Ecoulement de fluides pseudoplastiques à travers des élargissements brusques et ses divergents. Modélisation des pertes d'énergie.

Guy Ponthieux

▶ **To cite this version:**

Guy Ponthieux. Ecoulement de fluides pseudoplastiques à travers des élargissements brusques et ses divergents. Modélisation des pertes d'énergie.. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université Henri Poincaré - Nancy 1, 1991. Français. NNT : 1991NAN10229 . tel-01748589

HAL Id: tel-01748589
https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01748589

Submitted on 29 Mar 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4
Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10
http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php
http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm

91/568

UNIVERSITE DE NANCY I U.F.R S.T.M.P L.E.M.T.A

G.F.D: Mécanique-Energétique

Sc N 91/229 B

THESE

présentée à

l'UNIVERSITE DE NANCY I

pour l'obtention du titre de
DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE NANCY I EN MECANIQUE

par

Guy PONTHIEUX

Ingénieur E.N.I.M

BIBLIOTHEQUE * UNIVERSITE NANCY SCIENCES

Sujet :

ECOULEMENT DE FLUIDES PSEUDOPLASTIQUES A TRAVERS DES ELARGISSEMENTS BRUSQUES ET DES DIVERGENTS. MODELISATION DES PERTES D'ENERGIE.

Soutenue publiquement le 18 Octobre 1991 devant la Commission d'Examen

Membres du Jury:

Messieurs: DEVIENNE R.
GOSSE J.
LEBOUCHE M.
MAINGONNAT J.F.
SCRIVENER O.

UNIVERSITE DE NANCY I

NOM DE L'ETUDIANT : Monsieur PONTHIEUX Guy

NATURE DE LA THESE : DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE NANCY I
en MECANIQUE

VU, APPROUVE ET PERMIS D'IMPRIMER

NANCY, le - 4 OCT. 1991 n° 410

LE PRESIDENT DE L'UNIVERSITE DE NANCY I

UNIVERSITE NANCY I
LE PRESIDENT

M. BOULANGE

SOMMAIRE

NOMENCLATURE

INTRODUCTION 1

CHAPITRE I : **Etude bibliographique .** 4

I.1. Classification des fluides . 6

I.1.1. Introduction aux fluides complexes 6

I.1.2. Brève description du comportement des fluides complexes 7

I.1.2.1. Les fluides indépendants du temps 7

I.1.2.2. Les fluides dépendants du temps 9

I.1.2.3. Les fluides viscoélastiques 9

I.2. Les pertes d'énergie régulières . 11

I.2.1. Ecoulement laminaire en conduite cylindrique à section circulaire 11

I.2.1.1. Relation débit-perte d'énergie 11

a). Fluides newtoniens . Equation de Poiseuille . 12

b). Fluides pseudoplastiques . 13

c). Autres fluides indépendants du temps . 13

I.2.1.2. Le nombre de Reynolds généralisé . 14

I.2.2. Ecoulement turbulent en conduite à section circulaire 16

I.2.2.1. Critère de transition laminaire - turbulent . 16

a). Pour les fluides newtoniens . 16

b). Pour les fluides non-newtoniens . 16

I.2.2.2. Les pertes d'énergie dans les conduites lisses . 16

a). Pour les fluides newtoniens . 16

b). Pour les fluides non-newtoniens . 16

I.2.2.3. Les pertes d'énergie dans conduites rugueuses . 18

a). Pour les fluides newtoniens . 18

b). Pour les fluides non-newtoniens . 18

I.3. Les pertes d'énergie singulières . 19

I.3.1. Fluides newtoniens . 19

I.3.1.1. Régime laminaire . 19

I.3.1.2. Régime turbulent . 19

I.3.2. Fluides non-newtoniens . 21

I.3.2.1. En régime turbulent . 21

I.3.2.2. En régime laminaire . 21

I.4. Profils de vitesse laminaire dans les conduites cylindriques . 23

I.4.1. Fluides newtoniens . 23

I.4.2. Fluides pseudoplastiques . 24

I.4.2.1. Fluides d'Ostwald . 24

I.4.2.2. Autres fluides indépendants du temps . 24

I.4.3. Le coefficient d'énergie cinétique . 25

CHAPITRE II : Dispositif expérimental et techniques de mesure . 26

II.1. L'installation expérimentale. 27

II.1.1. Description générale. 27

II.1.2. Description de la veine d'essai. 27

II.2.Moyens de mesure. 29

II.2.1. Mesure de débit. 29

II.2.2. Mesure de la vitesse. 29

II.2.2.1. Principe de mesure :l'effet Doppler. 29

II.2.2.2. L'effet Doppler à franges. 31

II.2.2.3. Eléments constituant la chaîne de vélocimétrie laser. 33

II.2.2.3.1. Dispositif optique et électronique utilisé. 33

II.2.2.3.2. Dispositif mécanique de déplacement utilisé. 33

II.2.2.4. Les caractéristiques et la localisation du volume de mesure. 35

II.2.2.4.1. Caractéristiques. 35

II.2.2.4.2. Localisation du volume de mesure. 35

II.2.2.5. Conclusions. 36

II.2.3. Mesure de la pression. 37

II.2.3.1. Principe des capteurs de pression différentielle. 37

II.2.3.2. Particularités des capteurs utilisés. 38

II.2.4. Mesure de la température. 38

II.2.5. Caractérisation rhéologique des fluides. 38

II.2.5.1. Viscosimètre rotatif à cône/plan. 38

II.2.5.1.1. Principe. 38

II.2.5.1.2. Dispositif utilisé. 39

II.2.6. Fluides utilisés. 40
II.2.6.1. Solution de carboxyméthylcellulose (CMC). 40
II.2.6.2. Solution d'hydroxyéthylcellulose (HEC). 40
II.2.6.3. Solution de sirop de glucose. 41
II.2.6.4. Etude du comportement rhéologique des fluides utilisés. 41

ANNEXES DU CHAPITRE II. 45

Annexe I: Etude de la longueur d'établissement d'un écoulement. 46

Annexe II: Etude de la localisation du volume de mesure. 47

Annexe III: Choix d'un modèle rhéologique. 53

CHAPITRE III . **Les pertes d'énergie singulières. Définition et approche par l'analyse dimensionnelle.** 63

III.1. Définition de la perte d'énergie singulière. 64

III.2. Approche des pertes d'énergie singulières par l'analyse dimensionnelle. 67

CHAPITRE IV . **Etude dynamique de l'écoulement à travers élargissements brusques et divergents.** 69

IV.1. Profils de vitesse en écoulement laminaire établi. 71

IV.2. Ecoulement d'un fluide pseudoplastique en présence d'un élargissement brusque. 73

IV.2.1. Evolution du profil de vitesse. Influence du nombre de Reynolds. 73

IV.3. Influence de la géométrie de la singularité sur le champ des vitesses. 83

IV.3.1. Cas des élargissements brusques : influence du rapport S_{amont} / S_{aval}. 83

IV.3.2. Cas des divergents : influence de l'angle de divergence. 85

IV.4. Influence des propriétés rhéologiques du fluide sur le champ des vitesses. 91

IV.4.1. Cas d'un élargissement brusque. 91

IV.4.2. Cas des divergents. 91

CHAPITRE V . **Etude expérimentale des pertes d'énergie singulières dues à des élargissements brusques et divergents.** 96

V.1. Elargissement brusque. 98

V.1.1. Influence del'indice de structure n. 98

V.1.1.1. Evolution du coefficient de perte d'énergie singulière. 98

V.1.1.2. Evolution du coefficient PX. 99

V.1.1.3. Analyse. 100

V.1.1.4. Comparaison avec les données bibliographiques. 101

V.1.2. Influence du rapport S_{amont} / S_{aval}. 103

V.1.2.1. Evolution du coefficient de perte d'énergie singulière. 103

V.1.2.2. Evolution du coefficient PX. 106

V.2. Divergents. 109

V.2.1. Influence de l'angle de divergence. 109

V.2.2. Influence de l'indice de structure n. 109

V.3. Corrélations. 119

V.3.1. Elargissements brusques. 119

V.3.1.1. Influence de l'indice de structure n. 119

V.3.1.2. Influence du rapport S_{amont} / S_{aval}. 121

V.3.1.3. Synthèse. 123

CONCLUSIONS 124

BIBLIOGRAPHIE 128

NOMENCLATURE

D	diamètre (m)	
D_{am}	diamètre en amont de la singularité (m)	
D_{av}	diamètre en aval de la singularité (m)	
D_{1/e^2}	diamètre du faisceau laser au niveau de l'optique d'émission (m)	
$\vec{e_i}$, $\vec{e_d}$	vecteurs unitaires de l'onde incidente et de l'onde diffusée	
Err^2	somme des carrés des écarts valeur ajustée-valeur expérimentale	
f	coefficient de frottement	
$f_{Doppler}$	fréquence Doppler (Hz)	
f_i	fréquence de la lumière incidente (Hz)	
f_d	fréquence de la lumière diffusée (Hz)	
f'	fréquence de décalage de la cellule de Bragg (Hz)	
F	distance focale de l'optique d'émission (m)	
g	accélération de la pesanteur (m/s^2)	
i	interfrange (m)	
J_{ij}	perte d'énergie entre les sections i et j (Pa)	
Js	perte d'énergie singulière (Pa)	
k	coefficient de consistance ($Pa.s^n$)	
k'	coefficient défini par l'équation	$\tau_p=k'\left(\frac{8u_m}{D}\right)^{n'}$
L	longueur aprés le début de l'élargissement (m)	
Le	longueur d'établissement (m)	
n	indice de structure (loi d'Ostwald)	
n	paramètre d'ajustement (loi de Carreau)	
n	indice de réfraction	
n'	coefficient sans dimension défini par l'équation	$\tau_p=k'\left(\frac{8u_m}{D}\right)^{n'}$
p	pression (Pa)	
p	paramètre d'ajustement (loi de Cross)	
PX	paramètre caractérisant la perte d'énergie singulière	$PX=Js/\tau_p$
p^*	pression motrice ($p^*=p+\rho gz$)	
Qv	débit volumique (m^3/s)	
r,R	rayon (m)	
Re	nombre de Reynolds	$Re=\frac{\rho u_m D}{\mu}$
Re'	nombre de Reynolds défini par Metzner et Reed	$Re'=\frac{\rho D^{n'} u_m^{2-n'}}{k' 8^{n'-1}}$
Re_{gen}	nombre de Reynolds défini par l'analyse dimensionnelle	$Re_{gen}=\frac{\rho u_m^{2-n} D^n}{k}$

Re_n	nombre de Reynolds pour un fluide d'Ostwald $Re_n=\frac{\rho\, u_m^{2-n}\, D^n}{8^{n-1} k \left(\frac{3n+1}{4n}\right)^n}$
r^2	variance
t	temps (s)
T	période
t_0	paramètre d'ajustement (loi de Powell-Eyring)
t_1	paramètre d'ajustement (loi de Cross)
u,U	vitesse axiale (m/s)
u_m	vitesse débitante (m/s)
u_{max}	vitesse maximale
$u_{m.am}$	vitesse débitante en amont de la singularité
$u_{m.av}$	vitesse débitante en aval de la singularité
U_C	vitesse sur l'axe de la conduite (m/s)
U_R	vitesse axiale maximale de recirculation
V'_x	fluctuation de la vitesse axiale
$\overline{V_x}$	vitesse axiale moyenne
z	altitude du point considéré,mesurée sur un axe vertical ascendant
Z	abscisse adimensionnelle de la section de mesure
Ze	abscisse adimensionnelle d'établissement d'écoulement

SYMBOLES GRECS

α	coefficient d'énergie cinétique
α	paramètre d'ajustement de la loi d'Ellis
γ	angle de cisaillement (rd)
γ°	taux de cisaillement (rd/s)
γ°_p	taux de cisaillement pariétal
Δp^*	variation de pression motrice
$\varnothing$	diamètre (m)
$\varnothing_n$	diamètre du volume de mesure
λ	temps de relaxation (loi de Carreau)
λ_i	longueur d'onde de la lumière incidente (m)
λ_0	longueur d'onde du laser dans le vide
μ	viscosité dynamique (Pa.s)
μ_0	viscosité à taux de cisaillement nul
μ_∞	viscosité à taux de cisaillement infini
θ	angle au sommet d'un divergent (degré)
θ_n	angle entre les faisceaux laser dans un milieu d'indice de réfraction n
ρ	masse volumique (kg /m^3)
τ	contrainte de cisaillement (Pa)
τ_f	taux de fluctuation de la vitesse $\tau_f=\frac{\sqrt{\overline{V'_x{}^2}}}{\overline{V_x}}$
τ_p	contrainte pariétale de cisaillement
$\tau_{1/2}$	contrainte tangentielle correspondant à une viscosité apparente égale à la moitié de la viscosité à cisaillement nul (loi d'Ellis)
ω	vitesse de rotation (rd/s)
ζ	coefficient de perte d'énergie singulière $\zeta=J_s/\rho\frac{u_m^2}{2}$

INTRODUCTION

La mise en oeuvre des fluides dans de nombreuses activités industrielles nécessite souvent leur transport dans des réseaux de conduites comportant des singularités (vannes , coudes,élargissements...) ,des pompes,des échangeurs de chaleur.

Le dimensionnement de ces réseaux : détermination du diamétre optimum des tubes et de la puissance des pompes de transfert , passe par une connaissance précise des lois régissant les pertes d'énergie dans les conduites (pertes dites linéaires ou régulières) et dans les singularités (pertes singulières) dues à la viscosité du fluide et aux perturbations,parfois importantes ,du champ des vitesses lors de variations de direction ou (et) de section.

Pour les fluides Newtoniens (gaz ou liquides de masse moléculaire inférieure à 1000 , d'aprés BIRD et al [1 p.1]) ,la détermination des différentes pertes d'énergie tant régulières que singulières est bien maitrisée depuis quelques décennies suite aux travaux de PRANDTL et son école , ainsi qu'aux travaux de COLEBROOK , GIBSON , l'DELCIK entre autres.

Pour les fluides Non Newtoniens , trés fréquemment rencontrés dans les industries pétrolières ,chimiques ,biochimiques ,agroalimentaires (polymères fondus ou en solutions,solides ou gouttelettes de liquides en suspension dans un liquide),aucune loi "universelle" de perte d'énergie régulière et à fortiori pour les pertes singulières n'a pu être établie du fait de la grande variété des comportements rhéologiques de ces fluides malgré les trés nombreuses études conduites depuis 40 ans. Ainsi , certains fluides ne pourront s'écouler qu'à partir d'un seuil minimal de contraintes appliquées , d'autres fluides auront un comportement newtonien à faible taux de cisaillement puis non-newtonien à taux de cisaillement plus élevé , d'autres fluides enfin présenteront des propriétés "élastiques" liées à l'existence de contraintes normales anisotropes même dans un état de cisaillement simple .

L'étude présente a pour objectifs:

de déterminer pour différents fluides en écoulement laminaire dans une conduite cylindrique à section circulaire,lespertes d'énergie dues:

- à des élargissements brusques de différents rapports Section amont / Section aval
- à des divergents coniques de S.amont / S.aval fixé mais d'angle au sommet variable ,

de relier l'évolution de ces pertes d'énergie à l'évolution du champ des vitesses et plus particulièrement à l'évolution des taux de cisaillement ,

de proposer des corrélations qui prennent en compte la géométrie de la singularité et le comportement rhéologique du fluide utilisé.

Le premier chapitre est consacré au recensement de l'état des connaissances sur les pertes d'énergie régulières et singulières.

La description du dispositif expérimental ainsi que les diverses techniques de mesure utilisées font l'objet du deuxième chapitre.

La définition de la perte d'énergie singulière et sa liaison ,par l'analyse dimensionnelle , avec les différentes variables physiques sont présentées dans le troisième chapitre.

L'étude dynamique de l'écoulement à travers des élargissements et des divergents , est présentée dans le quatrième chapitre . L'évolution du profil des vitesses , les taux de fluctuations, les zones de recirculation et les longueurs d'établissement , sont étudiés en fonction du nombre de Reynolds de l'écoulement , de la géométrie de la singularité et des propriétés rhéologiques des fluides d'essai .

Au cours du cinquième chapitre,nous présenterons les résultats relatifs à l'influence des caractéristiques rhéologiques du fluide et de la géométrie de la singularité sur la perte d'énergie singulière.Des corrélations sont proposées dans ce chapitre .

Enfin nous abordons la conclusion de ces travaux.

CHAPITRE I

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

L'analyse bibliographique présentée dans ce chapitre a pour objet de rappeler les principaux résultats relatifs aux pertes d'énergie régulière et singulière lors de l'écoulement de fluides newtoniens ou non-newtoniens .

Les pertes d'énergie d'un fluide en écoulement sont liées à ses propriétés rhéologiques.Comme nous utilisons des fluides complexes ,nous donnerons une vue d'ensemble du comportement de ces fluides dans la première partie.

Dans une seconde partie, nous présenterons les résultats concernant l'écoulement pour les régimes laminaire et turbulent en conduite de section circulaire.

Dans une troisième partie, nous ferons le point sur les pertes d'énergie singulières en insistant particulièrement sur le comportement des fluides non-newtoniens.

Enfin , nous rappellerons dans une quatrième partie , les profils de vitesse obtenus en écoulement laminaire établi .

I.1. CLASSIFICATION DES FLUIDES.

I.1.1. Introduction aux fluides complexes.

Généralement la classification est faite à partir du comportement du fluide en écoulement de cisaillement simple que l'on traduit par une relation entre la contrainte de cisaillement τ et la vitesse de cisaillement γ°

Pour les fluides newtoniens,ce comportement est décrit par une relation linéaire $\tau = \mu \gamma^\circ$ où μ représente la viscosité dynamique du fluide , caractéristique ne dépendant que de la température et de la pression du fluide .

Pour les fluides complexes dits non-newtoniens , la viscosité n'est plus constante à température et pression données mais dépend de la vitesse de cisaillement ou , plus généralement , de l'histoire cinématique antérieure du fluide.

D'aprés TANNER [2 p.168-170] et BIRD [1 p.55-98],le comportement du fluide est liée aux modifications de structure induites par l'écoulement et généralement, on observe une évolution de la viscosité avec le taux de cisaillement γ° qui a l'allure suivante en coordonnées logarithmiques:

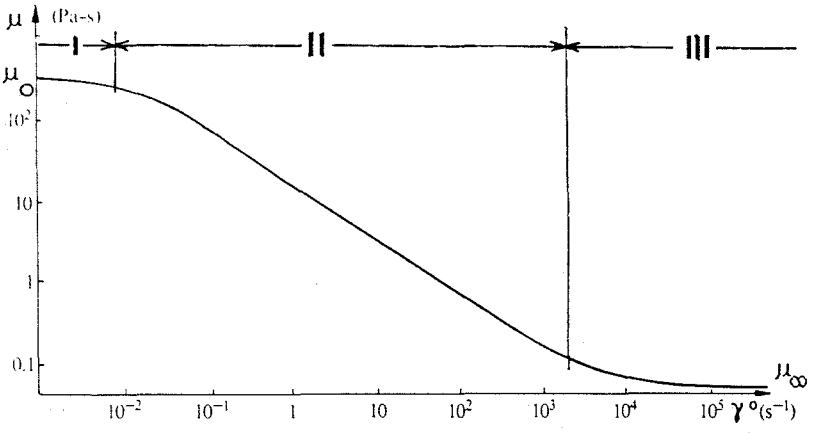


figure I.1 : Comportement rhéofluidifiant d'un fluide non-newtonien type : Separan AP30 en solution dans eau et glycérine (TANNER [2]) .

On peut distinguer trois régions:

-région I à faible taux de cisaillement,la viscosité tend vers une valeur constante μ_o :le fluide a un comportement newtonien

-région II ,la viscosité décroit quand le taux de cisaillement augmente,la courbe présente souvent une partie linéaire sur plusieurs décades appelée région de loi puissance

-région III ,à taux de cisaillement trés élevés où la viscosité tend vers une valeur constante μ_∞

A partir de ces observations expérimentales en cisaillement simple,on distingue , (Cf. SKELLAND [3 p.1-21]):

- les fluides indépendants du temps
-les fluides dépendant du temps
-les fluides viscoélastiques.

I.1.2. Brève description du comportement des fluides complexes.

I.1.2.1. Les fluides indépendants du temps

Ce sont des fluides purement visqueux pour les lesquels la contrainte de cisaillement τ dépend seulement du taux de cisaillement γ° au point considéré.

Trois grands types de comportement de ces fluides peuvent être mis en évidence au vu de leurs rhéogrammes:

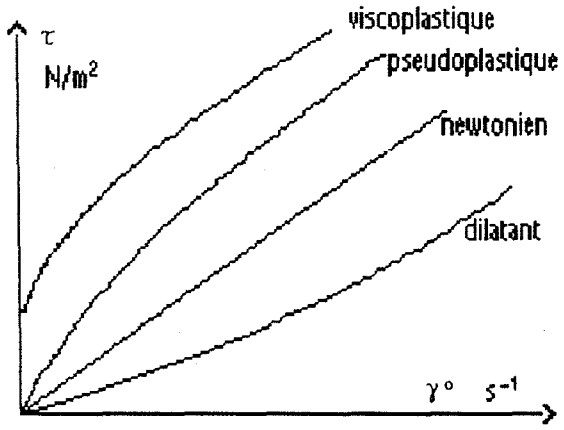


figure I.2 : rhéogrammes types pour différents fluides indépendants du temps

- les fluides viscoplastiques sont caractérisés par le fait qu'il est nécessaire d'atteindre une contrainte minimale τ_o pour qu'il y ait mise en mouvement.

- les fluides pseudoplastiques ne présentent pas de contrainte seuil pour s'écouler et le rhéogramme montre que le rapport τ / γ° habituellement appelé viscosité apparente μ_a ,par analogie avec les fluides newtoniens,décroit quand le taux de cisaillement augmente.Cette évolution de la viscosité apparente est bien représentée par la figure I.1.

Pour traduire ce comportement rhéologique de trés nombreuses relations ont été répertoriées , (SKELLAND [3 p.8-9] , MIDOUX [7 p.93-97]) , dont on peut retenir les lois suivantes:

loi puissance ou de Ostwald $\tau = k \gamma^{\circ n}$

qui est la plus couramment utilisée pour des variations limitées du taux de cisaillement ,

d'autres lois essaient de rendre compte du comportement newtonien

à faible taux de cisaillement :

loi d'Ellis $$\tau = \frac{\mu_o}{1+(\tau/\tau_{1/2})^{\alpha-1}} \gamma^\circ$$

à taux de cisaillement élevé :

loi de Sisko $\tau = \mu_\infty \gamma^\circ + k\gamma^{\circ n}$

enfin , d'autres modéles prennent en compte le comportement newtonien initial et final du fluide :

$$\text{loi de Powell-Eyring} \qquad \tau = \mu_\infty \gamma^\circ + \frac{\mu_o}{t_o} \, sh^{-1}(t_o \gamma^\circ)$$

$$\text{loi de Cross} \qquad \tau = \mu_\infty \gamma^\circ + \frac{\mu_0 - \mu_\infty}{1+(\gamma^\circ t_1)^p} \, \gamma^\circ$$

$$\text{loi de Carreau} \qquad \tau = \mu_\infty \gamma^\circ + (\mu_o - \mu_\infty)\left(1+(\lambda\gamma^\circ)^2\right)^{\frac{n-1}{2}} \gamma^\circ$$

Où ,

μ_0 est la viscosité à cisaillement nul

μ_{00} est la viscosité à cisaillement infini

$\tau_{1/2}$ est la contrainte tangentielle correspondant à une viscosité apparente égale à la moitié de la viscosité à cisaillement nul

λ est un temps de relaxation

t_0 , t_1 , p sont des paramètres de la loi d'ajustement considérée

Le domaine d'étude des fluides non-newtoniens utilisés lors de notre travail se limitant à la région II (figure I.3) ,nous prendrons la loi puissance pour équation rhéologique:

$$\tau = k \, \gamma^{\circ n}$$

n est une constante ,appelé indice de structure,qui caractèrise le degré de comportement non-newtonien du fluide

k est une constante ,appelé indice de consistance.

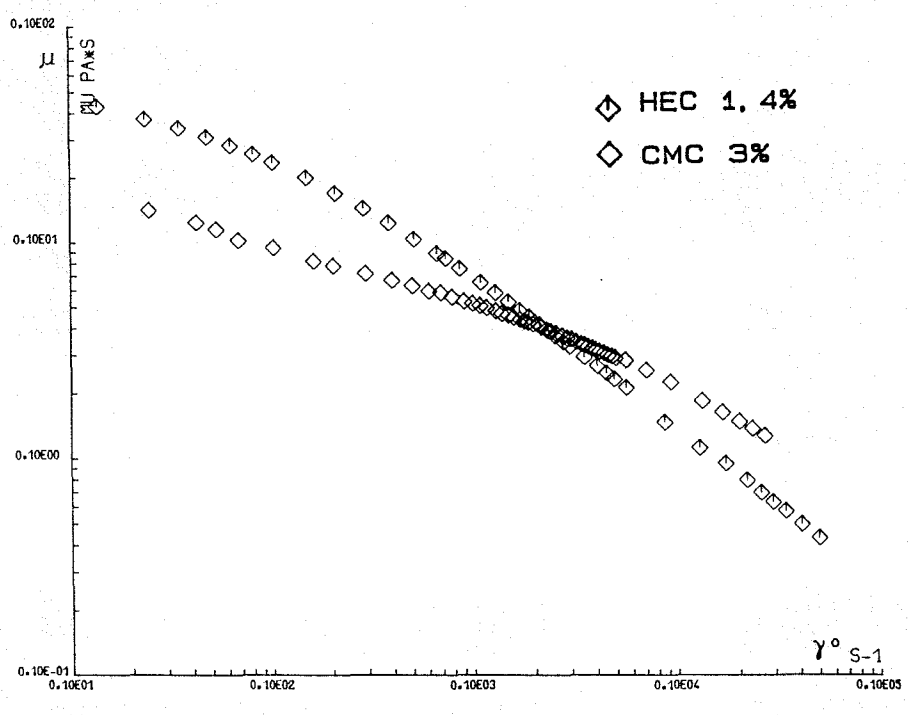


figure I.3 : Evolution de la viscosité avec le taux de cisaillement pour des soluions aqueuses de CMC et HEC

- les fluides dilatants sont caractérisés par une viscosité apparente qui augmente avec le taux de cisaillement.

I.1.2.2. Les fluides dépendants du temps

La viscosité apparente dépend non seulement de la valeur du taux de cisaillement mais aussi du temps d'application du cisaillement . Leur équation rhéologique sera de la forme :

$$\tau = \tau(\gamma^{\circ}, t)$$

Si la contrainte de cisaillement τ décroit quand le temps augmente avec γ° = constante , le fluide est thixotrope. Certains polymères fondus , des boues de forage , des graisses peuvent présenter ce comportement

Si τ croit avec le temps , le fluide est rhéopexe. Ce phénomène , assez rare , peut s'observer pour des suspensions de bentonite , de gypse .

I.1.2.3. Les fluides viscoélastiques.

Ces fluides possédent à la fois des propriétés visqueuses et élastiques mises en évidence lors d'essais de fluage ou de cisaillement oscillant (figures I.4) . Leur équation rhéologique sera de la forme :

$$\tau = \tau(\gamma , \gamma^{\circ}, t)$$

La figure I.4.a , montre qu'un fluide viscoélastique lors d'un essai de fluage , soumis à une contrainte de cisaillement constante , peut se déformer en trois temps : une déformation instantanée due à l'élasticité du fluide suivie d'une déformation élastique amortie par la viscosité puis apparait une déformation linéaire de pente $1/\mu_0$ correspondant à un régime d'écoulement purement visqueux .

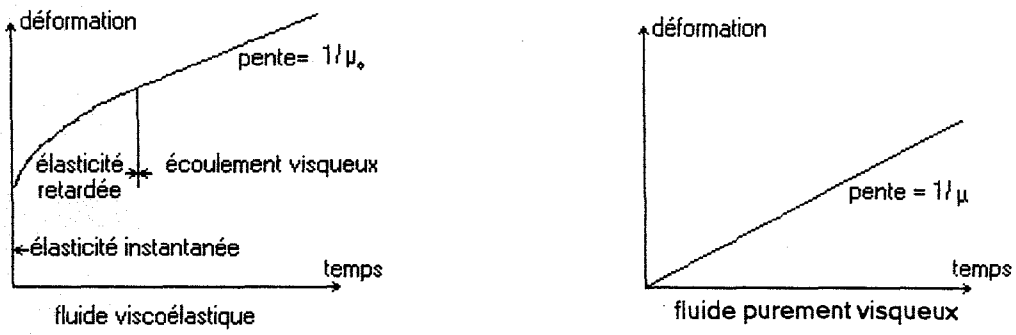


figure I.4 : a) **Comparaison d'essai de fluage pour un fluide purement visqueux et un fluide viscoélastique .**

Lorsqu'un fluide viscoélastique est soumis à une contrainte dynamique sinusoïdale de période T (figure I.4.b) , la déformation est en retard sur la contrainte . Ce déphasage est compris entre zéro (cas d'un solide élastique parfait) et T / 4 (cas d'un fluide purement visqueux).

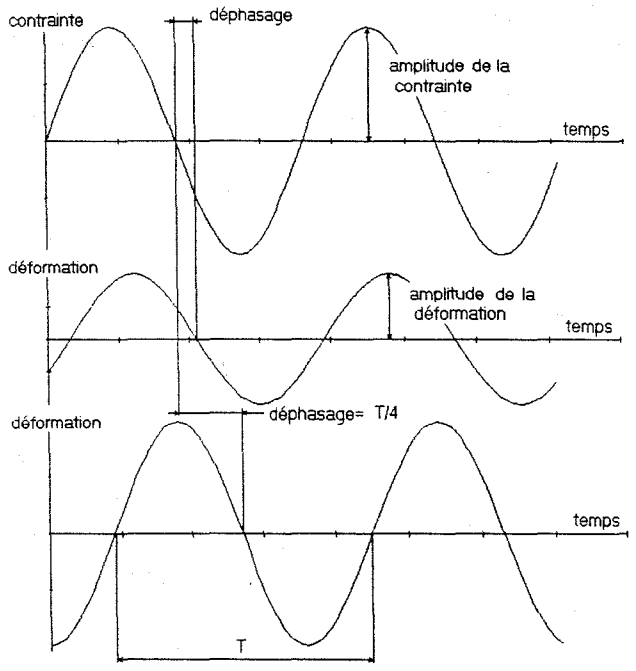


figure I.4 : b) **Comparaison de la déformation de fluides purement visqueux et viscoélastique soumis à une contrainte dynamique sinusoïdale .**

I.2. LES PERTES D'ENERGIE REGULIERES .

Nous ne nous intéresserons dans ce qui suit qu'aux fluides visqueux indépendants du temps car bien que les fluides thixotropes soient couramment utilisés dans les industries agro-alimentaires,chimiques...,il n'y a pas de travail général d'étude effectué sur ces derniers à notre connaissance.Ceci est lié au surdimensionnement fréquent des installations de transport de fluides.En effet,si un fluide thixotrope ,stocké dans un réservoir ,doit être vidangé à l'aide d'une pompe,celle-ci est généralement assez puissante pour démarrer l'écoulement.La désorganisation de la structure du fluide sous l'effet du cisaillement diminue la puissance demandée à la pompe au cours du temps.Au delà d'un certain temps,le fluide thixotrope atteint un état d'équilibre et se comporte comme un fluide indépendant du temps.

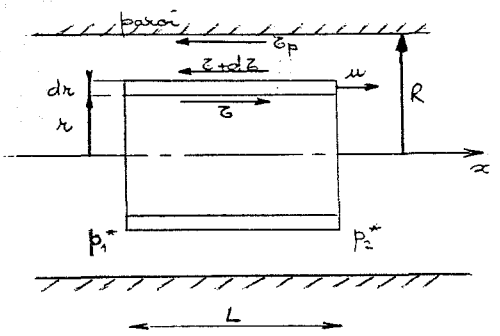
De même,les fluides viscoélastiques ne posent pas de problèmes particuliers en écoulement stationnaire , laminaire .

I.2.1.Ecoulement laminaire en conduite cylindrique à section circulaire.

I.2.1.1.Relation débit-perte d'énergie.

Nous supposerons que:

- il n'y a pas de glissement à la paroi
- la vitesse de cisaillement γ° en un point dépend seulement de la contrainte tangentielle τ en ce point,c'est-à-dire que la relation de comportement du fluide est de la forme $\gamma^\circ = f(\tau)$



Etudions l'équilibre de l'anneau cylindrique de rayon r ci-contre.

En écoulement permanent établi , c'est à dire pour lequel le profil de vitesse , dans une section , ne dépend ni du temps ni de l'abscisse de la section considérée , l'équation d'équilibre projetée sur x s'écrit :

$$(p_1^*-p_2^*).2\pi r dr + 2\pi L.[r\tau-(\tau+d\tau)(r+dr)] = 0$$

avec $p^* = p + \rho g z$, soit aprés simplifications et intégration

$$\Delta p^* \, r^2/2 = L\, r\, \tau + cste$$

pour r =0 $\quad \tau = 0 \Rightarrow$ Cste = 0

pour r = R $\quad \tau = \tau_p$, contrainte de frottement à la paroi

la relation entre τ_p et la chute de pression s'écrira :

$$\tau_p = \frac{\Delta p^* \, R}{2L} = \frac{\Delta p^* \, D}{4L}$$

et de plus ,nous avons $\quad \tau = \tau_p \frac{r}{R}$

Exprimons le débit Qv traversant la conduite : $Qv = \int_0^R 2\pi\ r\ u\ dr$

aprés intégration par parties

$$\frac{Qv}{2\pi} = \left[\frac{u\ r^2}{2}\right]_0^R - \int_0^R \frac{r^2}{2}\ du \qquad \text{or} \quad u = 0 \text{ pour } r = R \quad \text{et} \quad \gamma^\circ = -du/dr = f(\tau) = f(\tau_p\ \frac{r}{R})$$

d'où $$\frac{Qv}{2\pi} = \int_0^R r^2 f(\tau)\ dr$$

nous obtenons , aprés calculs , l'équation de RABINOWITSCH

$$\frac{Qv}{\pi\ R^3} = \frac{8Qv}{\pi\ D^3} = \frac{1}{\tau_p^3} \int_0^{\tau_p} \tau^2 f(\tau)\ d\tau$$

La relation entre Qv et Δp^* ne pourra être déduite de cette équation par intégration que si l'équation $\gamma^\circ = f(\tau)$ est connue.

a) <u>Fluides newtoniens.Equation de Poiseuille.</u>

Dans ce cas $\gamma^\circ = f(\tau) = \tau / \mu$

l'équation de Rabinowitsch devient $$Qv = \frac{\pi D^3 \tau_p}{32\mu}$$

avec $\tau_p = \Delta p^* D/4L$,l'on obtient l'équation de POISEUILLE

$$Qv = \frac{\pi\ D^4\ \Delta p^*}{128\ \mu\ L} \quad \text{ou} \quad \Delta p^* = \frac{128\ \mu\ L\ Qv}{\pi\ D^4}$$

Si l'on introduit la vitesse débitante $u_m = \frac{4Qv}{\pi\ D^2}$

le coefficient de frottement $$f = \tau_p\ /\rho\ \frac{u_m^2}{2}$$

et le nombre de REYNOLDS $$Re = \frac{\rho\ u_m\ D}{\mu}$$

l'équation de POISEUILLE s'écrit $$f = \frac{16}{Re}$$

De plus la contrainte à la paroi pourra s'exprimer en fonction de u_m :

$$\tau_p = \mu\ \frac{8\ u_m}{D}$$

b) Fluides pseudoplastiques

Si nous prenons la loi puissance pour équation rhéologique $\tau = k\ \gamma^{\circ n}$ alors $f(\tau) = (\tau/k)^{1/n}$ et l'équation de Rabinowitsch s'écrira :

$$\frac{8Qv}{\pi D^3} = \frac{n}{(3n+1)} \left(\frac{\tau_p}{k}\right)^{1/n}$$

soit avec $u_m = 4\ Qv / \pi D^2$ et $\tau_p = \Delta p^* D/4L$.

$$\Delta p^* = 4\ k\ L \left(\frac{6n+2}{n}\right)^n \frac{u_m^n}{D^{n+1}}$$

$$\text{et} \qquad \tau_p = k \left(\frac{3n+1}{4n}\right)^n \left(\frac{8u_m}{D}\right)^n$$

c) Autres fluides indépendants du temps.

Les deux exemples précédents postulent à priori d'une forme mathématique de la loi d'écoulement . Or cette loi n'est utilisable en toute rigueur que sur un domaine expérimenté et toute extrapolation peut conduire à des erreurs (Cf . figure I.1) .

Aussi est-il souhaitable d'utiliser directement les résultats expérimentaux selon la méthode ci-aprés,sans préciser la forme de la loi d'écoulement, (SKELLAND [3 p.157,163]) .

De l'équation de Rabinowitsch

$$\frac{8Qv}{\pi D^3} = \frac{1}{\tau_p^3} \int_0^{\tau_p} \tau^2 f(\tau)\ d\tau$$

il résulte que $8QV/\pi D^3$ dépend seulement de τ_p puisque l'intégrale est une fonction de ses bornes.

Par conséquent , $\Delta p^* D/4L$ est une fonction de $8QV/\pi D^3$,relation qu'on peut aussi écrire en introduisant la vitesse débitante u_m :

$$\tau_p = \frac{\Delta p^* D}{4 L} = \phi \left(\frac{8u_m}{D}\right)$$

Cette équation est unique et indépendante de L et D pour un fluide visqueux indépendant du temps en écoulement laminaire isotherme établi,sans glissement à la paroi .

Le graphe $\Delta p^* D / 4 L = \phi(8u_m / D)$ obtenu à partir des mesures expérimentales faites pour un fluide s'écoulant dans des tubes de différents diamètres pourra être utilisé ensuite pour déterminer Δp^* pour n'importe quels diamètres et débits.Si lors de l'établissement du graphe,les points de mesure obtenus pour différents diamètres ne se regroupent pas en une courbe unique ce sera l'indication d'un comportement thixotrope ou rhéopexe ou d'un glissement à la paroi.

I.2.1.2. Le nombre de REYNOLDS généralisé.

Des études décrites précédemment il apparaît que la détermination de la perte d'énergie serait grandement facilitée si une méthode unique s'appliquait à tous les fluides newtoniens et non-newtoniens en écoulement laminaire.

METZNER et REED [4] ont proposé une méthode générale de corrélation adimensionnelle des pertes d'énergie à l'aide d'un formalisme développé à partir de l'équation de Rabinowitsch .

En différentiant cette expression par rapport à τ_p :

$$\frac{d\left(\tau_p^3\ Qv/\ \pi R^3\right)}{d\tau_p} \times \frac{1}{\tau_p^2} = f(\tau) = \gamma^\circ = \left(-\frac{du}{dr}\right)_p$$

avec $\tau_p=\Delta p*D/4L$, $D=2R$ et $u_m= Qv/\pi R^2$, on obtient l'expression de la vitesse de cisaillement à la paroi :

$$-\left(\frac{du}{dr}\right)_p = \frac{3}{4}\left(\frac{8u_m}{D}\right) + \frac{1}{4}\left(\frac{8u_m}{D}\right)\frac{d\left(Ln(8u_m/D)\right)}{d\left(Ln(\Delta p*D/4L)\right)}$$

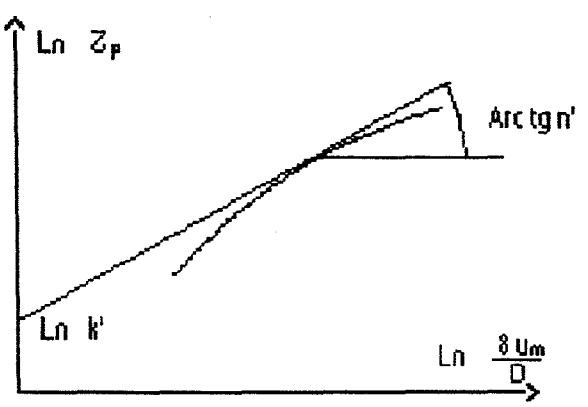
si l'on pose $\dfrac{1}{n'} = \dfrac{d\left(Ln(8u_m/D)\right)}{d\left(Ln(\Delta p*D/4L)\right)}$ alors γ_p° s'écrit :

$$\gamma_p^\circ = -\left(\frac{du}{dr}\right)_p = \frac{8u_m}{D}\left(\frac{3n'+1}{4n'}\right)$$

de plus compte tenu de la définition de n' et du fait que τ_p est une fonction de $8u_m/D$, nous écrirons :

$$\tau_p = \frac{\Delta p*\ D}{4L} = k'\left(\frac{8u_m}{D}\right)^{n'}$$

Il convient de remarquer que cette relation de définition de k' ne peut être obtenue à partir de celle de n' , par intégration , que si n'=cste (cas des fluides d'Ostwald).
Cette relation représente l'équation de la tangente au graphe Ln τ_p en fonction de $Ln(8u_m/D)$ au point correspondant à la valeur de τ_p choisie.



Si l'on définit le coefficient de frottement f de façon habituelle

$$f = \tau_p / \rho \frac{u_m^2}{2}$$

METZNER et REED, pour conserver la représentation de f en fonction du nombre de REYNOLDS obtenue pour les fluides newtoniens : f = 16/Re , ont défini le nombre deREYNOLDS généralisé Re' tel que pour tous les fluides non-newtoniens indépendants du temps on ait f = 16/Re',alors:

$$Re' = \frac{\rho D^{n'} u_m^{2-n'}}{k' 8^{n'-1}}$$

La corrélation de METZNER et REED utilisée sur un grand nombre de mesures est représentée sur le graphe ci-dessous.

On constate que l'écoulement est laminaire si Re' < 2100 .

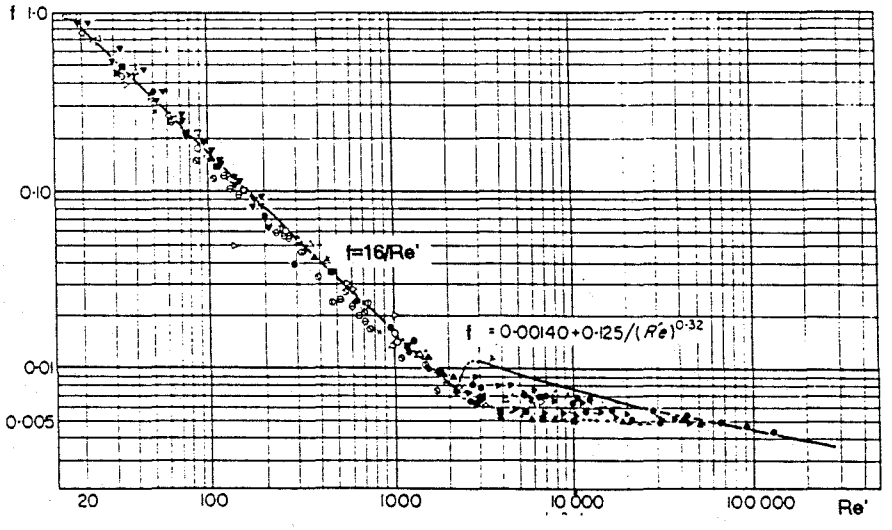


figure I.5 : Evolution du coefficient de frottement en fonction du nombre de Reynolds pour les fluides non-newtoniens en écoulement laminaire

Dans le cas d'un fluide d'Ostwald caractérisé par une équation rhéologique $\tau = k\gamma^{\circ n}$, WILKINSON [5 p. 30-33] montre que

$$n = n' \qquad k' = k \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n$$

Le nombre de REYNOLDS devient :

$$Re_n = \frac{\rho u_m^{2-n} D^n}{8^{n-1} k \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n}$$

I.2.2. Ecoulement turbulent en conduite à section circulaire.

I.2.2.1. Critère de transition laminaire - turbulent.

a) **Pour les fluides newtoniens** les expériences du type de celles d'Osborne REYNOLDS permettent d'évaluer la valeur du nombre de REYNOLDS critique Re_c correspondant à la transition entre l'écoulement laminaire et l'apparition de la turbulence.

Dans les conduites cylindriques,on admet généralement la valeur de Re_c égale à 2100.Cette valeur est dépendante des conditions expérimentales (rugosité de la conduite, vibrations extérieures...) mais même si l'on a pu maintenir l'écoulement en régime laminaire jusqu'à des valeurs de Re de l'ordre de 70000 ,COMOLET [6 p.36-38] ,la valeur de Re_c obtenue dans des conditions usuelles dépasse rarement 3000-5000.

b) **Pour les fluides non-newtoniens**,il apparaît qu'aucun critère général n'a été défini.Une grande diversité existe entre les différents critères proposés (SKELLAND [3 p.226-233] , MIDOUX [7 p.245-249]) .

Nous retiendrons pour les fluides d'Ostwald , le critère proposé par METZNER et REED [4] : l'écoulement est laminaire si $Re' < 2100$.

Mais DODGE et METZNER [8] ont montré expérimentalement que Re' critique augmente si l'indice de structure n' décroit , (Cf. figure I.6) . Ainsi Re'_c égal 2100,2700,3100 pour n' égal 1, 0.73 , 0.38 .

Pour les fluides viscoélastiques , la viscoélasticité amortit la turbulence des petits agrégats et retarde la transition .

I.2.2.2. Les pertes d'énergie dans les conduites lisses.

a) **Pour les fluides newtoniens** ,NIKURADSE propose à partir de résultats expérimentaux une relation pour un nombre de REYNOLDS compris entre 4.10^3 et 3.10^6 :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 4,0 \log(Re\sqrt{f}) - 0,40$$

b) **Pour les fluides non-newtoniens** :

Pour un fluide d'Ostwald , DODGE et METZNER [8] à partir de l'analyse d'un profil de vitesse à trois zones (sous-couche laminaire,zone de transition et noyau turbulent) analogue à celui proposé par VON KARMAN pour un fluide newtonien , ont établi une relation semblable à celle de NIKURADSE :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{4,0}{n^{0,75}} \log(Re_n f^{(1-n/2)}) - \frac{0,4}{n^{1,2}}$$

Ils ont montré que cette relation peut s'appliquer à tous les fluides indépendants du temps,à condition de prendre Re' à la place de Re_n et de choisir les paramétres du fluide n' et k' pour la valeur de la contrainte à la paroi τ_p pour l'écoulement considéré (ceci nécessite d'opérer par approximations successives à l'aide de la courbe d'écoulement du fluide $\tau_p = fct (8u_m/D)$).

L'évolution du coefficient de frottement a été traduite par DODGE et METZNER sur le graphe suivant.

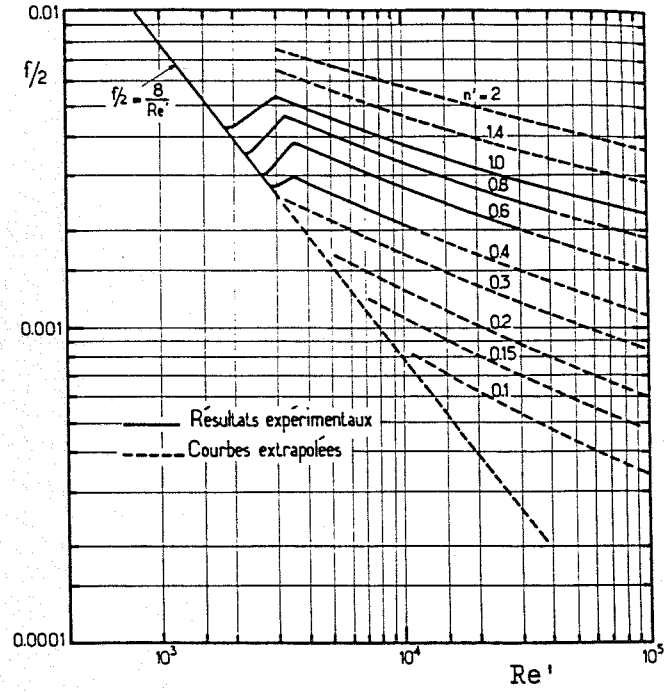
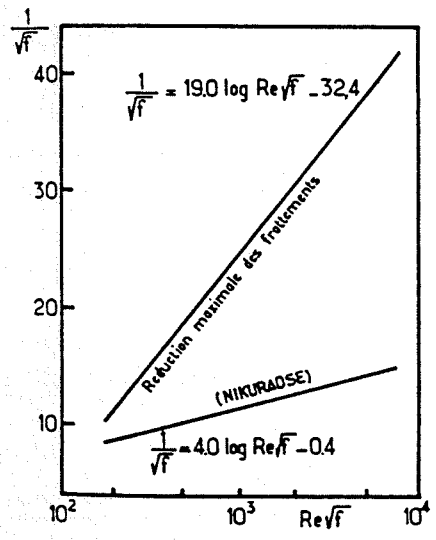


figure I.6 : Diagramme de DODGE et METZNER

Dans le cas des fluides viscoélastiques,l'évolution du coefficient de frottement est fortement dépendante de la concentration du polymère en solution . Ainsi dans des solutions trés diluées (quelques ppm de polymère) , bien que le fluide présente apparemment toutes les propriétés du solvant , on constate un effet réducteur de frottement . Si la concentration augmente , la diminution du coefficient de frottement s'accroit .
Mais ce coefficient tend vers une valeur limite quand la concentration atteint une valeur dite de saturation .Cette réduction maximale du coefficient de frottement est représentée ci-contre par comparaison avec la loi de Nikuradse relative aux fluides newtoniens .



Différentes corrélations ont été proposées pour représenter l'évolution du coefficient de frottement minimal obtenu aux concentrations élevées,nous ne retiendrons que la corrélation de VIRK ,citée par MIDOUX [8 p.287-292] et CHO et HARTNETT [9 p.88-98] :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 19 \log(Re\sqrt{f}) - 32,4$$

I.2.2.3. Les pertes d'énergie dans les conduites rugueuses.

a) **Pour les fluides newtoniens:**

Aprés les expériences de NIKURADSE en 1933 sur des conduites à rugosité homogène et celles de COLEBROOK en 1938 sur des conduites industrielles à rugosité hétérogène,l'évolution du coefficient de frottement en fonction de la rugosité relative ε/D et le nombre de Reynolds est bien décrite par la corrélation de COLEBROOK:

$$\frac{1}{\sqrt{4f}} = -2\log\left(\frac{\varepsilon/D}{3,71} + \frac{2,51}{Re\sqrt{4f}}\right)$$

dont la représentation graphique ,proposée par MOODY,est donnée ci-dessous.

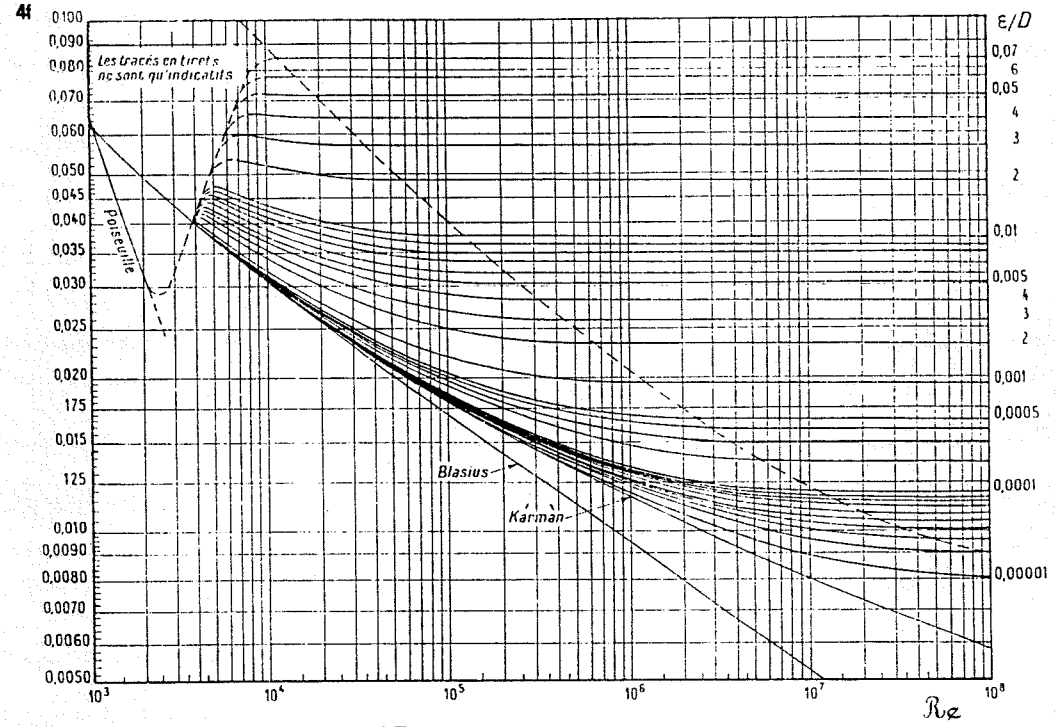


figure I.7 : **Diagramme de COLEBROOK - MOODY**

b) **Pour les fluides non-newtoniens:**

Une relation semblable à celle de COLEBROOK a été proposée par DODGE mais avec des coefficients dépendant de n'. Les expériences permettant de préciser cette dépendance étant en nombre trop restreint , METZNER recommande l'utilisation de la relation de COLEBROOK pour les fluides pseudo-plastiques.

I.3. LES PERTES D'ENERGIE SINGULIERES.

I.3.1.Fluides newtoniens.

I.3.1.1. Régime laminaire:

Les études sont peu nombreuses,on pourra néanmoins trouver quelques éléments d'information dans l'article de BOUCHER et ALVES [10] et dans celui de KITTREDGE et ROWLEY [11] qui pour différentes vannes ,coudes ou tés de branchement ont montré que le rapport de la perte d'énergie singulière J_s à l'énergie cinétique du fluide est sensiblement constant pour un nombre de Reynolds supérieur à 500 et augmente rapidement quand le nombre de Reynolds décroit. Des valeurs typiques de ce rapport sont données dans le tableau ci-aprés:

ζ = perte singulière/énergie cinétique : $\zeta = J_s / \frac{u^2}{2g}$

Type de singularité	Re=1000	Re=500	Re=100	Re=50
té :branche directe	0,4	0,5	2,3	
té :branche latérale vers branche directe	1,5	1,6	4,9	9,1
coude 90° court rayon	0,9	1,1	6,8	16,1
vanne passage direct	1,2	1,4	10	24,4

Dans le cas d'un élargissement brusque , I.E. IDELC'IK [12] propose ,à partir des expériences de KAREV,pour un nombre de Reynolds compris entre 10 et 3500 ,le graphique de la figure I.8 pour représenter ζ en fonction de Re amont et du rapport S_{amont} / S_{aval} :

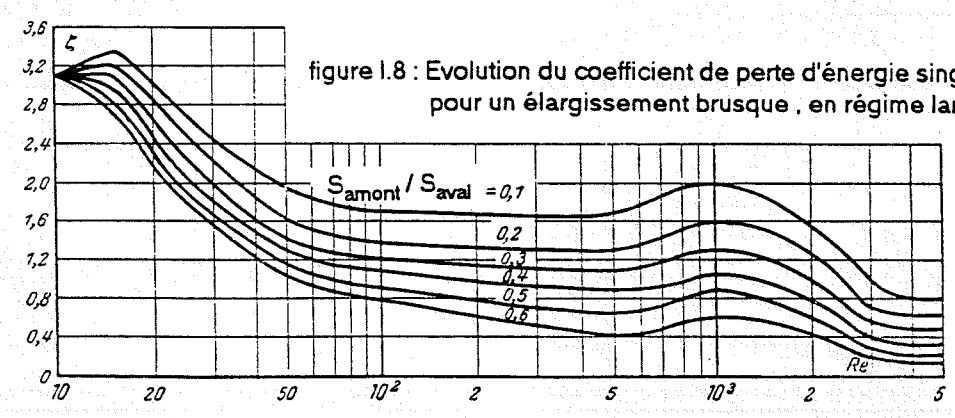


figure I.8 : Evolution du coefficient de perte d'énergie singulière ζ pour un élargissement brusque , en régime laminaire .

I.3.1.2. Régime turbulent :

La littérature est abondante et trés complète pour la détermination des pertes d'énergie singulières (I.E. IDEL'CIK [12]) .

Pour les élargissements brusques , la formule de BORDA-CARNOT

$$J_s = (U_{amont} - U_{aval})^2 / 2g \qquad (J / N \text{ ou } m)$$

est couramment utilisée .

Mais les expériences de GIBSON [13 p.89-91] montrent que les pertes croissent légérement avec le rapport d'élargissement m= S_{aval} / S_{amont} et pour les conduites de même rapport m les pertes augmentent quand le diamétre amont d diminue. GIBSON propose la corrélation suivante :

$$J_s = (1{,}025+0{,}0025\ m - 0{,}787\ d_{amont}) \times (U_{amont} - U_{aval})^2/2g \qquad (J/N \text{ ou } m)$$

Pour les divergents , avec un rapport d'élargissement m donné ,les travaux de GIBSON [13 p. 92-98] montrent que lorsque l'angle au sommet Θ diminue depuis 180° ,les pertes augmentent , atteignent un maximum pour un angle Θ voisin de 65° et aprés diminuent rapidement avec Θ jusqu'à 5°30' . Puis toute diminution de Θ s'accompagne d'un accroissement des pertes, essentiellement dues au frottement sur les parois du divergent , dont la longueur est de plus en plus grande .

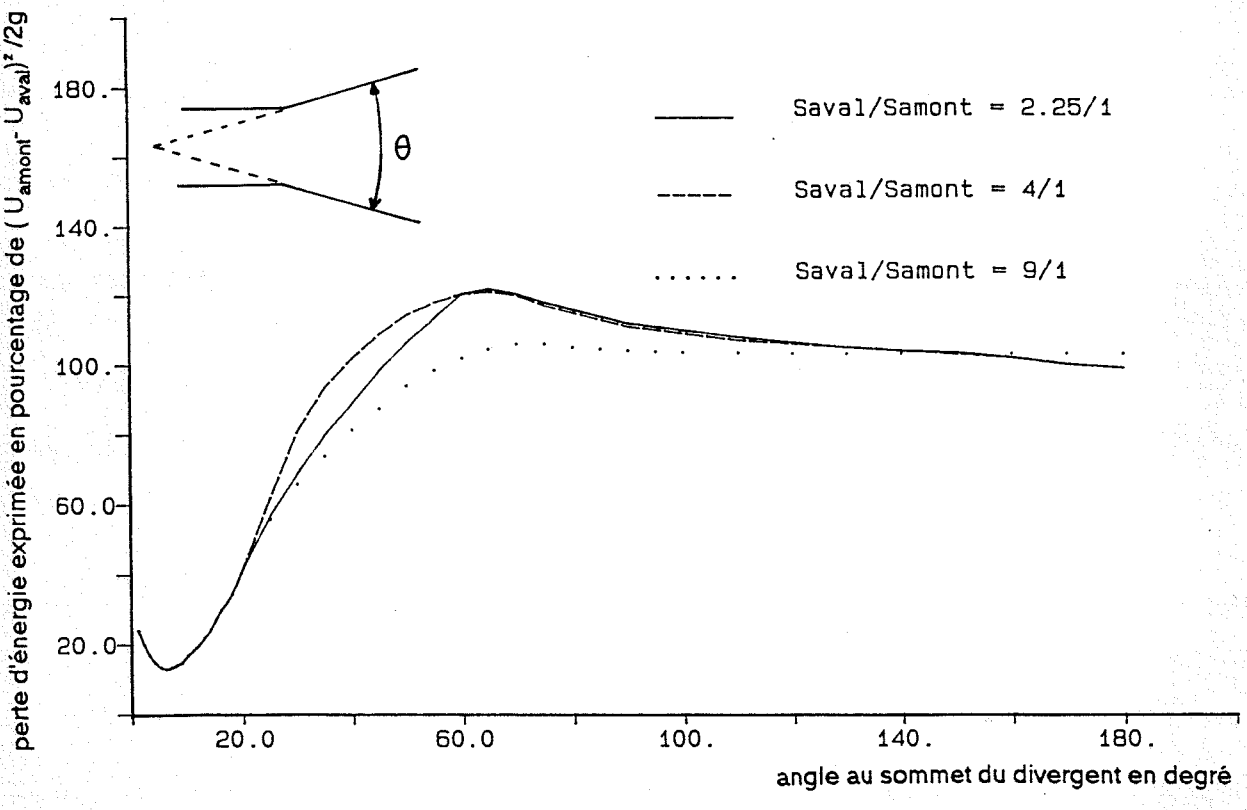


figure I.9 : Evolution de la perte d'énergie due à un divergent reliant des conduites cylindriques de section circulaire , en régime turbulent . D'aprés GIBSON [13]

Pour des valeurs de Θ , comprises entre 7,5° et 35° , GIBSON propose la corrélation suivante :

$$J_s = 3{,}50\ (\tan \Theta/2)^{1{,}22}\ (U_{amont} - U_{aval})^2/2g \qquad (J/N \text{ ou } m)$$

I.3.2. Fluides non-newtoniens.

Quelque soit le régime d'écoulement considéré,les informations permettant la détermination des pertes d'énergie singulières sont en nombre trés restreint et de nature trés diverse.Cela provient sans doute de la grande variété des comportements rhéologiques des fluides non-newtoniens : polymères fondus ou en solution,solides ou gouttelettes de liquide en suspension dans un liquide (boues de forage,mayonnaise et émulsions diverses) .....

I.3.2.1. En régime turbulent:

De leurs travaux CHENG et al [14] tirent les conclusions qualitatives suivantes : les pertes d'énergie singulières ,ne dépendent pas de façon significative du caractère non-newtonien du fluide et elles seront calculées à partir des valeurs tabulées pour les fluides newtoniens.

Cette procédure semble justifiée pour les fluides indépendants du temps , elle ne nous parait pas valide pour les fluides visco-élastiques ; en effet ,tout comme pour l'écoulement turbulent dans une conduite cylindrique , la visco-élasticité amortit la turbulence des petits agrégats et conduit à une diminution des pertes d'énergie par rapport à celles générées par un fluide indépendant du temps.

I.3.2.2. En régime laminaire:

CHENG et al concluent que les pertes d'énergie dues à différents types de singularités (coudes,tés,vannes,débitmètres ...) dépendent des propriétés rhéologiques du fluide et du nombre de Reynolds Re : si on fait le rapport des pertes d'énergie singulières pour un fluide non-newtonien à celles obtenues pour un fluide newtonien,on observe que ce rapport égal à 1 pour un nombre de Reynolds supérieur à une valeur critique fonction des dimensions de la singularité (diamètre nominal de la conduite en mm) , augmente jusqu'à 10 quand Re est divisé par 1000 à partir de Re critique (voir figure I.10 tirée de [14]).

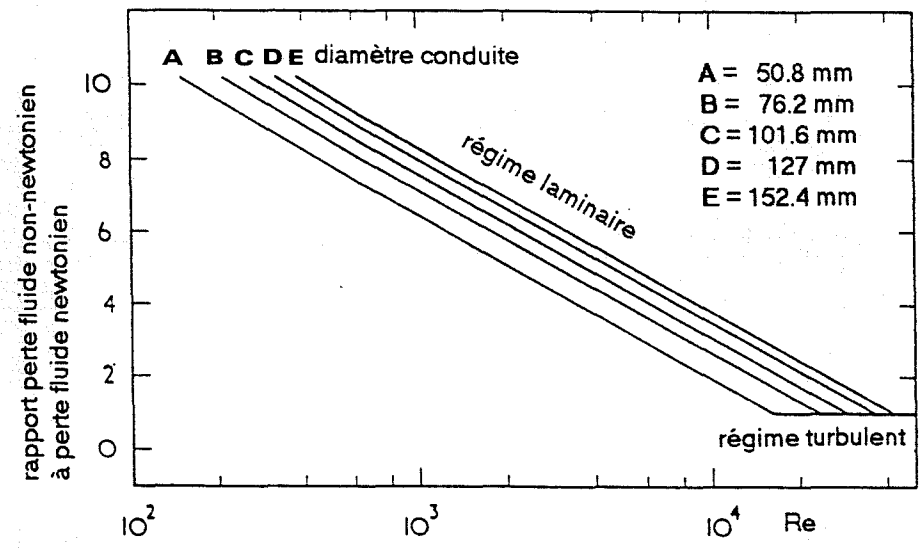


figure I.10 : Relation entre les pertes d'énergie singulières et le nombre de Reynolds pour des fluides non-newtoniens .

Les travaux de STEFFE et al [15] sur les pertes d'énergie dues à des coudes,vanne et té pour un fluide pseudoplastique (compote de pommes) rejoignent qualitativement les résultats de KITTREDGE [11] obtenus pour les fluides newtoniens. Ainsi , par exemple , pour un coude à 90° STEFFE et al proposent une loi d'évolution du coefficient de perte d'énergie singulière

$$\zeta = 191\ Re_n^{-0,896}$$

semblable à celle de KITTREDGE : $\zeta = 1863\ Re_n^{-1,21}$,(Cf. figure I.11).

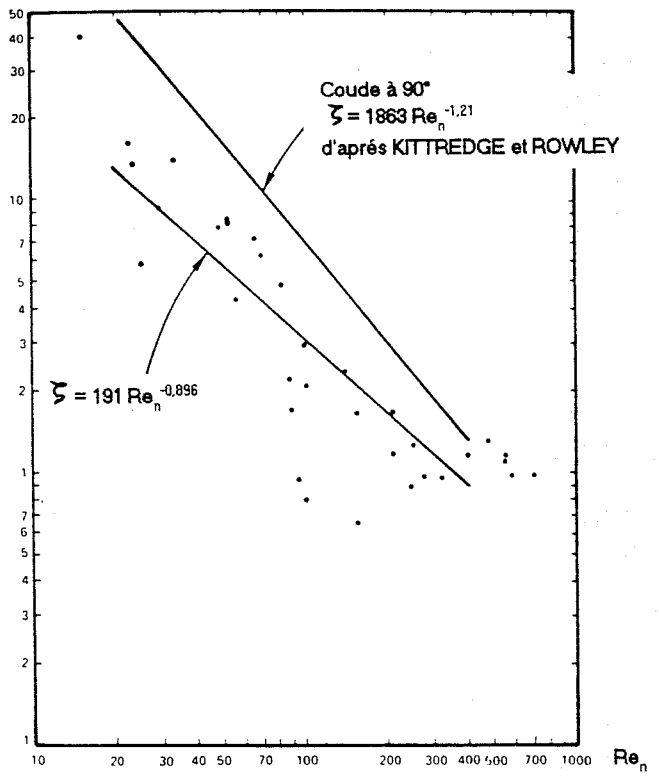


figure I.11 : Evolution du coefficient d'énergie singulière avec le nombre de Reynolds pour un coude à 90° à faible rayon de courbure .

Enfin , pour un élargissement brusque , rappelons une relation analogue à celle de BORDA-CARNOT , obtenue pour un fluide loi puissance (SKELLAND [3 p.126-127]) :

$$Js = \rho\ u_{amont}^2 \left(\frac{3n+1}{2n+1}\right)\left[\frac{n+3}{2(5n+3)}\left(\frac{Samont}{Saval}\right)^2 - \frac{Samont}{Saval} + \frac{3(3n+1)}{2(5n+3)}\right] \quad J/m^3$$

d'où le coefficient de perte d'énergie singulière :

$$\zeta = \frac{Js}{\frac{\rho}{2}\ u_{amont}^2} = \frac{3n+1}{2n+1}\left[\frac{n+3}{5n+3}\left(\frac{Samont}{Saval}\right)^2 - \frac{2Samont}{Saval} + \frac{3(3n+1)}{5n+3}\right]$$

I.4. PROFILS DE VITESSE LAMINAIRE DANS LES CONDUITES CYLINDRIQUES .

Nous avons introduit précédemment la notion de vitesse débitante u_m dans une conduite .Mais en fait , il existe des profils de vitesse caractéristiques pour les différents fluides et la vitesse maximale peut différer notablement de la vitesse débitante.

La connaissance du profil de vitesse , importante pour la détermination des temps de séjour dans des réacteurs chimiques ou dans des installations de stérilisation en continu de produits alimentaires , nous permettra , en association avec son évolution le long de la veine d'essai , de juger des perturbations engendrées par une singularité .

De plus , le gradient pariétal de vitesse γ_p° est un facteur important pour les transferts de chaleur et de matière .

Nous établirons pour différents fluides , le profil de vitesse adimensionnel u/u_m en fonction de r/R .

Pour cela , associons l'équation traduisant l'équilibre des forces de viscosité et de pression (Cf. paragraphe I.2.1.1) :

$$\tau = r/2 \times \Delta p^*/L$$

à la loi de comportement du fluide considéré .

I.4.1. Fluides newtoniens

Avec la loi de comportement $\tau=\mu(-du/dr)$, on obtient :

$$\mu(-du/dr) = r/2 \times \Delta p^*/L$$

mais Δp^* est indépendant de r d'où $du=-\Delta p^*/2\mu L \; rdr$ et en intégrant :

$$u = -\frac{\Delta p^*}{4\mu L} r^2 + Cste$$

la vitesse étant nulle à la paroi , $Cste = \frac{\Delta p^*}{4\mu L} R^2$

D'où

$$u = -\frac{\Delta p^*}{4\mu L} (R^2 - r^2)$$

Le profil de vitesse est donc une parabole ayant son sommet sur l'axe de la conduite , avec une vitesse maximale

$$u_{max} = \frac{\Delta p^*}{4\mu L} R^2$$

En introduisant la vitesse débitante u_m et l'équation de Poiseuille $\Delta p^* = \frac{128 \; \mu \; L \; Qv}{\pi \; D^4}$

l'équation du profil de vitesse adimensionnel s'écrit :

$$\frac{u}{u_m} = 2\left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right)$$

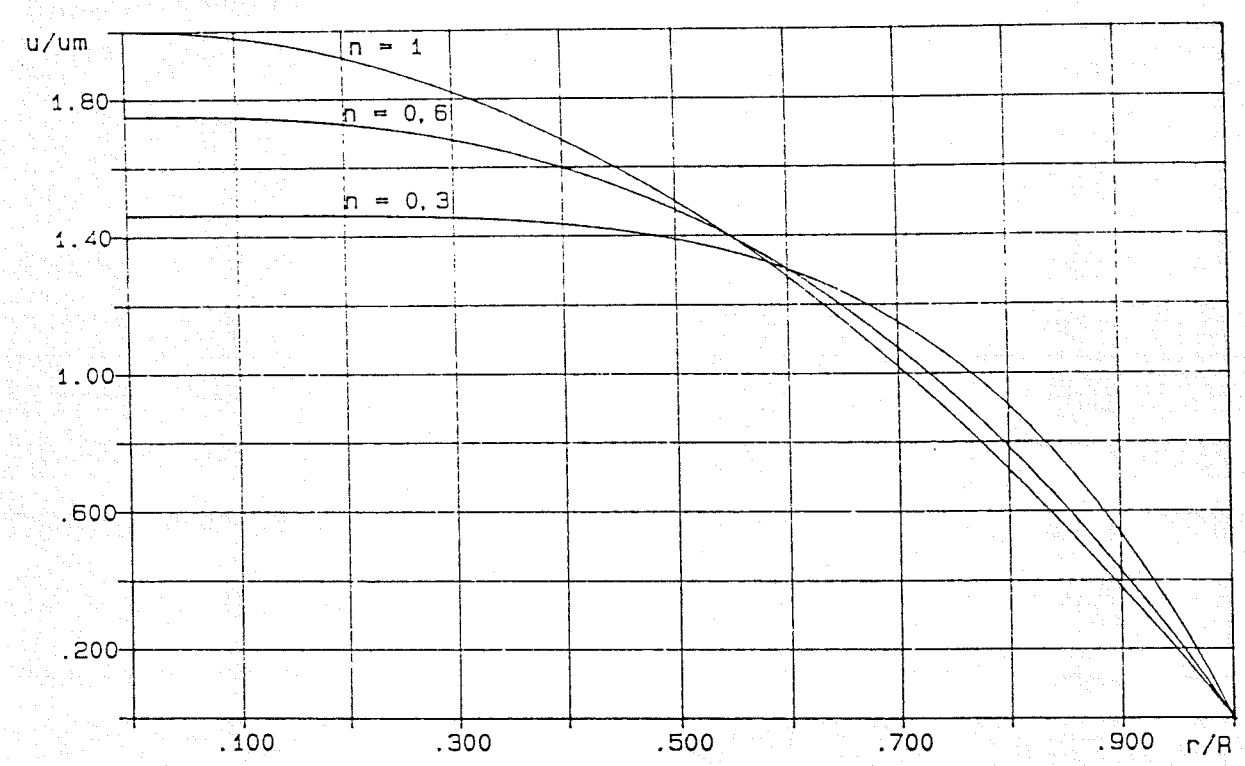
I.4.2. Fluides pseudoplastiques

I.4.2.1. Fluides d' OSTWALD

Si nous prenons la loi puissance pour équation rhéologique $\tau = k(-du/dr)^n$ des calculs semblables aux précédents conduisent à l'équation du profil de vitesse adimensionnel :

$$\frac{u}{u_m} = \frac{3n+1}{n+1}\left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{n+1}{n}}\right)$$

Nous représentons ci-aprés les profils de vitesse adimensionnels pour n = 0.3 , 0.6 et pour un fluide newtonien (n = 1) .



Nous observons que la diminution de l'indice de structure n conduit à un aplatissement du profil de vitesse et entraîne une augmentation du taux de cisaillement pariétal γ°_p qui gouverne les pertes d'énergie régulières ainsi que les transferts de chaleur et de matière .

I.4.2.2. Autres fluides indépendants du temps

Aux différentes lois de comportement présentées paragraphe I.1.2.1 , on peut associer un profil de vitesse (MIDOUX [7 p.171]) , par exemple :

loi d'Ellis

$$\frac{u}{u_m} = \tau_p \frac{D}{4\mu_o}\left\{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 + \frac{2}{\alpha+1}\left[\frac{\tau_p}{\tau_{1/2}}\right]^{\alpha-1}\left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^{\alpha+1}\right]\right\}$$

loi de Sisko

$$\frac{u}{u_m} = \frac{R}{\tau_p}\left(\frac{\mu_\infty}{2}\left(\gamma^{\circ 2}_p - \gamma^{\circ}\right) + \frac{nk}{n+1}\left(\gamma^{\circ n+1}_p - \gamma^{\circ n+1}\right)\right) \quad \text{avec} \quad \tau_p = \mu_\infty \gamma^\circ_p + k\gamma^{\circ n}_p$$

I.4.3. Le coefficient d'énergie cinétique

L'application de l'équation de Bernoulli généralisée entre deux sections 1 et 2 s'écrit sous la forme :

$$[\alpha\rho\, u_m^2/2 + p + \rho g z]_1^2 + J_{l12} + J_{s12} - W_{m12} = 0$$

où J_{l12} est la perte d'énergie régulière }
J_{s12} est la perte d'énergie singulière } par unité de volume
W_{m12} est l'énergie échangée avec une machine }

α est le coefficient d'énergie cinétique , il tient compte de la répartition des vitesses axiales dans une section donnée .

Par définition , le coefficient d'énergie cinétique est le rapport :

$$\alpha = \frac{\int_0^R \rho \frac{u^2}{2}\, 2\pi\, ru\, dr}{Qv\, \rho \frac{u_m^2}{2}}$$

soit encore $$\alpha = \int_0^1 \left(\frac{u}{u_m}\right)^3 d\left(\frac{r}{R}\right)^2$$

Dans le cas d'un fluide newtonien :

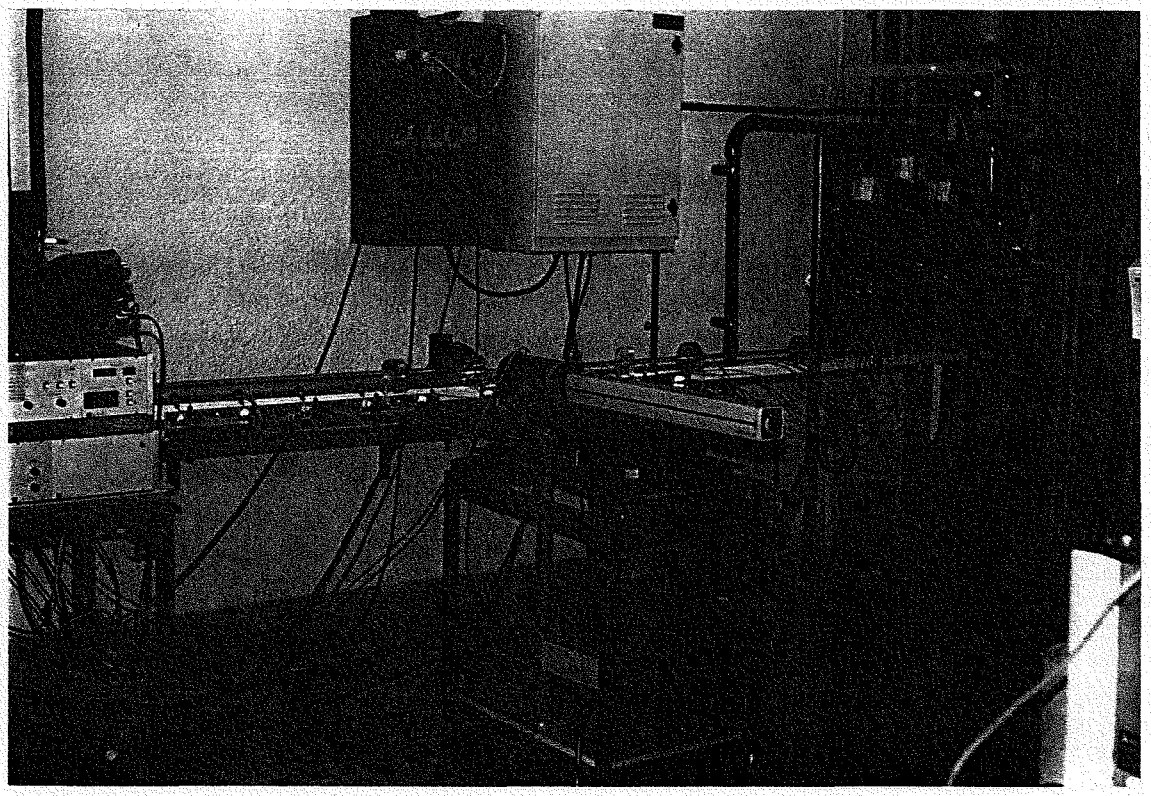
$$\alpha = 2$$

Dans le cas d'un fluide loi puissance :

$$\alpha = \frac{3(3n+1)^2}{(2n+1)(5n+3)}$$

CHAPITRE II

DISPOSITIF EXPERIMENTAL
ET
TECHNIQUES DE MESURE



II.1 L'INSTALLATION EXPERIMENTALE .

II.1.1. Description générale :

Le dispositif réalisé en vue de satisfaire les objectifs fixés , est constitué d'une boucle d'essais comprenant essentiellement une veine d'expérience et un circuit de retour adapté selon le schéma donné figure II.1.

L'écoulement du liquide étudié est assuré par une pompe volumétrique à rotor hélicoïdal excentré ,entrainée par un moteur électrique à vitesse variable (6).

En sortie de pompe,le liquide traverse un échangeur de chaleur tubulaire (7) permettant le maintien de la température constant à 0,2°C prés,puis il est refoulé dans un réservoir supérieur fermé (8) . Ce réservoir amorti les pulsations de pression dûes à la pompe volumétrique par la présence d'un matelas d'air au-dessus du liquide.Il alimente la veine d'essai comportant la singularité (1) . Une vanne de dérivation (9) permet d'affiner le réglage du débit souhaité,le réglage grossier étant obtenu par action sur la vitesse de rotation de la pompe.

En aval de la singularité , la veine d'essai comporte un thermocouple de type K (10) permettant le relevé de la température du fluide et un débitmètre électromagnétique (4).

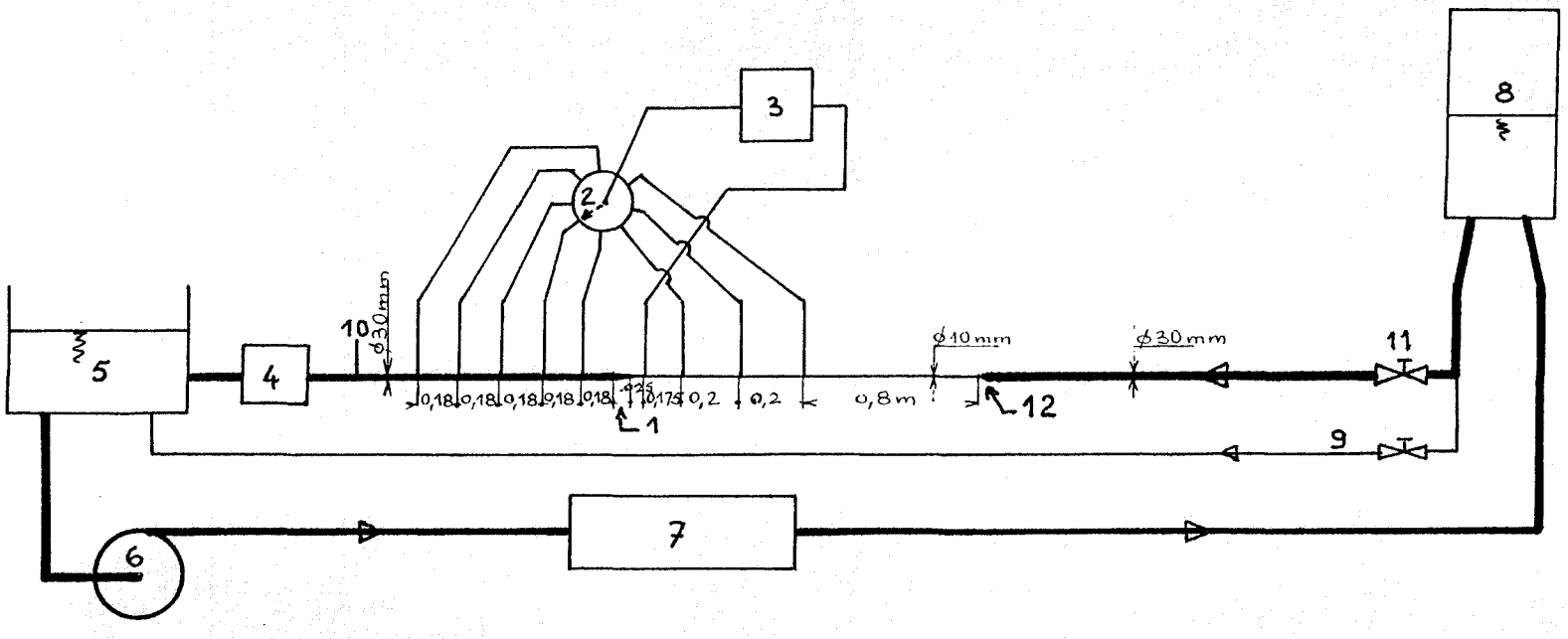
L'extrémité de la conduite est reliée à un bac de tranquillisation (5) par un soufflet antivibratoire . Ce bac est divisé en deux parties : la première partie reliée à la veine comporte un trop-plein de hauteur fixe déterminant les conditions aval de l'écoulement , la deuxième partie est reliée à l'aspiration de la pompe par un soufflet antivibratoire .

II.1.2. Description de la veine d'essai :

La veine d'essai est reliée au réservoir par une conduite en PVC rigide munie d'une vanne d'isolement (11) . En aval de cette vanne ,la conduite réalisée en polymétacrylate de méthyle (plexiglas) est transparente pour permettre la mise en oeuvre de la vélocimétrie laser à effet Doppler.

La veine d'essai comporte :

- un tronçon de diamètre intérieur 30 mm , de longueur 1,50 m situé en aval de la vanne d'isolement et se terminant par un convergent (12) d'angle au sommet 30° lui-même raccordé à
- un tube de diamètre 10,2 mm (ou 14.2 mm , ou 19,5 mm) dont la première partie de 800 mm de longueur permet l'établissement de l'écoulement (annexe I) et dont la seconde partie de 575 mm de longueur est munie de trois prises de pression (Ø 0,75 mm) distantes de 200 mm qui sont reliées à un manomètre différentiel (3) via un commutateur hydraulique (2) pour permettre le relevé de la ligne piézométrique en amont de la singularité (1)
- sur ce tube s'adapte la singularité , qui peut-être : un élargissement brusque de diamètre amont $Ø_{amont}$=10,2 mm (ou 14.2 mm , ou 19,5 mm) et de diamètre aval $Ø_{aval}$= 30,5 mm, un divergent ($Ø_{amont}$=10,2 mm , $Ø_{aval}$=30,5 mm) d'angle au sommet égal à 80,60,40,20,10,7,5 degrés , chaque singularité est munie d'une prise de pression,située à 25 mm avant l'expansion et à 175 mm de la dernière prise de pression amont ,servant de prise de pression de référence



1	singularité	7	échangeur de chaleur
2	commutateur hydraulique	8	réservoir régulateur de pression
3	manomètre différentiel	9	circuit de dérivation
4	débitmètre électromagnétique	10	thermocouple de type K
5	bac aval	11	vanne d'isolement
6	pompe à vitesse variable	12	convergent de raccordement

Figure II.1 : Schéma de l'installation d'essai .

- une conduite de diamètre intérieur 30,5 mm , raccordée en aval de la singularité, permet l'observation du rétablissement de l'écoulement .Elle comporte cinq prises de pression , régulièrement réparties tous les 180 mm à partir de la fin de l'expansion de la singularité , reliées à un manomètre différentiel via un commutateur hydraulique pour relever la ligne piézométrique aval .

II.2. Moyens de mesure.

Les mesures effectuées sont de trois types:

- **dynamique** : débit , vitesse , fluctuations de vitesses et pression
- **thermique** : température
- **viscosimétrique** : caractérisation rhéologique du fluide étudié .

II.2.1. Mesure du débit :

Elle est effectuée à l'aide d'un débitmètre électromagnétique , piloté par microprocesseur ,dont le principe de fonctionnement basé sur la loi d'induction de Faraday permet pratiquement de s'affranchir de l'influence de la température ,de la pression, de l'allure du profil de vitesse ainsi que de la viscosité du fluide (Cf. HAYWARD [16 p. 68-72]) . De plus , des études menées par BELLET et al [17 p. E15-1à 58] ont montrées que "seul le débitmètre électromagnétique donne une réponse invariable quelle que soit l'importance du caractère non newtonien du fluide employé".

Le constructeur du débitmètre électromagnétique certifie une précision de 1% sur la mesure .

II.2.2. Mesure de la vitesse :

Compte-tenu de la faible dimension transversale de la veine (10 à 30 mm) et de la présence d'une singularité pouvant générer des recirculations dans l'écoulement du fluide , nous avons utilisé un vélocimètre laser à effet Doppler dont le principal avantage est de n'introduire aucune perturbation au sein de l'écoulement et de permettre une mesure de la vitesse locale en intensité et sens si on l'associe à une cellule de Bragg .

II.2.2.1. Principe de mesure : l'effet Doppler .

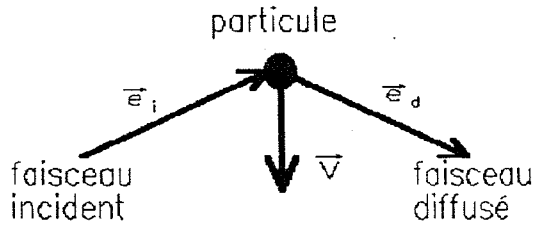
La vélocimétrie laser utilise l'effet Doppler-Fizeau qui correspond à la variation de la fréquence d'une onde perçue par un observateur lorsqu'il y a un mouvement relatif entre celui-ci et la source.

Si un faisceau laser est traversé par des particules en suspension dans le fluide en mouvement ,la lumière qu'elles diffusent a une fréquence (f_d) différente de celle de la lumière incidente (f_i) .

Pour un observateur fixe par rapport à la source laser , la fréquence varie proportionnellement à la vitesse:

$$f_{Doppler} = f_d - f_i = V . (\vec{e}_d - \vec{e}_i) / \lambda_i$$

La représentation graphique en est donnée ci-aprés :



$\vec{e}_i$ est le vecteur unitaire de l'onde incidente
$\vec{e}_d$ est le vecteur unitaire de la direction d'observation de l'onde diffusée
λ_i est la longueur d'onde de lumière incidente.

Mais , l'écart de fréquence obtenu est en général petit (10^4 à 10^7 Hz) par rapport à la fréquence de la lumière incidente (# 10^{14} Hz) et la mise en oeuvre directe de ce principe est difficile puisqu'il nécessite la mesure de la fréquence diffusée avec une résolution supérieure à 10^{-7} .

Pour rendre mesurable l'écart de fréquence,diverses méthodes d'hétérodynage ont été mises au point . Les plus répandues utilisent deux faisceaux laser issus de la même source et l'on mélange soit un faisceau incident et la lumière diffusée correspondant au deuxième faisceau , soit les lumières diffusées dues aux deux faisceaux.

La deuxième méthode dite "Doppler différentiel" ou "Doppler à franges" est celle que nous avons mise en oeuvre car elle présente " le meilleur rapport signal sur bruit dans tous les écoulements où la concentration en particules est assez faible " (Cf. BOUTIER [18]) et de plus elle ne nécessite pas un alignement rigoureux du récepteur de la lumière diffusée avec l'un des faisceaux incidents.

II.2.2.2. L'effet Doppler à franges .

Comme le montre la figure II.2 , nous disposons d'une source laser dont le rayon est divisé en deux faisceaux identiques de longueur d'onde λ que l'on focalise en un même point de l'écoulement .

Au croisement , se crée un réseau de franges d'interférence dans l'ellipsoïde de révolution qui constitue le volume de mesure .

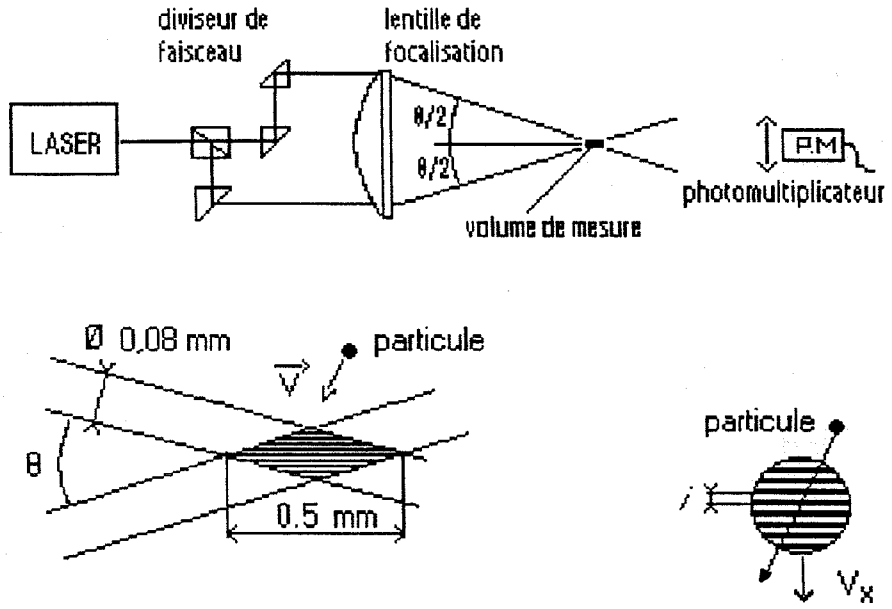


figure II.2. Principe de la vélocimétrie laser

Une particule traversant ce volume rencontre successivement des zones claires et sombres , et la lumière émise est alors captée par un photomultiplicateur qui transforme l'information optique en signal électrique.

La fréquence de la lumière diffusée dépend de l'interfrange i et de la composante V_x de la vitesse perpendiculaire au réseau d'interfranges:

$$f_D = V_x / i = (2 V_x \sin\Theta/2) / \lambda$$

On voit qu'une ambiguïté existe sur le signe de la vitesse , la même fréquence pouvant correspondre à une vitesse positive ou négative . Cette ambiguïté sera levée en ajoutant une vitesse constante de défilement des franges à la vitesse de la particule.

Pour faire défiler le réseau de franges , le principe consiste à faire croiser deux faisceaux laser ayant des fréquences optiques légèrement différentes . Pour cela , l'un des faisceaux issus du diviseur est envoyé dans un modulateur acousto-optique (cellule de Bragg) .

La cellule de Bragg (figure II.3) consiste en un bloc de verre isotrope sur lequel sont montés une série de capteurs piézo-électriques d'un côté et un matériau absorbant de l'autre .

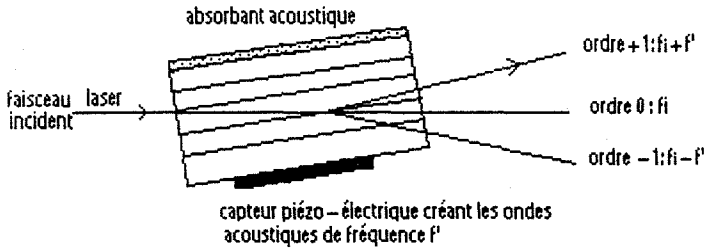


figure II.3 : Schéma d'une cellule de Bragg

Les capteurs alimentés par un courant à haute fréquence f' (40 Mhz) envoient des ondes acoustiques dans le bloc de verre. Un faisceau laser incident de fréquence optique f_i est diffusé par effet Brillouin et la fréquence du faisceau diffusé d'ordre +1 est f_i+f' , les faisceaux diffusés d'autres ordres (0 et -1) sont arretés par un masque judicieusement placé .

Le schéma de principe du vélocimètre laser incluant une cellule de Bragg est présenté figure II.4 .

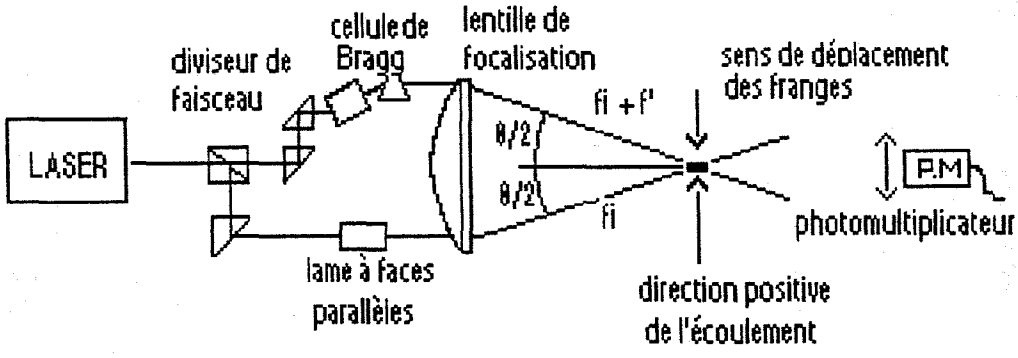


figure II.4 : vélocimètre laser avec cellule de Bragg

Le photomultiplicateur émet un signal électrique de fréquence $f_D + f'$ qui est ensuite traité dans une chaine électronique comprenant un décaleur et un suiveur de fréquence permettant d'obtenir la vitesse V_x en signe et intensité.

II.2.2.3.Eléments constituant la chaine de vélocimétrie laser.

II.2.2.3.1. Dispositif optique et électronique utilisé

La chaine de vélocimétrie laser (DISA) qu'on a utilisé se compose de :

- une source laser He-Ne de longueur d'onde 6328 A et de classe 15 mW
- un système optique de séparation de faisceau :écartement choisi 40 mm
- une cellule de Bragg : f' = 40 MHz
- un photomultiplicateur recueillant la lumière provenant du volume de mesure à travers un trou d'épingle de 0,1 mm
- une chaine de traitement du signal Doppler qui comprend essentiellement un suiveur de fréquence .La valeur moyenne de la vitesse V_x est affichée directement pour des durées d'intégration pouvant varier de 1 à 10000 s ; temps d'intégration choisi :10 s. De plus,une sortie analogique permet de visualiser le signal vitesse sur un oscilloscope et d'accéder à la mesure de la valeur efficace des fluctuations de vitesse $\sqrt{\overline{V_x'^2}}$ à l'aide d'un voltmètre calculateur.

La connaissance de $\overline{V_x}$ et de $\overline{V_x'^2}$ permet d'accéder à l'intensité relative de turbulence:

$$\tau_f = \frac{\sqrt{\overline{V_x'^2}}}{\overline{V_x}}$$

II.2.2.3.2. Dispositif mécanique de déplacement utilisé (figure II.5).

Un support mécanique rigide relie les différents éléments optiques du vélocimètre afin de conserver , lors d'un déplacement , l'alignement de la partie d'émission (laser,diviseur de faisceau,cellule de Bragg) et la conjugaison entre le volume de mesure et le diaphragme placé devant le photomultiplicateur.

Ce support est monté sur un chariot permettant le déplacement horizontal du volume de mesure perpendiculairement à l'axe de la conduite.Ce déplacement est controlé au centième de millimètre prés.

Le chariot transversal est fixé sur un plateau rigide permettant de faire coïncider le plan des faisceaux incidents avec le plan diamétral horizontal de la conduite (réglage de hauteur par trois vis calantes) et de rendre le plan bissecteur des faisceaux incidents perpendiculaire à l'axe de la conduite (réglage angulaire).

Ce plateau repose sur une table à glissières permettant le déplacement du volume de mesure parallélement à l'axe de la conduite.Ce déplacement est contrôlé à 0,5 mm prés à l'aide d'une régle graduée.

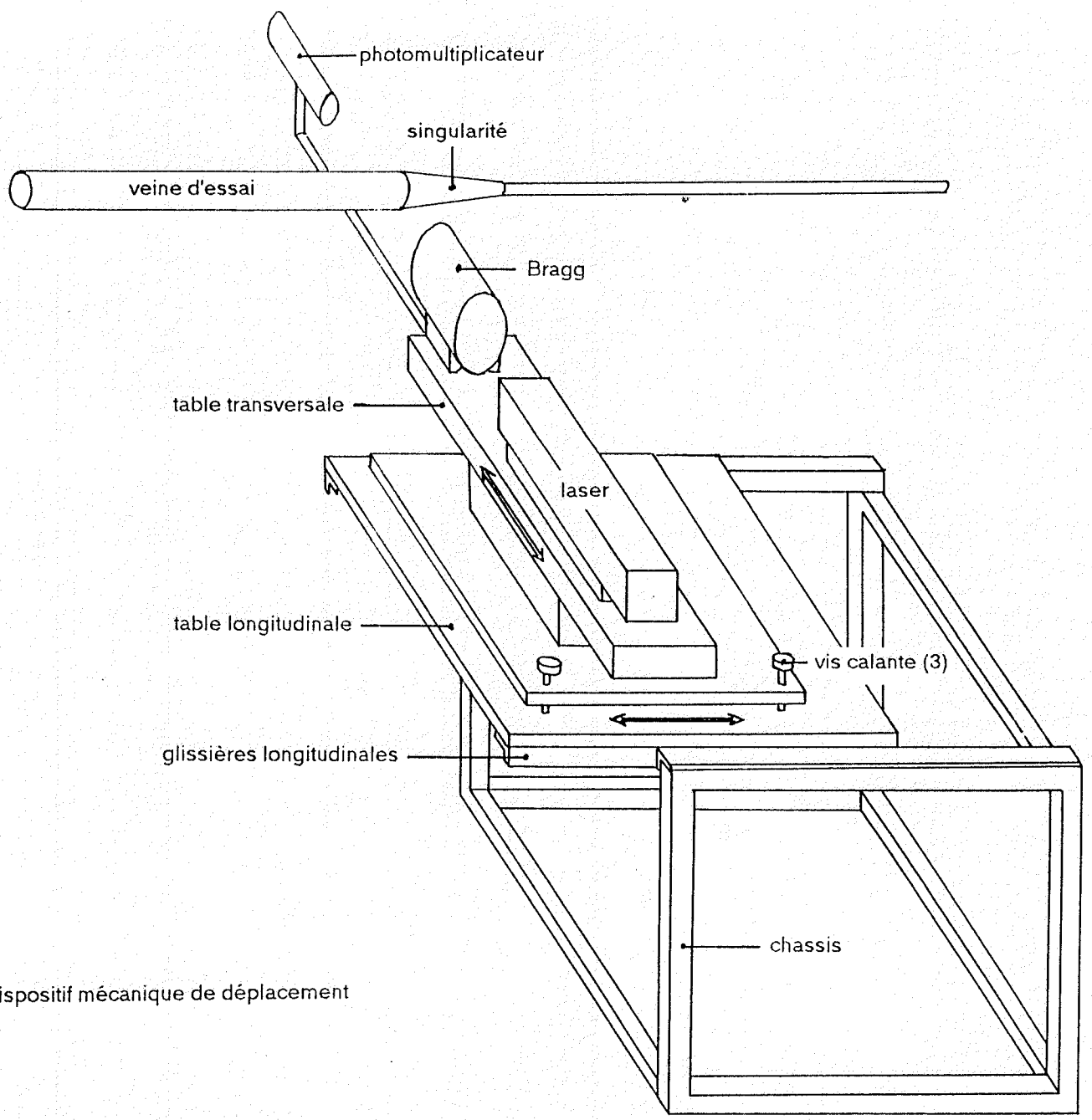


Figure II.5 : Dispositif mécanique de déplacement

II.2.2.4. Les caractéristiques et la localisation du volume de mesure.

II.2.2.4.1. Caractéristiques:

Le volume de mesure est caractérisé par son diamètre $\varnothing_n$ définissant la résolution spatiale , l'interfrange i déterminant le facteur de calibration , le nombre de franges et la vitesse de défilement des franges dans le cas de l'utilisation d'une cellule de Bragg .

Ces caractéristiques sont reliées aux grandeurs suivantes :

- λ_0 longueur d'onde d'émission du laser dans le vide : 6328 A pour le laser He-Ne
- Θ_n angle entre les deux faisceaux qui se croisent dans le milieu d'indice n
- F la distance focale de l'optique d'émission
- D_{1/e^2} diamètre du faisceau laser au niveau de l'optique d'émission , correspond au diamètre du cercle où l'intensité au centre du faisceau est divisée par e^2 : D_{1/e^2} = 1,1 mm
- n indice du milieu environnant le volume : n = 1 dans l'air , n =1.337 dans la CMC

$$\phi_n = \frac{4\,\lambda_o\,F}{\Pi\,n\,D_{1/e^2}} \qquad i = \frac{\lambda_o}{2\,n\,\sin\left(\frac{\theta_n}{2}\right)}$$

Ces caractéristiques dépendent donc du milieu environnant le volume de mesure mais aussi du chemin optique suivi par les faisceaux laser (Cf. annexe II) .

$\varnothing_n = 8{,}5\,.10^{-2}$ mm $\quad i = 1{,}870.10^{-3}$ mm dans l'air ,avec $\Theta_n/2$=9,74°

$\varnothing_n = 6{,}4\,.10^{-2}$ mm $\quad i = 1{,}870.10^{-3}$ mm dans la CMC s'écoulant dans une conduite cylindrique , avec $\Theta_n/2$=7,27°

$\varnothing_n = 6{,}4\,.10^{-2}$ mm $\quad i = 1{,}864.10^{-3}$ mm dans la CMC s'écoulant dans un divergent d'angle au sommet 20° , avec $\Theta_n/2$=7,29°

II.2.2.4.2. Localisation du volume de mesure

Lorsque les faisceaux laser traversent des milieux de différents indices de réfraction ,le déplacement du volume de mesure ne correspond pas à la translation mesurée du système d'émission laser (Cf. figures II.6 et II.7) .

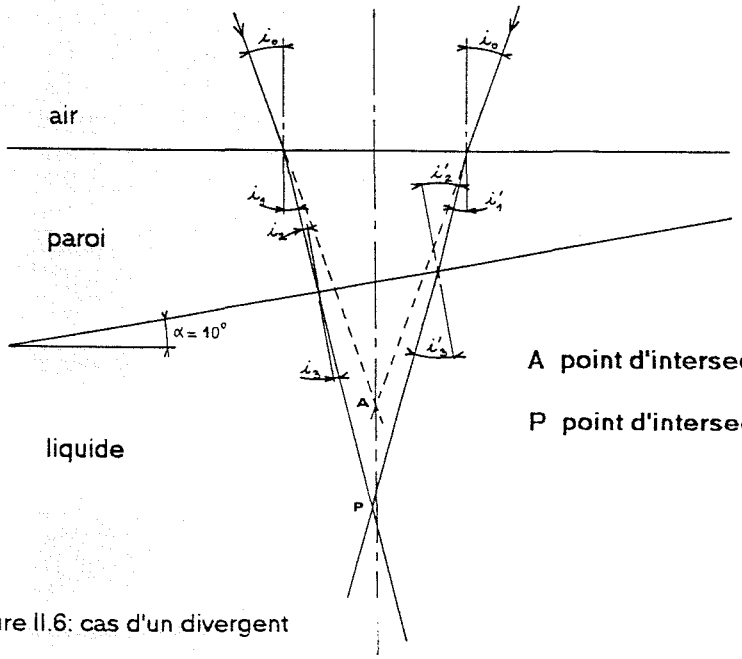
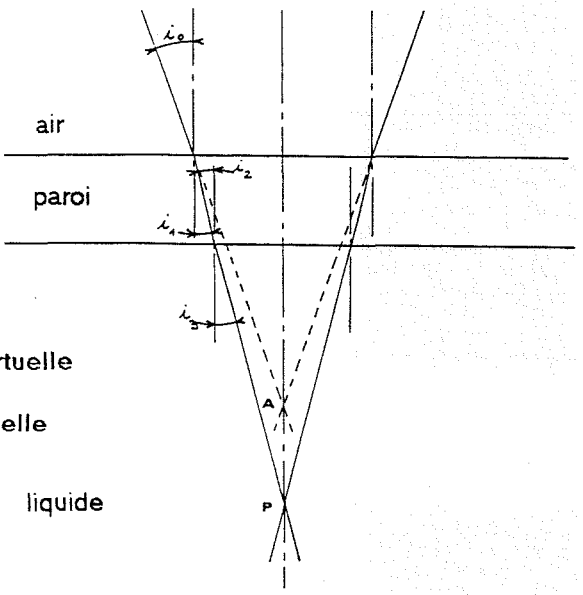


Figure II.6: cas d'un divergent



A point d'intersection virtuelle

P point d'intersection réelle

Figure II.7: cas d'un tube cylindrique

Dans le cas de mesure dans un tube cylindrique (Cf. figure II.7 et annexe II) , le déplacement du volume de mesure est environ 1,34 fois plus grand que le déplacement mesuré. Mais ,il a lieu dans le plan bissecteur des deux faisceaux initiaux donc sans modification de l'orientation du réseau d'interfranges par rapport à l'axe de la conduite (perpendicularité).

Pour les mesures effectuées dans un divergent ,au déplacement transversal du volume de mesure se superpose un déplacement longitudinal (suivant l'axe du divergent), dû à l'inclinaison de la paroi intérieure du divergent (Cf. figure II.6 et annexe II).Ce déplacement est de faible valeur ; 0,5mm maximum pour un divergent de 20° d'angle au sommet .Mais,le plan bissecteur des faisceaux dans le liquide d'essai n'est plus confondu avec le plan bissecteur des faisceaux initiaux ; il y a modification de l'orientation du réseau de franges par rapport à l'axe de la conduite et la fréquence Doppler mesurée est à corriger selon la relation suivante :

f_D réelle = f_D mesurée / cos(angle entre les plans bissecteurs initial et final)

Les calculs présentés en annexe II montrent que pour un divergent de 20° , l'angle entre les plans bissecteurs est de l'ordre de 1° et qu'en conséquence une correction de la fréquence Doppler mesurée serait illusoire puisque la précision globale de la chaine de mesure de vélocimétrie laser , indiquée par le constructeur , est de 1%.

De plus ,il convient de souligner la difficulté de positionner précisément le volume de mesure par rapport à la paroi intérieure de la conduite , malgré un contrôle de son déplacement au centième de millimètre . Des essais de reproductibilité nous conduisent à estimer l'incertidude de position du volume de mesure par rappport à la paroi à 0,05 mm , le positionnement en paroi étant déterminé visuellement à l'aide d'un dispositif optique de grossissement (10) .

II.2.2.5. Conclusions :

En conclusion , la localisation du volume de mesure est conduite selon le mode opératoire suivant :

aprés avoir positionné le plan bissecteur des faisceaux laser incidents dans la section de mesure considérée ,

le volume de mesure est positionné sur la paroi intérieure de la conduite (initialisation de la mesure) puis,

il est déplacé sur le point diamétralement opposé , déterminant une translation mesurée $D_{mesuré}$ du système d'émission laser pour un diamètre $D_{section}$ de la section considérée.

par suite , compte tenu de la linéarité entre le déplacement du laser et celui du volume de mesure (annexe II)

$$Y_{volume} = \frac{D_{section}}{D_{mesuré}} \times Y_{mesuré}$$

et la vitesse du fluide au point considéré sera :

V_x en m/s = 1,870 x f_D en MHz

II.2.3. Mesure de la pression

Les mesures de différence de pression entre la prise située à 25 mm avant l'expansion de la section (singularité) et l'une quelconque des huit autres prises de pression ont été effectuées en utilisant des capteurs de pression différentielle à inductance variable,via un commutateur hydraulique.

II.2.3.1.Principe des capteurs de pression différentielle :

L'élément sensible de la cellule de mesure est constitué par une membrane M solidaire d'un noyau magnétique N se déplaçant dans l'entrefer de deux bobines alimentées en série par un courant de valeur efficace constante (figure II.8).

La différence de pression appliquée sur les deux membranes séparatrices M1 et M2 est transmise à la membrane de mesure par l'intermédiaire d'un liquide de remplissage.Le déplacement du noyau modifie la mutuelle inductance des deux bobines et le potentiel du point milieu de ces inductances.

Cette variation de potentiel est soumise à une démodulation puis traitée et amplifiée.Une sonde thermique implantée dans la cellule de mesure permet de compenser les effets de la température.Le signal de sortie est un courant compris entre 4 et 20 mA , proportionnel à la différence de pression à laquelle est soumise la membrane.

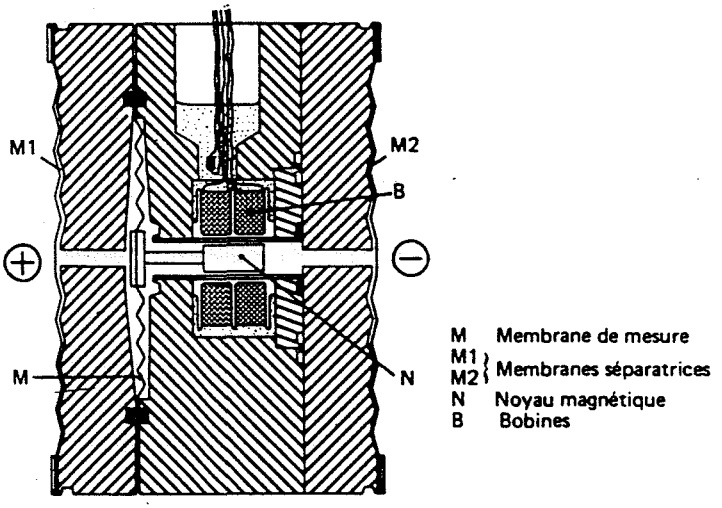


figure II.8 : Cellule de mesure

II.2.3.2.Particularités des capteurs utilisés:

Trois capteurs d'étendue de mesure 1000,500 et 100 millibars ont été mis en oeuvre ,chacun disposant de dispositifs de réglage internes permettant de faire varier la plage de l'étendue de mesure de 1/1 à 1/4.

Chaque capteur a été régulièrement étalonné à partir d'une colonne d'eau ou de mercure selon la plage de variation des pressions différentielles mesurées.

La précision des mesures est de 0,15% de l'étendue de mesure réglée.

De plus,du fait de la viscosité élevée des liquides étudiés (0,2 à 2 Pa.s selon le taux de cisaillement) , il est nécessaire d'attendre 15 à 20 minutes de stabilisation avant de relever la mesure de pression.

II.2.4. Mesure de la température

Un thermocouple de type K,inseré en sortie de la veine d'essais,permet les mesures de température.

Par action sur le débit d'eau de refroidissement circulant dans l'échangeur de chaleur , la température du liquide testé est maintenue à 17 ± 0,2°C.

II.2.5. Caractérisation rhéologique des fluides.

La détermination des grandeurs rhéologiques est fondamentale pour l'étude des lois d'écoulement.

Habituellement , la grandeur mesurée est la viscosité de cisaillement. Les appareils de mesure utilisés sont basés sur différents principes comme l'écoulement à travers un tube cylindrique capillaire (écoulement de Poiseuille) ou entre deux disques plans parallèles , entre plan et cône ou entre cylindres coaxiaux tournants.

Nous présentons ci-dessous la méthode que nous avons effectivement mise en oeuvre.

II.2.5.1. Viscosimètre rotatif à cône /plan .

II.2.5.1.1. Principe:

Le fluide à tester est placé entre un plateau et un cône de révolution , de rayon R , d'axe perpendiculaire au plan du plateau et dont le sommet est sur le plan (figure II.9).

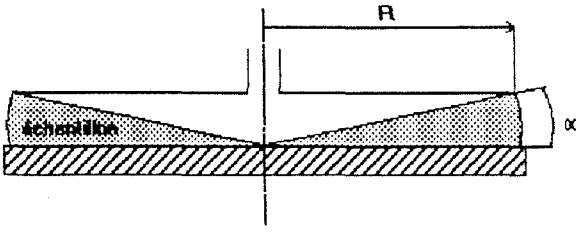


Figure II.9 : schéma du viscosimètre cône/plan

L'angle α que fait la génératrice du cône avec le plan est en général petit , de l'ordre de 0,5 à 5°.

Lorsque le cône tourne à vitesse angulaire constante Ω, on peut alors considérer que le liquide est soumis dans son ensemble à une vitesse de cisaillement $\gamma°$ constante et que les effets de bord sont négligeables.

En effet , à la distance r de l'axe,la vitesse linéaire du fluide varie de 0, sur le plan, à $r\Omega$ sur le cône donc sur une hauteur $rtg\alpha \simeq r\alpha$

Alors :

$$\gamma°(r) = \frac{\Omega r}{r\alpha} = \frac{\Omega}{\alpha} = f(\tau)$$

la contrainte tangentielle τ et la vitesse de cisaillement $\gamma°$ sont indépendantes de r .

Le couple moteur C est égal à $2\Pi\ \tau \int_0^R r^2 dr$ soit $C = \frac{2}{3}\ \Pi\ R^3 \tau$

Expression dont on déduira τ aprés mesure du couple C.

On pourra donc tracer directement la courbe d'écoulement $\tau = f(\gamma°)$, à partir des relations précédentes.

II.2.5.1.2. Dispositif utilisé:

Il s'agit d'un appareil de marque CARRIMED qui travaille à couple imposé C et nous ne décrivons ici que les mesures sous cisaillement simple.

Le cône de mesure est entrainé par un moteur électrique dont le couple d'induction est régulé électroniquement . Afin de réduire les frottements parasites , le centrage de toutes les pièces mobiles est assuré par des paliers à air et la vitesse de rotation est mesurée à l'aide d'un codeur optoélectronique .

Le plan du dispositif est supporté par un ascenseur pneumatique pourvu d'une vis micrométrique permettant le positionnement précis du plan par rapport au cône de mesure.

Ce plan en cuivre recouvert d'un chromage dur est régulé en température par effet Peltier , contrôlé par le microprocesseur interne du rhéomètre.

Le rhéomètre est raccordé à un microordinateur compatible IBM PC par une liaison IEEE et un logiciel permet de définir le protocole de travail (couple maximum imposé,température,durées des différentes parties du cycle de mesure....) , de stocker les résultats et de les analyser en fonction d'un modèle rhéologique choisi.

II.2.6. Fluides utilisés .

On rappelle que notre étude se situe dans le cadre du dimensionnement des conduites de transport de fluides complexes . Or , la détermination de la perte d'énergie due aux singularités est mal maitrisée pour de tels fluides qui jouent pourtant un rôle important dans divers secteurs industriels (chimie , agroalimentaire , ...) .

Les difficultés sont liées aux propriétés mêmes des fluides complexes dont le comportement rhéologique non newtonien (souvent pseudoplastique) est fortement lié aux variations de la vitesse de cisaillement et de la température que subit le fluide au cours d'un process industriel .

Les fluides choisis doivent être transparents pour permettre l'utilisation de la vélocimétrie laser et de plus , ils doivent être stables dans le temps et stables vis à vis des traitements thermomécaniques pour une utilisation prolongée en boucle fermée .

Pour mener à bien nos objectifs , nous avons choisi trois fluides de travail qui, d'un point de vue rhéologique , se rapprochent des produits agroalimentaires usuels .

II.2.6.1.Solution de carboxyméthylcellulose (CMC) :

La cellulose est un polymère linéaire d'unités d'anhydroglucose insoluble dans l'eau . Mais chaque unité d'anhydroglucose contient trois groupes hydroxyles qui , par réaction avec du monochloroacétate de sodium forme un éther cellulosique sous forme de sel de sodium qui est soluble dans l'eau appelé CMC (STELZER [20] , NIKITIN [21 p.338-344]).

Selon l'étendue de la réaction des groupes hydroxyles , les caractéristiques rhéologiques de la solution aqueuse de CMC varient de manière importante : pour de la CMC ayant une masse moléculaire de 40000 , une solution aqueuse à 2% en poids a une viscosité de 0,01 Pa.s , alors que de la CMC de masse moléculaire de 10^6 mise en solution aqueuse à 1% en poids a une viscosité de 4,5 Pa.s .

De nombreux auteurs ont utilisé ce produit (SCIROCCO [22]) pour son comportement pseudoplastique , non réducteur de frottement pour des concentrations suffisantes (supérieures à 0,05 %) .

Les solutions aqueuses de CMC utilisées ont été dosées à 3% en poids , additionnées de 50 ppm d'azoture de sodium pour éviter une détérioration bactérienne .

II.2.6.2. Solution d'hydroxyéthylcellulose (HEC) :

L'hydroxyéthylcellulose est un éther obtenu par réaction d'oxyde d'éthylène sur la cellulose en présence de bases organiques ou de soude (NIKITIN [21 p.332-338]).

Afin d'observer l'influence de l'indice de structure n sur les pertes d'énergie singulières , nous avons utilisé une solution aqueuse de HEC dosée à 1,4 % en poids : son comportement rhéologique fortement pseudoplastique se traduit par un indice de structure n de l'ordre de 0,3 - 0,5 contre 0,5 - 0,8 pour la solution de CMC .

II.2.6.3. Solution de sirop de glucose :

Pour bien mettre en évidence l'influence du caractère non newtonien sur les pertes d'énergie des deux fluides précédents , nous avons mis en oeuvre une solution de sirop de glucose à 60% d'extrait sec au comportement rhéologique newtonien .

II.2.6.4.Etude du comportement rhéologique des fluides utilisés .

Le caractère pseudoplastique des solutions aqueuses de CMC et de HEC apparait nettement sur les graphes (figure II.10) montrant l'évolution de la contrainte τ en fonction de la vitesse de cisaillement $\gamma°$

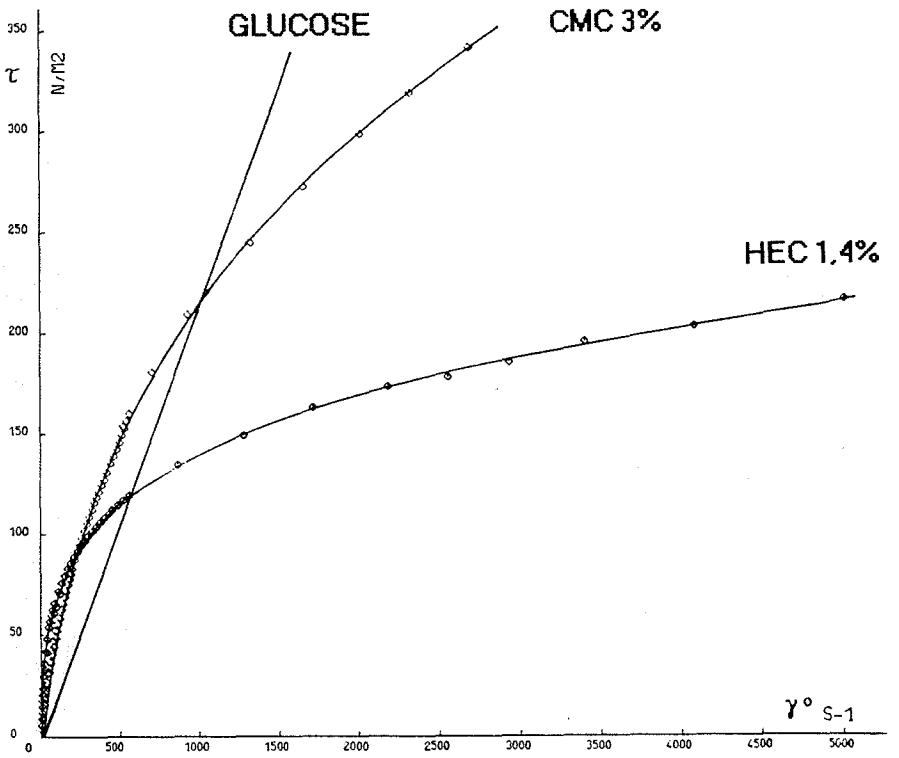


figure II.10 : Rhéogrammes des fluides d'essais

Mais la représentation Lnτ = fct (Ln $\gamma°$) (figure II.11) montre que la modélisation du comportement des fluides par une loi puissance ($\tau = k\ \gamma°^{n}$) ne peut se justifier que dans de faibles intervalles de vitesse de cisaillement .

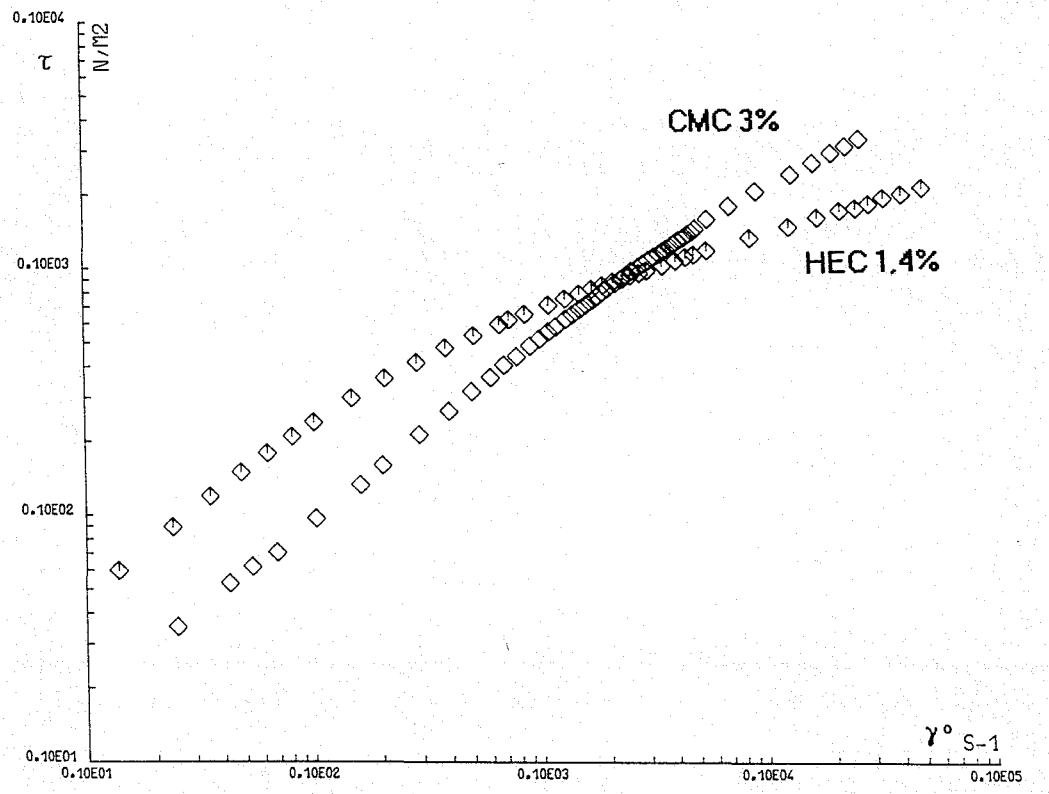


figure II.11 : Evolution de Ln τ en fonction de Ln $\gamma°$ pour les fluides d'essais .

Nous avons envisagé (annexe III) l'usage d'autres modèles rhéologiques , tels ceux de Ellis , Sisko , Carreau ... présentés paragraphe I.1.2.1, afin de mieux prendre en compte les évolutions expérimentales .Malgré la bonne qualité de l'ajustement des données , notamment par les lois de Powell-Eyring , Ree-Eyring et Carreau pour de grandes variations de la vitesse de cisaillement , nous avons renoncé à leur emploi dans le cadre de notre étude afin de conserver l'utilisation des nombres de Reynolds généralisés Re' ou Re_n et ainsi permettre des comparaisons avec les études de Kittredge [11] , Cheng [14] ou Steffe [15].

Dans ce but , nous pouvons définir les indices de structure et de consistance: soit en considérant que les fluides suivent la loi puissance dans des intervalles limités de vitesse de cisaillement , soit en choisissant un modèle rhéologique de la forme τ = fct ($\gamma°$) privilégiant l'ajustement des données expérimentales et en définissant pour chaque vitesse de cisaillement un indice de structure n et un indice de consistance k par identification de la pente et de l'ordonnée à l'origine de la tangente à la courbe Ln τ = fct (Ln $\gamma°$) (Cf. paragraphe I.2.1.2) , comme le proposent LEULIET et al [23 p.291-303] . Dans les deux cas , nous aurons pour chaque fluide en écoulement isotherme :

$$\tau = k\ \gamma°^{n} \quad \text{avec} \quad n = n(\gamma°) \quad \text{et} \quad k = k(\gamma°)$$

En pratique , pour un débit Qv de fluide en écoulement dans la veine d'essai , la détermination de n et $\gamma°$ s'effectue par itérations à l'aide des relations $n = n(\gamma°)$ et $\gamma°_p = [(3n+1)/4n]\ (8u_m / D)$ (Cf paragraphe I.2.1.2) . L'indice de consistance k se déduisant de la relation $k = k(\gamma°)$.

Pour notre étude , nous considérerons que les fluides suivent la loi puissance dans des intervalles limités de vitesse de cisaillement suivant le tableau II.1.

Fluide à 17°C	n	k N s^n /m²	$\gamma°$ s^-1	ρ kg / m^3
CMC 3%	0,81	1,53	8 à 40	
	0,74	1,92	40 à 80	
	0,65	2,85	80 à 250	1010
	0,56	4,79	250 à 600	
	0,48	7,51	600 à 2700	
HEC 1,4%	0,56	5,27	24 à 40	1003
	0,45	7,9	50 à 90	
	0,37	11,34	90 à 200	
	0,30	15,5	800 à 5000	
GLUCOSE	viscosité dynamique μ = 0,210 Pa.s			1283

Tableau II.1 : Caractéristiques rhéologiques des fluides d'essais

Cette procédure est indispensable compte tenu des grandes variations du taux de cisaillement lorsque le fluide passe du diamètre amont (10 mm par exemple) au diamètre aval (30 mm) , pour un débit variant de 1 à 10 (en valeur relative) :

$$10 < \gamma°_{30}\ s^{-1} < 170$$
$$250 < \gamma°_{10}\ s^{-1} < 5000$$

Une autre grandeur caractérise le comportement rhéologique du fluide en cisaillement simple , c'est la première différence des contraintes normales N_1 .

N_1 influe peut-être sur la structure de l'écoulement mais elle influe aussi sur la détermination des pressions relevées par prise statique en paroi (Cf TANNER [2]) .

Pour les solutions aqueuses de CMC utilisées , les mesures de N_1 effectuées avec un rhéomètre HAAKE RV20 , à vitesse imposée , équipé d'un plan/cône , paraissent être à la limite de sensibilité du rhéomètre . Pour la solution aqueuse de HEC , les valeurs de N_1 sont faibles (Cf figure II.12) et ne nécessiteront pas de corriger les mesures de pression comme nous le verrons dans le chapitre III .

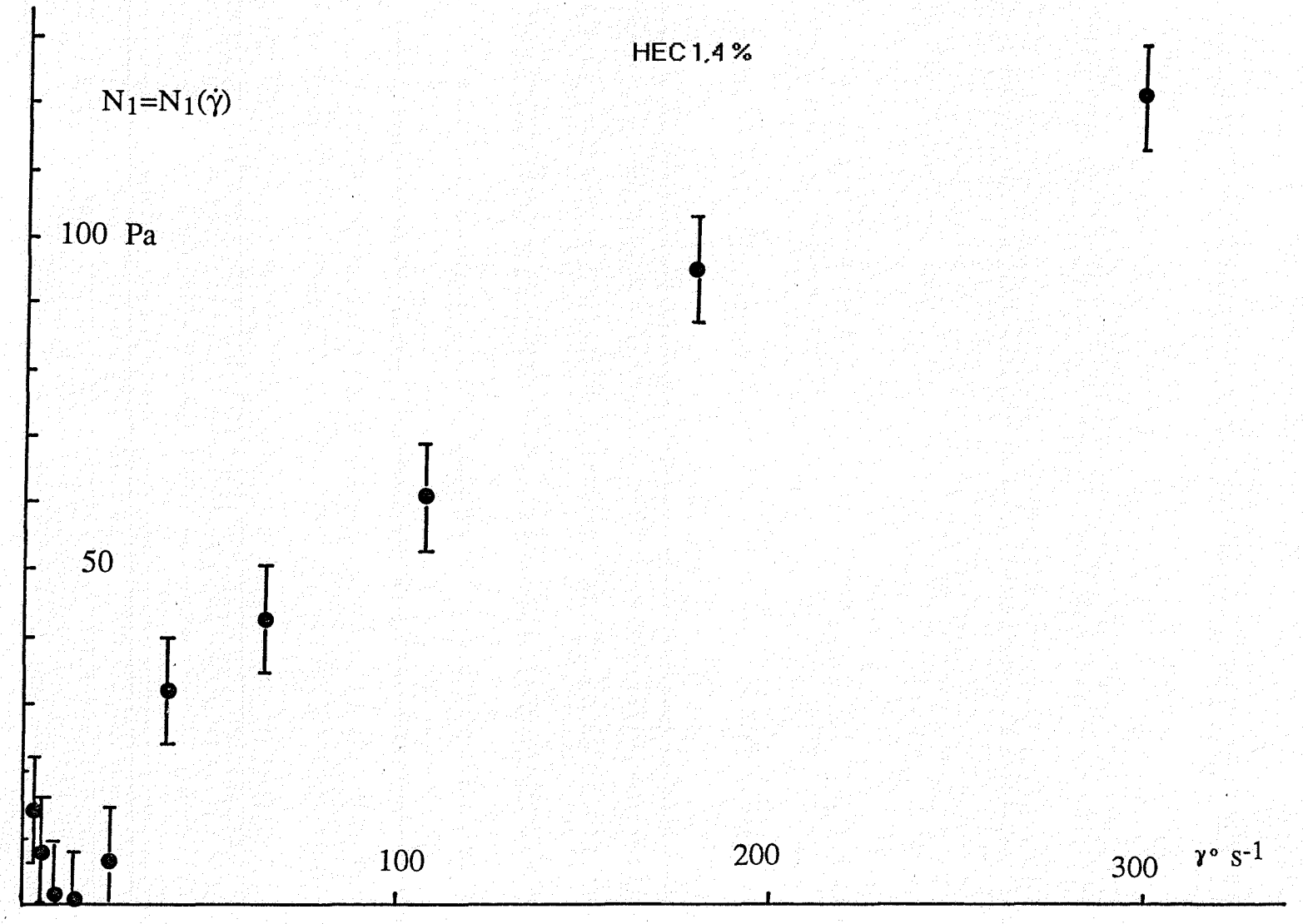


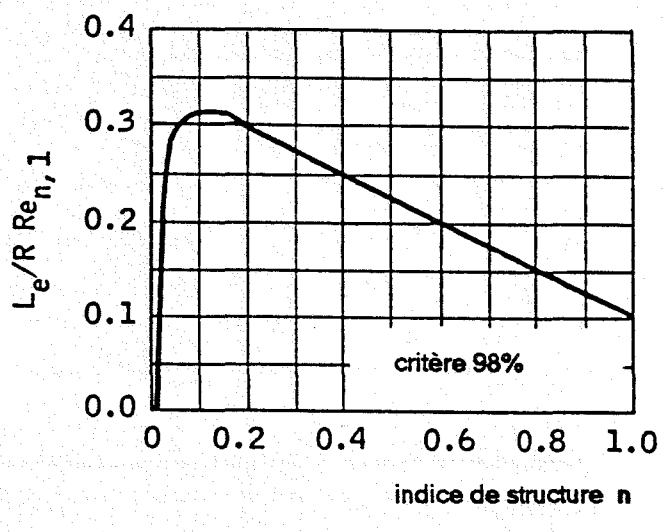
figure II.12 : Evolution de la première différence des contraintes normales N_1 en fonction de la vitesse de cisaillement , pour une solution aqueuse de HEC 1,4% .

ANNEXES
DU CHAPITRE II

ANNEXE I

Etude de la longueur d'établissement d'un écoulement .

Dans le cas d'un fluide d'Ostwald , Collins et Schowalter cités par Cheremisinoff et Gupta [19 p.166-167],proposent le graphe suivant pour traduire l'évolution de la longueur d'établissement de l'écoulement à l'entrée d'un tube à partir d'un réservoir de grandes dimensions :



La longueur d'établissement (L_e) de l'écoulement,est la longueur à partir de laquelle,la vitesse maximale a atteint les 98% de sa valeur définitive dans la conduite de section constante .

$$Re_{n,1} = \frac{\rho D^n u_m^{(2-n)}}{k}$$

Pour les fluides étudiés :

HEC : n=0.3 k=15.5,pour un débit maximum de 1200 l/h et un rayon de conduite R=5mm : $Re_{n,1}$ = 190 d'où $L_e/R\ Re_{n,1}$ = 0.275

et la longueur d'établissement L_e = 0.261 m

CMC : n=0.48 k=7.51 $Re_{n,1}$ = 95 L_e = 0.107 m

Dans le cas d'un fluide newtonien comme le glucose,la longueur d'établissement est définie par la relation :

$$L_e = 0.125.R.Re$$

avec R=5 mm et Re=124 alors L_e=0.077 m

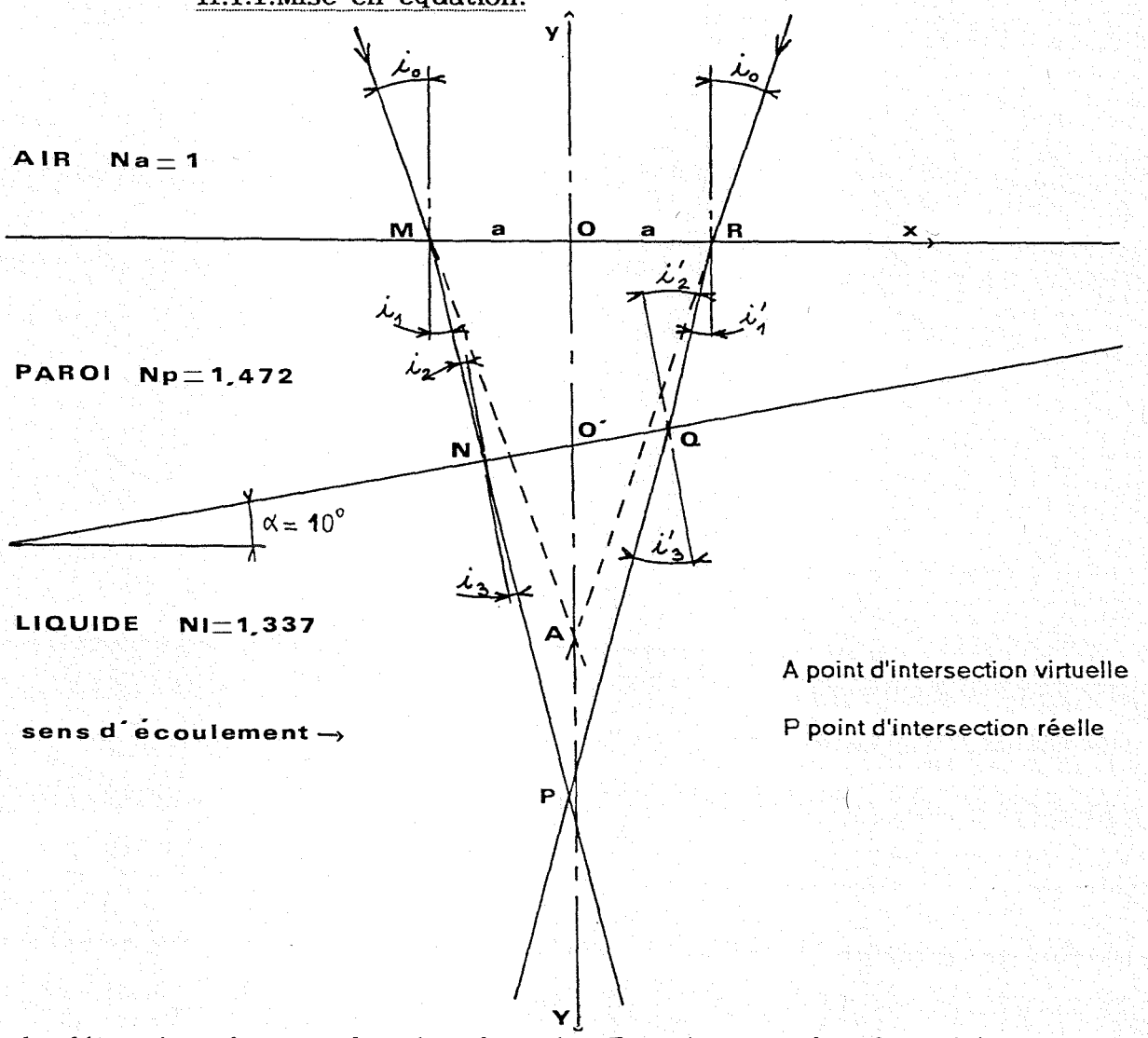
En conclusion , la longueur d'établissement L_e est toujours inférieure à la longueur droite (0.8 m) précédant le tronçon de conduite (ø=10.2mm) sur lequel sont effectuées les mesures de perte d'énergie et les relevés des profils de vitesse en amont de la singularité .

ANNEXE II

Etude de la localisation du volume de mesure.

II.1:Cas d'un divergent:

II.1.1:Mise en équation:



Afin de déterminer les coordonnées du point P croisement des deux faisceaux laser dans le milieu fluide (indice de réfraction n_l),étudions le trajet optique des faisceaux.
L'origine O des axes x et y étant l'intersection du plan bissecteur des faisceaux et de la paroi extérieure de la conduite.

Equation de la droite MN

$$y=(x+a)\sin(3\pi/2+i_1)/\cos(3\pi/2+i_1)$$

$$y=-(x+a)\sqrt{(1-\sin^2 i_1)}/\sin i_1$$

$$\text{or} \quad \sin i_1=(n_a/n_p)\ \sin i_0$$

$$\text{d'où} \quad y = -\sqrt{(1-(n_a/n_p)^2\sin^2 i_0)}/((n_a/n_p)\ \sin i_0)*(x+a)$$

$$\text{soit en posant} \quad m = \sqrt{(1-(n_a/n_p)^2\sin^2 i_0)}/((n_a/n_p)\ \sin i_0)$$

$$y = -m(x+a)$$

Coordonnées du point N:

Posons $\alpha = (\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{CN})$, le point C étant le sommet du divergent de coordonnées(-L,-R).

Le point N est à l'intersection de la paroi CN et du faisceau laser MN:

$$y_N = m((L-a)tg\alpha-R)/(tg\alpha+m)$$

Equation de la droite NP:

$$i_2 = (\overrightarrow{Ny_2},\overrightarrow{NM}) = 2\pi+i_1-\alpha$$

$$\text{d'où } \sin i_2 = \sin(i_1-\alpha)$$

$$\text{et } \sin i_3 = (n_p/n_l)*\sin(i_1-\alpha)$$

de plus, $(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{NP}) = (\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{CN})+(\overrightarrow{CN},\overrightarrow{Ny_2})+\pi+i_3 = 3\pi/2+\alpha+i_3$

alors,l'équation de la droite NP s'écrit:

$$y - m((L-R)tg\alpha-R)/(tg\alpha+m) = tg(3\pi/2+\alpha+i_3) * (x-(R-ma-Ltg\alpha)/(tg\alpha+m))$$

Equation de la droite RQ:

$$y = m(x-a)$$

Coordonnées du point Q:

$$x_Q = (R-ma-Ltg\alpha)/(tg\alpha-m)$$

$$y_Q = m(R-(L+a)tg\alpha)/(tg\alpha-m)$$

Equation de la droite QP:

$$i'_2 = (\overrightarrow{Qy_2},\overrightarrow{QR}) = 2\pi-i'_1-\alpha$$

$$\text{d'où } \sin i'_2 = -\sin(i'_1+\alpha)$$

$$\text{et } \sin i'_3 = -(n_p/n_l)*\sin(i'_1+\alpha)$$

de plus,$(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{QP}) = (\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{CQ})+(\overrightarrow{CQ},\overrightarrow{Qy_2})+\pi+i'_3 = 3\pi/2+\alpha+i'_3$

alors l'équation de la droite QP s'écrit:

$$y - m(R-(L-a)tg\alpha)/(tg\alpha-m) = tg(3\pi/2+\alpha+i'_3)*(x-(R-ma-Ltg\alpha)/(tg\alpha-m))$$

Par suite,les coordonnées du point P seront obtenues par l'intersection des droites NP et QP:

(1) NP : $y - m((L-R)tg\alpha-R)/(tg\alpha+m) = tg(3\pi/2+\alpha+i_3) * (x-(R-ma-Ltg\alpha)/(tg\alpha+m))$

(2) QP : $y - m(R-(L-a)tg\alpha)/(tg\alpha-m) = tg(3\pi/2+\alpha+i'_3)*(x-(R-ma-Ltg\alpha)/(tg\alpha-m))$

II.1.2:Calculs dans le cas d'un divergent d'angle au sommet 20°

et d'une section située à 45mm du début de l'expansion de la veine.

L'angle d'incidence des faisceaux laser sur la paroi externe du tube :

$$i_0 = \theta/2 = 9{,}74°$$

Avec des indices de réfraction : $n_a=1$, $n_p=1{,}472$, $n_l=1{,}337$,les différents angles sont: $i_1=6{,}60°$ $i'_1=-6{,}60°$ $i_3=-3{,}74°$ $i'_3=-18{,}33°$

Les coordonnées du sommet C du divergent sont:

$$x_C = -L = -73{,}64 \text{ mm} \qquad y_C = -R = -20{,}15 \text{ mm}$$

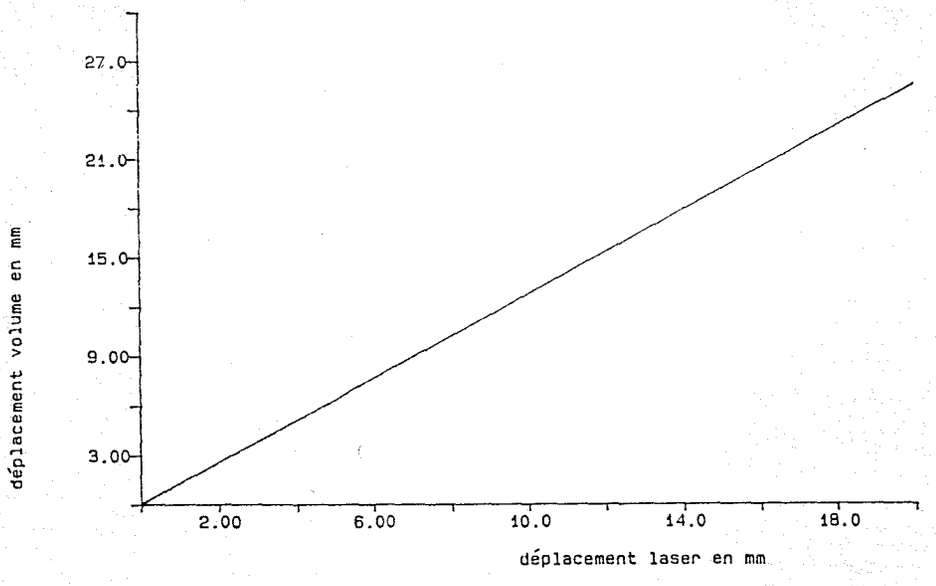
La cote a repérant les intersections M et R des faisceaux incidents avec la paroi extérieure de la conduite,peut être reliée à la position de la lentille de focalisation du système d'émission laser (y_{laser}) par l'équation suivante:

$$a = d/2 - y_{laser} * tg\theta/2 \qquad (3)$$

où d est l'écartement des deux faisceaux laser issus du séparateur (d=40mm).
Lorsque les deux faisceaux se croisent en O:

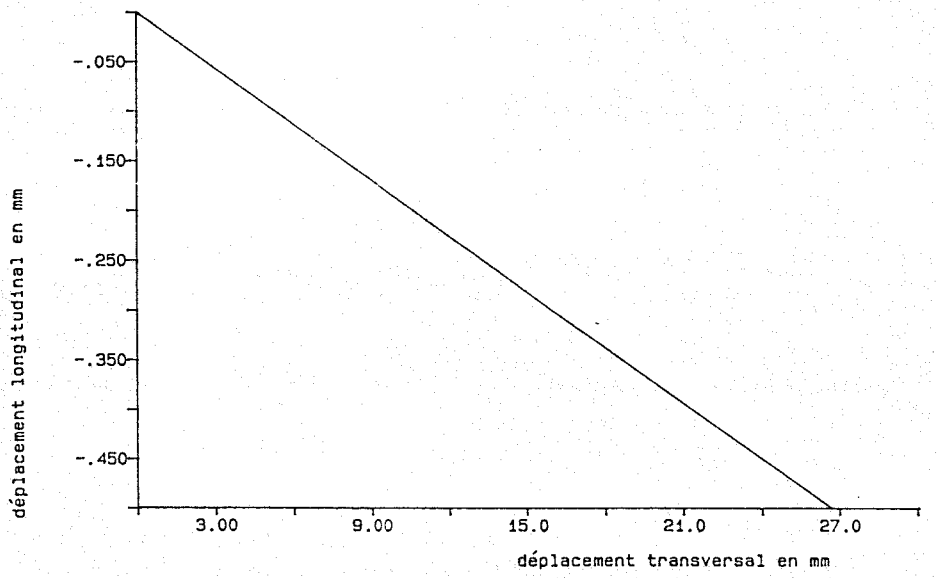
y_{laser} = distance focale de la lentille=116,5mm

A partir des relations (1),(2),(3),nous pouvons tracer le graphe I représentant le déplacement transversal du volume de mesure P (repéré sur l'axe Y d'origine O') en fonction du déplacement mesuré du laser :



Le déplacement du volume de mesure est 1,34 fois le déplacement mesuré du système d'émission laser.

Nous pouvons tracer aussi le graphe II représentant le déplacement longitudinal du volume de mesure P (repéré sur l'axe x) en fonction du déplacement transversal:



Nous constatons que le déplacement longitudinal du volume de mesure est au maximum de -0,48mm;soit du même ordre de grandeur que l'incertitude de positionnement longitudinal de la section de mesure (0,5mm).

De plus,le plan bissecteur des faisceaux $\overrightarrow{NP}$ et $\overrightarrow{QP}$ fait un angle avec l'axe $\vec{x}$ égal à:

$$((\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{NP})+(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{QP}))/2$$

l'angle $(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{NP})$ est égal à $3\pi/2+\alpha+i_3$ (confer équation droite NP)
l'angle $(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{QP})$ est égal à $3\pi/2+\alpha+i'_3$ (confer équation droite QP),
d'où avec:α=10°,i_3=-3,74°,i'_3=-18,33°,le plan bissecteur des faisceaux fait un angle de 268,96°avec l'axe Ox;soit un écart angulaire de 1,04° avec le plan bissecteur des faisceaux laser issus du système d'émission.

II.1.3:Caractéristiques du volume de mesure:

Le volume de mesure est caractérisé par son diamètre $\varnothing_n$ et sa longueur Y_n définissant sa résolution spatiale et la valeur de l'interfrange *i*.
Ces éléments sont reliés aux grandeurs suivantes:

- $\lambda_0$longueur d'onde d'émission du laser dans le vide:6328Å pour le laser He-Ne
- θ_n angle entre les deux faisceaux laser qui se croisent dans le milieu d'indice n
- F la distance focale de l'optique d'émission
- D_{1/e^2} le diamètre du faisceau laser au niveau de l'optique d'émission,correspond au diamètre du cercle où l'intensité est $1/e^2$ fois celle mesurée au centre du faisceau:D_{1/e^2}=1,1mm
- n indice de réfraction du milieu entourant le volume de mesure

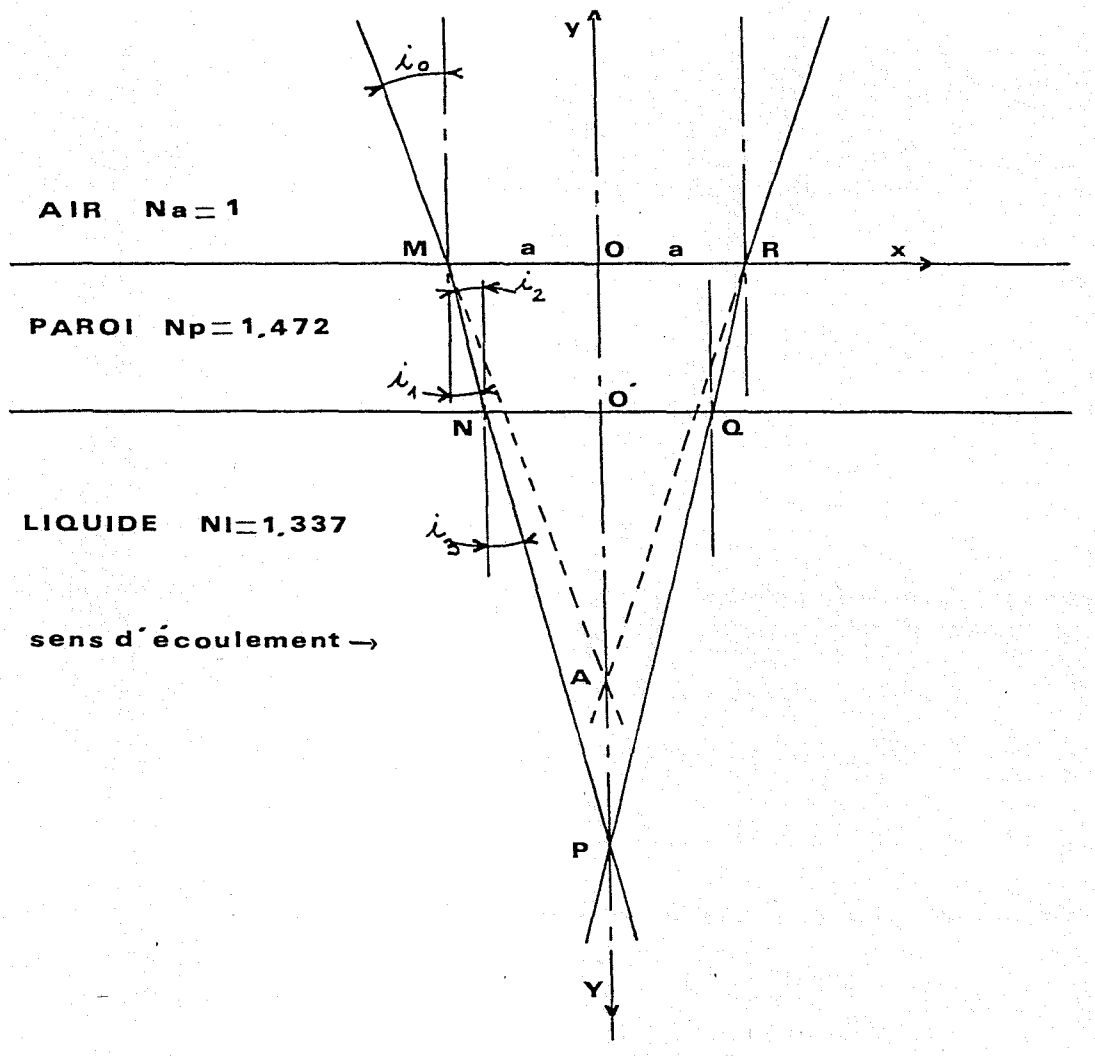
$$\varnothing_n = \frac{4\,\lambda_0\,F}{\pi\,n\,D_{1/e^2}} \qquad Y_n = \frac{\varnothing_n}{\sin(\theta_n/2)} \qquad i_n = \frac{\lambda_0}{2\,n\,\sin(\theta_n/2)}$$

Dans le cas d'un divergent d'angle au sommet 20° avec un liquide d'indice n_l=1,337:

$\theta_n/2 = 7,29°$ $\quad \phi_n = 6,38.10^{-5}m$ $\quad Y_n \approx 5.10^{-4}m$ $\quad i_n = 1,864.10^{-6}m$

II.2.Cas d'une conduite cylindrique.

II.2.1.Mise en équation:



Equation de la droite MN:

$$y = -\sqrt{(1-(n_a/n_p)^2\sin^2 i_0)}/((n_a/n_p)\ \sin i_0)*(x+a)$$

soit en posant $m = \sqrt{(1-(n_a/n_p)^2\sin^2 i_0)}/((n_a/n_p)\ \sin i_0)$

$$y = -m(x+a)$$

Coordonnées du point N:

$y_N = -e$ $\quad$ e=épaisseur de la paroi

$x_N = e/m - a$

Equation de la droite NP:

$$\sin i_3 = (n_p/n_l)\ \sin i_2 \quad \text{avec} \quad i_2 = i_1$$

$$(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{NP}) = 3\pi/2+i_3$$

d'où l'équation de la droite NP

$$y+e = (x-(e/m-a)tg(3\pi/2+i_3)$$

Coordonnées du point P:

Compte-tenu de la symétrie du système par rapport à l'axe Oy,les coordonnées du point P sont:

$$x_P = 0$$

$$y_P = -((e/m-a)tg(3\pi/2+i_3)+e)$$

avec $a = d/2 - y_{laser}*tg\theta/2$,

$$y = -((e/m-d/2)tg(3\pi/2+i_3)+e+y_{laser}*tg\theta/2*tg(3\pi/2+i_3)) \quad (4)$$

le déplacement du volume de mesure P est donc proportionnel au déplacement y_{laser}.

II.2.2.Calculs des caractéristiques du volume de mesure:

Le déplacement transversal du volume de mesure étant repéré sur l'axe Y à partir de O',d'aprés (4):

$$Y = -Y_{mesuré}*tg\theta/2*tg(3\pi/2+i_3)$$

avec $\theta/2=9,74°$ et les mêmes indices de réfraction que pour le divergent:$i_3=7,27°$ alors:

$$Y_{volume} = 1,345*Y_{mesuré}$$

En outre:

$\theta_n/2 = 7,27°$ $\quad \phi_n = 6,38.10^{-5}m$ $\quad Y_n \approx 5.10^{-4}m$ $\quad i_n = 1,870.10^{-6}m$

ANNEXE III

Dans cette annexe , nous présentons une étude concernant le choix du modèle rhéologique permettant d'ajuster au mieux les rhéogrammes expérimentaux .

L'observation des graphes Ln τ = fct (Ln γ°) (figure A III.1) pour les solutions aqueuses de CMC et HEC , montre à l'évidence que le modèle loi puissance ne s'applique que pour des domaines de variation limitée du taux de cisaillement γ° .

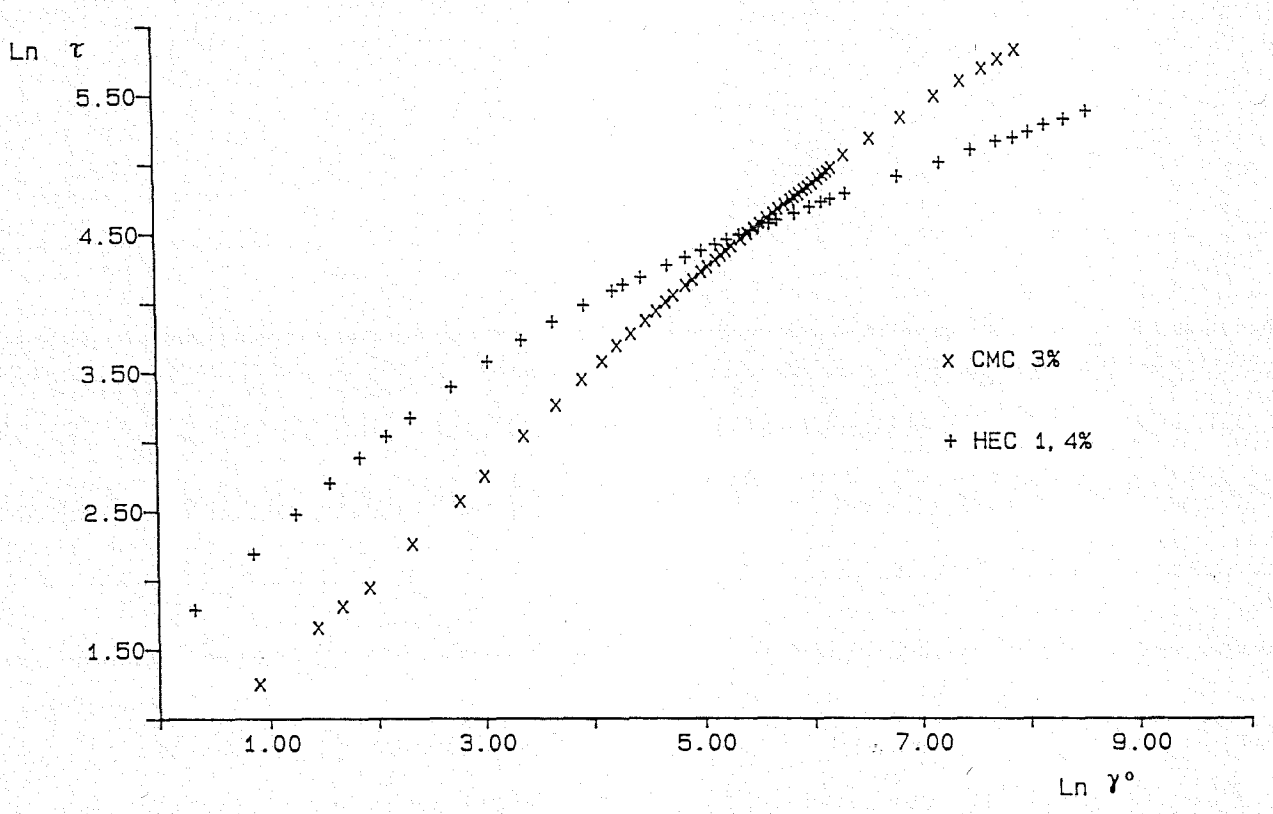


figure AIII.1: évolution de Ln τ en fonction de Ln γ°

L'ajustement des coefficients des différentes lois rhéologiques utilisées ci-aprés est fait par minimisation de la somme des carrés des écarts entre les valeurs expérimentales et les valeurs calculées par le modèle choisi . Nous caractériserons la qualité de l'ajustement par la valeur de la somme des carrés des écarts Err^2 et le coefficient r^2 tels que :

$$Err^2 = \sum_{i=1}^{n} [y_i - F(x_i)]^2 \quad \text{où} \quad y_i = \text{valeur à ajuster}$$

$F(x_i)$ = valeur d'ajustement de y_i

$$r^2 = 1 - \frac{Err^2}{Res^2} \quad \text{avec} \quad Res^2 = \sum_{i=1}^{n} y_i^2$$

Le choix de la loi puissance pour représenter le comportement rhéologique des solutions de CMC et HEC (figure AIII.2 a et b) se traduit par des valeurs de Err^2 de 1780 et 1570 respectivement , confirmant un ajustement médiocre sur des domaines de variation de γ° aussi importants .

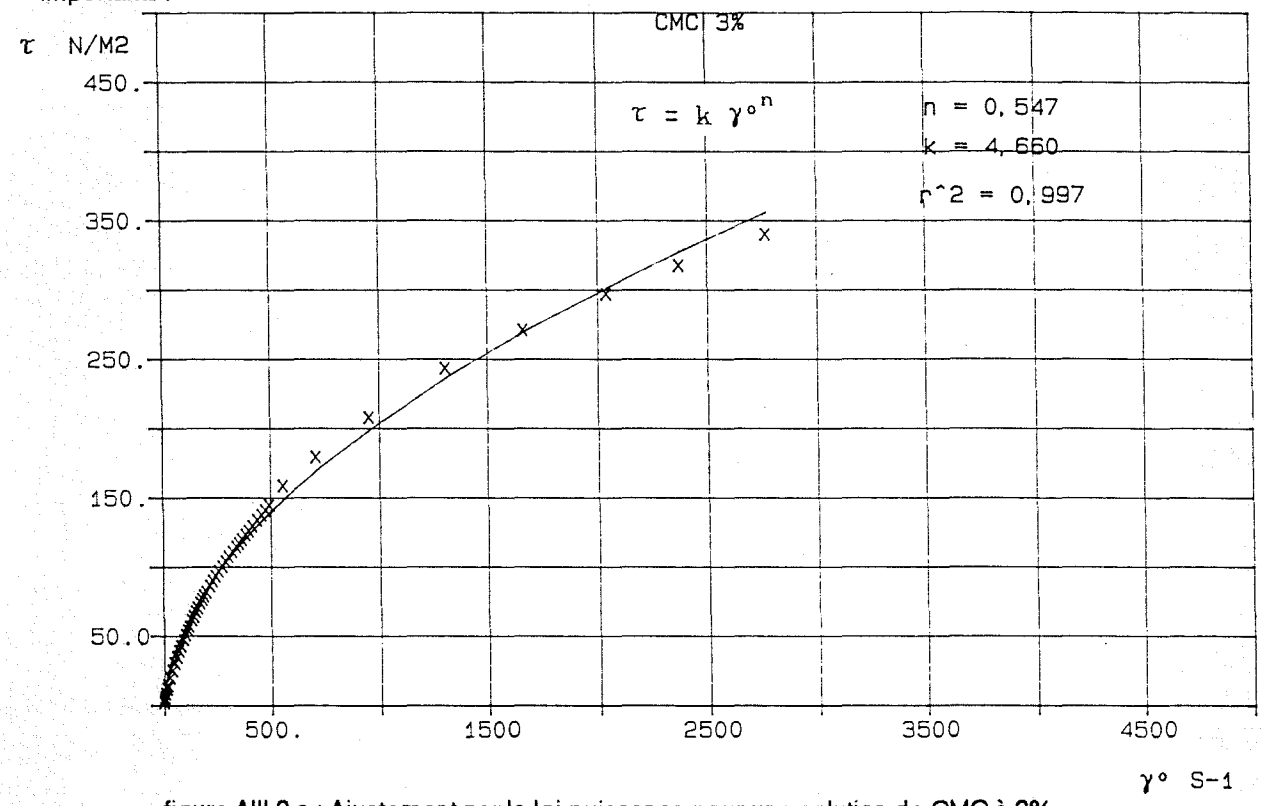


figure AIII.2 a : Ajustement par la loi puissance pour une solution de CMC à 3%

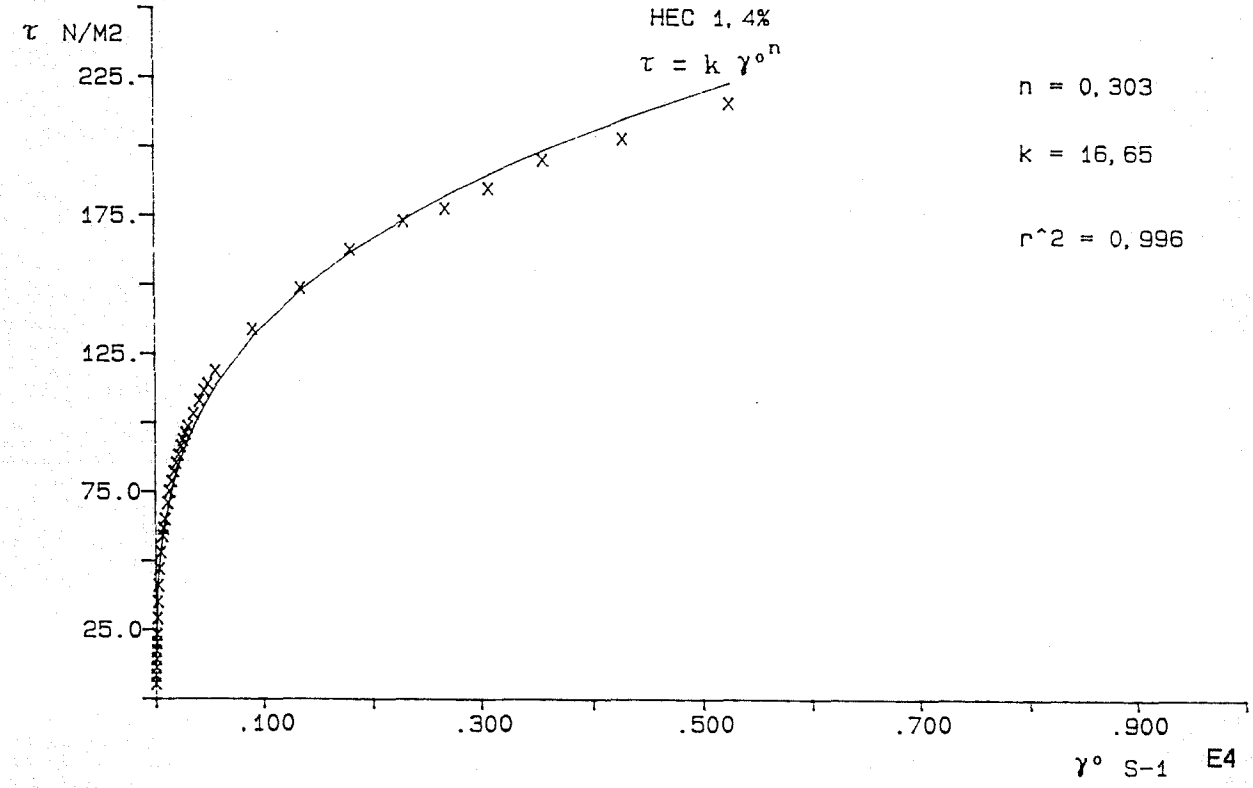


figure AIII.2 b : Ajustement par la loi puissance pour une solution de HEC à 1,4%

Le modèle de Powell-Eyring défini par : $\tau = \mu_\infty \gamma^\circ + \frac{\mu_o}{t_o} sh^{-1}(t_o \gamma^\circ)$

introduisant un comportement newtonien du fluide à taux de cisaillement élevé permet un ajustement des données de meilleure qualité puisque Err^2 vaut 527 pour la solution de CMC et 232 pour celle de HEC (figure AIII.2 a et b) .

Les paramètres de la loi sont :

	CMC 3%	HEC 1,4%
μ_∞ Pa.s	0.0471	0.0106
μ_o Pa.s	0.5036	2.311
t_o s	$9.088\ 10^{-3}$	$9.726\ 10^{-3}$

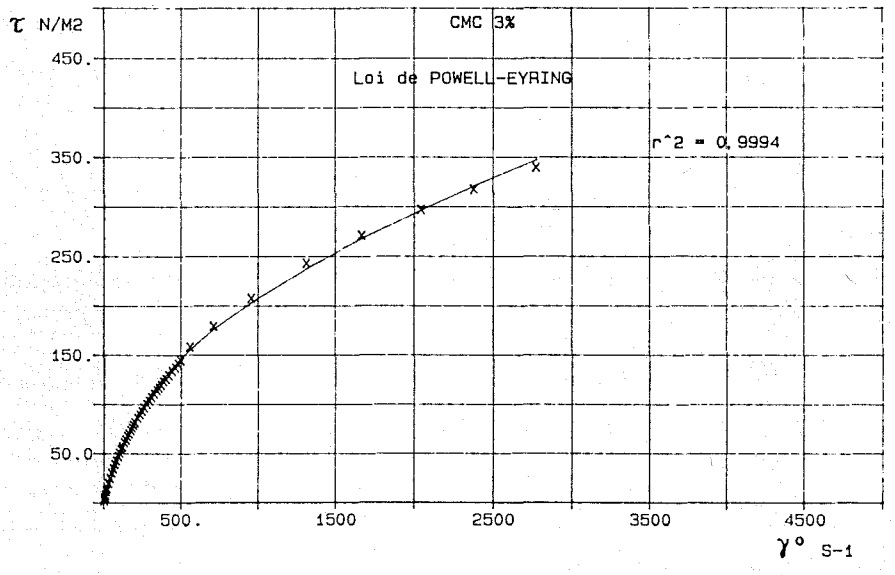


Figure AIII.3 a : Ajustement par la loi de Powell-Eyring pour une solution de CMC à 3%

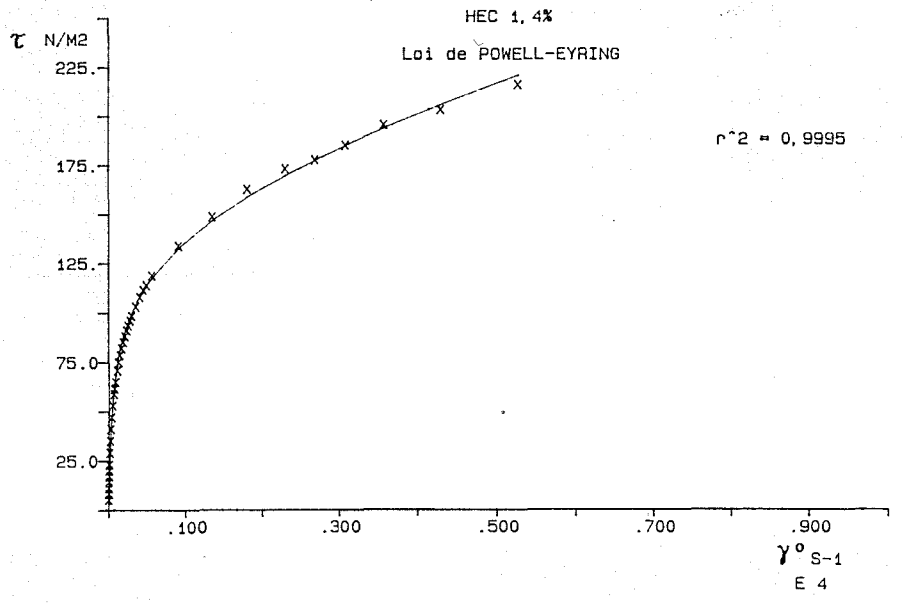


Figure AIII . 3 b : Ajustement par la loi de Powell-Eyring pour une solution de HEC à 1,4 % .

Pour prendre en compte le comportement newtonien des fluides à faible et à fort taux de cisaillement , la loi à quatre paramètres de Carreau :

$$\tau = \mu_\infty \dot{\gamma}^\circ + (\mu_o - \mu_\infty)\left(1+(\lambda\dot{\gamma}^\circ)^2\right)^{\frac{n-1}{2}} \dot{\gamma}^\circ$$

donne un trés bon ajustement , mais pour permettre le calcul des paramètres λ et n , elle nécessite de donner initialement les valeurs de μ_o et de μ_∞ trouvées expérimentalement .

Ainsi pour la solution de HEC 1,4% , en prenant μ_o = 4,3 Pa.s et en considérant une viscosité μ_∞ égale à celle de l'eau (en fait nous prendrons μ_∞ =0 , compte tenu des valeurs relatives de μ_∞ et de μ_o) , nous obtenons un ajustement de bonne qualité (Err^2 = 459) des données expérimentales par la loi de Carreau (figure AIII.4) .

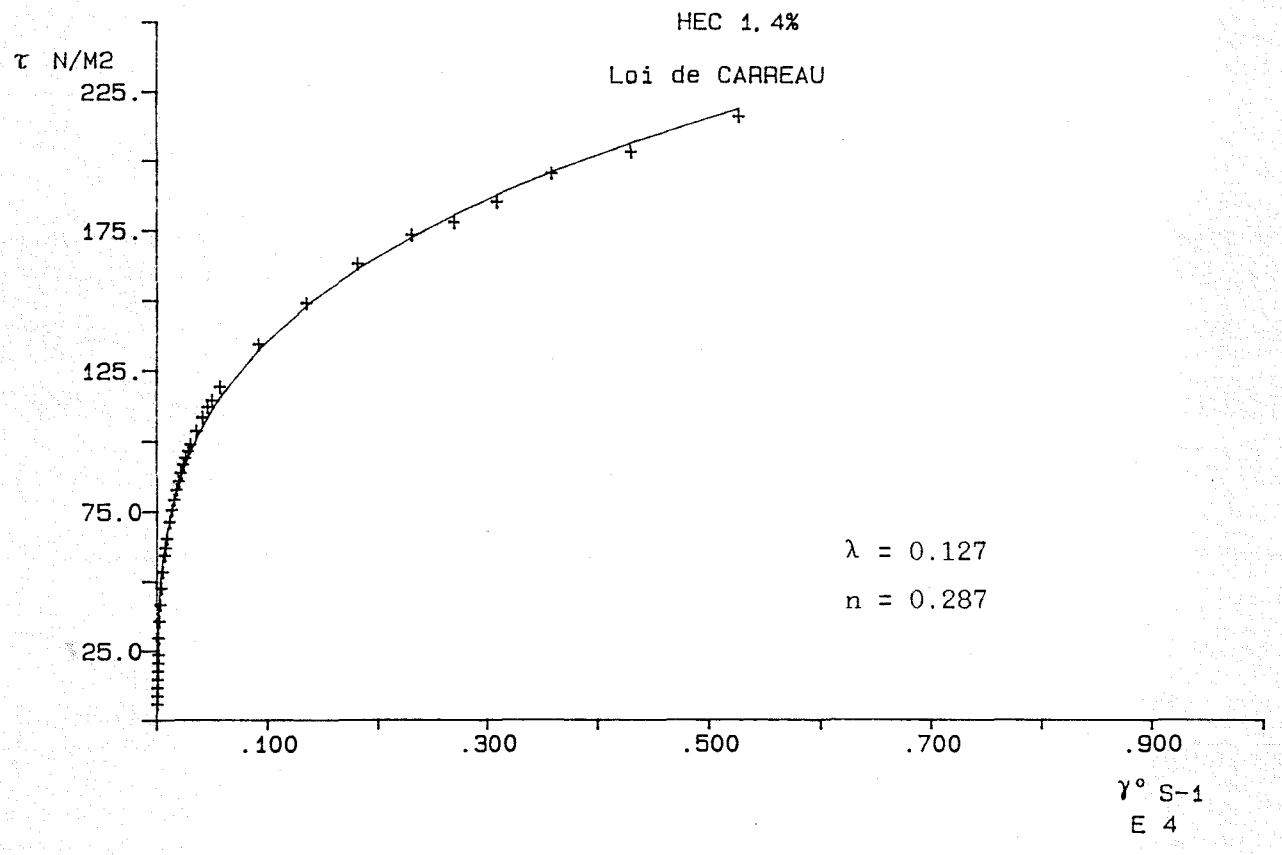


figure AIII.4 : Ajustement par la loi de Carreau pour une solution de HEC à 1,4%

Afin de conserver l'utilisation du nombre de reynolds généralisé Re_n , tout en privilégiant la qualité de l'ajustement des données , nous pouvons définir localement l'indice de structure n et le coefficient de consistance k : $n = n(\gamma^\circ)$ et $k = k(\gamma^\circ)$. Pour chaque vitesse de cisaillement γ°, n et k seront identifiés , respectivement , à la pente et à l'ordonnée à l'origine du graphe $Ln\,\tau = fct\,(Ln\gamma^\circ)$

Pour cela , nous poserons que :

$$Ln\ \tau\ = a + b.\,Ln\gamma^\circ + c.\,(Ln\gamma^\circ)^2 + d.\,(Ln\gamma^\circ)^3 + \ldots$$

L'ajustement des coefficients a,b,c,d... sera obtenu par minimisation de la somme Err^2 . Les valeurs de l'indice de structure $n(\gamma^\circ)$ seront calculées à partir du polynôme dérivé $dLn\ \tau\ / dLn\gamma^\circ$ et celles de k déterminées par la relation $Ln\,k = Ln\ \tau\ - n.\,Ln\gamma^\circ$.

Le choix du degré du polynôme en $Ln\gamma^\circ$ doit respecter deux impératifs :

- qualité de l'ajustement des données expérimentales
- éviter toute variation des valeurs de l'indice de structure non conforme à l'évolution du phénomène physique observé .

Ainsi pour la solution de CMC à 3% , l'ajustement de $Ln\,\tau = fct\,(Ln\gamma^\circ)$ par un polynôme du second degré (figure AIII.5.a) , qui postule d'une variation logarithmique de l'indice de structure n avec le taux de cisaillement γ° (figure AIII.5.b) , ne permet pas de suivre correctement l'évolution de n quand γ° est supérieur à $600s^{-1}$. Un polynôme du 3ème degré (figure AIII.6.a) est globalement mieux approprié mais néanmoins , avec les points expérimentaux ajustés , cela conduit à une diminution de l'indice de structure n quand γ° est inférieur à $20s^{-1}$ (figure AIII.6.b) qui est physiquement inacceptable , n devant tendre vers 1 quand γ° tend vers zéro (comportement newtonien) . Aussi proposons nous , arbitrairement , de corriger les valeurs de n obtenues pour $\gamma^\circ < 20s^{-1}$ et de considérer n constant dans cette région (figures AIII.7.a,b) .

Pour la solution de HEC à 1,4% , la comparaison des figures AIII.8.a,b,c et AIII.9.a,b,c montre nettement que l'ajustement par un polynôme du 3ème degré est seul à bien représenter l'évolution de $Ln\,\tau = fct\,(Ln\gamma^\circ)$. On remarquera sur les figures AIII.9.b,c représentant respectivement l'évolution de n et de k en fonction de γ° , qu'au delà d'un taux de cisaillement γ° de $2200\ s^{-1}$, l'indice de structure n augmente indiquant ainsi l'approche du second domaine newtonien observé généralement à taux de cisaillement élevé .

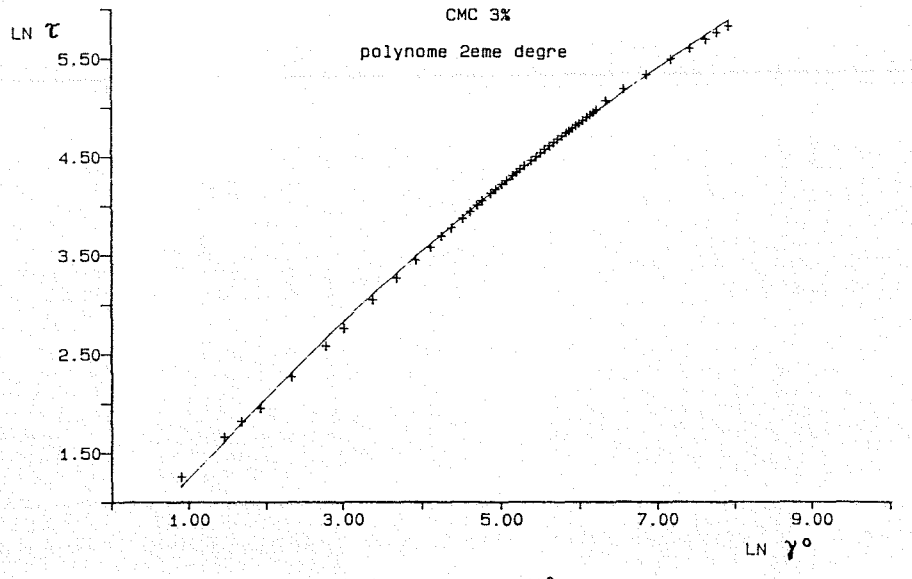


figure AIII.5.a : Ajustement du graphe Ln τ = fct (Ln γ°) par un polynôme du second degré pour une solution de CMC 3%

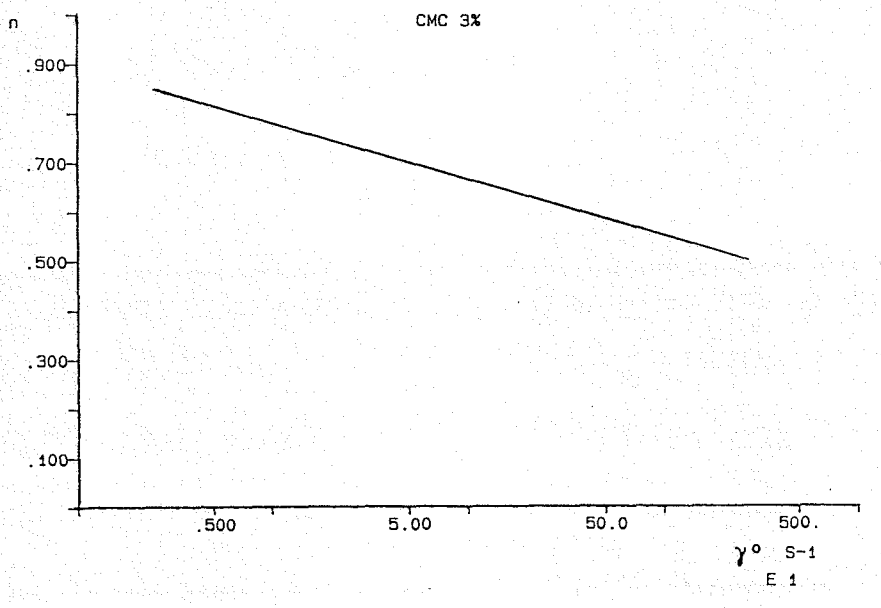


figure AIII.5.b : Evolution de l'indice de structure n en fonction de la vitesse de cisaillement γ°

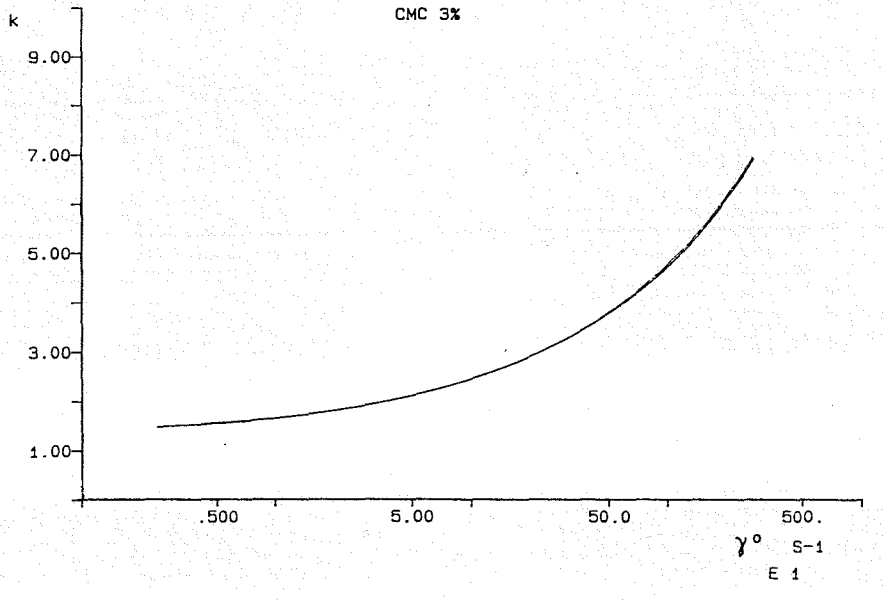


figure AIII.5.c : Evolution du coefficient de consistance k en fonction de γ°

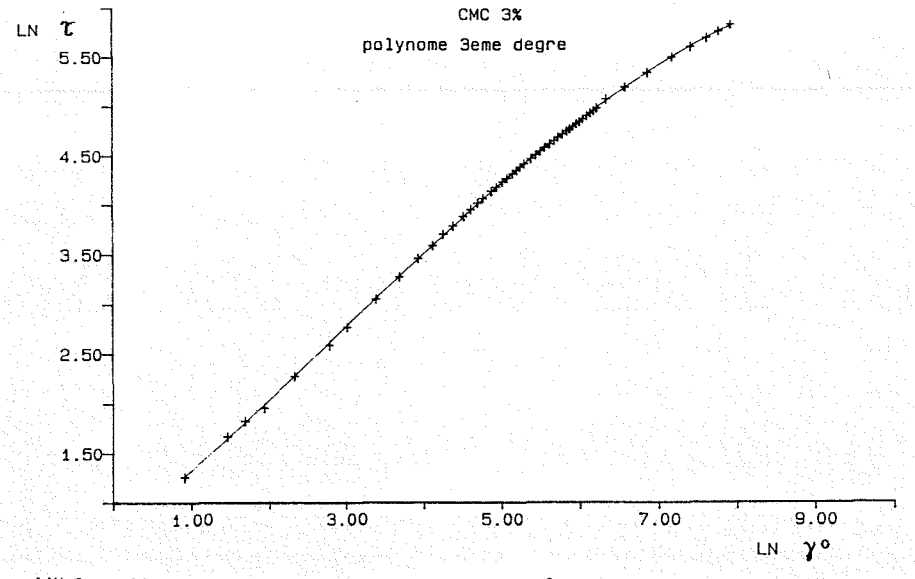


figure AIII.6.a : Ajustement du graphe Ln τ = fct (Ln $\gamma°$) par un polynôme du troisième degré pour une solution de CMC 3%

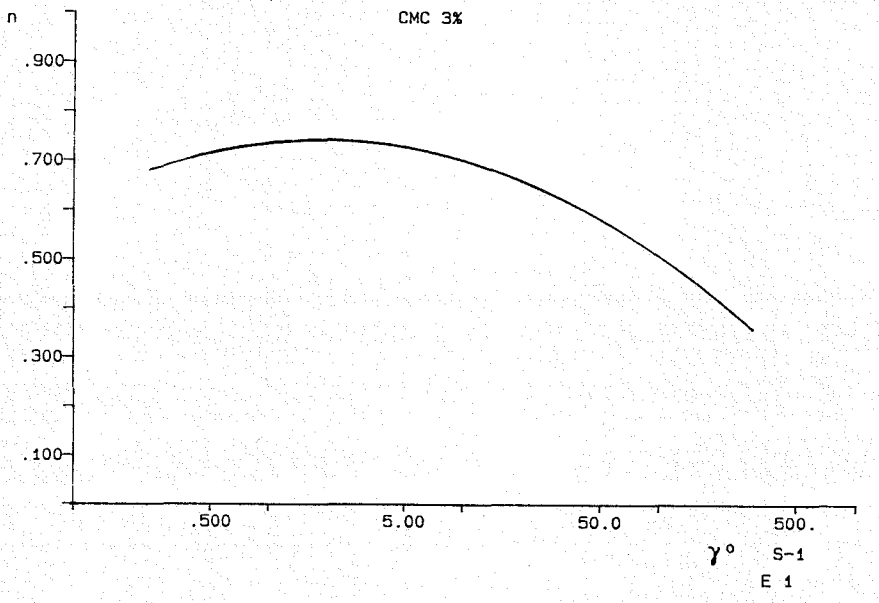


figure AIII.6.b : Evolution de l'indice de structure n en fonction de la vitesse de cisaillement $\gamma°$

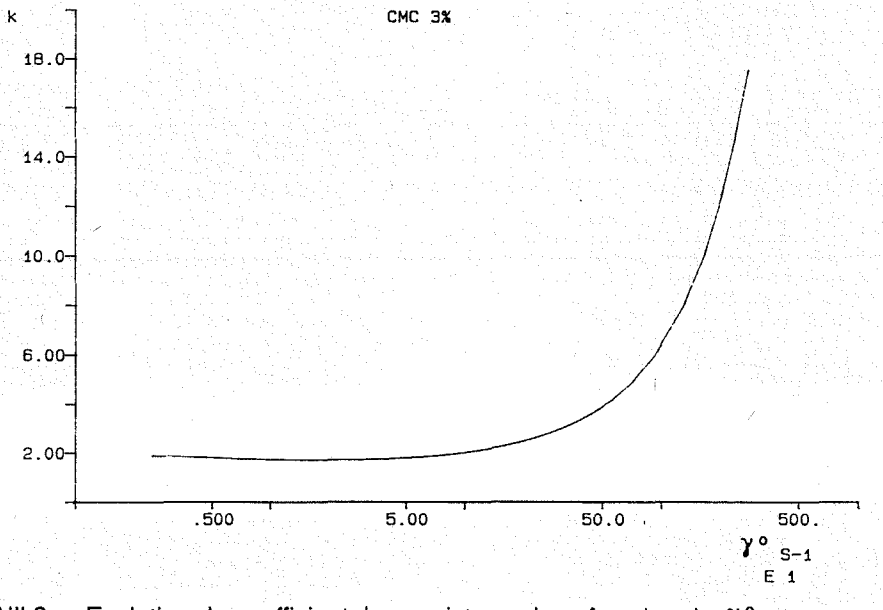


figure AIII.6.c : Evolution du coefficient de consistance k en fonction de $\gamma°$

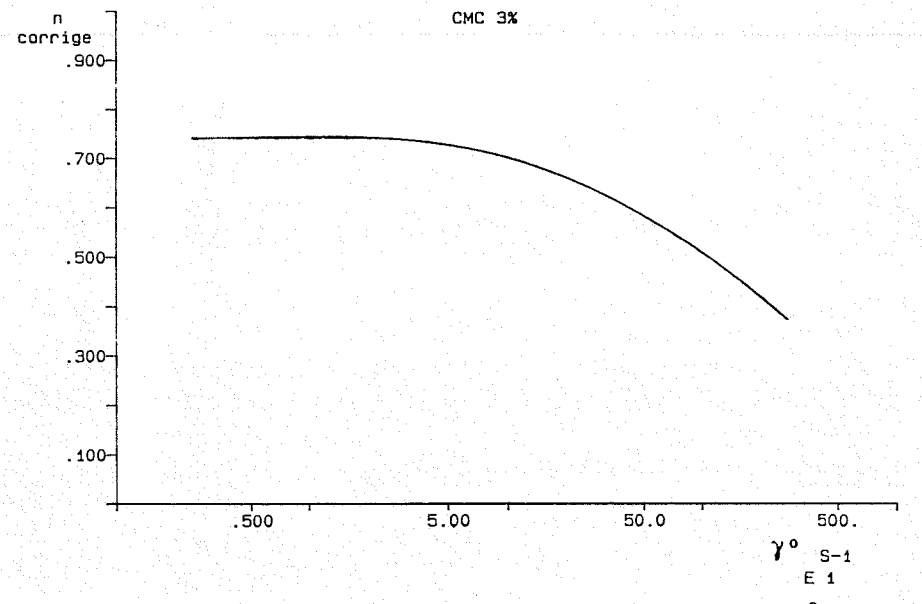


figure AIII.7.a : Valeurs corrigées de l'indice de structure n en fonction de $\gamma°$

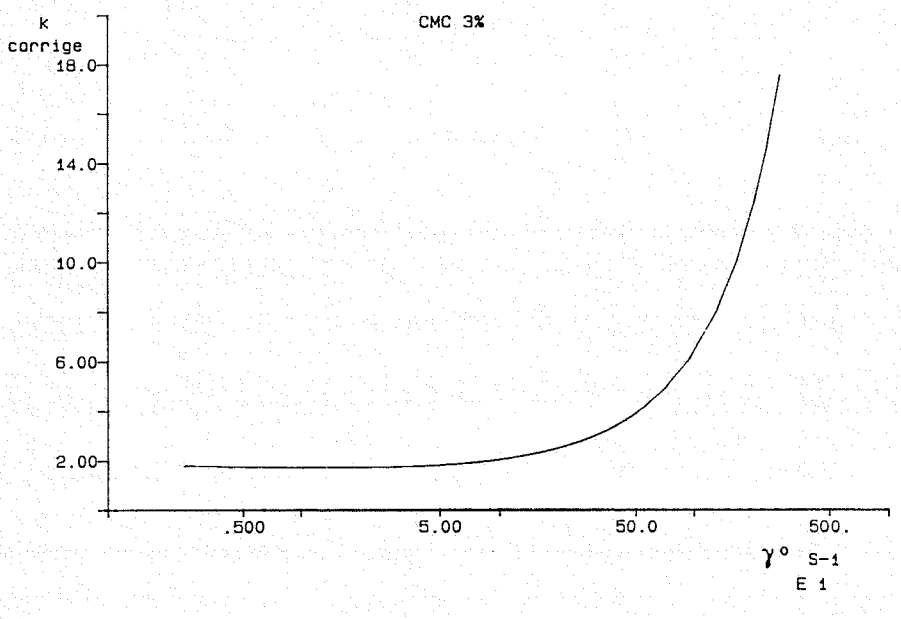


figure AIII.7.b : Valeurs corrigées du coefficient de consistance k en fonction de $\gamma°$

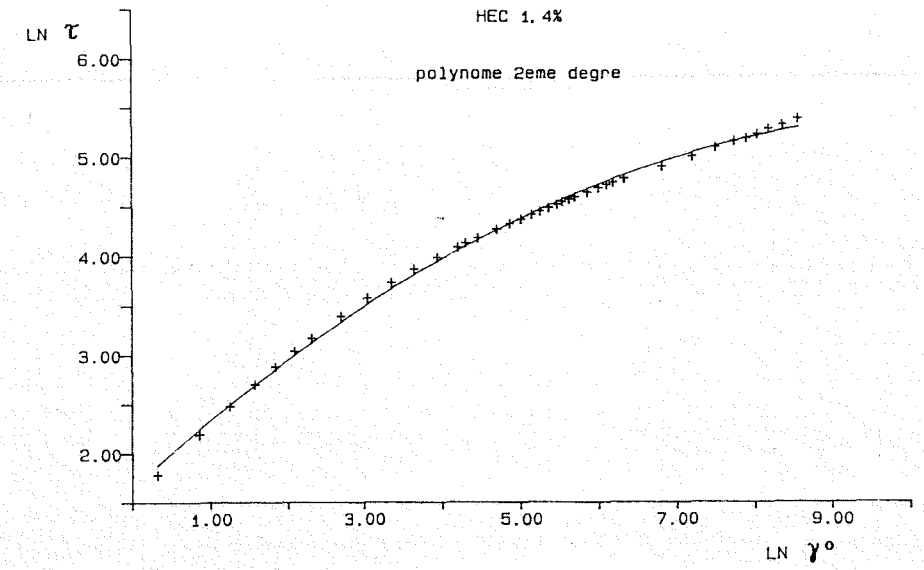


figure AIII.8.a : Ajustement du grapheLn τ = fct (Ln $\gamma°$)par un polynôme du second degré pour une solution de HEC 1,4%

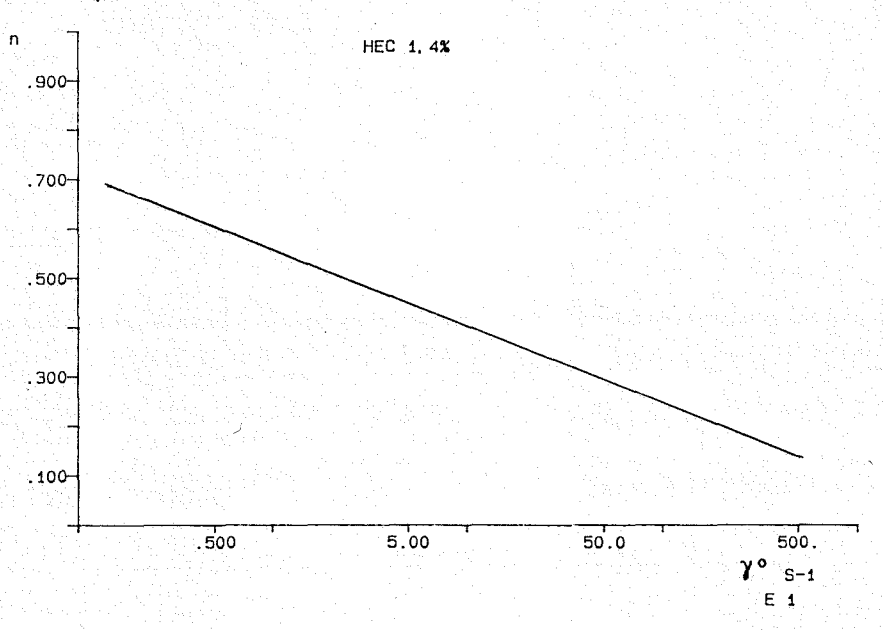


figure AIII.8.b : Evolution de l'indice de structure n en fonction de la vitesse de cisaillement $\gamma°$

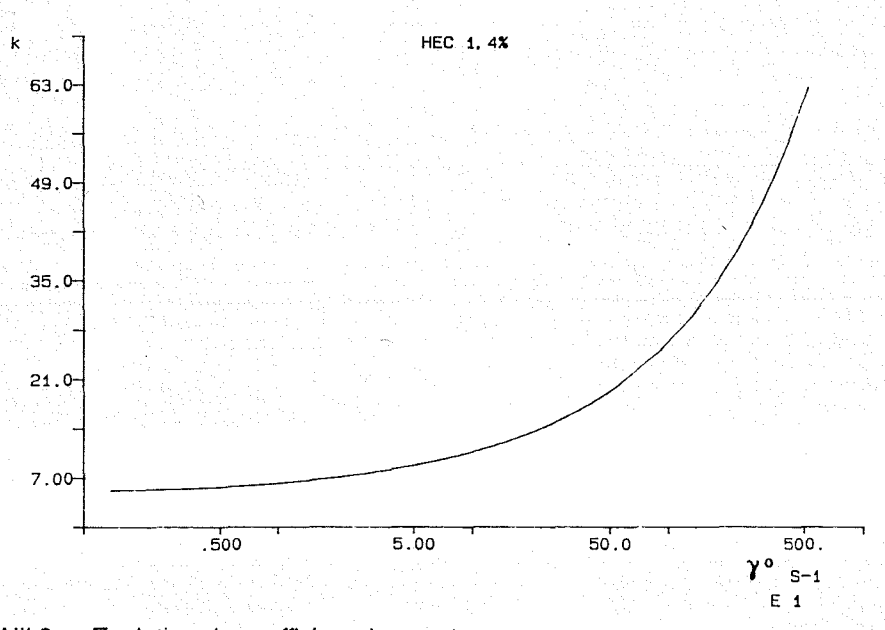


figure AIII.8.c : Evolution du coefficient de consistance k en fonction de $\gamma°$

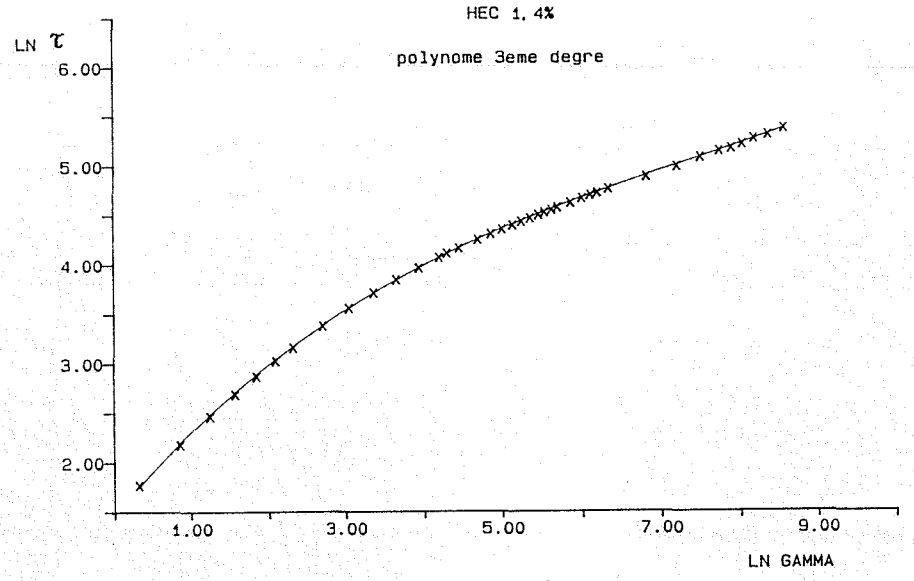


figure AIII.9.a : Ajustement du graphe Ln τ = fct (Ln γ°)par un polynôme du troisième degré pour une solution de HEC 1,4%

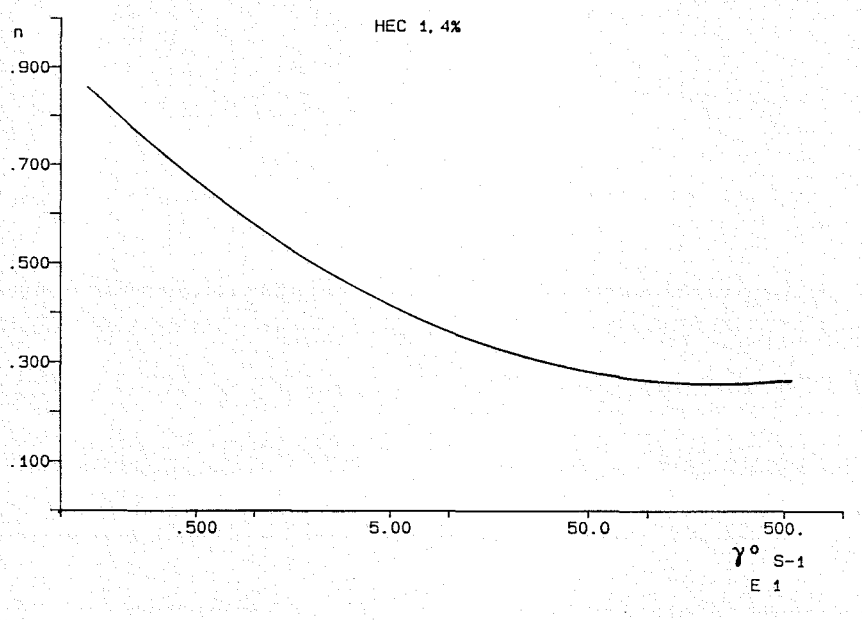


figure AIII.9.b : Evolution de l'indice de structure n en fonction de la vitesse de cisaillement γ°

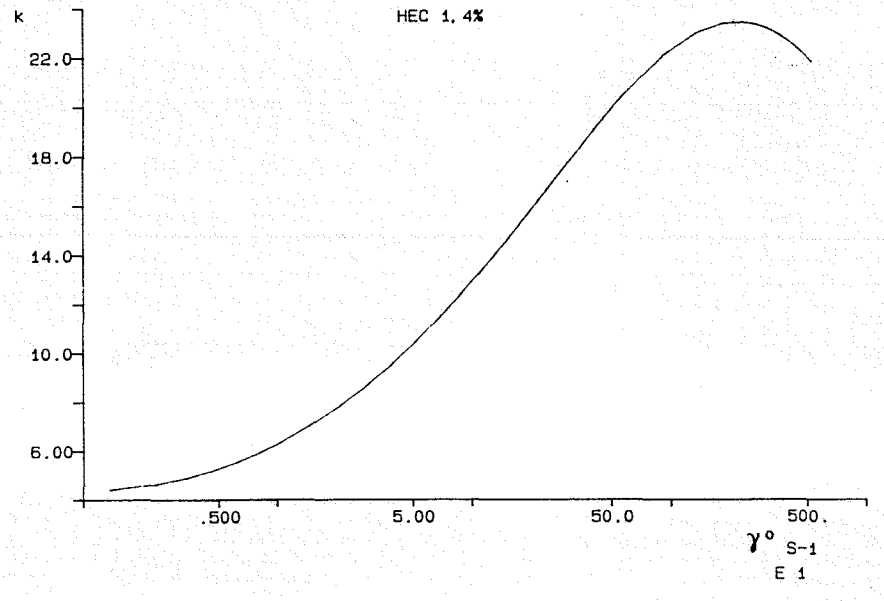


figure AIII.9.c : Evolution du coefficient de consistance k en fonction de γ°

CHAPITRE III

LES PERTES D'ENERGIE SINGULIERES

DEFINITION

ET

APPROCHE PAR L'ANALYSE DIMENSIONNELLE

Dans ce chapitre , nous précisons la définition de la perte de charge singulière à partir des mesures effectuées sur l'installation d'essais et à l'aide de l'analyse dimensionnelle , nous proposons des formes possibles de la loi liant la perte d'énergie singulière à la géométrie de la singularité et aux caractéristiques rhéologiques du fluide .

III.1. DEFINITION DE LA PERTE D'ENERGIE SINGULIERE .

Considérons le schéma de la figure III.1 , qui traduit l'évolution de l'énergie du fluide au passage d'une singularité .

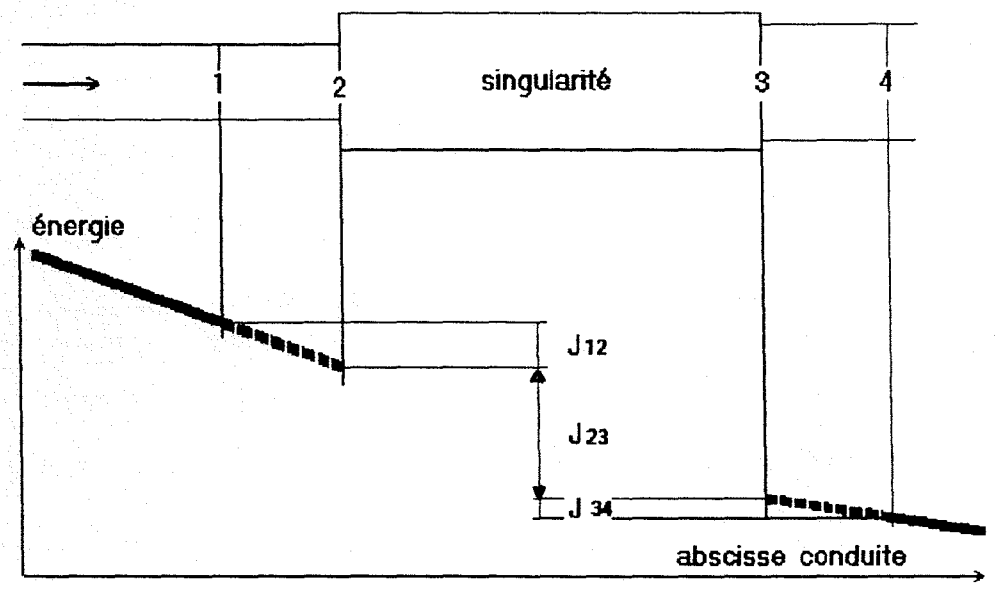


Figure III.1 : Evolution de l'énergie à la traversée d'une singularité

Entre les sections 1 et 4 pour lesquelles l'écoulement est établi , on peut écrire l'équation de Bernoulli :

$$\alpha_1 \rho \frac{u_{1m}^2}{2} + p_1 + \rho g z_1 = \alpha_4 \rho \frac{u_{4m}^2}{2} + p_4 + \rho g z_4 + J_{14}$$

avec $u_m = Qv / S$

α = coefficientd'énergie cinétique de la section considérée

J_{14} = perte d'énergie entre les sections 1 et 4

z = cote de l'axe de la conduite dans la section considérée.

Si l'on admet que la perte d'énergie due à la singularité est concentrée entre ses limites physiques 2 et 3 , alors les pertes d'énergie J_{12} et J_{34} seront seulement des pertes d'énergie régulières dues à la viscosité du fluide .

Par suite , la perte d'énergie globale J_{23} due à la singularité est donnée par la relation :

$$J_{23} = J_{14} - J_{12} - J_{34}$$

or $J_{12} = p_1^* - p_2^*$ et $J_{34} = p_3^* - p_4^*$, puisque entre 1 et 2 , 3 et 4 les sections sont constantes avec $p^* = p + \rho g z$.

Ainsi aprés remplacement dans l'équation de BERNOULLI on obtient :

$$J_{23} = \rho(\alpha_1 u^2_{1m} - \alpha_4 u^2_{4m}) / 2 + p_2^* - p_3^*$$

La perte d'énergie J_{23} est exprimée par unité de volume : J_{23} est homogène à une pression .

Pratiquement ,

les valeurs de p_2^* et p_3^* seront obtenues par prolongement des lignes piézométriques amont et aval , jusqu'aux limites physiques 2 et 3 de la singularité (Cf figure III.1) . Ainsi , pour la solution de sirop de glucose , nous avons reporté , sur la figure III.2 , les lignes piézométriques relevées pour deux valeurs différentes du nombre de Reynolds amont Re_n . On remarquera que pour $Re_n = 170$, la pression obtenue à 180 mm ($L / D_{amont} \# 18$) en aval de l'élargissement brusque , n'est pas alignée avec les pressions obtenues par les quatre prises de pression suivantes : c'est l'indication d'un écoulement non établi , ceci sera confirmé par l'évolution des profils de vitesse (Cf figure IV.18) .

α_1 et α_4 seront déduits des profils de vitesse , relevés par vélocimétrie laser en amont et en aval de la singularité , par intégration numérique de la relation définie au paragraphe I.4.3 .

La précision de détermination de la perte d'énergie singulière J_{23} a été évaluée à 15 % . Il convient de remarquer que 80% de l'incertitude faite sur J_{23} provient du terme d'énergie cinétique $\rho(\alpha_1 u^2_{1m} - \alpha_4 u^2_{4m}) / 2$.

Dans ces conditions , pour les fluides modéles utilisés , la correction due à l'influence de la première différence des contraintes normales N_1 , sur les valeurs de p_2^* et p_3^* , est rendue illusoire . Cette correction serait de l'ordre de $N_1 / 4$ d'aprés les travaux de TANNER et PIPKIN (cités par TANNER [2 p. 150-155]) .

Dans la suite du texte , nous poserons que la perte d'énergie singulière J_{23} est représentée par le symbole J_s .

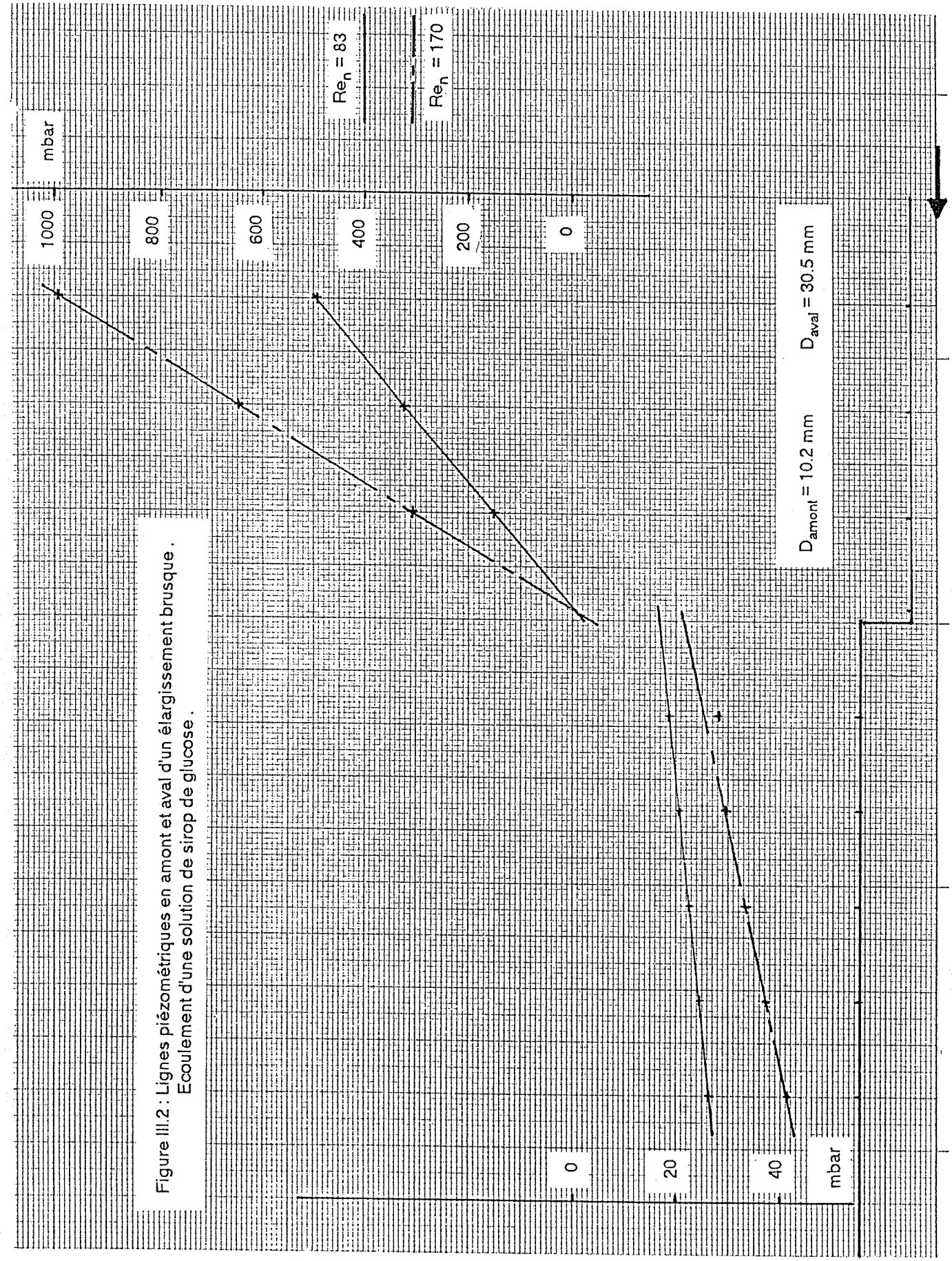


Figure III.2 : Lignes piézométriques en amont et aval d'un élargissement brusque .
Ecoulement d'une solution de sirop de glucose .

III.2. APPROCHE DES PERTES D'ENERGIE SINGULIERES PAR L'ANALYSE DIMENSIONNELLE .

Si l'on postule que la perte d'énergie singulière J_s , est une fonction de la vitesse débitante en amont de la singularité $u_{m.am}$, des caractéristiques du fluide : n , k , ρ et de la géométrie de la singularité : D_{amont} , D_{aval} , θ (angle au sommet du divergent) :

$$J_s = fct\ (u_{m.am} , \rho , n , k , D_{am} , D_{av} , \theta)$$

A partir du théorème de VASHY-BUCKINGHAM , si on exprime les différentes grandeurs sur la base $u_{m.am}$, D_{am} , k , on obtient :

$$\frac{J_s}{k\left(\frac{u_{m,am}}{D_{am}}\right)^n} = fct\left(\theta \ , \ \frac{D_{av}}{D_{am}} \ , \ n \ , \ \frac{\rho\ u_{m,am}^{2-n}\ D_{am}^{n}}{k} \right)$$

Dans le produit sans dimension $\dfrac{\rho\ u_{m,am}^{2-n}\ D_{am}^{n}}{k}$, on reconnait un nombre de REYNOLDS généralisé Re_{gen} . Afin de retrouver la loi de POISEUILLE et de permettre des comparaisons aves d'autres études [11,14,15] , nous lui préférerons

$$Re_n = \frac{\rho\ u_{m,am}^{2-n}\ D_{am}^{n}}{k\ 8^{n-1}\left(\frac{3n+1}{4n}\right)^n}$$

Si on examine le produit $\dfrac{J_s}{k\left(\frac{u_{m,am}}{D_{am}}\right)^n}$, $k(u_{m.am} / D_{am})^n$ représente une contrainte moyenne dans le fluide en écoulement dans la conduite amont .

Ici aussi , pour permettre des comparaisons , nous prendrons pour référence la contrainte pariétale $\tau_p = k' (8u_{m.am} / D_{am})^{n'}$ qui pour un fluide pseudoplastique suivant la loi puissance s'écrit :

$$\tau_p = k \left(\frac{3n+1}{4n}\right)\left(\frac{8u_{m,am}}{D_{am}}\right)^n$$

et pour un fluide newtonien $\tau_p = \mu \dfrac{8u_{m,am}}{D_{am}}$

Par suite , nous définirons le nombre sans dimension

$$PX = J_s / \tau_p$$

et la perte d'énergie singulière s'exprimera par la relation adimensionnelle :

$$PX = fct\ (Re_n , n , \theta , D_{av} / D_{am})$$

Si plus classiquement , nous choisissons la base $u_{m.am}$, D_{am} , ρ , nous avons :

$$\frac{J_s}{\rho\, u_{m,am}^2} = fct\left(Re_{gen} , n , \theta , \frac{D_{av}}{D_{am}} \right)$$

soit en comparant J_s à l'énergie cinétique $\rho \frac{u_{m,am}^2}{2}$ et en remplaçant Re_{gen} par Re_n

$$\frac{J_s}{\rho \frac{u_{m,am}^2}{2}} = \zeta = fct\left(Re_n , n , \theta , \frac{D_{av}}{D_{am}} \right)$$

ζ étant le coefficient de perte d'énergie singulière .

Ce coefficient habituellement utilisé pour caractériser la perte d'énergie singulière , nous permettra de comparer nos résultats à ceux obtenus par d'autres expérimentateurs .

CHAPITRE IV

ETUDE DYNAMIQUE DE L'ECOULEMENT A TRAVERS ELARGISSEMENTS BRUSQUES ET DIVERGENTS

Dans ce chapitre , nous présentons les résultats relatifs à l'étude du comportement dynamique (profil des vitesses , taux de fluctuations , zone de recirculation , longueur d'établissement) des fluides d'essais en écoulement dans des singularités du type élargissement brusque et divergent .

L'interprétation des profils de vitesse en écoulement perturbé se faisant par référence à ceux obtenus en écoulement laminaire établi , nous présentons leurs caractéristiques dans un premier paragraphe .

L'étude expérimentale des paramètres influant sur l'évolution du champ des vitesses est l'objet de trois parties:

- étude de l'influence du nombre de Reynolds pour une géométrie donnée avec une solution de CMC

- puis nous examinons l'influence de l'angle au sommet des divergents et du rapport entre les sections en amont et en aval d'un élargissement brusque pour une solution de CMC

- enfin , l'influence des propriétés rhéologiques des fluides est l'objet du dernier paragraphe .

IV.1. PROFILS DE VITESSE EN ECOULEMENT LAMINAIRE ETABLI.

Pour une solution aqueuse de HEC à 1,4% en poids , caractérisée au paragraphe II.2.6.2 , les profils de vitesse en écoulement laminaire établi présentés figures IV.1a et b , dans les sections de diamètres respectifs 10 et 30 mm pour un débit d'écoulement donné , montrent nettement l'influence du taux de cisaillement en paroi $\gamma°_p$ sur le profil de vitesse et la nécessité de prendre la valeur de l'indice de structure $n(\gamma°)$ correspondante pour tracer le profil théorique .

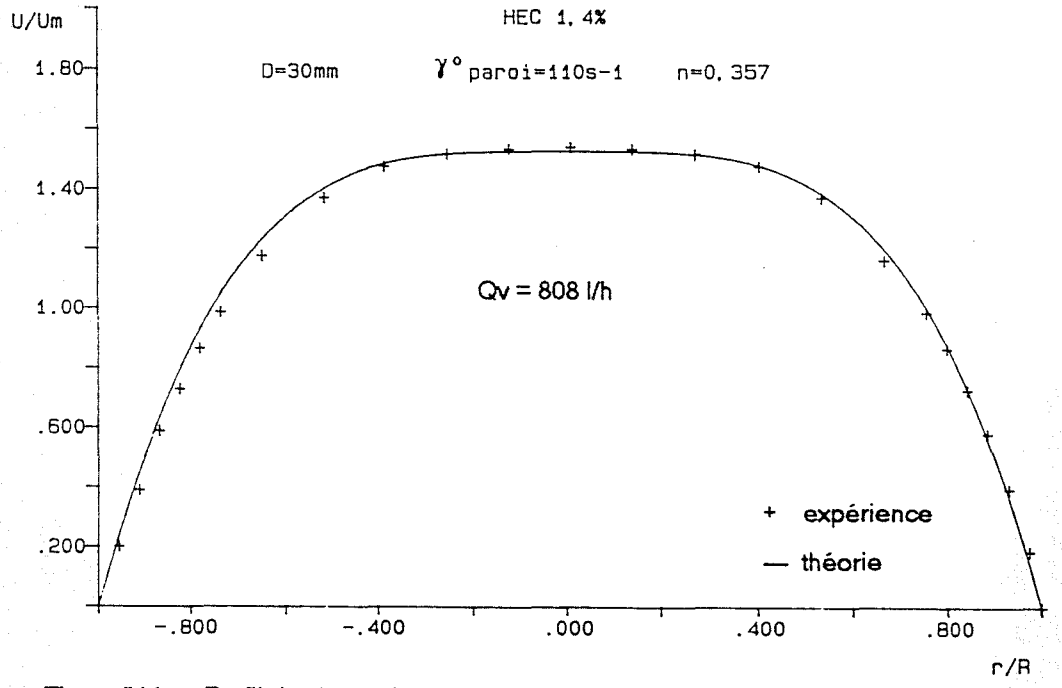


Figure IV.1.a : Profil de vitesse laminaire établi pour une solution aqueuse de HEC 1,4% $\gamma°_p = 110\ s^{-1}$.

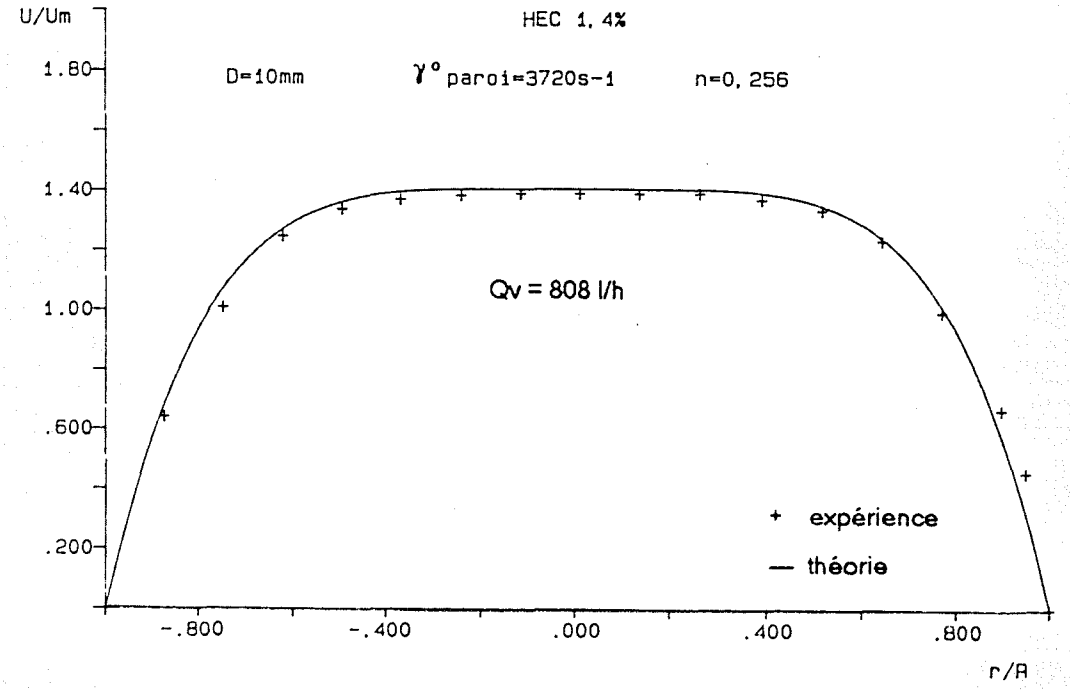


Figure IV.1.b : Profil de vitesse laminaire établi pour une solution aqueuse de HEC 1,4% $\gamma°_p = 3720\ s^{-1}$.

Figure IV.1.c , les profils de vitesse obtenus pour la solution aqueuse de HEC et celle de sirop de glucose au comportement newtonien , pour des nombres de Reynolds $Re_{n\,,amont}$ voisins de 170 , montrent que les taux de cisaillement en paroi et les rapports U/U_m au centre , sont nettement différents : 2047 s^{-1} et 2 pour la solution de glucose , 2728 s^{-1} et 1.41 pour la solution de HEC . Nous montrerons , aux paragraphe IV.4 et V.1.1 , que ces différences de comportement observées en écoulement établi influent de façon déterminante sur l'évolution du profil de vitesse et sur la perte d'énergie lorsque le fluide traverse une singularité du type élargissement brusque ou divergent .

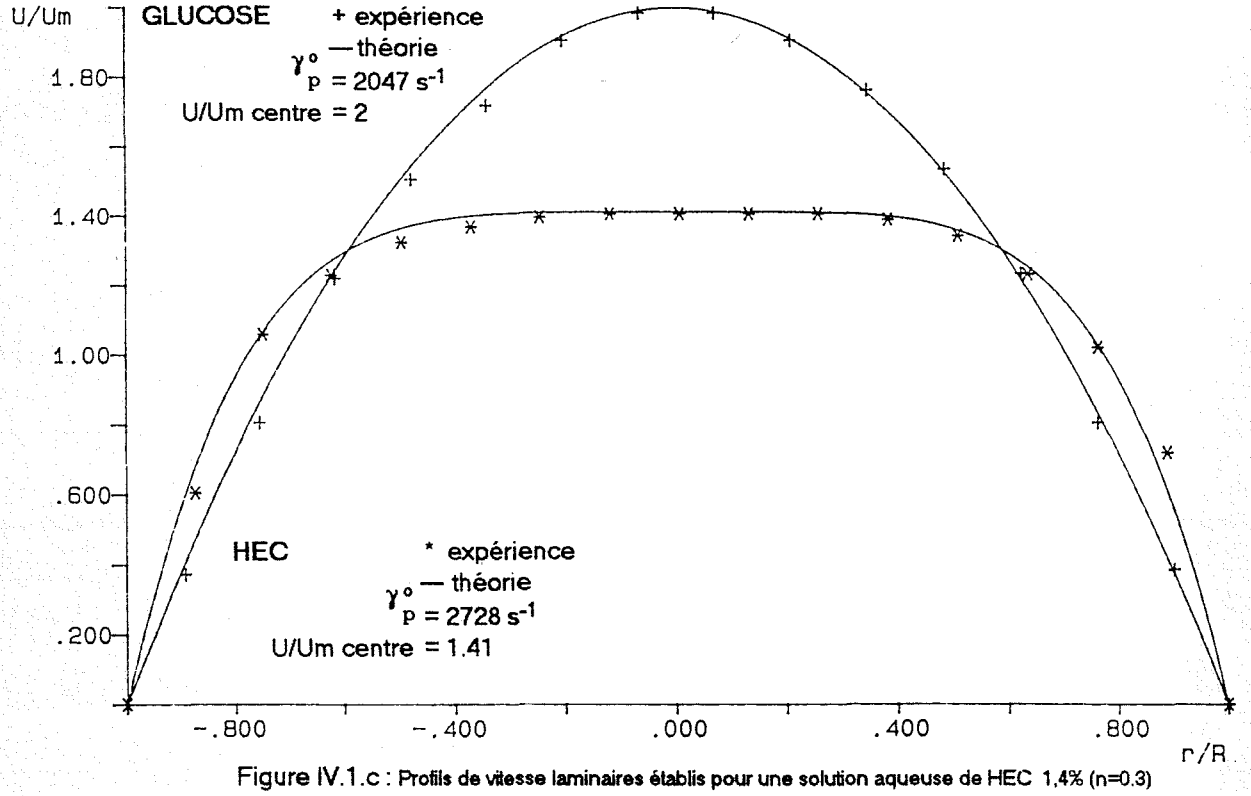


Figure IV.1.c : Profils de vitesse laminaires établis pour une solution aqueuse de HEC 1,4% (n=0.3) et une solution de sirop de glucose (n=1) . $Re_{n,amont}$ = 170 .

L'évolution du profil de vitesse dans la singularité (Cf figures IV.2 , par exemple) conduit à de grandes variations du taux de cisaillement et par conséquent à des variations importantes de l'indice de structure n et du coefficient de consistance k .

Ainsi se trouve posée la définition des grandeurs caractérisant l'écoulement du fluide à travers la singularité .

A l'évidence , seules les caractéristiques de l'écoulement établi dans la conduite en amont de la singularité peuvent être maitrisées et choisies . Aussi , utiliserons-nous le nombre de Reynolds Re_n dans la conduite amont pour caractériser le régime d'écoulement du fluide , n et k étant déterminés pour le taux de cisaillement en paroi correspondant au débit de fluide considéré :

$$Re_n = \frac{\rho\, u_{m,am}^{2-n}\, D_{am}^{n}}{8^{n-1}\, k\left(\frac{3n+1}{4n}\right)^n}$$

IV.2.ECOULEMENT D'UN FLUIDE PSEUDOPLASTIQUE EN PRESENCE D'UN ELARGISSEMENT BRUSQUE .

Cette étude porte sur des profils de vitesse relevés par vélocimétrie laser dans différentes sections de la conduite , situées de part et d'autre de la singularité , pour différents régimes d'écoulement d'une solution aqueuse de CMC à 3% en poids . On verra paragraphe IV.4 la comparaison avec un fluide newtonien (sirop de glucose) .

Nous introduirons diverses notations pour permettre une meilleure analyse des phénomènes :

U_C = vitesse sur l'axe de la conduite

U_R = vitesse axiale maximale de recirculation

$U_{m.am}$ = vitesse moyenne dans la conduite en amont de la singularité

$U_{m.aval}$ = vitesse moyenne dans la conduite en aval de la singularité

L = abscisse de la section repérée à partir de l'élargissement

D_{am} = diamètre de la conduite en amont de l'élargissement

$Z = L / D_{am}$ abscisse adimensionnelle de la section de mesure

Le = longueur d'établissement de l'écoulement (longueur à partir de laquelle U_C atteint 98/100 de sa valeur définitive dans la conduite en amont de la singularité)

IV.2.1. Evolution du profil de vitesse . Influence du nombre de Reynolds .

Les figures IV.2.a-i représentant les profils de vitesse , dans différentes sections situées à l'abscisse adimensionnelle Z , font apparaitre des écoulements de retour quelle que soit la valeur du nombre de Reynolds Re_n dans la conduite en amont de la singularité .

Lorsque le nombre de Reynolds augmente , la zone de recirculation tourbillonnaire (figure IV.3) prend de l'ampleur , le point de rattachement du jet à la paroi s'éloigne vers l'aval et la longueur de rétablissement de l'écoulement augmente également .

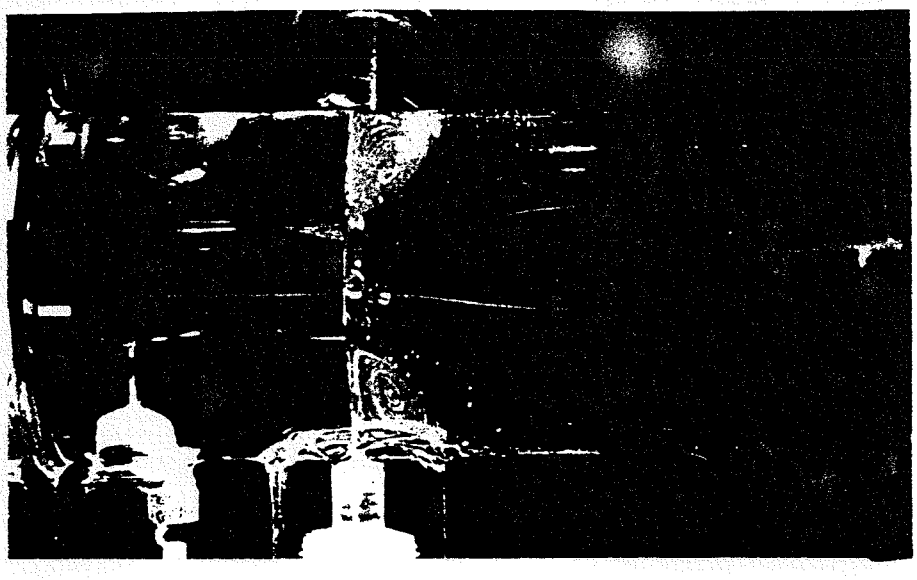
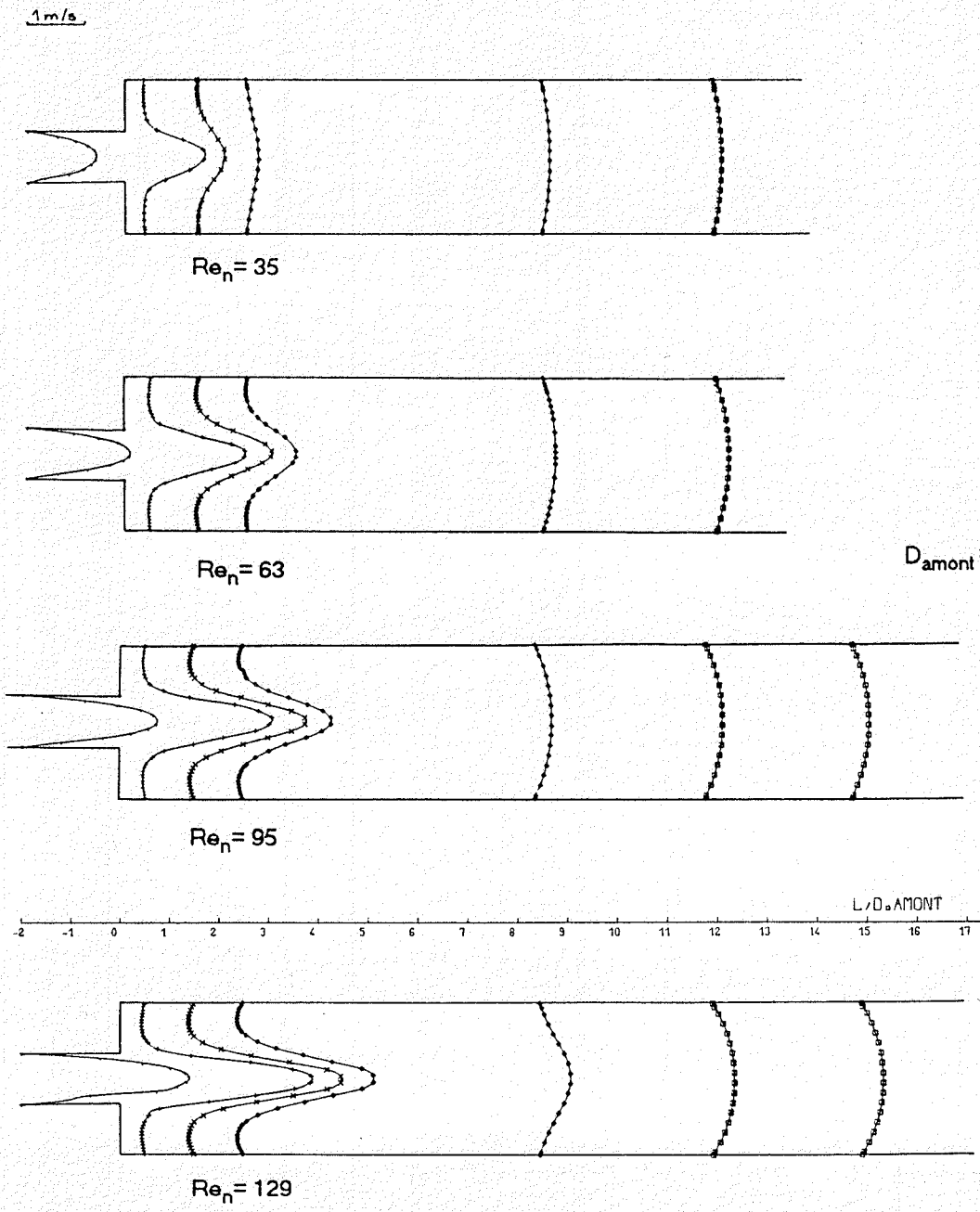
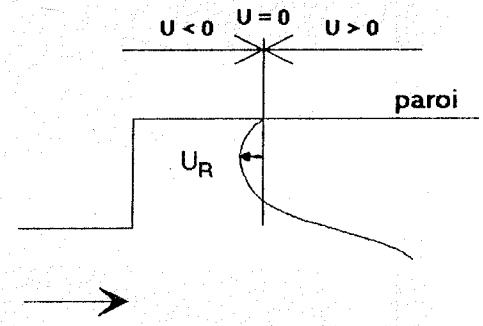


figure IV .3 : Photographie de l'écoulement dans l'élargissement brusque .

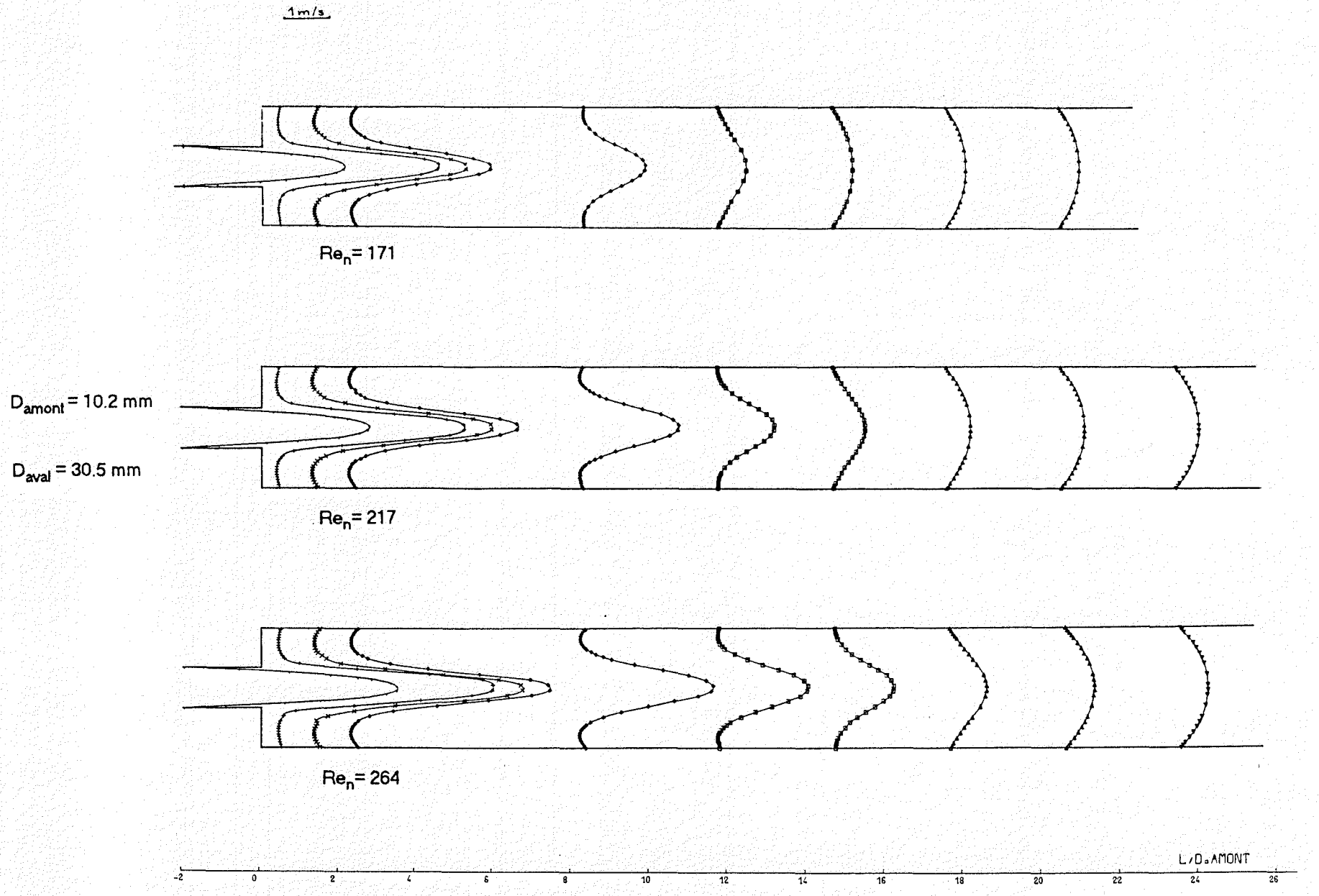


D_{amont} = 10.2 mm D_{aval} = 30.5 mm



NOTA : les points expérimentaux qui sont à gauche des points repérés sur la paroi (vitesse nulle), correspondent à des vitesses axiales négatives (zone de recirculation).

Figures IV.2.a - d : Evolution des profils de vitesse dans un élargissement brusque pour une solution aqueuse de CMC 3% pour Re = 35 63 95 129



Figures IV.2.e - g : Evolution des profils de vitesse dans un élargissement brusque pour une solution aqueuse de CMC 3% pour Re_n = 171,217,264 .

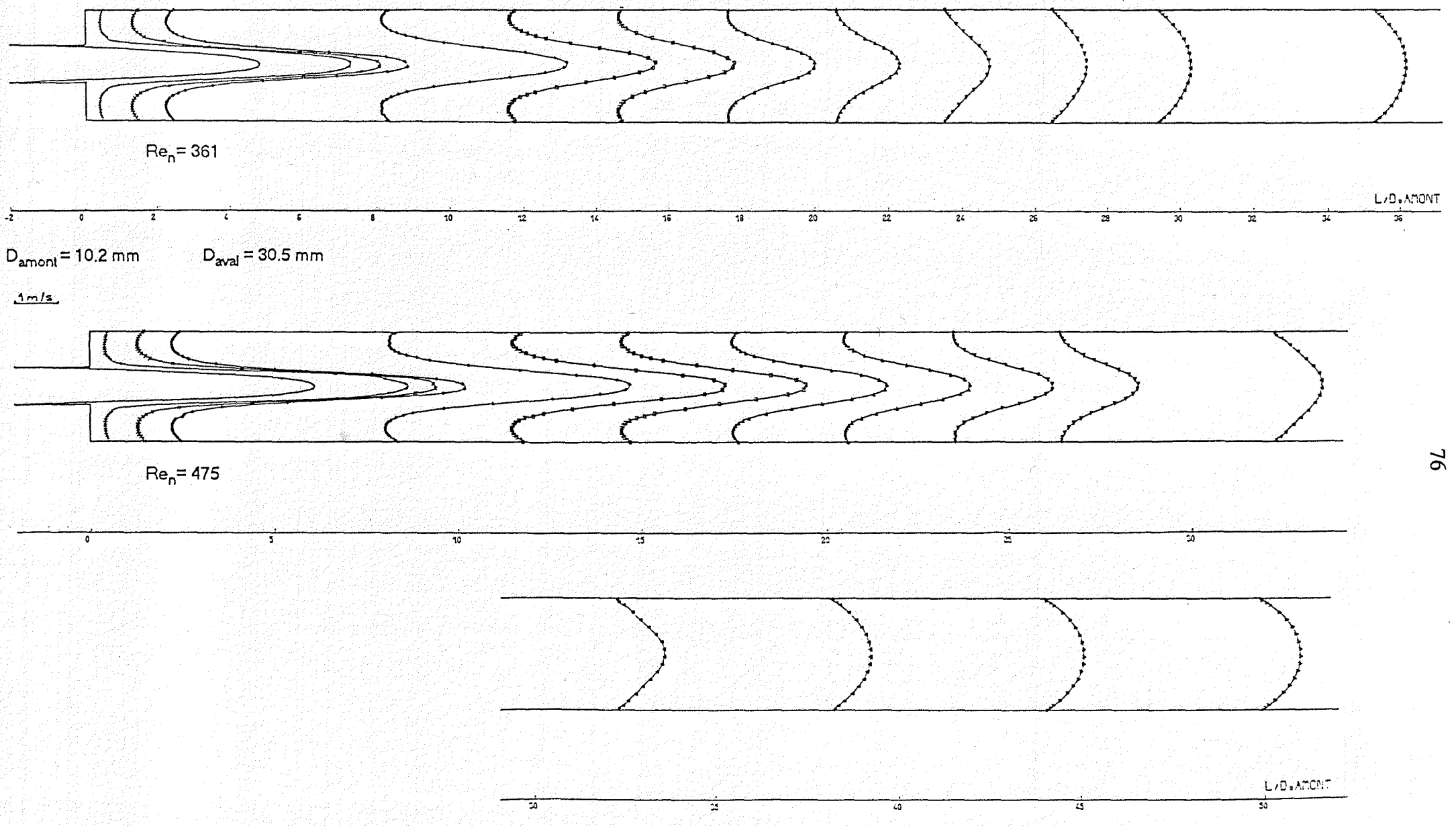


Figure IV.2.h - i : Evolution des profils de vitesse dans un élargissement brusque pour une solution aqueuse de CMC 3% , pour Re_n = 361 , 475 .

On observera également que l'intensité maximum de la vitesse axiale de recirculation U_R , nulle dans la section de l'élargissement , passe par une valeur maximale puis décroit jusque zéro lorsque le jet se rattache à la paroi . La valeur maximale est atteinte dans une section s'éloignant de l'élargissement quand Re_n augmente , figures IV.2.a-i .

Ceci est bien confirmé par la figure IV.4 donnant l'allure des évolutions du rapport de la vitesse axiale maximum de recirculation à la vitesse moyenne dans la conduite aval (U_R / $U_{m.aval}$) en fonction de Z . De plus , on constate que la valeur maximale de ce rapport est indépendante du nombre de Reynolds Re_n et égale à 0,6 .

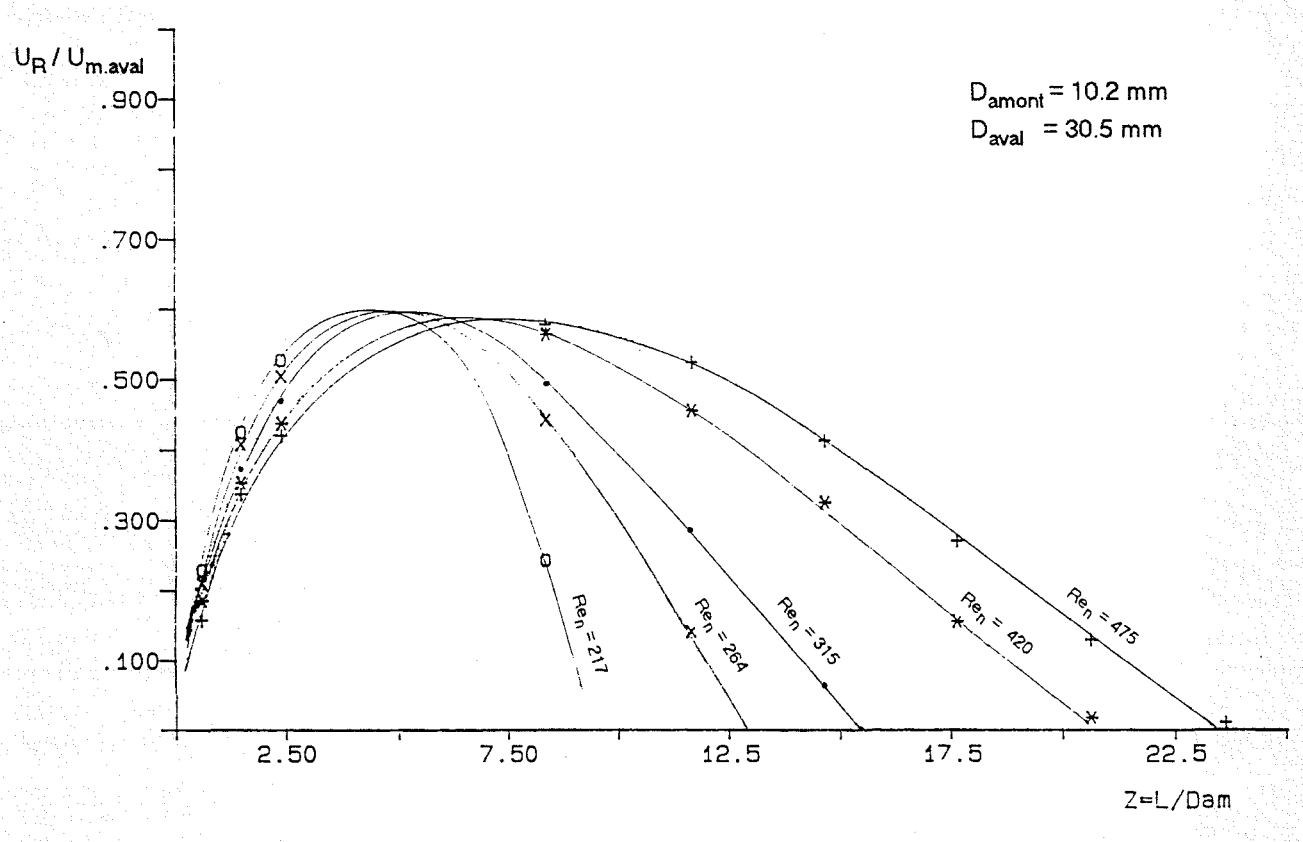


Figure IV.4 : Evolution du rapport de la vitesse maximum de recirculation U_R à la vitesse moyenne d'écoulement dans la conduite en aval de l'élargissement $U_{m.aval}$, avec l'abscisse de la section Z , pour différentes valeurs du nombre de Reynolds .

Enfin , pour caractériser la dépendance de l'évolution des profils de vitesse le long de la conduite vis à vis du nombre de Reynolds Re_n et de l'indice de structure n , nous pouvons ne nous intéresser qu'à l'évolution de la vitesse du fluide sur l'axe de la conduite U_C , là où la décélération est la plus grande , comme le proposent HALMOS et all [24] .

Par exemple pour un nombre de Reynolds Re_n = 171 , figure IV.5 , la vitesse sur l'axe de la conduite U_c est réduite à 92% de sa valeur initiale (dans diamètre amont de 10mm) pour Z= 1,5 . Quand Z= 2,5 , 8,5 , ∞ , U_c est réduite à 83% , 37% et 12,5% respectivement . Ce changement de vitesse axiale n'est pas aussi prononcé pour une autre valeur du rayon .

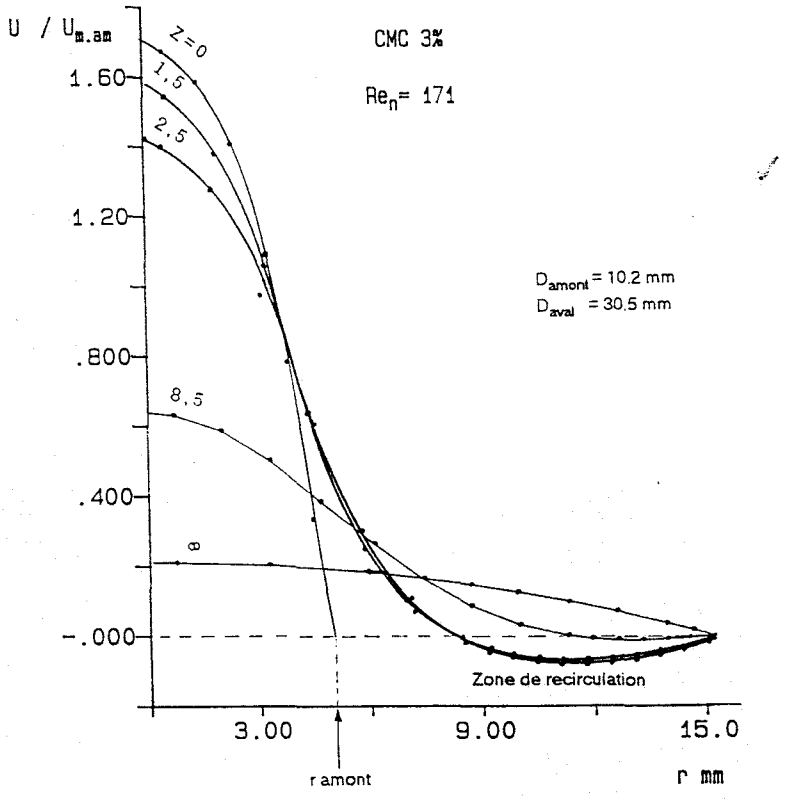


figure IV.5 : Profils de la vitesse axiale pour différents Z avec n= 0,6 et Re_n= 171

La figure IV.6 , représentant l'évolution du rapport de la vitesse U_C à la vitesse moyenne dans la conduite amont ($U_C / U_{m.am}$) en fonction de Z , pour différentes valeurs de Re_n , met en évidence que la longueur nécessaire pour atteindre un écoulement établi augmente avec Re_n : à nombre de Reynolds élevé , la zone de recirculation présente une surface de contact importante avec le jet central , elle atténue ainsi l'effet de l'élargissement brusque et permet une expansion progressive du jet .

Mais , au voisinage de cette interface , les taux de fluctuation de vitesse τ_f sont trés importants , typiquement représentés sur les figures IV.7 . Ces fluctuations entraînent des pertes d'énergie qui s'ajoutent aux pertes d'énergie d'origine purement visqueuse . La part relative de ces pertes dans la perte d'énergie totale , due à l'élargissement brusque , augmentera donc avec le nombre de Reynolds Re_n .

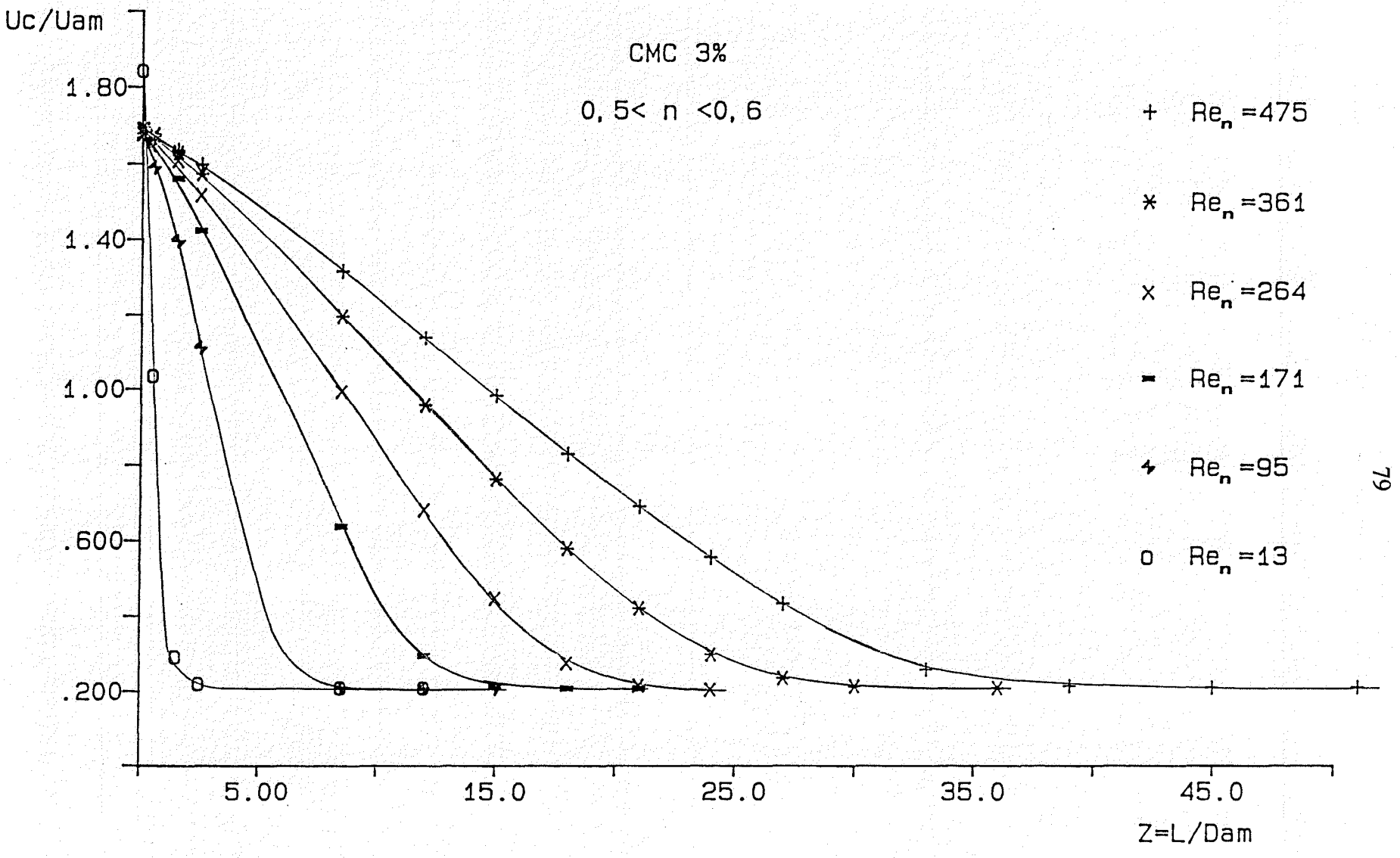


Figure IV.6 : Evolution du développement de la vitesse sur l'axe de la conduite avec le nombre de Reynolds .

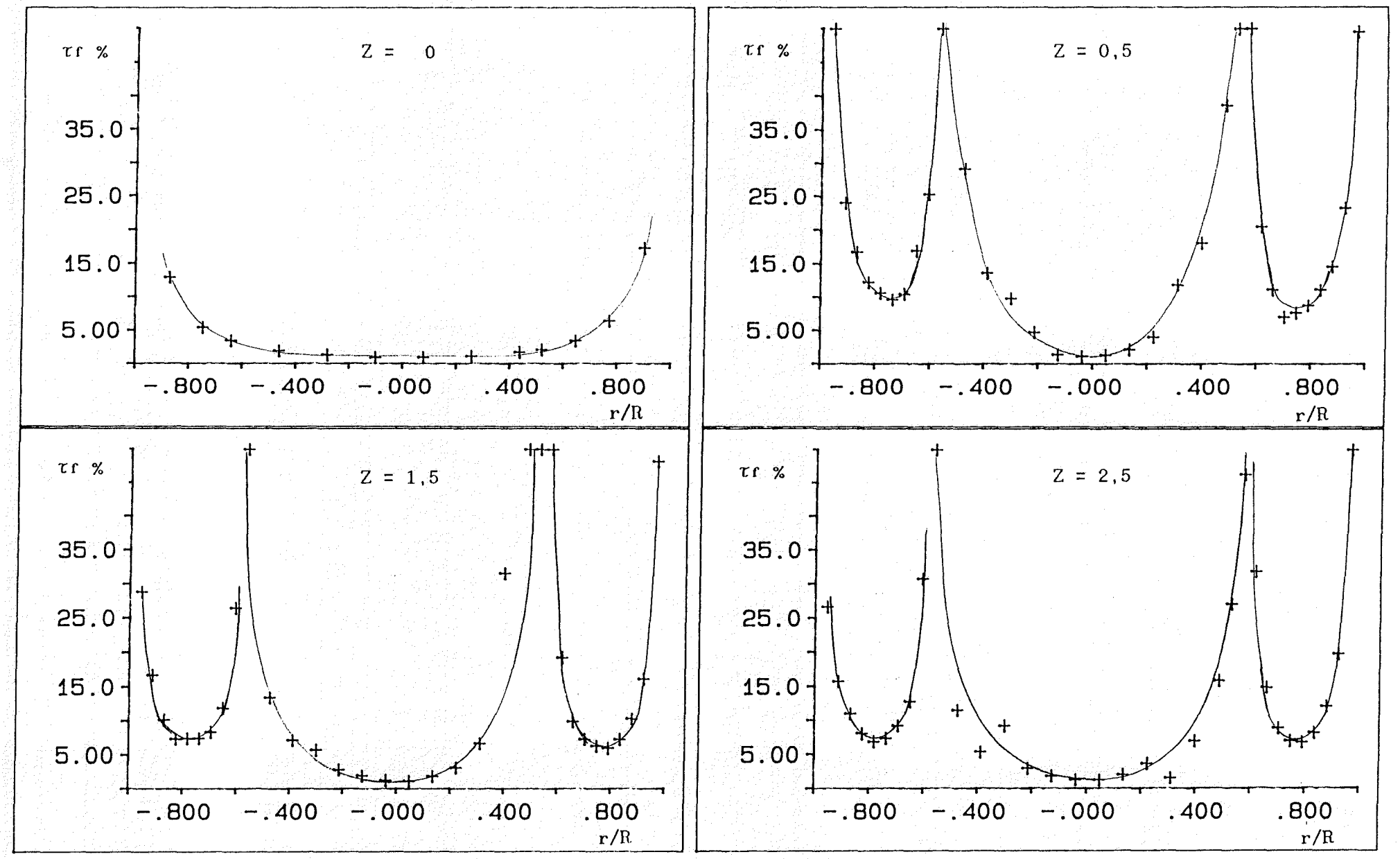


Figure IV.7 : Variation du taux de fluctuation de vitesse axiale avec le rayon adimensionnel r/R dans différentes sections de la conduite , pour l'écoulement d'une solution aqueuse de CMC 3% à un nombre de Reynolds Re_n=171.

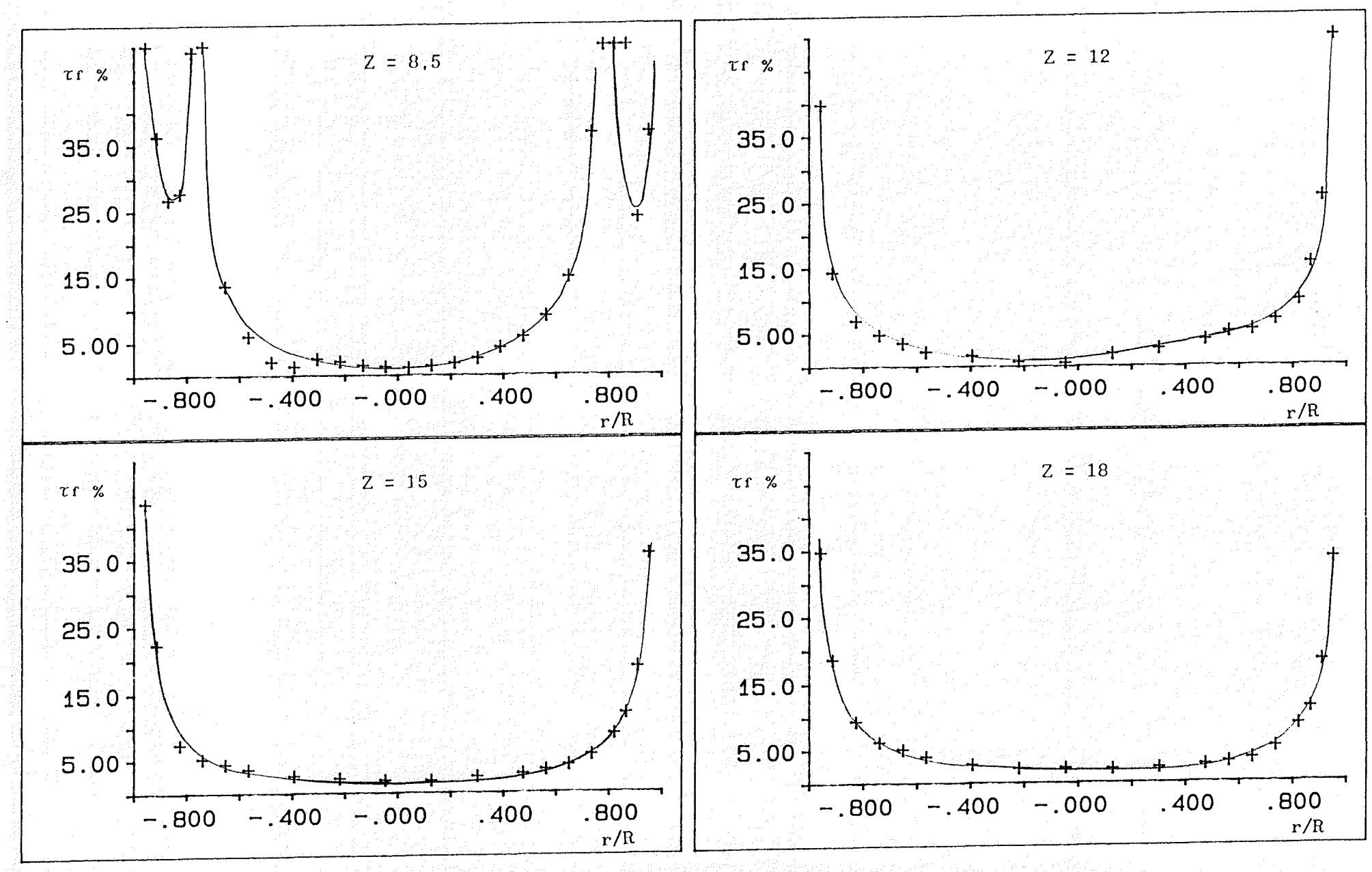


Figure IV.7 : Variation du taux de fluctuation de vitesse axiale avec le rayon adimensionnel r/R dans différentes sections de la conduite , pour l'écoulement d'une solution aqueuse de CMC 3% à un nombre de Reynolds Re_n=171.

L'évolution du rapport de la longueur (Le) nécessaire pour atteindre un écoulement établi au diamètre de la conduite amont (D_{am}) en fonction du nombre de Reynolds Re_n , représentée figure IV.8 , pour une solution aqueuse de CMC 3% et un élargissement brusque de rapport $S_{ammont} / S_{aval} = 0.112$, peut-être traduite par une relation linéaire :

$$Ze = Le/D_{am} = Re_n / 12.5$$

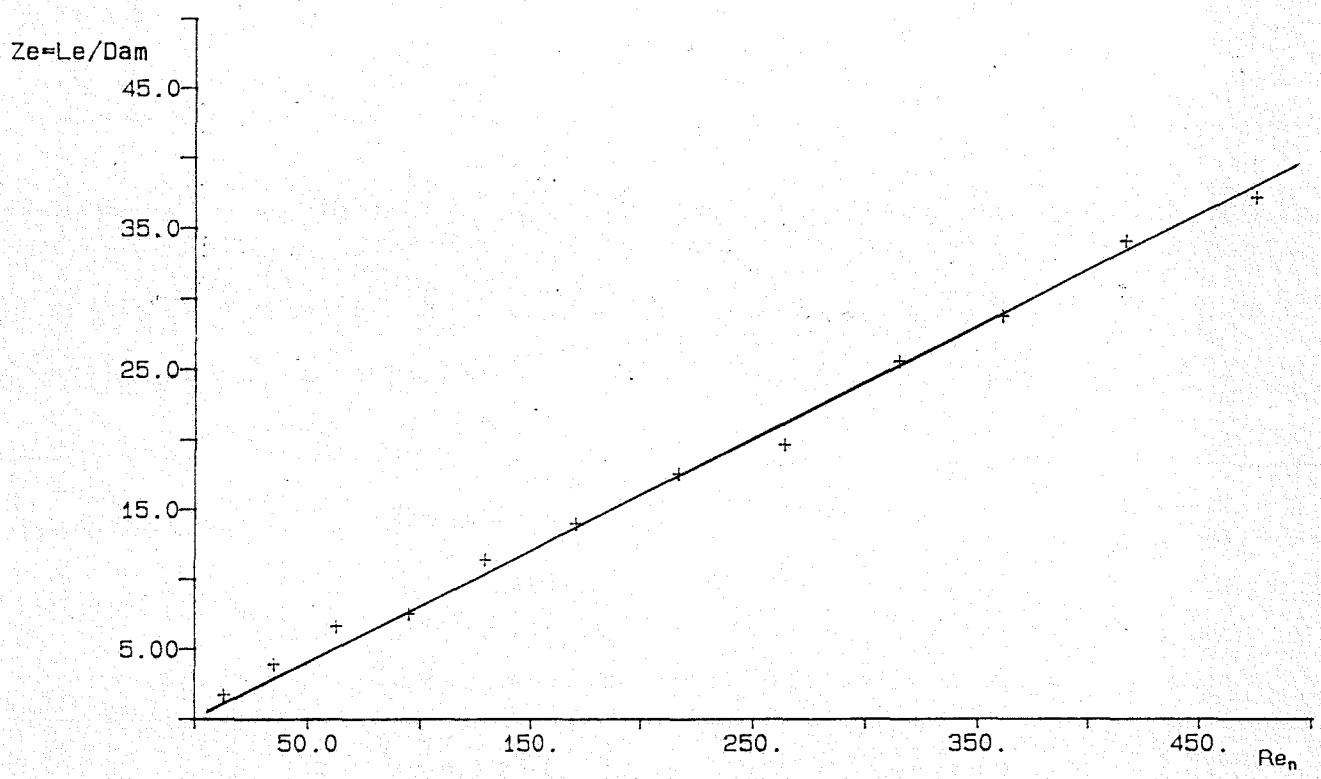


Figure IV.8 : Evolution du rapport Ze de la longueur d'établissement Le au diamètre amont D_{am} en fonction du nombre de Reynolds Re_n , dans un élargissement brusque ($S_{amont} / S_{aval} = 0.11$) , pour une solution aqueuse de CMC à 3% (0.5<n<0.6) .

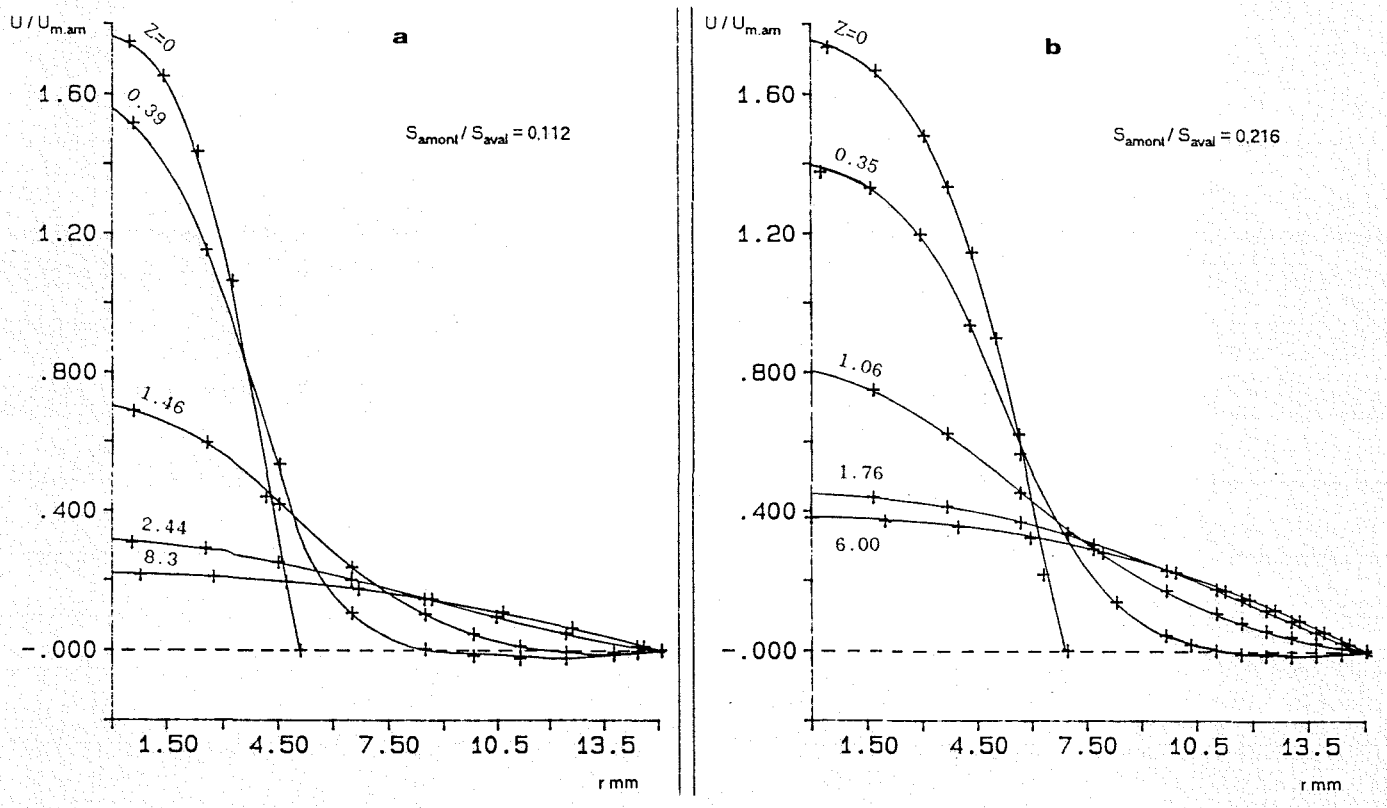
IV.3. INFLUENCE DE LA GEOMETRIE DE LA SINGULARITE SUR LE CHAMP DES VITESSES .

IV.3.1. Cas des élargissements brusques : influence du rapport Samont/Saval.

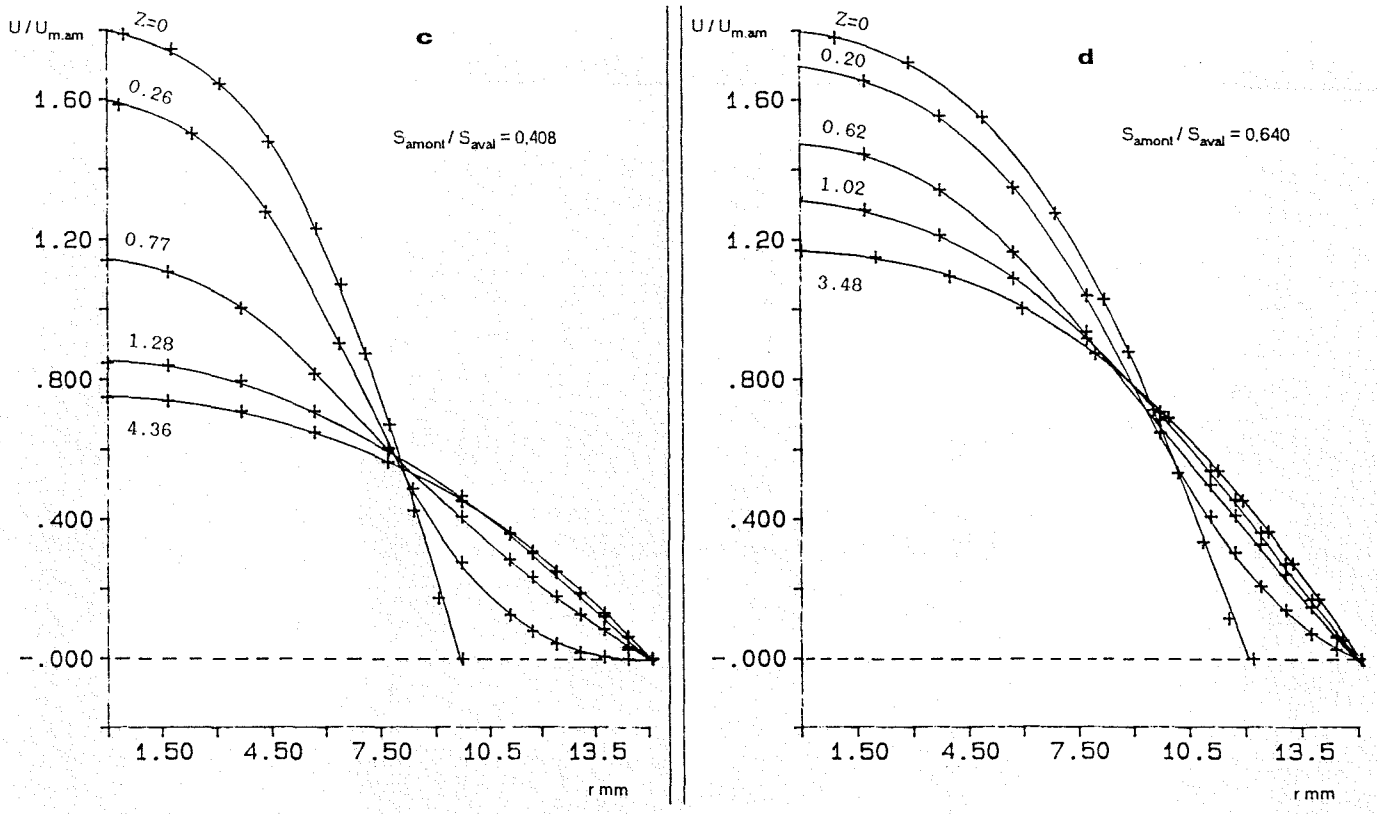
Les graphes représentant l'évolution du profil des vitesses axiales pour des rapports S_{amont} / S_{aval} variant de 0,11 à 0,64 (figures IV.9 a,b,c,d) montrent que la zone de décollement avec recirculation diminue rapidement quand ce rapport augmente.

Il en est de même pour la longueur d'établissement de l'écoulement en aval de l'élargissement ; variant de Z = 8,3 pour S_{amont} / S_{aval} =0,11 à Z = 3,5 pour S_{amont} / S_{aval} =0,64 .

Ceci entraine une diminution importante des pertes d'énergie singulières .



Figures IV.9 a,b : Profils de la vitesse axiale pour différents Z avec S_{amont} / S_{aval} égal à 0.112 et 0.216, pour une solution aqueuse de CMC 3% et Re_n=30 .



Figures IV.9 c,d : Profils de la vitesse axiale pour différents Z avec S_{amont} / S_{aval} égal à 0.408 et 0.640, pour une solution aqueuse de CMC 3% et Re_n=30 .

Ainsi , pour un rapport $S_{amont} / S_{aval} = 0.216$, la longueur d'établissement Ze suit , sensiblement , la loi linéaire (figure IV.10) :

$$Ze = Le / D_{am} = Re_n / 19.9$$

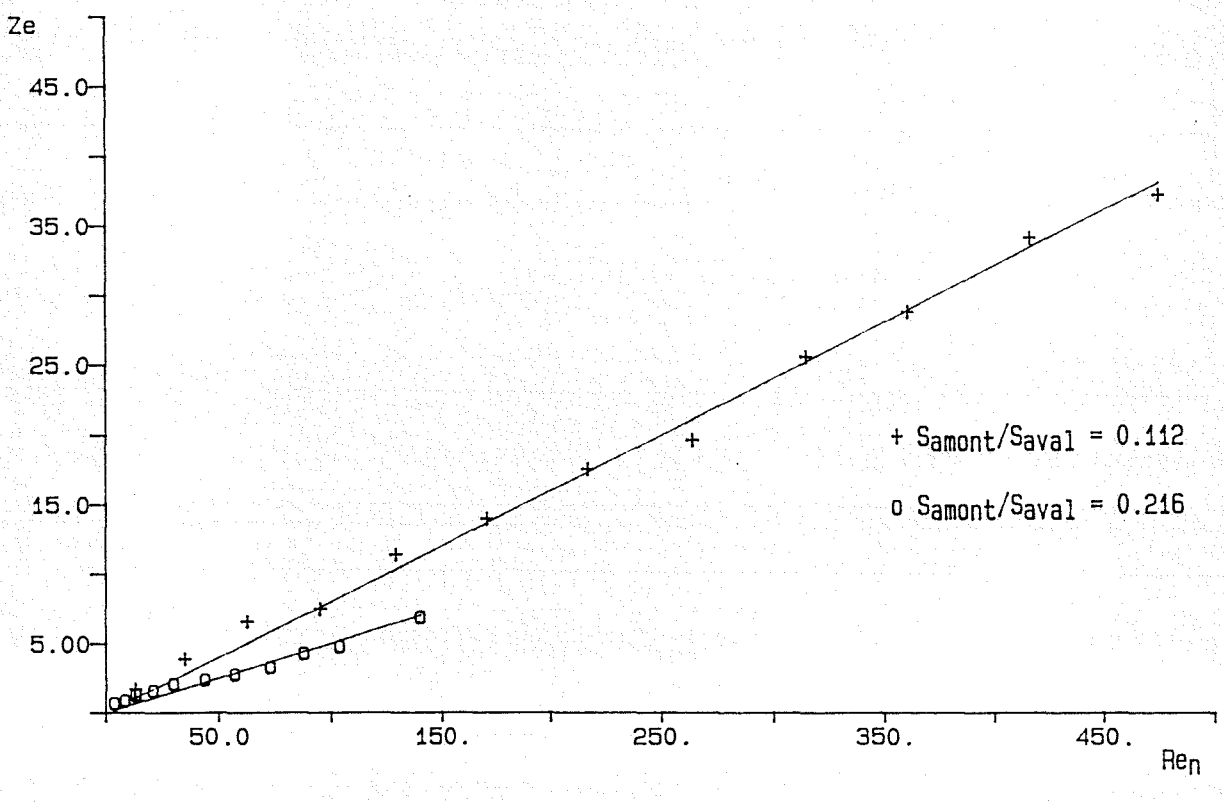


Figure IV.10 : Evolution du rapport Ze de la longueur d'établissement Le au diamètre amont D_{am} en fonction du nombre de Reynolds Re_n , dans un élargissement brusque (S_{amont} / S_{aval} = 0.112 et 0.216) , pour une solution aqueuse de CMC à 3% (0.5<n<0.6) .

IV.3.2. Cas de divergents : influence de l'angle de divergence .

Cette étude est conduite pour un rapport $S_{amont} / S_{aval} = 0.112$.

L'examen de l'évolution des profils de vitesse sur les figures IV.11 a,b,c,d , obtenus pour une solution aqueuse de CMC 3% , un nombre de Reynolds Re_n d'environ 170 , montre que le décollement pariétal de la veine fluide n'apparait que pour un angle de divergence égal ou supérieur à 20° ; la zone de recirculation ne prend naissance dans le divergent que lorsque le gradient de pression longitudinal positif est suffisant pour décoller la couche limite . Ainsi , le décollement apparait dans un divergent de 40° pour un nombre de Reynolds $Re_n = 86$, alors que pour le divergent 20° , le décollement se produira seulement pour Re_n supérieur à 128 . Pour les divergents 10° et 5° , aucun décollement n'a pu être observé dans le domaine d'étude concerné ($Re_n < 173$) .

Sur la photographie de l'écoulement dans le divergent 20° (figure IV.12) , on observe l'apparition de la zone de recirculation à l'extrémité aval du divergent (paillettes d'aluminium quasiment stagnantes au voisinage de la paroi) puis , cette zone se développe vers l'amont quand le nombre de Reynolds Re_n augmente (figure IV.13) .

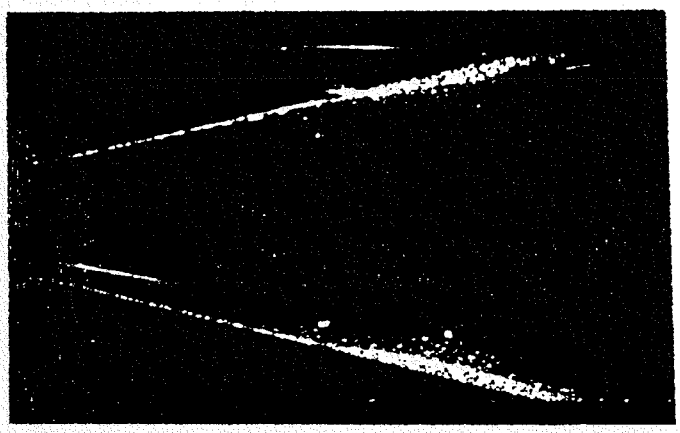


Figure IV.12 : Apparition de la zone de recirculation dans un divergent de 20°,pour une solution aqueuse de CMC 3%. $Re_n = 130$

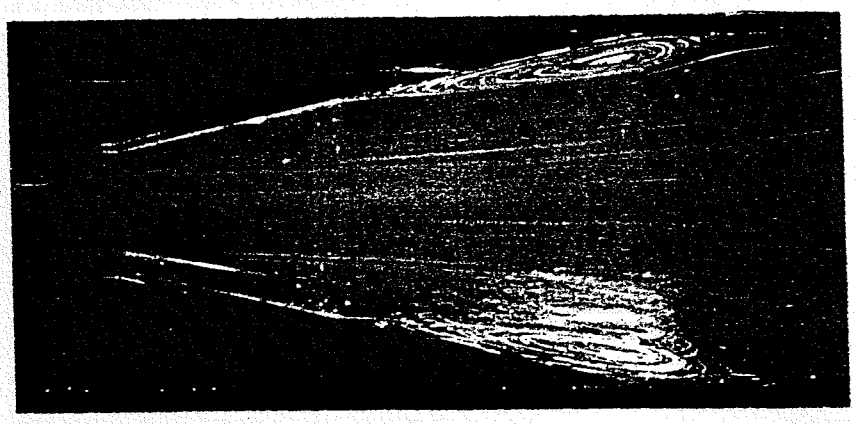
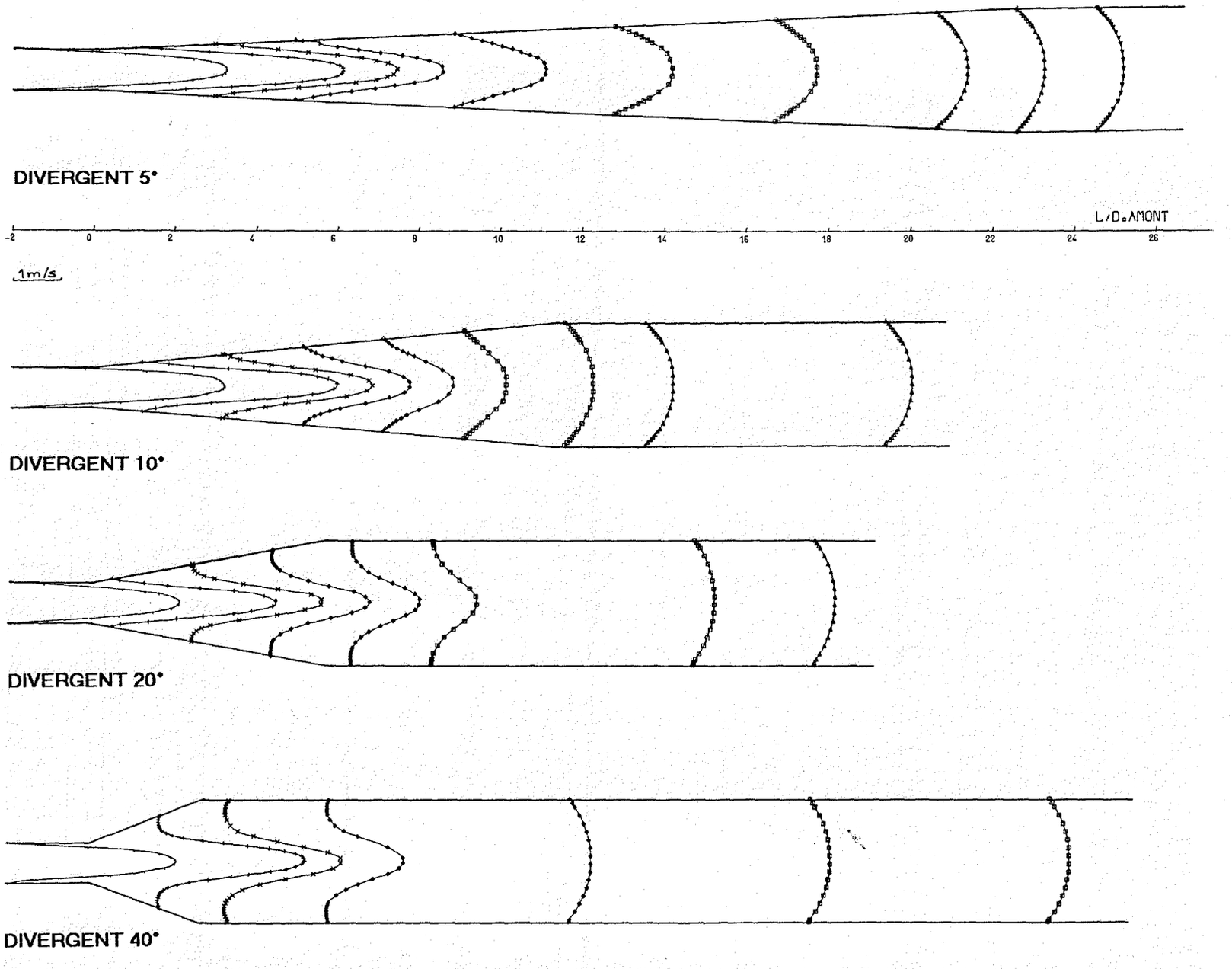
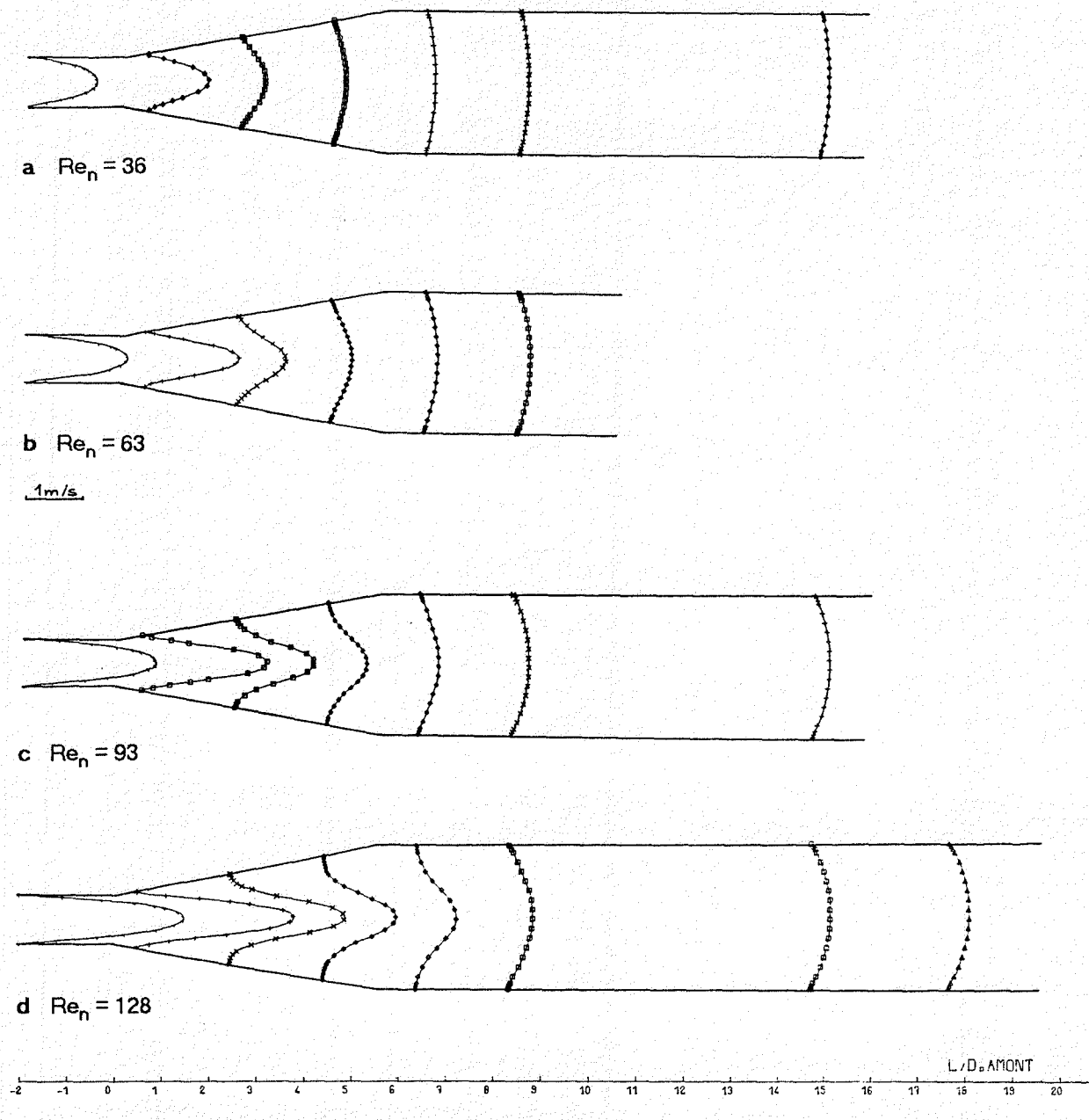


Figure IV.13 : Zone de recirculation développée dans un divergent de 20°, pour une solution aqueuse de CMC 3% . $Re_n = 170$

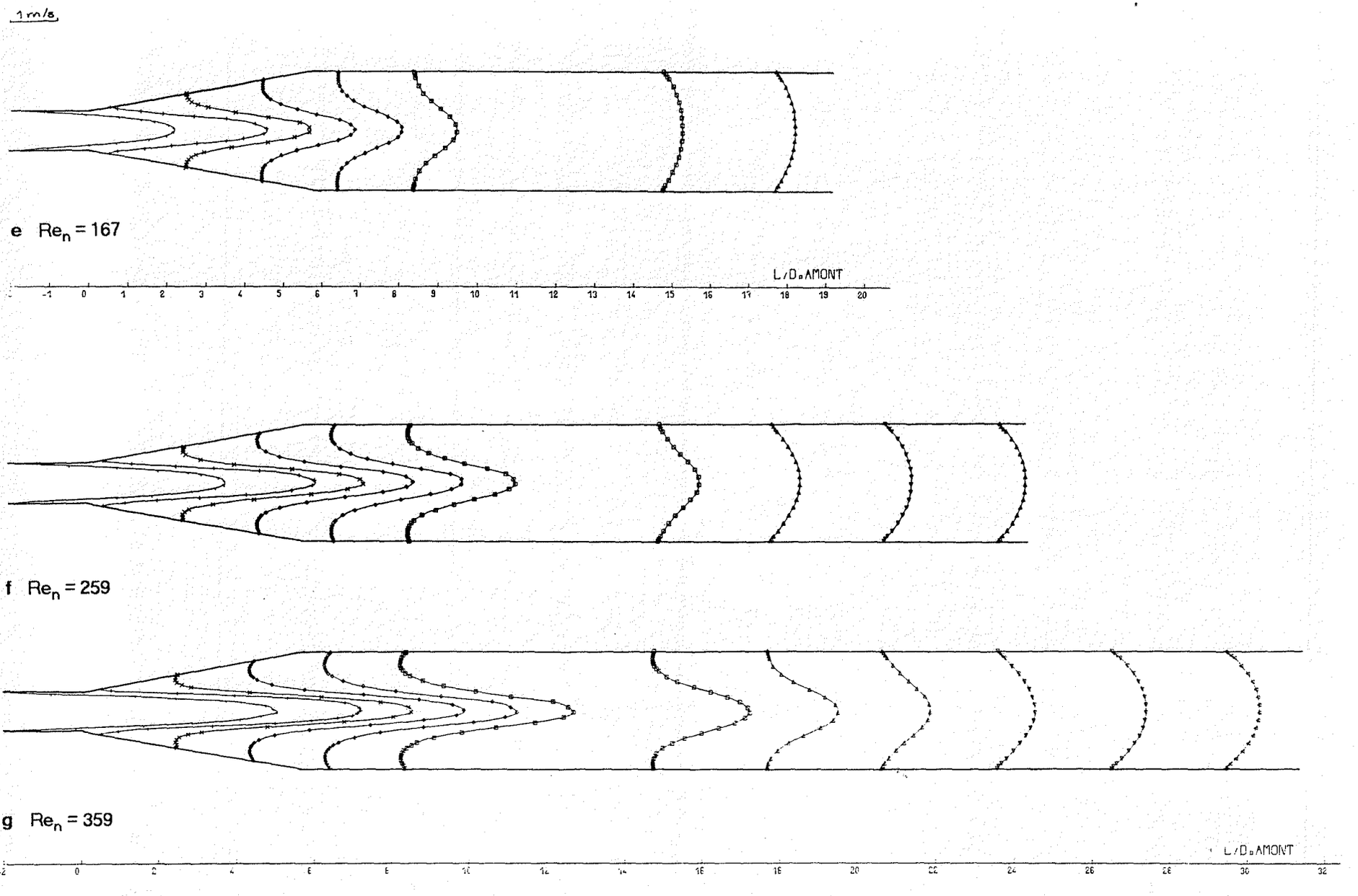
Ces observations photographiques sont confirmées par l'évolution des profils de vitesse en fonction de Re_n (figures IV.14 a-g) .



Figures IV.11 a,b,c,d : Evolution des profils de vitesse dans différents divergents pour une solution aqueuse de CMC 3% pour $Re_n = 170$.



Figures IV.14 a,b,c,d: Evolution des profils de vitesse dans un divergent d'angle au sommet 20° d'une solution aqueuse de CMC 3% , pour différentes valeurs du nombre de Reynolds Re$_n$.



Figures IV.14 e,f,g : Evolution des profils de vitesse dans un divergent d'angle au sommet 20° d'une solution aqueuse de CMC 3% , pour différentes valeurs du nombre de Reynolds Re_n .

La structure de la zone de recirculation apparait nettement sur la photographie IV.15 : le centre du vortex est trés proche de la fin du divergent , la partie en amont du centre du vortex ,trés allongée , permet une expansion progressive du jet axial mais la partie aval , beaucoup plus courte (environ 1/3 de la longueur amont) , offre une expansion rapide du jet .

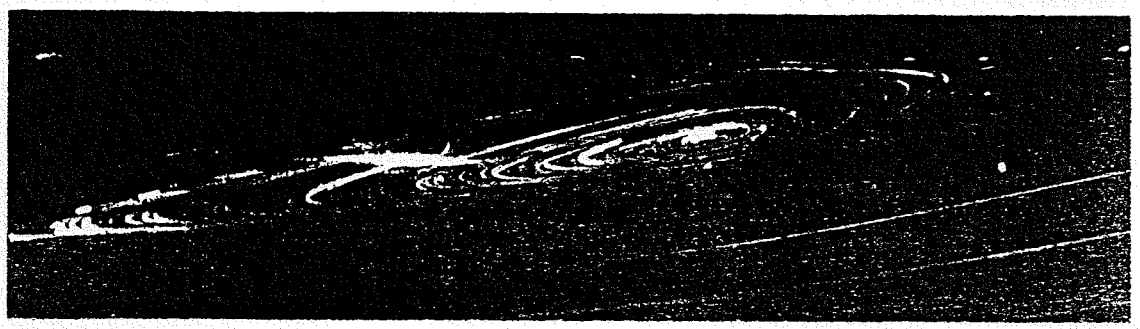


figure IV.15 : Photographie de la zone de recirculation de l'écoulement d'une solution aqueuse de CMC 3% dans un divergent 20° . Re_n=170 .

La figure IV.16 représentant l'évolution du rapport U_C / $U_{m.am}$ en fonction de Z , pour différents angles de divergence et l'écoulement d'une solution de CMC à 3% à un nombre de Reynolds Re_n de 170 , met en évidence que la longueur nécessaire pour atteindre un écoulement établi , diminue quand l'angle de divergence passe de 180° (élargissement brusque) à 10° pour ensuite augmenter avec des angles de divergence inférieurs . Ainsi , un angle de divergence de 5° conduit à une longueur d'établissement supérieure à celle obtenue pour un élargissement brusque. Cela provient de la grande longueur du divergent (Z = 22,3) qui impose l'expansion du fluide , alors que pour l'élargissement brusque , la zone décollée, correspondant à l'expansion naturelle du fluide , ne s'étend que jusqu'à Z # 10.

Ces observations sont confirmées pour d'autres valeurs du nombre de Reynolds ; par exemple pour Re_n = 90 (figure IV.17) , la longueur d'établissement minimale est obtenue pour un divergent d'angle au sommet 40° , le divergent 10° imposant , ici , une longueur d'établissement supérieure à celle due à l'élargissement brusque .

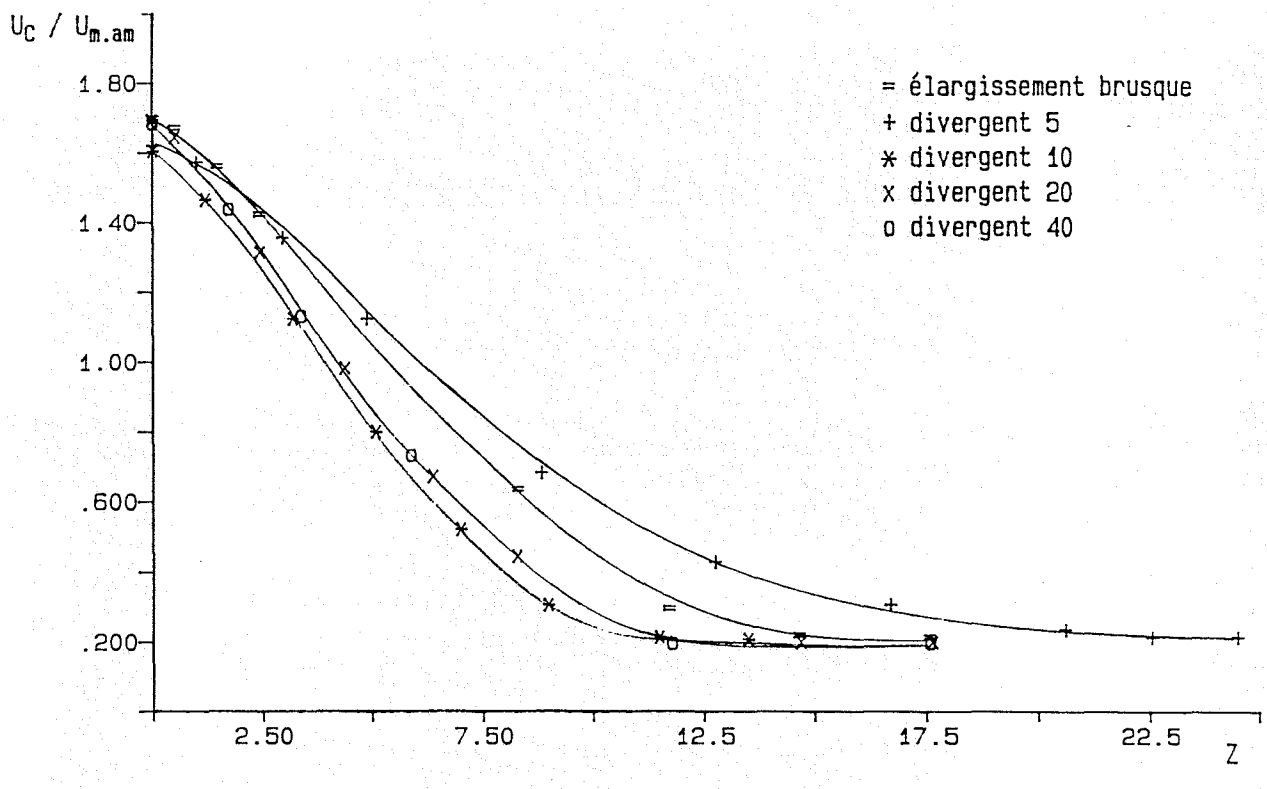


Figure IV.16 : Evolution du développement de la vitesse sur l'axe de la conduite pour différents angles de divergence . Solution aqueuse de CMC 3% . Re_n = 170 .

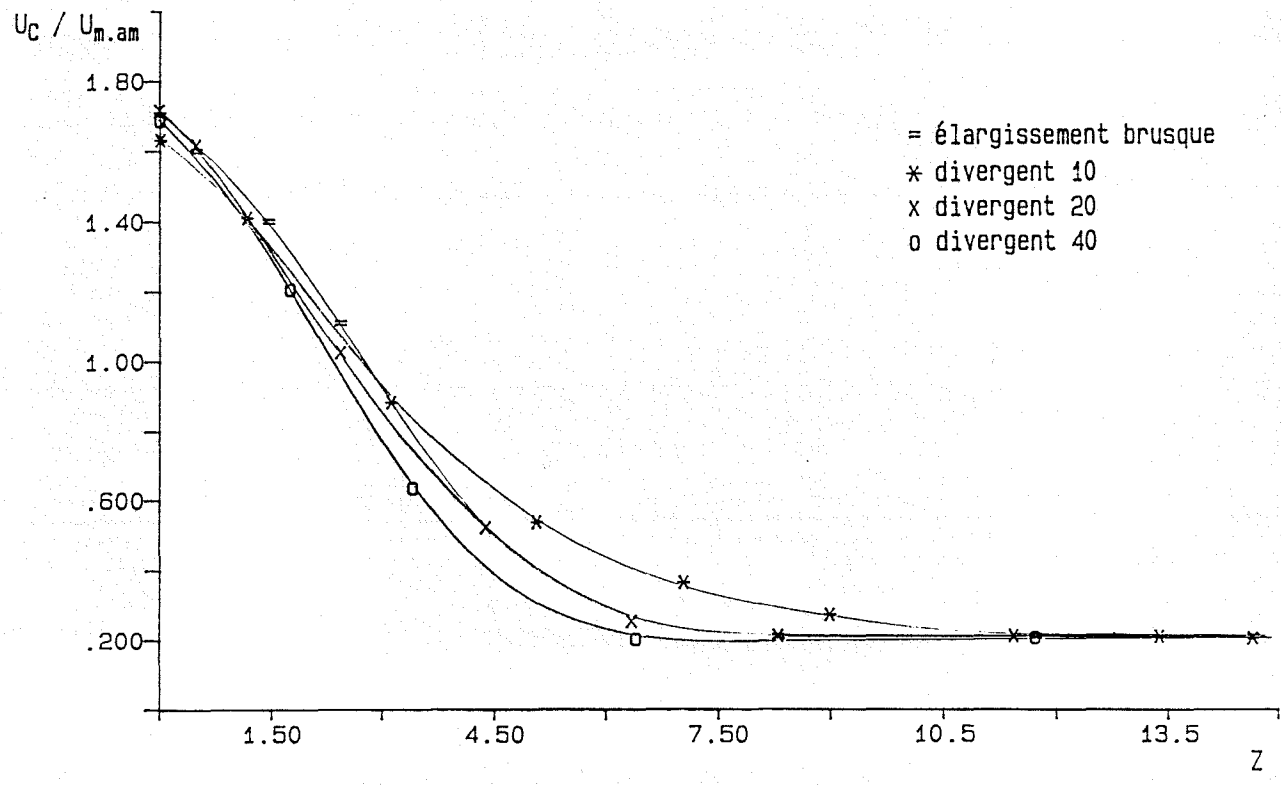


Figure IV.17 : Evolution du développement de la vitesse sur l'axe de la conduite pour différents angles de divergence . Solution aqueuse de CMC 3% . Re_n = 90 .

IV.4. INFLUENCE DES PROPRIETES RHEOLOGIQUES DU FLUIDE SUR LE CHAMP DES VITESSES .

IV.4.1. Cas d'un élargissement brusque .

Les figures IV.18 et IV.19 obtenues pour des écoulements de solutions aqueuses de sirop de glucose , CMC et HEC , à des nombres de Reynolds Re_n voisins de 170 , montrent l'effet stabilisant de la pseudoplasticité du fluide ; la zone de recirculation est fortement réduite par la viscosité élevée que présentent les fluides pseudoplastiques aux faibles vitesses de cisaillement , l'évolution du rapport $U_C / U_{m.am}$ indique une diminution importante de la longueur d'établissement de l'écoulement quand l'indice de structure n décroit .

Ces résultats sont en concordance avec ceux obtenus par HALMOS [24] , à condition de prendre le nombre de Reynolds Re_n à la place du nombre de Reynolds Re_{gen} , utilisé par HALMOS et al ,(Cf. figure IV.20) , avec :

$$Re_{gen} = \frac{\rho \, u_{m,am}^{2-n} \, D_{am}^{n}}{k} \qquad Re_n = \frac{\rho \, u_{m,am}^{2-n} \, D_{am}^{n}}{k \, 8^{n-1} \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n}$$

L'évolution de la longueur d'établissement de l'écoulement en fonction du nombre de Reynolds , peut être représentée (figure IV.21) par une loi linéaire :

$$Ze = Le / D_{am} = Re_n / A$$

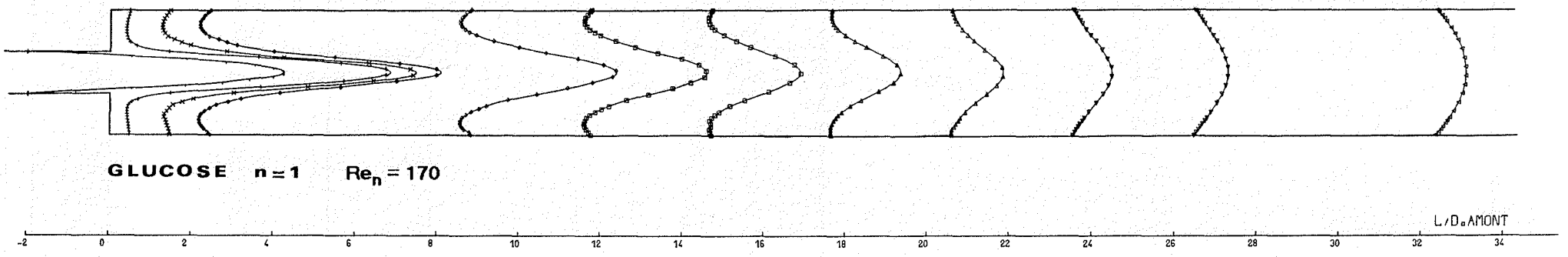
avec : A = 5.4 pour le sirop de glucose

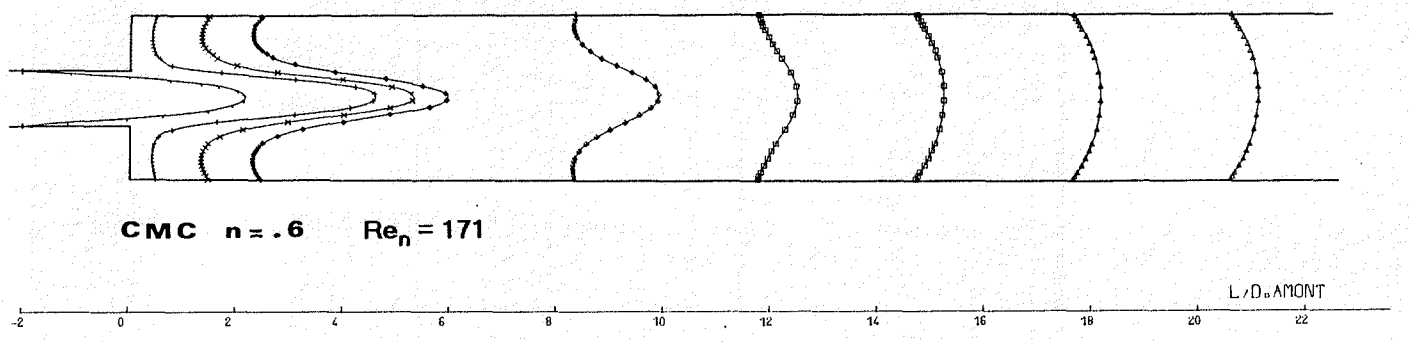
A = 12.5 pour la solution aqueuse de CMC 3%

A = 25 pour la solution aqueuse de HEC 1.4%

IV.4.2. Cas des divergents .

Quel que soit l'angle de divergence considéré , pour un nombre de Reynolds donné , les conclusions précédentes restent valables : la zone de recirculation (quand elle est présente) et la longueur d'établissement sont réduits quand l'indice n diminue (figure IV.22) .





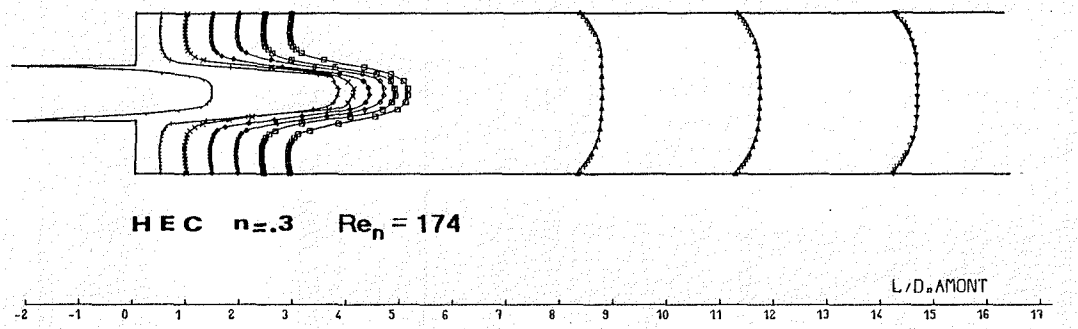


Figure IV.18 : Evolution des profils de vitesse dans un élargissement brusque (S_{amont} / S_{aval} = 0,112) pour différents fluides .

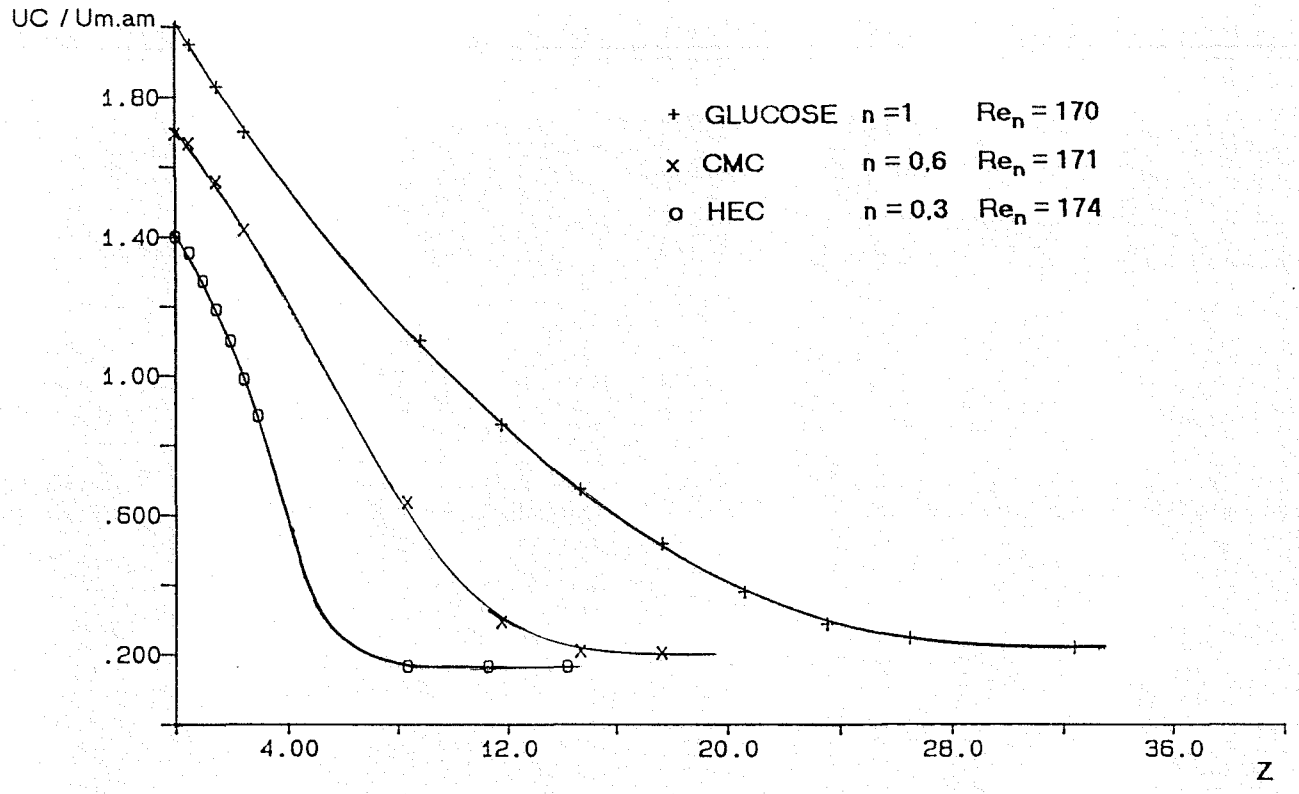


Figure IV.19 : Evolution de la vitesse sur l'axe de la conduite , dans un élargissement brusque (S_{amont} / S_{aval} = 0,112) , pour différents fluides .

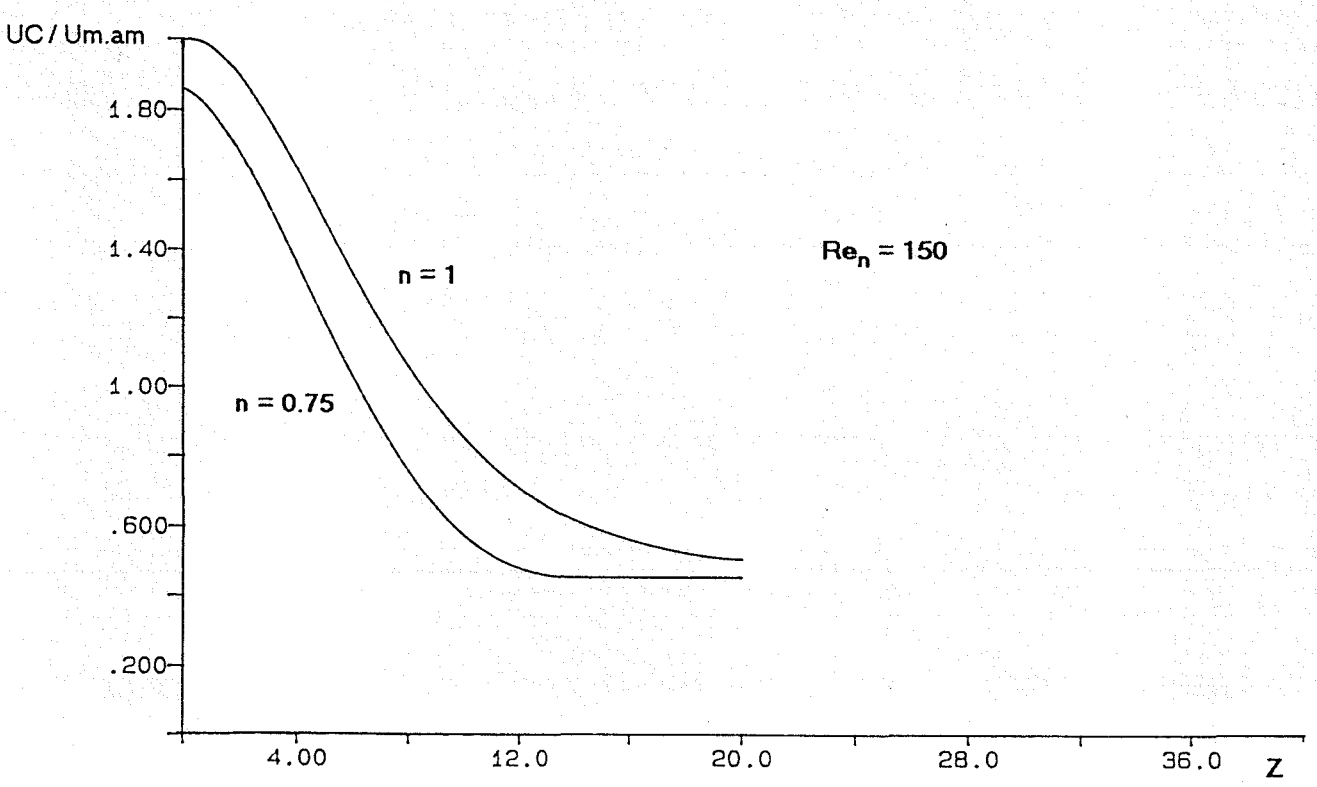


Figure IV.20 : Evolution théorique de la vitesse sur l'axe de la conduite , dans un élargissement brusque (S_{amont} / S_{aval} = 0,25) pour un fluide newtonien et un fluide pseudoplastique d'indice n = 0,75 . (d'après HALMOS et al [24]) .

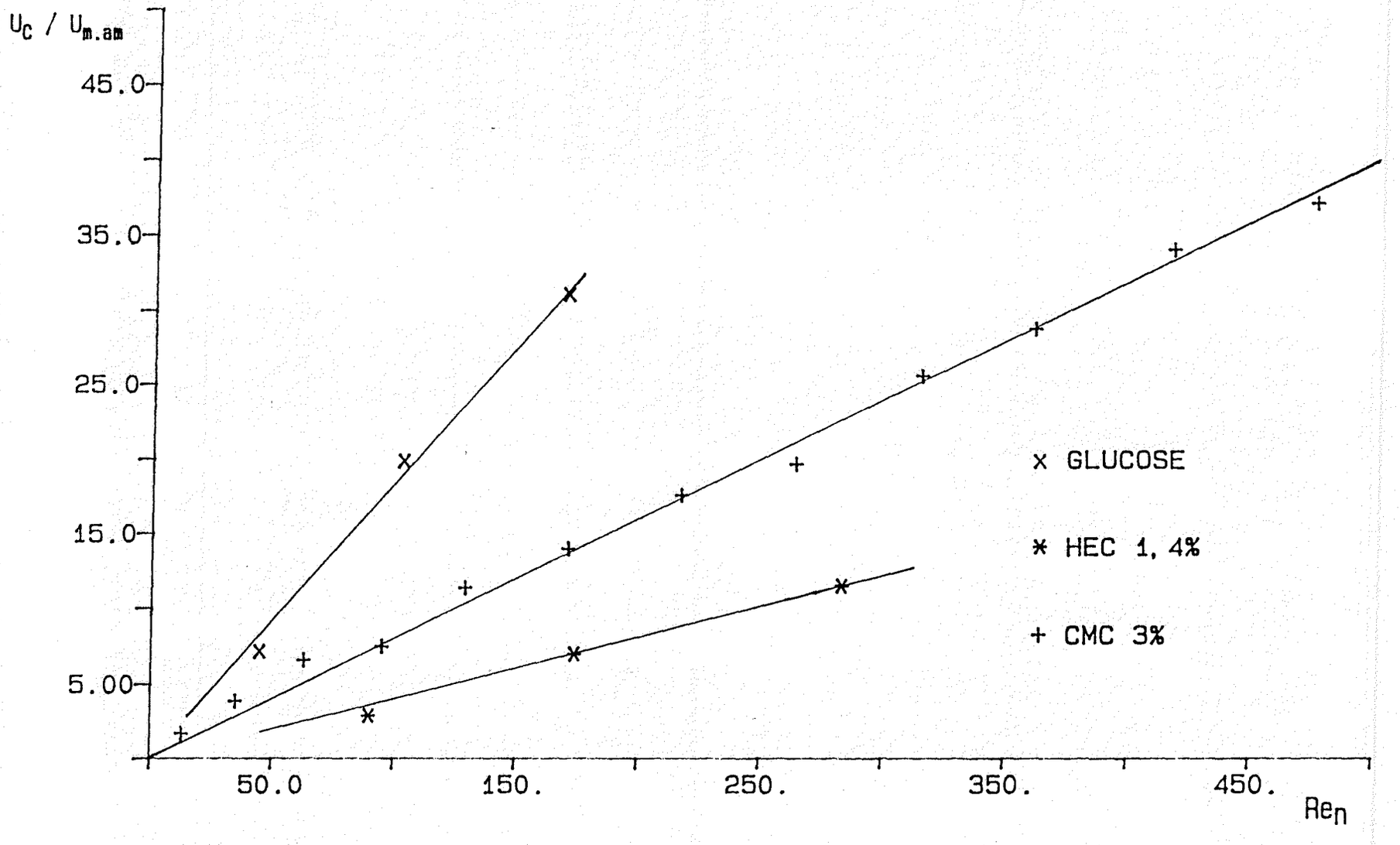


Figure IV.21 : Evolution du rapport Ze de la longueur d'établissement Le au diamètre amont D_{am} en fonction du nombre de Reynolds Re_n , dans un élargissement brusque ($S_{amont} / S_{aval} = 0,112$) , pour différents fluides .

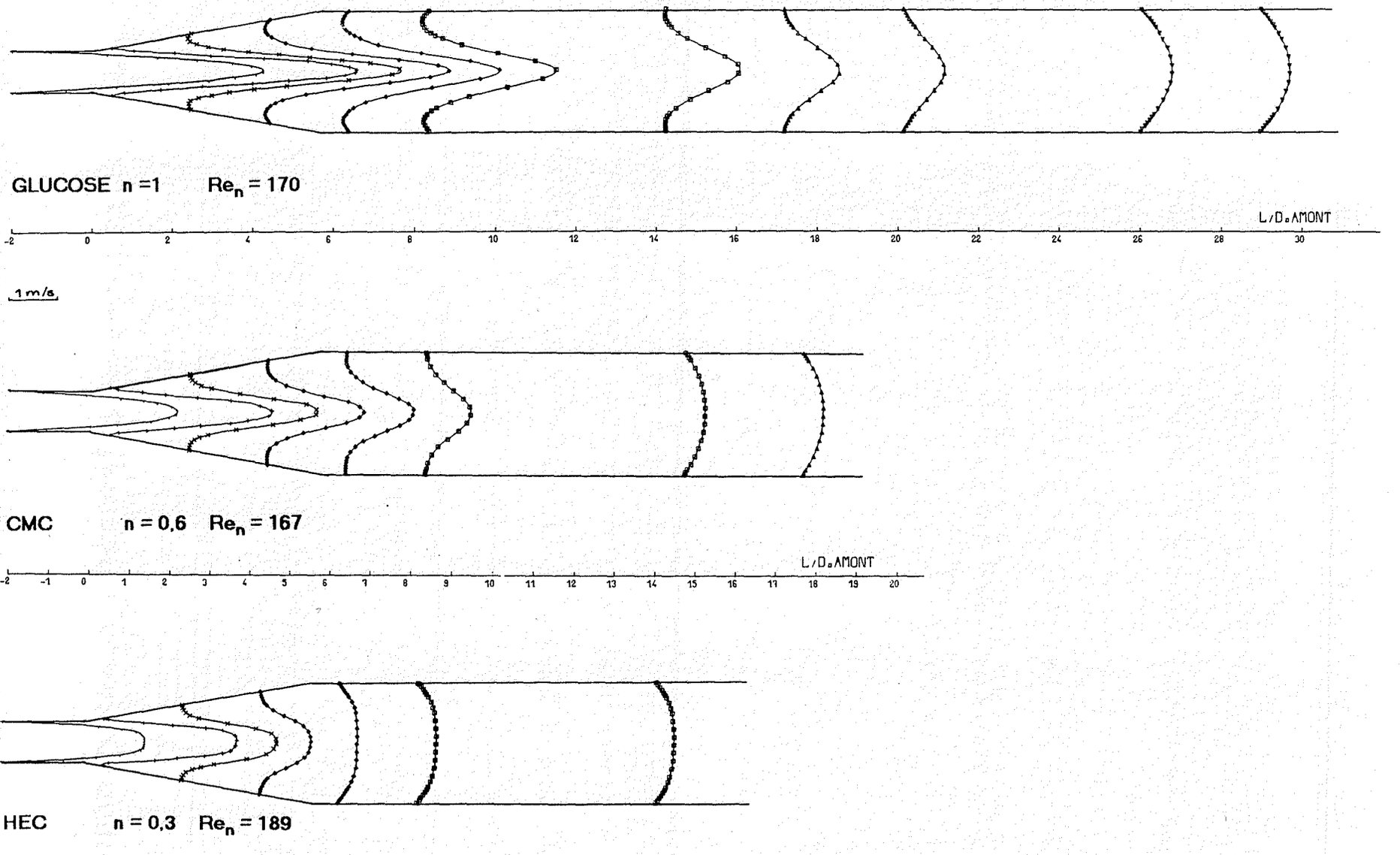


Figure IV.22 : Evolution des profils de vitesse dans un divergent d'angle au sommet 20°, pour différents fluides .

CHAPITRE V

ETUDE EXPERIMENTALE DES PERTES D'ENERGIE SINGULIERES DUES A DES ELARGISSEMENTS BRUSQUES ET DIVERGENTS

Dans ce chapitre , nous présentons les résultats expérimentaux relatifs à l'évolution des pertes d'énergie singulières , dans des singularités du type élargissement brusque et divergent

Trois parties sont développées :

- étude des élargissements brusques :

influence des caractéristiques rhéologiques du fluide pour un élargissement brusque de rapport $S_{amont} / S_{aval} = 0.112$,

influence du rapport S_{amont} / S_{aval} pour une solution aqueuse de CMC de caractéristiques rhéologiques fixées ,

- étude des divergents : pour les différents fluides d'essais , étude de l'influence de l'angle au sommet d'un divergent ,

- proposition de corrélations permettant de calculer la perte d'énergie singulière J_s

Pour traduire l'évolution des pertes d'énergie singulières J_s , en fonction du nombre de Reynolds amont Re_n , de l'indice de structure n , du rapport S_{amont} / S_{aval} et de l'angle de divergence , nous utiliserons les définitions du coefficient de perte d'énergie singulière $\zeta = Js / \frac{\rho}{2} u^2$ et du coefficient $PX = Js / \tau p$ introduites au chapitre III .

Sur les graphes représentant , en coordonnées logarithmiques , les variations du coefficient ζ en fonction du nombre de Reynolds Re_n , nous tracerons une droite de pente -1 pour permettre la comparaison de l'évolution des pertes d'énergie singulières $Js = \zeta \frac{\rho}{2} u^2_{amont}$ à celle des pertes régulières traduites par l'équation de POISEUILLE

$$\Delta p = 4f \frac{L}{D} \frac{\rho}{2} u^2_{amont} = \frac{64}{Re_n} \frac{L}{D} \frac{\rho}{2} u^2_{amont}$$

Ces expressions montrent que ζ peut être comparé au produit $\frac{64}{Re_n} \frac{L}{D}$. Mais les singularités étant à diamètre D variable et la longueur L ne pouvant être définie géométriquement , nous ne comparerons que qualitativement l'évolution de ces deux types de pertes d'énergie .

Remarque : dans le cadre de ce chapitre , la perte d'énergie singulière J_s sera exprimée par unité de volume : J_s est homogène à une pression .

V.1. ELARGISSEMENT BRUSQUE.

V.1.1. Influence de l'indice de structure n .

V.1.1.1. Evolution du coefficient de perte d'énergie singulière .

Pour un élargissement brusque de rapport $S_{amont} / S_{aval} = 0.112$, sur la figure V.1 donnant une représentation logarithmique des variations du coefficient de perte d'énergie singulière ζ en fonction du nombre de Reynolds Re_n amont , on observe plusieurs régimes d'écoulement .

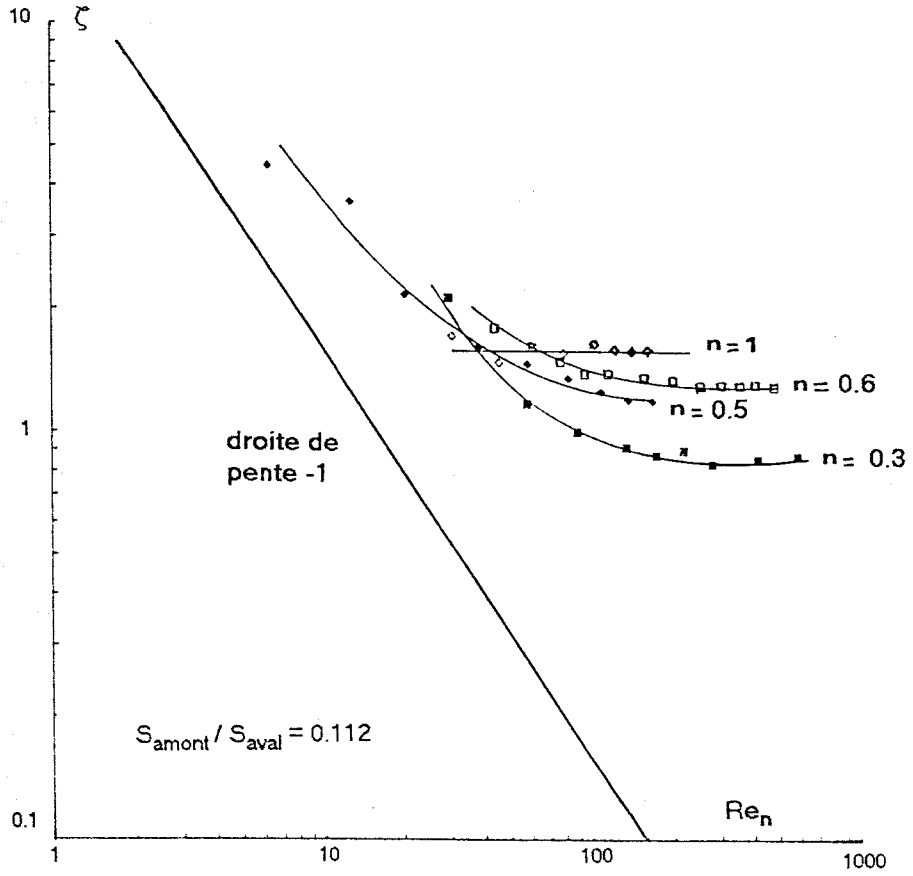


Figure V.1 : Evolution du coefficient de perte d'énergie singulière ζ en fonction du nombre de Reynolds Re_n pour différents fluides (n=1 sirop de glucose , n=0.6 et n=0.5 solutions aqueuses de CMC 3% , n=0.3 solution aqueuse de HEC 1.4%) s'écoulant dans un élargissement brusque .

Pour de faibles valeurs du nombre de Reynolds , l'évolution de ζ tend à être parallèle à la droite de pente -1, traduisant ainsi l'influence prépondérante des pertes d'énergie par viscosité laminaire . Quand le nombre de Reynolds augmente , les recirculations du fluide prennent de l'importance et la dissipation d'énergie s'effectue par l'intermédiaire de la recirculation et de la dissociation de grosses structures tourbillonnaires en structures de plus petite taille .

Au delà d'un certain nombre de Reynolds critique Re_{nc} , ce type de dissipation d'énergie est prépondérante ; ζ tend vers une valeur limite (Table V.1) dépendant de l'indice de structure n du fluide considéré :

n	ζ limite
1	1.6
0.64 - 0.6	1.3
0.53 - 0.47	1.2
0.3	0.8

Table V.1

Cette valeur limite est d'autant plus faible que n est lui-même faible .

V.I.1.2. Evolution du coefficient PX .

Lorsqu'on s'intéresse aux variations du coefficient PX , une caractéristique essentielle de ce rapport apparaît : comme on peut s'en rendre compte , au vu de la figure V.2 : une représentation linéaire de la forme $PX = A . Re_n + B$ est parfaitement acceptable , A et B (Table V.2) dépendant uniquement de l'indice de structure n :

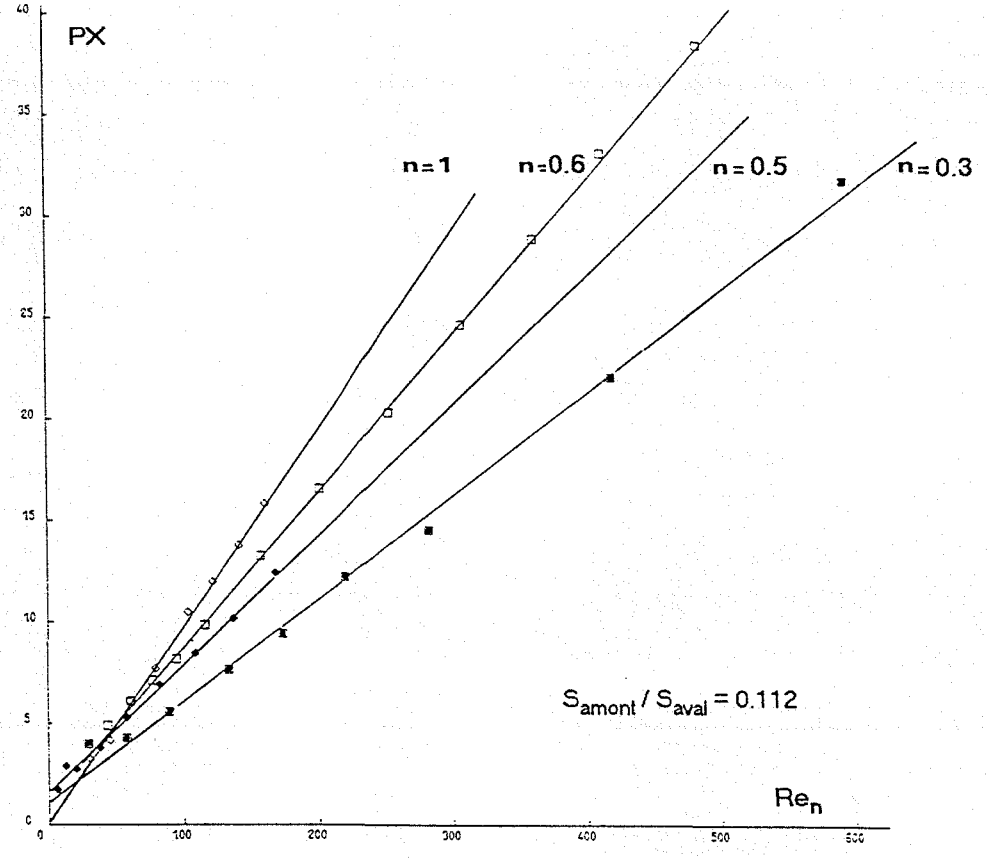


Figure V.2 : Evolution du coefficient PX en fonction du nombre de Reynolds Re_n pour différents fluides (n=1 sirop de glucose , n=0.6 et n=0.5 solutions aqueuses de CMC 3% , n=0.3 solution aqueuse de HEC 1.4%) s'écoulant dans un élargissement brusque .

n	A	B
1	0.0977	0.093
0.64 - 0.6	0.0770	1.112
0.53 - 0.47	0.0636	1.577
0.3	0.0502	1.139

Table V.2

A diminue régulièrement lorsque n decroît .

B est faible et son évolution avec n n'est probablement pas significative .

V.1.1.3. Analyse .

L'évolution de la pente A de la droite PX = A . Re_n + B et de la valeur limite du coefficient ζ , sont deux représentations du même phénomène physique . En effet :

$$PX = \frac{J_s}{\tau_p} = \frac{\zeta \frac{\rho}{2} u^2_{amont}}{f \frac{\rho}{2} u^2_{amont}} = \frac{\zeta}{f} \quad \text{avec } f = \frac{16}{Re_n} \qquad PX = \frac{\zeta}{16} Re_n$$

Si ζ est constant alors , $\zeta/16$ peut se comparer directement à la pente A :

ζ limite	$\zeta/16$	A
1.6	0.1	0.0977
1.3	0.081	0.0770
1.2	0.075	0.0636
0.8	0.05	0.0502

Table V.3

La diminution de la valeur limite du coefficient ζ et de la pente A , est liée à la décroissance de la longueur d'établissement de l'écoulement et de la zone de recirculation , aprés l'élargissement brusque , quand l'indice de structure n diminue . En effet , comme nous l'avons montré au paragraphe IV.3.1. le rapport Ze de la longueur d'établissement Le au diamètre amont D_{am} peut s'exprimer en fonction de Re_n par la relation $Ze = Re_n / A'$. le coefficient A' dépendant de n .

Ainsi , pouvons-nous dresser le tableau comparatif de l'évolution de ces différents termes :

n	ζ limite	A	1/A'
1	1.6	0.0977	0.185
0.6	1.3	0.0770	0.080
0.3	0.8	0.0502	0.040

Table V.4

V.1.1.4. Comparaison avec les données bibliographiques .

Nous remarquerons que , pour un fluide newtonien (n = 1) , la valeur limite de $\zeta = 1.6$ correspond à celle donnée par KAREV (paragraphe I.3.1.1) pour Re > 100 .

Nous pouvons également comparer les valeurs limites de ζ obtenues pour les différents fluides , aux valeurs calculées par la formule de BORDA-CARNOT adaptée aux fluides loi puissance (paragraphe I.3.2.2) :

n	BORDA-CARNOT	ζ limite
1	1.71	1.6
0.6	1.506	1.3
0.5	1.434	1.2
0.3	1.249	0.8

Table V.5

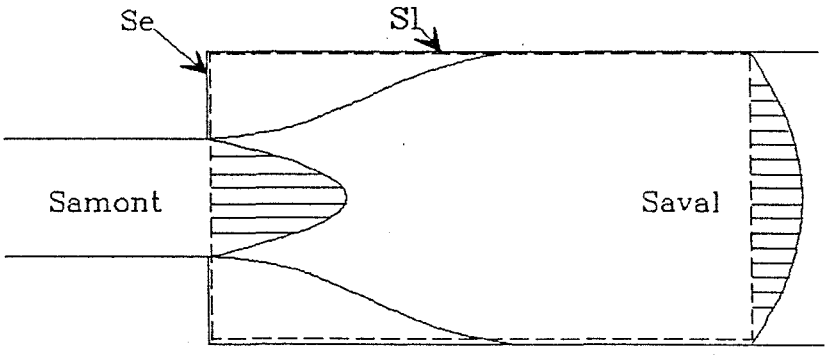
Ce tableau comparatif montre nettement l'inadaptation de la relation de BORDA-CARNOT à traduire la perte d'énergie singulière que subit l'écoulement laminaire d'un fluide dans un élargissement brusque .

Les trois hypothèses de base de cette approche analytique sont à mettre en cause:

- la pression statique est supposée constante dans la section de début d'élargissement Se (cf schéma) , mais l'écoulement tridimensionnel dû à la recirculation du fluide , dans cette zone , y modifie sans doute la répartition des pressions

- les contraintes de cisaillement sur la surface latérale cylindrique Sl sont négligées , mais si cette hypothèse est généralement acceptée et vérifiée pour les écoulements turbulents ($Re_n > 3500$) (cf I.E IDEL'CIK [12 p. 109-110]) , elle n'est pas acceptable en écoulement laminaire pour lequel les pertes d'énergie dues aux frottements pariétaux et celles dues à la dissociation des tourbillons peuvent être du même ordre de grandeur comme le montre nos expériences et celles de KAREV

- l'indice de structure n est supposé constant , mais l'étude rhéologique des fluides pseudoplastiques utilisés (paragraphe II.2.6.4) montre que n dépend du taux de cisaillement γ°, taux qui varie beaucoup entre les sections amont et aval , dans le cas d'un élargissement brusque .



Nous pouvons prendre en compte l'évolution de l'indice de structure n , entre les sections en amont et en aval de l'élargissement brusque , alors la relation de BORDA-CARNOT :

$$\zeta = \frac{Js}{\frac{\rho}{2} u_{amont}^2} = \frac{3n+1}{2n+1}\left[\frac{n+3}{5n+3}\left(\frac{Samont}{Saval}\right)^2 - \frac{2Samont}{Saval} + \frac{3(3n+1)}{5n+3}\right]$$

devient :

$$\zeta = \alpha_{amont} - \frac{2Samont}{Saval}\left(\frac{3n+1}{2n+1}\right)_{amont} - \left(\frac{Samont}{Saval}\right)^2\left[\alpha_{aval} - 2\left(\frac{3n+1}{2n+1}\right)_{aval}\right]$$

avec $\alpha = \frac{3(3n+1)^2}{(2n+1)(5n+3)}$

n étant déterminé dans la section considérée , pour la valeur du taux de cisaillement en paroi correspondant .

Les valeurs de ζ limite sont :

n	BORDA-CARNOT	BORDA-CARNOT corrigé	ζ limite
n_{amont}= 0.506			
n_{aval} = 0.666	1.506	1.438	1.3
n_{amont}= 0.47			
n_{aval} = 0.71	1.434	1.409	1.2
n_{amont}= 0.295			
n_{aval} = 0.345	1.249	1.243	0.8

TABLE V.6

Cette nouvelle approche analytique n'améliore pas de façon significative le calcul du coefficient de perte singulière ζ pour un élargissement brusque .

V.1.2. Influence du rapport S_{amont} / S_{aval} .

Lors de nos expériences , nous n'avons fait varier le rapport S_{amont} / S_{aval} que dans un domaine restreint (S_{amont} / S_{aval} = 0.112 , 0.216 , 0.408 et 0.640) .

Nous ne présenterons pas , de façon détaillée , les résultats relatifs au rapport S_{amont} / S_{aval} = 0.640 . En effet , la faible différence des diamètres amont et aval , 24 mm et 30.5 mm respectivement , crée une faible perte d'énergie singulière (150 Pascals , pour une solution aqueuse de CMC 3% et un débit maximum de 1500 l/h) dont la mesure peu précise , entraîne une grande dispersion des points expérimentaux .

V.1.2.1. Evolution du coefficient de perte d'énergie singulière.

Pour les solutions de sirop de glucose et de CMC 3% , les figures V.3 et V.4 montrent clairement la dépendance de la valeur limite du coefficient ζ vis à vis du rapport S_{amont} / S_{aval} (Table V.7) .

	n=1	n=0.5
S_{amont} / S_{aval} = 0.112	1.6	1.2
S_{amont} / S_{aval} =0.216	0.9	0.8
S_{amont} / S_{aval} =0.408	0.5	0.4 - 0.5

Table V.7

Pour la solution de CMC 3% (n= 0.5) , on observe sur la figure V.3 deux régimes d'écoulement : l'un pour lequel les recirculations du fluide ont une influence négligeable avec Re_n inférieur à Re_{nc} critique , l'autre pour lequel les pertes d'énergie dues aux recirculations sont prépondérantes et conduisent à un coefficient ζ sensiblement indépendant de Re_n .

Pour le sirop de glucose , figure V.4 , dés les plus faibles valeurs de Re_n étudiées , l'on observe le deuxième régime d'écoulement avec des valeurs limites de ζ proches de celles obtenues avec la solution de CMC 3% , particulièrement pour les rapports S_{amont} / S_{aval} =0.216 et 0.408 .

Comme précédemment , la comparaison des valeurs du coefficient ζ limite à celles calculées par la relation de BORDA-CARNOT corrigée , montre l'inadaptation de cette relation :

S_{am}/S_{av}	n	BORDA-CARNOT	ζ limite
0.112	0.47		
	0.71	1.409	1.2
0.216	0.505		
	0.719	1.202	0.8
0.408	0.615		
	0.704	0.873	0.4-0.5
0.640	0.673		
	0.704	0.485	0.4

Table V.8

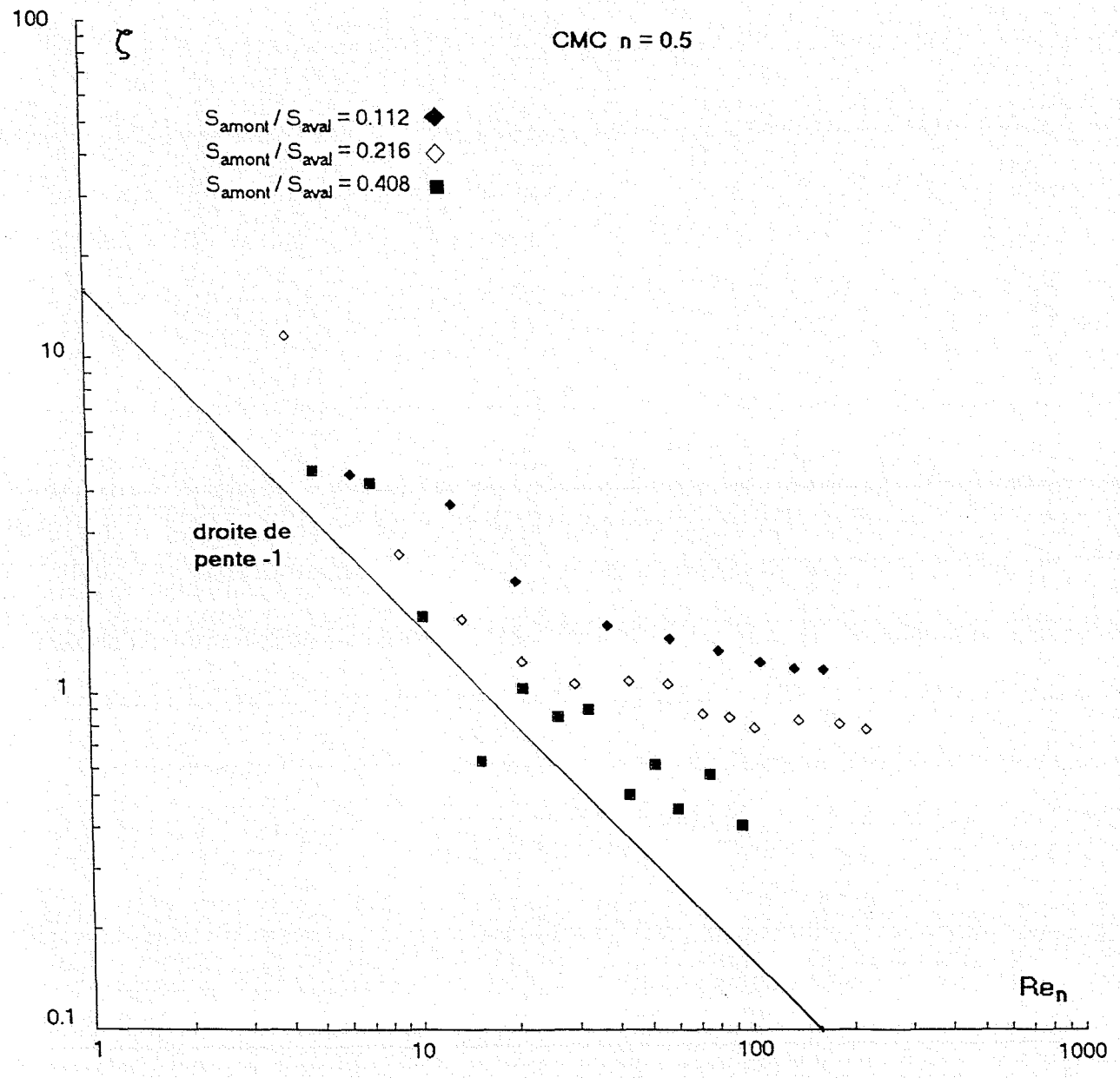


Figure V.3 : Evolution du coefficient de perte d'énergie singulière ζ en fonction du nombre de Reynolds Re_n pour une solution aqueuse de CMC 3% (n=0.5) s'écoulant dans des élargissements brusques de rapports S_{amont}/S_{aval} différents .

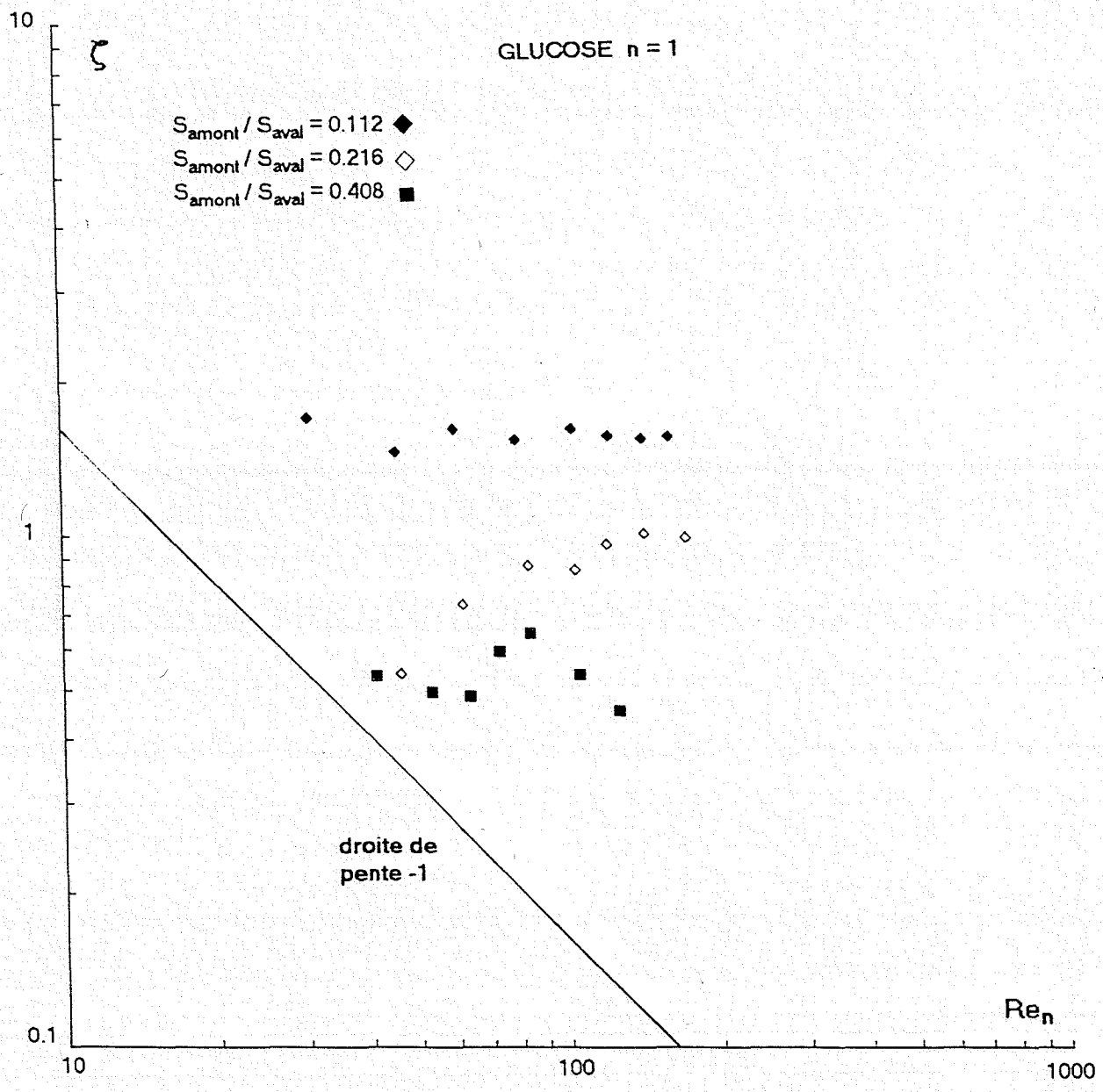


Figure V.4 : Evolution du coefficient de perte d'énergie singulière ζ en fonction du nombre de Reynolds Re_n pour une solution de sirop de glucose (n=1) s'écoulant dans des élargissements brusques de rapports S_{amont}/S_{aval} différents .

V.1.2.2. Evolution du coefficient PX .

La représentation du coefficient PX en fonction de Re_n , linéaire ici aussi , montre une diminution rapide de la pente de la droite quand le rapport S_{amont} / S_{aval} augmente (tables V.9 - V.10 et figures V.5 - V.6) :

$$PX = C . Re_n + D$$

		C	D
CMC 3%	$S_{amont} / S_{aval} = 0.112$	0.0636	1.577
	$S_{amont} / S_{aval} = 0.216$	0.0454	0.821
	$S_{amont} / S_{aval} = 0.408$	0.0146	1.09

Table V.9

		C	D
GLUCOSE	$S_{amont} / S_{aval} = 0.112$	0.0977	0.093
	$S_{amont} / S_{aval} = 0.216$	0.0736	-1.73
	$S_{amont} / S_{aval} = 0.408$	0.0292	0.2973

Table V.10

La diminution de la valeur limite de ζ et de la pente C de la droite $PX = C . Re_n + D$, est , ici aussi , la conséquence de la décroissance du rapport d'établissement $Ze = Re_n / A'$ quand le rapport S_{amont} / S_{aval} augmente . Pour la solution de CMC , nous pouvons établir le tableau comparant l'évolution de ces différents termes :

S_{amont} / S_{aval}	ζ limite	C	1/A'
0.112	1.2	0.0636	1/12.5
0.216	0.8	0.045	1/19.9
0.408	0.4-0.5	0.0146	1/34

Table V.11

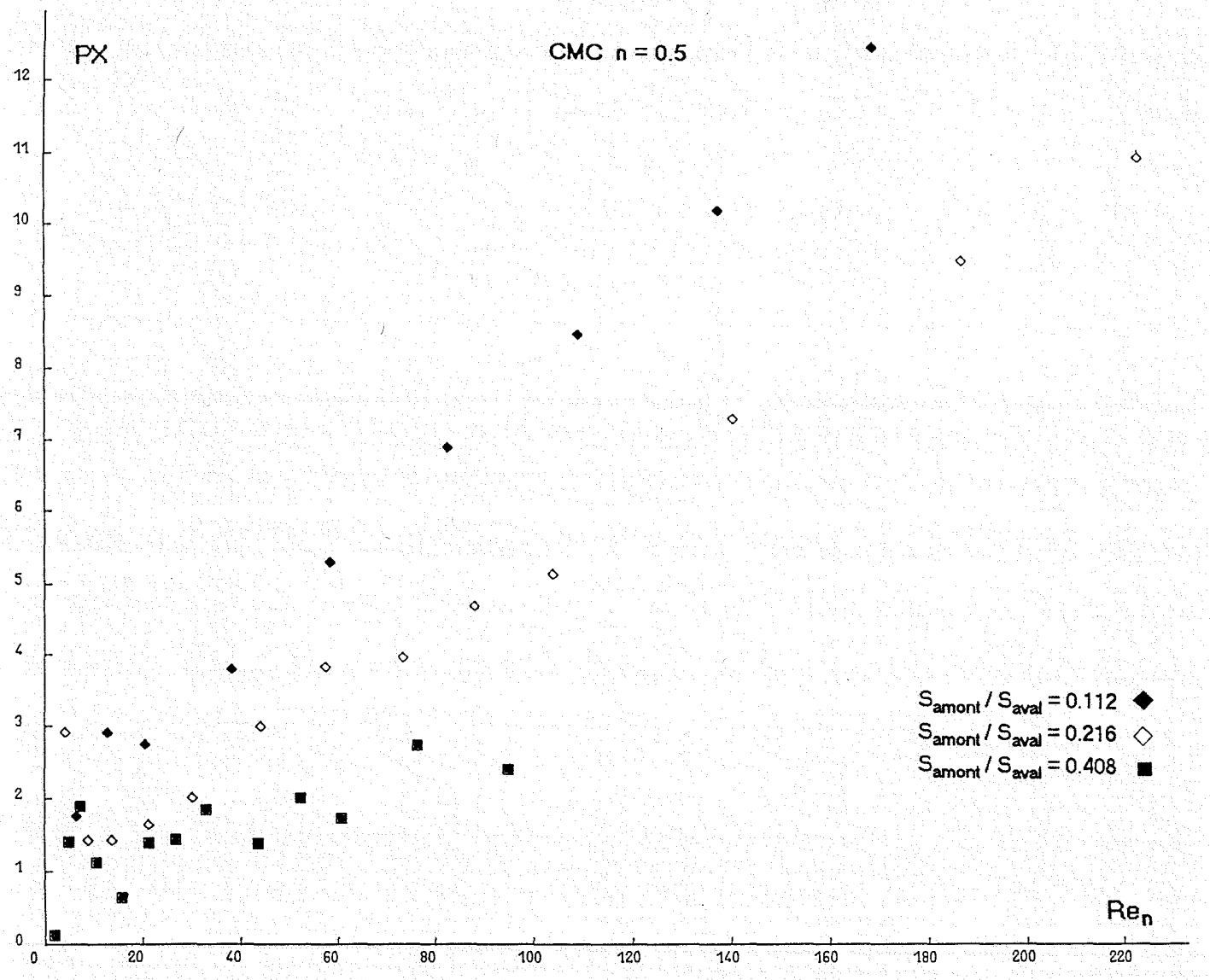


Figure V.5 : Evolution du coefficient PX en fonction du nombre de Reynolds Re_n pour une solution aqueuse de CMC 3% (n=0.5) s'écoulant dans des élargissements brusques de rapports S_{amont}/S_{aval} différents .

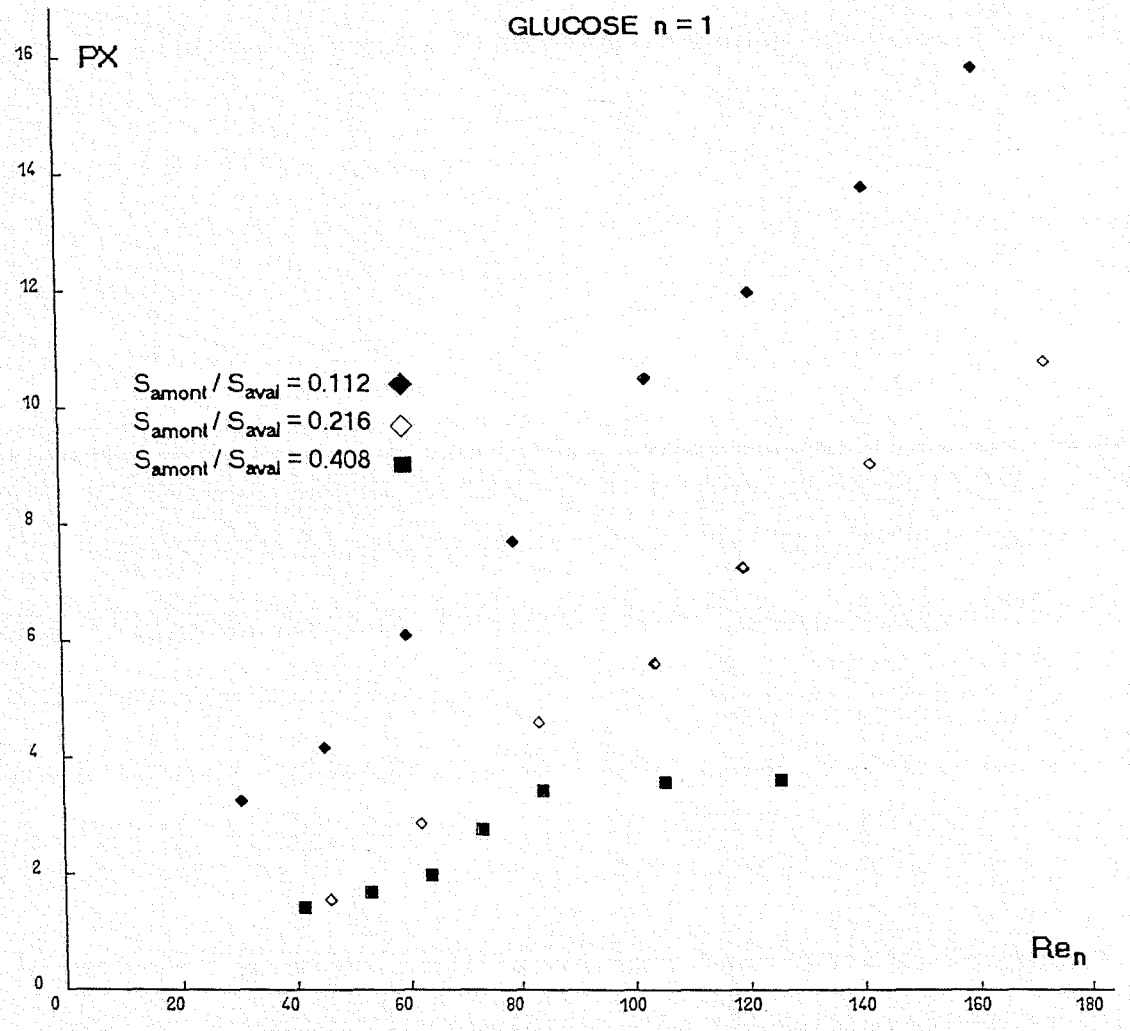


Figure V.6 : Evolution du coefficient PX en fonction du nombre de Reynolds Re_n pour une solution de sirop de glucose (n=1) s'écoulant dans des élargissements brusques de rapports S_{amont}/S_{aval} différents

V.2. DIVERGENTS .

V.2.1. Influence de l'angle de divergence .

Pour une solution aqueuse de HEC à 1,4% en poids (n= 0.3) , les courbes ζ en fonction de Re_n (figure V.7) font apparaître deux régimes . Ainsi pour l'angle de divergence de 20° , on voit clairement que pour un nombre de Reynolds inférieur à 200 , le coefficient ζ suit une évolution similaire à celle du coefficient de frottement soit $f = 16 / Re_n$. Au-delà de cette valeur critique , les variations de ζ sont faibles .

De plus , nous constatons que la valeur limite de ζ ne dépend pas , de façon significative , de l'angle de divergence .

La représentation du coefficient PX en fonction du nombre de Reynolds amont (figure V.8) met également en évidence , pour les différents divergents , l'apparition de deux régimes d'évolution de PX .

En effet , il est possible de tracer , pour chaque cas , des segments de droite dont l'intersection indique le changement de régime . Au-delà de la valeur du nombre de Reynolds correspondant , nous avons effectivement observé le décollement de la couche limite .

La valeur du nombre de Reynolds critique est d'autant plus grande que l'angle de divergence est faible , comme nous l'avons déjà indiqué au paragraphe IV.3.2.

Enfin , il faut remarquer que le paramètre PX , tout comme ζ d'ailleurs , intégre la longueur de la singularité de par la définition de la perte de charge globale Js , ce qui explique les positions relatives des courbes d'évolution tracées pour les différents angles de divergence .

Les évolutions de PX seront traduites par des relations affines $PX = E . Re_n + F$ dont les valeurs des coefficients E et F sont données dans les tables V.12 et V.13 .

V.2.2. Influence de l'indice de structure n .

Sur les graphes (figure V.9) représentant les évolutions du coefficient ζ en fonction de Re_n , pour différents fluides s'écoulant dans un divergent d'angle au sommet 20° , nous observons que le sirop de glucose (n=1) crée une perte d'énergie inférieure à celle générée par les fluides pseudoplastiques tant que les pertes d'origine purement visqueuse prédominent . Lorsque la zone de recirculation se développe et que les pertes d'énergie générées à l'interface du jet fluide en expansion et de la zone de recirculation croissent , la tendance s'inverse : la valeur limite du coefficient ζ obtenue pour le sirop de glucose devient plus grande que celles atteintes pour les fluides pseudoplastiques , l'effet stabilisant de la pseudoplasticité apparaît ici aussi .

Les graphes (figure V.10) représentant les évolutions de PX en fonction de Re_n permettent de confirmer ce comportement .

Enfin , les figures V.11,12,13,14 , récapitulent les évolutions des coefficients ζ et PX en fonction de Re_n , pour le sirop de glucose et une solution aqueuse de CMC à 3% (n=0.5) s'écoulant dans différents divergents et l'élargissement brusque avec $S_{amont} / S_{aval} = 0.112$.

Pour la solution de CMC , la figure V.13 montre , dans le cas de l'élargissement brusque et du divergent 40° , que seul le régime avec recirculation existe . Le régime sans recirculation se maintient pour les divergents 20° et 10° jusqu'à un nombre de Reynolds de l'ordre de 100.

Mais , pour la solution de sirop de glucose , le régime sans recirculation n'apparaît que pour un divergent de 10° , confirmant , une fois de plus , l'effet stabilisant de la pseudoplasticité de la solution de CMC par rapport à un fluide au comportement newtonien .

Les tables V.12 et V.13 regroupent les valeurs des coefficients E et F de la représentation linéaire du coefficient PX en fonction de Re_n : $PX = E . Re_n + F$, pour l'ensemble des singularités testées (certaines n'étant pas reportées sur les graphes pour des raisons de lisibilité) .

Pour un nombre de Reynolds Re_n inférieur à Re_n critique :

Singularité	CMC 3% n = 0.5		HEC 1.4% n = 0.3		GLUCOSE n = 1	
	E	F	E	F	E	F
divergent 5°	0.0224	23.85				
divergent 7°	0.0242	17.27			0.0294	11.16
divergent 10°	0.0252	11.68	0.0095	15.42	0.0359	6.92
divergent 20°	0.0235	6.01	0.0243	6.27		

Table V.12

Pour un nombre de Reynolds Re_n supérieur à Re_n critique :

Singularité	CMC 3% n = 0.5		HEC 1.4% n = 0.3		GLUCOSE n = 1	
	E	F	E	F	E	F
divergent 10°			0.0356	8.73	0.0722	2.30
divergent 20°	0.043	4.21	0.0437	1.77	0.0698	0.91
divergent 40°	0.0532	2.04	0.0413	0.84	0.0856	-0.04
divergent 60°	0.0546	2.46			0.0909	0.19
divergent 80°	0.0585	2.50			0.0949	0.23
élarg. brusque	0.0636	1.58	0.0502	1.139	0.0977	0.09

Table V.13

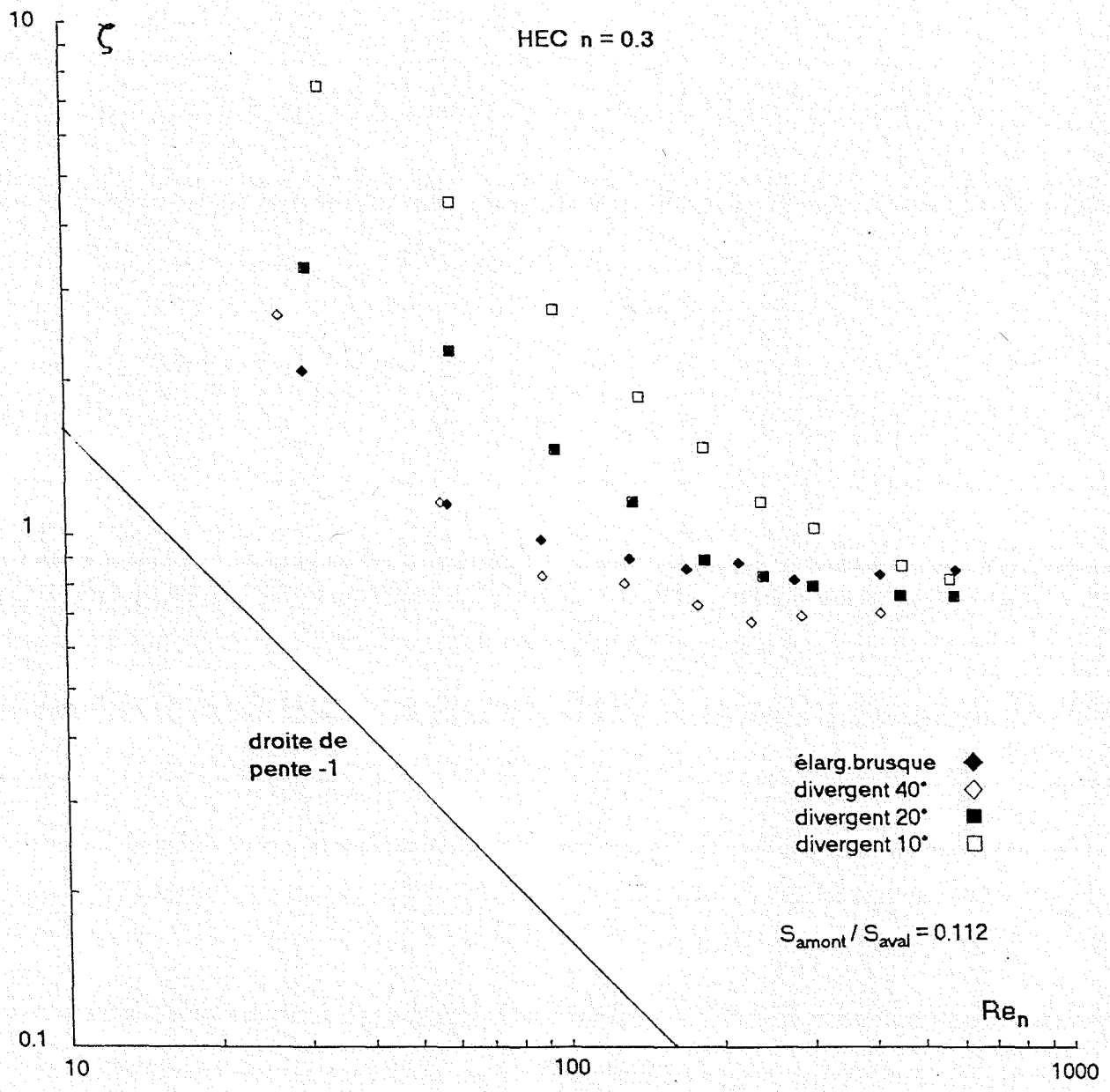


Figure V.7 : Evolution du coefficient de perte d'énergie singulière ζ en fonction du nombre de Reynolds Re_n pour une solution aqueuse de HEC 1.4% (n=0.3) s'écoulant dans des divergents d'angle au sommet =10° . 20° . 40° et un élargissement brusque .

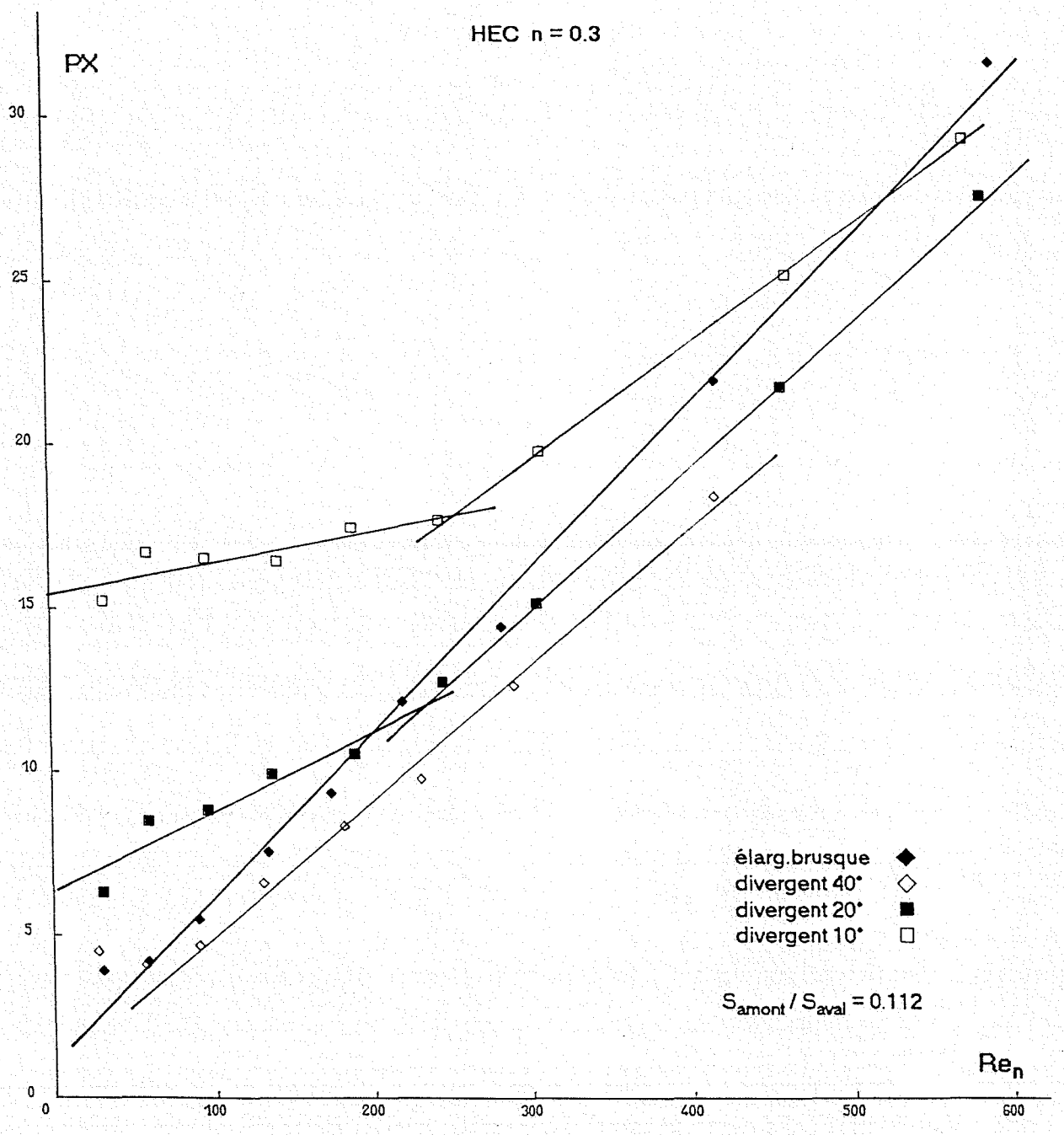


Figure V.8 : Evolution du coefficient PX en fonction du nombre de Reynolds Re_n pour une solution aqueuse de HEC 1.4% (n=0.3) s'écoulant dans des divergents d'angle au sommet = 10° , 20° , 40° et un élargissement brusque .

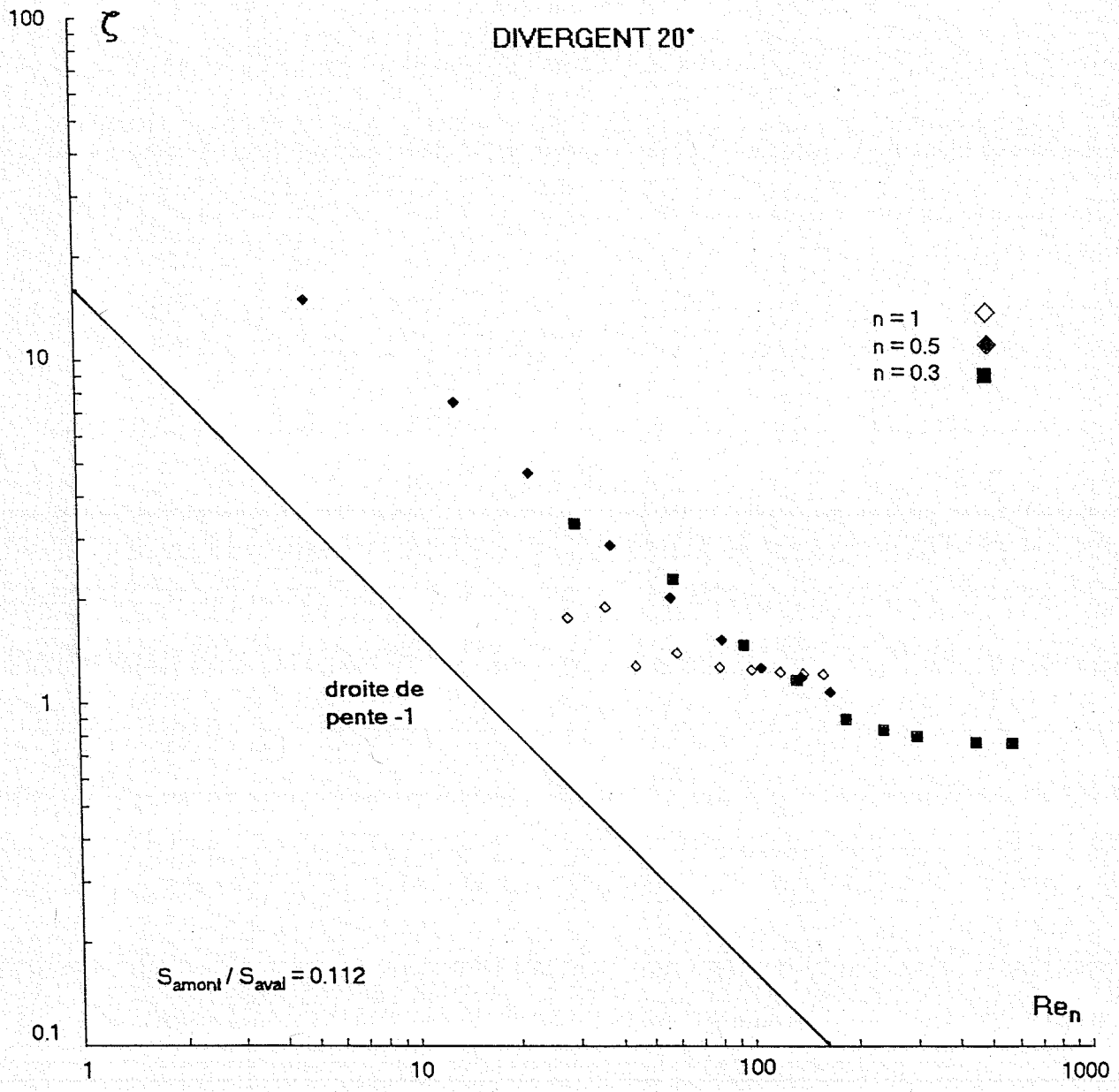


Figure V.9 : Evolution du coefficient de perte d'énergie singulière ζ en fonction du nombre de Reynolds Re_n pour différents fluides (n=1 sirop de glucose , n=0.5 solution aqueuse de CMC 3% , n=0.3 solution aqueuse de HEC 1.4%) s'écoulant dans un divergent 20° .

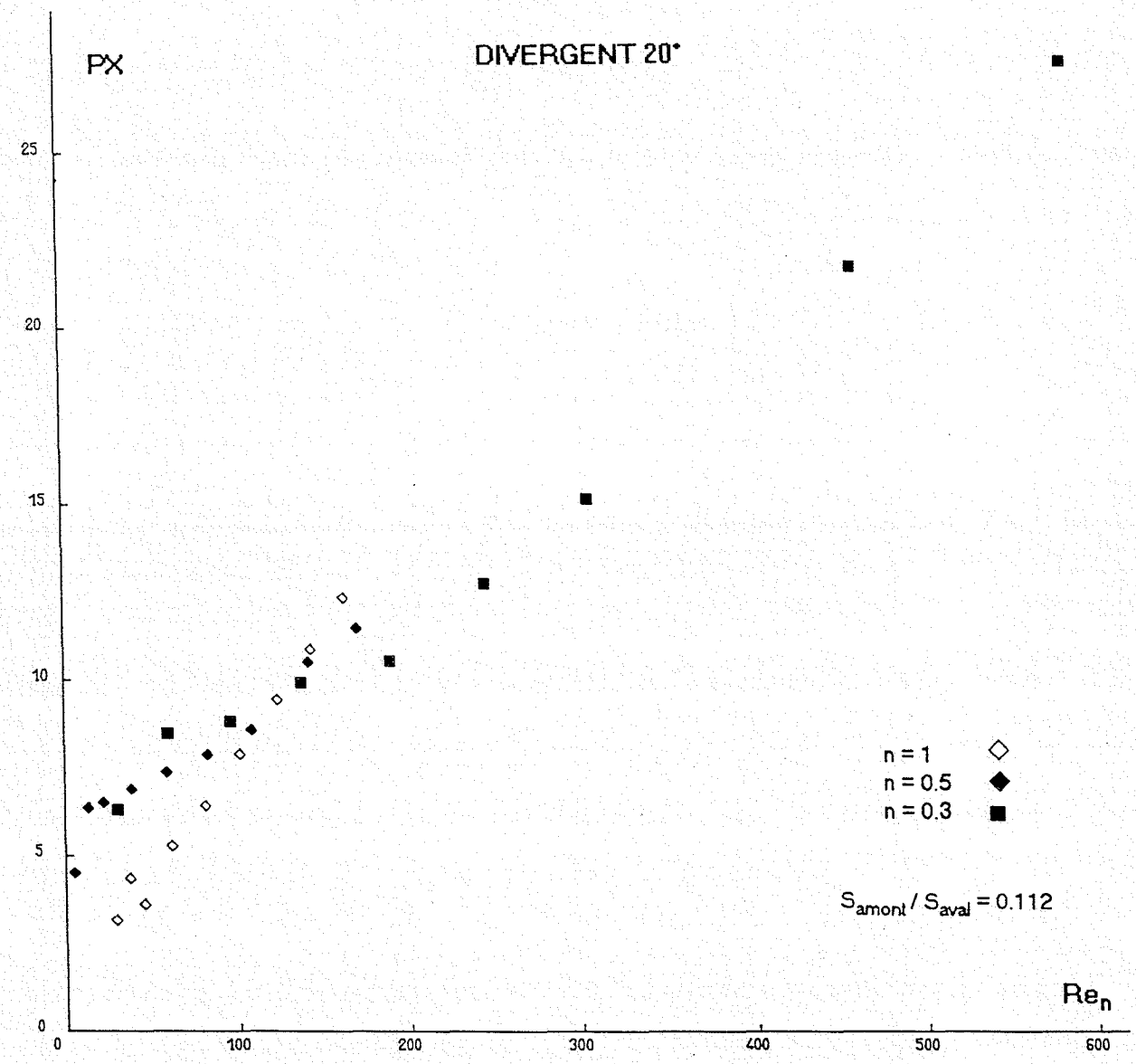


Figure V.10 : Evolution du coefficient PX en fonction du nombre de Reynolds Re_n pour différents fluides (n=1 sirop de glucose , n=0.5 solution aqueuse de CMC 3% , n=0.3 solution aqueuse de HEC 1.4%) s'écoulant dans un divergent 20°.

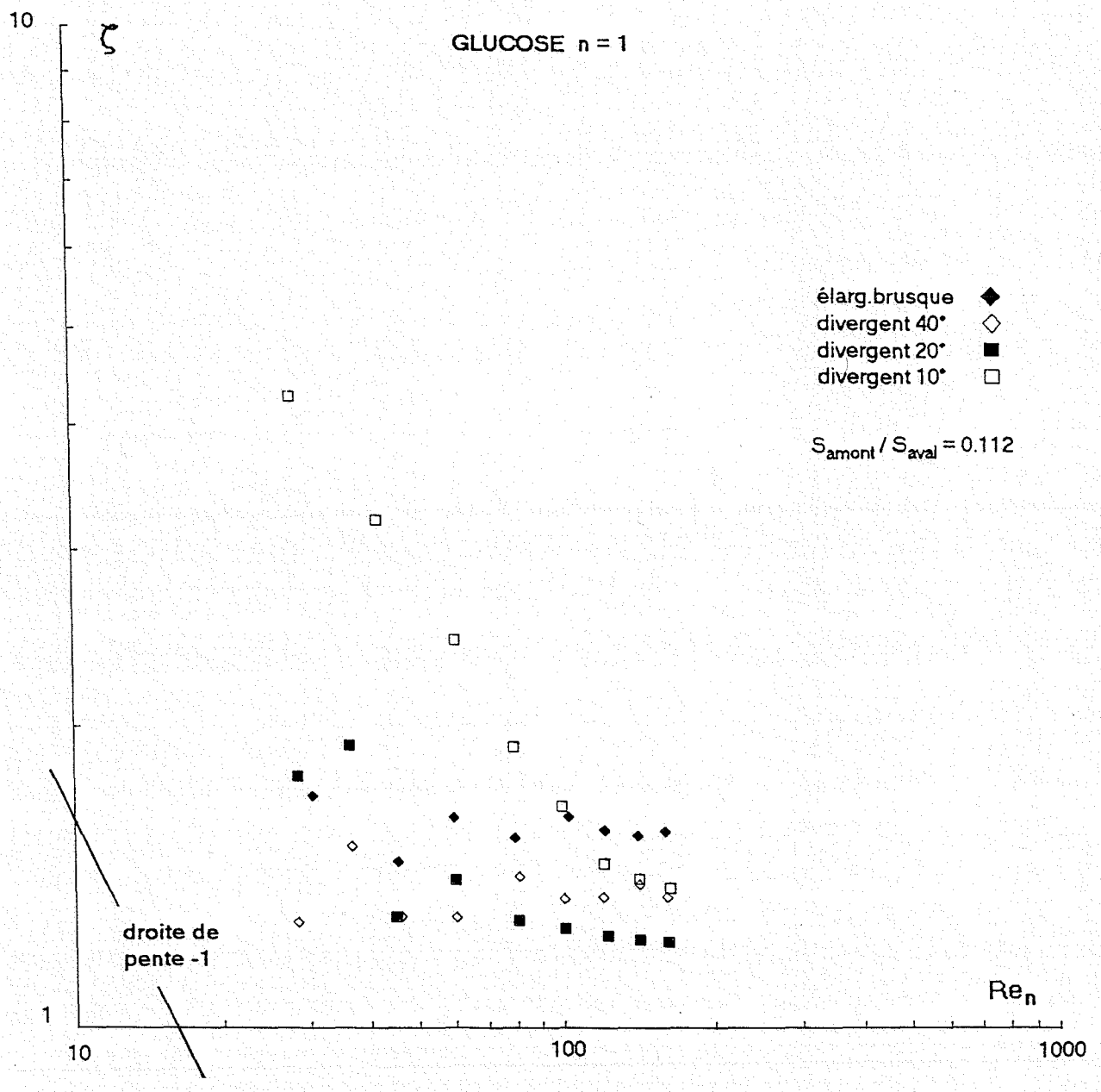


Figure V.11: Evolution du coefficient de perte d'énergie singulière ζ en fonction du nombre de Reynolds Re_n pour une solution de sirop de glucose (n=1) s'écoulant dans des divergents d'angles au sommet différents et un élargissement brusque de rapport $S_{amont}/S_{aval} = 0.112$.

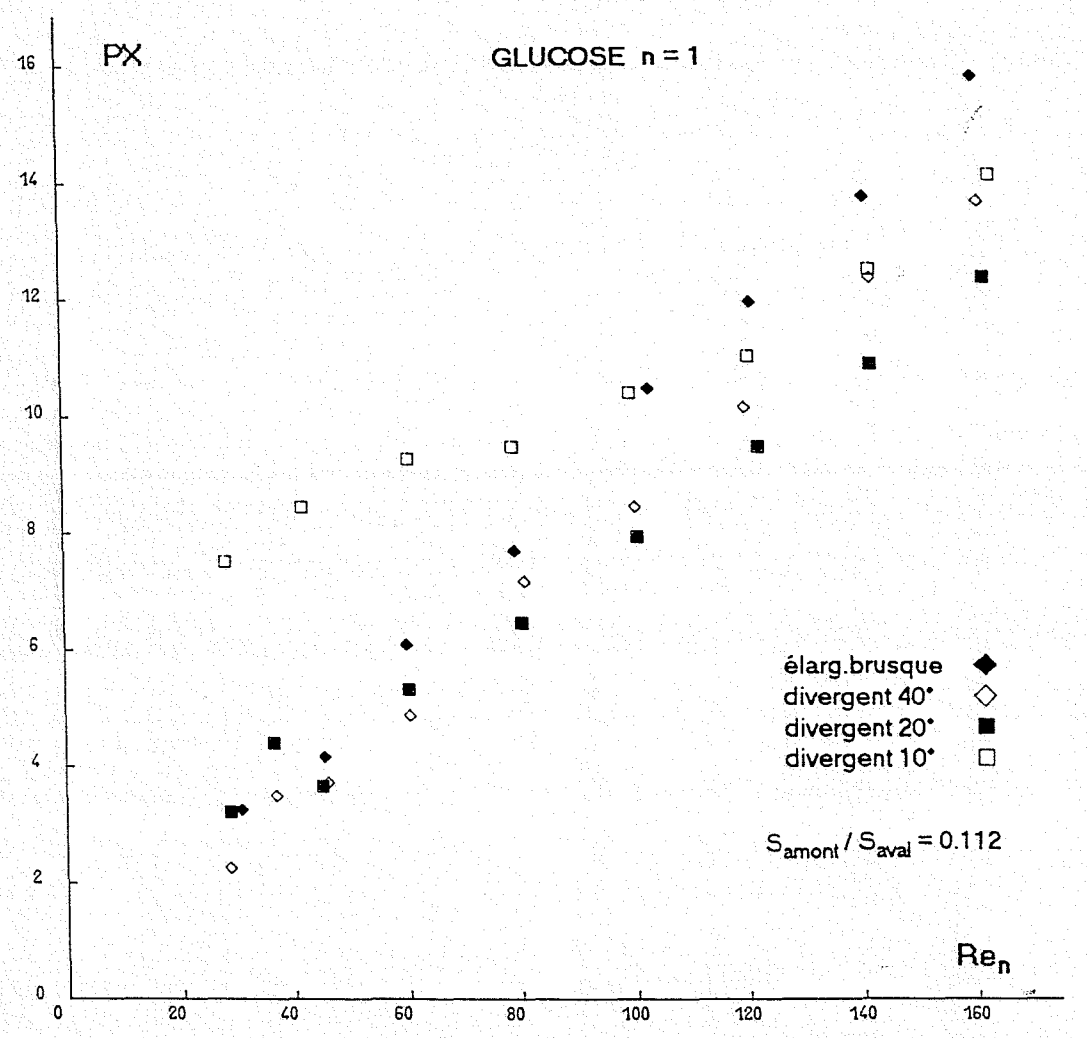


Figure V.12 : Evolution du coefficient PX en fonction du nombre de Reynolds Re_n pour une solution de sirop de glucose (n=1) s'écoulant dans des divergents d'angles au sommet différents et un élargissement brusque de rapport $S_{amont}/S_{aval} = 0.112$.

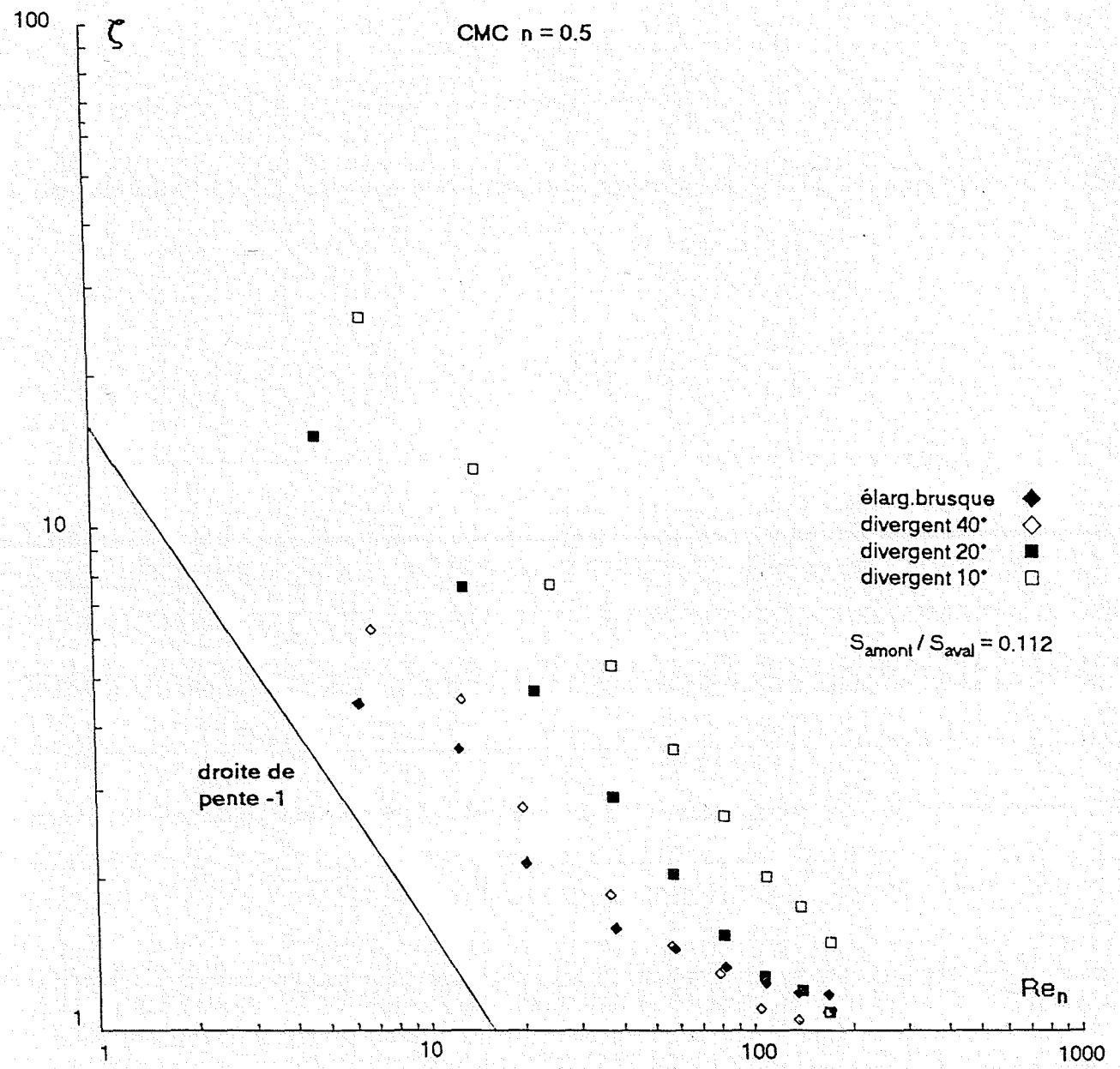


Figure V.13 : Evolution du coefficient de perte d'énergie singulière ζ en fonction du nombre de Reynolds Re_n pour une solution aqueuse de CMC 3% (n=0.5) s'écoulant dans des divergents d'angles au sommet différents et un élargissement brusque de rapport $S_{amont}/S_{aval} = 0.112$.

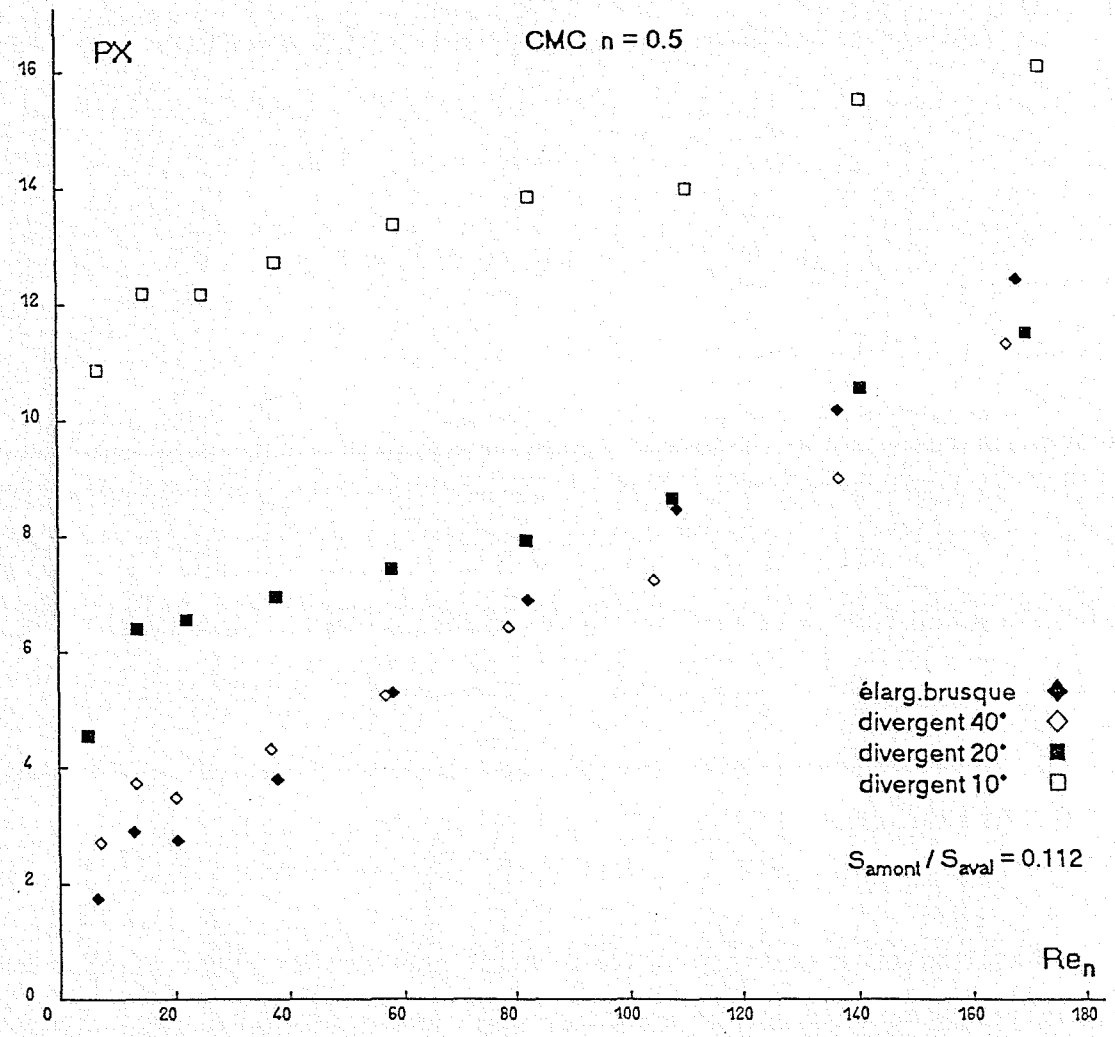


Figure V.14 : Evolution du coefficient PX en fonction du nombre de Reynolds Re_n pour une solution aqueuse de CMC 3% (n=0.5) s'écoulant dans des divergents d'angles au sommet différents et un élargissement brusque de rapport $S_{amont}/S_{aval} = 0.112$.

V.3. CORRELATIONS .

Dans les paragraphes précédents , nous avons établi , pour chaque singularité étudiée et chaque fluide , que les évolutions du paramètre PX en fonction du nombre de Reynolds Re_n , peuvent se représenter par des relations linéaires du type $PX = A . Re_n + B$.

Pouvons-nous regrouper ces différentes relations en une seule ?

L'analyse dimensionnelle conduite chapitre III , nous indique que la perte d'énergie singulière peut s'exprimer par la relation adimensionnelle

$$PX = fct (Re_n , n , \Theta , S_{amont}/S_{aval})$$

Mais pour les divergents , la présence ou non d'une zone de recirculation modifie les valeurs des coefficients A et B , et l'établissement d'une loi unique ne peut être réalisé .

Aussi , envisagerons-nous le cas des élargissements brusques , pour lesquels une zone de recirculation est toujours présente , dans le domaine de nombre de Reynolds étudié .

V.3.1. Elargissements brusques

V.3.1.1. Influence de l'indice de structure n :

Pour chaque valeur de l'indice de structure n , nous avons montré paragraphe V.1.1.2 que PX varie linéairement avec Re_n : $PX = A . Re_n + B$.

L'évolution de la pente A en fonction de l'indice de structure n , ou plutôt de sa plage de variation , (figure V.15) , montre , malgré le faible nombre de points , qu'une représentation affine est acceptable :

$$A = 0.031 + 0.068\ n$$

Le coefficient B , compris dans l'intervalle 0.1 - 1.6 , ne semble pas suivre d'évolution particulière en fonction de l'indice de structure . Aussi , prendrons -nous une valeur moyenne de B égale à 1 .

Dans le domaine de variation de l'indice de structure n étudié (0.3-1) , le coefficient PX peut s'exprimer en fonction de n et Re_n par la relation :

$$PX = (0.031 + 0.068\ n) Re_n + 1$$

Si nous définissons dPX % par la relation :

$$dPX\ \% = 100 \times (PX_{calculé} - PX_{mesuré}) / PX_{mesuré} ,$$

nous constatons sur la figure V.16 , que l'écart moyen dPX % est de -1.6% et que 95% des écarts entre les valeurs expérimentales et les valeurs calculées sont inférieures à 25% , ce qui est tout à fait acceptable compte tenu des incertitudes affectant les différentes grandeurs permettant la détermination du coefficient PX .

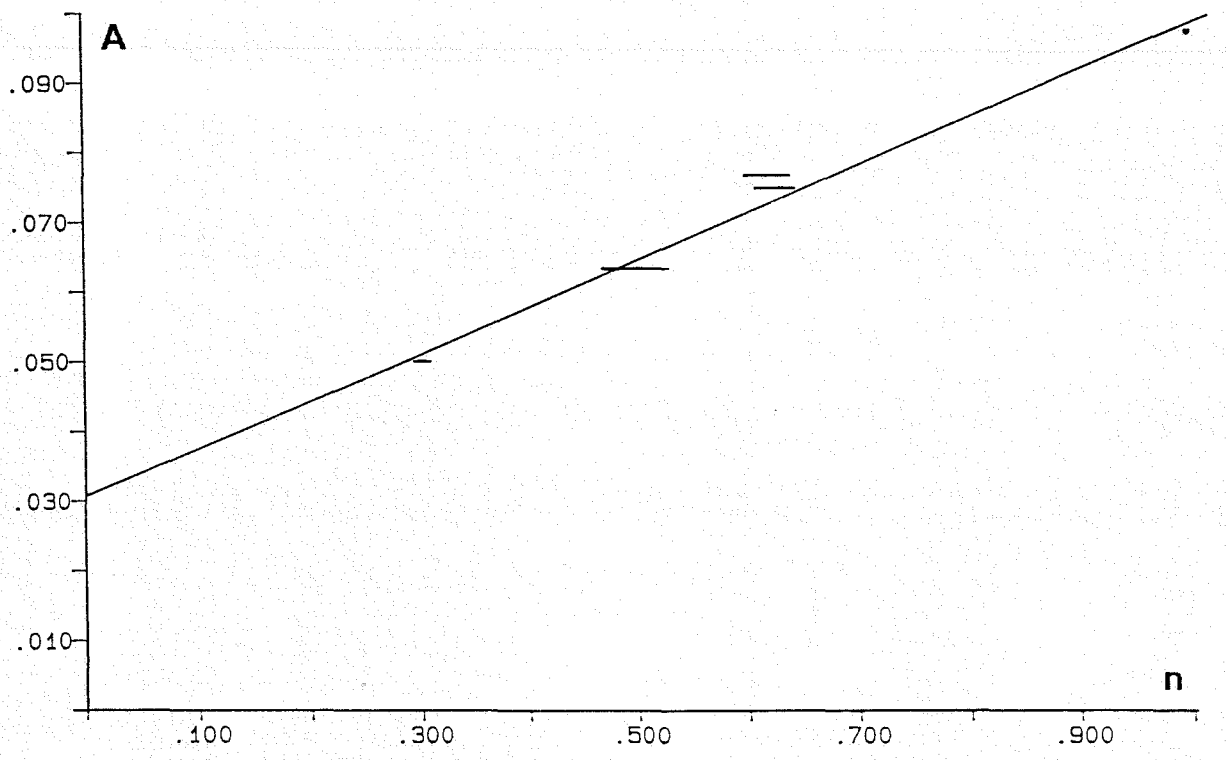


Figure V.15 : Evolution du coefficient A de la droite $PX = A\,Re_n + B$ en fonction de l'indice de structure n , pour un rapport $S_{amont} / S_{aval} = 0.112$.

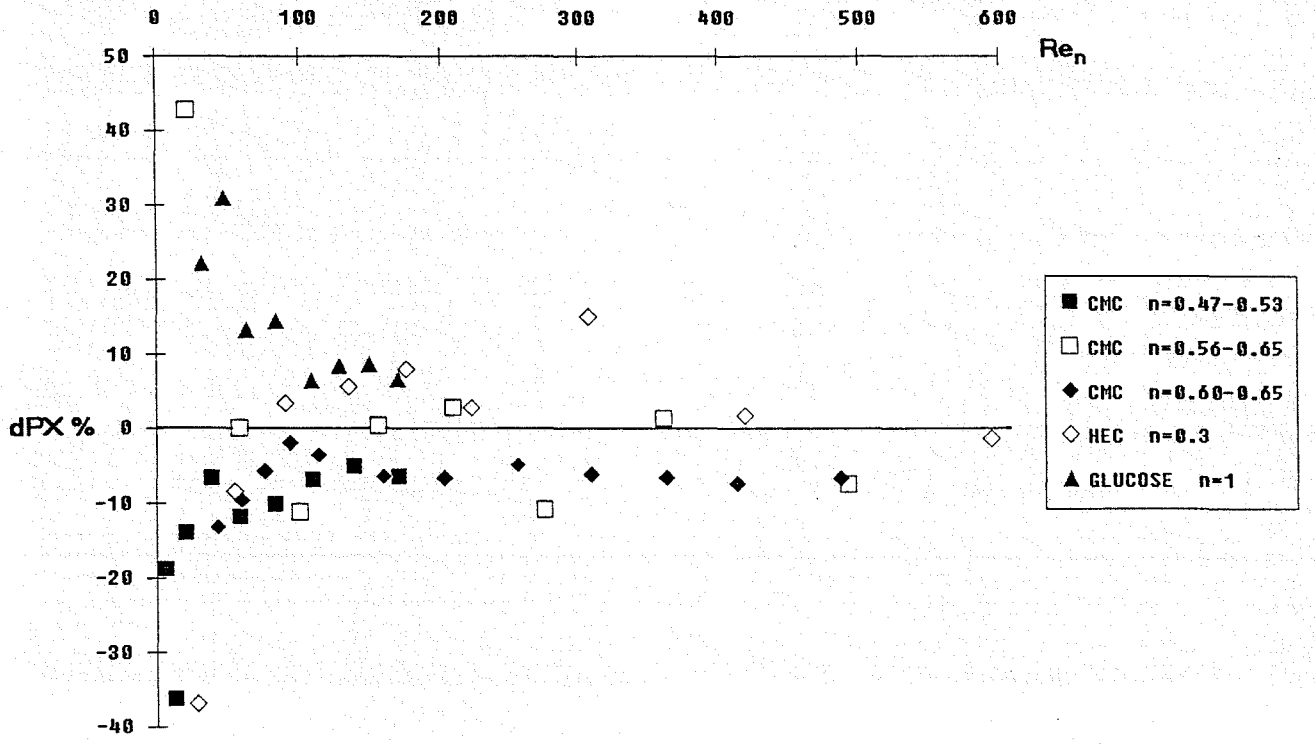


Figure V.16 : Ecart dPX % entre les valeurs expérimentales du coefficient PX et les valeurs calculées par la relation V.3.1.1. ($S_{amont} / S_{aval} = 0.112$) .

V.3.1.2. Influence du rapport S_{amont} / S_{aval} .

Au paragraphe V.1.2 , pour chaque valeur de S_{amont} / S_{aval} , nous avons établi que PX varie linéairement avec Re_n : $PX = C . Re_n + D$.

L'influence du rapport S_{amont} / S_{aval} sur la pente C (figure V.17), malgré le peu de points étudiés , pour les solutions de CMC (n=0.5) et de sirop de glucose , se traduit par une évolution linéaire décroissante de C :

CMC 3% (n = 0.5)	$C = 0.082 - 0.165\ S_{amont} / S_{aval}$
GLUCOSE (n = 1)	$C = 0.123 - 0.231\ S_{amont} / S_{aval}$

De plus , nous remarquerons que , pour les deux fluides utilisés , la pente C devient négative pour des valeurs du rapport S_{amont} / S_{aval} sensiblement supérieures à 0.5 . Des valeurs négatives de C sont physiquement absurdes et contradictoires avec les observations expérimentales puisqu'elles entraineraient une augmentation du coefficient PX , donc de la perte d'énergie singulière Js , pour un rapport S_{amont} / S_{aval} croissant .

Aussi , considérerons-nous que la pente C est nulle pour des rapports S_{amont} / S_{aval} supérieurs à 0.5 , c'est à dire que PX est indépendant du nombre de Reynolds Re_n . Cette hypothèse est confortée par les mesures effectuées avec un élargissement brusque de rapport égal à 0.640 ; les valeurs du coefficient PX fluctuant autour de 1.3 .

Enfin , les coefficients D variant sans relation apparente avec le rapport S_{amont} / S_{aval} , nous prendrons une valeur moyenne de 1.3 pour la solution de CMC et de 0.15 pour le sirop de glucose .

Dans le domaine d'étude exploré ($0.112 < S_{amont} / S_{aval} < 0.5$) :

CMC 3% (n=0.5)	$PX = (0.082 - 0.165\ S_{amont} / S_{aval})\ Re_n + 1.3$
GLUCOSE (n=1)	$PX = (0.123 - 0.231\ S_{amont} / S_{aval})\ Re_n + 0.15$

Pour $S_{amont} / S_{aval} > 0.5$

CMC 3% (n=0.5)	PX = 1.3
GLUCOSE	PX = 0.15

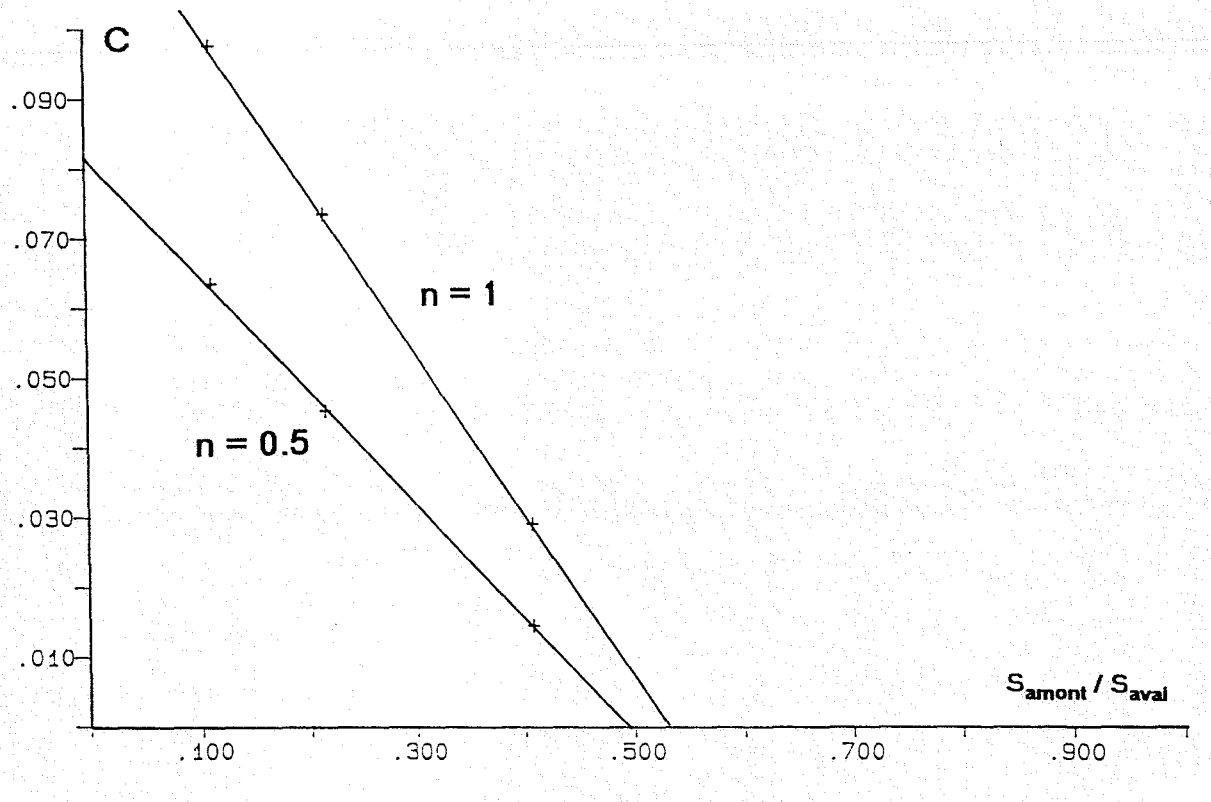


Figure V.17 : Evolution du coefficient C de la droite $PX = C\,Re_n + D$ en fonction du rapport S_{amont} / S_{aval} , pour une solution de CMC à 3% (n=0.5) et une solution de sirop de glucose (n=1) .

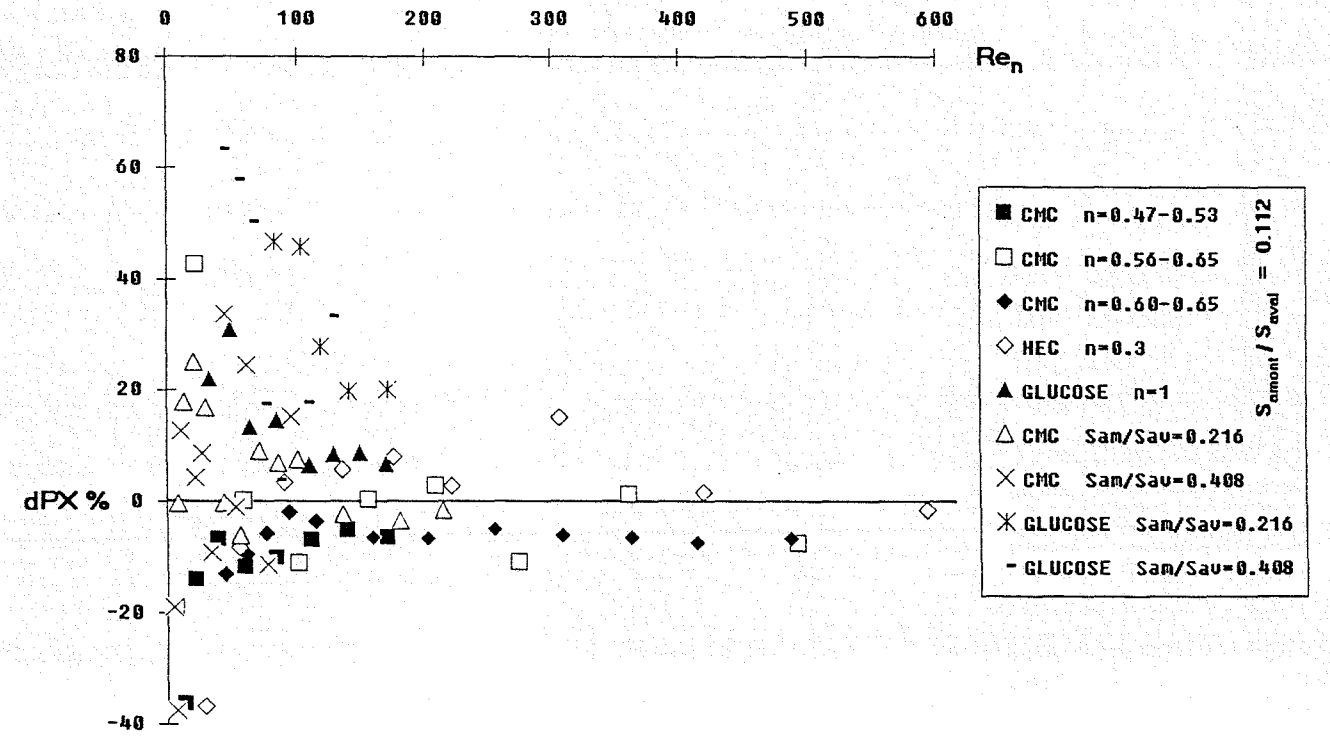


Figure V.18 : Ecart dPX % entre les valeurs expérimentales du coefficient PX et les valeurs calculées par la relation V.3.1.3.

V.3.1.3. Synthèse .

L'étude des variations de PX en fonction de S_{amont} / S_{aval} et de Re_n , traduites par la relation $PX = (G - H . S_{amont} / S_{aval}) Re_n + I$, a montré que G , H et I sont fonctions de l'indice de structure n .

Or , l'évolution de PX en fonction de n et Re_n , pour une valeur de S_{amont} / S_{aval} donnée , montre que le coefficient A de l'équation $PX = A . Re_n + B$ est une fonction affine de l'indice de structure n : $A = 0.031 + 0.068 n$. Cela implique , que les coefficients G et H sont des fonctions affines de n :

$$G = 0.040 + 0.084 n$$

$$H = 0.098 + 0.133 n$$

Si nous convenons de poser I = 1 , alors :

$$PX = [(0.04 + 0.084 n) - (0.098 + 0.133 n) S_{amont} / S_{aval}] Re_n + 1$$

Cette relation permet donc de déterminer le coefficient PX pour des valeurs de l'indice de structure n comprises entre 0.3 et 1 , dans le cas d'élargissements brusques dont le rapport S_{amont} / S_{aval} varie de 0.1 à 0.5 .

La figure V.18 regroupe les valeurs des écarts dPX % pour l'ensemble des essais réalisés sur les élargissements brusques , nous constatons que la dispersion est beaucoup plus grande que précédemment (paragraphe V.3.1.1) puisque 95% des valeurs de dPX % se situent dans un intervalle de ±40% , la valeur moyenne de dPX % étant de +5.2% .

Cette augmentation de la dispersion des écarts entre valeurs calculées et valeurs mesurées du coefficient PX provient :

- de la baisse de la précision de détermination du coefficient $PX = J_s / \tau_p$ lorsque le rapport S_{amont} / S_{aval} augmente ; en effet , quand S_{amont} / S_{aval} passe de 0.112 à 0.408 et pour des valeurs du nombre de Reynolds amont voisines , la perte d'énergie singulière Js est divisée approximativement par 5 dans le cas des solutions de CMC et 8 pour la solution de sirop de glucose , la contrainte pariétale τ_p diminuant de façon analogue ,

- de l'approximation faite en supposant l'indice de structure n constant , pour une solution de CMC donnée , quelque soit le rapport S_{amont} / S_{aval} de l'élargissement brusque (paragraphe V.3.1.2) .

CONCLUSIONS

Au cours de l'étude que nous venons de présenter , les moyens expérimentaux mis en oeuvre (viscosimétrie , vélocimétrie laser , mesure des taux de fluctuation) , nous ont permis d'établir des résultats importants concernant les écoulements de fluides non-newtoniens dans des singularités du type élargissement brusque et divergent progressif .

Caractérisation rhéologique

A la traversée d'une singularité , le champ des vitesses subit d'importantes perturbations entraînant de fortes variations du taux de cisaillement du fluide en écoulement , typiquement de quelques dizaines de s^{-1} à quelques centaines voire milliers de s^{-1}.

Pour les fluides non-newtoniens , cela conduit au problème de la caractérisation rhéologique du fluide , dans un domaine étendu de variation du taux de cisaillement .

Des lois rhéologiques simples , à deux paramètres , du type loi puissance , s'avèrent insuffisantes pour traduire l'évolution de la contrainte de cisaillement τ avec le taux de cisaillement $\gamma°$

Des lois à quatre paramètres , telle la loi de Carreau , traduisent bien l'évolution du caractère non-newtonien pseudoplastique des fluides essayés . Mais , si l'on veut conserver l'utilisation du nombre des Reynolds généralisés Re' ou Re_n , proposé par Metzner et Reed , et permettre ainsi des comparaisons avec les résultats obtenus par d'autres expérimentateurs , il faut définir les indices de structure n et de consistance k localement :

$$n = n(\gamma°) \qquad k = k(\gamma°)$$

ou les définir par intervalles de taux de cisaillement ; solution que nous avons retenue .

Etude dynamique

L'évolution des profils de vitesse à la traversée d'une singularité est fortement dépendante de la géométrie de la singularité , du nombre de Reynolds Re_n et de l'indice de structure n .

Pour les élargissements brusques :

- quel que soit le rapport S_{amont} / S_{aval} , une zone de recirculation existe , dés les plus faibles valeurs du nombre de Reynolds ,

- la longueur d'établissement de l'écoulement , en aval de l'élargissement , suit une loi linéaire de la forme :

$$Le / D_{am} = Re_n / A$$

le coefficient A est fonction du rapport S_{amont} / S_{aval} et de l'indice n :

pour n = 0.5	$S_{amont} / S_{aval} = 0.112$	A = 12.5
	$S_{amont} / S_{aval} = 0.216$	A = 19.9

	n=0.3	A = 5.4
pour S_{amont} / S_{aval} =0.112	n=0.5	A = 12.5
	n=1	A = 25

Pour les divergents , la zone de recirculation prend naissance en fin de divergent , au-delà d'une certaine valeur du nombre de Reynolds Re_n , puis elle se développe vers l'amont quand Re_n augmente . La valeur de ce nombre de Reynolds critique Re_{nc} augmente quand l'angle de divergence diminue ainsi que pour une diminution de l'indice de structure n .

Le résultat essentiel de cette étude dynamique est l'effet stabilisant de la pseudoplasticité : pour une singularité donnée , la zone de recirculation et la longueur d'établissement diminuent quand l'indice de structure n décroit .

<u>Pertes d'énergie singulières</u>

Ces études expérimentales ont permis de mettre en évidence l'influence des recirculations sur la loi de perte d'énergie singulière :

- pour un nombre de Reynolds amont Re_n inférieur à une valeur critique Re_{nc} , le coefficient de perte d'énergie singulière ζ suit une loi analogue à celle des pertes d'énergie régulières $f = 16 / Re_n$,

- au-delà de cette valeur critique , le coefficient ζ varie peu avec le nombre de Reynolds amont Re_n et tend vers une valeur limite ,

- enfin , la valeur limite du coefficient ζ diminue quand l'indice de structure n décroit ; l'effet stabilisant de la pseudoplasticité est mis à nouveau en évidence .

De plus , un nouveau paramètre $PX = Js / \tau p$ est proposé pour caractériser la perte d'énergie singulière :

- dans le domaine d'étude , des lois d'évolution linéaire de PX en fonction de Re_n sont établies ,

- les changements de pente de cette représentation des pertes d'énergie , mettent en évidence l'influence des zones de recirculation .

Pour les divergents , l'existence ou non d'une zone de recirculation , ne permet pas d'établir une relation unique entre le nombre de Reynolds amont Re_n , l'indice de structure n et l'angle au sommet du divergent Θ .

Pour les élargissements brusques , la présence d'une zone de recirculation dés les plus faibles valeurs du nombre de Reynolds permet d'établir une corrélation multilinéaire entre le coefficient PX , Re_n , l'indice de structure n et le rapport S_{amont} / S_{aval} :

$$PX = [(0.04 + 0.084\ n) - (0.098 + 0.133\ n)\ S_{amont} / S_{aval}\ ]\ Re_n + 1$$

Pour des valeurs de l'indice de structure n comprises entre 0.3 et 1 et des variations du rapport S_{amont} / S_{aval} dans l'intervalle 0.1-0.5 , la précision obtenue pour 95% des essais effectués est de 40%.

Aussi , pour étendre , confirmer le domaine d'application et améliorer la précision de cette relation de détermination du coefficient PX , des études complémentaires devraient être faites :

- emploi de nombreux fluides aux comportements rhéologiques nettement différents (variation maximale de n pour les fluides pseudoplastiques , essai de fluides à seuil , essai de fluides viscoélastiques ...) ,
- augmentation de l'étendue de variation du nombre de Reynolds ($Re_n > 500$) ,
- grand nombre de rapports S_{amont} / S_{aval} .

Enfin , il conviendrait de confirmer l'intérêt du coefficient PX par rapport au coefficient ζ habituellement utilisé , par l'essai d'autres types de singularités (rétrécissements , coudes , vannes...) .

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

1 - R.B. BIRD , R.C. ARMSTRONG ,O. HASSAGER
Dynamics of polymeric liquids.Second edition.Volume 1
John Wiley. New York. 1987

2 - R.I. TANNER
Engineering rheology
Oxford University Press.New York. 1985

3 - A.H.P. SKELLAND
Non-newtonien flow and heat transfer
John Wiley.New York. 1967

4 - A.B. METZNER , J.C. REED
Flow of non-newtonian fluids correlation of the laminar,transition and turbulent flow regions
AICHE 1 , 434 . 1955

5 - W.L. WILKINSON
Non-newtonian fluids
Pergamon.London. 1960

6 - R. COMOLET
Mécanique expérimentale des fluides.Tome II
Masson.Paris. 1963

7 - N. MIDOUX
Mécanique et rhéologie des fluides en génie chimique
Technique et documentation.Paris. 1985

8 - D.W. DODGE , A.B. METZNER
Turbulent flow of non-newtonian systems
AICHE vol.5 No.2 , 1959 pages 189,204

9 - Y.I. CHO , J. P. HARTNETT
Non-newtonian fluids in circular pipe flow
Advances in heat transfer.Volume 1
Academic Press . 1982

10 - D.F. BOUCHER ,G.E. ALVES
Fluid dynamics
Chemical Engineer's Handbook . section 5 pages 32-38
Mac Graw Hill . 5° édition .1973

11 - C.P. KITTREDGE , D.S. ROWLEY
Resistance coefficients for laminar and turbulent flow through one-half-inch valves and fittings.
Trans A.S.M.E. vol 79 pages 1759-1766 novembre 1957

12 - I.E. IDELC'IK
Memento des pertes de charge
Eyrolles . Paris .1969

13 - A.H. GIBSON
Hydraulics and its applications
Constable . London . 5th ed. 1952

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE NANCY SCIENCES

14 - D.C.-H. CHENG
A design procedure for pipeline flow of non-newtonian dispersed systems.
Proc. Hydrotransport 1 .1st-4th september 1970 . pages J5-77 à J5-95

15 - J.F. STEFFE , I.O. MOHAMED , E.W. FORD
Pressure drop across valves and fittings for pseudoplastic fluids in laminar flow
Trans.of ASAE vol 27 N° 2 1984 pages 616-619

16 - A.T.J. HAYWARD
Flowmeters
Macmillan Press. London . 1979

17 - D. BELLET , M. SENGELIN , C. THIRRIOT
Mesures dans les fluides non-newtoniens
in Techniques de mesure dans les écoulements
Eyrolles . Paris . 1974

18 - A. BOUTIER
Les ensembles opto-mécaniques des vélocimètres laser
in Cours LDA II
DISA . Paris . 1983

19 - N.P. CHEREMISINOFF , R. GUPTA
Handbook of Fluids in Motion
Butterworths . Boston . 1983

20 - G.I. STELZER , E.D. KLUG
Handbook of water-soluble gums and resins
R.DAVIDSON . 1980

21 - N.I. NIKITIN
The chemistry of cellulose and wood
Israel Program for Scientific Translations . Jerusalem . 1966

22 - V. SCIROCCO
Convection thermique pour un fluide pseudoplastique en conduite cylindrique.
Thèse de l'Université de NANCY I . 1985

23 - J.C. LEULIET , J.F. MAINGONNAT , M. LALANDE
Etude de la perte de charge dans des échangeurs de chaleur à plaques traitant des produits non-newtoniens .
in II^{ème} colloque rhéologie et transformation des polymères et des matières agro-alimentaires . Nancy . janvier 1987.

24 - A.L. HALMOS , D.V. BOGER , A. CABELLI
The behavior of a power-law fluid flowing through a sudden expansion :
Part I . A numerical solution .
AIChE Journal (vol. 21 , No. 3) pages 540-553 . Mai 1975 .

RESUME

La présente étude concerne , pour différents fluides pseudoplastiques , en écoulement laminaire , la détermination des pertes d'énergie dues :

- à des élargissements brusques de différents rapports Section amont / Section aval
- à des divergents coniques de S.amont / S.aval fixé mais d'angle au sommet variable .

Les variations du champ des vitesses sont étudiées et reliées aux pertes d'énergie .

Un nouveau paramètre (PX) est défini pour caractériser les pertes d'énergie singulières .

Pour les élargissements brusques , une zone de recirculation existe pour des nombres de Reynolds $Re_n > 10$ et différentes corrélations sont proposées entre PX , S.amont / S.aval , Re_n et les caractéristiques rhéologiques du fluide .

Pour les divergents , deux régimes d'écoulement (avec ou sans recirculation) ont été mis en évidence .

Mots clés :

fluide
pseudoplastique
non-newtonien
perte
énergie
élargissement
divergent