



**HAL**  
open science

## Détection de défauts d'instruments de mesure

Hossein Vaezi-Nejad

► **To cite this version:**

Hossein Vaezi-Nejad. Détection de défauts d'instruments de mesure. Sciences de l'ingénieur [physics].  
Université Henri Poincaré - Nancy 1, 1990. Français. NNT: 1990NAN10016 . tel-01747880

**HAL Id: tel-01747880**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01747880v1>**

Submitted on 29 Mar 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

90/379

Sc N 90 / 16 B

Université de Nancy I

**THESE**

Présentée pour l'obtention du

**DOCTORAT**

de

**l'Université de Nancy I**



par

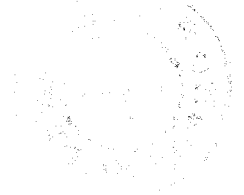
**Hossein VAEZI-NEJAD**

**DETECTION DE DEFAUTS D'INSTRUMENTS  
DE MESURE**

soutenue publiquement le 23 Janvier 1990 devant la commission d'examen

Président	:	P. GALLART
Rapporteurs	:	E. OSTERTAG
	:	W. GOMOLKA
Examineurs	:	M. AUBRUN
		J. RAGOT
		M. M. MARTIN
		G. BLOCH
		F. LEPAGE

# DETECTION DE DEFAUTS D'INSTRUMENTS DE MESURE



*A mes parents*

## Avant propos

Le travail présenté dans ce manuscrit a été réalisé au Laboratoire d'Automatique et de Recherche Appliquée du Centre de Recherche en Automatique de Nancy et de l'Université de Nancy I.

Je tiens à remercier particulièrement M M. AUBRUN, professeur à l'Université de Nancy I et directeur du Laboratoire d'Automatique et de Recherche Appliquée, pour l'honneur qu'il me fait de présider ce jury. Qu'il trouve également exprimée dans ces quelques lignes ma gratitude pour ces précieux conseils, ses nombreux encouragements et sa constante disponibilité.

J'exprime également mes remerciements aux membres du jury qui m'ont honoré de leur présence lors de l'examen de ce travail.

M J. RAGOT, professeur à l'Ecole Nationale Supérieure de Géologie, dont les interventions au cours de ma formation et l'examen critique de ce travail ont contribué à son élaboration.

M E. OSTERTAG, professeur à l'Ecole Nationale Supérieure de Physique de Strasbourg pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail.

M W. GOMOLKA, professeur à l'Université de Haute Silésie (Pologne) pour ses questions pertinentes et l'intérêt qu'il a bien voulu porter à ce travail.

M G. BLOCH, ingénieur de Recherche à l'Institut National Polytechnique de Lorraine, dont l'examen approfondi de ce document et les conseils m'ont été d'un précieux apport.

M F. LEPAGE, chef de département et professeur de l'Institut Universitaire de Technologie en génie électrique de Nancy, pour sa présence à mon jury et pour l'année agréable où j'ai enseigné dans son département.

Mme M.M. MARTIN, ingénieur I.M.A. à l'E.D.F. et de M P. GAILLARD, professeur à l'U.T.C. de Compiègne, pour leur examen de ce document et leurs participations à mon jury de thèse.

Ma reconnaissance s'adresse enfin à toutes les personnes qui m'ont prodigué leurs conseils et leur amitié dans l'élaboration de ce document. Je tiens enfin à remercier mes camarades et collègues du laboratoire pour les bons moments que j'ai passé en leur compagnie.

# RESUME

Les méthodes de détection de défaillance d'instruments de mesure que nous développerons dans ce document sont caractérisées par leur utilisation sur un instrument isolé. Isolé, dans le sens où ces méthodes de détection de défaut de capteurs n'exigeront pas de redondance d'information.

La démarche que nous suivons s'apparente à celle utilisée en traitement du signal où l'on tente d'extraire une information à partir d'un signal temporel. Le signal traité est le signal de sortie du capteur.

Pour extraire cette information, nous devons d'abord la distinguer du mesurande du capteur et ensuite voir ce qui caractérise en elle un défaut du capteur.

Notre travail est ainsi décomposé. Nous étudions tout d'abord les différents éléments de la chaîne de mesure, afin d'énoncer certaines définitions et caractéristiques de base sur les capteurs. Nous présentons diverses méthodes simples de détection de défauts. Ces méthodes ne permettant que des détections grossières.

Le signal issu du capteur comporte deux informations imbriquées : l'une reflète les variations du mesurande, l'autre l'état propre du capteur. Pour détecter des défauts exclusivement liés au capteur, nous avons tout d'abord extrait du signal de sortie du capteur l'information représentative de son état.

Ensuite sur ce signal, nous étudions sur différents horizons temporels d'observation, des fonctions statistiques de comparaison pour la détection de changement des caractéristiques du capteur. Nous éprouvons ces fonctions en simulation pour dégager leurs limites d'application. Nous évaluons ensuite leurs performances sur un pilote industriel en provoquant des défauts réels.

Dans une dernière phase, nous étudions les modifications spectrales du signal, dues à un défaut, par l'utilisation de modèles de type ARMA. De nouveau, nous éprouvons en simulation cette méthode avant de l'appliquer sur un pilote industriel.

# TABLE DES MATIERES

<b>INTRODUCTION</b>	<b>1</b>
<b>CHAPITRE I - ETUDE DE LA CHAINE DE MESURE</b>	
I.1 - DEFINITIONS ET CARACTERISTIQUES GENERALES	3
I.1.1 - Mesurande - mesurage - capteur	3
I.1.2 - Sensibilité - grandeurs d'influence	3
I.1.3 - Zéro - Etendue de mesure	4
I.1.4 - Corps d'épreuve	4
I.1.5 - Conditionneur	4
I.1.6 - Caractéristiques d'un instrument de mesure	6
I.1.7 - Les erreurs de mesure	7
I.2 - ELEMENTS A PRENDRE EN COMPTE LORS DU CHOIX D'UN CAPTEUR	8
I.3 - METHODES SIMPLES DE DETECTION DE DEFAUTS	9
I.3.1 - Test des limites de variations du signal	10
I.3.2 - Test du taux de variation du signal	10
I.3.3 - Test de la dispersion du signal	11
I.3.4 - Algorithme des tests	12
I.4 - ESSAIS SUR PROCEDE PILOTE	13
<b>CHAPITRE II - ETUDE DU SIGNAL DE SORTIE DU CAPTEUR</b>	
II.1 - INTRODUCTION	17
II.2 - DETERMINATION DU SIGNAL DEPENDANT DU CAPTEUR	17
II.2.1 - Filtre polynomial sur fenêtre glissante	19
II.2.2 - Filtrage autorégressif	22
II.3 - ETUDE DE LA DIFFERENCE DE MESURES CONSECUTIVES	24
II.4 - FREQUENCE D'ECHANTILLONNAGE	27



II.5 - FENETRE GLISSANTE ET FENETRE CROISSANTE	27
--	----

## CHAPITRE III - FONCTIONS STATISTIQUES DE COMPARAISON

III.1 - INTRODUCTION	29
III.2 - SYSTEME SIMULE POUR LE TEST DES FONCTIONS STATISTIQUES	29
III.3 - COMPARAISON DE PARAMETRES STATISTIQUES ASSOCIEES A DEUX FENETRES GLISSANTES	31
III.3.1 - Fonction de comparaison de moyennes	32
III.3.2 - Fonction de comparaison de variances	36
III.3.2.1 - Présentation	36
III.3.2.2 - Comportement de la fonction de comparaison de variances	37
III.3.2.3 - Conclusions sur la fonction de comparaison de variances	46
III.3.3 - Fonction de comparaison de coefficients de symétrie	47
III.3.4 - Fonction de comparaison de coefficients d'aplatissement	50
III.3.4.1 - Présentation	50
III.3.4.2 - Comportement de la fonction de comparaison de coefficients d'aplatissement	53
III.3.4.3 - Conclusions sur la fonction de comparaison de coefficients d'aplatissement	60
III.4 - COMPARAISON DE PARAMETRES STATISTIQUES ASSOCIEES A UNE FENETRE CROISSANTE ET UNE FENETRE GLISSANTE	60
III.4.1 - Fonction de comparaison des variances	61
III.4.1.1 - Présentation	61
III.4.1.2 - Comportement de la fonction de comparaison des variances	63
III.4.1.3 - Conclusions sur la fonction de comparaison des variances	70
III.5 - TABLEAU RECAPITULATIF DU COMPORTEMENT DES FONCTIONS	70
III.6 - ESSAIS SUR PROCEDE PILOTE	71
III.6.1 - Problèmes d'alimentation secteur	72
III.6.2 - Altérations de l'étalonnage	75
III.6.3 - Perturbations électromagnétiques	76
III.6.4 - Problèmes de vibration	77

## CHAPITRE IV - DETECTION DE VARIATION DE LA DENSITE SPECTRALE DU SIGNAL

IV.1 - INTRODUCTION	82
IV.2 - CHOIX DE LA METHODE	82
IV.3 - REPRESENTATION DU FILTRE ARMA, AR ET MA	83
IV.4 - METHODES D'IDENTIFICATION	85
IV.4.1 - Méthode du modèle AR long	85
IV.4.2 - Méthode d'estimation de la partie AR du modèle ARMA	89
IV.5 - METHODES DE DETECTION DE VARIATION DE DENSITE SPECTRALE	91
IV.5.1 - Horizons d'observation	92
IV.5.2 - Mesure de proximité entre les paramètres de modèles AR	94
IV.5.2.1 - Le logarithme du rapport de vraisemblance	96
IV.5.2.2 - La divergence de Kullback	97
IV.6 - TESTS EN SIMULATION	99
IV.6.1 - Utilisation d'un modèle AR long	100
IV.6.1.1 - Comparaison de deux fenêtres glissantes	100
IV.6.1.2 - Comparaison d'une fenêtre croissante et d'une fenêtre glissante	103
IV.6.2 - Utilisation d'un modèle ARMA	110
IV.6.2.1 - Comparaison de deux fenêtres glissantes	110
IV.7.2.2 - Comparaison d'une fenêtre croissante et d'une fenêtre glissante	114
IV.7.3 - Conclusion générale	117
IV.7 - ESSAIS SUR PROCEDE PILOTE	118
IV.7.1 - Problèmes d'alimentation secteur	119
IV.7.2 - Altérations de l'étalonnage	122
IV.7.3 - Perturbations électromagnétiques	123
IV.7.4 - Défaillance de la compensation en température d'un capteur	124
IV.7.5 - Résumé des essais sur pilote et critères de choix d'une méthode	126

## **CONCLUSION ET ARCHITECTURE DE SYSTEMES DE SURVEILLANCE** 129

### **ANNEXE A - TESTS D'HYPOTHESES**

A.1 - INTRODUCTION	134
A.2 - DEFINITIONS DES ERREURS DE DECISION	134
A.3 - ERREUR DE TYPE I ET II	134
A.3.1 - Cas de la moyenne	135
A.3.2 - Cas de la variance	137
A.4 - TESTS DE SOMMES CUMULEES	137
A.4.1 - Introduction	138
A.4.2 - Test de la moyenne avec les limites paraboliques	138
A.4.3 - Test séquentiel de Wald	141
A.4.3.1 - Test séquentiel de Wald sur la moyenne	143
A.4.3.2 - Test séquentiel de Wald sur la variance	146
A.4.4 - Test de Page-Hinkley	148

### **ANNEXE B - PRESENTATION DU PILOTE**

B.1 - INTRODUCTION	154
B.2 - BUT DE LA REALISATION	154
B.3 - DESCRIPTION	155
B.3.1 - Processus	155
B.3.2 - Organes de commandes	158
B.3.3 - Capteurs	159
B.3.3.1 - Présentation générales	159
B.3.3.2 - Densimètre à rayon gamma	159
B.3.3.3 - Capteur de densité par bullage d'air	161
B.3.3.4 - Débitmètre électromagnétique	163
B.3.3.5 - Capteur de niveau par ultra-son	165
B.3.3.6 - Capteur de niveau capacitif	166

B.3.3.7 - Détecteur de niveau	168
B.3.4 - Organe de saisie et de traitement de l'information	168
B.4 - SCHEMA DE L'INSTALLATION	169
<b>REFERENCES</b>	<b>170</b>

## INTRODUCTION

Les méthodes de détection de défaillance d'instruments de mesure que nous développerons dans ce rapport sont caractérisées par leur utilisation sur un instrument isolé. Isolé, dans le sens où ces méthodes de détection de défaut de capteurs n'exigeront pas de redondance d'information. Cette redondance peut être matérielle mais elle nécessite plusieurs capteurs pour mesurer une même grandeur [2]. Elle peut aussi être analytique, mais implique dans ce cas une installation appropriée et la connaissance de modèles liant les différentes grandeurs à surveiller [3] et [4].

Aussi, dans le cas où les diverses formes de redondance ne peuvent être utilisées (coût, encombrement, poids excessif, modélisation contraignante ...) il faut établir des procédures de surveillance qui s'affranchissent de la connaissance directe des grandeurs mesurées par les capteurs.

Le système représentant le capteur est du type multi-entrées et mono-sortie. Ses entrées sont le mesurande (c'est-à-dire la grandeur physique à mesurer) et les perturbations. Sa sortie est la grandeur électrique qu'il délivre et qui constitue l'image du mesurande. Le problème de détection de défaillance sur un capteur isolé est dû au fait que nous ne disposons pas d'information sur les variables d'entrée de ce système.

La démarche que nous proposons s'apparente à celle utilisée en traitement du signal où l'on tente d'extraire une information à partir d'un signal temporel ([7], [35] et [36]). Le signal traité est le signal de sortie du capteur. L'information à en extraire doit être liée à l'état du capteur indépendamment des évolutions du mesurande lui-même.

Pour extraire cette information, nous devons d'abord la distinguer du mesurande du capteur et ensuite voir ce qui caractérise en elle un défaut du capteur.

Notre travail est ainsi décomposé. Nous étudions tout d'abord les différents éléments de la chaîne de mesure, afin d'énoncer certaines définitions et caractéristiques de base sur les capteurs. Nous présentons diverses méthodes simples de détection de défauts. Ces méthodes ne permettant que des détections grossières, nous sommes amenés à développer des méthodes plus fines de détection.

Le signal issu du capteur comporte deux informations imbriquées. La première reflète les variations du mesurande, la seconde l'état propre du capteur. Pour détecter des défauts exclusivement liés au capteur, ce qui est l'objet de ce mémoire, il faut tout d'abord extraire du signal de sortie du capteur l'information représentative de son état. Nous distinguons ainsi dans le signal de sortie sa partie déterministe expliquant les variations du mesurande et sa partie purement aléatoire liée à l'état du capteur. Nous montrons que la différence des échantillons consécutifs, associée à une fréquence d'échantillonnage judicieuse, met en relief ce second aspect et minimise l'influence du mesurande.

Sur ce signal représentatif du capteur lui-même, extrait du signal délivré en sortie, nous étudions alors, sur différents horizons temporels d'observation, des fonctions statistiques de comparaison pour la détection de changement des caractéristiques du capteur. Nous éprouvons ces fonctions en simulation pour dégager leurs limites d'application ainsi que des règles de choix optimal de leurs paramètres de réglage : tailles des horizons temporels, période d'échantillonnage, ... Nous évaluons ensuite leurs performances sur un pilote industriel en provoquant des défauts réels.

Dans une dernière phase, nous étudions les modifications spectrales du signal, dues à un défaut, par l'utilisation de modèles de type ARMA. De nouveau, nous éprouvons en simulation cette méthode avant de l'appliquer sur un pilote industriel, décrit en annexe.

## CHAPITRE I

### ETUDE DE LA CHAINE DE MESURE

Dans ce chapitre, nous présentons les particularités de l'instrumentation de mesure et son utilisation dans la détection de certaines pannes ou défaillances du capteur.

Dans la première partie, nous donnons les définitions et les caractéristiques générales utilisées dans le domaine des instruments de mesure.

Nous développons ensuite succinctement les éléments à prendre en compte lors du choix d'un capteur ainsi que les informations fournies par les constructeurs.

Enfin, nous étudions la détection de défauts grossiers sur un capteur.

#### I.1 - DEFINITIONS ET CARACTERISTIQUES GENERALES

Nous présentons dans cette partie les définitions générales relatives aux instruments de mesure, leurs particularités essentielles ainsi que les types d'erreurs affectant la grandeur mesurée [11] [12] et [13].

##### I.1.1 - Mesurande - mesurage - capteur

La grandeur physique mesurée est le **mesurande** (débit, température, densité...).

L'ensemble des opérations qui consistent à obtenir la valeur numérique du mesurande est le **mesurage**.

Le **capteur** est le dispositif qui, soumis à l'action du mesurande, fournit une grandeur électrique en sortie (charge, tension, courant ou impédance) :

$$y = F(m) \quad (1.1)$$

Cette relation, où  $y$  est la grandeur de sortie ou réponse du capteur et  $m$  est le mesurande ou grandeur d'entrée du capteur, résulte des lois physiques qui régissent le fonctionnement de ce capteur.

##### I.1.2 - Sensibilité - grandeurs d'influence

Pour des raisons de facilité d'exploitation, un capteur est réalisé de telle sorte que les variations de sa sortie  $\Delta y$  soient proportionnelles aux variations du mesurande  $\Delta m$  dans la plage de mesure :

$$\Delta y = S \Delta m \quad (1.2)$$

$S$  est la **sensibilité** du capteur. Elle doit dépendre aussi peu que possible :

- de l'amplitude du mesurande  $m$  dans la plage de mesure (linéarité du capteur),
- de la fréquence de variation de  $m$  (constante de temps du capteur négligeable par rapport au procédé),
- des grandeurs physiques qui ne sont pas l'objet de la mesure, désignées comme **grandeurs d'influence** (température ambiante, humidité, vibrations ...)

Dans un cas réel, la relation (1.1) s'exprime sous la forme suivante :

$$y = F(m, g_1, g_2, \dots) \quad (1.3)$$

où  $m$  est le mesurande,  $y$  la sortie du capteur et  $g_1, g_2, \dots$  les grandeurs d'influence.

### I.1.3 - Zéro - Etendue de mesure

Le zéro du capteur est la valeur prise comme origine de l'information.

L'**étendue de mesure** est la différence des valeurs extrêmes de la grandeur à mesurer pour lesquelles l'information de sortie satisfait aux prescriptions relatives aux limites d'erreurs fournies par le constructeur.

Nous dirons par exemple d'un capteur de pression que son zéro correspond à la pression atmosphérique et que sa plage de mesure est de 100 mbars. Ce capteur peut fonctionner pour des variations de pression supérieures, mais le constructeur ne garantit plus les caractéristiques de linéarité, de temps de réponse...

### I.1.4 - Corps d'épreuve

Le **corps d'épreuve** est le dispositif qui, soumis au mesurande, fournit une information que l'étage suivant du capteur peut traduire en grandeur électrique.

C'est par exemple la membrane en inox d'un capteur de pression dont la déformation déplace un diélectrique dans l'entrefer d'un transformateur, lequel traduit ce déplacement en une grandeur électrique.

### I.1.5 - Conditionneur

Le circuit électronique associé au capteur qui permet la conversion en énergie électrique de la forme d'énergie propre au mesurande, l'amplification et la mise en forme de ce signal électrique, constitue le **conditionneur** du capteur.

Dans la suite de l'exposé, nous ne ferons pas de différence entre capteur et l'ensemble capteur plus son conditionneur de signal. En général, il forme un tout qui est à la source du signal utilisé en aval.

Nous espérons que les spécialistes en instrumentation de mesure ne nous tiendront pas rigueur de cette simplification.

La figure 1.1 présente par exemple le schéma d'un capteur de pression à transformateur différentiel [15].



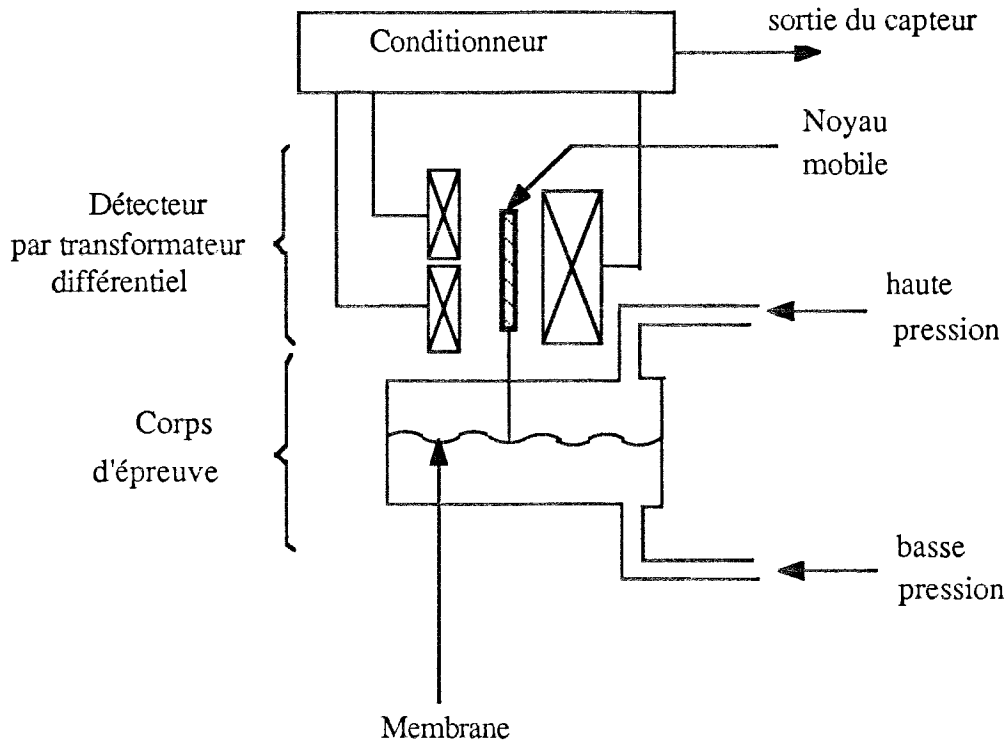


Figure 1.1 : exemple d'un capteur de pression

Son fonctionnement est le suivant. La différence de pression  $\Delta P$  entre la chambre de basse et haute pression provoque la flexion d'un corps d'épreuve (la membrane) dont le point central est lié au noyau mobile d'un transformateur différentiel.

La différence de potentiel  $V$  aux bornes des bobines secondaires du transformateur est proportionnelle au déplacement du noyau magnétique. Or la flexion de la membrane est proportionnelle à la différence de pression  $\Delta P$  entre les chambres :  $V$  est donc proportionnelle à  $\Delta P$ .

Cette différence de tension est transformée, après redressement, amplification et filtrage assuré par le conditionneur, en un courant variant entre 4 et 20 mA en fonction du mesurande.

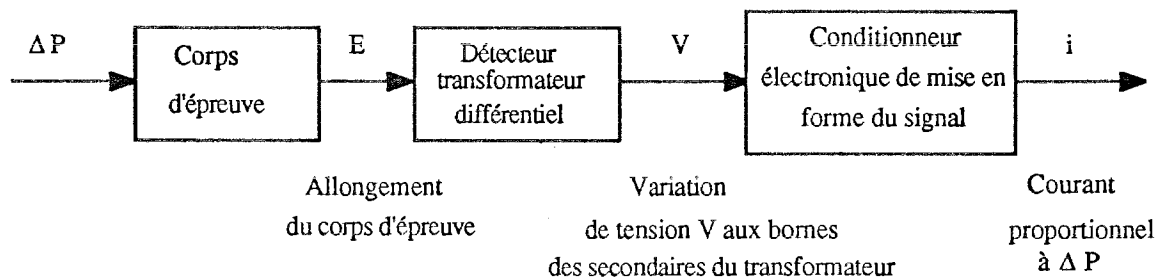


Figure 1.2 : schéma synoptique du capteur de pression

Sur la figure précédente, nous représentons les différentes transmissions d'énergie et les modules effectuant la transformation de la grandeur physique initiale (la pression) en une grandeur électrique (un courant). Les différentes grandeurs sont la variation de pression  $\Delta P$ , l'allongement  $E$ , la tension  $V$  et le courant  $i$ .

Les erreurs de mesures proviennent des perturbations qui agissent avec le mesurande sur le corps d'épreuve, de bruits "électro-magnétiques" et électroniques des divers éléments du capteur ou de la défaillance de certains modules ; elles peuvent être schématisées comme des valeurs aléatoires ou déterministes s'ajoutant sur les lignes de transmission entre divers modules.

### **I.1.6 - Caractéristiques d'un instrument de mesure**

Nous définissons ici les caractéristiques de résolution, de finesse, de rapidité ainsi que les qualités et les limites des domaines d'utilisation d'un instrument de mesure.

#### **La résolution**

La résolution d'un capteur est la plus petite variation du mesurande perceptible par cet instrument (l'erreur qui en résulte est prise en compte dans la fidélité).

#### **La finesse**

La finesse est la qualité exprimant l'aptitude d'un instrument de mesure à donner la valeur de la grandeur mesurée sans modifier celle-ci par sa présence.

L'erreur qui en résulte est prise en compte à la fois dans la fidélité et la justesse.

#### **La rapidité**

La rapidité exprime l'aptitude de l'instrument de mesure à suivre dans le temps les variations de la grandeur mesurée.

Elle est évaluée par :

- la bande passante,
- la fréquence propre,
- le temps de réponse à un échelon,
- le temps de montée.

### **Les limites d'utilisation d'un instrument de mesure**

**Le domaine nominal d'emploi** est défini par les valeurs que peuvent atteindre et conserver de façon permanente, d'une part la grandeur d'entrée, d'autre part les grandeurs étrangères, sans que les caractéristiques métrologiques du capteur soient modifiées.

**Le domaine de non détérioration** est défini par les valeurs limites que peuvent atteindre et conserver de façon permanente ou temporaire, d'une part les grandeurs d'entrées, d'autre part les grandeurs étrangères, sans que les caractéristiques métrologiques soient altérées après disparition des surcharges appliquées.

**Le domaine de non destruction** est défini par les valeurs que peuvent atteindre d'une part la grandeur d'entrée d'autre part les grandeurs étrangères, sans qu'il y ait

destruction du capteur. Dans ce cas, certaines de ses caractéristiques métrologiques sont altérées plus ou moins profondément et d'une manière permanente.

### **I.1.7 - Les erreurs de mesure**

Trois types d'erreurs sont définis en instrumentation :

- l'erreur de justesse,
- l'erreur de fidélité,
- l'erreur de précision.

En général, seule une approximation ou une limite haute de l'erreur de précision est fournie par les constructeurs. Les deux autres sont difficilement chiffrables et dépendent étroitement des conditions d'emploi du capteur.

#### **Erreur de justesse**

L'erreur de justesse est la somme des erreurs systématiques qui entachent l'indication d'un instrument de mesure.

Les erreurs systématiques sont dues à une connaissance erronée ou incomplète de l'installation, à son vieillissement ou à sa mauvaise utilisation. Elles sont, soit constantes, soit à variations lentes par rapport à la durée de mesure. On peut citer par exemple l'usure d'un corps d'épreuve, l'encrassement, les erreurs dues à l'étalonnage, les erreurs de rapidité.

#### **Erreur de fidélité**

L'erreur de fidélité est l'indice de dispersion pour une suite de mesures consécutives.

Elle comprend elle même :

- les erreurs de mobilité ou de résolution : en amont de l'instrument de mesure, elles sont provoquées par les variations de la grandeur à mesurer n'entraînant pas de variations décelables par le capteur et en aval de celui-ci, elles proviennent des erreurs de lecture dues au moyen de représentation de la mesure.

- les erreurs d'hystérésis,

- les erreurs dues aux grandeurs d'influence : parasites industriels, vibrations, variations de températures..., dont nous pourrions considérer les contributions comme étant de caractère aléatoire.

#### **Erreur de précision**

C'est la somme de l'erreur de justesse et des erreurs de fidélité.

## Les qualités relatives aux types d'erreurs

La **fidélité** est la qualité d'un appareil de mesure dont les erreurs accidentelles sont faibles ; elle se traduit par des résultats de mesurage groupés autour de leur valeur moyenne.

La **justesse** est la qualité d'un appareil de mesure dont les erreurs systématiques sont réduites : la valeur la plus probable du mesurande qu'un tel appareil permet de déterminer est alors très proche de la valeur vraie.

La **précision** est souvent spécifiée numériquement par l'erreur de précision qui, compte tenu de toutes les causes d'erreurs, délimite l'intervalle autour de la valeur mesurée à l'intérieur duquel on est "assuré" de trouver la valeur vraie. En statistique, elle correspond à l'intervalle de confiance où, pour un risque d'erreur donné, nous spécifions le domaine à l'intérieur duquel doit se trouver la valeur vraie.

## I.2 - ELEMENTS A PRENDRE EN COMPTE LORS DU CHOIX D'UN CAPTEUR

Nous exposons ici les quelques points primordiaux à prendre en compte lors du choix d'un capteur [12].

Aucune méthode de détection de défaut sur l'instrumentation de mesure (au niveau local) ne pourra être entreprise si, à la base, certaines grandeurs ont mal été définies.

Une fois connue la nature du paramètre à mesurer (la composition, la forme ou l'état de la grandeur physique à mesurer), les grandeurs à prendre en compte sont :

- l'étendue maximale de variation de la mesure,
- la fréquence maximale de variation de la mesure,
- la précision nécessaire et suffisante.

Il faut vérifier alors la compatibilité des paramètres suivants :

- les surcharges éventuelles et le domaine de non destruction,
- la nature et la forme d'exploitation du signal de sortie,
- l'environnement et les grandeurs d'influence.

Il faut enfin s'assurer :

- des implantations possibles et des liaisons associées,
- des sources d'énergies disponibles. Pour les capteurs autonomes, c'est à dire comportant leur propre batterie, les données importantes sont l'autonomie et la masse. Pour les capteurs alimentés par le secteur, ce sont les tensions disponibles et leurs caractéristiques (fréquence, puissance et tolérances associées) qui sont primordiales,
- des possibilités d'interventions,
- de la durée de vie,
- de l'objectif proposé (exemple : régulation),
- de la discipline intéressée (exemple : traitement des minerais),

- des normes à satisfaire s'il y a lieu (anti-déflagrant, ...),

- des conditions de stockage et d'expédition (perte des caractéristiques initiales du capteur aux normes de l'expédition ou du stockage).

Pour conclure, nous donnons un exemple de caractéristiques fournies par un constructeur pour un débitmètre électromagnétique, ou E.M. désigne l'étendue de mesure.

Etendue de mesure :	0,6 m <sup>2</sup> /h à 6,0 m <sup>2</sup> /h
Sortie en tension :	-5 à 5 V
	0 à 5 V
Sortie en courant :	4 à 20 mA
	0 à 20 mA
Détection de seuil :	2 seuils réglables de 0 à 100% de l'E.M.
Température ambiante :	-10 à +60 °C
Température du fluide :	65 à 140 °C selon diamètre et nature du revêtement
Résistivité max fluide :	0,1 MΩ cm pour Φ de 15 mm
Temps de réponse :	5 secondes de 0 à 90 %

Précision intrinsèque de l'ensemble

Capteur/Convertisseur : ± 1 % de l'E.M.

Erreur dues aux grandeurs d'influence

- Convertisseur

influence de température

sur le zéro : < 0,04 % de l'E.M. par °C

sur l'échelle : < 0,012 % de l'E.M. par °C

influence des variations

de la tension d'alim. : 0,5 % de l'E.M. pour ± 10 %

de la fréquence : 0,2 % de l'E.M. pour ± 5 %

- Capteur

influence globale des paramètres

physico-chimique : < 1 % de l'E.M.

### I.3 - METHODES SIMPLES DE DETECTION DE DEFAUTS

Ces méthodes consistent à utiliser des informations fournies par le constructeur sur les performances et les seuils de variation de la sortie électrique du capteur. Ces informations doivent être confirmées ou rectifiées dans des conditions normales d'utilisation (c'est-à-dire capteur sur site et convenablement étalonné) avant d'être exploitées.

Ces méthodes sont très simples à mettre en oeuvre, mais dépendent de choix initiaux convenables et judicieux.

### I.3.1 - Test des limites de variation du signal

Dans la mesure où le capteur a été bien choisi, on peut tester si la variable de sortie ne dépasse pas les limites électriques pour lesquelles il a été étalonné.

D'autre part un choix judicieux de la plage de variation de la grandeur électrique de sortie (4 à 20 mA), permet de distinguer le zéro de mesure et la valeur de sortie pour un capteur éteint ou détruit .

### I.3.2 - Test du taux de variation du signal

En fonctionnement normal du capteur sur un procédé, nous cherchons les limites maximales de variation de la sortie du capteur en utilisant un filtre dérivateur [33].

Nous utilisons pour ce test deux fenêtres glissantes de longueur N (voir définition au paragraphe II.5) juxtaposées se déplaçant avec chaque nouvelle mesure (voir figure 1.3). Les moyennes temporelles associées à ces deux fenêtres sont calculées et leur différence divisée par N donne une estimation du taux de variation du signal au point de leur jonction.

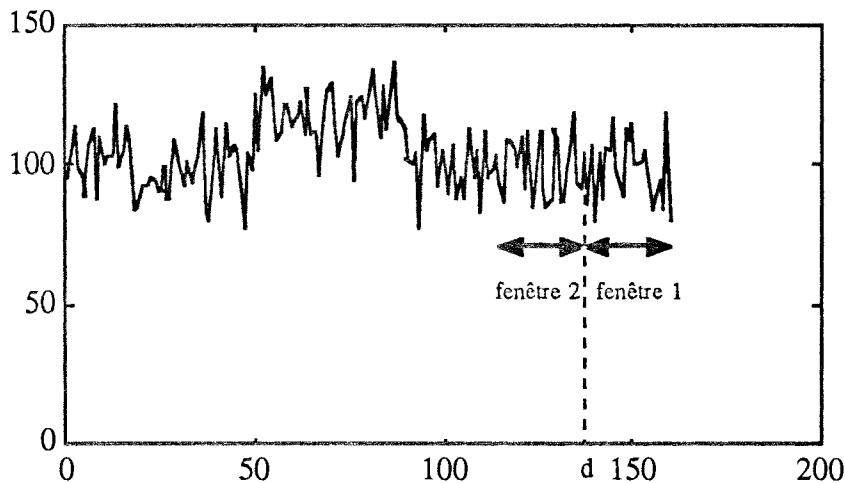


Figure 1.3 : fenêtres mobiles appliquées à la mesure d'un capteur.

Si  $d$  est l'indice pour lequel on estime le taux de variation du signal  $z_d$  et  $N$  la taille des fenêtres glissantes, les deux moyennes temporelles  $m_d^1$  et  $m_d^2$  sont calculées par les sommations suivantes :

$$m_d^1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_{d+i} \quad (1.4)$$

$$m_d^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} y_{d-i} \quad (1.5)$$

Nous obtenons le taux de variation du signal par la différence des deux moyennes temporelles :

$$z_d = \frac{m_d^1 - m_d^2}{N} \quad (1.6)$$

Dans cette expression, le nombre N de mesures utilisées pour le calcul de chaque moyenne doit être d'une part suffisamment grand pour obtenir un lissage des données mesurées mais cependant assez petit pour qu'à la limite le taux de variation du signal soit proche de sa vitesse.

Notons que si k est l'instant courant de mesure, le taux de variation du signal  $z_d$  est estimé pour l'indice  $d = k - N$ . De façon récursive, ce filtre dérivateur s'écrit :

$$z_d = z_{d-1} + \frac{1}{N^2} (y_{d-N} - 2 y_d + y_{d+N}) \quad (1.7)$$

Lorsque  $|z_d| \geq \lambda$ , on décide qu'un défaut est apparu car le taux de variation du signal a dépassé la limite maximum que permet la sortie du capteur en fonctionnement normal. La limite  $\lambda$  est obtenue par apprentissage. Le rapport constant  $\frac{1}{N^2}$  peut alors être intégré dans cette limite.

Par cette méthode, il est difficile de distinguer une variation anormale et brutale du mesurande et une défaillance du capteur. Toutefois, si la fréquence d'échantillonnage est nettement plus grande que ne l'exige la dynamique du procédé, il est possible de comparer le taux de variation calculé par l'expression 1.7 avec la vitesse limite de variation de la sortie du capteur fournie par le constructeur.

### I.3.3 - Test de la dispersion du signal

Ce test ne pourra être utilisé qu'en parallèle avec le test précédent. Il consiste à calculer une grandeur représentative de la dispersion de la mesure en régime statique. Nous testons alors si cette dispersion ne dépasse pas des limites fournies par le constructeur ou déterminées par apprentissage lors du fonctionnement normal du capteur.

La présence du régime statique peut être déduite des résultats du filtre dérivateur précédent. Une phase d'apprentissage sera nécessaire pour définir la limite basse de la valeur de sortie de ce filtre, qui indique la présence du régime statique.

Les grandeurs de dispersion du signal généralement utilisées sont l'étendue et la variance temporelles. Nous calculons ces deux grandeurs sur des fenêtres glissantes de dimension N, où N est généralement supérieur à trente pour la variance et inférieur à quinze pour l'étendue [1].

L'étendue  $w_k$  est calculée à partir des valeurs maximum et minimum des données de la fenêtre glissante :

$$w_k = \max_k - \min_k \quad (1.8)$$

avec

$$\max_k = \text{Max}_{0 \leq i < N-1} (y_{k-i}) \quad (1.9)$$

$$\min_k = \text{Min}_{0 \leq i < N-1} (y_{k-i}) \quad (1.10)$$

La variance est également calculée sur la fenêtre glissante :

$$\sigma_k^2 = \frac{1}{N-1} \left\{ \sum_{i=0}^{N-1} y_{k-i}^2 - \frac{1}{N} \left[ \sum_{i=0}^{N-1} y_{k-i} \right]^2 \right\} \quad (1.11)$$

De façon récursive, l'expression précédente s'écrit :

$$\sigma_k^2 = \sigma_{k-1}^2 + \frac{1}{N(N-1)} \left\{ N (y_k^2 - y_{k-N}^2) + s_k^2 - s_{k-1}^2 \right\} \quad (1.12)$$

où :

$$s_k = s_{k-1} + y_k - y_{k-N} \quad (1.13)$$

Le terme  $\frac{1}{N(N-1)}$  peut être supprimé de la formule précédente en la faisant intervenir dans la limite du test.

### I.3.4 - Algorithme des tests

La première étape de l'algorithme consiste à réactualiser, par la prise en compte de la mesure  $y_k$ , la moyenne  $m_d^1$  de la fenêtre glissante de tête (cf. I.3). Cette moyenne est testée par rapport aux limites  $L_1$  et  $L_2$  du domaine de variation du signal de sortie.

Dans une deuxième étape, si un défaut n'a pas été détecté, nous estimons la valeur du taux de variation  $z_d$  du signal au point de jonction  $d = k - N$  des deux fenêtres. Notons que la valeur  $m_d^2$  nécessaire pour ce calcul est obtenue simplement en mémorisant la valeur  $m_d^1$  obtenue N mesures auparavant.

La valeur  $|z_d|$  est comparée à la limite  $L_s$  pour distinguer le régime, statique ou dynamique, du signal de sortie.

Pour un régime statique, nous testons la variance  $\sigma_k^2$  du signal par rapport à des limites  $L_{v1}$  et  $L_{v2}$  fournies par le constructeur ou déterminées par apprentissage.

Pour un régime transitoire, nous testons le taux de variation  $|z_d|$  du signal par rapport au taux de variation maximal  $L_t$  de la sortie du capteur constaté en fonctionnement normal.

Si aucune alarme est actionnée, nous réitérons la procédure avec une nouvelle mesure.



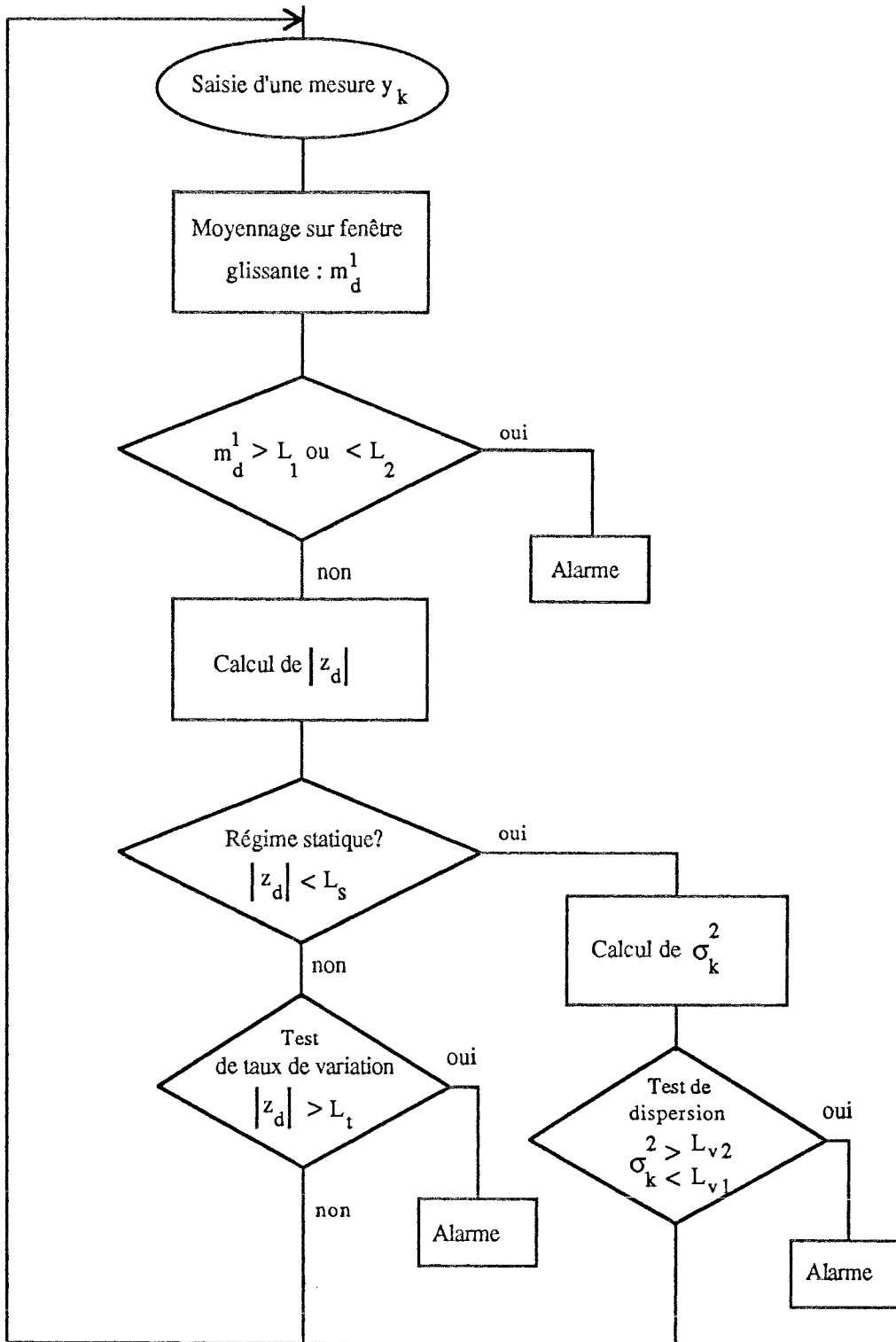


Figure 1.4 : Organigramme des tests

#### I.4 - ESSAIS SUR PROCÉDE PILOTE

Les tests précédents sont effectués sur différents types de procédés et types de capteurs énumérés ci-dessous :

- mesures de niveau dans un réservoir avec un capteur à effet capacitif ou à ultrasons,

- mesures de débit volumique sur une conduite avec deux types de capteur électromagnétique et deux types de pompe,

- mesures de la densité d'un liquide avec un capteur à bullage.

Ces différents instruments sont décrits dans l'annexe B de ce document.

Durant nos essais, nous allons intervenir à plusieurs niveaux sur les capteurs pour simuler des pannes. Nous avons ainsi provoqué les défauts suivants apparaissant à la fois en régime statique et régime dynamique :

- problèmes d'alimentation secteur,
- altérations de l'étalonnage,
- variation du temps d'intégration du conditionneur d'un capteur,
- vibrations importantes sur un capteur nécessitant un support stable,
- perturbation électromagnétique d'un débitmètre,
- défaillance de la compensation en température d'un capteur de niveau.

Nous présenterons en illustration les résultats obtenus à partir du filtre dérivateur qui permet la détection de défauts francs et rapides apparaissant sur l'instrument de mesure.

Nous présentons le cas d'un débitmètre électromagnétique (voir annexe B) placé sur la conduite de reflux d'une pompe. Le constructeur garantit un fonctionnement correct de l'appareil uniquement s'il est installé loin de toute source électromagnétique. Nous avons soumis ce débitmètre à une importante perturbation électromagnétique au moment de l'apparition d'un changement de régime de la pompe (figure 1.5).

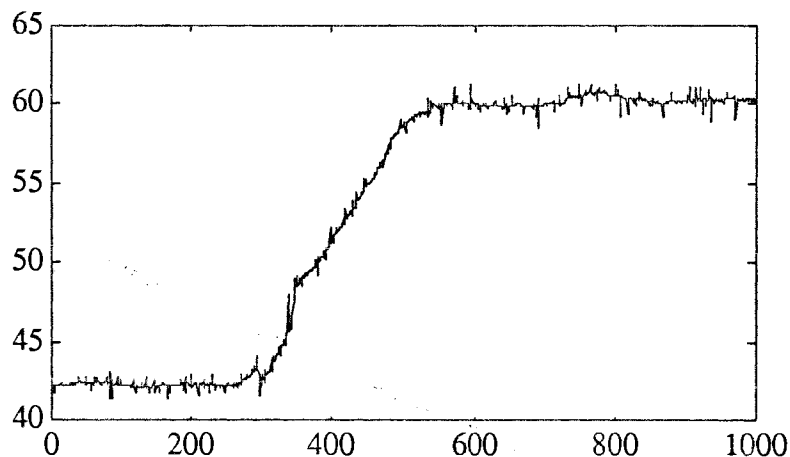


Figure 1.5 : débit d'une pompe en présence de défaut apparaissant sur le capteur à l'indice 300 jusqu'à l'indice 400.

Le filtre dérivateur, présenté au paragraphe I.3.2, nous permet de distinguer le défaut du reste du signal (figure 1.6).

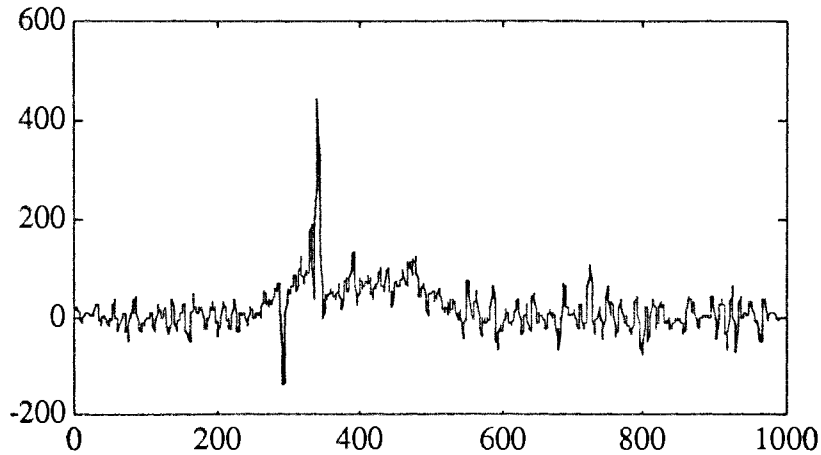


Figure 1.6 : résultat du filtre dérivateur avec deux fenêtres glissantes de 10 points.

Ce filtre dérivateur a des performances beaucoup plus faibles pour un capteur soumis à une défaillance plus progressive provoquant des variations moins brutales à sa sortie.

Dans l'exemple suivant, le filtre dérivateur ne permet pas de détecter l'apparition du défaut que nous avons provoqué sur un capteur de niveau mesurant la hauteur du liquide dans une cuve. Il s'agit ici d'une altération de l'étalonnage au moment de l'essai (figure 1.7).

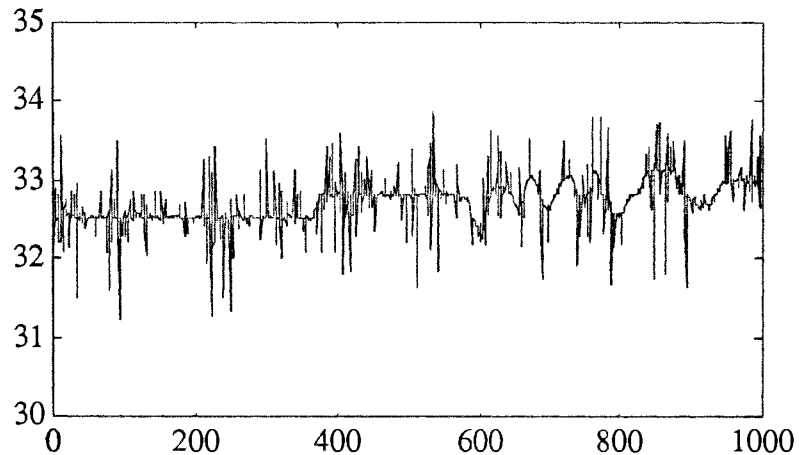


Figure 1.7 : niveau d'une cuve en présence de défaut capteur apparaissant à l'indice 300 jusqu'à l'indice 1000.

La figure 1.8 représente le taux de variation du signal. On remarquera que la défaillance apparaissant sur le capteur n'est pas détectable.

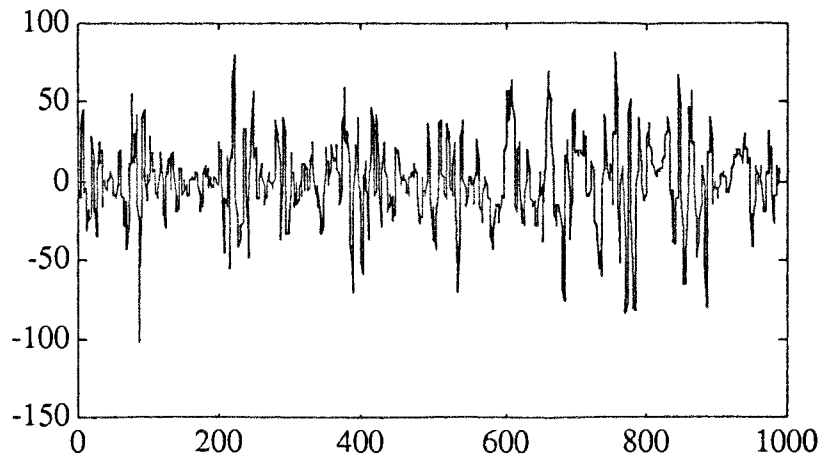


Figure 1.8 : résultat du filtre dérivateur avec deux fenêtres glissantes de 10 points.

L'utilisation de différentes tailles de fenêtres n'a pas modifié les résultats médiocres du filtre. Le test de changement dans la dispersion du signal, sous la forme présentée au paragraphe I.3.3, n'a également pas permis une détection convenable (le défaut ne pouvant pas être distingué des évolutions normales du signal).

*Après de nombreux essais, nous avons abouti aux conclusions suivantes :*

*- ces tests présentent de très bonnes performances pour la détection de défauts brutaux,*

*- la fenêtre glissante, pour le test du taux de variation du signal, doit être de petite taille (inférieure à 20 points). Ainsi les résultats du filtre dérivateur présentent des extrema assez faibles (en valeur absolue) et la détection d'une défaillance est rapide. De grandes fenêtres n'améliorent pas la fiabilité de la détection et atténuent la signature provoquée par le défaut au moment de son apparition sur le signal de sortie du capteur,*

*- la fenêtre glissante, pour le test de dispersion du signal (lorsqu'on utilise la variance), doit être de grande taille (supérieure à 30 points). En dessous d'une certaine taille, la fiabilité des décisions est trop faible pour être exploitable,*

*- le test direct par rapport à des seuils d'inférence des résultats du filtre dérivateur, en régime dynamique du signal de sortie, est plus performant qu'un test séquentiel de ces résultats (voir annexe A). Les résultats du filtre dérivateur présentent des sauts de moyenne dus aux évolutions normales du signal et ces changements de moyenne provoquent la divergence du test séquentiel,*

*- les défauts indétectables avec un filtre dérivateur sont ceux qui ont des signatures lentes et progressives sur la sortie du capteur. Elles peuvent être difficilement distinguées des évolutions normales du signal dues aux variations du mesurande.*

## CHAPITRE 2

### ETUDE DU SIGNAL DE SORTIE DU CAPTEUR

#### II.1 - INTRODUCTION

Les grandeurs calculées à partir du signal de sortie du capteur devront répondre aux caractéristiques suivantes :

- être représentatives de l'état du capteur,
- minimiser l'influence des évolutions du procédé,
- suivre séquentiellement le signal.

et respecter les contraintes :

- absence de connaissance des entrées appliquées au procédé sur lequel est implanté le capteur,
- modèle approché du procédé,
- modèle approché du capteur surveillé.

Dans une première étape, nous étudierons le signal de sortie du capteur afin d'en déterminer la composition. Nous utiliserons des méthodes permettant d'augmenter dans le signal l'influence de l'état du capteur et de minimiser celle de la grandeur mesurée.

Nous présenterons ensuite le choix de la fréquence d'échantillonnage pour observer l'état propre au capteur et non le procédé.

Enfin, nous exposerons les divers types d'horizons d'observation permettant de suivre le signal et de détecter des modifications de l'état du capteur. Il ne faudra pas perdre de vue que ces différentes parties seront fortement liées. Le choix de la fréquence d'échantillonnage dépendra du type de fenêtre et également du traitement effectué sur cette fenêtre.

#### II.2 - DETERMINATION DU SIGNAL DEPENDANT DU CAPTEUR

Considérons le capteur dans l'environnement de l'installation : une entrée agit sur une partie du procédé, modifiant ainsi la grandeur physique qui constitue le mesurande du capteur.

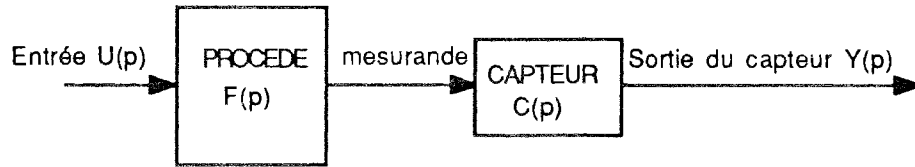


Figure 2.1 : schéma synoptique du système idéal

Supposons, pour simplifier, que le système est linéaire. On note :

- $Y(p)$  la transformée de Laplace du signal de sortie du capteur,
- $U(p)$  l'entrée du processus qui a entraîné une modification de la sortie du capteur,
- $F(p)$  la fonction de transfert du processus,
- $C(p)$  la fonction de transfert du capteur.

Nous avons :

$$Y(p) = U(p) F(p) C(p) \quad (2.1)$$

Dans le domaine temporel, ceci se traduit par les opérations de convolution :

$$y(t) = u(t)*f(t)*c(t) \quad (2.2)$$

où l'opération de convolution mathématique  $u(t)*f(t)$  est définie par l'expression :

$$u(t)*f(t) = \int_0^t u(\tau) f(t - \tau) d\tau \quad (2.3)$$

dont l'approximation sous forme discrète, avec un pas d'échantillonnage unitaire, est :

$$[ u(t)*f(t) ]_{t=k} = \sum_{i=0}^{k-1} u(i) f(k-i) \quad (2.4)$$

Or le système réel est exposé à des bruits qui se superposent aux informations de transition. Le schéma synoptique suivant représente cette situation :

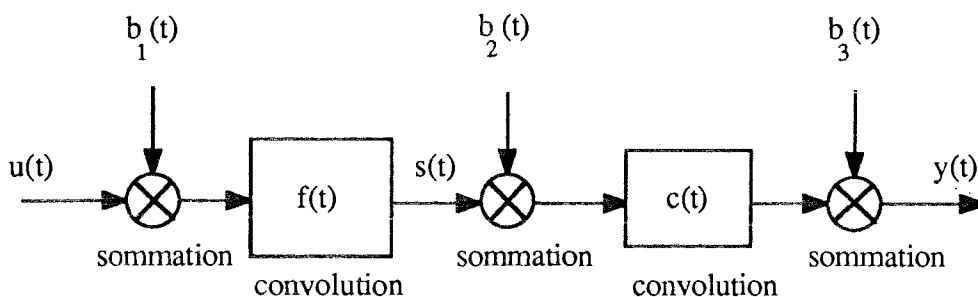


Figure 2.2 : schéma synoptique du système réel

On note  $b_1(t)$ ,  $b_2(t)$  et  $b_3(t)$  les bruits qui se superposent respectivement à l'entrée  $u(t)$  du procédé, au mesurande  $s(t)$  et au signal de sortie du capteur  $y(t)$ . Les signaux  $f(t)$  et  $c(t)$  représentent les réponses impulsionnelles du procédé et du capteur.

Nous avons donc :

$$y(t) = [u(t) + b_1(t)]*f(t)*c(t) + b_2(t)*c(t) + b_3(t) \quad (2.5)$$

Cependant, le bruit de l'entrée dans un système réel est faible. De plus, une fois atténué à travers le filtre que constitue le procédé, il devient alors négligeable par rapport au bruit du mesurande. Nous obtenons alors en négligeant  $b_1(t)*f(t)$  par rapport à  $b_2(t)$  :

$$y(t) = u(t)*f(t)*c(t) + b_2(t)*c(t) + b_3(t) \quad (2.6)$$

Dans cette expression, nous remarquons que la seule partie indépendante du procédé et dépendante du capteur est la partie aléatoire  $b_2(t)*c(t) + b_3(t)$ . Celle-ci est la résultante de deux bruits  $b_2(t)$  et  $b_3(t)$ , dont le premier a traversé le filtre constitué par le capteur.

Si nous supposons que ces deux bruits gardent des caractéristiques statistiques et fréquentielles constantes en exploitation normale de l'instrument de mesure, toute modification de leur résultante sur le signal  $y(t)$  est due à un changement ou à une défaillance du capteur.

Dans la formule 2.6, la partie dépendante du procédé est la partie déterministe  $u(t)*f(t)*c(t)$  du signal  $y(t)$  et c'est elle que nous cherchons à minimiser dans l'expression de  $y(t)$ . Pour ce faire, nous utilisons un filtre permettant d'extraire la partie purement aléatoire d'une fonction temporelle bruitée.

Nous avons testé plusieurs méthodes de filtrage du signal de sortie de différents capteurs. Les deux méthodes répondant le mieux à notre problème sont les suivantes :

- le filtrage du signal par modélisation des sections de durée fixe (fenêtre glissante) par un polynôme d'ordre  $n$  en fonction du temps,
- la filtrage en prenant la différence des échantillons consécutifs du signal à haute fréquence.

### II.2.1 - Filtrage polynomial sur fenêtre glissante

L'objectif est de modéliser la partie déterministe du signal sur de courtes sections par un polynôme d'ordre faible (maximum 3) [76] et de retirer du signal cette partie expliquée par le modèle pour conserver la partie purement aléatoire.

Nous modélisons des sections de durée fixe (fenêtre glissante) par un polynôme d'ordre  $n$  en fonction du temps. Le modèle utilisé se présente de la façon suivante.

Pour  $j = 1$  à  $N$ , nous avons les mesures, associées à la fenêtre glissante à l'instant  $k$ ,  $y(k-j+1)$  qui sont exprimées par le modèle suivant :

$$\hat{y}(k-j+1) = \sum_{i=0}^n a_i (j \Delta)^i \quad (2.7)$$

où les  $a_i$  sont les paramètres du modèle à estimer et  $\Delta$  la période d'échantillonnage.

La procédure pour obtenir la partie aléatoire est présentée sur le schéma synoptique suivant :

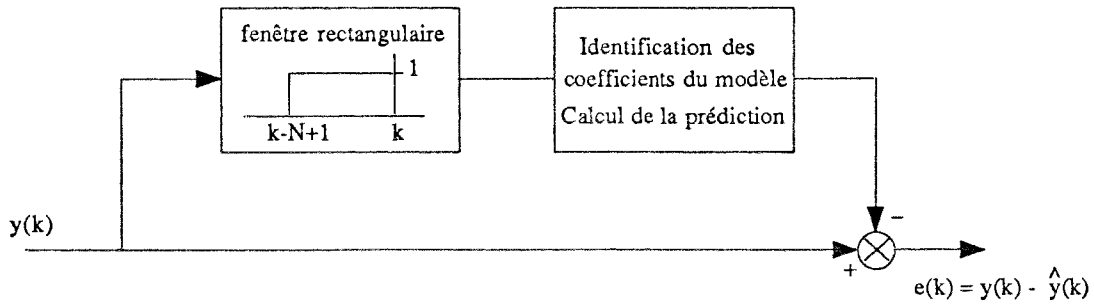


Figure 2.3 : schéma synoptique du principe de la méthode

Pour identifier les paramètres  $a_i$  sur une fenêtre glissante de taille  $N$ , nous résolvons l'équation matricielle suivante par la méthode des moindres carrés :

$$Y_N(k) = X A(k) \quad (2.8)$$

où les paramètres du modèle à l'instant  $k$  sont les éléments du vecteur  $A(k)$  de dimension  $(n+1)$ .

$$A(k) = \begin{bmatrix} a_0(k) \\ a_1(k) \\ \dots \\ a_n(k) \end{bmatrix}$$

En notant  $\Delta$  la période d'échantillonnage du signal, la matrice  $X$  de dimension  $[N*(n+1)]$  contient les coefficients du système (2.8).

$$X = \begin{bmatrix} 1 & \Delta & (\Delta)^2 & \dots & (\Delta)^n \\ 1 & (2\Delta) & (2\Delta)^2 & \dots & (2\Delta)^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & (N\Delta) & (N\Delta)^2 & \dots & (N\Delta)^n \end{bmatrix}$$

Le vecteur  $Y_N(k)$  de dimension  $(N)$  contient les mesures du signal associées à la fenêtre glissante.

$$Y_N(k) = \begin{bmatrix} y(k) \\ y(k-1) \\ \dots \\ y(k-N+1) \end{bmatrix}$$

L'estimation  $A(k)$  se fait par minimisation du critère quadratique  $J(k)$  suivant :

$$J(k) = [Y_N(k) - X A(k)]^T [Y_N(k) - X A(k)] \quad (2.9)$$



La solution  $A(k)$  est celle du résultat classique des moindres carrés.

$$A(k) = (X^T X)^{-1} X^T Y_N(k) \quad (2.10)$$

On note simplement que le terme  $(X^T X)^{-1} X^T$  est indépendant de l'instant  $k$  d'identification. Par souci de simplicité, la période d'échantillonnage intervenant dans la matrice  $X$  est choisie unitaire. La solution  $A(k)$  est calculée par une utilisation directe de la forme 2.10 où le terme  $(X^T X)^{-1} X^T$  est calculé au départ de l'algorithme en fonction de l'ordre du modèle et de la taille de la fenêtre glissante.

La taille  $N$  de la fenêtre glissante est assez grande pour permettre une estimation convenable, et assez petite pour convenir à un polynôme d'ordre non excessif.

Nous utilisons les séquences résiduelles, issues de chaque modèle à l'instant  $k$  et identifié à partir des  $N$  dernières mesures, pour estimer la partie aléatoire du signal de sortie du capteur.

$$e(k) = y(k) - \sum_{i=0}^n a_i(k) \quad (2.11)$$

Un inconvénient principal de cette méthode est le choix *a priori* de l'ordre du modèle et de la taille de la fenêtre glissante. Le paramètre le plus influent est la taille de la fenêtre sur laquelle s'effectue l'estimation. La conséquence d'un mauvais choix entraîne, soient de fausses alarmes lors des évolutions normales du signal de sortie du capteur, soient des non-détections de défaut car le modèle explique même les modifications apparaissant dans la partie aléatoire.

Pour illustrer cette méthode, nous avons pris un exemple significatif où le signal de sortie d'un capteur a été filtré par un polynôme d'ordre 2 avec deux fenêtres glissantes de tailles différentes.

Nous présentons sur la figure 2.4 la sortie d'un capteur de niveau. Il fournit l'évolution de la hauteur de liquide dans un réservoir alors que son alimentation secteur a été perturbée (micro-coupures) à partir de l'indice 250.

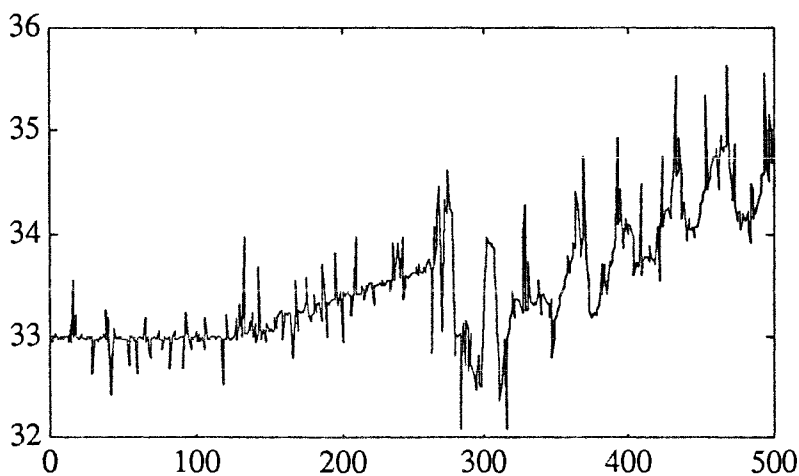


Figure 2.4 : signal de sortie d'un capteur de niveau

Sur la figure 2.5, nous avons représenté, à partir des mesures de la sortie du capteur précédent, les résidus d'un modèle polynomial identifié à partir d'une fenêtre glissante de 20 points.

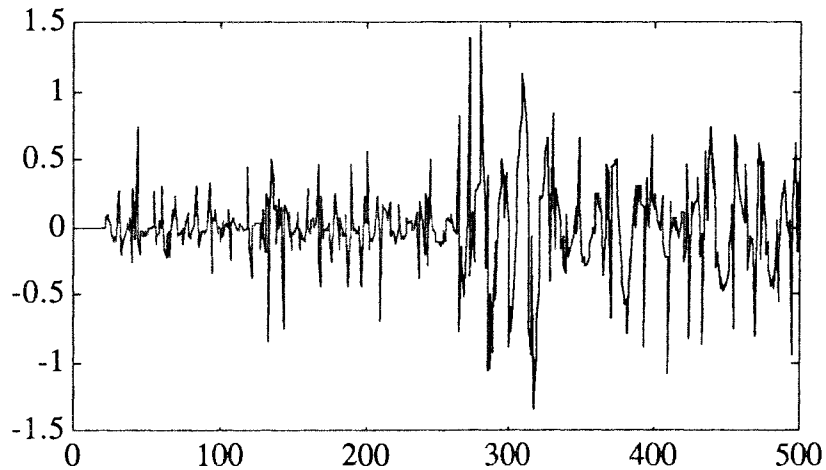


Figure 2.5 : résidus d'un modèle polynomial d'ordre 2 avec une fenêtre glissante de 20 points.

Sur la figure 2.6, nous avons à nouveau représenté les résidus d'un modèle polynomial mais identifié sur une fenêtre de 50 points. Il est à préciser que les 50 premiers points de la figure 2.4 ont permis l'initialisation de la procédure (dans le cas de la figure 2.5 c'était les 20 premiers points).

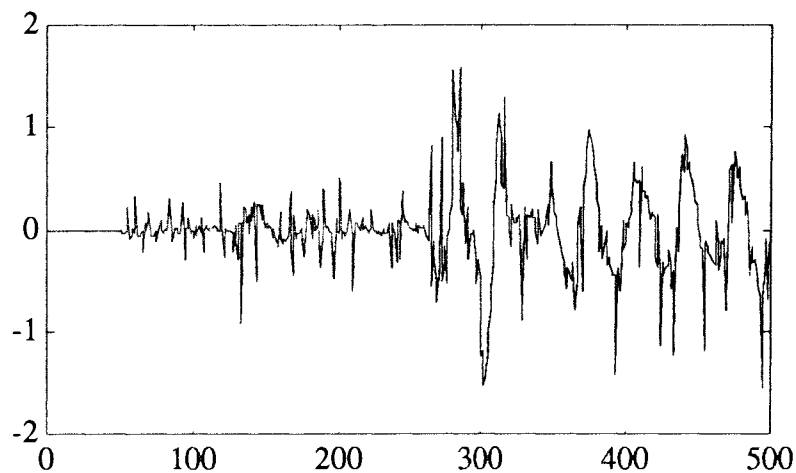


Figure 2.6 : résidus d'un modèle polynomial d'ordre 2 avec une fenêtre glissante de 50 points.

En comparant les figures 2.5 et 2.6, on constate que la taille de la fenêtre intervient de façon importante, aussi bien en fonctionnement normal qu'en fonctionnement dégradé du capteur, sur la dispersion du signal résiduel. Dans la suite de ce document, nous verrons que la dispersion est un facteur important pour la détection de défauts capteur. Nous cherchons donc une méthode de filtrage qui nous fournisse la partie aléatoire du signal du capteur de façon plus robuste.

### II.2.2 - Filtrage autorégressif

L'objectif est d'utiliser un filtre autorégressif afin de rejeter la partie déterministe et de faible fréquence contenue dans le signal de sortie du capteur. Cette opération

consiste à appliquer au signal de sortie  $y(t)$  du capteur un filtre autorégressif de fonction de transfert :

$$H(z) = 1 - a_1 z^{-1} - a_2 z^{-2} \dots - a_p z^{-p} \quad (2.12)$$

où les  $a_i$  sont les paramètres du filtre et sont choisis de façon à obtenir un filtre passe haut, capable de rejeter les basses fréquences correspondant au mesurande du capteur et de conserver le bruit de haute fréquence qui est le signal utile pour tester l'état du capteur.

Pour obtenir une forme générale du filtre et modifier le moins possible les caractéristiques statistiques du bruit de mesures par l'opération de filtrage, nous avons adopté la forme suivante :

$$H(z) = 1 - z^{-1} \quad (2.13)$$

Cette fonction de transfert correspond au calcul approché de la dérivé numérique du signal. L'opération consiste à calculer la différence de mesures consécutives du signal discrétisé. Nous obtenons l'opération de filtrage avec  $y(k)$  l'entrée et  $\Delta y(k)$  la sortie du filtre :

$$\Delta y(k) = y(k) - y(k-1) \quad (2.14)$$

Cette méthode n'est applicable que si l'intervalle de temps séparant les deux mesures consécutives  $y(k)$  et  $y(k-1)$  est relativement faible par rapport à la constante de temps du capteur.

Nous obtenons par cette différence un signal qui est stationnaire localement. D'où la nécessité d'utiliser, pour les traitements ultérieurs, des sections du signal de durée fixe et se déplaçant dans le temps (fenêtres glissantes présentées au paragraphe 2.5).

Nous verrons qu'avec cette procédure, les traitements de détection de changement porteront sur les caractéristiques de dispersion statistique ou de répartition d'énergie spectrale des tranches d'observation de  $\Delta y$ .

*Parmi les méthodes de filtrage permettant d'extraire la partie purement aléatoire d'un signal, nous avons choisi celle qui répondait aux critères de rapidité pour l'implantation en ligne de la procédure et de fiabilité de la détection de changements.*

*Pour notre cas, celle qui nous a fourni les meilleurs résultats sur des signaux issus d'une installation pilote fut la différence des mesures consécutives. Méthode simple, qui nous a permis les détections les plus fiables (peu de fausses alarmes). Sa simplicité nous a permis d'envisager des algorithmes de détection plus complexes (voir chapitre IV).*

*De plus, les méthodes utilisant un modèle nécessitent d'en fixer a priori l'ordre. Ce préalable implique un choix qui peut-être préjudiciable pour le reste des traitements :*

*- en sous-estimant l'ordre du modèle, on risque de ne pas expliquer correctement la partie déterministe,*

*- en le sur-estimant, on risque d'expliquer une partie du bruit.*

Dans toute la suite de ce mémoire, le signal de sortie du capteur sera donc différencié, avant de subir les traitements de détection de défauts. Le signal traité sera donc noté  $\Delta y$ .

### II.3 - ETUDE DE LA DIFFERENCE DE MESURES CONSECUTIVES

Ce qui distingue parfaitement le capteur du procédé, lors de la modélisation d'une installation, est la différence entre les constantes de temps des deux systèmes. Avec cette hypothèse, nous négligeons la valeur de la constante de temps la plus faible provenant du capteur.

Cette propriété nous permet d'extraire par une simple différence de mesures consécutives la partie aléatoire du signal de sortie du capteur. La partie aléatoire nous fourni alors une information sur les défaillances pouvant apparaître sur le capteur.

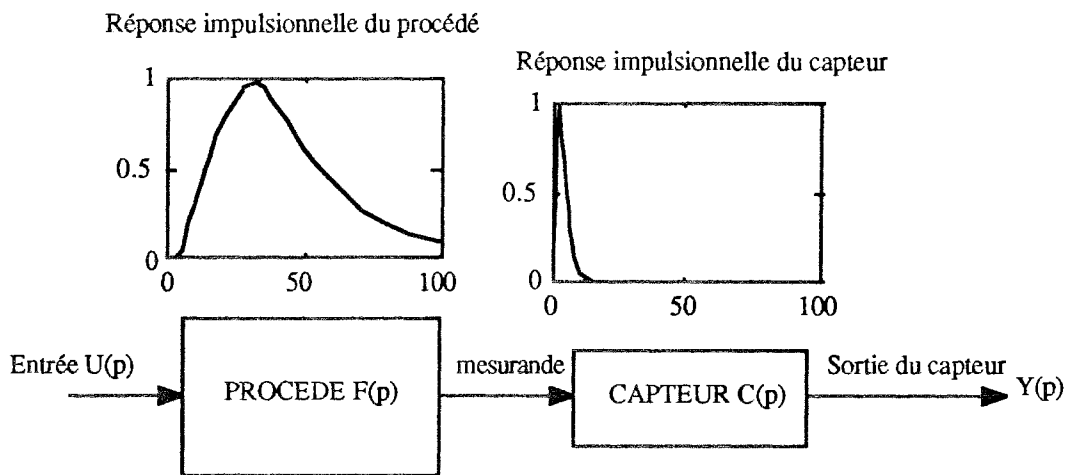


Figure 2.7 : schéma synoptique du système idéal

Nous présentons les propriétés de cette différence par des résultats obtenus sur un cas réel avant d'amorcer un début d'explication rationnelle.

Dans le cas suivant, nous avons représenté la sortie d'un débitmètre lorsque nous lui appliquons un échelon de débit de 35% de son étendue de mesure.

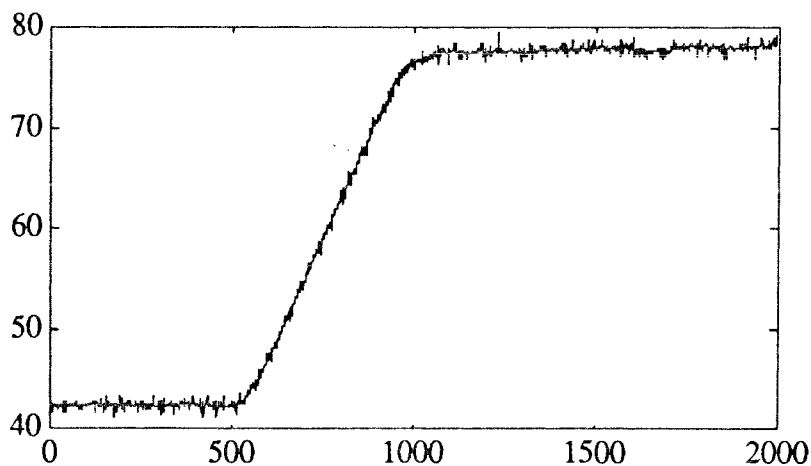


Figure 2.8 : signal d'un capteur de débit

Les différences consécutives des échantillons du signal, obtenues par la relation 2.14, sont représentées par la figure 2.9.

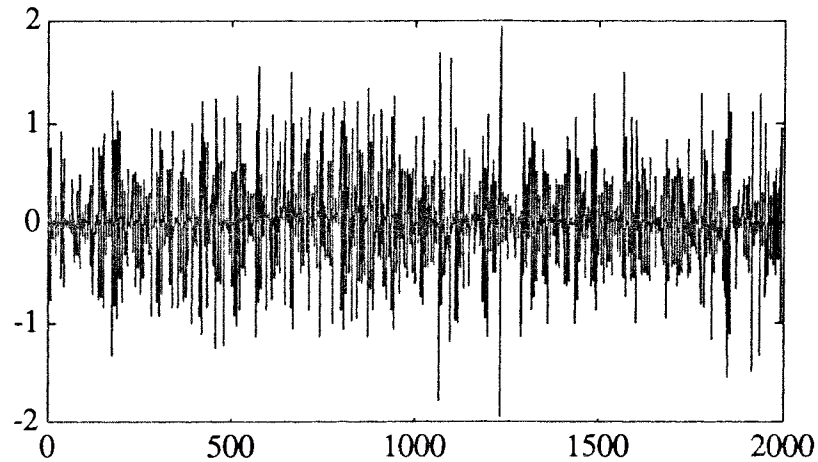


Figure 2.9 : signal d'un capteur de débit différencié

Sur cette figure, on constate que la zone d'indice 500 à 1000 qui représente la partie transitoire du signal de sortie du capteur ne peut pas être distinguée des autres zones à l'oeil nu.

Si nous prenons maintenant une section de la zone transitoire pour la comparer avec une section des zones statiques - respectivement de l'indice 501 à 700 et de l'indice 301 à 500 - nous avons les résultats suivants :

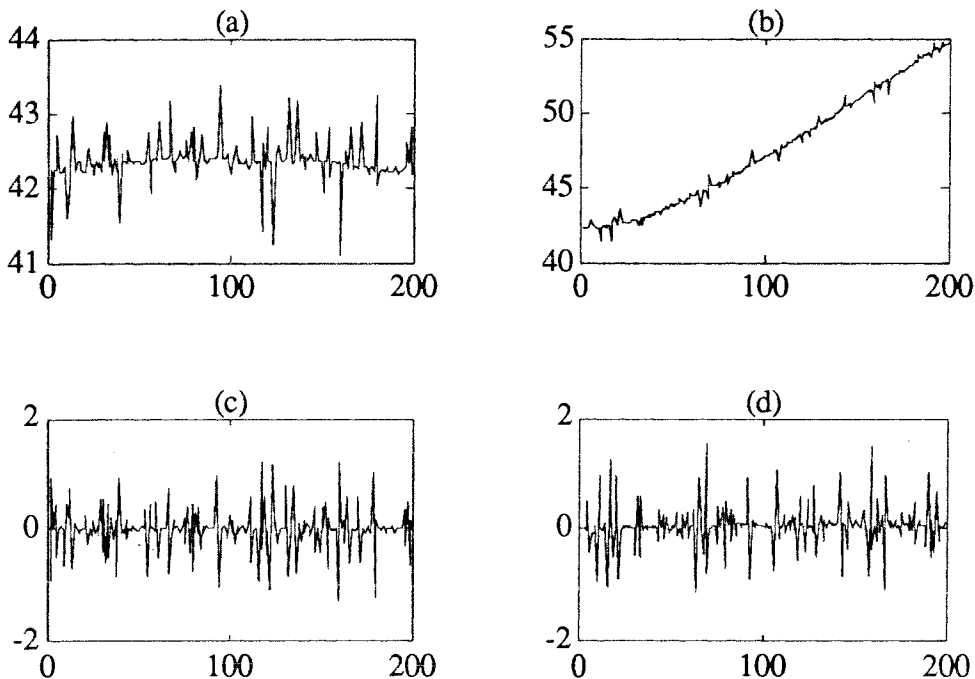


Figure 2.10 : (a) signal du capteur en régime statique (indice 301 à 500)  
(c) différences consécutives correspondant à (a)  
(b) signal du capteur en régime dynamique (indice 501 à 700)  
(d) différences consécutives correspondant à (b)

Au premier examen, les résultats obtenus pour une zone statique et une zone transitoire ne diffèrent pas de façon notable.

Cependant, les moyennes des deux segments du signal différencié sont sensiblement différentes. La moyenne de la figure (d) correspondant au régime transitoire est 137 fois supérieure à celle de la figure (c) correspondant à un régime statique.

Les écart-types de ces deux sections sont presque identiques, montrant que la différence consécutive des données a conservé la dispersion due au bruit du signal. Ils sont égaux à la valeur de l'écart type du signal non-différencié multiplié par la racine de deux. Cette augmentation de la dispersion du signal est due à la propriété d'indépendance du bruit de deux échantillons distincts du système ( $b(t)$  et  $b(t+\tau)$ ). Le signal issu de la différence de  $b(t)$  et  $b(t+\tau)$  a une variance qui double si  $\tau$  est différent de zéro.

$$\begin{cases} E[b(t) b(t+\tau)] = 0 \text{ si } \tau \neq 0 \\ V[b(t) - b(t+\tau)] = 2 V[b(t)] \end{cases} \quad (2.15)$$

$E[ ]$  et  $V[ ]$  sont respectivement les opérateurs d'espérance et de variance mathématique.

Si nous reprenons la figure 2.2, nous avons :

$$y(k) = \sum_{i=0}^{k-1} s(i) c(k-i) + \sum_{i=0}^{k-1} b_2(i) c(k-i) + b_3(k) \quad (2.16)$$

où  $b_2(t)$  et  $b_3(t)$  sont les bruits respectifs du mesurande  $s(t)$  et de la sortie du capteur  $y(t)$ . Le signal  $u(t)$  est l'entrée du procédé,  $f(t)$  et  $c(t)$  représentent les réponses impulsionnelles du procédé et du capteur.

Dans l'expression 2.16, la deuxième sommation dépend du bruit du mesurande et de la réponse impulsionnelle du capteur. Elle est indépendante du procédé. Alors la différence  $\Delta y(k) = y(k) - y(k-1)$  nous donne :

$$\begin{aligned} y(k) - y(k-1) &= s(0) c(k) + \sum_{i=1}^{k-1} \{s(i) - s(i-1)\} c(k-i) \\ &\quad + b_2(0) c(k) + \sum_{i=1}^{k-1} \{b_2(i) - b_2(i-1)\} c(k-i) + b_3(k) - b_3(k-1) \end{aligned} \quad (2.17)$$

Dans cette expression,  $s(i)$  représente une séquence de variable **déterministe**. L'énergie de la partie  $\{s(i) - s(i-1)\}$  s'atténue lorsque l'intervalle de temps séparant deux mesures consécutives (période d'échantillonnage) diminue.

La période d'échantillonnage est adaptée au capteur. Elle est donc, selon le théorème de Shannon, au moins inférieure à la moitié de la constante de temps du capteur. Or, cette constante de temps est négligeable par rapport à celle du procédé. Donc, les valeurs consécutives  $s(i-1)$  et  $s(i)$  prises à deux instants très proches par rapport au temps de réponse du procédé sont voisines et négligeables par rapport à la contribution due au bruit  $\{b_2(i) - b_2(i-1)\}$ .

$b_2(i)$  est un bruit de haute fréquence. Il constitue une séquence de variable aléatoire entre elles :  $b_2(i)$  et  $b_2(i-1)$  sont indépendants. Donc, leur différence nous donne également un bruit aléatoire dont l'énergie a augmenté. Elle double dans le cas où celui-ci est un bruit blanc.

## II.4 - FREQUENCE D'ECHANTILLONNAGE

Nous prenons une fréquence d'échantillonnage adaptée à la partie du système que nous voulons observer : le capteur.

Il est donc nécessaire de prendre une fréquence d'échantillonnage assez grande pour prendre en compte la constante de temps du capteur. Cette constante de temps est forcément inférieure à celle du procédé, car le capteur doit être capable d'observer les évolutions de ce procédé.

Le respect du théorème de Shannon implique une fréquence supérieure ou égale au double de la fréquence de coupure du capteur. Toutefois pour diminuer l'erreur due à l'échantillonnage, il est nécessaire d'avoir une valeur dix fois plus grande que la valeur minimale du théorème de Shannon.

Cette fréquence pourra également être augmentée pour respecter certaines contraintes imposées par le traitement effectué.

## II.5 - FENETRE GLISSANTE ET FENETRE CROISSANTE

Nous utilisons deux horizons temporels distincts pour obtenir un résultat résiduel par comparaison d'une même grandeur calculée sur chacun d'entre eux. Dans les chapitres suivants, nous étudierons divers types de grandeurs capables de résumer les caractéristiques supposées constantes du signal sur ces horizons temporels.

Nous présentons ici les deux types d'horizon que nous utiliserons. Les deux permettent un suivi du signal dans le temps. L'un ne tient compte que du court terme (fenêtre glissante) et l'autre conserve tout le passé du signal à partir d'une date de référence (fenêtre croissante).

La fenêtre **glissante** est une section du signal de durée fixe  $T$  se déplaçant sur l'axe des temps d'un pas  $\tau$ .

$$\begin{cases} T = N \Delta \\ \tau = p \Delta \end{cases} \quad (2.18)$$

où  $\Delta$  est la période d'échantillonnage du signal,  $N$  et  $p$  sont deux entiers représentant respectivement la taille et le pas de déplacement de la fenêtre.

La fenêtre glissante est donc en présence de  $N$  échantillons du signal pris consécutivement à des intervalles de temps  $\Delta$ . Un déplacement d'un pas de la fenêtre glissante équivaut à retirer de cette fenêtre les  $p$  mesures les plus anciennes et à rajouter à la place  $p$  nouvelles mesures.

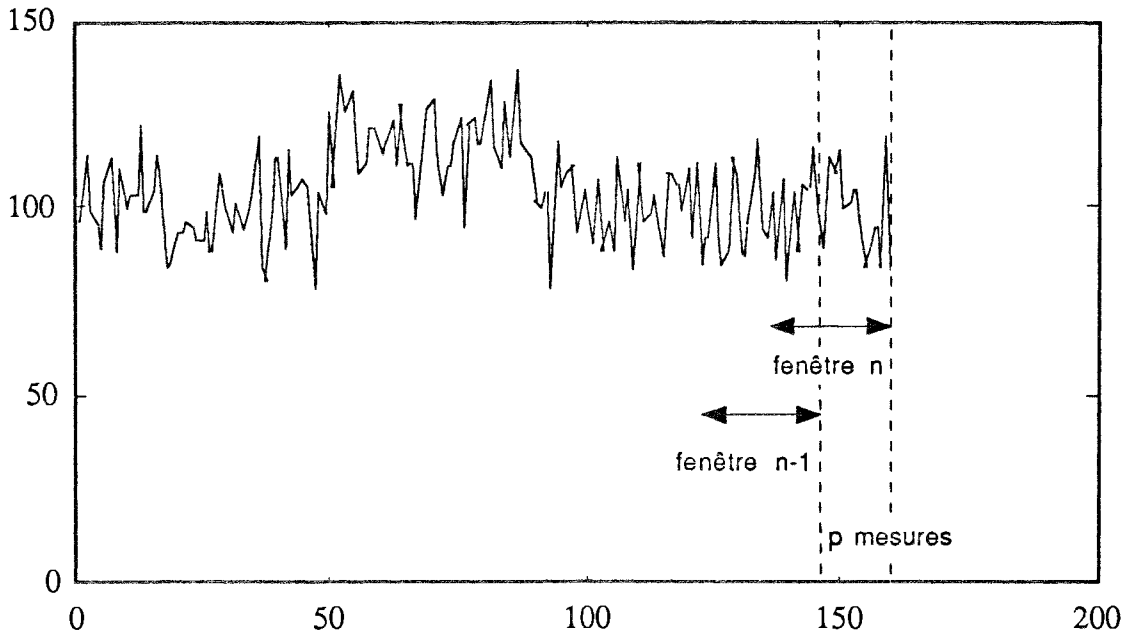


Figure 2.11 : représentation d'un signal de capteur avec la fenêtre glissante.

La fenêtre **croissante** contient tout le signal à partir d'un instant de référence et croit avec un pas  $\tau$  ( $\tau = p \Delta$ ).

La fenêtre croissante est donc en présence de tous les échantillons du signal pris consécutivement à des intervalles de temps  $\Delta$  à partir d'un instant  $t_0$ , instant de référence. Et à un déplacement d'un pas de cette fenêtre correspond l'ajout de  $p$  nouvelles mesures à la fenêtre.

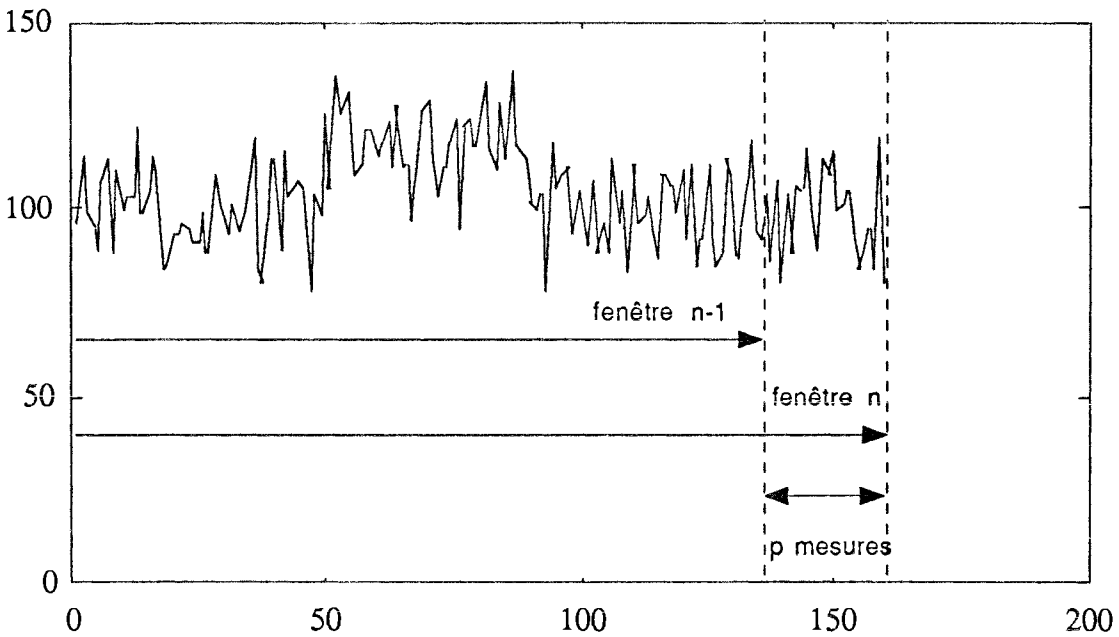


Figure 2.12 : représentation d'un signal de capteur avec la fenêtre croissante.



## CHAPITRE III

### FONCTIONS STATISTIQUES DE COMPARAISON

Dans ce chapitre, nous utilisons des fonctions usuelles de comparaison de paramètres statistiques pour déterminer l'instant où apparaît un changement dans une série temporelle.

#### III.1 - INTRODUCTION

Nous étudions l'efficacité d'un certain nombre de fonctions statistiques et leur aptitude à révéler un défaut du capteur. Ces fonctions abondent dans la littérature spécialisée [1], [16], [17], [22], [23] et [25] pour étudier des phénomènes indépendants du temps ; elles permettent la comparaison de deux paramètres statistiques issus de deux échantillons différents ou d'un échantillon et d'une population statistique. Nous les avons adaptées, moyennant l'hypothèse d'ergodicité, au problème de détection des modifications des caractéristiques statistiques d'un signal temporel.

L'application de ces fonctions au suivi d'un signal temporel nécessite la comparaison des paramètres statistiques issus de plusieurs horizons temporels du signal. Pour cela, nous utilisons les fenêtres glissantes et croissantes telles qu'elles ont été définies au paragraphe 2.5.

Pour estimer l'efficacité de ces fonctions statistiques, on procède à des essais en simulation à la suite desquels nous ne conservons que celles possédant les propriétés :

- de stationnarité au premier ordre pour un fonctionnement normal du capteur, notamment lors des variations du mesurande,
- de sensibilité à un défaut du capteur par une modification de sa valeur moyenne.

Ces deux propriétés sont nécessaires pour obtenir une fonction statistique susceptible d'indiquer les défauts du capteur à travers la variation de sa moyenne et de ne pas être affectée par les variations de la grandeur physique mesurée par le capteur. Nous testerons séquentiellement la moyenne de cette fonction (voir annexe A) afin de prendre une décision sur l'état du capteur.

Par la suite, nous utiliserons ces fonctions de comparaison de paramètres statistiques sur un procédé pilote. Ainsi, en présence de défauts réels de capteurs, nous pourrons évaluer les performances de ces fonctions.

#### III.2 - SYSTEME SIMULE POUR LE TEST DES FONCTIONS STATISTIQUES

Nous testons un système composé d'une fonction de transfert du premier ordre avec une constante de temps  $T_a$  et un gain  $K_a$ , modélisant le procédé, et d'une fonction de transfert du premier ordre de constante de temps  $T_b$  et de gain  $K_b$ , représentant le modèle d'un capteur.

Nous respectons durant nos différents essais l'inégalité suivante :

$$T_a > T_b$$

Cette inégalité provient du fait qu'un capteur convenablement choisi doit avoir une constante de temps inférieure, et même négligeable, relativement à celle du procédé.

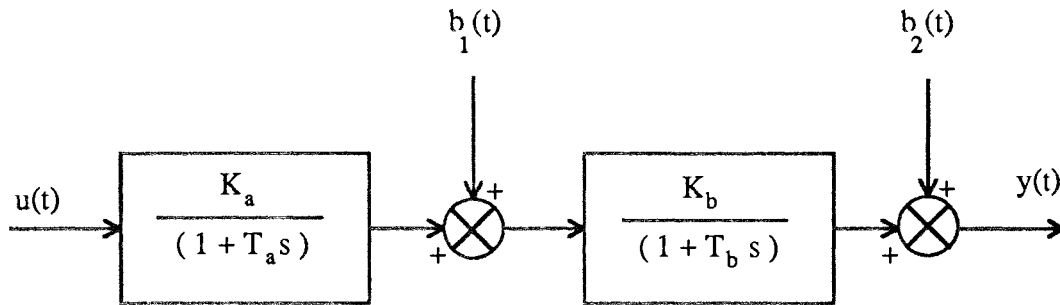


Figure 3.1 : modèle du système simulé.

$b_1(t)$  et  $b_2(t)$  sont des bruits blancs qui affectent le mesurande et la sortie du capteur ; ils sont considérés comme normalement distribués.

Les défauts simulés sur ce système correspondent à des variations des paramètres du modèle du capteur (figure 3.2) :

- changement de gain du capteur :  $K_b$  passe à un instant défini de  $K_{b1}$  à  $K_{b2}$ ,
- changement de constante de temps du capteur :  $T_b$  passe à un instant défini de  $T_{b1}$  à  $T_{b2}$ .

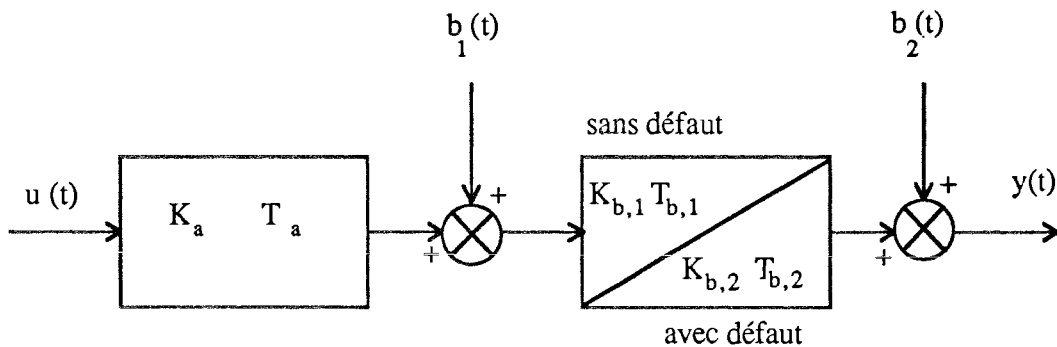


Figure 3.2 : schéma synoptique de la simulation.

On effectuera quatre types de tests avec chaque fonction de comparaison de paramètres statistiques afin de la valider ou de la rejeter :

- tests en régime statique du mesurande et sans défaut de capteur,
- tests en régime transitoire du mesurande et sans défaut de capteur,
- tests en régime statique du mesurande avec un défaut de capteur,

- tests en régime transitoire du mesurande avec un défaut de capteur.

Les tests avec un défaut de capteur, simulé par une modification de sa constante de temps ou de son gain, nous permettent de définir la sensibilité de la fonction pour la détection. D'autre part, les observations sur les tests sans défaut du capteur nous permettent de constater à quel point la fonction de comparaison de paramètres statistiques reste invariable et indépendante des variations du mesurande. Pour cela, nous utilisons l'histogramme et la somme cumulée de cette fonction afin d'avoir une estimation de sa distribution et pour mettre en évidence des variations monotones.

Durant les simulations, nous gardons certaines grandeurs constantes :

- le rapport de la constante de temps  $T_a$  du procédé sur celle  $T_b$  du capteur, sera toujours de  $T_a/T_b = 40$ ,

- le rapport du bruit sur le signal à l'entrée du capteur est de  $1/100$ ,

- le pas de déplacement des fenêtres glissantes (le nombre d'échantillons entre deux calculs de la fonction de comparaison de paramètres statistiques) sera égal à la taille de la fenêtre. Ce choix ne correspond pas à la solution la plus efficace pour la détection de changement, mais nous obtenons ainsi des algorithmes optimaux en temps de calcul, ce qui correspond à la solution recherchée en pratique.

Pour chaque variation des paramètres du capteur (obtenue par simulation de variation du gain ou de constante de temps), nous essayons différentes tailles de fenêtres glissantes et différentes périodes d'échantillonnage afin de dégager des règles générales pour le choix de ces grandeurs devant un problème réel. Il va sans dire que la sensibilité de la détection, recherchée par l'utilisateur futur influenceront sur ce choix.

### III.3 - COMPARAISON DE PARAMETRES STATISTIQUES ASSOCIEES A DEUX FENETRES GLISSANTES

Nous étudions les fonctions de comparaison de paramètres statistiques du signal calculées à partir de deux fenêtres glissantes et juxtaposées. La figure ci-dessous montre la disposition des fenêtres glissantes.

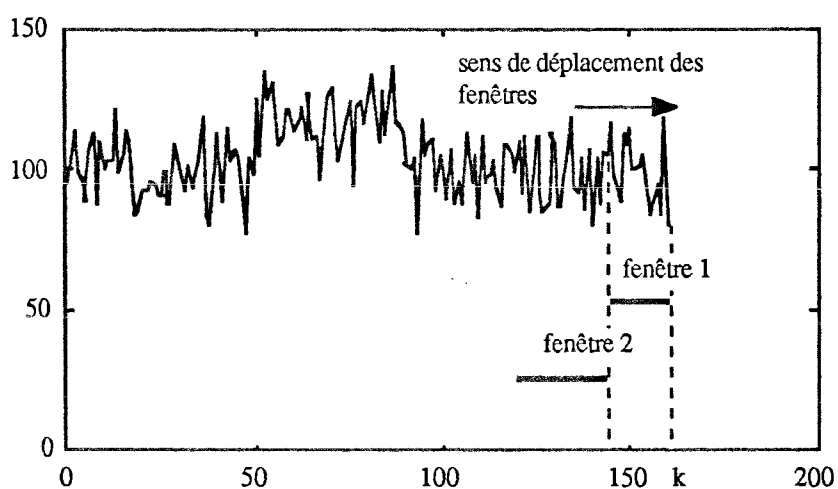


Figure 3.3 : deux fenêtres glissantes, k l'instant courant.

Les fenêtres 1 et 2 sont de tailles respectives  $N_1$  et  $N_2$  et se déplacent toutes les deux d'un pas  $p$ . La disposition des deux fenêtres permet la comparaison d'un

paramètre statistique calculé sur deux sections distinctes du signal et contenant les mesures les plus récentes.

### III.3.1 - Fonction de comparaison de moyennes

Pour deux fenêtres glissantes et juxtaposées, la fonction  $f(n)$  définie en 3.1 pour la  $n^{\text{ième}}$  fenêtre correspond à celle utilisée en statistique pour comparer deux échantillons issus de deux populations de moyennes inconnues, de variances inconnues, mais supposées égales ([16] tome 2).

Cette fonction de comparaison de moyennes de deux échantillons permet de décider, compte tenu de la loi de distribution supposée des deux populations, si les moyennes sont égales ou non. La décision se fait avec un risque statistique fixé *a priori*.

Si les valeurs, utilisées pour le calcul de cette fonction appartiennent à la même population et sont normalement distribuées, alors la fonction  $f(n)$  suit une distribution de Student à  $(N1 + N2 - 2)$  degrés de liberté.

La fonction  $f(n)$  se présente ainsi :

$$f(n) = \frac{m_1(n) - m_2(n)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2(n)}{N1} + \frac{\sigma_2^2(n)}{N2}}} \quad (3.1)$$

où  $m_1(n)$  et  $m_2(n)$  sont les  $n^{\text{ièmes}}$  moyennes arithmétiques du signal temporel calculées sur les fenêtres glissantes 1 et 2 de la figure 3.3, et où  $\sigma_1^2(n)$  et  $\sigma_2^2(n)$  sont les variances de ce signal estimées à partir des mêmes fenêtres ou connues *a priori*.

Les deux moyennes arithmétiques sont calculées par les sommations suivantes.

Sur la fenêtre 1 de taille  $N1$ , nous avons la  $n^{\text{ième}}$  moyenne à l'instant  $k$  (la relation entre  $n$  et  $k$  est donnée par l'expression 3.6) :

$$m_1(n) = \frac{1}{N1} \sum_{i=0}^{N1-1} \Delta y_{k-i} \quad (3.2)$$

Cette expression se simplifie, puisque  $\Delta y_{k-i} = y_{k-i} - y_{k-i-1}$ , et nous donne :

$$m_1(n) = \frac{1}{N1} [ y_k - y_{k-N1} ] \quad (3.3)$$

Sur la fenêtre 2 de taille  $N2$ , nous avons :

$$m_2(n) = \frac{1}{N2} \sum_{i=N1}^{N2+N1-1} \Delta y_{k-i} \quad (3.4)$$

Après simplification, nous obtenons :

$$m_2(n) = \frac{1}{N_2} [ y_{k-N_1} - y_{k-N_1-N_2} ] \quad (3.5)$$

Dans ces expressions, k représente l'instant courant et n l'indice de la fenêtre glissante. Si p est le pas de déplacement des fenêtres, les deux valeurs sont reliées par la relation :

$$k = n p + N_1 + N_2 \quad (3.6)$$

Les variances  $\sigma_1^2(n)$  et  $\sigma_2^2(n)$  sont estimées à partir des fenêtres glissantes 1 et 2.

$$\sigma_1^2(n) = \frac{1}{N_1-1} \left\{ \sum_{i=0}^{N_1-1} \Delta y_{k-i}^2 - N_1 [m_1(n)]^2 \right\} \quad (3.7)$$

$$\sigma_2^2(n) = \frac{1}{N_2-1} \left\{ \sum_{i=N_1}^{N_1+N_2-1} \Delta y_{k-i}^2 - N_2 [m_2(n)]^2 \right\} \quad (3.8)$$

Si le pas de déplacement p d'une fenêtre glissante de taille N est inférieur à N/2, les calculs peuvent être effectués de façon plus rapide sous forme récursive.

L'expression récursive de la moyenne, pour une fenêtre glissante de taille N et un pas de déplacement p est :

$$m(n) = m(n-1) + \frac{1}{N} \left\{ \sum_{i=0}^{p-1} ( \Delta y_{k-i} - \Delta y_{k-N-i} ) \right\} \quad (3.9)$$

Celle de la variance, pour une fenêtre glissante de taille N, un pas de déplacement p et une moyenne  $m_n$ , est :

$$\sigma^2(n) = \sigma^2(n-1) + \frac{1}{N-1} \left\{ \sum_{i=0}^{p-1} ( \Delta y_{k-i}^2 - \Delta y_{k-N-i}^2 ) - N [ m^2(n) - m^2(n-1) ] \right\} \quad (3.10)$$

Ces deux derniers résultats, 3.9 et 3.10, nous montrent que l'algorithme récursif de calcul sur fenêtre glissante nécessite la mise à jour après chaque nouvelle mesure de deux sommateurs  $a_k$  et  $b_k$ .

$$a_k = \sum_{i=0}^{p-1} ( \Delta y_{k-i} - \Delta y_{k-N-i} ) \quad (3.11)$$

$$b_k = \sum_{i=0}^{p-1} ( \Delta y_{k-i}^2 - \Delta y_{k-N-i}^2 ) \quad (3.12)$$

Après simplification ces sommateurs s'écrivent :

$$a_k = [ y_k - y_{k-p} - y_{k-N} + y_{k-N-p} ] \quad (3.13)$$

$$b_k = b_{k-1} + \Delta y_{k-N-p}^2 + \Delta y_k^2 - \Delta y_{k-N}^2 - \Delta y_{k-p}^2 \quad (3.14)$$

Le nombre d'opérations lors du calcul de la fonction de comparaison de moyennes peut être réduit en prenant un pas de déplacement  $p$  des deux fenêtres glissantes et leurs tailles  $N1$  et  $N2$ , égaux ( $p = N1 = N2$ ). Nous avons ainsi, pour les fenêtres 1 et 2, les égalités :  $m_2(n) = m_1(n-1)$  et  $\sigma_2^2(n) = \sigma_1^2(n-1)$ .

### COMPORTEMENT DE LA FONCTION DE COMPARAISON DE MOYENNES

Pour l'étude de la fonction  $f(n)$  de comparaison de moyennes, nous ne présentons que les résultats d'un essai significatif montrant que la moyenne est sensible au changement de régime du mesurande. Le système simulé est toujours celui des figures 3.1 et 3.2 du paragraphe III.1.

Le défaut du capteur est représenté par une modification de son gain  $K_b$  sous les conditions suivantes.

Si  $T$  est la durée de l'essai, nous appliquons un échelon à l'instant  $\frac{T}{4}$  sur l'entrée  $u(t)$  du procédé simulé :

$$u(t) = 0 \text{ pour } t \in [0, \frac{T}{4}] \text{ et } u(t) = 1 \text{ pour } t \in [\frac{T}{4}, T]$$

Nous doublons, à l'instant  $\frac{T}{2}$  (pendant le régime transitoire du mesurande), le gain  $K_b$  du capteur :  $K_{b2} = 2 K_{b1}$ .

Pour cet essai, les deux fenêtres glissantes 1 et 2 ont une dimension identique  $N1 = N2 = 50$  et la période d'échantillonnage est choisie égale à  $T_s/20$ . Le signal de sortie du capteur est représenté à la figure 3.4.

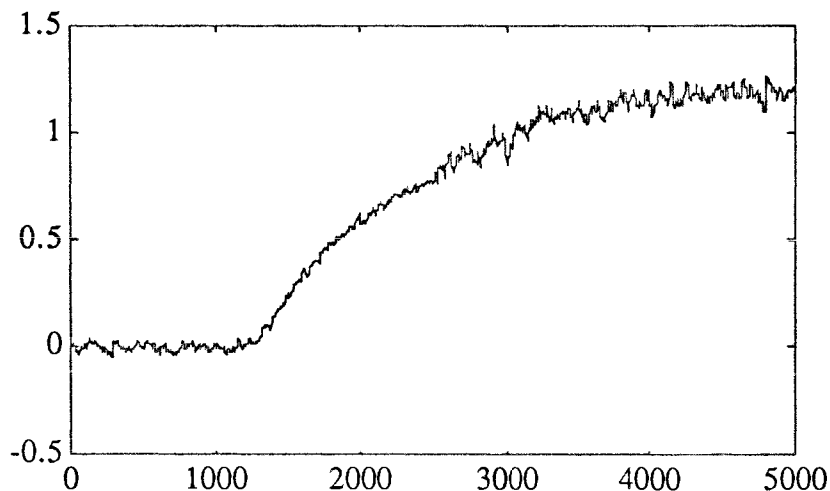


Figure 3.4 : sortie du capteur avec un doublement du gain du capteur pendant le régime transitoire à l'indice 2500.

La comparaison de moyennes sur la sortie différenciée du capteur est effectuée avec un pas de déplacement de  $p = 50$ . La figure 3.5 présente donc les 100 résultats obtenus à partir des 5000 mesures précédentes.

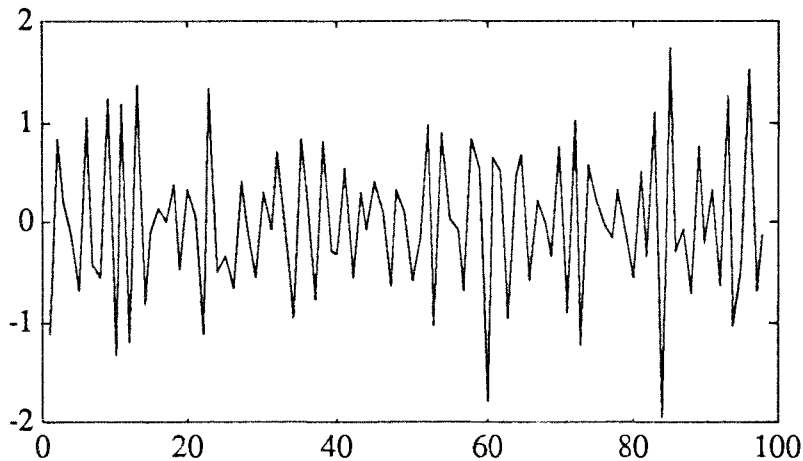


Figure 3.5 : fonction de comparaison de moyennes associée à deux fenêtres glissantes de 50 points.

La somme cumulée de la fonction n'est affectée que par le changement de régime du mesurande. Le défaut simulé n'entraîne pas de modification sensible. Nous remarquons l'apparition du changement de régime par une dérive de la somme cumulée vers l'indice 25. En revanche, le changement de gain provoqué à l'indice 2500 de la figure 3.4 n'entraîne pas de modification notable à l'indice 50 de la figure 3.6.

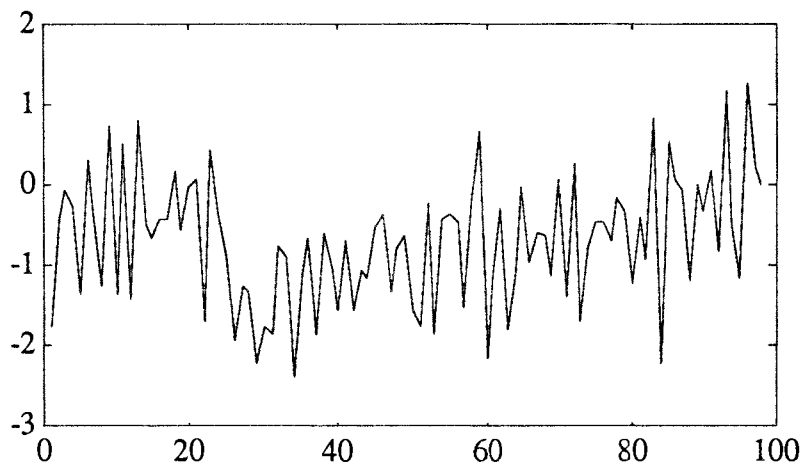


Figure 3.6 : somme cumulée de la fonction de comparaison de moyennes.

## CONCLUSIONS SUR LA FONCTION DE COMPARAISON DE MOYENNES

Nous avons effectué des essais en simulant un défaut, par une modification du gain ou de la constante de temps du capteur, durant le régime transitoire du mesurande. Il est très difficile de trouver un compromis entre la détection fiable d'un changement et la minimisation des effets dus à l'entrée du procédé.

Il s'avère donc que la fonction de comparaison de moyennes n'est pas adaptée pour effectuer la détection de changement de l'état du capteur. Il est à noter que les défauts provoqués, en modifiant les caractéristiques du capteur, agissent essentiellement sur la dispersion de la composante du signal liée au capteur. Il appert donc que les fonctions qui caractérisent les dispersions sont susceptibles de donner de bons résultats.

### III.3.2 - Fonction de comparaison de variances

#### III.3.2.1 Présentation

Pour deux fenêtres glissantes et juxtaposées, la fonction  $f(n)$  définie en 3.15 pour la  $n^{\text{ième}}$  fenêtre correspond à celle utilisée en statistique pour comparer deux échantillons issus de deux populations de moyenne et variance inconnues ([16] tome 2).

Cette fonction de comparaison de variances de deux échantillons permet de décider, compte tenu de la loi de distribution supposée des deux populations, si les variances des échantillons sont égales ou non. La décision se fait avec un risque statistique fixé *a priori*.

Si les valeurs, utilisées pour le calcul de cette fonction, appartiennent à la même population et sont normalement distribuées, alors la fonction  $f(n)$  suit une distribution de Fisher.

La fonction  $f(n)$  se présente ainsi :

$$f(n) = \frac{\sigma_1^2(n)}{\sigma_2^2(n)} \quad (3.15)$$

$\sigma_1^2(n)$  et  $\sigma_2^2(n)$  sont les  $n^{\text{ièmes}}$  variances du signal calculées à partir des fenêtres glissantes 1 et 2 de la figure 3.3. Les valeurs  $N1$  et  $N2$  sont les tailles respectives de ces fenêtres.

Les deux variances sont calculées par les expressions 3.16 et 3.17. Celles-ci sont équivalentes aux expressions 3.7 et 3.8 du paragraphe précédent dans lesquelles nous avons supprimé le calcul de la moyenne. La relation entre l'indice  $n$  et  $k$  est donnée par l'expression 3.6.

$$\sigma(n)_2^2 = \frac{1}{N1(N1-1)} \left\{ (N1) \sum_{i=0}^{N1-1} \Delta y_{k-i}^2 - \left[ \sum_{i=0}^{N1-1} \Delta y_{k-i} \right]^2 \right\} \quad (3.16)$$

$$\sigma(n)_2^2 = \frac{1}{N2(N2-1)} \left\{ (N2) \sum_{i=N1}^{N1+N2-1} \Delta y_{k-i}^2 - \left[ \sum_{i=N1}^{N1+N2-1} \Delta y_{k-i} \right]^2 \right\} \quad (3.17)$$

Si le pas de déplacement  $p$  d'une fenêtre glissante de taille  $N$  est inférieur à  $N/2$ , les calculs peuvent être effectués de façon plus rapide sous forme récursive.

L'expression récursive de la variance, pour une fenêtre glissante de taille  $N$  et un pas de déplacement  $p$  est :

$$\sigma^2(n) = \sigma^2(n) + \frac{1}{N(N-1)} \left\{ N \sum_{i=0}^{p-1} (\Delta y_{k-i}^2 - \Delta y_{k-N-i}^2) - s^2(n) + s^2(n-1) \right\} \quad (3.18)$$

où  $s(n)$  s'exprime sous forme recursive par :



$$s(n) = s(n-1) + \left\{ \sum_{i=0}^{p-1} (\Delta y_{k-i} - \Delta y_{k-N-i}) \right\} \quad (3.19)$$

Cette expression nous donne après simplification :

$$s(n) = s(n-1) + [ y_k - y_{k-p} - y_{k-N} + y_{k-N-p} ] \quad (3.20)$$

D'autre part, comme en 3.12 et 3.14, on peut écrire :

$$b_k = \sum_{i=0}^{p-1} (\Delta y_{k-i}^2 - \Delta y_{k-N-i}^2) \quad (3.21)$$

et

$$b_k = b_{k-1} + \Delta y_{k-N-p}^2 + \Delta y_k^2 - \Delta y_{k-N}^2 - \Delta y_{k-p}^2 \quad (3.22)$$

De même, le nombre d'opérations lors du calcul de la fonction de comparaison de variances peut être réduit en prenant un pas de déplacement  $p$  des deux fenêtres glissantes et leurs tailles,  $N1$  et  $N2$ , égaux :  $\sigma_2^2(n) = \sigma_1^2(n-1)$ .

### III.3.2.2 - Comportement de la fonction de comparaison de variances

Nous étudions ici, plus exhaustivement, le comportement de la fonction de comparaison de variances, car elle permet de comparer des degrés de dispersion qui, on l'a constaté plus haut, caractérisent un changement de l'état du capteur.

Dans les essais, la somme cumulée de la fonction centrée de comparaison de variances a été calculée pour surveiller son évolution. En effet, en cas d'égalité des variances, la valeur de la fonction vaut 1. C'est donc les différences de la fonction avec la valeur 1 qui sont cumulées. En absence de changement, cette somme cumulée doit rester approximativement nulle.

#### ESSAIS SANS DEFAUT SIMULE SUR LE CAPTEUR

Pour analyser le comportement de la fonction  $f(n)$  de comparaison de variances lorsque le capteur est en fonctionnement normal, nous avons effectué des essais avec différentes tailles des fenêtres glissantes 1 et 2 :  $N1 = N2 = 10, 20, \dots, 100$  et une période d'échantillonnage de  $T_b/20$  constante. Ceci a été fait d'abord en régime statique du mesurande et ensuite en présence d'un régime transitoire du mesurande et, dans les deux cas, sans simulation de défaut de capteur.

Nous présentons les résultats obtenus avec deux fenêtres glissantes d'abord de taille 10 et ensuite de taille 50. Le mesurande du capteur est en régime statique ( $u(t)$  constant) et aucun défaut n'est simulé ( $T_b, K_b$  restent constants durant les essais).

La figure 3.8 représente la sortie  $y(t)$  du capteur en régime statique du mesurande et sans défaut de capteur.

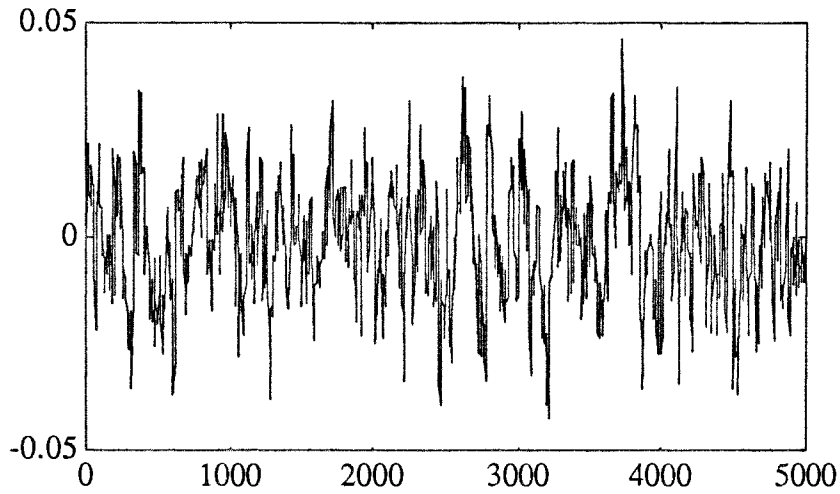


Figure 3.8 : sortie du capteur.

Le calcul, à partir des mesures précédentes différenciées, de la fonction de comparaison des variances en utilisant deux fenêtres glissantes de tailles  $N1 = N2 = 10$  points, nous a fourni les résultats suivants :

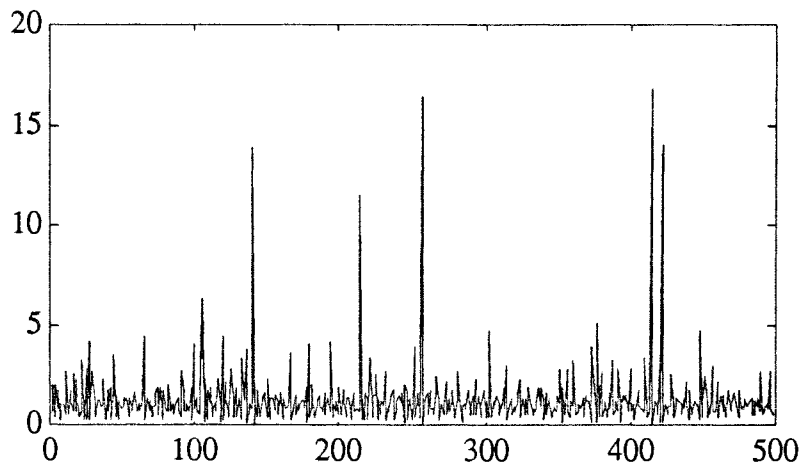


Figure 3.9 : fonction de comparaison de variances associée à deux fenêtres glissantes de 10 points.

La somme cumulée de la fonction centrée présente de nombreux sauts dûs aux pics présents dans cette fonction.

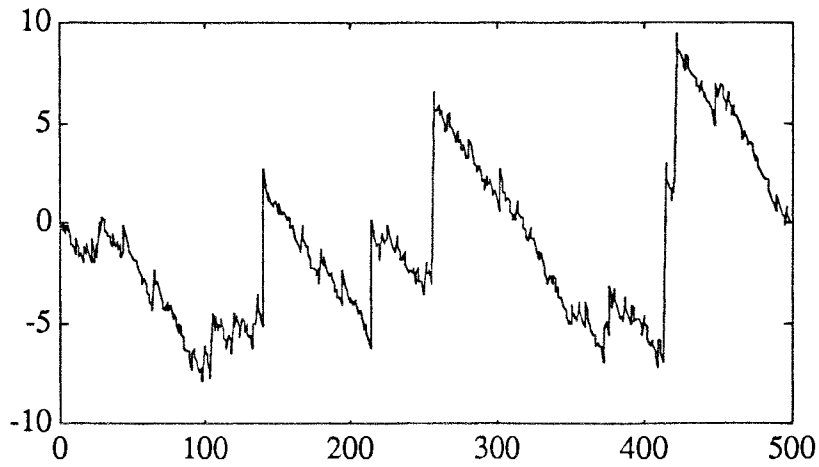


Figure 3.10 : somme cumulée de la fonction de comparaison de variances associée à deux fenêtres glissantes de 10 points.

Pour deux fenêtres glissantes de tailles  $N_1 = N_2 = 50$  points, la fonction  $f(n)$  de comparaison des variances est plus stable et se présente ainsi :

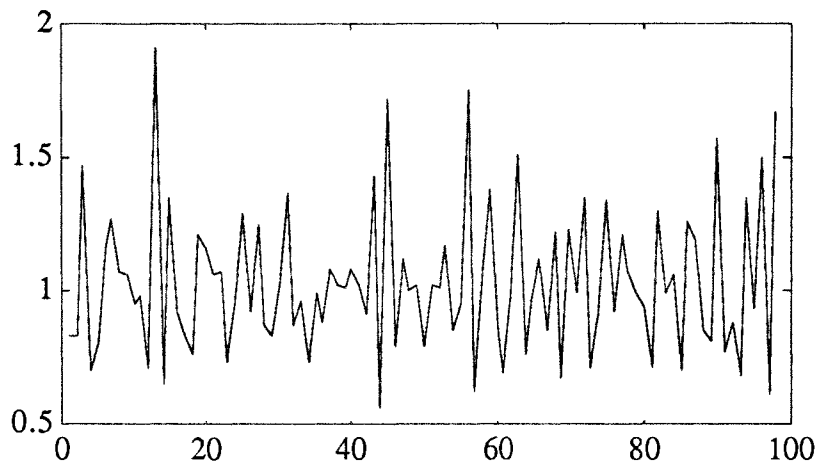


Figure 3.11 : fonction de comparaison de variances associée à deux fenêtres glissantes de 50 points.

De même, la somme cumulée de la fonction centrée est plus stable et ne présente pas de variation monotone dans une direction spécifique.

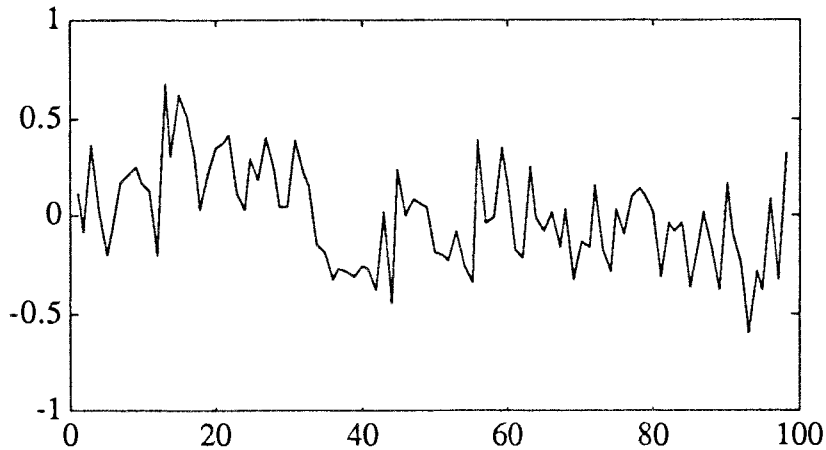


Figure 3.12 : somme cumulée de la fonction de comparaison de variances associée à deux fenêtres glissantes de 50 points

Nous obtenons, à partir des résultats de la fonction de comparaison de variances sur deux fenêtres glissantes de 50 points, l'histogramme suivant avec 8 classes ; celle-ci se rapproche d'une distribution de Fisher.

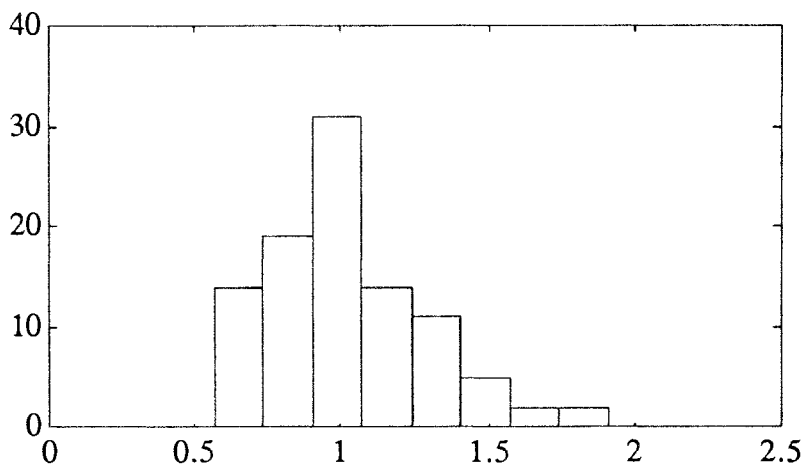


Figure 3.13 : histogramme de la fonction de comparaison de variances.

Ainsi, en régime statique du mesurande et sans défaut de capteur, pour deux fenêtres glissantes de 50 points, la fonction  $f(n)$  de comparaison de variances ne présente pas de monotonie. Nous pouvons constater que la forme de l'histogramme se rapproche d'une distribution de Fisher. Tandis que pour deux fenêtres glissantes de 10 points, on a une distribution qui s'étend loin de la moyenne et la somme cumulée présente de nombreux sauts dûs à des pics de la fonction.

Dans le cas où le mesurande présente un régime transitoire sans simulation de défaut de capteur ( $T_b$ ,  $K_b$  constants), nous avons effectué des essais pour constater que la fonction de comparaison de variances est aussi stable en régime dynamique qu'en régime statique du mesurande. Avec de petites fenêtres glissantes (inférieures à trente points), elle donne des résultats similaires au cas statique avec des sauts importants de la somme cumulée de la fonction.

## ESSAIS AVEC SIMULATION DE DEFAUTS SUR LE CAPTEUR

Nous avons ensuite testé la fonction dans le cas où la sortie du capteur est en régime statique ( $u(t)$  constante) où nous simulons un défaut sur le capteur (en modifiant la constante de temps  $T_b$  ou le gain  $K_b$  du capteur).

Nous avons effectué les essais avec différentes modifications du gain du capteur :

$$K_{b2} = 0.1 K_{b1}, 0.2 K_{b1}, \dots, 0.9 K_{b1}, 1.5 K_{b1}, 2 K_{b1}, 2.5 K_{b1}$$

Nous avons également effectué des essais avec différentes modifications de la constante de temps du capteur :

$$T_{b2} = 0.1 T_{b1}, 0.2 T_{b1}, \dots, 0.9 T_{b1}, 1.5 T_{b1}, 2 T_{b1}, 2.5 T_{b1}$$

Pour chaque modification de la constante de temps ou du gain du capteur, nous étudions le comportement de la fonction pour des fenêtres glissantes 1 et 2 de tailles :

$$N1 = N2 = 50, 60, \dots, 100$$

Durant les essais, nous avons gardé une période d'échantillonnage constante de :

$$\Delta = \frac{T_b}{20}$$

Nous présentons ici les résultats de la fonction  $f(n)$  obtenus en utilisant deux fenêtres glissantes de 50 points et deux fenêtres glissantes de 70 points, d'abord dans le cas d'un doublement du gain du capteur, ensuite dans celui d'un doublement de la constante de temps du capteur.

### Doublement du gain du capteur en régime statique

Dans le cas où le défaut est simulé par une modification du gain du capteur ( $K_{b2} = 2 K_{b1}$ ), les données à partir desquelles nous avons testé la fonction sont présentées à la figure 3.14.

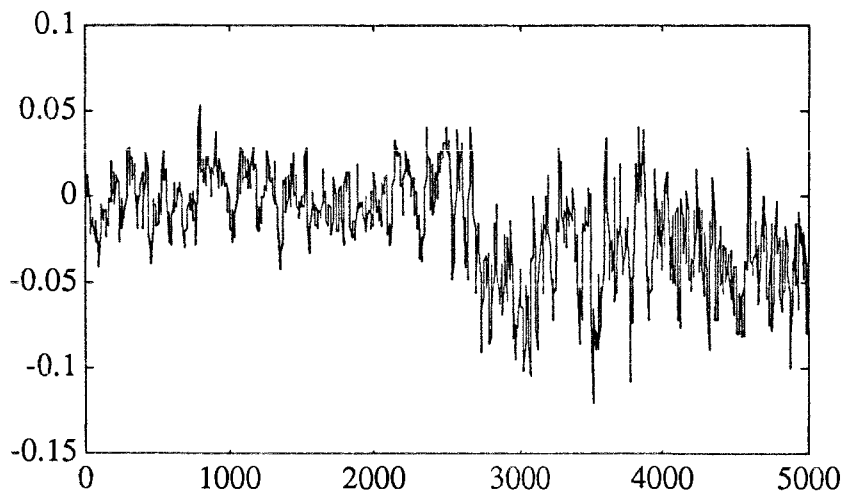


Figure 3.14 : sortie du capteur avec un saut de gain à l'instant 2500.

Les résultats de la fonction  $f(n)$  de comparaison de variances sur deux fenêtres glissantes de tailles  $N1 = N2 = 50$  points se présentent ci-dessous.

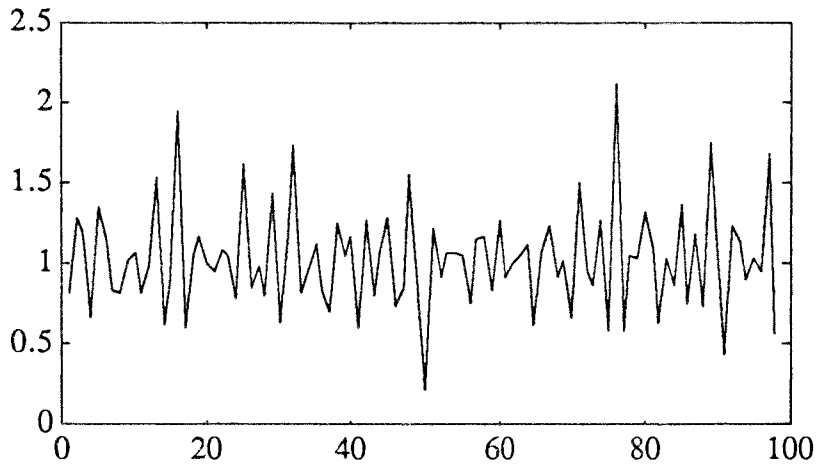


Figure 3.15 : fonction de comparaison de variances associée à deux fenêtres glissantes de 50 points. Le doublement du gain apparaît autour de l'indice 50.

La somme cumulée de la fonction centrée de comparaison de variances sur deux fenêtres glissantes de 50 points est sensible au défaut que nous avons simulé.

Mais la modification que ce défaut entraîne sur la fonction n'a pu être détecté de façon fiable avec un test séquentiel de changement de moyenne de  $f(n)$  (cf. annexe A). La fonction  $f(n)$  centrée et cumulée est présentée sur la figure 3.16.

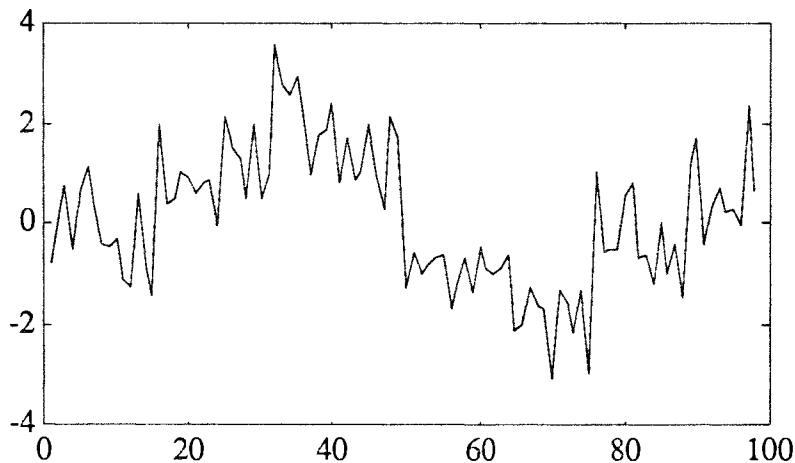


Figure 3.16 : somme cumulée de la fonction de comparaison de variances. Le doublement du gain apparaît autour de l'indice 50.

Nous pouvons rendre la fonction  $f(n)$  de comparaison de variances plus sensible à un défaut en augmentant la taille des deux fenêtres glissantes.

Nous présentons ci-dessous le cas de deux fenêtres glissantes de 70 points ( $N_1 = N_2 = 70$ ) avec un pas de déplacement de même taille ( $p = 70$ ). Nous n'avons plus alors que soixante-dix résultats.

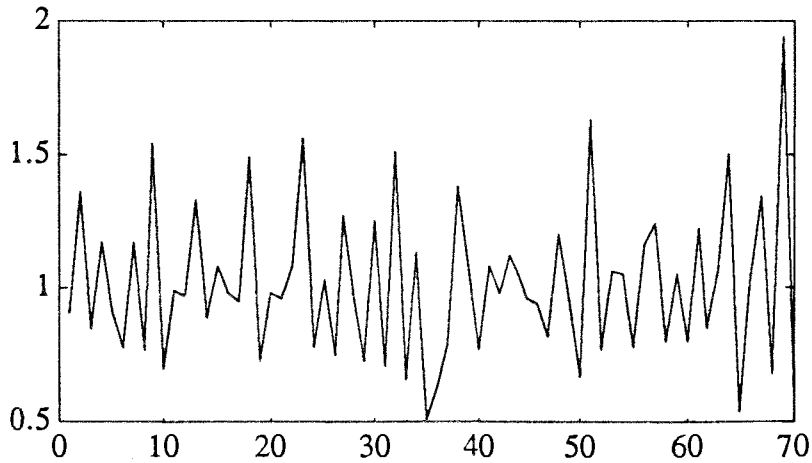


Figure 3.17 : fonction de comparaison de variances associée à deux fenêtres glissantes de 70 points. Le doublement du gain apparaît autour de l'indice 35.

La somme cumulée de la fonction centrée de comparaison de variances, avec deux fenêtres glissantes de 70 points, indique le changement de gain par un saut brutal. Cette modification peut être détectée de façon fiable par un test séquentiel de saut de moyenne (test de Page-Hinkley - voir annexe A).

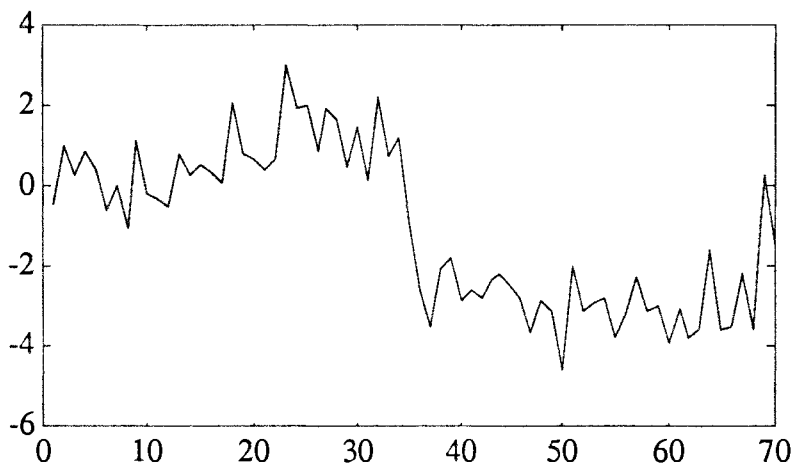


Figure 3.18 : somme cumulée de la fonction de comparaison de variances. Le doublement du gain apparaît autour de l'indice 35.

### **Doublement de la constante de temps du capteur en régime statique**

Dans le cas d'un défaut simulé par une modification de la constante de temps du capteur ( $T_{b2} = 2 T_{b1}$ ), les données à partir desquelles nous avons testé la fonction sont les suivantes :

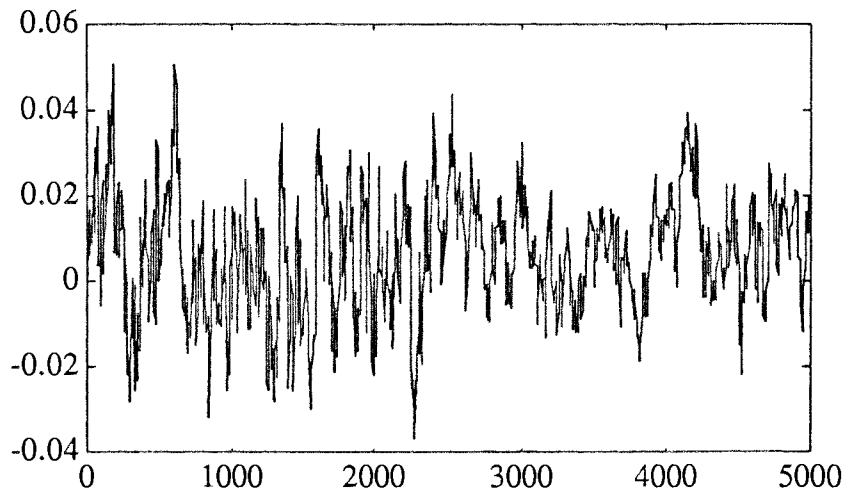


Figure 3.19 : sortie du capteur avec un saut de la constante de temps à l'instant 2500.

La fonction  $f(n)$  de comparaison de variances sur deux fenêtres glissantes de 50 points présente un pic à l'indice 50 (figure 3.20). Il correspond à l'instant de la modification de la constante de temps du capteur. Ce pic provoque un saut brutal dans la somme cumulée de la fonction centrée. Ce saut peut être détecté de façon fiable et rapide grâce à un test séquentiel de saut de moyenne.

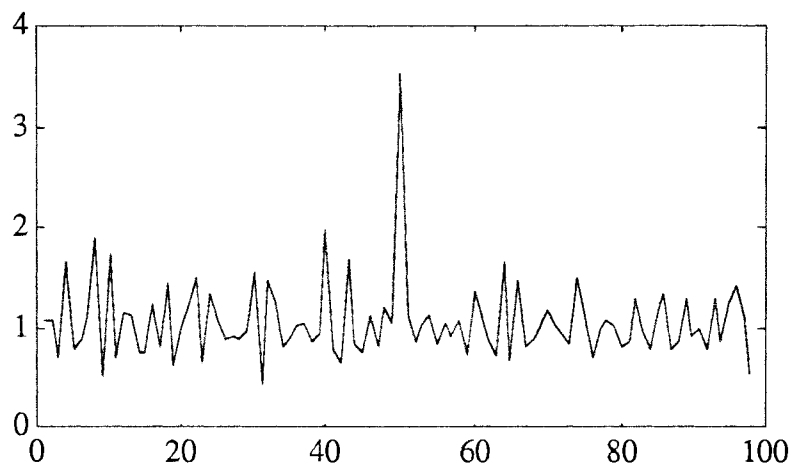


Figure 3.20 : fonction de comparaison de variances associée à deux fenêtres glissantes de 50 points. Le doublement de la constante de temps apparaît autour de l'indice 50.

La modification de la constante de temps du capteur entraîne une variation plus importante de la dispersion du signal de sortie que la modification de son gain. Sa détection nécessite donc des fenêtres glissantes plus petites que celles utilisées pour la détection du changement de gain.

Pour détecter de faibles modifications des caractéristiques du capteur il est nécessaire de prendre des fenêtres de plus en plus grandes. Mais, à période d'échantillonnage constante, plus les fenêtres sont grandes, plus nous risquons de voir apparaître les conséquences d'un changement de régime du mesurande sur la fonction. Pour diminuer l'influence de la partie du signal de sortie dépendant du mesurande, il suffit de diminuer la période d'échantillonnage (voir paragraphe II.3). Ces remarques ont été confirmées par les essais suivants.



### Doublement de la constante de temps du capteur en régime dynamique

Les données utilisées, pour tester la fonction de comparaison de variances sur un essai avec une modification du gain du capteur pendant le régime transitoire du mesurande, sont celles de la figure 3.21. Les conditions expérimentales précises pour réaliser cet essai ont été exposées au paragraphe III.3.1 (figure 3.4).

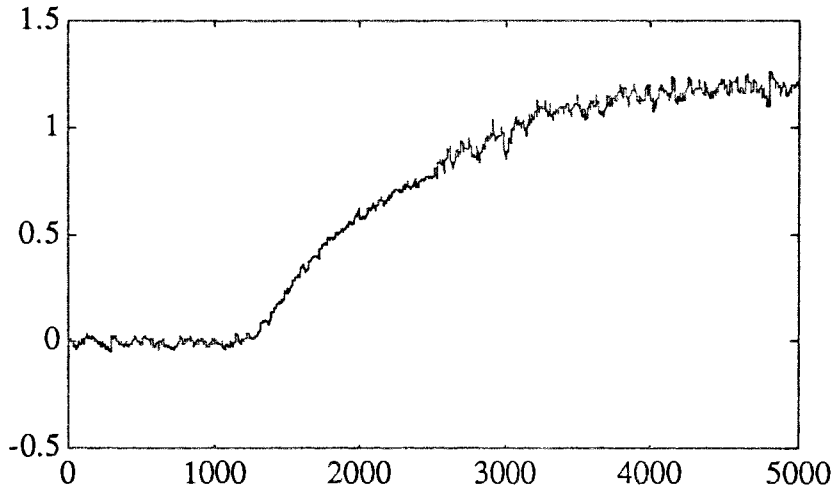


Figure 3.21 : sortie du capteur avec un doublement du gain du capteur pendant le régime transitoire du mesurande à l'indice 2500.

Les résultats de la fonction  $f(n)$  de comparaison de variances du signal obtenues à partir de deux fenêtres glissantes de tailles  $N1 = N2 = 50$  points ne permettent pas une détection fiable du changement de gain. Pour augmenter la sensibilité de la fonction nous augmentons la taille des fenêtres.

Les résultats de la fonction  $f(n)$  avec deux fenêtres glissantes de 70 points, pour la même période d'échantillonnage que celle utilisée pour deux fenêtres de 50 points, permettent la détection du changement de gain.

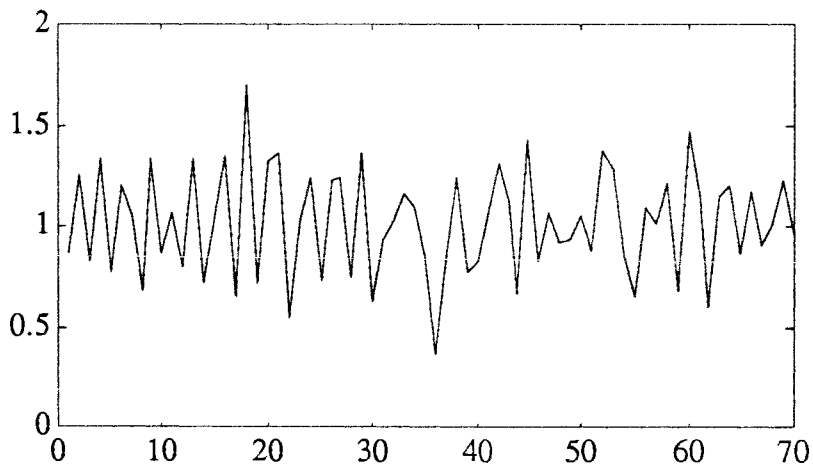


Figure 3.22 : fonction de comparaison de variances associée à deux fenêtres glissantes de 70 points. Le doublement du gain apparaît autour de l'indice 35.

La somme cumulée de la fonction centrée de comparaison de variances détecte le changement de gain du capteur et de régime du mesurande par deux sauts d'amplitude différente.

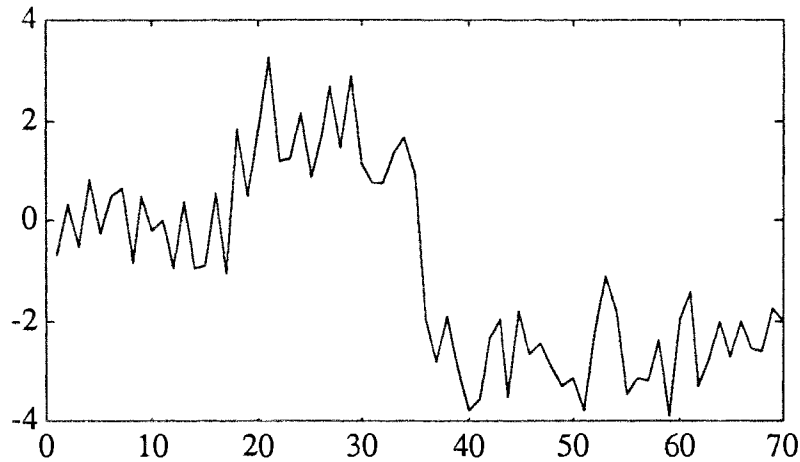


Figure 3.23 : somme cumulée de la fonction de comparaison de variances centrée. Le doublement gain apparaît autour de l'indice 35.

La modification du gain pendant le régime transitoire du mesurande n'est détectée, comme dans le cas statique, qu'avec des fenêtres de 70 points. Donc la sensibilité souhaitée pour la fonction de comparaison de variances est proportionnelle à la taille des fenêtres glissantes.

Avec ces fenêtres de 70 points, nous détectons également le passage du régime statique au régime transitoire du mesurande. Donc, en augmentant la taille des fenêtres glissantes, nous prenons le changement de régime du mesurande pour un défaut. Pour remédier à cela, il faut diminuer la période d'échantillonnage tout en augmentant la taille des fenêtres.

### III.3.2.3 - Conclusions sur la fonction de comparaison de variances

La fonction de comparaison de variances se prête bien à la détection des modifications qui apparaissent sur le signal de sortie du capteur, lorsque ses paramètres, supposés constants, viennent à varier.

Cette fonction, pour être fiable, nécessite l'utilisation de fenêtres assez grandes (plus de 50 points).

Pour le choix de la taille des fenêtres, d'une part il existe un **seuil minimum** intrinsèque, lié à la fonction de comparaison de variances elle-même, au dessous duquel les résultats sont inexploitable. D'autre part, la sensibilité souhaitée est proportionnelle à la taille des fenêtres glissantes. En effet, plus la fenêtre est grande, plus la sensibilité est grande. De ce fait, nous risquons de prendre un régime transitoire du mesurande pour un défaut. Pour éviter cela, il faut augmenter la fréquence d'échantillonnage pour diminuer, après la différenciation du signal de sortie du capteur, l'influence du mesurande. Pour la faisabilité, ces trois critères sont suffisants.

En revanche, si l'on recherche des performances (rapidité de détection, contraintes informatiques), nous avons alors, pour la taille des fenêtres, un **seuil maximal**. Il faut noter que celui-ci est également lié à la période d'échantillonnage minimale autorisée par le dispositif d'acquisition de données.

### III.3.3 - Fonction de comparaison de coefficients de symétrie

Nous étudions une fonction  $f(n)$  définie en 3.23 pour la  $n^{\text{ième}}$  fenêtre calculée à partir de la comparaison de deux coefficients de symétrie issus de deux sections temporelles différentes du signal (deux fenêtres glissantes et juxtaposées - voir figure 3.3).

La fonction de comparaison de coefficients de symétrie testée n'a pas d'équivalence en statistique. Généralement, le coefficient de symétrie est utilisé pour l'étude de la distribution d'une population. Il quantifie la symétrie de cette distribution par rapport à un axe passant par la moyenne de la population et est nulle dans le cas de distributions symétriques ([16] tome 1).

Si de plus la distribution de la population dont est issu l'échantillon est gaussienne, l'estimation de ce coefficient est distribuée normalement autour de la valeur zéro avec une variance inversement proportionnelle avec la taille de l'échantillon.

La fonction  $f(n)$  se présente ainsi :

$$f(n) = \frac{\mu_{3,1}(n)}{\sigma_1^3(n)} - \frac{\mu_{3,2}(n)}{\sigma_2^3(n)} \quad (3.23)$$

où l'expression  $\frac{\mu_3}{\sigma^3}$  est le coefficient de symétrie de Fisher.

Les expressions des numérateurs dans la fonction  $f(n)$ ,  $\mu_{3,1}(n)$  et  $\mu_{3,2}(n)$  sont les moments centrés d'ordre trois calculés sur les fenêtres glissantes 1 et 2 de la figure 3.3. Les tailles respectives des fenêtres 1 et 2 sont de  $N_1$  et  $N_2$  points.

Les expressions des dénominateurs dans la fonction  $f(n)$ ,  $\sigma_1^3(n)$  et  $\sigma_2^3(n)$  sont les écart types au cube calculés sur les fenêtres glissantes 1 et 2.

Le moment d'ordre trois, sur la fenêtre glissante 1 de taille  $N_1$ , est calculé de la façon suivante, à partir du signal différencié  $\Delta y$  :

$$\begin{aligned} \mu_{3,1}(n) = & \frac{N_1}{(N_1-1)(N_1-2)} \left( \sum_{i=0}^{N_1-1} \Delta y_{k-i}^3 \right) + \frac{-3}{(N_1-1)(N_1-2)} \left( \sum_{i=0}^{N_1-1} \Delta y_{k-i}^2 \right) \left( \sum_{i=0}^{N_1-1} \Delta y_{k-i} \right) \\ & + \frac{2}{N_1(N_1-1)(N_1-2)} \left( \sum_{i=0}^{N_1-1} \Delta y_{k-i} \right)^3 \end{aligned} \quad (3.24)$$

avec  $\Delta y_{k-i} = y_{k-i} - y_{k-i-1}$ .

Dans ces expressions  $k$  représente l'instant courant et  $n$  l'indice de la fenêtre glissante. Si  $p$  est le pas de déplacement des fenêtres, les deux valeurs sont reliées par la relation 3.6.

Si N2 est la taille de la fenêtre 2, nous obtenons le moment centré d'ordre trois de cette fenêtre,  $\mu_{3,2}(n)$  par la relation 3.24 en changeant les bornes de sommation : les bornes de sommation inférieures passent de 0 à N1, et les bornes de sommation supérieures passent de (N1 - 1) à (N1 + N2 - 1).

Pour les deux écart types du signal calculés à partir des fenêtres glissantes 1 et 2 dans la fonction f(n), nous prenons la racine carrée des expressions 3.16 et 3.17 du paragraphe précédent qui expriment les variances du signal sur ces deux fenêtres.

Si le pas de déplacement p d'une fenêtre glissante de taille N est inférieur à N/2, les calculs peuvent être effectués de façon plus rapide sous forme récursive.

Pour l'écart type, nous prendrons les expressions 3.18 à 3.22 du paragraphe précédent qui nous fournissent la forme récursive de 3.16 et 3.17.

L'expression recursive des moments centrés d'ordre trois de la fonction f(n) obtenue à partir d'une fenêtre glissante de taille N et un pas de déplacement de p, nous est donnée par la relation suivante :

$$\begin{aligned} \mu_3(n) = \mu_3(n) + \frac{N}{(N-1)(N-2)} \left( \sum_{i=0}^{p-1} \Delta y_{k-i}^3 \right) \\ + \frac{-3}{(N-1)(N-2)} [ u(n) s(n) - u(n-1) s(n-1) ] \\ + \frac{2}{N(N-1)(N-2)} [ s^3(n) - s^3(n-1) ] \end{aligned} \quad (3.24)$$

où s(n) et u(n) s'expriment sous les formes recursives suivantes :

$$s(n) = s(n-1) + \left\{ \sum_{i=0}^{p-1} ( \Delta y_{k-i} - \Delta y_{k-N-i} ) \right\} = s(n-1) + [ y_k - y_{k-p} - y_{k-N} + y_{k-N-p} ] \quad (3.25)$$

$$u(n) = u(n-1) + \left\{ \sum_{i=0}^{p-1} ( \Delta y_{k-i}^2 - \Delta y_{k-N-i}^2 ) \right\} \quad (3.26)$$

D'autre part on peut écrire :

$$b_k = \sum_{i=0}^{p-1} ( \Delta y_{k-i}^2 - \Delta y_{k-N-i}^2 ) \quad (3.27)$$

$$c_k = \sum_{i=0}^{p-1} ( \Delta y_{k-i}^3 - \Delta y_{k-N-i}^3 ) \quad (3.28)$$

et ainsi  $b_k$  et  $c_k$  peuvent être calculés à chaque période d'échantillonnage par :

$$b_k = a_{k-1} + \Delta y_{k-N-p}^2 + \Delta y_k^2 - \Delta y_{k-N}^2 - \Delta y_{k-p}^2 \quad (3.29)$$

$$c_k = c_{k-1} + \Delta y_{k-N-p}^3 + \Delta y_k^3 - \Delta y_{k-N}^3 - \Delta y_{k-p}^3 \quad (3.30)$$

Le nombre d'opérations, lors du calcul de la fonction de comparaison de coefficients de symétrie peut être réduit en prenant un pas de déplacement  $p$  des deux fenêtres glissantes et leurs tailles  $N1$  et  $N2$  égaux ( $p = N1 = N2$ ). Nous avons ainsi, pour les fenêtre 1 et 2, les égalités :  $\sigma_2(n) = \sigma_1(n-1)$  et  $\mu_{3,2}^2(n) = \mu_{3,1}^2(n-1)$ .

### COMPORTEMENT DE LA FONCTION DE COMPARAISON DE COEFFICIENTS DE SYMETRIE

Nous avons effectué les mêmes essais avec la fonction  $f(n)$  de comparaison de coefficients de symétrie, qu'avec les fonctions précédentes, pour constater que cette fonction présente de nombreux points aberrants et que sa dispersion est irrégulière. Il est difficile de distinguer avec cette fonction les défauts simulés des instabilités intrinsèques de la fonction.

En augmentant la taille des fenêtres glissantes avec une période d'échantillonnage adaptée, nous n'avons pas obtenu d'amélioration sensible des résultats.

Nous présentons les résultats de la fonction  $f(n)$  de comparaison de coefficients de symétrie obtenus avec deux fenêtres glissantes de 50 points ( $N1 = N2 = 50$ ) et une période d'échantillonnage de  $\frac{T_b}{20}$ . Au cours de l'essai nous avons simulé un défaut du capteur par un doublement de sa constante de temps  $T_b$ . Pour le détail des conditions de la simulation et la forme du signal de sortie du capteur, il faut se reporter au paragraphe III.3.1.

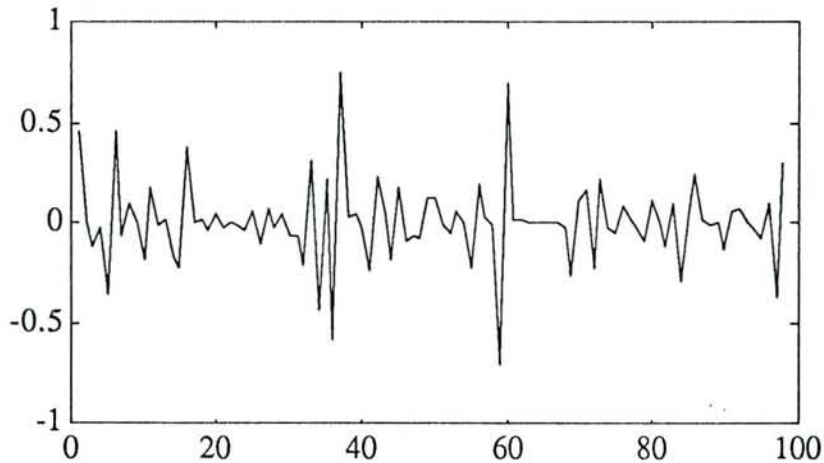


Figure 3.24 : fonction de comparaison de coefficients de symétrie associée à deux fenêtres glissantes de 50 points. Le doublement de la constante de temps apparaît autour de l'indice 50.

La somme cumulée de la fonction est trop irrégulière pour permettre une détection correcte du défaut simulé.

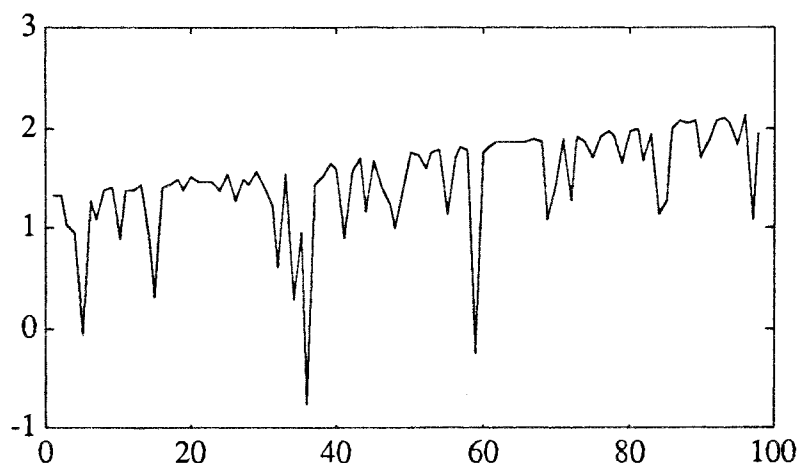


Figure 3.24 : somme cumulée de la fonction. Le doublement de la constante de temps apparaît autour de l'indice 50.

### III.3.4 - Fonction de comparaison de coefficients d'aplatissement

#### III.3.4.1 - Présentation

Nous étudions une fonction  $f(n)$  définie en 3.31 pour la  $n^{\text{ième}}$  fenêtre et calculée à partir de la comparaison de deux coefficients d'aplatissement issus de deux horizons temporels différents du signal (deux fenêtres glissantes et juxtaposées voir figure 3.3).

La fonction de comparaison de coefficients d'aplatissement testée n'a pas d'équivalence en statistique. Généralement, le coefficient d'aplatissement est utilisé pour l'étude de la distribution de la population. Ce coefficient donne une idée de la forme aplatie ou pointue de cette distribution ([16] tome 1).

Dans le cas où la distribution de la population dont est issu l'échantillon est gaussienne, l'estimation de ce coefficient est distribuée normalement autour de la valeur trois avec une variance inversement proportionnelle avec la taille de l'échantillon.

La fonction  $f(n)$  se présente ainsi :

$$f(n) = \frac{\mu_{4,1}(n)}{\sigma_1^4(n)} - \frac{\mu_{4,2}(n)}{\sigma_2^4(n)} \quad (3.31)$$

où l'expression  $\frac{(\mu_4)}{\sigma^4}$  est le coefficient d'aplatissement de Pearson.

Les expressions des numérateurs dans la fonction  $f(n)$ ,  $\mu_{4,1}(n)$  et  $\mu_{4,2}(n)$  sont les moments centrés d'ordre quatre, calculés sur les fenêtres glissantes 1 et 2 de la figure 3.3. Les tailles respectives des fenêtres 1 et 2 sont de  $N_1$  et  $N_2$  points.

Les expressions des dénominateurs dans la fonction  $f(n)$ ,  $\sigma_1^4(n)$  et  $\sigma_2^4(n)$  sont les variances au carré calculées sur les fenêtres glissantes 1 et 2.

Le moment d'ordre quatre, sur la fenêtre glissante 1 de taille N1, est calculé de la façon suivante, à partir du signal différencié  $\Delta y$  :

$$\begin{aligned}
 \mu_{4,1}(n) = & \frac{N1(N1+1)}{(N1-1)(N1-2)(N1-3)} \left( \sum_{i=0}^{N1-1} \Delta y_{k-i}^4 \right) \\
 & + \frac{-4(N1+1)}{(N1-1)(N1-2)(N1-3)} \left( \sum_{i=0}^{N1-1} \Delta y_{k-i}^3 \right) \left( \sum_{i=0}^{N1-1} \Delta y_{k-i} \right) \\
 & + \frac{-3}{(N1-2)(N1-3)} \left( \sum_{i=0}^{N1-1} \Delta y_{k-i}^2 \right)^2 \\
 & + \frac{+12}{(N1-1)(N1-2)(N1-3)} \left( \sum_{i=0}^{N1-1} \Delta y_{k-i}^2 \right) \left( \sum_{i=0}^{N1-1} \Delta y_{k-i} \right)^2 \\
 & + \frac{-6}{N1(N1-1)(N1-2)(N1-3)} \left( \sum_{i=0}^{N1-1} \Delta y_{k-i} \right)^4
 \end{aligned} \tag{3.32}$$

avec  $\Delta y_{k-i} = y_{k-i} - y_{k-i-1}$ .

Dans ces expressions k représente l'instant courant et n l'indice de la fenêtre glissante. Si p est le pas de déplacement des fenêtres, les deux valeurs sont reliées par la relation 3.6 (repris ci-dessous) :

$$k = n p + N1 + N2$$

Si N2 est la taille de la fenêtre 2, nous obtenons le moment centrée d'ordre quatre de cette fenêtre,  $\mu_{4,2}(n)$ , par la formule 3.32 en changeant les bornes de sommation : les bornes de sommation inférieures passent de 0 à N1 et les bornes de sommation supérieures de (N1 - 1) à (N1 + N2 - 1).

Comme dans le paragraphe précédant, pour les variances du signal calculées à partir des fenêtres glissantes 1 et 2 dans la fonction f(n) de comparaison de coefficients d'aplatissement, nous prenons les expressions 3.16 et 3.17 (paragraphe III.3.2.1).

Si le pas de déplacement p d'une fenêtre glissante de taille N est inférieur à N/2, les calculs peuvent être effectués de façon plus rapide sous forme récursive.

Pour l'écart type, nous prendrons les expressions 3.18 à 3.22 qui nous fournissent la forme récursive de 3.16 et 3.17.

L'expression recursive des moments centrés d'ordre quatre de la fonction f(n) obtenue à partir d'une fenêtre glissante de taille N et un pas de déplacement de p, nous est donnée par la relation suivante :

$$\begin{aligned}
 \mu_4(n) = & \mu_4(n-1) + \frac{N(N+1)}{(N-1)(N-2)(N-3)} \left( \sum_{i=0}^{p-1} \Delta y_{k-i}^4 \right) \\
 & + \frac{-4(N+1)}{(N-1)(N-2)(N-3)} [ v(n) s(n) - v(n-1) s(n-1) ] \\
 & + \frac{-3}{(N-2)(N-3)} [ u^2(n) - u^2(n-1) ]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{+12}{(N-1)(N-2)(N-3)} [ u(n) s^2(n) - u(n-1) s^2(n-1) ] \\
 & + \frac{-6}{N(N-1)(N-2)(N-3)} [ s^4(n) - s^4(n-1) ]
 \end{aligned} \tag{3.33}$$

où  $s(n)$ ,  $u(n)$  s'expriment par les relations recursives déjà définies au paragraphe précédent par les expression 3.25 et 3.26 que nous reprenons ci-dessous,

$$s(n) = s(n-1) + \left\{ \sum_{i=0}^{p-1} ( \Delta y_{k-i} - \Delta y_{k-N-i} ) \right\} = s(n-1) + [ y_k - y_{k-p} - y_{k-N} + y_{k-N-p} ]$$

$$u(n) = u(n-1) + \left\{ \sum_{i=0}^{p-1} ( \Delta y_{k-i}^2 - \Delta y_{k-N-i}^2 ) \right\}$$

et  $v(n)$  par la relation recursive suivante :

$$v(n) = v(n-1) + \left\{ \sum_{i=0}^{p-1} ( \Delta y_{k-i}^3 - \Delta y_{k-N-i}^3 ) \right\} \tag{3.34}$$

D'autre part on peut écrire :

$$b_k = \sum_{i=0}^{p-1} ( \Delta y_{k-i}^2 - \Delta y_{k-N-i}^2 ) \tag{3.35}$$

$$c_k = \sum_{i=0}^{p-1} ( \Delta y_{k-i}^3 - \Delta y_{k-N-i}^3 ) \tag{3.36}$$

$$d_k = \sum_{i=0}^{p-1} ( \Delta y_{k-i}^4 - \Delta y_{k-N-i}^4 ) \tag{3.37}$$

où  $b_k$ ,  $c_k$  et  $d_k$  peuvent donc être calculés à chaque période d'échantillonnage par :

$$b_k = a_{k-1} + \Delta y_{k-N-p}^2 + \Delta y_k^2 - \Delta y_{k-N}^2 - \Delta y_{k-p}^2 \tag{3.38}$$

$$c_k = c_{k-1} + \Delta y_{k-N-p}^3 + \Delta y_k^3 - \Delta y_{k-N}^3 - \Delta y_{k-p}^3 \tag{3.39}$$

$$d_k = d_{k-1} + \Delta y_{k-N-p}^4 + \Delta y_k^4 - \Delta y_{k-N}^4 - \Delta y_{k-p}^4 \tag{3.40}$$

Comme dans le paragraphe précédent pour la fonction de comparaison de coefficients de symétrie, nous pouvons ici aussi réduire le nombre d'opérations, lors du calcul de cette fonction, en prenant un pas de déplacement  $p$  des fenêtres glissantes et



leurs tailles,  $N_1$  et  $N_2$ , égaux. Nous avons ainsi, pour les fenêtrés 1 et 2, les égalités :  $\sigma_2^2(n) = \sigma_1^2(n-1)$  et  $\mu_{4,2}(n) = \mu_{4,1}(n-1)$ .

### III.3.4.2 - Comportement de la fonction de comparaison de coefficients d'aplatissement

Les résultats sur les simulations effectuées pour la fonction de comparaison de coefficients d'aplatissement sont exposés de façon détaillée car ils montrent le bon comportement de la fonction. Nous étudions les quatre types d'essais définis au début de ce chapitre :

- régime statique du mesurande sans défaut de capteur,
- présence d'un régime transitoire du mesurande sans défaut de capteur,
- régime statique du mesurande avec un défaut de capteur,
- présence d'un régime transitoire du mesurande avec un défaut de capteur.

#### ESSAIS SANS DEFAUT SIMULE SUR LE CAPTEUR

En fonctionnement normal du capteur, pour analyser le comportement de la fonction  $f(n)$ , nous avons effectué des essais avec différentes tailles de fenêtrés glissantes 1 et 2 :  $N_1 = N_2 = 10, 20, \dots, 100$  et une période constante d'échantillonnage de  $T_b/20$ . Ceci a été fait d'abord en régime statique du mesurande et ensuite en présence d'un régime transitoire du mesurande, dans les deux cas, sans simulation de défaut de capteur.

Nous présentons ici les résultats de deux fenêtrés glissantes de tailles  $N_1 = N_2 = 50$ , le mesurande du capteur est en régime statique ( $u(t)$  constant) et aucun défaut n'est simulé ( $T_b, K_b$  restent constants durant l'essai). La figure 3.26 présente la sortie  $y(t)$  du capteur.

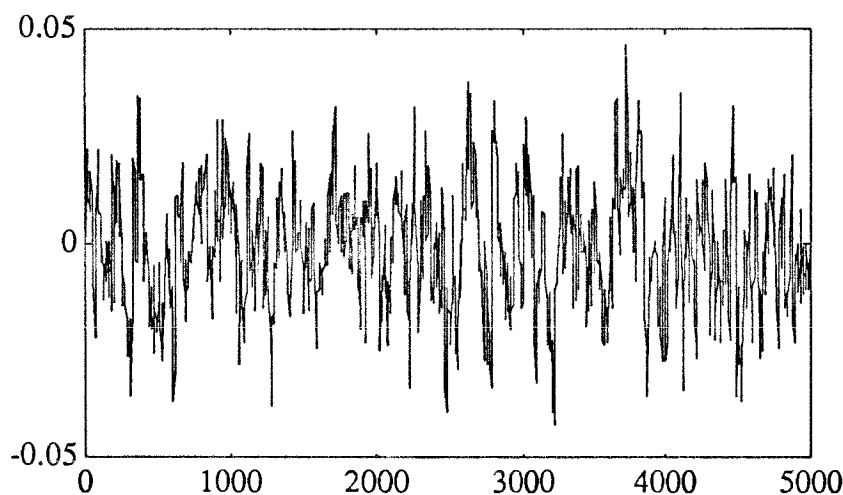


Figure 3.26 : sortie du capteur.

Les résultats de la fonction  $f(n)$  de comparaisons de coefficients d'aplatissement sur deux fenêtrés glissantes de tailles identiques ( $N_1 = N_2 = 50$ ) sont représentés ci-dessous.

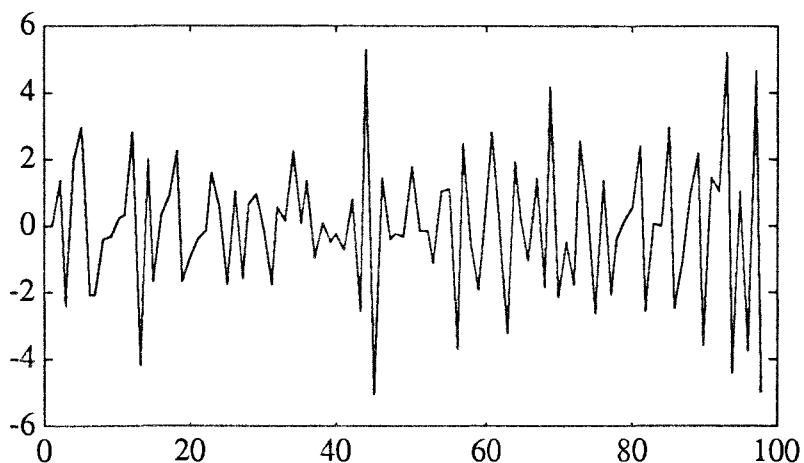


Figure 3.27 : fonction de comparaison de coefficients d'aplatissement associée à deux fenêtres glissantes de 50 points.

La somme cumulée de la fonction de comparaison de coefficients d'aplatissement (figure 3.28) ne présente pas une variation monotone dans une direction spécifique, ni de sauts irréguliers.

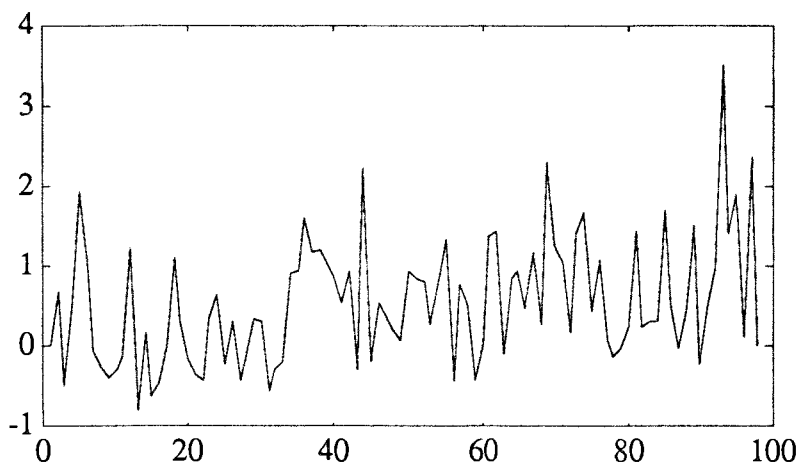


Figure 3.28 : somme cumulée de la fonction associée à deux fenêtres glissantes de 50 points.

Nous avons obtenu l'histogramme suivant, à partir des résultats de la figure 3.27 en utilisant 8 classes. Cette représentation montre que l'on dispose d'une distribution centrée sur zéro et proche d'une loi normale.

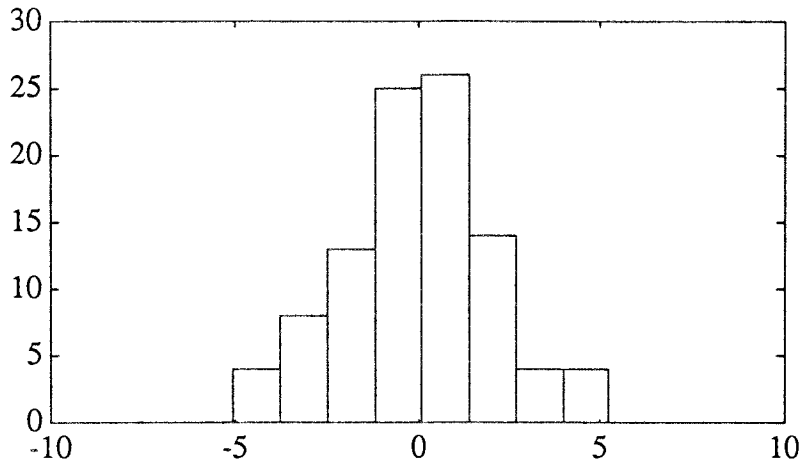


Figure 3.29 : histogramme de la fonction.

En régime statique du mesurande et sans défaut de capteur, la fonction de comparaison de coefficients d'aplatissement du signal calculée à partir de deux fenêtres glissantes de 50 points est centrée sur zéro. Elle ne présente pas de tendance, sa distribution conserve une relative symétrie. Lorsque la taille de la fenêtre diminue, la distribution s'étale et la fonction est moins stable.

Dans le cas où le mesurande présente un régime transitoire sans défaut de capteur, nous avons effectué des essais pour vérifier que le changement de régime n'entraîne pas de modification sensible de la moyenne de la fonction. Sur les essais effectués en augmentant la taille des fenêtres, nous avons constaté que cette fonction reste insensible au changement de régime du mesurande pour des dimensions de ses fenêtres glissantes comparables à celles utilisées avec la fonction de comparaison de variances.

### ESSAIS AVEC SIMULATION DE DEFAUTS SUR LE CAPTEUR

Nous avons ensuite testé la fonction dans le cas où la sortie du capteur est en régime statique ( $u(t)$  constante) et où nous simulons des défauts sur le capteur en modifiant sa constante de temps  $T_b$  ou son gain  $K_b$ .

Nous avons effectué les essais avec différentes modifications du gain du capteur :

$$K_{b2} = 0.1 K_{b1}, 0.2 K_{b1}, \dots, 0.9 K_{b1}, 1.5 K_{b1}, 2 K_{b1}, 2.5 K_{b1}$$

Nous avons également effectué des essais avec différentes modifications de la constante de temps du capteur :

$$T_{b2} = 0.1 T_{b1}, 0.2 T_{b1}, \dots, 0.9 T_{b1}, 1.5 T_{b1}, 2 T_{b1}, 2.5 T_{b1}.$$

Pour chaque modification de la constante de temps ou du gain du capteur, nous étudions le comportement de la fonction pour des fenêtres glissantes 1 et 2 de tailles :

$$N1 = N2 = 10, 20, \dots, 100$$

### Doublement du gain du capteur en régime statique

Nous présentons les résultats de la fonction  $f(n)$  de comparaison de coefficients d'aplatissement dans le cas d'un doublement du gain du capteur ( $K_{b2} = 2 K_{b1}$ ) alors

que le mesurande est en régime statique. Nous utilisons d'abord deux fenêtres glissantes de taille 10 et ensuite de taille 50.

Les données à partir desquelles nous avons testé la fonction sont celles de la figure 3.30.

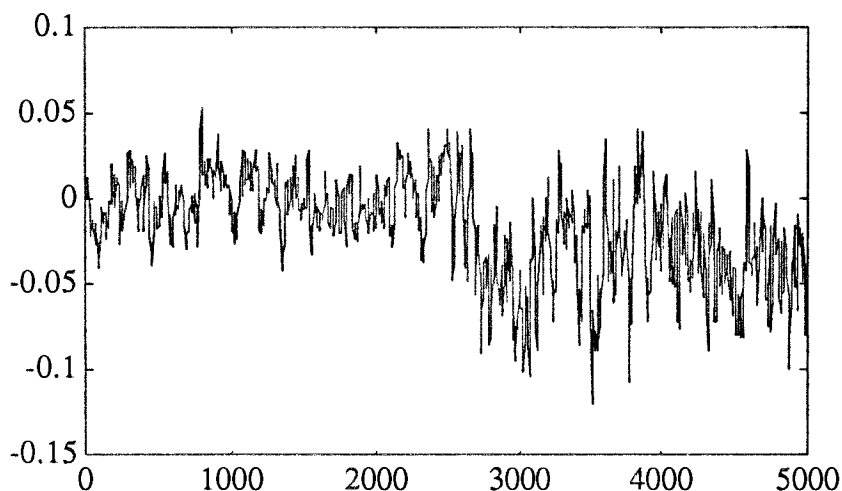


Figure 3.30 : sortie du capteur avec un saut de gain à l'instant 2500.

La fonction  $f(n)$  de comparaison de coefficients d'aplatissement avec deux fenêtres glissantes de 10 points nous donne les résultats présentés sur la figure 3.31. Nous distinguons clairement sur cette figure l'instant de modification du gain du capteur.

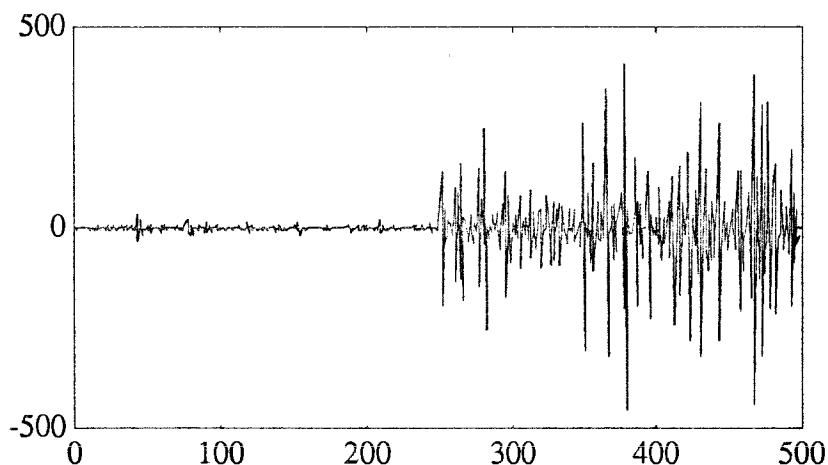


Figure 3.31 : comparaison de coefficient d'aplatissement associée à deux fenêtres glissantes de 10 points. Le doublement du gain apparaît autour de l'indice 2500.

Sur la figure 3.31, nous distinguons un changement brutal et important de la dispersion de la fonction de comparaison de coefficients d'aplatissement au moment de l'apparition du défaut. Mais la somme cumulée des résultats présentée sur la figure 3.32 ne présente qu'un faible saut de moyenne au moment de cette modification. Il est donc nécessaire d'utiliser un test séquentiel de changement de variance (voir annexe A) sur la fonction  $f(n)$  pour détecter le défaut.

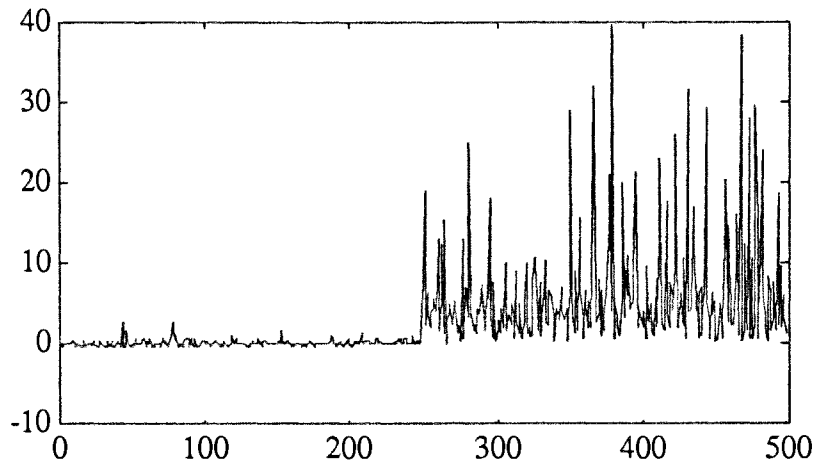


Figure 3.32 : somme cumulée de la fonction associée à deux fenêtres glissantes de 10 points. Le doublement du gain apparaît autour de l'indice 2500.

Nous présentons sur la figure 3.33 les résultats de la fonction de comparaison de coefficients d'aplatissement du signal calculée à partir de deux fenêtres glissantes de 50 points .

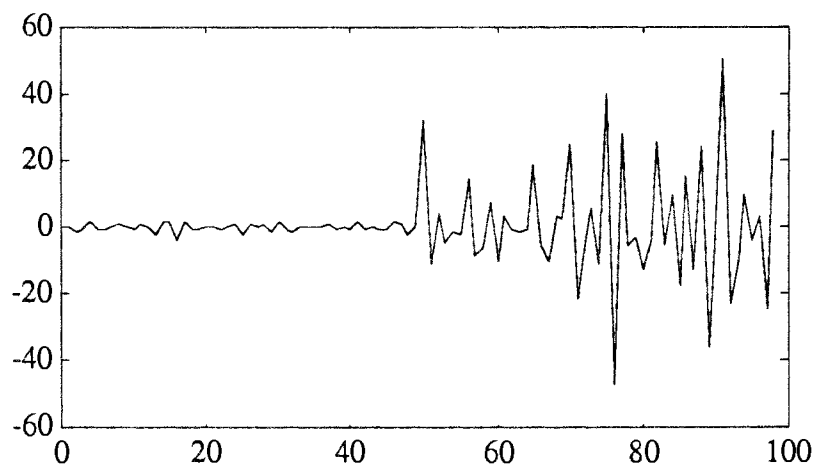


Figure 3.33 : comparaison de coefficient d'aplatissement associée à deux fenêtres glissantes de 50 points. Le doublement du gain apparaît autour de l'indice 50.

La somme cumulée de la fonction de comparaison de coefficients d'aplatissement (figure 3.34) fait apparaître le changement de gain par un saut brutal. On pourra détecter ce saut par un test séquentiel de changement de moyenne (test de Page-Hinkley - voir annexe A).

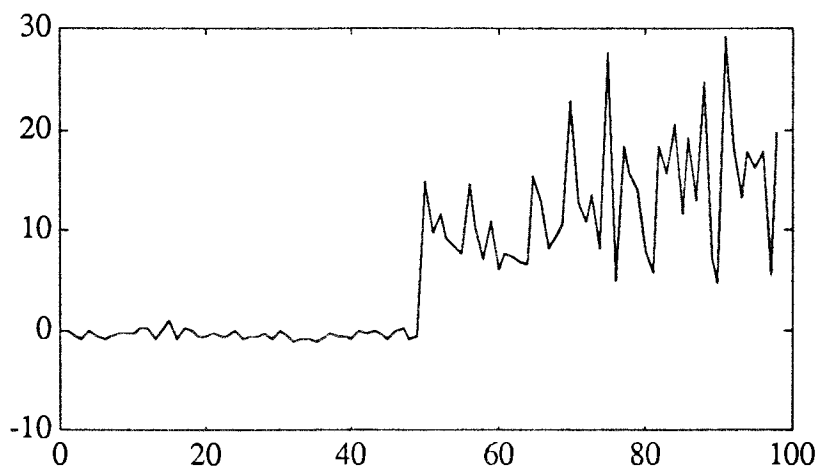


Figure 3.34 : somme cumulée de la fonction associée à deux fenêtres glissantes de 50 points. Le doublement du gain apparaît autour de l'indice 50.

En utilisant de petites fenêtres glissantes (inférieures à 30 points) pour le calcul de la fonction de comparaison de coefficients d'aplatissement, le défaut de capteur entraîne surtout une modification de la dispersion de la fonction. La détection nécessite donc l'utilisation d'un test séquentiel sur la variance de la fonction. Ce test, présenté en annexe A, est moins fiable et exige plus de résultats pour permettre une estimation correcte de l'instant de changement, qu'un test séquentiel de changement de moyenne. Ceci a pour conséquence d'augmenter le taux de fausses alarmes et le retard à la détection. Un meilleur résultat peut être obtenu en prenant de grandes fenêtres glissantes (supérieures à 30 points) pour le calcul de la fonction de comparaison de coefficients d'aplatissement et en effectuant un test séquentiel de saut de moyenne sur celle-ci (voir annexe A).

### Doublement de la constante de temps en régime dynamique

Nous étudions maintenant le comportement de la fonction en présence d'un défaut de capteur simulé au cours du régime transitoire du mesurande. Pour cela, nous avons effectué les essais suivants :

Si  $T$  est la durée de l'essai, nous appliquons un échelon à l'instant  $\frac{T}{4}$  sur l'entrée  $u(t)$  du procédé simulé :

$$u(t) = 0 \text{ pour } t \in [0, \frac{T}{4}] \text{ et } u(t) = 1 \text{ pour } t \in [\frac{T}{4}, T]$$

Pendant le régime transitoire du mesurande nous simulons, à l'instant  $\frac{T}{2}$ , un défaut de capteur par un changement de sa constante de temps  $T_b$  :  $T_{b2} = 2 T_{b1}$ .

Nous étudions alors le comportement et la sensibilité de la fonction de comparaison de coefficients d'aplatissement avec des fenêtres glissantes :  $N1 = N2 = 50, 60, \dots, 100$  et une période d'échantillonnage constante de  $\frac{T_b}{20}$ .

Nous avons représenté sur la figure 3.35 les données de la sortie du capteur  $y(t)$  en présence d'un régime transitoire du mesurande alors que nous avons provoqué à l'indice 2500 un doublement de sa constante de temps.

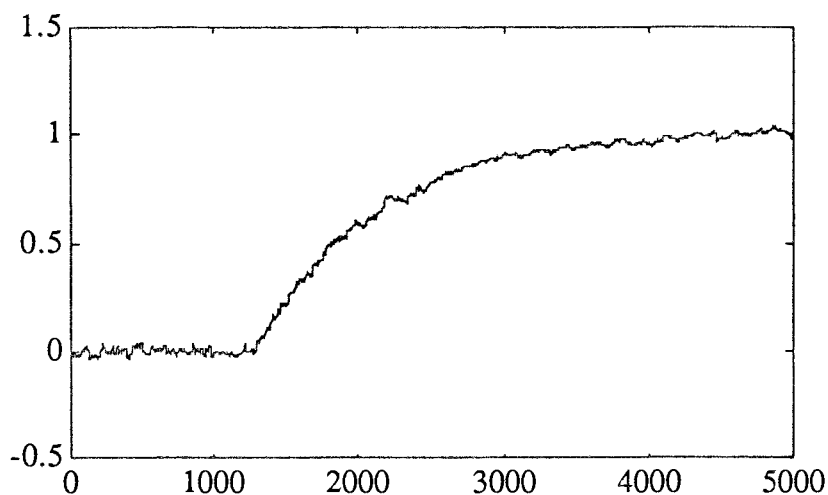


Figure 3.35 : sortie du capteur avec un doublement de la constante de temps du capteur pendant le régime transitoire à l'indice 2500.

Nous exposons sur la figure 3.36 les résultats de la fonction  $f(n)$  de comparaison de coefficients d'aplatissement avec deux fenêtres glissantes de tailles  $N1 = N2 = 50$  points.

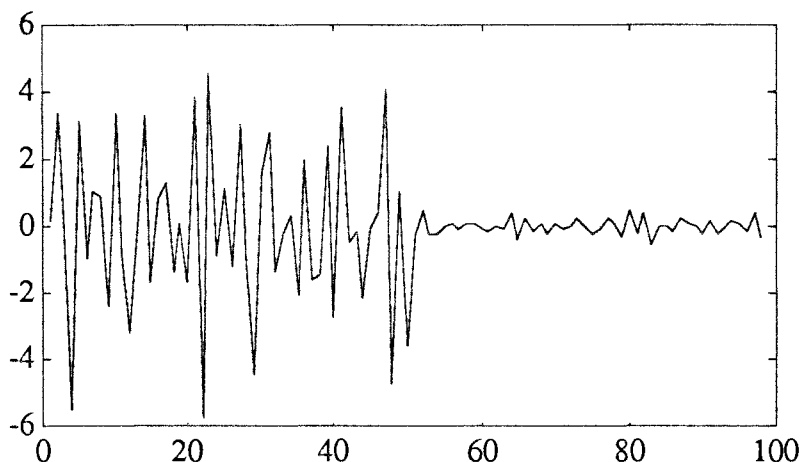


Figure 3.36 : comparaison de coefficient d'aplatissement associée à deux fenêtres glissantes de 50 points. Le doublement de la constante de temps apparaît autour de l'indice 50.

La somme cumulée de la fonction présentée sur la figure 3.37 n'est pas affectée par le changement de régime tandis que la modification de la constante de temps du capteur est signalée par un saut brutal. La détection de ce saut se fera, de façon fiable, en utilisant un test séquentiel de changement de moyenne.

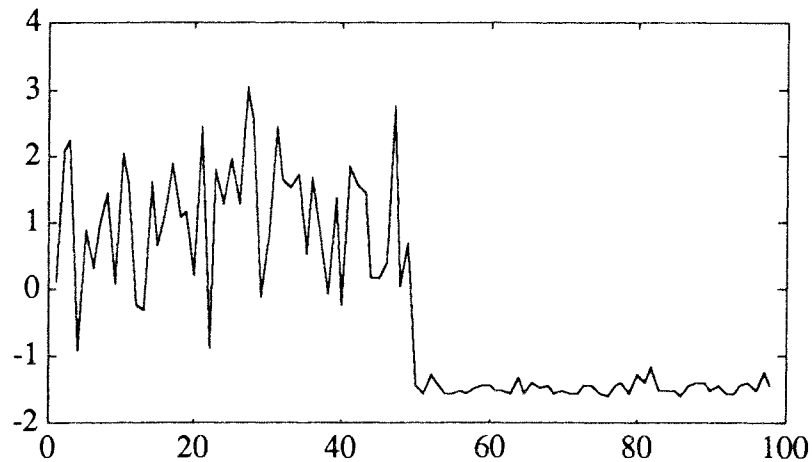


Figure 3.37 : somme cumulée de la fonction associée à deux fenêtres glissantes de 50 points. Le doublement de la constante de temps apparaît autour de l'indice 50.

### III.3.4.3 - Conclusions sur la fonction de comparaison de coefficients d'aplatissement

Les essais de détection de défaut en simulation nous ont permis de vérifier que la fonction de comparaison de coefficients d'aplatissement est très sensible à un changement des paramètres du capteur qui sont supposés rester constant en fonctionnement normal de celui-ci. De plus, cette fonction est moins sensible au changement de régime du mesurande que la fonction de comparaisons de variances étudiée auparavant.

Cette fonction nécessite, comme la fonction de comparaison de variances, d'adapter la taille de la fenêtre à la sensibilité souhaitée. Il existe un **seuil minimum** intrinsèque, lié à la fonction elle-même, au dessous duquel le défaut est difficilement détectable avec un test séquentiel de saut de moyenne.

En revanche, si l'on recherche des performances (rapidité de détection, contraintes informatiques), nous avons alors un **seuil maximal** qui est également lié à la fréquence maximale d'échantillonnage du signal autorisée par le dispositif d'acquisition des données.

## III.4 - COMPARAISON DE PARAMETRES STATISTIQUES ASSOCIES A UNE FENETRE CROISSANTE ET UNE FENETRE GLISSANTE

Nous avons, jusqu'ici effectué des comparaisons sur des horizons finis et décalés dans le temps (deux fenêtres glissantes) ; dans la suite, nous utilisons un horizon fini et suivant à court terme le signal conjointement à un autre plus étendu et porteur de l'*histoire* du signal (une fenêtre croissante et une fenêtre glissante, cf. II.5).



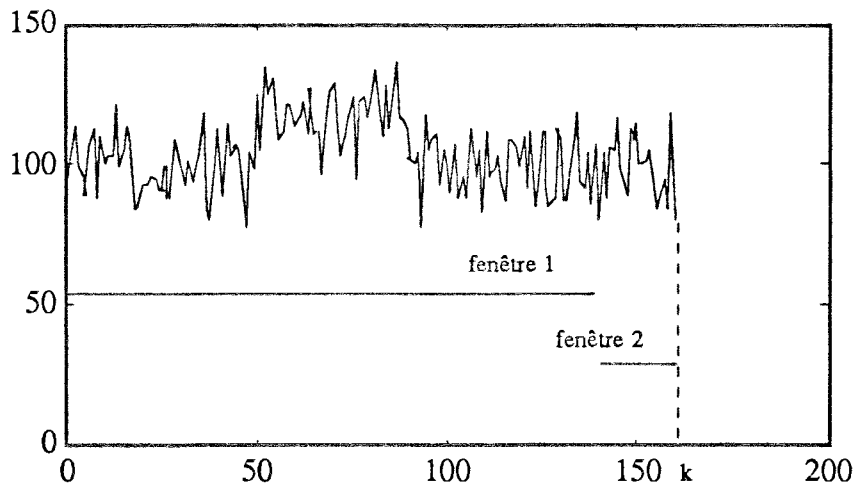


Figure 3.38 : une fenêtre croissante et une fenêtre glissante,  $k$  l'instant courant.

La fenêtre glissante, sur la figure 3.38, est de taille  $N$  ; elle se déplace conjointement avec la fenêtre croissante avec un pas  $p$ . La disposition des deux fenêtres permet la comparaison d'un paramètre statistique calculé sur deux horizons différents du signal. L'un des horizons, la fenêtre croissante, contient tous les mesures du signal à partir d'un instant de référence jusqu'à l'instant courant moins les  $N$  dernières mesures. L'autre horizon, la fenêtre glissante, contient une section courte du signal comprenant les  $N$  dernières mesures.

Nous avons analysé le comportement d'une fonction de comparaison de moyennes utilisée en statistique pour comparer la moyenne d'un échantillon avec une valeur de référence. Ceci pour arriver à la conclusion suivante : de la même manière que dans le cas de deux fenêtres glissantes mais de façon plus prononcée, la fonction de comparaison de moyennes, calculée à partir d'une fenêtre croissante et une fenêtre glissante, est inexploitable car trop sensible aux changements de régime du mesurande.

Mais comme nous l'avons précisé précédemment, les changements de la dispersion du signal de sortie du capteur permet de détecter ses défaillances. Aussi, nous étudions dans la suite une fonction de comparaison de variances du signal adaptée à ces deux horizons temporels.

### III.4.1 Fonction de comparaison de variances

#### III.4.1.1 Présentation

Pour une fenêtre croissante et une fenêtre glissante, la fonction  $f(n)$  définie en 3.41 pour la  $n^{\text{ième}}$  fenêtre correspond à celle utilisée en statistique pour comparer la variance d'un échantillon avec une valeur de référence.

Cette fonction permet de décider, compte tenu d'un risque statistique fixé *a priori* et de la loi de distribution de la population, si l'échantillon possède ou non la même variance que la population ([16] tome 2).

Si les données utilisées pour le calcul de la fonction de comparaison de variance appartiennent à la même population et sont normalement distribuées, alors la fonction  $f(n)$  suit une distribution du khi-deux à  $(N-1)$  degrés de liberté.

La fonction  $f(n)$  se présente ainsi :

$$f(n) = \frac{(N-1) \sigma^2(n)}{S^2(n)} \quad (3.41)$$

$S^2(n)$  est la  $n^{\text{ième}}$  variance du signal calculée à partir de la fenêtre croissante,

$\sigma^2(n)$  est la  $n^{\text{ième}}$  variance du signal calculée à partir la fenêtre glissante de taille  $N$ .

L'expression de la variance du signal  $S^2(n)$  calculée à partir de la fenêtre croissante est donnée par la formule ci-dessous :

$$S^2(n) = \frac{1}{(k' - 1)(k')} \left\{ (k') \sum_{i=0}^{k'-1} \Delta y_{k'-i}^2 - \left[ \sum_{i=0}^{k'-1} \Delta y_{k'-i} \right]^2 \right\} \quad (3.42)$$

avec  $\Delta y_{k-i} = y_{k-i} - y_{k-i-1}$  et  $k' = k - N$ , la fenêtre croissante est en retrait de  $N$  périodes d'échantillonnage par rapport à l'instant courant  $k$  (voir figure 3.38).

Dans cette expression,  $k$  représente l'instant courant et  $n$  l'indice des fenêtres. Si  $p$  est le pas de déplacement des fenêtres,  $N'$  le nombre de données utilisées pour l'initialisation de la fenêtre croissante alors  $k$  et  $n$  sont reliés par la relation :

$$k = n p + N + N' \quad (3.43)$$

La variance du signal  $\sigma^2(n)$ , calculée à partir de la fenêtre glissante, est obtenue par la formule 3.16 du paragraphe III.3.2.1, que nous reprenons en changeant les bornes de sommation :

$$\sigma^2(n) = \frac{1}{(N-1)N} \left\{ (N) \sum_{i=0}^{N-1} \Delta y_{k-i}^2 - \left[ \sum_{i=0}^{N-1} \Delta y_{k-i} \right]^2 \right\} \quad (3.44)$$

Dans les expressions 3.42 et 3.44, nous pouvons effectuer une simplification dans le calcul des sommations de  $\Delta y_{k-i}$ , en remplaçant  $\Delta y_{k-i}$  par  $y_{k-i} - y_{k-i-1}$ , nous obtenons ainsi pour la relation 3.42 :

$$S^2(n) = \frac{1}{(k' - 1)(k')} \left\{ (k') \sum_{i=0}^{k'-1} \Delta y_{k'-i}^2 - \left[ y_{k'} - y_0 \right]^2 \right\} \quad (3.45)$$

et pour la relation 3.44 :

$$\sigma^2(n) = \frac{1}{(N-1)N} \left\{ (N) \sum_{i=0}^{N-1} \Delta y_{k-i}^2 - \left[ y_k - y_{k-N} \right]^2 \right\} \quad (3.46)$$

Le calcul récursif de la variance calculée à partir d'une fenêtre croissante avec un pas de déplacement  $p$  est donné par l'expression suivante :

$$S^2(n) = \frac{k' - p - 1}{k' - 1} S^2(n-1)$$

$$+ \frac{1}{k' - 1} \left\{ \sum_{i=0}^{p-1} \Delta y_{k'-i}^2 - \frac{1}{k'} [y_{k'} - y_0]^2 + \frac{1}{k' - p} [y_{k'-p} - y_0]^2 \right\} \quad (3.47)$$

et si dans cette expression nous négligeons le pas de déplacement  $p$  de la fenêtre croissante par rapport au nombre  $k'$  d'éléments de cette fenêtre, nous obtenons :

$$S^2(n) = S^2(n-1) + \frac{1}{k' (k' - 1)} \left\{ (k') \sum_{i=0}^{p-1} \Delta y_{k'-i}^2 + [y_{k'-p}^2 - y_{k'}^2 + 2 y_0 (y_{k'} - y_{k'-p})] \right\} \quad (3.48)$$

L'expression récursive de la variance sur une fenêtre glissante a été développée au paragraphe III.3.2.1 ; elle est reprise ici :

$$\sigma^2(n) = \sigma^2(n-1) + \frac{1}{N (N - 1)} \left\{ N \sum_{i=0}^{p-1} (\Delta y_{k-i}^2 - \Delta y_{k-N-i}^2) + s^2(n) - s^2(n-1) \right\} \quad (3.49)$$

où  $s_n$  s'exprime sous la forme recursive :

$$s(n) = s(n-1) + \left\{ \sum_{i=0}^{p-1} (\Delta y_{k-i} - \Delta y_{k-N-i}) \right\} = s_{n-1} + [y_k - y_{k-p} + y_{k-N} - y_{k-N-p}] \quad (3.50)$$

Le nombre de mesures contenues dans la fenêtre croissante augmente en fonction du temps, il est donc obligatoire, pour un suivi en ligne du capteur, de calculer la valeur de sa variance avec les algorithmes récursifs. Donc, comme la variance de la fenêtre glissante est calculée en parallèle avec celle de la fenêtre croissante, il est conseillé également d'utiliser pour celle-ci sa formulation récursive.

Si l'on a des contraintes d'occupation mémoire sur l'organe de traitement des données sur lequel sont développés les algorithmes, il est possible de mettre à jour les paramètres statistiques des fenêtres non pas tous les  $p$  mesures mais à chaque nouvelle mesure et de calculer et tester la fonction tout les  $p$  mesures. Pour cela, il suffit d'utiliser leurs formulations récursives en prenant  $p = 1$ .

### III.4.1.2 - Comportement de la fonction

Nous rappelons ci-dessous le système simulé pour nos essais et qui a été présenté au paragraphe III.2.

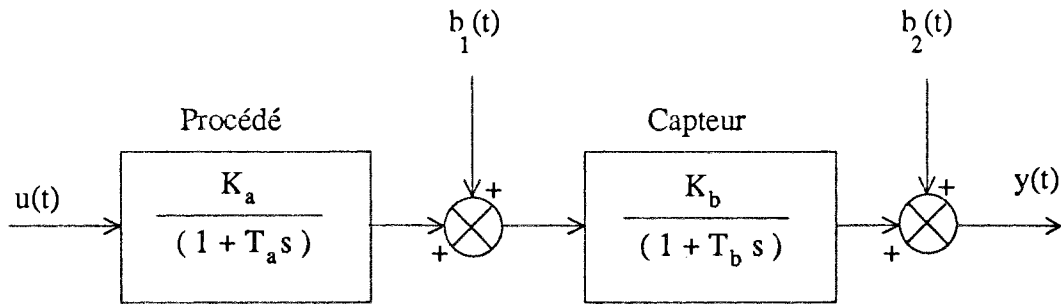


Figure 3.39 : modèle du système simulé

### ESSAIS SANS SIMULATION DE DEFAUT CAPTEUR

Pour analyser le comportement de la fonction de comparaison de variances avec un capteur fonctionnant normalement, nous avons effectué des essais avec différentes tailles de fenêtre glissante :  $N = 10, 20, \dots, 100$  et une période d'échantillonnage  $T_s/20$  constante. Ceci a été fait d'abord en régime statique du mesurande et ensuite en présence d'un régime transitoire du mesurande et, dans les deux cas, sans simulation de défaut de capteur.

Nous présentons ici les résultats obtenus à partir d'une fenêtre croissante et une fenêtre glissante de taille 10 ; le mesurande du capteur est en régime statique ( $u(t)$  constant) et aucun défaut n'est simulé ( $T_b, K_b$  restent constants durant les essais).

Sur la figure 3.40 est présentée la sortie  $y(t)$  du capteur en régime statique du mesurande.

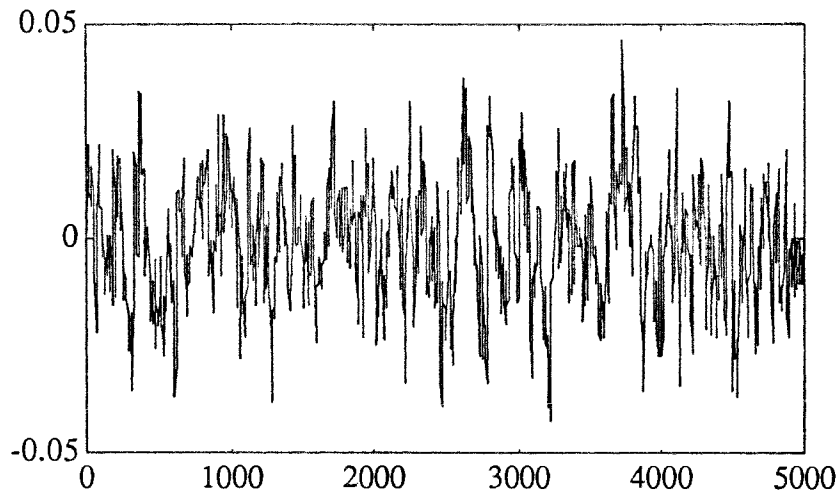


Figure 3.40 : sortie du capteur.

Pour la fonction  $f(n)$  de comparaison de variances du signal différencié calculées à partir d'une fenêtre croissante et une fenêtre glissante, nous conservons un pas de déplacement  $p$  de la taille de la fenêtre glissante  $N$  ( $N = p = 10$ ) et la variance de la fenêtre croissante est initialisée sur les 500 premiers points.

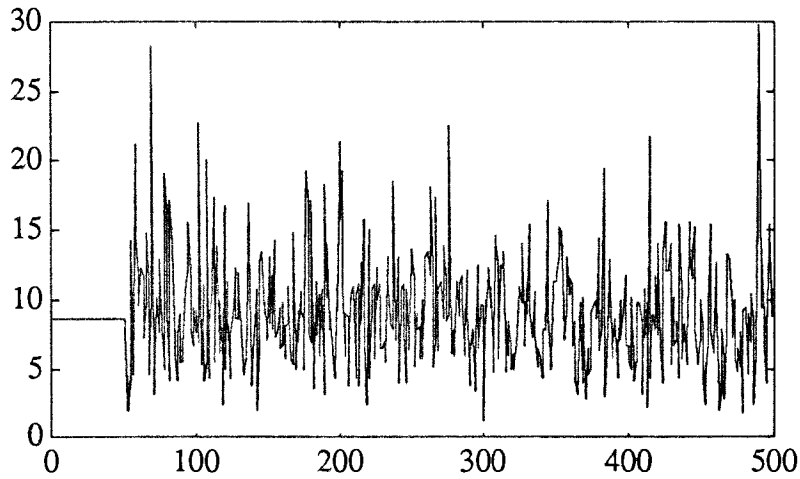


Figure 3.41 : comparaison de variances du signal calculées à partir d'une fenêtrés croissante et une fenêtré glissante de 10 points.

La somme cumulée de la fonction centrée de comparaison de variances (figure 3.42) ne présente pas de saut brutal et évolue sur une large étendue. Elle ne présente pas de variation monotone dans une direction spécifique.

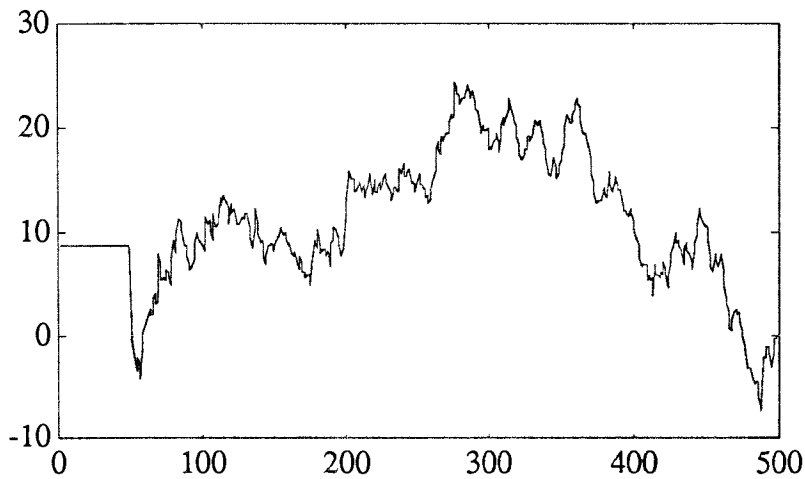


Figure 3.42 : somme cumulée de la fonction de comparaison de variances

Nous présentons également sur la figure 3.43 l'histogramme de la fonction  $f(n)$  de la figure 3.41 calculée sur dix classes. La forme de celui-ci se rapproche d'une distribution du Khi-deux.

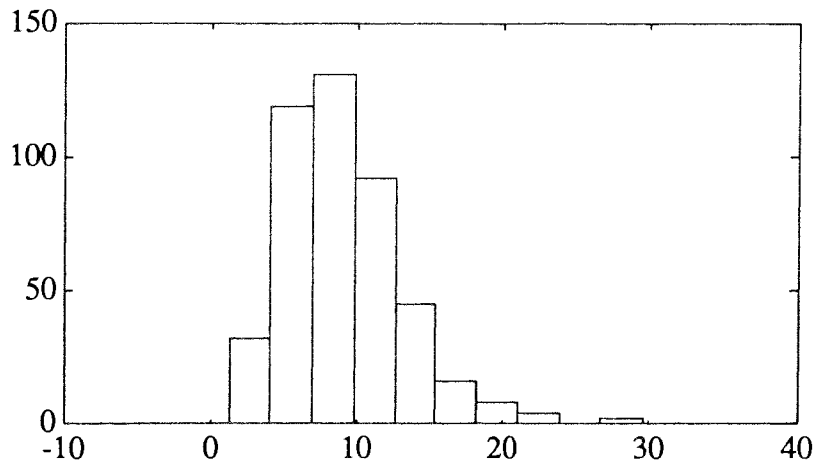


Figure 3.43 : histogramme de la fonction de comparaison de variances

Ainsi, en régime statique du mesurande et sans défaut de capteur ( $T_b$ ,  $K_b$  restent constants), pour une fenêtre croissante associée à une fenêtre glissante de 10 points, la somme cumulée de la fonction de comparaison de variances ne présente pas de monotonie mais évolue sur une étendue importante.

En augmentant la taille de la fenêtre glissante, nous obtenons une distribution de la fonction de plus en plus symétrique mais la somme cumulée évolue toujours sur une grande étendue (de l'ordre de vingt à trente fois l'écart type de la fonction).

Dans le cas où le mesurande présente un régime transitoire, sans simulation de défaut de capteur, nous avons effectué des essais pour constater que la somme cumulée de la fonction de comparaison de variances ne présente pas de variation dans une direction spécifique.

### ESSAI AVEC SIMULATION DE DEFAUT CAPTEUR

Nous avons ensuite testé la fonction dans le cas où, la sortie du capteur est en régime statique ( $u(t)$  constante) et que nous simulons un défaut sur le capteur (en modifiant la constante de temps  $T_b$  ou le gain  $K_b$  du capteur).

Nous avons effectué les essais avec différentes modifications du gain du capteur :

$$K_{b2} = 0.1 K_{b1}, 0.2 K_{b1}, \dots, 0.9 K_{b1}, 1.5 K_{b1}, 2 K_{b1}, 2.5 K_{b1}$$

Nous avons également effectué des essais avec différentes modifications de la constante de temps du capteur :

$$T_{b2} = 0.1 T_{b1}, 0.2 T_{b1}, \dots, 0.9 T_{b1}, 1.5 T_{b1}, 2 T_{b1}, 2.5 T_{b1}$$

Pour chaque modification de la constante de temps ou du gain du capteur, nous étudions le comportement de la fonction pour différentes tailles de la fenêtre glissante :

$$N = 10, 20, \dots, 100$$

Durant les essais, nous avons gardé une période d'échantillonnage  $\Delta$  constante et égale à  $T_f/20$

### Doublage de la constante de temps du capteur en régime statique

Dans le cas où le défaut est simulé par une modification de la constante de temps du capteur ( $T_{b2} = 2 T_{b1}$ ), les données à partir desquelles nous avons testé la fonction sont celles de la figure 3.44.

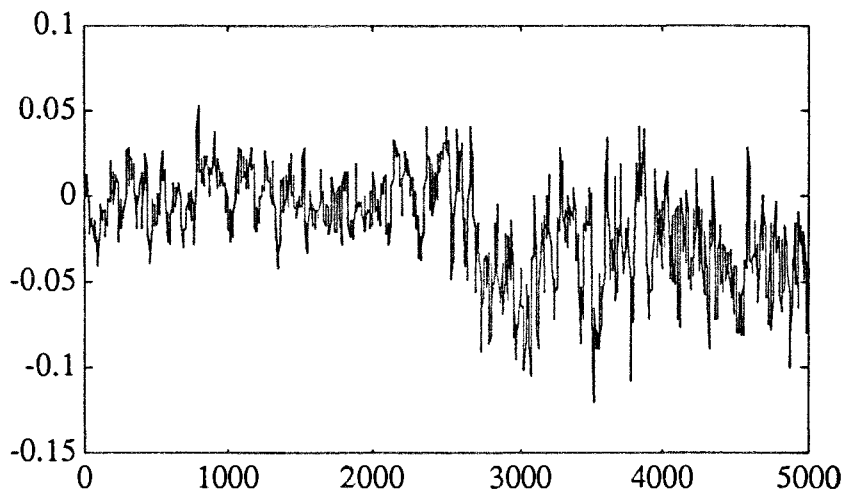


Figure 3.44 : sortie du capteur avec un saut de sa constante de temps à l'instant 2500.

Nous présentons, sur la figure 3.45, les résultats de la fonction  $f(n)$  de comparaison de variances du signal calculée à partir d'une fenêtre croissante et une fenêtre glissante de taille  $N = 10$  points, un pas de déplacement  $p$  des fenêtres de 10 et une variance du signal associée à la fenêtre croissante initialisée sur 500 points.

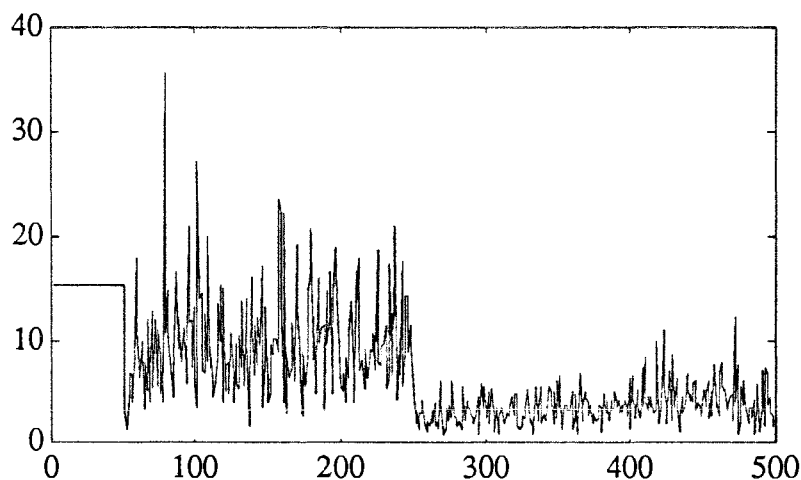


Figure 3.45 : fonction de comparaison de variances associées à une fenêtre croissante et une fenêtre glissante de 10 points. Le doublement de la constante de temps apparaît autour de l'indice 250.

La somme cumulée de la fonction centrée de comparaison de variances fait apparaître le changement de gain du capteur par une modification sensible de la pente de la courbe (figure 3.46). La détection de ce défaut peut se faire par un test séquentiel de changement de moyenne (test de Page-Hinkley - Annexe A).

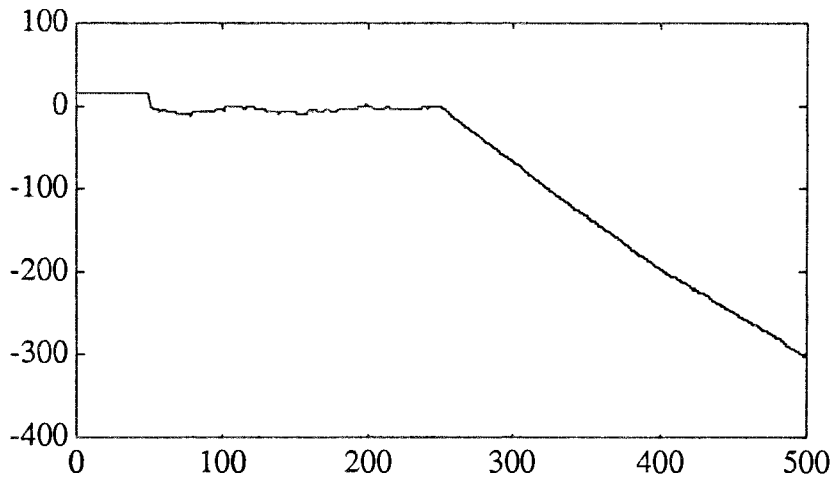


Figure 3.46 : somme cumulée de la fonction de comparaison de variances. Le doublement de la constante de temps apparaît autour de l'indice 250.

La fonction  $f(n)$  de comparaison de variances du signal calculée à partir d'une fenêtre croissante et d'une fenêtre glissante est très sensible à un défaut de capteur, même avec une fenêtre glissante de petite taille (10 à 20 points). Mais pour tester la moyenne de cette fonction, il faudra adapter les seuils de détection élevés en fonction des variations importantes que présente la fonction  $f(n)$  sans simulation de défaut (voir les essais sans simulation de défaut de capteur).

Le doublement du gain ou de la constante de temps du capteur modifie sensiblement la fonction. Sur des essais effectués à faible variation des paramètres du capteur (30 % de variation du gain), nous avons constaté que la fonction demeure très sensible.

### Doublement du gain du capteur en régime dynamique

Nous étudions maintenant le comportement de la fonction  $f(n)$  de comparaison de variances en présence d'un défaut de capteur simulé au cours du régime transitoire du mesurande. Pour cela, nous avons effectué les essais suivants.

Si  $T$  est la durée de l'essai, nous appliquons un échelon à l'instant  $\frac{T}{4}$  sur l'entrée  $u(t)$  du procédé simulé :

$$u(t) = 0 \text{ pour } t \in [0, \frac{T}{4}] \text{ et } u(t) = 1 \text{ pour } t \in [\frac{T}{4}, T]$$

Pendant le régime transitoire du mesurande, nous simulons, à l'instant  $\frac{T}{2}$ , un défaut de capteur par un changement de son gain  $K_b$ .

Nous avons représenté sur la figure 3.47 la sortie du capteur en présence d'un régime transitoire du mesurande alors que nous avons provoqué à l'indice 2500 un doublement du gain du capteur.



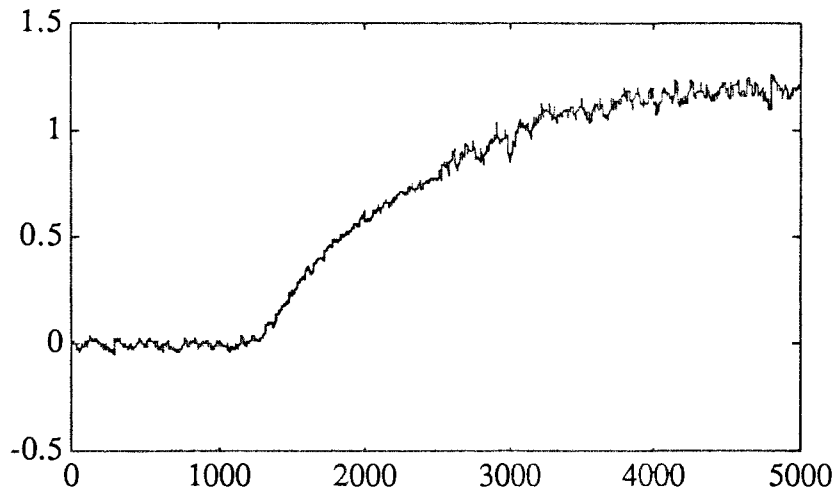


Figure 3.47 : sortie du capteur avec un doublement du gain du capteur pendant le régime transitoire du mesurande à l'indice 2500.

Nous présentons ci-dessous, les résultats de la fonction de comparaison de variances du signal obtenue à partir d'une fenêtre croissante et une fenêtre glissante de taille  $N = 10$  points. Les deux fenêtres se déplacent conjointement avec un pas de 10 points. La variance de la fenêtre croissante est initialisée sur les 500 premiers points.

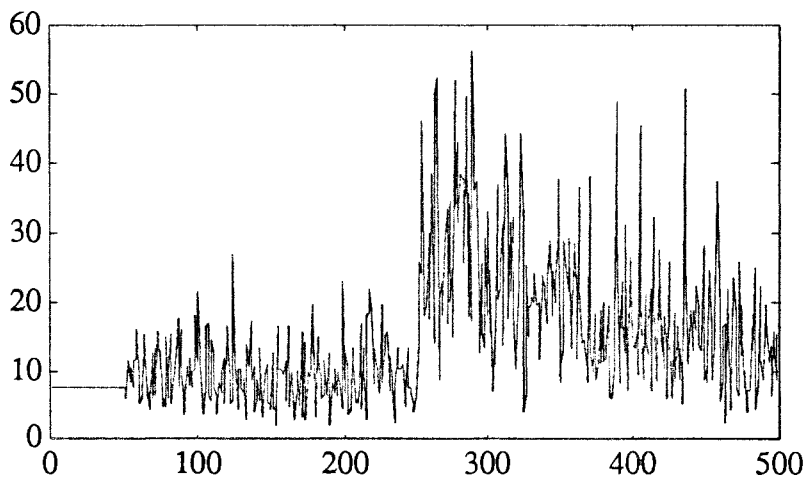


Figure 3.48 : fonction de comparaison de variances associées à une fenêtre croissante et une fenêtre glissante de 10 points. Le doublement du gain apparaît autour de l'indice 250.

La somme cumulée de la fonction centrée de comparaison de variances est indépendante du type ou du changement de régime du mesurande. Elle réagit au changement de gain par une modification sensible de sa pente. Elle est présentée sur la figure 3.49.

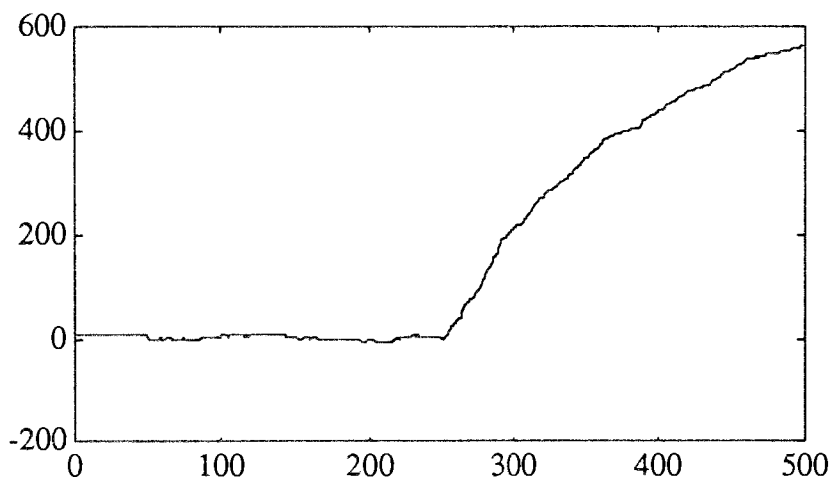


Figure 3.49 : somme cumulée de la fonction de comparaison de variances. Le doublement du gain apparaît autour de l'indice 250.

Nous avons présenté les résultats de la fonction de comparaison de variances d'un signal calculée à partir d'une fenêtre croissante et d'une fenêtre glissante pour un défaut correspondant à une modification de gain du capteur. Pour un défaut correspondant à un changement de la constante de temps nous avons obtenu des résultats similaires. Ceux-ci confirment nos constatations sur la grande sensibilité de la fonction à un défaut de capteur même en présence d'un régime dynamique du mesurande.

### III.4.1.3 Conclusions sur la fonction de comparaison de variances

La fonction de comparaison de variances d'un signal, calculée à partir d'une fenêtre croissante et d'une fenêtre glissante, nous a donné de très bons résultats pour la détection de défaut de capteur : la fonction est très sensible à un changement de l'état du capteur, réagit rapidement lorsqu'un tel changement apparaît et n'est pas perturbée par des modifications du régime de son mesurande. Les deux dernières constatations sont principalement dues à ce que la fonction est exploitable avec **une petite fenêtre glissante** (de 10 à 20 points). Une petite fenêtre diminue le retard à la détection car on utilise moins de points pour chaque calcul de la fonction de plus, elle est peu sensible à des variations de la valeur moyenne du signal différencié.

Nous reprenons dans cette conclusion la principale remarque que nous avons faite au cours des essais ; remarque importante pour une bonne exploitation de la fonction de comparaison de variances. Le test de la moyenne de cette fonction nécessite d'adapter des seuils de détection élevés de l'ordre de 20 à 30 fois l'écart type de la fonction  $f(n)$  calculée en fonctionnement normal du capteur.

## III.5 - TABLEAU RECAPITULATIF DU COMPORTEMENT DES FONCTIONS

Nous avons regroupé dans ce tableau les fonctions de comparaison de paramètres statistiques étudiées en simulation soit à partir de deux fenêtres glissantes, dans ce cas dans le tableau aucune indication n'est mentionnée à côté du nom de la fonction, soit à partir d'une fenêtre glissante et une fenêtre croissante et alors le mot "croissante" est ajouté au nom de la fonction. Certaines d'entre-elles (la comparaison de nombre de suites positives/négatives, de nombres de maxima/minima et de moyenne sur fenêtre glissante et croissante) sont citées ici mais non explicitées dans ce document car elles n'ont pas fourni de résultats exploitables. Nous avons indiqué dans ce tableau trois propriétés qui nous semblaient fondamentales pour l'exploitation d'une fonction :

- stationnarité au première ordre de la fonction lorsque le capteur ne présente pas de défaut en régime statique du mesurande,
- insensibilité aux variations du mesurande,
- sensibilité de la fonction à un défaut par une modification de sa moyenne.

fonctions	stationnarité en régime statique	insensibilité au type de régime	sensibilité à un défaut capteur
comparaison de moyennes	bonne	mauvaise	mauvaise
comparaison de variances	moyenne	bonne avec une grande fenêtre et une période d'échantillonnage bien adaptée	bonne
comparaison de coefficients de symétrie	mauvaise	bonne	mauvaise
comparaison de coefficients d'aplatissement	bonne	bonne	bonne
comparaison de nombres de suites positives/négatives	bonne	bonne	très mauvaise
comparaison de nombres de maxima/minima	bonne	bonne	très mauvaise
comparaison de moyennes avec fenêtre croissante	bonne	mauvaise	mauvaise
comparaison de variances avec fenêtre croissante	moyenne	moyenne	très bonne

### III.6 - ESSAIS SUR PROCÉDE PILOTE

Les essais effectués sur les fonctions de comparaison de paramètres statistiques portent sur différents types de capteurs. Nous énumérons ci-dessous les mesures effectuées sur ces capteurs :

- mesures de niveau dans un réservoir avec un capteur à effet capacitif ou ultrasons,
- mesures de débit volumique sur une conduite avec deux types de capteurs électromagnétiques et deux types de pompes,
- mesures de la densité d'un liquide avec un capteur à bullage.

Ces différents instruments sont décrits dans l'annexe B de ce document.

Durant nos essais, nous allons intervenir à plusieurs niveaux sur les capteurs pour simuler des pannes et surtout des amorces de défaillances. Les pannes franches étant facilement détectables et ne nous permettent pas de comparer les différentes méthodes.

Nous avons provoqué les défauts suivants :

- problèmes d'alimentation,
- altérations de l'étalonnage,
- variation du temps d'intégration du conditionneur d'un capteur,
- vibrations importantes sur un capteur nécessitant un support stable,
- perturbation électromagnétique d'un débitmètre,
- défaillance de la compensation en température d'un capteur de niveau.

Grâce à ces différents défauts, nous comparons les performances des trois fonctions qui ont fournis des résultats satisfaisants en simulation :

- fonction de comparaison de variances avec deux fenêtres glissantes,
- fonction de comparaison de coefficients d'aplatissement avec deux fenêtres glissantes,
- fonction de comparaison de variances avec une fenêtre glissante et croissante.

Nous poursuivons par la présentation de quelques exemples significatifs des sélectionnés parmi les différents cas cités ci-dessus, avant de conclure sur un classement des trois fonctions.

Dans tous les exemples, les mesures, prises avec une période d'échantillonnage adaptée au capteur, sont représentées en pourcentage de l'étendue de mesure de ce capteur. La taille et le pas de déplacement des fenêtres glissantes seront constantes. Nous avons soit deux fenêtres de 50 points avec un pas de déplacement de 10 points dans le cas de deux fenêtres glissantes ou une fenêtre glissante de 10 points avec un pas de déplacement de 10 points dans le cas où la deuxième fenêtre est une fenêtre croissante.

### III.6.1 - Problèmes d'alimentation secteur

Nous avons mal fixé les borniers d'alimentation des capteurs afin de provoquer des perturbations sous forme de micro-coupures, parasitage ou débranchement fugitif du secteur. Ces défauts sont occasionnés à la fois en régime statique et en régime dynamique.

Nous représentons sur la figure 3.50 le signal de la sortie d'un capteur de niveau placé sur un réservoir. Il indique un niveau stable de 30% de l'étendue de mesure. A partir de l'observation d'indice 2000, nous avons commencé les perturbations de l'alimentation du capteur.

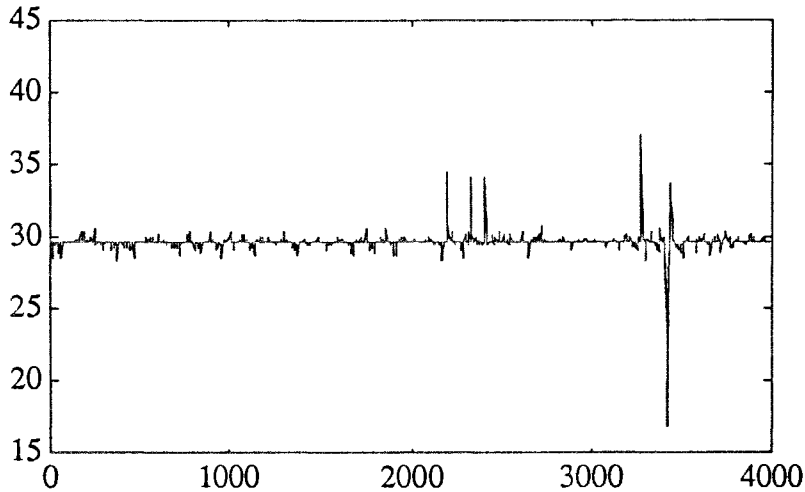


Figure 3.50 : signal de sortie d'un capteur de niveau avec perturbation de l'alimentation après l'indice 2000.

Sur cet essai, les trois fonctions de comparaison de paramètres statistiques ont permis une détection convenable de l'instant de l'apparition du défaut.

Nous montrons, pour exemple, le comportement de la fonction de comparaison de variance sur deux fenêtres glissantes de 50 points avec un pas de déplacement de 10 points. Nous obtenons ainsi à partir des 4000 mesures 400 résultats.

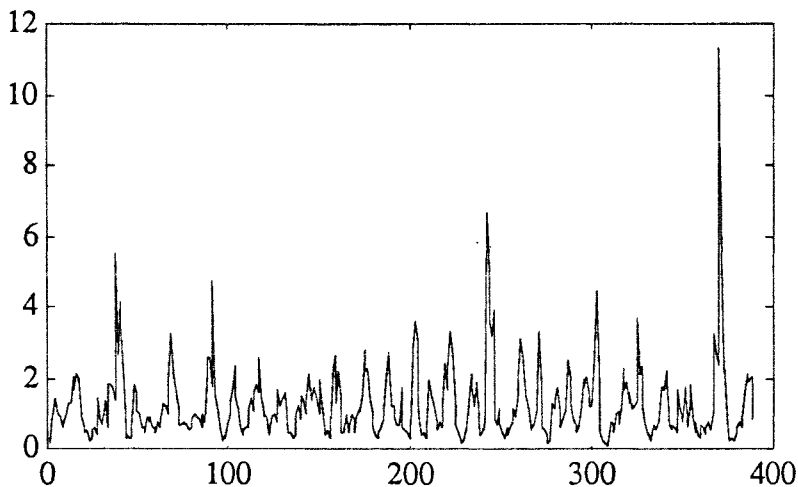


Figure 3.51 : fonction de comparaison de variances.

La somme cumulée de la fonction de comparaison de variances, présentée sur la figure 3.51, permet la détection de l'instant de l'apparition des perturbations autour de l'indice 240.

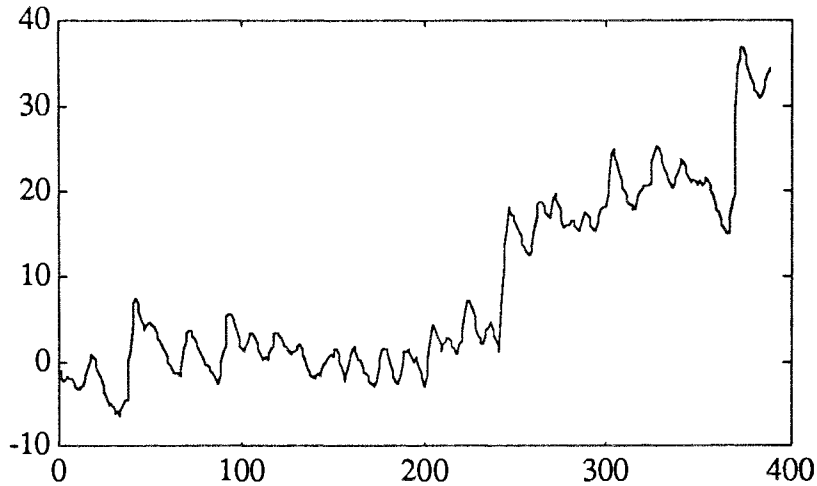


Figure 3.52 : somme cumulée de la fonction de comparaison de variances.

Pour un défaut beaucoup plus faible apparaissant dans les mêmes conditions que le cas précédent, seule la fonction de comparaison de variance sur une fenêtre croissante et une glissante permet une détection convenable.

Nous avons représenté ci-dessous le signal de sortie du capteur de niveau; il indique un niveau de 30% de l'étendue de mesure et des perturbations sont appliquées sur son alimentation secteur à partir de l'observation d'indice 2000 :

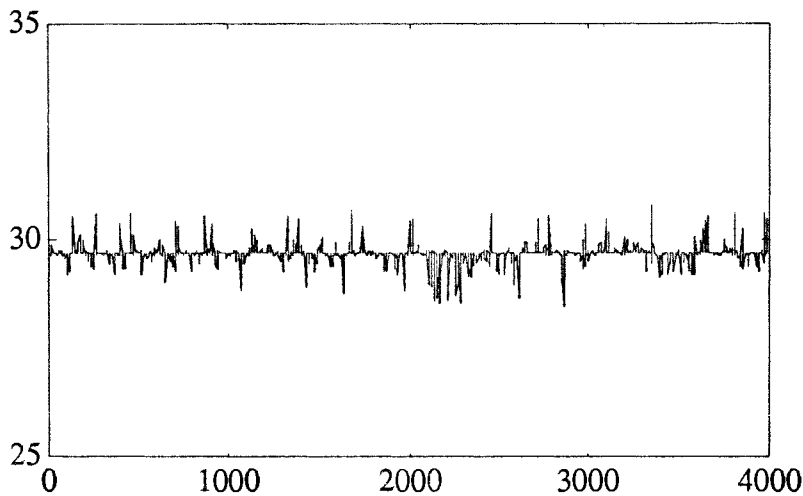


Figure 3.53 : signal de sortie d'un capteur de niveau avec perturbation de l'alimentation après l'indice 2000.

La fonction de comparaison de variance sur une fenêtre croissante et une fenêtre glissante a fourni les résultats suivants de la figure 3.54.

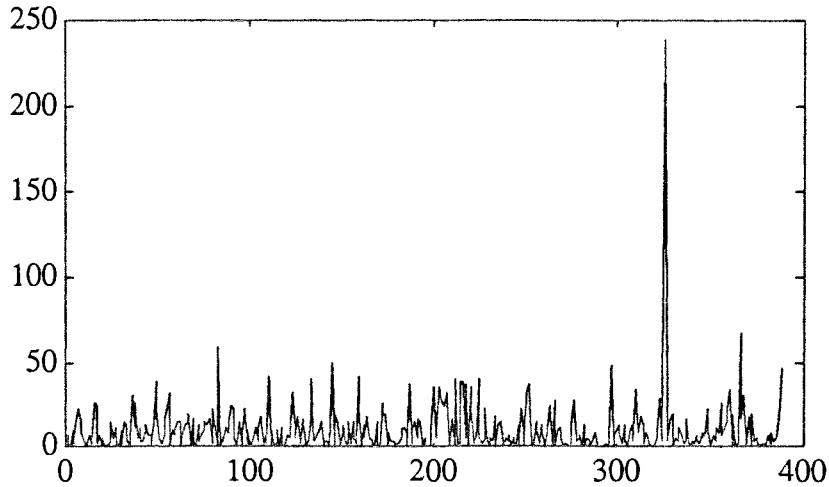


Figure 3.54 : fonction de comparaison de variances sur une fenêtre croissante et une fenêtre glissante de taille 10 points.

La somme cumulée de la fonction précédente nous montre l'instant de l'apparition du défaut et permet sa détection à l'indice 220.

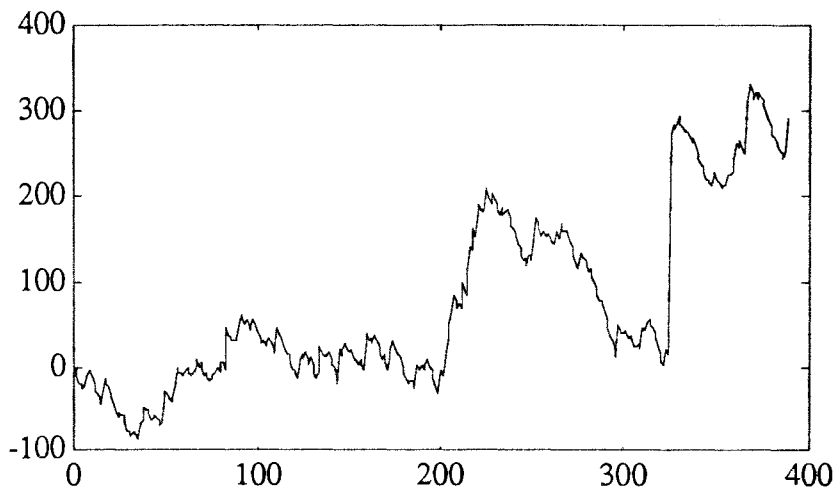


Figure 3.55 : somme cumulée de la fonction de comparaison de variances.

Mais aucune des fonctions de comparaison de paramètres statistiques n'a permis de détecter le faible défaut d'alimentation du capteur de niveau réalisé lors de la vidange d'un réservoir. Sur cet essai, représenté ci-dessous, la vidange du réservoir débute à partir de l'instant correspondant à l'indice 1000 et nous provoquons un parasitage de l'alimentation du capteur à partir de l'observation d'indice 2000.

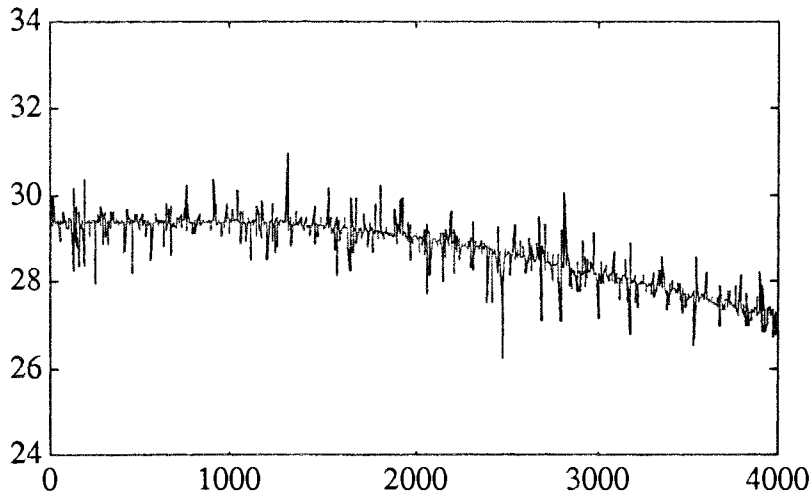


figure 3.56 : signal de niveau d'un réservoir au cours d'une vidange par pompage.

Nous présenterons au cours du IV<sup>ième</sup> chapitre de ce document des méthodes qui nous permettront de détecter des modifications aussi faibles.

Examinons maintenant d'autres types de défauts et voyons quelle sont leurs incidences sur les fonctions de comparaison de paramètres statistiques.

### III.6.2 - Altérations de l'étalonnage

Nous avons provoqué au cours de cet essai un changement de l'étalonnage pleine échelle sur un capteur de niveau indiquant le taux de remplissage d'un réservoir.

Le défaut apparaît à partir de l'observation d'indice 2000 de la figure suivante et a été détecté par deux des trois fonctions de comparaison de paramètres statistiques utilisées. Celles-ci sont la comparaison de variances sur une fenêtre croissante et une glissante, et la comparaison de coefficients d'aplatissement sur deux fenêtres glissantes.

Les mesures à partir desquelles nous avons testé les fonctions de comparaison de paramètres statistiques sont celles de la figure 3.57.

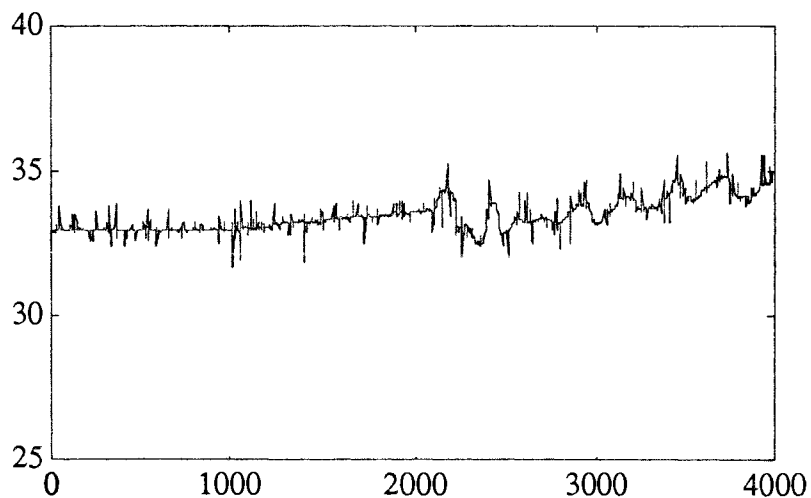


Figure 3.57 : signal de niveau d'un réservoir au cours d'un remplissage.



Nous avons représenté ci-dessous, les résultats de la comparaison de coefficients d'aplatissement sur deux fenêtres glissantes.

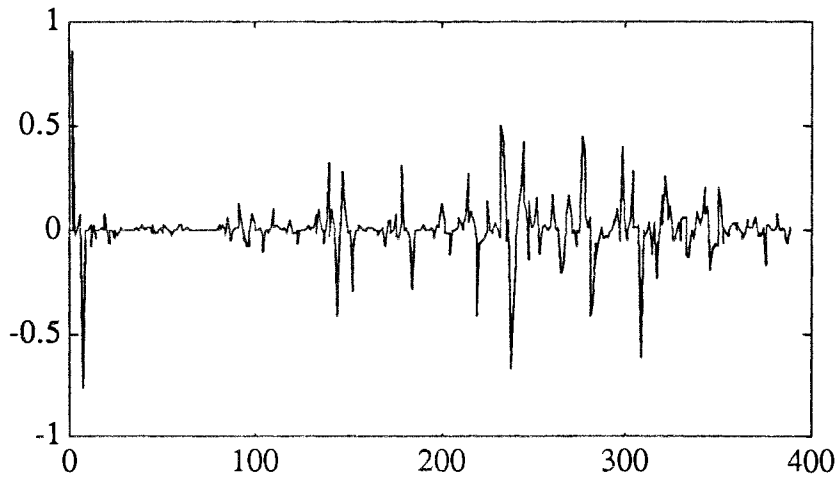


Figure 3.58 : fonction de comparaison de coefficients d'aplatissement sur deux fenêtres glissantes.

La somme cumulée de cette fonction nous permet de détecter le moment où apparaît l'altération de l'étalonnage que nous avons provoqué. Celle-ci est présentée sur la figure 3.59 où le défaut est indiqué à l'indice 220.

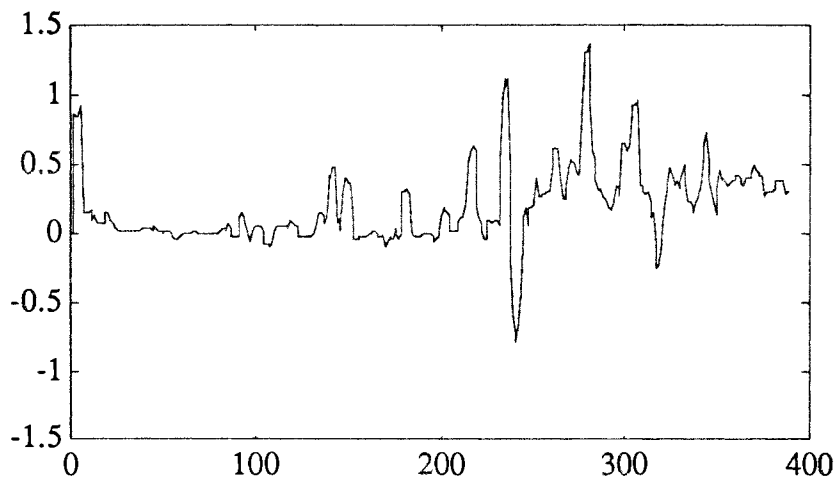


Figure 3.59 : somme cumulée de la fonction de comparaison de coefficients d'aplatissement

Dans les mêmes conditions que l'essai précédent et sur le même capteur, la modification du zéro de l'appareil n'a été détectée que par la fonction de comparaison de variances d'une fenêtre croissante et d'une fenêtre glissante.

### III.6.3 - Perturbations électromagnétiques

A l'aide d'un puissant transformateur, nous avons créé un champ magnétique dans l'environnement immédiat d'un débitmètre électromagnétique placé sur la conduite de reflux d'une pompe. Cette perturbation a été appliquée dans des conditions défavorables à sa détection : pendant un changement de régime de la pompe.

La mesure représentant cet essai se trouvent sur la figure 3.60, sur laquelle l'étendue importante de variation du mesurande ne permet pas d'observer l'instant où les perturbation agissent sur le capteur.

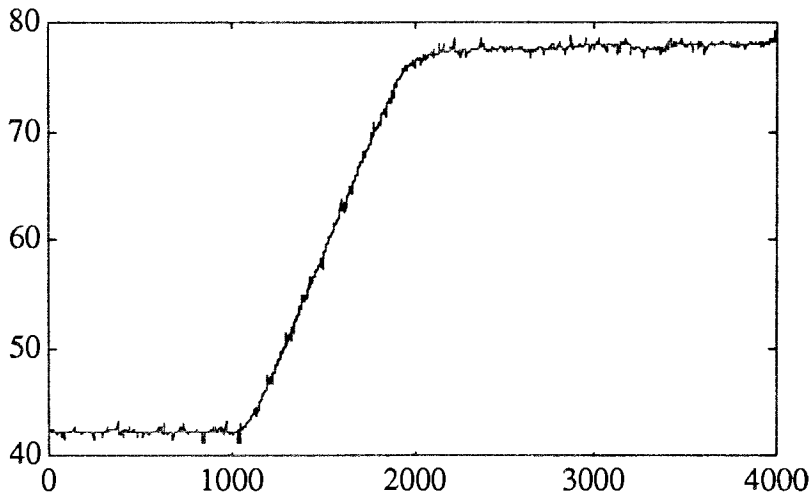


Figure 3.60 : signal de sortie d'un débitmètre soumis à des perturbations électromagnétiques à partir de l'indice 1200.

Cette perturbation est détectée par la fonction de comparaison de variances d'une fenêtre croissante et d'une fenêtre glissante dont nous présentons les résultats de la somme cumulée sur la figure 3.61.

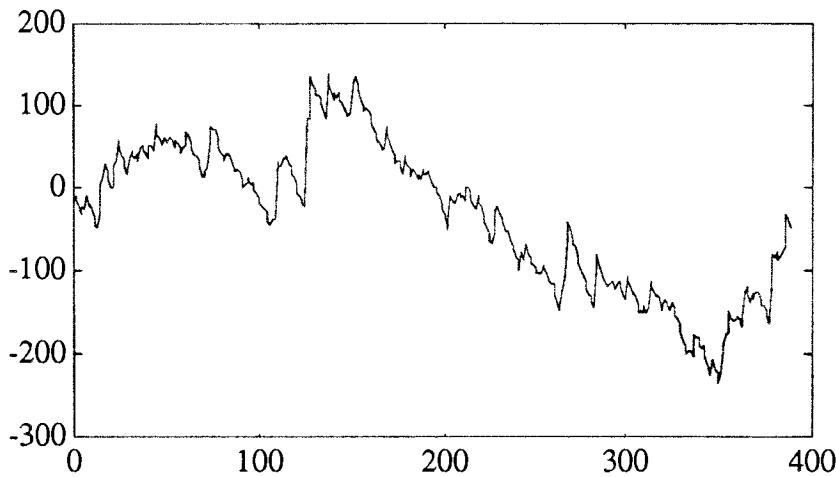


Figure 3.61 : somme cumulée de la comparaison de variance sur une fenêtre croissante et une glissante de taille 10.

Nous distinguons sur cette courbe les changements qui ont été détectés par un test séquentiel de saut de moyenne. Le premier apparaît à l'indice 125 de la figure 3.61 de la somme cumulée de la fonction ce qui correspond à l'observation d'indice 1250 de la mesure, figure 3.60.

### III.6.4 - Problèmes de vibration

Sur un capteur de pression utilisé pour la mesure de densité d'un liquide, nous provoquons des vibrations supérieur au seuil admissible qui nuisent donc au fonctionnement normal de l'instrument.

Nous représentons sur la figure 3.62 le signal de sortie du capteur pendant un régime transitoire du mesurande. Il débute à partir de l'observation d'indice 1000 alors que le défaut apparaît à partir de l'indice 2000.

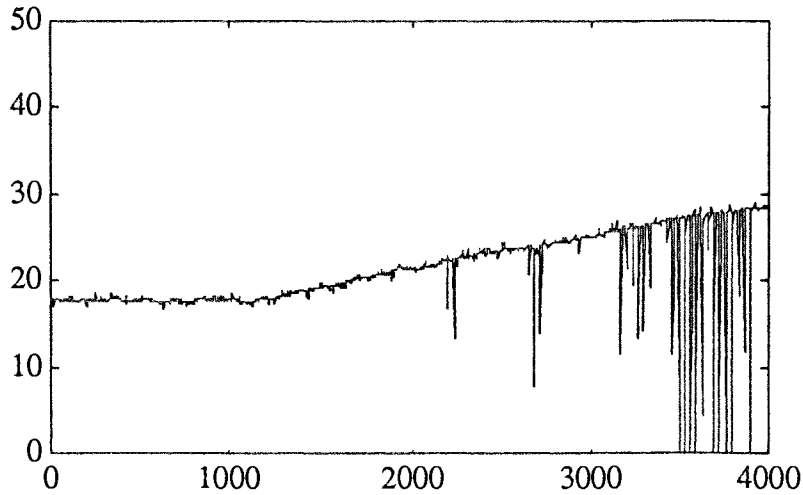


Figure 3.62 : signal de sortie d'un capteur de pression soumis à des vibrations à partir de l'indice 2200.

Sur cette essai, les trois fonctions de comparaison de paramètres statistiques ont permis une détection convenable de l'apparition du défaut. Nous avons représenté ci-dessous, le comportement de la fonction de comparaison de variances de deux fenêtres glissantes de 50 points avec un pas de déplacement de 10 points.

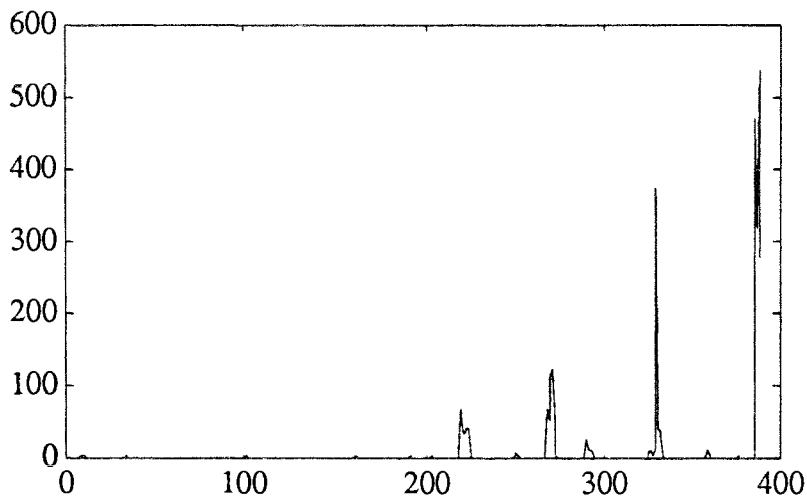


Figure 3.63 : comparaison de variances de deux fenêtres glissantes de 50 points.

La somme cumulée de la fonction de comparaison de variances du signal calculée à partir de deux fenêtres glissantes est représentée sur la figure 3.54.

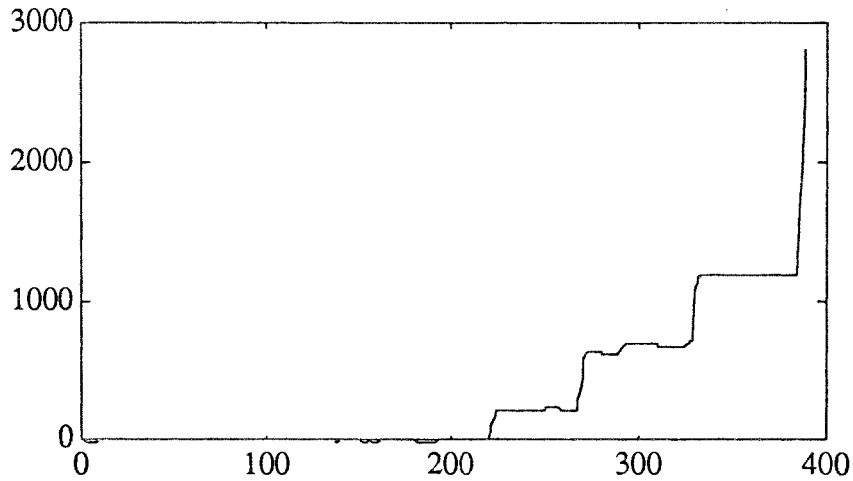


Figure 3.64 : la somme cumulée de la comparaison de variances sur deux fenêtres glissantes.

Un grand nombre d'essais n'ont pas été représentés dans ces quelques exemples, soit parce qu'aucune des fonctions n'a permis une détection convenable du défaut, soit au contraire, parce que toutes l'ont détecté.

Nous avons repris dans le résumé suivant, la majorité des essais pendant lesquelles nous avons détecté ou non la présence du défaut appliqué, pour définir un critère de performance des trois fonctions de comparaisons de paramètres statistiques.

### III.6.5 - RESUME DES ESSAIS SUR PILOTE ET CRITERES DE CHOIX D'UNE FONCTION

Dans ce résumé, nous avons regroupé les essais par type de capteur et type de défaut réalisé sur celui-ci. Pour chaque groupement, nous avons alterné, dans la mesure du possible, défauts faibles et défauts importants. Nous avons également essayé de provoquer des défauts à la fois en régime statique et en présence de régime transitoire du mesurande.

**TABLEAU RECAPITULATIF**

Type de capteur et type de défauts	Comparaison de coefficients d'aplatissement sur deux fenêtres glissantes	Comparaison de variance sur sur une fenêtre croissante et une glissante	Comparaison de de variance sur sur deux fenêtres glissantes
Densimètre. Défaut de vibration nombre d'essais : 5	détection pour 4	détection pour 5	détection pour 4
Capteur de niveau à ultra-son. Défaut échauffement nombre d'essais : 6	détection pour 3	détection pour 3	détection pour 1
Capteur de niveau à effet capacitif. Défaut échauffement nombre d'essais : 2	détection pour 0	détection pour 2	détection pour 0
Capteurs de niveau. Altérations d'étalonnage nombre d'essais : 4	détection pour 2	détection pour 3	détection pour 1
Débitmètres. défaut électromagnétique nombre d'essais : 6	détection pour 3	détection pour 4	détection pour 3
Capteur de niveau à ultra-son. Défaut alimentation nombre d'essais : 4	détection pour 2	détection pour 2	détection pour 2
Capteur de niveau à effet capacitif. Défaut alimentation nombre d'essais : 5	détection pour 3	détection pour 5	détection pour 4
Débitmètres. Défaut alimentation nombre d'essais : 8	détection pour 2	détection pour 5	détection pour 3
Nombre total d'essais : 40	nombre de bonnes détections : 19	nombre de bonnes détections : 29	nombre de bonnes détections : 18
Pourcentage de réussite :	47,5 %	72,5 %	45 %

*Il apparaît clairement au vu des résultats contenus dans ce tableau que la fonction la plus sensible est la comparaison de variances sur une fenêtre croissante et une glissante.*

*Mais si on s'intéresse plutôt à une fonction insensible à des défauts mineurs et ne nécessitant pas une réinitialisation de la fonction après une détection de défaut, les deux fonctions utilisant les fenêtres glissantes sont plus performantes avec une faible supériorité à la comparaison de coefficients d'aplatissement. En effet, en regardant de plus près les résultats du tableau, on constate que ces deux fonctions ne détectent que les défauts importants correspondant à la moitié de nos essais (d'où leur pourcentage de réussite proche de 50%).*

*On peut nettement augmenter la sensibilité des fonctions utilisant deux fenêtres glissantes en augmentant la taille des deux fenêtres ou seulement celle de l'une d'elles. Dans nos essais, pour permettre une comparaison à temps de calcul équivalent, nous avons pris les tailles des deux fenêtres glissantes égales. Il est possible d'utiliser des fenêtres glissantes de taille différente et dans ce cas, nous conseillons de prendre une fenêtre de taille moyenne (de 30 à 50 points) associée à une grande fenêtre (plus de 100 points) pour obtenir une fonction de grande sensibilité.*

## CHAPITRE IV

### DETECTION DE VARIATION DE LA DENSITE SPECTRALE

L'étude de changement dans le domaine fréquentiel d'un signal est l'objet de cette partie. Les méthodes employées sont surtout utilisées pour la détection de rupture des signaux non-stationnaires et permettent une détection précise de défaillance sur les capteurs [7], [37], [38], [39] et [40].

#### IV.1 - INTRODUCTION

Une approche de la détection de défauts de capteur consiste à distinguer des variations de la densité spectrale sur la partie du signal reflétant l'état propre du capteur (voir chapitre 3). En effet, la modification des caractéristiques du capteur, telles que son gain ou sa constante de temps, provoque des changements dans le spectre du signal de sortie du capteur.

Ce chapitre est décomposé ainsi :

- représentation des caractéristiques spectrales d'un signal aléatoire en utilisant des modèles de type ARMA,
- méthodes d'identification des paramètres de ces modèles,
- méthodes de détection de variation spectrale : on résume le signal sur deux horizons temporels distincts par un modèle de type ARMA. On compare ensuite ces deux modèles par une mesure de proximité.
- validation en simulation avec différents type de modèle ARMA, différents horizons d'observation du signal et différents type de défauts capteur,
- tests sur pilote industriel avec différents capteurs et défauts de ceux-ci.

#### IV.2 - CHOIX DE LA METHODE

Il existe de nombreuses méthodes d'analyse spectrale [1], [35] et [36] en temps réel généralement basées sur la transformée de Fourier rapide. Mais elles présentent l'inconvénient majeur, pour notre application, de ne pas permettre de comparaison statistique de résultats à partir d'une analyse en ligne sur un procédé.

Si nous nous rapportons aux chapitres précédents, il s'avère que la détection de défaillance sur un capteur nécessite de suivre le comportement de la partie aléatoire de son signal de sortie (voir chapitre 3). Si nous cherchons à expliquer ce comportement à travers un modèle, nous sommes amenés à utiliser les modèles de type ARMA (acronyme anglo-saxon de modèle autorégressif à moyenne mobile). En effet, nous pouvons représenter tout signal aléatoire à temps discret comme la sortie d'un filtre ARMA excité par du bruit blanc. Cette propriété, explicitée dans les références [35], [36] et [78], distingue dans tout signal aléatoire :

- une origine aléatoire commune à tous les signaux et prenant sa source dans le bruit blanc,

- une mise en forme, qui conditionne la répartition de la puissance en fonction de la fréquence, réalisée dans le filtre.

Notre but n'est pas de modéliser le signal, mais d'y détecter des changements ; c'est pourquoi nous n'utiliserons pas un modèle rigoureux du signal, mais un modèle simple identifié sur deux horizons temporels distincts du signal. La différence des résultats d'identification du modèle sur ces deux horizons temporels permettra de signaler un changement de caractéristiques spectrales du signal.

Avant d'aborder la comparaison de modèles ARMA identifiés sur deux horizons temporels du signal, nous donnerons un bref aperçu des propriétés de ce type de modèle et des méthodes d'identification de leur paramètres.

### IV.3 - REPRESENTATION DES MODELES ARMA, AR ET MA

Un modèle ARMA [35], [36] et [45] d'ordre p et q est défini par :

$$y(k) = \sum_{i=1}^p a_i y(k-i) + \sum_{i=0}^q b_i e(k-i) \quad (4.1)$$

où y(k) est la valeur discrète de la sortie du filtre ARMA excité par un bruit blanc centré e(k) et où les a<sub>i</sub> et b<sub>i</sub> sont les paramètres du filtre numérique. Le signal y(k) dépend donc de (p+q+2) paramètres : les (p + q + 1) coefficients du filtre et la puissance du bruit blanc P<sub>e</sub> définie ci-dessous.

La puissance de e(k) et la norme de sa densité spectrale sont représentés par la même grandeur constante (théorème de Parseval) :

$$E[e(k)^2] = P_e \quad (4.2)$$

où E est l'opérateur d'espérance mathématique.

L'équivalent en transformée en z de la relation (4.1) est donné par :

$$Y(z) = H(z) E(z) \quad (4.3)$$

où E(z) et Y(z) sont les transformées en z respectives de e(t) et y(t).

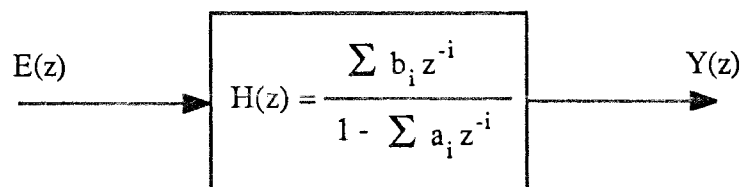


Figure 4.1 : schéma bloc d'un filtre ARMA

La fonction de transfert H(z) s'exprime sous la forme :

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} \quad (4.4)$$



Les racines du dénominateur  $A(z)$  sont les pôles du filtre et les racines du numérateur  $B(z)$  sont les zéros du filtre.

Le dénominateur  $A(z)$  de la fonction de transfert  $H(z)$  s'exprime par :

$$A(z) = 1 - \sum_{i=1}^p a_i z^{-i} \quad (4.5)$$

et en posant  $b_0 = 1$ , son numérateur  $B(z)$  s'écrit :

$$B(z) = 1 + \sum_{i=1}^q b_i z^{-i} \quad (4.6)$$

La fonction de transfert en  $z$  du modèle ARMA nous permet d'exprimer la densité spectrale du signal  $S_y(\lambda)$  en fonction des fréquences réduites  $\lambda$ . Pour cette transformation, nous nous plaçons dans le plan complexe des  $z$  sur le cercle de rayon 1 et en prenant les relations suivantes :

$$\begin{cases} z = \exp\{ 2 \pi j \lambda \} \\ \lambda = \frac{1}{2 \pi j} \text{Log}(z) \end{cases} \quad (4.7)$$

La relation de filtrage se traduit en transformée de Fourier par :

$$S_y(\lambda) = |H(\lambda)|^2 P_e \quad (4.8)$$

où  $S_y(\lambda)$  est la densité spectrale de  $y$  et  $P_e$  la puissance du bruit blanc  $e$  qui est indépendant de la fréquence  $\lambda$ .

La densité spectrale du bruit blanc  $e$  étant constante, la fonction de transfert est totalement décrite, à cette constante multiplicative près, par la donnée de ses pôles et zéros, donc par les paramètres du modèle ARMA(p,q).

Après cet aperçu sur la relation entre la densité spectrale d'un signal et son modèle ARMA, nous présentons les caractéristiques des deux parties de ce modèle que sont la partie AR et la partie MA.

Si dans le modèle 4.1 nous posons  $q = 0$ , la fonction de transfert  $H(z)$  n'a que des pôles. Dans ce cas, nous avons un modèle autorégressif, AR(p), qui s'exprime sous forme discrète par :

$$y(k) = \sum_{i=1}^p a_i y(k-i) + e(k) \quad (4.9)$$

où  $p$  est l'ordre du modèle de paramètres  $a_i$  et  $e(k)$  une séquence de bruit blanc.

Si nous posons  $p = 0$  dans l'expression 4.1, la fonction de transfert  $H(z)$  n'a que des zéros. Dans ce cas, nous avons un modèle à moyenne mobile MA(q), qui s'exprime sous forme discrète par :

$$y(k) = \sum_{i=1}^q b_i e(k-i) + e(k) \quad (4.10)$$

où q est l'ordre du modèle de paramètres  $b_i$  et  $e(i)$  une séquence de bruit blanc.

#### IV.4 - METHODES D'IDENTIFICATION

Il existe de nombreuses méthodes d'identification d'un modèle ARMA (voir références [45], [49], [50], [51], [77] et [81]), mais les contraintes d'utilisation en ligne et les délais de traitement dont nous disposons pour notre application nous limitent dans le choix des algorithmes d'identification. Nous avons donc gardé les méthodes utilisant des procédures linéaires d'estimation pour lesquelles des algorithmes rapides ont été développés. Pour la mise en oeuvre de ces méthodes nous utiliserons :

- soit un modèle autorégressif (AR) long au lieu du modèle ARMA,
- soient les équations de Yule-Walker étendues pour identifier uniquement les paramètres de la partie AR du modèle ARMA.

Nous aborderons dans les deux paragraphes suivants ces deux méthodes.

##### IV.4.1 - Méthode du modèle AR long

Dans cette méthode, nous substituons un filtre autorégressif AR(L) à un filtre de forme ARMA(p,q) en approximant ce dernier. L'ordre L du modèle AR doit être tel que  $L > p+q$ . La fonction de transfert d'un tel filtre ne présente plus que des pôles et chaque paire de pôles conjuguée est associée à une résonance du filtre autorégressif.

Si  $H(z)$  est la fonction de transfert en z d'un modèle ARMA d'ordres p et q :

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{1 + \sum_{i=1}^q b_i z^{-i}}{1 - \sum_{i=1}^p a_i z^{-i}} \quad (4.11)$$

l'approximation réalisée consiste à faire la division polynômiale :

$$\frac{A(z)}{B(z)} = 1 - d_1 z^{-1} - d_2 z^{-2} \dots - d_L z^{-L} \dots = D(z) \quad (4.12)$$

et, en négligeant les termes d'ordre supérieur à L dans ce développement limité, nous obtenons une approximation de  $D(z)$  à l'ordre L. En rapportant l'approximation de 4.12 dans 4.11, on remplace le modèle ARMA(p,q) par un modèle AR(L) de paramètres  $d_i$  :

$$H(z) = \frac{1}{D(z)} \quad (4.13)$$

soit :

$$y(k) = \sum_{i=1}^L d_i y(k-i) + e(k) \quad (4.14)$$

Dans la suite de l'exposé, pour garder une notation uniforme, les paramètres de ce modèle AR long sont notés  $a_i$  et son ordre  $p$ . Cependant, cet ordre  $p$  est sensiblement supérieur à la valeur initiale correspondant au modèle ARMA( $p,q$ ) :

$$y(k) = \sum_{i=1}^p a_i y(k-i) + e(k) \quad (4.15)$$

Dans cette expression  $e(k)$  est une séquence de bruit blanc indépendant de  $y(k-j)$  pour  $j > 0$ .

L'estimé des paramètres  $a_i$  est donné par les équations de Yule-Walker [36] qui se déduisent du calcul de la fonction d'autocorrélation du signal  $y$ . Avant de poursuivre avec ces équations, et pour clarifier l'exposé, nous présentons rapidement la définition et quelques propriétés de la fonction d'autocorrélation telle qu'elle est utilisée en traitement du signal.

La fonction d'autocorrélation [82] sous sa forme générale et non normalisée est définie pour une suite réelle  $y(i)$  par :

$$r_m = E\{ y(i) y(i-m) \} \quad (4.16)$$

où  $E$  représente l'opérateur d'espérance mathématique.

et pour un signal stationnaire et ergodique :

$$r_m = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{2n+1} \right) \sum_{i=-n}^n y(i) y(i-m) \quad (4.17)$$

De ces définitions, il résulte les propriétés suivantes :

$$r_m = r_{-m} \text{ et } |r_m| \leq r_0 \quad (4.18)$$

et si  $y(i)$  est un bruit blanc de moyenne nulle et de puissance  $P_e$ , alors :

$$r_m = P_e \delta_m \quad (4.19)$$

avec  $\delta_m$  l'impulsion de Dirac,  $\delta_m = 1$  pour  $m = 0$  et  $\delta_m = 0$  autrement.

Donc, si  $r_m$  est la valeur de la fonction d'autocorrélation en  $m$  de l'expression 4.15, nous avons :

$$r_m = E\{ y(k) y(k-m) \} = \sum_{i=1}^p a_i E\{ y(k-i) y(k-m) \} + E\{ e(k) y(k-m) \} \quad (4.20)$$

Or dans l'expression 4.20 le terme  $E\{ e(k) y(k-m) \}$  s'annule si  $m > 0$ , car la valeur prise par le bruit blanc à l'instant  $k$  est indépendante des séquences  $y(k-m)$  qui sont apparues avant elle.

Nous obtenons ainsi  $p$  équations dites de "Yule-Walker", qui permettent d'estimer les paramètres  $a_i$  d'un modèle AR( $p$ ) en calculant la fonction d'autocorrélation du signal pour  $m = 1, 2, \dots, p$  :

$$r_m = \sum_{i=1}^p a_i r_{m+i} \tag{4.21}$$

La forme matricielle des équations de Yule-Walker s'exprime selon :

$$R_{p-1} \hat{a} = r_{p-1} \tag{4.22}$$

dans laquelle chaque composante s'écrit :

$$\hat{a} = [ a_1 \ a_2 \ \dots \ a_p ]^T$$

$$r_{p-1} = \begin{bmatrix} r_{-1} \\ r_{-2} \\ \dots \\ r_{-p} \end{bmatrix}$$

$$R_{p-1} = \begin{bmatrix} r_0 & r_1 & \dots & r_{p-1} \\ r_{-1} & r_0 & \dots & r_{p-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{1-p} & \dots & \dots & r_0 \end{bmatrix}$$

$r_m$  est la valeur de la fonction d'autocorrélation du signal  $y$  en  $m$  (expression 4.17). Dans la réalité, il faut estimer cette valeur sur une suite finie de données. Sur un échantillon de  $s$  mesures  $y(i)$ , un estimateur non biaisé est le suivant :

$$r_m = r_{-m} = \frac{1}{(s - p)} \sum_{i=p+1}^s y(i) y(i-m) \tag{4.23}$$

Dans cette expression,  $p$  est l'ordre du modèle AR et  $s$  la taille de l'échantillon. Il convient de remarquer que la division par la valeur constante  $(s - p)$  n'apparaît pas comme essentielle (ce n'est qu'un facteur d'échelle pour  $r_m$ ) et peut se simplifier dans l'équation matricielle 4.22.

L'estimateur précédent de la fonction d'autocorrélation calcule chaque coefficient d'autocorrélation avec le même nombre  $(s - p)$  de termes. Ce choix d'estimateur par rapport à ceux qui utilisent au maximum toutes les données (prolongement avant et ou après du signal par  $p$  zéros) est numériquement correct si la valeur de  $p$  est négligeable par rapport à  $s$ .

Cet estimateur limite les données qu'il utilise à celles pour lesquelles un résidu peut être calculé par le modèle AR( $p$ ) ; c'est-à-dire tel que nous pouvons écrire l'expression suivante des résidus  $e(k)$ , avec  $k$  compris entre les valeurs entières 1 et  $s$  :

$$e(k) = y(k) - \sum_{i=1}^p a_i y(k-i) \tag{4.24}$$

Dans ce cas, la solution des équations de Yule-Walker est équivalente à celle obtenue par la méthode des moindres carrés (minimisant la somme des carrés des

résidus). En effet si on pose le système à (s-p) équations, représenté par l'équation matricielle :

$$X \hat{a} = Y_{s-p} \quad (4.25)$$

où les paramètres du modèle sont les éléments du vecteur  $\hat{a}$  de dimension p,

$$\hat{a} = [ a_1 \ a_2 \ \dots \ a_p ]^T$$

la matrice de dimension (s-p)\*p contient les coefficients du système,

$$X = \begin{bmatrix} y(s-1) & y(s-2) & \dots & y(s-p) \\ y(s-2) & y(s-3) & \dots & y(s-p-1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y(p) & \dots & \dots & y(1) \end{bmatrix}$$

et le vecteur  $Y_{s-p}$  de dimension (s-p) contient les mesures de l'échantillons moins les p premiers termes.

$$Y_{s-p} = [ y(s) \ y(s-1) \ \dots \ y(p+1) ]^T$$

La minimisation du critère quadratique  $J = (Y_{s-p} - X \hat{a})^T (Y_{s-p} - X \hat{a})$ , nous fournit une solution au sens des moindres carrés :

$$\hat{a} = (X^T X)^{-1} X^T Y_{s-p} \quad (4.26)$$

qui est à rapprocher de la solution des équations de Yule-Walker  $\hat{a} = R_{p-1}^{-1} r_{p-1}$ . On note

donc que  $(X^T X)^{-1} = R_{p-1}^{-1}$  et  $X^T Y_{s-p} = r$ .

Pour l'estimation des paramètres du modèle AR par la résolution des équations de Yule-Walker, l'opération onéreuse en temps de calcul est l'inversion matricielle de  $R_{p-1}$  de l'équation 4.22. Si nous désirons diminuer le temps de calcul, nous avons soit la possibilité d'utiliser les équations de Yule-Walker et de profiter de la forme spécifique de la matrice  $R_{p-1}$  (matrice symétrique de Toeplitz) pour minimiser le nombre d'opération, soit d'utiliser la méthode des moindres carrés récursive qui ne nécessite pas d'inversion matricielle.

Nous présentons ci-dessous la forme générale de l'algorithme des moindres carrés récursifs appliqué à l'estimation des paramètres d'un modèle AR. L'estimé du vecteur  $\hat{a}(k)$  contenant les paramètres du modèle est calculé à chaque itération en fonction de l'estimé à l'instant précédant réajusté par le résidu d'estimation pondéré par un gain  $K(k)$ .

$$\hat{a}(k) = \hat{a}(k-1) + K(k) [ y(k) - Y_p^T(k-1) \hat{a}(k-1) ] \quad (4.27 \ a)$$

$$K(k) = P(k-1) Y_p(k-1) [ 1 + Y_p^T(k-1) P(k-1) Y_p(k-1) ]^{-1} \quad (4.27 \ b)$$

$$P(k) = P(k-1) - P(k-1) Y_p(k-1) [ 1 + Y_p^T(k-1) P(k-1) Y_p(k-1) ]^{-1} \quad (4.27 c)$$

où  $Y_p(k-1) = [ y(k-1) y(k-2) \dots y(k-p) ]^T$

$\hat{a}(k)$  est l'estimation du vecteur  $a$  des paramètres à l'instant  $k$ ,

$K(k)$  est le gain à l'instant  $k$ ,

$P(k)$  est l'estimation de la matrice de variance-covariance de l'erreur de prédiction à l'instant  $k$ .

Pour cette algorithme récursif, il est nécessaire de préciser les valeurs initiales du vecteur  $\hat{a}(0)$  de dimension  $p$  et de la matrice  $P(0)$  de dimensions  $(p \times p)$ . La condition de convergence nous impose de choisir  $\hat{a}(0) = 0$  et  $P(0)$  une matrice diagonale avec des termes diagonaux grands (de l'ordre de  $10^6$ ). Nous conseillons au lecteur intéressé par cette méthode de consulter les ouvrages de P. Young [45] et de M. Bellanger [83].

Toutefois, en fonction de la taille  $p$  du filtre autorégressif (AR) et de la taille de l'échantillon sur lequel nous effectuons l'estimation, il est conseillé d'utiliser l'une ou l'autre des méthodes citées au dessus. En ce qui nous concerne, nous avons choisi d'estimer le paramètres du modèle AR par une inversion en bloc de la matrice  $R_{p-1}$  de l'expression 4.22 :  $\hat{a} = R_{p-1}^{-1} r_{p-1}$ .

### Remarques sur les modèles autorégressifs

Cette méthode modélise le signal par un filtre "tout pôle" ; pour des signaux réels, chaque paire de pôles conjugués est associée à une résonance du filtre autorégressif AR( $p$ ).

Lorsque les pôles sont proches du cercle unité, ils représentent, à l'échelle du temps de la mesure, des fréquences quasi pures. Ainsi, si nous cherchons  $r$  résonances (ou fréquences pures), il faut choisir  $p \geq 2r$ . Mais d'un autre côté, pour des raisons de stabilité statistique, plusieurs auteurs ont recommandé de limiter l'ordre  $p$  à  $s/2$  ou  $s/3$ ,  $s$  étant le nombre total d'échantillons du signal analysé.

### IV.4.2 - Méthode d'estimation de la partie AR du modèle ARMA

Les équations de Yule-Walker étendues donnent les coefficients de la partie AR( $p$ ) d'un modèle ARMA d'ordres  $p$  et  $q$  donnés. Les coefficients de la partie MA( $q$ ) sont ensuite estimés en fonction de la différence mesure moins partie AR.

Cet algorithme à deux étages n'est pas performant dans notre cas, car :

- d'une part l'estimation de la partie MA n'apporte pas d'information majeure pour la détection de changement des caractéristiques spectrales,

- d'autre part cette estimation est entachée à la fois de ses erreurs d'estimations et de celles dues à l'estimation de la partie AR.

Nous ne calculerons donc que la partie AR( $p$ ) en supposant qu'il existe une partie MA( $q$ ) et nous tenterons de détecter des changements expliqués par cette partie.

Soit le modèle ARMA( $p,q$ ) :

$$y(k) = \sum_{i=1}^p a_i y(k-i) + \sum_{i=0}^q b_i e(k-i) \quad (4.28)$$

La fonction d'autocorrélation en m du signal y vérifie :

$$r_m = \sum_{i=1}^p a_i E[ y(k-i) y(k-m) ] + \sum_{i=0}^q a_i b_i E[ e(k-i) y(k-m) ] \quad (4.29)$$

où E est l'opérateur d'espérance mathématique.

Dans l'expression 4.29, les termes  $E[ e(k-i) y(k-m) ]$  s'annulent si  $m > q$ , car les valeurs prises par la séquence de bruit blanc  $\{e(k) e(k-1), e(k-2)... e(k-q)\}$  sont indépendantes des séquences  $y(k-m)$  qui sont apparues avant elles.

Nous obtenons ainsi les p équations de Yule-Walker étendues qui permettent d'estimer les paramètres  $a_i$  de la partie AR d'un modèle ARMA(p,q) en calculant la fonction d'autocorrélation du signal pour  $m = q+1, q+2, \dots, q+p$ .

Nous avons donc pour  $j = 1, 2, \dots, p$  :

$$r_{q+j} = \sum_{i=1}^p a_i r_{q+j-i} \quad (4.30)$$

qui représentent les équations de Yule-Walker étendues.

L'estimation des paramètres  $a_i$  est donnée sous forme matricielle par :

$$\hat{a} = R_{(p-1,q)}^{-1} r_{(p-1,q)} \quad (4.31)$$

où chaque composante s'écrit de la façon similaire à 4.22 avec un décalage d'origine.

$$\hat{a} = [ a_1 \ a_2 \ \dots \ a_p ]^T$$

$$r_{(p-1,q)} = \begin{bmatrix} r_{q+1} \\ r_{q+2} \\ \dots \\ r_{q+p} \end{bmatrix}$$

$$R_{(p-1,q)} = \begin{bmatrix} r_q & r_{q-1} & \dots & r_{q-p+1} \\ r_{q+1} & r_q & \dots & r_{q-p+2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{q+p-1} & \dots & \dots & r_q \end{bmatrix}$$

Nous pouvons obtenir une meilleure estimation des paramètres  $\hat{a}$  si nous utilisons N équations au lieu de p dans le système 4.31 avec  $N > p$ .

De façon expérimentale, nous montrons que nous obtenons des résultats consistants pour  $N \approx 3p$ .

Nous estimons alors  $\hat{a}$  par la pseudo-inverse :

$$\hat{a} = (R_{(N-1,q)}^T R_{(N-1,q)})^{-1} R_{(N-1,q)}^T \Gamma_{(N-1,q)} \quad (4.32)$$

dans laquelle chaque composant s'écrit de la façon suivante :

$$R_{(N-1,q)} = \begin{bmatrix} \Gamma_q & \Gamma_{q-1} & \dots & \Gamma_{q-p+1} \\ \Gamma_{q+1} & \Gamma_q & \dots & \Gamma_{q-p+2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Gamma_{q+N-1} & \dots & \dots & \Gamma_{q+N-p} \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_{(p-1,q)} = \begin{bmatrix} \Gamma_{q+1} \\ \Gamma_{q+2} \\ \dots \\ \Gamma_{q+N} \end{bmatrix}$$

$$\hat{a} = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_p]^T$$

où les  $a_i$  sont les estimations des paramètres de la partie AR(p) du modèle ARMA(p,q) et les  $\Gamma_i$  ceux de la fonction d'autocorrélation de  $y$  en  $i$ .

La méthode d'estimation de la partie AR d'un modèle ARMA en utilisant les équations de Yule-Walker étendues est équivalente à une variante de la méthode de moindres carrés pour l'estimation d'un modèle autorégressif : la méthode de la variable instrumentale (IV) par l'utilisation d'un vecteur à observation retardée (voir les travaux de Söderström et Stoïca [49] et [50]).

Dans les références [45] et [81], sont développées des algorithmes récursifs d'estimation des paramètres par la méthode de la variable instrumentale ; ces algorithmes sont du même type que l'algorithme des moindres carrés récursif.

Durant nos essais, nous avons estimé les paramètres de la partie AR d'un modèle ARMA par une simple inversion en bloc de la matrice de l'expression 4.32.

#### IV.5 - METHODES DE DETECTION DE VARIATION DE DENSITE SPECTRALE

Pour la détection des variations des caractéristiques spectrales de la partie aléatoire du signal de sortie d'un capteur, nous identifions les paramètres, soit d'un modèle AR long, soit de la partie AR d'un modèle ARMA sur deux horizons temporels différents de ce signal. Les résultats de l'identification sont ensuite comparés par le biais d'une mesure de proximité ou de contraste [46] et [60].



#### IV.5.1 - Horizons d'observation

Les deux horizons temporels d'observation de la partie aléatoire du signal de sortie d'un capteur sont distingués par leur taille :

- un horizon long constitué soit par une grande fenêtre glissante, soit par une fenêtre croissante (voir paragraphe II.5),

- un horizon court constitué par une petite fenêtre glissante (petite relativement à la taille de la fenêtre précédente).

Les deux fenêtres utilisées sont disposées l'une par rapport à l'autre de telle sorte que leurs bornes droites soient confondues (voir figures 4.2 et 4.3). Cette disposition nous permet de comparer les résidus des estimations des deux modèles à chaque pas de déplacement des fenêtres.

Pour deux fenêtres glissantes 1 et 2, de tailles respectives  $N_1$  et  $N_2$ , se déplaçant conjointement d'un pas  $p'$ , la figure suivante illustre la disposition et la taille des fenêtres :

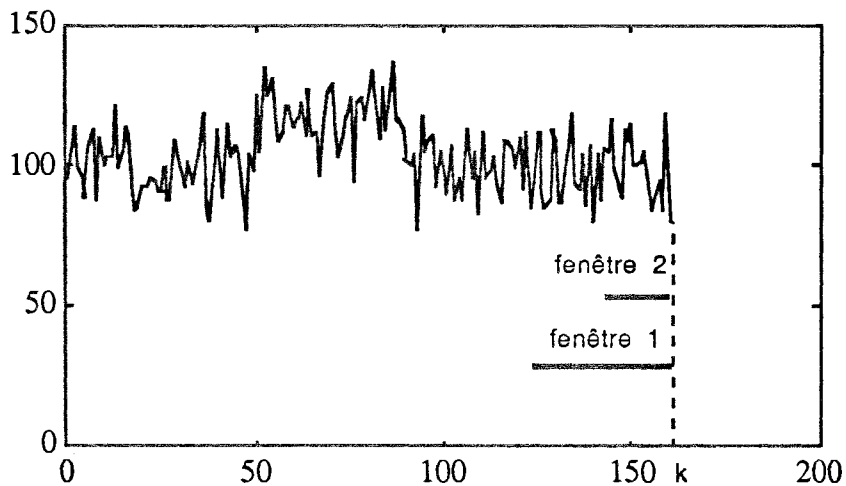


figure 4.2 : deux fenêtres glissantes,  $k$  l'instant courant.

Le pas de déplacement des fenêtres glissantes correspond au nombre de mesures effectuées entre deux tests consécutifs de la comparaison des résultats d'identification des modèles des fenêtres 1 et 2.

Pour une fenêtre croissante 1 et une fenêtre glissante 2 de taille  $N_2$ , les deux fenêtres se déplaçant conjointement d'un pas  $p'$ , la figure ci-dessous illustre leur position relative :

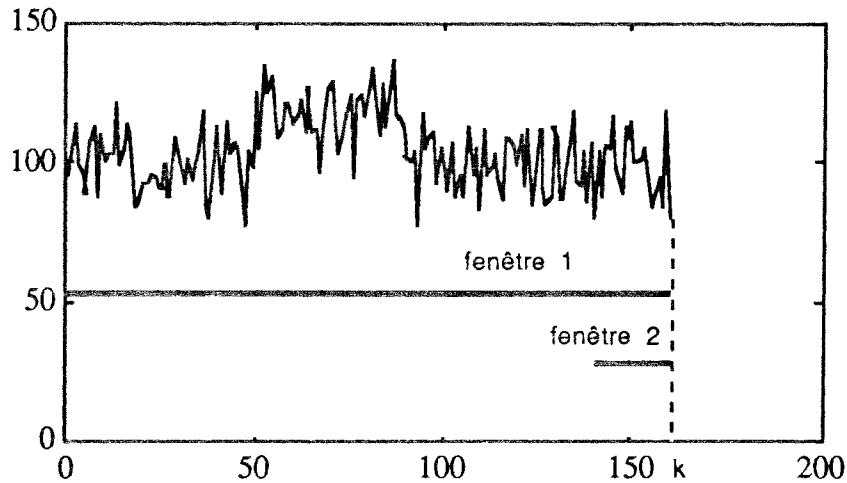


figure 4.3 : une fenêtre glissante et une fenêtre croissante, k l'instant courant.

Pour appliquer à des fenêtres glissantes ou croissantes les méthodes d'identification que nous avons exposées au paragraphe précédent, nous considérons que les mesures du signal contenues dans une fenêtre représentent les données d'un échantillon. Donc les tailles N1 ou N2 pour des fenêtres glissantes ou k pour une fenêtre croissante sont équivalentes à la dimension s d'un échantillon.

Ainsi, pour l'identification des paramètres d'un modèle AR long, nous utilisons les procédures exposées au paragraphe IV.4.1 ; pour l'identification des paramètres de la partie AR d'un modèle ARMA, celles du paragraphe IV.4.2. Il faudra dans les deux cas modifier uniquement les bornes de sommation pour l'estimation de la fonction d'autocorrélation du signal discrétisé (formule 4.23).

La fonction d'autocorrélation en m du signal  $\Delta y$  sur une fenêtre glissante de taille N est calculée de la façon suivante :

$$r_m = \frac{1}{(N - p)} \sum_{i=p}^{N-1} \Delta y(k-i) \Delta y(k-i+m) \quad (4.33)$$

Rappelons que le signal utilisé, représenté par  $\Delta y$ , est issu de la différence des mesures consécutives du signal original de la sortie du capteur (voir chapitre II). La valeur N est la taille de la fenêtre, k l'instant courant et p l'ordre d'un modèle AR long ou de la partie AR d'un modèle ARMA.

La fonction d'autocorrélation en m du signal  $\Delta y$  sur une fenêtre croissante est calculée de la façon suivante :

$$r_m = \frac{1}{(k - p)} \sum_{i=p}^{k-1} \Delta y(k-i) \Delta y(k-i+m) \quad (4.34)$$

où k est l'instant courant et p l'ordre d'un modèle AR long ou de la partie AR d'un modèle ARMA.

Dans les expressions 4.33 et 4.34, il n'est pas utile d'effectuer les divisions par les facteurs (N - p) et (k - p) qui représentent des facteurs d'échelle et se simplifient des deux membres des équations 4.21 et 4.30, utilisées pour l'estimation des paramètres des modèles.

Présentons maintenant les moyens qui nous ont permis de comparer les résultats de deux identifications d'un modèle autorégressif. Ces deux modèles sont issus de deux horizons temporels distincts du signal : soit deux fenêtres glissantes de taille différentes, soit une fenêtre croissante et une fenêtre glissante.

#### IV.5.2 - Mesure de proximité entre les paramètres de modèles AR

Il existe de nombreuses mesures de proximité ou de contraste qui permettent de comparer les coefficients d'un modèle afin de détecter des modifications spectrales [60]. Dans ce paragraphe, nous citons quelques unes de ces mesures et nous détaillons celles qui nous ont servies dans les paragraphes suivants.

- La distance euclidienne pondérée entre les coefficients de deux modèles AR est définie par :

$$d_1[1 : 2] = \sqrt{\sum_{i=1}^p w_i (a_{1,i} - a_{2,i})^2} \quad (4.35)$$

Dans l'expression 4.35, la grandeur  $w_i$  est la pondération associée aux paramètres  $a_{1,i}$  et  $a_{2,i}$  des modèles autorégressifs 1 et 2 (voir expression 4.1 et 4.45).

- La distance cepstrale [43] est définie par :

$$d_2[1 : 2] = \sqrt{\sum_{i=-\infty}^{+\infty} (c_{1,i} - c_{2,i})^2} \quad (4.36)$$

où les  $c_{1,i}$  sont les coefficients du cepstre énergétique des signaux 1 et 2. Ils sont définis par les logarithmes de leur densité spectrale :

$$\log_e \{ S_1(\lambda) \} = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} c_{1,i} \exp[-j(i\lambda)] \quad (4.37a)$$

$$\log_e \{ S_2(\lambda) \} = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} c_{2,i} \exp[-j(i\lambda)] \quad (4.37b)$$

Dans les expressions 4.37a et 4.37b,  $S_1(\lambda)$  et  $S_2(\lambda)$  caractérisent les densités spectrales des signaux obtenus à partir des modèles autorégressifs 1 et 2. La relation définie en 4.7 permet de passer du modèle AR à l'expression de sa densité spectrale  $S(\lambda)$ . Une approximation raisonnable de 4.36 est donc obtenue en limitant les séries  $c_{1,i}$  et  $c_{2,i}$  à l'ordre  $p$  du modèle AR.

- La distance de Chernoff [68] est définie par :

$$d_3[1 : 2 ; \tau] = \log_e \left\{ \int g_1(y(k)/Y_{k-1})^\tau g_2(y(k)/Y_{k-1})^{1-\tau} dy(k) \right\} \quad (4.38)$$

Dans l'expression 4.38,  $\tau$  est un réel compris entre 0 et 1,  $g_1$  et  $g_2$  sont respectivement les distributions conditionnelles des observations 1 et 2. Cette distance a

été employée par U. Appel et A.V. Brand [68] pour la segmentation de signaux stationnaires grace à l'hypothèse simplificatrice de deux distributions  $g_1$  et  $g_2$  gaussiennes.

• Le logarithme du rapport de vraisemblance entre les deux distributions conditionnelles des observations [60] est défini par :

$$d_4[1 : 2] = \log_e \left\{ \frac{g_2(y(k)/Y_{k-1})}{g_1(y(k)/Y_{k-1})} \right\} \quad (4.39)$$

où  $g_1$  et  $g_2$  sont respectivement les distributions conditionnelles des observations 1 et 2 (nous détaillons cette expression dans le paragraphe IV.5.2.1).

• L'information de Kullback 4.40 et la divergence de Kullback 4.41 entre les deux distributions conditionnelles des observations [31] et [60] sont définies par :

$$d_5[1 : 2] = \int g_1(y(k)/Y_{k-1}) \log_e \left\{ \frac{g_2(y(k)/Y_{k-1})}{g_1(y(k)/Y_{k-1})} \right\} dy(k) \quad (4.40)$$

$$d_6[1 : 2] = \int g_1(y(k)/Y_{k-1}) \log_e \left\{ \frac{g_2(y(k)/Y_{k-1})}{g_1(y(k)/Y_{k-1})} \right\} dy(k) + \log_e \left\{ \frac{g_2(y(k)/Y_{k-1})}{g_1(y(k)/Y_{k-1})} \right\} \quad (4.41)$$

où  $g_1$  et  $g_2$  sont respectivement les distributions conditionnelles des observations 1 et 2 (nous détaillons ces expressions dans le paragraphe IV.5.2.2).

L'information de Kullback et la divergence de Kullback ont été étudiées par N. Ishi, A. Iwata et N. Suzumura [40] pour mesurer la proximité entre les densités spectrales de signaux stationnaires et non-correlées. Les expressions 4.39 et 4.41 ont été utilisées par M. Basseville [60] dans un domaine plus large de comparaison de modèles de signaux non-stationnaires.

Les deux dernières mesures, la divergence de Kullback et le logarithme du rapport de vraisemblance, nous ont donné les meilleurs résultats en simulation. Elles peuvent être utilisées en temps réel avec des hypothèses simplificatrices.

Dans une étude portant sur ces mesures, M. Basseville et A. Benveniste [60] montrent que la mesure répondant au mieux aux propriétés de :

- peu de fausses alarmes,
- faibles délais de détection,
- détection symétrique (c'est-à-dire performance comparable pour un changement de modèle de  $A \rightarrow B$  et  $B \rightarrow A$ ),

est la divergence de Kullback.

### IV.5.2.1 - Le logarithme du rapport de vraisemblance

Nous reprenons l'expression 4.39 du logarithme du rapport de vraisemblance entre les deux distributions conditionnelles que nous notons  $T'(k)$  :

$$T'(k) = \log_e \left\{ \frac{g_2(y(k)/Y_{k-1})}{g_1(y(k)/Y_{k-1})} \right\} \quad (4.42)$$

$g_1$  et  $g_2$  sont respectivement les vraisemblances des modèles 1 et 2,  $y(k)$  est la mesure à l'instant  $k$  et  $Y_{k-1}$  est le vecteur des observations passées défini par :  $Y_{k-1} = [y(k-1) \ y(k-2) \ \dots \ y(1)]^T$ .

Le rapport de vraisemblance calculé ici nous montre en fait le degré de ressemblance des modèles autorégressifs 1 et 2 estimés sur des horizons temporels différents.

Sous l'hypothèse simplificatrice que les deux lois de probabilités conditionnelles  $g_1$  et  $g_2$  sont gaussiennes, ils sont données par :

$$g_1(y(k)/Y_{k-1}) = \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ - \frac{[y(k) - \sum_{i=1}^p a_{1,i} y(k-i)]^2}{2\sigma_1^2} \right\} \quad (4.43)$$

$$g_2(y(k)/Y_{k-1}) = \frac{1}{\sigma_2 \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ - \frac{[y(k) - \sum_{i=1}^p a_{2,i} y(k-i)]^2}{2\sigma_2^2} \right\} \quad (4.44)$$

où les  $a_{1,i}$  et les  $a_{2,i}$  sont les estimées des paramètres des modèles autorégressifs AR(p) calculés respectivement sur les fenêtres 1 et 2,

$\sigma_1^2$  est la variance du signal fixée à l'avance ou son estimé calculé sur la fenêtre 1, c'est-à-dire soit la fenêtre croissante, soit la grande fenêtre glissante,

$\sigma_2^2$  est l'estimation de la variance sur la fenêtre 1, c'est-à-dire la petite fenêtre glissante.

Si  $e_1(k)$  et  $e_2(k)$  sont respectivement les termes d'innovation des modèles 1 et 2 à l'instant  $k$ , calculés à partir des fenêtres 1 et 2. Ils sont donnés par :

$$\begin{cases} e_1(k) = y(k) - \sum_{i=1}^p a_{1,i} y(k-i) \\ e_2(k) = y(k) - \sum_{i=1}^p a_{2,i} y(k-i) \end{cases} \quad (4.45)$$

le logarithme du rapport de vraisemblance s'exprime alors sous la forme suivante en utilisant 4.43, 4.44 et 4.45 dans 4.42 :

$$T'(k) = \frac{1}{2} \log_e \left( \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \right) + \frac{e_1^2(k)}{2\sigma_1^2} - \frac{e_2^2(k)}{2\sigma_2^2} \quad (4.46)$$

Dans leur étude portant sur cette distance, M. Basseville et A. Benveniste montrent que l'espérance conditionnelle de  $T'(k)$  sous l'hypothèse  $H_0$  de non changement est telle que :

$$E_{H_0}[T'(k) / Y_{k-1}] < 0 \quad (4.47)$$

Sous l'hypothèse  $H_1$  d'apparition d'un changement elle est, au contraire :

$$E_{H_1}[T'(k) / Y_{k-1}] > 0 \quad (4.48)$$

L'espérance conditionnelle  $T'(k)$  a une variance qui s'exprime en  $\frac{1}{N}$ , où  $N$  est la taille de la fenêtre glissante.

Le logarithme du rapport de vraisemblance entre les distributions conditionnelles des observations, défini dans ce paragraphe, permet donc de comparer les résultats de l'identification d'un modèle autorégressif, obtenus à partir de deux horizons temporels différents. La décision d'égalité ou d'inégalité des deux représentations repose sur le test de la valeur moyenne de cette mesure.

#### IV.5.2.2 - La divergence de Kullback

Nous reprenons l'expression 4.41 de la divergence de Kullback entre les distributions conditionnelles des observations que nous notons  $T''(k)$  :

$$T''(k) = \int g_1(y(k)/Y_{k-1}) \log_e \left\{ \frac{g_2(y(k)/Y_{k-1})}{g_1(y(k)/Y_{k-1})} \right\} dy(k) + \log_e \left\{ \frac{g_2(y(k)/Y_{k-1})}{g_1(y(k)/Y_{k-1})} \right\} \quad (4.49)$$

$g_1$  et  $g_2$  sont respectivement les vraisemblances des modèles 1 et 2,  $Y_{k-1}$  est le vecteur des observations passées défini par :  $Y_{k-1} = [y(k-1) \ y(k-2) \ \dots \ y(1)]^T$ .

La modélisation par un modèle autorégressif AR(p) consiste à maximiser l'entropie du signal pour l'ordre  $p$  fixé. Cette entropie exprime le degré d'organisation (ou de désordre) du signal et la divergence de Kullback tient compte de l'entropie simple et mutuelle des résidus de chaque modèle.

Dans le cas de l'hypothèse gaussienne des deux lois de probabilité conditionnelles  $g_1$  et  $g_2$  (expression 4.43, 4.44 et 4.45), la divergence de Kullback expression 4.49, s'exprime alors (au signe près) sous la forme :

$$T''(k) = \frac{1}{2} \left[ -2 \frac{e_1(k) e_2(k)}{\sigma_2^2} + \left( 1 + \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \right) \frac{e_1^2(k)}{\sigma_1^2} - 1 + \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \right] \quad (4.50)$$

où  $e_0(k)$  et  $e_1(k)$  sont respectivement les termes d'innovation des modèle 1 et 2 à l'instant  $k$ , calculés à partir des fenêtres 1 et 2. Ils sont donnés par les expressions définies en 4.45.

Dans leur étude portant sur la divergence de Kullback, M. Basseville et A. Benveniste montrent que l'espérance conditionnelle de  $T''(k)$  sous l'hypothèse  $H_0$  de non changement est telle que :

$$E_{H_0}[T''(k) / Y_{k-1}] = 0 \quad (4.51)$$

Sous l'hypothèse  $H_1$  d'apparition d'un changement elle est :

$$E_{H_1}[T''(k) / Y_{k-1}] > 0 \quad (4.52)$$

L'espérance conditionnelle  $T''(k)$  a une variance qui s'exprime en  $\frac{1}{N}$ , où  $N$  est la taille de la fenêtre glissante.

La mesure de contraste au sens de la divergence de Kullback nous permet de comparer les résultats de l'identification d'un modèle autorégressif obtenus à partir de deux horizons temporels différents des observations du signal. La décision d'égalité ou d'inégalité des deux représentations repose sur le test de la valeur moyenne de cette mesure.

Dans une étude comparative [60] de différentes mesures de contrastes ou de proximité, M. Basseville montre que l'on peut accorder une plus grande fiabilité à la détection de changement de la valeur moyenne de la divergence de Kullback comparée au rapport de vraisemblance défini plus haut.

Pour la suite de l'exposé, nous étudions le comportement en simulation de la divergence de Kullback et du logarithme de rapport de vraisemblance calculés avec un modèle AR long ou la partie AR d'un modèle ARMA sur différentes fenêtres d'observation du signal.

Pour la suite de l'exposé, nous étudions le comportement en simulation de la divergence de Kullback et du logarithme de rapport de vraisemblance calculés avec des modèles de types ARMA sur différents fenêtres d'observation du signal.

#### IV.6 - TESTS EN SIMULATION

Pour tester en simulation les méthodes de détection de changement de caractéristiques spectrales du signal aléatoire de sortie d'un capteur, nous utilisons le système défini plus haut (chapitre III). Il est, rappelons le, composé d'un procédé et d'un capteur modélisés par deux fonctions de transfert du premier ordre.

- La fonction de transfert du procédé a un gain  $K_a$  et une constante de temps  $T_a$ .
- La fonction de transfert du capteur a un gain  $K_b$  et une constante de temps  $T_b$ .

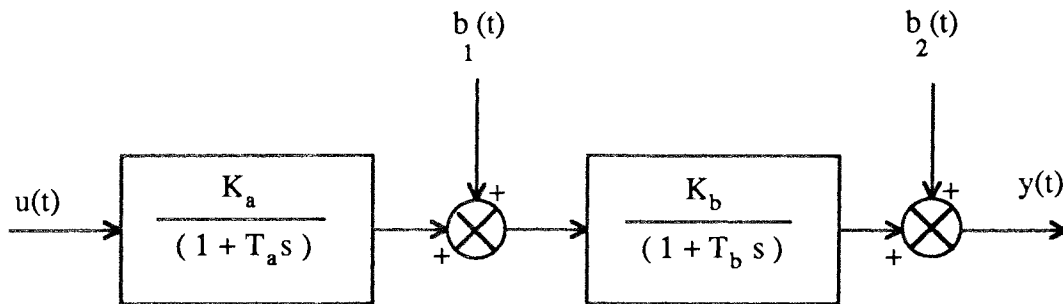


Figure 4.4 : modèle du système simulé

A l'entrée du capteur est appliquée la sortie du procédé perturbée par un bruit gaussien  $b_1(t)$  et sur le signal de sortie du capteur, nous ajoutons un second bruit gaussien  $b_2(t)$ .

Enfin le signal utilisé pour la détection de défauts est la sortie du capteur qui a été différenciée une fois.

Nous conserverons les grandeurs suivantes durant la simulation :

- $T_b = T_a/20$ ,
- le rapport du bruit sur le signal à l'entrée du capteur est de 1/100,
- la période d'échantillonnage est définie selon  $\Delta = T_b/n$  avec  $n > 2$ .

Les défauts simulés sont basés sur la modification des paramètres de la fonction de transfert du capteur à un instant fixe :

$$\begin{cases} T_b = T_{b1} \text{ avant le défaut} \\ T_b = T_{b2} \text{ après le défaut} \end{cases}$$

et

$$\begin{cases} K_b = K_{b1} \text{ avant le défaut} \\ K_b = K_{b2} \text{ après le défaut} \end{cases}$$



#### IV.6.1 - Utilisation d'un modèle autorégressif (AR) long

Nous exposons les résultats du calcul de la divergence de Kullback et du rapport de vraisemblance pour un modèle autorégressif (AR) long (cf. paragraphes IV.4.1 et IV.5.2).

Nous divisons cette étude en deux parties en fonction des types de fenêtres sur lesquelles sont identifiées les paramètres du modèle, nous avons donc :

- l'estimation des coefficients du modèle sur deux fenêtres glissantes,
- l'estimation des coefficients du modèle sur une fenêtre croissante et une fenêtre glissante.

##### IV.6.1.1 - Comparaison de deux fenêtres glissantes

Nous identifions un modèle autorégressif (AR) long à partir de deux fenêtres glissantes de taille  $N_1$  et  $N_2$  (voir figure 4.2) et se déplaçant avec un pas  $p'$ . Nous comparons ensuite les résultats des deux identifications par la divergence de Kullback et le rapport de vraisemblance.

Pour cette étude, nous exposerons quelques essais significatifs qui résument les propriétés principales de la divergence de Kullback et du rapport de vraisemblance.

La figure 4.5 présente un exemple de mesures simulées contenant un défaut à partir desquelles nous avons testées nos différentes méthodes de détection de défaut. Dans le premier cas, le mesurande est en régime statique. Nous simulons alors à l'instant  $T/2$  ( $T$  est la durée de l'essai) une augmentation de gain du capteur de 50% :  $K_{b2} = 1.5 K_{b1}$ .

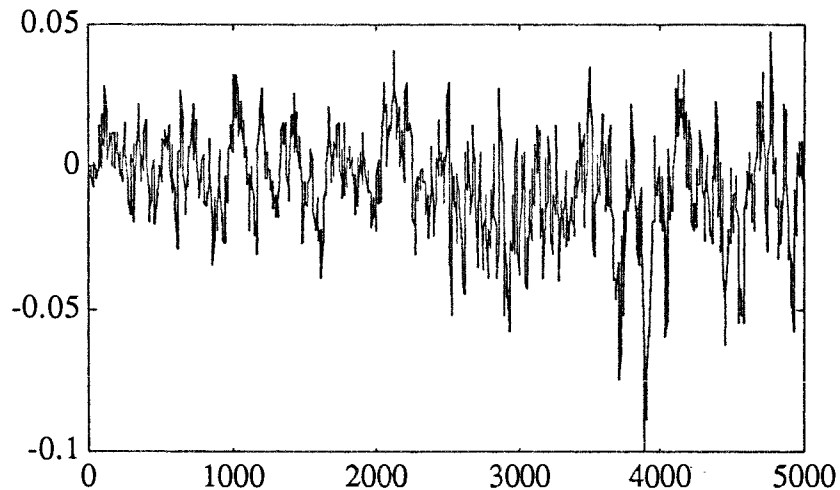


Figure 4.5 : sortie du capteur avec un changement de gain à l'indice 2500.

Un modèle autorégressif (AR) d'ordre 20, dont les coefficients sont estimés sur deux fenêtres glissantes de taille  $N_1=100$  et  $N_2=50$ , se déplaçant d'un pas  $p'=20$ , a donné les résultats suivants pour la divergence de Kullback :

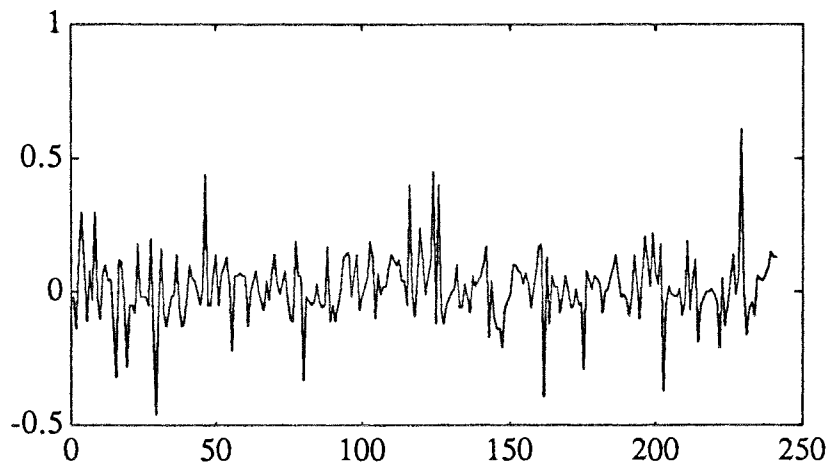


Figure 4.6 : divergence de Kullback calculée à partir d'un modèle AR(20) avec deux fenêtres glissantes de 50 et 100 points. Le changement de gain apparaît autour de l'indice 120.

La somme cumulée de la divergence de Kullback nous permet de détecter le moment où le gain a été modifié. Il correspond à l'indice 125 des résultats de la somme cumulée qui du fait qu'on a choisi un pas de déplacement de 20 points correspond à l'observation d'indice 2500 de la figure 4.5.

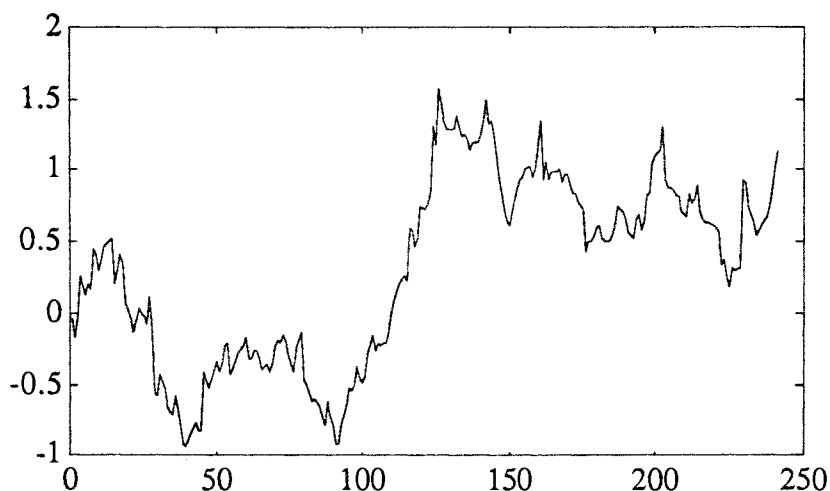


Figure 4.7 : somme cumulée de la divergence de Kullback calculée à partir d'un modèle AR(20) avec deux fenêtres glissantes de 50 et 100 points. Le changement de gain apparaît autour de l'indice 120.

Nous simulons maintenant un défaut par une diminution de 30% du gain du capteur ( $K_{b2} = 0.7 K_{b1}$ ) au cours d'un régime transitoire du mesurande. Si  $T$  est la durée de l'essai, un échelon est envoyé sur le procédé à l'instant  $T/4$  et le défaut apparaît à partir de  $T/2$ . Le schéma synoptique suivant présente

Les données de la sortie du capteur avec une fréquence d'échantillonnage  $\Delta = T/10$  sont présentées ci-dessous.

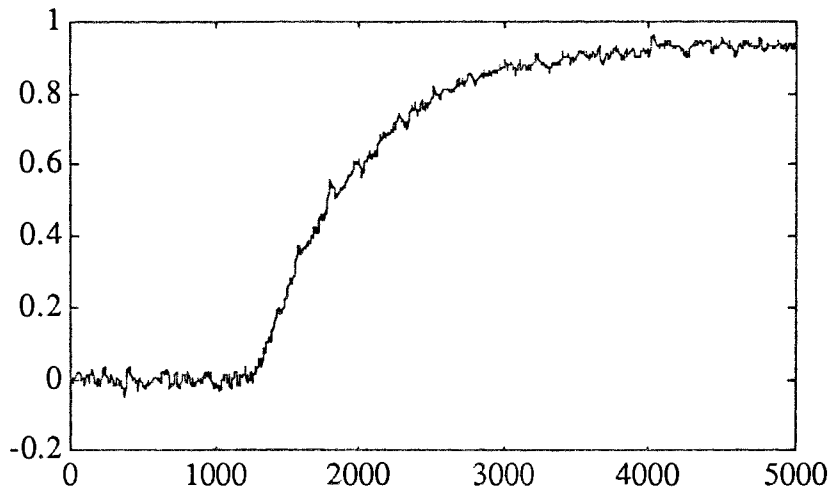


Figure 4.8 : sortie du capteur avec un changement de gain à l'indice 2500.

La divergence de Kullback, calculée à partir d'un modèle autorégressif (AR) d'ordre 20 avec deux fenêtres glissantes de 100 et 50 points, se déplaçant d'un pas de 20 points, caractérise l'instant d'apparition du changement de gain (le défaut) par un pic nettement prononcé.

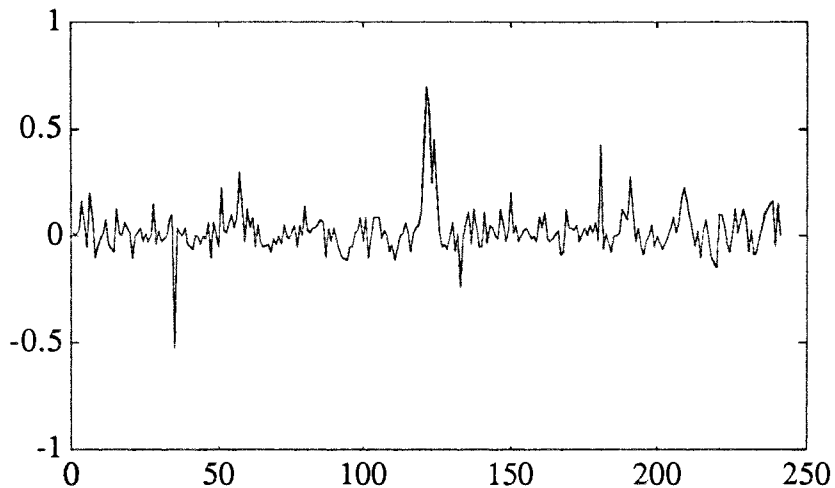


Figure 4.9 : divergence de Kullback calculée à partir d'un modèle AR(20) avec deux fenêtres glissantes de 50 et 100 points.

La somme cumulée de la divergence de Kullback met plus nettement en évidence le changement de gain constaté. Une détection correcte de la modification simulée est faite par un test séquentiel de saut de moyenne. Toutefois au moment de l'apparition du régime transitoire du mesurande, ce test indique un premier changement (fausse alarme) avant celui simulé, pour un seuil de détection identique à celui de l'essai précédemment présenté.

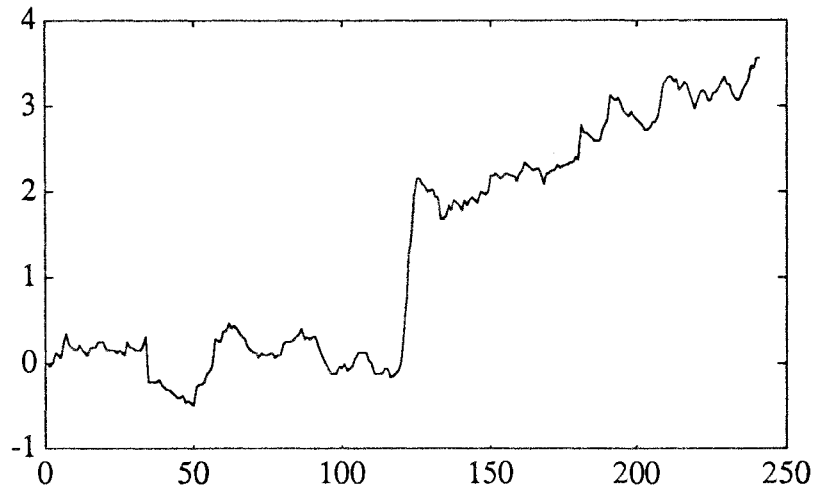


Figure 4.10 : somme cumulée de la divergence de Kullback calculée à partir d'un modèle AR(20) avec deux fenêtres glissantes de 50 et 100 points.

### CONCLUSIONS SUR LA COMPARAISON DE DEUX FENETRES GLISSANTES

Le rapport de vraisemblance (non présenté sur ces essais) a eu un comportement équivalent à la divergence de Kullback dans tous les cas simulés.

Il a été nécessaire de prendre l'ordre du modèle généralement supérieur à 10, pour que la détection des changements simulés puisse être réalisée.

La fiabilité de la détection est faible avec deux fenêtres glissantes de 100 et 50 points. Il est difficile d'ajuster un seuil convenable pour un test séquentiel de changement de moyenne (soit nous avons trop de fausses alarmes soit nous ne détectons rien). Nous obtenons une meilleure fiabilité en augmentant la taille de la grande fenêtre glissante avec un modèle d'ordre plus faible, mais ceci au prix d'un temps de calcul plus important.

#### IV.6.1.2 - Comparaison d'une fenêtre croissante et d'une fenêtre glissante

Nous identifions un modèle autorégressif (AR) long à partir d'une fenêtre croissante et une fenêtre glissante de taille  $N_2$  (voir figure 4.3) ; les deux fenêtres se déplacent conjointement avec un pas  $p'$ . Nous comparons ensuite les deux résultats d'identification par la divergence de Kullback et le rapport de vraisemblance.

Dans ce cas, nous détaillons les essais car ils ont fourni de bons résultats.

Nous alternons ainsi des essais régime statique et dynamique du mesurande et faisons également un parallèle entre les modifications qui entraînent une diminution de la dispersion du signal :

- diminution du gain du capteur,
- augmentation de sa constante de temps,

et celles qui entraînent au contraire une augmentation de cette dispersion :

- augmentation du gain du capteur,
- diminution de sa constante de temps.

Ce parallèle est réalisé pour mettre en évidence le comportement symétrique des mesures de proximité entre deux modèles AR : le logarithme du rapport de vraisemblance et la divergence de Kullback.

### Régime statique - Diminution du gain du capteur

Nous commençons les essais par le cas où le mesurande est en régime statique. Nous simulons une diminution de gain du capteur de 30% ( $K_{b2} = 0.7 K_{b1}$ ) à partir de l'instant  $T/2$  d'un essai de durée  $T$ .

Les données à partir desquelles nous calculons la divergence de Kullback et le logarithme du rapport de vraisemblance sont présentés sur la figure suivante.

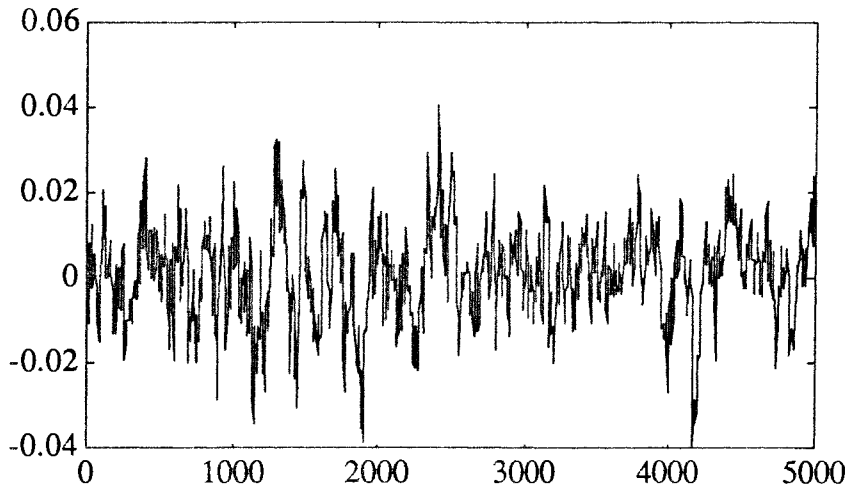


Figure 4.11 : sortie du capteur avec un changement de gain à l'indice 2500.

La divergence de Kullback, calculée à partir d'un modèle autorégressif (AR) d'ordre 5 avec une fenêtre croissante et une fenêtre glissante de 50 points, un pas de déplacement de 20 points, donne les résultats suivants.

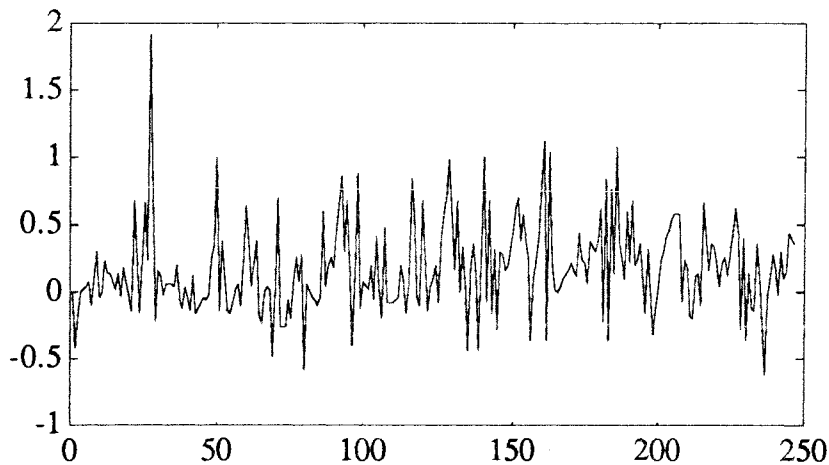


Figure 4.12 : divergence de Kullback calculée à partir d'un modèle AR(5) avec une fenêtre croissante et une fenêtre glissante de 50 points.

Un test séquentiel de saut de moyenne de la divergence de Kullback (en utilisant la somme cumulée) a permis de détecter le changement de gain du capteur à l'indice 130 des résultats correspondant à l'observation d'indice 2600 de la figure 4.11.

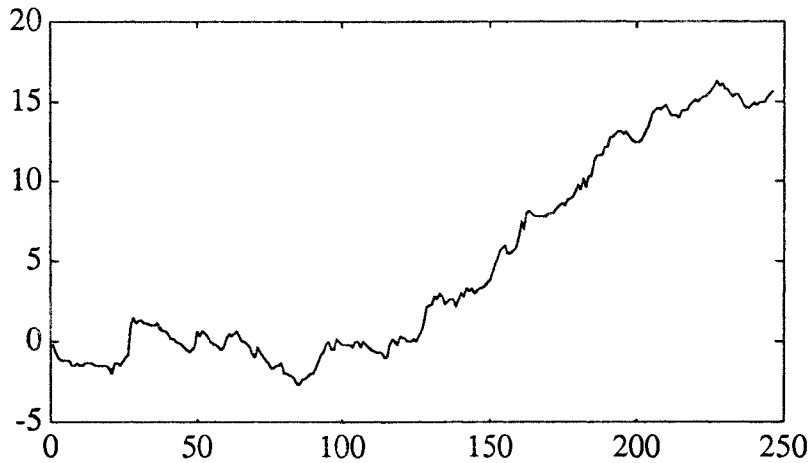


Figure 4.13 : somme cumulée de la divergence de Kullback calculée à partir d'un modèle AR(5) avec une fenêtre croissante et une fenêtre glissante de 50 points.

Le logarithme du rapport de vraisemblance, calculé dans les mêmes conditions que la divergence de Kullback (même taille de fenêtre, même pas de déplacement et même ordre du modèle), donne les résultats suivants :

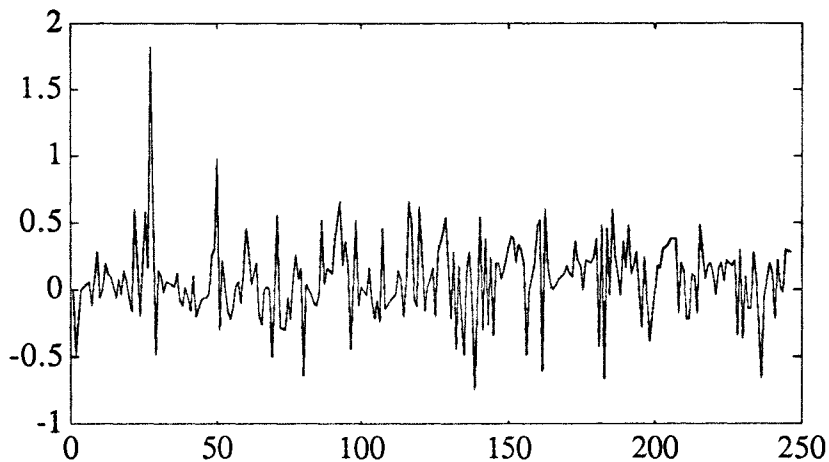


Figure 4.14 : logarithme du rapport de vraisemblance calculé à partir d'un modèle AR(5) avec une fenêtre croissante et une fenêtre glissante de 50 points.

La somme cumulée du logarithme de rapport de vraisemblance a également permis de détecter le changement simulé (à l'indice 160 des résultats correspondant à l'observation d'indice 3200 de la figure 4.11). Mais si nous comparons la courbe suivante avec celle de la somme cumulée de la divergence de Kullback, nous observons un meilleur comportement de cette dernière (retard à la détection plus faible et variation après le défaut plus important).

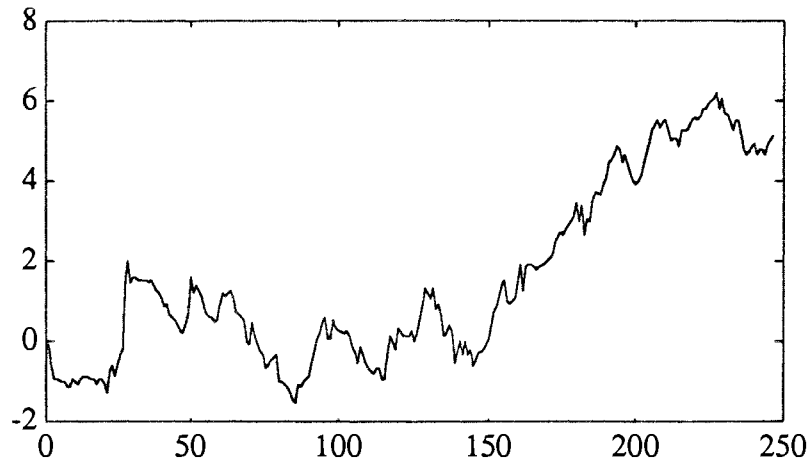


Figure 4.15 : somme cumulée du rapport de vraisemblance calculée à partir d'un modèle AR(5) sur une fenêtre croissante et une fenêtre glissante de 50 points.

### Régime statique - Diminution de la constante de temps du capteur

Pour faire un parallèle avec le cas précédent où, en diminuant le gain du capteur, nous avons provoqué une diminution de la dispersion du signal, nous présentons un essai de diminution de sa constante de temps entraînant ainsi une augmentation de la dispersion du signal.

Sur les données suivantes, nous avons simulé, en régime statique, et au même instant que dans l'essai précédent, une diminution de 30% de la constante de temps du capteur ( $T_{b2} = 0.7 T_{b1}$ ). Les données à partir desquelles nous calculons la divergence de Kullback et le logarithme du rapport de vraisemblance sont présentées sur la figure suivante :

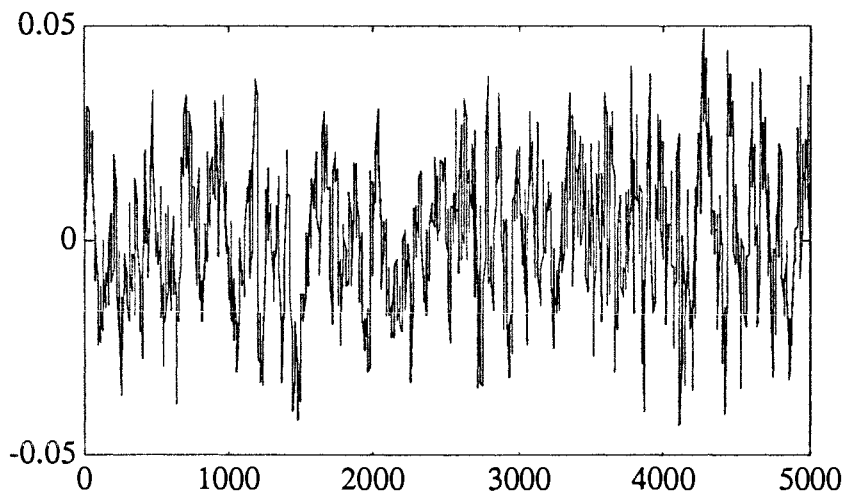


Figure 4.16 : sortie du capteur avec un changement de constante de temps à l'indice 2500.

La divergence de Kullback, calculée à partir d'un modèle autorégressif (AR) d'ordre 5 avec une fenêtre croissante et une fenêtre glissante de 50 points, un pas de déplacement de 20 points, donne les résultats suivants :

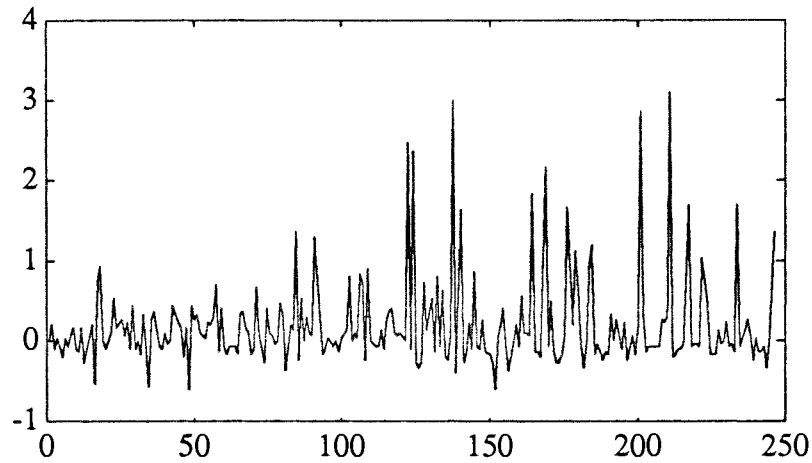


Figure 4.17 : divergence de Kullback calculée à partir d'un modèle AR(5) sur une fenêtre croissante et une fenêtre glissante de 50 points.

La somme cumulée de la divergence de Kullback a également permis de détecter vers l'indice 120 de la figure 4.18 le changement de constante de temps du capteur grâce à un test séquentiel de saut de moyenne.

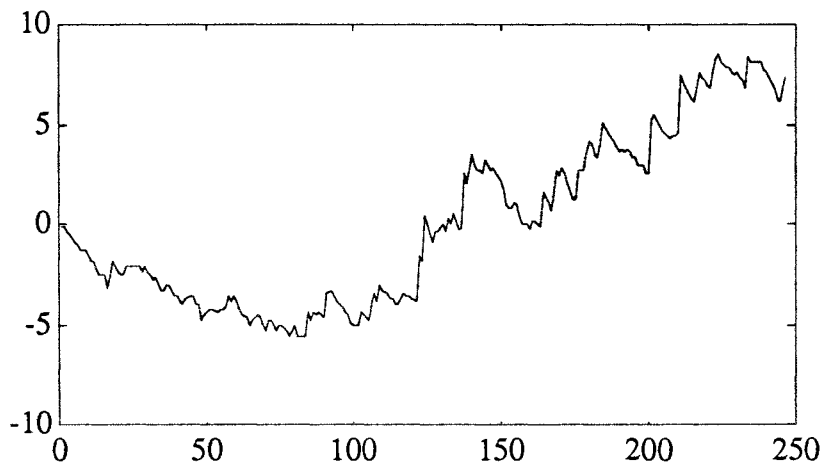


Figure 4.18 : somme cumulée de la divergence de Kullback calculée à partir d'un modèle AR(5) avec une fenêtre croissante et une fenêtre glissante de 50 points.

### Régime dynamique - Diminution du gain du capteur

Exposons maintenant le cas où, au cours d'un régime transitoire, nous simulons une diminution de gain de 30% ( $K_{b2} = 0.7 K_{b1}$ ). Les données sont celles de la figure 4.8 et les conditions de l'essai restent inchangées.

La divergence de Kullback, calculée à partir d'un modèle autorégressif (AR) d'ordre 5 avec une fenêtre croissante et une fenêtre glissante de 50 points, avec un pas de déplacement de 20 points, a donné les résultats suivants :



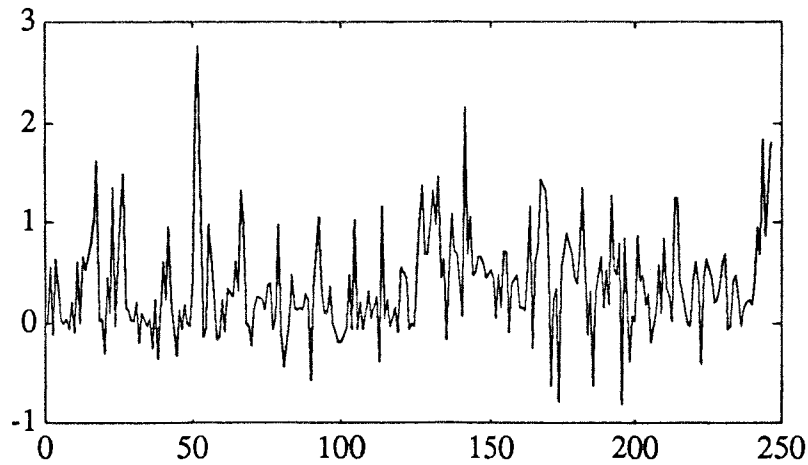


Figure 4.19 : divergence de Kullback calculée à partir d'un modèle AR(5) avec une fenêtre croissante et une fenêtre glissante de 50 points.

La somme cumulée de la divergence de Kullback a également permis de détecter le changement de gain du capteur, mais une fausse alarme a été observé à l'indice 50 (cf. figure 4.20). Cette fausse alarme correspond à l'apparition du régime transitoire du mesurande. Il est possible d'éliminer cette fausse alarme en augmentant les seuils du test, mais ceci entraîne une augmentation du retard à la détection du défaut.

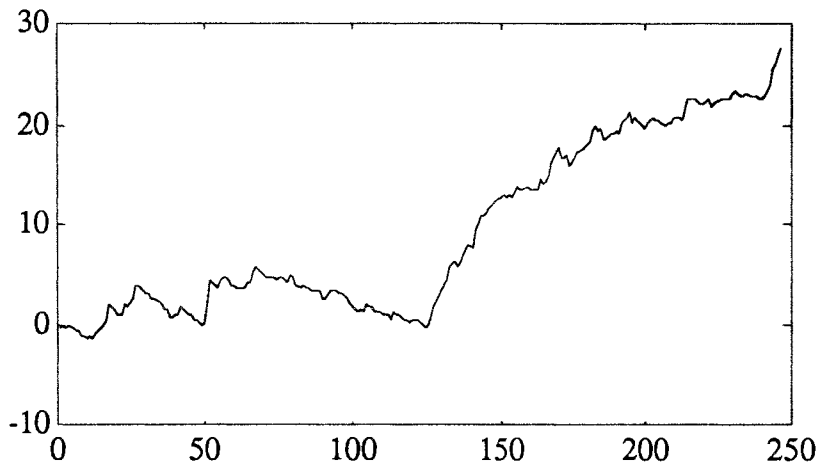


Figure 4.20 : somme cumulée de la divergence de Kullback calculée à partir d'un modèle AR(5) sur une fenêtre croissante et une fenêtre glissante de 50 points.

Le logarithme du rapport de vraisemblance, calculé dans les mêmes conditions que la divergence de Kullback (même taille de fenêtre, même ordre du modèle et même pas de déplacement), donne les résultats suivants :

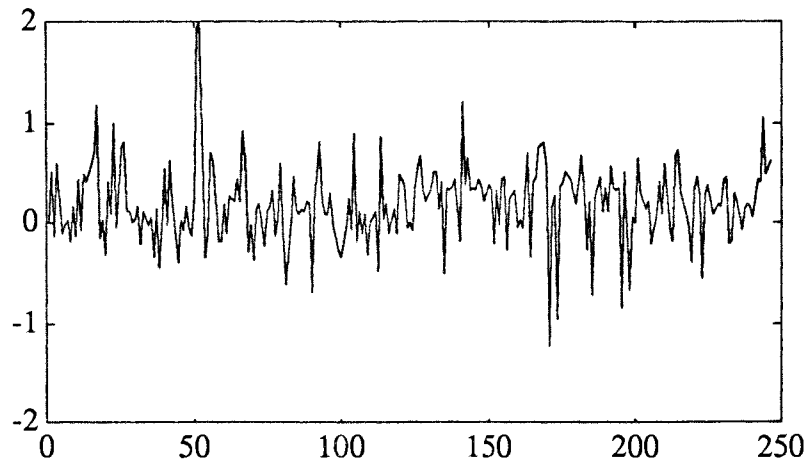


Figure 4.21 : logarithme du rapport de vraisemblance calculé à partir d'un modèle AR(5) avec une fenêtre croissante et une fenêtre glissante de 50 points.

La somme cumulée du logarithme de rapport de vraisemblance a provoqué deux fausses alarmes avant la détection du changement de gain. Si nous essayons d'éliminer ces fausses alarmes en modifiant les seuils du test, (cf. figure 4.22) le défaut n'est plus détecté.

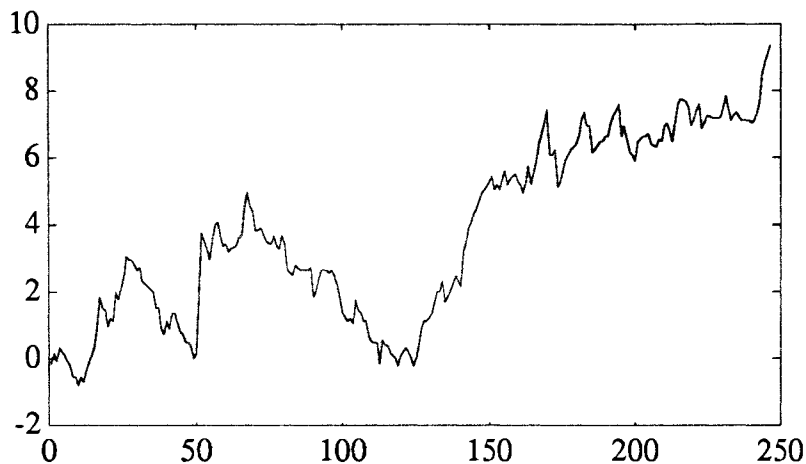


Figure 4.22 : somme cumulée du rapport de vraisemblance calculée à partir d'un modèle AR(5) sur une fenêtre croissante et une fenêtre glissante de 50 points.

#### CONCLUSIONS DE LA COMPARAISON D'UNE FENETRE CROISSANTE ET D'UNE FENETRE GLISSANTE

La divergence de Kullback calculée à partir d'un modèle autorégressif sur une fenêtre glissante et une fenêtre croissante est plus fiable et provoque moins de retard à la détection que le rapport de vraisemblance.

La détection des défauts simulés (en régime statique ou en régime dynamique de mesurande, avec diminution ou augmentation de la dispersion du signal), a nécessité un modèle d'ordre constant et relativement faible.

La fiabilité de la détection peut être améliorée en augmentant les seuils du test séquentiel de changement de moyenne de la divergence de Kullback et ceci au prix d'un retard à la détection des défauts plus important.

## IV.6.2 - Utilisation d'un modèle ARMA

Nous exposons ici les résultats du calcul de la divergence de Kullback et du rapport de vraisemblance pour la comparaison des résultats d'identification de la partie AR d'un modèle ARMA(p,q) sur deux horizons temporels différents du signal.

Le calcul des coefficients AR(p) du modèle ARMA(p,q) utilise N équations de Yule-Walker étendues en prenant à chaque fois  $N = 3 p$ .

Pour l'ordre p de la partie autorégressive du modèle, nous ne prenons pas de valeurs supérieures à celles qui ont donné de bons résultats avec un modèle AR(p) long (dans le cas contraire l'utilisation d'un modèle ARMA(p,q) ne se justifie pas).

Pour l'ordre q de la partie à moyenne mobile, nous testons à chaque fois les cas suivants :  $q = (p - 1)$ ,  $q = p$  et  $q = (p + 1)$ .

Nous divisons cette étude en deux parties en fonction des types de fenêtres sur lesquelles sont identifiées les paramètres AR du modèle, nous avons donc :

- l'estimation des coefficients du modèle sur deux fenêtres glissantes,
- l'estimation des coefficients du modèle sur une fenêtre croissante et une fenêtre glissante.

### IV.6.2.1 - Comparaison de deux fenêtres glissantes

Nous identifions la partie AR d'un modèle ARMA à partir de deux fenêtres glissantes de taille N1 et N2 (voir figure 4.2) et se déplaçant avec un pas p'. Nous comparons ensuite les résultats des deux identifications par la divergence de Kullback et le rapport de vraisemblance.

Nous présentons des essais avec simulation de défauts en régime statique et en régime dynamique du mesurande. Nous traitons les changements qui entraînent une augmentation de la dispersion du signal et ceux qui entraînent une diminution de celle-ci.

#### Régime statique - Diminution de la constante de temps du capteur

Pour ce premier essai, nous réutilisons les données de la figure 4.16 qui représentent la sortie du capteur en régime statique du mesurande avec un défaut simulé par une diminution de 30% de la constante de temps du capteur ( $T_{b2} = 0.7 T_{b1}$ ).

La divergence de Kullback calculée à partir d'un modèle ARMA(2,2) avec deux fenêtres glissantes de 50 et 100 points, un pas de déplacement de 20 points, présente un pic prononcé à l'instant de l'apparition du défaut.

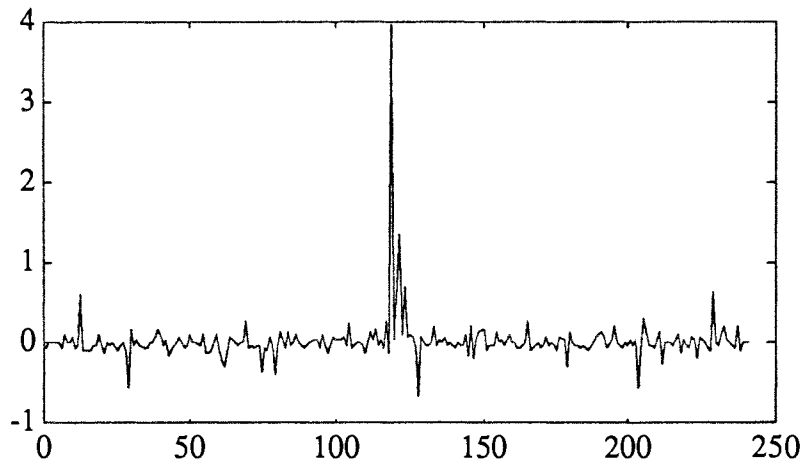


Figure 4.23 : divergence de Kullback calculée à partir d'un modèle ARMA(2,2) avec deux fenêtres glissantes de 100 et 50 points.

La somme cumulée de la divergence de Kullback fait apparaître l'instant du changement de constante de temps, autour de l'indice 120 de la figure 4.24, sous la forme d'un saut brutal de sa valeur. Nous le détectons en utilisant un test séquentiel de changement de moyenne.

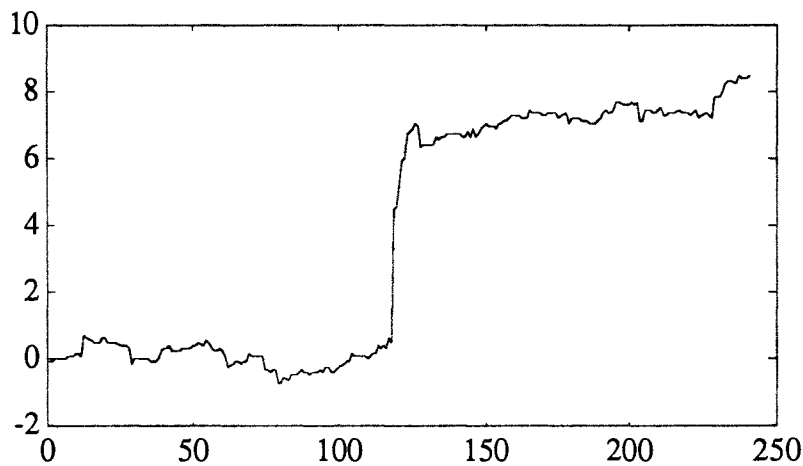


Figure 4.24 : somme cumulée de la divergence de Kullback calculée à partir d'un modèle ARMA(2,2) avec deux fenêtres glissantes de 100 et 50 points.

Examinons maintenant le cas où, pendant le régime transitoire du mesurande, nous simulons un défaut provoquant une diminution de la dispersion du signal (en baissant le gain du capteur de 30%,  $K_{b2} = 0.7 K_{b1}$ ). Les données servant de base à cette simulation sont celles de la figure 4.8.

La divergence de Kullback, calculée à partir d'un modèle ARMA(4,4) avec deux fenêtres glissantes de 50 et 100 points, et un pas de déplacement de 20 points, présente un pic à l'instant où le défaut apparaît vers l'indice 130.

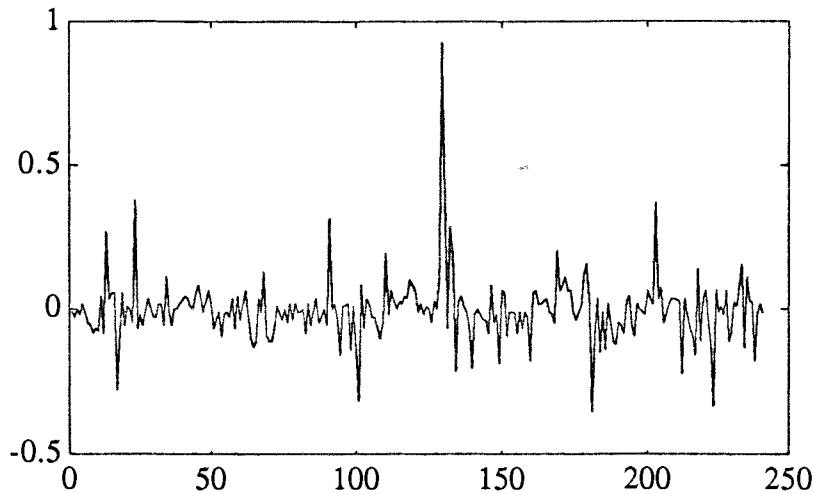


Figure 4.25 : divergence de Kullback calculée à partir d'un modèle ARMA(4,4) avec deux fenêtres glissantes de 100 et 50 points.

La somme cumulée de la divergence de Kullback est présentée ci-dessous ; un test séquentiel de saut de moyenne a permis une détection convenable du défaut.

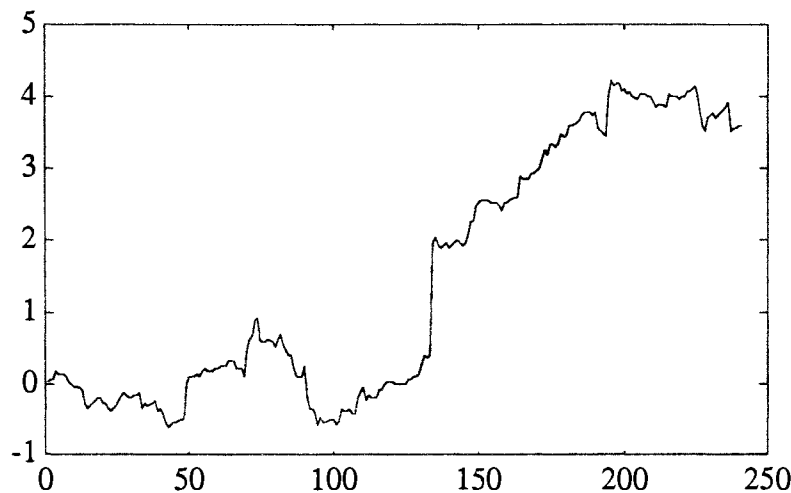


Figure 4.26 : somme cumulée de la divergence de Kullback calculée à partir d'un modèle ARMA(4,4) avec deux fenêtres glissantes de 100 et 50 points.

### Régime dynamique - Diminution de la constante de temps du capteur

La divergence de Kullback calculée sur les deux cas précédents, signale l'instant d'apparition des défauts par un pic important. Nous verrons sur la simulation suivante que ce n'est pas toujours le cas. Alors, la somme cumulée, associée à un algorithme de test séquentiel de changement de moyenne, sera nécessaire pour détecter une variation des caractéristiques du capteur.

Les données ci-après simulent la sortie du capteur en présence d'un régime transitoire du mesurandé et au cours de laquelle nous diminuons la constante de temps du capteur de 30% ( $T_{b2} = 0.7 T_{b1}$ ).

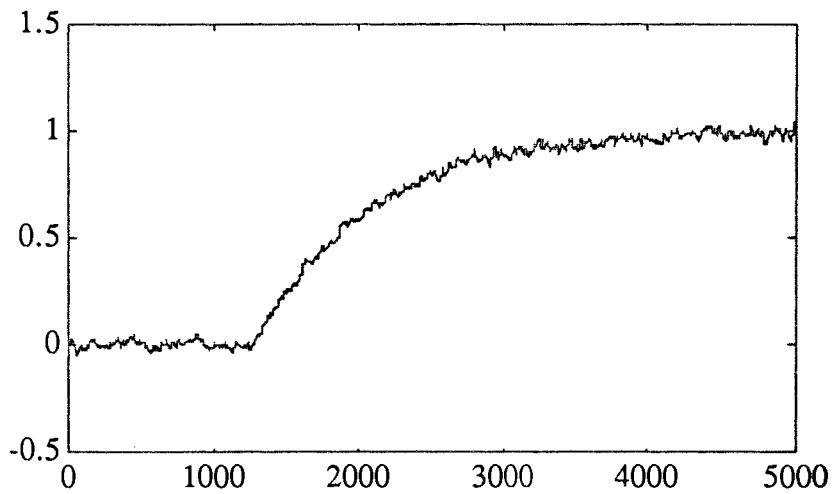


Figure 4.27 : sortie du capteur avec un changement de constante de temps à l'indice 2500.

La divergence de Kullback, calculée à partir d'un modèle ARMA(4,4) avec deux fenêtres glissantes de 50 et 100 points, un pas de déplacement de 20 points, ne présente pas de pic significatif à l'instant où le changement est simulé sur le capteur.

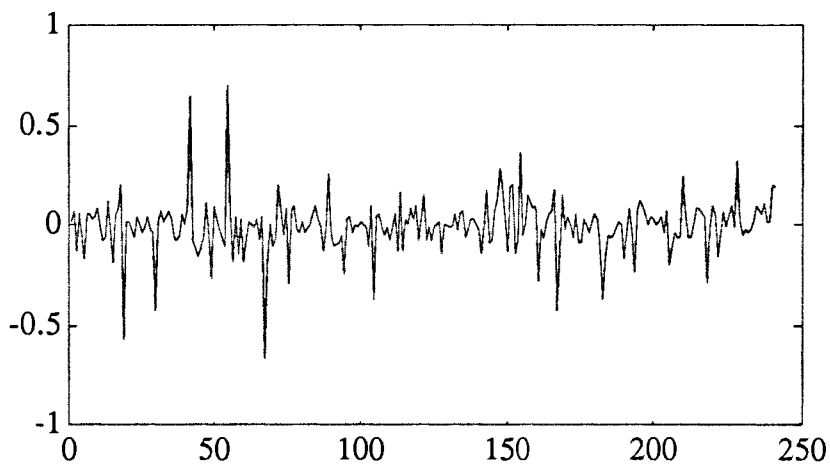


Figure 4.28 : divergence de Kullback calculée à partir d'un modèle ARMA(4,4) avec deux fenêtres glissantes de 100 et 50 points.

La somme cumulée de la divergence de Kullback amplifie la variation de la moyenne de la divergence suite au changement de la constante de temps du capteur et permet sa détection (autour de l'indice 150).

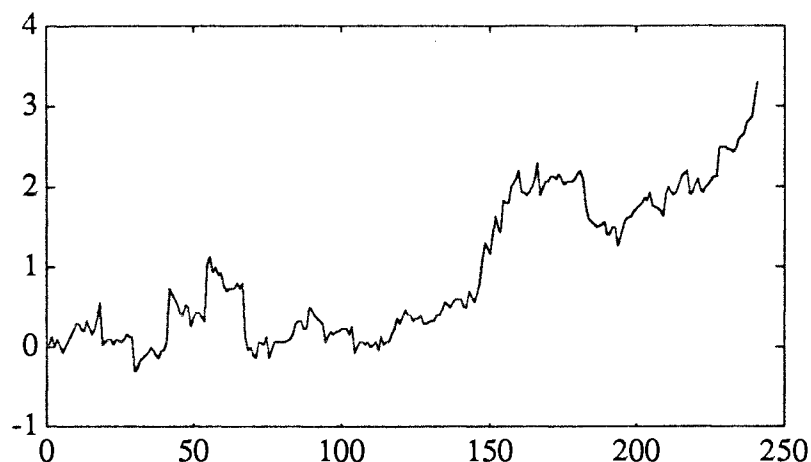


Figure 4.29 : somme cumulée de la divergence de Kullback calculée à partir d'un modèle ARMA(4,4) avec deux fenêtres glissantes de 100 et 50 points.

#### CONCLUSIONS DE LA COMPARAISON DE DEUX FENETRES GLISSANTES

Le rapport du logarithme de vraisemblance (que nous n'avons pas présenté dans ces essais) a un comportement moins fiable que la divergence de Kullback (plus de fausses alarmes et de non-détections).

Les modèles ARMA(p,q) qui ont donné les meilleurs résultats sont ceux pour lesquels l'ordre p de la partie AR est égale à l'ordre q de la partie MA.

Une bonne détection peut être obtenue avec un ordre p de la partie autorégressive d'un modèle ARMA(p,q) inférieur à l'ordre d'un modèle autorégressif (AR) long dans la même situation.

Nous comparons ici des essais effectués avec deux fenêtres glissantes alors que la comparaison avec un modèle autorégressif (AR) long calculé à partir d'une fenêtre croissante et une fenêtre glissante ne permet pas une telle affirmation (les ordres convenables sont proches).

La fiabilité de la détection est relativement bonne mais la sensibilité est inférieure au cas du modèle autorégressif (AR) long avec une fenêtre croissante et une fenêtre glissante. Ainsi en gardant l'ordre du modèle ARMA constant sur différents types d'essais, nous n'obtenons pas des résultats aussi performants que ceux obtenus avec un autorégressif (AR) long avec une fenêtre croissante et une glissante.

#### IV.6.2.2 - Comparaison d'une fenêtre croissante et d'une fenêtre glissante

Nous utiliserons un modèle ARMA(p,q) dont la partie AR est identifiée à la fois sur une fenêtre croissante et sur une fenêtre glissante. Nous comparons ensuite les résultats des deux identifications par la divergence de Kullback et le rapport de vraisemblance.

### Régime statique - Augmentation du gain du capteur

Pour notre premier essai, nous réutilisons les données présentées sur la figure 4.5 où le mesurande du capteur est en régime statique et qu'un défaut a été simulé en augmentant le gain de 50% ( $K_{b2} = 1.5 K_{b1}$ ).

La divergence de Kullback, calculée à partir d'un modèle ARMA(2,2) avec une fenêtre croissante et une fenêtre glissante de 50 points, un pas de déplacement de 20 points, donne les résultats suivants :

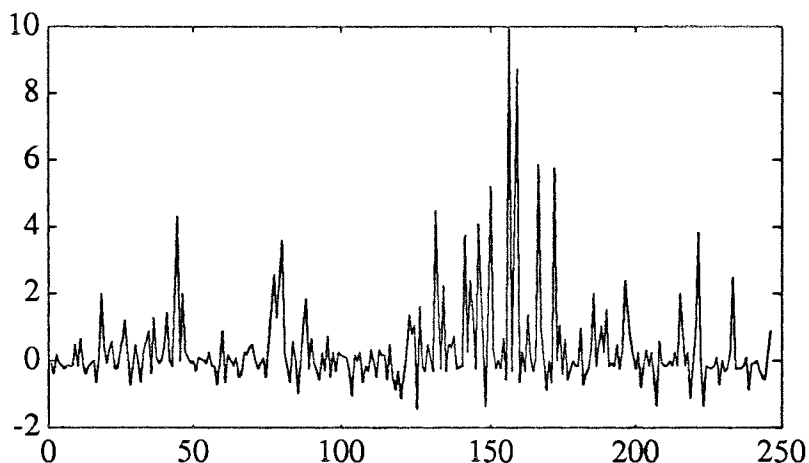


Figure 4.30 : divergence de Kullback calculée à partir d'un modèle ARMA(2,2) avec une fenêtre croissante et une fenêtre glissante de 50 points.

La somme cumulée de la divergence de Kullback nous permet de détecter, vers l'indice 145, le défaut simulé par test séquentiel de saut de moyenne.

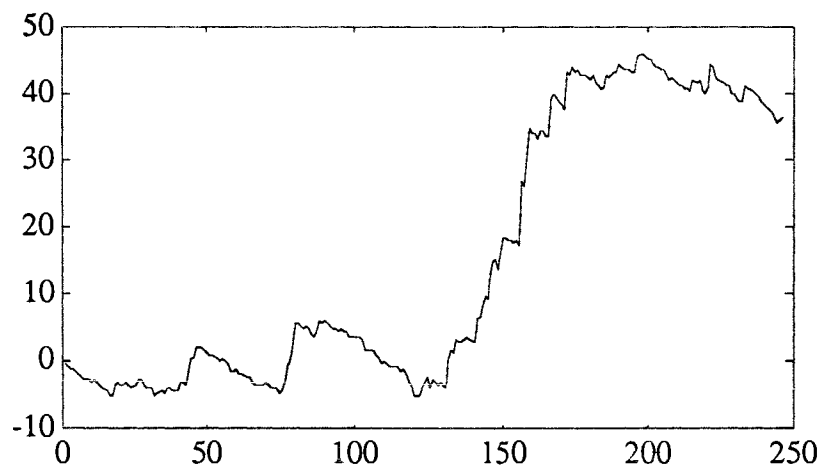


Figure 4.31 : somme cumulée de la divergence de Kullback calculée à partir d'un modèle ARMA(2,2) avec une fenêtre croissante et une fenêtre glissante de 50 points.

### Régime dynamique - Augmentation de la constante de temps du capteur

Présentons maintenant un essai durant lequel nous avons simulé un défaut apparaissant au cours d'un régime transitoire du mesurande. Ce défaut correspond à une augmentation de 50% de la constante de temps du capteur. ( $T_{b2} = 1.5 T_{b1}$ ). il apparaît à partir de l'instant  $T/2$  et provoque notamment la diminution de la dispersion du signal (figure 4.32).



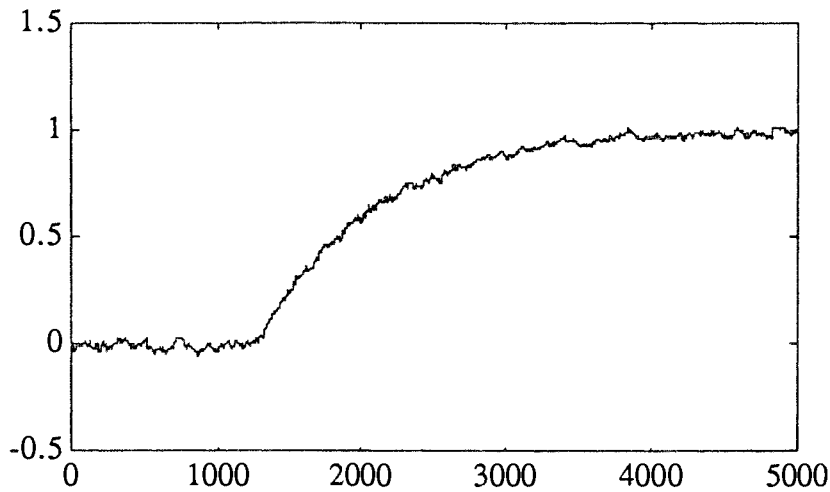


Figure 4.32 : sortie du capteur avec un changement de constante de temps à l'indice 2500.

Un premier test de la divergence de Kullback avec un modèle ARMA(2,2) a permis une détection convenable du défaut. Nous avons essayé de voir le comportement de cette divergence en augmentant les ordres du modèle. Calculée à partir d'un modèle ARMA(4,4), avec une fenêtre croissante et une fenêtre glissante de 50 points, la divergence de Kullback donne les résultats suivants :

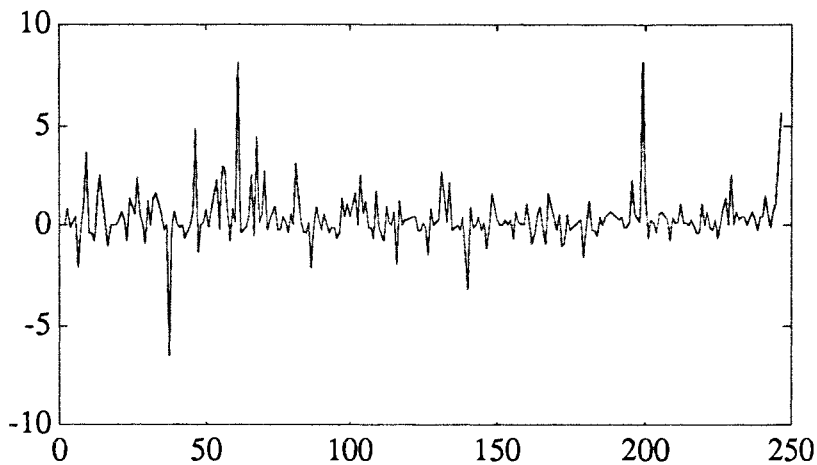


Figure 4.33 : divergence de Kullback calculée à partir d'un modèle ARMA(4,4) avec une fenêtre croissante et une fenêtre glissante de 50 points.

En augmentant les ordres du modèle, la somme cumulée de la divergence de Kullback détecte le changement de régime du mesurande (fausse alarme) et ne permet nullement la détection du défaut que nous avons simulé (figure 4.34).

Avec des ordres plus faibles pour le modèle ARMA ( $p = q = 2$ ), nous avons également eu une fausse alarme, mais le défaut a été détecté. Dans ce cas, la fausse alarme a été supprimée en augmentant les seuils du test ; mais ceci a eu pour conséquence un retard important à la détection du défaut simulé.

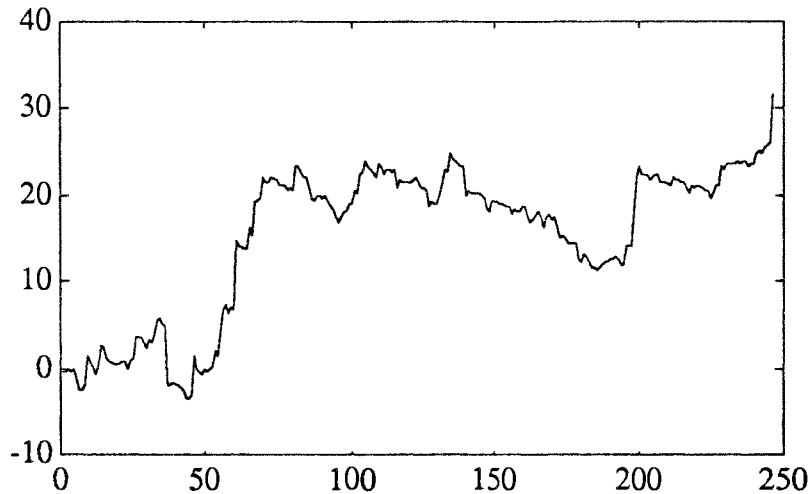


Figure 4.34 : somme cumulée de la divergence de Kullback calculée à partir d'un modèle ARMA(4,4) avec une fenêtre croissante et une fenêtre glissante de 50 points.

#### CONCLUSIONS DE LA COMPARAISON D'UNE FENETRE CROISSANTE ET D'UNE FENETRE GLISSANTE

La divergence de Kullback calculée à partir de l'identification de la partie AR d'un modèle ARMA avec une fenêtre croissante et une fenêtre glissante n'a pas permis d'obtenir un gain de sensibilité substantiel par rapport au cas où, avec un même modèle, nous prenions deux fenêtres glissantes. Mais, nous verrons par la suite que cette constatation ne s'impose pas lors d'essais effectués sur une installation pilote.

Nous n'obtenons pas non plus de gain de fiabilité par rapport au cas précédent et celle-ci se détériore rapidement quand on augmente les ordres du modèle.

La détection n'est pas toujours symétrique et dépend de l'ordre du modèle.

#### IV.6.3 - Conclusion générale

Selon les critères suivants :

- peu de fausses alarmes,
- faibles délais de détection,
- détection symétrique,
- bonne détection sans nécessiter de changement d'ordre du modèle,
- faible temps de calcul,

les meilleurs résultats ont été obtenus avec la divergence de Kullback calculée à partir de deux modèles AR longs avec une fenêtre croissante et une fenêtre glissante. Mais, si nous voulons donner un poids plus important au critère de faibles délais à la détection, au prix d'un temps de calcul plus important et d'un choix d'ordre du modèle plus précis, il sera préférable de prendre un modèle ARMA avec deux fenêtres glissantes.

#### IV.7 - ESSAIS SUR PROCÉDE PILOTE

Les essais pour tester le comportement de la divergence de Kullback, calculée à partir d'un modèle AR long ou de la partie AR d'un modèle ARMA, ont été effectués sur les données énumérés ci-dessous :

- mesures de niveau dans un réservoir avec un capteur à effet capacitif ou à ultrasons,
- mesures de débit volumique sur une conduite avec deux types de capteurs électromagnétiques et deux types de pompes,
- mesures de la densité d'un liquide avec un capteur à bullage.

Ces différents instruments sont décrits dans l'annexe B de ce document.

Durant nos essais, nous intervenons à plusieurs niveaux sur les capteurs pour simuler des pannes eou surtout des amorces de défaillance. Nous avons provoqué les défauts suivants :

- problèmes d'alimentation,
- altérations de l'étalonnage,
- variation du temps d'intégration du conditionneur d'un capteur,
- vibration importante sur un capteur nécessitant un support stable,
- perturbation électromagnétique d'un débitmètre,
- défaillance de la compensation en température d'un capteur de niveau.

Grâce à ces différents essais, nous comparons les performances de la divergence de Kullback en fonction des modèles et des différents horizons temporels utilisés :

- modèle autorégressif (AR) long identifié sur une fenêtre glissante et une fenêtre croissante,
- partie AR d'un modèle ARMA identifié sur deux fenêtres glissantes,
- partie AR d'un modèle ARMA identifié sur une fenêtre glissante et une fenêtre croissante.

L'utilisation d'un AR long identifié sur 2 fenêtres glissantes avait nécessitait en simulation des ordres élevés. La fiabilité de la détection était très faible. Ce cas de figure n'est donc pas repris ici.

Nous poursuivons par la présentation de quelques exemples significatifs, sélectionnés parmi les différents cas cités ci-dessus, et sur lesquels les méthodes utilisant les fonctions de comparaison de paramètres statistiques n'ont pas été fructueuses.

Dans tous les exemples, nous utilisons pour le modèle autorégressif (AR) long un ordre de 5, avec une fenêtre glissante de 50 points. Pour le modèle ARMA(p,q), nous prendrons les ordres (2,2), avec deux fenêtres glissantes de 50 et 100 points ou avec une fenêtre croissante et une fenêtre glissante de 50 points. Le pas de déplacement des fenêtres est de 10 points dans tous les cas.

Les ordres des modèles ont été choisis afin d'obtenir des détections convenables de changement de l'état du capteur suite à un défaut et sans chercher à obtenir des modèles rigoureux du signal analysé. Et, en fixant ces ordres et les autres grandeurs (taille de fenêtres, pas de déplacement) qui interviennent dans les méthodes, nous cherchons à les comparer dans des conditions équivalentes.

Les mesures sont effectuées avec une période d'échantillonnage adaptée aux capteurs (un dixième de leur constante de temps) et sont représentées sur les graphiques avec une échelle en pourcentage de leur étendue de mesure.

#### IV.7.1 - Problèmes d'alimentation secteur

Nous avons mal fixé les borniers d'alimentation afin de provoquer des perturbations sous forme de micro-coupures, parasitage ou débranchement fugitif du secteur. Ces défauts sont occasionnés à la fois en régime statique et en régime dynamique.

Nous présentons ci-dessous les mesures de niveau d'un réservoir lors d'une vidange, au cours de laquelle à partir de l'observation d'indice 2400 de la figure 4.35, nous avons provoqué un faible parasitage de l'alimentation secteur du capteur.

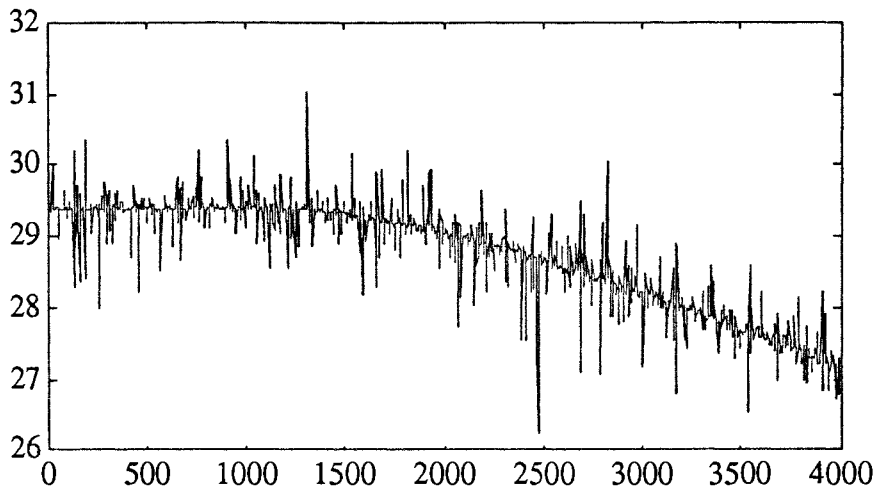


Figure 4.35 : signal de sortie d'un capteur de niveau avec perturbation de l'alimentation après l'indice 2400.

Aucune des fonctions de comparaisons de paramètres statistiques que nous avons utilisées au chapitre III, n'a permis la détection de cette perturbation, alors que deux des trois méthodes testées dans ce chapitre ont donné de bons résultats : la méthode qui utilise un modèle autorégressif (AR) long et celle qui utilise la partie AR d'un modèle ARMA ; l'identification a été effectuée dans les deux cas sur une fenêtre croissante et une fenêtre glissante.

Nous montrons, pour exemple, le comportement de la divergence de Kullback calculée à partir d'un modèle autorégressif (AR) long identifié sur une fenêtre croissante et une fenêtre glissante de 50 points se déplaçant conjointement avec un pas de 10 points.

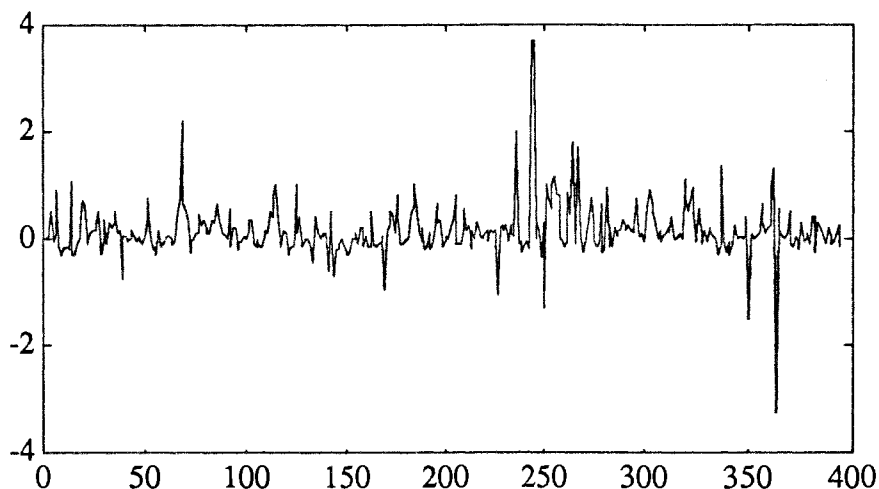


Figure 4.36 : divergence de Kullback calculée à partir d'un modèle AR(5) avec une fenêtre croissante et une glissante de taille 50.

La somme cumulée de la divergence de Kullback permet la détection de l'instant de l'apparition de la perturbation. Celle-ci se présente comme suite :

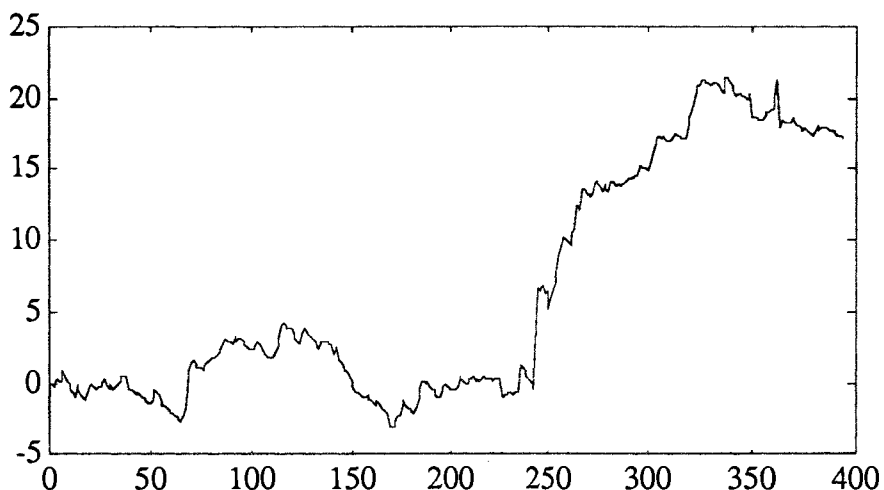


Figure 4.37 : somme cumulée de la divergence de Kullback

Nous présentons également l'exemple de perturbations effectuées sous forme de micro-coupures sur un débitmètre placé sur les conduites de reflux d'une pompe.

Dans ce cas, les mesures sont fortement bruitées et présentent une oscillation caractéristique du débit statique à faible régime d'une telle pompe. En effet, celle-ci fonctionne selon le principe de la rotation d'un galet venant écraser à chaque tour une conduite en caoutchouc provoquant ainsi la pulsion du liquide (voir annexe B).

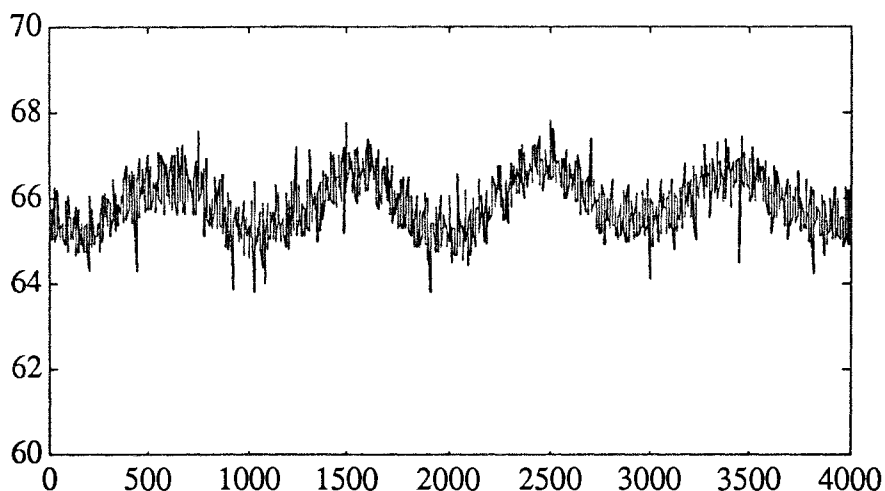


Figure 4.38 : signal de sortie d'un débitmètre avec perturbation de l'alimentation après l'indice 2000.

Les perturbations provoquées sur le signal de sortie du capteur étant fortement noyée dans le bruit, les méthodes de comparaison de paramètres statistiques n'ont pas permis de les détecter. L'utilisation d'un modèle autorégressif (AR) long ou d'un ARMA, afin de trouver des changements de caractéristiques spectrales dans le signal de sortie du capteur, a fourni d'excellents résultats.

Nous présentons ci-dessous, la divergence de Kullback calculé avec un modèle ARMA sur une fenêtre croissante et une fenêtre glissante de 50 points se déplaçant conjointement avec un pas de 10 points. Celle-ci permet de distinguer nettement l'instant de l'apparition des perturbations.

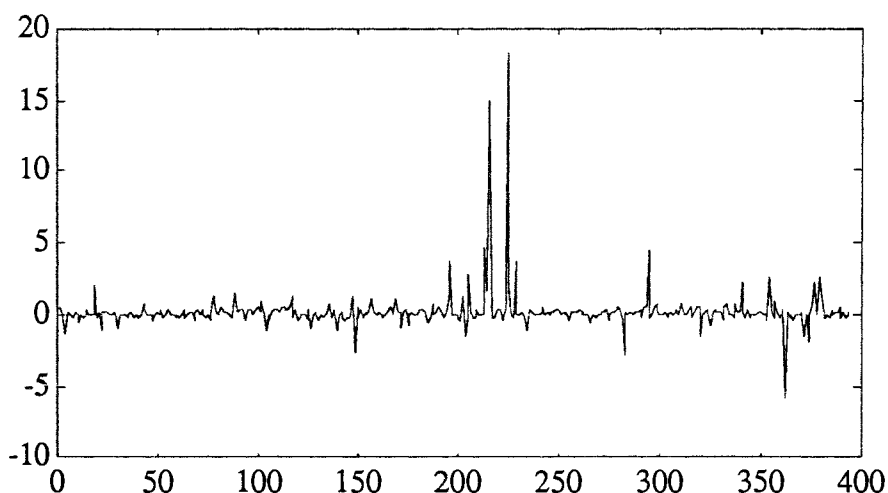


Figure 4.39 : divergence de Kullback calculée à partir d'un modèle ARMA(2,2) avec une fenêtre croissante et une glissante de taille 50.

La majorité des défauts d'alimentation provoqués sur les capteurs a été détectée par les deux méthodes utilisant une fenêtre croissante et une glissante. Les résultats d'un modèle ARMA avec deux fenêtres glissantes sont moins convaincants. Nous poursuivons avec d'autres types d'essais afin de confirmer ou démentir cette constatation.

### IV.7.2 - Altérations de l'étalonnage

Nous présentons ci-dessous le signal de sortie d'un capteur de niveau placé sur un réservoir. Il indique un niveau stable de 32,5% de l'étendue de mesure et, à partir de l'observation d'indice 1500, nous avons modifié le zéro de l'appareil d'une infime quantité.

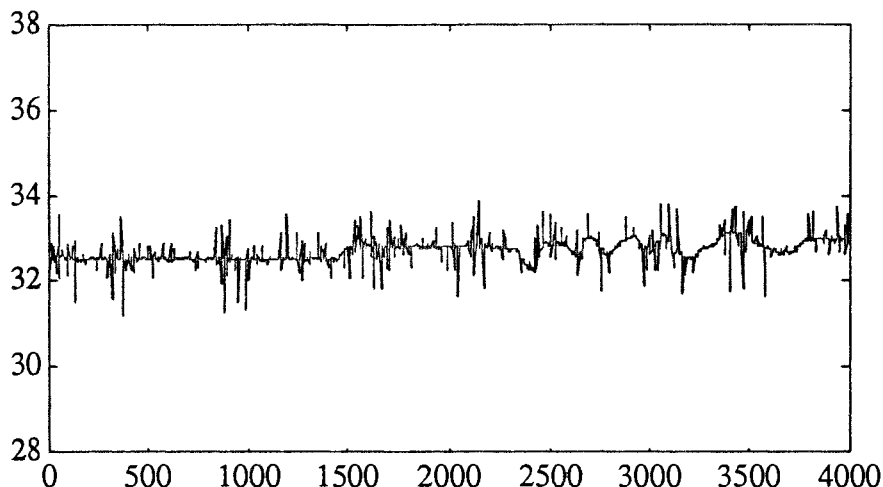


Figure 4.40 : signal de sortie d'un capteur de niveau avec altération de l'étalonnage à l'indice 1500.

Sur cet essai, les trois méthodes ont permis la détection du défaut. Nous montrons, pour exemple, le comportement de la divergence de Kullback calculée à partir d'un modèle ARMA(2,2) avec deux fenêtres glissantes de 50 et 100 points se déplaçant avec un pas de 10 points ; ce cas correspond au résultat le moins favorable parmi les trois méthodes utilisées.

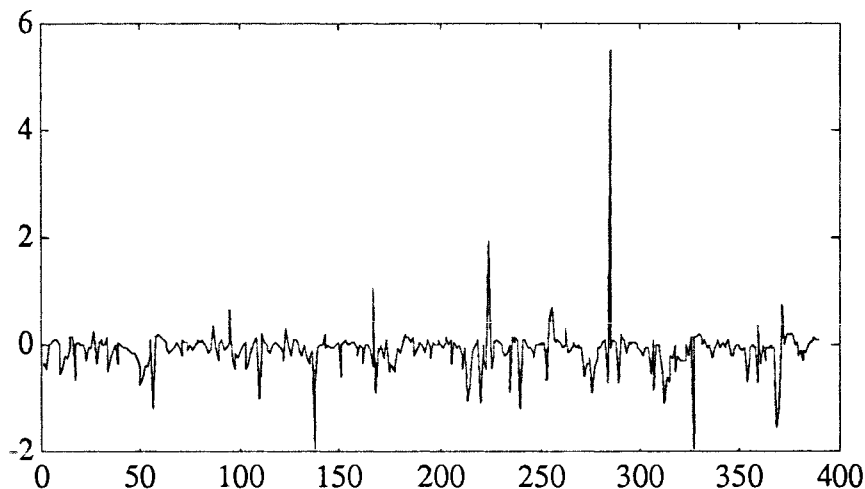


Figure 4.41 : divergence de Kullback calculée à partir d'un modèle ARMA(2,2) avec deux fenêtres glissantes de taille 50 et 100.

La somme cumulée de la divergence de Kullback, calculée à partir d'un modèle ARMA(2,2) sur deux fenêtres glissantes, n'a détecté le changement qu'après un retard important.

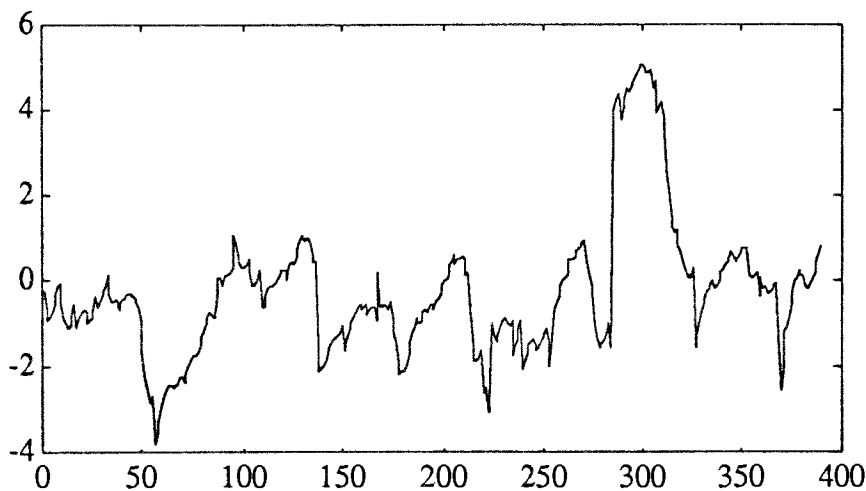


Figure 4.42 : somme cumulée de la divergence de Kullback.

Les méthodes utilisant une fenêtre croissante et une glissante ont permis un retard à la détection beaucoup plus faible. Il s'avère, sur ces exemples, qu'elles conservent de meilleures performances, comme dans le cas précédent.

### IV.7.3 - Perturbations électromagnétiques

A l'aide d'un puissant transformateur, nous avons créé un champ magnétique dans l'environnement immédiat d'un débitmètre électromagnétique placé sur la conduite de reflux d'une pompe. Cette perturbation a été appliquée dans des conditions défavorables à sa détection c'est-à-dire pendant un changement de régime de la pompe.

Les mesures représentant cet essai se trouvent sur la figure suivante, les perturbations débutent à partir de l'observation d'indice 2200 et sont indétectables sur cette représentation.

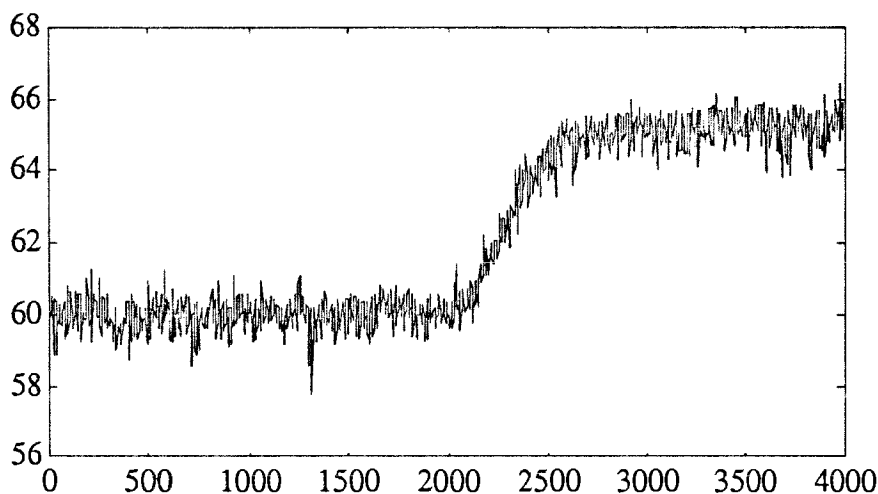


Figure 4.43 : signal de sortie d'un débitmètre soumis à des perturbations électromagnétiques à partir de l'indice 2200.

Ces perturbations sont détectées grâce aux changements spectraux qu'elles entraînent sur le signal de sortie du capteur. Les deux méthodes utilisant un modèle ARMA ont donné de bons résultats, et celle calculée à partir d'une fenêtre croissante et une glissante, possède une sensibilité plus importante.



Nous présentons, ci-dessous, le cas le moins favorable, c'est-à-dire la divergence de Kullback calculée à partir de deux fenêtres glissantes 50 et 100 points se déplaçant d'un pas de 10 points.

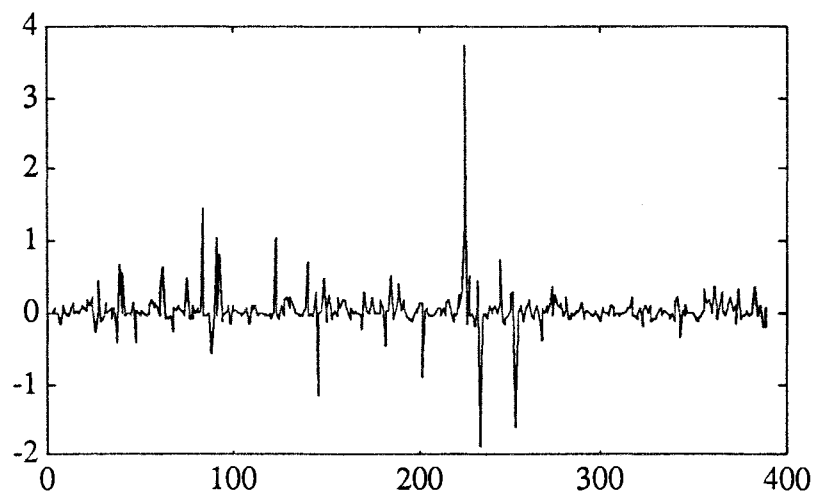


Figure 4.44 : divergence de Kullback calculée à partir d'un modèle ARMA(2,2) avec deux fenêtres glissantes de taille 50 et 100.

La somme cumulée de cette divergence a permis une détection convenable de l'instant de l'apparition des perturbations.

#### IV.7.4 - Défaillance de la compensation en température d'un capteur

De nombreux capteurs possèdent un élément qui permet la compensation des variations des grandeurs d'influence qui modifient sensiblement la mesure.

Sur un capteur de niveau ultra-sonore, une sonde de température permet la compensation des erreurs systématiques occasionnées par les variations de la température ambiante. Sur l'essai suivant, au cours du remplissage de la cuve, nous avons surchauffé cet élément.

La figure ci-dessous présente la sortie du capteur sur cet essai ; l'échauffement de la sonde débute à l'instant 1700, mais ce n'est qu'autour de l'observation d'indice 2400 que la température dépasse les limites admissibles.

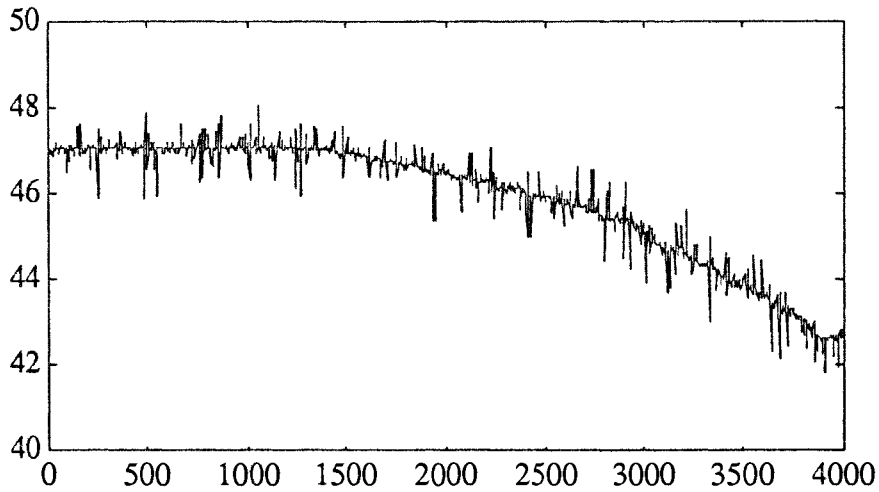


Figure 4.45 : signal de sortie d'un capteur de niveau soumis à une surchauffe, à partir de l'indice 2400, de sa sonde de compensation de température.

Les trois méthodes citées dans ce chapitre ont permis la détection de ce défaut de façon plus ou moins nette. Nous présentons les résultats de la divergence de Kullback calculée à partir d'un modèle ARMA(2,2) avec une fenêtre croissante et une fenêtre glissante de 50 points.

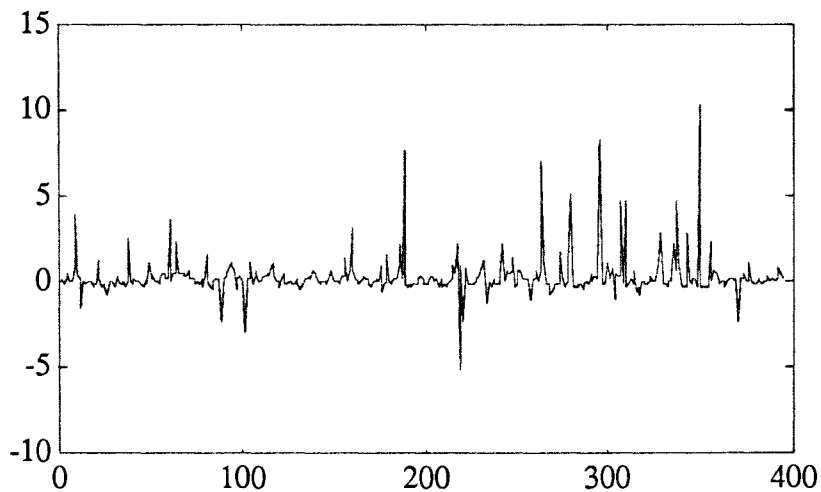


Figure 4.46 : divergence de Kullback calculée à partir d'un modèle ARMA(2,2) avec une fenêtre croissante et une fenêtre glissante de taille 50.

La somme cumulée permet la détection de cette défaillance à partir de l'indice 300, correspondant à l'observation d'indice 3000 de la figure 4.45, donc avec un retard assez important.

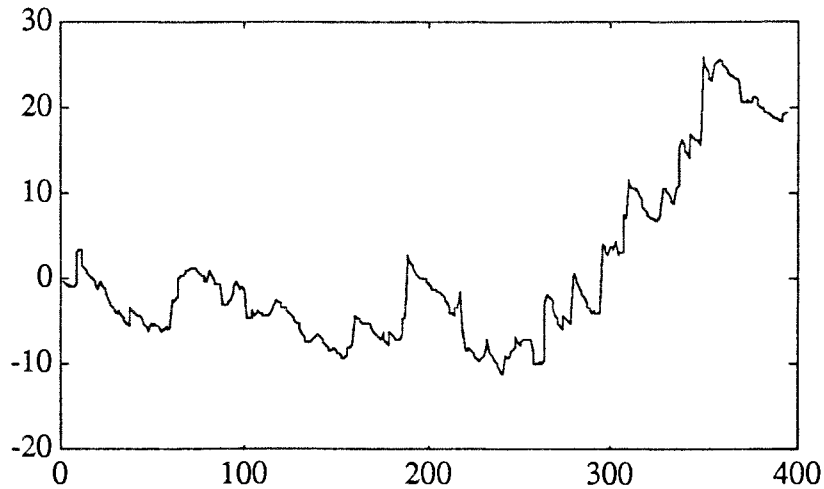


Figure 4.47 : somme cumulée de la divergence de Kullback.

Nous avons repris, dans le résumé suivant, la majorité des essais, sans discrimination, pour définir un critère de performance des différentes méthodes.

#### **IV.7.5 - Résumé des essais sur pilote et critères de choix d'une méthode**

Dans ce résumé, nous avons regroupé les essais par type de capteur et type de défaut réalisé sur celui-ci. Pour chaque groupement, nous avons alterné, dans la mesure du possible, défauts faibles et défauts importants. Nous avons également essayé de provoquer des défauts à la fois en régime statique et en présence de régime transitoire du mesurande.

TABLEAU RECAPITULATIF

Type de capteur et type de défauts	Méthode utilisant un modèle AR long avec une fenêtre croissante et une glissante	Méthode utilisant un modèle ARMA avec deux fenêtres glissantes	Méthode utilisant un modèle ARMA avec une fenêtre croissante et une glissante
Densimètre. Défaut de vibration nombre d'essais : 5	détection pour 5	détection pour 4	détection pour 5
Capteur de niveau à ultra-son. Défaut d'échauffement nombre d'essais : 6	détection pour 2	détection pour 3	détection pour 4
Capteur de niveau à effet capacitif. Défaut d'échauffement nombre d'essais : 2	détection pour 2	détection pour 1	détection pour 2
Capteurs de niveau. Altérations d'étalonnage nombre d'essais : 4	détection pour 3	détection pour 2	détection pour 3
Débitmètres. défaut électromagnétique nombre d'essais : 6	détection pour 6	détection pour 5	détection pour 6
Capteur de niveau à ultra-son Défaut d'alimentation nombre d'essais : 4	détection pour 4	détection pour 2	détection pour 4
Capteur de niveau à effet capacitif. Défaut d'alimentation nombre d'essais : 5	détection pour 5	détection pour 5	détection pour 5
Débitmètres Défaut d'alimentation nombre d'essais : 8	détection pour 6	détection pour 4	détection pour 6
Nombre total d'essais : 40	nombre de bonnes détections : 33	nombre de bonnes détections : 26	nombre de bonnes détections : 35
Pourcentage de réussite :	82,5 %	65 %	87,5 %

*En regardant ces résultats, il s'avère que la méthode utilisant un modèle ARMA sur une fenêtre croissante et une glissante obtient les meilleurs résultats. Ceux-ci dépassent également les autres d'un point de vue qualitatif. En effet, cette méthode a permis les détections les plus franches et les plus rapides.*

*Mais la méthode répondant le mieux, à la fois à un critère de faible temps de calcul et de grande sensibilité à un défaut, est celle qui utilise un modèle autorégressif (AR) long. Dans ce cas, les algorithmes de calcul des coefficients du modèle nécessitent nettement moins d'opérations que pour un modèle ARMA.*

*En comparant les résultats de la méthode utilisant un modèle ARMA avec deux fenêtres glissantes avec ceux des fonctions de comparaison de paramètres statistiques (voir chapitre 4), on constate qu'elle n'apporte pas d'amélioration par rapport à la fonction la plus performante des trois (comparaison de variance sur une fenêtres croissante et une glissante). Mais, à types de fenêtres équivalents (deux glissantes), ces résultats sont nettement plus performants.*

*Pour garder une sensibilité et une fiabilité satisfaisantes, sans pour autant réinitialiser l'algorithme de calcul après une détection de défaut, la méthode utilisant un modèle ARMA avec deux fenêtres glissantes est la solution. Mais, il est nécessaire de prendre la précaution d'avoir une grande fenêtre au moins à trois fois plus grande que la petite fenêtre.*

## CONCLUSION ET ARCHITECTURES DE SYSTEME DE SURVEILLANCE

Nous avons établi dans cette étude une démarche pour la détection de défauts sur un capteur isolé. Notre approche présente l'avantage d'utiliser uniquement la sortie de l'instrument comme information à traiter. Elle procède de la façon suivante :

- élimination du signal de l'influence de la partie représentant l'évolution de la grandeur physique observée par le capteur,
- observation du signal sur deux horizons temporels différents,
- comparaison des valeurs d'une fonction représentative de l'état du capteur calculées sur ces deux horizons,
- utilisation d'un test séquentiel d'hypothèses pour analyser les résultats de cette comparaison.

Les procédures développées sont linéaires, récursives et nous permettent une surveillance en ligne et en temps réel de l'instrument de mesure. Les différents algorithmes ne nécessitent généralement qu'une première phase d'apprentissage avant leur application. Cette première phase permet de fixer certains paramètres :

- la ou les tailles des fenêtres glissantes,
- l'ordre du modèle éventuellement utilisé,
- les sauts minimaux à détecter et les différents risques tolérés,
- les constantes de réglage des seuils.

Toutes les méthodes ont été testées en simulation et sur un site pilote. Ce travail a mis en évidence celles dont les mauvaises caractéristiques de fiabilité et de sensibilité ne permettaient pas une surveillance efficace des capteurs d'un procédé industriel. Il nous a également guidé pour établir les performances comparatives des méthodes retenues et certaines règles générales pour le choix des paramètres précédemment cités.

Les méthodes de détection de défauts développées dans cette étude, sont résumées par les figures 5.1 et 5.2.

L'organigramme de la figure 5.1 résume les procédures de détection de défaut d'un capteur utilisant les fonctions de comparaison de paramètres statistiques du chapitre III. Si une fenêtre croissante est utilisée, il commence par une phase d'initialisation de cette fenêtre. Ensuite, toutes les  $p$  périodes d'échantillonnage ( $p$  est le pas de déplacement des fenêtres), on calcule la fonction  $f(n)$  de comparaison de deux paramètres statistiques du signal ; ces paramètres  $\mu_1(n)$  et  $\mu_2(n)$  sont obtenus à partir des deux fenêtres. Cette fonction  $f(n)$  est testée de façon séquentielle afin de détecter des changements de sa moyenne (test de Page-Hinkley, voir annexe A) pour qu'une décision soit prise quant à l'état du capteur.

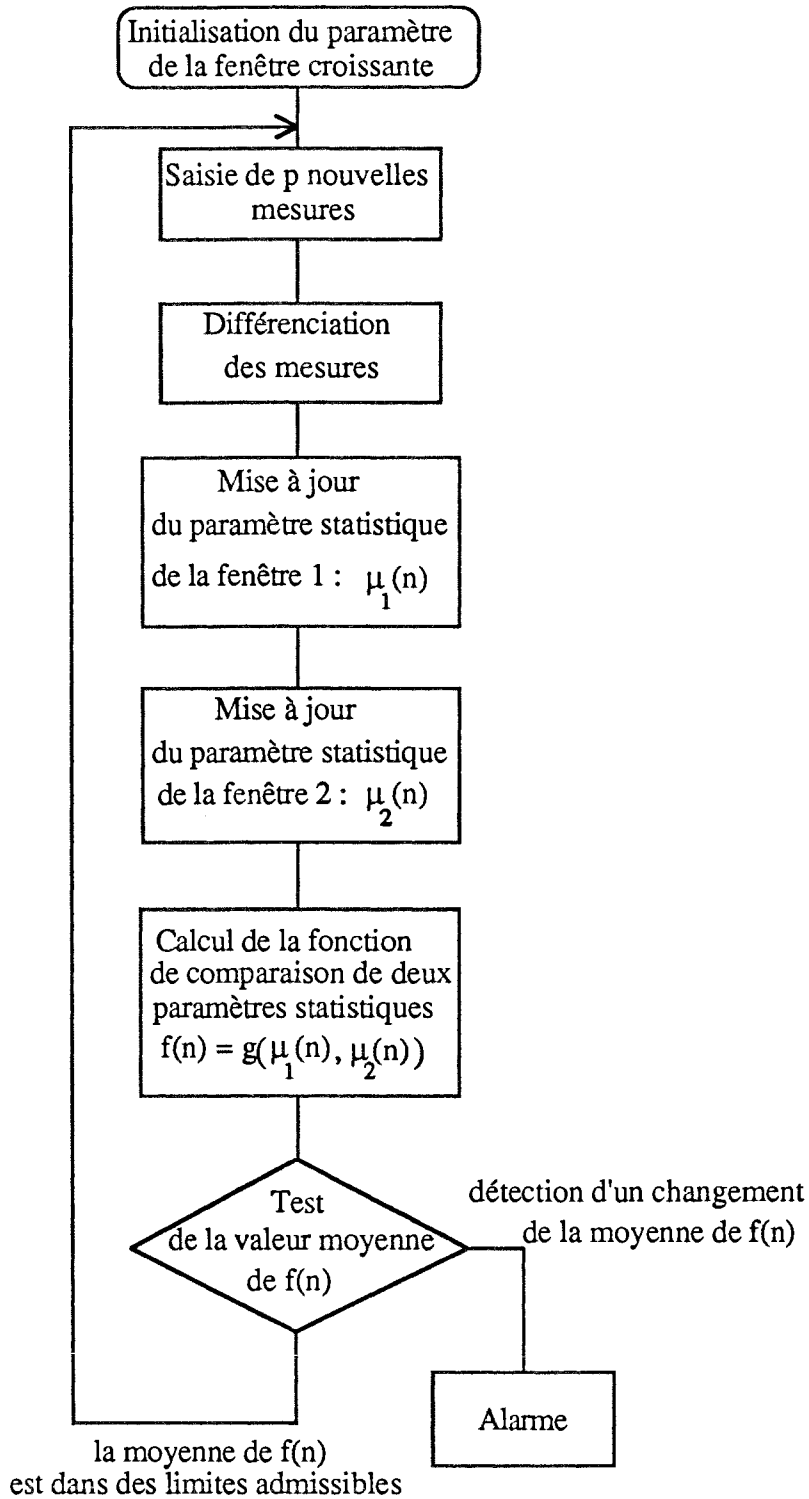


Figure 5.1 : Organigramme de la méthode de détection de défaut de capteur par fonction de comparaison de paramètres statistiques

L'organigramme de la figure 5.2 résume les procédures de détection de défaut d'un capteur utilisant une mesure de proximité (la divergence de Kullback) entre deux modèles de type ARMA identifiés sur deux fenêtres temporelles. Pour chaque fenêtre se déplaçant avec un pas  $p'$ , nous identifions les paramètres  $a_{1,i}$  et  $a_{2,i}$  d'un modèle autorégressif ou autorégressif à moyenne mobile. La divergence de Kullback est alors calculée à partir des séquences d'innovation de ces deux modèles. La valeur de la

divergence est testée comme dans le cas précédent pour qu'une décision soit prise sur l'état du capteur.

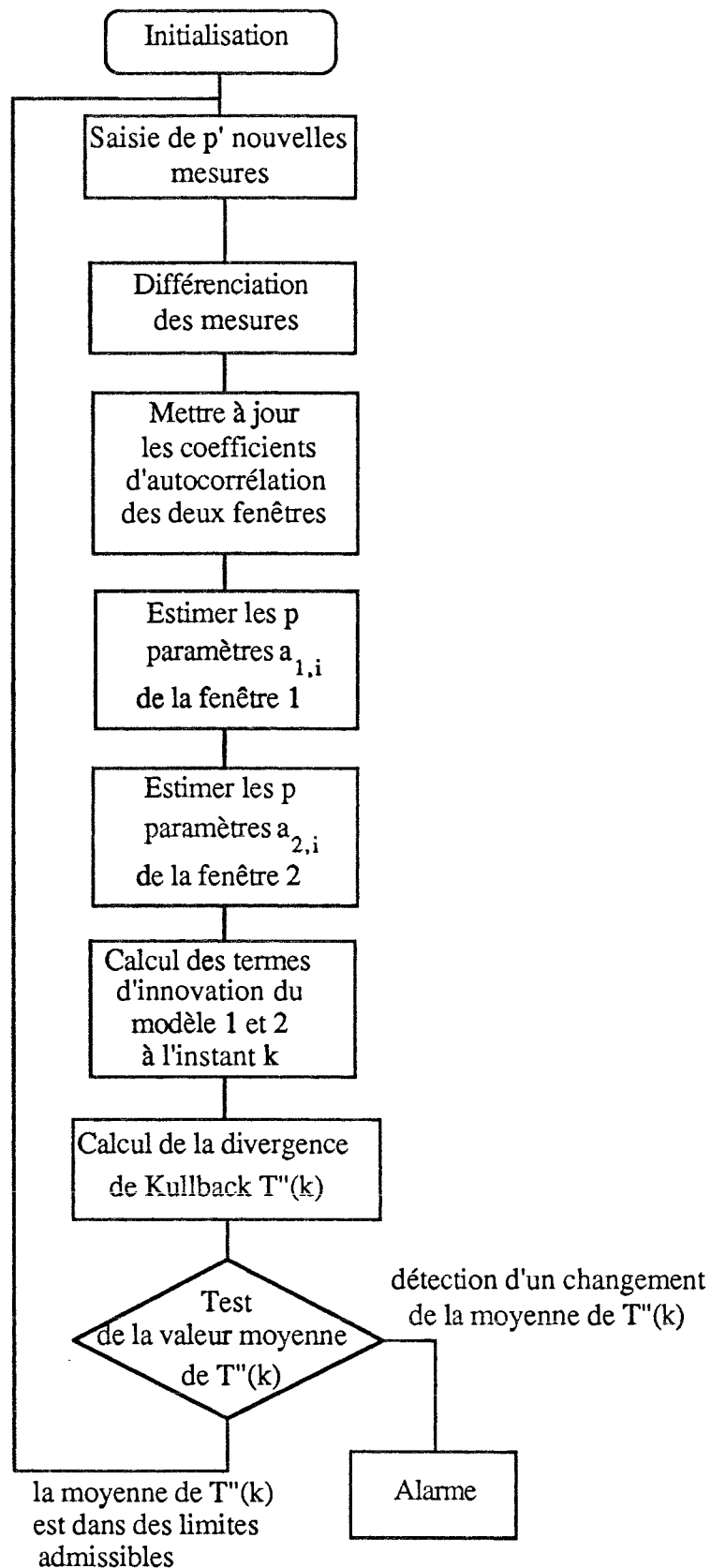


Figure 5.2 : Organigramme de la méthode de détection de défaut de capteur par modélisation AR ou ARMA du signal



Le système de surveillance qui utilisera ces procédures se placera soit en parallèle avec ceux de commande ou de régulation (voir figure 5.3), soit en série (voir figure 5.4). Dans les deux cas, la fréquence élevée nécessaire pour l'échantillonnage du signal (voir paragraphe II.4) implique que le système de surveillance soit en liaison directe avec le capteur.

Si nous avons un système de surveillance en série, alors celui-ci suivra immédiatement le capteur et sera inclue dans une boucle générale de "surveillance-commande-régulation". Il pourra fournir aux organes de régulation ou de commande du procédé (nécessitant une fréquence d'échantillonnage beaucoup plus faible) une mesure plus correcte résultant de la moyenne d'une série de mesures consécutives, une information quant à l'état des capteurs et également un ordre de commutation de fonctionnement en mode "manuel" suite à la détection d'une panne de capteur.

Si au contraire le système est en parallèle sur le reste de l'installation, il aura en général qu'un rôle consultatif et ne pourra agir sur le reste des organes du procédé que par un boucle secondaire facultative.

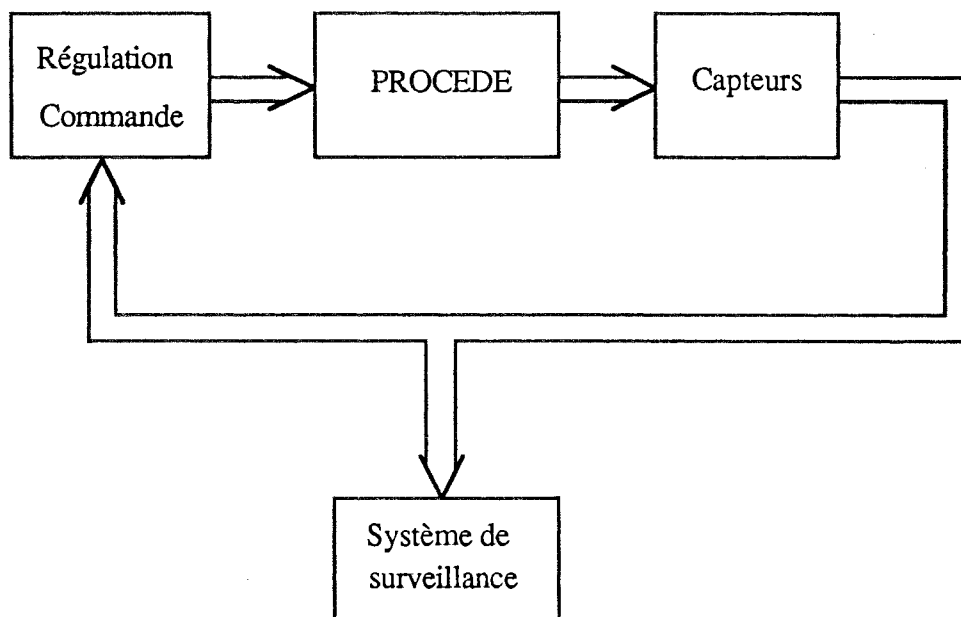


Figure 5.3 : système de surveillance en parallèle avec la partie commande régulation

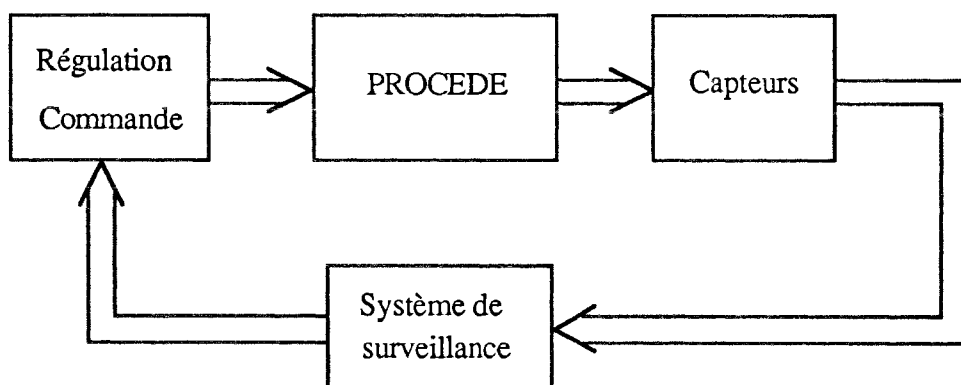


Figure 5.4 : système de surveillance en série avec la partie commande régulation

Il est possible d'envisager un système de surveillance comprenant soit un ordinateur (ou plusieurs par groupe de capteurs) traitant les données des différents capteurs par multiplexage, soient de petites unités de calcul (cartes à microprocesseur ou à micro-contrôleur) associées à chaque instrument de mesure. La stratégie adoptée par l'utilisateur dépendra du nombre de capteurs à surveiller, le temps de réponse de ces capteurs, des coûts et de la disposition du système de surveillance ; une disposition en série avec la partie commande régulation favorise le choix de petites unités.

Une combinaison des différents algorithmes développés dans ce document associée à une logique de décision permettrait une exploitation plus fiable.

## ANNEXE A

### TESTS D'HYPOTHESES

#### A.1 - INTRODUCTION

Pour parvenir à prendre une décision sur les caractéristiques statistiques d'une population, nous sommes souvent amené à utiliser l'information que donne un échantillon de cette population.

Pour cela il est commode de poser deux hypothèses exhaustives par rapport auxquelles on teste l'échantillon :

- soit une hypothèse  $H_0$  selon laquelle la population présente les caractéristiques statistiques A,

- et une hypothèse  $H_1$  telle que la population présente les caractéristiques statistiques B.

On teste ensuite les caractéristiques statistiques d'un échantillon en fonction de A et B afin de déterminer laquelle des hypothèses  $H_0$  ou  $H_1$  est vraie.

Pour la détection de défaillance sur un système, nous pouvons poser une hypothèse  $H_0$  telle que le système est un fonctionnement normal avec les caractéristiques statistiques A et une hypothèse  $H_1$  telle que le système est un fonctionnement anormal avec les caractéristiques statistiques B.

Dans ce cas, il s'agit de tester si les mesures confirment ou contredisent une opinion *a priori* concernant la valeur de certains paramètres statistiques de la distribution du signal.

#### A.2 - DEFINITION DES ERREURS DE DECISION

Soit  $H_0$ , l'hypothèse selon laquelle les mesures confirment le paramètre fixé *a priori* et  $H_1$  la contre hypothèse.

On appellera erreur de première espèce (de type I) l'erreur qu'on effectue en rejetant l'hypothèse  $H_0$  alors qu'elle est vraie et celle de deuxième espèce (de type II), à rejeter  $H_1$  alors que c'est elle qui est vraie.

Dans notre cas l'erreur de type I correspond à une décision qui entraîne une fausse alarme et l'erreur de type II est la non-détection de défaillance du système.

#### A.3 - ERREUR DE TYPE I ET II

On tentera de voir la relation de la taille de l'échantillon (taille de fenêtre sur un signal temporel) et des risques de fausses alarmes et de non-détection choisis *a priori* sur la probabilité des erreurs de types I et II.

Pour qu'un test d'hypothèses ou une règle de décision soit efficace, il doit être conçu de manière à minimiser les erreurs de décision.

Dans la suite de cette annexe, les hypothèses  $H_0$  et  $H_1$  que nous poserons, représenterons directement la ou les caractéristiques statistiques testées.

### A.3.1 - Cas de la moyenne

Soit  $\mu$  la moyenne supposée du signal  $X_k$  ( $k \in [0, +\infty]$ ) et  $\sigma^2$  sa variance.

On fixe les deux hypothèses  $H_0$  et  $H_1$  et on étudie l'influence des différents paramètres sur l'erreur de type I et II.

$$H_0: \bar{X}_k = \mu_0 \tag{A.1}$$

$$H_1: \bar{X}_k = \mu_0 + p \sigma \tag{A.2}$$

où  $p$  est le changement minimum de la moyenne du signal à détecter en fonction de son écart type.

Soit  $\Pr(H_0/X)$  la probabilité que  $H_0$  soit vrai,  $X$  étant connu.

Soit  $\Pr(H_1/X)$  la probabilité que  $H_1$  soit vrai,  $X$  étant connu.

Si on suppose que le signal a une distribution normale sous les deux hypothèses, on peut représenter les courbes de distribution de moyenne comme suit :

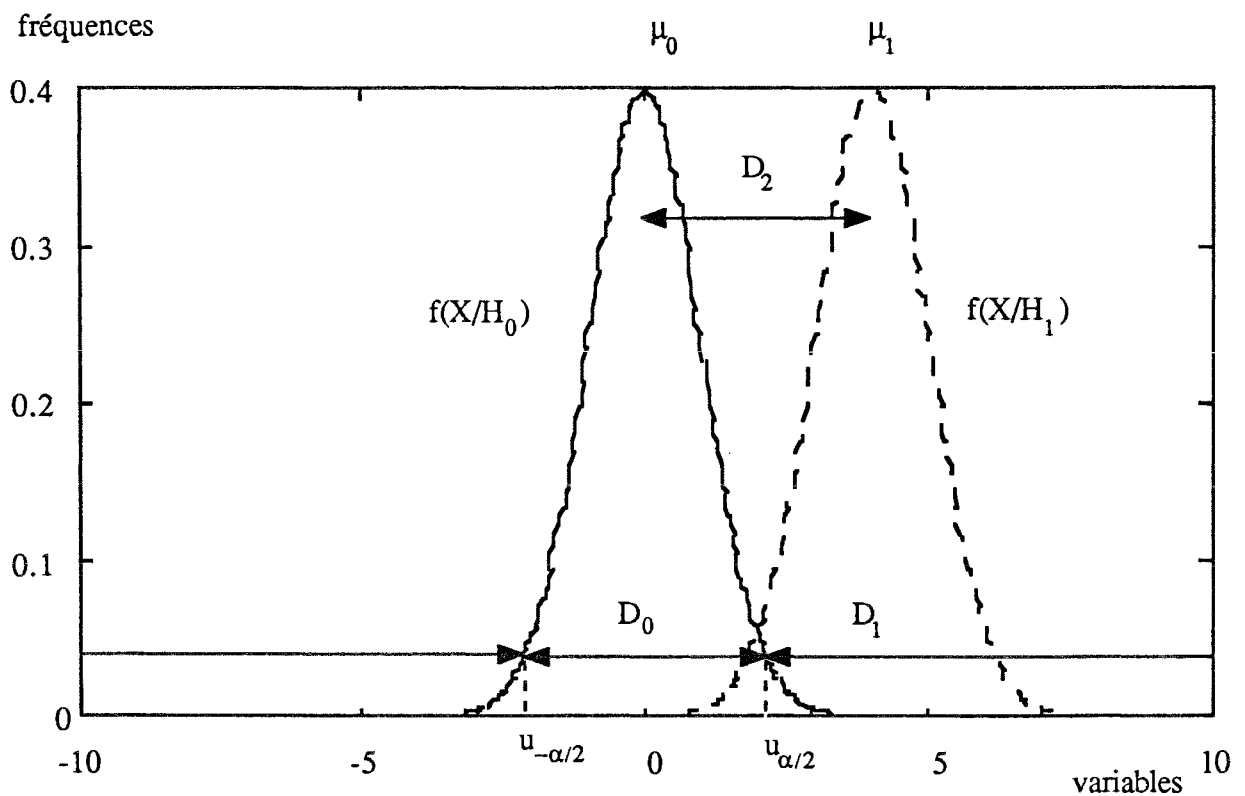


figure A.1 : fonctions de distribution  $f(X/H_0)$  et  $f(X/H_1)$ .

Soient :

- $D_0$  le domaine de fonctionnement normal,
- $D_1$  le domaine de fonctionnement anormal,
- $u_{\alpha/2}$  et  $u_{-\alpha/2}$  les valeurs correspondant à la séparation des domaines ( $u_{\alpha/2}$  si  $\mu_0 < \mu_1$  et  $u_{-\alpha/2}$  si  $\mu_0 > \mu_1$ ),
- $f_0$  la fonction de densité de probabilité de la variable  $X$ ,
- $f_1$  la même fonction pour  $\mu_0 > \mu_1$ ,
- $\alpha$  et  $\beta$  les risques fixés *a priori* de fausses alarmes et de manquer un défaut.

Alors, on a les probabilités conditionnelles suivantes pour les risques  $\alpha$  et  $\beta$ .

$$\Pr(D_0/H_0) = \int_{u_{-\alpha/2}}^{u_{\alpha/2}} f_0(X/H_0) dX = 1 - \alpha \quad (A.3)$$

Cette région correspond à la probabilité : l'hypothèse  $H_0$  vraie et non rejetée.

$$\Pr(D_0/H_1) = \int_{-\infty}^{u_{\alpha/2}} f_1(X/H_1) dX + \int_{u_{-\alpha/2}}^{+\infty} f_1(X/H_1) dX = \beta \quad (A.4)$$

Ces régions correspondent à la probabilité de manquer un défaut.

$$\Pr(D_1/H_1) = \int_{u_{\alpha/2}}^{+\infty} f_1(X/H_1) dX + \int_{-\infty}^{-\alpha/2} f_1(X/H_1).dX = 1 - \beta \quad (A.5)$$

Cette région correspond à la probabilité : l'hypothèse  $H_1$  vraie et acceptée.

$$\Pr(D_1/H_0) = \int_{u_{\alpha/2}}^{+\infty} f_0(X/H_0) dX + \int_{-\infty}^{-\alpha/2} f_0(X/H_0) dX = \alpha \quad (A.6)$$

Ces régions correspondent à la probabilité de fausses alarmes.

On écrira en lettres minuscules la projection sur l'axe des abscisses des différents domaines spécifiés au préalable sur la figure A.1 et reprise dans les formules (A.3) à (A.6).

$$d_2 = \mu_0 - \mu_1 = p \sigma \quad (A.7)$$

$p$  dépend du saut minimum à détecter.

$$d_0 = \frac{q\sigma}{\sqrt{n}} \quad (\text{A.8})$$

$n$  est la taille de l'échantillon (pour nous la taille de fenêtre de données) et  $q$  est lié au risque  $\alpha$  par la loi de probabilité des échantillons.

Or  $\Pr(D_1/H_0)$  est une fonction croissante de  $d_1$  (projection de  $D_1$ , figure A.1)  
 $\Pr(D_0/H_1)$  est une fonction croissante de  $d_0$  et décroissante de  $d_2$  (projection de  $D_0$  et  $D_2$ , voir figure A.1),

on peut donc en tirer les trois conclusions suivantes :

- plus on diminue le risque  $\alpha$  (on augmente donc  $d_0$ ) plus on augmente  $\beta$ ,
- plus on diminue le saut minimal détectable (on diminue donc  $d_0$ ) plus on augmente  $\beta$ ,
- si on fixe  $\alpha$  (le risque de fausses alarmes) et  $p$  (le saut minimal détectable) la seule possibilité de diminuer  $\beta$  (le risque de manquer un défaut) consiste à augmenter la taille de l'échantillon.

Donc dans notre cas où on traite des séries temporelles, si on se fixe un risque  $\alpha$  et un risque  $\beta$  il faut augmenter la fréquence de saisie des données afin de diminuer le risque de manquer un défaut tout en gardant un retard à la détection convenable qui apparaîtrait si on utilisait une petite fréquence de saisie avec une grande fenêtre.

### A.3.2 - Cas de la variance

On utilise le même raisonnement pour la variance calculée sur les échantillons d'une population supposée normale (même si ces variances ne sont pas normalement distribuées).

En effet, on peut montrer que si la population est normalement distribuée, les variances suivent une loi du  $\chi^2$  à  $n-1$  degrés de liberté et leur écart-type est égal à  $\frac{\sigma}{\sqrt{2n}}$  avec  $\sigma$  l'écart-type de la population.

### A.4 - TESTS DES SOMMES CUMULEES

Contrairement aux tests d'hypothèses usuels (références [1] et [16]) qui, à partir de  $N$  observations décident quelle hypothèse doit être retenue, les tests basés sur les sommes cumulées peuvent être utilisés de façon à ne pas fixer à priori la taille de l'échantillon utilisé pour la décision (références [23], [24], [27], [28] et [29]). A tout instant, ils se réservent le droit de décider ou de reporter la décision s'ils estiment l'information insuffisante (test de Wald).

### A.4.1 - Introduction

Le principe de la statistique des sommes cumulées consiste à sommer une variable aléatoire qu'on suppose suivre une loi de distribution donnée et d'observer, non pas la valeur de la statistique à l'instant présent, mais la tendance ou la pente de la trajectoire.

L'avantage principal d'une telle statistique est qu'elle a tendance à diminuer le bruit aléatoire de la variable observée et à en amplifier les véritables changements.

### A.4.2 - Test de moyennes avec les limites paraboliques

Soit  $\mu_i$  la moyenne supposée du signal à l'instant  $i$  et  $\sigma$  son écart-type. On pose les hypothèses suivantes :

$$H_0 : \forall i \in [ 1 , N ] \mu_i = \mu_0$$

$$H_1 : \forall i \in [ 1 , N ] \mu_i = \mu_1 \neq \mu_0$$

$$\text{soit } c_m = \sum_{i=1}^m ( y_i - \mu_0 ) \tag{A.9}$$

L'écart type de  $c_m$  est  $\sigma_{Cm}$

$$\text{avec } \sigma_{Cm} = \sigma \sqrt{m} \tag{A.10}$$

Les limites sont donc fixées par les deux branches de la parabole  $\pm p \sigma \sqrt{m}$  où  $p$  dépend du seuil significatif qu'on se fixe.

On simule ci-dessous une variable aléatoire normalement distribuée sur laquelle apparaît un saut de  $(0.5 \sigma)$ .

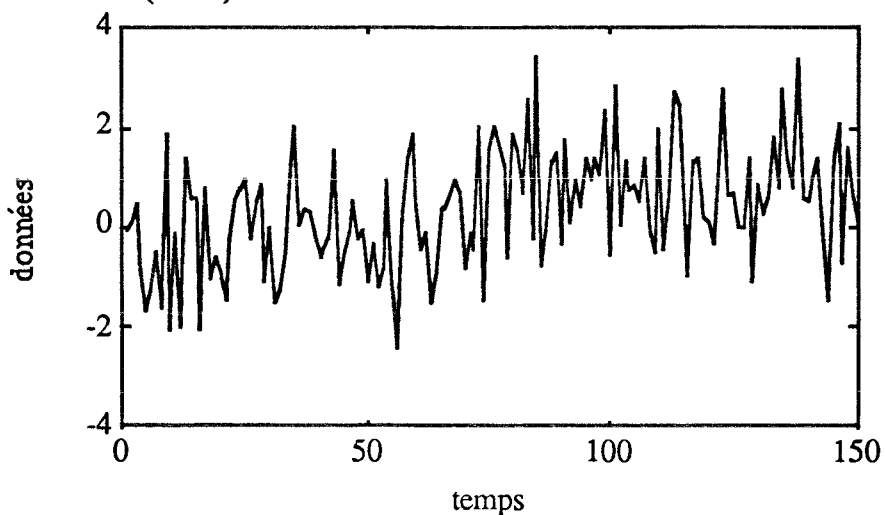


Figure A.2 : variable centrée réduite avec un saut d'un écart-type à l'instant 75.

La somme cumulée de la variable aléatoire avec les deux paraboles calculées en fonction de son écart-type se présente ci-dessous :

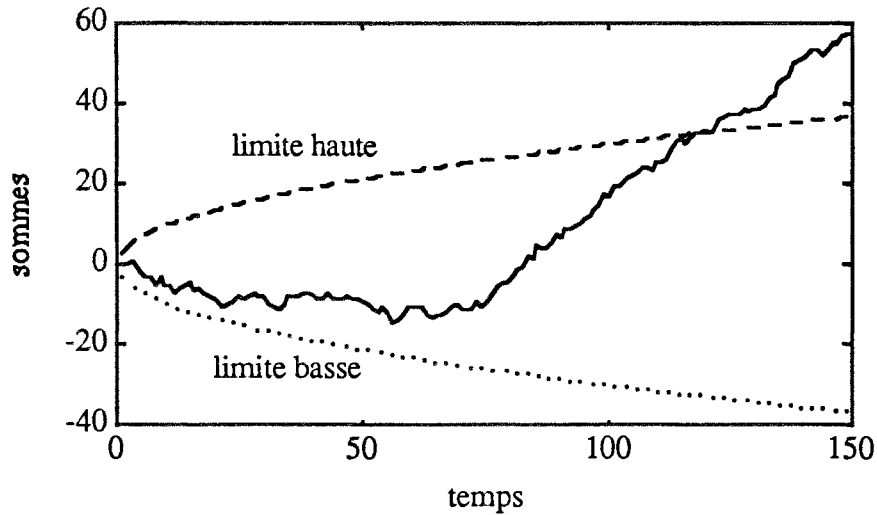


Figure A.3 : test de somme cumulée avec limites paraboliques.

La somme cumulée de la variable aléatoire avec les limites paraboliques construites en fonction du dernier échantillon sont présentées ci-dessous.

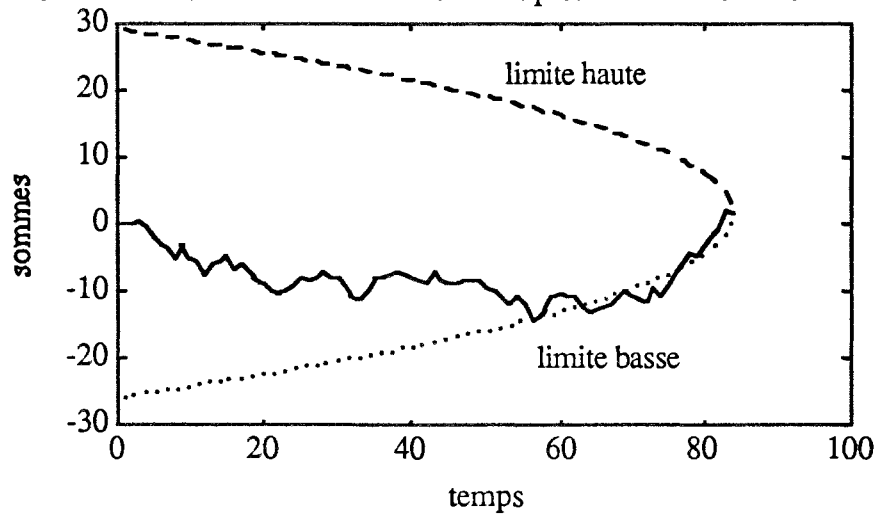


Figure A.4 : test de somme cumulée avec limite parabolique rétroactive.

L'inconvénient majeur de ce test (voir figure A.3) réside dans le fait que les conséquences d'un dérèglement sont atténuées par la série des valeurs  $y_i$  de moyenne  $\mu_0$  ( $i < m$ ) qui le précède.

On peut montrer que l'efficacité du test (le délai moyen de la détection) diminue avec  $m$ . Pour remédier à cela, il suffit d'effectuer un contrôle à rebours de la série chronologique des valeurs, c'est-à-dire à partir de la dernière valeur testée (voir figure A.4).

En effet, nous avons :

$$c_m - c_{m-j} = \sum_{i=m-j+1}^m y_i \tag{A.11}$$

L'écart-type de cette différence dans l'hypothèse admise est  $\sigma'_{C_m}$ , avec :

$$\sigma'_{C_m} = \sigma\sqrt{j} \tag{A.12}$$



Par conséquent, si nous plaçons le sommet de la parabole sur la dernière donnée en prenant l'axe de cette parabole parallèle à l'axe des abscisses et de sens opposé, tous les points doivent se situer à l'intérieur du masque ainsi défini (voir figure A.4).

Nous voyons ainsi que le délai moyen à la détection ne dépend plus du nombre de données sans défaut précédant l'instant de son apparition.

On voit sur les figures précédentes qu'un saut de moyenne est détecté avec un retard de 50 périodes d'échantillonnage (figure A.3) pour un masque calculé à partir de l'instant initial. Tandis qu'avec un masque calculé à partir du dernier échantillon, le retard à la détection n'est plus que de 10 périodes d'échantillonnage (figure A.4).

Ce test sous la forme suivante se prête mal toutefois à une utilisation en ligne sur un procédé. Le principal inconvénient est dû à la nécessité de sauvegarder et tester toutes les valeurs  $c_{m,i}$  avec  $i$  de 1 à  $m-1$ . Pour pallier cet inconvénient on a deux solutions :

- soit on revient à la procédure précédente qui consiste à fixer les limites du test en fonction de l'instant initial et alors chaque valeur  $c_m$  est testée qu'une seule fois,

- soit pour conserver l'efficacité du test on calcul chaque fois les seuils en fonction du dernier élément  $c_m$  en limitant l'horizon du test (en n'utilisant qu'un certain nombre de valeurs  $c_{m,i}$ ). Cette restriction entrainera la nécessité de faire un compromis entre :

- d'une part la vitesse d'exécution, plus encombrement mémoire du calculateur,
- et d'autre part la détection des modifications lentes sur le procédé.

L'algorithme pour la détection d'un saut de moyenne avec l'hypothèse d'une distribution normale pour un niveau significatif  $\alpha$  et des seuils fixés en fonction du **premier** élément consiste à comparer successivement les valeurs  $c_m$  avec les seuils définis par les deux branches de la parabole  $\pm p \sigma \sqrt{m}$  (voir expression A.10).

L'algorithme pour la détection d'un saut de moyenne avec l'hypothèse d'une distribution normale pour un niveau significatif  $\alpha$  et des seuils fixés en fonction du **dernier** élément se présente sous la forme suivante où l'on limite l'horizon du test à  $N$  éléments :

$$c_m = \sum_{i=1}^m (y_i - \mu_0) \quad (\text{A.13})$$

On calcule pour  $i$  de  $N$  à 1 avec  $m > N$

$$\begin{cases} d1_i^m = + | p | \sqrt{m-i} + c_m \\ d2_i^m = - | p | \sqrt{m-i} + c_m \end{cases} \quad (\text{A.14})$$

Dans ces deux formules,  $| p |$  représente le saut minimum détectable en nombre d'écart-type du signal. Sa valeur dépend du risque  $\alpha$  de fausses alarmes qu'on se fixe *a priori*.

On a un saut de moyenne négatif si :

$$c_{m-i} \geq d1_i^m \tag{A.15}$$

Et un saut de moyenne positif si :

$$c_{m-i} \leq d2_i^m \tag{A.16}$$

N dépend du compromis sur la vitesse d'exécution plus encombrement mémoire et détection des modifications lentes du signal.

### A.4.3 - Test séquentiel de Wald

Un autre type de masque peut être calculé en utilisant la théorie de A. Wald.

Dans ce cas, nous tiendrons compte des erreurs de première et de deuxième espèces définies dans les tests d'hypothèses.

Si nous reprenons les définitions du paragraphe A.3.1 :

Soit  $\Pr(H_0/X)$  la probabilité que  $H_0$  soit vraie, X étant connu.

$\Pr(H_1/X)$  la probabilité que  $H_1$  soit vraie, X étant connu.

une règle simple de décision est de retenir l'hypothèse  $H_1$  si :

$$\Pr(H_1/X) > \Pr(H_0/X) \tag{A.17}$$

et l'hypothèse  $H_0$  si :

$$\Pr(H_1/X) < \Pr(H_0/X) \tag{A.18}$$

or le théorème de Bayes nous permet d'écrire :

$$\begin{cases} \Pr(H_0/X) = \frac{\Pr(X/H_0) \Pr(H_0)}{\Pr(X)} \\ \Pr(H_1/X) = \frac{\Pr(X/H_1) \Pr(H_1)}{\Pr(X)} \end{cases} \tag{A.19}$$

et si  $f(X)$  représente la fonction de distribution de X et  $f(X/H_i)$  la fonction de distribution de X sous l'hypothèse  $H_i$ , on a :

$$\Pr(X) = f(X) dX \tag{A.20}$$

$$\Pr(X/H_i) = f(X/H_i) dX \tag{A.21}$$

Nous pouvons donc transformer (A.19) en utilisant (A.21) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Pr(H_0/X) = \frac{f(X/H_0)}{f(X)} \Pr(H_0) \\ \Pr(H_1/X) = \frac{f(X/H_1)}{f(X)} \Pr(H_1) \end{array} \right. \quad (\text{A.22})$$

donc les inégalités (A.17) et (A.18) nous donnent :

- l'hypothèse  $H_1$  est retenue si :

$$\frac{f(X/H_1)}{f(X/H_0)} > \frac{\Pr(H_0)}{\Pr(H_1)} \quad (\text{A.23})$$

- l'hypothèse  $H_0$  est retenue si on a :

$$\frac{f(X/H_1)}{f(X/H_0)} < \frac{\Pr(H_0)}{\Pr(H_1)} \quad (\text{A.24})$$

Nous appellerons  $f(X/H_i)$  la vraisemblance de  $X$  sous  $H_i$ .

$\frac{f(X/H_1)}{f(X/H_0)}$  étant le rapport de vraisemblance de  $H_1$  par rapport à  $H_0$  pour  $X$ .

Si  $\alpha$  est la probabilité d'erreur de première espèce et  $\beta$  la probabilité d'erreur de seconde espèce,  $L_{0m}$  et  $L_{1m}$  la vraisemblance des échantillons  $y_1, y_2, \dots, y_m$  sous les hypothèses  $H_0$  et  $H_1$ , le rapport de vraisemblance  $H_1/H_0$  est égal à :

$$\lambda(m) = \frac{L_{1m}}{L_{0m}} \quad (\text{A.25})$$

Nous pouvons aboutir à trois conclusions :

- accepter l'hypothèse  $H_0$  si  $\lambda \leq \frac{\beta}{1-\alpha}$ ,

- accepter l'hypothèse  $H_1$  si  $\lambda \geq \frac{1-\beta}{\alpha}$ ,

- ne pas conclure et faire une observation supplémentaire si  $\frac{\beta}{1-\alpha} < \lambda < \frac{1-\beta}{\alpha}$ .

Nous obtenons ces résultats en reprenant les inégalités (A.23), (A.24) et en les généralisant sur un domaine constitué par  $m$  variables indépendantes ; les domaines  $D_1$  et  $D_0$  sont ceux spécifiés dans le paragraphe A.3.1 :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda(m) > \frac{\Pr(H_0/D_1)}{\Pr(H_1/D_1)} \frac{\Pr(D_1/H_1)}{\Pr(D_1/H_0)} \\ \lambda(m) < \frac{\Pr(H_0/D_0)}{\Pr(H_1/D_0)} \frac{\Pr(D_0/H_1)}{\Pr(D_0/H_0)} \end{array} \right. \quad (\text{A.26})$$

et par hypothèse puisque :

$$\begin{cases} \frac{\Pr(H_0/D_1)}{\Pr(H_1/D_1)} < 1 \\ \frac{\Pr(H_0/D_0)}{\Pr(H_1/D_0)} > 1 \end{cases} \quad (\text{A.27})$$

donc les inégalités suivantes (A.28) impliquent celles de (A.26) :

$$\begin{cases} \lambda(m) \geq \frac{\Pr(H_0/D_1)}{\Pr(H_1/D_1)} = \frac{1-\beta}{\alpha} \\ \lambda(m) \leq \frac{\Pr(H_0/D_0)}{\Pr(H_1/D_0)} = \frac{\beta}{1-\alpha} \end{cases} \quad (\text{A.28})$$

La loi de décision consistera à comparer le rapport de vraisemblance avec les deux limites définies au-dessus.

#### A.4.3.1 - Test séquentiel de Wald sur la moyenne

En supposant que les  $y_i$  ont une distribution normale d'écart-type  $\sigma$ , soit la valeur centrée réduite :

$$z_i = \frac{y_i - \mu_0}{\sigma} \quad (\text{A.29})$$

et la somme cumulée :

$$c_m = \sum_{i=1}^m z_i \quad (\text{A.30})$$

alors si  $\Delta\mu$  est la modification de la moyenne des  $y_i$  qu'on veut détecter, elle s'exprime sous la forme suivante rapportée à l'écart-type du signal  $\sigma$  :

$$\Delta\mu = p \sigma \quad (\text{A.31})$$

Nous avons la vraisemblance des  $m$  variables aléatoire centrées réduites  $z_i$  sous l'hypothèse  $H_0$ , en considérant la loi de distribution gaussienne, qui s'écrit :

$$L_{0m} = (2\pi)^{-\frac{m}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m z_i^2\right\} \quad (\text{A.32})$$

et sous l'hypothèse  $H_1$ , la vraisemblance s'écrit :

$$L_{1m} = (2\pi)^{-\frac{m}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m (z_i - \Delta\mu)^2\right\} \quad (\text{A.33})$$

d'où le logarithme du rapport de vraisemblance :

$$\log_e(\lambda(m)) = \Delta\mu \sum_{i=1}^m \{z_i\} - \frac{m}{2} \Delta\mu^2 \quad (\text{A.34})$$

Nous concluons à un changement de moyenne des variables aléatoire  $z_i$  si :

$$\Delta\mu c_m - \frac{m}{2} \Delta\mu^2 \geq \log_e\left\{\frac{1-\beta}{\alpha}\right\} \quad (\text{A.35})$$

et à une moyenne inchangée si :

$$\Delta\mu c_m - \frac{m}{2} \Delta\mu^2 \leq \log_e\left\{\frac{\beta}{1-\alpha}\right\} \quad (\text{A.36})$$

Entre ces deux régions, il existera une zone d'indécision quand nous avons :

$$\log_e\left\{\frac{1-\beta}{\alpha}\right\} \geq \Delta\mu c_m - \frac{m}{2} \Delta\mu^2 \geq \log_e\left\{\frac{\beta}{1-\alpha}\right\} \quad (\text{A.37})$$

Dans cette zone, aucune décision n'est prise et nous attendons de nouvelles valeurs permettant le passage dans une des deux autres zones.

Dans la pratique le risque  $\beta$  de laisser passer inaperçu une variation  $\Delta\mu$  sur la variable réduite  $y$  est très faible par hypothèse, d'où  $\log_e(1-\beta) \approx 0$ . Les équations des droites qui limitent la zone de dérèglement sont :

$$\text{- pour une modification positif : } c_m \geq \frac{-1}{|\Delta\mu|} \log_e(\alpha) + m \frac{|\Delta\mu|}{2} \quad (\text{A.38})$$

$$\text{- pour un modification négatif : } c_m \leq \frac{1}{|\Delta\mu|} \log_e(\alpha) - m \frac{|\Delta\mu|}{2} \quad (\text{A.39})$$

dans ces deux expression on pourra remplacer  $\Delta\mu$  par  $(p \sigma)$  pour ramener le test à la détection d'un changement en fonction d'une modification de moyenne proportionnelle à l'écart type des données  $\sigma$ .

Et pour remédier à l'effet d'atténuation sur l'efficacité du test qui résulte de la série des observations qui précèdent le dérèglement, il suffit d'appliquer le masque dans le sens rétrograde (figure A.5).

Nous obtenons donc deux droites de pente  $-\text{tg}(\theta)$  et  $\text{tg}(\theta)$  (définies plus loin) et d'origine  $(m+d, c_m)$ , d'axe parallèle à l'axe des abscisses et de sens opposé.

Ces deux droites délimitent le domaine de bon fonctionnement ou d'indécision et nous avons alors pour des variables centrées et non-réduites :

$$\operatorname{tg}(\theta) = \frac{\Delta\mu}{2} = \frac{p \sigma}{2} \quad (\text{A.40})$$

$$d = \frac{-2 \log_e(\alpha)}{\Delta\mu^2} = \frac{-2 \log_e(\alpha)}{p^2 \sigma^2} \quad (\text{A.41})$$

$\alpha$  est également le seuil significatif du test ou le risque de fausses alarmes qu'on se fixe *à priori*.

La somme cumulée de la variable aléatoire représentée sur la figure est reportée ci-dessous avec les limites du test de Wald calculées en fonction du dernier échantillon.

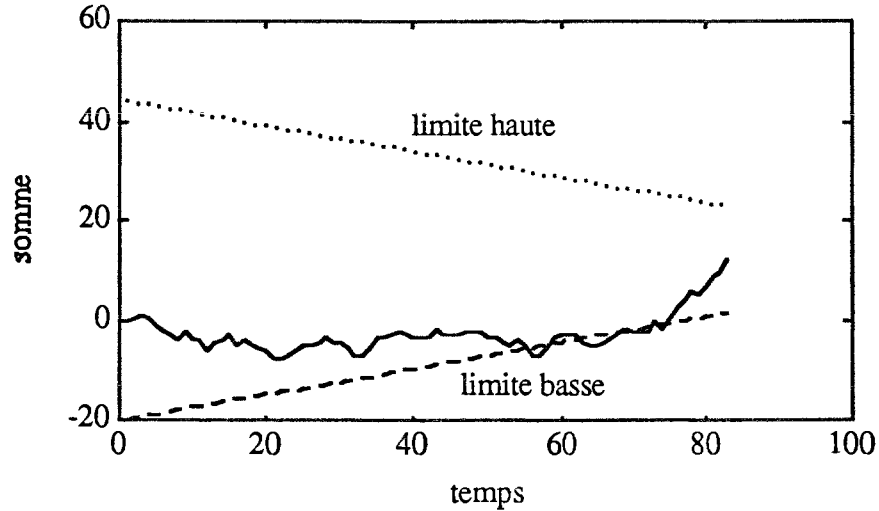


figure A.5 : test de somme cumulée en utilisant l'algorithme de Wald.

Ce test, sous la forme rétrograde, se prête mal à une utilisation en ligne sur un procédé. Le principal inconvénient est dû à la nécessité de sauvegarder et tester toutes les valeurs  $c_{m-i}$  avec  $i$  de 1 à  $m-1$ . Pour pallier cet inconvénient, nous prendrons la même démarche que dans le cas du masque parabolique pour une utilisation en ligne :

- soit on évalue les limites du test en fonction du **premier** élément et ainsi chaque valeur  $c_m$  est testée qu'une seule fois en utilisant les expressions A.38 et A.39 (test connu sous son acronyme anglo-saxon **SPRT**),

- soit on évalue chaque fois les seuils en fonction du **dernier** élément  $c_m$  mais en limitant l'horizon du test aux  $N$  dernières valeurs  $c_{m-i}$ . L'algorithme pour la détection d'un saut de moyenne avec l'hypothèse d'une distribution normale pour un niveau significatif  $\alpha$  se présente alors sous la forme suivante :

on calcule pour  $i$  de  $N$  à  $1$  :

$$\begin{cases} d1_i^m = \frac{|p| \sigma}{2} (m-i) + c_m - \frac{\log_e(\alpha)}{|p| \sigma} \\ d2_i^m = \frac{-|p| \sigma}{2} (m-i) + c_m + \frac{\log_e(\alpha)}{|p| \sigma} \end{cases} \quad (\text{A.42})$$

Dans ces deux formules,  $|p|$  représente le saut minimum détectable en nombre d'écart-type du signal. Sa valeur dépend du risque  $\alpha$  de fausses alarmes qu'on se fixe *a priori*.

Nous avons un saut de moyenne négatif si :

$$c_{m-i} \geq d1_i^m \quad (\text{A.43})$$

et un saut de moyenne positif si :

$$c_{m-i} \leq d2_i^m \quad (\text{A.44})$$

Sur la figure A.5 la détection, avec les données de la figure A.2, accuse un retard par rapport au moment de l'apparition du saut de 7 périodes d'échantillonnage.

#### A.4.3.2 - Test séquentiel de Wald sur la variance

Pour détecter un changement de la variance du signal (en supposant que la moyenne reste fixe), nous suivons la même démarche que pour la modification de la moyenne.

Soient  $\sigma_0^2$  et  $\sigma_1^2$  les variances du signal sous l'hypothèse nulle  $H_0$  et l'hypothèse alternative  $H_1$ , le rapport de vraisemblance  $H_1/H_0$  de  $m$  variables aléatoires  $y_i$  distribuées normalement autour de la moyenne  $\mu_0$  s'écrit :

$$\lambda(m) = \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_1}\right)^m \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma_1^2} - \frac{1}{\sigma_0^2}\right)\left(\sum_{i=1}^m (y_i - \mu_0)^2\right)\right\} \quad (\text{A.45})$$

et le logarithme du rapport de vraisemblance nous donne donc :

$$\log_e(\lambda(m)) = m \log_e\left(\frac{\sigma_0}{\sigma_1}\right) + \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\sigma_0^2}{\sigma_1^2}\right)\left(\sum_{i=1}^m \frac{(y_i - \mu_0)^2}{\sigma_0^2}\right) \quad (\text{A.46})$$

On peut donc conclure à un changement de la dispersion du signal (retenir l'hypothèse  $H_1$ ) si :

$$\log_e(\lambda(m)) \geq \log_e\left\{ \frac{1-\beta}{\alpha} \right\} \quad (\text{A.47})$$

où en négligeant le terme  $\log_e(1-\beta)$  nous avons :

$$\log_e(\lambda(m)) \geq -\log_e\{\alpha\} \quad (\text{A.48})$$

Maintenant, si nous désirons tester séquentiellement la variance d'une série de mesures en fonction d'une variance connue  $\sigma_0^2$  et d'une moyenne supposée constante  $\mu_0$ , nous prendrons pour simplifier l'exposé la variable centrée réduite :

$$z_i = \frac{y_i - \mu_0}{\sigma_0}$$

et nous distinguons deux cas pour la détection d'un changement de dispersion du signal, selon que l'on a une diminution de la dispersion du signal ou une augmentation de celle-ci.

- Pour une augmentation de la dispersion :  $\sigma_1 = p \sigma_0$  avec  $p > 1$ .

$$\sum_{i=1}^m z_i^2 \geq \left( \frac{2 p^2}{p^2 - 1} \right) \{ -\log_e(\alpha) + m \log_e(p) \} \quad (\text{A.49})$$

- Pour une diminution de la dispersion :  $\sigma_1 = \frac{1}{p} \sigma_0$  avec  $p > 1$ .

$$\sum_{i=1}^m z_i^2 \leq \left( \frac{2}{1 - p^2} \right) \{ -\log_e(\alpha) - m \log_e(p) \} \quad (\text{A.50})$$

Pour une variable aléatoire normalement distribuée sur laquelle on a simulé un changement de dispersion du signal, on a les données suivantes :

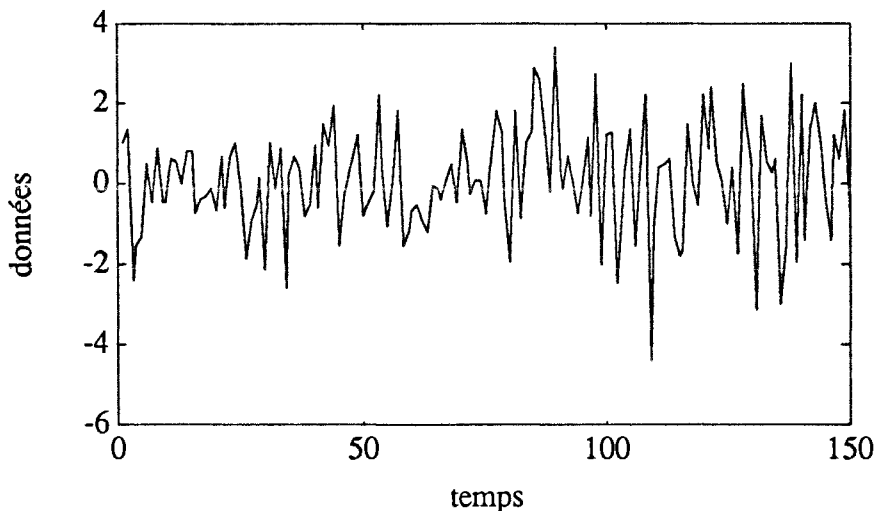


Figure A.6 : variable centrée réduite avec un changement de 2 écart-type à l'instant 75.



Donc, comme précédemment, on obtient deux droites limitant la zone de validité de la somme cumulée. Nous obtenons donc sur la figure suivante (A.7) les résultats du test.

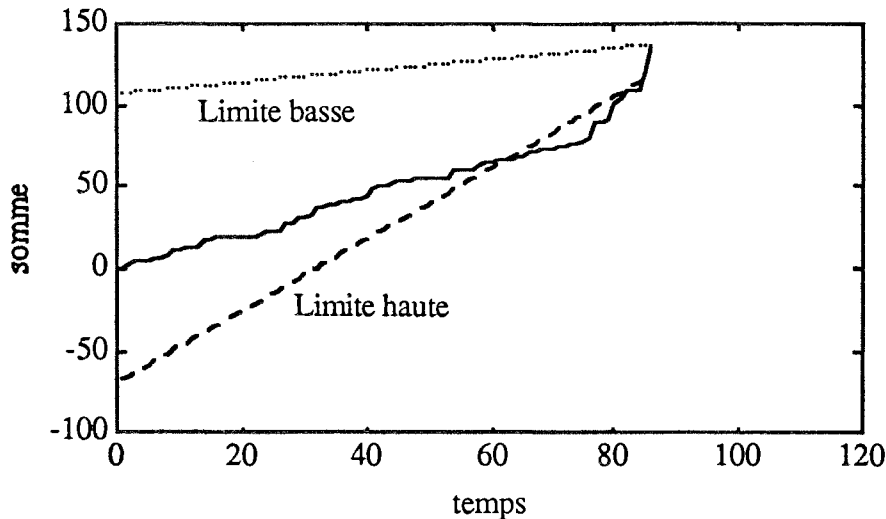


figure A.7 : test de somme cumulée sur les variances des observations de la figure A.6

La détection d'une faible modification de la variance d'une variable gaussienne s'effectue avec un retard de 8 périodes d'échantillonnage sur l'essai de la figure A.7, mais ce test est moins fiable que les tests de changement de moyenne.

Les algorithmes de détection de changement de variance du signal sont du même type que celles que nous avons utilisées pour la détection d'un changement de moyenne :

- soit on calcule les limites du test en fonction de l'instant initial et ainsi chaque valeur est testée qu'une seule fois en utilisant les expressions A.49 et A.50,

- soit on calcule chaque fois les seuils de façon rétrograde (figure A.7), en fonction du dernier élément, et pour cela il faut limiter l'horizon du test.

#### A.4.4 - Test de somme cumulée de Page-Hinkley

Le test de somme cumulée de Page-Hinkley [27], [29] et [31] estime l'instant d'un saut de moyenne en maximisant le rapport de vraisemblance en fonction du moment d'apparition du saut.

Ce test est optimal en ce sens que pour un temps moyen donné entre deux fausses alarmes (choisir  $H_1$  tandis que  $H_0$  est vraie), il minimise le retard moyen à la détection (maximum d'efficacité).

Soit  $\mu_i$  la moyenne supposée du signal à l'instant  $i$  et  $\sigma^2$  sa variance.

On fixe les hypothèses  $H_0$  et  $H_1$  telles que :

$$\begin{aligned}
 H_0 : \forall \quad i \in [1, N] \quad & \mu_i = \mu_0 \\
 H_1 : \exists \phi / \quad i \in [1, \phi[ \quad & \mu_i = \mu_0 \\
 \quad \quad \quad i \in [\phi, N] \quad & \mu_i = \mu_1 = \mu_0 + \Delta\mu
 \end{aligned}$$

En supposant que la variable aléatoire  $y_i$  a une distribution normale de moyenne  $\mu_0$  et d'écart-type  $\sigma$ , soit la variable aléatoire centrée réduite  $z_i$  :

$$z_i = \frac{y_i - \mu_0}{\sigma} \quad (\text{A.51})$$

alors les  $z_i$  suivent la loi de distribution  $g_0 = N(0,1)$  avant le saut et la loi de distribution  $g_1 = N(\Delta\mu, 1)$  après le saut.

On calcule le rapport de vraisemblance :

$$\lambda(\phi) = \frac{L_{1m}}{L_{0m}} = \frac{\prod_{i=1}^{\phi-1} g_0(z_i) \prod_{i=\phi}^N g_1(z_i)}{\prod_{i=1}^N g_0(z_i)} \quad (\text{A.52})$$

$$\lambda(\phi) = \frac{(2\pi)^{-\frac{N-\phi+1}{2}} \exp\{-\frac{1}{2} \sum_{i=\phi}^N (z_i - \Delta\mu)^2\}}{(2\pi)^{-\frac{N-\phi+1}{2}} \exp\{-\frac{1}{2} \sum_{i=\phi}^N z_i^2\}} \quad (\text{A.53})$$

Le logarithme du rapport de vraisemblance nous donne d'après (A.53) :

$$\log_e(\lambda(\phi)) = \frac{\Delta\mu}{2} \sum_{i=\phi}^N (2z_i - \Delta\mu) \quad (\text{A.54})$$

On estime l'instant du saut  $\hat{\phi}$  par son estimateur au sens du critère de maximum de vraisemblance.

$$\hat{\phi} = \text{Arg Max}_{1 \leq \phi \leq N} \{ \log_e(\lambda(\phi)) \} \quad (\text{A.55})$$

- Pour un saut positif :

$$\log_e(\lambda(\phi)) = \frac{|\Delta\mu|}{2} \sum_{i=\phi}^N (z_i - \frac{|\Delta\mu|}{2}) \quad (\text{A.56})$$

$$\hat{\phi} = \text{Arg Max}_{1 \leq \phi \leq N} \{ \sum_{i=\phi}^N (z_i - \frac{|\Delta\mu|}{2}) \} \quad (\text{A.57})$$

$$\hat{\phi} = \text{Arg Max}_{1 \leq \phi \leq N} \{ S_{\phi}^N \} \quad (\text{A.58})$$

or la valeur  $S_1^N$  est constante et peut se décomposer ainsi :

$$S_1^N = S_1^{\phi-1} + S_\phi^N = \text{constante.} \quad (\text{A.59})$$

d'où :

$$\text{Max}_{1 \leq \phi \leq N} \{ S_\phi^N \} = \text{Min}_{1 \leq \phi \leq N} \{ S_1^\phi \} \quad (\text{A.60})$$

- Pour un saut négatif :

$$\log_e(\lambda(\phi)) = \frac{-|\Delta\mu|}{2} \sum_{i=\phi}^N (z_i + \frac{|\Delta\mu|}{2}) \quad (\text{A.61})$$

$$\hat{\phi} = \text{Arg Min}_{1 \leq \phi \leq N} \left\{ \sum_{i=\phi}^N (z_i + \frac{|\Delta\mu|}{2}) \right\} \quad (\text{A.62})$$

$$\hat{\phi} = \text{Arg Min}_{1 \leq \phi \leq N} \{ U_\phi^N \} \quad (\text{A.63})$$

or la valeur  $U_1^N$  est constante et peut se décomposer ainsi :

$$U_1^N = U_1^{\phi-1} + U_\phi^N = \text{constante.} \quad (\text{A.64})$$

d'où :

$$\text{Min}_{1 \leq \phi \leq N} \{ U_\phi^N \} = \text{Max}_{1 \leq \phi \leq N} \{ U_1^\phi \} \quad (\text{A.65})$$

Si on veut détecter un saut minimum de  $(p \sigma)$  où  $\sigma$  est l'écart-type de la variable aléatoire  $y_i$  alors l'algorithme, avec l'hypothèse d'une distribution normale, se présente comme suit (dans ces expressions on peut remplacer  $\Delta\mu$  par  $p \sigma$ ) :

On calcule en parallèle les deux détecteurs  $T_1$  et  $T_2$  pour les sauts négatifs et positifs.

- Pour un saut positif, nous avons :

$$\begin{cases} T_1 & = & S^\phi - m^\phi \\ S^\phi & = & \sum_{i=1}^{\phi} (y_i - \frac{|\Delta\mu|}{2}) \\ S^0 & = & 0 \text{ (initialisation)} \\ m^\phi & = & \text{Min}_{i < \phi} \{ S^i \} \end{cases} \quad (\text{A.66})$$

- Pour un saut négatif, nous avons :

$$\begin{cases} T_2 &= n^\phi - U^\phi \\ U^\phi &= \sum_{i=1}^{\phi} (y_i + \frac{|\Delta\mu|}{2}) \\ U^0 &= 0 \text{ (initialisation)} \\ n^\phi &= \text{Max}_{i < \phi} \{ U^i \} \end{cases} \quad (\text{A.67})$$

Les alarmes sont données quand :

$$\begin{cases} T_1 \geq H \\ T_2 \geq H \end{cases}$$

avec  $H = \frac{2h}{p}$

où  $p$  indique le saut minimal détectable en nombre d'écart-types  $\sigma$  ( $\Delta\mu = p \sigma$ ),  $h$  est de l'ordre de 2 pour une loi de distribution normale et doit être choisi par apprentissage dans le cas où on s'éloigne de la distribution normale.

Un exemple du comportement d'un tel test est présenté sur les figures suivantes.

Soit une variable aléatoire normalement distribuée sur laquelle on simule un saut de moyenne à un instant précis.

Les données sont représentées ci-dessous :

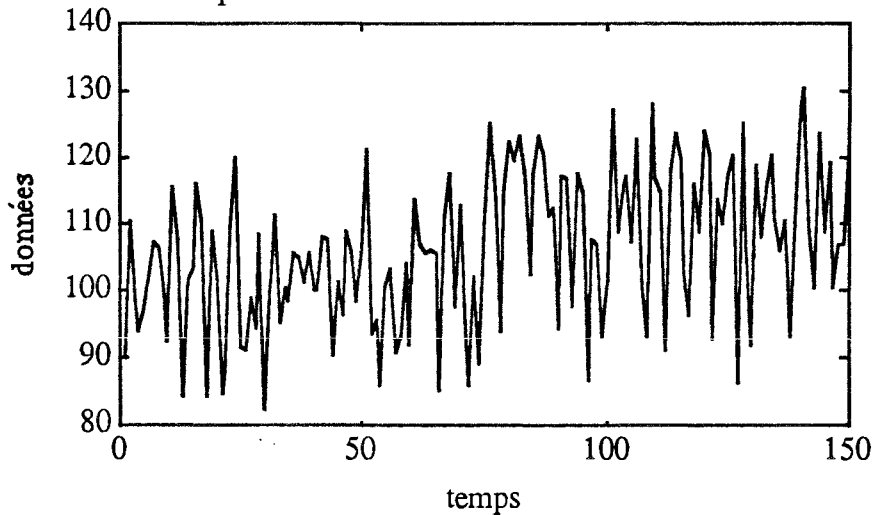


figure A.8 : variable avec un saut d'un écart-type à l'instant 75.

La fonction cumulée  $S^\phi$  présente par un changement brutal de pente l'instant où le saut positif a été simulé sur la variable aléatoire.

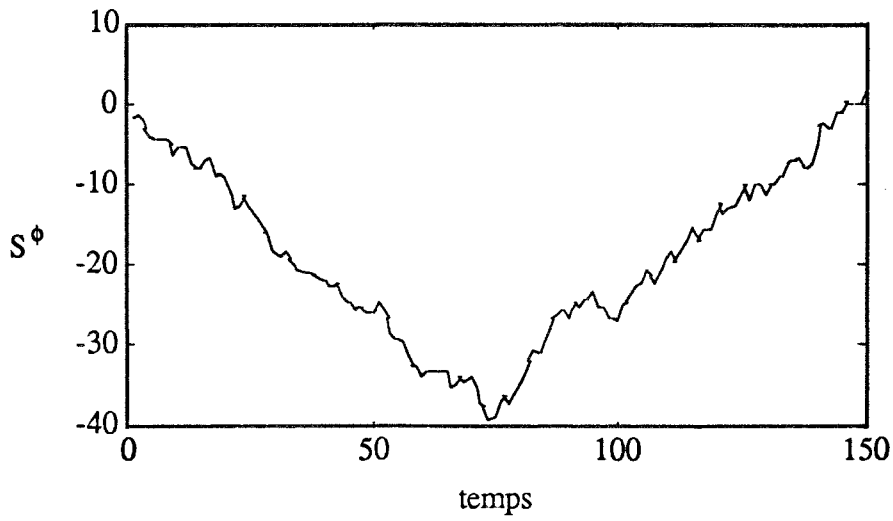


Figure A.9 : calcul de  $S^\phi$  pour les sauts positifs.

La fonction cumulée  $U^\phi$  ne présente qu'une faible variation de pente à l'instant où le saut positif a été simulé sur la variable aléatoire.

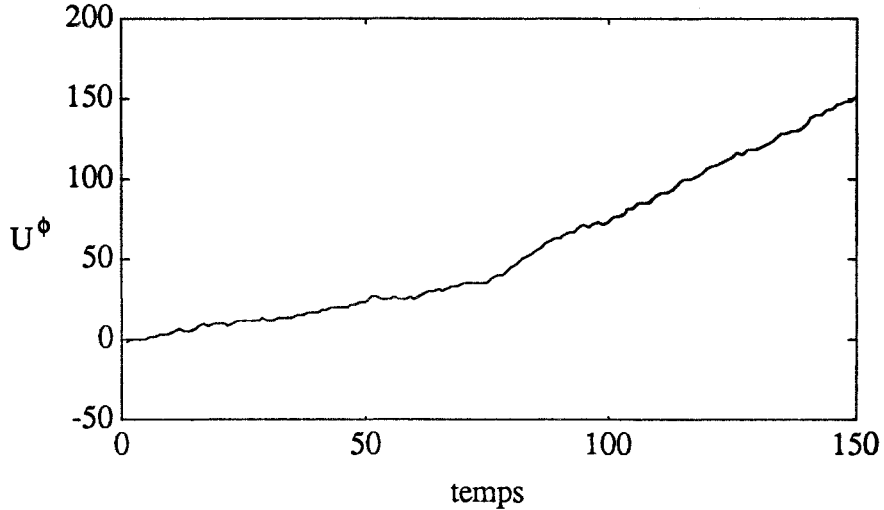


Figure A.10 : calcul de  $U^\phi$  pour les sauts négatifs.

Le détecteur  $T_1$  de saut positif de moyenne tracé avec le seuil du test nous montre l'instant où l'algorithme détectera le saut simulé (on a un retard de quelques points) :

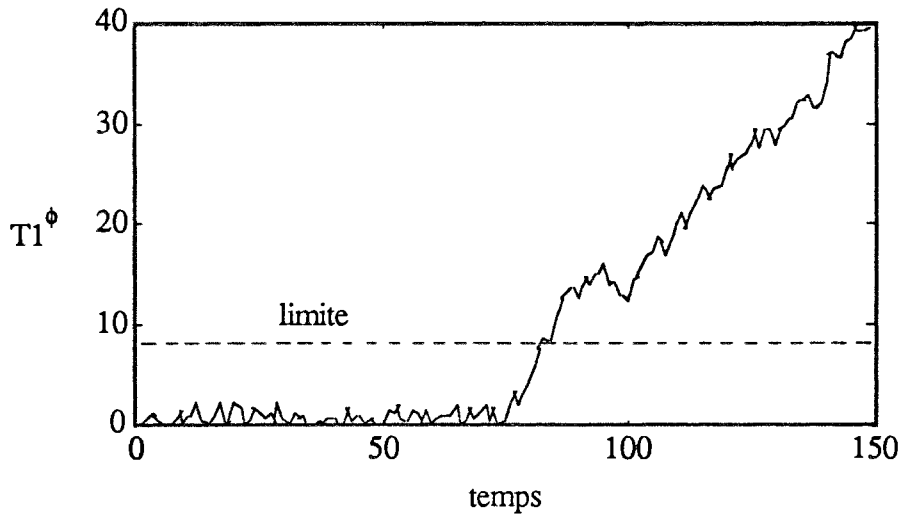


Figure A.11 : calcul du détecteur  $T_1$  pour les sauts positifs avec la limite du test.

Le détecteur  $T_2$  de saut négatif de moyenne tracé avec le seuil du test se présente ainsi :

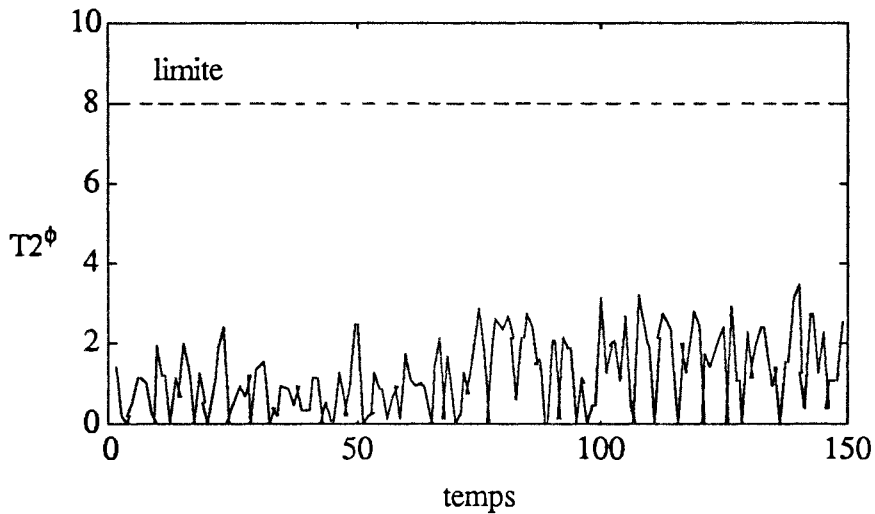


Figure A.12 : calcul du détecteur  $T_2$  pour les sauts négatifs avec la limite du test.

On remarque ici qu'on obtient une détection avec un très faible retard. La distinction de la période sans saut avec la période avec saut est très franche. L'algorithme ne nécessite pas de compromis dû à une utilisation en ligne.

## ANNEXE B

### PRESENTATION DU PILOTE

#### B.1 - INTRODUCTION

Ce pilote est destiné à l'étude :

- des problèmes de diagnostic et de détection de pannes sur procédés industriels,
- de stratégie de contrôle à adopter sur procédés industriels en cas d'avarie.

Ce pilote est représentatif d'une classe étendue de processus industriels. Il en possède les caractéristiques principales :

- systèmes non linéaires,
- multivariables,
- environnement bruité.

Il comprend tous les éléments d'une véritable installation industrielle :

- processus,
- actionneurs,
- capteurs,
- organe de saisie et traitement de l'information.

#### B.2 - BUT DE LA REALISATION

On a voulu réaliser un procédé pilote qui nous permette principalement la mesure de grandeurs physiques dans le but de développer des algorithmes de détection de défauts.

La réalisation du projet est basée sur un processus minéralurgique. Conséquence de l'expérience que possède déjà le laboratoire dans ce domaine, notamment sur les capteurs spécifiques à une telle installation, ce point particulier ne réduit pas le cadre d'utilisation du pilote pour nos études de détection de pannes. En effet, celles-ci auront un aspect général tout à fait indépendant du processus considéré.

Nous estimons (que ce soit pour les constantes de temps ou pour les types de modèles pouvant être utilisés pour la représentation des éléments) que ce procédé incarne une large gamme de processus industriels.

### **B.3 - DESCRIPTION**

L'installation est composée d'un processus, d'organes de commandes et de capteurs sous la conduite d'un organe de supervision.

Le micro-ordinateur qui est utilisé pour cette dernière tâche nous permet de saisir et de traiter les mesures ainsi que d'actionner les organes de commande du procédé.

#### **B.3.1 - Processus**

Le processus comprend quatre cuves et deux hydrocyclones.

Les cuves nous permettent le stockage et la préparation de la pulpe, (celle-ci est un mélange d'eau et de minerais en suspension). Dans notre système, le liquide représente le produit à acheminer et à transformer. Dans une installation industrielle, elle représente les flux de matières premières et de produits finis.

L'hydrocyclone est un séparateur granulométrique. Il est constitué d'un tube cylindrique associé à un tronc conique.

On trouve :

sur sa partie cylindrique :

- la sortie appelée "surverse" située sur l'axe du cylindre,
- l'entrée portée par une tangente au cylindre.

sur sa partie conique :

- la sortie appelée "souverse" située à l'extrémité du cône.



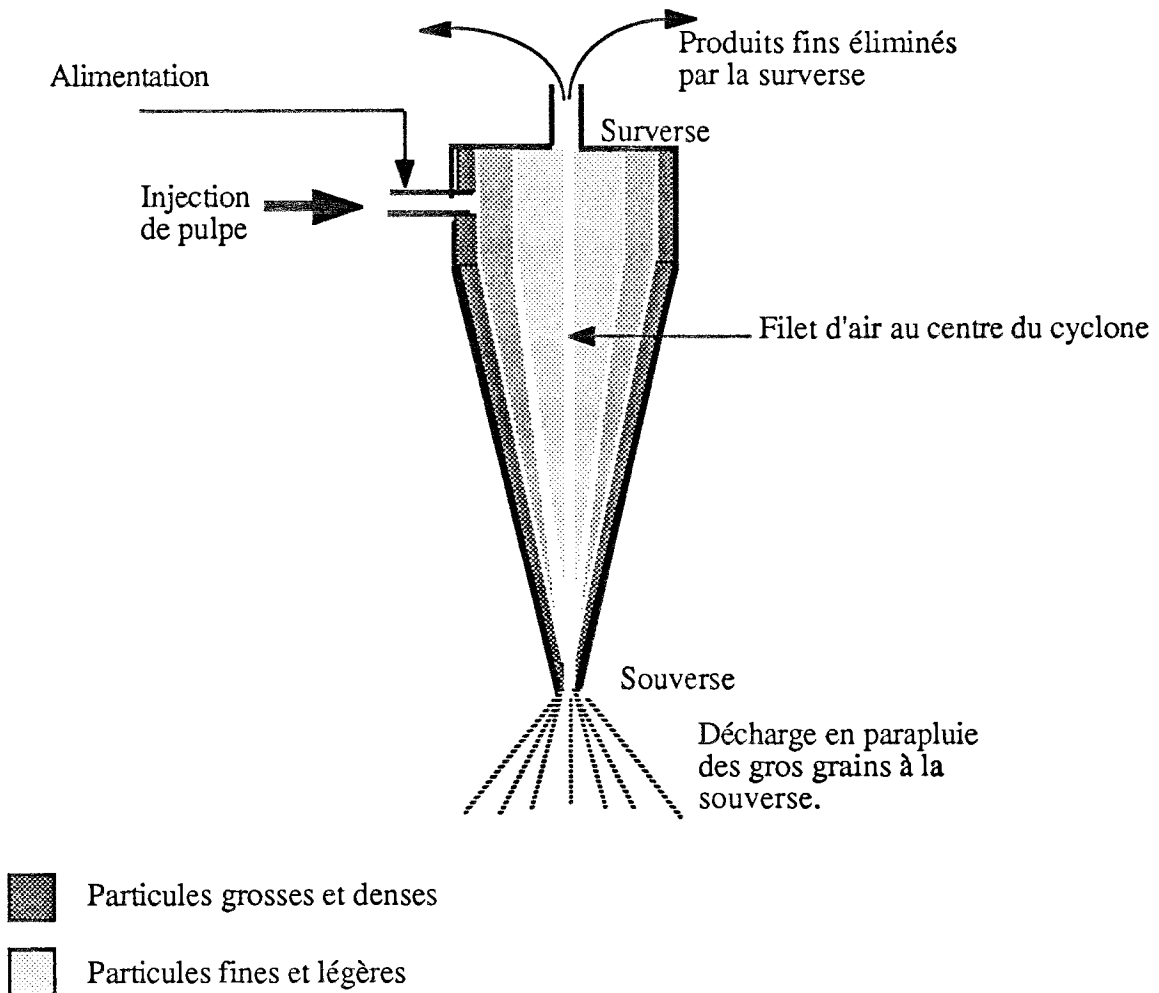


Figure B.1 : coupe verticale de l'hydrocyclone

Fonctionnement :

Dans l'hydrocyclone, la pulpe à traiter est injectée tangentielle et sous pression par une buse d'injection.

Ensuite le fluide prend un mouvement de rotation dans la partie cylindrique puis hélicoïdale dans la partie conique de l'hydrocyclone.

Les grains les plus gros et les plus denses sont centrifugés et collés à la paroi de l'hydrocyclone (du fait de leur masse et leur inertie importante) et sortent en boue épaisse par la pointe du cône (souverse).

Les produits fins et légers se rassemblent au centre et sont éliminés axialement par la sortie au dessus (surverse) avec la plus grande partie du liquide. Une classification par taille de grains débute dans la partie cylindrique et s'affine tout au long de la génération du cône.

L'hydrocyclone est caractérisé par sa dimension de coupure granulométrique et par sa courbe de partage représentée ci-dessous (la courbe de partage est la probabilité de passage d'une particule minérale dans la souverse en fonction de sa dimension).

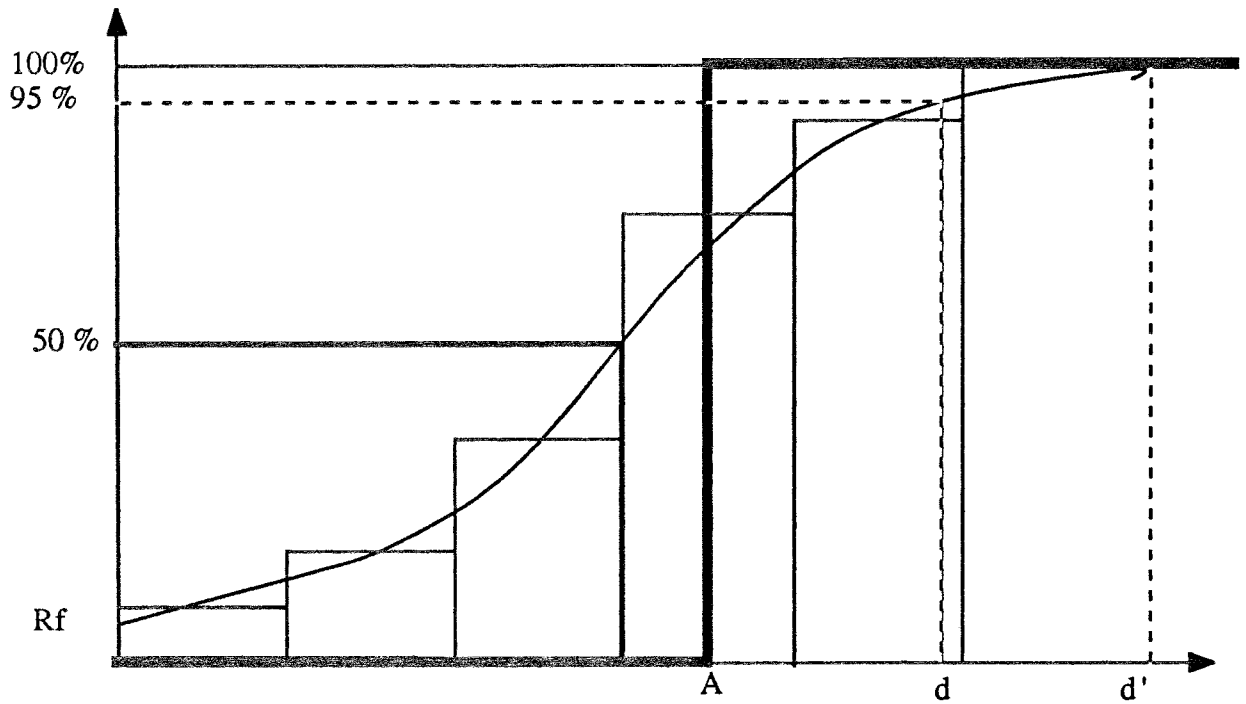


Figure B.2 : courbe de partage de l'hydrocyclonne

Sur la courbe, on a :

- en trait plein : Courbe de partage idéale,
- A : dimension de coupure,

- Rf : Soutirage ; toutes les courbes ont des asymptotes horizontales vers le bas car la force centrifuge qui agit sur les grains de petite taille est négligeable par rapport à la force de viscosité du milieu (les grains inférieurs à  $2\mu\text{m}$  ne subissent pas d'effet de classement et se répartissent entre souverse et surverse dans le même rapport que le liquide),

- d' : la courbe rejoint la parallèle à l'axe des abscisses d'ordonnée 100%, en un certain point correspondant à cette dimension, mais impossible à définir rigoureusement.

-  $d_{50}$  : représente la granulométrie des grains qui ont autant de chance de se retrouver dans la surverse que dans la souverse. La pente en ce point est l'image de l'efficacité de la séparation de l'hydrocyclone.

Exemple :

Pour un hydrocyclone de dimension de coupure  $15\mu\text{m}$ , l'injection à l'entrée d'une pulpe de granulométrie comprise entre 0 et  $150\mu\text{m}$  donne sur la surverse une solution comprenant des grains de 0 à  $15\mu\text{m}$  et sur la souverse un produit dense comprenant surtout des grains de 15 à  $150\mu\text{m}$ .

L'hydrocyclone est un appareil dont la mise en oeuvre est assez simple. Celui-ci est à même de représenter un processus industriel quelconque caractérisé par :

- un flux entrant, le produit brut : la pulpe en entrée,

- un flux sortant, le produit fini : la solution de la surverse,
- un flux de rejet, les déchets : le produit de la souverse.

La tranche de séparation des hydrocyclones choisie a été dicté par l'étendue de mesure et la résolution de notre granulomètre à laser.

Le granulomètre à laser fournit 16 tranches granulométriques de 1 à 196 $\mu$ m centrées sur 12  $\mu$ m. Pour utiliser au mieux la résolution de notre capteur, il est nécessaire de choisir un hydrocyclone de dimension de coupure proche de 12  $\mu$ m.

Notre choix s'est donc porté sur un hydrocyclone de la société DORR Olivier - PU 25/6.

Caractéristiques* :	débit d'alimentation : 0,6 - 1,2 m <sup>3</sup> /h.
perte de charge :	1 - 4 bars
dimension de coupure :	10 - 12 $\mu$ m.

\* pour une solution porteuse comportant moins de 250 gr/l de solide et une densité de minerais supérieure à 2,7.

### B.3.2 - Organes de commandes

Il s'agit de pompes à débit variable qui permettront de véhiculer les produits entre les différentes cuves et qui fournissent l'énergie nécessaire au fonctionnement des hydrocyclones.

Nous disposons de deux groupes électropompes à débit variable :

- une pompe volumétrique,
- une pompe centrifuge.

La pompe volumétrique est entraînée par un moteur asynchrone commandé en vitesse par un variateur de fréquence et tension.

Cette pompe est conçue pour des pompages difficiles.

Son rotor est constitué d'une vis excentrée. Le stator est une chambre élastique à double pas, chaque pas étant décalé de 180° par rapport à l'autre.

La rotation du rotor entraîne donc une propulsion du liquide vers l'avant ce qui permet de transporter ou de doser tous les produits liquides, pâteux, avec des particules plus ou moins dures.

Son débit est régulier, sans à-coup et peut varier dans une large gamme avec une pression importante (9 bars). Il est directement proportionnel à la vitesse de rotation de la pompe.

La pompe est auto-amorçante et le pouvoir d'aspiration est effectif dès la mise en marche. À l'arrêt grâce à son étanchéité, elle permet la fermeture entre l'aspiration et le refoulement.

La pompe centrifuge est entraînée par un moteur à courant continu dont le débit est beaucoup plus saccadé que la pompe volumétrique.

Elle fonctionne selon le principe de la rotation d'un galet venant écraser à chaque tour une conduite en caoutchouc provoquant ainsi la pulsion du liquide.

### **B.3.3 - Capteurs**

L'installation comprend des capteurs de débit, de densité et de niveau qui nous fournissent une information en continu sur l'état du procédé.

Les mesures de granulométrie se feront par prises d'échantillons analysés dans un granulomètre à laser.

Des indicateurs de niveaux donneront un signal logique sur la hauteur de pulpe dans les bâches.

#### **B.3.3.1 - Présentation générale**

La multiplicité et la redondance des moyens de mesure sur l'installation permettront d'étudier les différents algorithmes de détection de défauts.

Nous disposons des capteurs suivants :

- densimètre à rayon gamma (utilisé sur la pulpe en circulation),
- densimètre par bullage d'air (utilisé pour contrôler la densité dans les réservoirs de pulpe),
- débitmètre électromagnétique (possède l'avantage de n'avoir aucun organe mobile susceptible de s'encrasser, de se détériorer ou de créer une perte de charge),
- capteur de niveau à ultra-son (aucun organe en contact avec la pulpe donc pas de risque de colmatage),
- capteur de niveau capacitif.

#### **B.3.3.2 - Densimètre à rayon gamma : DG 5 (SCHLUMBERGER)**

Principe :

Une source de rayon  $\gamma$ , placée d'un côté d'une canalisation, émet un rayonnement absorbé par un détecteur de radiation placé dans le même plan diamétral de l'autre côté de la canalisation.

Une partie du rayonnement émis est absorbé par le fluide qui circule dans la canalisation. Le flux de rayonnement traversant la conduite est fonction de la densité du fluide circulant dans celle-ci (si le volume et la disposition géométrique des éléments du montage restent constants).

Ainsi, le courant délivré par le détecteur diminue quand la densité augmente et inversement selon une loi exponentielle :

$$I = I_{oe} - d/D$$

d : densité du matériau,

D : densité de référence.

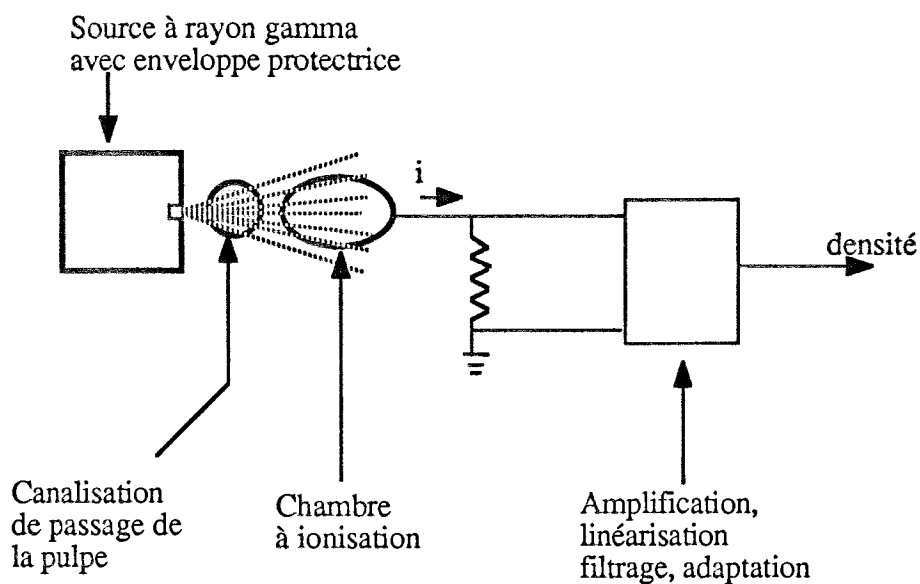


Figure B.3 : principe du densimètre à rayon gamma

Caractéristiques techniques :

L'appareil DG 5 comprend 3 éléments associés :

- un émetteur radioactif,
- ensemble détecteur,
- un boîtier électronique.

L'émetteur radioactif Césium 137 protégé dans une enveloppe de plomb :

- activité: 95 m Ci,
- période : 3 ans,
- date de source: 1-12-80.

Le détecteur :

- une chambre d'ionisation (bouteille remplie d'argon à 150 atmosphères, traversée axialement par un fil conducteur).

Electronique du détecteur :

- circuit d'interconnexion avec transformateur
- alimentation basse tension :  $\pm 15$  V (stabilité > 1 %)
- alimentation très haute tension : 2000 V
- circuit de régulation de température : maintient la température à l'intérieur de la chambre d'ionisation à 45° C
- circuit préamplificateur - amplilog - adaptateur

Boîtier électronique :

- un transformateur : primaire 220 V. 4 secondaire 2 x 20 V, 65 V, 220

- alimentation basse tension :  $\pm 15 \text{ V}, + 10 \text{ V}, + 50 \text{ V}$  (stabilité  $> 1 \%$ )
- circuit amplificateur d'écart :  
permet de situer et d'ajuster la plage de mesure.
- sorties :
  - sortie courant :  $4 - 20 \text{ mA} - R_{\text{MAX}} = 1500$
  - sortie tension :  $0 - 10 \text{ V} - R_{\text{MIN}} = 1000$
  - alarme + et alarme -
  - affichage analogique
- temps de réponse :  $1 \text{ s}$  à  $60 \text{ s}$  réglables

### B.3.3.3 - Capteur de densité par bullage d'air

Principe :

On mesure la différence de pression entre 2 plans horizontaux dans la bêche, distant d'une hauteur  $H$  connue.

$$\Delta P = \rho g H$$

$\Delta P$  : pression différentielle entre les deux niveaux,

$\rho$  : masse spécifique du fluide,

$g$  : accélération de la pesanteur.

$g$  et  $H$  étant constant, la pression différentielle est reliée à la densité du liquide par la relation :

$$\Delta P = K d$$

$d$  : densité de la pulpe se trouvant entre les deux surfaces,

$K$  : une constante.

Pour la mesure de de la pression différentielle, on utilise un transducteur de pression différentielle relié à deux tubes plongeant dans le fluide.

Sur chaque tube, on place un régulateur de pression différentielle et un rotamètre permettant d'assurer un débit de fuite constant, quelles que soient les variations de pression en amont et en aval.

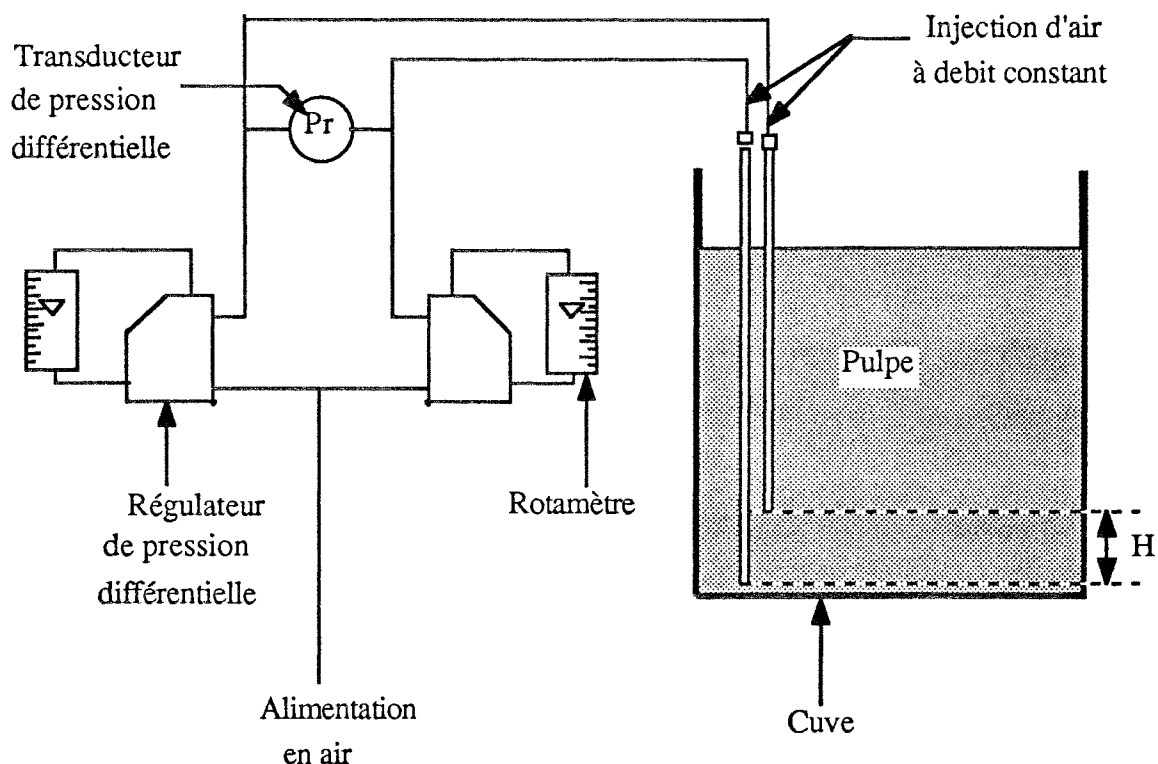


Figure B.4 : principe du densimètre par bullage d'air

Principe des capteurs de pression utilisés :

La pression (P) à mesurer provoque la flexion d'un corps d'épreuve dont le point central est lié au noyau mobile (N) d'un transformateur différentiel. La différence de potentiel V des secondaires est proportionnelle au déplacement du noyau magnétique.

Or la flexion de la membrane (le corps d'épreuve) est proportionnelle à la différence de pression P entre la chambre BP et HP. Donc V est proportionnelle à P. Cette différence de tension est transformée après redressement, amplificateur et filtrage en un courant 4 - 20 mA.

Caractéristiques techniques :

- alimentation : 220 V - 50 Hz ( $\pm 15\%$ )
- consommation : 8 VA
- signal de sortie : 4 - 20 mA (RMax = 1000 )
- échelle : 0 - 100 mbar (réglage entre 40 et 100 % de l'EM)
- limite d'emploi : - 20° C à 80° C
- pression statique : 200 bars
- surpression différentielle : 48 fois l'EM
- précision intrinsèque : à 100 % de l'EM = 0,2 %  
à 40 % de l'EM = 0,6 %
- temps de réponse : 1,2 s
- détection de seuil : 0 à 100% de l'EM

### B.3.3.4 - Débitmètre électromagnétique

Principe :

Selon le principe d'induction de Faraday, lorsqu'un segment conducteur de longueur  $l$  se déplace dans un champ d'induction  $B$  avec une vitesse  $V$ , il est le siège d'une force électromotrice  $e$ .

Si  $V$  est perpendiculaire à  $l$  et  $B$  perpendiculaire au plan formé par  $l$  et  $V$  on a :

$$e = BVl.$$

Les débitmètres électromagnétiques sont techniquement conçus de manière à utiliser ce principe physique.

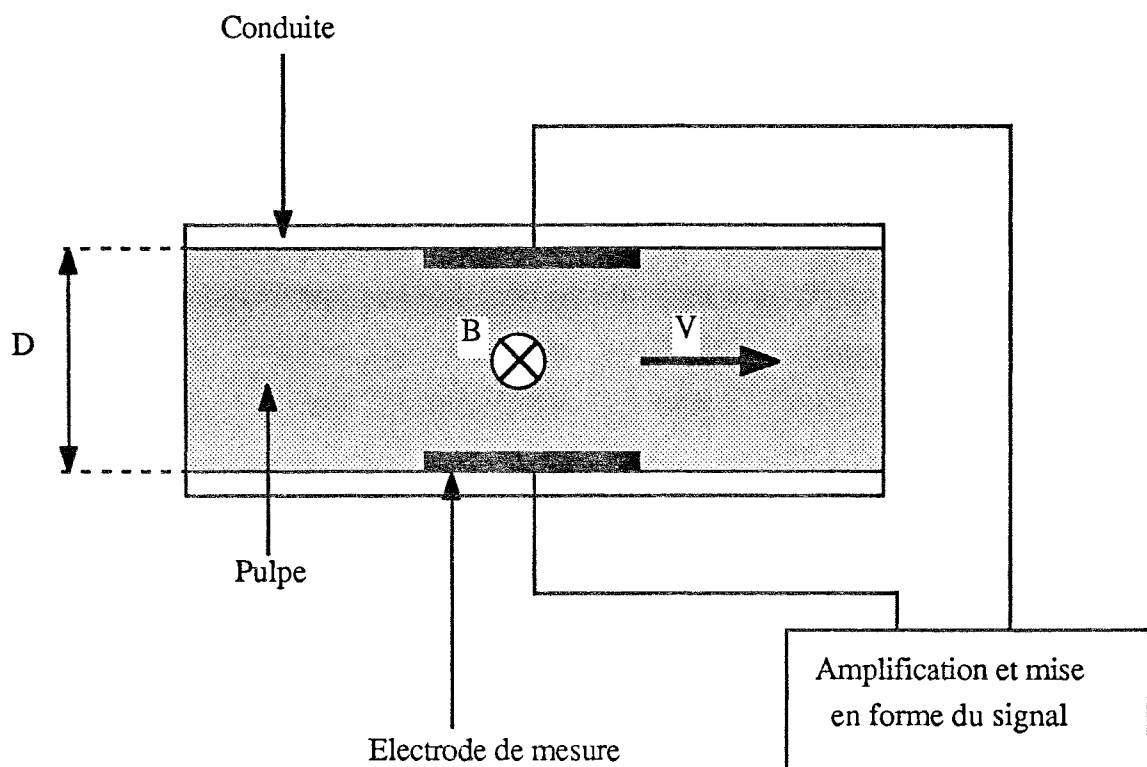


Figure B.5 : principe du débitmètre électromagnétique

La formule précédente se généralise au cas d'un liquide électroconducteur se déplaçant à la vitesse moyenne  $V$ , dans une conduite de diamètre  $D$  et perpendiculairement au champ  $B$  ; la f.e.m. induite est :

$$e = BVD.$$

Les débitmètres électromagnétiques se composent schématiquement des éléments suivants :

- un tube magnétique équipé ultérieurement d'un équipement isolant,
- une paire de bobinages ( $B1, B2$ ) disposé transversalement au tube, produisant un champ magnétique,



- deux électrodes (E1, E2) diamétralement opposées, disposées transversalement à l'axe du tube et perpendiculairement à l'axe des bobinages, mesurent la tension induite.

Caractéristiques techniques :

3 débitmètres électromagnétiques différents sont utilisés :

- Debimag II de chez Schlumberger,
- Flowtec de chez Hendress-Hauser,
- Picomag de chez Hendress-Hauser.

Caractéristiques techniques du Debimag II :

Le capteur est composé de 2 parties :

- une manchette tribulaire (convertissant la mesurante en un signal électrique),
- un boîtier électronique de mesure.

Ils sont liés entre eux par 2 câbles : un câble alimente les bobines et un 2ème transmet le signal de la manchette au boîtier.

- diamètre nominal : 15 mm
- pression nominal : 40 bars
- granulométrie maximum : 120  $\mu$ m
- alimentation : 220 V - 50 Hz ( $\pm$  15 %)
- consommation : < 50 VA
- températures nominales : - 10° C à + 50° C
- sorties : en tension : 0 - 5 V RMIN= 250
- en courant : 4 - 20 mA RMAX = 1500
- pression intrinsèque :  $\pm$  1m/s de l'EM
- plage de mesure : 0.. 500 l/h
- courant bobine : 400 mA
- sensibilité : 340  $\mu$  VA-1m3h
- Temps de réponse (un échelon) : 5s de 0 à 90%

Caractéristiques techniques du Flowtec :

Capteur composé de 2 parties également : une manchette tubulaire et un boîtier amplificateur reliés également par 2 cables, l'un pour le signal, l'autre pour l'alimentation des bobines.

- Diamètre nominal : 5 mm
- Pression nominal : 16 bars
- Alimentation : 220 V 50 Hz  $\pm$  10 %
- Consommation : 6 VA ... 36 VA
- Température ambiante : 70° C maximum
- Humidité relative : 70 % maximum
- Sortie courant : 4-20 m-A
- Erreur d'étalonnage :  $\pm$  0,5 % plage de mesure
- Erreur de linéarité : < 0,1 % plage de mesure
- Influence de la température : < 0,02 % par °C

- Influence de la variation de 10 % de la tension secteur :  $\pm 0,2 \%$
- constante de temps : 0,5s à 60s réglable

#### Caractéristiques du Picomag :

Le picomag est un capteur compact (pas de séparation entre la partie dite "capteur" et l'électronique de mesure). Il est construit autour d'un microprocesseur qui permet :

- correction automatique de zéro
- choix aisé de la gamme de mesure
- gain optimal de l'amplificateur de mesure par adaptation automatique de celui-ci à la vitesse linéaire et l'écoulement
- suppression de tension parasite grâce à 2 commandes programmables qui permettent de supprimer des variations de débit de plus de 5 % ou 15 % de la plage de mesure entre 2 instants d'échantillonnage (60ms)
- suppression de "faux débits", spécification en % de la plage de mesure de débit qu'on considère nulle (évite ainsi de considérer comme un débit les mouvements intempestifs du liquide dans la conduite à l'arrêt)
- programmation de la constante de temps (0,5 ... 60 s)
- affichage du débit en %
- programmation d'une sortie impulsions (donnant le volume de liquide qui a traversé la conduite).

Les caractéristiques techniques détaillées du Picomag sont les suivants :

- diamètre nominal : 15 mm
- pression nominale : 40 bars
- alimentation : 220 V - 50 Hz  $\pm 15 \%$
- consommation : 7 VA
- sortie courant : 0/4 ... 20 mA RMAX = 800
- température ambiante : - 10° C à 50° C
- précision :  $\pm 1 \%$  de la mesure de gamme 20-100 %  
 $\pm 0,2 \%$  de la fin de gamme 0-20 %
- reproductibilité :  $\pm 0,1 \%$  d'échelle
- plage de mesure minimale : 0 à 0,5 m/s
- plage de mesure maximale : 0 à 10 m/s

#### B.3.3.5 - Capteur de niveau par ultra-son

Principe :

C'est une sonde qui émet un train d'impulsions ultrasoniques de fréquence 46 KHz. Ces ondes se propagent vers la surface du liquide qui les réfléchit. L'écho créé est recueilli par la sonde et le temps de parcours entre l'émission et la réception est transformé en un signal proportionnel au niveau.

Une sonde de température incorporée au capteur compense automatiquement les erreurs de mesure dues à la variation de la vitesse de l'onde en fonction de la température.

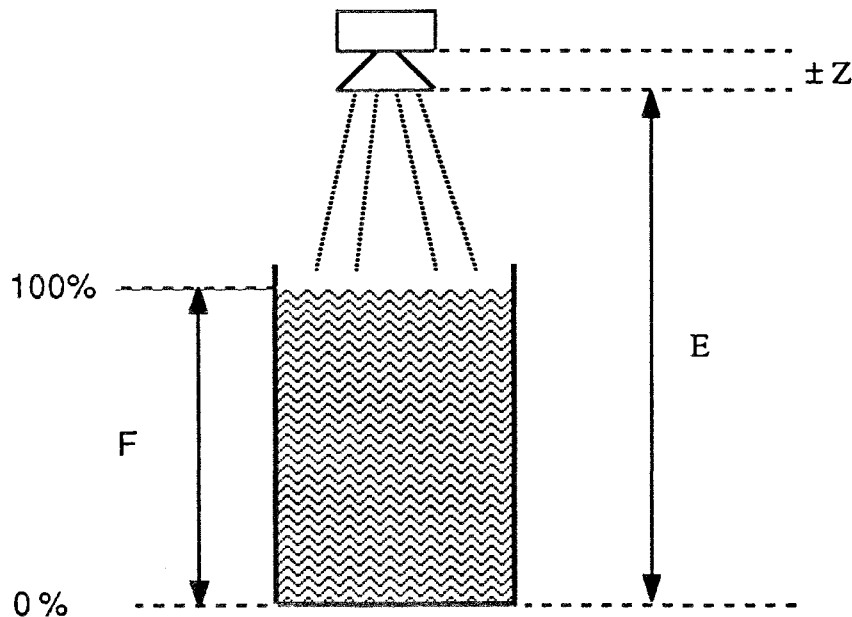


Figure B.6 : capteur de niveau à ultrason

Sur ce capteur de niveau, on doit respecter les distances suivantes :

- Z permettant d'évaluer pour chaque capteur la dimension de sa bride,
- E représentant la différence entre le niveau 0% et la bride du capteur,
- F correspondant à la plage de variation du niveau du liquide.

Caractéristiques techniques

- température ambiante : -20 °C à 60 °C
- tension de l'alimentation : 220 V ± 15 %
- puissance absorbée : 3 V.A
- poids : 1,4 Kg
- fréquence de travail : 46 KHz
- plage de mesure : de 0... 0,09 m jusqu'à 0... 1,1 m
- précision : ± 1,5 % de la plage de mesure inférieur à ±2 mm
- sorties analogiques : 0-5 V ; Rmin = 1 kΩ  
4-20 mA ; Rmax = 350 Ω
- temps d'intégration : 10 à 60 secondes réglables.
- distance de blocage : 45 cm

### B.3.3.5 - Capteur de niveau capacitif

Principe :

Ce système est basé sur les principes physiques du condensateur. La capacité C d'un condensateur est fonction de la distance d entre les deux électrodes, de la surface A de ces deux électrodes et du coefficient diélectrique ε du matériau placé entre les deux armatures suivant la relation :

$$C = \epsilon \frac{A}{d}$$

Sur ce capteur, on utilise la variation de la hauteur du matériau s'intercalant entre les deux armatures du condensateur.

En effet, le vide absolu ou l'air ont un coefficient diélectrique voisin de 1 alors que tous les autres matériaux ont un coefficient diélectrique supérieur à 1. La capacité du condensateur utilisé sur le capteur va donc varier avec le produit et plus particulièrement en fonction de la hauteur se trouvant entre la sonde et la paroi.

On mesure la capacité de ce condensateur en appliquant aux bornes de ses armatures et de sa paroi externe une tension à fréquence élevée et constante.

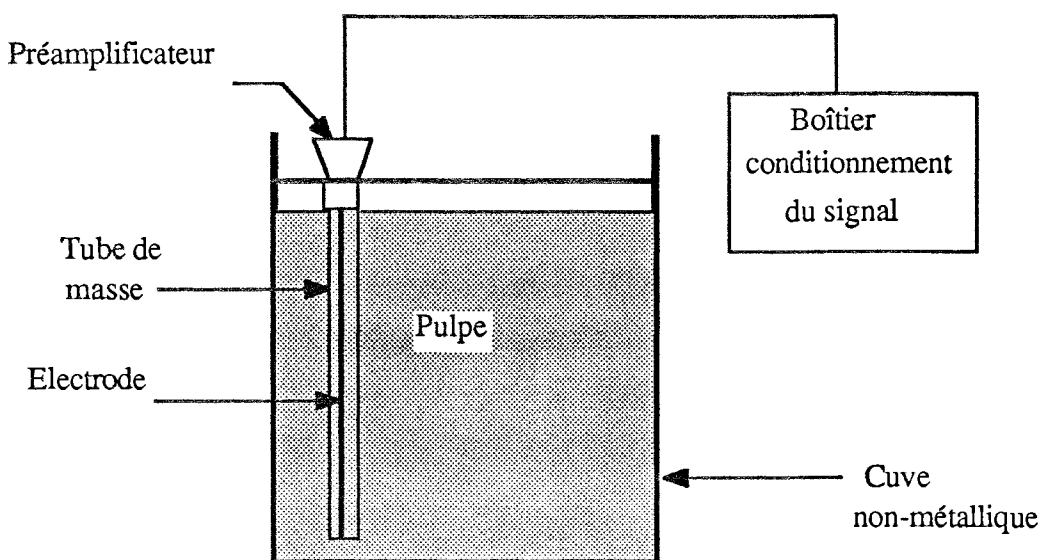


Figure B.7 : capteur de niveau capacitif

Le préamplificateur, présenté sur la figure précédente, convertit la variation de capacité de la sonde en une variation de fréquence et fournit au boîtier de conditionnement du signal un courant proportionnel à cette variation.

Caractéristiques techniques :

L'instrument est constitué d'une sonde (le capteur), d'un boîtier de préamplification et d'un boîtier de visualisation et de conditionnement du signal.

Sonde et préamplificateur :

- température ambiante : -20 °C à 80 °C
- fréquence de travail : 1 Mhz
- signal de sortie : 0 - 2000  $\mu$ A
- plage de mesure : 0 - 1100 mm

Conditionneur :

- tension de l'alimentation : 220 V, 50 hz à  $\pm 15$  % et  $\pm 10$  %
- puissance absorbée : 3,3 V.A
- signal d'entrée : 0 - 4000  $\mu$ A

- signal de sortie : 0 - 10 V  
0 - 20 mA  
4 - 20 mA
- temps d'intégration : 0,5 s pour une variation du signal  
d'entrée de 1000  $\mu$ A
- Température ambiante : -10 °C à 50 °C

### **B.3.3.7 - Détecteur de niveau**

Principe :

L'appareil comprenant un élément vibrant et un ensemble électronique, l'élément vibrant est amené à sa fréquence de résonance par effet piezo-électrique.

Lorsqu'il est plongé dans un liquide, la variation de la fréquence de résonance est détectée et transmise à l'utilisateur par un signal statique tout ou rien.

Son principal avantage est sa précision (Hystérésis de commutation < à 2,5 mm). Il ne possède aucune pièce mécanique, n'est pas perturbé par la présence de mousse ou d'émulsion (ce qui a couramment lieu dans les mélanges d'eau et de minerais).

### **B.3.4 - Organe de saisie et de traitement de l'information**

Différents moyens de saisie d'informations peuvent être implantés sur le dispositif.

La solution d'un micro-ordinateur, munie de sa propre carte d'E/S analogique sera retenue du fait de sa facilité de mise en oeuvre et de ses performances en rapport avec le type d'algorithme de détection de défauts que nous souhaitons développer.

### B.4 - SCHEMA DE L'INSTALLATION

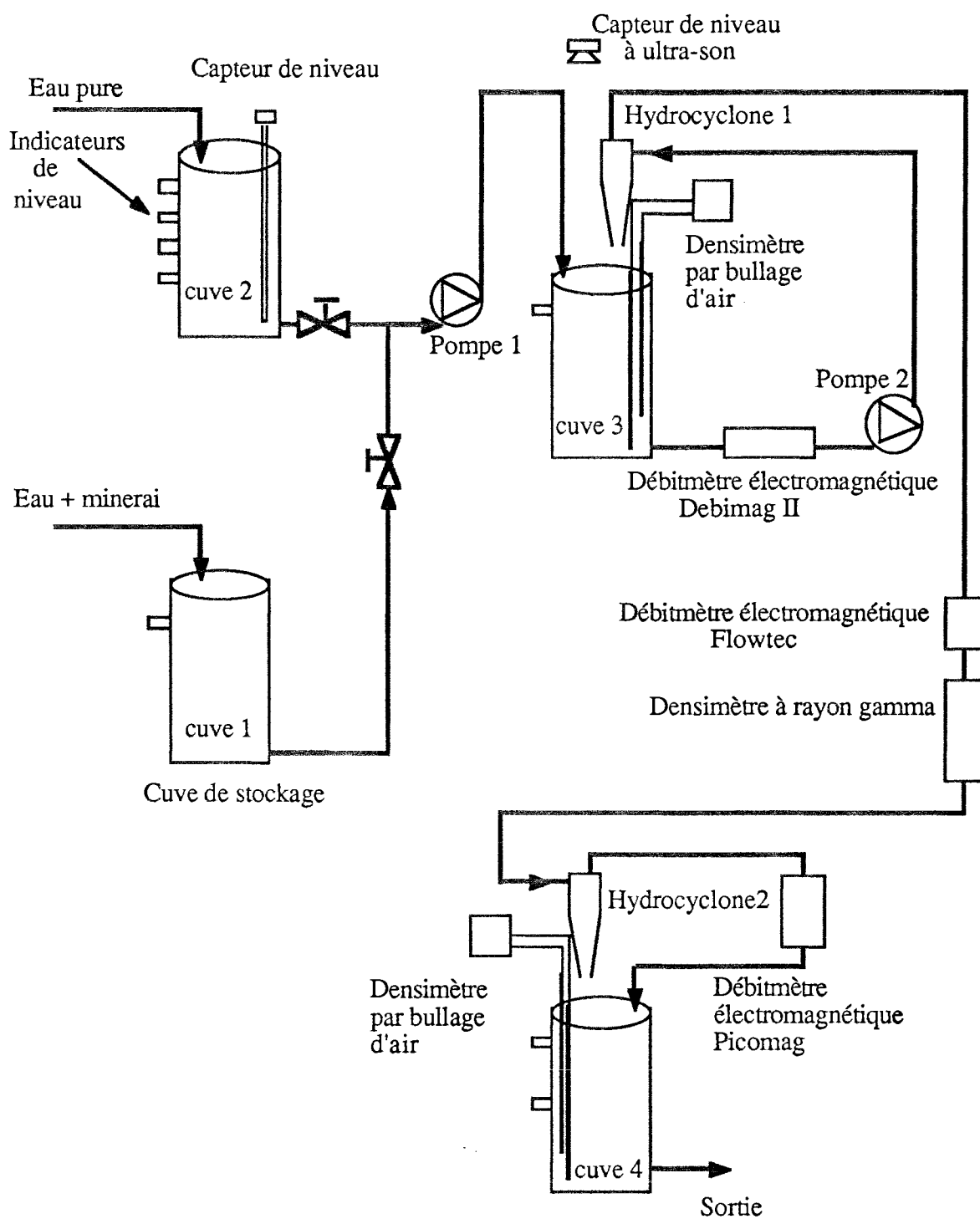


Figure B.8 : schéma général du pilote.

## REFERENCES

- [1] D.M. HIMMELBLAU (1978)  
"Fault detection and diagnosis in chemical and petrochemical process"  
Chemical Engineering Monographs Eds.
- [2] G. ZWINGELSTEIN(1983)  
"Méthodes de détection et localisation de capteur défaillants et techniques de validation de mesures analogiques - Applications aux processus énergétiques complexes"  
Rapport H.P. 40/83/381, E.D.F. Chatou
- [3] A.S. WILLSKY (1976)  
"A survey of design methods for failure detection in dynamic systems"  
Automatica, 12, 601 - 611
- [4] R. ISERMANN (1984)  
"Process fault detection based on modeling and estimation methods - A survey"  
Automatica, Vol. 20, N°4, 387 - 404, 1984
- [5] J. BRUNET, D. JAUME, A. RAULT M. VERGE (1987)  
"Sûreté de fonctionnement : détection et diagnostic de systèmes industriels"  
ADERSA - CNAM (1987)
- [6] L.F. PAU (1975)  
"Diagnostic de pannes dans les systèmes - Approche par la reconnaissance de formes"  
Collection Sup'Aero - Eds. Cépadus
- [7] M. BASSEVILLE (1988)  
"Detecting changes in signals and systems - A survey"  
Automatica, Vol.24, N°3, 309 - 326
- [8] J. C. DELAAT, W.C. MERRILL (1984)  
"A real time implementation of an advanced sensor failure detection, isolation and accommodation algorithm"  
NASA Technical Memorandum  
prepared for the 22ème Aerospace Sciences meeting sponsored by the American Institute of Aeronautics and Astronautics Reno - Nevada  
January 9 - 12 1984
- [9] R. K. MEHRA, J. PESCHON (1971)  
"An innovation approach to fault detection and diagnosis in dynamic systems"  
Automatica, Vol.7, pp 637 - 640
- [10] T. CECCHIN (1985)  
"Conception d'une usine pilote minéralurgie automatisée - Elaboration et application d'une stratégie de diagnostic d'état de fonctionnement de procédés industriels en temps réel"  
Thèse de l'I.N.P.L. Nancy

- [11] M. DESJARDIN (1975)  
"Les capteurs de mesure"  
C.I.A.M.E. - Documentation française
- [12] G. COLETTE (1977)  
"Le choix des capteurs"  
C.I.A.M.E. - Documentation française
- [13] G. ASCH (1983)  
"Les capteurs en instrumentation industrielle"  
Eds. Dunod
- [14] P.J.C. DEGOUL, M. BERUBE, J.C. MARCHAND, J. RAGOT, M. ROESCH (1975)  
"Instrumentation et stratégies de contrôle dans l'industrie minéralurgie"  
Industrie Minérale - Minéralurgie
- [15] H. VAEZI-NEJAD (1986)  
Rapport de D.E.A., M.A.E. Option Automatique  
Université de Nancy I
- [16] C.E.A.(1978)  
"Statistique appliquée à l'exploitation des mesures - Tome 1 et 2"  
Eds. Masson
- [17] J.S. OAKLAND (1986)  
"Statistical Process Control"  
Eds. Heinemann
- [18] E. MAURICE (1956)  
"Quelques tests non-paramétriques"  
Revue de statistique appliquée, vol. 4, N°4, pp.75 - 107, 1956
- [19] R. MEIGNIEZ (1958)  
"Le test du nombre de maxima"  
Revue de statistique appliquée, vol. 6, N°2, pp.97 - 106, 1958
- [20] A. VASSEREAU (1958)  
"Test du nombre de maxima - caractéristiques et forme limite de la distribution"  
Revue de statistique appliquée, vol. 6, N°4, pp.11 - 117, 1958
- [21] M. CORROZA (1975)  
"Techniques mathématiques de la fiabilité prévisionnelle"  
Collection Sup'Aero - Eds. Cépadus
- [22] S. NOGITA (1972)  
"Statistical test and adjustment of process data"  
Ind. Eng. Chem. Process Developp., vol. 11, N°2, 1972
- [23] P. FERIGNAC (1963)  
"Carte de contrôle par cumul des observations"  
Revue de statistique appliquée, vol. 11, N°3, pp.5 - 39, 1963
- [24] A. RAULT (1982)  
"Détection de pannes sur processus industriels"  
Fin de contrat ANVAR - ADERSA/GERBOIS sept. 1982



- [25] J. DESHAYES, D. PICARD (1979)  
"Statistique mathématique: tests de rupture dans un modèle"  
C. R. Acad. Sc. Paris, T.288 (12 Mars 1979)
- [26] K.S. SHANMUGAN, A.M. BREIPOHL (1988)  
"Detection, estimation and data analysis"  
Eds John Wiley & Sons
- [27] D.V. HINKLEY (1971)  
"Inference about the change point from cumulative sum tests"  
Biometrika, 58, 509 - 523
- [28] I.V. NIKIFOROV (1979)  
"Cumulative sums for detection of changes in random process characteristics"  
Automatica i telemekhanika, vol. 40, N°2, pp. 48 - 58, Fev. 1979
- [29] A.N. PETTITT (1980)  
"A simple cumulative sum type statistic for the change-point problem with zero-one observations"  
Biometrika, vol. 67, N°1, pp. 79 - 84, Jan. 1980
- [30] I.V. NIKIFIROV (1981)  
"Modification and analysis of the cumulative sum procedure"  
Moscow, Translated from Automatika Telemekhanika, N°9, 74 - 80
- [31] M. BASSEVILLE (1981)  
"Changes in statistical models : Various approaches in automatic control and statistics"  
Rapport de recherche INRIA-RENNES N°72 (Juin 1981)
- [32] M. BASSEVILLE (1981)  
"Edge detection using sequential methods for change in level. Part II: Sequential detection of change in mean"  
IEEE Trans. Acous., Speech, Signal Processing, Vol. ASSP - 31, pp. 521 - 534, N°1, June 1981
- [33] M. BASSEVILLE, A. BENVENISTE (1983a)  
"Design and comparative study of some sequential jump detection algorithms for digital signals"  
IEEE Trans. Acoust. Speech. Sig. Process., ASSP-31, pp. 521 - 534
- [34] M. BASSEVILLE (1982)  
"Contribution à la détection séquentielle de ruptures de modèles statistiques"  
Thèse de l'Université de Rennes I
- [35] J. MAX (1985)  
"Méthodes et techniques de traitement du signal et applications aux mesures physiques - Tome 1"  
Eds. Masson
- [36] J. MAX (1987)  
"Méthodes et techniques de traitement du signal et applications aux mesures physiques - Tome 2"  
Eds. Masson

- [37] M. BLANCHET, M. BOUZID, R. DELHOME, J.B. OUAKAM, PIETRI (1971)  
"Phénomènes de rupture dans une série chronologique"  
Revue de Statistique Appliquée, Vol.XIX, N°4
- [38] M. BAGSHAW, R. A. JOHNSON (1977)  
"Sequential procedures for detecting parameter changes in a time series model"  
Journal of American Statistical Association, Vol.72, N°359 September 1977
- [39] J. SEGEN, A. C. SANDERSON (1980)  
"Detecting change in a time series"  
IEEE Trans. on Inf. Theory, Vol. IT-26, N°2, March 1980
- [40] N. ISHII, A. IWATA, N. SUZUMURA (1979)  
"Segmentation of non-stationary time series"  
Int. J. Systems Sci., Vol-10, N°8, pp 883 - 894
- [41] B. FRIEDLAND (1979)  
"Maximum likelihood estimation of a process with random transitions (failures)"  
IEEE Trans. on Aut. Control, Vol. AC-24, N°6, December 1979
- [42] H. AKAIKE (1974)  
"Markovian representation of stochastic processes and its application to the analysis of autoregressive moving average processes"  
Ann. Inst. Statist. Math., Vol.26, pp.363 - 387
- [43] A.H. GRAY, J.D. MARKEL (1976)  
"Distance measures for speech processing"  
IEEE Trans. Acoust. Speech. Sig. Process., ASSP-24, 380 - 391
- [44] J.V. CANDY (1986)  
"Signal processing - The model based approach"  
Eds. Mac Graw-Hill series in electrical and engineering communication and signal processing
- [45] P. YOUNG(1984)  
"Reursive estimation and time-series analysis"  
Eds. Springer-Verlag
- [46] M. BASSEVILLE, A. BENVENISTE (1982)  
"Détection séquentielle de changements brusques des caractéristiques spectrales d'un signal numérique"  
Rapport de recherche INRIA-RENNES N°129 (Avril 1982)
- [47] M. BASSEVILLE, A. BENVENISTE (1983)  
"Sequential detection of abrupt changes in spectral characteristics of digital signals"  
IEEE Trans. on Information Theory, Vol. IT-29, N°5, September 1983
- [48] S. KULLBACK (1959)  
"Information Theory and Statistics", New York Wiley 1959
- [49] P. STOICA, T. SODERSTROM, B. FRIEDLANDER (1985)  
"Optimal instrumental variable estimates of AR parameters of an ARMA process"  
IEEE Trans. on Automatic Control, Vol AC-30, N° 11, November 1985

- [50] P. STOICA, T. SODERSTROM, B. FRIEDLANDER (1987)  
"Approximate maximum-likelihood approach to ARMA spectral estimation"  
INT. J. CONTROL, Vol.45, N°4, 1281 - 1310
- [51] A. BENVENISTE , J.J. FUCHS (1985)  
"Single sample modal identification of a non stationary stochastic problem"  
IEEE Trans. Automat. Contr., Vol AC-30, pp 66 - 74, January 1985
- [52] M. BASSEVILLE, A. BENVENISTE, G. MOUSTAKIDES (1986)  
"Detection and diagnosis of abrupt changes in modal characteristics of non stationary digital signals"  
IEEE Trans. Inform. Theory, Vol IT-32, pp 412 - 417, May 1986
- [53] G.V. MOUSTAKIDES (1986)  
"The problem of diagnosis with respect to physical parameters for changes in structures"  
IRISA-Publication interne N°295
- [54] J. CORGE (1986)  
"Système de mesure de la variabilité du rythme cardiaque foetal"  
Thèse de Docteur de 3ème Cycle - Université de PARIS DAUPHINE
- [55] A. ROUGEE, M. BASSEVILLE, A. BENVENISTE, G. MOUSTAKIDES (1987)  
"Détection robuste optimale des changements dans la partie AR d'un processus ARMA"  
IRISA-Publication interne N°346, Version révisée
- [56] M. BASSEVILLE, A. BENVENISTE, G. MOUSTAKIDES, A. ROUGEE (1987)  
"Optimal sensor location for detecting changes in dynamical behaviour"  
IEEE Trans. on Aut. Contr., Vol. AC-32, N°12, 1067 - 1075
- [57] M. BASSEVILLE, A. BENVENISTE, G. MOUSTAKIDES, A. ROUGEE (1987)  
"Detection and diagnosis of changes in the eigenstructure of non-stationary multivariable systems"  
Automatica, Vol.23, N°4, 479 - 489
- [58] A. BENVENISTE, M. BASSEVILLE, G. MOUSTAKIDES (1987)  
"The asymptotical local approach to change detection and model validation"  
IEEE Trans. on Aut. Contr., Vol. AC-32, N°7, 583 - 592
- [59] A. ROUGEE, M. BASSEVILLE, A. BENVENISTE, G. MOUSTAKIDES (1987)  
"Optimum robust detection of changes in the A.R. part of a multivariable ARMA process"  
IEEE Trans. on Automatic Control, Vol AC-32, N° 12, December 1987
- [60] M. BASSEVILLE, A. BENVENISTE (1987)  
"Detection of abrupt changes in signals and dynamical systems"  
Eds. Springer, Berlin - LNCIS N°77
- [61] R. ANDRE-OBRECHT (1988)  
"A new statistical approach for the automatic segmentation of continuous speech signals"  
IEEE Trans. Acoust. Speech. Sig. Process., ASSP-36, 29 - 40

- [62] S. SUGIMOTO, T. WADO (1988)  
"Spectral expressions of information measure of gaussian time series and their relations to AIC et CAT"  
IEEE Trans. on Inf. Theory, Vol. IT-34, N°4, July 1988
- [63] S. IHARA (1984)  
"Maximum entropy spectral analysis and ARMA processes"  
IEEE Trans. on Inf. Theory, Vol. IT-30, N°2, March 1984
- [64] P. M. FISHMAN, L. K. JONES (1984)  
"Signal convexity and noise convexity of the Chernoff and divergence distances"  
IEEE Trans. on Inf. Theory, Vol. IT-30, N°6, November 1984
- [65] M. TAKEUCHI, H. SAKAI (1986)  
"Errors of spectral estimates in ARMA processes"  
INRIA-RR N°538, Juin 1986
- [66] D. PERRIOT-MATHONNA (1984)  
"Recursive stochastic estimation of parameters subject to random jumps"  
IEEE Trans. Automat. Contr., 29, 962 - 969
- [67] A.S. WILLSKY, H.L. JONES (1976)  
"A generalized likelihood ratio approach to the detection and estimation of jumps in linear systems"  
IEEE Trans. Automat. Contr., 21, 108 - 112
- [68] U. APPEL, A.V. BRANDT (1983)  
"Adaptative sequential segmentation of piecewise stationary time series"  
Information Sciences 29, pp 27 - 56
- [69] A. ROUGEE, B.C. LEVY, A.S. WILLSKY (1987)  
"An estimation-based approach to the reconstruction of optical flow"  
Rapport de recherche INRIA-RENNES N°697 (Juin 1987)
- [70] G.V. MOUSTAKIDES (1985)  
"Optimal stopping times for detecting changes in distributions"  
Rapport de recherche INRIA-RENNES N°363 (Février 1985)
- [71] S. NOWAKOWSKI (1987)  
"Détection de défauts dans les séries temporelles. Application à la détection de défauts sur site pilote"  
Rapport de DEA spécialité M.A.E - Université de Nancy I
- [72] S. NOWAKOWSKI, H. VAEZI-NEJAD, G. MOUROT (1988)  
"Méthode robuste de détection de défauts en ligne sur un processus pilote"  
Revue d'Automatique et de Productique Appliquées Vol.1, N°3
- [73] S. NOWAKOWSKI, H. VAEZI-NEJAD, G. MOUROT (1989)  
"On-line failure detection using Kullback's divergence"  
Congrès IFAC NANCY - juin 1989
- [74] M.G. SINGH, K.S. HINDI, G. SCHMIDT, S. TZAFESTAS (1987)  
"Fault detection and reliability"  
Eds. Pergamon Press - INT. Series on Systems and Data Control"

- [75] J. H. WILLIAMS (1985)  
"Transfer function Technics and fault location"  
Eds. Reaserch Studies Press
- [76] J.P. NOUGIER  
"Méthodes de calcul numériques"  
Eds. Masson
- [77] L. LJUNG (1987)  
"System identification"  
Eds. Prentice-Hall information and system sciences series
- [78] G.E.P. BOX, G.M. JENKINS (1976)  
"Spectral analysis and its applications"  
Eds. Holden-days
- [79] M. MORF, B. DICKINSON, T. KAILATH, A. VIEIRA (1977)  
"Efficient solution of covariance equations for linear prediction"  
I.E.E.E. Trans. Acoust. Speech. Signal Process, vol. 25, pp. 429 - 433
- [80] J.L. LACOUME, M. GHARBI, C. LATOMBE, J.L. NICOLAS (1984)  
"Close frequency resolution by maximum entropy spectral estimators"  
I.E.E.E. Trans. Acoust. Speech. Signal Process, vol. 32, N° 5  
pp. 977 - 984
- [81] M. NADJIM (1988)  
"Modélisation et identification en traitement du signal"  
Eds. Masson - Automatique
- [82] M. BELLANGER (1989)  
"Analyse des signaux et filtrage numérique adaptatif"  
Eds. Masson - Collection Technique et Scientifique des Télécommunication

