



**HAL**  
open science

# Ellipsométrie à élément(s) tournant(s) : impact des erreurs aléatoires et systématiques sur les grandeurs ellipsométriques

Laurent Broch

► **To cite this version:**

Laurent Broch. Ellipsométrie à élément(s) tournant(s) : impact des erreurs aléatoires et systématiques sur les grandeurs ellipsométriques. Autre [cond-mat.other]. Université Paul Verlaine - Metz, 2011. Français. NNT : 2011METZ006S . tel-01748813

**HAL Id: tel-01748813**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01748813v1>**

Submitted on 29 Mar 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>



# UNIVERSITÉ PAUL VERLAINE - METZ

École Doctorale SESAMES  
Laboratoire de Physique des Milieux Denses (LPMD)

## THÈSE

présentée par :

**Laurent BROCH**

pour obtenir le grade de : Docteur de l'Université Paul Verlaine - Metz

Discipline/Spécialité : Physique

**Ellipsométrie à élément(s) tournant(s) :  
Impact des erreurs aléatoires et systématiques sur les grandeurs  
ellipsométriques**

Soutenue le 20 avril 2011 devant la commission d'examen

<b>A. DE MARTINO</b>	Directeur de Recherche, LCIPM, Ecole Polytechnique, Palaiseau	Rapporteur
<b>F. FERRIEU</b>	Docteur d'état, Consultant en métrologie optique et polarimétrie, Grenoble	Rapporteur
<b>JP. DECRUPPE</b>	Professeur, LPMD, UPVM	Président
<b>D. CATTELAN</b>	Directeur Recherche et Développement, Horiba Jobin-Yvon SAS, Chilly-Mazarin	Examineur
<b>A. EN NACIRI</b>	Maître de Conférences HDR, LPMD, UPVM	Co-Directeur de thèse
<b>L. JOHANN</b>	Professeur, LPMD, UPVM	Co-Directeur de thèse



L'ellipsométrie a débuté à l'Université de Metz dès les années 80 sous l'impulsion du Professeur Roland Kleim. J'ai été recruté comme ingénieur électronicien en 1999 dans l'équipe d'ellipsométrie du LPLI (Laboratoire de Physique des Liquides et Interfaces) pour automatiser et développer les instruments du laboratoire. M. Kleim partant à la retraite, c'est Luc Johann, Maître de Conférences, Aotmane En Naciri, doctorant, et Christian Louis, ingénieur chez Jobin-Yvon qui m'ont accueilli et initié à la technique. Au-delà du développement instrumental lié aux applications et problématiques de recherche du laboratoire, je me suis attardé à caractériser les ellipsomètres sur le plan métrologique et à proposer des solutions pour réduire les erreurs aléatoires et systématiques. En un mot, optimiser les mesures pour mieux déterminer les propriétés physiques des systèmes constitue le fil conducteur de mes activités.

Aussi, le travail mené depuis plus de 10 ans au Laboratoire de Physique des Milieux Denses (LPMD depuis 2005) et, présenté partiellement dans ce document, s'inscrit dans ce contexte. Il peut être surprenant et inhabituel de faire la synthèse de travaux de recherche après tant d'années, mais ce mémoire de thèse s'inscrit dans une démarche particulière de *VAE* (Validation des Acquis de l'Expérience). Ce dispositif, créé en 2002 permet l'obtention de tout ou partie d'une certification (diplôme, titre à finalité professionnelle ou certificat de qualification professionnelle) sur la base d'une expérience professionnelle salariée, bénévole et/ou volontaire.

Je tiens à remercier M. Antonello de Martino et M. Frédéric Ferrieu d'avoir accepté de rapporter ce travail et pour le grand intérêt de leurs commentaires. J'adresse également mes remerciements les plus chaleureux à M. Jean-Paul Decruppe et M. Denis Cattelan d'avoir examiné mon travail et participé au jury de thèse.

Cette démarche particulière et inédite à l'Université Paul Verlaine - Metz, n'aurait pas été possible sans le soutien de M. Stéphane Creusot, Directeur du Service Commun de Formation Continue (SCFC) et M. Daniel Neu, Responsable reprise d'études et VAE. Je remercie également M. Gérard Michaux, Vice-Président du Conseil des Etudes et de la Vie Universitaire, M. Philippe Burg, Vice-Président du Conseil Scientifique, M. Xavier Assfeld, Directeur de l'Ecole Doctorale Sesames et M. Olivier Pagès, Directeur du Laboratoire de Physique des Milieux Denses pour avoir compris et accepté cette démarche.

---

Un grand Merci aux collègues du LPMD pour qui j'ai été un peu moins disponible ces quatre derniers mois. Je remercie également Sandra Lerouge, experte en *Latex* et qui n'a cessé de m'encourager du début à la fin de ce projet.

Enfin, un énoooooorme merci aux usagers de *la cave*, José Lopez, Christian Louis, Aotmane En Naciri, Luc Johann, et notre *chimiste* Nicolas Stein, qui contribuent à la bonne ambiance quotidienne au laboratoire. Grâce à eux, c'est un réel plaisir de venir travailler tous les jours. Merci pour leur constante disponibilité, leur patience et leurs précieux conseils.

Je n'oublie pas également celles et ceux qui font ou qui ont fait qu'un (trop court) passage par l'ellipsométrie à Metz. Ils y ont laissé leur empreinte, un grand merci à Vincent Meyer, Gaston Piller, Raphaël Beck, Mohamed Mansour, Mickaël Gilliot, Alexandre Zimmer, Filsan Ahmed et Al Saleh Keita.

# Table des matières

<b>Glossaire</b>	<b>9</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>11</b>
<b>I Ellipsométrie</b>	<b>15</b>
<b>1 Ellipsométrie</b>	<b>17</b>
1.1 Polarisation de la lumière . . . . .	17
1.1.1 Représentation complexe et vecteur de Jones . . . . .	19
1.1.2 Intensité lumineuse . . . . .	20
1.2 Réflexion sur des surfaces planes . . . . .	21
1.2.1 Équations de Fresnel . . . . .	21
1.2.2 Les angles ellipsométriques . . . . .	22
1.2.3 Exploitation des paramètres ellipsométriques . . . . .	23
1.3 Représentation matricielle de l'état de polarisation . . . . .	25
1.3.1 Matrice de Jones . . . . .	25
1.3.2 Matrice de Mueller . . . . .	27
1.3.3 Expression du flux lumineux d'un montage optique . . . . .	32
<b>2 Les dispositifs expérimentaux</b>	<b>33</b>
2.1 Ellipsomètre PRPSE . . . . .	36
2.1.1 Description . . . . .	36
2.1.2 Angles ellipsométriques . . . . .	39
2.1.3 Calibrage des éléments . . . . .	39
2.2 Ellipsomètre à compensateur tournant . . . . .	47
2.2.1 Description du montage optique . . . . .	47
2.2.2 Détermination des angles ellipsométriques . . . . .	49
2.2.3 Calibrage . . . . .	50
2.3 Ellipsomètre à matrice de Mueller (MME) à deux compensateurs tournants	54

2.3.1	Description du montage . . . . .	54
2.3.2	Calcul du flux lumineux reçu par le détecteur . . . . .	55
2.3.3	Détermination des coefficients de la matrice de Mueller . . . . .	59
2.3.4	Coefficients de la matrice de Jones . . . . .	62
2.3.5	Calibrage . . . . .	64
<b>II</b>	<b>Erreurs aléatoires</b>	<b>73</b>
	<b>Introduction</b>	<b>75</b>
<b>3</b>	<b>Ellipsomètre PRPSE</b>	<b>79</b>
3.1	Erreurs aléatoires lors des mesures . . . . .	82
3.2	Erreurs aléatoires lors du calibrage de l'analyseur . . . . .	87
3.3	Illustration . . . . .	90
<b>4</b>	<b>Ellipsomètre PRPCSE</b>	<b>91</b>
4.1	Description . . . . .	91
4.2	Calibrage du compensateur . . . . .	93
4.3	Angles ellipsométriques . . . . .	95
4.4	Illustration . . . . .	97
<b>5</b>	<b>Ellipsomètre RCE</b>	<b>99</b>
5.1	Erreurs aléatoires . . . . .	100
5.1.1	Tracking de l'analyseur . . . . .	101
5.1.2	Tracking de l'analyseur et du polariseur . . . . .	104
5.2	Illustration . . . . .	108
5.3	Conclusion . . . . .	110
<b>III</b>	<b>Erreurs systématiques</b>	<b>111</b>
	<b>Introduction</b>	<b>113</b>
<b>6</b>	<b>Ellipsomètre à matrice de Mueller à deux compensateurs tournants</b>	<b>117</b>
6.1	Principes généraux . . . . .	117
6.1.1	La matrice d'erreur . . . . .	117
6.1.2	Les mesures double-zone et 4-zones . . . . .	118
6.1.3	Une fonction particulière . . . . .	118
6.2	Les erreurs d'azimut . . . . .	120

## TABLE DES MATIÈRES

---

6.2.1	Polariseur et analyseur . . . . .	120
6.2.2	Les compensateurs . . . . .	121
6.2.3	Illustration . . . . .	123
6.3	Erreurs d'ellipticité . . . . .	129
6.3.1	Les polariseurs . . . . .	129
6.3.2	Les compensateurs . . . . .	130
6.4	Erreurs dues aux fenêtres et au déphasage des compensateurs . . . . .	132
6.4.1	Les fenêtres . . . . .	132
6.4.2	Les compensateurs . . . . .	133
6.5	Synthèse . . . . .	134
6.6	Erreurs systématiques du second ordre . . . . .	135
6.6.1	Erreurs d'azimut des polariseurs . . . . .	136
6.6.2	Erreur d'azimut des compensateurs . . . . .	136
6.6.3	Erreurs sur le déphasage des compensateurs . . . . .	138
6.7	Cas particulier d'un échantillon isotrope . . . . .	139
6.7.1	Illustration . . . . .	142
6.8	Influence du déphasage des compensateurs . . . . .	146
6.8.1	Analyseur et polariseur . . . . .	146
6.8.2	Les compensateurs . . . . .	147
6.8.3	Simulation . . . . .	148
6.9	Conclusions . . . . .	150
	<b>Conclusion générale</b>	<b>151</b>
	<b>Annexes</b>	<b>157</b>
	<b>A Spectres ellipsométriques des échantillons utilisés</b>	<b>157</b>
	<b>B Matrices de Mueller d'éléments optiques</b>	<b>161</b>

## TABLE DES MATIÈRES

---

# Glossaire

- Echantillon 125 –  $SiO_2/Si$  : échantillon constitué d'une couche, d'épaisseur 125nm, d'oxyde de silicium sur substrat de silicium.
- Echantillon 108 –  $SiO_2/Si$  : échantillon constitué d'une couche, d'épaisseur 108nm, d'oxyde de silicium sur substrat de silicium.
- Echantillon  $Si$  : Substrat de silicium
- LPMD : Laboratoire de Physique des Milieux Denses
- MME : Ellipsomètre à matrice de Mueller
- P.I : Plan d'Incidence, plan formé par la normale à l'échantillon et le faisceau incident
- PRPSE : Ellipsomètre spectroscopique à polariseur fixe et polariseur tournant
- PRPCSE : Ellipsomètre spectroscopique à polariseur fixe, polariseur tournant et compensateur fixe
- PSD : *Polarization State Detector*, détecteur d'état de polarisation
- PSG : *Polarization State Generator*, générateur d'état de polarisation
- RCE : Ellipsomètre à compensateur tournant
- RTSRCE : Ellipsomètre spectroscopique temps-réel à compensateur tournant
- $\theta$  : Angle d'incidence



# Introduction générale

L'ellipsométrie des couches minces date du siècle dernier avec P. Drude (Ann. d. Physik, 39 (1890)), ce qui en fait le renouveau depuis environ 30 ans c'est à la fois l'industrie des semi-conducteurs et la puissance de calcul des micro-ordinateurs. Il est difficile de nommer tous les acteurs qui ont contribué au développement de cette technique en proposant des montages et des solutions innovantes, la publication de Vedam [Vedam, 1998] rappelle cette évolution jusqu'au milieu des années 90.

L'ellipsométrie est une technique non destructive qui mesure les angles (ou paramètres) ellipsométriques obtenus par réflexion d'une lumière polarisée sur la surface du système étudié. Il existe de nombreux montages pour mesurer la polarisation par réflexion. Ils comportent toujours une source lumineuse, un générateur d'état de polarisation, un système à étudier, un analyseur d'état de polarisation et un détecteur de flux. Ce sont les éléments de base auxquels peuvent s'ajouter différents éléments supplémentaires comme un modulateur, un compensateur ou un polariseur pour augmenter la sensibilité de l'instrument. Ces différentes techniques sont toutes décrites dans plusieurs ouvrages et/ou articles de review [Azzam et Bashara, 1977, Collins *et al.*, 1998, Fujiwara, 2007, Tompkins et Irene, 2005].

Le premier ellipsomètre décrit par Rothen [Rothen, 1945] permettait d'obtenir les deux angles ellipsométriques ( $\Psi$  et  $\Delta$ ) à une seule longueur d'onde pour déterminer l'épaisseur de films déposés sur un substrat d'acier inoxydable. Aujourd'hui, il est possible de mesurer l'ensemble des coefficients de la matrice de réflexion d'un échantillon en mode spectroscopique en quelques ms. Nous pouvons caractériser de petites surfaces (de l'ordre de quelques  $\mu\text{m}^2$ ) à l'aide de dispositifs dits *micro-spot* ou, au contraire, effectuer une cartographie d'angles ellipsométriques (imagerie) d'un wafer. Le premier instrument était monochromatique (lampe à vapeur de sodium), il est dorénavant courant d'utiliser des sources lumineuses étendues pour réaliser des mesures spectroscopiques depuis l'UV profond (124nm ou  $\approx 10\text{eV}$ ) jusqu'à l'Infra-Rouge lointain ( $> 40\mu\text{m}$  ou  $300\text{cm}^{-1}$  voire au-delà) [Ferrieu, 1989, Ferrieu, 2000].

Les applications de l'ellipsométrie sont vastes et dépendent du domaine spectral utilisé. Ainsi, on détermine les propriétés d'échantillons simples comme un substrat ou une monocouche homogène sur substrat et plus complexes comme des matériaux anisotropes, des systèmes multicouches, des films à gradient d'indice, ou encore le suivi de la formation d'un film in-situ, etc... Un effort considérable de recherche est actuellement orienté vers l'étude des nanostructures. Cette dynamique est motivée par des applications prometteuses et par un attrait fondamental concernant la matière à cette échelle. L'étude de ces systèmes par ellipsométrie ont déjà fait l'objet de nombreux travaux au LPMD [Gilliot, 2006, Mansour, 2006,

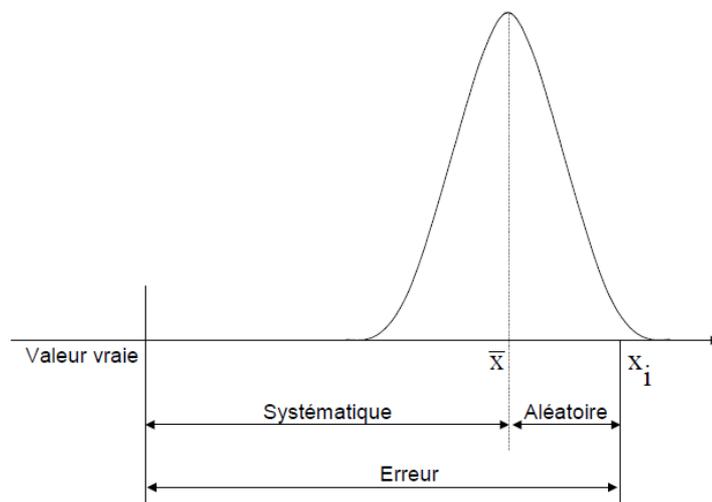
Gilliot *et al.*, 2007, En Naciri *et al.*, 2008]. Les travaux dans ce domaine sont toujours d'actualité [Ahmed *et al.*, 2009, Keita *et al.*, 2009, Ahmed *et al.*, 2010b, Ahmed *et al.*, 2010a, Keita *et al.*, 2010]. Plus généralement, d'autres développements instrumentaux comme l'imagerie ellipsométrique, l'ellipsométrie résolue dans le temps à matrice de Mueller et l'ellipsométrie à cristaux liquides, sont actuellement développés. Ils constitueront dans le futur de précieux outils pour la caractérisation de surfaces dépolarisantes, de nanostructures et pour des applications dans le domaine biomédical [De Martino *et al.*, 2008].

Le développement de nouveaux instruments, de nouvelles configurations, liées aussi au développement de la technologie, doit cependant être reliée aux possibilités et capacités de mesures des paramètres recherchés. Ainsi, caractériser des systèmes dont les variations des mesurandes sont faibles ne peut se faire *avec confiance* que si l'instrument est *métrologiquement* parfaitement connu, calibré ou étalonné. Ces mesurandes *avec leurs erreurs* servent à l'étape suivante, la modélisation, qui permet d'obtenir définitivement les paramètres physiques recherchés du système. Il est donc important de disposer d'instruments fiables, performants et adaptés.

Aussi, cette technique n'échappe pas aux règles métrologiques valables pour tous les instruments. Lorsqu'on exprime un résultat de mesure, il est nécessaire d'indiquer une incertitude pour donner une indication quantitative sur sa qualité et de pouvoir le comparer soit à un autre résultat de mesure soit à une valeur indiquée dans une spécification ou une norme. La définition de l'incertitude de mesure est donnée par le VIM (*Vocabulaire International des termes fondamentaux de Métrologie*) [VIM, 1994] : *Paramètre associé au résultat d'un mesurage qui caractérise la dispersion des valeurs qui pourraient raisonnablement être attribuées au mesurande*. Par conséquent, le résultat de mesure n'est pas une valeur unique, mais un ensemble de valeurs numériques pas toutes également probables que l'on appelle *variable aléatoire*. Les modalités d'évaluation des incertitudes sont décrites dans le GUM (*Guide pour L'expression de l'incertitude de Mesure* ou *Guide to the expression of Uncertainty in Measurement*) [GUM, 1999].

Une variable aléatoire est une variable pouvant prendre n'importe quelle valeur d'un ensemble déterminé de valeurs, et à laquelle est associé une loi de probabilité. Un mesurage présente, en général des imperfections qui occasionnent une erreur pour le résultat de mesure. Celle-ci possède deux composantes :

- Erreur aléatoire : *Résultat d'un mesurage moins la moyenne d'un nombre infini de mesurage, effectués dans des conditions de répétabilité*. Elles peuvent être réduites en augmentant le nombre d'observations indépendantes.
- Erreur systématique : *Moyenne qui résulterait d'un nombre infini de mesurages, effectués dans des conditions de répétabilité, moins une valeur vraie du mesurande*. Elles ne peuvent être diminuées qu'en appliquant des corrections.



Ce manuscrit est consacré aux travaux réalisés en instrumentation et traite particulièrement de l'influence des erreurs systématiques et aléatoires sur les grandeurs ellipsométriques. Pour chaque type d'erreurs, nous proposons des solutions pour limiter voire éliminer leur influence sur le résultat final. Ce document est divisé en 3 parties distinctes :

- **la première** composée de deux chapitres fait un bref rappel des principes fondamentaux qui régissent le fonctionnement d'un ellipsomètre. Le premier chapitre traitera de la polarisation de la lumière et des angles ellipsométriques. Le second chapitre est consacré aux principaux dispositifs expérimentaux utilisés en ellipsométrie et expose les configurations présentes au laboratoire. Pour chaque configuration, les méthodes de mesures et de calibrage des éléments y sont exposées.
- **La deuxième partie** composée de trois chapitres traite des erreurs aléatoires et présente des procédures originales permettant de réduire leurs impacts dans le résultat final. Le chapitre 3 est consacré à l'ellipsomètre à polariseur tournant, nommé PRPSE et le chapitre 4 à une configuration optimisée du PRPSE, c'est à dire avec un compensateur supplémentaire. Cet élément permet la caractérisation de systèmes dont l'angle  $\Delta$  est voisin de  $0^\circ$  ou  $180^\circ$ . Cet instrument est nommé PRPCSE. Le chapitre 5 est consacré aux erreurs aléatoires de l'ellipsomètre à compensateur tournant, nommé RCE.
- Enfin **la troisième partie**, traite des erreurs systématiques et des procédures mises en œuvre pour les réduire. Ce type d'erreur ayant déjà été traité sur les instruments à polariseur et à compensateur tournant, un seul chapitre compose cette partie et est consacré à l'ellipsomètre à matrice de Mueller à deux compensateurs tournants.



Première partie

Ellipsométrie



# Chapitre 1

## Ellipsométrie

### 1.1 Polarisation de la lumière

La lumière est une onde électromagnétique. Selon la théorie de Maxwell, lorsqu'elle se propage dans un milieu homogène infini, les champs, électrique  $\vec{E}$  et magnétique  $\vec{H}$ , ont la même fréquence, sont perpendiculaires entre eux et vibrent orthogonalement à la direction de propagation de l'onde (Fig. 1.1).

Le comportement de la lumière est entièrement décrit par quatre grandeurs vectorielles :

- le champ électrique  $\vec{E}$ ,
- le champ magnétique  $\vec{H}$ ,
- l'induction électrique  $\vec{D}$  et
- l'induction magnétique  $\vec{B}$ .

La polarisation de la lumière est souvent décrite par le champ électrique  $\vec{E}$  car, d'une part, les équations de Maxwell et les relations constitutives du matériau (permittivité diélectrique  $\epsilon$  et perméabilité magnétique  $\mu$ ) dans lequel la lumière se propage, permettent de déduire les quantités  $\vec{H}$ ,  $\vec{D}$  et  $\vec{B}$  à partir du seul vecteur  $\vec{E}$ , et d'autre part, l'interaction de la lumière avec la matière est plus importante pour le champ  $\vec{E}$  que pour le champ  $\vec{B}$ , car la force exercée par  $\vec{E}$  sur les électrons est plus intense que l'action de  $\vec{B}$  [Perez, 1990].

Le champ électrique,  $\vec{E}$ , est une grandeur vectorielle. Dans un milieu homogène infini,

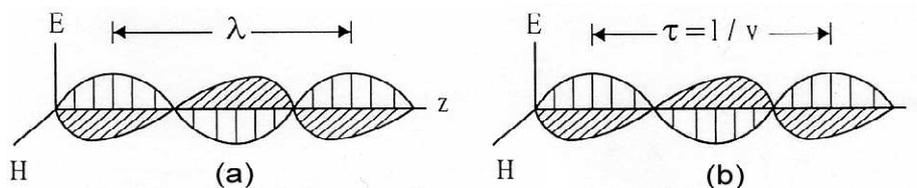


FIGURE 1.1 – Structure de l'onde électromagnétique. Propagation d'une onde lumineuse et nature oscillatoire des vecteurs champ électrique,  $\vec{E}$ , et champ magnétique,  $\vec{H}$ . (a) Dépendance spatiale des deux ondes se propageant suivant la direction  $Oz$  à un instant donné. (b) Dépendance temporelle des ondes en un point de l'espace.

la vibration du champ est perpendiculaire au vecteur d'onde  $\vec{k}$ , on se restreint alors au plan transverse<sup>1</sup> pour décrire l'état de polarisation. Les composantes du champ électrique d'une onde plane monochromatique, se propageant dans un milieu d'indice de réfraction  $n$  et dans la direction  $z$  d'un repère orthogonal  $Oxyz$ , peuvent se mettre sous la forme :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \begin{pmatrix} A_x \cos(\omega t - nkz + \delta_x) \\ A_y \cos(\omega t - nkz + \delta_y) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

où

- $A_x$  et  $A_y$  sont les amplitudes des vibrations,
- $\omega = 2\pi\nu$  est la fréquence de l'onde,
- $\delta_x$  et  $\delta_y$  sont les phases des vibrations,
- $k = 2\pi/\lambda$  représente le module du vecteur d'onde orienté selon la direction de propagation de l'onde.

La nature de la polarisation dépend de la phase relative (ou déphasage)  $\delta = \delta_y - \delta_x$  et du rapport  $A_y/A_x$ .

L'état de polarisation d'une onde plane monochromatique se propageant dans un milieu homogène est l'état de polarisation elliptique (Fig. 1.2). L'extrémité du vecteur champ électrique  $\vec{E}$  décrit une ellipse dans le plan perpendiculaire à la direction de propagation. L'ellipse est inscrite dans un rectangle de dimension  $2A_x$  et  $2A_y$  dont les côtés sont parallèles aux axes du repère. L'état de polarisation elliptique est défini par une série de paramètres :

- l'orientation dans l'espace du plan d'onde,
- l'orientation de l'ellipse dans son plan, représentée par l'azimut  $\theta$  qui est l'angle entre le grand axe de l'ellipse et la direction positive de l'axe  $Ox$  avec  $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$ ,
- la forme de l'ellipse, définie par l'ellipticité  $e = b/a$  où  $2a$  représente la longueur du grand axe de l'ellipse et  $2b$  celle du petit axe,
- le sens de parcours de l'ellipse<sup>2</sup> ; le plan d'onde se propage selon la direction  $z$  positive, il en résulte que l'axe  $Oz$  est dirigé vers l'avant, et si  $Oy$  est arbitrairement dirigé vers le haut alors  $Ox$  sera dirigé vers la droite.  $Ox$  peut être superposé à  $Oy$  par une rotation de  $\pi/2$  dans le sens trigonométrique ; ellipse droite décrite dans le sens des aiguilles d'une montre, ellipse gauche dans le cas opposé. On incorpore souvent le sens dans l'ellipticité avec  $e > 0$  pour l'ellipse droite et  $e < 0$  pour l'ellipse gauche. Soit  $-1 < e < 1$  avec  $|e| = b/a$ . L'angle d'ellipticité  $\varepsilon$  est défini par  $e = \tan \varepsilon$  avec  $-\pi/4 < \varepsilon < \pi/4$ .
- l'amplitude de l'ellipse  $A = \sqrt{a^2 + b^2}$ .  $A^2$  est proportionnel à l'énergie de l'onde au point d'observation du champ.
- la phase temporelle absolue, donne la position du vecteur  $\vec{E}$  à  $t=0$  dans le système d'axe de l'ellipse.

---

1. Plan perpendiculaire à la direction de propagation situé à une distance  $z$  arbitraire.

2. La plupart des auteurs s'accordent à décrire la polarisation de l'onde en regardant contre la direction du rayon lumineux. Les conventions utilisées sont toujours celles proposées par Mueller, au congrès de Nebraska, complétées par Hauge [Hauge *et al.*, 1980].

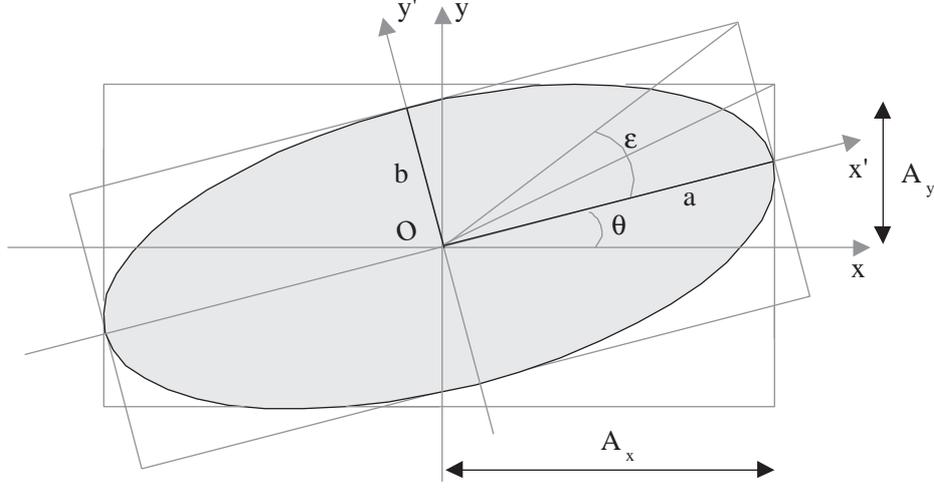


FIGURE 1.2 – Paramètres de l'état de polarisation elliptique.

### 1.1.1 Représentation complexe et vecteur de Jones

La propagation du champ électrique suivant  $Oz$  peut s'écrire dans un système d'axe cartésien

$$\vec{E}(z, t) = \begin{pmatrix} A_x \cos(\omega t - nkz + \delta_x) \\ A_y \cos(\omega t - nkz + \delta_y) \end{pmatrix}. \quad (1.2)$$

Si on définit le champ complexe par

$$\vec{E}(z, t) = \begin{pmatrix} A_x e^{-i(\omega t - nkz)} e^{-i\delta_x} \\ A_y e^{-i(\omega t - nkz)} e^{-i\delta_y} \end{pmatrix}, \quad (1.3)$$

alors le champ réel (Eq. 1.2) s'exprime simplement comme la partie réelle du champ complexe. La quantité  $e^{-i(\omega t - nkz)}$  représente une partie de l'information spatiale et temporelle de l'onde, elle est commune aux deux composantes. Cette redondance peut être soustraite à la représentation complexe et laisser place au vecteur de Jones :

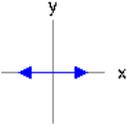
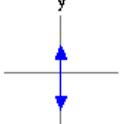
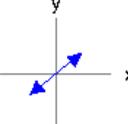
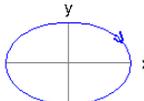
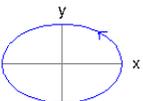
$$\vec{E} = \begin{pmatrix} A_x e^{-i\delta_x} \\ A_y e^{-i\delta_y} \end{pmatrix}. \quad (1.4)$$

L'équation (1.4) montre que l'état de polarisation est entièrement déterminé par les amplitudes et les phases relatives de l'onde. En un point donné de l'espace, ce champ décrit une ellipse en fonction du temps (Fig. 1.2). Exprimé en fonction des paramètres de l'ellipse de polarisation, le vecteur de Jones prend la forme suivante [Azzam et Bashara, 1977] :

$$\vec{E} = A e^{i\delta} \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \varepsilon - i \sin \theta \sin \varepsilon \\ \sin \theta \cos \varepsilon + i \cos \theta \sin \varepsilon \end{pmatrix}. \quad (1.5)$$

Cette expression du vecteur de Jones est bien adaptée à l'interprétation géométrique de la polarisation. Elle se décompose en deux parties.  $A e^{i\delta}$  regroupe les termes d'intensité et de phase absolue de l'onde. Le vecteur  $(\cos \theta \cos \varepsilon - i \sin \theta \sin \varepsilon, \sin \theta \cos \varepsilon + i \cos \theta \sin \varepsilon)^T$  décrit la forme de l'ellipse de polarisation. Quelques états typiques de polarisation sont reportés dans le tableau 1.1.

TABLEAU 1.1 – Etats de polarisation dans le formalisme de Jones.

linéaire $0^\circ$	linéaire $90^\circ$	linéaire $45^\circ$	circulaire droit	circulaire gauche
$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$
				

### 1.1.2 Intensité lumineuse

L'intensité instantanée  $I(t)$  du champ électrique est proportionnelle au carré de l'amplitude du champ. Dans le domaine visible, la fréquence d'oscillation  $\nu$  est de l'ordre de  $10^{15}$  Hz, bien au-delà de la fréquence de coupure des détecteurs conventionnels (de l'ordre de la centaine de MHz). Par conséquent, l'intensité mesurée est toujours égale à la moyenne sur un temps long par rapport à  $\nu^{-1}$  de l'intensité instantanée,

$$I = \frac{1}{T} \int_0^T I(t) dt = |E_x|^2 + |E_y|^2,$$

avec  $T \gg \nu^{-1}$ .

On voit donc qu'une quantité proportionnelle à la puissance ou au flux d'une telle onde est obtenue en additionnant les carrés des amplitudes le long des deux directions orthogonales

$$I = |E_x|^2 + |E_y|^2.$$

On écrit encore  $I = E^T E$ . L'onde est dite normée si son flux est égal à l'unité, soit  $E^T E = 1$ .

## 1.2 Réflexion sur des surfaces planes

Considérons une surface et un faisceau incident de lumière polarisée (Fig. 1.3). Une partie du faisceau est transmis ou absorbé par la surface, une autre est réfléchi. Dans les deux cas, l'état de polarisation du faisceau a changé. L'ellipsométrie est une technique qui mesure le changement de polarisation dû à la réflexion (ellipsométrie par réflexion) ou à la transmission (ellipsométrie par transmission). La modification de l'état de polarisation de la lumière incidente dépend de la surface étudiée.

### 1.2.1 Équations de Fresnel

Les états de polarisation propres d'une onde en réflexion ou en transmission à l'interface de deux milieux isotropes sont les états linéaires, parallèles ( $p$ ) et perpendiculaires ( $s$ ) au plan d'incidence. Il est intéressant, dans ce cas, d'introduire les deux composantes orthogonales du vecteur champ électrique incident  $\underline{E}_p^i$  et  $\underline{E}_s^i$  étant entendu que n'importe quel état de polarisation d'une onde incidente peut toujours être décomposé sur cette base. Il en va de même pour les composantes du vecteur champ réfléchi ( $\underline{E}_p^r$  et  $\underline{E}_s^r$ ) ainsi que les composantes du champ transmis ( $\underline{E}_p^t$  et  $\underline{E}_s^t$ ).

Pour des milieux 1 et 2 homogènes, le changement d'indice est brusque à l'interface. S'ils sont isotropes, la loi de Descartes s'applique :

$$\underline{N}_1 \sin \theta_1 = \underline{N}_2 \sin \theta_2, \quad (1.6)$$

avec  $\underline{N} = n - ik$ , indice de réfraction complexe, où  $n$  représente la partie réelle de l'indice de réfraction et  $k$  l'indice d'absorption.  $\theta_1$  est l'angle d'incidence et  $\theta_2$ , l'angle de réfraction.

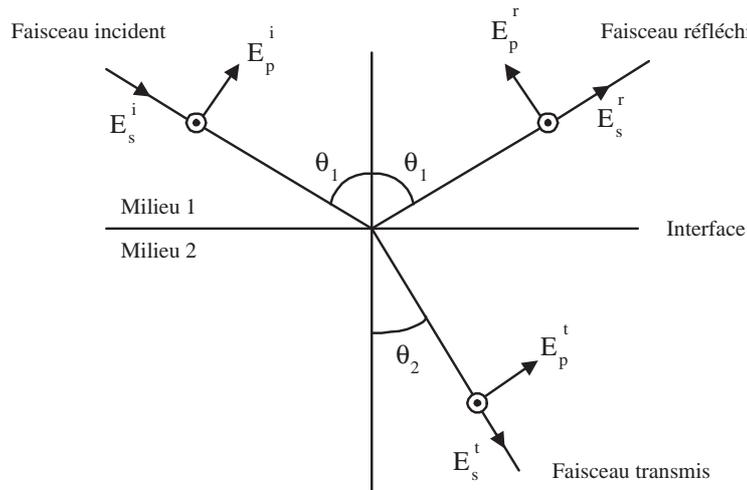


FIGURE 1.3 – Réflexion et transmission d'une onde plane monochromatique sur une surface plane séparant deux milieux.

Les conditions aux limites [Möller, 1988] appliquées aux équations de la théorie de Maxwell, ainsi que l'équation de conservation de l'énergie permettent d'établir les équations de Fresnel suivantes :

$$r_p = \frac{E_p^r}{E_p^i} = \frac{N_2 \cos \theta_1 - N_1 \cos \theta_2}{N_2 \cos \theta_1 + N_1 \cos \theta_2} \quad (1.7a)$$

$$r_s = \frac{E_s^r}{E_s^i} = \frac{N_1 \cos \theta_1 - N_2 \cos \theta_2}{N_1 \cos \theta_1 + N_2 \cos \theta_2} . \quad (1.7b)$$

$r_p$  et  $r_s$  sont les coefficients de réflexion complexes caractérisant la réflexion. Dans le cas de milieux transparents, on détermine un angle d'incidence  $\theta_B$  particulier, l'angle de Brewster, tel que

$$\tan \theta_B = \frac{N_2}{N_1}. \quad (1.8)$$

À l'angle de Brewster le coefficient  $r_p$  s'annule. La polarisation du faisceau réfléchi est alors rectiligne et perpendiculaire au plan d'incidence<sup>3</sup>.

### 1.2.2 Les angles ellipsométriques

La modification du champ électrique après réflexion sur l'échantillon peut être représentée par deux coefficients agissant sur chaque composante du champ électrique :

- le coefficient de réflexion de l'échantillon pour la polarisation *parallèle* au plan d'incidence

$$r_p = \frac{E_p^r}{E_p^i} = \frac{|E_p^r|}{|E_p^i|} e^{i(\delta_p^r - \delta_p^i)} = |r_p| e^{i\delta_p},$$

- le coefficient de réflexion de l'échantillon pour la polarisation *perpendiculaire* au plan d'incidence

$$r_s = \frac{E_s^r}{E_s^i} = \frac{|E_s^r|}{|E_s^i|} e^{i(\delta_s^r - \delta_s^i)} = |r_s| e^{i\delta_s}.$$

Les modules  $|r_p|$  et  $|r_s|$  représentent respectivement, l'atténuation de l'amplitude

$$|r_p| = \frac{|E_p^r|}{|E_p^i|} \quad (1.9a)$$

$$|r_s| = \frac{|E_s^r|}{|E_s^i|}, \quad (1.9b)$$

et leur argument, le changement absolu de phase dû à la réflexion

$$\delta_p = \delta_p^r - \delta_p^i \quad (1.10a)$$

$$\delta_s = \delta_s^r - \delta_s^i . \quad (1.10b)$$

---

3. le plan d'incidence est le plan formé par la normale de la surface de l'échantillon et le faisceau incident.

## 1.2. RÉFLEXION SUR DES SURFACES PLANES

---

Le changement de polarisation, qui résulte de la différence de comportement en amplitude et en phase des ondes  $p$  et  $s$ , peut être caractérisé par la réflectance complexe  $\underline{\rho}$  tel que

$$\underline{\rho} = \frac{r_p}{r_s} = \frac{|E_p^r| |E_s^i|}{|E_p^i| |E_s^r|} e^{i(\delta_p - \delta_s)}, \quad (1.11)$$

écrit plus couramment :

$$\underline{\rho} = \tan \Psi e^{i\Delta}, \quad (1.12)$$

où

$$\tan \Psi = \left| \frac{r_p}{r_s} \right| \quad \text{représente le rapport des modules} \quad (1.13)$$

$$\Delta = \delta_p - \delta_s \quad \text{représente la différence des phases.} \quad (1.14)$$

Les angles  $\Psi$  et  $\Delta$ , caractéristiques de la surface étudiée, sont appelés *angles ellipsométriques*. Dans un milieu isotrope, ils ne dépendent que de la longueur d'onde  $\lambda$  et de l'angle d'incidence  $\theta$ . Ainsi,

$$0 \leq \Psi < \frac{\pi}{2} \quad \text{et} \quad 0 \leq \Delta \leq 2\pi.$$

$|\underline{\rho}|$  est en général différent de l'unité, cela signifie que les deux composantes optiques incidentes sont différemment atténuées et retardées par la réflexion. Cependant, la connaissance des phases et des amplitudes absolues n'est pas nécessaire et rend la mesure indépendante des fluctuations éventuelles de la source.

### 1.2.3 Exploitation des paramètres ellipsométriques

Le lien est désormais établi entre les paramètres de mesures  $\Psi$  et  $\Delta$  avec les paramètres physiques  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  et les indices  $\underline{N}_1$  et  $\underline{N}_2$ .

- La mesure des angles ellipsométriques  $\Psi$  et  $\Delta$  à une longueur d'onde et à un angle d'incidence  $\theta$  est suffisante pour déterminer les indices de réfraction  $n$  et d'absorption  $k$  dans le cas d'un substrat isotrope :

$$n^2 - k^2 = n_1^2 \sin^2 \theta \left( 1 + \tan^2 \theta \frac{\cos^2 2\Psi - \sin^2 2\Psi \sin^2 \Delta}{(1 + \sin 2\Psi \cos \Delta)^2} \right) \quad (1.15a)$$

$$2nk = n_1^2 \sin^2 \theta \tan^2 \theta \frac{\sin 4\Psi \sin \Delta}{(1 + \sin 2\Psi \cos \Delta)^2}. \quad (1.15b)$$

- Pour un système composé uniquement d'une couche sur un substrat, la mesure à une longueur d'onde  $\lambda$  et à un angle d'incidence  $\theta$  donnés, fournit suffisamment d'informations pour calculer deux paramètres physiques du système à condition que les autres paramètres soient connus [Klinger *et al.*, 1990]. Par exemple :
  - les indices  $n$  et  $k$  du substrat si les indices et l'épaisseur de la couche sont connus,

## 1.2. RÉFLEXION SUR DES SURFACES PLANES

- les indices  $n$  et  $k$  de la couche si l'épaisseur,  $e$ , et les indices du substrat sont connus.
- Si le système étudié est composé d'une superposition de couches, le nombre de paramètres inconnus augmente : indices de réfraction réels et imaginaires et épaisseur de chaque couche, plus les indices du substrat. Pour résoudre ces multiples équations, il est nécessaire de supposer certains paramètres connus (indices des couches, épaisseurs) et d'augmenter le nombre d'informations en multipliant, par exemple, les mesures spectroscopiques (variation de la longueur d'onde dans un domaine spectral) des mesures goniométriques (variation de l'angle d'incidence), ou éventuellement par la mise en commun des deux possibilités. Il est alors nécessaire de passer par une étape de modélisation<sup>4</sup> (Fig. 1.4). L'ellipsométrie est une technique de mesure indirecte. Les données théoriques du modèle proposé sont comparées aux données expérimentales. L'ajustement des paramètres du modèle détermine la nature de l'échantillon étudié (indices  $n, k$ , épaisseur(s) de couche(s), etc...).

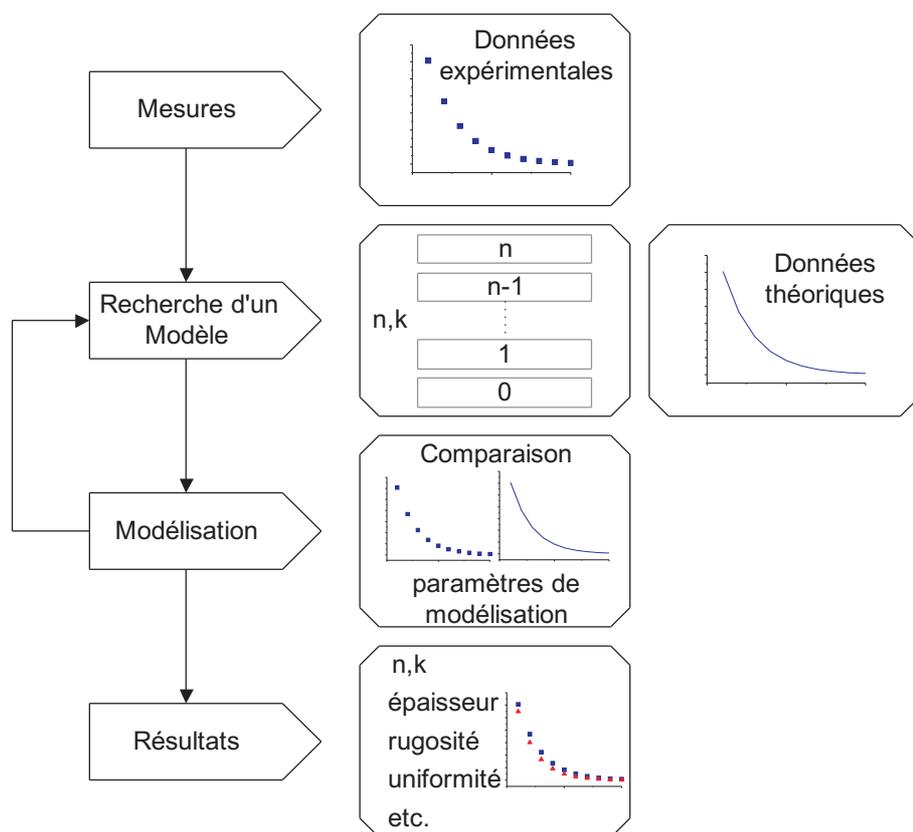


FIGURE 1.4 – Procédure de modélisation en ellipsométrie.

4. Logiciel DeltaPsi2, Horiba Jobin-Yvon SAS, <http://www.jobinyvon.com/>

### 1.3 Représentation matricielle de l'état de polarisation

Les angles ellipsométriques  $\Psi$  et  $\Delta$  sont déterminés à partir du flux lumineux. Deux formalismes mathématiques permettent d'y parvenir :

- Le formalisme de JONES donne l'amplitude complexe du champ qui, multipliée par son conjugué, permet de calculer le flux lumineux. Si le calcul à partir des matrices de Jones permet de connaître la phase absolue du vecteur champ électrique, il est en revanche impossible de traiter le cas d'une lumière partiellement polarisée ou de tenir compte dans les calculs d'une éventuelle dépolarisation introduite par le système lui-même.
- Le formalisme de MUELLER permet de réaliser directement le calcul du flux d'une lumière totalement ou partiellement polarisée.

#### 1.3.1 Matrice de Jones

Un faisceau de lumière polarisée qui se propage à travers un système optique subit des changements de son état de polarisation. Ce système peut être décrit par la matrice  $\mathbf{T}$ , appelée matrice de Jones. Cette matrice de dimension  $2 \times 2$  exprime les lois de transformations du faisceau qui traverse le système optique (Fig. 1.5). Soit  $\vec{E}_e$  le vecteur de Jones d'une lumière incidente et  $\vec{E}_s$  celui de la lumière émergente, on peut écrire :

$$\vec{E}_s = \mathbf{T} \vec{E}_e. \quad (1.16)$$

Les relations (combinées sous forme matricielle) entre les composantes s'écrivent

$$\begin{pmatrix} E_{sx'} \\ E_{sy'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{ex} \\ E_{ey} \end{pmatrix}, \quad (1.17)$$

où la matrice de Jones prend la forme

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix}. \quad (1.18)$$

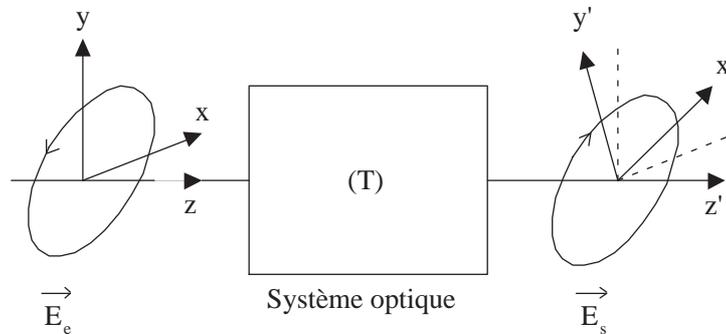


FIGURE 1.5 – Représentation d'un système optique et matrice de Jones ( $\mathbf{T}$ ).

Si le système optique est composé d'un nombre  $N$  d'éléments optiques, caractérisés chacun par une matrice de transfert (Fig. 1.6), l'expression (1.16) reste valable et on obtient

$$\vec{E}_s = \mathbf{T}_N \cdot \mathbf{T}_{N-1} \dots \mathbf{T}_2 \cdot \mathbf{T}_1 \cdot \vec{E}_e, \quad (1.19)$$

relation dans laquelle on notera le produit inverse des matrices : la dernière matrice  $T_1$  du produit matriciel représente le premier élément rencontré par le rayon lumineux.

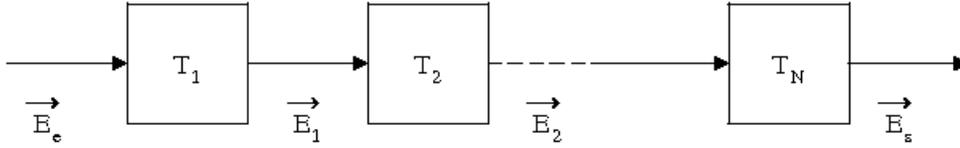


FIGURE 1.6 – Représentation par les matrices de Jones de  $N$  dispositifs optiques placés en cascade.

### 1.3.1.1 Ellipsométrie conventionnelle

Lorsqu'un faisceau lumineux se réfléchit sur la surface plane d'un échantillon isotrope (Fig. 1.3), la matrice de Jones (1.18) correspondante s'écrit

$$\underline{\mathbf{R}} = \begin{pmatrix} r_p & 0 \\ 0 & r_s \end{pmatrix}, \quad (1.20)$$

reliant les composantes du vecteur champ électrique avant et après réflexion, de sorte que l'expression (1.16) devient

$$\vec{E}_r = \underline{\mathbf{R}} \vec{E}_i. \quad (1.21)$$

La mise en facteur de la quantité  $r_s$  dans l'expression (1.20) fait apparaître la réflectance  $\rho$  reliée à la mesure des angles ellipsométriques  $\Psi$  et  $\Delta$  (expressions (1.11) et (1.12)) de sorte que la matrice de Jones normalisée prend la forme,

$$\underline{\mathbf{R}} = r_s \begin{pmatrix} \rho & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = r_s \begin{pmatrix} \tan \Psi e^{i\Delta} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.22)$$

L'ellipsométrie conventionnelle traite le cas des échantillons isotropes dont on mesure les angles ellipsométriques  $(\Psi, \Delta)$ .

### 1.3.1.2 Ellipsométrie généralisée

Lorsqu'on considère un échantillon anisotrope, la matrice de Jones reliant les composantes des vecteurs champ électrique a pour expression

$$\underline{\mathbf{R}} = \begin{pmatrix} r_{pp} & r_{ps} \\ r_{sp} & r_{ss} \end{pmatrix}. \quad (1.23)$$

### 1.3. REPRÉSENTATION MATRICIELLE DE L'ÉTAT DE POLARISATION

---

Les éléments non diagonaux  $r_{ps}$  et  $r_{sp}$  correspondent au couplage entre les états de polarisation  $p$  et  $s$  des ondes. L'ellipsométrie généralisée consiste à déterminer les réflectances  $\underline{\rho}_{pp}$ ,  $\underline{\rho}_{ps}$  et  $\underline{\rho}_{sp}$  en définissant la matrice de Jones normalisée :

$$\underline{\mathbf{R}} = r_{ss} \begin{pmatrix} \underline{\rho}_{pp} & \underline{\rho}_{ps} \\ \underline{\rho}_{sp} & 1 \end{pmatrix}, \quad (1.24)$$

avec

$$\underline{\rho}_{pp} = \frac{r_{pp}}{r_{ss}} = \tan \Psi_{pp} e^{i\Delta_{pp}} \quad (1.25a)$$

$$\underline{\rho}_{ps} = \frac{r_{ps}}{r_{ss}} = \tan \Psi_{ps} e^{i\Delta_{ps}} \quad (1.25b)$$

$$\underline{\rho}_{sp} = \frac{r_{sp}}{r_{ss}} = \tan \Psi_{sp} e^{i\Delta_{sp}}. \quad (1.25c)$$

Dans certaines positions particulières de l'axe optique de l'échantillon anisotrope (par exemple axe optique parallèle à la surface et au plan d'incidence), les éléments non diagonaux sont nuls et on retrouve la matrice de Jones d'un échantillon isotrope (Eq. 1.22).

#### 1.3.2 Matrice de Mueller

##### 1.3.2.1 Vecteur de Stokes

Le calcul à partir des matrices de Jones permet de connaître la phase absolue du vecteur champ électrique, mais pour caractériser une polarisation elliptique trois quantités indépendantes sont nécessaires. On utilise la représentation proposée par Stokes-Mueller. Les différents états de polarisation d'une onde TE monochromatique (ou quasi-monochromatique) peuvent être représentés par quatre quantités réelles, appelées *paramètres de Stokes*, dont chacune a la dimension d'une puissance ou d'un flux lumineux [Azzam et Bashara, 1977]. Ils sont définis par :

$$S_0 = \langle E_x^2(t) \rangle + \langle E_y^2(t) \rangle \quad (1.26a)$$

$$S_1 = \langle E_x^2(t) \rangle - \langle E_y^2(t) \rangle \quad (1.26b)$$

$$S_2 = 2 \langle E_x(t) E_y(t) \cos(\delta_y(t) - \delta_x(t)) \rangle \quad (1.26c)$$

$$S_3 = 2 \langle E_x(t) E_y(t) \sin(\delta_y(t) - \delta_x(t)) \rangle, \quad (1.26d)$$

où :

- $S_0$  représente le flux total de l'onde,
- $S_1$  représente la différence de flux entre les composantes de l'onde polarisée verticalement et horizontalement,
- $S_2$  représente la différence de flux entre les composantes de l'onde polarisée linéairement, orientées à  $+45^\circ$  et  $-45^\circ$ ,
- $S_3$  représente la différence de flux entre les composantes de l'onde en polarisation circulaire, droite et gauche.

### 1.3. REPRÉSENTATION MATRICIELLE DE L'ÉTAT DE POLARISATION

---

Les paramètres de Stokes sont regroupés en un vecteur colonne  $\vec{S}$  appelé vecteur de Stokes de l'onde :

$$\vec{S} = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix},$$

écrit par commodité :

$$\vec{S} = \{S_0, S_1, S_2, S_3\}. \quad (1.27)$$

Pour une lumière non polarisée, il n'y a pas de préférence pour une polarisation particulière de sorte que  $S_1 = S_2 = S_3 = 0$  et le vecteur de Stokes prend la forme :

$$\vec{S}_{n.p.} = \{S_0, 0, 0, 0\}. \quad (1.28)$$

Inversement, dans le cas d'une onde totalement polarisée, il peut y avoir préférence pour une polarisation spécifique qui peut être linéaire, circulaire ou elliptique. En remplaçant (1.5) dans (1.26a) à (1.26d), on obtient l'expression du vecteur de Stokes d'une lumière totalement polarisée :

$$\vec{S}_{t.p.} = \{S_0, S_0 \cos 2\theta \cos 2\epsilon, S_0 \sin 2\theta \cos 2\epsilon, S_0 \sin 2\epsilon\}. \quad (1.29)$$

On vérifie à partir de (1.29) la relation :

$$S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2. \quad (1.30)$$

Si on considère une onde partiellement polarisée, on montre également que les paramètres de Stokes vérifient l'inégalité suivante :

$$S_0^2 > S_1^2 + S_2^2 + S_3^2. \quad (1.31)$$

Les équations (1.28), (1.29) et (1.31) suggèrent que le cas général de l'onde partiellement polarisée peut être traité comme la somme d'une lumière non polarisée et d'une lumière totalement polarisée [Born et Wolf, 1970] :

$$\vec{S} = \vec{S}_{n.p.} + \vec{S}_{t.p.}, \quad (1.32)$$

où

$$\begin{aligned} \vec{S}_{n.p.} &= \{[S_0 - (S_1^2 + S_2^2 + S_3^2)^{1/2}], 0, 0, 0\} \\ \vec{S}_{t.p.} &= \{(S_1^2 + S_2^2 + S_3^2)^{1/2}, S_1, S_2, S_3\}. \end{aligned}$$

On définit, dans le cas d'une lumière partiellement polarisée, le degré de polarisation  $P$  comme étant le rapport entre l'intensité totale de la partie polarisée et l'intensité totale de l'onde,

$$P = \frac{(S_1^2 + S_2^2 + S_3^2)^{1/2}}{S_0}. \quad (1.33)$$

$P$  varie de 0 (lumière non polarisée) à 1 (lumière polarisée). Les valeurs intermédiaires caractérisent une lumière partiellement polarisée.

**1.3.2.2 De la matrice de Jones à la matrice de Mueller...**

Les éléments de la matrice de Jones peuvent se mettre sous la forme d'un vecteur,  $\vec{J}$ , nommé *vecteur de cohérence*, tel que :

$$\vec{J} = \begin{bmatrix} J_{xx} \\ J_{xy} \\ J_{yx} \\ J_{yy} \end{bmatrix}. \quad (1.34)$$

Le vecteur de cohérence  $\vec{J}_s$  en sortie d'un système optique peut donc se construire à partir du vecteur de cohérence  $\vec{J}_e$  de la lumière incidente et de la matrice de Jones  $\mathbf{T}$  du système optique par la relation [Azzam et Bashara, 1977] :

$$\vec{J}_s = (\mathbf{T} \otimes \mathbf{T}^*) \vec{J}_e. \quad (1.35)$$

Il est donc possible d'établir une relation entre le vecteur de cohérence et le vecteur de Stokes tel que :

$$\vec{S} = \mathbf{A} \vec{J}. \quad (1.36)$$

Les paramètres de Stokes sont donc corrélés aux éléments de la matrice de cohérence et sont des combinaisons linéaires des éléments de la *matrice de cohérence*,  $\mathbf{A}$ , tel que

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -i & i & 0 \end{bmatrix}. \quad (1.37)$$

Nous avons maintenant tous les éléments pour établir la relation liant le vecteur de Stokes  $\vec{S}_s$  en sortie d'un système optique au vecteur  $\vec{S}_e$  de la lumière incidente. Ainsi,

$$\vec{S}_s = \mathbf{A}(\mathbf{T} \otimes \mathbf{T}^*) \mathbf{A}^{-1} \vec{S}_e, \quad (1.38)$$

ou de façon plus concise,

$$\vec{S}_s = \mathbf{M} \vec{S}_e, \quad (1.39)$$

avec  $\mathbf{M}$ , la matrice de Mueller du système telle que

$$\mathbf{M} = \mathbf{A}(\mathbf{T} \otimes \mathbf{T}^*) \mathbf{A}^{-1}. \quad (1.40)$$

La relation (1.39) donne la loi de transformation du vecteur de Stokes d'une lumière partiellement polarisée se propageant à travers un système optique. Pour un système non dépolarisant, la matrice de Mueller d'un élément optique est une matrice de dimension  $4 \times 4$ , dont tous les éléments sont réels, elle s'obtient à partir de la matrice de Jones  $\mathbf{T}$  par la relation (1.40).

### 1.3.2.3 Matrice d'un échantillon

La matrice de Jones d'un échantillon quelconque est définie par l'expression (1.23). En appliquant la relation (1.40), la matrice de Mueller correspondante s'écrit :

$$\mathbf{M}_S = \begin{bmatrix} M'_{11} & M'_{12} & M'_{13} & M'_{14} \\ M'_{21} & M'_{22} & M'_{23} & M'_{24} \\ M'_{31} & M'_{32} & M'_{33} & M'_{34} \\ M'_{41} & M'_{42} & M'_{43} & M'_{44} \end{bmatrix}, \quad (1.41)$$

où les éléments  $M'_{ij}$  sont donnés par :

$$\begin{aligned} M'_{11} &= (m_{pppp} + m_{psps} + m_{spsp} + m_{ssss})/2 \\ M'_{12} &= (m_{pppp} - m_{psps} + m_{spsp} - m_{ssss})/2 \\ M'_{13} &= \text{Re}(m_{ppps} + m_{spss}) \\ M'_{14} &= \text{Im}(m_{ppps} + m_{spss}) \\ M'_{21} &= (m_{pppp} + m_{psps} - m_{spsp} - m_{ssss})/2 \\ M'_{22} &= (m_{pppp} - m_{psps} - m_{spsp} + m_{ssss})/2 \\ M'_{23} &= \text{Re}(m_{ppps} - m_{spss}) \\ M'_{24} &= \text{Im}(m_{ppps} - m_{spss}) \\ M'_{31} &= \text{Re}(m_{ppsp} + m_{psss}) \\ M'_{32} &= \text{Re}(m_{ppsp} - m_{psss}) \\ M'_{33} &= \text{Re}(m_{pssp} + m_{ppss}) \\ M'_{34} &= \text{Im}(-m_{pssp} + m_{ppss}) \\ M'_{41} &= \text{Im}(-m_{ppsp} - m_{psss}) \\ M'_{42} &= \text{Im}(-m_{ppsp} + m_{psss}) \\ M'_{43} &= \text{Im}(-m_{pssp} - m_{ppss}) \\ M'_{44} &= \text{Re}(-m_{pssp} + m_{ppss}) \end{aligned}$$

avec  $m_{abcd} = \underline{r}_{ab} \underline{r}^*_{cd}$ , où les indices  $a, b, c, d$ , peuvent être indépendamment  $p$  ou  $s$ . Le symbole  $*$  représente le complexe conjugué. Cette matrice peut se réécrire :

$$\mathbf{M}_S = M'_{11} \begin{bmatrix} 1 & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{bmatrix}, \quad (1.42)$$

avec les coefficients de la matrice de Mueller normalisés  $M_{ij}$  tel que  $M_{ij} = \frac{M'_{ij}}{M'_{11}}$ , ( $i, j = 1 \dots 4$ ). Dans les calculs à venir, on considèrera toujours les éléments de la matrice de Mueller réduite (1.42).

Dans le cas particulier d'un échantillon isotrope parfaitement réfléchissant, la matrice

### 1.3. REPRÉSENTATION MATRICIELLE DE L'ÉTAT DE POLARISATION

---

de Jones est diagonale (Eq. 1.22). La matrice de Mueller correspondante s'écrit :

$$\mathbf{M}_S = k \begin{bmatrix} 1 & -\cos 2\Psi & 0 & 0 \\ -\cos 2\Psi & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin 2\Psi \cos \Delta & \sin 2\Psi \sin \Delta \\ 0 & 0 & -\sin 2\Psi \sin \Delta & \sin 2\Psi \cos \Delta \end{bmatrix}, \quad (1.43)$$

avec  $k = (R_p^2 + R_s^2)/2$ ,  $\Psi$  et  $\Delta$  les angles ellipsométriques de l'échantillon. La constante  $k$  n'apparaîtra pas dans les calculs ultérieurs, elle est implicitement comprise dans  $I_0$  lors du calcul du flux.

Si le système optique présente un caractère dépolarisant la relation (1.40) ne s'applique pas (la matrice de Jones n'étant pas définie). Dans ce cas, les 16 termes de la matrice de Mueller peuvent être indépendants. On peut écrire une matrice de Mueller sous la forme d'une somme de deux composantes [Jellison Jr et Modine, 1997] :

$$\mathbf{M} = p\mathbf{M}_J + (1 - p)\mathbf{M}_D. \quad (1.44)$$

$p$  est le coefficient de dépolarisation,  $\mathbf{M}_J$  est la matrice de Mueller dérivée de la matrice de Jones selon la relation 1.40 et  $\mathbf{M}_D$  est la matrice d'un dépolarisateur pur, c'est-à-dire

$$\mathbf{M}_D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (1.45)$$

#### 1.3.2.4 Matrice de quelques systèmes optiques

**Polariseur ( $P$ ) ou analyseur ( $A$ ) linéaire**

$$\mathbf{M}_P = \mathbf{M}_A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (1.46)$$

**Compensateur linéaire,  $C$**

$$\mathbf{M}_C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \delta_c & \sin \delta_c \\ 0 & 0 & -\sin \delta_c & \cos \delta_c \end{bmatrix}, \quad (1.47)$$

avec  $\delta_c$ , le déphasage introduit par l'élément.

**Fenêtre idéale**

$$\mathbf{M}_W = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1.48)$$

### Matrice de rotation

Le calcul de la propagation du flux lumineux à travers les éléments optiques se fait dans un système d'axes déterminé ( $Oxyz$ ). Lorsque le flux traverse un élément optique, tel un polariseur ou un analyseur, il faut ramener les axes de transmission de l'élément (système d'axes propres  $Ox'y'z$ ) dans le système d'axes de calcul. Cela s'obtient par le biais d'une matrice de rotation, notée  $\mathbf{R}(\Theta)$  et son inverse notée  $\mathbf{R}^{-1}(\Theta)$ <sup>5</sup>. La matrice de Mueller d'un élément  $k$ , dont les axes privilégiés (par exemple, l'axe de transmission pour un polariseur) font un angle  $\Theta$  avec les axes  $Ox$  et  $Oy$  du repère de référence (généralement une parallèle au plan d'incidence et sa normale), est obtenue par la relation

$$\mathbf{M}_k(\Theta) = \mathbf{R}^{-1}(\Theta) \mathbf{M}_k \mathbf{R}(\Theta), \quad (1.49)$$

avec

$$\mathbf{R}(\Theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\Theta & \sin 2\Theta & 0 \\ 0 & -\sin 2\Theta & \cos 2\Theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1.50)$$

### 1.3.3 Expression du flux lumineux d'un montage optique

Le flux total est obtenu par le premier élément du vecteur de Stokes à la sortie du montage optique, en prenant un système d'axe de référence unique et ceci pour l'ensemble des éléments du montage. Le vecteur de Stokes  $\vec{S}_s$  représente le flux issu du système optique, reçu par le détecteur, et s'obtient en multipliant le vecteur de Stokes de la source  $\vec{S}_e$  par l'ensemble des différentes matrices de Mueller des éléments ( $a, b, c, d \dots$ ) constituant le montage :

$$\vec{S}_s = \{\mathbf{R}^{-1}(\Theta_a) \mathbf{M}_a \mathbf{R}(\Theta_a)\} \cdots \{\mathbf{R}^{-1}(\Theta_b) \mathbf{M}_b \mathbf{R}(\Theta_b)\} \mathbf{M}_s \{\mathbf{R}^{-1}(\Theta_c) \mathbf{M}_c \mathbf{R}(\Theta_c)\} \cdots \cdots \{\mathbf{R}^{-1}(\Theta_d) \mathbf{M}_d \mathbf{R}(\Theta_d)\} \vec{S}_e, \quad (1.51)$$

avec

$$\vec{S}_e = \{S_0, 0, 0, 0\}, \quad (1.52)$$

lorsque la lumière incidente n'est pas polarisée.  $\Theta_a, \Theta_b, \Theta_c$  et  $\Theta_d$  représentent les angles que font les axes privilégiés des différents éléments optiques avec l'axe  $Ox$  du repère de référence.

---

5. la notation  $\mathbf{R}(-\Theta)$  se rencontre également dans la littérature

## Chapitre 2

# Les dispositifs expérimentaux

Un ellipsomètre est donc un instrument optique qui mesure le changement d'état de polarisation de la lumière, réfléchi ou transmise, par un échantillon. Il existe différentes configurations qui se distinguent par la nature des éléments optiques qui les composent. On parle d'ellipsomètres monochromatiques (une seule longueur d'onde) ou spectroscopiques (le domaine spectral est alors étendu) et d'ellipsomètres goniométriques lorsque l'angle d'incidence peut varier continûment. Certains peuvent également réaliser des mesures en temps réel pour l'étude dynamique de surfaces et d'interfaces. On trouve aussi des instruments capables de faire la cartographie ou de l'imagerie des données ellipsométriques d'une surface.

Schématiquement, la partie optique d'un ellipsomètre est constituée d'une source de lumière, d'un élément définissant la polarisation (PSG<sup>1</sup>), du système étudié, d'un analyseur de polarisation (PSD<sup>2</sup>) et d'un détecteur d'intensité. À partir de ce schéma général, on distingue principalement quatre types d'instruments :

- ellipsomètre à annulation,
- ellipsomètre à modulation de phase,
- ellipsomètre à éléments tournants (polariseur, analyseur ou compensateur),
- ellipsomètre à Matrice de Mueller (deux éléments tournants, à cristaux liquides, etc...).

La durée d'acquisition d'une mesure ellipsométrique sur un domaine spectral dépend essentiellement du détecteur utilisé. En employant un monochromateur disposant d'un prisme et d'un réseau, plusieurs minutes sont nécessaires pour établir les spectres de  $\Psi$  et  $\Delta$ . Par contre, les instruments utilisant des détecteurs multiples ou des détecteurs à barrettes de photodiodes ou barrettes CCD, associés à un élément dispersif, peuvent être utilisés pour des suivis en temps réel avec des durées d'acquisition de quelques dizaines de millisecondes.

---

1. PSG : *Polarization State Generator*

2. PSD : *Polarization State Detector* ou PSA : *Polarization State Analyzer*

---

## Ellipsomètre à annulation

Ici, le PSG se compose généralement d'un polariseur orienté à  $45^\circ$  des axes propres  $(p, s)$  du système. Le PSD est constitué par la combinaison d'un compensateur suivi d'un polariseur. La mesure consiste à agir sur ces éléments de façon à annuler l'intensité transmise. Le compensateur a pour rôle d'annuler la différence de phase  $\Delta$  des deux composantes du champ réfléchi de manière à obtenir en sortie une onde polarisée linéairement. Ce réglage donne l'angle  $\Delta$ . L'orientation de l'analyseur qui annule l'intensité transmise permet d'obtenir l'angle  $\Psi$ .

Ce type d'ellipsomètre fut le premier à apparaître en raison de sa relative simplicité. Il est peu adapté aux mesures spectroscopiques du fait de l'emploi d'un dispositif déphasant. C'est un instrument, simple d'emploi, qui est aussi utilisé pour l'enseignement<sup>3</sup>.

## Ellipsomètre à modulation de phase

Le PSG est composé d'un polariseur suivi d'un modulateur photo-élastique, constitué d'un barreau de matériau diélectrique transparent et isotrope, qui, soumis à une contrainte mécanique devient biréfringent. Cette contrainte est exercée par un quartz piézoélectrique collé sur une extrémité du barreau, alimenté par une tension alternative sinusoïdale dont la pulsation correspond à la fréquence acoustique de résonance du barreau. Ainsi, le retard optique  $\delta$  entre les axes neutres du modulateur est proportionnel à la biréfringence induite. Après l'échantillon, le PSD se résume simplement à un polariseur. Lorsque les lignes neutres du modulateur et de l'analyseur sont orientées à  $45^\circ$  de l'axe  $p$  et celles du polariseur orientées à  $45^\circ$  du modulateur.

Les principaux avantages de ce type d'instrument sont l'absence de pièces mobiles, la rapidité des mesures et la sensibilité aux faibles valeurs de  $\Delta$ . Cependant, les modulateurs photo-élastiques comportent de nombreuses imperfections pas toujours faciles à corriger [Acher *et al.*, 1989].

## Ellipsomètres à éléments tournants

On appelle *élément tournant*, un élément agissant sur la polarisation et tournant avec une vitesse de rotation uniforme autour de l'axe optique du système. Polariseurs, analyseurs ou compensateurs peuvent jouer ce rôle, ce qui conduit à trois types d'instruments :

- ellipsomètre à analyseur tournant,
- ellipsomètre à polariseur tournant,
- ellipsomètre à compensateur tournant.

Ces configurations fonctionnent toutes sur le même principe : l'élément fixe (polariseur ou analyseur) est orienté à  $45^\circ$  des axes propres  $(p, s)$  du système. L'élément tournant est entraîné par un moteur et l'intensité lumineuse détectée varie en fonction de son orientation. Le flux recueilli par le détecteur est fonction des azimuts des éléments, des angles ellipsométriques de l'échantillon et des caractéristiques de la source. L'analyse et le traitement du signal détecté permet de remonter aux angles ellipsométriques.

---

3. DidaConcept, <http://www.didaconcept.com/>

---

Ces instruments sont bien adaptés aux mesures spectroscopiques du fait de l'achromatisme des dispositifs employés. On peut noter cependant, que les instruments qui n'emploient pas d'éléments déphasants ne permettent pas de déterminer le signe de  $\Delta$ , et sont peu sensibles lorsque  $\Delta \approx \pm k\pi$ .

Pour s'affranchir d'effets indésirables, il est possible d'ajouter des éléments comme :

- un polariseur supplémentaire, qui, placé juste après la source lumineuse, permet de s'affranchir de la polarisation résiduelle et de ses variations. La configuration *type* sera : Polariseur / Polariseur tournant / Echantillon / Analyseur,
- un analyseur, qui, placé juste avant le système de détection, permet de s'affranchir de la sensibilité du détecteur à la polarisation. La configuration *type* sera : Polariseur / Echantillon / Analyseur tournant / Analyseur,
- un compensateur placé dans le montage à polariseur ou analyseur tournant permet d'augmenter la sensibilité de l'instrument pour des échantillons transparents. Ainsi, deux configurations sont possibles : Polariseur / Echantillon / Compensateur / Analyseur tournant ou Polariseur / Compensateur / Echantillon / Analyseur tournant.

## Ellipsomètres à matrice de Mueller

Depuis la seconde moitié des années 90 de gros efforts ont été entrepris pour développer des instruments permettant de mesurer les 16 paramètres de la matrice de Mueller d'un échantillon. Plusieurs configurations ont été développées comme des systèmes utilisant :

- 2 cellules de Pockels couplées sur le bras PSG [Compain et Drevillon, 1997],
- 2 modulateurs photoélastiques (l'un sur le PSG et l'autre sur le PSD) [Jellison Jr et Modine, 1997],
- 2 compensateurs tournants [Collins, 1990],
- 2 éléments à cristaux liquides [Garcia-Caurel *et al.*, 2004],
- Très récemment, il a été développé un instrument à 3 systèmes ferro-électrique [Letnes *et al.*, 2010].

## Les configurations développées au laboratoire

3 types d'instruments utilisés au laboratoire ont été étudiés et vont être décrit dans les paragraphes suivants :

- ellipsomètre à polariseur tournant type PRPSE (Polariseur - Polariseur tournant - Echantillon - Analyseur),
- ellipsomètre à compensateur tournant type RTSRCE (instrument spectroscopique destiné au suivi de dépôt en temps réel),
- ellipsomètre à matrice de Mueller (MME) à deux compensateurs tournants.

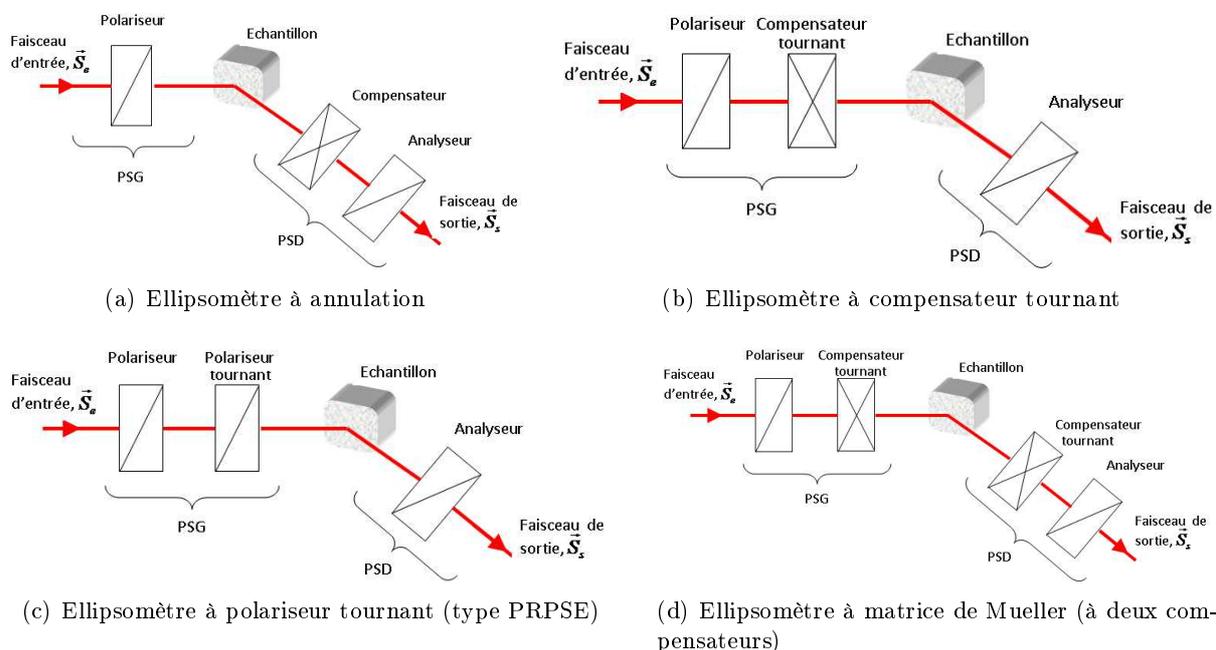


FIGURE 2.1 – Différentes configurations d'instruments

## 2.1 Ellipsomètre PRPSE

Cette configuration, proposée par Stobie *et al.* [Stobie *et al.*, 1975], présente l'avantage d'être insensible à la polarisation résiduelle de la source lumineuse et d'être indépendante de l'intensité moyenne (et donc de ses fluctuations) de la source.

Il a été développé au LPMD au début des années 1990 [Bertucci, 1995, Pawlowski, 1995] à partir d'un instrument à deux éléments commercialisé par la société SOPRA<sup>4</sup> (Fig. 2.2). Par la suite, des améliorations ont été apportées selon les besoins expérimentaux notamment pour l'étude de matériaux anisotropes [En Naciri, 1999] et de matériaux nanostructurés [Gilliot, 2006, Mansour, 2006]. Il est encore en exploitation et permet de déterminer les propriétés optiques de nanocristaux de ZnS:Mn [Ahmed *et al.*, 2010b] et de ZnTe implantés dans une couche d'oxyde de silicium [Ahmed *et al.*, 2010a] ou encore pour déterminer les propriétés de nanocristaux de silicium implantés dans un film de nitrure de silicium de type SiN<sub>x</sub> [Keita *et al.*, 2010].

### 2.1.1 Description

Le montage est constitué de (Fig. 2.2) :

- Une lampe à arc Xenon comme source lumineuse. Elle a l'avantage d'émettre du proche ultraviolet jusqu'au proche infrarouge.

4. SOPRA SA - Sopralab, <http://www.sopra-sa.com/>

## 2.1. ELLIPSOMÈTRE PRPSE

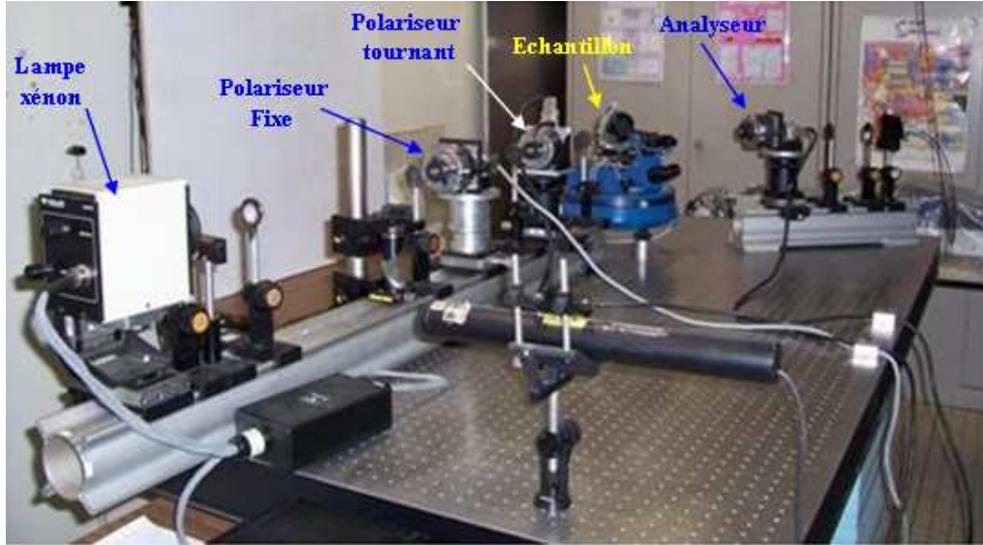


FIGURE 2.2 – Ellipsomètre *PRPSE*.

- Des polariseurs de type Glazebrook en calcite ou Rochon en MgF2. Ils ont la particularité d'absorber que très peu de lumière et de produire un faisceau *presque* parfaitement polarisé sur un domaine spectral étendu (de  $0.22$  à  $1.5\mu m$ ) :
  - Un polariseur fixe placé après la source lumineuse,  $P$ .
  - Un polariseur tournant placé avant l'échantillon,  $P_t$ .
  - Un analyseur fixe placé après l'échantillon,  $A$ .
- Le système de détection se compose d'un double monochromateur à réseau et à prisme permettant une résolution spectrale de  $0.1nm$ . Le détecteur proprement dit, est un photomultiplicateur (pour le domaine spectral  $0.25$  à  $0.9\mu m$ ) ou une photodiode InGaAs couvrant le domaine spectral  $0.8$  à  $1.7\mu m$ .

Le vecteur de Stokes  $\vec{S}_f$  de la lumière reçue par le détecteur est déterminé à partir de l'expression :

$$\vec{S}_f = \{\mathbf{M}_A \mathbf{R}(A)\} \mathbf{M}_S \{\mathbf{R}^{-1}(P_t) \mathbf{M}_{P_t} \mathbf{R}(P_t)\} \{\mathbf{R}^{-1}(P) \mathbf{M}_P\} \vec{S}_i. \quad (2.1)$$

Avec  $\vec{S}_i = [I_0, 0, 0, 0]$  vecteur de Stokes de la lumière incidente.  $\mathbf{M}_A, \mathbf{M}_S, \mathbf{M}_{P_t}$  et  $\mathbf{M}_P$  sont respectivement les matrices de Mueller de l'analyseur, de l'échantillon, du polariseur tournant et du polariseur fixe.

Comme le second polariseur, tourne à la vitesse angulaire  $\omega = 2\pi f$ , l'intensité de la lumière transmise devient alors périodique, de période  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ . Celle-ci se décompose en série de Fourier :

$$I = I_0 (a_0 + a_{2c} \cos 2P_t + a_{2s} \sin 2P_t + a_{4c} \cos 4P_t + a_{4s} \sin 4P_t), \quad (2.2)$$

où  $I_0$   $a_0$  est l'intensité moyenne de la lumière incidente et  $P_t = \omega t$  est l'azimut de l'axe de transmission du polariseur tournant au temps  $t$  par rapport au plan d'incidence.

Par identification avec l'expression (2.1), on obtient les coefficients de Fourier :

$$a_0 = \left[ \begin{array}{l} 1 + \cos 2A \left( \frac{1}{2} \cos 2P - \cos 2\Psi \right) + \\ \frac{1}{2} \sin 2A \sin 2P \sin 2\Psi \cos \Delta - \frac{1}{2} \cos 2P \cos 2\Psi \end{array} \right] \quad (2.3a)$$

$$a_{2c} = \cos 2A (1 - \cos 2P \cos 2\Psi) + \cos 2P - \cos 2\Psi \quad (2.3b)$$

$$a_{2s} = \sin 2P - \cos 2A \sin 2P \cos 2\Psi + \sin 2A \sin 2\Psi \cos \Delta \quad (2.3c)$$

$$a_{4c} = \frac{1}{2} (\cos 2A \cos 2P - \sin 2A \sin 2P \sin 2\Psi \cos \Delta - \cos 2P \cos 2\Psi) \quad (2.3d)$$

$$a_{4s} = \frac{1}{2} (\cos 2A \sin 2P + \sin 2A \cos 2P \sin 2\Psi \cos \Delta - \sin 2P \cos 2\Psi). \quad (2.3e)$$

Dans la pratique, le flux détecté s'exprime par :

$$I_{mes} = \alpha_0 + \alpha_{2c} \cos 2\omega t + \alpha_{2s} \sin 2\omega t + \alpha_{4c} \cos 4\omega t + \alpha_{4s} \sin 4\omega t, \quad (2.4)$$

et  $\alpha_i = G a_i$ . Avec  $G$ , le *gain* du montage, en fait, un terme regroupant tous les paramètres ou grandeurs de l'ellipsomètre (intensité lumineuse de la source, gain de la chaîne de mesure (photomultiplicateur, électronique de comptage, conversion A/N, etc...)[Clarke et Grainger, 1971]. Celui-ci est dépendant du temps (variation de la source, stabilité du photomultiplicateur, etc...) et de la position des éléments optiques.

Pratiquement, on mesure les composantes  $h_i$ , par rapport à une origine différente ( $t' = 0$ ), imposée par le montage mécanique de l'élément tournant, et qui correspond au début de l'opération de comptage. On aura ainsi :

$$I_{mes} = h_0 + h_{2c} \cos 2\omega t' + h_{2s} \sin 2\omega t' + h_{4c} \cos 4\omega t' + h_{4s} \sin 4\omega t'. \quad (2.5)$$

A l'instant  $t' = 0$  l'axe de transmission occupe une position caractérisée par l'angle  $P_0$  par rapport au plan d'incidence. Si on pose

$$P_t = \omega t, \quad P' = \omega t' \text{ et } P_0 = \omega t_0$$

alors  $P' = P_t - P_0$  en grandeur et en signe et l'expression (2.5) devient :

$$I(t) = h_0 + h_{2c} \cos 2(P_t - P_0) + h_{2s} \sin 2(P_t - P_0) + h_{4c} \cos 4(P_t - P_0) + h_{4s} \sin 4(P_t - P_0). \quad (2.6)$$

En développant cette expression et en identifiant avec (2.4), on obtient :

$$h_0 = \alpha_0 \quad (2.7a)$$

$$h_{2c} = \alpha_{2c} \cos 2P_0 + \alpha_{2s} \sin 2P_0 \quad (2.7b)$$

$$h_{2s} = -\alpha_{2c} \sin 2P_0 + \alpha_{2s} \cos 2P_0 \quad (2.7c)$$

$$h_{4c} = \alpha_{4c} \cos 4P_0 + \alpha_{4s} \sin 4P_0 \quad (2.7d)$$

$$h_{4s} = -\alpha_{4c} \sin 4P_0 + \alpha_{4s} \cos 4P_0, \quad (2.7e)$$

avec :

$$H_0 = h_0^2 = G^2 a_0^2 \quad (2.8a)$$

$$H_2 = h_{2c}^2 + h_{2s}^2 = G^2 (a_{2c}^2 + a_{2s}^2) \quad (2.8b)$$

$$H_4 = h_{4c}^2 + h_{4s}^2 = G^2 (a_{4c}^2 + a_{4s}^2). \quad (2.8c)$$

### 2.1.2 Angles ellipsométriques

L'inversion des expressions (2.3a) à (2.3e) aboutit aux paramètres ellipsométriques :

$$\cos \Delta = \frac{2 \operatorname{sgn} A (\alpha_{4s} \cos 2P - \alpha_{4c} \sin 2P)}{\sqrt{(\beta_1 + 2\beta_2(1 - 2 \cos 2P))(\beta_1 - 2\beta_2(1 + 2 \cos 2P))}}. \quad (2.9)$$

et

$$\tan \Psi = |\tan A| \frac{\sqrt{\beta_1 + 2\beta_2(1 - 2 \cos 2P)}}{\sqrt{\beta_1 - 2\beta_2(1 + 2 \cos 2P)}}, \quad (2.10)$$

avec

$$\begin{aligned} \beta_1 &= 2\alpha_{4c} + \alpha_{2c} \cos 2P + \alpha_{2s} \sin 2P \\ \beta_2 &= \alpha_{4c} \cos 2P + \alpha_{4s} \sin 2P. \end{aligned}$$

Le gain,  $G$  du montage est éliminé. Contrairement à d'autres montages (polariseur ou analyseur tournant), nous n'utilisons pas la composante continue du signal. Cependant, le fait de mesurer le paramètre ellipsométrique  $\cos \Delta$  ne permet pas d'avoir accès au signe de l'angle  $\Delta$ .

### 2.1.3 Calibrage des éléments

Cette étape est primordiale car elle permet de repérer les axes de transmission des trois éléments optiques par rapport au plan d'incidence (P.I.). L'ellipsométrie étant une mesure directe qui n'a pas besoin de référence (étalon), une mauvaise position des éléments produira des mesures erronées. Chaque élément optique est calibré séparément. La procédure consiste à calibrer, dans l'ordre, l'analyseur, le polariseur fixe pour terminer par le polariseur tournant.

#### 2.1.3.1 L'analyseur

Pour s'affranchir du gain  $G$  du montage, la procédure de calibrage de l'analyseur existante utilisait le rapport  $\frac{H_4}{D^2}$  avec

$$D = \left( \alpha_0 - \frac{\alpha_{2s}}{2} \sin 2P \right) (1 - \cos 2P \cos 2\Psi) - \frac{\alpha_{2c}}{2} (\cos 2P - \cos 2\Psi(1 + \cos^2 2P)).$$

Cette méthode donne des résultats, à priori, satisfaisants. Seulement, pour déterminer la position de l'analyseur, il faut connaître la position du polariseur fixe ! Or, cet élément n'est pas encore calibré à ce stade. Introduire une valeur inexacte de  $P$  dans l'expression de  $D$  induit une erreur dans ce calcul. Celui-ci n'est alors plus indépendant de la position de l'analyseur et fausse la détermination de la position de l'axe de transmission par rapport au plan d'incidence.

Une nouvelle procédure qui s'affranchit de la position des deux autres polariseurs du montage à été mise au point.

D'après les expressions (2.3d), (2.3e) et (2.8c) :

$$H_4 = \frac{G^2}{4} (1 - 2 \cos 2A \cos 2\Psi + \cos^2 2\Psi - \sin^2 2A + \cos^2 \Delta \sin^2 2A \sin^2 2\Psi) \quad (2.11)$$

⇒ Cette expression est indépendante de  $P$ , donc de la position du polariseur.

En faisant un Développement Limité (D.L.), à l'ordre 2, de  $H_4$  au voisinage de  $A = 0$  :

$$H_4 = \frac{G^2}{4} (\cos 2\Psi - 1)^2 + G^2 (\cos 2\Psi - 1 + \cos^2 \Delta \sin^2 2\Psi) A^2,$$

nous obtenons l'équation d'une parabole qui dépend de l'échantillon utilisé ( $\cos 2\Psi$ ,  $\sin 2\Psi$  et  $\cos \Delta$ ) et du gain ( $G$ ).

On effectue 2 séries de mesures, l'une lorsque le polariseur est dans le P.I ( $P = 0^\circ$ ) et l'autre lorsqu'il est perpendiculaire au P.I ( $P = 90^\circ$ ). Les relevés expérimentaux (Fig. 2.3) montrent que la dispersion des points autour de la parabole construite est bien moindre lorsque le polariseur est perpendiculaire au P.I. Nous reviendrons par la suite sur cet aspect dans la partie *Erreurs aléatoires* du manuscrit.

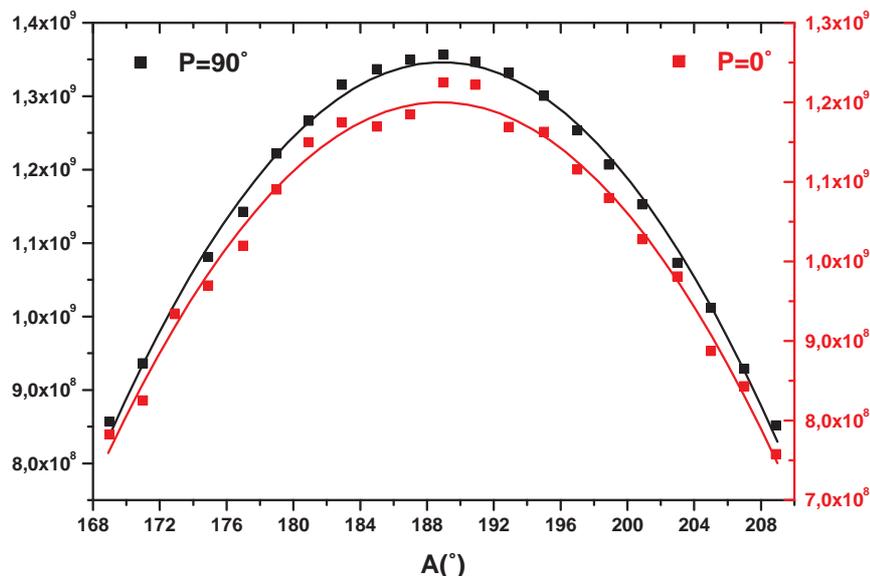


FIGURE 2.3 –  $H_4 = f(A)$  obtenu pour  $P = 0^\circ$  et  $P = 90^\circ$ . [Echantillon 108 –  $SiO_2/Si$ ,  $\lambda = 633\text{nm}$ ,  $\theta = 70^\circ$ ]

Cette méthode présente un inconvénient majeur. Le terme  $H_4$  dépend de  $G$  qui peut avoir des fluctuations en fonction du temps et induirait des erreurs sur le calibrage. Pour contourner cet obstacle, on divise  $H_4$  par  $H_0$ . Les équations (2.8c) et (2.8a) donnent :

$$H_{4/0} = \frac{H_4}{H_0} = \frac{a_{4c}^2 + a_{4s}^2}{a_0^2}. \quad (2.12)$$

La simulation (Fig. 2.4) en fonction des positions du polariseur et de l'analyseur montre que la surface présente un extremum pour  $A = 0^\circ$  et  $P = 90^\circ$ . L'utilisation de  $H_{4/0}$

pour calibrer l'analyseur serait donc bien adaptée. Un calibrage effectué avec l'échantillon 108 –  $SiO_2/Si$  à  $\lambda = 633\text{nm}$  et  $\theta = 70^\circ$ , présenté sur la figure 2.5, montre que la dispersion des points de mesure autour de la parabole est bien moindre pour  $H_{4/0}$  par rapport à  $H_4$ .

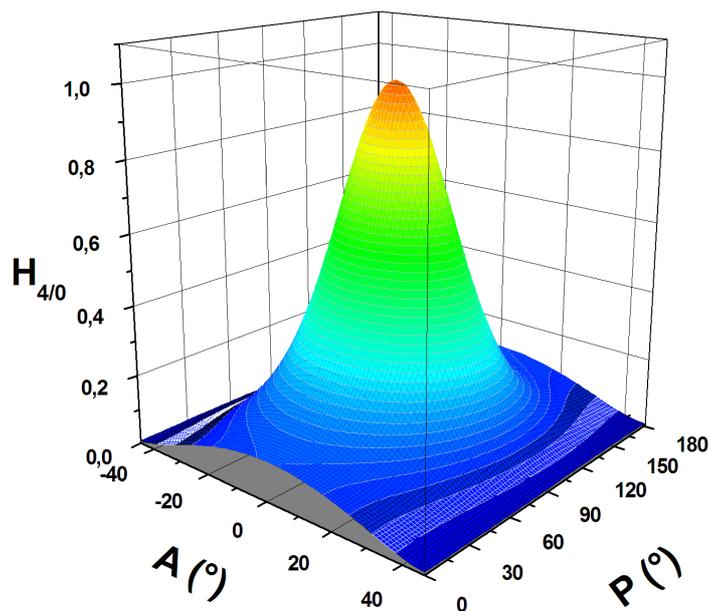


FIGURE 2.4 – Evolution de  $H_{4/0} = f(A, P)$  pour  $\Psi = 47^\circ$  et  $\Delta = 80^\circ$ .

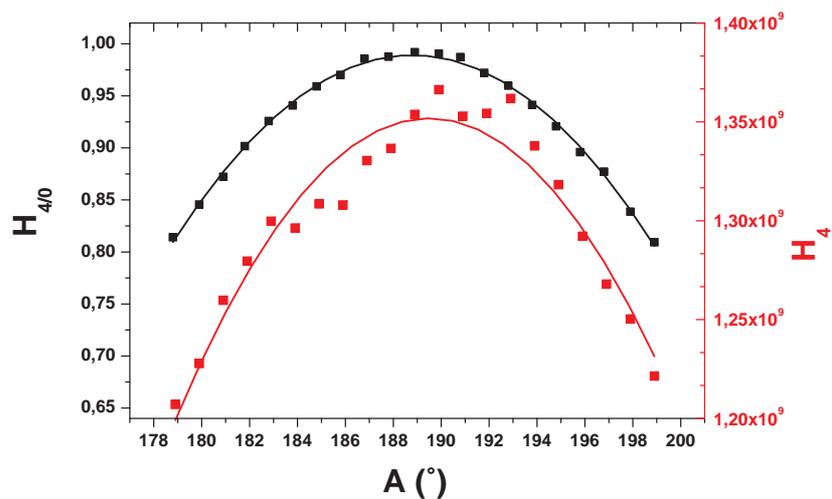


FIGURE 2.5 – Comparaison des méthodes pour le calibrage de l'analyseur ( $P = 90^\circ$ ). [Echantillon 108 –  $SiO_2/Si$ ,  $\lambda = 633\text{nm}$ ,  $\theta = 70^\circ$ ]

Il est encore possible d'optimiser le calibrage de l'analyseur et  $H_{4/0}$ . Pour cela, il faut examiner le coefficient de courbure de la parabole au voisinage de  $A = 0^\circ$ . Celui-ci est fonction des angles  $\Psi$  et  $\Delta$  de l'échantillon. Pour deux positions particulières du polariseur, nous obtenons :

$$P = 0^\circ : C_{cP=0^\circ} = \frac{4(1 - \cos^2 2\Psi)(3 \cos^2 \Delta - 2)}{27(1 - \cos 2\Psi)^2}, \text{ et} \quad (2.13a)$$

$$P = 90^\circ : C_{cP=90^\circ} = 4 \frac{(1 - \cos^2 2\Psi)(\cos^2 \Delta - 2)}{(1 - \cos 2\Psi)^2}. \quad (2.13b)$$

Les simulations de la figure 2.6 montrent une très forte dépendance du coefficient de courbure en fonction de l'angle  $\Psi$  de l'échantillon. En effet, de fortes valeurs sont obtenues si celui-ci est proche de  $0^\circ$ . L'influence de l'angle  $\Psi$  masque l'influence de l'angle  $\Delta$  qui, de ce fait, devient peu important. Il convient d'éviter les angles  $\Psi = 0^\circ$  et  $90^\circ$  qui annulent  $C_{cP=0^\circ}$  et  $C_{cP=90^\circ}$  et l'angle  $\Delta \approx \pm 35.26^\circ$  qui annule  $C_{cP=0^\circ}$ . La forme parabolique de  $H_{4/0}$  disparaîtrait alors. Les mesures  $H_{4/0}$  au voisinage de  $A = 0^\circ$  (avec  $P = 90^\circ$ ) avec l'échantillon 108 –  $SiO_2/Si$  à  $70^\circ$  d'incidence et sur le domaine spectral 400 – 800nm sont présentées sur la figure 2.7. Les résultats sont en accords avec nos simulations. En effet, à 500 nm, l'angle  $\Psi$  est compris entre  $80^\circ$  et  $90^\circ$ , la courbe  $H_{4/0}$  est alors très plate en fonction de la position de l'analyseur. De part et d'autre de cette longueur d'onde l'angle  $\Psi$  décroît<sup>5</sup> et l'allure de  $H_{4/0}$  devient une parabole bien marquée. L'extremum de cette parabole donne l'angle de l'analyseur lorsque celui-ci se trouve dans le P.I.

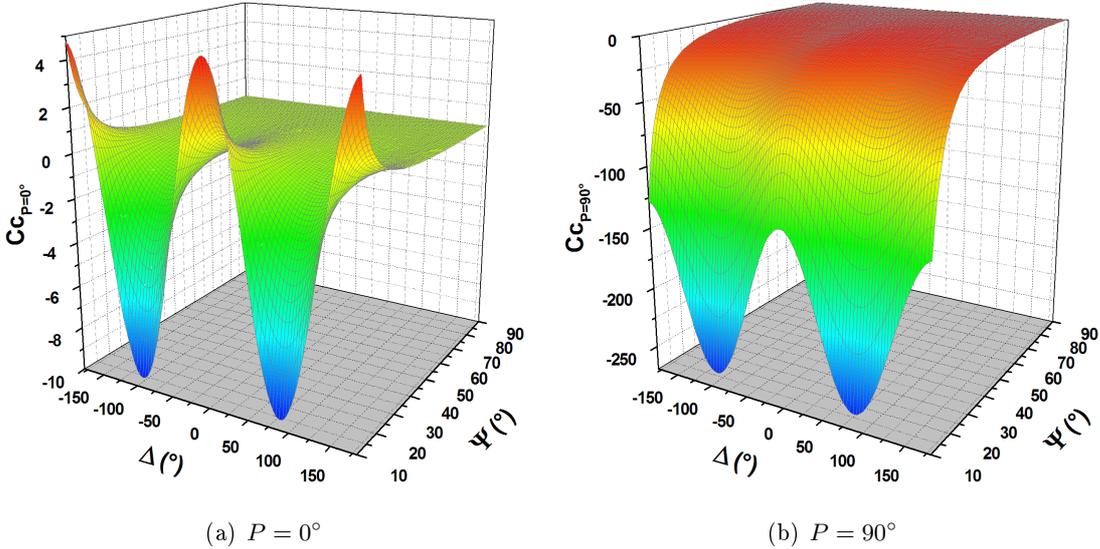


FIGURE 2.6 – Evolution du coefficient de courbure de  $H_{4/0}$  au voisinage de  $A = 0^\circ$  en fonction des angles ellipsométriques,  $\Psi$  et  $\Delta$ , pour 2 positions particulières du polariseur.

5. Se référer au spectre des angles ellipsométriques de l'échantillon présenté en annexe, fig. A.2

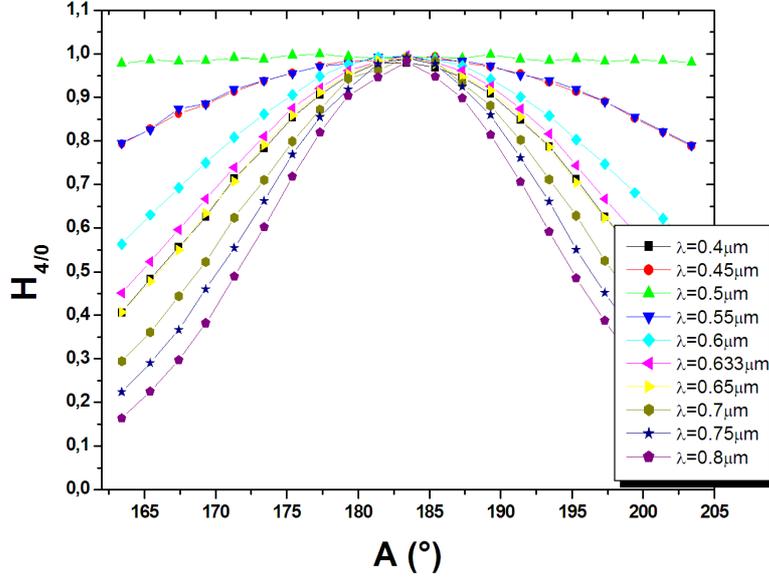


FIGURE 2.7 – Evolution de  $H_{4/0}$  en fonction de la longueur d'onde ( $P = 90^\circ$ ). [Echantillon 108 –  $SiO_2/Si$ ,  $\theta = 70^\circ$ ]

### 2.1.3.2 Calibrage du polariseur fixe

La procédure est assez similaire à celle utilisée pour le calibrage de l'analyseur. Pour  $A = 0^\circ$ , les équations (2.3a) à (2.3e) deviennent :

$$a_0 = (1 - \cos 2\Psi) \left(1 + \frac{1}{2} \cos 2P\right) \quad (2.14a)$$

$$a_{2c} = (1 - \cos 2\Psi) (1 + \cos 2P) \quad (2.14b)$$

$$a_{2s} = (1 - \cos 2\Psi) \sin 2P \quad (2.14c)$$

$$a_{4c} = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\Psi) \cos 2P \quad (2.14d)$$

$$a_{4s} = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\Psi) \sin 2P, \quad (2.14e)$$

et

$$H_0 = G^2 (1 - \cos 2\Psi)^2 \left(1 + \frac{1}{2} \cos 2P\right)^2 \quad (2.15a)$$

$$H_2 = 2G^2 (1 - \cos 2\Psi)^2 (1 + \cos 2P) \quad (2.15b)$$

$$H_4 = \frac{G^2}{4} (1 - \cos 2\Psi)^2. \quad (2.15c)$$

Trois méthodes permettent de calibrer l'élément.

### Etude de $H_2$

Au voisinage de  $P = 90^\circ$ , le développement limité, au 2<sup>ème</sup> ordre, de  $H_2$  est :

$$H_2 = 4G^2 (1 - \cos 2\Psi)^2 \left(P - \frac{\pi}{2}\right)^2.$$

L'expression obtenue est fonction de  $\cos 2\Psi$  et de  $G$ . L'angle  $\Psi$  est lié à l'échantillon utilisé, il est à priori invariable pendant la durée du calibrage. Par contre,  $G$  demeure dépendant du temps. Aussi, cette méthode ne sera pas utilisée.

### Etude de $H_{2/4}$

Les expressions (2.15b) et (2.15c) donnent :

$$H_{2/4} = \frac{H_2}{H_4} = 8(1 + \cos 2P). \quad (2.16)$$

Nous obtenons un paramètre qui, cette fois-ci, est indépendant de  $G$  et  $\Psi$ . Le D.L. à l'ordre 2, de  $H_{2/4}$  au voisinage de  $P = 90^\circ$  aboutit à :

$$H_{2/4} = 16 \left(P - \frac{\pi}{2}\right)^2.$$

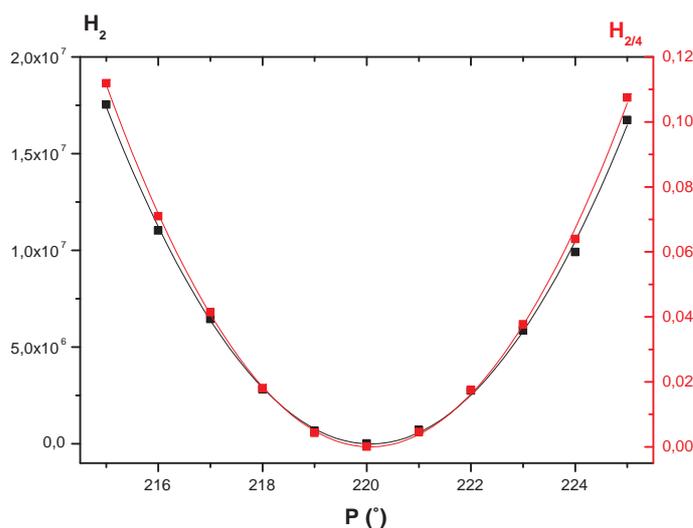


FIGURE 2.8 – Comparaison des méthodes de calibrage  $H_2$  et  $H_{2/4}$  du polariseur. [Echantillon 108 –  $SiO_2/Si$ ,  $\theta = 70^\circ$ ,  $\lambda = 633\text{nm}$ ]

Nous retrouvons également un comportement parabolique lorsque le polariseur est perpendiculaire au P.I. Si on compare les mesures de  $H_{2/4}$  à celles obtenues pour  $H_2$  de la figure 2.8, on ne constate pas de différence notable. Les deux méthodes déterminent, de la même façon, la position de l'axe de transmission du polariseur. Cependant, on préférera utiliser  $H_{2/4}$  qui permet de s'affranchir des éventuelles fluctuations du *gain* et qui est indépendant de l'échantillon.

### Etude de $H_{0/4}$

La figure 2.4 a montré qu'il était aussi possible d'utiliser  $H_{4/0}$  pour le calibrage du polariseur. La surface présente un extremum pour  $A = 0^\circ$  et  $P = 90^\circ$ . Ainsi, les équations (2.15a) et (2.15c) donnent, pour  $A = 0^\circ$  :

$$H_{0/4} = \frac{H_0}{H_4} = 4 \left( 1 + \frac{1}{2} \cos 2P \right)^2 .$$

Cette nouvelle expression est également indépendante de  $G$  et  $\Psi$ . En effectuant un D.L. au voisinage de  $P = 90^\circ$  (2<sup>ème</sup> ordre),  $H_{0/4}$  devient :

$$H_{0/4} = 1 + 4 \left( P - \frac{\pi}{2} \right)^2 .$$

Cette dernière expression est similaire à l'équation obtenue pour  $H_{2/4}$ . Seul, le coefficient de courbure diffère. Il est quatre fois plus grand pour  $H_{2/4}$ , ce qui laisse à penser que la parabole obtenue pour  $H_{0/4}$  sera beaucoup moins prononcée. La figure 2.9 montre que la détermination de l'extremum devient alors plus incertaine.

La méthode retenue pour le calibrage du polariseur consiste à effectuer un balayage autour de  $P = 90^\circ$  et de relever les valeurs de  $H_{2/4}$ . Le minimum de la parabole est obtenu lorsque l'axe de transmission est perpendiculaire au plan d'incidence.

#### 2.1.3.3 Polariseur tournant - Détermination de l'angle $Pt_0$

L'analyseur et le polariseur étant calibrés, le dernier élément du montage, le polariseur tournant, doit être à son tour repéré. La méthode employée pour les deux éléments fixes n'est pas applicable, car celui-ci est en rotation constante et le codeur optique, qui est mécaniquement lié à ce polariseur échantillonne le signal détecté. La configuration  $A = P = 0^\circ$  permet d'aboutir, à partir des expressions (2.3a) à (2.3e), à :

$$a_0 = \frac{3}{2}(1 - \cos 2\Psi) \tag{2.17a}$$

$$a_{2c} = 2(1 - \cos 2\Psi) \tag{2.17b}$$

$$a_{2s} = 0 \tag{2.17c}$$

$$a_{4c} = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\Psi) \tag{2.17d}$$

$$a_{4s} = 0. \tag{2.17e}$$

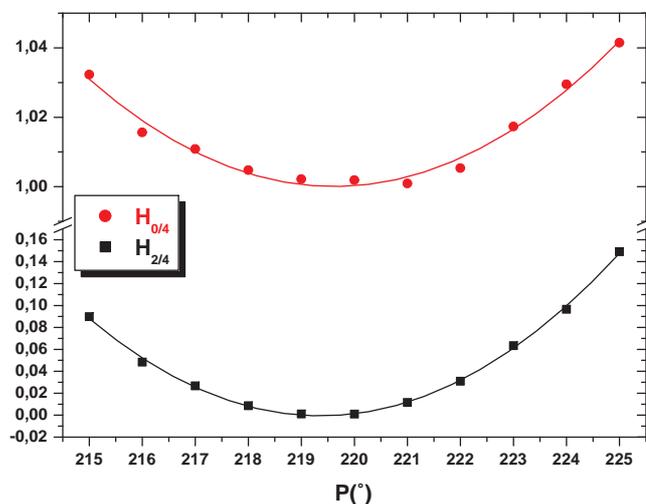


FIGURE 2.9 – Relevés expérimentaux de  $H_{2/4}$  et  $H_{0/4}$ . [Echantillon 108 –  $SiO_2/Si$ ,  $\theta = 70^\circ$ ,  $\lambda = 633\text{nm}$ ]

Les expressions (2.7b) à (2.7e) des coefficients expérimentaux deviennent alors :

$$\begin{aligned}
 h_{2c} &= 2G(1 - \cos 2\Psi) \cos 2Pt_0 \\
 h_{2s} &= -2G(1 - \cos 2\Psi) \sin 2Pt_0 \\
 h_{4c} &= \frac{G}{2}(1 - \cos 2\Psi) \cos 4Pt_0 \\
 h_{4s} &= -\frac{G}{2}(1 - \cos 2\Psi) \sin 4Pt_0,
 \end{aligned}$$

et :

$$Pt_0 = \frac{1}{2} \arctan \frac{-h_{2s}}{h_{2c}} \quad (2.18a)$$

$$Pt_0 = \frac{1}{4} \arctan \frac{-h_{4s}}{h_{4c}}. \quad (2.18b)$$

Ces deux expressions sont indépendantes de l'échantillon utilisé et du *gain* de l'instrument. La sensibilité de la mesure sera meilleure si l'angle  $\Psi$  de l'échantillon est égal à  $45^\circ$ . Ces mesures sont complémentaires car la première utilise l'harmonique 2 du signal et la seconde, l'harmonique 4. Cette redondance est utile pour déterminer le *bon* angle  $Pt_0$  car :

- l'expression (2.18a) détermine l'angle  $Pt_0$  s'il est compris entre  $]-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}[$ ,
- l'expression (2.18b) détermine l'angle  $Pt_0$  s'il est compris entre  $]-\frac{\pi}{8}; \frac{\pi}{8}[$ .

Les deux expressions permettent de déterminer le même angle  $Pt_0$  si celui-ci est compris entre  $]-\frac{\pi}{8}; \frac{\pi}{8}[$ . Aussi, dès l'assemblage mécanique de l'ensemble polariseur/moteur/codeur optique, il faut veiller à pré-positionner l'élément.

## 2.2 Ellipsomètre à compensateur tournant

Cette configuration (Fig. 2.1) a été développée au début des années 90. Cet instrument, qui est complémentaire au précédent, permet d'obtenir les angles ellipsométriques sans indétermination sur le signe de  $\Delta$ . Ici, c'est la rotation du compensateur qui module l'état de polarisation du faisceau lumineux incident. Développé, dans un premier temps, en version monochromatique (RCE), il permet d'obtenir des mesures avec des durées d'acquisition très faibles (inférieures à la seconde) grâce à l'usage d'une photodiode comme détecteur. L'instrument, ainsi conçu, est donc adapté pour suivre l'évolution de couches minces pendant un processus de croissance. Aussi, en collaboration avec le Laboratoire d'Electrochimie des Matériaux (LEM) de l'Université de Metz, les premiers travaux sur le couplage ellipsométrie-électrochimie ont permis d'observer et d'analyser la formation et la croissance de films en solution aqueuse [Stein, 1997]. Cet instrument a rapidement montré ses limites dès lors qu'il était nécessaire de suivre et d'analyser la formation de couches minces plus complexes. Aussi, une version spectroscopique, nommée RTSRCE, a été développée (Fig. 2.10). L'instrument reprend les principes de l'ellipsomètre à compensateur tournant monochromatique, mais utilisant un système de détection multi-canal et un compensateur achromatique [Meyer, 2002]. Dès lors, des travaux comme l'étude de films de tellure de bismuth électrodéposés [Zimmer, 2006] et sur le suivi de l'oxydation de l'alliage PbCaSn en milieu acide [Stein *et al.*, 2004] ont été menés. Une nouvelle étape a été franchie lorsque qu'une microbalance à quartz a été greffée au système existant [Beck, 2006, Broch *et al.*, 2007].



FIGURE 2.10 – Ellipsomètre spectroscopique temps réel à compensateur tournant.

### 2.2.1 Description du montage optique

Le montage développé au LPMD est constitué de :

- Une lampe à arc Xenon (75W) comme source lumineuse. Elle a l'avantage d'émettre du proche ultraviolet jusqu'au proche infrarouge.
- Un polariseur fixe, d'azimut  $P$ , de type Glazebrook en calcite. Il a la particularité d'absorber que très peu de lumière et de produire un faisceau *presque* parfaitement polarisé sur un domaine spectral étendu (de 0.22 à 1.5 $\mu\text{m}$ ) :

- Le compensateur tournant (lame  $\lambda/4$ ), d'azimut  $C_t$  et de déphasage  $\delta_c$ .

Le faisceau ainsi produit se réfléchit sur la surface étudiée et traverse :

- Un analyseur fixe placé après l'échantillon, d'azimut  $A$ .
- Puis est détecté par un spectrographe équipé d'une barrette CCD<sup>6</sup> qui convertit, pour chaque longueur d'onde, l'intensité lumineuse en signal électrique.

Le vecteur de Stokes  $\vec{S}_f$  de la lumière reçue par le détecteur se traduit alors par :

$$\vec{S}_f = \{ \mathbf{R}^{-1}(A) \mathbf{M}_A \mathbf{R}(A) \} \mathbf{M}_S \{ \mathbf{R}^{-1}(C_t) \mathbf{M}_C \mathbf{R}(C_t) \} \{ \mathbf{R}^{-1}(P) \mathbf{M}_P \mathbf{R}(P) \} \vec{S}_i. \quad (2.19)$$

Le compensateur tourne à la vitesse angulaire  $\omega = 2\pi f$ . L'intensité de la lumière transmise est une fonction de période  $T = 2\pi/\omega$  et peut se décomposer en série de Fourier :

$$I(t) = I_0 \left[ a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_{nc} \cos n\omega t + a_{ns} \sin n\omega t) \right], \quad (2.20)$$

dans notre cas,  $n = 2$  et  $n = 4$  (harmonique 2 et harmonique 4) si aucune non-linéarité est introduite par le détecteur [Luttmann, 1992].  $I_0 a_0$  est l'intensité moyenne de la lumière incidente et  $\omega t$  est l'azimut du compensateur à l'instant  $t$ . Ainsi :

$$I = I_0 [a_0 + a_{2c} \cos 2C_t + a_{2s} \sin 2C_t + a_{4c} \cos 4C_t + a_{4s} \sin 4C_t], \quad (2.21)$$

où  $C_t = \omega t$  est l'azimut de l'axe de référence du compensateur tournant à l'instant  $t$  par rapport au plan d'incidence. On obtient alors les coefficients de Fourier :

$$a_0 = 1 - \cos 2A + \frac{1 + \cos \delta_c}{2} [\cos 2P(\cos 2A - \cos 2\Psi) + \sin 2A \sin 2P \sin 2\Psi \cos \Delta] \quad (2.22a)$$

$$a_{2c} = -\sin 2A \sin 2P \sin \delta_c \sin 2\Psi \sin \Delta \quad (2.22b)$$

$$a_{2s} = \sin 2A \cos 2P \sin \delta_c \sin 2\Psi \sin \Delta \quad (2.22c)$$

$$a_{4c} = \frac{1 - \cos \delta_c}{2} [\cos 2P(\cos 2A - \cos 2\Psi) - \sin 2A \sin 2P \sin 2\Psi \cos \Delta] \quad (2.22d)$$

$$a_{4s} = \frac{1 - \cos \delta_c}{2} [\sin 2P(\cos 2A - \cos 2\Psi) + \sin 2A \cos 2P \sin 2\Psi \cos \Delta]. \quad (2.22e)$$

La quantité réellement mesurée à la sortie du détecteur suivi de son électronique de comptage est de la forme :

$$I_{mes} = \alpha_0 + \alpha_{2c} \cos 2\omega t + \alpha_{2s} \sin 2\omega t + \alpha_{4c} \cos 4\omega t + \alpha_{4s} \sin 4\omega t, \quad (2.23)$$

avec  $\alpha_k = G.a_k$ ,  $k = 0, 2c, 2s, 4c, 4s$ .

On considère implicitement que l'origine des temps ( $t = 0$ ) est l'instant où l'axe rapide du compensateur passe par le plan d'incidence. En réalité, le montage est constitué par un compensateur couplé avec un codeur optique qui donne la position du système. Etant donné le montage mécanique des deux éléments, il est difficile de faire coïncider l'origine des

---

6. Spectrographe HORIBA Jobin-Yvon, CP-140

temps avec le passage de l'axe rapide dans le plan d'incidence. C'est pourquoi, nous devons introduire un angle de référence  $C_0$ , qui est la position de l'axe rapide du compensateur au début de la mesure ( $t' = 0$ ). On note  $h_i$  les coefficients de Fourier du signal par rapport à  $t'$  et le signal s'écrit :

$$I(t) = h_0 + h_{2c} \cos 2\omega t' + h_{2s} \sin 2\omega t' + h_{4c} \cos 4\omega t' + h_{4s} \sin 4\omega t'. \quad (2.24)$$

Si on pose

$$C_t = \omega t, \quad C'_t = \omega t' \quad \text{et} \quad C_0 = \omega t_0,$$

alors

$$C'_t = C_t - C_0. \quad (2.25)$$

La quantité réellement mesurée s'écrit alors :

$$I(t) = h_0 + h_{2c} \cos 2(C_t - C_0) + h_{2s} \sin 2(C_t - C_0) + h_{4c} \cos 4(C_t - C_0) + h_{4s} \sin 4(C_t - C_0). \quad (2.26)$$

Avec :

$$\alpha_0 = h_0 \quad (2.27a)$$

$$\alpha_{2c} = h_{2c} \cos 2C_0 - h_{2s} \sin 2C_0 \quad (2.27b)$$

$$\alpha_{2s} = h_{2c} \sin 2C_0 + h_{2s} \cos 2C_0 \quad (2.27c)$$

$$\alpha_{4c} = h_{4c} \cos 4C_0 - h_{4s} \sin 4C_0 \quad (2.27d)$$

$$\alpha_{4s} = h_{4c} \sin 4C_0 + h_{4s} \cos 4C_0. \quad (2.27e)$$

Le début du cycle d'échantillonnage doit être synchrone avec un  $Top0$  délivré pour une même position du montage mécanique à chaque cycle de mesure. Les coefficients  $h_i$  sont calculés par la méthode de Hadamard ou par la transformée de Fourier à partir du signal mesuré.

### 2.2.2 Détermination des angles ellipsométriques

Les paramètres de l'échantillon sont exprimés en fonction des coefficients  $\alpha_i$  et sont déduits à l'aide des équations (2.22a) à (2.22e). Le *gain* du montage est éliminé en effectuant des rapports de coefficients, ainsi :

$$\tan \Delta = \frac{\alpha_{2c} \sin 2P - \alpha_{2s} \cos 2P}{\alpha_{4c} \sin 2P - \alpha_{4s} \cos 2P} \left( \frac{1 - \cos \delta_c}{2 \sin \delta_c} \right) \quad (2.28)$$

$$\tan \Psi = \frac{K \cdot \text{sgn}A \cdot \sin 2A \left( 1 \pm \sqrt{1 + 1/K^2} \right)}{(1 + \cos 2A)}, \quad (2.29)$$

avec

$$\frac{1}{K} = \frac{\sqrt{(\alpha_{2c}^2 + \alpha_{2s}^2) (1 - \cos \delta_c)^2 / \sin^2 \delta_c + 4(\alpha_{4s} \cos 2P - \alpha_{4c} \sin 2P)^2}}{2(\alpha_{4c} \cos 2P + \alpha_{4s} \sin 2P)},$$

tel que  $\text{sgn}A = 1$  pour  $A > 0^\circ$ ,  $\text{sgn}A = -1$  pour  $A < 0^\circ$ . Deux solutions sont mathématiquement possibles mais seule la solution positive est à retenir, quels que soient  $A$  et  $P$ .

### 2.2.3 Calibrage

Cette étape permet de repérer et de positionner très précisément les éléments optiques par rapport au plan de référence. En fin de calibrage, les axes de transmission de l'analyseur et du polariseur fixe sont dans le plan d'incidence, et l'angle  $C_0$  qui caractérise la position de l'axe rapide du compensateur tournant, en début d'acquisition, est déterminé.

Une procédure spécifique à l'ellipsomètre à compensateur tournant à trois éléments a été mise au point :

- Positionnement de l'axe de l'analyseur dans le plan d'incidence.
- Détermination de l'azimut du polariseur  $P$ , et de l'angle de référence du compensateur  $C_0$ .

Le calibrage est réalisé avec l'échantillon  $108 - SiO_2/Si$  à  $\lambda = 633\text{nm}$  et  $\theta = 70^\circ$  car ses angles ellipsométriques permettent une plus grande sensibilité au réglage avec  $\Psi$  proche de  $45^\circ$  et  $\Delta$  proche de  $90^\circ$ .

#### 2.2.3.1 Positionnement de l'analyseur dans le plan d'incidence

La première étape consiste à placer l'axe de transmission de l'analyseur dans le plan d'incidence en annulant le module  $H_2 = h_{2c}^2 + h_{2s}^2$  qui est indépendant de la phase à l'origine et égal à  $\alpha_{2c}^2 + \alpha_{2s}^2$ .

$$H_2 = G^2 \sin^2 2A \sin^2 \delta \sin^2 2\Psi \sin^2 \Delta,$$

est nul pour quatre positions de l'analyseur :  $A = 0^\circ$ ,  $A = 90^\circ$ ,  $A = 180^\circ$  et  $A = 270^\circ$ . Comme une seule direction convient ( $A = 0^\circ$  ou  $A = 180^\circ$ ), il faut connaître à quelques degrés près la direction de polarisation de l'analyseur pour lever l'ambiguïté  $A = 90^\circ$  ou  $A = 270^\circ$ . Pour s'affranchir de  $G$ , il est plus intéressant d'utiliser non pas  $H_2$ , mais plutôt le rapport  $H_{2/0} = H_2/H_0$ . Ainsi, la recherche de l'extremum de la parabole sera moins sensible aux éventuelles variations de la source lumineuse et de la chaîne de mesure. La figure 2.11 présente les relevés expérimentaux de  $H_{2/0}$ . On observe un bon accord entre les points expérimentaux et la parabole idéale. Le minimum de cette parabole correspond à  $A = 0^\circ$ , l'axe de transmission de l'analyseur se trouve alors dans le plan d'incidence.

#### 2.2.3.2 Détermination de $P$ et $C_0$

Si  $A = 0^\circ$ , on a :

$$\begin{aligned} \alpha_{2c} &= \alpha_{2s} = 0 \\ \alpha_{4c} &= \frac{1 - \cos \delta}{2} (1 - \cos 2\Psi) \cos 2P \\ \alpha_{4s} &= \frac{1 - \cos \delta}{2} (1 - \cos 2\Psi) \sin 2P. \end{aligned}$$

Avec (2.27d) et (2.27e), on obtient :

$$\begin{aligned} h_{4c} &= \frac{1 - \cos \delta}{2} (1 - \cos 2\Psi) \cos(2P - 4C_0) \\ h_{4s} &= \frac{1 - \cos \delta}{2} (1 - \cos 2\Psi) \sin(2P - 4C_0), \end{aligned}$$

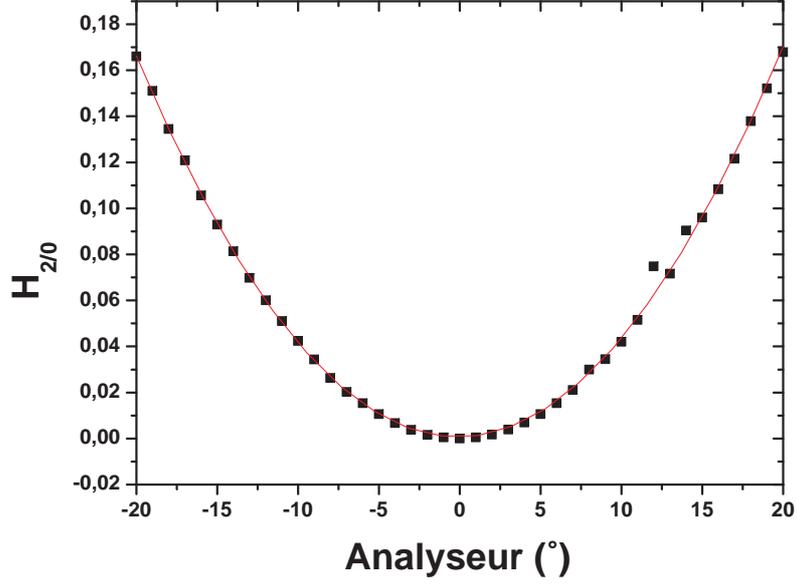


FIGURE 2.11 – Calibrage de l'analyseur (ellipsomètre RTSRCE) à l'aide de l'échantillon 108 –  $SiO_2/Si$  à  $\lambda = 633nm$  et  $\theta = 70^\circ$ . Recherche du minimum de  $H_{2/0}$ .

ainsi :

$$\tan \Gamma_4 = \frac{h_{4s}}{h_{4c}}, \quad (2.30)$$

avec  $\Gamma_4 = 2P - 4C_0$ .

Cette seule expression ne permet pas d'obtenir  $P$  et  $C_0$ . Ainsi, en positionnant l'analyseur à  $A = +45^\circ$  (ou  $A = -45^\circ$ ), on obtient :

$$\begin{aligned} \alpha_{2c} &= -\sin 2P \sin \delta \sin 2\Psi \sin \Delta \operatorname{sgn} A \\ \alpha_{2s} &= \cos 2P \sin \delta \sin 2\Psi \sin \Delta \operatorname{sgn} A, \end{aligned}$$

et à l'aide de (2.27b) et (2.27c) :

$$\begin{aligned} h_{2c} &= -\operatorname{sgn} A \sin \delta \sin 2\Psi \sin \Delta \sin(2P - 2C_0) \\ h_{2s} &= \operatorname{sgn} A \sin \delta \sin 2\Psi \sin \Delta \cos(2P - 2C_0), \end{aligned}$$

ainsi,

$$\tan \Gamma_2 = -\frac{h_{2c}}{h_{2s}}, \quad (2.31)$$

avec  $\Gamma_2 = 2P - 2C_0$ .

A partir des équations 2.30 et 2.31, on déduit les angles recherchés :

$$C_0 = \frac{\Gamma_2 - \Gamma_4}{2} \quad (2.32)$$

et

$$P = \frac{2\Gamma_2 - \Gamma_4}{2}. \quad (2.33)$$

Ces deux angles peuvent être obtenus à condition que les harmoniques 2 et 4 ne soient pas nulles. Ainsi, un échantillon dont l'angle  $\Psi = 0^\circ$  ou  $90^\circ$  ou que l'angle  $\Delta = 0^\circ$  ou  $180^\circ$  annuleront l'harmonique 2 si  $A = \pm 45^\circ$  et l'harmonique 4 si  $A = 0^\circ$ . Il n'est alors pas possible d'obtenir  $P$  et  $C_0$ . La plus grande sensibilité sera obtenue avec  $\Psi = 45^\circ$  et  $\Delta = 0^\circ$ .

### 2.2.3.3 Déphasage du compensateur

La détermination du déphasage de la lame quart d'onde en fonction de la longueur d'onde se fait par une mesure en ligne sans échantillon. Tous les éléments de l'ellipsomètre sont alors alignés sur le même axe. On montre que les équations générales obtenues avec l'échantillon restent valables, à condition de poser  $\Psi = 45^\circ$  et  $\Delta = 0^\circ$ . Tout se passe donc, comme si on disposait d'un échantillon parfaitement connu. Les expressions des coefficients de Fourier, (Eq. 2.22a à 2.22e) se simplifient et deviennent :

$$a_0 = 1 + \frac{1}{2}(1 + \cos \delta_c) \cos 2(A - P) \quad (2.34a)$$

$$a_{2c} = 0 \quad (2.34b)$$

$$a_{2s} = 0 \quad (2.34c)$$

$$a_{4c} = \frac{1}{2}(1 - \cos \delta_c) \cos 2(A + P) \quad (2.34d)$$

$$a_{4s} = \frac{1}{2}(1 - \cos \delta_c) \sin 2(A + P). \quad (2.34e)$$

Lorsque  $P = -A$ , des équations (2.34a) à (2.34e) subsistent :

$$a_0 = 1 + \frac{1 + \cos \delta_c}{2} \cos 4A \quad (2.35a)$$

$$a_{4c} = \frac{1 - \cos \delta_c}{2}. \quad (2.35b)$$

Les valeurs mesurées sont affectées du gain qui s'élimine en faisant le rapport :

$$\frac{\alpha_0}{\alpha_{4c}} = \frac{G a_0}{G a_{4c}} = \frac{a_0}{a_{4c}} = \frac{2 + (1 + \cos \delta_c) \cos 4A}{1 - \cos \delta_c}. \quad (2.36)$$

On en déduit la valeur du déphasage,  $\delta_c$ , du compensateur à l'aide de :

$$\cos \delta_c = \frac{\frac{\alpha_0}{\alpha_{4c}} - 2 - \cos 4A}{\frac{\alpha_0}{\alpha_{4c}} + \cos 4A}. \quad (2.37)$$

L'équation (2.36) est valable pour  $\delta \neq k\pi$  ( $k$  entier) si  $A \neq \pm \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}$  ( $k$  entier). On préférera la position  $A = k\frac{\pi}{4}$  ( $k$  entier) qui permet  $\cos 4A = \pm 1$ . Les valeurs de

$\delta_c$ , en fonction de la longueur d'onde, déterminées à partir des coefficients  $a_0$  et  $a_{4c}$  et présentées sur la figure 2.12 montrent que le déphasage du compensateur n'est pas égal à  $90^\circ$  sur l'ensemble du spectre visible. Nous relevons un achromatisme de l'ordre de  $\pm 7\%$  sur le domaine spectral 400-700nm, légèrement supérieur aux spécifications du constructeur ( $\pm 5\%$ )<sup>7</sup>.

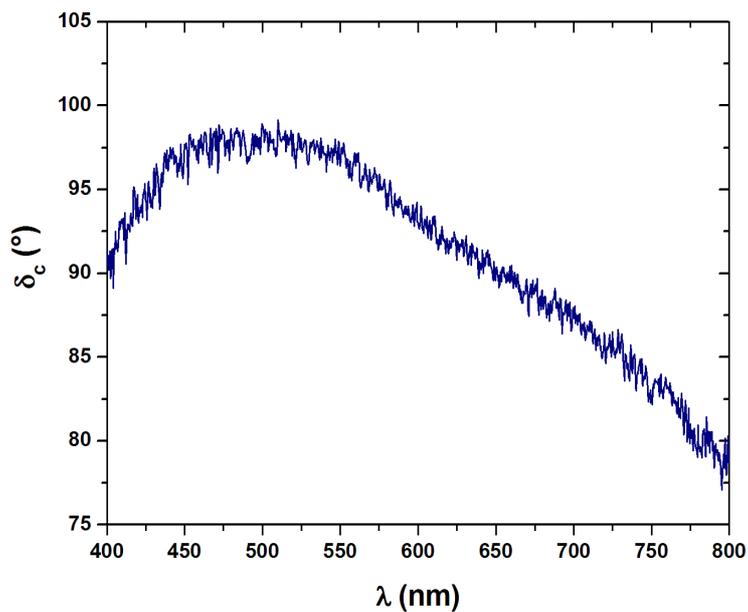


FIGURE 2.12 – Déphasage du compensateur en fonction de la longueur d'onde.

---

7. Optique de Précision J.Fichou <http://www.optiquefichou.fr>

## 2.3 Ellipsomètre à matrice de Mueller (MME) à deux compensateurs tournants

Contrairement aux ellipsomètres cités précédemment, celui-ci possède deux compensateurs tournants. Ainsi, la double modulation du faisceau lumineux permet d'obtenir l'ensemble des éléments de la matrice de Mueller de l'échantillon étudié. Il est donc possible de caractériser des systèmes isotropes et anisotropes. L'instrument développé au laboratoire [Piller, 2006] (Fig. 2.13) s'inspire très largement de la configuration proposée par Collins [Collins et Koh, 1999]. Il a été conçu à partir de deux ellipsomètres monochromatiques à compensateur tournant.

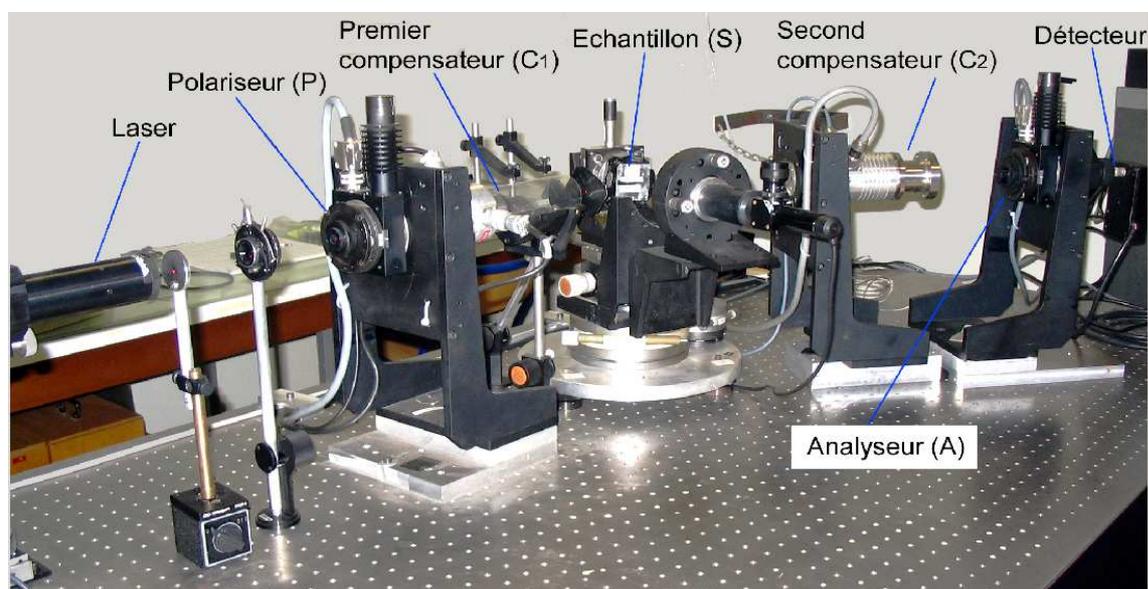


FIGURE 2.13 – Ellipsomètre  $PC_1SC_2A$ .

### 2.3.1 Description du montage

L'instrument est constitué d'un polariseur  $P$  fixe, d'un premier compensateur  $C_1$  (tournant à la vitesse angulaire  $w_1$ ) tous deux placés avant l'échantillon. Cette première partie de l'ellipsomètre constitue le PSG et module la polarisation de la lumière incidente. Celle-ci est réfléchiée par l'échantillon et passe dans le PSD, constitué d'un second compensateur  $C_2$  (tournant à la vitesse angulaire  $w_2 \neq w_1$ ) et d'un analyseur  $A$  fixe. Le signal lumineux émergent de l'analyseur arrive sur le détecteur (Fig. 2.14).

Cette conception offre, sous certaines conditions relatives au choix des vitesses  $w_1$  et  $w_2$ , la possibilité d'obtenir les 16 coefficients normalisés  $M_{i,j}$  ( $i, j = 1, 2, 3, 4$ ) de la matrice de Mueller de l'échantillon. En effet, le signal délivré par le détecteur permet d'obtenir, en plus d'une composante continue  $a_0$ , 24 coefficients<sup>8</sup> de Fourier  $a_{2n}$  et  $b_{2n}$  qui sont des

8. 12 pour  $a_{2n}$  et 12 pour  $b_{2n}$ .

### 2.3. ELLIPSOMÈTRE À MATRICE DE MUELLER (MME) À DEUX COMPENSATEURS TOURNANTS

combinaisons linéaires des paramètres  $M_{i,j}$ . Une étape d'inversion permet d'exprimer les coefficients de la matrice en fonction des coefficients mesurés ( $a_0, a_{2n}, b_{2n}$ ).

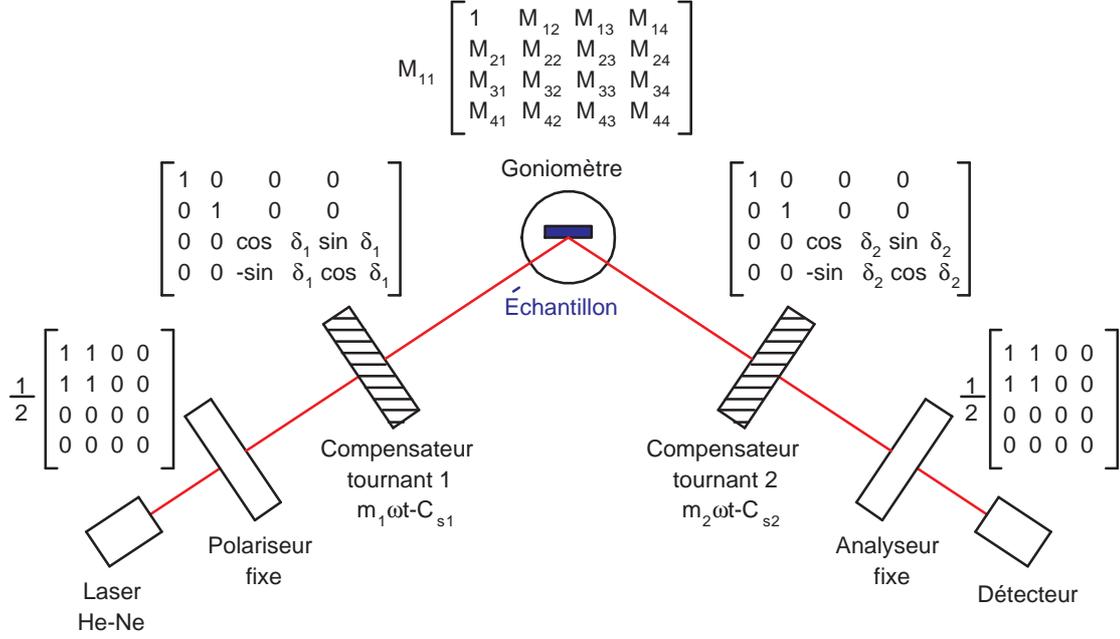


FIGURE 2.14 – Configuration de l'ellipsomètre  $PC_1SC_2A$ . La modulation optique du faisceau incident est obtenue par le compensateur  $C_1$ , la modulation du faisceau réfléchi par l'échantillon est obtenue par la rotation du compensateur  $C_2$ .

#### 2.3.2 Calcul du flux lumineux reçu par le détecteur

Le vecteur de Stokes du faisceau détecté s'écrit :

$$\vec{S}_f = \{M_A \mathbf{R}(A)\} \{\mathbf{R}^{-1}(C_2) M_{C_2} \mathbf{R}(C_2)\} \mathbf{M} \{\mathbf{R}^{-1}(C_1) M_{C_1} \mathbf{R}(C_1)\} \{\mathbf{R}^{-1}(P) M_P\} \vec{S}_i, \quad (2.38)$$

avec  $\vec{S}_i$  le vecteur de Stokes de la lumière incidence. Il est commode d'exprimer la position angulaire de chaque moteur ( $C_1 = \omega_1 t$  et  $C_2 = \omega_2 t$ ) comme un multiple entier d'une position angulaire *virtuelle*,  $C = \omega t$ , tel que

$$C_1 = m_1 C \quad (2.39a)$$

$$C_2 = m_2 C. \quad (2.39b)$$

L'expression (2.38) conduit au flux lumineux reçu par le détecteur :

$$I = \frac{S_0}{4} [K_1 + (c_2 \cos 2A + s_2 \cos(4C_2 - 2A))K_2 + (c_2 \sin 2A + s_2 \sin(4C_2 - 2A))K_3 - (\sin \delta_2 \sin(2C_2 - 2A))K_4], \quad (2.40)$$

### 2.3. ELLIPSOMÈTRE À MATRICE DE MUELLER (MME) À DEUX COMPENSATEURS TOURNANTS

---

avec

$$K_i = M_{i1} + [c_1 \cos 2P + s_1 \cos(4C_1 - 2P)]M_{i2} \\ + [c_1 \sin 2P + s_1 \sin(4C_1 - 2P)]M_{i3} + [\sin \delta_1 \sin(2C_1 - 2P)]M_{i4},$$

$c_\kappa = \cos^2(\delta_\kappa/2)$ ,  $s_\kappa = \sin^2(\delta_\kappa/2)$  et  $\delta_\kappa$  les déphasages introduits par les compensateurs ( $\kappa = 1, 2$ ).  $M_{ij}$  ( $i, j = 1 \dots 4$ ) sont les coefficients de la matrice de l'échantillon. Les calculs font apparaître, en plus de la composante continue, 24 harmoniques.

L'intensité lumineuse détectée s'écrit alors :

$$I(t) = \frac{S_0 M_{11}}{4} [a_0 + a_{(2m_1+2m_2)} \cos(2m_1 + 2m_2)C + b_{(2m_1+2m_2)} \sin(2m_1 + 2m_2)C \\ + a_{(2m_1-2m_2)} \cos(2m_1 - 2m_2)C + b_{(2m_1-2m_2)} \sin(2m_1 - 2m_2)C \\ + a_{(2m_1+2m_2)} \cos(2m_1 + 2m_2)C + b_{(2m_1+2m_2)} \sin(2m_1 + 2m_2)C \\ \vdots \\ + a_{(4m_1-4m_2)} \cos(4m_1 - 4m_2)C + b_{(4m_1-4m_2)} \sin(4m_1 - 4m_2)C \\ + a_{2m_1} \cos(2m_1)C + b_{2m_1} \sin(2m_1)C \\ \vdots \\ + a_{4m_2} \cos(4m_2)C + b_{4m_2} \sin(4m_2)C]. \quad (2.41)$$

En tenant compte des relations (2.39a) et (2.39b) et en reportant dans (2.41), nous obtenons l'expression

$$I = I_0 \left\{ a_0 + \sum_{m_1, m_2} (a_{2n} \cos 2nC + b_{2n} \sin 2nC) \right\}, \quad (2.42)$$

avec  $I_0 = \frac{S_0 M_{11}}{4}$ . Le terme  $I_0 a_0$  représente l'intensité moyenne de la lumière incidente. En identifiant (2.42) avec l'expression du vecteur de Stokes  $\vec{S}_f$  (Eq. 2.38), on obtient les

### 2.3. ELLIPSOMÈTRE À MATRICE DE MUELLER (MME) À DEUX COMPENSATEURS TOURNANTS

---

coefficients de Fourier  $a_0$ ,  $a_{2n}$  et  $b_{2n}$  :

$$\begin{aligned} a_0 = & 1 + M_{12} c_1 \cos 2P + M_{13} c_1 \sin 2P + M_{21} c_2 \cos 2A + M_{31} c_2 \sin 2A \\ & + M_{22} c_1 c_2 \cos 2P \cos 2A + M_{23} c_1 c_2 \sin 2P \cos 2A \\ & + M_{32} c_1 c_2 \cos 2P \sin 2A + M_{33} c_1 c_2 \sin 2P \sin 2A \end{aligned} \quad (2.43a)$$

$$a_{2m_1+2m_2} = +0, 5M_{44} \sin \delta_1 \sin \delta_2 \cos 2(P + A) \quad (2.43b)$$

$$b_{2m_1+2m_2} = +0, 5M_{44} \sin \delta_1 \sin \delta_2 \sin 2(P + A) \quad (2.43c)$$

$$a_{2m_1-2m_2} = -0, 5M_{44} \sin \delta_1 \sin \delta_2 \cos 2(P - A) \quad (2.43d)$$

$$b_{2m_1-2m_2} = -0, 5M_{44} \sin \delta_1 \sin \delta_2 \sin 2(P - A) \quad (2.43e)$$

$$a_{4m_1+2m_2} = +0, 5M_{42} s_1 \sin \delta_2 \sin 2(P + A) + 0, 5M_{43} s_1 \sin \delta_2 \cos 2(P + A) \quad (2.43f)$$

$$b_{4m_1+2m_2} = -0, 5M_{42} s_1 \sin \delta_2 \cos 2(P + A) + 0, 5M_{43} s_1 \sin \delta_2 \sin 2(P + A) \quad (2.43g)$$

$$a_{4m_1-2m_2} = -0, 5M_{42} s_1 \sin \delta_2 \sin 2(P - A) - 0, 5M_{43} s_1 \sin \delta_2 \cos 2(P - A) \quad (2.43h)$$

$$b_{4m_1-2m_2} = +0, 5M_{42} s_1 \sin \delta_2 \cos 2(P - A) - 0, 5M_{43} s_1 \sin \delta_2 \sin 2(P - A) \quad (2.43i)$$

$$a_{4m_2+2m_1} = -0, 5M_{24} s_2 \sin \delta_1 \sin 2(P + A) - 0, 5M_{34} s_2 \sin \delta_1 \cos 2(P + A) \quad (2.43j)$$

$$b_{4m_2+2m_1} = +0, 5M_{24} s_2 \sin \delta_1 \cos 2(P + A) - 0, 5M_{34} s_2 \sin \delta_1 \sin 2(P + A) \quad (2.43k)$$

$$a_{4m_2-2m_1} = -0, 5M_{24} s_2 \sin \delta_1 \sin 2(P - A) + 0, 5M_{34} s_2 \sin \delta_1 \cos 2(P - A) \quad (2.43l)$$

$$b_{4m_2-2m_1} = -0, 5M_{24} s_2 \sin \delta_1 \cos 2(P - A) - 0, 5M_{34} s_2 \sin \delta_1 \sin 2(P - A) \quad (2.43m)$$

$$\begin{aligned} a_{4m_1+4m_2} = & +0, 5M_{22} s_1 s_2 \cos 2(P + A) - 0, 5M_{23} s_1 s_2 \sin 2(P + A) \\ & - 0, 5M_{32} s_1 s_2 \sin 2(P + A) - 0, 5M_{33} s_1 s_2 \cos 2(P + A) \end{aligned} \quad (2.43n)$$

$$\begin{aligned} b_{4m_1+4m_2} = & +0, 5M_{22} s_1 s_2 \sin 2(P + A) + 0, 5M_{23} s_1 s_2 \cos 2(P + A) \\ & + 0, 5M_{32} s_1 s_2 \cos 2(P + A) - 0, 5M_{33} s_1 s_2 \sin 2(P + A) \end{aligned} \quad (2.43o)$$

$$\begin{aligned} a_{4m_1-4m_2} = & +0, 5M_{22} s_1 s_2 \cos 2(P - A) - 0, 5M_{23} s_1 s_2 \sin 2(P - A) \\ & + 0, 5M_{32} s_1 s_2 \sin 2(P - A) + 0, 5M_{33} s_1 s_2 \cos 2(P - A) \end{aligned} \quad (2.43p)$$

$$\begin{aligned} b_{4m_1-4m_2} = & +0, 5M_{22} s_1 s_2 \sin 2(P - A) + 0, 5M_{23} s_1 s_2 \cos 2(P - A) \\ & - 0, 5M_{32} s_1 s_2 \cos 2(P - A) + 0, 5M_{33} s_1 s_2 \sin 2(P - A) \end{aligned} \quad (2.43q)$$

$$a_{2m_1} = -M_{14} \sin \delta_1 \sin 2P - M_{24} c_2 \sin \delta_1 \sin 2P \cos 2A - M_{34} c_2 \sin \delta_1 \sin 2P \sin 2A \quad (2.43r)$$

$$b_{2m_1} = +M_{14} \sin \delta_1 \cos 2P + M_{24} c_2 \sin \delta_1 \cos 2P \cos 2A + M_{34} c_2 \sin \delta_1 \cos 2P \sin 2A \quad (2.43s)$$

$$a_{2m_2} = +M_{41} \sin \delta_2 \sin 2A + M_{42} c_1 \sin \delta_2 \cos 2P \sin 2A + M_{43} c_1 \sin \delta_2 \sin 2P \sin 2A \quad (2.43t)$$

$$b_{2m_2} = -M_{41} \sin \delta_2 \cos 2A - M_{42} c_1 \sin \delta_2 \cos 2P \cos 2A - M_{43} c_1 \sin \delta_2 \sin 2P \cos 2A \quad (2.43u)$$

$$a_{4m_1} = +M_{12} s_1 \cos 2P - M_{13} s_1 \sin 2P + M_{22} s_1 c_2 \cos 2P \cos 2A$$

### 2.3. ELLIPSOMÈTRE À MATRICE DE MUELLER (MME) À DEUX COMPENSATEURS TOURNANTS

---

$$- M_{23} s_1 c_2 \sin 2P \cos 2A + M_{32} s_1 c_2 \cos 2P \sin 2A \quad (2.43v)$$

$$- M_{33} s_1 c_2 \sin 2P \sin 2A$$

$$\begin{aligned} b_{4m_1} = & + M_{12} s_1 \sin 2P + M_{13} s_1 \cos 2P + M_{22} s_1 c_2 \sin 2P \cos 2A \\ & + M_{23} s_1 c_2 \cos 2P \cos 2A + M_{32} s_1 c_2 \sin 2P \sin 2A \\ & + M_{33} s_1 c_2 \cos 2P \sin 2A \end{aligned} \quad (2.43w)$$

$$a_{4m_2} = + M_{21} s_2 \cos 2A - M_{31} s_2 \sin 2A + M_{22} c_1 s_2 \cos 2P \cos 2A \quad (2.43x)$$

$$+ M_{23} c_1 s_2 \sin 2P \cos 2A - M_{32} c_1 s_2 \cos 2P \sin 2A - M_{33} c_1 s_2 \sin 2P \sin 2A$$

$$b_{4m_2} = + M_{21} s_2 \sin 2A + M_{31} s_2 \cos 2A + M_{22} c_1 s_2 \cos 2P \sin 2A \quad (2.43y)$$

$$+ M_{23} c_1 s_2 \sin 2P \sin 2A + M_{32} c_1 s_2 \cos 2P \cos 2A + M_{33} c_1 s_2 \sin 2P \cos 2A.$$

#### 2.3.2.1 Coefficients de Fourier mesurés

Les coefficients de Fourier mesurés tiennent compte à la fois de l'intensité  $I_0$  mais également du gain,  $G$ , de la chaîne de mesure. De fait, la quantité effectivement mesurée à la sortie du détecteur est de la forme

$$I = \alpha_0 + \sum_{m_1, m_2} (\alpha_{2n} \cos 2nC + \beta_{2n} \sin 2nC), \quad (2.44)$$

avec  $\alpha_{2n} = I_0 G a_{2n}$ ,  $\beta_{2n} = I_0 G b_{2n}$  et  $\alpha_0 = I_0 G a_0$  qui relie la composante continue mesurée à la composante continue calculée. Les rapports d'harmoniques

$$\frac{\alpha_{2n}}{\alpha_0} = \frac{a_{2n}}{a_0} \quad \text{et} \quad \frac{\beta_{2n}}{\alpha_0} = \frac{b_{2n}}{a_0}, \quad (2.45)$$

permettent de s'affranchir des variations en intensité de la source lumineuse et du gain.

Dans l'expression (2.44), on considère implicitement que l'origine des temps ( $t=0$ ) est l'instant où chaque axe rapide des compensateurs passe par le plan d'incidence. En pratique, chaque compensateur est monté sur l'axe d'un moteur associé à un codeur optique qui délivre les signaux, de synchronisation et de déclenchement, pour l'échantillonnage du flux lumineux. Le montage mécanique ne permet pas de faire coïncider l'axe rapide du

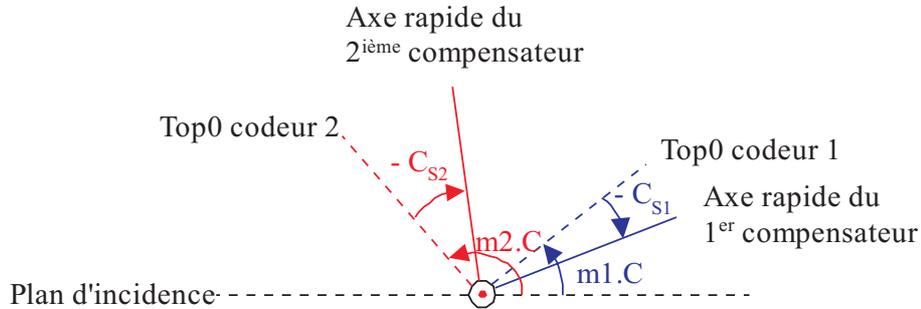


FIGURE 2.15 – Configuration à un instant  $t$  des positions réelles des axes rapides des compensateurs tournants en tenant compte des décalages angulaires  $C_{S1}$  et  $C_{S2}$ .

### 2.3. ELLIPSOMÈTRE À MATRICE DE MUELLER (MME) À DEUX COMPENSATEURS TOURNANTS

---

compensateur et le signal de déclenchement ( $Top\theta$ ) du codeur optique (Fig. 2.15). Il faut alors introduire les angles de référence (ou décalages angulaires)  $C_{S1}$  et  $C_{S2}$  tels que :

$$C_1 = m_1(C - C_{S1}) \quad \text{et} \quad (2.46a)$$

$$C_2 = m_2(C - C_{S2}). \quad (2.46b)$$

Ainsi, l'expression (2.44) devient

$$I = \alpha_0 + \sum_{m_1, m_2} \left[ \alpha_{2n} \cos(2nC - \phi_{2n}) + \beta_{2n} \sin(2nC - \phi_{2n}) \right], \quad (2.47a)$$

qui peut s'écrire également

$$I = \alpha'_0 + \sum_{m_1, m_2} \left[ \alpha'_{2n} \cos 2nC + \beta'_{2n} \sin 2nC \right]. \quad (2.47b)$$

En développant (2.47a) et en identifiant avec (2.47b), on obtient

$$\alpha'_0 = \alpha_0 \quad (2.48a)$$

$$\alpha'_{2n} = \alpha_{2n} \cos \phi_{2n} - \beta_{2n} \sin \phi_{2n} \quad (2.48b)$$

$$\beta'_{2n} = \alpha_{2n} \sin \phi_{2n} + \beta_{2n} \cos \phi_{2n}. \quad (2.48c)$$

Il est plus utile d'exprimer les coefficients de Fourier calculés ( $\alpha_{2n}, \beta_{2n}$ ) en fonction des coefficients obtenus par analyse sur le signal réel ( $\alpha'_{2n}, \beta'_{2n}$ ) par inversion du système (2.48b, 2.48c), ainsi :

$$\alpha_{2n} = \alpha'_{2n} \cos \phi_{2n} + \beta'_{2n} \sin \phi_{2n} \quad (2.49a)$$

$$\beta_{2n} = -\alpha'_{2n} \sin \phi_{2n} + \beta'_{2n} \cos \phi_{2n}. \quad (2.49b)$$

Les phases  $\phi_{2n}$  sont calculés à partir de  $\alpha'_{2n}$  et  $\beta'_{2n}$ . Elles dépendent naturellement des angles  $C_{S1}$  et  $C_{S2}$ , mais également des vitesses choisies des moteurs par le biais du couple ( $m_1, m_2$ ), dans notre cas (5, 4)<sup>9</sup>. Le calcul des phases en fonction de  $m_1, m_2$  et des angles  $C_{S1}$  et  $C_{S2}$  est réalisé dans le tableau 2.1.

#### 2.3.3 Détermination des coefficients de la matrice de Mueller

L'objectif est d'obtenir les coefficients  $M_{ij}$  de la matrice de Mueller normalisée (Eq. 1.42). Les valeurs  $a_{2n}, b_{2n}$  des relations (2.43a à 2.43y) peuvent être considérées comme les éléments d'un vecteur  $\vec{s}$  donné par les 25 composantes

$$(s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5 \dots s_{24})^T, \quad (2.50)$$

où  $s_0 = a_0, s_1 = a_{2m_1+2m_2}, s_2 = b_{2m_1+2m_2}, \dots$ , que l'on notera  $s_k$  ( $k = 0 \dots 24$ ). De la même manière, les coefficients de la matrice de Mueller peuvent faire l'objet du vecteur  $\vec{M}$  donné par les 16 composantes

$$(1, M_{12}, M_{13}, M_{14}, M_{21}, M_{22} \dots M_{44})^T, \quad (2.51)$$

---

9. Cette valeur a été imposée par les caractéristiques des moteurs utilisées. Ainsi, pour une meilleure stabilité, la fréquence de rotation du premier compensateur est de 44Hz, celle du second est 35.2Hz.

### 2.3. ELLIPSOMÈTRE À MATRICE DE MUELLER (MME) À DEUX COMPENSATEURS TOURNANTS

---

TABLEAU 2.1 – Phases  $\phi_{2n}$  exprimées en fonction des angles  $C_{S1}, C_{S2}$ .

Termes de fréquence	Phases	
	$\phi_{2n}$	$(m_1, m_2) = (5, 4)$ $\phi_{2n}$
$2m_1C + 2m_2C$	$2m_1C_{S1} + 2m_2C_{S2}$	$10C_{S1} + 8C_{S2}$
$2m_1C - 2m_2C$	$2m_1C_{S1} - 2m_2C_{S2}$	$10C_{S1} - 8C_{S2}$
$4m_1C + 2m_2C$	$4m_1C_{S1} + 2m_2C_{S2}$	$20C_{S1} + 8C_{S2}$
$4m_1C - 2m_2C$	$4m_1C_{S1} - 2m_2C_{S2}$	$20C_{S1} - 8C_{S2}$
$4m_2C + 2m_1C$	$4m_2C_{S2} + 2m_1C_{S1}$	$16C_{S2} + 12C_{S1}$
$4m_2C - 2m_1C$	$4m_2C_{S2} - 2m_1C_{S1}$	$16C_{S2} - 10C_{S1}$
$4m_1C + 4m_2C$	$4m_1C_{S1} + 4m_2C_{S2}$	$20C_{S1} + 16C_{S2}$
$4m_1C - 4m_2C$	$4m_1C_{S1} - 4m_2C_{S2}$	$20C_{S1} - 16C_{S2}$
$2m_1C$	$2m_1C_{S1}$	$10C_{S1}$
$2m_2C$	$2m_2C_{S2}$	$8C_{S2}$
$4m_1C$	$4m_1C_{S1}$	$20C_{S1}$
$4m_2C$	$4m_2C_{S2}$	$16C_{S2}$

que l'on notera  $M_i$  ( $i = 0 \dots 15$ ).  $M_i$  et  $s_k$  sont des vecteurs colonnes et, dans ces conditions, on peut donner une écriture matricielle des relations (2.43a) à (2.43y), soit

$$s_k = [\lambda_{k,i}] M_i, \quad (2.52)$$

à condition d'introduire la matrice<sup>10</sup>  $[\lambda_{k,i}]$ . L'inversion de cette matrice telle que  $[\mu_{i,k}] = [\lambda_{k,i}]^{-1}$  permet d'exprimer les coefficients de la matrice de Mueller en fonction des coefficients de Fourier théoriques, soit

$$M_i = [\mu_{i,k}] s_k. \quad (2.53)$$

En tenant compte de (2.45), on peut réécrire (2.53) sous la forme

$$M_i = a_0 [\mu_{i,k}] \frac{\alpha_k}{\alpha_0}. \quad (2.54)$$

Les éléments du vecteur  $\alpha_k$  sont les coefficients de Fourier théoriques  $(\alpha_{2n}, \beta_{2n})$ , et  $\frac{\alpha_k}{\alpha_0}$  représente les coefficients de Fourier normalisés  $(\frac{\alpha_{2n}}{\alpha_0}, \frac{\beta_{2n}}{\alpha_0})$ . Les coefficients de la matrice de

---

10. La matrice  $[\lambda_{k,i}]$  regroupe des termes, comme par exemple (2.43b) :  $0, 5 \sin \delta_1 \sin \delta_2 s_2 \cos 2(P - A)$  etc.

2.3. ELLIPSOMÈTRE À MATRICE DE MUELLER (MME) À DEUX  
COMPENSATEURS TOURNANTS

---

Mueller normalisés sont donc parfaitement connus :

$$M_{12} = \frac{a_0}{\alpha_0} \frac{1}{s_1 t_2} \left[ -\alpha_{4m_1-4m_2} \cos(2P-4A) - \beta_{4m_1-4m_2} \sin(2P-4A) + t_2 \alpha_{4m_1} \cos 2P + \right. \\ \left. t_2 \beta_{4m_1} \sin 2P - \alpha_{4m_1+4m_2} \cos(2P+4A) - \beta_{4m_1+4m_2} \sin(2P+4A) \right] \quad (2.55a)$$

$$M_{13} = \frac{a_0}{\alpha_0} \frac{1}{s_1 t_2} \left[ \alpha_{4m_1-4m_2} \sin(2P-4A) - \beta_{4m_1-4m_2} \cos(2P-4A) - t_2 \alpha_{4m_1} \sin 2P + \right. \\ \left. t_2 \beta_{4m_1} \cos 2P + \alpha_{4m_1+4m_2} \sin(2P+4A) - \beta_{4m_1+4m_2} \cos(2P+4A) \right] \quad (2.55b)$$

$$M_{14} = \frac{a_0}{\alpha_0} \frac{1}{t_2 \sin \delta_1} \left[ 2\alpha_{4m_2-2m_1} \sin(2P-4A) + 2\beta_{4m_2-2m_1} \cos(2P-4A) - t_2 \alpha_{2m_1} \sin 2P + \right. \\ \left. t_2 \beta_{2m_1} \cos 2P \right] \quad (2.55c)$$

$$M_{21} = \frac{a_0}{\alpha_0} \frac{1}{s_2 t_1} \left[ -\alpha_{4m_1-4m_2} \cos(4P-2A) - \beta_{4m_1-4m_2} \sin(4P-2A) + t_1 \alpha_{4m_2} \cos 2A + \right. \\ \left. t_1 \beta_{4m_2} \sin 2A \alpha_{4m_1+4m_2} \cos(4P+2A) - \beta_{4m_1+4m_2} \sin(4P+2A) \right] \quad (2.55d)$$

$$M_{22} = \frac{a_0}{\alpha_0} \frac{1}{s_1 s_2} \left[ \alpha_{4m_1-4m_2} \cos(2P-2A) + \beta_{4m_1-4m_2} \sin(2P-2A) + \alpha_{4m_1+4m_2} \cos(2P+2A) + \right. \\ \left. \beta_{4m_1+4m_2} \sin(2P+2A) \right] \quad (2.55e)$$

$$M_{23} = \frac{a_0}{\alpha_0} \frac{1}{s_1 s_2} \left[ -\alpha_{4m_1-4m_2} \sin(2P-2A) + \beta_{4m_1-4m_2} \cos(2P-2A) - \alpha_{4m_1+4m_2} \sin(2P+2A) + \right. \\ \left. \beta_{4m_1+4m_2} \cos(2P+2A) \right] \quad (2.55f)$$

$$M_{24} = -2 \frac{a_0}{\alpha_0} \frac{\alpha_{4m_2-2m_1} \sin(2P-2A) + \beta_{4m_2-2m_1} \cos(2P-2A)}{s_2 \sin \delta_1} \\ = 2 \frac{a_0}{\alpha_0} \frac{-\alpha_{2m_1+4m_2} \sin(2P+2A) + \beta_{2m_1+4m_2} \cos(2P+2A)}{s_2 \sin \delta_1} \quad (2.55g)$$

$$M_{31} = \frac{a_0}{\alpha_0} \frac{1}{s_2 t_1} \left[ -\alpha_{4m_1-4m_2} \sin(4P-2A) + \beta_{4m_1-4m_2} \cos(4P-2A) - t_1 \alpha_{4m_2} \sin 2A + \right. \\ \left. t_1 \beta_{4m_2} \cos 2A + \alpha_{4m_1+4m_2} \sin(4P+2A) - \beta_{4m_1+4m_2} \cos(4P+2A) \right] \quad (2.55h)$$

$$M_{32} = \frac{a_0}{\alpha_0} \frac{1}{s_1 s_2} \left[ \alpha_{4m_1-4m_2} \sin(2P-2A) - \beta_{4m_1-4m_2} \cos(2P-2A) - \alpha_{4m_1+4m_2} \sin(2P+2A) + \right. \\ \left. \beta_{4m_1+4m_2} \cos(2P+2A) \right] \quad (2.55i)$$

$$M_{33} = \frac{a_0}{\alpha_0} \frac{1}{s_1 s_2} \left[ \alpha_{4m_1-4m_2} \cos(2P-2A) + \beta_{4m_1-4m_2} \sin(2P-2A) - \alpha_{4m_1+4m_2} \cos(2P+2A) - \right. \\ \left. \beta_{4m_1+4m_2} \sin(2P+2A) \right] \quad (2.55j)$$

$$M_{34} = 2 \frac{a_0}{\alpha_0} \frac{\alpha_{4m_2-2m_1} \cos(2P-2A) - \beta_{4m_2-2m_1} \sin(2P-2A)}{s_2 \sin \delta_1}$$

### 2.3. ELLIPSOMÈTRE À MATRICE DE MUELLER (MME) À DEUX COMPENSATEURS TOURNANTS

---

$$= -2 \frac{a_0}{\alpha_0} \frac{\alpha_{2m_1+4m_2} \cos(2P+2A) + \beta_{2m_1+4m_2} \sin(2P+2A)}{s_2 \sin \delta_1} \quad (2.55k)$$

$$M_{41} = \frac{a_0}{\alpha_0} \frac{1}{t_1 \sin \delta_2} \left[ 2\alpha_{4m_1-2m_2} \sin(4P-2A) - 2\beta_{4m_1-2m_2} \cos(4P-2A) + t_1 \alpha_{2m_2} \sin 2A - t_1 \beta_{2m_2} \cos 2A \right] \quad (2.55l)$$

$$M_{42} = 2 \frac{a_0}{\alpha_0} \frac{-\alpha_{4m_1-2m_2} \sin(2P-2A) + \beta_{4m_1-2m_2} \cos(2P-2A)}{s_1 \sin \delta_2} \\ = 2 \frac{a_0}{\alpha_0} \frac{\alpha_{4m_1+2m_2} \sin(2P+2A) - \beta_{4m_1+2m_2} \cos(2P+2A)}{s_1 \sin \delta_2} \quad (2.55m)$$

$$M_{43} = -2 \frac{a_0}{\alpha_0} \frac{\alpha_{4m_1-2m_2} \cos(2P-2A) + \beta_{4m_1-2m_2} \sin(2P-2A)}{s_1 \sin \delta_2} \\ = 2 \frac{a_0}{\alpha_0} \frac{\alpha_{4m_1+2m_2} \cos(2P+2A) + \beta_{4m_1+2m_2} \sin(2P+2A)}{s_1 \sin \delta_2} \quad (2.55n)$$

$$M_{44} = 2 \frac{a_0}{\alpha_0} \frac{\alpha_{2m_1-2m_2} \cos(2P-2A) - \beta_{2m_1-2m_2} \sin(2P-2A)}{\sin \delta_1 \sin \delta_2} \\ = 2 \frac{a_0}{\alpha_0} \frac{\alpha_{2m_1+2m_2} \cos(2P+2A) + \beta_{2m_1+2m_2} \sin(2P+2A)}{\sin \delta_1 \sin \delta_2}, \quad (2.55o)$$

avec  $a_0$  la composante continue (2.43a) qui s'exprime indépendamment des coefficients de la matrice de Mueller, soit

$$a_0 = t_1 t_2 \left[ t_1 t_2 + \frac{\alpha_{4m_1-4m_2}}{\alpha_0} \cos(4P-4A) + \frac{\beta_{4m_1-4m_2}}{\alpha_0} \sin(4P-4A) - t_1 \frac{\alpha_{4m_2}}{\alpha_0} \cos 4A - t_1 \frac{\beta_{4m_2}}{\alpha_0} \sin 4A - t_2 \frac{\alpha_{4m_1}}{\alpha_0} \cos 4P - t_2 \frac{\beta_{4m_1}}{\alpha_0} \sin 4P + \frac{\alpha_{4m_1+4m_2}}{\alpha_0} \cos(4P+4A) + \frac{\beta_{4m_1+4m_2}}{\alpha_0} \sin(4P+4A) \right]^{-1},$$

et  $t_\kappa = \tan^2(\delta_\kappa/2)$ ,  $c_\kappa = \cos^2(\delta_\kappa/2)$ ,  $s_\kappa = \sin^2(\delta_\kappa/2)$  avec  $\kappa = 1, 2$ .

Les expressions (2.55a) à (2.55o) démontrent qu'il est important que le déphasage des compensateurs,  $C_1$  et  $C_2$  soit différent de  $0^\circ$  et  $180^\circ$  en raison de la présence de  $\sin \delta_\kappa$ ,  $s_\kappa$  ou  $t_\kappa$  au dénominateur. Cet instrument ne fonctionne donc pas avec une lame demi-onde. On remarque également que les coefficients  $M_{24}$ ,  $M_{34}$ ,  $M_{42}$ ,  $M_{43}$  et  $M_{44}$  peuvent être déterminés de 2 façons différentes, permettant de contrôler, à posteriori, de la position du polariseur et de l'analyseur.

#### 2.3.4 Coefficients de la matrice de Jones

Les éléments  $M_{i,j}$  de la matrice de Mueller normalisée (Eq. 1.42) permettent de revenir vers les éléments de la matrice de Jones (Eq. 1.24) [R.W.Collins *et al.*, PA]. Les angles ellipsométriques généralisés  $\Psi_{pp}$ ,  $\Psi_{ps}$ ,  $\Psi_{sp}$  et  $\Delta_{pp}$ ,  $\Delta_{ps}$ ,  $\Delta_{sp}$  sont obtenus à l'aide des parties réelles et imaginaires des coefficients de réflectance  $\rho_{pp}$ ,  $\rho_{ps}$  et  $\rho_{sp}$ . Si on introduit les

### 2.3. ELLIPSOMÈTRE À MATRICE DE MUELLER (MME) À DEUX COMPENSATEURS TOURNANTS

---

relations suivantes :

$$b = \frac{M_{22} - M_{12} - M_{21}}{3}$$

$$c = \frac{1}{3}[(M_{22} - M_{12} - M_{21})^2 + (M_{13} - M_{23})^2 + (M_{14} - M_{24})^2 + (M_{31} - M_{32})^2 + (M_{41} - M_{42})^2 + (M_{34} - M_{43})^2 + (M_{33} + M_{44})^2]$$

$$D_1 = \sqrt{b^2 + c} - b - M_{12} - M_{21} + M_{22}$$

$$D_2 = \sqrt{b^2 + c} - b + M_{12} + M_{21} + M_{22}.$$

- Les angles  $\Psi_{pp}$  et  $\Delta_{pp}$  s'obtiennent à partir des relations :

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(\underline{\rho}_{pp}) &= \frac{M_{33} + M_{44}}{D_1} \\ \operatorname{Im}(\underline{\rho}_{pp}) &= \frac{M_{34} - M_{43}}{D_1}, \end{aligned}$$

soit :

$$\tan \Psi_{pp} = \sqrt{\frac{D_2}{D_1}} \quad (2.56a)$$

$$\Delta_{pp} = \arctan\left(\frac{M_{34} - M_{43}}{M_{33} + M_{44}}\right). \quad (2.56b)$$

- Les angles  $\Psi_{ps}$  et  $\Delta_{ps}$  s'obtiennent à partir des relations :

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(\underline{\rho}_{ps}) &= \frac{M_{31} - M_{32}}{D_1} \\ \operatorname{Im}(\underline{\rho}_{ps}) &= \frac{M_{42} - M_{41}}{D_1}, \end{aligned}$$

soit :

$$\tan \Psi_{ps} = \sqrt{\frac{(M_{31} - M_{32})^2 + (M_{42} - M_{41})^2}{D_1^2}} \quad (2.57a)$$

$$\Delta_{ps} = \arctan\left(\frac{M_{42} - M_{41}}{M_{31} - M_{32}}\right). \quad (2.57b)$$

- Les angles  $\Psi_{sp}$  et  $\Delta_{sp}$  s'obtiennent à partir des relations :

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(\underline{\rho}_{sp}) &= \frac{M_{13} - M_{23}}{D_1} \\ \operatorname{Im}(\underline{\rho}_{sp}) &= \frac{M_{14} - M_{24}}{D_1}, \end{aligned}$$

soit :

$$\tan \Psi_{sp} = \sqrt{\frac{(M_{13} - M_{23})^2 + (M_{14} - M_{24})^2}{D_1^2}} \quad (2.58a)$$

$$\Delta_{sp} = \arctan\left(\frac{M_{14} - M_{24}}{M_{13} - M_{23}}\right). \quad (2.58b)$$

### 2.3.5 Calibrage

Le calibrage permet de connaître la position des éléments optiques par rapport au plan d'incidence (plan de référence). En fin de calibrage les axes de transmission du polariseur et de l'analyseur fixes sont repérés. Les angles  $C_{S1}$  et  $C_{S2}$  des axes rapides de chaque compensateur sont également connus. Le calibrage est effectué avec l'échantillon 108 –  $SiO_2/Si$ .

#### 2.3.5.1 Calibrage du polariseur

Avec un échantillon isotrope, les expressions (2.43t), (2.43u), (2.43x) et (2.43y) se simplifient et deviennent :

$$a_{2m_2} = -c_1 \sin \delta_2 \sin 2\Psi \sin \Delta \sin 2A \sin 2P \quad (2.59a)$$

$$b_{2m_2} = -c_1 \sin \delta_2 \sin 2\Psi \sin \Delta \cos 2A \sin 2P \quad (2.59b)$$

$$a_{4m_2} = c_1 s_2 (\cos 2P \cos 2A - \sin 2\Psi \cos \Delta \sin 2P \sin 2A) + s_2 \cos 2\Psi \cos 2A \quad (2.59c)$$

$$b_{4m_2} = c_1 s_2 (\cos 2P \sin 2A + \sin 2\Psi \cos \Delta \sin 2P \cos 2A) + s_2 \cos 2\Psi \sin 2A, \quad (2.59d)$$

avec  $c_1 = \cos^2 \frac{\delta_1}{2}$  et  $s_2 = \sin^2 \frac{\delta_2}{2}$ . Ainsi, si on défini :

$$H_{2m_2} = \alpha_{2m_2}'^2 + \beta_{2m_2}'^2 = \alpha_{2m_2}^2 + \beta_{2m_2}^2 = a_{2m_2}^2 + b_{2m_2}^2 \quad (2.60a)$$

$$H_{4m_2} = \alpha_{4m_2}'^2 + \beta_{4m_2}'^2 = \alpha_{4m_2}^2 + \beta_{4m_2}^2 = a_{4m_2}^2 + b_{4m_2}^2, \quad (2.60b)$$

alors, le rapport  $H_{2m_2}/H_{4m_2}$  est nul pour  $P = 0^\circ$  et a un comportement parabolique au voisinage de cette position<sup>11</sup>. De plus, il est indépendant de la phase à l'origine, des angles  $C_{S1}$ ,  $C_{S2}$  et du gain. La simulation représentée sur la figure 2.16 montre également que le minimum de  $H_{2m_2}/H_{4m_2}$  est indépendant de la position de l'analyseur. On mesure ainsi, pour différentes valeurs de  $P$ , le rapport  $H_{2m_2}/H_{4m_2}$  illustré sur la figure 2.17.

### Optimisation

Les conditions optimales sont réalisées si le dénominateur de  $H_{2m_2}/H_{4m_2}$  est proche de zéro. C'est ce qui se produit lorsque :

- $\Delta$  est proche ou égal à  $\pm 90^\circ$  (Fig. 2.18) ,
- $\Psi \approx \frac{1}{2} \arccos(-c_1)$ . Par exemple, si  $\delta_1 = 90^\circ$  alors  $\Psi \approx 60^\circ$ . On peut voir sur la figure 2.19, la variation de  $H_{2m_2}/H_{4m_2}$  en fonction de  $\Psi$  et du polariseur (variation de  $\pm 5^\circ$ ). La fonction n'est pas définie pour  $\Psi = 60^\circ$ . Ainsi, des valeurs très importantes sont obtenues lorsque l'on s'approche de cette valeur.

---

11. Il existe d'autres rapports d'harmoniques qui s'annulent, cependant  $H_{2m_2}/H_{4m_2}$  réalise le rapport de deux harmoniques primaires qui offre plus de stabilité et facilite le calibrage.

### 2.3. ELLIPSOMÈTRE À MATRICE DE MUELLER (MME) À DEUX COMPENSATEURS TOURNANTS

---

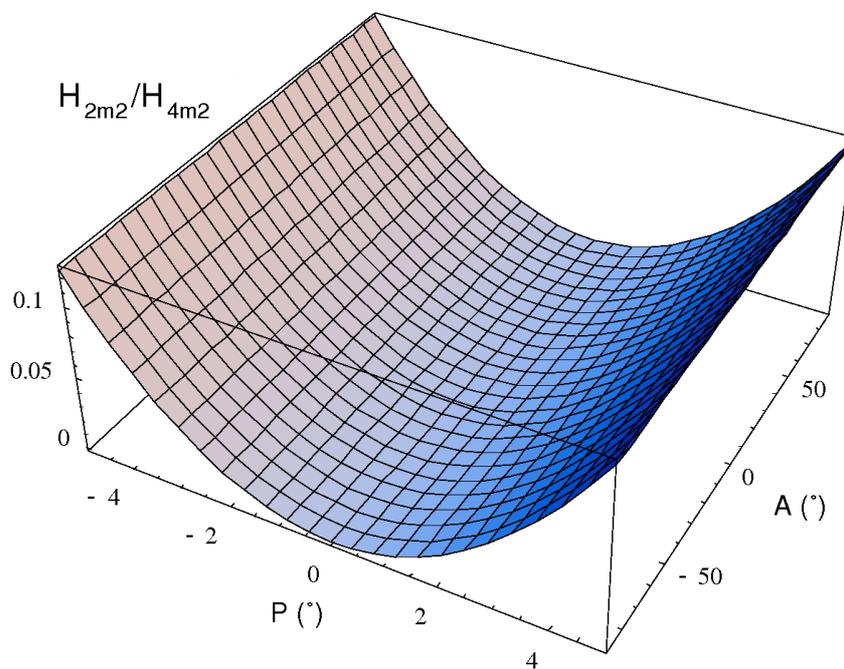


FIGURE 2.16 – Calibrage du polariseur - Rapport  $H_{2m2}/H_{4m2}$ .

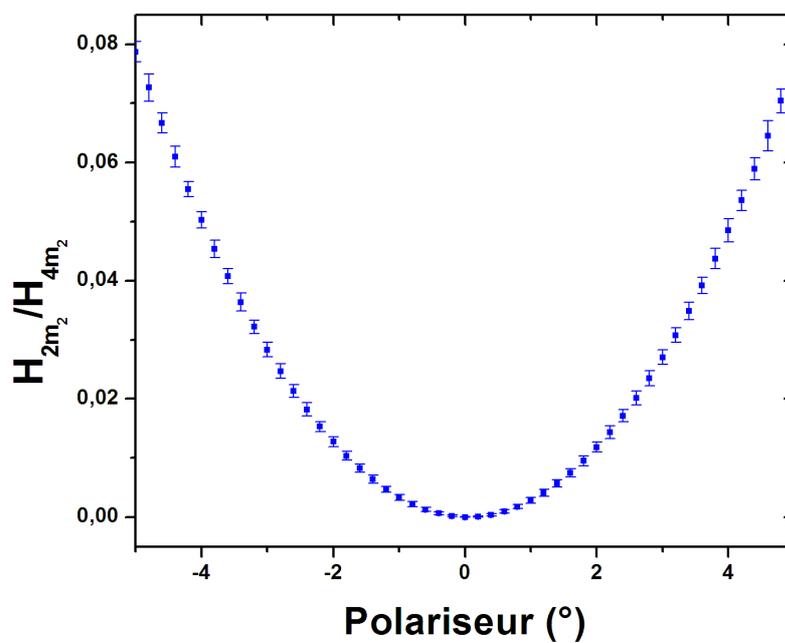


FIGURE 2.17 – Calibrage du polariseur. Recherche du minimum de  $H_{2m2}/H_{4m2}$ . Echantillon 108 –  $SiO_2/Si$  à  $\theta = 70^\circ$  et  $\lambda = 633\text{nm}$ .

### 2.3. ELLIPSOMÈTRE À MATRICE DE MUELLER (MME) À DEUX COMPENSATEURS TOURNANTS

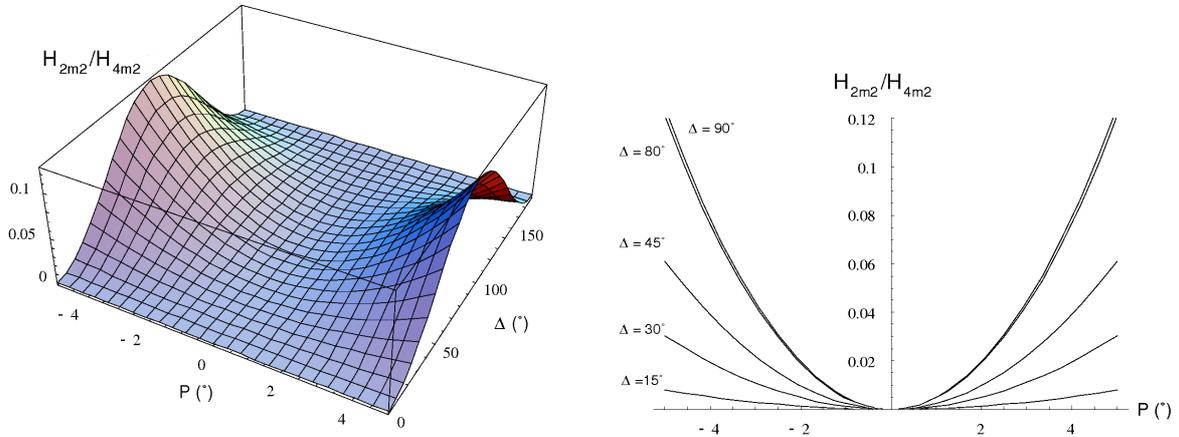


FIGURE 2.18 –  $H_{2m2}/H_{4m2}$  en fonction de  $\Delta$ .

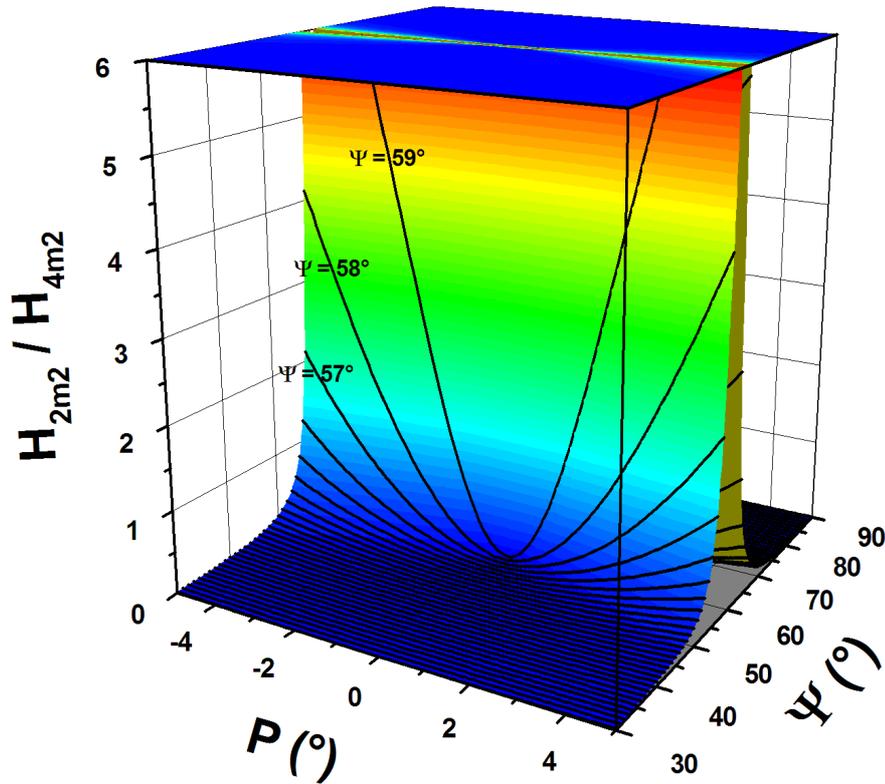


FIGURE 2.19 –  $H_{2m2}/H_{4m2}$  en fonction de  $\Psi$ . Présence d'une discontinuité de  $H_{2m2}/H_{4m2}$  pour  $\Psi = 60^\circ$  ( $\delta_1 = 90^\circ$ ).

### 2.3.5.2 Calibrage de l'analyseur

Cette étape consiste à placer l'axe de transmission de l'analyseur dans le plan d'incidence. La procédure est similaire à celle utilisée pour le polariseur. Avec un échantillon isotrope, les expressions (2.43r, 2.43s, 2.43v et 2.43w) se simplifient et deviennent :

$$a_{2m_1} = -c_2 \sin \delta_1 \sin 2\Psi \sin \Delta \sin 2P \sin 2A \quad (2.61a)$$

$$b_{2m_1} = c_2 \sin \delta_1 \sin 2\Psi \sin \Delta \cos 2P \sin 2A \quad (2.61b)$$

$$a_{4m_1} = s_1 c_2 (\cos 2A \cos 2P - \sin 2\Psi \cos \Delta \sin 2A \sin 2P) + s_1 \cos 2\Psi \cos 2P \quad (2.61c)$$

$$b_{4m_1} = s_1 c_2 (\cos 2A \sin 2P + \sin 2\Psi \cos \Delta \sin 2A \cos 2P) + s_1 \cos 2\Psi \sin 2P, \quad (2.61d)$$

avec  $c_2 = \cos^2 \frac{\delta_2}{2}$  et  $s_1 = \sin^2 \frac{\delta_1}{2}$ . Si on défini :

$$H_{2m_1} = \alpha_{2m_1}'^2 + \beta_{2m_1}'^2 = \alpha_{2m_1}^2 + \beta_{2m_1}^2 = a_{2m_1}^2 + b_{2m_1}^2 \quad (2.62a)$$

$$H_{4m_1} = \alpha_{4m_1}'^2 + \beta_{4m_1}'^2 = \alpha_{4m_1}^2 + \beta_{4m_1}^2 = a_{4m_1}^2 + b_{4m_1}^2, \quad (2.62b)$$

qui sont indépendants de la phase à l'origine, des angles  $C_{S1}$ ,  $C_{S2}$ .  $H_{2m_1}/H_{4m_1}$  devient indépendant de la position du polariseur comme le montre la figure (2.20). On relève, pour différentes valeurs de l'analyseur, le rapport  $H_{2m_1}/H_{4m_1}$  pour l'échantillon 108 –  $SiO_2/Si$  (Fig. 2.21).

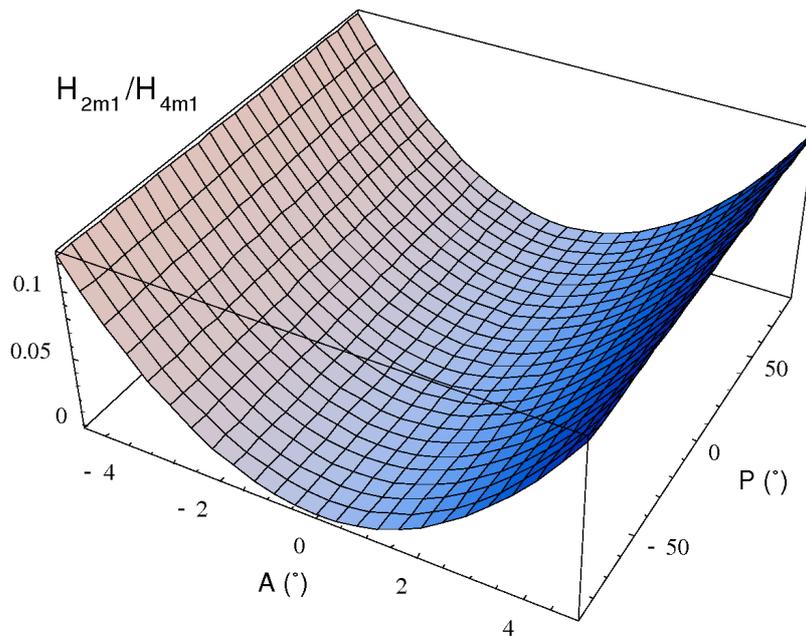


FIGURE 2.20 – Rapport  $H_{2m_1}/H_{4m_1}$  avec  $\Psi = 45^\circ$  et  $\Delta = 80^\circ$ .

### 2.3. ELLIPSOMÈTRE À MATRICE DE MUELLER (MME) À DEUX COMPENSATEURS TOURNANTS

---

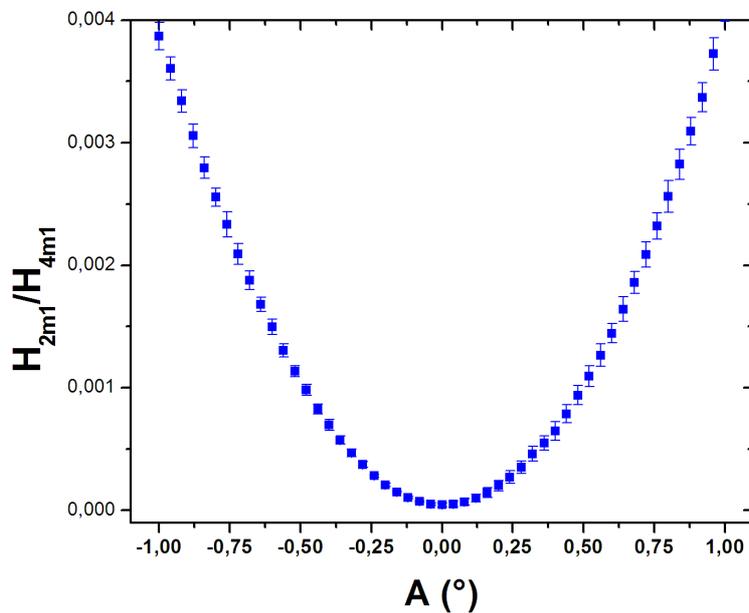


FIGURE 2.21 – Calibrage de l'analyseur. Recherche du minimum de  $H_{2m1}/H_{4m1}$ . Echantillon 108 –  $SiO_2/Si$  à  $\theta = 70^\circ$  et  $\lambda = 633\text{nm}$ .

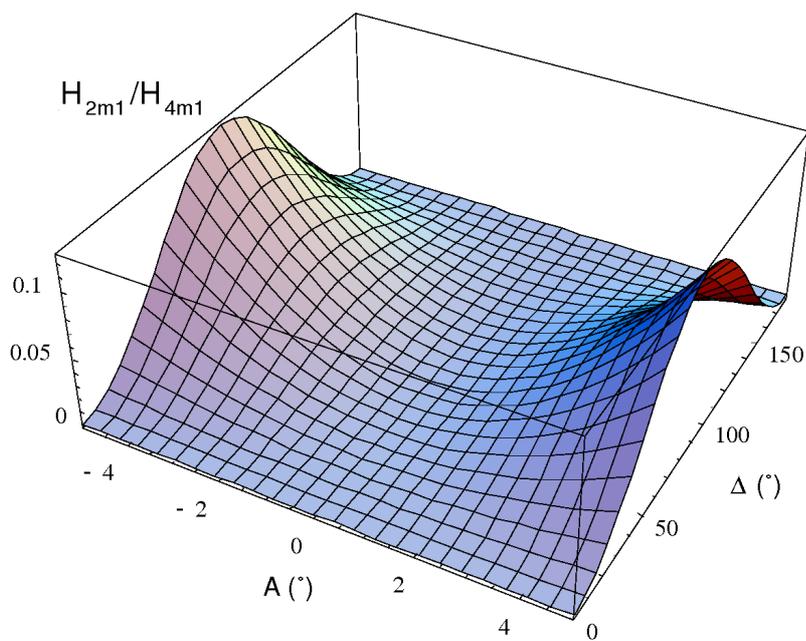


FIGURE 2.22 –  $H_{2m1}/H_{4m1}$  en fonction de  $\Delta$ .

## 2.3. ELLIPSOMÈTRE À MATRICE DE MUELLER (MME) À DEUX COMPENSATEURS TOURNANTS

---

### Optimisation

Les conditions optimales sont réalisées si le dénominateur de  $H_{2m1}/H_{4m1}$  est proche de zéro. C'est ce qui se produit lorsque :

- $\Delta$  est proche ou égal à  $\pm 90^\circ$  (Fig. 2.22) .
- $\Psi \approx \frac{1}{2} \arccos(-c_2)$ . Par exemple, si  $\delta_2 = 90^\circ$  alors  $\Psi \approx 60^\circ$ . Comme pour le polariseur, la fonction n'est pas définie pour cet angle et des valeurs très importantes sont obtenues lorsque l'on s'approche de cette valeur.

### 2.3.5.3 Calibrage des compensateurs

Les décalages angulaires  $C_{S1}$  et  $C_{S2}$  des compensateurs tournants sont mesurés à partir des phases  $\theta_{2n}$  des harmoniques. On pose, d'après (2.48b) et (2.48c) :

$$\tan \theta_{2n} = \frac{\beta'_{2n}}{\alpha'_{2n}} = \frac{\alpha_{2n} \sin \phi_{2n} + \beta_{2n} \cos \phi_{2n}}{\alpha_{2n} \cos \phi_{2n} - \beta_{2n} \sin \phi_{2n}}, \quad (2.63)$$

ainsi :

$$\theta_{2n} = \arctan \frac{\beta'_{2n}}{\alpha'_{2n}} = \arctan \frac{\beta_{2n}}{\alpha_{2n}} + \phi_{2n}. \quad (2.64)$$

Comme le montre la première partie de la relation (2.64) les valeurs des phases  $\theta_{2n}$  sont obtenues à partir du rapport des coefficients de Fourier mesurés. Les fonctions  $\arctan \frac{\beta_{2n}}{\alpha_{2n}}$  peuvent être explicitées à partir des relations (2.43b) à (2.43y), les angles  $C_{S1}$  et  $C_{S2}$  sont déterminés à l'aide des  $\phi_{2n}$  (voir Tab. 2.1). Après calcul, on obtient les douze relations du tableau (2.2). Dans le cas d'un échantillon isotrope et non dépolarisant, les coefficients  $M_{13}, M_{31}, M_{14}, M_{41}, M_{23}, M_{32}, M_{24}, M_{42}$  sont nuls et les termes en *arc tangente* disparaissent.

TABLEAU 2.2 – Tableau récapitulatif des phases  $\theta_{2n}$ .

Termes de fréquence ( $2nC$ )	phases $\theta_{2n}$
$(2m_1 + 2m_2)C$	$2(P + A) + 2m_1 C_{S1} + 2m_2 C_{S2}$
$(2m_1 - 2m_2)C$	$2(P - A) + 2m_1 C_{S1} - 2m_2 C_{S2}$
$(4m_1 + 2m_2)C$	$2(P + A) + 4m_1 C_{S1} + 2m_2 C_{S2} - \arctan(M_{42}/M_{43})$
$(4m_1 - 2m_2)C$	$2(P - A) + 2m_1 C_{S1} - 2m_2 C_{S2} - \arctan(M_{42}/M_{43})$
$(4m_2 + 2m_1)C$	$2(P + A) + 2m_1 C_{S1} + 4m_2 C_{S2} - \arctan(M_{24}/M_{34})$
$(4m_2 - 2m_1)C$	$-2(P - A) - 2m_1 C_{S1} + 4m_2 C_{S2} - \arctan(M_{24}/M_{34})$
$(4m_1 + 4m_2)C$	$2(P + A) + 4m_1 C_{S1} + 4m_2 C_{S2} + \arctan[(M_{23} + M_{32})/(M_{22} - M_{33})]$
$(4m_1 - 4m_2)C$	$2(P - A) + 4m_1 C_{S1} - 4m_2 C_{S2} + \arctan[(M_{23} - M_{32})/(M_{22} + M_{33})]$
$2m_1 C$	$2P + \pi/2 + 2m_1 C_{S1}$
$2m_2 C$	$2A + \pi/2 + 2m_2 C_{S2}$
$4m_1 C$	$2P + 4m_1 C_{S1} + \arctan \frac{M_{13} + c_2 M_{23} \cos 2A + c_2 M_{33} \sin 2A}{M_{12} + c_2 M_{22} \cos 2A + c_2 M_{32} \sin 2A}$
$4m_2 C$	$2A + 4m_2 C_{S2} + \arctan \frac{M_{31} + c_1 M_{32} \cos 2P + c_1 M_{33} \sin 2P}{M_{21} + c_1 M_{22} \cos 2P + c_1 M_{23} \sin 2P}$

### 2.3. ELLIPSOMÈTRE À MATRICE DE MUELLER (MME) À DEUX COMPENSATEURS TOURNANTS

---

Des combinaisons linéaires de ces relations donnent quatre possibilités de calcul des angles  $C_{S1}$  et  $C_{S2}$  et montrent que ces valeurs sont indépendantes des angles  $A$  et  $P$ . On obtient, ainsi, pour l'angle  $C_{S1}$  :

$$C_{S1} = \frac{1}{2m_1}(\theta_{4m_2-2m_1} + \theta_{4m_1-4m_2}) \quad (2.65a)$$

$$= \frac{1}{2m_1}(\theta_{4m_1-2m_2} - \theta_{2m_1-2m_2}) \quad (2.65b)$$

$$= \frac{1}{2m_1}(\theta_{4m_1+2m_2} - \theta_{2m_1+2m_2}) \quad (2.65c)$$

$$= \frac{1}{2m_1}(\theta_{4m_1+4m_2} - \theta_{4m_2+2m_1}), \quad (2.65d)$$

et pour  $C_{S2}$  :

$$C_{S2} = \frac{1}{2m_2}(\theta_{4m_2-2m_1} + \theta_{2m_1-2m_2}) \quad (2.66a)$$

$$= \frac{1}{2m_2}(\theta_{4m_1-2m_2} - \theta_{4m_1-4m_2}) \quad (2.66b)$$

$$= \frac{1}{2m_2}(\theta_{4m_2+2m_1} - \theta_{2m_1+2m_2}) \quad (2.66c)$$

$$= \frac{1}{2m_2}(\theta_{4m_1+4m_2} - \theta_{4m_1+2m_2}). \quad (2.66d)$$

#### 2.3.5.4 Déphasage des compensateurs

En théorie, le déphasage d'une lame quart d'onde supposée parfaite, est égal à  $90^\circ$ . Cependant, les compensateurs ne donnent pas un déphasage rigoureusement égal à  $90^\circ$  sur l'ensemble du domaine spectral utilisé. Une procédure pour déterminer  $\delta_\kappa$  ( $\kappa = 1, 2$ ) est alors nécessaire.

Le déphasage peut s'obtenir à partir des expressions :

$$|B'_{2n}| = \sqrt{\alpha'^2_{2n} + \beta'^2_{2n}} \quad \text{avec } n = 4, 6, 10 \quad (2.67)$$

obtenus par mesure en ligne (sans échantillon<sup>12</sup>) [Lee *et al.*, 2001a, Lee *et al.*, 2001b]. Ces coefficients s'expriment de la façon suivante :

$$|B'_{4m_1-4m_2}| = |B_{4m_1-4m_2}| = s_1 s_2 / a_0 \quad (2.68a)$$

$$|B'_{4m_2}| = |B_{4m_2}| = c_1 s_2 / a_0 \quad (2.68b)$$

$$|B'_{4m_1}| = |B_{4m_1}| = s_1 c_2 / a_0, \quad (2.68c)$$

avec  $s_\kappa = \sin^2(\delta_\kappa/2)$ ,  $c_\kappa = \cos^2(\delta_\kappa/2)$  ( $\kappa = 1, 2$ ),  $B'_{2n} = \alpha'_{2n} + i\beta'_{2n}$  et  $B_{2n} = \alpha_{2n} + i\beta_{2n}$ .

---

12. L'air représentant un échantillon isotrope parfait, ( $M_{ij} = 1, i = j$ ;  $M_{ij} = 0, i \neq j$ ).

### 2.3. ELLIPSOMÈTRE À MATRICE DE MUELLER (MME) À DEUX COMPENSATEURS TOURNANTS

---

On déduit, à partir des équations (2.68a) à (2.68c), les expressions indépendantes des biréfringences de chaque compensateur :

$$\delta_1 = 2 \arctan \sqrt{\frac{|B'_{4m_1-4m_2}|}{|B'_{4m_2}|}} \quad (2.69a)$$

$$\delta_2 = 2 \arctan \sqrt{\frac{|B'_{4m_1-4m_2}|}{|B'_{4m_1}|}}. \quad (2.69b)$$

En pratique, les mesures des déphasages  $\delta_\kappa$  sont effectuées avec  $A = P = 0^\circ$  à la longueur d'onde de la source lumineuse ( $\lambda = 633\text{nm}$ ). Sur la figure (2.23), chaque moyenne et écart-type sont calculés sur 700 points de mesure. L'erreur (étendue à  $2\sigma$ ) est plus importante pour le premier compensateur. Les résultats retenus, mis sous la forme  $\overline{\delta_\kappa} \pm 2\sigma_\kappa$  sont désormais :

$$\delta_1 = 89.70^\circ \pm 0.22^\circ \text{ et,}$$

$$\delta_2 = 88.35^\circ \pm 0.05^\circ.$$

Ces valeurs sont conformes avec les valeurs attendues. La dispersion des points de mesures peut-être attribuée à la synchronisation de la vitesse de rotation des deux compensateurs. En effet, il est primordial que la rotation des deux éléments soit parfaitement synchronisée. Les codeurs optiques, mécaniquement liés aux compensateurs, délivrent le signal qui sert à l'échantillonnage du signal détecté.

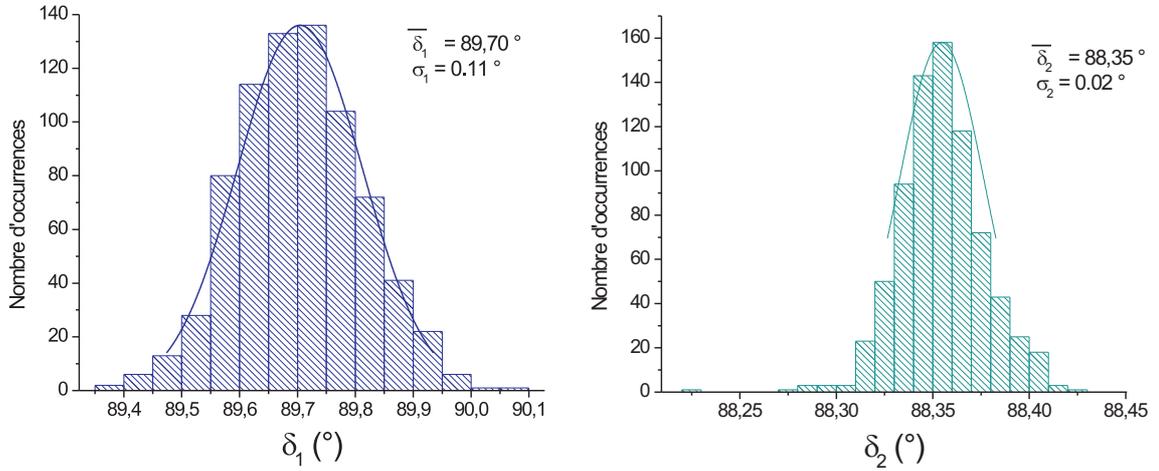


FIGURE 2.23 – Mesure du déphasage des compensateurs.

### 2.3. ELLIPSOMÈTRE À MATRICE DE MUELLER (MME) À DEUX COMPENSATEURS TOURNANTS

---

Deuxième partie

Erreurs aléatoires



# Introduction

La précision des instruments dépend d'un ensemble de paramètres comme les bruits aléatoires se propageant dans les données [Kim *et al.*, 1992]. On appelle bruit tout phénomène perturbateur gênant la perception ou l'interprétation d'un signal, ceci par analogie avec les nuisances acoustiques du même nom. Les sources de bruit se classent en deux catégories :

- les sources de bruit localisées à l'extérieur d'un système de traitement et agissant sur celui-ci,
- les sources de bruit internes à ce système indépendantes des conditions extérieures.

Si on peut toujours envisager d'améliorer la conception d'un système pour lutter contre les sources de bruit extérieures par des moyens appropriés, il est impossible d'éliminer la contribution des sources de bruit internes. Celles-ci imposent une limite ultime aux performances de l'instrument. Le bruit est caractérisé dans le domaine fréquentiel et par sa densité spectrale de puissance.

Les causes de perturbations internes peuvent être classées en deux groupes :

- Les perturbations de type impulsionnelles engendrées par des commutations de courants. Une conception soignée permet de réduire voire d'éliminer leur influence.
- Le bruit de fond généré dans les câbles et les composants électroniques en raison des mécanismes statistiques de la conduction électrique. Il est malheureusement irréductible. Ses trois principales composantes sont :
  - le bruit thermique lié à la vitesse des porteurs de charges,
  - le bruit de grenaille lié à la statistique lorsqu'il s'agit de franchir une barrière de potentiel,
  - une bruit additionnel de basse fréquence dont l'origine est attribuée à des phénomènes de contact et d'inhomogénéité dans les matériaux.

La lumière interagit avec la matière de façon aléatoire, et chaque mesure sera donc accompagnée d'une inévitable fluctuation. Ces variations sont attribuées aux effets quantiques, en effet, la lumière ne peut être absorbée par petites quantités discrètes. Si des photons sont incidents sur une surface, 3 processus se réalisent :

- absorption d'un quantum d'énergie et transfert de cette énergie à un électron excité,
- le transport de l'électron excité à la surface,
- l'extraction de l'électron de la surface.

L'extraction constitue un photo-événement et le nombre  $K$  de tels événements dans un intervalle de temps est le nombre de photocoups. S'il y a des fluctuations statistiques de la puissance de la source, la variance,  $\sigma_K^2$ , est constituée de deux termes :

- l'un proportionnel à l'énergie totale incidente pendant la mesure qui représente l'effet

- 
- d'un bruit de Poisson pur introduit par l'interaction lumière-matière,
  - l'autre, proportionnel à la variance des fluctuations de la puissance incidente.

Nos instruments sont équipés d'une source lumineuse (laser ou lampe Xenon) et d'un détecteur (photodiode, photomultiplicateur ou élément CCD), nous avons alors trois classes de bruit à considérer :

- le bruit propre du détecteur,
- le bruit de photon dû aux fluctuations de la radiation incidente,
- les bruits engendrés par le système électronique (amplification, acquisition, échantillonnage, comptage, traitement, etc...).

Ces bruits induisent des erreurs aléatoires sur le résultat d'une mesure. Ce chapitre traite de la propagation des erreurs, sans distinction de sa source, pour observer et quantifier son influence sur le résultat final. Les travaux présentés ont été réalisés sur l'ellipsomètre à polariseur tournant (PRPSE) et sur l'ellipsomètre à compensateur tournant (RCE). Au-delà de la simple description et observation des erreurs aléatoires, il est proposé des moyens et méthodes pour limiter l'impact des erreurs aléatoires sur les paramètres ellipsométriques.

## Principe de calcul

Si nous avons deux variables aléatoires associées à la mesure de deux grandeurs physiques  $x_i$  et  $y_i$ , on définit la covariance de  $X$  et  $Y$  (avec respectivement  $\mu$  et  $\nu$  pour moyenne)

$$\text{cov}(X, Y) = E[(X - \mu)(Y - \nu)],$$

estimée par

$$\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}).$$

Si les deux variables sont indépendantes, on a :

$$\text{cov}(X, Y) = 0.$$

Pour deux ou plusieurs variables aléatoires  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ , on caractérise leur dépendance par une matrice symétrique nommée *matrice de covariance* :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \sigma_{X_1}^2 & \text{cov}(X_1, X_2) & \dots & \text{cov}(X_1, X_n) \\ \text{cov}(X_2, X_1) & \sigma_{X_2}^2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(X_n, X_1) & \dots & \dots & \sigma_{X_n}^2 \end{bmatrix}. \quad (2.70)$$

Si la matrice est diagonale, les variables aléatoires  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  sont deux à deux mutuellement indépendantes.

Il existe plusieurs démarches pour calculer l'incertitude associée à un résultat de mesure [GUM, 1999]. La méthode classique consiste à utiliser la méthode de propagation des incertitudes. Elle permet de calculer l'incertitude-type composée d'un mesurande  $Y$ . Ce mesurande est déterminé à partir de  $n$  grandeurs d'entrées grâce à une relation fonctionnelle :

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n).$$

Pour connaître l'erreur sur un ensemble de résultats  $Y$ , il faut définir la matrice de covariance  $\mathbf{C}_Y$  des variables aléatoires  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  à partir de la matrice de covariance  $\mathbf{C}_X$  des variables aléatoires  $X_1, X_2, \dots, X_n$ .

Dans le cas général,  $m$  grandeurs  $Y$  sont déduites des  $n$  valeurs  $X$  par l'intermédiaire de lois physiques plus ou moins complexes. Ainsi  $Y_i = u_i(X_1, X_2, \dots, X_n)$  avec  $i = 1, 2, \dots, m$ . Les valeurs de  $X$  sont regroupées autour de la moyenne  $\mu$  et en utilisant un développement de Taylor (au premier ordre) au voisinage de  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ , on obtient

$$Y_i = u_i(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) + \left( \frac{\partial u_i}{\partial X_1} \right)_{\bar{X}} (X_1 - \mu_1) + \left( \frac{\partial u_i}{\partial X_2} \right)_{\bar{X}} (X_2 - \mu_2) + \dots + \left( \frac{\partial u_i}{\partial X_n} \right)_{\bar{X}} (X_n - \mu_n).$$

En appliquant l'opérateur espérance mathématique  $E$ , on a

$$E(Y_i) = \nu_i = u_i(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$$

qui permet d'obtenir finalement, sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} Y_1 - \nu_1 \\ Y_2 - \nu_2 \\ \vdots \\ Y_m - \nu_m \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} X_1 - \mu_1 \\ X_2 - \mu_2 \\ \vdots \\ X_n - \mu_n \end{bmatrix},$$

$$\text{avec } \mathbf{T} = \begin{bmatrix} t_{1,1} & t_{1,2} & \dots & t_{1,n} \\ t_{2,1} & t_{2,2} & \dots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ t_{m,1} & \dots & \dots & t_{m,n} \end{bmatrix} \text{ et } t_{i,j} = \left( \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \right)_{\bar{X}}.$$

Finalement,

$$\mathbf{C}_Y = \mathbf{T} \mathbf{C}_X \mathbf{T}^T, \quad (2.71)$$

où  $\mathbf{T}^T$  est la matrice transposée de  $\mathbf{T}$ , c'est à dire la matrice dont les éléments sont  $t_{i,j}^T = t_{j,i}$ .

Nous avons appliqué ce principe de calcul pour déterminer les erreurs aléatoires sur les trois instruments :

- l'ellipsomètre PRPSE, chapitre 3,
- l'ellipsomètre PRPCSE, chapitre 4, et
- l'ellipsomètre RCE, chapitre 5.



## Chapitre 3

# Ellipsomètre PRPSE

Nous allons évaluer les erreurs sur les mesures des paramètres ellipsométriques,  $\tan \Psi$  et  $\cos \Delta$ , et les erreurs rencontrées lors des phases de calibrage des éléments. Nous serons alors en mesure de définir des conditions expérimentales permettant de limiter l'impact de ces erreurs sur les résultats. Nous analyserons les différentes possibilités pour améliorer les mesures et définir, à partir d'une méthode dite *tracking* développée sur d'autres instruments [Collins, 1990], une ou plusieurs procédures permettant de réaliser des mesures optimales.

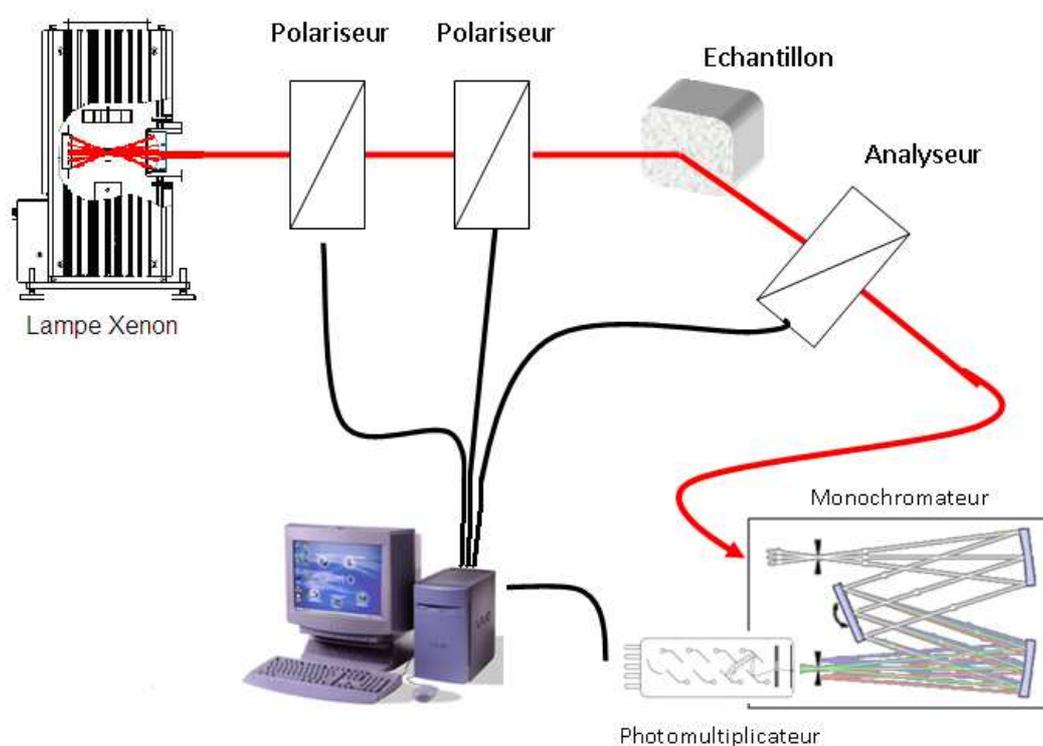


FIGURE 3.1 – Ellipsomètre PRPSE.

Le schéma de principe du PRPSE est présenté sur la figure 3.1. La lumière qui émerge de l'analyseur est dirigée vers un monochromateur puis est détectée par un tube photomultiplicateur. Celui-ci est relié à un système électronique comportant un multiplexeur qui dirige les impulsions électriques générées vers 8 compteurs ( $S_1$  à  $S_8$ ). La commutation est effectuée tous les seizièmes de tour du polariseur tournant. Ainsi, une erreur de comptage commise sur l'un des compteurs n'influe en rien le comptage sur les autres. Pour chaque compteur, on aura donc une variance  $\sigma_{N_i}^2$  avec  $i = 1, 2, \dots, 8$ , et toutes les covariances sont nulles. La matrice de covariance initiale de la propagation des erreurs est donc :

$$\mathbf{C}_S = \begin{bmatrix} \sigma_{N_1}^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_{N_2}^2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \sigma_{N_8}^2 \end{bmatrix}. \quad (3.1)$$

Par combinaison des différents  $S_i$ , on détermine alors les coefficients mesurés  $h_0, h_{2c}, h_{2s}, h_{4c}$  et  $h_{4s}$  :

$$\begin{aligned} h_0 &= \frac{S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6 + S_7 + S_8}{\pi} \\ h_{2c} &= \frac{S_1 + S_2 - S_3 - S_4 - S_5 - S_6 + S_7 + S_8}{2} \\ h_{2s} &= \frac{S_1 + S_2 + S_3 + S_4 - S_5 - S_6 - S_7 - S_8}{2} \\ h_{4c} &= \frac{S_1 - S_2 - S_3 + S_4 + S_5 - S_6 - S_7 + S_8}{2} \\ h_{4s} &= \frac{S_1 + S_2 - S_3 - S_4 + S_5 + S_6 - S_7 - S_8}{2}. \end{aligned}$$

D'après l'expression (2.71), on a  $\mathbf{C}_h = \mathbf{T}_h \mathbf{C}_S \mathbf{T}_h^T$  où  $\mathbf{T}_h$  est la matrice des dérivées partielles des coefficients  $h_i$  par rapport aux sommes  $S_i$  :

$$\mathbf{T}_h = \begin{bmatrix} \frac{1}{\pi} & \frac{1}{\pi} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}.$$

On peut alors définir la matrice de covariance  $\mathbf{C}_h$  telle que

$$\mathbf{C}_h = \begin{bmatrix} \sigma_{h_0}^2 & cov(h_0, h_{2c}) & cov(h_0, h_{2s}) & cov(h_0, h_{4c}) & cov(h_0, h_{4s}) \\ cov(h_{2c}, h_0) & \sigma_{h_{2c}}^2 & cov(h_{2c}, h_{2s}) & cov(h_{2c}, h_{4c}) & cov(h_{2c}, h_{4s}) \\ cov(h_{2s}, h_0) & cov(h_{2s}, h_{2c}) & \sigma_{h_{2s}}^2 & cov(h_{2s}, h_{4c}) & cov(h_{2s}, h_{4s}) \\ cov(h_{4c}, h_0) & cov(h_{4c}, h_{2c}) & cov(h_{4c}, h_{2s}) & \sigma_{h_{4c}}^2 & cov(h_{4c}, h_{4s}) \\ cov(h_{4s}, h_0) & cov(h_{4s}, h_{2c}) & cov(h_{4s}, h_{2s}) & cov(h_{4s}, h_{4c}) & \sigma_{h_{4s}}^2 \end{bmatrix},$$

---

qui permet de déduire, compte-tenu de l'indépendance des sommes  $S_1$  à  $S_8$  :

$$\sigma_{h2c} = \sigma_{h2s} = \sigma_{h4c} = \sigma_{h4s} = \frac{\pi}{2}\sigma_{h0} = \frac{1}{2}\sqrt{\sum \sigma_{N_i}^2}, \quad (3.2)$$

avec  $i = 1, 2, \dots, 8$ .

Pour alléger les calculs, nous admettrons que le comptage débute au moment du passage de l'axe de transmission du polariseur tournant dans le plan d'incidence. D'où  $P_{t0} = 0^\circ$ , ainsi,  $\alpha_i = h_i$ , la matrice de covariance des coefficients de Fourier  $\alpha_i$  s'écrit alors

$$\mathbf{C}_\alpha = \mathbf{C}_h, \quad (3.3)$$

et  $\sigma_{h_i}^2 = \sigma_{\alpha_i}^2$ .

### 3.1 Erreurs aléatoires lors des mesures

Les erreurs se propagent dans toute la chaîne de mesure et de calcul qui détermine les paramètres ellipsométriques. Selon les principes énoncés en début de cette partie, nous pouvons calculer la matrice de covariance  $C_{(\cos \Delta, \tan \Psi)}$  pour obtenir les variances des paramètres mesurés,  $\tan \Psi$  et  $\cos \Delta$ . Ainsi,

$$\mathbf{C}_{(\cos \Delta, \tan \Psi)} = \mathbf{T}_{(\cos \Delta, \tan \Psi)} \mathbf{C}_\alpha \mathbf{T}_{(\cos \Delta, \tan \Psi)}^T, \quad (3.4)$$

qui peut se déterminer à l'aide de (2.9), (2.10) et (3.3). Les variances des 2 paramètres sont de la forme :

$$\sigma_{\tan \Psi}^2 = \frac{1}{G^2} \times g_1(\Psi, \Delta, A, P, \sigma_{\alpha_0}^2) \quad (3.5a)$$

$$\sigma_{\cos \Delta}^2 = \frac{1}{G^2} \times g_2(\Psi, \Delta, A, P, \sigma_{\alpha_0}^2), \quad (3.5b)$$

avec  $g_1$  et  $g_2$ , des fonctions dépendantes des angles  $\Psi$  et  $\Delta$ , des angles de l'analyseur  $A$ , du polariseur  $P$ , et pour finir, de la variance de  $\alpha_0$ . A titre d'exemple, les expressions des variances des paramètres pour  $A = 45^\circ$  et  $P = 0^\circ$  sont :

$$\begin{aligned} \sigma_{\tan \Psi}^2 &= \frac{\pi^2}{\sin^2 2\Psi} \times \left( \frac{\cos^2 2\Psi}{4(1 + \cos 2\Psi)^2} + \tan^4 \Psi \right) \frac{\sigma_{\alpha_0}^2}{G^2} + k_1 \\ \sigma_{\cos \Delta}^2 &= \frac{\pi^2}{\sin^2 2\Psi} \times \left( \frac{\cos^2 \Delta}{4 \sin^2 2\Psi} + \cos^2 \Delta \tan^2 \Psi + 1 \right) \frac{\sigma_{\alpha_0}^2}{G^2} + k_2, \end{aligned}$$

avec  $k_1$  et  $k_2$  des termes dépendants des covariances entre les coefficients de Fourier, que nous considérerons comme négligeables.

Pour simplifier l'étude, nous nous sommes limités aux configurations qui permettent aussi d'annuler les erreurs systématiques (voir partie suivante). C'est le cas pour les positions du polariseur,  $P = 0^\circ$  ou  $90^\circ$ . Pour ces deux valeurs, la variance  $\sigma_{\tan \Psi}^2$  n'est plus une fonction de  $\Delta$ . Nous avons alors recherché les conditions optimales en ajustant la position de l'analyseur afin d'obtenir des erreurs aléatoires les plus faibles possibles. Le test est réalisé pour les 4 configurations :

- Mesures habituelles :  $A = 45^\circ$ ,  $P = 0$  ou  $90^\circ$ .
- Méthode dite *tracking* :  $A = \Psi$ ,  $P = 0$  ou  $90^\circ$ .
- Méthode dite *tracking optimisé* :  $A = f_1(\Psi)$  avec  $P = 0^\circ$  et  $A = f_2(\Psi)$  avec  $P = 90^\circ$ .  
 $f(\Psi) = \sum_{i=0}^5 u_i \Psi^i$ . Les valeurs des coefficients  $u_i$  sont donnés dans le tableau 3.1.

TABLEAU 3.1 – Valeurs numériques des coefficients  $u_i$ .

	$u_0$	$u_1$	$u_2$	$u_3$	$u_4$	$u_5$
$P = 0^\circ$	0,0027	2,3279	0,0047	-0,0038	$1,97 \cdot 10^{-4}$	$-5,14 \cdot 10^{-6}$
$P = 90^\circ$	104,08	-14,178	0,8811	-0,0285	$5,44 \cdot 10^{-4}$	$-6,09 \cdot 10^{-6}$

### 3.1. ERREURS ALÉATOIRES LORS DES MESURES

Des simulations numériques d'un système réel utilisant les expressions (3.5a) et (3.5b) similaires aux conditions expérimentales sont réalisées avec comme objectif de trouver les angles optimum  $A$  et  $P$  en fonction de  $\Psi$  qui donneront la plus grande précision. Nous observons, figures 3.2 et 3.3, que la méthode de *tracking optimisé* permet, pour toutes valeurs de  $\Psi$ , d'obtenir le minimum d'erreur. Ainsi, pour :

- $\Psi < 45^\circ$ , il faut utiliser  $A = f_1(\Psi)$  avec  $P = 0^\circ$ ,
- $\Psi > 45^\circ$ , il faut utiliser  $A = f_2(\Psi)$  avec  $P = 90^\circ$ .

Si on s'attarde au paramètre  $\cos \Delta$ , les mêmes conditions optimisent également cette mesure. Une exception cependant, lorsque  $\Delta$  est proche de  $90^\circ$ , la procédure habituelle avec  $A = 45^\circ$  (courbe noire Fig. 3.3) est plus performante si  $\Psi$  est compris entre  $27^\circ$  et  $45^\circ$ . La différence entre  $\sigma_{\cos \Delta}^2$  obtenue avec  $A = 45^\circ$  et  $A = f_1(\Psi)$  est néanmoins très faible. Ainsi, les valeurs utilisées pour réduire les erreurs sur  $\tan \Psi$  pourront être utilisées pour réduire les erreurs sur  $\cos \Delta$ .

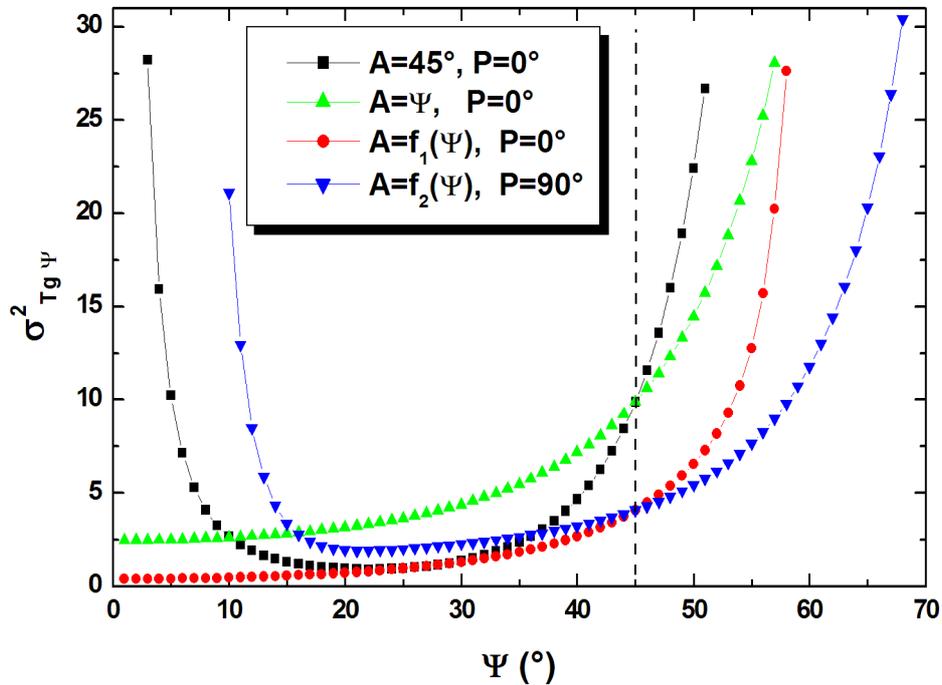


FIGURE 3.2 – Variance de  $\tan \Psi$ ,  $\sigma_{\tan \Psi}^2$ , en fonction de  $\Psi$  pour différentes valeurs de l'analyseur. L'erreur minimum est obtenue en utilisant le *tracking optimisé*, soit  $A = f_1(\Psi)$  si  $\Psi < 45^\circ$  (courbe rouge) et  $A = f_2(\Psi)$  si  $\Psi > 45^\circ$  (courbe bleu).

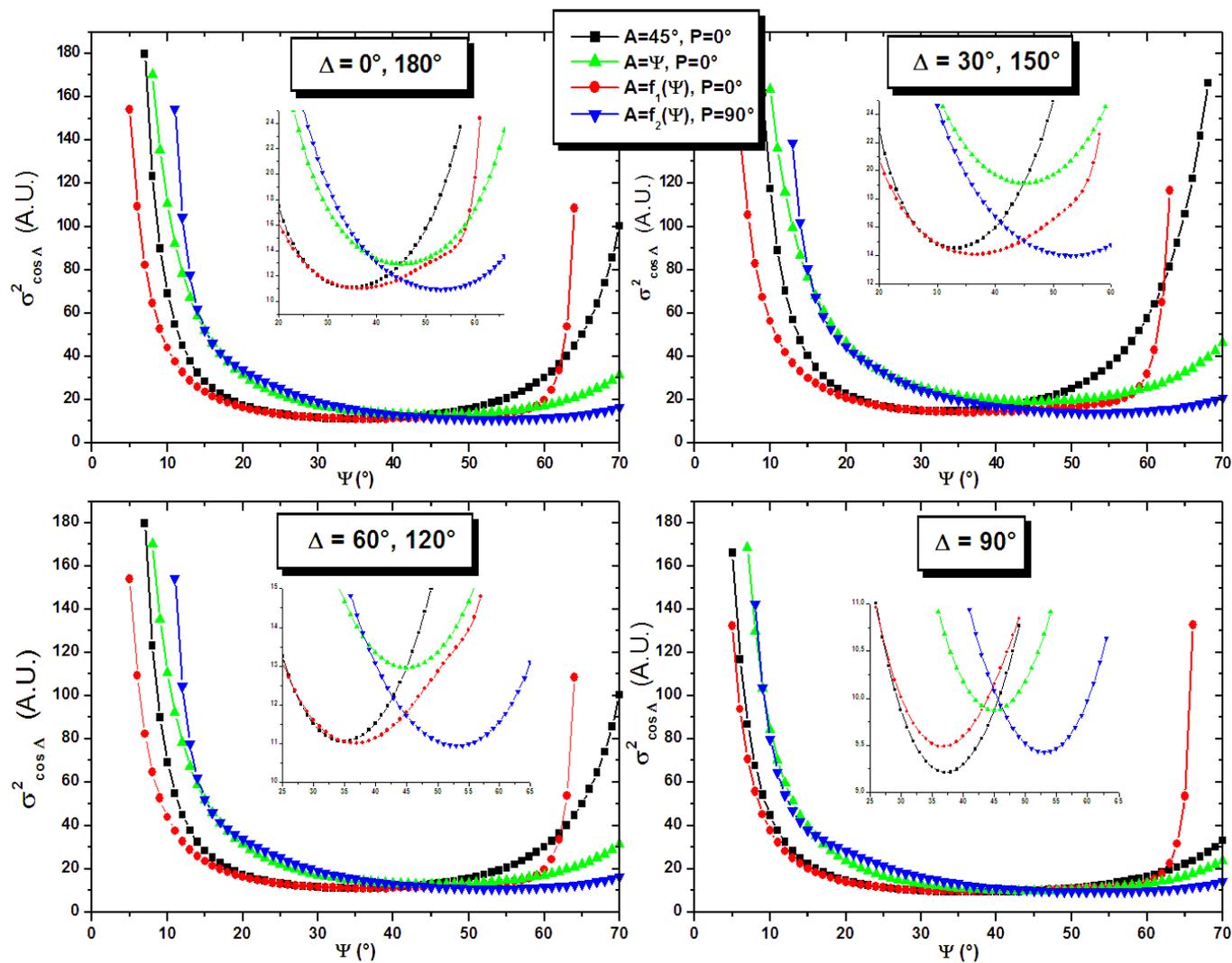


FIGURE 3.3 – Variance de  $\cos \Delta$ ,  $\sigma_{\cos \Delta}^2$ , en fonction de  $\Psi$ , pour quelques valeurs de  $\Delta$ , pour différentes valeurs de l'analyseur. L'erreur minimum est obtenue en utilisant le *tracking optimisé*, soit  $A = f_1(\Psi)$  si  $\Psi < 45^\circ$  (courbe rouge) et  $A = f_2(\Psi)$  si  $\Psi > 45^\circ$  (courbe bleu).

### 3.1. ERREURS ALÉATOIRES LORS DES MESURES

---

Les figures 3.4 et 3.5 montrent la variation des erreurs expérimentales en fonction de  $\Psi$ . Les différentes valeurs de  $\Psi$  sont obtenues en ajustant la longueur d'onde de mesure sur les spectres 450 – 810nm pour l'échantillon  $Si^1$  (Fig. 3.4) et 450 – 680nm pour l'échantillon 108 –  $SiO_2/Si^2$  (Fig. 3.5).

- Pour de faibles valeurs de  $\Psi$ , la figure 3.4 montre que les erreurs, lorsque  $A = 45^\circ$ , sont bien supérieures aux erreurs si  $A = \Psi$  qui, elles-mêmes, sont supérieures aux écarts-types de  $\tan \Psi$  et  $\cos \Delta$  obtenus par tracking optimisé. Ces résultats doivent être comparés avec les simulations présentées sur les figures 3.2 et 3.3.
- Pour des valeurs,  $\Psi$ , élevées la figure 3.5 montre que les erreurs obtenues lorsque  $A = 45^\circ$  sont bien supérieures aux erreurs lorsque  $A = \Psi$  qui elles-mêmes sont supérieures aux écarts-types de  $\tan \Psi$  et  $\cos \Delta$  obtenus par tracking optimisé. Ces résultats sont à comparer avec les simulations présentées sur les figures 3.2 et 3.3.

L'erreur dépend aussi du temps d'intégration  $T$ , elle diminue naturellement en augmentant  $T$ . Nous avons caractérisés les erreurs avec un temps d'intégration élevé,  $T = 5s$ , et réduit fortement la variance des paramètres. Ainsi, pour nos deux exemples, il n'est pas anormal d'observer que les valeurs expérimentales sont bien plus faibles que les simulations.

Pour réaliser de meilleures mesures avec le PRPSE tout en ayant un bon rapport signal/bruit, il faut trouver le bon compromis entre les paramètres :  $A$ ,  $P$ ,  $\Psi$ ,  $\Delta$ ,  $a_0$  et  $G$ . Ainsi, les fonctions proposées  $f_1(\Psi)$  et  $f_2(\Psi)$  réalisent cette optimisation.

---

1. Nous utilisons l'échantillon  $Si$  à  $\theta = 75^\circ$  qui permet d'obtenir  $\Psi < 10^\circ$ .  
2. Nous utilisons l'échantillon 108 –  $SiO_2/Si$  à  $\theta = 75^\circ$  qui permet d'obtenir  $\Psi > 80^\circ$ .

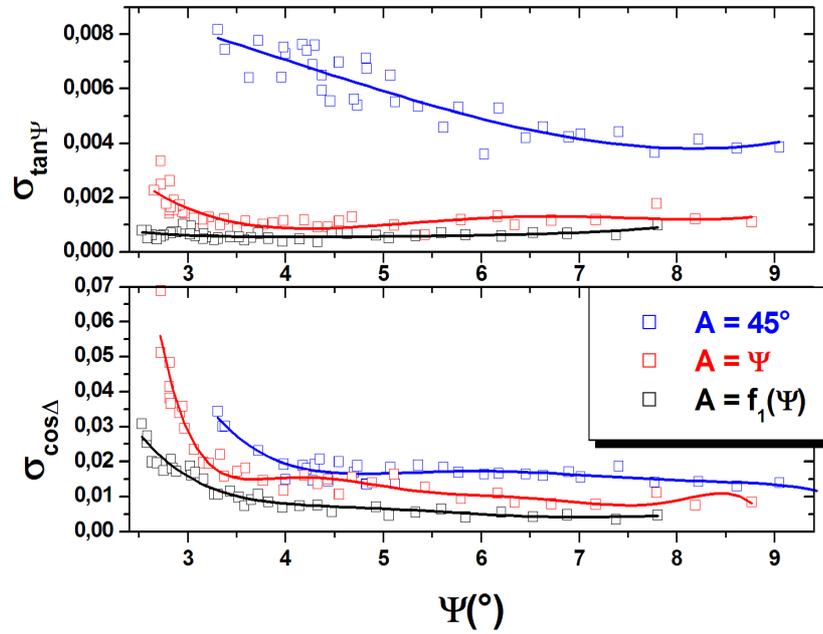


FIGURE 3.4 – Écarts-types des paramètres ellipsométriques,  $\sigma_{\tan\Psi}$  et  $\sigma_{\cos\Delta}$ , obtenus pour l'échantillon *Si* ( $\theta = 75^\circ$ ,  $T = 5s$ ,  $P = 0^\circ$ ).

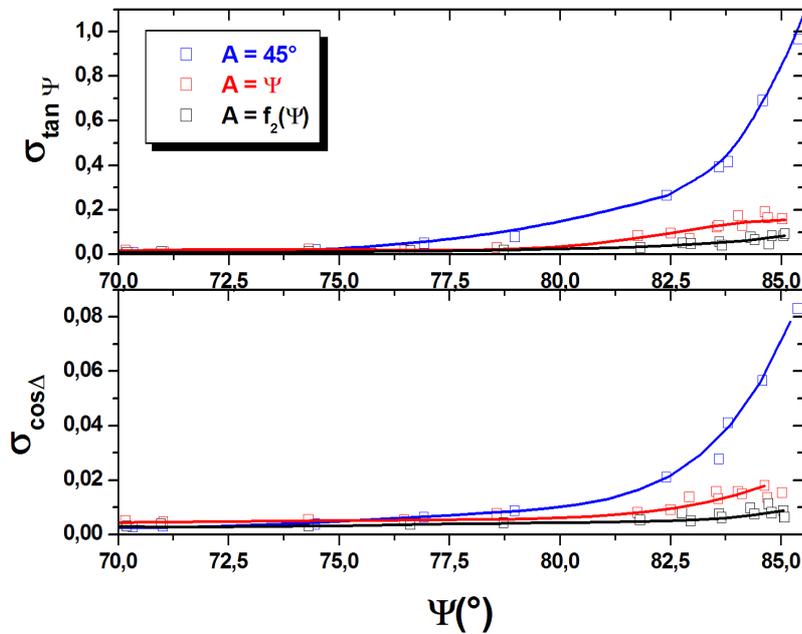


FIGURE 3.5 – Écarts-types des paramètres ellipsométriques,  $\sigma_{\tan\Psi}$  et  $\sigma_{\cos\Delta}$ , obtenus pour l'échantillon 108 – *SiO<sub>2</sub>/Si* ( $\theta = 75^\circ$ ,  $T = 5s$ ,  $P = 90^\circ$ ).

### 3.2 Erreurs aléatoires lors du calibrage de l'analyseur

Les erreurs aléatoires peuvent justifier la différence qu'il existe entre les différentes méthodes possibles pour le calibrage de l'analyseur. En effet, d'après les mesures présentées sur la figure 2.5, on remarque que les points expérimentaux relevés pour  $H_{4/0}$  sont bien plus *fidèles* à la parabole tracée par la méthode des moindres carrés qu'avec la mesure de  $H_4$ . L'explication peut être donnée en réalisant une étude comparative de la variance du paramètre mesuré.

#### Variance de $H_4$

La variance de  $H_4$ ,  $\sigma_{H_4}^2$ , s'obtient en calculant la matrice de covariance :

$$\mathbf{C}_{H_4} = \mathbf{T}_{H_4} \mathbf{C}_\alpha \mathbf{T}_{H_4}^T. \quad (3.7)$$

A l'aide des équations (2.8c),(2.7d) et (2.7e) avec  $P_{t0} = 0$ , on calcule :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial H_4}{\partial \alpha_0} \\ \frac{\partial H_4}{\partial \alpha_{2c}} \\ \frac{\partial H_4}{\partial \alpha_{2s}} \\ \frac{\partial H_4}{\partial \alpha_{4c}} \\ \frac{\partial H_4}{\partial \alpha_{4s}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2\alpha_{4c} \\ 2\alpha_{4s} \end{bmatrix} = 2G \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ a_{4c} \\ a_{4s} \end{bmatrix}. \quad (3.8)$$

Donc :

$$\mathbf{T}_{H_4} = 2G \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & a_{4c} & a_{4s} \end{bmatrix}. \quad (3.9)$$

On se place dans le cas où  $A = 0^\circ$ . A l'aide de (2.3d) et (2.3e),  $\mathbf{T}_{H_4}$  devient :

- $P = 0^\circ$  :

$$\mathbf{T}_{H_{4P=0}} = G(1 - \cos 2\Psi) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.10)$$

- $P = 90^\circ$  :

$$\mathbf{T}_{H_{4P=90}} = -G(1 - \cos 2\Psi) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

Les variances  $\sigma_{H_4}^2$  pour  $P = 0^\circ$  et  $90^\circ$  s'obtiennent à l'aide des expressions (3.2), (3.3), (3.8) et (3.10) :

$$\sigma_{H_{4P=0}}^2 = H_{4P=0} \sum \sigma_{N_i}^2 = H_{4P=0} \pi^2 \sigma_{h_{0P=0}}^2 \quad (3.12)$$

$$\sigma_{H_{4P=90}}^2 = H_{4P=90} \sum \sigma_{N_i}^2 = H_{4P=90} \pi^2 \sigma_{h_{0P=90}}^2. \quad (3.13)$$

On peut alors comparer les variances relatives des expressions (3.12) et (3.13), soit  $\frac{\sigma_{H_{4P=0}}^2}{H_{4P=0}} = \pi^2 \cdot \sigma_{h_{0P=0}}^2$  et  $\frac{\sigma_{H_{4P=90}}^2}{H_{4P=90}} = \pi^2 \cdot \sigma_{h_{0P=90}}^2$ . Ce qui revient à comparer  $\sigma_{h_{0P=0}}^2$  et  $\sigma_{h_{0P=90}}^2$ .

Dans notre cas, nous avons :

- si  $P = 0^\circ$  :  $h_{0P=0} = \frac{3G}{2} (1 - \cos 2\Psi)$ ,
- si  $P = 90^\circ$  :  $h_{0P=90} = \frac{G}{2} (1 - \cos 2\Psi)$ .

### 3.2. ERREURS ALÉATOIRES LORS DU CALIBRAGE DE L'ANALYSEUR

---

Dans la mesure où le gain,  $G$ , et l'échantillon utilisé (angle  $\Psi$ ) sont constants, alors

$$h_{0P=0} = 3h_{0P=90} \text{ et } \sigma_{h_{0P=0}}^2 > \sigma_{h_{0P=90}}^2.$$

Sachant que, pour  $A = 0^\circ$ ,  $H_{4P=0} = H_{4P=90} = \frac{G^2}{4}(1 - \cos 2\Psi)^2$ , on en déduit :

$$\sigma_{H_{4P=0}}^2 > \sigma_{H_{4P=90}}^2. \quad (3.14)$$

La mesure de  $H_4$  est donc bien *meilleure* si le polariseur fixe est perpendiculaire au plan d'incidence.

#### Variance de $H_{4/0}$ ( $P = 90^\circ$ )

La variance de  $H_{4/0}$ ,  $\sigma_{H_{4/0}}^2$ , s'obtient en calculant la matrice de covariance :

$$\mathbf{C}_{H_{4/0}} = \mathbf{T}_{H_{4/0}} \mathbf{C}_\alpha \mathbf{T}_{H_{4/0}}^T. \quad (3.15)$$

Les équations (2.8c) et (2.8a) donnent  $H_{4/0} = \frac{\alpha_{4c}^2 + \alpha_{4s}^2}{\alpha_0^2}$ . En utilisant les équations (2.7d), (2.7e) et (2.8c), avec  $P_{t0} = 0^\circ$ , on calcule :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial H_{4/0}}{\partial \alpha_0} \\ \frac{\partial H_{4/0}}{\partial \alpha_{2c}} \\ \frac{\partial H_{4/0}}{\partial \alpha_{2s}} \\ \frac{\partial H_{4/0}}{\partial \alpha_{4c}} \\ \frac{\partial H_{4/0}}{\partial \alpha_{4s}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \frac{\alpha_{4c}^2 + \alpha_{4s}^2}{\alpha_0^3} \\ 0 \\ 0 \\ 2 \frac{\alpha_{4c}}{\alpha_0^2} \\ 2 \frac{\alpha_{4s}}{\alpha_0^2} \end{bmatrix}. \quad (3.16)$$

Avec nos conditions  $A = 0^\circ$  et  $P = 90^\circ$  :

$$\begin{aligned} \alpha_{0P=90} &= \frac{G}{2}(1 - \cos 2\Psi) = h_{0P=90} \\ \alpha_{4cP=90} &= -\frac{G}{2}(1 - \cos 2\Psi) = -h_{0P=90} \\ \alpha_{4sP=90} &= 0. \end{aligned}$$

On détermine alors :

$$\mathbf{T}_{H_{4/0}} = -\frac{2}{h_{0P=90}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.17)$$

Nous avons alors suffisamment d'éléments pour en déduire la variance relative  $\frac{\sigma_{H_{4/0}}^2}{H_{4/0}}$ . Dans le cas particulier où  $A = 0^\circ$  et  $P = 90^\circ$ ,  $H_{4/0} = 1$  et :

$$\sigma_{H_{4/0}}^2 = \frac{(4 + \pi^2) \sigma_{h_{0P=90}}^2}{h_{0P=90}^2}. \quad (3.18)$$

### 3.2. ERREURS ALÉATOIRES LORS DU CALIBRAGE DE L'ANALYSEUR

**En résumé**, si nous comparons (3.14) et (3.18), on peut affirmer que  $\pi^2 \sigma_{h_{0P=90}}^2 > \frac{(4+\pi^2)\sigma_{h_{0P=90}}^2}{h_{0P=90}^2}$  dans la mesure où  $h_{0P=90}^2 > \frac{4+\pi^2}{\pi^2}$  ( $\frac{4+\pi^2}{\pi^2} \simeq 1,4$ ).  $h_0$  représente le flux lumineux moyen détecté, il est dans tous les cas rencontrés jusqu'ici, élevé. Ainsi,

$$\frac{\sigma_{H_{4P=0}}^2}{H_{4P=0}} > \frac{\sigma_{H_{4P=90}}^2}{H_{4P=90}} > \frac{\sigma_{H_{4/0}}^2}{H_{4/0}}. \quad (3.19)$$

Cette relation met en évidence que la mesure de  $H_{4/0}$  est la plus adaptée pour le calibrage. Les mesures présentées sur la figure 3.6, confirment cette expression et mettent en évidence que  $\sigma_{H_{4/0}}^2/H_{4/0}$  avec  $P = 90^\circ$  est le plus faible indépendamment du flux lumineux.

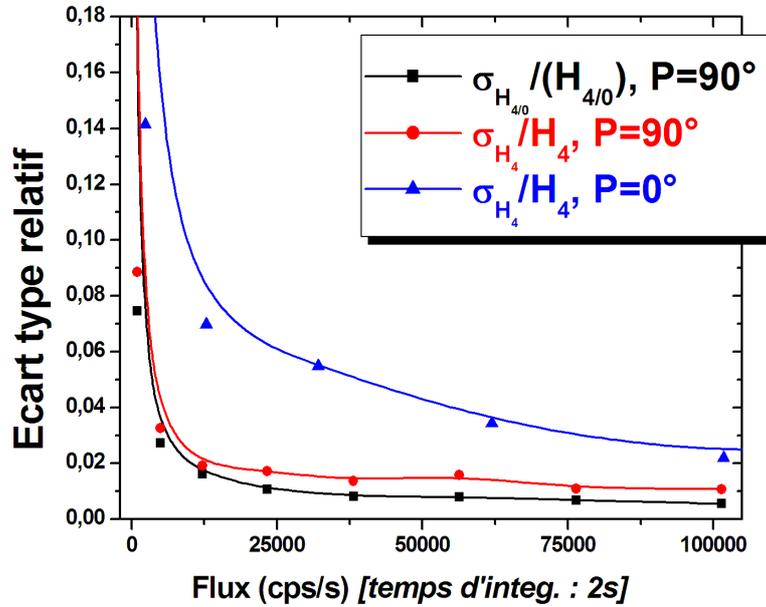


FIGURE 3.6 – Evolution de l'écart-type relatif  $\frac{\sigma_{H_4}}{H_4}$  pour  $P = 0^\circ$  et  $P = 90^\circ$  et  $\frac{\sigma_{H_{4/0}}}{H_{4/0}}$  en fonction du flux lumineux détecté. [Echantillon 108 –  $SiO_2/Si$ ,  $\lambda = 633\text{nm}$ ,  $\theta = 70^\circ$ ]

### 3.3 Illustration

Les tests ont été réalisés avec l'échantillon 108 –  $SiO_2/Si$  à  $\theta = 70^\circ$  et  $\lambda = 633\text{nm}$  avec un temps d'intégration égal à 5s. Nous montrons sur la figure 3.7 les paramètres ellipsométriques mesurés et l'indice de réfraction,  $n$  ainsi que l'épaisseur de la couche,  $d$ , avec leur écart-type. Comme nous pouvons le voir, l'indice moyen obtenu est  $n = 1.4632 \pm 0.0005$  et l'épaisseur,  $d = 109.32 \pm 0.06\text{nm}$ . En augmentant le temps d'intégration à 100s, nous améliorons ces résultats avec  $d = 109.32 \pm 0.04\text{nm}$  et  $n = 1.4632 \pm 0.0002$ .

Les valeurs moyennes des paramètres ellipsométriques sont obtenus avec un écart-type égal à  $10^{-3}$  pour  $\tan \Psi$  et  $\cos \Delta$ . Les tests de stabilité peuvent cependant être meilleurs avec un autre échantillon si  $\Psi < 45^\circ$  comme le montre la figure (3.2) [En Naciri *et al.*, 2002].

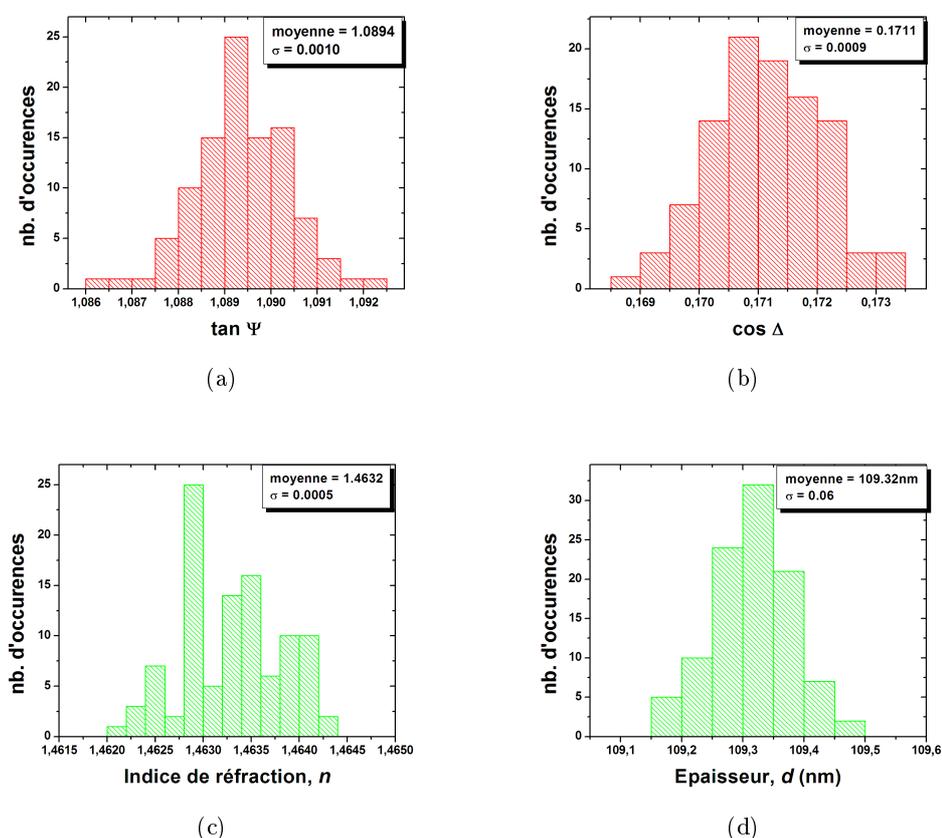


FIGURE 3.7 – Mesures des paramètres ellipsométriques  $\tan \Psi$  (a) et  $\cos \Delta$  (b) par la méthode du *tracking optimisé* de l'échantillon 108 –  $SiO_2/Si$  à  $\theta = 70^\circ$ ,  $\lambda = 633\text{nm}$  et avec un temps d'intégration,  $T = 5\text{s}$ . Après modélisation : détermination de l'épaisseur (d) et indice de réfraction (c) de l'oxyde ( $k = 0$ ).

## Chapitre 4

# Ellipsomètre PRPCSE

Le principal défaut d'un instrument qui ne possède pas d'élément déphasant est sa piètre qualité pour caractériser les échantillons dont l'angle  $\Delta$  est voisin de  $0^\circ$  ou  $180^\circ$  [de Nijs et Van Silfhout, 1988]. L'erreur d'un ellipsomètre qui mesure le paramètre  $\cos \Delta$  est alors proportionnelle à  $\sin^{-1} \Delta$  [Collins, 1990]. Certains auteurs ont montré qu'il était alors possible de diminuer l'incertitude de mesure en ajoutant un compensateur achromatique [Chindaudom et Vedam, 1993, Bertin *et al.*, 1998, Lecourt, 1998]. Le déphasage du compensateur s'ajoute à celui introduit par l'échantillon. Ainsi, on ne mesure plus  $\cos \Delta$ , mais  $\cos(\Delta + \delta_c)$ , soit dans le cas d'une lame  $\lambda/4$ ,  $-\sin \Delta$ . L'erreur devient donc proportionnelle à  $\cos^{-2} \Delta$ . Les méthodes employées nécessitent une première mesure en ligne (c'est à dire sans échantillon) pour déterminer le déphasage,  $\delta_c$ , introduit par le compensateur. Une seconde mesure avec l'échantillon positionné et éventuellement une troisième sans le compensateur. Finalement, toutes ces manipulations d'insertion d'un élément, de mesure en ligne puis en réflexion, ne garantissent pas une grande répétabilité des mesures. Avant cela, Kawabata [Kawabata, 1987] avait lui aussi développé une procédure, pour un ellipsomètre monochromatique à analyseur tournant qui permettait d'éviter ces manipulations risquées. C'est en se basant sur ces travaux que nous avons adapté notre instrument pour la mesure d'échantillons transparents.

### 4.1 Description

Le montage est quasiment identique au montage du PRPSE représenté sur la figure 3.1. Nous avons simplement ajouté un compensateur entre le polariseur tournant et l'échantillon. Le PSG est donc constitué d'un polariseur fixe, d'un polariseur tournant et d'un compensateur fixe. Le compensateur est une lame  $\lambda/4$  quasi-achromatique sur le domaine spectral visible 400 – 700nm.

Le vecteur de Stokes  $\vec{S}_f$  de la lumière reçue par le détecteur se traduit alors par :

$$\vec{S}_f = \{ \mathbf{R}^{-1}(A) \mathbf{M}_A \mathbf{R}(A) \} \mathbf{M}_S \{ \mathbf{R}^{-1}(C) \mathbf{M}_C \mathbf{R}(C) \} \{ \mathbf{R}^{-1}(P_t) \mathbf{M}_P \mathbf{R}(P_t) \} \{ \mathbf{R}^{-1}(P) \mathbf{M}_P \mathbf{R}(P) \} \vec{S}_i. \quad (4.1)$$

Le flux détecté peut se décomposer en une série de Fourier. Les expressions des coefficients

#### 4.1. DESCRIPTION

---

étant complexes on s'intéresse aux configurations :

- $C = 0^\circ$  (on retrouve pratiquement les expressions sans compensateur (Eqs. 2.3a à 2.3e)) :

$$a_0 = \left[ \begin{array}{c} 1 + \cos 2A \left( \frac{1}{2} \cos 2P - \cos 2\Psi \right) - \frac{1}{2} \cos 2P \cos 2\Psi + \\ \frac{1}{2} \sin 2A \sin 2P \sin 2\Psi \cos(\Delta + \delta_c) \end{array} \right] \quad (4.2a)$$

$$a_{2c} = \cos 2A (1 - \cos 2P \cos 2\Psi) + \cos 2P - \cos 2\Psi \quad (4.2b)$$

$$a_{2s} = \sin 2P (1 - \cos 2A \cos 2\Psi) + \sin 2A \sin 2\Psi \cos(\Delta + \delta_c) \quad (4.2c)$$

$$a_{4c} = \frac{1}{2} [\cos 2P (\cos 2A - \cos 2\Psi) - \sin 2A \sin 2P \sin 2\Psi \cos(\Delta + \delta_c)] \quad (4.2d)$$

$$a_{4s} = \frac{1}{2} [\sin 2P (\cos 2A - \cos 2\Psi) + \sin 2A \cos 2P \sin 2\Psi \cos(\Delta + \delta_c)], \quad (4.2e)$$

- $C = \pm 45^\circ$  :

$$a_0 = \left[ \begin{array}{c} 1 + \cos 2A \left( \frac{1}{2} \cos \delta_c \cos 2P - \cos 2\Psi \right) - \frac{1}{2} \cos \delta_c \cos 2P \cos 2\Psi + \\ \frac{1}{2} \sin 2A \sin 2\Psi (\sin 2P \pm \frac{\sin \delta_c}{2} \cos 2P \sin \Delta) \end{array} \right] \quad (4.3a)$$

$$a_{2c} = \left[ \begin{array}{c} \cos \delta_c (\cos 2A - \cos 2\Psi) + \cos 2P (1 - \cos 2A \cos 2\Psi) \\ \pm \sin 2A \sin 2\Psi \sin \Delta \sin \delta_c \end{array} \right] \quad (4.3b)$$

$$a_{2s} = \sin 2P (1 - \cos 2A \cos 2\Psi) + \sin 2A \sin 2\Psi \cos \Delta \quad (4.3c)$$

$$a_{4c} = \frac{1}{2} \left[ \begin{array}{c} \cos \delta_c \cos 2P (\cos 2A - \cos 2\Psi) + \\ \sin 2A \sin 2\Psi (-\sin 2P \cos \Delta \pm \cos 2P \sin \Delta \sin \delta_c) \end{array} \right] \quad (4.3d)$$

$$a_{4s} = \frac{1}{2} \left[ \begin{array}{c} \cos \delta_c \sin 2P (\cos 2A - \cos 2\Psi) + \\ \sin 2A \sin 2\Psi (\cos 2P \cos \Delta \pm \sin 2P \sin \Delta \sin \delta_c) \end{array} \right], \quad (4.3e)$$

- $C = 90^\circ$  :

$$a_0 = \left[ \begin{array}{c} 1 + \cos 2A \left( \frac{1}{2} \cos 2P - \cos 2\Psi \right) - \frac{1}{2} \cos 2P \cos 2\Psi + \\ \frac{1}{2} \sin 2A \sin 2P \sin 2\Psi \cos(\Delta - \delta_c) \end{array} \right] \quad (4.4a)$$

$$a_{2c} = \cos 2A (1 - \cos 2P \cos 2\Psi) + \cos 2P - \cos 2\Psi \quad (4.4b)$$

$$a_{2s} = \sin 2P (1 - \cos 2A \cos 2\Psi) + \sin 2A \sin 2\Psi \cos(\Delta - \delta_c) \quad (4.4c)$$

$$a_{4c} = \frac{1}{2} [\cos 2P (\cos 2A - \cos 2\Psi) - \sin 2A \sin 2P \sin 2\Psi \cos(\Delta - \delta_c)] \quad (4.4d)$$

$$a_{4s} = \frac{1}{2} [\sin 2P (\cos 2A - \cos 2\Psi) + \sin 2A \cos 2P \sin 2\Psi \cos(\Delta - \delta_c)], \quad (4.4e)$$

avec  $\delta_c$ , le déphasage du compensateur.

## 4.2 Calibrage du compensateur

Lorsque le polariseur fixe est perpendiculaire au P.I ( $P = 90^\circ$ ) et l'analyseur parallèle au P.I ( $A = 0^\circ$ ), les expressions des coefficients de Fourier mesurés deviennent :

$$\alpha_0 = -\frac{G}{2} (\cos 2\Psi - 1) (1 + \sin^2 2C(1 - \cos \delta_c)) \quad (4.5a)$$

$$\alpha_{2c} = G (\cos 2\Psi - 1) (1 - \cos \delta_c) \sin^2 2C \quad (4.5b)$$

$$\alpha_{2s} = -G (\cos 2\Psi - 1) (1 - \cos \delta_c) \sin 2C \cos 2C \quad (4.5c)$$

$$\alpha_{4c} = \frac{G}{2} (\cos 2\Psi - 1) (1 - \sin^2 2C(1 - \cos \delta_c)) \quad (4.5d)$$

$$\alpha_{4s} = \frac{G}{2} (\cos 2\Psi - 1) (1 - \cos \delta_c) \sin 2C \cos 2C. \quad (4.5e)$$

Pour éliminer l'influence de  $G$ , nous utilisons :

$$H_{2/4} = \frac{\alpha_{2c}^2 + \alpha_{2s}^2}{\alpha_{4c}^2 + \alpha_{4s}^2} \quad (4.6a)$$

$$H_{2/0} = \frac{\alpha_{2c}^2 + \alpha_{2s}^2}{\alpha_0^2}, \quad (4.6b)$$

qui deviennent, lorsque l'axe rapide du compensateur est proche du plan d'incidence,

$$H_{2/4} = H_{2/0} \approx 64C^2 \sin^4 \frac{\delta_c}{2}.$$

$H_{2/4}$  et  $H_{2/0}$  ne dépendent pas de l'échantillon utilisé ni du gain du montage et ont un comportement parabolique si l'axe rapide du compensateur est proche du plan d'incidence. On vérifie le comportement de  $H_{2/4}$  par simulation, figure 4.1, en fonction du déphasage et de l'angle  $C$ . La surface a une forme parabolique de plus en plus prononcée lorsque le déphasage du compensateur varie de  $0^\circ$  à  $180^\circ$ . L'usage d'une lame demi-onde ( $\delta_c = 180^\circ$ ) serait d'ailleurs plus performant pour cette étape, mais n'apporterait rien pour la mesure d'un échantillon transparent.

Nous avons appliqué le calibrage sur l'échantillon  $108-SiO_2/Si$ . Les mesures présentées sur la figure 4.2 sont effectuées à  $\theta = 70^\circ$  et  $\lambda = 633\text{nm}$  avec  $A = 0^\circ$  et  $P = 90^\circ$ . Comme attendu, le comportement est alors parabolique, l'extremum de cette parabole donne la position de l'axe rapide du compensateur.

## 4.2. CALIBRAGE DU COMPENSATEUR

---

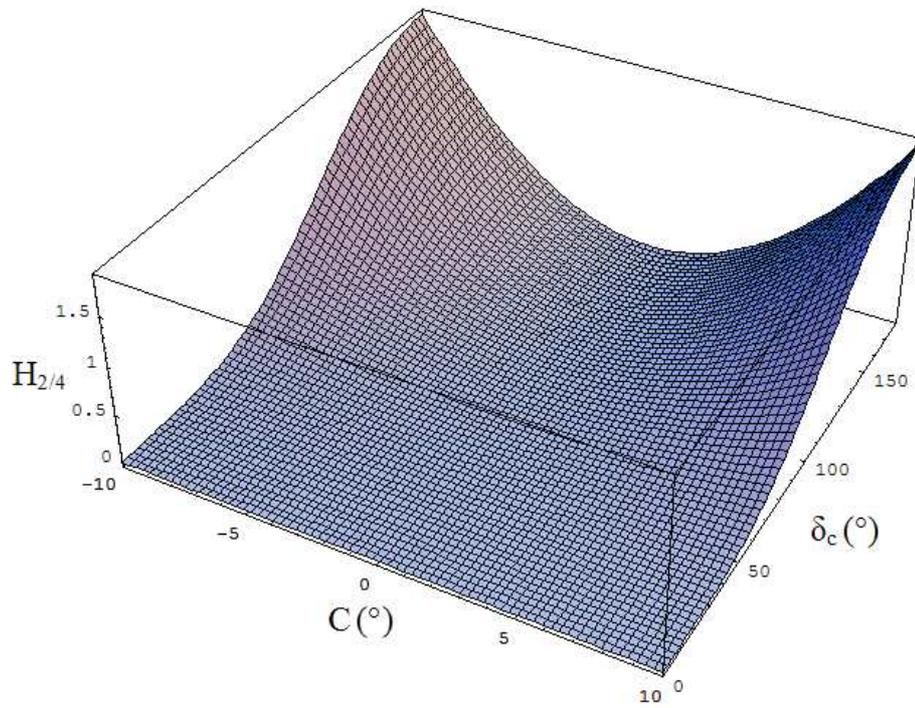


FIGURE 4.1 – Calibrage du compensateur : Evolution de  $H_{2/4}$  en fonction de la position de l'élément et du déphasage  $\delta_c$ .

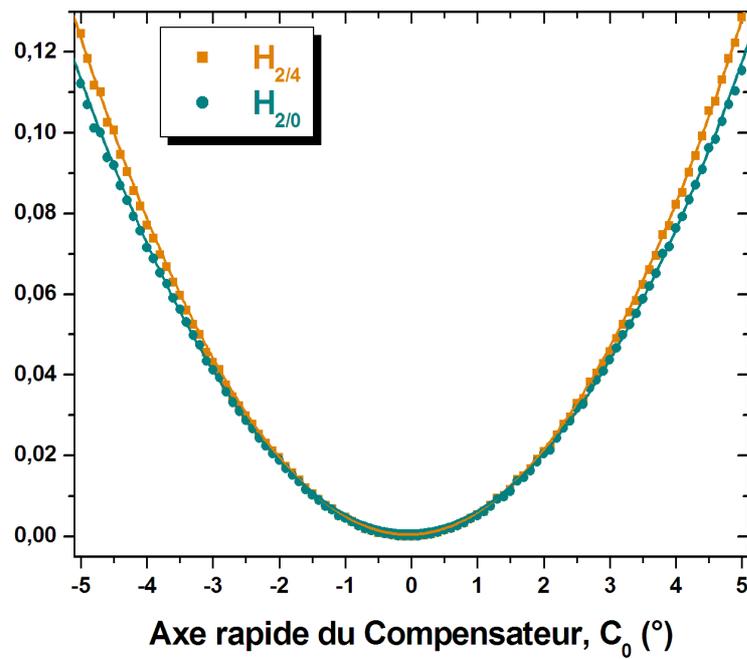


FIGURE 4.2 – Calibrage du compensateur : Mesures de  $H_{2/4}$  et  $H_{2/0}$  avec un 108– $SiO_2/Si$  à  $\theta = 70^\circ$ ,  $\lambda = 633\text{nm}$ ,  $A = 0^\circ$  et  $P = 90^\circ$ .

### 4.3 Angles ellipsométriques

- L'objectif consiste à définir une méthode de mesure qui répond aux critères suivants :
- ne pas modifier la configuration en cours de mesure,
  - garder la possibilité de varier l'azimut des éléments,
  - ne pas utiliser la composante continue du signal,
  - éliminer le gain du montage.

Le dernier critère est satisfait en introduisant les termes  $\beta_i = \frac{\alpha_i}{\alpha_{2c} - 2\alpha_{4c}}$  avec  $i = 2c, 2s, 4c, 4s$ . Trois configurations sont alors suffisantes pour déterminer les paramètres ellipsométriques sans modifier le montage (premier critère). Ainsi, si  $P = 0^\circ$  et

- $A = 0^\circ$  et  $C = \pm 45^\circ$ ,  $\beta_i = \frac{\alpha_i}{1 - \cos 2\Psi}$

$$\beta_{2c} = 1 + \cos \delta_c \quad (4.7a)$$

$$\beta_{2s} = 0 \quad (4.7b)$$

$$\beta_{4c} = \frac{1}{2} \cos \delta_c \quad (4.7c)$$

$$\beta_{4s} = 0. \quad (4.7d)$$

- $A = \pm 45^\circ$  et  $C = 0^\circ$  (ou  $90^\circ$ ),  $\beta_i = \alpha_i$

$$\beta_{2c} = 1 - \cos 2\Psi \quad (4.8a)$$

$$\beta_{2s} = \text{sgn}A \sin 2\Psi \cos(\Delta \pm \delta_c) \quad (4.8b)$$

$$\beta_{4c} = -\frac{1}{2} \cos 2\Psi \quad (4.8c)$$

$$\beta_{4s} = \frac{1}{2} \text{sgn}A \sin 2\Psi \cos(\Delta \pm \delta_c). \quad (4.8d)$$

- $A = \pm 45^\circ$  et  $C = \pm 45^\circ$ ,  $\beta_i = \alpha_i$

$$\beta_{2c} = 1 - \cos \delta_c \cos 2\Psi + \text{sgn}A \text{sgn}C \sin 2\Psi \sin \Delta \sin \delta_c \quad (4.9a)$$

$$\beta_{2s} = \text{sgn}A \sin 2\Psi \cos \Delta \quad (4.9b)$$

$$\beta_{4c} = \cos \delta_c \cos 2\Psi + \text{sgn}A \text{sgn}C \sin 2\Psi \sin \Delta \sin \delta_c \sin 2\Psi \quad (4.9c)$$

$$\beta_{4s} = \frac{1}{2} \text{sgn}A \sin 2\Psi \cos \Delta, \quad (4.9d)$$

avec  $\text{sgn}A = +1$  si  $A = 45^\circ$ ,  $\text{sgn}A = -1$  si  $A = -45^\circ$ ,  $\text{sgn}C = +1$  si  $C = 45^\circ$ ,  $\text{sgn}C = -1$  si  $C = -45^\circ$ .

La première configuration donne le déphasage du compensateur,  $\delta_c$ . La seconde configuration détermine  $\tan \Psi$  à l'aide de  $\beta_{2c}$  et  $\beta_{4c}$ . Si nécessaire,  $\beta_{2s}$  et  $\beta_{4s}$  donnent  $\cos(\Delta + \delta_c)$  et  $\cos(\Delta - \delta_c)$ . Enfin, la troisième configuration calcule  $\tan \Delta$  à l'aide de  $\beta_{2s}$ ,  $\beta_{2c}$  et  $\cos \delta_c$ . Cette procédure est particulièrement avantageuse car nous mesurons  $\tan \Delta$  au lieu de  $\cos \Delta$  avec un compensateur quart d'onde. Le calcul de la différentielle

$$d(\Delta) = \frac{d(\tan \Delta)}{\cos^2 \Delta}, \quad (4.10)$$

prédit une faible erreur si  $\Delta$  est voisin de  $0$  ou  $180^\circ$  ( $\cos^2 \Delta \approx 1$ ). Dans le cas du PRPSE, la différentielle est  $d(\Delta) = \frac{d(\cos \Delta)}{\sin \Delta}$ . Donc, pour la même valeur de  $\Delta$ ,  $d(\Delta) \approx \infty$ . A contrario,

### 4.3. ANGLES ELLIPSOMÉTRIQUES

---

l'instrument sera moins performant que le PRPSE lorsque  $\Delta \approx 90^\circ \pm \pi$ . La figure 4.3 montre que le PRPSE est plus performant sur le domaine  $38.17^\circ < \Delta < 141.83^\circ$  et l'utilisation d'un compensateur quart d'onde permet d'améliorer les mesures dans les autres cas.

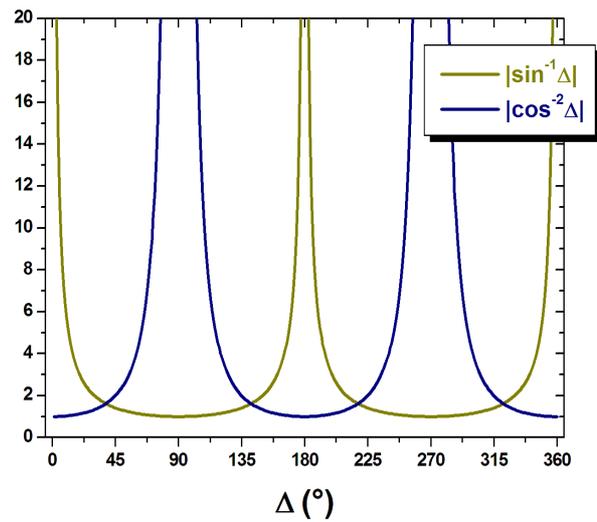


FIGURE 4.3 – Comparaison des performances des ellipsomètres PRPSE et PRPCSE en fonction de l'angle  $\Delta$ . L'erreur est proportionnelle à  $\sin^{-1} \Delta$  pour le PRPSE et à  $\cos^{-2} \Delta$  pour le PRPCSE.

## 4.4 Illustration

Ces développements, publiés en 2004 [Broch et Johann, 2004], ont été comparés aux mesures effectuées sur le PRPSE dans le cas d'un échantillon constitué de nanocristaux de CuCl inclus dans une matrice de NaCl. Le rayon moyen des nanocristaux, varie entre 10 et 12 nm. Nous observons sur la figure 4.4 les mesures obtenues avec et sans compensateur achromatique. Dans les deux cas, les mesures sont réalisées à  $\theta = 75^\circ$  sur le domaine spectral 400 – 800nm. Avec le PRPSE, nous avons utilisé la méthode de tracking optimisé [En Naciri *et al.*, 2002]. Nous observons que les mesures de l'angle  $\Delta$  sont beaucoup moins dispersées grâce à l'utilisation d'un compensateur sur l'ensemble du spectre. L'utilisation du compensateur ne dégrade pas la mesure de l'angle  $\Psi$ .

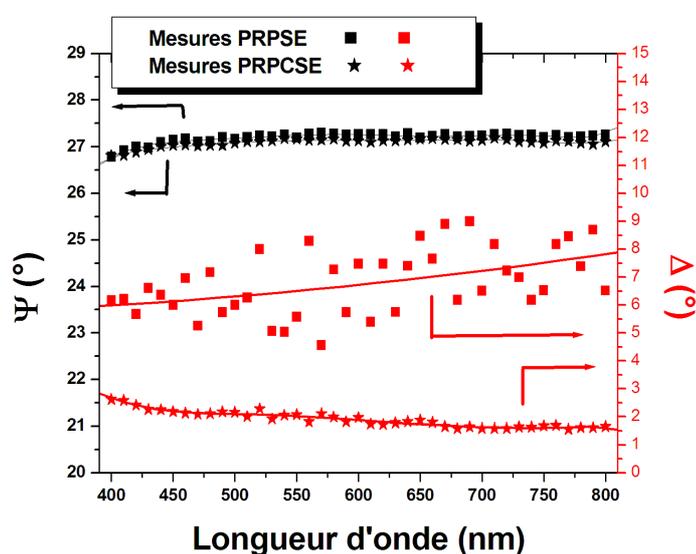


FIGURE 4.4 – Mesures comparatives des angles  $\Psi$  et  $\Delta$  de nanocristaux de CuCl inclus dans une matrice de NaCl à  $\theta = 75^\circ$ .

#### 4.4. ILLUSTRATION

---

## Chapitre 5

# Ellipsomètre RCE

Cet instrument est de loin, le plus utilisé dans les laboratoires et l'industrie. Il a été développé par Hauge dans les années 70 [Hauge et Dill, 1975]. D'autres auteurs ont continué à le développer et à le caractériser les années suivantes [Kleim *et al.*, 1994, Huang et Chu, 2000, Aspnes, 2004]. Nous avons adapté notre méthode de *tracking* développé sur le PRPSE pour cette configuration.

Les expressions des paramètres ellipsométriques (Eq. 2.29) montrent que les angles ellipsométriques sont dépendants des orientations de l'analyseur et du polariseur. Ainsi, nous supposons qu'il existe des orientations particulières qui permettront de limiter l'influence des erreurs sur les paramètres ellipsométriques. La configuration habituelle consiste à positionner l'analyseur à  $+45^\circ$  ou  $-45^\circ$  avec  $P = 0^\circ$ <sup>1</sup>. Dans ce cas, l'instrument mesure les paramètres  $\tan \Psi$  et  $\tan \Delta$  et leur variance que l'on notera  $\sigma_{\tan \Psi_{45;0}}^2$  et  $\sigma_{\tan \Delta_{45;0}}^2$ . Pour améliorer et diminuer la variance de chaque paramètre, nous réalisons un algorithme qui permet, en ajustant la position des éléments optiques, comme l'analyseur et/ou le polariseur par rapport aux angles ellipsométriques de l'échantillon. Ce tracking limite la propagation des erreurs. Deux cas de figure sont étudiés :

- le premier élément (polariseur) est fixe ( $P = 0^\circ$ ), le tracking s'effectue que sur l'analyseur,
- le polariseur et l'analyseur peuvent librement s'orienter, le tracking est réalisé sur ces deux éléments.

Dans chaque configuration, nous introduisons une variable pour comparer les variances obtenues par tracking avec la variance obtenue avec la configuration  $A = 45^\circ$  et  $P = 0^\circ$ , soit, pour les deux paramètres ellipsométriques :

- $\eta_\Psi = \frac{\sigma_{\tan \Psi_{45;0}}^2}{\sigma_{\tan \Psi_{A,P}}^2}$  et
- $\eta_\Delta = \frac{\sigma_{\tan \Delta_{45;0}}^2}{\sigma_{\tan \Delta_{A,P}}^2}$ .

Ainsi, lorsque  $\eta$  est supérieur à 1, alors la variance,  $\sigma_{A,P}^2$  obtenue par tracking est plus faible que la variance  $\sigma_{45;0}^2$  et inversement si  $\eta < 1$ .

---

1. Pour éviter les erreurs systématiques, on procède à une mesure double-zone avec  $A = \pm 45^\circ$  [Kleim *et al.*, 1994].

## 5.1 Erreurs aléatoires

Les erreurs sur les paramètres  $\tan \Psi$  et  $\tan \Delta$  dépendent de l'expression de leurs variances que nous évaluons :

$$\sigma_{\tan \Psi}^2 = \frac{1}{G} \times f_1(\Psi, \Delta, A, P, \sigma_{\alpha_0}^2) + k_1,$$

et

$$\sigma_{\tan \Delta}^2 = \frac{1}{G} \times f_2(\Psi, \Delta, A, P, \sigma_{\alpha_0}^2) + k_2,$$

avec  $k_1$  et  $k_2$ , deux coefficients qui représentent la covariance entre les coefficients de Fourier. Nous les considéreront comme négligeables.  $f_1$  et  $f_2$  dépendent de l'échantillon, des éléments optiques, de la variance de  $\alpha_0$  et de  $G$ .

La variance des paramètres ellipsométriques avec  $A = 45^\circ$  et  $P = 0^\circ$  est représentée sur la figure 5.1. On observe que la variance de  $\tan \Delta$  augmentent si  $\Delta$  est proche de  $90^\circ$  ou  $270^\circ$  et lorsque  $\Psi$  est proche de  $0^\circ$  ou  $90^\circ$  (Fig. 5.1a). Les erreurs sur  $\tan \Psi$  (Fig. 5.1b) dépendent peu de  $\Delta$  et augmentent considérablement lorsque  $\Psi$  s'approche de  $90^\circ$ . Les deux figures révèlent des formes symétriques par rapport à  $\Delta$ . Ainsi, nous pouvons limiter notre étude sur le domaine  $\Delta \in [0^\circ; 90^\circ]$  et  $\Psi \in ]0^\circ; 90^\circ[$ . Ces résultats constituent une référence qui servira à caractériser la performance du tracking.

De meilleurs résultats peuvent être obtenus si l'azimut des éléments optiques est ajusté par rapport aux angles ellipsométriques. Nous avons développé un algorithme qui minimise  $\sigma_{\tan \Psi}^2$  et  $\sigma_{\tan \Delta}^2$  en ajustant la position des éléments selon la configuration de l'instrument.

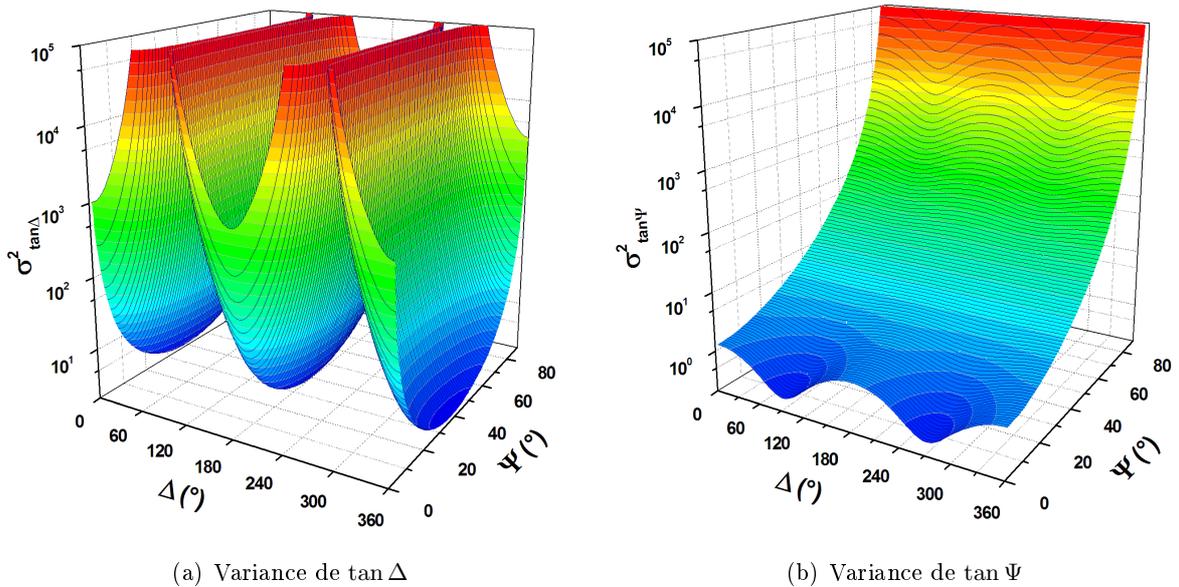


FIGURE 5.1 – Ellipsomètre RCE : Variance des paramètres ellipsométriques pour  $A = 45^\circ$  et  $P = 0^\circ$  en fonction des angles  $\Psi$  et  $\Delta$ .

La procédure de mesure permet successivement de déterminer :

- Les positions optimales de l’analyseur (et éventuellement du polariseur) pour obtenir  $\tan \Delta$ .
- Les positions optimales de l’analyseur (et éventuellement du polariseur) pour obtenir  $\tan \Psi$ .

Il est également possible de réduire les variances  $\sigma_{\tan \Psi}^2$  et  $\sigma_{\tan \Delta}^2$  simultanément en optimisant l’expression  $\sigma_{\tan \Psi}^2 + \sigma_{\tan \Delta}^2$ .

### 5.1.1 Tracking de l’analyseur

C’est une configuration que l’on rencontre sur des instruments *commerciaux*. L’optimisation ne peut se faire que grâce à l’orientation de l’analyseur. Ici, nous avons considéré que le polariseur était fixé à  $P = 0^\circ$ . La figure 5.2 représente :

- La position optimale de l’analyseur en fonction des angles  $\Psi$  et  $\Delta$  (Fig. 5.2.a). La position de l’analyseur est alors calculée pour chacun des trois objectifs :
  - (i) optimiser  $\tan \Delta$ ,
  - (ii) optimiser  $\tan \Delta$  et  $\tan \Psi$ ,
  - (iii) optimiser  $\tan \Psi$ ,
- $\eta_\Delta$  en fonction des angles  $\Psi$  et  $\Delta$  (Fig. 5.2.b) obtenu pour chaque position optimisée de l’analyseur pour les trois objectifs.
- $\eta_\Psi$  en fonction des angles  $\Psi$  et  $\Delta$  (Fig. 5.2.c) obtenu pour chaque position optimisée de l’analyseur pour les trois objectifs.

#### Optimisation de $\tan \Delta$ , (i)

Comme le montre la figure 5.2.a(i), les angles de l’analyseur permettent une optimisation de  $\sigma_{\tan \Delta}^2$ . La forme des courbes de niveau indique que la position de l’analyseur ne dépend pas de l’angle  $\Delta$ .

- $\eta_\Delta$  (Fig. 5.2.b(i)) est toujours  $> 1$ , la méthode optimise  $\tan \Delta$  quelque soit les angles ellipsométriques. L’optimisation est modérée ( $\eta_\Delta < 1.5$ ) si l’angle  $\Psi \in [5^\circ; 75^\circ]$  mais devient importante si  $\Psi$  est proche de  $0^\circ$  ou  $90^\circ$ .
- Pour les mêmes valeurs de l’analyseur,  $\eta_\Psi$  (Fig. 5.2.c(i)) présente deux zones défavorables.  $\eta_\Psi$  est alors inférieur à 1. En dehors de ces zones, le tracking améliore aussi  $\sigma_{\tan \Psi}^2$ . Ces deux zones ne sont pas anormales car l’optimisation a privilégié la mesure de  $\tan \Delta$  et non  $\tan \Psi$ .

#### Optimisation de $\tan \Psi$ , (iii)

Les angles de l’analyseur, présentés sur la figure 5.2.a(iii), qui dépendent à la fois de  $\Psi$  et de  $\Delta$ , permettent l’optimisation de  $\sigma_{\tan \Psi}^2$ .

- $\eta_\Psi$  (Fig. 5.2.c(iii)) est alors toujours  $> 1$ ,  $\tan \Psi$  est optimisé quelque soit les angles ellipsométriques. L’optimisation est modérée ( $\eta_\Psi < 1.5$ ) si l’angle  $\Psi \in [5^\circ; 75^\circ]$  mais devient importante si  $\Psi$  est proche de  $0^\circ$  ou  $90^\circ$  et d’autant plus que  $\Delta$  se rapproche de  $0^\circ$ .

- On constate que  $\eta_{\Delta}$  (Fig. 5.2.b(iii)) présente une zone défavorable si  $\Psi$  est compris entre  $20^{\circ}$  et  $45^{\circ}$  et  $\Delta > 40^{\circ}$ .  $\eta_{\Delta}$  est alors inférieur à 1. En dehors de cette zone, le tracking améliore aussi  $\sigma_{\tan \Delta}^2$ . Cependant, l'optimisation privilégie la mesure de  $\tan \Psi$  et non  $\tan \Delta$ .

### Optimisation de $\tan \Psi$ et $\tan \Delta$ , (ii)

Les angles de l'analyseur, présentés sur la figure 5.2.a(ii), qui dépendent à la fois de  $\Psi$  et de  $\Delta$ , permettent une optimisation théorique de  $\sigma_{\tan \Psi}^2$  et de  $\sigma_{\tan \Delta}^2$  simultanément.

- $\eta_{\Delta}$  (Fig. 5.2.b(ii)) est toujours  $> 1$ . En comparant avec la figure 5.2.b(i) (optimisation de  $\sigma_{\tan \Delta}^2$  seul), il y a une zone qui s'est légèrement dégradée lorsque  $\Psi > 70^{\circ}$  et  $\Delta > 40^{\circ}$ .
- $\eta_{\Psi}$  (Fig. 5.2.c(ii)) présente deux zones défavorables.  $\eta_{\Psi}$  est alors inférieur à 1. En dehors de ces deux zones, le tracking améliore  $\sigma_{\tan \Psi}^2$ . L'optimisation est modérée ( $\eta_{\Psi} < 1.5$ ) si l'angle  $\Psi \in [5^{\circ}; 75^{\circ}]$  mais devient importante si  $\Psi$  s'approche de  $0^{\circ}$  ou  $90^{\circ}$  d'autant plus que  $\Delta$  se rapproche de  $0^{\circ}$ .

La figure 5.2.c(ii), révèle que  $\tan \Delta$  influe davantage que  $\tan \Psi$  sur la détermination de l'angle de l'analyseur qui optimise les mesures.

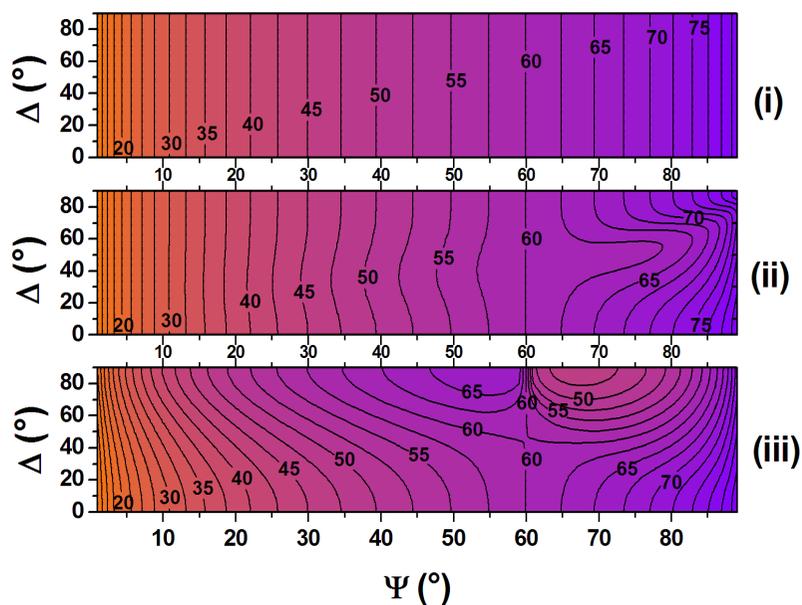
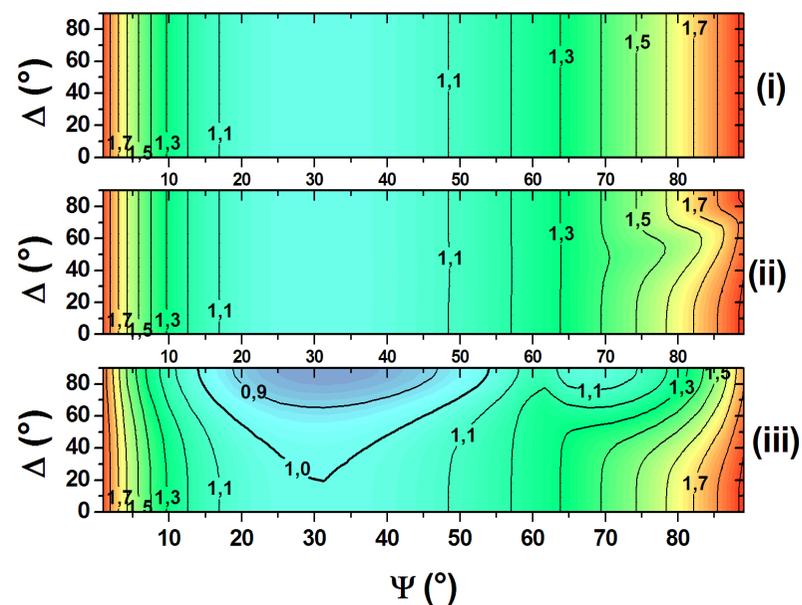
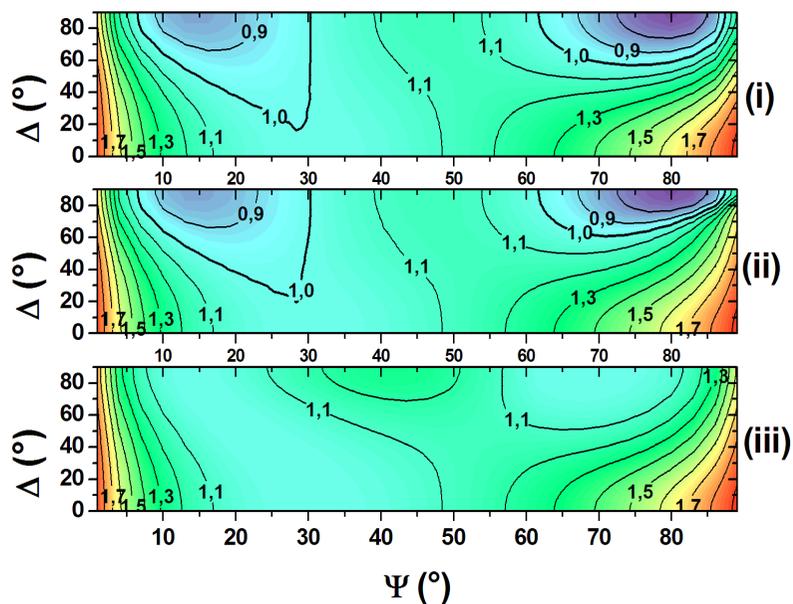
(a) Azimut de l'analyseur en fonction des angles  $\Psi$  et  $\Delta$ (b)  $\eta_{\Delta}$  en fonction des angles  $\Psi$  et  $\Delta$ (c)  $\eta_{\Psi}$  en fonction des angles  $\Psi$  et  $\Delta$ 

FIGURE 5.2 – Optimisation des paramètres ellipso-métriques du RCE : tracking de l'analyseur (polariseur fixe,  $P = 0^\circ$ ) en fonction des angles  $\Psi$  et  $\Delta$ . (i) optimisation de  $\tan \Delta$ ; (ii) optimisation de  $\tan \Psi$  et  $\tan \Delta$ ; (iii) optimisation de  $\tan \Psi$

### 5.1.2 Tracking de l'analyseur et du polariseur

On considère dans ce paragraphe que les deux polariseurs peuvent être orientées différemment. Ainsi, il est possible de déterminer une position de l'analyseur et du polariseur qui optimise la mesure des paramètres ellipsométriques. La position optimale des deux éléments en fonction des angles  $\Psi$  et  $\Delta$  est représentée sur la figure 5.3 :

- La figure 5.3.a donne la position de l'analyseur pour les trois objectifs :
  - (i) optimiser  $\tan \Delta$ ,
  - (ii) optimiser  $\tan \Delta$  et  $\tan \Psi$ ,
  - (iii) optimiser  $\tan \Psi$ .
- La figure 5.3.b donne la position du polariseur pour les trois mêmes objectifs.

Pour chaque configuration de  $A$  et  $P$ , on représente :

- $\eta_\Psi$  en fonction des angles  $\Psi$  et  $\Delta$  (Fig. 5.4.a) obtenu pour chaque position optimisée de l'analyseur et du polariseur pour les trois objectifs.
- $\eta_\Delta$  en fonction des angles  $\Psi$  et  $\Delta$  (Fig. 5.4.b) obtenu pour chaque position optimisée de l'analyseur et du polariseur pour les trois objectifs.

#### Optimisation de $\tan \Delta$ , (i)

Les angles des éléments qui permettent l'optimisation de  $\tan \Delta$  (réduction de  $\sigma_{\tan \Delta}^2$ ) sont représentés, sur les figures 5.3.a(i) pour l'analyseur et 5.3.b(i) pour le polariseur.

- $\eta_\Delta$  (Fig. 5.4.b(i)) est toujours  $> 1$ , la méthode permet d'optimiser  $\tan \Delta$  quelque soit les angles ellipsométriques. L'optimisation est modérée ( $\eta_\Delta < 1.5$ , zone violet-bleu) si  $\Psi \in [10^\circ; 50^\circ]$  et  $\Delta > 40^\circ$  et devient très efficace (zone verte qui tend vers le rouge) si  $\Psi > 50^\circ$ .
- Pour ces mêmes positions des éléments,  $\eta_\Psi$  (Fig. 5.4.a(i)) présente une petite zone défavorable ( $\eta_\Psi < 1$ , couleur violette) si  $\Psi \in [5^\circ; 25^\circ]$  et  $\Delta > 60^\circ$ . En dehors de cette zone, le tracking améliore aussi  $\sigma_{\tan \Psi}^2$  même si les angles  $A$  et  $P$  optimisent la mesure de  $\tan \Delta$  et non  $\tan \Psi$ .

#### Optimisation de $\tan \Psi$ , (iii)

Les angles de l'analyseur et du polariseur, présentés sur les figures 5.3.a(iii) et 5.3.b(iii) permettent l'optimisation de  $\sigma_{\tan \Psi}^2$ .

- $\eta_\Psi$  (Fig. 5.4.a(iii)) est toujours  $> 1$ ,  $\tan \Psi$  est optimisé quelque soit  $\Psi$  et  $\Delta$  de l'échantillon. L'optimisation est modérée ( $\eta_\Psi < 1.5$ , zone violet-bleu) si l'angle  $\Psi \in [5^\circ; 50^\circ]$  et devient importante dès que  $\Psi > 50^\circ$  et d'autant plus que  $\Delta$  se rapproche de  $0^\circ$  (zone verte qui tend vers le rouge).
- $\eta_\Delta$  (Fig. 5.4.b(iii)) présente une zone défavorable (zone violette) si  $\Psi \in [15^\circ; 50^\circ]$  et  $\Delta > 70^\circ$ .  $\eta_\Delta$  est alors inférieur à 1. En dehors de cette zone, le tracking améliore aussi  $\sigma_{\tan \Delta}^2$  même si l'optimisation privilégie la mesure de  $\tan \Psi$  et non  $\tan \Delta$ .

**Optimisation de  $\tan \Psi$  et  $\tan \Delta$ , (ii)**

Les angles de l'analyseur et du polariseur, présentés sur la figure 5.3.a(ii) et 5.3.b(ii), permettent l'optimisation théorique de  $\sigma_{\tan \Psi}^2$  et de  $\sigma_{\tan \Delta}^2$  simultanément.

- $\eta_{\Psi}$  (Fig. 5.4.a(ii)) présente une zone où la mesure *classique*, c'est-à-dire avec  $A = 45^\circ$  et  $P = 0^\circ$  est plus performante.  $\eta_{\Psi}$  est alors inférieur à 1. En dehors de celle-ci, le tracking améliore efficacement la mesure de  $\tan \Psi$ . L'optimisation est modérée ( $\eta_{\Psi} < 1.5$ ) si l'angle  $\Psi \in [5^\circ; 50^\circ]$  et  $\Delta > 20^\circ$  et devient importante pour  $\Psi < 5^\circ$  et  $\Psi > 50^\circ$ .
- $\eta_{\Delta}$  (Fig. 5.4.b(ii)) est toujours  $> 1$ . La figure ressemble beaucoup à la figure 5.4.b(i) (optimisation de  $\sigma_{\tan \Delta}^2$  seul), seule une petite différence, non visible sur les figures, des valeurs numériques existe. Ce tracking améliore également la mesure de  $\tan \Delta$ .

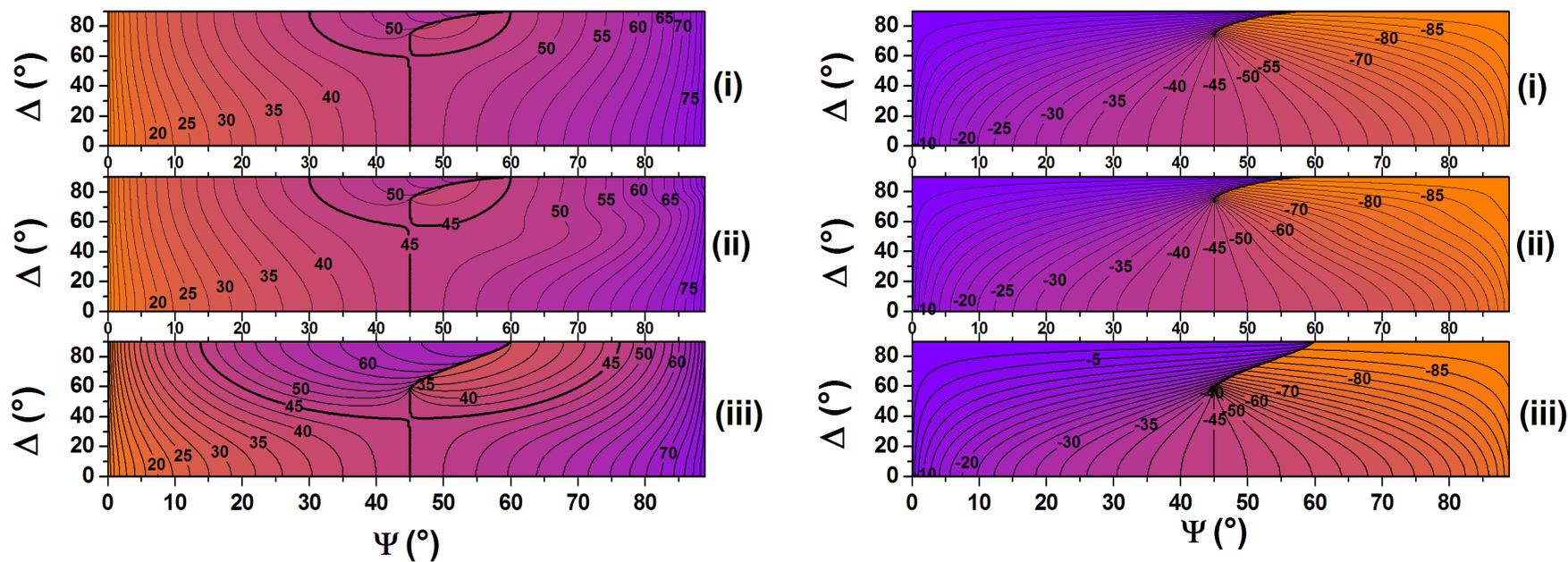
(a) Azimut de l'analyseur en fonction des angles  $\Psi$  et  $\Delta$ (b) Azimut du polariseur en fonction des angles  $\Psi$  et  $\Delta$ 

FIGURE 5.3 – Optimisation des paramètres ellipsométriques du RCE. Détermination des angles de l'analyseur et du polariseur en fonction des angles  $\Psi$  et  $\Delta$ . (i) optimisation de  $\tan \Delta$ ; (ii) optimisation de  $\tan \Psi$  et  $\tan \Delta$ ; (iii) optimisation de  $\tan \Psi$

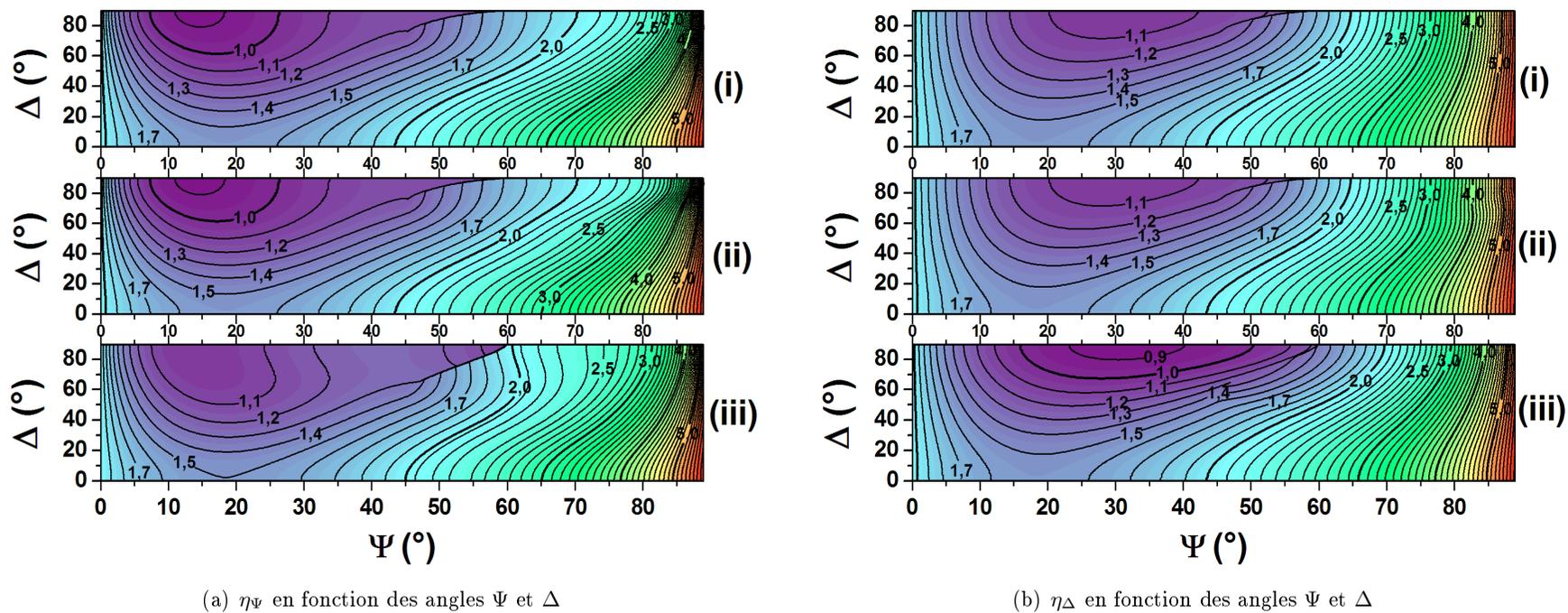


FIGURE 5.4 – Optimisation des paramètres ellipsoïdiques du RCE. Rapports  $\eta_\Psi$  et  $\eta_\Delta$  en fonction des angles  $\Psi$  et  $\Delta$  pour les positions de l'analyseur et du polariseur déterminées par *tracking* (Fig. 5.3). (i) optimisation de  $\tan \Delta$ ; (ii) optimisation de  $\tan \Psi$  et  $\tan \Delta$ ; (iii) optimisation de  $\tan \Psi$ .

## 5.2 Illustration

Pour vérifier notre nouvelle procédure de mesure, nous avons procédé à des mesures comparatives sur l'échantillon 125 –  $SiO_2/Si$ . Nous mesurons les paramètres ellipsométriques et leur écart-type à l'angle d'incidence  $\theta = 70^\circ$  avec un ellipsomètre monochromatique ( $\lambda = 633\text{nm}$ ) en fonction de l'azimut de l'analyseur. La mesure de base, c'est à dire  $A = 45^\circ$  et  $P = 0^\circ$ , donne les angles :  $\Psi = 63.982^\circ$  avec un écart-type  $\sigma_\Psi = 0.012^\circ$  et  $\Delta = 84.430^\circ$  avec  $\sigma_\Delta = 0.033^\circ$ . Ces mesures sont déjà très bonnes avec des écarts-types faibles. Un balayage de l'analyseur, avec  $P = 0^\circ$ , représenté sur la figure 5.5, montre que les valeurs de  $\Psi$  et  $\Delta$  obtenues ne sont pas constantes en fonction de la position de l'analyseur. Ces erreurs sont caractéristiques de la présence d'erreurs systématiques qui, dans la plupart des cas, peuvent être éliminées par la technique de mesure double-zone [Kleim *et al.*, 1994]. Nous observons également que les erreurs aléatoires, représentées par les barres d'erreurs augmentent lorsque l'azimut de l'analyseur s'approche de  $\pm 0^\circ$  ou  $\pm 90^\circ$ .

Pour chaque position de l'analyseur (balayage entre  $A = 3^\circ$  et  $A = 88^\circ$ ), nous déterminons  $\eta_\Psi$  et  $\eta_\Delta$  et comparons avec les valeurs théoriques délivrées par l'algorithme d'optimisation. La figure 5.6b indique que  $\eta_\Psi \geq 1$  (points et ligne bleus) si  $A$  est compris entre  $40^\circ$  et  $60^\circ$ . Les points expérimentaux sont assez fidèles à la simulation. L'algorithme de calcul propose un angle  $A = 47.38^\circ$  pour mesurer  $\tan \Psi$ . Une position différente de l'analyseur,  $A = 62.14^\circ$  se trouve être le bon angle pour mesurer  $\tan \Delta$  (courbe et points noirs).

Après une première mesure en *configuration standard*, nous positionnons les éléments

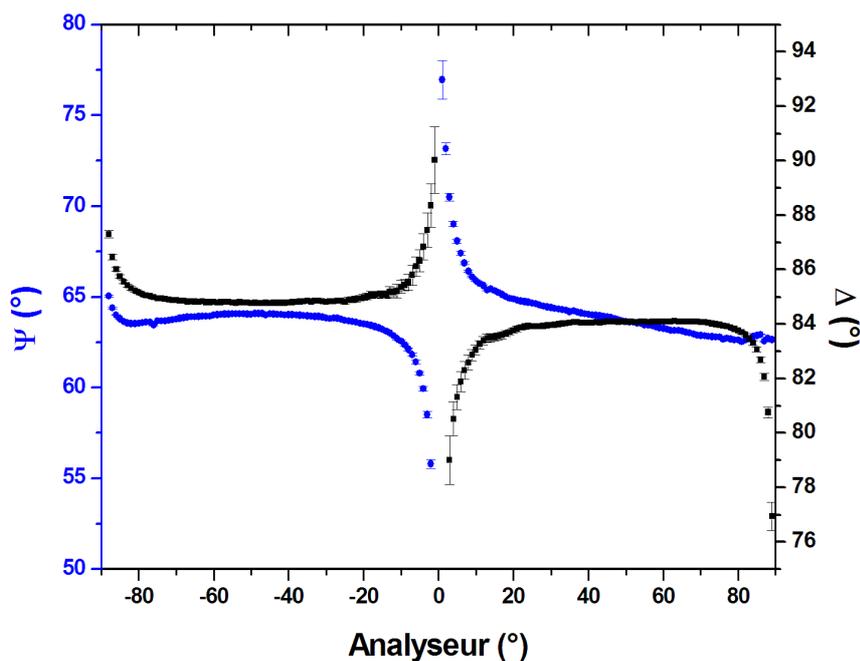


FIGURE 5.5 – Mesures des angles  $\Psi$  et  $\Delta$  de l'échantillon 125 –  $SiO_2/Si$  ( $\Psi = 63.98^\circ$ ,  $\Delta = 84.43^\circ$  à  $\lambda = 633\text{nm}$  et  $\theta = 70^\circ$ ) en fonction de la position de l'analyseur avec  $P = 0^\circ$ .

selon les deux méthodes de tracking et les mesures obtenues sont présentées dans le tableau 5.1.

– **Tracking de l’analyseur seul :**

– Pour optimiser  $\tan \Psi$ , l’analyseur est positionné à  $A = 47.38^\circ$ . Le nouvel azimut est proche de  $A = 45^\circ$ , l’optimisation de l’angle  $\Psi$  n’est donc pas très significative. En effet, l’écart-type est que légèrement inférieur à celui obtenu avec  $A = 45^\circ$  ( $\sigma_{\Psi_{45}} = 0.012$  et  $\sigma_{\Psi_{47.38}} = 0.011$ ).

– Si  $A = 62.14^\circ$ , la mesure de  $\tan \Delta$  est optimisée. Le rapport  $\eta_\Delta$  (Fig.5.2a(i)) prédit que le gain obtenu sur la variance  $\sigma_{\tan \Delta}^2$  est proche de 1.3. A cet angle, nous obtenons  $\sigma_{\Delta_{62.14}} = 0.030$  qui est inférieur à  $\sigma_{\Delta_{45}} = 0.033$  obtenu avec  $A = 45^\circ$ .

L’angle  $\Psi$  de l’échantillon, proche de  $45^\circ$ , ne permet pas d’observer, une réduction significative des erreurs sur la mesure de  $\tan \Psi$ . Par contre, l’angle  $\Delta$ , proche de  $90^\circ$  se trouve être favorable pour une optimisation plus significative de  $\tan \Delta$ .

– **Tracking de l’analyseur et du polariseur :**

– Pour optimiser  $\tan \Psi$ , l’analyseur et le polariseur sont positionnés à  $A = 35^\circ$  et  $P = -87.83^\circ$ . L’écart-type,  $\sigma_\Psi = 0.007$  a sensiblement diminué par rapport aux mesures à  $A = 45^\circ$  et à  $A = 47.38^\circ$  (tracking de l’analyseur seul).

– Pour optimiser  $\tan \Delta$ , l’analyseur et le polariseur sont positionnés à  $A = 47.46^\circ$  et  $P = -84.85^\circ$ . L’écart-type,  $\sigma_\Delta = 0.022$  a diminué par rapport aux mesures à

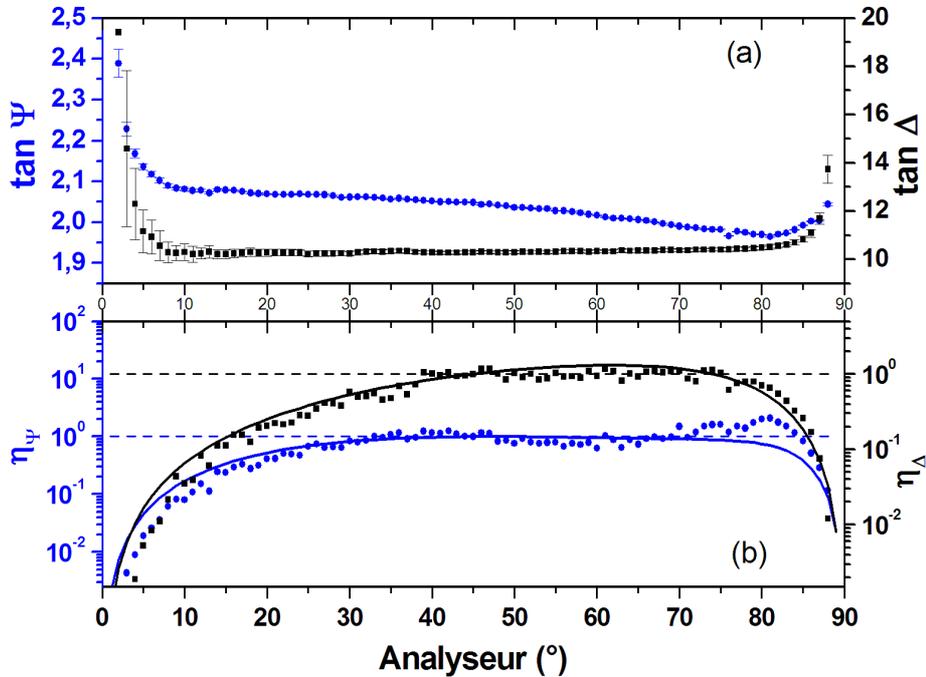


FIGURE 5.6 – Mesures de l’échantillon 125 –  $SiO_2/Si$  à  $\theta = 70^\circ$  et  $\lambda = 633nm$  pour différentes positions de l’analyseur. Le polariseur est fixe,  $P = 0^\circ$ . (a) Valeurs expérimentales de  $\tan \Psi$  et  $\tan \Delta$ . (b) Rapports  $\eta_\Psi$  et  $\eta_\Delta$  par rapport à la simulation (ligne).

### 5.3. CONCLUSION

TABLEAU 5.1 – Mesure des angles  $\Psi$  et  $\Delta$ , en fonction de la position des éléments optiques, de l'échantillon 125 –  $SiO_2/Si$  à  $\lambda = 633\text{nm}$  et  $\theta = 70^\circ$ .

	Tracking analyseur			Tracking analyseur et polariseur	
	$A = 45^\circ$ $P = 0^\circ$	$A = 47.38^\circ$ $P = 0^\circ$	$A = 62.14^\circ$ $P = 0^\circ$	$A = 47.46^\circ$ $P = -84.85^\circ$	$A = 35.0^\circ$ $P = -87.83^\circ$
$\Psi$ ( $^\circ$ )	63.982	63.967			63.972
$\sigma_\Psi$	0.012	0.011			0.007
$\Delta$ ( $^\circ$ )	84.430		84.448	84.435	
$\sigma_\Delta$	0.033		0.030	0.022	

$A = 45^\circ$  et à  $A = 62.14^\circ$  (tracking de l'analyseur seul).

La méthode qui consiste à *tracker* l'analyseur et le polariseur est donc plus efficace qu'une mesure avec tracking de l'analyseur seul qui, lui-même, est plus efficace qu'une mesure *classique* ( $A = 45^\circ$ ,  $P = 0^\circ$ ). Les résultats peuvent être plus spectaculaires sur des échantillons de type substrat de silicium (avec ou sans oxyde natif) ou de type verre qui ont des angles ellipsométriques  $\Psi < 20^\circ$  et  $\Delta \approx 0^\circ$  or  $180^\circ$ .

### 5.3 Conclusion

Nous avons montré qu'il était possible d'optimiser les mesures d'un ellipsomètre à compensateur tournant. La position des éléments comme l'analyseur et le polariseur est ajustée en fonction des angles ellipsométriques de l'échantillon. Ce *tracking* réduit sensiblement la propagation des erreurs aléatoires et limite leur influence sur le résultat final. Le *tracking* simultané de l'analyseur et du polariseur est la procédure la plus efficace et tout particulièrement si l'angle  $\Psi$  de l'échantillon est supérieur à  $45^\circ$ . Cette méthode a seulement l'inconvénient de nécessiter deux mesures : l'une pour optimiser  $\Psi$  et l'autre pour optimiser  $\Delta$ . Si l'application nécessite des mesures rapides où *temps-réel*, il est possible de ne faire qu'une seule mesure, mais, il faudra accepter de perdre un peu en précision.

Les travaux exposés dans cette partie ont été présentés au congrès d'ellipsométrie ICSE-4 qui a eu lieu à Stockholm en 2007 et valorisé par une publication [Broch et Johann, 2008].

Troisième partie

Erreurs systématiques



# Introduction

Les erreurs systématiques, contrairement aux erreurs aléatoires, ne sont pas révélées par des mesures réitérées, leurs sources sont multiples. Elles peuvent provenir d'instruments mal étalonnés, de zéros mal calibrés, de composants imparfaits, etc...

Nous rencontrons principalement 4 types d'erreurs :

- Les erreurs d'ellipticité : en traversant un élément optiquement actif le faisceau lumineux est faiblement polarisé elliptiquement.
- Les erreurs d'azimut ou erreurs de positionnement.
- Les erreurs de déphasage du (des) compensateur(s).
- Les erreurs dues aux fenêtres : dans les applications sous vide, sous atmosphère contrôlée ou en milieu liquide, l'échantillon doit être contenu dans une enceinte dont les fenêtres, si elles ne sont pas correctement prises en compte, sont sources d'erreurs [Jellison Jr, 1999].

Il est possible d'éviter les erreurs systématiques dues à un mauvais positionnement des éléments optiques en procédant aux manipulations avec rigueur. Il est, par contre, beaucoup moins évident d'éliminer les erreurs dues aux imperfections des composants utilisés. Ainsi, connaître ce type d'erreurs et observer l'influence qu'elles ont sur le résultat final est particulièrement utile et peut être même primordial pour l'étude d'échantillons particuliers.

On étudie l'effet de chaque cause d'erreur individuellement. L'erreur globale ou totale commise sur les paramètres est obtenue en additionnant algébriquement les effets des différentes causes d'erreur. Les différentes erreurs systématiques sont explicitées analytiquement en calculant pour chaque cause, la matrice de perturbation de chaque élément.

L'influence des erreurs systématiques a déjà été étudiée sur les ellipsomètres à modulateur photoélastique [Modine et Jellison Jr, 1993, Chun-Yeol You et Sung-Chul Shin, 1997], à compensateur tournant [Kleim *et al.*, 1994, Lee *et al.*, 1998] et à polariseur ou analyseur tournant [de Nijs et Van Silfhout, 1988, Bertucci *et al.*, 1998, En Naciri *et al.*, 2002]. Les ellipsomètres à matrice de Mueller ont été développés que récemment et par conséquent aucun travail sur les erreurs systématiques n'a été publié. Aussi, suite au développement de l'ellipsomètre à deux compensateurs tournants au LPMD, des travaux sur les erreurs systématiques ont été menés. Après un bref rappel sur le principe de calcul, nous détaillons et montrons l'influence des erreurs systématiques induites par l'imperfection ou par des erreurs de positionnement des éléments optiques du montage.

---

## Principe de calcul

Quelque soit l'instrument utilisé, toutes les erreurs indépendamment de leurs origines se propagent à travers les coefficients de Fourier,  $a_0$ ,  $a_{2n}$  et  $b_{2n}$  du signal détecté. Ces coefficients sont les éléments d'un vecteur  $\mathbf{a}$ . Ainsi la perturbation liée à une imperfection due au montage entraînera des erreurs sur les coefficients de Fourier,  $\delta a_0$ ,  $\delta a_{2n}$  et  $\delta b_{2n}$  qui sont les éléments du vecteur  $\delta\mathbf{a}$ . Selon l'instrument utilisé, les vecteurs  $\mathbf{a}$  et  $\delta\mathbf{a}$  sont composés de :

- 3 coefficients pour un ellipsomètre à un polariseur ou analyseur tournant,
- 5 coefficients pour les ellipsomètres à compensateur tournant et à polariseur tournant type PRPSE,
- 24 coefficients pour l'ellipsomètre à deux compensateurs tournants.

Pour évaluer  $\delta\mathbf{a}$  composé des erreurs introduites,  $\delta a_0$ ,  $\delta a_{2n}$  et  $\delta b_{2n}$ , nous utilisons le développement en série de Taylor du vecteur de Stokes au premier ordre [de Nijs et Van Silfhout, 1988] :

$$\mathbf{S}_f = \mathbf{S}_f^0 + \sum_k \frac{\partial \mathbf{S}_f}{\partial x_k} \delta x_k = \mathbf{S}_f^0 + \sum_k (\delta \mathbf{S}_f)_{x_k}, \quad (5.1)$$

où  $\mathbf{S}_f^0$  est le vecteur de Stokes de l'ellipsomètre parfait. Pour une perturbation  $x$ , le second terme de l'expression (5.1) donne les coefficients  $\delta a_0$ ,  $\delta a_{2n}$  et  $\delta b_{2n}$  correspondants.

## Matrice *perturbation* d'un élément

Le vecteur de Stokes *perturbé* est obtenu en remplaçant les matrices idéales par les matrices *perturbation* des éléments optiques. Pour simplifier les calculs, on ne remplace qu'une seule matrice idéale à la fois par sa matrice réelle (ou perturbée). Pour une perturbation unique  $x$ , la matrice réelle de Mueller d'un élément optique peut s'écrire :

$$\mathbf{M}(x) = \mathbf{M}^0(x) + \delta\mathbf{M}(x),$$

où  $\mathbf{M}^0$  est la matrice idéale de l'élément optique et  $\delta\mathbf{M}$  est la matrice perturbation. On a donc :

$$\delta\mathbf{M}(x) = \mathbf{M}(x) - \mathbf{M}^0(x).$$

En développant  $\mathbf{M}(x)$  en série de Taylor :

$$\mathbf{M}(x) = \mathbf{M}^0(x) + \frac{\partial \mathbf{M}(x)}{\partial x} \delta x + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{M}(x)}{\partial^2 x} \delta x^2 + \dots,$$

En remplaçant  $\mathbf{M}(x)$ , nous obtenons pour l'ordre 1 :

$$\delta\mathbf{M}(x) = \frac{\partial \mathbf{M}(x)}{\partial x} \delta x. \quad (5.2)$$

Les matrices  $\delta\mathbf{M}(x)$  pour chaque type de perturbation sont données en annexe.

---

Dans le chapitre suivant, nous détaillerons le calcul des erreurs systématiques de l'ellipsomètre à matrice de Mueller. Pour les autres instruments du laboratoire, nous encourageons la lecteur à consulter les différents travaux réalisés précédemment [Nicolas, 1994, Kleim *et al.*, 1994, Bertucci, 1995, Bertucci *et al.*, 1998].



## Chapitre 6

# Ellipsomètre à matrice de Mueller à deux compensateurs tournants

### 6.1 Principes généraux

#### 6.1.1 La matrice d'erreur

Les erreurs systématiques traitées sont dues aux 4 éléments optiques utilisés, à savoir : le polariseur, l'analyseur, les deux compensateurs et les erreurs dues aux fenêtres utilisées pour des applications particulières. Les erreurs systématiques, indépendamment de leurs origines se propagent uniquement à travers les coefficients de Fourier regroupés dans le vecteur  $\mathbf{a}$ . La matrice de Mueller perturbée  $\delta\mathbf{M}$  se met sous la forme

$$\delta\mathbf{M} = \frac{\partial\mathbf{M}}{\partial a_k} \delta a_k, \quad (6.1)$$

avec  $a_k$  est le  $k^{ième}$  coefficient de  $\mathbf{a}$  et  $k = 1...24$ . Le vecteur de Fourier perturbé  $\delta\mathbf{a}$  s'écrit

$$\delta\mathbf{a} = \frac{\partial a_k}{\partial x_\epsilon} \delta x_\epsilon, \quad (6.2)$$

avec  $\epsilon = A, P, C_{S1}, C_{S2}, \delta_1, \delta_2, \gamma_A, \gamma_P, \gamma_C$ , etc... , selon le type d'erreur étudié.

Pour notre instrument, la matrice d'erreur se détermine par :

$$\delta\mathbf{M} = \delta\mathbf{a}^T \cdot \mathbf{J}_{M_{ij}}, \quad (6.3)$$

avec  $i, j = 1...4$ ,  $\delta\mathbf{a}^T$  est la transposée de  $\delta\mathbf{a}$  et  $\mathbf{J}_{M_{ij}}$  est la matrice jacobienne de  $\mathbf{M}$  (i.e. matrice des dérivées partielles du premier ordre de  $\mathbf{M}$ ). Ainsi,

$$\delta\mathbf{M} = \delta\mathbf{a}^T \cdot \frac{\partial\mathbf{M}}{\partial\mathbf{a}} = \begin{pmatrix} \delta\mathbf{a}^T \cdot \frac{\partial M_{11}}{\partial\mathbf{a}} & \delta\mathbf{a}^T \cdot \frac{\partial M_{12}}{\partial\mathbf{a}} & \delta\mathbf{a}^T \cdot \frac{\partial M_{13}}{\partial\mathbf{a}} & \delta\mathbf{a}^T \cdot \frac{\partial M_{14}}{\partial\mathbf{a}} \\ \delta\mathbf{a}^T \cdot \frac{\partial M_{21}}{\partial\mathbf{a}} & \delta\mathbf{a}^T \cdot \frac{\partial M_{22}}{\partial\mathbf{a}} & \delta\mathbf{a}^T \cdot \frac{\partial M_{23}}{\partial\mathbf{a}} & \delta\mathbf{a}^T \cdot \frac{\partial M_{24}}{\partial\mathbf{a}} \\ \delta\mathbf{a}^T \cdot \frac{\partial M_{31}}{\partial\mathbf{a}} & \delta\mathbf{a}^T \cdot \frac{\partial M_{32}}{\partial\mathbf{a}} & \delta\mathbf{a}^T \cdot \frac{\partial M_{33}}{\partial\mathbf{a}} & \delta\mathbf{a}^T \cdot \frac{\partial M_{34}}{\partial\mathbf{a}} \\ \delta\mathbf{a}^T \cdot \frac{\partial M_{41}}{\partial\mathbf{a}} & \delta\mathbf{a}^T \cdot \frac{\partial M_{42}}{\partial\mathbf{a}} & \delta\mathbf{a}^T \cdot \frac{\partial M_{43}}{\partial\mathbf{a}} & \delta\mathbf{a}^T \cdot \frac{\partial M_{44}}{\partial\mathbf{a}} \end{pmatrix}. \quad (6.4)$$

$M_{11}$  étant normalisée à 1, l'erreur systématique  $\delta M_{11}$  est toujours nulle. L'erreur sur les coefficients  $M_{i,j}$ ,  $\delta M_{i,j}$  s'obtient par l'expression :

$$\delta M_{i,j} = \frac{\partial M_{i,j}}{\partial a_k} \delta a_k \quad \text{avec} \quad \delta a_k = \frac{\partial a_k}{\partial \epsilon} \delta \epsilon, \quad (6.5)$$

soit

$$\delta M_{i,j} = \left( \frac{\partial M_{i,j}}{\partial a_k} \right) \left( \frac{\partial a_k}{\partial \epsilon} \right) \delta \epsilon. \quad (6.6)$$

Chaque expression  $\left( \frac{\partial M_{i,j}}{\partial a_k} \right)$  représente un vecteur ligne et chaque expression  $\left( \frac{\partial a_k}{\partial \epsilon} \right)$  un vecteur colonne. Les variations de  $\left( \frac{\partial M_{i,j}}{\partial a_k} \right) \left( \frac{\partial a_k}{\partial \epsilon} \right)$  déterminent le comportement de l'erreur systématique :

- elle est nulle  $\Rightarrow$  il n'existe pas d'erreur systématique à l'ordre 1,
- elle présente une valeur constante  $\Rightarrow$  il existe une erreur systématique qui ne peut être annulée,
- elle présente une variation sinusoïdale  $\Rightarrow$  l'erreur systématique peut être annulée par mesure en double-zone.

### 6.1.2 Les mesures double-zone et 4-zones

Les travaux sur les erreurs systématiques menés sur les instruments à compensateur ou à polariseur tournant ont permis de mettre au point une méthode de mesure capable d'éliminer certaines erreurs. Il s'agit de la méthode de mesure dite *double-zone* qui consiste à effectuer la moyenne de 2 mesures en 2 positions différentes d'un élément, habituellement, l'analyseur ou le polariseur. Ainsi, une mesure dite double-zone sera définie par :

$$(M_{ij})_{sample} = \frac{1}{2} \sum_{\rho; \rho + \frac{\pi}{2}} (M_{ij})_{measured}, \quad (6.7)$$

avec  $\rho$  qui représente la position de l'élément optique considéré ( $A$  ou  $P$  dans notre cas). Généralement, cette méthode est utilisée avec les angles  $[-45^\circ; +45^\circ]$ , mais d'autres couples d'angles comme  $[0^\circ; 90^\circ]$  peuvent être utilisés.

Nous le verrons par la suite, mais l'usage de la méthode double-zone ne s'appliquera que très partiellement à notre configuration. Aussi, une nouvelle procédure plus performante a été mise au point. La mesure 4-zones est l'extension de la mesure double-zone lorsqu'il est nécessaire que deux éléments se déplacent pour éliminer des erreurs, ainsi :

$$(M_{ij})_{sample} = \frac{1}{4} \sum_{A; A + \frac{\pi}{2}} \sum_{P; P + \frac{\pi}{2}} (M_{ij})_{measured}. \quad (6.8)$$

### 6.1.3 Une fonction particulière

Dans la suite de ce chapitre on rencontrera la fonction :

$$f(x, y, \rho) = x \sin 2\rho + y \cos 2\rho, \quad (6.9)$$

qui simplifiera grandement les expressions.  $\rho$  représente la position de l'élément optique.

Au moins deux propriétés seront utiles :

- $f(x, y, \rho) = -f(x, y, \rho + \frac{\pi}{2})$ .

Si un coefficient  $\delta M_{ij}$  est proportionnel à  $f(x, y, \rho)$ , il sera possible d'annuler cette contribution en effectuant une mesure double-zone :  $(\delta M_{ij})_{\rho} + (\delta M_{ij})_{\rho + \frac{\pi}{2}} = 0$ .

- En fonction de la valeur de  $\rho$ , il sera possible d'éliminer ou de minimiser l'influence du paramètre  $x$  ou  $y$  :

- Si  $\rho = \pm \frac{\pi}{4}$ ,  $f(x, y, \pm \frac{\pi}{4}) = \pm x$ ,  $y$  est éliminé.

- Si  $\rho = 0$ ,  $f(x, y, 0) = y$ ,  $x$  est éliminé.

- Si  $\rho = \pm \frac{\pi}{8}$ ,  $f(x, y, \pm \frac{\pi}{8}) = \frac{\sqrt{2}}{2}(\pm x + y)$ .

## 6.2 Les erreurs d'azimut

Le vecteur de Stokes en présence de ce type d'erreur, au premier ordre, d'un élément (i.e l'analyseur, le polariseur ou les compensateurs) est donnée par :

$$\delta\mathbf{R}(\Theta) = 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin 2\Theta & \cos 2\Theta & 0 \\ 0 & -\cos 2\Theta & -\sin 2\Theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \delta\Theta, \quad (6.10)$$

où  $\Theta$  est l'angle de l'élément par rapport au plan d'incidence. Cette matrice est alors appliquée pour chaque composant optique du montage.

### 6.2.1 Polariseur et analyseur

La perturbation  $\delta M_{i,j}$  des 15 éléments de la matrice de Mueller de l'échantillon, due à un **erreur d'azimut du polariseur**,  $\delta P$ , au premier ordre est donnée par :

$$\delta\mathbf{M} = 2 \begin{pmatrix} 0 & -M_{13} & M_{12} & c_2 f(M_{24}, -M_{34}, A) \\ 2c_1 f(-M_{22}, M_{23}, P) & -M_{23} & M_{22} & M_{34} \\ 2c_1 f(-M_{32}, M_{33}, P) & -M_{33} & M_{32} & -M_{24} \\ 2c_1 f(-M_{42}, M_{43}, P) & -M_{43} & M_{42} & 0 \end{pmatrix} \delta P, \quad (6.11)$$

avec  $c_1 = \cos^2 \frac{\delta_1}{2}$  et  $c_2 = \cos^2 \frac{\delta_2}{2}$ .

La matrice obtenue,  $\delta\mathbf{M}$ , montre que :

- Seul  $M_{44}$  n'est pas affecté par une mauvaise position du polariseur.
- Les coefficients de la première colonne,  $\delta M_{21}$  à  $\delta M_{41}$ , peuvent s'éliminer par une mesure en double-zone sur  $P$ .
- $\delta M_{14}$  peut s'annuler en procédant à une mesure double-zone sur  $A$ .

Aussi, utiliser une procédure 4-zones permettra d'annuler les erreurs sur les quatre coefficients  $M_{14}$ ,  $M_{21}$ ,  $M_{31}$  et  $M_{41}$ . Dans les autres cas, l'erreur sera proportionnelle aux coefficients de la matrice de l'échantillon. Ainsi :

$$\begin{aligned} (M_{12})_{measured} &= M_{12} - 2M_{13}\delta P, \\ (M_{13})_{measured} &= M_{13} + 2M_{12}\delta P, \\ (M_{14})_{measured} &= M_{14}, \\ &\vdots \\ (M_{43})_{measured} &= M_{43} + 2M_{42}\delta P, \\ (M_{44})_{measured} &= M_{44}. \end{aligned}$$

De la même façon, pour l'**analyseur**, nous obtenons la matrice

$$\delta\mathbf{M} = 2 \begin{pmatrix} 0 & \delta M_{12} & \delta M_{13} & \delta M_{14} \\ -M_{31} & -M_{32} & -M_{33} & -M_{34} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ c_1 f(M_{42}, -M_{43}, P) & M_{43} & -M_{42} & 0 \end{pmatrix} \delta A, \quad (6.12)$$

avec :

- $\delta M_{12} = 2c_2 f(-M_{22}, M_{32}, A)$ ,
- $\delta M_{13} = 2c_2 f(-M_{23}, M_{33}, A)$ , et
- $\delta M_{14} = 2c_2 f(-M_{24}, M_{34}, A)$ .

L'examen de la matrice (6.12) révèle que :

- Seul  $M_{44}$  n'est pas affecté par une mauvaise position de l'analyseur.
- Les coefficients de la première ligne,  $\delta M_{12}$  à  $\delta M_{14}$ , peuvent s'éliminer avec une mesure en double-zone sur  $A$ .
- $\delta M_{41}$  peut être nul en procédant à une mesure double-zone sur  $P$ .

Ainsi, une procédure 4-zones permettra d'éliminer l'influence d'une erreur de positionnement de l'analyseur sur les coefficients  $M_{12}$ ,  $M_{13}$ ,  $M_{14}$  et  $M_{41}$ . Comme pour le polariseur, la mesure des coefficients de la matrice de l'échantillon donnera :

$$\begin{aligned}
 (M_{12})_{measured} &= M_{12}, \\
 (M_{13})_{measured} &= M_{13}, \\
 (M_{14})_{measured} &= M_{14}, \\
 &\quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\
 (M_{43})_{measured} &= M_{43} - 2M_{42}\delta A, \\
 (M_{44})_{measured} &= M_{44}.
 \end{aligned}$$

### 6.2.2 Les compensateurs

La perturbation  $\delta M_{ij}$  des 15 éléments de la matrice de Mueller de l'échantillon, due aux erreurs d'azimut des décalages angulaires  $\delta C_{S\kappa}$  ( $\kappa = 1, 2$ ) des compensateurs se traduit par :

$$\delta \mathbf{M} = 2 \begin{pmatrix} 0 & \delta M_{12} & \delta M_{13} & \delta M_{14} \\ \delta M_{21} & \delta M_{22} & \delta M_{23} & \delta M_{24} \\ \delta M_{31} & \delta M_{32} & \delta M_{33} & \delta M_{34} \\ \delta M_{41} & \delta M_{42} & \delta M_{43} & \delta M_{44} \end{pmatrix} \delta C_{Si}. \quad (6.13)$$

#### Le premier compensateur

Pour le premier compensateur (i.e.  $\kappa = 1$ ), les expressions des coefficients de  $\delta M_{ij}$  (Eq. 6.13) sont développés dans le tableau 6.1.

On remarque que les erreurs sur  $M_{21}$ ,  $M_{31}$  et  $M_{41}$  peuvent s'annuler par une mesure double-zone sur  $P$ . Une procédure double-zone sur  $A$  permettra également de réduire et simplifier les expressions de certains coefficients. Ainsi, en procédant à une mesure 4-zones, nous obtenons :

$$\delta \mathbf{M} = 2 \begin{pmatrix} 0 & \delta M'_{12} & \delta M'_{13} & \delta M'_{14} \\ 0 & \delta M_{22} & \delta M_{23} & \delta M_{24} \\ 0 & \delta M_{32} & \delta M_{33} & \delta M_{34} \\ 0 & \delta M_{42} & \delta M_{43} & \delta M_{44} \end{pmatrix} \delta C_{S1}, \quad (6.14)$$

avec :

$$\begin{aligned}\delta M'_{12} &= -2f(M_{12}, -M_{13}, 2C_{S1}), \\ \delta M'_{13} &= -2f(M_{13}, M_{12}, 2C_{S1}), \\ \delta M'_{14} &= -M_{14} \sin 2C_{S1}.\end{aligned}$$

Les autres coefficients sont inchangés et nous retrouverons leur expression dans le tableau 6.1. Du fait de la présence des angles  $C_{S1}$  et  $C_{S2}$ , imposés et figés par l'assemblage mécanique moteur-codeur optique-compensateur, ils ne seront pas nuls. Cependant, il demeure que, si l'assemblage mécanique est réalisé avec une extrême précision, les erreurs sur certains coefficients peuvent se réduire voire s'annuler. C'est par exemple le cas pour  $\delta M_{44} = 0$  si  $C_{S1} = C_{S2} = 0^\circ$ .

### Le second compensateur

Pour le second compensateur (i.e.  $\kappa = 2$ ) l'expression des coefficients  $\delta M_{ij}$  est détaillée dans le tableau 6.2. On remarque que les coefficients  $\delta M_{12}$ ,  $\delta M_{13}$  et  $\delta M_{14}$  peuvent être annulés par une procédure double-zone sur  $A$ . De la même façon, une procédure double-zone sur  $P$  a une influence sur les coefficients  $\delta M_{21}$ ,  $\delta M_{31}$  et  $\delta M_{41}$ . La procédure 4-zones permet d'avoir :

$$\delta \mathbf{M} = 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \delta M'_{21} & \delta M_{22} & \delta M_{23} & \delta M_{24} \\ \delta M'_{31} & \delta M_{32} & \delta M_{33} & \delta M_{34} \\ \delta M'_{41} & \delta M_{42} & \delta M_{43} & \delta M_{44} \end{pmatrix} \delta C_{S2}, \quad (6.15)$$

TABLEAU 6.1 – Coefficients de la matrice  $\delta \mathbf{M}$  (Eq. 6.13) pour le premier compensateur. Les fonctions  $B_1 = c_2[\cos(2A + 4C_{S2}) - \cos 2A]$  et  $B_2 = c_2[\sin(2A + 4C_{S2}) - \sin 2A]$  sont nulles si une mesure double-zone sur  $A$  est effectuée quelque soit  $C_{S2}$ .

coefficient	Expression
$\delta M_{12}$	$2(M_{13} + M_{23}B_1 + M_{33}B_2) \cos 4C_{S1} + 2(-M_{12} + M_{22}B_1 + M_{32}B_2) \sin 4C_{S1}$
$\delta M_{13}$	$2(-M_{12} + M_{22}B_1 + M_{32}B_2) \cos 4C_{S1} + 2(-M_{13} + M_{23}B_1 + M_{33}B_2) \sin 4C_{S1}$
$\delta M_{14}$	$c_2 f(-M_{24}, M_{34}, A + 2C_{S2}) \cos 2C_{S1} + (-M_{14} + M_{24}B_1 + M_{34}B_2) \sin 2C_{S1}$
$\delta M_{21}$	$2c_1 [f(M_{22}, -M_{23}, P + 2C_{S1}) \cos 4C_{S2} + f(M_{32}, -M_{33}, P + 2C_{S1}) \sin 4C_{S2}]$
$\delta M_{22}$	$2f(M_{33}, M_{23}, 2C_{S2}) \cos 4C_{S1} - 2f(M_{32}, M_{22}, 2C_{S2}) \sin 4C_{S1}$
$\delta M_{23}$	$-2f(M_{32}, M_{22}, 2C_{S2}) \cos 4C_{S1} - 2f(M_{33}, M_{23}, 2C_{S2}) \sin 4C_{S1}$
$\delta M_{24}$	$-f(M_{24}, M_{34}, C_{S1} - 2C_{S2})$
$\delta M_{31}$	$2c_1 [f(-M_{32}, M_{33}, P + 2C_{S1}) \cos 4C_{S2} + f(M_{22}, -M_{23}, P + 2C_{S1}) \sin 4C_{S2}]$
$\delta M_{32}$	$2f(-M_{23}, M_{33}, 2C_{S2}) \cos 4C_{S1} + 2f(M_{22}, -M_{32}, 2C_{S2}) \sin 4C_{S1}$
$\delta M_{33}$	$2f(M_{22}, -M_{32}, 2C_{S2}) \cos 4C_{S1} + 2f(M_{23}, -M_{33}, 2C_{S2}) \sin 4C_{S1}$
$\delta M_{34}$	$f(-M_{34}, M_{24}, C_{S1} - 2C_{S2})$
$\delta M_{41}$	$2c_1 f(-M_{42}, M_{43}, P + 2C_{S1} - C_{S2})$
$\delta M_{42}$	$2f(-M_{42}, M_{43}, 2C_{S1} - C_{S2})$
$\delta M_{43}$	$-2f(M_{43}, M_{42}, 2C_{S1} - C_{S2})$
$\delta M_{44}$	$M_{44} \sin(2C_{S1} - 2C_{S2})$

TABLEAU 6.2 – Coefficients de la matrice  $\delta\mathbf{M}$  (Eq. 6.13) pour le second compensateur. Les fonctions  $B_3 = c_1[\cos(2P + 4C_{S1}) - \cos 2P]$  et  $B_4 = c_1[\sin(2P + 4C_{S1}) - \sin 2P]$  sont nulles si une mesure double-zone sur  $P$  est réalisée quelque soit  $C_{S1}$ .

coefficient	Expression
$\delta M_{12}$	$2c_2[f(M_{22}, -M_{32}, A + 2C_{S2}) \cos 4C_{S1} + f(M_{23}, -M_{33}, A + 2C_{S2}) \sin 4C_{S1}]$
$\delta M_{13}$	$2c_2[f(M_{23}, -M_{33}, A + 2C_{S2}) \cos 4C_{S1} + f(-M_{22}, M_{32}, A + 2C_{S2}) \sin 4C_{S1}]$
$\delta M_{14}$	$2c_2f(M_{24}, -M_{34}, A - C_{S1} - 2C_{S2})$
$\delta M_{21}$	$2(M_{31} + M_{32}B_3 + M_{33}B_4) \cos 4C_{S2} + 2(-M_{21} + M_{22}B_3 + M_{23}B_4) \sin 4C_{S2}$
$\delta M_{22}$	$2f(M_{33}, M_{32}, 2C_{S2}) \cos 4C_{S1} - 2f(M_{23}, M_{22}, 2C_{S1}) \sin 4C_{S2}$
$\delta M_{23}$	$2f(-M_{32}, M_{33}, 2C_{S1}) \cos 4C_{S2} + 2f(M_{22}, -M_{23}, 2C_{S1}) \sin 4C_{S2}$
$\delta M_{24}$	$2f(M_{24}, M_{34}, C_{S1} - 2C_{S2})$
$\delta M_{31}$	$2(-M_{21} + M_{22}B_3 + M_{23}B_4) \cos 4C_{S2} + 2(-M_{31} + M_{32}B_3 + M_{33}B_4) \sin 4C_{S2}$
$\delta M_{32}$	$-2f(M_{23}, M_{22}, 2C_{S1}) \cos 4C_{S2} - 2f(M_{33}, M_{32}, 2C_{S1}) \sin 4C_{S2}$
$\delta M_{33}$	$2f(M_{22}, -M_{23}, 2C_{S1}) \cos 4C_{S2} + 2f(M_{32}, -M_{33}, 2C_{S1}) \sin 4C_{S2}$
$\delta M_{34}$	$2f(M_{34}, -M_{24}, C_{S1} - 2C_{S2})$
$\delta M_{41}$	$(-M_{41} + M_{42}B_3 + M_{43}B_4) \sin 2C_{S2} + c_1f(-M_{42}, M_{43}, P + 2C_{S1}) \cos 2C_{S2}$
$\delta M_{42}$	$f(M_{42}, -M_{43}, 2C_{S1} - C_{S2})$
$\delta M_{43}$	$f(M_{43}, M_{42}, 2C_{S1} - C_{S2})$
$\delta M_{44}$	$M_{44} \sin(2C_{S1} - 2C_{S2})$

avec :

$$\begin{aligned}\delta M'_{21} &= -2f(M_{21}, -M_{31}, 2C_{S2}), \\ \delta M'_{31} &= -2f(M_{31}, M_{21}, 2C_{S2}), \\ \delta M'_{41} &= -M_{41} \sin 2C_{S2}.\end{aligned}$$

Les autres coefficients demeurent inchangés et nous retrouverons leur expression dans le tableau 6.2.

### Influence des angles $C_{S1}$ et $C_{S2}$

On remarque dans les tableaux 6.1 et 6.2, que les angles  $C_{S1}$  et  $C_{S2}$  jouent un rôle non négligeables sur les erreurs. Pour s'en convaincre, il suffit d'étudier par exemple le coefficient  $M_{21}$  (Tab. 6.1), et de simuler la variation de  $\delta M_{21}$  en fonction de  $C_{S1}$  et  $C_{S2}$ . On choisit un cas simple avec  $P = 0^\circ$  et  $\delta_1 = 90^\circ$  et un échantillon parfaitement isotrope d'angles  $\Psi = 46.14^\circ$  et  $\Delta = 79.61^\circ$ <sup>1</sup>. La figure 6.1 montre que  $\delta M_{21}$  peut varier de  $-1$  jusqu'à  $+1$ . Le cas idéal est matérialisé par la ligne noire qui détermine les angles  $C_{S1}$  et  $C_{S2}$  à ajuster pour obtenir  $\delta M_{21} = 0$ .

### 6.2.3 Illustration

Pour mettre en évidence les erreurs systématiques, nous avons utilisé un échantillon isotrope constitué d'une couche d'oxyde de silicium sur substrat de silicium. A priori,

1. Angles ellipsométriques de l'échantillon 108 –  $SiO_2/Si$  à  $\theta = 70^\circ$  et  $\lambda = 633\text{nm}$

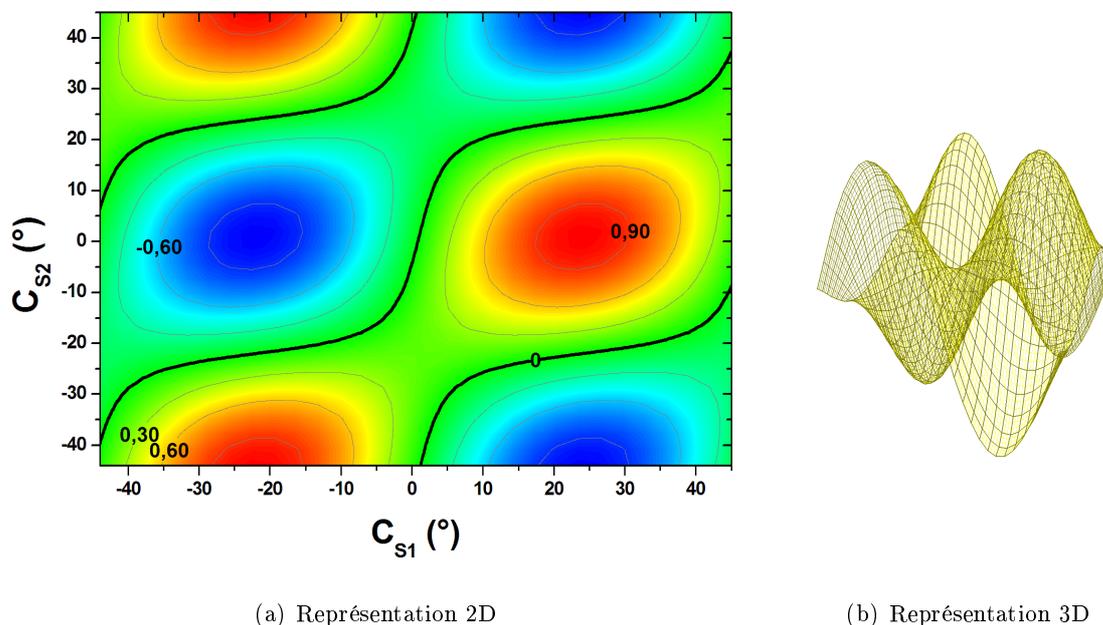


FIGURE 6.1 –  $\delta M_{21}$  en fonction de l'azimut des compensateurs  $C_{S1}$  et  $C_{S2}$  simulé pour un échantillon isotrope avec  $\Psi = 46.14^\circ$  et  $\Delta = 79.61^\circ$  à  $P = 0$  et  $\delta_1 = 90^\circ$ .  $\delta M_{21}$  varie de  $-1$  (surfaces bleues), jusqu'à  $+1$  (surfaces rouges). La ligne noire représente  $\delta M_{21} = 0$ .

l'utilisation d'un tel échantillon simplifie grandement les expressions des coefficients de la matrice de Mueller qui est de la forme :

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & -N & 0 & 0 \\ -N & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C & S \\ 0 & 0 & -S & C \end{pmatrix}. \quad (6.16)$$

avec  $N = \cos 2\Psi$ ,  $S = \sin 2\Psi \sin \Delta$  et  $C = \sin 2\Psi \cos \Delta$ .

Ainsi,  $M_{12} = M_{21} = -N$ ,  $M_{22} = 1$ ,  $M_{33} = M_{44} = C$ ,  $M_{34} = S$  et  $M_{43} = -S$ . Les autres coefficients de la matrice sont nuls.

### Le polariseur et l'analyseur

- La figure 6.2 représente les erreurs systématiques dues à un mauvais positionnement du polariseur lorsque l'analyseur se trouve dans le plan d'incidence, soit  $A = 0^\circ$ . A partir des matrices (6.11) et (6.16), nous nous attendons à obtenir :

$$\delta \mathbf{M} = 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & -N & -c_2 S \\ -2c_1 \sin 2P & 0 & 1 & S \\ 2c_1 C \cos 2P & -C & 0 & 0 \\ -2c_1 S \cos 2P & S & 0 & 0 \end{pmatrix} \delta P.$$

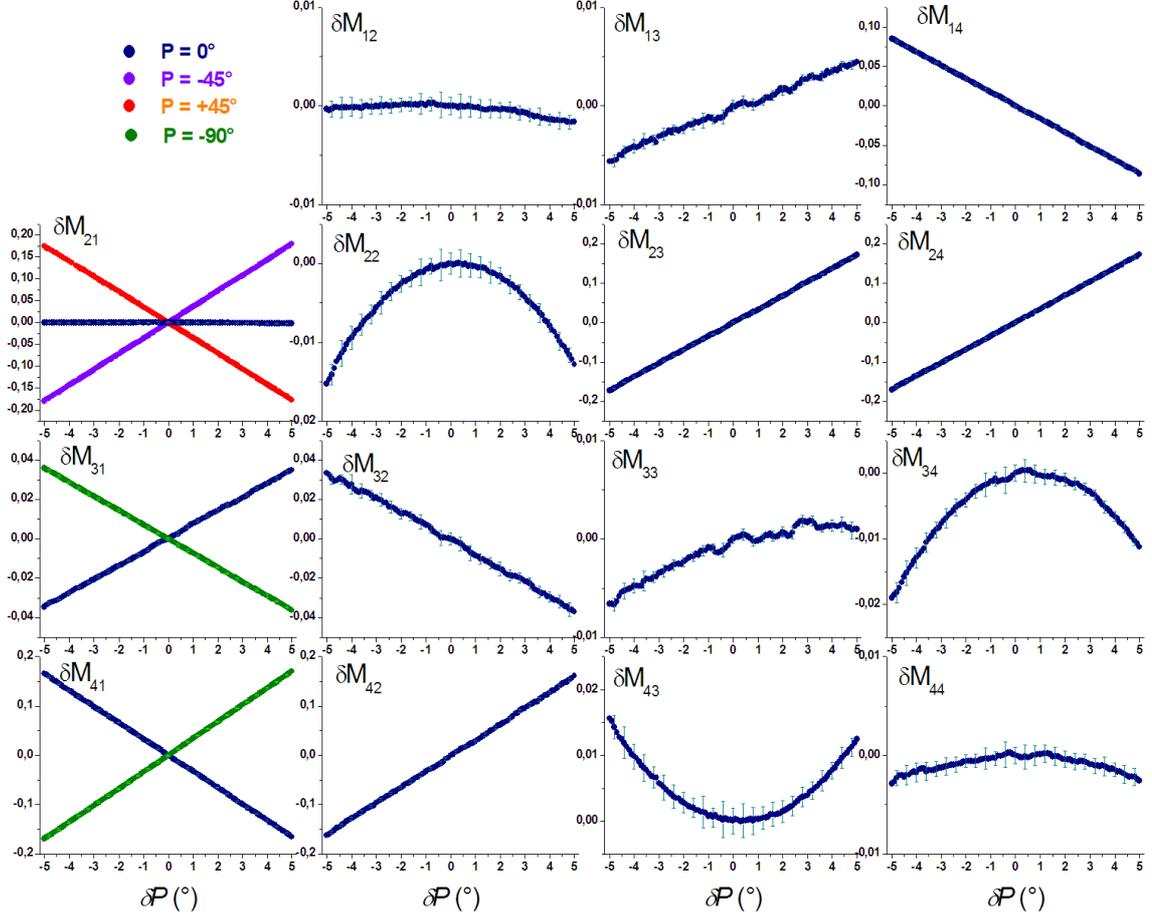


FIGURE 6.2 – Erreurs systématiques  $\delta M_{ij}$  dues à l'erreur d'azimut,  $\delta P$ , du polariseur. Les mesures sont effectuées avec  $A = 0^\circ$  sur l'échantillon  $125 - SiO_2/Si$  à  $70^\circ$  d'incidence et  $\lambda = 633\text{nm}$ .

- La figure 6.3 représente les erreurs systématiques dues à un mauvais positionnement de l'analyseur lorsque le polariseur se trouve dans le plan d'incidence, soit  $P = 0^\circ$ . Dans cette configuration, nous nous attendons à obtenir, à l'aide des matrices (6.12) et (6.16) :

$$\delta \mathbf{M} = 2 \begin{pmatrix} 0 & -2c_2 \sin 2A & 2c_2 C \cos 2A & 2c_2 S \cos 2A \\ 0 & 0 & -C & -S \\ -N & 1 & 0 & 0 \\ c_1 S & -S & 0 & 0 \end{pmatrix} \delta A.$$

L'examen des figures 6.2 et 6.3 révèle au moins 2 différences notables par rapport aux valeurs attendues :

- Aucun coefficient reste nul en fonction de  $\delta P$  ou  $\delta A$ . L'utilisation d'un échantillon réel et non parfait explique sans doute cela.

## 6.2. LES ERREURS D'AZIMUT

- Les coefficients  $\delta M_{22}$ ,  $\delta M_{34}$ ,  $\delta M_{43}$  et  $\delta M_{44}$  présentent une forme parabolique inattendue. Cette courbe traduit la présence d'erreurs du second ordre qui, finalement, ne sont pas négligeables.

Les autres coefficients sont conformes à nos attentes. On observe, sur la figure 6.2, l'avantage d'utiliser une procédure double-zone sur  $P$  pour éliminer l'erreur sur les coefficients  $\delta M_{21}$ ,  $\delta M_{31}$  et  $\delta M_{41}$ . Sur la figure 6.3, les coefficients  $\delta M_{12}$  à  $\delta M_{14}$  s'annulent en procédant à une mesure double-zone sur  $A$ .

### Les compensateurs

- La figure (Fig. 6.4) représente les erreurs systématiques dues à un mauvais positionnement du premier compensateur,  $\delta C_{S1}$ , lorsque l'analyseur se trouve dans le plan d'incidence, soit  $A = 0^\circ$ . A partir des matrices (6.13) et (6.16), et dans le cas simple

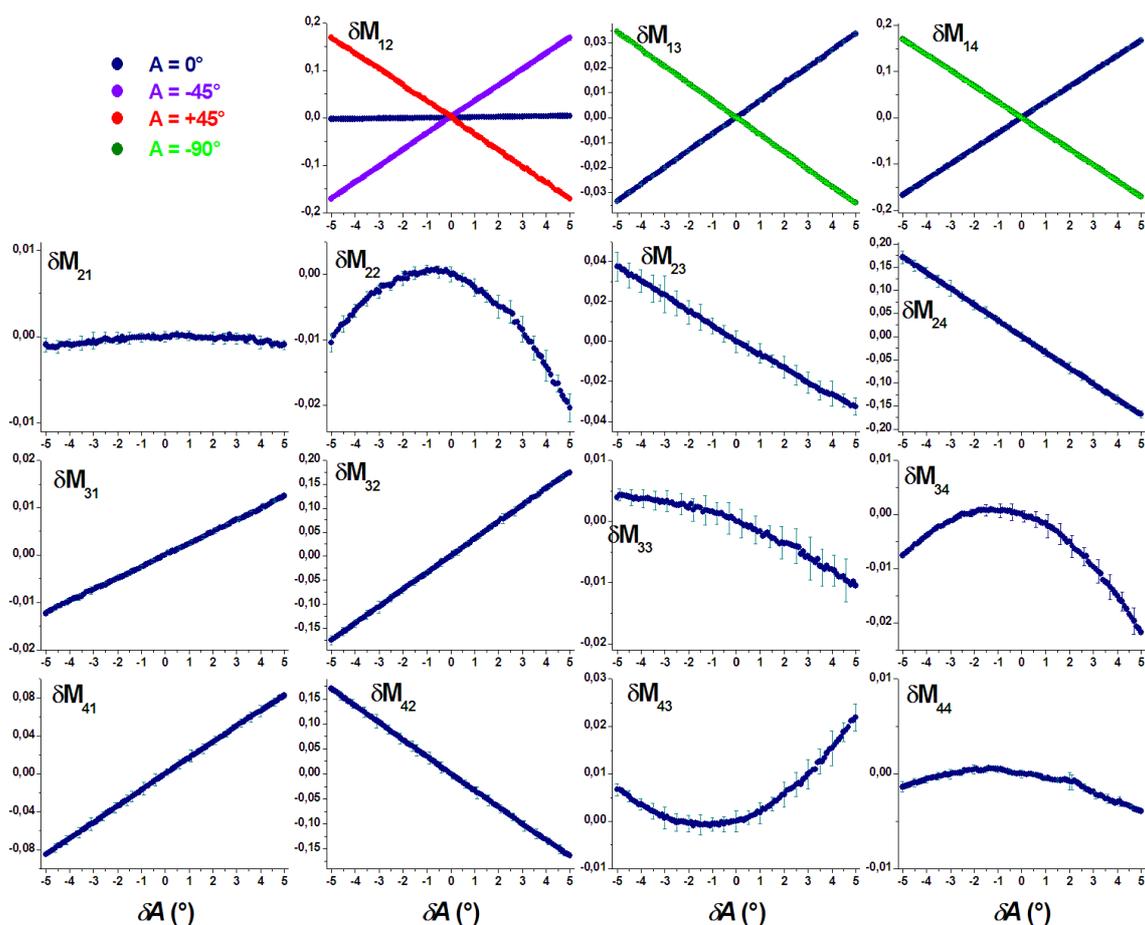


FIGURE 6.3 – Erreurs systématiques  $\delta M_{ij}$  dues à l'erreur d'azimut,  $\delta A$ , de l'analyseur. Les mesures sont effectuées avec  $P = 0^\circ$  sur l'échantillon  $125 - SiO_2/Si$  à  $70^\circ$  d'incidence et  $\lambda = 633\text{nm}$ .

où  $C_{S1} = C_{S2} = 0^\circ$ , nous nous attendons à obtenir :

$$\delta\mathbf{M} = 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2N & c_2S \\ 2c_1 \sin 2P & 0 & -2 & -C \\ 2c_1C \cos 2P & 2C & 0 & 0 \\ -2c_1S \cos 2P & -2S & 0 & 0 \end{pmatrix} \delta C_{S1}.$$

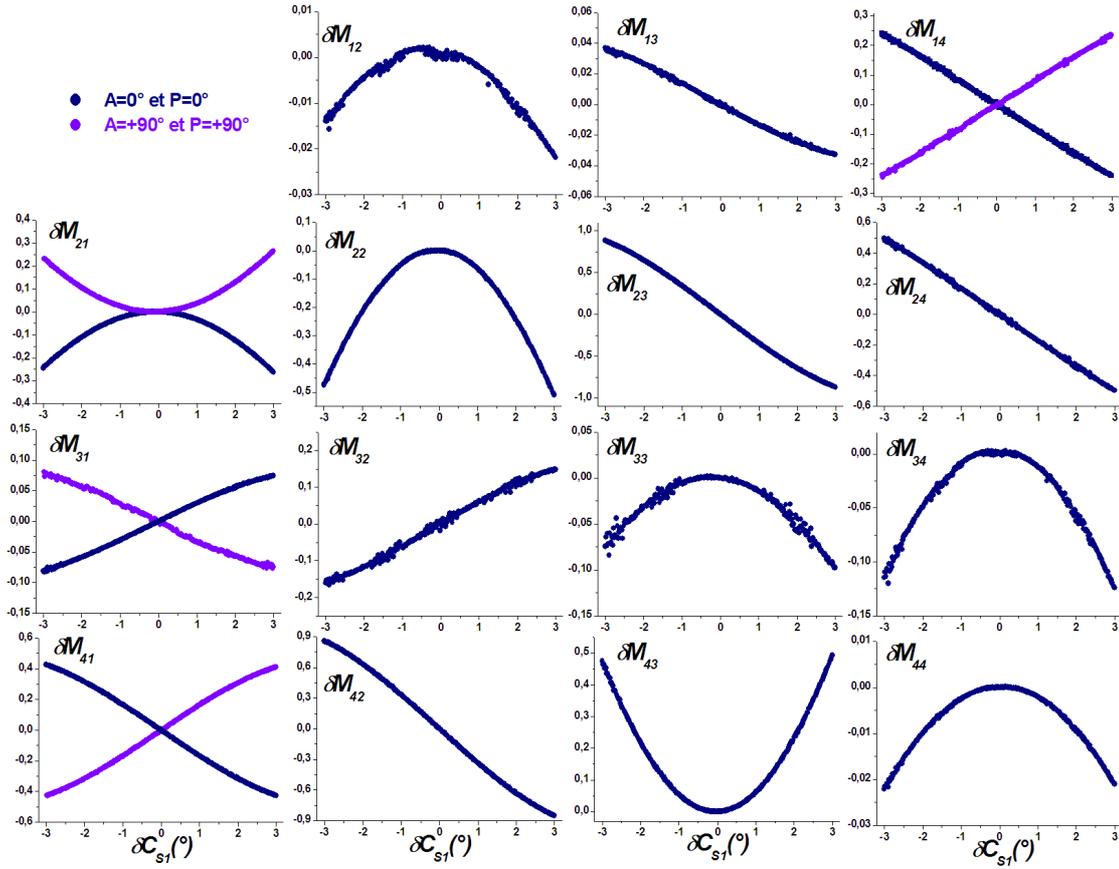


FIGURE 6.4 – Erreurs systématiques  $\delta M_{ij}$  dues au décalage angulaire  $\delta C_{S1}$ . Les mesures sont effectuées avec  $A = 0^\circ$  sur l'échantillon  $125 - SiO_2/Si$  à  $70^\circ$  d'incidence et  $\lambda = 633\text{nm}$ .

- La figure (Fig. 6.5) représente les erreurs systématiques dues à un mauvais positionnement du second compensateur,  $\delta C_{S2}$ , lorsque l'analyseur se trouve dans le plan d'incidence, soit  $P = 0^\circ$ . A partir des matrices (6.13) et (6.16), et dans le cas simple où  $C_{S1} = C_{S2} = 0^\circ$ , nous nous attendons à obtenir :

$$\delta\mathbf{M} = 2 \begin{pmatrix} 0 & 2c_2 \sin 2A & -2c_2C \cos 2A & -2c_2S \cos 2A \\ 0 & 0 & 2C & 2S \\ 2N & -2 & 0 & 0 \\ -c_1S & S & 0 & 0 \end{pmatrix} \delta C_{S2}.$$

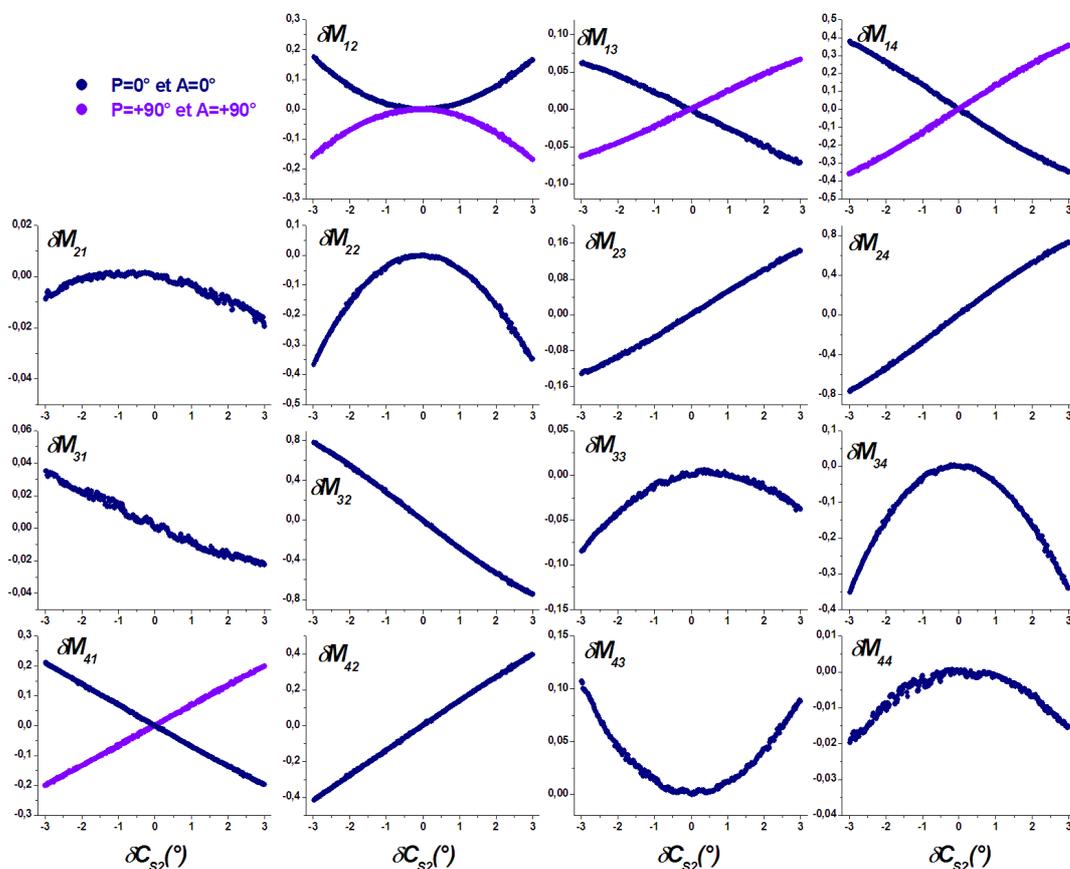


FIGURE 6.5 – Erreurs systématiques  $\delta M_{ij}$  dues au décalage angulaire  $\delta C_{S2}$ . Les mesures sont effectuées avec  $P = 0^\circ$  sur l'échantillon 125 –  $SiO_2/Si$  à  $70^\circ$  d'incidence et  $\lambda = 633\text{nm}$ .

L'examen des figures 6.4 et 6.5 révèle la présence de formes paraboliques sur les coefficients où on s'attendait à obtenir des valeurs nulles. C'est le cas pour les coefficients  $\delta M_{12}$ ,  $\delta M_{21}$ ,  $\delta M_{22}$ ,  $\delta M_{33}$ ,  $\delta M_{34}$ ,  $\delta M_{43}$  et  $\delta M_{44}$ . Cette forme traduit la présence d'erreurs systématiques de second ordre. Pour les autres coefficients, ils forment une droite dont la pente peut être calculée à partir des coefficients de l'échantillon et des tableaux 6.1 et 6.2 en tenant compte de la position des éléments et des angles réels  $C_{S1}$  et  $C_{S2}$ . Pour quelques coefficients, nous avons ajouté la configuration où  $A = P = +90^\circ$ . Les valeurs expérimentales obtenues dans ce cas, sont alors symétriques par rapports aux valeurs déterminées pour  $A = P = 0^\circ$ . La mesure 4-zones, qui réalise en fait, la moyenne des deux mesures, supprime l'influence de l'erreur sur ces coefficients.

## 6.3 Erreurs d'ellipticité

### 6.3.1 Les polariseurs

Selon la qualité des composants utilisés, il est possible que l'imperfection se traduise par l'émergence d'un faisceau faiblement polarisé elliptiquement. Cette erreur, nommée *erreur d'ellipticité* se caractérise, pour un polariseur linéaire, par la matrice :

$$\delta\mathbf{M}_x = 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \gamma_x, \quad (6.17)$$

avec  $\gamma_x$ , l'ellipticité du polariseur  $x$ .

Si l'**analyseur** possède cette imperfection, alors :

$$\delta\mathbf{M} = 2 \begin{pmatrix} 0 & M_{42} \cos \delta_2 & M_{43} \cos \delta_2 & M_{44} \cos \delta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \delta M_{41} & \delta M_{42} & \delta M_{43} & -f(M_{24}, M_{34}, A) \end{pmatrix} \delta\gamma_A, \quad (6.18)$$

avec :

- $\delta M_{41} = -f(M_{31} - c_1 f(M_{22}, -M_{23}, P), M_{21} + c_1 f(M_{32}, -M_{33}, P), A)$ ,
- $\delta M_{42} = f(M_{23} - M_{32}, -M_{22} - M_{33}, A)$ ,
- $\delta M_{43} = -f(M_{22} + M_{33}, M_{23} - M_{32}, A)$ .<sup>2</sup>

Certaines erreurs peuvent s'annuler :

- Une mesure 4-zones annule les erreurs sur les coefficients de la dernière ligne de la matrice 6.18.
- La première ligne de la matrice s'annule si le second compensateur est une lame quart d'onde idéale (i.e.  $\cos \delta_2 = 0$ ).

Si ces deux conditions sont réalisées simultanément, alors la matrice 6.18 est nulle. Ce type d'erreur n'influe donc pas sur le résultat final.

Pour un **polariseur** imparfait nous obtenons :

$$\delta\mathbf{M} = 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \delta M_{14} \\ M_{24} \cos \delta_1 & 0 & 0 & -f(M_{23} - M_{32}, M_{22} + M_{33}, P) \\ M_{34} \cos \delta_1 & 0 & 0 & -f(M_{22} + M_{33}, -M_{23} + M_{32}, P) \\ M_{44} \cos \delta_1 & 0 & 0 & -f(M_{42}, M_{43}, P) \end{pmatrix} \delta\gamma_P, \quad (6.19)$$

avec  $\delta M_{14} = -f(M_{13} - c_2 f(M_{22}, -M_{32}, A), M_{12} + c_2 f(M_{23}, -M_{33}, A), P)$ .

Certaines erreurs peuvent s'annuler :

- Une mesure 4-zones annule les erreurs sur les quatre coefficients de la dernière colonne de la matrice 6.19.

---

2. pour mémoire,  $f(x, y, \rho) = x \sin 2\rho + y \cos 2\rho$

- La première colonne de la matrice s'annule également si le premier compensateur est une lame quart d'onde idéale (i.e.  $\cos \delta_2 = 0$ ).

Si ces deux conditions sont réalisées simultanément, alors la matrice 6.19 est nulle. Ce type d'erreur n'influe donc pas sur le résultat final.

### 6.3.2 Les compensateurs

Dans le cas d'instruments monochromatiques, le(s) compensateur(s) est(sont) généralement constitué(s) d'une lame de déphasage de type quart d'onde de sorte que le déphasage soit égal à  $90^\circ$ . En ellipsométrie spectroscopique, les compensateurs achromatiques sont réalisés à l'aide d'empilements de films polymères biréfringents ou composés de 2 cristaux biréfringents comme le quartz ou le fluorure de magnésium espacés d'une fine lame d'air. Un compensateur imparfait se traduit par une erreur d'ellipticité noté  $\gamma_C$  qui se traduit par la matrice perturbation (au premier ordre) :

$$\delta \mathbf{M}_C = 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin \delta_C & 1 - \cos \delta_C \\ 0 & -\sin \delta_C & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \cos \delta_C & 0 & 0 \end{pmatrix} \gamma_C. \quad (6.20)$$

Dans le cas où le **premier compensateur** est imparfait, nous obtiendrons :

$$\delta \mathbf{M} = 2 \sin \delta_1 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{c_2}{2c_1} f(-M_{24}, M_{34}, A) \\ f(M_{22}, -M_{23}, P) & 0 & 0 & \frac{-1}{2c_1} M_{34} \\ f(M_{32}, -M_{33}, P) & 0 & 0 & \frac{1}{2c_1} M_{24} \\ f(M_{42}, -M_{43}, P) & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \delta \gamma_{C_1}. \quad (6.21)$$

Certaines erreurs peuvent s'annuler :

- Une mesure double-zone sur  $P$  annule les trois coefficients de la première colonne de la matrice 6.21.
- Une mesure double-zone sur  $A$  annule  $\delta M_{14}$ .

Ces deux conditions sont réalisées simultanément en procédant à une mesure 4-zones, alors la matrice 6.21 se transforme et devient :

$$\delta \mathbf{M} = \frac{\sin \delta_1}{\cos^2 \frac{\delta_1}{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -M_{34} \\ 0 & 0 & 0 & M_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \delta \gamma_{C_1}. \quad (6.22)$$

Les deux coefficients  $\delta M_{24}$  et  $\delta M_{34}$  ne seront jamais nuls. L'imperfection du compensateur se répercute sur les coefficients,  $M_{24}$  et  $M_{34}$  de la matrice de Mueller.

Si le **second compensateur** est imparfait, alors :  $\delta \mathbf{M} = -2 \sin \delta_2$

$$\begin{pmatrix} 0 & f(M_{22}, M_{32}, A) & f(M_{23}, M_{33}, A) & f(M_{24}, M_{34}, A) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{c_1}{2c_2} f(M_{42}, -M_{43}, P) & \frac{-1}{2c_2} M_{43} & \frac{1}{2c_2} M_{42} & 0 \end{pmatrix} \delta \gamma_{C_2}. \quad (6.23)$$

Il est possible d'éliminer l'influence de certaines erreurs, ainsi :

- Une mesure double-zone sur  $A$  annule les trois coefficients de la première ligne de la matrice 6.23.
- Une mesure double-zone sur  $P$  annule  $\delta M_{41}$ .

Ces deux conditions sont réalisées simultanément en procédant à une mesure 4-zones, alors la matrice 6.23 se transforme et devient :

$$\delta \mathbf{M} = \frac{\sin \delta_2}{\cos^2 \frac{\delta_2}{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{43} & -M_{42} & 0 \end{pmatrix} \delta \gamma_{C_2}, \quad (6.24)$$

Les deux coefficients  $\delta M_{42}$  et  $\delta M_{43}$  ne seront jamais nuls. L'imperfection du second compensateur se répercute sur les coefficients,  $M_{42}$  et  $M_{43}$  de la matrice de Mueller.

## 6.4 Erreurs dues aux fenêtres et au déphasage des compensateurs

### 6.4.1 Les fenêtres

Les fenêtres se modélisent comme un compensateur de faible déphasage. Ainsi la matrice d'une fenêtre  $W_i$  est donnée par :

$$\mathbf{M}_{W_i} = \mathbf{R}^{-1}(\theta_{w_i}) \mathbf{M}_{Ci} \mathbf{R}(\theta_{w_i}), \quad (6.25)$$

avec  $\mathbf{M}_{Ci}$ , la matrice d'un compensateur de déphasage  $\delta_{Wi}$ . L'angle  $\theta_{w_i}$  correspond à l'azimut de l'axe rapide de la fenêtre  $i$ .

En insérant cette expression dans l'expression du vecteur de Stokes du montage (Eq. 2.38) aux endroits correspondant aux positions des fenêtres dans le montage (i.e. généralement entre le PSG et l'échantillon et entre l'échantillon et le PSD), nous pouvons évaluer les erreurs systématiques induites. Les expressions littérales de chaque coefficient de la matrice  $\delta\mathbf{M}$  ne peuvent pas être données dans ce document. Dans le cas particulier d'une mesure 4-zones avec  $\delta_1 = \delta_2 = 90^\circ$  et  $C_{S1} = C_{S2} = 0^\circ$  nous obtenons :

$$\delta\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 0 & M_{14} \sin 2\theta_{w_1} & -M_{14} \cos 2\theta_{w_1} & 0 \\ 0 & \frac{M_{24} \sin 2\theta_{w_1}}{2} & \frac{M_{24} \sin 2\theta_{w_1}}{2} & f(-M_{22}, M_{23}, \theta_{w_1}) \\ 0 & f(M_{34} + \frac{M_{24}}{2}, -M_{24}, \theta_{w_1}) & f(\frac{M_{24}}{2}, -M_{34}, \theta_{w_1}) & f(-M_{32}, M_{33}, \theta_{w_1}) \\ f(M_{21}, -M_{31}, \theta_{w_1}) & M_{44} \sin 2\theta_{w_1} & -M_{44} \cos 2\theta_{w_1} & f(M_{42}, M_{43}, \theta_{w_1}) \end{pmatrix} \delta W_1, \quad (6.26)$$

pour la fenêtre d'entrée, et

$$\delta\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & f(M_{12}, M_{13}, \theta_{w_2}) \\ -M_{41} \sin 2\theta_{w_2} & -\frac{M_{42} \sin 2\theta_{w_2}}{2} & -\frac{M_{42} \sin 2\theta_{w_2}}{2} & -M_{44} \sin 2\theta_{w_2} \\ M_{41} \cos 2\theta_{w_2} & f(-\frac{M_{42}}{2} - M_{43}, M_{42}, \theta_{w_2}) & f(-\frac{M_{42}}{2}, M_{43}, \theta_{w_2}) & M_{44} \cos 2\theta_{w_2} \\ 0 & f(M_{22}, -M_{32}, \theta_{w_2}) & f(M_{23}, -M_{33}, \theta_{w_2}) & f(M_{24}, -M_{34}, \theta_{w_2}) \end{pmatrix} \delta W_2, \quad (6.27)$$

pour la fenêtre de sortie.

Ces deux matrices montrent qu'il est difficile de corriger ce type d'erreur car il est rarement possible de modifier l'orientation des fenêtres d'une cellule. Ainsi, les erreurs se répercutent sur la majorité des coefficients de la matrice de Mueller. Si malgré tout, il était possible d'orienter ces deux fenêtres pour obtenir  $\theta_{w_1} = \theta_{w_2} = 0^\circ$ , alors les deux matrices se simplifient et deviennent :

- Pour la fenêtre d'entrée :  $\delta\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -M_{14} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{23} \\ 0 & -M_{24} & -M_{34} & M_{33} \\ -M_{31} & 0 & -M_{44} & M_{43} \end{pmatrix} \delta W_1.$
- Pour la fenêtre de sortie :  $\delta\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & M_{13} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \\ 0 & -M_{32} & -M_{33} & -M_{34} \end{pmatrix} \delta W_2.$

Ces deux résultats montrent que les erreurs dues aux fenêtres se répercutent toujours sur la matrice mesurée.

### 6.4.2 Les compensateurs

En principe, l'étape de calibrage détermine le déphasage de l'élément pour chaque longueur d'onde. Malgré cela, il peut toujours subsister quelques erreurs de mesures qui ont alors des incidences sur la mesure de la matrice de réflexion du système étudié. Ainsi, pour **le premier compensateur**

$$\delta\mathbf{M} = \frac{1}{t_1} \begin{pmatrix} 0 & M_{12} & M_{13} & t_1 M_{14}/\tan \delta_1 \\ -f(M_{23}, M_{22}, P) & M_{22} & M_{23} & t_1 M_{24}/\tan \delta_1 \\ -f(M_{33}, M_{32}, P) & M_{32} & M_{33} & t_1 M_{34}/\tan \delta_1 \\ f(M_{43}, -M_{42}, P) & M_{42} & M_{43} & t_1 M_{44}/\tan \delta_1 \end{pmatrix} \delta\delta_1, \quad (6.28)$$

avec  $t_1 = \tan \frac{\delta_1}{2}$ . Certaines erreurs peuvent s'annuler dans les conditions suivantes :

- Une mesure double-zone sur  $P$  annule les trois coefficients de la première colonne de la matrice 6.28.
- L'usage d'un compensateur quart d'onde ( $\delta_1 = 90^\circ$ ), annule les coefficients de la dernière colonne ( $\tan^{-1} \delta_1 \approx 0$ ).

Si ces deux conditions sont réalisées simultanément, la matrice 6.28 se transforme et devient :

$$\delta\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 0 & M_{12} & M_{13} & \approx 0 \\ 0 & M_{22} & M_{23} & \approx 0 \\ 0 & M_{32} & M_{33} & \approx 0 \\ 0 & M_{42} & M_{43} & \approx 0 \end{pmatrix} \delta\delta_1.$$

Les coefficients de la seconde et troisième colonne de la matrice de Mueller mesurée sont alors impactés par ce type d'erreur.

De la même façon, ce type d'erreur sur **le second compensateur** donne :

$$\delta\mathbf{M} = \frac{1}{t_2} \begin{pmatrix} 0 & f(M_{32}, -M_{22}, A) & f(M_{33}, -M_{23}, A) & -f(M_{34}, M_{24}, A) \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ t_2 M_{41}/\tan \delta_2 & t_2 M_{42}/\tan \delta_2 & t_2 M_{43}/\tan \delta_2 & t_2 M_{44}/\tan \delta_2 \end{pmatrix} \delta\delta_2, \quad (6.29)$$

avec  $t_2 = \tan \frac{\delta_2}{2}$ . Certaines erreurs peuvent s'annuler dans les conditions suivantes :

- Une mesure double-zone sur  $A$  annule les trois coefficients de la première ligne de la matrice 6.29.
- L'usage d'un compensateur quart d'onde ( $\delta_2 = 90^\circ$ ), annule les coefficients de la dernière ligne ( $\tan^{-1} \delta_2 \approx 0$ ).

Si ces deux conditions sont réalisées simultanément, la matrice 6.28 se transforme et devient :

$$\delta\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 \end{pmatrix} \delta\delta_2.$$

Les coefficients de la seconde et troisième ligne de la matrice de Mueller mesurée sont alors impactés par ce type d'erreur.

## 6.5 Synthèse

Nous avons montré l'influence des erreurs systématiques au premier ordre due d'une part à l'imperfection des éléments comme, l'analyseur, le polariseur les deux compensateurs et même en cas d'utilisation de fenêtres, et d'autre part, consécutives à un mauvais positionnement des éléments optiques du montage. Nous avons montré, pour chaque type d'erreur, que l'usage d'une procédure 4-zones permettait de réduire l'impact des erreurs sur certains coefficients de la matrice de Mueller du système analysé. Ainsi, on envisagera désormais la mesure 4-zones (Eq. 6.8), avec les positions suivantes du polariseur et de l'analyseur :

- $A$  et  $P$  à  $0^\circ$ ,
- $A$  et  $P$  à  $-90^\circ$  (ou  $+90^\circ$ ),
- $A$  et  $P$  à  $-45^\circ$ ,
- et enfin  $A$  et  $P$  à  $+45^\circ$ .

Dans cette configuration et dans le cas particulier où  $C_{S1} = C_{S2} = 0^\circ$  et  $\delta_1 = \delta_2 = 90^\circ$ , le tableau 6.3 montre les coefficients impactés par les différentes sources d'erreurs.

TABLEAU 6.3 – Erreurs systématiques (1er ordre) si  $C_{S1} = C_{S2} = 0^\circ$  et  $\delta_1 = \delta_2 = 90^\circ$  et procédure 4-zones.

erreur	$\delta\mathbf{M}$	erreur	$\delta\mathbf{M}$
$\delta A$	$2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -M_{31} & -M_{32} & -M_{33} & -M_{34} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ 0 & M_{43} & -M_{42} & 0 \end{pmatrix}$	$\gamma_A$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
$\delta P$	$2 \begin{pmatrix} 0 & -M_{13} & M_{12} & 0 \\ 0 & -M_{23} & M_{22} & M_{34} \\ 0 & -M_{33} & M_{32} & -M_{24} \\ 0 & -M_{43} & M_{42} & 0 \end{pmatrix}$	$\gamma_P$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
$\delta C_{S1}$	$4 \begin{pmatrix} 0 & M_{13} & -M_{12} & 0 \\ 0 & M_{23} & -M_{22} & -M_{34}/2 \\ 0 & M_{33} & -M_{32} & M_{24}/2 \\ 0 & M_{43} & -M_{42} & 0 \end{pmatrix}$	$\gamma_{C1}$	$\sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -M_{34} \\ 0 & 0 & 0 & M_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
$\delta C_{S2}$	$4 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ -M_{21} & -M_{22} & -M_{23} & -M_{24} \\ 0 & -M_{43}/2 & M_{42}/2 & 0 \end{pmatrix}$	$\gamma_{C2}$	$\sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{43} & -M_{42} & 0 \end{pmatrix}$
$\delta\delta_1$	$\begin{pmatrix} 0 & M_{12} & M_{13} & 0 \\ 0 & M_{22} & M_{23} & 0 \\ 0 & M_{32} & M_{33} & 0 \\ 0 & M_{42} & M_{43} & 0 \end{pmatrix}$	$\delta\delta_2$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

## 6.6 Erreurs systématiques du second ordre

Des erreurs systématiques du second ordre ont été observées sur les coefficients de la matrice lorsqu'il s'agissait de vérifier l'influence des erreurs de positionnement des éléments optiques du montage. Celles-ci, parfois du même ordre de grandeur que les erreurs au premier ordre, doivent alors être caractérisées. Il est donc nécessaire de déterminer leurs expressions pour, si possible, réduire voire éliminer leur influence. Au second ordre, la matrice,  $\mathbf{M}$ , devient :

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}^0 + \delta\mathbf{M} = \mathbf{M}^0 + \frac{\partial\mathbf{M}}{\partial x}\delta x + \frac{1}{2}\frac{\partial^2\mathbf{M}}{\partial x^2}\delta x^2 + \dots, \quad (6.30)$$

où  $x$  représente la perturbation. Le troisième terme de l'expression représente alors les erreurs systématiques du second ordre. Au second ordre, les coefficients de notre matrice de Mueller se déterminent par

$$\delta^2 M_{i,j} = \frac{\partial M_{i,j}}{\partial a_k} \delta^2 a_k \quad \text{avec} \quad \delta^2 a_k = \frac{\partial^2 a_k}{\partial^2 \epsilon} \delta^2 \epsilon. \quad (6.31)$$

Les erreurs ne se propagent qu'à travers les coefficients de Fourier du vecteur  $\mathbf{a}$ , soit

$$\delta^2 M_{i,j} = \left( \frac{\partial M_{i,j}}{\partial a_k} \right) \left( \frac{\partial^2 a_k}{\partial^2 \epsilon} \right) \delta^2 \epsilon, \quad (6.32)$$

avec  $\left( \frac{\partial M_{i,j}}{\partial a_k} \right) \left( \frac{\partial^2 a_k}{\partial^2 \epsilon} \right)$ , les fonctions d'erreurs associées. Les variations de celles-ci déterminent le comportement de l'erreur systématique :

- Elle est nulle  $\Rightarrow$  il n'existe pas d'erreur à l'ordre 2.
- Elle présente une valeur constante  $\Rightarrow$  il existe une erreur qui ne peut être annulée
- Elle présente une variation sinusoïdale  $\Rightarrow$  l'erreur peut être annulée par mesure en double-zone.

Nous ne traiterons pas des erreurs d'ellipticité et nous limiterons l'étude aux erreurs dues aux azimuts des quatre éléments optiques et au déphasage des compensateurs<sup>3</sup>. Ainsi :

- l'erreur de positionnement au second ordre, se traduit dans l'expression du vecteur de Stokes par la matrice :

$$\delta^2 \mathbf{R}(\Theta) = 4 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\cos 2\Theta & -\sin 2\Theta & 0 \\ 0 & \sin 2\Theta & -\cos 2\Theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \delta\Theta^2, \quad (6.33)$$

avec  $\Theta$ , l'azimut de l'élément considéré par rapport au plan d'incidence.

- L'erreur sur le déphasage se détermine à partir de la matrice :

$$\delta^2 \mathbf{M}_{C_\kappa} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\cos \delta_\kappa & -\sin \delta_\kappa \\ 0 & 0 & \sin \delta_\kappa & -\cos \delta_\kappa \end{pmatrix} \delta\delta_\kappa^2, \quad (6.34)$$

avec  $\kappa = 1$  ou  $2$  selon le compensateur considéré.

---

3. dans notre cas :  $\epsilon = A, P, C_{S1}, C_{S2}, \delta_1$  ou  $\delta_2$ .

### 6.6.1 Erreurs d'azimut des polariseurs

Les matrices d'erreurs,  $\delta\mathbf{M}$ , au second ordre se déduisent des expressions (2.38), (6.30) et (6.33).

– **Pour l'analyseur**, la matrice d'erreur au second ordre est :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial A^2} \delta A^2 = -2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{pmatrix} \delta A^2. \quad (6.35)$$

Seuls les coefficients de la première ligne ne sont pas modifiés par un mauvais positionnement de l'élément. Tous les autres coefficients, sont quant-à-eux, non nuls et aucune procédure particulière de mesure, aucune position privilégié d'un élément optique ne peuvent les annuler.

– **Pour le polariseur**, la matrice d'erreur est :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial P^2} \delta P^2 = -2 \begin{pmatrix} 0 & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ 0 & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ 0 & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ 0 & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{pmatrix} \delta P^2. \quad (6.36)$$

Seuls, les coefficients de la première colonne ne sont pas affectés par un mauvais positionnement du polariseur. Les autres coefficients ne peuvent être annulés.

### 6.6.2 Erreur d'azimut des compensateurs

Les erreurs dues à une mauvaise détermination des angles  $C_{S\kappa}$  des compensateurs induisent les erreurs du second ordre :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial C_{S\kappa}^2} \delta C_{S\kappa}^2 = 8 \begin{pmatrix} 0 & \delta^2 M_{12} & \delta^2 M_{13} & \delta^2 M_{14} \\ \delta^2 M_{21} & \delta^2 M_{22} & \delta^2 M_{23} & \delta^2 M_{24} \\ \delta^2 M_{31} & \delta^2 M_{32} & \delta^2 M_{33} & \delta^2 M_{34} \\ \delta^2 M_{41} & \delta^2 M_{42} & \delta^2 M_{43} & \delta^2 M_{44} \end{pmatrix} \delta C_{S\kappa}^2. \quad (6.37)$$

– **Pour le premier compensateur** (*i.e.*  $\kappa = 1$ ), les coefficients de la matrice d'erreur (6.37) sont détaillés dans le tableau 6.4. Dans les conditions de mesure 4-zones, on observe qu'il est possible d'éliminer les coefficients de la première colonne. La matrice d'erreur devient :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial C_{S1}^2} \delta C_{S1}^2 = 8 \begin{pmatrix} 0 & \delta^2 M'_{12} & \delta^2 M'_{13} & \delta^2 M'_{14} \\ 0 & \delta^2 M_{22} & \delta^2 M_{23} & \delta^2 M_{24} \\ 0 & \delta^2 M_{32} & \delta^2 M_{33} & \delta^2 M_{34} \\ 0 & \delta^2 M_{42} & \delta^2 M_{43} & \delta^2 M_{44} \end{pmatrix} \delta C_{S1}^2, \quad (6.38)$$

avec les trois coefficients de la première ligne qui deviennent :

$$\begin{aligned} \delta^2 M'_{12} &= -f(M_{13}, M_{12}, 2C_{S1}), \\ \delta^2 M'_{13} &= f(M_{12}, -M_{13}, 2C_{S1}), \\ \delta^2 M'_{14} &= -\frac{M_{14}}{4} \cos 2C_{S1}. \end{aligned}$$

## 6.6. ERREURS SYSTÉMATIQUES DU SECOND ORDRE

Les autres coefficients demeurent inchangés et nous retrouverons leur expression dans le tableau 6.4. Dans le cas particulier où  $C_{S1} = C_{S2} = 0^\circ$ , alors :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial C_{S1}^2} \delta C_{S1}^2 = -2 \begin{pmatrix} 0 & 4M_{12} & 4M_{13} & M_{14} \\ 0 & 4M_{22} & 4M_{23} & M_{24} \\ 0 & 4M_{32} & 4M_{33} & M_{34} \\ 0 & 4M_{42} & 4M_{43} & M_{44} \end{pmatrix} \delta C_{S1}^2. \quad (6.39)$$

Seule, la première colonne de la matrice de Mueller ne sera pas affectée par l'erreur de positionnement de  $C_{S1}$ .

TABLEAU 6.4 – Matrice  $\delta^2 \mathbf{M}$  (Eq. 6.37) pour le premier compensateur. Les fonctions  $B_1 = c_2[\cos(2A + 4C_{S2}) - \cos 2A]$  et  $B_2 = c_2[\sin(2A + 4C_{S2}) - \sin 2A]$  s'annulent si une mesure double-zone sur  $A$  quelque soit  $C_{S2}$ .

coefficient	Expression
$\delta^2 M_{12}$	$f(-M_{13} + M_{23}B_1 + M_{33}B_2, -M_{12} + M_{22}B_1 + M_{32}B_2, 2C_{S1})$
$\delta^2 M_{13}$	$f(M_{12} - M_{22}B_1 - M_{32}B_2, -M_{13} + M_{23}B_1 + M_{33}B_2, 2C_{S1})$
$\delta^2 M_{14}$	$-\frac{M_{14}}{4} \cos 2C_{S1} - \frac{1}{4}c_2 f(M_{34}, M_{24}, A) \cos 2C_{S1} + \frac{1}{4}c_2 f(M_{34}, M_{24}, A - C_{S1} + 2C_{S2})$
$\delta^2 M_{21}$	$c_1 f(f(M_{33}, M_{32}, P + 2C_{S1}), f(M_{23}, M_{22}, P + 2C_{S1}), 2C_{S2})$
$\delta^2 M_{22}$	$-f(M_{32}, M_{22}, 2C_{S2}) \cos 4C_{S1} - f(M_{33}, M_{23}, 2C_{S2}) \sin 4C_{S1}$
$\delta^2 M_{23}$	$f(f(M_{32}, M_{22}, 2C_{S2}), -f(M_{33}, M_{23}, 2C_{S2}), 2C_{S1})$
$\delta^2 M_{24}$	$\frac{1}{4} f(M_{34}, -M_{24}, C_{S1} - 2C_{S2})$
$\delta^2 M_{31}$	$c_1 f(-f(M_{23}, M_{21}, P + 2C_{S1}), f(M_{33}, M_{32}, P + 2C_{S1}), 2C_{S2})$
$\delta^2 M_{32}$	$f(f(M_{23}, -M_{33}, 2C_{S2}), f(M_{22}, -M_{32}, 2C_{S2}), 2C_{S1})$
$\delta^2 M_{33}$	$f(f(-M_{22}, M_{32}, 2C_{S2}), f(M_{23}, -M_{33}, 2C_{S2}), 2C_{S1})$
$\delta^2 M_{34}$	$-\frac{1}{4} f(M_{24}, M_{34}, C_{S1} - 2C_{S2})$
$\delta^2 M_{41}$	$c_1 f(M_{43}, M_{42}, P + 2C_{S1} - C_{S2})$
$\delta^2 M_{42}$	$-f(M_{43}, M_{42}, 2C_{S1} - C_{S2})$
$\delta^2 M_{43}$	$f(M_{42}, -M_{43}, 2C_{S1} - C_{S2})$
$\delta^2 M_{44}$	$-\frac{1}{4} M_{44} \cos(2C_{S1} - 2C_{S2})$

- **Pour le second compensateur** (*i.e.*  $\kappa = 2$ ), les coefficients de la matrice d'erreur (6.37) sont détaillés dans le tableau 6.5. Dans les conditions de mesure 4-zones, on constate qu'il est possible d'éliminer les coefficients de la première ligne. La matrice d'erreur devient :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial C_{S2}^2} \delta C_{S2}^2 = 8 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \delta^2 M'_{21} & \delta^2 M_{22} & \delta^2 M_{23} & \delta^2 M_{24} \\ \delta^2 M'_{31} & \delta^2 M_{32} & \delta^2 M_{33} & \delta^2 M_{34} \\ \delta^2 M'_{41} & \delta^2 M_{42} & \delta^2 M_{43} & \delta^2 M_{44} \end{pmatrix} \delta C_{S2}^2, \quad (6.40)$$

avec les trois coefficients de la première colonne :

$$\begin{aligned} \delta^2 M'_{21} &= -f(M_{31}, M_{21}, 2C_{S2}), \\ \delta^2 M'_{13} &= f(M_{21}, -M_{31}, 2C_{S2}), \\ \delta^2 M'_{14} &= -\frac{M_{41}}{4} \cos 2C_{S2}. \end{aligned}$$

TABLEAU 6.5 – Matrice  $\delta^2\mathbf{M}$  (Eq. 6.37) pour le second compensateur. Les fonctions  $B_3 = c_1[\cos(2P + 4C_{S1}) - \cos 2P]$  et  $B_4 = c_1[\sin(2P + 4C_{S1}) - \sin 2P]$  sont nulles si on procède à une mesure double-zone sur  $P$  quelque soit  $C_{S1}$ .

coefficient	Expression
$\delta^2 M_{12}$	$c_2 f(f(M_{33}, M_{23}, A + 2C_{S2}), f(M_{32}, M_{22}, A + 2C_{S2}), 2C_{S1})$
$\delta^2 M_{13}$	$c_2 f(-f(M_{32}, M_{22}, A + 2C_{S2}), f(M_{33}, M_{23}, A + 2C_{S2}), 2C_{S1})$
$\delta^2 M_{14}$	$c_2 f(M_{34}, M_{24}, A - C_{S1} + 2C_{S2})$
$\delta^2 M_{21}$	$f(-M_{31} + B_3 M_{32} + B_4 M_{33}, -M_{21} + B_3 M_{22} + B_4 M_{23}, 2C_{S2})$
$\delta^2 M_{22}$	$-f(f(M_{33}, M_{23}, 2C_{S2}), f(M_{32}, M_{22}, 2C_{S2}), 2C_{S1})$
$\delta^2 M_{23}$	$f(f(M_{32}, M_{22}, 2C_{S2}), -f(M_{33}, M_{23}, 2C_{S2}), 2C_{S1})$
$\delta^2 M_{24}$	$f(M_{34}, -M_{24}, C_{S1} - 2C_{S2})$
$\delta^2 M_{31}$	$f(M_{21} - B_3 M_{22} - B_4 M_{23}, -M_{31} + B_3 M_{32} + B_4 M_{33}, 2C_{S2})$
$\delta^2 M_{32}$	$f(f(M_{23}, -M_{33}, 2C_{S2}), f(M_{22}, -M_{32}, 2C_{S2}), 2C_{S1})$
$\delta^2 M_{33}$	$f(f(-M_{22}, M_{32}, 2C_{S2}), f(M_{23}, -M_{33}, 2C_{S2}), 2C_{S1})$
$\delta^2 M_{34}$	$-f(M_{24}, M_{34}, C_{S1} - 2C_{S2})$
$\delta^2 M_{41}$	$\frac{1}{4}[-(M_{41} + M_{42}B_3 - M_{43}B_4) \cos 2C_{S2} + c_1 M_{42} \sin(2P + 4C_{S1}) \sin 2C_{S2} + c_1 M_{43} \sin(2P + 4C_{S1}) \cos 2C_{S2}]$
$\delta^2 M_{42}$	$-\frac{1}{4} f(M_{43}, M_{42}, 2C_{S1} - C_{S2})$
$\delta^2 M_{43}$	$\frac{1}{4} f(M_{42}, -M_{43}, 2C_{S1} - C_{S2})$
$\delta^2 M_{44}$	$-\frac{1}{4} M_{44} \cos(2C_{S1} - 2C_{S2})$

Les autres coefficients sont inchangés. Leur expression se retrouve dans le tableau 6.5. Dans le cas particulier où  $C_{S1} = C_{S2} = 0^\circ$ , alors :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial C_{S2}^2} \delta C_{S2}^2 = -2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4M_{21} & 4M_{22} & 4M_{23} & 4M_{24} \\ 4M_{31} & 4M_{32} & 4M_{33} & 4M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{pmatrix} \delta C_{S2}^2. \quad (6.41)$$

Seule, la première ligne de la matrice de Mueller ne sera pas affectée par une erreur de positionnement de  $C_{S2}$ .

### 6.6.3 Erreurs sur le déphasage des compensateurs

La matrice (6.34) permet d'exprimer les erreurs sur chaque coefficient. Ainsi,

– l'erreur au second ordre pour le **premier compensateur** ( $\kappa = 1$ ) est :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial \delta_1^2} \delta \delta_1^2 = \begin{pmatrix} 0 & -\tau_{1c} M_{12} & -\tau_{1c} M_{13} & -\frac{1}{2} M_{14} \\ f(\tau_{1s} M_{23}, \tau_{1c} M_{22}, P) & -\tau_{1c} M_{22} & -\tau_{1c} M_{23} & -\frac{1}{2} M_{24} \\ f(\tau_{1s} M_{33}, \tau_{1c} M_{32}, P) & -\tau_{1c} M_{32} & -\tau_{1c} M_{33} & -\frac{1}{2} M_{34} \\ f(\tau_{1s} M_{43}, \tau_{1c} M_{22}, P) & -\tau_{1c} M_{42} & -\tau_{1c} M_{43} & -\frac{1}{2} M_{44} \end{pmatrix} \delta \delta_1^2, \quad (6.42)$$

avec  $\tau_{1c} = \frac{\cos \delta_1}{2(\cos \delta_1 - 1)}$ ,  $\tau_{1s} = \frac{\sin \delta_1}{2(\cos \delta_1 - 1)}$ . On peut observer que des coefficients de la matrice 6.42 peuvent devenir nuls. Ainsi :

## 6.7. CAS PARTICULIER D'UN ÉCHANTILLON ISOTROPE

---

- Une procédure double-zone sur  $P$  annule l'erreur sur les coefficients de la première colonne.
- Si le compensateur est idéal,  $\delta_1 = 90^\circ$  les coefficients de la seconde et troisième colonnes s'annulent car  $\tau_{1c} = 0$ .

Si ces deux conditions sont réunies, alors la matrice 6.42 se transforme, et :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial \delta_1^2} \delta \delta_1^2 = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & M_{14} \\ 0 & 0 & 0 & M_{24} \\ 0 & 0 & 0 & M_{34} \\ 0 & 0 & 0 & M_{44} \end{pmatrix} \delta \delta_1^2. \quad (6.43)$$

L'erreur sur le déphasage du compensateur, au second ordre, se répercute alors uniquement les coefficients de la dernière colonne de la matrice.

– L'erreur au second ordre du déphasage du second compensateur ( $\kappa = 2$ ) est :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial \delta_2^2} \delta \delta_2^2 = \begin{pmatrix} 0 & \delta M_{12} & \delta M_{13} & \delta M_{14} \\ -\tau_{2c} M_{21} & -\tau_{2c} M_{22} & -\tau_{2c} M_{23} & -\tau_{2c} M_{24} \\ -\tau_{2c} M_{31} & -\tau_{2c} M_{32} & -\tau_{2c} M_{33} & -\tau_{2c} M_{34} \\ -\frac{1}{2} M_{41} & -\frac{1}{2} M_{42} & -\frac{1}{2} M_{43} & -\frac{1}{2} M_{44} \end{pmatrix} \delta \delta_2^2, \quad (6.44)$$

avec  $\tau_{2c} = \frac{\cos \delta_2}{2(\cos \delta_2 - 1)}$ ,  $\tau_{2s} = \frac{\sin \delta_2}{2(\cos \delta_2 - 1)}$  et

- $\delta M_{12} = f(\tau_{2s} M_{32}, \tau_{2c} M_{22}, A)$ ,
- $\delta M_{13} = f(\tau_{2s} M_{33}, \tau_{2c} M_{23}, A)$ ,
- $\delta M_{14} = f(\tau_{2s} M_{34}, \tau_{2c} M_{24}, A)$ .

Certains coefficients de la matrice 6.44 peuvent s'annuler :

- Les trois coefficients,  $\delta M_{12}$ ,  $\delta M_{13}$  et  $\delta M_{14}$  s'annulent en procédant à une mesure double-zone sur  $A$ .
- La seconde et la troisième ligne sont nulles uniquement si  $\delta_2 = 90^\circ$  (i.e.  $\tau_{2c} = 0$ ).

En respectant ces deux conditions simultanément, la matrice d'erreur du second ordre se transforme et devient :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial \delta_2^2} \delta \delta_2^2 = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\tau_{2c} M_{22} & 0 & 0 \\ 0 & -\tau_{2c} M_{32} & 0 & 0 \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{pmatrix} \delta \delta_2^2. \quad (6.45)$$

L'erreur sur le déphasage du compensateur, au second ordre, se répercute uniquement sur les coefficients de la dernière ligne de la matrice de Mueller.

## 6.7 Cas particulier d'un échantillon isotrope

Nous avons répertorié et donné les expressions des erreurs, au premier et au second ordre, dans le cas général. La matrice de réflexion d'un échantillon parfaitement isotrope et non dépolarisant possède des coefficients nuls. En conséquence, la valeur de ses coefficients

annulent l'influence des erreurs sur le résultat final. Il n'est donc pas inutile de répertorier, dans les cas favorables (et simples) où  $C_{S1} = C_{S2} = 0^\circ$  et  $\delta_1 = \delta_2 = 90^\circ$  suite à une procédure 4-zones, les matrices d'erreurs obtenues. La matrice de Mueller de l'échantillon isotrope est de la forme :

$$\mathbf{M}^0 = \begin{pmatrix} 1 & -N & 0 & 0 \\ -N & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C & S \\ 0 & 0 & -S & C \end{pmatrix},$$

avec  $N = \cos 2\Psi_{pp}$ ,  $S = \sin 2\Psi_{pp} \sin \Delta_{pp}$  et  $C = \sin 2\Psi_{pp} \cos \Delta_{pp}$  et donc,  $M_{12} = M_{21} = -N$ ,  $M_{22} = 1$ ,  $M_{33} = M_{44} = C$ ,  $M_{34} = S$  et  $M_{43} = -S$ .

Ainsi :

– **Erreurs de positionnement des éléments du PSG**

Le polariseur :

$$\delta\mathbf{M}_P = 2 \begin{pmatrix} 0 & N\delta P^2 & -N\delta P & 0 \\ 0 & -\delta P^2 & \delta P & S\delta P \\ 0 & -C\delta P & -C\delta P^2 & -S\delta P^2 \\ 0 & S\delta P & S\delta P^2 & -C\delta P^2 \end{pmatrix}. \quad (6.46)$$

Le second compensateur :

$$\delta\mathbf{M}_{CS1} = 2 \begin{pmatrix} 0 & 4N\delta C_{S1}^2 & 2N\delta C_{S1} & 0 \\ 0 & -4\delta C_{S1}^2 & -2\delta C_{S1} & -S\delta C_{S1} \\ 0 & 2C\delta C_{S1} & 4C\delta C_{S1}^2 & -S\delta C_{S1}^2 \\ 0 & 2S\delta C_{S1} & 4S\delta C_{S1}^2 & C\delta C_{S1}^2 \end{pmatrix}. \quad (6.47)$$

Une erreur de positionnement d'un élément du PSG donne :

- La première colonne de la matrice ( $M_{21}$ ,  $M_{31}$ ,  $M_{41}$ ) et  $M_{14}$  ne sont pas affectés par ce type d'erreur.
- Les erreurs au premier ordre, ont une influence sur les coefficients  $M_{13}$ ,  $M_{23}$ ,  $M_{24}$ ,  $M_{32}$  et  $M_{42}$ . Cependant, il ne s'agit pas de coefficients *utiles* pour la mesure des angles ellipsométriques d'un échantillon isotrope.
- Les erreurs du second ordre, ont une influence sur  $M_{12}$ ,  $M_{22}$ ,  $M_{33}$ ,  $M_{34}$ ,  $M_{43}$  et  $M_{44}$ .

– **Erreurs de positionnement des éléments du PSD**

L'analyseur :

$$\delta\mathbf{M}_A = 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ N\delta A^2 & -\delta A^2 & -C\delta A & -S\delta A \\ -N\delta A & \delta A & -C\delta A^2 & -S\delta A^2 \\ 0 & -S\delta A & S\delta A^2 & -C\delta A^2 \end{pmatrix}. \quad (6.48)$$

Le second compensateur :

$$\delta\mathbf{M}_{CS2} = 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4N\delta C_{S2}^2 & -4\delta C_{S2}^2 & 2C\delta C_{S2} & 2S\delta C_{S2} \\ 2N\delta C_{S2} & -2\delta C_{S2} & 4C\delta C_{S2}^2 & -4S\delta C_{S2}^2 \\ 0 & -S\delta C_{S2} & S\delta C_{S2}^2 & C\delta C_{S2}^2 \end{pmatrix}. \quad (6.49)$$

Une erreur de positionnement d'un élément donne :

- La première ligne de la matrice, soit  $M_{12}$  à  $M_{14}$  et  $M_{41}$  ne sont pas affectés par ce type d'erreur.
- Les erreurs au premier ordre, ont une influence sur les coefficients  $M_{23}$ ,  $M_{24}$ ,  $M_{31}$ ,  $M_{32}$  et  $M_{42}$ . Cependant, il ne s'agit pas de coefficients *utiles* pour la mesure des angles ellipsométriques d'un échantillon isotrope.
- Les erreurs du second ordre, ont une influence sur  $M_{21}$ ,  $M_{22}$ ,  $M_{33}$ ,  $M_{34}$ ,  $M_{43}$  et  $M_{44}$ .

– **Erreurs sur le déphasage des compensateurs**

- Le premier compensateur :

$$\delta\mathbf{M}_{\delta_1} = \begin{pmatrix} 0 & -N\delta\delta_1 & 0 & \approx 0 \\ 0 & \delta\delta_1 & 0 & \approx 0 \\ 0 & 0 & C\delta\delta_1 & -S(\delta\delta_1)^2/2 \\ 0 & 0 & S\delta\delta_1 & -C(\delta\delta_1)^2/2 \end{pmatrix}. \quad (6.50)$$

Les erreurs affectent, au premier ordre, les coefficients  $M_{12}$ ,  $M_{22}$ ,  $M_{33}$ ,  $M_{43}$  et au second ordre, les coefficients  $M_{34}$  et  $M_{44}$ .

- Le second compensateur :

$$\delta\mathbf{M}_{\delta_2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -N\delta\delta_2 & \delta\delta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C\delta\delta_2 & S\delta\delta_2 \\ \approx 0 & \approx 0 & S(\delta\delta_2)^2/2 & -C(\delta\delta_2)^2/2 \end{pmatrix}. \quad (6.51)$$

Les erreurs affectent, au premier ordre, les coefficients  $M_{21}$ ,  $M_{22}$ ,  $M_{33}$ ,  $M_{34}$  et au second ordre, les coefficients  $M_{43}$  et  $M_{44}$ .

## 6.7.1 Illustration

### 6.7.1.1 Exemples numériques

Nous avons procédé aux calculs numériques des erreurs pour trois échantillons tests :

- L'air, soit une mesure "sans échantillon ou une mesure en ligne",  $N = 0.0$ ,  $S = 0.0$ ,  $C = 1.0$ .
- Un échantillon isotrope, dont les angles ellipsométriques seraient  $\Psi = 47^\circ$  et  $\Delta = 79^\circ$ , soit  $N = -0.0698$ ,  $S = 0.9788$  et  $C = 0.1903$ .
- Un échantillon anisotrope<sup>4</sup> caractérisé par la matrice

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1.0 & 0.0077 & 0.0247 & 0.0108 \\ 0.006 & 1.0023 & 0.0207 & 0.0196 \\ -0.0259 & 0.0259 & -1.0014 & 0.0151 \\ -0.0115 & 0.0229 & -0.0159 & -0.9857 \end{pmatrix}.$$

Pour ces trois cas, nous avons simulé toutes les erreurs des éléments optiques entre  $-1^\circ$  et  $+1^\circ$  avec un pas de  $0.1^\circ$  et cela pour deux configurations : avec ou sans mesure 4-zones si  $C_{S1} = C_{S2} = 0^\circ$  et  $\delta_1 = \delta_2 = 90^\circ$ .

Les résultats obtenus sont présentés sous la forme :  $\overline{Erreur} \pm \sigma_{Erreur}$ .

#### • Pour l'air

- si  $A = P = 0^\circ$  :

$$\delta\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 0 & \approx 0 \pm 0.011 & 0 \pm 0.030 & 0 \\ \approx 0 \pm 0.011 & -0.002 \pm 0.015 & 0 \pm 0.067 & 0 \\ 0 \pm 0.021 & 0 \pm 0.067 & -0.002 \pm 0.015 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.001 \pm 0.0004 \end{pmatrix}.$$

- Mesure 4-zones ( $A, P = \pm 45^\circ$ ) :

$$\delta\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.002 \pm 0.015 & 0 \pm 0.067 & 0 \\ 0 & 0 \pm 0.067 & 0.001 \pm 0.015 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \approx 0 \pm 0.0004 \end{pmatrix}.$$

Toutes les erreurs moyennes sont proches de zéro mais les écarts-types sont toujours supérieurs à  $10^{-2}$  sauf pour  $M_{44}$ . La procédure 4-zones permet d'éliminer les erreurs de la première ligne et de la première colonne.

#### • Pour l'échantillon isotrope

- si  $A = P = 0^\circ$  :

$$\delta\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 0 & \approx 0 \pm 0.011 & 0 \pm 0.007 & 0 \pm 0.037 \\ \approx 0 \pm 0.011 & -0.001 \pm 0.015 & 0 \pm 0.048 & 0 \pm 0.055 \\ \approx 0 \pm 0.007 & 0 \pm 0.048 & \approx -0 \pm 0.003 & -0.001 \pm 0.010 \\ 0 \pm 0.033 & 0 \pm 0.055 & 0.001 \pm 0.010 & \approx -0 \pm 0 \end{pmatrix}.$$

---

4. Il s'agit de l'échantillon nommé *dielectric S* dont les valeurs sont extraites de [Le Roy-Brehonnet et Le Jeune, 1997].

- Mesure 4-zones ( $A, P = \pm 45^\circ$ ) :

$$\delta\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 0 & \approx -0 \pm 0.001 & 0 \pm 0.003 & 0 \\ \approx -0 \pm 0.001 & -0.002 \pm 0.015 & 0 \pm 0.048 & 0 \pm 0.055 \\ 0 \pm 0.003 & 0 \pm 0.048 & \approx 0 \pm 0 & -0.002 \pm 0.010 \\ 0 & 0 \pm 0.055 & 0.002 \pm 0.010 & \approx 0 \pm 0 \end{pmatrix}.$$

Tous les coefficients de la matrice sont entachés d'erreurs. Elles sont faibles (i.e.  $< 10^{-2}$ ) pour  $M_{13}$ ,  $M_{31}$ ,  $M_{33}$  et  $M_{44}$  et plus élevées ( $> 10^{-2}$ ) pour les autres. Par exemple, l'écart-type de  $M_{12}$  ou  $M_{21}$  est égal à 0.011 ce qui induit  $\sigma_\Psi = 0.3^\circ$ . Les faibles erreurs sur  $M_{33}$ ,  $M_{34}$ ,  $M_{43}$  et  $M_{44}$  provoquent  $\sigma_\Delta = 0.4^\circ$ . La procédure 4-zones est très efficace pour cet échantillon, les erreurs sont alors nulles pour  $M_{14}$  et  $M_{41}$ . Les écarts-types sont divisés par 10 pour  $M_{12}$  et  $M_{21}$  et divisés par 2 pour  $M_{13}$  et  $M_{31}$  et sont aussi très proches de 0 pour  $M_{33}$ . Ils demeurent inchangés pour les autres coefficients.

- Pour l'échantillon anisotrope

- si  $A = P = 0^\circ$  :

$$\delta\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 0 & \approx 0 \pm 0.011 & \approx -0 \pm 0.030 & \approx 0 \pm 0.0006 \\ \approx 0 \pm 0.011 & -0.002 \pm 0.015 & \approx -0 \pm 0.067 & \approx -0 \pm 0.001 \\ \approx 0 \pm 0.030 & \approx -0 \pm 0.067 & 0.002 \pm 0.015 & \approx -0 \pm 0.001 \\ \approx -0 \pm 0.0005 & \approx -0 \pm 0.001 & \approx 0 \pm 0.001 & 0.001 \pm 0.004 \end{pmatrix}.$$

- Mesure 4-zones ( $A, P = \pm 45^\circ$ ) :

$$\delta\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 0 & \approx -0 \pm 0.001 & \approx -0 \pm 0.0004 & \approx -0 \pm 0 \\ 0 \pm 0.001 & \approx -0 \pm 0.015 & \approx -0 \pm 0.067 & \approx -0 \pm 0.001 \\ \approx 0 \pm 0 & \approx -0 \pm 0.067 & 0.003 \pm 0.015 & \approx -0 \pm 0.001 \\ \approx 0 \pm 0 & \approx -0 \pm 0.001 & \approx 0 \pm 0.001 & 0.0015 \pm 0.0006 \end{pmatrix}.$$

Les erreurs moyennes sont toutes très proches de 0. La procédure 4-zones a permis de réduire l'erreur moyenne sur  $M_{22}$ , mais a augmenté celle sur  $M_{33}$ .

Les écarts-types, sont faibles (i.e.  $\leq 10^{-3}$ ) pour  $M_{i4}$  (dernière colonne) et  $M_{4j}$  (dernière ligne). Ils sont  $> 10^{-2}$  pour tous les autres coefficients et particulièrement élevés pour  $M_{13}$ ,  $M_{23}$ ,  $M_{31}$  et  $M_{32}$  ( $\geq 0.03$ ). L'utilisation de la procédure 4-zones réduit les écarts-types des coefficients de la première ligne, de la première colonne et  $M_{44}$ . Ils ont été divisés par 10 pour  $M_{12}$  et  $M_{21}$  et sont devenus pratiquement inexistant ( $< 10^{-3}$ ) pour  $M_{13}$ ,  $M_{14}$ ,  $M_{31}$ ,  $M_{41}$  et  $M_{44}$ .

### 6.7.1.2 Mesures expérimentales

Pour valider cette étude, il suffit de réaliser des mesures expérimentales et les comparer à nos simulations. Nous choisissons pour cela l'échantillon isotrope ( $108nm - SiO_2/Si$  à  $\lambda = 633nm$  et  $\theta = 70^\circ$ ) et nous nous intéressons aux erreurs dues au mauvais positionnement de l'analyseur.

Les conditions expérimentales sont les suivantes :

- Nous effectuons un balayage de l'analyseur autour de sa position  $A = 0^\circ$  ou, dans certains cas, autour de  $A = 90^\circ$ .
- La position du polariseur est fixe (à priori sans erreur de positionnement) à  $P = 0^\circ$  ou selon le cas,  $P = 90^\circ$ .

## 6.7. CAS PARTICULIER D'UN ÉCHANTILLON ISOTROPE

- Les réglages mécaniques des assemblages moteurs/codeurs optiques/compensateurs ont permis d'obtenir  $C_{S1} = 0.69^\circ$  et  $C_{S2} = 1.66^\circ$ .

Dans ces conditions, les erreurs attendues (premier et second ordre) sont égales à

$$\delta\mathbf{M} = 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2c_2C\delta A & 2c_2S\delta A \\ 0 & N\delta A^2 & -\delta A^2 & -C\delta A \\ -N\delta A & \delta A & -C\delta A^2 & -S\delta A^2 \\ c_1S\delta A & -S\delta A & S\delta A^2 & -C\delta A^2 \end{pmatrix}.$$

Nous observons sur la figure 6.6, que les mesures réalisées pour un balayage de l'analyseur entre  $-3^\circ$  et  $+3^\circ$  sont en accord avec les calculs théoriques représentés par des lignes. De plus :

- Pour les coefficients  $M_{13}$ ,  $M_{14}$  et  $M_{41}$ , on observe le bien fondé d'une procédure de

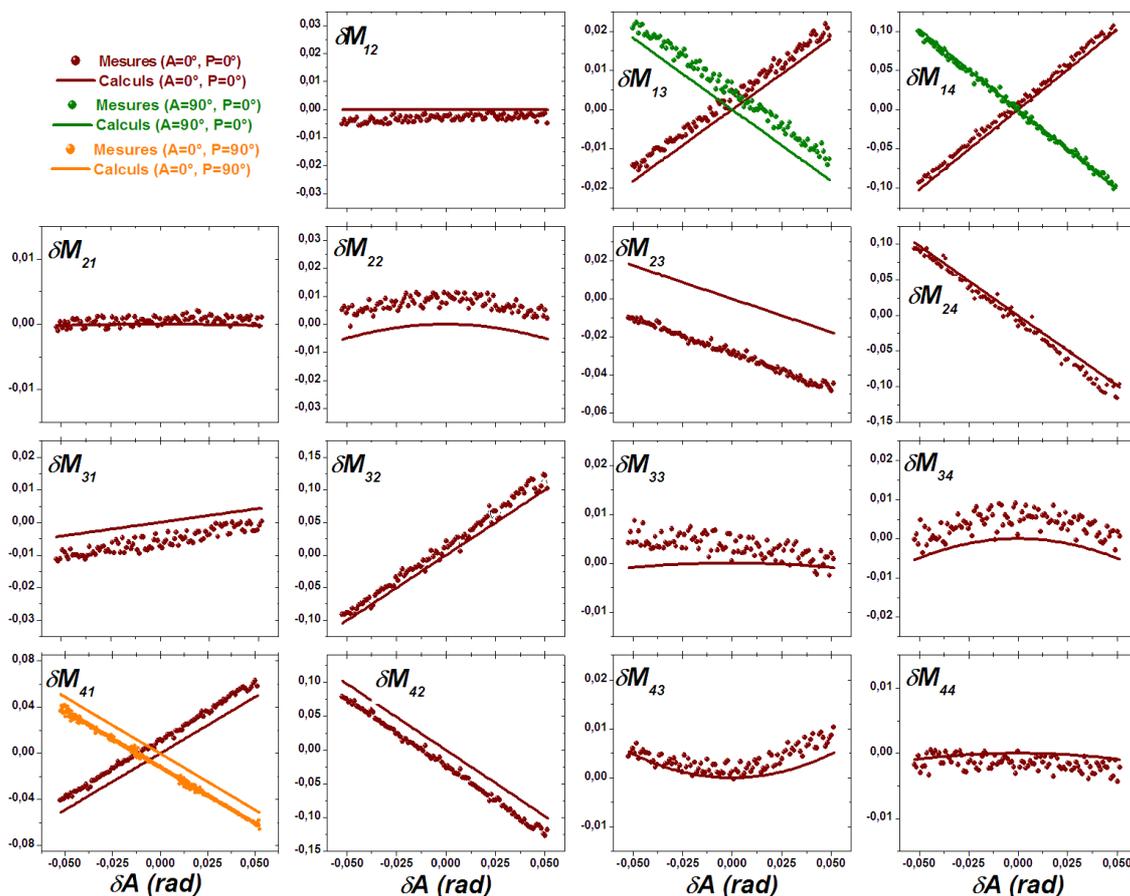


FIGURE 6.6 – Erreurs dues à une mauvaise position de l'analyseur. Les courbes théoriques sont représentées par des lignes et les mesures, par des points effectuées avec  $A = P = 0^\circ$  (courbes et points bruns), et avec  $A = 90^\circ ; P = 0^\circ$  (courbes et points verts) pour  $M_{13}$  et  $M_{14}$  et  $A = 0^\circ ; P = 90^\circ$  (courbe et points orange) pour  $M_{41}$ . De plus,  $C_{S1} = 0.69^\circ$ ,  $C_{S2} = 1.66^\circ$ .

## 6.7. CAS PARTICULIER D'UN ÉCHANTILLON ISOTROPE

---

mesure en double-zone pour éliminer ce type d'erreur. La procédure 4-zones éliminera aussi les erreurs sur ces trois coefficients.

- La figure montre qu'il existe, pour certains coefficients, un décalage entre nos calculs et les données expérimentales. Ce décalage reste tout de même très faible et, dans tous les cas, inférieur à l'écart-type déterminé par l'étude statistique (Tab. 6.9). On peut envisager d'attribuer ce décalage aux autres erreurs.
- Les erreurs systématiques sont du même ordre de grandeur que les erreurs aléatoires.

TABLEAU 6.6 – Erreur de l’analyseur et du polariseur (avec  $c_\kappa = \cos^2 \frac{\delta_\kappa}{2}$ ).

coefficient	Erreur de l’analyseur	Erreur du polariseur
$\delta M_{12}$	$4c_2 f(-M_{22}, M_{32}, A)\delta A$	$-2M_{13}\delta P$
$\delta M_{13}$	$4c_2 f(-M_{23}, M_{33}, A)\delta A$	$2M_{12}\delta P$
$\delta M_{14}$	$4c_2 f(-M_{24}, M_{34}, A)\delta A$	$2c_2 f(M_{24}, -M_{34}, A)\delta P$
$\delta M_{21}$	$-2M_{31}\delta A - 2M_{21}\delta A^2$	$4c_1 f(-M_{22}, M_{23}, P)\delta P - 2M_{21}\delta P^2$
$\delta M_{22}$	$-2M_{32}\delta A - 2M_{22}\delta A^2$	$-2M_{23}\delta P - 2M_{22}\delta P^2$
$\delta M_{23}$	$-2M_{33}\delta A - 2M_{23}\delta A^2$	$2M_{22}\delta P - 2M_{23}\delta P^2$
$\delta M_{24}$	$-2M_{34}\delta A - 2M_{24}\delta A^2$	$2M_{34}\delta P - 2M_{24}\delta P^2$
$\delta M_{31}$	$2M_{21}\delta A - 2M_{31}\delta A^2$	$4c_1 f(-M_{32}, M_{33}, P)\delta P - 2M_{31}\delta P^2$
$\delta M_{32}$	$2M_{22}\delta A - 2M_{32}\delta A^2$	$-2M_{33}\delta P - 2M_{32}\delta P^2$
$\delta M_{33}$	$2M_{23}\delta A - 2M_{33}\delta A^2$	$2M_{32}\delta P - 2M_{33}\delta P^2$
$\delta M_{34}$	$2M_{24}\delta A - 2M_{34}\delta A^2$	$-2M_{24}\delta P - 2M_{34}\delta P^2$
$\delta M_{41}$	$2c_1 f(M_{42}, -M_{43}, P)\delta A - 2M_{41}\delta A^2$	$4c_1 f(-M_{42}, M_{43}, P)\delta P - 2M_{41}\delta P^2$
$\delta M_{42}$	$2M_{43}\delta A - 2M_{42}\delta A^2$	$-2M_{43}\delta P - 2M_{42}\delta P^2$
$\delta M_{43}$	$-2M_{42}\delta A - 2M_{43}\delta A^2$	$2M_{42}\delta P - 2M_{43}\delta P^2$
$\delta M_{44}$	$-2M_{44}\delta A^2$	$-2M_{44}\delta P^2$

## 6.8 Influence du déphasage des compensateurs

Les différentes matrices d’erreur montrent que le déphasage des compensateurs influe sur plusieurs coefficients. Ainsi, même si on rencontre principalement sur ce type d’instrument des compensateurs quart d’onde, il a été démontré pour un polarimètre de type DRP (Dual Rotating Retarder) que le déphasage optimum des compensateurs n’était pas de  $90^\circ$  mais plutôt égal à  $127^\circ$  [Smith, 2002]. Cette valeur permet de réduire les erreurs aléatoires. Nous présentons l’étude comparative de l’influence du déphasage des compensateurs sur les erreurs systématiques.

### 6.8.1 Analyseur et polariseur

Dans le cas général, les erreurs, du premier et du second ordre sont présentées dans le tableau 6.6 pour une erreur de positionnement de l’analyseur et du polariseur. L’analyse montre que tous les coefficients ne sont pas fonction de la valeur du déphasage des compensateurs.

- Pour l’**analyseur**, les erreurs sur  $M_{12}$ ,  $M_{13}$ ,  $M_{14}$  et  $M_{41}$  sont proportionnelles à  $c_\kappa = \cos^2 \frac{\delta_\kappa}{2}$ , avec  $\kappa = 1, 2$  selon que l’on considère le premier ou le second compensateur. Elles sont alors plus faibles si  $\delta_\kappa = 127^\circ$ . Mais, elles sont, dans tous les cas, éliminées si on procède à des mesures double-zone ou 4-zones<sup>5</sup>. Le déphasage n’influe pas sur l’erreur provoquée par une mauvaise position de l’analyseur.
- Pour le **polariseur**, les erreurs sur  $M_{14}$ ,  $M_{21}$ ,  $M_{31}$  et  $M_{41}$  sont aussi plus faibles si  $\delta_\kappa = 127^\circ$ . Mais, elles sont aussi éliminées par une mesure double-zone ou 4-zones.

5. i.e.  $f(x, y, 45^\circ) = -f(x, y, -45^\circ)$

## 6.8. INFLUENCE DU DÉPHASAGE DES COMPENSATEURS

TABLEAU 6.7 – Les meilleurs conditions des compensateurs pour une mesure simple ( $A = P = 0^\circ$ ). 0  $\rightarrow$  pas d'erreur ;  $\equiv$   $\rightarrow$  erreurs indépendantes de  $\delta_\kappa$ .

	premier ordre						second ordre					
	$\delta A$	$\delta P$	$\delta C_{S1}$	$\delta C_{S2}$	$\delta\delta_1$	$\delta\delta_2$	$\delta A^2$	$\delta P^2$	$\delta C_{S1}^2$	$\delta C_{S2}^2$	$\delta\delta_1^2$	$\delta\delta_2^2$
$\delta M_{12}$	127°	$\equiv$	$\equiv$	127°	127°	127°	0	$\equiv$	$\equiv$	127°	90°	90°
$\delta M_{13}$	127°	$\equiv$	$\equiv$	127°	127°	127°	0	$\equiv$	$\equiv$	127°	90°	90°
$\delta M_{14}$	127°	127°	127°	127°	90°	127°	0	$\equiv$	$\equiv$	127°	$\equiv$	90°
$\delta M_{21}$	$\equiv$	127°	127°	$\equiv$	127°	127°	$\equiv$	0	127°	$\equiv$	90°	90°
$\delta M_{22}$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	127°	127°	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	90°	90°
$\delta M_{23}$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	127°	127°	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	90°	90°
$\delta M_{24}$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	90°	127°	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	90°
$\delta M_{31}$	$\equiv$	127°	127°	$\equiv$	127°	127°	$\equiv$	0	127°	$\equiv$	90°	90°
$\delta M_{32}$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	127°	127°	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	90°	90°
$\delta M_{33}$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	127°	127°	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	90°	90°
$\delta M_{34}$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	90°	127°	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	90°
$\delta M_{41}$	127°	127°	127°	127°	127°	90°	$\equiv$	0	127°	$\equiv$	90°	$\equiv$
$\delta M_{42}$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	127°	90°	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	90°	$\equiv$
$\delta M_{43}$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	127°	90°	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	90°	$\equiv$
$\delta M_{44}$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	90°	90°	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$

Les erreurs sur les autres coefficients sont indépendantes de  $\delta_\kappa$ . Dans les conditions de mesures 4-zones, le déphasage des compensateurs n'a pas d'influence sur les coefficients.

Ces conclusions sont résumées dans les tableaux 6.7 et 6.8. Selon l'application, on peut recommander l'usage de compensateurs avec un déphasage de 127° pour suivre, par exemple, l'évolution d'une surface (mesure simple qui ne nécessite pas le déplacement de l'analyseur et/ou du polariseur). Par contre, la procédure 4-zones permet le même résultat quelque soit le déphasage des compensateurs utilisés.

### 6.8.2 Les compensateurs

#### 6.8.2.1 Erreurs d'azimut

- **Le premier compensateur** :  $\delta M_{14}$  dépend du déphasage du second compensateur et  $\delta M_{21}$ ,  $\delta M_{31}$ ,  $\delta M_{41}$  dépendent du déphasage du premier compensateur et sont plus faibles si  $\delta_i = 127^\circ$  (Tab. 6.7). Les autres coefficients ne sont pas affectés.  $\delta M_{21} = \delta M_{31} = \delta M_{41} = 0$  si une mesure double-zone sur l'analyseur est réalisée quelque soit le compensateur utilisé (Tab. 6.8). Pour  $\delta M_{14}$ , une mesure double-zone sur l'analyseur éliminera l'influence du déphasage. Cependant, l'erreur au second ordre subsistera toujours.
- **Le premier compensateur** :  $M_{12}$ ,  $M_{13}$  et  $M_{14}$  dépendent de  $\delta_2$ ,  $M_{41}$  dépend de  $\delta_1$  et sont plus faibles si  $\delta_i = 127^\circ$  (Tab. 6.7).  $M_{12}$ ,  $M_{13}$  et  $M_{14}$  s'annuleront si une mesure double-zone sur  $P$  est réalisée (Tab. 6.8). Pour  $M_{41}$  une mesure double-zone

## 6.8. INFLUENCE DU DÉPHASAGE DES COMPENSATEURS

TABLEAU 6.8 – Conditions optimales pour les compensateurs avec une mesure 4-zones ( $A = \pm 45^\circ$  et  $P = \pm 45^\circ$ ). 0  $\rightarrow$  pas d'erreur ;  $\equiv$   $\rightarrow$  les erreurs sont indépendantes de  $\delta_1, \delta_2$ .

	premier ordre						second ordre					
	$\delta A$	$\delta P$	$\delta C_{S1}$	$\delta C_{S2}$	$\delta\delta_1$	$\delta\delta_2$	$\delta A^2$	$\delta P^2$	$\delta C_{S1}^2$	$\delta C_{S2}^2$	$\delta\delta_1^2$	$\delta\delta_2^2$
$\delta M_{12}$	0	$\equiv$	$\equiv$	0	127°	0	0	$\equiv$	$\equiv$	0	90°	0
$\delta M_{13}$	0	$\equiv$	$\equiv$	0	127°	0	0	$\equiv$	$\equiv$	0	90°	0
$\delta M_{14}$	0	0	0	0	90°	0	0	$\equiv$	$\equiv$	0	$\equiv$	0
$\delta M_{21}$	$\equiv$	0	0	$\equiv$	0	127°	$\equiv$	0	0	$\equiv$	0	90°
$\delta M_{22}$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	127°	127°	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	90°	90°
$\delta M_{23}$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	127°	127°	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	90°	90°
$\delta M_{24}$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	90°	127°	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	90°
$\delta M_{31}$	$\equiv$	0	0	$\equiv$	0	127°	$\equiv$	0	0	$\equiv$	0	90°
$\delta M_{32}$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	127°	127°	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	90°	90°
$\delta M_{33}$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	127°	127°	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	90°	90°
$\delta M_{34}$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	90°	127°	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	90°
$\delta M_{41}$	0	0	0	0	0	90°	$\equiv$	0	0	$\equiv$	0	$\equiv$
$\delta M_{42}$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	127°	90°	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	90°	$\equiv$
$\delta M_{43}$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	127°	90°	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	90°	$\equiv$
$\delta M_{44}$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	90°	90°	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$	$\equiv$

sur  $P$  éliminera les erreurs du premier ordre, mais une erreur d'ordre 2 persistera toujours.

Comme pour l'analyseur et le polariseur, utiliser des compensateurs dont le déphasage est égal à  $127^\circ$  est bénéfique avec une simple mesure. Il n'y a, en revanche, plus aucun avantage si une mesure 4-zones est réalisée.

### Erreurs sur le déphasage

- **Sur  $\delta_1$**  : Avec une mesure simple, (Tab. 6.7), 4 coefficients sont réduits, au premier ordre, si  $\delta_1 = 90^\circ$ , par contre pour les autres, avoir  $\delta_1 = 127^\circ$  est mieux adapté. Au second ordre, l'ensemble des coefficients seront plus faibles avec  $\delta_1 = 90^\circ$  et une procédure 4-zones (Tab. 6.8). On peut faire les mêmes commentaires sauf pour  $\delta M_{21}$ ,  $\delta M_{31}$  et  $\delta M_{41}$  où les erreurs deviendraient nulles.
- **Sur  $\delta_2$**  : Commentaires identiques.

Dans le cas d'erreurs sur le déphasage des éléments, certains coefficients sont réduits si  $\delta_i = 127^\circ$  et d'autres si  $\delta_i = 90^\circ$ . La procédure 4-zones élimine quelque coefficients.

### 6.8.3 Simulation

Les erreurs sont calculées dans le cas d'un échantillon isotrope parfait avec  $\Psi = 47^\circ$  et  $\Delta = 79^\circ$ . Nous avons simulé pour tous les éléments, une erreur comprise entre  $-1^\circ$  et  $+1^\circ$

## 6.8. INFLUENCE DU DÉPHASAGE DES COMPENSATEURS

---

par pas de  $0.1^\circ$ . Les simulations sont présentées pour les 2 configurations ( $127^\circ$  et  $90^\circ$ ) dans le tableau 6.9. Pour chaque coefficient, la valeur moyenne et son écart-type sont calculés.

L'étude montre que :

- Tous les coefficients de la matrice sont affectés par les erreurs.
- L'erreur moyenne est généralement proche de zéro et indépendante de  $\delta_\kappa$ .
- Une seule exception : le coefficient  $M_{44}$  a une erreur moyenne multipliée par 10 si  $\delta_\kappa = 127^\circ$  par rapport à  $\delta_\kappa = 90^\circ$ .
- Si  $\delta_1 = 127^\circ$ , des erreurs apparaissent car elles sont proportionnelles à  $-\tau_{1c}M_{i2}$  et  $-\tau_{1c}M_{i3}$  (seconde et troisième colonne). Dans ce cas,  $\tau_{1c} \approx 0.188$ . La même interprétation peut se faire pour le second compensateur (Eq. 6.44).
- Les écarts-types sont plus faibles avec  $127^\circ$  sauf pour  $M_{23}$ ,  $M_{24}$ ,  $M_{32}$  et  $M_{42}$  où ils sont inchangés.

TABLEAU 6.9 – Etude statistique des erreurs sur la matrice de Mueller d'un échantillon parfaitement isotrope avec  $\Psi = 47^\circ$  et  $\Delta = 79^\circ$ . Configuration de calcul :  $A = P = C_{S1} = C_{S2} = 0^\circ$ . Toutes les erreurs sont simulées entre  $-1^\circ$  et  $+1^\circ$  (pas  $0.1^\circ$ ).

Configuration	Erreur ( $\overline{\delta M_{ij}} \pm \sigma$ )			
$\delta_1 = \delta_2 = 90^\circ$	$\begin{pmatrix} 0 & \approx 0 \pm 0.011 & \approx 0 \pm 0.007 & 0 \pm 0.037 \\ \approx 0 \pm 0.011 & -0.001 \pm 0.015 & 0 \pm 0.048 & 0 \pm 0.055 \\ \approx 0 \pm 0.007 & 0 \pm 0.048 & \approx 0 \pm 0.003 & -0.001 \pm 0.010 \\ 0 \pm 0.033 & 0 \pm 0.055 & 0.001 \pm 0.010 & \approx 0 \pm 0.0001 \end{pmatrix}$			
$\delta_1 = \delta_2 = 127^\circ$	$\begin{pmatrix} 0 & \approx 0 \pm 0.005 & 0 \pm 0.004 & 0 \pm 0.015 \\ \approx 0 \pm 0.005 & -0.001 \pm 0.007 & 0 \pm 0.048 & 0 \pm 0.055 \\ \approx 0 \pm 0.004 & 0 \pm 0.048 & \approx 0 \pm 0.001 & -0.001 \pm 0.009 \\ \approx 0 \pm 0.013 & 0 \pm 0.055 & 0.001 \pm 0.009 & -0.001 \pm 0.002 \end{pmatrix}$			

## 6.9 Conclusions

A l'aide, de simulations et d'applications, nous avons montré l'importance que peuvent avoir les erreurs systématiques sur les mesures obtenues avec un ellipsomètre à matrice de Mueller à deux compensateurs tournants. Il a été montré que les erreurs systématiques du second ordre n'étaient pas négligeables et qu'elles pouvaient *fausser* le résultat d'un mesurage. Nous avons développé une procédure de mesure qui élimine l'influence des erreurs sur la matrice mesurée. Cette méthode, de mesure *4-zones* a montré son efficacité dans certains cas. Il convient alors d'être vigilant sur la qualité des éléments optiques utilisés, lors de leur assemblage et également lors des différentes étapes de calibrage pour limiter l'impact de ce type d'erreur sur la mesure effectuée. L'étude et les résultats présentés dans cette partie ont fait l'objet de plusieurs articles publiés ces dernières années [Broch *et al.*, 2008, Piller *et al.*, 2008, Broch *et al.*, 2010, Broch *et al.*, 2011].

# Conclusion générale

Nous avons présenté les différents travaux menés sur les erreurs aléatoires et systématiques pour 4 types d'ellipsomètres :

- Un ellipsomètre à polariseur tournant à 3 éléments de type : polariseur / polariseur tournant et analyseur (PRPSE) pour lequel nous avons caractérisé l'influence des erreurs aléatoires sur les mesures. Pour limiter l'impact de ce type d'erreurs sur le résultat final, nous avons mis au point une méthode de tracking, qui consiste à déplacer l'analyseur en fonction des angles ellipsométriques du système étudié [En Naciri *et al.*, 2002]. Les erreurs systématiques avaient déjà fait l'objet de travaux antérieurs. Nous avons montré tout le potentiel de cette configuration et développé des procédures de mesure pour réduire la propagation des erreurs.
- Un ellipsomètre à polariseur tournant de type : polariseur / polariseur tournant / compensateur et analyseur (PRPCSE) qui a une aptitude particulière pour la mesure d'échantillons transparents et substrats. Il s'agit d'une extension de l'instrument précédent. Il est bien adapté pour la caractérisation d'échantillons dont l'angle  $\Delta$  est proche de  $0^\circ$  ou  $180^\circ$  [Broch et Johann, 2004]. Avec un élément optique supplémentaire, la mesure des paramètres ellipsométriques est plus longue car il est nécessaire de positionner les éléments optiques à plusieurs angles.
- Un ellipsomètre à compensateur tournant de type : polariseur / compensateur tournant et analyseur, nommé RCE dans sa version monochromatique ou RTSRCE dans sa version spectroscopique temps-réel. De nombreux travaux ont été réalisés sur les erreurs systématiques et aléatoires, nous les avons complétés en proposant une méthode de tracking qui optimise les angles de l'analyseur et/ou du polariseur pour réduire la propagation des erreurs aléatoires [Broch et Johann, 2008].
- Un ellipsomètre à matrice de Mueller dans sa configuration à deux compensateurs tournants où l'étude des erreurs systématiques a été réalisée. Habituellement, l'analyse des erreurs systématiques du premier ordre est suffisante pour réduire et éliminer ce type d'erreur [Broch *et al.*, 2008]. Les expérimentations ont révélé la présence d'erreurs systématiques du second ordre. Nous avons alors complété l'étude initiale par une étude complète sur ce type d'erreur au second ordre [Piller *et al.*, 2008, Broch *et al.*, 2010]. Nous avons également montré l'influence du déphasage des compensateurs sur ces erreurs [Broch *et al.*, 2011].

Nous avons montré qu'il était possible de réduire les erreurs aléatoires en utilisant des procédures de mesure adaptées aux échantillons. L'objectif n'a pas été de montrer les performances des instruments, mais bel et bien de montrer le *bénéfice* obtenu par l'utilisation

de procédures spécifiques. Ces techniques, certes efficaces et faciles à mettre en œuvre à une seule longueur d'onde, sont moins évidentes à implémenter lorsqu'il s'agit de réaliser des mesures spectroscopiques avec un détecteur multicanal, qui, en une seule mesure, permet d'obtenir des données sur l'ensemble d'un domaine spectral défini.

Il n'existe pas qu'un seul instrument pour déterminer les paramètres ellipsométriques d'un système. Nous disposons d'une gamme d'instruments complémentaires qui, pour obtenir de bons résultats, doivent être choisis en fonction de l'application. Au-delà du choix de la source qui détermine le domaine spectral d'utilisation, la partie détection est tout aussi primordiale. Ainsi,

- S'il s'agit de suivre l'évolution d'une couche ou d'une surface, un ellipsomètre monochromatique ou spectroscopique avec un détecteur multi-canal est nécessaire. On privilégie alors la durée d'acquisition. Réduire les erreurs aléatoires est possible en mode monochromatique, la position de l'analyseur peut *suivre* les angles ellipsométriques. Ce qui n'est pas possible en mode spectroscopique. Réduire les erreurs systématiques sera possible à la seule condition que l'évolution du système soit plus lente que le temps nécessaire aux éléments de se déplacer pour les mesures double-zone ou 4-zones. Une optimisation de la configuration de l'instrument est possible, grâce à l'usage de deux détecteurs similaires qui permettraient d'acquérir le signal, simultanément, à  $+45^\circ$  et à  $-45^\circ$ . L'élément n'aurait plus besoin de se déplacer d'un angle à l'autre.
- S'il s'agit de caractériser des échantillons stables, alors l'usage d'un ellipsomètre spectroscopique équipé d'un monochromateur (ou ellipsomètre monochromatique) est tout particulièrement adapté. Les méthodes de mesure de type *tracking* seront particulièrement efficaces pour limiter l'impact de ce type d'erreurs sur le résultat final. Les erreurs systématiques seront réduites, voire supprimées en procédant aux méthode de mesures double-zone ou 4-zones selon l'instrument.

Les caractéristiques de l'échantillon sont aussi primordiales dans le choix de l'instrument. Ainsi un échantillon isotrope pourra être caractérisé avec un ellipsomètre à polariseur tournant, tandis que le même échantillon, mais transparent sur le domaine spectral utilisé, requiert l'usage d'un ellipsomètre avec un dispositif déphasant (compensateur). Un échantillon anisotrope sera caractérisé de préférence avec un instrument dit à *matrice de Mueller* pour obtenir directement les 16 coefficients de sa matrice de réflexion.

Le choix de l'instrument est certes nécessaire, mais ne permet pas de s'affranchir d'une conception et d'un réglage rigoureux. En effet, les sources externes d'erreurs sont à proscrire. Il convient de les réduire voire de les éliminer. Ainsi, **les erreurs systématiques** peuvent être traitées assez facilement. L'étape de calibrage revêt une importance capitale, mais élimine que les erreurs de positionnement. S'il existe sur le marché des éléments *presque parfaits* dans le domaine visible (des polariseurs en particulier) certains le sont beaucoup moins. C'est le cas, par exemple, des éléments déphasants qui sont loin d'être achromatiques sur un large domaine spectral et les composants disponibles pour l'infra-rouge n'ont pas encore les performances des composants utilisés dans le visible. Le nombre de sources de perturbation est proportionnel au nombre d'éléments optiques de l'instrument. Une solution simple consiste à limiter le nombre d'éléments du montage. **Les erreurs aléatoires** dont les contributions les plus importantes sont les fluctuations de la source lumineuse, du

## CONCLUSION GÉNÉRALE

---

système de détection et des composants électroniques associés peuvent aussi être réduites. Au delà des solutions matérielles, nous avons mis en évidence que les positions angulaires des éléments du montage, en fonction des paramètres de l'échantillon, permettaient de réduire ce type d'erreur. Une nouvelle piste d'optimisation peut également être envisagée car les angles ellipsométriques dépendent de l'angle d'incidence. Aussi, en complément de la rotation des éléments optiques, il pourrait être utile d'optimiser l'angle d'incidence pour obtenir de meilleures conditions et diminuer l'incertitude de la mesure.

Ces travaux en instrumentation s'arrêtent là où commence l'interprétation des résultats. Il s'agit d'un autre domaine, celui de la modélisation et des lois de dispersions qui nécessitent une bonne connaissance du système étudié pour y retirer, le plus finement possible, les caractéristiques physiques recherchées.



# Annexes



## Annexe A

# Spectres ellipsométriques des échantillons utilisés

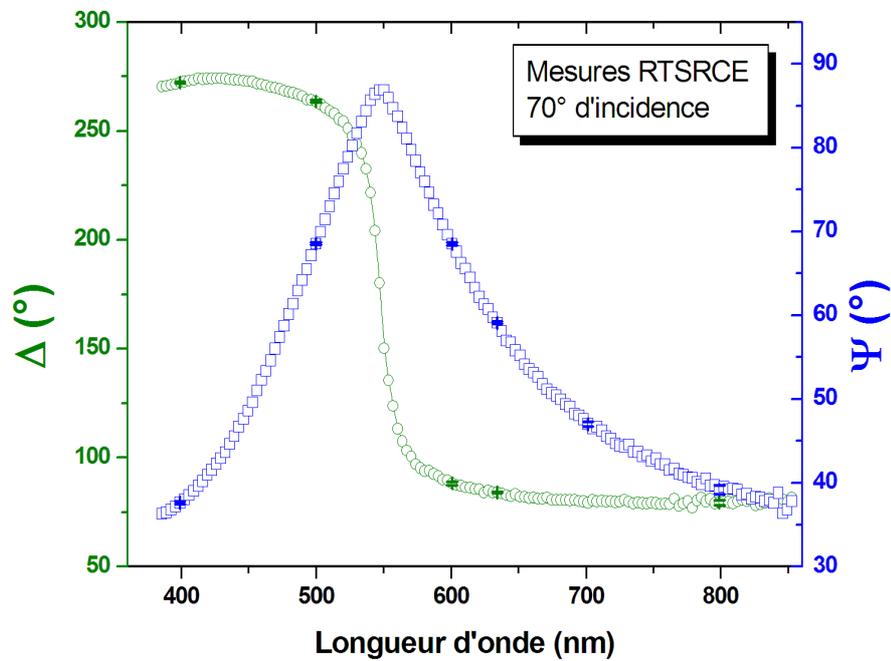


FIGURE A.1 – Spectre ellipsométrique de l'échantillon 125 –  $SiO_2/Si$  à  $\theta = 70^\circ$ .

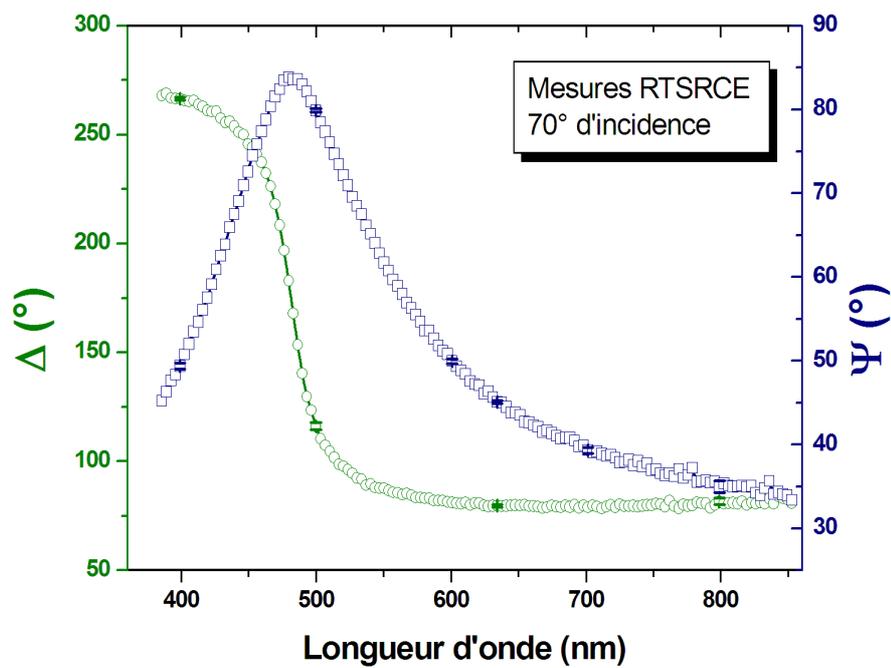


FIGURE A.2 – Spectre ellipsométrique de l'échantillon 108 –  $SiO_2/Si$  à  $\theta = 70^\circ$ .

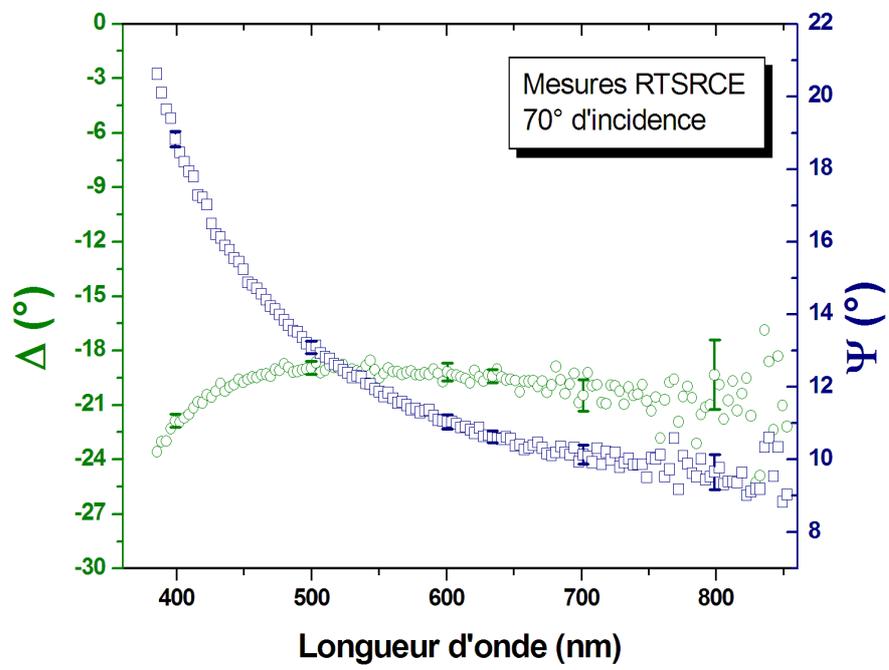


FIGURE A.3 – Spectre ellipsométrique de l'échantillon *Si* à  $\theta = 70^\circ$ .

SPECTRE ELLIPSOMÉTRIQUES DES ÉCHANTILLONS UTILISÉS

---

## Annexe B

# Matrices de Mueller d'éléments optiques

### Polariseur

Un polariseur ( $P$ ) ou analyseur ( $A$ ) :

$$\mathbf{M}_P = \mathbf{M}_A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

**Un polariseur imparfait** : En traversant un élément optique actif, le faisceau lumineux est faiblement polarisé elliptiquement. Les matrices de Mueller réelles introduisent une ellipticité résiduelle  $\gamma$ . Ainsi,

$$\delta\mathbf{M}_P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 2\gamma_p \\ 0 & 0 & 0 & 2\gamma_p \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2\gamma_p & 2\gamma_p & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (\text{B.2})$$

et :

$$\delta\mathbf{M}_A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 2\gamma_a \\ 0 & 0 & 0 & 2\gamma_a \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2\gamma_a & 2\gamma_a & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (\text{B.3})$$

pour un analyseur.

## Compensateur linéaire

Compensateur linéaire  $C$  de déphasage  $\delta_c$

$$\mathbf{M}_C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \delta_c & \sin \delta_c \\ 0 & 0 & -\sin \delta_c & \cos \delta_c \end{bmatrix}. \quad (\text{B.4})$$

Une lame quart d'onde en quartz possède un pouvoir rotatoire qui introduit une ellipticité résiduelle parasite. La matrice réelle de Mueller d'un compensateur prend la forme [Aspnes, 1974] :

$$\mathbf{M}_C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z^2 \cos \delta_c + Y^2 & Z \sin \delta_c & YZ(1 - \cos \delta_c) \\ 0 & -Z \sin \delta_c & \cos \delta_c & Y \sin \delta_c \\ 0 & YZ(1 - \cos \delta_c) & -Y \sin \delta_c & Y^2 \cos \delta_c + Z^2 \end{bmatrix},$$

avec  $Y = \frac{1-\Gamma_c^2}{1+\Gamma_c^2}$ ,  $Z = \frac{2\Gamma_c}{1+\Gamma_c^2}$  et  $\Gamma_c = \tan \gamma_c$ .  $\gamma_c$  est l'angle d'ellipticité. Au premier ordre cette matrice se simplifie :

$$\mathbf{M}_C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2\gamma_c \sin \delta_c & 2\gamma_c(1 - \cos \delta_c) \\ 0 & -2\gamma_c \sin \delta_c & \cos \delta_c & \sin \delta_c \\ 0 & 2\gamma_c(1 - \cos \delta_c) & -\sin \delta_c & \cos \delta_c \end{bmatrix}.$$

La matrice perturbation s'obtient par soustraction de la matrice idéale à celle-ci,

$$\delta \mathbf{M}_C = 2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin \delta_c & (1 - \cos \delta_c) \\ 0 & -\sin \delta_c & 0 & 0 \\ 0 & (1 - \cos \delta_c) & 0 & 0 \end{bmatrix} \gamma_c. \quad (\text{B.5})$$

Une erreur sur le déphasage  $\delta_c$  entraîne :

$$\delta \mathbf{M}_C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin \delta_c & \cos \delta_c \\ 0 & 0 & -\cos \delta_c & -\sin \delta_c \end{bmatrix} \delta \delta_c \quad (\text{B.6})$$

### Matrice d'une lame non déphasante (fenêtre)

Une fenêtre idéale :

$$\mathbf{M}_W = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (\text{B.7})$$

Dans le cas d'un fenêtre réelle, celle-ci est assimilée à une lame à faible retard de phase  $\delta_W$ . La matrice tient alors compte de l'azimut  $W$  de leur axe rapide avec le plan d'incidence, soit  $\mathbf{M}_W = \mathbf{R}^{-1}(W) \cdot \mathbf{M}_C \cdot \mathbf{R}(W)$ . Pour de faibles retards,  $\delta_W$ , la matrice  $\mathbf{M}_C$  peut être écrite sous la forme :

$$\mathbf{M}_C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \delta_W \\ 0 & 0 & -\delta_W & 1 \end{bmatrix},$$

d'où la matrice perturbation suivante :

$$\delta \mathbf{M}_W = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin 2W \\ 0 & 0 & 0 & \cos 2W \\ 0 & \sin 2W & -\cos 2W & 0 \end{bmatrix} \delta_W. \quad (\text{B.8})$$



# Liste des tableaux

1.1	Etats de polarisation dans le formalisme de Jones. . . . .	20
2.1	Phases $\phi_{2n}$ exprimées en fonction des angles $C_{S1}, C_{S2}$ . . . . .	60
2.2	Tableau récapitulatif des phases $\theta_{2n}$ . . . . .	69
3.1	Valeurs numériques des coefficients $u_i$ . . . . .	82
5.1	Mesure des angles $\Psi$ et $\Delta$ , en fonction de la position des éléments optiques, de l'échantillon 125 – $SiO_2/Si$ à $\lambda = 633\text{nm}$ et $\theta = 70^\circ$ . . . . .	110
6.1	Coefficients de la matrice $\delta\mathbf{M}$ (Eq. 6.13) pour le premier compensateur. Les fonctions $B_1 = c_2[\cos(2A + 4C_{S2}) - \cos 2A]$ et $B_2 = c_2[\sin(2A + 4C_{S2}) - \sin 2A]$ sont nulles si une mesure double-zone sur $A$ est effectuée quelque soit $C_{S2}$ . . . . .	122
6.2	Coefficients de la matrice $\delta\mathbf{M}$ (Eq. 6.13) pour le second compensateur. Les fonctions $B_3 = c_1[\cos(2P + 4C_{S1}) - \cos 2P]$ et $B_4 = c_1[\sin(2P + 4C_{S1}) - \sin 2P]$ sont nulles si une mesure double-zone sur $P$ est réalisée quelque soit $C_{S1}$ . . . . .	123
6.3	Erreurs systématiques (1er ordre) si $C_{S1} = C_{S2} = 0^\circ$ et $\delta_1 = \delta_2 = 90^\circ$ et procédure 4-zones. . . . .	134
6.4	Matrice $\delta^2\mathbf{M}$ (Eq. 6.37) pour le premier compensateur. Les fonctions $B_1 = c_2[\cos(2A + 4C_{S2}) - \cos 2A]$ et $B_2 = c_2[\sin(2A + 4C_{S2}) - \sin 2A]$ s'annulent si une mesure double-zone sur $A$ quelque soit $C_{S2}$ . . . . .	137
6.5	Matrice $\delta^2\mathbf{M}$ (Eq. 6.37) pour le second compensateur. Les fonctions $B_3 = c_1[\cos(2P + 4C_{S1}) - \cos 2P]$ et $B_4 = c_1[\sin(2P + 4C_{S1}) - \sin 2P]$ sont nulles si on procède à une mesure double-zone sur $P$ quelque soit $C_{S1}$ . . . . .	138
6.6	Erreur de l'analyseur et du polariseur (avec $c_\kappa = \cos^2 \frac{\delta_\kappa}{2}$ ). . . . .	146
6.7	Les meilleurs conditions des compensateurs pour une mesure simple ( $A = P = 0^\circ$ ). $0 \rightarrow$ pas d'erreur ; $\equiv \rightarrow$ erreurs indépendantes de $\delta_\kappa$ . . . . .	147
6.8	Conditions optimales pour les compensateurs avec une mesure 4-zones ( $A = \pm 45^\circ$ et $P = \pm 45^\circ$ ). $0 \rightarrow$ pas d'erreur ; $\equiv \rightarrow$ les erreurs sont indépendantes de $\delta_1, \delta_2$ . . . . .	148

6.9 Etude statistique des erreurs sur la matrice de Mueller d'un échantillon parfaitement isotrope avec  $\Psi = 47^\circ$  et  $\Delta = 79^\circ$ . Configuration de calcul :  $A = P = C_{S1} = C_{S2} = 0^\circ$ . Toutes les erreurs sont simulées entre  $-1^\circ$  et  $+1^\circ$  (pas  $0.1^\circ$ ). . . . . 149

# Table des figures

1.1	Structure de l'onde électromagnétique. Propagation d'une onde lumineuse et nature oscillatoire des vecteurs champ électrique, $\vec{E}$ , et champ magnétique, $\vec{H}$ . (a) Dépendance spatiale des deux ondes se propageant suivant la direction $Oz$ à un instant donné. (b) Dépendance temporelle des ondes en un point de l'espace. . . . .	17
1.2	Paramètres de l'état de polarisation elliptique. . . . .	19
1.3	Réflexion et transmission d'une onde plane monochromatique sur une surface plane séparant deux milieux. . . . .	21
1.4	Procédure de modélisation en ellipsométrie. . . . .	24
1.5	Représentation d'un système optique et matrice de Jones . . . . .	25
1.6	Représentation de N dispositifs optiques . . . . .	26
2.1	Différentes configurations d'instruments . . . . .	36
2.2	Ellipsomètre <i>PRPSE</i> . . . . .	37
2.3	$H_4 = f(A)$ obtenu pour $P = 0^\circ$ et $P = 90^\circ$ . [Echantillon 108 – $SiO_2/Si$ , $\lambda = 633\text{nm}$ , $\theta = 70^\circ$ ] . . . . .	40
2.4	Evolution de $H_{4/0} = f(A, P)$ pour $\Psi = 47^\circ$ et $\Delta = 80^\circ$ . . . . .	41
2.5	Comparaison des méthodes pour le calibrage de l'analyseur ( $P = 90^\circ$ ). [Echantillon 108 – $SiO_2/Si$ , $\lambda = 633\text{nm}$ , $\theta = 70^\circ$ ] . . . . .	41
2.6	Evolution du coefficient de courbure de $H_{4/0}$ au voisinage de $A = 0^\circ$ en fonction des angles ellipsométriques, $\Psi$ et $\Delta$ , pour 2 positions particulières du polariseur. . . . .	42
2.7	Evolution de $H_{4/0}$ en fonction de la longueur d'onde ( $P = 90^\circ$ ). [Echantillon 108 – $SiO_2/Si$ , $\theta = 70^\circ$ ] . . . . .	43
2.8	Comparaison des méthodes de calibrage $H_2$ et $H_{2/4}$ du polariseur. [Echantillon 108 – $SiO_2/Si$ , $\theta = 70^\circ$ , $\lambda = 633\text{nm}$ ] . . . . .	44
2.9	Relevés expérimentaux de $H_{2/4}$ et $H_{0/4}$ . [Echantillon 108 – $SiO_2/Si$ , $\theta = 70^\circ$ , $\lambda = 633\text{nm}$ ] . . . . .	46
2.10	Ellipsomètre spectroscopique temps réel à compensateur tournant. . . . .	47
2.11	Calibrage de l'analyseur (ellipsomètre RTSRCE) à l'aide de l'échantillon 108 – $SiO_2/Si$ à $\lambda = 633\text{nm}$ et $\theta = 70^\circ$ . Recherche du minimum de $H_{2/0}$ . . . . .	51

TABLE DES FIGURES

---

2.12	Déphasage du compensateur en fonction de la longueur d'onde. . . . .	53
2.13	Ellipsomètre $PC_1SC_2A$ . . . . .	54
2.14	Configuration de l'ellipsomètre $PC_1SC_2A$ . La modulation optique du faisceau incident est obtenue par le compensateur $C_1$ , la modulation du faisceau réfléchi par l'échantillon est obtenue par la rotation du compensateur $C_2$ . . .	55
2.15	Configuration à un instant $t$ des axes rapides . . . . .	58
2.16	Calibrage du polariseur - Rapport $H_{2m2}/H_{4m2}$ . . . . .	65
2.17	Calibrage du polariseur. Recherche du minimum de $H_{2m2}/H_{4m2}$ . Echantillon 108 - $SiO_2/Si$ à $\theta = 70^\circ$ et $\lambda = 633\text{nm}$ . . . . .	65
2.18	$H_{2m2}/H_{4m2}$ en fonction de $\Delta$ . . . . .	66
2.19	$H_{2m2}/H_{4m2}$ en fonction de $\Psi$ . Présence d'une discontinuité de $H_{2m2}/H_{4m2}$ pour $\Psi = 60^\circ$ ( $\delta_1 = 90^\circ$ ). . . . .	66
2.20	Rapport $H_{2m1}/H_{4m1}$ avec $\Psi = 45^\circ$ et $\Delta = 80^\circ$ . . . . .	67
2.21	Calibrage de l'analyseur. Recherche du minimum de $H_{2m1}/H_{4m1}$ . Echantillon 108 - $SiO_2/Si$ à $\theta = 70^\circ$ et $\lambda = 633\text{nm}$ . . . . .	68
2.22	$H_{2m1}/H_{4m1}$ en fonction de $\Delta$ . . . . .	68
2.23	Mesure du déphasage des compensateurs. . . . .	71
3.1	Ellipsomètre PRPSE. . . . .	79
3.2	Variance de $\tan \Psi$ , $\sigma_{\tan \Psi}^2$ , en fonction de $\Psi$ pour différentes valeurs de l'analyseur. L'erreur minimum est obtenue en utilisant le <i>tracking optimisé</i> , soit $A = f_1(\Psi)$ si $\Psi < 45^\circ$ (courbe rouge) et $A = f_2(\Psi)$ si $\Psi > 45^\circ$ (courbe bleu). 83	83
3.3	Variance de $\cos \Delta$ , $\sigma_{\cos \Delta}^2$ , en fonction de $\Psi$ , pour quelques valeurs de $\Delta$ , pour différentes valeurs de l'analyseur. L'erreur minimum est obtenue en utilisant le <i>tracking optimisé</i> , soit $A = f_1(\Psi)$ si $\Psi < 45^\circ$ (courbe rouge) et $A = f_2(\Psi)$ si $\Psi > 45^\circ$ (courbe bleu). . . . .	84
3.4	Ecarts-types des paramètres ellipsométriques, $\sigma_{\tan \Psi}$ et $\sigma_{\cos \Delta}$ , obtenus pour l'échantillon $Si$ ( $\theta = 75^\circ$ , $T = 5s$ , $P = 0^\circ$ ). . . . .	86
3.5	Ecarts-types des paramètres ellipsométriques, $\sigma_{\tan \Psi}$ et $\sigma_{\cos \Delta}$ , obtenus pour l'échantillon 108 - $SiO_2/Si$ ( $\theta = 75^\circ$ , $T = 5s$ , $P = 90^\circ$ ). . . . .	86
3.6	Evolution de l'écart-type relatif $\frac{\sigma_{H_4}}{H_4}$ pour $P = 0^\circ$ et $P = 90^\circ$ et $\frac{\sigma_{H_{4/0}}}{H_{4/0}}$ en fonction du flux lumineux détecté. [Echantillon 108 - $SiO_2/Si$ , $\lambda = 633\text{nm}$ , $\theta = 70^\circ$ ] . . . . .	89
3.7	Mesures des paramètres ellipsométriques $\tan \Psi$ (a) et $\cos \Delta$ (b) par la méthode du <i>tracking optimisé</i> de l'échantillon 108 - $SiO_2/Si$ à $\theta = 70^\circ$ , $\lambda = 633\text{nm}$ et avec un temps d'intégration, $T = 5s$ . Après modélisation : détermination de l'épaisseur (d) et indice de réfraction (c) de l'oxyde ( $k = 0$ ). 90	90
4.1	Calibrage du compensateur : Evolution de $H_{2/4}$ en fonction de la position de l'élément et du déphasage $\delta_c$ . . . . .	94

TABLE DES FIGURES

---

4.2	Calibrage du compensateur : Mesures de $H_{2/4}$ et $H_{2/0}$ avec un 108– $SiO_2/Si$ à $\theta = 70^\circ$ , $\lambda = 633\text{nm}$ , $A = 0^\circ$ et $P = 90^\circ$ . . . . .	94
4.3	Comparaison des performances des ellipsomètres PRPSE et PRPCSE en fonction de l'angle $\Delta$ . L'erreur est proportionnelle à $\sin^{-1} \Delta$ pour le PRPSE et à $\cos^{-2} \Delta$ pour le PRPCSE. . . . .	96
4.4	Mesures comparatives des angles $\Psi$ et $\Delta$ de nanocristaux de $CuCl$ inclus dans une matrice de $NaCl$ à $\theta = 75^\circ$ . . . . .	97
5.1	Ellipsomètre RCE : Variance des paramètres ellipsométriques pour $A = 45^\circ$ et $P = 0^\circ$ en fonction des angles $\Psi$ et $\Delta$ . . . . .	100
5.2	Optimisation des paramètres ellipsométriques du RCE : tracking de l'analyseur (polariseur fixe, $P = 0^\circ$ ) en fonction des angles $\Psi$ et $\Delta$ . (i) optimisation de $\tan \Delta$ ; (ii) optimisation de $\tan \Psi$ et $\tan \Delta$ ; (iii) optimisation de $\tan \Psi$ . . .	103
5.3	Optimisation des paramètres ellipsométriques du RCE. Détermination des angles de l'analyseur et du polariseur en fonction des angles $\Psi$ et $\Delta$ . (i) optimisation de $\tan \Delta$ ; (ii) optimisation de $\tan \Psi$ et $\tan \Delta$ ; (iii) optimisation de $\tan \Psi$ . . . . .	106
5.4	Optimisation des paramètres ellipsométriques du RCE. Rapports $\eta_\Psi$ et $\eta_\Delta$ en fonction des angles $\Psi$ et $\Delta$ pour les positions de l'analyseur et du polariseur déterminées par <i>tracking</i> (Fig. 5.3). (i) optimisation de $\tan \Delta$ ; (ii) optimisation de $\tan \Psi$ et $\tan \Delta$ ; (iii) optimisation de $\tan \Psi$ . . . . .	107
5.5	Mesures des angles $\Psi$ et $\Delta$ de l'échantillon 125 – $SiO_2/Si$ ( $\Psi = 63.98^\circ$ , $\Delta = 84.43^\circ$ à $\lambda = 633\text{nm}$ et $\theta = 70^\circ$ ) en fonction de la position de l'analyseur avec $P = 0^\circ$ . . . . .	108
5.6	Mesures de l'échantillon 125 – $SiO_2/Si$ à $\theta = 70^\circ$ et $\lambda = 633\text{nm}$ pour différentes positions de l'analyseur. Le polariseur est fixe, $P = 0^\circ$ . (a) Valeurs expérimentales de $\tan \Psi$ et $\tan \Delta$ . (b) Rapports $\eta_\Psi$ et $\eta_\Delta$ par rapport à la simulation (ligne). . . . .	109
6.1	$\delta M_{21}$ en fonction de l'azimut des compensateurs $C_{S1}$ et $C_{S2}$ simulé pour un échantillon isotrope avec $\Psi = 46.14^\circ$ et $\Delta = 79.61^\circ$ à $P = 0$ et $\delta_1 = 90^\circ$ . $\delta M_{21}$ varie de $-1$ (surfaces bleues), jusqu'à $+1$ (surfaces rouges). La ligne noire représente $\delta M_{21} = 0$ . . . . .	124
6.2	Erreurs systématiques $\delta M_{ij}$ dues à l'erreur d'azimut, $\delta P$ , du polariseur. Les mesures sont effectuées avec $A = 0^\circ$ sur l'échantillon 125 – $SiO_2/Si$ à $70^\circ$ d'incidence et $\lambda = 633\text{nm}$ . . . . .	125
6.3	Erreurs systématiques $\delta M_{ij}$ dues à l'erreur d'azimut, $\delta A$ , de l'analyseur. Les mesures sont effectuées avec $P = 0^\circ$ sur l'échantillon 125 – $SiO_2/Si$ à $70^\circ$ d'incidence et $\lambda = 633\text{nm}$ . . . . .	126
6.4	Erreurs systématiques $\delta M_{ij}$ dues au décalage angulaire $\delta C_{S1}$ . Les mesures sont effectuées avec $A = 0^\circ$ sur l'échantillon 125 – $SiO_2/Si$ à $70^\circ$ d'incidence et $\lambda = 633\text{nm}$ . . . . .	127

TABLE DES FIGURES

---

6.5	Erreurs systématiques $\delta M_{ij}$ dues au décalage angulaire $\delta C_{S2}$ . Les mesures sont effectuées avec $P = 0^\circ$ sur l'échantillon 125 – $SiO_2/Si$ à $70^\circ$ d'incidence et $\lambda = 633\text{nm}$ . . . . .	128
6.6	Erreurs dues à une mauvaise position de l'analyseur. Les courbes théoriques sont représentées par des lignes et les mesures, par des points effectuées avec $A = P = 0^\circ$ (courbes et points bruns), et avec $A = 90^\circ ; P = 0^\circ$ (courbes et points verts) pour $M_{13}$ et $M_{14}$ et $A = 0^\circ ; P = 90^\circ$ (courbe et points orange) pour $M_{41}$ . De plus, $C_{S1} = 0.69^\circ$ , $C_{S2} = 1.66^\circ$ . . . . .	144
A.1	Spectre ellipsométrique de l'échantillon 125 – $SiO_2/Si$ à $\theta = 70^\circ$ . . . . .	158
A.2	Spectre ellipsométrique de l'échantillon 108 – $SiO_2/Si$ à $\theta = 70^\circ$ . . . . .	158
A.3	Spectre ellipsométrique de l'échantillon $Si$ à $\theta = 70^\circ$ . . . . .	159

# Bibliographie

- [VIM, 1994] (1994). Vocabulaire international des termes fondamentaux et généraux de métrologie (VIM). NF X 07-001.
- [GUM, 1999] (1999). Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure (GUM). NF ENV 15005.
- [Acher *et al.*, 1989] ACHER, O., BIGAN, E. et DRÉVILLON, B. (1989). Improvements of phase-modulated ellipsometry. *Rev. Sci. Instrum.*, 60:65–77.
- [Ahmed *et al.*, 2010a] AHMED, F., EN NACIRI, A. et GROB, J. (2010a). Optical properties of embedded ZnTe nanocrystals in sio2 thin layer. *Physica Status Solidi (a)*, 207:1619.
- [Ahmed *et al.*, 2010b] AHMED, F., EN NACIRI, A. et GROB, J. (2010b). Optical properties of ZnS :Mn nanocrystals. *Physica Status Solidi (c)*, 7:427.
- [Ahmed *et al.*, 2009] AHMED, F., EN NACIRI, A., GROB, J., STCHAKOVSKY, M. et JOHANN, L. (2009). Dielectric function of ZnTe nanocrystals by spectroscopic ellipsometry. *Nanotechnology*, 20:305702.
- [Aspnes, 1974] ASPNES, D. (1974). Effects of component optical activity in data reduction and calibration of rotating analyzer ellipsometer. *J. Opt. Soc. Am.*, 64:812–819.
- [Aspnes, 2004] ASPNES, D. (2004). Optimizing precision of rotating-analyzer and rotating-compensator ellipsometers. *J. Opt. Soc. Am A*, 21:403–410.
- [Azzam et Bashara, 1977] AZZAM, R. et BASHARA, N. (1977). *Ellipsometry and polarised light*. North-Holland.
- [Beck, 2006] BECK, R. (2006). Mise en oeuvre d'un banc de caractérisation et de mesure par couplage électrochimie-ellipsométrie-microbalance à quartz ; Calibrage d'une microbalance à quartz. Mémoire CNAM – Metz.
- [Bertin *et al.*, 1998] BERTIN, F., CHABLI, A., CHIARIGLIONE, E., BURDIN, M., BERGER, M., BOUDET, T., LARTIGUE, O. et RAVEL, G. (1998). Spectroscopic ellipsometry with compensator and x-ray specular reflectivity for characterization of thin optical layers on transparent substrates. *Thin Solid Films*, 313–314:68–72.
- [Bertucci, 1995] BERTUCCI, S. (1995). Contribution à l'étude d'un ellipsomètre spectroscopique : mise en oeuvre, programme d'exploitation, calibrage, erreurs systématiques, détection. Mémoire CNAM – Metz.
- [Bertucci *et al.*, 1998] BERTUCCI, S., PAWLOSKI, A., NICOLAS, N., JOHANN, L., EL GHEMMAZ, A., STEIN, N. et KLEIM, R. (1998). Systematic errors in fixed polarizer, rotating polarizer, sample, fixed analyser spectroscopic ellipsometry. *Thin Solid Films*, 313–314:73–78.

- [Born et Wolf, 1970] BORN, M. et WOLF, E. (1970). *Principles of Optics*, chapitre 10. Pergamon, New-York.
- [Broch *et al.*, 2008] BROCH, L., EN NACIRI, A. et JOHANN, L. (2008). Systematic errors for a mueller matrix dual rotating compensator ellipsometer. *Optics Express*, 16:8814–8824.
- [Broch *et al.*, 2010] BROCH, L., EN NACIRI, A. et JOHANN, L. (2010). Second-order systematic errors in Mueller matrix dual rotating compensator ellipsometry. *Applied Optics*, 49:3250–3258.
- [Broch et Johann, 2004] BROCH, L. et JOHANN, L. (2004). Accurate calibration and optimized measurement : use of an achromatic compensator in rotating polarizer spectroscopic ellipsometry. *Thin Solid Films*, 455–456:61–65.
- [Broch et Johann, 2008] BROCH, L. et JOHANN, L. (2008). Optimizing precision of rotating compensator ellipsometry. *Phys. Stat. Sol.*, 5:1036–1040.
- [Broch *et al.*, 2007] BROCH, L., JOHANN, L., STEIN, N., ZIMMER, A. et BECK, R. (2007). Real-time in situ ellipsometric and gravimetric monitoring for electrochemistry experiments. *Review of Scientific Instrument*, 78:064101.
- [Broch *et al.*, 2011] BROCH, L., NACIRI, A. E. et JOHANN, L. (2011). Analysis of systematic errors in Mueller matrix ellipsometry as a function the retardance of the dual rotating compensators. *Thin Solid Films*, page doi :10.1016/j.tsf.2010.12.046.
- [Chindaudom et Vedam, 1993] CHINDAUDOM, P. et VEDAM, K. (1993). Determination of the optical function  $n(\lambda)$  of vitreous silica by spectroscopic ellipsometry with an achromatic compensator. *Applied Optics*, 32:6391–6398.
- [Chun-Yeol You et Sung-Chul Shin, 1997] CHUN-YEOL YOU et SUNG-CHUL SHIN (1997). Zone-averaged method to minimize polarizer and analyzer imperfections in a phase-modulated spectroscopic ellipsometer. *Rev. Sci. Instrum.*, 68:3519–3522.
- [Clarke et Grainger, 1971] CLARKE, D. et GRAINGER, J. (1971). *Polarized Light and Optical Measurement*. Pergamon, Oxford.
- [Collins, 1990] COLLINS, R. (1990). Automatic rotating ellipsometers : Calibration, operation, and real-time applications. *Rev. Sci. Instrum.*, 61:2029–2062.
- [Collins *et al.*, 1998] COLLINS, R., AN, I., FUJIWARA, H., LEE, J., LU, Y., KOH, J. et ROVIRA, P. (1998). Advances in multichannel spectroscopic ellipsometry. *Thin Solid Films*, 313-314:18–32.
- [Collins et Koh, 1999] COLLINS, R. et KOH, J. (1999). Dual rotating-compensator multichannel ellipsometer : instrument design for real-time mueller matrix spectroscopy of surfaces and films. *J. Opt Soc. Am. A.*, 16:1997–2006.
- [Compain et Drevillon, 1997] COMPAIN, E. et DREVILLON, B. (1997). Complete high-frequency measurement of Mueller matrices based on a new coupled-phase modulator. *Rev. Sci. Instrum.*, 68:2671–2680.
- [De Martino *et al.*, 2008] DE MARTINO, A., ANASTASIADOU, M., CLEMENT, D., LIEGE, F., LAUDE-BOULESTEIX, B., QUANG, N., DREYFUSS, J., HUYNH, B., NAZAC, A., SCHWARTZ, L. et COHEN, H. (2008). Polarimetric imaging for the diagnosis of cervical cancer. *Physica status solidi (c)*, 5:1423–1426.

- [de Nijs et Van Silfhout, 1988] DE NIJS, J. et VAN SILFHOUT, A. (1988). Systematic and random errors in rotating-analyzer ellipsometry. *J. Opt. Soc. Am. A*, 5:773–781.
- [En Naciri, 1999] EN NACIRI, A. (1999). *Ellipsométrie spectroscopique conventionnelle et généralisée de milieux anisotropes*. Thèse de doctorat, Université de Metz.
- [En Naciri et al., 2002] EN NACIRI, A., BROCH, L., JOHANN, L. et KLEIM, R. (2002). Fixed polarizer, rotating-polarizer and fixed analyzer spectroscopic ellipsometer : accurate calibration method, effect of errors and testing. *Thin Solid Films*, 406:103–112.
- [En Naciri et al., 2008] EN NACIRI, A., MANSOUR, M., JOHANN, L., GROB, J. et RINNERT, H. (2008). Influence of the implantation profiles of Si<sup>+</sup> on the dielectric function and optical transitions in silicon nanocrystals. *Journal Chemical Physics*, 129:184701.
- [Ferrieu, 1989] FERRIEU, F. (1989). Infrared spectroscopic ellipsometry using a fourier transform infrared spectrometer : Some applications in thin film characterization. *Rev. Sci. Instrum.*, 60:3212–3216.
- [Ferrieu, 2000] FERRIEU, F. (2000). Réflectométrie et ellipsométrie spectroscopique dans les domaines VUV de 5 à 100 eV couplé à une source à plasma RCE. <http://www.optic-mueller.com/> consulté le 12 janvier 2011.
- [Fujiwara, 2007] FUJIWARA, H. (2007). *Spectroscopic ellipsometry : Principles and applications*. John Wiley and sons, Ltd, The Atrium, Southern Gate, Chichester, West Sussex PO19 8SQ, England.
- [Garcia-Caurel et al., 2004] GARCIA-CAUREL, E., MARTINO, A. D. et DREVILLON, B. (2004). Spectroscopic Mueller polarimeter based on liquid crystal devices. *Thin Solid Films*, 455–456:120.
- [Gilliot, 2006] GILLIOT, M. (2006). *Caractérisation de couches minces nanostructurées par ellipsométrie spectroscopique*. Thèse de doctorat, Université Paul Verlaine–Metz, Metz.
- [Gilliot et al., 2007] GILLIOT, M., EN NACIRI, A., JOHANN, L., STOQUERT, J., GROB, J. et MULLER, D. (2007). Optical anisotropy of shaped oriented cobalt nanoparticles by generalized spectroscopic ellipsometry. *Phys. Rev. B*, 76:045424.
- [Hauge et Dill, 1975] HAUGE, P. et DILL, F. (1975). A rotating-compensator Fourier ellipsometer. *Optic Communications*, 14:431–437.
- [Hauge et al., 1980] HAUGE, P., MULLER, R. et SMITH, C. (1980). *Conventions and formulas for using the Mueller-Stokes calculus in ellipsometry*. North-Holland.
- [Huang et Chu, 2000] HUANG, Z. et CHU, J. (2000). Optimizing precision of Fixed-Polarizer, Rotating-Polarizer, Sample, and Fixed-Analyzer Spectroscopic Ellipsometry. *Applied Optics*, 39:6390–6395.
- [Jellison Jr et Modine, 1997] JELLISON JR et MODINE, F. (1997). Two-modulator generalized ellipsometry. *Applied Optics*, 36:8184–8198.
- [Jellison Jr, 1999] JELLISON JR, G. (1999). Windows in ellipsometry measurements. *Applied Optics*, 38:4784–4789.
- [Kawabata, 1987] KAWABATA, S. (1987). Alignment method for rotating analyzer ellipsometry. *J. Opt. Soc. Am A*, 4:664–670.

- [Keita *et al.*, 2009] KEITA, A., EN NACIRI, A., DELACHAT, F., CARRADA, M., FERBLANTIER, G. et SLAOUI, A. (2009). Spectroscopic ellipsometry characterization of microwave CVD grown silicon nanoparticles embedded in a silicon nitride matrix. *Mater. Sci. Eng.*, 6:012016.
- [Keita *et al.*, 2010] KEITA, A., EN NACIRI, A., DELACHAT, F., CARRADA, M., FERBLANTIER, G. et SLAOUI, A. (2010). Spectroscopic ellipsometry investigation of the optical properties of nanostructured Si/SiN<sub>x</sub> films. *J. Appl. Phys.*, 107:93516.
- [Kim *et al.*, 1992] KIM, C., RACCAH, P. et GARLAND, J. (1992). The improvement of phase modulated spectroscopic ellipsometry. *Rev. Sci. Instrum.*, 63:2958–2966.
- [Kleim *et al.*, 1994] KLEIM, R., KUNTZLER, L. et EL GHEMMAZ, A. (1994). Systematic errors in rotating-compensator ellipsometry. *J. Opt. Soc. Am. A*, 11:2550–2558.
- [Klinger *et al.*, 1990] KLINGER, D., LEWISA, J. et RANDALL, C. (1990). *Polarised light in optics and spectrometry*. Academic Press Inc.
- [Le Roy-Brehonnet et Le Jeune, 1997] LE ROY-BREHONNET, F. et LE JEUNE, B. (1997). Utilization of Mueller matrix formalism to obtain optical targets depolarization and polarization properties. *Prog. quantum Electron.*, 21:109–151.
- [Lecourt, 1998] LECOURT, B. (1998). *Ellipsométrie spectroscopique conventionnelle et généralisée de films moléculaires ultraminces. Bases théoriques et instrumentales - Application à l'étude de films Langmuir-Blodgett et de films autosupportés*. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux I, Bordeaux.
- [Lee *et al.*, 2001a] LEE, J., KOH, J. et COLLINS, R. (2001a). Dual rotating-compensator multichannel ellipsometer : Instrument développement for high-speed mueller matrix spectroscopy of surfaces and thin films. *Review of Scientific Instruments*, 72:1742–1754.
- [Lee *et al.*, 1998] LEE, J., ROVIRA, P., AN, I. et COLLINS, R. (1998). Rotating-compensator multichannel ellipsometry : Applications for real time Stokes vector spectroscopy of thin film growth. *Review of Scientific Instruments*, 69:1980–1985.
- [Lee *et al.*, 2001b] LEE, J., ROVIRA, P., AN, I. et COLLINS, R. (2001b). Alignment and calibration of the MgF<sub>2</sub> biplate compensator for applications in rotating-compensator multichannel ellipsometry. *J. Opt. Soc. Am. A*, 18:1980–1985.
- [Letnes *et al.*, 2010] LETNES, P., NERBØ, I., SANDVIK AAS, L., GUNNAR ELLINGSEN, P. et KILDEMO, M. (2010). Fast and optimal broad-band Stokes/Mueller polarimeter design by the use of a genetic algorithm. *Optics Express*, 18:23095–23103.
- [Luttmann, 1992] LUTTMANN, M. (1992). *Ellipsométrie spectroscopique à angle variable. Applications à l'étude des propriétés optiques de semi-conducteurs II-VI et à la caractérisation de couches à gradient d'indice*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble.
- [Mansour, 2006] MANSOUR, M. (2006). *Etude des propriétés optiques de nanoparticules de semiconducteurs : Application de l'ellipsométrie aux silicium et germanium nanostructurés*. Thèse de doctorat, Université Paul Verlaine–Metz, Metz.
- [Meyer, 2002] MEYER, V. (2002). Développement d'un ellipsomètre spectroscopique temps réel à compensateur tournant. Mémoire CNAM – Metz.
- [Möller, 1988] MÖLLER, K. (1988). *Optics*. University Science Book.

- [Modine et Jellison Jr, 1993] MODINE, F. et JELLISON JR, G. (1993). Errors in polarization measurements due to static retardation in photoelastic modulators. *Appl. Phys. Commun.*, 12:121.
- [Nicolas, 1994] NICOLAS, N. (1994). Contribution à la détermination des erreurs systématiques d'ellipsomètres à élément tournant. Mémoire CNAM – Metz.
- [Pawlowski, 1995] PAWLOWSKI, A. (1995). Contribution à l'étude d'un ellipsomètre spectroscopique : mise en oeuvre, programme d'exploitation, calibrage, erreurs aléatoires, système optique. Mémoire CNAM – Metz.
- [Perez, 1990] PEREZ (1990). *Optique, Fondements et Applications*. Masson.
- [Piller, 2006] PILLER, G. (2006). Développement d'un ellipsomètre monochromatique temps réel à matrice de Mueller. Mémoire CNAM – Metz.
- [Piller et al., 2008] PILLER, G., BROCH, L. et JOHANN, L. (2008). Experimental study of the systematic errors for a Mueller matrix double rotating compensator ellipsometer. *phys. stat. sol.*, 5:1027–1030.
- [Rothen, 1945] ROTHEN, A. (1945). The ellipsometer, an Apparatus to Measure Thicknesses of Thin Surface Films. *Review of Scientific Instruments*, 16:26–30.
- [R.W.Collins et al., PA] R.W. COLLINS, AN, I., CHEN, C., FERREIRA, G., PODRAZA, N. et ZAPIEN, J. (PA). Multichannel Mueller Matrix Ellipsometer based on the dual rotating compensator principle. *University Park, USA:1997–2006*.
- [Smith, 2002] SMITH, M. (2002). Optimization of dual-rotating-retarder Mueller matrix polarimeter. *appl. Opt.*, 41:2488–2493.
- [Stein, 1997] STEIN, N. (1997). *Couplage des techniques ellipsométriques et électrochimiques pour l'étude de la réactivité de métaux. Application à la croissance de films de sulfate de plomb et d'heptanoate de cuivre*. Thèse de doctorat, Université de Metz, Metz.
- [Stein et al., 2004] STEIN, N., BOURGUIGNON, G., RABOIN, L., BROCH, L., JOHANN, L. et ROCCA, E. (2004). In situ ellipsometric and electrochemical monitoring of the oxidation of a PbCaSn alloy used in the lead acid batteries. *Thin Solid Films*, 455–456:735–741.
- [Stobie et al., 1975] STOBIE, R., RAO, B. et DIGMAN, M. (1975). Analysis of a novel ellipsometric technique with special advantages for infrared spectroscopy. *J. Opt. Soc. Am.*, 65:25.
- [Tompkins et Irene, 2005] TOMPKINS, H. et IRENE, E. (2005). *Handbook of Ellipsometry*. Eds Andrew, Norwich.
- [Vedam, 1998] VEDAM, K. (1998). Spectroscopic ellipsometry : a historical overview. *Thin Solid Films*, 313-314:1–9.
- [Zimmer, 2006] ZIMMER, A. (2006). *Caractérisations optiques et électrochimiques de films électrodéposés de type Bi<sub>2</sub>Te<sub>3</sub>*. Thèse de doctorat, Université Paul Verlaine-Metz, Metz.



## Résumé :

Cette thèse est consacrée à l'influence des erreurs systématiques et aléatoires sur les grandeurs ellipsométriques. Pour chaque type d'erreur, nous proposons des solutions pour limiter et éliminer leur influence sur le résultat final. La première partie expose les principes fondamentaux qui régissent le fonctionnement d'un ellipsomètre et décrit les dispositifs expérimentaux à élément(s) tournant(s) utilisés au LPMD. Pour chaque configuration, les méthodes de mesures et de calibrage y sont exposées. La deuxième partie traite des erreurs aléatoires et présente des procédures originales, dites de *tracking*, permettant de réduire leurs impacts sur les paramètres ellipsométriques. Les erreurs de mesure et erreurs produites lors de l'étape du calibrage d'un ellipsomètre à polariseur tournant (PRPSE) sont exposées. Une configuration optimisée nommée PRPCSE, permettant la caractérisation de systèmes dont l'angle  $\Delta$  est voisin de  $0^\circ$  ou  $180^\circ$  est proposée. Les erreurs aléatoires et les méthodes de réduction d'un ellipsomètre à compensateur tournant (RCE) sont également décrites. La troisième partie, traite des erreurs systématiques d'un ellipsomètre à matrice de Mueller à deux compensateurs tournants. Une procédure de mesure dite *4-zones*, qui permet de réduire l'impact des erreurs sur la matrice de réflexion de l'échantillon est proposée. Des exemples numériques et expérimentaux illustrent les méthodes développées.

## Mots clés :

Ellipsométrie ; Erreurs systématiques ; Erreurs aléatoires ; Optimisation

## Abstract :

This thesis is devoted to the influence of systematic and random errors on the ellipsometric parameters. For each error, we propose solutions to reduce and eliminate their influence on the final result. The first part outlines the basic principles of ellipsometry and describes the experimental set-up of rotating element(s) ellipsometers used in LPMD. For each configuration, the methods of measurement and calibration are presented. The second part deals with random errors and presents an original method, called *tracking*, to reduce their impact on the ellipsometric parameters. Measurement errors and errors generated during the calibration of a rotating polarizer ellipsometer (PRPSE) are exposed. An optimized configuration called PRPCSE, allowing the characterization of systems when the angle  $\Delta$  is near  $0^\circ$  or  $180^\circ$  is proposed. Random errors and methods of optimization for a Rotating Compensator Ellipsometer (RCE) are also described. The third part deals with the systematic errors of a Mueller Matrix Ellipsometer (MME) in the dual rotating compensator configuration. A measurement procedure called *4-zones*, which reduces the impact of errors on the reflection matrix of the sample is given. Numerical and experimental examples illustrate the developed methods.

## Keywords :

Ellipsometry ; Systematic errors ; Random errors ; Optimization