_k \end{pmatrix} \quad (14)$$

Remarquons que  $\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \vec{u}_k = \frac{\bar{\Lambda}_T}{\gamma} \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \vec{u}_{Tk} = \frac{\bar{\Lambda}_T}{\gamma} \vec{u}_T = \vec{u}$ , c'est-à-dire  $\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \vec{u}_k = \vec{u}$  et  $\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sigma_k = 1$ , avec  $\sigma_k = 1 + \frac{\vec{u}^T \vec{u}_{Tk}}{c^2}$  et  $\vec{u}_k = \vec{u} \left(1 + \frac{\gamma \vec{u}^T \vec{u}_{Tk}}{c^2(\gamma + 1)}\right) + \frac{\vec{u}_{Tk}}{\gamma}$ .

Ceci est possible car  $\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \vec{u}_{Tk} = 0$ , ce qui implique que  $\vec{u}_k^\delta = \vec{u}_k - \vec{u} = \frac{\gamma \vec{u} \vec{u}^T}{c^2(\gamma + 1)} \vec{u}_{Tk} + \frac{\vec{u}_{Tk}}{\gamma}$  avec  $\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \vec{u}_k^\delta = 0$ . Dans les deux cas ( $\vec{u}_{Tk}$  et  $\vec{u}_k^\delta$ ) il s'agit de l'agitation Brownienne.

Nous pouvons vérifier la transformation de la quadri-vitesse  $\vec{u}_k^\delta = \vec{u}_k - \vec{u} = \begin{pmatrix} ic \sigma_k - ic \\ \vec{u}_k - \vec{u} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i \frac{\vec{u}^T \vec{u}_{Tk}}{c} \\ \frac{\gamma \vec{u} \vec{u}^T}{c^2(\gamma + 1)} \vec{u}_{Tk} + \frac{\vec{u}_{Tk}}{\gamma} \end{pmatrix}$  de R vers le RIT grâce à l'équation (8) et en tenant compte de  $\frac{\gamma - 1}{\vec{u}^T \vec{u}} = \frac{\gamma^2}{c^2(\gamma + 1)}$  et donc  $i\gamma^2 \frac{\vec{u}^T \vec{u}_{Tk}}{c} - i \frac{\gamma^3 \vec{u}^T \vec{u} \vec{u}^T}{c^3(\gamma + 1)} \vec{u}_{Tk} - \frac{i\gamma}{c} \vec{u}^T \vec{u}_{Tk} = i\gamma \frac{\vec{u}^T \vec{u}_{Tk}}{c} (\gamma - 1 - (\gamma - 1)) = 0$  et  $-\gamma^2 \frac{\vec{u}^T \vec{u}_{Tk}}{c^2} \vec{u} + \frac{\gamma^2 \vec{u} \vec{u}^T}{c^2(\gamma + 1)} \vec{u}_{Tk} + \vec{u}_{Tk} + (\gamma - 1) \frac{\vec{u} \vec{u}^T}{\vec{u}^T \vec{u}} \frac{\gamma^2 \vec{u} \vec{u}^T}{c^2(\gamma + 1)} \vec{u}_{Tk} + (\gamma - 1) \frac{\vec{u} \vec{u}^T \vec{u}_{Tk}}{\vec{u}^T \vec{u}} = \vec{u}_{Tk} + \frac{\vec{u}^T \vec{u}_{Tk}}{c^2} \vec{u} \left(-\gamma^2 + \frac{\gamma^2}{\gamma + 1} + \frac{\gamma^2(\gamma - 1)}{\gamma + 1} + \frac{\gamma^2}{\gamma + 1}\right) = \vec{u}_{Tk} + 0$ .

Cette vérification, présentée équation (15), ne confirme pas que  $\vec{u}_k^\delta$  est l'image dans le repère inertiel quelconque R de  $\vec{u}_{Tk}$  dans le repère inertiel tangent  $R_T$  et donc il ne s'agit pas du même phénomène, l'agitation Brownienne. Nous obtenons l'équation (15) par :

$$\left. \begin{aligned} \bar{\Lambda}_T(\gamma \vec{u}_k^\delta) &= \begin{pmatrix} \gamma & -\frac{i\gamma}{c} \vec{u}^T \\ \frac{i\gamma}{c} \vec{u} & \bar{\delta} + (\gamma - 1) \frac{\vec{u} \vec{u}^T}{\vec{u}^T \vec{u}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i\gamma \frac{\vec{u}^T \vec{u}_{Tk}}{c} \\ \frac{\gamma^2 \vec{u} \vec{u}^T}{c^2(\gamma + 1)} \vec{u}_{Tk} + \vec{u}_{Tk} \end{pmatrix} = \\ & \left( \begin{array}{c} i\gamma^2 \frac{\vec{u}^T \vec{u}_{Tk}}{c} - i \frac{\gamma^3 \vec{u}^T \vec{u} \vec{u}^T}{c^3(\gamma + 1)} \vec{u}_{Tk} - \frac{i\gamma}{c} \vec{u}^T \vec{u}_{Tk} \\ -\gamma^2 \frac{\vec{u}^T \vec{u}_{Tk}}{c^2} \vec{u} + \frac{\gamma^2 \vec{u} \vec{u}^T}{c^2(\gamma + 1)} \vec{u}_{Tk} + \vec{u}_{Tk} + (\gamma - 1) \frac{\vec{u} \vec{u}^T}{\vec{u}^T \vec{u}} \frac{\gamma^2 \vec{u} \vec{u}^T}{c^2(\gamma + 1)} \vec{u}_{Tk} + (\gamma - 1) \frac{\vec{u} \vec{u}^T \vec{u}_{Tk}}{\vec{u}^T \vec{u}} \end{array} \right) = \\ & \begin{pmatrix} 0 \\ \vec{u}_{Tk} \end{pmatrix} \neq \vec{u}_{Tk} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

En effet,  $\vec{u}_{Tk} = \begin{pmatrix} ic \\ \vec{u}_{Tk} \end{pmatrix}$  et  $\bar{\Lambda}_T(\gamma \vec{u}_k^\delta) = \begin{pmatrix} 0 \\ \vec{u}_{Tk} \end{pmatrix} = \vec{u}_{Tk} - \vec{u}_T = \begin{pmatrix} ic \\ \vec{u}_{Tk} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} ic \\ 0 \end{pmatrix} = \vec{u}_{Tk}^\delta$ . Ainsi, en termes de quadrivecteurs, l'agitation Brownienne correspond à  $\vec{u}_{Tk}^\delta$  dans  $R_T$  et  $\vec{u}_k^\delta$  dans R.

Puisque selon l'équation (14)  $\frac{dt_k}{dt} = \sigma_k \neq 1$ , il est certain que le temps dans R associé à la  $k^{\text{ème}}$  molécule ( $t_k$ ) n'est pas t, et que les temps associés à toutes les molécules sont différents entre eux dans R, contrairement à l'hypothèse prise dans  $R_T$ . Il s'agit là d'une propriété de la transformation de LORENTZ.

## 5 Bases de cinétique dans le cas d'un mélange fluide continu

Comme dans le cas d'un corps pur, nous devons commencer par la physique classique étendue au Repère Inertiel Tangent, puis appliquer la transformation de LORENTZ pour obtenir les équations correspondantes à la relativité restreinte dans un repère inertiel quelconque. Comme dans le cas précédent, il y a conservation des hypervolumes et des masses intrinsèques des molécules lors d'un changement de repère inertiel.

Soit un mélange de  $K$  molécules, dont  $K_i$  de type  $i \in \{1, n\}$  et de masse intrinsèque  $m_i$ , dans un Hypervolume Élémentaire Représentatif  $dV_T$  dans le Repère Inertiel Tangent  $R_T$ . L'hypervolume du HER est  $dV_T$  dans  $R_T$  et  $dV$  dans  $R$  ( $dV_T = dV$ ). La masse intrinsèque de  $i$  dans le HER est :

$$K_i m_i = \rho_{IT} x_i \frac{dV_T}{icd\tau} = \rho_I x_i \frac{dV}{icdt} \quad (16)$$

Où  $\frac{dV_T}{icd\tau}$  est le volume du HER dans le RIT, et  $\frac{dV}{icdt}$  le volume dans  $R$ . En effet, il s'agit des mêmes molécules vues dans deux repères inertiels différents. Nous avons, compte tenu de (5) et (16) :

$$\rho_{IT} = \frac{\rho_I}{\gamma} \quad (17)$$

La masse intrinsèque totale de mélange fluide dans le HER est  $\sum_{i=1}^n K_i m_i = \rho_{IT} \frac{dV_T}{icd\tau} = \rho_I \frac{dV}{icdt}$  (pour les  $n$  constituants), ce qui montre bien que :

$$x_i = \frac{K_i m_i}{\sum_{i=1}^n K_i m_i} \quad (18)$$

Est un invariant cinématique (indépendant du repère inertiel utilisé), et que  $\sum_{i=1}^n x_i = 1$ .

La position de toutes les molécules est prise au même instant  $\tau$  (temps propre) :  $\vec{X}_{Tki}^T = (ic\tau \quad \vec{x}_{Tki}^T)$  pour la molécule  $k$  de l'espèce  $i$  dans  $R_T$ . Dans ce même repère, la vitesse de la même molécule est :

$$\vec{u}_{Tki}^T = \frac{d\vec{X}_{Tki}^T}{d\tau} = \left( ic \quad \frac{d\vec{x}_{Tki}^T}{d\tau} \right) = (ic \quad \vec{u}_{Tki}^T) \quad (19)$$

Le centre de gravité de toutes les molécules dans  $dV_T$  est :

$$\vec{X}_T = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{K_i} m_i \left( ic\tau \right)}{\sum_{i=1}^n K_i m_i} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{K_i} \sum_{k=1}^{K_i} \left( ic\tau \right) \left( \vec{x}_{Tki}^T \right) = \sum_{i=1}^n x_i \left( ic\tau \right) \left( \vec{x}_{Ti} \right) = \sum_{i=1}^n x_i \vec{X}_{Ti} = \left( ic\tau \quad \vec{x}_T \right) \quad (20)$$

Où  $\vec{X}_{Ti} = \frac{1}{K_i} \sum_{k=1}^{K_i} \left( ic\tau \right) \left( \vec{x}_{Tki}^T \right) = \frac{1}{K_i} \sum_{k=1}^{K_i} \vec{X}_{Tki}^T$  est le centre de gravité des molécules de type  $i$  dans  $dV_T$  (dans  $R_T$ ). La dérivation par  $\tau$  des deux équations précédentes donne :

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\vec{X}_{Ti}}{d\tau} &= \frac{1}{K_i} \sum_{k=1}^{K_i} \left( \frac{ic}{d\tau} \right) = \frac{1}{K_i} \sum_{k=1}^{K_i} \left( \vec{u}_{Tki}^T \right) = \frac{1}{K_i} \sum_{k=1}^{K_i} \vec{u}_{Tki} = \vec{u}_{Ti} = \left( \begin{matrix} ic \\ \vec{u}_{Ti} \end{matrix} \right) \\ \frac{d\vec{X}_T}{d\tau} &= \vec{u}_T = \left( \begin{matrix} ic \\ 0 \end{matrix} \right) = \sum_{i=1}^n x_i \frac{d\vec{X}_{Ti}}{d\tau} = \sum_{i=1}^n x_i \vec{u}_{Ti} = \sum_{i=1}^n x_i \left( \begin{matrix} ic \\ \vec{u}_{Ti} \end{matrix} \right) = \left( \begin{matrix} ic \\ \sum_{i=1}^n x_i \vec{u}_{Ti} \end{matrix} \right) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Ce qui implique  $\sum_{i=1}^n x_i \vec{u}_{Ti} = 0$ . Nous pouvons maintenant poser :

$$m_i \sum_{k=1}^{K_i} \vec{u}_{Tki} = \rho_{IT} x_i \frac{dV_T}{icd\tau} \frac{1}{K_i} \sum_{k=1}^{K_i} \vec{u}_{Tki} = \rho_{IT} x_i \frac{dV_T}{icd\tau} \vec{u}_T + \vec{J}_{Ti} \frac{dV_T}{icd\tau} = K_i m_i \vec{u}_{Ti} = \rho_{IT} x_i \frac{dV_T}{icd\tau} \vec{u}_{Ti} \quad (22)$$

Ce qui donne, par définition :

$$\frac{\vec{J}_{Ti}}{\rho_{IT} x_i} = \vec{u}_{Ti} - \vec{u}_T = \left( \begin{matrix} ic \\ \vec{u}_{Ti} \end{matrix} \right) - \left( \begin{matrix} ic \\ 0 \end{matrix} \right) = \left( \begin{matrix} 0 \\ \vec{u}_{Ti} \end{matrix} \right) = \left( \begin{matrix} 0 \\ \vec{J}_{Ti} \\ \rho_{IT} x_i \end{matrix} \right) \quad (23)$$

Mais aussi  $\vec{J}_{Ti} = \rho_{IT} x_i \vec{u}_{Ti}$ , ce qui impose  $\sum_{i=1}^n \vec{J}_{Ti} = 0$ , et de plus  $\sum_{i=1}^n \vec{J}_{Ti} = \sum_{i=1}^n \begin{pmatrix} 0 \\ \vec{J}_{Ti} \end{pmatrix} = 0$ .

Notons que nous pouvons poser :

$$\vec{u}_{Tki} = \vec{u}_{Ti} + \vec{u}_{Tki}^\delta = \vec{u}_T + \frac{\vec{J}_{Ti}}{\rho_{IT} x_i} + \vec{u}_{Tki}^\delta = \begin{pmatrix} ic \\ \vec{u}_{Tki} \end{pmatrix} \quad (24)$$

Où  $\vec{u}_{Tki}^\delta = \begin{pmatrix} 0 \\ \vec{u}_{Tki}^\delta \end{pmatrix}$  est l'agitation Brownienne dans  $R_T$ , avec  $\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{K_i} \sum_{k=1}^{K_i} \vec{u}_{Tki}^\delta = 0$ , conformément au cas du corps pur, après l'équation (15).

Nous remarquons aussi que  $\vec{u}_T^T \vec{J}_{Ti} = (ic \ 0) \begin{pmatrix} 0 \\ \vec{J}_{Ti} \end{pmatrix} = 0 \quad \forall i$ .

Nous avons vu, en première ligne de l'équation (12), que  $\frac{d\vec{X}}{dt} = \vec{u} = \bar{\Lambda}_T \frac{d\vec{X}_T}{d\tau} \frac{d\tau}{dt} = \frac{\bar{\Lambda}_T}{\gamma} \vec{u}_T$ , ce qui donne à partir de la deuxième ligne de l'équation (21),  $\vec{u}_T = \sum_{i=1}^n x_i \vec{u}_{Ti}$ , et avec l'équation (22) :

$$\vec{u} = \frac{\bar{\Lambda}_T}{\gamma} \sum_{i=1}^n x_i \vec{u}_{Ti} = \frac{\bar{\Lambda}_T}{\gamma} \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{K_i} \sum_{k=1}^{K_i} \vec{u}_{Tki} = \sum_{i=1}^n x_i \vec{u}_i \quad (25)$$

Comme pour l'équation (14), nous étendrons la transformation des vitesses à chaque molécule, donc :

$$\vec{u}_{ki} = \frac{\bar{\Lambda}_T}{\gamma} \vec{u}_{Tki} \quad \text{et} \quad \vec{u}_i = \frac{\bar{\Lambda}_T}{\gamma} \vec{u}_{Ti} \quad (26)$$

Ceci impose, compte tenu de (22) :

$$\frac{1}{K_i} \sum_{k=1}^{K_i} \vec{u}_{ki} = \frac{1}{K_i} \frac{\bar{\Lambda}_T}{\gamma} \sum_{k=1}^{K_i} \vec{u}_{Tki} = \vec{u}_i = \frac{\bar{\Lambda}_T}{\gamma} \vec{u}_{Ti} \quad (27)$$

Ainsi la vitesse d'ensemble des molécules de type i suit la même loi. C'est le cas de toutes les vitesses. Nous pouvons donc étendre l'équation (23) à la définition de la diffusion dans R :

$$\frac{\bar{\Lambda}_T}{\gamma} \frac{\vec{J}_{Ti}}{\rho_{IT} x_i} = \frac{\bar{\Lambda}_T}{\gamma} \vec{u}_{Ti} - \frac{\bar{\Lambda}_T}{\gamma} \vec{u}_T = \vec{u}_i - \vec{u} = \frac{\vec{J}_i}{\rho_I x_i} \quad (28)$$

L'équation (17) nous conduit à écrire :

$$\bar{\Lambda}_T^T \vec{J}_{Ti} = \vec{J}_i \quad (29)$$

Le flux de diffusion a la même dimension que  $\rho_{IT} \vec{u}_T = \frac{\rho_I}{\gamma} \bar{\Lambda}_T (\gamma \vec{u}) = \bar{\Lambda}_T (\rho_I \vec{u})$ , à l'aide de (8) et (17), il est donc normal qu'il se transforme de la même façon. Entre les équations (24) et (25), nous avons vu que le quadri-flux de diffusion respectait un produit scalaire nul dans  $R_T$ . Nous pouvons montrer que ceci est également vrai dans R :

$$\vec{u}_T^T \vec{J}_{Ti} = \mathbf{0} = \vec{u}_T^T \frac{\bar{\Lambda}_T}{\gamma} \bar{\Lambda}_T^T \vec{J}_{Ti} = \vec{u}_T^T \vec{J}_i \quad (30)$$

Car  $\gamma \neq 0$ . De plus, l'équation (24) permet de définir l'agitation Brownienne dans R :

$$\frac{\bar{\Lambda}_T}{\gamma} \vec{u}_{Tki} = \frac{\bar{\Lambda}_T}{\gamma} \vec{u}_{Ti} + \frac{\bar{\Lambda}_T}{\gamma} \vec{u}_{Tki}^\delta = \vec{u}_{ki} = \vec{u}_i + \vec{u}_{ki}^\delta = \vec{u} + \frac{\vec{J}_i}{\rho_I x_i} + \vec{u}_{ki}^\delta \quad (31)$$

Ainsi, les vitesses d'agitation Brownienne suivent la même loi que (8) et (26) lors du passage de  $R_T$  à R,  $\vec{u}_{ki}^\delta = \frac{\bar{\Lambda}_T}{\gamma} \vec{u}_{Tki}^\delta$ , et  $\frac{\bar{\Lambda}_T}{\gamma} \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{K_i} \sum_{k=1}^{K_i} \vec{u}_{Tki}^\delta = 0 = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{K_i} \sum_{k=1}^{K_i} \vec{u}_{ki}^\delta$ .

Nous pouvons appliquer la transformation de LORENTZ au cas de la molécule k de l'espèce i :

$$\vec{u}_{ki} = \frac{\bar{\Lambda}_T}{\gamma} \vec{u}_{Tki} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{i}{c} \vec{u}^T \\ -\frac{i}{c} \vec{u} & \frac{1}{\gamma} \bar{\delta} + \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{\vec{u} \vec{u}^T}{\vec{u}^T \vec{u}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ic \\ \vec{u}_{Tki} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ic \left(1 + \frac{\vec{u}^T \vec{u}_{Tki}}{c^2}\right) \\ \vec{u} + \frac{\vec{u}_{Tki}}{\gamma} + \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{\vec{u} \vec{u}^T \vec{u}_{Tki}}{\vec{u}^T \vec{u}} \end{pmatrix} \quad (32)$$

Ce qui est conforme au résultat de l'équation (13), avec  $\frac{1-\frac{1}{\gamma}}{\vec{u}^T \vec{u}} = \frac{\gamma}{c^2(\gamma+1)}$ . Donc :

$$\vec{u}_{ki} = \begin{pmatrix} ic \left(1 + \frac{\vec{u}^T \vec{u}_{Tki}}{c^2}\right) \\ \vec{u} \left(1 + \frac{\gamma \vec{u}^T \vec{u}_{Tki}}{c^2(\gamma+1)}\right) + \frac{\vec{u}_{Tki}}{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ic \sigma_{ki} \\ \vec{u}_{ki} \end{pmatrix} \quad (33)$$

Remarquons que  $\frac{1}{K_i} \sum_{k=1}^{k=K_i} \vec{u}_{ki} = \frac{\bar{\Lambda}_T}{\gamma} \frac{1}{K_i} \sum_{k=1}^{k=K_i} \vec{u}_{Tki} = \frac{\bar{\Lambda}_T}{\gamma} \vec{u}_{Ti} = \vec{u}_i$ , c'est-à-dire  $\frac{1}{K_i} \sum_{k=1}^{k=K_i} \vec{u}_{ki} = \vec{u}_i$  et  $\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{K_i} \sum_{k=1}^{k=K_i} \sigma_{ki} = 1$ , avec  $\sigma_{ki} = 1 + \frac{\vec{u}^T \vec{u}_{Tki}}{c^2}$  et  $\vec{u}_{ki} = \vec{u} \left(1 + \frac{\gamma \vec{u}^T \vec{u}_{Tki}}{c^2(\gamma+1)}\right) + \frac{\vec{u}_{Tki}}{\gamma}$ .

Ceci est possible car  $\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{K_i} \sum_{k=1}^{k=K_i} \vec{u}_{Tki} = 0$ , ce qui implique que, avec l'équation (33) :

$$\vec{u}_{ki}^\delta = \vec{u}_{ki} - \vec{u}_i = \vec{u} - \vec{u}_i + \frac{\gamma \vec{u} \vec{u}^T}{c^2(\gamma+1)} \vec{u}_{Tki} + \frac{\vec{u}_{Tki}}{\gamma} \quad (34)$$

Ce qui conduit à  $\sum_{k=1}^{k=K_i} \vec{u}_{ki}^\delta = 0$ . Dans les deux cas ( $\vec{u}_{Tki}^\delta$  et  $\vec{u}_{ki}^\delta$ ) il s'agit de l'agitation Brownienne.

Si  $\vec{X}_{ki}^T = (ict_{ki} \quad \vec{x}_{ki}^T)$  est la position de la  $k^{\text{ième}}$  molécule de type  $i$  dans le HER dans  $R$ ,  $\frac{dt_{ki}}{dt} = \sigma_{ki} \neq 1$ , il est certain que le temps dans  $R$  associé à la  $k^{\text{ième}}$  molécule de l'espèce  $i$  n'est pas  $t$ , et que les temps associés à toutes les molécules sont différents entre eux, contrairement à l'hypothèse prise dans  $R_T$ . Il s'agit là d'une propriété de la transformation de LORENTZ, comme pour le corps pur.

## 6 Eléments du premier tenseur énergie-impulsion

Les éléments présentés ici ont été publiés dans (FONTEIX et al., 2020a). En effet, Afin de réaliser la transformation des différentes grandeurs lors du passage du repère inertiel tangent (RIT) à un repère inertiel quelconque ( $R$ ), nous devons aborder quelques éléments de cinétique des fluides en relativité restreinte. Il s'agit d'une théorie cinétique des fluides, qui ne présuppose, ni utilise, aucune distribution statistique. En effet, F. FER (FER 1970) écrit : « *L'obtention d'équations de mécanique macroscopique exigerait donc, pour se prononcer en toute certitude, de passer par la mécanique (non statistique d'ailleurs) des corpuscules, et d'effectuer ensuite des moyennes précises.* » Ceci correspond aux propos de (PIERSEUX 2000) qui citait EINSTEIN en section 4.

Ce type de théorie se réfère à un hypervolume élémentaire représentatif (HER) du fluide qui doit comprendre un grand nombre de molécules. Ainsi, la valeur locale, au sein du HER, d'une certaine grandeur sera la moyenne sur toutes les molécules situées à l'intérieur de ce HER. Parler de HER est conforme au principe d'indissociabilité du temps et de l'espace, et à la conservation des hypervolumes vue en section 4. Un point important est que nous n'étudierons pas les collisions entre molécules. En effet, une collision entre deux molécules ne modifie ni la quantité de mouvement, ni l'énergie, de l'ensemble des molécules, ou particules, du HER, donc du fluide. Cela impose que les distances de déplacement des molécules que nous envisagerons sont petites devant leur libre parcours moyen. Un HER est défini par son hypervolume et le nombre de molécules de chaque constituant qu'il contient comme vu en sections 4 et 5. En section 3 le premier tenseur énergie-impulsion (matrice 4x4) doit

permettre de construire le bilan de masse Newtonienne, sous la forme d'énergie intrinsèque (nucléaire), et celui de quantité de mouvement (au total, de quadri-quantité de mouvement).

Le flux de quadri-quantité de mouvement (tenseur d'ordre 2, ou matrice 4x4) de constituant  $i$  dans l'hypervolume élémentaire représentatif dans le RIT est, à l'aide de (31) :

$$\begin{aligned} m_i \sum_{k=1}^{K_i} \vec{u}_{Tki} \vec{u}_{Tki}^T &= \rho_{IT} x_i \frac{dV_T}{icd\tau} \frac{1}{K_i} \sum_{k=1}^{K_i} \left( \vec{u}_T + \frac{\vec{J}_{Ti}}{\rho_{IT} x_i} + \vec{u}_{Tki}^\delta \right) \left( \vec{u}_T + \frac{\vec{J}_{Ti}}{\rho_{IT} x_i} + \vec{u}_{Tki}^{\delta T} \right) \\ &= \rho_{IT} x_i \frac{dV_T}{icd\tau} \left( \vec{u}_T \vec{u}_T^T + \frac{\vec{J}_{Ti} \vec{u}_T^T + \vec{u}_T \vec{J}_{Ti}^T}{\rho_{IT} x_i} + \frac{\vec{J}_{Ti} \vec{J}_{Ti}^T}{(\rho_{IT} x_i)^2} + \frac{1}{K_i} \sum_{k=1}^{K_i} \vec{u}_{Tki}^\delta \vec{u}_{Tki}^{\delta T} \right) \end{aligned} \quad (35)$$

Les termes des produits scalaires entre  $\vec{u}_T + \frac{\vec{J}_{Ti}}{\rho_{IT} x_i}$  et  $\vec{u}_{Tki}^\delta$  ne sont pas reportés car leurs composantes sont nulles (sommées sur  $k$ ). Ce qui donne le flux de quadri-quantité de mouvement du mélange dans le RIT (voir après (23)) :

$$\sum_{i=1}^n m_i \sum_{k=1}^{K_i} \vec{u}_{Tki} \vec{u}_{Tki}^T = \frac{dV_T}{icd\tau} \left( \rho_{IT} \vec{u}_T \vec{u}_T^T + \sum_{i=1}^n \frac{\vec{J}_{Ti} \vec{J}_{Ti}^T}{\rho_{IT} x_i} \right) + \frac{dV_T}{icd\tau} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \sum_{i=1}^n \frac{\rho_{IT} x_i}{K_i} \sum_{k=1}^{K_i} \vec{u}_{Tki}^\delta \vec{u}_{Tki}^{\delta T} \end{pmatrix} \quad (36)$$

Or, en physique classique (théorie cinétique des gaz) nous savons que :

$$\sum_{i=1}^n \frac{\rho_{IT} x_i}{K_i} \sum_{k=1}^{K_i} \vec{u}_{Tki}^\delta \vec{u}_{Tki}^{\delta T} = P_T \bar{\delta} + \bar{M}_T \quad (37)$$

Où  $\bar{M}_T$  une matrice symétrique correspondant à des forces thermodynamiques dues à l'anisotropie de la distribution des vitesses des molécules. Nous généraliserons (37) en ( $\frac{\rho_{IT} x_i}{\rho_{IT}} =$  titre volumique de  $i$ ) :

$$\frac{\rho_{IT} x_i}{K_i} \sum_{k=1}^{K_i} \vec{u}_{Tki}^\delta \vec{u}_{Tki}^{\delta T} = \frac{\rho_{IT} x_i}{\rho_{Ti}} P_T \bar{\delta} + \bar{M}_{Ti} \quad (38)$$

Où  $\rho_{Ti}$  est la masse intrinsèque de  $i$  par unité de volume de  $i$  à l'intérieur du mélange dans le RIT, et  $P_T$  la pression totale dans le RIT. A l'aide de (16) et (22), nous pouvons transformer (36) et obtenir l'expression correspondante dans R :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n m_i \sum_{k=1}^{K_i} \vec{u}_{Tki} \vec{u}_{Tki}^T &= \gamma^2 \frac{dV}{icdt} \bar{\Lambda}_T \left( \rho_i \vec{u} \vec{u}^T + \sum_{i=1}^n \frac{\vec{J}_i \vec{J}_i^T}{\rho_i x_i} + \sum_{i=1}^n \frac{\rho_i x_i}{K_i} \sum_{k=1}^{K_i} \vec{u}_{ki}^\delta \vec{u}_{ki}^{\delta T} \right) \bar{\Lambda}_T^T \\ \gamma^2 \frac{dV}{icdt} \bar{\Lambda}_T \left( \sum_{i=1}^n \frac{\rho_i x_i}{K_i} \sum_{k=1}^{K_i} \vec{u}_{ki}^\delta \vec{u}_{ki}^{\delta T} \right) \bar{\Lambda}_T^T &= \gamma P_T \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \bar{\delta} \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \bar{M}_T \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (39)$$

A ce niveau, il est nécessaire de définir la transformation de la pression totale  $P_T$  lors du passage du repère inertiel tangent  $R_T$  à un repère inertiel quelconque  $R$ , ce qui relève de la thermodynamique.

## 7 Eléments de thermodynamique relativiste des mélanges fluides continus

Nous devons donc, à ce niveau, déterminer comment la pression totale se transforme lors d'un changement de repère inertiel. Pour cela, il faut définir un élément important de l'énergie totale, l'énergie transportée par les molécules (donc hors champs), dans le cas des mélanges fluides continus. L'énergie transportée est représentée ici par un scalaire.

L'énergie hors champs de la  $k^{ième}$  molécule de type  $i$  dépend du repère inertiel utilisé. Sa masse-énergie au repos est définie localement dans un repère inertiel tangent à sa trajectoire ( $R_T$ ), la vitesse de la molécule étant nulle dans un tel repère. Cela veut dire qu'il y a autant de repères inertiels tangents dans l'hypervolume élémentaire représentatif que de molécules dans cet HER. Soit  $m_i \left( 1 + \frac{U_{0ki}}{c^2} \right)$  la masse-énergie au repos de la  $k^{ième}$  molécule de type  $i$ , sa masse-énergie en

mouvement dans le RIT du HER est  $m_i \left(1 + \frac{U_{0ki}}{c^2}\right) \gamma_{Tki}$ , où  $U_{0ki}$  est l'énergie interne au repos de cette molécule par unité de masse intrinsèque et  $\frac{1}{\gamma_{Tki}^2} = -\frac{\bar{u}_{Tki}^T \bar{u}_{Tki}}{c^2}$  (5). L'énergie hors champs (électromagnétiques et gravitationnels) du fluide dans l'hypervolume élémentaire représentatif est donc, avec (16) (il y a 2 champs électromagnétiques et 2 champs gravitationnels) :

$$\sum_{i=1}^n m_i \sum_{k=1}^{K_i} (c^2 + U_{0ki}) \gamma_{Tki} = \frac{dV_T}{icdt} \sum_{i=1}^n \frac{\rho_{IT} x_i}{K_i} \sum_{k=1}^{K_i} (c^2 + c^2(\gamma_{Tki} - 1) + \gamma_{Tki} U_{0ki}) \quad (40)$$

Où nous pouvons définir l'énergie interne par unité de masse intrinsèque du constituant  $i$  dans le RIT :

$$\frac{1}{K_i} \sum_{k=1}^{K_i} (c^2(\gamma_{Tki} - 1) + \gamma_{Tki} U_{0ki}) = U_{Ti} \quad (41)$$

En effet,  $\frac{1}{K_i} \sum_{k=1}^{K_i} c^2(\gamma_{Tki} - 1)$  est l'énergie de l'agitation Brownienne par unité de masse intrinsèque du constituant  $i$ , celle-ci faisant partie de l'énergie interne de ce constituant. Comme la masse-énergie dans R est la masse-énergie au repos multipliée par  $\gamma$ , nous obtenons l'énergie hors champs du HER dans R :

$$\left. \begin{aligned} \gamma \frac{dV_T}{icdt} \sum_{i=1}^n \rho_{IT} x_i (c^2 + U_{Ti}) &= \frac{dV}{icdt} \rho_I (c^2 \gamma + \gamma \sum_{i=1}^n x_i U_{Ti}) = \\ \frac{dV}{icdt} \rho_I (c^2 \gamma + \gamma U_T) &= \frac{dV}{icdt} \rho_I (c^2 + c^2(\gamma - 1) + U) \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

$U_T = \sum_{i=1}^n x_i U_{Ti}$  est l'énergie interne par unité de masse intrinsèque du fluide dans le RIT, et  $U = \gamma U_T$  est l'énergie interne par unité de masse intrinsèque du fluide dans R. Dans la dernière partie de (42),  $\rho_I c^2$  est l'énergie intrinsèque (nucléaire) du fluide par unité de volume,  $\rho_I c^2(\gamma - 1)$  l'énergie cinétique par unité de volume et  $\rho_I U$  l'énergie interne du fluide par unité de volume.

L'expression  $U = \gamma U_T$  nous indique que l'énergie interne est covariante, or la chaleur étant une composante importante de l'énergie interne, nous pouvons penser que ce passage d'un repère à un autre est identique pour l'énergie interne et la chaleur. Or il existe trois principaux modèles pour rendre compte d'un échange de chaleur, noté  $\Delta Q_T$  dans le RIT et  $\Delta Q$  dans R. Albert EINSTEIN et Louis de BROGLIE (De BROGLIE 1964) (De BROGLIE 1968) (De BROGLIE 1976) (De BROGLIE 1995) ont proposé  $\Delta Q = \Delta Q_T / \gamma$ , alors qu'Henri ARZELIES (ARZELIES 1965a) (ARZELIES 1965b) préfère la forme covariante  $\Delta Q = \gamma \Delta Q_T$ . FRONTAU (FRONTAU 1973) (FRONTAU 1975) et B. ROTHENSTEIN et I. ZAHARIE (ROTHENSTEIN et al. 2003) comparent ces modèles à  $\Delta Q = \Delta Q_T$  sans trancher. Nous avons vu plus haut que l'énergie interne massique  $U$  était covariante, donc nous admettrons qu'il en est de même d'un échange de chaleur, mais aussi de l'enthalpie massique  $H$ . Ainsi le passage de l'enthalpie par unité de masse intrinsèque du RIT vers R s'écrit, en se servant de (17) :

$$H = \gamma H_T = \gamma \left( U_T + \frac{P_T}{\rho_{IT}} \right) = U + \frac{\gamma^2 P_T}{\rho_I} = U + \frac{P}{\rho_I} \quad (43)$$

Où  $P_T$  est la pression dans le RIT et  $P$  la pression dans R. Ceci impose :

$$P = \gamma^2 P_T \quad (44)$$

C'est normal car  $dU_T = -P_T d\left(\frac{1}{\rho_{IT}}\right) + \delta Q_T = -\frac{P}{\gamma^2} d\left(\frac{\gamma}{\rho_I}\right) + \frac{\delta Q}{\gamma} = \frac{1}{\gamma} \left( -Pd\left(\frac{1}{\rho_I}\right) + \delta Q \right) = \frac{dU}{\gamma}$  compte tenu de (17), (42) et (44),  $\gamma$  étant considéré comme une constante dans une position donnée. Avec la pression, la température est une des variables principales de la thermodynamique. Le passage de la température du repère inertiel quelconque R au Repère Inertiel Tangent est possible si nous admettons, comme tous les auteurs, que l'entropie massique est égale dans les deux repères (invariant cinématique) (De BROGLIE 1968) (De BROGLIE 1976). Alors, nous partirons de  $G = H - TS$ , où  $G$  est

l'enthalpie libre de GIBBS par unité de masse intrinsèque de fluide,  $H$  l'enthalpie massique et  $S$  l'entropie massique. L'enthalpie libre de GIBBS est une énergie, comme l'enthalpie, et se transforme comme tel (43), soit  $G = \gamma G_T$ ,  $H = \gamma H_T$  et  $S = S_T$ , ce qui donne :

$$\left. \begin{aligned} G &= H - TS = \gamma G_T = \gamma H_T - \gamma T_T S_T = \gamma H_T - T S_T \\ T &= \gamma T_T \end{aligned} \right] \quad (45)$$

Ce qui veut dire que la température absolue est covariante (ARZELIES 1965a) (ARZELIES 1965b). Ainsi, lorsque la vitesse d'un objet dans R est proche de celle de la vitesse de la lumière dans le vide l'effet relativiste est plus important sur la pression que sur la température.

Nous pouvons maintenant compléter la 2<sup>ème</sup> ligne de l'équation (39). Ce qui donne, compte tenu de (44) et du fait que  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \bar{\delta} \end{pmatrix} = \bar{\delta} + \frac{1}{c^2} \begin{pmatrix} ic & \\ & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ic & 0 \\ & 0 \end{pmatrix} = \bar{\delta} + \frac{\vec{u}_T \vec{u}_T^T}{c^2}$  :

$$\left. \begin{aligned} \gamma \sum_{i=1}^n \frac{\rho_{IT} x_i}{K_i} \sum_{k=1}^{K_i} \vec{u}_{ik}^{\delta} \vec{u}_{ik}^{\delta T} &= \frac{P}{\gamma^2} \left( \bar{\delta} + \frac{\gamma^2}{c^2} \vec{u} \vec{u}^T \right) + \bar{\mathbf{M}} \\ \bar{\mathbf{M}} &= \bar{\Lambda}_T^T \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \bar{M}_T \end{pmatrix} \bar{\Lambda}_T \end{aligned} \right] \quad (46)$$

L'expression (46) est très semblable à l'équation (37), et ceci d'autant plus que dans le RIT et sur terre on peut considérer que  $\gamma_T = 1 = \sqrt{-\frac{c^2}{\vec{u}_T^T \vec{u}_T}}$ , ce qui assure la covariance. De même, la transformation de  $\bar{\mathbf{M}}$  correspond à celle des matrices 4x4 déterminée dans (FONTEIX et al. 2020a).

## 8 Le flux de chaleur dans un mélange fluide continu

En section 3 nous avons indiqué que le deuxième tenseur énergie-impulsion associait le bilan d'énergie totale et un bilan d'impulsion totale à définir. Nous devons donc, à ce niveau, définir un élément important de l'énergie totale, l'énergie transportée par les molécules (donc hors champs), dans le cas des mélanges fluides continus. Il s'agit d'un vecteur à 4 dimensions.

Le flux d'énergie hors effets de champs de la  $k^{ième}$  molécule de type  $i$  dans le RIT est le produit de son énergie volumique par sa quadri-vitesse, c'est-à-dire, compte tenu de (40),  $m_i(c^2 + U_{0ki})\gamma_{ikT}\vec{u}_{Tki}$ . Le flux d'énergie, hors champs, dans le RIT en est déduit, puis modifié grâce à (24), (31) et (41) :

$$\sum_{i=1}^n \frac{\rho_{IT} x_i}{K_i} \sum_{k=1}^{K_i} (c^2 + U_{0ki}) \gamma_{Tki} \vec{u}_{Tki} = \rho_{IT} (c^2 + U_T) \vec{u}_T + \sum_{i=1}^n \left( \vec{J}_{IT} U_{Ti} + \frac{\rho_{IT} x_i}{K_i} \sum_{k=1}^{K_i} (c^2 + U_{0ki}) \gamma_{Tki} \vec{u}_{Tki}^{\delta} \right) \quad (47)$$

La vitesse  $\vec{u}_{Tki}$  est très petite devant celle de la lumière (RIT), c'est le cas aussi en physique classique où  $\gamma_{Tki}$  est approximé par  $1 + \frac{\vec{u}_{Tki}^T \vec{u}_{Tki}}{2c^2}$ , donc nous développerons  $\gamma_{Tki}$  en :

$$\gamma_{Tki} = 1 + \frac{\vec{u}_{Tki}^T \vec{u}_{Tki}}{2c^2} + \gamma_{Tki}^{\delta} = 1 + \frac{\vec{J}_{Ti}^T \vec{J}_{Ti}}{2c^2 (\rho_{IT} x_i)^2} + \frac{\vec{J}_{Ti}^T \vec{u}_{Tki}^{\delta}}{\rho_{IT} x_i c^2} + \frac{\vec{u}_{Tki}^{\delta T} \vec{u}_{Tki}^{\delta}}{2c^2} + \gamma_{Tki}^{\delta} \quad (48)$$

Car  $\vec{u}_T = 0$ . Comme  $\vec{J}_{Ti}^T = (0 \quad \vec{J}_{Ti}^T)$  et  $\vec{u}_{Tki}^{\delta T} = (0 \quad \vec{u}_{Tki}^{\delta T})$ , nous écrivons :

$$\gamma_{Tki} = 1 + \frac{\vec{J}_{Ti}^T \vec{J}_{Ti}}{2c^2 (\rho_{IT} x_i)^2} + \frac{\vec{J}_{Ti}^T \vec{u}_{Tki}^{\delta}}{\rho_{IT} x_i c^2} + \frac{\vec{u}_{Tki}^{\delta T} \vec{u}_{Tki}^{\delta}}{2c^2} + \gamma_{Tki}^{\delta} \quad (49)$$

Ce qui donne le flux d'énergie du fluide dans le RIT hors  $\rho_{IT}(c^2 + U_T)\vec{u}_T$ , compte tenu de (24), (31) et (38) :

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n \left( \vec{J}_{Ti} U_{Ti} + \frac{\rho_{IT} x_i}{K_i} \sum_{k=1}^{K_i} \left( c^2 + \frac{\vec{J}_T^T \vec{J}_{Ti}}{2(\rho_{IT} x_i)^2} + \frac{\vec{u}_{Tki}^{\delta T} \vec{J}_{Ti}}{\rho_{IT} x_i} + \frac{\vec{u}_{Tki}^{\delta T} \vec{u}_{Tki}^{\delta}}{2} + c^2 \gamma_{Tki}^{\delta} + \gamma_{Tki} U_{0ki} \right) \vec{u}_{Tki}^{\delta} \right) = \\ \sum_{i=1}^n \left( \vec{J}_{Ti} \left( U_{Ti} + \frac{P_T}{\rho_{IT}} \right) + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \bar{M}_{Ti} \end{pmatrix} \frac{\vec{J}_{Ti}}{\rho_{IT} x_i} + \frac{\rho_{IT} x_i}{K_i} \sum_{k=1}^{K_i} \left( \frac{\vec{u}_{Tki}^{\delta T} \vec{u}_{Tki}^{\delta}}{2} + c^2 \gamma_{Tki}^{\delta} + \gamma_{Tki} U_{0ki} \right) \vec{u}_{Tki}^{\delta} \right) \end{aligned} \right) = \quad (50)$$

Or nous savons que dans le RIT l'enthalpie massique du constituant  $i$  est  $H_{Ti} = U_{Ti} + \frac{P_T}{\rho_{Ti}}$ . Dans (50) le terme  $\sum_{i=1}^n \vec{J}_{Ti} H_{Ti}$  correspond au transfert de chaleur par diffusion d'enthalpie et  $\sum_{i=1}^n \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \bar{M}_{Ti} \end{pmatrix} \frac{\vec{J}_{Ti}}{\rho_{IT} x_i}$  au travail de forces d'interaction entre constituants qui, avec les réactions chimiques, déforment leurs profils de vitesse.  $\sum_{i=1}^n \frac{\rho_{IT} x_i}{K_i} \sum_{k=1}^{K_i} \left( \frac{\vec{u}_{Tki}^{\delta T} \vec{u}_{Tki}^{\delta}}{2} + c^2 \gamma_{Tki}^{\delta} + \gamma_{Tki} U_{0ki} \right) \vec{u}_{Tki}^{\delta}$  peut être interprété comme un transfert de chaleur par conduction dans le RIT. Compte tenu de (29), nous obtenons :

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\gamma_{ki}^2} = -\frac{\vec{u}_{ki}^T \vec{u}_{ki}}{c^2} = -\frac{\vec{u}_{Tki}^T \bar{\Lambda}_T \bar{\Lambda}_T^T \vec{u}_{Tki}}{c^2 \gamma^2} = \frac{-\vec{u}_{Tki}^T \vec{u}_{Tki}}{\gamma^2} = \frac{1}{\gamma_{Tki}^2 \gamma^2} \\ \gamma_{ki} = \gamma \gamma_{Tki} \end{aligned} \right) \quad (51)$$

Le flux d'énergie hors champs du mélange dans R est, avec (17) et (23) :

$$\sum_{i=1}^n \frac{\rho_{IT} x_i}{K_i} \sum_{k=1}^{K_i} (c^2 + U_{0ki}) \gamma_{ki} \vec{u}_{ki} = \gamma \bar{\Lambda}_T^T \sum_{i=1}^n \frac{\rho_{IT} x_i}{K_i} \sum_{k=1}^{K_i} (c^2 + U_{0ki}) \gamma_{Tki} \vec{u}_{Tki} \quad (52)$$

Ainsi, chaque élément de (47) ou (50) doit être multiplié à gauche par  $\gamma \bar{\Lambda}_T^T$  pour passer du Repère Inertiel Tangent à R. En particulier  $\gamma \bar{\Lambda}_T^T \rho_{IT} (c^2 + U_T) \vec{u}_T = \rho_I (\gamma c^2 + U) \vec{u}$  (flux de transport d'énergie liée à la matière). Le flux de chaleur par diffusion d'enthalpie dans R est égal à  $\gamma \bar{\Lambda}_T^T \sum_{i=1}^n \vec{J}_{Ti} H_{Ti} = \sum_{i=1}^n \vec{J}_i H_i$ , en tenant compte de (29). Le quadri-flux de transfert de chaleur (somme des transferts par diffusion d'enthalpie et par conduction) doit suivre la même loi, donc :

$$\left. \begin{aligned} \vec{q} = \gamma \bar{\Lambda}_T^T \vec{q}_T = \gamma \bar{\Lambda}_T^T \begin{pmatrix} 0 \\ \vec{q}_T \end{pmatrix} \\ \vec{u}^T \vec{q} = \frac{\vec{u}_T^T \bar{\Lambda}_T}{\gamma} \gamma \bar{\Lambda}_T^T \vec{q}_T = \vec{u}_T^T \vec{q}_T = (ic \quad 0) \begin{pmatrix} 0 \\ \vec{q}_T \end{pmatrix} = 0 \end{aligned} \right) \quad (53)$$

Ceci donne à l'aide de l'équation (7) :

$$\vec{q} = \gamma^2 \begin{pmatrix} 1 & \frac{i}{c} \vec{u}^T \\ -\frac{i}{c} \vec{u} & \frac{1}{\gamma} \bar{\delta} + \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{\vec{u} \vec{u}^T}{\vec{u}^T \vec{u}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \vec{q}_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{i \gamma^2}{c} \vec{u}^T \vec{q}_T \\ \gamma \vec{q}_T + (\gamma^2 - \gamma) \frac{\vec{u}^T \vec{q}_T}{\vec{u}^T \vec{u}} \vec{u} \end{pmatrix} \quad (54)$$

Si  $\vec{q}_T$  est orthogonal à  $\vec{u}$  alors  $\vec{q} = \gamma \vec{q}_T$ . Si  $\vec{q}_T$  est colinéaire à  $\vec{u}$  alors, au niveau spatial seul,  $\vec{q} = \gamma^2 \vec{q}_T$ . L'effet relativiste est plus prononcé en cas de colinéarité ( $\gamma > 1$ ).

## 9 Les réactions chimiques (dans tout repère inertiel, le repère lié à l'ISS étant presque inertiel)

Certains auteurs sont conscients de l'existence de la « masse conservative », mais s'interdisent de l'utiliser. Ils semblent éluder ce problème (De BROGLIE, 1968) (LUKACEVIC, 1967) ou le contourner en ne parlant pas de masse, mais plutôt de nombre de molécules (GARIEL, 1980) (HALBWACHS, 1960). Cependant, de nombreux auteurs utilisent la masse intrinsèque (en l'appelant conservative) quand cela leur semble nécessaire (DISCONZI, 2014) (MARLE, 1969) (PICHON, 1965) (LICHNEROWICZ, 1966) (BRUHAT, 1966). Il nous a paru nécessaire de réhabiliter l'utilisation de la masse Newtonienne, que nous qualifierons d'intrinsèque par opposition avec la masse relativiste. Par ailleurs, si nous considérons qu'un repère terrestre peut être considéré comme un repère inertiel (presque) tangent (à la trajectoire de la terre par rapport à l'ISS, la station spatiale internationale), les lois de la physique-



chimie terrestre s'appliquent dans ce repère. Pour passer à un repère inertiel lié à l'ISS à partir du repère précédent, il suffit d'utiliser la transformation de LORENTZ (FONTEIX et al., 2020a). Si  $d\vec{x}^T = (d(\vec{x})_1 \ d(\vec{x})_2 \ d(\vec{x})_3)$ , dans le cas d'un hypervolume hypercubique orienté suivant les axes d'un repère orthonormé nous avons  $dV = icdt d(\vec{x})_1 d(\vec{x})_2 d(\vec{x})_3$ . Donc  $dV$  est un nombre imaginaire pur, et le changement de repère inertiel (de R à R<sub>T</sub>) conserve les hypervolumes car :

$$dV_T = \det(\overline{\Lambda}_T) dV = dV \quad (55)$$

Où l'opérateur  $\det(\dots)$  est le déterminant d'une matrice. La matrice de transition 4x4 d'un repère à l'autre est semi réelle (FONTEIX et al., 2020a) de déterminant égal à 1. C'est donc une matrice orthogonale dont l'inverse est la transposée. Cette propriété impose la conservation des hypervolumes (volume x temps) d'un repère à l'autre. Comme la vitesse de réaction chimique s'exprime en quantité de matière (comme en masse intrinsèque) par unité de volume et par unité de temps, cette vitesse s'écrit donc en quantité de matière par unité d'hypervolume. Or la quantité de matière, exprimée soit en nombre de moles, soit en masse Newtonienne, est identique en physiques classique et relativiste. Compte tenu de ce qui a été écrit précédemment, les vitesses de réaction sont conservées d'un repère à un autre. Cependant, en physique classique, la vitesse de réaction dépend de la température. Or nous avons vu en section 7, équation (45), que la température était multipliée par le facteur de LORENTZ lors du passage du repère inertiel tangent à un repère inertiel quelconque. Donc, même si globalement la vitesse de réaction n'est pas modifiée, cela n'est pas le cas des termes définissant cette vitesse de réaction. Prenons le cas d'une réaction du premier ordre suivant la loi d'ARRHENIUS :

$$r_i = A e^{-\frac{E}{RT}} \rho_i x_i \quad (56)$$

Où  $\rho_i x_i$  est la concentration massique (kg/m<sup>3</sup>) du constituant i, E l'énergie d'activation et R la constante universelle des gaz parfaits. Nous savons que  $r_i$  (kg/m<sup>3</sup>/s) est un invariant (voir plus haut), mais aussi  $x_i$  comme le montre l'équation (18), il faut donc que  $A e^{-\frac{E}{RT}} \rho_i$  le soit également. Le terme exponentiel est à part et nous pouvons considérer que le terme  $\frac{E}{T}$  doit être un invariant. En effet, nous avons choisi une réaction du premier ordre, choix arbitraire, mais il existe bien d'autres ordre en la matière. Comme nous avons mis T en indice pour indiquer la valeur d'une grandeur prise dans le repère inertiel tangent, l'invariance du terme exponentiel impose que, compte tenu de (45) :

$$\frac{E_T}{T_T} = \frac{E}{T} = \frac{E}{\gamma T_T} \Rightarrow E = \gamma E_T \quad (57)$$

Ainsi, l'énergie d'activation E de la réaction (J/mole) se transforme comme toutes les énergies lors du passage du RIT à un repère inertiel R quelconque. Dans le cas d'une réaction du premier ordre il faut que  $A \rho_i$  soit un invariant, donc que, compte tenu de l'équation (17) :

$$A \rho_i = A_T \rho_{iT} = A \gamma \rho_{iT} \Rightarrow A = \frac{A_T}{\gamma} \quad (58)$$

Ainsi, le facteur de fréquence A, ou facteur pré-exponentiel, qui rend compte de la fréquence des collisions, ou des effets stériques, se transforme comme les volumes lors du passage du RIT à R. Si la réaction est d'ordre supérieur à 1, n par exemple, l'équation (58) s'écrit  $A = \frac{A_T}{\gamma^n}$  car chaque concentration s'exprime en masse, ou mole, par unité de volume (la transformation des volumes fait intervenir  $\gamma$ ). Ainsi, pour vérifier l'effet relativiste par des expériences sur terre et dans l'ISS, il faudrait mettre en œuvre et calculer A<sub>T</sub> et A pour une réaction d'ordre maximum (plus n est grand plus  $\gamma^n$  l'est aussi, car  $\gamma > 1$ ). Comme la vitesse de la station spatiale internationale par rapport à la terre est de 8 km/s, il faudrait une réaction d'ordre supérieur à 28 millions pour mesurer un écart de 1% entre A<sub>T</sub> et A ! Ceci est totalement irréaliste.

Les réactions chimiques peuvent être endothermiques ou exothermiques. Dans tous les cas la chaleur de réaction (énergie par unité de masse intrinsèque) se transforme comme toutes les énergies lors

d'un changement de repère inertiel. Les constituants du mélange (réactionnel) peuvent s'échauffer ou être chauffés, ce qui met en jeu une énergie, qui la encore se transforme comme toutes les énergies.

L'accroissement de l'enthalpie d'un composant est égal à l'accroissement de température par la capacité calorifique de ce constituant. Comme l'enthalpie (une énergie) et la température (45) se transforment de la même façon lors d'un changement de repère inertiel, la capacité calorifique d'un constituant est un invariant. Ceci veut dire que la capacité calorifique d'un corps est indépendante du repère inertiel utilisé.

## 10 La diffusion

En pratique, le fluide est un mélange composé de  $n$  constituants. La composition du fluide en constituant  $i$  est définie par son titre massique  $x_i$ , c'est-à-dire la masse intrinsèque de  $i$  par masse intrinsèque unité de mélange, avec  $\sum_{i=1}^n x_i = 1$ . Sur une position de l'espace-temps, le flux de transfert de  $i$  dans le RIT est  $\rho_{IT} x_i \vec{u}_{Ti}$ . Dans R ce flux devient, grâce à (17) et (26),  $\frac{\rho_I}{\gamma} x_i \bar{\Lambda}_T (\gamma \vec{u}_i) = \bar{\Lambda}_T \rho_I x_i \vec{u}_i$ .

Dans le RIT le bilan du constituant  $i$  s'écrit  $\overline{\text{grad}}_T^T (\rho_{IT} x_i \vec{u}_{Ti}) = r_i$ , et, compte tenu de (9), (17) et (26), le bilan du constituant  $i$  devient dans R  $\overline{\text{grad}}_T^T (\bar{\Lambda}_T \rho_I x_i \vec{u}_i) = r_i = \overline{\text{grad}}^T \left( \bar{\Lambda}_T^T (\bar{\Lambda}_T \rho_I x_i \vec{u}_i) \right)$ , c'est-à-dire, avec (22),  $\rho_I x_i \vec{u}_i = \rho_I x_i \vec{u} + \vec{J}_i$  et donc :

$$\overline{\text{grad}}^T (\rho_I x_i \vec{u} + \vec{J}_i) = r_i \quad (59)$$

Il s'agit de la masse intrinsèque de  $i$  traversant l'unité de surface par unité de temps, où  $\rho_I x_i \vec{u}$  est le flux de transport et  $\vec{J}_i$  le flux de diffusion, tel que  $\sum_{i=1}^n (\rho_I x_i \vec{u} + \vec{J}_i) = \rho_I \vec{u}$ , et où  $r_i$  est la vitesse de production (pouvant être négative) de masse intrinsèque de  $i$  par unité de volume et unité de temps, due aux réactions chimiques. La somme des  $n$  équations (59) impose (FONTEIX et al. 2020a) :

$$\sum_{i=1}^n r_i = 0 \quad (60)$$

Cette relation traduit la conservation de la masse intrinsèque totale par les réactions chimiques (hors réactions nucléaires), propriété généralement admise en physique classique, mais également valable en relativité restreinte, à l'échelle macroscopique. D'un point de vue général, le nombre de molécules, et donc la masse, est identique en physiques classique et relativiste. C'est aussi le cas de  $x_i$  (rapport de masses), mais pas des masses volumiques. En effet, nous avons vu en section précédente que le volume correspond à  $\frac{dV}{icdt'}$ , or si  $dV$  est identique dans les deux repères inertiels (terre et ISS), la relation (5) impose un rapport des volumes égal au facteur de LORENTZ. C'est donc aussi le cas des masses volumiques. Nous avons donc  $\rho_{IT} = \frac{\rho_I}{\gamma}$  où  $\rho_{IT}$  est la masse volumique mesurée sur terre. C'est en fait la norme de  $\rho_I \vec{u}$  qui est identique dans les deux repères (FONTEIX et al. 2020a), car  $\rho_{IT} \vec{u}_T = \frac{\rho_I}{\gamma} \bar{\Lambda}_T (\gamma \vec{u}) = \bar{\Lambda}_T \rho_I \vec{u}$ . En effet, comme il s'agit de quadrivecteurs, le passage d'un repère à l'autre nécessite une multiplication par  $\bar{\Lambda}_T$  (7). Bien entendu, c'est aussi le cas pour  $\vec{J}_i$  compte tenu de l'équation (29) :  $\vec{J}_{iT} = \bar{\Lambda}_T \vec{J}_i$  (FONTEIX et al., 2020a), où  $\vec{J}_{iT}$  est le flux de diffusion massique du constituant  $i$  mesuré sur terre. En conséquence, la diffusion d'un constituant dans le véhicule spatial (ISS) dépend de l'angle que fait la diffusion avec la vitesse de ce dernier et du facteur de LORENTZ :

$$\bar{\Lambda}_T^T \vec{J}_{iT} = \vec{J}_i = \begin{pmatrix} \gamma^0 & \frac{i\gamma^0}{c} \vec{u}^{0T} \\ -\frac{i\gamma^0}{c} \vec{u}^0 & \delta + (\gamma^0 - 1) \frac{\vec{u}^0 \vec{u}^{0T}}{\vec{u}^0 \vec{u}^0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \vec{J}_{iT} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{i\gamma^0}{c} \vec{u}^{0T} \vec{J}_{iT} \\ \vec{J}_{iT} + (\gamma^0 - 1) \frac{\vec{u}^0 \vec{u}^{0T} \vec{J}_{iT}}{\vec{u}^0 \vec{u}^0} \end{pmatrix} \quad (61)$$

Soit  $\vec{u}^0 = \|\vec{u}\| \vec{n}$  la vitesse de la terre par rapport au véhicule spatial, avec  $\|\vec{n}\| = 1$ . Soit  $\vec{J}_{iT}$  le flux de diffusion du constituant  $i$  sur terre, et  $\vec{J}_i$  le flux de diffusion de ce même constituant dans le véhicule spatial, la transformation de LORENTZ (61) donne, en supprimant la puissance 0 par souci de

simplification, sachant que cette puissance rappelle seulement que cette vitesse est une constante dans la matrice de transition :

$$\vec{J}_i = \vec{J}_{iT} + (\gamma - 1)(\vec{n}^T \vec{J}_{iT})\vec{n} \quad (62)$$

Si la vitesse de l'ISS est orthogonale au flux de diffusion sur terre, les deux flux, sur terre et dans l'ISS, sont identiques ( $\vec{J}_i = \vec{J}_{iT}$ ). Si la vitesse de l'ISS est colinéaire au flux de diffusion sur terre et dans le même sens,  $\vec{J}_{iT}$  et  $\vec{n}$  sont colinéaires et dans le même sens,  $\vec{J}_i = \gamma \vec{J}_{iT}$  (covariance du flux de diffusion : le flux sur terre est multiplié par le facteur de LORENTZ,  $\gamma$ , pour donner celui dans la station spatiale internationale). Si  $\vec{J}_{iT}$  et  $\vec{n}$  sont colinéaires et en sens contraire,  $\vec{J}_i = (2 - \gamma)\vec{J}_{iT}$  ( $\gamma > 2$  si la vitesse de la fusée dépasse 87% de la vitesse de la lumière dans le vide). Dans le cas général, les deux flux, sur terre et dans l'ISS, n'ont pas la même direction ni le même module.

Afin de vérifier l'effet relativiste, il serait possible de mesurer la diffusion dans 2 directions orthogonales dans la fusée (une des directions étant celle observée sur terre), ou mesurer l'angle de déviation du flux de diffusion dans le véhicule spatial par rapport à celui mesuré sur terre.

## 11 Diffusion avec réaction chimique

Un problème classique du Génie des Procédés est celui de l'absorption d'un gaz dans un liquide, avec ou sans réaction chimique. Le composant gazeux diffuse dans le liquide après y avoir pénétré, et réagit avec un réactif en solution dans ce liquide. Le contrôle de l'aire interfaciale (surface de contact entre le gaz et le liquide) ne pose aucun problème sur terre, grâce à la gravité. Ce n'est pas le cas dans l'espace du fait du manque de gravité. Aussi, le cas d'une diffusion avec réaction chimique est plus complexe (surtout dans le cas de l'absorption gaz-liquide avec réaction chimique), d'autant qu'il faudrait savoir comment séparer de façon stable un liquide et un gaz en contact dans l'espace (en microgravité). (MUNTEANU et al. 2009) (LARACHI et al. 2009) (LARACHI et al. 2010a) et (LARACHI et al. 2010b) étudient l'écoulement gaz-liquide à co-courant en milieu poreux, le solide étant un catalyseur de la réaction. Le liquide étant para ou diamagnétique, un champ de force électromagnétique induit la microgravité. Il semble bien plus difficile d'envisager un écoulement à contre-courant du gaz et du liquide. En fait, il est possible de remplacer la gravité terrestre par une force d'inertie, ou par la force centrifuge. Cependant, rappelons-nous ce qui a été dit dans la section 10 : l'effet relativiste se fait sentir lorsque le flux de diffusion mesuré sur terre est colinéaire à la vitesse de déplacement du véhicule spatial. Ceci ne peut être vrai que dans des durées de temps très courtes, car ni la terre, ni le véhicule spatial ne se déplacent en ligne droite. De plus, l'application d'une force centrifuge nécessite un appareil en rotation autour d'un axe. Cet axe ne peut pas être colinéaire à la vitesse du véhicule car alors la diffusion serait toujours orthogonale à cette vitesse, et l'effet relativiste serait nul. Mais si l'axe est perpendiculaire à la vitesse, alors le flux de diffusion passe par des phases où il est successivement colinéaire dans le même sens, perpendiculaire, puis colinéaire en sens contraire de la vitesse du véhicule spatial (figure 2).

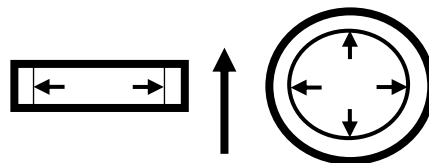


Figure 2 : Grande flèche, déplacement de la terre/ISS ; petite flèche, flux de diffusion

Il faut donc intégrer l'effet sur un tour de rotation de l'appareil, ce qui réduit de beaucoup cet effet relativiste par rapport à la simple diffusion colinéaire et dans le même sens que la vitesse du véhicule. Si  $\vec{J}_{iT} = \|\vec{J}_{iT}\|\vec{s}$ , où  $\vec{s}$  est un vecteur unitaire, l'équation (62) s'écrit  $\vec{J}_i = \|\vec{J}_{iT}\|(\vec{s} + (\gamma - 1)(\vec{n}^T \vec{s})\vec{n})$ .

Nous cherchons le flux de transfert du soluté entre le gaz et le liquide à l'interface. En effet, le soluté se trouve initialement en phase gazeuse et pénètre dans le liquide où il réagit avec un réactif. Si l'interface gaz-liquide est un cylindre de rayon R et de longueur L, le flux de transfert à l'interface est :

$$2\pi RL\varphi_i = \int_0^{2\pi} \vec{J}_i^T d\vec{S} \quad (63)$$

Où  $d\vec{S} = \|d\vec{S}\|\vec{\sigma}$ ,  $\vec{\sigma}$  étant un vecteur unitaire, avec  $\|d\vec{S}\| = RLd\theta$ . Ainsi,  $\vec{s}$  donne la direction du flux sur terre et  $\vec{\sigma}$  la direction orthogonale localement à la surface,  $\vec{n}$  étant la direction du déplacement du véhicule spatial par rapport à la terre. Comme sur terre le flux de transfert est localement perpendiculaire à la surface d'échange, il semble logique d'admettre  $\vec{\sigma} = \vec{s}$ . L'intégrale devient :

$$\varphi_i = \frac{1}{2\pi RL} \int_0^{2\pi} \|\vec{J}_{iT}\| (\vec{s}^T + (\gamma - 1)(\vec{n}^T \vec{s}) \vec{n}^T) \vec{s} RL d\theta = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \|\vec{J}_{iT}\| (1 + (\gamma - 1)(\vec{n}^T \vec{s})^2) d\theta \quad (64)$$

Or l'angle existant entre  $\vec{n}$  et  $\vec{s}$  est  $\theta$  et  $\vec{n}^T \vec{s} = \cos(\theta)$  ce qui donne :

$$\left. \begin{aligned} \varphi_i &= \|\vec{J}_{iT}\| \left( 1 + \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\gamma - 1) \cos^2(\theta) d\theta \right) = \|\vec{J}_{iT}\| \left( 1 + \frac{\gamma-1}{\pi} \int_0^\pi \frac{1+\cos(2\theta)}{2} d\theta \right) \\ \varphi_i &= \|\vec{J}_{iT}\| \left( 1 + \frac{\gamma-1}{\pi} \left[ \frac{\theta}{2} + \frac{1}{4} \sin(2\theta) \right]_0^\pi \right) = \|\vec{J}_{iT}\| \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} \right) = \frac{1+\gamma}{2} \|\vec{J}_{iT}\| \end{aligned} \right\} \quad (65)$$

Comme  $\gamma > 1 \Rightarrow \frac{1+\gamma}{2} < \gamma$ , et donc  $\varphi_i < \gamma \|\vec{J}_{iT}\|$ . L'effet relativiste est bien réduit par rapport à la simple diffusion. Cependant, dans l'absorption gaz-liquide avec réaction chimique, le transfert de soluté du gaz vers le liquide dépend de la solubilité du soluté et de sa pression partielle dans le gaz. Au niveau terrestre, ce phénomène s'écrit :

$$P_T y_i = H_{ET} \frac{\rho_{IT} x_i}{M_i} \quad (66)$$

Où  $P_T$  est la pression totale,  $y_i$  le titre molaire de soluté dans le gaz,  $H_{ET}$  la constante de HENRY du soluté,  $\frac{\rho_{IT} x_i}{M_i}$  la concentration molaire de soluté dans le liquide (au voisinage de l'interface) avec  $M_i$  la masse (intrinsèque) molaire du soluté. La masse molaire étant le rapport d'une masse intrinsèque et d'un nombre de moles (qui sont des invariants) est un invariant indépendant du repère inertiel utilisé. De même,  $y_i$  est un invariant puisqu'un rapport de nombre de moles. Les éléments qui varient d'un repère inertiel à un autre sont  $\rho_{IT}$  (effet du volume) et  $P_T$ . Compte tenu des équations (17) et (44), lors du passage du repère inertiel tangent  $R_T$  au repère inertiel quelconque R, (66) devient :

$$\left. \begin{aligned} \frac{P}{\gamma^2} y_i &= H_{ET} \frac{\rho_{IT} x_i}{\gamma M_i} \\ P y_i &= H_E \frac{\rho_{IT} x_i}{M_i} \Rightarrow H_E = \gamma H_{ET} \end{aligned} \right\} \quad (67)$$

Le flux de transfert de soluté dans le liquide est accéléré par la réaction chimique : le facteur d'accélération  $E_a$  est le rapport du flux de transfert avec réaction chimique sur le flux de transfert que l'on aurait s'il n'y avait pas de réaction chimique. Ce dernier flux, différencié par l'indice 0, s'écrit :

$$\|\vec{J}_{iT}\|_0 = k_{LiT} (\rho_{IT} x_i - \rho_{IT} x_{iL}) \quad (68)$$

Où  $k_{LiT}$  est la conductance de transfert,  $x_i$  le titre massique en soluté à l'interface et  $x_{iL}$  le titre massique en soluté au sein du liquide. Le flux de transfert avec réaction chimique est donc :

$$\|\vec{J}_{iT}\| = E_{ai} \|\vec{J}_{iT}\|_0 = k_{LiT} E_{ai} (\rho_{IT} x_i - \rho_{IT} x_{iL}) \quad (69)$$

Comme  $\det(\vec{\Lambda}_T^T) = 1$  l'équation (29) donne  $\|\vec{J}_i\| = \|\vec{J}_{iT}\|$  et  $\|\vec{J}_i\|_0 = \|\vec{J}_{iT}\|_0$ . L'équation (68) peut donc être transformée en passant du repère inertiel tangent  $R_T$  au repère inertiel quelconque R :

$$\|\vec{J}_i\|_0 = k_{LiT} \left( \frac{\rho_I}{\gamma} x_i - \frac{\rho_I}{\gamma} x_{iL} \right) = k_{Li} (\rho_I x_i - \rho_I x_{iL}) \quad (70)$$

En tenant compte de (17). Ceci implique, lors du passage de  $R_T$  à  $R$  :

$$k_{Li} = \frac{k_{LiT}}{\gamma} \quad (71)$$

Le cas du transfert de soluté avec réaction chimique (69) devient, lors du passage de  $R_T$  à  $R$  :

$$\|\vec{J}_i\| = E_{ai} \|\vec{J}_{iT}\|_0 = E_{ai} \|\vec{J}_i\|_0 \quad (72)$$

Le facteur d'accélération est donc un invariant lors du passage du repère inertiel tangent  $R_T$  au repère inertiel quelconque  $R$ . Dans le cas des réactions rapides le facteur d'accélération est égal au nombre de HATTA. Ainsi, le nombre de HATTA est un invariant lors du passage du repère inertiel tangent  $R_T$  au repère inertiel quelconque  $R$ .

$$E_{ai} = \sqrt{\frac{2D_{iT}r_i}{(n+1)k_{LiT}^2 \frac{\rho_{IT}x_i}{M_i}}} = H_{ai} \quad (73)$$

Où  $D_{iT}$  est le coefficient de diffusion du soluté sur terre et  $n$  l'ordre de la réaction  $r_i$  vis-à-vis du soluté. Le nombre de HATTA étant un invariant, comme  $r_i$ ,  $x_i$  et  $M_i$ , nous devons avoir :

$$\frac{2D_{iT}r_i}{(n+1)k_{LiT}^2 \frac{\rho_{IT}x_i}{M_i}} = \frac{2D_i r_i}{(n+1)k_{Li}^2 \frac{\rho_{Ix_i}}{M_i}} = \frac{2D_{iT}r_i}{(n+1)\gamma^2 k_{Li}^2 \frac{\rho_{Ix_i}}{M_i}} \Rightarrow D_i = \frac{D_{iT}}{\gamma} \quad (74)$$

A l'aide de (17) et (71). Nous pourrions être tentés de vérifier (74) à l'aide de la transformation de la relation de FICK, mais sur terre cette relation est 3D alors que la transformation (9) est 4D. Nous revenons sur le principe d'inséparabilité de l'espace et du temps lors d'un changement de repère inertiel (MINKOWSKI 1907) vu section 1 et dans (FONTEIX et al. 2022). La vérification directe de (74) à l'aide de la loi de FICK n'est pas directement possible. Par ailleurs, il faudrait, en toute rigueur, repenser en 4D toutes les théories de l'absorption gaz-liquide pour être sûr des résultats présentés ici, ce que nous ne ferons pas dans le présent papier.

Il existe d'autres configurations pour remplacer la gravitation, comme par exemple une accélération. L'inconvénient de cette technique est la courte durée de l'expérience (distance d'accélération limitée) et le fait qu'elle se déroule en régime transitoire. Une autre méthode est l'utilisation d'un jet de liquide, dont l'inconvénient est la difficulté de la récupération de ce jet en microgravité. Il existe aussi la possibilité de retenir le liquide dans un milieu poreux, et son inconvénient est la tortuosité de ce milieu. En effet, la diffusion suit alors la direction plus ou moins aléatoire des pores, ce qui réduit l'effet relativiste. Quelle serait dans ces différents cas l'influence d'une réaction chimique ? Il faudrait en faire l'expérience. Par ailleurs, pour comparer des résultats comparables, il faut aussi un appareil expérimental identique sur terre et dans un véhicule spatial suffisamment rapide (vitesse proche de celle de la lumière dans le vide).

## 12 Conclusion

Pour qu'un effet relativiste soit perceptible sur la diffusion (cas colinéaire dans le même sens que la vitesse du véhicule spatial), il faudrait un facteur de LORENTZ d'au moins 1,01 (effet de 1%), ce qui implique une vitesse du véhicule spatial supérieure à 42000 km/s. Sachant que la vitesse de la Station Spatiale Internationale est inférieure à 8 km/s par rapport à la terre et que la terre se déplace à environ 30 km/s dans l'espace, cette vitesse de la Station Spatiale Internationale est bien trop faible pour que des effets relativistes suffisants se fassent sentir, au moins si les deux vitesses sont colinéaires et dans le même sens. Il en est de même pour le chauffage d'un liquide, les températures, sur terre et dans l'ISS, étant beaucoup trop proches. Il faudrait faire les expériences dans une fusée allant à 20% au moins de la vitesse de la lumière dans le vide pour avoir un effet supérieur à 2% ! La stœchiométrie

des réactions chimiques étant définie par des grandeurs invariantes (rapport de masses ou de moles), les vitesses de réaction sont également invariantes du fait de la conservation des hypervolumes (volume x temps) de la physique classique à la relativité restreinte. En ce qui concerne la pression, pour avoir un effet relativiste de 1% sur les pressions sur terre et dans le véhicule spatial, il faut que ce dernier atteigne une vitesse de 30000 km/s par rapport à la terre. Même si l'effet est supérieur à celui qui pourrait être obtenu à l'aide de la diffusion ou de la température, il reste faible compte tenu des vitesses atteignables actuellement. Il nous faut attendre l'apparition de moteurs bien plus puissants que ceux dont nous disposons actuellement. Ainsi, les vitesses que nos véhicules spatiaux peuvent atteindre actuellement sont nettement insuffisantes pour envisager l'application d'un Génie des Procédés Relativiste (ce qui n'est pas le cas pour les réactions chimiques ni pour celui des régimes d'écoulement diphasiques à co-courant gaz-liquide et des paramètres physiques caractéristiques dans les réacteurs à garnissage, comme nous l'avons vu précédemment).

## Références

- ALIOUI J., Poincaré visionnaire : la physique mathématique, Université de Lausanne, Faculté des lettres, Section de philosophie, 2011
- ARZELIES H., Transformation relativiste de la température et de quelques autres grandeurs thermodynamiques, *Il Nuovo Cimento*, 35, 3 (1965a) 792-804
- ARZELIES H., Sur le concept de température en thermodynamique relativiste et en thermodynamique statistique, *Il Nuovo Cimento*, 40 B, 2 (1965b) 333-344
- ARZELIES H., Fluides relativistes - Principes généraux, équations fondamentales, Masson Ed., Paris, 1971
- BALASUBRAMANIAM R., RAME E., MOTIL B.J., Microgravity liquid-gas two-phase flow: Review of pressure drop and heat transfer correlations and guidelines for equipment operability, *NASA/TM – 219-220147 mars* (2019) 1-52
- BERNARDO P., IULIANELLI A., MACEDONIO F., DRIOLI E., Membrane technologies for space engineering, *Journal of Membrane Science*, 626 (2021) 119177-119242
- BRAGINSKY V.B., CAVES C.M., THORNE K.S., Laboratory experiments to test relativistic gravity, *Physical Review D* 15 (1992) 2047-2068
- BRUHAT Y., Etude des équations des fluides chargés relativistes inductifs et conducteurs, *Commun. Math. Phys.*, 3 (1966) 334-357
- CAMARGO M., FONTEIX C., MEIMAROGLOU D., CHARPENTIER J-C., Vers un génie des procédés relativiste part 1: dynamique d'un mélange fluide continu en relativité restreinte, *Congrès de la SFGP*, Nantes (2019) 279040
- DANCI V., The nineteen postulates of Einstein's special relativity theory, *ViXra.org*, 2017
- De BROGLIE L., La thermodynamique cachée des particules, *Ann. Inst. Henri Poincaré*, 1, 1 (1964) 1-19
- De BROGLIE L., La thermodynamique relativiste et la thermodynamique cachée des particules, *Int. J. of Theoretical Physics*, 1,1 (1968) 1-24

De BROGLIE L., Thermodynamique relativiste et mécanique ondulatoire, *Ann. Inst. Henri POINCARÉ, section A Physique Théorique*, 9, 2 (1968) 89-108

De BROGLIE L., Recherches d'un demi-siècle, Albin Michel 1976

De BROGLIE L., Diverses questions de mécanique et de thermodynamique classiques et relativistes, *Lectures notes in physics, new series m : Monographs, Springer-Verlag*, 1995

DERRADI de SOUZA R., KOIDE T., KODAMA T., Hydrodynamic approaches in relativistic heavy ion reactions », *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 86 (2016) 35-85

DISCONZI M.M., On the well-posedness of relativistic viscous fluids, *Nonlinearity*, 27 (2014) 1915-1935

FER F., Thermodynamique macroscopique, I and II, Gordon and Breach Science Publishers Ltd, London 1970

FONTEIX C., MEIMAROGLOU D., CAMARGO M., FEIDT M., Nouvelle dynamique des mélanges fluides continus Partie 1 : En relativité restreinte, *HAL* (2020 a) 02482689

FONTEIX C., MEIMAROGLOU D., CAMARGO M., FEIDT M., Nouvelle dynamique des mélanges fluides continus Part 2 : en relativité générale, *hal* (2020 b) 02482702

FONTEIX C., B.I. MORSI, MEIMAROGLOU D., CAMARGO M., Sur quelques aspects de la relativité restreinte, *hal* (2022) 03641116

FRONTEAU J., L'entropie fine, la mécanique dissipative et la notion de masse au repos variable, *Ann. Inst. Henri Poincaré*, 18, 2 (1973) 99-120

FRONTEAU J., Et si la chaleur était d'essence non covariante ? (Contribution à la relativisation de la thermodynamique sur la base d'une thermodynamique fine, *Ann. Inst. Henri POINCARÉ, section A Physique Théorique*, 22, 1 (1975) 63-79

HAFELE J.C., KEATING R.E., Around-the-world atomic clocks: predicted relativistic time gains, *Science*, 177, 4044 (1972a) 166-168

HAFELE J.C., KEATING R.E., Around-the-world atomic clocks: observed relativistic time gains, *Science*, 177, 4044 (1972b) 168-170

HAFELE J.C., Relativistic time for terrestrial circumnavigations, *American Journal of Physics*, 40, 1 (1972c) 81-85

HALBWACHS F., Théorie relativiste des fluides à spin, Gauthier-Villars, Paris 1960

LARACHI F., MUNTEANU M.C., Magnetic emulation of microgravity for earth-bound multiphase catalytic reactor studies – Potentialities and limitations, *AIChE Journal*, 55, 5 (2009) 1200-1216

LARACHI F., MUNTEANU M.C., Varying gravity force using magnetic-field emulated artificial gravity: application to cocurrent gas-liquid flows in porous media, *Ind. Eng. Chem. Res.*, 49 (2010a) 3623-3633

LARACHI F., MUNTEANU M.C., Gas-liquid flow solid-catalyzed reactions in magnetic-field emulated microgravity, *J. Phys. Chem. C*, 114 (2010b) 6534-6542

LICHNEROWICZ A., Etude mathématique des fluides thermodynamiques relativistes, *Commun. Math. Phys.*, 1 (1966) 328-373

Mc DONALD K.T., Answer to Question #49. Why  $c$  for gravitational waves?, *American Journal of Physics* 65, (1997) 591-592

MAHJOUB B., Système d'évolution d'un fluide relativiste conducteur de chaleur, *Ann. Inst. Henri POINCARÉ, section A Physique Théorique*, 14, 2 (1971) 113-137

MARLE C.M., Sur l'établissement des équations de l'hydrodynamique des fluides relativistes dissipatifs I – l'équation de BOLTZMANN relativiste, *Ann. Inst. Henri POINCARÉ, section A*, 10, 1 (1969) 67-126

MINKOWSKI H., The relativity principle, Meeting of the Göttingen Mathematical Society, November 5, 1907

MIZONY M., L'héritage de Poincaré de l'éther à la modélisation, Université de Lyon 1, Institut de recherche sur l'enseignement mathématique (IREM), 2005

MOTIL B.J., BALAKOTAIAH V., KOMATONI Y., Gaz-liquid two-phase flow through packed beds in microgravity, *AIChE J.* 49 (2003) 557-565

MOTIL B. J., RAME E., SALGI P., BALAKOTAIAH V., Gas-liquid flows through porous media in microgravity: The International Space Station Packed Bed Reactor, *AIChE J.* 67 (2020) e1703

MUNTEANU M.C., Process intensification in artificial gravity, *Thèse de PhD, Département de génie chimique, Faculté de sciences et de génie, Université Laval, Québec, Canada* (2008) 204 p.

MUNTEANU M.C., LARACHI F., Flow regimes in trickle beds using magnetic emulation of micro/microgravity, *Chemical Engineering Science*, 64 (2009) 391-402

PICHON G., Etude relativiste de fluides visqueux et chargés, *Ann. Inst. Henri POINCARÉ, section A Physique Théorique*, 2, 1 (1965) 21-85

PIERSEAUX Y., Le concept d'événement, le concept d'état et la loi de Boltzmann dans la relativité restreinte d'Einstein, *Annales de la Fondation Louis de Broglie*, Vol. 26, 3, 2000

PIERSEAUX Y., Einstein's quantum clocks and Poincaré's classical clocks in special relativity, *ArXiv.org* 2001

PIERSEAUX Y., La cinématique relativiste sous-jacente à l'ellipse de POINCARÉ, *C. R. Physique*, 8 (2007) 921-928

POINCARÉ H., Les géométries non Euclidiennes, *Revue générale des sciences pures et appliquées*, 23, 1891

POINCARÉ H., Sur les principes de la mécanique, Congrès International de Philosophie, Logique et histoire des Sciences, 3 (1901) 457-494

POINCARÉ H., Sur la dynamique de l'électron, *Rendiconti del Circolo matematico di Palermo*, 21 (1906) 129-176

POINCARÉ H., *La Valeur de la science* (1905), Flammarion, Collection Champs Sciences, 1970



REZZOLLA L., ZANOTTI O., *Relativistic Hydrodynamics*, Oxford University Press 2013

ROTHENSTEIN B., ZAHARIE I., *Relativistic thermodynamics for the introductory physics course*, *Jour. of Theoretics, Guest Commentary*, 5-2 (2003) 8 p.

SCHULMAN L. S., *Formulation and justification of the WHEELER-FEYNMAN absorber theory*, *Foundations of Physics*, vol. 10, n° 11-12 (1980) 841-853

SCOTT A.W., *The non-Euclidian style of Minkowskian relativity*, Université de Nantes, Faculté des Sciences et techniques, Centre Atlantique de Philosophie, 1999

SCOTT A.W., *Henri Poincaré et l'espace-temps conventionnel*, *hal* 00377077, 2009

STRATONOVITCH J., *La bizarre disparité des instruments de la relativité restreinte*, *hal* (2014) 01096136

STRATONOVITCH Jean, *Une axiomatisation de la géométrie fondée sur l'instrument et l'expérience*, *hal* (2015) 01238713

STRUCHTRUP H., *Projected moments in relativistic kinetic theory*, *Physica A* 253 (1998) p. 555-593

TAGHAVI M., MOTIL B.J., NAHRA H., BALAKOTALAH V., *The international space station packed bed reactor experiment: capillary effects in gas-liquid two-phase flows*, *NPJ Microgravity*, 9, Article 55 (2023) 1-11

TARTAGLIA A., RUGGIERO M.L., *Gravito-electromagnetism versus electromagnetism*, *European Journal of Physics* 25 (2004) 203-210

TORRETI R., *Philosophy of geometry from Riemann to Poincaré*, Dordrecht, Reidel 2<sup>nd</sup> edition, 1984

Von LAUE M., *Ein beispiel zur dynamik der relativitätstheorie*, *Verhandl. Deutsch. Phys. ges.* (1911) 513-518