



HAL
open science

Transmission planétaire magnétique : étude, optimisation et réalisation

Eid Abdelbaki Ahmed Gouda

► **To cite this version:**

Eid Abdelbaki Ahmed Gouda. Transmission planétaire magnétique : étude, optimisation et réalisation. Autre. Université Henri Poincaré - Nancy 1, 2011. Français. NNT : 2011NAN10024 . tel-01746166

HAL Id: tel-01746166

<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01746166>

Submitted on 29 Mar 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

FACULTE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES

Ecole Doctorale: Informatique Automatique Electrotechnique Electronique Mathématiques
Département de Formation Doctorale: Electrotechnique Electronique

Thèse

présentée en vue de l'obtention du grade de

Doctorat de l'Université Henri Poincaré, Nancy I
Spécialité Génie Electrique

Par

Eid Abdelbaki Ahmed GOUDA

Maître Assistant à la Faculté d'Ingénieurs, Université de Mansoura, Égypte.

TRANSMISSION PLANETAIRE MAGNETIQUE
ETUDE, OPTIMISATION ET REALISATION

Soutenance publique le 20 Juin 2011 devant le jury composé de :

Membres du jury :

Jean-Paul YONNET	Directeur de Recherche (DR1) CNRS , G2ELab, INPG, Grenoble	Président et rapporteur
Abdelmounaim TOUNZI	Professeur, L2EP, USTL, Lille	Rapporteur
Abdelatif MIRAOUI	Professeur, SET, UTBM, Belfort	Examinateur
Abderrezak REZZOUG	Professeur, GREEN-UHP, Nancy	Directeur de la thèse
Smaïl MEZANI	Maître de conférences, GREEN-UHP, Nancy	Co-directeur de la thèse
Lotfi BAGHLI	Maître de conférences, GREEN-UHP, Nancy	Co-directeur de la thèse

AVANT PROPOS

Ce mémoire de thèse contient des résultats d'un travail entamé en juillet 2007 qui ont été effectués au sein du Groupe de Recherche en Electrotechnique et Electronique de Nancy (GREEN) à l'Université Henri Poincaré (UHP), Nancy1.

Tout d'abord, je tiens à remercier mon directeur de thèse, le Professeur Abderrezak REZZOUG (directeur du GREEN lors de ma venue en France), pour m'avoir accueilli comme doctorant au sein de son équipe de recherche. Je le remercie également pour ses conseils scientifiques très avisés, ses remarques très pertinentes, du temps qu'il a su me consacrer, son aide très précieuse dans la mise en place des mesures expérimentales, et de la confiance qu'il m'a accordée durant ces quatre années de thèse.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à M. Smail MEZANI et à M. Lotfi BAGHLI, Maîtres de Conférences à l'Université Henri Poincaré, pour avoir co-encadré cette thèse, de m'avoir choisi pour ce sujet de thèse, et de m'avoir permis d'effectuer ces travaux de recherche dans les meilleures conditions possibles. Je les remercie également pour leur aide très précieuse durant ces quatre années de thèse. Je n'oublierais pas toutes nos discussions très animées autour de mes travaux de recherche et de leurs conseils avisés.

Je remercie sincèrement M. Jean Paul YONNET Directeur de Recherche (DR1) CNRS, M. Abdelmounaim TOUNZI Professeur à l'Université de Lille 1 et M. Abdelatif MIRAOUI Professeur à l'Université de Technologie de Belfort Montbéliard pour avoir accepté de juger mon travail.

Je remercie aussi tous mes amis doctorants du GREEN-UHP pour la bonne ambiance qui règne au sein du Laboratoire ainsi que pour les moments sympathiques qu'on a passés ensemble. Cela a été d'un grand réconfort durant les moments difficiles.

Je tiens également à remercier le Directeur du GREEN-UHP, les enseignants-chercheurs ainsi que le personnel administratif pour leur aide et leur sympathie.

Mes remerciements vont également à M. Jean-Yves Morel et toute son équipe de l'atelier de mécanique de l'ENSEM-INPL pour leur aide précieuse lors de la construction du prototype expérimental.

Je tiens aussi à exprimer mes remerciements à tous ceux qui ont eu la gentillesse d'assister à la soutenance de la thèse.

Je remercie mon pays, l'Egypte, pour m'avoir donné l'opportunité de venir en France et d'avoir financé ma thèse de doctorat.

DEDICACES

A mes parents
A ma chère épouse Amal
A mes adorables enfants Shaimaa, Sarah et Youssef

Table des matières

Table des matières

<u>Table des matières</u>	1
<u>Introduction générale</u>	5
<u>Chapitre I : Train épicycloïdal mécanique</u>	8
I.1 Introduction et fonction globale	9
I.2 Types d'engrenages.....	10
I.2.1 Engrenages droits à denture droite.....	11
I.2.2 Engrenages droits à denture hélicoïdale.....	14
I.2.3 Engrenages coniques.....	14
I.2.4 Engrenages gauches.....	15
I.3 Trains d'engrenages.....	15
I.3.1 Train à N engrenages d'axes parallèles et fixes.....	15
I.3.2 Trains épicycloïdaux.....	17
I.3.2.1 Types de trains épicycloïdaux.....	18
I.4 Formule de Willis.....	18
I.4.1 Porte-satellites bloqué.....	19
I.4.1.1 Mode 1	19
I.4.1.2 Mode 2.....	19
I.4.2 Couronne bloqué.....	19
I.4.2.1 Mode 3.....	19
I.4.2.2 Mode4.....	19
I.4.3 Soleil bloqué.....	19
I.4.3.1 Mode 5.....	19
I.4.3.2 Mode 6	20
I.4.4 Exemple.....	21
I. 4.5 Trains épicycloïdaux de types 2,3 et 4.....	21
I.5 Conditions de montage des trains épicycloïdaux.....	21
I.5.1 Condition sur le module (Condition 1).....	21
I.5.2 Condition sur les entraxes (Condition 2).....	22
I.5.3 Règle du " haricot " (Condition 3)	22
I.5.4 Condition de non contact des satellites (Condition 4).....	22
I.6 Marge permise sur la valeur de k d'un train épicycloïdale de type 1.....	23
I.7 Etude cinématique d'un train épicycloïdale de type 1.....	23
I.8 Efforts sur les dentures dans le cas d'un train épicycloïdal de type 1.....	24
I.9 Contraintes sur les dents d'engrenage.....	25
I.9.1 Contrainte de flexion sur les dents d'un engrenage.....	26
I.9.2 Contrainte de la pression superficielle de Hertz.....	30
I.9.3 Classification des coefficients de dimensionnement.....	33
I.10 Exemple de dimensionnement d'un train épicycloïdal de type 1.....	33
I.11 Quelques conclusions importantes déduites des résultats de la densité de couple du train épicycloïdal mécanique.....	38
I.12 Conclusion.....	38

Chapitre II : Train planétaire magnétique	40
II.1 Introduction et état de l'art sur le train planétaire magnétique.....	41
II.2 Avantages du réducteur à engrenages magnétiques par rapport au réducteur mécanique.....	45
II.3 Principe de fonctionnement du train planétaire magnétique.....	46
II.4 Méthode analytique pour l'étude des harmoniques d'espace de l'induction magnétique.....	49
II.4.1 Induction magnétique d'entrefer de forme carrée.....	49
II.4.2 Induction magnétique d'entrefer de forme sinusoïdale.....	54
II.5 Etude de l'induction magnétique par la méthode des éléments finis	57
II.6 Couple statique du train planétaire magnétique.....	61
II.7 Variation du couple maximal du rotor externe et du rotor interne du train planétaire magnétique.....	62
II.8 Effet de la variation de l'épaisseur des pièces polaires ferromagnétiques et des aimants permanents sur les valeurs du couple.....	63
II.9 Minimisation de l'ondulation de couple	66
II.10 Comparaison des densités de couple des trains planétaires magnétique et mécanique.....	69
II.11 Conclusion.....	70
Chapitre III : Optimisation du train planétaire magnétique	71
III.1 Introduction	72
III.2 Présentation du problème	72
III.3 Méthodes d'optimisations	74
III.3.1 Principe de l'OEP.	74
III.3.2 Formalisation et configuration de l'OEP	76
III.3.2.1 Espace de recherche.	76
III.3.2.2 Nombre de particules, τ	77
III.3.2.3 Topologie du voisinage	77
III.3.2.4 Facteur d'inertie, λ_1	77
III.3.2.5 Coefficients de confiance, λ_2 et λ_3	78
III.3.2.6 Vitesse maximale, v_{max} , et coefficient de constriction, λ_4	78
III.3.2.7 Position et vitesse initiale de chaque particule.	78
III.3.2.8 Critères d'arrêt	78
III.3.3 Algorithme de l'OEP.	79
III.3.4 Fonction test.....	81
III.4 Application.....	84
III.4.1 Méthode de la variation des paramètres.....	85
III.4.2 Maximisation du couple avec OEP et éléments finis.....	86
III.4.3 Maximisation du couple avec OEP et méthode analytique	87
III.4.3.1 Calcul analytique du couple	87
III.4.3.2 Maximisation du couple	88
III.5 Conclusion.....	90
Chapitre IV : Etude expérimentale	91
IV.1 Introduction.....	92
IV.2 Contraintes pour les calculs des dimensions du prototype.....	93

IV.3 Caractéristiques magnétiques de matériaux utilisés du prototype.....	95
IV.3.1 Pièces polaires ferromagnétiques.....	95
IV.3.2 Arbre et culasse des rotors externe et interne.....	95
IV.3.3 Aimants permanents.....	96
IV.4 Dimensions approximatives du prototype.....	96
IV.5 Dimensions réelles et le montage de chaque élément du prototype.....	97
IV.5.1 Composants principaux du prototype.....	97
IV.5.2 Rotor externe.....	98
IV.5.2.1 Aimants permanents du rotor externe.....	98
IV.5.2.2 Culasse du rotor externe.....	98
IV.5.3 Rotor interne.....	98
IV.5.3.1 Aimants permanents du rotor interne.....	98
IV.5.3.2 Arbre et culasse du rotor interne.....	99
IV.5.4 Rotor intermédiaire.....	99
IV.6 Résultats calculés par FEMM (2D) [MEE09] pour le prototype.....	100
IV.6.1 couple statique du rotor interne.....	101
IV.6.2 couple statique du rotor externe.....	102
IV.6.3 couple statique du rotor intermédiaire.....	103
IV.7 Expérimentation sur banc.....	103
IV.7.1 Mesure de couple.....	105
IV.7.2 Mesures obtenues.....	107
IV.8 Conclusion.....	109
<u>Conclusion générale</u>	110
<u>Annexe A : Equations de la méthode analytique</u>	113
A.1 Système des équations de la méthode analytique.....	114
A.2 Formation des matrices.....	118
A.2.1 Initialisation des éléments des matrices.....	118
A.2.2 Remplissage des matrices.....	118
<u>Nomenclature</u>	125
<u>Bibliographie</u>	130
<u>Liste des publications personnelles</u>	138

Introduction Générale

Introduction Générale

Il existe de nombreuses applications avec des engrenages mécaniques et des trains planétaires mécaniques dans les machines industrielles et dans la transmission des puissances mécaniques. A titre d'exemple, pour améliorer l'économie de carburant et les émissions de gaz nocifs, les véhicules hybrides sont de plus en plus utilisés et comportent des engrenages planétaires mécaniques pour gérer et transmettre les vitesses et les couples des différents actionneurs [SYE09], [KIM10].

Bien que l'utilité des engrenages mécaniques soit importante, ils ont des problèmes inhérents aux frottements de contact qui engendrent bruit, chaleur et usure. Les engrenages magnétiques peuvent être la solution à ces problèmes mécaniques. En effet, la transmission du couple se faisant sans contact il n'y a pas, comme dans un engrenage mécanique, de pertes dues aux contacts entre les dents ce qui se traduit par un rendement bien plus élevé. De plus, l'évolution des aimants permanents en termes d'énergie spécifique permet maintenant d'envisager des applications jadis exclusivement réservées aux transmissions mécaniques.

Nous nous proposons dans cette thèse d'étudier une transmission planétaire magnétique. Dans notre travail, nous essayerons de répondre à quelques questions sur la possibilité de remplacer le train planétaire mécanique par le train planétaire magnétique. Tout d'abord, est-ce que la formule de Willis, utilisée pour le calcul des trains mécaniques, est valable pour les trains planétaires magnétiques ? Ensuite, est-ce que les trains magnétiques ont des performances similaires à celles des trains mécaniques ?

Nous montrerons que la transmission magnétique peut présenter un volume moindre, des pertes inférieures et plusieurs autres avantages. Nous verrons comment obtenir le "design" optimisé d'un train magnétique. Pour cela, des calculs par éléments finis seront effectués pour l'étude électromagnétique et la méthode utilisant les essaims de particules (OEP) servira à l'optimisation de la structure étudiée. Un prototype sera réalisé pour permettre de confronter les résultats de simulation et expérimentaux.

Notre étude se décompose en quatre chapitres :

Dans le premier chapitre, on va examiner en détail la fonction globale des engrenages, les types d'engrenages et trains d'engrenages. La formule de Willis permettant l'étude cinématique du train planétaire mécanique sera utilisée pour différents modes de fonctionnement. Du point de vue mécanique, on présentera les conditions de montage des trains épicycloïdaux mais aussi les contraintes sur les dentures dans le cas d'un train épicycloïdal (contrainte de flexion des dents et pression superficielle de Hertz). Enfin, une procédure de dimensionnement complet et un exemple de calcul seront présentés.

L'étude de l'équivalent magnétique du train mécanique fera l'objet du deuxième chapitre. Nous essayerons de répondre à quelques questions sur la possibilité de remplacer les trains planétaires mécaniques par les trains planétaires magnétiques. On dressera tout d'abord un état de l'art sur le train planétaire magnétique et ses avantages par rapport au train mécanique. Par la suite, on donnera le principe de fonctionnement du train planétaire magnétique et de nombreux modèles d'études seront présentés. Une méthode analytique sera utilisée pour l'étude des harmoniques

d'espace de l'induction magnétique d'entrefer (de forme carrée ou sinusoïdale). Des calculs plus précis par éléments finis permettront de conforter l'étude analytique. De plus, on déterminera les performances du train magnétique (couple statique des différents rotors) pour différentes valeurs des paramètres géométriques (épaisseur des pièces polaires ferromagnétiques et des aimants permanents). Nous donnerons également les règles qui permettent d'avoir des couples pulsatoires les plus réduits possibles. Enfin, une comparaison des densités de couple des trains planétaires magnétique et mécanique sera dressée.

Dans le troisième chapitre, la méthode d'optimisation par essaim de particules (OEP) sera utilisée pour maximiser le couple du train planétaire magnétique. On décrira le principe, la formalisation, la configuration et l'algorithme de l'OEP. La méthode d'optimisation présentée va être testée et validée sur la fonction test de Rastrigin à m paramètres. La maximisation du couple de sortie utilisant l'OEP avec les éléments finis se fera avec des marges différentes de l'espace de recherche. Afin de diminuer les temps de calculs, la méthode de l'OEP sera couplée à un modèle analytique de calcul du couple. On montrera que la précision des calculs ne sera pas affectée.

Afin de corroborer les résultats des différentes simulations, la réalisation et les tests d'un prototype de train planétaire magnétique seront présentés dans le dernier chapitre. On mettra l'accent sur les contraintes pour les calculs des dimensions du prototype, les caractéristiques magnétiques de matériaux utilisés, les dimensions approximatives et réelles et le montage de chaque élément du prototype. Les résultats de l'expérimentation sur banc seront analysés et comparés à ceux issus de calculs numériques 2D et 3D.

Nous terminerons ce mémoire par une conclusion générale en proposant des perspectives de recherche.

Chapitre I :
Train épicycloïdal
mécanique

Chapitre I : TRAIN EPICYCLOÏDAL MECANIQUE

I.1 Introduction et fonction globale

Dans ce chapitre on va montrer en détails ce qui suit ;

- La fonction globale des engrenages,
- Les types d'engrenages,
- Les types de trains d'engrenages,
- La formule de Willis avec les différents modes de fonctionnement,
- Les conditions de montage des trains épicycloïdaux,
- Une étude cinématique d'un train épicycloïdal de type 1,
- Les efforts sur les dentures dans le cas d'un train épicycloïdal de type 1
- Les contraintes sur les dents d'engrenage
- La contrainte de flexion des dents d'un engrenage
- La contrainte de la pression superficielle de Hertz
- La classification des coefficients de dimensionnement
- Un exemple donné pour les calculs des dimensions d'un train épicycloïdal de type 1
- Une conclusion

L'engrenage sert à transmettre un mouvement de rotation par obstacles avec changement de ses caractéristiques. Il est constitué de deux roues dentées en contact (figure I.1). La plus petite s'appelle le pignon et la plus grande est la roue. Une roue qui a un rayon infini s'appelle crémaillère. Nous pouvons utiliser en général les engrenages pour transmettre le mouvement et la puissance mécanique entre deux arbres parallèles ou non parallèles, concourants ou non concourants et perpendiculaires ou non perpendiculaires. Les engrenages peuvent avoir diverses utilités comme la réduction (ou la variation) de vitesse de rotation entre deux arbres avec réduction (ou augmentation) du couple moteur [HEN06], [MAT95], [MAT96], [MAT99], [MAT98], [MAT97], [ESN94], [DUF97], [MUL82].

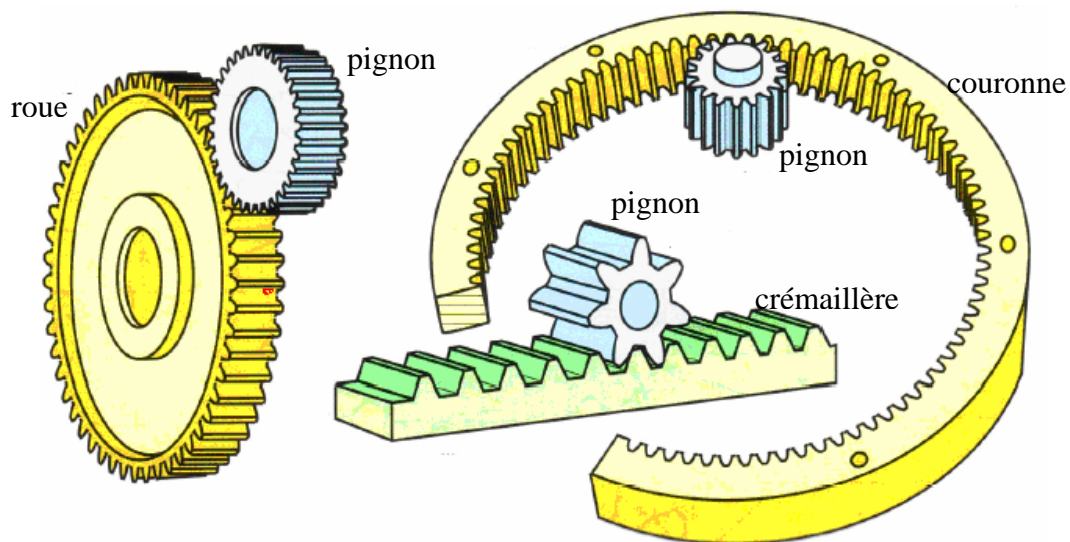


Fig. I.1 Engrenages [BER08]

Pour les systèmes d'engrenages on peut définir le rapport de transmission (rapport de vitesse ou rapport de réduction) i et le rapport de couple G_r par les équations I.1 et I.2

$$i = \frac{\Omega_{sort}}{\Omega_{entr}} \tag{I.1}$$

$$G_r = \frac{T_{sort}}{T_{entr}} \tag{I.2}$$

Avec ; Ω_{sort} la vitesse angulaire de l'arbre de sortie en rad/s , Ω_{entr} la vitesse angulaire de l'arbre d'entrée en rad/s, T_{sort} le couple de l'arbre de sortie en Nm et T_{entr} le couple de l'arbre d'entrée.

La valeur du rapport de transmission i est définie comme suit :

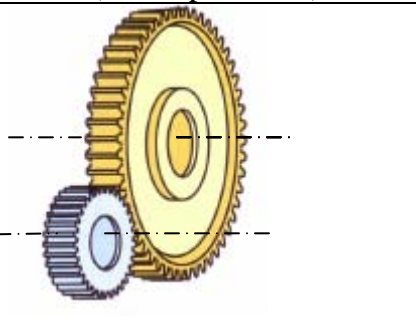
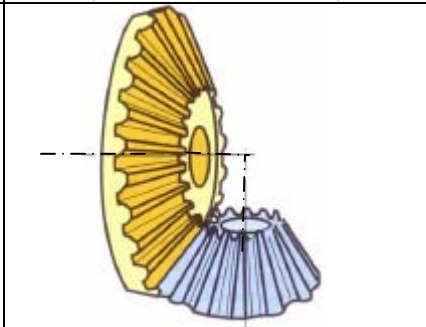
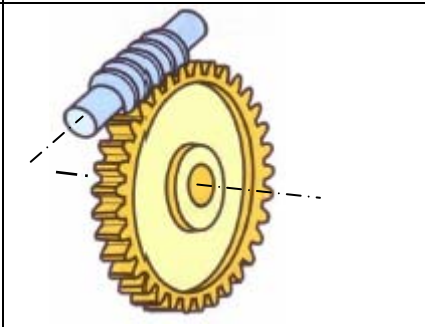
$i = 1 : \Omega_{sort} = \Omega_{entr}$

$i < 1 : \Omega_{sort} < \Omega_{entr}$. Le système d'engrenages est un réducteur de vitesse

$i > 1 : \Omega_{sort} > \Omega_{entr}$. Le système d'engrenages est un multiplicateur de vitesse

I.2 Types d'engrenages

Il y a trois catégories d'engrenages (tableau I.1). Chaque type a différentes forme et caractéristique de denture [ARQ01] ,[BER08], [HEN06], [DUF97].

Tableau I.1 Types d'engrenages		
Les engrenages droits (à axes parallèles)	Les engrenages coniques (à axes concourants)	Les engrenages gauches
		

I.2.1 Engrenages droits à denture droite

Ce type d'engrenages est considéré comme le plus simple et le plus économique. Il convient pour les arbres qui doivent toujours être parallèles. Mais il est bruyant et génère des vibrations.

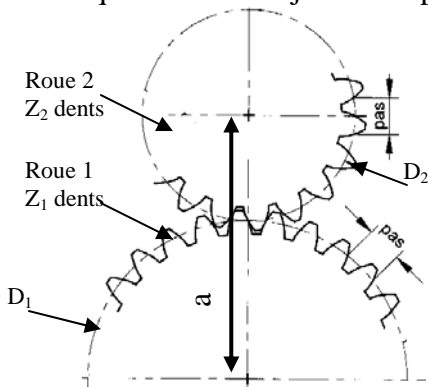


Fig. I.2 .a Engrenage en contact extérieur

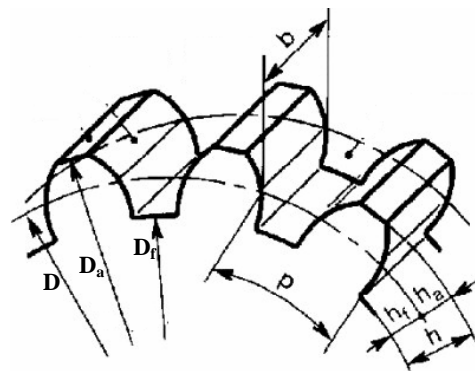


Fig. I.2 .b Profil de denture

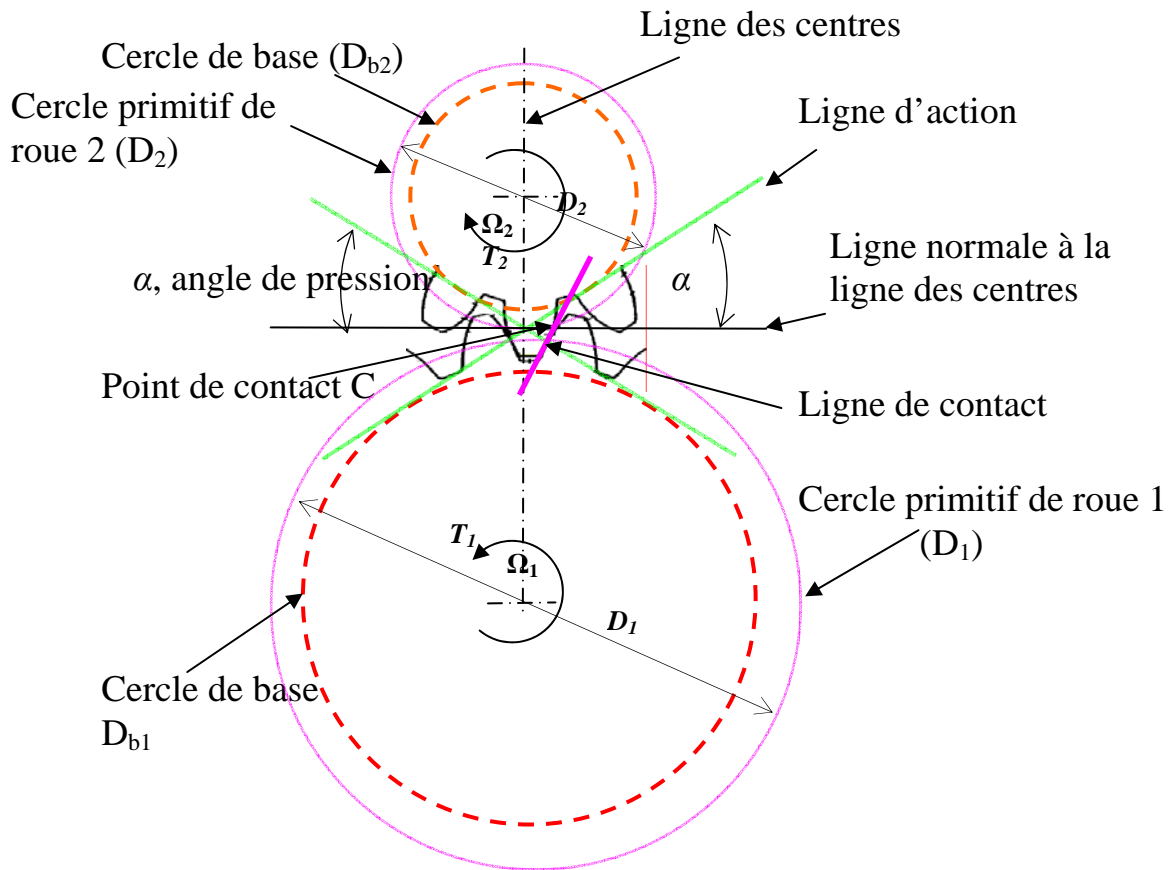


Fig. I.2 .c Géométrie d'un engrenage en contact extérieur

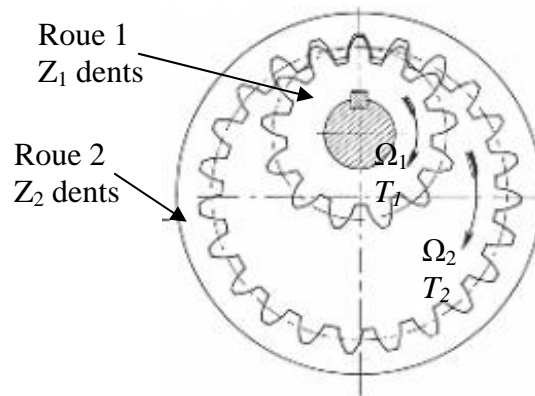


Fig. I.2 .d Engrenage en contact intérieur

Fig. I.2 Géométrie d'un engrenage droit à denture droite

On se propose de faire une étude géométrique d'un engrenage droit à denture droite (figure I.2). Généralement, on appelle roue menante la roue dentée motrice qui communique le mouvement à l'engrenage et roue menée la roue dentée réceptrice qui subit le mouvement. D'abord on définit quelques termes importants dans la conception de design [ESN94], [DUF97], [MAR01] :

- **La ligne d'action** est la tangente aux deux cercles de base.
- **L'angle de pression α** est l'angle entre la ligne perpendiculaire à la ligne des centres et la ligne d'action. Cet angle est défini par le constructeur, sa valeur est de l'ordre de 20° [ESN94], [DUF97], [MAR01].
- **Le point de pas** est l'intersection de la ligne des centres avec la ligne d'action.
- **Le cercle primitif** est le cercle dont le centre est confondu avec le centre de l'engrenage et qui passe par le point de pas.
- **Le cercle de base** est le cercle dont le centre est celui de l'engrenage et qui est tangent à la droite passant par le point de pas et formant un angle α avec la ligne normal à la ligne des centres.
- **Le module m** est la valeur permettant de définir les caractéristiques dimensionnelles de la roue dentée. C'est le rapport entre le diamètre primitif et le nombre de dents. Les dimensions de la dent sont données par le module. Les valeurs de modules normalisés (figure I.3) sont données dans le tableau suivant :

Série principale des modules en mm											
0,5	0,6	0,8	1	1,25	1,5	2	2,5	3	4	5

Les modules choisis augmentent quand les couples transmis augmentent.

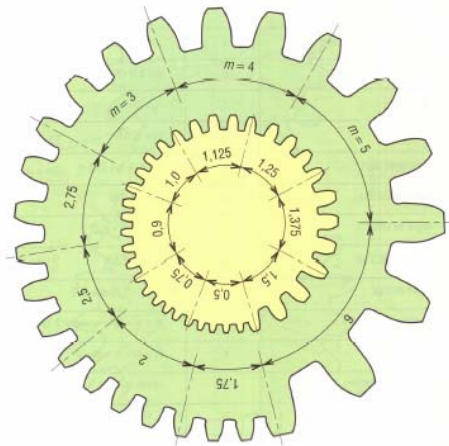


Fig. I.3 Relation entre le module et l'épaisseur de la dent [BER08], [ESN94]

Si on connaît, pour un engrenage donné, la valeur du module m , le nombre de dents Z , et en considérant la valeur de l'angle de pression $\alpha = 20^\circ$, on peut calculer ses dimensions à partir du tableau I.2. Deux roues engrènent ensemble si elles ont le même module.

Tableau I.2					
Formules pour les dimensions des engrenages[HEN06], [MAR01], [XIO06], [ESN94], [DUF97]					
Désignation	Symbole	Formule	unité	Pignon	roue
module	m		mm	m	m
Nombre de dents	Z	Par un rapport de vitesse		Z_1	Z_2
Diamètre primitif	D	$D = mZ$	mm	$D_1 = mZ_1$	$D_2 = mZ_2$
Diamètre de tête	D_a	$D_a = D + 2m$	mm	$D_{a1} = D_1 + 2m$	$D_{a2} = D_2 + 2m$
Diamètre de pied	D_f	$D_f = D - 2,5m$	mm	$D_{f1} = D_1 - 2,5m$	$D_{f2} = D_2 - 2,5m$
Diamètre du cercle de base	D_b	$D_b = D \cos \alpha$	mm	$D_{b1} = D_1 \cos \alpha$	$D_{b2} = D_2 \cos \alpha$
Saillie	h_a	$h_a = m$	mm	$h_a = m$	$h_a = m$
Creux	h_f	$h_f = 1,25m$	mm	$h_f = 1,25m$	$h_f = 1,25m$
Hauteur de dent	h	$h = 2,25 m$	mm	$h = 2,25 m$	$h = 2,25 m$
Pas	p	$p = \pi m$	mm	$p = \pi m$	$p = \pi m$
Largeur de denture	b	$b = km(5 \leq k \leq 16)$	mm	$b = km$	$b = km$
Entraxe	a	$a = (D_1 + D_2)/2$	mm	a	a

Pour un engrenage extérieur (figure I.2.a) et un engrenage intérieur (figure I.2.d), on a, si le rendement est 1, la somme des puissances d'entrée égale à la somme des puissances de sortie, ou de manière générale la somme des puissances égale à zéro donc ;

$$P_1 = -P_2 \quad (\text{I.3})$$

La relation entre la puissance, le couple et la vitesse est ;

$$P = T\Omega \quad (\text{I.4})$$

A partir des équations I.1 à I.4, la relation entre i et G_r pour l'engrenage défini dans la figure I.2 peut être s'écrire ;

$$i = \frac{\Omega_2}{\Omega_1} = -\frac{T_1}{T_2} = -\frac{1}{G_r} \quad (\text{I.5})$$

Avec ; Ω_2 la vitesse angulaire de la roue de sortie, Ω_1 la vitesse angulaire de la roue d'entrée, T_2 le couple de la roue de sortie et T_1 le couple de la roue d'entrée.

A partir du nombre de dents ou de la valeur de diamètre primitif d'un engrenage, on peut calculer le rapport de transmission i pour un engrenage extérieur (figure I.2.a) par l'équation I.6 et pour un engrenage intérieur (figure I.2.d) par l'équation I.7.

$$i = -\frac{D_1}{D_2} = -\frac{z_1}{z_2} \quad (\text{I.6})$$

$$i = \frac{D_1}{D_2} = \frac{z_1}{z_2} \quad (\text{I.7})$$

Les équations I.6 et I.7 et les figures I.2.c et I.2.d montrent que les 2 roues tournent en sens contraire dans un engrenage en contact extérieur et dans le même sens dans un engrenage en contact intérieur.

I.2.2 Engrenages droits à denture hélicoïdale

On utilise ce type d'engrenage (figure I.4) pour transmettre le mouvement et la puissance mécanique entre les arbres parallèles. De même usage que les précédents, ils permettent une transmission plus progressive, moins bruyante mais ils créent des efforts axiaux supplémentaires.

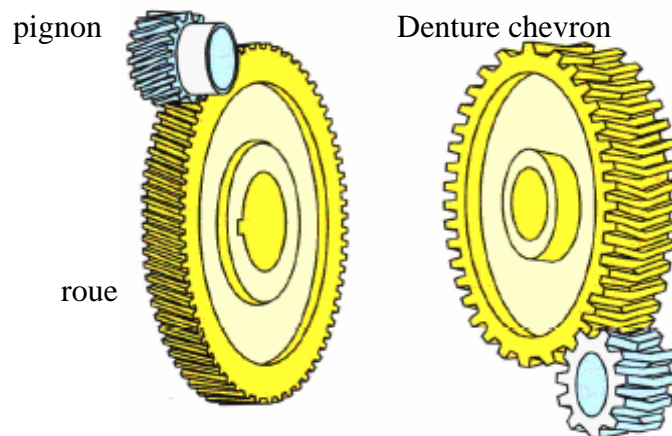


Fig. I.4 Engrenages droits à denture hélicoïdale [BER08], [ESN94]

Les hélices sont de sens contraires. Angle d'hélice (β) : angle formé par la tangente à l'hélice primitive et une génératrice du cylindre primitif. $\beta = 20$ degrés est une valeur courante [HEN06], [ESN94].

I.2.3 Engrenages coniques

Dans les engrenages coniques (figure I.5) les axes des arbres sont concourants. Dans ces engrenages, on a trois types différents de dents :

- Denture droite
- Denture spirale
- Denture hypoïde

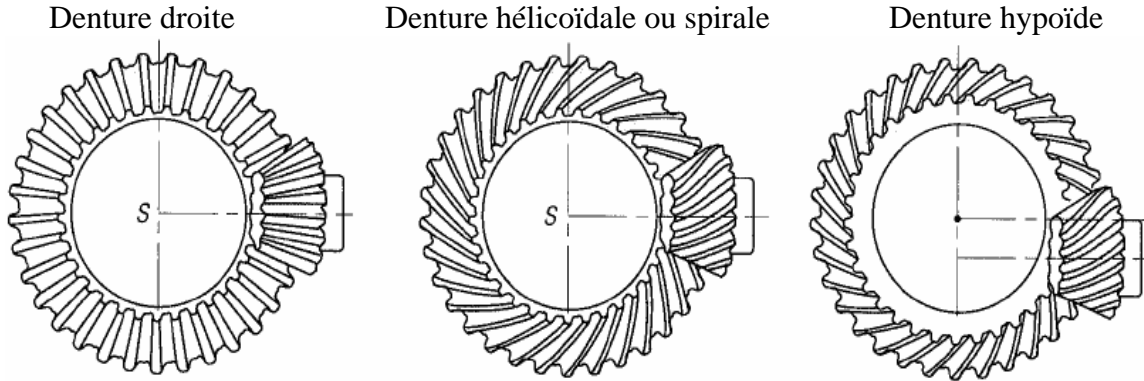


Fig. I.5 Engrenages coniques [BER08]

Les axes de cette engrenage à 90° sont les plus courants. Les surfaces primitives ne sont plus des cylindres mais des cônes [HEN06], [ESN94], [DUF97].

I.2.4 Engrenages gauches

Les axes des engrenages gauches (tableau I.1) sont orthogonaux et non concourants. Ce type d'engrenage, à grands rapports de réduction, est un peu bruyant. Le rendement est faible, et de plus le couple de décollage est beaucoup plus fort que le couple à vitesse de régime normal. Le rendement est meilleur avec les fortes inclinaisons, à condition que les métaux en présence soient bien choisis et que l'exécution des dentures soit très précise, avec des états de surface très soignés. Le frottement est important et donne un rendement moyen, mais suffisant dans le cas des faibles puissances [HEN06], [ESN94]

I.3 Trains d'engrenages

I.3.1 Train à N engrenages d'axes parallèles et fixes

Les trains d'engrenages (figure I.6) ont différentes roues dentées. Ils peuvent transformer le mouvement entre deux arbres ou plus. Le rapport de transmission i d'un train d'engrenage peut être calculé par l'équation I.8 [HEN06], [ESN94] :

$$i = \frac{\Omega_{sort}}{\Omega_{entr}} = (-1)^n \frac{\prod Z_{menantes}}{\prod Z_{menées}} \quad (I.8)$$

C'est le rapport entre le produit du nombre de dents des roues menées et le produit du nombre de dents des roues menantes. Avec ; n , le nombre de contacts extérieurs (points q en figure I.6).

À partir de l'équation I.8 et de la figure I.6 on peut avoir ;

$$i = (-1)^n \frac{z_1 z_3 \dots z_{N-1}}{z_2 z_4 \dots z_N} \quad (I.9)$$

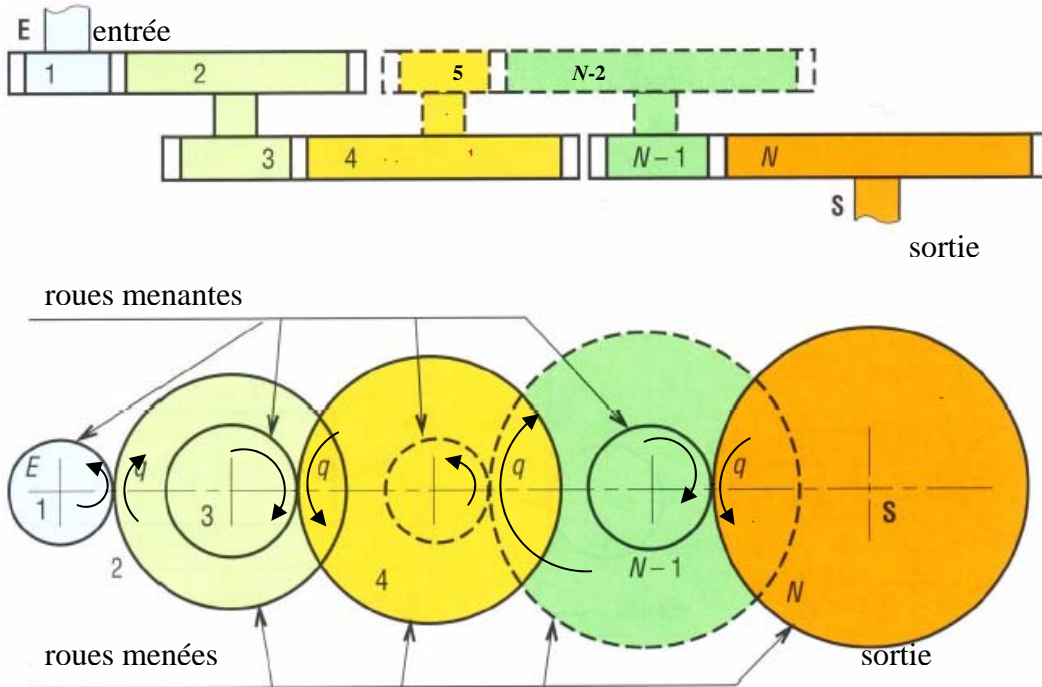


Fig. I.6 Train à N engrenages d'axes parallèles et fixes[BER08]

On peut savoir le sens de rotation à partir de la valeur de n :

- Nombre de contacts extérieurs pairs (2, 4, 6, ...) : le sens de rotation de sortie identique à celui de l'entrée (figure I.7).

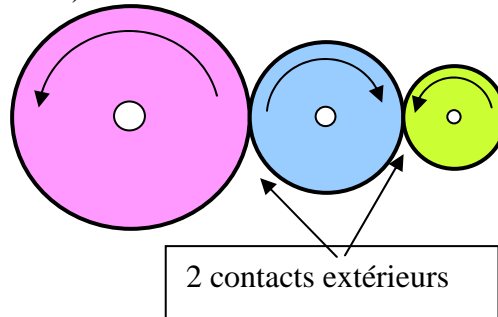


Fig. I.7 Train à 2 contacts extérieurs

- Nombre de contacts extérieurs impairs (1, 3, 5, ...) le sens de rotation de sortie est inverse à celui de l'entrée (figure I.8).

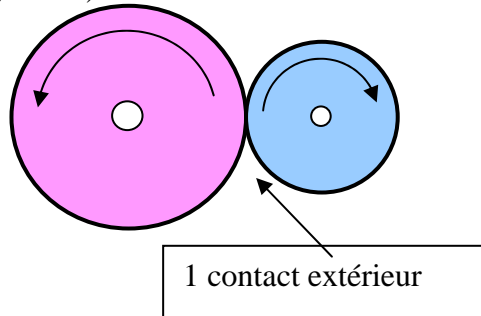


Fig. I.8 Train à 1 contact extérieur

I.3.2 Trains épicycloïdaux

Les trains épicycloïdaux permettent d'obtenir (figure I.9) un grand rapport de réduction. Les configurations sont nombreuses et variées. Sous le nom de train épicycloïdal ou engrenage planétaire, on désigne un système de transmission de puissance entre deux ou plusieurs arbres dont certains tournent non seulement autour de leur propre axe, mais aussi avec leur axe autour d'un autre axe. Les engrenages peuvent être cylindriques ou coniques. Ceux dont l'axe coïncide avec un axe fixe dans l'espace s'appellent "Couronne (3) et soleil (1)" et ceux qui tournent avec leur axe autour d'un autre s'appellent "satellites (2)". Ces derniers sont généralement maintenus en place par une pièce mobile nommée "porte-satellites (4)". Les axes des satellites ne sont pas fixes.



Fig. I.9.a Train épicycloïdal[WIK11]

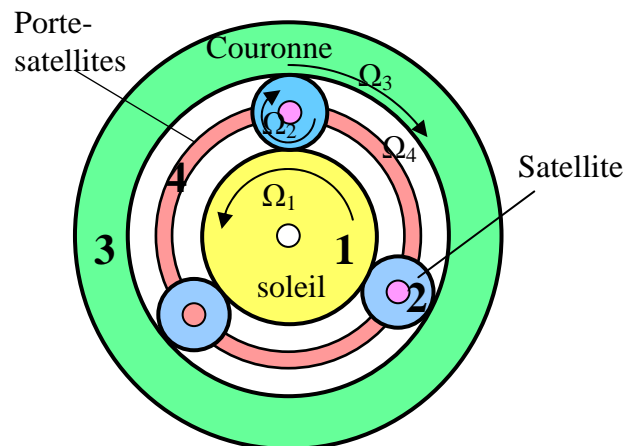


Fig. I.9.b Exemple d'un train épicycloïdal avec trois satellites

Fig. I.9 Des trains épicycloïdaux

Les systèmes planétaires offrent les avantages suivants :

- possibilité d'arrangement coaxial des arbres.
- réduction du poids et de l'encombrement pour une puissance donnée.

- possibilité d'un rapport de réduction très élevé avec un minimum d'éléments pour les transmissions à faible puissance.
- excellent rendement quand le système est judicieusement choisi.

Le désavantage majeur des systèmes planétaires est la difficulté qu'on rencontre à aligner les éléments et à éviter les déformations qui modifient l'alignement.

Pendant les dernières décennies, les engrenages et les trains planétaires ont bénéficié d'importants progrès, aussi bien dans le domaine du calcul géométrique et de la résistance des matériaux que dans l'usinage, la lubrification ou la réduction du bruit [ARQ86],[BOU75],[DUF97],[FOU90],[HEN75],[LEB75],[MAT77], [SIE73], [WIN96], [ESN94].

Il existe de nombreuses applications des trains épicycloïdaux dans tous les domaines dont celui des véhicules, en particulier les véhicules hybrides qui permettent de diminuer la consommation de carburant donc les émissions de produits de combustion. Ces véhicules utilisent un train épicycloïdal mécanique [SYE09], [KIM10] pour gérer le système de transmission des vitesses et des couples.

I.3.2.1 Types de trains épicycloïdaux :

Il y a quatre types de trains épicycloïdaux (figure I.10). 1 s'appelle le soleil, 2 les satellites, 3 la couronne et 4 le porte-satellites [CAL03], [ARQ01].

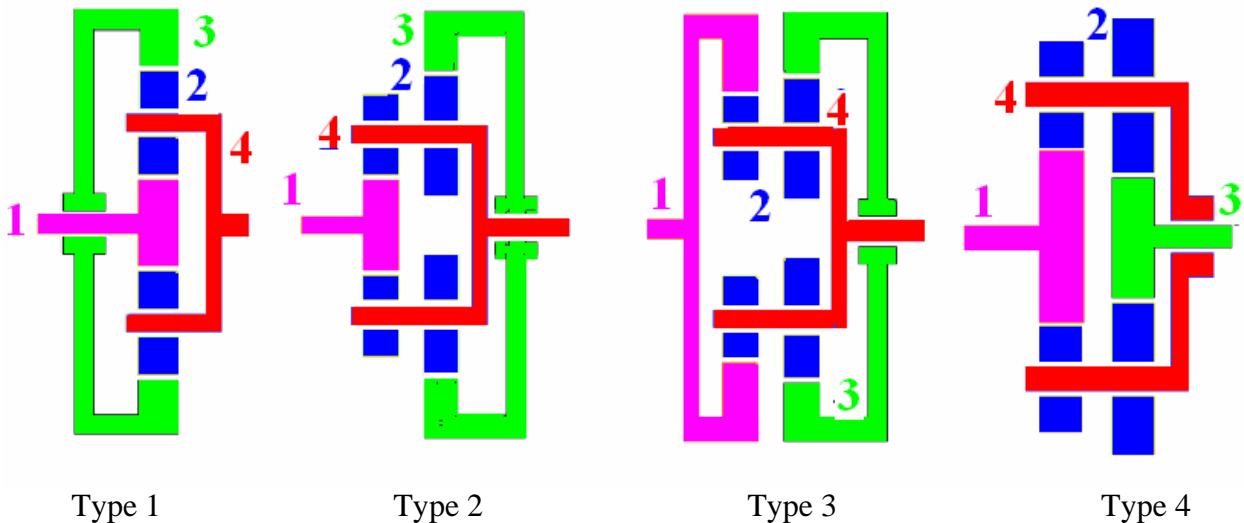


Fig. I.10 Types de trains épicycloïdaux

Cette classification permet l'identification d'un train en fonction de son corps. Les 4 principaux types présentés permettent le calcul du rapport de vitesse de la plupart des trains d'engrenages.

I.4 Formule de Willis :

On écrit d'abord la formule de Willis (loi de Willis 1841) pour un train épicycloïdal de type 1 qui permet de déterminer facilement le rapport de réduction i d'un train épicycloïdal [WIL41], [MAT99], [CAL03], [ARQ01] ;

$$k\Omega_1 + (1 - k)\Omega_4 - \Omega_3 = 0 \quad (\text{I.10})$$

Avec ; $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4$ les vitesses respectives du soleil, d'un satellite, de la couronne et du porte-satellites. Dans la plupart des modes de fonctionnement d'un train épicycloïdal, au moins une des pièces (le soleil, le satellite, la couronne ou le porte-satellites) est fixe. En nous appuyant sur les équations I.8, I.10 et sur la figure I.9.b nous allons donner la valeur du rapport de réduction i pour chacun des cas.

I.4.1 Porte-satellites bloqué ($\Omega_4=0$)

I.4.1.1 Mode 1

- l'entrée se fait par le soleil (Ω_1),
- la sortie par la couronne (Ω_3),

$$i = \frac{\Omega_{sort}}{\Omega_{entr}} = \frac{\Omega_3}{\Omega_1} = k = -\frac{Z_1}{Z_3} \quad (\text{I.11})$$

I.4.1.2 Mode 2

- l'entrée se fait par la couronne (Ω_3),
- la sortie par le soleil (Ω_1),

$$i = \frac{\Omega_{sort}}{\Omega_{entr}} = \frac{\Omega_1}{\Omega_3} = \frac{1}{k} = -\frac{Z_3}{Z_1} \quad (\text{I.12})$$

I.4.2 Couronne bloquée ($\Omega_3=0$)

I.4.2.1 Mode 3

- l'entrée se fait par le soleil (Ω_1),
- la sortie par le porte-satellites (Ω_4),

$$i = \frac{\Omega_{sort}}{\Omega_{entr}} = \frac{\Omega_4}{\Omega_1} = \frac{k}{1 - k} = -\frac{Z_1}{Z_1 + Z_3} \quad (\text{I.13})$$

I.4.2.2 Mode4

- l'entrée se fait par le porte-satellites (Ω_4),
- la sortie par le soleil (Ω_1),

$$i = \frac{\Omega_{sort}}{\Omega_{entr}} = \frac{\Omega_1}{\Omega_4} = \frac{1 - k}{k} = -\frac{Z_1 + Z_3}{Z_1} \quad (\text{I.14})$$

I.4.3 Soleil bloqué ($\Omega_1=0$)

I.4.3.1 Mode 5

- l'entrée se fait par la couronne (Ω_3),
- la sortie par le porte-satellites (Ω_4),

$$i = \frac{\Omega_{sort}}{\Omega_{entr}} = \frac{\Omega_4}{\Omega_3} = \frac{1}{1-k} = \frac{Z_3}{Z_1 + Z_3} \tag{I.15}$$

I.4.3.2 Mode 6

- l'entrée se fait par le porte-satellites (Ω_4),
- la sortie par la couronne (Ω_3),

$$i = \frac{\Omega_{sort}}{\Omega_{entr}} = \frac{\Omega_3}{\Omega_4} = 1 - k = \frac{Z_1 + Z_3}{Z_3} \tag{I.16}$$

Donc on a obtenu 6 modes différents de fonctionnement et une large marge du rapport de réduction i de ce train (voir la figure I.11 et le tableau I.3).

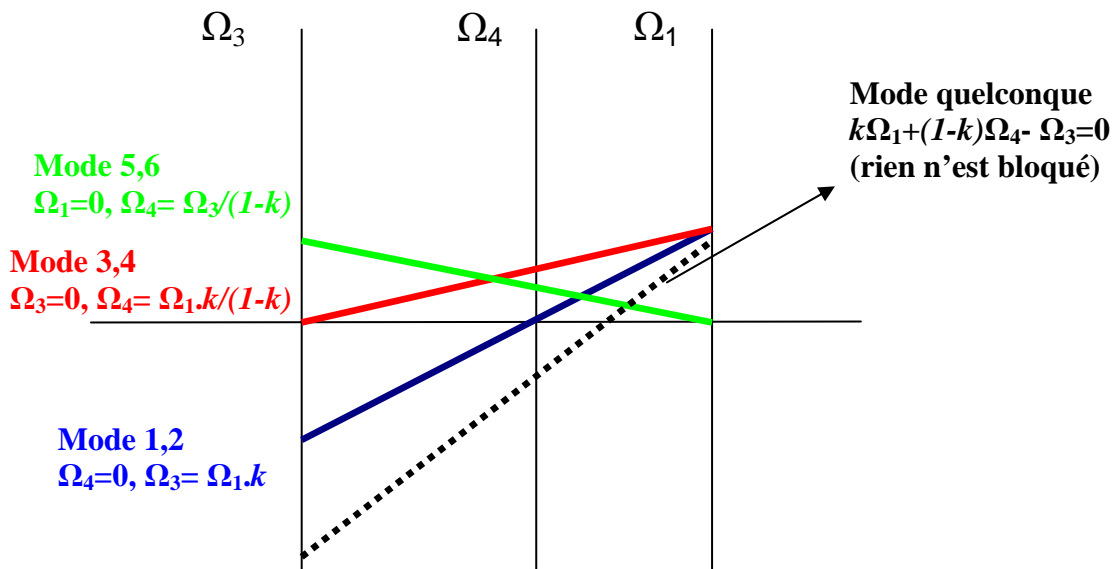


Fig. I.11 Présentation graphique des modes de fonctionnement d'un train épicycloïdal

Tableau I.3						
Modes de fonctionnement d'un train épicycloïdal avec les équations et un exemple de calculs						
						Exemple $Z_1=21, Z_2=21, Z_3=63$
mode	Ω_{entr}	Ω_{sort}	bloqué	$i = \frac{\Omega_{sort}}{\Omega_{entr}}$	$i = \frac{\Omega_{sort}}{\Omega_{entr}}$	$\Omega_{sort}/ \Omega_{entr}$
1	Ω_1	Ω_3	Ω_4	k	$-Z_1/Z_3$	-0,334
2	Ω_3	Ω_1	Ω_4	$1/k$	$-Z_3/Z_1$	-3
3	Ω_1	Ω_4	Ω_3	$k/(1-k)$	$-Z_1/(Z_1+Z_3)$	-0,25
4	Ω_4	Ω_1	Ω_3	$(1-k)/k$	$-(Z_1+Z_3)/ Z_1$	-4
5	Ω_3	Ω_4	Ω_1	$1/(1-k)$	$Z_3/(Z_1+Z_3)$	0,75
6	Ω_4	Ω_3	Ω_1	$(1-k)$	$(Z_1+Z_3)/Z_3$	1,334

I.4.4 Exemple

Si les valeurs de Z_1 , Z_2 et Z_3 sont respectivement égales à 21, 21, 63 et à partir de l'équation I.11 à l'équation I.16, on peut calculer la valeur de rapport de réduction dans chaque mode de fonctionnement (voir le tableau I.3). A partir des résultats obtenus, on voit bien que ce train planétaire offre une large marge de rapports de réduction (entre -4 et $1,3334$).

I.4.5 Trains épicycloïdaux de types 2,3 et 4

On trouve dans les trains épicycloïdaux de type 1, ceux où les satellites sont en même temps roues menantes et menées. Mais dans les types 2,3 et 4, les satellites sont faits de deux roues : une qui engrène avec la couronne et une avec le soleil. Les trains épicycloïdaux de type 2,3 et 4 sont également décrits par la formule de Willis (la méthodologie est similaire à celle relative au type 1). La différence est que les satellites ne pourront plus être en même temps menant et menés.

I.5 Conditions de montage des trains épicycloïdaux

On a quatre conditions qu'il faut respecter pour bien monter les trains épicycloïdaux. On va les présenter dans ce qui suit[ARQ01].

I.5.1 Condition sur le module (Condition 1)

Pour tous les engrenages, deux roues ne peuvent engrener que si elles ont un module identique. Donc, le soleil, le satellite et la couronne ont le même module m (équation I.17 et figure I.12)

$$m_1 = m_2 = m_3 = m \quad (\text{I.17})$$

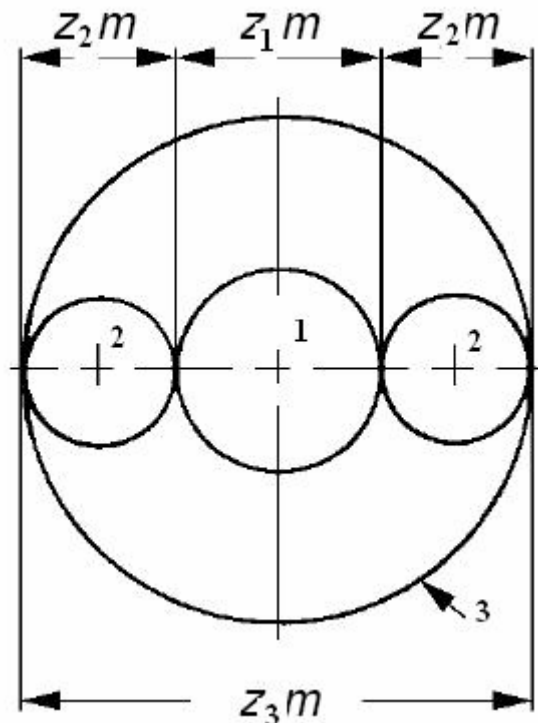


Fig. I.12 Conditions 1 et 2

I.5.2 Condition sur les entraxes (Condition 2)

Pour fonctionner, il faut que (figure I.12):

$$D_3 = D_1 + 2D_2 \tag{I.18}$$

comme:

$$D = mZ \tag{voir le tableau I.2}$$

et à partir de l'équation I.18 on obtient ;

$$Z_3 = Z_1 + 2Z_2 \tag{I.19}$$

I.5.3 Règle du "haricot" (Condition3)

Les trains planétaires ont de nombreux satellites, n_{sat} (souvent $n_{sat} = 3$). Afin que les satellites puissent engrener en même temps avec la couronne et avec le soleil, le nombre de dents comptées sur le contour en pointillés de la figure I.13 (en forme de haricot) doit être entier.

$$\frac{Z_3}{n_{Sat}} + \frac{Z_1}{n_{Sat}} + \frac{Z_2}{2} + \frac{Z_2}{2} = \eta_1, \eta_1 \text{ est entier} \tag{I.20}$$

donc :

$$\frac{Z_3}{n_{Sat}} + \frac{Z_1}{n_{Sat}} + Z_2 = \eta_1 \tag{I.21}$$

Le nombre de dents Z_2 étant entier. On obtient donc :

$$\frac{Z_3}{n_{Sat}} + \frac{Z_1}{n_{Sat}} = \eta_2, \eta_2 \text{ est entier} \tag{I.22}$$

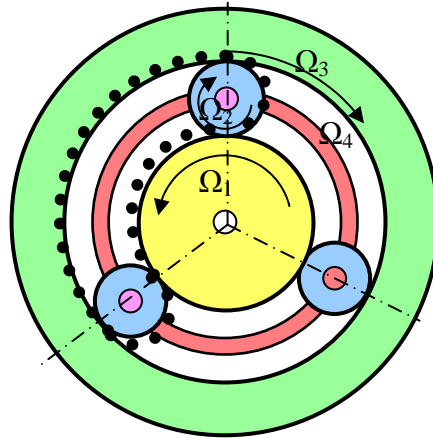


Fig. I.13 Condition 3

I.5.4 Condition de non contact des satellites (Condition4)

Pour que deux satellites adjacents successifs ne se touchent pas il faut que l'équation I.23 soit vérifiée.

$$Z_2 + 2 < (Z_1 + Z_2) \sin\left(\frac{180}{n_{sat}}\right) \quad (I.23)$$

I.6 Marge permise sur la valeur de k d'un train épicycloïdale de type 1

Pour un train épicycloïdal de type 1, les relations entre les engrenages doivent satisfaire l'équation I.19. Des équations I.11 et I.19, on peut déduire la marge permise de la valeur de k comme la suivante:

$$-1 < k < 0 \quad (I.24)$$

I.7 Etude cinématique d'un train épicycloïdale de type 1

On va examiner seulement le cas 1 du tableau I.3, pour lequel le porte-satellites est à l'arrêt ($\Omega_4 = 0$). On considère le couple d'entrée T_1 appliqué sur la roue solaire (soleil) et le couple sortie T_3 sur la couronne (figure I.14). On applique la deuxième loi de Newton (en rotation) au soleil, à un des satellites et à la couronne. Elle conduit aux équations suivantes :

$$T_1 - n_{sat} F_{t21} \frac{D_1}{2} = J_1 \frac{d\Omega_1}{dt} \quad (I.25)$$

$$F_{t32} \frac{D_2}{2} - F_{t12} \frac{D_2}{2} = J_2 \frac{d\Omega_2}{dt} \quad (I.26)$$

$$T_3 - n_{sat} F_{t23} \frac{D_3}{2} = J_3 \frac{d\Omega_3}{dt} \quad (I.27)$$

On applique à nouveau la deuxième loi de Newton (en translation) pour le satellite :

$$F_{t32} + F_{t12} - F_{t42} = M_2 \frac{D_1 + D_2}{2} \frac{d\Omega_4}{dt} \quad (I.28)$$

En régime permanent, les vitesses sont constantes alors:

$$\frac{d\Omega_1}{dt} = \frac{d\Omega_2}{dt} = \frac{d\Omega_3}{dt} = \frac{d\Omega_4}{dt} = 0 \quad (I.29)$$

À partir des équations I.25 à I.29, on obtient :

$$F_{t32} = F_{t12} \quad (I.30)$$

On obtient aussi le rapport des couples :

$$G_r = \frac{T_3}{T_1} = \frac{D_3}{D_1} \quad (I.31)$$

Comme $D=mZ$ (voir le tableau I.2) et à partir des équations I.31 et I.11, on obtient (toujours pour le cas 1 du tableau I.3) ;

$$G_r = \frac{T_3}{T_1} = \frac{D_3}{D_1} = \frac{mZ_3}{mZ_1} = -\frac{1}{k} = -\frac{\Omega_1}{\Omega_3} = -\frac{\Omega_{entr}}{\Omega_{sort}} = -\frac{1}{i} \quad (I.32)$$

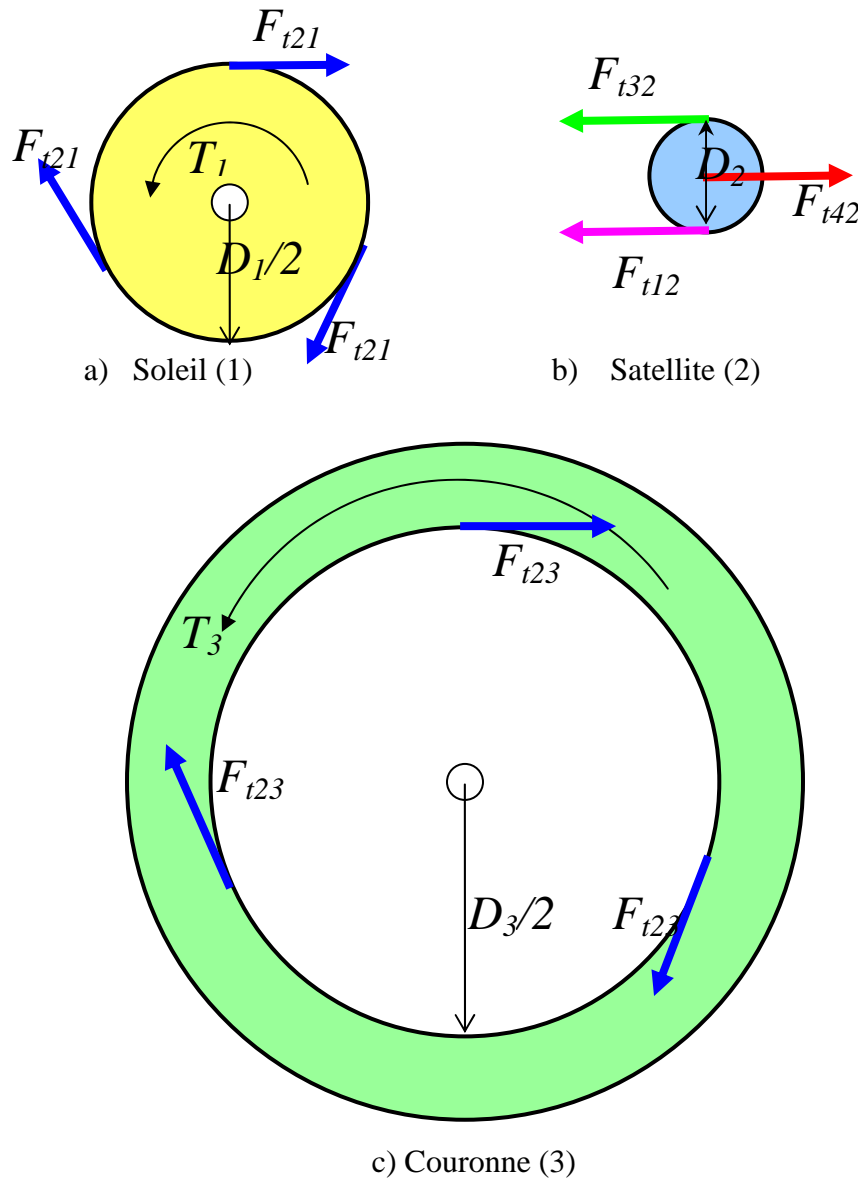


Fig. I.14 Forces sur le soleil, le satellite et la couronne

I.8 Efforts sur les dentures dans le cas d'un train épicycloïdal de type 1

Le train épicycloïdal de type 1 a deux groupes d'engrenages. Le premier groupe est constitué par le soleil et le satellite et le deuxième groupe par le satellite et la couronne (voir la figure I.9.b).

Si on applique un couple d'entrée T_1 au soleil (figure I.14), on peut obtenir les différentes composantes des forces qui sont appliquées au point de contact C (figure I.15) par les équations suivantes [MAR01];

$$F_{t12} = \frac{T_1}{0.5D_1} \quad (\text{I.33})$$

$$F_{r12} = F_{t12} \tan \alpha \quad (\text{I.34})$$

$$F_{n12} = \frac{F_{t12}}{\cos \alpha} \quad (\text{I.35})$$

Avec F_{n12} , F_{t12} , F_{r12} respectivement la force normale, la force tangentielle et la force radiale exercée par la roue numéro un (soleil) du train sur la roue numéro deux (satellite). Réciproquement, le principe d'action-réaction conduit aux mêmes forces au signe près F_{n21} , F_{t21} , F_{r21} (exercée par la roue numéro deux (satellite) du train sur la roue numéro un (soleil)) comme dans l'équation I.33, l'équation I.34 et l'équation I.35.

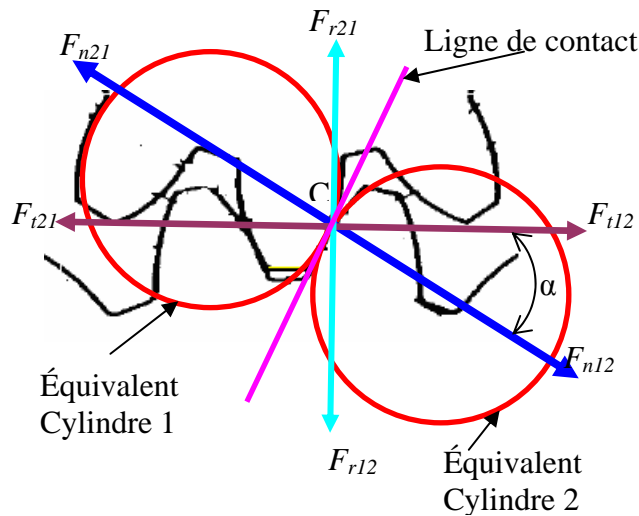


Fig. I.15 Deux dents en contact sont considérées comme deux cylindres en contact

En supposant qu'il n'y ait pas de glissement entre deux engrenages couplés en contact, le pas de dent donné par l'équation I.36, pour chaque roue, doit avoir la même valeur :

$$\frac{\pi D_1}{Z_1} = \frac{\pi D_2}{Z_2} = \frac{\pi D_3}{Z_3} \quad (\text{I.36})$$

On retrouve ainsi la condition donnée par l'équation I.17 sur le module m . Donc, on atteint la condition primaire de montage du train épicycloïdal. La relation, mise sous forme usuelle, entre la vitesse tangentielle v en (m/s), la vitesse de rotation Ω en (tr/min) et le diamètre du cercle primitif D en (mm) devient :

$$v = \frac{1}{19100} D \Omega \quad (\text{I.37})$$

I.9 Contraintes sur les dents d'engrenage

Pour des engrenages à 2 roues en contact, la force tangentielle entre les dents des engrenages produit deux types de contraintes mécaniques sur chaque dent d'engrenage[MAR01].

- la rupture par fatigue de flexion en pied de dent

- La pression superficielle de Hertz

Dans la plupart des cas pratiques industriels, les deux contraintes sont appliquées sur l'engrenage avec certaines marges sur les valeurs du module, du diamètre primitif, de la vitesse tangentielle maximale et de la vitesse angulaire maximale (tableau I.4).

Tableau I.4 Marge des paramètres qui sont utilisés dans cette étude		
	symbole	marge
Module (mm)	m	$1,5 < m < 25$
Diamètre du cercle primitif (mm)	D	$25 < D < 3200$
Vitesse tangentielle maximale (m/s)	v_{max}	$v_{max} < 25$
Vitesse angulaire maximale (tr/min)	Ω_{max}	$\Omega_{max} < 3600$

Pour faire le calcul des contraintes sur les dents on considérera que :

- la charge est unidirectionnelle,
- la matière est du SCM414,
- la surface de dureté est de HV 600 à 640,
- le noyau de dureté HB est de 260 à 280.

I.9.1 Contrainte de flexion sur les dents d'un engrenage

La flexion est la contrainte normale qui est induite en un point dans un corps soumis à des charges qui le font plier. La dent est considérée comme une simple poutre. Pour une force perpendiculaire appliquée sur l'extrémité d'une poutre (figure I.16), la flexion σ_b est calculée comme suit:

$$\sigma_b = \frac{6L}{bt^2} F_{t21} \quad (\text{I.38})$$

Pour éviter de casser la poutre (la dent), il faut avoir

$$\sigma_b \leq \sigma_{b\lim} \quad (\text{I.39})$$

donc:

$$F_{t21} \leq F_{tb\lim} \quad (\text{I.40})$$

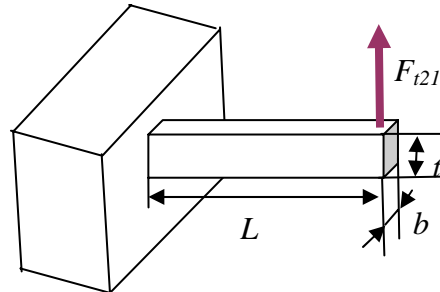


Fig. I.16.a Dent d'engrenage modélisée comme une poutre

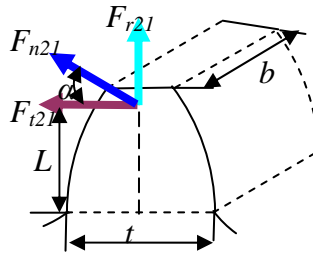


Fig. I.16.b Charge sur une dent d'engrenage

Fig. I.16 Contrainte de flexion de dent d'un engrenage

Pour concevoir le plus simplement possible le système mécanique que nous présentons, nous avons adopté la méthode proposée par le JGMA (Japanese Gear Manufacturers Association) 401-01 [JGM74] pour calculer la contrainte de flexion d'engrenages droits :

$$F_{iblim} = \sigma_{blim} \frac{mb}{Y_F Y_\epsilon Y_\beta} \left(\frac{K_L K_{FX}}{K_V K_O} \right) \frac{1}{S_F} \quad (\text{I.41})$$

Le tableau I.5 présente les significations et les marges pour des symboles utilisés dans l'équation I.41. Pour déterminer les valeurs de K_V , K_O et de S_F , les engrenages sont considérés comme idéaux. La détermination de chaque facteur dans l'équation de la contrainte de flexion est décrite en détail dans [MUL82],[JGM74], [JGM75], [DUF98], [STO11]et [HEN06].

Notons que la largeur de denture b (figure I.16.b) devrait être choisie dans la marge ($9 \times m$ à $15 \times m$). Donc, dans cette étude, on a pris $b = 10 \times m$. À partir du tableau I.5 et en utilisant les règles proposés par JGMA, l'équation de la contrainte de flexion pourrait être condensée comme suit :

$$F_{iblim} = 4165 \frac{\epsilon_\alpha m^2}{Y_F K_V S_F} \quad (\text{I.42})$$

Tableau I.5 Significations et calculs de symboles utilisés dans (I.41)			
	symbole	formule	marge
Module (mm)	m	équation I.17	$1,5 < m < 25$
Facteur de forme	Y_F	figure I.17	$1,8 < Y_F < 3,8$
Rapport de conduite	ε_α	figure I.18	$1,42 < \varepsilon_\alpha < 1,93$
Facteur dynamique	K_V	figure I.19	$1 < K_V < 1,5$
Facteur de conduite	Y_ε	$1/\varepsilon_\alpha$	
Largeur de denture (mm)	b	$10 \times m$	
Coefficient de sécurité en flexion	S_F		$S_F > 1,2$
Contrainte limite admissible en flexion (N/mm ²)	σ_{blim}	416,5	
Facteur de durée de vie de l'engrenage en flexion	K_L		1
Facteur de dimension en flexion	K_{FX}		1
Facteur de surcharge	K_O		1
Facteur d'inclinaison d'hélice	Y_β		1

Les figures I.17 à I.19 donnent d'autres informations indispensables au calcul d'un engrenage simple.

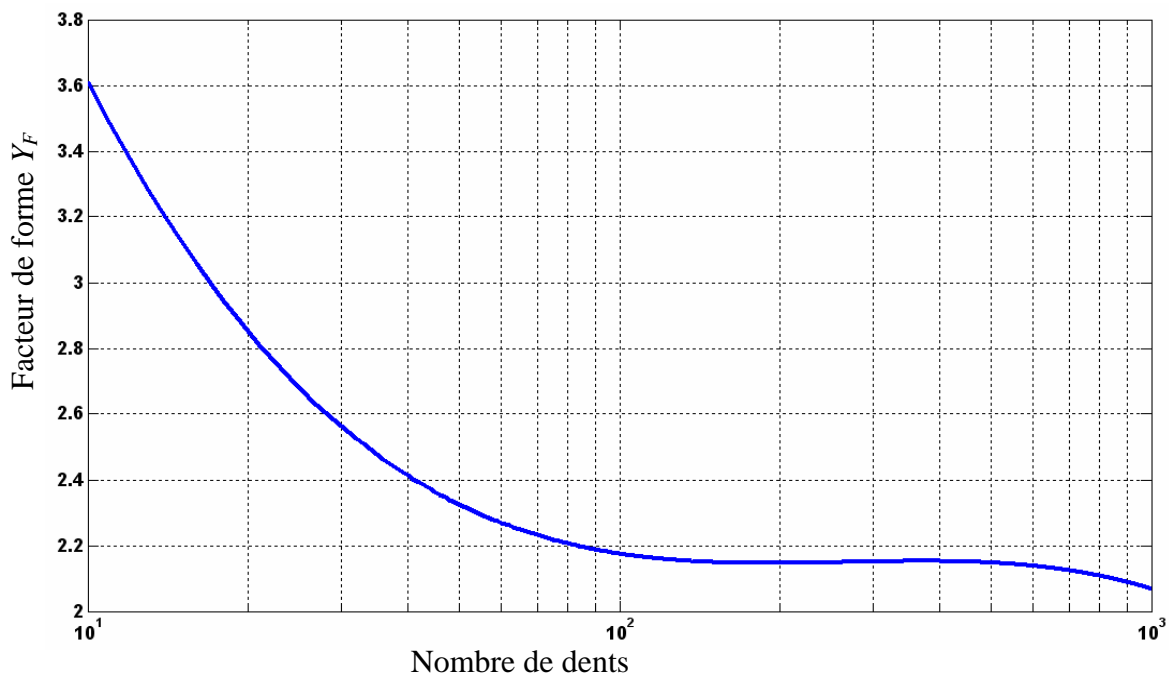


Fig. I.17 Facteur de forme Y_F

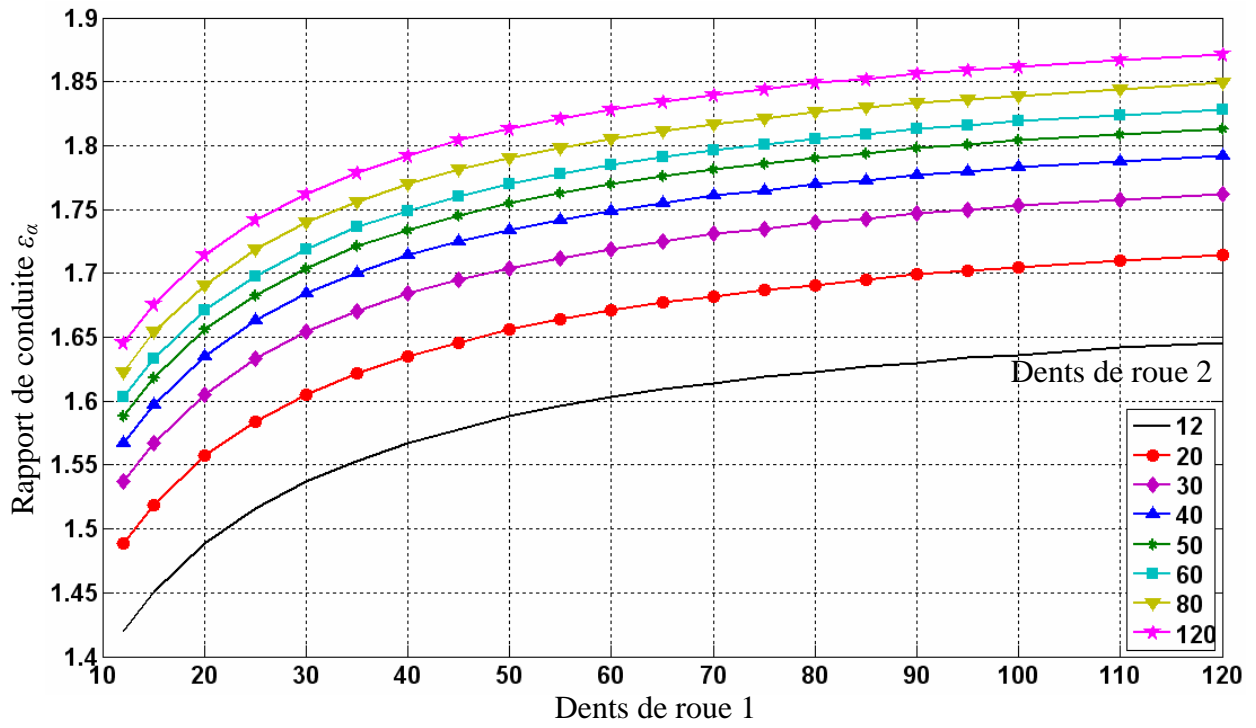


Fig. I.18 Rapport de conduite ϵ_α

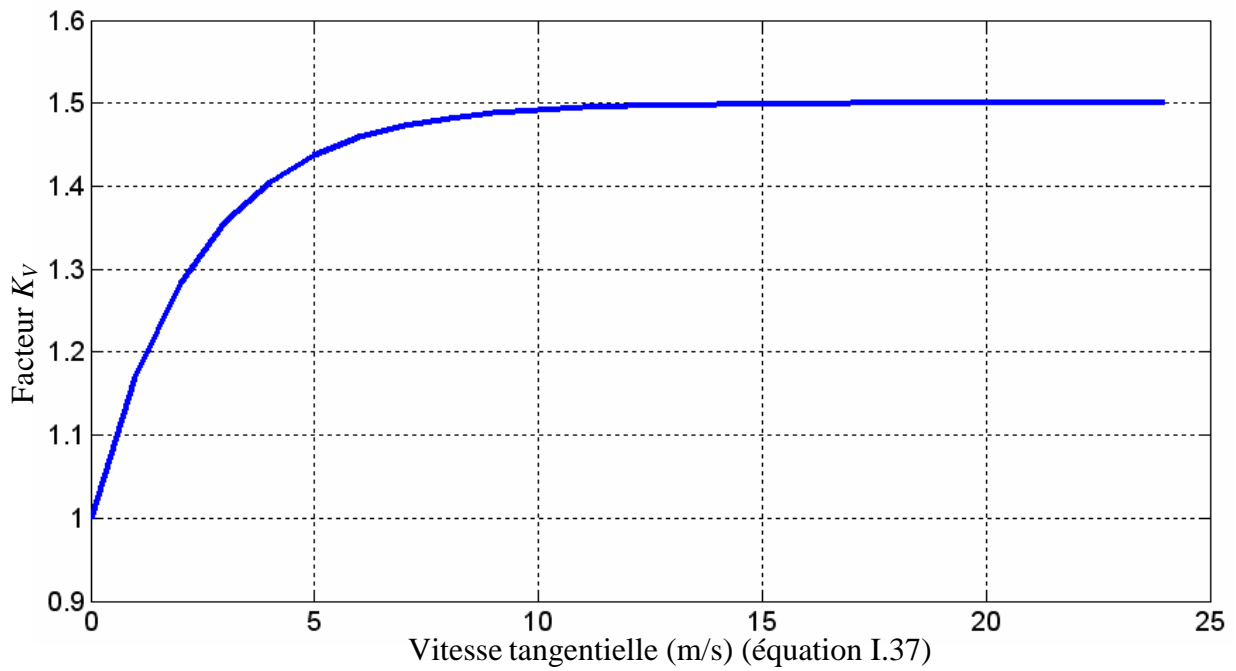


Fig. I.19 Facteur dynamique K_V

I.9.2 Contrainte de la pression superficielle de Hertz

Si on a deux surfaces courbes en contact, il existe une contrainte qui déforme la surface de contact sous les charges imposées. Cette contrainte est appelée la pression superficielle de Hertz, σ_H . La déformation de la surface de contact dépend de l'élasticité du matériau en contact, de la force normale de contact et du rayon de courbure de ces deux pièces. Prenons deux dents en contact (figure I.15), comme deux cylindres en contact. La pression superficielle de Hertz, σ_H est définie [JGM75] comme suit :

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{F_{t21}}{D_1 b_1} \frac{u \pm 1}{u} \left(\frac{Z_H Z_M Z_\varepsilon Z_\beta K_{HL}}{Z_L Z_R Z_V Z_W K_{HX}} \right)} \sqrt{K_{H\beta} K_V K_O} S_H \quad (\text{I.43})$$

et doit satisfaire la contrainte suivante

$$\sigma_H \leq \sigma_{H \text{ lim}} \quad (\text{I.44})$$

A partir des équations I.43 et I.44 on peut calculer la force tangentielle maximale admissible en pression superficielle de Hertz, $F_{tH \text{ lim}}$:

$$F_{tH \text{ lim}} = \sigma_{H \text{ lim}}^2 D_1 b_1 \frac{u}{u \pm 1} \left(\frac{Z_L Z_R Z_V Z_W K_{HX}}{Z_H Z_M Z_\varepsilon Z_\beta K_{HL}} \right)^2 \frac{1}{K_{H\beta} K_V K_O} \frac{1}{S_H^2} \quad (\text{I.45})$$

Le tableau I.6 présente les significations et les calculs des symboles utilisés dans l'équation I.45. Le symbole «+» dans l'équation I.45 s'applique pour les deux roues en contact extérieur (figure I.2 .a) mais le symbole "-" est utilisé pour les deux roues en contact intérieur (figure I.2 .d). Les valeurs des facteurs b , K_V et K_O peuvent être calculées comme dans le tableau I.5.

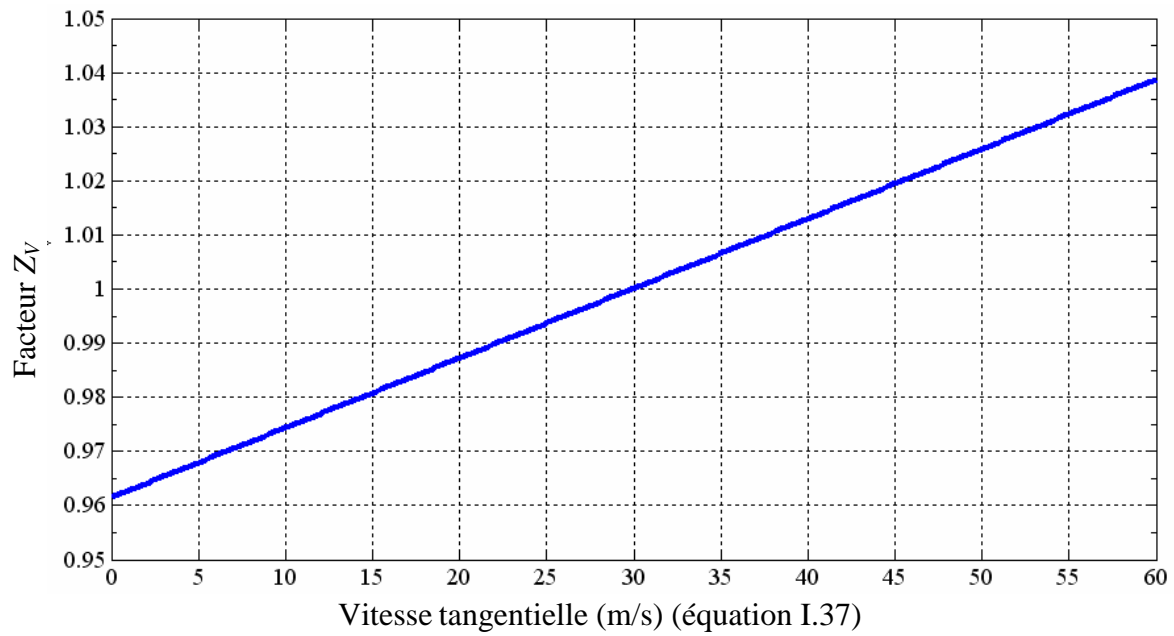
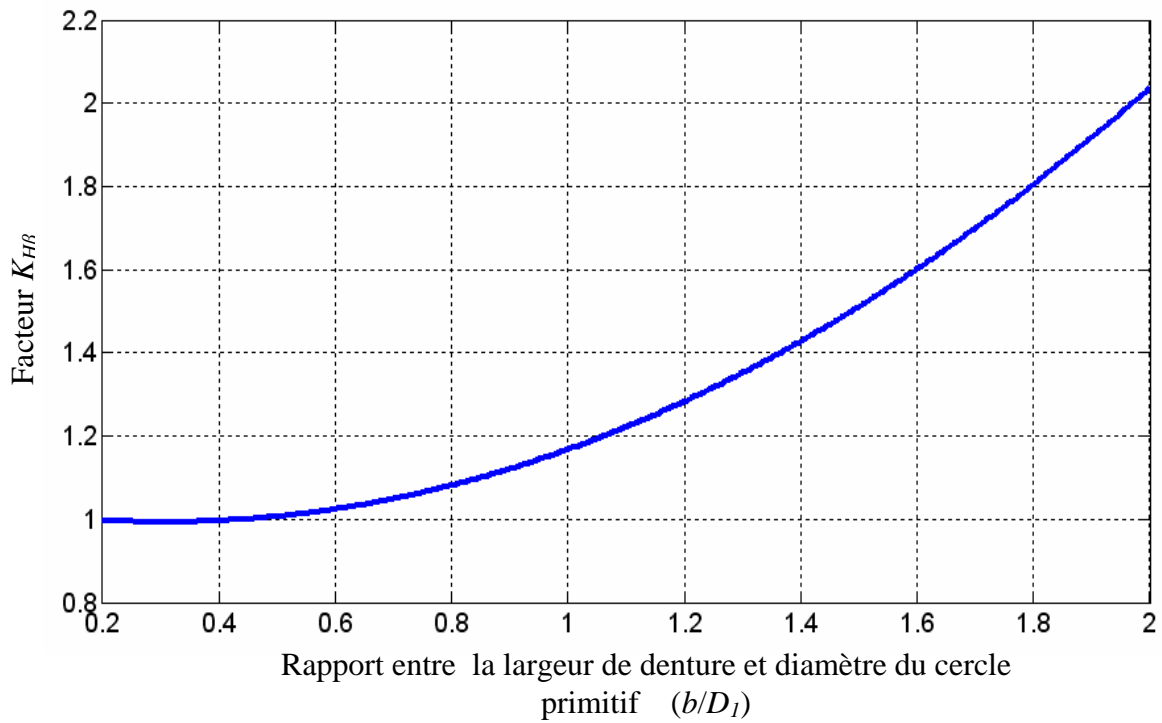
L'équation de la force tangentielle maximale admissible en pression superficielle de Hertz, $F_{tH \text{ lim}}$ pourrait aussi être condensée comme suit :

$$F_{tH \text{ lim}} = 93.5 \frac{u}{u \pm 1} \left(\frac{Z_V}{S_H} \right)^2 \frac{D_1 m}{K_{H\beta} K_V} \quad (\text{I.46})$$

Enfin, pour avoir des dimensions acceptables des deux roues en contact, la force tangentielle F_t doit satisfaire :

$$F_t \leq \min(F_{t \text{ lim}}, F_{tH \text{ lim}}) \quad (\text{I.47})$$

Tableau I.6 Significations des symboles utilisés dans (I.45) et marges acceptables			
		formule	marge
Rapport de réduction de l'engrenage	u	Z_2/Z_1	
Facteur géométrique	Z_H	2.495	
Facteur de vitesse tangentielle	Z_V	figure I.20	$0,8 < Z_V < 1,2$
Facteur de distribution de charge longitudinale	$K_{H\beta}$	figure I.21	$1 < K_{H\beta} < 2,15$
Contrainte limite admissible en pression superficielle (N/mm ²)	σ_{Hlim}		1609
Facteur d'élasticité (N/mm ²) ^{0.5}	Z_M		190
Coefficient de sécurité de la pression superficielle d'Hertz	S_H		$S_H > 1,15$
Facteur de rapport de contact	Z_c		1
Facteur d'inclinaison d'hélice	Z_β		1
Facteur de durée de vie de l'engrenage en pression	K_{HL}		1
Facteur de viscosité	Z_L		1
Facteur de dureté relative	Z_W		1
Facteur de dimension	K_{HX}		1
Facteur de rugosité	Z_R		0,9

Fig. I.20 Facteur de vitesse tangentielle Z_V Fig. I.21 Facteur de distribution de charge longitudinale $K_{H\beta}$

I.9.3 Classification des coefficients de dimensionnement

Les coefficients qui sont utilisés dans le calcul des deux contraintes, peuvent être classés en plusieurs catégories, comme le montre le tableau I.7 [BER05]

Tableau I.7 Classification des coefficients de dimensionnement		
1. Les matériaux		
	σ_{Hlim}	Contrainte limite en pression superficielle
	Z_M	Facteur d'élasticité
	σ_{blim}	Contrainte limite admissible en flexion
2. La durée de vie de l'engrenage		
	K_{HL}	Facteur de durée en pression
	K_L	Facteur de durée en flexion
3. Les effets dynamiques		
	K_V	Facteur dynamique
4. Les dimensions et la géométrie de l'engrenage		
	b	Largeur de denture
	m	Module
	D_1	Diamètre primitif de la roue 1
	u	Rapport de réduction de l'engrenage
	Y_F	Facteur de forme
	K_{HX}	Facteur de dimension
	Z_H	Facteur géométrique
	K_{FX}	Facteur de dimension en flexion
5. L'application de la charge sur les dentures		
	$K_{H\beta}$	Facteur de distribution de charge longitudinale
	Z_ϵ	Facteur de conduite en Hertz
	Z_β	Facteur d'inclinaison d'hélice
	Y_ϵ	Facteur de conduite en flexion
	Y_β	Facteur d'inclinaison d'hélice
6. La formation du film d'huile		
	Z_L	Facteur de viscosité
	Z_R	Facteur de rugosité
	Z_V	Facteur de vitesse tangentielle

I.10 Exemple de dimensionnement d'un train épicycloïdal de type 1

On va traiter le problème du dimensionnement d'un train épicycloïdal mécanique comme celui de la figure I.9.b. Il agit de deux groupes d'engrenages définis comme suit ;

- groupe 1 : engrenage en contact extérieur (soleil avec satellite).
- groupe 2 : engrenage en contact intérieur (satellite avec couronne).

En respectant les conditions de montage des trains épicycloïdaux (voir I.5 de ce chapitre), on peut avoir des dimensions acceptables. Pour avoir plus d'informations on revient aux références [CHI04] et [CHA09] qui donnent en détails les conditions entre les nombre de dents des

engrenages et le nombre de satellites. L'équation I.30 montre que les forces appliquées sur le satellite sont équilibrées.

Les équations de dimensionnement présentées dans la section précédente permettent le calcul de la force tangentielle F_t maximum qui ne détruit pas les dents du groupe interne et externe du train épicycloïdal. Les étapes qui sont utilisées pour calculer les dimensions, volume et densité de couple d'un train épicycloïdal mécanique sont les suivantes :

- pour chaque groupe, on calcule F_{tlim} et F_{tHlim} ,
- on en déduit la force tangentielle maximale entre le premier groupe (soleil, satellite) et du deuxième groupe (satellite, couronne) en utilisant l'équation I.47.
- connaissant la valeur appropriée de F_t qui remplit toutes les conditions précédentes, on peut utiliser les équations I.27 et I.29 pour calculer le couple de sortie maximum pour les dimensions données du train planétaire mécanique.
- On peut déduire le volume ainsi que la densité de couple.

Dans la suite, on présente un exemple de calculs des dimensions d'un train épicycloïdal de type 1. On utilise toujours les engrenages droits à denture droite. On considère que le train planétaire mécanique utilisé est composé du matériau SCM 415. Le point de départ concerne les données d'entrée qui sont dans la plupart des cas, D_3 , G_r , n_{Sat} , m , S_F , S_H , Ω_1 (voir la nomenclature en fin de thèse). La procédure de dimensionnement est résumée dans la figure I.22 où les données d'entrée sont fixées.

Dans le tableau I.8, les résultats principaux d'un exemple donné pour les calculs des dimensions d'un train épicycloïdal de type 1 sont présentés.

En utilisant la procédure de dimensionnement précédente, on obtient la figure I.23 qui présente la densité de couple pour un rapport de couple, $G_r \in [2 ; 10]$ un diamètre externe, $D_{30} \leq 600$ mm. On voit sur cette figure que la densité de couple diminue lorsque le rapport de couple augmente alors qu'elle reste relativement constante quand le diamètre externe varie.

Un paramètre important dans le calcul de dimensionnements de tous les engrenages mécaniques est la valeur du facteur de sécurité en flexion (S_F) et de Hertz (S_H). Il est difficile de trouver dans la littérature un ensemble approprié de valeurs de ces facteurs. En effet, il est plus ou moins lié à l'expérience de chaque fabricant et à l'application considérée. De toute évidence, les valeurs élevées du facteur de sécurité conduisent à une augmentation de la durée de vie du train épicycloïdal alors que les valeurs faibles du facteur de sécurité permettent une plus grande capacité de transmission de couple.

La figure I.24 présente l'influence des facteurs de sécurité de Hertz (S_H) et de flexion (S_F) sur la densité de couple du train épicycloïdal mécanique (dont les paramètres sont déjà donnés dans le tableau I.8). On voit qu'une densité de couple de 1000 kNm/m^3 ne peut être atteinte que si les facteurs de sécurité sont fixés à leurs valeurs minimales ($S_H = 1,15$ et $S_F = 1$). Néanmoins, nous n'avons pas trouvé dans la littérature des exemples de calcul des dimensions avec ces valeurs minimales. On peut aussi voir sur la figure I.24, que, la variation du facteur de sécurité de Hertz S_H a plus d'influence que celle du facteur de flexion S_F sur la densité de couple du train épicycloïdal.

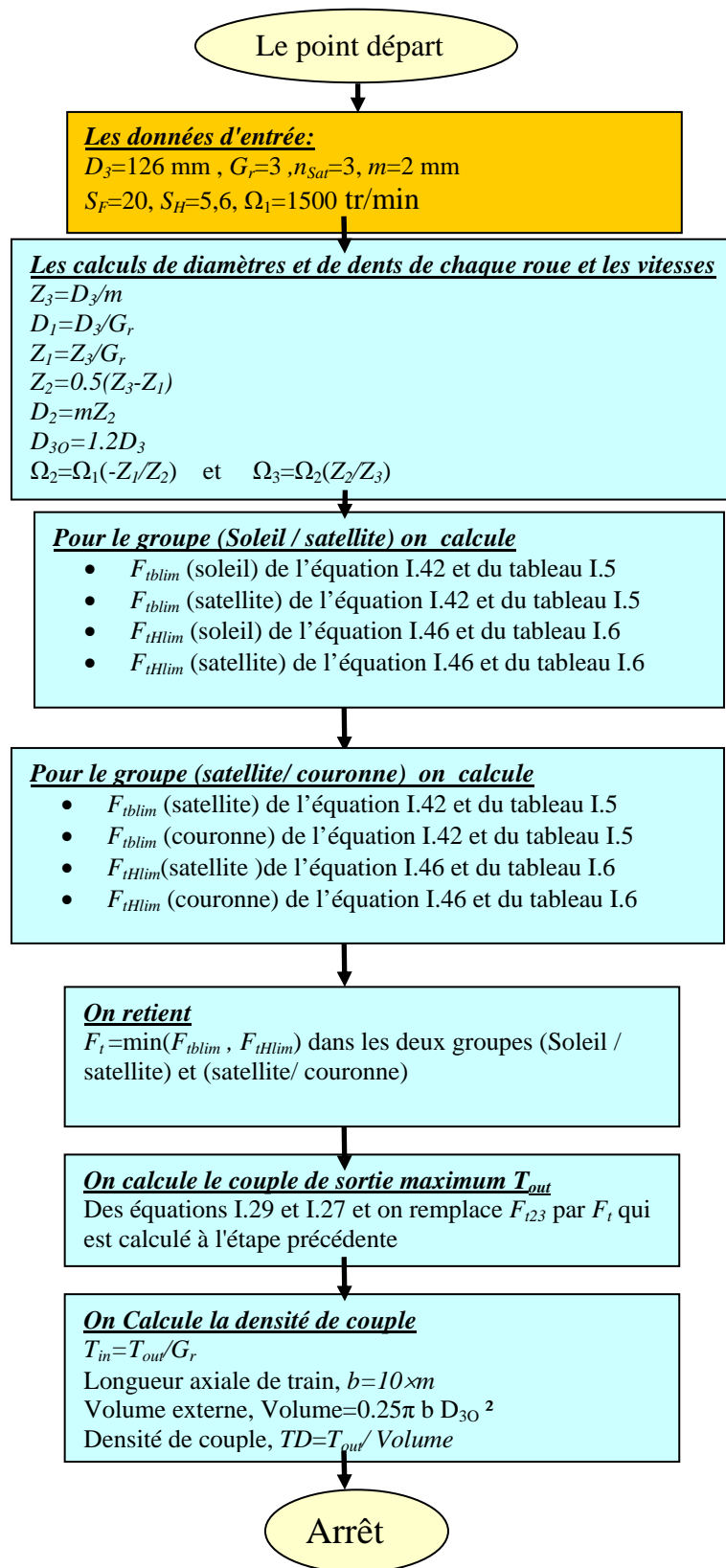


Fig. I.22 Procédure résumée du dimensionnement d'un train épicycloïdal mécanique

Description	valeur			
	Soleil / satellite		Satellite / couronne	
	Soleil	satellite	satellite	couronne
Nombre de dents Z	21	21	21	63
Diamètre primitif D , (mm)	42	42	42	126
Nombre de satellites n_{Sat}	3			
Diamètre externe D_{30} , (mm)	151			
Largeur de denture b (longueur axiale), (mm)	20			
Facteur de sécurité de contrainte de flexion, S_F	20		20	
Facteur de sécurité de contrainte de Hertz, S_H	5,6		5,6	
Force tangentielle (flexion) F_{tlim} , (N)	332	332	356	438
Force tangentielle (Hertz) F_{tHlim} , (N)	81,3	81,3	244	244
Force tangentielle minimale F_t , (N)	81,3			
Couple d'entrée maximum T_{in} , (Nm)	5,12			
Couple de sortie maximum T_{out} , (Nm)	15,36			
Rapport de couple, G_r	3			
Densité de couple, (kNm/m ³)	43			

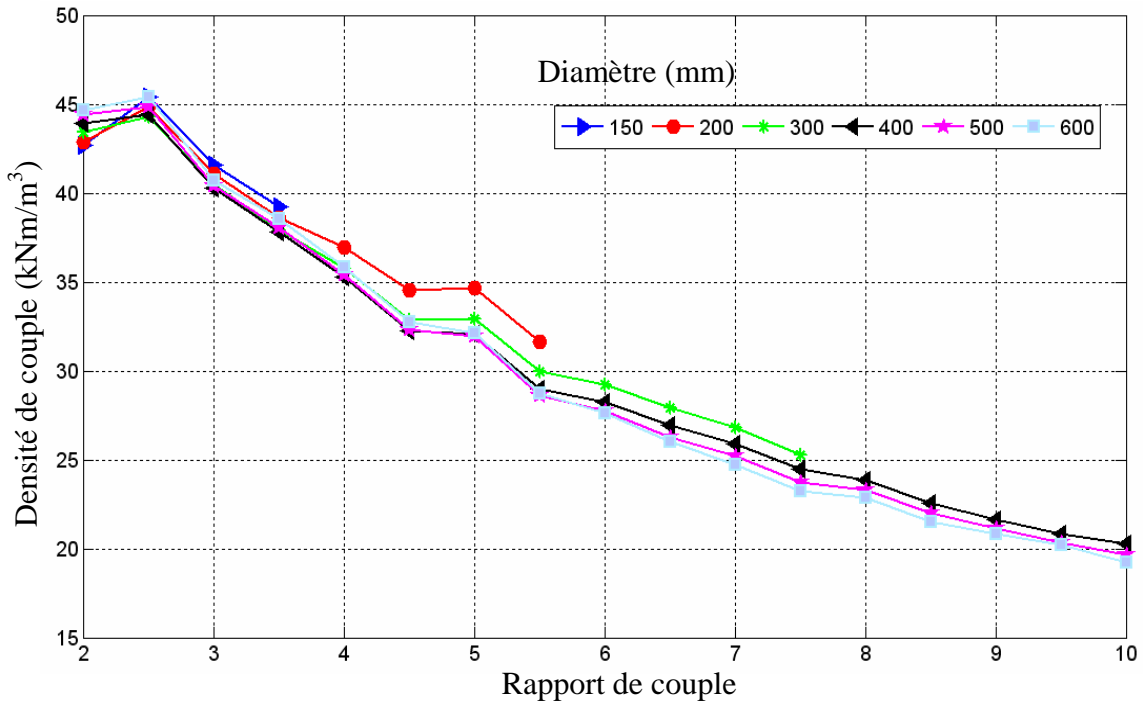


Fig. I.23 Densité de couple d'un train épicycloïdal mécanique pour différentes valeurs du diamètre externe et du rapport de couple ($S_H=5.6$)

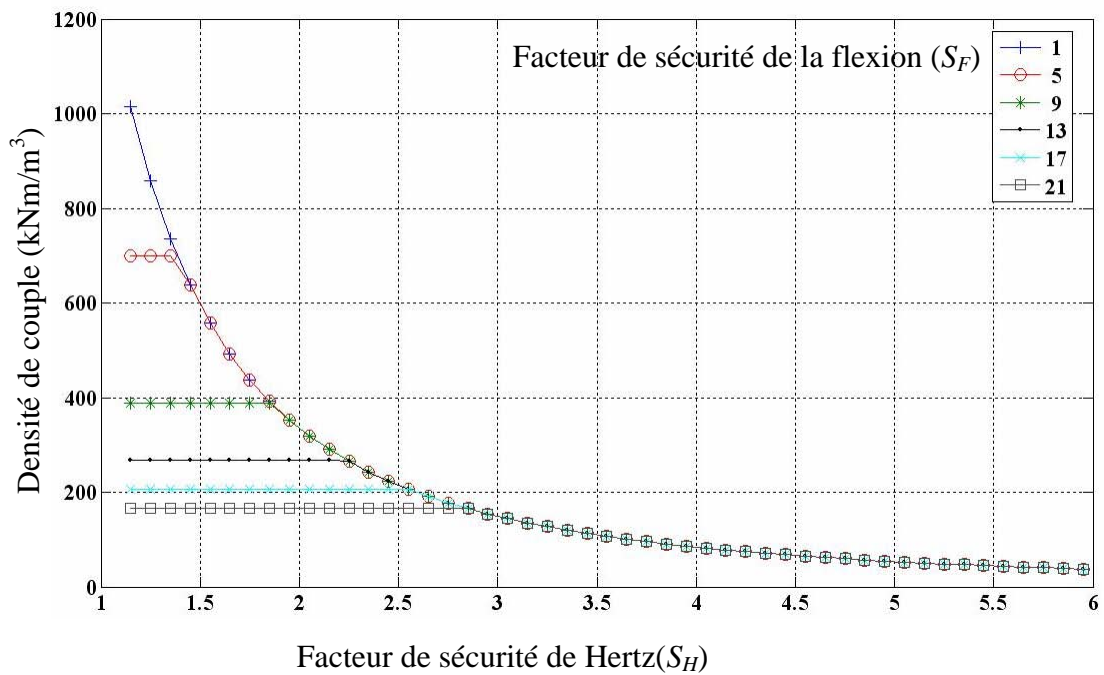


Fig. I.24 Influence des facteurs de sécurité de la flexion (S_F) et de Hertz(S_H) sur la densité de couple d'un train épicycloïdal mécanique

I.11 Quelques conclusions importantes déduites des résultats de la densité de couple du train épicycloïdal mécanique:

Cette section sera le point de départ pour faire une comparaison entre la densité de couple du train planétaire mécanique et du train planétaire magnétique du prochain chapitre. La densité de couple du train planétaire mécanique est donnée dans les figures I.23 et I.25. Deux valeurs pour le facteur de sécurité S_H de Hertz sont considérées, $S_H= 5,6$ et $S_H = 3$.

Quelques conclusions importantes peuvent être établies à partir des résultats des figures I.23 et I.25 :

- Pour les trains planétaires mécaniques, on doit vérifier les deux conditions ($25\text{mm} < (D_1$ ou D_2 ou $D_3) < 3200\text{mm}$ et $D_3 = D_1 + 2D_2$). Ainsi, il n'est pas toujours possible, pour un diamètre externe donné D_3 , de réaliser toutes les valeurs du rapport de couple $G_r = D_3/D_1$
- Les figures I.23 et I.25 montrent que les trains planétaires mécaniques ont presque tous la même densité de couple indépendamment de la valeur du diamètre externe
- La densité de couple diminue rapidement avec le rapport de couple. Pour $S_H = 3$, la densité de couple tombe de 150 kNm/m^3 (à $G_r = 2$) à 70 kNm/m^3 (à $G_r = 10$) et pour $S_H= 5,6$ passe de 45 kNm/m^3 (à $G_r = 2$) à 20 kNm/m^3 (à $G_r = 10$). Une diminution de près de 50% entre le meilleur et le pire des cas.

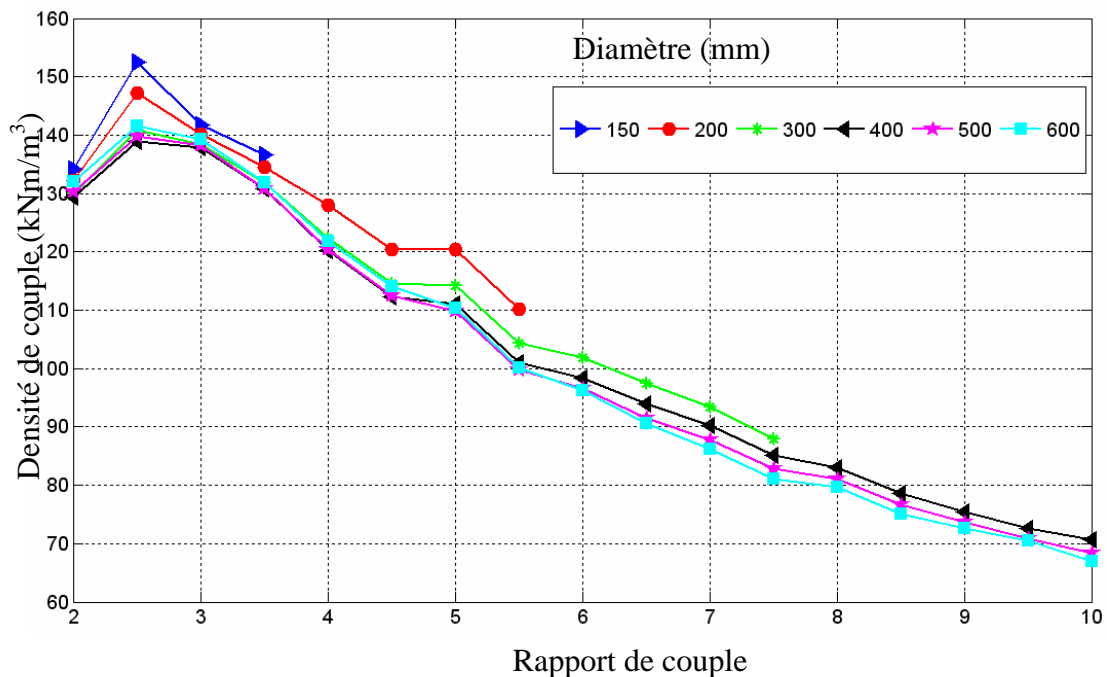


Fig. I.25 Densité de couple d'un train épicycloïdal mécanique pour différentes valeurs du diamètre externe et du rapport de couple ($S_H = 3$)

I.12 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre une procédure de dimensionnement du train planétaire mécanique. La cinématique de ce train obéit à l'équation de Willis et les formules de calcul sont quelques fois empiriques et basées sur l'expérience des constructeurs d'engrenages. Il s'agit notamment de la difficulté à trouver, dans la bibliographie spécialisée, les facteurs de sécurité (S_H et S_F) à adopter lors du calcul du train épicycloïdal mécanique.

Les résultats du dimensionnement ont montré que le couple volumique possède un optimum pour de faibles valeurs du rapport de réduction (typiquement entre 2 et 3) et que la densité de couple décroît fortement avec ce rapport. Par contre, pour un rapport de couple donné, l'encombrement joue très peu dans la mesure où la densité de couple est pratiquement indépendante de la valeur du diamètre externe.

Dans la suite de notre travail, nous essayerons de répondre à quelques questions intéressantes sur la possibilité de remplacer le train planétaire mécanique par le train planétaire magnétique. Tout d'abord, est-ce que la formule de Willis est valable pour le train planétaire magnétique ? Ensuite, est-ce que les trains magnétiques ont des performances similaires à celles des trains mécaniques ?

**Chapitre II :
Train planétaire
magnétique**

Chapitre II : TRAIN PLANETAIRE MAGNETIQUE

II.1 Introduction et état de l'art sur le train planétaire magnétique

Les engrenages mécaniques et les trains planétaires mécaniques ont de nombreuses applications dans les machines industrielles et dans la transmission des puissances mécaniques. A titre d'exemple, pour améliorer l'économie de carburant et réduire les émissions de gaz nocifs, les véhicules hybrides sont de plus en plus utilisés et comportent des engrenages planétaires mécaniques pour gérer et transmettre les vitesses et les couples des différents actionneurs [SYE09], [KIM10].

Bien que l'utilité des engrenages mécaniques soit importante, ils ont des problèmes inhérents aux frottements de contact qui engendrent bruit, chaleur et usure. Les engrenages magnétiques peuvent être les solutions à ces problèmes mécaniques. Par conséquent, plusieurs auteurs ont proposé des nouveaux trains magnétiques pour remédier à ces inconvénients.

Les engrenages magnétiques ont d'abord été développés en utilisant des ferrites de faible énergie qui ne permettent de transmettre que des faibles couples. Aujourd'hui, des aimants à hautes énergies (Nd-Fe-B) permettent la transmission de couples beaucoup plus élevés. La combinaison d'une machine électrique avec un engrenage magnétique sans contact autorise un environnement propre et un fonctionnement à faible bruit.

Un mécanisme de transmission utilisant un engrenage magnétique sans contact (en anglais Non-contact Magnetic Gear : NCMG) a été proposé en 1991 par K. Ikuita et al [IKU91]. Le système de NCMG offre un grand potentiel pour des applications médicales et des systèmes de micro transmission.

Les références [FUR97], [YAO96] et [YAO97] concernent des réducteurs magnétiques plus simples, qui ont déjà existés, mais qui ont une faible densité de couple, un faible rapport de vitesse et un seul mode transmission. La figure II.1.a montre un exemple de ce type de transmission.

La transmission magnétique décrite dans [TSU87] constituait un type de nouvelle transmission pour l'époque. Ce réducteur magnétique est montré dans la figure II.1.b et avait un couple transmis de 5,5 Nm, un rapport de vitesse de 3:1 et un couple volumique de $1,7 \text{ kNm/m}^3$.

Plus tard, les réducteurs magnétiques à vis sans fin ont été proposés en 1993 par S. Kikuchi et al [KIK93], [KIK94] (voir les figures II.1.c et II.1.d). Le réducteur magnétique à vis sans fin de la figure II.1.c a été fabriqué à partir d'aimants coûteux (SmCo). Ce réducteur magnétique a un rapport de vitesse de 33:1, avec un couple maximal transmis de 11,5 Nm. Il a une densité de couple d'environ $0,1 \text{ kNm/m}^3$. Bien que la densité de couple et le rapport de vitesse du réducteur magnétique montré dans la figure II.1.d soient encore plus faibles, il est possible d'obtenir plus de modes de transmission.

Les références [ATA01], [RAS05], [MEZ06] présentent des topologies de trains magnétiques à haute performance à champs radiaux et axiaux.

En 2001, K. Atallah et al [ATA01] ont proposé un nouveau train magnétique. Il a une densité de couple transmis de plus de 100 kNm/m^3 , avec un rapport de vitesse de 5,5:1. Ce système (figure II.1.e) a été analysé, construit et publié dans [ATA04]. Le rotor interne et le rotor externe sont en interaction magnétique à travers les pièces polaires ferromagnétiques.

En 2005, O. Rasmussen et al [RAS05] ont modifié le train magnétique précédent par le remplacement des aimants montés en surface du rotor interne par des aimants intérieurs pour former un système à concentration de flux comme le montre la figure II.1.f. Ce réducteur magnétique a une densité élevée de couple avec le même rapport de vitesse que le précédent.

Une version à supraconducteur de réducteur magnétique (figure II.1.b) a été proposée en 2002 par M. Okano et al [OKA02]. Il est intéressant de noter que la combinaison de supraconducteurs et d'aimants peut améliorer le couple de transmission. Toutefois, on augmente le volume à cause du système de refroidissement nécessaire et de la source d'alimentation.

L. Jian et al [JIA09] montrent que des densités élevées du couple, de plus de 100 kNm/m^3 , peuvent être atteintes en utilisant des aimants à terre rare. Ils ont également démontré que le choix des paramètres de dimensionnement et de la direction de la magnétisation des aimants ont une influence significative sur la capacité de transmission du couple et sur l'ondulation de ce couple [JIA09]. Afin d'obtenir un rapport variable, une boîte de vitesses magnétique qui utilise des convertisseurs électromagnétiques a été développée en 2008 par M. Aubertin et al [AUB08].

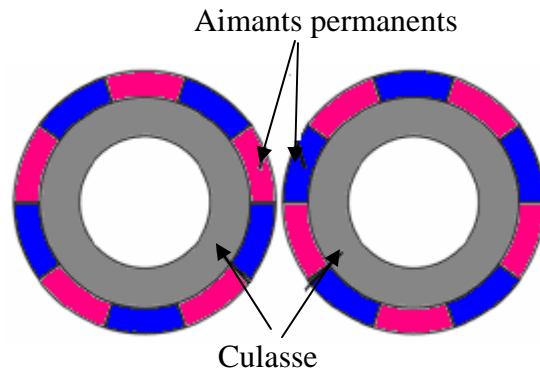
Une nouvelle forme de train magnétique, appelé train magnétique "harmonique" a été proposée par J. Rens et al [REN10]. Il est particulièrement adapté aux applications pour lesquelles un rapport élevé de couple est nécessaire, car il transmet un couple sans ondulation avec une densité de couple allant jusqu'à 150 kNm/m^3 par étage.

Un train planétaire magnétique, qui est une copie du train planétaire mécanique, a été étudié et réalisé en 2008 par C. Huang et al [HUA08] (figure II.1.g). Les auteurs ont montré la faisabilité du concept, mais la densité de couple de ce train magnétique semble être très faible en comparaison avec celle du train mécanique.

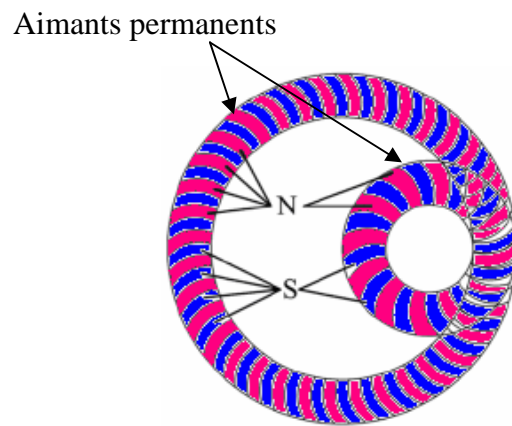
Récemment, le réducteur magnétique a été intégré dans les moteurs à aimants permanents pour obtenir ce qu'on appelle un entraînement direct (en anglais direct-drives) à forte densité de couple [ATA08]. Ces actionneurs sont appropriés pour appliquer le couple à faible vitesse comme dans les véhicules électriques [CHA07], [WAN09]. Ils permettent de réduire la vitesse et d'amplifier le couple d'environ 7 fois. Ce moteur peut facilement être développé pour différentes tailles de véhicules électriques.

Les nombreux modèles présentés ont chacun des avantages et des inconvénients selon que l'on considère, individuellement au globalement, la valeur du couple transmis, le rapport des vitesses et le nombre de modes de fonctionnement.

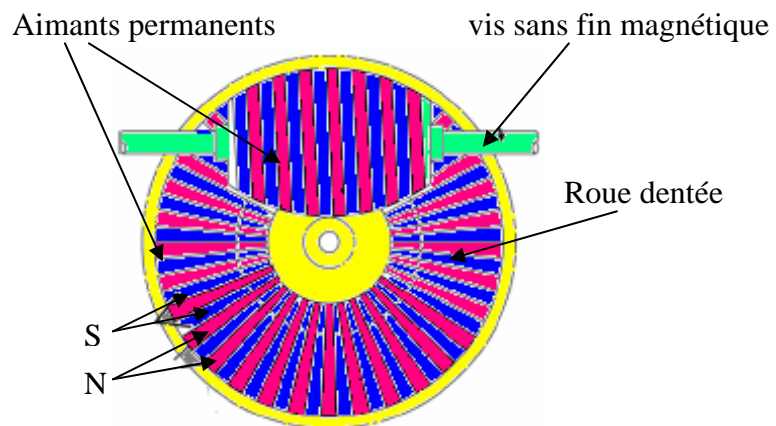
Dans ce chapitre, nous essayons de répondre à quelques questions intéressantes sur la possibilité de remplacer les trains planétaires mécaniques par les trains planétaires magnétiques.



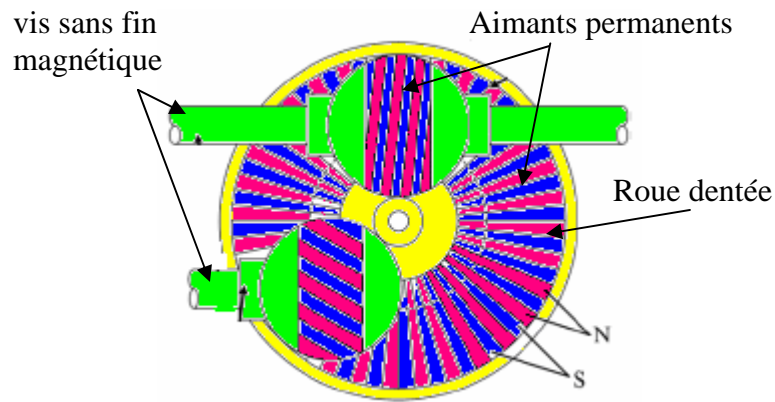
a) Transmetteur magnétique simple



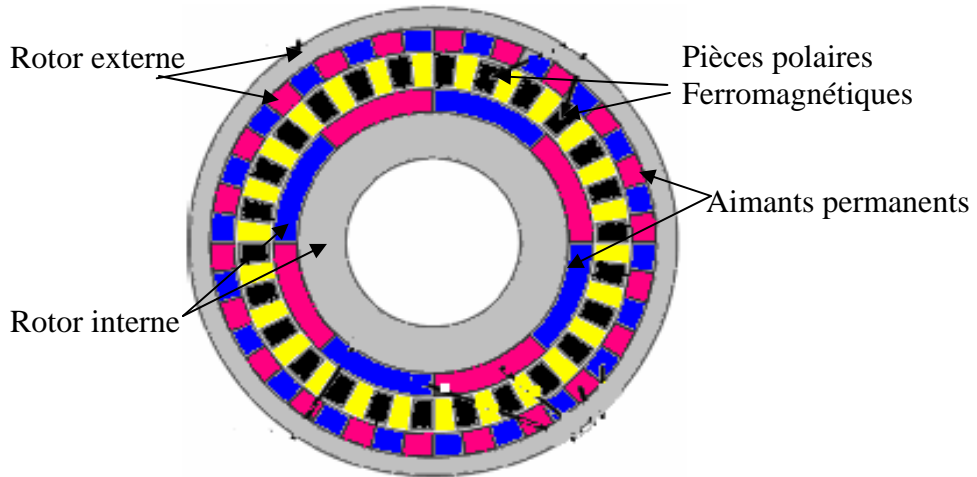
b) Réducteur magnétique simple [TSU87]



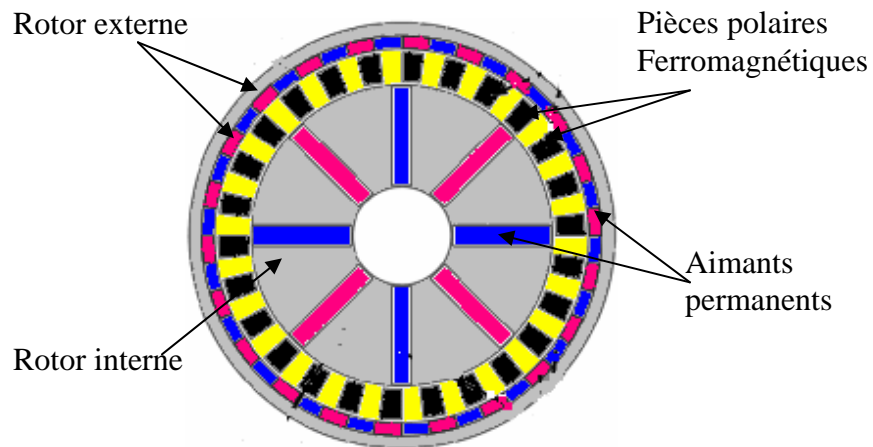
c) Réducteur magnétique [KIK93]



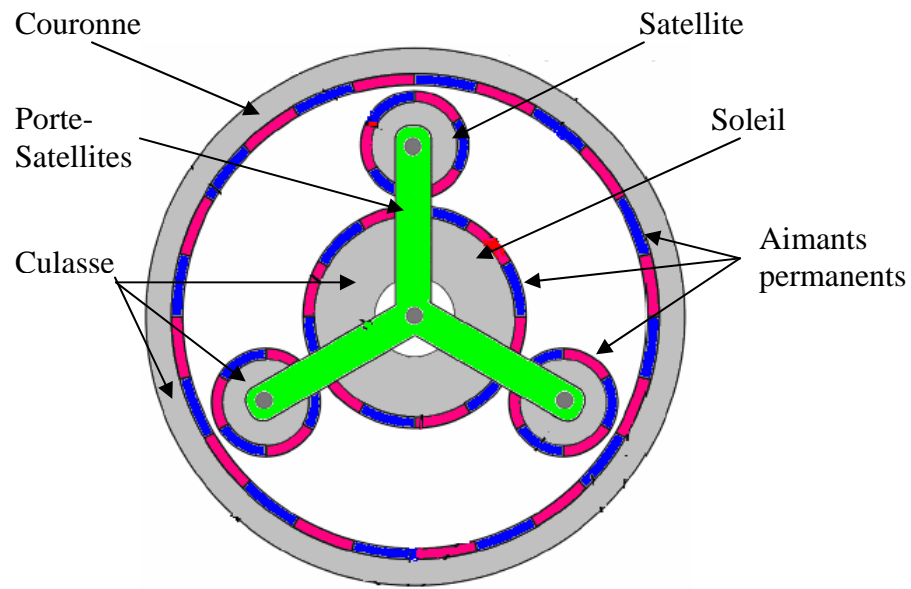
d) Réducteur magnétique [KIK94]



e) Réducteur magnétique [ATA01]



f) Réducteur magnétique [RAS05]



g) Réducteur magnétique [HUA08]

Fig. II.1 Modèles de réducteurs magnétiques

II.2 Avantages du réducteur à engrenages magnétiques par rapport au réducteur mécanique

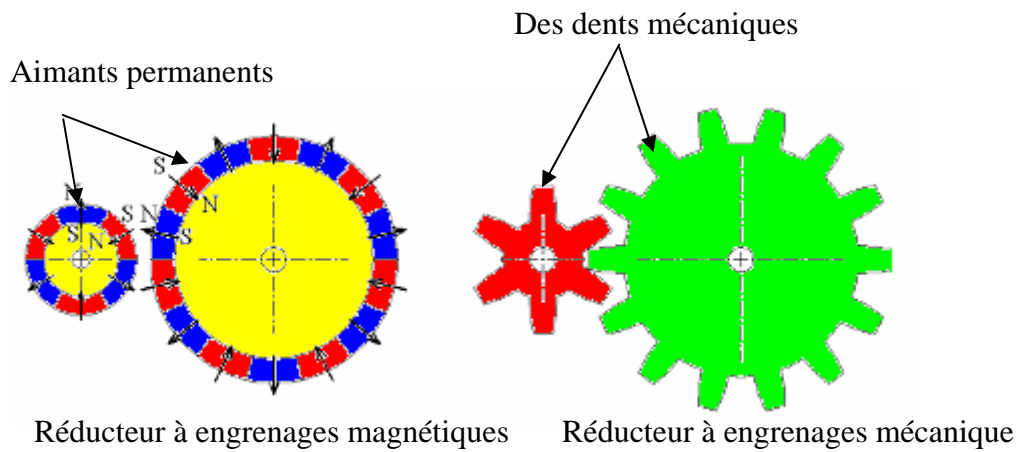


Fig. II.2 Réducteur magnétique et mécanique

La figure II.2 montre un réducteur magnétique et un autre mécanique. On constate qu'il y a plusieurs avantages avec le réducteur à engrenages magnétiques par rapport au réducteur mécanique :

- pas de fatigue mécanique
- pas de lubrification
- protection naturelle contre les surcharges
- pas de pertes dues aux contacts mécaniques
- pas de bruit acoustique
- rendement très élevé
- couple volumique beaucoup plus important que pour une machine électrique classique (jusqu'à 10 fois le couple volumique d'un moteur standard).

II.3 Principe de fonctionnement du train planétaire magnétique

Dans notre étude, on a choisi le train magnétique proposé dans [ATA04], parce que ce type offre plus de modes de fonctionnements et un couple volumique plus élevé. La même référence [ATA04] présente le principe de base et les équations correspondantes pour un train planétaire magnétique. La figure II.3 montre le schéma du train magnétique qui est étudié dans cette partie. Le train magnétique se compose d'un rotor interne et d'un rotor externe. Chaque rotor a une culasse ferromagnétique et un nombre différent des pôles d'aimants permanents. Il y a un nombre de pièces polaires ferromagnétiques entre les deux rotors.

L'originalité du fonctionnement du train planétaire magnétique est la modulation des champs magnétiques produits par chacun des rotors à aimants permanents par les pièces polaires ferromagnétiques.

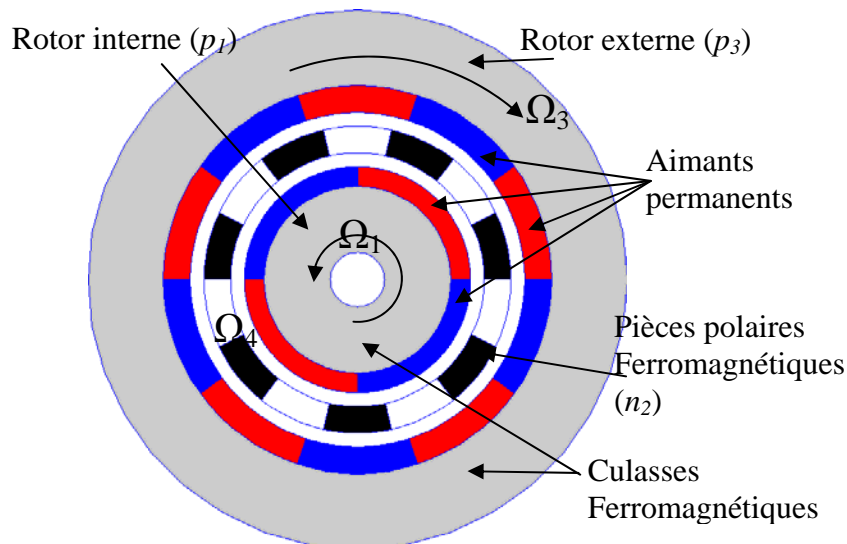


Fig. II.3 Schéma du train planétaire magnétique

On notera $\Omega_1, \Omega_3, \Omega_4$ les vitesses respectives de rotation du rotor interne, du rotor externe et des pièces ferromagnétiques, p_1, p_3 le nombre de paires de pôles du rotor interne et du rotor externe et n_2 le nombre de pièces polaires ferromagnétiques.

On calcule le champ créé par un seul rotor à aimants, on peut choisir le rotor interne avec les pièces ferromagnétiques. La distribution de l'induction magnétique à une distance radiale r produite par le rotor interne en présence des pièces ferromagnétiques peut être écrite sous la forme de l'équation II.1. La composante radiale est donnée par l'équation II.1.a et la composante tangentielle par l'équation II.1.b [ATA04] :

$$B_r(r, \theta) = \underbrace{\left(\sum_{m=1,3,5,\dots} b_{rm}(r) \cos(mp_1(\theta - \Omega_1 t) + m p_1 \theta_0) \right)}_{\text{induction magnétique sans pièces ferromagnétiques}} \times \underbrace{\left(\lambda_{r0}(r) + \sum_{j=1,2,3,\dots} \lambda_{rj}(r) \cos(jn_2(\theta - \Omega_4 t)) \right)}_{\text{fonction de modulation due aux pièces ferromagnétiques}} \quad (\text{II.1.a})$$

$$B_\theta(r, \theta) = \underbrace{\left(\sum_{m=1,3,5,\dots} b_{\theta m}(r) \sin(mp_1(\theta - \Omega_1 t) + m p_1 \theta_0) \right)}_{\text{induction magnétique sans pièces ferromagnétiques}} \times \underbrace{\left(\lambda_{\theta 0}(r) + \sum_{j=1,2,3,\dots} \lambda_{\theta j}(r) \cos(jn_2(\theta - \Omega_4 t)) \right)}_{\text{fonction de modulation due aux pièces ferromagnétiques}} \quad (\text{II.1.b})$$

Avec ; $b_{rm}, b_{\theta m}$ les coefficients de Fourier de la composante radiale et de la composante tangentielle de la distribution de l'induction magnétique, sans pièces ferromagnétiques.

$\lambda_{rj}, \lambda_{\theta j}$ sont les coefficients de Fourier de la composante radiale et la composante tangentielle de la fonction de modulation résultant de l'introduction des pièces ferromagnétiques.

En développant les équations II.1.a et II.1.b on obtient les composantes radiale et tangentielle :

$$\begin{aligned} B_r(r, \theta) &= \lambda_{r0} \sum_{m=1,3,5,\dots} b_{rm}(r) \cos(mp_1(\theta - \Omega_1 t) + m p_1 \theta_0) \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{m=1,3,5,\dots} \sum_{j=1,2,3,\dots} \lambda_{rj}(r) b_{rm}(r) \cos\left((mp_1 + jn_2) \left(\theta - \frac{mp_1 \Omega_1 + jn_2 \Omega_4}{mp_1 + jn_2} t \right) + m p_1 \theta_0 \right) \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{m=1,3,5,\dots} \sum_{j=1,2,3,\dots} \lambda_{rj}(r) b_{rm}(r) \cos\left((mp_1 - jn_2) \left(\theta - \frac{mp_1 \Omega_1 - jn_2 \Omega_4}{mp_1 - jn_2} t \right) + m p_1 \theta_0 \right) \end{aligned} \quad (\text{II.2.a})$$

$$\begin{aligned} B_\theta(r, \theta) &= \lambda_{\theta 0} \sum_{m=1,3,5,\dots} b_{\theta m}(r) \sin(mp_1(\theta - \Omega_1 t) + m p_1 \theta_0) \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{m=1,3,5,\dots} \sum_{j=1,2,3,\dots} \lambda_{\theta j}(r) b_{\theta m}(r) \sin\left((mp_1 + jn_2) \left(\theta - \frac{mp_1 \Omega_1 + jn_2 \Omega_4}{mp_1 + jn_2} t \right) + m p_1 \theta_0 \right) \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{m=1,3,5,\dots} \sum_{j=1,2,3,\dots} \lambda_{\theta j}(r) b_{\theta m}(r) \sin\left((mp_1 - jn_2) \left(\theta - \frac{mp_1 \Omega_1 - jn_2 \Omega_4}{mp_1 - jn_2} t \right) + m p_1 \theta_0 \right) \end{aligned} \quad (\text{II.2.b})$$

La forme générale de chaque harmonique d'espace est donnée par l'équation II.3

$$B = \text{Amplitude} \times \cos\{\text{paires de pôles} \times (\theta - \text{vitesse} \times t) + \text{constante} \times \theta_0\} \quad (\text{II.3})$$

A partir des équations II.2 et II.3 on calcule le nombre de paires de pôles associées aux harmoniques d'espace :

$$\begin{aligned} p_{m,q} &= |mp_1 + qn_2| \\ m &= 1, 3, 5, \dots, \infty \\ q &= 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm \infty \end{aligned} \quad (\text{II.4})$$

et la vitesse des harmoniques d'espace :

$$\begin{aligned} \Omega_{m,q} &= \frac{m p_1}{m p_1 + q n_2} \Omega_1 + \frac{q n_2}{m p_1 + q n_2} \Omega_4 \\ m &= 1, 3, 5, \dots, \infty \\ q &= 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm \infty \end{aligned} \quad (\text{II.5})$$

Pour transmettre le couple, le nombre de paires de pôles de rotor externe p_3 doit être égal au nombre de paires de pôles d'un harmonique d'espace $p_{m,q}$ pour lequel $q \neq 0$ [ATA04].

La combinaison $m=1$ et $q=-1$ conduit à l'harmonique le plus important en amplitude. Donc, à partir de l'équation II.4, le nombre de paires de pôles du rotor externe p_3 doit valoir

$$p_3 = p_{1,-1} = |p_1 - n_2| \quad (\text{II.6})$$

Et la vitesse Ω_3 du rotor externe est égale à la vitesse de l'harmonique correspondant à cette combinaison

$$\Omega_3 = \Omega_{1,-1} = \frac{p_1}{p_1 - n_2} \Omega_1 - \frac{n_2}{p_1 - n_2} \Omega_4 \quad (\text{II.7})$$

En posant

$$k = \frac{p_1}{p_1 - n_2} = -\frac{p_1}{p_3} \quad (\text{II.8})$$

on obtient :

$$k\Omega_1 + (1 - k)\Omega_4 - \Omega_3 = 0 \quad (\text{II.9})$$

Cette équation est identique à l'équation de Willis I.10. Nous pouvons donc remplacer le train planétaire mécanique par le train planétaire magnétique. Nous pouvons noter de plus que la valeur de k dans le train planétaire mécanique varie entre -1 et 0 (voir l'équation I.24 dans le chapitre I) mais peut prendre n'importe quelle valeur pour le train planétaire magnétique (voir l'équation II.8). Néanmoins, dans la plupart des cas pratiques, dans le train planétaire magnétique $p_1 < p_3$ alors k varie aussi entre -1 et 0.

On a montré que l'équation de Willis du train planétaire mécanique reste valable pour le train planétaire magnétique, donc ce dernier peut fonctionner de la même manière. Par exemple si les pièces ferromagnétiques sont maintenues à l'arrêt ($\Omega_4 = 0$), si le couple d'entrée est appliqué sur le rotor interne et si le couple de sortie est assuré par le rotor externe, le rapport de couple G_r est donné par :

$$G_r = \frac{T_3}{T_1} = -\frac{1}{k} = -\frac{\Omega_1}{\Omega_3} \quad (\text{II.10})$$

On peut donc obtenir tous les modes de fonctionnement et les mêmes équations que dans le cas du train planétaire mécanique (voir la partie I.4 de chapitre I)

II.4 Méthode analytique pour l'étude des harmoniques d'espace de l'induction magnétique

On va présenter une méthode analytique simple pour l'étude des harmoniques de l'induction magnétique dans l'entrefer pour un système magnétique qui se compose des aimants permanents du rotor interne (p_1) avec les pièces ferromagnétiques (n_2). On ne connaît pas la forme exacte de l'induction magnétique dans l'entrefer d'un train magnétique. Donc on va considérer deux formes de distribution pour l'étude des harmoniques par cette méthode.

II.4.1 Induction magnétique d'entrefer de forme carrée

On suppose dans cette partie que l'induction magnétique dans l'entrefer est considérée comme un signal carré. Cette hypothèse permet de faciliter la compréhension au départ. On va étudier alors les harmoniques dus à l'interaction de l'induction magnétique des aimants permanents du rotor interne (p_1) avec les pièces ferromagnétiques (n_2). On peut calculer cette fonction f_3 c'est-à-dire l'induction résultante due aux aimants du rotor interne et à la présence des pièces ferromagnétiques par l'équation II.11

$$f_3 = f_1 \times f_2 \quad (\text{II.11})$$

Avec f_1 l'induction magnétique sans pièces ferromagnétiques (voir la figure II.4) et f_2 la fonction de modulation (voir la figure II.5). B_0 , λ_1 et λ_0 sont constants.

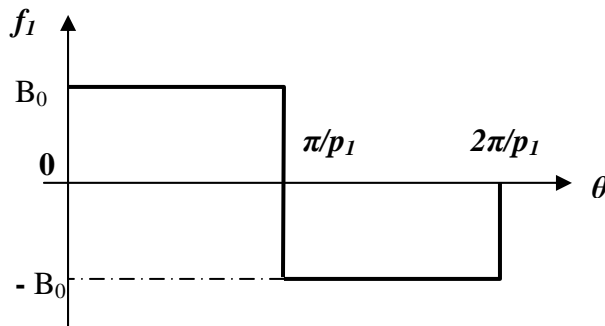
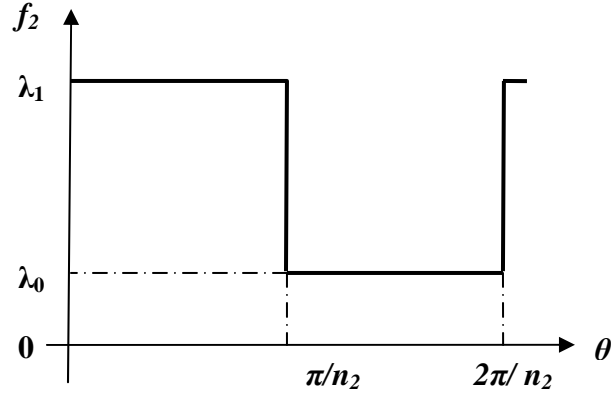


Fig. II.4 f_1 est l'induction magnétique sans pièces ferromagnétiques

Fig. II.5 Fonction de modulation f_2

A partir des données du tableau II.1, les fonctions f_1, f_2, f_3 dans le cas $n_2=13$ et $p_1=1$ sont montrés dans la figure II.6. Les harmoniques de f_3 sont obtenus (figure II.7) par décompositions en série de Fourier.

$$f_3 = S_{AO}(f_3) + \sum_{H \geq 1} [S_{AH}(f_3) \cos(Hp_1\theta) + S_{BH}(f_3) \sin(Hp_1\theta)] \quad (\text{II.12.a})$$

Avec H un nombre entier. Les coefficients de Fourier de f_3 sont alors définis par :

$$S_{AO}(f_3) = \frac{1}{2\pi/p_1} \int_0^{2\pi/p_1} f_3(\theta) d\theta \quad (\text{II.12.b})$$

$$S_{AH}(f_3) = \frac{2}{2\pi/p_1} \int_0^{2\pi/p_1} f_3(\theta) \cos(Hp_1\theta) d\theta, \quad H \geq 1 \quad (\text{II.12.c})$$

$$S_{BH}(f_3) = \frac{2}{2\pi/p_1} \int_0^{2\pi/p_1} f_3(\theta) \sin(Hp_1\theta) d\theta, \quad H \geq 1 \quad (\text{II.12.d})$$

On peut réécrire l'équation II.12.a comme suit ;

$$f_3 = S_{AO}(f_3) + \sum_{H \geq 1} [S_{CH}(f_3) \sin(Hp_1\theta - \Phi_H)] \quad (\text{II.12.e})$$

$$S_{CH} = \sqrt{S_{AH}^2 + S_{BH}^2} \quad (\text{II.12.f})$$

$$\Phi_H = -\text{ArcTan}\left(\frac{S_{BH}}{S_{AH}}\right) \quad (\text{II.12.g})$$

Tableau II.1 Donnés pour l'exemple de calcul de f_3 (avec un signal carré)	
Description	valeur
Nombre de paires de pôles du rotor interne, p_1	1
Nombre de pièces polaires ferromagnétiques, n_2	13
Valeur maximale de l'induction magnétique sans pièces ferromagnétiques (T), B_0	1
Valeur maximale de la fonction de modulation, λ_1	2
Valeur minimum de la fonction de modulation, λ_0	1

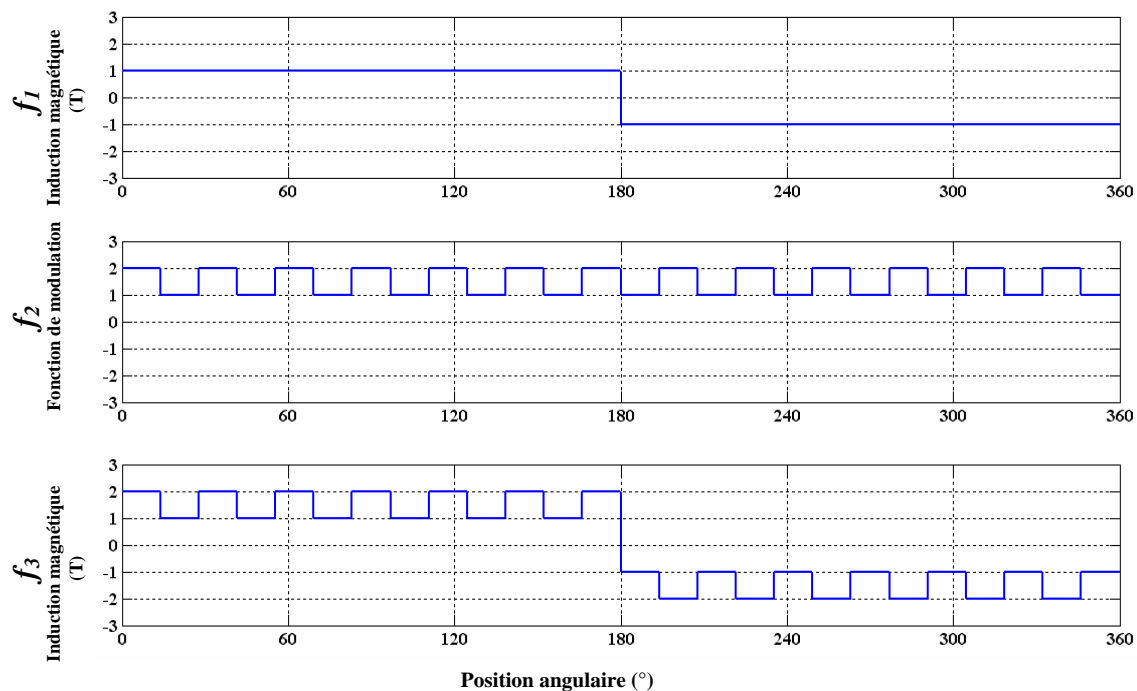


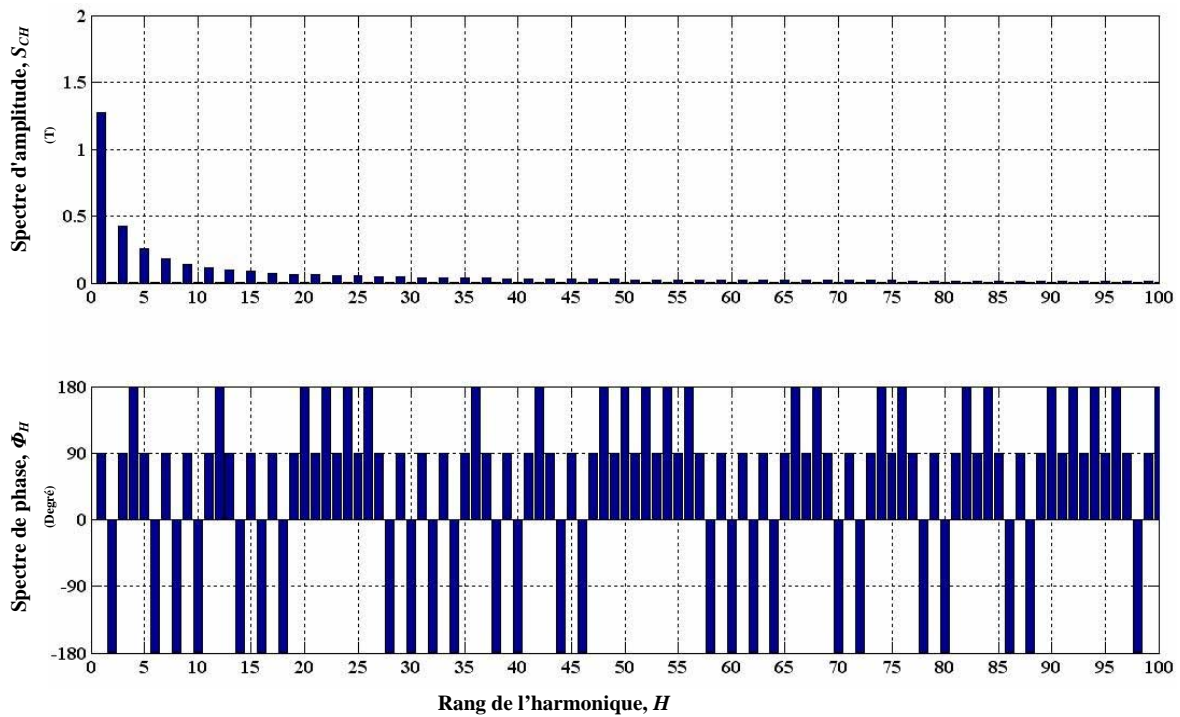
Fig. II.6 Fonctions f_1, f_2, f_3 dans le cas $n_2=13$ et $p_1=1$ (f_1 est un signal carré)

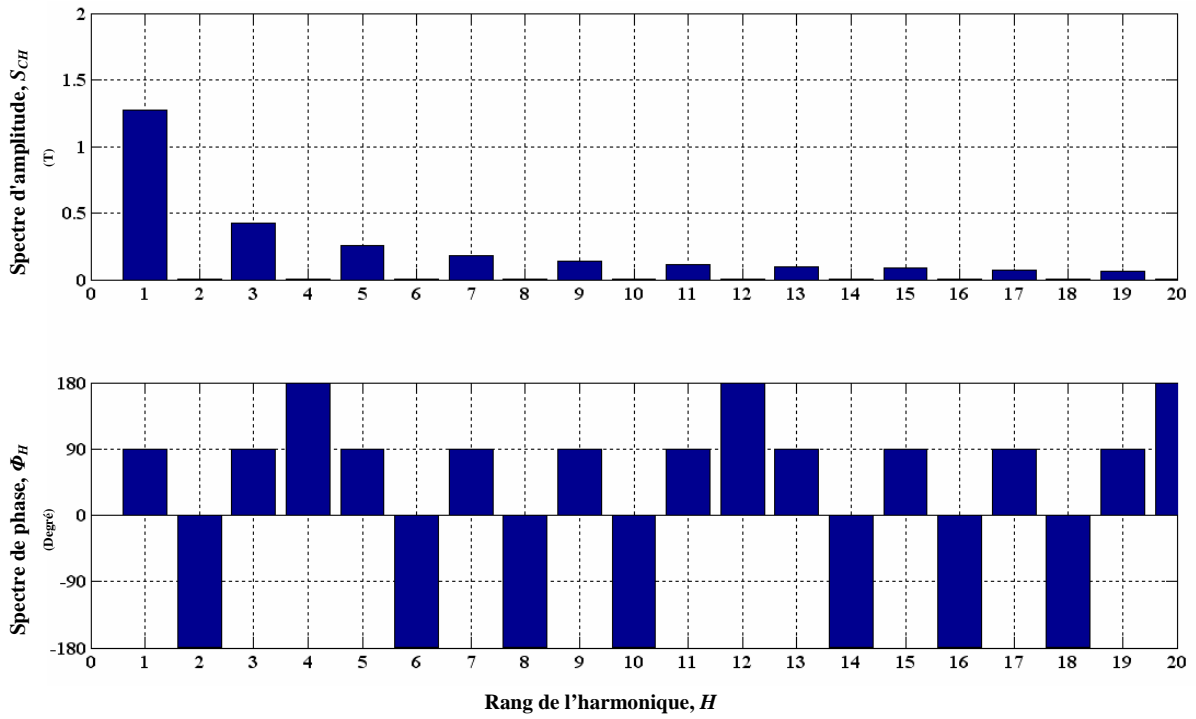
A partir des équations II.12, on peut établir la relation entre le rang de l'harmonique H , le spectre d'amplitude S_{CH} et le spectre de phase Φ_H pour chaque harmonique de f_3 . Cette relation est montrée dans les figures II.7.

Dans ce cas, lorsque $p_1 = 1$ et $n_2 = 13$. On trouve que :

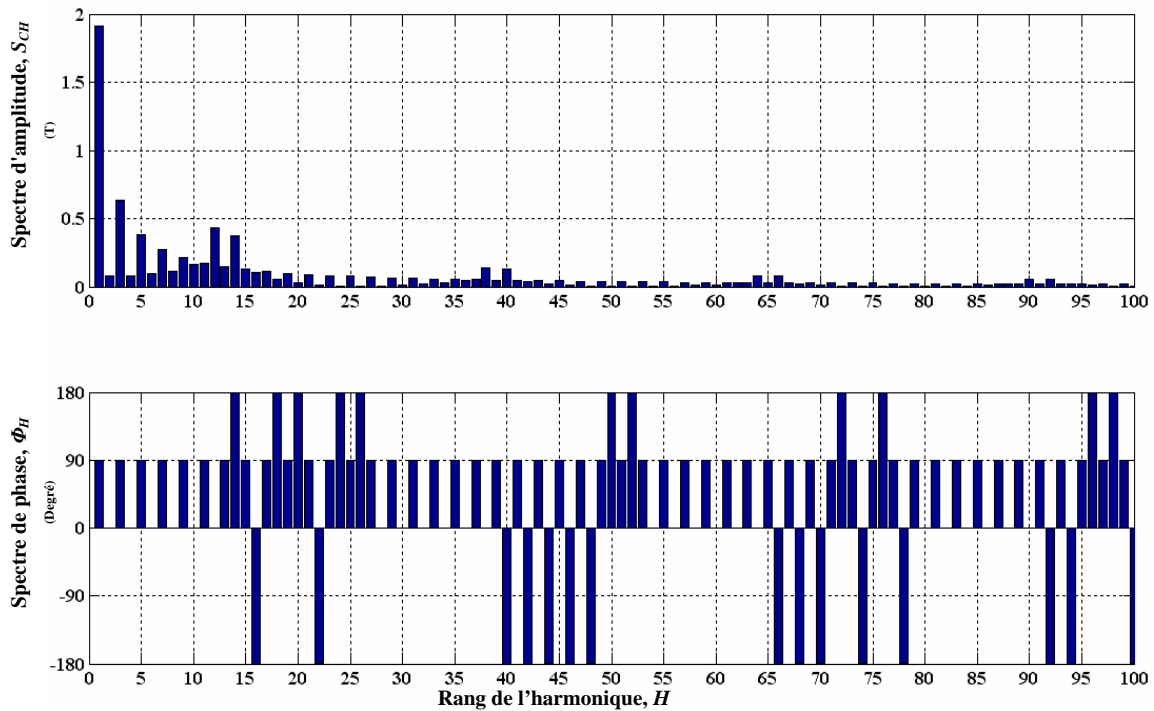
- Il faut éliminer les harmoniques $H=1, 3, 5, 7$ et etc. qui correspondent à la décompositions en série de Fourier de la fonction f_1 (figures II.7.a et II.7.b). En effet, à ces harmoniques correspond un nombre de pièces polaires ferromagnétiques $n_2 = 0$.
- En observant la figure II.7.d, une fois éliminés les harmoniques précédents, celui dont l'amplitude est la plus importante est l'harmonique de rang 12. Ceci correspond bien à ce qui est donné par l'équation II.6 : $|p_1 - n_2| = 13 - 1 = 12$.

- Le rang d'harmonique suivant, $H = 14$, correspond à $n_2 + p_1 = 13 + 1$. Il a une amplitude aussi importante. En observant les phases, les harmoniques 12 et 14 tournent en sens inverse.

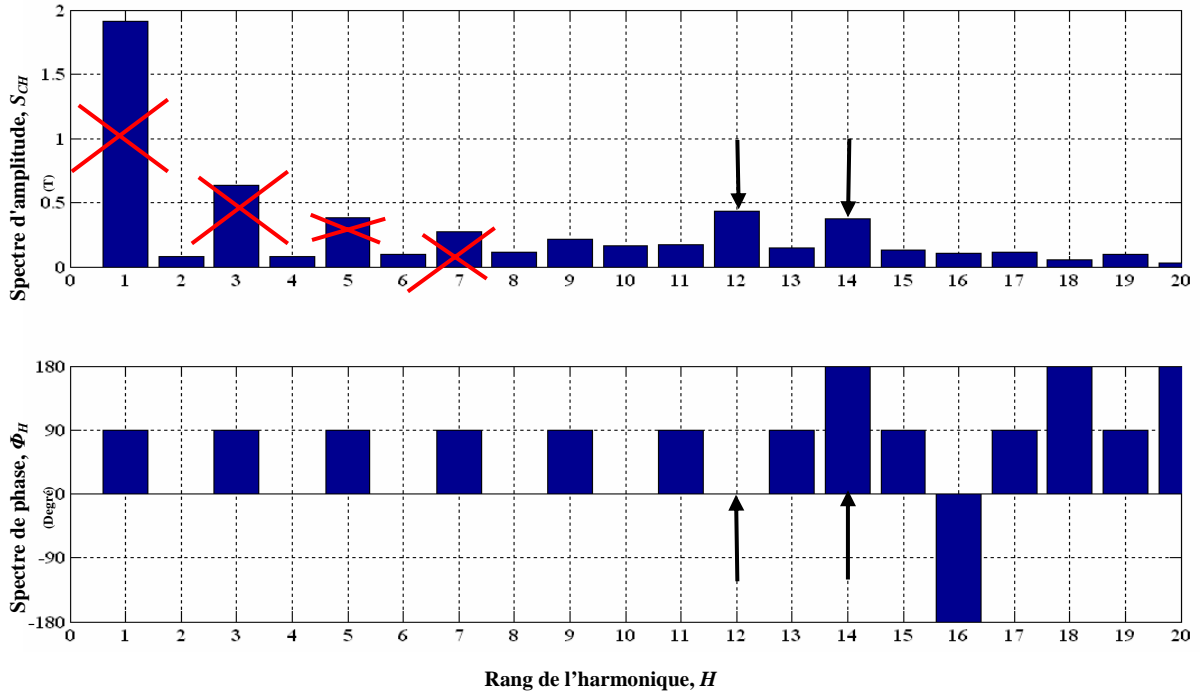
a) Spectre de f_1 jusqu'au rang 100



b) Zoom sur les premiers rangs d'harmonique de f_1



c) Spectre de f_3 jusqu'au rang 100



d) Zoom sur les premiers rangs d'harmonique de f_3

Fig. II.7 Décompositions en série de Fourier des fonctions f_1 et f_3

Dans la partie suivante, on refait les mêmes calculs mais en considérant la forme de l'induction magnétique dans l'entrefer comme un signal sinusoïdal.

II.4.2 Induction magnétique d'entrefer de forme sinusoïdale

Dans cette partie, on étudie les harmoniques de l'induction d'entrefer lorsque les aimants seuls (sans pièces ferromagnétique) produisent une induction sinusoïdale. On refait les mêmes calculs que dans la dernière partie II.4.1. Les fonctions f_1 , f_2 , f_3 sont montrées dans la figure II.8. Les figures II.9 montrent la relation entre le rang de l'harmonique H , le spectre d'amplitude S_{CH} et le spectre de phase Φ_H de l'induction magnétique f_3 (comme un signal sinusoïdal) avec les pièces ferromagnétiques dans le cas de $n_2=13$ et $p_1=1$

A partir des résultats obtenus (figures II.9), on trouve que :

- Les harmoniques 3, 5 et 7 sont très faibles parce que l'induction magnétique f_1 est un signal sinusoïdal.
- L'amplitude la plus importante est toujours celle des harmoniques de rang 12 et 14.

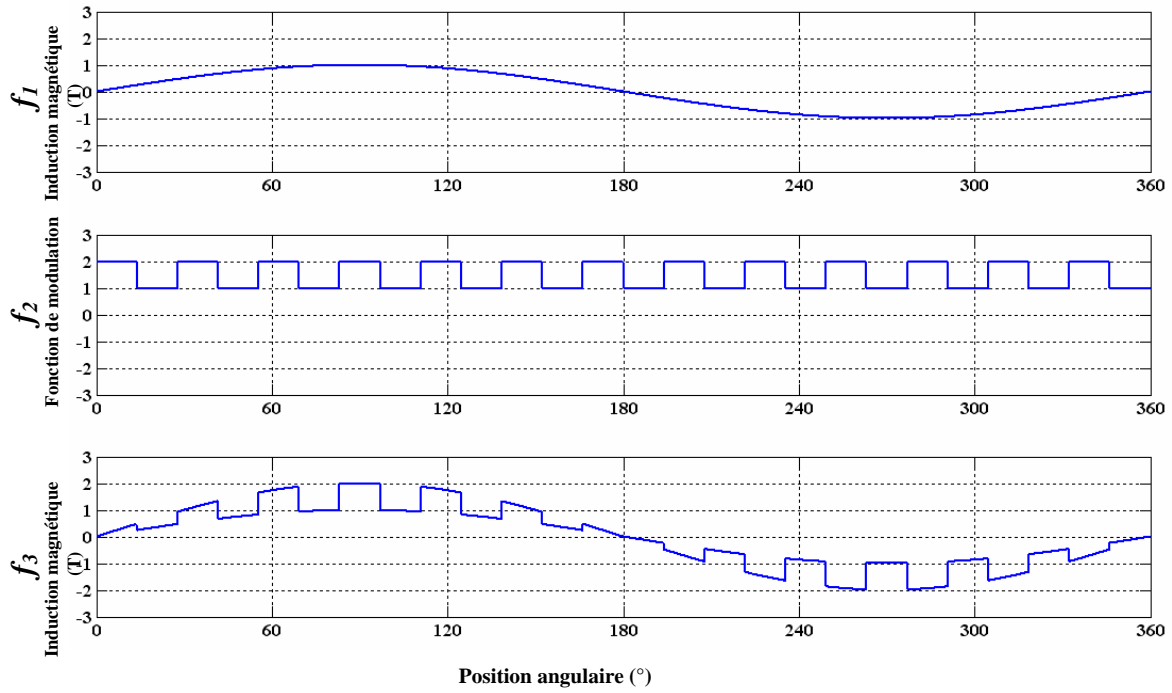
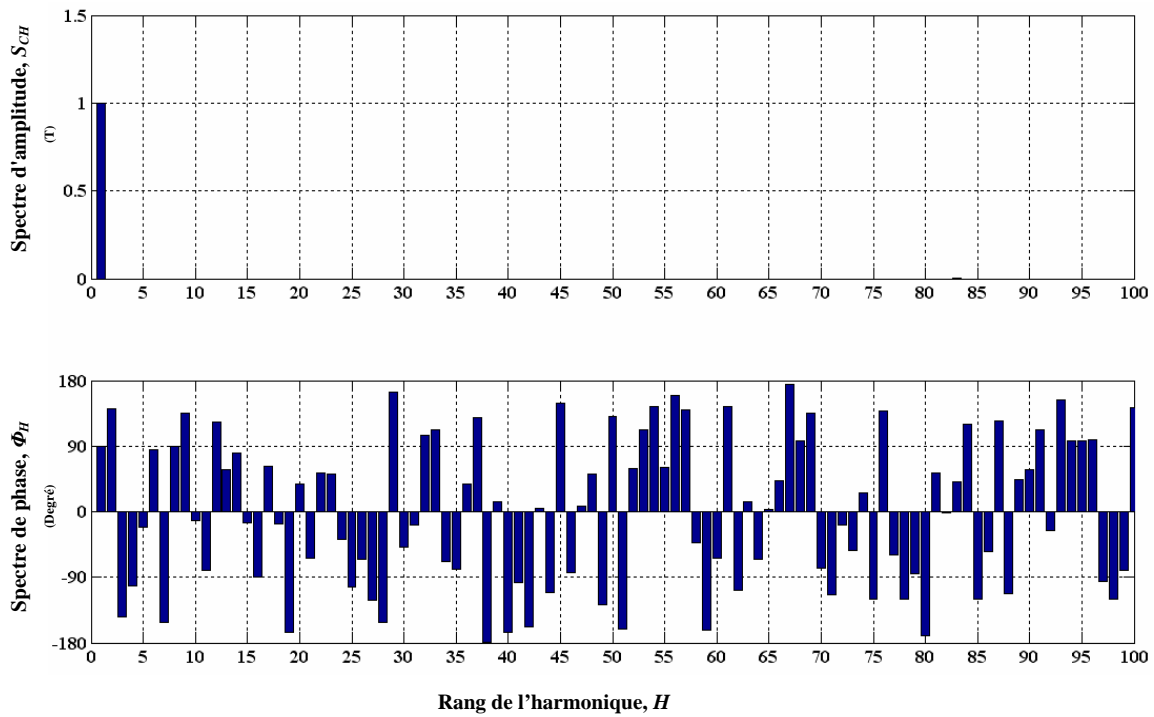
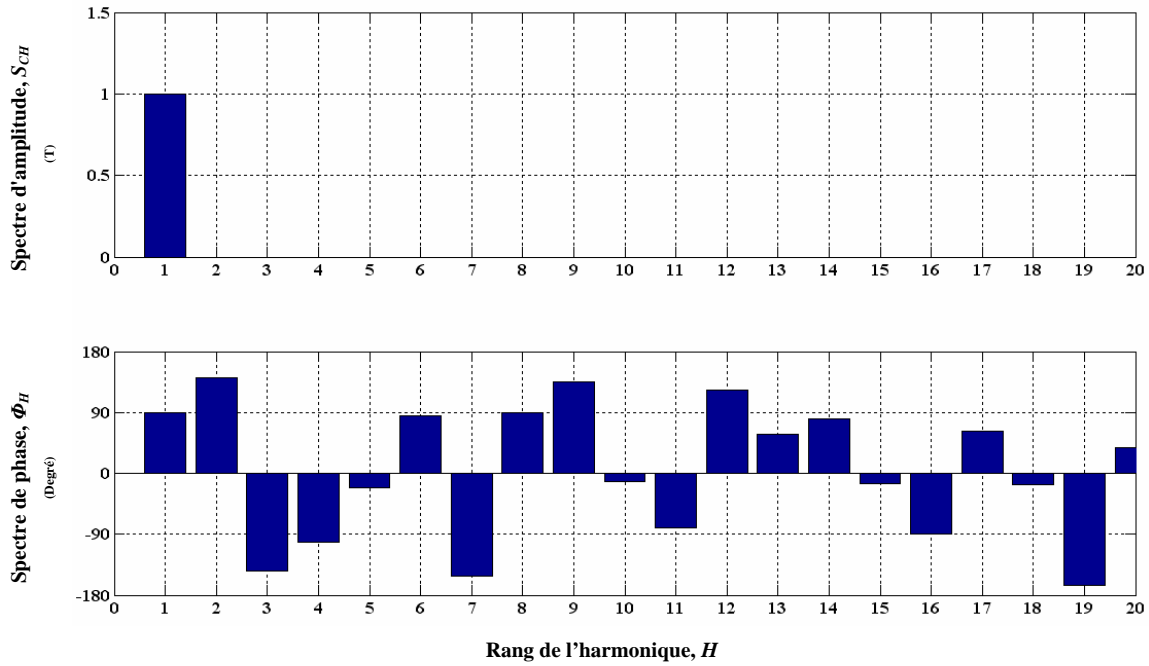


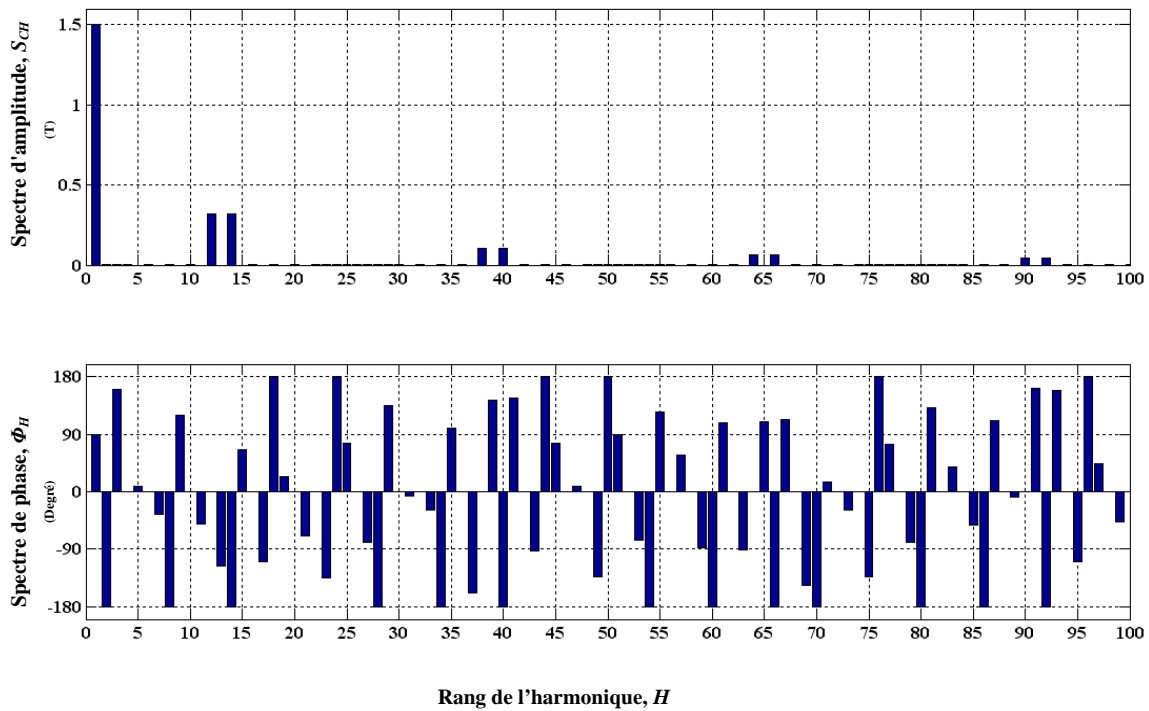
Fig. II.8 Fonctions f_1, f_2, f_3 dans le cas de $n_2=13$ et $p_1=1$ (f_1 est un signal sinusoïdal)



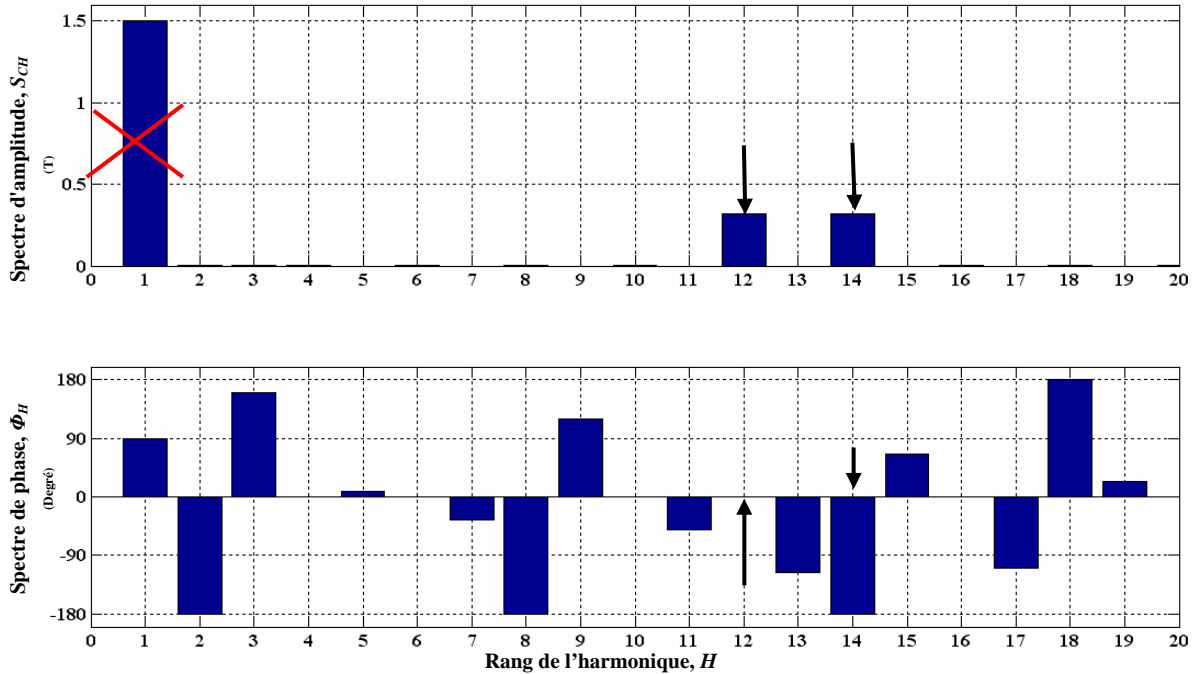
a) Spectre de f_1 jusqu'au rang 100



b) Zoom sur les premiers rangs d'harmonique de f_1



c) Spectre de f_3 jusqu'au rang 100

d) Zoom sur les premiers rangs d'harmonique de f_3 Fig. II.9 Décompositions en série de Fourier des fonctions f_1 et f_3

On a adopté un modèle analytique simple pour être facile à analyser. Afin d'être plus proche de la réalité, dans la prochaine partie, on va étudier le train magnétique avec une méthode d'éléments finis.

II.5 Etude de l'induction magnétique par la méthode des éléments finis

L'étude par la méthode des éléments finis permet de donner des résultats très proches des résultats pratiques. En plus on peut savoir exactement la forme de l'induction magnétique dans l'entrefer dans le train planétaire magnétique. On peut alors utiliser la série de Fourier (équations II.12) pour obtenir les harmoniques de l'induction magnétique obtenue par la méthode des éléments finis. La figure II.10 montre les différentes dimensions utilisées dans l'étude qui suit. Une analyse par éléments finis en 2 dimensions a donc été effectuée pour déterminer la distribution du champ magnétique dans le train magnétique [MEE09]. Le tenseur de Maxwell a été utilisé pour calculer le couple exercé sur les pièces tournantes (rotor interne et externe) et sur les pièces polaires. Prenons un exemple de calculs pour un train planétaire magnétique avec $p_1=4$, $p_3=22$, $n_2=26$, $G_r=5,5$. Les différentes valeurs des paramètres géométriques du train magnétique considéré sont énumérées dans le tableau II.2.

La figure II.11 montre l'induction radiale créée par les aimants des rotors interne et externe dans les entrefers pour le train magnétique considéré. Pour l'étude des harmoniques, nous ne prenons toujours pas l'harmonique qui conduit à l'absence de pièces polaires ferromagnétiques ($q=0$ voir l'équation II.4). On retrouve l'harmonique le plus important par les éléments finis. On remarque

que le rang de l'harmonique le plus important est toujours égal au nombre de paires de pôles du rotor correspondant (voir la figure II.11).

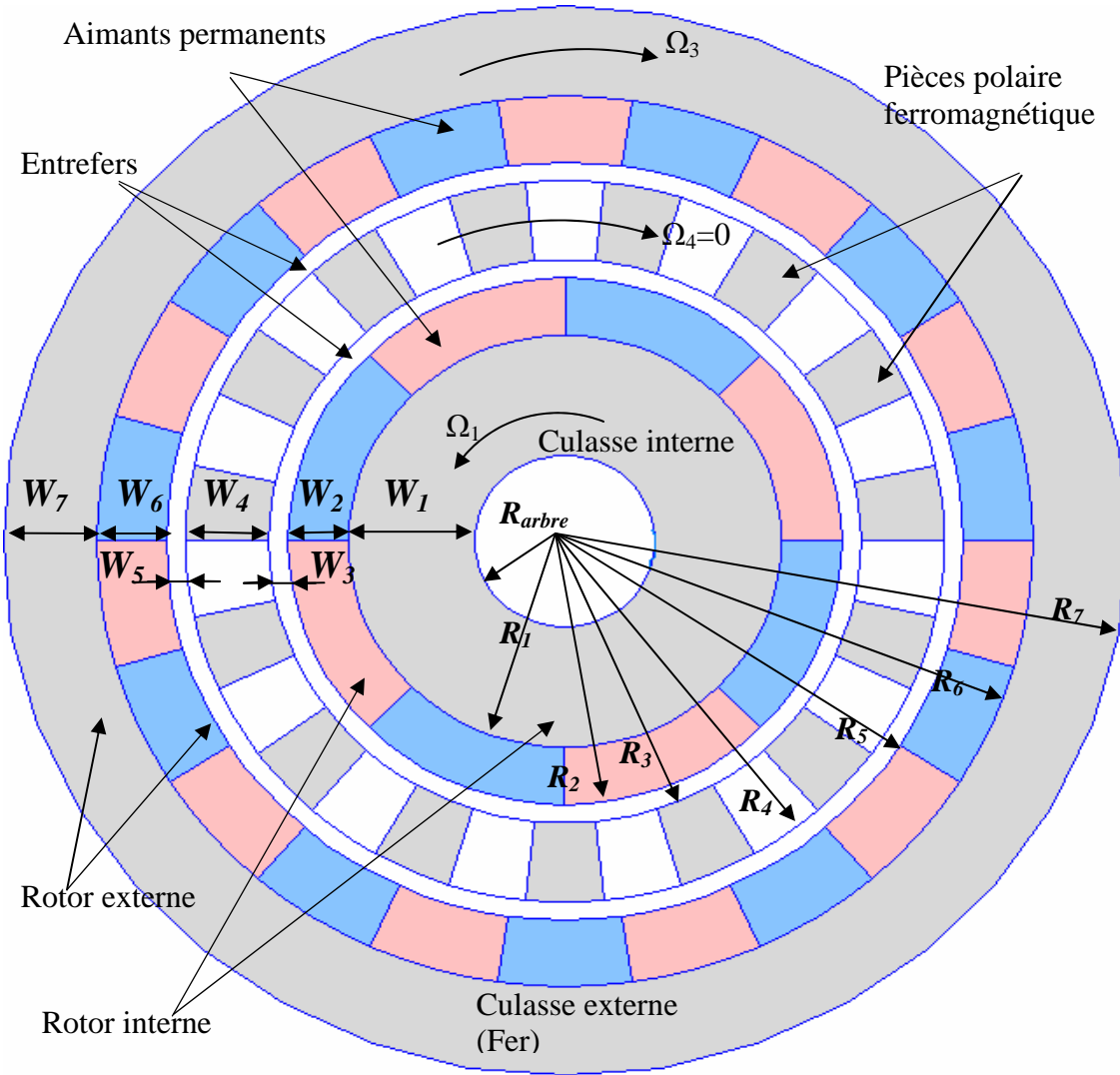
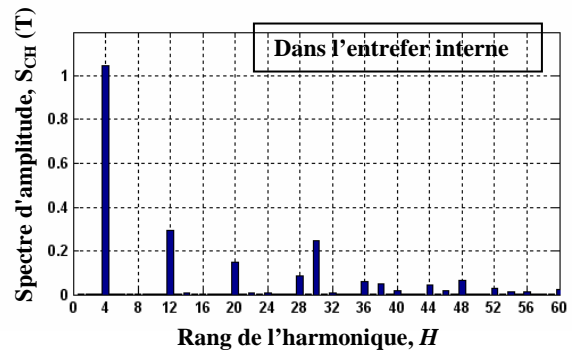
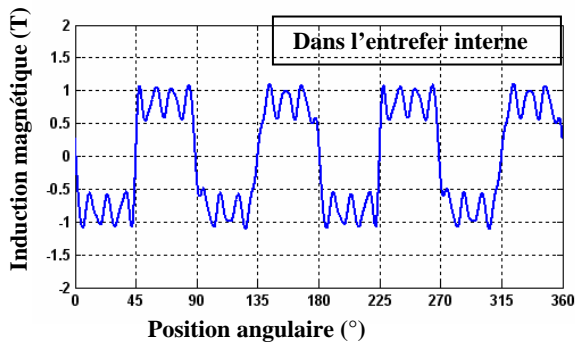
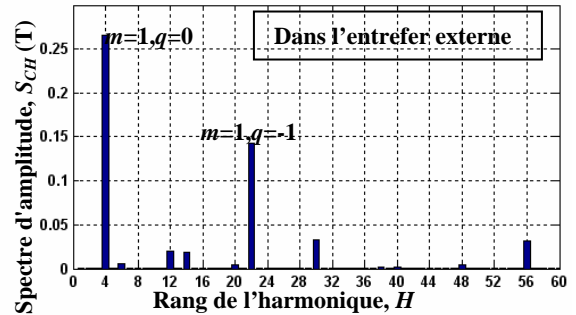
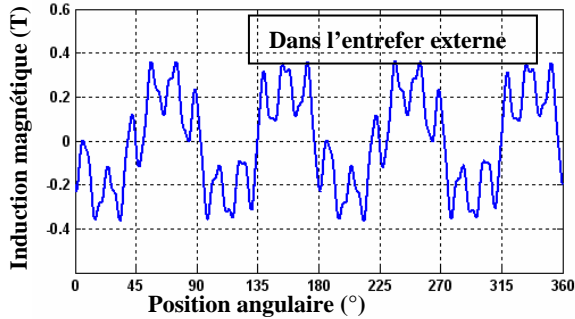


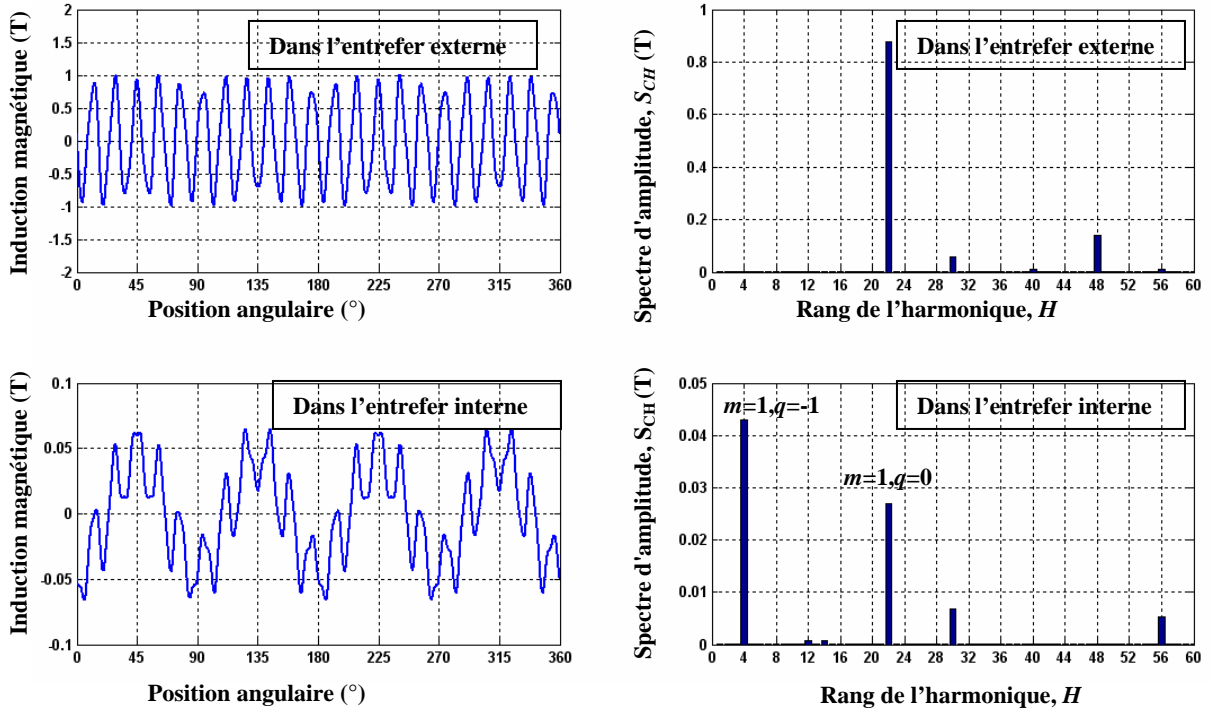
Fig. II.10 Géométrie d'un train magnétique

Tableau II.2
Données du train planétaire magnétique considéré

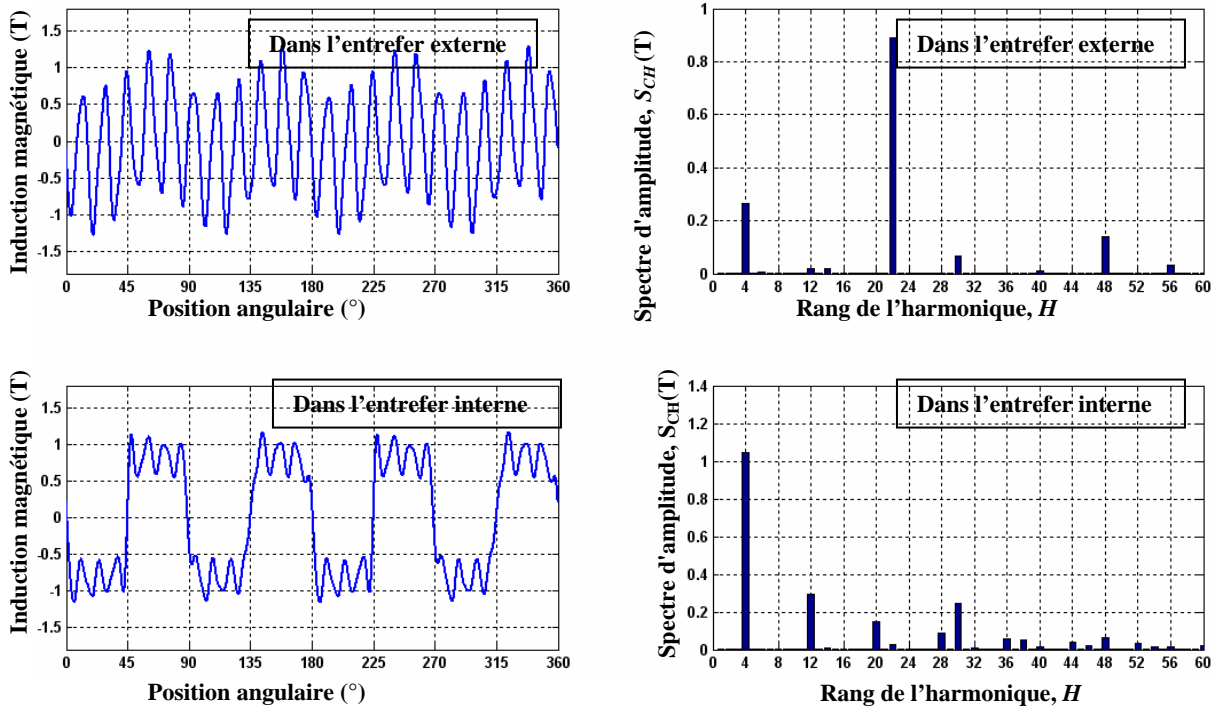
Description	valeur
Induction rémanente d'aimant permanent, (T)	1,25
Rayon externe de rotor externe R_7 , (mm)	125
Rayon d'arbre R_{arbre} , (mm)	20
Longueur d'entrefer W_3, W_5 , (mm)	2
Longueur axiale, (mm)	100
Epaisseur de culasse de rotor interne W_1 , (mm)	20,7
Epaisseur d'aimant permanent de rotor interne W_2 , (mm)	28,8
Epaisseur de pièces polaire ferromagnétique W_4 , (mm)	20
Epaisseur d'aimant permanent de rotor externe W_6 , (mm)	25,2
Epaisseur de culasse de rotor externe W_7 , (mm)	6,3



a) Induction radiale créée par les aimants du rotor interne seulement



b) Induction radiale créée par les aimants du rotor externe seulement



c) Induction radiale créée par les aimants des rotors interne et externe

Fig. II.11 Induction radiale créée et ses harmoniques dans les entrefers du train planétaire magnétique avec $p_1=4, p_3=22, n_2=26, G_r=5,5$

II.6 Couple statique du train planétaire magnétique

On utilise le logiciel FEMM [MEE09] pour faire les calculs de champ et déterminer le couple exercé sur les rotors interne et externe ainsi que sur les pièces polaires du train magnétique. Les paramètres sont donnés dans le tableau II.3.

Tableau II.3 Données du train planétaire magnétique considéré	
Description	valeur
Nombre de paires de pôles du rotor interne p_1	2
Nombre de paires de pôles du rotor externe p_3	5
Nombre de pièces polaires ferromagnétiques n_2	7
Rapport de couple G_r	2,5
Rayon interne du rotor externe R_5 , (mm)	80
Rayon interne de fer du rotor externe R_6 , (mm)	93
Rayon externe du rotor externe R_7 , (mm)	125
Rayon d'arbre du rotor interne R_{arbre} , (mm)	20
Epaisseur d'aimant permanent du rotor interne W_7 , (mm)	11,2
Longueur d'entrefer W_3 , W_5 , (mm)	2
Epaisseur d'aimant permanent du rotor externe W_6 , (mm)	13
Longueur axiale (mm)	100
Induction rémanente d'aimant permanent (T)	1,25

La figure II.12 représente la couple statique du rotor interne quand le rotor externe et les pièces polaires ferromagnétiques sont à l'arrêt.

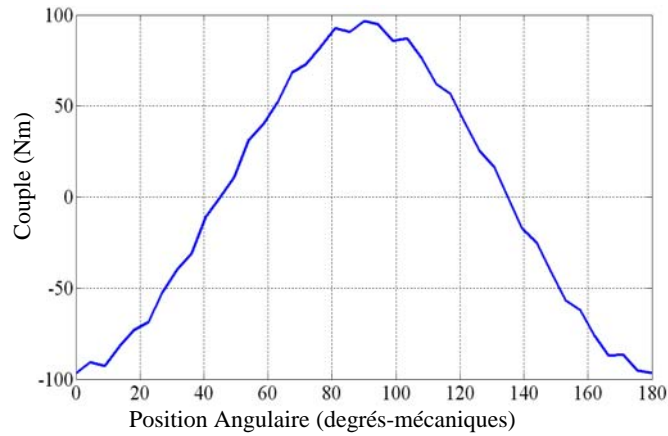


Fig. II.12 Couple statique du rotor interne du train magnétique avec $p_1=2, p_3=5, n_2=7$ et $G_r=2,5$ quand le rotor externe et les pièces polaires ferromagnétiques sont à l'arrêt.

II.7 Variation du couple maximal du rotor externe et du rotor interne du train planétaire magnétique

En gardant les pièces polaires ferromagnétiques fixes, les rotors interne et externe doivent tourner en sens contraire : $\theta_3 = -\theta_1 / G_r$ (équation II.10). Le calcul des valeurs maximales des couples exercés sur les 2 rotors donnent les résultats observés sur la figure II.13.

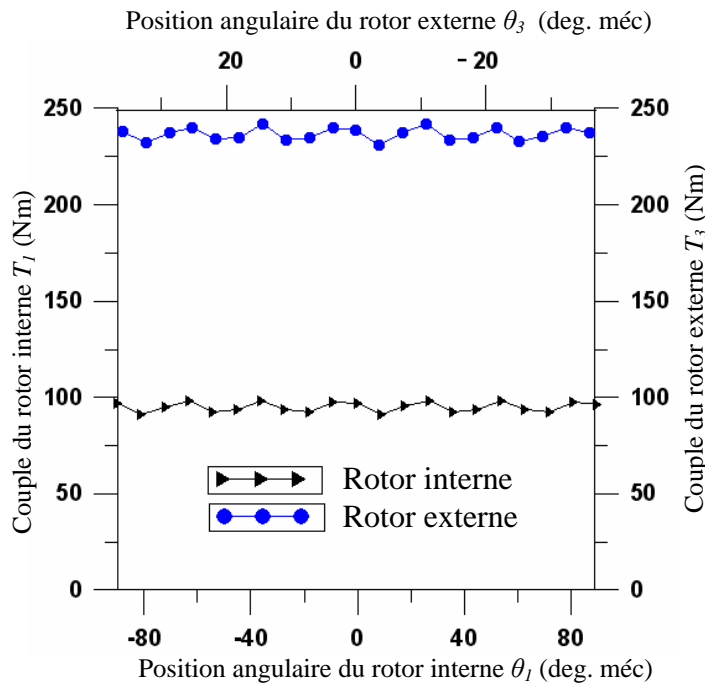


Fig. II.13 Variation du couple maximal du rotor externe et du rotor interne du train magnétique avec $p_1=2, p_3=5, n_2=7$ et $G_r=2,5$ (paramètres donnés dans le tableau II.3).

II.8 Effet de la variation de l'épaisseur des pièces polaires ferromagnétiques et des aimants permanents sur les valeurs du couple

La procédure pour l'étude de la variation du couple avec l'épaisseur des pièces polaires ferromagnétiques W_4 et l'épaisseur des aimants permanents du rotor interne W_2 et externe W_6 fait l'objet de la figure II.14. Il faut considérer pour les calculs que les valeurs du rayon du rotor externe R_7 , du rayon de l'arbre R_{arbre} et des longueurs d'entrefer W_3 , W_5 sont toujours fixées.

Pour le train planétaire magnétique caractérisé dans le tableau II.3, et à partir la figure II.14, on obtient la relation entre le couple du rotor externe T_3 , l'épaisseur des aimants permanents du rotor interne W_2 et l'épaisseur des pièces ferromagnétiques W_4 à valeurs de R_7 , W_6 , W_7 , W_3 , W_5 et R_{arbre} fixées. La variation du couple fait l'objet de la figure II.15.

La figure II.16 traduit la relation entre le couple exercé sur le rotor externe T_3 , l'épaisseur des aimants permanents du rotor externe W_6 et l'épaisseur des pièces polaires ferromagnétiques W_4 à valeurs de R_7 , W_1 , W_2 , W_3 , W_5 et R_{arbre} fixées.

A partir de la figure II.14 on peut calculer la valeur maximale du couple dans tous les calculs T_{3max} et les dimensions à ce cas (voir le tableau II.4).

Tableau II.4								
Les dimensions à couple maximum T_{3max} à valeurs de R_7 , W_3 , W_5 et R_{arbre} fixées								
W_1	W_2	W_3	W_4	W_5	W_6	W_7	T_1	T_3
mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	Nm	Nm
25	18	2	20	2	18,5	18,5	154	375

On a calculé aussi la valeur moyenne de l'induction magnétique B_{av} dans toutes les régions (W_1 , W_3 , W_5 , W_7). Il faut toujours vérifier que la valeur moyenne de l'induction magnétique reste inférieure à l'induction de saturation.

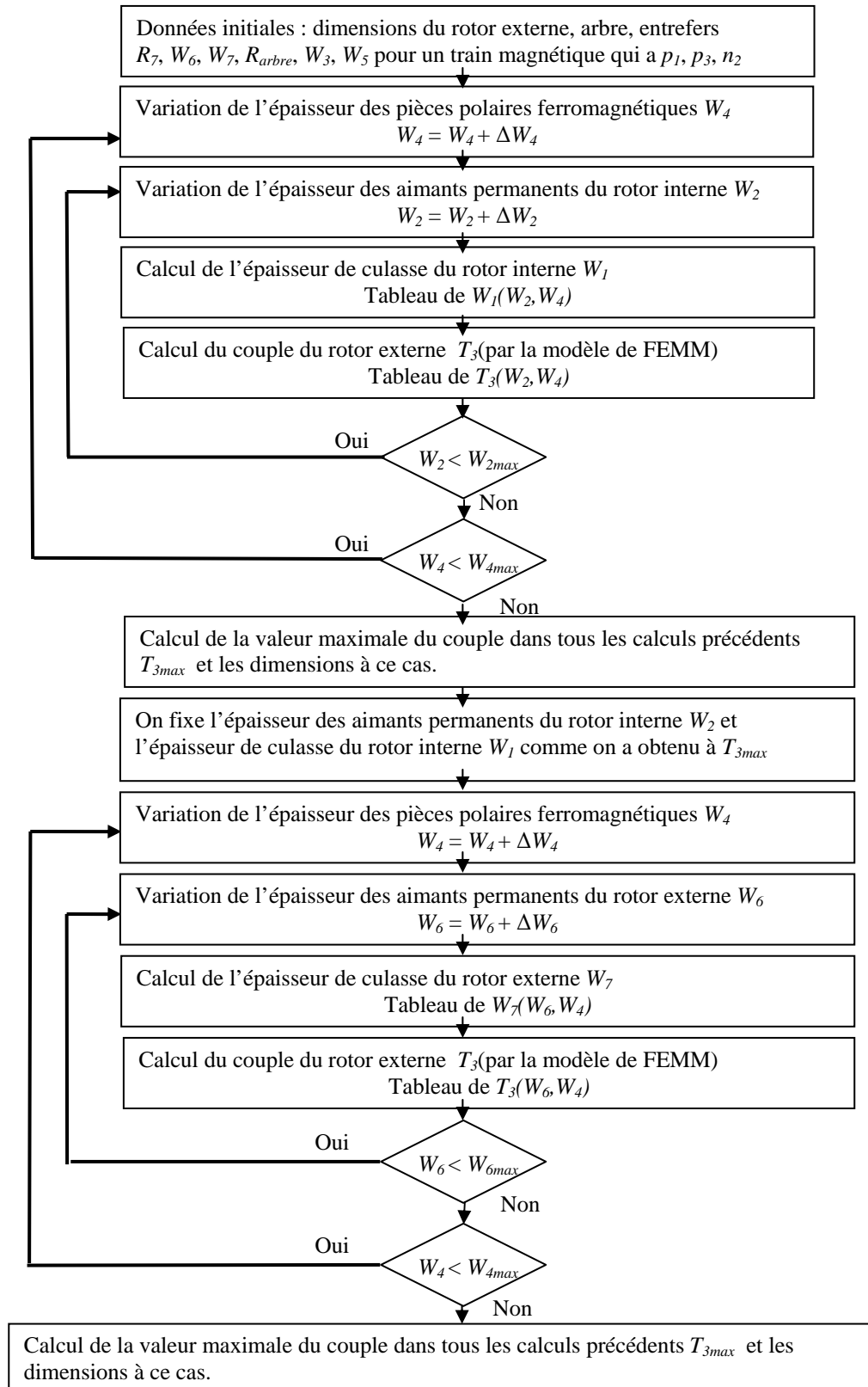
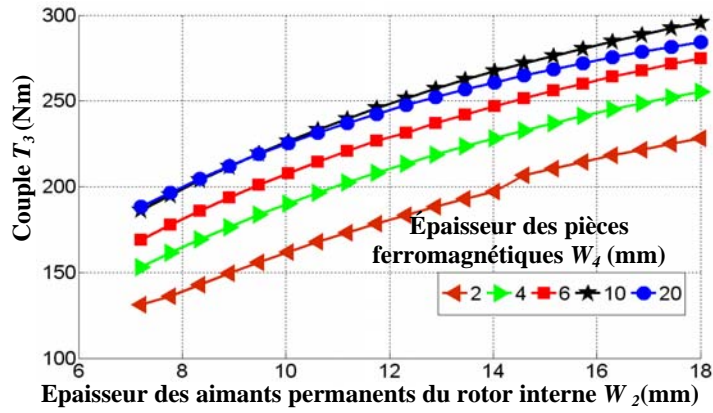
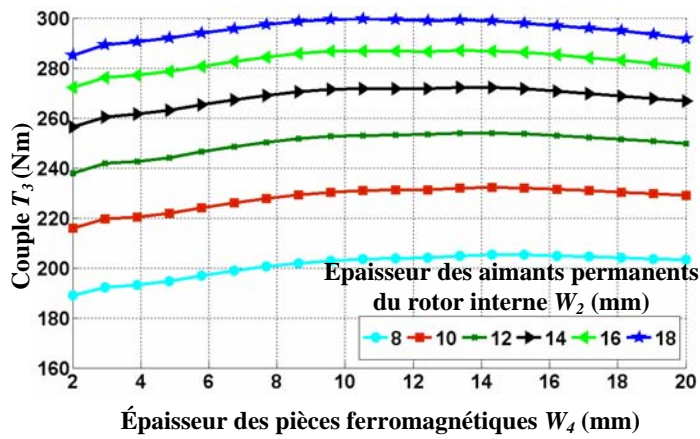


Fig. II.14 Procédure pour le calcul de l'influence de la variation de l'épaisseur des aimants permanents du rotor interne W_2 et externe W_6 et de l'épaisseur des pièces polaires ferromagnétiques W_4 sur le couple exercé sur le rotor externe T_3 à R_7, W_3, W_5 et R_{arbre} fixées



(a)



(b)

Fig. II.15 Influence de l'épaisseur des aimants permanents du rotor interne sur le couple exercé sur le rotor externe à $R_7=125$ mm, $W_6=13$ mm, $W_7=32$ mm, $W_3=2$ mm, $W_5=2$ mm et $R_{arbre}=20$ mm

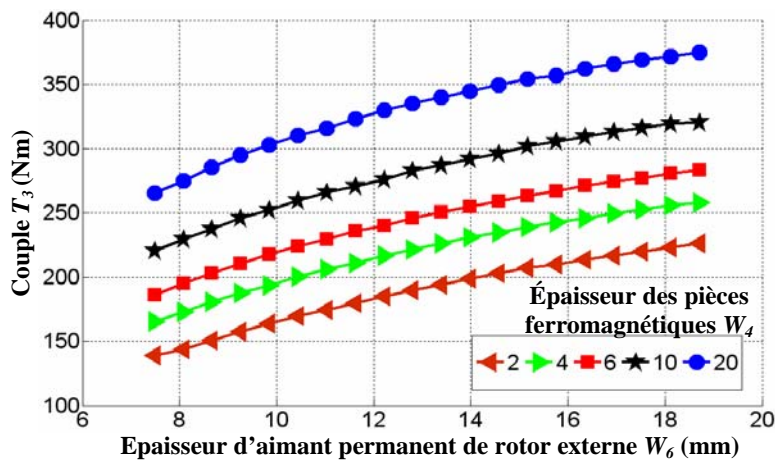


Fig. II.16 Influence de l'épaisseur des aimants permanents du rotor externe sur le couple exercé sur le rotor externe à $R_7=125$ mm, $W_6=13$ mm, $W_7=32$ mm, $W_3=2$ mm, $W_5=2$ mm et $R_{arbre}=20$ mm

II.9 Minimisation de l'ondulation de couple

L'interaction entre les armatures à aimants et les pièces ferromagnétiques donne naissance à des pulsations de couple que l'on appelle « couple de détente » dans les machines à aimants. C'est particulièrement le rotor interne ayant le plus petit nombre de paires de pôles qui sera éventuellement assujéti aux plus fortes pulsations de couple. Ainsi, le choix de p_1 et n_2 est déterminant pour réduire ces couples pulsatoires.

Des règles bien connues ont été établies pour réduire, voire complètement éliminer le couple de détente dans les machines à aimants. Parmi ces règles, on peut judicieusement choisir l'ouverture des aimants et/ou leur angle d'inclinaison par rapport à l'axe de la machine pour éliminer le couple de détente. Malheureusement, l'utilisation de ces artifices dans le réducteur magnétique conduit à une très forte diminution du couple électromagnétique moyen. La seule solution envisageable est alors de réduire ce couple de détente en éloignant le 1^{er} harmonique de denture (le plus gênant) par un choix approprié du nombre de pièces ferromagnétiques n_2 pour une valeur donnée de p_1 . En effet, plus le rang de l'harmonique est élevé, plus il est filtré par l'entrefer.

Dans une machine à aimants, on adopte un nombre d'encoches par pôle et par phase fractionnaire afin de réduire le couple de détente. Afin d'éloigner le 1^{er} harmonique de denture, on choisit une combinaison (p_1, n_2) telle que le plus petit commun multiple de $2p_1$ et n_2 que l'on note $PPCM(2p_1, n_2)$ soit aussi grand que possible. La combinaison la plus favorable correspond évidemment à $PPCM(2p_1, n_2) = 2p_1 \times n_2$. On définit également le coefficient c_b à valeurs entières que les anglo-saxons appellent « cogging torque factor » par [ZHU00]:

$$c_b = \frac{2p_1 \times n_2}{PPCM(2p_1, n_2)} \quad (\text{II.13})$$

Ainsi, le couple de détente est d'autant plus petit que c_b est proche de 1. On a donc un critère très simple qui permet, pour un rapport de réduction donné G_r , de choisir la meilleure combinaison (p_1, n_2) pour laquelle le couple de détente est le plus faible.

Pour un rapport de couple G_r donné, plusieurs possibilités peuvent être envisagées pour les valeurs de p_1 , p_3 et n_2 . Le meilleur choix est celui qui conduit à un taux d'ondulation du couple minimum. Il y a y quelques règles simples, permettant la meilleure combinaison pour p_1 , p_3 et n_2 sont décrites dans [ATA01], [ZHU00].

Pour une liste des rapports de couple G_r , la meilleure combinaison de p_1 , p_3 et n_2 peut être calculée par la figure. II.17. Cette combinaison donne le rapport de couple nécessaire avec une ondulation de couple la plus basse possible.

A titre d'exemple, fixons la valeur de G_r qui correspond à ce que l'on trouve pour un véhicule hybride ($2,5 < G_r < 3,5$) [AOK00], [HYB11a], [HYB11b], [KAZ00], [TRI03], [TOY11], [TOY03]. A partir de valeurs fixes on fait évoluer p_1 et n_2 et on calcule c_b . [ZHU00] a montré que la valeur qui minimise l'ondulation de couple correspond à $c_b = 1$. Le calcul de c_b est donné par l'organigramme de la figure II.17. Les valeurs de sortie font l'objet du tableau II.5 dont on extrait le tableau II.6.

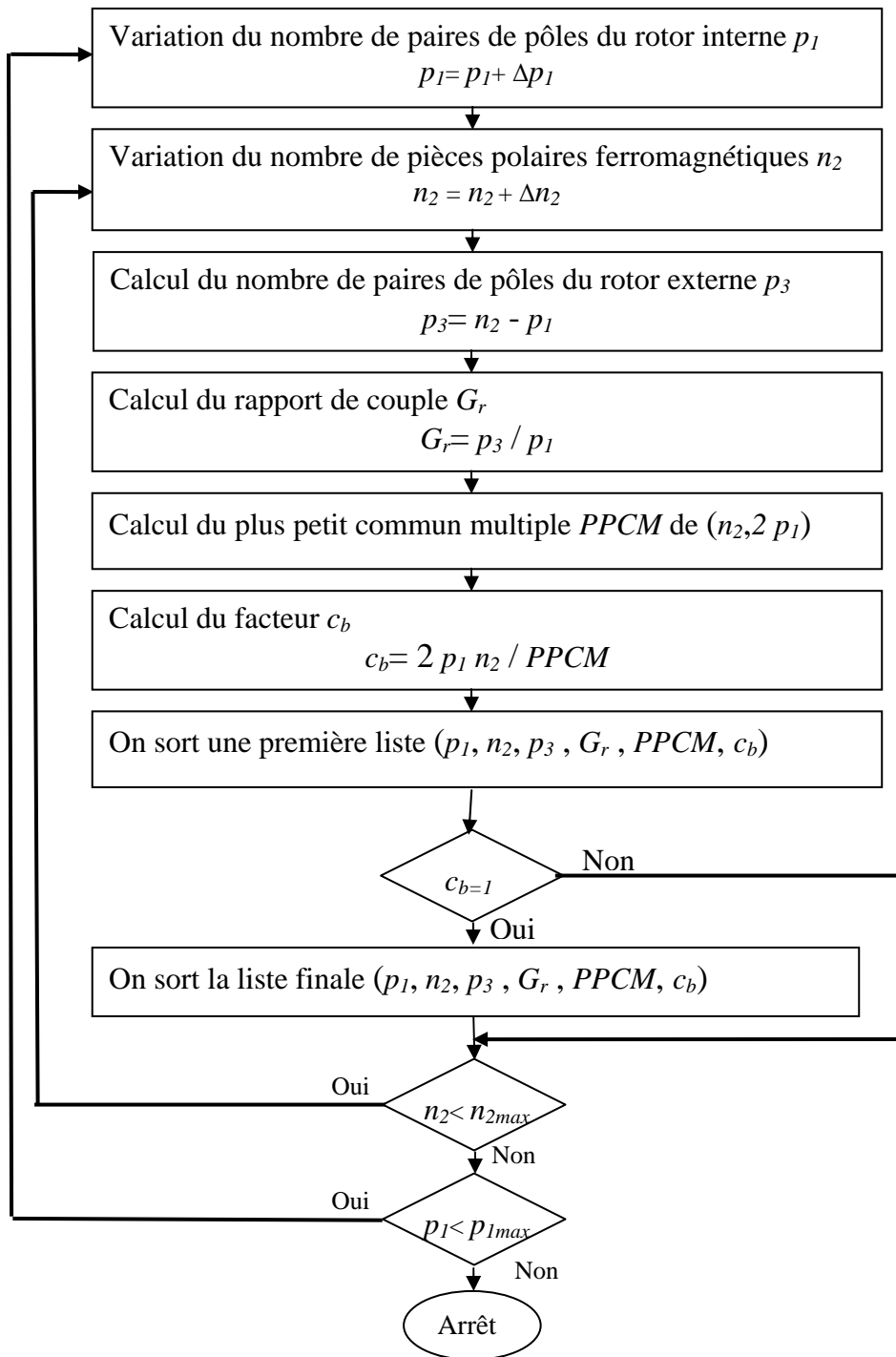


Fig. II.17 Procédure de faire choisir une liste des rapports de couple G_r qui donnent les plus faibles ondulations de couple pour un train planétaire magnétique

p_1	n_2	p_3	G_r	$PPCM$	c_b
2	3	1	0,5	12	1
2	4	2	1	4	4
2	5	3	1,5	20	1
2	6	4	2	12	2
2	7	5	2,5	28	1
2	8	6	3	8	4
2	9	7	3,5	36	1
....
....

p_1	n_2	p_3	G_r	$PPCM$	c_b
2	7	5	2,5	28	1
2	9	7	3,5	36	1
3	11	8	2,67	66	1
3	13	10	3,33	78	1
4	15	11	2,75	120	1
4	17	13	3,25	136	1
5	19	14	2,8	190	1
5	21	16	3,2	210	1
6	23	17	2,83	276	1
6	25	19	3,17	300	1
7	25	18	2,57	350	1
7	27	20	2,86	378	1
7	29	22	3,14	406	1
7	31	24	3,43	434	1
8	29	21	2,63	464	1
8	31	23	2,88	496	1
8	33	25	3,13	528	1
8	35	27	3,38	560	1
9	35	26	2,89	630	1
9	37	28	3,11	666	1
10	37	27	2,7	740	1
10	39	29	2,9	780	1
10	41	31	3,1	820	1
10	43	33	3,3	860	1

Pour donner un exemple de calculs, on prend le même train planétaire magnétique, dont les paramètres sont donnés dans le tableau II.3. On recherche, pour ce train, quelle est la meilleure combinaison de p_1 , p_3 et n_2 et quelles sont les dimensions correspondantes. A partir des 24

combinaisons du tableau II.6, et après calculs présentés dans l’organigramme de la figure II.14 on obtient la combinaison qui donne la valeur maximale du couple (voir le tableau II.7).

p_1	p_3	n_2	G_r	W_1	W_2	W_3	W_4	W_5	W_6	W_7	T_1	T_3
				mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	Nm	Nm
3	8	11	2,67	36	18	2	20	2	13,5	13,5	191	508

II. 10 Comparaison des densités de couple des trains planétaires magnétique et mécanique

À partir de l’organigramme de la figure II.14, on obtient la relation entre la densité de couple du train magnétique pour différents diamètres externes et rapports de couple. La figure II.18 résume les résultats obtenus.

A partir de la partie I.11 du chapitre I et de la figure II.18, on peut faire une comparaison entre la densité de couple du train planétaire magnétique et de son équivalent mécanique. On voit que le train magnétique se distingue du train mécanique par les points suivants :

- La densité de couple du train magnétique augmente avec le diamètre externe alors que la densité de couple du train mécanique ne dépend presque pas de la valeur de ce diamètre.
- Pour le train mécanique la densité de couple diminue rapidement avec le rapport de couple, alors que pour le train magnétique, une valeur optimale autour de $G_r = 5$ peut être obtenue pour des grandes valeurs du diamètre externe (au-dessus de 300 mm). En outre, la diminution de la densité du couple du train magnétique est inférieure à 30% pour une variation de G_r entre 5 et 10.

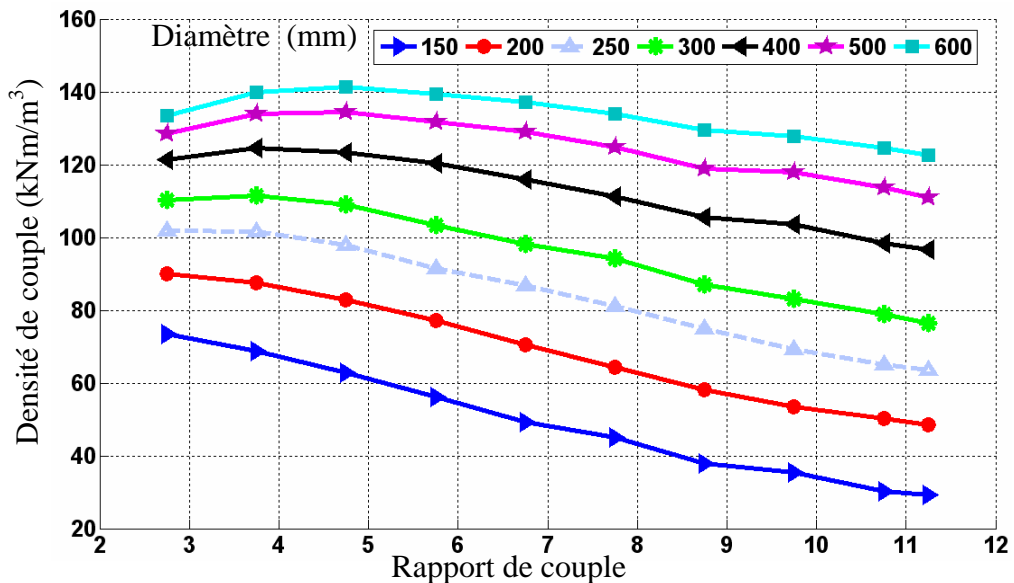


Fig. II.18 Densités de couple de train magnétique pour différents diamètres externes et rapports de couple.

II.11 Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté le principe de fonctionnement du train planétaire magnétique et un état de l'art le concernant. On a montré que l'équation de Willis du train planétaire mécanique est également valable pour le train planétaire magnétique donc ce dernier peut fonctionner de la même manière. Ainsi, on a obtenu tous les modes de fonctionnement et les équations comme pour le train planétaire mécanique. On a donné des exemples pour l'étude des harmoniques de l'induction magnétique. Le couple statique d'un train planétaire magnétique et l'effet de la variation de l'épaisseur des pièces polaires ferromagnétiques et de l'épaisseur des aimants permanents sur les valeurs de couples sont étudiés. On a montré, pour un rapport de couple G_r donné, comment choisir la combinaison de p_1 , p_3 et n_2 qui donne les plus faibles ondulations de couple. Une étude paramétrique nous a permis de trouver les dimensions permettant d'avoir la meilleure transmission de couple possible.

La partie la plus importante du travail dans ce chapitre est la comparaison des densités de couple des trains planétaires magnétique et mécanique. On a présenté les avantages du réducteur magnétique par rapport au réducteur mécanique et on a trouvé que le train magnétique peut avoir des performances comparables ou supérieures à celles du train mécanique avec des avantages évidents par rapport aux inconvénients des trains mécaniques. Par conséquent, nous pouvons utilement remplacer les trains planétaires mécaniques par les trains planétaires magnétiques dans de nombreuses applications comme les véhicules hybrides, l'avionique et les articulations artificielles.

Dans la suite de notre travail, nous chercherons à optimiser les dimensions de ce train magnétique. Nous utiliserons la méthode d'optimisation par essaim de particules (OEP).

**Chapitre III :
Optimisation du train
planétaire magnétique**

Chapitre III : OPTIMISATION DU TRAIN PLANETAIRE MAGNETIQUE

III.1 Introduction

On va s'intéresser, dans ce chapitre, à l'optimisation du train planétaire magnétique. Ce dimensionnement va viser à maximiser le couple de sortie du train.

Parmi les différentes méthodes d'optimisation qui existent et plus particulièrement les méthodes évolutionnaires, on choisira, pour traiter notre problème, la méthode par essaim de particules (OEP).

L'algorithme développé sera d'abord testé et validé sur une fonction de Rastrigin à m paramètres. Ensuite, nous appliquerons l'OEP à la maximisation du couple de sortie. La fonction objectif sera synthétisée à partir de l'évaluation du couple de sortie sous contraintes. Le calcul du couple se fera par une méthode d'éléments finis et par une méthode analytique.

III.2 Présentation du problème

On a déjà montré au chapitre II que le train épicycloïdal magnétique peut remplacer le train épicycloïdal mécanique surtout dans les applications qui ont besoin d'un volume minimum et d'un rendement élevé. On cherche dans ce chapitre à maximiser le couple de sortie T_{out} pour un train planétaire magnétique (figure III.1), T_{out} est donc notre fonction de coût ou fonction objectif.

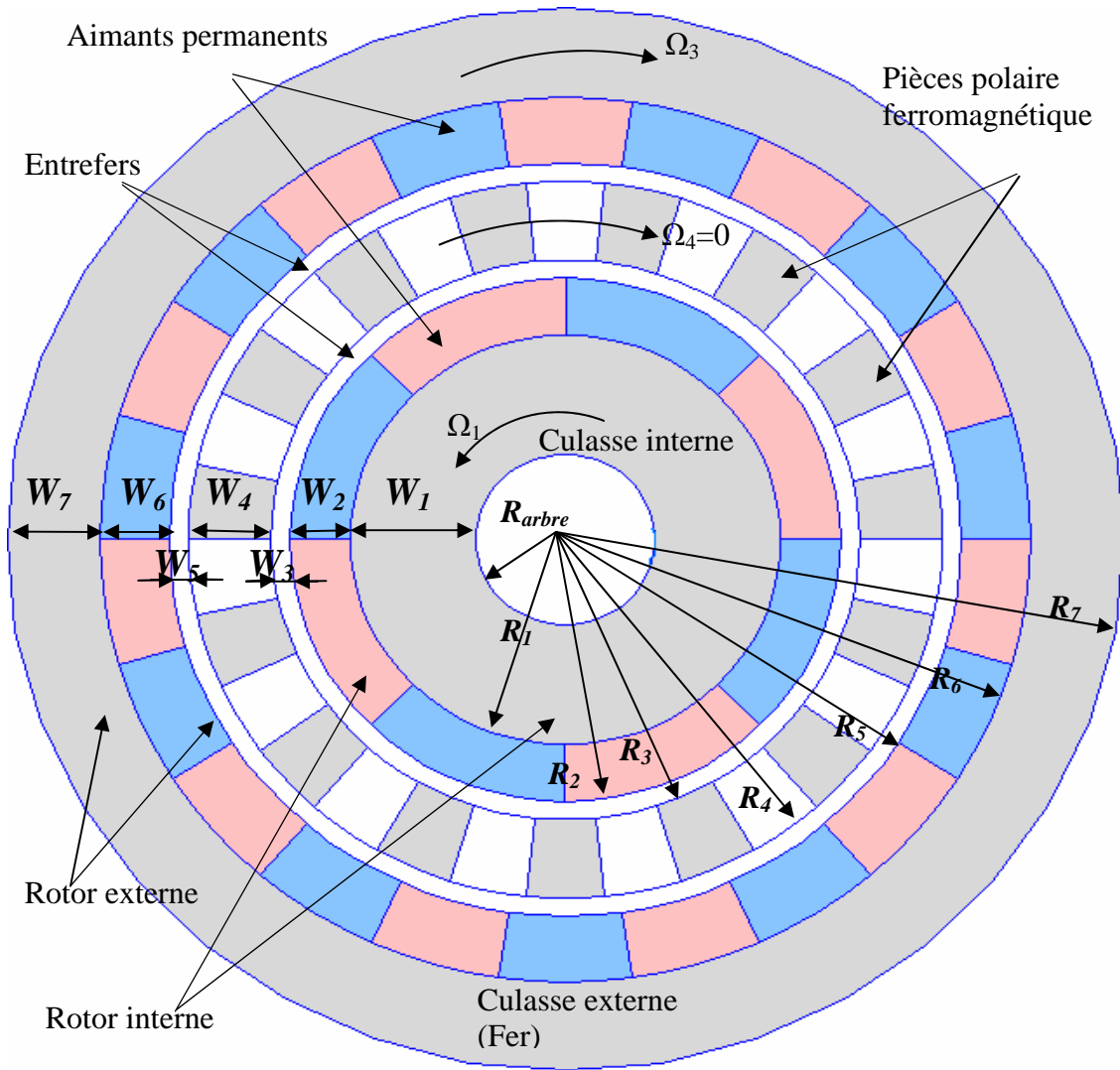


Fig. III.1 Géométrie d'un train magnétique ($p_1=4, p_3=11, n_2=15, G_r=2.75$)

Donc, on peut définir le problème par :

$$\text{Maximiser le couple de sortie } T_{out}(W_1, W_2, W_4, W_6) \quad (\text{III.1})$$

Avec : W_1, W_2, W_4, W_6 les inconnues du problème. Dans ce problème, les contraintes sont les suivantes :

- W_1, W_2, W_4, W_6 sont bornées :

$$\left. \begin{array}{l} W_{1min} < W_1 < W_{1max} \\ W_{2min} < W_2 < W_{2max} \\ W_{4min} < W_4 < W_{4max} \\ W_{6min} < W_6 < W_{6max} \end{array} \right\} \quad (III.2)$$

- Le nombre de paires de pôles du rotor interne, p_1 , le nombre de paires de pôles du rotor externe, p_3 , et le nombre de pièces polaires ferromagnétiques, n_2 , sont fixés.
- Le rayon externe du rotor externe R_7 et la longueur axiale du train magnétique sont fixés. Donc le volume externe est toujours donné.
- Le rayon d'arbre du rotor interne R_{arbre} est fixé en raison du couple à transmettre.
- Les épaisseurs des entrefers ($W_3=W_5$) sont fixées en raison des contraintes mécaniques.
- La valeur moyenne d'induction magnétique B_{av} doit rester à inférieure à une valeur limite ($B_{av} < B_{sat}$) pour ne pas saturer les régions ferromagnétiques.

Dans la partie qui suit, on va présenter différentes méthodes pour effectuer l'optimisation du problème précédent (équation III.1).

III.3 Méthodes d'optimisations

Parmi les méthodes d'optimisation, les méthodes d'inspiration naturelle sont de plus en plus souvent utilisées pour résoudre des problèmes où les méthodes classiques sont peu efficaces. En voici quelques-unes appartenant à la même famille [COL91], [GOL91], [KEN95], [BAG03] :

- Optimisation par colonies de fourmis (Ant Colony Optimization).
- Optimisation par algorithmes génétiques (AGs).
- Optimisation par essais particuliers OEP (Particle Swarm Optimization, PSO).

Nous avons choisi la méthode de OEP pour les raisons suivantes :

- Elle donne un bon résultat dans un temps de calcul plus court qu'avec d'autres méthodes.
- Il y a peu de paramètres à ajuster.
- Elle permet une large marge d'applications.
- Elle permet de trouver l'optimum de fonctions non-linaires.
- Contrairement aux (AGs) et à d'autres algorithmes, l'OEP a une grande flexibilité de contrôle qui permet de gérer l'exploration globale et l'exploration locale de l'espace de recherche [ABI01].

III.3.1 Principe de l'OEP

La méthode de l'OEP utilise un nombre donné d'individus (particules) distribués au départ de façon aléatoire. Les individus se déplacent dans l'espace de recherche. Chacune des positions peut être considérée comme une solution. À partir d'optimums locaux et empiriques, l'ensemble des particules va, en principe, converger vers la solution optimale globale du problème traité.

Grâce à des règles de déplacement très simples dans l'espace de recherche, les particules peuvent converger progressivement vers un optimum local. Au départ de l'algorithme chaque particule est positionnée (aléatoirement ou non) dans l'espace de recherche du problème.

Soit P le numéro de la particule et N celui de l'itération. La nouvelle position d'une particule est fonction de 3 composantes :

- Sa vitesse actuelle \vec{v}_P^N .
- La meilleure position qu'elle a trouvée antérieurement \vec{p}_P^N .
- La meilleure position trouvée antérieurement par les particules de son voisinage \vec{g}_P^N .

Donc, pour réaliser son prochain mouvement, chaque particule combine trois tendances : suivre sa propre vitesse, revenir vers la meilleure position qu'elle a trouvée antérieurement, aller vers la meilleure position trouvée par les informatrices qui forment son voisinage (figure III.2)

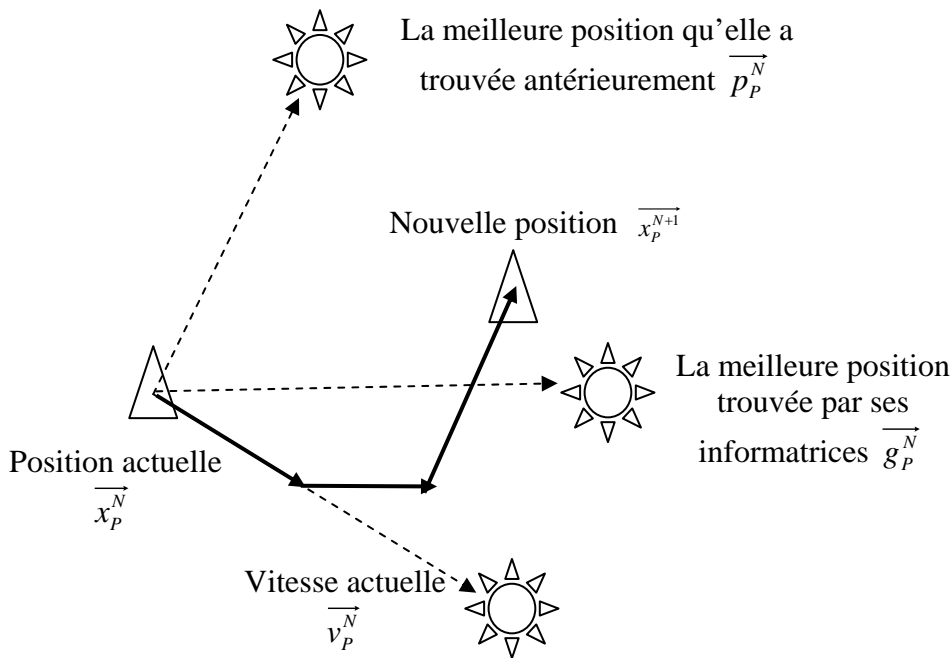


Fig. III.2 Schéma de principe du déplacement d'une particule numéro P à partir de l'itération numéro N

La formulation mathématique de ce comportement est la suivante :

$$\vec{v}_P^{N+1} = \lambda_1 \vec{v}_P^N + \lambda_2 \text{rand}_1 (\vec{p}_P^N - \vec{x}_P^N) + \lambda_3 \text{rand}_2 (\vec{g}_P^N - \vec{x}_P^N) \quad (\text{III.3})$$

$$\vec{x}_P^{N+1} = \vec{x}_P^N + \vec{v}_P^{N+1} \Delta t \quad (\text{III.4})$$

Avec : λ_1 , le facteur d'inertie, λ_2 , λ_3 les coefficients de confiance appelés respectivement, coefficient d'attraction cognitive et coefficient d'attraction sociale, rand_1 , rand_2 , des nombres aléatoires à distribution uniforme entre 0 et 1. Δt , le temps entre deux itérations successives.

III.3.2 Formalisation et configuration de l'OEP

Ainsi, l'OEP est caractérisée par les choix suivants :

- L'espace de recherche.
- Le nombre de particules, τ .
- La topologie du voisinage.
- Le facteur d'inertie, λ_1 .
- Les coefficients de confiance, λ_2 et λ_3 .
- La vitesse maximale, v_{max} .
- Le coefficient de constriction, λ_4 .
- La position et la vitesse initiale de chaque particule.
- Les critères d'arrêt.
- Δt est choisi égal à 1 sauf précision.

Nous présenterons en détail chacun de ces éléments.

III.3.2.1 Espace de recherche

La figure III.3 montre une fonction $f(x)$ à plusieurs maximums. Pour faire l'optimisation de cette fonction, on doit d'abord définir l'espace de recherche de la variable x . Si l'espace de recherche de la variable x est entre a_1 et a_2 donc la solution est b_1 . Mais si on augmente l'espace de recherche entre a_1 et a_3 on obtiendra peut-être une autre solution en b_2 . À partir de cet exemple, on note l'importance de bien définir l'espace de recherche pour trouver l'optimum global.

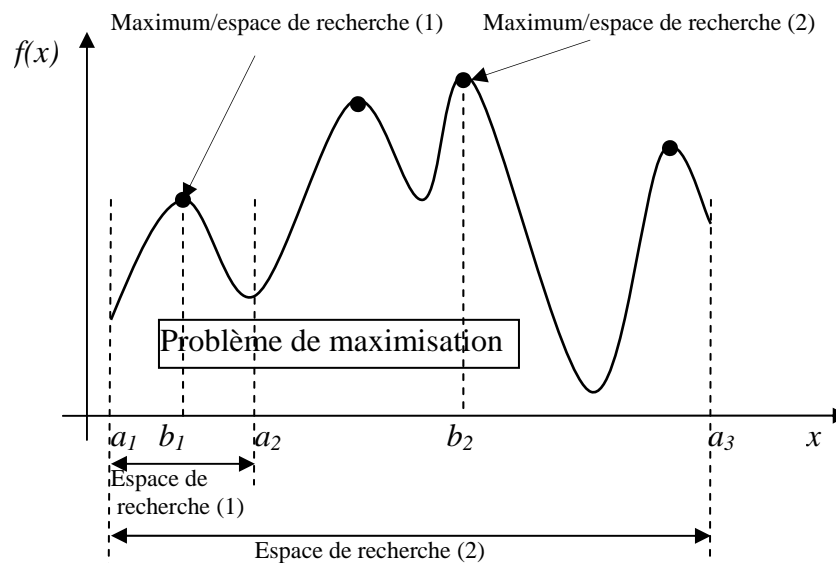


Fig. III.3 Fonction à plusieurs maximums

III.3.2.2 Nombre de particules, τ

Nous devons choisir un nombre de particules, τ , de l'essaim qui soit bien adapté à l'espace de recherche et au temps de calcul. Trop de particules augmenterait sensiblement le temps de calcul, alors que peu de particules conduirait à une exploration inefficace et incomplète de l'espace de recherche. Elle ne permettrait pas de s'affranchir du problème des minima locaux.

III.3.2.3 Topologie du voisinage

Les particules voisines sont celles qui vont fournir à chaque itération l'information g_p^N . On définit alors un voisinage qui peut être géographique, il faut avoir défini une distance, ce qui n'est pas toujours facile.

On peut aussi définir le réseau social d'une particule par la topologie et la taille de son voisinage défini une fois pour toute. On peut trouver trois topologies utilisées couramment dans la littérature (figure III.4) [KEN99], [WAN05] :

- Anneau : La particule est liée (par l'information qu'elle reçoit) à un nombre fixe τ_v de particules (souvent, $\tau_v = 3$), c'est la forme la plus couramment utilisée.
- Rayon : Les particules sont reliées à une seule particule centrale.
- Étoile : chaque particule est reliée à toutes les autres particules. Donc, l'optimum du voisinage devient l'optimum de l'essaim.

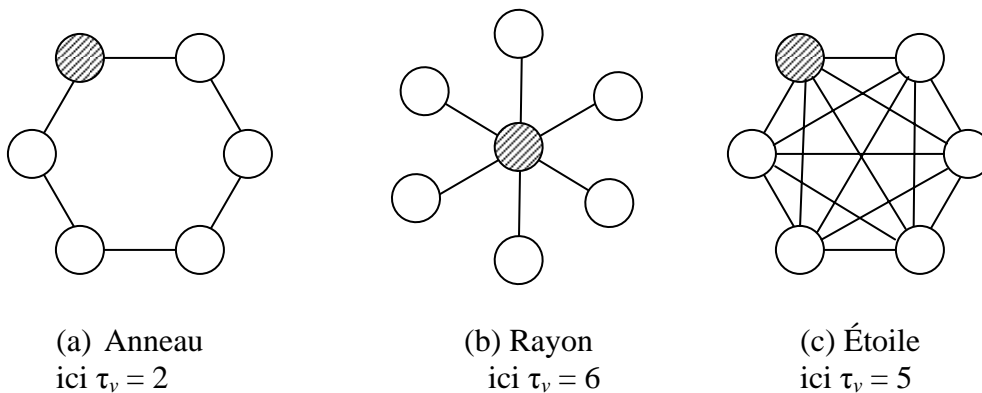


Fig. III.4 Topologies possibles du voisinage

III.3.2.4 Facteur d'inertie, λ_I

Une grande valeur de facteur d'inertie λ_I (> 1) donne une grande amplitude de mouvement et convient donc pour l'exploration globale. Mais si la valeur de λ_I (< 1) est faible, cela donne une faible amplitude de mouvement et convient plutôt pour une exploration locale [EBE01a], [EBE01b], [SHI98]. La "meilleure" valeur de ce facteur permet de trouver un compromis entre l'exploration locale et l'exploration globale. Le calcul de la vitesse dans ce cas est défini par l'équation III.3.

Il faut savoir qu'il n'y a pas de valeur exacte de λ_1 garantissant la convergence vers la solution optimale. Pour les valeurs de $\lambda_1 \in [0,7;1,2]$, on peut avoir une convergence correcte, mais à partir de la valeur 1,2 il peut être difficile d'obtenir cette convergence [EBE01a], [EBE01b] [SHI98], [BER02].

III.3.2.5 Coefficients de confiance, λ_2 et λ_3

Les coefficients de confiance, λ_2 et λ_3 , contrôlent la relation entre les deux tendances d'une particule, quand elle va progresser vers la solution optimale. La première tendance consiste à retourner vers la meilleure solution trouvée par elle-même et la deuxième tendance est de suivre la solution des particules du voisinage. λ_2 et λ_3 peuvent être choisis de sorte que [CAL03] :

$$\lambda_2 + \lambda_3 \leq 4 \quad (\text{III.5})$$

III.3.2.6 Vitesse maximale, v_{max} , et coefficient de constriction, λ_4

Afin d'améliorer la convergence de l'algorithme, on fixe une vitesse maximale, v_{max} , pour la particule pour qu'elle ne se déplace pas trop rapidement dans l'espace de recherche.

M. Clerc et al [CLE02] proposent pour le calcul de la vitesse d'une particule d'utiliser un coefficient de constriction, λ_4 , défini par :

$$\lambda_4 = 1 - \frac{1}{\lambda_5} + \frac{\sqrt{|\lambda_5^2 - 4\lambda_5|}}{2} \quad (\text{III.6})$$

Avec :

$$\lambda_5 = (\lambda_2 \text{rand}_1 + \lambda_3 \text{rand}_2) > 4 \quad (\text{III.7})$$

L'équation de la vitesse devient alors :

$$\overrightarrow{v}_P^{N+1} = \lambda_4 \left[\overrightarrow{v}_P^N + \lambda_2 \text{rand}_1 (\overrightarrow{p}_P^N - \overrightarrow{x}_P^N) + \lambda_3 \text{rand}_2 (\overrightarrow{g}_P^N - \overrightarrow{x}_P^N) \right] \quad (\text{III.8})$$

III.3.2.7 Position et vitesse initiale de chaque particule

Au démarrage de l'algorithme de l'OEP, La position de chaque particule, x_p^0 et sa vitesse initiale, v_p^0 doivent être initialisées aléatoirement selon une loi uniforme sur [0,1] ou non.

III.3.2.8 Critères d'arrêt

L'algorithme de calcul doit s'arrêter pour une des raisons suivantes :

- Le nombre maximum d'itérations, N_{Max} , a été obtenu.
- Le changement de la vitesse est proche de 0.
- La valeur de la fonction de la solution est satisfaisante.

III.3.3 Algorithme de l'OEP

La procédure générale de la stratégie de l'OEP pour maximiser une fonction f (figure III.5) comporte les étapes suivantes :

1. Entrées : Domaine de recherche, Nombre de particules τ , Voisinage τ_v , Poids de paramètres $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, Temps de chaque itération Δt , Critères de sortie et Fonction à maximiser f
2. Initialisation : $N = 0$, Tirage aléatoire de la position initiale de chaque particule \overline{x}_p^0 , Initialisation de la vitesse de chaque particule \overline{v}_p^0 ,
Calcul de la meilleure position de chaque particule $\overline{p}_p^0 = \overline{x}_p^0$,
Calcul de la meilleure position des particules du voisinage $\overline{g}_p^0 = \arg \max f(\overline{p}_p^0)$, $\overline{p}_p^0 \in \tau_v$
3. Mise à jour de la vitesse de chaque particule pour la prochaine itération par l'équation III.3.

$$\overline{v}_p^{N+1} = \lambda_1 \overline{v}_p^N + \lambda_2 \text{rand}_1 (\overline{p}_p^N - \overline{x}_p^N) + \lambda_3 \text{rand}_2 (\overline{g}_p^N - \overline{x}_p^N) \quad (\text{III.3})$$

4. Mise à jour de la position de chaque particule pour la prochaine itération par l'équation III.4.

$$\overline{x}_p^{N+1} = \overline{x}_p^N + \overline{v}_p^{N+1} \Delta t \quad (\text{III.4})$$

5. Mise à jour de la meilleure performance individuelle \overline{p}_p^{N+1} par l'équation III.9 :

$$\begin{cases} \text{Si } f(\overline{x}_p^{N+1}) > f(\overline{p}_p^N) & \Rightarrow \overline{p}_p^{N+1} = \overline{x}_p^{N+1} \\ \text{Sinon} & \overline{p}_p^{N+1} = \overline{p}_p^N \end{cases} \quad (\text{III.9})$$

6. Mise à jour de la meilleure performance globale de voisinage \overline{g}_p^{N+1} pour chaque particule par les équations III.10:

$$\text{pour } k = 1, 2, \dots, \tau_v \quad \text{Si } f(\overline{x}_k^{N+1}) > f(\overline{g}_p^N) \Rightarrow \overline{g}_p^N = \overline{x}_k^{N+1} \quad (\text{III.10.a})$$

$$\overline{g}_p^{N+1} = \overline{g}_p^N \quad (\text{III.10.b})$$

7. Vérification des critères d'arrêt (voir partie III.3.2.8) si oui, on sort \overline{g}_p^{N+1} , sinon, on met $N = N + 1$ et on réitère à partir de l'étape 3.

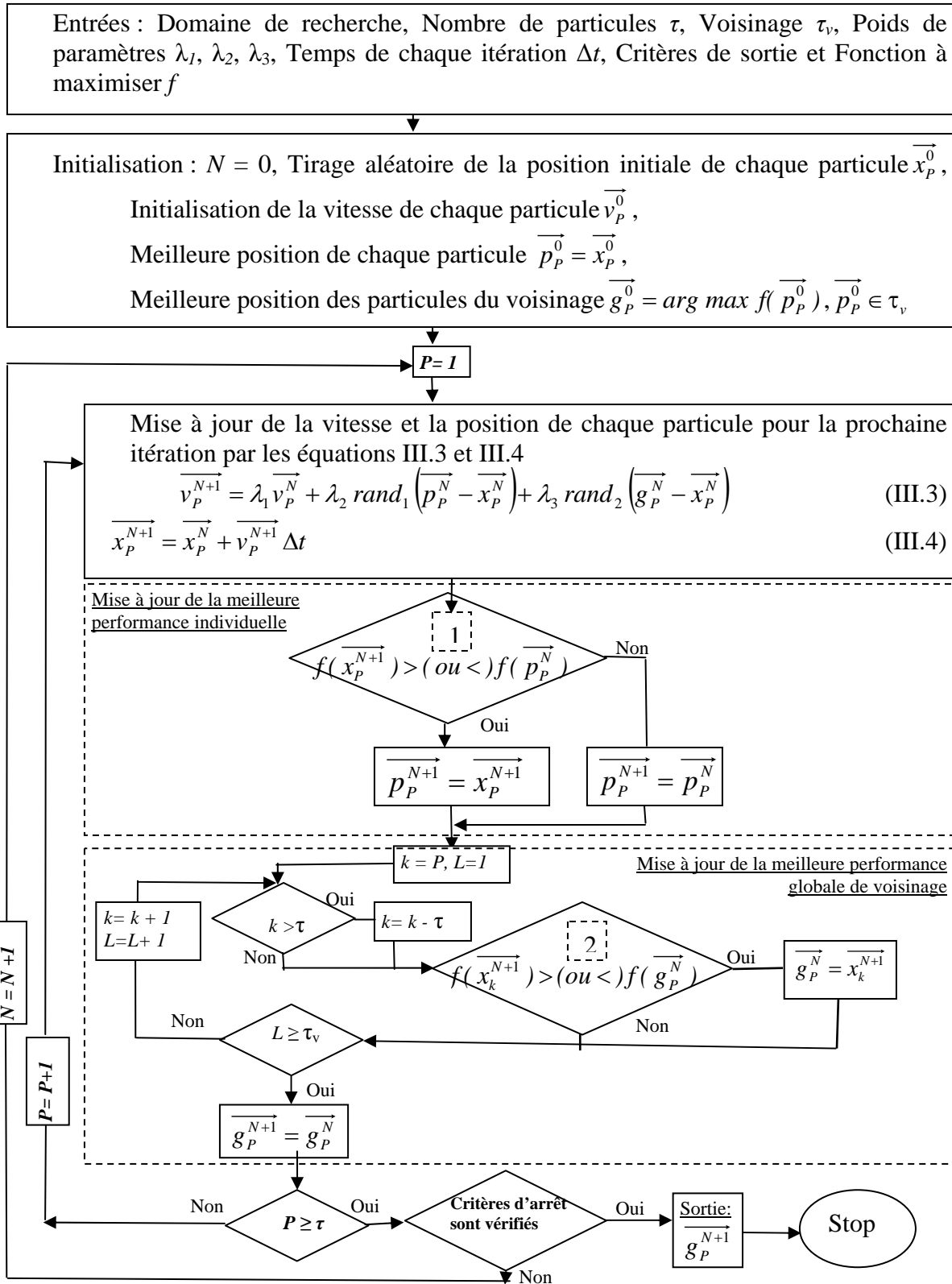


Fig. III.5 Organigramme de la méthode de l'OEP pour optimiser une fonction f

Remarque : en 1 et 2 pour trouver un maximum, on prend le signe $>$, pour le minimum le signe $<$

III.3.4 Fonction test

La méthode d'optimisation présentée a été testée et validée sur des fonctions test bien connues, ayant la caractéristique principale de posséder de nombreux minima locaux mais un seul minimum global ; parmi elles la fonction de Rastrigin ("Rastrigin function") à m paramètres :

$$f_m(\vec{x}_p^N) = 3m + \sum_{j=1}^m (d_j^2 - 3\cos(2\pi d_j)) \quad (\text{III.11})$$

Avec,

$$\vec{x}_p^N = [d_1, d_2, \dots, d_m] \quad (\text{III.12})$$

la position de la particule numéro P à l'itération numéro N et m la dimension de l'espace considéré.

La fonction, $f_m(x_p^N)$, a de nombreux minima locaux et un seul minimum global, égal à 0, et correspondant à la position $(0,0, \dots, 0)$. A titre d'exemple, considérons la fonction :

$$f_2(\vec{x}_p^N) = 6 + (d_1^2 - 3\cos 2\pi d_1) + (d_2^2 - 3\cos 2\pi d_2) \quad (\text{III.13})$$

Cette fonction à 2 variables ($m=2$) dans l'espace de recherche défini par les intervalles $[-5,5]$, $[-5, 5]$ et représentée par la surface de la figure III.6.

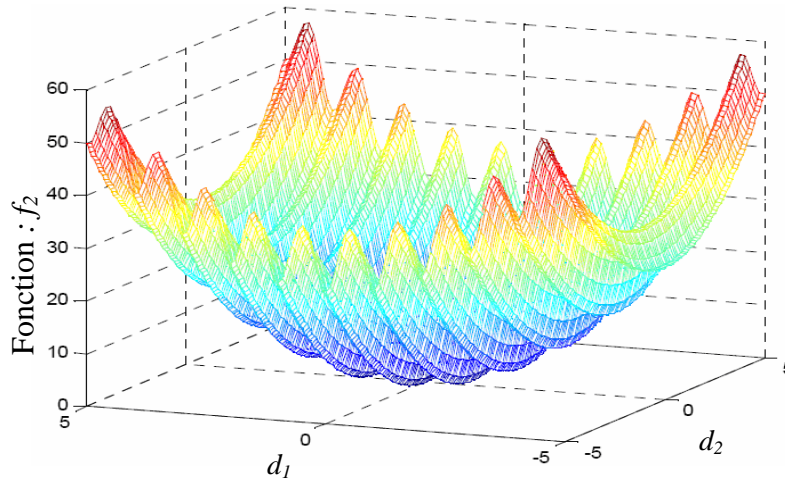


Fig. III.6 Fonction de Rastrigin à deux dimensions :

$$f_2(\vec{x}_p^N) = 6 + (d_1^2 - 3\cos 2\pi d_1) + (d_2^2 - 3\cos 2\pi d_2)$$

En utilisant l'organigramme de la méthode de l'OEP (figure III.5) avec les paramètres donnés dans le tableau III.1 on peut évaluer la position du minimum global de la fonction de Rastrigin à

deux dimensions (figure III.6). D'abord, afin d'avoir des résultats faciles à suivre, on met un intervalle de temps pour chaque itération, Δt , égal à 0,01. Les résultats obtenus (figure III.7) montrent que la particule 4 arrive en premier près du minimum global (0,0) mais les autres particules n'y sont pas arrivées après 2000 itérations. L'évaluation de la meilleure performance globale $f(\vec{g}_P^N)$ donne une valeur proche de zéro (figure III.8).

Tableau III.1 Les paramètres d'OEP	
le coefficient d'inertie, λ_1	0,738
Les coefficients de confiance, $\lambda_2 = \lambda_3$,	1,51
Le temps de chaque itération, Δt	0,01
Le nombre de particules, τ	5
Le nombre maximum d'itération, N_{Max}	2000
Le nombre de particules de voisinage de chaque particule, τ_v	4

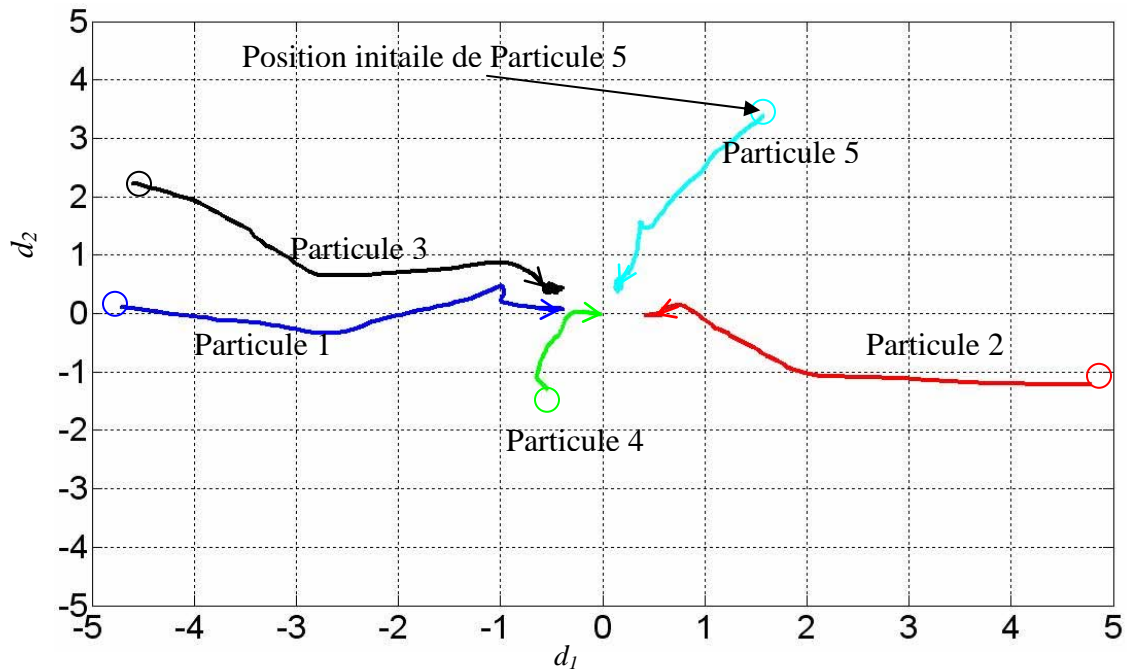


Fig. III.7 Positions de particules

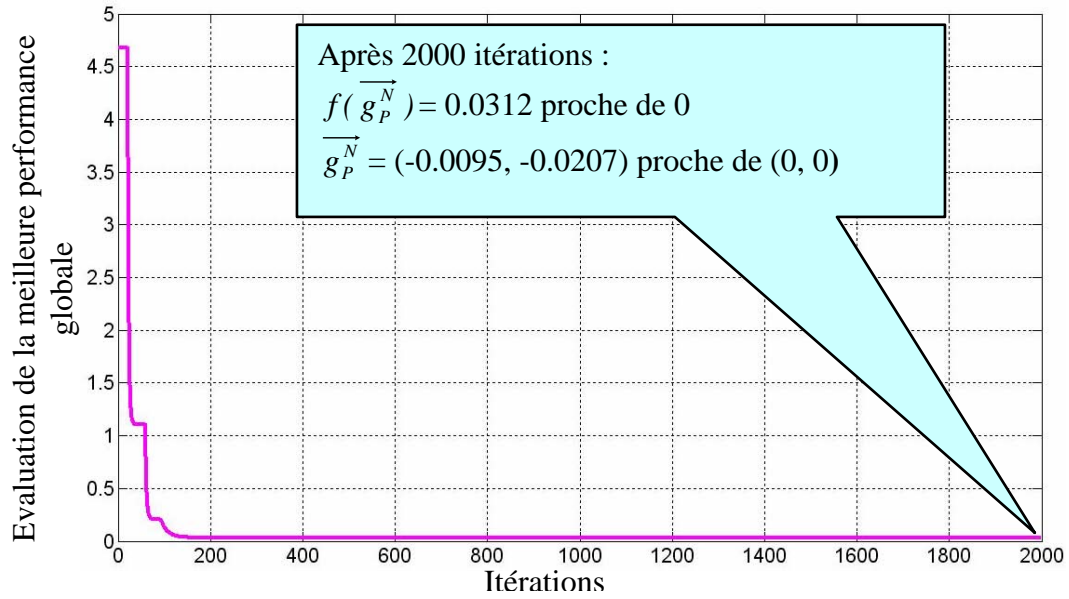


Fig. III.8 Evaluation de la meilleure performance globale $f(g_P^N)$

Afin d'arriver aux résultats plus vite et d'être encore plus proche de la réponse exacte on doit faire une modification des paramètres pour l'OEP. On met la valeur du temps de chaque itération, Δt égale à valeur 1.0. On refait les calculs. On obtient un bon résultat. Pour moins de 200 itérations, toutes les particules arrivent au minimum global (0,0) (figures III.9 et III.10)

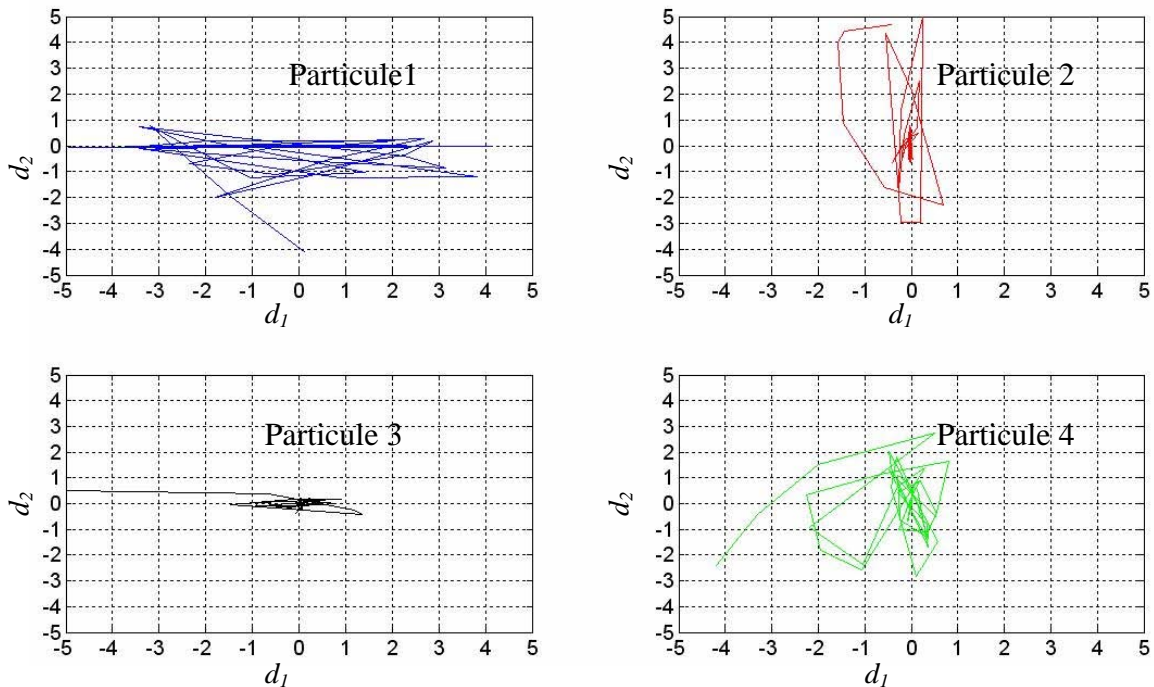


Fig. III.9 Toutes les particules arrivent au minimum global (0,0)

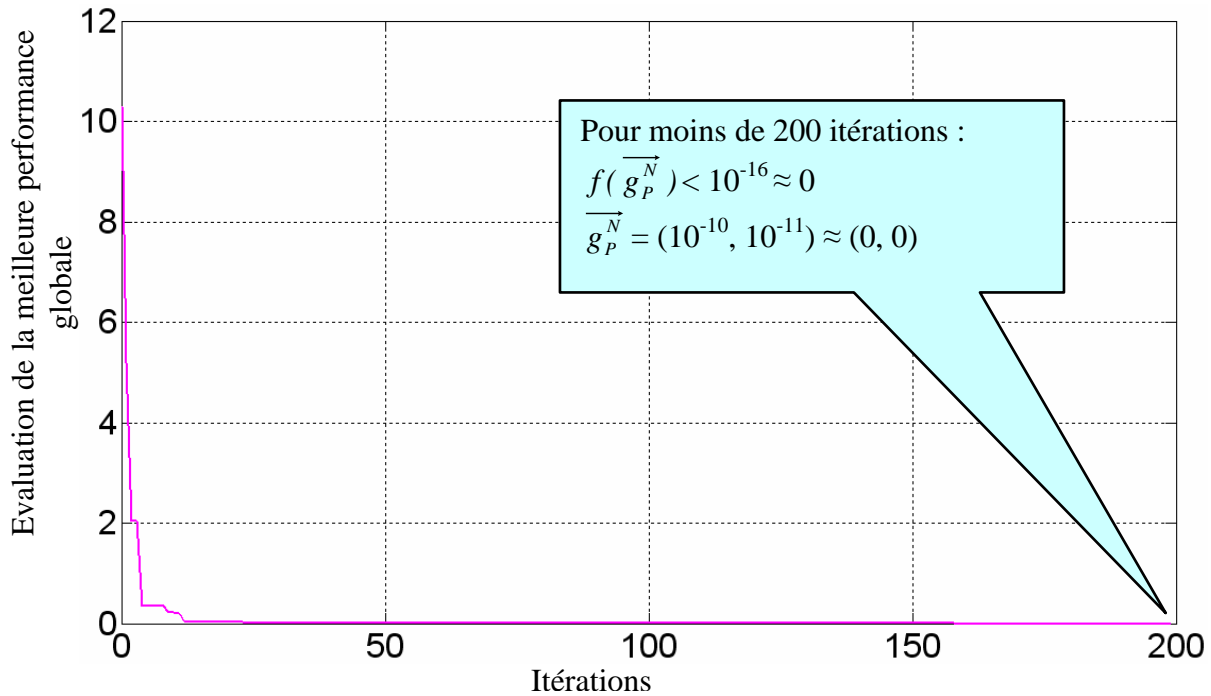


Fig. III.10 L'évaluation de la meilleure performance globale $f(\vec{g}_P^N)$ donne une valeur zéro, dès 200 itérations.

Il est bien connu que l'OEP est considérée comme un outil efficace qui peut être utilisé pour les optimisations dans de nombreux problèmes [EBE01a], [EBE01b]. Si la convergence est rapide (< 50 itérations dans l'exemple) il faut néanmoins prendre suffisamment d'itérations, voire refaire les calculs plusieurs fois, pour être sûr d'avoir atteint un optimum global. Dans la suite de notre étude, nous allons appliquer l'OEP pour maximiser le couple de sortie T_{out} du train épicycloïdal magnétique.

III.4 Application

Notre objectif dans cette partie est de maximiser le couple de sortie $T_{out}(W_1, W_2, W_4, W_6)$ du train épicycloïdal magnétique défini dans le tableau III.2 en utilisant l'organigramme de l'OEP de la figure III.5 et les paramètres d'OEP du tableau III.3. Les paramètres retenus sont ceux du prototype que nous avons réalisé (chapitre IV).

On propose d'utiliser une topologie du voisinage de type anneau (figure III.4).

Tableau III.2 Les données du train planétaire magnétique considéré	
Description	valeur
Nombre de paires de pôles du rotor interne, p_1	4
Nombre de paires de pôles du rotor externe, p_3	11
Nombre de pièces polaires ferromagnétiques, n_2	15
Induction rémanente d'aimant permanent B_r , (T)	1,25
Induction de saturation B_{sat} , (T)	1
Rayon externe du rotor externe R_7 , (mm)	60
Rayon d'arbre R_{arbre} , (mm)	9,6
Epaisseur d'entrefer W_3, W_5 , (mm)	2
Longueur axiale L , (mm)	70

Tableau III.3 Les paramètres d'OEP utilisé [CLE04]	
le coefficient d'inertie, λ_1	0,738
Les coefficients de confiance, $\lambda_2 = \lambda_3$,	1,51
Le temps de chaque itération, Δt	1
Le nombre de particules, τ	10
Le nombre de particules du voisinage de chaque particule, τ_v	3

III.4.1 Méthode de la variation des paramètres

Pour avoir une solution rapide (mais peut-être non optimale) de notre problème du train magnétique sans appliquer l'OEP, on propose d'utiliser la procédure présentée dans le chapitre II (figure II.14). Le résultat obtenu par cette méthode est présenté dans le tableau III.4.

Tableau III.4 Les dimensions et le couple de sortie T_{out} calculé par la méthode de variation des paramètres en utilisant la procédure de la figure II.14 du chapitre II, valeurs fixées en gras,								
W_1	W_2	W_3	W_4	W_5	W_6	W_7	Valeur maximum de B_{av} trouvée dans les différentes régions.	T_{out}
mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	T	Nm
15,2	7,6	2	9,6	2	7	7	1	45,4

III. 4.2 Maximisation du couple avec OEP et éléments finis

La figure III.11 montre l’organigramme de la méthode pour maximisation du couple avec OEP et éléments finis. Avec B_{av}^* la valeur maximum de B_{av} trouvée parmi les différentes régions du train planétaire magnétique et ε un nombre très petit ($< 10^{-5}$).

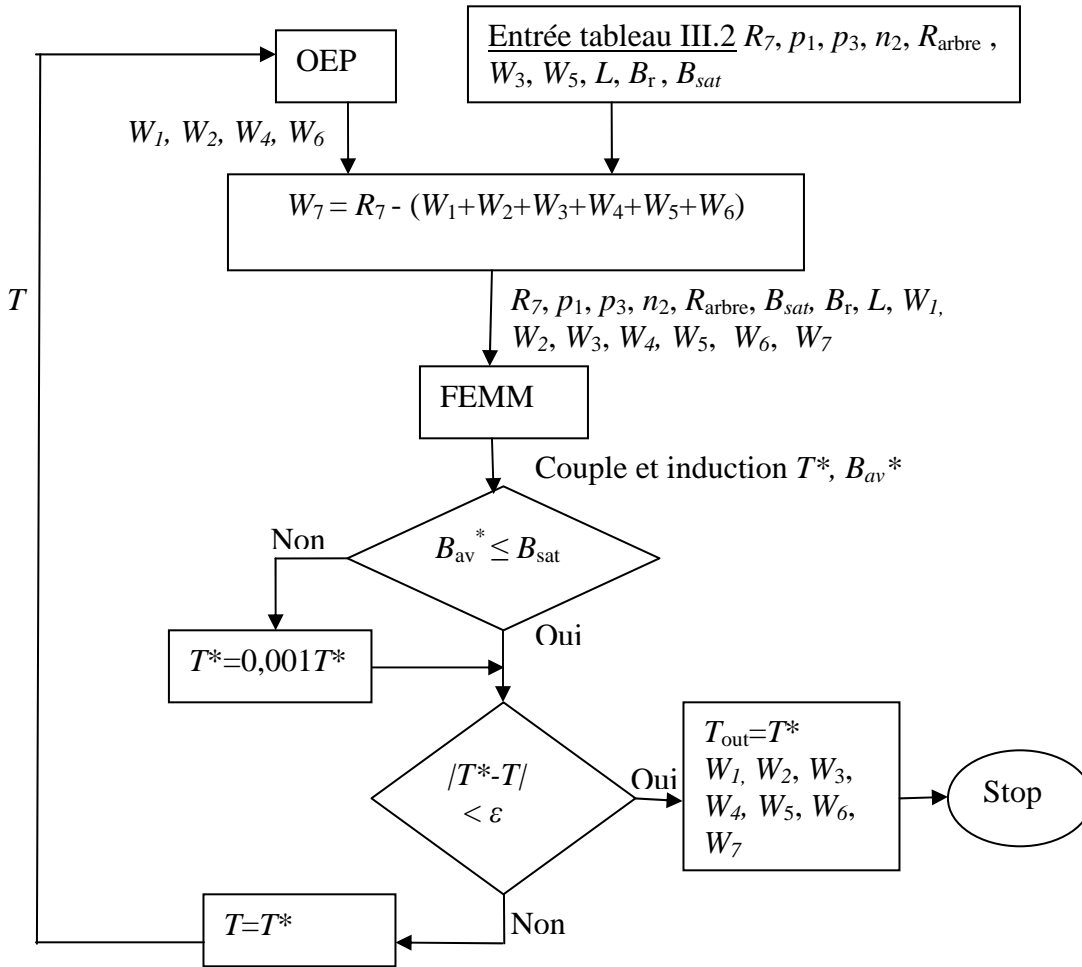


Fig. III.11 Organigramme pour la maximisation du couple avec OEP et éléments finis

Afin d’obtenir une nouvelle solution qui pourrait être meilleure que celle que nous avons obtenue par la méthode de variation des paramètres, nous nous proposons d’étendre la zone de recherche au maximum possible, comme défini dans le tableau III.5. En pratique il y a le risque que l’induction dépasse une valeur limite de saturation, pour éviter cela nous proposons de modifier la sortie du couple qui devient :

$$T^* = \begin{cases} T^* & \text{si } B_{av}^* \leq B_{sat} \\ 0,001T^* & \text{si } B_{av}^* > B_{sat} \end{cases} \quad (\text{III.14})$$

Avec le même exemple, on reprend l'optimisation par essaim de particules (tableau III.3) en utilisant l'espace de recherche pour les dimensions données par le tableau III.5 et l'organigramme de la figure III.11. Le résultat obtenu est montré dans le tableau III.6

Tableau III.5 Espace de recherche				
	W_1	W_2	W_4	W_6
minimum	0	0	0	0
maximum	R_7 = 60 mm	R_7 = 60 mm	R_7 = 60 mm	R_7 = 60 mm

Tableau III.6 Les dimensions et le couple de sortie T_{out} obtenus par l'OEP (en utilisant l'analyse par les éléments finis) avec des grandes marges pour les dimensions, valeurs fixées en gras,								
W_1	W_2	W_3	W_4	W_5	W_6	W_7	Valeur maximum de B_{av} trouvée dans les différentes régions.	T_{out}
mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	T	Nm
17,6	14,3	2	4,4	2	3,8	6,3	1	63,3

En comparant les résultats obtenus (tableau III.4 et tableau III.6), on trouve que la méthode de l'OEP avec éléments finis conduit à une valeur de couple plus élevée. Mais le fait d'utiliser l'analyse par éléments finis pour étudier le circuit magnétique demande beaucoup de temps de calcul pour atteindre la meilleure solution. Nous proposons de remplacer la méthode des éléments finis par une autre méthode analytique.

III.4.3 Maximisation du couple avec OEP et méthode analytique

Une méthode analytique est proposée par Lubin et al [LUB10a],[LUB10b] pour étudier le champ magnétique et calculer le couple du train planétaire magnétique. Cette méthode est basée sur la résolution des équations de Laplace et de Poisson par séparation de variables.

III.4.3.1 Calcul analytique du couple

Le couple de rotor interne est calculé par cette méthode par [LUB10b]:

$$T_1 = \frac{\pi L}{\mu_0} \left(\frac{R_2 + R_3}{2} \right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} U_n V_n + Y_n Z_n \quad (\text{III.15})$$

Avec :

$$U_n = -AnII \frac{2R_2}{R_2 + R_3} \frac{\left(\frac{R_2 + R_3}{2R_3}\right)^n + \left(\frac{2R_3}{R_2 + R_3}\right)^n}{\left(\frac{R_2}{R_3}\right)^n - \left(\frac{R_3}{R_2}\right)^n} - BnII \frac{2R_3}{R_2 + R_3} \frac{\left(\frac{R_2 + R_3}{2R_2}\right)^n + \left(\frac{2R_2}{R_2 + R_3}\right)^n}{\left(\frac{R_3}{R_2}\right)^n - \left(\frac{R_2}{R_3}\right)^n} \quad (\text{III.16})$$

$$V_n = -CnII \frac{2R_2}{R_2 + R_3} \frac{\left(\frac{R_2 + R_3}{2R_3}\right)^n - \left(\frac{2R_3}{R_2 + R_3}\right)^n}{\left(\frac{R_2}{R_3}\right)^n - \left(\frac{R_3}{R_2}\right)^n} - DnII \frac{2R_3}{R_2 + R_3} \frac{\left(\frac{R_2 + R_3}{2R_2}\right)^n - \left(\frac{2R_2}{R_2 + R_3}\right)^n}{\left(\frac{R_3}{R_2}\right)^n - \left(\frac{R_2}{R_3}\right)^n} \quad (\text{III.17})$$

$$Y_n = CnII \frac{2R_2}{R_2 + R_3} \frac{\left(\frac{R_2 + R_3}{2R_3}\right)^n + \left(\frac{2R_3}{R_2 + R_3}\right)^n}{\left(\frac{R_2}{R_3}\right)^n - \left(\frac{R_3}{R_2}\right)^n} + DnII \frac{2R_3}{R_2 + R_3} \frac{\left(\frac{R_2 + R_3}{2R_2}\right)^n + \left(\frac{2R_2}{R_2 + R_3}\right)^n}{\left(\frac{R_3}{R_2}\right)^n - \left(\frac{R_2}{R_3}\right)^n} \quad (\text{III.18})$$

$$Z_n = -AnII \frac{2R_2}{R_2 + R_3} \frac{\left(\frac{R_2 + R_3}{2R_3}\right)^n - \left(\frac{2R_3}{R_2 + R_3}\right)^n}{\left(\frac{R_2}{R_3}\right)^n - \left(\frac{R_3}{R_2}\right)^n} - BnII \frac{2R_3}{R_2 + R_3} \frac{\left(\frac{R_2 + R_3}{2R_2}\right)^n - \left(\frac{2R_2}{R_2 + R_3}\right)^n}{\left(\frac{R_3}{R_2}\right)^n - \left(\frac{R_2}{R_3}\right)^n} \quad (\text{III.19})$$

Avec L : la longueur axiale du train magnétique. $AnII$, $BnII$, $CnII$, $DnII$ sont les inconnues.

Les détails des calculs des inconnues sont mis dans l'annexe A. Donc à partir des équations III.15 à III.19, on peut calculer le couple T_I pour un train planétaire magnétique. Le couple du rotor externe $T_3 (= T_{out})$ peut être calculé par $G_r T_I$ avec G_r le rapport du couple.

Cette méthode analytique prend moins de temps de calcul par rapport à celle avec les éléments finis.

III.4.3.2 Maximisation du couple

La figure III.12 montre l'organigramme utilisé pour la maximisation du couple avec OEP et méthode analytique.

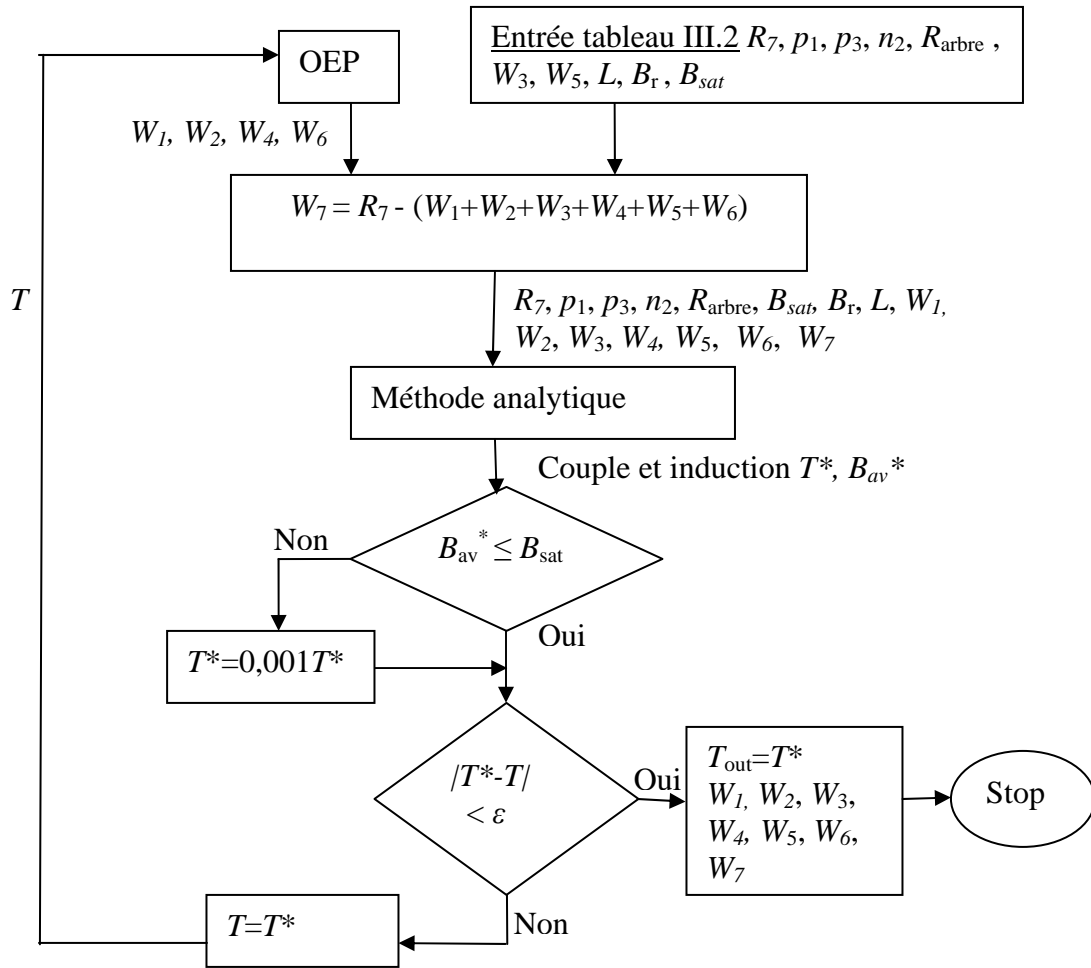


Fig. III.12 Organigramme pour la maximisation du couple avec OEP et méthode analytique

Les résultats obtenus font l'objet du tableau III.7

Tableau III.7								
Les dimensions et le couple de sortie T_{out} obtenus par l'OEP(en utilisant la méthode analytique) avec les grandes marges des dimensions, valeurs fixées en gras,								
W_1	W_2	W_3	W_4	W_5	W_6	W_7	Valeur maximum de B_{av} trouvée dans les différentes régions.	T_{out}
mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	T	Nm
16,7	12,9	2	5,1	2	5,4	6,3	0,87	60,5

Par comparaison entre les résultats obtenus dans le tableau III.6 et ceux du tableau III.7, on trouve des valeurs de couple assez proches, la méthode des éléments finis étant plus exacte.

On a donc trouvé que l'optimisation par OEP, en utilisant la méthode analytique, requiert un temps de calcul très court (quelques minutes) par rapport au temps de calcul de l'optimisation par OEP, en utilisant les éléments finis (quelques jours). Elle donne également des valeurs de couple très proches des valeurs exactes.

III.5 Conclusion

Dans ce chapitre, on a considéré le couple de sortie du train planétaire magnétique comme la fonction qu'on veut maximiser en fonction des variables du système (W_1, W_2, W_4, W_6). On a posé les contraintes mécaniques et magnétiques de ce problème.

Parmi les méthodes d'optimisation pour traiter ce problème, on a choisi la méthode d'OEP et on a discuté ce choix. Par la suite, on a présenté le principe, la formalisation, la configuration et l'algorithme de l'OEP. L'algorithme d'OEP est testé et validé sur une fonction de Rastrigin à m paramètres. L'OEP est considéré comme un outil important qui peut être utilisé pour l'optimisation de nombreux problèmes. On a proposé, dans ce chapitre, de l'appliquer pour maximiser le couple de sortie du train épicycloïdal magnétique. On a appliqué l'OEP avec un calcul du couple par éléments finis.

On a trouvé que la méthode utilisant les grandes marges des dimensions donne les meilleurs résultats. Cependant, le fait d'utiliser l'analyse par éléments finis pour étudier le circuit magnétique rallonge considérablement le temps de calcul du couple, on a donc proposé de remplacer la méthode des éléments finis par une méthode analytique. On a trouvé que les valeurs de couple obtenues par l'OEP avec élément finis et par l'OEP avec la méthode analytique sont assez proches. L'optimisation par l'OEP, en utilisant la méthode analytique, se fait en un temps de calcul très court (quelques minutes) par rapport au temps de calcul du procédé utilisant les éléments finis (quelques jours).

Dans la suite de notre travail, on va présenter l'étude expérimentale. Un prototype de train planétaire magnétique sera réalisé. On expliquera en particulier la conception de notre prototype et on présentera l'expérimentation sur banc.

Chapitre IV : Etude expérimentale

Chapitre IV : ETUDE EXPERIMENTALE

IV.1 Introduction

L'étude expérimentale concerne la construction d'un prototype de train planétaire magnétique. Avant la réalisation pratique du démonstrateur, nous avons d'abord réfléchi à la faisabilité mécanique d'un tel dispositif à trois rotors. En effet, les moyens techniques dont nous disposons étant limités, il s'avère nécessaire de tenir compte de certaines contraintes concernant les dimensions et la géométrie du dispositif (largeurs des entrefers, formes des aimants et des pièces ferromagnétiques, feuilletage ou non des culasses,...)

On a trouvé que le véhicule hybride constitue un bon exemple d'applications pour le train planétaire magnétique considéré [BAG10], [GOU11]. La valeur du rapport de couple pour un véhicule hybride est d'environ 2,75 [AOK00], [HYB11a], [HYB11b]. Le figure IV.1 montre la géométrie du prototype ($p_1=4$, $p_3=11$, $n_2=15$, $G_r=2,75$) proposé dans cette étude expérimentale. Pour un cahier des charges donné (couples et vitesses), nous avons mené des calculs par éléments finis afin de prédéterminer les dimensions du prototype à réaliser. Par la suite, ces calculs ont été affinés par l'introduction des caractéristiques magnétiques réelles des matériaux utilisés et des formes géométriques des différentes parties actives du train planétaire.

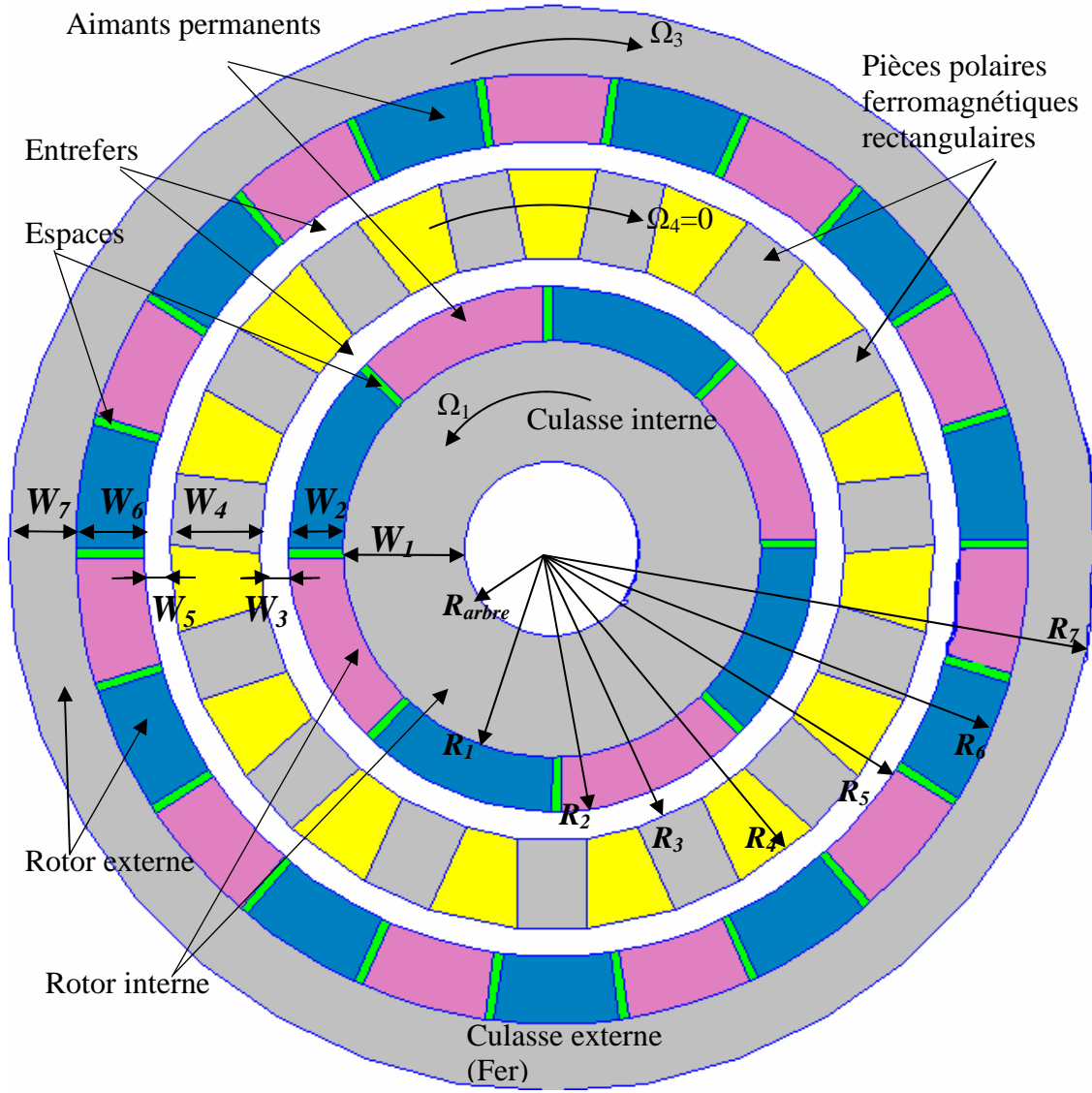


Fig. IV.1 Géométrie du prototype ($p_1=4$, $p_3=11$, $n_2=15$, $G_r=p_3/p_1=2,75$)

IV.2 Contraintes pour les calculs des dimensions du prototype

On propose une puissance d'entrée pour le prototype qui ne dépasse pas 1kW et une vitesse maximale d'entrée qui ne dépasse pas 2000 tr / min. On limite l'induction à 2 T dans toutes les parties de ce train magnétique. Le couple d'entrée T_1 est toujours exercé sur le rotor interne et le couple de sortie T_3 sur le rotor externe. Les paramètres du train magnétique utilisé sont donnés dans le tableau IV.1.

Tableau IV.1 Les données du prototype du train planétaire magnétique considéré	
Description	valeur
Nombre de paires de pôles du rotor interne, p_1	4
Nombre de paires de pôles du rotor externe, p_3	11
Nombre de pièces polaires ferromagnétiques, n_2	15
Induction rémanente d'aimant permanent, (T)	1,25
Rayon externe du rotor externe R_7 , (mm)	60
Rayon d'arbre R_{arbre} , (mm)	9,6
Epaisseur d'entrefers W_3, W_5 , (mm)	3
Longueur axiale, (mm)	70

On peut calculer le couple d'entrée maximal T_I par :

$$T_I = P/(2\pi N/60) = 1000 / (2\pi \times 2000/60) = 4,8 \text{ Nm} \quad (\text{IV.1})$$

En négligeant les effets d'extrémité, le calcul en 2D a tendance à surestimer le couple pour des dimensions données. Des calculs en 3D le montrent clairement, la différence est alors de l'ordre de 20 à 30%. Pour faire le calcul des dimensions en utilisant FEMM en 2D [MEE09] et en tenant compte des contraintes, il faut prendre le couple que nous avons estimé à

$$T_I = 4,8 \times 1,3 = 6,2 \text{ Nm} \quad (\text{IV.2})$$

Pour tenir compte de l'ensemble des pertes de puissance, dues à la construction, autrement dit du rendement nous estimerons le couple à

$$T_I = 6,2 \times 1,3 = 8 \text{ Nm} \quad (\text{IV.3})$$

valeur qui va servir au dimensionnement du train planétaire.

Selon les références [ZHU00], [ATA01], la meilleure combinaison de p_1 , p_3 et n_2 pour le prototype est $p_1 = 4$, $p_3 = 11$ et $n_2 = 15$. Cette combinaison correspond au rapport de couple demandé ($G_r = 2,75$) avec une ondulation de couple minimale. On propose aussi d'utiliser les pièces polaires ferromagnétiques en forme parallélépipédique faciles et moins chères à réaliser. On doit laisser un espace entre chaque pôle d'aimant permanent sur le rotor interne et sur le rotor externe pour faciliter le montage de chaque aimant permanent. Les dimensions de cet espace sont environ 1mm de chaque aimant permanent (voir la figure IV.1).

IV.3 Caractéristiques magnétiques de matériaux utilisés du prototype

IV.3.1 Pièces polaires ferromagnétiques

Les pièces polaires ferromagnétiques sont fabriquées à partir de poudre magnétique compactée (en anglais Soft Magnetic Composite SMC). L'entreprise QMP Ltd (Québec Metal Powder) nous a fourni des barreaux de "SMC" dont la caractéristique magnétique est présentée sur la figure IV.2.

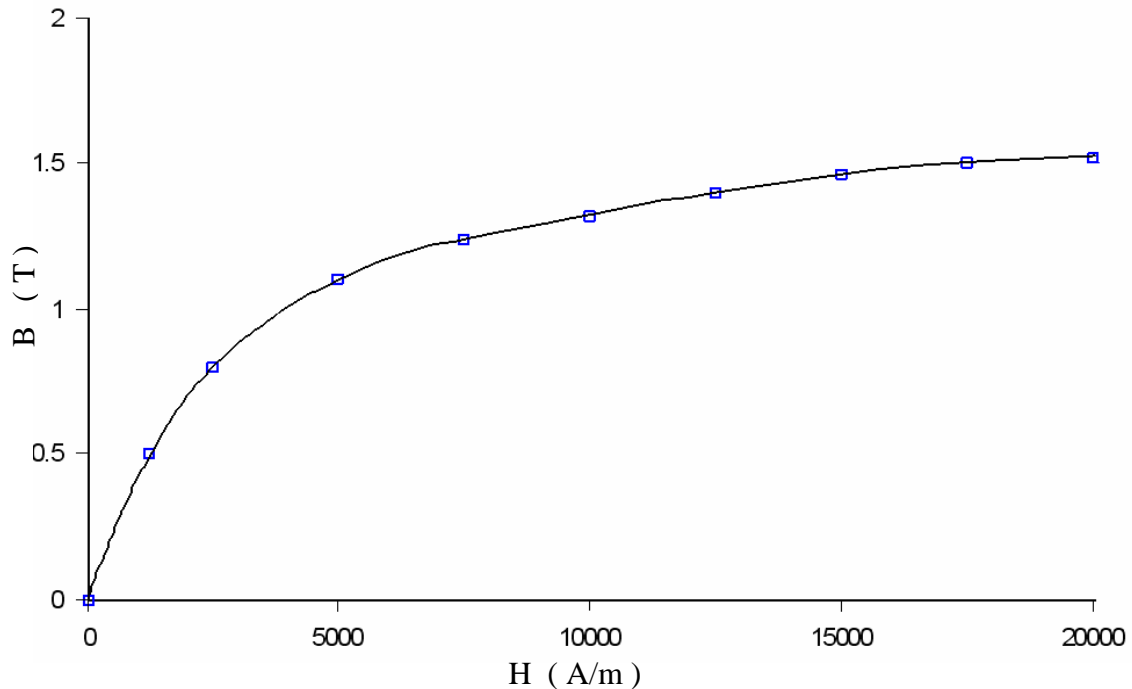


Fig. IV.2 Courbe B(H) du SMC pour les pièces polaires ferromagnétiques

IV.3.2 Arbre et culasse des rotors externe et interne

Les circuits magnétiques des rotors interne et externe sont à base d'acier magnétique spécial désigné par XC 10. La caractéristique B(H) du XC 10 est présentée sur la figure IV.3

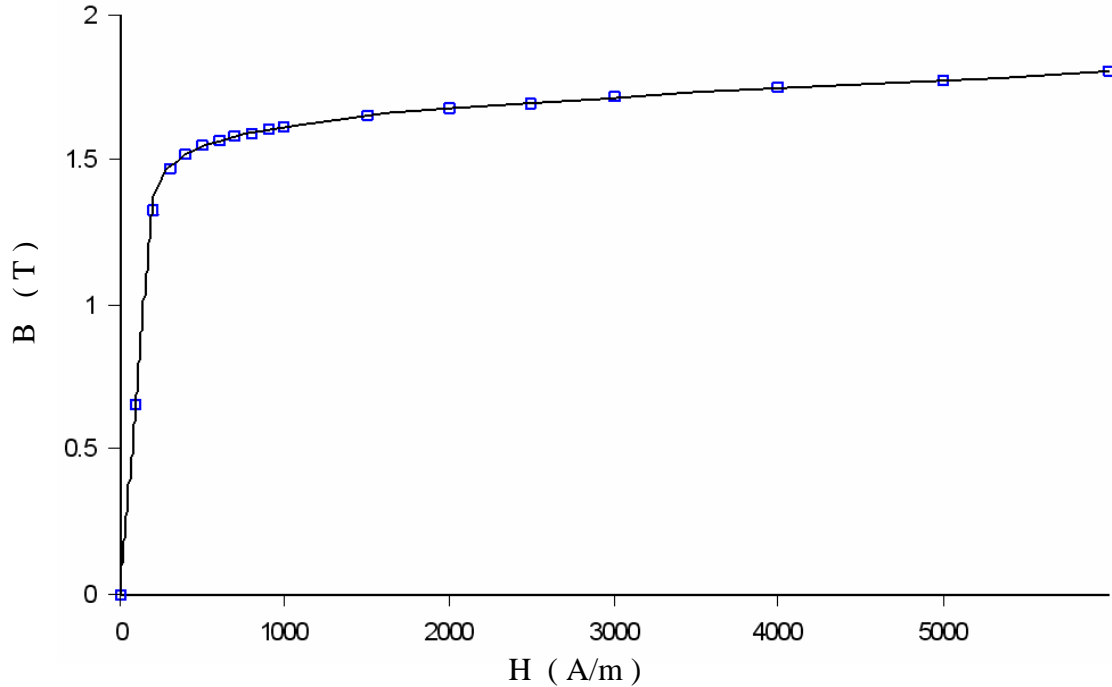


Fig. IV.3 Courbe B(H) du XC 10

IV.3.3 Aimants permanents

L'induction rémanente des aimants permanents des rotors externe et interne est de 1,25 T avec aimantation radiale.

IV.4 Dimensions approximatives du prototype

Pour estimer les valeurs approximatives des dimensions du prototype qui donnent la valeur de couple demandé (équation IV.3), de nombreux essais de calcul ont été nécessaires. En utilisant le logiciel FEMM en 2D [MEE09] et à partir du tableau IV.1, on obtient les dimensions approximatives reportées dans le tableau IV.2.

Tableau IV.2	
Les dimensions approximatives du prototype du train planétaire magnétique	
Description	valeur
Épaisseur de culasse de rotor interne W_1 , (mm)	13,2
Épaisseur d'aimant permanent de rotor interne W_2 , (mm)	6,6
Épaisseur de pièces polaires ferromagnétiques rectangulaire W_4 , (mm)	9,6
Épaisseur d'aimants permanents de rotor externe W_6 , (mm)	7,5
Épaisseur de culasse de rotor externe W_7 , (mm)	7,5
Rapport de couple, G_r	2,75
Couple d'entrée T_1 , (Nm)	8,6

La valeur obtenue du couple maximal d'entrée T_I est de 8,6 Nm, valeur proche de la valeur demandée.

IV.5 Dimensions réelles et montage de chaque élément du prototype

IV.5.1 Composants principaux du prototype

Les composants principaux du prototype sont les suivants (figure IV.4) :

- Le rotor externe ; il s'agit de la culasse externe et des aimants permanents de rotor externe.
- Le rotor interne ; il s'agit de la culasse interne, des aimants permanents du rotor interne et de l'arbre.
- Le rotor intermédiaire ; il s'agit du porte- pièces et des pièces polaires ferromagnétiques.

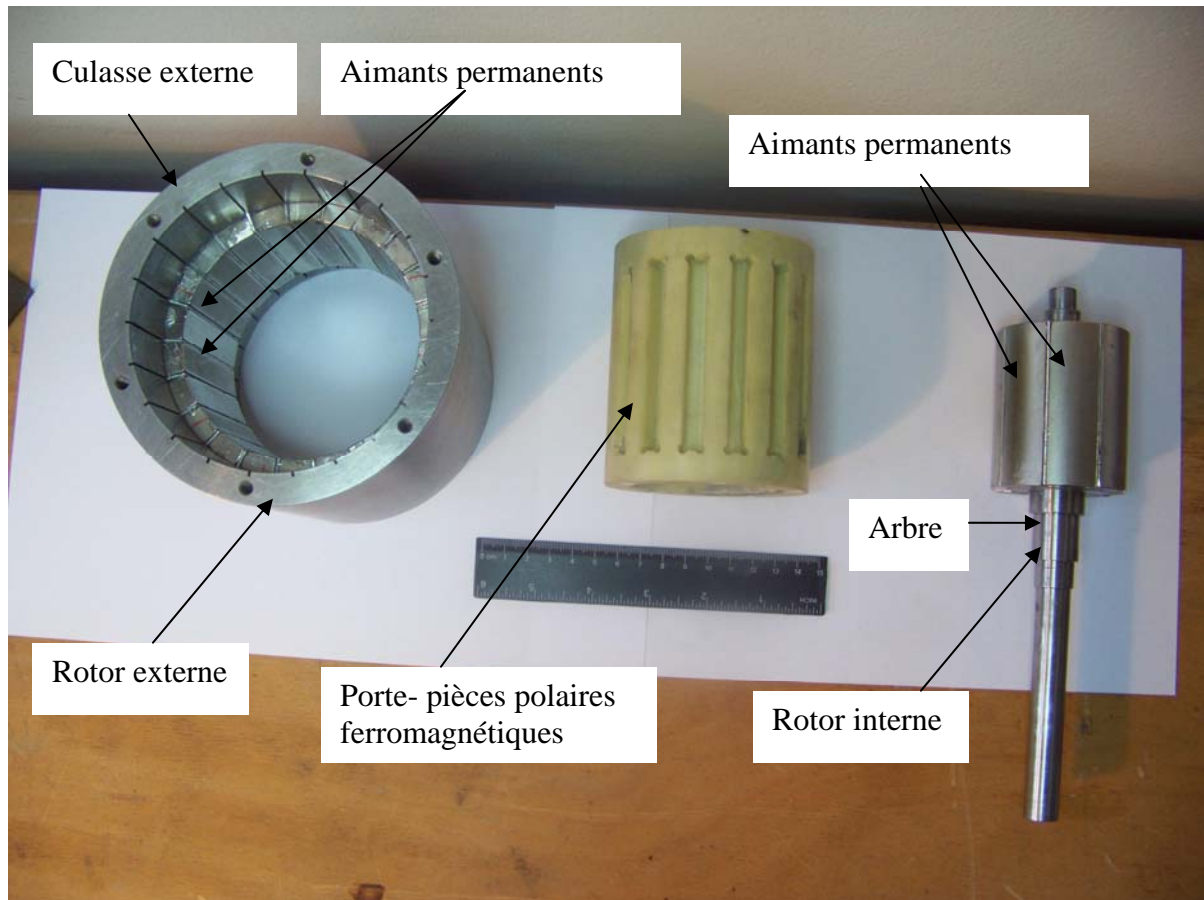


Fig. IV.4 Composants principaux du prototype

On va donner les dimensions en (mm) de chaque partie du prototype. La longueur axiale active est toujours fixe, 70 mm, pour toutes les parties de ce prototype.

IV.5.2 Rotor externe

IV.5.2.1 Aimants permanents du rotor externe

Les dimensions des aimants permanents du rotor externe sont les suivantes (figures IV.4 et IV.5):

- Rayon interne R_5 : 45 mm.
- Rayon externe R_6 : 52.5mm.
- Longueur axiale: 70 mm.
- Ouverture angulaire β_3 : 15° .
- Quantité de pôles nord: 11 pièces.
- Quantité de pôles sud: 11 pièces.

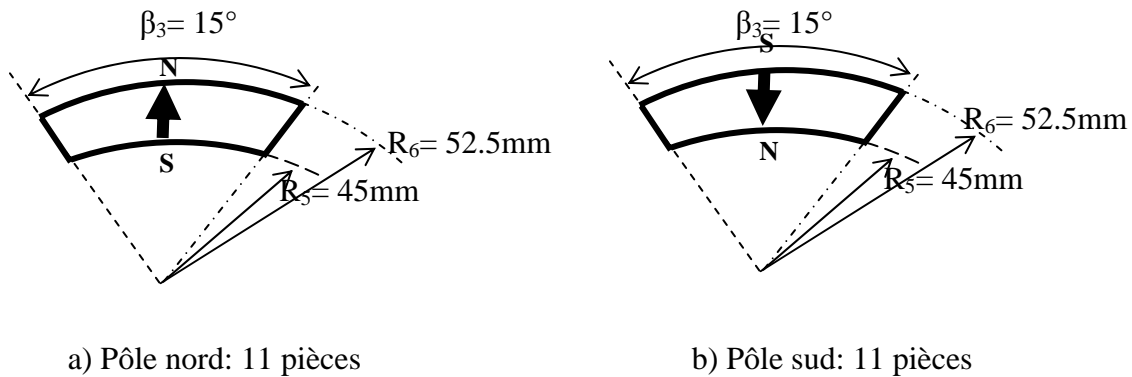


Fig. IV.5 Aimants permanents du rotor externe

IV.5.2.2 Culasse du rotor externe

Les rayons de culasse du rotor externe sont les suivantes (figure IV.1):

- Le rayon interne de culasse de rotor externe R_6 : 52.5 mm.
- Le rayon externe de culasse de rotor externe R_7 : 60 mm.

IV.5.3 Rotor interne

IV.5.3.1 Aimants permanents du rotor interne

Les dimensions des aimants permanents du rotor interne sont les suivantes (figures IV.1 et IV.6) :

- Rayon interne R_1 : 22 mm.
- Rayon externe R_2 : 29 mm.
- Longueur axiale: 70 mm.
- Ouverture angulaire β_1 : 42° .
- Quantité de pôles nord: 4 pièces.
- Quantité de pôles sud: 4 pièces.

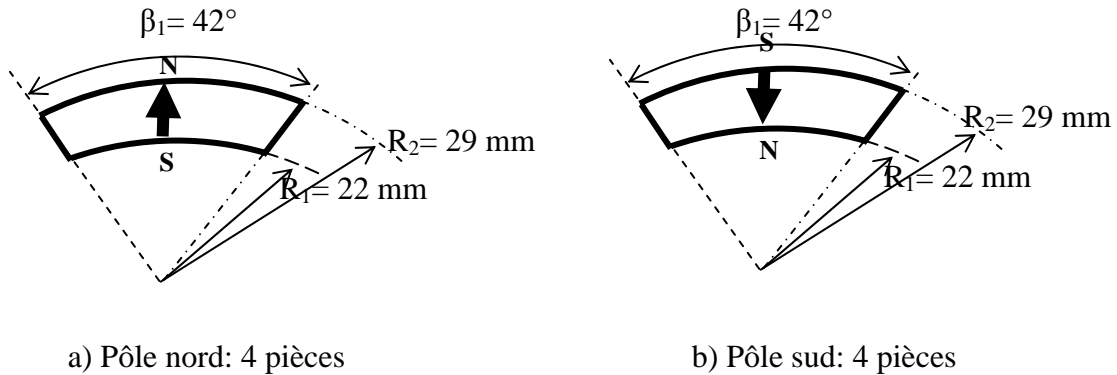


Fig. IV.6 Aimants permanents du rotor interne

IV.5.3.2 Arbre et culasse du rotor interne

Les dimensions d'arbre et culasse du rotor interne sont les suivantes (figure IV.1):

- Le rayon d'arbre de rotor interne R_{arbre} : 9 mm.
- Le rayon interne de culasse de rotor interne R_{arbre} : 9 mm.
- Le rayon externe de culasse de rotor externe R_1 : 22 mm.

IV.5.4 Rotor intermédiaire

Les dimensions des pièces polaires ferromagnétiques rectangulaires sont les suivantes (figure IV.7) :

- Epaisseur 1 : 8 mm.
- Epaisseur 2 : 10 mm.
- Longueur axiale: 70 mm.
- Quantité: 15 pièces.

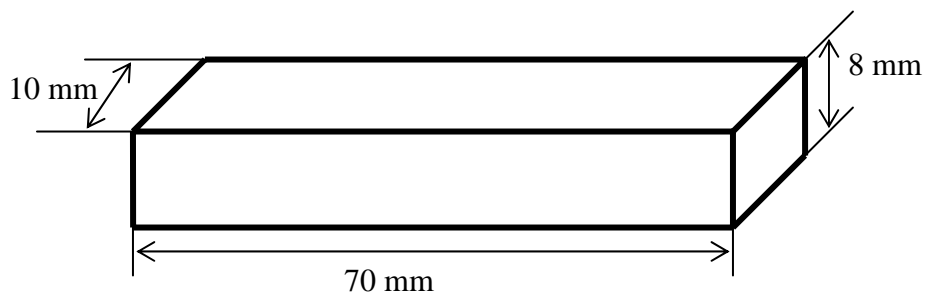


Fig. IV.7 Dimensions d'une pièce polaire ferromagnétique rectangulaire

On met les pièces polaires ferromagnétiques rectangulaires sur le porte- pièces polaires ferromagnétiques fabriqué de fibre de verre (figure IV.8).



Fig. IV.8 Rotor intermédiaire (Pièces polaires ferromagnétiques mises sur son porte- pièces polaires ferromagnétiques)

Après avoir montré les dimensions réelles de notre prototype, on propose dans la prochaine partie de calculer les couples statiques de ce prototype.

IV.6 Résultats calculés par FEMM (2D) [MEE09] pour le prototype

En utilisant les dimensions retenues et les caractéristiques magnétiques des matériaux utilisés pour le prototype, on peut faire les calculs avec FEMM [MEE09]. La carte de l'induction de ce prototype est montrée par la figure IV.9.

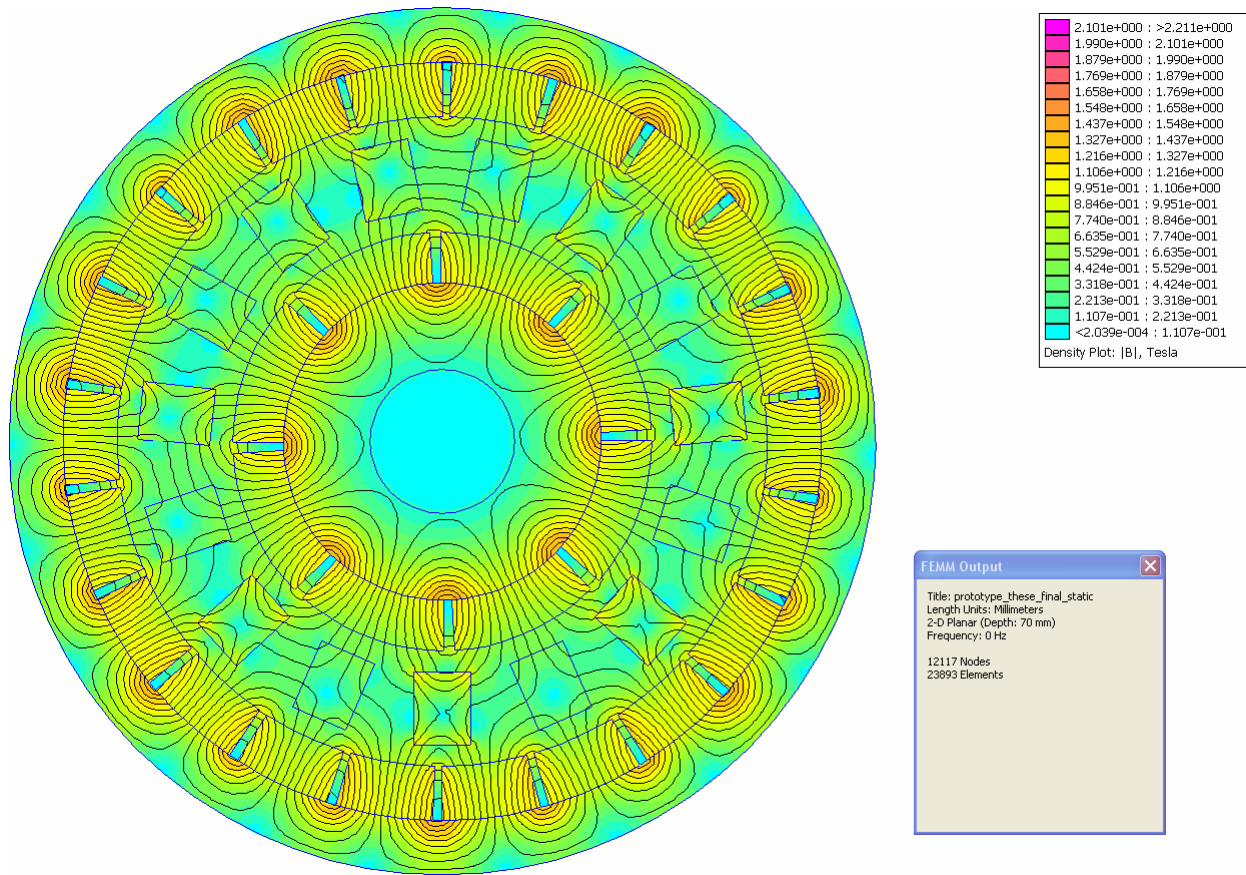


Fig. IV.9 Modèle de FEMM et carte de l'induction

On peut calculer 3 couples statiques pour le prototype :

- Le couple statique du rotor interne.
- Le couple statique du rotor externe.
- Le couple statique du rotor intermédiaire.

Nous présenterons en détail chacun de ces couples.

IV.6.1 couple statique du rotor interne

En gardant le rotor externe et le rotor intermédiaire fixés, on calcule le couple exercé sur le rotor interne en fonction de l'angle, ce couple statique est montré par la figure IV.10

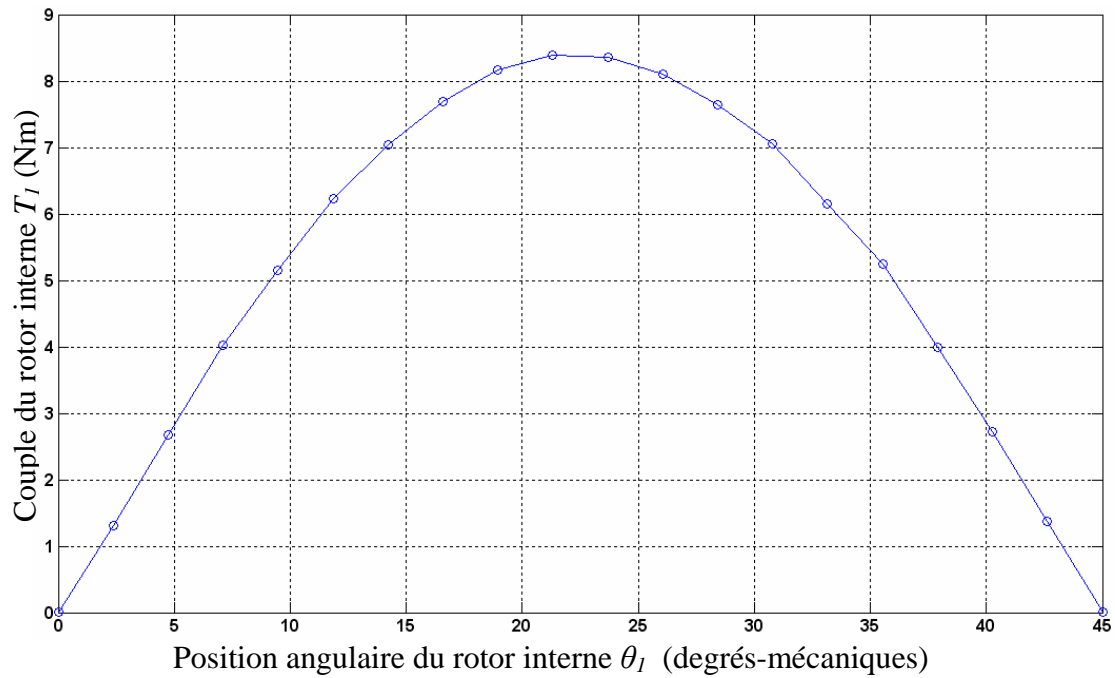


Fig. IV.10 Couple statique du rotor interne (calculé en 2D)

IV.6.2 couple statique du rotor externe

Avec la procédure précédente, en gardant le rotor interne et le rotor intermédiaire à l'arrêt, on calcule le couple exercé sur le rotor externe représenté sur la figure IV.11.

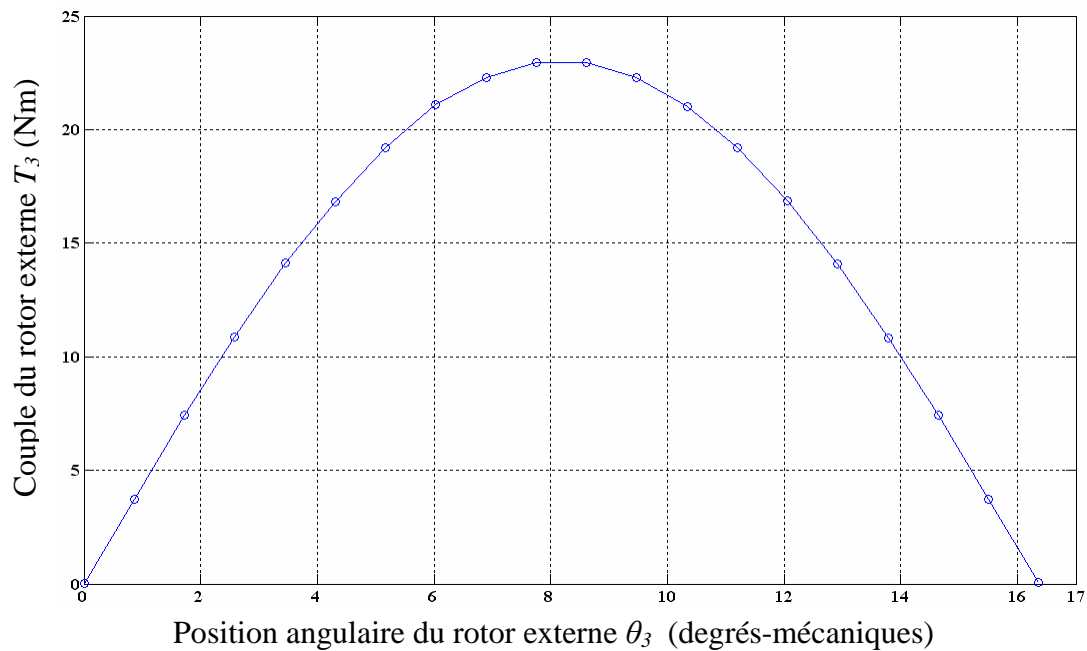


Fig. IV.11 Couple statique du rotor externe (calculé en 2D)

IV.6.3 couple statique du rotor intermédiaire

En gardant le rotor externe et rotor interne à l'arrêt, on obtient le couple statique exercé sur le rotor intermédiaire comme montré sur la figure IV.12

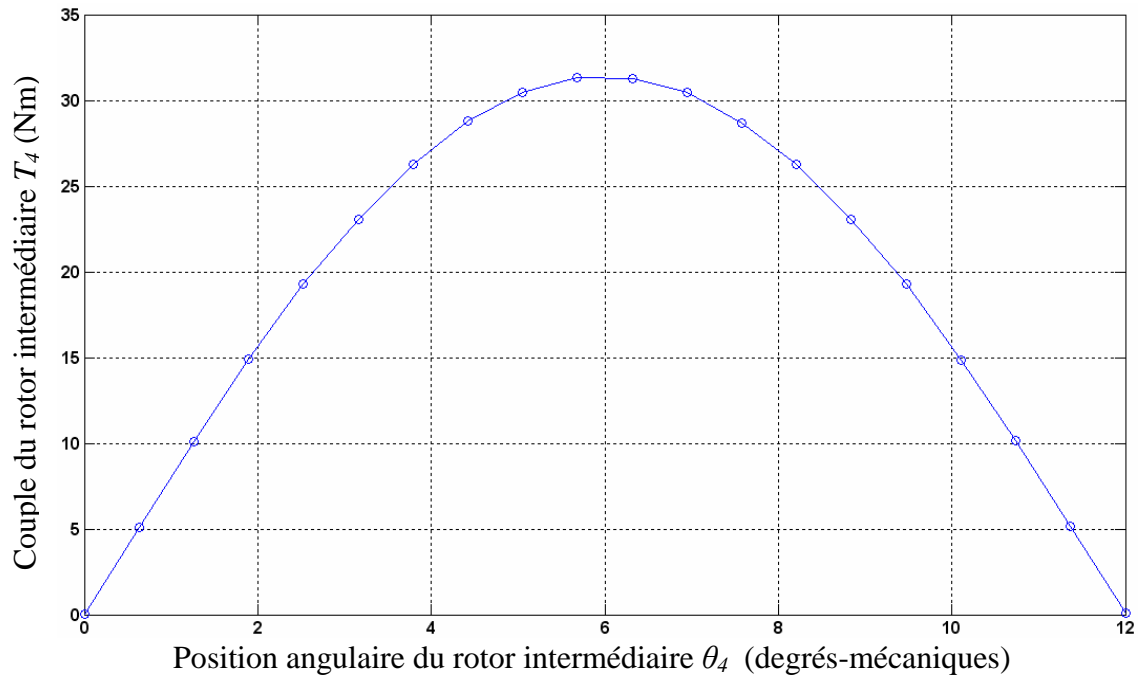
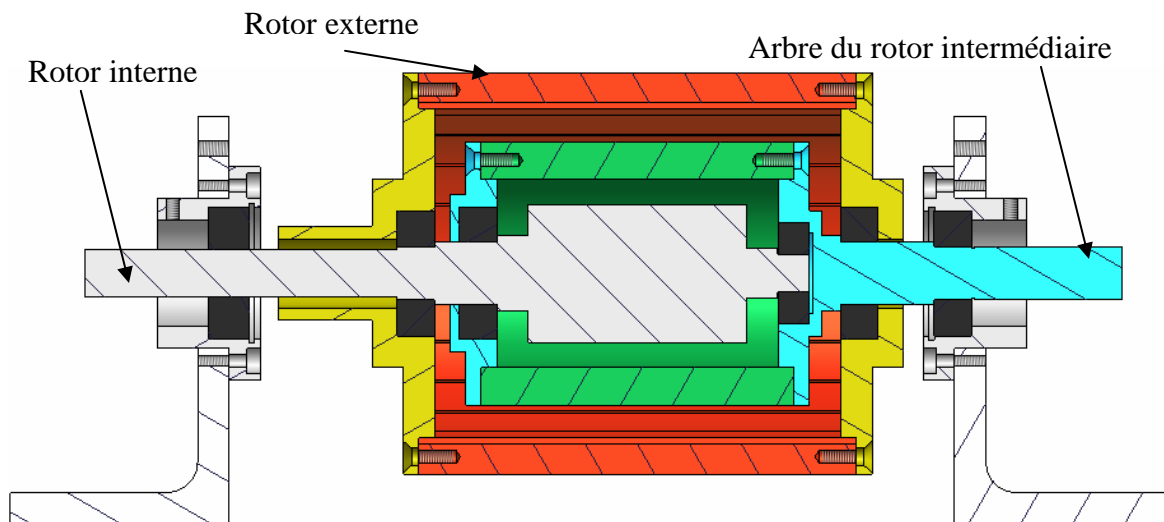


Fig. IV.12 Couple statique du rotor intermédiaire (calculé en 2D)

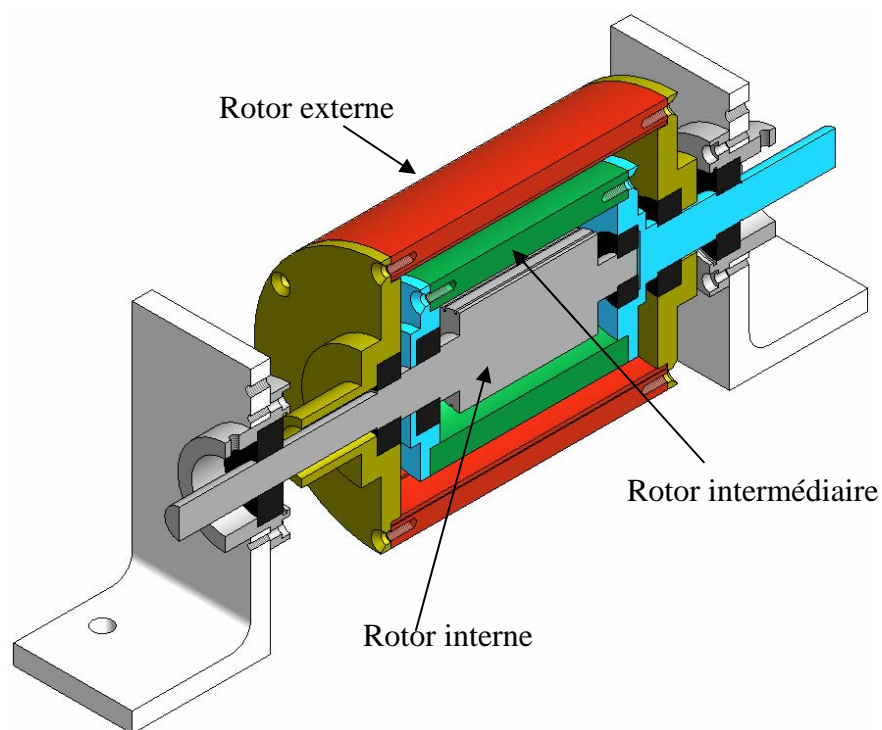
IV.7 Expérimentation sur banc

Le montage des rotors interne, intermédiaire et externe du prototype aboutit au système montré par la figure IV.13.

La photographie du banc expérimental est montrée par la figure IV.14. On utilise un codeur pour mesurer l'angle de rotation du rotor interne. Ce codeur est relié à une carte dSPACE et à un ordinateur.



b) vue 1 du prototype



b) vue 2 du prototype

Fig. IV.13 Montage des rotors interne, intermédiaire et externe du prototype

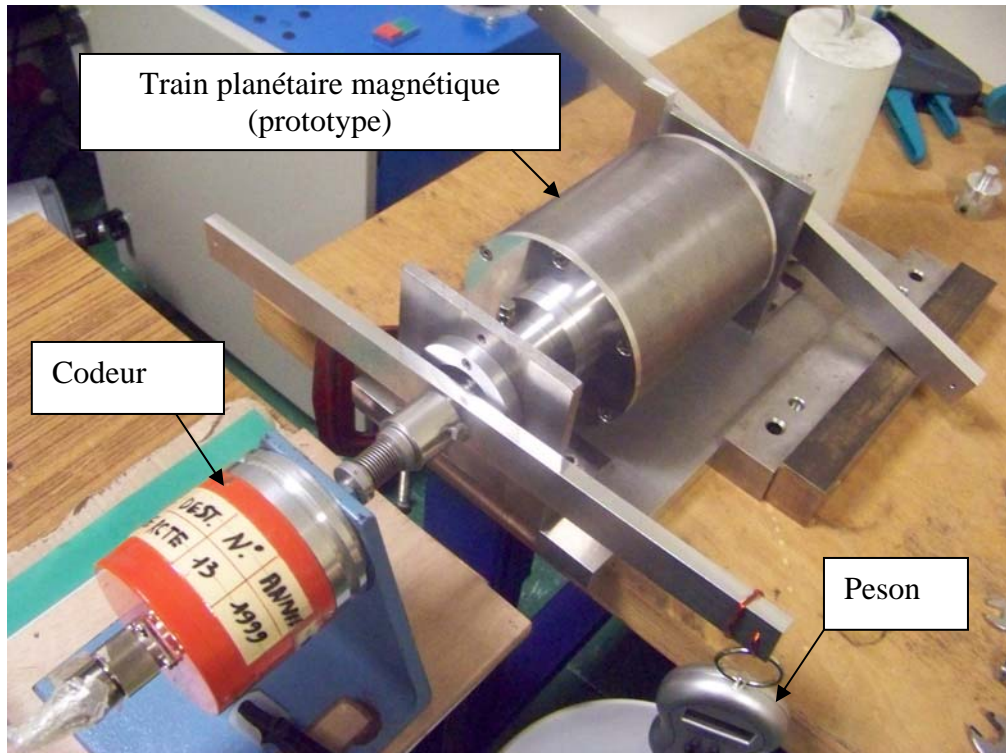


Fig. IV.14 Photographie du banc expérimental

On a calculé, pour chaque arbre, la valeur maximale du couple T_{sup} à ne pas dépasser [ODI08] :

$$T_{sup} = \frac{\pi \times \eta \times R_{arbre}^3}{2} \quad (IV.4)$$

Avec η la contrainte maximale admissible de cisaillement et R_{arbre} le rayon d'arbre. Pour notre prototype, les arbres sont fabriqués en Aluminium ($\eta \approx 60 \times 10^6$ Pa). On a vérifié que les valeurs des maxima de couple restent inférieures aux valeurs limites (tableau IV.3).

Tableau IV.3				
Vérification de la possibilité de supporter les couples par les arbres				
	R_{arbre}	T_{sup} Par l'arbre	T_{max} Maximum du couple statique	vérification
Rotor interne	7.5 mm	40 Nm	8.6 Nm	$T_{max} < T_{sup}$
Rotor intermédiaire	8.5 mm	58 Nm	32.3 Nm	$T_{max} < T_{sup}$

IV.7.1 Mesure de couple

Afin de mesurer le couple statique pour différentes positions θ , on utilisera un système composé d'un peson (mesure de la masse) monté entre l'extrémité d'un bras de levier et des masses variables. Le couple est obtenu en multipliant le poids par la longueur du bras de levier, 20 cm, (figure IV.15) :

$$couple = F \times OP \times \cos(\theta - A) \quad (IV.5)$$

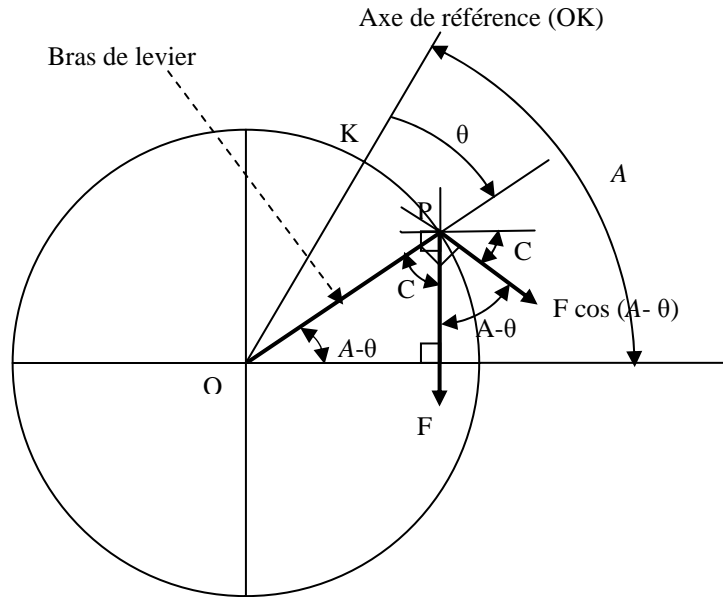


Fig. IV.15 Forces sur le bras de levier

Pour les rotors externe et intermédiaire, les angles étant plus faibles et la liaison au codeur plus difficile, on a utilisé le faisceau d'un LASER qui est fixé avec le bras de levier (voir la figure. IV.16) pour mesurer l'angle de rotation.

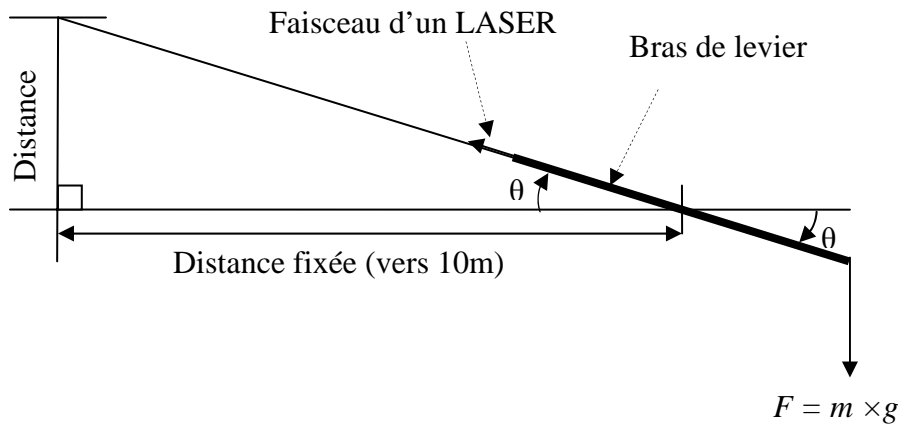


Fig. IV.16 Calcul de l'angle de rotation par LASER

IV.7.2 Mesures obtenues

On a fait les mesures pour les rotors interne, externe et intermédiaire du couple statique (voir les figures IV.17, IV.18 et IV.19). Par comparaison entre les valeurs du maximum du couple statique mesuré et calculé 2D et 3D on trouve que :

- La différence entre les résultats obtenus par le calcul en 3D et par la mesure est de l'ordre de 8 %.
- La différence entre les résultats obtenus par le calcul en 2D et par la mesure est d'environ 22%.

A partir des résultats obtenus on peut dire il y a un bon rapprochement entre les résultats de calcul et de mesure pour le prototype.

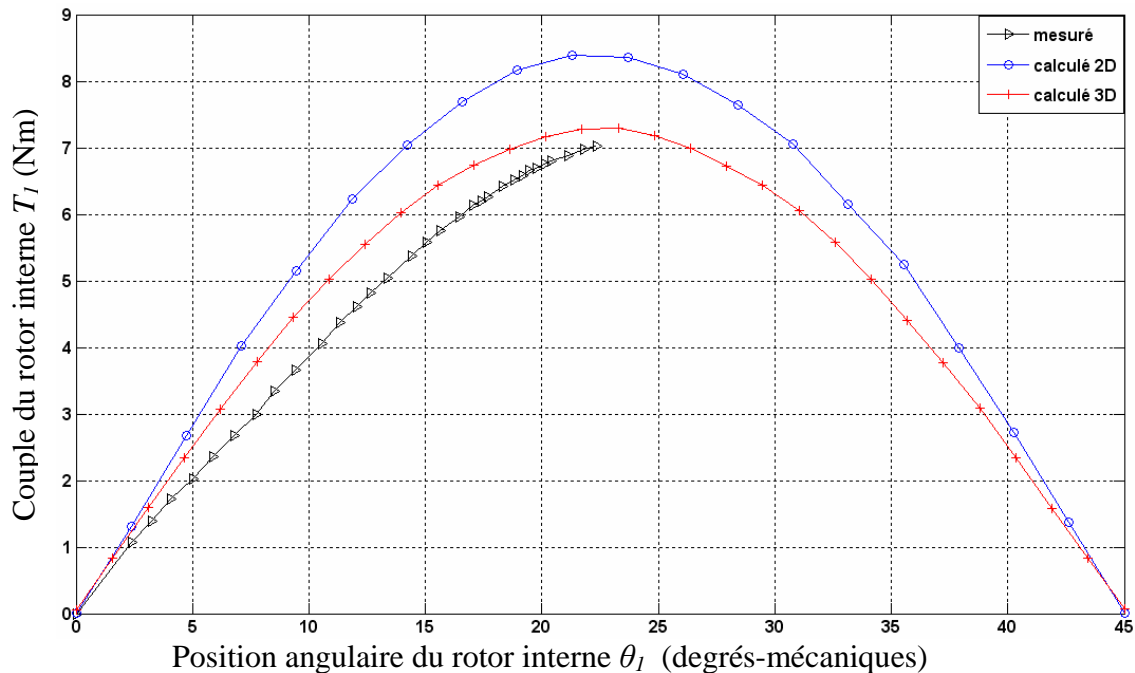


Fig. IV.17 Couple statique du rotor interne mesuré et calculé 2D et 3D

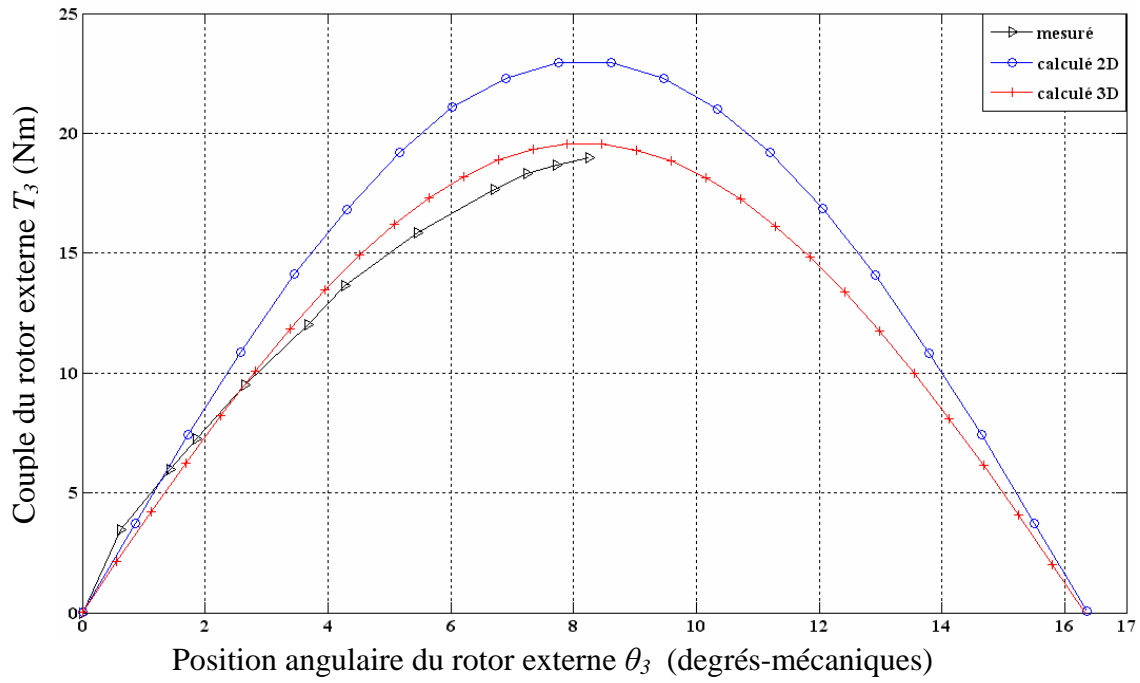


Fig. IV.18 Couple statique du rotor externe mesuré et calculé 2D et 3D

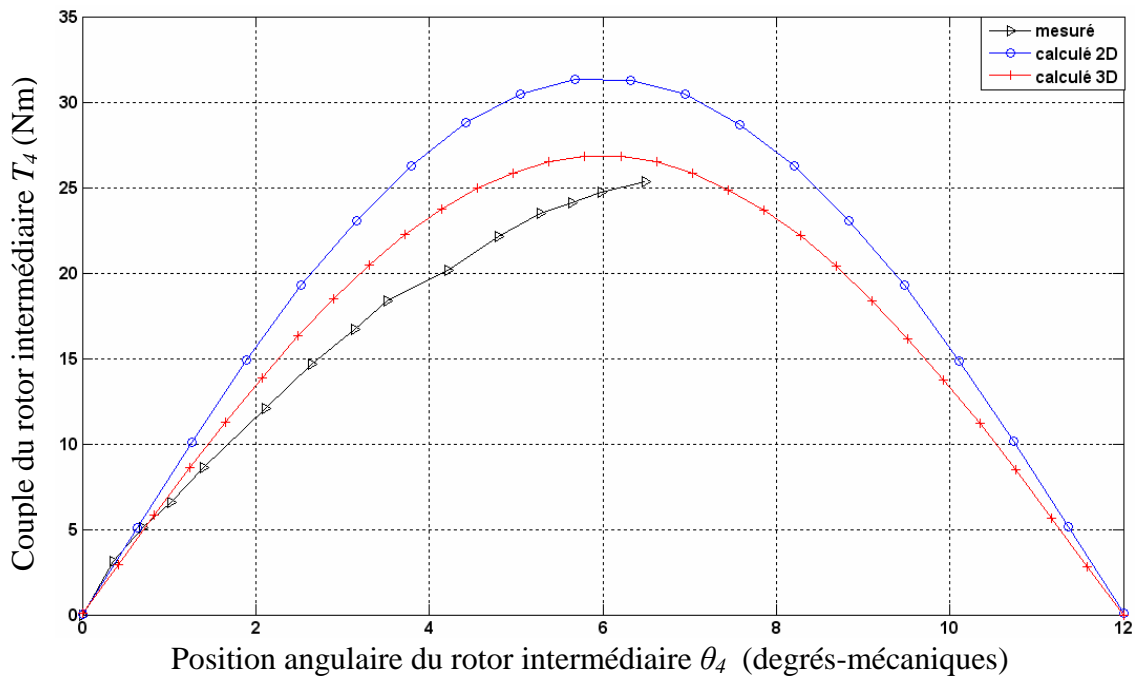


Fig. IV.19 Couple statique du rotor intermédiaire mesuré et calculé 2D et 3D

IV.8 Conclusion

Dans ce chapitre, on a proposé un prototype expérimental d'un train planétaire magnétique. Après avoir déterminé les dimensions approximatives du train planétaire envisagé, nous avons affiné les calculs en tenant compte des contraintes réelles concernant les caractéristiques magnétiques de matériaux utilisés ainsi que de la géométrie de certaines parties actives. Le montage de chaque élément du prototype est présenté de façon détaillée.

La mesure du couple statique des différents rotors utilise un système composé d'un peson monté entre l'extrémité d'un bras de levier et des masses variables. La position angulaire est mesurée soit par un codeur soit par le biais d'un faisceau LASER.

Nous avons trouvé un bon rapprochement entre les résultats de calcul et de mesure pour le prototype construit.

Notons que nous avons choisi des dimensions compatibles avec nos moyens de réalisation. Avec le prototype construit nous avons pu vérifier les résultats calculés. Un calcul d'optimisation avec les méthodes développées dans le chapitre III conduit à un système plus performant en termes de couple volumique. Pour un couple d'entrée donné de 8 Nm, nos calculs montrent que pour le même rayon externe de 60 mm, des entrefers de 3 mm et une valeur de $B_{sat} < 2$ T la longueur du système peut être réduite à 42 mm à la place des 70 mm que nous avons adoptés.

Conclusion Générale

Conclusion Générale

Le travail présenté dans ce mémoire porte sur l'étude, l'optimisation et la réalisation d'une transmission planétaire magnétique. Nous nous sommes posés beaucoup de questions sur la possibilité de remplacer un train planétaire mécanique par un train planétaire magnétique, parmi elles : est-ce que la formule de Willis est valable pour le train planétaire magnétique et est-ce que les trains magnétiques ont des performances intéressantes ?

Afin d'y répondre, il nous a semblé nécessaire de mener dans un premier temps une étude complète sur les trains planétaires mécaniques. On a donc examiné le fonctionnement et le dimensionnement de trains épicycloïdaux mécaniques. La cinématique de ce train fait appel à la formule de Willis que l'on a écrite pour différents modes de fonctionnement. Une procédure de dimensionnement basée sur des standards Japonais et un exemple de calcul ont été présentés. Nous avons mis l'accent sur la difficulté à trouver, dans la littérature spécialisée, les valeurs des facteurs de sécurité à adopter pour le calcul des trains mécaniques.

Les résultats du dimensionnement ont montré que le couple volumique possède un optimum pour de faibles valeurs du rapport de réduction (typiquement entre 2 et 3) et que la densité de couple décroît fortement avec ce rapport. Par contre, pour un rapport de couple donné, la densité de couple est pratiquement indépendante de la valeur du diamètre externe.

La partie la plus importante de notre thèse a concerné donc l'étude du train planétaire magnétique. Un état de l'art le concernant a été dressé et différentes topologies ont été présentées. Parmi les structures existantes, nous avons choisi d'étudier la topologie à flux radial avec aimants montés en surface. L'étude des harmoniques d'espace de l'induction d'entrefer a montré que l'équation de Willis du train planétaire mécanique est également valable pour le train planétaire magnétique donc ce dernier peut fonctionner de la même manière. Ainsi, on a obtenu tous les modes de fonctionnement et les équations comme pour les trains planétaires mécaniques. Une étude paramétrique a montré qu'il existe un maximum de couple. Nous avons donné les règles qui permettent d'avoir des couples pulsatoires les plus réduits possibles.

La comparaison des densités de couple des trains planétaire magnétique et mécanique a montré la compétitivité du train magnétique en termes de performances avec évidemment tous les avantages d'une transmission sans contacts mécaniques. Par conséquent, nous pouvons utilement remplacer les trains planétaires mécaniques par les trains planétaires magnétiques dans de nombreuses applications industrielles.

Le train planétaire ayant plusieurs paramètres géométriques dimensionnant, nous avons également utilisé une méthode d'optimisation basée sur les essaims de particules (OEP) pour maximiser le couple de sortie. Cette méthode est reconnue comme un outil efficace pour les optimisations dans de nombreux problèmes. Tout d'abord, la méthode de l'OEP a été couplée avec un calcul par éléments finis du train magnétique pour optimiser le couple de sortie. Par rapport à la méthode des variations paramétriques, on a gagné beaucoup de couple quand l'espace de recherche est large. Néanmoins, l'utilisation des éléments finis pour étudier le circuit magnétique conduit à des temps de calculs très importants. Afin de réduire ces temps de calculs lors de l'optimisation du train magnétique, l'OEP a été utilisé avec une méthode analytique de calcul du champ magnétique et donc du couple du train planétaire magnétique. On a trouvé que les valeurs de couple obtenues par l'OEP et les éléments finis et par l'OEP et la méthode

analytique sont assez proches. L'optimisation par l'OEP et la méthode analytique conduisant à des temps de calcul très courts.

Afin de valider les calculs effectués, nous avons construit un prototype de train planétaire magnétique. En fonction des moyens techniques dont nous disposions, nous avons choisi des dimensions et formes géométriques nous permettant de faciliter le montage mécanique du dispositif réalisé. Les résultats des mesures de couple statique sont conformes aux résultats issus des calculs numériques 2D et 3D.

Le travail expérimental n'est évidemment pas complet. Pour de futurs travaux, des essais en rotation seront effectués. Il sera donc nécessaire de motoriser le banc d'essais en couplant trois moteurs/générateurs sur les arbres du train magnétique réalisé. Ceci nous permettra de tester notre dispositif dans la situation réelle de fonctionnement comme, par exemple, dans un véhicule hybride de type Toyota Prius.

Un autre aspect très important concerne les régimes dynamiques des trains magnétiques. Des études récentes ont montré qu'il est nécessaire de prévoir des amortisseurs afin d'améliorer la dynamique globale lorsque les sollicitations transitoires sont importantes. Des investigations théoriques et expérimentales sont donc à prévoir.

Annexes

Annexe A Equations de la méthode analytique

A.1 Système des équations de la méthode analytique

Afin de connaître les valeurs des inconnues de la méthode analytique il faut écrire le système des équations du modèle analytique comme suit :

$$S_{\xi,1} = G_{\xi,\xi} X_{\xi,1} \quad (\text{A.1})$$

S , G et X sont des matrices de dimensions (ξ, I) , (ξ, ξ) et (ξ, I) respectivement. La matrice X est considérée comme la matrice des inconnues. On peut calculer ξ par :

$$\xi = 12H_1 + 1 + 2n_2H_2 + 2n_2 \quad (\text{A.2})$$

Avec H_1 le nombre d'harmoniques pour l'entrefer et les aimants, H_2 le nombre d'harmoniques pour les pièces polaires ferromagnétiques, n_2 le nombre de pièces polaires ferromagnétiques. On adopte les notations suivantes ;

$$0_{a,b} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & .. & 0 \\ 0 & 0 & .. & 0 \\ .. & .. & .. & .. \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{a,b} \quad (\text{A.3})$$

$$1_{a,b} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & .. & 0 \\ 0 & 1 & .. & 0 \\ .. & .. & .. & .. \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{a,b} \quad (\text{A.4})$$

Les valeurs des matrices S , G et X sont définies par les équations suivantes de (A.5) à (A.16)

$$S_{\xi,1} = \begin{bmatrix} 0_{H_1,1} \\ 0_{H_1,1} \\ -S3_{H_1,1} \\ 0_{H_1,1} \\ -S5_{H_1,1} \\ 0_{H_1,1} \\ 0_{1,1} \\ 0_{n_2,1} \\ 0_{n_2,1} \\ 0_{H_2n_2,1} \\ 0_{H_2n_2,1} \\ 0_{H_1,1} \\ -S13_{H_1,1} \\ 0_{H_1,1} \\ -S15_{H_1,1} \\ 0_{H_1,1} \\ 0_{H_1,1} \end{bmatrix} \quad (A.5)$$

$$X_{\xi,1} = \begin{bmatrix} AnI_{H_1,1} \\ CnI_{H_1,1} \\ AnII_{H_1,1} \\ BnII_{H_1,1} \\ CnII_{H_1,1} \\ DnII_{H_1,1} \\ A0II_{1,1} \\ A0i_{n_2,1} \\ B0i_{n_2,1} \\ Aki_{H_2n_2,1} \\ Bki_{H_2n_2,1} \\ AnIII_{H_1,1} \\ BnIII_{H_1,1} \\ CnIII_{H_1,1} \\ DnIII_{H_1,1} \\ AnIV_{H_1,1} \\ CnIV_{H_1,1} \end{bmatrix} \quad (A.6)$$

$$G_{\xi,\xi} = \begin{bmatrix} G11 & G12 & G13 \\ G21 & G22 & G23 \\ G31 & G32 & G33 \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

$$G11 = \begin{bmatrix} -1_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & M31_{H_1,H_1} & M41_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} \\ 0_{H_1,H_1} & -1_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & M31_{H_1,H_1} & M41_{H_1,H_1} \\ M13_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & -1_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} \\ 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & -1_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} \\ 0_{H_1,H_1} & M13_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & -1_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} \\ 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & -1_{H_1,H_1} \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

$$G12 = \begin{bmatrix} 0_{H_1,n_2} & 0_{H_1,n_2} & 0_{H_1,n_2} & 0_{H_1,H_2n_2} & 0_{H_1,H_2n_2} & 0_{H_1,H_1} \\ 0_{H_1,n_2} & 0_{H_1,n_2} & 0_{H_1,n_2} & 0_{H_1,H_2n_2} & 0_{H_1,H_2n_2} & 0_{H_1,H_1} \\ 0_{H_1,n_2} & 0_{H_1,n_2} & 0_{H_1,n_2} & 0_{H_1,H_2n_2} & 0_{H_1,H_2n_2} & 0_{H_1,H_1} \\ 0_{H_1,n_2} & 0_{H_1,n_2} & M94_{H_1,n_2} & M104_{H_1,H_2n_2} & M114_{H_1,H_2n_2} & 0_{H_1,H_1} \\ 0_{H_1,n_2} & 0_{H_1,n_2} & 0_{H_1,n_2} & 0_{H_1,H_2n_2} & 0_{H_1,H_2n_2} & 0_{H_1,H_1} \\ 0_{H_1,n_2} & 0_{H_1,n_2} & M96_{H_1,n_2} & M106_{H_1,H_2n_2} & M116_{H_1,H_2n_2} & 0_{H_1,H_1} \end{bmatrix} \quad (\text{A.9})$$

$$G13 = \begin{bmatrix} 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} \\ 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} \\ 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} \\ 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} \\ 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} \\ 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} \end{bmatrix} \quad (\text{A.10})$$

$$G21 = \begin{bmatrix} 0_{1,H_1} & 0_{1,H_1} & 0_{1,H_1} & 0_{1,H_1} & 0_{1,H_1} & 0_{1,H_1} \\ 0_{n_2,H_1} & 0_{n_2,H_1} & M38_{n_2,H_1} & M48_{n_2,H_1} & M58_{n_2,H_1} & M68_{n_2,H_1} \\ 0_{n_2,H_1} & 0_{n_2,H_1} & 0_{n_2,H_1} & 0_{n_2,H_1} & 0_{n_2,H_1} & 0_{n_2,H_1} \\ 0_{H_2n_2,H_1} & 0_{H_2n_2,H_1} & M310_{H_2n_2,H_1} & M410_{H_2n_2,H_1} & M510_{H_2n_2,H_1} & M610_{H_2n_2,H_1} \\ 0_{H_2n_2,H_1} & 0_{H_2n_2,H_1} & 0_{H_2n_2,H_1} & 0_{H_2n_2,H_1} & 0_{H_2n_2,H_1} & 0_{H_2n_2,H_1} \\ 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} \end{bmatrix} \quad (\text{A.11})$$

$$G22 = \begin{bmatrix} 1_{1,1} & 0_{1,n_2} & 1_{1,n_2} & 0_{1,H_2n_2} & 0_{1,H_2n_2} & 0_{1,H_1} \\ 0_{n_2,1} & -1_{n_2,n_2} & -\log(R_3)*1_{n_2,n_2} & 0_{n_2,H_2n_2} & 0_{n_2,H_2n_2} & 0_{n_2,H_1} \\ 0_{n_2,1} & -1_{n_2,n_2} & -\log(R_4)*1_{n_2,n_2} & 0_{n_2,H_2n_2} & 0_{n_2,H_2n_2} & M129_{n_2,H_1} \\ 0_{H_2n_2,1} & 0_{H_2n_2,n_2} & 0_{H_2n_2,n_2} & -1_{H_2n_2,H_2n_2} & 0_{H_2n_2,H_2n_2} & 0_{H_2n_2,H_1} \\ 0_{H_2n_2,1} & 0_{H_2n_2,n_2} & 0_{H_2n_2,n_2} & 0_{H_2n_2,H_2n_2} & -1_{H_2n_2,H_2n_2} & M1211_{H_2n_2,H_1} \\ 0_{H_1,1} & 0_{H_1,n_2} & M912_{H_1,n_2} & M1012_{H_1,H_2n_2} & M1112_{H_1,H_2n_2} & -1_{H_1,H_1} \end{bmatrix} \quad (A.12)$$

$$G23 = \begin{bmatrix} 0_{1,H_1} & 0_{1,H_1} & 0_{1,H_1} & 0_{1,H_1} & 0_{1,H_1} \\ 0_{n_2,H_1} & 0_{n_2,H_1} & 0_{n_2,H_1} & 0_{n_2,H_1} & 0_{n_2,H_1} \\ M139_{n_2,H_1} & M149_{n_2,H_1} & M159_{n_2,H_1} & 0_{n_2,H_1} & 0_{n_2,H_1} \\ 0_{H_2n_2,H_1} & 0_{H_2n_2,H_1} & 0_{H_2n_2,H_1} & 0_{H_2n_2,H_1} & 0_{H_2n_2,H_1} \\ M1311_{H_2n_2,H_1} & M1411_{H_2n_2,H_1} & M1511_{H_2n_2,H_1} & 0_{H_2n_2,H_1} & 0_{H_2n_2,H_1} \\ 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} \end{bmatrix} \quad (A.13)$$

$$G31 = \begin{bmatrix} 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} \\ 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} \\ 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} \\ 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} \\ 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} \end{bmatrix} \quad (A.14)$$

$$G32 = \begin{bmatrix} 0_{H_1,1} & 0_{H_1,n_2} & 0_{H_1,n_2} & 0_{H_1,H_2n_2} & 0_{H_1,H_2n_2} & 0_{H_1,H_1} \\ 0_{H_1,1} & 0_{H_1,n_2} & M914_{H_1,n_2} & M1014_{H_1,H_2n_2} & M1114_{H_1,H_2n_2} & 0_{H_1,H_1} \\ 0_{H_1,1} & 0_{H_1,n_2} & 0_{H_1,n_2} & 0_{H_1,H_2n_2} & 0_{H_1,H_2n_2} & 0_{H_1,H_1} \\ 0_{H_1,1} & 0_{H_1,n_2} & 0_{H_1,n_2} & 0_{H_1,H_2n_2} & 0_{H_1,H_2n_2} & M1216_{H_1,H_1} \\ 0_{H_1,1} & 0_{H_1,n_2} & 0_{H_1,n_2} & 0_{H_1,H_2n_2} & 0_{H_1,H_2n_2} & 0_{H_1,H_1} \end{bmatrix} \quad (A.15)$$

$$G33 = \begin{bmatrix} -1_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & M1613_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} \\ 0_{H_1,H_1} & -1_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} \\ 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & -1_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & M1613_{H_1,H_1} \\ M1316_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & -1_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} \\ 0_{H_1,H_1} & M1216_{H_1,H_1} & M1316_{H_1,H_1} & 0_{H_1,H_1} & -1_{H_1,H_1} \end{bmatrix} \quad (A.16)$$

A.2 Formation des matrices

Pour obtenir tous les éléments des matrices précédentes on doit procéder en deux étapes :

- Initialisation des éléments des matrices
- Remplissage des matrices

A.2.1 Initialisation des éléments des matrices

On fait l'initialisation pour les matrices comme le suit :

- Pour $i=1,2,\dots,H_1$
 $S3_{(i,1)} = S5_{(i,1)} = S13_{(i,1)} = S15_{(i,1)} = 0$ (A.17)

- Pour $i=1,2,\dots,H_1$ et $j=1,2,\dots,H_1$
 $M31_{(i,j)} = M41_{(i,j)} = M13_{(i,j)} = M1613_{(i,j)} = M1216_{(i,j)} = M1316_{(i,j)} = 0$ (A.18)

- Pour $i=1,2,\dots,H_1$ et $j=1,2,\dots,n_2$
 $M94_{(i,j)} = M96_{(i,j)} = M912_{(i,j)} = M914_{(i,j)} = 0$ (A.19)

- Pour $i=1,2,\dots,H_1$ et $j=1,2,\dots,H_2n_2$
 $M104_{(i,j)} = M114_{(i,j)} = M106_{(i,j)} = M116_{(i,j)} = M1012_{(i,j)} = M1112_{(i,j)}$
 $= M1014_{(i,j)} = M1114_{(i,j)} = 0$ (A.20)

- Pour $i=1,2,\dots,H_2n_2$ et $j=1,2,\dots,H_1$
 $M310_{(i,j)} = M410_{(i,j)} = M510_{(i,j)} = M610_{(i,j)} = M1211_{(i,j)} = M1311_{(i,j)}$
 $= M1411_{(i,j)} = M1511_{(i,j)} = 0$ (A.21)

- Pour $i=1,2,\dots,n_2$ et $j=1,2,\dots,H_1$
 $M38_{(i,j)} = M48_{(i,j)} = M58_{(i,j)} = M68_{(i,j)} = M129_{(i,j)} = M139_{(i,j)}$
 $= M149_{(i,j)} = M159_{(i,j)} = 0$ (A.22)

A.2.2 Remplissage des matrices

On peut faire le remplissage des matrices de la façon suivante :

- Pour les équations de (A.23) à (A.25) on considère que $j=1,2,\dots,0.5((H_1/p_1)+1)$ et $n=(2j-1)p_1$

$$S3_{(n,1)} = fS3_{(n,1)} \cos(n\varphi_1) \quad (A.23)$$

$$S5_{(n,1)} = fS3_{(n,1)} \sin(n\varphi_1) \quad (A.24)$$

$$fS3_{(n,1)} = \left\{ \left[1 + \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^{n+1} \right] \left[\frac{4Br_1 p_1}{\pi(1-n^2)} \right] - \left[\frac{n+1}{n} \right] \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^{n+1} \left[\frac{4Br_1 p_1}{\pi(1-n^2)} \right] - n \frac{\left(\frac{R_2}{R_1} \right)^n - \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^n}{\left(\frac{R_2}{R_1} \right)^n + \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^n} \right. \\ \left. \cdot \left[1 + \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^{n+1} \right] \left[\frac{4Br_1 p_1}{\pi(1-n^2)} \right] \right\} \quad (A.25)$$

Avec : p_1 le nombre de paires de pôles du rotor interne, Br_1 l'induction rémanente des aimants du rotor interne et φ_1 position initiale du rotor interne

- Pour les équations de (A.26) à (A.28) on considère que $j=1,2,\dots,0.5((H_1/p_3)+1)$ et $m = (2j-1)p_3$

$$S13_{(m,1)} = fS13_{(m,1)} \cos(m\varphi_2) \quad (A.26)$$

$$S15_{(m,1)} = fS13_{(m,1)} \sin(m\varphi_2) \quad (A.27)$$

$$fS13_{(m,1)} = \left\{ \left[1 + \frac{1}{m} \cdot \left(\frac{R_6}{R_5} \right)^{m+1} \right] \left[\frac{4Br_3 p_3}{\pi(1-m^2)} \right] - \left[\frac{m+1}{m} \right] \left(\frac{R_6}{R_5} \right)^{m+1} \left[\frac{4Br_3 p_3}{\pi(1-m^2)} \right] - m \frac{\left(\frac{R_5}{R_6} \right)^m - \left(\frac{R_6}{R_5} \right)^m}{\left(\frac{R_5}{R_6} \right)^m + \left(\frac{R_6}{R_5} \right)^m} \right. \\ \left. \cdot \left[1 + \frac{1}{m} \cdot \left(\frac{R_6}{R_5} \right)^{m+1} \right] \left[\frac{4Br_3 p_3}{\pi(1-m^2)} \right] \right\} \quad (A.28)$$

Avec : p_3 le nombre de paires de pôles du rotor externe, Br_3 l'induction rémanente des aimants du rotor externe et φ_2 position initiale du rotor externe

- Pour les équations de (A.29) à (A.34) on considère que $n=1,2,\dots, H_1$

$$M31_{(n,n)} = \frac{R_2 \left(\frac{R_2}{R_3} \right)^n + \left(\frac{R_3}{R_2} \right)^n}{n \left(\frac{R_2}{R_3} \right)^n - \left(\frac{R_3}{R_2} \right)^n} \quad (A.29)$$

$$M41_{(n,n)} = \frac{R_3}{n} \frac{2}{\left(\frac{R_3}{R_2} \right)^n - \left(\frac{R_2}{R_3} \right)^n} \quad (A.30)$$

$$M13_{(n,n)} = \frac{n \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^n - \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^n}{R_2 \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^n + \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^n} \quad (\text{A.31})$$

$$M1216_{(n,n)} = \frac{R_4}{n} \frac{2}{\left(\frac{R_4}{R_5} \right)^n - \left(\frac{R_5}{R_4} \right)^n} \quad (\text{A.32})$$

$$M1316_{(n,n)} = \frac{R_5 \left(\frac{R_5}{R_4} \right)^n + \left(\frac{R_4}{R_5} \right)^n}{n \left(\frac{R_5}{R_4} \right)^n - \left(\frac{R_4}{R_5} \right)^n} \quad (\text{A.33})$$

$$M1613_{(n,n)} = \frac{n \left(\frac{R_5}{R_4} \right)^n - \left(\frac{R_6}{R_5} \right)^n}{R_5 \left(\frac{R_5}{R_6} \right)^n + \left(\frac{R_6}{R_5} \right)^n} \quad (\text{A.34})$$

- Pour les équations de (A.35) à (A.48) on considère que $i=1,2,\dots, n_2$ et $n=1,2,\dots, H_1$

$$M38_{(i,n)} = rr_{(i,n)} \cdot \frac{R_2}{n\beta} \frac{2}{\left(\frac{R_2}{R_3} \right)^n - \left(\frac{R_3}{R_2} \right)^n} \quad (\text{A.35})$$

$$rr_{(i,n)} = \frac{I}{n} \sin \left(n \left(\frac{-\beta}{2} + 2i \frac{\pi}{n_2} + \theta_0 \right) + n\beta \right) - \frac{I}{n} \sin \left(n \left(\frac{-\beta}{2} + 2i \frac{\pi}{n_2} + \theta_0 \right) \right) \quad (\text{A.36})$$

Avec : β l'angle d'ouverture des pièces polaires ferromagnétiques et θ_0 la position initiale des pièces polaires ferromagnétiques.

$$M48_{(i,n)} = rr_{(i,n)} \cdot \frac{R_3}{n\beta} \frac{\left(\frac{R_3}{R_2} \right)^n + \left(\frac{R_2}{R_3} \right)^n}{\left(\frac{R_3}{R_2} \right)^n - \left(\frac{R_2}{R_3} \right)^n} \quad (\text{A.37})$$

$$M58_{(i,n)} = ss_{(i,n)} \cdot \frac{R_2}{n\beta} \frac{2}{\left(\frac{R_2}{R_3}\right)^n - \left(\frac{R_3}{R_2}\right)^n} \quad (\text{A.38})$$

$$ss_{(i,n)} = \frac{-I}{n} \cos\left(n\left(\frac{-\beta}{2} + 2i\frac{\pi}{n_2} + \theta_0\right) + n\beta\right) + \frac{I}{n} \cos\left(n\left(\frac{-\beta}{2} + 2i\frac{\pi}{n_2} + \theta_0\right)\right) \quad (\text{A.39})$$

$$M68_{(i,n)} = ss_{(i,n)} \cdot \frac{R_3}{n\beta} \frac{\left(\frac{R_3}{R_2}\right)^n + \left(\frac{R_2}{R_3}\right)^n}{\left(\frac{R_3}{R_2}\right)^n - \left(\frac{R_2}{R_3}\right)^n} \quad (\text{A.40})$$

$$M129_{(i,n)} = rr_{(i,n)} \cdot \frac{R_4}{n\beta} \frac{\left(\frac{R_4}{R_5}\right)^n + \left(\frac{R_5}{R_4}\right)^n}{\left(\frac{R_4}{R_5}\right)^n - \left(\frac{R_5}{R_4}\right)^n} \quad (\text{A.41})$$

$$M139_{(i,n)} = rr_{(i,n)} \cdot \frac{R_5}{n\beta} \frac{2}{\left(\frac{R_5}{R_4}\right)^n - \left(\frac{R_4}{R_5}\right)^n} \quad (\text{A.42})$$

$$M149_{(i,n)} = ss_{(i,n)} \cdot \frac{R_4}{n\beta} \frac{\left(\frac{R_4}{R_5}\right)^n + \left(\frac{R_5}{R_4}\right)^n}{\left(\frac{R_4}{R_5}\right)^n - \left(\frac{R_5}{R_4}\right)^n} \quad (\text{A.43})$$

$$M159_{(i,n)} = ss_{(i,n)} \cdot \frac{R_5}{n\beta} \frac{2}{\left(\frac{R_5}{R_4}\right)^n - \left(\frac{R_4}{R_5}\right)^n} \quad (\text{A.44})$$

$$M94_{(n,i)} = rr_{(i,n)} \cdot \frac{1}{\pi R_3} \quad (\text{A.45})$$

$$M96_{(n,i)} = ss_{(i,n)} \cdot \frac{1}{\pi R_3} \quad (\text{A.46})$$

$$M912_{(n,i)} = rr_{(i,n)} \cdot \frac{1}{\pi R_4} \quad (\text{A.47})$$

$$M914_{(n,i)} = ss_{(i,n)} \cdot \frac{1}{\pi R_4} \quad (\text{A.48})$$

- Pour les équations de (A.49) à (A.70) on considère que $i = 1, 2, \dots, n_2$, $n = 1, 2, \dots, H_1$, $k = 1, 2, \dots, H_2$ et $j = (i-1)H_2 + k$

$$M310_{(j,n)} = ff_{(i,n,K)} \cdot \frac{R_2}{n\beta} \frac{4}{\left(\frac{R_2}{R_3}\right)^n - \left(\frac{R_3}{R_2}\right)^n} \quad (\text{A.49})$$

$$ff_{(i,n,k)} = \begin{cases} ff1 & \text{si } k\pi = n\beta \\ ff2 & \text{si } k\pi \neq n\beta \end{cases} \quad (\text{A.50})$$

$$ff1 = \frac{\beta}{2} \cos\left(n\left(\frac{-\beta}{2} + 2i\frac{\pi}{n_2} + \theta_0\right)\right) + \frac{k\pi\beta}{4} \left[\sin\left(n\left(\frac{-\beta}{2} + 2i\frac{\pi}{n_2} + \theta_0\right) + 2n\beta\right) - \sin\left(n\left(\frac{-\beta}{2} + 2i\frac{\pi}{n_2} + \theta_0\right)\right) \right] \quad (\text{A.51})$$

$$ff2 = \frac{-n\beta^2}{(k\pi + n\beta)(k\pi - n\beta)} \left\{ (-1)^k \sin\left(n\left(\frac{-\beta}{2} + 2i\frac{\pi}{n_2} + \theta_0\right) + n\beta\right) - \sin\left(n\left(\frac{-\beta}{2} + 2i\frac{\pi}{n_2} + \theta_0\right)\right) \right\} \quad (\text{A.52})$$

$$M410_{(j,n)} = ff_{(i,n,K)} \cdot \frac{2R_3}{n\beta} \frac{\left(\frac{R_3}{R_2}\right)^n + \left(\frac{R_2}{R_3}\right)^n}{\left(\frac{R_3}{R_2}\right)^n - \left(\frac{R_2}{R_3}\right)^n} \quad (\text{A.53})$$

$$M510_{(j,n)} = gg_{(i,n,K)} \cdot \frac{R_2}{n\beta} \frac{4}{\left(\frac{R_2}{R_3}\right)^n - \left(\frac{R_3}{R_2}\right)^n} \quad (\text{A.54})$$

$$gg_{(i,n,k)} = \begin{cases} gg1 & \text{si } k\pi = n\beta \\ gg2 & \text{si } k\pi \neq n\beta \end{cases} \quad (\text{A.55})$$

$$gg1 = \frac{\beta}{2} \sin\left(n\left(\frac{-\beta}{2} + 2i\frac{\pi}{n_2} + \theta_0\right)\right) - \frac{k\pi\beta}{4} \left[\cos\left(n\left(\frac{-\beta}{2} + 2i\frac{\pi}{n_2} + \theta_0\right) + 2n\beta\right) - \cos\left(n\left(\frac{-\beta}{2} + 2i\frac{\pi}{n_2} + \theta_0\right)\right) \right] \quad (\text{A.56})$$

$$gg_2 = \frac{n\beta^2}{(k\pi + n\beta)(k\pi - n\beta)} \left\{ (-1)^k \cos \left(n \left(\frac{-\beta}{2} + 2i \frac{\pi}{n_2} + \theta_0 \right) + n\beta \right) - \cos n \left(\frac{-\beta}{2} + 2i \frac{\pi}{n_2} + \theta_0 \right) \right\} \quad (\text{A.57})$$

$$M610_{(j,n)} = gg_{(i,n,K)} \cdot \frac{2R_3 \left(\frac{R_3}{R_2} \right)^n + \left(\frac{R_2}{R_3} \right)^n}{n\beta \left(\frac{R_3}{R_2} \right)^n - \left(\frac{R_2}{R_3} \right)^n} \quad (\text{A.58})$$

$$M104_{(n,j)} = ff_{(i,n,K)} \cdot \frac{k \left(\frac{R_3}{R_4} \right)^{\frac{k\pi}{\beta}} + \left(\frac{R_4}{R_3} \right)^{\frac{k\pi}{\beta}}}{R_3\beta \left(\frac{R_3}{R_4} \right)^{\frac{k\pi}{\beta}} - \left(\frac{R_4}{R_3} \right)^{\frac{k\pi}{\beta}}} \quad (\text{A.59})$$

$$M114_{(n,j)} = ff_{(i,n,K)} \cdot \frac{-2k}{R_3\beta} \frac{1}{\left(\frac{R_3}{R_4} \right)^{\frac{k\pi}{\beta}} - \left(\frac{R_4}{R_3} \right)^{\frac{k\pi}{\beta}}} \quad (\text{A.60})$$

$$M106_{(n,j)} = gg_{(i,n,K)} \cdot \frac{k \left(\frac{R_3}{R_4} \right)^{\frac{k\pi}{\beta}} + \left(\frac{R_4}{R_3} \right)^{\frac{k\pi}{\beta}}}{R_3\beta \left(\frac{R_3}{R_4} \right)^{\frac{k\pi}{\beta}} - \left(\frac{R_4}{R_3} \right)^{\frac{k\pi}{\beta}}} \quad (\text{A.61})$$

$$M116_{(n,j)} = gg_{(i,n,K)} \cdot \frac{-2k}{R_3\beta} \frac{1}{\left(\frac{R_3}{R_4} \right)^{\frac{k\pi}{\beta}} - \left(\frac{R_4}{R_3} \right)^{\frac{k\pi}{\beta}}} \quad (\text{A.62})$$

$$M1211_{(j,n)} = ff_{(i,n,K)} \cdot \frac{2R_4 \left(\frac{R_4}{R_5} \right)^n + \left(\frac{R_5}{R_4} \right)^n}{n\beta \left(\frac{R_4}{R_5} \right)^n - \left(\frac{R_5}{R_4} \right)^n} \quad (\text{A.63})$$

$$M1311_{(j,n)} = ff_{(i,n,K)} \cdot \frac{4R_5}{n\beta} \frac{1}{\left(\frac{R_5}{R_4} \right)^n - \left(\frac{R_4}{R_5} \right)^n} \quad (\text{A.64})$$

$$M1411_{(j,n)} = gg_{(i,n,K)} \cdot \frac{2R_4 \left(\frac{R_4}{R_5} \right)^n + \left(\frac{R_5}{R_4} \right)^n}{n\beta \left(\frac{R_4}{R_5} \right)^n - \left(\frac{R_5}{R_4} \right)^n} \quad (\text{A.65})$$

$$M1511_{(j,n)} = gg_{(i,n,K)} \cdot \frac{4R_5}{n\beta} \frac{1}{\left(\frac{R_5}{R_4} \right)^n - \left(\frac{R_4}{R_5} \right)^n} \quad (\text{A.66})$$

$$M1012_{(n,j)} = ff_{(i,n,K)} \cdot \frac{2k}{R_4\beta} \frac{1}{\left(\frac{R_3}{R_4} \right)^{\frac{k\pi}{\beta}} - \left(\frac{R_4}{R_3} \right)^{\frac{k\pi}{\beta}}} \quad (\text{A.67})$$

$$M1112_{(n,j)} = ff_{(i,n,K)} \cdot \frac{-k}{R_4\beta} \frac{\left(\frac{R_4}{R_3} \right)^{\frac{k\pi}{\beta}} + \left(\frac{R_3}{R_4} \right)^{\frac{k\pi}{\beta}}}{\left(\frac{R_3}{R_4} \right)^{\frac{k\pi}{\beta}} - \left(\frac{R_4}{R_3} \right)^{\frac{k\pi}{\beta}}} \quad (\text{A.68})$$

$$M1014_{(n,j)} = gg_{(i,n,K)} \cdot \frac{2k}{R_4\beta} \frac{1}{\left(\frac{R_3}{R_4} \right)^{\frac{k\pi}{\beta}} - \left(\frac{R_4}{R_3} \right)^{\frac{k\pi}{\beta}}} \quad (\text{A.69})$$

$$M1114_{(n,j)} = gg_{(i,n,K)} \cdot \frac{-k}{R_4\beta} \frac{\left(\frac{R_4}{R_3} \right)^{\frac{k\pi}{\beta}} + \left(\frac{R_3}{R_4} \right)^{\frac{k\pi}{\beta}}}{\left(\frac{R_3}{R_4} \right)^{\frac{k\pi}{\beta}} - \left(\frac{R_4}{R_3} \right)^{\frac{k\pi}{\beta}}} \quad (\text{A.70})$$

Donc à partir des équations III.15 à III.19 et de l'annexe A, on peut calculer le couple T_I pour un train plantaire magnétique. Le couple du rotor externe $T_3 (= T_{\text{out}})$ peut être calculé par $G_r T_I$ avec G_r le rapport du couple.

Nomenclature

Nomenclature

Symbole	Désignation	unité
indice 1,2,3,4	Indices relatifs respectivement au soleil, au satellite, à la couronne et au porte-satellites (train planétaire mécanique)	
indice 1,2,3,4	Indices relatifs respectivement au rotor interne, aux pièces polaires ferromagnétiques, au rotor externe et au porte- pièces polaires ferromagnétiques (train planétaire magnétique)	
\overrightarrow{g}_P^N	Meilleure position trouvée antérieurement par les particules du voisinage (Méthode OEP)	(mm)
\overrightarrow{p}_P^N	Meilleure position trouvée antérieurement par une particule (Méthode OEP)	(mm)
a	Entraxe	(mm)
b	Largeur de denture ou de poutre (longueur axiale)	(mm)
B_{av}	Valeur moyenne de l'induction magnétique	(T)
B_{sat}	Limite de saturation d'induction magnétique	(T)
Br_1	Induction rémanente des aimants du rotor interne	(T)
Br_3	Induction rémanente des aimants du rotor externe	(T)
c_b	Facteur qui décrit les ondulations du couple	
D	Diamètre primitif	(mm)
D_1, D_2, D_3	Diamètre primitif du soleil, du satellite et de la couronne	(mm)
D_{30}	Diamètre externe de la couronne	(mm)
D_a	Diamètre de tête	(mm)
D_b	Diamètre du cercle de base	(mm)
D_f	Diamètre de pied	(mm)
F_{n12}	Force normale exercée par le soleil sur le satellite	(N)
F_{r12}	Force radiale exercée par le soleil sur le satellite	(N)
F_t	Force tangentielle	(N)
F_{t12}	Force tangentielle exercée par le soleil sur le satellite	(N)
F_{t21}	Force tangentielle exercée par le satellite sur le soleil	(N)
F_{t23}	Force tangentielle exercée par le satellite sur la couronne	(N)
F_{t32}	Force tangentielle exercée par la couronne sur le satellite	(N)
F_{t42}	Force tangentielle exercée par le porte-satellites sur le satellite	(N)
F_{tlim}	Force tangentielle maximale admissible de contrainte de flexion	(N)
F_{tHlim}	Force tangentielle maximale admissible de pression superficielle de Hertz	(N)

G_r	Rapport de couple	
h	Hauteur de dent	(mm)
H	Rang de l'harmonique	
h_a	Saillie	(mm)
h_f	Creux	(mm)
i	Rapport de transmission	
J_1, J_2, J_3	Moment d'inertie polaire du soleil, du satellite et de la couronne	
k	Raison d'un train d'engrenage	
K_{FX}	Facteur de dimension en flexion	
K_{HL}	Facteur de durée de vie de l'engrenage en contrainte de Hertz,	
K_{HX}	Facteur de dimension de Hertz	
$K_{H\beta}$	Facteur de distribution de charge longitudinale de Hertz	
K_L	Facteur de durée de vie de l'engrenage en flexion	
K_O	Facteur de surcharge	
K_V	Facteur dynamique	
L	Hauteur de la dent ou de la poutre	(mm)
m	Module	(mm)
m	Nombre maximum de dimensions (Méthode OEP)	
M_2	Masse du satellite	(kg)
N	Itération numéro de la particule	
n_2	Nombre de pièces polaires ferromagnétiques	
n_{2min}, n_{2max}	Valeurs minimale et maximale de n_2 respectivement	
N_{Max}	Nombre maximum d'itération	
n_{Sat}	Nombre de satellites	
p	Pas	(mm)
P	Particule numéro	
p_1, p_3	Nombre de paires de pôles des rotors interne et externe respectivement	
p_{1min}, p_{1max}	Valeurs minimale et maximale de p_1 respectivement	
$PPCM$	Plus petit commun multiple	
R_7	Rayon externe du rotor externe	(mm)
R_{arbre}	Rayon d'arbre	(mm)

S_{CH}	Spectre d'amplitude	
S_F	Facteur de sécurité de contrainte de flexion	
S_H	Facteur de sécurité de contrainte de Hertz	
t	Épaisseur de la dent ou de la poutre	(mm)
T_1	Couple de la roue 1 (le soleil) ou de rotor interne	(Nm)
T_3	Couple de la roue 3 (la couronne) ou de rotor externe	(Nm)
T_{3max}	Valeur maximale de T_3	
TD	Densité de couple	(kNm/m ³)
T_{in}	Couple d'entrée	(Nm)
T_{out}	Couple de sortie	(Nm)
u	Rapport de réduction de l'engrenage	
v	Vitesse tangentielle	(m/s)
v	Vitesse de la particule	
v_{max}	Vitesse tangentielle maximale	(m/s)
v_{max}	Vitesse maximale	(m/s)
W_1, W_7	Épaisseur de culasse des rotors interne et externe respectivement	(mm)
W_{1min}, W_{1max}	Valeur minimale et maximale de W_1 respectivement	(mm)
W_2, W_6	Épaisseur des aimants des rotors interne et externe respectivement	(mm)
W_{2min}, W_{2max}	Valeur minimale et maximale de W_2 respectivement	(mm)
W_3, W_5	Épaisseur d'entrefers	(mm)
W_4	Épaisseur des pièces polaires ferromagnétiques	(mm)
W_{4min}, W_{4max}	Valeurs minimale et maximale de W_4 respectivement	(mm)
W_{6min}, W_{6max}	Valeurs minimale et maximale de W_6 respectivement	(mm)
x	Position de la particule dans l'espace de recherche	(mm)
x_{max}	Position maximale de la particule dans l'espace de la recherche qui ne doit pas passer	(mm)
Y_F	Facteur de forme	
Y_β	Facteur d'inclinaison d'hélice	
Y_ϵ	Facteur de conduite	
Z	Nombre de dents	
Z_1, Z_2, Z_3	Nombre de dents du soleil, du satellite et de la couronne	
Z_H	Facteur géométrique	
Z_L	Facteur de viscosité	

Z_M	Facteur d'élasticité	$(\text{N/mm}^2)^{0.5}$
Z_R	Facteur de rugosité	
Z_V	Facteur de vitesse tangentielle	
Z_W	Facteur de dureté relative	
Z_β	Facteur d'inclinaison d'hélice	
Z_e	Facteur de rapport de contact	
α	Angle de pression	(deg)
β	Angle d'ouverture des pièces polaires ferromagnétiques	(deg)
ε_α	Rapport de conduite	
θ_0	Position initiale des pièces polaires ferromagnétiques	(deg)
λ_1	Facteur d'inertie	
λ_2, λ_3	Coefficients de confiance, appelés respectivement, coefficient d'attraction cognitive et coefficient d'attractive-sociale	
λ_4	Coefficient de constriction	
σ_b	Contrainte de flexion	(N/mm^2)
σ_{blim}	Contrainte limite admissible en flexion	(N/mm^2)
σ_H	Contrainte de Hertz	(N/mm^2)
σ_{Hlim}	Contrainte limite admissible en pression superficielle	(N/mm^2)
τ	Nombre de particules	
τ_v	Nombre de particules qui doit contacter avec la particule dans la topologie du voisinage	
φ_1	Position initiale du rotor interne	(deg)
φ_2	Position initiale du rotor externe	(deg)
Φ_H	Spectre de phase	(deg)
Ω_1	Vitesse angulaire du soleil ou du rotor interne	(tr/min)
Ω_2	Vitesse angulaire du satellite ou des pièces polaires ferromagnétiques	(tr/min)
Ω_3	Vitesse angulaire de la couronne ou du rotor externe	(tr/min)
Ω_4	Vitesse angulaire du porte-satellites ou du porte- pièces polaires ferromagnétiques	(tr/min)
Ω_{max}	Vitesse angulaire maximale	(tr/min)

Bibliographie

Bibliographie

- [ABI01] M. A. Abido, “Particle Swarm Optimization for Multi machine Power System Stabilizer Design”, *Proceedings of IEEE Power Engineering Society Summer Meeting*, pp. 1346–1351, July 2001.
- [AOK00] K. Aoki, S. Kuroda, S. Kajiwara, H. Sato and Y. Yamamoto, “Development of Integrated Motor Assist Hybrid System: Development of the ‘Insight’, a Personal Hybrid Coupe”, in *Proceedings of Government/Industry Meeting*, Washington, D.C. , pp. 10, 19-21 June 2000
- [ARQ01] P. Arquès, “Transmissions Mécaniques de Puissances, Application aux Boîtes de Vitesses Automatiques”, Edition Ellipses, pp. 278, Paris 2001.
- [ARQ86] P. Arquès, “Calcul et Conception des Transmissions Automatiques Epicycloïdales”, 2^e Congrès mondial des engrenages, Paris, pp. 699-709, 3-5 Mars 1986.
- [ATA01] K. Atallah and D. Howe, “A Novel High-Performance Magnetic Gear”, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 37, No. 4, pp. 2844–2846, July 2001.
- [ATA04] K. Atallah, S.D. Calverley and D. Howe, “Design, Analysis and Realisation of a High Performance Magnetic Gear”, *IEE Proceedings Electric Power Applications*, Vol. 151, No. 2, pp. 135-143, March 2004
- [ATA08] K. Atallah, J. Rens, S. Mezani, D. Howe, “A Novel ‘Pseudo’ Direct-Drive Brushless Permanent Magnet Machine”, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 44, No. 11, pp. 4349 – 4352, November 2008.
- [AUB08] M. Aubertin, A. Tounzi, and Y. Le Menach, “Study of an Electromagnetic Gearbox Involving Two Permanent Magnet Synchronous Machines Using 3-D-FEM”, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 44, No. 11, pp. 4381-4384, November 2008.
- [BAG03] L. Baghli and A. Rezzoug, “Particle Swarm and Genetic Algorithms Applied to the Identification of Induction Machine Parameters”, *EPE’03*, 768.pdf pp.1-10, Toulouse, France, 2-4 September 2003,
- [BAG10] L. Baghli, E. Gouda, S. Mezani and A. Rezzoug, “Hybrid Vehicle With a Magnetic Planetary Gear”, 1st International Symposium on Environment Friendly Energies in Electrical Applications, EFEEA 2010, Ghardaia, 2-4 November, 2010. Invited keynote paper.
- [BER02] F. Van Den Bergh, “An Analysis of Particle Swarm Optimizers”, PhD thesis, Department of Computer Science, University of Pretoria, South Africa, November 2002.

- [BER05] L. Berviller, “Conception et Fabrication Intégrées de Produits Forges « Net Shape » : Application aux Différentiels Forges”, Thèse de doctorat, Université de Metz, pp. 97, 2005
- [BER08] M. Bernard, “Les Engrenages, Cours De Construction”, <<http://www.lycee-odilon-redon.net/msma/maintenance/index.html>>, Décembre 2008.
- [BOU75] R. Boudet, R. Siestrunk, “Sur les Flux et Pertes d’Energie dans les Transmissions Epicycloïdales”, C. R. Acad. Sci. Paris 280(4), 1975.
- [CAL03] S. Calloch, J. Cognard et D. Dureisseix, “Les Systèmes de Transmission de Puissance”, Systèmes mécaniques et hydrauliques, Paris, 2003
- [CAL08] G. CALAS, “Optimisation Par Essaim de Particules”, <<http://guillaume.calas.free.fr/publications.html>>, 25 Juin 2008
- [CHA07] K. T. Chau, D. Zhang, J. Z. Jiang, C. Liu, and Y. Zhang, “Design of a Magnetic-Geared Outer-Rotor Permanent-Magnetic Brushless Motor for Electric Vehicles”, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 43, No. 6, pp. 2504-2506, June 2007.
- [CHA09] F. Chaari, T. Fakhfakh and M. Haddar, “Analytical Modelling of Spur Gear Tooth Crack and Influence on Gearmesh Stiffness”, *European Journal of Mechanics A/Solids* 28, pp. 461–468, 2009.
- [CHI04] P. Childs, *Mechanical design*, 2nd Edition, Butterworth-Heinemann, pp. 384, 2004
- [CLE02] M. Clerc and J. Kennedy, “The Particle Swarm - Explosion, Stability, and Convergence in a Multidimensional Complex Space”, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6(1), pp.58–73, 2002.
- [CLE04] M. Clerc and P. Siarry, “Une Nouvelle Métaheuristique Pour L’optimisation Difficile, la Méthode des Essaims Particulaires”, *J3eA*, Vol. 3, No.7, 2004.
- [CLE05] M. Clerc, “L’Optimisation Par Essaims Particulaires, Versions Paramétriques et Adaptatives”, Hermes Science Publications, France, February 2005
- [COL91] A. Colomi, M. Dorigo, V. Maniezzo, et al., “Distributed Optimization by Ant Colonies”, *Proceedings of the First European Conference on Artificial Life*, pp. 134-142, 1991.
- [DUF97] J. Dufailly, “Etude Géométrique des Engrenages Cylindriques de Transmissions de Puissance”, Edition Ellipses, Paris 1997.

- [DUF98] J. Dufailly, “Calcul de la Capacité de Charge des Engrenages Cylindriques de Transmission de Puissance”, Edition Ellipses, Paris 1998.
- [EBE01a] R. Eberhart and Y. Shi, “Particle Swarm Optimization: Developments, Applications And Resources”, *Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary*, Vol. 1, pp. 81–86, 2001
- [EBE01b] C. Eberhart, Yuhui Shi, and James Kennedy. *Swarm Intelligence*, “The Morgan Kaufmann Series in Artificial Intelligence”, Morgan Kaufmann, San Francisco, CA, USA, 2001.
- [ESN94] F. Esnault, “Construction Mécanique, Transmission de Puissance 1. Principes”, Paris 1994
- [FOU90] M. P. Foucher, Nouvelle Méthode d’Etude des Trains Planétaires de Boites de Vitesses Automatiques, Journée d’études des transmissions automatiques ECAM, Lyon, pp. 1-12, 1990
- [FUR97] E. P. Furlani, “A Two-Dimensional Analysis for the Coupling of Magnetic Gears”, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 33, No. 3, pp. 2317–2321, May 1997.
- [GOL91] D. Goldberg, “Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning”, Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc. Boston, MA, USA, 1989.
- [GOU11] E. Gouda, S. Mezani, L. Baghli and A. Rezzoug, “Comparative Study Between Mechanical And Magnetic Planetary Gears”, *IEEE Transactions Magnetics*, Vol. 47, No. 2, pp. 439–450, February 2011
- [HEN06] G. Henriot, Engrenages Conception Fabrication Mise En Œuvre, 8^{ème} Edition, Décembre 2006.
- [HEN75] G. Henriot, *Traité Théorique et Pratique des Engrenages*, Editions Dunod, Paris, 1975.
- [HEP90] F. Heppner and U. Grenander, “A Stochastic Nonlinear Model For Coordinated Bird Flocks”, AAAS Publication, Washington, DC, pp. 233-238, 1990.
- [HUA08] C. Huang, M. Tsai, D. G. Dorrell, and B. Lin, “Development of a Magnetic Planetary Gearbox”, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 44, No. 3, pp. 403-412, March 2008.
- [HYB11a] Hybrid Synergy Drive (HSD) , Available Online:
<http://en.wikipedia.org/wiki/Hybrid_Synergy_Drive>, 19 March 2011

- [HYB11b] Hybrid Synergy Drive – Information Terminal - Toyota, Available Online: <<http://www.hybridsynergydrive.com/en/mechanism.html>>, 06 April 2011
- [IKU91] K. Ikuita, S. Makita and S. Arimoto, “Non-Contact Magnetic Gear for Micro Transmission Mechanism”, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 33, No. 3, pp. 125–130, September 1991.
- [JGM74] JGMA Standard 401-01, Bending Strength Formula of Spur Gears and Helical Gears, Japan Gear Manufacturers Association, 1974.
- [JGM75] JGMA Standard 402-01, Surface Durability Formula of Spur Gears and Helical Gears, Japan Gear Manufacturers Association, 1975.
- [JIA09] L. Jian, K. T. Chau, Y. Gong, J. Z. Jiang, C. Yu, and W. Li, “Comparison of Coaxial Magnetic Gears With Different Topologies”, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 45, No. 10, pp. 4526-4529, October 2009.
- [KAZ00] S. Kazuaki, K. Kaoru, K. Toshiaki and H. Yuji, “Development of Electric Motors for the TOYOTA Hybrid Vehicle “PRIUS” ”, in Proc. The 17th International Electric Vehicle Symposium & Exposition, EVS-17, Montréal, 15-18 October 2000.
- [KEN95] J. Kennedy and R. Eberhart, “Particle Swarm Optimization”, *Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks*, pp. 1942–1948, 1995.
- [KEN99] J. Kennedy, “Small Worlds and Mega-Minds : Effects of Neighborhood Topology on Particle Swarm Performance”, *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, Vol. 3, pp. 1932-1938, 1999.
- [KIK93] S. Kikuchi and K. Tsurumoto, “Design and Characteristics of a New Magnetic Worm Gear Using Permanent Magnet”, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 29, No. 6, pp. 2923–2925, November 1993.
- [KIK94] S. Kikuchi and K. Tsurumoto, “Trial Construction Of a New Magnetic Skew Gear Using Permanent Magnet”, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 30, No.6, pp. 4767–4769, November 1994.
- [KIM10] B. S. Kim, J. B. Song, and J. J. Park, “A Serial-Type Dual Actuator Unit with Planetary Gear Train: Basic Design and Applications”, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 15, No. 1, pp. 108-116, February 2010.
- [LEB75] G. Leborzec and J. Lotterie, *Principes de la Théorie des Mécanismes*, Editions Dunod, Paris, 1975.
- [LUB10a] T. Lubin, S. Mezani, and A. Rezzoug, “Exact Analytical Method for Magnetic Field Computation in the Air-Gap of Cylindrical Electrical Machines Considering

- Slotting Effects”, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 46, No.4, pp. 1092 - 1099 April 2010.
- [LUB10b] T. Lubin, S. Mezani, and A. Rezzoug, “Analytical Computation of the Magnetic Field Distribution in a Magnetic Gear”, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 46, No.7, pp. 2611 - 2621, July 2010.
- [MAR01] J. L. Marcelin, Conception Optimale des Engrenages Cylindriques Avec Problèmes Corrigés et Programmes de Calcul d’optimisation, Toulouse 2001
- [MAT77] R. Mathis, Contraintes et Déformations dans un Engrenage Hélicoïdal, CETIM, 1^{er} Colloque mondial des Engrenages, Paris, 1977.
- [MAT95] R. Mathis, The Inverse Equation in Gear Trains, 7th annual Trans. Techn. Symp., G. M. Power train, Detroit USA, 1995.
- [MAT96] R. Mathis and Y. Rémond, Une Méthode Générale de Résolution du Problème Inverse pour Les Systèmes de Trains Epicycloïdaux, Bulletin IET 112, pp. 127-148,1996.
- [MAT97] R. Mathis and Y. Rémond, Une Théorie Unifiée des Trains d’Engrenages Epicycloïdaux, Bulletin IET 113, pp. 1-75,1997
- [MAT98] R. Mathis, Une Théorie de l’Invention et de l’Optimisation des Concepts de Trains Epicycloïdaux, Thèse de doctorat, Université de Strasbourg, pp. 110, 1998
- [MAT99] R. Mathis and Y. Rémond, “Une Théorie Unifiée des Trains Epicycloïdaux”, *Machines, Mécanismes, Robotiques*, C.R. Acad. Sci. Paris, t.327, Série II.b, pp.1115-1121,1999.
- [MAT99] R. Mathis and Y. Rémond, A New Approach to Solving the Inverse Problem for Compound Gear Trains, *Trans. ASME, J. Mech. Design* 121, pp. 98-106, 1999
- [MEE09] D. C. Meeker, Finite Element Method Magnetics, Version 4.2 (02 Nov. 2009 Build), <http://femm.info>
- [MEZ06] S. Mezani, K. Atallah, and D. Howe, “A High-Performance Axial-Field Magnetic Gear”, *Journal of Applied Physics*, Vol. 99, 08R303, 2006.
- [MUL82] H.W. Müller, W. G. Mannhardt and J. H. Glover, *Epicyclic Drive Trains Analysis, Synthesis, and Applications*, Wayne State University Press, pp. 373, 1982
- [ODI08] A. Odior and E. Orsarh, “Design and Construction of a Yam Pounding Machine”, *International Journal of Natural and Applied Sciences*, 4(3), pp. 319-323, 2008

- [OKA02] M. Okano, K. Tsurumoto, S. Togo, N. Tamada, and S. Fuchino, "Characteristics of the Magnetic Gear Using a Bulk High-Tc Superconductor", *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, Vol. 12, No. 1, pp. 979–983, March 2002.
- [POL07] R. Poli, J. Kennedy, and T. Blackwell, "Particle Swarm Optimization", *Swarm Intelligence*, 1(1), pp. 33–57, 2007.
- [RAS05] P. O. Rasmussen, T. O. Andersen, F. T. Jorgensen, and O. Nielsen, "Development of a High-Performance Magnetic Gear", *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 41, No. 3, pp. 764–770, May/June 2005.
- [REN10] J. Rens, K. Atallah, S. Calverley, and D. Howe, "A Novel Magnetic Harmonic Gear", *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 46, No.1, pp. 206-212, January /February 2010.
- [REY87] C. W. Reynolds. Flocks, Herds, and Schools: A Distributed Behavioral Model, *Computer Graphics*, 21(4), pp. 25–34, 1987.
- [SHI98] Y. Shi and R. C. Eberhart, "A Modified Particle Swarm Optimizer", *In Proceedings of IEEE Conference on Evolutionary Computation*, pp. 69–73, 1998
- [SIE73] R. Siestrunck, "Quelques Aspects Nouveaux de la Théorie des Mécanismes et Applications", *Rev. Fr. Méc.* 45, pp. 5-12, 1973
- [STO11] Stock Drive Products/Sterling Instrument, Online Catalog, <<http://www.sdp-si.com/D785/D785Cat.htm>>, 06 Avril 2011
- [SYE09] F. Syed, M. L. Kuang, and H. Ying, "Active Damping Wheel-Torque Control System to Reduce Driveline Oscillations in a Power-Split Hybrid Electric Vehicle", *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, Vol. 58, No. 9, pp. 4769-4785, November 2009.
- [TOY03] Toyota Special reports 12, 24 p, Available Online: <http://www.toyota.co.jp/en/tech/environment/ths2/SpecialReports_12.pdf>, May 2003
- [TOY11] Toyota Power Slip Device, Available Online: <http://www.hybridsynergydrive.com/en/power_split_device.html> , April 2011
- [TRE03] C. Trelea, "The Particle Swarm Optimization Algorithm Convergence Analysis and Parameter Selection", *Information Processing Letters*, 85(6), pp. 317-325, 2003.
- [TRI03] R. Trigui, F. Badin, B. Jeanneret, F. Harel, G. Coquery, R. Lallemand, Jp. Ousten – INRETS, M. Castagne, M. Debest, E. Gittard, F. Vangraefshepe, V. Morel – IFP, J. Labbe - Armines, L. Baghli, A. Rezzoug – GREEN, S. Biscaglia –

- ADEME, “Hybrid Light Duty Vehicles Evaluation Program”, *IJAT International Journal of Automotive Technology*, pp.65-75, Vol.4, No.2, June 2003. ISSN : 1229-9138
- [TSU87] K. Tsurumoto and S. Kikuchi, “A New Magnetic Gear Using Permanent Magnet”, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. MAG-23, No. 5, pp. 3622–3624, September 1987.
- [WAN05] C. Wang, H. Yuan, Z. Huahg, J. Zhang and C. Sun, “A Modified Particle Swarm Optimization Algorithm and Its Application in Optimal Power Flow Problem”, *IEEE Proceeding of the 4th Inter Conference on Machine Learning and Cybernetics*, Guangzhou, pp.18-21, August 2005.
- [WAN09] L. L. Wang, J. X. Shen, P. C. K. Luk, W. Z. Fei, C. F. Wang, and H. Hao, "Development of a Magnetic-Geared Permanent-Magnet Brushless Motor", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 45, No. 10, pp. 4578-4581, October 2009.
- [WIK11] Wikipédia, “Train épicycloïdal”, l'encyclopédie libre, <http://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Train_%C3%A9picyclo%C3%AFdal&oldid=63995451>, 4 Avril 2011
- [WIL41] R. Willis, “Principles of Mechanism”, Parker, London, 1841.
- [WIN96] H. Winter and B.R. Hohn, Gears-state of the art, International Gear Conference, Dresden, Germany, 1996.
- [XIE02] X.F. Xie, W.J. Zhang, and Z.L. Yang, “A Dissipative Particle Swarm Optimization”, *In Proceedings of IEEE Conference on Evolutionary Computation*, Vol. 2, pp. 1456–1461, 2002
- [XIO06] Y. Xiong, *Formulaire de Mécanique Transmission de Puissance*, Editions Eyrolles, Paris 2006
- [YAO96] Y. D.Yao, D. R. Huang, S. M. Lin, and S. J.Wang, “Theoretical Computations of the Magnetic Coupling Between Magnetic Gears”, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 32, No. 3, pp. 710–713, May 1996.
- [YAO97] Y. D. Yao, D. R. Huang, C. C. Hsieh, D. Y. Chiang, and S. J. Wang, “Simulation Study of the Magnetic Coupling Between Radial Magnetic Gears”, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 33, No. 2, pp. 2203–2206, March 1997.
- [ZHU00] Z. Q. Zhu, and D.Howe, “Influence of Design Parameters on Cogging Torque in Permanent Magnet Machines”, *IEEE Transaction on Energy conversion*, Vol. 15, No. 4, pp. 407–412, December 2000.

**Liste des publications
personnelles**

Liste des publications personnelles

- L. BAGHLI, E. GOUDA, S. MEZANI, A. REZZOUG, “Hybrid vehicle with a magnetic planetary gear”, 1st International Symposium on Environment Friendly Energies in Electrical Applications, EFEEA 2010, Ghardaia, 2-4 November, 2010. Invited keynote paper.
- E. Gouda, S. Mezani, L. Baghli and A. Rezzoug, “Comparative Study Between Mechanical And Magnetic Planetary Gears”, *IEEE Transactions Magnetics*, Vol. 47, No. 2, pp. 439–450, February 2011

Résumé :

Le travail présenté dans ce mémoire porte sur l'étude, l'optimisation et la réalisation d'une transmission planétaire magnétique. Dans notre thèse nous essayons de répondre à quelques questions intéressantes sur la possibilité de remplacer un train planétaire mécanique par un train planétaire magnétique, est-ce que la formule de Willis reste valable pour le train planétaire magnétique et est-ce que les trains magnétiques ont des performances similaires à celles des trains mécaniques? Donc nous étudions, le remplacement du train mécanique par une transmission magnétique. Nous montrons que le train magnétique a un volume moindre, des pertes inférieures et plusieurs autres avantages. Notre but dans cette thèse est d'obtenir un "design" optimal d'un train magnétique. Nous utilisons un logiciel de calcul par éléments finis pour l'étude électromagnétique et nous cherchons également à optimiser les dimensions de ce train. Pour cela nous utilisons la méthode d'optimisation par essaim de particules (OEP). Un prototype a été réalisé ce qui permet de confronter les résultats de simulation et expérimentaux.

Mots clés :

Train planétaire magnétique, train planétaire mécanique, formule de Willis, FEMM, optimisation par essaim de particules OEP, prototype

Abstract:

The work presented in this thesis deals with the study, the optimisation and the realisation of a magnetic planetary transmission. We try to answer some questions about the possibility of replacing the mechanical planetary gear used in industrial machines by a magnetic planetary gear; is the formula of Willis still valid for the magnetic planetary gear and are the magnetic planetary gear performances at least similar to ones of the mechanical gears? We study the replacement of the mechanical planetary gear by a magnetic one. We show that the magnetic one has a smaller volume, lower losses and many other benefits. The objective of this work is to obtain an optimum design of a magnetic planetary gear. We use a finite element software to study the magnetic behaviour of the device and we also perform the optimization of the dimensions of the magnetic planetary gear. The particle swarm optimization method (PSO) has been used. A prototype has been built so the computation results has been compared to the experimental ones.

Keywords:

Magnetic planetary gear, mechanical planetary gear, equation of Willis, FEMM, particle swarm optimization (PSO), prototype