



**HAL**  
open science

# Caractérisation des supraconducteurs à haute température critique en vue d'application en électrotechnique

Thê Cuong Hoàng

► **To cite this version:**

Thê Cuong Hoàng. Caractérisation des supraconducteurs à haute température critique en vue d'application en électrotechnique. Autre. Université Henri Poincaré - Nancy 1, 2010. Français. NNT : 2010NAN10129 . tel-01746393

**HAL Id: tel-01746393**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01746393v1>**

Submitted on 29 Mar 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

**FACULTE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES**

---

**U.F.R. Sciences & Techniques Mathématiques, Informatique, Automatique**

**Ecole Doctorale I.A.E.M Lorraine**

**Département de Formation Doctorale “Electronique et Electrotechnique”**

# **THÈSE**

présentée pour l’obtention du titre de

**Docteur de l’Université Henri Poincaré, Nancy I**

**en Génie Electrique**

par

**Thê Cuong HOÀNG**

DEA Génie Electrique INP Lorraine

Ingénieur Génie Electrique INP Hanoï (Vietnam)

## **Caractérisation des supraconducteurs à haute température critique en vue d’application en électrotechnique**

Soutenance publiquement le 6 Décembre 2010

### **Membres du jury :**

|                      |                |  |
|----------------------|----------------|--|
| Président :          | M. R. IBTIOUEN | Professeur, Directeur de Recherche, ENP, Alger |
| Rapporteurs :        | M. G. BARAKAT  | Professeur, GREAH, Université du Havre         |
|                      | M. A. DJERDIR  | MCF-HDR, SET, UTBM, Belfort - Montbéliard      |
| Directeur de Thèse : | M. J. LÉVÊQUE  | Professeur, GREEN, UHP, Nancy I                |
| Co-Encadrant :       | M. B. DOUINE   | Maître de Conférences, GREEN, UHP, Nancy I     |



## REMERCIEMENTS

Ce mémoire de thèse contient des résultats de travail depuis Octobre 2007 qui ont été effectués au sein du Laboratoire de Groupe de Recherche en Electrotechnique et Electronique de Nancy (GREEN) à l'Université Henri Poincaré (UHP).

Tout d'abord, je tiens à remercier M. Abderrezak REZZOUG, Professeur à l'Université Henri Poincaré, ex-directeur du laboratoire GREEN, pour m'avoir accueilli comme doctorant dans son laboratoire.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à M. Jean LEVEQUE, Professeur à l'Université Henri Poincaré, mon directeur de thèse, et M. Bruno DOUINE, Maître des Conférences à l'Université Henri Poincaré, mon co-encadrant de thèse, de m'avoir choisi pour ce sujet de thèse, et de m'avoir permis d'effectuer ces travaux de recherche dans les meilleures conditions possibles. Je les remercie également pour leurs conseils scientifiques très avisés, leurs remarques très pertinentes, du temps qu'ils ont su me consacrer, leur aide très précieuse dans la mise en place des mesures expérimentales, et de la confiance qu'ils m'ont accordée durant ces trois années de thèse.

Je remercie sincèrement M. Georges BARAKAT, Professeur à l'Université du Havre, et M. Abdesslem DJERDIR, Maître des Conférences - HDR à l'Université de Technologie de Belfort - Montbéliard, pour avoir accepté de rapporter sur mon travail.

Mon sincère remerciement s'adresse également à M. Rachid IBTIOUEN, Directeur de Recherche, Professeur à l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, pour avoir accepté de participer à ma soutenance en tant qu'examinateur.

Je remercie également M. Shahrokh SAADATE, Professeur à l'Université Henri Poincaré, le nouveau directeur du laboratoire GREEN, pour m'avoir accueilli dans son laboratoire en tant qu'ATER 2010-2011, qui est une occasion d'enrichir mon expérience en enseignement.

Je remercie aussi toutes les personnes dans le laboratoire GREEN-UHP, qui m'ont montré leurs sympathies, qui m'ont aidé pour les moments difficiles pendant ces trois années de thèse.

Je tiens aussi à exprimer mes remerciements à tous ceux qui ont eu la gentillesse d'assister à la soutenance de cette thèse.



**TABLE DES MATIERES**

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Liste des abréviations</b>   | <b>4</b>  |
| <b>Introduction générale</b>  | <b>8</b>  |
| <b>Chapitre 1 : GENERALITES</b>   | <b>10</b> |
| 1.1. Propriétés générales   | 11        |
| 1.1.1. Grandeurs caractéristiques   | 12        |
| 1.1.1.1. Température critique   | 12        |
| 1.1.1.2. Champ magnétique critique  | 12        |
| 1.1.1.3. Densité de courant critique  | 12        |
| 1.1.1.4. Surface critique   | 12        |
| 1.1.2. Classification des supraconducteurs  | 13        |
| 1.1.2.1. Supraconducteurs de type I   | 13        |
| 1.1.2.2. Supraconducteurs de type II  | 13        |
| 1.2. Supraconducteurs à haute température critique HTc                                | 14        |
| 1.2.1. Généralités  | 14        |
| 1.2.2. Application des supraconducteurs HTc   | 15        |
| 1.3. Caractéristique $E(J)$ , $n(B)$ , et $J_c(B)$ des supraconducteurs HTc           | 15        |
| 1.4. Méthodes de caractérisation des supraconducteurs                                 | 18        |
| 1.4.1. Méthodes électriques   | 18        |
| 1.4.2. Méthodes magnétiques   | 19        |
| 1.5. Pertes dans les supraconducteurs   | 22        |
| 1.5.1. Pertes en régime variable périodique, modèle de l'état critique de Bean        | 23        |
| 1.5.1.1. Première montée du courant de 0 à $I_{max}$                                  | 25        |
| 1.5.1.2. Variation du courant de $I_{max}$ à $-I_{max}$                               | 27        |
| 1.5.2. Pertes en régime variable périodique, modèle linéaire de variation de $J_c(B)$ | 30        |
| 1.5.2.1. Première montée du courant de 0 à $I_{max}$                                  | 31        |
| 1.5.2.2. Première descente du courant de $I_{max}$ à 0                                | 33        |
| 1.5.2.3. Deuxième descente du courant de 0 à $-I_{max}$                               | 36        |
| 1.5.2.4. Formules de calcul des pertes  | 39        |
| 1.5.3. Récapitulation des résultats des calculs de pertes                             | 40        |
| 1.6. Conclusions  | 42        |

|   |           |
|---|-----------|
| 1.7. Bibliographie du chapitre 1  | 44        |
| <b>Chapitre 2 : CARACTERISATION DC DES SUPRACONDUCTEURS HTc</b>   | <b>48</b> |
| 2.1. Caractéristiques $U(I)$ , $J_c(B)$ et $n(B)$ d'un tube supraconducteur HTc   | 49        |
| 2.1.1. Présentation des échantillons  | 49        |
| 2.1.2. Caractéristique $U(I)$ pour différentes vitesses de montée du courant  | 49        |
| 2.1.2.1. Description de l'expérience  | 49        |
| 2.1.2.2. Résultats de mesures   | 51        |
| 2.1.3. Caractéristiques $J_c(B)$ et $n(B)$  | 54        |
| 2.1.3.1. Description de l'expérience  | 54        |
| 2.1.3.2. Résultats de mesures   | 56        |
| 2.2. Compensation du champ magnétique propre dans un tube supraconducteur HTc   | 60        |
| 2.2.1. Première solution – Compensation par champ intérieur au tube   | 61        |
| 2.2.1.1. Principe de compensation   | 61        |
| 2.2.1.2. Banc de mesure   | 62        |
| 2.2.1.3. Résultats de mesures et analyse  | 63        |
| 2.2.1.4. Comparaison entre les résultats théoriques (calcul analytique) et les résultats expérimentaux  | 65        |
| 2.2.2. Deuxième solution – Compensation par champ extérieur au tube   | 66        |
| 2.2.2.1. Principe de compensation   | 66        |
| 2.2.2.2. Banc de mesure   | 66        |
| 2.2.2.3. Résultats de mesures et analyse  | 67        |
| 2.2.2.4. Optimisation de la méthode de compensation avec champ extérieur au tube en test  | 71        |
| 2.2.2.4.1. Optimisation du nombre de bobines par Matlab-FEMM  | 71        |
| 2.2.2.4.2. Optimisation des paramètres de position des deux bobines par Matlab-FEMM   | 76        |
| 2.3. Détermination de $J_c$ dans une plaque supraconductrice HTc par la mesure de $B_p$ : influence de la vitesse de montée du champ magnétique | 79        |
| 2.3.1. Théorie de la diffusion de densité de courant dans une plaque SHTc   | 80        |
| 2.3.1.1. Description du problème : plaque infiniment longue soumise à un champ extérieur  | 80        |
| 2.3.1.2. Pénétration du champ magnétique dans la plaque   | 81        |
| 2.3.1.3. Effet de la largeur de la plaque   | 83        |



|  |            |
|--|------------|
| 2.3.2. Description de l'expérience   | 84         |
| 2.3.3. Résultats des mesures   | 88         |
| 2.4. Conclusions   | 93         |
| 2.5. Bibliographie du chapitre 2   | 94         |
| <b>Chapitre 3 : PERTES AC DANS LES SUPRACONDUCTEURS HTc</b>                                    | <b>96</b>  |
| 3.1. Pertes AC dans un tube supraconducteur HTc  | 97         |
| 3.1.1. Calcul des pertes AC dans un tube SHTc à l'aide du modèle de Bean et du modèle linéaire | 98         |
| 3.1.2. Mesure des pertes AC dans un tube SHTc  | 99         |
| 3.1.2.1. Principe et méthodes de mesure  | 99         |
| 3.1.2.2. Banc de mesure  | 101        |
| 3.1.2.3. Résultats de mesure   | 102        |
| 3.1.3. Comparaison entre les pertes calculées et mesurées dans un tube SHTc                    | 103        |
| 3.2. Mesure des pertes AC dans une bobine SHTc de première génération à 50Hz                   | 105        |
| 3.2.1. Présentation de la bobine supraconductrice testée                                       | 106        |
| 3.2.2. Banc et méthodes de mesure en régime de courant sinusoïdal                              | 107        |
| 3.2.3. Résultats de mesure de pertes et analyse  | 109        |
| 3.3. Conclusions   | 111        |
| 3.4. Bibliographie du chapitre 3   | 112        |
| <b>Conclusion générale</b>   | <b>114</b> |



**LISTE DES ABREVIATIONS**

|           |       |  |
|-----------|-------|--|
| $a$       | [m]   | demi-épaisseur d'une plaque supraconductrice                     |
| $B$       | [T]   | induction magnétique   |
| $B_{c2}$  | [T]   | induction au second champ magnétique critique                    |
| $B_{cp}$  | [T]   | champ magnétique propre  |
| $B_{ext}$ | [T]   | champ magnétique extérieur appliqué                              |
| $B_f$     | [T]   | induction créée par le courant induit $i$                        |
| $B_{max}$ | [T]   | amplitude de l'induction magnétique                              |
| $B_p$     | [T]   | induction magnétique de pénétration complète                     |
| $c(t)$    | [m]   | rayon de pénétration instantané du champ électrique dans le tube |
| $D$       | [m]   | diamètre du cylindre supraconducteur                             |
| $d$       | [m]   | épaisseur de l'échantillon supraconducteur fin                   |
| $d_i$     | [m]   | diamètre intérieur du tube supraconducteur                       |
| $d_e$     | [m]   | diamètre extérieur du tube supraconducteur                       |
| $E$       | [V/m] | champ électrique   |
| $E_c$     | [V/m] | champ électrique critique  |
| $F_v$     | [N]   | force visqueuse  |
| $F_1$     |       | facteur de forme de la bobine                                    |
| $f$       | [Hz]  | fréquence  |
| $f_m$     | [Hz]  | fréquence de la tension mesurée                                  |
| $f_r$     | [Hz]  | fréquence de la tension de référence                             |
| $H$       | [A/m] | champ magnétique   |
| $H_c$     | [A/m] | champ magnétique critique  |
| $H_{c1}$  | [A/m] | premier champ magnétique critique                                |
| $H_{c2}$  | [A/m] | second champ magnétique critique                                 |
| $H_{dc}$  | [A/m] | champ magnétique statique  |
| $H_{max}$ | [A/m] | amplitude du champ magnétique extérieur variable                 |
| $H_p$     | [A/m] | champ magnétique de pénétration complète                         |
| $H(t)$    | [A/m] | champ magnétique extérieur variable                              |
| $I$       | [A]   | courant efficace   |
| $I_c$     | [A]   | courant critique   |
| $I_{c0}$  | [A]   | courant critique à 77K en champ propre                           |

|            |                     |  |
|------------|---------------------|--|
| $I_{\max}$ | [A]                 | amplitude du courant   |
| $I_p$      | [A]                 | courant de pénétration complète  |
| $I_{th}$   | [A]                 | courant de seuil au quel l'échantillon est pénétré complètement par $H(t)$         |
| $I_0$      | [A]                 | amplitude du courant dans la petite bobine   |
| $i(t)$     | [A]                 | courant alternatif périodique parcouru un tube cylindrique supraconducteur         |
| $J$        | [A/m <sup>2</sup> ] | densité de courant   |
| $J_c$      | [A/m <sup>2</sup> ] | densité de courant critique  |
| $J_{c0}$   | [A/m <sup>2</sup> ] | densité de courant critique à 77K en champ propre                                  |
| $L$        | [m]                 | longueur du tube supraconducteur   |
| $l_{pp}$   | [m]                 | distance entre les prises de potentiel   |
| $M$        | [A/m]               | aimantation  |
| $m$        | [A.m <sup>2</sup> ] | moment magnétique  |
| $N$        |                     | nombre de spires de la petite bobine   |
| $N_d$      |                     | coefficient démagnétisant du conducteur cylindrique                                |
| $n$        |                     | puissance de $J$ de la relation $E(J)$ dans un matériau supraconducteur            |
| $P_B$      | [W]                 | pertes calculées dans un tube à l'aide du modèle de l'état critique de Bean        |
| $P_L$      | [W]                 | pertes calculées dans un tube à l'aide du modèle linéaire de variation de $J_c(B)$ |
| $P_N$      | [W]                 | pertes calculées dans un tube à l'aide de la méthode numérique                     |
| $P_M$      | [W]                 | pertes mesurées dans un tube   |
| $p_v(t)$   | [W/m <sup>3</sup> ] | puissance électromagnétique instantanée dissipée par unité de volume               |
| $P_v$      | [W/m <sup>3</sup> ] | puissance électromagnétique des pertes par unité de volume                         |
| $R$        | [m]                 | rayon du cylindre supraconducteur  |
| $R_b$      | [ $\Omega$ ]        | résistance de la boucle  |
| $R_e$      | [m]                 | rayon extérieur du tube cylindrique supraconducteur                                |
| $R_i$      | [m]                 | rayon intérieur du tube cylindrique supraconducteur                                |
| $r$        | [m]                 | rayon  |
| $r_s$      | [m]                 | rayon de pénétration de la densité de courant dans le tube supraconducteur         |
| $r_0(t)$   | [m]                 | rayon de pénétration instantané du champ électrique où $B$ change le sens          |
| $S$        | [m <sup>2</sup> ]   | section du tube cylindrique supraconducteur  |
| $S_b$      | [m <sup>2</sup> ]   | surface de la boucle   |
| $T$        | [K]                 | température  |
| $T_c$      | [K]                 | température critique   |
| $T_p$      | [s]                 | temps de pénétration complète la plaque supraconductrice                           |
| $U$        | [V]                 | tension efficace   |

|           |                   |   |
|-----------|-------------------|---|
| $U_c$     | [V]               | tension continue critique                         |
| $U_m$     | [V]               | tension efficace mesurée                          |
| $U_{réf}$ | [V]               | tension efficace de la tension de référence       |
| $U_{th}$  | [V]               | tension thermoélectrique                          |
| $u(t)$    | [V]               | tension instantanée                               |
| $V$       | [m <sup>3</sup> ] | volume de l'échantillon supraconducteur           |
| $V_b$     | [T/s]             | vitesse de variation du champ magnétique appliqué |
| $V_3$     | [V]               | amplitude de la troisième harmonique de tension   |

### Symboles grecs

|             |         |   |
|-------------|---------|---|
| $\alpha_R$  |         | facteur de forme d'un tube = $1 - \frac{R_i^2}{R_e^2}$                |
| $\eta$      | [kg/s]  | coefficient de viscosité vu par un vortex en mouvement                |
| $\chi$      |         | susceptibilité magnétique   |
| $\chi_{ac}$ |         | susceptibilité magnétique AC  |
| $\chi_{dc}$ |         | susceptibilité magnétique DC  |
| $\Phi$      | [Wb]    | flux magnétique   |
| $\varphi$   | [rad]   | déphasage de la tension mesurée par rapport à la tension de référence |
| $\theta_3$  | [rad]   | déphasage de la troisième harmonique de tension                       |
| $\mu_0$     | [H/m]   | perméabilité magnétique du vide, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$         |
| $\mu_r$     |         | perméabilité relative   |
| $\omega$    | [rad/s] | pulsation électrique  |

### Bases et coordonnées

|  |                          |
|--|--------------------------|
| $\{\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z\}$ | base cylindrique         |
| $\{\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z\}$      | base cartésienne         |
| $(x, y, z)$                                | coordonnées cartésiennes |
| $(r, \theta, z)$                           | coordonnées cylindriques |

### Acronymes utilisées

|    |  |
|----|--|
| AC | Alternative Current (Courant Alternatif) |
| DC | Direct Current (Courant Continu)         |

|                  |  |
|------------------|--|
| PPMS             | Physical Property Measurement System   |
| SMES             | Superconducting Magnetic Energy Storage (Stockage d'Energie Magnétique Supraconductrice)                                   |
| SQUID            | Superconducting QUantum Interference Device  |
| HT <sub>c</sub>  | Haute Température Critique   |
| BT <sub>c</sub>  | Basse Température Critique   |
| SHT <sub>c</sub> | Supraconducteur à Haute Température Critique   |
| BiSCCO           | Supraconducteur à base de Bismuth, de Strontium, de Calcium et d'Oxydes de Cuivre (Bismuth Strontium Calcium Copper Oxide) |
| NbTi             | Supraconducteur à base de Niobium, et de Titanium  |







## INTRODUCTION GENERALE

L'époque des Supraconducteurs à Haute Température Critique (SHT<sub>c</sub>) a débuté en 1986, quand G. BEDNORZ et K. A. MULLER ont découvert le premier matériau supraconducteur HT<sub>c</sub> à une température de 30K. Depuis cette découverte, la valeur de la température critique a été sans cesse augmentée. Cette découverte offre de nouvelles possibilités pour les applications des supraconducteurs en électrotechnique.

Les matériaux supraconducteurs à haute température sont utilisés en électrotechnique pour leurs propriétés exceptionnelles. Ils peuvent transporter des courants électriques plus importants que dans le cas des conducteurs classiques et écranter ou piéger de forts champs magnétiques. De plus, ces matériaux supraconducteurs HT<sub>c</sub> permettent le transport de courant continu avec des pertes négligeables, inférieures à celles des conducteurs classiques en courant alternatif. Pour cela, il est intéressant, voire indispensable, d'évaluer le niveau des pertes afin de vérifier la faisabilité des installations avec des supraconducteurs HT<sub>c</sub> et celles des capacités de transport de courant des SHT<sub>c</sub>. Donc la caractérisation de ces matériaux supraconducteurs HT<sub>c</sub> est nécessaire pour leur mise en œuvre dans des applications dans le domaine de l'électrotechnique.

Le thème principal de notre travail, dans le cadre de notre thèse, consiste à caractériser des supraconducteurs HT<sub>c</sub>. Notre mémoire est divisé en trois chapitres :

Au niveau du premier chapitre, on présente des généralités sur la supraconductivité dans les matériaux ainsi que les différents types de supraconducteurs. Ensuite nous décrivons en particulier les propriétés spécifiques des matériaux supraconducteurs HT<sub>c</sub> et les différentes méthodes utilisées pour l'étude et la caractérisation de ces matériaux. A la fin de ce chapitre, nous présentons les synthèses des résultats des calculs des pertes dans les supraconducteurs HT<sub>c</sub>.

Au niveau du deuxième chapitre on traite de la caractérisation des SHT<sub>c</sub> qui permet d'obtenir les caractéristiques  $E(J)$ ,  $U(I)$ ,  $J_c(B)$  et  $n(B)$ . Cette caractérisation est effectuée à l'aide d'une méthode électrique. Nous commençons par caractériser  $U(I)$  et  $J_c(B)$  pour un tube cylindrique supraconducteur ensuite nous tentons la compensation du champ magnétique propre du tube

par deux méthodes différentes. Ce chapitre sera clôturé par une deuxième méthode de caractérisation d'un échantillon  $SHT_c$ . Il s'agit de la diffusion du champ magnétique dans une plaque supraconductrice  $HT_c$  et de la détermination de  $J_c$  de la plaque par la mesure du champ de pénétration complète.

Le troisième chapitre porte sur les mesures et les calculs des pertes en régime variable dans les supraconducteurs  $HT_c$ . Nous avons limité notre étude aux calculs et aux mesures des pertes en champ propre c'est à dire que les échantillons ne sont parcourus que par un courant de transport et non soumis à un champ magnétique extérieur. Dans un premier temps, les pertes calculées analytiquement dans un tube  $SHT_c$  sont comparées à celles mesurées. Dans un deuxième temps la mesure et l'analyse des pertes dans une bobine supraconductrice  $HT_c$ , alimentée en courant sinusoïdal de fréquence 50 Hz, seront présentées.

A la fin de ces trois chapitres, nous exposons les conclusions du travail effectué dans le cadre de notre thèse.





## **Chapitre 1**

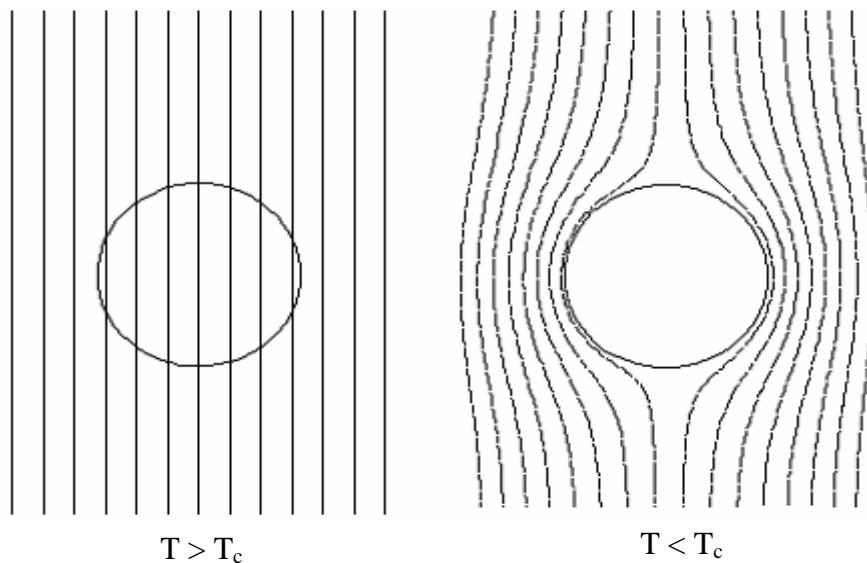
### **GENERALITES**

Les supraconducteurs sont des matériaux spécifiques, ils permettent d'envisager le transport de l'énergie électrique avec des pertes négligeables, ils sont donc très prometteurs pour les applications en électrotechnique. Dans ce chapitre, les propriétés générales de la supraconductivité seront d'abord présentées. Puis, les propriétés spécifiques des matériaux supraconducteurs  $HT_c$  seront considérées. Ensuite nous présenterons les différentes méthodes pour caractériser des supraconducteurs  $HT_c$ . Dans la dernière partie de ce chapitre, nous présenterons des calculs connus des pertes dans les supraconducteurs.

### 1.1. Propriétés générales

La supraconductivité est la propriété spécifique de certains matériaux à présenter une absence de résistivité électrique mesurable au dessous d'une certaine température critique (notée  $T_c$ ) [1,2,3]. Ceci permet donc d'envisager le transport de l'énergie électrique sans perte.

D'autre part, cette disparition de résistivité a lieu en même temps avec l'apparition d'une propriété magnétique extraordinaire, particulière à la supraconductivité, qui consiste en l'exclusion de tout flux magnétique à l'intérieur du matériau. La susceptibilité  $\chi$  dans l'échantillon est égale à  $-1$  (diamagnétisme parfait), c'est l'effet Meissner (Figure 1.1.1). C'est l'apparition de courant supraconducteur de surface qui empêche le champ magnétique de pénétrer à l'intérieur du matériau [2,4]. C'est pourquoi, nous pouvons dire qu'un matériau supraconducteur est à la fois conducteur parfait et un diamagnétique parfait.



**Figure 1.1.1** : Diamagnétisme parfait des supraconducteurs.

### 1.1.1. Grandeurs caractéristiques

Comme nous avons dit ci-dessus, la supraconductivité n'apparaît qu'en dessous de la température critique, mais celle-ci n'est pas la grandeur critique unique.

#### 1.1.1.1. Température critique $T_c$

C'est la valeur en dessous de laquelle, la supraconductivité dans le matériau apparaît. Pour les supraconducteurs à haute température critique, cette valeur est environ de 100K [5], par exemple 110K pour  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10}$  [3].

#### 1.1.1.2. Champ magnétique critique $H_c$

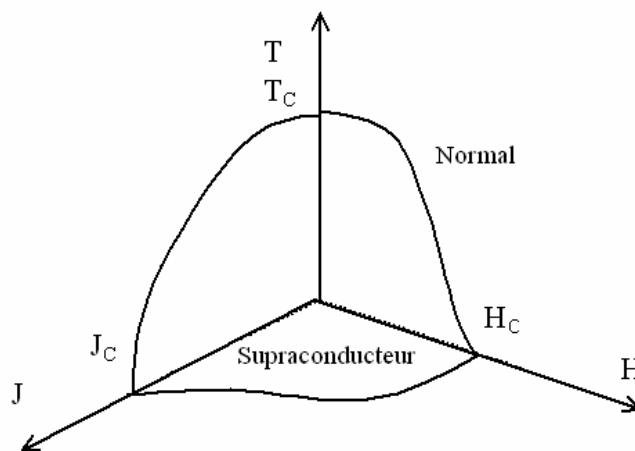
C'est la valeur du champ magnétique externe au-delà de laquelle la supraconductivité disparaît, le matériau retrouve l'état normal.

#### 1.1.1.3. Densité de courant critique $J_c$

Pour être supraconducteur, la densité de courant  $J$  parcourant le matériau doit être inférieure à une valeur critique  $J_c$  qui dépend de  $B$  et de  $T$ .

#### 1.1.1.4. Surface critique

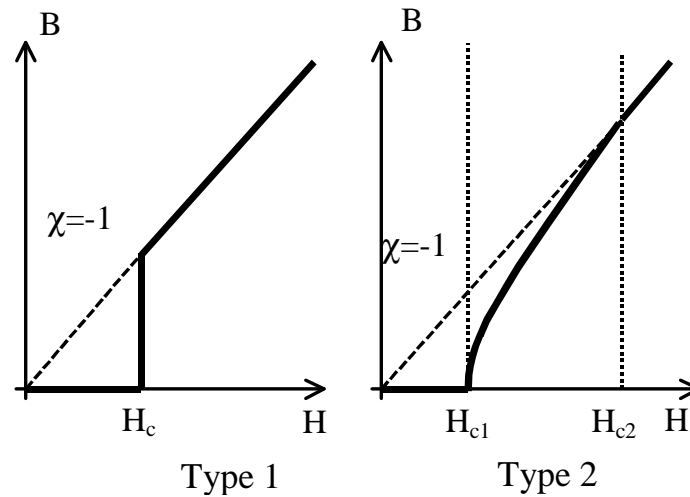
A travers des notions ci-dessus, nous trouvons que la supraconductivité ne se manifeste que lorsque  $T < T_c$ ,  $H < H_c$ , et  $J < J_c$ . D'autre part, chaque valeur critique de  $T_c$ ,  $H_c$  et  $J_c$ , dépend des deux autres paramètres. C'est pourquoi nous définissons donc une surface critique dans la [Figure 1.1.2](#) [12] en dessous de laquelle le matériau est à l'état supraconducteur et au contraire au dessus, il est à l'état normal.



**Figure 1.1.2** : Surface critique délimitant l'état supraconducteur.

### 1.1.2. Classification des supraconducteurs

Les supraconducteurs présentent, sous un champ magnétique, principalement deux comportements qui définissent deux types de supraconductivité.



**Figure 1.1.3** : Induction en fonction du champ magnétique des 2 types de supraconducteur.

#### 1.1.2.1. Supraconducteurs de type I

Les supraconducteurs sont appelés supraconducteurs de type I lorsqu'ils nécessitent une température extrêmement basse pour devenir supraconducteurs et ils ne comportent que les deux états, supraconducteur et normal [2]. Ce type de supraconducteur est caractérisé par un seul champ critique  $H_c$  et leur diamagnétisme est parfait. Lorsqu'ils sont soumis à un champ magnétique extérieur appliqué  $H < H_c$ , l'induction magnétique  $B$  à l'intérieur du matériau est quasiment nulle et l'aimantation  $\vec{M} = -\vec{H}$ . Si  $T > T_c$  ou si  $H > H_c$  alors le matériau retrouve l'état normal.

En réalité, la faible valeur du champ magnétique critique de ce type de supraconducteur rend leur utilisation en électrotechnique difficile et nous ne les aborderons plus dans la suite de cette étude.

#### 1.1.2.2. Supraconducteurs de type II

Ces supraconducteurs possèdent deux champs magnétiques critiques  $H_{c1}$  et  $H_{c2}$  avec le second qui est nettement plus élevé que le premier. Ils sont considérés comme supraconducteurs lorsque nous leur appliquons un champ magnétique  $H < H_{c2}$ . L'induction magnétique critique, qui est égale à  $B_{c2} = \mu_0 \cdot H_{c2}$  (dès que  $H \gg H_{c1}$ ), peut atteindre plusieurs Teslas dans les



oxydes supraconducteurs c'est la raison pour laquelle ces derniers sont les plus utilisés dans la pratique.

En dessous de  $H_{c1}$ , le comportement est analogue à celui des supraconducteurs de type I, l'induction magnétique est quasiment nulle.

Pour des champs compris entre les deux valeurs critiques, le diamagnétisme n'est pas parfait et l'écrantage est partiel. Le supraconducteur se trouve dans l'état mixte [2,3]. Bien que supraconducteur, le matériau est pénétré par le champ magnétique externe. Il apparaît que la répartition n'est pas homogène. L'induction magnétique pénètre partiellement par un ensemble de tubes appelés vortex (parallèle au champ magnétique) qui laissent passer chacun un quantum de flux. La profondeur de pénétration du flux magnétique augmente jusqu'à atteindre la valeur critique  $B_{c2}$ .

Au-delà de la seconde valeur critique  $H_{c2}$ , le flux magnétique est grand et le matériau revient à l'état normal.

## **1.2. Supraconducteurs à haute température critique HT<sub>c</sub>**

### **1.2.1. Généralités**

En 1986, G. BEDNORZ et K. A. MULLER ont découvert le premier matériau supraconducteur à haute température critique, celle-ci était de 30K. A partir de cette découverte, la valeur de la température critique a été sans cesse augmentée et aujourd'hui elle atteint 133K à la pression ambiante (160K sous pression) [6]. Cette haute température critique nous permet d'utiliser les supraconducteurs à la température de l'azote liquide et permet d'envisager des applications à cette température en électrotechnique.

Du point de vue de la structure, les supraconducteurs à haute température critique typiques sont des oxydes de type céramiques. Notons que tous ces supraconducteurs sont des matériaux de type 2.

Seules les valeurs des grandeurs critiques des supraconducteurs HT<sub>c</sub> sont différentes de celles des supraconducteurs BT<sub>c</sub> [4]. Pourtant, il faut aborder un point particulier des supraconducteurs HT<sub>c</sub>.

Alors que le champ magnétique ne modifie pas l'allure de la courbe résistivité-température d'un supraconducteur conventionnel (soient de type I ou II), pour les supraconducteurs HT<sub>c</sub> ; la résistivité disparaît plus progressivement lorsque le champ magnétique extérieur augmente.

### **1.2.2. Application des supraconducteurs HT<sub>c</sub>**

Actuellement, bien que les conducteurs couramment utilisés remplissent parfaitement leurs fonctions ils ont des pertes par effet Joule. Par ailleurs les circuits magnétiques classiques ont deux principales limitations, la première est l'induction magnétique limitée à deux Tesla en raison des propriétés des matériaux magnétiques et la deuxième, est le poids et la taille qu'il faut minimiser. En outre, il y a une autre grandeur importante limitée dans les machines électriques classiques, c'est le couple, celui-ci est directement lié à la densité linéique de courant qui est fortement limitée par l'effet Joule.

Face à ces limitations des conducteurs classiques, les supraconducteurs sont utilisés pour leurs propriétés exceptionnelles dans quelques domaines comme l'imagerie médicale, la fusion nucléaire, le stockage d'énergie électrique, le train à lévitation magnétique,...

Ces matériaux supraconducteurs permettent le transport de courant avec des pertes négligeables en courant continu, et inférieures aux conducteurs classiques en courant alternatif. Celle-ci, même faibles, sont importantes pour l'étude du système cryogénique. Alors, pour pouvoir utiliser efficacement les supraconducteurs, il faut calculer ces pertes, cela nécessite la connaissance des caractéristiques  $E(J)$ ,  $n(B)$  et  $J_c(B)$  des matériaux supraconducteurs, c'est l'objectif de notre étude.

### **1.3. Caractéristique $E(J)$ , $n(B)$ , et $J_c(B)$ des supraconducteurs HT<sub>c</sub>**

Dans ce travail, la détermination des caractéristiques  $E(J)$ ,  $n(B)$ , et  $J_c(B)$  des supraconducteurs HT<sub>c</sub> est très importante et elle est l'objectif principal visé.

Tout d'abord, pour être supraconducteur, la densité de courant  $J$  parcourant le matériau doit être inférieure à une valeur critique  $J_c$  qui dépend de  $B$  et  $T$ . L'origine de l'apparition de la caractéristique  $E(J)$  des supraconducteurs est décrite dans la partie qui suit.

En fait, lorsque les tubes de flux aux vortex se mettent en mouvement, leur vitesse  $v$  n'est limitée que par une force visqueuse [8,9].

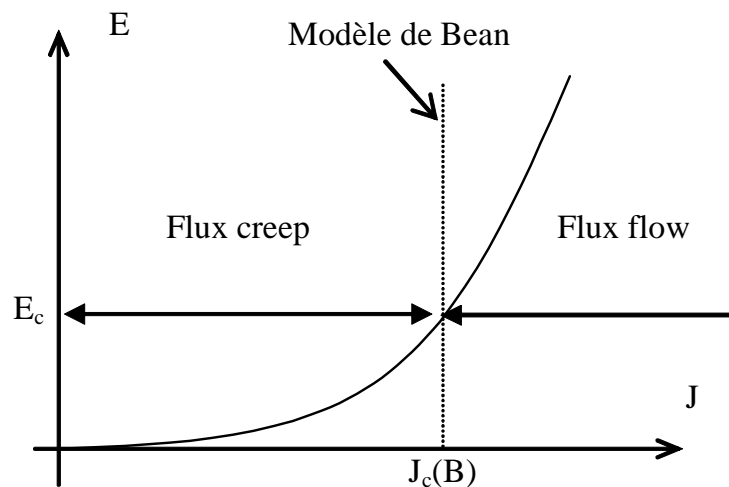
$$F_v = -\eta \cdot v \quad (1.3.1)$$

Où  $\eta$  est le coefficient de viscosité vu par un vortex en mouvement.

Lors du passage du courant, les tubes de flux aux vortex se mettent au mouvement. Ce passage du courant crée un champ électrique  $E$  dans le matériau supraconducteur. Plus le courant est élevé, plus le champ électrique croît dans l'échantillon jusqu'à un point où les propriétés supraconductrices disparaissent complètement, ce point correspond à l'état critique. L'interaction du courant et des vortex devrait les faire déplacer, et provoquer ainsi le passage du matériau à l'état normal. Cependant les défauts du matériau (impuretés,...) vont bloquer les vortex et ainsi empêcher le changement d'état dans le matériau.

La caractéristique du champ électrique  $E$  en fonction de la densité de courant  $J$  [2,4], est présentée sur la **Figure 1.3.1**. Pour les faibles valeurs de  $E$  avec  $J$  proche de  $J_c$  la courbe  $E(J)$  est de forme exponentielle, c'est la zone de "flux-creep" correspondant aux déplacements des vortex, bloqués par les défauts du matériau (impuretés,...), dus à l'activation thermique. Pour des valeurs élevées de  $E$  avec  $J > J_c$  c'est la zone de "flux flow" correspondant aux déplacements libres des vortex. La densité de courant critique est donc celle qui va arracher les vortex des défauts provoquant un passage à l'état de "flux flow".

La transition complète de l'état parfaitement supraconducteur à l'état normal définit la caractéristique  $E(J)$  du supraconducteur (**Figure 1.3.1**).



**Figure 1.3.1** : Caractéristique de champ électrique en fonction de densité de courant à  $T=0K$ .

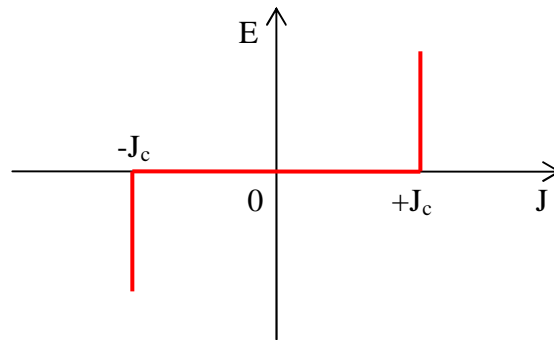
La relation entre  $E$  et  $J$  est décrite sous la forme d'une formule empirique en loi de puissance s'écrivant :

$$E = E_c \cdot \left( \frac{J}{J_c} \right)^n \quad (1.3.2)$$

Bien qu'étant une loi empirique, elle représente bien le comportement électrique des matériaux lorsque l'on est proche de  $J_c$ . C'est celle que nous utilisons dans les calculs numériques des pertes effectués dans notre laboratoire [35-37].

Dans cette équation,  $J_c$  et  $E_c$  sont respectivement appelés densité de courant critique et champ électrique critique (le critère de champ électrique critique sert à définir  $J_c$ ). Il est habituel de choisir  $E_c = 1\mu\text{V/cm}$ , et donc  $J_c$  est la densité de courant quand  $E = E_c$ , notons que  $J_c$  est définie de façon arbitraire en fonction de la valeur de  $E_c$ .

Pour les supraconducteurs HT<sub>c</sub>,  $n$  varie entre 7 et 20 voir plus, la valeur de  $n$  est déterminée à partir des courbes expérimentales. Si  $n = 1$ , la loi  $E(J)$  est linéaire, ce qui correspond à un conducteur normal avec une conductivité égale à  $J_c/E_c$ . Par contre, avec  $n$  grand (vers l'infini), on retrouve le modèle de Bean ( $E = 0$  pour  $J < J_c$  et  $E = \infty$  pour  $J > J_c$ ) [10,11] (Figure 1.3.2).



**Figure 1.3.2** : Modèle de Bean relevant de la relation  $E(J)$ .

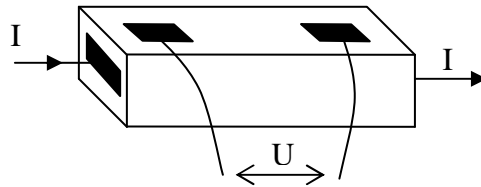
L'avantage de la loi de puissance est sa simplicité analytique, cependant, les paramètres  $J_c$  et  $n$  varient avec  $B$  et  $T$  de façon complexe. Mais dans la pratique, si la température  $T$  est fixe comme par exemple celle de l'azote liquide,  $J_c$  ne dépend que de l'induction magnétique  $B$  dans le matériau. Grâce à cette loi en puissance nous pouvons en tirer les caractéristiques  $n(B)$ , et  $J_c(B)$ . Ce sont les caractéristiques les plus importantes dans les études des supraconducteurs HT<sub>c</sub> en vue du calcul des pertes nécessaires aux applications en électrotechnique.

## 1.4. Méthodes de caractérisation des supraconducteurs

La détermination des caractéristiques du matériau supraconducteur peut être réalisée soit par la méthode électrique (méthode directe) soit à l'aide de la méthode magnétique (méthode indirecte).

### 1.4.1. Méthode électrique

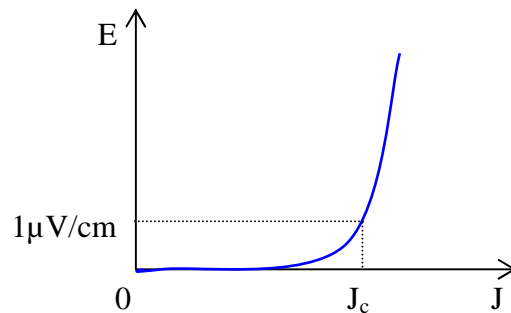
La mesure des caractéristiques du matériau supraconducteur est souvent effectuée par la technique de quatre points dans laquelle le courant  $I$  est injecté dans l'échantillon et la mesure de la tension  $U$  aux bornes de l'échantillon est faite (Figure 1.4.1). C'est pour cette raison qu'on parle de méthode directe. C'est la méthode principale utilisée tout le long de notre travail. Cette mesure nous permet de déterminer la caractéristique  $U(I)$  du matériau.



**Figure 1.4.1** : Schéma technique de la méthode 4 points utilisée dans la méthode électrique.

Cette mesure de  $U(I)$  permet la détermination de la densité de courant critique  $J_c$ . En raison de la simplicité apparente de cette méthode, cette mesure de  $J_c$  des supraconducteurs à haute température critique est valable et très utilisée.

Un des problèmes de cette méthode provient de la caractéristique non linéaire  $E(J)$  des supraconducteurs  $HT_c$  [4,9,12] (Figure 1.4.2).



**Figure 1.4.2** : Caractéristique  $E(J)$  mesurée d'un échantillon supraconducteur  $HT_c$ .

En effet la valeur du courant critique  $I_c$  dépend d'un critère de mesure de la tension critique  $U_c$  aux bornes de l'échantillon. Nous considérons que le courant se répartit uniformément dans tout le matériau pour obtenir alors la relation simple entre le courant et la densité de courant :  $I = J.S \rightarrow I_c = J_c.S$  où  $S$  est la section de l'échantillon. D'autre part nous supposons que le champ électrique ne comporte qu'une composante le long de l'axe de l'échantillon pour avoir une relation simplifiée entre le champ électrique  $E$  et la tension  $U$  aux bornes de l'échantillon :  $U = E.l_{pp} \rightarrow U_c = E_c.l_{pp}$  où  $l_{pp}$  est la distance entre les prises de potentiel. Le critère du champ électrique est souvent choisi de  $1\mu\text{V/cm}$ .

Donc, à partir de la courbe  $U(I)$  mesurée, on en déduit la caractéristique  $E(J)$ ,  $E$  est la tension  $U$  divisée par la distance entre les prises de potentiels de l'échantillon, et  $J$  est le courant  $I$  divisé par la section de l'échantillon. En utilisant la loi de puissance présentée ci-dessus, on se fixe ensuite un champ électrique critique  $E_c$  (typiquement  $1\mu\text{V/cm}$ ), le courant critique est alors le courant à  $E = E_c$ . On détermine ensuite  $n$  tel que la loi en puissance se superpose le mieux possible à la courbe expérimentale, on obtient les caractéristiques  $J_c(B)$  et  $n(B)$ .

#### 1.4.2. Méthodes magnétiques

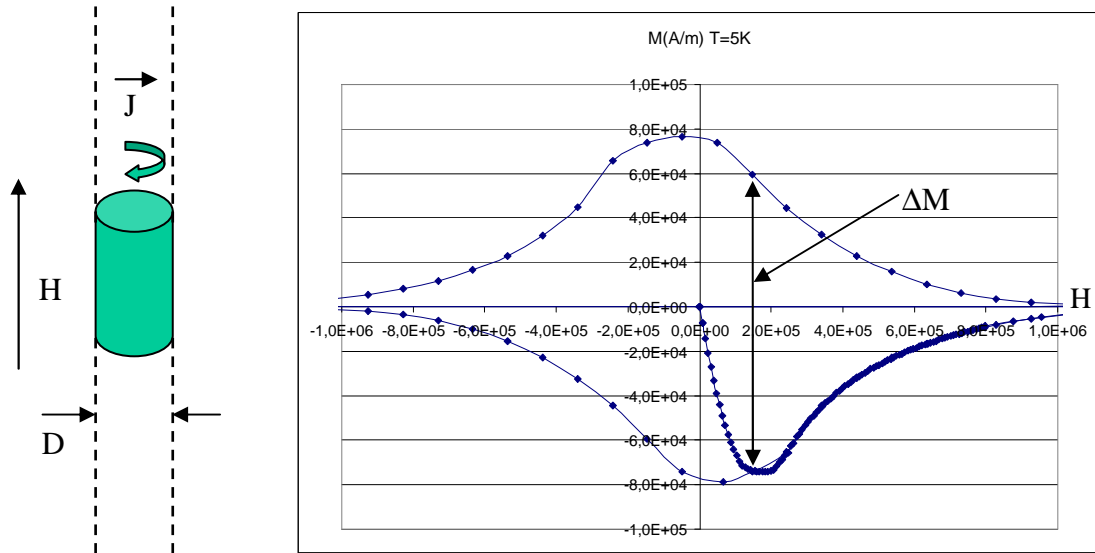
La méthode magnétique consiste à utiliser un champ magnétique externe et mesurer  $M(H)$  [12]. La densité de courant critique  $J_c$  est déduite de  $M(H)$  à l'aide du modèle de Bean [11,12]. L'avantage principal de cette méthode est l'absence de contact électrique avec l'échantillon et donc la possibilité de ne pas amener de chaleur à l'échantillon.

Deux types de mesure par la méthode magnétique existent selon le type du champ magnétique appliqué. Si le champ magnétique appliqué est un champ magnétique statique (noté  $H_{dc}$ ), c'est la méthode DC (direct current). Le moment magnétique  $m$  dans l'échantillon est mesuré. Ensuite l'aimantation  $M$  et la susceptibilité  $\chi_{dc}$  sont respectivement déterminées par :  $M = m/V$  et  $\chi_{dc} = M/H_{dc}$  avec  $V$  le volume de l'échantillon.

$J_c(B)$  peut être déterminée de façon approximative à partir de l'aimantation à l'aide du modèle de Bean [11,17-19].

Au sein de notre université nous avons pu réaliser la mesure de l'aimantation  $M$  d'un cylindre supraconducteur infiniment long de diamètre  $D$  pour des différentes températures  $T$  à l'aide

d'un appareil de type de Quantum Design PPMS. Le cylindre supraconducteur est soumis à un champ magnétique extérieur  $H$  en parallèle à son l'axe  $Oz$  (Figure 1.4.3). A une température  $T$  constante, le cycle d'hystérésis d'aimantation  $M(H)$  d'un échantillon de NbTi ( $D = 5\text{mm}$  et  $L = 20\text{mm}$ ) est représenté sur la Figure 1.4.3 [17].



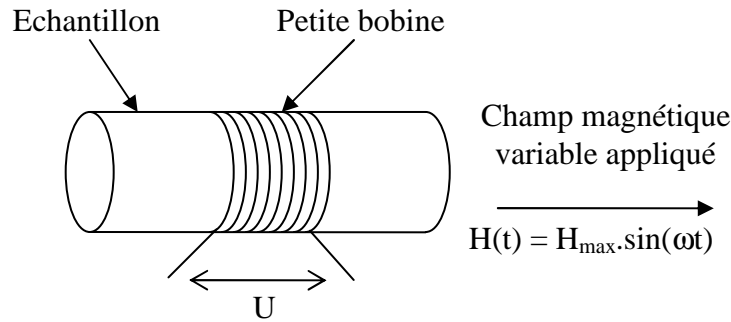
**Figure 1.4.3** : Cylindre supraconducteur soumis à un champ extérieur  $H$  (à gauche) et le cycle d'hystérésis d'aimantation  $M(H)$  mesuré (à droite).

La largeur  $\Delta M$  de ce cycle pour chaque valeur de champ magnétique  $H$  permet de déterminer  $J_c(B)$  à l'aide de la relation (1.4.1). Cette relation est déduite du modèle de Bean avec certaines hypothèses de  $J = J_c$ ,  $H_{c1} \approx 0$ ,  $B = \mu_0 \cdot H$  [17-19].

$$J_c(B) = \frac{3 \cdot \Delta M(B)}{D} \quad (1.4.1)$$

Le problème de cette méthode est que la loi  $J_c(B)$  a été calculée approximativement à l'aide du modèle de Bean où  $J_c$  est constant alors que l'on cherche à obtenir  $J_c(B)$ .

Si le champ magnétique appliqué est variable (ex. sinusoïdal),  $H(t) = H_{\max} \cdot \sin(\omega t)$  et peut être superposé à un champ magnétique statique  $H_{dc}$ , on parle de méthode AC (alternative current). La tension  $U$  est induite dans la petite bobine autour de l'échantillon, le flux magnétique  $\Phi$  dans l'échantillon peut être déduit de la tension induite  $U$  dans la bobine :  $U = -N \cdot d\Phi/dt$ , où  $N$  est le nombre de spires de la petite bobine (Figure 1.4.4).



**Figure 1.4.4** : Modèle de la mesure AC magnétique.

Puis la susceptibilité  $\chi_{ac}$  est déterminée et grâce à elle, la densité de courant critique  $J_c$  est définie [12-14].

Parmi les méthodes de mesure de  $J_c$  sans contact, une méthode est plus particulièrement adaptée aux surfaces minces, c'est la méthode de mesure de la troisième harmonique.

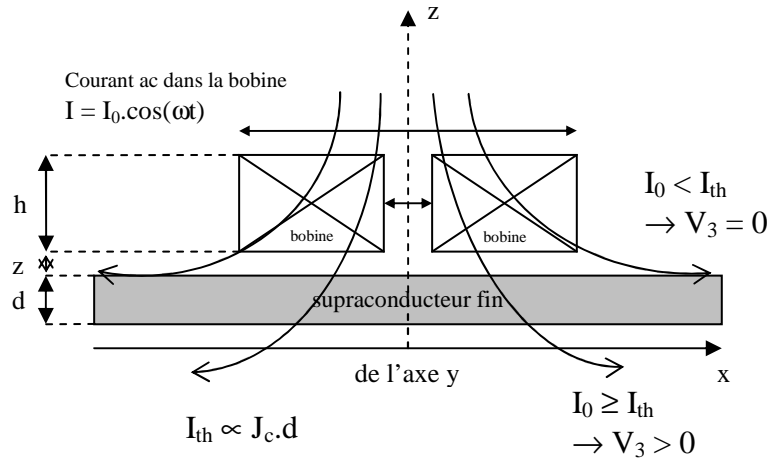
Une petite bobine située au-dessus de la surface d'un supraconducteur fin (Figure 1.4.5) est alimentée par un courant sinusoïdal  $I_0 \cdot \cos(\omega t)$  et est utilisée pour générer le champ magnétique sinusoïdal  $H_{max} \cdot \cos(\omega t)$ . Simultanément l'amplitude  $V_3$  de la troisième harmonique de tension  $V_3 \cdot \cos(3\omega t + \theta_3)$  est induite dans la petite bobine car le supraconducteur fin cause une réponse non linéaire. En effet, cette bobine crée une densité surfacique de courant (courant de blindage ou courant de plaque) dans le supraconducteur fin pour écranter le champ magnétique sinusoïdal  $H_{max} \cdot \cos(\omega t)$ . Si l'amplitude  $I_0$  du courant dans la bobine est suffisamment grande, le blindage n'est plus complet et le champ magnétique pénètre au-dessous du supraconducteur fin (Figure 1.4.5).

On définit une valeur du courant de seuil  $I_{th}$  auquel l'échantillon est pénétré complètement par le champ magnétique  $H_{max} \cdot \cos(\omega t)$  [15,16]. En plus, la densité de courant critique  $J_c$  de l'échantillon est proportionnelle à la valeur du courant de seuil  $I_{th}$  [15,16] :

$$I_{th} = \frac{J_c \cdot d}{2 \cdot F_1} \quad (1.4.2)$$

Où  $F_1$  représente le facteur de forme de la bobine. Il est déterminé par sa configuration et par l'épaisseur  $d$  de l'échantillon.





**Figure 1.4.5 :** Illustration de la mesure de  $J_c$  par la détection de l'amplitude  $V_3$ .

L'amplitude de tension  $V_3$  est quasiment égale à zéro quand  $I_0$  est inférieur à  $I_{th}$ . Par contre, quand  $I_0$  est supérieur ou égale à  $I_{th}$  alors la tension  $V_3$  apparaît. Donc, nous pouvons déterminer  $J_c$  par la détection de  $V_3$  pendant la croissance de  $I_0$ , l'amplitude du courant de seuil  $I_{th}$  est obtenue à partir de la caractéristique  $V_3(I_0)$ . Enfin la densité de courant critique  $J_c$  est calculée à partir de  $I_{th}$  à l'aide de la formule (1.4.2).

$$I_{th} = \frac{J_c \cdot d}{2 \cdot F_1} \rightarrow J_c = \frac{2 \cdot I_{th} \cdot F_1}{d} \quad (1.4.3)$$

Quelques méthodes magnétiques ont été présentées pour déterminer les caractéristiques du supraconducteur, mais dans le cadre de cette étude, ces méthodes ne seront pas utilisées.

### 1.5. Pertes dans les supraconducteurs

Comme nous l'avons vu précédemment lorsqu'un courant continu traverse un supraconducteur, il crée un champ magnétique continu perpendiculairement à ce courant qui pénètre dans le matériau sous forme de vortex. Ces vortex sont soumis à la force de Lorentz (proportionnelle à  $\vec{J} \wedge \vec{B}$  donc à la valeur du courant). Les forces (forces de Lorentz et forces d'ancrage) appliquées aux vortex entraînent un déplacement de ceux-ci et ainsi une dissipation d'énergie apparaît.

D'un point de vue électrique, les déplacements ou vibrations du réseau de vortex entraînent des vibrations du champ magnétique qui engendrent la création d'un champ électrique

$$(\text{rot}\vec{E} = -\partial\vec{B}/\partial t) \text{ donc des pertes } (p_v(t) = \frac{1}{V} \int_V \vec{E} \cdot \vec{J} dt).$$

Dans ce cas (les matériaux sont traversés par un courant continu) on parle de pertes DC en champ propre puisque le matériau est soumis uniquement au champ créé par le courant qui le traverse.

Si le supraconducteur est traversé par un courant alternatif, celui-ci crée un champ magnétique variable. Les variations temporelles de ce champ magnétique entraînent la création ou la disparition permanente de vortex dans le matériau et donc un déplacement et une réorganisation du réseau. Ainsi un champ électrique, combiné au courant de transport, crée une dissipation d'énergie, on parle alors de pertes AC en champ propre puisque le matériau est soumis uniquement au champ créé par le courant qui le traverse.

Lorsqu'un supraconducteur est soumis à un champ magnétique extérieur variable, celui-ci entraîne pour les mêmes raisons que précédemment la création d'un champ électrique dans le matériau, combiné au courant, amène une dissipation d'énergie dans le matériau. On parle alors de pertes AC en champ extérieur.

Comme on l'a vu précédemment, les pertes DC sont en général très faibles, voire non mesurables, sauf pour les courants proches de  $I_c$  (courant pour lequel on a  $J_c$  partout dans le matériau). Par contre, les pertes AC, elles sont toujours non négligeables, et on peut déterminer ces pertes par plusieurs manières, calcul ou mesure [20-22,4].

### 1.5.1. Pertes en régime variable périodique, modèle de l'état critique de Bean

Le modèle de Bean pose une hypothèse forte sur la relation  $E(J)$  dans le matériau, et il ne permet de calculer que les pertes en champ propre pour un courant maximum  $I_{\max}$  inférieur au courant critique [23].

Dans cette partie, le calcul des pertes réalisé à l'aide du modèle de l'état critique de Bean [1,2,11,24,25] pour un tube cylindrique supraconducteur parcouru par un courant alternatif périodique de transport sont présentés. Ces pertes sont calculées à l'aide du modèle de Bean,

et elles sont appelées  $P_B$ . Les pertes en régime variable périodique dans les matériaux supraconducteurs sont des pertes par hystérésis et le calcul de ses pertes peut être fait par l'intégral sur tout le volume  $V$  du matériau et sur une période  $T$ , le produit scalaire du champ électrique  $E$  et de la densité de courant  $J$  :

$$P = \int_T \int_V \vec{E} \cdot \vec{J} \cdot dv \cdot dt \quad (1.5.1)$$

Le modèle de l'état critique de Bean, impose que la densité locale de courant dans un matériau supraconducteur est soit nulle, soit égale à sa valeur critique  $J_c$  constante :

$$J = \pm J_c \text{ ou } J = 0 \quad (1.5.2)$$

Maintenant, le calcul des pertes pour un tube cylindrique supraconducteur parcouru par un courant alternatif périodique  $i(t)$ , est développé. Le courant  $i(t)$  est de fréquence  $f$  et varie entre  $-I_{\max}$  et  $I_{\max}$ .

Les équations de Maxwell simplifiées pour les champs électrique et magnétique sont les suivantes :

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.5.3)$$

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{J} \quad (1.5.4)$$

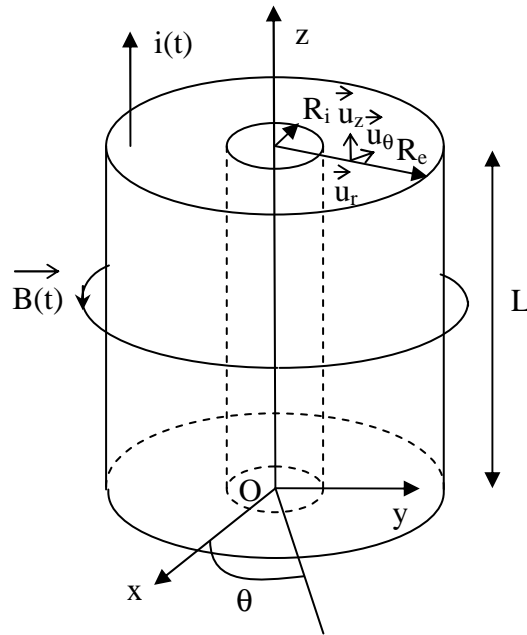
$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (1.5.5)$$

$$\text{div } \vec{E} = 0 \quad (1.5.6)$$

Le modèle du tube étudié est représenté sur la **Figure 1.5.1** où  $R_i$ ,  $R_e$ ,  $S$ , et  $L$  correspondent respectivement au rayon interne, au rayon externe, à la section et à la longueur. L'axe du tube est orienté suivant  $Oz$ , ainsi :

$$\vec{J}(r, t) = J(r, t) \cdot \vec{u}_z \quad (1.5.7)$$

Ensuite les distributions de  $B$ ,  $J$  et  $E$  dans le matériau sont étudiées par le modèle de Bean.



**Figure 1.5.1** : Tube cylindrique supraconducteur de section circulaire parcourant par  $i(t)$ .

### 1.5.1.1. Première montée du courant de 0 à $I_{\max}$

Lors de la première montée du courant, le courant ne peut pas apparaître en premier temps au centre du tube car il y a la présence du champ magnétique dans tout le matériau, ainsi que d'un champ électrique, et donc de courant. Mais le courant se répartit tout d'abord dans la partie extérieure du tube cylindrique, puis petit à petit vers l'intérieur, pour un rayon  $r$  compris entre  $r_s$  et  $R_e$  (Figure 1.5.2).

La présence du courant  $i(t)$  entraîne l'existence d'une induction magnétique  $B(r,t)$  suivant  $\theta$  :

$$\vec{B}(r,t) = B(r,t) \cdot \vec{u}_\theta \quad (1.5.8)$$

Le champ électrique  $E(r,t)$  est suivant Oz ( $\vec{E}(r,t) = E(r,t) \cdot \vec{u}_z$ ). Les pertes sont créées par la variation temporelle de l'induction magnétique  $B(r,t)$ , et la présence de  $E$  fait que la densité de courant  $J$  soit égale à  $J_c$  en utilisant le modèle de Bean.

Le courant critique  $I_c$  du tube est calculé en correspondance à la pénétration complète du courant dans le tube :

$$I_c = J_c \cdot \pi \cdot (R_e^2 - R_i^2) = J_c \cdot \pi \cdot R_e^2 \cdot \left(1 - \frac{R_i^2}{R_e^2}\right) = J_c \cdot \pi \cdot R_e^2 \cdot \alpha_R \quad \text{où } \alpha_R = 1 - \frac{R_i^2}{R_e^2} \quad (1.5.9)$$

Si le courant maximum  $I_{\max}$  est inférieur au courant critique  $I_c$  du tube,  $I_{\max} < I_c$ , nous obtenons :

$$I_{\max} = J_c \cdot \pi \cdot (R_e^2 - r_s^2) \quad (1.5.10)$$

Nous en déduisons  $r_s$  - le rayon de pénétration de la densité de courant dans le tube:

$$r_s = R_e \cdot \sqrt{1 - \alpha_R \cdot \frac{I_{\max}}{I_c}} \quad (1.5.11)$$

En appliquant le théorème d'Ampère, l'induction magnétique  $B$  dans le tube est calculée:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot \iint_{\text{à l'intérieur}} \vec{J} \cdot d\vec{s} \quad (1.5.12)$$

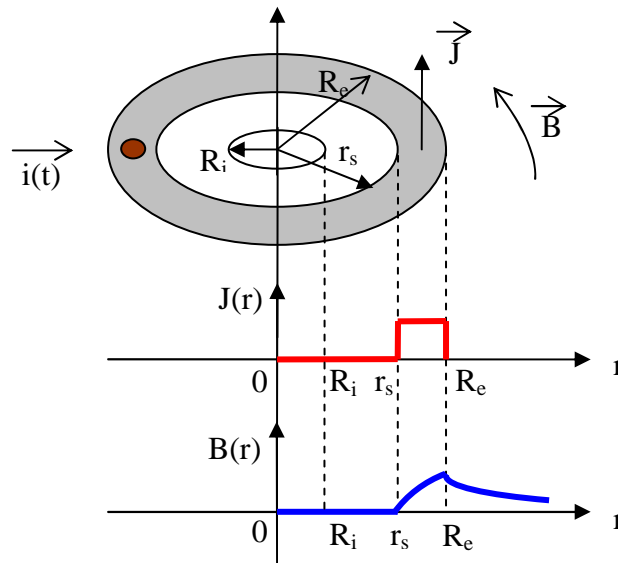
Donc, l'induction magnétique  $B$  et la densité de courant  $J$  dans le tube sont obtenues :

$$\text{Si } r < r_s \rightarrow J = 0 \rightarrow B(r) = 0 \quad (1.5.13)$$

$$\text{Si } r_s < r < R_e \rightarrow J = J_c \rightarrow B(r) = \frac{\mu_0 I_{\max}}{2\pi r} = \frac{\mu_0 J_c}{2r} (r^2 - r_s^2) \quad (1.5.14)$$

$$\text{Si } r > R_e \rightarrow J = 0 \rightarrow B(r) = \frac{\mu_0 I_{\max}}{2\pi r} = \frac{\mu_0 J_c}{2r} (R_e^2 - r_s^2) \quad (1.5.15)$$

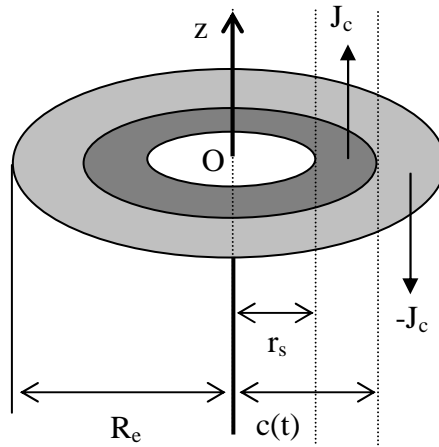
A partir de ces résultats de l'induction magnétique  $B$  et de la densité de courant  $J$ , les distributions de  $J$  et de  $B$  en fonction du rayon  $r$  sont présentées sur la [Figure 1.5.2](#).



**Figure 1.5.2** : Répartitions de  $J$  et de  $B$  lors de la première montée du courant dans un tube cylindrique alimenté par un courant  $i(t)$ .

### 1.5.1.2. Variation du courant de $I_{\max}$ à $-I_{\max}$

Lorsque le courant diminue à partir de sa valeur maximum il apparaît une densité de courant négative suivant l'axe Oz dans la partie extérieure du tube cylindrique (Figure 1.5.3).



**Figure 1.5.3** : Répartition de J dans un tube alimenté par un courant  $i(t)$  en régime permanent.

La pénétration instantanée du champ électrique E dans le tube est représentée par le rayon  $c(t)$ , pour  $c(t) < r < R_e$ , la relation (1.5.7) nous donne :

$$\vec{J}(r,t) = -J_c \cdot \vec{u}_z \quad (1.5.16)$$

Pourtant à l'intérieur du tube, pour  $r_s < r < c(t)$ , l'induction magnétique est piégée et ne varie plus, comme la densité de courant qui reste égale à  $J_c$ .

Pour le calcul des pertes, nous allons nous intéresser uniquement à la zone où l'induction magnétique varie, c'est à dire pour  $c(t) < r < R_e$ . L'induction magnétique B et le champ électrique E doivent être calculés pour cette zone :

En combinant (1.5.4) et (1.5.16), nous obtenons :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial [r \cdot B(r,t)]}{\partial r} = -\mu_0 \cdot J_c \quad (1.5.17)$$

L'induction magnétique B(r,t) est retirée de l'équation différentielle (1.5.17), alors :

$$B(r,t) = \frac{\mu_0 \cdot i(t)}{2 \cdot \pi \cdot r} - \frac{\mu_0 J_c}{2} \left( r - \frac{R_e^2}{r} \right) \quad (1.5.18)$$

En plus, l'équation (1.5.3) nous donne :

$$\frac{\partial E}{\partial r} = \frac{\partial B}{\partial t} \quad (1.5.19)$$

Le champ électrique, dans cette zone est déduit en combinant (1.5.18) et (1.5.19) :

$$E(r,t) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{di}{dt} \cdot \ln \left[ \frac{r}{c(t)} \right] \quad (1.5.20)$$

Ensuite, le rayon  $c(t)$  varie avec le courant  $i(t)$ . Il est calculé en utilisant la propriété continue de  $B(r,t)$  au point  $r = c(t)$  :

$$c(t) = R_e \sqrt{1 - \alpha_R \cdot \frac{I_{\max}}{2I_c} + \alpha_R \cdot \frac{i(t)}{2I_c}} \quad (1.5.21)$$

On obtient les valeurs de  $J$ ,  $B$  et  $E$  dans les zones suivantes :

$$a) r \leq r_s \rightarrow J = 0 \rightarrow B = 0 \rightarrow E = 0 \quad (1.5.22)$$

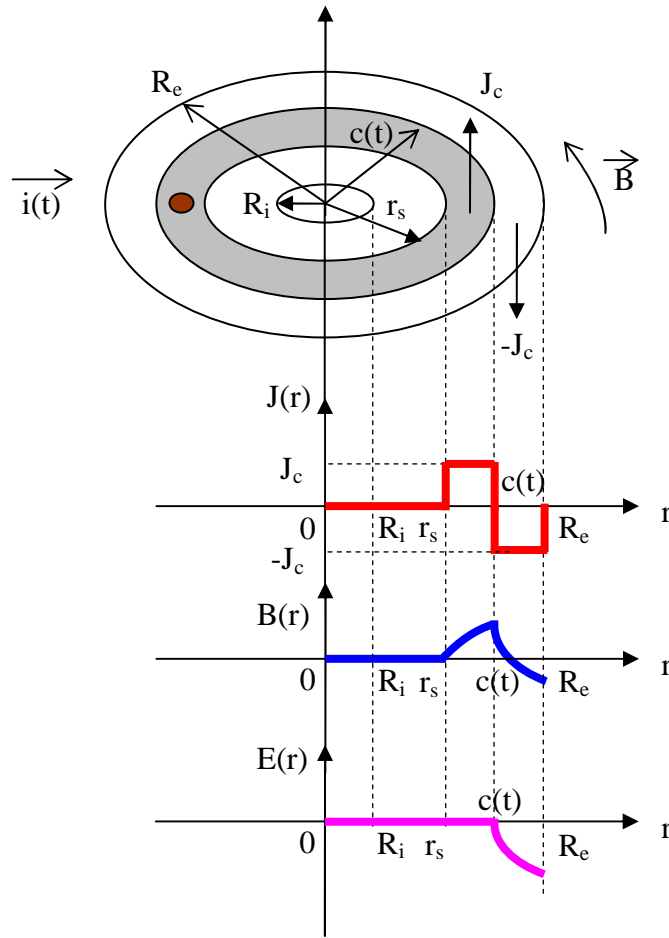
$$b) r_s < r \leq c(t) \rightarrow J = J_c \rightarrow B(r,t) = \frac{\mu_0 \cdot i(t)}{2 \cdot \pi \cdot r} - \frac{\mu_0 J_c}{2} \left( r - \frac{R_e^2}{r} \right) \rightarrow E = 0 \quad (1.5.23)$$

$$c) c(t) < r \leq R_e \rightarrow J = -J_c \rightarrow B(r,t) = \frac{\mu_0 \cdot i(t)}{2 \cdot \pi \cdot r} - \frac{\mu_0 J_c}{2} \left( r - \frac{R_e^2}{r} \right) \quad (1.5.24)$$

$$\rightarrow E(r,t) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{di}{dt} \cdot \ln \left[ \frac{r}{c(t)} \right]$$

$$d) r > R_e \rightarrow J = 0 \rightarrow B(r) = \frac{\mu_0 I_{\max}}{2\pi r} = \frac{\mu_0 J_c}{2r} (R_e^2 - r_s^2) \quad (1.5.25)$$

Alors, les courbes des distributions de  $J$ ,  $B$  et  $E$  dans le tube cylindrique supraconducteur suivant le rayon  $r$ , sont représentées sur la [Figure 1.5.4](#).



**Figure 1.5.4** : Répartitions de  $J$ , de  $B$  et de  $E$  calculées suivant  $r$ , dans un tube supraconducteur alimenté par  $i(t)$  en régime permanent.

Le calcul des pertes n'est effectué que dans la zone où le champ électrique existe, c'est l'intervalle  $c(t) < r < R_e$ . En fait, la puissance électromagnétique instantanée dissipée par unité de volume est calculée en utilisant l'expression suivante :

$$\begin{aligned}
 p_v(t) &= \frac{1}{V} \cdot \int_V \vec{E} \cdot \vec{J} \cdot dv = \frac{2\pi \cdot L}{\pi(R_e^2 - R_i^2) \cdot L} \cdot \int_{c(t)}^{R_e} E \cdot J_c \cdot r \cdot dr = \frac{\mu_0 \cdot J_c}{\pi(R_e^2 - R_i^2)} \cdot \frac{di}{dt} \int_{c(t)}^{R_e} r \cdot \ln\left(\frac{r}{c(t)}\right) dr \\
 \rightarrow p_v(t) &= \frac{\mu_0 J_c}{4\pi \alpha_R} \cdot \frac{di}{dt} \left[ \frac{\alpha_R i(t)}{2I_c} - \frac{\alpha_R I_{\max}}{2I_c} - \ln\left(1 - \frac{\alpha_R I_{\max}}{2I_c} + \frac{\alpha_R i(t)}{2I_c}\right) \right]
 \end{aligned} \tag{1.5.26}$$

La puissance électromagnétique des pertes par unité de volume est calculée comme suit :

$$\begin{aligned}
 P_v &= \frac{1}{T} \cdot \int p_v(t) \cdot dt = \frac{2}{T} \cdot \int_{T/2} p_v(t) \cdot dt = \\
 &= \mu_0 J_c^2 \cdot \frac{R_e^2}{\alpha_R} \cdot f \left[ \frac{\alpha_R I_{\max}}{I_c} - \frac{\alpha_R^2 I_{\max}^2}{2I_c^2} + \left(1 - \frac{\alpha_R I_{\max}}{I_c}\right) \ln\left(1 - \frac{\alpha_R I_{\max}}{I_c}\right) \right]
 \end{aligned} \tag{1.5.27}$$



Finalement, les pertes du tube calculées à l'aide du modèle de Bean,  $P_B$  sont obtenues :

$$P_B = V.P_v = S.L.\mu_0.J_c^2 \cdot \frac{R_e^2}{\alpha_R} \cdot f \cdot \left[ \frac{\alpha_R I_{\max}}{I_c} - \frac{\alpha_R^2 I_{\max}^2}{2.I_c^2} + \left( 1 - \frac{\alpha_R I_{\max}}{I_c} \right) \ln \left( 1 - \frac{\alpha_R I_{\max}}{I_c} \right) \right] \quad (1.5.28)$$

Donc, les pertes calculées sont indépendantes de la forme du courant  $i(t)$  et ne dépendent que de la valeur maximale de ce courant. En plus, elles dépendent également du courant critique  $I_c$  et elles sont proportionnelles à la fréquence  $f$  du courant. Ceci est caractéristique des pertes par hystérésis. Pourtant, cette formule (1.5.28) de calcul de pertes en champ propre n'est valable que pour un courant maximum  $I_{\max}$  inférieur au courant critique  $I_c$ .

### 1.5.2. Pertes en régime variable périodique, modèle linéaire de variation de $J_c(B)$

L'influence de  $J_c(B)$  sur les pertes en champ propre dans les supraconducteurs massifs BiSCCO parcourus par un courant de transport est étudiée parce que la variation de  $J_c(B)$  est importante spécialement pour les champs magnétiques faibles [23] comme le champ magnétique propre  $B_{cp}$ . La large variation de  $J_c(B)$  implique plus de pertes AC et un courant de pénétration complète  $I_p$  plus important.

Dans cette partie, le calcul des pertes AC réalisé à l'aide du modèle linéaire de variation de  $J_c(B)$  [38-41] pour un tube cylindrique supraconducteur parcouru par un courant alternatif périodique  $i(t)$  de transport est présenté. Ce modèle linéaire de  $J_c(B)$  ne permet de calculer que les pertes AC en  $B_{cp}$  pour un courant maximum  $I_{\max} < I_p$  [23]. Ces pertes sont appelées  $P_L$ . On calcule tout d'abord la puissance instantanée  $p(t)$  [27,42,24,28,43]. Puis,  $P_L$  est calculée par l'intégral de  $p(t)$  pendant une période  $T$  :

$$P = \frac{1}{T} \cdot \int p(t) \cdot dt \quad (1.5.29)$$

Pour cela, les expressions de l'induction magnétique  $B(r,t)$ , de la densité de courant  $J(r,t)$ , du champ électrique  $E(r,t)$ , et de  $p(t)$  en pénétration incomplète doivent être calculées. En fait,  $J(r,t)$  et  $E(r,t)$  sont déduits depuis  $B(r,t)$ , et ensuite  $p(t)$  est calculée en utilisant  $J(r,t)$  et  $E(r,t)$ .

Le modèle linéaire  $J_c(B)$ , impose que la densité locale de courant dans un matériau supraconducteur est égale à :

$$J_c(B) = \frac{J_{c0}(B_{j0} - |B|)}{B_{j0}} \quad (1.5.30)$$

Par la suite, ce calcul des pertes AC à l'aide du modèle linéaire de  $J_c(B)$  est comparé avec d'autres méthodes de calcul et les mesures. Au préalable la caractéristique  $J_c(B)$  de l'échantillon a été mesurée à l'aide d'une méthode électrique.

Le courant  $i(t)$  de fréquence  $f$  et variant entre  $-I_{\max}$  et  $I_{\max}$ . Pendant une période  $T$  de courant, le premier cas  $i(t)$  est positif et le deuxième cas  $i(t)$  est négatif. Dans ces deux cas,  $B(r,t)$ ,  $J(r,t)$ , et  $E(r,t)$  sont différents. Ce calcul présenté ici a été effectué par B. DOUINE [38].

Le tube étudié est le même que celui utilisé pour le modèle de Bean. Les équations de Maxwell simplifiées sont les équations (1.5.3) et (1.5.4).

En raison de la présence de  $i(t)$  dans le tube, celui-ci entraîne l'existence d'une induction magnétique  $B(r,t)$  suivant  $\theta$ , mais le champ électrique  $E$  et la densité de courant  $J$  dans le tube sont orientés suivant l'axe  $Oz$  alors  $B(r,t)$ ,  $J(r,t)$ , et  $E(r,t)$  s'écrivent ainsi :

$$\begin{cases} \vec{B}(r,t) = B(r,t) \cdot \vec{u}_\theta \\ \vec{J}(r,t) = J(r,t) \cdot \vec{u}_z \\ \vec{E}(r,t) = E(r,t) \cdot \vec{u}_z \end{cases} \quad (1.5.31)$$

Comme  $i(t)$  est périodique de période  $T$ ,  $i(t)$  augmente premièrement de 0 à  $I_{\max}$ , ensuite  $i(t)$  diminue de  $I_{\max}$  à  $-I_{\max}$ , et enfin  $i(t)$  remonte de  $-I_{\max}$  à 0. En plus, la forme de  $i(t)$  n'est pas importante pour le calcul de la distribution du champ magnétique et donc pour les pertes dans le modèle de l'état critique [26].

Le modèle de l'état critique est défini par la relation entre  $E$  et  $J$ . Ce modèle impose une densité locale de courant, dans un matériau supraconducteur, différente ou égale à sa valeur critique  $J_c$  qui n'est pas constante :

$$\begin{cases} E \neq 0 : J = \pm J_c \\ E = 0 : -J_c < J < +J_c \end{cases} \quad (1.5.32)$$

### 1.5.2.1. Première montée du courant de 0 à $I_{\max}$

Cette montée de  $i(t)$ , pour la zone  $0 < t < T/4$ , correspond au régime transitoire dans le tube. Les calculs de  $I_p$  et du rayon de pénétration de la densité de courant  $r_s$  dans le tube sont déterminés pour cette partie [23].

Pour cette montée de  $i(t)$ , nous avons  $\vec{J} = J_c(B)\vec{u}_z$ , en combinant (1.5.4) et (1.5.32), nous obtenons l'équation différentielle suivante :

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial[r \cdot B(r,t)]}{\partial r} = \mu_0 \cdot J_c(B) \quad (1.5.33)$$

Ensuite, en combinant (1.5.30) et (1.5.33) nous avons :

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial[r \cdot B(r,t)]}{\partial r} = \mu_0 \cdot J_{c0} \cdot \left[ 1 - \frac{|B(r,t)|}{B_{j0}} \right] \quad (1.5.34)$$

En raison de  $i(t) > 0$ , et  $B(r,t) > 0$ , l'équation (1.5.34) devient :

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial[r \cdot B(r,t)]}{\partial r} = \mu_0 \cdot J_{c0} \cdot \left[ 1 - \frac{B(r,t)}{B_{j0}} \right] \quad (1.5.35)$$

La condition à la frontière est obtenue par  $r = R_e$  :

$$B(r = R_e, t) = b_e(t) = \frac{\mu_0 \cdot i(t)}{2\pi \cdot r} = \frac{\mu_0 \cdot i(t)}{2\pi \cdot R_e} \quad (1.5.36)$$

Donc, la valeur de  $B(r,t)$  peut être déterminée à l'aide des équations (1.5.35) et (1.5.36) :

$$B(r,t) = \frac{B_{j0} (\mu_0 \cdot J_{c0} \cdot r - B_{j0}) + [B_{j0}^2 + \mu_0 \cdot J_{c0} \cdot R_e \{b_e(t) - B_{j0}\}] \exp\left[\frac{\mu_0 \cdot J_{c0} \cdot (R_e - r)}{B_{j0}}\right]}{\mu_0 \cdot J_{c0} \cdot r} \quad (1.5.37)$$

Pendant cette montée de  $i(t)$ , l'induction magnétique pénètre dans le tube et augmente jusqu'à  $B_{e\max}$  quand  $t = T/4$  où  $i(t) = I_{\max}$ , alors (1.5.36) devient :

$$b_e(t = T/4) = \frac{\mu_0 \cdot i(t = T/4)}{2\pi \cdot R_e} = \frac{\mu_0 \cdot I_{\max}}{2\pi \cdot R_e} = B_{e\max} \quad (1.5.38)$$

Donc, grâce à (1.5.37) nous avons :

a)  $r_s < r < R_e$ ,

$$B_{e\max}(r) = \frac{B_{j0} (\mu_0 \cdot J_{c0} \cdot r - B_{j0}) + [B_{j0}^2 + \mu_0 \cdot J_{c0} \cdot R_e (B_{e\max} - B_{j0})] \exp\left[\frac{\mu_0 \cdot J_{c0} \cdot (R_e - r)}{B_{j0}}\right]}{\mu_0 \cdot J_{c0} \cdot r} \quad (1.5.39)$$

b)  $r \leq r_s \rightarrow B = 0$  (1.5.40)

Ensuite,  $r_s$  peut être calculé par la propriété continue de  $B_{\text{emax}}(r)$  au point  $r = r_s$ , l'équation (1.5.39) produit :

$$B_{\text{emax}}(r = r_s) = 0 \rightarrow r_s = \frac{B_{j0}}{\mu_0 \cdot J_{c0}} \cdot [1 + W\{X_1(T/4)\}] \quad (1.5.41)$$

$$\text{Avec } X_1(t) = -\frac{B_{j0}^2 + \mu_0 \cdot J_{c0} \cdot R_e [b_e(t) - B_{j0}]}{B_{j0}^2} \exp\left[\frac{\mu_0 \cdot J_{c0} \cdot R_e}{B_{j0}} - 1\right] \text{ où } X_1 > 0 \text{ et } W(X_1) \text{ s'appelle}$$

la fonction de Lambert ou fonction  $W$  est la fonction inverse de  $f(W) = W \cdot \exp(W)$  [44].

D'autre part, la pénétration complète est atteinte quand  $r_s = R_i$ , au point de  $I_{\text{max}} = I_p$ , alors l'équation (1.5.38) nous donne :

$$b_e(t) = \frac{\mu_0 \cdot i(t)}{2\pi \cdot R_e} = \frac{\mu_0 \cdot I_p}{2\pi \cdot R_e} \quad (1.5.42)$$

Et de plus, en combinant (1.5.40) et (1.5.37), nous avons :

$$B(r = r_s = R_i, t) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{B_{j0}(\mu_0 \cdot J_{c0} \cdot R_i - B_{j0}) + \left[ B_{j0}^2 + \mu_0 \cdot J_{c0} \cdot R_e \left( \frac{\mu_0 \cdot I_p}{2\pi \cdot R_e} - B_{j0} \right) \right] \cdot \exp\left[ \frac{\mu_0 \cdot J_{c0} \cdot (R_e - R_i)}{B_{j0}} \right]}{\mu_0 \cdot J_{c0} \cdot R_i} = 0 \quad (1.5.43)$$

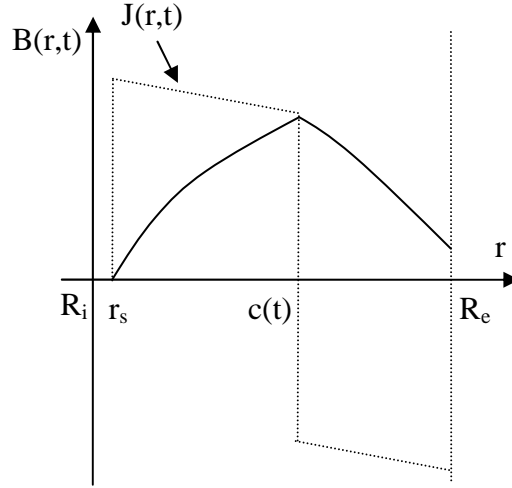
Alors,  $I_p$  est extrait :

$$I_p = \frac{2\pi \cdot B_{j0}}{\mu_0^2 \cdot J_{c0}} \cdot \left[ (\mu_0 \cdot J_{c0} \cdot R_e - B_{j0}) + (B_{j0} - \mu_0 \cdot J_{c0} \cdot R_i) \cdot \exp\left( \frac{\mu_0 \cdot J_{c0} \cdot (R_i - R_e)}{B_{j0}} \right) \right] \quad (1.5.44)$$

### 1.5.2.2. Première descente du courant de $I_{\text{max}}$ à 0

Après avoir atteint  $I_{\text{max}}$  correspondant à la première pénétration dans le tube, le courant commence à diminuer pour l'intervalle  $T/4 < t < T/2$ . La pénétration instantanée de  $E$  dans le tube est représentée par le rayon  $c(t)$ , pour l'intervalle  $c(t) < r < R_e$ , et  $J$  prend la valeur négative, donc  $\vec{J} = -J_c(B) \vec{u}_z$ , (Figure 1.5.5).

Pourtant à l'intérieur du tube, pour  $r_s < r < c(t)$ , l'induction magnétique est piégée et ne varie plus. Donc pour le calcul des pertes, nous n'allons nous intéresser qu'à la zone où l'induction magnétique varie, c'est à dire pour  $c(t) < r < R_e$ . Alors  $B$  et  $E$  doivent être calculés pour cette zone :



**Figure 1.5.5** : Répartitions de  $B(r,t)$  et de  $J(r,t)$  en fonction de  $r$  avec le modèle linéaire,  $i(t) > 0$ .

Donc, pour cette zone  $c(t) < r < R_e$ , en raison de  $i(t) > 0$ ,  $\vec{J} = -J_c(B)\vec{u}_z$ , et  $B(r,t) > 0$ , alors l'équation (1.5.35) devient :

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial [r \cdot B(r,t)]}{\partial r} = -\mu_0 J_{c0} \left[ 1 - \frac{B(r,t)}{B_{j0}} \right] \quad (1.5.45)$$

La valeur de  $B(r,t)$  est déduite par les deux équations (1.5.45) et (1.5.36) :

$$B(r,t) = \frac{B_{j0} (\mu_0 \cdot J_{c0} \cdot r + B_{j0}) - [B_{j0}^2 - \mu_0 \cdot J_{c0} \cdot R_e \{b_e(t) - B_{j0}\}] \exp\left[\frac{\mu_0 \cdot J_{c0} \cdot (r - R_e)}{B_{j0}}\right]}{\mu_0 \cdot J_{c0} \cdot r} \quad (1.5.46)$$

En plus, l'équation (1.5.3) nous donne :

$$\frac{\partial E}{\partial r} = \frac{\partial B}{\partial t} \quad (1.5.47)$$

Ensuite, la valeur de  $E(r,t)$  est déduite en combinant (1.5.46), (1.5.47) et la condition à la frontière  $E[r = c(t), t] = 0$  :

$$E(r,t) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{di(t)}{dt} \cdot \left[ E_i\left(\frac{\mu_0 \cdot J_{c0} \cdot r}{B_{j0}}\right) - E_i\left(\frac{\mu_0 \cdot J_{c0} \cdot c(t)}{B_{j0}}\right) \right] \cdot \exp\left(-\frac{\mu_0 \cdot J_{c0} \cdot R_e}{B_{j0}}\right) \quad (1.5.48)$$

Avec  $E_i(z) = -\int_{-z}^{+\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt$  est la fonction intégrale exponentielle.

Puis, le rayon  $c(t)$  est calculé par la propriété continue de  $B(r,t)$  au point  $r = c(t)$ , alors (1.5.46) nous donne :

$$B[r = c(t), t] = 0 \Leftrightarrow \frac{B_{j_0}(\mu_0 \cdot J_{c_0} \cdot c(t) + B_{j_0}) - [B_{j_0}^2 - \mu_0 \cdot J_{c_0} \cdot R_e \{b_e(t) - B_{j_0}\}] \exp\left[\frac{\mu_0 \cdot J_{c_0} \cdot (c(t) - R_e)}{B_{j_0}}\right]}{\mu_0 \cdot J_{c_0} \cdot c(t)} = 0$$

$$\begin{aligned} &\rightarrow c(t) = R_e + \\ &+ \frac{B_{j_0}}{\mu_0 J_{c_0}} \cdot \ln \left[ \frac{B_{j_0}^2 + \sqrt{B_{j_0}^4 - (B_{j_0}^2 + \mu_0 J_{c_0} R_e B_{e_{\max}} - \mu_0 J_{c_0} R_e B_{j_0})(B_{j_0}^2 - \mu_0 J_{c_0} R_e b_e(t) + \mu_0 J_{c_0} R_e B_{j_0})}}{B_{j_0}^2 + \mu_0 \cdot J_{c_0} \cdot R_e \{B_{j_0} - b_e(t)\}} \right] \end{aligned} \quad (1.5.49)$$

Enfin, on obtient les valeurs de  $J$ ,  $B$  et  $E$  dans les zones suivantes :

$$a) r \leq r_s \rightarrow J = 0 \rightarrow B = 0 \rightarrow E = 0$$

$$b) r_s < r \leq c(t) \rightarrow J = J_{c_0} \cdot \left[ 1 - \frac{B(r,t)}{B_{j_0}} \right],$$

$$\rightarrow B = B(r,t) = \frac{B_{j_0}(\mu_0 \cdot J_{c_0} \cdot r - B_{j_0}) + [B_{j_0}^2 + \mu_0 \cdot J_{c_0} \cdot R_e \{b_e(t) - B_{j_0}\}] \exp\left[\frac{\mu_0 \cdot J_{c_0} \cdot (R_e - r)}{B_{j_0}}\right]}{\mu_0 \cdot J_{c_0} \cdot r}$$

$$\rightarrow E = 0$$

$$c) c(t) < r < R_e \rightarrow J = -J_{c_0} \cdot \left[ 1 - \frac{B(r,t)}{B_{j_0}} \right],$$

$$\rightarrow B = B(r,t) = \frac{B_{j_0}(\mu_0 \cdot J_{c_0} \cdot r + B_{j_0}) - [B_{j_0}^2 - \mu_0 \cdot J_{c_0} \cdot R_e \{b_e(t) - B_{j_0}\}] \exp\left[\frac{\mu_0 \cdot J_{c_0} \cdot (r - R_e)}{B_{j_0}}\right]}{\mu_0 \cdot J_{c_0} \cdot r}$$

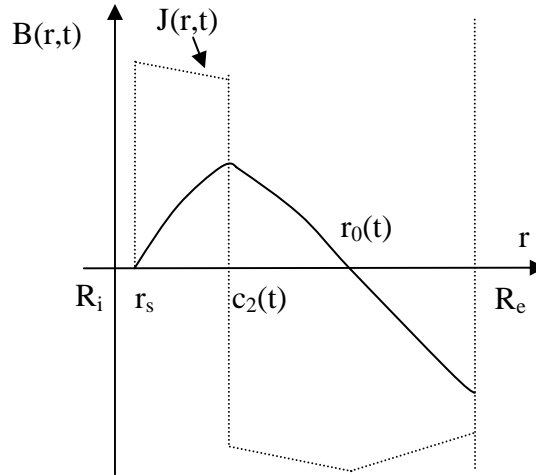
$$\rightarrow E = E(r,t) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{di(t)}{dt} \cdot \left[ E_i\left(\frac{\mu_0 \cdot J_{c_0} \cdot r}{B_{j_0}}\right) - E_i\left(\frac{\mu_0 \cdot J_{c_0} \cdot c(t)}{B_{j_0}}\right) \right] \cdot \exp\left(-\frac{\mu_0 \cdot J_{c_0} \cdot R_e}{B_{j_0}}\right)$$

$$d) r = R_e \rightarrow J = -J_{c_0} \cdot \left[ 1 - \frac{|b_e(t)|}{B_{j_0}} \right] \rightarrow B = b_e(t) = \frac{\mu_0 \cdot i(t)}{2\pi \cdot R_e}$$

$$e) r > R_e \rightarrow J = 0$$

### 1.5.2.3. Deuxième descente du courant de 0 à $-I_{\max}$

Après avoir diminué jusqu'à 0, le courant continue à diminuer pour cette zone  $T/2 < t < 3T/4$ , et  $i(t) < 0$ . La pénétration instantanée de E dans le tube est représentée par le rayon  $c_2(t)$ , pour l'intervalle  $c_2(t) < r < R_e$ , et J prend la valeur négative, donc  $\vec{J} = -J_c(B)\vec{u}_z$ , (Figure 1.5.6).



**Figure 1.5.6** : Répartitions de  $B(r,t)$  et de  $J(r,t)$  en fonction de  $r$  avec le modèle linéaire,  $i(t) < 0$ .

A l'intérieur du tube, pour  $r_s < r < c_2(t)$ , l'induction magnétique est piégée et ne varie plus, donc  $B(r,t)$  est toujours positive dans la partie interne du tube [ $r_s < r < r_0(t)$ ] et est négative dans la partie externe [ $r_0(t) < r < R_e$ ], (Figure 1.5.6). Alors pour le calcul des pertes, seulement la zone de  $c_2(t) < r < R_e$  est étudiée. Donc, B et E doivent être calculés pour cette zone :

D'abord, pour la zone  $c_2(t) < r < r_0(t)$ , la valeur de  $B(r,t)$  est encore positive,  $B(r,t) > 0$ , en considérant (1.5.45) avec la condition à la frontière,  $B(r,t) = 0$  au point de  $r = r_0(t)$ , la  $B(r,t)$  est déduite par :

$$B = B_{pos}(r,t) = \frac{B_{j0}}{\mu_0 J_{c0} r} \cdot [B_{j0} + \mu_0 J_{c0} r - \{B_{j0} + \mu_0 J_{c0} r_0(t)\} \exp\{g(r) - f_2(t)\}] \quad (1.5.50)$$

$$\text{Avec } g(r) = \frac{\mu_0 J_{c0} r}{B_{j0}} \text{ et } f_2(t) = \frac{\mu_0 J_{c0} r_0(t)}{B_{j0}}.$$

Ensuite  $E(r,t)$  est déduit par (1.5.47) et (1.5.50) :

$$\rightarrow E = E(r,t) = \mu_0 \cdot J_{c_0} \cdot r_0(t) \cdot \frac{dr_0(t)}{dt} \cdot e^{-f_2(t)} [E_i(g(r)) - E_i(f_1(t))] \quad (1.5.51)$$

Enfin, pour la même façon avec le cas précédent mais pour la zone  $r_0(t) < r < R_e$ ,  $i(t) < 0$ ,  $B(r,t) < 0$ , les relations (1.5.30), (1.5.34) et (1.5.45) donnent :

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial[r \cdot B(r,t)]}{\partial r} = -\mu_0 \cdot J_{c_0} \cdot \left[ 1 + \frac{B(r,t)}{B_{j_0}} \right] \quad (1.5.52)$$

Donc, la valeur de  $B(r,t)$  est déduite par :  $B = B_{\text{nég}}(r,t)$ ,

$$B_{\text{nég}}(r,t) = \frac{1}{\mu_0 J_{c_0} r} \cdot \left[ B_{j_0} (B_{j_0} - \mu_0 J_{c_0} r) + (-B_{j_0}^2 + \mu_0 J_{c_0} R_e \{B_{j_0} + b_e(t)\}) \exp\{A - g(r)\} \right] \quad (1.5.53)$$

$$\text{Avec } A = \frac{\mu_0 J_{c_0} R_e}{B_{j_0}}.$$

La valeur  $E(r,t)$  est déduite par (1.5.47) et (1.5.53) :

$$E(r,t) = \mu_0 \cdot J_{c_0} \cdot r_0(t) \cdot \frac{dr_0(t)}{dt} \cdot \left[ E_i[f_2(t)] - E_i[f_1(t)] + \frac{e^{-(A+f_2(t))}}{2\pi J_{c_0}} \cdot \{E_i[-g(r)] - E_i[-f_2(t)]\} \right] \cdot e^{-f_2(t)}$$

D'autre part, les rayons  $r_0(t)$  et  $c_2(t)$  sont calculés de la même façon. Pour la condition à la frontière,  $B(r,t) = 0$  au point de  $r = r_0(t)$ , et  $B_{\text{pos}}(r,t)$  au point de  $r = c_2(t)$  :

$$\rightarrow r_0(t) = \frac{B_{j_0}}{\mu_0 \cdot J_{c_0}} \cdot \ln[1 + W(X_2)] \text{ avec } X_2(t) = \frac{-B_{j_0}^2 + \mu_0 J_{c_0} R_e [b_e(t) + B_{j_0}]}{B_{j_0}^2} e^{(A-1)}.$$

$$\rightarrow c_2(t) = \frac{B_{j_0}}{\mu_0 \cdot J_{c_0}} \cdot \ln \left[ \frac{2B_{j_0}^2 \cdot \exp(1 + W(X_2)) + \sqrt{F(t)}}{B_{j_0}^2 \cdot (2 + W(X_2))} \right]$$

Avec

$$F(t) = B_{j_0}^4 \cdot \exp[2 \cdot \{1 + W(X_2)\}] - 2 \cdot B_{j_0}^2 \cdot \exp[1 + A + W(X_2)] \cdot \left[ \{B_{j_0} \cdot (B_{j_0} - \mu_0 \cdot J_{c_0} \cdot R_e)\} + \mu_0 \cdot J_{c_0} \cdot R_e \cdot B_{e_{\text{max}}}\right] + e^{2A} \cdot \left[ \{B_{j_0} \cdot (B_{j_0} - \mu_0 \cdot J_{c_0} \cdot R_e)\} - \mu_0 \cdot J_{c_0} \cdot R_e \cdot b_e(t) \right] \cdot \left[ \{B_{j_0} \cdot (B_{j_0} - \mu_0 \cdot J_{c_0} \cdot R_e)\} + \mu_0 \cdot J_{c_0} \cdot R_e \cdot B_{e_{\text{max}}}\right]$$



$$\text{Et } f_1(t) = \frac{\mu_0 J_{c0} c_2(t)}{B_{j0}}.$$

On déduit J, B et E dans les zones suivantes :

$$\text{a) } r \leq r_s \rightarrow J = 0 \rightarrow B = 0 \rightarrow E = 0$$

$$\text{b) } r_s < r \leq c_2(t) \rightarrow J = J_{c0} \left[ 1 - \frac{B(r,t)}{B_{j0}} \right],$$

$$\rightarrow B = B(r,t) = \frac{B_{j0} (\mu_0 J_{c0} r - B_{j0}) + [B_{j0}^2 + \mu_0 J_{c0} R_e \{b_e(t) - B_{j0}\}] \exp \left[ \frac{\mu_0 J_{c0} (R_e - r)}{B_{j0}} \right]}{\mu_0 J_{c0} r}$$

$$\rightarrow E = 0$$

$$\text{c) } c_2(t) < r \leq r_0(t) \rightarrow J = -J_{c0} \left[ 1 - \frac{B_{pos}(r,t)}{B_{j0}} \right],$$

$$\rightarrow B = B_{pos}(r,t) = \frac{B_{j0}}{\mu_0 J_{c0} r} [B_{j0} + \mu_0 J_{c0} r - \{B_{j0} + \mu_0 J_{c0} r_0(t)\} \exp\{g(r) - f_2(t)\}]$$

$$\rightarrow E = E(r,t) = \mu_0 J_{c0} r_0(t) \cdot \frac{dr_0(t)}{dt} \cdot e^{-f_2(t)} [E_i(g(r)) - E_i(f_1(t))]$$

$$\text{d) } r_0(t) < r < R_e \rightarrow J = -J_{c0} \left[ 1 + \frac{B_{neg}(r,t)}{B_{j0}} \right],$$

$$\rightarrow B = B_{neg}(r,t) = \frac{1}{\mu_0 J_{c0} r} [B_{j0} (B_{j0} - \mu_0 J_{c0} r) + (-B_{j0}^2 + \mu_0 J_{c0} R_e \{B_{j0} + b_e(t)\}) \exp\{A - g(r)\}]$$

$$\rightarrow E = E(r,t) = \mu_0 J_{c0} r_0(t) \frac{dr_0(t)}{dt} \left[ E_i[f_2(t)] - E_i[f_1(t)] + \frac{e^{-(A+f_2(t))}}{2\pi J_{c0}} \{E_i[-g(r)] - E_i[-f_2(t)]\} \right] \cdot e^{-f_2(t)}$$

$$\text{e) } r = R_e \rightarrow J = -J_{c0} \left[ 1 - \frac{|b_e(t)|}{B_{j0}} \right] \rightarrow B = b_e(t) = \frac{\mu_0 i(t)}{2\pi R_e}$$

$$\text{f) } r > R_e \rightarrow J = 0$$

### 1.5.2.4. Formules de calcul des pertes

Le calcul analytique des pertes AC n'est effectué que dans la zone où le champ électrique existe. La puissance instantanée  $p(t)$  est d'abord calculée :

$$p(t) = \int_V \vec{E} \cdot \vec{J} \cdot dv = 2\pi \cdot L \cdot \int_{R_i}^{R_e} E(r,t) \cdot J(r,t) \cdot r \cdot dr \quad (1.5.54)$$

Pourtant,  $p(t)$  est exprimée différemment suivant que  $i(t)$  est positif ou négatif.

$$a) i(t) > 0 \rightarrow p(t) = 2\pi \cdot L \cdot \int_{c(t)}^{R_e} E(r,t) \cdot J(r,t) \cdot r \cdot dr$$

$$\rightarrow p(t) = \frac{L \cdot e^{-2A}}{2\pi \mu_0 J_{c0}} \frac{di}{dt} \left[ \begin{aligned} & 2\pi \mathcal{B}_{j0}^2 \left\{ e^{A+f_1(t)} - e^{2A} \right\} + e^A \left\{ 2\pi \mathcal{B}_{j0}^2 - \mu_0^2 J_{c0} i(t) \right\} \left\{ E_i(f_1(t)) - E_i(A) \right\} + \\ & \left\{ \mu_0^2 J_{c0} i(t) - 2\pi \mathcal{B}_{j0} (B_{j0} + \mu_0 J_{c0} R_e) \right\} \left\{ E_i(2f_1(t)) - E_i(2A) \right\} \end{aligned} \right]$$

$$b) i(t) < 0 \rightarrow p(t) = 2\pi \cdot L \cdot \int_{c_2(t)}^{r_0(t)} E(r,t) \cdot J(r,t) \cdot r \cdot dr + 2\pi \cdot L \cdot \int_{r_0(t)}^{R_e} E(r,t) \cdot J(r,t) \cdot r \cdot dr$$

$$\rightarrow p(t) = \frac{L \cdot e^{-2f_2}}{4\pi \cdot \mu_0} \left[ \begin{aligned} & 8\pi^2 B_{j0} r_0(t) \frac{dr_0(t)}{dt} \left[ B_{j0} \left\{ e^{f_1+f_2} - e^{2f_2} + E_i(2f_2) - E_i(2f_1) + e^{2f_2} \cdot \left\{ E_i(f_1) - E_i(f_2) \right\} \right\} + \right. \\ & \left. + \mu_0 J_{c0} r_0(t) \cdot \left\{ E_i(f_1) - E_i(f_2) \right\} \right] + \\ & \frac{2}{J_{c0}} \frac{di}{dt} \left[ \begin{aligned} & 2\pi \mathcal{B}_{j0}^2 \left( e^{A+f_2} - e^{2f_2} \right) - e^{A+2f_2} \left\{ E_i(-A) - E_i(-f_2) \right\} \left\{ 2\pi \mathcal{B}_{j0}^2 - \mu_0^2 J_{c0} i(t) \right\} + \\ & + e^{2(A+f_2)} \left\{ E_i(-2A) - E_i(-2f_2) \right\} \left\{ 2\pi \mathcal{B}_{j0} (B_{j0} - \mu_0 J_{c0} R_e) - \mu_0^2 J_{c0} i(t) \right\} \end{aligned} \right] + \\ & + 4\pi J_{c0} r_0(t) \frac{dr_0(t)}{dt} \left[ \begin{aligned} & e^{f_2} \left\{ 2\pi \mathcal{B}_{j0} (B_{j0} - \mu_0 J_{c0} R_e) - \mu_0^2 J_{c0} i(t) \right\} + \\ & + e^A \left\{ \mu_0^2 J_{c0} i(t) - 2\pi \mathcal{B}_{j0} (B_{j0} - \mu_0 J_{c0} R_e) \right\} \end{aligned} \right] \cdot \left[ E_i(f_1) - E_i(f_2) \right] \end{aligned} \right]$$

Donc, après avoir obtenu les 2 expressions de  $p(t)$ , les pertes AC dans le tube  $P_L$  sont calculées en utilisant la formule (1.5.29). Les expressions de  $p(t)$  sont complexes, c'est pourquoi  $P_L$  est déterminée par intégration numérique de  $p(t)$  :

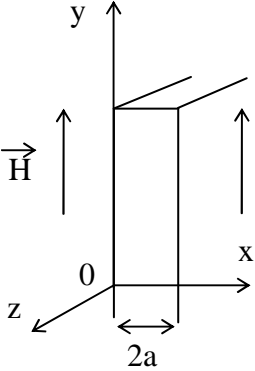
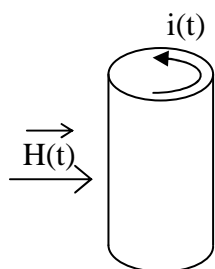
$$P_L = \frac{1}{T} \int_T p(t) \cdot dt \approx \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N p(i \cdot \Delta t) \quad (1.5.55)$$

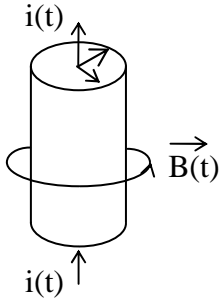
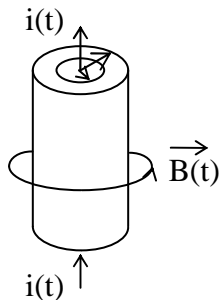
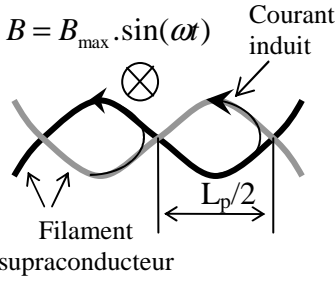
Nous comparons les résultats de calcul des pertes par différentes méthodes de calcul dans le chapitre 3.

### 1.5.3. Récapitulation des résultats des calculs de pertes

Nous venons de présenter les pertes en champ propre dans un tube supraconducteur, maintenant nous allons présenter dans un tableau récapitulatif les résultats des calculs des pertes, déjà publiés dans différents travaux [1,4,24-28] et utilisant le modèle de Bean.

Les différents cas présentés sont une plaque supraconductrice soumise à un champ magnétique extérieur variable longitudinal, un cylindre supraconducteur soumis à un champ magnétique extérieur variable transversal, un cylindre et un tube cylindrique supraconducteur parcourus par un courant, enfin un câble supraconducteur parcourus par un courant. Dans ce tableau,  $B_{\max}$  est l'amplitude de l'induction magnétique,  $B_p$  est l'induction magnétique de pénétration complète,  $H_{\max}$  est l'amplitude du champ magnétique, et  $I_{\max}$  est l'amplitude du courant.

| Type de l'échantillon supraconducteur étudié   | Illustration  | Formule des pertes volumiques calculées à l'aide du modèle de Bean  | Réf.            |
|--|---|---|-----------------|
| <p>Plaque supraconductrice infiniment longue d'épaisseur <math>2a</math> soumise à un champ magnétique extérieur variable longitudinal</p> |  | $P_V = \frac{2}{3} \cdot f \cdot \frac{B_{\max}^3}{\mu_0 \cdot B_p} : \text{pénétration incomplète,}$ $P_V = \frac{2}{3} \cdot \frac{f}{\mu_0} \cdot [B_{\max} \cdot B_p - 2 \cdot B_p^2] : \text{pénétration complète,}$ <p>avec <math>B_p = a \cdot \mu_0 \cdot J_c</math></p>                              | <p>[1,4,26]</p> |
| <p>Cylindre supraconducteur de rayon <math>R</math> soumis à un champ magnétique extérieur variable transversal</p>                        |  | $P_V = \frac{8}{9\pi^3} \cdot \frac{H_{\max}^3}{R \cdot J_c} : \text{pénétration incomplète,}$ $P_V = \frac{16}{3\pi} \cdot R \cdot J_c \cdot H_{\max} : \text{pénétration complète,}$ <p>(<math>H_{\max} &gt; H_p = 8 \cdot R \cdot J_c</math>),<br/>avec <math>H = H_{\max} \cdot \sin(\omega t)</math></p> | <p>[24]</p>     |

|  |   |   |               |
|--|---|---|---------------|
| <p>Cylindre supraconducteur de rayon R, de longueur h et de section S, parcouru par un courant</p>   |    | $P_V \approx 0,2 \cdot \mu_0 \cdot J_c^2 \cdot R^2 \cdot f \cdot \left( \frac{I_{\max}}{I_c} \right)^3$   | <p>[4,26]</p> |
| <p>Tube cylindrique supraconducteur de rayon interne R<sub>i</sub>, de rayon externe R<sub>e</sub>, de longueur h et de section S parcouru par un courant</p>  |    | $P_V \approx 0,2 \cdot \mu_0 \cdot J_c^2 \cdot \frac{R_e^2}{\alpha_R} \cdot f \cdot \left( \frac{\alpha_R I_{\max}}{I_c} \right)^3$ <p>avec <math>\alpha_R = 1 - \frac{R_i^2}{R_e^2}</math></p>   | <p>[4,26]</p> |
| <p>Câble cylindrique supraconducteur composé de filaments supraconducteurs et d'une matrice conductrice (Ag, Cu), la matrice des supraconducteurs multifilamentaires torsadés soumise à une induction magnétique extérieure sinusoïdale transversale</p> |  | <p>Pertes volumiques par les courants induits dans la matrice :</p> $P_V = 2 \cdot f \cdot \frac{B_{\max}^2}{\mu_0} \cdot \frac{S_b}{R_b} \cdot \frac{\omega \cdot \pi}{1 + \left( \frac{k \cdot S_b}{R_b} \cdot \omega \right)^2}$ <p>avec S<sub>b</sub> et R<sub>b</sub> sont respectivement la surface et la résistance de la boucle des fils, et k est constante.</p> | <p>[1,2]</p>  |

**Tableau 1.5.1** : Formules des pertes dans les supraconducteurs.

On s'aperçoit que dans ce tableau quel que soit le cas, les pertes dans les supraconducteurs sont proportionnelles à  $I_{\max}^3$ , ou  $B_{\max}^3$ , ou  $H_{\max}^3$ , pour les faibles courants, pour les faibles inductions ou pour les faibles champs, ce qui correspond au cas où la pénétration du champ magnétique dans le matériau est incomplète. Par contre, les pertes dans la matrice des supraconducteurs sont proportionnelles au carré de la valeur de l'induction magnétique, alors

pour le cas d'un courant de transport ces pertes sont donc proportionnelles au carré du courant.

A partir de ces résultats, on peut donc identifier les pertes dans les supraconducteurs par rapport à celles dans la matrice des supraconducteurs dans le cas des courants faibles. Si les pertes sont proportionnelles au carré du courant il s'agit des pertes dans la matrice, si les pertes sont proportionnelles au courant au cube on peut considérer qu'il s'agit des pertes dans les supraconducteurs.

De nombreux auteurs ont présenté des mesures de pertes sur des bobines supraconductrices  $BT_c$  [22] et des échantillons supraconducteurs  $HT_c$  [4,29]. Les mesures sur des bobines supraconductrices  $HT_c$  ont été faites ces dernières années [30-34]. Pour des bobines supraconductrices  $BT_c$ , les résultats de mesures montrent que les pertes augmentent proportionnellement au courant au cube [22]. D'autre part, pour les bobines supraconductrices  $HT_c$  [30-34], il est très difficile d'identifier les pertes dans les supraconducteurs par rapport aux pertes dans la matrice en argent. Pour cela, des mesures des pertes dans une bobine supraconductrice seront faites dans le chapitre 3 en vue d'identification de ces pertes.

## 1.6. Conclusions

La caractérisation des matériaux supraconducteurs est indispensable en vue du calcul des pertes qui elles-mêmes permettent de dimensionner les systèmes cryogéniques. Dans ce chapitre, nous avons tout d'abord présenté le matériau supraconducteur, ses grandeurs critiques et ses propriétés spécifiques. En particulier pour les supraconducteurs à haute température critique, leurs caractéristiques  $E(J)$ ,  $n(B)$  et  $J_c(B)$  et leur détermination ont été considérées.

Ensuite nous avons abordé deux méthodes différentes pour caractériser des supraconducteurs  $HT_c$ . Il s'agit de la méthode électrique et la méthode magnétique. Pour la méthode électrique, nous mesurons la tension  $U$  aux bornes de l'échantillon pour déterminer la caractéristique  $U(I)$  et donc  $J_c$  du matériau. D'autre part, pour la méthode magnétique, selon le type du champ magnétique appliqué statique ou variable, nous avons la mesure de la courbe  $M(H)$  pour le champ statique appliqué et la mesure de la susceptibilité  $\chi_{ac}$  pour le champ variable appliqué. Alors  $J_c$  est respectivement déduite à partir de  $M(H)$  et  $\chi_{ac}$ . Dans le cadre de notre

travail, la méthode magnétique ne sera pas étudiée. Par contre la méthode électrique sera utilisée durant toute notre étude.

Une des propriétés spécifiques des supraconducteurs HT<sub>c</sub>, ce sont des pertes en régime variable, et en particulier en champ magnétique propre. Nous avons présenté le calcul théorique des pertes dans le tube supraconducteur HT<sub>c</sub> au passage d'un courant alternatif périodique de transport et donc en champ propre utilisant le modèle de l'état critique de Bean. Ces calculs sont connus et utilisés depuis plusieurs années. Nous aurons besoin de ce résultat, par la suite, pour comparer les valeurs théoriques de ces pertes avec d'autres méthodes de calcul des pertes ainsi que notre mesure dans le troisième chapitre.

Nous avons également montré qu'en champ propre, le phénomène de pénétration du courant dans le matériau se passe en deux temps. Tout d'abord il y a pénétration de la partie externe vers l'intérieur puis, quand la pénétration est complète, il y a augmentation uniforme de la densité de courant dans l'ensemble du matériau. La limite entre la pénétration complète et incomplète est pratiquement égale au courant critique I<sub>c</sub>, défini par le critère de 1μV/cm et donné par le constructeur.

Dans la dernière partie de ce chapitre, nous avons présenté un tableau récapitulatif des résultats des calculs de pertes utilisant le modèle de Bean, déjà publiés dans la littérature. Les différents cas présentés sont une plaque supraconductrice soumise à un champ magnétique extérieur variable longitudinal, un cylindre supraconducteur soumis à un champ magnétique extérieur variable transversal, un cylindre et un tube cylindrique supraconducteur parcourus par un courant, enfin un câble supraconducteur parcourus par un courant. Dans ce tableau, B<sub>max</sub> est l'amplitude de l'induction magnétique, H<sub>max</sub> est l'amplitude du champ magnétique, et I<sub>max</sub> est l'amplitude du courant. On s'aperçoit que dans ce tableau quelque soit le cas, les pertes dans les supraconducteurs sont proportionnelles à I<sub>max</sub><sup>3</sup>, ou B<sub>max</sub><sup>3</sup>, ou H<sub>max</sub><sup>3</sup>, pour les faibles courants ou faibles inductions ou faibles champs, ce qui correspond au cas où la pénétration du champ magnétique dans le matériau est incomplète. Par contre, les pertes dans la matrice des supraconducteurs sont proportionnelles à la valeur de l'induction magnétique au carré, alors pour le cas d'un courant de transport ces pertes sont donc proportionnelles au courant au carré.

A partir de ces résultats, on peut donc identifier les pertes dans les supraconducteurs par rapport à celles dans la matrice des supraconducteurs dans le cas des courants faibles. Si les pertes sont proportionnelles au courant au carré il s'agit des pertes dans la matrice, si les pertes sont proportionnelles au courant au cube on peut considérer qu'il s'agit des pertes dans les supraconducteurs. Nous aurons besoin de ces observations pour identifier des pertes mesurées dans une bobine supraconductrice HT<sub>c</sub> à la fin du chapitre 3.

### 1.7. Bibliographie du chapitre 1

- [1] M. N. WILSON “Superconducting Magnets”, *Oxford Science Publications*, 1983, 335 p.
- [2] P. TIXADOR, “Les supraconducteurs”, *Hermes Collection Matériaux*, Paris, 1995, 203 p.
- [3] P. TIXADOR et Y. BRUNET, “Supraconducteurs, Bases théoriques”, *Techniques de l'Ingénieur*, D 2 701.
- [4] B. DOUINE, “Etude des pertes dans les supraconducteurs à haute température critique”, *Thèse de doctorat de l'Université Henri Poincaré*, Nancy, 2001.
- [5] S. FUJITA and S. GODOY, “Theory of High Temperature Superconductivity”, *Kluwer Academic Publishers*, New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow, 2001.
- [6] J. R. SCHRIEFFER and J. S. BROOKS, “Handbook of High-Temperature Superconductivity”, Springer 2007
- [7] [www.lemaphys.univ-tours.fr](http://www.lemaphys.univ-tours.fr) ; Les supraconducteurs à haute température critique (SHTC).
- [8] T. MATSUSHITA, “Flux pinning in superconductors”, *Springer Verlag*, Berlin, Heidelberg, New York, 2007.
- [9] F. SIROIS, “Modélisation de la caractéristique E-J des supraconducteurs à haute température critique”, *Thèse de doctorat de l'Ecole Polytechnique de Montréal*, Montréal, Canada, 2002.
- [10] E. H. BRANDT, “Thick superconductors in a perpendicular magnetic field”, *Physica C*, vol. 282-287, 1997, pp. 343-346.
- [11] C. P. BEAN, “Magnetization of high-field superconductors”, *Reviews of Modern Physics*, January 1964, pp. 31-39.
- [12] P. VANDERBEMDEN, “Determination of critical current in bulk high temperature superconductors by magnetic flux profile measuring methods”, *Thèse de doctorat de l'Université de Liège*, Liège, Belgique, 1999.

- [13] R. B. GOLDFARB, M. LELENTAL, C. A. THOMPSON, “Alternating-Field susceptometry and magnetic susceptibility of superconductors”, *Plenum Press*, New York, USA, 1992.
- [14] F. GOMORY, “Characterization of high-temperature superconductors by AC susceptibility measurements”, *Superconductor Science and Technology*, vol. 10, 1997, pp. 523-542.
- [15] T. NADAMI, E. S. OTABE, M. KIUCHI, T. MATSUSHITA, Y. MAWATARI, H. YAMASAKI, Y. NAKAGAWA, “Numerical calculation of third harmonic voltage induced by a shielding current in a superconducting thick film”, *Physica C*, vol. 426-431, 2005, pp. 688-692.
- [16] H. YAMASAKI, Y. MAWATARI, Y. NAKAGAWA, H. YAMADA, “Nondestructive, inductive measurement of critical current densities of superconducting films in magnetic fields”, *I.E.E.E. Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 13, 2003, pp. 3718-3721.
- [17] B. DOUINE, J. LÉVÊQUE, S. MEZANI, “ $J_c(B)$  determination method with the help of the virgin magnetization curve of a superconducting cylinder”, *I.E.E.E. Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 20, no.2, 2010, pp. 82-86.
- [18] B. DOUINE, T. C. HOÀNG, J. LÉVÊQUE, “Simple and quick  $J_c(B)$  determination with the first magnetization curve of a superconducting cylinder”, *2008 Applied Superconductivity Conference*, 17-22 August 2008, Chicago, Illinois, USA.
- [19] B. DOUINE, “Caractérisation des supraconducteurs”, *1<sup>er</sup> colloque de supraconductivité et calcul numérique de Nancy*, 9 Juin 2008, Nancy, France.
- [20] J. PAASI, M. POLAK, P. KOTTMAN, D. SUCHON, M. LAHTINEN, J. KOKAVEC, “Electric field and losses in BSCCO-2223/Ag tapes carrying AC transport current”, *I.E.E.E. Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 5, no. 2, 1995, pp. 713-716.
- [21] H. ISSHI, S. HIRANO, T. HARA, T. YAMAMOTO, “Estimation of AC losses of polycrystalline YBCO by two different methods”, *I.E.E.E. Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 3, no. 1, 1993, pp. 1417-1420.
- [22] H. DAFFIX, P. TIXADOR, “Electrical ac losses measurements in superconducting coils”, *I.E.E.E. Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 7, no. 2, 1997, pp. 286-289.
- [23] B. DOUINE, K. BERGER, J. LÉVÊQUE, D. NETTER and A. REZZOUG, “Influence of  $J_c(B)$  on the full penetration current of superconducting tube”, *Physica C*, vol. 443, 2006, pp. 23-28.



- [24] W. J. CARR, “AC loss and macroscopic theory of superconductors”, *Gordon and Breach Science Publishers*, New York, London, Paris, 158p, 1983.
- [25] W. T. NORRIS, “Calculation of hysteresis losses in hard superconductors carrying ac: conductors and edges of thin sheets”, *Journal of Physics D (Applied Physics)*, vol. 3, no. 4, 1970, pp. 489-507.
- [26] J. LÉVÊQUE, B. DOUINE, D. NETTER, “AC losses under self-field in a superconducting, A. V. Narlikar (Ed.), High temperature superconductivity 1, Materials”, *Springer-Verlag*, 2004, pp. 431-496.
- [27] B. DOUINE, D. NETTER, J. LÉVÊQUE, and A. REZZOUG, “AC losses in BSCCO current lead: comparison between calculation and measurement”, *I.E.E.E. Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 12, no. 1, 2002, pp. 1603-1606.
- [28] B. DOUINE, J. LÉVÊQUE, D. NETTER, A. REZZOUG, “Calculation of losses in a HTS current lead with the help of the dimensional analysis”, *Physica C*, vol. 399, 2003, pp. 138-142.
- [29] B. DOUINE, J. LÉVÊQUE, A. REZZOUG, “AC losses measurements of a high critical superconductor transporting sinusoidal or non sinusoidal current”, *I.E.E.E. Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 10, no. 1, 2000, pp. 1489-1492.
- [30] O. ZABARA, R. NAST, W. GOLDACKER, C. SCHMIDT, “Ac-loss measurement of small superconducting Bi-2223 test coils wound with multifilament barrier type conductors”, *Cryogenics*, vol. 45, 2005, pp. 362-367.
- [31] F. DARMANN, S. X. DOU, C. COOK, “Determination of the AC losses of Bi-2223 HTS coils at 77K at power frequencies using a mass boil-off calorimetric technique”, *I.E.E.E. Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 13, no. 1, 2003, pp. 1-6.
- [32] M. POLAK, E. DEMENCIK, L. JANSÁK, E. USAK, P. MOZOLA, C. L. H. THIEME, D. AIZED, G. A. LEVIN, and P. N. BARNES, “Properties of a YBCO pancake coil operating with AC current at frequencies up to 1000Hz”, *I.E.E.E. Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 16, no. 2, 2006, pp. 1423-1426.
- [33] J. OGAWA, Y. ZUSHI, M. FUKUSHIMA, O. TSUKAMOTO, E. SUZUKI, M. HIRAKAWA, K. KIKUKAWA, “AC losses in a HTS coil carrying DC current in AC external magnetic field”, *Physica C*, vol. 392-396, 2003, pp. 1145-1149.
- [34] H. OKAMOTO, H. HAYASHI, F. SUMIYOSHI, M. IWAKUMA, T. IZUMI, Y. YAMADA, Y. SHIOHARA, “Nitrogen boil-off method of measuring AC losses in YBCO coils”, *Physica C*, vol. 463-465, 2007, pp. 795-797.

- [35] K. BERGER, ‘‘Etude des phénomènes couplés magnétothermiques dans les supraconducteurs à haute température’’, *Thèse de doctorat de l’Université Henri Poincaré*, Nancy, 2006.
- [36] A. KAMENI, ‘‘Etude par des méthodes analytiques et numériques de la répartition des champs induits dans les supraconducteurs à haute température critique’’, *Thèse de doctorat de l’Université Henri Poincaré*, Nancy, 2009.
- [37] S. MEZANI, B. DOUINE, and J. LÉVÊQUE, ‘‘Finite element AC-losses computation in multi-layer HTS cable using complex representation of the electromagnetic field’’, *I.E.E.E. Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 19, no. 3, 2009, pp. 3348-3351.
- [38] B. DOUINE, K. BERGER, J. E. PIENKOS, J. LÉVÊQUE, and D. NETTER, ‘‘Analytical calculation of the instantaneous power in a current carrying superconducting tube with  $J_c(B)$ ’’, *I.E.E.E. Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 18, no. 3, 2008, pp. 1717-1723.
- [39] J. PAASI, J. LEHTONEN, M. LAHTINEN and L. KETTUNEN, ‘‘Computation of AC losses in HTS’’, *Physica C*, vol. 310, 1988, pp. 62-66.
- [40] D-X. CHEN, A. SANCHEZ and E. PARDO, ‘‘Transport ac loss of a superconducting cylinder with field and radius dependent critical-current density’’, *Superconductor Science and Technology*, vol. 17, 2004, pp. 256-262.
- [41] F. SIROIS and F. ROY, ‘‘Computation of 2D current distribution in superconductors of arbitrary shapes using a new semi-analytical method’’, *I.E.E.E. Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 17, no. 3, 2007, pp. 3836-3845.
- [42] W. J. CARR, ‘‘AC transport current loss in a coated superconductor in the Bean model’’, *Physica C*, vol. 415, 2004, pp. 109-117.
- [43] J. A. EIKELBOOM and L. J. M. Van de KLUNDERT, ‘‘Hysteresis losses in hollow superconducting filaments and multifilament systems’’, *Cryogenics*, vol. 31, 1991, pp. 354-362.
- [44] Mathematica, <http://mathworld.wolfram.com/LambertW-Function.html>, 2005.





## **Chapitre 2**

### **CARACTERISATION DC DES SUPRACONDUCTEURS HTc**

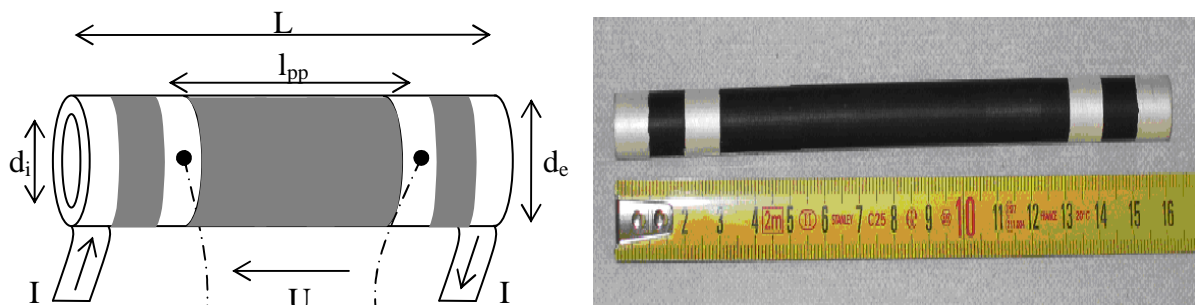
Pour utiliser les supraconducteurs HT<sub>c</sub>, il est nécessaire de connaître leurs caractéristiques  $E(J)$ ,  $U(I)$ ,  $J_c(B)$ , et  $n(B)$ . La connaissance des paramètres  $n$  et  $J_c$  permet d'étudier les pertes dans les supraconducteurs. Nous caractérisons, dans ce chapitre, des matériaux supraconducteurs HT<sub>c</sub>, à l'aide de la méthode électrique et ensuite par une mesure de la diffusion du champ magnétique dans une plaque supraconductrice. Dans la méthode électrique,  $J_c$  est obtenue par la mesure de  $U(I)$  pour différentes valeurs du champ magnétique appliqué. Enfin, nous présentons la théorie de diffusion du champ dans une plaque supraconductrice ainsi que la mesure du champ de pénétration complète de la plaque permettant de déterminer  $J_c$ .

## 2.1. Caractéristiques $U(I)$ , $J_c(B)$ et $n(B)$ d'un tube supraconducteur HTc

### 2.1.1. Présentation des échantillons

Dans cette partie, nous caractérisons des matériaux supraconducteurs HT<sub>c</sub> par les mesures des caractéristiques  $U(I)$ ,  $J_c(B)$  et  $n(B)$  de leurs échantillons.

Les échantillons utilisés dans ces mesures et tout le long de nos travaux, dans le cadre de notre thèse, sont des amenées de courant supraconductrices HT<sub>c</sub>, BiSCCO (Bismuth Strontium Calcium Copper Oxide), sous forme de tubes cylindriques (Figure 2.1.1).



**Figure 2.1.1** : Echantillons supraconducteurs HT<sub>c</sub> testés, modèle à gauche et photo à droite.

Des rubans de contact en argent 10mm de largeur (environ) à chaque extrémité de l'échantillon permettent d'alimenter celui-ci en courant. D'autres rubans en argent permettent la soudure des prises de potentiel.

### 2.1.2. Caractéristique $U(I)$ pour différentes vitesses de montée du courant

#### 2.1.2.1. Description de l'expérience

Le but de l'expérience est de mesurer la caractéristique électrique tension-courant  $U(I)$  d'un échantillon supraconducteur HT<sub>c</sub> pour différentes vitesses de montée de courant. En effet, les

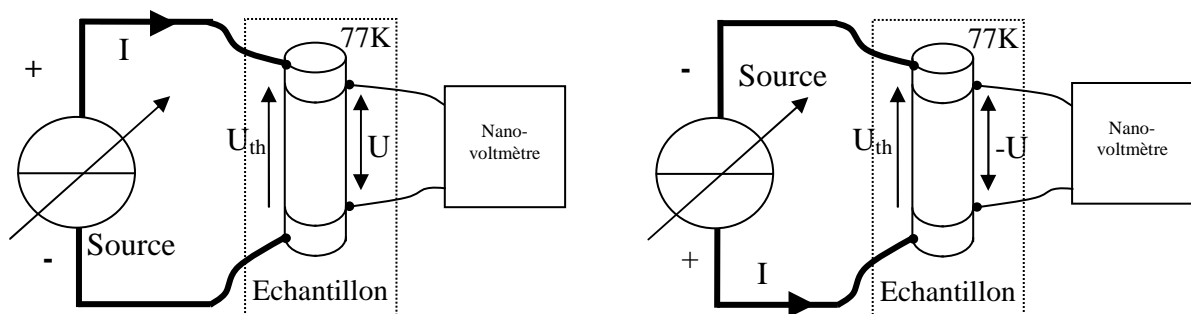
calculs numériques utilisant le modèle  $E(J^n)$  montrent que la vitesse de variation du courant appliqué influence la tension  $U$  aux bornes de l'échantillon supraconducteur [9,15]. Nous voulons vérifier expérimentalement ceci dans cette partie. Tous les paramètres et les dimensions de cet échantillon utilisé pour cette mesure sont dans le **Tableau 2.1.1**.

| Symbole  | Quantité  | Tube testé           |
|----------|---|----------------------|
| $L$      | longueur  | 128,5mm              |
| $l_{pp}$ | distance entre les prises de potentiel            | 80,5mm               |
| $d_i$    | diamètre intérieur                                | 8mm                  |
| $d_e$    | diamètre extérieur                                | 10mm                 |
| $R_i$    | rayon intérieur                                   | 4mm                  |
| $R_e$    | rayon extérieur                                   | 5mm                  |
| $S$      | section circulaire                                | 28mm <sup>2</sup>    |
| $T_c$    | température critique                              | 108K                 |
| $E_c$    | champ électrique critique                         | 1μV/cm               |
| $I_{c0}$ | courant critique à 77K en champ propre            | 87A                  |
| $J_{c0}$ | densité de courant critique à 77K en champ propre | 3,1A/mm <sup>2</sup> |

**Tableau 2.1.1** : Paramètres de l'amenée de courant BiSCCO pour mesure  $U(I)$ .

L'échantillon utilisé dans cette mesure est immergé dans l'azote liquide (à 77K), cette mesure est réalisée pour un courant  $I$  variant de 0 à 100A puis de 100A à 0 en vue de la vérification de l'influence de la vitesse de variation du courant appliqué sur la tension  $U$  aux bornes de l'échantillon. On effectue les mesures pour les deux sens du courant  $I$  dans l'échantillon afin d'annuler la partie de la tension thermoélectrique  $U_{th}$  (Figure 2.1.2). En effet, pour le sens direct du courant, la tension  $U_{direct} = U + U_{th}$ . Par contre, pour le sens inverse du courant,  $U_{inverse} = -U + U_{th}$ . Alors la tension moyenne de mesure  $U_{moyenne} = (U_{direct} - U_{inverse})/2 = U$ .

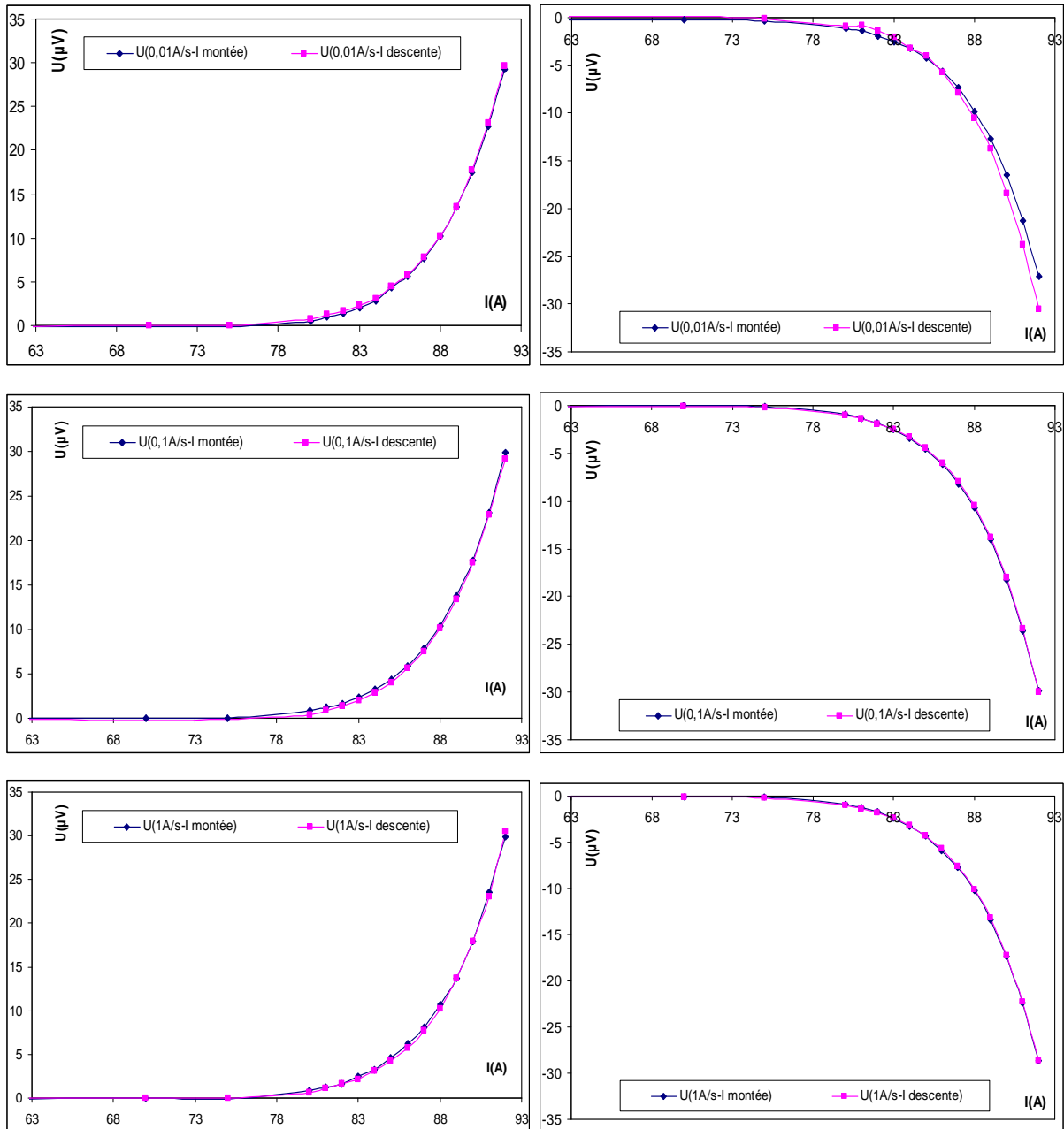
Le banc de mesure en courant continu (Figure 2.1.2) est composé d'un générateur de courant et d'un nanovoltmètre pour mesurer la tension  $U$ .



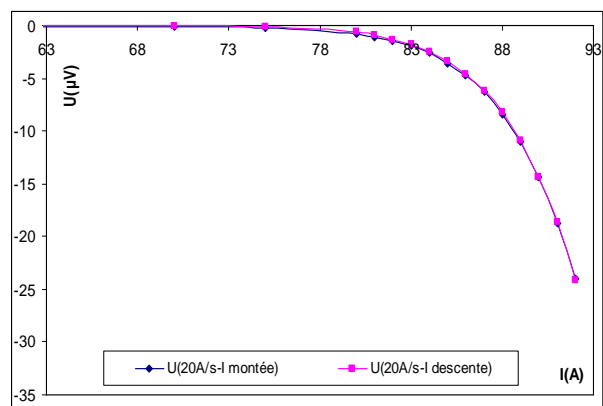
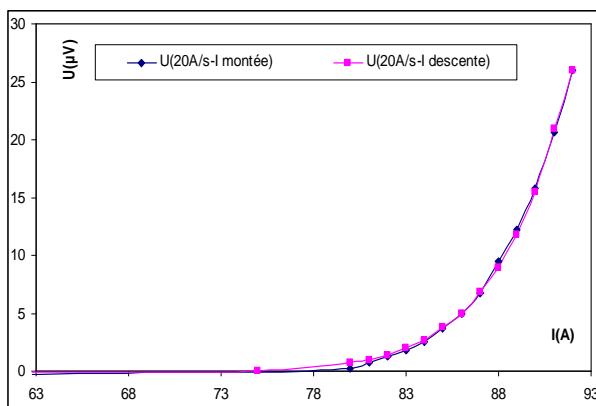
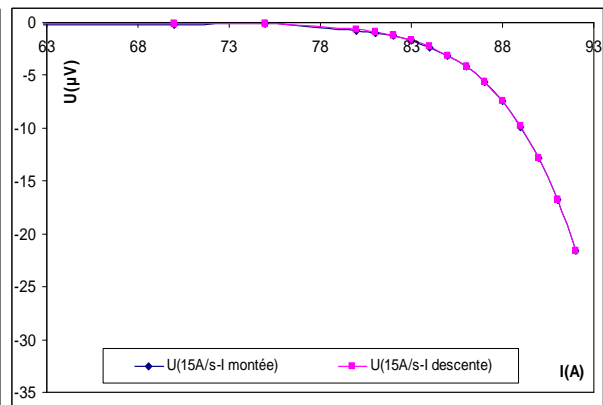
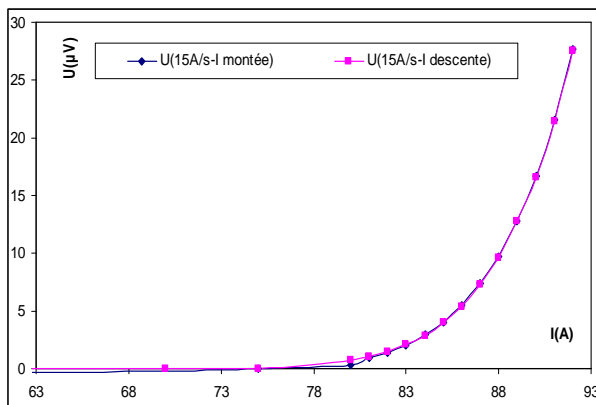
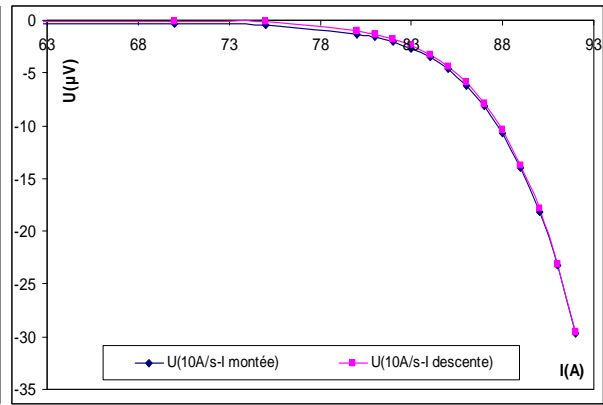
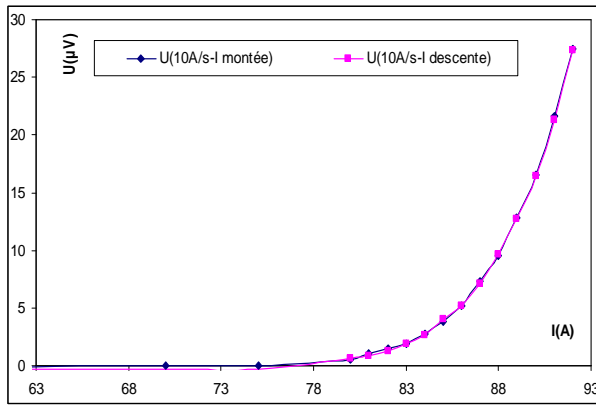
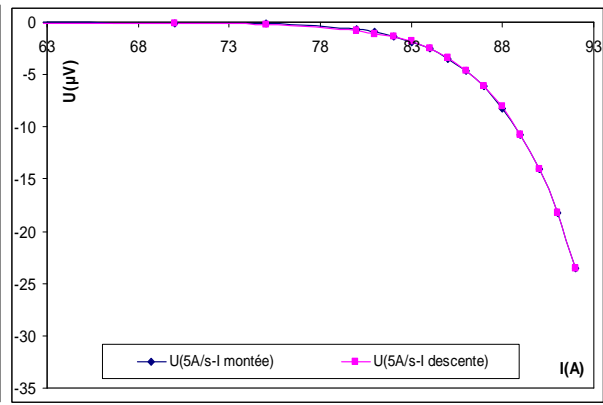
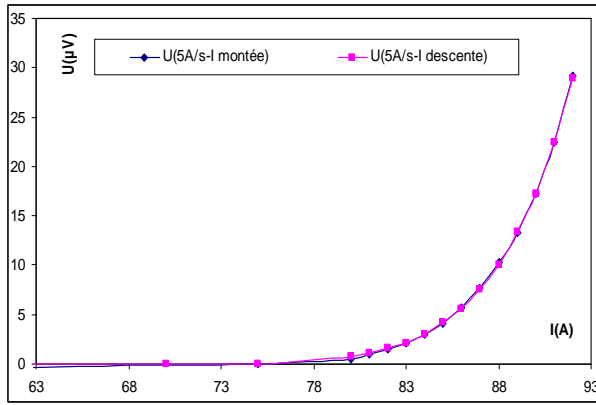
**Figure 2.1.2** : Modèles du courant direct (à gauche) et du courant inverse (à droite) passant le tube.

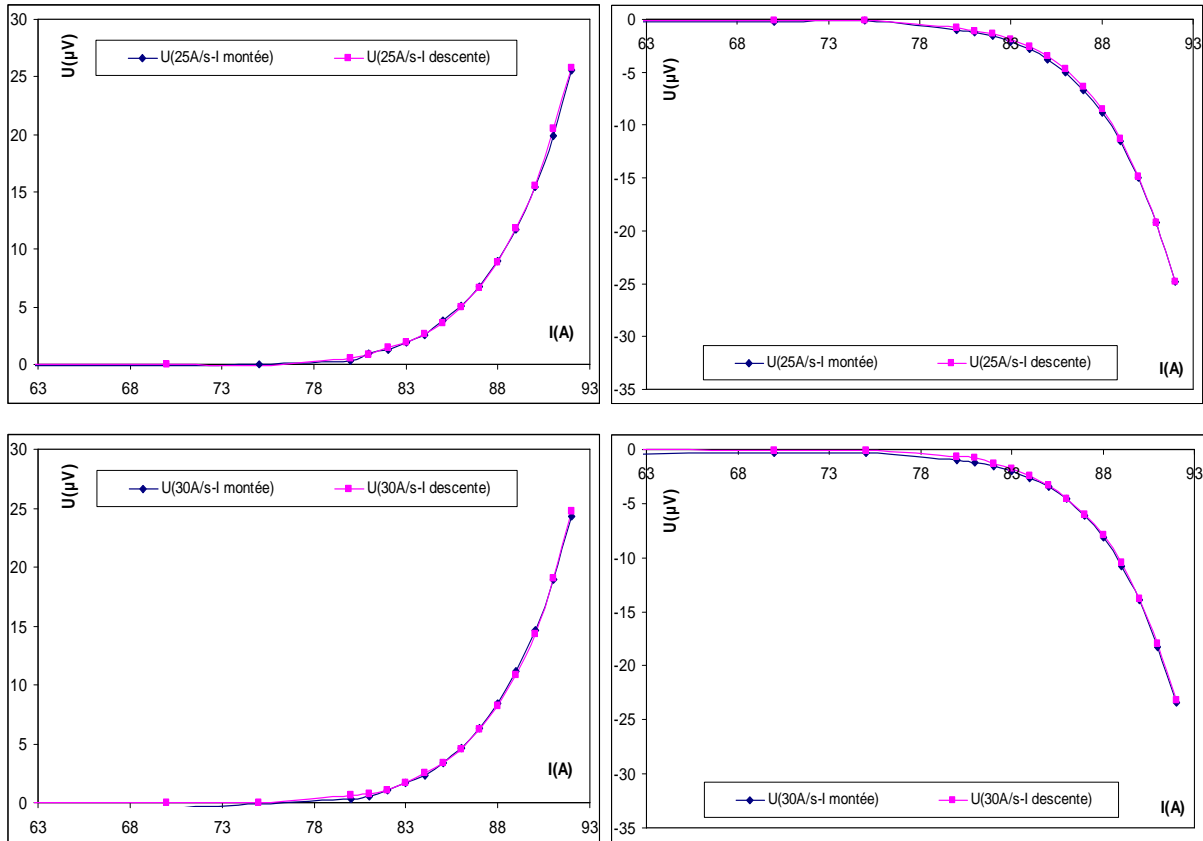
### 2.1.2.2. Résultats de mesures

Les courbes de caractéristique électrique  $U(I)$  du tube supraconducteur pour différentes valeurs de la vitesse du courant de transport sont représentées sur les figures suivantes (Figure 2.1.3):

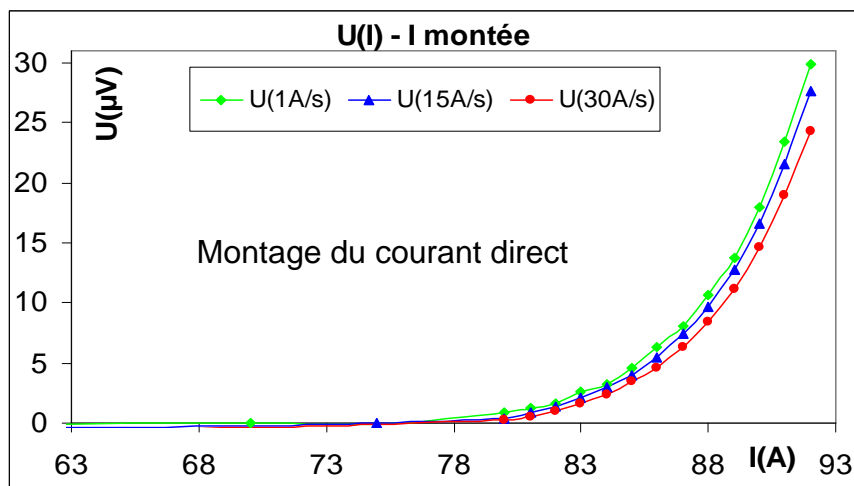


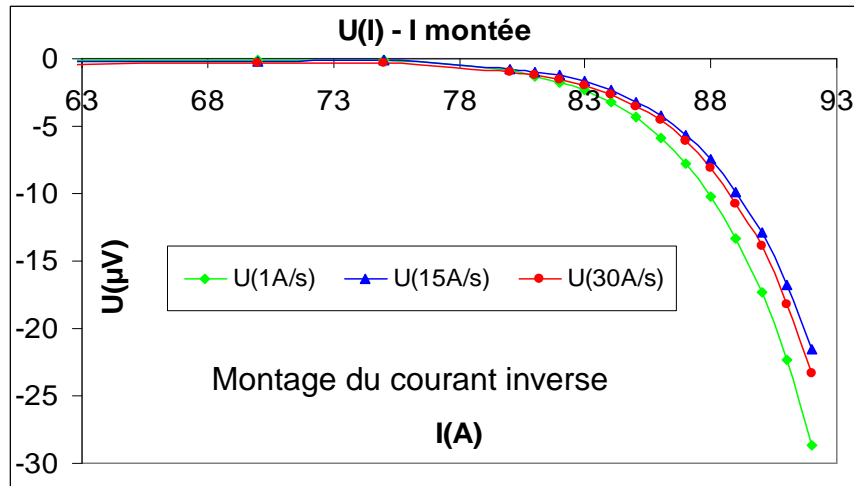






**Figure 2.1.3** : Caractéristiques U(I) du montage direct (à gauche) et du montage inverse (à droite) pour l'augmentation et la diminution de I.





**Figure 2.1.4** : Caractéristiques  $U(I)$  pour l'augmentation de  $I$  du montage direct et du montage inverse.

Sur les **Figure 2.1.3**, les courbes  $U(I)$  pour différents montages de mesure à différentes vitesses de courant sont représentées. On constate généralement que pour des vitesses de courant différentes, la tension  $U$  aux bornes de l'échantillon augmente rapidement quand le courant  $I$  est voisin du courant critique  $I_c$ . L'erreur de mesure est de  $1\mu\text{V}$  environ (c'est l'écart type) et du même ordre que la différence entre les courbes (**Figure 2.1.4**). Donc la précision de nos mesures ne nous permet pas de conclure sur l'influence de la vitesse de variation de  $I$ .

### 2.1.3. Caractéristiques $J_c(B)$ et $n(B)$

#### 2.1.3.1. Description de l'expérience

Le but de l'expérience est de mesurer la caractéristique de la densité de courant critique  $J_c$  d'un échantillon supraconducteur HTc pour différents champs magnétiques extérieurs,  $J_c(B)$ . Tous les paramètres et les dimensions de cet échantillon utilisé pour cette mesure sont dans le **Tableau 2.1.2**.

| Symbole  | Quantité  | Tube testé           |
|----------|---|----------------------|
| L        | longueur  | 160mm                |
| $l_{pp}$ | distance entre les prises de potentiel            | 99mm                 |
| $d_i$    | diamètre intérieur                                | 8mm                  |
| $d_e$    | diamètre extérieur                                | 10mm                 |
| $R_i$    | rayon intérieur                                   | 4mm                  |
| $R_e$    | rayon extérieur                                   | 5mm                  |
| S        | section circulaire                                | 28mm <sup>2</sup>    |
| $T_c$    | température critique                              | 108K                 |
| $E_c$    | champ électrique critique                         | 1μV/cm               |
| $I_{c0}$ | courant critique à 77K en champ propre            | 87A                  |
| $J_{c0}$ | densité de courant critique à 77K en champ propre | 3,1A/mm <sup>2</sup> |

**Tableau 2.1.2 :** Paramètres de l'amenée de courant BiSCCO pour mesure  $J_c(B)$  et  $n(B)$ .

On effectue les mêmes mesures  $U(I)$  du tube précédent, mais dans ce cas, l'échantillon est traversé par un courant continu  $I$  et soumis à un champ magnétique extérieur  $B_{ext}$  parallèle à l'axe Oz [1]. La tension  $U$  en fonction du courant  $I$  est mesurée à différentes valeurs de  $B_{ext}$ .

Nous considérons que le courant se répartit uniformément dans tout le matériau pour obtenir alors la relation simple entre le courant  $I$  et la densité de courant  $J$  :

$I = J.S$ , où  $S$  est la section de l'échantillon

D'autre part nous supposons que le champ électrique ne comporte qu'une composante le long de l'axe du tube pour avoir une relation simplificatrice entre le champ électrique  $E$  et la tension aux bornes de l'échantillon  $U$  :

$U = E.l_{pp}$ , où  $l_{pp}$  est la distance entre les prises de potentiel

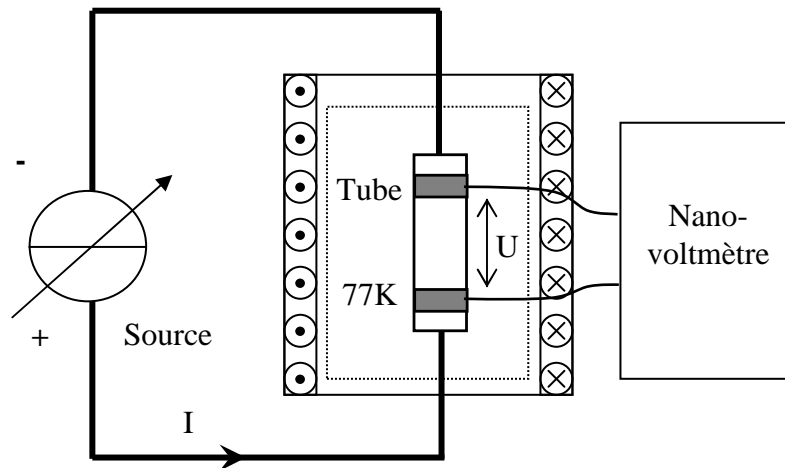
$$\rightarrow I_c = J_c.S \text{ et } U_c = E_c.l_{pp} = 9,9\mu V \quad (2.1.1)$$

Dans ce cas, nous pouvons déduire  $E(J)$  à partir de  $U(I)$ . La valeur de la densité de courant critique  $J_c = I_c/S$  dépend du critère de mesure correspondant au champ électrique critique  $E_c$ . Le critère de  $E_c$  est choisi de 1μV/cm, qui est le critère le plus souvent utilisé pour les supraconducteurs HTc. Pour obtenir la courbe  $J_c(B)$ , nous déterminons approximativement le courant critique de mesure  $I_c$  pour les différentes valeurs de  $B_{ext}$  par la tension  $U_c = E_c.l_{pp} = (1\mu V/cm).l_{pp}$ . Enfin nous pouvons déduire et tracer la  $J_c(B_{ext}) = I_c(B_{ext})/S$  en supposant la pénétration complète du courant dans l'échantillon.

Ensuite la détermination de  $n$  est effectuée tel que la loi en puissance se superpose le mieux possible à la courbe expérimentale. On obtient alors la caractéristique  $n(B)$ .

Le banc de mesure en courant continu (Figure 2.1.5) est composé d'un générateur de courant et d'un nanovoltmètre de mesure de la tension  $U$ . La bobine du champ magnétique est disposée pour générer un champ magnétique extérieur  $B_{\text{ext}}$  croissant d'un pas de 7 mT à partir de 0 mT jusqu'à 84 mT en l'appliquant à l'échantillon.

L'échantillon est immergé dans l'azote liquide (à 77K) à l'intérieur de la bobine de champ magnétique. On mesure la tension  $U$  à chaque valeur de courant  $I$  de 0 à 100A et on obtient les caractéristiques  $U(I)$  pour différentes valeurs de  $B_{\text{ext}}$ .

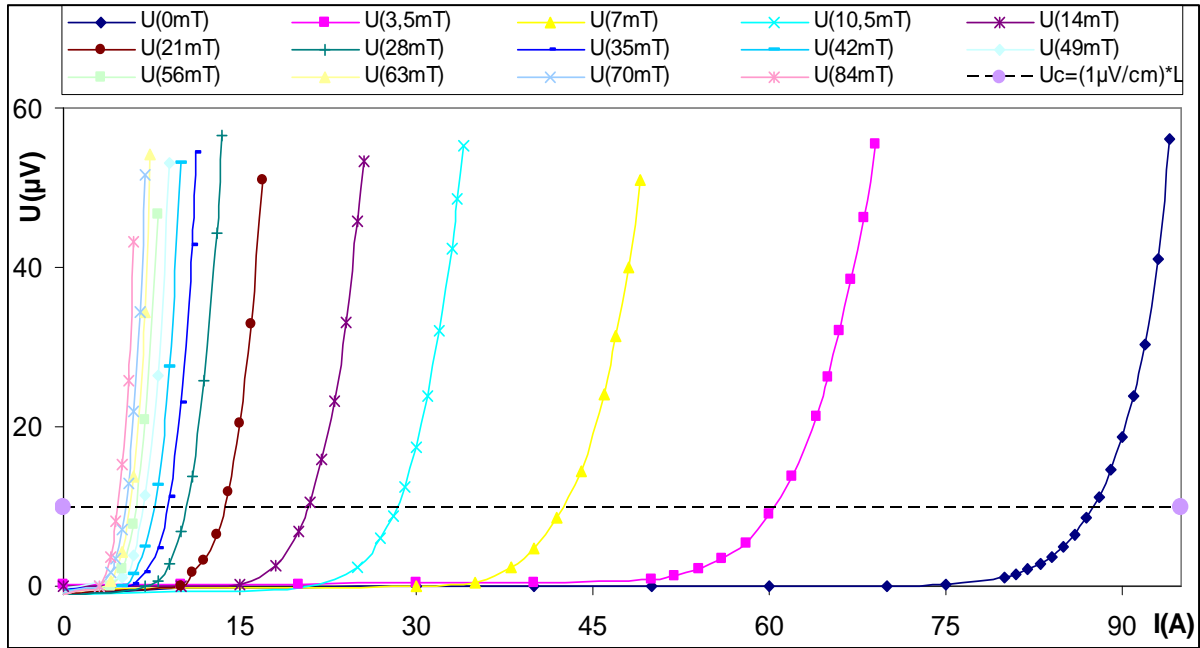


**Figure 2.1.5 :** Disposition de l'échantillon dans la bobine du champ magnétique.

### 2.1.3.2. Résultats de mesures

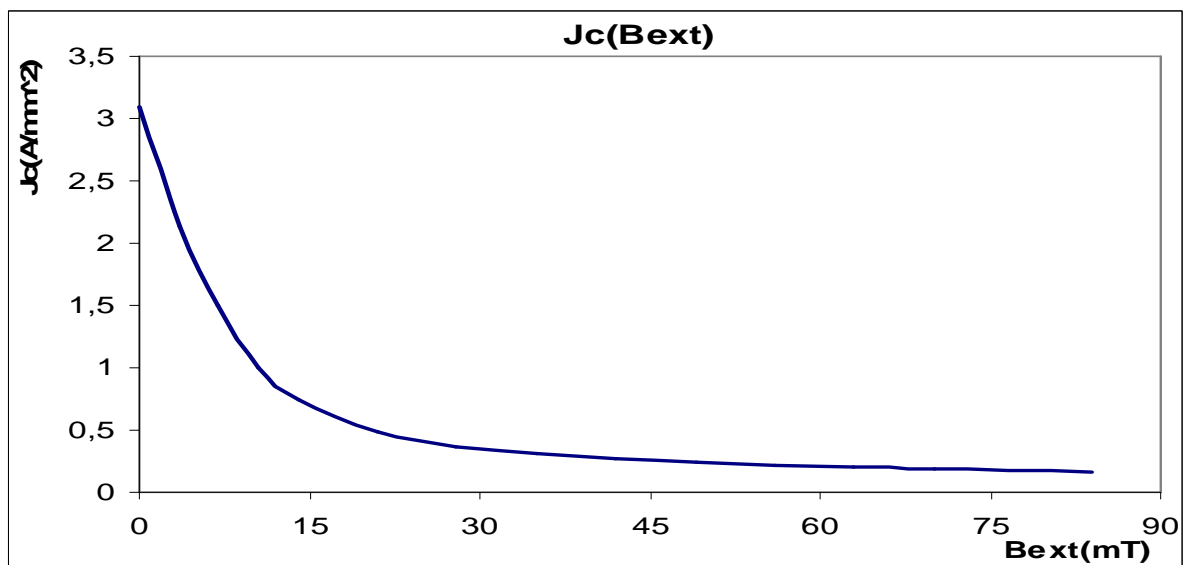
Les courbes  $U(I)$ ,  $J_c(B)$  et  $n(B)$  du tube supraconducteur sont représentées sur les figures suivantes.

Sur la Figure 2.1.6, la tension  $U$  aux bornes de l'échantillon augmente plus rapidement avec l'augmentation du champ magnétique extérieur appliqué  $B_{\text{ext}}$ . L'augmentation de ce champ  $B_{\text{ext}}$  a pour effet de diminuer la valeur du courant critique  $I_c$  de l'échantillon. Les courants critiques  $I_c$  sont déterminés approximativement pour différentes valeurs de  $B_{\text{ext}}$  (Figure 2.1.6).



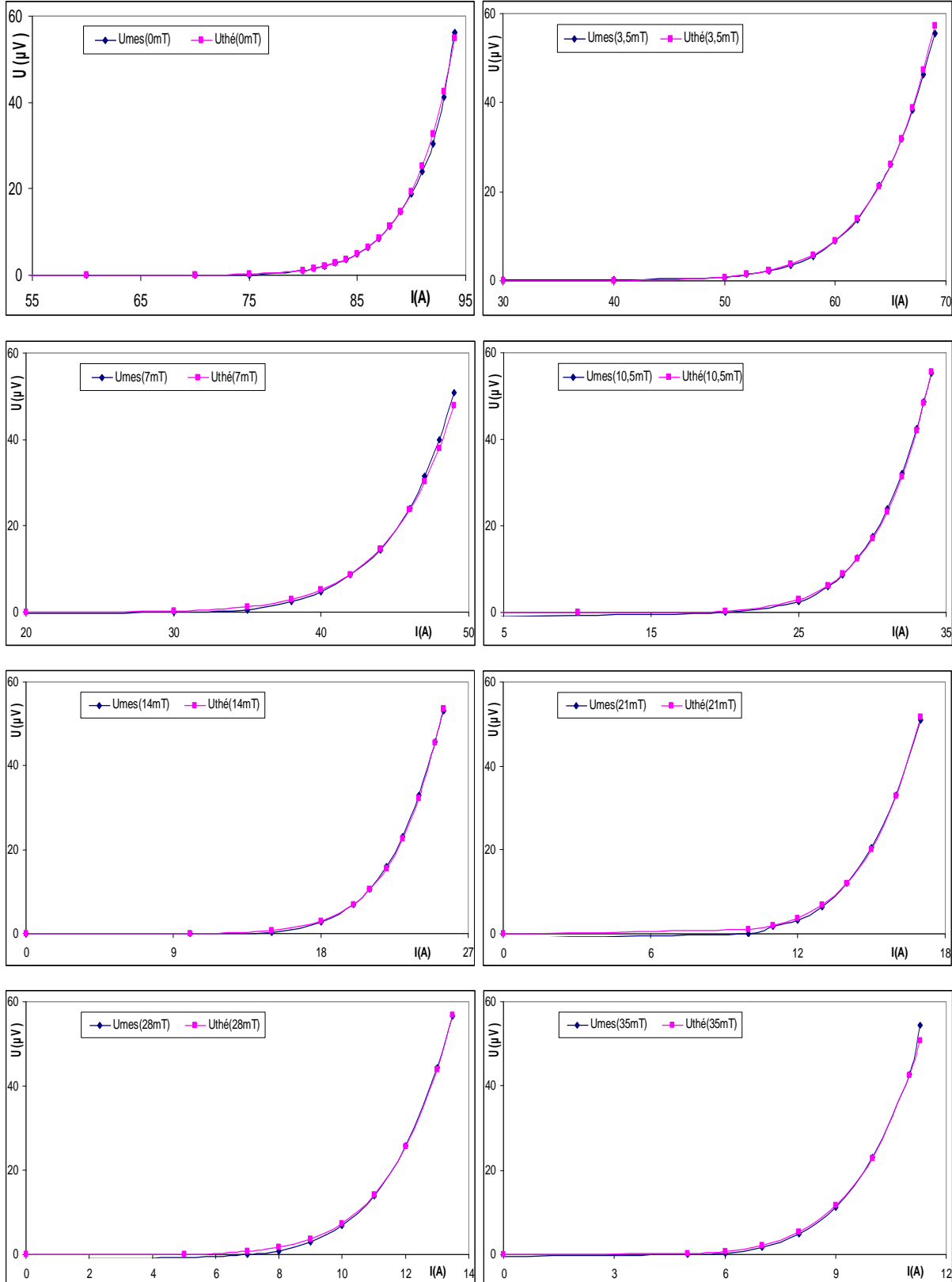
**Figure 2.1.6 :** Caractéristiques  $U(I)$  pour l’augmentation de  $I$  de 0 à 100A et la détermination de  $I_c$  en utilisant  $U_c$ .

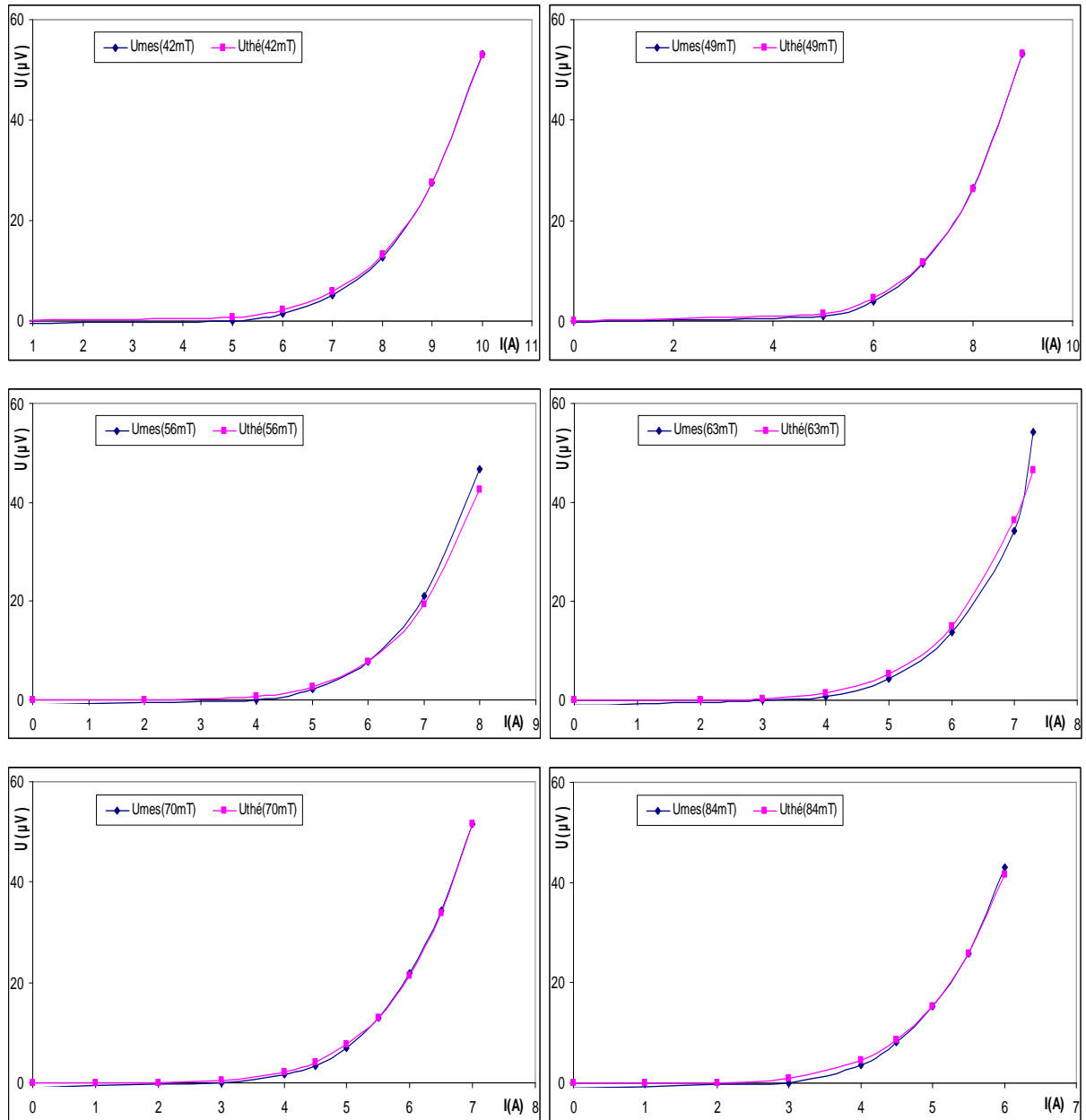
La valeur de tension critique  $U_c$  est calculée par la formule (2.1.1), donc  $U_c$  est constante et elle est représentée par une ligne droite sur la Figure 2.1.6. Cette ligne croise toutes les courbes de tension-courant, donnant à des différentes valeurs de  $B_{\text{ext}}$ , les valeurs de courant critique  $I_c$ . Enfin, les valeurs de la densité de courant critique  $J_c$  sont calculées par la formule (2.1.1) et la caractéristique  $J_c(B)$  est obtenue (Figure 2.1.7).



**Figure 2.1.7 :** Caractéristique  $J_c(B_{\text{ext}})$  pour la montée du courant  $I$  de 0 à 100A.

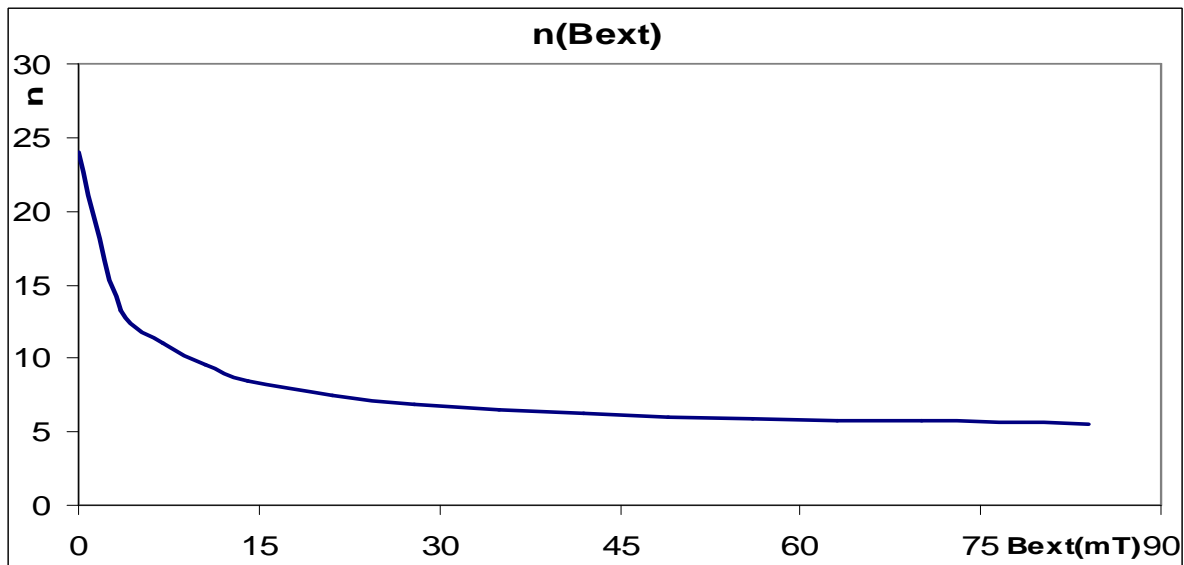
Pour déduire  $n(B)$  de  $U(I)$  à différents  $B_{ext}$ , nous avons tracé sur la même figure, la courbe théorique et la courbe mesurée en prenant  $n$  tel que ces courbes se superposent (Figure 2.1.8), enfin la caractéristique  $n(B_{ext})$  est obtenue (Figure 2.1.9).





**Figure 2.1.8** : Choix de  $n$  pour que les caractéristiques  $U(I)$  mesurées et théoriques coïncident.





**Figure 2.1.9** : Courbe  $n(B_{\text{ext}})$  de l'échantillon.

A partir des résultats obtenus, on constate, comme prévu [3,6,16], que le champ magnétique extérieur  $B_{\text{ext}}$  augmente lorsque les valeurs de  $J_c$  et de  $n$  de l'échantillon diminuent.

## 2.2. Compensation du champ magnétique propre dans un tube supraconducteur HTc

Dans le début de ce chapitre est présenté la mesure de caractéristique  $J_c(B)$  d'un tube supraconducteur HTc. La méthode électrique est utilisée pour déterminer la caractéristique  $J_c(B)$  [1]. Nous avons montré expérimentalement que la densité de courant critique  $J_c$  dépend de l'induction magnétique  $B_{\text{ext}}$ , (à température constante). Le problème de cette méthode est l'effet de champ magnétique propre car le champ propre  $B_{\text{cp}}$ , fait partie du champ magnétique total :  $B = f(B_{\text{ext}}, B_{\text{cp}})$ . Il est donc impossible d'obtenir  $B = 0$  et donc  $J_c(B=0)$ .

La mesure permet d'obtenir  $J_c(B_{\text{ext}})$ . Si la valeur du champ magnétique extérieur  $B_{\text{ext}}$  est suffisamment grande, la valeur du champ magnétique propre  $B_{\text{cp}}$  est négligeable, alors la  $J_c(B_{\text{ext}}) \approx J_c(B)$ . Par contre, si  $B_{\text{ext}}$  est proche de  $B_{\text{cp}}$ , nous en déduisons alors que  $J_c(B_{\text{ext}})$  est très différente de  $J_c(B)$ .

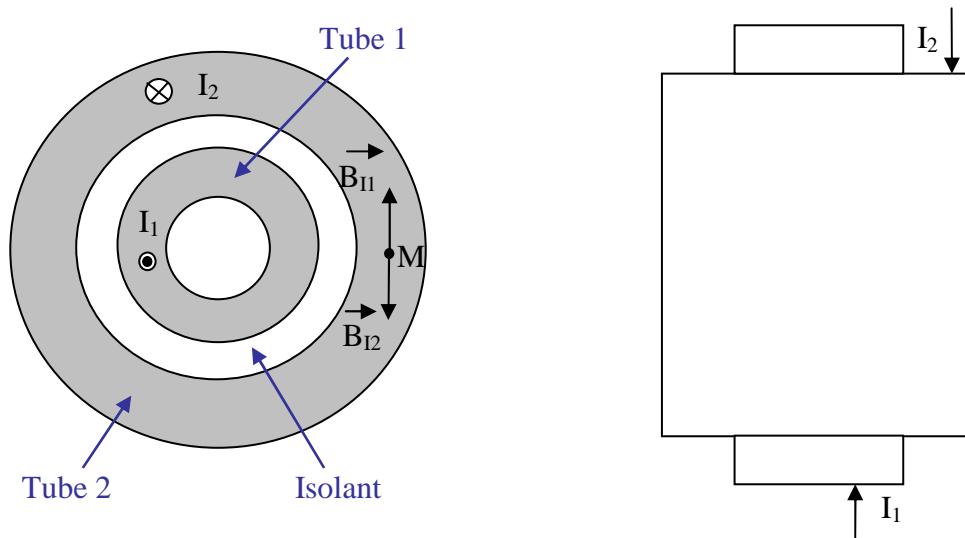
Donc, il est nécessaire de mettre en œuvre des dispositions spéciales pour compenser complètement ou partiellement le champ magnétique propre. C'est l'objectif de ce travail.

Après avoir calculé analytiquement  $B_{cp}$  (dans le chapitre 1, paragraphe 1.5.1.), les méthodes de compensation  $B_{cp}$  seront effectuées pour les amenées supraconductrices du même type que celles présentées au début de ce chapitre (Figure 2.1.1).

## 2.2.1. Première solution – Compensation par champ intérieur au tube

### 2.2.1.1. Principe de compensation

Les travaux de B. DOUINE [5] ont permis de réaliser une compensation partielle de  $B_{cp}$ . Nous présentons le principe et les résultats expérimentaux de cette compensation. Nous disposons un autre tube cylindrique supraconducteur (tube 1) au milieu du tube étudié (tube 2). Les courants parcourant les tubes 1 et 2 sont notés respectivement  $I_1$  et  $I_2$  et créent les champs magnétiques  $B_{11}$  et  $B_{12}$  (Figure 2.2.1). Le champ magnétique propre  $\vec{B}_{cp}$  (ou  $\vec{B}_{12}$ ), dans le tube supraconducteur, est azimutal. Afin de compenser ce champ  $\vec{B}_{12}$ , il nous faut lui mettre le champ  $\vec{B}_{11}$  en opposition, c'est-à-dire que les courants  $I_1$  et  $I_2$  doivent être opposés comme dans la Figure 2.2.1.



**Figure 2.2.1** : Modèle de principe de compensation du champ magnétique propre.

Quand il n'y a pas de champ magnétique extérieur, le champ magnétique total du point M dans le tube supraconducteur est :  $\vec{B}_{tot} = \vec{B}_{11} + \vec{B}_{12}$ . Si  $\|\vec{B}_{11}\| = \|\vec{B}_{12}\|$  alors  $\|\vec{B}_{tot}\| = 0$  au point M et nous pouvons dire que le champ magnétique propre  $\vec{B}_{cp}$  est en ce point compensé.

Il est impossible d'annuler partout le  $\vec{B}_{12}$  dans la section du tube, mais nous pouvons réduire

le champ magnétique moyen  $B_{12\text{moy}}$  :  $B_{12\text{moy}} = \frac{\Phi_{12}}{S} = \frac{2\pi}{S} \iint_S \vec{B}_{12} \cdot d\vec{s}$ .

Cette réduction du champ magnétique moyen  $B_{12\text{moy}}$  réduit l'effet du champ propre et fait augmenter le courant critique  $I_{c2}$  dans le tube étudié. B. DOUINE a déterminé la valeur de courant  $I_{1m}$  qui minimise le champ propre  $B_{12}$  et maximise le courant critique  $I_{c2}$  soit la densité de courant critique  $J_{c2}$  dans le tube 2 à l'aide du modèle de Bean.

$$I_{1m} = \frac{2\pi \cdot J_{c2}}{R_e - R_i} \left( \frac{R_e^3}{3} + \frac{R_i^3}{6} - \frac{R_i \cdot R_e^2}{2} \right) \quad (2.2.1)$$

Donc, nous allons vérifier expérimentalement ici la validité de cette formule.

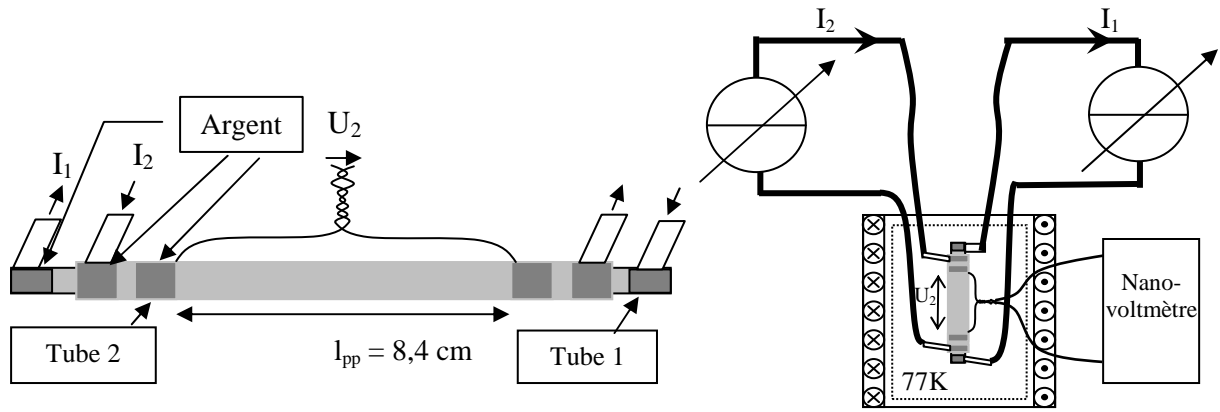
### 2.2.1.2. Banc de mesure

Pour effectuer la compensation du champ magnétique propre, il faut réaliser un banc expérimental (Figure 2.2.2). Tous les paramètres et les dimensions de l'échantillon utilisé pour cette solution sont dans le Tableau 2.2.1.

| Symbole  | Quantité  | Tube testé (tube 2)  |
|----------|---|----------------------|
| L        | longueur  | 135mm                |
| $I_{pp}$ | distance entre les prises de potentiel            | 84mm                 |
| $d_i$    | diamètre intérieur                                | 8mm                  |
| $d_e$    | diamètre extérieur                                | 10,1mm               |
| $R_i$    | rayon intérieur                                   | 4mm                  |
| $R_e$    | rayon extérieur                                   | 5,05mm               |
| S        | section circulaire                                | 30mm <sup>2</sup>    |
| $T_c$    | température critique                              | 108K                 |
| $E_c$    | champ électrique critique                         | 1μV/cm               |
| $I_{c0}$ | courant critique à 77K en champ propre            | 84,5A                |
| $J_{c0}$ | densité de courant critique à 77K en champ propre | 2,8A/mm <sup>2</sup> |

**Tableau 2.2.1** : Paramètres de l'amenée de courant BiSCCO pour la première solution.

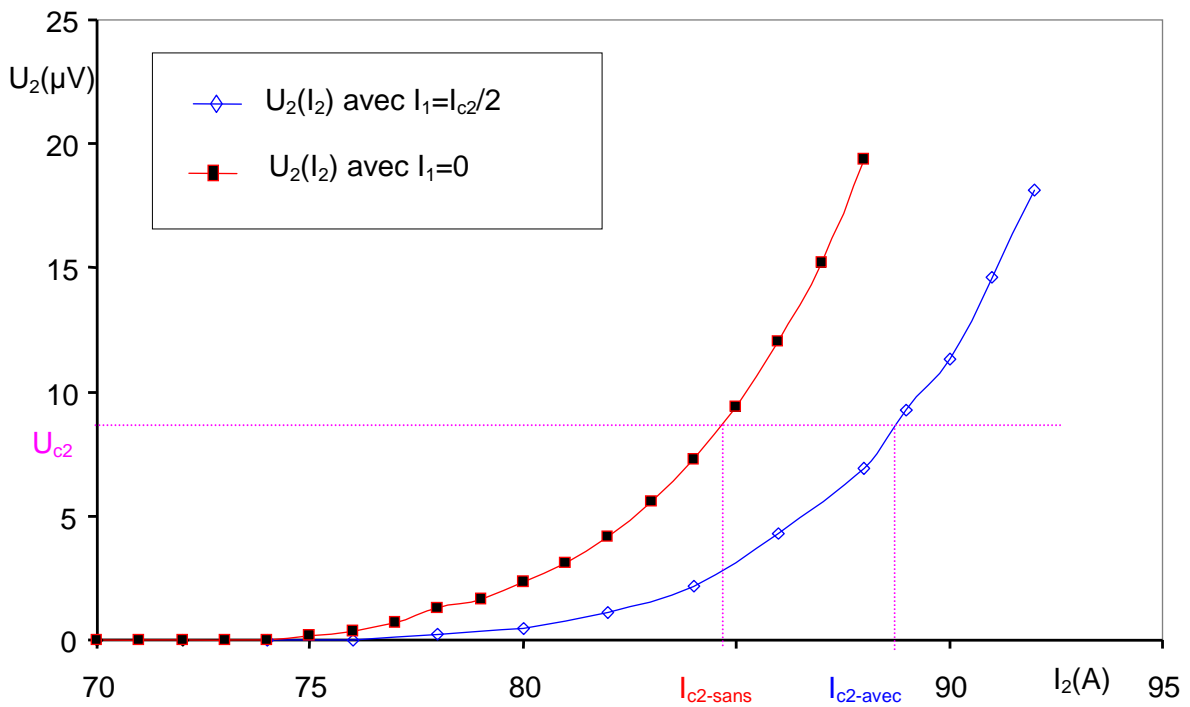
Dans ce banc de mesure (Figure 2.2.2), il y a deux courants alimentés différents, l'un  $I_1$  et l'autre  $I_2$ , un nanovoltmètre est utilisé pour mesurer la tension  $U_2$  aux bornes du tube 2.



**Figure 2.2.2** : Disposition d'un banc de mesure.

### 2.2.1.3. Résultats de mesures et analyse

Les caractéristiques  $U_2(I_2)$  avec et sans compensation, avec  $B_{ext} = 0$ , sont présentées sur la **Figure 2.2.3**.

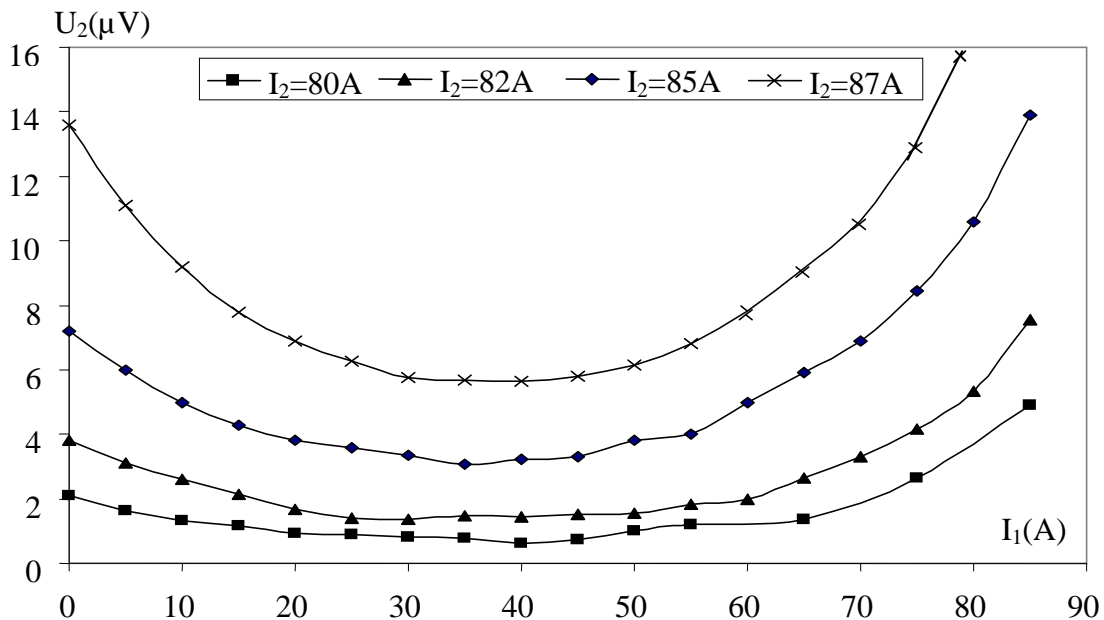


**Figure 2.2.3** : Caractéristiques  $U_2(I_2)$  du tube 2 ( $B_{ext} = 0$ ) avec et sans compensation.

A l'aide de la caractéristique  $U_2(I_2)$  sans compensation ( $I_1 = 0$ ). Le courant critique  $I_{c2}$  du tube 2 est déduit :  $I_{c2-sans} = 84,5A$ .

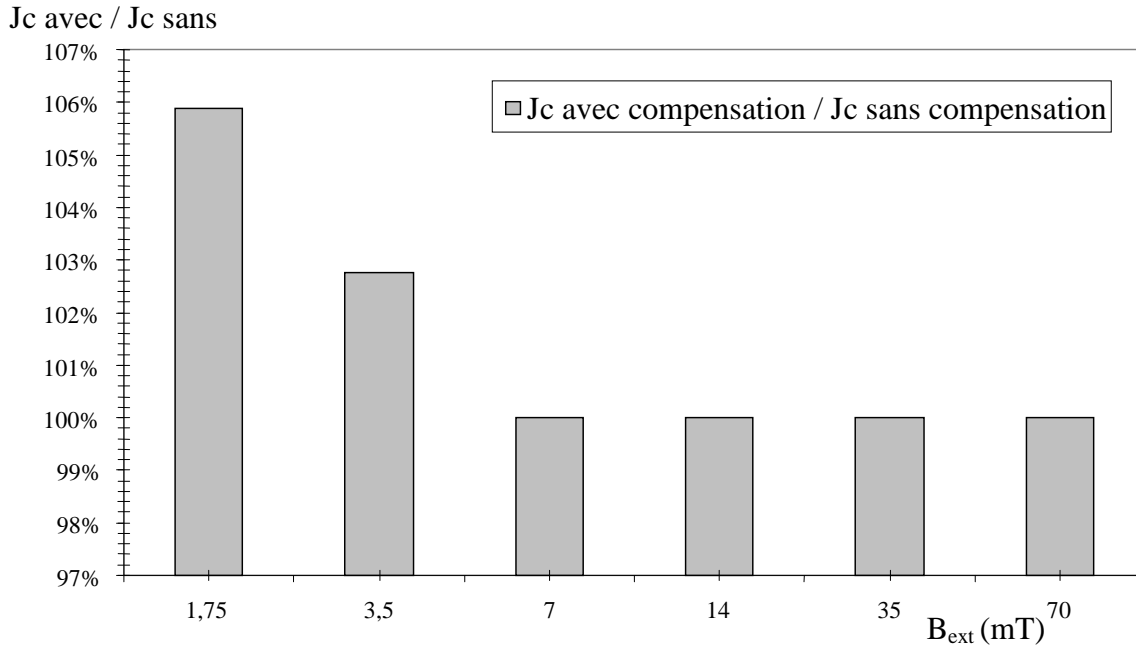
D'autre part, la caractéristique  $U_2(I_2)$  avec la meilleure compensation ( $I_1 = I_{c2}/2$ ) montre que le courant critique du tube étudié a été augmenté. Le courant critique du tube étudié est alors  $I_{c2\text{-avec}} = 88,5\text{A}$  (Figure 2.2.3).

Nous avons mesuré pour quelques hautes valeurs de  $I_2$  autour de  $I_{c2}$  (comme 80, 82, 85 et 87A) la tension  $U_2$  en fonction du courant  $I_1$  (Figure 2.2.4). Le but de cette mesure est de déterminer le courant souhaitable de  $I_1$  qui minimise la tension  $U_2$  dans le tube 2. On s'aperçoit que la tension  $U_2$  est minimale quand le courant  $I_1$  s'approche de  $I_{c2}/2$ . Mais la détermination précise de la valeur de  $I_1$  est difficile car les courbes  $U_2(I_1)$  sont plates autour de  $I_{c2}/2$  (Figure 2.2.4). Le courant de  $I_1$  a été choisi par  $I_1 = I_{c2}/2$  pour effectuer la compensation du champ propre.



**Figure 2.2.4** : Caractéristiques  $U_2(I_1)$  pour quelques valeurs constantes de  $I_2$ .

Finalement, le rapport entre  $J_c(B_{\text{ext}})$  avec compensation et  $J_c(B_{\text{ext}})$  sans compensation est présenté (Figure 2.2.5). Dans le cas de petit  $B_{\text{ext}}$ , la superposition de  $B_{\text{ext}}$  avec  $B_{\text{cp}}$  influe sur  $J_c$  et la compensation permet d'augmenter  $J_c$ . Par contre dans le cas de grand  $B_{\text{ext}}$ ,  $J_c$  n'est pas influencée par  $B_{\text{cp}}$  alors nous pouvons dire que  $J_c(B) = J_c(B_{\text{ext}})$ .



**Figure 2.2.5 :** Caractéristiques de  $J_c$  avec et sans compensation du champ propre en fonction de  $B_{\text{ext}}$ .

#### 2.2.1.4. Comparaison entre les résultats théoriques (calcul analytique) et les résultats expérimentaux

Les résultats expérimentaux et le résultat de calcul théorique sont comparés, en appliquant la formule (2.2.1) avec  $R_e = 5,05\text{mm}$  ;  $R_i = 4\text{mm}$  ;  $S = 30\text{mm}^2$ .  $J_{c2}$  est calculée à partir de  $I_{c2}$  dans la caractéristique  $U_2(I_2)$  sans champ magnétique extérieur appliqué alors :

$$I_{c2} = 84,5\text{A} \rightarrow J_{c2} = \frac{84,5}{30 \cdot 10^{-6}} = 2,8 \cdot 10^6 \text{ A/mm}^2$$

$$\text{On trouve : } I_{1m} = \frac{2\pi \cdot 2,8 \cdot 10^6}{(5,05 - 4) \cdot 10^{-3}} \left( \left[ \frac{(5,05)^3}{3} + \frac{(4)^3}{6} - \frac{4 \cdot (5,05)^2}{2} \right] \cdot 10^{-9} \right) = 43,389\text{A}$$

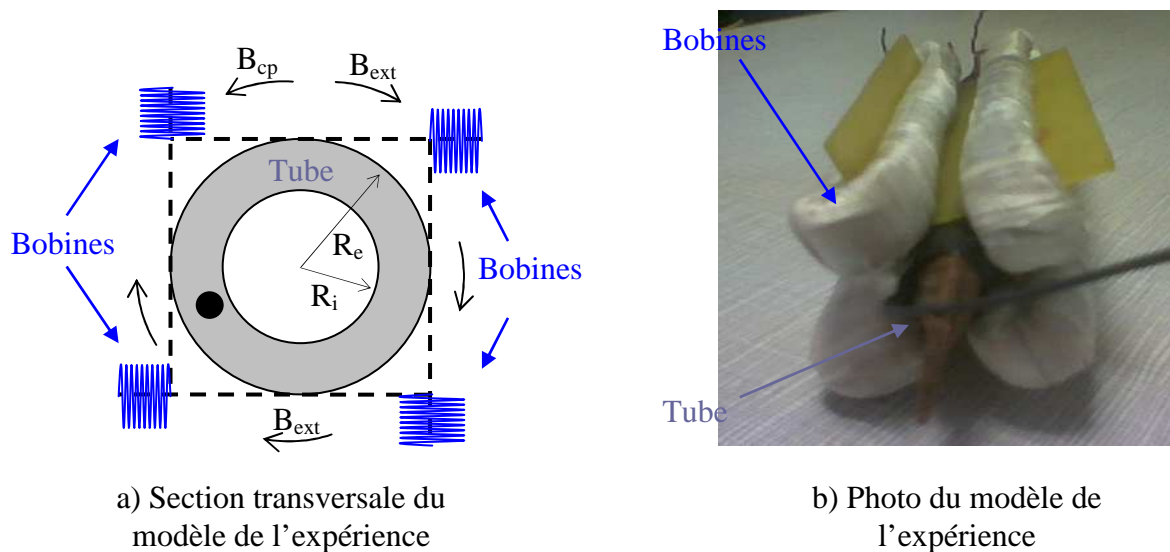
Cette valeur souhaitable de  $I_1$ ,  $I_{1m} = 43,389\text{A}$  est approximativement égale à  $I_{c2}/2$ , valeur que nous avons montré dans la partie expérimentale. Le résultat expérimental nous permet donc de valider le calcul théorique.

Cette partie présente la compensation du champ magnétique propre grâce à un deuxième tube coaxial. Nous allons étudier une autre méthode pour tenter de compenser  $B_{cp}$ .

## 2.2.2. Deuxième solution – Compensation par champ extérieur au tube

### 2.2.2.1. Principe de compensation

Dans la première méthode de compensation, nous avons utilisé une source de champ magnétique créé par un tube coaxial à l'intérieur du tube étudié. Dans cette deuxième méthode de compensation, nous tentons de créer un champ magnétique par une source extérieure du tube étudié, il s'agit du champ magnétique créé par quatre bobines asymétriques en cuivre à l'extérieur du tube. Ces bobines sont installées autour du tube sur toute la longueur (Figure 2.2.6) pour compenser le champ magnétique propre sur toute la longueur du tube. Chacune comprend 70 spires. Le tube étudié est parcouru par un courant  $I_2$  qui crée le champ magnétique propre. D'autre part, ces quatre bobines sont parcourues par un courant  $I_1$ . Un champ magnétique total à l'extérieur du tube est généré par les quatre bobines (Figure 2.2.6a). Ce champ a pour but de compenser partiellement le champ magnétique propre du tube. Une photo du tube entouré des quatre bobines en série est présentée sur la Figure 2.2.6b.



**Figure 2.2.6** : Section transversale du modèle de l'expérience et photo du modèle étudié.

Toutes les mesures se font ici sans champ magnétique extérieur pour les raisons expliquées précédemment.

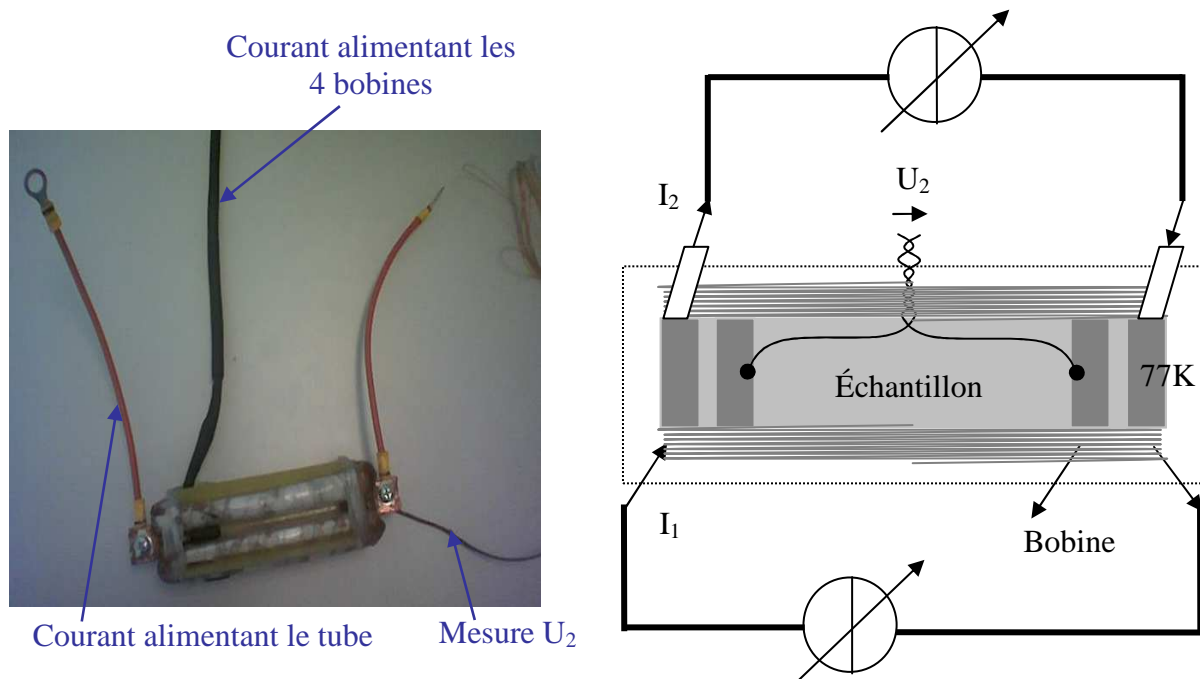
### 2.2.2.2. Banc de mesure

Nous présentons ici un banc expérimental de mesure. Tous les paramètres et les dimensions de l'échantillon utilisé sont dans le **Tableau 2.2.2**.

| Symbole  | Quantité  | Tube testé           |
|----------|---|----------------------|
| L        | longueur  | 162mm                |
| $l_{pp}$ | distance entre les prises de potentiel            | 140mm                |
| $d_i$    | diamètre intérieur                                | 5mm                  |
| $d_e$    | diamètre extérieur                                | 7mm                  |
| $R_i$    | rayon intérieur                                   | 2,5mm                |
| $R_e$    | rayon extérieur                                   | 3,5mm                |
| S        | section circulaire                                | 19mm <sup>2</sup>    |
| $T_c$    | température critique                              | 108K                 |
| $E_c$    | champ électrique critique                         | 1μV/cm               |
| $I_{c0}$ | courant critique à 77K en champ propre            | 87A                  |
| $J_{c0}$ | densité de courant critique à 77K en champ propre | 4,6A/mm <sup>2</sup> |

**Tableau 2.2.2** : Paramètres de l'amenée de courant BiSCCO pour la deuxième solution.

Dans ce banc de mesure, il y a deux courants différents, l'un  $I_2$  pour le tube et l'autre  $I_1$  pour les quatre bobines en série. D'autre part la tension  $U_2$  aux bornes de l'échantillon est mesurée par un nanovoltmètre. L'expérience est toujours effectuée dans l'azote liquide (à 77K) (Figure 2.2.7).

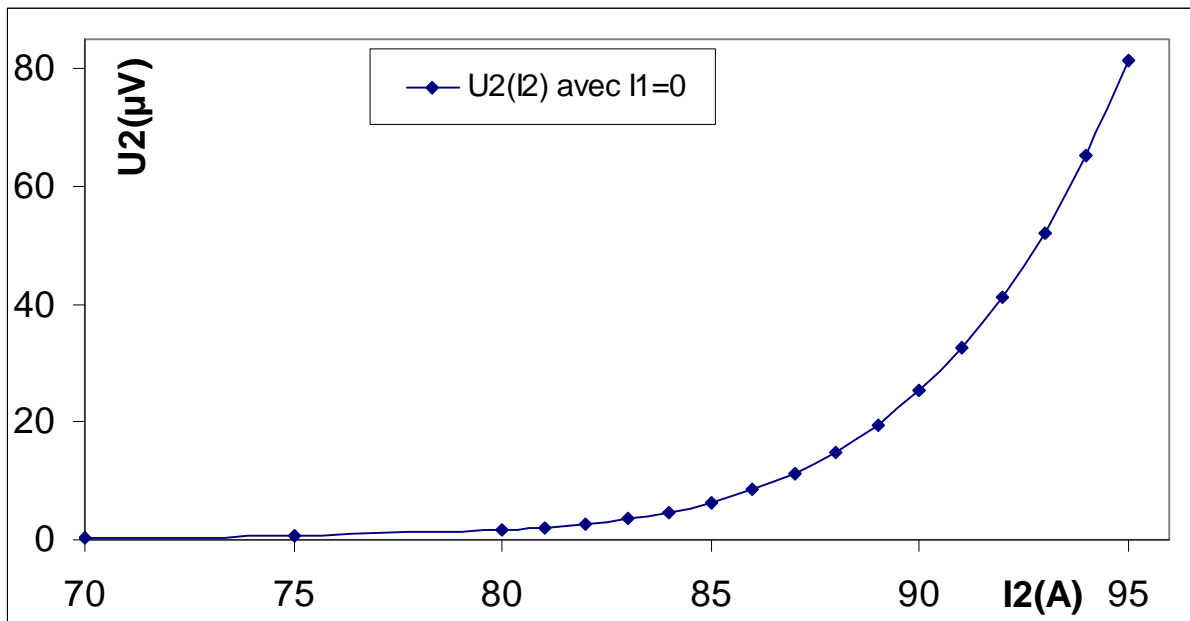


**Figure 2.2.7** : Disposition du banc de mesure.

### 2.2.2.3. Résultats de mesures et analyse

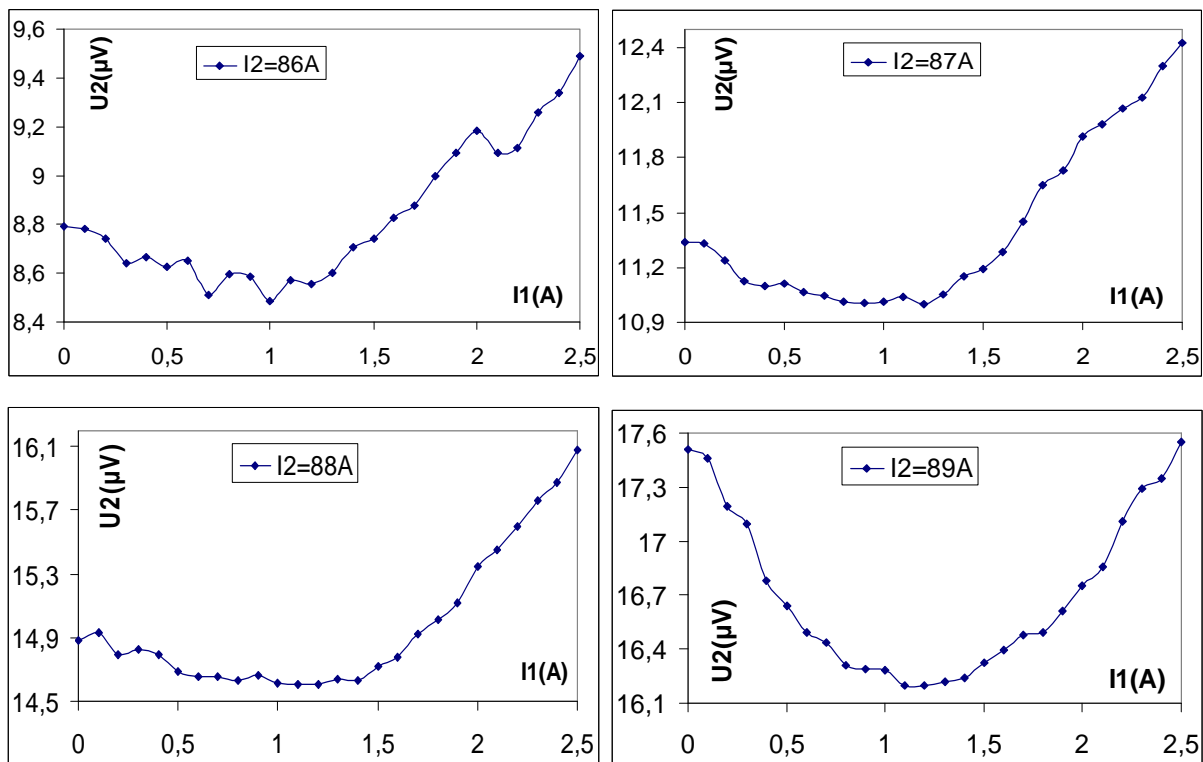
Tout d'abord la caractéristique  $U_2(I_2)$  du tube sans champ magnétique extérieur ( $B_{ext}=0$ ) et sans compensation ( $I_1=0$ ) est présentée (Figure 2.2.8). Cette courbe est tout à fait semblable à la courbe de tension-courant des autres échantillons précédents.

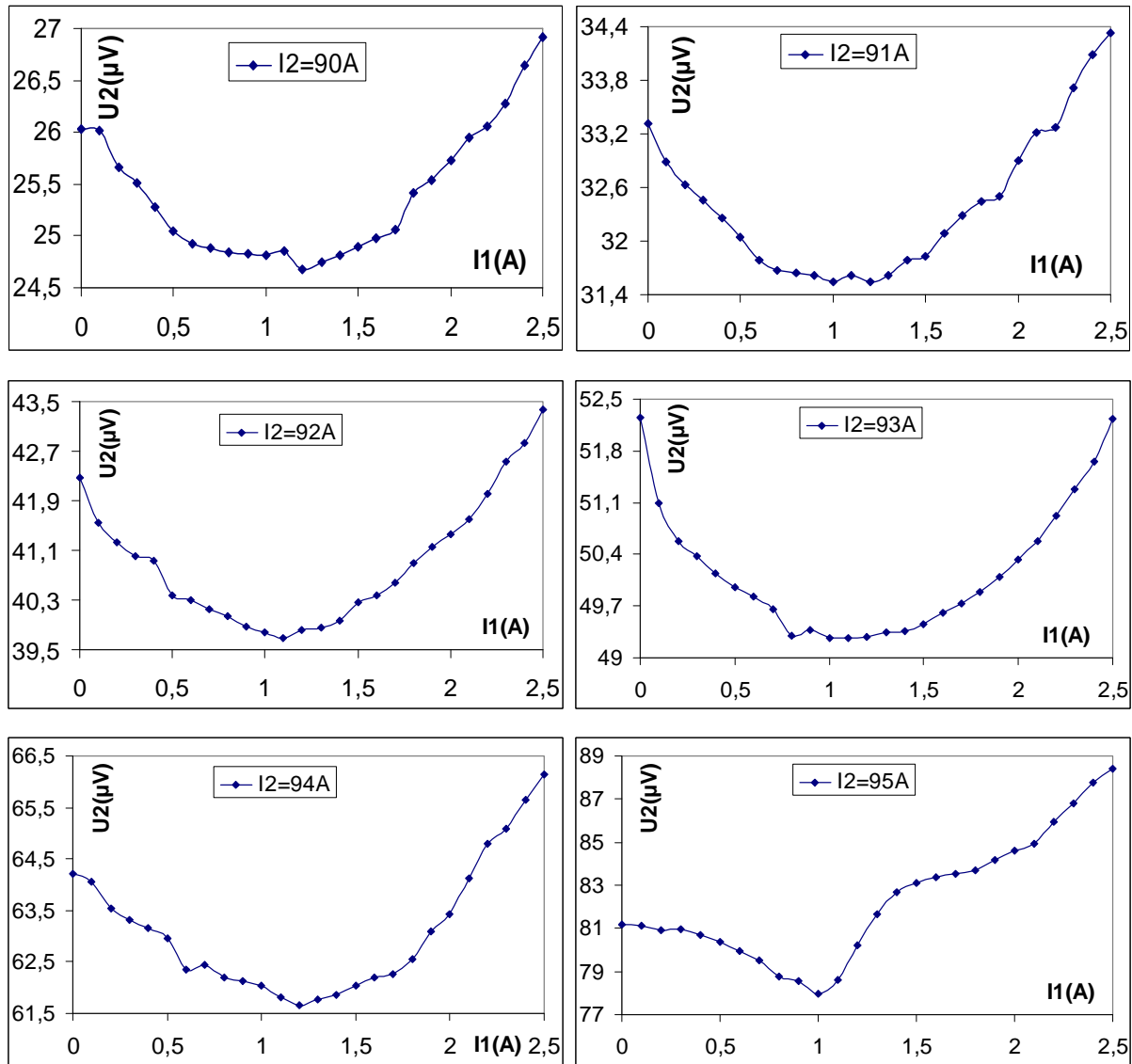




**Figure 2.2.8** : Caractéristique  $U_2(I_2)$  de l'échantillon sans compensation.

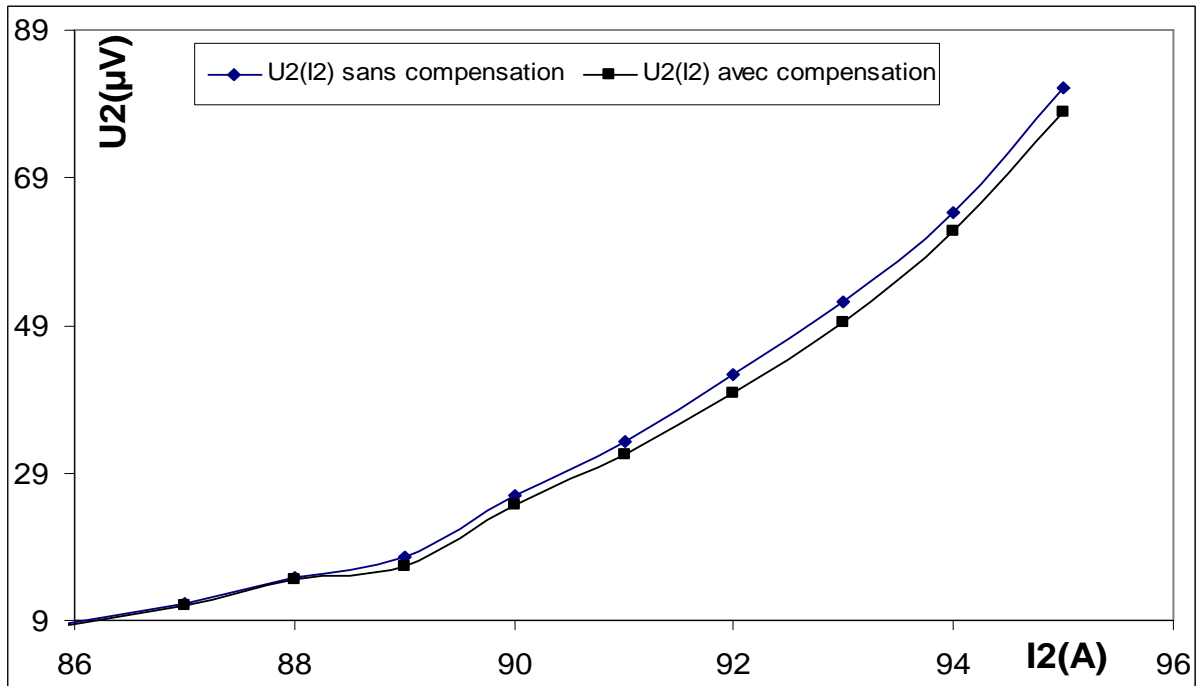
Ensuite, quelques hautes valeurs de  $I_2$  autour de  $I_{c2}$  (de 86 à 95A) sont choisies pour obtenir la tension  $U_2$  en fonction du courant  $I_1$ . La courbe  $U_2(I_1)$  est déterminée pour différentes valeurs de  $I_2$  avec  $B_{ext} = 0$  (Figure 2.2.9). Le but de cette mesure est de déterminer le courant souhaitable de  $I_1$  qui minimise la tension  $U_2$ . Nous constatons que la courbe  $U_2(I_1)$  a bien un minimum pour une valeur de  $I_1 > 0$ . Cette valeur de  $I_1 = I_{1m}$  varie avec le  $I_2$ .





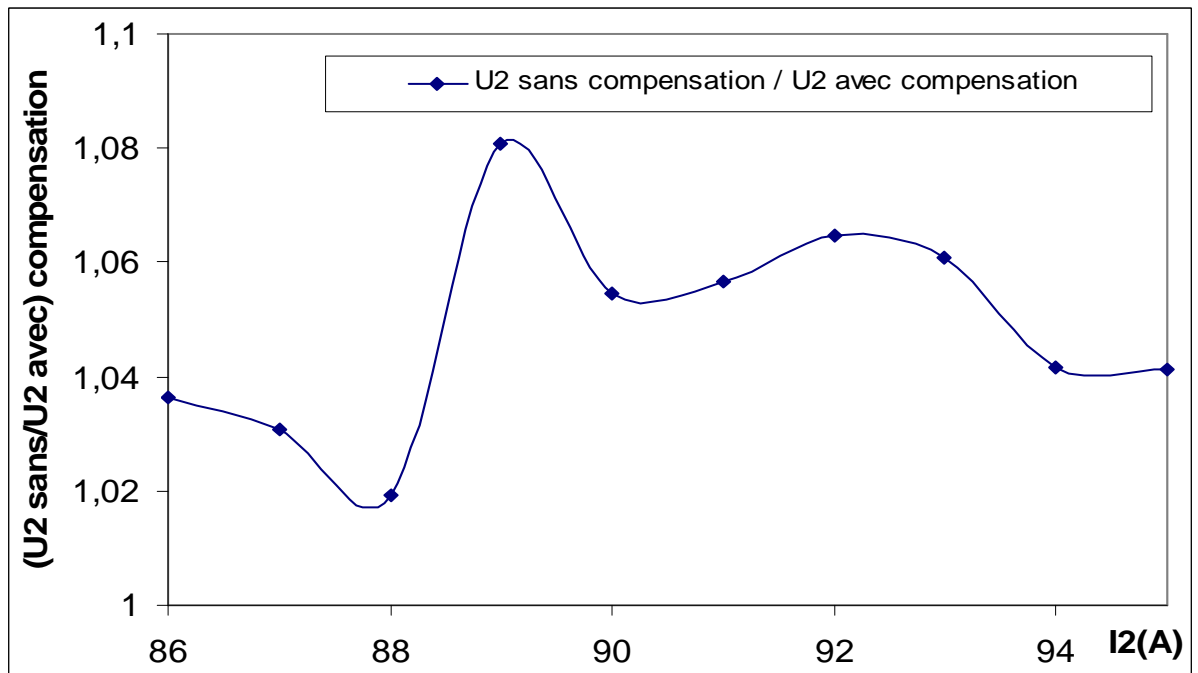
**Figure 2.2.9** : Tension  $U_2$  du tube en fonction de  $I_1$  pour quelques valeurs de  $I_2$ .

Après avoir choisi la valeur de courant  $I_1$  dans les bobines pour effectuer la meilleure compensation possible du champ magnétique propre  $B_{cp}$ , la caractéristique  $U_2(I_2)$  du tube avec et sans compensation est tracée (Figure 2.2.10). La tension aux bornes de l'échantillon  $U_2$  avec compensation est légèrement inférieure à celle sans compensation (Figure 2.2.10). Donc le courant critique du tube sera évidemment augmenté grâce à cette compensation.



**Figure 2.2.10** : Caractéristiques  $U_2(I_2)$  de l'échantillon pour deux cas (avec et sans compensation).

Le rapport entre la tension  $U_2$  avec et sans compensation est présenté (Figure 2.2.11).



**Figure 2.2.11** : Tension  $U_2$  avec et sans compensation du champ propre en fonction de  $I_2$ .

Ce rapport approche 105% (**Figure 2.2.11**). Donc cette méthode de compensation du champ magnétique propre dans le tube supraconducteur permet d'augmenter la densité de courant critique  $J_c$  mesurée du tube mais dans des proportions assez faibles. La méthode de compensation a été réalisée expérimentalement, nous devons maintenant essayer d'optimiser cette méthode de compensation.

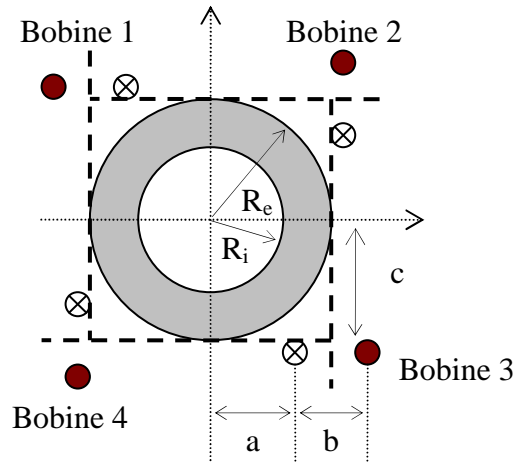
#### **2.2.2.4. Optimisation de la méthode de compensation avec champ extérieur au tube en test**

Pour optimiser cette méthode de compensation, il nous faut calculer le champ propre  $B_{cp}$  du tube et obtenir un champ magnétique extérieur, créé par les bobines, le plus proche de l'opposé de  $B_{cp}$ . Le calcul de  $B_{cp}$  a été déjà présenté dans le chapitre 1 (**Figure 1.5.2**). Le but principal de ce paragraphe est de présenter le calcul du champ magnétique extérieur. Nous avons fait le choix d'optimiser la compensation de  $B_{cp}$  ( $B_{cp}$  est suivant  $\theta$ ,  $B_r = 0$ ,  $B_{cp} = B_\theta$ ) sur les bords extérieurs et intérieurs du tube sans essayer de compenser en tout point car il est impossible d'annuler partout le  $B_{cp}$  dans le tube. Nous voulons que  $B_{\theta\text{-moyen}}$  soit le plus grand et  $B_{r\text{-moyen}}$  soit le plus petit, donc l'étude du nombre de bobines et des paramètres de position des bobines est abordée ici.

##### **2.2.2.4.1. Optimisation du nombre de bobines par MATLAB-FEMM**

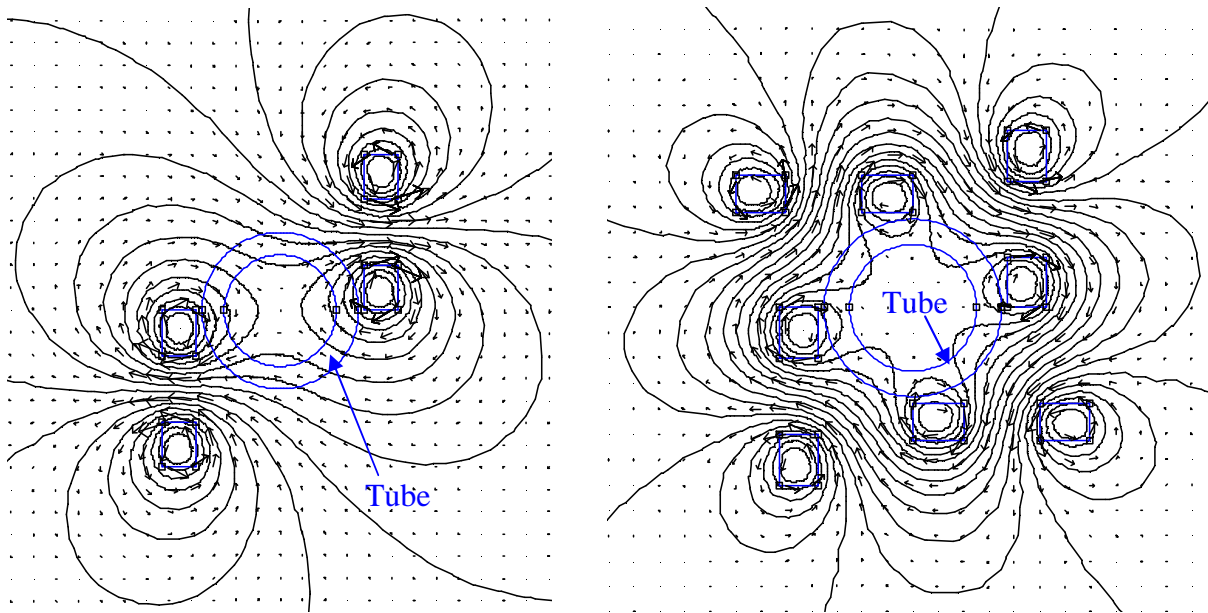
Dans l'environnement MATLAB-FEMM [17], nous pouvons simuler le modèle des quatre bobines avec le tube étudié dans l'expérience. Puis nous simulons le cas où nous mettons deux, six, et huit bobines placées autour du tube (**Figure 2.2.12**). Nous introduisons des paramètres de position des bobines ( $a = 0,0025$  ;  $b = 0,005$  ;  $c = R_e = 0,0035$ ), et des paramètres du tube étudié ( $R_e = 0,0035$  ;  $R_i = 0,0025$ ) dans le programme. Les quatre bobines sont alimentées par un courant  $I_{1m}$  pour compenser  $B_{cp}$ .

L'environnement MATLAB-FEMM nous permet de calculer et de simuler le champ magnétique créé par des bobines extérieures du tube. Les composantes  $B_\theta$ ,  $B_r$  et ainsi que les valeurs moyennes  $B_{\theta\text{-moyen}}$ ,  $B_{r\text{-moyen}}$  créées par des bobines sont ainsi obtenues. Ici nous calculons  $B_\theta$ ,  $B_r$ ,  $B_{\theta\text{-moyen}}$ , et  $B_{r\text{-moyen}}$  sur le contour du rayon  $r$  où  $R_i < r < R_e$ , et sur l'angle de  $\theta$  où  $0 < \theta < 360^\circ$ . Nous pouvons également tracer des courbes de  $B_\theta$ ,  $B_r$ ,  $B_{\theta\text{-moyen}}$ , et  $B_{r\text{-moyen}}$  en fonction de  $r$  et de  $\theta$ .

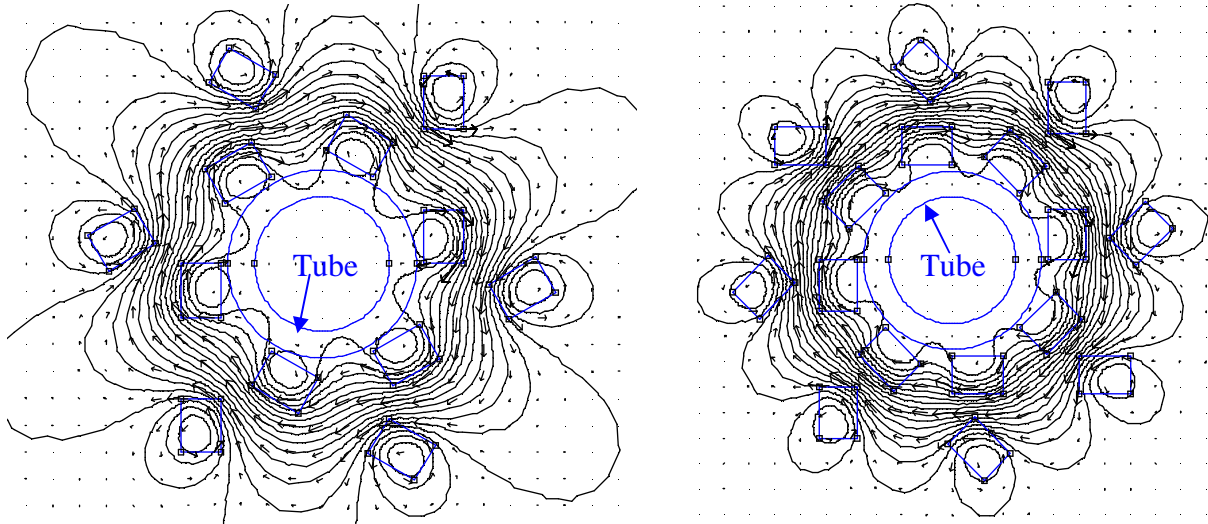


**Figure 2.2.12** : Paramètres de position des quatre bobines dans l'expérience.

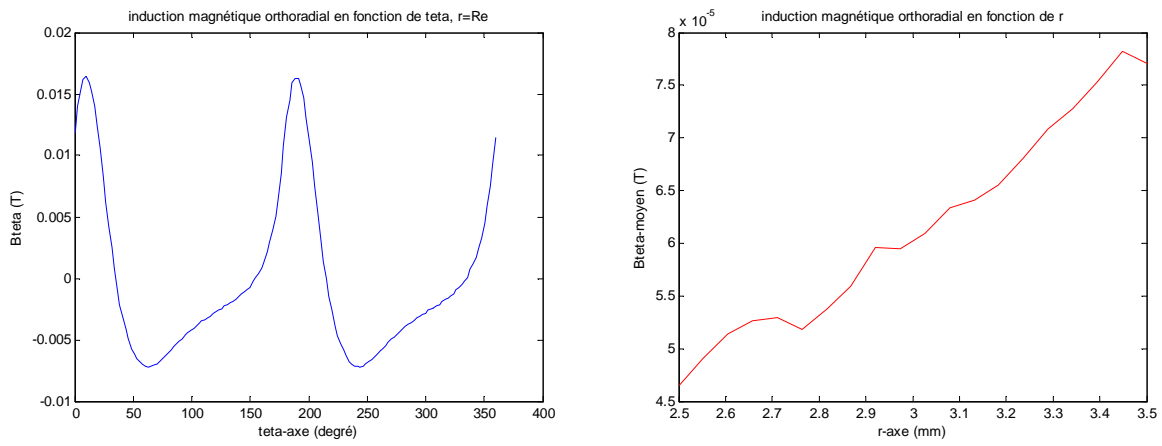
Le but de l'optimisation est d'obtenir le plus grand  $B_{\theta\text{-moyen}}$  et le plus petit  $B_{r\text{-moyen}}$  possibles. Les résultats de calcul sont comparés sur les figures suivantes pour trouver le meilleur cas.



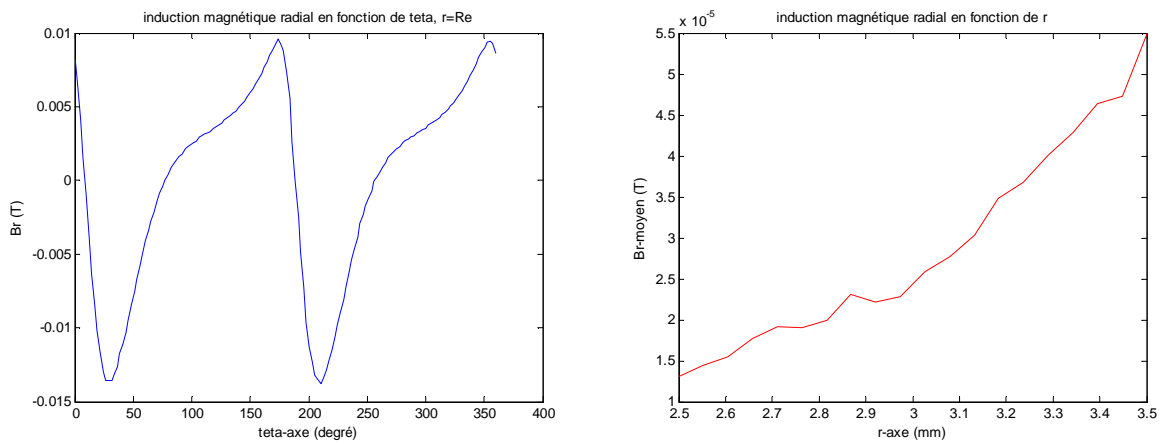
**Figure 2.2.13** : Champ magnétique créé par 2 bobines (à gauche) et 4 bobines (à droite).



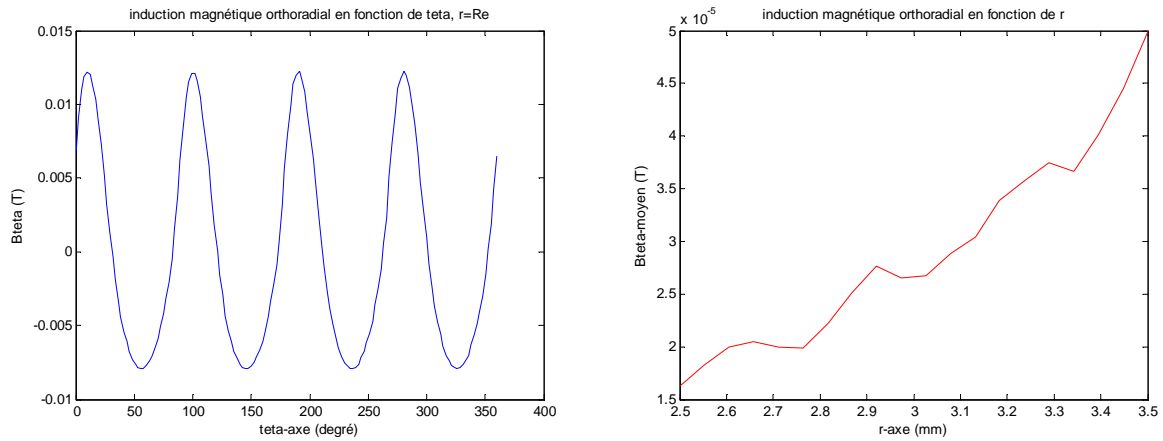
**Figure 2.2.14** : Champ magnétique créé par 6 bobines (à gauche) et 8 bobines (à droite).



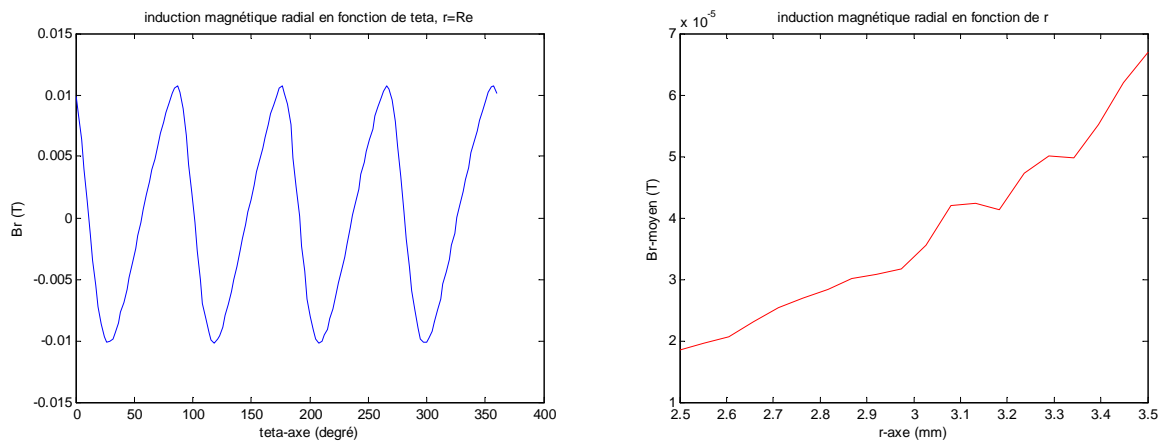
**Figure 2.2.15** : Champ créé par 2 bobines,  $B_{\theta}(\theta)$  (à gauche) et  $B_{\theta\text{-moyen}}(r)$  (à droite).



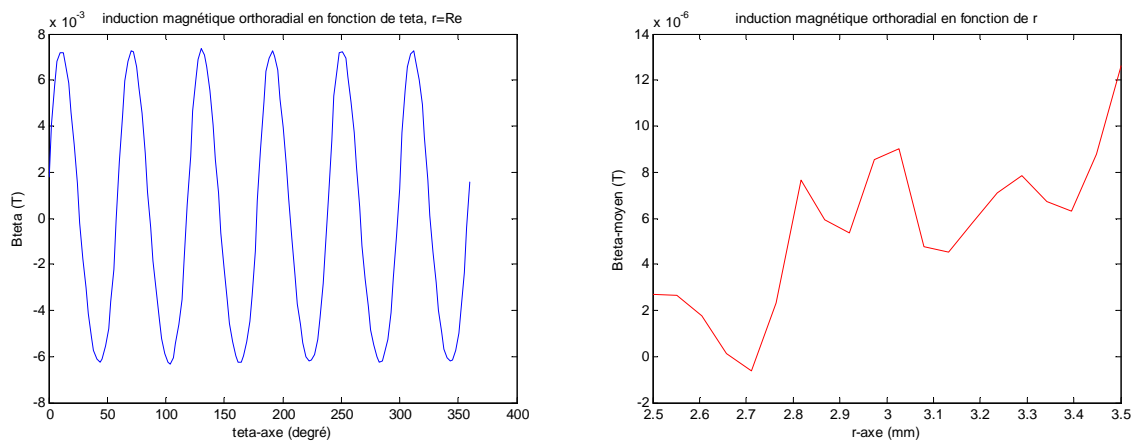
**Figure 2.2.16** : Champ créé par 2 bobines,  $B_r(\theta)$  (à gauche) et  $B_{r\text{-moyen}}(r)$  (à droite).



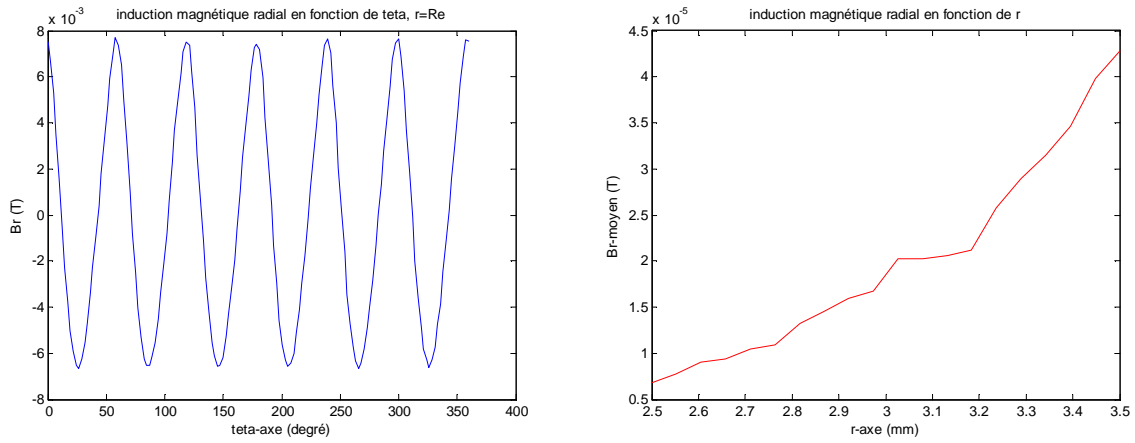
**Figure 2.2.17** : Champ créé par 4 bobines,  $B_{\theta}(\theta)$  (à gauche) et  $B_{\theta\text{-moyen}}(r)$  (à droite).



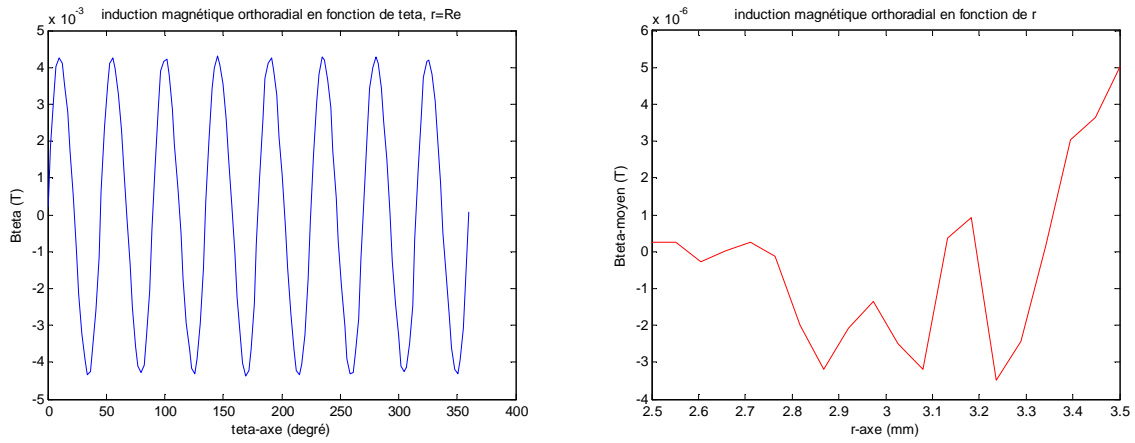
**Figure 2.2.18** : Champ créé par 4 bobines,  $B_r(\theta)$  (à gauche) et  $B_{r\text{-moyen}}(r)$  (à droite).



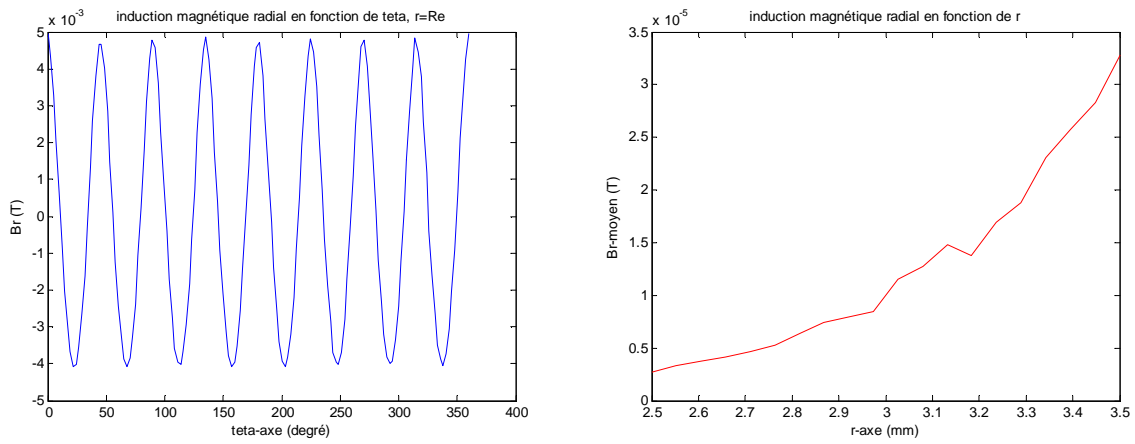
**Figure 2.2.19** : Champ créé par 6 bobines,  $B_{\theta}(\theta)$  (à gauche) et  $B_{\theta\text{-moyen}}(r)$  (à droite).



**Figure 2.2.20** : Champ créé par 6 bobines,  $B_r(\theta)$  (à gauche) et  $B_{r\text{-moyen}}(r)$  (à droite).



**Figure 2.2.21** : Champ créé par 8 bobines,  $B_{\theta}(\theta)$  (à gauche) et  $B_{\theta\text{-moyen}}(r)$  (à droite).



**Figure 2.2.22** : Champ créé par 8 bobines,  $B_r(\theta)$  (à gauche) et  $B_{r\text{-moyen}}(r)$  (à droite).



Alors le tableau numérique de calcul est établi comme suivant :

| Grandeur         | $B_{\theta\text{-moyen}}$ (T)     | $B_{r\text{-moyen}}$ (T)          | $\ B_{\theta\text{-moyen}} / B_{r\text{-moyen}}\ $ |
|------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|--|
| <b>2 bobines</b> | <b><math>7,704.10^{-5}</math></b> | <b><math>5,492.10^{-5}</math></b> | <b>1,402</b>                                       |
| <b>4 bobines</b> | $4,995.10^{-5}$                   | $6,702.10^{-5}$                   | 0,74   |
| <b>6 bobines</b> | $1,262.10^{-5}$                   | $4,28.10^{-5}$                    | 0,29   |
| <b>8 bobines</b> | $5,022.10^{-6}$                   | $3,282.10^{-5}$                   | 0,15   |

**Tableau 2.2.3** : Résultats de calculs sur la frontière extérieure du tube,  $r = R_e$ .

| Grandeur         | $B_{\theta\text{-moyen}}$ (T)     | $B_{r\text{-moyen}}$ (T)          | $\ B_{\theta\text{-moyen}} / B_{r\text{-moyen}}\ $ |
|------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|--|
| <b>2 bobines</b> | <b><math>4,644.10^{-5}</math></b> | <b><math>1,311.10^{-5}</math></b> | <b>3,54</b>  |
| <b>4 bobines</b> | $1,628.10^{-5}$                   | $1,851.10^{-5}$                   | 0,88   |
| <b>6 bobines</b> | $2,71.10^{-6}$                    | $6,83.10^{-6}$                    | 0,39   |
| <b>8 bobines</b> | $2,48.10^{-7}$                    | $2,73.10^{-6}$                    | 0,09   |

**Tableau 2.2.4** : Résultats de calculs sur la frontière intérieure du tube,  $r = R_i$ .

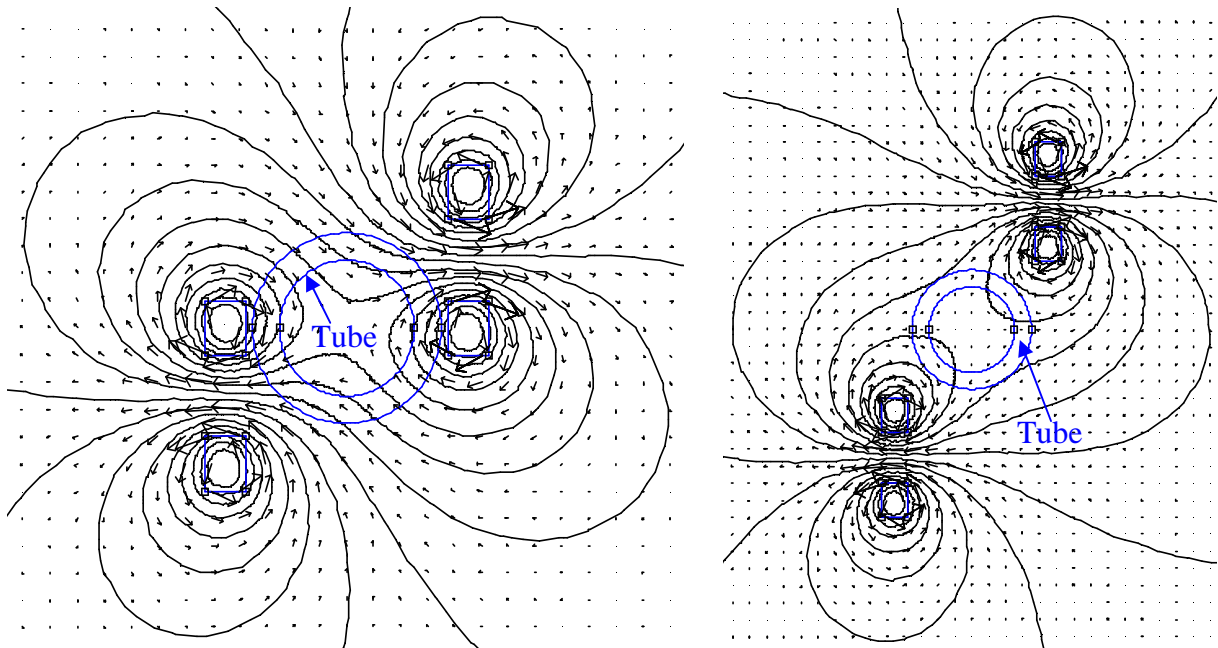
Le champ magnétique moyen créé par les quatre bobines dans la partie expérimentale sur la frontière du tube est comparé avec  $B_{cp}$  du tube. Les résultats calculés (Tableau 2.2.3) à l'aide de MATLAB-FEMM montrent que le champ magnétique créé par les quatre bobines sur la frontière extérieure du tube étudié (calcul à  $r = R_e$ ) est négligeable devant le champ propre  $B_{cp}$ . Donc,  $B_{cp}$  du tube ne peut totalement être compensée mais partiellement compensée. Malgré cette faible compensation nous avons validé le principe de cette méthode.

A partir des **Tableaux 2.2.3** et **2.2.4** nous constatons que le modèle des deux bobines donne le meilleur résultat par rapport aux autres cas. Donc on peut dire que le cas à deux bobines est le plus performant.

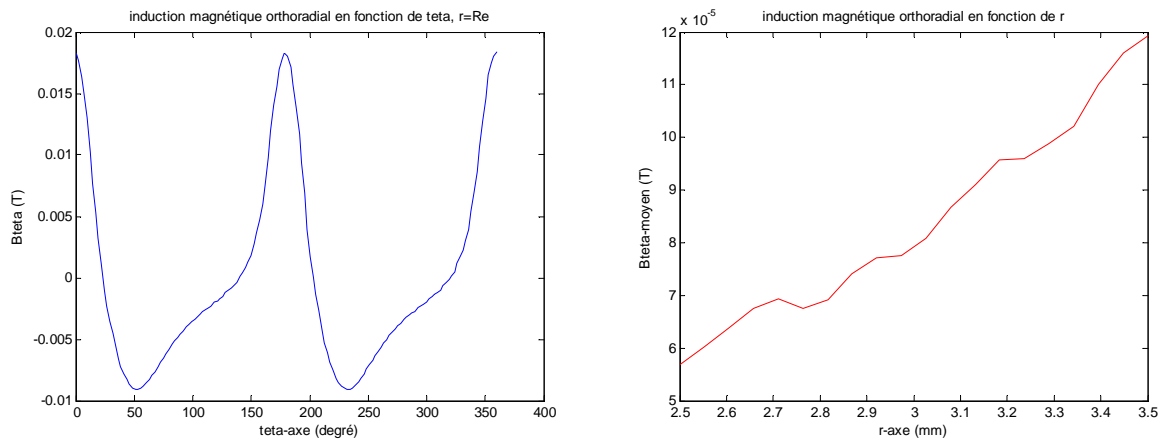
#### 2.2.2.4.2. Optimisation des paramètres de position des deux bobines par Matlab-FEMM

Dans ce paragraphe, nous considérons le cas à deux bobines. Nous étudions la position des deux bobines pour qu'on puisse trouver le modèle optimal qui crée le plus de  $B_{\theta\text{-moyen}}$ . Nous

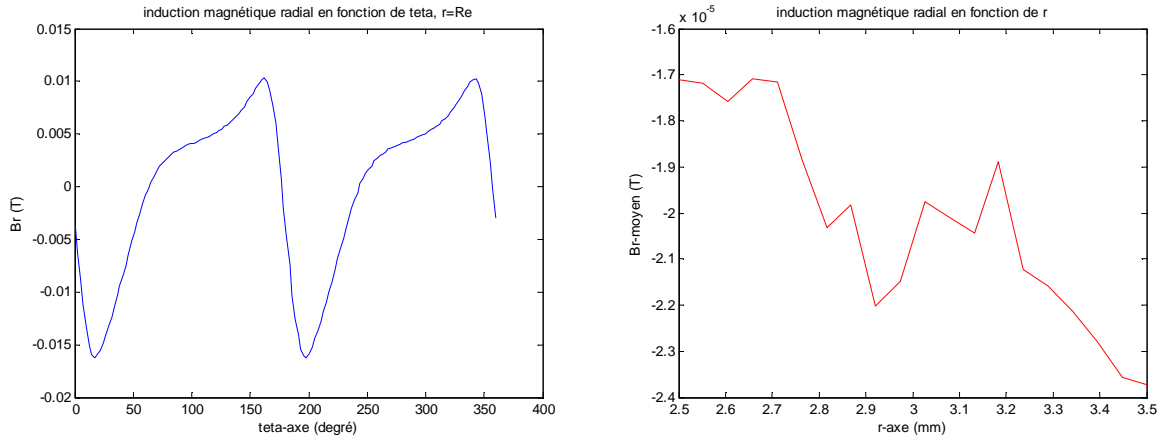
introduisons différentes valeurs du paramètre  $a$ , ( $a = 0$ ,  $a = 1$ ,  $a = 5$ ). Le résultat de simulation est présenté sur les figures suivantes :



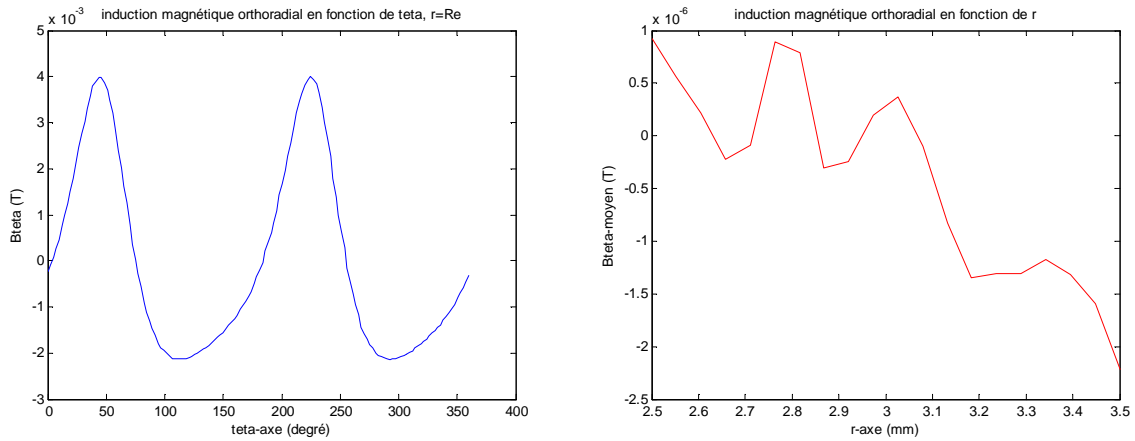
**Figure 2.2.23** : Champ magnétique créé avec  $a = 0$  (à gauche) et avec  $a = 5\text{mm}$  (à droite).



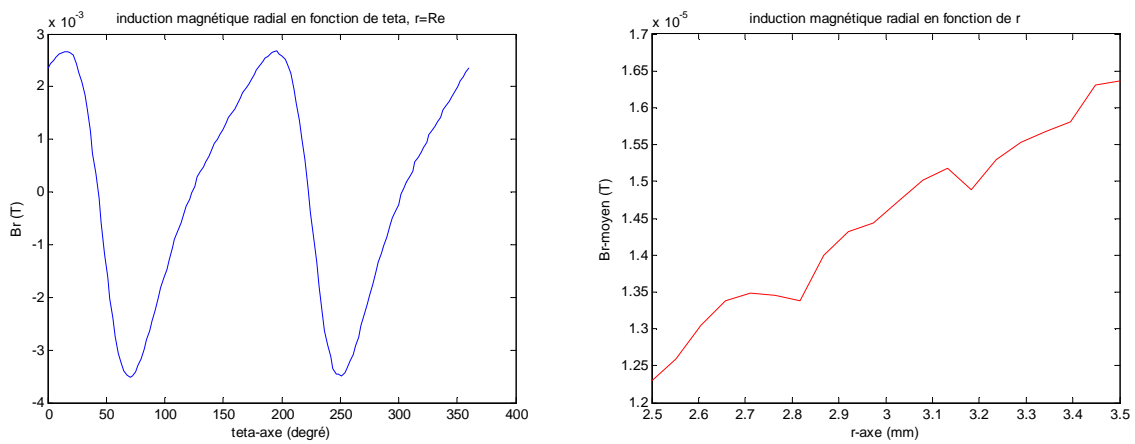
**Figure 2.2.24** : Champ magnétique créé avec  $a = 0$ ,  $B_{\theta}(\theta)$  (à gauche) et  $B_{\theta\text{-moyen}}(r)$  (à droite).



**Figure 2.2.25** : Champ magnétique créé avec  $a = 0$ ,  $B_r(\theta)$  (à gauche) et  $B_{r\text{-moyen}}(r)$  (à droite).



**Figure 2.2.26** : Champ magnétique créé avec  $a = 5$ ,  $B_{\theta}(\theta)$  (à gauche) et  $B_{\theta\text{-moyen}}(r)$  (à droite).



**Figure 2.2.27** : Champ magnétique créé avec  $a = 5$ ,  $B_r(\theta)$  (à gauche) et  $B_{r\text{-moyen}}(r)$  (à droite).

Alors les tableaux de comparaison sont établis comme suivants :

| Grandeur                   | $B_{\theta\text{-moyen}}$ (T)     | $B_{r\text{-moyen}}$ (T)           | $\ B_{\theta\text{-moyen}} / B_{r\text{-moyen}}\ $ |
|----------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|--|
| <b>2 bobines (a = 0mm)</b> | <b><math>1,192.10^{-4}</math></b> | <b><math>-2,374.10^{-5}</math></b> | <b>5,02</b>  |
| <b>2 bobines (a = 1mm)</b> | $7,704.10^{-5}$                   | $5,492.10^{-5}$                    | 1,402  |
| <b>2 bobines (a = 5mm)</b> | $-2,22.10^{-6}$                   | $1,636.10^{-5}$                    | 0,13   |

**Tableau 2.2.5** : Résultats de calculs avec  $r = R_e$ , pour différentes positions de 2 bobines.

| Grandeur                   | $B_{\theta\text{-moyen}}$ (T)    | $B_{r\text{-moyen}}$ (T)           | $\ B_{\theta\text{-moyen}} / B_{r\text{-moyen}}\ $ |
|----------------------------|----------------------------------|------------------------------------|--|
| <b>2 bobines (a = 0mm)</b> | <b><math>5,69.10^{-5}</math></b> | <b><math>-1,712.10^{-5}</math></b> | <b>3,32</b>  |
| <b>2 bobines (a = 1mm)</b> | $4,644.10^{-5}$                  | $1,311.10^{-5}$                    | 3,54   |
| <b>2 bobines (a = 5mm)</b> | $9,2.10^{-7}$                    | $1,23.10^{-5}$                     | 0,07   |

**Tableau 2.2.6** : Résultats de calculs avec  $r = R_i$ , pour différentes positions de 2 bobines.

A partir de ces tableaux de comparaison, on peut constater que  $a = 0$  donne les meilleurs résultats. Alors pour optimiser le modèle de l'expérience, nous sommes arrivés à trouver le cas à deux bobines avec  $a = 0$ .

### 2.3. Détermination de $J_c$ dans une plaque supraconductrice HTc par la mesure de $B_p$ : influence de la vitesse de montée du champ magnétique

Dans les parties précédentes, pour déterminer  $J_c$  nous mesurons une grandeur globale telle que la courbe  $U(I)$ . Ceci exige des étapes successives comme par exemple  $U(I) \rightarrow E(J) \rightarrow J_c$  et des hypothèses simplificatrices.  $J_c$  est donc déterminée avec des erreurs qui peuvent être importantes. Dans cette partie nous voulons essayer de mesurer une grandeur locale, comme l'induction  $B$  dans une plaque supraconductrice, pour diminuer cette source d'erreur. Nous avons choisi de mesurer  $B$ , parce qu'il y a une relation directe entre le champ de pénétration complète  $B_p$  et  $J_c$  quand on utilise le modèle de Bean [3,7,8] et parce que cette mesure nous semblait plus simple à effectuer.

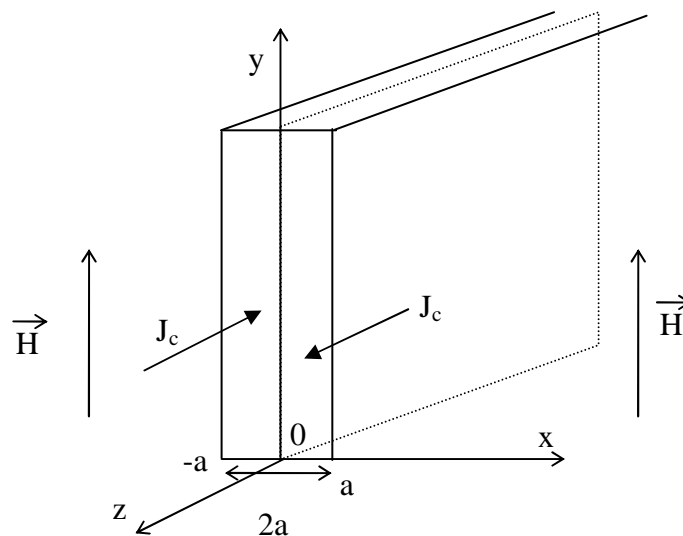
Nous allons présenter dans cette partie d'abord la diffusion du champ magnétique dans une plaque supraconductrice. Ensuite l'expérience est présentée. Enfin, les résultats de mesure et les commentaires sont exposés.

### 2.3.1. Théorie de la diffusion de densité de courant dans une plaque SHTc

Quand une plaque supraconductrice est soumise à un champ magnétique extérieur appliqué croissant linéairement, ce champ pénètre partiellement puis complètement dans la plaque. Le profil de pénétration du champ dans la plaque est aussi une droite dont la pente est liée à la densité de courant critique  $J_c$  [3,7,8]. Le  $J_c$  de la plaque sera déterminée par le champ  $B_p$  qui est le champ de pénétration complète, à l'aide du modèle de Bean. Avec ce modèle  $B_p$  ne dépend pas de la variation du champ magnétique appliqué. Au contraire, les calculs numériques utilisant le modèle  $E(J^n)$  montrent que la vitesse de variation du champ magnétique appliqué  $V_b$  a une influence sur la valeur de  $B_p$  [9,15]. Nous voulons vérifier expérimentalement ceci dans cette partie.

#### 2.3.1.1. Description du problème : plaque infiniment longue soumise à un champ extérieur

Nous développons la diffusion de l'induction magnétique dans une plaque supraconductrice infiniment longue soumise à un champ magnétique extérieur appliqué  $H$ , parallèle à sa surface suivant  $Oy$  (Figure 2.3.1). La largeur de la plaque est de  $2a$ . Le problème est indépendant de  $Oz$  et de  $Oy$  (toutes les grandeurs ne varient que suivant  $x$ ). Cette étude a été déjà présentée dans la littérature [3,7,8].



**Figure 2.3.1** : Plaque supraconductrice soumise à un champ magnétique extérieur.

### 2.3.1.2. Pénétration du champ magnétique dans la plaque

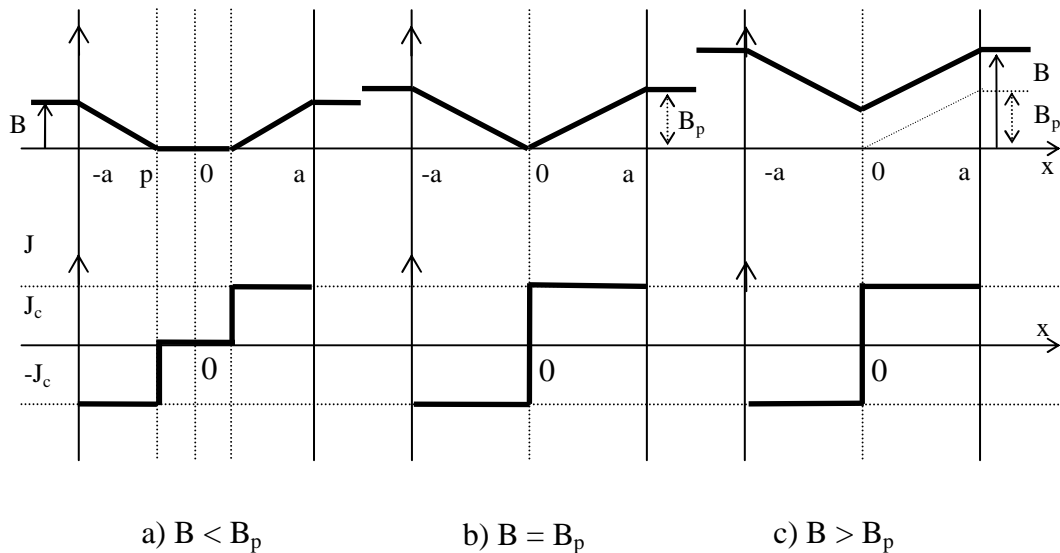
Lorsque le champ magnétique  $H$  augmente, l'induction magnétique  $B$  va pénétrer progressivement à l'intérieur du matériau. Comme le champ magnétique n'a qu'une seule composante suivant  $Oy$ , les courants ne peuvent circuler que dans la direction  $Oz$ . Le modèle de l'état critique de Bean est utilisé afin de déterminer facilement l'induction magnétique  $B$  et la distribution du courant à l'intérieur de la plaque.

Les champs  $H$  et  $B$  évoluent respectivement de 0 à  $H_{\max}$  et de 0 à  $B_{\max}$ . La densité de courant vaut  $\pm J_c$  dans les régions pénétrées (**Figure 2.3.2 a**) et elle se répartit dans la plaque, en commençant par les surfaces externes, pour s'opposer à la pénétration de l'induction magnétique.  $J$  est donc orientée suivant  $Oz$ , avec  $J = -J_c$  ou 0 pour  $-a < x < 0$  et  $J = +J_c$  ou 0 pour  $0 < x < a$ . La profondeur de pénétration du champ magnétique dans le matériau varie avec  $B(t)$ . Si  $B$  est faible, il y a pénétration incomplète du champ magnétique dans la plaque. Si  $B$  est grande, le champ magnétique pénètre complètement la plaque.

D'abord  $B$  est faible, l'induction magnétique pénètre partiellement dans la plaque sur une profondeur  $p$  (**Figure 2.3.2 a**). Puis  $B$  continue à augmenter jusqu'à une valeur  $B_p$  que l'on appelle l'induction magnétique de pénétration complète :

$$B_p = a \cdot \mu_0 \cdot J_c \quad (2.3.1)$$

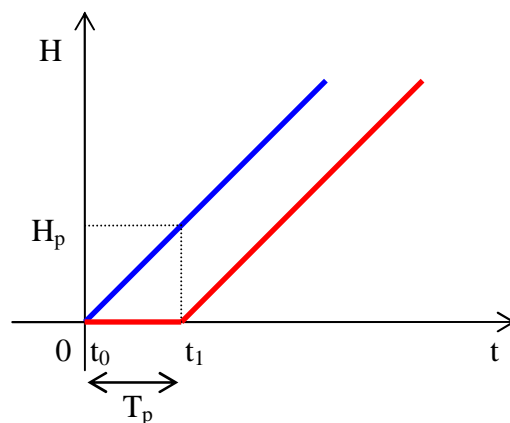
Alors  $B$  pénètre entièrement dans la plaque, l'induction magnétique atteint le centre de la plaque (**Figure 2.3.2 b**), et la totalité de l'épaisseur est traversée par  $\pm J_c$ . Ensuite quand  $B > B_p$ , les courants d'écrantage ne peuvent pas dépasser  $J_c$ , ils ne s'opposent plus à la pénétration du champ à l'intérieur de la plaque. Donc le champ augmente partout de la même façon et la différence entre la valeur du champ sur les bords et au centre de la plaque reste constante et égale à  $B_p$  (**Figure 2.3.2 c**).



**Figure 2.3.2** : Distributions de  $B$  et  $J$  à l'intérieur d'une plaque supraconductrice soumise à un champ magnétique extérieur variable en pénétration incomplète et complète.

La relation (2.3.1) montre qu'avec le modèle de Bean,  $B_p$  est indépendante de la vitesse de montée du champ magnétique  $V_b$  alors qu'avec le modèle  $E(J^n)$ ,  $B_p$  dépend de  $V_b$  [15].

Quand l'induction magnétique pénètre complètement la plaque, la totalité de l'épaisseur est traversée par  $J_c$  au bout d'une durée  $T_p$ . Ce temps  $T_p$  peut être mesuré. A  $t = t_0$ , on applique un champ magnétique extérieur. Le matériau sera entièrement pénétré par la densité de courant à  $t = t_1$  dès que la sonde détecte un champ magnétique au centre de la plaque. Donc  $T_p = t_1 - t_0$  (Figure 2.3.3).



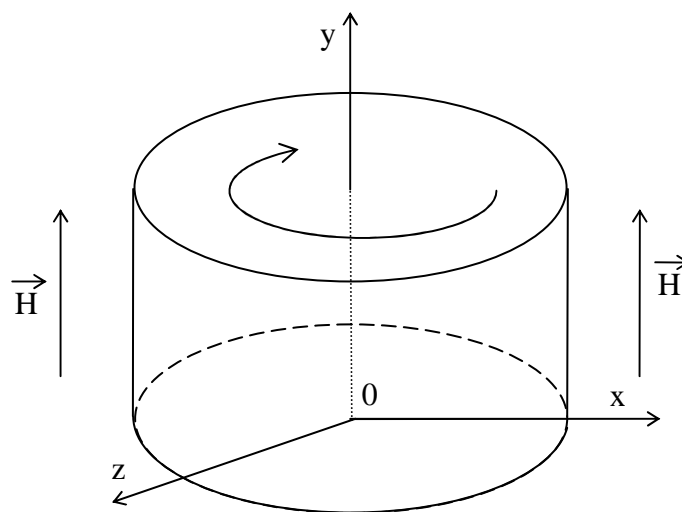
**Figure 2.3.3** : Champ appliqué dans la plaque et champ après la pénétration complète.

Cette expérience nous permet de mettre en évidence, l'influence de la vitesse de variation du champ magnétique  $V_b$  sur la pénétration de  $B$  dans la plaque. Nous allons voir dans cette étude comment évolue  $B_p$  en fonction de ce paramètre  $V_b$ . [7,9].

### 2.3.1.3. Effet de la largeur de la plaque

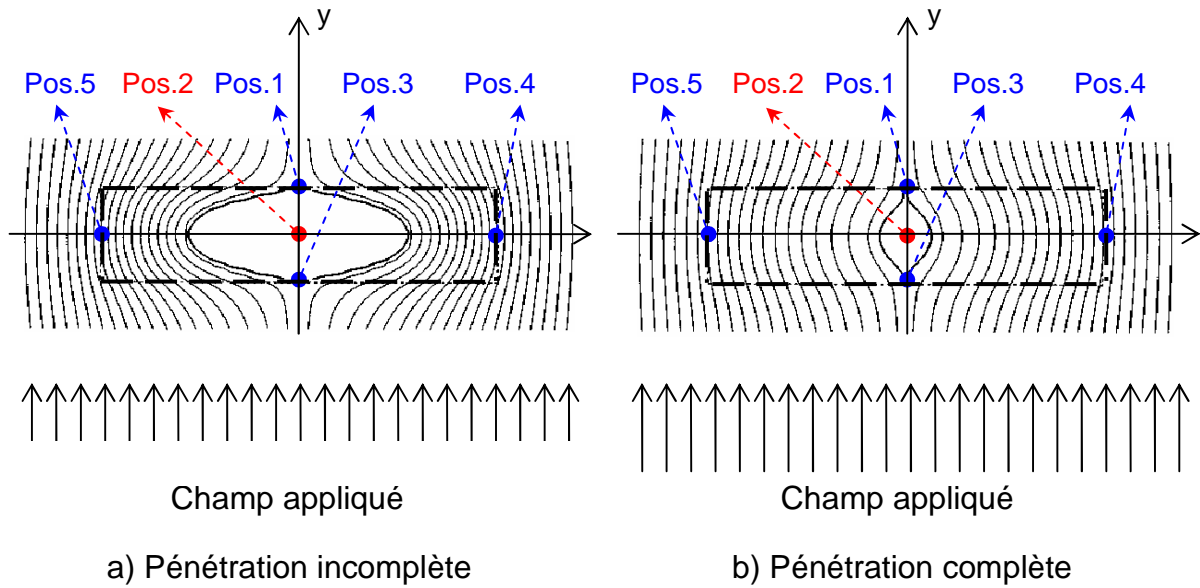
Dans les paragraphes ci-dessus, nous avons présenté la théorie de la diffusion de l'induction magnétique dans une plaque supraconductrice infiniment longue. Mais dans la pratique il n'existe pas de plaque infiniment longue, nous n'avons que des plaques 3D carrées. Comment peut-on lier la pratique à la théorie ?

Au niveau des travaux publiés, la pénétration de l'induction magnétique, dans un échantillon 2D (invariant suivant  $\theta$ ) (comme un disque supraconducteur, un cylindre supraconducteur, un tube supraconducteur, et un supraconducteur fin) soumis à un champ magnétique extérieur, a été calculé numériquement (Figure 2.3.4) [10-14]. Ces résultats de calcul montrent que la forme des lignes d'induction magnétique a des contours symétriques sur l'axe  $Oy$  de l'échantillon (Figure 2.3.5). Dès que l'induction commence à pénétrer l'échantillon, il apparaît à la fois du champ à la position 1, 3, 4 et 5 (d'abord à 4 et 5, juste après à 3 et 1), (Figure 2.3.5a et Figure 2.3.5b). Quand le champ pénètre partiellement, il n'y a pas de champ à la position 2 du centre de l'échantillon (Figure 2.3.5a). Quand le champ est suffisant, il atteint la position 2 du centre (Figure 2.3.5b). Cet effet de bord 2D doit être pris en compte dans notre travail.



**Figure 2.3.4** : Echantillon supraconducteur 2D soumis à un champ magnétique extérieur.



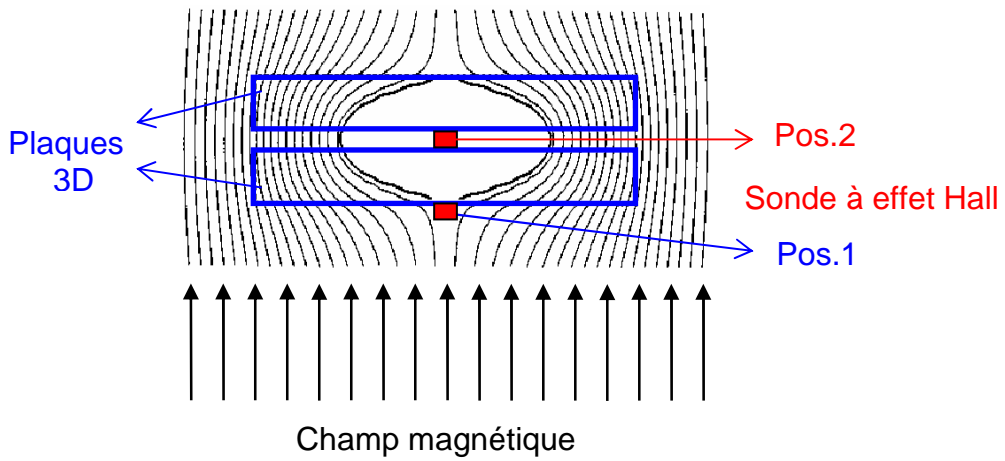


**Figure 2.3.5** : Lignes d'induction en pénétration à l'intérieur de l'échantillon 2D.

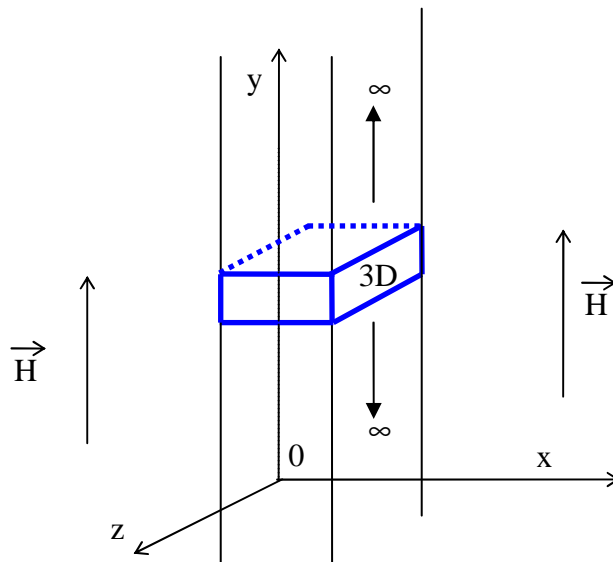
En première approximation, nous pouvons considérer que les deux plaques 3D carrées utilisées dans notre expérience sont équivalentes à des échantillons 2D présentés dans la littérature (comme un disque, un cylindre et un tube en supraconducteur). Donc nous considérons l'effet de bord dans un échantillon 2D équivalent à l'effet de bord de nos plaques.

### 2.3.2. Description de l'expérience

Le but de l'expérience est de mesurer la diffusion du champ magnétique dans une plaque supraconductrice. La plaque étudiée dans cette mesure est faite d'un matériau supraconducteur à haute température critique, BiSCCO, sous forme d'un carré de largeur 2cm et d'épaisseur 5mm. Pourtant il est difficile de mesurer  $B$  à la position 2 au centre d'une plaque (Figure 2.3.5). Alors nous avons superposé deux plaques identiques, l'une au-dessus de l'autre avec un espace de 1,5mm. Cet espace permet de placer une sonde à effet Hall. La sonde est au milieu de deux plaques (Pos.2) et au centre de deux surfaces opposées. L'autre sonde est à l'extérieur de deux plaques (Pos.1) et au centre de la surface (Figure 2.3.6). Ces deux plaques sont considérées comme une plaque unique (Figure 2.3.6).



**Figure 2.3.6 :** Lignes d'induction dans 2 plaques soumises à un champ magnétique extérieur.



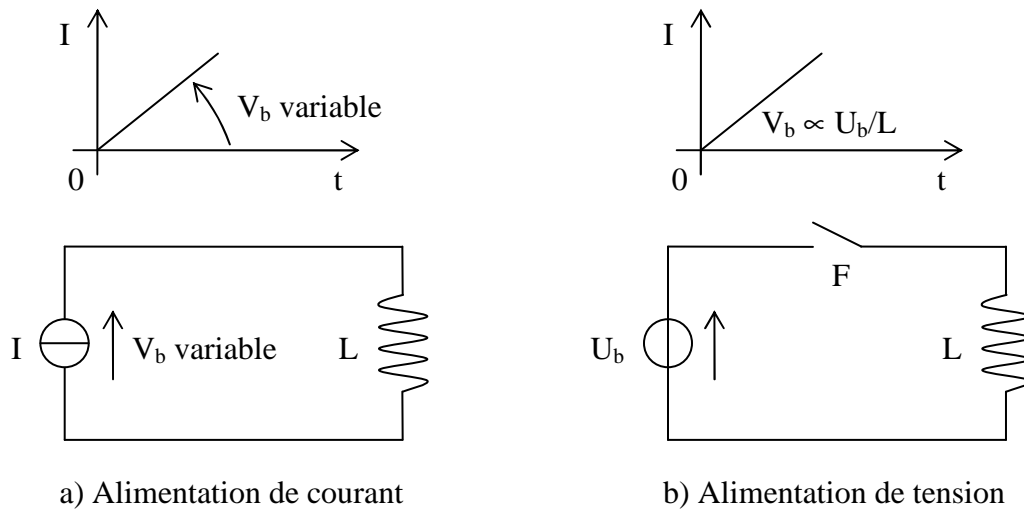
**Figure 2.3.7 :** Plaque infiniment longue et plaque 3D soumises à un champ extérieur.

Les paramètres de deux sondes à effet Hall sont donnés par le fabricant. Les caractéristiques  $B(U)$  et  $B(I)$  de la bobine de champ de ces deux sondes sont représentées ([Tableau 2.3.1](#)).

| Paramètres                   | Unité   | Sonde 0135 (77K)<br>(Pos.2) | Sonde 0136 (77K)<br>(Pos.1) |
|------------------------------|---------|-----------------------------|-----------------------------|
| Courant nominal, $I_n$       | mA      | 50                          | 50                          |
| Courant maximum              | mA      | 100                         | 100                         |
| Sensibilité à $I_n$          | mT/mV   | 4.97                        | 4.76                        |
|                              | mT/A    | 3.89                        | 3.96                        |
| Tension décalage à $I_n$     | $\mu$ V | < -30                       | < -30                       |
| Région de dimension efficace | mm      | 0.5 x 1.25                  | 0.5 x 1.25                  |
| Dimension globale            | mm      | 5 x 7 x 1                   | 5 x 7 x 1                   |

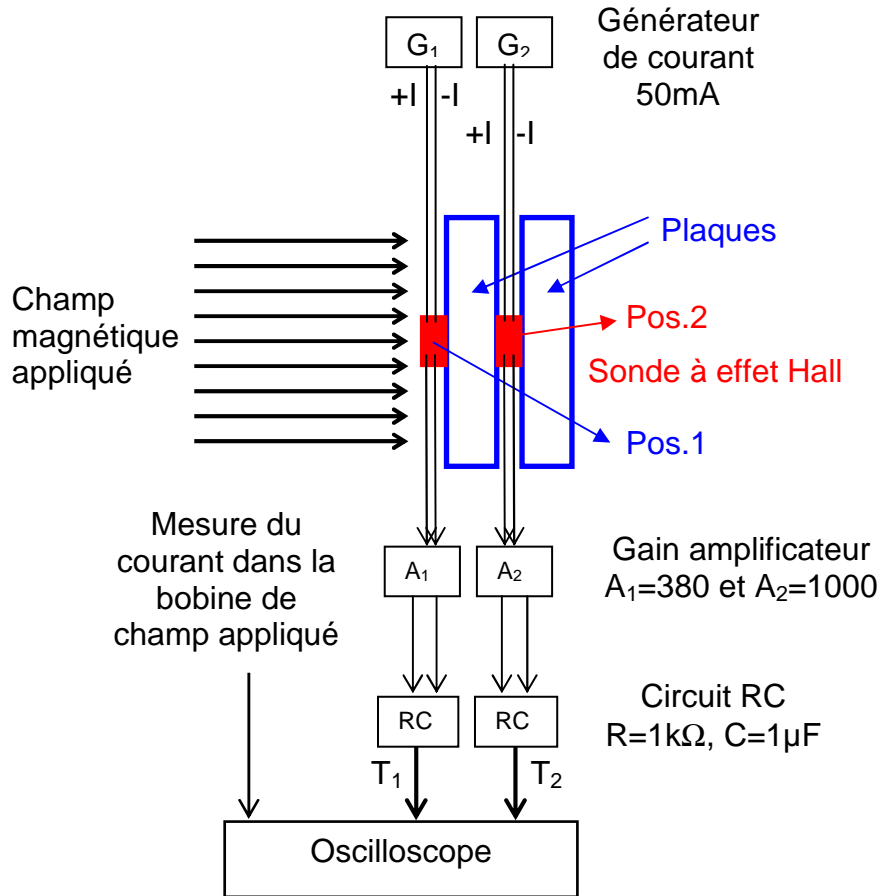
**Tableau 2.3.1** : Paramètres des sondes à effet Hall.

Le champ magnétique extérieur est appliqué perpendiculairement à la surface des plaques 3D supraconductrices (Figure 2.3.7) (longitudinalement à la plaque infiniment longue et donc transversalement à la plaque 3D carrée). Ce champ est généré par une bobine en cuivre, cette bobine est parcourue par un courant fourni par une source externe. Ce courant est mesuré par une sonde de courant. La source externe est soit une alimentation de courant soit une alimentation de tension (Figure 2.3.8). En effet pour les premières faibles vitesses de variation (comme 0,025A/s ; 0,05A/s ; 0,125A/s ; et 0,25A/s), une alimentation de courant est utilisée et le courant fourni augmente doucement (Figure 2.3.8a). Par contre pour une très grande vitesse de variation, le courant doit être augmenté de façon rapide pendant une courte durée donc une alimentation en courant n'est pas satisfaisante. Dans ce cas nous avons utilisé une alimentation de tension (Figure 2.3.8b). A sa mise en marche, la tension  $U$  fixée nous donne un courant de pente fixée par la tension  $U$  et l'inductance  $L$  de bobine. La manière d'obtenir une rampe est de brancher brusquement la bobine de champ sur cette alimentation. Nous obtenons alors une augmentation très rapide de courant et donc une grande vitesse de variation du champ (comme 205A/s). La résistance de la bobine de champ est négligeable, donc nous avons  $U_b = L di/dt$ , et  $V_b$  fixée est proportionnelle à  $U_b/L$  (Figure 2.3.8b).



**Figure 2.3.8** : Deux alimentations pour le courant imposé du champ appliqué.

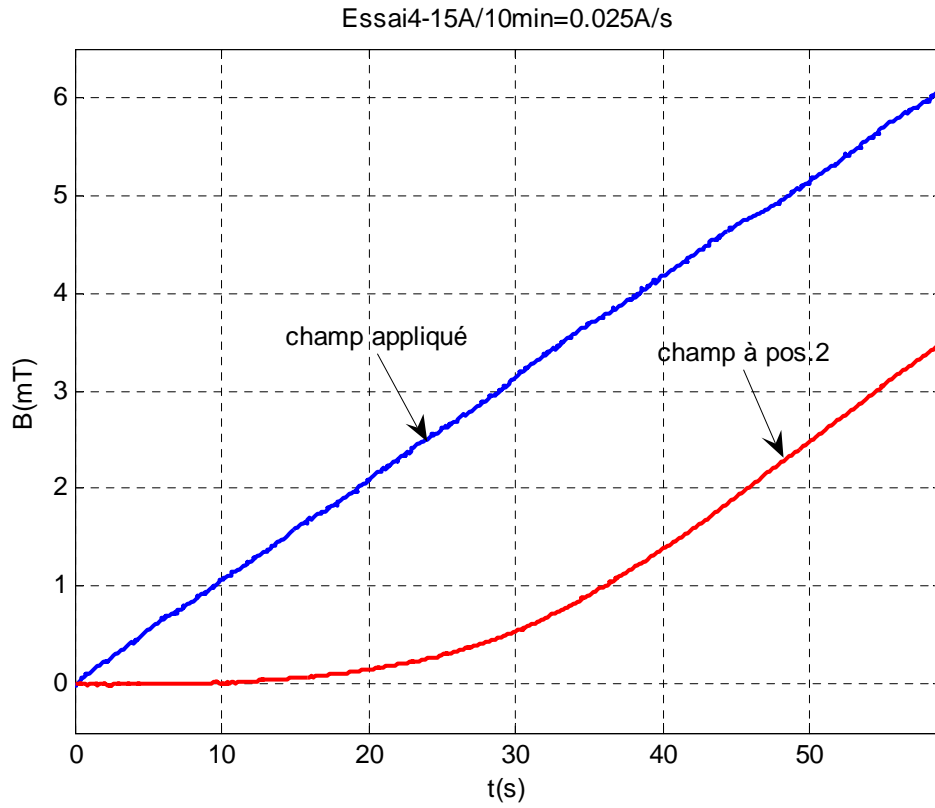
Les deux plaques supraconductrices et la bobine de champ magnétique sont immergées dans l'azote liquide (à 77K). Chaque sonde à effet Hall comprend quatre fils, deux pour les courants et deux pour les signaux de tension. Les deux générateurs de courant  $G_1$  et  $G_2$  alimentent deux sondes à effet Hall. Comme les signaux de tension à la sortie des deux sondes sont faibles, alors les deux gains amplificateurs  $A_1 = 380$  et  $A_2 = 1000$  sont imposés pour obtenir de bons signaux amplifiés. Pourtant ces signaux sont bruités, donc les deux circuits RC ( $R = 1k\Omega$  et  $C = 1\mu F$ ) sont placés à la sortie de deux amplificateurs pour diminuer la perturbation des signaux de tensions obtenues. Les signaux  $T_1$ ,  $T_2$  et celui du champ appliqué sont récupérés via l'oscilloscope. Le banc expérimental est représenté sur la **Figure 2.3.9**.



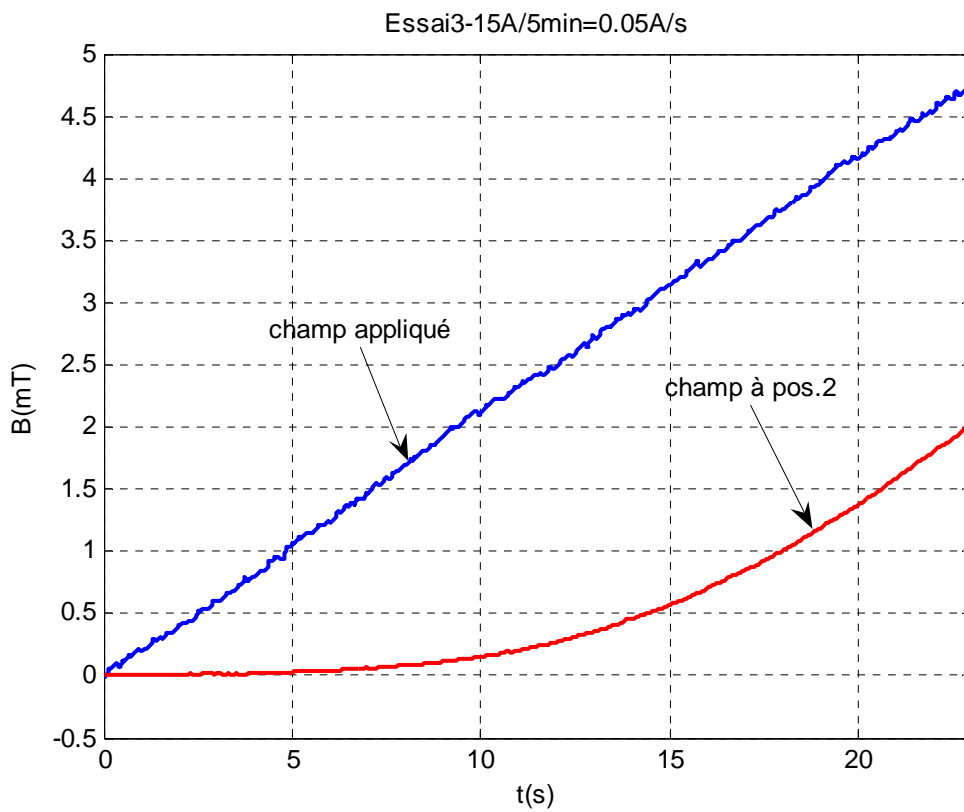
**Figure 2.3.9** : Banc expérimental pour la diffusion du champ magnétique transversal appliqué sur les deux plaques supraconductrices.

### 2.3.3. Résultats des mesures

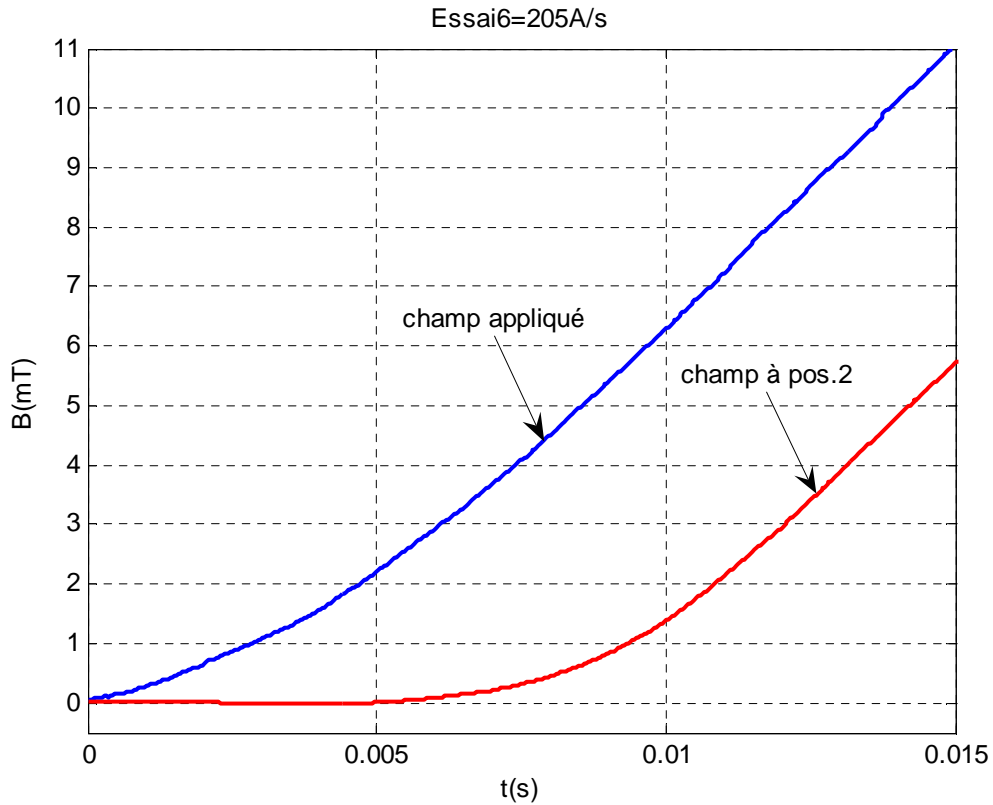
Sur les Figures suivantes 2.3.10, 11, 12, les courbes de champ magnétique appliqué et de champ magnétique entre les plaques (Pos.2) sont représentées pour différentes valeurs de la vitesse de variation du courant imposé.



**Figure 2.3.10** : Signaux du champ appliqué et du champ à la position 2 pour  $V_b=0,025A/s$ .

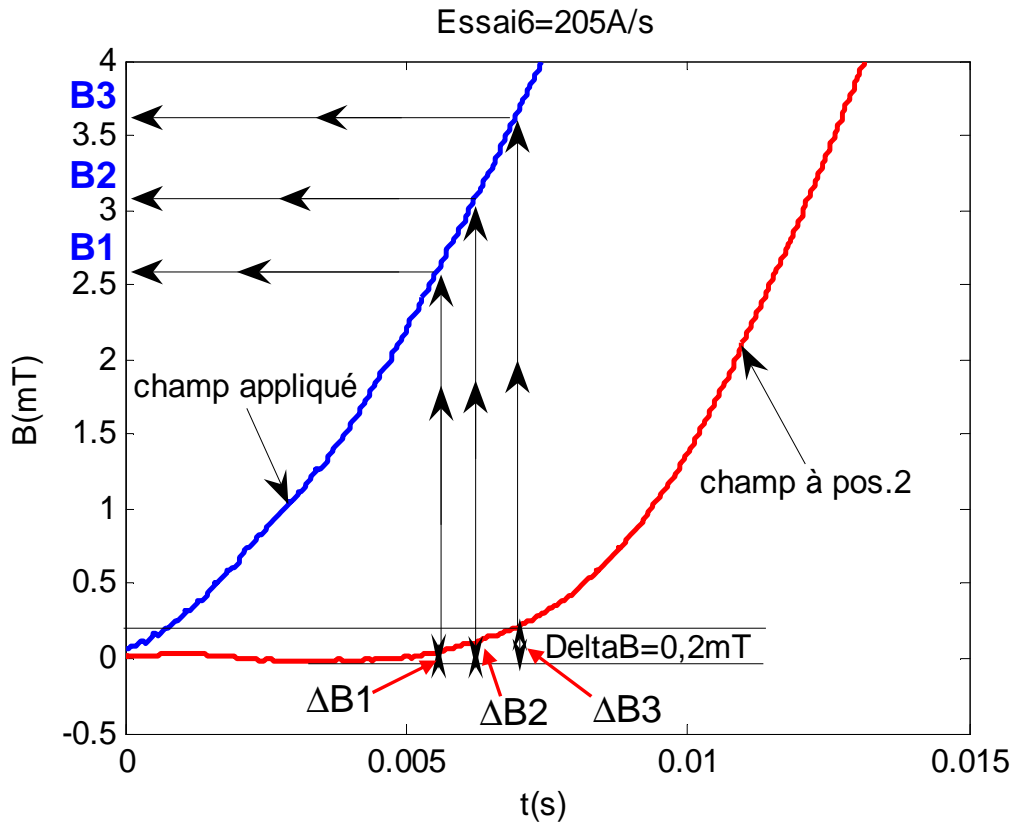


**Figure 2.3.11** : Signaux du champ appliqué et du champ à la position 2 pour  $V_b=0,05A/s$ .



**Figure 2.3.12** : Signaux du champ appliqué et du champ à la position 2 pour  $V_b=205A/s$ .

A partir des Figures (2.3.10 à 2.3.12) on constate que les lignes de champ détectées à la position 2 n'augmentent pas de façon linéaire, contrairement aux résultats de la plaque infiniment longue avec le modèle de Bean et plus particulièrement à l'instant de la pénétration complète. Donc il est difficile de déterminer le champ de pénétration complète  $B_p$  et  $T_p$ . Pour cela, on choisit quelques critères arbitraires de pénétration complète :  $\Delta B_1 = 0,05mT$  ;  $\Delta B_2 = 0,1mT$  ; et  $\Delta B_3 = 0,2mT$  (Figure 2.3.13), ces critères arbitraires sont justes près du point de pénétration complète. Puis le champ magnétique appliqué sera mesuré aux points  $\Delta B_1$ ,  $\Delta B_2$ , et  $\Delta B_3$  pour différentes vitesses de variation (Figure 2.3.13).



**Figure 2.3.13** : Détermination du champ magnétique appliqué à un critère  $\Delta B$  à  $V_b = 205 \text{ A/s}$ .

Les champs magnétiques appliqués pour des critères  $\Delta B_1$ ,  $\Delta B_2$ , et  $\Delta B_3$ , sont respectivement appelés  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$ . Le **Tableau 2.3.2** montre les résultats de mesure à différentes vitesses  $V_b$ .

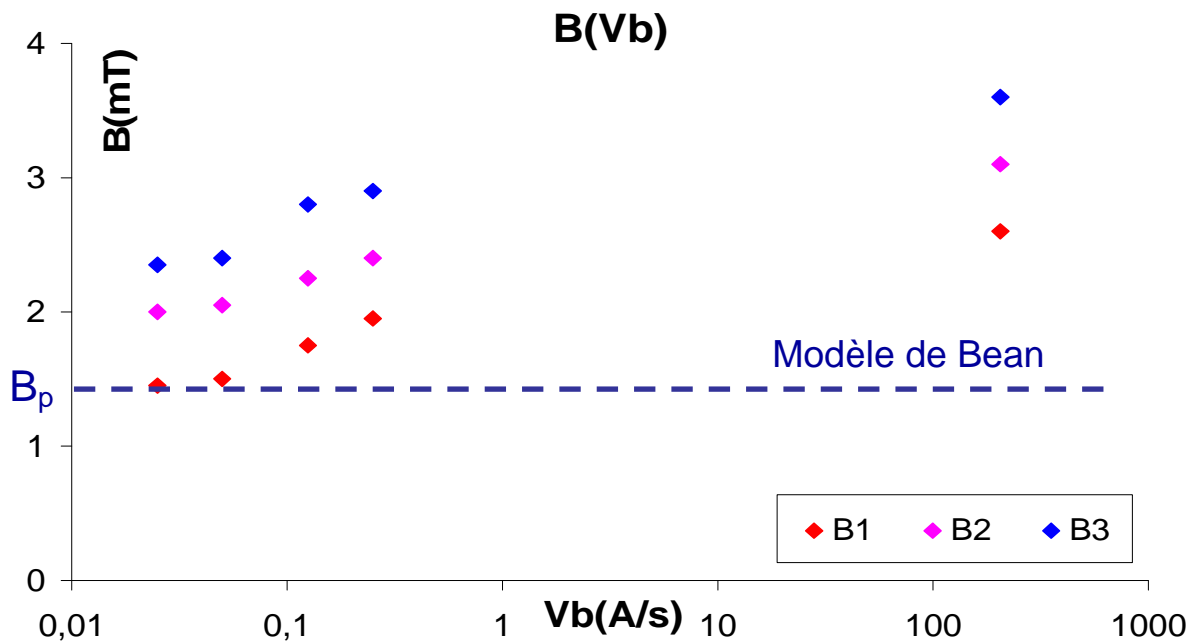
| Vitesse (A/s)  | 205A/s       | 0,25A/s      | 0,125A/s     | 0,05A/s      | 0,025A/s     |
|--|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Vitesse (mT/s)   | # 800mT/s    | # 1mT/s      | # 0,5mT/s    | # 0,2mT/s    | # 0,1mT/s    |
| <b><math>B_1</math> (mT) (mesure)</b>                    | <b>2,6</b>   | <b>1,95</b>  | <b>1,75</b>  | <b>1,5</b>   | <b>1,45</b>  |
| <b><math>J_c</math> (A/mm<sup>2</sup>) (mesure+Bean)</b> | <b>0,207</b> | <b>0,155</b> | <b>0,139</b> | <b>0,119</b> | <b>0,115</b> |
| <b><math>B_2</math> (mT) (mesure)</b>                    | 3,1          | 2,4          | 2,25         | 2,05         | 2            |
| <b><math>B_3</math> (mT) (mesure)</b>                    | 3,6          | 2,9          | 2,8          | 2,4          | 2,35         |

**Tableau 2.3.2** : Valeurs de champ magnétique appliqué.

Le critère  $\Delta B_1$  est le plus proche du point de pénétration complète (**Figure 2.3.13**), pour cela nous supposons que le champ  $B_1$  est approximativement égal à  $B_p$ ,  $B_1 \approx B_p$ . Donc nous avons finalement la relation  $B_3 > B_2 > B_1 \approx B_p$  et  $J_c \propto B_1$  (**Figure 2.3.13** et **Tableau 2.3.2**). Ensuite nous supposons également que le modèle de Bean est valable pour une basse vitesse de

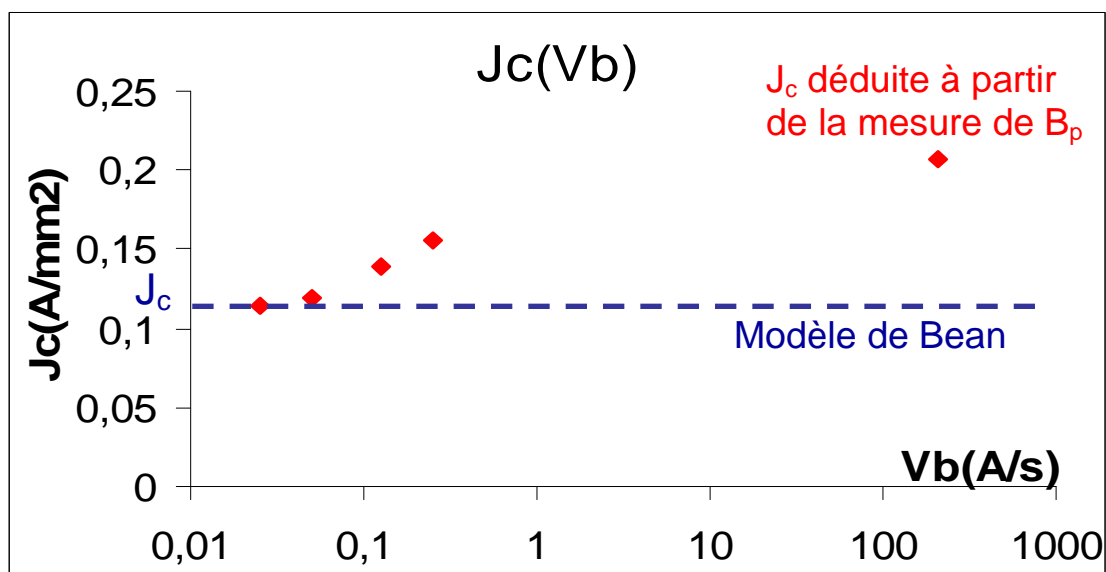


variation du champ appliqué, pour cela  $J_c$  de la plaque est calculée à partir de  $B_1$  et à  $V_b=0,025A/s$  (Figure 2.3.15 et Tableau 2.3.2).



**Figure 2.3.14** :  $B_1$ ,  $B_2$ , et  $B_3$  mesurées en fonction de  $V_b$  pour  $B_p$  issue du modèle de Bean.

Les résultats expérimentaux sur la Figure 2.3.14 nous montrent que les champs appliqués  $B_1$ ,  $B_2$ , et  $B_3$  augmentent avec la vitesse de variation  $V_b$  donc  $B_p$  et  $J_c$  augmentent avec  $V_b$  (Figure 2.3.14 et Figure 2.3.15). Cependant le modèle de Bean nous indique que  $B_p$  et  $J_c$  sont indépendants de  $V_b$  (voir formule 2.3.1).



**Figure 2.3.15** :  $J_c$  déduite de  $B_p$  mesurée en adoptant le modèle de Bean en fonction de  $V_b$ .

Ces résultats expérimentaux montrent que le modèle de Bean n'est pas adapté dans le cas de variation de vitesse du champ appliqué  $V_b$  importante. Pourtant notre expérience ne permet pas de déterminer correctement  $J_c$ . Probablement les différentes sources d'erreur sont : l'écart des deux plaques, le centre de la sonde à effet Hall, la taille de la sonde à effet Hall, ou la surface efficace de la sonde à effet Hall. Pour améliorer la détermination de  $J_c$  dans la plaque, il faut probablement augmenter l'épaisseur des deux plaques. Nous montrons aussi que pour déterminer  $J_c$  à partir de la mesure de diffusion, le calcul numérique avec le modèle  $E(J^n)$  est nécessaire.

## 2.4. Conclusions

Ce chapitre a pour but de présenter la caractérisation DC des supraconducteurs HTc. Premièrement la caractéristique  $U(I)$  du tube pour différentes vitesses de courant de transport est présenté. Les résultats de mesure montrent que la tension  $U$  aux bornes du tube augmente rapidement quand  $I$  approche à  $I_c$  et à cause de l'erreur de mesure nous ne pouvons pas conclure sur l'influence de la vitesse de variation de  $I$  sur la tension  $U$ .

Ensuite la mesure de  $J_c(B_{ext})$  et  $n(B_{ext})$  du tube ont été présentés au critère  $1\mu V/cm$ . Les résultats de mesure montrent que  $U$  aux bornes du tube augmente plus rapidement quand  $B_{ext}$  augmente, l'augmentation de  $B_{ext}$  fait diminuer  $J_c$  et  $n$ . En plus, la mesure de  $J_c(B_{ext})$  montre nettement l'influence de  $B_{cp}$  du tube sur  $J_c$  quand  $B_{ext}$  n'est pas suffisamment grand. Pour cela, les deux méthodes de compensation de  $B_{cp}$  du tube sont présentées dans la suite du chapitre.

La première méthode s'appelle la compensation par champ intérieur au tube, elle consiste à utiliser un deuxième tube coaxial avec le tube étudié, et la deuxième méthode s'appelle la compensation par champ extérieur au tube. Les résultats de mesure par ces deux méthodes indiquent qu'après avoir compensé  $B_{cp}$ ,  $J_c$  a augmenté, et bien que la compensation ne soit pas parfaite, les deux méthodes valident le principe de compensation de  $B_{cp}$  dans un tube supraconducteur. Nous montrons que la première méthode est meilleure que la deuxième.

Dans la dernière partie du chapitre, nous avons présenté la théorie de la diffusion de l'induction magnétique dans une plaque infiniment longue soumise à un champ magnétique extérieur. La pénétration de l'induction dans le matériau est présentée avec le modèle de Bean. Le résultat théorique en utilisant le modèle de Bean montre que  $B_p$  et  $J_c$  sont

indépendantes de  $V_b$ . Dans la pratique, il n'existe pas de plaque infiniment longue. Nous avons présenté les calculs numériques de la pénétration de l'induction magnétique dans un échantillon 2D (comme un disque, cylindre, tube supraconducteur). Les résultats de mesure de la diffusion du champ magnétique montrent que la pénétration de l'induction dépend de la vitesse de variation du champ magnétique. Concrètement  $B_p$  et  $J_c$  sont dépendantes de  $V_b$ . Cela est inverse aux résultats donnés par le modèle de Bean. Donc afin de confirmer les résultats dans cette expérience, des calculs numériques avec le modèle  $E(J^n)$  devront être faits.

## 2.5. Bibliographie du chapitre 2

- [1] B. DOUINE, K. BERGER, J. LÉVÊQUE, D. NETTER, and A. REZZOUG, "Influence of  $J_c(B)$  on the full penetration current of superconducting tube", *Physica C*, vol. 443, 2006, pp. 23-28.
- [2] P. TIXADOR, "Les supraconducteurs", *Hermes Collection Matériaux*, Paris, 1995, 203 p.
- [3] B. DOUINE, "Etude des pertes dans les supraconducteurs à haute température critique", *Thèse de doctorat de l'Université Henri Poincaré*, Nancy, 2001.
- [4] T. C. HOÀNG, B. DOUINE, J. LÉVÊQUE, "Compensation du champ magnétique propre dans un tube supraconducteur HTc", *9<sup>èmes</sup> Journées de Cryogénie et de Supraconductivité*, 25-27 Mars 2009, Aussois, France.
- [5] B. DOUINE, K. BERGER, J. LÉVÊQUE, D. NETTER, O. ARBEY, and N. BARTHELET, "Self field effect compensation in an HTS tube", *I.E.E.E. Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 18, no. 3, 2008, pp. 1698-1703.
- [6] [www.lema.phys.univ-tours.fr](http://www.lema.phys.univ-tours.fr) ; Les supraconducteurs à haute température critique (SHTC).
- [7] C. P. BEAN, "Magnetization of high-field superconductors", *Reviews of Modern Physics*, January 1964, pp. 31-39.
- [8] K. BERGER, "Etude des phénomènes couplés magnétothermiques dans les supraconducteurs à haute température", *Thèse de doctorat de l'Université Henri Poincaré*, Nancy, 2006.
- [9] A. KAMENI, "Etude par des méthodes analytiques et numériques de la répartition des champs induits dans les supraconducteurs à haute température critique", *Thèse de doctorat de l'Université Henri Poincaré*, Nancy, 2009.

- [10] A. SANCHEZ and C. NAVAU, “Influence of demagnetizing effects in superconducting cylinders”, *I.E.E.E. Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 9, no. 2, 1999, pp. 2195-2198.
- [11] E. H. BRANDT, “Thick superconductors in a perpendicular magnetic field”, *Physica C*, vol. 282-287, 1997, pp. 343-346.
- [12] E. H. BRANDT, “Superconductors of finite thickness in a perpendicular magnetic field: Strips and slabs”, *Physical Review B*, vol. 54, no. 6, 1996, pp. 4246-4264.
- [13] E. H. BRANDT, “Superconductor disks and cylinders in an axial magnetic field. I. Flux penetration and magnetization curves”, *Physical Review B*, vol. 58, no. 10, 1998, pp. 6506-6522.
- [14] J-F. FAGNARD, M. DIRICKX, M. AUSLOOS, G. LOUSBERG, B. VANDERHEYDEN and P. VANDERBEMDEN, “Magnetic shielding properties of high-Tc superconducting hollow cylinders: model combining experimental data for axial and transverse magnetic field configurations”, *Superconductor Science and Technology*, vol. 22, 2009, pp. 1-10.
- [15] A. KAMENI, D. NETTER, S. MEZANI, B. DOUINE, and J. LÉVÊQUE, “Scaling Solution and n Dependence of the Eddy-Current Distribution in a Flat Superconductor”, *I.E.E.E. Transactions on Applied Superconductivity*, March 2010, pp. 1-7.
- [16] P. VANDERBEMDEN, “Determination of critical current in bulk high temperature superconductors by magnetic flux profile measuring methods”, *Thèse de doctorat de l’Université de Liège*, Liège, Belgique, 1999.
- [17] D. MEEKER, “FEMM 4.0 Manual”, [En ligne] <http://femm.fostermiller.net>, 2004.





## **Chapitre 3**

### **PERTES AC DANS LES SUPRACONDUCTEURS HTc**

L'application des matériaux supraconducteurs HT<sub>c</sub> en électrotechnique est très prometteuse, (limiteurs de courant, les machines tournantes, transformateurs,...) parce que les supraconducteurs HT<sub>c</sub> présentent moins de pertes que les matériaux résistifs (cuivre, ...). Par conséquent, les études et les évaluations des pertes des câbles supraconducteurs HT<sub>c</sub> et des bobines supraconductrices HT<sub>c</sub> en courant alternatif de fréquence 50Hz sont importantes pour la conception d'un système électrique.

La géométrie des câbles supraconducteurs de transport de courant peut être représentée par un tube cylindrique supraconducteur, alors dans ce chapitre, les calculs des pertes en champ propre dans un tube SHT<sub>c</sub> à l'aide de différentes méthodes sont présentés en premier lieu et comparés. Ensuite on présente la mesure des pertes dans le tube pour une comparaison avec les résultats des calculs. Dans la dernière partie de ce chapitre, nous effectuons la mesure et l'analyse des pertes AC dans une bobine supraconductrice HT<sub>c</sub> avec une fréquence de 50Hz. Le but de cette mesure est d'identifier les pertes dans les supraconducteurs par rapport à celles dans la matrice des supraconducteurs.

### 3.1. Pertes AC dans un tube supraconducteur HTc

Dans cette première partie du chapitre, nous considérons des pertes en champ propre dans un tube cylindrique supraconducteur parcouru par un courant de transport. Il s'agit du tube que nous avons testé dans le chapitre 2. Les paramètres et les dimensions de cet échantillon utilisé pour cette étude sont dans le **Tableau 3.1.1**.

| Symbole  | Quantité  | Tube testé           |
|----------|---|----------------------|
| L        | longueur  | 160mm                |
| $l_{pp}$ | distance entre les prises de potentiel            | 99mm                 |
| $d_i$    | diamètre intérieur                                | 8mm                  |
| $d_e$    | diamètre extérieur                                | 10mm                 |
| $R_i$    | rayon intérieur                                   | 4mm                  |
| $R_e$    | rayon extérieur                                   | 5mm                  |
| S        | section circulaire                                | 28mm <sup>2</sup>    |
| $T_c$    | température critique                              | 108K                 |
| $E_c$    | Champ électrique critique                         | 1μV/cm               |
| $I_{c0}$ | courant critique à 77K en champ propre            | 87A                  |
| $J_{c0}$ | densité de courant critique à 77K en champ propre | 3,1A/mm <sup>2</sup> |

**Tableau 3.1.1** : Paramètres de l'amenée de courant BiSCCO étudiée pour les pertes AC.



Nous présentons d'abord les calculs puis les mesures des pertes dans un tube SHT<sub>c</sub>.

### 3.1.1. Calcul des pertes AC dans un tube SHT<sub>c</sub> à l'aide du modèle de Bean et du modèle linéaire

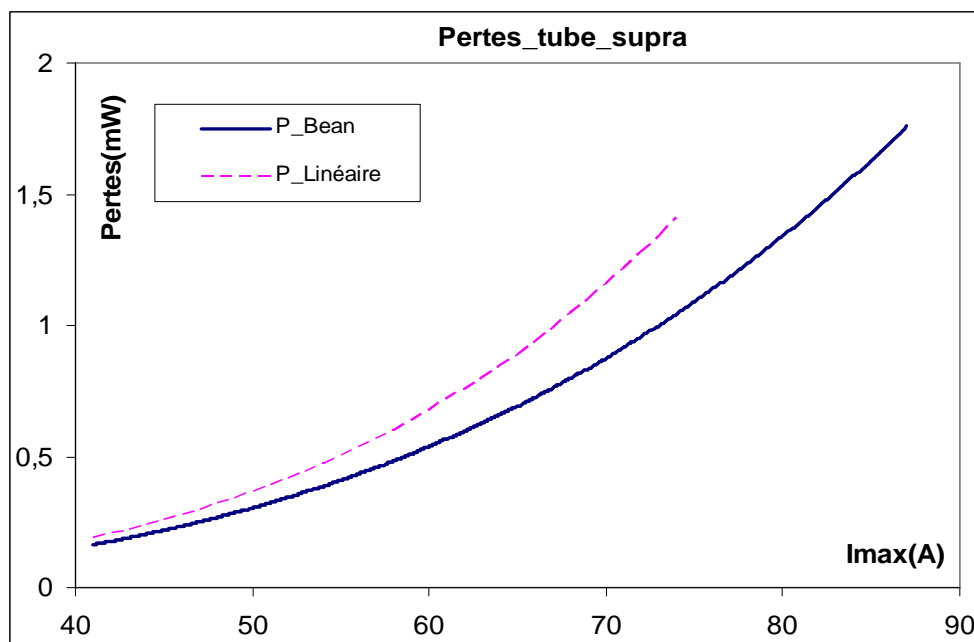
Dans le chapitre 1, nous avons présenté le calcul analytique des pertes à l'aide du modèle de Bean et du modèle linéaire de variation de  $J_c(B)$ . Ici, nous allons appliquer ces méthodes pour calculer des pertes d'un tube supraconducteur HT<sub>c</sub> au passage d'un courant sinusoïdal. Ces résultats des calculs seront comparés avec d'autres méthodes de calcul des pertes ainsi que notre mesure par la suite.

Les paramètres utilisés pour le calcul des pertes sont regroupés dans [Tableau 3.1.2](#).

| Symbole | L    | R <sub>i</sub> | R <sub>e</sub> | S                   | I <sub>c</sub> | I <sub>p</sub> | B <sub>j0</sub> | J <sub>c</sub> = J <sub>c0</sub> | f  | μ <sub>0</sub>      |
|---------|------|----------------|----------------|---------------------|----------------|----------------|-----------------|----------------------------------|----|---------------------|
| Valeur  | 0,16 | 0,004          | 0,005          | 28.10 <sup>-6</sup> | 87,53          | 75,29          | 0,012           | 3,0957.10 <sup>6</sup>           | 50 | 4π.10 <sup>-7</sup> |

**Tableau 3.1.2** : Paramètres du tube étudié pour calcul des pertes.

Nous présentons les calculs des pertes dans un tube supraconducteur HT<sub>c</sub> parcouru par un courant sinusoïdal de fréquence 50Hz ([Figure 3.1.1](#)).



**Figure 3.1.1** : Pertes calculées dans un tube à l'aide du modèle de Bean et du modèle linéaire.

Les pertes AC ne peuvent être calculées à l'aide du modèle de Bean que pour  $I_{\max} < I_c$ , cependant, pour le modèle linéaire de variation de  $J_c$ , les pertes AC ne sont calculées que pour  $I_{\max} < I_p$  [3]. Nous constatons que les pertes calculées  $P_{\text{Bean}}$  et  $P_{\text{Linéaire}}$  sont voisines pour les faibles courants. Quand  $I_{\max}$  augmente jusqu'aux environs de  $I_c$ , les  $P_{\text{Bean}}$  sont inférieures aux  $P_{\text{Linéaire}}$ . La différence entre  $P_{\text{Bean}}$  et  $P_{\text{Linéaire}}$  devient de plus en plus importante quand le courant  $I_{\max}$  augmente jusqu'à  $I_c$ .

### 3.1.2. Mesure des pertes AC dans un tube SHTc

Le but de l'expérience est de mesurer des pertes en régime de courant sinusoïdal de transport dans un échantillon SHT<sub>c</sub>. La méthode électrique sera utilisée [4-6,7-10,11,12] pour effectuer cette mesure. L'échantillon utilisé ici est le tube présenté dans le [Tableau 3.1.1](#).

#### 3.1.2.1. Principe et méthodes de mesure

Deux méthodes de mesures électriques sont utilisées pour déterminer les pertes dans un échantillon supraconducteur HT<sub>c</sub>. La première méthode consiste à utiliser les fonctions de multiplication et de calcul de la valeur moyenne issue de l'oscilloscope et la deuxième consiste à utiliser un voltmètre à détection synchrone.

##### a) Utilisation d'un oscilloscope

Dans cette méthode, les pertes sont déterminées à l'aide du courant circulant dans l'échantillon et la tension aux bornes de l'échantillon. En effet l'échantillon est alimenté par courant  $i(t)$ , ce courant est mesuré par une sonde de courant. La tension  $u(t)$  aux bornes de l'échantillon et le courant  $i(t)$  parcourant l'échantillon sont recueillis à l'entrée de l'oscilloscope. Les fonctions de multiplication et de calcul de la valeur moyenne de l'oscilloscope nous permettent de calculer les pertes. Les pertes dissipées dans l'échantillon sont calculées par intégration numérique de la puissance instantanée :

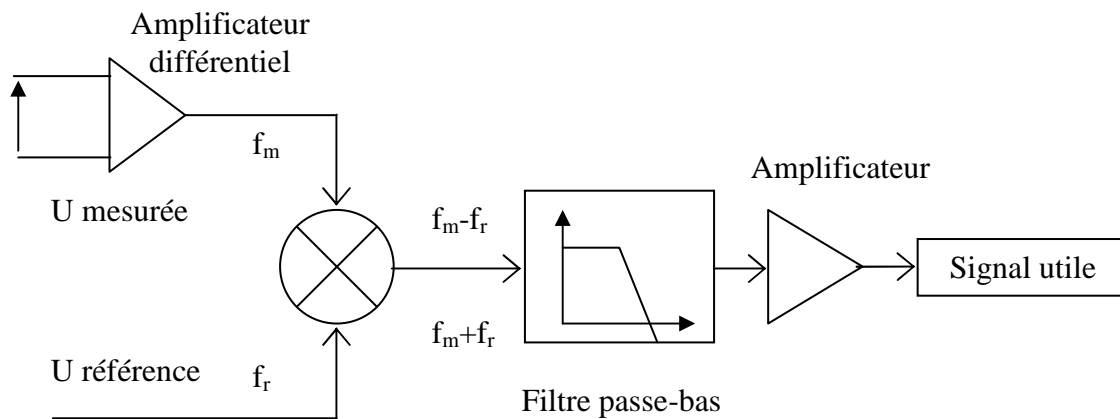
$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t).i(t).dt = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N u_i(t).i_i(t) \quad (3.1.1)$$

Dans laquelle  $T = 20\text{ms}$  période du signal alternatif.

C'est une méthode de mesure simple.

### b) Utilisation d'un voltmètre à détection synchrone

Dans la mesure électrique des pertes dans un échantillon supraconducteur, la difficulté principale est la précision de mesure de la tension. En effet, le signal utile peut être d'amplitude comparable ou inférieure au bruit présent, notamment pour des valeurs de pertes faibles. C'est souvent le cas lorsque le courant maximum est inférieur au courant critique. Avec la première méthode qui consiste à utiliser un oscilloscope, le bruit n'est pas atténué et le rapport signal sur bruit reste constant. Pour augmenter ce rapport, on utilise un voltmètre à détection synchrone [10], appelé également voltmètre vectoriel (Figure 3.1.2). Le problème de cette méthode est qu'elle ne fonctionne que pour un courant sinusoïdal. Le principe de ce voltmètre est représenté sur la Figure 3.1.2.



**Figure 3.1.2 :** Modèle d'un amplificateur à détection synchrone.

Le signal utile mesuré est :

$$u_m(t) = U_m \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega_m \cdot t - \varphi) \quad (3.1.2)$$

En multipliant l'expression (3.1.2) par un signal de référence  $u_{réf}(t) = U_{réf} \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \omega_r \cdot t$  on obtient un signal après la multiplication :  $U_m \cdot U_{réf} \{ \cos[(\omega_m - \omega_r) \cdot t - \varphi] - \cos[(\omega_m + \omega_r) \cdot t - \varphi] \}$

Ensuite on fait passer ce signal à travers un filtre passe-bas de fréquence de coupure très petite, et on obtient :  $U_m \cdot U_{réf} \cdot \cos \varphi$

A partir de ce résultat, on constate que le voltmètre vectoriel utilisé fournit directement la tension :  $U_m \cdot \cos \varphi$ . Cette valeur de tension est proportionnelle à la valeur efficace  $U_m$  du signal, et au cosinus du déphasage du signal mesuré par rapport au signal de référence. Par

contre, si le signal n'a pas la même fréquence que la référence, la valeur moyenne en sortie devient négligeable.

Dans la plupart des cas, la tension comporte toujours des harmoniques. Alors, seule l'harmonique de même fréquence que la référence, a une valeur de tension de sortie non nulle. Donc si :

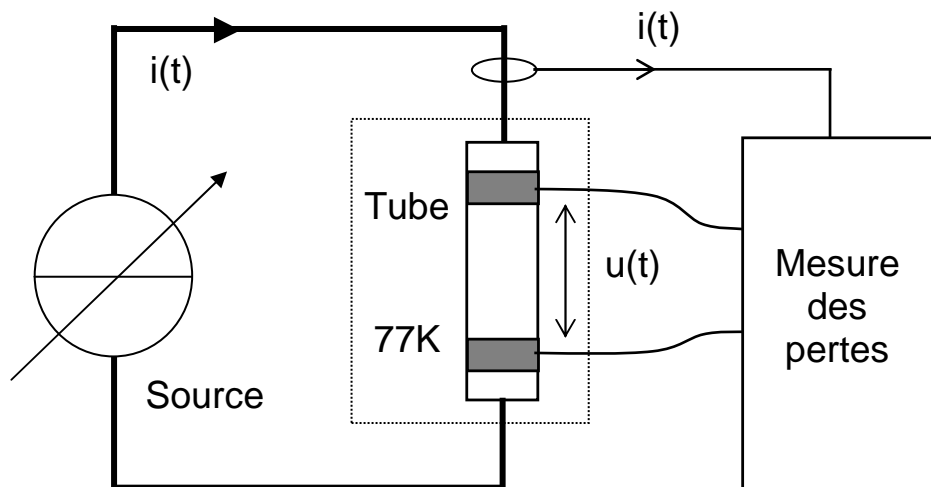
$$u_m(t) = \sum_{n=1}^{\infty} U_n \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(n \cdot \omega t - \varphi_n) \quad \text{et} \quad u_{\text{réf}}(t) = U_{\text{réf}} \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \omega t$$

Nous obtenons la tension pour le cas de la première harmonique ( $n = 1$ ):  $U_1 \cdot U_{\text{réf}} \cdot \cos \varphi_1$

Si le signal de référence est en phase avec le courant parcourant l'échantillon et si le courant est purement sinusoïdal, alors la puissance active  $P$  consommée par l'échantillon est égale à :  $P = I \cdot U_1 \cdot \cos \varphi_1$ .

### 3.1.2.2. Banc de mesure

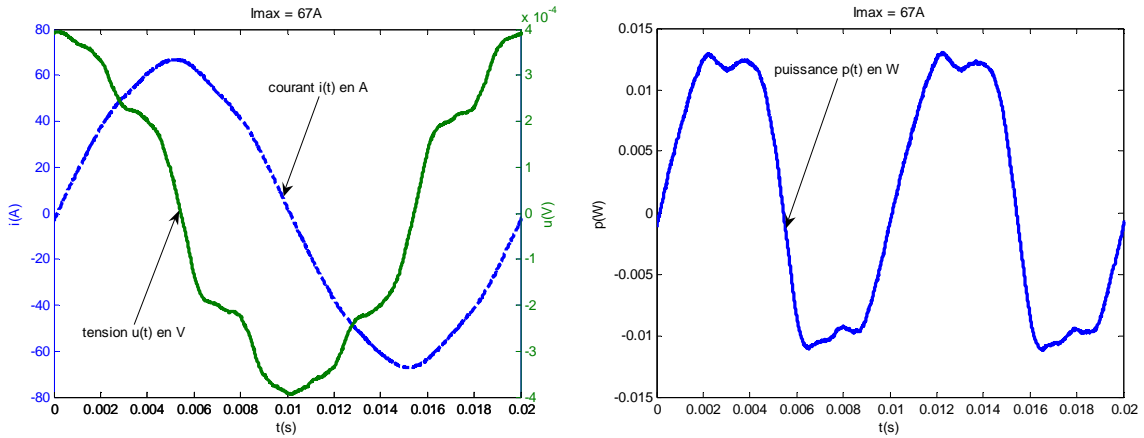
L'échantillon utilisé pour cette mesure est immergé dans l'azote liquide (à 77K), et est alimenté par  $i(t)$  sinusoïdal de fréquence 50Hz. Ce courant parcourant l'échantillon est fourni par une source externe. Le courant est mesuré par une sonde de courant. La puissance active  $P$  consommée (pertes AC) dans l'échantillon est mesurée à l'aide du courant et de la tension aux bornes de l'échantillon. Le banc de mesure est présenté sur la [Figure 3.1.3](#).



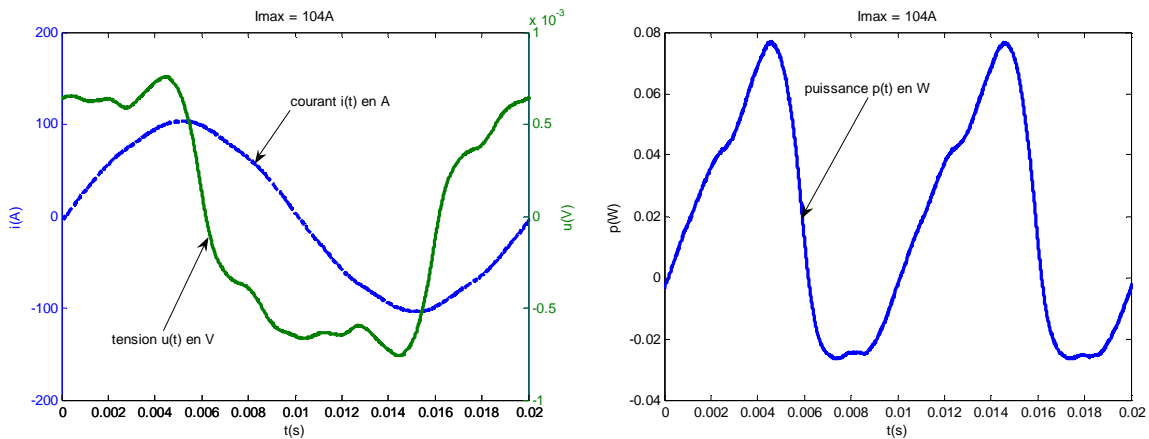
**Figure 3.1.3** : Banc de mesure des pertes AC du tube en courant sinusoïdal.

### 3.1.2.3. Résultats de mesure

Les caractéristiques des courants, tensions et puissances instantanées du tube supraconducteur pour différentes valeurs du courant sont représentées sur les Figures 3.1.4 et 3.1.5. L'amplitude de la tension est de quelques mV, la valeur moyenne de  $p(t)$  est de quelques dizaines de mW. Le courant est sinusoïdal, par contre la tension est non sinusoïdale et ainsi la résistance équivalente aux pertes est non linéaire.

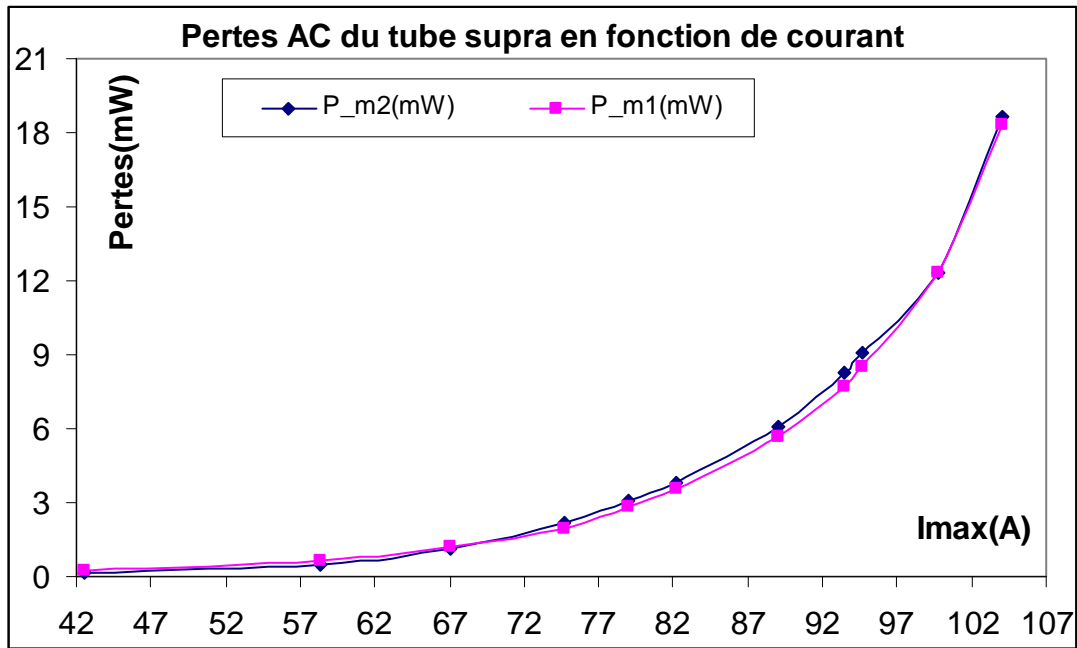


**Figure 3.1.4 :** Tension  $u(t)$ , courant  $i(t)$  et puissance  $p(t)$  du tube à  $I_{max} = 67A$ .



**Figure 3.1.5 :** Tension  $u(t)$ , courant  $i(t)$  et puissance  $p(t)$  du tube à  $I_{max} = 104A$ .

Les pertes dans le tube supraconducteur en courant sinusoïdal avec les deux méthodes de mesure sont présentées (Figure 3.1.6). La  $P_{m1}$  est le résultat donné par la première méthode et la  $P_{m2}$  est le résultat donné par la deuxième méthode. On constate sur la Figure 3.1.6 que les résultats donnés par les deux méthodes sont proches.

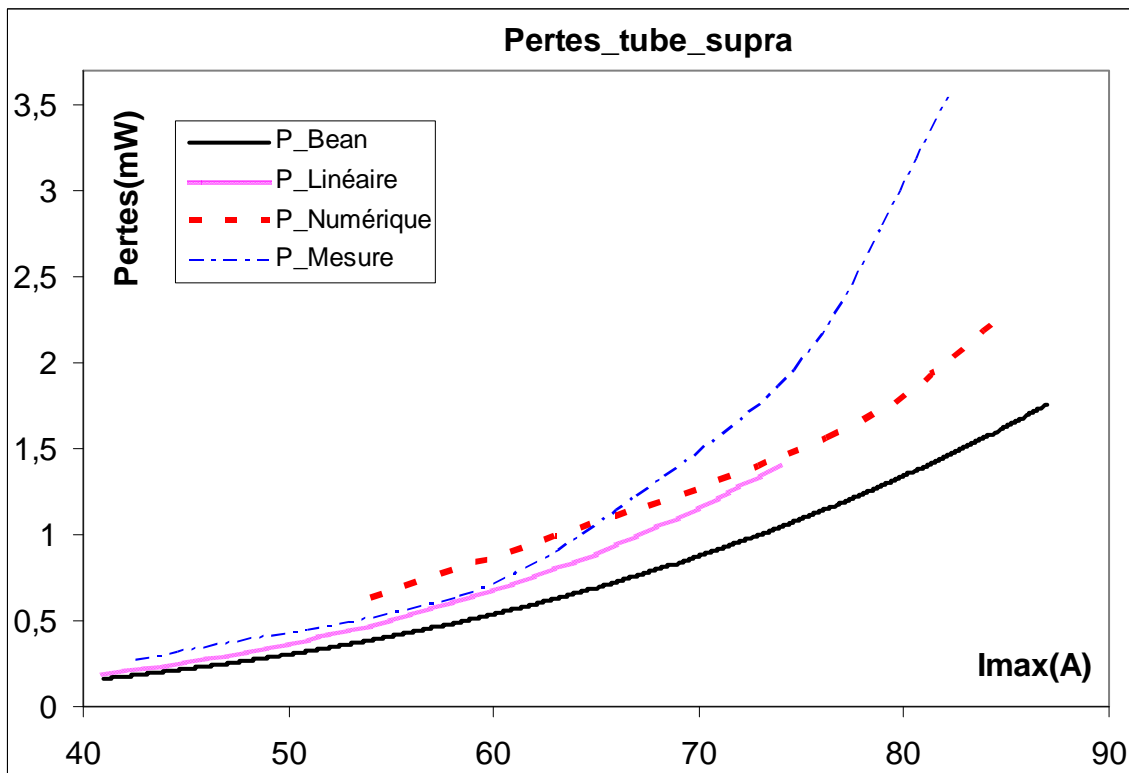


**Figure 3.1.6** : Comparaison des pertes mesurées par les deux méthodes.

Par cette mesure, nous constatons que les pertes dans un tube parcouru par un courant sinusoïdal, augmentent avec la valeur maximale du courant.

### 3.1.3. Comparaison entre les pertes calculées et mesurées dans un tube SHTc

L'étude des pertes AC dans un tube supraconducteur pour cette première partie du chapitre a été effectuée avec une amenée de courant supraconductrice ([Tableau 3.1.1](#)) que nous avons testée dans le chapitre 2 pour obtenir les courbes  $U(I)$ ,  $J_c(B)$  et  $n(B)$ . Dans ce paragraphe, les pertes AC mesurées et les pertes calculées à l'aide de différentes méthodes seront comparées ([Figure 3.1.7](#)).



**Figure 3.1.7** : Comparaison entre des pertes calculées et des pertes mesurées.

Les pertes AC ne peuvent être calculées à l'aide du modèle de Bean que pour  $I_{\max} < I_c$  [3].  $I_c$  est choisie pour  $B = 0$ , donc  $J_c(77K, B=0) = 3,09A/mm^2$ , ce qui correspond à  $I_c = 87,53A$ . Alors,  $P_{Bean}$  ne sont présentées que pour  $I_{\max} < I_c = 87,53A$  (Figure 3.1.7).

D'autre part, les pertes AC ne sont calculées à l'aide du modèle linéaire que pour  $I_{\max} < I_p$  [3].  $I_p = 75,29A$  est obtenue par l'expression (1.5.46) dans le chapitre 1. Alors, seules les pertes calculées  $P_{Linéaire}$  pour  $I_{\max} < I_p = 75,29A$  sont présentées (Figure 3.1.7).

Cependant, dans la réalité pour des supraconducteurs HTc,  $n \ll \infty$  et est entre 7 et 30. C'est la raison pour laquelle il faut effectuer un calcul numérique. Les pertes calculées à l'aide de la méthode numérique sont appelées  $P_{Numérique}$ . Ce travail a été effectué par S. MEZANI [15] et ce résultat est également présenté ici pour une comparaison avec les résultats analytiques et les mesures (Figure 3.1.7).

Les pertes calculées  $P_{Bean}$ ,  $P_{Linéaire}$ ,  $P_{Numérique}$  sont proches des pertes mesurées pour les faibles courants. Quand  $I_{\max}$  est proche de  $I_c$ , les pertes  $P_{Bean}$ ,  $P_{Linéaire}$  et  $P_{Numérique}$  sont inférieures aux

pertes mesurées. La différence entre  $P_{\text{Bean}}$ ,  $P_{\text{Linéaire}}$  et  $P_{\text{Numérique}}$  par rapport aux pertes mesurées est de plus en plus grande quand  $I_{\text{max}}$  augmente jusqu'à  $I_c$ . En effet les  $P_{\text{Bean}}$  s'éloignent beaucoup plus des pertes mesurées que les  $P_{\text{Linéaire}}$  et les  $P_{\text{Numérique}}$  car les  $P_{\text{Bean}}$  sont calculées pour  $J_c$  constante et  $n \rightarrow \infty$ . Par contre les  $P_{\text{Linéaire}}$  sont plus proches des pertes mesurées que les  $P_{\text{Bean}}$ . Les  $P_{\text{Linéaire}}$  s'éloignent des pertes mesurées comparativement aux  $P_{\text{Numérique}}$  car les  $P_{\text{Linéaire}}$  sont calculées pour  $J_c$  variable et  $n \rightarrow \infty$ . Les  $P_{\text{Numérique}}$  sont, pour les valeurs élevées de  $I_{\text{max}}$  (Figure 3.1.7), plus proches des pertes mesurées que les  $P_{\text{Bean}}$  et les  $P_{\text{Linéaire}}$  car les  $P_{\text{Numérique}}$  sont calculées pour une valeur de  $n$  et  $J_c(B)$  proches de la réalité ( $J_c$  variable et  $n$  compris entre 7 et 30).

La comparaison des pertes calculées et mesurées montre une bonne concordance générale. Pourtant quand le courant maximum est grand, des courbes de pertes ont des écarts relatifs assez importants. Nous pensons que cela peut s'expliquer de plusieurs façons. Premièrement la précision du système de mesure au niveau des contacts entre les prises de potentiels et les rubans d'argent ou en contact avec le matériau supraconducteur. Deuxièmement nous avons supposé dans la partie théorique que la répartition du courant est la même sur toute la longueur du tube. Mais aux extrémités du tube, où le matériau supraconducteur est en contact avec des rubans en argent, la répartition du courant est différente. Donc, nous sommes incapables de prévoir la répartition du courant dans cette zone et cela peut expliquer les différences entre la théorie et l'expérience. Pour les forts courants, les calculs des pertes à l'aide de différentes méthodes présentées prédisent, dans une première approximation, correctement l'évolution des pertes.

Donc la comparaison des mesures de pertes avec les pertes calculées permet de vérifier le modèle théorique et l'expérience, bien qu'il fallait tenir compte de l'imprécision des mesures.

### 3.2. Mesure des pertes AC dans une bobine SHTc de première génération à 50Hz

Nous présentons dans cette partie, la mesure et l'analyse des pertes AC dans une bobine supraconductrice HT<sub>c</sub> parcourue par un courant  $i(t)$  de fréquence 50Hz.

Cependant, il est nécessaire d'envisager les calculs théoriques de pertes AC dans le chapitre 1 pour permettre l'analyse des mesures et l'identification des pertes. Dans le cas d'une bobine supraconductrice on peut donc identifier les pertes dans les supraconducteurs par rapport à celles dans la matrice des supraconducteurs en courants faibles. Si les pertes sont



proportionnelles au courant au carré il s'agit de pertes dans la matrice, si les pertes sont proportionnelles au courant au cube on peut considérer qu'il s'agit de pertes dans les supraconducteurs.

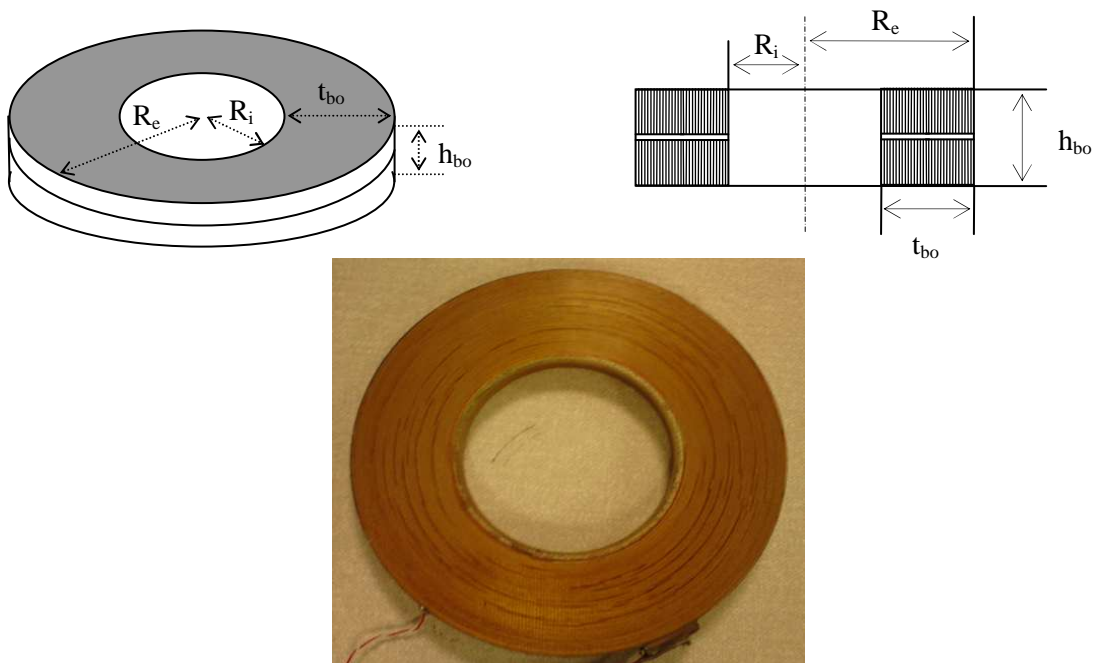
On commence par présenter le banc de mesures et les méthodes de mesures. Les résultats de ces mesures sont exposés et une analyse est effectuée afin de connaître l'origine principale des pertes en se basant sur leur évolution en fonction de la valeur de  $I_{\max}$  [14].

### 3.2.1. Présentation de la bobine supraconductrice testée

Le but de l'expérience est de mesurer les pertes d'une bobine supraconductrice HT<sub>c</sub> parcourue par un courant sinusoïdal. La bobine utilisée dans cette mesure est une bobine supraconductrice composée de ruban de BiSCCO (largeur de 4mm et épaisseur de 0,22mm) avec matrice en Ag, cette bobine a été fabriquée par Zenergy Power [13].

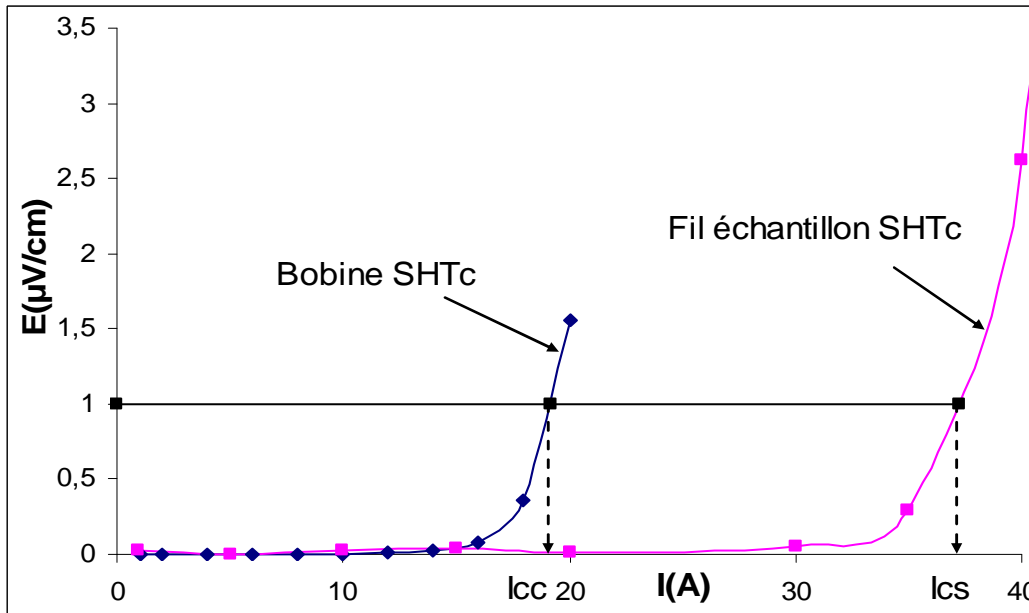
Les dimensions de la bobine sont les suivantes :

- la hauteur  $h_{bo}$  de 6mm
- le rayon extérieur de 56mm et le rayon intérieur de 31mm
- le nombre de spires  $N$  de 103x2 (bobine formée de deux épaisseurs de rubans)



**Figure 3.2.1** : Bobine supraconductrice testée (à gauche), sa section transversale (à droite), et une photo de la bobine.

Dans notre laboratoire, la caractéristique électrique  $E(I)$  de la bobine à 77K a été mesurée. Le but de cette caractéristique est de déterminer le courant critique  $I_{cc}$  de la bobine. Pour un critère de  $1\mu\text{V}/\text{cm}$ ,  $I_c$  vaut environ 19A tandis que le courant critique  $I_{cs}$  du fil vaut environ 37A (Figure 3.2.2). Le bobinage détériore donc la caractéristique du fil.

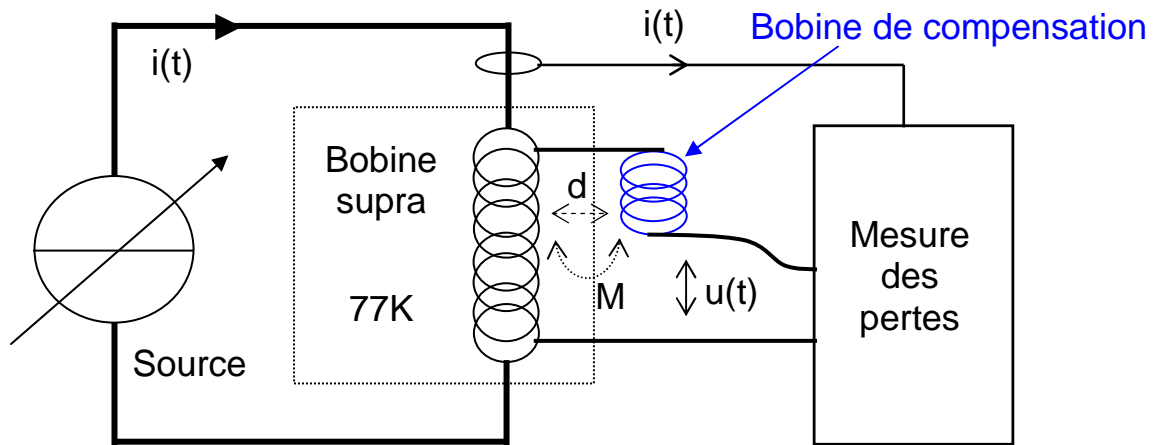


**Figure 3.2.2 :** Caractéristique  $E(I)$  de la bobine SHT<sub>c</sub> et du fil SHT<sub>c</sub> en courant DC.

### 3.2.2. Banc et méthodes de mesure en régime de courant sinusoïdal

Pour les mêmes méthodes de mesure des pertes d'un tube supraconducteur HT<sub>c</sub> que dans la partie précédente, les deux méthodes de mesures électriques sont utilisées pour déterminer les pertes dans la bobine supraconductrice HT<sub>c</sub>. La première méthode consiste à utiliser les fonctions de multiplication et le calcul de la valeur moyenne de l'oscilloscope tandis que la deuxième consiste à utiliser un voltmètre à détection synchrone.

La bobine supraconductrice utilisée pour cette mesure est immergée dans l'azote liquide (à 77K), et alimentée par un courant sinusoïdal de fréquence  $f = 50\text{Hz}$ . Ce courant parcourant la bobine supraconductrice est fourni par une source externe. Le courant est mesuré par une sonde de courant. La puissance active  $P$  consommée (pertes AC) dans la bobine est mesurée à l'aide du courant et de la tension aux bornes de la bobine. Le banc de mesure est représenté sur la Figure 3.2.3.



**Figure 3.2.3 :** Banc de mesure des pertes AC dans la bobine SHT<sub>c</sub> en courant sinusoïdal.

Les pertes AC ou la puissance active  $P$  consommée par la bobine supraconductrice est déterminée à l'aide du courant circulant dans la bobine et la tension aux bornes de la bobine. Cette dernière a deux composantes, l'une résistive et l'autre inductive qui sont générées respectivement par les pertes et l'inductance  $L$  de la bobine.

$$u_{\text{bobine}}(t) = u_p(t) + L \cdot \frac{di}{dt} \quad (3.2.1)$$

La partie inductive réduit la précision de mesure de pertes. En outre cette partie inductive est en général beaucoup plus grande que la tension liée aux pertes. Pour cette raison, il nous faut compenser la partie inductive de la tension aux bornes de la bobine pour effectuer la mesure de pertes avec la meilleure précision possible.

Pour cela une bobine en cuivre est placée en série avec la bobine supraconductrice dans la mesure de tension. Quand on approche la bobine de cuivre de la bobine supraconductrice, il y a création d'une induction dans la bobine de cuivre. La tension totale mesurée avec la compensation est égale:

$$u(t) = u_{\text{bobine}}(t) + u_{\text{Cu}}(t) = u_p(t) + L \cdot \frac{di}{dt} + M \cdot \frac{di}{dt} \quad (3.2.2)$$

La partie inductive est compensée quand :

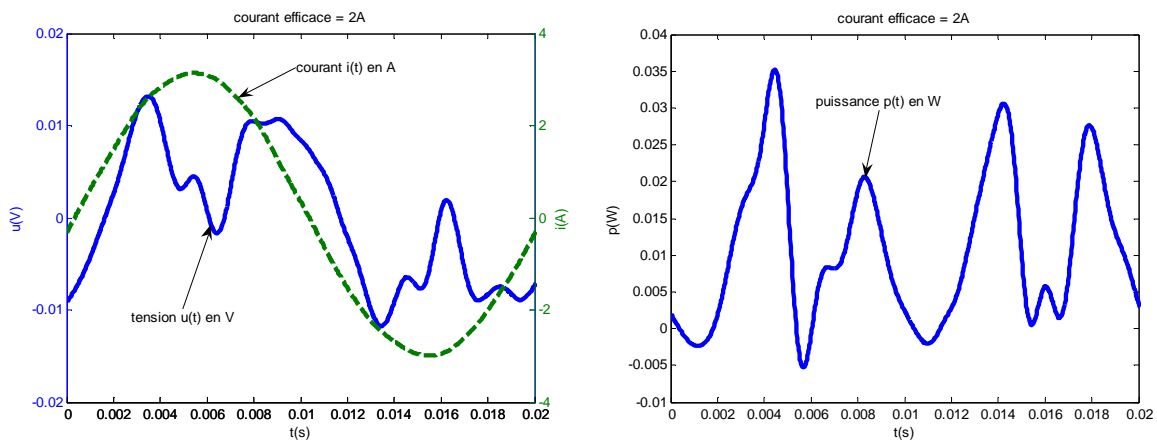
$$L \cdot (di/dt) = -M \cdot (di/dt) \quad (3.2.3)$$

Enfin, la tension résultante est théoriquement égale à la tension liée aux pertes AC. On augmente ainsi la précision de la mesure de pertes. La bobine de compensation est à une distance  $d$  de la bobine supraconductrice. Quand on fait varier cette distance  $d$ , la tension résultante efficace  $U$  change et la compensation est obtenue quand nous avons un minimum tension efficace  $U$ .

### 3.2.3. Résultats de mesure de pertes et analyse

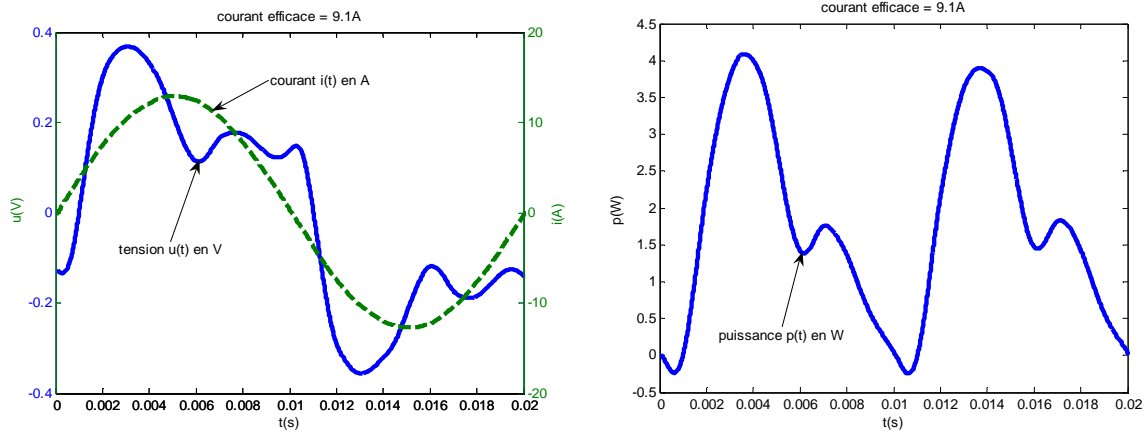
Sur les figures suivantes nous représentons les courbes des courants, tensions et puissances instantanées de la bobine supraconductrice pour différentes valeurs efficaces du courant. Le courant est sinusoïdal, par contre la tension est non sinusoïdale. La résistance équivalente aux pertes est donc non linéaire.

Pour un courant efficace de 2A nous remarquons que l'amplitude de la tension ne vaut que quelques dizaines de millivolts, de plus la forme de  $p(t)$  est différente entre la première demi période et la deuxième demi période. Ceci est dû à un rapport signal/bruit relativement faible. La valeur moyenne de  $p(t)$  est de quelques dizaines de milliwatts (Figure 3.2.4). La précision de la mesure n'est donc pas très bonne.



**Figure 3.2.4** : Tension  $u(t)$ , courant  $i(t)$  et puissance  $p(t)$  de la bobine à  $I_{\text{eff}} = 2\text{A}$ .

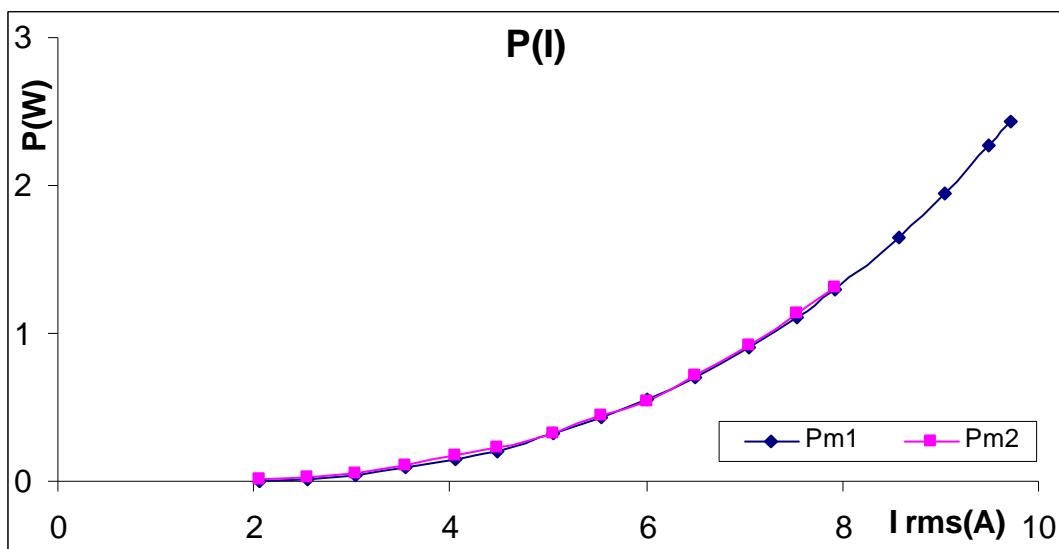
Par contre, pour un courant efficace de 9,1A, l'amplitude de la tension approche quelques centaines de millivolts (Figure 3.2.5) et la puissance instantanée est importante. La valeur moyenne des pertes s'élève à quelques watts (Figure 3.2.5). Le rapport signal/bruit est aussi important. Dans ce cas la mesure est bonne.



**Figure 3.2.5 :** Tension  $u(t)$ , courant  $i(t)$  et puissance  $p(t)$  de la bobine à  $I_{\text{eff}} = 9,1\text{A}$ .

A travers ces résultats, nous pouvons remarquer que la différence de mesures entre un courant faible et un courant fort est manifeste. En effet, quand le courant efficace est petit, la mesure de pertes est peu précise. Au contraire, quand le courant efficace est grand, la partie de la tension correspondant aux pertes augmente rapidement et devient significative.

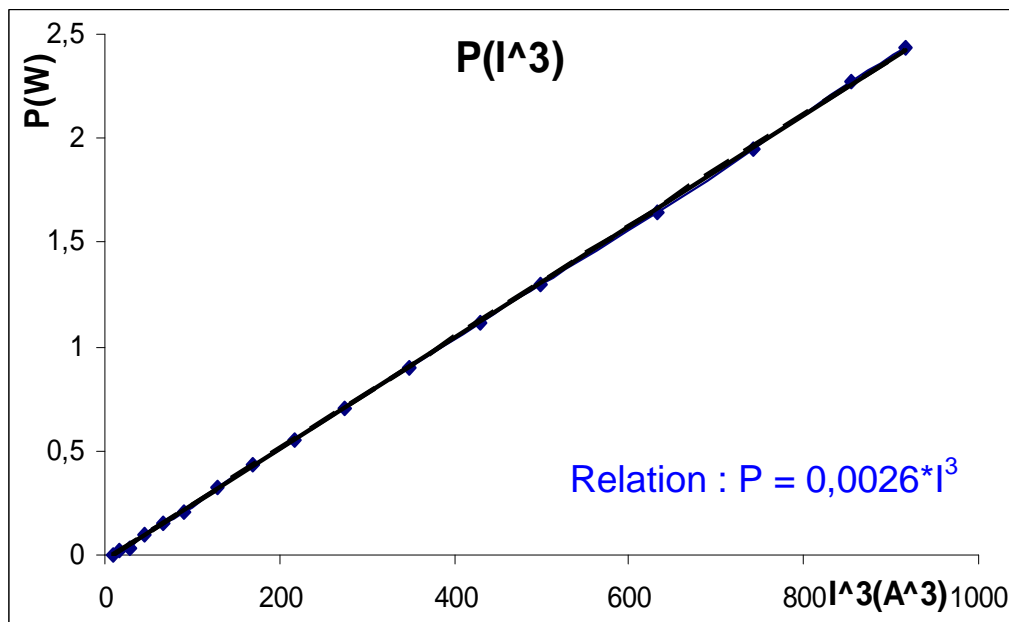
Nous avons mesuré les pertes dans la bobine supraconductrice HT<sub>c</sub> en courant sinusoïdal avec les deux méthodes de mesure. Nous appelons  $P_{m1}$  le résultat donné par la première méthode et  $P_{m2}$  le résultat donné par la deuxième méthode. On constate sur la **Figure 3.2.6** que les résultats donnés par les deux méthodes sont identiques.



**Figure 3.2.6 :** Comparaison des pertes mesurées par les deux méthodes.

Les pertes dans la bobine supraconductrice alimentée par un courant alternatif sont produites dans le supraconducteur et/ou dans la matrice. Pour évaluer l'importance de chacune de ces pertes nous examinons la relation entre les pertes et le courant au cube (Figure 3.2.7).

Sur la Figure 3.2.7, nous traçons la courbe des pertes en fonction du courant au cube en même temps nous ajoutons la courbe de tendance linéaire, on constate qu'elles sont concordantes. La caractéristique des pertes en fonction du courant au cube est linéaire.



**Figure 3.2.7** : Pertes dans la bobine supraconductrice en fonction de  $I^3$  avec une tendance linéaire.

A partir de ces figures, nous pouvons constater que les pertes dans la bobine supraconductrice ne sont pas proportionnelles à la valeur de courant au carré en faible courant  $P \neq k.I^2$  mais proportionnelles au courant au cube  $P \approx k.I^3$ . Cela signifie que les pertes AC dans ce cas dans une bobine supraconductrice sont principalement les pertes dans le matériau supraconducteur et non induites dans la matrice en argent.

### 3.3. Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons présenté des pertes dans les supraconducteurs HTc. Pour la première partie, les pertes du tube supraconducteur HTc ont été présentées par des calculs et des mesures. Les calculs de pertes du tube sont effectués par différentes méthodes de calcul, d'abord à l'aide du modèle de Bean, puis à l'aide du modèle linéaire de  $J_c$ . Ensuite la mesure

de pertes du tube a été présentée. Les résultats de mesure montrent également que les pertes du tube parcouru par un courant sinusoïdal, augmente avec  $I_{\max}$ .

Pour la suite dans la première partie, la comparaison entre les pertes calculées et mesurées dans un tube SHT<sub>c</sub> a été présentée. Alors,  $P_{\text{Bean}}$  sont calculées avec  $n = \infty$  (modèle de Bean), et  $P_{\text{Linéaire}}$  sont calculées à l'aide de la variation de  $J_c(B)$  mais toujours avec le modèle de Bean. Cependant, dans la réalité pour des supraconducteurs HT<sub>c</sub>,  $n \ll \infty$  et est entre 7 et 30. Et donc il est nécessaire de calculer les pertes à l'aide des simulations numériques. La comparaison des courbes de pertes calculées et mesurées montre une bonne concordance générale des résultats, surtout pour les faibles courants. Donc la comparaison des mesures des pertes avec les pertes calculées permet de vérifier le modèle théorique.

Dans la dernière partie du chapitre, nous avons présenté des mesures et analyse des pertes dans une bobine supraconductrice HT<sub>c</sub> parcouru par un courant sinusoïdal  $i(t)$  de fréquence 50Hz à l'aide de deux méthodes de mesures. Les résultats donnés par les deux méthodes de mesures sont proches et les mesures sont plus précises quand les pertes sont importantes. Nous remarquons que dans le cas des courants faibles les pertes dans la bobine supraconductrice sont proportionnelles au courant au cube :  $P \approx k.I^3$ . Cela signifie que les pertes AC dans une bobine supraconductrice pour les faibles courants sont principalement les pertes dans le matériau supraconducteur et non les pertes dans la matrice. Une suite possible à cette étude serait de faire des mesures de pertes en fonction de la fréquence, en fonction de la température et en fonction de la forme du courant.

### 3.4. Bibliographie du chapitre 3

- [1] M. N. WILSON “Superconducting Magnets”, *Oxford Science Publications*, 1983, 335 p.
- [2] P. TIXADOR, “Les supraconducteurs”, *Hermès Collection Matériaux*, Paris, 1995.
- [3] B. DOUINE, K. BERGER, J. LÉVÊQUE, D. NETTER and A. REZZOUG, “Influence of  $J_c(B)$  on the full penetration current of superconducting tube”, *Physica C*, vol. 443, 2006, pp. 23-28.
- [4] J. PAASI, M. POLAK, P. KOTTMAN, D. SUCHON, M. LAHTINEN, J. KOKAVEC, “Electric field and losses in BSCCO-2223/Ag tapes carrying Ac transport current”, *I.E.E.E. Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 5, no. 2, 1995, pp. 713-716.

- [5] H. ISSHI, S. HIRANO, T. HARA, T. YAMAMOTO, “Estimation of AC losses of polycrystalline YBCO by two different methods”, *I.E.E.E. Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 3, no. 1, 1993, pp. 1417-1420.
- [6] H. DAFFIX, P. TIXADOR, “Electrical ac losses measurements in superconducting coils”, *I.E.E.E. Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 7, no. 2, 1997, pp. 286-289.
- [7] B. DOUINE, “Etude des pertes dans les supraconducteurs à haute température critique”, *Thèse de doctorat de l’Université Henri Poincaré*, Nancy, 2001.
- [8] J. KOKAVEC, I. HLASNIK, S. FUKUI, “Very sensitive electric method for AC loss measurement in SC coils”, *I.E.E.E. Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 3, no. 1, 1993, pp. 153-155.
- [9] J. P. OZELIS, “AC loss measurement of model and full size 50mm SSC collider dipole magnets at Fermilab”, *I.E.E.E. Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 3, no. 1, 1993, pp. 678-682.
- [10] J. LÉVÊQUE, B. DOUINE, D. NETTER, “AC losses under self-field in a superconducting, A. V. Narlikar (Ed.), High temperature superconductivity 1, Materials”, *Springer-Verlag*, 2004, pp. 431-496.
- [11] B. DOUINE, J. LÉVÊQUE, A. REZZOUG, “AC losses measurements of a high critical superconductor transporting sinusoidal or non sinusoidal current”, *I.E.E.E. Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 10, no. 1, 2000, pp. 1489-1492.
- [12] B. DOUINE, J. LÉVÊQUE, A. REZZOUG, “Mesures de pertes dans les supraconducteurs à haute température critique alimenté en courant sinusoïdal et non sinusoïdal”, *6<sup>èmes</sup> Journées de Cryogénie et de Supraconductivité*, vol. 2, Aussois, 2000, pp. 807-811.
- [13] <http://www.zenergypower.com/>
- [14] S. BENDALI, D. LALOY, B. NAPAME, S. MEZANI, D. NETTER, T. C. HOÀNG, T. LUBIN, B. DOUINE, “Measurements of AC losses in BiSCOO HTS coil”, *9<sup>th</sup> European Conference on Applied Superconductivity, EUCAS’09*, 13-17 September 2009, Dresden, Germany.
- [15] S. MEZANI, B. DOUINE, and J. LÉVÊQUE, “Finite element AC-losses computation in multi-layer HTS cable using complex representation of the electromagnetic field”, *I.E.E.E. Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 19, no. 3, 2009, pp. 3348-3351.







## CONCLUSION GENERALE

L'objectif de nos travaux est de montrer l'indispensabilité de la caractérisation des supraconducteurs à haute température critique en vue de leurs applications en électrotechnique.

Dans la partie théorique, nous avons commencé par rappeler les calculs des pertes, basés sur le modèle de Bean. Nous avons ainsi synthétisé les pertes pour différentes formes d'échantillon (plaque, cylindre, tube cylindrique et câble SHT<sub>c</sub>). Nous avons montré que les expressions des pertes correspondantes ne dépendent pas de la forme du champ magnétique extérieur ou du courant de transport, mais de leurs amplitudes.

Dans un futur proche, l'utilisation des supraconducteurs HT<sub>c</sub> pour le transport de courant, nous a mené à étudier en particulier les pertes en champ propre, donc parcourus par un courant sinusoïdal. Pour prévoir les pertes dans les supraconducteurs HT<sub>c</sub> au passage d'un courant alternatif périodique de transport, on utilise les expressions des pertes calculées à l'aide du modèle de Bean. Ces expressions sont connues et utilisées depuis plusieurs années.

Nous avons étudié, plus particulièrement, les pertes en champ propre dans un tube cylindrique supraconducteur HT<sub>c</sub>. L'expression des pertes en champ propre à l'aide du modèle de Bean, nous a servi de référence pour l'ensemble de notre étude. Pourtant, le calcul des pertes en champ propre, à l'aide du modèle de Bean, a deux principaux inconvénients. Premièrement, il ne tient pas compte de la caractéristique réelle  $E(J^n)$  du matériau, si  $n$  vaut quelques unités l'hypothèse de Bean semble assez forte. Deuxièmement, ce calcul n'est valable que pour  $I_{\max} < I_c$ , au-delà, le supraconducteur est supposé revenir à l'état normal. Pour améliorer les calculs des pertes, nous avons développé un calcul pour celles-ci à l'aide du modèle de variation linéaire de  $J_c(B)$ . Mais cette étude n'est également valide que pour  $I_{\max} < I_p < I_c$ . Pour les pertes, les résultats issus du calcul analytique ont été comparés aux résultats expérimentaux.

Dans la partie expérimentale, nous avons exposé la méthode des mesures électriques pour caractériser les supraconducteurs HT<sub>c</sub>. Nous avons commencé par caractériser  $E(J)$ ,  $J_c(B)$  et  $n(B)$  pour un tube supraconducteur HT<sub>c</sub>. Pour la mesure de  $J_c(B_{\text{ext}})$ , celle-ci nous a montré

nettement l'influence de  $B_{cp}$  du tube sur  $J_c$  quand  $B_{ext}$  n'est pas suffisamment grand. Pour cela nous avons réalisé ensuite les deux bancs de mesures permettant de compenser partiellement ou complètement  $B_{cp}$  du tube. Les résultats de ces deux mesures nous ont indiqué qu'après avoir compensé  $B_{cp}$ ,  $J_c$  du tube supraconducteur a été augmenté. Bien que la compensation ne soit pas parfaite, tous les deux bancs de mesure valident donc le principe de compensation de  $B_{cp}$  dans un tube supraconducteur.

Nous avons mesuré la diffusion du champ magnétique dans une plaque supraconductrice  $HT_c$  soumise à un champ extérieur. Les résultats de mesure nous ont montré que la pénétration de l'induction magnétique dépend de la vitesse de variation du champ appliqué, donc  $B_p$  et la mesure de  $J_c$  sont dépendantes de  $V_b$ . Cela est différent des résultats donnés en utilisant le modèle de Bean qui dit que  $B_p$  et  $J_c$  sont indépendantes de  $V_b$ .

Ensuite nous avons effectué les mesures des pertes dans un tube  $SHT_c$  à l'aide de deux méthodes électriques. Les résultats obtenus ont montré une concordance manifeste avec les résultats de calculs lorsque le tube  $SHT_c$  est uniquement soumis à son champ propre. Malheureusement, il ne nous a pas été possible de mesurer des niveaux des pertes plus élevés car ces mesures peuvent détruire l'amenée de courant supraconductrice.

Lors de la dernière expérience, nous avons mesuré et analysé les pertes dans une bobine supraconductrice  $HT_c$ . Les résultats ont montré que les pertes sont proportionnelles au courant au cube. Cela signifie que les pertes dans cette bobine sont principalement les pertes dans le matériau supraconducteur et non par les pertes dans la matrice en argent.

Plusieurs autres études numériques peuvent être effectuées, mais nous ne devons pas perdre de vue la partie expérimentale qui permet de valider ces études. La partie mesure constitue une étape importante dans les études des supraconducteurs  $HT_c$ .



## Résumé

Le thème principal de cette thèse est la caractérisation des supraconducteurs à haute température critique (SHTc). Dans un premier temps, nous avons présenté des généralités des SHTc. L'utilisation possible dans l'avenir, des SHTc pour le transport de courant, nous a mené à étudier plus particulièrement les pertes en champ propre, donc parcouru par un courant sinusoïdal. Puis nous avons rappelé les calculs de pertes basés sur le modèle de l'état critique Bean pour différentes formes d'échantillon, comme une plaque, un cylindre, un tube cylindrique et un câble SHTc. Dans un deuxième temps, nous avons caractérisé des SHTc qui permet d'obtenir les caractéristiques  $E(J)$ ,  $U(I)$ ,  $J_c(B)$ , et  $n(B)$  d'un tube cylindrique SHTc. La caractérisation a été effectuée à l'aide de la méthode électrique. Puis nous avons tenté la compensation du champ magnétique propre du tube par deux méthodes différentes. Ensuite nous avons mesuré la diffusion du champ magnétique dans une plaque SHTc et de la détermination du  $J_c$  de la plaque par la mesure de champ de pénétration complète. Dans un dernier temps, nous avons calculé analytiquement des pertes dans un tube SHTc en champ propre, à l'aide du modèle de l'état critique de Bean. Nous avons également montré qu'en champ propre, la pénétration du champ magnétique à l'intérieur du matériau SHTc, se passe en deux temps. Tout d'abord il y a pénétration incomplète du champ magnétique de l'extérieur vers l'intérieur du matériau, puis quand la pénétration est complète, le champ magnétique augmente uniformément dans tout le matériau. Ces résultats de calcul de pertes ont été comparés aux celles mesurées, cette comparaison montre une concordance manifeste. Pour la dernière expérience, nous avons mesuré et analysé des pertes dans une bobine SHTc alimentée en courant sinusoïdal de fréquence 50 Hz. Ces résultats nous ont montré que les pertes dans cette bobine sont principalement les pertes dans le matériau supraconducteur et non les pertes dans la matrice des supraconducteurs.

**Mots-clés :** supraconducteur HTc, densité de courant critique, pertes, champ propre, mesure.

## Abstract

The main of this thesis is the characterization of high critical temperature superconductors (HTS). First, we have presented the generality of the HTS. The possible use in the future, of the HTS for the transport current, involves to study more particularly the losses in self-field, or fed by a sinusoidal current. Then we have recalled the losses calculations based on the Bean model critical state for various forms of the sample, as a plate, a cylinder, a tube cylindrical hollow and an HTS cable. For the second time, we have characterized the HTS which allows make the characteristics  $E(J)$ ,  $U(I)$ ,  $J_c(B)$ , and  $n(B)$  of an HTS tube cylindrical hollow. The characterization has been made by the electrical method. Then we have tried a self-field compensation of an HTS tube by two different methods. After we have measured the magnetic field diffusion in an HTS plate and we have determined its  $J_c$  by the magnetic field measurement in complete penetration. In the last time, we have calculated analytically the losses in self-field of the HTS tube, using the Bean model critical state. We have also showed that in self-field, the magnetic field penetration inside the HTS material happens in order. First of all, there is magnetic field incomplete penetration from outside to inside the material, then when the penetration is complete, the magnetic field increase uniformly throughout the material. These losses calculation results have been compared to measurement results, this comparison shows a clear coincidence. For the last experiment, we have measured and analysed the losses in an HTS coils fed by a sinusoidal current 50Hz frequency. These results have showed that the losses of this HTS coils are mainly losses in the superconducting material and not in the superconducting matrix.

**Key-words :** HTS, critical current density, losses, self-field, measurement.