



**HAL**  
open science

# Etude expérimentale et modélisation des écoulements diphasiques et de la dispersion dans des fractures rugueuses réelles

Ali Nowamooz

► **To cite this version:**

Ali Nowamooz. Etude expérimentale et modélisation des écoulements diphasiques et de la dispersion dans des fractures rugueuses réelles. Autre. Institut National Polytechnique de Lorraine, 2010. Français. NNT : 2010INPL007N . tel-01748820

**HAL Id: tel-01748820**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01748820>**

Submitted on 29 Mar 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

# THESE

Présentée pour l'obtention du grade de

Docteur de l'Institut National Polytechnique de Lorraine

Discipline : Mécanique et Energétique

Par

Ali NOWAMOOZ

## Etude expérimentale et modélisation des écoulements diphasiques et de la dispersion dans des fractures rugueuses réelles

Soutenue publiquement le 19 mars 2010 à 14H00 devant le jury composé de :

Rapporteurs :	M. Harold AURADOU	Chargé de recherche au CNRS FAST, Orsay Cedex
	M. Marc PRAT	Directeur de recherche au CNRS IMFT, Toulouse
Examineurs :	M. Frédéric DELAY	Professeur des Universités HydrASA, Poitiers
	M. Mostafa FOURAR	Professeur des Universités (Directeur de thèse) Ecole des Mines de Nancy, LEMTA
	M. Giovanni RADILLA	Maître de Conférences (Co-Directeur de thèse) Arts et Métiers ParisTech, LEMTA
	Mme. Olga VIZIKA	Directrice de la Division Ingénierie des Réservoirs Institut Français du Pétrole, Rueil Malmaison



*A ma Mère*

*A mon Père*

*A mon Frère*

# Remerciements

Le travail de thèse présenté dans ce mémoire a été effectué au Laboratoire d’Énergétique et de Mécanique Théorique et Appliquée (LEMETA UMR 7563 CNRS Nancy Université) sous la direction de Monsieur Mostafa Fourar, Professeur des Universités à l’Ecole Nationale Supérieure des Mines de Nancy et de Monsieur Giovanni Radilla, Maître de Conférences au Centre de Châlons-en-Champagne d’Arts et Métiers ParisTech.

Mes remerciements s’adressent aux personnes qui m’ont accompagné tout au long de ma thèse.

En premier lieu, je tiens à remercier Christian Moyne, directeur du LEMETA, pour m’avoir permis de réaliser les travaux de recherche au sein du laboratoire et surtout pour son souci de m’offrir des conditions de travail favorables au début de ma thèse.

Mes vifs remerciements à Messieurs Mostafa Fourar et Giovanni Radilla qui m’ont prodigué de précieux conseils et qui ont tout mis en œuvre pour que je puisse réaliser ce travail dans les meilleures conditions. J’ai beaucoup apprécié la confiance qu’ils m’ont témoignée aux cours de ces trois années.

J’aimerais exprimer ma profonde gratitude à Giovanni Radilla pour avoir veillé à l’avancement de mon travail. Durant ces trois années de thèse, sa disponibilité à toute épreuve, son soutien ainsi que son envie de partager sa passion et ses connaissances m’ont permis d’avancer dans un climat de grande confiance. Je le remercie enfin pour l’aide qu’il m’a accordée durant la rédaction de ce mémoire.

J’adresse mes respectueux remerciements à Monsieur Frédéric Delay, Professeur à l’Université de Poitiers pour m’avoir fait l’honneur de présider mon jury de thèse.

Je tiens à remercier Monsieur Harold Auradou, Chargé de recherche au CNRS (FAST, Orsay), pour son soutien, sa disponibilité et ses bons conseils. J’associe à ces remerciements Monsieur Marc Prat, Directeur de recherche au CNRS (IMFT, Toulouse), tous deux m’ayant fait l’honneur de rapporter sur mon travail.

Je tiens aussi à exprimer toute ma gratitude à Madame Olga Vizika, Directrice de la Division Ingénierie des Réservoirs de l’Institut Français du Pétrole, pour avoir accepté de faire partie de mon Jury et pour avoir jugé ce travail.

Je remercie également, les secrétaires, informaticiens et techniciens du laboratoire. Particulièrement : Ludovic Buhler, Franck Demeurie, Catherine Denis, Edith Lang et Valérie Reichhart pour leur gentillesse et leur disponibilité. Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance aux permanents du LEMTA, en particulier : Sophie Didierjean, Mohamed Haboussi, Isabelle Perry, Benjamin Remy, Didier Stemmelen et M'Barek Taghite pour l'accueil chaleureux qu'ils m'ont réservé.

Dans ces remerciements, je ne voudrais pas oublier mes collègues doctorants et post-doctorants pour leur gentillesse et pour les moments agréables que nous avons pu partager ensemble. Je pense particulièrement à Anahita Abadpour, Sidarta Araujo de Lima, Fabrice Bauguet, Arnaud Blaise, Bader Boubaker, Benoit Fiers, Mariem Kacem, Franck Lelong, Hoang Quan Nguyen, Sara Madani, Nadjim Moumini, Aboubacar Ouattara, Nicolas Roland, Wassim Salameh et Youssef Souhar.

Je remercie également mes amis spécialement Ali Kooshanfar et Bamdad Salemi qui indirectement ont contribué à ce travail (cela doit les surprendre, mais c'est vrai).

J'exprime enfin toute ma reconnaissance et ma gratitude à mes parents qui m'ont toujours soutenu et encouragé inconditionnellement. Ils m'ont donné le courage et l'élan nécessaires à réussir mes projets. Aujourd'hui j'espère qu'ils pourront être fiers de mon parcours. Je pense avec tant d'émotion à mon frère, Hossein, qui m'a énormément soutenu pour décrocher ce précieux diplôme universitaire.



# Table des matières

Introduction générale .....	1
-----------------------------	---

## CHAPITRE I : ECOULEMENT MONOPHASIQUE ....5

Nomenclature .....	6
1 Ouverture hydraulique .....	7
1.1 Ecoulement laminaire .....	7
1.2 Ecoulement laminaire inertiel .....	9
2 Dispositif expérimental .....	13
2.1 Schéma du dispositif expérimental .....	13
2.1.1 Les cellules d'expérimentation .....	14
2.1.2 Le circuit du fluide .....	15
2.2 Procédure expérimentale .....	16
2.3 Les paramètres mesurés .....	17
2.3.1 Mesure du débit d'injection de l'eau .....	17
2.3.2 Mesure de la perte de pression .....	17
3 Interprétation des résultats .....	20
4 Conclusion .....	25
Références bibliographiques .....	26

## CHAPITRE II : ECOULEMENT DIPHASIQUE .....31

Nomenclature .....	32
1 Introduction .....	34
1.1 Généralisation de la loi de Darcy .....	37
1.2 Généralisation de la loi de Forchheimer .....	39
1.3 Approche de la fonction $F$ (Généralisation de la loi de Forchheimer) .....	43
2 Modélisation .....	46
3 Dispositif expérimental .....	49
3.1 Schéma du dispositif expérimental .....	49
3.1.1 Les cellules d'expérimentation .....	50

3.1.2	Les circuits des fluides .....	51
4	Procédure expérimentale .....	52
5	Les paramètres mesurés .....	53
5.1	Mesure du débit d'injection d'eau .....	53
5.2	Mesure du débit d'injection d'air .....	54
5.3	Mesure de la perte de pression .....	54
5.4	Mesure de la saturation .....	58
6	Interprétation des résultats .....	61
6.1	Généralisation de la loi de Darcy .....	61
6.2	Approche de la fonction $F$ (Généralisation de la loi de Forchheimer) .....	66
6.3	Approche de la fonction $F$ (Généralisation de la loi cubique complète) .....	69
7	Conclusion .....	76
	Références bibliographiques .....	79

## Chapitre III : DISPERSION D'UN TRACEUR .....83

	Nomenclature .....	84
1	Introduction .....	86
1.1	Les mécanismes de transport .....	87
1.1.1	Transport par convection .....	87
1.1.2	Transport par gradient de concentration .....	88
1.2	La dispersion en milieu poreux .....	89
1.2.1	Dispersion mécanique .....	89
1.2.2	Dispersion hydrodynamique .....	90
1.2.3	Les différents régimes de dispersion .....	91
1.3	Loi locale de microdispersion .....	94
1.4	Intégration de l'équation locale .....	95
1.4.1	Importance des hétérogénéités .....	96
1.5	Le modèle de milieu poreux stratifié équivalent .....	97
1.6	Le modèle CTRW .....	100
1.6.1	Équation différentielle partielle du modèle CTRW .....	101
2	Dispositif expérimental .....	104
2.1	Schéma du dispositif expérimental .....	104
2.2	Les cellules d'expérimentation .....	105

2.3	Les circuits des fluides .....	105
2.4	Le dispositif optique .....	106
3	Procédure expérimentale .....	106
4	Les paramètres mesurés .....	109
4.1	Mesure de débit d'injection du traceur .....	110
4.2	Mesure de la concentration .....	110
4.2.1	Méthode photométrique .....	110
4.2.2	Choix du colorant .....	111
4.2.3	Spectrophotométrie .....	112
4.2.4	Loi de Beer-Lambert .....	113
4.2.5	Détermination de $\zeta$ .....	113
4.2.6	Mesure de cartographie des ouvertures .....	114
4.2.7	Profil de la concentration moyenne .....	118
5	Interprétation des résultats .....	123
5.1	Loi locale de microdispersion .....	123
5.2	Modèle classique de convection-dispersion .....	134
5.3	Modèle de milieu poreux stratifié équivalent .....	140
5.4	Modèle CTRW .....	152
6	Conclusion .....	158
	Références bibliographiques .....	160
	Conclusion générale et perspectives .....	167
	Annexe A : Nowamooz, A., Radilla G. and Fourar M., 2009. Non-Darcian two-phase flow in a transparent replica of a rough-walled rock fracture .....	173
	Annexe B : Intégration de l'équation de dispersion locale .....	185
	Annexe C : Modèle de milieu poreux stratifié équivalent .....	191

# Liste des figures

## CHAPITRE I : ECOULEMENT MONOPHASIQUE

Fig. I.1 : Notion d'ouverture hydraulique d'une fracture rugueuse .....	7
Fig. I.2 : Différents régimes d'écoulement d'après Muskat, 1946 .....	13
Fig. I.3 : Dispositif expérimental .....	14
Fig. I.4. : Cellules d'expérimentation a) Grès des Vosges b) Granit .....	15
Fig. I.5 : Circuit d'eau .....	16
Fig. I.6. : Etalonnage du capteur de pression a) Pompe à main pneumatique et calibrateur électronique b) Tube manométrique .....	18
Fig. I.7 : Variation de la perte de pression en fonction du voltage .....	18
Fig. I.8 : Gradient de pression ( $-\Delta P/L$ ) en fonction du débit d'eau (Grès des Vosges) .....	19
Fig. I.9 : Gradient de pression ( $-\Delta P/L$ ) en fonction du débit d'eau (Granit) .....	19
Fig. I.10 : Gradient de pression ( $-\Delta P/L$ ) en fonction du débit d'eau (Grès des Vosges - Application des modèles présentés à l'ensemble des résultats expérimentaux) .....	21
Fig. I.11 : Gradient de pression ( $-\Delta P/L$ ) en fonction du débit d'eau (Granit - Application des modèles présentés à l'ensemble des résultats expérimentaux) .....	21
Fig. I.12 : Gradient de pression divisée par le débit ( $-\Delta P/(LQ_i)$ ) en fonction du débit (Grès des Vosges - Application des modèles présentés à l'ensemble des résultats expérimentaux) .....	22
Fig. I.13 : Gradient de pression divisée par le débit ( $-\Delta P/(LQ_i)$ ) en fonction du débit (Granit - Application des modèles présentés à l'ensemble des résultats expérimentaux) .....	22
Fig. I.14 : Gradient de pression divisée par le débit ( $-\Delta P/(LQ_i)$ ) en fonction du débit (Grès des Vosges - Les régimes d'écoulement associés aux lois cubique et Forchheimer) .....	23
Fig. I.15 : Gradient de pression divisée par le débit ( $-\Delta P/(LQ_i)$ ) en fonction du débit (Granit - Les régimes d'écoulement associés aux lois cubique et Forchheimer) .....	24

## CHAPITRE II : ECOULEMENT DIPHASIQUE

Fig. II.1 : Exemple d'évolution des perméabilités relatives en fonction de la saturation .....	39
--	----

Fig. II.2 : Corrélations de perméabilités relatives en fonction de la saturation liquide (Généralisation de la loi de Forchheimer) .....	42
Fig. II.3 : Corrélations de passabilités relatives en fonction de la saturation liquide (Généralisation de la loi de Forchheimer) .....	42
Fig. II.4 : Evolution des fonctions $F$ liquide et gaz en fonction de la saturation liquide (Généralisation de la loi de Forchheimer) .....	46
Fig. II.5 : Evolution des fonctions $F$ liquide et gaz en fonction de la saturation liquide (Généralisation de la loi cubique complète) .....	48
Fig. II.6 : Dispositif expérimental .....	50
Fig. II.7 : a) Circuit eau b) Circuit air .....	52
Fig. II.8 : Evolution de la perte de pression en fonction du temps pour un écoulement eau-air à différents débits d'eau et d'air .....	54
Fig. II.9 : Gradient de pression en fonction du débit du gaz (Grès des Vosges) .....	56
Fig. II.10 : Gradient de pression en fonction du débit du gaz (Granit) .....	57
Fig. II.11 : Expérience de reproductibilité (Granit) .....	57
Fig. II.12 : Ouvertures locales en millimètre a) Grès de Vosges b) Granit .....	58
Fig. II.13 : Images utilisés pour mesurer la saturation (Grès des Vosges) .....	59
Fig. II.14 : Images utilisés pour mesurer la saturation (Granit) .....	59
Fig. II.15 : Saturation d'eau en fonction du débit du gaz (Grès des Vosges) .....	60
Fig. II.16 : Saturation d'eau en fonction du débit du gaz (Granit) .....	61
Fig. II.17 : Perméabilités relatives en fonction du paramètre $X$ (Grès de Vosges) .....	63
Fig. II.18 : Perméabilités relatives en fonction du paramètre $X$ (Granit) .....	63
Fig. II.19 : Perméabilités relatives en fonction du paramètre $X$ (Grès de Vosges) .....	64
Fig. II.20 : Perméabilités relatives en fonction du paramètre $X$ (Granit) .....	64
Fig. II.21 : Perméabilités relatives en fonction de la saturation (Grès de Vosges) .....	65
Fig. II.22 : Perméabilités relatives en fonction de la saturation (Granit) .....	65
Fig. II.23 : Saturation estimée en fonction du paramètre $X$ (Grès des Vosges - Généralisation de la loi de Forchheimer) .....	67
Fig. II.24 : Saturation estimée en fonction du paramètre $X$ (Granit - Généralisation de la loi de Forchheimer) .....	67
Fig. II.25 : Perméabilités relatives en fonction du paramètre $X$ (Grès des Vosges - Généralisation de la loi de Forchheimer) .....	68

Fig. II.26 : Perméabilités relatives en fonction du paramètre $X$ (Granit - Généralisation de la loi de Forchheimer) .....	68
Fig. II.27: Saturation estimée en fonction du paramètre $X$ (Grès des Vosges - Généralisation de la loi cubique complète) .....	70
Fig. II.28 : Saturation estimée en fonction du paramètre $X$ (Granit - Généralisation de la loi cubique complète) .....	71
Fig. II.29 : Perméabilités relatives en fonction du paramètre $X$ (Grès des Vosges - Généralisation de la loi cubique complète) .....	71
Fig. II.30 : Perméabilités relatives en fonction du paramètre $X$ (Granit - Généralisation de la loi cubique complète) .....	72
Fig. II.31 : Perméabilités relatives en fonction en fonction de la saturation (Grès des Vosges - Généralisation de la loi cubique complète) .....	72
Fig. II.32 : Perméabilités relatives en fonction de la saturation (Granit - Généralisation de la loi cubique complète) .....	73
Fig. II.33 : Perméabilités relatives calculée en fonction de la perméabilités relatives mesurée (Grès des Vosges - Généralisation de la loi cubique complète) .....	73
Fig. II.34 : Perméabilités relatives calculée en fonction de la perméabilités relatives mesurée (Granit - Généralisation de la loi cubique complète) .....	74
Fig. II.35 : Saturation estimée et mesurée en fonction de débit du gaz (Grès des Vosges - Généralisation de la loi cubique complète) .....	74
Fig. II.36 : Saturation estimée et mesurée en fonction de débit du gaz (Granit - Généralisation de la loi cubique complète) .....	75
Fig. II.37 : Saturation calculée en fonction de la saturation mesurée (Grès des Vosges - Généralisation de la loi cubique complète) .....	75
Fig. II.38 : Saturation calculée en fonction de la saturation mesurée (Granit - Généralisation de la loi cubique complète) .....	76

## Chapitre III : DISPERSION D'UN TRACEUR

Fig. III.1: Diffusion d'un créneau de traceur de concentration $C_0$ injecté au temps $t_0$ dans un milieu poreux, d'après Fetter (1999) .....	89
Fig. III.2 : Illustration des sources de dispersion longitudinale, d'après Fetter (1999) .....	89
Fig. III.3 : Illustration des sources de dispersion transverse, d'après Fetter (1999) .....	90
Fig. III.4 : Les 5 régimes de dispersion, d'après Pfannkuch (1963) .....	92

Fig. III.5 : Représentation schématique des différents régimes de dispersion (échelle logarithmique), d'après Pfannkuch (1963). Le paramètre $m$ représente la pente de la courbe ...	93
Fig. III.6 : Transport et étalement d'un créneau de traceur de concentration $C_0$ injecté au temps $t_0$ dans un milieu poreux, d'après Fetter (1999). Les mécanismes mis en jeu sont la convection et la dispersion .....	95
Fig. III.7 : a) Distribution des perméabilités locales b) Milieu stratifié équivalent .....	97
Fig. III.8 : Solutions des équations III.17 et III.18 (Modèle stratifié) .....	99
Fig. III.9 : Comportement de $\psi(t)$ pour différentes valeurs de $\beta$ et $t_2$ (CTRW) .....	103
Fig. III.10 : Solutions de l'équation III.25 pour $u_\psi = 1$ et $D_\psi = 0.05$ (CTRW) .....	103
Fig. III.11 : Dispositif expérimental .....	104
Fig. III.12. : a) Circuit d'eau b) Circuit de traceur .....	106
Fig. III.13 : Dispersion de traceur (Grès des Vosges - Images) .....	107
Fig. III.14 : Dispersion de traceur (Granit - Images) .....	107
Fig. 15: Effet de la diffusion sur l'étalement d'un soluté dans un écoulement pour a) une diffusion lente b) une diffusion rapide d'après Pfannkuch (1963) .....	109
Fig. III.16 : Diminution de l'intensité d'un faisceau lumineux ( $I_l < I_0$ ) traversant un milieu d'épaisseur $h$ avec une constante d'absorption $\zeta$ et une concentration initiale $C_0$ . (www.WIKIPEDIA.com) .....	114
Fig. III.17 : La variation du niveau de gris mesuré en fonction de la concentration ( $\zeta = 14.92 \text{ m}^2/\text{gr}$ ).....	114
Fig. III.18 : Image enregistrée au début de l'expérience a) Grès de Vosges b) Granit .....	115
Fig. III.19 : Image enregistrée à la fin de l'expérience a) Grès de Vosges b) Granit .....	115
Fig. III.20 : Ouvertures locales (Grès des Vosges) .....	116
Fig. III.21 : Ouvertures locales (Granit) .....	116
Fig. III.22 : Ouverture locale moyenne a) Grès des Vosges b) Granit .....	117
Fig. III.23 : Mesure de la concentration pour un pixel à un temps connu .....	118
Fig. III.24 : Calcul du profil de la concentration moyenne .....	119
Fig. III.25 : Profil de concentration moyenne (Grès des Vosges ( $Pe = 1.37e+5$ )) .....	119
Fig. III.26 : Profil de concentration moyenne (Granit ( $Pe = 3.46e+5$ )) .....	120
Fig. III.27 : Profil de concentration moyenne, (Granit ( $Pe = 6.93e+5$ )) .....	120
Fig. III.28 : Profil de concentration moyenne, (Granit ( $Pe = 1.04e+6$ )) .....	121
Fig. III.29 : Influence de la densité de traceur sur les profils de concentration (Granit ( $Pe = 3.46e+5$ )) .....	122

Fig. III.30 : Vérification de régime d'écoulement (Granit) .....	123
Fig. III.31 : Vitesse locale adimensionnelle a) Grès des Vosges b) Granit .....	124
Fig. III.32 : Masse accumulée en fonction de $t^*$ (Grès des Vosges) .....	125
Fig. III.33 : Masse accumulée en fonction de $t^*$ (Granit (Pe = 3.46e+5)) .....	126
Fig. III.34 : Masse accumulée en fonction de $t^*$ (Granit (Pe = 6.93e+5)) .....	126
Fig. III.35 : Masse accumulée en fonction de $t^*$ (Granit (Pe = 1.04e+6)) .....	127
Fig. III.36 : Variations sur les courbes de flux, résultat de la fonction SPLINE .....	128
Fig. III.37 : Flux calculé en fonction de $t^*$ (Grès des Vosges) .....	128
Fig. III.38 : Flux calculé en fonction de $t^*$ (Granit (Pe = 3.46e+5)) .....	129
Fig. III.39 : Flux calculé en fonction de $t^*$ (Granit (Pe = 6.93e+5)) .....	129
Fig. III.40 : Flux calculé en fonction de $t^*$ (Granit (Pe = 1.04e+6)) .....	130
Fig. III.41 : Concentration en fonction de $x^*$ (Grès des Vosges) .....	131
Fig. III.42 : Concentration en fonction de $x^*$ (Granit (Pe = 3.46e+5)) .....	131
Fig. III.43 : Concentration en fonction de $x^*$ (Granit (Pe = 6.93e+5)) .....	132
Fig. III.44 : Concentration en fonction de $x^*$ (Granit (Pe = 1.04e+6)) .....	132
Fig. III.45 : Coefficient de dispersion en fonction de $x^*$ .....	133
Fig. III.46 : Gradient de concentration en fonction de $t^*$ (Granit) .....	134
Fig. III.47 : Vitesse moyenne a) Grès des Vosges b) Granit .....	136
Fig. III.48 : Concentration en fonction de $t^*$ (Grès des Vosges - Modèle classique de convection-dispersion) .....	137
Fig. III.49 : Concentration en fonction de $t^*$ (Granit (Pe = 3.46e+5 - Modèle classique de convection-dispersion)) .....	137
Fig. III.50 : Concentration en fonction de $t^*$ (Granit (Pe = 6.93e+5 - Modèle classique de convection-dispersion)) .....	138
Fig. III.51 : Concentration en fonction de $t^*$ (Granit (Pe = 1.04e+6 - Modèle classique de convection-dispersion)) .....	138
Fig. III.52 : Coefficient de dispersion classique en fonction de $x^*$ .....	139
Fig. III.53 : Concentrations calculées en fonction des résultats expérimentaux (Modèle classique de convection-dispersion).....	139
Fig. III.54 : Distributions des perméabilités entre l'entrée et différentes abscisses (grès des Vosges) .....	141
Fig. III.55 : Distributions des perméabilités entre l'entrée et différentes abscisses (granit) .....	142
Fig. III.56 : Concentration en fonction de $t^*$ (Grès des Vosges (Distribution log normale)) .....	144

Fig. III.57 : Concentration en fonction de $t^*$ (Granit (Pe = 3.46e+5 - Distribution log normale))	144
.....	
Fig. III.58 : Concentration en fonction de $t^*$ (Granit (Pe = 6.93e+5 - Distribution log normale))	145
.....	
Fig. III.59 : Concentration en fonction de $t^*$ (granit (Pe = 1.04e+6 - Distribution log normale))	145
.....	
Fig. III.60 : Coefficient de stratification (Distribution log normale) .....	146
Fig. III.61 : Concentration en fonction de $t^*$ (Grès des Vosges - Distribution normale) .....	146
Fig. III.62 : Concentration en fonction de $t^*$ (Granit (Pe = 3.46e+5 - Distribution normale))	147
.....	
Fig. III.63 : Concentration en fonction de $t^*$ (Granit (Pe = 6.93e+5 - Distribution normale))	147
.....	
Fig. III.64 : Concentration en fonction de $t^*$ (Granit (Pe = 1.04e+6 - Distribution normale))	148
.....	
Fig. III.65 : Coefficient de stratification a) grès des Vosges b) granit (Distribution normale) ...	148
Fig. III.66 : Coefficient de corrélation en fonction de $x^*$ a) grès des Vosges b) granit (Modèle stratifié) .....	149
Fig. III.67: Concentrations calculées en fonction des résultats expérimentaux a) grès des Vosges b) granit (Distribution log normale) .....	150
Fig. III.68 : Concentrations calculées en fonction des résultats expérimentaux a) grès des Vosges b) granit (Distribution normale) .....	150
Fig. III.69 : Coefficient de stratification (Grès des Vosges) .....	151
Fig. III.70 : Concentration en fonction de $t^*$ (Grès des Vosges - CTRW) .....	154
Fig. III.71 : Concentration en fonction de $t^*$ (Granit (Pe = 3.46e+5 - CTRW)) .....	154
Fig. III.72 : Concentration en fonction de $t^*$ (Granit (Pe = 6.93e+5 - CTRW)) .....	155
Fig. III.73 : Concentration en fonction de $t^*$ (Granit (Pe = 1.04e+6 - CTRW)) .....	155
Fig. III.74 : Concentrations calculées en fonction des résultats expérimentaux (CTRW) .....	156
Fig. III.75 : Coefficient de corrélation en fonction de $x^*$ (CTRW) .....	157

# Liste des tableaux

## CHAPITRE I : ECOULEMENT MONOPHASIQUE

Tableau. I.1 : Paramètres visqueux et inertiels (Grès des Vosges) .....	24
Tableau. I.2 : Paramètres visqueux et inertiels (Granit) .....	24
Tableau. I.3 : Nombre du Reynolds de point de transition .....	25

## CHAPITRE II : ECOULEMENT DIPHASIQUE

Tableau. II.1 : Corrélations pour les perméabilités relatives (ou passabilités relatives) .....	41
Tableau. II.2 : Corrélations pour les perméabilités relatives et les passabilités relatives .....	41
Tableau. II.3 : Caractéristiques intrinsèques des fractures .....	50
Tableau. II.4 : Les expériences réalisées .....	53
Tableau. II.5 : Erreur relative moyenne entre les perméabilités relatives expérimentales et celles calculées par l'approche de la fonction $F$ (Généralisation de la loi de Forchheimer) .....	69
Tableau. II.6 : Erreur relative moyenne entre les perméabilités relatives et les saturations expérimentales et celles calculées par l'approche de la fonction $F$ (Généralisation de la loi cubique complète) .....	76

## Chapitre III : DISPERSION D'UN TRACEUR

Tableau III.1 : Les expériences réalisées .....	108
Tableau III.2 : Nombre de Péclet .....	109
Tableau III.3 : Les valeurs caractéristiques des fractures .....	118
Tableau. III.4 : Erreur relative moyenne entre les résultats expérimentaux de la concentration et celles du modèle classique .....	140
Tableau. III.5 : Erreur relative moyenne entre les résultats expérimentaux de la concentration et celles des modèles stratifiés .....	151
Tableau. III.6 : Les constants de la loi de puissance (Modèles stratifiés) .....	152
Tableau III.7 : Les paramètres du modèle CTRW .....	153

Tableau. III.8 : Erreur relative moyenne entre les résultats expérimentaux de la concentration et celles du modèle CTRW ..... 156



# **INTRODUCTION GENERALE**

Les écoulements diphasiques en fracture se produisent aussi bien dans des applications industrielles que dans la nature. On peut citer, par exemple, le génie pétrolier, la géothermie, le génie chimique, le génie nucléaire, la protection de l'environnement et l'hydrogéologie. Pour modéliser ces écoulements, il est important de connaître le rôle des caractéristiques géométriques des surfaces constituant les fractures. L'objectif de ce travail de thèse est d'étudier expérimentalement les écoulements diphasiques (liquide-gaz) et la dispersion de traceurs dans des fractures réelles dont on connaît la cartographie des surfaces et d'en proposer une modélisation adéquate.

Deux cellules d'expérimentation sont réalisées de matière transparente afin d'étudier les écoulements monophasiques et la dispersion de traceurs. La première fracture utilisée est un moulage en résine transparente d'une fracture réelle issue d'un bloc de grès des Vosges fracturé artificiellement. Ses dimensions sont 15 x 26 cm et le volume total de cette fracture est de 33 ml. La deuxième fracture utilisée est aussi un moulage en résine transparente obtenu en faisant un positif et un négatif d'une seule et même surface de granit issue d'une fracture naturelle. Ses dimensions sont 15.5 x 33 cm et le volume total est de 47 ml. Les fractures sont maintenues en position horizontale dans des cellules expérimentales munies de systèmes d'injection et de récupération des fluides. La cartographie des ouvertures de la fracture a été obtenue grâce au relevé cartographique des deux surfaces (mesure effectuée par palpeur) combinée à une méthode optique basée sur la loi d'atténuation de Beer-Lambert. Plusieurs prises de pression sont placées dans la direction principale de l'écoulement.

Différentes expériences ont été réalisées en régimes inertiel et capillaire afin de caractériser la fracture :

- écoulement monophasique inertiel (perméabilité intrinsèque et coefficients d'inertie) : Ces expériences auront pour objectif la détermination la perméabilité intrinsèque de la fracture ainsi que son coefficient d'inertie. Elles consistent à faire varier le débit du fluide injecté et à mesurer les pertes de pressions correspondantes.
- écoulement diphasique inertiel liquide-gaz (perméabilités relatives) : Ces expériences consistent à injecter le gaz dans la fracture initialement saturée d'eau à débit constant. Outre l'identification des configurations d'écoulements, ces expériences ont pour objectif la détermination des courbes de perméabilités relatives en régime inertiel.
- dispersion de traceur (coefficient de dispersion, facteur de stratification) : En utilisant un traceur coloré et par traitement d'images, on peut déterminer les courbes de flux de traceur à la sortie de la fracture mais également en diverses abscisses le long de la

fracture. Ces expériences seront interprétées à l'aide de différentes approches pour quantifier l'hétérogénéité des fractures.

Ce document est organisé en trois chapitres :

Le premier chapitre présente les lois permettant de décrire les écoulements monophasiques en régimes laminaires visqueux et inertiel. Ces lois sont ensuite utilisées pour caractériser les différentes fractures étudiées.

Dans le deuxième chapitre, nous présentons les différents modèles développés pour décrire les écoulements liquide-gaz en régime inertielle. Leur capacité d'adapter les courbes de perméabilités relatives et la variation de leurs paramètres convenables est étudiée. Afin d'évaluer les modèles présentés en terme de la saturation, en utilisant un traceur coloré et par un traitement d'images, les valeurs de saturation pour différents débits d'injection du gaz sont mesurées et ensuite comparées avec les valeurs obtenues par les modèles.

Dans le troisième chapitre, les courbes de concentration obtenues lors des expériences de dispersion ont été interprétées avec différents modèles afin d'évaluer leur capacité à décrire la dispersion dans la fracture et donc l'hétérogénéité de celle-ci. Interprétation des résultats se fait à l'aide de quatre approches (loi locale de microdispersion, le modèle classique de convection-dispersion, le modèle de milieu poreux stratifié équivalent, le modèle de marche aléatoire du temps continu - CTRW). Leur capacité d'adapter les courbes de la concentration et la variation de leurs paramètres convenables avec la distance est étudiée.

Ce travail s'est déroulé au laboratoire d'Energétique et de Mécanique Théorique et Appliquée (LEMTA).



**CHAPITRE I**  
**ÉCOULEMENT MONOPHASIQUE**

# Nomenclature

$A$	Section perpendiculaire de passage, $m^2$
$B$	Constante de la relation de Kozeny-Carman, sans dimension
$b$	Constante de proportionnalité du capteur de pression, $Pa/V$
$d$	Diamètre moyen des particules, $m$
$h$	Ouverture hydraulique, $m$
$K$	Perméabilité intrinsèque, $m^2$
$L$	Longueur caractéristique, $m$
$P$	Pression, $Pa$
$R$	Coefficient de corrélation
$Re$	Nombre de Reynolds
$Q$	Débit volumique, $m^3/s$
$U$	Vitesse superficielle, $m/s$
$v$	Tension mesurée pour l'étalonnage du capteur de pression, $V$
$W$	Largeur caractéristique, $m$

## *Symboles grecs*

$\beta$	Coefficient d'inertie (loi de Forchheimer), $m^{-1}$
$\varepsilon$	Porosité, sans dimension
$\gamma$	Coefficient d'inertie (loi cubique), sans dimension
$\eta$	Passabilité intrinsèque ( $\eta=1/\beta$ ), $m$
$\lambda$	Longueur de corrélation, $m$
$\mu$	Viscosité dynamique, $Pa.s$
$\rho$	Masse volumique, $kg/m^3$
$\sigma$	Ecart-type

Dans ce chapitre, nous rappelons la notion d'ouverture hydraulique d'une fracture rugueuse, puis nous présentons les différences lois permettant de la déterminer en fonction du régime d'écoulement. Le dispositif expérimental utilisé pour étudier l'écoulement monophasique en fractures est ensuite présenté. Enfin, les résultats expérimentaux obtenus sont interprétés à l'aide des lois vues précédemment.

# 1 Ouverture hydraulique

L'une des caractéristiques importantes des fractures réelles est leur ouverture hydraulique. Celle-ci est définie comme l'ouverture d'une fracture constituée de deux plans parallèles de mêmes dimension que la fracture réelle et produisant la même perte de pression au même débit (figure 1).

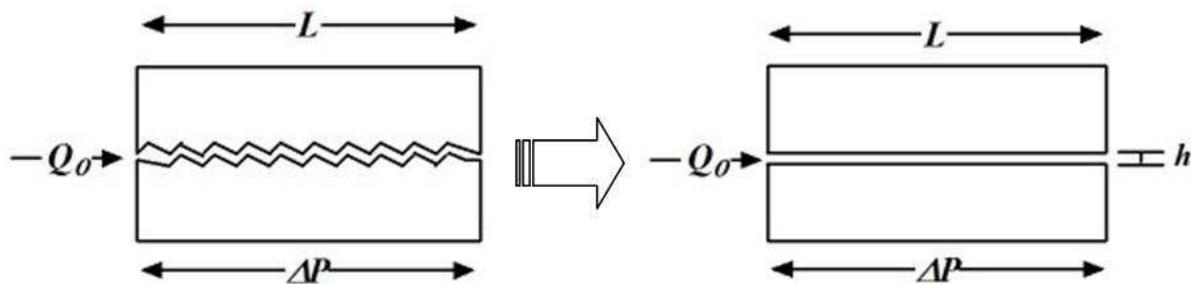


Fig. I.1 : Notion d'ouverture hydraulique d'une fracture rugueuse.

L'expérience montre qu'aux très faibles débits, les écoulements en milieux poreux et fractures sont correctement décrits par la loi de Darcy (régime laminaire visqueux). Lorsqu'on augmente le débit, on observe un écart progressif par rapport à cette loi. Cet écart est dû aux effets inertiels (régime laminaire inertiel) et entraîne une modification de l'ouverture hydraulique. Pour prendre en compte ces effets, il faut utiliser une loi d'écoulement adaptée.

## 1.1 Écoulement laminaire

L'écoulement monophasique en milieux poreux est généralement décrit par la loi de Darcy (1856). Pour un fluide visqueux et incompressible en régime permanent, dans un échantillon de milieu poreux horizontal de longueur  $L$  et de section constante, cette loi s'écrit :

$$-\frac{\Delta P}{L} = \frac{\mu}{K} U = \frac{\mu}{K} \frac{Q}{A} \quad (\text{I.1})$$

où  $\Delta P$  désigne la perte de pression le long de l'échantillon,  $\mu$  est la viscosité dynamique,  $U$  est la vitesse superficielle (rapport du débit  $Q$  à la section perpendiculaire de passage  $A$ ) et  $K$  est la perméabilité intrinsèque du milieu.

La perméabilité intrinsèque a la dimension d'une longueur au carré et dépend essentiellement de la structure géométrique du milieu poreux. Elle est corrélée à la porosité,  $\varepsilon$  et au diamètre moyen des particules,  $d$ , par la relation de Kozeny-Carman (Kozeny, 1927 ; Carman, 1937) :

$$K = \frac{d^2 \varepsilon^2}{B(1 - \varepsilon)^2} \quad (\text{I.2})$$

où  $B$  est une constante qui dépend de la forme de la section de passage dans le milieu poreux. Pour des particules sphérique, par exemple, la valeur de  $B$  est de l'ordre 150 (Kozeny, 1927 ; Carman, 1937). La constante  $B$  doit généralement être déterminée expérimentalement.

La même approche (Eq. I.1) peut être utilisée pour décrire écoulement en fracture. Dans ce cas, la relation I.2 ne s'applique pas et les paramètres intrinsèques du milieu doivent être déterminés expérimentalement.

D'après sa définition, l'ouverture hydraulique d'une fracture, en régime visqueux (Darcy) est déterminée en supposant que l'écoulement entre deux plans parallèles est régit par la loi de poiseuille (Snow, 1968). Par identification avec la loi de Darcy, on déduit :

$$K = \frac{h^2}{12} \quad (\text{I.3})$$

$$A = hW \quad (\text{I.4})$$

où  $h$  est l'ouverture hydraulique de la fracture et  $W$  est la largeur de la fracture.

D'après les équations I.3 et I.4, la loi de Darcy peut être réécrite sous la forme suivante :

$$-\frac{\Delta P}{L} = \frac{12\mu}{h^3 W} Q \quad (I.5)$$

Cette solution est également connue sous le nom de loi cubique (Brown, 1984 ; Brown, 1987 ; Deuell, 1988 ; Silliman, 1989 ; Chen et al., 2000; S. Konzuk et H. Kueper, 2004).

Cependant, les fractures réelles ne sont pas planes et leurs surfaces sont rugueuses. Etant donnée l'importance de la morphologie des fractures sur les écoulements, la caractérisation de leurs rugosités a fait l'objet de plusieurs études (Patir et Cheng, 1978 ; Neuzil et Tracy, 1981 ; Tsang et Tsang, 1987 ; Raven et al., 1988 ; Gentier et al., 1997 ; Brown et al., 1998 ; Yeo et al., 1998 ; Becket et Shapiro, 2000 ; Plouraboué et al. 2000 ; Auradou et al., 2005 ). En effet, il a été démontré que les surfaces des fractures réelles ont une structure fractale auto-affine avec un coefficient de rugosité ou facteur de Hurst de l'ordre de 0.8 (Brown et Scholz, 1985 ; Schmittbuhl et al. 1995). Cependant, une valeur proche de 0.5 a été déterminée pour des fractures en grès (Boffa et al. 2000 ; Ponson et al. 2006). Malgré l'intérêt de ces études, il est difficile de relier ces propriétés déterminées à l'échelle locale et l'ouverture hydraulique d'une fracture.

## 1.2 Ecoulement laminaire inertiel

La loi de Darcy décrite ci-dessus, est bien vérifiée pour les très faibles débits. En revanche, lorsqu'on augmente les débits, la perte de pression est supérieure à celle décrite par la loi de Darcy. Par analogie avec les écoulements en conduite, cette déviation a d'abord été attribuée à la turbulence. Mais selon Bear (1972), Lindquist (1933), Schneebeli (1955), Hubbert (1956) et Scheidegger (1960), cette déviation peut être attribuée à la manifestation des effets inertiels. Cela a été confirmé par les travaux de Chauveteau et Thirriot (1967) et Dybbs et Edwards (1984). Le vocabulaire consacré dans la littérature pour distinguer les deux régimes d'écoulement est régime Darcéen et régime non Darcéen. Par conséquent, il est préférable de définir les régimes d'écoulements de la manière suivante (Muskat, 1946):

- Régime visqueux : c'est un régime où les forces d'inertie sont négligeables devant les forces de viscosité (régime Darcéen).

- Régime de transition : il correspond à un écoulement où les forces d’inertie ne sont pas négligeables devant les forces de viscosité (faible régime non Darcéen).
- Régime inertiel : c’est un régime où les forces de viscosité sont négligeables devant les forces d’inertie (fort régime non Darcéen).

Des études théoriques récentes, basée sur des techniques d’homogénéisation, ont montré que l’on peut distinguer entre les régime visqueux et inertiel un régime de transition appelé faible régime inertiel. Dans ce régime, la correction à la loi de Darcy est une fonction cubique de la vitesse superficielle (Barrère, 1990 ; Mei et Auriault, 1991 ; Wodie et Levy, 1991 ; Firdadouss et Guermond, 1995 ; Amaral Souto et Moyne, 1997 ; Firadadouss et al., 1997 ; Skjetne et Auriault, 1999 ; Fourar et al., 2004). :

$$-\frac{\Delta P}{L} = \frac{\mu}{K} \frac{Q}{A} + \frac{\gamma \rho^2}{\mu} \left( \frac{Q}{A} \right)^3 \quad (\text{I.6})$$

où  $\gamma$  est un paramètre sans dimension qui caractérise le milieu. Cette loi n’est valable que sur une très faible plage de variation du nombre de Reynolds. La largeur de cette variation de dépend du milieu étudié (Firadadouss et al., 1997).

A des nombres de Reynolds plus élevés (fort régime inertiel), la loi empirique de Forchheimer est utilisée pour expliquer l’écart à la loi de Darcy. Dans ce régime, la correction à la loi de Darcy est une fonction quadratique de la vitesse superficielle (Forchheimer, 1901) :

$$-\frac{\Delta P}{L} = \frac{\mu}{K} \frac{Q}{A} + \beta \rho \left( \frac{Q}{A} \right)^2 \quad (\text{I.7})$$

où  $\beta$  qui a la dimension inverse d’une longueur est appelé le coefficient d’inertie.

En génie chimique, on utilise également le coefficient de passabilité intrinsèque  $\eta$  défini par :

$$\eta = \frac{1}{\beta} \quad (\text{I.8})$$

Un modèle basé sur des expansions asymptotiques dans une géométrie de type canal ondulé conduit à la loi cubique complète (Panfilov et Fourar, 2006) :

$$-\frac{\Delta P}{L} = \frac{\mu}{K} \frac{Q}{A} + \beta \rho \left( \frac{Q}{A} \right)^2 + \frac{\gamma \rho^2}{\mu} \left( \frac{Q}{A} \right)^3 \quad (\text{I.9})$$

où les coefficients d'inertie  $\beta$  et  $\gamma$  peuvent être négatifs ou positifs selon la géométrie de canal.

En insérant les équations I.3 et I.4 dans les équations I.7, I.8 et I.9, on obtient :

$$-\frac{\Delta P}{L} = \frac{12\mu}{h^3 W} Q + \frac{\gamma \rho^2}{\mu h^3 W^3} Q^3 \quad (\text{I.10})$$

$$-\frac{\Delta P}{L} = \frac{12\mu}{h^3 W} Q + \frac{\beta \rho}{h^2 W^2} Q^2 \quad (\text{I.11})$$

$$-\frac{\Delta P}{L} = \frac{12\mu}{h^3 W} Q + \frac{\beta \rho}{h^2 W^2} Q^2 + \frac{\gamma \rho^2}{\mu h^3 W^3} Q^3 \quad (\text{I.12})$$

Il est important de noter que pour une fracture rugueuse, l'ouverture hydraulique est généralement définie pour un débit donné car l'ouverture d'une fracture lisse des mêmes dimensions ( $L$ ,  $W$  et  $h$ ) produit le même gradient de pression après la loi de Darcy. Par conséquent  $h$  est variable et diminue lors que le débit augment en raison des effets non Darcéens.

Dans cette étude, nous allons utiliser la même approche que Fourar et al. (1993) dans laquelle les différences de pression mesurées sont modélisés par les lois inertielles où  $h$  est une valeur unique pour tous les débits.

Plusieurs études ont été consacrées à la prévision des valeurs de  $\beta$  et  $\gamma$ . Dans la plupart de ces études (Cornell et Katz, 1953 ; Geertsma, 1974 ; Neasham, 1977 ; Noman et Archer, 1987), les coefficients d'inertie ont été essentiellement liés au milieu poreux (porosité, perméabilité et rugosité). Cependant, Tiss et Evans (1989) ont montré que  $\beta$  peut dépendre du fluide utilisé. Ces divers résultats prouvent que les paramètres liés aux effets visqueux ( $K$ ) et inertiel ( $\beta$  et  $\gamma$ ) ne peuvent pas être prévus analytiquement et doivent être déterminés expérimentalement.

Nous avons vu que les lois cubique et Forchheimer sont valables pour différents régimes d'écoulement. Par conséquent, elles ne peuvent pas être appliquées séparément à l'ensemble des points expérimentaux.

Pour distinguer les différents régimes d'écoulement, une représentation plus appropriée des données expérimentales peut être obtenue en divisant la perte de pression par le débit du fluide. Par conséquent, les équations I.1, I.10, I.11, et I.12 peuvent réécrites sous les formes suivantes :

$$-\frac{\Delta P}{LQ} = \frac{12\mu}{h^3W} \quad (I.13)$$

$$-\frac{\Delta P}{LQ} = \frac{12\mu}{h^3W} + \frac{\gamma\rho^2}{\mu h^3W^3} Q^2 \quad (I.14)$$

$$-\frac{\Delta P}{LQ} = \frac{12\mu}{h^3W} + \frac{\beta\rho}{h^2W^2} Q \quad (I.15)$$

$$-\frac{\Delta P}{LQ} = \frac{12\mu}{h^3W} + \frac{\beta\rho}{h^2W^2} Q + \frac{\gamma\rho^2}{\mu h^3W^3} Q^2 \quad (I.16)$$

Le schéma des différents régimes d'écoulement est présenté sur la figure I.2. Pour les très faibles débits (ou nombres de Reynolds), le régime d'écoulement est Darcéen. Par conséquent, l'équation I.13 peut être utilisée afin de déterminer la perméabilité intrinsèque du milieu. En augmentant le débit, les forces d'inertie ne sont plus négligeables devant les forces de viscosité. Pour les faibles débits, l'équation I.14 avec son terme quadratique explique une déviation non linéaire par rapport à la loi de Darcy. Donc, cette équation doit être utilisée pour déterminer la perméabilité intrinsèque et le coefficient d'inertie  $\gamma$ . Pour les débits plus élevés, la déviation à la loi de Darcy devient linéaire et l'équation I.15 doit être utilisée afin d'obtenir la perméabilité intrinsèque et le coefficient d'inertie  $\beta$ . En revanche, l'équation I.16 apparaît comme une solution adéquate pour les différents régimes d'écoulement, car elle prend en compte les deux termes de déviation par rapport à la loi de Darcy.

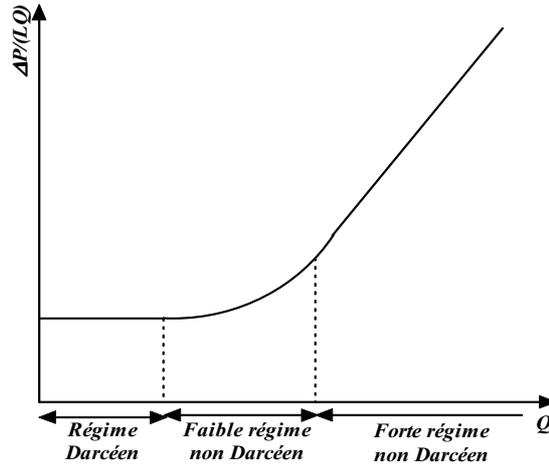


Fig. I.2 : Différents régimes d'écoulement d'après Muskat, 1946.

## 2 Dispositif expérimental

Dans ce paragraphe, nous présentons le dispositif expérimental réalisé pour étudier l'écoulement monophasique en fractures réelles.

### 2.1 Schéma du dispositif expérimental

Un schéma simplifié du dispositif expérimental est représenté sur la figure I.3. Il se compose principalement des éléments suivants :

- Une cellule d'expérimentation (fracture),
- le circuit du fluide comprenant un débitmètre non représenté,
- un capteur de pression différentiel,
- des équipements périphériques.

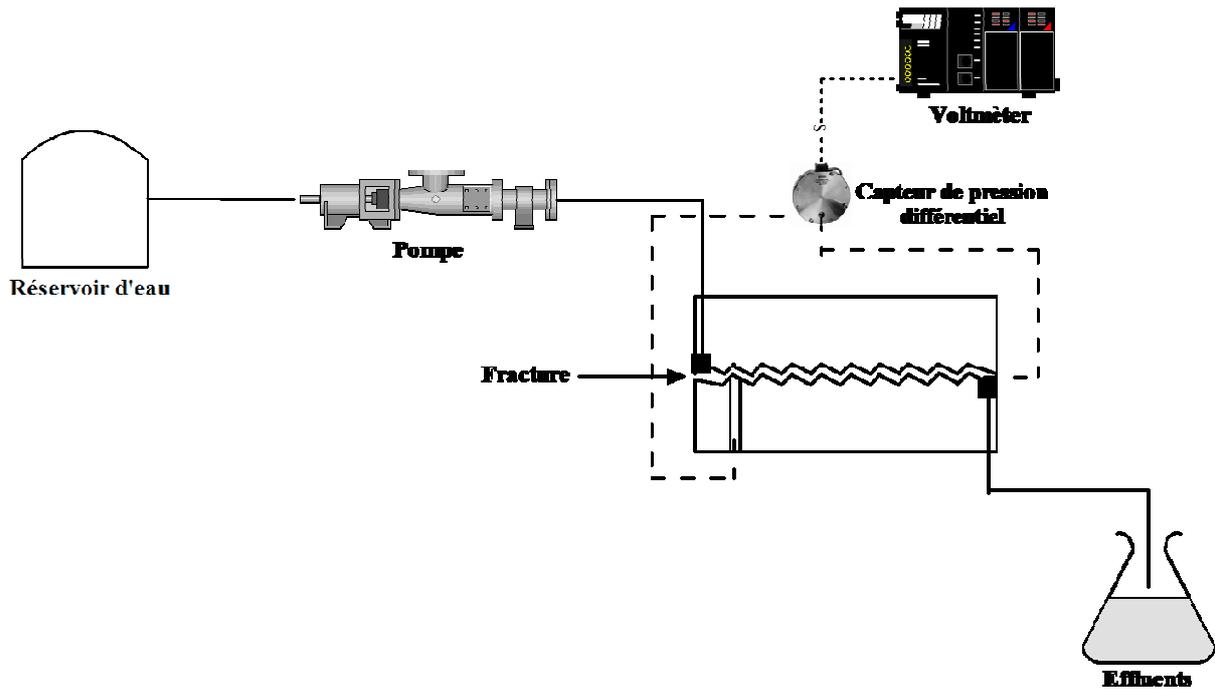


Fig. I.3 : Dispositif expérimental.

Comme nous l'avons expliqué précédemment, l'objectif de cette étude est de déterminer l'ouverture hydraulique (ou perméabilité intrinsèque) ainsi que les coefficients d'inertie ( $\beta$ ,  $\gamma$ ) des fractures.

### 2.1.1 Les cellules d'expérimentation

Deux cellules d'expérimentation sont réalisées de matière transparente afin d'étudier les écoulements monophasiques. La première fracture utilisée (figure I.4.1) est un moulage en résine transparente d'une fracture réelle issue d'un bloc de grès des Vosges fracturé artificiellement. Ses dimensions sont 15 x 26 cm et le volume total de cette fracture est de 33 ml. La deuxième fracture utilisée (figure I.4.2) est aussi un moulage en résine transparente obtenu en faisant un positif et un négatif d'une seule et même surface de granit issue d'une fracture naturelle. Ses dimensions sont 15.5 x 33 cm et le volume total est de 47 ml.

Les fractures sont maintenues en position horizontale dans des cellules expérimentales munies de systèmes d'injection et de récupération des fluides.

A l'entrée, le système d'injection est constitué de huit canaux alternatifs vissés sur les cellules d'expérimentation afin d'obtenir une distribution homogène sur toute la section d'entrée de la

fracture. A la sortie, un système similaire au système d'injection (comportant quatre canaux) est également vissé sur les cellules d'expérimentation.

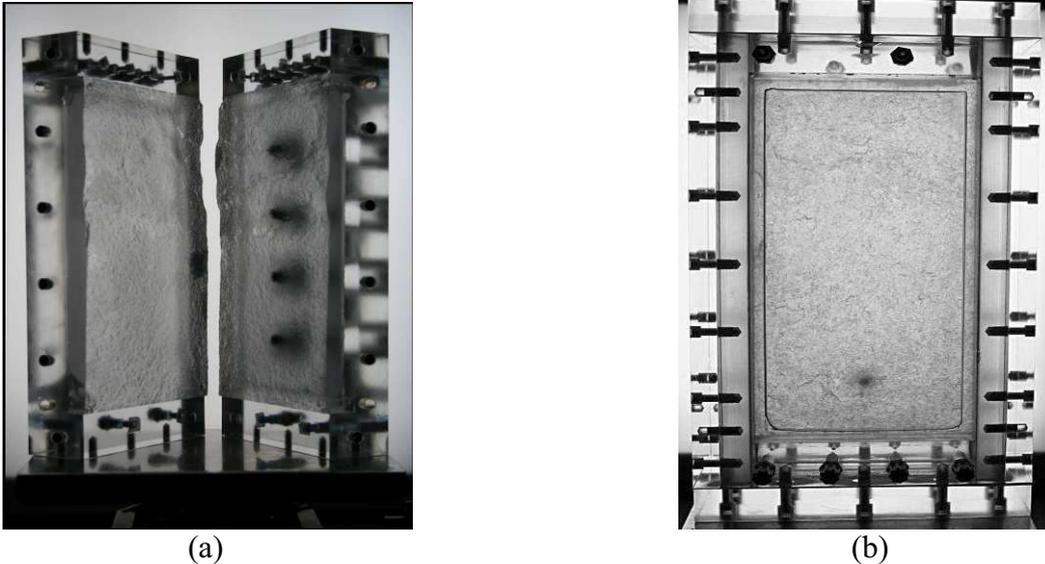


Fig. I.4. : Cellules d'expérimentation a) Grès des Vosges b) Granit.

## 2.1.2 Le circuit du fluide

Le circuit liquide utilisé pour réaliser l'expérience monophasique est représenté sur la figure I.5. Il comprend les éléments suivants :

- un réservoir d'eau de 200 litres,
- une pompe volumétrique (PCM, EcoMoineau M Series) permettant d'imposer un débit constant ( $Q$ ) et de faire varier continûment le débit de 50 à 350 l/h. Elle est entraînée par un moto-variateur Varmeca (caractéristique : 0.75 kW, 1500 tr/min),
- un filtre (25  $\mu$ m) pour éliminer les éventuelles impuretés présentes dans le circuit,
- un débitmètre (Oval, Modèle LSM45) pour mesurer le débit liquide dont la gamme est de 7 à 500 l/h,
- un system by-pass avec vanne réglable permettant d'injecter des débits inférieur à 50 l/h dans les fractures.

Ces éléments sont reliés par des tubes souples résistant aux fortes pressions (20 bars).

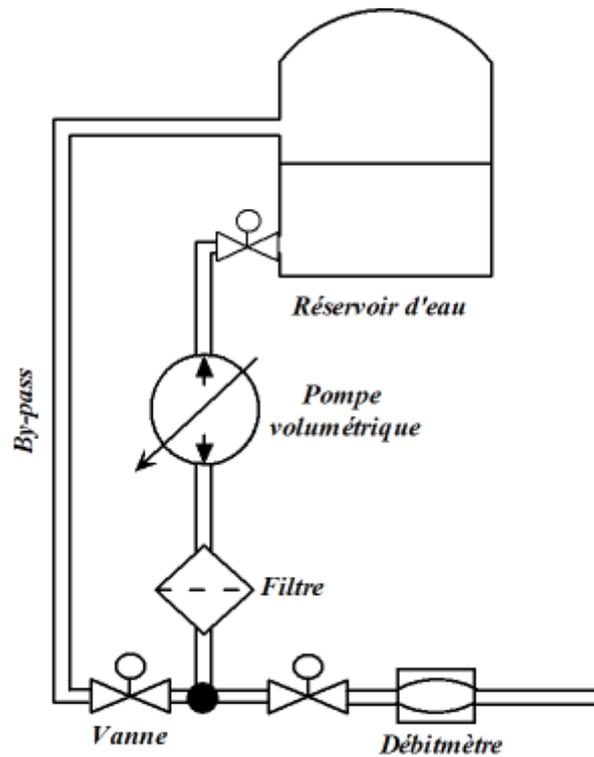


Fig. I.5 : Circuit d'eau.

## 2.2 Procédure expérimentale

Le dispositif expérimental a été décrit précédemment. Nous présentons ici, la procédure expérimentale et les différentes expériences réalisées pour mettre en évidence de façon expérimentale l'écoulement monophasique dans les fractures rugueuses réelles.

Les cellules d'expérimentation sont maintenues en position horizontale. On injecte d'abord du dioxyde de carbone dans la fracture, puis on injecte l'eau à fort débit. Le dioxyde de carbone étant soluble dans l'eau, il permet de saturer correctement le milieu. Pour chaque expérience, on fixe un débit d'eau, puis on augmente le débit par paliers de valeurs croissantes. Pour chaque débit, on mesure la différence de pression entre la sortie de la fracture à la pression ambiante et la première prise de pression ( $\Delta P = P_2 - P_1$ ,  $P_2 = P_{atm}$ ). On mesure également la température de l'eau pour connaître sa viscosité et sa masse volumique.

## 2.3 Les paramètres mesurés

Les grandeurs mesurées au cours des différentes expériences sont le débit d'injection de l'eau et la perte de pression.

### 2.3.1 Mesure du débit d'injection de l'eau

Le débit d'injection est donné par un compteur volumique (Micro-Oval M-III, Model LSM45). Il est formé de deux roues ovales solidaires entraînées par le fluide. Un processeur incorporé dans le corps de l'appareil compte le nombre de tours effectués par les roues. Le compteur est relié à un afficheur et permet une visualisation instantanée du débit en litre par heure. La gamme de mesures est de 7 à 500 l/h avec une précision de  $\pm 2\%$ .

### 2.3.2 Mesure de la perte de pression

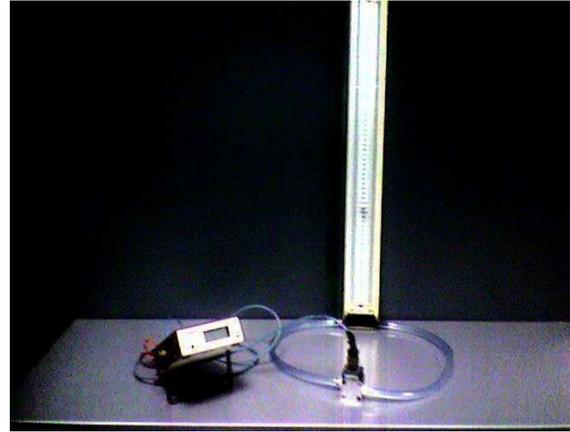
La mesure de la différence de pression est effectuée au moyen d'un capteur différentiel (Validyne DP 15-20), à étendue de mesure ajustable par changement de membrane. La précision de mesure du capteur est de 0.5% de la pleine échelle. Ce capteur est relié à un voltmètre. En utilisant le capteur de pression et le voltmètre, la perte de pression dans le milieu peut être déterminée par un étalonnage préalable.

Deux moyens de mesure sont utilisés afin d'étalonner le capteur de pression :

- pompe à main pneumatique (MECP100 LOW PRESSURE PUMP) et calibrateur électronique (MARTEL ELECTRONICS T-140) présenté sur la figure I.6.1,
- tube manométrique présenté sur la figure I.6.2.



(a)



(b)

Fig. I.6. : Etalonnage du capteur de pression a) Pompe à main pneumatique et calibrateur électronique  
b) Tube manométrique.

La figure I.7 montre les résultats de l'étalonnage du capteur de pression à l'aide des deux méthodes précédentes. La courbe d'étalonnage est une droite :

$$\Delta P = b.v \tag{I.17}$$

Et la constante du capteur vaut  $b=14.82$  kPa/V.

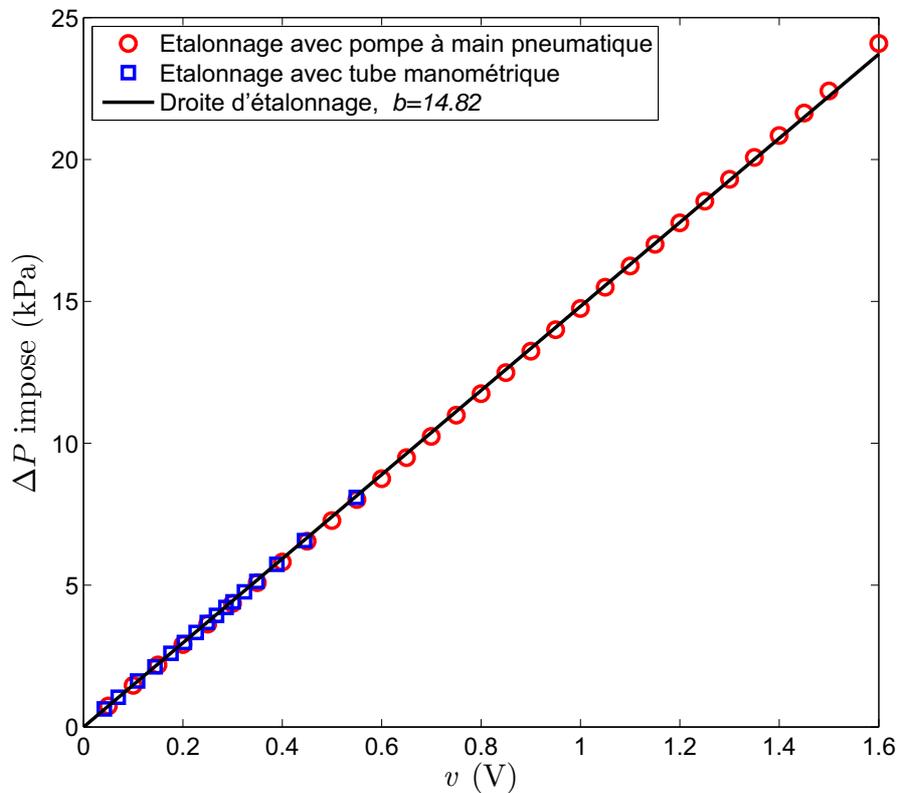


Fig. I.7 : Variation de la perte de pression en fonction du voltage.

Les figures I.8 et I.9 représentent les pertes de pression mesurées en fonction des débits d'injection d'eau respectivement pour la fracture en grès des Vosges et en granit. Les résultats expérimentaux obtenus montrent bien une déviation par rapport à la loi de Darcy. Cette déviation est attribuée à la manifestation des effets inertiels. Par conséquent, la loi de Darcy ne peut pas être utilisée pour décrire ces expériences.

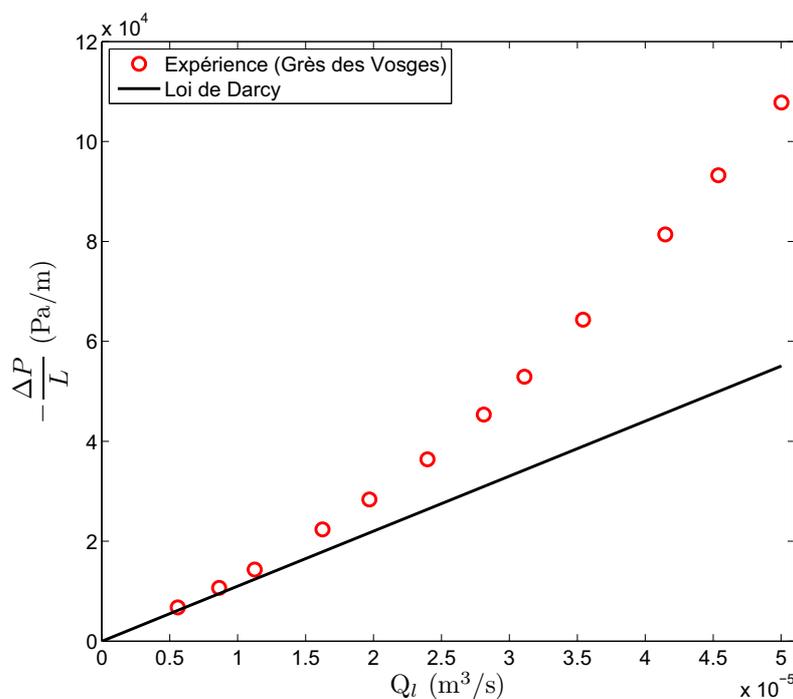


Fig. I.8 : Gradient de pression ( $-\Delta P/L$ ) en fonction du débit (Grès des Vosges).

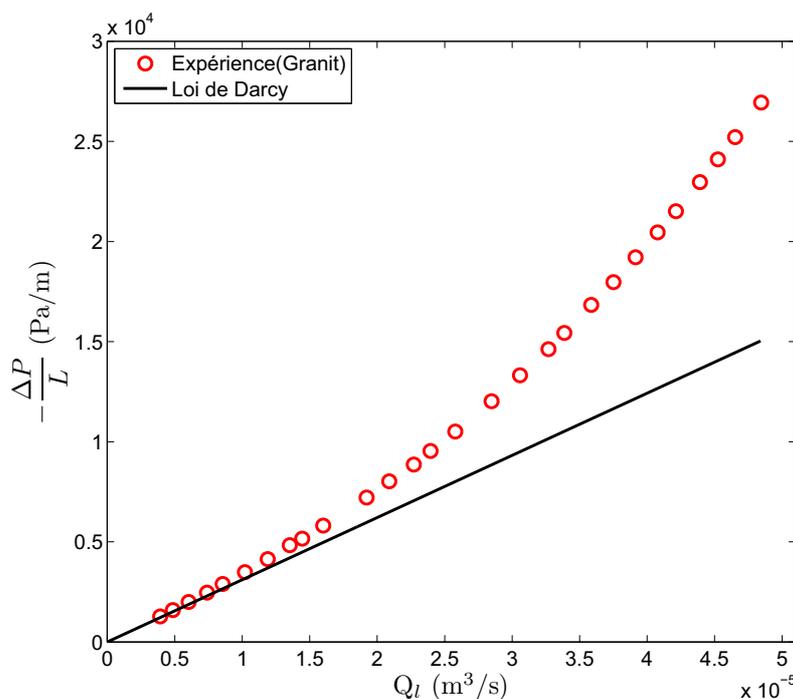


Fig. I.9 : Gradient de pression ( $-\Delta P/L$ ) en fonction du débit (Granit).

### 3 Interprétation des résultats

Trois modèles ont été présentés pour prédire la perte de pression lors d'un écoulement monophasique à forts débits en fracture. Dans cette partie, pour chacun de ces modèles, nous confrontons leurs prédictions aux données expérimentales obtenues.

Les expériences sont réalisées en suivant le protocole décrit dans la partie précédente. L'écoulement est horizontal. L'eau est injectée dans les fractures à différents débits  $Q$ . Pour chaque débit, lorsque le régime stationnaire est atteint, on mesure la différence de pression entre la sortie de la fracture et la première prise de pression. Ces expériences permettent de déterminer les caractéristiques intrinsèques de la fracture : ouverture hydraulique  $h$  (perméabilité intrinsèque  $K$ ) et les coefficients d'inertie  $\beta$  et  $\gamma$ .

Afin de bien comparer les trois modèles présentés, nous les avons d'abord appliqués à l'ensemble des résultats expérimentaux respectivement pour la fracture en grès des Vosges et en granit (figures I.10 et I.11). Sous cette forme, les trois lois semblent bien prédire la perte de pression lors de l'écoulement monophasique. En augmentant le débit (les petites figures représentées sur les figures I.10 et I.11), on observe un écart progressif entre les gradients de pression calculés par les modèles. Par conséquent, nous ne pouvons pas utiliser cette forme de représentation pour comparer les modèles et distinguer les différents régimes d'écoulement.

Cependant, comme cela a été mentionné précédemment (paragraphe 1.2.2), pour visualiser les régimes d'écoulement (visqueux, faiblement inertiel et inertiel), il est préférable de diviser le gradient de pression par le débit. Par conséquent, les résultats expérimentaux et celles des modèles sont divisés par le débit d'injection sur les figures I.12 et I.13. Ces figures montrent un grand écart aux faibles débits entre les résultats expérimentaux et les résultats des modèles cubique et Forchheimer. Cet écart est dû au fait que ces lois sont valables respectivement pour faible et fort régime inertiel et doivent être utilisées dans leur propre régime d'écoulement.

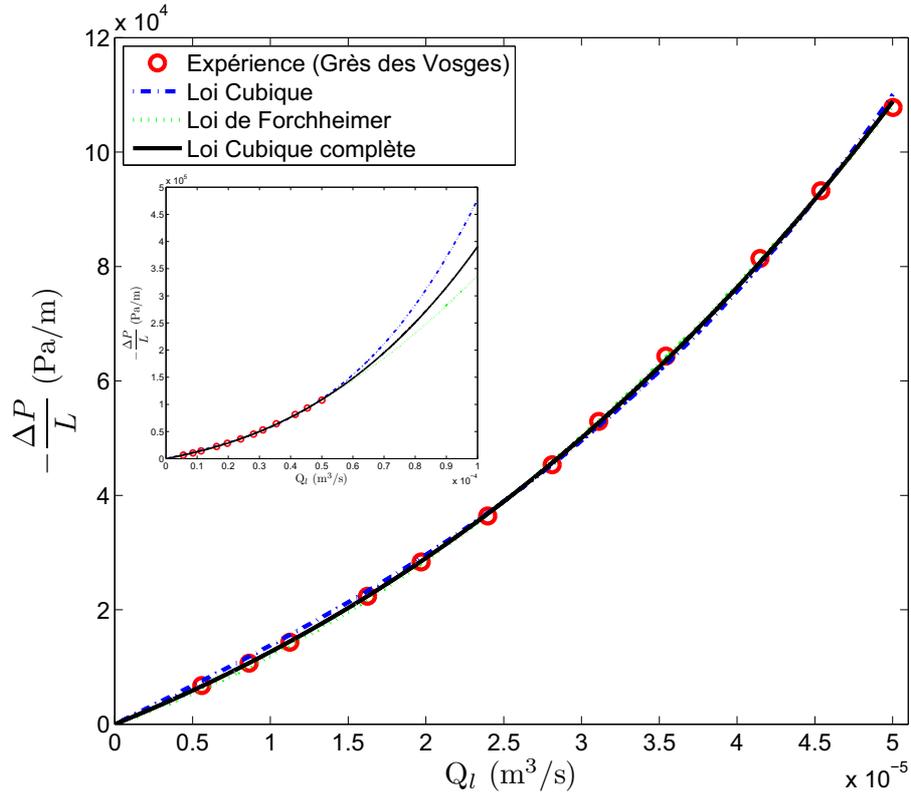


Fig. I.10 : Gradient de pression ( $-\Delta P/L$ ) en fonction du débit (Grès des Vosges - Application des modèles présentés à l'ensemble des résultats expérimentaux).

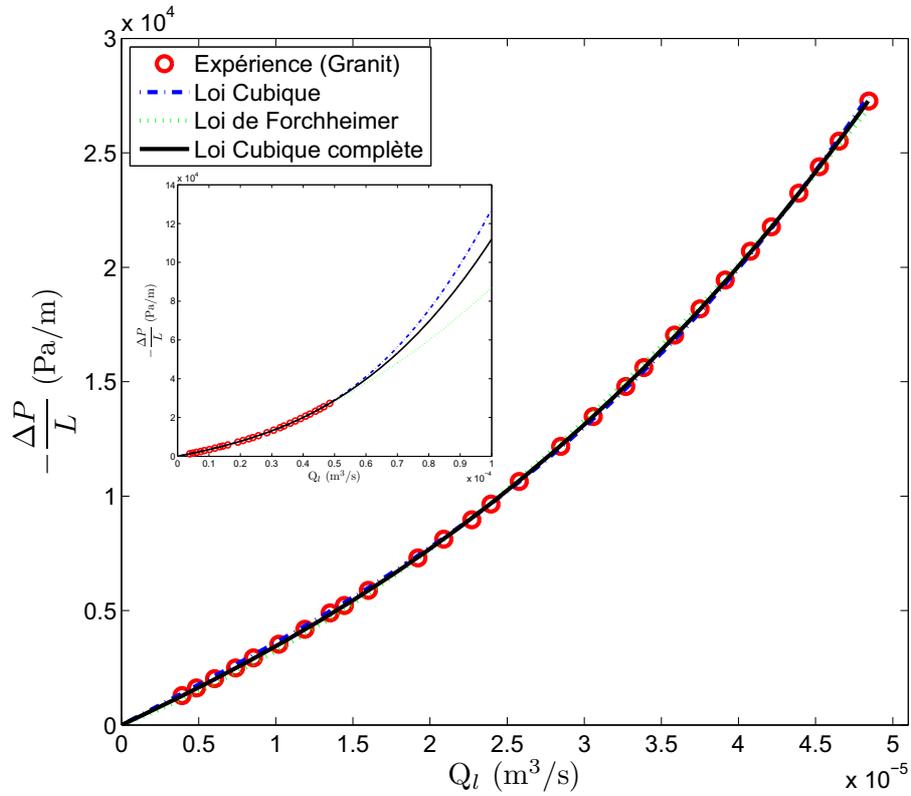


Fig. I.11 : Gradient de pression ( $-\Delta P/L$ ) en fonction du débit (Granit - Application des modèles présentés à l'ensemble des résultats expérimentaux).

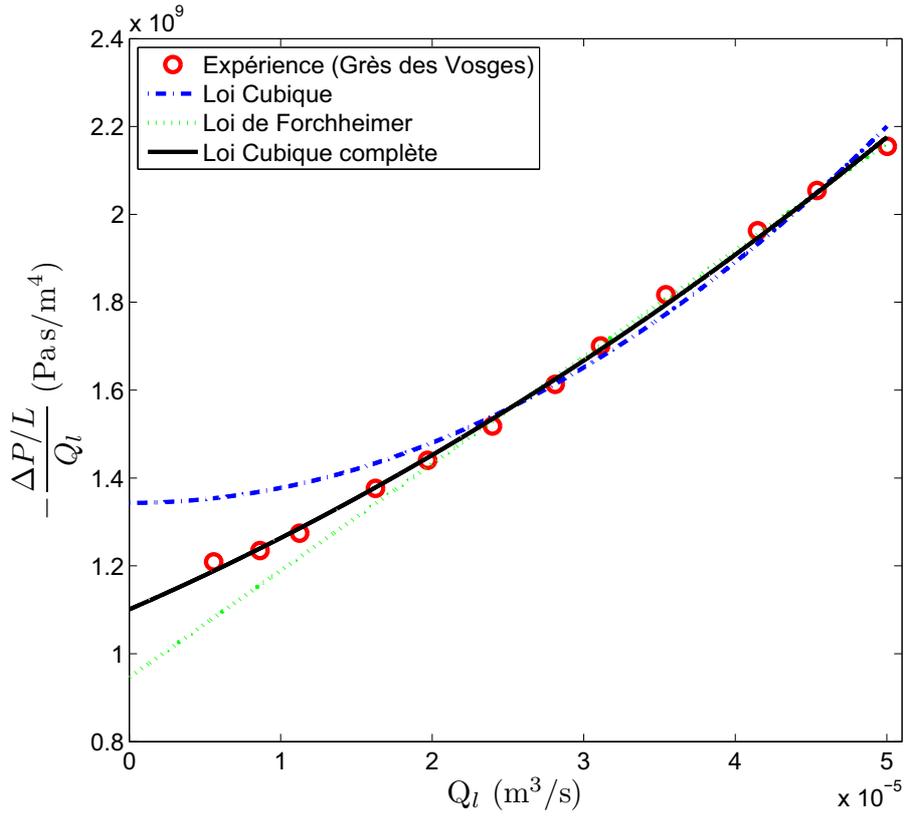


Fig. I.12 : Gradient de pression divisée par le débit  $(-\Delta P/(LQ_l))$  en fonction du débit (Grès des Vosges - Application des modèles présentés à l'ensemble des résultats expérimentaux).

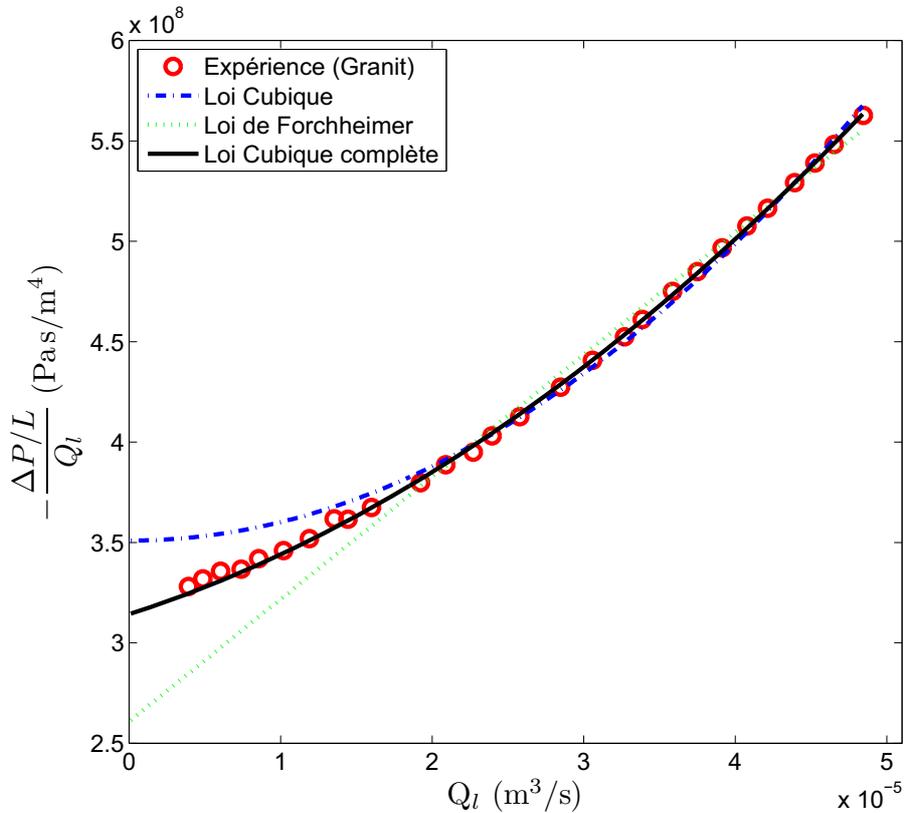


Fig. I.13 : Gradient de pression divisée par le débit  $(-\Delta P/(LQ_l))$  en fonction du débit (Granit - Application des modèles présentés à l'ensemble des résultats expérimentaux).

Les figures I.14 et I.15 montrent clairement les régimes d'écoulement associés aux lois cubique et Forchheimer. La transition entre les deux régimes d'écoulement (Eqs. I.10 et I.11) a été contrainte à être continue en termes de valeur et de pente. Les débits de transition ( $2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$  pour la fracture en grès des Vosges et  $3 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$  pour celle en granit) ont été choisis pour minimiser l'erreur relative moyenne entre le gradient de pression expérimental et modèle pour l'ensemble des points expérimentaux.

Sur ces figures, la loi cubique complète qui contient les termes quadratique et cubique a été déterminée pour l'ensemble des points expérimentaux.

Les paramètres visqueux et inertiels estimés par ces trois lois sont présentés dans les tableaux I.1 et I.2 respectivement pour la fracture en grès des Vosges et celle en granit.

Ces données permettent de déterminer pour les deux fractures les nombre de Reynolds correspondant à la transition entre les régimes faiblement inertiel et inertiel. Le tableau I.3 présente les valeurs correspondantes du nombre de Reynolds de transition défini pour chacune des deux lois cubique et Forchheimer. L'écart entre les valeurs calculées est dû au fait que les paramètres déterminés pour les deux fractures ( $h, K, \beta, \gamma, A$ ) dépendent au choix de débit de transition. Egalement, dans les chapitres suivants, nous voyons que ces deux fractures ont des caractéristiques géométriques différentes.

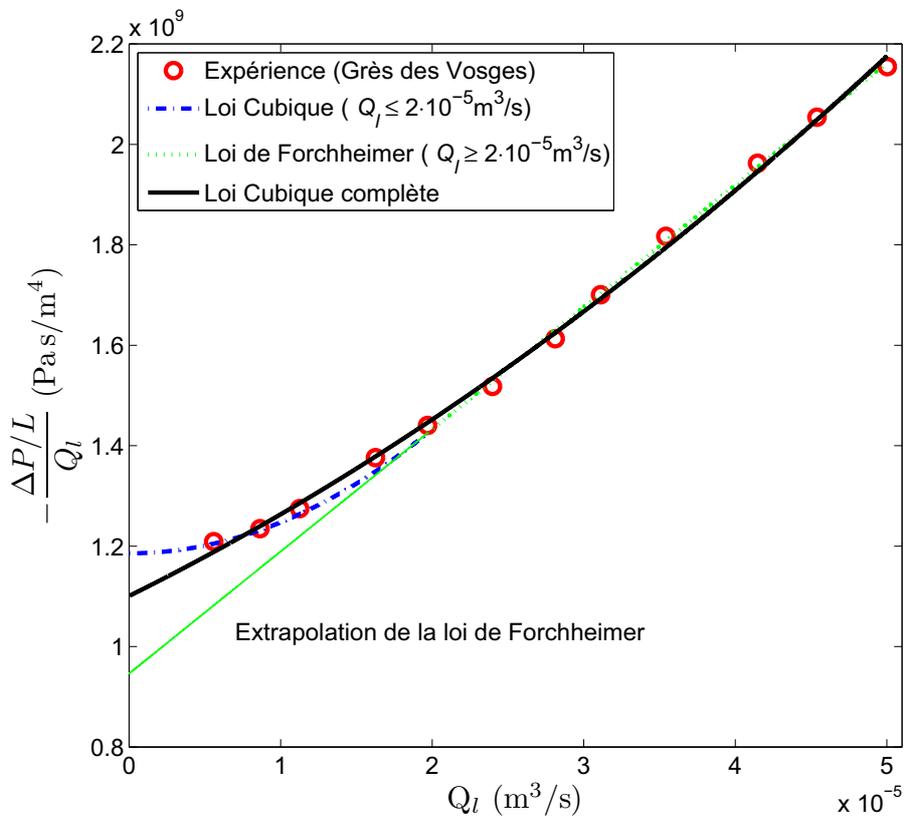


Fig. I.14 : Gradient de pression divisée par le débit ( $-\Delta P/(LQ_l)$ ) en fonction du débit (Grès des Vosges - Les régimes d'écoulement associés aux lois cubique et Forchheimer).

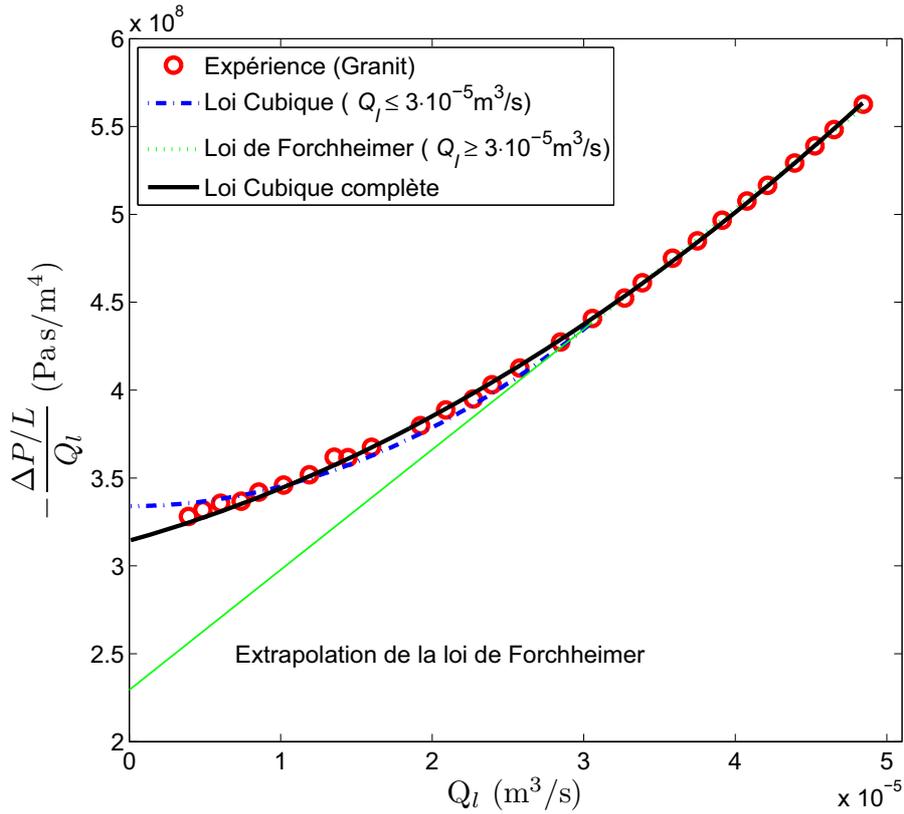


Fig. I.15 : Gradient de pression divisée par le débit ( $-\Delta P/(LQ_l)$ ) en fonction du débit (Granit - Les régimes d'écoulement associés aux lois cubique et Forchheimer).

Modèle	$h$ ( $\mu\text{m}$ )	$K$ ( $\text{m}^2$ )	$\beta$ ( $\text{m}^{-1}$ )	$\gamma$	$A$ ( $\text{m}^2$ )
Loi cubique	409	$1.4 \cdot 10^{-8}$	-	$1.37 \cdot 10^{-4}$	$6.1 \cdot 10^{-5}$
Loi de Forchheimer	441	$1.6 \cdot 10^{-8}$	103.7	-	$6.5 \cdot 10^{-5}$
Loi cubique complète	429	$1.5 \cdot 10^{-8}$	82.2	$1.3 \cdot 10^{-5}$	$6.3 \cdot 10^{-5}$

Tableau. I.1 : Paramètres visqueux et inertiels (Grès des Vosges).

Modèle	$h$ ( $\mu\text{m}$ )	$K$ ( $\text{m}^2$ )	$\beta$ ( $\text{m}^{-1}$ )	$\gamma$	$A$ ( $\text{m}^2$ )
Loi cubique	614	$3.1 \cdot 10^{-8}$	-	$9.7 \cdot 10^{-5}$	$9.5 \cdot 10^{-5}$
Loi de Forchheimer	696	$4.0 \cdot 10^{-8}$	79.9	-	$10.8 \cdot 10^{-5}$
Loi cubique complète	626	$3.3 \cdot 10^{-8}$	22.8	$5.2 \cdot 10^{-5}$	$9.7 \cdot 10^{-5}$

Tableau. I.2 : Paramètres visqueux et inertiels (Granit).

Nombre de Reynolds	Grès des Vosges	Granit
$Re_c = \sqrt{K\gamma} \frac{\rho Q}{\mu A}$	0.45	0.55
$Re_f = K\beta \frac{\rho Q}{\mu A}$	0.51	0.88
$Re_c / Re_f$	0.88	0.62

Tableau. I.3 : Nombre du Reynolds de point de transition.

## 4 Conclusion

Nous avons présenté les lois permettant de décrire les écoulements monophasiques en fracture. Nous avons interprété les résultats expérimentaux obtenus lors d'un écoulement monophasique dans les deux type de fractures étudiées : grès des Vosges et granit à partir de trois lois.

Nos résultats confirment donc que la première correction par rapport à la loi de Darcy est en puissance trois de la vitesse superficielle. Par conséquent, la loi cubique est utilisée pour décrire la transition entre le régime visqueux et le régime inertiel. A fort régime inertiel, où les forces de viscosité sont négligeables devant les forces d'inertie, la loi empirique de Forchheimer est utilisée pour expliquer l'écart à la loi de Darcy et la correction par rapport à cette loi est en puissance deux de la vitesse superficielle. La loi cubique complète qui comporte des termes quadratique et cubique est utilisée pour prédire la perte de pression de tous régimes confondus.

Ces expériences et lois nous ont également permis de caractériser l'ouverture hydraulique de la fracture  $h$  (perméabilité intrinsèque  $K$ ) ainsi que ses coefficients d'inertie  $\beta$  et  $\gamma$ .

L'analyse du nombre de Reynolds de transition montre qu'il n'existe pas de critère simple pour définir le nombre de Reynolds du point de transition. Cependant, ces résultats confirment que la transition se fait pour les nombre de Reynolds inférieure à l'unité ( $Re < 1$ ).

# Références bibliographiques

Arnal Souto, H. P. and Moyne, C., 1997. Dispersion in two-dimensional periodic porous media, *Journal of Canadian Petroleum Technology*, 34, 6, 30-38.

Auradou, H., Drazer, G., Hulin, J. P., and Koplik, J., 2005. Permeability anisotropy induced by the shear displacement of rough fracture walls, *Water Resources Research*, 41, W09423.

Barrère, J., 1990. Modélisation des écoulements de Stokes et Navier-Stokes en milieu poreux, Doctoral thesis, university of Bordeaux I.

Bear, J., 1972. *Dynamics of Fluids in Porous Media*, 764 pp., Dover, Mineola, N.Y.

Becker, M. and Shapiro, A., 2000. Tracer transport in fractured crystalline rock: evidence of nondiffusive breakthrough tailing, *Water Resources Research*, 36, 1677-1686.

Boffa, J-M., Allain, C. and Hulin, J-P., 2000. Experimental analysis of self-affine fracture rock surfaces through shadow length measurement, *Physica A*, 278, 65-86.

Brown, D. M., 1984. Stochastic analysis of flow and solute transport in a variable-aperture rock fracture, M.S. thesis, Mass. Inst. Of Technol., Cambridge.

Brown, S., Caprihan, A. and Hardy, R. 1998. Experimental observation of fluid flow channels in a single fracture, *J. Geophys. Res.*, 103, 5125-5132.

Brown, S. R., 1987. Fluid flow through rock joints: the effect of surface roughness, *J. Geophys. Res.*, 92(B2), 1337-1347.

Brown, S. R. and Scholz, CH., 1985. broad bandwidth study of the topography of natural rock surfaces, *J. Geophys. Res.*, 90(B14), 122575-82.

Carman, P. C., 1937. Fluid Flow through a Granular Beds. *Trans.Inst.Chem. Eng.*, 15,150-166.

Chauveteau, G. and Thiriot, C., 1967. Régimes d'écoulements laminaires à pertes de charges non linéaires. Thèse d'Etat de l'ENSEEITH.

Chen, Z., Narayan, S.P., Yang, Z. and Rahman, S.S., 2000. An experimental investigation of hydraulic behaviour of fractures and joints in granitic rock, *Rock Mechanics and Mining Sciences*, 37 (2000) 1061-1071.

Cornell, D. and Katz, D. L. 1953. Flow of gases through consolidated porous media, *Ind. Eng. Chem.*, 45, 2145-2153.

Dagan, G. 1989. *Flow and Transport in Porous Formations*. Springer Verlag.

Darcy, H., 1854. *Les fontaines publiques de la ville de Dijon*, Dalmont, Paris.

Deuell, R. J. 1988. An analysis of the microscopic hydraulic characteristics of a discrete rock fracture using finite elements, M.S. thesis, Univ. of Notre Dame, Notre Dame, Indiana.

Detwiler, R.L., Pringle, S.E. and Glass, R.J., 1999. Measurement of fracture aperture fields using transmitted light: An evaluation of measurement errors and their influence on simulations of flow and transport through a single fracture. *Water Resources Research* 35 (9), 2605–2617.

Dybbs, A. and Edwards, R. V., 1982. A new look at porous media fluid mechanics – Darcy to turbulent Number 82 in NATO ASI series E : *Applliend Sciences*, 199-256.

Isakov, E., Ogilvie, S., Taylor, C. and Glover, P., 2001. Fluid flow through rough fractures in rocks I: high resolution aperture determinations. *Earth and Planetary Science Letters* 191, 267–282. dispersion and macrodispersion.

Firdaouss, M., Guermond, J-L. and Le quéré, P., 1997. Nonlinear correction to Darcy's law at low Reynolds numbers, *J. Fluid Mech*, Vol. 343, pp. 331-350.

Forchheimer, P., 1901. Wasserbewegung durch Boden, Z. Vereines deutscher Ing 1901;45(50):1782-8.

Fourar, M., Bories, S., Lenormand, R. and Persoff, P., 1993. Two-phase flow in smooth and rough fractures: Measurement and correlation by porous-media and pipe-flow models, Water Resources Research, 29, 11, 3699-3708.

Fourar, M., Radilla, G., Lenormand, R. and Moyon, C., 2004. On the non-linear behaviour of a laminar single-phase flow through two and three-dimensional porous media, Advances in Water Resources 27, pp.669-677.

Gentier, S., Lamontagne, E., Archambault, G., Riss, J., 1997. Anisotropy of flow in fracture undergoing shear and its relationship to the direction of shearing and injection pressure, J. Rock Mech. and Min. Sci., 34 (3-4), 412.

Geertsma, M., 1974. Estimating the coefficient of inertial resistance fluid flow through porous media, SPE, 4706, 445-450.

Hubbert, M. K., 1956. Darcy law and the field equations of the flow of underground fluids. Trans. Amer. Inst. Min. Metall. Eng., 207, 222-39.

Kozeny, J. 1927. Über Kapillare Leitung Des Wassers in Boden. Sitzungsber Akad. Wiss. Wien Math. Naturwiss. Kl., Abt. 2a, 136, 271-306.

Lindquist, E., 1933. On the flow of water through porous soil, Premier Congrès des Grands barrages, Stockholm, Vol. 5, pp. 81-101.

Mei, C. C. and Auriault, J. L., 1991. The effect of weak inertia on flow through a porous medium, J. Fluid Mech, Vol. 222, pp. 647-663.

Muskat, M., 1937. The flow of homogeneous fluids through porous media, International Human Resources Development Corporation.

Neasham, J. W., 1977. The morphology of dispersed clay in sandstone reservoirs and its effects on sandstone shaliness, pore space and fluid flow properties, 52<sup>nd</sup> Annual Fall Meeting of the SPE, Colorado, Oct. 9-12, SPE 6858.

Neuzil, C. E. and Tracy, J. V., 1981. Flow trough fractures, *Water Resources Research*, 17(1), 191-199.

Noman, R. and Archer, M. S., 1987. The effect of pore structure on Non-Darcy gas flow in some low permeability reservoir rocks, SPE, 16400, 103-110.

Panfilov, M. and Fourar, M., 2005. Physical splitting of nonlinear effects in high-velocity stable flow through porous media, *Advances in Water Resources*, 29, pp.30-41.

Patir, N. and Cheng, H. S. 1978. An average flow model for determining effects of three-dimensional roughness on partial hydrodynamic lubrication, *J. Lubr. Technol.*, 100, 12-17.

Ponson, L., Auradou, H., Vié, P., and Hulin, J. P., 2006. Low self-affine exponents of fracture surfaces of glass ceramics, *Phys. Rev. Lett.* 97, 125501.

Plouraboué, F., Kurowski, P., Boffa, J-M., Hulin, J-P., and Roux, S., 2000. Experimental study of the transport properties of rough self-affine fractures, *Journal of Contaminant Hydrology*, 46, 295-318.

Raven, K. G., Novakowski, K. S. and Lapcevic, P. A., 1988. Interpretation of field tracer test on a single fracture using a transient solute storage model, *Water Resources Research*, 24(12), 2019-2032.

S. Konzuk, J. and H. Kueper, B., 2004. Evaluation of cubic law based models describing single-phase flow through a rough-walled fracture, *Water Resources Research*, Vol.40, W02402.

Scheidegger, A. E., 1960. *The physics of flow through porous media*, University of Toronto Press.

Schmittbuhl, J., Schmitt, F. and Scholz, CH., 1995. Scaling invariance of crack surfaces, *J. Geophys. Res.*, 100(B4), 5953-73.

Schneebeili, G., 1955. Expériences sur la limite de validité de la loi de Darcy et l'apparition de la turbulence dans un écoulement de filtration, *La Houille Blanche*, 2(10), 141-9.

Silliman, S. E., 1989. An interpretation of the difference between aperture estimates derived from hydraulic and tracer tests in a single fracture, *Water Resources Research*, Vol.25, W01334.

Skjetne, E. and Iurlault, J. L., 1999. New insights on steady, non linear flow in porous media, *Eur. J. Mech. B. Fluids*, 18, 1, 131-145.

Snow D. T. 1968. Rock fracture spacings, openings and porosities. *J. Soil Mech. Found. Div. Am. Soc. Civ. Eng.*, 94 (SM1), 73-91.

Tiss, M. and Evans, R.D., 1989. Measurement and correlation of Non-Darcy flow coefficient in consolidated porous media, *J. Pand. Sci. Eng.*, 3, 19-33.

Tsang, Y. W. and Tsang, C. F., 1987. Channel model of flow through fracture media, *Water Resources Research*, 23(3), 467-480.

Wodie, J. C. and Levy, T., 1991. Correction non linéaire de la loi de Darcy, *C. R. Acad. Sci. Paris*, 312, serie II, 157-161.

Yeo. I. W., De Freitas, M. H. and Zimmerman, R. W., 1998. Effect of shear displacement on the aperture and permeability of a rock fracture, *Int. J. Rock Mech. and Min. Sci.*, 35(8), 1051-1070.

# **CHAPITRE II**

## **ECOULEMENT DIPHASIQUE**

# Nomenclature

$A$	Section perpendiculaire de passage, $m^2$
$A_s$	Surface spécifique
$Ca$	Nombre capillaire, sans dimension
$F$	Fonction multiplicative de la vitesse débitante, sans dimension
$h$	Ouverture hydraulique, $\mu m$
$\langle h \rangle$	Ouverture moyenne, $\mu m$
$K$	Perméabilité intrinsèque, $m^2$
$k_r$	Perméabilité relative, sans dimension
$L$	Longueur caractéristique, m
$P$	Pression, Pa
$Re$	Nombre de Reynolds, sans dimension
$S$	Saturation, sans dimension
$S_e$	Saturation réduite, sans dimension
$S_r$	Saturation résiduelle, sans dimension
$Q$	Débit volumique, $m^3/s$ ou l/min ou l/h
$U$	Vitesse superficielle, m/s
$Vol$	Volume, ml
$W$	Largeur caractéristique, m
$X$	Paramètre X, sans dimension

## *Symboles grecs*

$\beta$	Coefficient d'inertie, $m^{-1}$
$\chi$	Paramètre de Martinelli
$\varepsilon$	Porosité, sans dimension
$\varphi$	Multiplicateur de phase
$\gamma$	Coefficient d'inertie, sans dimension
$\eta$	Passabilité intrinsèque, m
$\eta_r$	Passabilité relative, sans dimension

$\mu$  Viscosité dynamique, Pa.s

$\rho$  Masse volumique

*Indices et exposants*

$a$  Exposant de la loi de puissance

$b$  Exposant de la loi de puissance

$l$  Phase liquide

$g$  Phase gaz

$m$  Monophasique

$v$  Régime visqueux

De nombreux modèles et corrélations ont été développés pour prédire la perte de pression et la saturation lors d'un écoulement diphasique liquide-gaz à forts débits en fracture. L'ensemble de ces résultats peut être classé en deux groupes :

- les corrélations basées sur l'approche Lockhart-Martinelli,
- les modèles basés sur la généralisation des lois d'écoulements monophasiques.

Dans ce chapitre, nous présentons d'abord la généralisation de la loi de Darcy puis les différents modèles basés sur la généralisation des lois monophasiques. Ensuite, nous présentons le dispositif expérimental réalisé pour étudier les écoulements diphasiques dans des fractures réelles et les paramètres mesurés. Nous présentons ensuite, la procédure expérimentale et les différentes expériences réalisées. Enfin, nous présentons les résultats expérimentaux obtenus et pour certaines approches présentées, nous confrontons leurs prédictions à l'ensemble des données expérimentales.

## 1 Introduction

L'étude des écoulements diphasiques rapides en milieu poreux et fracture trouve de nombreuses applications dans divers domaines industriels notamment en génie pétrolier, génie nucléaire, génie chimique, géothermie, protection de l'environnement et hydrogéologie.

Dans le domaine pétrolier, ces études sont utiles aussi bien pour la production que pour le raffinage. En effet, l'exploitation de certains réservoirs implique généralement l'écoulement simultané de plusieurs fluides non miscibles (liquide-gaz ou liquide-liquide) dans des couches poreuses pouvant être très perméables. Dans ces milieux, les fluides peuvent s'écouler à des débits très importants. Pour ces écoulements rapides, les effets inertiels ne sont plus négligeables devant les effets visqueux. La conséquence est que les prévisions d'exploitation des gisements sont faussées puisque les modèles actuels sont basés sur des hypothèses d'écoulements lents (non inertiels).

En génie chimique, un grand nombre de procédés de raffinage et de pétrochimie nécessitent la mise en contact de différents fluides contenant des réactifs et des catalyseurs. Les réacteurs à lit fixe (Trickle Beds) arrosé concourant vers le bas sont fréquemment utilisés en raison de leur conception relativement facile. Ils sont composés d'un lit de particules enfermées dans un

cylindre vertical dans lequel s'écoulent, conjointement vers le bas, une phase liquide et une phase gazeuse renfermant les réactifs et les produits de la réaction. Il s'agit donc d'écoulements verticaux descendants de liquide et de gaz. Les conditions opératoires et les caractéristiques géométriques de ces réacteurs sont extrêmement diverses. Ils peuvent donc opérer à des débits de fluides élevés.

Dans l'industrie nucléaire, les études des écoulements diphasiques rapides en milieu poreux sont liées à des problèmes de sûreté nucléaire. Dans le cas d'un accident d'une centrale nucléaire, il n'est envisagé qu'une partie du combustible s'écoule dans un lit de particules formé par les débris de la structure du réacteur. En raison de la chaleur dégagée par ces débris, liée à leur radioactivité, l'écoulement peut être couplé à un processus de changement de phase. Du fait de la grande taille des fragments, on s'attend à ce que l'écoulement des deux phases soit caractérisé par des grandes nombres de Reynolds et donc que les effets inertiels ne soient plus négligeables devant les effets visqueux.

En géothermie, les techniques d'exploitation des Roches Chaudes Sèches (Hot Dry Rocks) consistent à injecter l'eau à température ambiante dans le réservoir pour récupérer la chaleur emmagasinée dans le sous-sol. En fonction de la température des roches et de la pression dans le gisement, il peut se produire un changement de phase et, par conséquent, un écoulement diphasique liquide-gaz. La fracturation hydraulique est également utilisée en géothermie pour améliorer la capacité des échangeurs géothermiques et stimuler le réservoir.

Pour la protection de l'environnement, on s'achemine de plus en plus vers le stockage des déchets radioactifs dans le sous-sol, soit à faible profondeur ou semi-enterré, soit encore à des profondeurs de plusieurs centaines de mètres. Etant donné la longue durée de vie des produits, la corrosion du matériau constituant les enceintes qui les enferment peut entraîner des fuites qui peuvent avoir pour conséquence la contamination des aquifères. Là encore, la chaleur dégagée par les produits radioactifs peut provoquer des évaporations si des fluides sont présents dans la barrière ouvragée. Les écoulements à proximité du stockage et à l'extrême, au sien des aquifères, sont alors diphasiques.

Enfin, en hydrogéologie, dans la zone dite non saturée, l'alimentation des nappes par l'eau de pluie et 'irrigation et leurs pompages font intervenir des écoulements diphasiques eau-air. D'autre part, des domaines partiellement saturés peuvent apparaître transitoirement dans la zone non-saturée, soit au niveau des sols soit en profondeur, par exemple suite à des épisodes pluvieux intenses. Des écoulements diphasiques se produisent aussi dans les aquifères karstiques, qui sont parfois fissurés, dans lesquels des régimes d'écoulements noyés (en charge) et dénoyés (à surface libre) peuvent alterner dans l'espace et dans le temps.

Selon à la situation pratique considérée, on peut être confronté à des écoulements diphasiques liquide-gaz ou liquide-liquide, voire dans certaines cas, à des écoulements triphasiques (liquide-liquide-gaz). Dans cette étude, nous ne nous intéressons qu'aux écoulements diphasiques (liquide-gaz) en situation isotherme.

Dans chacun des domaines présentés, la perte de pression et la saturation sont des paramètres importants. En effet, la perte de pression caractérise l'énergie nécessaire pour faire circuler les deux fluides dans le milieu poreux. La saturation est la fraction de volume de chaque fluide dans le milieu poreux. Elle est directement liée à la perte de pression et au temps de séjour moyen dans le milieu poreux.

Les travaux effectués sur les écoulements diphasiques en régime inertiel ont conduit au développement de nombreux modèles et corrélations empiriques pour la perte de pression et la saturation. Les modèles développés sont basés sur une généralisation des lois de la perte de pression en écoulement monophasique : généralisation des modèles monophasiques ayant un terme pour la contribution visqueuse et un ou deux termes pour la contribution inertielle.

Le but de ce travail est d'étudier les écoulements diphasiques en régime inertiel. Par conséquent, le gaz est injecté à débit variable dans les fractures initialement saturées d'eau à débit constant et les valeurs de perte de pression sont mesurées. Puis, en utilisant la généralisation de la loi de Darcy, les courbes de perméabilités relatives en régime inertiel sont déterminées. Ensuite, l'interprétation des résultats se fait à l'aide de deux approches:

- Approche de la fonction  $F$ , généralisation de la loi de Forchheimer,
- Approche de la fonction  $F$ , généralisation de la loi cubique complète.

Leur capacité d'adapter les courbes de perméabilités relatives et la variation de leurs paramètres convenables est étudiée. Afin d'évaluer les modèles présentés en terme de la saturation, en utilisant un traceur coloré et par un traitement d'images, les valeurs de saturation pour différents débits d'injection du gaz sont mesurées et ensuite comparées avec les valeurs obtenues par les modèles.

## 1.1 Généralisation de la loi de Darcy

La modélisation des écoulements diphasiques en milieu poreux et en fracture est basée sur le concept de perméabilités relatives  $k_r$  qui est la généralisation de la loi de Darcy (Bear, 1972) :

$$-\frac{\Delta P_l}{L} = \frac{\mu_l}{Kk_{rl}} \frac{Q_l}{A} \quad (\text{II.1})$$

$$-\frac{\Delta P_g}{L} = \frac{\mu_g}{Kk_{rg}} \frac{Q_g}{A} \quad (\text{II.2})$$

où les indices  $l$  et  $g$  indiquent les phases liquide et gaz,  $\Delta P$  désigne la perte de pression le long de l'échantillon,  $\mu$  est la viscosité dynamique,  $Q$  est le débit volumétrique,  $A$  est la section perpendiculaire de passage et  $K$  est la perméabilité intrinsèque du milieu.

Le concept de perméabilités relatives permet donc de caractériser l'écoulement d'un fluide en présence d'un autre fluide. Elle permet de tenir compte de l'interaction entre les deux fluides et le milieu poreux. Elle indique le fait que chaque fluide influence l'écoulement de l'autre à travers la réduction de la section de passage et donc la diminution de la perméabilité relative d'un fluide due à la présence de l'autre fluide.

En régime visqueux, il est généralement admis que les perméabilités relatives dépendent essentiellement de la saturation. Plusieurs modèles pour les perméabilités relatives sont présentés dans la littérature : le modèle de courbe  $X$ , le modèle de Corey (Corey, 1954), le modèle annulaire (Fourar et Lenormand, 1998) et le modèle de canal tortueux (Chen et al., 2004 ; Chen et Horne, 2006).

Généralement, dans les domaines pétroliers, les perméabilités relatives sont décrites par des fonctions puissances de la saturation des fluides (Corey, 1954) :

$$k_{rl} = (S_e)^a \quad (\text{II.3})$$

$$k_{rg} = (1 - S_e)^b \quad (\text{II.4})$$

avec :

$$S_e = \frac{S_l - S_{rl}}{1 - S_{rg} - S_{rl}} \quad (\text{II.5})$$

où  $S_e$  est la saturation réduite et  $S_{ri}$  est la saturation résiduelle.

Fourar et Lenormand (1998) ont présenté un modèle de description des écoulements diphasique en fracture. Ce modèle est basé sur une simplification de la modélisation des configurations d'écoulement et permet de tenir compte des interactions entre les deux fluides aux interfaces :

$$k_{rl} = \frac{S_l^2}{2}(3 - S_l) \quad (\text{II.6})$$

$$k_{rg} = (1 - S_l)^3 + \frac{3}{2} \frac{\mu_g}{\mu_l} S_l (1 - S_l)(2 - S_l) \quad (\text{II.7})$$

La figure II.1 montre un exemple de l'évolution de perméabilités relatives en fonctions de la saturation ( $S_{rg} = 0$ ,  $S_{rl} = 0.17$ ,  $\mu_g/\mu_l = 0.018$ ). On observe bien que, lorsque  $S_l$  augmente,  $k_{rl}$  augmente et  $k_{rg}$  diminue. On constate également que la somme des perméabilités relatives n'est pas égale à 1. Ceci s'explique par le fait que les perméabilités relatives tiennent compte l'interaction entre les deux fluides.

Il faut noter que la figure II.1 indique seulement l'allure générale des courbes de perméabilités relatives car leur forme exacte dépend de la géométrie du milieu poreux et de la distribution des fluides. En effet, Brooks et Corey (1966) ont montré que les valeurs des exposants  $a$  et  $b$  des équations II.3 et II.4 varient selon le milieu poreux. On les détermine généralement par voie expérimentale.

Nous rappelons que nous allons étudier l'écoulement diphasique en régime non Darcéen. Dans ce régime, les forces capillaires sont négligeables devant les forces visqueuses et inertielles ( $Ca > 10^{-5}$ ). Lorsque les effets capillaires sont négligeables devant les effets visqueux, la perte de pression est égale pour les deux fluides :

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{\Delta P_l}{L} = \frac{\Delta P_g}{L} \quad (\text{II.8})$$

Dans ce cas, le rapport des perméabilités relatives est proportionnel au rapport des débits d'injection :

$$\frac{k_{rl}}{k_{rg}} = \frac{\mu_l Q_l}{\mu_l Q_l} = X \quad (\text{II.9})$$

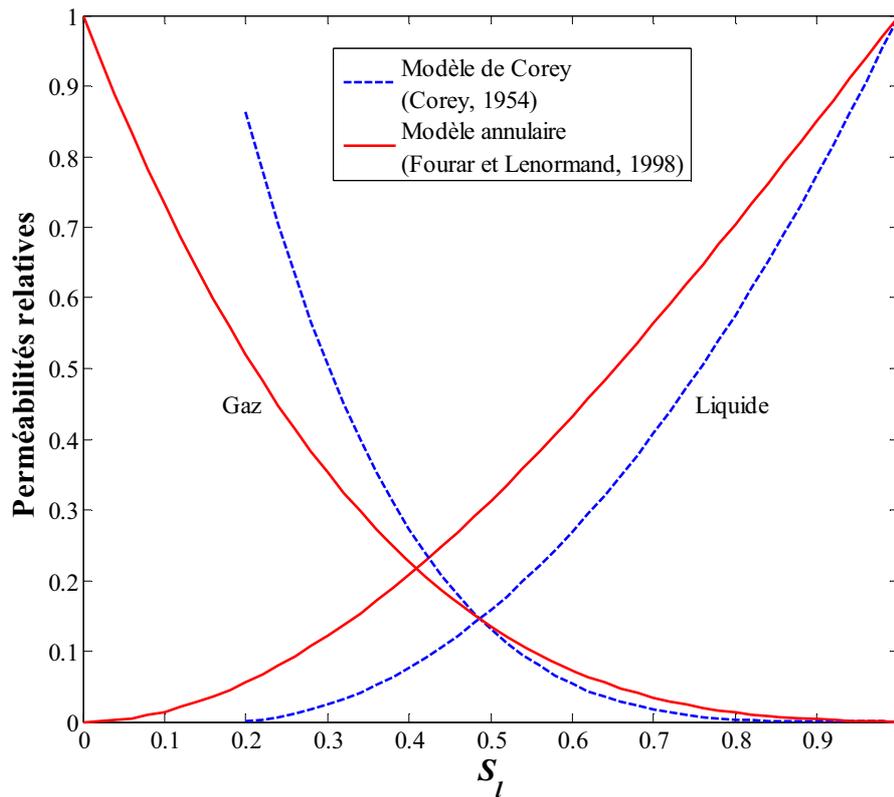


Fig. II.1 : Exemple d'évolution des perméabilités relatives en fonction de la saturation liquide.

Tous ces modèles sont valables pour le régime visqueux et dépendent de la saturation. Ils ne sont pas appropriés aux écoulements non-Darcian où les effets inertiels ne sont pas négligeables devant les effets visqueux. Dans ce cas, les perméabilités relatives dépendent de la saturation et du nombre de Reynolds (Buchlin et Stubos, 1987 ; Fourar et al., 1993 ; Fourar et Lenormand, 2000).

## 1.2 Généralisation de la loi de Forchheimer

La généralisation de la loi de Forchheimer utilise pour chaque fluide le concept de perméabilité relative  $k_r$  dans le terme visqueux et introduit la notion de passabilité relative  $\eta_r$  (Buchlin et Stubos, 1987; Fourar et Lenormand, 2000), dans le terme inertiel.

Pour des écoulements unidirectionnels, horizontaux et lorsque les effets capillaires sont négligeables devant les effets visqueux et inertiels, la porte de pression pour chaque fluide s'écrit :

$$-\frac{\Delta P}{L} = \frac{\mu_l}{K k_{rl}} \frac{Q_l}{A} + \frac{\rho_l}{\eta \eta_{rl}} \left( \frac{Q_l}{A} \right)^2 \quad (\text{II.10})$$

$$-\frac{\Delta P}{L} = \frac{\mu_g}{K k_{rg}} \frac{Q_g}{A} + \frac{\rho_g}{\eta \eta_{rg}} \left( \frac{Q_g}{A} \right)^2 \quad (\text{II.11})$$

Pour calculer la perte de pression dans un milieu poreux de perméabilité  $K$  et de passabilité  $\eta_r$ , ce modèle nécessite la connaissance des fonctions  $k_{rl}$ ,  $k_{rg}$ ,  $\eta_{rl}$  et  $\eta_{rg}$  qui ne peuvent pas être déterminées directement. L'identification de ces relations avec les données expérimentales ne permet d'obtenir que deux paramètres (et non pas quatre), ce qui nécessite des hypothèses complémentaires. Celles-ci peuvent être classées suivant deux types :

- Une première hypothèse consiste à supposer que la perméabilité et la passabilité relative à chaque fluide sont égales (Lipinski, 1982 ; Saez et Carbonnel, 1985 ; Lee et Catton, 1984 ; Nemeč et al., 2001).
- Une deuxième hypothèse consiste à supposer que les perméabilités relatives au liquide et au gaz sont les mêmes que celles qui sont obtenues en écoulement visqueux, c'est-à-dire lorsque les effets d'inertie sont négligeables devant les effets de viscosité (Turland et Moore, 1983 ; Lipinski, 1981 ; Schlenberge et Muller, 1984).

Dans le premier cas, la perméabilité (ou la passabilité) relative à un fluide est alors égale au rapport de la perte de pression monophasique de ce fluide, donnée par la loi de Forchheimer, et de la perte de pression en écoulement diphasique. Le coefficient de proportionnalité est  $1/k_r$  ou  $1/\eta_r$  :

$$-\frac{\Delta P_l}{L} = \frac{1}{k_{rl}} \left[ \frac{\mu_l}{K} \frac{Q_l}{A} + \frac{\rho_l}{\eta} \left( \frac{Q_l}{A} \right)^2 \right] \quad (\text{II.12})$$

$$-\frac{\Delta P_g}{L} = \frac{1}{k_{rg}} \left[ \frac{\mu_g}{K} \frac{Q_g}{A} + \frac{\rho_g}{\eta} \left( \frac{Q_g}{A} \right)^2 \right] \quad (\text{II.13})$$

Le tableau II.1 regroupe les principales corrélations pour les perméabilités (ou passabilités) relatives développées pour les écoulements liquide-gaz. Elles sont tracées sur les figures II.2 et II.3 pour une saturation liquide résiduelle  $S_{rl}$  égale 0.17.

	$k_{rl} = \eta_{rl}$		$k_{rg} = \eta_{rg}$
Lipinski (1982)	$S_l^3$		$(1 - S_e)^3$
Saez et Carbonell (1985)	$S_e^{2.13}$		$(1 - S_l)^{1.8}$
Nemec et al. (2001)	$S_l^{2.9}$	$S_l < 0.3$	$(1 - S_l)^n$
	$0.4S_l^{2.92}$	$S_l < 0.3$	$n = 4.37 + 0.0478 \text{Re}_l^{0.774}$

Tableau. II.1 : Corrélations pour les perméabilités relatives (ou passabilités relatives).

où  $S_e$  désigne la saturation réduite définie par  $S_e = (S_l - S_{rl}) / (1 - S_{rl})$  et  $S_{rl}$  est la saturation liquide résiduelle.

Dans le second cas, les passabilités relatives peuvent être déterminées expérimentalement à partir des mesures des pertes de pression. Cependant, les valeurs obtenues dépendent fortement du choix des relations entre les perméabilités relatives et la saturation.

Les principales corrélations trouvées dans la littérature sont regroupées dans le tableau II.2 et tracées sur les figures II.2 et II.3 ( $S_{rl} = 0.17$ ). La discordance entre ces différentes corrélations révèle que les hypothèses appliquées sont inappropriées. En effet, les passabilités relatives ne semblent pas dépendre uniquement de la saturation.

	$k_{rl}$	$k_{rg}$	$\eta_{rl}$	$\eta_{rg}$	
Lipinski (1980)	$S_l^3$	$1 - 1.11S_l$	$S_l^3$	$(1 - S_l)^3$	
Lipinski (1981)	$S_l^3$	$(1 - S_e)^3$	$S_e^5$	$(1 - S_e)^5$	
Turland et Moore (1983)	$S_l^3$	$1 - S_l$	$S_e^4$	$(1 - S_l)^2$	
Schulenberg et Muller (1984)	$S_e^3$	$(1 - S_e)^3$	$S_e^5$	$(1 - S_e)^6$	$S_e < 0.68$
				$0.1(1 - S_e)$	$S_e > 0.68$

Tableau. II.2 : Corrélations pour les perméabilités relatives et les passabilités relatives.

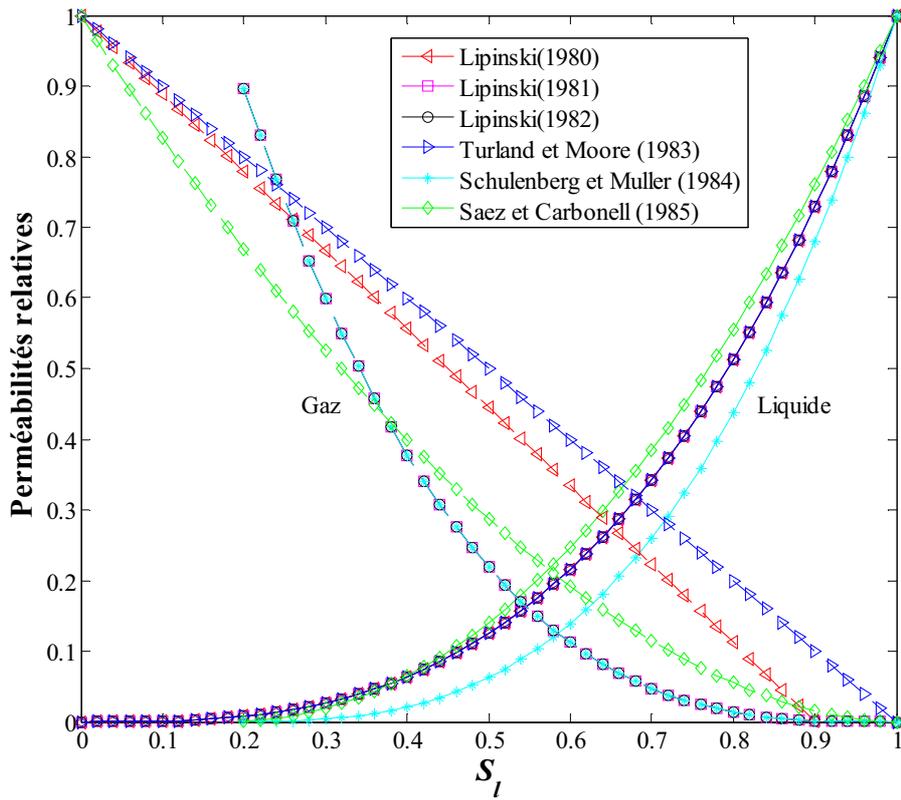


Fig. II.2 : Corrélations de perméabilités relatives en fonction de la saturation liquide (Généralisation de la loi de Forchheimer).

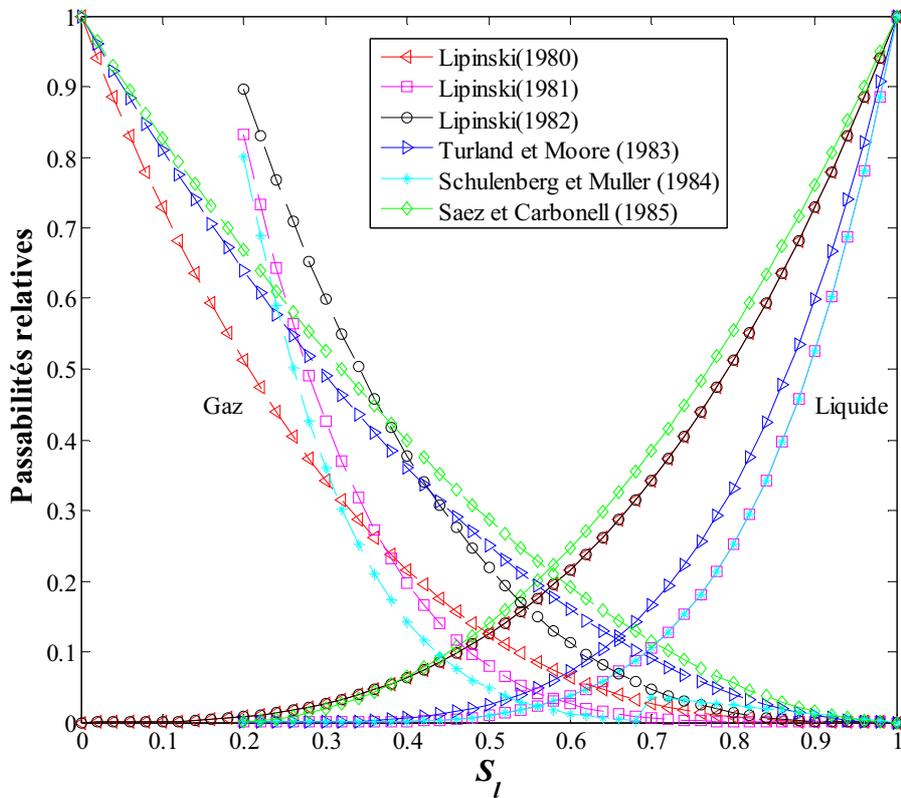


Fig. II.3 : Corrélations de passabilités relatives en fonction de la saturation liquide (Généralisation de la loi de Forchheimer).

### 1.3 Approche de la fonction $F$ (Généralisation de la loi de Forchheimer)

Cette approche est basée sur la généralisation de la loi de Forchheimer (Fourar et Lenormand, 2001). Mais au lieu d'introduire une perméabilité relative dans le terme visqueux et une passabilité relative dans le terme inertiel, une seule fonction  $F$  est introduite dans chaque terme. Cette fonction permet de caractériser l'écoulement d'un fluide en présence d'un autre fluide. Il est simplement supposé que la vitesse débitante de chaque fluide est modifiée par la présence de l'autre fluide. Cette modification dépend de la saturation des fluides. Par conséquent, pour chaque fluide, la vitesse débitante dans l'équation de Forchheimer est multipliée par une fonction  $F$  :

$$-\frac{\Delta P}{L} = \frac{\mu_l}{K} \left( F_l \frac{Q_l}{A} \right) + \rho_l \beta \left( F_l \frac{Q_l}{A} \right)^2 \quad (\text{II.14})$$

et si on néglige la compressibilité du gaz :

$$-\frac{\Delta P}{L} = \frac{\mu_l}{K} \left( F_g \frac{Q_g}{A} \right) + \rho_g \beta \left( F_g \frac{Q_g}{A} \right)^2 \quad (\text{II.15})$$

L'identification des équations II.10, II.11, II.14 et II.15 conduit aux relations suivantes entre les fonctions  $F$  et les perméabilités et passabilités relatives :

$$F_l = \frac{1}{k_{rl}} = \frac{1}{\sqrt{\eta_{rl}}} \quad (\text{II.16})$$

$$F_g = \frac{1}{k_{rg}} = \frac{1}{\sqrt{\eta_{rg}}} \quad (\text{II.17})$$

Cette approche n'introduit donc que deux fonction inconnues :  $F_l$  et  $F_g$ . Comme pour les perméabilités relatives, ces fonctions dépendent, a priori, de la saturation.

En introduisant les nombres de Reynolds, pour les deux fluides, définis par (Geertsma, 1974; Whitaker, 1988) :

$$Re_l = K \beta \frac{\rho_l Q_l}{\mu_l A} \quad (\text{II.18})$$

$$Re_g = K\beta \frac{\rho_g Q_g}{\mu_g A} \quad (\text{II.19})$$

les équations II.14 et II.15 peuvent encore s'écrire :

$$-\frac{\Delta P}{L} = \frac{\mu_l Q_l}{KA} F_l (1 + F_l Re_l) \quad (\text{II.20})$$

$$-\frac{\Delta P}{L} = \frac{\mu_g Q_g}{KA} F_g (1 + F_g Re_g) \quad (\text{II.21})$$

Cette forme d'écriture montre la dépendance explicite des équations de Forchheimer généralisées et des nombres de Reynolds, c'est-à-dire la prise en compte des régimes d'écoulements. Ainsi que, les fonctions  $F_l$  et  $F_g$  sont supposées ne dépendre que de la saturation et non du régime d'écoulement, elles peuvent être déterminées soit expérimentalement, soit en utilisant des modèles de perméabilités relative en régime visqueux.

En résumé, si les relations  $F_l(S_l)$  et  $F_g(S_l)$  sont connues, les équations II.20 et II.21 permettent de prédire à la fois les pertes de pression et les saturations en fonction des débits des deux fluides et des caractéristiques intrinsèques ( $K$ ,  $\beta$ ) du milieu poreux.

En comparant les équations II.20 et II.21 avec la définition des perméabilités relatives (Eqs. II.1 et II.2), on obtient :

$$k_{rl} = \frac{1}{F_l (1 + F_l Re_l)} \quad (\text{II.22})$$

$$k_{rg} = \frac{1}{F_g (1 + F_g Re_g)} \quad (\text{II.23})$$

En utilisant ces équations, on peut déterminer les fonctions  $F_l$  et  $F_g$ . Il suffit de se placer dans le régime visqueux pour lequel  $FRe \ll 1$ . Dans ces conditions on a :

$$F_l = \frac{1}{k_{rl,v}} \quad (\text{II.24})$$

$$F_g = \frac{1}{k_{rg,v}} \quad (\text{II.25})$$

où l'indice  $v$  désigne le régime visqueux.

Cette approche a été testée à partir de résultats expérimentaux en écoulement diphasique dans une fracture artificiellement rugueuse (Fourar et Lenormand, 2001) et dans un milieu poreux (Abdobaal et al., 2001 ; Fourar et al., 2001).

Pour les fractures, ils ont proposé les expressions théoriques des  $k_{r,v}$  fournies par le modèle annulaire pour un écoulement entre deux plans parallèles:

$$F_l = \frac{1}{\frac{S_l^2}{2}(3 - S_l)} \quad (\text{II.26})$$

$$F_g = \frac{1}{(1 - S_l)^3 + \frac{3}{2} \frac{\mu_g}{\mu_l} S_l (1 - S_l)(2 - S_l)} \quad (\text{II.27})$$

Comme pour les fractures, ils ont utilisé les expressions théoriques des  $k_{r,v}$  fournies par le modèle annulaire, non pas entre deux plans parallèles, mais dans un tube, pour les milieux poreux :

$$F_l = \frac{1}{S_l^2} \quad (\text{II.28})$$

$$F_g = \frac{1}{(1 - S_l)^2 + 2 \frac{\mu_g}{\mu_l} S_l (1 - S_l)} \quad (\text{II.29})$$

En adoptant ces expressions théoriques des  $k_{r,v}$  dérivées du modèle annulaire entre deux plans parallèles, pour les fractures, et dans un tube, pour les milieux poreux, cette approche devient prédictif sans aucun paramètre d'ajustement. L'évolution des fonctions  $F$  liquide ( $F_{eau}$ ) et gaz ( $F_{air}$ ) en fonction de la saturation liquide sont présentées sur la figure II.4 ( $\mu_g/\mu_l = 0.018$ ).

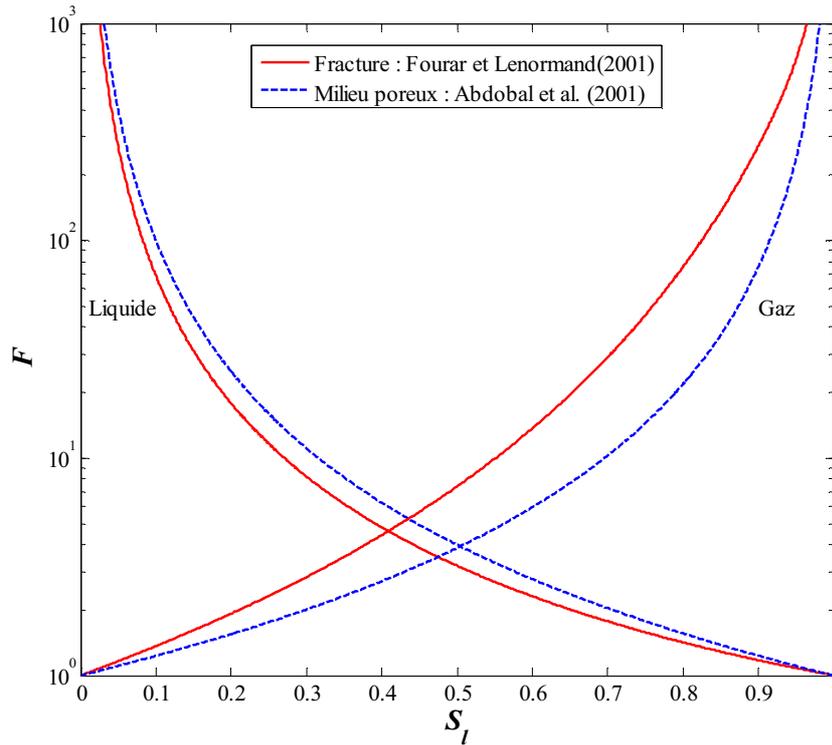


Fig. II.4 : Evolution des fonctions  $F$  liquide et gaz en fonction de la saturation liquide (Généralisation de la loi de Forchheimer).

En l'absence de mesure expérimentale de la saturation, Fourar et Lenormand (2001) ont tracé les perméabilités relatives mesurées en fonction du paramètre  $X$  qui est le rapport des équations II.1 et II.2 :

$$X = \frac{\mu_l Q_l}{\mu_g Q_g} = \frac{k_{rl}}{k_{rg}} = \frac{F_g (1 + F_g Re_g)}{F_l (1 + F_l Re_l)} \quad (\text{II.30})$$

## 2 Modélisation

Nous présentons ici un modèle de description des écoulements à forts débits en fracture. Il permet de prédire les pertes de pression et les saturations en fonction des débits des deux fluides avec deux paramètres d'ajustement.

Le modèle que nous proposons est basé sur la généralisation de la loi monophasique cubique complète en introduisant une fonction  $F$  multiplicative de la vitesse dans les termes visqueux et inertiel (Nowamooz et al., 2009 – annexe A) :

$$-\frac{\Delta P}{L} = \frac{\mu_l}{K} \left( F_l \frac{Q_l}{A} \right) + \rho_l \beta \left( F_l \frac{Q_l}{A} \right)^2 + \frac{\gamma \rho_l^2}{\mu_l} \left( F_l \frac{Q_l}{A} \right)^3 \quad (\text{II.31})$$

$$-\frac{\Delta P}{L} = \frac{\mu_g}{K} \left( F_g \frac{Q_g}{A} \right) + \rho_g \beta \left( F_g \frac{Q_g}{A} \right)^2 + \frac{\gamma \rho_g^2}{\mu_g} \left( F_g \frac{Q_g}{A} \right)^3 \quad (\text{II.32})$$

Cette approche n'introduit donc que deux fonction inconnues :  $F_l$  et  $F_g$ . Comme pour les perméabilités relatives, ces fonctions dépendent, a priori, de la saturation.

En introduisant les nombres de Reynolds, pour les deux fluides (Eqs. II.18 et II.19), les équations II.31 et II.32 peuvent encore s'écrire :

$$-\frac{\Delta P}{L} = \frac{\mu_l q_l}{KA} F_l \left( 1 + F_l Re_l + F_l^2 Re_l^2 \frac{\gamma}{K\beta^2} \right) \quad (\text{II.33})$$

$$-\frac{\Delta P}{L} = \frac{\mu_g q_g}{KA} F_g \left( 1 + F_g Re_g + F_g^2 Re_g^2 \frac{\gamma}{K\beta^2} \right) \quad (\text{II.34})$$

Comme pour l'approche de la fonction  $F$ , si les relations  $F_l(S_l)$  et  $F_g(S_l)$  sont connues, les équations II.33 et II.34 permettent de prédire les pertes de pression et les saturations en fonction des débits des deux fluides et des caractéristiques intrinsèques ( $K$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ) du milieu poreux. Les fonctions  $F_l$  et  $F_g$  sont supposées ne dépendre que de la saturation. Elles peuvent être également déterminées soit expérimentalement, soit en utilisant des modèles de perméabilités relative en régime visqueux.

En comparant les équations II.33 et II.34 avec les équations II.1 et II.2, on obtient :

$$k_{rl} = \frac{1}{F_l \left( 1 + F_l Re_l + F_l^2 Re_l^2 \frac{\gamma}{K\beta^2} \right)} \quad (\text{II.35})$$

$$k_{rg} = \frac{1}{F_g \left( 1 + F_g Re_g + F_g^2 Re_g^2 \frac{\gamma}{K\beta^2} \right)} \quad (\text{II.36})$$

Puisqu'on suppose que  $F(S_l)$  dépend seulement de la saturation liquide et pas du régime d'écoulement, nous pouvons utiliser un modèle dérivé et validé en régime purement visqueux. Les perméabilités relatives en régime visqueux pour une fracture sont modélisées également par les lois de puissance de la saturation de type Corey :

$$F_l = \frac{1}{S_l^a} \tag{II.37}$$

$$F_g = \frac{1}{(1-S_l)^b} \tag{II.38}$$

où les exposants  $a$  et  $b$  sont choisis pour minimiser l'erreur relative moyenne entre les perméabilités relatives déduites des mesures de pression et celles calculées par le modèle. Par conséquent, les perméabilités relatives sont fonctions de  $S_l$ ,  $a$  et  $b$  et des nombres de Reynolds de fluides.

Il est important de noter que dans ce travail, les équations II.26 et II.27 utilisées par Fourar et Lenormand (2001) sont remplacées par les équations II.37 et II.38. La raison de ce choix est que nos fractures sont sensiblement différentes de leur fracture artificiellement rugueuse. Nous avons utilisé deux moulages des fractures rugueuses réelles avec des vraies topographies 3D et donc, le modèle annulaire n'est pas approprié. L'évolution des fonctions  $F$  liquide ( $F_{eau}$ ) et gaz ( $F_{air}$ ) en fonction de la saturation liquide est représentée sur la figure II.5.

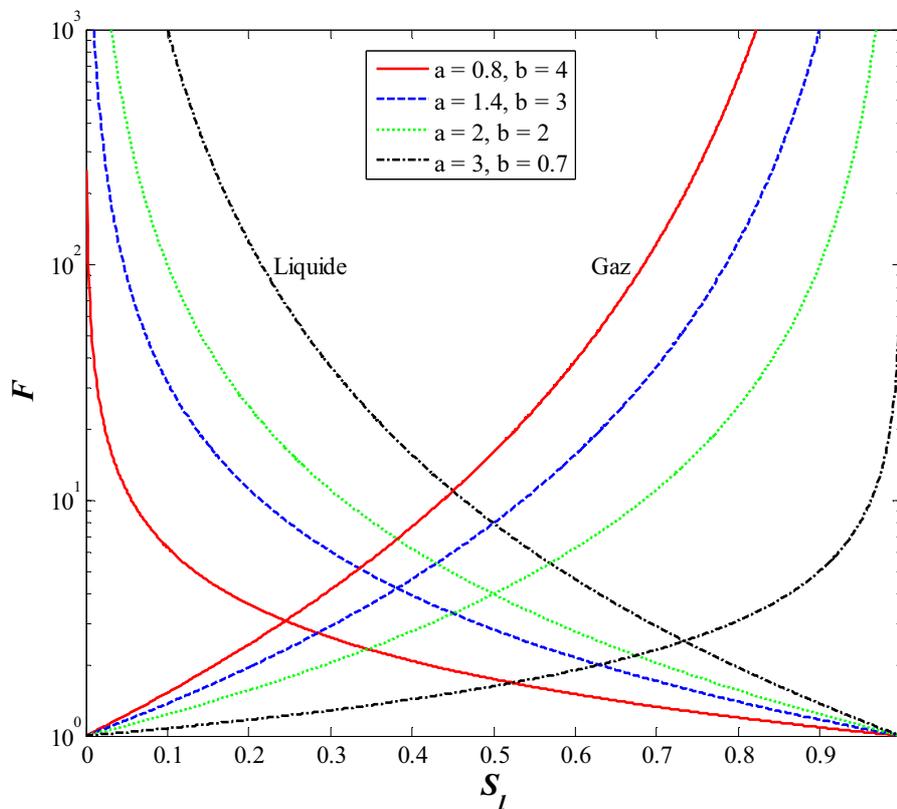


Fig. II.5 : Evolution des fonctions  $F$  liquide et gaz en fonction de la saturation liquide (Généralisation de la loi cubique complète).

Dans un premier temps, comme Fourar et Lenormand (2001), nous présenterons les perméabilités relatives mesurés en fonction du paramètre  $X$  qui est le rapport des équations II.1 et II.2 :

$$X = \frac{\mu_l Q_l}{\mu_g Q_g} = \frac{k_{rl}}{k_{rg}} = \frac{S_l^{3a} \left[ (1 - S_l)^{2b} + (1 - S_l)^b Re_g + Re_g^2 \frac{\gamma}{K\beta^2} \right]}{(1 - S_l)^{3b} \left( S_l^{2a} + S_l^a Re_l + Re_l^2 \frac{\gamma}{K\beta^2} \right)} \quad (\text{II.39})$$

En utilisant le paramètre  $X$ , on détermine les saturations, pour chaque couple des débits injectés, à l'échelle des fractures. Enfin, on compare les saturations calculées avec les saturations mesurées.

## 3 Dispositif expérimental

Dans ce paragraphe, nous présentons le dispositif expérimental réalisé pour étudier l'écoulement diphasique dans des fractures réelles.

### 3.1 Schéma du dispositif expérimental

Un schéma simplifié du dispositif expérimental est représenté sur la figure II.6. Il se compose principalement des éléments suivants :

- une cellule d'expérimentation (fracture),
- le circuit des fluides auxquels sont associés de l'instrument de mesure de débits,
- un capteur de pression différentiel,
- un dispositif optique,
- des équipements périphériques.

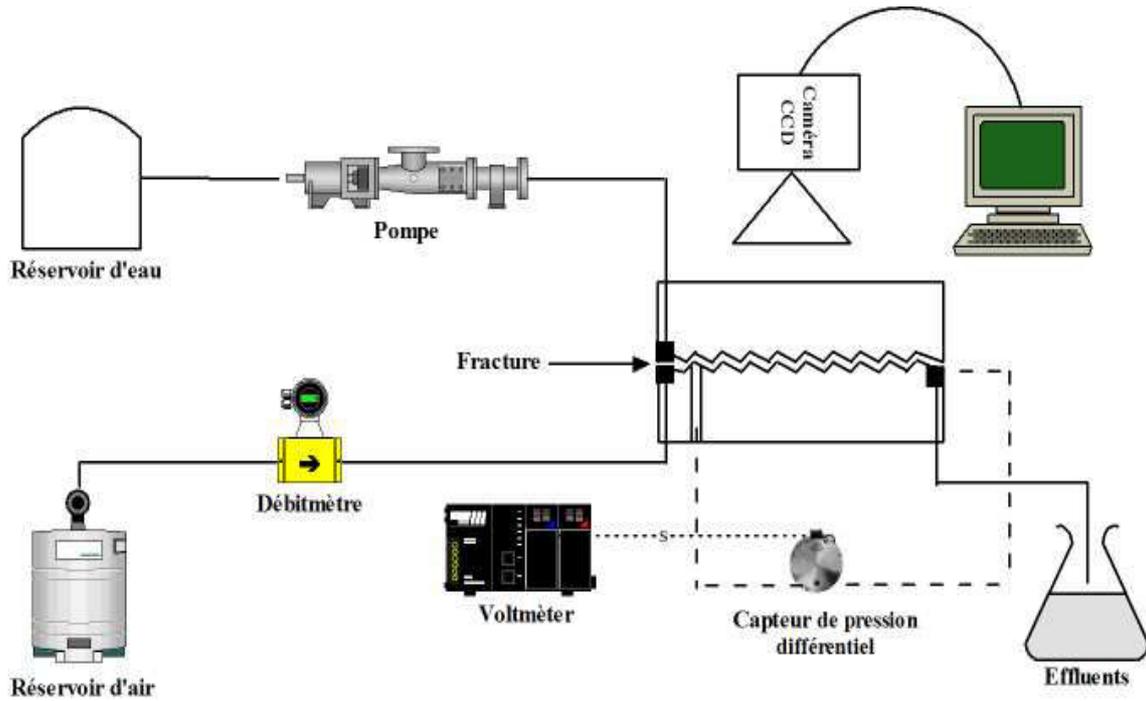


Fig. II.6 : Dispositif expérimental.

Comme nous l’avons expliqué précédemment, l’objectif de cette étude est de déterminer et modéliser les perméabilités relatives ( $k_r$ ).

### 3.1.1 Les cellules d’expérimentation

Les cellules d’expérimentation utilisées pour étudier les écoulements diphasiques sont les mêmes cellules utilisées dans le chapitre précédent (écoulement monophasique). Les deux fractures utilisées sont un moulage en résine transparente d'une fracture réelle issue d'un bloc de grès des Vosges fracturé artificiellement et un moulage en résine transparente obtenu en faisant un positif et un négatif d'une seule et même surface de granit issue d'une fracture naturelle. Le tableau 3 résume les caractéristiques des fractures obtenus expérimentalement et présentés au chapitre précédent.

Fracture	Méthode gravimétrique		Ecoulement monophasique				
	$V_f$ (ml)	$\langle h \rangle$ ( $\mu\text{m}$ )	$h$ ( $\mu\text{m}$ )	$K$ ( $\text{m}^2$ )	$\beta$ ( $\text{m}^{-1}$ )	$\gamma$	$A$ ( $\text{m}^2$ )
Grès des Vosges	33	846	429	$1.5 \cdot 10^{-8}$	82.2	$1.3 \cdot 10^{-5}$	$6.3 \cdot 10^{-5}$
Granit	47	919	627	$3.3 \cdot 10^{-8}$	22.8	$5.2 \cdot 10^{-5}$	$9.7 \cdot 10^{-5}$

Tableau. II.3 : Caractéristiques intrinsèques des fractures.

### 3.1.2 Les circuits des fluides

Le circuit liquide utilisé pour réaliser les expériences diphasiques (figure II.7.1) est le même circuit utilisé pour étudier l'écoulement monophasique. Il comprend les éléments suivants :

- un réservoir d'eau de 200 litres,
- une pompe volumétrique (PCM, EcoMoineau M Series),
- un filtre,
- un débitmètre (Oval, Modèle LSM45),
- un system by-pass pour,
- un clapet anti-retour.

Ces éléments sont reliés par des tubes souples résistant aux fortes pressions (20 bars).

Le circuit gaz est représenté sur la figure II.7.2. Pour l'ensemble des expériences le gaz utilisé est l'air. Le circuit comprend les éléments suivants :

- un compresseur fournissant de l'air sous pression à environ 8 bars,
- un réservoir tampon pour stabiliser les fluctuations de pression deus au compresseur,
- une série des détendeurs permettant de régler la pression et le débit d'air,
- un débitmètre permettant de mesurer le débit du gaz de 0 à 60 l/min,
- un clapet anti retour pour empêcher la présence de l'autre fluide dans le circuit.

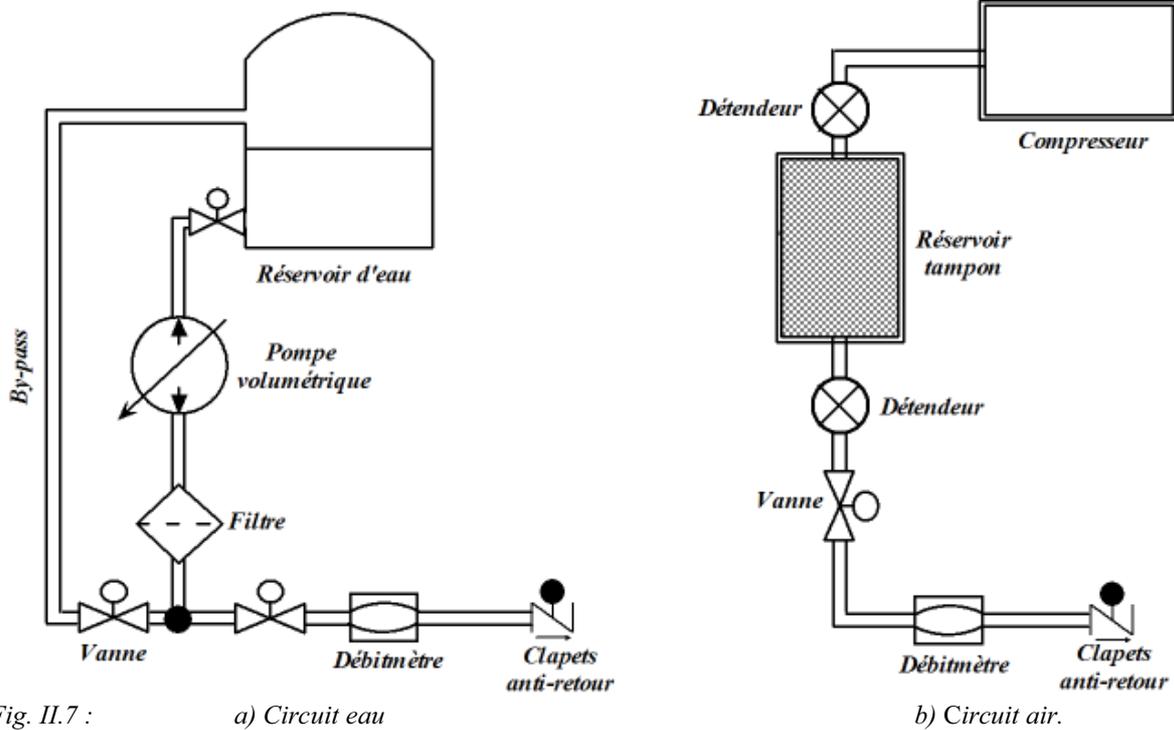


Fig. II.7 :

a) Circuit eau

b) Circuit air.

## 4 Procédure expérimentale

Nous présentons ici, la procédure expérimentale et les différentes expériences réalisées pour mettre en évidence de façon expérimentale l'écoulement diphasique dans les fractures rugueuses réelles.

Les cellules d'expérimentation sont maintenues en position horizontale. On sature préalablement la fracture en eau à un débit fixé en suivant le même protocole que pour un écoulement monophasique eau. De l'air est ensuite injecté à un débit constant. Lorsque le régime stationnaire est atteint, on mesure la perte de pression entre la première prise de pression et la sortie de la fracture à la pression ambiante ( $\Delta P = P_2 - P_1$ ,  $P_2 = P_{atm}$ ). On augmente ensuite le débit d'air et on recommence les mêmes opérations. Cette expérience est alors répétée à différents débits d'eau. A la fin de ces expériences, on répète les mêmes expériences en utilisant d'eau coloré. On sature la fracture en eau coloré à un débit fixé et ensuite de l'air est injecté à un débit constant. Pour chaque débit d'injection d'air, la prise de 20 images à des intervalles de temps à 10 seconde avec une résolution de  $2304 \times 3456$  pixels débute lorsque le régime stationnaire est atteint. Ces expériences nous permettent de mesurer la saturation d'eau pour différents débits d'injection d'air. Les expériences réalisées sur les deux fractures sont présentées en détails dans le tableau II.4.

Fracture	Débit d'eau (l/h)	$Re_{eau}$	$*Ca_{min}$	$Ca_{max}$	Sans mesure de la saturation	Avec mesure de la saturation
Grès des Vosges	13	0.07	$1.4 \cdot 10^{-5}$	$4.3 \cdot 10^{-3}$	oui	non
Grès des Vosges	24	0.13	$2.6 \cdot 10^{-5}$	$3.6 \cdot 10^{-3}$	oui	oui
Grès des Vosges	53	0.28	$5.8 \cdot 10^{-5}$	$4.3 \cdot 10^{-3}$	oui	oui
Grès des Vosges	81	0.44	$8.9 \cdot 10^{-4}$	$4.3 \cdot 10^{-3}$	oui	oui
Granit	20	0.03	$1.4 \cdot 10^{-5}$	$2.8 \cdot 10^{-3}$	oui	non
Granit	30	0.06	$2.1 \cdot 10^{-5}$	$2.8 \cdot 10^{-3}$	non	oui
Granit	33	0.07	$2.4 \cdot 10^{-5}$	$2.8 \cdot 10^{-3}$	oui	non
Granit	52	0.1	$3.7 \cdot 10^{-5}$	$2.8 \cdot 10^{-3}$	oui	oui
Granit	66	0.14	$4.7 \cdot 10^{-5}$	$2.8 \cdot 10^{-3}$	oui	non
Granit	86	0.18	$6.1 \cdot 10^{-5}$	$2.8 \cdot 10^{-3}$	oui	oui

Tableau. II.4 : Les expériences réalisées.

\* Le nombre capillaire ( $Ca$ ) qui traduit le rapport des forces visqueuses et des forces capillaires est défini dans le paragraphe suivant.

## 5 Les paramètres mesurés

Les grandeurs mesurées au cours des différentes expériences sont les suivantes :

- le débit d'injection d'eau,
- le débit d'injection d'air,
- la perte de pression,
- la saturation

### 5.1 Mesure du débit d'injection d'eau

Le débit d'injection est donné par un compteur volumique (Micro-Oval M-III, Model LSM45). Le compteur est relié à un afficheur et permet une visualisation instantanée du débit en litre par heure.

## 5.2 Mesure du débit d'injection d'air

Pour le gaz, l'appareil de mesure est un débitmètre massique (Brooks instrument, Model 5851S) mesurant le débit du gaz. Il est relié à un afficheur qui permet une visualisation du débit volumique en litre par minute. La gamme de mesures est de 0 à 60 l/min avec une précision de  $\pm 2\%$ .

## 5.3 Mesure de la perte de pression

La mesure de la différence de pression est effectuée au moyen d'un capteur différentiel (Validyne DP 15-20), à étendue de mesure ajustable par changement de membrane. La précision de mesure du capteur est de 0.5% de la pleine échelle. Ce capteur est relié à un voltmètre. En utilisant le capteur de pression et le voltmètre, la perte de pression moyenne peut être mesurée entre la première prise de pression et la sortie des fractures.

En écoulement diphasique, le passage successif des deux fluides au niveau d'une prise de pression entraîne une fluctuation de la pression. Le voltmètre numérique permet également la mesure de la valeur moyenne de la pression sur un temps qui dépend du régime d'écoulement. La figure II.8 représente les signaux de perte de pression en fonction du temps pour deux couples de débits fixé. La valeur de la perte de pression retenue pour chaque couple de débit des deux fluides est la valeur moyenne.

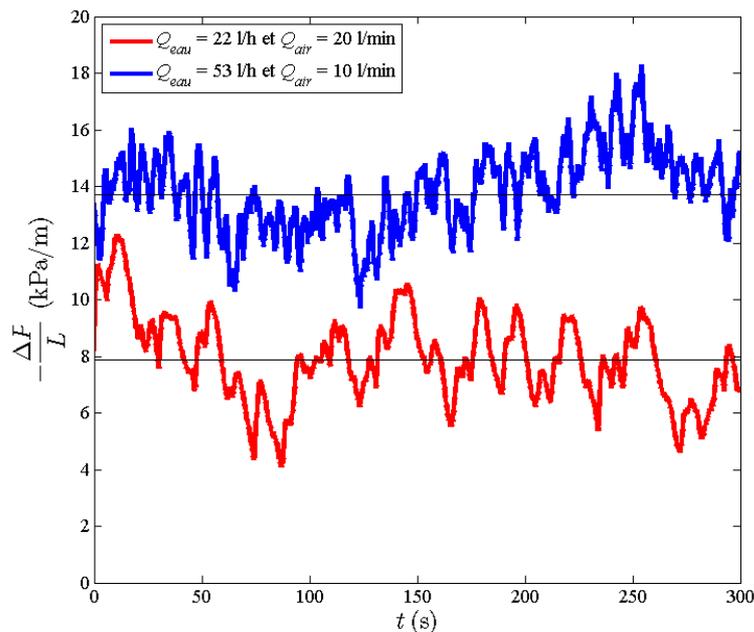


Fig. II.8 : Evolution de la perte de pression en fonction du temps pour un écoulement eau-air à différents débits d'eau et d'air.

Les forces mis en jeu lors d'un écoulement diphasique en fractures sont :

- les forces de gravité,
- les forces de capillarité,
- les forces de viscosité,
- les forces d'inertie.

L'importance relative de ces forces dépend des débits d'injection des fluides et des caractéristiques géométriques des fractures. Leurs rapports forment des nombres sans dimensions qui permettent de comparer les forces entre elles. On distingue ainsi :

- le nombre de Reynolds qui traduit le rapport des forces d'inertie aux forces de viscosité,
- le nombre capillaire ( $Ca$ ) qui traduit le rapport des forces visqueuses et des forces capillaires.

$$Ca = \frac{\mu_l(Q_l + Q_g)}{\sigma A} \quad (\text{II.40})$$

où  $\sigma$  est la tension interfaciale entre les deux fluides.

Les gammes des nombres de Reynolds sont présentées dans le tableau II.4. Elles sont suffisamment larges pour réaliser des écoulements où les forces inertiels ne sont pas négligeables devant les forces visqueux.

Les gammes des nombres capillaires étudiés sont également présentées dans le tableau II.4. Pour les plus faibles nombres capillaires, les effets visqueux sont plus négligeables devant les effets de capillarité.

En effet, un écoulement est généralement dominé par les effets capillaires pour des nombres de capillaire compris entre  $10^{-8}$  et  $10^{-5}$ . Pour des nombres capillaires plus élevés ( $Ca > 10^{-5}$ ), les effets capillaire sont généralement négligeable devant les effets de viscosité (Janssen, 2000). Dans l'ensemble des expériences, nous considérons que les effets capillaires sont négligeables

et donc qu'il n'y a pas de saut de pression à l'interface liquide-gaz. Les pressions dans liquide et dans le gaz sont identiques. La perte de pression mesurée est alors appelée perte de pression diphasique (Eq. II.8).

Les figures II.9 et II.10 présentent l'évolution de la perte de pression en fonction du débit d'air, à différents débits d'injection d'eau, respectivement pour la fracture en grès des Vosges et en granit.

Les résultats expérimentaux obtenus montrent que :

- Pour un débit liquide fixé, la perte de pression augmente lorsque le débit du gaz augmente,
- Pour un débit du gaz fixé, la perte de pression augmente lorsque le débit du liquide augmente,
- Pour le débit d'eau le plus faible, la perte de pression augmente de façon quasi linéaire.

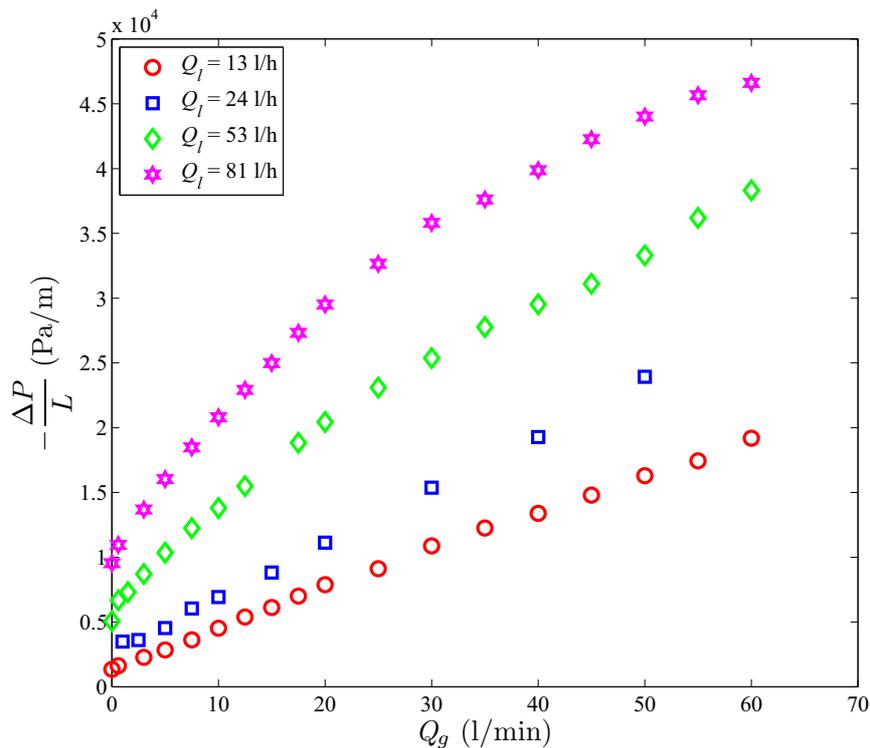


Fig. II.9 : Gradient de pression en fonction du débit du gaz (grès des Vosges).

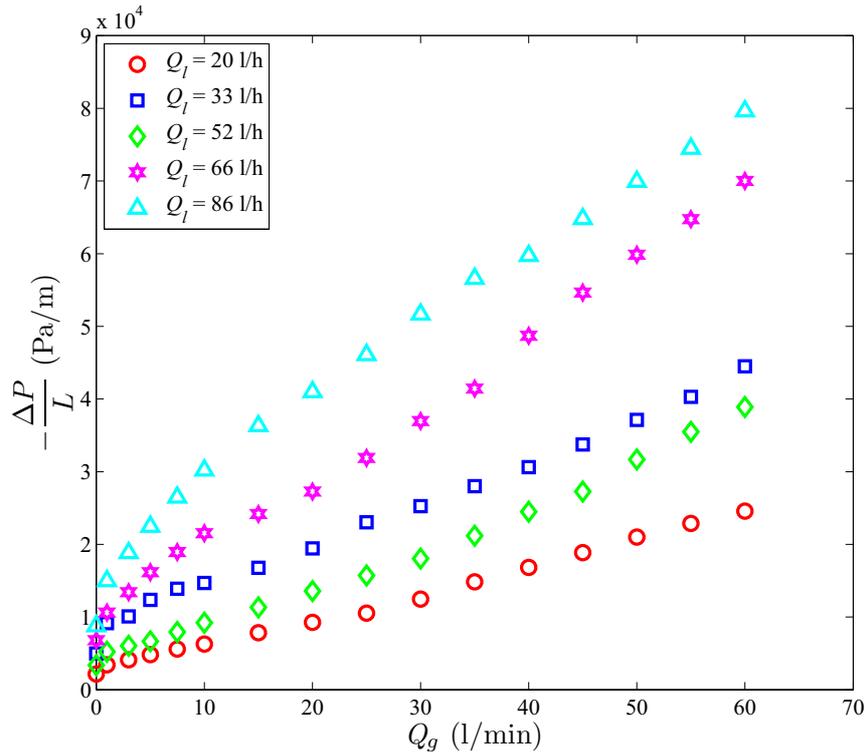


Fig. II.10 : Gradient de pression en fonction du débit du gaz (granit).

Afin de vérifier la reproductibilité des mesures, nous avons réalisé deux expériences similaires en maintenant le débit liquide constant ( $Q_l = 52$  l/h et  $Q_l = 86$  l/h) et faisant varier le débit du gaz. L'évolution de la perte de pression en fonction du débit du gaz est représentée sur la figure II.11. On constat aux erreurs de mesure près, que les pertes de pressions sont identiques.

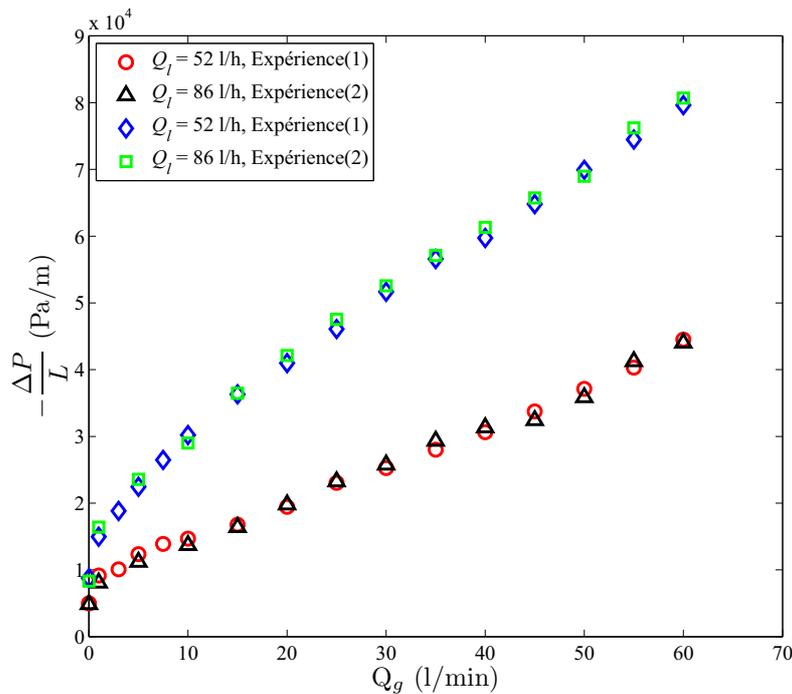
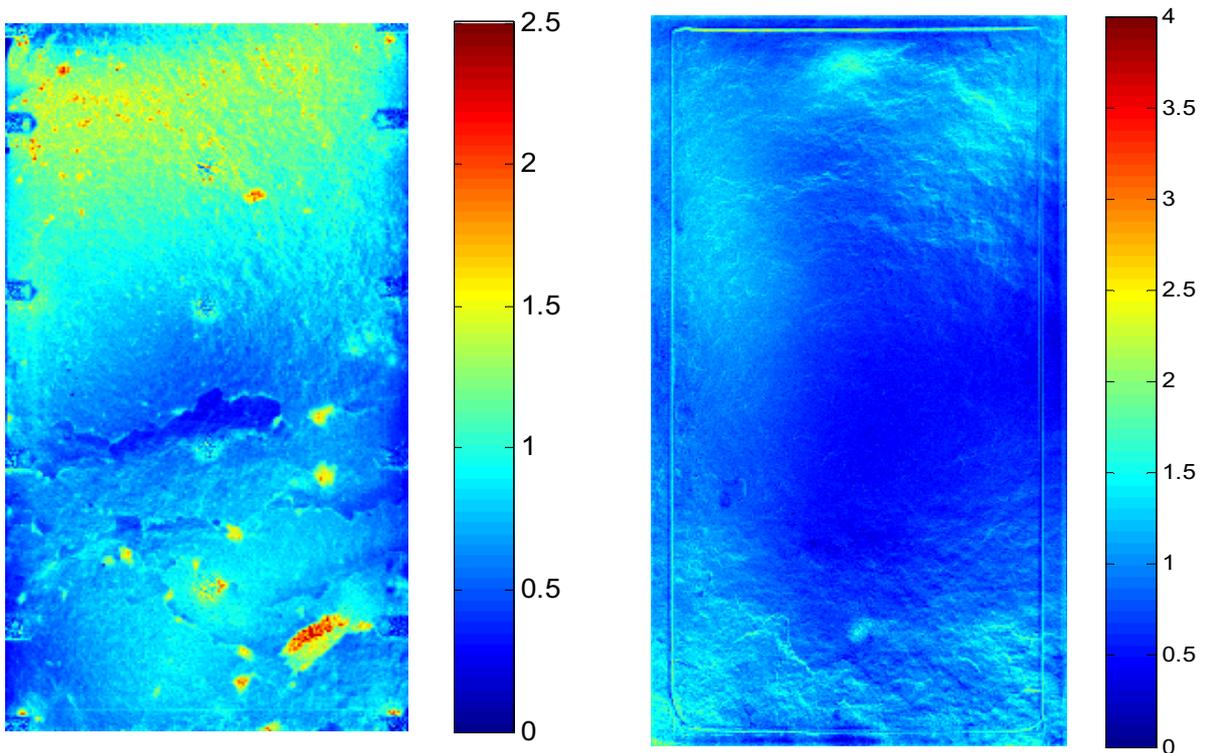


Fig. II.11 : Expérience de reproductibilité (granit).

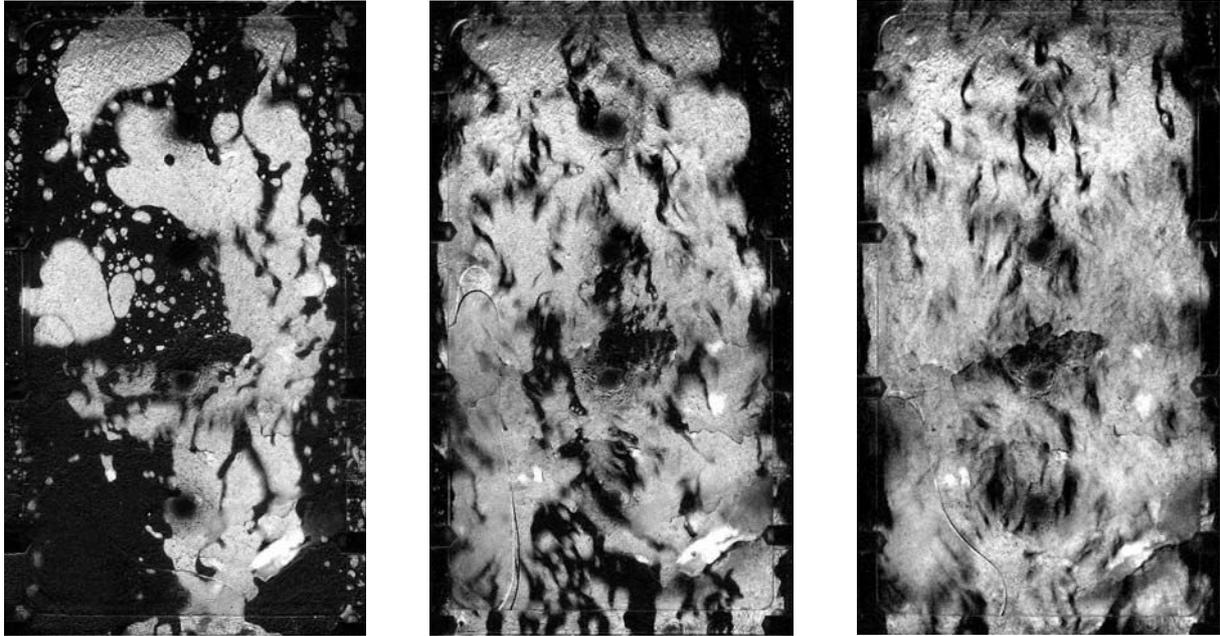
## 5.4 Mesure de la saturation

Il existe plusieurs méthodes pour mesurer la saturation d'un fluide dans une fracture. Pour nos expériences, par un traitement d'images basé sur la loi d'atténuation de Beer-Lambert, nous avons d'abord déterminé la cartographie des ouvertures locales (figure II.12). Les détails de ce traitement d'image sont présentés dans le chapitre suivant.

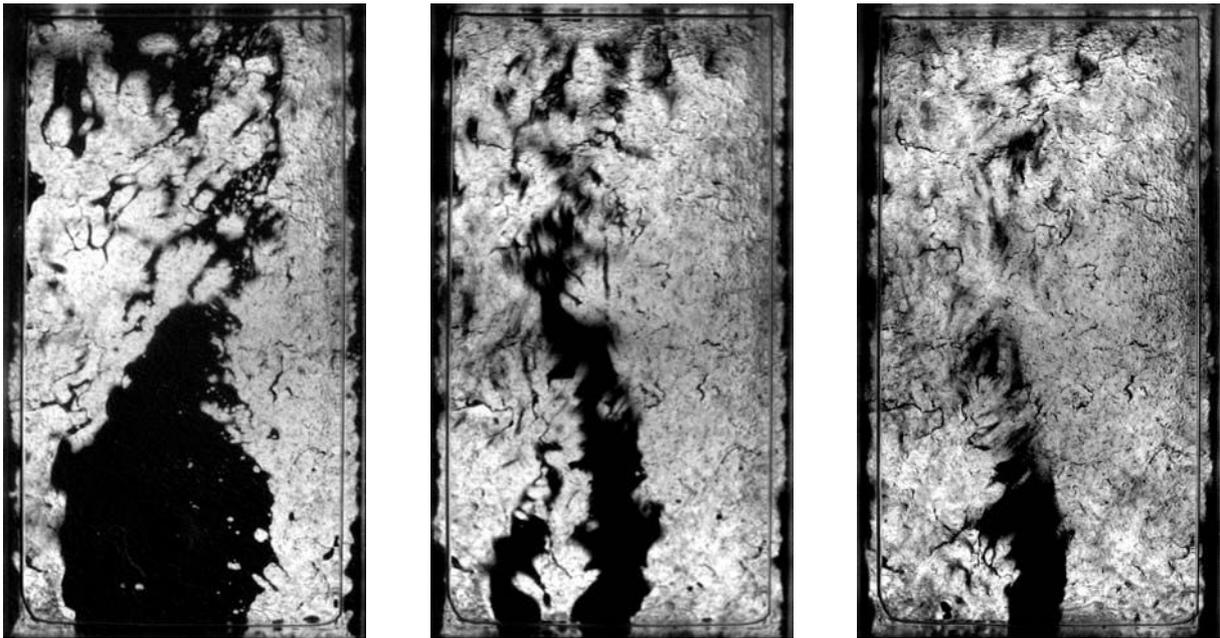


(a) (b)  
Fig. II.12 : Ouvertures locales en millimètre a) Grés de Vosges b) Granit.

On sature la fracture en eau colorée à un débit fixé et ensuite de l'air est injecté à un débit constant. Lorsque le régime stationnaire est atteint, la prise de 20 images à des intervalles de temps à 10 seconde avec une résolution de  $2304 \times 3456$  pixels débute. Grâce au colorant utilisé, on arrive à bien distinguer les deux phases injectées (figure II.13 et II.14).



(1) (2) (3)  
 Fig. II.13 : Images utilisés pour mesurer la saturation : (1)  $Q_{eau} = 24$  l/h et  $Q_{air} = 2$  l/min (2)  $Q_{eau} = 53$  l/h et  $Q_{air} = 10$  l/min (3)  $Q_{eau} = 81$  l/h et  $Q_{air} = 25$  l/min (Grès des Vosges).



(1) (2) (3)  
 Fig. II.14 : Images utilisés pour mesurer la saturation : (1)  $Q_{eau} = 30$  l/h et  $Q_{air} = 5$  l/min (2)  $Q_{eau} = 52$  l/h et  $Q_{air} = 20$  l/min (3)  $Q_{eau} = 86$  l/h et  $Q_{air} = 30$  l/min (Granit).

Dans la gamme des débits étudiés, nous observons différentes configurations d'écoulement. Plusieurs études ont proposé des cartographies d'écoulement (Fourar et al., 1993 ; Fourar et Borjes, 1995). En utilisant ces images, il aurait été possible d'étudier les différentes configurations d'écoulement dans les fractures. Cependant, ce travail n'a pas pu être réalisé dans le cadre de cette thèse mais il sera effectué par la suite.

En utilisant ces images et la cartographie des ouvertures locales, on peut mesurer la saturation pour les 20 images de chaque couple de débits fixé. Ces valeurs de la saturation sont ensuite utilisées pour calculer la saturation moyenne et l'écart-type.

Les figures II.15 et II.16 représentent l'évolution de la saturation liquide ( $S_l$ ) en fonction du débit du gaz, à différents débits liquide. Ces expériences montrent :

- pour un débit du gaz fixé, la saturation liquide augmente lorsque le débit liquide augmente,
- pour un débit liquide fixé, la saturation liquide décroît lorsque le débit du gaz augmente. Cette décroissance est beaucoup plus faible pour les forts débits du gaz,
- pour les très forts débits liquide et gaz, la saturation liquide est pratiquement constante.

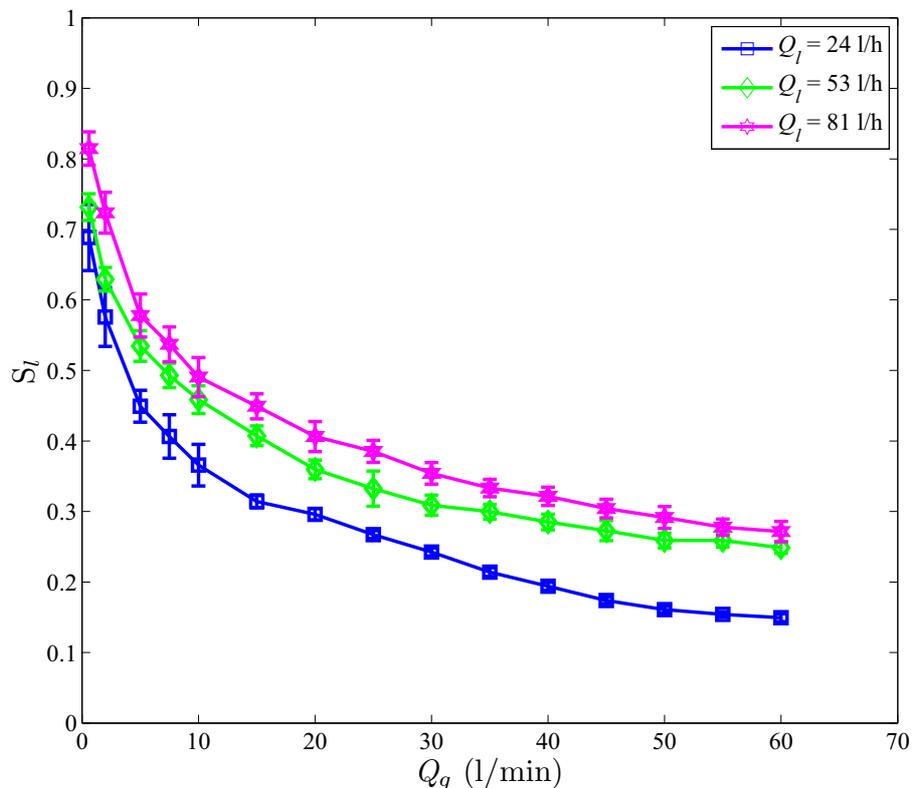


Fig. II.15 : Saturation d'eau en fonction du débit du gaz (Grès des Vosges).

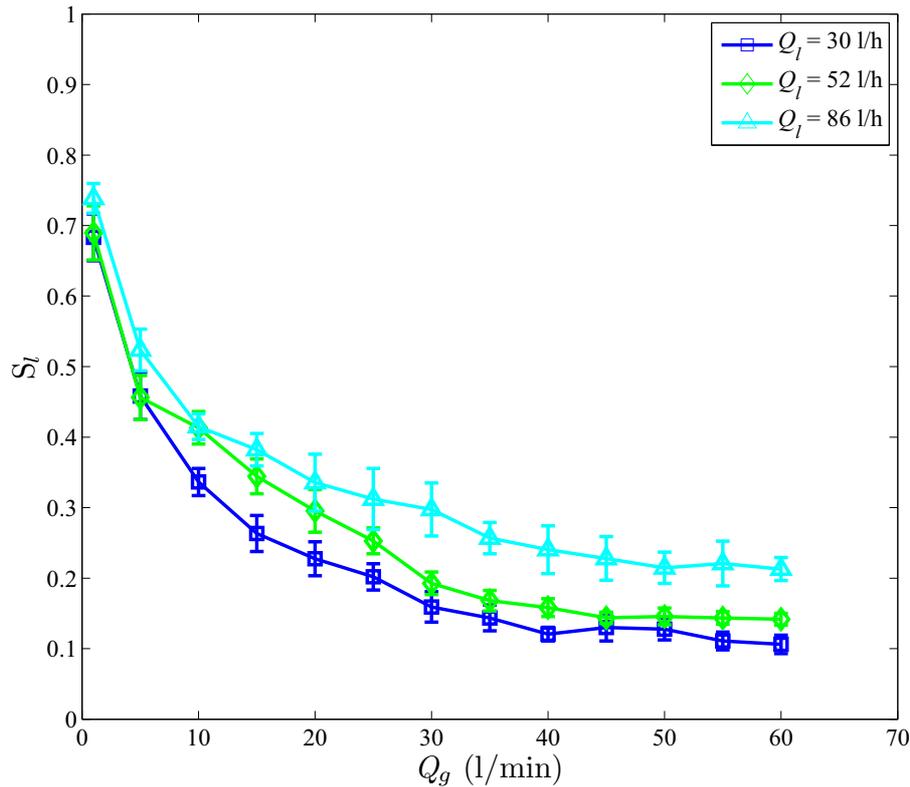


Fig. II.16 : Saturation d'eau en fonction du débit du gaz (Granit).

## 6 Interprétation des résultats

Plusieurs modèles et relations ont été présentés pour prédire la perte de pression, les perméabilités relatives et la saturation lors d'un écoulement liquide-gaz à fortes débits en milieux poreux et en fracture.

Dans cette partie, nous présenterons d'abord les résultats expérimentaux des perméabilités relatives obtenus à partir des équations de Darcy généralisées. Ensuite, pour chacune des approches présentées, nous confrontons leurs prédictions à l'ensemble de ces données expérimentales. A la fin de cette partie, les différentes approches sont comparées et sont soumis à une analyse critique.

### 6.1 Généralisation de la loi de Darcy

La modélisation des écoulements diphasiques en milieu poreux et en fracture est basée sur le concept de perméabilités relatives  $k_r$ , qui est la généralisation de la loi de Darcy. La perméabilité relative permet de tenir compte de l'interaction entre les deux fluides et le milieu poreux. Elle

indique que chaque fluide influence l'écoulement de l'autre à travers la réduction de la section de passage.

Le calcul des perméabilités relatives expérimentales selon les équations II.1 et II.2 nécessite la connaissance de  $K$ ,  $A$ ,  $\Delta P$ ,  $\mu$ ,  $L$ ,  $Q_l$  et  $Q_g$ . La longueur des fractures et la viscosité des fluides injectés sont connues, et la perte de pression a été mesurée dans nos expériences.

Dans le chapitre précédent, nous avons déterminé la perméabilité intrinsèque  $K$  et la section  $A$  en utilisant trois lois (loi cubique de faible inertie, loi de Forchheimer et loi cubique complète). Pour mesurer les perméabilités relatives, l'une de trois valeurs présentées pour  $K$  doit être choisie. Les lois cubique et Forchheimer conduisent à différentes valeurs de  $K$  et donc à différentes valeurs expérimentales de  $k_{rl}$  et  $k_{rg}$  pour les deux fractures (figures II.17 et II.18). Par conséquent, aucune transition ne peut être observée entre les perméabilités relatives. Donc, il n'existe pas de critère simple pour choisir l'une des deux lois. En revanche, la loi cubique complète apparaît comme une solution adéquate, car elle donne une valeur unique pour  $K$  et prend en compte les deux termes de déviation par rapport à la loi de Darcy.

Les figures II.19 et II.20 représentent les perméabilités de l'eau et de l'air en fonction du paramètre  $X$  à différents débits d'eau respectivement pour la fracture en grès des Vosges et celle en granit.

Ces résultats montrent que, pour un débit d'eau fixé, lorsque le débit d'air augmente, les perméabilités relatives de l'eau diminuent et les perméabilités relatives de l'air augmentent. Cela veut donc dire que, pour un débit d'eau fixé, lorsque le débit d'air augmente, la perte de pression augmente.

On observe également que, les perméabilités relatives ne sont pas des fonctions uniques de la saturation. Elles dépendent du débit d'injection d'eau. Elles diminuent lorsque le débit d'eau augmente.

Nous avons également comparé les perméabilités relatives expérimentales au modèle annulaire de perméabilités relatives en régime visqueux. On constate que pour les faibles débits liquides les perméabilités sont proches des perméabilités visqueuses. En revanche, lorsque le débit d'eau augmente les perméabilités relatives diminuent et sont en dessous de la perméabilité visqueuse. Cela est donc dû aux effets inertiels qui ne sont plus négligeables dans la plage de variation des nombres de Reynolds étudiés.

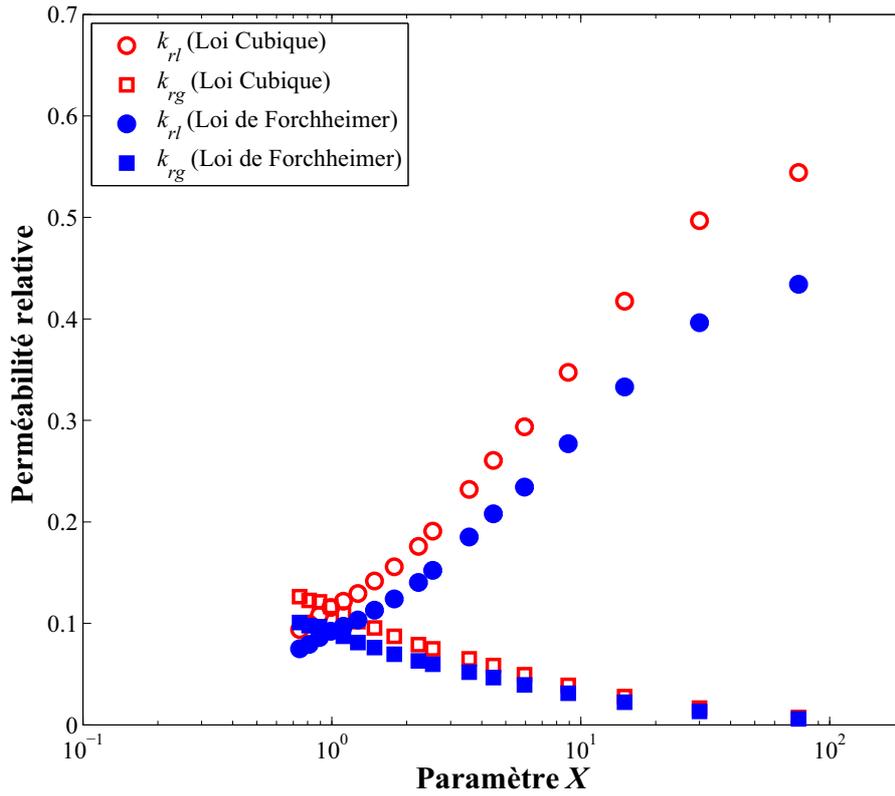


Fig. II.17 : Perméabilités relatives en fonction du paramètre X (Grès de Vosges ( $Q_I=54$  l/h)).

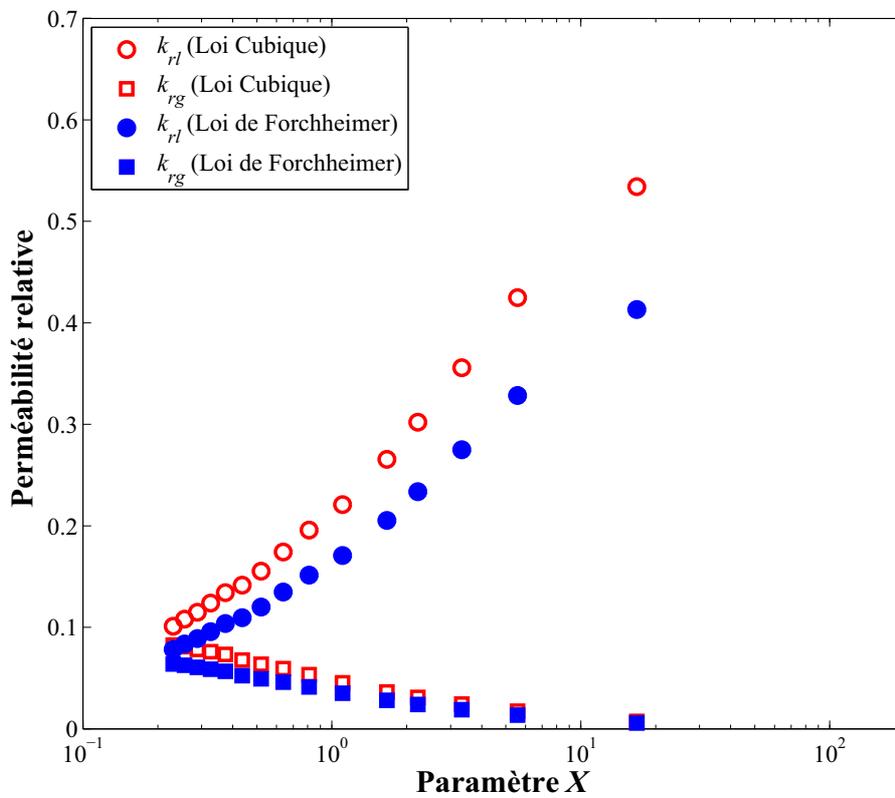


Fig. II.18 : Perméabilités relatives en fonction du paramètre X (Granit ( $Q_I=86$  l/h)).

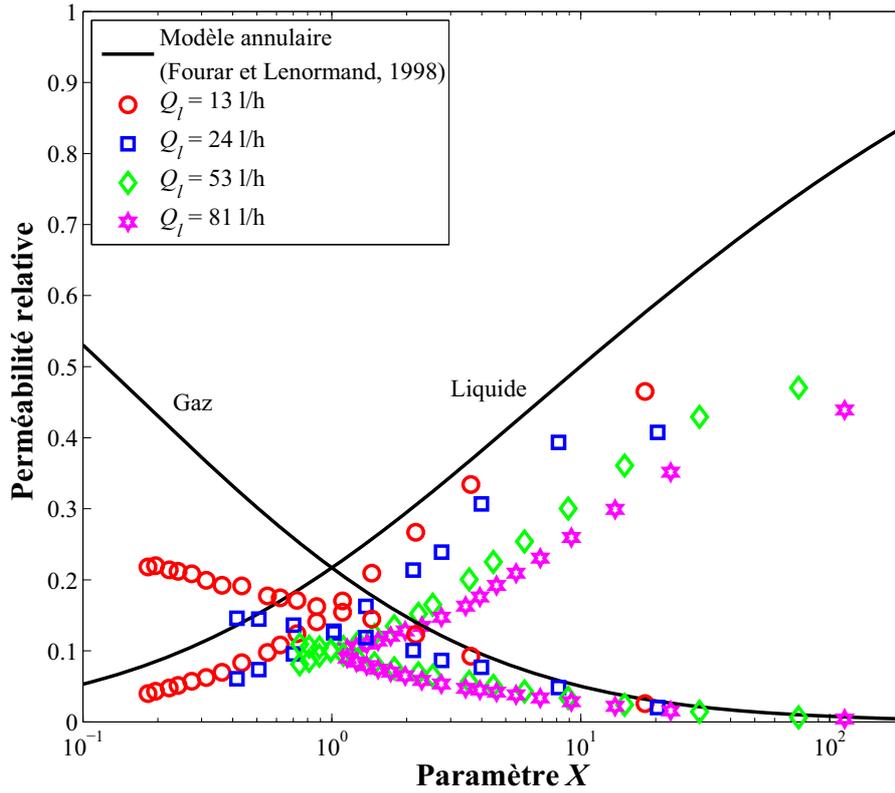


Fig. II.19 : Perméabilités relatives en fonction du paramètre X (Grès de Vosges).

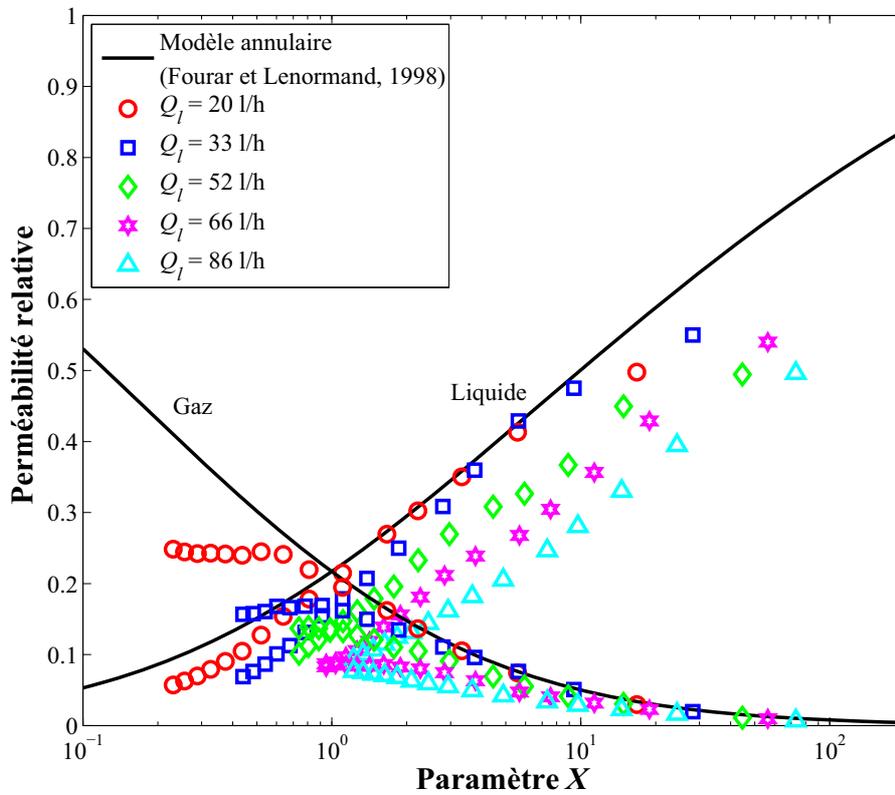


Fig. II.20 : Perméabilités relatives en fonction du paramètre X (Granit).

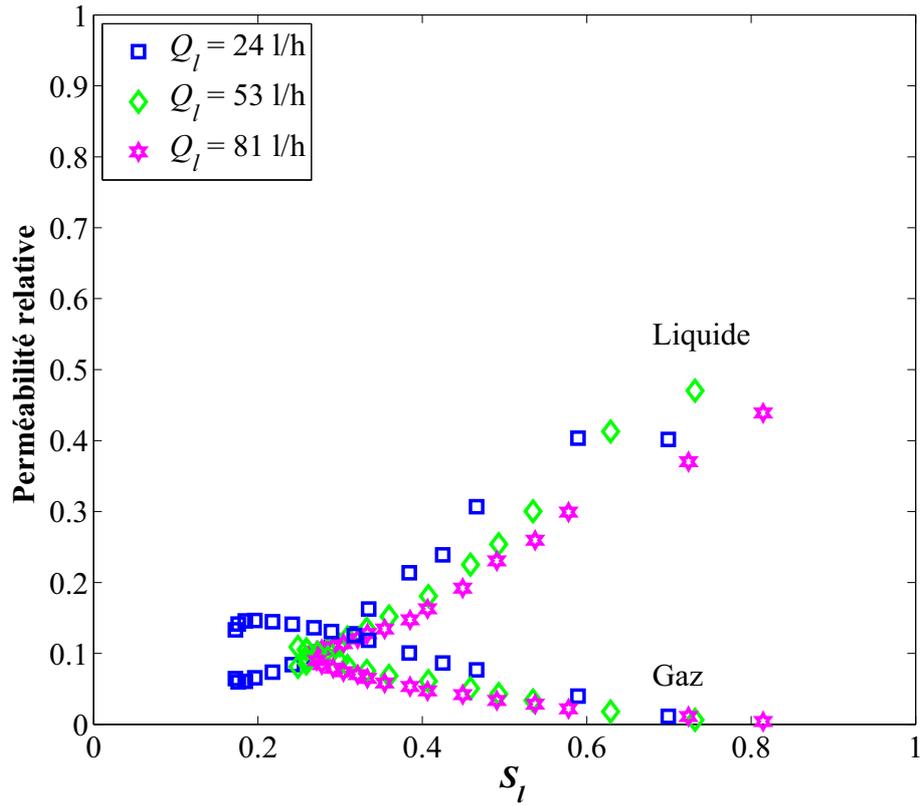


Fig. II.21 : Perméabilités relatives en fonction de la saturation (Grès de Vosges).

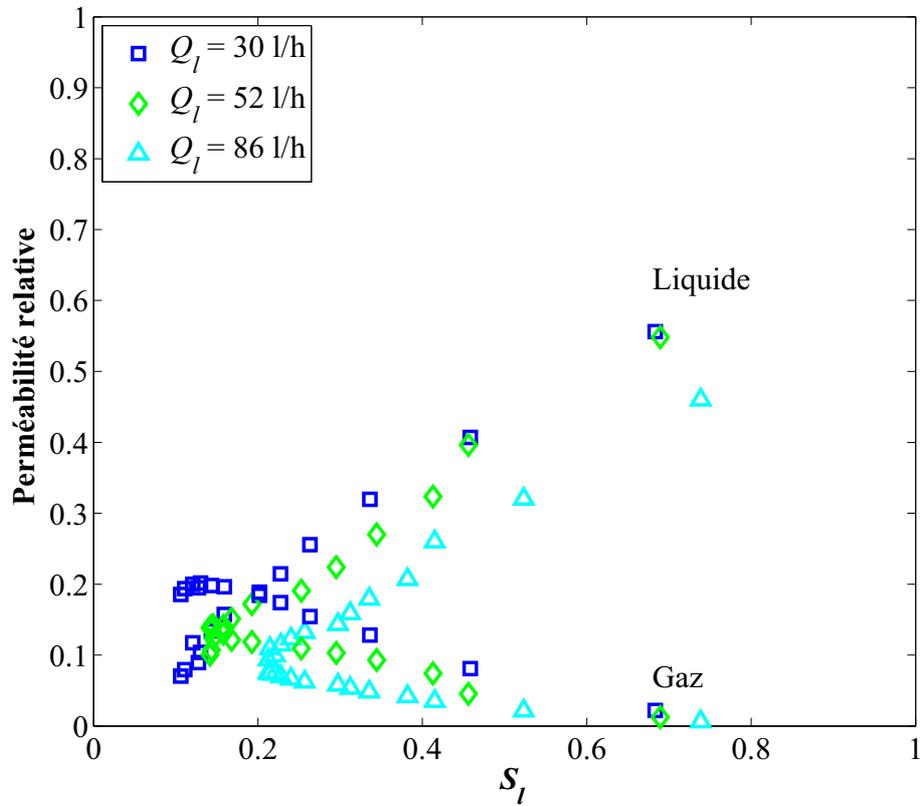


Fig. II.22 : Perméabilités relatives en fonction de la saturation (Granit).

## 6.2 Approche de la fonction $F$ (Généralisation de la loi de Forchheimer)

Dans ce paragraphe, nous interprétons les résultats expérimentaux de la perméabilité relative obtenus à partir de la généralisation de la loi de Darcy par l'approche de la fonction  $F$  (Généralisation de la loi de Forchheimer). Par conséquent, nous utilisons les équations II.26 et II.27 pour les fonctions  $F$  afin de calculer la saturation et la perméabilité relative.

En l'absence de mesure expérimentale de la saturation, Fourar et Lenormand (2001) ont tracées les perméabilités relatives mesurés et calculés en fonction du paramètre  $X$  qui est le rapport des équations II.1 et II.2 ( $X = \mu_l Q_l / \mu_g Q_g$ ). Ce paramètre est également écrit en fonction des perméabilités relatives (Eq. II.9). Donc, en utilisant équation II.30, nous pouvons déterminer les valeurs de la saturation pour chaque débit d'eau et d'air. Les figures II.23 et II.24 représentent les valeurs de la saturation estimées en fonction du paramètre  $X$  respectivement pour la fracture en grès des Vosges et en granit.

Ces valeurs de la saturation sont ensuite utilisées pour déterminer les perméabilités relatives de l'eau de l'air utilisant les équations II.22 et II.23. Les perméabilités relatives mesurées sont comparées aux perméabilités calculées sur les figures II.25 et II.26 respectivement pour la fracture en grès des Vosges et en granit. Les erreurs relatives moyennes entre les perméabilités relatives expérimentales et celles de modèle sont également présentées dans le tableau II.5.

On constate que le modèle de la fonction  $F$  (Généralisation de la loi de Forchheimer) ne permet pas d'interpréter les résultats expérimentaux des perméabilités relatives. Ce modèle a été examiné par Fourar et Lenormand (2001) utilisant des résultats expérimentaux effectués avec de l'eau et de l'air aux débits élevés (régime Forchheimer) sur une fracture artificiellement rugueuse obtenue en collant une couche de perles en verre à deux plaques de verre. Nous avons utilisé deux moulages des fractures rugueuses réelles avec des vraies topographies 3D et donc, le modèle annulaire n'est pas approprié. Dans la partie suivante, nous allons montrer qu'une autre forme générale de fonction  $F$  peut nous aider à déterminer correctement les perméabilités relatives.

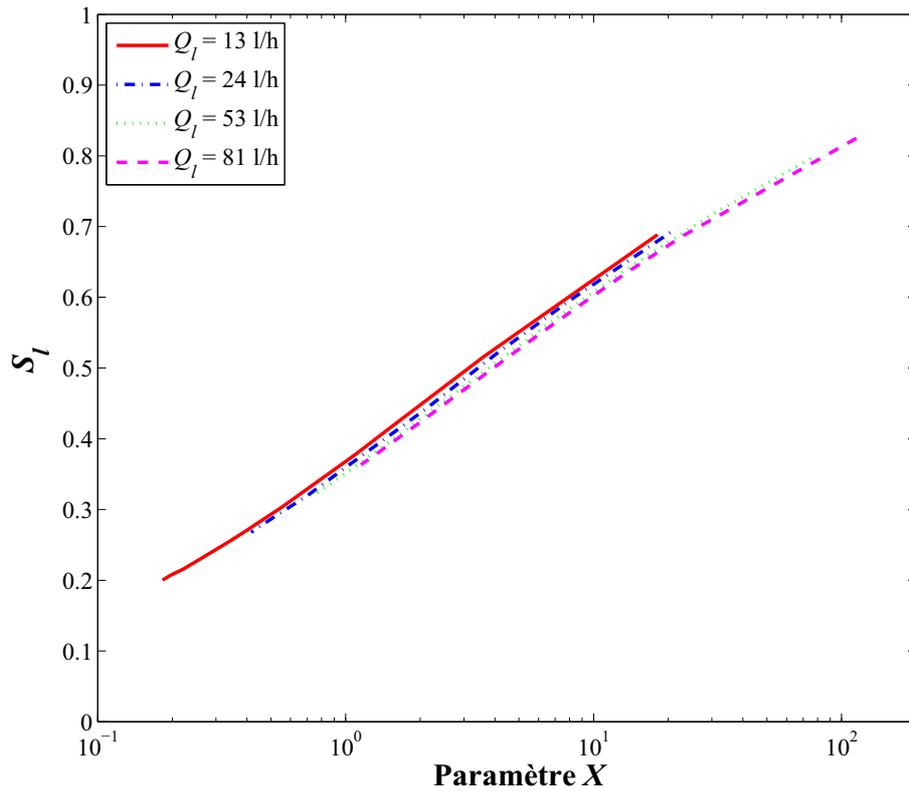


Fig. II.23 : Saturation estimée en fonction du paramètre  $X$  (Grès des Vosges - Généralisation de la loi de Forchheimer).

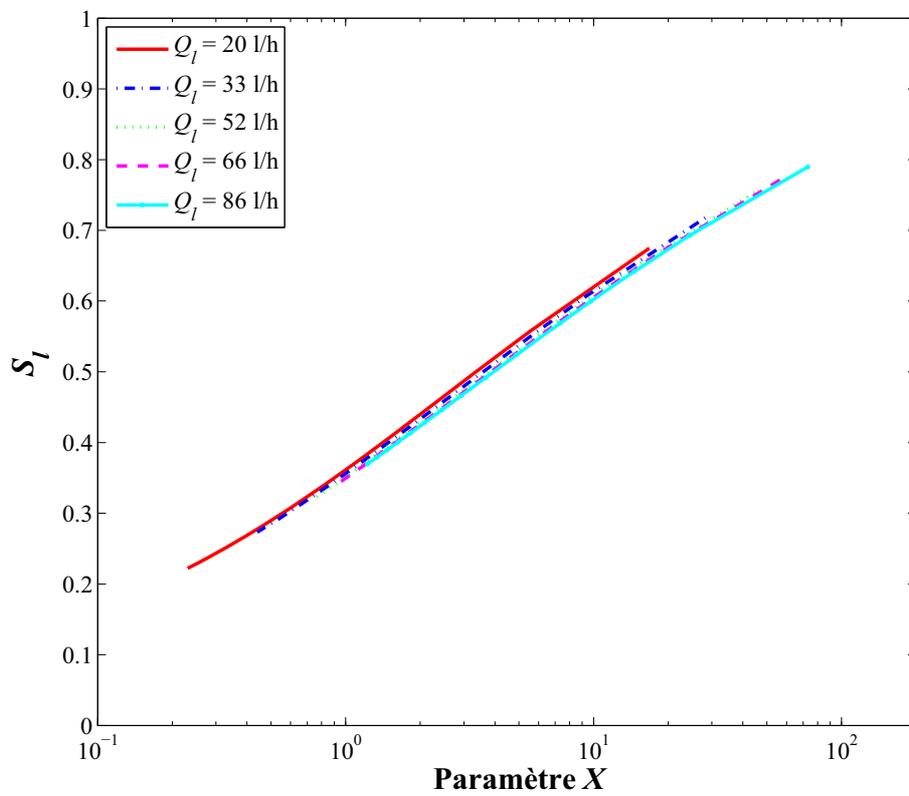


Fig. II.24 : Saturation estimée en fonction du paramètre  $X$  (Granit - Généralisation de la loi de Forchheimer).

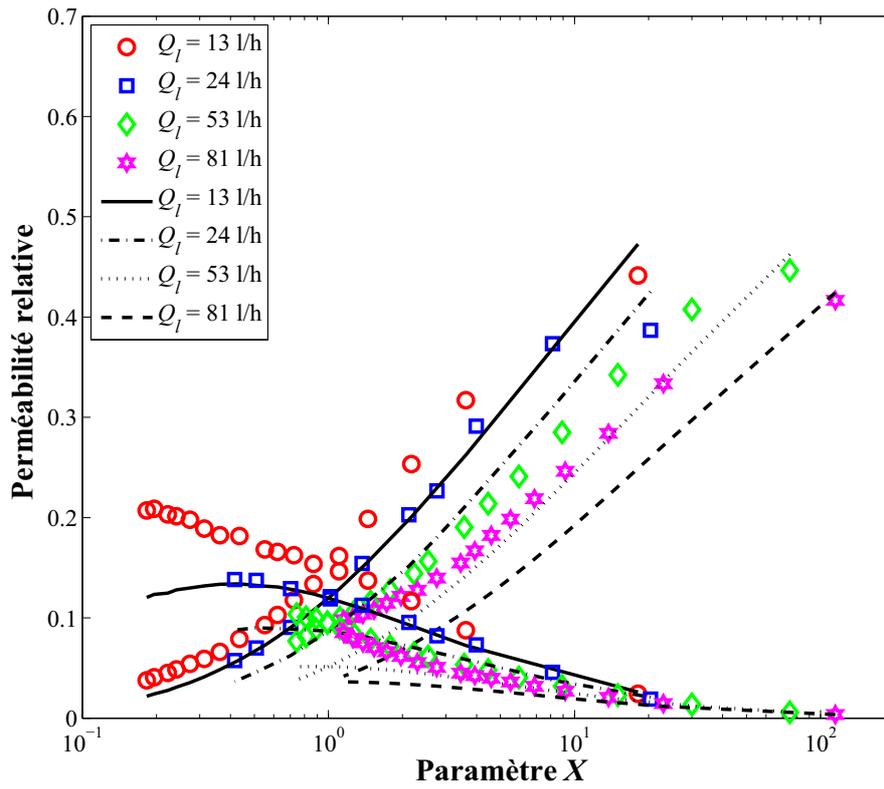


Fig. II.25 : Perméabilités relatives en fonction du paramètre  $X$  (Grès des Vosges - Généralisation de la loi de Forchheimer).

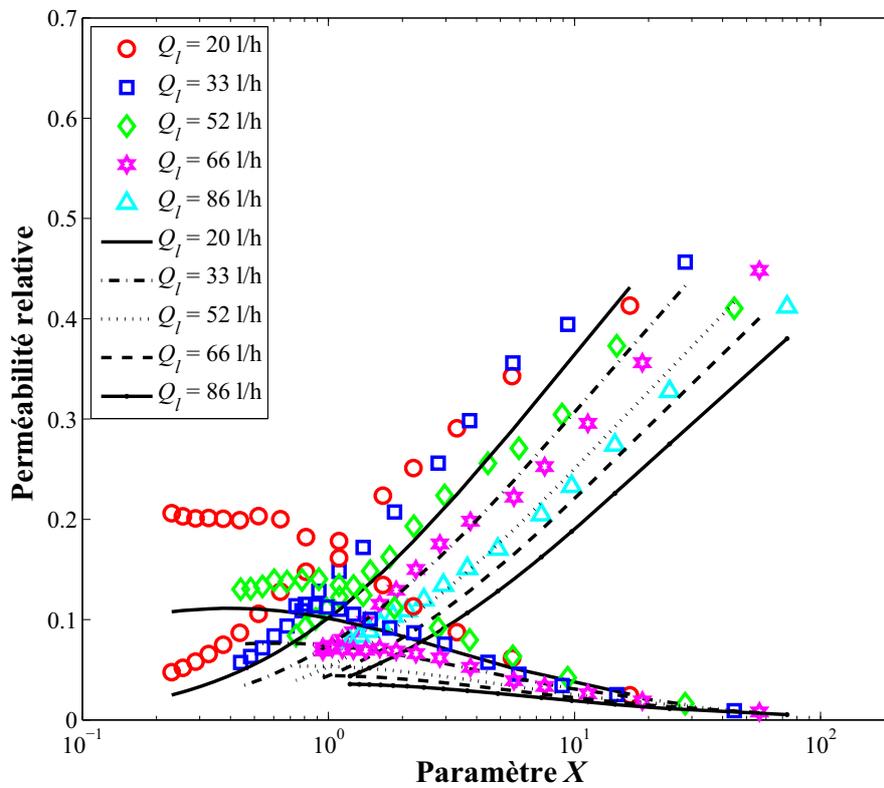


Fig. II.26 : Perméabilités relatives en fonction du paramètre  $X$  (Granit - Généralisation de la loi de Forchheimer).

Approche de la fonction $F$ (Généralisation de la loi de Forchheimer)	Erreur	
	Grès des Vosges	Granit
Perméabilité relative	30.8%	35.5%

Tableau. II.5 : Erreur relative moyenne entre les perméabilités relatives expérimentales et celles calculées par l'approche de la fonction  $F$  (Généralisation de la loi de Forchheimer).

### 6.3 Approche de la fonction $F$ (Généralisation de la loi cubique complète)

Dans ce paragraphe, nous interprétons les résultats expérimentaux de la perméabilité relative obtenus à partir de la généralisation de la loi de Darcy par l'approche de la fonction  $F$  (Généralisation de la loi cubique complète). Nous avons utilisé ici les équations II.37 et II.38 pour les fonctions  $F$  afin de calculer la saturation et la perméabilité relative.

Comme Fourar et Lenormand (2001), nous avons également tracé les perméabilités relatives mesurés et calculés en fonction du paramètre  $X$ .

En utilisant l'équation II.39, nous ne pouvons pas déterminer directement les valeurs de la saturation pour chaque débit d'eau et d'air puisque cette équation dépend également des exposants  $a$  et  $b$ . Par conséquent, pour des valeurs données des exposants  $a$  et  $b$ , et pour tous nos points expérimentaux, l'équation II.39 a été résolue pour  $S_l$  par une méthode non linéaire des moindres carrés. Ensuite, nous avons utilisé les équations II.37 et II.38 pour calculer  $F_l$  et  $F_g$  et finalement les équations II.35 et II.36 pour calculer des perméabilités relatives.

Des valeurs  $a$  et  $b$  ont été variées entre 0.5 à 5 et pour chaque couple de ces exposants,  $k_{rl}$  et  $k_{rg}$  ont été calculés comme décrit ci-dessus. Les erreurs relatives moyennes correspondantes entre les valeurs expérimentales des perméabilités relatives et celles du modèle ont été ensuite calculées. Les valeurs optimales  $a$  et  $b$  sont celles qui donnent l'erreur relative moyenne minimum.

Les figures II.27 et II.28 représentent les valeurs de la saturation estimées en fonction du paramètre  $X$  respectivement pour la fracture en grès des Vosges et en granit. Les perméabilités relatives mesurées sont présentées en fonction du paramètre  $X$  sur les figures II.29 et II.30 et également en fonction de la saturation sur les figures II.31 et II.32.

L'erreur relative moyenne entre les perméabilités relatives expérimentales et celles du modèle et les exposants optimaux sont présentés dans le tableau II.6. Egalement, les perméabilités relatives calculées sont présentées en fonction des perméabilités relatives expérimentales sur les figures II.33 et II.34. On constate que le modèle de la fonction  $F$  (Généralisation de la loi cubique complète) permet d'interpréter les résultats expérimentaux de perméabilités relatives avec une bonne précision.

Ce modèle a été ensuite examiné en terme de la saturation en utilisant les résultats expérimentaux de la saturation obtenus par le traitement d'images. La comparaison entre les saturations mesurée et calculée est présentée sur les figures II.35, II.36, II.37 et II.38 pour les deux fractures. Ces résultats montrent que le modèle présenté permet donc de prédire correctement les saturations à l'échelle des deux fractures étudiées. L'erreur relative moyenne entre les saturations mesurée et calculée est également présentée dans le tableau II.6.

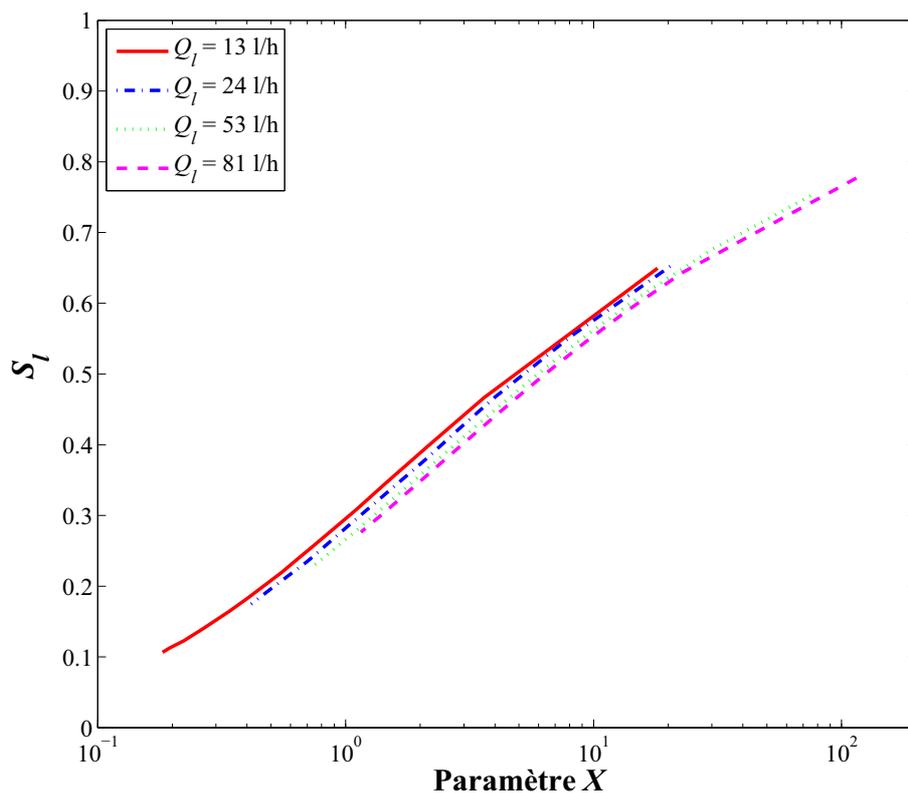


Fig. II.27: Saturation estimée en fonction du paramètre  $X$  (Grès des Vosges - Généralisation de la loi cubique complète).

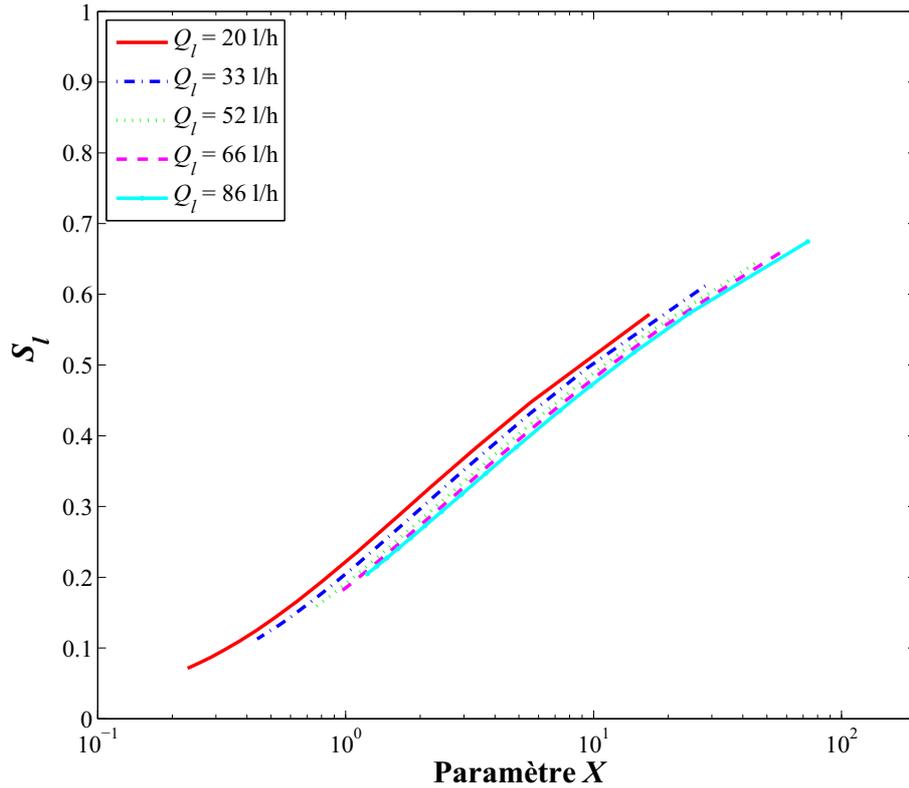


Fig. II.28 : Saturation estimée en fonction du paramètre  $X$  (Granit - Généralisation de la loi cubique complète).

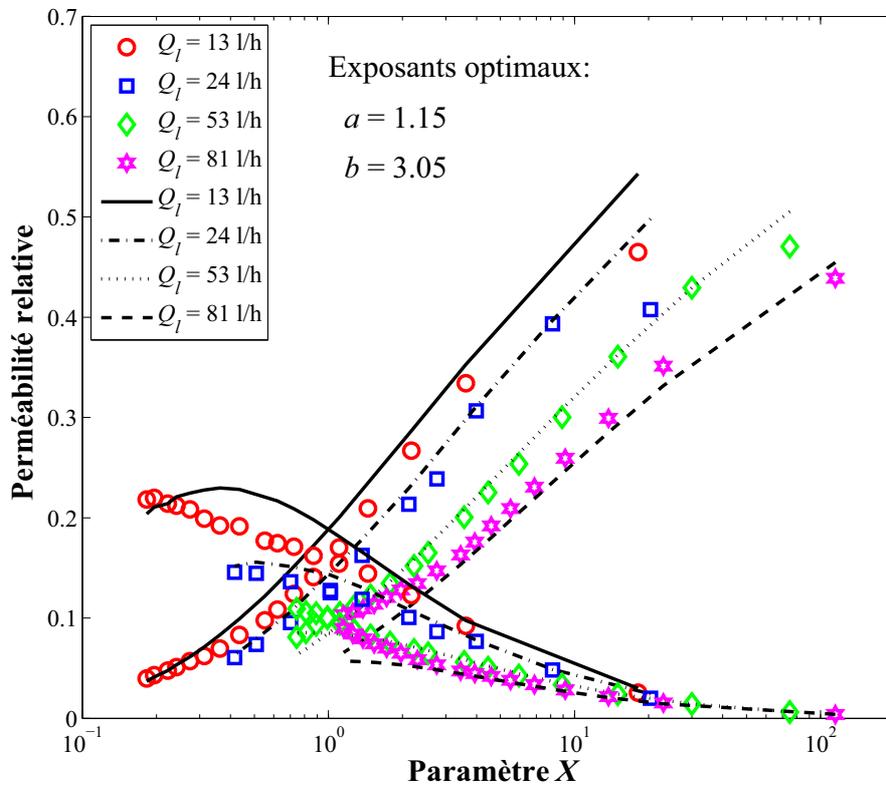


Fig. II.29 : Perméabilités relatives en fonction du paramètre  $X$  (Grès des Vosges - Généralisation de la loi cubique complète).

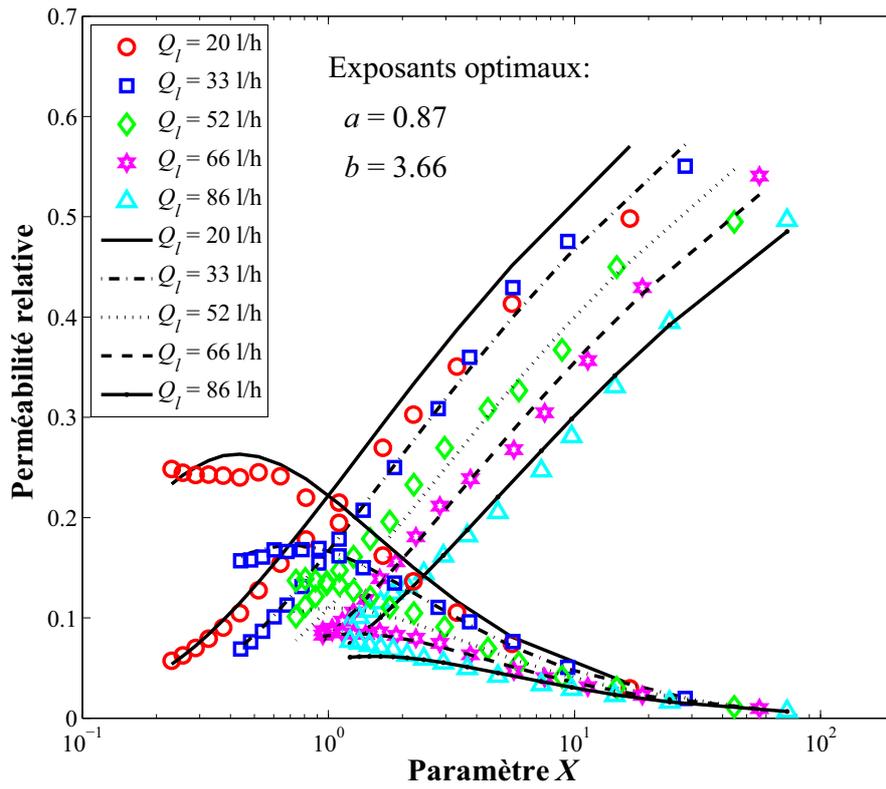


Fig. II.30 : Perméabilités relatives en fonction du paramètre  $X$  (Granit - Généralisation de la loi cubique complète).

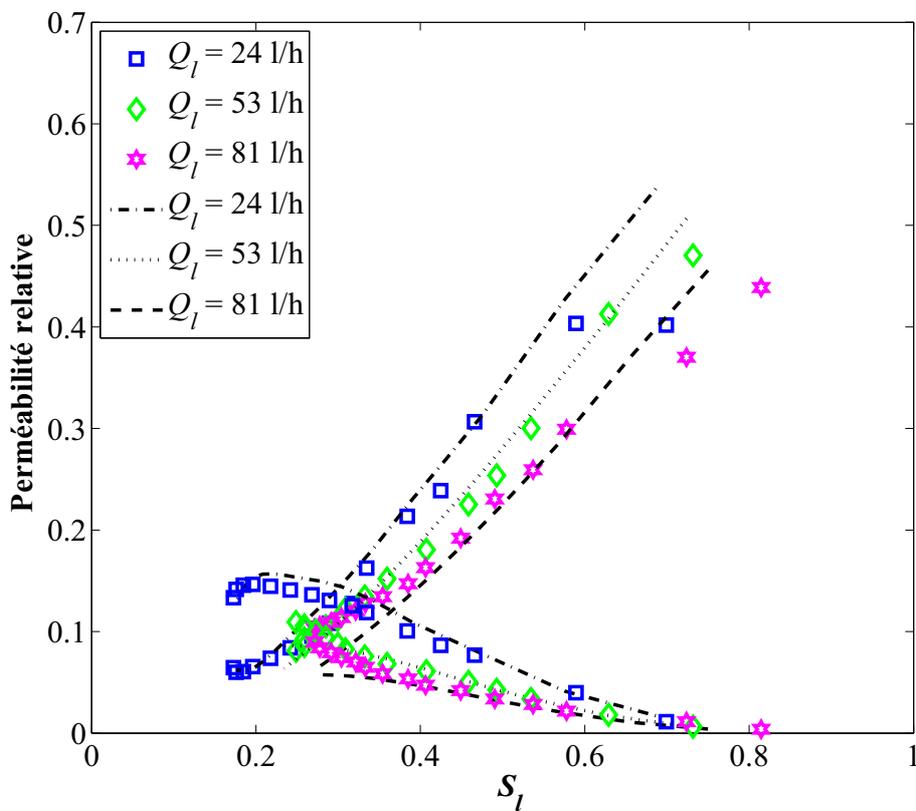


Fig. II.31 : Perméabilités relatives en fonction de la saturation ( $S_l$ ) (Grès des Vosges - Généralisation de la loi cubique complète).

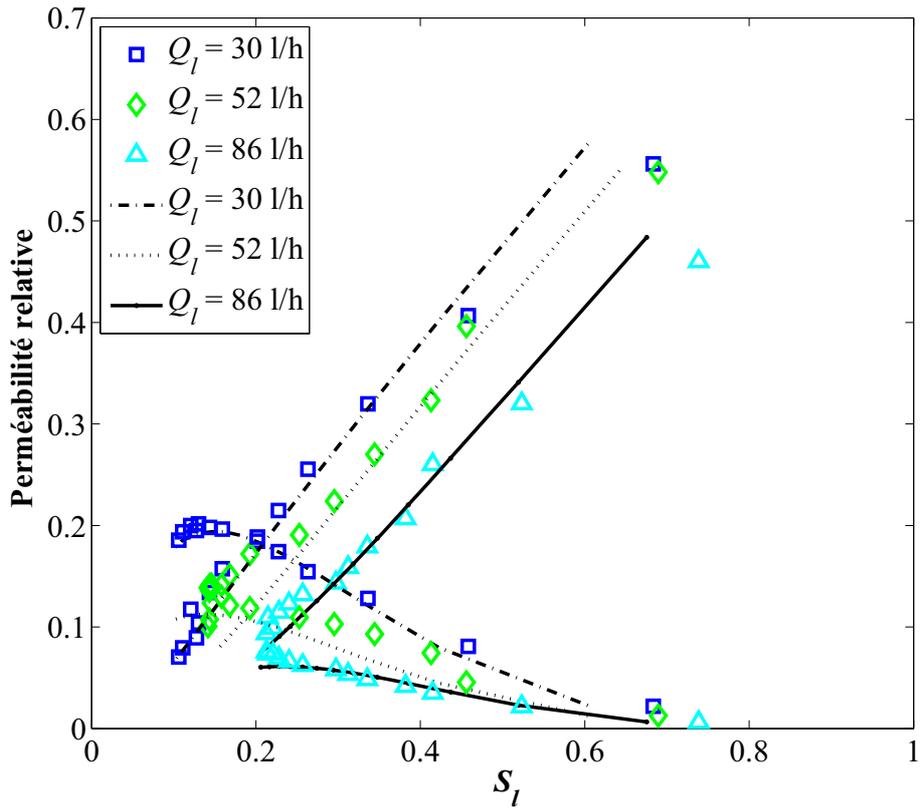


Fig. II.32 : Perméabilités relatives en fonction de la saturation (Granit - Généralisation de la loi cubique complète).

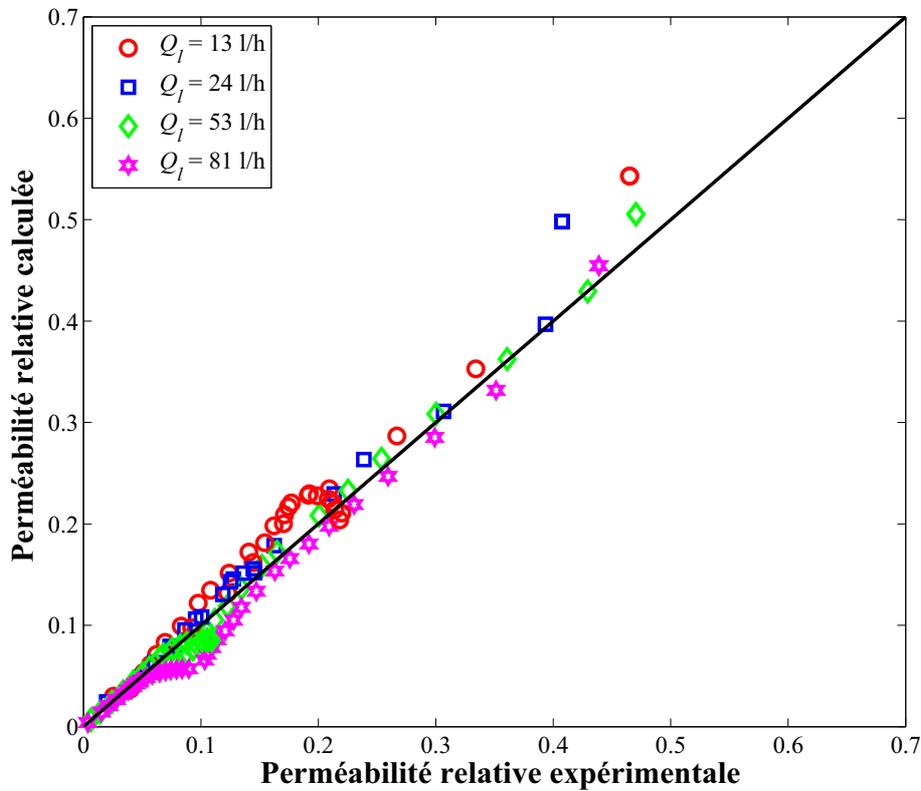


Fig. II.33 : Perméabilités relatives calculée en fonction de la perméabilités relatives mesurée (Grès des Vosges - Généralisation de la loi cubique complète).

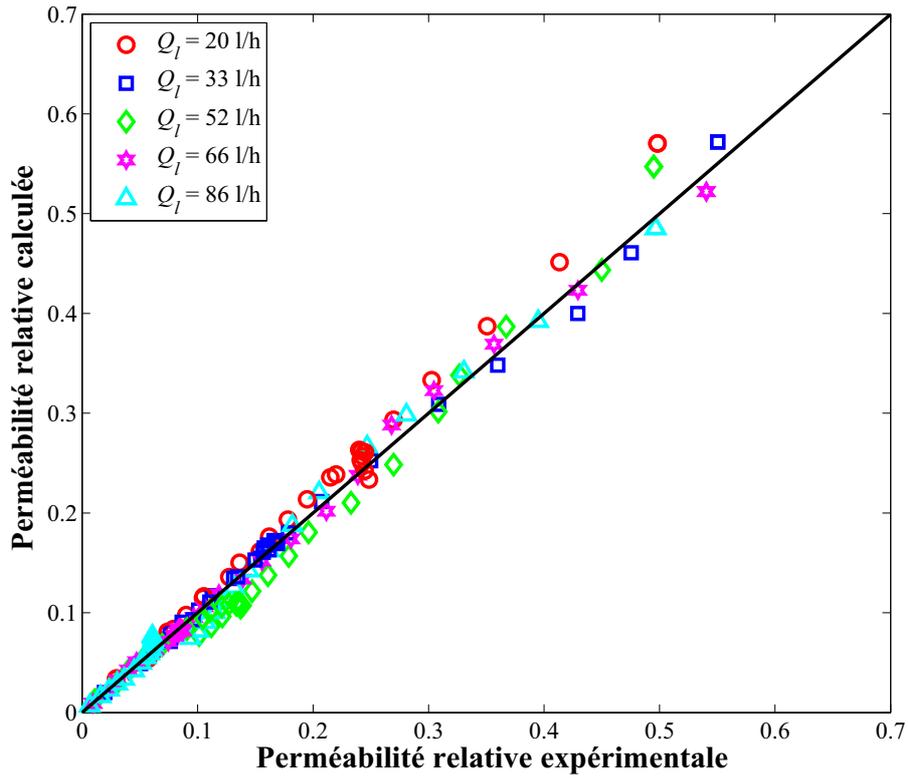


Fig. II.34 : Perméabilités relatives calculée en fonction de la perméabilités relatives mesurée (Granit - Généralisation de la loi cubique complète).

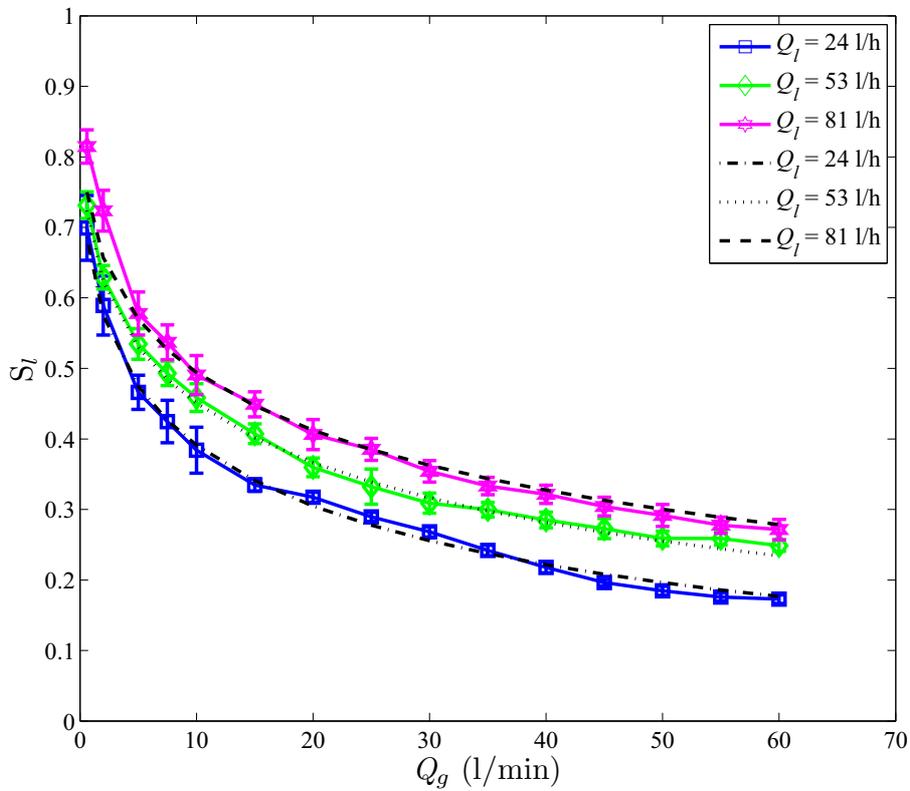


Fig. II.35 : Saturation estimée et mesurée en fonction de débit du gaz (Grès des Vosges - Généralisation de la loi cubique complète).

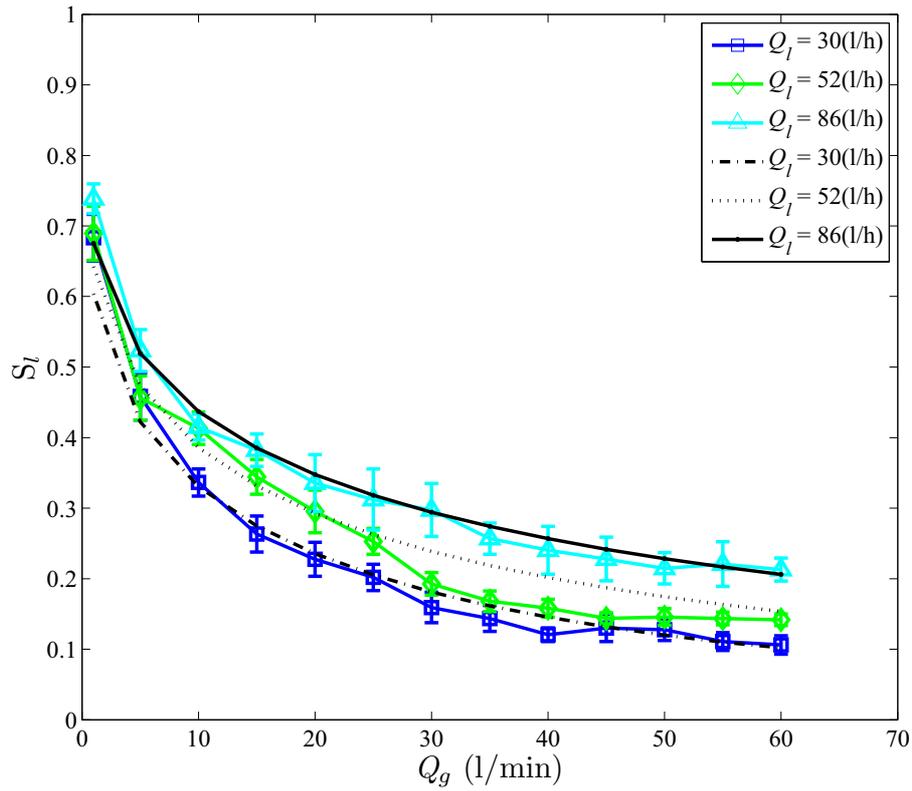


Fig. II.36 : Saturation estimée et mesurée en fonction de débit du gaz (Granit - Généralisation de la loi cubique complète).

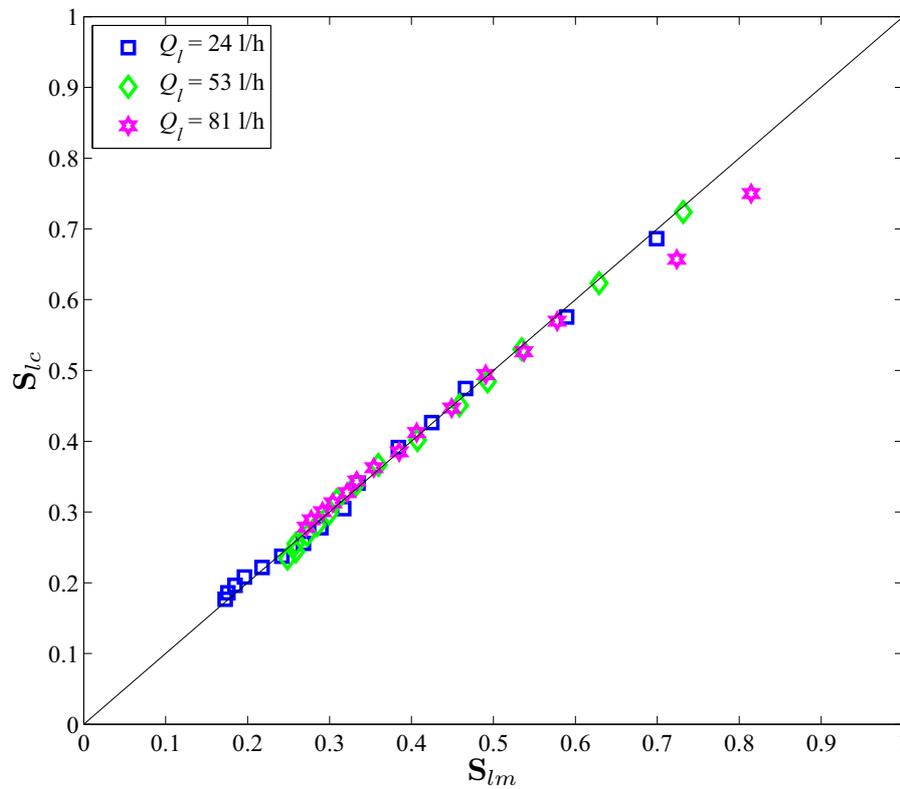


Fig. II.37 : Saturation calculée en fonction de la saturation mesurée (Grès des Vosges - Généralisation de la loi cubique complète s).

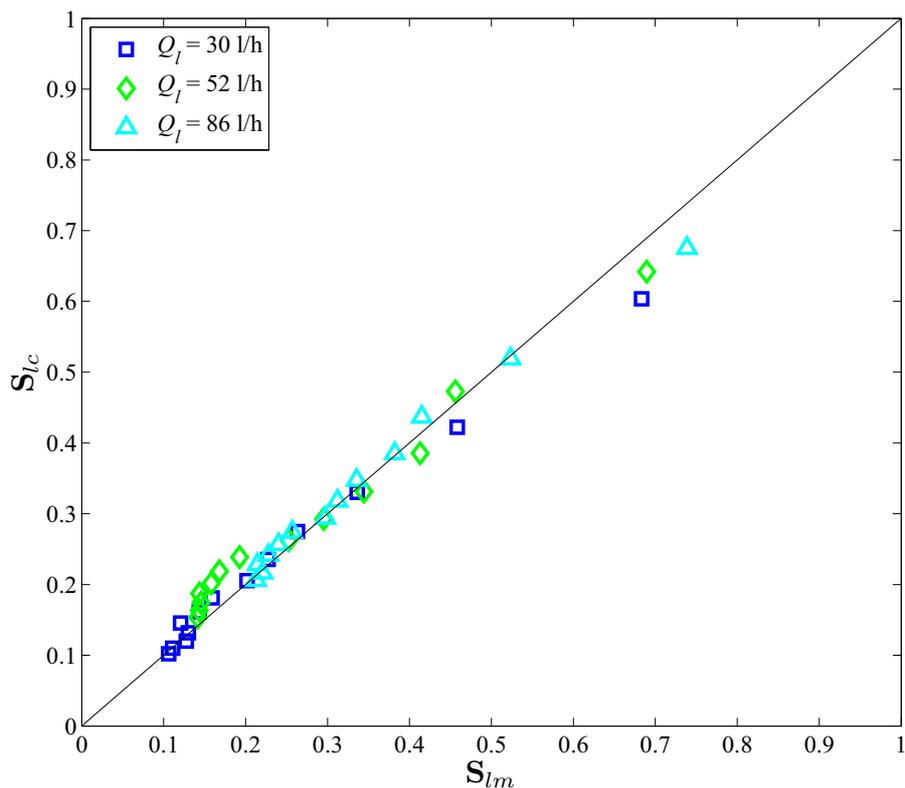


Fig. II.38 : Saturation calculée en fonction de la saturation mesurée (Granit - Généralisation de la loi cubique complète).

Approche de la fonction F (Généralisation de la loi de cubique complète)	Erreur			
	Grès des Vosges		Granit	
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>
	1.15	3.05	0.87	3.66
Perméabilité relative	11.5%		7.3%	
Saturation	4.9%		8.3%	

Tableau. II.6 : Erreur relative moyenne entre les perméabilités relatives et les saturations expérimentales et celles calculées par l'approche de la fonction F (Généralisation de la loi de Forchheimer).

## 7 Conclusion

Les différents modèles et corrélations proposés dans la littérature pour prédire la perte de pression, en écoulement diphasique, sont généralement basés sur l'approche de Lockhart-Martinelli ou sur une extension des lois monophasiques.

L'écoulement diphasique inertiel a été modélisé à l'aide de la généralisation de la loi de Darcy couplée à l'approche de la fonction  $F$  qui introduit un terme multiplicateur dans la vitesse de chacun des fluides pour tenir compte de la présence de l'autre fluide.

Nos résultats expérimentaux montrent que, pour un débit d'eau fixé, lorsque le débit d'air augmente, les perméabilités relatives de l'eau diminuent et les perméabilités relatives de l'air augmentent. Cela veut donc dire que, pour un débit d'eau fixé, lorsque le débit d'air augmente, la perte de pression augmente.

On observe également que, les perméabilités relatives ne sont pas des fonctions uniques de la saturation. Elles dépendent du débit d'injection d'eau. Elles diminuent lorsque le débit d'eau augmente.

A partir des résultats expérimentaux obtenus pour les écoulements liquide-gaz, nous avons testé la validité des modèles présentés (Approche de la fonction  $F$ , généralisation de la loi de Forchheimer, et approche de la fonction  $F$ , généralisation de la loi cubique complète) dans les gammes de Reynolds étudiées.

L'approche de la fonction  $F$  (Généralisation de la loi de Forchheimer) ne permet pas d'interpréter des résultats expérimentaux des perméabilités relatives. L'erreur relative moyenne sur la perméabilité relative est de 30.8 % pour la fracture en grès des Vosges et de 35.5 % pour celle en granit.

Ce modèle a été examiné par Fourar et Lenormand (2001) utilisant des résultats expérimentaux effectués avec de l'eau et de l'air aux débits élevés (régime Forchheimer) sur une fracture artificiellement rugueuse obtenue en collant une couche de billes de verre sur deux plaques de verre. Nous avons utilisé deux moulages des fractures rugueuses réelles avec des vraies topographies 3D et donc, le modèle annulaire n'est pas approprié.

Le modèle proposé est basé sur la généralisation de la loi monophasique cubique complète. Il permet de prédire les pertes de pression et les saturations en fonction des débits des deux fluides avec deux paramètres d'ajustement (exposants  $a$  et  $b$ ).

Rappelons que pour l'approche de la fonction  $F$  (généralisation de la loi monophasique cubique complète), nous avons supposé que les fonctions  $F$  sont des fonctions puissance de la saturation. Les exposants des lois de puissance sont déterminés par minimisation de l'erreur relative moyenne entre les perméabilités relatives obtenues par expérience et calculées.

A partir des lois obtenues, nous avons calculé la saturation. Nous avons comparé les valeurs mesurées et calculées puis déterminé les erreurs relatives moyennes sur la saturation.

Les résultats obtenus confirment que le modèle présenté permet donc de prédire correctement les perméabilités relatives et les saturations à l'échelle des deux fractures étudiées.

L'approche de la fonction F (généralisation de la loi monophasique cubique complète) permet d'obtenir les meilleures prédictions sur la perméabilité relative et la saturation. Pour la fracture en grès des Vosges, l'erreur relative moyenne est de 11.5 % pour la perméabilité relative et de 4.9 % pour la saturation. Pour la fracture en granit, l'erreur relative moyenne est de 7.3 % pour la perméabilité relative et de 8.3 % pour la saturation. L'erreur importante de 8.3 % sur la saturation de la fracture en granit est due à l'écart entre les résultats obtenus pour une seule expérience (Fig. II.36,  $Q_I = 52$  l/h). Ce problème peut être posé par une variation de débit d'injection ou une variation de la luminance de la source lumineuse.

# Références bibliographiques

Abdoba, S., Fourar, M., Radilla, G., Moyne, C., and Lenormand, R., 2001. Effects of high-velocity on air-water two-phase flow through porous media. 4<sup>th</sup> Int. Conference On Multiphase Flow. New Orleans, Louisiana, USA. May 27-june 1.

Bear, J., 1972. Dynamics of Fluids in Porous Media, 764 pp., Dover, Mineola, N.Y.

Brooks, R.H. and Corey, A.T., 1966. Properties of porous media affecting fluid flow. J. Irrig. and Drain Div (Proc ASCE) IR 2, 92, 61-88.

Buchlin, J.M. and Stubos, A., 1987. Phase change phenomena at liquid saturated self heated particulate beds, in modeling and applications of transport phenomena in porous media, Bear, J. and Buchlin, J.M. (eds.), Kluwer Acad. Pub.

Chen, C., N.Horne, R. and Fourar, M., 2004. Experimental study of liquid-gas flow structure effect on relative permeabilities in a fracture, Water Resources Research, Vol.40, W08301.

Chen, C. and N.Horne, R., 2006. Two-phase flow in rough-walled fractures: experiments and a flow structure model, Water Resources Research, Vol.42, W03430.

Corey, A.T., 1954. The interrelationship between Gas and Oil Relative permeabilities, Producer's Monthly, 19, 1, 38-41.

Fourar M., and Bories S., 1995. Experimental study of air-water two-phase flow through a fracture. International Journal of Multiphase Flow, Vol. 21, No. 4, pp. 621-637.

Fourar, M., Bories, S., Lenormand, R. and Persoff, P., 1993. Two-phase flow in smooth and rough fractures: Measurement and correlation by porous-media and pipe-flow models, Water Resources Research, 29, 11, 3699-3708.

Fourar, M. and Lenormand, R., 1998. A viscous coupling model for relative permeabilities in fractures, SPE49006, 253-258.

Fourar, M. and Lenormand, R., 2000. Inertial effects in two-phase flow through fractures, Oil & Gas Science and Technology – rev. IFP, VOL. 55, NO. 3, pp.259-268.

Fourar, M. and Lenormand, R., 2001. A new model for two-phase flows at high velocities through porous media and fractures, Journal of Petroleum Science and Engineering 30, pp.121-127.

Fourar, M., Lenormand, R. and Larachi, F., 2001. Extending the F-function concept to two-phase flow in trickle beds. Chem. Eng. Science, 56, 21-22, 5987-5994.

Geertsma, M., 1974. Estimating the coefficient of inertial resistance fluid flow through porous media, SPE, 4706, 445-450.

Lee, H.S. and Catton, I., 1984. Two-phase flow in stratified porous media. 6<sup>th</sup> Information Exchange Meandering on Debris Coolability. Los Angeles.

Lipinski, R.J., 1981. A one-dimensional particle bed dryout, Model. Trans. Am. Nucl. Soc., 38, 386-387.

Lipinski, R.J., 1982. A model for boiling and dryout in particle beds, Report SAND 82-0756 (NUREG/CR-2646), Sandia Labs.

Lockhart, R.W. and Martinelli, R.C., 1949. A Proposed correlation of data for isothermal two-phase, two-component flow in pipes, Chem. Eng. Prog. (45), 39-48.

Midoux, N., Favier, M., and Charpentier, J.C., 1976. Flow pattern, pressure loss and liquid holdup data in gas-liquid downflow packed beds with foaming and nonfoaming hydrocarbons. J. Chem. Eng. Japan, 9, 5, 350-356.

Nemec, D., Bercic, G. and Levec, L., 2001. The hydrodynamique of trickling flow in packed beds operating at high pressures. The relative permeability concept. Chem. Eng. Science, 56, 21-22, 5955-5962.

Nowamooz, A., Radilla G. and Fourar M., 2009. Non-Darcian two-phase flow in a transparent replica of a rough-walled rock fracture, International journal of Water Resources Research, Vol. 45, W07406.

Rao, V.G., Ananth, M.S. and Varma, Y.B.G., 1983. Hydrodynamic of two-phase co-current flow through packed beds, AIChE Journal, 29, 467-483.

Saez, A.E. and Carbone, R.G., 1985. Hydrodynamic parameters for gas-liquid co-current flow in packed beds, AIChE Journal, 31, 52-62.

Sahora, A.K. and Nigam, K.D.P., 1996. Trickle bed reactors. Reviews in Chem. Eng. 12, 207-347.

Sato, Y., Hirose, T., Takahashi, F. and Toda, M., 1973. Pressure loss and liquid saturation in gas-liquid cocurrent downflow through packed beds. Can. J. Chem. Eng. Japan, 6, 147.

Schulenberg, T. and Muller, U., 1984. A refined model for the coolability of core debris with flow entry from bottom, 6<sup>th</sup> Information Exchange Meeting on Debris Coolability, Los Angeles.

Tosun, G., 1984. A study of co-current downflow of non foaming gas-liquid system in packed bed. 1. Flow regimes: search for a generalized flow map. 2. Pressure drop: search for a correlation. Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev., 23, 1, 9-35.

Turland, B.D. and Moore, K.A., 1983. One-dimensional models of boiling and dryout. Post accident debris colling, Proc. 5<sup>th</sup> Post Accident Heat Removal Information Exchange Mtg., Karlsruhe, July 1982.

Whitaker, S., 1988. Levels of simplification. The use of assumptions, restrictions, and constraints in engineering analysis, Chem. Eng. Edu. 22, 104-108.



**CHAPITRE III**  
**DISPERSION D'UN TRACEUR**

# Nomenclature

$A$	Section perpendiculaire de passage, $m^2$
$C$	Concentration, gr/l
$D$	Coefficient de dispersion hydrodynamique, $m^2/s$
$D_e^*$	Coefficient de diffusion effectif, $m^2/s$
$D_m$	Coefficient de diffusion moléculaire, $m^2/s$
$D_\psi$	Coefficient de dispersion de transport, $m^2/s$
$f$	Densité surfacique de flux, $kg/m^2.s$
$G(K)$	Loi de distribution de Perméabilité intrinsèque
$H$	Facteur d'hétérogénéité, sans dimension
$h$	Ouverture locale, mm
$\langle h \rangle$	Ouverture moyenne, mm
$I$	Intensité, sans dimension
$K$	Perméabilité intrinsèque, $m^2$
$L$	Longueur caractéristique, m
$l$	Longueur caractéristique, m
$M$	Fonction mémoire, sans dimension
$m$	Masse, kg
$Pe$	Nombre de Péclet moléculaire, sans dimension
$Q$	Débit volumique, $m^3/s$ ou ml/min ou l/h
$t_1$	Temps moyen de transition, s
$t_2$	Temps de transition entre régime Fickien et non-Fickien, s
$U$	Vitesse locale, m/s
$\langle U \rangle$	Vitesse moyenne, m/s
$u_\psi$	Vitesse de transport, m/s
$v$	Taux de transition
$W$	Largeur caractéristique, m
$w$	Variable de Laplace

***Symboles grecs***

$\alpha$	Dispersivité, m
$\beta$	Exposant de CTRW, sans dimension
$\varepsilon$	Porosité, sans dimension
$\zeta$	Facteur d'absorption, sans dimension
$\theta$	Facteur de réflexion, sans dimension
$\sigma$	Ecart-type
$\psi$	Probabilité du taux de transition, sans dimension
$\omega$	Facteur lié à la tortuosité du milieu poreux, sans dimension
$\varpi$	Facteur de transmission, sans dimension
$\Omega$	Volume élémentaire de milieu poreux, m <sup>3</sup>

***Indices et exposants***

$0$	Initiale
$a$	Constant de la loi de puissance
$b$	Exposant de la loi de puissance
$c$	Calculé
$L$	Longitudinale
$m$	Mesuré
$T$	Transverse

Dans ce chapitre, en utilisant un traceur coloré et par un traitement d'images basé sur la loi d'atténuation de Beer-Lambert, les courbes de la concentration de traceur à la sortie de la fracture mais également en diverses abscisses le long de la fracture ont été déterminées.

Dans un premier temps, nous présentons le dispositif expérimental réalisé pour étudier la dispersion d'un traceur dans des fractures réelles et les paramètres mesurés. Nous présentons ensuite, la procédure expérimentale et les différentes expériences réalisées. Enfin, nous interprétons les résultats obtenus à l'aide des modèles présentés.

## 1 Introduction

Il existe un grand nombre de situations naturelles et industrielles dans lesquelles les processus de transferts de solutés en milieux poreux et fractures entrent en jeu :

- l'hydrologie, pour la gestion de l'exploitation des aquifères, ainsi que pour la prédiction des écoulements et du transport des polluants,
- l'agronomie pour les transferts d'eau, de nutriments et d'engrais dans la zone racinaire, mais aussi pour le transfert de pesticides et de nitrates dans les sols,
- le génie des procédés, pour la conception de (bio) réacteurs,
- le génie pétrolier, pour l'amélioration de l'exploitation des réservoirs,
- le génie environnemental, pour le stockage des déchets, que ce soit en surface ou en profondeur.

Les transferts de polluants sont influencés par l'écoulement de l'eau et son occupation du réseau poral, mais aussi par la nature du massif poreux (granulaire ou consolidé, homogène ou hétérogène, fissuré ou non). Leur devenir dépend de nombreux mécanismes physico chimiques, comme des réactions en phase aqueuse ou des interactions avec le solide par exemple. Ces derniers aspects ne seront pas abordés dans notre travail.

Après analyse de la littérature, il ressort un manque de données fiables concernant les transferts de solutés en milieux poreux consolidés et fissurés. Nous avons donc choisi d'étudier en laboratoire le transfert d'un soluté non réactif dans des fractures dont on connaît bien la géométrie. Dans chaque cas, l'écoulement d'eau est permanent et le milieu saturé.

Des expériences sur un moulage transparent d'une fracture réelle ont été utilisées pour étudier l'écoulement diphasique (Persoff et Pruess, 1995), le champ des ouvertures (Detwiler et al., 1999 ; Isakov et al., 2001), et la dispersion (Brown et al., 1998; Detwiler et al., 2000; Lee et al., 2003). La plupart de ces travaux ont été concentrés sur les courbes de flux de traceur à la sortie de la fracture (The outlet breakthrough curves), en analysant la dispersion à partir des propriétés de la fracture.

Le but de ce travail est d'étudier la dispersion hydrodynamique due aux hétérogénéités du champ des ouvertures locales par l'interprétation de l'évolution des courbes de flux de traceur en diverses abscisses le long de la fracture, dans le sens de l'écoulement. Par conséquent, en utilisant un traceur coloré et par un traitement d'images basé sur la loi d'atténuation de Beer-Lambert, les courbes de flux et la concentration de traceur à la sortie de la fracture mais également en diverses abscisses le long de celle-ci ont été déterminées. Ensuite, l'interprétation des résultats a été effectuée à l'aide de quatre approches:

- loi locale de microdispersion,
- le modèle classique de convection-dispersion (Advection-Dispersion Equation (ADE)),
- le modèle de milieu poreux stratifié équivalent,
- le modèle de marche aléatoire en temps continu (Continuous Time Random Walk model-CTRW).

La capacité de chacune de ces approches à décrire les courbes de concentration a été étudiée. L'évolution des paramètres de ces modèles avec la position dans la fracture a été étudiée.

## **1.1 Les mécanismes de transport**

Dans ce travail, nous nous intéresserons uniquement à des écoulements de fluides miscibles en milieu saturé, contenant un soluté non réactif et conservatif. Pour étudier ce cas simple en détail ou tout type de problème plus complexe, on peut par exemple se reporter à Bear (1972), De Marsily (1981), Fetter (1999) ou Gaudet et Vauclin (2005).

### **1.1.1 Transport par convection**

On désigne par convection l'entraînement des éléments en solution dans le mouvement du fluide qui se déplace. Le flux massique convectif de soluté est donné par :

$$\vec{f}_c = C\vec{U} \quad (\text{III.1})$$

où  $C$  est la concentration du traceur dans le liquide et  $U$  est la vitesse de Darcy de l'écoulement.

## 1.1.2 Transport par gradient de concentration

A l'échelle locale, la diffusion est un phénomène physique lié à l'agitation moléculaire. Dans un fluide au repos comme dans un écoulement, le mouvement brownien déplace en moyenne les particules du traceur des zones où la concentration est forte vers les zones de concentration faible. Ainsi, Fick a établi que le flux massique diffusif à l'échelle locale s'écrit :

$$\vec{f}_{D_m} = -D_m \vec{grad}C \quad (\text{III.2})$$

où  $D_m$  est le coefficient de diffusion moléculaire. Pour le seul traceur utilisé dans cette étude, le bleu de méthylène, la valeur de  $D_m$  dans l'eau est :  $3.1 \pm 0.1 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2/\text{s}$ .

A l'échelle macroscopique, le mécanisme de diffusion moléculaire est contraint par la géométrie des pores. L'expression du flux résultant de ce phénomène reste de la même forme, mais  $D_m$  est remplacé par un coefficient de diffusion effectif  $D^*$  défini par  $\omega D_m$ , où  $\omega$  est un facteur lié à la tortuosité du milieu poreux (Bear, 1972). De plus, la diffusion moléculaire n'a lieu que dans la phase liquide. Il faudra donc ajouter un terme correctif de porosité  $\varepsilon$  au flux.

$$\vec{f}_{D^*} = -\varepsilon D^* \vec{grad}C \quad (\text{III.3})$$

La figure III.1 présente la diffusion d'un créneau du traceur de concentration  $C_0$  injecté au temps  $t_0$  dans un milieu poreux. La distribution de concentration est une gaussienne, dont la variance  $\sigma$  est reliée au coefficient de diffusion effectif et au temps par  $D^* = \sigma^2/2t$  (Fetter, 1999).

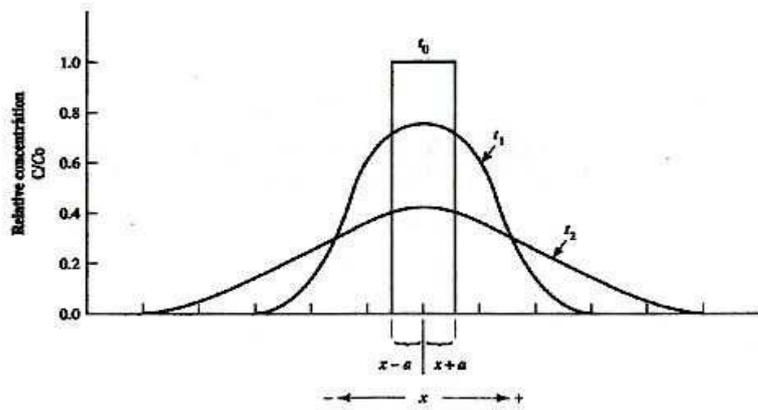


Fig. III.1: Diffusion d'un créneau de traceur de concentration  $C_0$  injecté au temps  $t_0$  dans un milieu poreux, d'après Fetter (1999).

## 1.2 La dispersion en milieu poreux

### 1.2.1 Dispersion mécanique

Ce phénomène de mélange est lié à l'hétérogénéité des vitesses dans l'écoulement à l'échelle microscopique. Les trois causes principales de dispersion mécanique sont illustrées en figure III.2 :

- certains pores ont une ouverture plus grande, ce qui engendre des vitesses plus élevées,
- certains chemins plus longs que d'autres induisent un retard, donc une vitesse plus faible,
- les particules proches des parois se déplacent moins vite que celles situées dans l'axe des pores, comme l'illustre la formule de Poiseuille pour une conduite cylindrique.

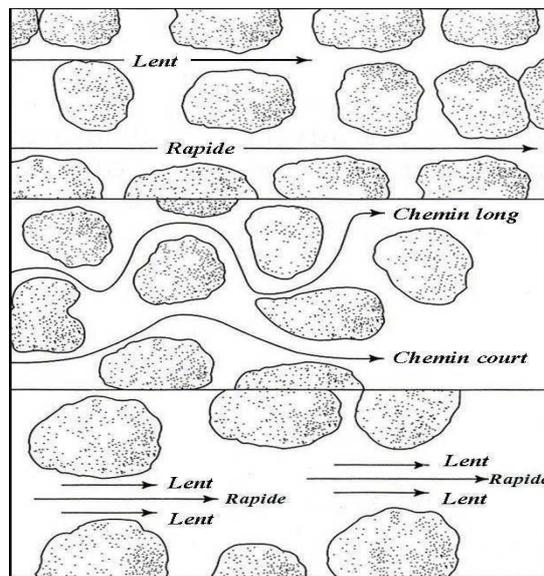


Fig. III.2 : Illustration des sources de dispersion longitudinale, d'après Fetter (1999).

Ces phénomènes qui engendrent un mélange dans la direction de l'écoulement induisent une dispersion longitudinale. Mais un front de traceur peut également s'étaler dans des directions perpendiculaires à celle de l'écoulement. On parle alors de dispersion transverse (figure III.3). Cette figure illustre bien que les écoulements passant par des chemins différents se mélangent et engendrent une dilution de la concentration en soluté.

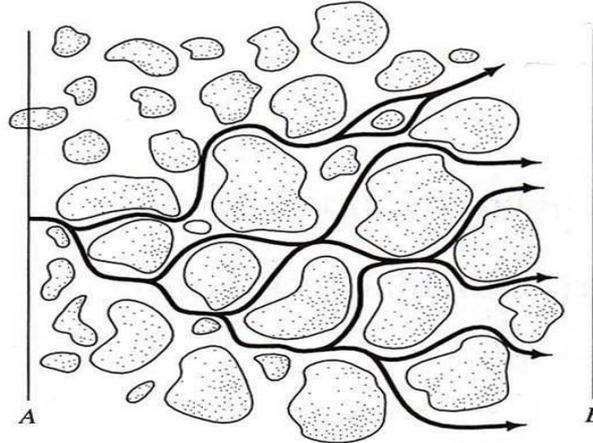


Fig. III.3 : Illustration de la dispersion transverse, d'après Fetter (1999).

## 1.2.2 Dispersion hydrodynamique

Les processus de diffusion moléculaire et de dispersion mécanique ne peuvent pas être clairement distingués dans la réalité. On introduit donc un paramètre appelé coefficient de dispersion hydrodynamique  $D$ , tel que le flux dispersif en milieu poreux s'écrit sous la même forme que la loi de Fick :

$$\vec{f}_D = -\varepsilon D \vec{\text{grad}} C \quad (\text{III.4})$$

$D$  est en fait un tenseur symétrique du deuxième ordre qui a pour directions principales la direction de l'écoulement et deux directions perpendiculaires à celle-ci. En première approximation, les coefficients de dispersion longitudinale et transverse  $D_L$  et  $D_T$  sont définis par :

$$D_L = \alpha_L \langle U \rangle + D^* \quad (\text{III.5})$$

$$D_T = \alpha_T \langle U \rangle + D^* \quad (\text{III.6})$$

où  $\alpha_L$  et  $\alpha_T$  sont les dispersivités longitudinale et transverse,  $\langle U \rangle$  est la vitesse moyenne réelle de l'écoulement et  $D^*$  le coefficient de diffusion effectif dans le milieu poreux.

La diffusion moléculaire et la dispersion mécanique dues à l'écoulement ont des effets antagonistes sur la dispersion hydrodynamique (Bruderer, 1999). La convection engendre des vitesses différentes entre les lignes de courant. La dispersion divergerait donc si la diffusion moléculaire n'existait pas. La diffusion moléculaire est donc un processus stabilisateur de la dispersion hydrodynamique puisqu'elle contribue à diminuer l'intensité des gradients de concentration.

En pratique, la connaissance du coefficient de dispersion longitudinal est suffisante pour traiter les problèmes rencontrés en hydrologie et en réservoir pétrolier. Cependant, pour des écoulements très lents, la diffusion moléculaire entraîne un étalement transversal qui peut être modélisé par un coefficient de dispersion transversal. Par la suite, nous ne considérerons que la dispersion longitudinale et noterons  $D$  le terme de coefficient de dispersion correspondant.

### 1.2.3 Les différents régimes de dispersion

Le coefficient de dispersion  $D$  est une fonction de la nature du milieu poreux et de la vitesse moyenne d'écoulement. Lorsque la vitesse augmente, on passe progressivement d'un étalement dominé par la diffusion moléculaire à un étalement dominé par les fluctuations de vitesses.

L'effet de la vitesse moyenne de l'écoulement sur la dispersion a été étudié par Pfannkuch (1963) qui a utilisé des milieux granulaires et a exploré une gamme importante de débits. Le coefficient de dispersion a été déterminé à partir de la mesure des concentrations à la sortie du massif. En présentant les résultats sous forme adimensionnelle, tous les points expérimentaux sont groupés autour d'une seule courbe (figure III.4). Le nombre adimensionnel qui permet de quantifier l'importance relative des effets de diffusion moléculaire et de convection est le nombre de Péclet moléculaire. Il est défini comme le rapport des temps mis par une molécule de soluté pour parcourir une distance de référence par diffusion et par convection. Un nombre de Péclet élevé correspond donc à un phénomène de diffusion lent. Le temps de parcours par diffusion étant défini par  $t_{\text{diff}} = l^2/D_m$  et celui par convection par  $t_{\text{conv}} = l/\langle U \rangle$ , le nombre de Péclet moléculaire s'écrit :

$$Pe_{mol} = \frac{\langle U \rangle l}{D_{mol}} \quad (III.7)$$

La définition de la longueur caractéristique  $l$  varie selon les auteurs et les milieux étudiés (Bruderer, 1999).

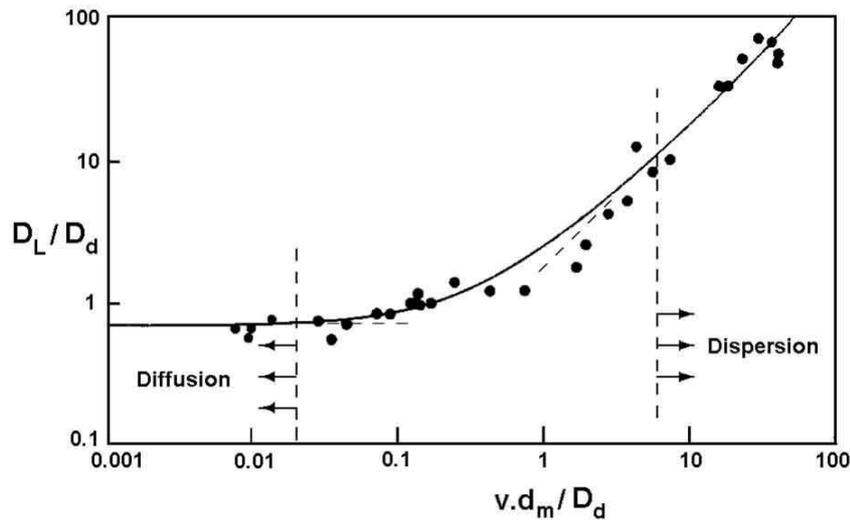


Fig. III.4 : Les 5 régimes de dispersion d'après Pfannkuch (1963).

Dans les milieux non consolidés, elle est souvent prise égale au diamètre moyen des grains ou des pores, alors que dans les milieux consolidés,  $l$  est parfois prise égale à la racine carrée de la perméabilité intrinsèque  $K$  (Sahimi, 1995).

Sa définition peut aussi dépendre de l'échelle d'observation. A l'échelle macroscopique, c'est la longueur de corrélation de la perméabilité qui est parfois choisie. Certains auteurs utilisent le nombre de Péclet à l'échelle locale, comme au niveau de la jonction entre plusieurs fractures par exemple (Berkowitz et al., 1994). Moreno et Tsang (1994) utilisent eux un nombre de Péclet macroscopique, lié à l'échelle d'observation, où ils remplacent  $l$  par l'échelle d'observation et  $D_m$  par le coefficient de dispersion  $D$ .

Cette diversité peut rendre difficiles les comparaisons entre études, d'autant plus que d'autres définitions sont utilisées dans les simulations numériques (Bruderer, 1999).

La représentation du coefficient de dispersion hydrodynamique  $D$  normalisé par le coefficient de diffusion moléculaire  $D_m$  en fonction du nombre de Péclet  $Pe$  facilite les comparaisons entre études.

Dans ce cadre, on peut définir cinq régimes pour la dispersion longitudinale, représentés en figure III.5. Les limites entre les régimes ne sont pas définies précisément et peuvent varier entre les auteurs (Pfannkuch, 1963 ; Sahimi, 1995).

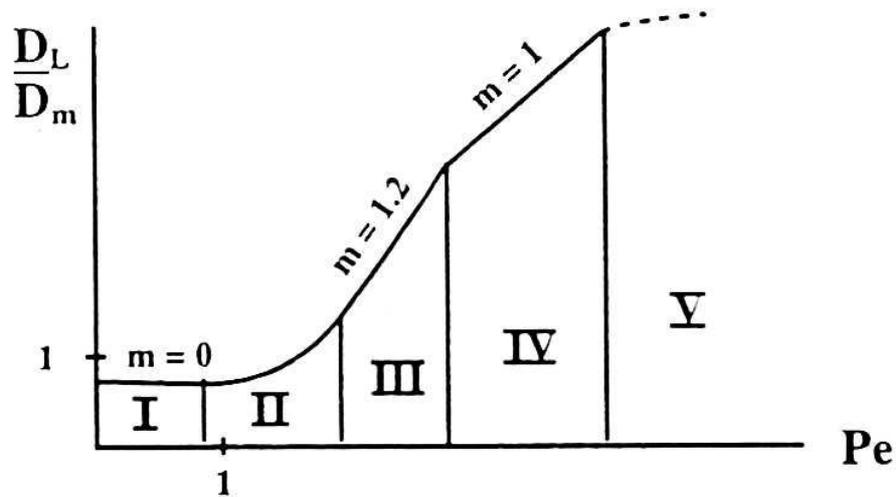


Fig. III.5 : Représentation schématique des différents régimes de dispersion (échelle logarithmique), d'après Pfannkuch (1963). Le paramètre  $m$  représente la pente de la courbe.

- (I) Régime de diffusion moléculaire pure ( $m=0$ ) : l'écoulement est trop lent pour contribuer à l'écoulement du traceur et le milieu poreux entraîne une diminution de la diffusion moléculaire. Le terme  $D/D_m$ , inférieur à l'unité, est lié à la tortuosité.
- (II) Régime de transition : c'est la phase où les effets dynamiques commencent à se manifester.
- (III) Régime de dispersion hydrodynamique ( $m=1.2$ ) : ce régime est caractérisé par une prépondérance des effets hydrodynamiques. Cependant, la diffusion moléculaire est toujours présente et explique une pente  $m$  de l'ordre de 1.2.
- (IV) Régime de dispersion dynamique pure ( $m=1$ ) : la diffusion moléculaire devient négligeable. Le coefficient de dispersion est proportionnel à la vitesse :

$$D = \alpha \langle U \rangle \quad (\text{III.8})$$

- (V) Régime de dispersion dynamique avec effets inertiels : c'est un régime où la vitesse est assez élevée pour que les effets d'inertie ne soient pas négligeables devant les effets de viscosité. Le régime d'écoulement est alors non Darcéen.

### 1.3 Loi locale de microdispersion

Pour décrire le transport d'un soluté conservatif par un écoulement, nous allons faire un bilan sur un volume élémentaire de milieu poreux  $\Omega$ , de surface extérieure fermée  $\Sigma$ . La conservation de la masse de soluté transporté dans ce volume s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\text{masse de soluté dans } \Omega) = \oint_{\Sigma} (\text{flux massique de soluté entrant dans } \Omega) \quad (\text{III.9})$$

Nous avons étudié dans ce chapitre les mécanismes qui régissent le transport en milieu poreux et explicité les flux massiques associés :

- le flux convectif :  $\vec{f}_c = C\vec{U}$ ,
- le flux dispersif :  $\vec{f}_D = -\varepsilon D \vec{\text{grad}} C$ .

L'équation précédente s'écrit donc :

$$\varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \left( \iiint_{\Omega} C \cdot dV \right) = \oint_{\Sigma} (\vec{f}_c + \vec{f}_D) \cdot \vec{ds} \quad (\text{III.10})$$

où  $dV$  est un volume élémentaire de  $\Omega$  et  $dS$  une surface élémentaire normale à  $\Sigma$  orientée vers l'intérieur.

En utilisant la formule d'Ostrogradsky, on transforme l'intégrale sur une surface fermée par une intégrale de volume :

$$\oint_{\Sigma} (\vec{f}_c + \vec{f}_D) \cdot \vec{ds} = \iiint_{\Omega} -\text{div}(\vec{f}_c + \vec{f}_D) dV \quad (\text{III.11})$$

Si le volume  $\Omega$  ne varie pas dans le temps, on peut alors inverser intégrale et dérivée, puis supprimer l'intégrale.

On obtient alors l'expression générale de l'équation convection dispersion :

$$\varepsilon \frac{\partial C}{\partial t} = \text{div}(D \varepsilon \cdot \vec{\text{grad}} C - C \vec{U}) \quad (\text{III.12})$$

Si nous supposons que le transport est monodirectionnel dans une direction que l'on notera  $x$  et le coefficient de dispersion  $D$  est constant, une forme simple de l'équation de transport dans la direction de l'écoulement peut être trouvée :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\langle U \rangle}{\varepsilon} \frac{\partial C}{\partial x} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (\text{III.13})$$

Dans notre étude, nous nous intéresserons à la dispersion d'un traceur en fractures saturées. Dans ce cas, la porosité est égale à l'unité ( $\varepsilon = 1$ ) et l'équation de convection-dispersion peut être écrite sous la forme suivante :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \langle U \rangle \frac{\partial C}{\partial x} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (\text{III.14})$$

La figure III.6 montre l'effet de la convection et de la dispersion sur un créneau de traceur injecté dans un milieu poreux. Les solutions analytiques de cette équation seront présentées dans les paragraphes suivants.

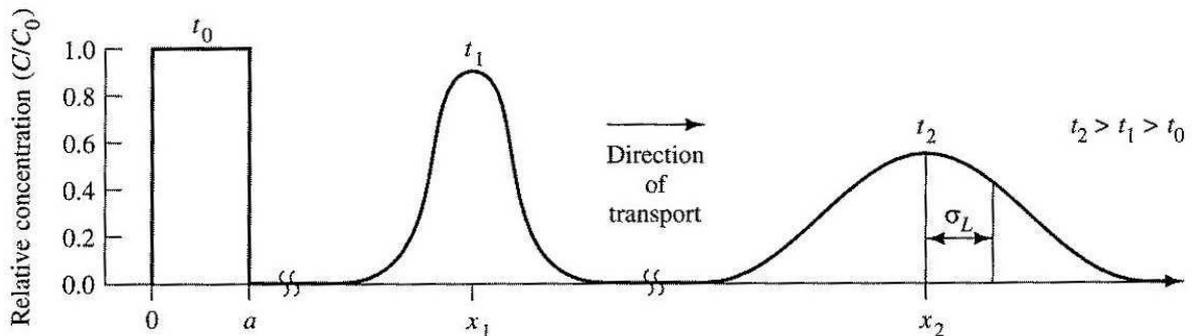


Fig. III.6 : Transport et étalement d'un créneau de traceur de concentration  $C_0$  injecté au temps  $t_0$  dans un milieu poreux, d'après Fetter (1999). Les mécanismes mis en jeu sont la convection et la dispersion.

## 1.4 Intégration de l'équation locale

La loi de microdispersion (Eq. III.14) est une loi locale. Elle s'applique à un volume élémentaire de milieu poreux, c'est-à-dire en un point  $M(x,y,z)$ , conformément à l'approche de

milieu continu qui nous sert à décrire les écoulement en milieu poreux. Or, la détermination du coefficient de dispersion nécessite une expérience à l'échelle d'un échantillon ou d'un aquifère. Il convient donc d'intégrer cette équation pour des conditions initiales et aux limites données (Annexe B).

La solution analytique de l'équation III.14, au niveau de l'abscisse  $x$  d'une fracture de section constante (ou homogène) et de longueur totale  $L$ , dans laquelle on injecte à  $t = 0$  un échelon de concentration  $C = C_0$  à la vitesse interstitielle moyenne  $\langle U \rangle$  est donnée par (Ogata et Banks, 1961) :

$$\frac{C(x,t)}{C_0} = \frac{1}{2} \left[ \operatorname{erfc} \left( \frac{x - \langle U \rangle t}{2\sqrt{Dt}} \right) + \exp \left( \frac{\langle U \rangle x}{D} \right) \operatorname{erfc} \left( \frac{x + \langle U \rangle t}{2\sqrt{Dt}} \right) \right] \quad (\text{III.15})$$

Cette solution suppose un coefficient de dispersion constant dans le temps et dans l'espace dans l'intervalle  $[0, x]$ . Elle permet de modéliser le transport de traceur dans des milieux homogènes.

### 1.4.1 Importance des hétérogénéités

La solution analytique de l'équation de convection-dispersion (Eq. III.15) permet de déterminer la concentration du traceur à la distance  $x$  et pour le temps  $t$  à condition que le débit et le coefficient de dispersion du milieu soient connus. Plusieurs études expérimentales en milieu poreux homogène ont démontré que le coefficient de dispersion est constant à condition que la vitesse d'écoulement soit uniforme (Han et al., 1985 ; Srivastava et al. 1992 ; Sternberg, 2004). Cependant, il est bien connu que ce coefficient n'est pas constant pour des milieux hétérogènes. Il présente une dépendance spatiale (Domenico et Robbins, 1984 ; Gelhar et al., 1992 ; Rajaram et Gelher, 1993 ; Siddiqui et al., 2000 ; Hidajat et al., 2004 ; Fourar et al. 2005 ; Bauget et Fourar, 2008 ; Berkowitz et Scher, 2008). Cette différence est due au fait que l'hypothèse de milieu homogène, qui est à la base du modèle de microdispersion, n'est pas vérifiée dans les milieux hétérogènes. Pour modéliser l'étalement d'un traceur en milieu hétérogène, il est donc nécessaire de prendre en compte son hétérogénéité.

L'étalement du front de traceur en milieu hétérogène est provoqué par l'hétérogénéité du champ de perméabilité. En effet, ces milieux étant généralement constitués de strates pouvant

présenter des variations de plusieurs ordres de grandeur de perméabilité, le traceur s'écoule à des vitesses différentes dans les strates. Il en résulte que l'étalement du traceur lié à l'hétérogénéité du milieu est nettement plus important que celui dû à la dispersion microscopique. A l'échelle d'un milieu hétérogène, la connaissance du coefficient de dispersion microscopique n'est donc pas suffisante pour résoudre le problème d'étalement. En revanche, la connaissance des hétérogénéités de perméabilité du milieu devient indispensable.

## 1.5 Le modèle de milieu poreux stratifié équivalent

Ce modèle est basé sur l'idée de remplacer un milieu poreux hétérogène par un milieu stratifié équivalent (figure III.7), pour lequel le transport de traceur peut être modélisé d'une façon adaptée (Fourar, 2006 ; Bauguet et Fourar, 2008 ; Fourar et Radilla, 2009). Le paramètre principal caractérisant le transport de traceur est le facteur d'hétérogénéité, défini comme le rapport de l'écart type sur la perméabilité moyenne, également connu comme le coefficient de variation. Le modèle stratifié suppose que :

- le déplacement du traceur dans chaque strate est de type piston,
- la porosité de milieu est uniforme,
- la dispersion microscopique et la diffusion moléculaire sont négligeables,
- le transfert de masse à travers des strates est négligeable (écoulement unidirectionnel). Par conséquent, les positions des strates ne modifient pas les propriétés de l'étalement du traceur et nous pouvons changer la distribution spatiale des strates afin de faciliter les calculs de la concentration  $C(x,t)$  et du flux  $F(x,t)$ ,
- la perméabilité est une variable aléatoire suivant une loi de distribution  $G(K)$  donnée, supposé bornée par les valeurs  $K_{max}$  et  $K_{min}$ .

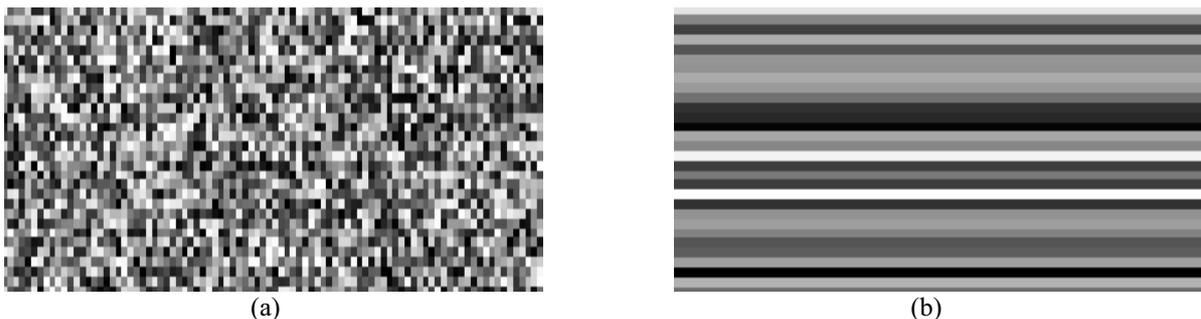


Fig. III.7 : a) Distribution des perméabilités locales b) milieu stratifié équivalent.

Pour calculer le débit élémentaire, la concentration et le flux, nous considérons d'abord un milieu parfaitement stratifié avec une porosité uniforme. Les strates de perméabilité sont aléatoirement distribuées, et l'écoulement est parallèle aux strates (Annexe C).

D'après les calculs présentés en annexe C, la concentration en  $x$  à l'instant  $t$  est définie par :

$$C(x, t) = C_0 \int_{K^*}^{K_{\max}} G(K) dK \quad (\text{III.16})$$

On peut noter que lorsque  $K^* = K_{\min}$  le front atteint la position  $x$  pour toutes les strates et l'on vérifie bien le produit de la concentration initiale  $C_0$  et du débit global  $Q$ .

Divers travaux (Gentier, 1986 ; Gale, 1988 ; Hakami, 1988 et 1992 ; Iwano et Einstein, 1993) montrent que les lois normale et log normale peuvent être utilisées pour décrire la distribution des ouvertures (ou perméabilités locales) des fractures. Par conséquent, pour calculer la concentration, deux distributions de perméabilité sont étudiées :

– **La distribution log normale (Fourar, 2006 ; Fourar et Radilla, 2009)**

Dans ce cas, la concentration est donnée par l'expression analytique suivante (Annexe C) :

$$\frac{C(x, t)}{C_0} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{\ln \left( \frac{x}{\langle U \rangle t} \sqrt{1 + H^2} \right)}{\sqrt{2 \ln(1 + H^2)}} \right) \quad (\text{III.17})$$

– **La distribution normale (Bauget et Fourar, 2008)**

Dans ce cas, la concentration est donnée par l'expression analytique suivante (Annexe C) :

$$\frac{C(x, t)}{C_0} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{\frac{x}{\langle U \rangle t} - 1}{H \sqrt{2}} \right) \quad (\text{III.18})$$

Dans les deux cas, il est alors supposé que le transport dans un milieu hétérogène entre l'entrée et l'abscisse  $x$  peut être représenté par un milieu stratifié équivalent avec une valeur donnée de  $H$ .

La courbe de concentration à l'abscisse  $x$  contient des informations sur tous les chemins de l'écoulement entre l'entrée et  $x$  et par conséquent, le facteur de l'hétérogénéité varie en

fonction de  $x$ . Plusieurs auteurs (Fourar, 2006 ; Fourar et Radilla, 2009) ont montré que  $H$  peut être estimé par une loi de puissance de la distance adimensionnelle ( $x^* = x/L$ ) :

$$H = a(x^*)^b \tag{III.19}$$

Pour des milieux hétérogènes,  $H$  diminue avec  $x$  car pour  $x$  petit, le traceur s'écoule dans un milieu très stratifié alors que pour  $x$  grand le milieu est nécessairement moins stratifié.

Afin de comparer les deux distributions de perméabilité, nous avons tracé sur la figure III.11 les courbes de concentration données par les équations III.17 et III.18 pour différentes valeurs de  $H$ . Les valeurs très petites de  $H$  correspondent aux milieux homogènes où  $\sigma_K \ll \langle K \rangle$ . Dans ce cas, les équations III.17 et III.18 donnent des résultats très proches et en accord avec le modèle classique de convection-dispersion. Pour les valeurs plus grandes de  $H$  ( $\sigma_K < \langle K \rangle$ ), le transport devient modérément dispersif. Comme on peut voir sur la figure III.11, dans ce cas, l'étalement du front de traceur est plus important pour une distribution normale que pour distribution log normale. Les valeurs très grandes de  $H$  ( $\sigma_K > \langle K \rangle$ ) correspondent aux milieux très hétérogène. Dans ce cas, le régime du transport est très dispersif.

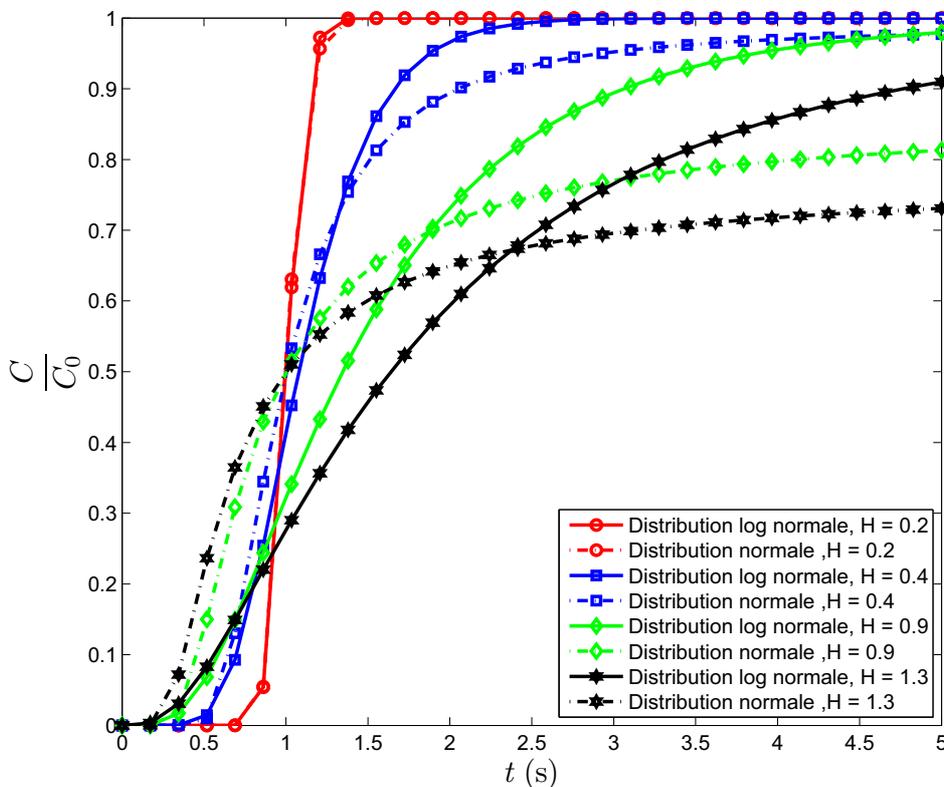


Fig. III.8 : Solutions des équations III.17 et III.18 (Modèle stratifié -  $t^*$  est le temps adimensionnel)

## 1.6 Le modèle CTRW

Le modèle CTRW a été développé spécifiquement pour tenir compte du comportement non Fickien de la dispersion, aussi appelé dispersion anormale (Jiménez-Hornero, 2005 ; Berkowitz et Scher, 2008). Cette approche permet de résoudre l'équation de convection-dispersion en utilisant la transformée de Laplace de la concentration  $\tilde{C}(x, w)$ .

Le transport de polluants dans les formations géologiques peut être représenté en considérant que les particules de soluté subissent différents types de transitions. Ces transitions incluent les déplacements dus à la structure du milieu et à son hétérogénéité mais également les temps nécessaires pour faire le mouvement des particules entre des pores ou des intersections de fractures.

La transition de particules entre différents sites peut être notée  $v(s, s')$ . C'est le taux auquel des particules sont transférées à partir du site  $s$  au site  $s'$ . A l'échelle de pore,  $v(s, s')$  est déterminé par la vitesse locale et par la diffusion moléculaire (Bijeljic and Blunt, 2006). La cinétique globale du traceur migrant dans un milieu hétérogène peut être exprimée par une équation de conservation de la forme (Oppenheim et al., 1977 ; Shlesinger, 1996) :

$$\frac{\partial c(s, t)}{\partial t} = - \sum_{s'} v(s', s) c(s, t) + \sum_{s'} v(s, s') c(s', t) \quad (\text{III.20})$$

où  $c(s, t)$  est la concentration normalisée en  $s$  à l'instant  $t$ . Il est important de préciser que l'équation de transport (Eq. III.20) ne sépare pas les effets du champ variable de vitesse dans une partie convective et dispersive du mouvement.

La définition de  $v(s, s')$  nécessite la connaissance détaillée du système, c'est-à-dire, la caractérisation des hétérogénéités sur toutes les échelles de longueur qui influencent le calcul du champ d'écoulement. Par conséquent, une distribution de  $\{v\}$  doit être choisie. Pour réaliser cette distribution, nous considérons la moyenne d'ensemble de l'équation III.20 (Klafter et Silbey, 1980) :

$$\frac{\partial C(s, t)}{\partial t} = - \sum_{s'} \int_0^t \phi(s' - s, t - t') C(s, t') dt' + \sum_{s'} \int_0^t \phi(s - s', t - t') C(s', t') dt' \quad (\text{III.21})$$

où  $C(s, t)$  est la concentration moyenne normalisée et  $\phi(s, t)$  est défini par sa transformée de Laplace, notée  $\tilde{\phi}$  (Scher et Lax, 1973) :

$$\tilde{\phi}(s, w) = w \frac{\tilde{\psi}(s, w)}{1 - \tilde{\psi}(w)} \quad (\text{III.22})$$

où  $\psi(s, t)$  est la probabilité pour un déplacement  $s$  avec une différence du temps d'arrivée  $t$ .

L'équation III.21 est obtenue par intégration sur tous les temps de l'équation III.20. Elle est donc non locale en temps et elle nécessite la connaissance de l'état antérieur de la concentration.

## 1.6.1 Équation différentielle partielle du modèle CTRW

De nombreux problèmes de transport qui sont modélisés avec l'approche CTRW ont un  $\psi(s, t)$  qui permet l'existence de tous les moments spatiaux, alors que dans beaucoup des cas le premier moment temporel n'existe même pas (ou il est très grand). Par conséquent, une bonne approximation de  $C(s, t)$  est un développement de Taylor sur la série finie des taux de transition :

$$C(s', t) = C(s, t) + (s' - s) \cdot \nabla C(s, t) + \frac{1}{2} (s' - s)(s' - s) : \nabla \nabla C(s, t) \quad (\text{III.23})$$

En insérant l'équation III.23 dans l'équation III.21, l'équation différentielle partielle du modèle CTRW peut être réécrite sous la forme suivante (Berkowitz et al., 2006) :

$$w \tilde{C}(s, w) - C_0 = -\tilde{M}(w) \left[ u_\psi \cdot \nabla \tilde{C}(s, w) - D_\psi : \nabla \nabla \tilde{C}(s, w) \right] \quad (\text{III.24})$$

Souvent, on privilégie l'étude de la dispersion unidirectionnelle d'un traceur. Pour ce type d'écoulement, l'équation III.24 prend la forme suivante :

$$w \tilde{C}(x, w) - C_0 = -\tilde{M}(w) \left[ u_\psi \frac{\partial \tilde{C}(x, w)}{\partial x} - D_\psi \frac{\partial^2 \tilde{C}(x, w)}{\partial x^2} \right] \quad (\text{III.25})$$

Pour utiliser l'équation III.25, nous devons choisir une fonction de densité de probabilité de taux de transition  $\psi(t)$ . Pour des systèmes réels, la forme fonctionnelle de  $\psi(t)$  et ses

paramètres doivent être dérivés ou adaptés à partir des propriétés mesurables du milieu (le champ des ouvertures, la vitesse d'injection et les courbes de concentration de traceur à la sortie du milieu).

Trois formes génériques de  $\psi(t)$  sont proposées dans la littérature :

- Asymptotique (*Asymptotic-ASY*),
- Loi de puissance tronquée (*Truncated power law-TPL*),
- Exponentielle modifiée (*Modified Exponential-ETA*).

Pour tous les systèmes réels, le transport devient Fickien aux temps longs si l'échelle d'observation est plus grande que l'échelle des hétérogénéités. Parmi les trois formes génériques précédentes, la plus utilisée est la loi de puissance tronquée car elle contient explicitement le premier moment temporel et le temps de transition vers le régime Fickien (Dentz et al., 2004 ; Cortis et al., 2004) :

$$\psi(t) = t_1^{-1} \left\{ \left( \frac{t_1}{t_2} \right)^\beta \exp\left(\frac{t_1}{t_2}\right) \Gamma\left(-\beta, \frac{t_1}{t_2}\right) \right\}^{-1} \exp\left(-\frac{t}{t_2}\right) \left(1 + \frac{t}{t_1}\right)^{-1-\beta} \quad (\text{III.26})$$

où  $t_1$  est le temps moyen de transition entre les sites et  $t_2$  est le temps de transition entre le régime Fickien et le régime non-Fickien. Lorsque  $t_1 < t < t_2$ , on a  $\psi(t) \sim (t/t_1)^{-(1-\beta)}$  (domaine de la loi de puissance où le transport est non-Fickien), puis  $\psi(t)$  diminue exponentiellement pour  $t \gg t_2$ . Ainsi, le temps de transition ( $t_2$ ) de la loi de puissance permet de définir la transition entre les régimes non-Fickien et Fickien. Il faut noter que le comportement purement Fickien peut être obtenu pour des temps très supérieurs à  $t_2$  (Dentz et al., 2004).

L'exposant  $\beta$  contrôle le déplacement des particules, et quantifie donc la dispersion du traceur. Pour  $\beta > 1$ , le front du traceur se déplace avec une vitesse constante (égale à la vitesse moyenne de l'écoulement  $\langle U \rangle$ ).

Les figures III.9 et III.10 montrent l'influence de  $\beta$  et  $t_2$  sur la la densité de probabilité  $\psi(t)$  et sur les courbes de concentration. Pour la même valeur de  $t_2$ , les courbes de concentration avec  $\beta > 1$  (où le transport est modérément dispersif) ont un domaine de loi de puissance moins étendu que celles avec  $\beta < 1$  (où le transport est très dispersif). Les faibles valeurs de  $\beta$  prolongent le domaine de la loi de puissance et par conséquent la durée du régime de transport

non-Fickien. Le transport est non-Fickien pour les temps compris entre  $t_1$  et  $t_2$  puis suit une loi de puissance.

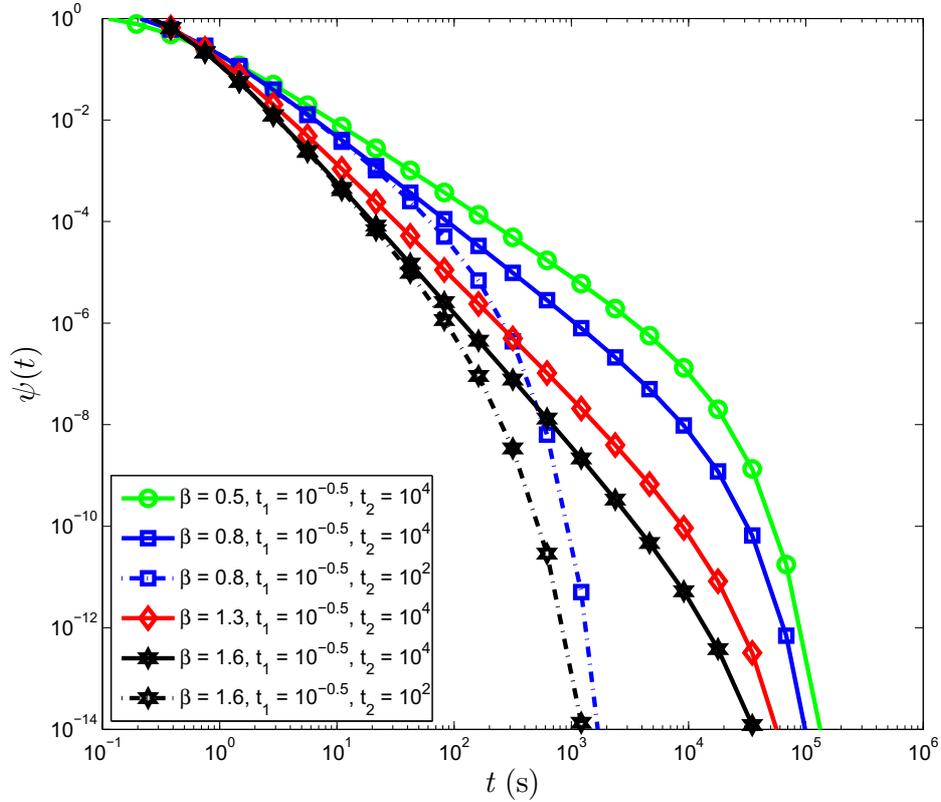


Fig. III.9 : Comportement de  $\psi(t)$  pour différentes valeurs de  $\beta$  et  $t_2$  (CTRW).

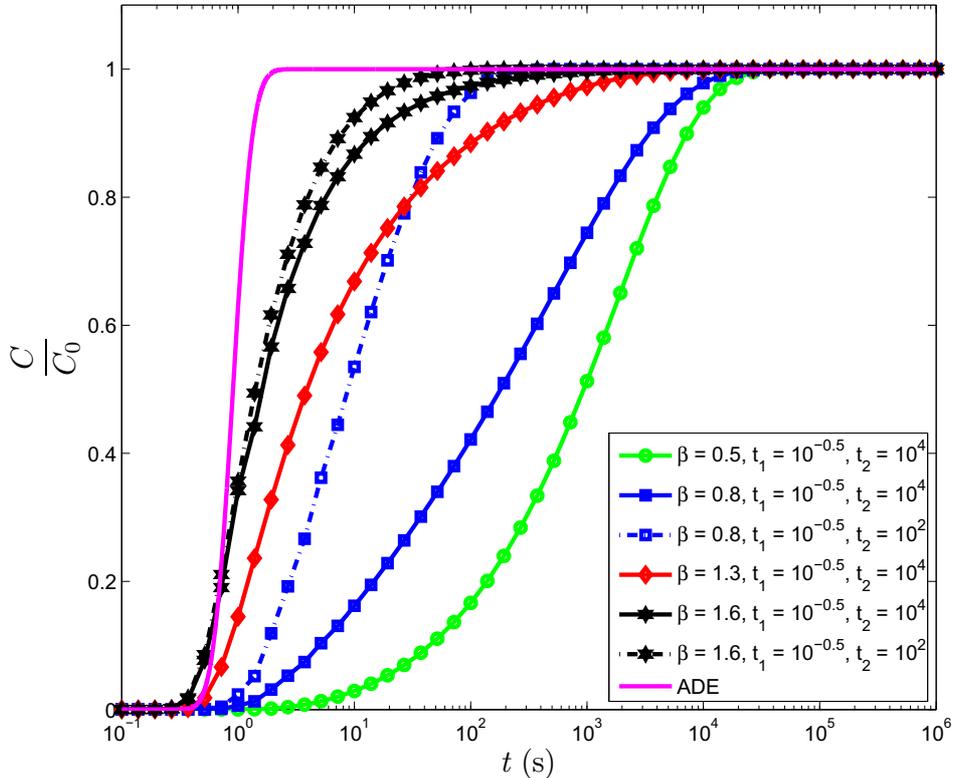


Fig. III.10 : Solutions de l'équation III.25 pour  $u_\psi = 1$  et  $D_\psi = 0.05$  (CTRW).

## 2 Dispositif expérimental

Dans ce paragraphe, nous présentons le dispositif expérimental réalisé pour étudier la dispersion d'un traceur dans des fractures réelles. La méthode proposée repose sur une mesure de la concentration d'un traceur coloré par un traitement d'images.

### 2.1 Schéma du dispositif expérimental

Un schéma simplifié du dispositif expérimental est représenté sur la figure III.11. Il se compose principalement des éléments suivants :

- une cellule d'expérimentation (fracture),
- les circuits des fluides auxquels sont associés des instruments de mesure de débits,
- un dispositif optique,
- des équipements périphériques.

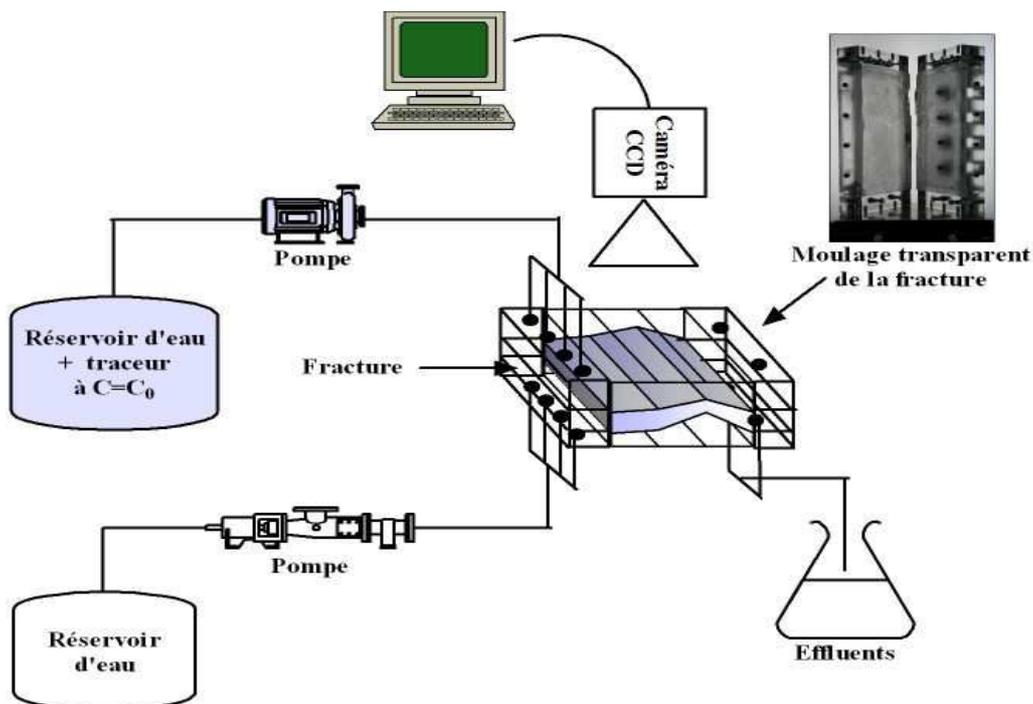


Fig. III.11 : Dispositif expérimental.

Comme cela a été expliqué précédemment, le but de cette étude est de déterminer les courbes de concentration à la sortie de la fracture mais également en diverses abscisses le long de la fracture.

## 2.2 Les cellules d'expérimentation

Les cellules d'expérimentation utilisées pour étudier les écoulements diphasiques sont les mêmes cellules utilisées dans les chapitres précédents. La première fracture utilisée est un moulage en résine transparente d'une fracture réelle issue d'un bloc de grès des Vosges. Ses dimensions sont  $15 \times 26 \text{ cm}$  et le volume total de la fracture est de  $33 \text{ ml}$ . La deuxième fracture utilisée est un moulage en résine transparente d'une fracture réelle issue d'un bloc de granit. Ses dimensions sont  $15.5 \times 33 \text{ cm}$  et le volume total est de  $47 \text{ ml}$ .

Les deux fractures sont maintenues en position horizontale dans des cellules expérimentales munies de systèmes d'injection et de récupération des fluides.

A l'entrée des fractures, le système d'injection est constitué de huit canaux alternatifs vissés sur les cellules d'expérimentation qui permettent d'obtenir une distribution homogène sur toute la section d'entrée de la fracture. A la sortie des fractures, un système similaire au système d'injection (mais constitué de quatre canaux seulement) est également vissé sur les cellules d'expérimentation.

## 2.3 Les circuits des fluides

Le circuit liquide utilisé pour saturer la fracture en eau est représenté sur la figure III.12.1. Il comprend les éléments suivants :

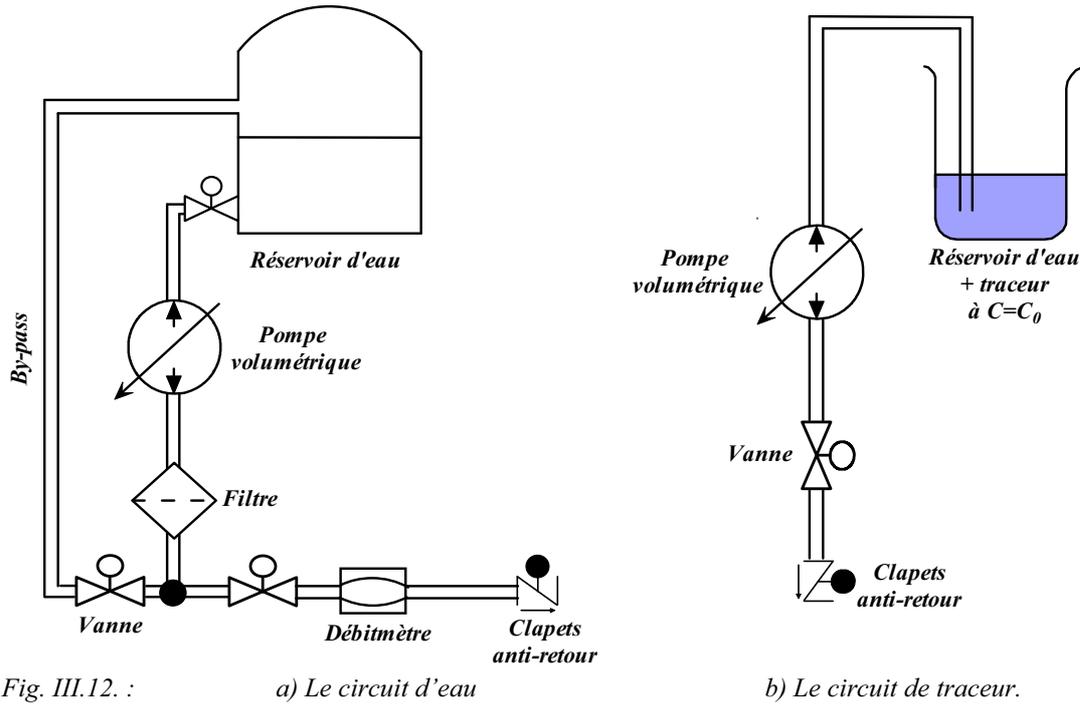
- un réservoir d'eau de 200 litres,
- une pompe volumétrique (PCM, EcoMoineau M Series) permettant d'imposer un débit constant ( $Q$ ),
- un clapet anti-retour pour empêcher la présence de l'autre fluide dans le circuit.

Ces éléments sont reliés par des tubes souples résistant aux fortes pressions (20 bars).

Le circuit liquide (eau + traceur) utilisé pour injecter le traceur dans la fracture saturée en eau est représenté sur la figure III.12.2. Il comprend les éléments suivants :

- un réservoir liquide (eau + traceur à  $C=C_0$ ),
- une pompe volumétrique (Masterflex 7518-00) permettant d'imposer un débit constant ( $Q$ ) et de faire varier continûment le débit de 4 à 100 ml/min,

- un clapet anti-retour pour empêcher la présence de l'autre fluide dans le circuit.



## 2.4 Le dispositif optique

La visualisation est effectuée par un appareil-photo CCD avec une résolution maximum de 2304×3456. Un filtre rouge est utilisé pour obtenir une image monochromatique adaptée au traitement d'images. La cellule d'expérimentation est éclairée par une source lumineuse (panneau Planistar) qui fournit un éclairage homogène et constant. Ces trois éléments sont couplés et permettent de prendre des photos de l'écoulement du traceur dans la fracture et de déterminer les profils de concentration moyenne (figure III.11).

## 3 Procédure expérimentale

Le dispositif expérimental est constitué principalement des différents éléments décrits précédemment. Nous présentons ici, la procédure expérimentale et les différentes expériences réalisées pour mettre en évidence de façon expérimentale la dispersion d'un traceur dans les fractures rugueuses réelles.

Les cellules d'expérimentation sont maintenues en position horizontale. On sature préalablement la fracture en eau à un débit fixé. L'injection du traceur (eau+bleu de méthylène) est ensuite commencée à débit constant. La prise d'images débute en même temps que l'injection  $t=0$  avec une résolution de  $2304 \times 3456$  pixels. L'intervalle de temps minimal entre deux images est de 5 secondes. Celle-ci est fixée par la vitesse de sauvegarde de l'image numérique dans un fichier sur le disque dur de l'ordinateur. L'injection est continuée jusqu'à la saturation complète de la fracture (figures III.13 et III.14). Les expériences réalisées sont présentées en détail dans le tableau III.1.

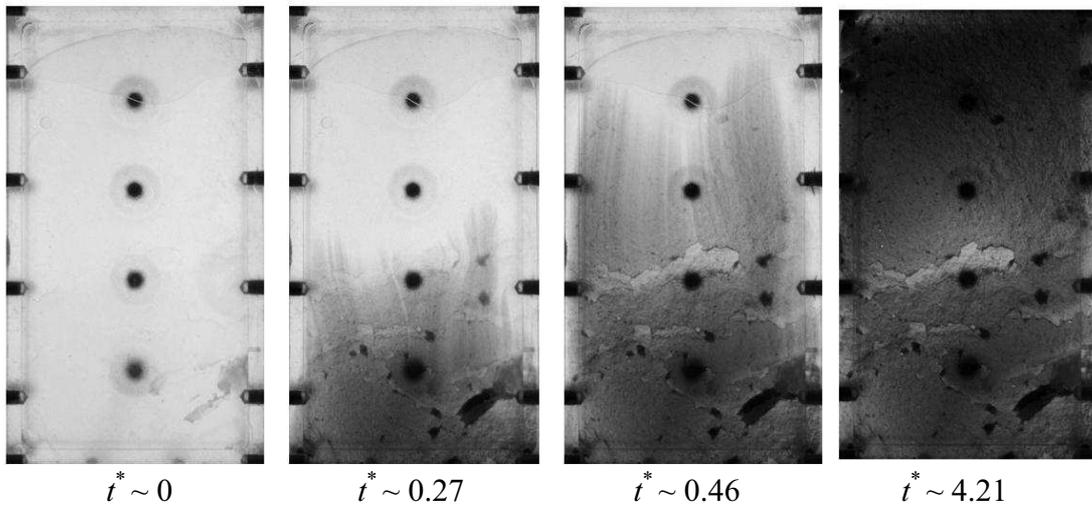


Fig. III.13 : Dispersion de traceur (grès des Vosges,  $t^* = Qt/V_f$  est le temps adimensionnel)

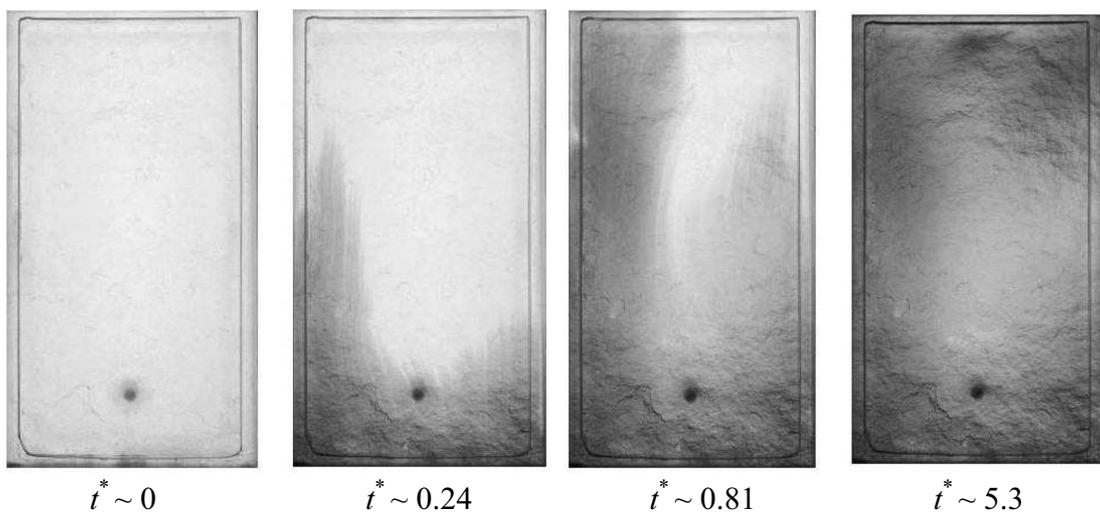


Fig. III.14 : Dispersion de traceur (granit).

Débit (ml/h)	Fracture	Concentration initiale (gr/l)	Durée minimale entre deux images (sec)
230	Grès des Vosges	0,1	10
600	Granit	0,056	10
1200	Granit	0,054	5
1800	Granit	0,049	5

Tableau III.1 : Les expériences réalisées

Il est à présent nécessaire de nous intéresser aux temps caractéristiques de diffusion et de convection de nos expériences. En effet, nous devons en particulier :

- vérifier si la contribution de la diffusion moléculaire dans la dispersion longitudinale (et transversale) du traceur est négligeable ou non car cela aura une incidence sur l'interprétation des expériences et sur la modélisation qui sera proposée,
- vérifier si la concentration du traceur peut être considérée comme homogène dans le sens de l'ouverture de la fracture (épaisseur de fluide considéré) car dans le cas contraire, la concentration ne pourra pas être considérée comme bidimensionnelle et l'interprétation des images sera compromise.

Le nombre de Péclet permet de comparer l'importance de la convection par rapport à la diffusion moléculaire. Il permet également d'étudier les contributions relatives de la diffusion à la dispersion hydrodynamique.

Afin d'effectuer les vérifications précédentes, deux nombres de Péclet différents doivent être définis respectivement. Le premier ( $Pe_{//}$ ), ayant une seule et même longueur caractéristique de diffusion et de convection : la longueur de la fracture dans le sens de l'écoulement,  $L$ . Le second ( $Pe_{\perp}$ ), ayant cette longueur  $L$  comme longueur caractéristique de convection et l'ouverture moyenne  $h$  de la fracture comme longueur caractéristique de diffusion.

Ces deux nombres de Péclet ont été calculés et sont présentés dans le tableau III.2. Les valeurs de  $Pe_{//}$  montrent que le temps de diffusion du front de traceur est très grand par rapport au temps que met le traceur à traverser la fracture. Par conséquent, la contribution de la diffusion est négligeable dans l'étalement longitudinal du traceur. En revanche, les valeurs de  $Pe_{\perp}$  suggèrent que le traceur a le temps de diffuser entre les deux faces des fractures. On

peut donc considérer que la concentration du traceur est homogène dans le sens de l'ouverture des fractures (concentration bidimensionnelle) (figure III.15.b).

Débit (ml/h)	Fracture	Longueur (cm)	Volume (ml)	Ouverture moyenne (μm)	$Pe_{\parallel} = \frac{\langle U \rangle L}{D_m}$	$Pe_{\perp} = \frac{\langle U \rangle \langle h \rangle^2}{D_m L} = Pe_{\parallel} \frac{h^2}{L^2}$
230	Grès des Vosges	26	33	857	1.37e+5	1.55
600	Granit	33	47	907	3.46e+5	2.61
1200	Granit	33	47	907	6.93e+5	5.23
1800	Granit	33	47	907	1.04e+6	7.84

Tableau III.2 : Nombre de Péclet

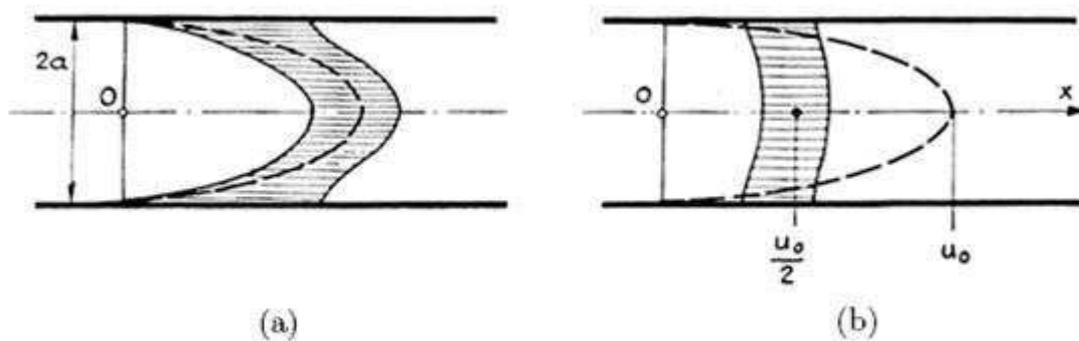


Fig. 15: Effet de la diffusion sur l'étalement d'un soluté dans un écoulement pour a) une diffusion lente b) une diffusion rapide, d'après Pfannkuch (1963).

## 4 Les paramètres mesurés

Les grandeurs mesurées au cours des différentes expériences sont les suivantes :

- le débit d'injection de traceur,
- la cartographie des ouvertures locales,
- la concentration locale,
- le profil de la concentration moyenne.

## 4.1 Mesure de débit d'injection du traceur

Le débit d'injection est donné directement par la pompe avec une précision de  $\pm 1\%$ . Pour s'assurer que l'injection se fait avec un débit constant durant l'expérience, le volume de l'eau et de traceur produit à la sortie de la fracture ont été mesurés plusieurs fois à des intervalles de temps réguliers.

## 4.2 Mesure de la concentration

Nous donnons pour commencer un aperçu de méthode photométrique déjà utilisée pour étudier expérimentalement la dispersion en milieux poreux.

### 4.2.1 Méthode photométrique

La photométrie proprement dite s'occupe de la comparaison quantitative des lumières, émises par des sources, transportées par des faisceaux ou agissant sur des récepteurs, d'après leur perception par l'œil. Elle est dite homochrome si les lumières étudiées ont toute la même couleur, hétérochrome sinon. La photométrie physique utilise des récepteurs autres que l'œil, étalonnés de façon à ce que le résultat des mesures soit le même qu'en photométrie visuelle. Les grandeurs intervenant en photométrie sont : l'éclairement et le flux lumineux, l'intensité lumineuse, la luminance et les facteurs de réflexion, de transmission et d'adsorption du matériau. La spectrophotométrie permet d'évaluer, longueur d'onde par longueur d'onde, ces grandeurs énergétiques ou photométriques. On isole les bandes spectrales choisies au moyen d'un monochromateur, derrière lequel on place un photomètre sensible, visuel, thermique ou photoélectrique, ou bien on compare les photographies des spectres des lumières étudiées. La colorimétrie, la photoélasticimétrie et la pyrométrie optique sont fondées sur des mesures photométriques. La détermination de la valeur de la concentration dans les expériences de dispersion en milieu poreux consiste en une mesure, soit au sein du milieu avec des cellules photo-électriques, soit en sortie du milieu avec un spectrophotomètre (Voigt et Hayes 1989), du facteur de transmission du traceur.

Parmi les auteurs mettant en œuvre la photométrie lors de leurs expériences de dispersion, citons : Ebach et White (1958), Carberry et Bretton (1958) qui utilisent un traceur de couleur

bleue. Bournia et al. (1960) appliquent les techniques photométriques à la dispersion en phase gazeuse. Korenaga et al. (1989) obtiennent de bonnes mesures du champ de concentration d'un soluté bleu dans le cas de la dispersion en régime transitoire dans un capillaire. Brown et al. (1998), Detwiler et al. (1999), Lee et al. (2003), Boschan et al. (2007) et Bauget et Fourar (2008) utilisent la photométrie pour étudier la dispersion dans un moulage transparent d'une fracture réelle.

La colorimétrie est l'outil utilisé par Simpson (1962) dans son étude expérimentale de la dispersion en milieu poreux d'un traceur de couleur indigo. Il s'agit d'effectuer une analyse spectrophotométrique d'absorption de la lumière, sur des échantillons prélevés en cours de manipulation, pour obtenir après étalonnage, la concentration de la substance absorbante. En principe, les techniques de colorimétrie sont fondées sur les propriétés de l'œil. Sa caractéristique essentielle repose dans le fait que n'importe quelle couleur peut être définie à partir de trois paramètres qui sont : la clarté (clair, moyen, foncé), la couleur pure (ou tonalité chromatique caractérisée par la longueur d'onde dominante dont la couleur complexe étudiée se rapproche le plus) et la saturation permettant d'estimer la proportion de couleur chromatiquement pure contenue dans la sensation totale. Ainsi, deux observateurs moyens de référence, un photométrique, l'autre colorimétrique ont pour objet de définir un œil moyen. Taylor (1954) utilise ce type de méthode dans ces expériences de dispersion dans un capillaire. La concentration de permanganate de potassium, utilisé comme traceur est déterminée par comparaison visuelle de sa couleur locale avec des échantillons de concentration connue, placés dans un capillaire de section identique.

## 4.2.2 Choix du colorant

Nous avons choisi le bleu de méthylène qui s'avère être un bon traceur dans des expériences de visualisation. Sa couleur est qualifiée de claire et brillante. Placé dans un écoulement d'eau, il offre effectivement un bon contraste quant à sa détection par l'œil.

Remarquons que le coefficient de diffusion moléculaire du bleu de méthylène, dans l'eau  $D_m$  vaut  $3.1 \pm 0.1 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2/\text{s}$ .

La méthode de mesure et le colorant étant définis, nous allons voir dans la suite de ce chapitre comment déterminer la valeur de la concentration.

### 4.2.3 Spectrophotométrie

La spectrophotométrie a pour objet la mesure, en fonction de la longueur d'onde, du rapport de deux grandeurs photométriques de même nature. Elle associe donc l'analyse spectrale de la spectrométrie à la mesure de grandeurs photométriques relatives liées aux propriétés de la matière. Lorsqu'un faisceau de lumière complexe qui transporte un flux énergétique incident  $F_0$  frappe la surface d'un matériau non luminescent, c'est-à-dire ne modifiant pas la fréquence des radiations qui composent ce rayonnement, il subit plusieurs altérations. Une partie du faisceau est réfléchi et renvoyé dans l'espace situé du côté du faisceau incident ; une autre partie est transmise et passe à travers le matériau ; une troisième enfin est absorbée et transformée en chaleur par interaction avec la matière. La réflexion et la transmission sont régulières si les faisceaux correspondants se propagent dans les directions prévues par les lois de l'optique géométrique. Si les faisceaux sont réfléchis et transmis dans d'autres directions, il y a réflexion et transmission diffuses. D'après le principe de conservation de l'énergie, on a la relation :

$$F_0 = F_r + F_a + F_t \quad (\text{III.27})$$

Où  $F_r$  est le flux réfléchi,  $F_a$  est le flux absorbé et  $F_t$  est le flux transmis. La photométrie mesure les rapports de chacun de ces modifiés au flux incident. Ces rapports s'appellent facteurs de réflexion, d'absorption et de transmission respectivement notés :  $\theta$ ,  $\zeta$ ,  $\varpi$ . D'après l'équation III.27 ils vérifient la relation suivante :

$$1 = \theta + \zeta + \varpi \quad (\text{III.28})$$

Chacun de ces facteurs dépend, à la fois du mode d'irradiation du matériau, c'est-à-dire de la manière dont le matériau est éclairé et de l'état de polarisation du faisceau incident, et des radiations présentes dans le rayonnement. La spectrophotométrie permet, pour un mode d'irradiation fixé de mesurer les variations de ces facteurs en fonction de la longueur d'onde. Le facteur qui correspond à chaque radiation est un facteur spectral.

## 4.2.4 Loi de Beer-Lambert

Un cas particulier de la spectrophotométrie est le cas où le facteur d'absorption suit la loi de Beer-Lambert. La loi de Beer-Lambert, aussi connue comme la loi de Beer-Lambert-Bouguer, est une relation empirique reliant l'absorption de la lumière aux propriétés des milieux dans lesquels elle passe. La loi de Beer-Lambert établit une proportionnalité entre la concentration d'une entité chimique en solution, l'absorbance de celle-ci et la longueur du trajet parcouru par la lumière dans la solution. Cette loi dit que si un faisceau de photon d'intensité initiale  $I_0$  traverse une éprouvette d'épaisseur  $h$  contenant une solution de concentration  $C_0$ , l'intensité  $I_1$  une fois l'éprouvette traversée aura comme valeur (figure III.16) :

$$I_1 = I_0 \exp(-h \zeta C_0) \quad (\text{III.29})$$

où  $\zeta$  est appelé le coefficient d'absorption du soluté et est déterminé par un étalonnage qui sera expliqué dans le paragraphe suivant.

## 4.2.5 Détermination de $\zeta$

En utilisant une cellule de plexiglas rectangulaire avec  $h=1.6 \text{ mm}$ ,  $\zeta$  est déterminé en mesurant l'intensité pour différentes valeurs de la concentration.

Dans la cellule, on introduit une solution de bleu de méthylène à une concentration  $C_0$  connue. On envoie la lumière blanche sur une face et on observe la face opposée avec le système appareil-photo et filtre interférentiel. On répète cette procédure pour plusieurs concentrations. Enfin, on remplit la cellule en eau ( $C=0$ ) et prend la dernière image. Pour chaque concentration, on relève sur les images obtenues la valeur moyenne des niveaux de gris correspondants. Les résultats obtenus sont présentés sur la figure III.17. La courbe donne la variation du niveau de gris mesuré en fonction de la concentration. La relation mathématique exprimant la dépendance du niveau de gris  $I$  de chaque point en fonction de la concentration  $C$  du traceur a la forme :

$$\ln(I_0/I) = h \zeta C \quad (\text{III.30})$$

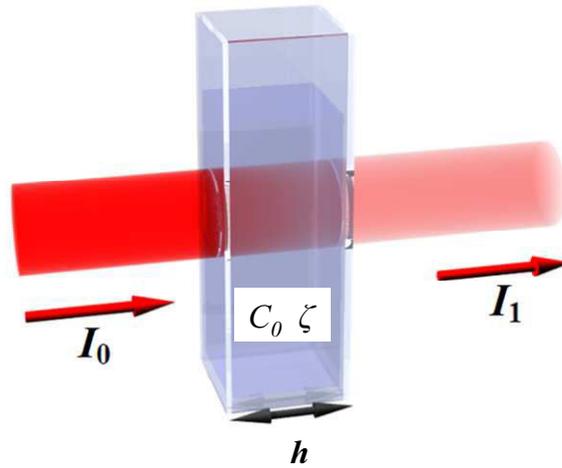


Fig. III.16 : Diminution de l'intensité d'un faisceau lumineux ( $I_1 < I_0$ ) traversant un milieu d'épaisseur  $l$  avec une constante d'absorption  $\zeta$  et une concentration initiale  $C_0$ . (www.WIKIPEDIA.com)

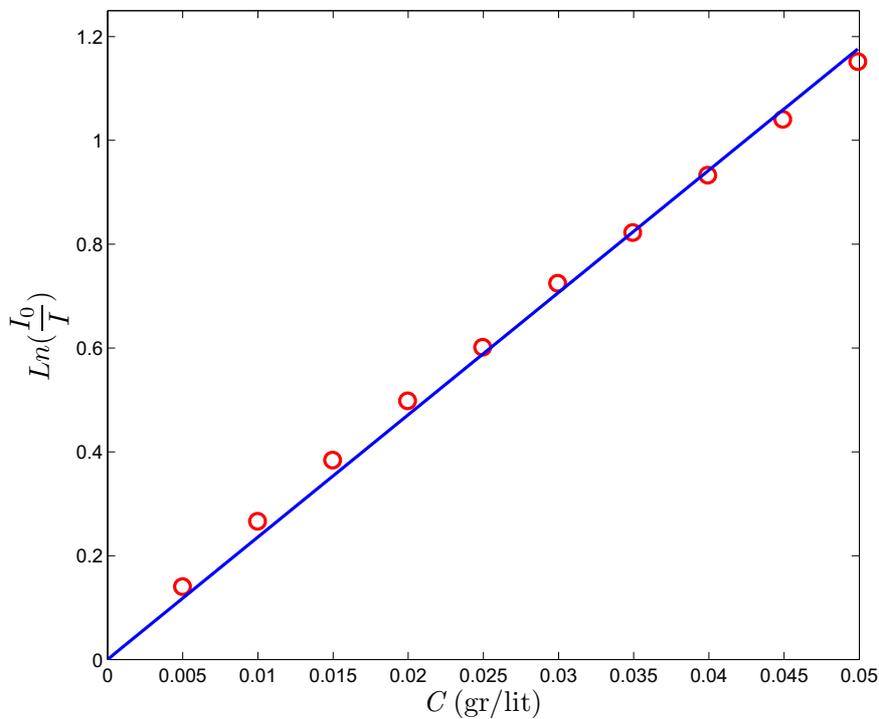


Fig. III.17 : La variation du niveau de gris mesuré en fonction de la concentration ( $\zeta = 14.92 \text{ m}^2/\text{gr}$ )

En utilisant la valeur obtenue pour  $\zeta$ , on peut déterminer la concentration ou l'ouverture locale pour respectivement une épaisseur ou une concentration donnée.

### 4.2.6 Mesure de cartographie des ouvertures

La mesure de la concentration à partir des images nécessite la détermination préalable du champ des ouvertures locales  $h(i,j)$ . Celui-ci est effectué par un traitement d'images basé sur la loi d'atténuation de Beer-Lambert (Detwiler et al., 1999 ; Isakov et al., 2001). Les

ouvertures locales sont calculées à partir de photos et d'un étalonnage préalable de la méthode. Deux images sont utilisées pour déterminer le champ des ouvertures locales :

- L'image enregistrée au début de l'expérience où la fracture est saturée en eau ( $C=0$ ). Cette image nous permet de mesurer le niveau de gris initial ( $I_0$ ) pour tous les pixels (figure III.18).

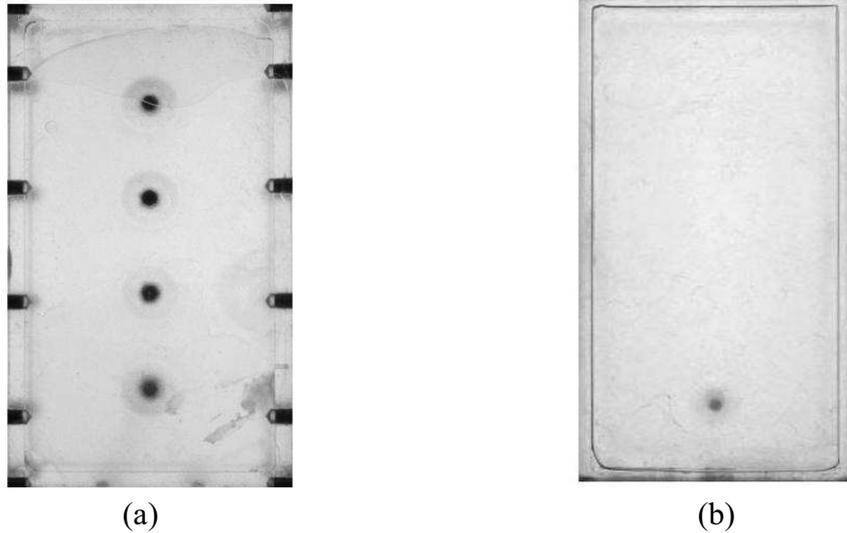


Fig. III.18 : Image enregistrée au début de l'expérience  
a) Grès de Vosges, b) Granit.

- L'image enregistrée à la fin de l'expérience où la fracture est saturée en traceur ( $C=C_0$ ). Cette image nous permet de mesurer le niveau de gris ( $I$ ) pour tous les pixels (Figure III.19).

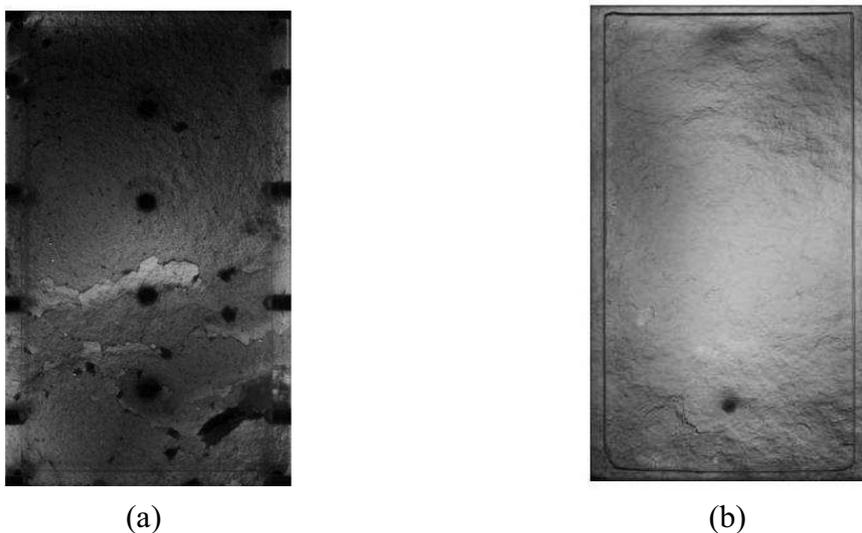
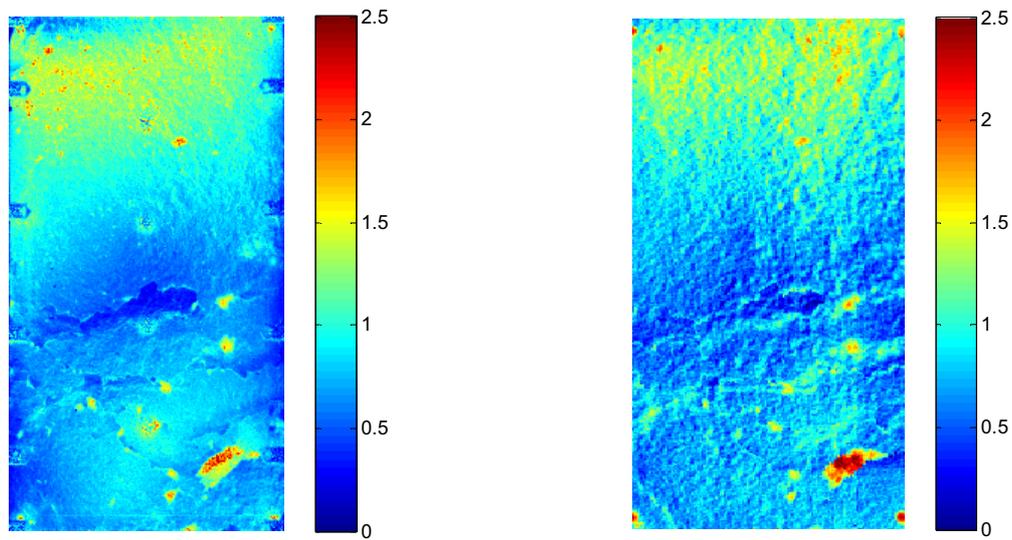


Fig. III.19 : Image enregistrée à la fin de l'expérience  
a) Grès de Vosges, b) Granit.

En utilisant ces images et également la loi d'atténuation de Beer-Lambert, on peut déterminer la cartographie des ouvertures locales des deux fractures (figures III.20 et III.21).

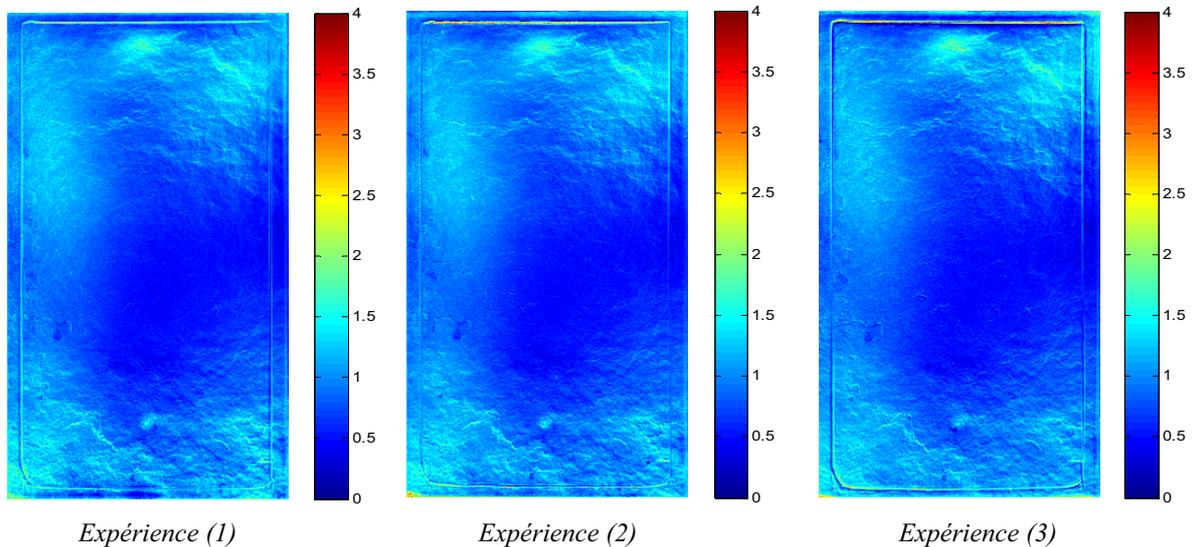
Sur la cartographie des ouvertures locales de la fracture en grès des Vosges, on distingue bien les vis et les prises de pressions. Ces éléments ont une influence sur la précision de nos résultats expérimentaux. Pour la fracture en granite, réalisée après celle en grès des Vosges, la cellule d'expérimentation a été conçue de manière à ce que les vis soient en dehors du moulage de la fracture. De même, cette cellule expérimentale ne comporte qu'une seule prise de pression.



(1) Traitement d'image

(2) Topographie 3D

Fig. III.20 : Ouvertures locales (grès des Vosges)



Expérience (1)

Expérience (2)

Expérience (3)

Fig. III.21 : Ouvertures locales (granit) : (1)  $C_0 = 0.056$ , (2)  $C_0 = 0.054$ , (3)  $C_0 = 0.049$

Les figures III.20 et III.21 montrent que le champ des ouvertures (donc des perméabilités) locales des deux fractures est très hétérogène. Dans les deux cas, on distingue une zone très fermée située vers le milieu de la cellule et des zones ouvertes situées vers l'entrée et la sortie

des fractures. Afin de mieux comparer les deux champs d'ouvertures, nous avons calculé la moyenne des ouvertures locales dans la direction perpendiculaire à l'écoulement moyen. Ainsi, on obtient un profil d'ouvertures moyennes dans la direction de l'écoulement (figure III.22). Ces résultats montrent également la présence d'une zone fermée au milieu des fractures. La fracture en granit semble être plus d'hétérogène que la fracture en grès des Vosges car, la variation des ouvertures moyennes locales est plus importante pour cette fracture que celle en grès des Vosges. La fracture en granite est plus ouverte dans toutes les positions ce qui explique la différence entre les volumes mesurés des deux fractures. Les valeurs caractéristiques des fractures sont présentées dans le tableau III.3.

Les résultats obtenus pour la fracture en grès des Vosges et en granite sont respectivement validés par un relevé topographique 3D des deux surfaces constituant la fracture (figure III.20.2) et par la reproductibilité des résultats en réalisant plusieurs expériences avec différentes concentrations en colorant (figures III.21.2 et III.21.3). Pour les deux fractures, le volume de la fracture ( $V_f$ ) obtenu à partir de traitement d'image est proche de la valeur expérimentale mesurée.

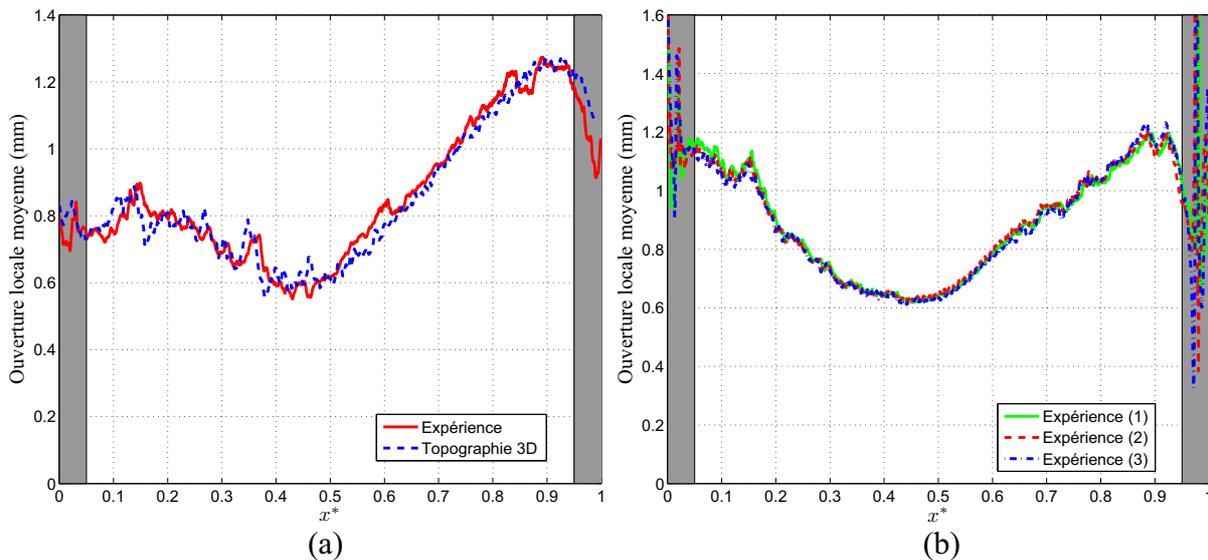


Fig. III.22 : Ouverture locale moyenne a) grès des Vosges b) granit.

Les rectangles gris ( $x^* < 0.05$  et  $x^* > 0.95$ ) sur ces figures correspondent aux effets de bords sur les valeurs des ouvertures locales. Dans ces zones, nous ne pouvons pas déterminer avec précision ni les vitesses moyennes ni la concentration.

Fracture	$h_{moy\_mes}$ ( $\mu\text{m}$ )	$V_{f\_mes}$ (ml)	$h_{moy\_cal}$ ( $\mu\text{m}$ )	$V_{f\_cal}$ (ml)
Grès des Vosges	857	33	847	32.6
Granit	907	47	900	46.7

Tableau III.3 : Les valeurs caractéristiques des fractures

### 4.2.7 Profil de concentration moyenne

Pour calculer le profil de concentration moyenne du traceur, l'évaluation de la concentration de chaque Pixel au cours du temps doit être premièrement calculée pour les différentes positions. Comme le montre la figure III.23, pour tous les pixels à un temps connu (tous les pixels d'une même image),  $I_0$ ,  $I$ , et  $h$  sont connus. Donc, la loi de Beer-Lambert peut être utilisée pour mesurer la concentration des différents points :

$$C_{ij}^* = \frac{C_{ij}}{C_0} = \frac{-\frac{1}{\zeta h_{ij}} \ln\left(\frac{I_{ij}}{I_{0ij}}\right)}{C_0} \quad (\text{III.31})$$

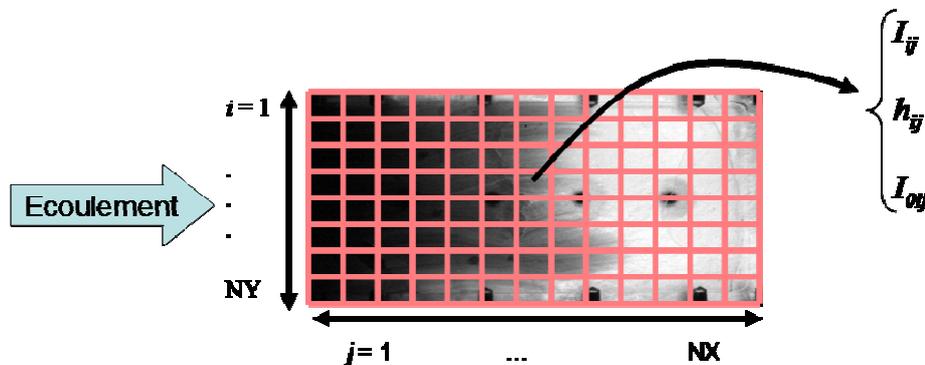


Fig. III.23 : Mesure de la concentration pour un pixel à un temps connu.

Ces valeurs de concentration sont ensuite utilisées pour calculer le profil de concentration moyen de chaque section perpendiculaire à l'écoulement (figure III.24) :

$$C_j^* = \langle C_{ij}^* \rangle = \frac{\sum_{i=1}^{NY} C_{ij} h_{ij}}{\sum_{i=1}^{NY} h_{ij}} \quad (\text{III.32})$$



Fig. III.24 : Calcul du profil de la concentration moyenne.

Les résultats des profils de concentration moyenne sont représentés sur la figure III.25 pour la fracture en grès des Vosges et les figures III.26, III.27 et III.28 pour la fracture en granit. Les paramètres adimensionnels suivants sont utilisés pour présenter ces profils de concentration moyenne :

$$t^* = \frac{Qt}{V_f} \tag{III.33}$$

$$x^* = \frac{x}{L} \tag{III.34}$$

où  $x$  est la distance entre chaque position et l'entrée de la fracture.

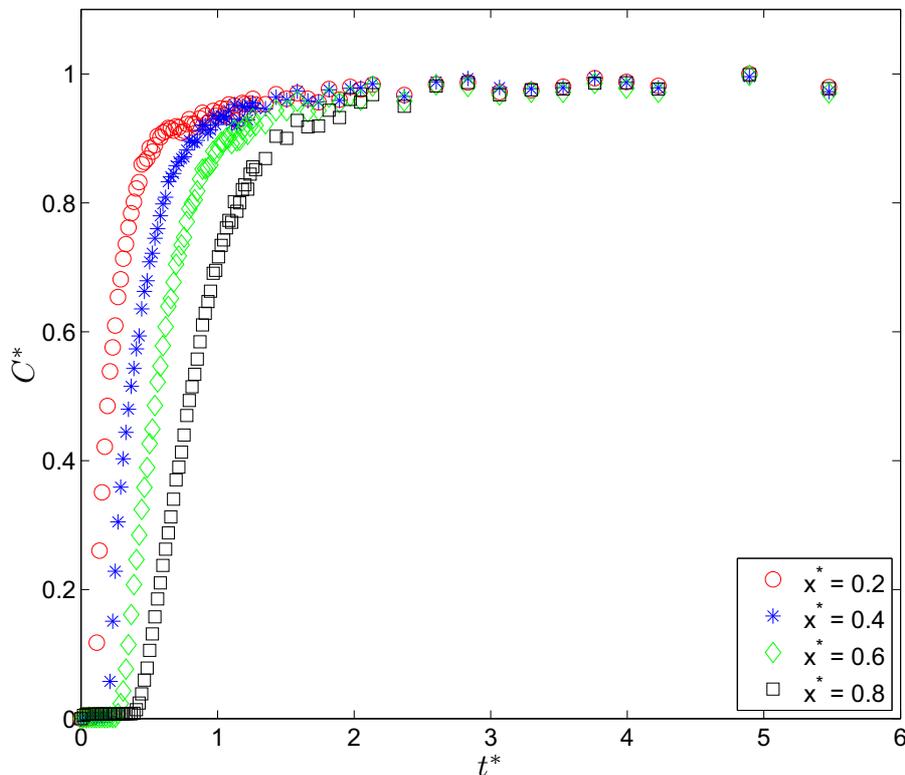


Fig. III.25 : Profil de concentration moyenne (grès des Vosges ( $Pe = 1.37e+5$ )).

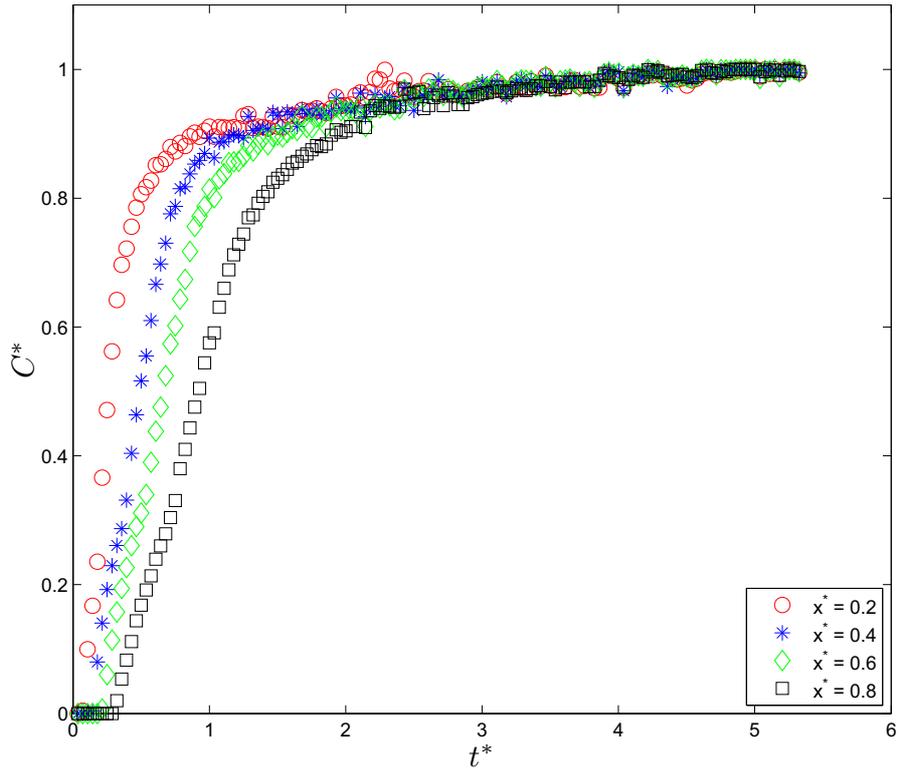


Fig. III.26 : Profil de concentration moyenne (granit ( $Pe = 3.46e+5$ )).

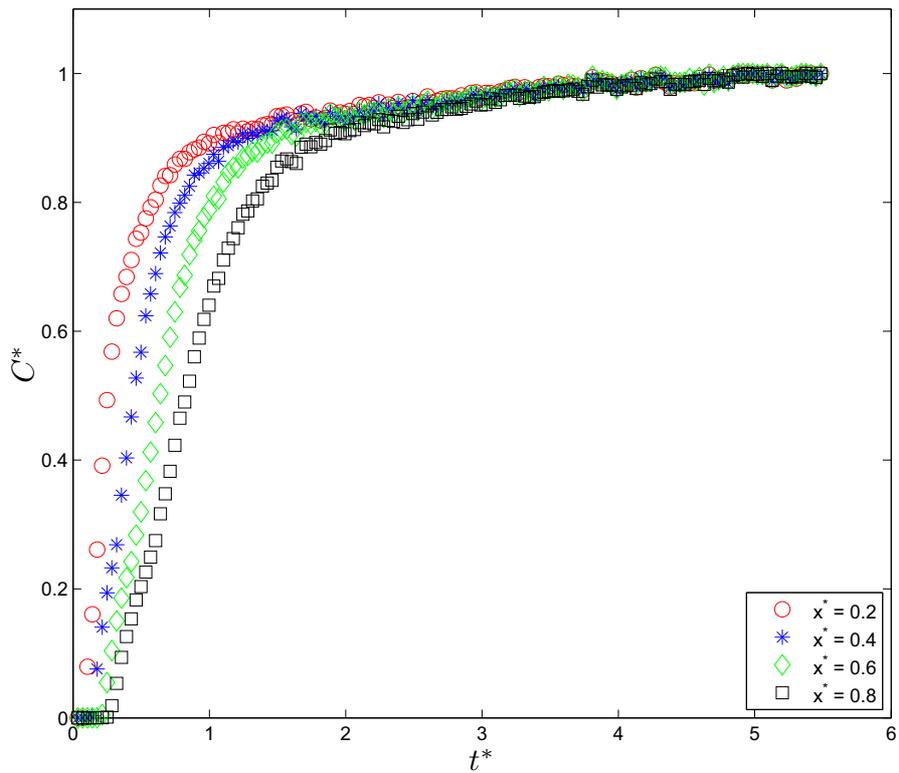


Fig. III.27 : Profil de concentration moyenne, (granit ( $Pe = 6.93e+5$ )).

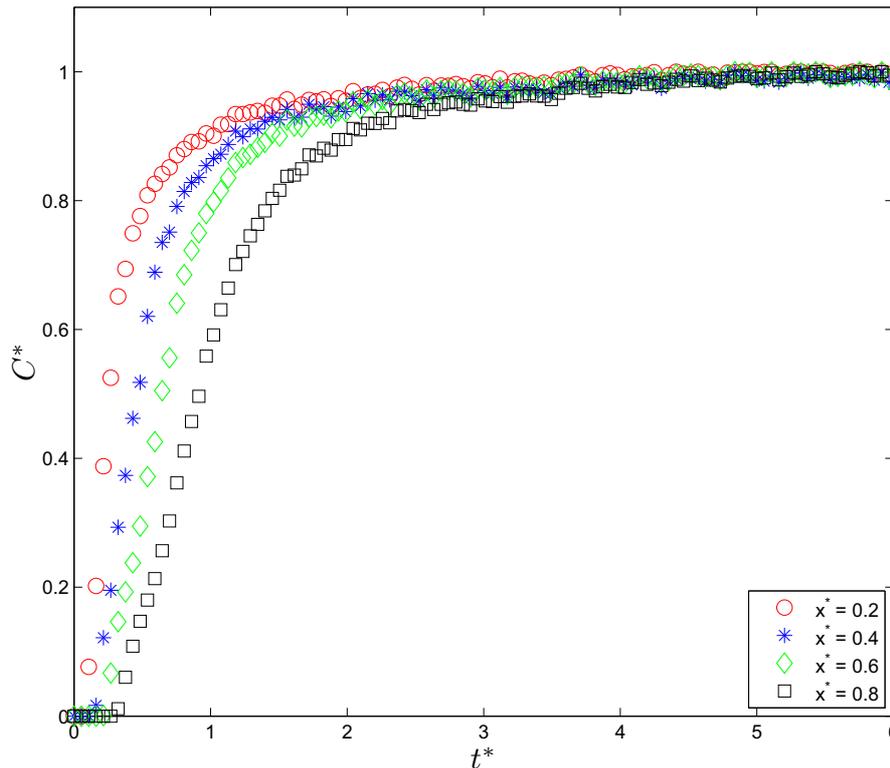


Fig. III.28 : Profil de concentration moyenne, (granit ( $Pe = 1.04e+6$ )).

Afin de vérifier la reproductibilité des mesures et également de détecter un éventuel effet de densité sur les profils de concentration, nous avons réalisé des expériences de dispersion en *sens inverse*, c'est à-dire en partant d'une fracture saturée en eau colorée et en injectant de l'eau sans colorant. Ces expériences ont été comparées aux expériences classiques réalisées au même débit d'injection. Un exemple est représenté sur la figure III.29 et on constate que :

- les profils de concentration moyenne ne dépendent pas à la densité de traceur utilisée,
- en faisant les expériences dans les mêmes conditions initiales, nous obtenons les mêmes résultats pour les profils de concentration moyenne.

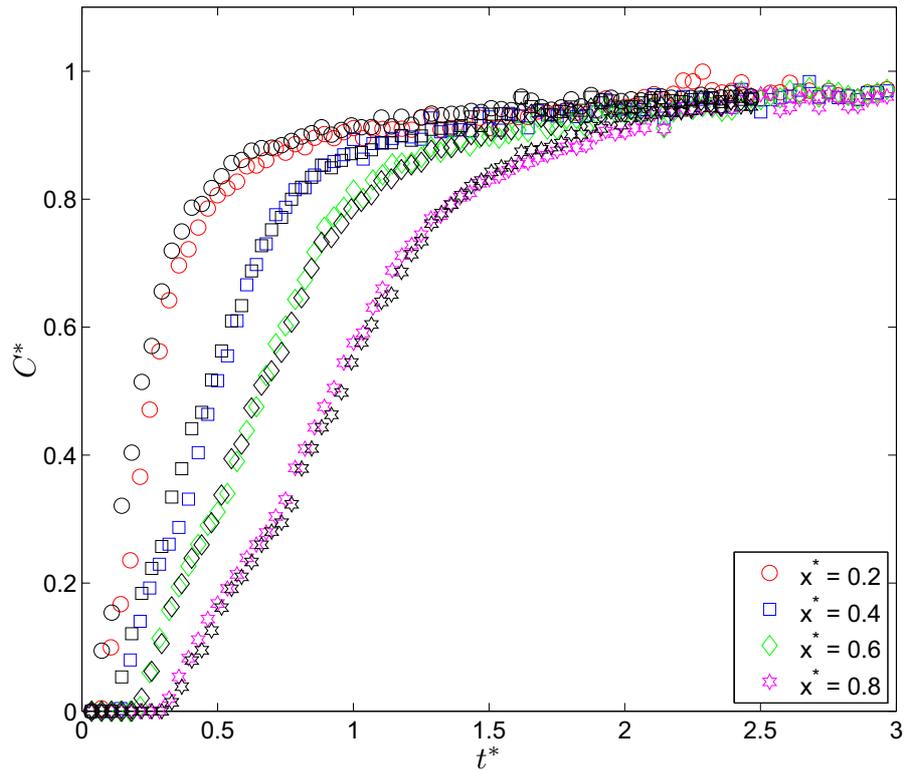


Fig. III.29 : Influence de la densité de traceur sur les profils de concentration (granit ( $Pe = 3.46e+5$ )).

Sur la figure III.30, nous avons comparé les résultats obtenus pour deux différentes positions de la fracture en granit et pour trois débits d'injection et pour trois valeurs différentes de la concentration de traceur injectée. Ces résultats confirment que :

- les profils de concentration moyenne ne dépendent ni du débit ni de la concentration initiale de traceur utilisé,
- pour les débits choisis, la diffusion moléculaire est négligeable et le régime de dispersion est dynamique pur ( $m=1$ )

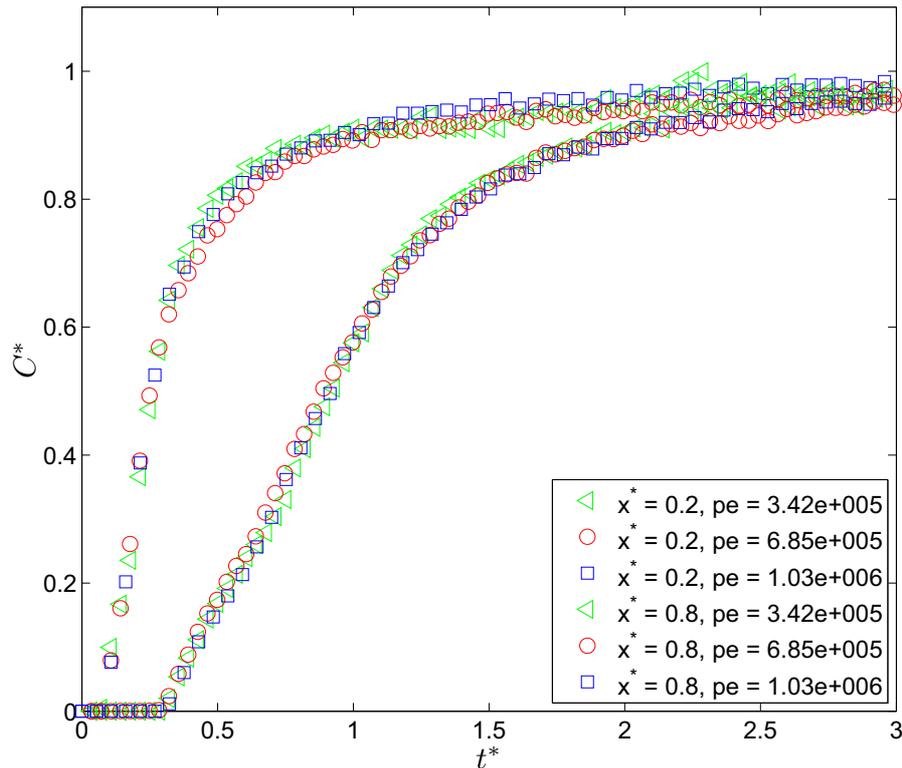


Fig. III.30 : Vérification de régime d'écoulement (granit).

## 5 Interprétation des résultats

Plusieurs modèles ont été présentés pour étudier la dispersion d'un traceur en milieux poreux et en fracture.

Dans ce paragraphe, pour chacun des modèles présentés, nous confrontons leurs prédictions à l'ensemble des données expérimentales. Ensuite, les différentes modèles sont comparées et soumis à une analyse critique.

### 5.1 Loi locale de microdispersion

Dans cette partie, les résultats expérimentaux de la dispersion sont interprétés par la loi locale de microdispersion.

Considérons un écoulement unidirectionnel suivant  $x$  à la vitesse  $U$ . Soient  $f$  le flux massique de traceur. Nous admettons la relation suivante entre le flux et la concentration :

$$f = CU - D \frac{\partial C}{\partial x} \tag{III.35}$$

Cette relation indique que le flux de traceur de concentration  $C$  résulte de son transport par le fluide en écoulement à la vitesse  $U$  et de son étalement (Eqs. III.1 et III.4).

Cette relation fait intervenir quatre paramètres ( $f$ ,  $C$ ,  $U$  et  $D$ ) parmi lesquels, deux sont connus avec précision. En effet pour une position  $x$  donnée, la concentration est mesurée et la vitesse locale peut être obtenue en utilisant la relation suivante :

$$U_x^* = \frac{Q}{h_x W \langle U_{0 \rightarrow L} \rangle} = \frac{\langle h_{0 \rightarrow L} \rangle}{h_x} \quad (\text{III.36})$$

où  $U^*$  est la vitesse locale adimensionnelle ( $U_x^* = U_x / \langle U_{0 \rightarrow L} \rangle$ ).

La vitesse locale adimensionnelle de traceur est représentée en fonction de  $x^*$  sur la figure III.31 respectivement pour la fracture en grès des Vosges et en granit.

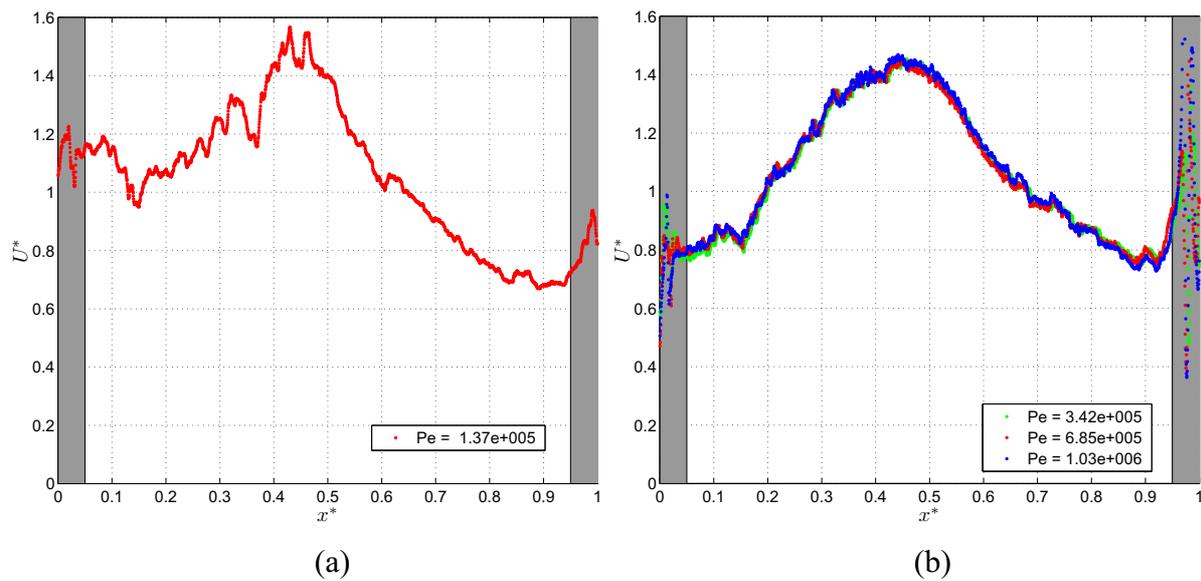


Fig. III.31 : Vitesse locale adimensionnelle a) grès des Vosges b) granit.

Le calcul du flux aux différentes abscisses dans la fracture nécessite la connaissance du débit d'injection et passe par la détermination de la masse accumulée  $\Delta m$  entre l'entrée de la fracture et l'abscisse considérée, pendant un temps  $\Delta t$  :

$$\Delta m = (Q_{me} - Q_{ms}) \Delta t \Rightarrow \frac{Q_{ms}}{Q_{me}} = 1 - \frac{\Delta m}{Q_{me} \Delta t} \quad (\text{III.37})$$

où  $Q_m = QC$  est le débit massique et la masse  $m(t)$  est définie par la relation suivante :

$$m(t) = \iiint_{\Omega} C.dV = \int_0^x C(x)h_{moy}(x)Wdx = W \frac{L}{NX} \sum_{i=1}^{NX} C(i)h_{moy}(i) \quad (III.38)$$

La masse de traceur accumulée, pour les différentes positions, est représentée en fonction de  $t^*$  sur la figure III.32 pour la fracture en grès des Vosges et sur les figures, III.33, III.34 et III.35 pour la fracture en granit.

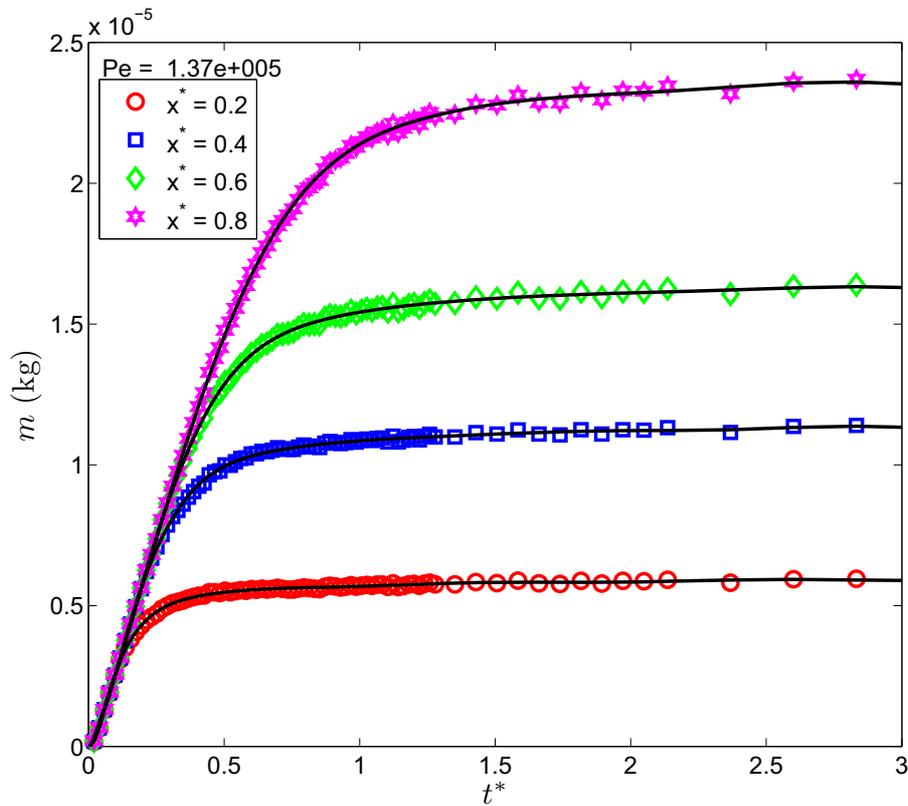


Fig. III.32 : Masse accumulée en fonction de  $t^*$  (grès des Vosges).

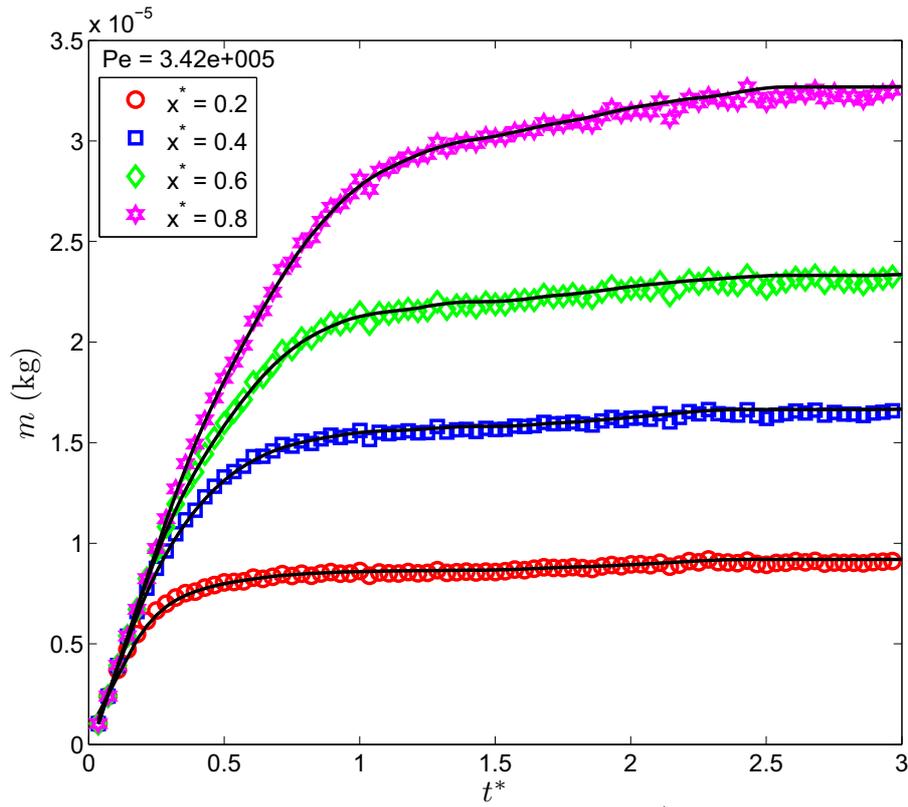


Fig. III.33 : Masse accumulée en fonction de  $t^*$  (granit).

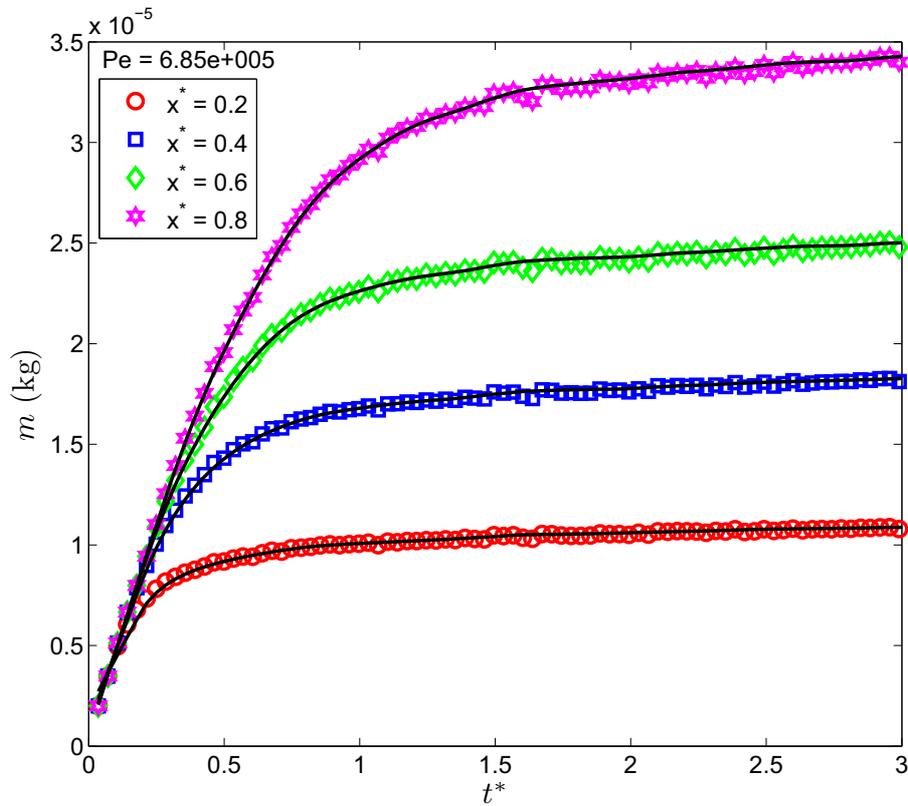


Fig. III.34 : Masse accumulée en fonction de  $t^*$  (granit).

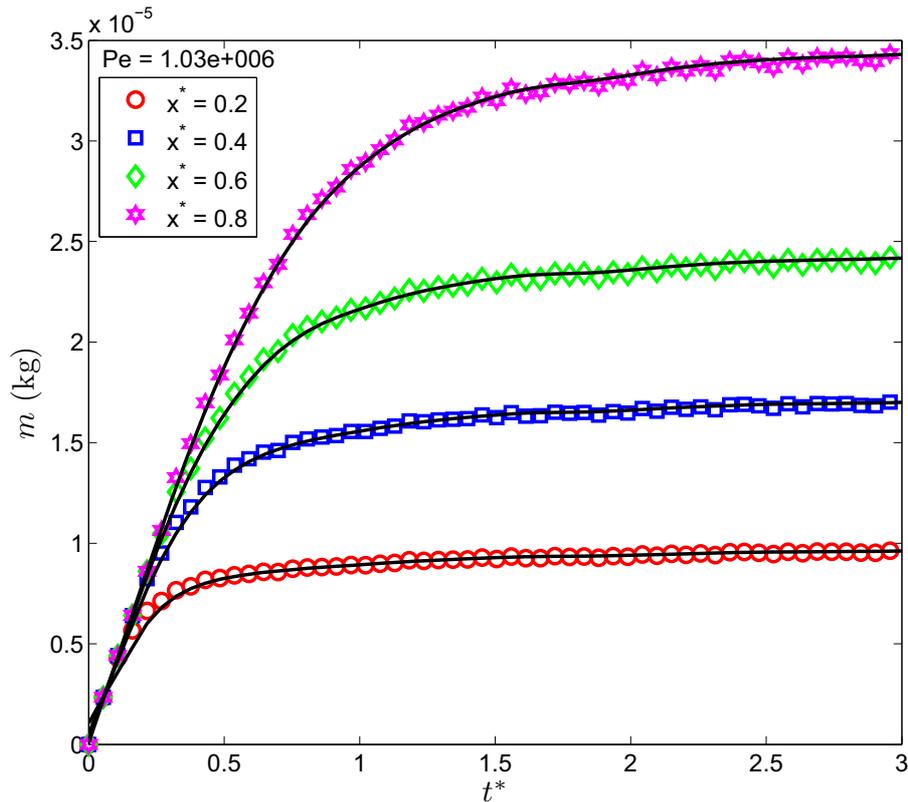


Fig. III.35 : Masse accumulée en fonction de  $t^*$  (granit).

A partir des équations III.37 et III.38 on obtient le flux massique adimensionnel :

$$f^* = 1 - \frac{m(t + \Delta t) - m(t)}{QC_0 \Delta t} \quad (\text{III.39})$$

Les fluctuations que l'on observe dans les valeurs de la masse cumulée induisent de grandes variations sur les courbes de flux. Un exemple est représenté sur la figure III.36. Ces résultats ne sont donc pas directement utilisables pour déterminer le coefficient de dispersion locale. Pour rendre ces courbes de masse utilisables, nous avons effectué un lissage par des fonctions SPLINE strictement croissantes. Ensuite, nous utilisons les splines obtenues pour déterminer les courbes de flux aux différentes positions. Les courbes de flux obtenus à partir des fonctions SPLINE sont représentées sur la figure III.37 pour la fracture en grès des Vosges et sur les figures III.38, III.39 et III.40 pour la fracture en granit.

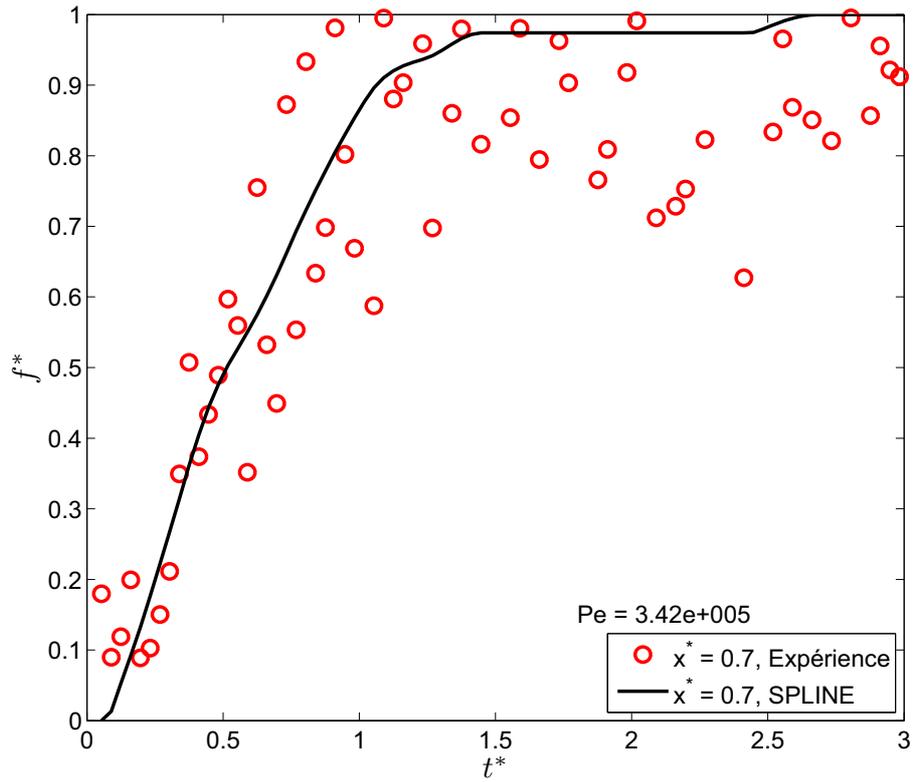


Fig. III.36 : Variations sur les courbes de flux, résultat de la fonction SPLINE.

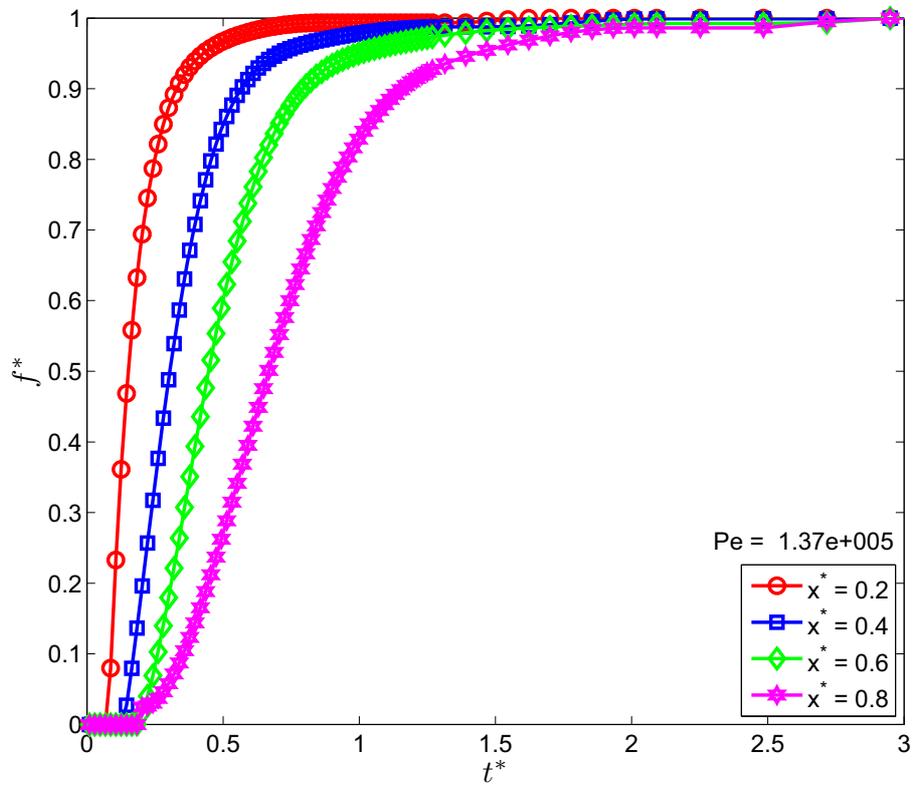


Fig. III.37 : Flux calculé en fonction de  $t^*$  (grès des Vosges).

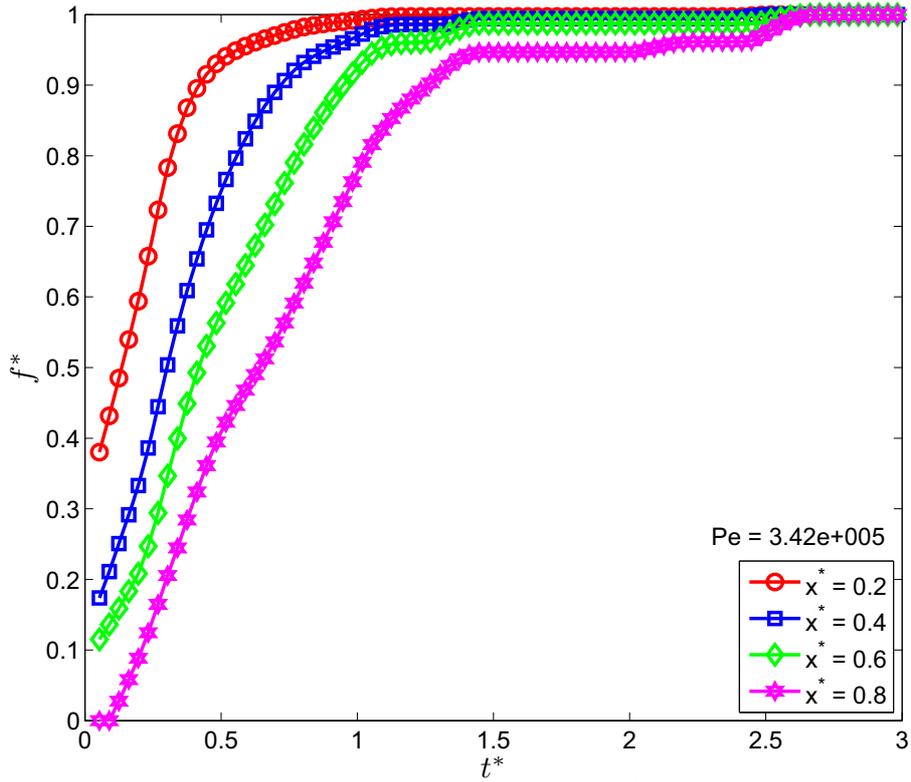


Fig. III.38 : Flux calculé en fonction de  $t^*$  (granit).

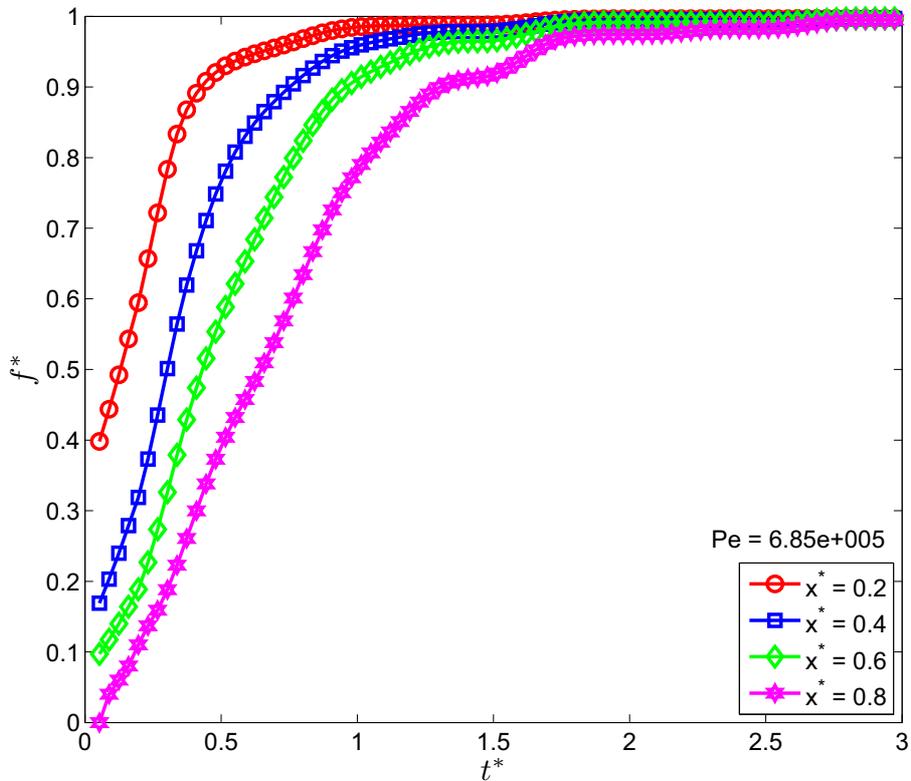


Fig. III.39 : Flux calculé en fonction de  $t^*$  (granit).

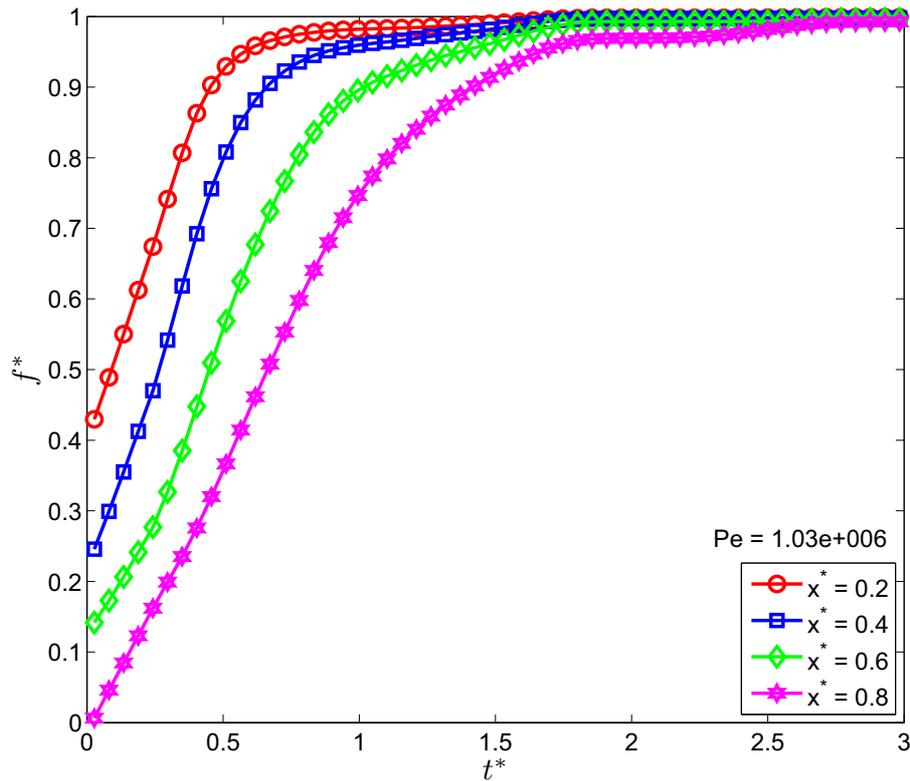


Fig. III.40 : Flux calculé en fonction de  $t^*$  (granit).

En posant :

$$D_x^* = \frac{D_x}{LU_x} \quad (III.40)$$

et divisant l'équation III.35 par  $UC_0$ , cette équation peut être réécrite sous la forme adimensionnelle suivante :

$$f^* = C^* - D^* \frac{\partial C^*}{\partial x^*} \quad (III.41)$$

Utilisant l'égalité des équations III.39 et III.41 et en calculant le gradient de concentration, le coefficient de dispersion locale peut être facilement déterminé.

De même que pour les courbes de masse, nous avons effectué un lissage des profils de concentration par de fonctions SPLINE pour déterminer les valeurs de coefficients de dispersion local (figures III.41, III.42, III.43 et III.44).

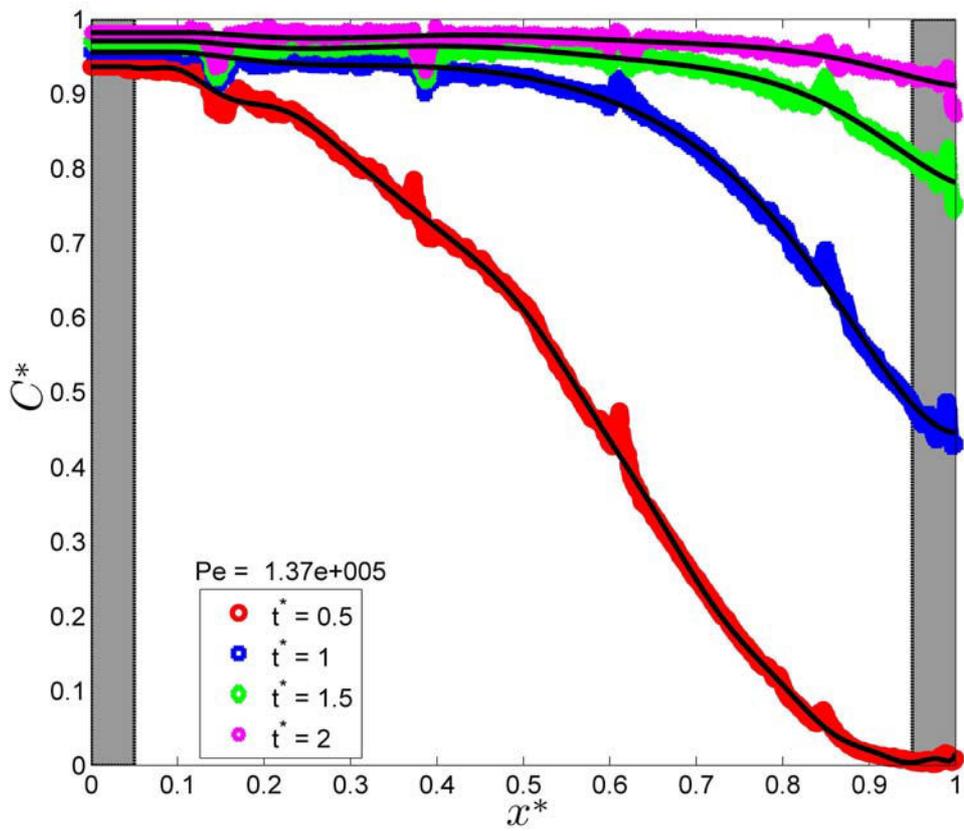


Fig. III.41 : Concentration en fonction de  $x^*$  (grès des Vosges).

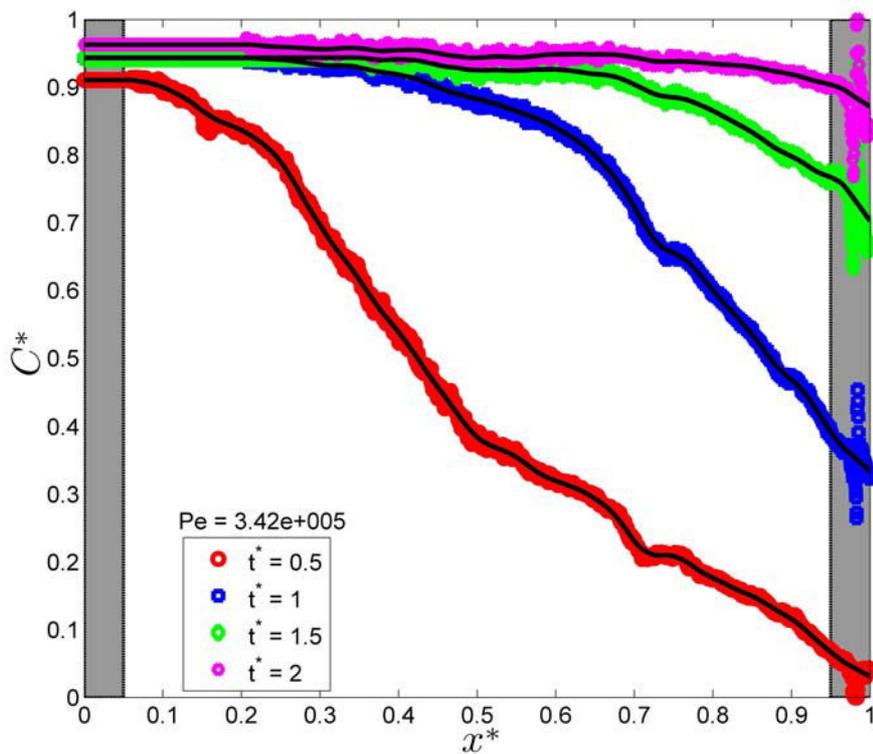


Fig. III.42 : Concentration en fonction de  $x^*$  (granit).

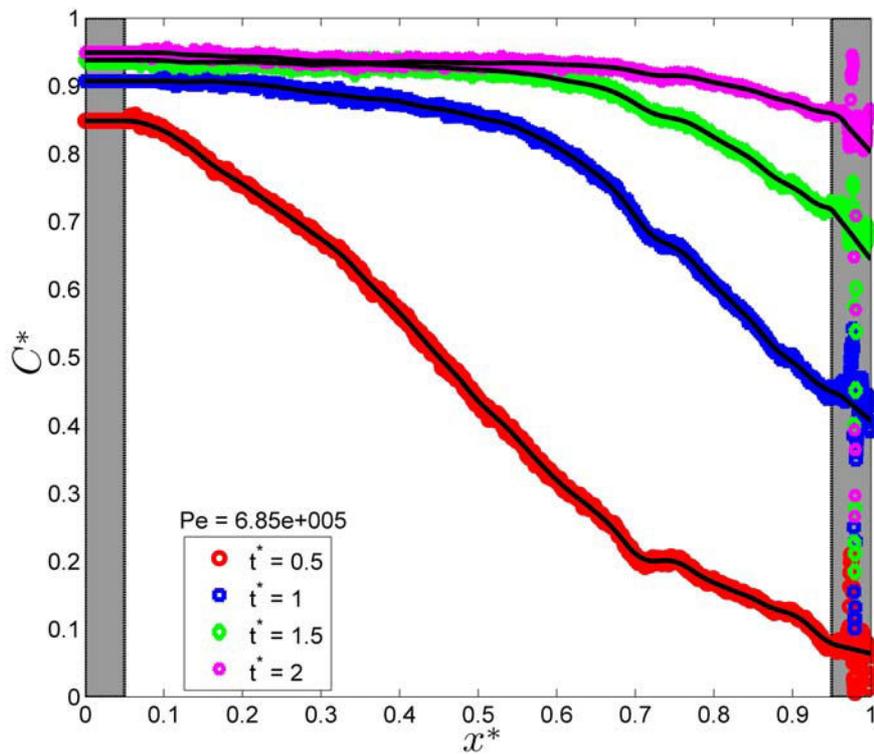


Fig. III.43 : Concentration en fonction de  $x^*$  (granit).

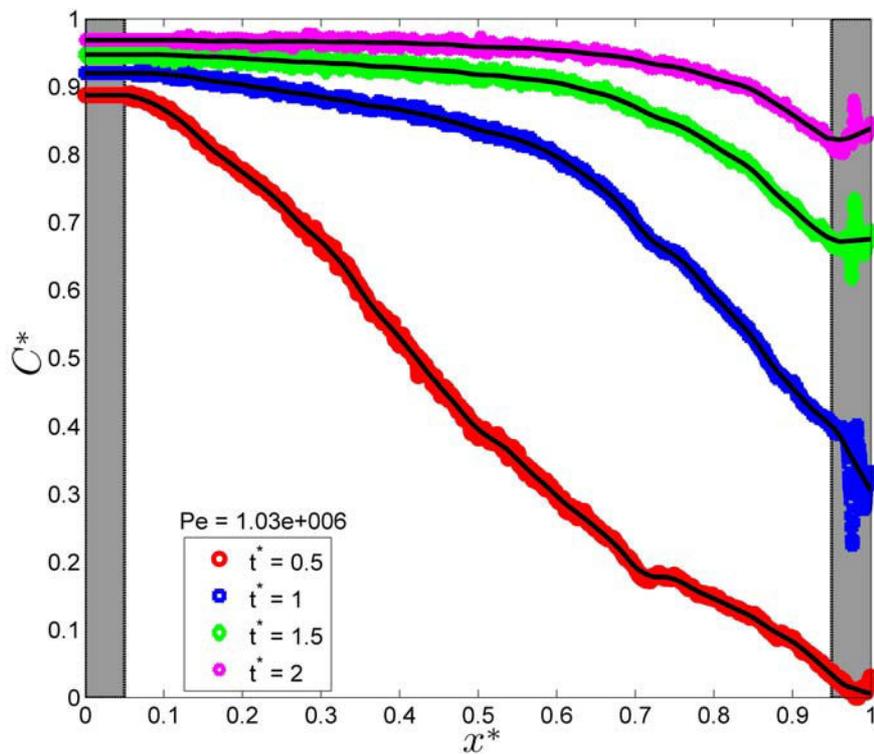


Fig. III.44 : concentration en fonction de  $x^*$  (granit).

En utilisant les valeurs du flux et de la concentration calculés par les fonctions SPLINE, le coefficient de dispersion est déterminé à l'aide d'une méthode linéaire des moindres carrés

pour différentes positions. La figure III.45 représente les résultats de coefficient de dispersion obtenu respectivement pour la fracture en grès des Vosges et pour celle en granit.

Ces résultats expérimentaux obtenus montrent que :

- la présence de plusieurs pics sur les résultats de coefficient de dispersion de la fracture en granit montre que cette fracture est plus hétérogène que la fracture en grès des Vosges,
- les valeurs plus élevées du coefficient de dispersion de la fracture en granit confirment que l'écoulement dans cette fracture est plus dispersif que dans celle en grès des Vosges.

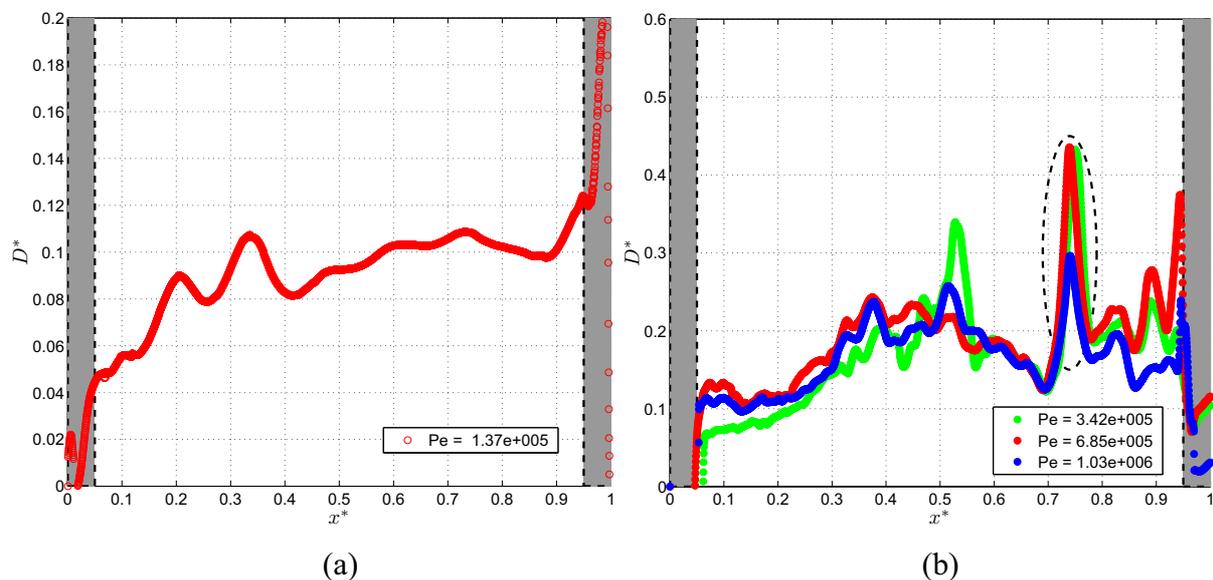


Fig. III.45 : Coefficient de dispersion en fonction de  $x^*$  a) grès des Vosges b) granit.

Afin de bien analyser les pics obtenus sur les résultats de coefficient de dispersion de la fracture en granite, nous avons comparé les courbes de gradient de concentration de  $x^* = 0.74$  (ellipse noire sur la figure III.45.b) et  $x^* = 0.3$  sur la figure III.46. Ces résultats montrent deux comportements différents de l'étalement de traceur. A  $x^* = 0.3$ , le gradient local de concentration ne présente qu'un seul pic en fonction du temps. Cela traduit le fait que le traceur sature la fracture de manière homogène sur toute la section. On peut attribuer cette observation au fait que la distribution des ouvertures locales entre l'entrée et cette position est assez homogène. En revanche, pour  $x^* = 0.74$ , l'étalement de front de traceur a un comportement différent car on observe deux pics au niveau du gradient local de concentration. Cela traduit le fait que le traceur arrive dans cette section *en deux temps*. Cela

est dû à une distribution des ouvertures locales plus hétérogène entre l'entrée et cette position. On observe en effet dans cette fracture une zone fermée et une zone plus ouverte.

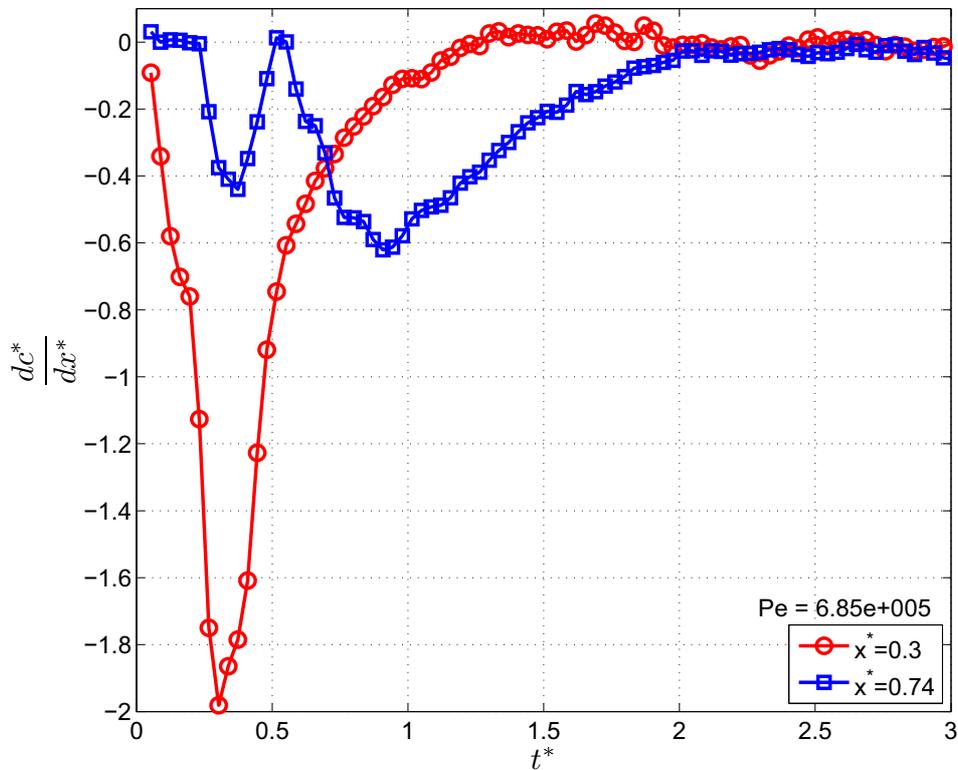


Fig. III.46 : Gradient de concentration en fonction de  $t^*$  (granit).

## 5.2 Modèle classique de convection-dispersion

Dans cette partie, les résultats expérimentaux de la dispersion sont interprétés par le modèle classique de convection-dispersion. La solution analytique de ce modèle (Eq. III.15) suppose que :

- le milieu est homogène,
- le coefficient de dispersion est constant dans le temps et l'espace dans l'intervalle  $[0, x]$ .

Cette relation fait intervenir trois paramètres ( $x$ ,  $\langle U \rangle$  et  $D$ ) parmi lesquels, deux sont connus avec la précision. En effet entre 0 et  $x$ , la longueur des fractures est définie et la vitesse moyenne peut être obtenue par la relation suivante :

$$\langle U_{0 \rightarrow x}^* \rangle = \frac{Q}{\langle h_{0 \rightarrow x} \rangle W \langle U_{0 \rightarrow L} \rangle} = \frac{\langle h_{0 \rightarrow L} \rangle}{\langle h_{0 \rightarrow x} \rangle} \quad (\text{III.44})$$

où  $U^*$  est la vitesse moyenne adimensionnelle ( $\langle U_{0 \rightarrow x}^* \rangle = \langle U_{0 \rightarrow x} \rangle / \langle U_{0 \rightarrow L} \rangle$ ).

La vitesse moyenne de traceur est représentée en fonction de  $x^*$  sur la figure III.47 respectivement pour la fracture en grès des Vosges et en granit.

Ces résultats montrent que :

- la vitesse moyenne est en proportion inverse avec la moyenne des ouvertures locales. Où la moyenne des ouvertures locales diminue, la vitesse moyenne augmente et où la moyenne des ouvertures locales augmente, la vitesse moyenne diminue,
- la vitesse moyenne est moins fluctuante que la vitesse locale puisqu'on la calcule en intégrant sur la vitesse locale entre 0 et  $x$ .

Comme nous avons indiqué précédemment, les rectangles gris distingués ( $x^* < 0.05$  et  $x^* > 0.95$ ) sur les figures matérialisent les effets de bords. Dans le cas présent, les effets de bords perturbent surtout les valeurs de la vitesse moyenne à l'entrée des fractures. Cela est dû au fait que l'erreur de cette perturbation devient moins importante quand nous calculons la valeur moyenne des ouvertures entre 0 et  $x$ .

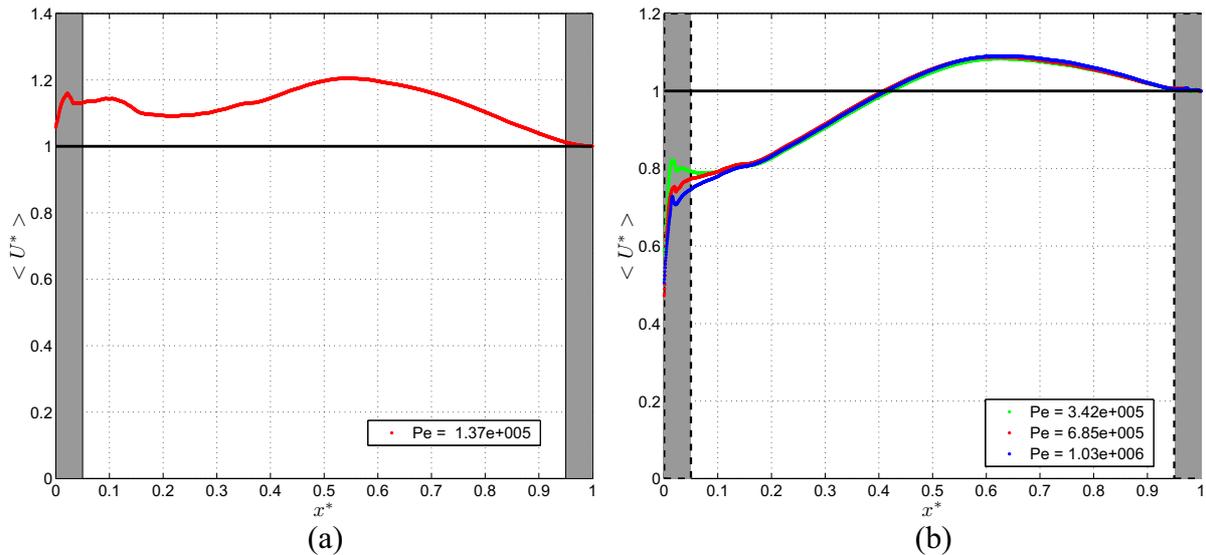


Fig. III.47 : Vitesse moyenne adimensionnelle a) grès des Vosges b) granit.

En posant :

$$D_{0 \rightarrow x}^* = \frac{D_{0 \rightarrow x}}{\langle U_{0 \rightarrow x} \rangle L} \quad \text{(III.45)}$$

on arrive à la forme adimensionnelle de l'équation III.15 :

$$\frac{C(x,t)}{C_0} = \frac{1}{2} \left[ \operatorname{erfc} \left( \frac{x^* - t^*}{2\sqrt{D^* t^*}} \right) + \exp \left( \frac{x^*}{D^*} \right) \operatorname{erfc} \left( \frac{x^* + t^*}{2\sqrt{D^* t^*}} \right) \right] \quad \text{(III.46)}$$

En appliquant l'équation III.46 aux profils de concentration moyenne (figures III.48, III.49, III.50, III.51), les coefficients de dispersion ont été déterminés pour les différentes positions pour les deux fractures. Les résultats du coefficient de dispersion sont présentés sur la figure III.52 respectivement pour la fracture en grès des Vosges et celle en granit.

Les ellipses distinguées sur la figure III.52.a représentent l'effet des vis et des prises de pressions sur les résultats du coefficient de dispersion de la fracture en grès des Vosges.

Les résultats de coefficient de dispersion classique montrent que :

- le coefficient de dispersion classique augmente entre l'entrée et la sortie des fractures,
- les valeurs plus élevées du coefficient de dispersion de la fracture en granit confirment que l'écoulement dans cette fracture est plus dispersif que dans celle en grès des Vosges.

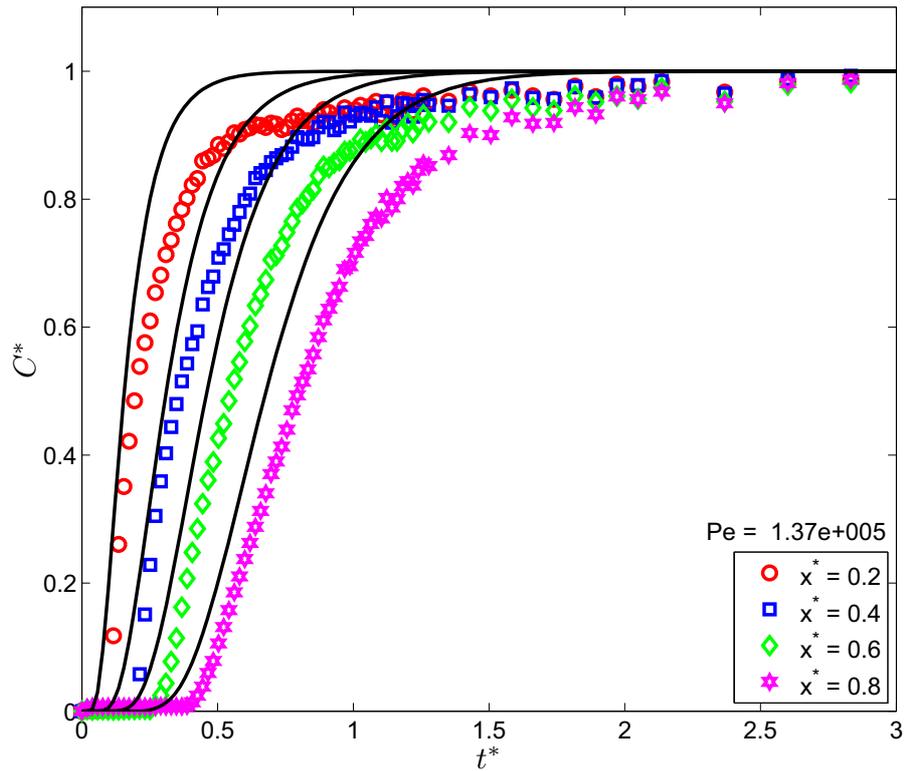


Fig. III.48 : Concentration en fonction de  $t^*$  (grès des Vosges - Modèle classique de convection-dispersion).

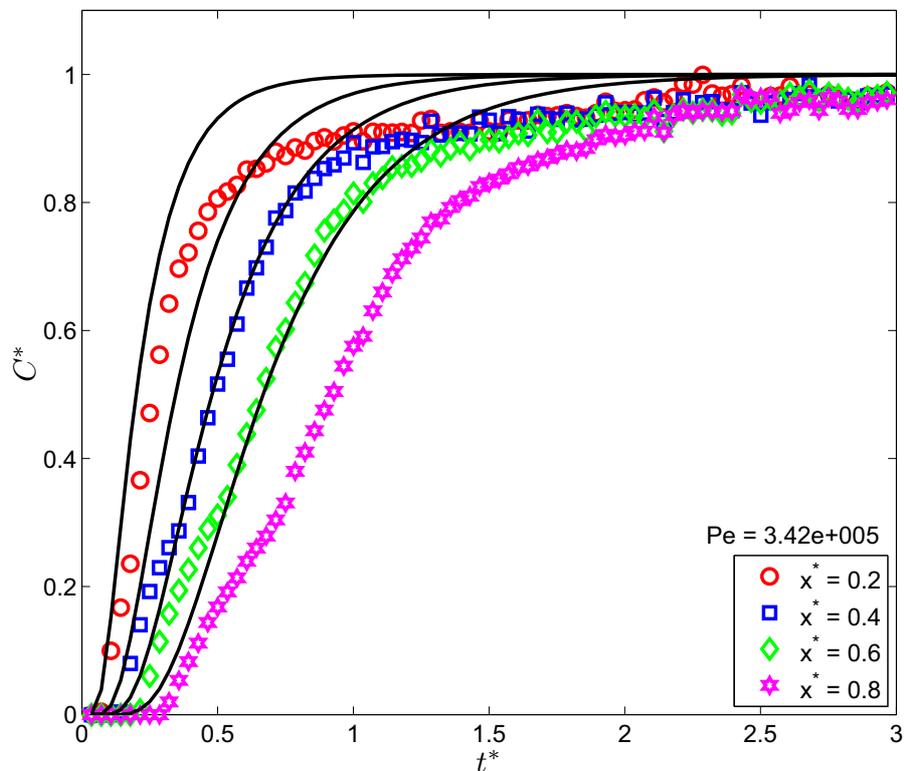


Fig. III.49 : Concentration en fonction de  $t^*$  (granit - Modèle classique de convection-dispersion).

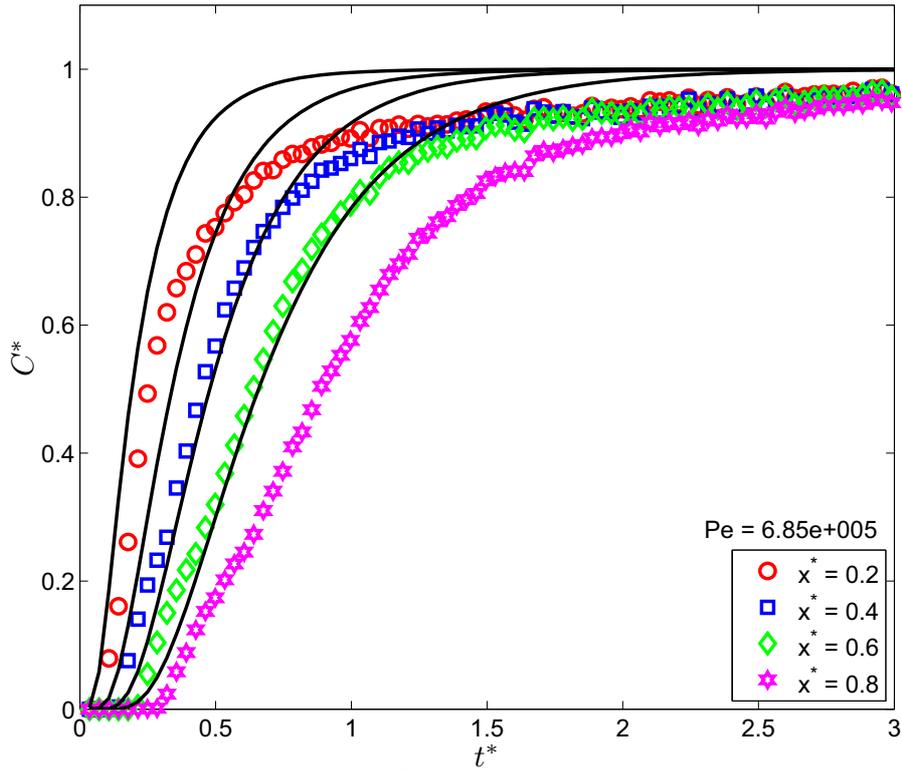


Fig. III.50 : Concentration en fonction de  $t^*$  (granit - Modèle classique de convection-dispersion).

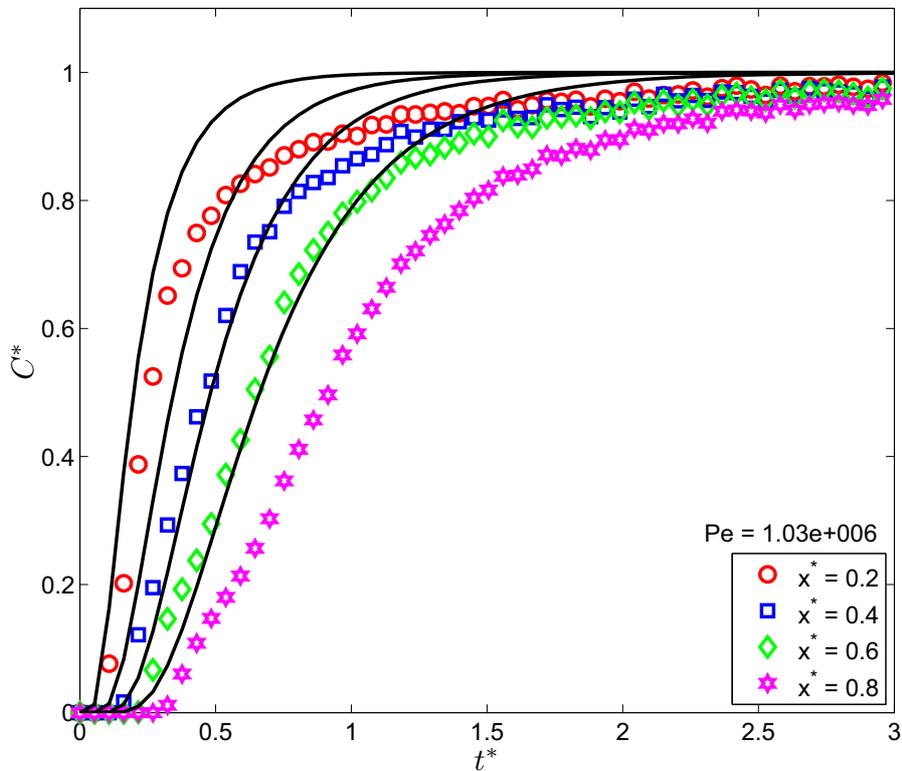


Fig. III.51 : Concentration en fonction de  $t^*$  (granit - Modèle classique de convection-dispersion).

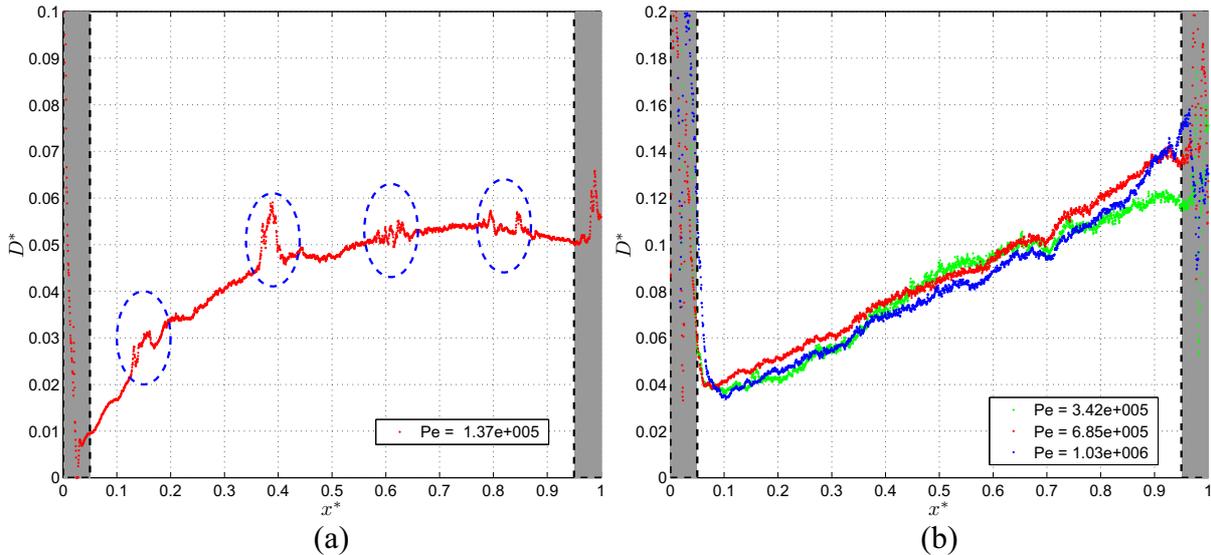


Fig. III.52 : Coefficient de dispersion classique en fonction de  $x^*$  a) grès des Vosges b) granit.

Afin de bien comparer les résultats expérimentaux de la concentration avec les résultats obtenus par le modèle classique de convection-dispersion, les concentrations calculées sont tracées en fonction des résultats expérimentaux sur la figure III.53. Également, les erreurs relatives moyennes entre ces résultats sont présentées dans le tableau III.4.

Comme prévu, le modèle classique de convection-dispersion ne donne pas de résultats satisfaisants puisque les fractures sont très hétérogènes.

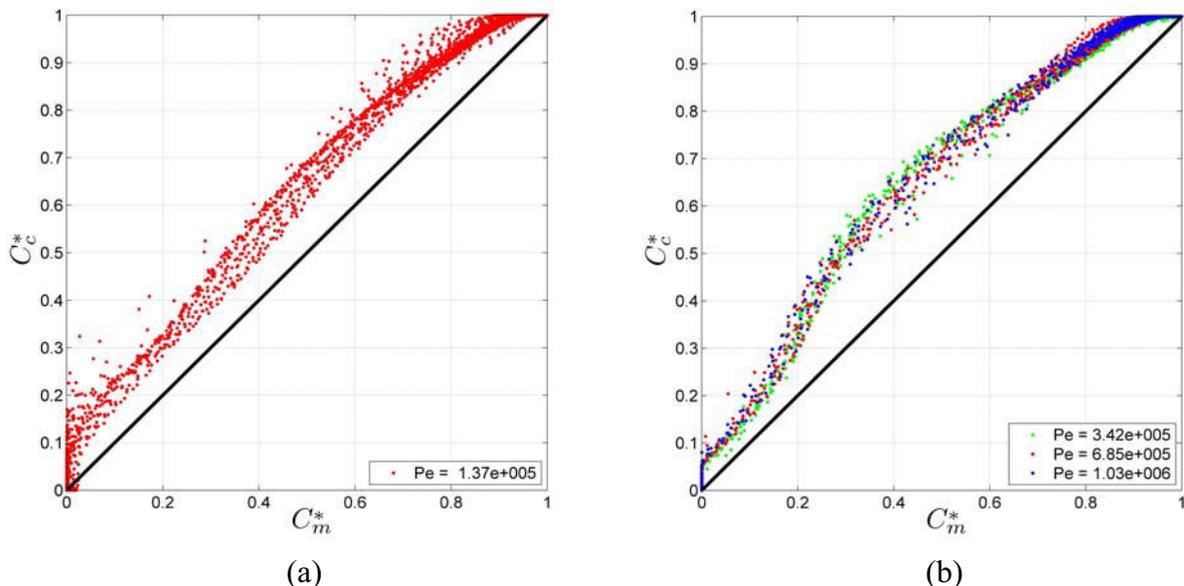


Fig. III.53 : Concentrations calculées en fonction des résultats expérimentaux a) grès des Vosges b) granit (Modèle classique de convection-dispersion).

	Erreur relative moyenne	
	Grès des Vosges	Granit
Modèle classique de convection-dispersion	14.69%	8.93%

Tableau. III.4 : Erreur relative moyenne entre les résultats expérimentaux de la concentration et celles du modèle classique.

### 5.3 Modèle de milieu poreux stratifié équivalent

Dans cette partie, les résultats expérimentaux de la dispersion sont interprétés par le Modèle de milieu poreux stratifié équivalent. Les solutions analytiques de ce modèle (Eqs. III.17 et III.18) supposent que :

- la dispersion microscopique et la diffusion moléculaire sont négligeables,
- la perméabilité est une variable aléatoire suivant une loi de distribution  $G(K)$  donnée, supposé bornée par les valeurs  $K_{max}$  et  $K_{min}$ .
- le facteur de stratification est constant dans le temps et l'espace dans l'intervalle  $[0, x]$ .

Pour déterminer la loi correspondant à la distribution des perméabilités, nous devons d'abord étudier la distribution des perméabilités locales des fractures. Par conséquent, les relations de distribution log normale et normale de perméabilité (Eqs. C.12 et C.20) sont appliquées aux distributions des perméabilités pour différentes positions. Les figures III.54 et III.55 représentent la distribution des perméabilités respectivement pour la fracture en grès des Vosges et celle en granite.

Les résultats montrent que :

- la distribution des perméabilités locales de la fracture en grès des Vosges suit une loi normale jusqu'à environ  $x^* = 0.5$  et une loi log normale au delà de cette abscisse,
- la distribution des perméabilités locales de la fracture en granit suit une loi log normale en diverses abscisses le long de cette fracture.

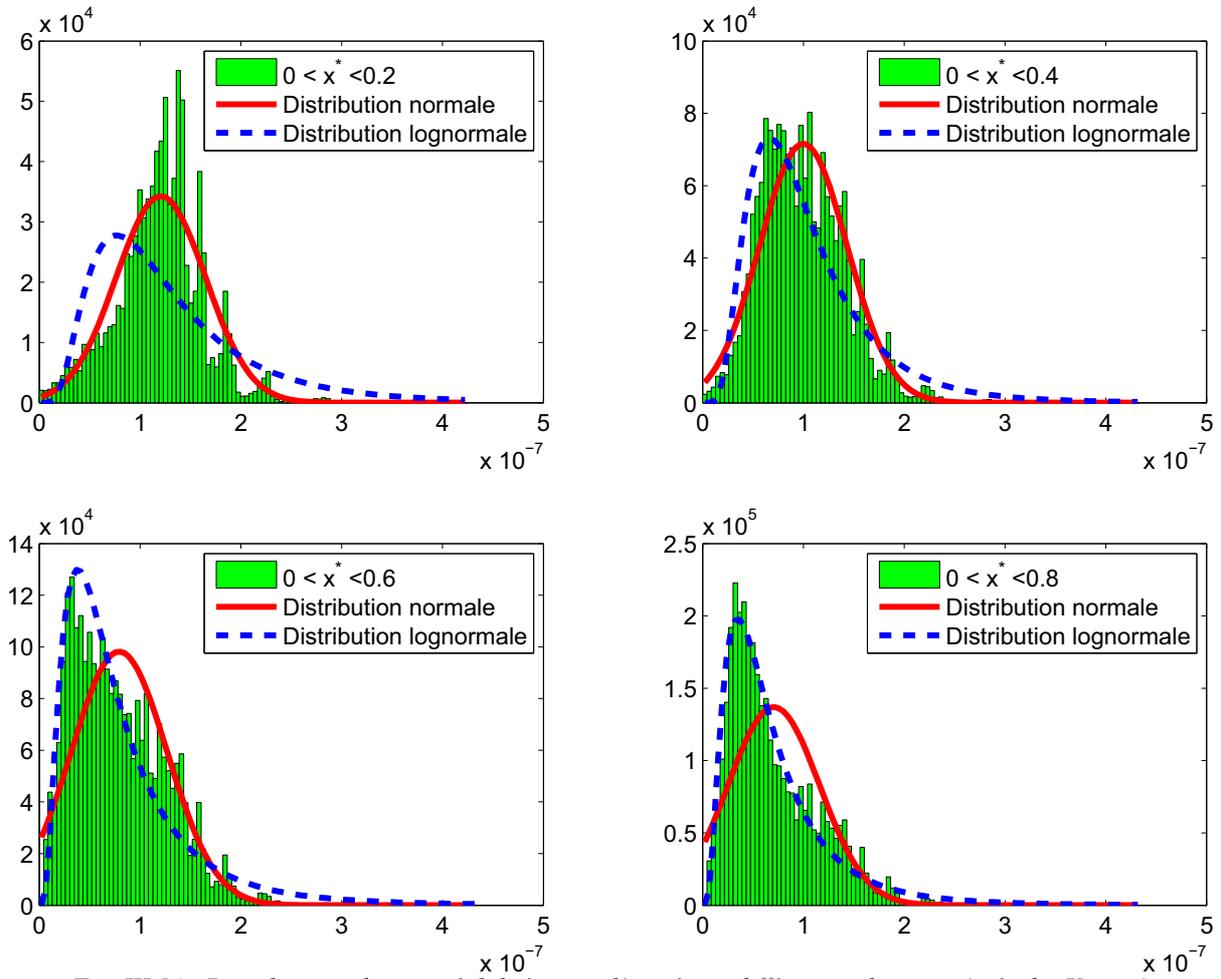


Fig. III.54 : Distributions des perméabilités entre l'entrée et différentes abscisses (grés des Vosges).

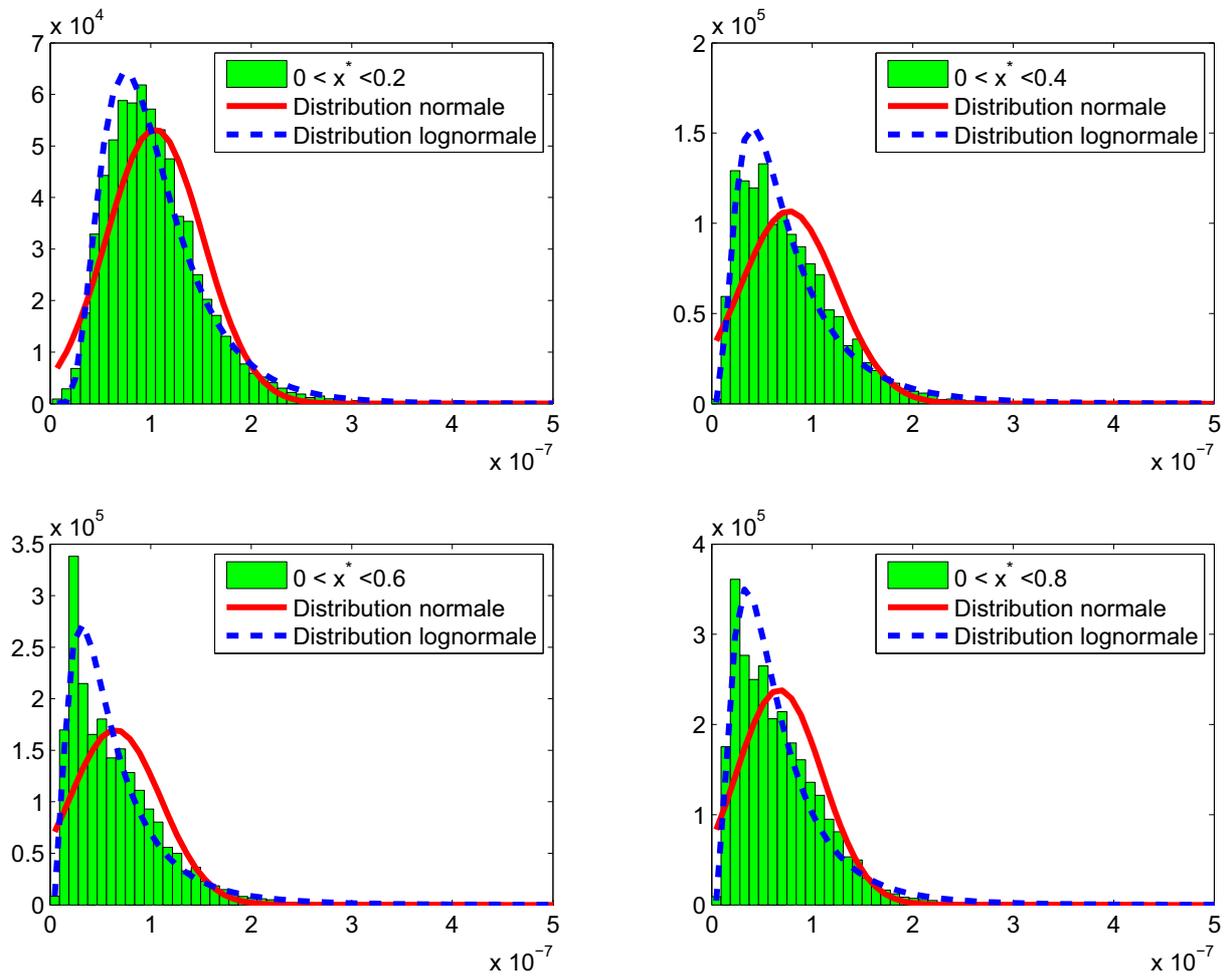


Fig. III.55 : Distributions des perméabilités entre l'entrée et différentes abscisses (granit).

Afin de vérifier nos résultats, nous allons appliquer les équations III.17 et III.18 aux profils de concentration moyenne. Ces relations font intervenir trois paramètres ( $x$ ,  $\langle U \rangle$  et  $H$ ) parmi lesquels,  $x$  et  $\langle U \rangle$  sont déjà déterminés pour les différentes positions des fractures (figure III.47).

En utilisant les équations III.33 et III.34, on arrive aux formes adimensionnelles suivantes pour les équations III.17 et III.18 :

$$\frac{C(x,t)}{C_0} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{\ln \left( \frac{x^*}{t^*} \sqrt{1+H^2} \right)}{\sqrt{2 \ln(1+H^2)}} \right) \quad (\text{III.47})$$

$$\frac{C(x,t)}{C_0} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{\frac{x^*}{t^*} - 1}{H\sqrt{2}} \right) \quad (\text{III.48})$$

En appliquant ces équations aux profils de concentration moyenne (figures III.56, III.57, III.58, III.59, III.61, III.62, III.63 et III.64), les facteurs de stratification ont été calculés pour différentes positions des deux fractures (figures III.60, III.65). Les rectangles gris distingués ( $x^* < 0.05$  et  $x^* > 0.95$ ) sur ces figures représentent l'influence des effets de bords sur les valeurs de facteur de stratification.

Les valeurs plus élevées du coefficient de stratification de la fracture en granit confirment que l'écoulement  $y$  est plus dispersif que dans celle en grès des Vosges. On vérifie expérimentalement que les facteurs de stratification obtenus diminuent en fonction de  $x$  car pour  $x$  petit, le traceur s'écoule dans un milieu très stratifié alors que pour  $x$  grand le milieu est nécessairement moins stratifié.

Pour valider nos hypothèses de départ, nous calculons le coefficient de corrélation entre les profils de concentration moyenne obtenus expérimentalement et celles du modèle. La figure III.66.a montre que les équations III.47 et III.48 donnent les meilleurs résultats respectivement, pour  $x^* > 0,6$  et  $x^* < 0,6$  pour la fracture en grès des Vosges. Ceci est dû au fait que la distribution des perméabilités locales de la fracture suit une loi normale jusqu'à environ  $x^* = 0,5$  et une loi log normale au delà de cette abscisse. Egalement, la figure III.66.b montre que pour la fracture en granit, la distribution log normale donne les meilleurs résultats en diverses abscisses le long de la fracture.

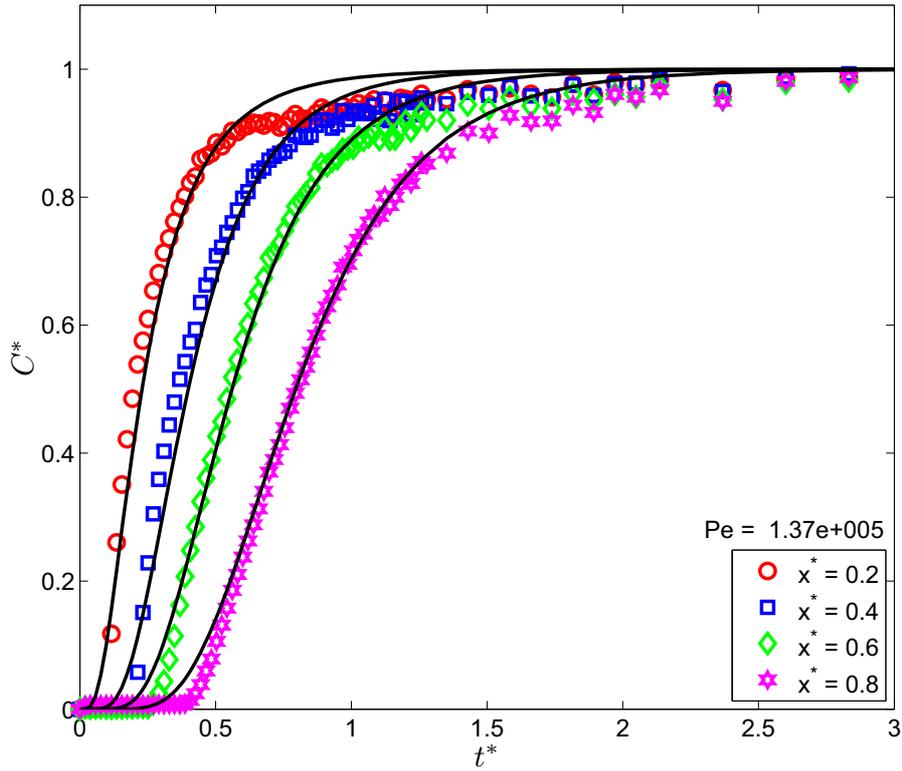


Fig. III.56 : Concentration en fonction de  $t^*$  (grès des Vosges (distribution log normale)).

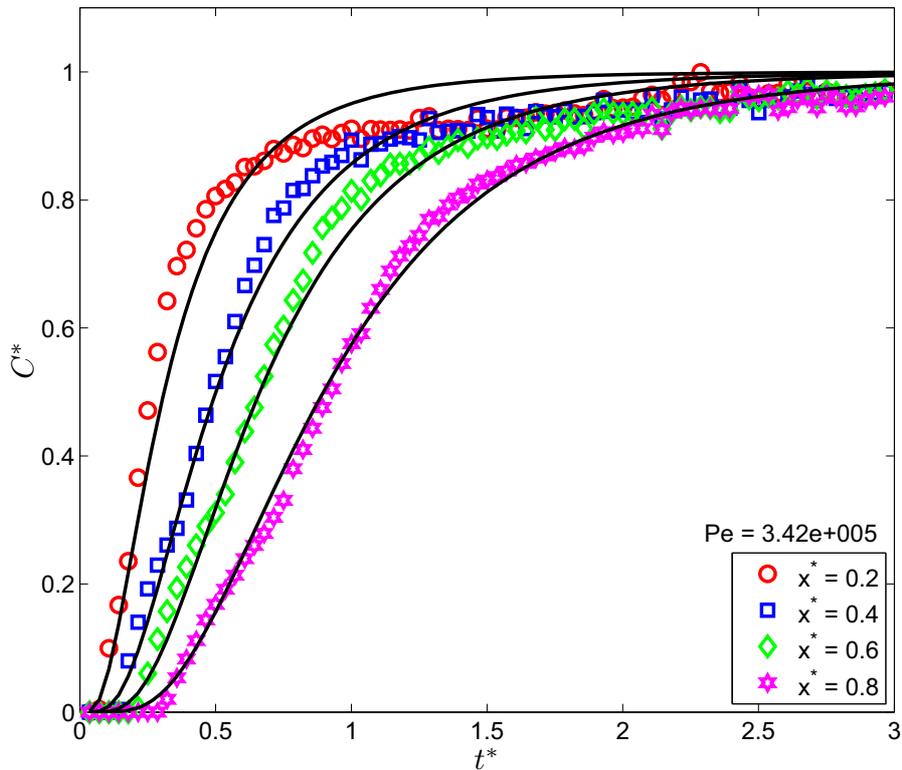


Fig. III.57 : Concentration en fonction de  $t^*$  (granit (distribution log normale)).

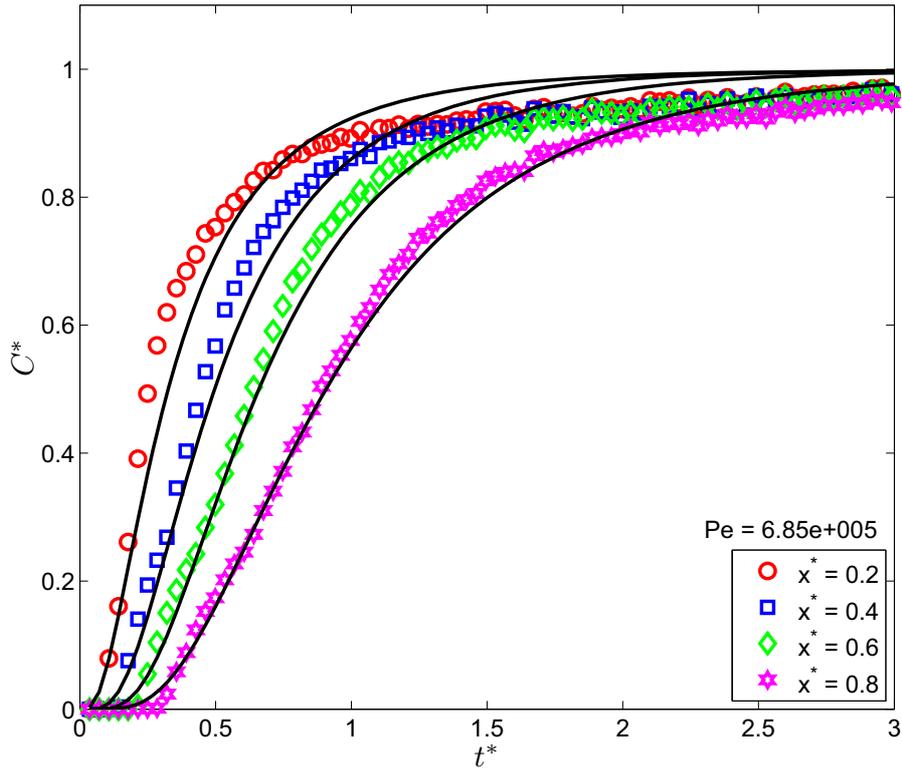


Fig. III.58 : Concentration en fonction de  $t^*$  (granit (distribution log normale)).

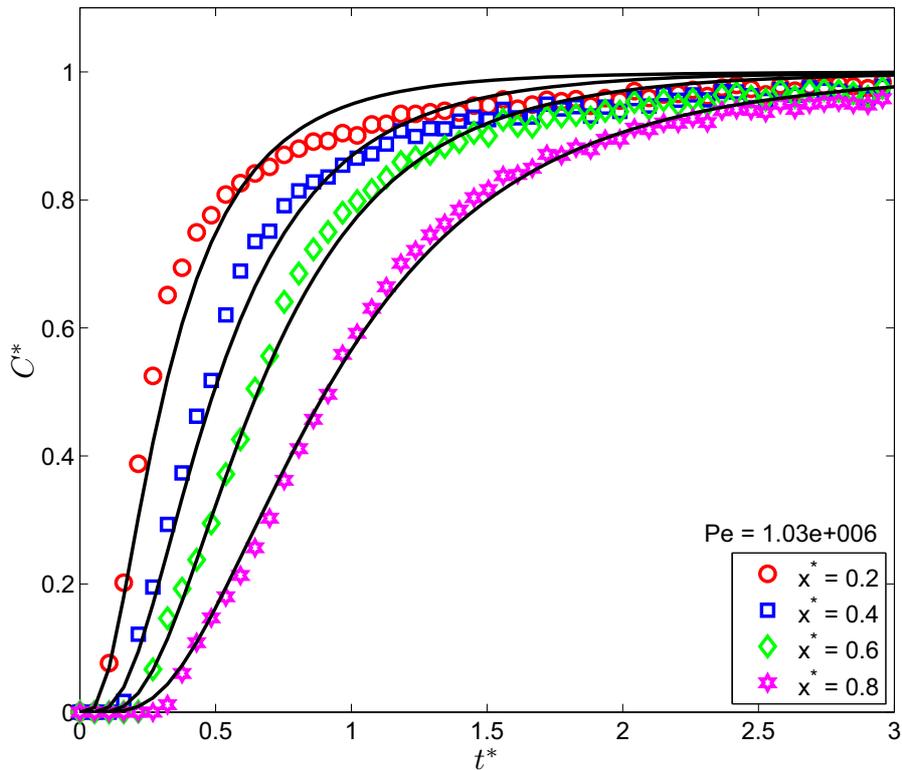


Fig. III.59 : Concentration en fonction de  $t^*$  (granit (distribution log normale)).

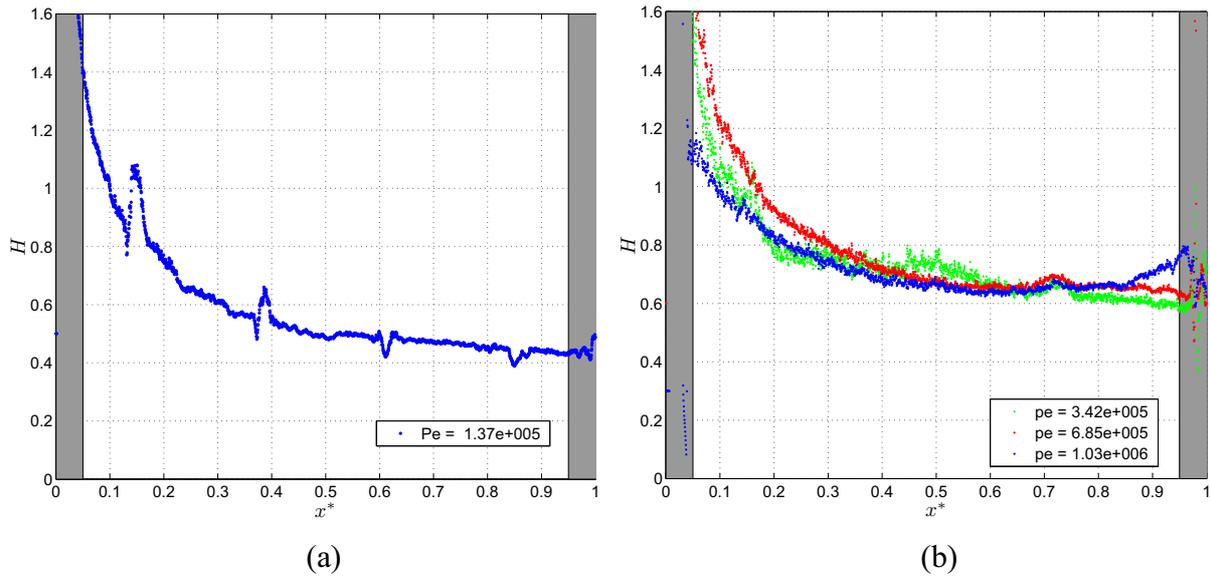


Fig. III.60 : Coefficient de stratification (a) grès des Vosges (b) granit (distribution log normale)).

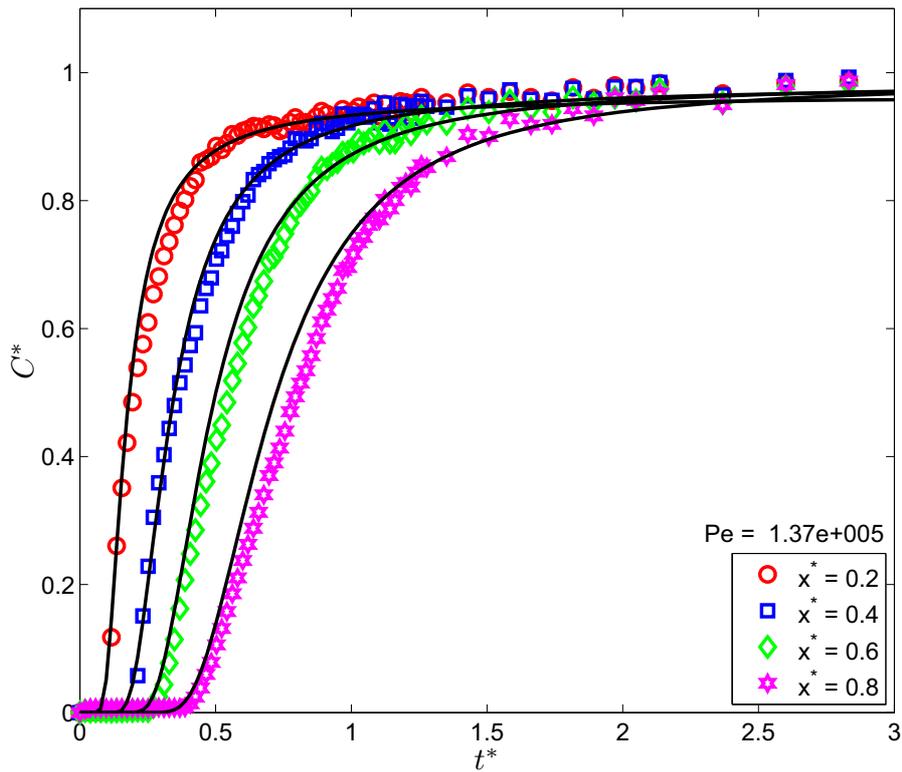


Fig. III.61 : Concentration en fonction de  $t^*$  (grès des Vosges (distribution normale)).

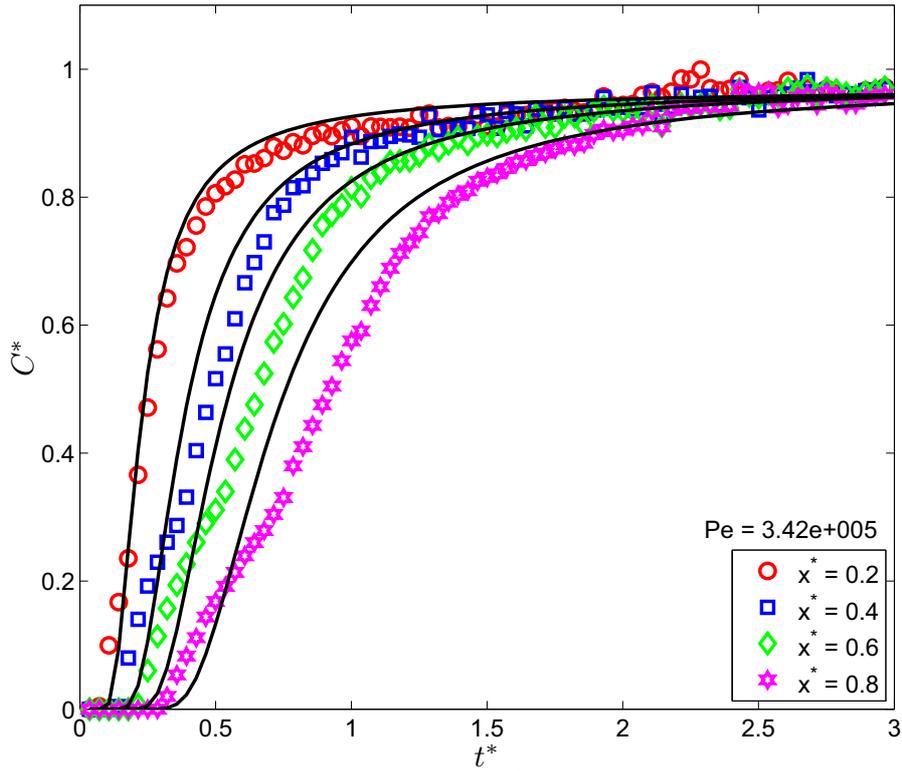


Fig. III.62 : Concentration en fonction de  $t^*$  (granit (distribution normale)).

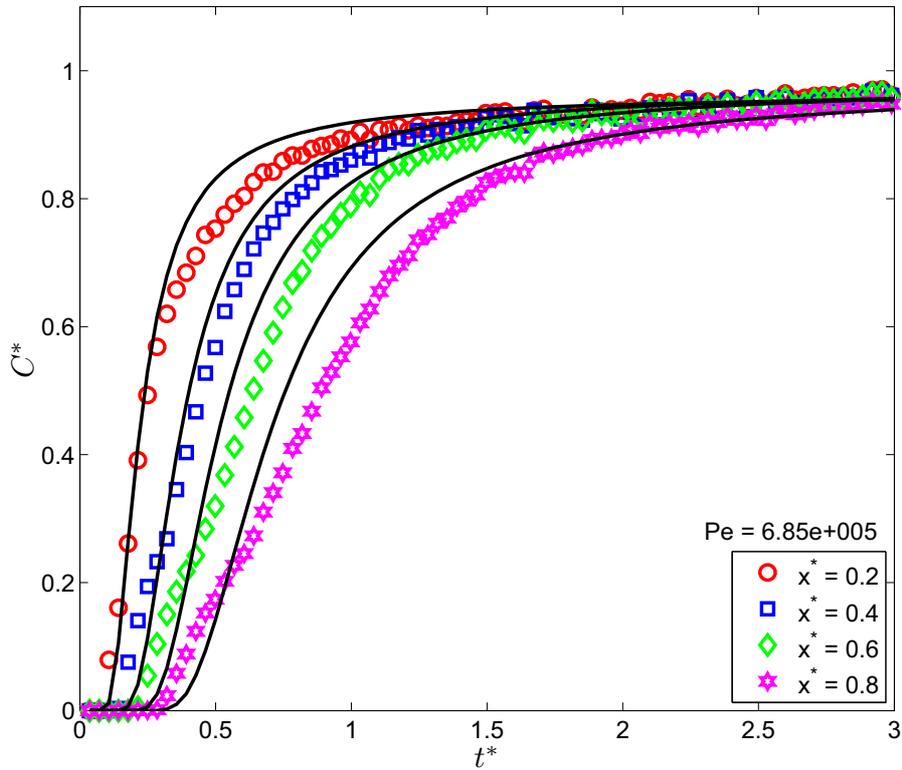


Fig. III.63 : Concentration en fonction de  $t^*$  (granit (distribution normale)).

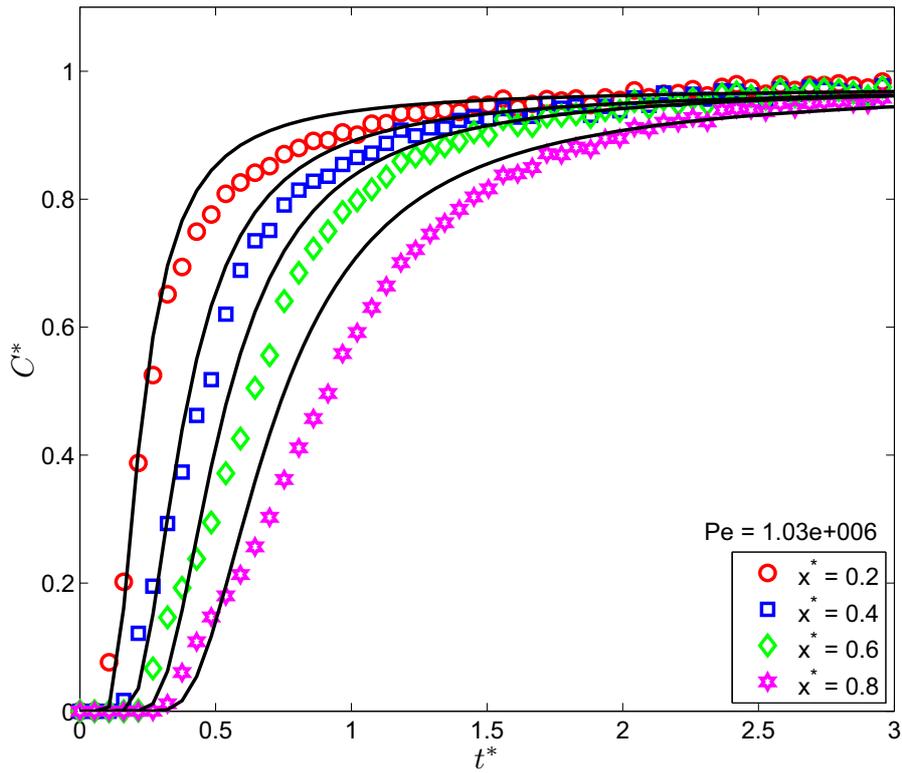


Fig. III.64 : Concentration en fonction de  $t^*$  (granit (distribution normale)).

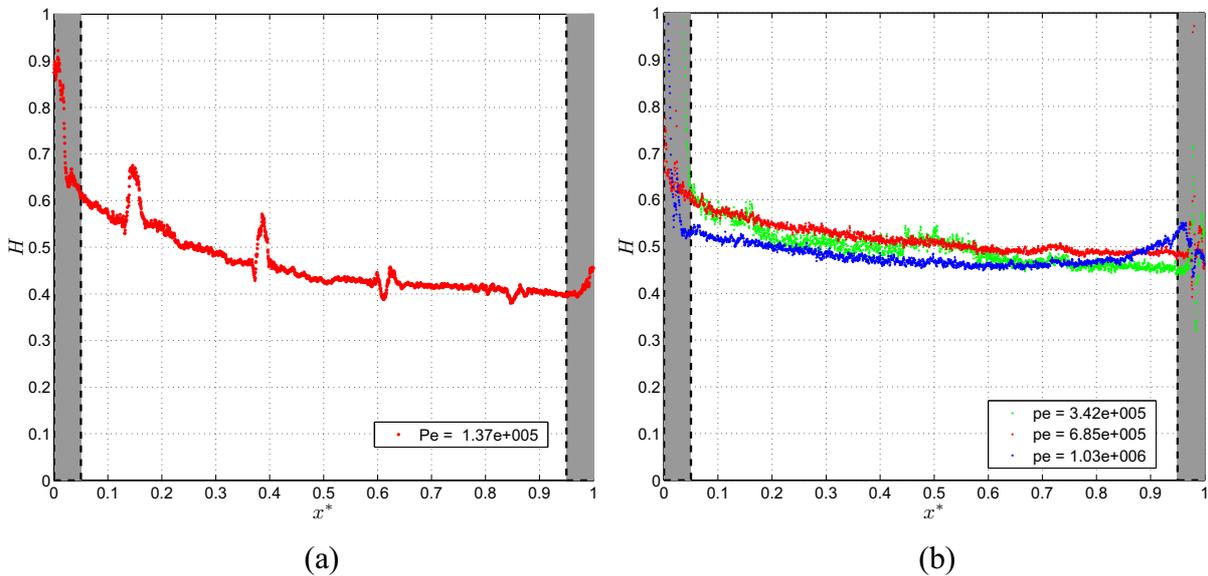


Fig. III.65 : Coefficient de stratification a) grès des Vosges b) granit (distribution normale).

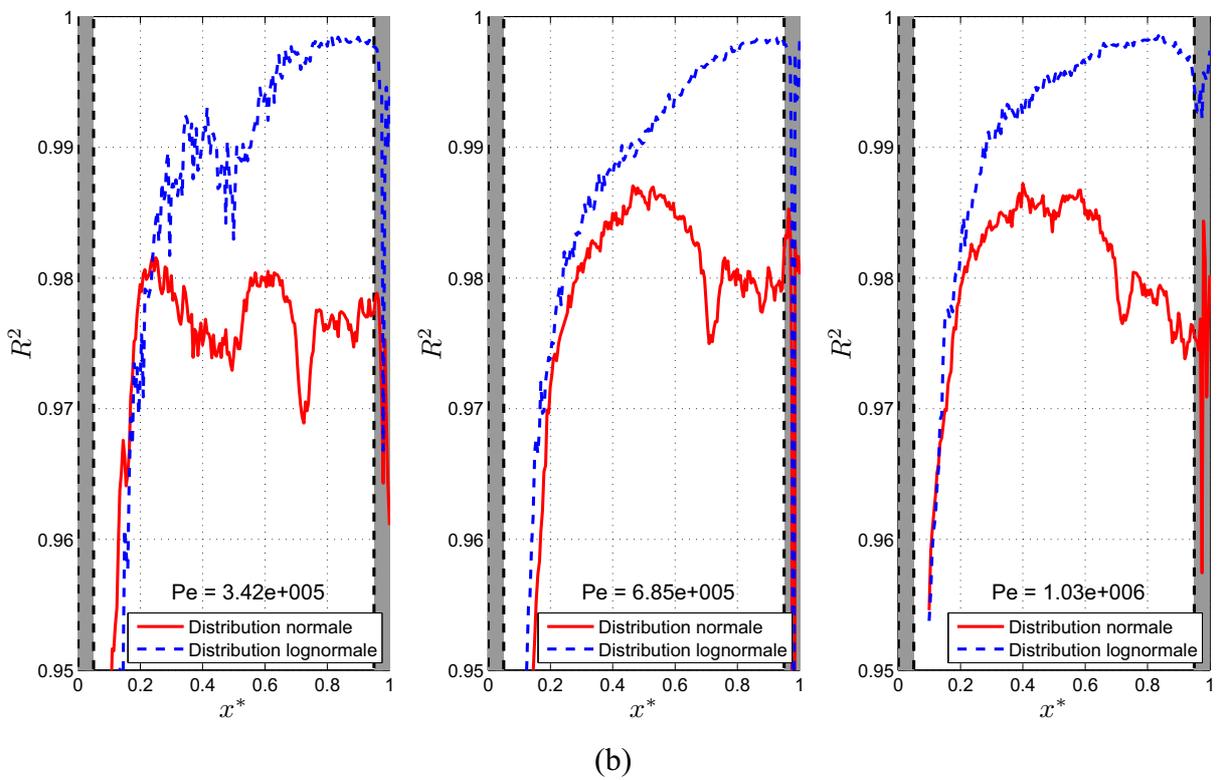
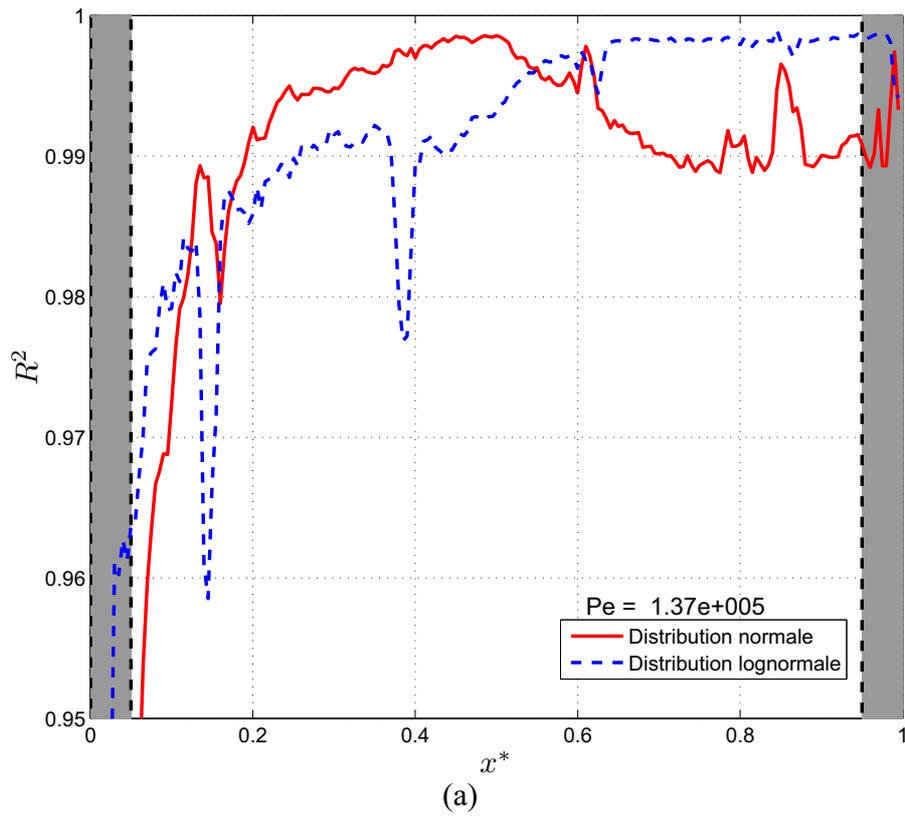


Fig. III.66 : Coefficient de corrélation en fonction de  $x^*$  a) grès des Vosges b) granit.

Il est généralement préférable de choisir une loi unique pour prédire le profil de concentration moyenne d'une fracture. Par conséquent, les valeurs de concentration moyenne calculées sont représentées en fonctions des valeurs mesurées sur les figures III.67, III.68. Egalement les erreurs relatives moyennes entre ces résultats sont présentées dans le tableau III.5. Les résultats obtenus montrent que la distribution log normale de perméabilité donne les meilleurs résultats pour les deux fractures.

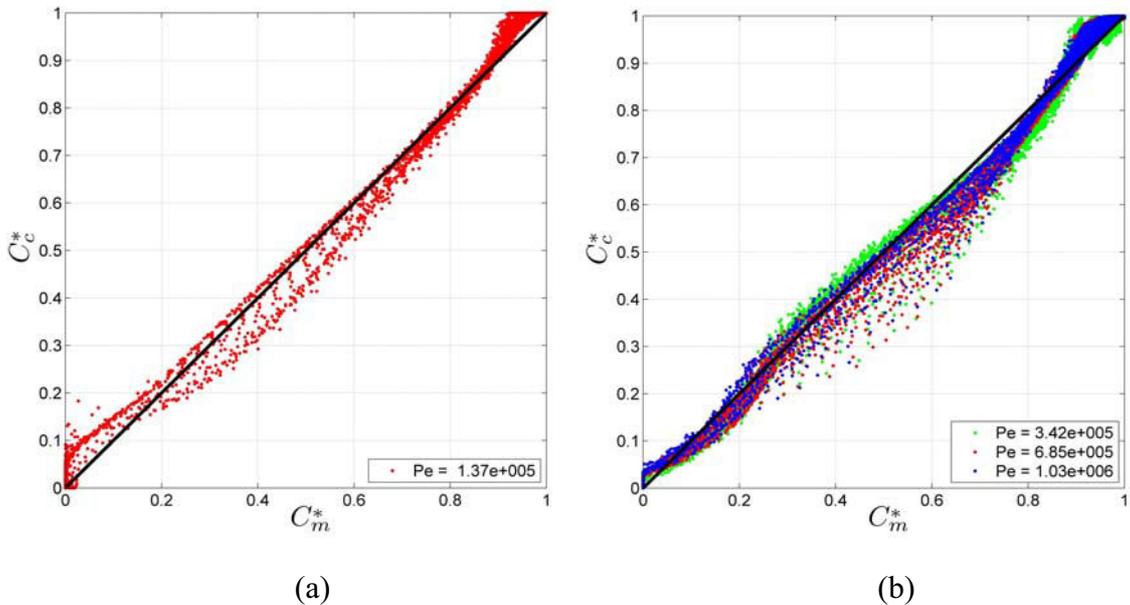


Fig. III.67 : Concentrations calculées en fonction des résultats expérimentaux a) grès des Vosges b) granit (distribution log normale)).

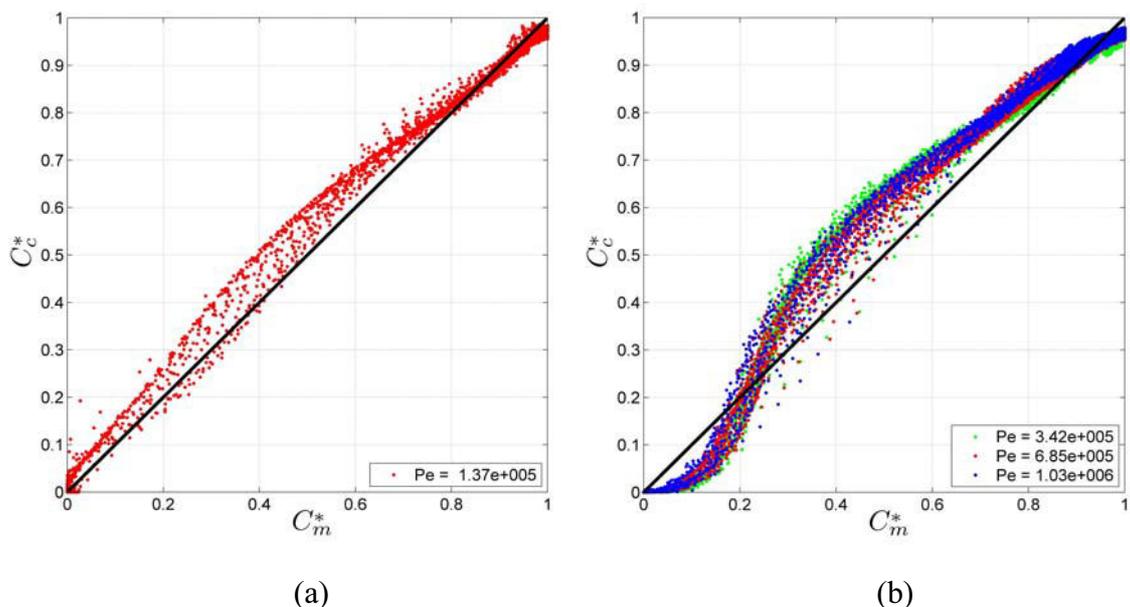


Fig. III.68 : Concentrations calculées en fonction des résultats expérimentaux a) grès des Vosges b) granit (distribution normale)).

	Erreur relative moyenne	
	Grès des Vosges	Granit
Distribution log normale	4.01%	2.60%
Distribution normale	4.62%	3.80%

Tableau. III.5 : Erreur relative moyenne entre les résultats expérimentaux de la concentration et celles des modèles stratifiés.

Comme indiqué précédemment, les facteurs de stratification obtenus diminuent en fonction de  $x$  car pour  $x$  petit, le traceur s'écoule dans un milieu très stratifié alors que pour  $x$  grand le milieu est nécessairement moins stratifié. De même, ces facteurs peuvent être calculés en fonction de  $x^*$  par une loi de puissance. Un exemple est présenté sur la figure III.69 pour la fracture en grès des Vosges. Les valeurs estimées des constantes de la loi de puissance sont représentées dans le tableau III.5.

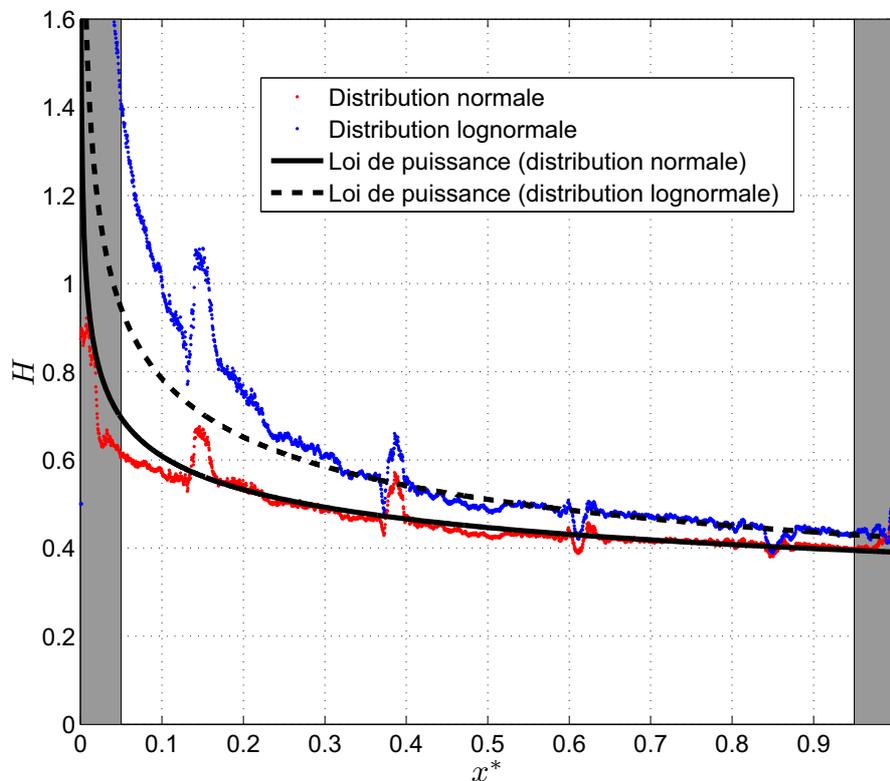


Fig. III.69 : Coefficient de stratification (grès des Vosges).

	Loi de puissance	
	a	b
Distribution normale	0.39	-0.19
Distribution log normale	0.42	-0.26

Tableau. III.6 : Les constantes de la loi de puissance.

## 5.4 Modèle CTRW

Dans cette partie, les résultats expérimentaux de la dispersion sont interprétés par le Modèle CTRW. Comme expliqué précédemment, pour utiliser l'équation III.25, nous devons choisir une fonction de densité de probabilité de taux de transition  $\psi(t)$ .

Parmi les trois fonctions présentées, nous avons choisi la plus utilisée, c'est-à-dire la loi de puissance tronquée (Truncated power law-TPL).

Aux temps longs, dans tous les systèmes réels, le transport devient Fickien si l'échelle de l'observation est plus grande que l'échelle des hétérogénéités. Comme nous l'avons expliqué précédemment, l'utilisation de cette loi nécessite la connaissance de cinq paramètres en entrée ( $u_\psi, D_\psi, \beta, t_1$  et  $t_2$ ). Pour déterminer ces paramètres, nous appliquons d'abord l'équation III.25 aux profils de la concentration à la sortie des fractures et nous déterminons  $u_\psi, D_\psi, \beta, t_1$  et  $t_2$  par une méthode non linéaire des moindres carrés (les codes numériques utilisés sont disponibles sur le site : [www.weizmann.ac.il/ESER/People/Brian/CTRW](http://www.weizmann.ac.il/ESER/People/Brian/CTRW)). Ensuite nous utilisons ces paramètres pour déterminer le profil de la concentration des autres positions de chaque une des fractures. Il est à noter que pour éliminer l'influence des effets des bords, nous avons utilisé le profil de concentration en  $x^* = 0.9$  et non pas en  $x^* = 1$ . Pour valider les paramètres définis, d'après Berkowitz et Scher. 2009, les vitesses et les coefficients de dispersion estimés doivent satisfaire les conditions suivantes :

- la vitesse de transport  $u_\psi$  est toujours plus grande que la vitesse moyenne ( $u_\psi > \langle U \rangle$ ),
- le rapport de  $u_\psi/Q$  est constant pour différents débits d'injection,

- le rapport de  $D_\psi/u_\psi$  est constant pour différents débits d'injection.

Les paramètres obtenus pour les expériences réalisées sont présentés dans le tableau III.7. Également, toutes les conditions nécessaires sont vérifiées afin de valider les paramètres obtenus.

Expérience	Fracture	CTRW						
		$u_\psi$ (m/s)	$D_\psi$ (m <sup>2</sup> /s)	$\beta$	$t_1$ (s)	$t_2$ (s)	$D_\psi/u_\psi$ (m)	$u_\psi/Q$
Pe = 1.37e+5	Grès des Vosges	0.7e-3	6.01e-6	1.65	3.16	1.00e+4	8.6e-3	3.04e-6
Pe = 3.42e+5	Granit	1.6e-3	3.16e-5	1.58	3.37	2.38e+3	1.98e-2	1.57e-4
Pe = 6.85e+5	Granit	3.3e-3	6.66e-5	1.58	2.03	2.38e+3	2.02e-2	1.62e-4
Pe = 1.03e+6	Granit	4.7e-3	9.66e-5	1.58	1.09	2.38e+3	2.06e-2	1.57e-4

Tableau III.7 : Les paramètres du modèle CTRW

Les valeurs obtenues confirment que :

- l'écoulement dans la fracture en granit est plus dispersif que dans celle en grès des Vosges,
- pour les deux fractures, le comportement purement Fickien est attendu pour des temps très longs (0,66 heures pour la fracture en granit et 2,78 heures pour la fracture en grès),
- la vitesse de transport  $u_\psi$  est toujours plus grande que la vitesse moyenne et le rapport entre cette vitesse et le débit est constant pour les différents débits d'injection de traceur (fracture en granit),
- la dispersivité ( $\alpha_\psi = D_\psi/u_\psi$ ) reste constante pour les différents débits d'injection de traceur (fracture en granit),.

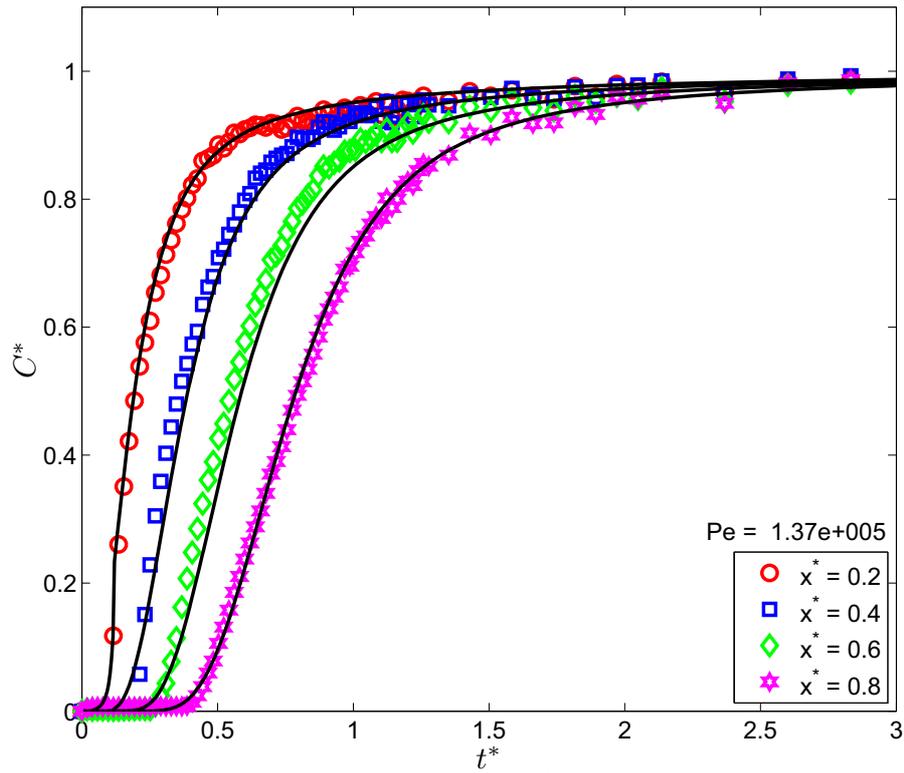


Fig. III.70 : Concentration en fonction de  $t^*$  (grés des Vosges - CTRW).

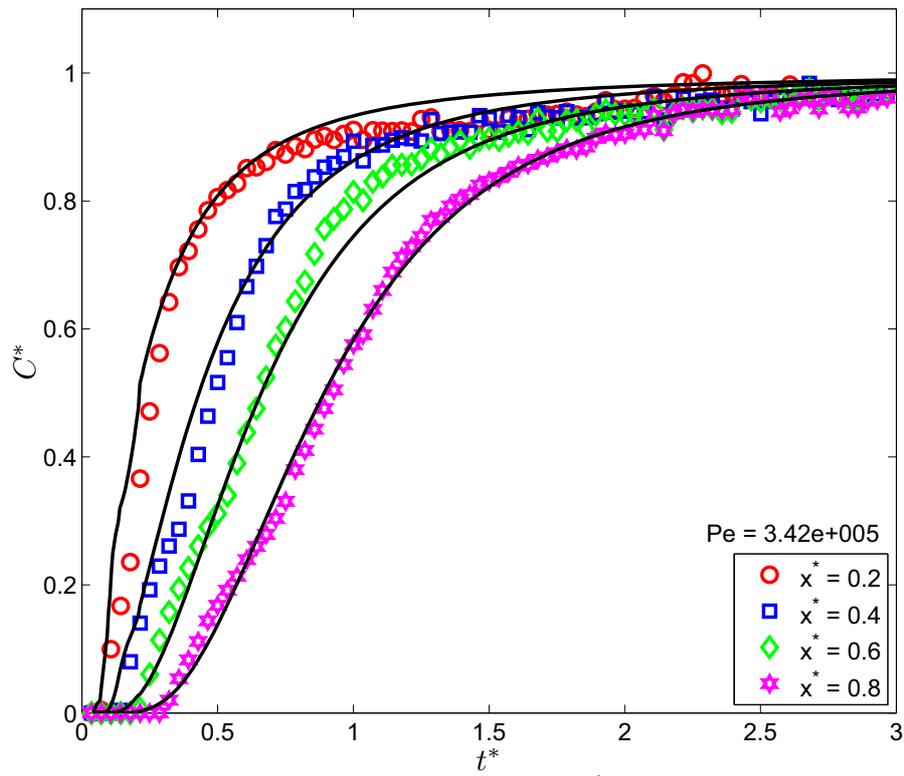


Fig. III.71 : Concentration en fonction de  $t^*$  (granit - CTRW).

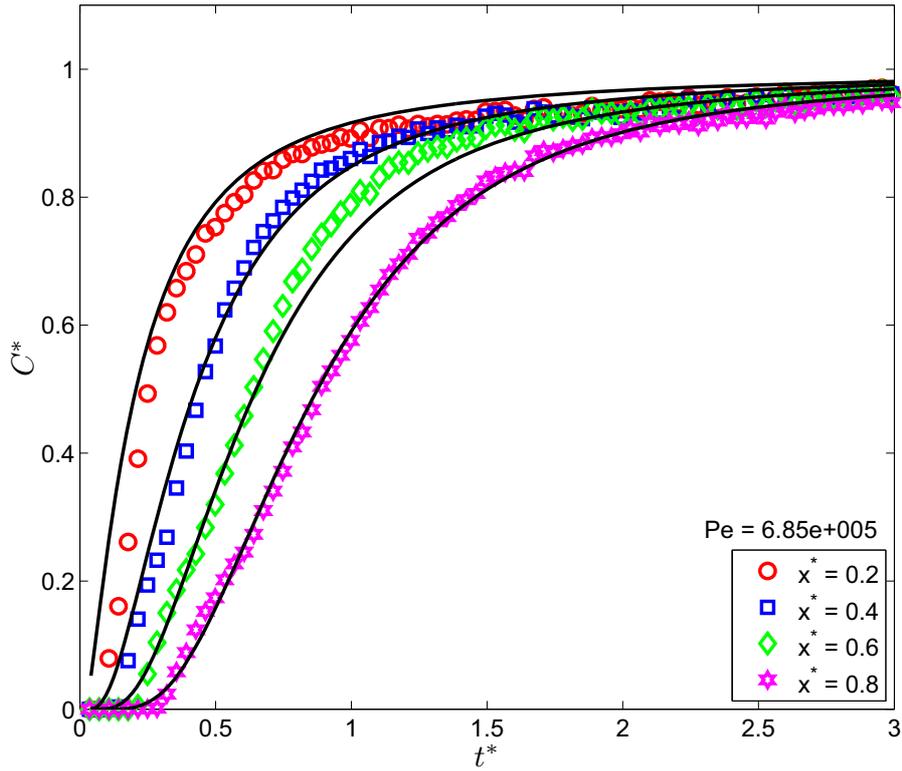


Fig. III.72 : Concentration en fonction de  $t^*$  (granit - CTRW).

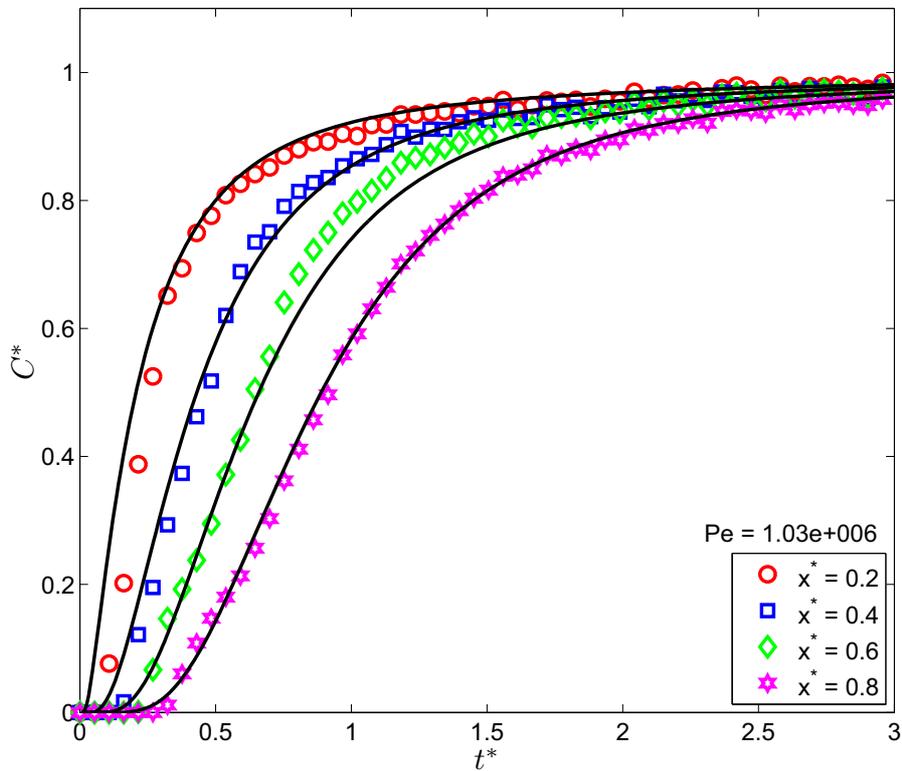


Fig. III.73 : Concentration en fonction de  $t^*$  (granit - CTRW).

Les valeurs de concentration moyenne calculées à partir du modèle CTRW sont représentées en fonctions des valeurs obtenues expérimentalement sur la figure III.74. Egalement les erreurs relatives moyennes entre ces résultats sont présentées dans le tableau III.8. Les résultats obtenus montrent que le modèle CTRW donne les meilleurs résultats parmi tous les modèles présentés.

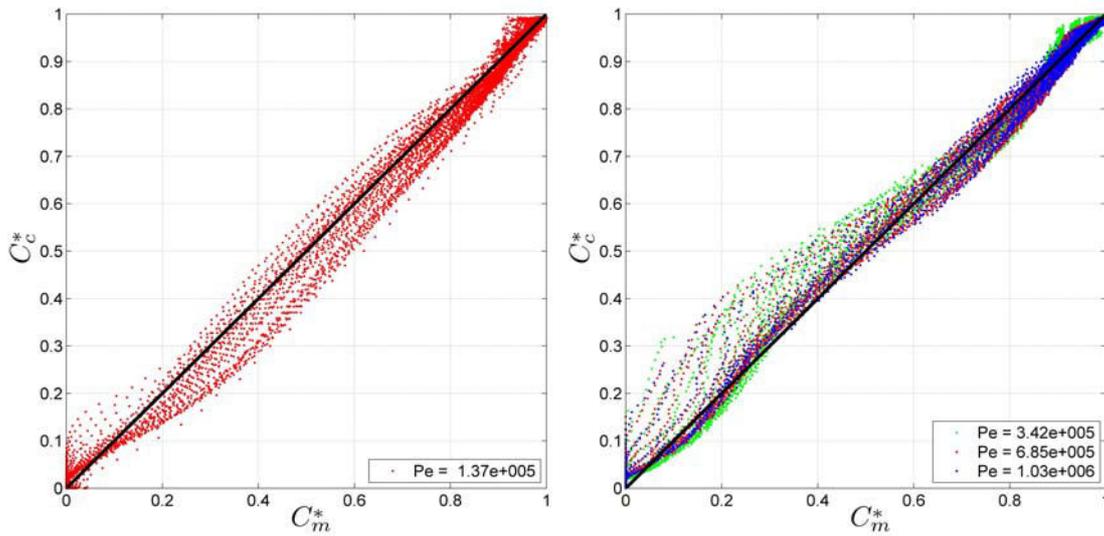


Fig. III.74 : Concentrations calculées en fonction des résultats expérimentaux a) grès des Vosges b) granit (CTRW).

	Erreur relative moyenne	
	Grès des Vosges	Granit
Loi de puissance tronquée (TPL)	3.9%	2.37%

Tableau. III.8 : Erreur relative moyenne entre les résultats expérimentaux de la concentration et celles du modèle CTRW.

Afin de bien comparer la capacité du modèle CTRW à décrire les courbes de concentration par rapport au modèle stratifié, nous avons étudié le coefficient de corrélation entre les profils de concentration moyenne obtenus expérimentalement et ceux des modèles. La figure III.75.a montre que le modèle CTRW est moins performant sur les abscisses où la fracture est très hétérogène ( $0,4 < x^* < 0,6$ ). Ceci est dû au fait que ce modèle est proposé pour les milieux où l'échelle d'observation est plus grande que l'échelle des hétérogénéités (la vitesse reste constante). Dans notre cas, l'échelle des hétérogénéités n'est pas négligeable devant l'échelle

d'observation. Donc, on ne peut pas négliger la variation de la vitesse. La figure III.75.b montre que pour la fracture en granit, le modèle CTRW donne les meilleurs résultats aux diverses abscisses le long de la fracture.

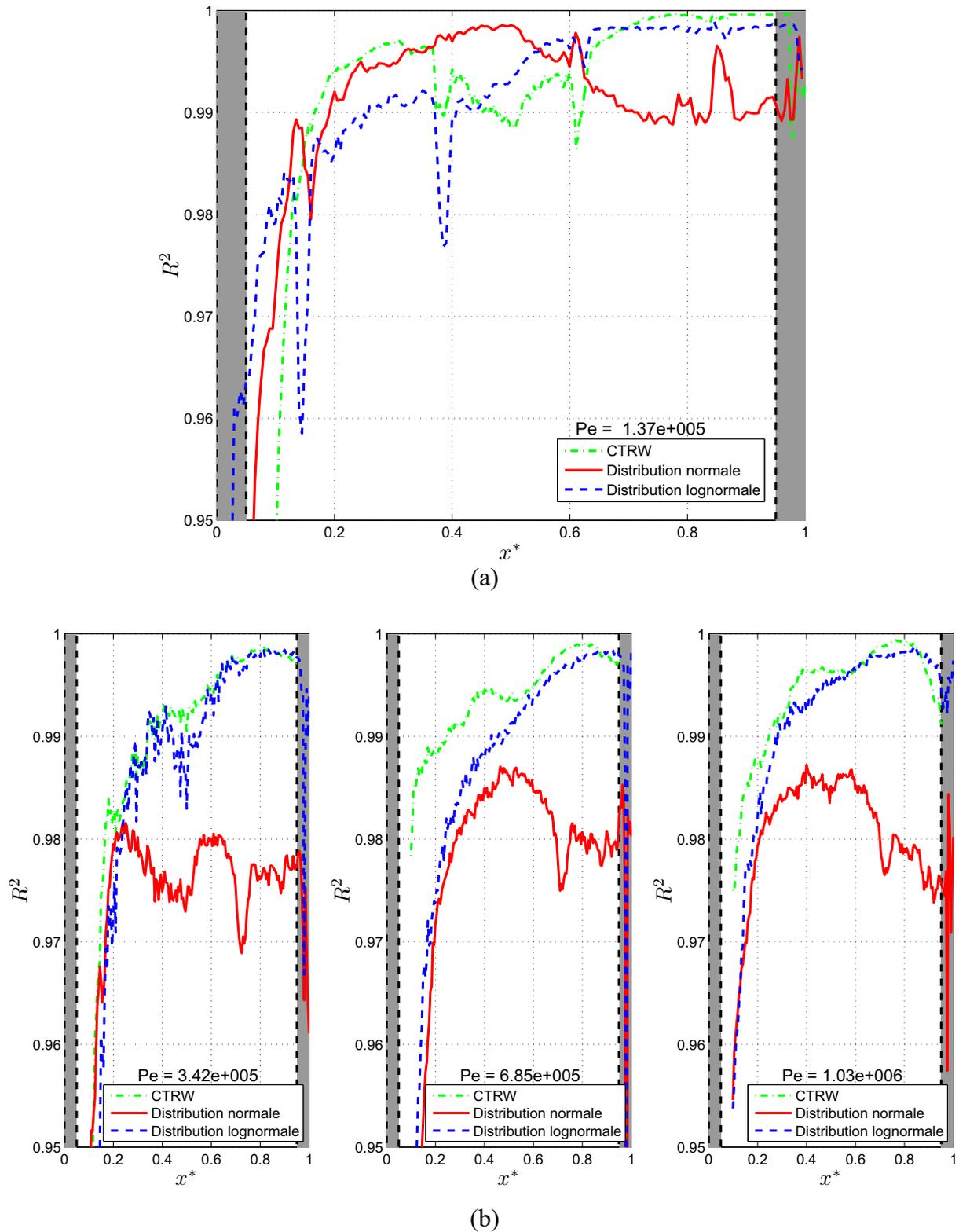


Fig. III.75 : Coefficient de corrélation en fonction de  $x^*$  (a) grès des Vosges (b) granit (CTRW).

## 6 Conclusion

En utilisant un traceur coloré et par un traitement d'images basé sur la loi d'atténuation de Beer-Lambert, les courbes de la concentration de traceur à la sortie de la fracture mais également en diverses abscisses le long des fractures ont été déterminées.

Pour interpréter les résultats, Nous avons d'abord vérifié si la contribution de la diffusion moléculaire dans la dispersion longitudinale (et transversale) du traceur était négligeable et également si la concentration du traceur pouvait être considérée comme homogène dans le sens de l'ouverture de la fracture. Pour cela, deux nombres de Péclet différents ont été définis respectivement ( $Pe_{//}$  et  $Pe_{\perp}$ ). Les valeurs obtenues montrent que le temps de diffusion du front de traceur est très grand par rapport au temps que met le traceur à traverser la fracture. Par conséquent, la contribution de la diffusion est négligeable dans l'étalement longitudinal du traceur. Par contre, le traceur a le temps de diffuser entre les deux faces des fractures, ce qui tend à homogénéiser la concentration dans le sens des ouvertures.

Les courbes de concentration obtenues lors des expériences de dispersion ont été ensuite interprétées avec différents modèles afin d'évaluer leur capacité à décrire la dispersion dans la fracture et donc l'hétérogénéité de celle-ci. Les résultats de la loi locale de microdispersion montrent bien que les deux fractures sont très hétérogènes. La présence de plusieurs pics sur les résultats du coefficient de dispersion de la fracture en granit montre que cette fracture est plus hétérogène que la fracture en grès des Vosges et par conséquent l'écoulement dans cette fracture est plus dispersif.

Les résultats du modèle classique de convection-dispersion ont confirmé que ce modèle ne convient pas puisque les fractures sont très hétérogènes.

En comparaison, le modèle stratifié, avec un seul paramètre estimé, donne de très bons résultats et nous permet de quantifier l'hétérogénéité des fracture (sur l'ensemble des résultats, on obtient  $\langle err \rangle = 3.75\%$ ). Pour calculer la concentration, deux distributions de perméabilité sont utilisées dans ce modèle (distribution log normale et distribution normale). Pour déterminer la loi correspondant à la distribution des perméabilités, nous avons d'abord étudié la distribution des perméabilités locales des fractures. Les résultats montrent que la distribution des perméabilités locales de la fracture en grès des Vosges suit une loi normale jusqu'à environ  $x^* = 0.5$  et une loi log normale au delà de cette abscisse. Pour la fracture en granite, la distribution des perméabilités locales suit une loi log normale.

Enfin, en appliquant les équations proposées aux profils de concentration moyenne, les facteurs de stratification ont été calculés pour différentes positions des deux fractures. Les facteurs de stratification obtenus diminuent en fonction de  $x$ . Les valeurs plus élevées du coefficient de stratification de la fracture en granit confirment que l'écoulement dans cette fracture est plus dispersif.

Le modèle CTRW donne les meilleurs résultats (sur l'ensemble des résultats, on obtient  $\langle err \rangle = 3.13\%$ ). Ce modèle nécessite l'estimation de cinq paramètres. Ces paramètres sont obtenus en utilisant les courbes de concentration à la sortie des fractures. Ensuite, en utilisant ces paramètres, les courbes de concentration en diverses abscisses le long des fractures ont été déterminées. Les résultats du modèle CTRW confirment que l'écoulement dans la fracture en granit est plus dispersif que dans celle en grès des Vosges. On a vérifié également que la vitesse de transport  $u_{\psi}$  est toujours plus grande que la vitesse moyenne.

Afin de bien comparer la capacité des modèle stratifié et CTRW à décrire les courbes de concentration, nous avons étudié le coefficient de corrélation entre les profils de concentration moyenne obtenus expérimentalement et ceux des modèles. Les résultats montrent que le modèle CTRW est moins performant sur les abscisses où la fracture est très hétérogène. Ceci est dû au fait que ce modèle est proposé pour les milieux où l'échelle d'observation est plus grande que l'échelle des hétérogénéités (la vitesse reste constante).

# Références bibliographiques

Aronofsky, J.S. and Heller, J.P., 1957. A diffusion model to explain mixing of flowing miscible fluids in porous media. *Trans. AIME*, 210: 345—349.

Bauget, F. and Fourar. M., 2008. Non-Fickian dispersion in a single fracture. *Journal of Contaminant Hydrology*, 100, 137–148.

Bear J., 1961. Some Experiments in Dispersion. *Journal of Geophysical Research*, Vol.66, 2455-2467.

Bear J., 1972. *Dynamics of Fluids in Porous Media*. Dover Publications.

Berkowitz B. (1994). Modelling flow and contaminant transport in fractured media, Volume 2, Chapitre 6 dans Corapcioglu M.-Y., *Advances in Porous Media*, pp. 397–451. Elsevier, Amsterdam.

Berkowitz, B., Cortis, A., Dentz M. and Scher H. (2006). Modeling non-Fickian transport in geological formations as a continuous time random walk, *Reviews of Geophysics*, 44, RG2003, doi:10.1029/2005RG000178.

Berkowitz, B., J. Klafter, R. Metzler, and H. Scher (2002), Physical pictures of transport in heterogeneous media: Advection-dispersion, random walk and fractional derivative formulations, *Water Resour. Res.*, 38(10), 1191, doi:10.1029/2001WR001030.

Berkowitz, B. and Scher, H., 2008. Exploring the nature of non-Fickian transport in laboratory experiments. *Adv.Wat.Res.*, doi:10.1016/j.advwatres.2008.05.004.

Bijeljic, B., and M. J. Blunt (2006), Pore-scale modeling and continuous time random walk analysis of dispersion in porous media, *Water Resour. Res.*, 42, W01202, doi:10.1029/2005WR004578.

Boschan, A., Auradou, H., Ippolito, I., Chertcoff, R., and Hulin, J.P., 2007. Miscible displacement front of shear thinning fluids inside rough fractures, *Water Resources Research*, vol. 43, W03438, doi: 10.1029/2006WR005324.

Bourina, A., Coull, J. and Houghton, G., 1960. Dispersion of Gases in Laminar Flow Through a Circular Tube, *Proc. Roy. Soc.*, 227-236.

Brown, S., Caprihan, A. and Hardy, R., 1998. Experimental observation of fluid flow channels in a single fracture. *Journal of Geophysical Research* 103 (B3), 5125–5132.

Bruderer C., 1999. Simulation sur réseau de la dispersion hydrodynamique. Thèse de Doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg I.

Carberry, J.J., and Bretton, R.H., 1958. Axial Dispersion of Mass in Flow Through Fixed Beds, *A.I.Ch.E. Journal*, vol.4, 367-375.

Carslaw, H.S. and Jaeger, J.C., 1959. *Conduction of Heat in Solids*, second ed., Oxford University press, Oxford, 1959.

Cortis A., Gallo C., Scher H. and Berkowitz B., 2004. Numerical simulation of non-Fickian transport in geological formations with multiple-scale heterogeneities. *Water Resources Research* 40, doi:10.1029/2003WR002750, 2004.

De Marsily G., 1981. *Hydrogéologie quantitative*. Masson.

Dentz M., Cortis A., Scher H. and Berkowitz B., 2004. Time behavior of solute transport in heterogeneous media: transition from anomalous to normal transport. *Adv.Wat.Resources* 27, 155-173.

Detwiler, R.L., Pringle, S.E. and Glass, R.J., 1999. Measurement of fracture aperture fields using transmitted light: An evaluation of measurement errors and their influence on simulations of flow and transport through a single fracture. *Water Resources Research* 35 (9), 2605–2617.

Detwiler, R.L., Rajaram, H. and Glass, R.J., 2000. Solute transport in variable-aperture fractures: an investigation of the relative importance of Taylor dispersion and macrodispersion. *Water Resources Research* 36 (7), 1611–1625.

Domenico, P. A., and Robbins G. A.. 1985. A new method of contaminant plume analysis. *Ground Water* 23:476-485.

Ebach, E.A. and White, R.R., 1958. Mixing of Fluids Flowing Through Beds of Packed Solids, *A.I.Ch.E. Journal*, vol.4, 161-169.

Fattah, Q. and Hoopes R.G., 1985. Dispersion in Anisotropic Homogeneous Porous Media, *Journal of Hydraulic Engineering*, vol.11, 810-827.

Fetter C.-W., 1999. *Contaminant Hydrogeology* (2<sup>nd</sup> éd.). Prentice Hall.

Fourar, M., 2006. Characterization of heterogeneities at the core-scale using the equivalent stratified porous medium approach. SCA International Symposium. Trondheim, Norway.

Fourar, M., Konan, G., Fichen, C., Rosenberg, E., Egermann, P. and Lenormand, R., 2005. Tracer tests for various carbonate cores using X-ray CT”, Society of Core Analysis, Annual International Symposium, 21-25 August. Toronto, Canada.

Fourar, M. and Radilla, G., 2005. Non-Fickian Description of Tracer Transport Through Heterogeneous Porous Media. *Transport in Porous Media*, DOI : 10.1007/s11242-009-9380-7.

Gale, J. E., 1987. Comparison of Coupled Fracture Deformation and Fluid Flow Models with Direct Measurements of Fracture Pore Structure and Stress-Flow Properties. *Proceedings, 28th U. S. Symposium on Rock Mechanics, TUCSON. AZ, June 29-July 1, pp. 1213-1222.*

Gaudet J.-P. and Vaucelin M., 2005. Rétention et transfert des pollutions des sols par éléments traces-métaux lourds : mécanismes et modélisation numérique, Chapitre 3 dans Delage P. et B. Schrefler, *Géomécanique environnementale, sols pollués et déchets*, pp. 81–109. Hermès Sciences, Lavoisier.

Gelhar, L. W., Welty, C., and Rehfeldt, K. R.. 1992. A Critical-Review of Data on Field-Scale Dispersion in Aquifers. *Water Resources Research* 28:1955-1974.

Gentier S., 1986. Morphologie et comportement hydromécanique d'une fracture naturelle dans le granite sous contrainte normale. Etude expérimentale et théorique. Thèse de l'Université d'Orléans. Spécialité Mécanique des Roches, 2 vol., 637 pages.

Hakami. E., 1988. Water Flow in Single Rock Joints, Licentiate Thesis, Lulea University of Technology, Lulea, Sweden, November.

Hakami, E., 1992. Joint aperture measurements – an experimental technique. In: Proc., Fractured and Jointed Rock Masses. Lake Tahoe, California.

Han, N. W., Bhakta, J. and Carbonell, R.G., 1985. Longitudinal and lateral dispersion in packed beds: effect of column length and particle size distribution. *AIChE Journal*. 31(2):277-288.

Harleman, D.R.F., and Rumer, R.R., 1963. Longitudinal and Lateral Dispersion in an Isotropic Porous Medium, *Fluid Mech.*, Vol .16, 385-394.

Hidajat, I, K. K. Mohanty, M. Flaum, and G. Hirasaki, 2004. Study of vuggy carbonates using NMR and X-Ray CT scanning, *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, 365-377, October.

Isakov, E., Ogilvie, S., Taylor, C. and Glover, P., 2001. Fluid flow through rough fractures in rocks I: high resolution aperture determinations. *Earth and Planetary Science Letters* 191, 267–282. dispersion and macrodispersion.

Iwano, M., Einstein, H. H., 1993. Stochastic analysis of surface roughness, aperture and flow in a single fracture. In: Proc., EUROCK93, Lisbon, Portugal, pp 135–141.

Jiménez-Hornero, F.J., Giraldez, J.V., Laguna, A. and Pachepsky, Y., 2005. Continuous time tandem walks for analyzing the transport of a passive tracer in a single fissure. *Water Resources Research* 41 (W04009).

Klafter, J., and R. Silbey, 1980. Derivation of continuous-time random walk equations, *Phys. Rev. Lett.*, 44(2), 55–58.

Korenga, T., Shen, F. and Takahashi, T., 1989. An Experimental Study of the Dispersion in Laminar Tube Flow, *A.I.Ch.E.*, vol.35, 1395-1398.

Lee, J., Kang, J.M. and Choe, J., 2003. Experimental analysis on the effects of variable apertures on tracer transport. *Water Resources Research* 39 (1), 1015–1025.

Mackley, M.R. and NI, X., 1991. Mixing and Dispersion in a Baffles Tube for Steady Laminar and Pulsatile Flow, *Chemical Engineering Science*, vol.46, 3139-3151.

Moreno L. and C. Tsang, 1994. Flow channeling in strongly heterogeneous porous media : A numerical study. *Water Resources Research* 30(5), pp. 1421–1430.

Oppenheim, I., K. E. Shuler, and G. H. Weiss (1977), *Stochastic Processes in Chemical Physics: The Master Equation*, MIT Press, Cambridge, Mass.

Ogata, A. and Banks, R.B., 1961. A solution of the differential equation of longitudinal dispersion in porous media. U.S. Geological Survey, Professional Paper, vol. 411-A, pp. A1–A7.

Persoff, P. and Pruess, K., 1995. Two-phase flow visualization and relative permeability measurement in natural rough-walled rock fractures. *Water Resources Research* 31 (5), 1175–1186.

Pfannkuch H.-O. (1963). Contribution à l'étude des déplacements de fluides miscibles dans un milieu poreux. *Revue de l'Institut Français de Pétrole* 2, pp. 215–270.

Rajaram, H., and Gelhar L. W.. 1993. Plume Scale-Dependent Dispersion in Heterogenous Aquifers. Lagrangian Analysis in a Stratified Aquifer. *Water Resources Research* 29:3249-3260.

Robbins, G.A., 1989. Methods for Determining Transverse Dispersion Coefficients of Porous Media in Laboratory Column Experiments, *Water Resources Research*, vol.25, 1249-1258.

Sahimi M. (1995). *Flow and transport in porous media and fractured rock*. Weinheim, VCH.

Scher, H., and M. Lax, 1973. Stochastic transport in a disordered solid. I. Theory, *Phys. Rev. B*, 7, 4491–4502.

Siddiqui, S.I., Drnevich, V.P., and Deschamps, R.J. 2000. Time domain reflectometry development for use in Geotechnical Engineering, *Geotechnical Testing Journal*, 23(1):9–20.

Simpson, E., 1962. Transverse Dispersion in Liquid Flow Through Porous Media, *Geological Survey professional paper*, vol 411 C, 1-30.

Shlesinger, M. F. (1996), *Random Processes*, *Encyclopedia of Applied Physics*, vol. 16, John Wiley, Hoboken, N. J.

Srivastava, R., and M. L. Brusseau. 1996. Nonideal transport of reactive solutes in heterogeneous porous media: 1. Numerical model development and moments analysis. *Journal of Contaminant Hydrology* 24:117-143.

Sternberg, S.P.K. (2004): "Dispersion Measurements in highly heterogeneous laboratory scale porous media", *Transport in Porous Media*. 54, pp. 107-124.

Taylor, G., 1954. The Dispersion of Matter in Solvent Flowing Slowly Through a Tube, *Proc. Roy. Soc., A* 223, 446-468.

Villermaux, E. and Gagne, Y., 1994. Line Dispersion in Homogeneous Turbulence: Stretching, Fractal Dimension, and Micromixing." *Physical Review Letters*, 73(2), 252-255.



# **CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES**

Les écoulements diphasiques en fracture se produisent dans de nombreuses applications industrielles et environnementales. On peut citer, par exemple, le génie pétrolier, la géothermie, la protection de l'environnement, l'hydrogéologie, le stockage souterrain de déchets. Pour modéliser ces écoulements, il est important de connaître le rôle des caractéristiques géométriques des surfaces constituant les fractures. L'objectif de ce travail de thèse a été d'étudier expérimentalement les écoulements diphasiques (liquide-gaz) et la dispersion de traceurs dans des fractures réelles dont on connaît la cartographie des surfaces et d'en proposer une modélisation adéquate.

Deux cellules d'expérimentation ont été mises au point afin de réaliser les expériences. La première fracture utilisée est un moulage en résine transparente d'une fracture réelle issue d'un bloc de grès des Vosges fracturé artificiellement. La deuxième fracture utilisée est aussi un moulage en résine transparente obtenu en faisant un positif et un négatif d'une seule et même surface de granit issue d'une fracture naturelle.

Les fractures ont été maintenues en position horizontale dans des cellules expérimentales munies de systèmes d'injection et de récupération des fluides. A l'entrée, le système d'injection est constitué de huit canaux alternatifs vissés sur les cellules d'expérimentation afin d'obtenir une distribution homogène sur toute la section d'entrée de la fracture. A la sortie, un système similaire au système d'injection (comportant quatre canaux) est également vissé sur les cellules d'expérimentation.

Les fractures ont d'abord été caractérisées en écoulement monophasique. Nos résultats confirment que la première correction par rapport à la loi de Darcy est en puissance trois de la vitesse superficielle. Par conséquent, la loi cubique est utilisée pour décrire la transition entre le régime visqueux et le régime inertiel. A fort régime inertiel, où les forces de viscosité sont négligeables devant les forces d'inertie, la loi empirique de Forchheimer est utilisée pour expliquer l'écart à la loi de Darcy et la correction par rapport à cette loi est en puissance deux de la vitesse superficielle. La loi cubique complète qui comporte des termes quadratique et cubique est utilisée pour prédire la perte de pression tous régimes confondus.

Les expériences ont aussi permis de déduire les valeurs de la perméabilité  $K$  et des coefficients d'inertie de chaque fracture.

En écoulement diphasique, nous avons déterminé les perméabilités relatives pour des écoulements diphasiques liquide-gaz à forts débits. Dans ce cas, on obtient un réseau de courbes de  $k_r$  en fonction du paramètre  $X$  ou de la saturation. L'interprétation des résultats au moyen du modèle de Darcy généralisé montre que les perméabilités relatives ne dépendent pas uniquement de la saturation, mais également des nombres de Reynolds.

Pour décrire les écoulements diphasiques liquide-gaz à forts débits, nous avons proposé un modèle théorique permettant de prédire les perméabilités relatives et les saturations en fonction des débits des deux fluides, caractéristiques intrinsèques des fractures (perméabilité et les coefficients d'inerties) et deux paramètres ajustement (exposants  $a$  et  $b$ ). Ce modèle est basé sur la généralisation de la loi monophasique cubique complète en multipliant la vitesse débitante de chaque fluide par une fonction  $F$  que nous avons supposée ne dépendre que de la saturation. Comme ces fonctions ne dépendent pas du régime d'écoulement, lorsque les débits sont faibles, elles se confondent avec l'inverse des perméabilités relatives. Elles peuvent être déterminées expérimentalement à faibles débits ou en utilisant des modèles théoriques ou empiriques des  $k_r$  en régime visqueux.

En adoptant pour les perméabilités relatives des lois de puissance de la saturation de type Corey pour des fractures, ce modèle ne nécessite que deux paramètres d'ajustement. Nous avons obtenu une bonne concordance entre les valeurs des perméabilités relatives et les saturations estimées par le modèle et celles déterminées expérimentalement. Enfin, la comparaison de la capacité prédictive de notre modèle avec d'autres modèles de la littérature montre que les erreurs relatives moyennes sur les perméabilités relatives et les saturations obtenues sont très satisfaisantes.

Dans la gamme des nombres de Reynolds étudiée, plusieurs configurations d'écoulement liquide-gaz peuvent être observées mais la cartographie n'en a pas été établie. En utilisant les images prises pour déterminer la saturation, nous pourrions certainement étudier les différentes configurations d'écoulement dans les fractures, ce qui contribuera à la valorisation du travail réalisé dans le cadre de cette thèse.

Pour étudier la dispersion d'un traceur, en utilisant un traceur coloré et par un traitement d'images basé sur la loi d'atténuation de Beer-Lambert, les courbes de la concentration de traceur à la sortie de la fracture mais également en diverses abscisses le long des fractures ont été déterminées.

Une fracture peut être caractérisée par ses ouvertures locales, ses extensions latérale et longitudinale et la nature et la géométrie des parois qui la composent (rugosité). Il est donc nécessaire de la caractériser géométriquement et hydrauliquement pour décrire et quantifier la perméabilité d'un massif rocheux. Cela nécessite la détermination préalable du champ des ouvertures locales  $h(i,j)$ . Celui-ci est effectué par un traitement d'images basé sur la loi d'atténuation de Beer-Lambert. Les ouvertures locales sont calculées à partir de photos et d'un étalonnage préalable de la méthode.

Après la détermination des ouvertures, les courbes de concentration obtenues lors des expériences de dispersion ont été interprétées avec différents modèles afin d'évaluer leur capacité à décrire la dispersion dans la fracture et donc à traduire l'hétérogénéité de celle-ci. Les résultats de la loi locale de microdispersion montrent bien que les deux fractures sont très hétérogènes. Egalement, les courbes de coefficient de dispersion obtenues par cette loi sont en accord avec les ouvertures locales des deux fractures.

Le modèle classique de convection-dispersion ne donne pas de bons résultats puisqu'il n'est pas adapté pour les milieux hétérogènes et que les fractures sont très hétérogènes.

En comparaison, le modèle stratifié, avec un seul paramètre estimé, donne de très bons résultats et nous permet de quantifier l'hétérogénéité des fractures. Ce modèle est basé sur l'idée de remplacer un milieu poreux hétérogène par un milieu stratifié équivalent, pour lequel le transport de traceur peut être modélisé d'une façon adaptée. Le paramètre principal caractérisant le transport de traceur est le facteur d'hétérogénéité, défini comme le rapport de l'écart type sur la perméabilité moyenne que peut être estimé par une loi de puissance de la distance adimensionnelle.

Le modèle CTRW a été développé spécifiquement pour tenir compte du comportement non Fickien de la dispersion. Cette approche permet de résoudre l'équation de convection-dispersion en utilisant la transformée de Laplace de la concentration  $\tilde{C}(x, w)$ . Pour utiliser ce modèle, nous avons choisi la loi de puissance tronquée comme la fonction de densité de probabilité de taux de transition  $\psi(t)$ .

Ce modèle nécessite l'estimation de cinq paramètres. Ces paramètres doivent être dérivés ou adaptés à partir des propriétés mesurables du milieu. En utilisant les courbes de concentration à la sortie des fractures, ces paramètres sont d'abord obtenus et ensuite utilisés pour déterminer la courbe de concentration en diverses abscisses le long des fractures. Parmi les modèles présentés, le modèle CTRW donne les meilleurs résultats.

Les modèles stratifié et CTRW donnent des résultats similaires. Chacun de ces modèles a ses avantages et inconvénients par rapport à l'autre. Le modèle stratifié nécessite la connaissance des courbes de concentration de deux différentes abscisses de la fracture afin d'estimer le facteur d'hétérogénéité de toutes les abscisses le long des fractures (par une loi de puissance de la distance adimensionnelle). En revanche, le modèle CTRW nécessite la connaissance de plusieurs courbes de concentration (avec différents débits d'injection) à la sortie de la fracture.

L'objectif de ce travail de thèse a été d'étudier séparément les écoulements diphasiques (liquide-gaz) et la dispersion de traceurs dans des fractures réelles. L'ensemble des résultats ouvre des perspectives pour une recherche de liens entre les propriétés d'écoulement (perméabilité, perméabilités relative, coefficients d'inertie), les propriétés de transport des fractures (coefficient de dispersion local, facteur de stratification et paramètres du modèle CTRW) et les caractéristiques géométriques des fractures (rugosité, distribution des ouvertures et longueur de corrélation).



# **ANNEXE A**





## Non-Darcian two-phase flow in a transparent replica of a rough-walled rock fracture

Ali Nowamooz,<sup>1</sup> Giovanni Radilla,<sup>1</sup> and Mostafa Fourar<sup>1</sup>

Received 28 July 2008; revised 16 February 2009; accepted 8 May 2009; published 10 July 2009.

[1] This article presents experimental results for single- and two-phase flows at high flow rates through a replica of an actual rough-walled rock fracture. The results of the single-phase flow are interpreted using non-Darcian laws: the weak inertia cubic law, Forchheimer's law, and the full cubic law. They allow the determination of the fracture's intrinsic properties (absolute permeability and inertial coefficient). These laws are then generalized to describe non-Darcian two-phase flows. The generalized cubic and Forchheimer's laws are shown to be inconsistent in terms of the relative permeabilities. The generalization of the full cubic law is used to describe the liquid and gas relative permeabilities in the non-Darcian regime with a good accuracy.

**Citation:** Nowamooz, A., G. Radilla, and M. Fourar (2009), Non-Darcian two-phase flow in a transparent replica of a rough-walled rock fracture, *Water Resour. Res.*, 45, W07406, doi:10.1029/2008WR007315.

### 1. Introduction

[2] Two-phase flows through rough-walled rock fractures occur in several industrial processes, including the underground storage of nuclear wastes, oil and gas recovery, and the production of geothermal energy. In many cases, the fluids flow in a very few open fractures or porous layers with high permeabilities, leading to flow rates that are high enough to generate inertial effects. Such flows cannot be modeled by Darcy's law and are known as non-Darcian flows. High flow rates of gas and liquids in porous media and fractures can be found in petroleum engineering, chemical engineering [Lockhart and Martinelli, 1949], geological storage of carbon dioxide near injection wells, and in problems related to the cooling of debris after an accident in a nuclear plant. In the last years, single-phase flow at high flow rates in rough-walled rock fractures and porous media has been widely studied experimentally, numerically and theoretically [Barrère, 1990; Mei and Auriault, 1991; Firdaouss et al., 1997; Andrade et al., 1999; Skjetne et al., 1999; Fourar et al., 2004; Panfilov and Fourar, 2006].

[3] While the physics of flow in porous media and rough-walled fractures is the same, there is a significant difference in terms of tortuosity. For fractures, the tortuosity is lower than for porous media. As a result, the transition from Darcy's law to a fully inertial regime in a fracture requires a substantial increase of the flow rate while in porous media this transition is achieved quickly. In other words, in terms of Reynolds number, the transition regime (also known as the weak inertia regime) is wider for fractures than for porous media [Zimmerman et al., 2004; Lo Jacono et al., 2005]. Therefore, for two-phase flows at high flow rates, one would reasonably expect also a wider transition regime for fractures than for porous media.

[4] Although there have been successful studies of two-phase flow in the Darcian flow regime where the inertia effects are negligible [Corey, 1954; Merrill, 1975; Chen et al., 2004; Chen and Horne, 2006; M. Fourar and R. Lenormand, A viscous coupling model for relative permeabilities in fractures, paper SPE 49006 presented at 1998 SPE Annual Technical Conference and Exhibition, New Orleans, Louisiana, 27–30 September, 1998], the fundamentals of non-Darcian two-phase flow in fractures are still poorly understood. The direct measurement of the flow properties often is not possible mainly because of the small fracture volume but also because there are several possible flow structures [Fourar and Bories, 1995] that have not been completely explored nor understood. As a result, the calculation of the pressure drop and saturation must rely on empirical models [Lipinski, 1981; Buchlin and Stubos, 1987; Fourar et al., 1993; Fourar and Lenormand, 2000; B. D. Turland and K. A. Moore, One-dimensional models of boiling and dryout: Post accident debris cooling, paper presented at 5th Post Accident Heat Removal Information Exchange Meeting, Nuclear Research Center, Karlsruhe, Germany, 28–30 July 1982, 1983; T. Schulenberg and U. Muller, A refined model for the coolability of core debris with flow entry from bottom, paper presented at 6th Information Exchange Meeting on Debris Coolability, University of California, Los Angeles, California, November, 1984].

[5] The modeling of two-phase flows through porous media and fractures is based on the notion of relative permeability, which is a generalization of the single-phase Darcy's law [Bear, 1972]:

$$-\frac{\Delta P_l}{L} = \frac{\mu_l}{K} \frac{q_l}{k_{rl} A} \quad (1)$$

$$-\frac{\Delta P_g}{L} = \frac{\mu_g}{K} \frac{q_g}{k_{rg} A} \quad (2)$$

where the subscripts *l* and *g* stand for the liquid and gas phases, respectively.  $\Delta P/L$  is the pressure drop per unit of length, *q* is the volumetric flow rate, *A* is the cross-sectional

<sup>1</sup>Laboratoire d'Energétique et de Mécanique Théorique et Appliquée, Nancy-University, CNRS UMR, Vandoeuvre-lès-Nancy, France.

area,  $\mu$  is the dynamic viscosity,  $K$  is the intrinsic permeability of the media, and  $k_r$  is the relative permeability.

[6] The relative permeabilities in a two-phase flow account for the interference of each phase with the flow of the other. It is generally assumed that they depend uniquely on the phase saturation; this assumption is valid if the inertial forces are negligible compared with the viscous forces. Several models for the relative permeabilities have been proposed in the literature: the X curve model [Merrill, 1975], the Corey model [Corey, 1954], the viscous coupling model (Fourar and Lenormand, presented paper, 1998) and the tortuous channel model [Chen *et al.*, 2004; Chen and Horne, 2006]. These models are valid for the capillary and viscous regimes, and they depend on the saturation only. They are not suitable for non-Darcian flows, where the inertial forces are not negligible compared with the viscous forces. In those flows, the relative permeabilities have been shown to depend on the saturation and the Reynolds number [Buchlin and Stubos, 1987; Fourar *et al.*, 1993; Fourar and Lenormand, 2000].

[7] The approach most commonly used to account for inertial effects in two-phase flows through porous media and fractures is a generalization of Forchheimer's law [Forchheimer, 1901]. This law accounts for inertial effects during single-phase flow, and is usually generalized to two-phase flows by introducing two functions for each fluid: the relative permeability in the viscous term, and the relative inertial coefficient in the inertial term [Buchlin and Stubos, 1987; Fourar and Lenormand, 2000].

$$-\frac{\Delta P_l}{L} = \frac{\mu_l}{K k_{rl}} \left(\frac{q_l}{A}\right) + \beta \beta_{rl} \rho_l \left(\frac{q_l}{A}\right)^2 \quad (3)$$

$$-\frac{\Delta P_g}{L} = \frac{\mu_g}{K k_{rg}} \left(\frac{q_g}{A}\right) + \beta \beta_{rg} \rho_g \left(\frac{q_g}{A}\right)^2 \quad (4)$$

where  $\rho$  is the fluid density,  $\beta$  is the inertial coefficient and  $\beta_r$  is the relative inertial coefficient. The weakness of this approach is that it introduces four unknown functions. Generally,  $k_r$  (the Corey or viscous coupling model) is assumed from a correlation, and  $\beta_r$  is determined experimentally. However, the quality of the results depends highly on the correlation chosen for  $k_r$  [Lipinski, 1981; Turland and Moore, presented paper, 1983; Schulenberg and Muller, presented paper, 1984].

[8] Another alternative is to assume that  $k_r$  and  $1/\beta_r$  have the same values for each phase [Lipinski, 1982; Saez and Carbonell, 1985; H. S. Lee and I. Catton, Two-phase flow in stratified porous media, paper presented at 6th Information Exchange Meeting on Debris Coolability, University of California, Los Angeles, California, November, 1984]. This assumption is equivalent to using the Lockhart-Martinelli model [Lockhart and Martinelli, 1949], initially developed for two-phase flow in pipes, and which leads to empirical predictive laws very useful in chemical engineering. The two-phase flow pressure gradient is always greater than the single-phase pressure gradient of each phase flowing at the same flow rate. The Lockhart-Martinelli model accounts for this property by introducing two factors also known as liquid and gas multipliers:

$$\Phi_l = \frac{\Delta P_l/L}{(\Delta P/L)_{l,s}} \quad (5)$$

$$\Phi_g = \frac{\Delta P_g/L}{(\Delta P/L)_{g,s}} \quad (6)$$

where subscript  $s$  stands for single-phase flow.  $\Phi_l$  and  $\Phi_g$  express the ratio between the two-phase and the single-phase pressure gradients. Instead of saturation, a new variable  $X = \Phi_g/\Phi_l$ , known as the Martinelli parameter, represents the relative importance of the flow of the liquid to the gas flow. By comparing equations (5) and (6) with equations (1) and (2), it is apparent that  $\Phi_l$  and  $\Phi_g$  are analogous to  $1/k_{rl}$  and  $1/k_{rg}$ . Therefore the Lockhart-Martinelli model can be seen as a generalization of Darcy's law for non-Darcian flows. However, as for  $k_r$  in the inertial regime, the Lockhart-Martinelli parameter depends highly on the Reynolds number of the two fluids.

[9] To explicitly account for the Reynolds numbers, Fourar and Lenormand [2001] proposed a new model that is also based on a generalization of the single-phase Forchheimer's law. In their approach, only one function instead of two is introduced to account for the presence of the second fluid; it is simply assumed that the superficial velocity of each fluid is multiplied by a function  $F$  that depends on the fluid saturation only.

$$-\frac{\Delta P_l}{L} = \frac{\mu_l}{K} \left(F_l \frac{q_l}{A}\right) + \rho_l \beta \left(F_l \frac{q_l}{A}\right)^2 \quad (7)$$

$$-\frac{\Delta P_g}{L} = \frac{\mu_g}{K} \left(F_g \frac{q_g}{A}\right) + \rho_g \beta \left(F_g \frac{q_g}{A}\right)^2 \quad (8)$$

[10] This model was tested by Fourar and Lenormand [2001] using experimental results performed with air and water at high flow rates (Forchheimer's regime) through a single artificially roughened fracture obtained by gluing a layer of glass beads to two glass plates. As the  $F$  functions are assumed to depend only on saturation, they were calculated analytically using a model derived and validated in the purely viscous regime in a single smooth fracture (Fourar and Lenormand, presented paper, 1998):

$$F_l = \frac{2}{S_l^2(3 - S_l)} \quad (9)$$

$$F_g = \frac{1}{(1 - S_l)^3 + \frac{3}{2} \frac{\mu_g}{\mu_l} S_l(1 - S_l)(2 - S_l)} \quad (10)$$

where  $S_l$  is the saturation of the liquid phase in the fracture.

[11] However, since no accurate method of measuring the saturation was available, the model was tested only in terms of pressure drop.

[12] In this article we present experimental results of single- and two-phase flows through a replica of an actual rough-walled rock fracture. The fluids are flowing at various high rates, and we use different approaches for their interpretation. The article is organized as follows. First, the experimental setup and procedures are described. Next, the experimental results of the single- and two-phase flows are presented. The intrinsic properties of the fracture are determined from the single-phase flow by following these three approaches: the weak inertia cubic law, Forchheimer's law, and the full cubic law. Finally, a generalization of the full cubic law based on the  $F$  function approach is proposed. This model is used to describe the experimental results of two-phase flows at high flow rates.

## 2. Experimental Setup and Procedures

### 2.1. Experimental Setup

[13] The schematic of the experimental setup is shown in Figure 1. The apparatus was designed to measure the pressure

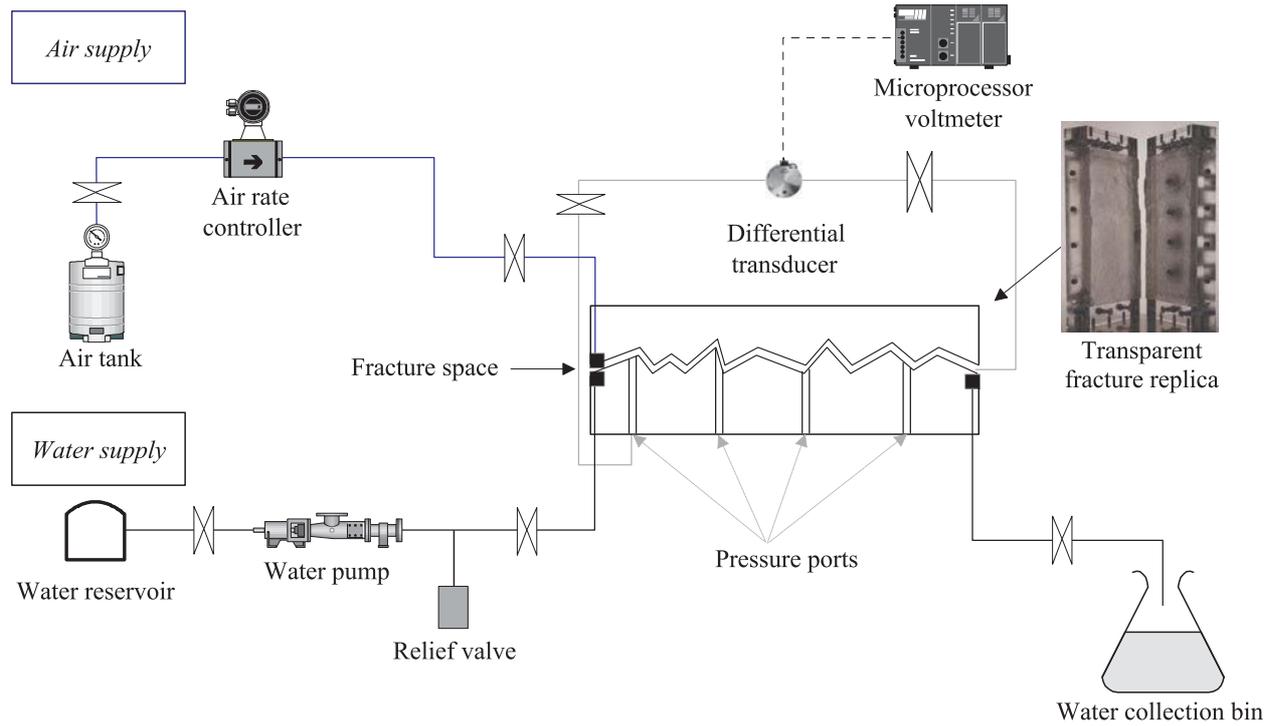


Figure 1. Schematic of experimental apparatus.

drop of two immiscible fluids as they flow through a transparent replica of a natural fracture. The centerpiece of the apparatus is a transparent epoxy resin cast of both sides of a natural rough-walled rock fracture. The original fracture is a Vosges sandstone sample with dimensions approximately 26 cm long and 15 cm wide. There are four pressure ports drilled along the centerline of the lower plate to allow access to the pressure transducer. The air and water at the inlet were dispersed evenly through eight alternating channels; the outflow was drained through a single outlet. Water was injected by a volumetric pump (PCM, EcoMoineau M Series), and its flow rate was measured by a positive displacement flowmeter (Oval, Model LSM45). The airflow was regulated by a mass flow controller (Brooks Instrument, Model 5851S). One differential pressure transducer (Validyne, Model DP45) was used to measure the pressure drop through the fracture.

## 2.2. Experimental Procedures

[14] To calculate the experimental  $k_{rl}$  and  $k_{rg}$  according to equations (1) and (2), it is necessary to know  $K$ ,  $A$ ,  $\Delta P_l$ ,  $\Delta P_g$ ,  $L$ ,  $\mu_l$ , and  $\mu_g$ . The fracture length and viscosities are known, and the pressure drop is measured (in our experiments,  $\Delta P_l = \Delta P_g$ ), but the intrinsic permeability  $K$  and the cross-sectional area  $A$  are not known for the fracture. To calculate  $K$  and  $A$ , a single-phase flow experiment was conducted at room temperature. In this experiment, the pressure drop across the fracture was measured while the fracture was fully saturated with water flowing at different rates. These values of the pressure drop were then used to calculate  $K$  and  $A$ , as discussed below in section 3.1.

[15] To determine the relative permeabilities, the fracture was initially saturated with water which was injected at a

constant rate at the beginning of each experiment. Air injection was then added at a constant rate, which was increased stepwise. When a steady state was reached for each flow rate, the pressure drop across the fracture was measured. The instantaneous value of the pressure drop fluctuated rapidly, because of the successive arrival of different fluid phases at the pressure ports. Therefore only the time-averaged values were measured. Once the maximum airflow rate was reached, the fracture was resaturated with water and the experiment was repeated using a higher water flow rate.

[16] The relative permeabilities were determined for three different liquid flow rates. The corresponding liquid phase Reynolds numbers (as defined in section 4.1) were 0.07, 0.29, and 0.45.

## 3. Experimental Results

### 3.1. Single-Phase Flow

[17] Single-phase flow in porous media is generally modeled using Darcy's law, which is valid if the inertial forces are negligible compared with the viscous forces [Darcy, 1854]. This same approach also applies to flow in fractures. For a horizontal flow of an incompressible fluid with no gravity effects, Darcy's law is written in the form:

$$-\frac{\Delta P}{L} = \frac{\mu}{K A} q \quad (11)$$

[18] If the inertial forces cannot be neglected, the pressure drop per unit length is approximated by a cubic or quadratic function of the superficial velocity. At low Reynolds numbers (i.e., weak inertial regime), the nonlinear behavior can be described by the *weak inertia cubic law* [Barrère, 1990; Mei

and Auriault, 1991; Firdaouss et al., 1997; Fourar et al., 2004]:

$$-\frac{\Delta P}{L} = \frac{\mu}{K} \frac{q}{A} + \frac{\gamma \rho^2}{\mu} \left(\frac{q}{A}\right)^3 \quad (12)$$

where  $\gamma$  is a dimensionless parameter for the nonlinear term.

[19] This equation was verified numerically for a two-dimensional periodic porous medium [Barrère, 1990; Firdaouss et al., 1997], and was also obtained theoretically using the homogenization approach for an isotropic homogeneous porous medium [Mei and Auriault, 1991].

[20] At higher Reynolds numbers (i.e., strong inertial regime), the empirical *Forchheimer's law* is used to account for the deviation from Darcy's law [Forchheimer, 1901]:

$$-\frac{\Delta P}{L} = \frac{\mu}{K} \frac{q}{A} + \beta \rho \left(\frac{q}{A}\right)^2 \quad (13)$$

[21] Also, in the strong inertial regime, a model of a high flow rate can be obtained by asymptotic expansions over the channel diameter, which is much smaller than the channel length [Panfilov and Fourar, 2006]. The resulting series for a corrugated channel provides a *full cubic law*:

$$-\frac{\Delta P}{L} = \frac{\mu}{K} \frac{q}{A} + \beta \rho \left(\frac{q}{A}\right)^2 + \frac{\gamma \rho^2}{\mu} \left(\frac{q}{A}\right)^3 \quad (14)$$

where the parameters  $\beta$  and  $\gamma$  may be negative or positive, depending on the channel geometry.

[22] In equations (12), (13), and (14), the intrinsic permeability  $K$  and the cross-sectional area  $A$  can be written as functions of the hydraulic aperture of the fracture [Konzuk and Kueper, 2004]:

$$K = \frac{h^2}{12} \quad (15)$$

$$A = hw \quad (16)$$

where  $h$  is the hydraulic aperture and  $w$  is the fracture width. It is important to note that for a rough-walled fracture, the hydraulic aperture is commonly defined for a given flow rate as the aperture of a smooth fracture of same dimensions generating the same pressure drop following Darcy's law. Therefore  $h$  is variable and decreases as the flow rate increases because of non-Darcian effects. In this article, we used the same approach as Fourar et al. [1993] in which experimental pressure drop measurements are modeled using non-Darcian models and thus,  $h$  is a unique value for all flow rates.

[23] Finally, equations (12), (13), and (14) can be rewritten in the following forms:

$$-\frac{\Delta P}{L} = \frac{12\mu}{h^3 w} q + \frac{\gamma \rho^2}{\mu h^3 w^3} q^3 \quad (17)$$

$$-\frac{\Delta P}{L} = \frac{12\mu}{h^3 w} q + \frac{\beta \rho}{h^2 w^2} q^2 \quad (18)$$

$$-\frac{\Delta P}{L} = \frac{12\mu}{h^3 w} q + \frac{\beta \rho}{h^2 w^2} q^2 + \frac{\gamma \rho^2}{\mu h^3 w^3} q^3 \quad (19)$$

[24] Several studies have been devoted to the prediction of the values of  $h$ ,  $\beta$ , and  $\gamma$ . In most of these studies [Cornell and Katz, 1953; Geertsma, 1974; Noman and Archer, 1987; J. W. Neasham, The morphology of dispersed clay in sandstone reservoirs and its effects on sandstone shaliness, pore space and fluid flow properties, paper SPE 6858 presented at 52nd Annual Fall Meeting of the SPE, AIME, Denver, Colorado, 9–12 October, 1977], the inertial factors were essentially related to the porous medium (porosity, permeability, and roughness). However, Tiss and Evans [1989] showed that  $\beta$  is also a function of the fluid properties. These various results show that the parameters related to the viscous ( $K$ ) and inertial ( $\beta$ ,  $\gamma$ ) effects cannot be predicted analytically and must be determined experimentally.

[25] The same approaches can be used for flow in a fracture. The viscous and inertial parameters are determined by fitting equations (17), (18), and (19) to the experimental pressure drop data points. However, as explained above, the cubic and Forchheimer's laws are valid in different flow regimes. Therefore they cannot be used to provide separate fits to the complete set of experimental data points.

[26] To distinguish between the different flow regimes, a more suitable representation of the experimental data can be obtained by dividing the pressure drop per unit length by the fluid flow rate. Thus equations (17), (18), and (19) are rewritten as follows:

$$-\frac{\Delta P}{Lq} = \frac{12\mu}{h^3 w} + \frac{\gamma \rho^2}{\mu h^3 w^3} q^2 \quad (20)$$

$$-\frac{\Delta P}{Lq} = \frac{12\mu}{h^3 w} + \frac{\beta \rho}{h^2 w^2} q \quad (21)$$

$$-\frac{\Delta P}{Lq} = \frac{12\mu}{h^3 w} + \frac{\beta \rho}{h^2 w^2} q + \frac{\gamma \rho^2}{\mu h^3 w^3} q^2 \quad (22)$$

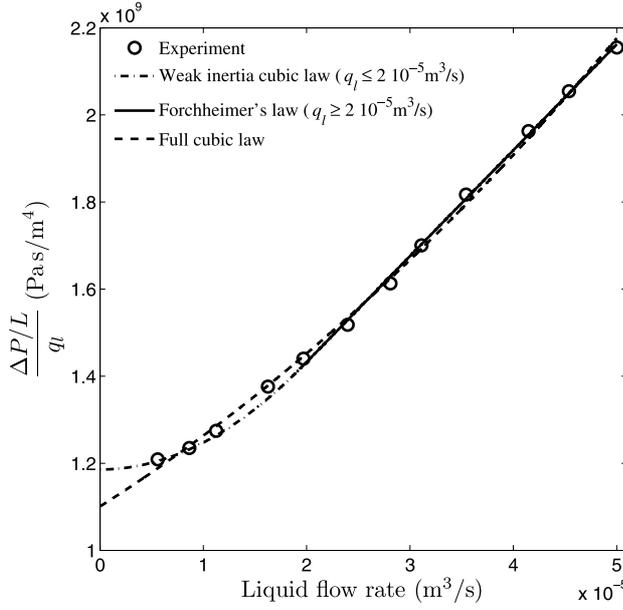
[27] Figure 2 clearly shows the flow regimes associated with the cubic and Forchheimer's laws. A constraint was placed on equations (20) and (21) so that the transition between the two flow regimes is continuous in its value and slope. The transition flow rate ( $2.10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$ ) was chosen to minimize the mean absolute relative error between the experimental and model pressure drop per unit length for the complete set of data points.

[28] As the full cubic law contains both quadratic and cubic terms, equation (22) was used to fit all of the experimental data points for the pressure drop per unit length (Figure 2).

[29] The viscous and inertial parameters estimated by all three of these models are listed in Table 1.

### 3.2. Two-Phase Flow

[30] As stated in section 2.2, all two-phase flow experiments were initiated as a liquid single-phase flow at a constant flow rate. Air was then injected into the apparatus at a fixed flow rate; this flow rate was increased in a stepwise fashion. For each fixed airflow rate, the pressure drop along the fracture was measured when steady state was reached. Figure 3 shows the pressure drop per unit length as a function of airflow rate for three different liquid Reynolds numbers. As the liquid Reynolds number increases, the pressure drop increases in a highly nonlinear way, which suggests that



**Figure 2.** Pressure drop per unit length divided by the liquid flow rate versus liquid flow rate (single-phase flow experiment).

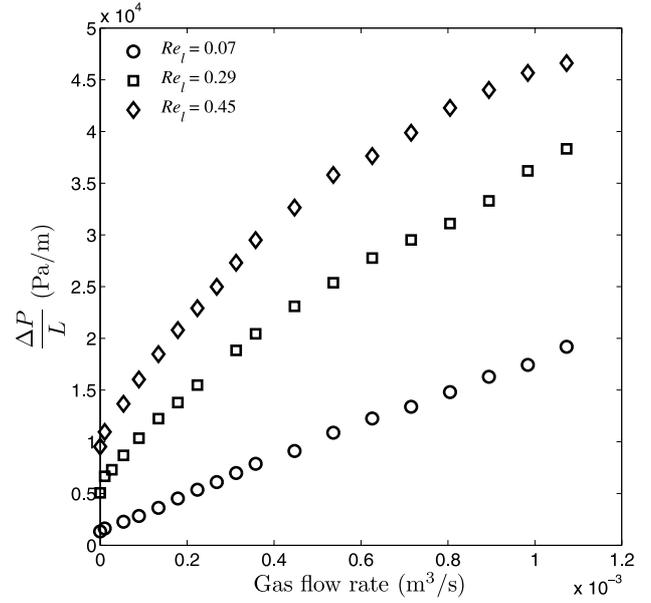
inertial effects become dominant. The following shows an analysis of these results using the generalization of Darcy's law.

[31] As explained before, the modeling of two-phase flows through porous media and fractures is based on the notion of relative permeability, which is a generalization of the single-phase Darcy's law (equations (1) and (2)).

[32] The relative permeability expresses the degree to which each fluid phase impedes the flow of the other fluid in a two-phase flow. Since our experiments take place in non-Darcian regimes, the capillary forces are negligible, and the flow is controlled by viscous and inertial forces (i.e.,  $P_c = P_g - P_l = 0$ ). Therefore the pressure drops per unit length in the two fluids are equal. Consequently,  $\Delta P_l = \Delta P_g$ , and dividing equation (1) by equation (2) leads to:

$$\frac{k_{rl}}{k_{rg}} = \frac{\mu_l q_l}{\mu_g q_g} = X \quad (23)$$

[33] Measuring fluid saturation with a good accuracy was not possible because of the small fracture volume (33 ml). An attempt was made using a water collector and injecting water through a closed circuit. However, the free surface fluctuations in the collector prevented any measurements of water volume fluctuations in the fracture. Since no accurate experimental measurement of saturation is available, the measured and calculated relative permeabilities are plotted vs.



**Figure 3.** Pressure drop per unit length versus gas flow rate (two-phase flow experiments).

parameter  $X$ , which is widely used for two-phase flow in pipes [Lockhart and Martinelli, 1949].

[34] The experimental values of  $k_{rl}$  and  $k_{rg}$  are calculated by substituting equations (15) and (16) into equations (1) and (2):

$$k_{rl} = \frac{12\mu_l q_l}{h^3 w \left( -\frac{\Delta P}{L} \right)} \quad (24)$$

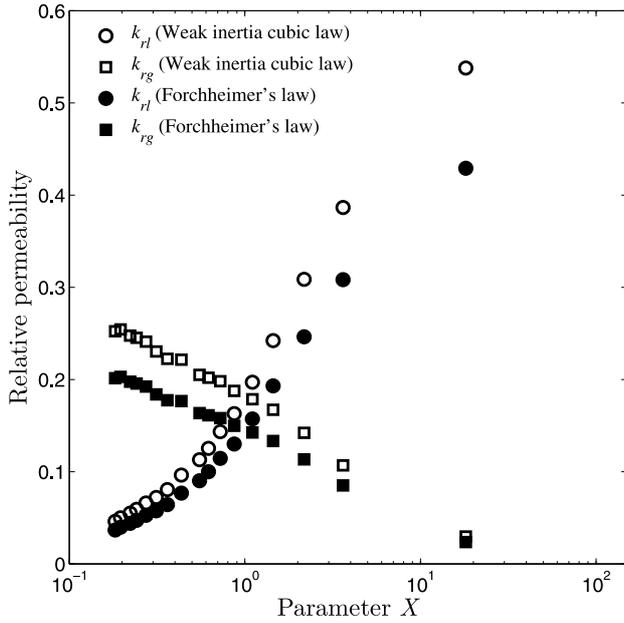
$$k_{rg} = \frac{12\mu_g q_g}{h^3 w \left( -\frac{\Delta P}{L} \right)} \quad (25)$$

where  $\Delta P/L$  is the measured pressure drop per unit length under two-phase flow conditions, and  $h$  is the fracture's hydraulic aperture obtained from single-phase flow experiments.

[35] Three different models were used to fit the single-phase flow experiment; these resulted in three different values of  $h$  (Table 1). One of these values must be chosen to calculate  $k_{rl}$  and  $k_{rg}$ . Although the cubic and Forchheimer's laws correctly fit the single-phase experiment (within their corresponding flow regimes), these laws lead to different values of  $h$  and therefore to different experimental values of  $k_{rl}$  and  $k_{rg}$ . Figure 4 shows an example of the experimental relative permeabilities determined using equations (24) and (25), using values of  $h$  associated with the cubic and Forchheimer's laws. Because these values of  $h$  differ, no transition was observed between the resulting relative

**Table 1.** Model Parameters for Equations (12), (13), and (14)

Model	$h$ ( $\mu\text{m}$ )	$K$ ( $\text{m}^2$ )	$\beta$ ( $\text{m}^{-1}$ )	$\gamma$	$A$ ( $\text{m}^2$ )
Weak inertia cubic law	409	$1.4 \times 10^{-8}$	–	$1.37 \times 10^{-4}$	$6.1 \times 10^{-5}$
Forchheimer's law	441	$1.6 \times 10^{-8}$	103.7	–	$6.5 \times 10^{-5}$
Full cubic law	429	$1.5 \times 10^{-8}$	82.2	$1.3 \times 10^{-5}$	$6.3 \times 10^{-5}$



**Figure 4.** Relative permeabilities versus parameter  $X = \mu_l q_l / \mu_g q_g$  ( $Re_l = 0.07$ ).

permeabilities. Moreover, there is no simple criterion available to guide the selection of  $h$ .

[36] The *full cubic law* appears to be an appropriate alternative, since it accounts for both quadratic and cubic terms, and results in a unique value for the fracture aperture  $h$ .

[37] Figure 5 shows the experimental relative permeabilities obtained with  $h = 429 \mu\text{m}$  (from the full cubic law) for the three different liquid flow rates. It is generally assumed that the relative permeabilities depend uniquely on the phase saturation (or liquid hold up) in the viscous flow regime [Corey, 1954; Lipinski, 1982; Saez and Carbonell, 1985; Fourar and Bories, 1995; Turland and Moore, presented paper, 1983; Schulenberg and Muller, presented paper, 1984; Fourar and Lenormand, presented paper, 1998]. In Figure 5, we also plotted the analytical viscous coupling model of Fourar and Lenormand (presented paper, 1998), which corresponds to these same assumptions.

[38] As expected, Figure 5 clearly shows that  $k_{rl}$  and  $k_{rg}$  depend on the liquid flow rate. Since our experiments are in the non-Darcian regime, they therefore depend on the flow regime. Another confirmation is that the relative permeabilities do not superimpose on a single curve as function of the parameter  $X$ . Therefore it appears that the relative permeabilities are not only functions of the saturation, but also of the flow regime.

#### 4. Non-Darcian Two-Phase Flow Model

[39] The model is based on the generalization of the single-phase *full cubic law* (equation (14)), that accounts for non-Darcian effects by using the  $F$  function approach [Fourar and Lenormand, 2000]. In this approach, the presence of a second fluid is taken into account through a multiplier function introduced into the superficial velocity of each fluid. These functions ( $F_l$  and  $F_g$ ) are assumed to depend on the fluid saturation only.

#### 4.1. Calculation of the Pressure Drop

[40] With the introduction of the  $F$  functions for the liquid and the gas phases, the standard *full cubic law* (equation (14)) applied to each fluid is written as:

$$-\frac{\Delta P}{L} = \frac{\mu_l}{K} \left( F_l \frac{q_l}{A} \right) + \rho_l \beta \left( F_l \frac{q_l}{A} \right)^2 + \frac{\gamma \rho_l^2}{\mu_l} \left( F_l \frac{q_l}{A} \right)^3 \quad (26)$$

$$-\frac{\Delta P}{L} = \frac{\mu_g}{K} \left( F_g \frac{q_g}{A} \right) + \rho_g \beta \left( F_g \frac{q_g}{A} \right)^2 + \frac{\gamma \rho_g^2}{\mu_g} \left( F_g \frac{q_g}{A} \right)^3 \quad (27)$$

[41] The fluids Reynolds numbers,  $Re_l$  and  $Re_g$ , are defined respectively as [Geertsma, 1974; Whitaker, 1988]:

$$Re_l = K \beta \frac{\rho_l q_l}{\mu_l A} \quad (28)$$

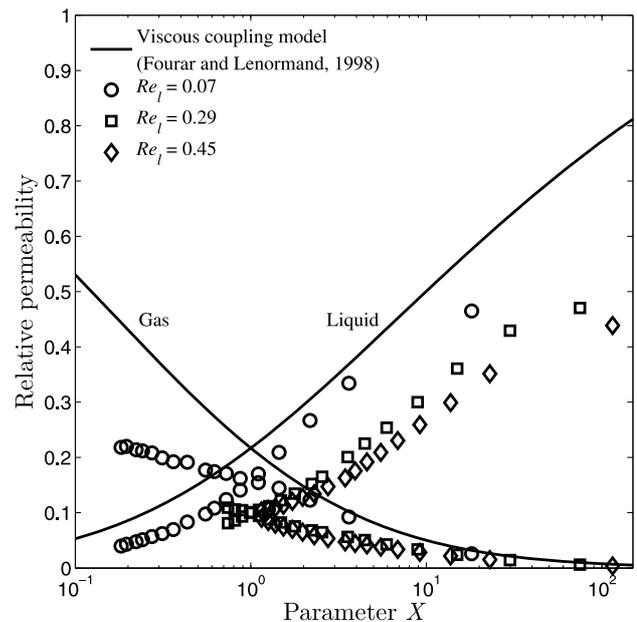
$$Re_g = K \beta \frac{\rho_g q_g}{\mu_g A} \quad (29)$$

equations (26) and (27) become:

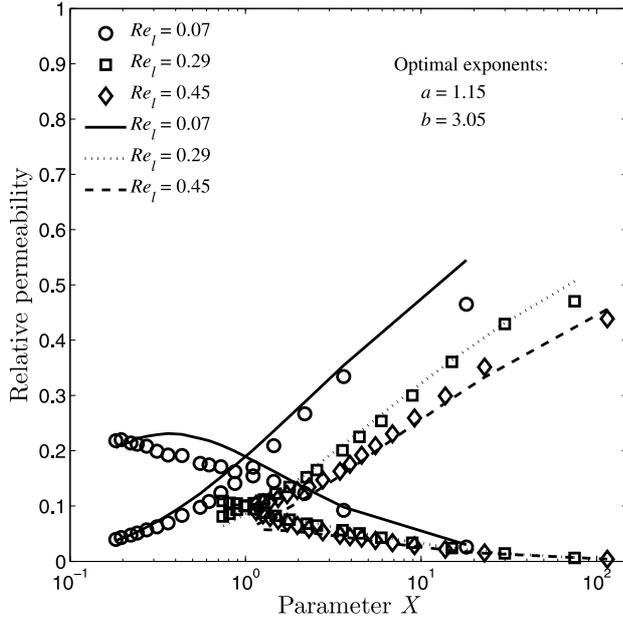
$$-\frac{\Delta P}{L} = \frac{\mu_l q_l}{KA} F_l \left( 1 + F_l Re_l + F_l^2 Re_l^2 \frac{\gamma}{K \beta^2} \right) \quad (30)$$

$$-\frac{\Delta P}{L} = \frac{\mu_g q_g}{KA} F_g \left( 1 + F_g Re_g + F_g^2 Re_g^2 \frac{\gamma}{K \beta^2} \right) \quad (31)$$

[42] There are two main advantages to this approach. First, it shows explicitly that the pressure drop per unit length is dependent on the flow regime, through the Reynolds numbers and fracture intrinsic properties. Second, since  $F_l$  and  $F_g$  are assumed to depend on the saturation only, these functions can be determined at a low flow rate in the viscous regime,



**Figure 5.** Relative permeabilities versus parameter  $X = \mu_l q_l / \mu_g q_g$  (generalized Darcy's law,  $h = 429 \mu\text{m}$ ).



**Figure 6.** Experimental and model relative permeabilities versus parameter  $X = \mu_l q_l / \mu_g q_g$  ( $h = 429 \mu\text{m}$ ,  $\beta = 82.2 \text{ m}^{-1}$ ,  $\gamma = 1.3 \times 10^{-5}$ ).

either experimentally by measuring the saturation, or analytically with a model if accurate saturation is unavailable.

[43] To summarize, the proposed model requires the following data to calculate the pressure drop for given liquid and gas flow rates:

[44] 1. the intrinsic permeability ( $K$ ) and the non-Darcian coefficients ( $\beta$ ,  $\gamma$ ), derived from a standard single-phase flow experiment (equation (22) and Table 1),

[45] 2. the functions  $F_l(S_l)$  and  $F_g(S_l)$ , which are obtained in two different ways:

[46] 1. from a series of experiments at different liquid or gas flow rates when saturation can be measured, using equations (30) and (31), or

[47] 2. using a theoretical model or empirical relationships.

#### 4.2. Calculation of Relative Permeabilities

[48] The coupling of the basic equations of the model (equations (30) and (31)) with the definition of the relative permeabilities (Darcy's law, equations (1) and (2)) leads to:

$$k_{rl} = \frac{1}{F_l \left( 1 + F_l Re_l + F_l^2 Re_l^2 \frac{\gamma}{K \beta^2} \right)} \quad (32)$$

$$k_{rg} = \frac{1}{F_g \left( 1 + F_g Re_g + F_g^2 Re_g^2 \frac{\gamma}{K \beta^2} \right)} \quad (33)$$

[49] Using these equations, the relative permeabilities can be calculated at any flow rate provided that their values are known in the viscous regime (i.e., when  $FRe \ll 1$ ):

$$F_l = \frac{1}{k_{rl,v}} \quad (34)$$

$$F_g = \frac{1}{k_{rg,v}} \quad (35)$$

where subscript  $v$  stands for the viscous regime. Consequently, the relative permeabilities for flows including both viscous and inertial effects can be easily derived from the  $k_{r,v}$  measured in the viscous regime.

[50] Since  $F(S_l)$  is assumed to depend only on the fluid saturation and not on the flow regime, we can use a model derived and validated in a purely viscous regime. The relative permeabilities in the viscous regime for a single fracture were modeled using classic Corey's saturation power laws. Thus equations (34) and (35) become:

$$F_l = \frac{1}{S_l^a} \quad (36)$$

$$F_g = \frac{1}{(1 - S_l)^b} \quad (37)$$

where exponents  $a$  and  $b$  are chosen to minimize the mean absolute relative error between the measured and calculated relative permeabilities. Therefore the relative permeabilities become functions of  $S_l$ ,  $a$ ,  $b$  and the fluids Reynolds numbers.

[51] It is important to note that in the present work, equations (36) and (37) were preferred to equations (9) and (10) used by *Fourar and Lenormand* [2001]. The reason for that choice is that our fracture is significantly different from their artificially roughened fracture. We used a replica of a real rough Vosges sandstone fracture with a real 3D topography and therefore, the viscous coupling model is not suitable.

[52] Except for the fluids Reynolds numbers, other parameters must be calculated to obtain the relative permeabilities. The parameter  $X$ , which is measured, can be used to calculate these parameters.  $X$  can be rewritten in the following form:

$$X = \frac{\mu_l q_l}{\mu_g q_g} = \frac{k_{rl}}{k_{rg}} = \frac{S_l^{3a} \left[ (1 - S_l)^{2b} + (1 - S_l)^b Re_g + Re_g^2 \frac{\gamma}{K \beta^2} \right]}{(1 - S_l)^{3b} \left( S_l^{2a} + S_l^a Re_l + Re_l^2 \frac{\gamma}{K \beta^2} \right)} \quad (38)$$

[53] Using the given values of the exponents  $a$  and  $b$ , and using all of the experimental data points, equation (38) was solved for  $S_l$  using a nonlinear least squares method. Subsequently, we used equations (36) and (37) to calculate  $F_l$  and  $F_g$ , and finally, equations (32) and (33) to calculate the relative permeabilities.

[54] The values of  $a$  and  $b$  were set to vary in the range of 0.5 to 5, and for each pair of these exponents,  $k_{rl}$  and  $k_{rg}$  were calculated as described above. The corresponding mean absolute relative errors between the model and the experimental values of the relative permeabilities were calculated. The optimal values of  $a$  and  $b$  are those that result in the minimum mean absolute relative error. For the experiments presented here, the minimum error was 11.5%, for  $a = 1.15$  and  $b = 3.05$ . Figure 6 shows good agreement between the experimental and semiempirical values of relative permeabilities. The model considers

the dependency of the relative permeabilities on the Reynolds number.

## 5. Conclusions

[55] Experimental results for single- and two-phase flow in the non-Darcian regime through a rough-walled fracture are presented. The intrinsic properties of the fracture were determined from single-phase laws described in the literature. Two-phase flow results were interpreted by generalizing the full cubic single-phase law. The basis of this method is to introduce a function  $F$  as a multiplying factor of the superficial velocity during two-phase flow. This function is assumed to depend only upon the saturation, and therefore does not depend on the flow regime (or Reynolds number). The  $F$  function can be derived from experiments performed at a given flow rate, or from a theoretical model of the relative permeability  $k_r$  in the viscous flow regime.

[56] Using classical Corey-like power laws of the saturation for the  $F$  functions, this model can be used to calculate the relative permeabilities in two-phase flows occurring in rough-walled fractures. The relative permeabilities obtained by the model explicitly show their dependence on the Reynolds number. The generalized full cubic law allows us to describe the relative permeabilities for air-water non-Darcian two-phase flows in a rough-walled fracture with good accuracy.

[57] Despite the achievement of the descriptions of relative permeability in rough-walled fractures using the proposed generalized full cubic law model, there are some limitations to this work. At this moment, the proposed model was only validated for one single real rough fracture (a replica of a Vosges sandstone real fracture). To generalize the proposed model, it will be applied to experimental results obtained using another fracture replica from a granite rock sample having a different surface topography. Also, as explained before, since no accurate experimental measurement of saturation was available, the parameter  $X$  was used to calculate the relative permeabilities. In the future, this experimental study may be extended to measure the fluid saturation with a good accuracy to test this model also in terms of saturation.

## Notation

$a$	Corey saturation power law exponent.
$b$	Corey saturation power law exponent.
$A$	Cross-sectional area of the fracture or porous media, $m^2$ .
$F$	$F$ function.
$h$	Hydraulic aperture of the fracture, $m$ .
$K$	Intrinsic permeability, $m^2$ .
$k_r$	Relative permeability.
$q$	Volumetric flow rate, $m^3/s$ .
$Re$	Reynolds number.
$S$	Fluid saturation.
$w$	Width of the fracture, $m$ .
$X$	Martinelli parameter.
$\Delta P/L$	Pressure drop per unit length, $Pa/m$ .
$\beta$	Inertia coefficient, $m^{-1}$ .
$\beta_r$	Relative inertia coefficient.
$\Phi$	Lockhart and Martinelli fluid multiplier.
$\gamma$	Parameter of the cubic nonlinear term.

$\mu$  Dynamic viscosity,  $Pa \cdot s$

$\rho$  Density,  $kg/m^3$ .

## Subscripts

$g$  Gas.

$l$  Liquid.

$s$  Single-phase flow.

$v$  Viscous regime.

[58] **Acknowledgments.** Authors acknowledge financial support for this work funded by the French National Research Agency (ANR) within the frame of the Geocarbone Integrity project and by the French National Research Center (CNRS) within the frame of the APIT-Geothermie project.

## References

- Andrade, J. S., U. M. S. Costa, M. P. Almeida, H. A. Makse, and H. E. Stanley (1999), Inertial effects on fluid flow through disordered porous media, *Phys. Rev. Lett.*, *82*, 5249–5252.
- Barrère, J. (1990), Modélisation des écoulements de Stokes et Navier-Stokes en milieu poreux, Ph.D. thesis, Univ. of Bordeaux I, France.
- Bear, J. (1972), *Dynamics of Fluids in Porous Media*, 764 pp., Dover, Mineola, New York.
- Buchlin, J. M., and A. Stubos (1987), Phase change phenomena at liquid saturated self heated particulate beds, in *Modeling and Applications of Transport Phenomena in Porous Media*, edited by J. Bear and J. M. Buchlin, Springer, New York.
- Chen, C., and N. R. Horne (2006), Two-phase flow in rough-walled fractures: Experiments and a flow structure model, *Water Resour. Res.*, *42*, W03430, doi:10.1029/2004WR003837.
- Chen, C., N. R. Horne, and M. Fourar (2004), Experimental study of liquid-gas flow structure effect on relative permeabilities in a fracture, *Water Resour. Res.*, *40*, W08301, doi:10.1029/2004WR003026.
- Corey, A. T. (1954), The interrelationship between gas and oil relative permeabilities, *Prod. Mon.*, *19*(1), 38–41.
- Cornell, D., and D. L. Katz (1953), Flow of gases through consolidated porous media, *Ind. Eng. Chem.*, *45*, 2145–2153.
- Darcy, H. (1854), *Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon*, Dalmont, Paris, France.
- Firdaouss, M., J.-L. Guermond, and P. Le quéré (1997), Nonlinear correction to Darcy's law at low Reynolds numbers, *J. Fluid Mech.*, *343*, 331–350.
- Forchheimer, P. (1901), Wasserberwegung durch Boden, *Z. Vereines deutscher Ing.*, *45*(50), 1782–1788.
- Fourar, M., and S. Bories (1995), Experimental study of air-water two-phase flow through a fracture (narrow channel), *Int. J. Multiphase Flow*, *21*(4), 621–637.
- Fourar, M., and R. Lenormand (2000), Inertial effects in two-phase flow through fractures, *Oil Gas Sci. Technol.*, *55*(3), 259–268.
- Fourar, M., and R. Lenormand (2001), A new model for two-phase flows at high velocities through porous media and fractures, *J. Petrol. Sci. Eng.*, *30*, 121–127.
- Fourar, M., S. Bories, R. Lenormand, and P. Persoff (1993), Two-phase flow in smooth and rough fractures: Measurement and correlation by porous-media and pipe-flow models, *Water Resour. Res.*, *29*(11), 3699–3708.
- Fourar, M., G. Radilla, R. Lenormand, and C. Moyne (2004), On the non-linear behavior of a laminar single-phase flow through two and three-dimensional porous media, *Adv. Water Resour.*, *27*, 669–677.
- Geertsma, M. (1974), Estimating the coefficient of inertial resistance fluid flow through porous media, *SPE*, *4706*, 445–450.
- Konzuk, J., and B. H. Kueper (2004), Evaluation of cubic law based models describing single-phase flow through a rough-walled fracture, *Water Resour. Res.*, *40*, W02402, doi:10.1029/2003WR002356.
- Lipinski, R. J. (1981), A one-dimensional particle bed dryout, *Model. Trans. Am. Nucl. Soc.*, *38*, 386–387.
- Lipinski, R. J. (1982), A model for boiling and dryout in particle beds, *Rep. SAND 82-0756 (NUREG/CR-2646)*, Sandia Labs., Albuquerque, N. M.
- Lo Jacono, D., F. Plouraboué, and A. Bergeon (2005), Weak inertial flow between two rough surfaces, *Phys. Fluids*, *17*, 063602, doi:10.1063/1.1923347.
- Lockhart, R. W., and R. C. Martinelli (1949), A proposed correlation of data for isothermal two-phase, two-component flow in pipes, *Chem. Eng. Prog.* (45), 39–48.
- Mei, C. C., and J.-L. Auriault (1991), The effect of weak inertia on flow through a porous medium, *J. Fluid Mech.*, *222*, 647–663.

- Merrill, L. S. (1975), Two-phase flow in fractures, Ph.D. Thesis, Univ. of Denver, Colo.
- Noman, R., and M. S. Archer (1987), The effect of pore structure on non-Darcy gas flow in some low permeability reservoir rocks, *SPE*, 16,400, 103–110.
- Panfilov, M., and M. Fourar (2006), Physical splitting of nonlinear effects in high-velocity stable flow through porous media, *Adv. Water Resour.*, 29, 30–41.
- Saez, A. E., and R. G. Carbonell (1985), Hydrodynamic parameters for gas-liquid co-current flow in packed beds, *AIChE J.*, 31, 52–62.
- Skjetne, E., A. Hansen, and J. S. Gudmundsson (1999), High-velocity flow in a rough fracture, *J. Fluid Mech.*, 383, 1.
- Tiss, M., and R. D. Evans (1989), Measurement and correlation of non-Darcy flow coefficient in consolidated porous media, *J. Pand. Sci. Eng.*, 3, 19–33.
- Whitaker, S. (1988), Levels of simplification. The use of assumptions, restrictions, and constraints in engineering analysis, *Chem. Eng. Educ.*, 22, 104–108.
- Zimmerman, R. W., A. Al-Yaarubi, C. C. Pain, and C. A. Grattoni (2004), Non-linear regimes of fluid flow in rock fractures, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 41(3), 384.

---

M. Fourar, A. Nowamooz, and G. Radilla, Laboratoire d’Énergétique et de Mécanique Théorique et Appliquée, Nancy-University, CNRS UMR 7563, 2 avenue de la Forêt de Haye, F-54504 Vandoeuvre-lès-Nancy, France. (giovanni.radilla@chalons.ensam.fr)



# Annexe B

## Intégration de l'équation de dispersion locale

La loi de microdispersion (Eq. III.14) est une loi locale. Elle s'applique à un volume élémentaire de milieu poreux, c'est-à-dire en un point  $M(x,y,z)$ , conformément à l'approche de milieu continu qui nous sert à décrire les écoulement en milieu poreux. Or, la détermination du coefficient de dispersion nécessite une expérience à l'échelle d'un échantillon ou d'un aquifère. Il convient donc d'intégrer cette équation pour des conditions initiales et aux limites données.

### B.1. Conditions aux limites

Pour déterminer une solution de l'équation de transport, concentration ou flux, en fonction du temps et de l'espace, il faut connaître les conditions initiale et aux limites. La condition initiale est souvent une condition de concentration uniforme (concentration nulle par exemple). Quant aux conditions aux limites, elles sont au nombre de deux puisque l'équation de transport est une équation différentielle de second ordre. Ces conditions aux limites sont difficiles à préciser car, la concentration n'est pas nécessairement continue entre l'extérieur et l'intérieur du milieu poreux. De plus, suivant le type de régime de dispersion (voir classification de Pfanckhuk), différentes conditions aux limites peuvent être imposées. Pour discuter des différentes conditions aux limites, nous considérons le cas des injections continues plus faciles à réaliser au laboratoire que des injections de pics. Cependant, cette analyse est généralisable à d'autres conditions d'injections.

#### B.1.1. Régime de diffusion

Dans la limite d'un débit d'injection nul, l'expérience classique consiste à saturer le milieu et les embouts avec une solution de concentration connue  $C_0$  pouvant être nulle. A l'instant  $t = 0$ , on remplace la solution dans l'embout par une solution de concentration différente de  $C_0$ . Nous avons donc deux conditions de concentrations imposées à l'entrée et à la sortie. Remarquons qu'une telle expérience est très difficile à réaliser. Les moindres variations de

pression entre les deux embouts provoquent une circulation du fluide. De plus, si l'on veut imposer une condition constante de concentration, il faut renouveler en permanence la solution dans les embouts (sans créer un écoulement dans le milieu) car la diffusion provoque un échange entre les embouts et le milieu et modifie donc la concentration. Si la solution n'est pas renouvelée, nous pouvons modéliser l'embout comme un réservoir de volume connu et de concentration supposée uniforme. Nous n'avons pas de condition de concentration imposée mais nous pouvons ajouter une équation de bilan de masse permettant de résoudre le problème en résolvant un système d'équations couplées.

### **B.1.2. Régime de dispersion hydrodynamique**

Pour les expériences réalisées en régime hydrodynamique (régime IV de Pfannkuch), une solution de concentration connue est injectée à un débit connu (pompe ou charge constante) et le flux de diffusion du milieu vers l'embout est supposé négligeable. Cette condition, réalisée à l'entrée, correspond donc à une condition de flux imposé (constant ou variable) au cours du temps.

La condition de sortie est imposée par le mécanisme hydrodynamique de l'étalement. Le traceur est transporté par le fluide qui s'écoule et qui suit les lignes de courant. Ce mécanisme est similaire à la propagation de l'information dans le sens de l'écoulement. En particulier, la modification de la concentration en sortie n'a aucune conséquence sur le comportement du traceur à l'intérieur du milieu poreux. Cette observation ne conduit pas directement à une condition à la sortie mais permet de déterminer un des paramètres d'intégration en ne retenant que la solution qui se propage dans le sens de l'écoulement. Nous verrons que cette condition revient à calculer le transport dans un milieu infini en imposant une condition de flux nul à l'infini.

### **B.1.3. Régimes intermédiaires**

Le cas intermédiaires où le soluté diffuse entre le milieu poreux et l'embout se résout en écrivant les relations de bilan de masse dans les embouts. En pratique, on se ramènera à l'un des cas décrit précédemment. Cependant, une étude approfondie de ces mécanismes a été réalisée par Villermaux (Villermaux et Gagne, 1994).

## B.2. Solution pour la diffusion pure

Nous considérons le cas extrême où la vitesse d'injection est nulle. L'équation de convection-diffusion (Eq. III.14) se réduit à :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (\text{B.1})$$

avec comme condition initiale à la sortie :

$$C(\infty, t) = 0 \quad (\text{B.2})$$

et comme condition à l'entrée, la fonction de Heaviside :

$$C(x, 0) = 0 \text{ et } C(0, t) = C_0 \quad (\text{B.3})$$

Il s'agit d'un problème classique de diffusion tel que le réchauffement d'un mur mis en contact avec une plaque à température constante. La solution du problème se présente sous la forme d'une série infinie (Carslaw et Jaeger, 1959) :

$$\frac{C(x, t)}{C_0} = 1 - \frac{x}{L} - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \exp\left(-\frac{Dn^2 \pi^2 t}{L^2}\right) \quad (\text{B.4})$$

## B.3. Solution pour le régime hydrodynamique

Nous allons présenter le calcul pour l'injection constante d'un débit  $Q$  de traceur à la concentration  $C_0$  au temps  $t = 0$  dans un milieu semi-infini. Cette injection correspond donc à une condition de concentration constante :

$$C(0, t) = C_0 \quad (\text{B.5})$$

La deuxième condition est une condition de concentration nulle à l'infini :

$$C(\infty, t) = 0 \quad (\text{B.6})$$

La solution de l'équation III.14 peut être obtenue en utilisant la transformée de Laplace (Aronofsky et Heller, 1957 ; Ogata et Banks, 1961) :

$$L(C(x, t)) = \tilde{C}(x, w) = \int_0^{\infty} C(x, t) \exp(-wt) dt \quad (\text{B.7})$$

$$L\left(\frac{\partial C(x, t)}{\partial t}\right) = C(x, 0) + w\tilde{C}(x, w) = w\tilde{C}(x, w) \quad (\text{B.8})$$

puisque la concentration initiale  $C(x, 0)$  est nul (condition initiale).  
La transformée de Laplace de l'équation de transport s'écrit donc :

$$w\tilde{C}(x, w) + \langle U \rangle \frac{\partial}{\partial x} \tilde{C}(x, w) - D \frac{\partial^2}{\partial x^2} \tilde{C}(x, w) = 0 \quad (\text{B.9})$$

La transformée de Laplace de la condition à la sortie (milieu semi-infini) s'écrit :

$$\tilde{C}(\infty, w) = 0 \quad (\text{B.10})$$

Et la transformée de la condition à l'entrée (transformée de Laplace d'un constant) est :

$$\tilde{C}(0, t) = \frac{C_0}{w} \quad (\text{B.11})$$

La solution générale de l'équation B.11 est la somme de deux solutions particulières :

$$\tilde{C}(x, w) = \lambda_1 \exp(-r_1 x) + \lambda_2 \exp(-r_2 x) \quad (\text{B.12})$$

où  $r_1$  et  $r_2$  sont les racines de l'équation caractéristique ( $Dr^2 + Ur - p = 0$ ), soit :

$$r_{1,2} = \frac{-\langle U \rangle \pm \sqrt{\langle U \rangle^2 + 4Dw}}{2D} \quad (\text{B.13})$$

Les deux conditions aux limites permettent de déterminer  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ . Le comportement à l'infini impose  $\lambda_2 = 0$ . La condition de concentration à l'entrée implique :

$$\lambda_1 = \frac{C_0}{w} \quad (\text{B.14})$$

D'où la solution dans l'espace de Laplace :

$$\tilde{C}(x, w) = \frac{C_0}{w} \exp\left(-\frac{\langle U \rangle x}{2D}\right) \exp\left(-\frac{x}{\sqrt{D}} \sqrt{\frac{\langle U \rangle^2}{4D} + w}\right) \quad (\text{B.15})$$

Une table de la transformée de Laplace montre l'équivalence :

$$\frac{2}{w} \exp(-a(b^2 + w)^{0.5}) \leftrightarrow e^{-ab} \operatorname{erfc}\left(\frac{a}{2t^{0.5}} - bt^{0.5}\right) + e^{ab} \operatorname{erfc}\left(\frac{a}{2t^{0.5}} + bt^{0.5}\right) \quad (\text{B.16})$$

où *erfc* est la fonction erreur complémentaire définie par :

$$\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \quad (\text{B.17})$$

On obtient ainsi la solution de l'équation III.14 en posant  $a = x/D^{0.5}$  et  $b = \langle U \rangle/2D^{0.5}$  (Aronofsky and Heller, 1957 ; Ogata et Banks, 1961) :

$$\frac{C(x, t)}{C_0} = \frac{1}{2} \left[ \operatorname{erfc}\left(\frac{x - \langle U \rangle t}{2\sqrt{Dt}}\right) + \exp\left(\frac{\langle U \rangle x}{D}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{x + \langle U \rangle t}{2\sqrt{Dt}}\right) \right] \quad (\text{B.18})$$



# Annexe C

## Modèle de milieu poreux stratifié équivalent

Pour calculer le débit élémentaire, la concentration et le flux, nous considérons d'abord un milieu parfaitement stratifié avec une porosité uniforme. Les strates de perméabilité sont aléatoirement distribuées, et l'écoulement est parallèle aux strates.

### C.1. Calcul du débit élémentaire

Considérons le schéma de la figure C.1 où les strates sont classées par ordre de perméabilité croissante. Nous supposons que ce milieu stratifié est soumis à une différence de pressions  $\Delta P$  entre l'entrée et la sortie.

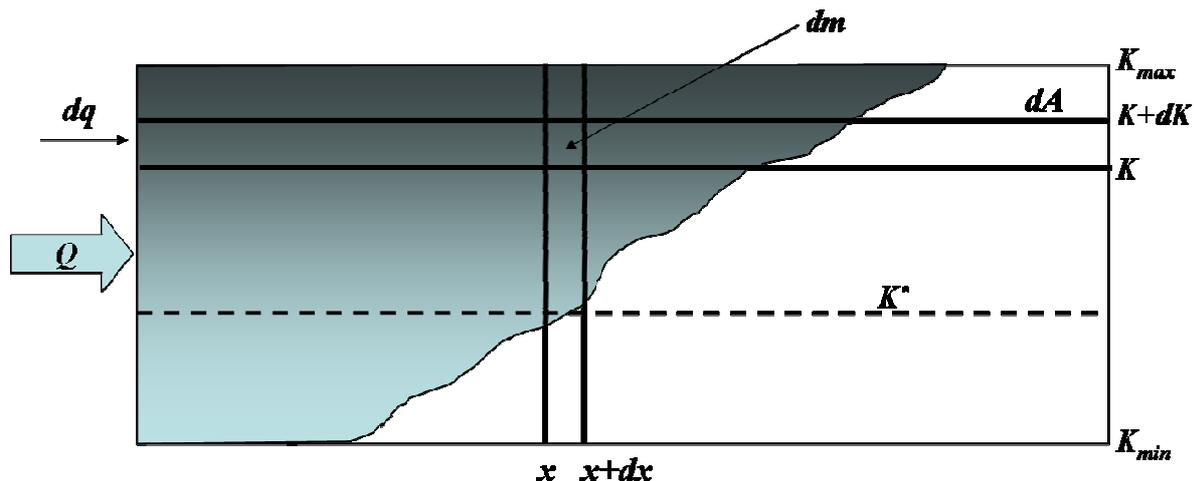


Fig. C.1 : Notations pour le calcul de la concentration après classement des perméabilités en perméabilité croissante du bas vers le haut.

La fraction  $dA$  de la section  $A$  des strates de perméabilités comprises entre  $K$  et  $K+dK$  est donnée par :

$$dA = AG(K)dK \quad (C.1)$$

En désignant par  $dq$  le débit d'écoulement à travers des strates, la loi de Darcy s'écrit :

$$dq = dA \frac{K}{\mu} \frac{\Delta P}{L} = A \frac{K}{\mu} \frac{\Delta P}{L} G(K) dK \quad (C.2)$$

Le débit total à travers le milieu stratifié est obtenu en additionnant les débits élémentaires à travers toutes les strates :

$$Q = \int_{K_{\min}}^{K_{\max}} dq = \frac{A}{\mu} \frac{\Delta P}{L} \int_{K_{\min}}^{K_{\max}} KG(K) dK \quad (C.3)$$

où  $\int_{K_{\min}}^{K_{\max}} KG(K) dK$  est appelée la perméabilité moyenne et notée  $\langle K \rangle$ .

Nous retrouvons donc la loi darcy à l'échelle du milieu :

$$Q = \frac{\langle K \rangle A}{\mu} \frac{\Delta P}{L} \quad (C.4)$$

En éliminant la différence de pression entre les équations C.2 et C.4, on obtient la relation entre les débits élémentaire et global :

$$dq = Q \frac{K}{\langle K \rangle} G(K) dK \quad (C.5)$$

## C.2. Calcul de la concentration

Considérons maintenant une tranche de milieu poreux perpendiculaire au sens de l'écoulement et donc aux strates (figure C.1). Soient  $x$  l'abscisse de la tranche et  $dx$  son épaisseur. La vitesse du front en  $x$  à l'instant  $t$  est définie par :

$$U = \frac{x}{t} \quad (C.6)$$

Nous désignons par  $K^*$  la perméabilité de la strate où le front atteint la position  $x$  à l'instant  $t$ . la vitesse du front peut également déterminée à partir de la loi de Darcy régissant l'écoulement dans la strate de perméabilité  $K^*$  :

$$U = \frac{dq}{dA} = \frac{K^*}{\mu} \frac{\Delta P}{L} = \frac{K^*}{\langle K \rangle} \frac{Q}{A} \quad (\text{C.7})$$

En introduisant la vitesse moyenne du front ( $\langle U \rangle = Q/A$ ) et en tenant compte de l'équation C.4, nous pouvons déduire l'expression de  $K^*$  :

$$K^* = \frac{\langle K \rangle}{\langle U \rangle} \frac{x}{t} \quad (\text{C.8})$$

Calculons maintenant la concentration de traceur dans la tranche située en  $x$  et d'épaisseur  $dx$ . La fraction de masse  $dm$  dans les strates de perméabilités comprises entre  $K$  et  $K+dK$  est égale à la concentration initiale multipliée par le volume de fluide dans la tranche de section  $dA$  et d'épaisseur  $dx$  :

$$dm = C_0 dA dx \quad (\text{C.9})$$

Etant donné que les strates de perméabilité  $K$  inférieure à  $K^*$  ne contiennent pas de traceur, la masse totale de traceur dans la tranche considérée est obtenue en intégrant  $dm$  entre  $K^*$  et  $K_{max}$  :

$$m = \int_{K^*}^{K_{max}} C_0 dA dx \quad (\text{C.10})$$

En remplaçant  $dA$  par son expression (Eq. C.1) et en rapportant la masse  $m$  au volume du fluide contenue dans la tranche on obtient la concentration en  $x$  à l'instant  $t$  :

$$C(x,t) = C_0 \int_{K^*}^{K_{max}} G(K) dK \quad (\text{C.11})$$

On peut noter que lorsque  $K^* = K_{min}$  le front atteint la position  $x$  pour toutes les strates et l'on vérifie bien le produit de la concentration initiale  $C_0$  et du débit global  $Q$ .

Divers travaux (Gentier, 1986 ; Gale, 1988 ; Hakami, 1988 et 1992 ; Iwano et Einstein, 1993) montrent que les lois normale et log normale peuvent être utilisées pour décrire la distribution

des ouvertures (ou perméabilités locales) des fractures. Par conséquent, pour calculer la concentration, deux distributions de perméabilité sont étudiées :

– **La distribution log normale (Fourar, 2006 ; Fourar et Radilla, 2009) :**

Nous illustrons la relation de concentration pour un cas de distribution log normale de perméabilité (figure C.2).

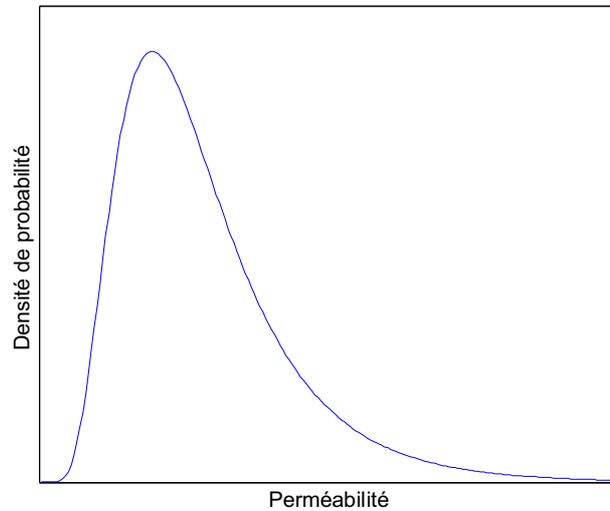


Fig. C.2 : Distribution log normale de perméabilité.

Dans ce cas, la probabilité de distribution de perméabilité est donnée par l'expression suivante :

$$G(K) = \frac{1}{\sigma_{\ln K} \sqrt{2\pi} K} \exp\left(-\frac{(\ln K - \langle \ln K \rangle)^2}{2\sigma_{\ln K}^2}\right) \quad (\text{C.12})$$

où  $\langle \ln K \rangle$  et  $\sigma_{\ln K}^2$  sont la moyenne et la variance de  $\ln K$ , respectivement. Ces paramètres sont liés à la valeur moyenne et la variance de  $K$  comme suit :

$$\langle K \rangle = \exp\left(\langle \ln K \rangle + \frac{\sigma_{\ln K}^2}{2}\right) \quad (\text{C.13})$$

$$\sigma_K^2 = \exp(2\langle \ln K \rangle + \sigma_{\ln K}^2) (-1 + \exp(\sigma_{\ln K}^2)) \quad (C.14)$$

Le facteur d'hétérogénéité est défini comme le rapport de l'écart type sur la perméabilité moyenne :

$$H = \frac{\sigma_K}{\langle K \rangle} \quad (C.15)$$

Par conséquent, considérant les équations C.13 et C.14, le facteur d'hétérogénéité peut être réécrit comme :

$$H = \sqrt{-1 + \exp(\sigma_{\ln K}^2)} \quad (C.16)$$

En insérant l'équation C.12 dans l'équation C.11 et en faisant tendre  $K_{max}$  vers l'infini, on obtient :

$$C(x,t) = \frac{C_0}{\sigma_{\ln K} \sqrt{2\pi}} \int_{K^*}^{\infty} \exp\left(-\frac{(\ln K - \langle \ln K \rangle)^2}{2\sigma_{\ln K}^2}\right) \frac{dK}{K} \quad (C.17)$$

Et en utilisant le changement de variable  $u = \frac{\ln K - \langle \ln K \rangle}{\sqrt{2}\sigma_{\ln K}}$ , on obtient :

$$C(x,t) = \frac{C_0}{\sqrt{\pi}} \int_{K^*}^{\infty} \exp(-u^2) du = \frac{C_0}{2} \operatorname{erfc}(u^*) \quad (C.18)$$

$$\text{où } u^* = \frac{\ln K^* - \langle \ln K \rangle}{\sqrt{2}\sigma_{\ln K}}.$$

Et finalement, la combinaison des équations C.8, C.13, C.16 et C.17 permet de calculer la concentration du traceur :

$$\frac{C(x,t)}{C_0} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{\ln \left( \frac{x}{\langle U \rangle t} \sqrt{1+H^2} \right)}{\sqrt{2 \ln(1+H^2)}} \right) \quad (\text{C.19})$$

– La distribution normale (Bauget et Fourar, 2008) :

Dans ce cas (figure C.3), la probabilité de distribution de perméabilité est donnée par l'expression suivante :

$$G(K) = \frac{1}{\sigma_K \sqrt{2\pi}} \exp \left( -\frac{(K - \langle K \rangle)^2}{2\sigma_K^2} \right) \quad (\text{C.20})$$

où  $\langle K \rangle$  et  $\sigma_K^2$  sont respectivement la moyenne et la variance de la perméabilité  $K$ .

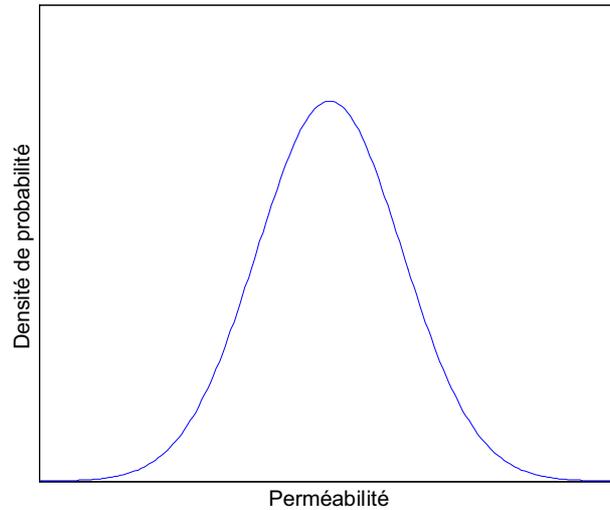


Fig. C.3 : Distribution normale de perméabilité.

En insérant l'équation C.20 dans l'équation C.11 et en faisant tendre  $K_{max}$  vers l'infini, on obtient :

$$C(x,t) = \frac{C_0}{\sigma_K \sqrt{2\pi}} \int_{K^*}^{\infty} \exp \left( -\frac{(K - \langle K \rangle)^2}{2\sigma_K^2} \right) dK \quad (\text{C.21})$$

Et en utilisant le changement de variable  $u = \frac{K - \langle K \rangle}{\sqrt{2}\sigma_K}$ , on obtient l'équation C.18 avec

$$u^* = \frac{K^* - \langle K \rangle}{\sqrt{2}\sigma_K}.$$

La combinaison des équations C.8, C.15 et C.21 permet de calculer la concentration du traceur :

$$\frac{C(x,t)}{C_0} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{x / \langle U \rangle t^{-1}}{H\sqrt{2}} \right) \quad (\text{C.22})$$



AUTORISATION DE SOUTENANCE DE THESE  
DU DOCTORAT DE L'INSTITUT NATIONAL  
POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

o0o

VU LES RAPPORTS ETABLIS PAR :

**Monsieur Marc PRAT, Directeur de Recherche, Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse,  
Toulouse**

**Monsieur Harold AURADOU, Chargé de Recherche, Laboratoire FAST, Campus Universitaire, Orsay**

Le Président de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, autorise :

**Monsieur NOWAMOOZ Ali**

à soutenir devant un jury de l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE,  
une thèse intitulée :

**« Etude expérimentale et modélisation des écoulements diphasiques et de la dispersion  
dans des fractures rugueuses réelles »**

en vue de l'obtention du titre de :

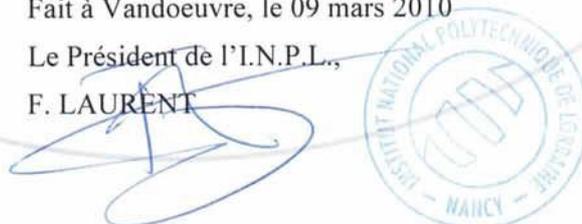
DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

Spécialité : « **Mécanique et Energétique** »

Fait à Vandoeuvre, le 09 mars 2010

Le Président de l'I.N.P.L.,

F. LAURENT



NANCY BRABOIS  
2, AVENUE DE LA  
FORET-DE-HAYE  
BOITE POSTALE 3  
F - 54501  
VANCEUVRE CEDEX





## RESUME

Les écoulements diphasiques en fracture se produisent dans de nombreuses applications industrielles et environnementales. Pour modéliser ces écoulements, il est important de connaître le rôle des caractéristiques géométriques des surfaces constituant les fractures. L'objectif de ce travail de thèse est d'étudier expérimentalement les écoulements diphasiques (liquide-gaz) et la dispersion de traceurs dans des fractures réelles dont on connaît la cartographie des surfaces et d'en proposer une modélisation adéquate. La cartographie des ouvertures des deux fractures a été obtenue par une méthode optique basée sur la loi d'atténuation de Beer-Lambert.

L'écoulement monophasique a été modélisé par trois modèles classiques (loi cubique, loi de Forchheimer et loi cubique complète). Nos résultats confirment donc que la première correction par rapport à la loi de Darcy peut être décrite par la loi cubique. A fort régime inertiel, la loi empirique de Forchheimer est utilisée pour expliquer l'écart à la loi de Darcy et la correction par rapport à cette loi est en puissance deux de la vitesse superficielle. La loi cubique complète qui comporte des termes quadratique et cubique est utilisée pour prédire la perte de pression de tous régimes confondus.

L'écoulement diphasique inertiel a été modélisé à l'aide de la généralisation de la loi de Darcy couplée à l'approche de la fonction  $F$  qui introduit un terme multiplicateur dans la vitesse de chacun des fluides pour tenir compte de la présence de l'autre fluide. Le modèle proposé est basé sur la généralisation de la loi monophasique cubique complète. Il permet de prédire les perméabilités relatives et les saturations en fonction des débits des deux fluides avec deux paramètres d'ajustement.

Les profils de concentration obtenus lors des expériences de dispersion ont été interprétés avec différents modèles afin d'évaluer leur capacité à décrire la dispersion dans les fractures et donc l'hétérogénéité de celles-ci. Les résultats montrent que le modèle classique de convection-dispersion n'est pas adapté compte tenu de la grande hétérogénéité des fractures. En revanche, le modèle stratifié, avec un seul paramètre estimé, donne des résultats satisfaisants et permet de quantifier l'hétérogénéité. Enfin, avec cinq paramètres estimés, à partir de la courbe de la concentration de traceur à la sortie des fractures, le modèle CTRW permet de décrire avec une bonne précision les profils de concentration de toutes les abscisses.

MOTS CLES : Fracture ; Ecoulement monophasique ; Loi cubique ; Loi de Forchheimer ; Loi cubique complète ; Ecoulement diphasique (liquide-gaz) ; Approche de la fonction  $F$  ; Dispersion de traceurs ; Modèle classique de convection-dispersion ; Modèle stratifié ; Modèle CTRW.

---

## ABSTRACT

The two-phase flows through fractures occur in many industrial and environmental processes. Modelling these flows needs understanding the role of geometric characteristics of the fractures surfaces. The objective of this thesis is to study experimentally the two-phase flow (liquid-gas) and the dispersion of tracers in fractures which the aperture map is known and propose a suitable model. The aperture map of both fractures was obtained by an optical method based on the attenuation Beer-Lambert's law.

The results of the single-phase flow were interpreted using non-Darcian laws (cubic law, law and Forchheimer's law and full cubic law). Our results confirm that at weak inertial regime, the nonlinear behaviour can be described by the cubic law. At strong inertial regime, the empirical Forchheimer's law can be used to account for the deviation from Darcy's law. The full cubic law that contains both quadratic and cubic terms can be used to predict the pressure drop of all flow regimes.

The inertial two-phase flow model is based on the generalization of the single-phase full cubic law that accounts for non-Darcian effects by using the  $F$  function approach. On this approach, the presence of a second fluid is taken into account through a multiplier function introduced into the superficial velocity of each fluid. These functions are assumed to depend on the fluid saturation only. This model let us predict the relative permeability and the saturation as a function of the two fluid flows with two adjustment parameters.

The concentration profiles obtained during dispersion experiments were interpreted with different models to study their ability to describe the dispersion in fractures and hence the heterogeneity of them. The results show that the classical convection-dispersion is not appropriate due to the heterogeneity of the fractures. On the other hand, the stratified model, with only one estimated parameter, gives satisfactory results and allows quantifying heterogeneity. Finally, with five estimated parameters, from the concentration curve at the outlet of the fractures, the CTRW model can describe the concentration profiles of all abscissas with good accuracy.

Keywords : Fracture ; Single-phase flow ; Cubic law ; Forchheimer's law ; Full cubic law ; Two-phase flow (liquid-gas) ;  $F$  function approach ; Dispersion of tracers ; Stratified model ; CTRW model.

AUTORISATION DE SOUTENANCE DE THESE  
DU DOCTORAT DE L'INSTITUT NATIONAL  
POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

o0o

VU LES RAPPORTS ETABLIS PAR :

**Monsieur Marc PRAT, Directeur de Recherche, Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse,  
Toulouse**

**Monsieur Harold AURADOU, Chargé de Recherche, Laboratoire FAST, Campus Universitaire, Orsay**

Le Président de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, autorise :

**Monsieur NOWAMOOZ Ali**

à soutenir devant un jury de l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE,  
une thèse intitulée :

**« Etude expérimentale et modélisation des écoulements diphasiques et de la dispersion  
dans des fractures rugueuses réelles »**

en vue de l'obtention du titre de :

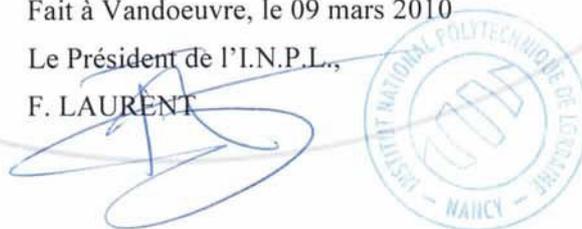
DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

Spécialité : « **Mécanique et Energétique** »

Fait à Vandoeuvre, le 09 mars 2010

Le Président de l'I.N.P.L.,

F. LAURENT



NANCY BRABOIS  
2, AVENUE DE LA  
FORET-DE-HAYE  
BOITE POSTALE 3  
F - 54501  
VANCEUVRE CEDEX