



**HAL**  
open science

## Contributions expérimentales sur la dynamique instationnaire de bulles de Taylor

Seyedeh Sara Madani

► **To cite this version:**

Seyedeh Sara Madani. Contributions expérimentales sur la dynamique instationnaire de bulles de Taylor. Autre. Institut National Polytechnique de Lorraine, 2010. Français. NNT : 2010INPL009N . tel-01748821

**HAL Id: tel-01748821**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01748821v1>**

Submitted on 29 Mar 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

ÉCOLE DOCTORALE : EMMA

Laboratoire d'Énergétique et de Mécanique Théorique et Appliquée (LEMMA)

## THÈSE

Présentée et soutenue publiquement le 26 Mars 2010  
pour l'obtention du grade de Docteur de l'INPL  
(Spécialité : MÉCANIQUE ÉNERGÉTIQUE)

par

**Seyedeh Sara MADANI**

# **Contributions expérimentales sur la dynamique instationnaire de bulles de Taylor**

**Directeur de thèse :** Pr. Mohamed SOUHAR LEMTA - ENSEM - INPL NANCY

**Co-directrice de thèse :** Dr. Ophélie CABALLINA LEMTA - ENSEM - INPL NANCY

*Président du jury* Olivier SERO-GUILLAUME, DR CNRS LEMTA - ENSEM - INPL NANCY

*Rapporteurs :* Michel LANCE, PR LMFA, EC LYON

Abdelhak AMBARI, PR EMT/ LPMI, ENSAM ANGERS

*Examineurs :* Hassan PEERHOSSAINI, PR LTN, UNIVERSITÉ DE NANTES

Mohamed SOUHAR, PR LEMTA - ENSEM - INPL NANCY

Ophélie CABALLINA, MCF LEMTA - ENSEM - INPL NANCY



CONTRIBUTIONS EXPÉRIMENTALES SUR LA  
DYNAMIQUE INSTATIONNAIRE DE BULLES DE  
TAYLOR

---

*Experimental contributions on the unsteady dynamics  
of Taylor bubbles*

Seyedeh Sara MADANI

---

Université de Nancy

Seyedeh Sara MADANI

*Contributions expérimentales sur la dynamique instationnaire de  
bulles de Taylor*

xix+

## Résumé

Cette étude porte sur la dynamique instationnaire d'une bulle de Taylor dans un tube vertical en repère oscillant. L'objectif est de réaliser une étude expérimentale quantitative plus détaillée de cet écoulement instationnaire, très peu abordé dans la littérature. Les résultats expérimentaux sont obtenus pour des grands nombres de Reynolds pour comprendre les effets d'inertie. Deux configurations différentes sont étudiées : 1) tubes avec deux diamètres internes différents (9,8 mm et 20 mm) remplis d'eau, 2) le tube de diamètre  $D = 9,8$  mm rempli de quatre fluides peu visqueux. Le nombre de Bond  $Bo$ , basé sur la vitesse ascendante en cas stagnant, varie alors entre 13 et 57, où les effets de la tension superficielle peuvent être pris en compte. La bulle est suivie à l'aide d'une caméra rapide. Les vitesses moyenne et fluctuante et le déphasage avec le plateau oscillant sont obtenus par traitement d'images et traitement numérique des données. Les résultats principaux montrent que pour les faibles accélérations la vitesse moyenne diminue et la vitesse fluctuante augmente lorsque l'accélération relative augmente. Au delà d'une accélération critique, la vitesse moyenne augmente et l'augmentation de la vitesse fluctuante semble ralentir. Ce changement de comportement semble être lié à la déformation de l'interface (courbure modifiée, ondes de surface) qui devient significative aux accélérations élevées. De plus, les comparaisons avec les résultats numériques obtenus en négligeant les effets capillaires sont effectuées. Des corrélations permettant de calculer les vitesses moyenne et fluctuante sont proposées. L'évolution temporelle de rayon de courbure au voisinage du nez de la poche est également étudiée pour les différentes accélérations et les résultats sont comparés avec le cas stagnant. Pour les accélérations élevées, la formation et la propagation des ondes oscillantes qui affectent la dynamique de l'écoulement sont quantifiées.

**Mots-clés :** Bulle de Taylor, dynamique instationnaire, plateau oscillant, déformation de l'interface, ondes de surface

## Abstract

The present work deals with the motion of a Taylor bubble rising through vertical oscillating pipes. The aim is to perform a more detailed and experimental quantitative study of this unsteady flow, still seldom addressed in the literature. The investigation is restricted to high Reynolds numbers to understand inertia effects. Experimental results are provided for two different configurations : 1) pipes with two different inner diameters (9.8 mm and 20 mm) filled with water, 2) the thinner pipe ( $D = 9.8$  mm) filled with four low viscous fluids. So the Bond number  $Bo$ , based on the steady rise velocity varies from 13 to 57, where the effects of surface tension can be considered. The bubble trajectory is tracked by using a high-speed video camera. The average terminal and fluctuating velocity, as well as the phase shift with the oscillating plate are obtained by using image processing. The main results show that for weak acceleration, the mean velocity decreases with the relative acceleration as the fluctuating velocity increases in proportion to this acceleration. Beyond a critical relative acceleration, the average velocity increases and the fluctuating velocity increase seems to slow down. This behavior change seems to be related to the interface deformation (modified curvature, surface waves) which becomes significant in high accelerations. Additionally, comparisons are made with the numerical results obtained by neglecting the capillary effects. Correlations allowing the prediction of mean and fluctuating velocities depending on the Bond number and relative acceleration are proposed and compared with our experimental results. The time evolution of the radii of curvature in the vicinity of the bubble nose is also studied for different relative accelerations and the results are compared with the stagnant case. In high accelerations, the formation and propagation of surface waves which may influence the bubble dynamics are quantified.

**Keywords:** Taylor bubble , unsteady dynamics, oscillating frame, interface deformation, surface waves





# Remerciements

En tout premier lieu, je remercie chaleureusement mes directeurs de thèse Mohamed Souhar et Ophélie Caballina pour leurs grandes compétences scientifiques, leur soutien, mais aussi pour la confiance, l'autonomie et la liberté qu'ils m'ont accordées dans la conduite de mes recherches. Je leur dois beaucoup dans la réussite de ce travail.

J'adresse mes remerciements à M. Sero-Guillaume, Directeur de recherche à l'ENSEM qui a bien voulu me faire l'honneur de présider mon jury de thèse. Je suis sensible à l'intérêt que M. Lance, Professeur à l'École Centrale de Lyon et M. Ambari, Professeur à l'ENSAM d'Angers ont manifesté pour mon travail de recherche et leur suis reconnaissante d'avoir jugé ce travail en qualité de rapporteur. Enfin, je remercie M. Peerhossaini, Professeur à l'Université de Nantes, pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant la participation à mon jury de thèse.

De même, je tiens à exprimer ma sympathie à l'ensemble des techniciens, ingénieurs et secrétaires du laboratoire pour leur amabilité. Je ne saurais oublier mes amis doctorants ou jeunes docteurs avec qui j'ai vécu au quotidien de bons moments, en particulier Ali, Wassim, Anahita, Ghania, Mojdeh, Benoît et tous les autres thésards que j'ai côtoyés.

Ce travail n'aurait pas été possible sans le dévouement, la patience et les encouragements continus de Afshin, mon époux, qui a su supporter avec tendresse mes instants d'effervescence. Je lui dois aussi la réalisation et la mise en forme de ce mémoire. Enfin, merci à mes parents pour leur amour, leur soutien et leur aide durant toutes mes années d'étude. Je n'aurais pas pu réussir sans vous.



# Sommaire

Nomenclature .....	ix
Introduction générale .....	1
1 État de l'art .....	5
2 Dynamique instationnaire des bulles de Taylor dans les tubes verticaux : note sur les approches précédentes. ....	37
3 Dispositif expérimental et techniques de mesure.....	49
4 Dynamique instationnaire de la bulle de Taylor .....	67
5 Analyse du comportement interfacial d'une bulle de Taylor dans un tube vertical oscillant .....	101
Conclusion générale et perspectives .....	139
Liste des publications de nos travaux .....	145
A Écoulement au nez de la bulle .....	149
B Modèle de Clanet <i>et al.</i> (2004).....	157
C Méthode d'intégration de Runge-Kutta .....	161
D Tableaux de mesures (chapitre 4) .....	167
E Tableaux de mesures (chapitre 5) .....	173
Liste des tableaux .....	197
Table des figures.....	199
Bibliographie .....	205
Table des matières.....	207



# Nomenclature

## Nombres sans dimension

$\tilde{Bo}$  nombre de Bond instationnaire

$Bo = \frac{(\rho_L - \rho_G)gD^2}{\sigma}$  nombre de Bond

$\tilde{Fr}$  nombre de Froude instationnaire

$Fr = \frac{\bar{U}_{b_0}}{\sqrt{gD}}$  nombre de Froude

$Mo = \frac{g\mu^4}{\rho_L\sigma^3}$  nombre de Morton

$N_f = \frac{\rho_L g^{\frac{1}{2}} D^{\frac{3}{2}}}{\mu}$  nombre d'inverse de viscosité

$Re = \rho_L \bar{U} D / \mu_L$  nombre de Reynolds d'un liquide en mouvement

$Re_b$  nombre de Reynolds de flottabilité

$Re_{\bar{U}_{film}}$  nombre de Reynolds basé sur la vitesse absolue moyenne dans le film liquide

$Re_{V_L}$  nombre de Reynolds basé sur la vitesse relative du liquide par rapport à la bulle

## Lettres romaines

$A$  constante, (annexe B)

$A_n, n \in N$  constantes, (chapitre 1)

$a$  accélération relative

$a_c$  accélération relative critique

$B_n, n \in N$  constantes, (chapitre 1)

$b$  amplitude d'oscillation

$C'_i$  constante, (chapitre 4)

$C_0$  constante (chapitre 1)

$C_1$  constante, (annexe A)

$C_1$  pente de la partie linéaire de la courbe de  $U_f / \bar{U}_{b_0}$

$C_2$  constante, (annexe A)

$C_i$  constante, (chapitre 4)

---

$D$	diamètre du tube
$e$	épaisseur du film liquide
$e_r$	épaisseur relative du film (chapitre 1)
$F(r, z)$	équation de la surface du nez de la bulle, (chapitre 5)
$f$	fréquence d'oscillation
$f^*$	fréquence d'oscillation adimensionnelle
$f_m$	fréquence d'oscillation obtenue par la méthode des moindres carrés
$f_{exp}$	fréquence d'oscillation expérimentale
$\vec{g}$	accélération de la pesanteur
$g(t)$	champ gravitationnel instationnaire
$g_E$	accélération effective
$h$	pas de l'itération, (annexe C)
$J_0$	fonction Bessel d'ordre zéro
$J_1$	fonction Bessel d'ordre un
$K_i, i \in N$	constantes, (annexe A)
$k = 3,83/R$	constante, équation (1.37)
$k_0$	constante, (chapitre 2)
$k_1$	nombre d'onde (chapitre 1)
$k_i (i = 1, 2, 3, 4)$	constantes, équations (4.12) et (4.13)
$L$	distance fixe de 1500 mm parcourue par la bulle dans le travail de Brannock et Kubie, (chapitre 4)
$L$	longueur de la bielle (chapitre 3)
$l$	longueur de la bulle
$l_c$	longueur capillaire
$l_s$	longueur minimale du liquide
$M$	la vitesse adimensionnelle de la bulle (chapitre 1)
$\vec{n}$	normale extérieure à la surface de la bulle
$n$	entier naturel

---

$P$	pression
$P_L$	pression dans le gaz
$P_L$	pression dans le liquide
$P_o$	pression à la surface gaz/liquide
$Q_w$	débit du liquide descendant
$R$	rayon du tube
$R(z)$	rayons de courbure perpendiculaire au plan $(r, z)$ , (annexe A)
$R_0 = b/L \ll 1$	rapport amplitude d'oscillation/longueur de la bielle (chapitre 3)
$R_c$	rayon cylindrique d'équilibre de la bulle
$Rz$	résidu
$r, z, \theta$	coordonnées cylindriques
$r^*$	la distance radiale normalisée
$T$	période
$t$	temps
$t^* = t/T$	temps normalisé
$\bar{U}$	la vitesse moyenne du liquide (chapitre 1)
$\bar{U}_b^* = \bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$	vitesse moyenne normalisée de la bulle
$\bar{U}_b$	vitesse moyenne ascendante de la bulle en repère oscillant
$\bar{U}_{b_0}$	vitesse moyenne ascendante de la bulle dans le liquide stagnant
$\bar{U}_{film}$	vitesse moyenne dans le film liquide
$\tilde{U}_b(t)$	partie fluctuante de la vitesse instantanée de la bulle
$U_b^* = U_b/\bar{U}_{b_0}$	vitesse normalisée de la bulle
$U_\infty$	vitesse du liquide loin de la bulle
$U_b$	vitesse de la bulle
$U_b(t)$	vitesse instantanée de la bulle
$U_f$	vitesse fluctuante
$U_f^* = U_f/\bar{U}_{b_0}$	vitesse fluctuante adimensionnelle
$U_I$	vitesse instantanée de la bulle, modèle Brannock et Kubie (1996)

---

$U_r(t)$	vitesse relative de la bulle
$u_1$	vitesse du fluide 1
$u_2$	vitesse du fluide 2
$V$	vitesse du liquide
$V_L$	vitesse relative du liquide par rapport à la bulle
$V_r$	vitesse radiale du liquide
$V_r^*$	vitesse radiale normalisée
$V_z$	vitesse axiale du liquide
$V_z^*$	vitesse radiale normalisée
$V_\theta$	vitesse orthoradiale du liquide
$v_l$	volume du liquide
$y$	distance depuis l'apex, équation (1.35)
$Z$	cote du point définie à partir du haut du tube
$z^*$	la distance axiale normalisée
$z_n$	position du nez de la bulle
$z_p$	position du plateau
$z_r(t)$	position relative du plateau
$z_{onde}$	position de l'onde
$z_{pm}$	position du plateau modelisée
$z_{préel}$	déplacement réel du plateau (chapitre 3)

## Lettres grecques

$\alpha$	constante (chapitre 2)
$\alpha$	pente de la partie linéaire de la courbe $z/D-(r/D)^2$ (chapitre 5)
$\alpha_i$ ( $i = 1, 2, 3$ )	constantes, équations (4.12) et (4.13)
$\beta$	constante (chapitre 2)
$\beta_i, i \in N$	constantes, (annexe A)
$\gamma_{préel}$	accélération réelle du plateau (chapitre 3)



---

$\lambda$	longueur d'onde
$\lambda_c$	longueur d'onde critique
$\mu$	viscosité dynamique
$\mu_G$	viscosité dynamique du gaz
$\mu_L$	viscosité dynamique du liquide
$\nu$	viscosité cinématique
$\nu_L$	viscosité cinématique du liquide
$\nu_{air}$	viscosité cinématique de l'air
$\Omega$	vitesse angulaire adimensionnelle
$\omega$	vitesse angulaire
$\Phi$	potentiel de vitesse
$\phi$	déphasage
$\Phi^*$	potentiel normalisé
$\phi^*$	déphasage normalisé
$\Pi$	nombre sans dimension
$\Psi$	fonction de courant
$\Psi^*$	fonction de courant normalisée
$\rho_1$	masse volumique du fluide 1
$\rho_2$	masse volumique du fluide 2
$\rho_G$	masse volumique du gaz
$\rho_L$	masse volumique de liquide
$\rho_{air}$	masse volumique de l'air
$\sigma$	tension superficielle
$\sigma$	écart type
$\Sigma = 4/Bo$	nombre d'inverse de Bond
$\xi$	courbure
$\xi_0$	courbure, cas stagnant
$\xi_A$	courbure en position haute du plateau (phase descendante)

$\xi_B$	courbure en position zéro du plateau (phase descendante)
$\xi_C$	courbure en position basse du plateau (phase descendante)
$\xi_D$	courbure en position zéro du plateau (phase montante)
$\xi_E$	courbure en position haute du plateau (phase montante)
$\xi_m$	courbure moyenne
$\xi_{axi}$	courbure axiale
$\xi_{dum}$	courbure obtenue par Dumitrescu (1943)
$\xi_{plane}$	courbure plane

## Indices

$h$	solution homogène
$max$	valeur maximale
$min$	valeur minimale
$p$	solution particulière

## Opérateurs mathématiques

$\text{div}$	divergence
$\overrightarrow{\text{grad}}$	gradient
$\overrightarrow{\text{rot}}$	rotationnel

# Introduction générale

De nombreux systèmes ne comportent pas que l'écoulement d'un seul milieu homogène (phase) comme un gaz, un liquide ou un solide. Au lieu de cela, les combinaisons complexes de deux ou plusieurs phases prédominent avec des écoulements gaz-liquide, gaz-solide, liquide-solide, liquide-liquide, gaz-liquide-liquide et même gaz-liquide-solide, survenant fréquemment dans la nature et l'industrie. Par exemple, les nuages sont des gouttelettes de liquide se déplaçant dans un gaz. Le pétrole, le gaz et l'eau peuvent coexister dans la roche. Près de la surface de la terre, des particules sont déplacées par l'interaction avec de l'eau ou de l'air, ayant pour conséquence la formation des couches géologiques. Dans les applications développées par l'homme, le transfert de chaleur par ébullition est au centre de l'industrie énergétique, impliquant la germination, la croissance et la coalescence des bulles de gaz. Le traitement de produit chimique implique le mélange, l'émulsification, et la catalyse, et en conclusion, nous buvons les boissons carbonatées de l'eau de soda au champagne, et mangeons des émulsions et des suspensions telles que la mayonnaise.

La présence répandue de ces systèmes multiphasiques suggère l'utilité d'une technique générale de description pour comprendre leur comportement. Cependant, chacun de ces systèmes a des caractéristiques distinctives empêchant tout modèle d'avoir un caractère universel. Le résultat est que beaucoup de modélisations emploient leur propres formulations et approximations spécifiques, ralentissant notre progrès pour meilleure compréhension de ces écoulements complexes. Parmi les écoulements diphasiques, le cas gaz-liquide est le plus commun. Il est généralement présent dans beaucoup de types de procédés de processus comme les chaudières, les condenseurs, les réfrigérateurs, les échangeurs de chaleur et même les climatiseurs. Ils sont également répandus dans la gestion d'hydrocarbure onshore et en mer où le pétrole et le gaz sont actuellement transportés dans des canalisations.

En plus d'être le plus commun des cas diphasiques, l'écoulement gaz-liquide est également le plus complexe puisqu'il combine les caractéristiques d'une interface déformable avec celles d'une phase compressible. Ceci signifie que pour une conception et une inclinaison spécifiques de canal, et pour un débit donné de fluides, l'interface gaz-liquide peut adopter une grande variété de formes. En conséquence, de nombreux chercheurs ont conclu que, bien que théoriquement possible, il est très difficile de résoudre ce problème d'écoulement diphasique en utilisant les équations de Navier-Stokes classiques de la dynamique des fluides. Ceci a mené à l'adoption d'une approche phénoménologique dans laquelle les distributions d'écoulement sont classifiées dans plusieurs « régimes » distincts permettant d'étudier les caractéristiques principales de chaque phase séparément.

Dans cette étude nous nous concentrons sur l'écoulement à poche qui est l'un des régimes d'écou-

lement diphasique rencontré dans de nombreuses situations pratiques (réacteurs nucléaire et chimique, centrales géothermiques, production et transport des hydrocarbures,...). Pour mieux comprendre et concevoir l'équipement pour ces processus, de nombreuses investigations ont été effectuées au fil des années, comprenant des approches expérimentales, numériques et théoriques. Ces approches sont valides pour le cas de l'écoulement stationnaire d'une bulle de Taylor montante dans un liquide. Mais dans de nombreux procédés industriels quand le régime à poche se produit, les tubes subissent des vibrations importantes qui affectent la vitesse ascendante des longues bulles et provoque des déformations importantes de l'interface gaz-liquide. Dans ce cas, les modèles proposés pour le régime stationnaire ne restent plus valables. Une étude détaillée de ce type d'écoulement en régime instationnaire s'avère alors indispensable aussi bien sur le plan théorique qu'expérimental.

Dans ce travail de thèse, nous réalisons une étude expérimentale du mouvement d'une bulle de Taylor dans un tube vertical oscillant. L'objectif premier de ce travail est de déterminer les caractéristiques oscillatoires telles que les vitesses moyenne et fluctuante. Dans un deuxième temps, nous tentons de mettre en évidence les effets des différents paramètres tels que le diamètre et la tension superficielle sur la dynamique de l'écoulement. Nous comparons nos résultats avec le cas où les effets capillaires ne sont pas pris en compte. Nous essayons également de quantifier les déformations subies par la bulle au cours de son mouvement ascendant dans le tube aux grandes fréquences.

## Plan de la thèse

Le premier chapitre décrit l'état de l'art, en rappelant quelques généralités utiles à la compréhension des écoulements diphasiques et en analysant les principaux travaux réalisés sur l'écoulement à poches dans les tubes verticaux en régimes stationnaire et instationnaire.

Le second chapitre traite d'une approche théorique concernant la dynamique instationnaire d'une bulle de Taylor dans un tube vertical oscillant. Dans cette approche, le régime de l'écoulement est supposé être potentiel et la bulle est considérée être indéformable. Les analyses numériques et asymptotiques ont ensuite permis de mettre en évidence les nombres adimensionnels intervenant dans le calcul de la vitesse ascendante de la poche.

Dans le troisième chapitre, nous décrivons le dispositif expérimental permettant de générer un mouvement sinusoïdal dans le plan vertical. Nous présentons ensuite les techniques de mesures ainsi que celles de l'exploitation des trajectoires enregistrées mises en oeuvre et nous en détaillons le fonctionnement.

Le quatrième chapitre est consacré aux résultats expérimentaux de l'écoulement d'une bulle

de Taylor dans un tube vertical oscillant. Nous discutons d'abord du mécanisme physique de propagation de la poche. Nous nous intéressons par la suite aux effets des différents paramètres (l'amplitude d'oscillation, le diamètre du tube et la tension superficielle) sur la dynamique de l'écoulement. Nous comparons nos résultats avec les résultats numériques obtenus sans prendre en compte les effets capillaires.

Les résultats obtenus pour la déformation de l'interface sont donnés dans le dernière chapitre. Dans un premier temps, nous analysons l'évolution temporelle de la courbure au voisinage du nez de la bulle. Ensuite, nous étudions le comportement des ondes oscillantes qui se forment et qui se propagent le long de la poche aux grandes fréquences.

A la fin du mémoire, nous résumons nos principales contributions apportées par ce travail à la connaissance des phénomènes liés à l'instationnarité de l'écoulement vertical de la bulle de Taylor et nous présentons quelques perspectives.



# CHAPITRE 1

## État de l'art

### 1.1 Introduction

La bulle de Taylor est caractéristique des écoulements diphasiques en régime "à poche" où les bulles prennent une forme allongée avec un diamètre très proche de celui du tube où elles circulent. Ce type d'écoulement est particulièrement fréquent dans les applications industrielles du génie nucléaire, chimique pour la conception des échangeurs de chaleur, des chaudières, etc., pétrolier où l'écoulement à poche se produit dans les puits, les canalisations, les pompes du type gaz lift et/ou dans l'industrie automobile.

L'écoulement à poche est connu comme une succession des poches liquides séparées par des bulles de Taylor. Pour la simplicité, l'écoulement à poche est souvent étudié en étant divisé en unité. Une unité d'écoulement à poche se compose de 3 constituants importants : une bulle de Taylor, un film liquide descendant et une poche de liquide.

De nombreuses investigations expérimentales, numériques et théoriques ont été entreprises au cours des années, sur l'écoulement de la bulle de Taylor en régime stationnaire. Dans presque tous ces articles, la vitesse d'ascension de la bulle de Taylor ainsi que sa forme en fonction des conditions de l'écoulement et des propriétés du liquide ont été largement étudiées.

Beaucoup d'investigations récentes se sont focalisées sur le champ de vitesse en amont, dans le film et dans le sillage en utilisant la méthode de mesure de vitesse par PIV (Particle Image Velocimetry).

Dans presque toutes les situations industrielles l'écoulement de la bulle est instationnaire, et on peut se demander si la description d'écoulement proposée dans les modèles stationnaires demeure valide dans un écoulement quasi-stationnaire. À l'heure actuelle ce sujet est resté en grande partie abandonné. Modélisation mathématique combinée avec l'observation expérimentale nous aident à analyser et comprendre le comportement quasi-stationnaire des écoulements diphasiques.

La première partie de cette revue présente brièvement quelques généralités sur les écoulements diphasiques. Dans la deuxième partie, nous nous concentrerons sur l'hydrodynamique d'une bulle de Taylor dans le cas de l'écoulement stationnaire. Des travaux existants sur la propagation des longues bulles dans un champ d'accélération instationnaire seront également présentés dans cette partie.

## 1.2 Écoulement diphasique : Généralités

Dans un écoulement diphasique, deux phases traversent un système, tel qu'un tube, simultanément. L'écoulement diphasique est rencontré dans beaucoup d'applications d'ingénierie. C'est un sujet difficile principalement en raison de la complexité de la forme dans laquelle les deux fluides existent à l'intérieur du tube, connue sous le nom de régime d'écoulement. Dans ce type d'écoulement, la distribution ou la topologie géométrique des phases influencent sensiblement la quantité de mouvement, les taux de transfert d'énergie et de masse. L'étude de ce couplage complexe entre l'écoulement dans chaque phase et la géométrie d'écoulement dans l'écoulement diphasique présente un défi important. Ce sujet est devenu progressivement important et a besoin d'une meilleure compréhension afin de mener à des exploitations sûres et à la conception optimum.

### 1.2.1 Applications

Certaines des applications les plus importantes de ce type d'écoulements sont mentionnées ci-dessous :

- **Systèmes de transport**

Transport par canalisation des mélanges de pétrole et de gaz, des fibres, des boues; des pompes du type Air-lift etc.

- **Systèmes de procédés**

Réacteurs chimiques; milieux poreux; unités d'extraction et de distillation; systèmes de dessalement; séparateurs de phase; atomiseurs; lits fluidifiés; réacteurs agités, etc.

- **Systèmes d'alimentation**

Réacteurs nucléaires; chaudières et évaporateurs; moteurs à réaction; moteurs de combustion, etc.

- **Systèmes de transfert de chaleur**

Évaporateurs; réfrigérateurs; échangeurs de chaleur; condensateurs; séchoirs; tours de refroidissement, etc.



- **Phénomènes météorologiques**

Inondations des fleuves; vagues d'océan; formation et mouvement de gouttelettes de pluie; physique des nuages; givrage, etc.

- **Systèmes biologiques**

Ecoulement de sang; système cardio-vasculaire; transport capillaire; système respiratoire, etc.

## 1.2.2 Classification d'écoulement diphasique

Les écoulements diphasiques peuvent être classifiés selon les combinaisons des phases ou selon la distribution spatiale des interfaces :

### ► Classification basée sur les combinaisons des phases

Pour cette classification, les combinaisons possibles sont énumérées ci-dessous :

1. mélange de deux liquides non-miscibles (échangeurs de chaleur à contact direct par exemple),
2. mélange solide-liquide (transport des boues),
3. mélange gaz-solide (transport pneumatique),
4. mélange gaz-liquide (ébullition dans des réacteurs nucléaires),

### ► Classification basée sur les structures d'interface

Un écoulement diphasique peut être classifié selon la distribution géométrique des phases appelée régime ou configuration d'écoulement. Différents régimes sont identifiés par inspection visuelle ou par analyse spectrale des fluctuations de la fraction volumique ou des pressions instables. Dans les cartes d'écoulement, des configurations d'écoulement pour différents débits de phase sont présentées. Les débits utilisés dépendent de l'auteur et sont généralement les flux de la quantité de mouvement, le débit volumique, ou le débit massique. Dans une carte d'écoulements, les différentes topologies d'écoulement sont délimitées par des frontières correspondant aux zones de transition d'une configuration à l'autre. Il convient de noter que ces graphiques n'ont aucun caractère universel car donnés sous forme dimensionnelle et généralement pour un couple gaz-liquide donné. Ainsi, les transitions qui résultent d'une instabilité peuvent être affectées par les propriétés physique des fluides, le diamètre de la conduite, la rugosité de la paroi ou encore les conditions d'entrée.

Les régimes d'écoulement ont été étudiés par plusieurs auteurs (Wallis (1969), Ishii (1971), Govier et Aziz (1972), etc.). Un résumé des configurations typiques d'écoulement est présenté dans la suite :

## 1. Écoulement vertical

Les régimes d'écoulements verticaux sont généralement plus symétriques comparés aux écoulements horizontaux. Trois classes principales sont distinguées selon la distribution spatiale des interfaces :

- **écoulement séparé**

L'écoulement séparé comprend des régimes en jet et annulaire. Dans ce type d'écoulement, deux phases circulent séparément sous la forme de jets parallèles.

- **écoulement dispersé**

Cette classe peut être divisée en plusieurs régimes selon la nature de la phase dispersée : particule, gouttelette ou bulle. Dans ce type d'écoulement, la phase dispersée est largement distribuée sous forme des bulles, des gouttes ou des particules dans la phase continue.

- **écoulement de transition**

Pendant que la structure d'interface change graduellement, il existe une troisième classe qui est la combinaison de l'écoulement séparé et dispersé. La transition se produit souvent pendant le changement de phase dans des mélanges de liquide-vapeur. Cinq régimes peuvent être distingués : écoulement à poches ou pulsatile, écoulement annulaire à bulles, écoulement annulaire à gouttes et écoulement annulaire à gouttes et à bulles.

La classification de l'écoulement diphasique vertical est récapitulée dans la figure (1.1).

## 2. Écoulement incliné

Dans les tubes inclinés, les configurations d'écoulement se sont avérées être les mêmes que dans les tubes verticaux excepté la limitation voire la disparition du régime d'écoulement pulsé (churn flow) (Taitel et Dukler (1976) et Barnea *et al.* (1980)).

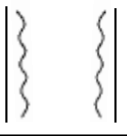
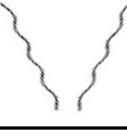
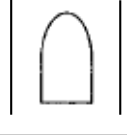
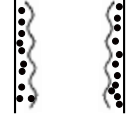
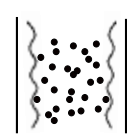
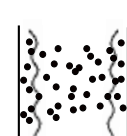
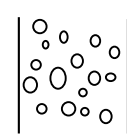
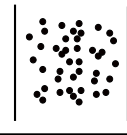
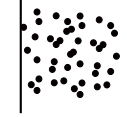
Catégorie	Régimes	Géométrie	Exemples
Separé	Annulaire		Ebullition en film Chaudières
	Jet		Atomisation Condenseur à jet
Transition	Poche ou Churn		Ebullition du sodium en convection forcée
	Bulles dans le film		Evaporateurs avec nucléation de la paroi
	Gouttes dans le coeur		Générateur de vapeur
	Bulle dans le film et gouttes dans le coeur		Canalisations dans les réacteurs à eau bouillante
Dispersé	Bulle dans un liquide		Réacteurs chimiques
	Gouttelettes dans un gaz		Refroidissement pulvérisation
	Particules dans un gaz ou un liquide		Transport de poudre

Figure 1.1 – Classification de l'écoulement diphasique en conduite verticale (Ishii (1975)).

### 3. Écoulement horizontal

L'écoulement horizontal est caractérisé par une quatrième configuration appelée "le régime stratifié". Généralement la plupart des régimes d'écoulement dans les tubes horizontaux montrent une structure dissymétrique ce qui est due aux effets de la pesanteur sur les fluides de densités différentes. Ceci entraîne une tendance à la stratification verticale où le liquide occupe la partie inférieure du tube et l'air ou la vapeur la partie supérieure (Fig. 1.2).

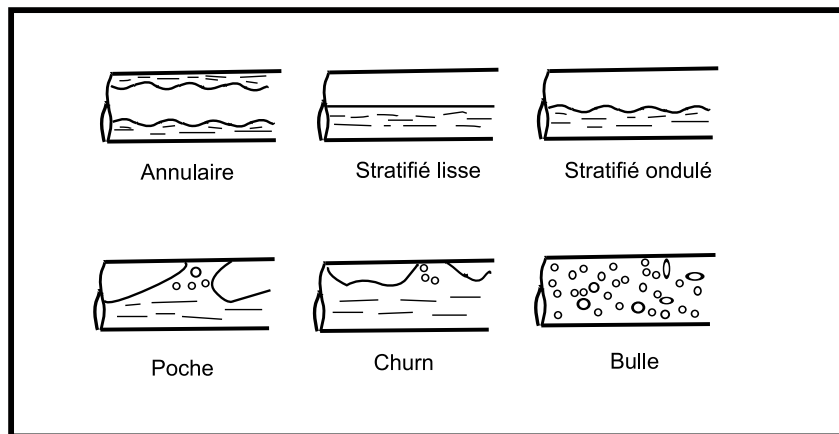


Figure 1.2 – Classification de l'écoulement diphasique en conduite horizontale.

#### 1.2.3 Prédiction des régimes d'écoulement diphasique

Les cartes d'écoulement ont été fournies par de nombreux auteurs. Différentes variables régissent le passage d'un régime à l'autre, parmi lesquelles :

- Débits massiques de liquide et de gaz,
- Les propriétés des fluides (masse volumique, viscosité, tension superficielle),
- Le diamètre de tube et l'angle de l'inclinaison.

La figure (1.3) présente une carte généralisée des régimes d'écoulement en situation verticale, basée sur Taitel et Dukler (1976). La figure (1.4) dresse une comparaison des cartes d'écoulement verticale de Ishii et Mishima (1980) avec celles de Taitel et Dukler (1976). Ils donnent une indication du régime probable d'écoulement pour les tubes verticaux.

Taitel et Dukler (1976) ont proposé un modèle pour la carte d'écoulement pour les écoulements horizontaux et presque horizontaux. Dans ce modèle, ils ont considéré cinq régimes : stratifié lisse; stratifié ondulé; intermittent (poche, écoulement piston et écoulement de longues bulles); annulaire avec les deux phases dispersées (Fig. 1.5). L'effet du degré d'inclinaison du tube sur les transitions d'écoulement a été également étudié par les auteurs. Ils ont constaté que pour des inclinaisons ascendantes le régime intermittent d'écoulement est dominant. Pour des inclinaisons descendantes, la transition de l'écoulement stratifié à l'écoulement intermittent exige un débit de gaz et de liquide beaucoup plus élevés et la région de régime intermittent est considérablement réduite. Barnea *et al.* (1980) ont effectué des études expérimentales sur des régimes d'écoulement dans les tubes inclinés (Fig. 1.6 et Fig. 1.7) et ont comparé leurs résultats au modèle théorique de Taitel et Dukler (1976). Une concordance très satisfaisante pour les tubes horizontaux et des résultats raisonnablement précis pour les tubes inclinés ont été trouvés.

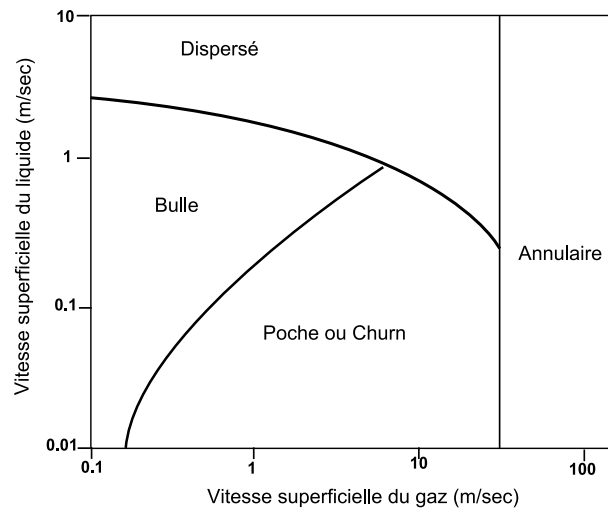


Figure 1.3 – Carte d'écoulement pour l'écoulement diphasique vertical (Taitel et Dukler (1976)).

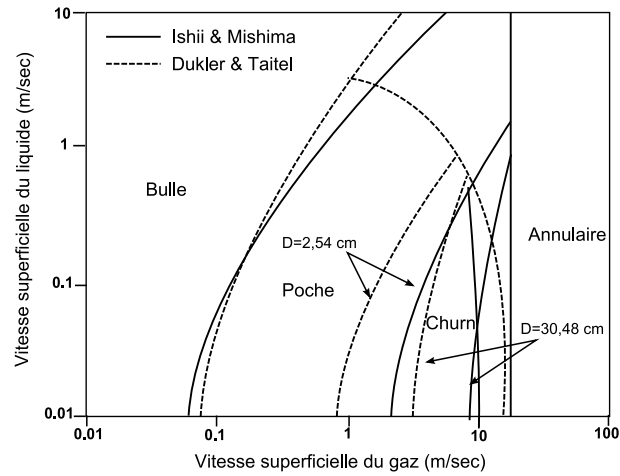


Figure 1.4 – Écoulement vertical : comparaison Ishii et Mishima et Taitel et Dukler.

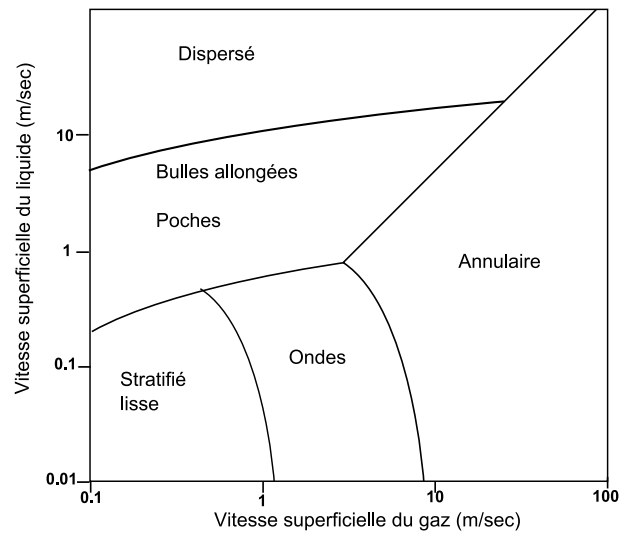


Figure 1.5 – Carte des différents régimes lors d'un écoulement horizontal (Taitel et Dukler (1976)).

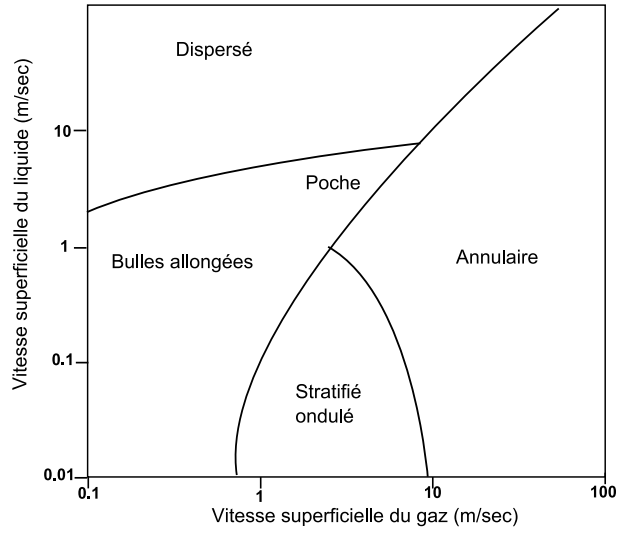


Figure 1.6 – Carte d'écoulement pour l'écoulement diphasique incliné vers le haut (Barnea *et al.* (1980)).

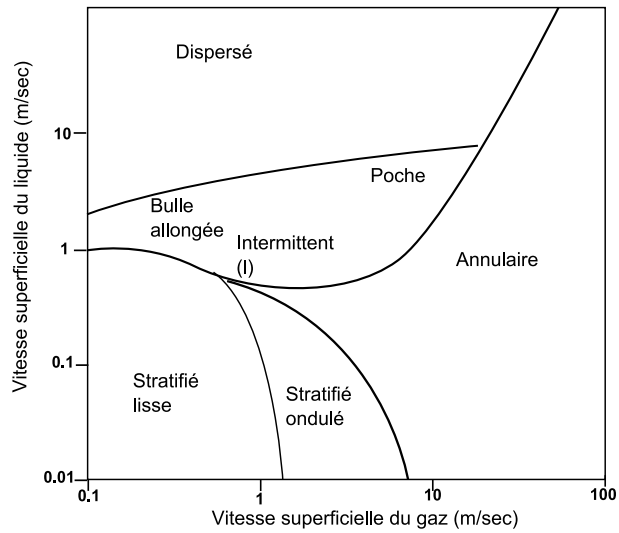


Figure 1.7 – Carte d'écoulement pour l'écoulement diphasique incliné vers le bas (Barnea *et al.* (1980)).

## 1.2.4 Limites de l'écoulement séparé

### 1.2.4.1 Instabilité de Kelvin-Helmoltz

L'instabilité de Kelvin-Helmoltz caractérisée par la formation des ondes à l'interface entre deux fluides (avec les densités de  $\rho_1$  et de  $\rho_2$  et les vitesses de  $u_1$  et de  $u_2$ ) (Fig. 1.8) peut se produire dans les écoulements séparés tels que l'écoulement annulaire dans les tubes verticaux ou l'écoulement stratifié dans les tubes horizontaux. La transition du régime séparé au régime intermittent d'écoulement (des bouchons ou des poches) se produira si l'amplitude de ces ondes de surface continue à augmenter.

En supposant un écoulement potentiel incompressible et en négligeant les effets de la viscosité, Lamb (1945) a montré que l'instabilité de Kelvin-Helmoltz se produit quand la force de Bernoulli (force de pression) est plus grande que la somme des forces d'Archimède et de tension superficielle :

$$\frac{\rho_1 \rho_2 (\Delta u)^2}{\rho_1 + \rho_2} > \frac{g \Delta \rho}{k_1} + \sigma k_1 \quad (1.1)$$

où  $g$ ,  $\sigma$  et  $k_1$  sont la gravité, la tension superficielle et le nombre d'onde respectivement.

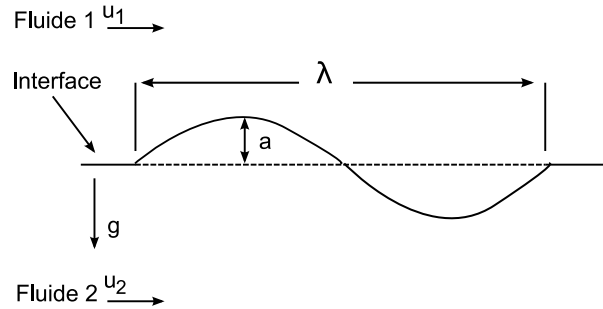


Figure 1.8 – Instabilité de Kelvin-Helmholtz.

A titre exemple, pour l'instabilité de l'écoulement annulaire vertical, si nous considérons que les deux forces jouant le rôle prédominant sont celles de Bernoulli et de tension superficielle, la valeur critique de la longueur d'onde  $\lambda = 2\pi/k_1$  au delà de laquelle l'instabilité se produit est :

$$\lambda_c = 2\pi\sigma(\rho_1 + \rho_2)/\rho_1\rho_2(\Delta u)^2 \quad (1.2)$$

Pour un écoulement gaz-liquide,  $\rho_L \gg \rho_G$  et donc l'équation ci-dessus devient :

$$\lambda_c = 2\pi\sigma/\rho_G(\Delta u)^2 \quad (1.3)$$

Dans ce cas, en augmentant la vitesse du gaz, la longueur d'onde critique diminue ce qui signifie que pour les faibles vitesses de gaz, seules les grandes longueurs d'onde sont instables et



causent la rupture de l'écoulement sous forme de grandes poches. Pour des vitesses élevées de gaz, même les petites longueurs d'onde sont instables et causent la fragmentation du liquide en petites gouttelettes portées par l'écoulement de gaz.

Les modèles pour l'écoulement à bulles et l'écoulement annulaire sont plus développés que l'écoulement à poche et l'écoulement pulsé (churn flow) parce que ces derniers régimes ont une interface fortement irrégulière avec une nature instable plus forte. Cependant, d'après les cartes d'écoulement, il est clair que l'écoulement à poche apparaît dans de nombreuses conditions d'écoulement. Profitant de sa pseudo-périodicité, le modèle de cellule d'unité (écoulement d'une bulle de Taylor) a été largement utilisé dans les modèles théorique et numérique. Dans la section suivante, nous serons amenés à nous intéresser aux nombreux résultats fondamentaux, établis pour l'écoulement d'une bulle de Taylor dans les tubes verticaux.

## 1.3 Écoulement d'une bulle de Taylor dans les tubes verticaux

L'intérêt général des chercheurs pour l'écoulement d'une bulle de Taylor se traduit par une quantité importante d'articles publiés sur ce sujet. Ce type d'écoulement se produit dans plusieurs applications industrielles. Il est utile dans l'industrie de dessalement, dans des échangeurs de chaleur, des chaudières et des caloducs afin d'améliorer l'efficacité en augmentant le transfert de masse et de chaleur. Il est également largement rencontré dans l'industrie d'extraction de pétrole où ce type d'écoulement est très indésirable. Il cause des problèmes sérieux de processus mécanique et de corrosion dans des équipements de gisement de pétrole. Dans la deuxième partie de cette revue de littérature, nous nous sommes intéressés au cas du mouvement d'une bulle de Taylor en ascension dans des tubes verticaux.

### 1.3.1 Hydrodynamique d'une bulle de Taylor

Un des cas limitatifs de l'écoulement dispersé dans un canal confiné est l'écoulement à poche. Quand le volume d'une bulle devient très grand, la forme de la bulle est sensiblement déformée pour s'adapter à la géométrie du canal. Le diamètre des bulles devient presque égal à celui du tube avec un film liquide mince séparant les bulles de la paroi. Les bulles ont une forme allongée avec un nez sphérique (Fig. 1.9).

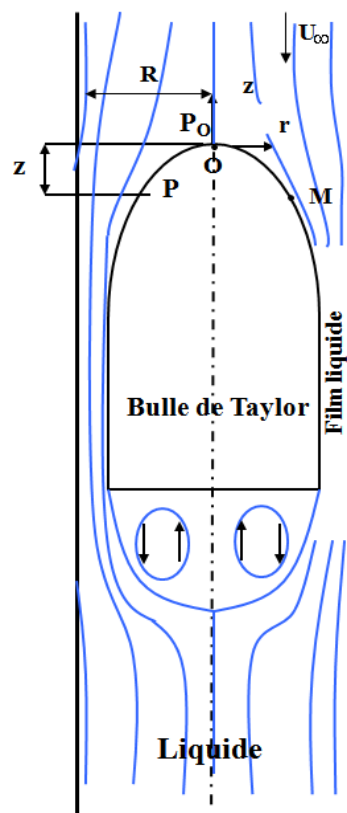


Figure 1.9 – La bulle de Taylor et l'écoulement du liquide autour d'elle.

### 1.3.1.1 Vitesse ascendante de la bulle de Taylor dans un liquide stagnant dans les tubes verticaux

Une bulle monte dans un liquide avec une vitesse qui est le résultat des forces agissant sur elle : sa propre flottabilité et celles dues à l'inertie de liquide, la viscosité et la tension superficielle. La vitesse d'ascension de la bulle de Taylor dépend du diamètre  $D$  du tube, de l'accélération de la pesanteur  $g$ , des propriétés physiques du gaz et du liquide (la densité  $(\rho_L, \rho_G)$ , la viscosité  $(\mu_L, \mu_G)$  et la tension superficielle  $\sigma$ ), et les débits des deux phases. White et Beardmore (1962) ont établi, en utilisant l'analyse dimensionnelle, les groupes sans dimensions principaux régissant le mouvement des bulles dans les tubes :

- le nombre de Bond ( $Bo$ ) : expression du rapport des forces gravitationnelles par les forces de tension superficielle.

$$Bo = \frac{(\rho_L - \rho_G)gD^2}{\sigma} \quad (1.4)$$

- le nombre de Froude ( $Fr$ ) : expression du rapport des forces d'inertie par les forces gravitationnelles.

$$Fr = \frac{\bar{U}_{b_0}}{\sqrt{gD}} \quad (1.5)$$

où  $\bar{U}_{b_0}$  est la vitesse moyenne ascendante de la bulle dans le liquide stagnant.

- le nombre de Morton ( $Mo$ ) : expression du rapport des forces de viscosité par les forces de tension superficielle.

$$Mo = \frac{g\mu^4}{\rho_L\sigma^3} \quad (1.6)$$

D'autres groupes sans dimensions pourraient être employés. Collins *et al.* (1978) ont par exemple utilisé le nombre de Froude comme une fonction du nombre de Morton et du nombre d'inverse de viscosité,  $N_f$ , donné par  $N_f = \frac{\rho_L g^{\frac{1}{2}} D^{\frac{3}{2}}}{\mu}$  ( $\simeq Re$ ).

Il est intéressant de noter que parmi ces nombres sans dimensions, seul le nombre de Froude contient la vitesse d'ascension de la bulle  $\bar{U}_{b_0}$ . Quant au nombre de Morton, il contient, pour  $g$  fixe, seulement les propriétés du liquide et est indépendant de la vitesse d'ascension de la bulle et du diamètre du tube.

Selon la nature et le nombre des paramètres contrôlant la propagation des bulles, on peut avoir différents régimes :

#### 1. Régime inertiel

Pour les diamètres suffisamment grands, on observe que la vitesse d'ascension est indépendante des propriétés du liquide. En d'autres termes,  $Fr$  ne dépend pas de  $N_f$  et de  $Mo$ . Ce régime, appelé le régime inertiel, a lieu pour  $N_f > 300$  et  $Bo > 100$ . Dans ce régime inertiel, la théorie de l'écoulement potentiel permet d'estimer la vitesse d'ascension  $\bar{U}_{b_0}$

avec une bonne précision en comparaison avec des mesures expérimentales.

Dumitrescu (1943) a été le premier à développer cette approche pour caractériser l'ascension d'une bulle de Taylor dans liquide stagnant. Sans prise en compte de la tension superficielle (continuité de pression à l'interface) les calculs, détaillés en Annexe 1, ont conduit à :

$$\bar{U}_{b_0} = Fr\sqrt{gD} \quad (1.7)$$

En gardant les trois premiers termes du développement en série de l'écoulement potentiel Dumitrescu (1943) a trouvé que  $Fr = 0,351$ .

Davies et Taylor (1950) ont imposé la condition de pression constante jusqu'à un point situé à un demi rayon du nez de la bulle et le long de la surface de la bulle. Ils ont résolu l'équation de Laplace pour la fonction potentielle afin de trouver les caractéristiques d'écoulement autour du nez de la bulle. La solution est exprimée en termes de fonctions de Bessel dû à la symétrie cylindrique du problème :

$$\nabla^2\Phi = 2gz \quad (1.8)$$

$$\Phi = -\bar{U}_{b_0}z + \sum_n A_n e^{B_n z/R} J_0(B_n r/R) \quad (1.9)$$

Cette équation a été résolue analytiquement en tenant compte du premier terme de l'expansion de série dans l'équation (1.9). La solution approximative obtenue pour la vitesse d'ascension est :

$$\bar{U}_{b_0} = 0,464\sqrt{gR} = 0,328\sqrt{gD} \quad (1.10)$$

La comparaison avec les résultats expérimentaux de White et Beardmore (1962), Nicklin *et al.* (1962), et Zukoski (1966), indique que cette expression est considérablement moins précise que la solution présentée par Dumitrescu (1943), dans laquelle la valeur estimée de la constante est 0,351. La précision plus faible de l'équation (1.10) est principalement due à l'erreur de troncature dans la série d'expansion de la fonction potentielle. Ainsi, pour le cas du régime inertiel, dans lequel le fluide est non visqueux et les effets de la tension superficielle sont négligeables, l'expression suivante est adoptée pour  $N_f > 300$  et  $Bo > 100$ , selon Zukoski (1966) :

$$\bar{U}_{b_0} = 0,35\sqrt{gD} \quad (1.11)$$

## 2. Effets de la tension superficielle

Le même type d'analyse peut être appliqué pour le cas où la tension superficielle n'est pas négligeable et  $N_f \rightarrow \infty$ . Beaucoup d'auteurs comme Zukoski (1966) et Bendiksen (1985) ont étudié expérimentalement l'influence de la tension superficielle sur le mouvement de la bulle. Ils ont constaté que la tension superficielle réduit monotoniquement la vitesse d'ascension. Dans ce cas, les calculs de Bendiksen, présentés en Annexe A, ont conduit à une corrélation pour le coefficient  $Fr$  dans l'équation de vitesse d'ascension, qui est valide pour la plupart des cas pratiques :

$$Fr = 0,486 \frac{1 - 0,96 \exp(-0,066/\Sigma)}{1 - 0,52 \exp(-0,066/\Sigma)} \sqrt{1 + 5\Sigma(1 - 1,7\Sigma)} \quad (1.12)$$

où  $\Sigma = 4/Bo$ .

Fabre et Line (1992), en apportant quelques simplifications dans l'approche de Bendiksen (après la correction d'une erreur typographique dans le papier de l'auteur) a obtenu :

$$Fr = 0,344 \frac{1 - 0,96 \exp(-0,0165Bo)}{(1 - 0,52 \exp(-0,0165Bo))^{3/2}} \sqrt{1 + \frac{20}{Bo} \left(1 - \frac{6,8}{Bo}\right)} \quad (1.13)$$

### 3. Effets de la viscosité

Le régime visqueux est rencontré lorsque  $N_f < 2$  et  $Bo > 100$ . C'est la caractéristique des fluides fortement visqueux. La corrélation proposée pour la vitesse adimensionnelle de la bulle,  $M$ , est:  $M = 0.01N_f$ , (White et Beardmore (1962); Wallis (1969)), où le coefficient a été trouvé expérimentalement par les auteurs. Cette forme est conforme aux observations de Zukoski au sujet de l'influence de la viscosité sur l'ascension de la bulle de Taylor dans l'écoulement à poche vertical.

Utilisant des simulations numériques, Mao et Dukler (1990) ont constaté que les effets de la viscosité et de la tension superficielle sur la vitesse d'ascension de la bulle de Taylor sont petits mais discernables. La vitesse d'ascension est indépendante des propriétés physiques du liquide pour de faibles viscosité et tension superficielle. Ils ont également constaté qu'en augmentant la viscosité, le film liquide devient plus épais et la couche descendante liquide se stabilise plus près du nez de la bulle.

Il est intéressant de mentionner que pour les différents régimes, la forme de la bulle est très différente. Dans un fluide fortement visqueux, le nez et la queue sont arrondies tandis qu'à basse viscosité la queue de la bulle est plate. Il n'y a aucun facteur de forme de bulle dans l'analyse précédente, car sa forme dépend des groupes déjà donnés.

La vitesse d'ascension de longues bulles dans les tubes circulaires verticaux est également discutée par Viana *et al.* (2003). Les auteurs ont passé en revue les travaux précédents et ont

présenté les diverses formulations pour la prévision de la vitesse d'ascension des bulles de gaz. Des expériences ont été effectuées pour étendre les résultats fournis par les travaux précédents. Ils ont trouvé des corrélations pour différents régimes d'écoulement impliquant les effets de l'inertie, de la tension interfaciale et de la viscosité et ont défini le paramètre  $Re_b$  (nombre de Reynolds de flottabilité) :

$$Re_b = \frac{(D^3 g (\rho_L - \rho_G) \rho_L)^2}{\mu_L} \quad (1.14)$$

Ils ont constaté que pour  $Re_b > 200$  et  $Bo > 40$  la seule force retardatrice exercée sur la bulle est la force d'inertie et  $\bar{U}_{b_0} = 0,34\sqrt{gD}$ . Ce rapport est semblable à celui proposé par les auteurs précédents tels que Dumitrescu (1943) et Davies et Taylor (1950).

### 1.3.1.2 Vitesse d'ascension d'une bulle de Taylor dans un liquide en mouvement

Pour une bulle qui se déplace dans un liquide en mouvement, sa vitesse résulte de l'influence complexe de la flottabilité et du mouvement moyen du liquide, et est exprimée comme la vitesse moyenne d'ascension de la bulle  $\bar{U}_{b_0}$ , plus une contribution due au mouvement du liquide. Pour les écoulements ascendants, le comportement de la bulle de Taylor est stable et semblable à celui dans un liquide stagnant (Nicklin *et al.* (1962) et Bendiksen (1984)). Dans ce cas la vitesse de la bulle est donnée par :

$$U_b = C_0 \bar{U} + \bar{U}_{b_0} \quad (1.15)$$

où  $\bar{U}$  est la vitesse moyenne du liquide et la constante  $C_0$  dépend du profil de vitesse dans le liquide en avant de la bulle. Nicklin *et al.* (1962) ont montré expérimentalement en traçant  $C_0$  en fonction de la vitesse moyenne du liquide  $\bar{U}$  que  $C_0$  augmente pour les valeurs négatives de  $\bar{U}$  jusqu'à 1,8 proche de  $\bar{U} = 0$  et ensuite diminue jusqu'à atteindre une valeur asymptotique de  $C_0 \simeq 1,2$  pour  $Re = \rho_L \bar{U} D / \mu_L$  plus grand que 8000. Cette valeur de  $C_0$  est proche du rapport entre la vitesse maximale et la vitesse moyenne du liquide pour un écoulement turbulent développé.

Collins *et al.* (1978) ont résolu l'équation de Laplace (Eq. 1.8) en coordonnées cylindriques pour la fonction de courant en utilisant les différentes fonctions arbitraires pour définir la distribution de la vorticité en avant de la bulle. Pour le cas laminaire dans le régime inertiel ils ont obtenu :

$$\bar{U}_b = 2,16 \bar{U} + 0,347\sqrt{gD} \quad (1.16)$$

Cette équation est inadmissible pour les liquides visqueux, puisque l'écoulement ne peut plus être considéré non visqueux et l'approximation de la vorticité constante est insatisfaisante.

Leur expression théorique pour le cas turbulent est :

$$\bar{U}_b = C_0 \bar{U} + 0,35\sqrt{gD} \quad (1.17)$$

où  $C_0$  varie de 1,2 à 1,4, selon  $Re$ .

Grace et Clift (1979), Bendiksen (1985), Polonsky *et al.* (1999) ont également trouvé des valeurs identiques de ce coefficient ( $C_0 \approx 1,2$  pour l'écoulement laminaire et  $C_0 \approx 2$  pour l'écoulement turbulent).

Bendiksen (1985), en utilisant la même hypothèse de l'écoulement non visqueux et irrotationnel, a inclus l'effet de la tension superficielle et a obtenu :

$$C_0 = 2,29 \left[ 1 - \frac{20}{Bo} (1 - e^{-0,0125Bo}) \right] \quad \text{écoulement laminaire} \quad (1.18)$$

et

$$C_0 = \frac{\log Re + 0,309}{\log Re - 0,743} \left[ 1 - \frac{2}{Bo} (3 - e^{-0,025Bo \log Re}) \right] \quad \text{écoulement turbulent} \quad (1.19)$$

Comme on peut le constater, dans les deux régimes,  $C_0$  diminue lorsque  $Bo$  augmente.

## 1.3.2 Forme de la bulle de Taylor dans les tubes verticaux

### 1.3.2.1 *Liquide stagnant*

La forme de la bulle de Taylor est liée à l'écoulement de liquide dans le film descendant. La pression dans le film descendant peut être affectée par la forme de la bulle. Beaucoup d'investigations expérimentales et théoriques ont été effectuées pour déterminer la forme exacte de la bulle de Taylor. Mais, dans presque tous les travaux précédents, la pression dans le film descendant est supposée constante et égale à la pression à l'intérieur de la bulle. Dans cette section, nous présentons les résultats les plus importants obtenus en la matière. Des études sur la forme de la bulle ont été effectuées pour le régime inertiel et le régime visqueux :

#### ► Forme de la bulle dans les liquides peu visqueux

Dumitrescu (1943) a été le premier à s'être intéressé à la forme du nez de la bulle pour un système air-eau. Il a supposé que la bulle avait un nez sphérique et que l'écoulement dans le film est un écoulement piston. Le rayon de courbure de la bulle a été obtenu en résolvant simultanément l'écoulement autour du nez sphérique et l'écoulement dans le film.

Ainsi le profil de la forme est divisé en deux régions, région du nez et région du film :

$$z^* = 0,75[1 - \sqrt{1 - 1,778r^{*2}}] \quad z^* \leq 0,5 \quad (1.20)$$

$$z^* = \frac{0,123}{(1 - r^{*2})^2} \quad z^* > 0,5 \quad (1.21)$$

où  $z^*$  est la distance axiale normalisée à partir de la ligne centrale du tube comme suit :

$$z^* = \frac{z}{R} \quad (1.22)$$

$$r^* = 1 - \frac{r}{R} \quad (1.23)$$

Plus tard, de nombreuses études expérimentales ont été effectuées et comparées aux prédictions théoriques du Dumitrescu. La forme du nez de la bulle a été observée comme étant sphérique et indépendante de la longueur de la bulle (Davies et Taylor (1950), Nicklin *et al.* (1962), Polonsky *et al.* (1999), Taha et Cui (2006)).

Nicklin *et al.* (1962) ont déterminé la forme des bulles de Taylor de diverses longueurs montant dans un tube en plexiglas de 2,6 cm de diamètre interne entouré par une boîte de plexiglas remplie avec de l'eau. Le volume du liquide qui entoure les poches de longueurs différentes a été déterminé comme suit. Les poches ont été photographiées pendant qu'elles approchaient de la surface libre. La longueur de la poche et la position de la surface libre ont été enregistrées et quelque temps après que la poche ait cassé la surface le nouveau niveau a été mesuré. À partir de ces mesures, l'évolution du volume du liquide,  $v_L$ , (en cm du tube) en fonction de la longueur de la poche  $l$  a été étudiée. Ils ont trouvé d'une part que la forme du nez est indépendante de sa longueur et d'autre part, 10,2 % de la section a été occupés par le liquide dans la plupart des cas. La tendance observée pour l'évolution du volume de liquide en fonction de la longueur a été confirmée par leur modèle théorique ( $v_L = 0,495(Dl)^{1/2}$ ) uniquement pour les bulles suffisamment petites ( $l < 12$  cm).

Contrairement au nez de bulle, la queue de la bulle est instable et irrégulière et ne maintient pas une forme permanente tout en se déplaçant le long du tube et effectue des oscillations quasi-périodiques. Dans ce cas, l'air est entraîné dans le sillage de la bulle par le film descendant rapide et se divise en petites bulles de gaz qui coalescent à nouveau avec la bulle de Taylor ou qui resteront dans son sillage.

Polonsky *et al.* (1999) ont effectué des mesures quantitatives de la forme de la bulle de Taylor en utilisant une technique expérimentale basée sur le traitement numérique d'une séquence continue d'images vidéo. Des bulles de longueur  $l$ , de  $l/D = 1$  à  $l/D = 20$ ,  $D$  étant le diamètre de tube, ont été étudiées. Les auteurs ont relié les fréquences d'oscillation de la queue de la bulle à la longueur de la bulle et ont montré que les variations instantanées de la forme de la queue de la bulle deviennent plus significatives lorsque la longueur de la bulle augmente. Pour



les différents débits d'eau, des mesures d'épaisseur de film le long de la bulle ont été effectuées. L'épaisseur de film au nez de la bulle tend à augmenter lorsque la vitesse du liquide augmente mais l'effet devient modéré et disparaît loin du nez de la bulle.

Pour l'écoulement air-eau, Kockx *et al.* (2005) ont étudié les perturbations à la surface de longues bulles de Taylor (avec la longueur variant de  $1D$  à  $15D$ ) dans un tube de 0,1 m en diamètre. Il convient de noter que dans leurs expériences, la bulle de Taylor est maintenue dans une position fixe par un écoulement descendant d'eau avec la même vitesse que la vitesse d'ascension d'une bulle de Taylor dans un liquide stagnant. En outre, la bulle est stabilisée au centre du tube en utilisant une calotte sphérique fixée à l'extrémité du tube avec le même rayon de courbure que celui théoriquement obtenu par Dumitrescu (1943). Ils ont relié la présence de ces perturbations à l'entraînement de petites bulles de gaz de la bulle de Taylor dans le liquide environnant. Les auteurs ont observé l'apparition des petites bulles de gaz à  $l = 4D$  quand les premières ondes apparaissent. L'épaisseur du film liquide, l'amplitude d'onde et l'intermittence du film (la fraction du temps où les perturbations se produisent à un point sur la surface libre du film descendant) ont été mesurées en utilisant une technique de fluorescence induite par laser. Ils ont constaté que l'amplitude d'onde augmente lorsque la longueur de la bulle augmente. Le facteur d'intermittence (la fraction du temps pendant laquelle les perturbations se produisent à un point sur la surface libre du film descendant) du film devient différent de zéro à partir de  $l = 4,5D$  et augmente lorsque la longueur de la bulle augmente jusqu'à une valeur maximale de 1 pour  $l = 10D$ . Ils ont observé une épaisseur de film constante pour  $l = 12D$ .

Récemment Liberzon *et al.* (2006) ont effectué une étude expérimentale sur les ondes capillaires à l'interface air-eau de bulles de Taylor montant dans des tubes verticaux de diamètres  $D = 14$  mm,  $D = 26$  mm et  $D = 44$  mm. Un laser de type Nd:YAG a été utilisé comme source lumineuse et des images des bulles de Taylor avec différentes longueurs ( $1,75D$  pour  $D = 14$  millimètre,  $1,1D$  pour  $D = 26$  mm et  $0,5D$  pour  $D = 44$  mm) ont été saisies utilisant une caméra vidéo "double frame". Les auteurs ont observé que la longueur des ondes sur la surface de bulle de Taylor est de l'ordre du millimètre et augmente avec la distance de la queue de la bulle de Taylor. La variation de la longueur des ondes le long de la bulle est due à la variation de la vitesse du film descendant. Cette dernière est moins importante dans la région proche du nez, ce qui va provoquer une augmentation de la longueur des ondes dans cette zone. Ils ont constaté que la longueur d'onde diminue avec l'augmentation du diamètre de tube. Ce dernier phénomène est dû à l'augmentation de la vitesse du film dans les tubes plus grands.

### ► Forme de la bulle de Taylor dans un liquide visqueux

Les effets de la tension superficielle et de la viscosité sur la forme de la bulle de Taylor ont

été étudiés par Goldsmith et Mason (1962). Leurs expériences ont été effectuées dans des tubes verticaux en verre de  $D = 4$  à  $10$  mm entourés par une boîte métal-verre contenant un mélange de 60% de phtalate dibutylique et de 40% d'huile d'Ucon ayant le même indice de réfraction que le verre. Ils ont constaté que le nez et la queue de la bulle photographiée ont un contour sphérique quand la bulle de Taylor circule dans les liquides très visqueux. En augmentant la tension superficielle, le rayon du nez sphérique augmente mais celui de la queue diminue. Selon leurs résultats, la viscosité du liquide n'affecte pas la forme de la queue de la bulle mais elle est un paramètre principal dans la détermination de la vitesse du film liquide et de son épaisseur.

Campos et de Carvalho (1988), ont étudié expérimentalement la forme du sillage de la bulle de Taylor montant dans des fluides de viscosité allant de  $10^{-3}$  à  $10^{-1}$  Pa.s. Ils ont observé que selon le nombre de viscosité inverse,  $N_f$ , le sillage prend différentes formes. Quand  $N_f < 500$ , le sillage se compose de deux vortex toroïdaux fermés. Pour  $500 < N_f < 1500$ , la queue de la bulle est presque aplatie et le sillage, toujours fermé, tend à perdre la symétrie autour de l'axe de tube et montre des ondulations périodiques. À  $N_f > 1500$ , le sillage de bulle s'ouvre et des remous turbulents sont jetés du sillage principal de la bulle. Pour les valeurs basses et modérées de  $N_f$ , la longueur du sillage de la bulle dépend linéairement de  $N_f$ . Leurs résultats expérimentaux ont été simulés par Taha et Cui (2006) qui ont confirmé numériquement que la forme de la bulle dépend de la viscosité du liquide et de la tension superficielle mais elle est indépendante de la longueur de la bulle. Le degré de sphéricité du nez et l'aplatissement de la queue augmentent avec la tension superficielle. Une ondelette a été observée sur la queue de la bulle quand la viscosité est élevée.

La technique de PIV a été largement appliquée afin de déterminer le profil de vitesse autour de la bulle et prévoir également la forme de la bulle. Mais les réflexions de laser aux interfaces ne permettent pas de déterminer la position exacte des interfaces gas-liquide à partir des images de PIV. Nogueira *et al.* (2003), ont été les premiers à proposer une technique simultanée récente de vélocimétrie par image de particules et d'ombroscopie (PIV/PST) afin de résoudre le problème de perturbations optiques à l'interface de la bulle. Dans leurs expériences, l'ombroscopie consiste à employer un panneau LED (light emitting diodes) comme éclairage uniforme de fond de la section d'essai synchronisé avec les images de PIV. Les images obtenues de cette façon ont été alors traitées en 3 étapes : d'abord un filtre médian avec une caractéristique de taille appropriée était appliqué, puis l'image résultant a été soustraite à l'image de fond et la dernière étape consiste à binariser l'image. En employant cette technique, la forme exacte du nez de la bulle a été extraite et la frontière de sillage a été définie.

Nogueira *et al.* (2005), ont étudié la forme de la bulle dans la région du nez et ils ont comparé leur résultats aux prédictions théoriques de Dumitrescu supposant l'écoulement potentiel. Les

expériences ont été effectuées dans un tube de 0,032 m pour les fluides d'essai de viscosité allant de  $1 \times 10^{-3}$  à 1,5 Pa s. Utilisant la même technique de PIV/PST, ils ont constaté que la courbure de nez diminue lorsque la viscosité augmente. Les profils de forme obtenus se rapprochent de la théorie lorsque la viscosité du liquide diminue. Ces profils sont en excellent accord avec des expériences dans l'eau.

### 1.3.2.2 *Liquide en mouvement*

Comme discuté avant, le mouvement de longues bulles montant à travers un liquide en mouvement est influencé par la flottabilité et le mouvement moyen du liquide. Les expériences qui ont été effectuées en écoulement ascendant, montrent que le nez de la bulle est sphérique et symétrique par rapport à l'axe du tube (Griffith et Wallis (1961), Nicklin *et al.* (1962), Bendiksen (1984)), ce qui est similaire à celui dans un liquide stagnant.

Contrairement à l'écoulement ascendant où les bulles de Taylor demeurent centrées jusqu'à des diamètres de tube de plusieurs dizaines de centimètres; dans l'écoulement descendant, en augmentant le diamètre du tube, la symétrie axiale devient instable et la tension superficielle agit pour conserver la symétrie. Il a été observé qu'à partir d'un débit liquide critique, le nez de la bulle commence à se déformer et devient alternativement asymétrique d'un côté du tube et puis de l'autre côté. L'effet du débit de liquide sur le coefficient  $C_0$  (éq. 1.15) a été également déterminé. Il a été montré que  $C_0$  augmente de 0,9 pour les valeurs négatives de  $\bar{U}$ , à 1,5 dans le liquide stagnant et puis atteint un maximum de 1,9 dans le régime d'écoulement laminaire; il diminue alors vers une valeur asymptotique de 1,2 dans le cas du régime turbulent développé. La figure (1.10) montre quelques exemples de bulles de Taylor dans un liquide en mouvement descendant pris par Martin (1976).

Nigmatulin et Bonetto (1997), ont étudié la forme de la bulle de Taylor dans un écoulement descendant du liquide.

Ils ont observé que la stabilité de la queue de la bulle dépend également de la longueur de celle-ci. Plus la bulle est longue plus la queue devient instable. Ils ont également présenté des images d'ondes à la surface de la bulle de Taylor dans un tube avec un diamètre interne de 15,6 mm. Pour les bulles très longues, les ondulations sont visibles seulement près de la queue de la bulle de Taylor et elles disparaissent au delà d'une distance de 3 à 4 longueurs d'onde à partir de la queue de la bulle. Ils ont proposé que ces perturbations extérieures correspondent à des ondes capillaires dont l'amplitude a semblé augmenter alors que le nombre d'onde devient plus grand.

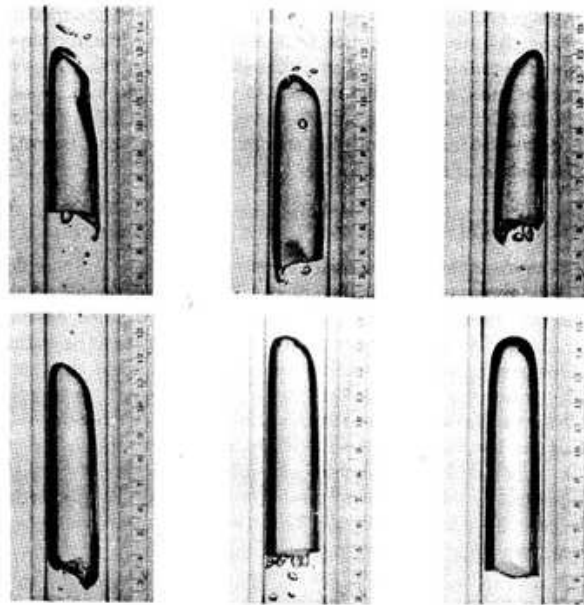


Figure 1.10 – La bulle de Taylor dans un liquide stagnant (bas droite) et en liquide descendant (autres images), (Martin (1976)).

### 1.3.3 Champs de vitesse fluide

Dans un écoulement à poche, le champ d'écoulement est extrêmement complexe. Une étude détaillée du champ d'écoulement autour d'une bulle de Taylor est une étape fondamentale vers une compréhension et une simulation hydrodynamique fiable de ce type d'écoulement diphasique. La région de la bulle de Taylor peut être divisée en trois régions, présentées sur la figure (1.9) : la région de nez, le film liquide qui est injecté dans la troisième région, le sillage de la bulle, comme un jet circulaire produisant une zone de mélange en forme de vortex toroïdal.

#### 1.3.3.1 *Écoulement du liquide dans la région du nez et dans le film descendant*

L'effet de l'écoulement en amont de la bulle sur sa vitesse d'ascension, le profil de vitesse dans le film liquide, la contrainte de cisaillement à la paroi et la position du point de séparation du film liquide à la queue de la bulle sont importants pour modéliser l'écoulement à poche et aussi, pour une meilleure compréhension des phénomènes de coalescence.

Dumitrescu (1943) a fait l'hypothèse que l'écoulement de film est non visqueux. Mais sa solution n'est pas en accord avec les données expérimentales obtenues pour l'épaisseur de film par Davies et Taylor (1950).

Goldsmith et Mason (1962) ont essayé de mesurer les profils de vitesse directement à l'amont de la bulle et dans le film liquide. Ils ont observé la formation d'un écoulement inverse dans le film liquide. Les résultats sont en bon accord avec leur modèle.

Brown (1965) a supposé le film comme étant établi et l'écoulement comme étant laminaire. Il a proposé un modèle en maintenant le concept de l'écoulement potentiel dans le film liquide, mais il a tenu compte de l'effet de la viscosité du liquide, près de la paroi. Dans son analyse, le bilan de masse pour l'écoulement du liquide a pu être écrit comme suit :

$$\bar{U}_{b_0} R^2 = (\bar{U}_{b_0} + \bar{U}_{film})(R^2 - R_c^2) \quad (1.24)$$

où  $\bar{U}_{film}$  est la vitesse moyenne dans le film liquide et  $R_c$  est le rayon cylindrique d'équilibre de la bulle. La distribution de vitesse a été obtenue en intégrant l'équation de bilan des forces écrit pour un élément de film :

$$-u = \frac{\rho g}{\mu} \left( \frac{R^2 - r^2}{4} - \frac{R_c^2}{2} \ln \frac{R}{r} \right) \quad (1.25)$$

La vitesse moyenne du liquide dans le film a été ensuite obtenue en intégrant l'équation ci-dessus :

$$\bar{U}_{film} = \frac{2}{R^2 - R_c^2} \int_{R_c}^R ur dr \quad (1.26)$$

donc :

$$\bar{U}_{film} = \frac{\rho g}{\mu} \frac{R^4}{R^2 - R_c^2} \left[ \frac{2}{3} e_r^3 (1 - e_r) + \frac{1}{10} e_r^5 + \frac{1}{60} e_r^6 + \dots \right] \quad (1.27)$$

où  $e_r = \delta/R$  est l'épaisseur relative du film ( $\delta = R - R_c$ ). En remplaçant cette équation dans l'éq. (1.24) et en négligeant les termes d'ordres supérieurs à quatre, l'écoulement d'équilibre autour d'une bulle non visqueuse mène à l'expression suivante :

$$\bar{U}_{b_0} = \frac{2}{3} \frac{\rho g}{\mu} R^2 \frac{e_r^3}{1 - e_r} \quad (1.28)$$

Mao et Dukler (1991) ont étudié le changement du sens d'écoulement rencontré au nez et l'inversion d'écoulement à la queue de la bulle de Taylor en utilisant les sondes de contrainte de cisaillement à la paroi. Ils ont également conclu que le changement du sens d'écoulement au nez de la bulle se produit à une distance courte au-dessous du sommet du nez. Les endroits axiaux du début et de la fin de l'inversion d'écoulement sont proches de ceux mesurés par Nakoryakov *et al.* (1986) et Nakoryakov *et al.* (1989). En ce qui concerne l'épaisseur du film, Mao et Dukler (1989) en utilisant une technique intrusive ont indiqué que même pour de longues bulles, une épaisseur de film constante n'est pas atteinte contrairement à Nicklin *et al.* (1962) qui ont constaté que

pour de longues bulles, l'épaisseur du film atteint une valeur d'équilibre sous certaine distance au-dessous du nez où la gravité est équilibrée par les forces de cisaillement pariétal. Mao et Dukler (1990) et Mao et Dukler (1991) ont effectué des simulations numériques pour calculer le champ de vitesse devant la bulle et dans le film liquide. En outre, Fabre et Line (1992) en supposant un champ de vitesse développé ont sous-estimé l'épaisseur moyenne du film. Cette faiblesse est particulièrement importante pour les bulles courtes de quelques diamètres de longueur.

DeJesus *et al.* (1995), Kawaji *et al.* (1997) et Ahmad *et al.* (1998) ont appliqué la technique d'activation photochromique de colorant pour mesurer le champ d'écoulement autour d'une bulle (de longueurs différentes) montant dans un liquide stagnant (kérosène). DeJesus *et al.* (1995) ont observé que les profils de vitesse dans le film liquide pour des bulles de Taylor de 60 mm et de 115 mm de longueur étaient similaires. Le liquide à l'interface de la bulle se déplace plus rapidement que celui proche de la paroi, ce qui prouve qu'une force de cisaillement négligeable existe à l'interface gaz-liquide. La couche limite développée à la paroi du tube près de la queue, atteint approximativement 53% de l'épaisseur de film pour la bulle de 60 mm et environ 85-90% pour la bulle de 115 mm de longueur.

Polonsky *et al.* (1999) ont mesuré la vitesse locale dans le film liquide par la méthode de suivi de particules. L'écoulement dans le film liquide est laminaire sur toute la longueur de la bulle. Les profils de vitesse mesurés sont peu développés, et quasi plats. Les vitesses moyennes du film sont en accord avec d'autres résultats expérimentaux et numériques disponibles. Des vitesses allant de 1 mm/s pour les bulles courtes (2,5D) à 3 mm/s pour les bulles plus longues (9D) ont été détectées loin en amont du nez de la bulle de Taylor (>10D) due à l'expansion de la bulle. Le début de l'inversion d'écoulement se produit à environ 0,66D devant la bulle, cette distance diminue avec l'augmentation du débit du liquide.

Hout *et al.* (2002), ont effectué des mesures plus détaillées du champ d'écoulement autour d'un bulle d'air de Taylor ( $l/D = 3,6$ ) montant dans de l'eau stagnante dans un tube vertical de diamètre interne de 25 mm en utilisant la PIV. Ils ont constaté que l'effet du mouvement de la bulle sur le liquide en son amont est limité à  $z/D < 0,5$ . Le film liquide descendant autour de la bulle de Taylor est accéléré jusqu'à une vitesse maximum d'environ 1 m/s à la sortie du film.

Nogueira *et al.* (2005), ont fait des mesures détaillées de champs de vitesse dans la région du nez et dans le film annulaire autour de différentes bulles de Taylor montant dans des colonnes verticales de liquides stagnants et co-courant utilisant une technique non-intrusive de Vélocimétrie par Image de Particules (PIV) couplée à l'ombroscopie (pulsed shadowgraphy, PST). Ils ont montré que la distance depuis le nez pour laquelle le liquide est perturbé par la présence de la bulle est petite, pour les deux conditions de l'écoulement (stagnant et co-courant). Ce-

pendant cette distance est plus longue pour les faibles viscosités et les débits de liquide élevés. Contrairement aux résultats de plusieurs auteurs (Mao et Dukler (1991)), ils ont constaté que l'épaisseur du film est constante. Pour la longueur adimensionnelle de film, ils ont proposé une valeur critique du nombre de Reynolds basé sur la vitesse absolue moyenne dans le film liquide,  $Re_{\bar{U}_{film}}$  environ de 80. Pour les  $Re_{\bar{U}_{film}}$  inférieurs à cette valeur, les profils de vitesse sont caractéristiques du film laminaire et développé. Mais pour les valeurs supérieures à 80, leurs résultats expérimentaux pour la longueur deviennent moins importants que les prédictions, suggérant que la transition de laminaire au régime turbulent se produit.

### 1.3.3.2 Sillage de la bulle de Taylor

L'écoulement dans le sillage devient crucial dans la caractérisation de l'écoulement à poche développé, puisque la longueur minimale du liquide ( $l_s$ ) est liée à la distance requise pour rétablir la distribution de vitesse devant la bulle de Taylor.

Tandis que l'écoulement a une structure ordonnée dans la région autour du nez et dans le film liquide, une séparation d'écoulement se produit dans le sillage de la bulle. En effet, quand le film descendant empiète dans la poche liquide, un vortex toroïdal est formé dans la région de sillage de la bulle de Taylor. Ce vortex toroïdal joue un rôle important dans la structure de l'écoulement à poche et sa stabilité.

Nakoryakov *et al.* (1986) et Nakoryakov *et al.* (1989) ont obtenu la vitesse radiale et axiale en utilisant une sonde électrochimique de vitesse. Dans la région de mélange où le jet du film liquide est injecté à l'écoulement dans le sillage, ils ont observé des fluctuations turbulentes intensives. Les auteurs ont également constaté que le sillage de la bulle était d'environ  $2D$  pour tous les débits du liquide. La vitesse axiale s'est avérée atteindre sa valeur maximale à environ  $1D$  de la queue de bulle.

Shemer et Bamea (1987) ont mesuré les profils de vitesse dans le sillage de la bulle de Taylor en utilisant une technique de bulle d'hydrogène et ont relié la vitesse relative d'ascension de la bulle à ces profils. Le profil de vitesse observé a été fortement déformé dans le sillage proche de la bulle et a semblé être développé à  $12D$  de la queue de la bulle approximativement.

Campos et de Carvalho (1988) ont trouvé que pour les bulles suffisamment longues, le régime d'écoulement dans le sillage dépend uniquement du nombre de l'inverse de viscosité,  $N_f$ . Ils ont identifié trois régimes d'écoulement : sillage axisymétrique fermé pour  $N_f < 500$ , sillage dissymétrique fermé pour  $500 < N_f < 1500$  et sillage ouvert oscillant pour  $N_f > 1500$ .

Dans le cas de l'écoulement co-courant, Pinto *et al.* (1998), ont défini un nombre adimen-

sionnel afin de caractériser la configuration d'écoulement dans le sillage :

$$Re_{V_L} = V_L D / \nu \quad (1.29)$$

où  $\nu$  est la viscosité cinématique et  $V_L$ , la vitesse relative du liquide par rapport à la bulle est donnée par :

$$V_L = U_b - \bar{U} = (C_0 \bar{U} + \bar{U}_{b_0}) - \bar{U} \quad (1.30)$$

Ils ont présenté trois types de configurations d'écoulement de sillage : I- sillage fermé et axisymétrique avec l'écoulement de recirculation interne (sillage laminaire) pour  $Re_{V_L} < 175$ , II- sillage fermé et dissymétrique avec l'écoulement de recirculation interne (sillage transitoire) :  $175 < Re_{V_L} < 525$ , III- sillage ouvert et parfaitement mélangé (sillage turbulent) :  $Re_{V_L} > 525$ . Cependant ces limites de transition de configuration d'écoulement n'ont pas été confirmées expérimentalement.

Hout *et al.* (2002), ont calculé les champs de vitesse moyenne dans le sillage en faisant la moyenne des champs instantanés de vitesse mesuré autour de 100 bulles différentes. La région de mélange dans la région proche de sillage qui montre un écoulement turbulent complexe se produit pour  $z/D < 2$ . Ils ont également observé un deuxième vortex toroïdal avec un sens opposé de rotation pour  $2 < z/D < 5$  qui est beaucoup plus faible que celui dans la région proche de sillage. Les vitesses moyennées deviennent négligeables à environ  $12D$  de la queue de la bulle. Cependant, des fluctuations instantanées notables de vitesse se sont avérées exister jusqu'à  $50D$  de la queue de la bulle de Taylor. Ces vortex résiduels peuvent influencer la forme et la vitesse de propagation de la bulle d'arrière même à de grandes distances de séparation.

Utilisant les mêmes techniques de mesure, Nogueira *et al.* (2006), ont étudié l'écoulement dans le sillage d'une bulle de Taylor montant dans les liquides newtoniens stagnants et à co-courants dans un tube vertical de 32mm de diamètre. Pour ce qui concerne les différents types de configurations d'écoulement de sillage dans le liquide stagnant; leurs résultats sont en accord avec les travaux précédents. Dans le cas de l'écoulement co-courant, sur le nombre de Reynolds basé sur la vitesse moyenne relative (à la bulle) de l'écoulement ascendant du liquide, les limites laminaire-transitoire et transitoire-turbulent semblent être les paramètres principaux qui régissent les configurations d'écoulement de sillage. Selon leurs résultats pour la longueur adimensionnelle du sillage, une augmentation linéaire de ce dernier avec  $N_f$  dans le cas stagnant et avec  $Re_{V_L}$  dans le cas co-courant a été obtenue. Dans le cas co-courant, comme trouvées par



Pinto *et al.* (1998), les observations de Noguiera 2006 ont confirmé également que le rétablissement de la configuration d'écoulement du liquide se produit dans une distance plus courte en comparaison avec la condition stagnante.

### 1.3.4 Dynamique instationnaire de bulles de Taylor dans les tubes verticaux

Comme déjà abordé, beaucoup d'investigations expérimentales et numériques ont été effectuées sur le mouvement de bulle de Taylor dans les tubes verticaux dans le cas de l'écoulement stationnaire. Pour ce cas, l'hydrodynamique des bulles de Taylor, leur forme et l'écoulement autour de la bulle de Taylor ont été intensivement étudiés. Cependant dans presque tous les processus industriels l'écoulement est instationnaire. Dans cette condition, les modèles présentés dans les travaux précédents n'ont pas pu être validés. Ce sujet a été très peu étudié. Une étude détaillée expérimentale et théorique de la vitesse d'ascension de la bulle, la déformation de la bulle et l'hydrodynamique de l'écoulement autour de la bulle de Taylor dans un champ d'accélération instationnaire s'avère donc indispensable.

Brannock et Kubie (1996), ont réalisé une recherche expérimentale sur le mouvement de bulles de Taylor dans des tubes verticaux de 2 m en longueur avec des diamètres internes de 22 et 44 mm soumis à des oscillations verticales. Les amplitudes d'oscillation  $b$  sont de 50, 100 et 200 mm et l'accélération  $b\omega^2$  est de 0 (cas stagnant), 1, 5, 10 et 15  $\text{ms}^{-2}$ . Dans tous ces cas, ils ont observé une diminution de la vitesse d'ascension avec l'augmentation de l'accélération relative  $a = b\omega^2/g$ . Un accord satisfaisant entre les données expérimentales et l'approche théorique a été trouvé. Ils ont défini l'accélération effective,  $g_E$ , comme suit :

$$g_E = \max[(g + b\omega^2 \sin\omega t), 0] \quad (1.31)$$

où  $\omega$  est la vitesse angulaire. Ils ont supposé que la vitesse instantanée de la bulle  $U_I$  peut être déduite en remplaçant  $g$  par  $g_E$  dans l'éq. (1.11). La vitesse moyenne de la bulle a été ensuite obtenue par :

$$\bar{U}_b = \frac{1}{T} \int_0^T U_I dt \quad (1.32)$$

La comparaison avec les résultats expérimentaux a montré que le résultat obtenu à partir de l'éq. (1.32) ne suit pas bien la tendance expérimentale. Les auteurs ont donc introduit une accélération relative critique  $a_c$  au delà de laquelle la bulle se casse et ne se propage plus :

$$\frac{\bar{U}_b}{\bar{U}_{b_0}} = \left(1 - \frac{a}{a_c}\right)^{\frac{n}{2}} \frac{1}{T} \int_0^T \max[(1 + a \sin \omega t)^{1/2}, 0] dt \quad (1.33)$$

où  $\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$  et le rapport de vitesse et  $T$  est la période. En posant  $a_c = 1,5$  et  $n = 0,05$  un bon accord est observé entre les résultats analytiques et expérimentaux (Fig. 1.11).

En ce qui concerne la forme du nez de la bulle, ils ont observé que cette dernière devient plus allongé et son rayon de courbure diminue, et se casse éventuellement lorsque l'accélération augmente.

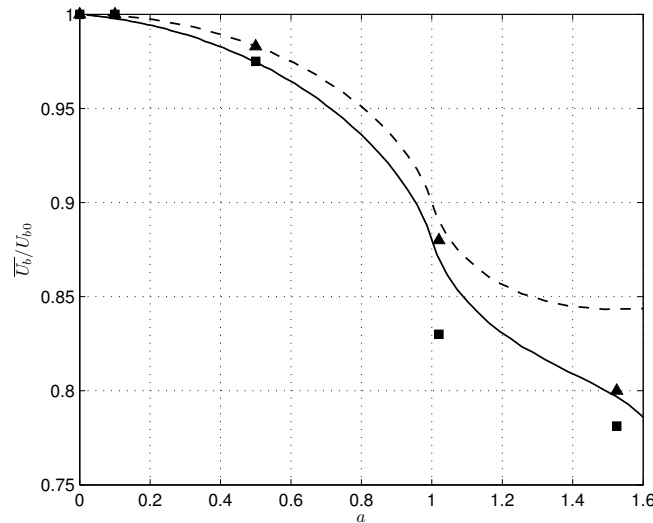


Figure 1.11 – Rapport des vitesses  $\bar{U}_b/U_{b_0}$  en fonction de l'accélération relative  $a$ , Brannock et Kubie (1996) : ■,  $D = 22$  mm; ▲,  $D = 44$  mm; --, éq. (1.32); -, éq. (1.33).

À noter que Kubie (1999), ont également étudié expérimentalement la vitesse de longues bulles dans des tubes verticaux soumis à des oscillations horizontales et ont comparé leurs résultats avec le cas d'oscillation verticale. Ils ont montré qu'une différence de comportement est due à l'amplitude et la direction de l'accélération résultante exercée sur la bulle. Dans le cas d'oscillations horizontales, l'accélération relative, le diamètre du tube et l'amplitude d'oscillation sont les paramètres principaux régissant la vitesse de la bulle. Cependant, seule l'accélération relative et probablement le diamètre du tube sont les paramètres dominants dans les tubes soumis à des oscillations verticales. En augmentant l'accélération relative, le nez de la poche devient dissymétrique et change périodiquement avec la fréquence imposée sur le tube. En outre, l'asymétrie de la forme du nez de la bulle augmente lorsque l'accélération relative augmente.

Clanet *et al.* (2004), ont développé un modèle analytique dans le régime inertiel afin d'analyser la propagation instationnaire de la bulle de Taylor dans des tubes verticaux. Dans ce cas,

l'équation d'Euler s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \nabla U \cdot U = -\frac{1}{\rho} \nabla \rho + g + \frac{dU_b}{dt} e_y \quad (1.34)$$

où  $U_b(t)$  est la vitesse de la bulle qui peut être décomposée en deux parties : la partie moyenne et la partie fluctuante :

$$U_b(t) = \bar{U}_b + \tilde{U}_b(t).$$

La projection de l'équation d'Euler sur l'interface conduit à :

$$U^2 = 2 \left[ \left( g + \frac{dU_b}{dt} \right) y + \frac{\partial \Phi}{\partial t} \Big|_0 - \frac{\partial \Phi}{\partial t} \Big|_y \right] \quad (1.35)$$

où  $y$  est la distance depuis l'apex et  $\Phi$  est le potentiel de vitesse qui peut être développé au premier ordre sous la forme :

$$\Phi = \frac{U_b(t)}{k} [ky - e^{ky} J_0(kr)] \quad (1.36)$$

$J_0$  est la fonction Bessel d'ordre zéro et  $kR = 3,83$  vérifie bien la condition à la paroi. À partir de ces relations, ils ont obtenu et résolu l'équation différentielle suivante pour déterminer la vitesse de la bulle  $U_b$  :

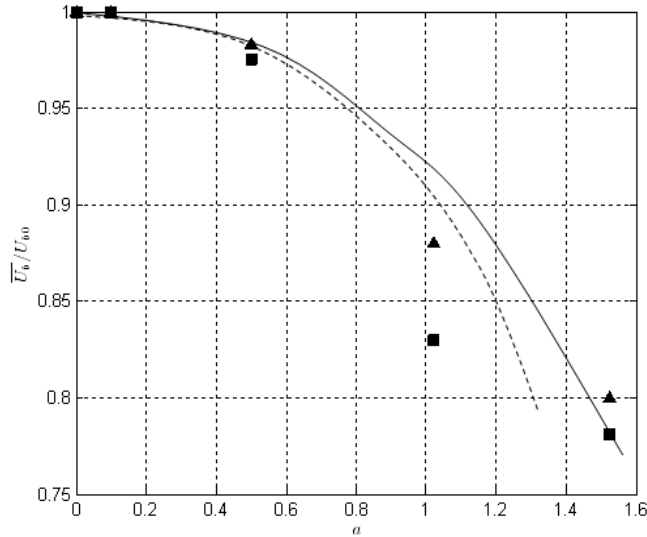


Figure 1.12 – Comparaison entre les résultats expérimentaux de Brannock et Kubie (1996) et les résultats numériques de Clanet *et al.* (2004) : ■, expérience ( $D = 22$  mm); ▲, expérience ( $D = 44$  mm); - -, intégration numérique ( $D = 22$  mm); -, intégration numérique ( $D = 44$  mm).

$$\frac{dU_b}{dt} + kU_b^2 - g(t) = 0 \quad (1.37)$$

où  $g(t) = g(1 + \epsilon e^{i\omega t})$  est le champ gravitationnel instationnaire. Après la linéarisation de l'éq. (1.37), ils ont trouvé que la vitesse moyenne atteint zéro pour une accélération critique de  $b\omega^2/g = \sqrt{8}$ . Cependant, les auteurs ont observé numériquement que la bulle n'avance plus pour une accélération réduite de l'ordre de 1,7. En comparant leurs résultats, obtenus par la résolution de l'équation (1.37), avec ceux issus du travail de Brannock et Kubie, un accord satisfaisant a été trouvé (Fig. 1.12).

## 1.4 Conclusion

Dans ce chapitre après une introduction du problème, l'état de l'art sur la modélisation d'écoulement de bulle de Taylor a été passé en revue. Nous avons mentionné les méthodes disponibles et conclu sur le développement récent dans ce domaine. Diverses investigations ont été effectuées sur ce sujet afin de prévoir le comportement d'écoulement à poche.

Les premiers travaux sont consacrés à la prédiction de la vitesse d'ascension de la bulle et son profil géométrique dans des tubes circulaires et dans des fluides stagnants. Ces études ont été limitées au cas des bulles se déplaçant dans des liquides non visqueux et les effets de tension superficielle ont été considérés négligeables. Selon la littérature, cette condition est satisfaisante quand  $N_f > 300$ . Quand  $N_f \rightarrow \infty$ , les effets de la tension superficielle deviennent significatifs et peuvent modifier la dynamique des écoulements à poche. Ainsi les études qui ont suivi, ont essayé d'en tenir compte. Dans ces études, trois groupes adimensionnels ( $Bo$ ,  $Fr$  et  $Mo$ ) ont été présentés afin de caractériser le mouvement d'une bulle de Taylor montant dans un fluide stagnant. Pour une bulle se déplaçant dans une colonne de liquide en mouvement, en régime stationnaire, la vitesse d'ascension est donnée par la somme de la vitesse de la bulle dans le fluide au repos et la contribution due à l'écoulement du liquide.

De nombreuses investigations ont été effectuées pour déterminer la forme de la bulle en utilisant différentes techniques de mesures et photographiques. Les expériences pour des bulles de différentes longueurs montrent que la forme de la bulle ne dépend pas de sa longueur. La section transversale occupée par le liquide, le rayon de courbure du nez et sa relation avec la tension superficielle du liquide peuvent être trouvés dans beaucoup d'études.

Le profil de vitesse dans la région du nez et la distance au delà de laquelle l'écoulement du liquide n'est pas influencé par le nez de la bulle, le champ de vitesse dans le film liquide, l'endroit de la séparation de film liquide à la queue de la bulle ont été le sujet de beaucoup de recherches expérimentale et numérique. Le profil de vitesse dans la région de sillage a été également étudié dans beaucoup de travaux. Tandis que l'écoulement a une structure ordonnée dans la région

autour du nez et dans le film liquide, la séparation de l'écoulement se produit dans le sillage de la bulle. En effet, quand le film descendant empiète dans la poche liquide, un vortex toroïdal est formé dans la région de sillage de la bulle de Taylor. Ce vortex toroïdal joue un rôle important dans la structure et la stabilité de l'écoulement à poche.

Nous avons trouvé très peu d'études sur le mouvement de bulle de Taylor dans les écoulements instationnaires. Dans ces études le régime instationnaire a été obtenu en soumettant la bulle de Taylor à un mouvement sinusoïdal. De nouvelles définitions pour la vitesse d'ascension de la bulle ont été présentées et comparées aux résultats expérimentaux. Une étude plus détaillée de ce type d'écoulement s'avère indispensable afin de prévoir le comportement d'écoulement dans beaucoup d'installations industrielles.



# CHAPITRE 2

## Dynamique instationnaire des bulles de Taylor dans les tubes verticaux : note sur les approches précédentes.

### 2.1 Introduction

Dans ce chapitre, une analyse détaillée des modèles proposés par Clanet *et al.* (2004) et Brannock et Kubie (1996) pour le mouvement de la poche dans un champ instationnaire est réalisée. L'équation d'Euler pour l'écoulement autour de la poche est obtenue en supposant que l'écoulement est potentiel et axisymétrique. Cette équation différentielle est ensuite résolue pour déterminer la vitesse instantanée de la bulle. La vitesse moyenne ascendante  $\bar{U}_b$  et la vitesse fluctuante  $U_f$  sont estimées en utilisant une technique d'estimation de paramètres basée sur la méthode des moindres carrés. Le rôle des nombres adimensionnels sur la dynamique de la bulle est également mis en évidence.

### 2.2 Discussion sur l'équation différentielle de Clanet

Comme expliqué dans le chapitre précédent, Clanet *et al.* (2004) ont été les premiers à développer une approche analytique pour caractériser l'ascension d'une bulle de Taylor en régime instationnaire. Sans prise en compte de la tension superficielle, en supposant un écoulement potentiel et axisymétrique, les calculs, détaillés en Annexe B, ont conduit à :

$$\frac{dU_b}{dt} + kU_b(t)^2 - g(t) = 0 \quad (2.1)$$

dans notre cas  $g(t) = g(1 - a \sin \omega t)$ .

Cette équation est ensuite résolue numériquement par les auteurs afin d'étudier la vitesse moyenne de la poche. Tandis que le travail de Clanet *et al.* (2004) porte uniquement sur l'évolution de la vitesse moyenne ascendante de la poche en régime inertiel, une étude plus détaillée de leur modèle s'avère indispensable pour obtenir des informations complémentaires sur la dynamique de la bulle.

Dans les paragraphes suivants, les analyses numérique et asymptotique de l'équation différentielle de Clanet sont réalisées. L'analyse numérique est effectuée en écrivant l'éq. (2.1) sous forme adimensionnelle et en la résolvant numériquement par la méthode de Rung-Kutta d'ordre 4-5. Cette analyse nous permet de mettre en évidence le rôle des nombres adimensionnels qui régissent l'évolution des vitesses moyenne, fluctuante et le déphasage. L'analyse asymptotique de la forme adimensionnelle de l'éq. (2.1) montre que la vitesse fluctuante est une fonction linéaire de l'accélération relative  $a$  pour  $a < 1$ .

### 2.2.1 Analyse numérique : mise en évidence des nombres adimensionnels

En posant  $t' = t + \pi/\omega$ , l'éq. (2.1) peut être écrite comme suit :

$$\frac{dU_b}{dt'} + \frac{k_0}{D}U_b^2 - g(1 + a \sin \omega t') = 0$$

où  $k_0 = kD = 7,66$ .

Le fait de changer l'origine du temps ne doit pas affecter la solution et par conséquent, la solution  $U_b(t)$  est une fonction paire de l'accélération relative  $a$  :  $U_b(a, t) = U_b(-a, t)$ .

Nous allons écrire cette équation sous la forme adimensionnelle en réduisant  $U_b$  par  $\bar{U}_{b_0}$  ( $U_b^* = U_b/\bar{U}_{b_0}$ ) et en réduisant  $t$  par  $T$  ( $t^* = t/T$ ), où  $T$  est choisi comme  $T = \bar{U}_{b_0}/g = 1/\sqrt{k_0}\sqrt{D/g}$ . L'éq. (2.1) s'écrit alors :

$$\frac{dU_b^*}{dt^*} + (U_b^*)^2 - (1 - a \sin \Omega t^*) = 0 \quad (2.2)$$

où  $\Omega = (1/\sqrt{k_0})\sqrt{D\omega^2/g} = (1/\sqrt{k_0})\sqrt{a/(b/D)}$ . Cette équation fait apparaître deux nombres adimensionnels :  $a = b\omega^2/g$  et  $\sqrt{D\omega^2/g} = \sqrt{a/(b/D)}$ . On peut donc déduire que  $\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$  et  $U_f/\bar{U}_{b_0}$  sont des fonctions du rapport  $b/D$  et l'accélération relative  $a$ . L'éq. (2.2) est résolue numériquement en utilisant la méthode de Runge-Kutta (voir l'annexe C) pour différents rapports de  $b/D$  et pour  $a$  fixé. La solution a une forme sinusoïdale (Fig. 2.1). Après chaque intégration, le spectre de fréquence de  $U_b^*(t)$  est obtenu. Pour tous les cas la fréquence fondamentale ( $f^* = \Omega/2\pi$ ) est retrouvée. Pour chaque valeur de  $a$ , en augmentant le rapport  $b/D$  des harmoniques (les fréquences multiples entiers de la fréquence fondamentale) sont observés. Le nombre de ces harmoniques augmente lorsque l'accélération relative augmente (Figs. 2.2). Dans ce cas, le signal obtenu par intégration s'éloigne de la forme sinusoïdale et devient un signal complexe composé de plusieurs sinusoïdes de fréquences et d'amplitudes différentes.

Pour étudier l'évolution de  $\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$  et  $U_f/\bar{U}_{b_0}$  avec le rapport  $b/D$ , le rapport de vitesse  $U_b^*$  obtenu numériquement est défini comme suit :

$$U_b^* = U_f^* \cos(\Omega t^* + \phi^*) + \bar{U}_b^* \quad (2.3)$$



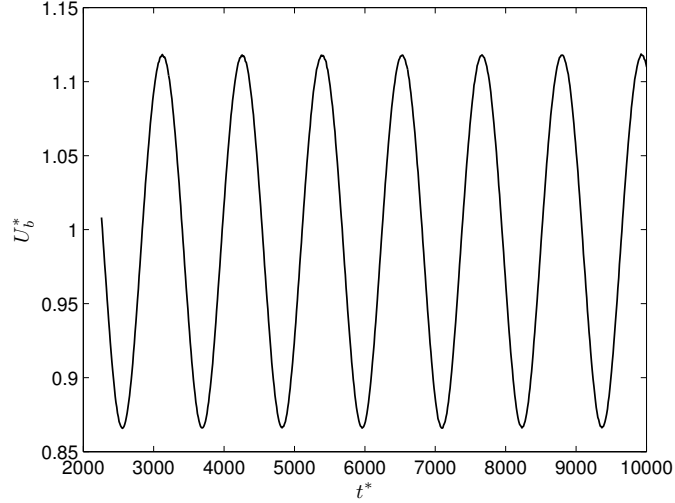


Figure 2.1 – Solution numérique de l'équation (2.2),  $a = 0,25$ ,  $b/D = 10^3$ .

où  $U_f^*$ ,  $\phi^*$  et  $\bar{U}_b^*$  sont la vitesse fluctuante adimensionnelle, le déphasage et la vitesse moyenne adimensionnelle respectivement. Pour trois accélérations relatives ( $a = 0,25$ ,  $a = 0,5$  et  $a = 1$ ) et pour le rapport de  $b/D$  allant de  $10^{-3}$  à  $10^4$ , ces paramètres sont estimés en utilisant une technique d'estimation de paramètre basée sur la méthode non linéaire des moindres carrés. La solution du système matriciel (2.3) est obtenue en utilisant un algorithme appelé de "région de confiance". Cet algorithme a un faible coût de calcul et fournit la convergence rapide à proximité de la solution par la méthode de gradient conjugué pré-conditionné (PCG) décrite dans Coleman et Li (1996).

La figure (2.3a) présente un exemple de l'évolution du rapport de la vitesse moyenne  $U_b^*$  pour  $a = 0,25$  et  $b/D = 10^{-1}$ , obtenu à partir de la solution numérique de l'éq. (2.2) et le lissage obtenu en utilisant la fonction modèle donnée par l'éq. (2.3). Dans tous les cas, le résidu ( $Rz = U_{b(Eq.2.2)}^* - U_{b(Eq.2.3)}^*$ ), a une moyenne nulle (Fig. 2.3b). Le résidu maximal entre les deux courbes, figure (2.3), présente dans cet exemple 0,35% de la valeur maximale de  $U_b^*$  qui est égale à 1,115. Pour  $a = 0,25$  et  $a = 0,5$ , en augmentant  $b/D$ , le résidu maximal augmente mais reste toujours très faible devant  $U_b^*$  (entre 0,15% et 1,7% de la valeur de  $U_b^*$ ). Pour  $a = 1$ , le résidu maximal reste inférieur à 3,8% lorsque  $b/D < 1$  et il atteint 9,2% de la valeur de  $U_b^*$  pour  $b/D = 10^4$ . Nous constatons également que le  $Rz$  a une forme sinusoïdale ce qui confirme que le signal obtenu par la solution numérique de l'éq. (2.2) est composé de deux ou plusieurs sinusoides selon la valeur de  $a$  et de  $b/D$ . La différence entre ce signal et la fonction modèle,  $Rz$ , nous donne des sinusoides de fréquences et d'amplitudes égales à celles des harmoniques qui restent cependant très faibles.

En étudiant l'évolution de  $\bar{U}_b^*$  et  $U_f^*$  avec le rapport  $b/D$ , nous avons trouvé que pour  $b/D > 10^{-1}$  au voisinage des petites accélérations relatives ( $a < 1$ ) ce rapport ne semble pas avoir un rôle important sur l'évolution des vitesses moyenne et fluctuante tel qu'il est montré sur les figures

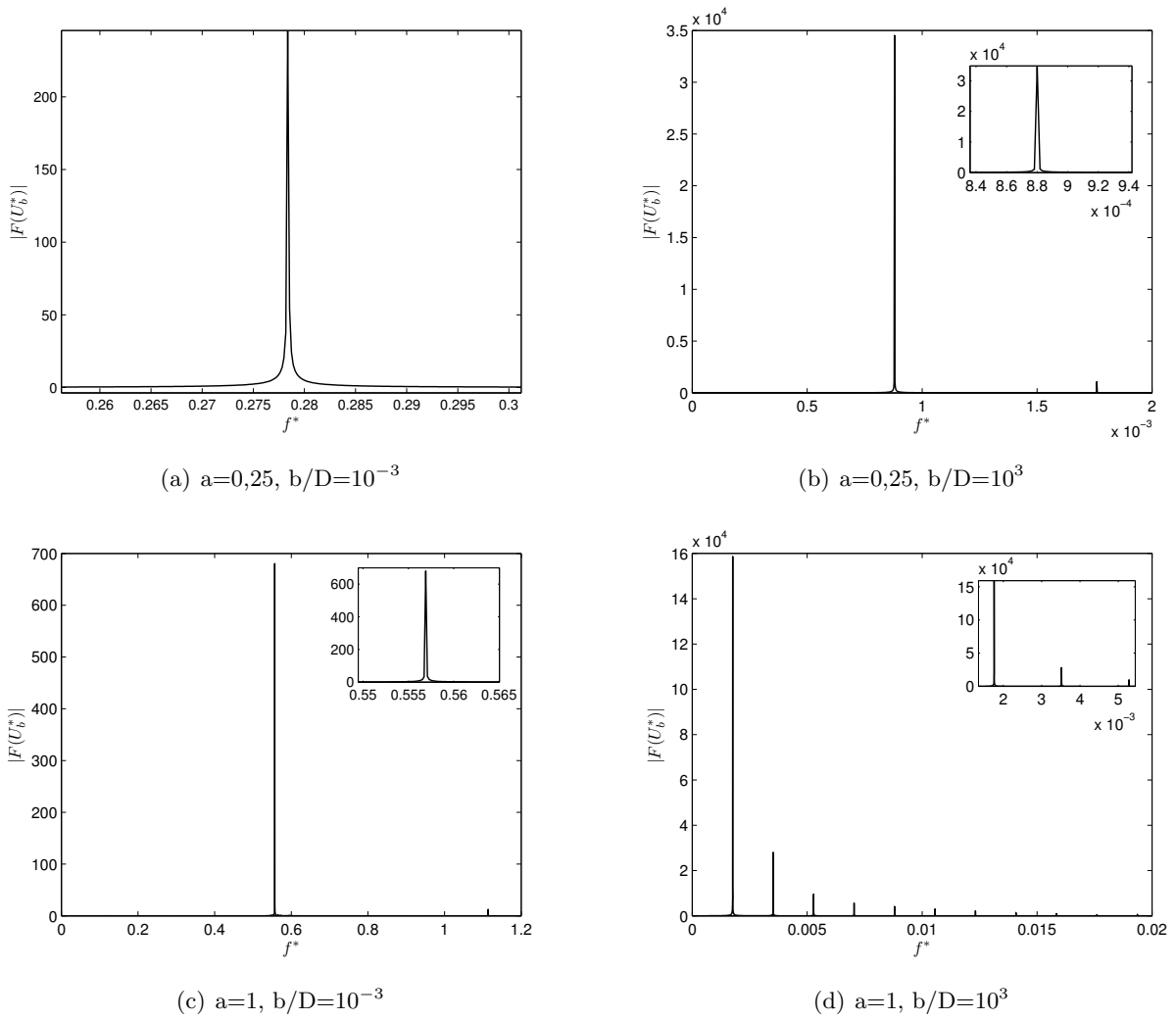
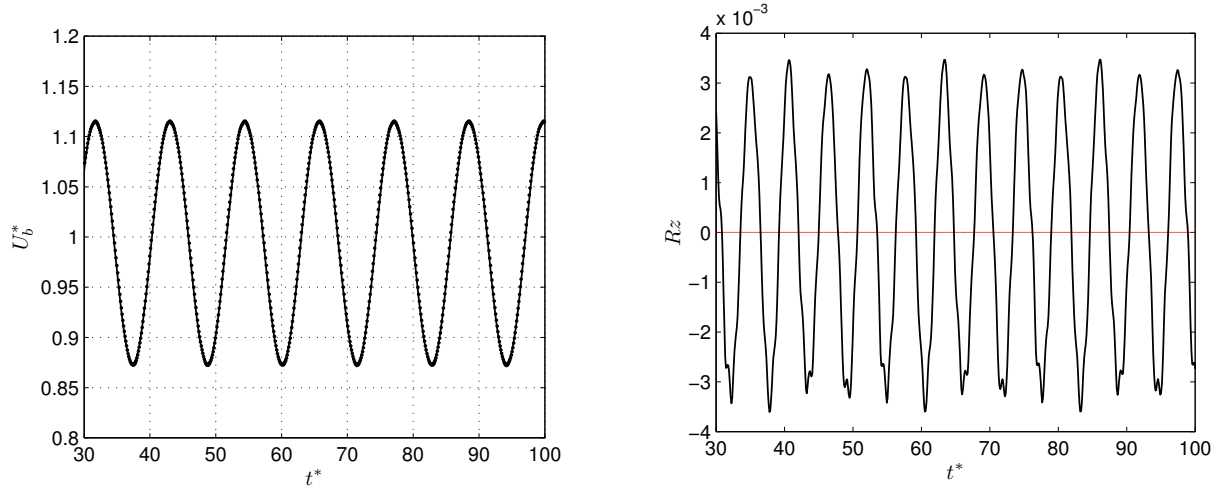


Figure 2.2 – Spectres de  $\bar{U}_b^* = \bar{U}_b / \bar{U}_{b_0}$

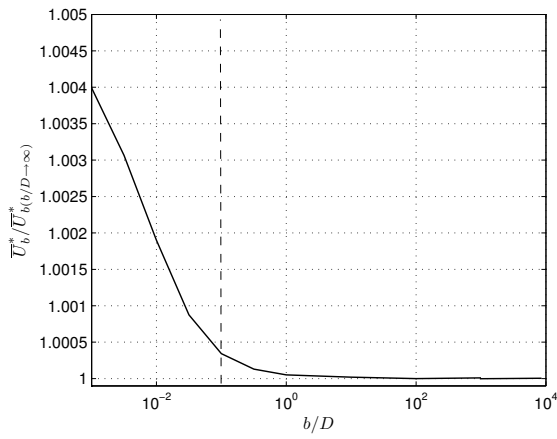


(a) Evolution de  $U_b^*$  en fonction de  $t^*$  : ●, solution numérique de l'éq. (2.2); -, modélisation

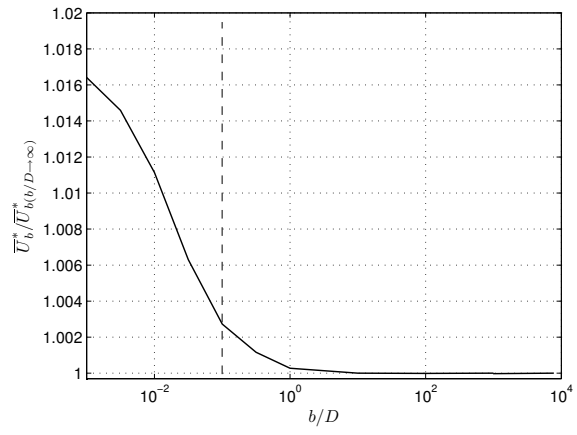
(b) Résidus entre  $U_{b(Eq.2.2)}^*$  et  $U_{b(Eq.2.3)}^*$

Figure 2.3 – Solution numérique de l'équation (2.2),  $a = 0,25$ ,  $b/D = 10^3$ .

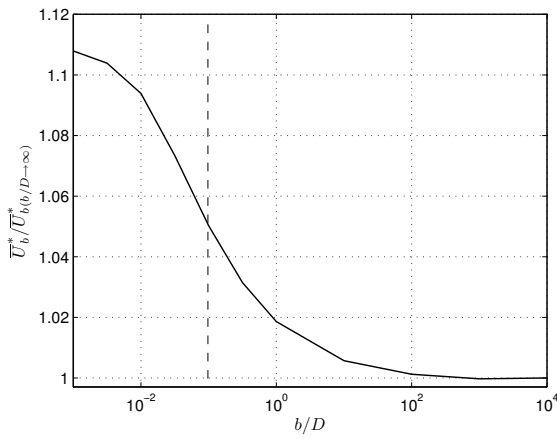
(2.4) et (2.5) ( $\bar{U}_b^* \leq 0,3\% \bar{U}_{b(b/D \rightarrow \infty)}^*$  et  $U_f^* \leq 7\% U_{f(b/D \rightarrow \infty)}^*$ ). En augmentant l'accélération relative, l'influence de  $b/D$  devient plus importante. À titre exemple, pour  $b/D = 10^{-1}$  et  $a = 1$ ,  $\bar{U}_b^*$  représente 5% de la valeur de  $\bar{U}_{b(b/D \rightarrow \infty)}^*$  et  $U_f^*$  représente 14% de la valeur de  $U_{f(b/D \rightarrow \infty)}^*$ . On peut également noter que le déphasage dépend fortement de  $b/D$ . Comme montré sur la figure (2.6), cette dépendance augmente lorsque l'accélération relative augmente. Elle peut être considérée négligeable lorsque  $b/D > 1$  où  $\phi < 10\% \phi_{(b/D \rightarrow \infty)}$ .



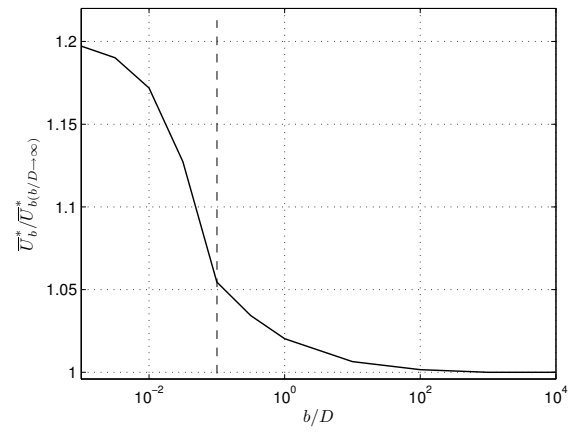
(a)  $a=0,25$



(b)  $a=0,5$



(c)  $a=1$



(d)  $a=1,5$

Figure 2.4 – Evolution de  $\bar{U}_b^*/\bar{U}_{b(b/D \rightarrow \infty)}^*$  en fonction de  $b/D$

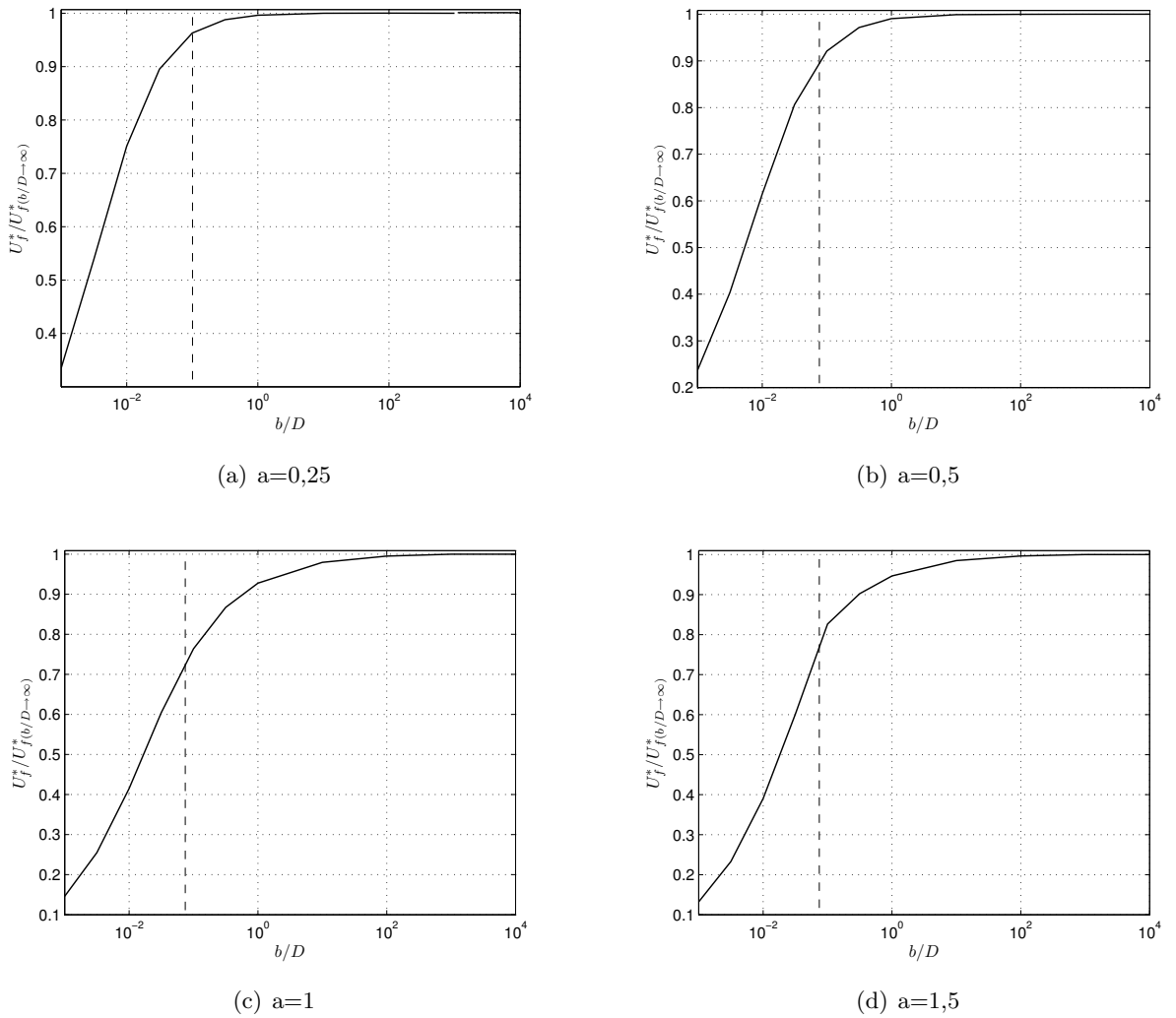
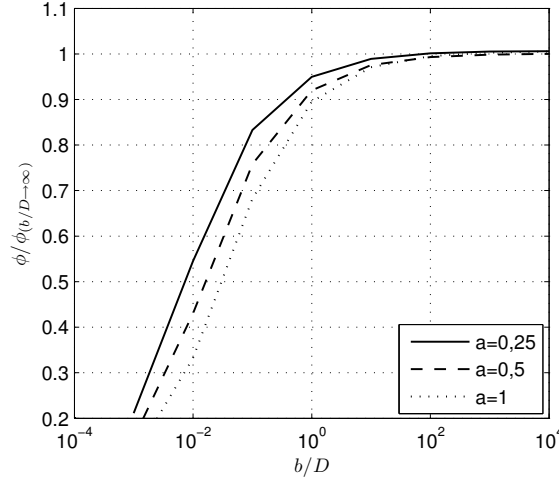


Figure 2.5 – Evolution de  $U_f^*/U_f^*(b/D \rightarrow \infty)$  en fonction de  $b/D$


 Figure 2.6 – Evolution du déphasage  $\phi$  avec le rapport  $b/D$ .

## 2.2.2 Analyse asymptotique

Au voisinage de  $a \simeq 0$ , l'expérience montre que  $\bar{U}_b^*$  est voisine de 1. On décompose  $\bar{U}_b^*$  sous la forme  $\bar{U}_b^* = 1 + U_f^*$ , où  $U_f^*$  est la fluctuation relative  $U_f^* = U_f / \bar{U}_{b0} \ll 1$ . L'éq. (2.2) devient donc :

$$dU_f^*/dt^* + 2U_f^* + a \sin \Omega t^* \simeq 0 \quad (2.4)$$

dont la solution particulière est de la forme :  $U_f^* = \alpha \sin \Omega t^* + \beta \cos \Omega t^*$ . En insérant cette solution particulière dans l'éq. (2.4), les deux constantes  $\alpha$  et  $\beta$  peuvent être déterminées :

$$\alpha = -\frac{2a}{4 + \Omega^2} \quad (2.5a)$$

$$\beta = \frac{\Omega a}{4 + \Omega^2} \quad (2.5b)$$

La solution particulière de l'éq. (2.4) s'écrit comme suit :

$$U_f^* = -\frac{2a}{4 + \Omega^2} \left( \sin \Omega t^* - \frac{\Omega}{2} \cos \Omega t^* \right) \quad (2.6)$$

En posant  $\tan \phi = \Omega/2$ , l'équation précédente devient :

$$U_f^* = -\frac{2a}{4 + \Omega^2} \frac{1}{\cos \phi} \sin(\Omega t^* - \phi) \quad (2.7)$$

Si on choisit  $U_f^* > 0$ , nous avons :

$$U_f^* = \frac{2a}{4 + \Omega^2} \frac{1}{\cos \phi} \sin(\Omega t^* + \pi - \phi) \quad (2.8)$$

Finalement en utilisant les relations trigonométriques, la solution de l'éq. (2.4) aux temps longs s'exprime par :

$$U_f^* = (a/(4 + \Omega^2)^{\frac{1}{2}}) \cos(\Omega t^* + \frac{\pi}{2} - \phi) \quad (2.9)$$

d'où  $U_f^* \simeq a/(4 + \Omega^2)^{1/2}$  et  $\phi = \arctan \Omega/2$ . Il faut noter que lorsque  $a < 1$ , le terme  $\Omega^2$  devient négligeable devant 4 quand  $b/D > 10^{-1}$  et par conséquent pour les faibles accélérations relatives, nous avons :

$$U_f^* \simeq \frac{1}{2}a \quad (2.10)$$

Cette approche est bien vérifiée par les résultats numériques obtenus à partir de la solution de l'éq. (2.1) (Fig. 2.7).

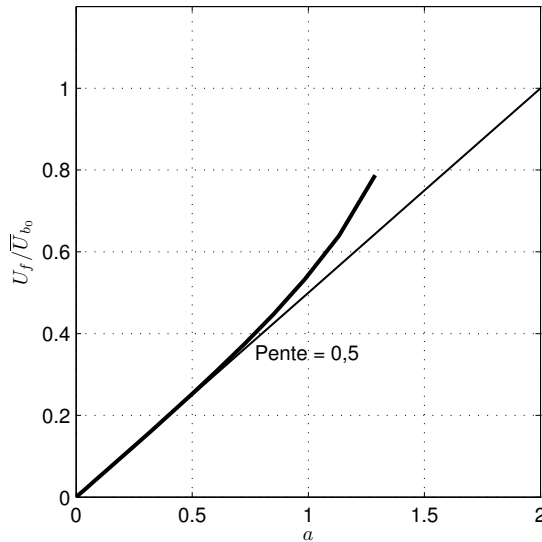


Figure 2.7 – Comparaison de l'éq. (2.1) avec l'éq. (2.10).

## 2.3 Discussion sur l'équation semi-empirique de Brannock et Kubie (1996)

Comme expliqué dans le chapitre précédent, Brannock et Kubie (1996) ont proposé une relation semi-empirique pour la vitesse moyenne étant en bon accord avec leur résultats expérimentaux. Il faut noter que dans leurs expériences, le rapport  $b/D$  varie entre 0,23 et 9,1 pour  $D = 22$  mm et entre 0,11 et 4,54 pour  $D = 44$  mm, ce qui est supérieur à  $10^{-1}$  et donc selon notre discussion de la section précédente, n'intervient pas dans les calculs de la vitesse moyenne de la bulle. La même conclusion peut être tirée à partir de leur relation empirique représentée

ci-dessous :

$$\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0} = \frac{1}{T} \int_0^T \max[(1 + a \sin \omega t)^{1/2}, 0] dt \quad (2.11)$$

En fait pour  $a \leq 1$  (Fig. 2.8a),  $\max(1 + a \sin \omega t, 0) = 1 + a \sin \omega t$ . En faisant le changement de variable  $\omega t = x$ , nous avons :

$$\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (1 + a \sin x)^{1/2} dx = F(a) \quad (a \leq 1) \quad (2.12)$$

qui est uniquement fonction de l'accélération relative. Pour  $a > 1$ , d'après l'éq. (2.11) et la figure (2.8b), on peut écrire :

$$\begin{aligned} \bar{U}_b/\bar{U}_{b_0} &= \frac{1}{2\pi} \left[ \int_0^{t_1(a)} (1 + a \sin x)^{1/2} dx + \int_{t_1(a)}^{t_2(a)} (1 + a \sin x)^{1/2} dx + \int_{t_2(a)}^{2\pi} (1 + a \sin x)^{1/2} dx \right] \quad (2.13) \\ &= F_1(a) + 0 + F_2(a) \quad (a > 1) \end{aligned}$$

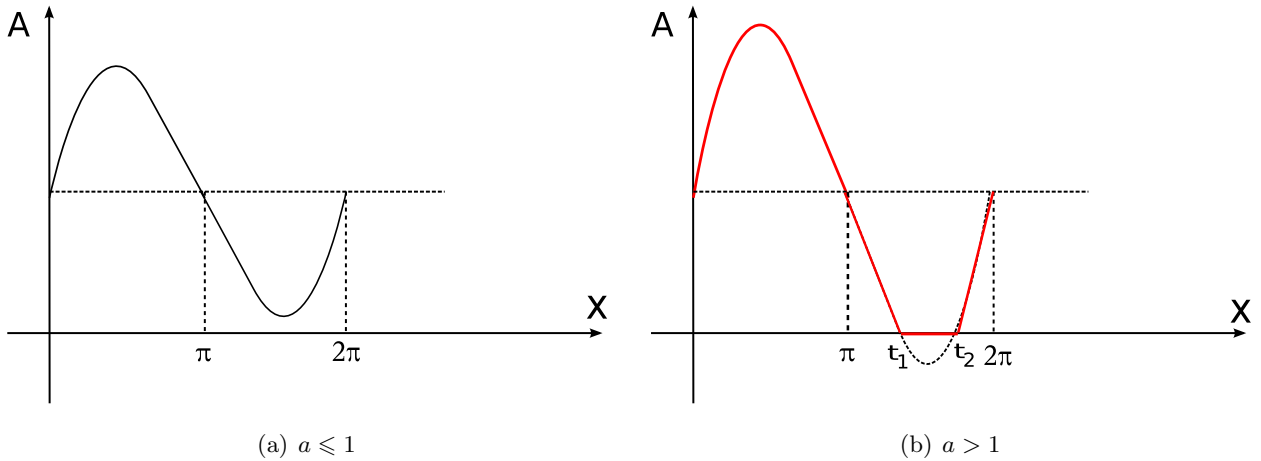


Figure 2.8 – Analyse de l'éq. (2.11),  $A = \max[(1 + a \sin x), 0]$ ,  $x = \omega t$

Ainsi, puisque la relation empirique de Brannock et Kubie (1996) ne fait pas intervenir le terme  $b/D$ , elle est valide uniquement pour  $b/D > 10^{-1}$ , où les effets de ce rapport peuvent être négligés.

## 2.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié en détail, les relations proposées par Clanet *et al.* (2004) et Brannock et Kubie (1996). Le mouvement d'une bulle de Taylor dans un champ instationnaire a été étudié théoriquement en faisant les mêmes hypothèses que celles de Clanet *et al.* (2004)



basées sur la négligence des effets de la tension superficielle et l'indéformabilité de la bulle de Taylor (les calculs sont présentés en détail en Annexe B). Cette étude nous a menés à la même équation différentielle que celle obtenue par Clanet *et al.* (2004). Il faut noter que Clanet *et al.* (2004) se sont uniquement intéressés à la vitesse moyenne d'ascension de la poche. Dans les chapitres suivants, nous allons étendre cette étude afin de déterminer la vitesse fluctuante et le déphasage et de comparer les résultats numériques avec nos résultats expérimentaux dans lesquels les effets de la tension superficielle et les déformations de l'interface sur la dynamique de l'écoulement de la bulle sont pris en compte. Dans la seconde partie de ce chapitre, le rôle des nombres adimensionnels ont été mise en évidence. Nous avons trouvé numériquement que le rapport  $b/D$  a un rôle dominant sur la vitesse moyenne lorsque  $b/D < 10^{-1}$ . Dans les expériences de Brannock et Kubie (1996),  $b/D > 10^{-1}$  et dans leur approche théorique le rapport  $b/D$  n'intervient pas. Leurs résultats seront comparés avec nos résultats plus tard.



# CHAPITRE 3

## Dispositif expérimental et techniques de mesure

### 3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous décrirons en détail l'installation expérimentale déjà existante qui a été conçue dans le cadre de la thèse de Mr. Mustapha ABBAD portant sur les forces d'histoire exercées sur des inclusions solides ou fluides (Abbad (2003), Abbad et Souhar (2004)). Le dispositif expérimental utilisé permet de produire un mouvement sinusoïdal vertical afin d'étudier la dynamique instationnaire des longues bulles dans les tubes verticaux. La technique de mesure, les techniques de traitement des données et d'images sont également présentées dans ce chapitre. L'ensemble de ces techniques permet de déterminer la position exacte du plateau oscillant, du nez de la bulle ainsi que les caractéristiques du mouvement oscillatoire : la vitesse moyenne ascendante, la vitesse fluctuante, la fréquence d'oscillation, l'amplitude et le déphasage. La déformation instantanée du nez en fonction de la fréquence d'oscillation est aussi quantifiée à l'aide des différentes techniques expérimentales qui permet de extraire avec précision le contour du nez de la bulle. Nous donnerons également les paramètres d'essai et les dispositions et précautions prises pour effectuer des mesures fines et garantir la fiabilité de l'étude.

### 3.2 Système mécanique

L'installation expérimentale comporte un châssis fixe en acier ( $80 \times 40 \times 55$  cm), et un plateau "léger" en dural (80×40×10 cm), pouvant effectuer un mouvement de translation sinusoïdal, dans la direction verticale. Quatre vérins hydrauliques permettent de guider le plateau dans son déplacement par rapport au bâti. Le mouvement oscillant est réalisé par un moteur (type MULTIFIX, MC 2000 PEC pouvant tourner jusqu'à 6200 tr/min) dont le mouvement de rotation est transformé en translation par une bielle en dural de longueur de 50 cm, fixée d'un côté avec une excentricité donnée à un disque en acier lié au moteur, et de l'autre côté au dos du plateau (Figs. 3.1 et 3.2). L'amplitude d'oscillation  $b$  est réglée grâce à des orifices percés sur le disque à des distances différentes de son centre, de telle façon à avoir des courses allant de 5 à 40 mm. Dans cette étude, nous avons travaillé avec deux amplitudes de 5 mm et de 20 mm. La fréquence d'oscillation est comprise entre 1 et 10 Hz. Elle est mesurée à l'aide d'une fourche à rayons

infrarouges et d'une vis fixée sur l'épaisseur du plateau, Fig. (3.3). Lors de la mise en marche du système, la fréquence de coupure des rayons par cette vis nous donne celle des oscillations du plateau, lue à l'aide d'un oscilloscope. Des patins anti-vibrations sont fixés de chaque côté du bâti afin de minimiser les vibrations qui peuvent affecter le comportement de la bulle et qui sont dues à la rotation du moteur à grandes vitesses.

### 3.2.1 Approximation du mouvement sinusoïdal du plateau

Abbad et Souhar (2004) ont montré que le déplacement du plateau n'était pas parfaitement sinusoïdal, en obtenant le déplacement  $z_{p_{réel}}$  et l'accélération réel  $\gamma_{p_{réel}} = dz_{p_{réel}}^2/dt^2$  du plateau lorsque  $R_0 = b/L \ll 1$  :

$$z_{p_{réel}} \approx b \sin(\omega t) - \frac{bR_0}{2} \cos^2(\omega t) + O(R_0^3) \quad (3.1)$$

$$\gamma_{p_{réel}} \approx -b\omega^2 \sin(\omega t) + Rb\omega^2 \cos(2\omega t) + O(R_0^3) \quad (3.2)$$

où  $L$  et  $\omega$  représentent respectivement la longueur de la bielle (la distance PD) et la vitesse angulaire du disque. Dans cette étude le rapport  $R_0$  est de l'ordre de  $10^{-2}$  qui reste très petit devant l'unité et par conséquent les deuxièmes termes des équations (3.1) et (3.2) ont respectivement les valeurs maximales de 0,5% de  $b$  et 0,1% de  $b\omega^2$  respectivement. Ces dérivations sont très faibles et peuvent être négligées. Le mouvement du plateau peut être modélisé par :

$$z_p \approx b \sin(\omega t) \quad \text{et} \quad \gamma_p \approx -b\omega^2 \sin(\omega t) \quad (3.3)$$

## 3.3 Colonne du fluide et système de rotation

La veine d'essai est une colonne en verre de section circulaire dont le diamètre interne est de 9,8 mm pour une hauteur de 1200 mm et de 20 mm pour une hauteur de 1000 mm. Sur la colonne est fixée une plaque métallique par intermédiaire de colliers. Cette plaque est liée au plateau oscillant par une tige métallique fixée au plateau et un palier à roulement fixé à la plaque (Fig. 3.4). Le système de fixation palier/tige permet une rotation de la colonne autour de l'axe de la tige. Une butée munis d'aimant a été installée pour permettre à la colonne d'exécuter une rotation exacte de  $180^\circ$ . Ainsi la réalisation de l'écoulement à poche est effectuée en deux étapes. Premièrement, la colonne est remplie d'un fluide mais en laissant un certain volume d'air. Deuxièmement, la bulle de Taylor est ensuite générée par une rotation de  $180^\circ$  du tube. Le volume d'air se trouve alors à la base du tube et formera la poche lors de son ascension verticale dans le tube. Ainsi, la taille de la poche est déterminée par le volume d'air initial.

Pour les mesures de la déformation instantanée de l'interface, afin de minimiser les distortions optiques due à la circularité du cylindre, une boîte rectangulaire (2,8 cm  $\times$  2,8 cm  $\times$  26 cm pour



Figure 3.1 – Vue d'ensemble du dispositif expérimental.

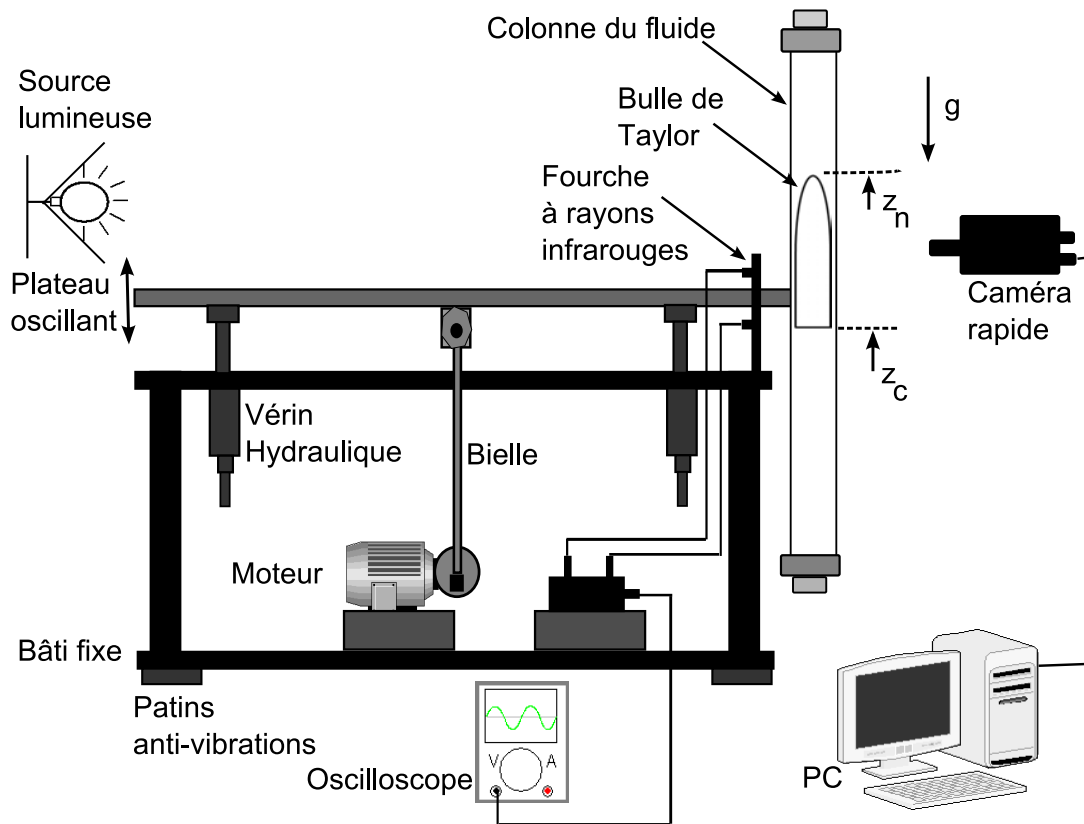


Figure 3.2 – Schéma de l'installation expérimentale.

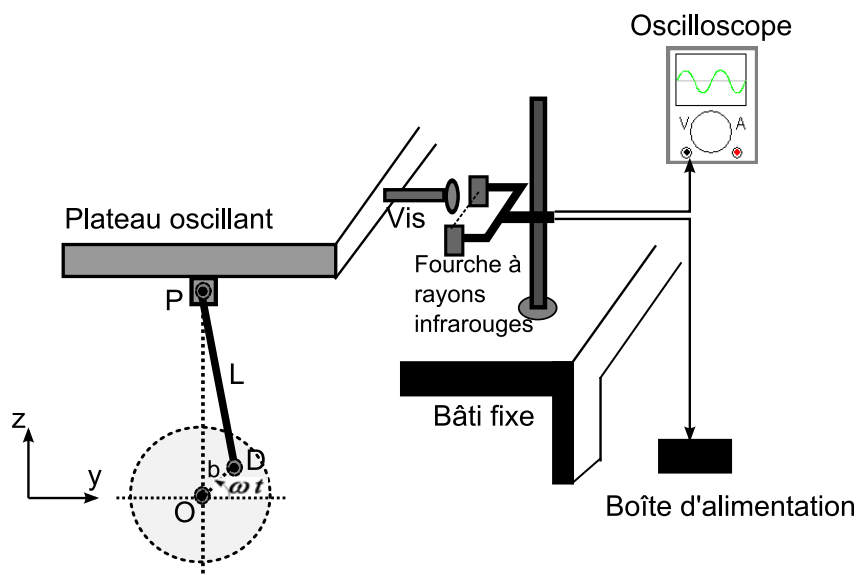


Figure 3.3 – Mouvement de la bielle: approximation sinusoïdale. Technique de mesure de la fréquence d'oscillation du plateau.

le petit tube et  $5,2 \text{ cm} \times 5,2 \text{ cm} \times 22,5 \text{ cm}$  pour le grand tube) placée autour de la section de mesure est remplie du même fluide étudié.

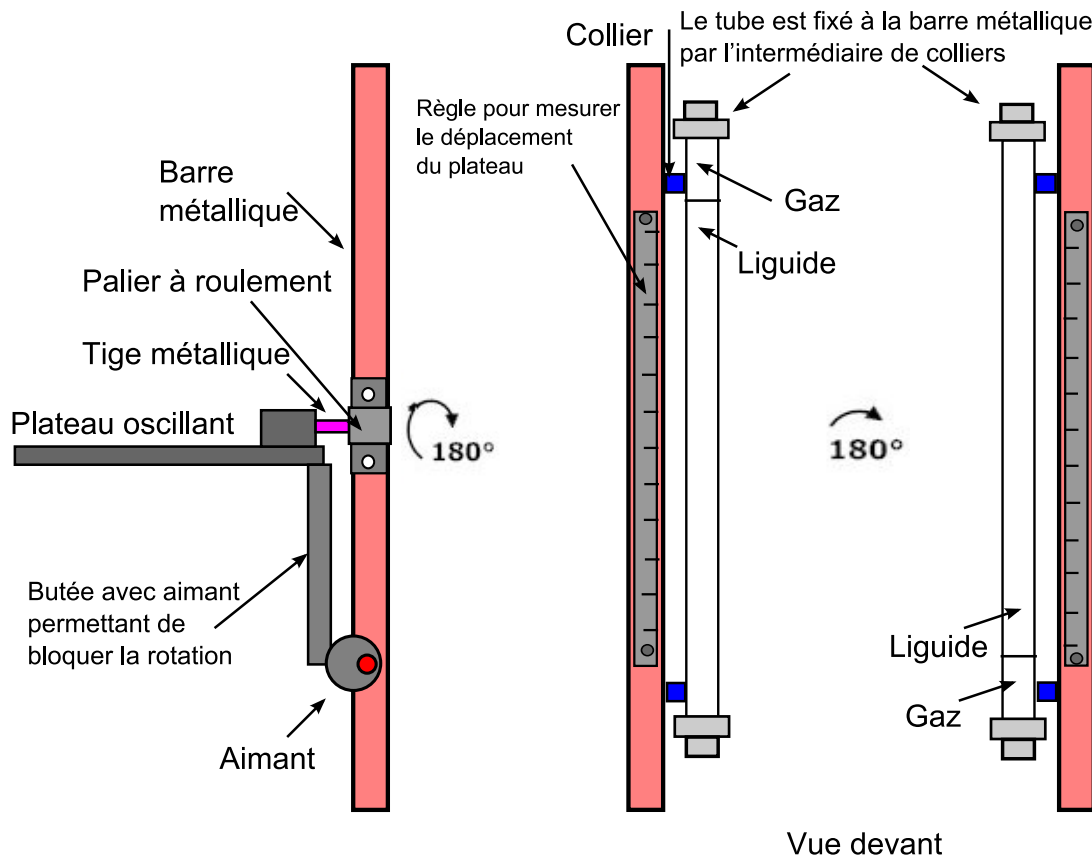


Figure 3.4 – Système de rotation et de formation de la bulle de Taylor.

### 3.4 Description de la visualisation

Pour suivre le mouvement de la poche dans le fluide, nous avons fixé une caméra rapide de type CMOS sur un support fixe réglable en hauteur. Le rôle de ce support réside dans la possibilité d'ajuster la position verticale de la caméra pour correspondre au champ de vision dans lequel la poche aura atteint sa vitesse terminale moyenne. La caméra utilisée est de type FASTCAM-ultima APX RS 3000 (Photron company). Le capteur est de taille  $1024 \times 1024$  pixels. La fréquence maximale est de 3000 Hz en résolution pleine, et de 250000 Hz pour la résolution de  $128 \times 16$  pixels. La caméra dispose d'une interface numérique IEEE1394 pour son contrôle à partir d'un PC et pour transmettre les images enregistrées. Elle peut être contrôlée par le logiciel Photron's PFV. Le dispositif d'obturation électronique de l'APX RS offre la possibilité de commander le temps d'exposition d'une image indépendamment de la vitesse courante. Il est possible de changer la vitesse de l'obturateur à partir de sa vitesse de base de  $1/\text{fréquence image}$

Table 3.1 – Modes de fonctionnement de la caméra CMOS rapide

Mode	1	2	3
fréquence ( $Im/s$ )	250	500	500
définitions (Pixels)	512×1024	512×1024	512×1024
Rapport d'aspect	1:1	1:1	1:1
Temps d'obturation	1/1000	1/2000	1/2000

jusqu'à 1/500 000 s (2 microsecondes).

Dans cette étude trois configurations sont utilisées pour chaque diamètre de tube selon nos besoins (voir tableau 3.1). Nous décrirons chacune de ces configurations dans les paragraphes qui suivent.

### Configuration 1

Dans la configuration 1, la caméra est positionnée suffisamment loin du dispositif expérimental pour avoir la totalité de la section d'essai (Fig.3.5). La résolution spatiale obtenue est :

$$\Delta z = \Delta r = 0,242 \text{ mm/pixel} \quad (3.4)$$

Cette configuration est principalement utilisée pour obtenir les trajectoires du plateau et des longues bulles dont la forme du nez n'est pas à déterminer.

### Configuration 2

Dans la configuration 2, la caméra est placée plus près de la section d'essai (pour avoir un champs de vision de 6 cm pour le petit tube et de 10 cm pour le grand tube). La résolution spatiale obtenue est :

$$\Delta z = \Delta r = 0,038 \text{ mm/pixel} \quad (3.5)$$

Cette configuration est principalement employée pour obtenir le contour de la poche.

### Configuration 3

Dans la configuration 3, la caméra est placée à une distance suffisamment grande pour avoir un champ de vision de longueur égale ou légèrement supérieure à la longueur de la poche. La résolution spatiale obtenue est :

$$\Delta z = \Delta r = 0,063 \text{ mm/pixel} \quad (3.6)$$

Cette configuration est principalement utilisée pour pouvoir suivre les ondes oscillantes qui apparaissent et se propagent le long de la bulle lorsque l'accélération relative devient importante.



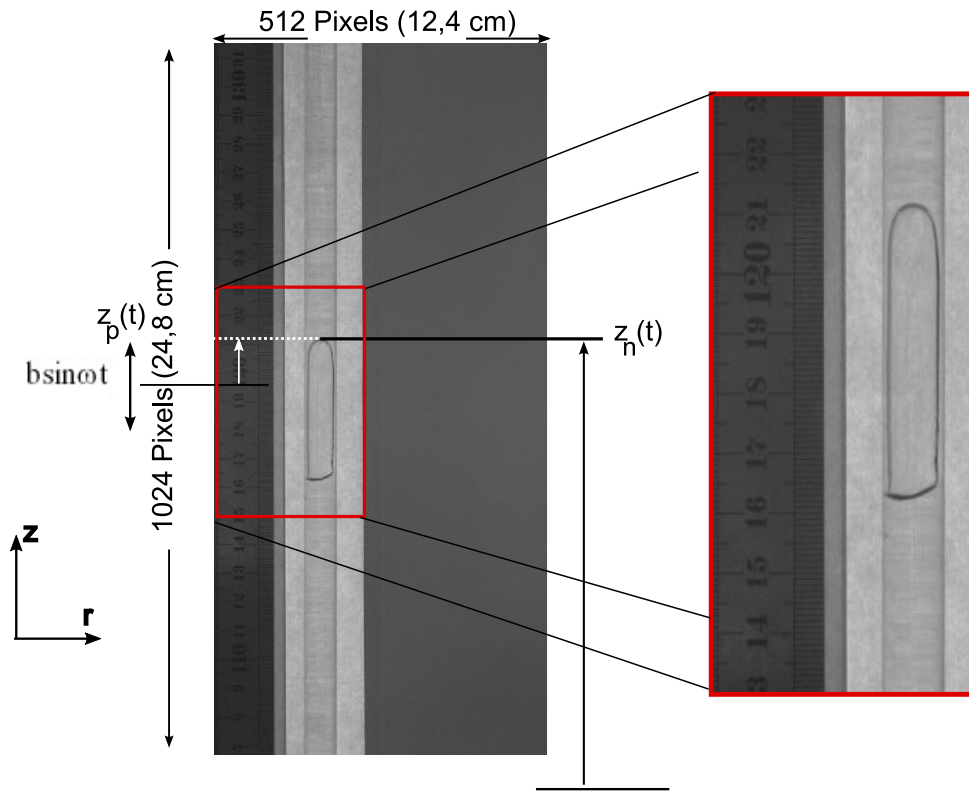


Figure 3.5 – Configuration 1.

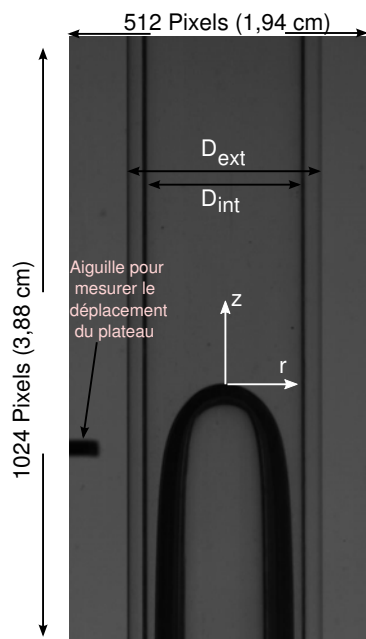


Figure 3.6 – Configuration 2.

Dans ce cas la résolution spatiale est plus importante que celle de la configuration 1 et moins importante que celle de la configuration 2.

Il faut aussi noter que dans les configurations 2 et 3, nous avons utilisé la technologie "Back light" à LED (modèle FDL06-W/C de surface lumineuse  $90 \times 120 \text{ mm}^2$ , éclairage diffus, blanc) comme technique d'éclairage. Dans cette technique appelée aussi d'ombroscopie, la caméra se trouve face au panneau LED, voyant une surface blanche uniforme. L'ombre de l'objet placé entre la caméra et la source de lumière est détectée par la caméra comme une forme noire sur le fond blanc. Un contraste maximum est ainsi obtenu. Utiliser cette technique nous permet de détecter avec précision le contour de la poche.

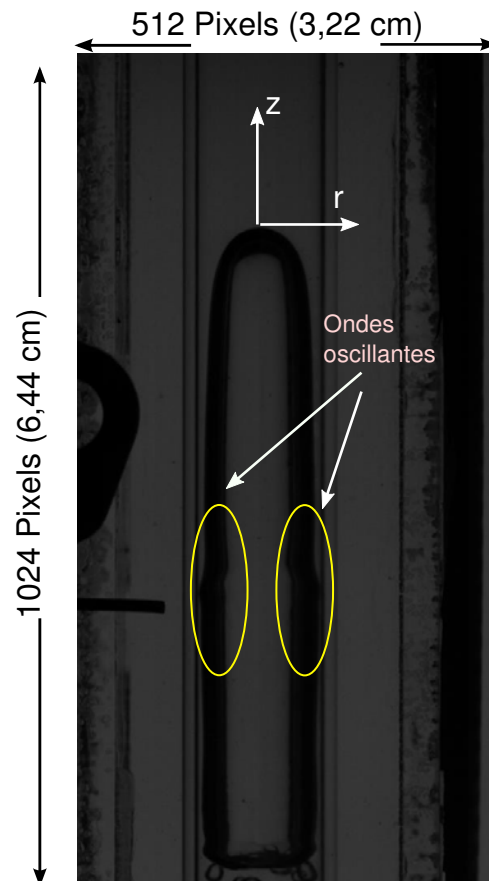


Figure 3.7 – Configuration 3.

### 3.5 Description de la procédure d'enregistrement de la trajectoire de la bulle

Les trajectoires de la bulle de Taylor dans les tubes verticaux de diamètres  $D = 9,8$  mm et  $D=20$  mm, sont enregistrées dans les deux cas : sans oscillation et avec oscillation. L'objectif est de vérifier l'accord de nos résultats avec ceux obtenus dans les travaux précédents et de comparer la vitesse moyenne obtenue dans le cas sans oscillation avec celle obtenue dans le cas avec oscillation. La procédure à suivre pour enregistrer la trajectoire de la bulle est décrite ci-dessous :

- La fixation et le positionnement de la caméra : la caméra doit être fixée judicieusement sur le support fixe réglable en hauteur. Le support utilisé est un trépied dont la tête est dotée d'un système qui permet de fixer et d'enlever rapidement l'appareil. La tête est munie d'un nombre d'articulations dont 3 micro-rotules, qui permettent de régler l'azimut, la hauteur et l'orientation du boîtier. Une fois la caméra bien fixée, sa distance au tube ainsi que les différents paramètres de réglage sont ajustés selon la configuration employée (décrite ci-dessus). La position verticale est aussi réglée pour correspondre à un champ de vision dans lequel la poche aurait atteint sa vitesse terminale moyenne.
- L'allumage de la source lumineuse et vérification du contraste de l'image : la source lumineuse doit être positionnée derrière le tube. Le réglage du diaphragme permet ensuite de vérifier le contraste et la netteté.
- Le calibrage : nous introduisons un cylindre de tête conique (Fig. 3.8) dont le diamètre et l'angle du cône sont connus, dans le tube. Le cylindre descend lentement dans le fluide et au moment où il traverse la section d'essai, nous prenons une image de référence. Cette étape permet d'un côté de vérifier qu'il n'y a pas de déformation optique et de l'autre côté de mesurer la taille réelle de l'image.
- Enregistrement des séquences dans les deux cas (sans et avec oscillation). Il faut noter que pour chaque mesure, au moins trois séries de séquences sont enregistrées afin de vérifier la reproductibilité.



Figure 3.8 – Cylindre de tête conique.

Il faut aussi remarquer que pour effectuer des mesures fines et fiables, un certain nombre de précautions doivent être prises :

- La colonne du fluide ainsi que le liquide utilisé doivent être propres de toutes impuretés pour ne pas changer les propriétés de l'interface liquide-gaz.

- Avant chaque série d'enregistrement, la verticalité de la colonne doit être vérifiée pour ne pas influencer la dynamique et la forme de la poche.

- La position de la caméra doit correspondre à un champ de vision dans lequel la bulle se déplace avec une vitesse moyenne constante.

- La température du liquide doit être mesurée plusieurs fois durant la manipulation afin de vérifier s'il y a eu des variations de la viscosité.

Pour le cas avec oscillation, 14 fréquences entre 1 et 8,8 Hz sont balayées pour chaque diamètre de tube et pour chaque fluide utilisé. Après avoir enregistré les séquences, une phase lourde d'exploitation des essais est effectuée. Nous détaillons les techniques et les procédures dans les paragraphes suivants.

## 3.6 Exploitation des essais

L'exploitation des séquences enregistrées sans et avec oscillation se fait en deux étapes :

- Traitement d'images permettant de déterminer la position de la poche et du plateau pour reconstruire leur trajectoire.
- Traitement numérique des données et estimation de paramètres permettant de caractériser la dynamique de la bulle.

### 3.6.1 Traitement d'images

Le traitement d'images consiste à déterminer la position du nez de la poche et celle du plateau oscillant. Pour cela, les algorithmes de l'image processing toolbox de Matlab sont utilisés. Ce logiciel fournit un ensemble complet d'algorithmes et d'outils graphiques pour le traitement d'images, l'analyse, la visualisation, et le développement d'algorithme. Nous donnons un exemple sur la figure (3.9) montrant les étapes successives de traitement d'image :

- a) lire et décoder les fichiers images : cette première étape consiste à lire l'image et décoder son format afin de la transformer en une matrice de valeurs correspondant au niveau de gris du pixel.
- b) définition de la région d'intérêt, Fig. (3.9b). Deux régions d'intérêt sont définies pour

chaque image. Pour détecter le nez de la bulle, la région d'intérêt est l'intérieur du tube. Pour détecter la graduation de la règle, la région d'intérêt est une zone rectangulaire comprenant la graduation à repérer.

- c) la binarisation de la région d'intérêt basée sur un seuil de gris (Fig. 3.9c) : une image binaire est une image  $M \times N$  où chaque point peut prendre uniquement la valeur 0 ou 1. Les pixels sont noirs (0) ou blancs (1). De cette façon, on obtient une image dans laquelle le contour de la bulle est noir et la zone du fluide est blanche.
- d) élimination des petits objets : une fois que l'image est binarisée, on procède à enlever les bruits et les petits objets qui sont apparus sur l'image binaire comme des petites zones noires dans la zone du fluide et qui sont dus aux éventuelles impuretés ou saletés des parois extérieures du tube.

Une fois l'image binaire obtenue, la détection de la position du nez de la bulle  $z_n$  consiste à trouver le pixel noir qui correspond à la coordonnée  $z$  maximale. La même procédure est utilisée pour extraire la position du plateau oscillant  $z_p$  en localisant un repère sur une règle fixée à la plaque métallique dans le même champ de vision que la bulle. Il faut noter que la caméra utilisée et aussi les mesures de  $z_n$  sont effectuées dans le repère absolu.

Cette procédure est répétée pour chaque image d'une séquence et est automatisée par un programme écrit dans ce but.

Pour extraire le contour du nez afin d'étudier la déformation de l'interface, la même procédure est suivie. Mais cette fois au lieu de repérer uniquement le pixel noir correspondant à la coordonnée  $z$  maximale, il faut détecter tous les pixels noirs se trouvant à l'interface du nez de la bulle. Pour cela, en partant de haut du tube vers le bas et sur tout le diamètre de tube, nous cherchons les pixels noirs. L'ensemble des premiers pixels noirs dans chaque colonne de la matrice de l'image constitue le contour du nez de la bulle.

Les coordonnées du nez de la bulle ainsi que celles de la graduation de la règle sont reportées dans des fichiers pour faire l'objet d'un traitement numérique.

## 3.6.2 Traitement numérique des données

Cette étape de traitement consiste à déterminer les caractéristiques des trajectoires oscillantes : la fréquence d'oscillation, l'amplitude d'oscillation, les vitesses moyenne et fluctuante et le déphasage avec le mouvement du plateau.

### 3.6.2.1 *Mouvement du plateau*

Comme nous l'avons expliqué dans la section précédente, le mouvement du plateau peut être considéré sinusoïdal et les deux grandeurs associées sont l'amplitude  $b$  qui est déjà connue car

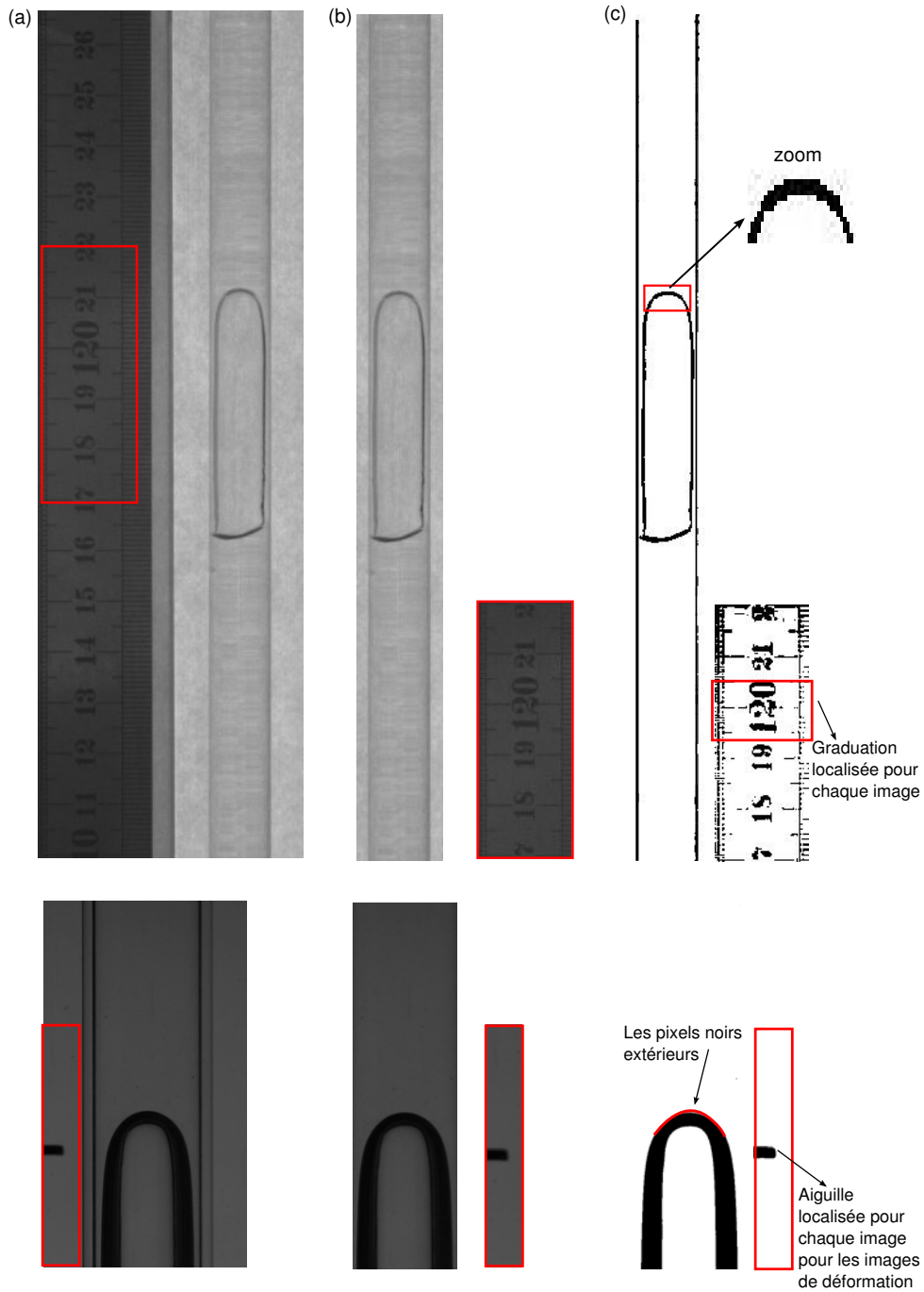


Figure 3.9 – Différentes étapes de traitement d'images.

imposée et la fréquence d'oscillation  $f_{exp}$  qui est lue à l'aide d'un oscilloscope. Nous définissons une fonction modèle pour décrire la trajectoire du plateau comme suit :

$$z_{p_m}(t) = b \sin(2\pi f_m t) \quad (3.7)$$

La fréquence  $f_m$  est obtenue par une technique d'estimation de paramètre basée sur la méthode non linéaire des moindres carrés expliquée dans le chapitre précédent. La fréquence  $f_m$  est ensuite comparée avec la valeur expérimentale afin de vérifier l'exactitude de cette dernière.

La figure (3.10a), présente la position du plateau enregistrée à 250 images/s pour une fréquence d'oscillation  $f_{exp}$  de l'ordre de 5 Hz. L'optimisation obtenue à partir de la relation (3.7) nous donne une fréquence  $f_m = 4,99$  Hz. L'écart entre la valeur modélisée et la valeur expérimentale est très faible, de l'ordre de 0,2 %. Il est donc évident que l'optimisation fournit une description correcte de la trajectoire du plateau. Le résidu maximal  $z_{p_m} - z_{p_{exp}}$  entre les deux courbes, est très faible avec la moyenne de zéro et suit une loi de probabilité gaussienne (Fig. 3.10b). L'écart type dans cet exemple est  $\sigma \simeq 0,15$  mm qui est moins d'un pixel. Comme l'on peut remarquer sur la figure (3.10c), un seul pic significatif est observé et donc le mouvement du plateau peut être considéré quasi-sinusoïdal.

### 3.6.2.2 Mouvement de la poche

Comme nous l'avons mentionné précédemment, dans nos expériences, une bulle de Taylor se déplace dans une colonne remplie d'un fluide peu visqueux. Cette colonne est fixée à un plateau oscillant avec une fréquence angulaire  $\omega$  et une vitesse  $U_p(t)$ . La poche aura donc un mouvement de translation  $\bar{U}_b t$  sous l'effet de la gravité et un mouvement d'oscillation dû au mouvement du plateau :

$$z_n(t) = z_{n_0} + z_{n_1} \sin(\omega t + \phi_n) + \bar{U}_b t \quad (3.8)$$

où  $z_{n_1}$ ,  $\phi_n$  et  $\bar{U}_b$  représentent respectivement, l'amplitude d'oscillation de la poche, son déphasage par rapport au mouvement du plateau et sa vitesse moyenne d'ascension. Dans le repère relatif, la position relative du nez de la poche  $z_r(t)$  est définie comme suit :

$$z_r(t) = z_{r_0} + z_f \sin(\omega t + \phi) + \bar{U}_b t \quad (3.9)$$

La vitesse relative de la poche peut être déduite facilement par dérivation de la relation (3.9) :

$$U_r(t) = \frac{dz_r(t)}{dt} \quad (3.10)$$

donc :

$$U_r(t) = U_f \cos(\omega t + \phi) + \bar{U}_b \quad (3.11)$$

où  $U_f = z_f \omega$  est la vitesse fluctuante.

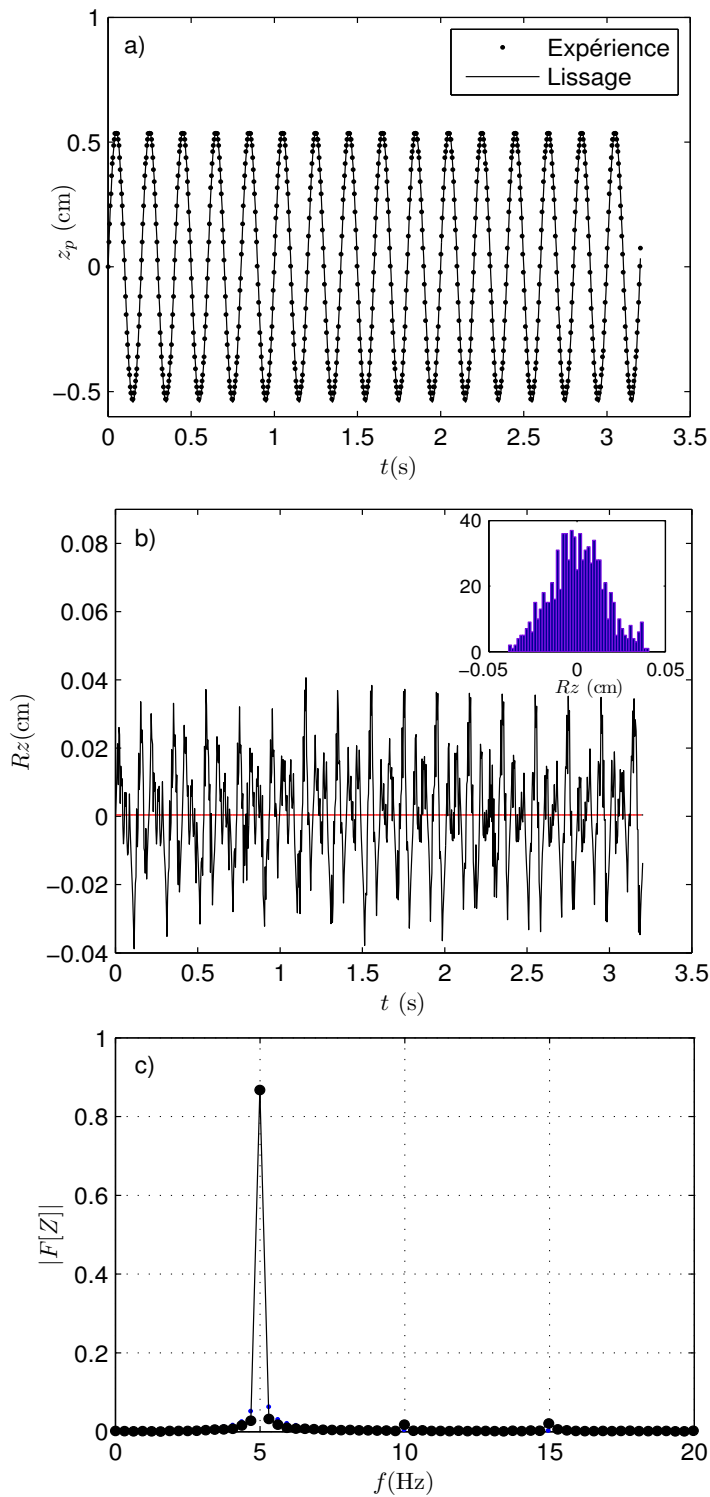


Figure 3.10 – (a) Positions mesurée et optimisée du plateau, (b) Résidu résultant de l'optimisation du mouvement du plateau et l'histogramme du résidu, (c) Analyse spectrale de la trajectoire du plateau,  $f = 5$  Hz et  $b = 5$  mm.



Tous les paramètres cités ci-dessus sont déterminés en utilisant la même technique que celle employée pour la détermination de la fréquence  $f_m$ .

La trajectoire d'une poche montant dans l'eau avec une fréquence d'oscillation de l'ordre de  $f_{exp} = 5$  Hz est montrée sur la figure (3.11a). Le mouvement moyen est soustrait et l'oscillation de la bulle autour sa position moyenne est tracée (Fig. 3.11b). Ici encore une excellente optimisation est observée qui peut être validée par le résidu qui a une moyenne nulle et suit une loi de probabilité gaussienne (Fig. 3.12a). Cela est également confirmé en regardant le spectre de fréquences (Fig. 3.12b).

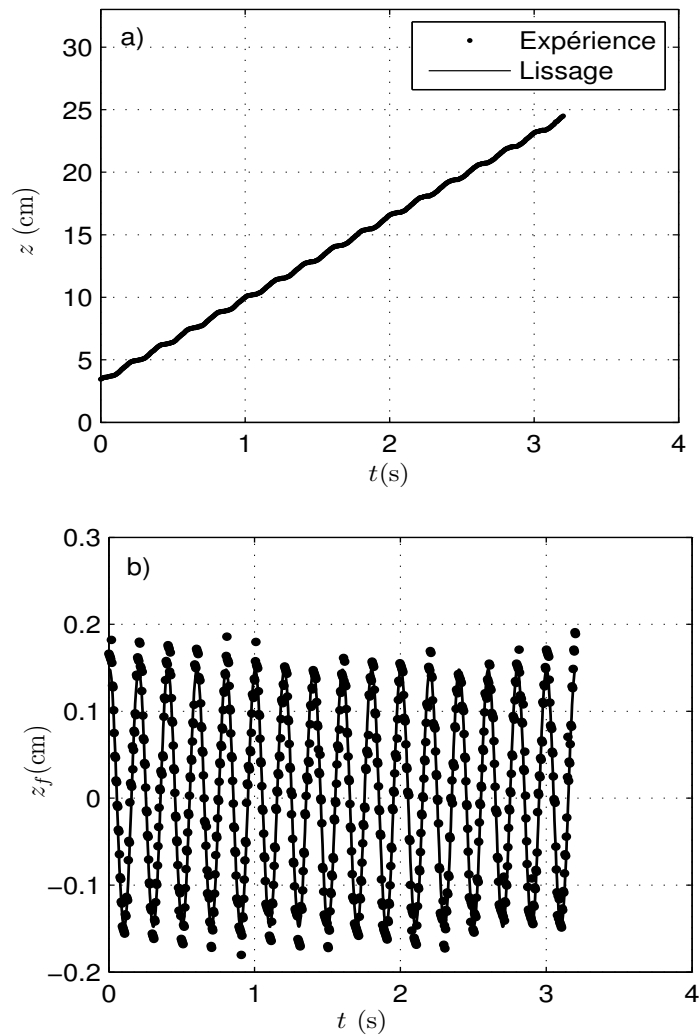


Figure 3.11 – (a) Positions mesurée et optimisée de la bulle, (b) Oscillation de la bulle autour de sa position moyenne,  $f = 5$  Hz et  $b = 5$  mm.

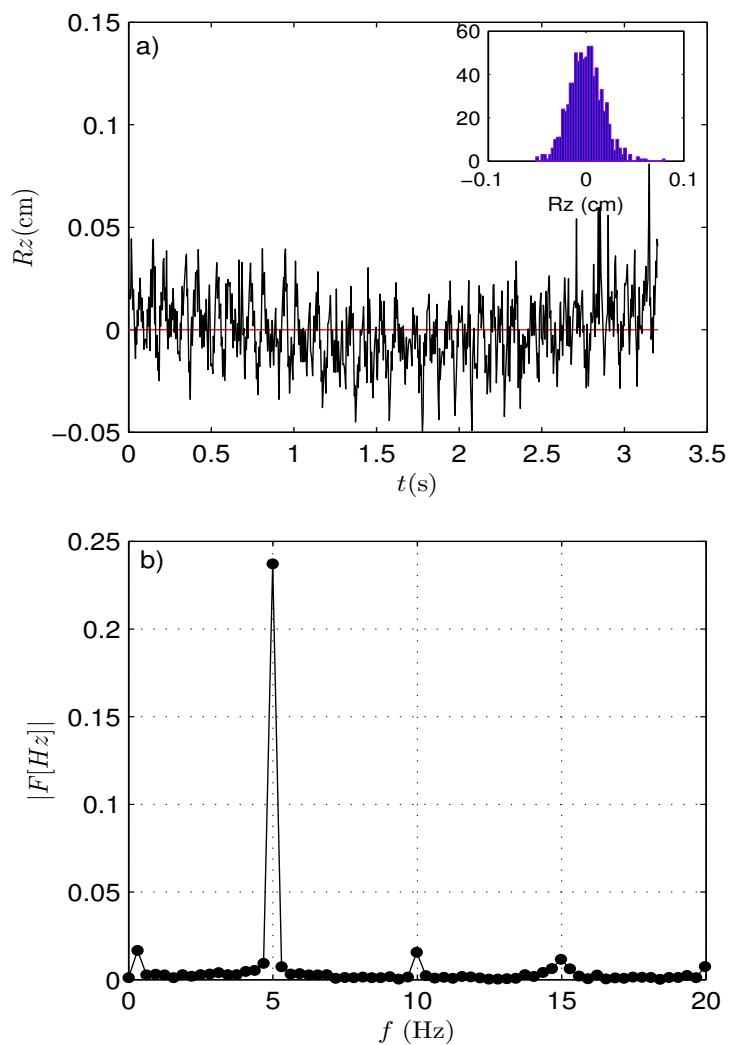


Figure 3.12 – (a) Résidu résultant de l'optimisation du mouvement de la bulle et l'histogramme du résidu, (b) Spectre de fréquences des accélérations,  $f = 5$  Hz et  $b = 5$  mm.

## 3.7 Propriétés physiques des fluides utilisés

### 3.7.1 Liquides

Quatre liquides dont les propriétés physiques sont données dans le tableau (3.2) sont utilisés :

Nous avons cherché des liquides ayant des propriétés physiques ressemblant à celles de l'eau (peu visqueux, même ordre de grandeur pour la densité) mais ayant différentes valeurs de tension superficielle, afin de pouvoir étudier l'effet de cette dernière sur la dynamique de l'écoulement :

- Aniline ( $C_6H_5NH_2$ ) : un composé organique renfermant une fonction amine primaire. C'est un liquide incolore, peu soluble dans l'eau et assez toxique. Il est très utilisé dans l'industrie des matières colorants, industrie pharmaceutique et plastiques.
- Ethanol ( $CH_3 - CH_2 - OH$ ) : c'est un liquide incolore, miscible à l'eau en toutes proportions. Il est essentiellement utilisé en tant que fioul de moteur et fioul additif. Il est également utilisé comme intermédiaire de synthèse dans l'industrie chimique et comme solvant. C'est aussi un désinfectant.
- Tétrachlorure de carbone ( $CCL_4$ ) : c'est un liquide incolore et très volatile. Il est principalement utilisé pour produire des chlorofluorocarbones (CFCs), employés comme réfrigérants, solvants (pour les bitumes, l'asphalte), fluides propulseurs (aérosols). Il est également utilisé comme agent nettoyant pour les machines et les équipements électriques.

Table 3.2 – Propriétés physiques des fluides utilisés à 20° C

Fluide	$\rho_L$ (kg.m <sup>-3</sup> )	$\mu_L$ (mPa.s)
Eau	998	1,05
Aniline	1020	3,77
Ethanol	789	1,078
Tétrachlorure de Carbone	1590	0,901

### 3.7.2 Bulles

Les bulles sont constituées d'air. Les propriétés physiques de l'air à 20°C et à pression atmosphérique sont :

$$\rho_{air} \simeq 1.225 \text{ kg/m}^3, \quad \mu_{air} \simeq 1.78910^{-5} \text{ Pa.s}, \quad \nu_{air} \simeq 1.4610^{-5} \text{ m}^2/\text{s} \quad (3.12)$$

Dans nos études, nous négligeons ces propriétés de l'air devant celles des liquides employés :

$$\frac{\rho_{air}}{\rho_L}, \quad \frac{\mu_{air}}{\mu_L} \quad \text{et} \quad \frac{\nu_{air}}{\nu_L} \ll 1. \quad (3.13)$$

Les valeurs de la tension superficielle entre l'air et chacun des fluides utilisés sont résumées dans le tableau (3.3).

Table 3.3 – La tension superficielle

Fluide	$\sigma_{air/fluide}$ (mN.m <sup>-1</sup> )
Eau	72
Aniline	43
Ethanol	22
Tétrachlorure de carbone	27

### 3.8 Conclusion

L'installation expérimentale, les conditions expérimentales et les propriétés des fluides utilisés sont décrites dans ce chapitre. Le dispositif expérimental utilisé dans ce travail permet de réaliser un mouvement oscillatoire de la bulle de Taylor afin d'étudier la dynamique instationnaire de cette dernière. Trois configurations de visualisation employées dans notre étude ont été détaillées. Toutes les procédures d'enregistrement des trajectoires, le traitement d'image et le traitement numérique des données sont expliqués en détail dans ce chapitre. Nous avons également montré que les fonctions modèles choisies décrivent correctement les trajectoires du plateau et de la poche obtenues expérimentalement.

Dans le chapitre suivant, en utilisant les données obtenues pour les trajectoires du plateau et de la poche, nous présentons les résultats obtenus pour la vitesse moyenne et fluctuante de la bulle de Taylor et nous les comparons avec les résultats numériques de Clanet *et al.* (2004).

# CHAPITRE 4

## Dynamique instationnaire de la bulle de Taylor

### 4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous nous proposons d'étudier l'écoulement vertical instationnaire d'une bulle de Taylor dans un fluide peu visqueux oscillant.

Dans la première partie de ce chapitre, nous étudions le mouvement stationnaire d'une bulle de Taylor dans les tubes verticaux et nous comparons nos résultats avec ceux de la littérature. Ceci constituera une validation du dispositif de génération de la bulle.

Dans la deuxième partie, nous procéderons à une étude détaillée sur la dynamique instationnaire d'une bulle de Taylor dans les tubes verticaux. Nous examinerons l'effet de l'amplitude d'oscillation  $b$ , l'effet du diamètre du tube  $D$  et l'effet de la tension superficielle  $\sigma$  sur la dynamique de la poche. La comparaison de nos résultats sera effectuée avec ceux issus de la résolution numérique de l'équation du mouvement de la bulle issue de Clanet *et al.* (2004) décrite dans le chapitre deux et qui est basée sur deux hypothèses importantes : bulle indéformable et effet de la tension superficielle négligeable. Nous nous intéresserons ensuite à la proposition des corrélations pour la vitesse moyenne et fluctuante comme une fonction de l'accélération relative et le nombre de Bond,  $Bo$  et nous les comparerons avec les résultats expérimentaux pour estimer la précision de ces corrélations.

Les effets de l'instationnarité seront également étudiés en modifiant les expressions des nombres de Froude et Bond existants pour le cas stationnaire et qui ne sont pas applicables pour le cas instationnaire.

Toutes nos mesures expérimentales sont figurées dans des tableaux présentés en Annexe D.

## 4.2 Dynamique stationnaire d'une bulle de Taylor dans un tube vertical

Comme nous l'avons mentionné dans le premier chapitre, le mouvement de la bulle de Taylor dans un fluide stagnant a été étudié dans de nombreux travaux. Ces études traitent principalement du profil et de la vitesse terminale de la bulle de Taylor avec ou sans effets de la tension superficielle. Dans cette partie nous présentons les résultats obtenus pour l'écoulement ascendant d'une bulle de Taylor dans les quatre fluides utilisés dans cette étude décrits au chapitre précédent. Les valeurs obtenues pour les deux nombres adimensionnels de Froude  $Fr$  et Bond  $Bo$  sont présentées dans le tableau (4.1).

Sur la figure (4.1) l'évolution de nombre de Froude en fonction de  $Bo$  est montrée. On peut constater que pour le cas du mouvement de la bulle en fluide stagnant, la tendance observée confirme la relation empirique proposée par Fabre et Liné (1992) (éq. 1.13). Avec un écart maximum de 4%, les résultats sont fidèles aux études antérieures et donc le protocole expérimental est validé. Dans ce cas, la relation classique  $Fr = f(Bo)$  est valable pour les faibles viscosités.

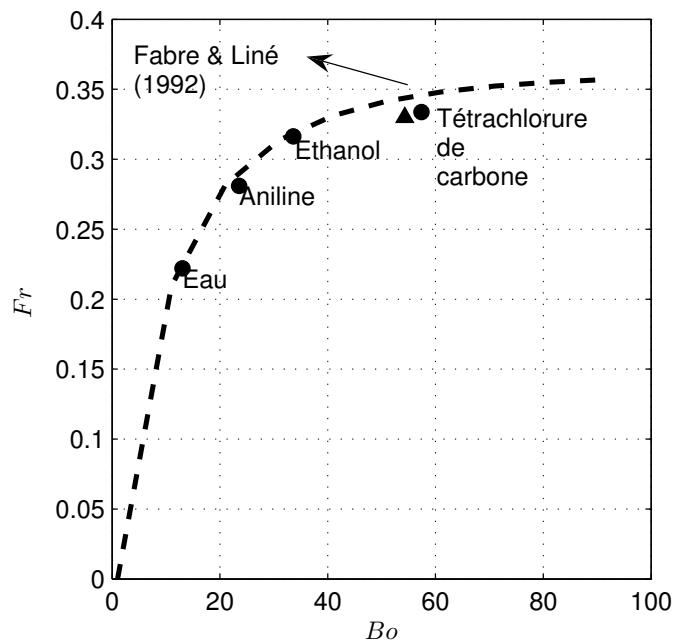


Figure 4.1 – Evolution du nombre de Froude dans 4 liquides, sans oscillation,  $D = 9,8$  mm, ●; eau  $D = 20$  mm, ▲.

Table 4.1 – Valeurs des nombres de Froude et Bond pour les fluides dans le cas stagnant sans oscillation, comparaison avec Fabre et Line (1992)

Fluide	$D$ (mm)	$Fr$	$Bo$	% Différence avec Fabre
Eau	9,8	0,22	13,05	0,9
Aniline	9,8	0,28	23,55	2,8
Ethanol	9,8	0,32	33,62	0,6
Tétrachlorure de carbone	9,8	0,33	57,4	3,6
Eau	20	0,33	54,3	4

## 4.3 Dynamique instationnaire d'une bulle de Taylor dans un tube vertical

### 4.3.1 Mécanisme physique de la propagation de la bulle de Taylor

Afin de comprendre le comportement physique du nez de la bulle dans son mouvement sinusoïdal, nous allons étudier l'évolution temporelle du plateau oscillant et la position de la bulle, ainsi que la vitesse relative  $U_r(t)$  et l'accélération effective telles qu'elles sont présentées sur la figure (4.2).

L'analyse des figures (4.2a,b,c,d) montre que quand le plateau passe par la position  $z_p = 0$  où  $g(t) = g$  au temps  $t_0$  (point B sur la figure 4.2a), la vitesse relative de la bulle de Taylor  $U_r$  est de l'ordre de  $\bar{U}_{b_0}$ . Cela suggère que la forme du nez de la bulle de Taylor au point B reste proche de celle en fluide stagnant. Par conséquent la courbure  $\xi_B$  au nez de la bulle de Taylor est :  $\xi_B \sim \xi_0$ . Cette approximation est confirmée par nos résultats expérimentaux obtenus pour la courbure qui seront présentés en détail dans le chapitre suivant.

Dans la suite on va négliger les effets des vitesses relatives devant les effets de tension superficielle, de gravité et des forces d'inertie. Autrement dit on suppose qu'on est en situation quasi-hydrostatique dans le repère oscillant. Dans ces conditions, on peut écrire :

$$P_i + \rho_i g Z (1 - a \sin \omega t) = cste = C_i \quad (4.1)$$

où l'indice  $i$  représente le liquide ( $L$ ) ou le gaz ( $G$ ), et  $Z$  est la cote du point définie à partir du haut du tube (voir Fig. 4.3).

Sur une période  $T$ ,  $Z$  peut être considéré constant ( $Z < 0$ ); et de ce fait l'équation (4.1) se réduit à :

$$P_i - \rho_i g Z a \sin \omega t = cste = C'_i \quad (4.2)$$

En écrivant l'équation (4.2) dans le liquide et dans le gaz et en tenant compte de la loi de

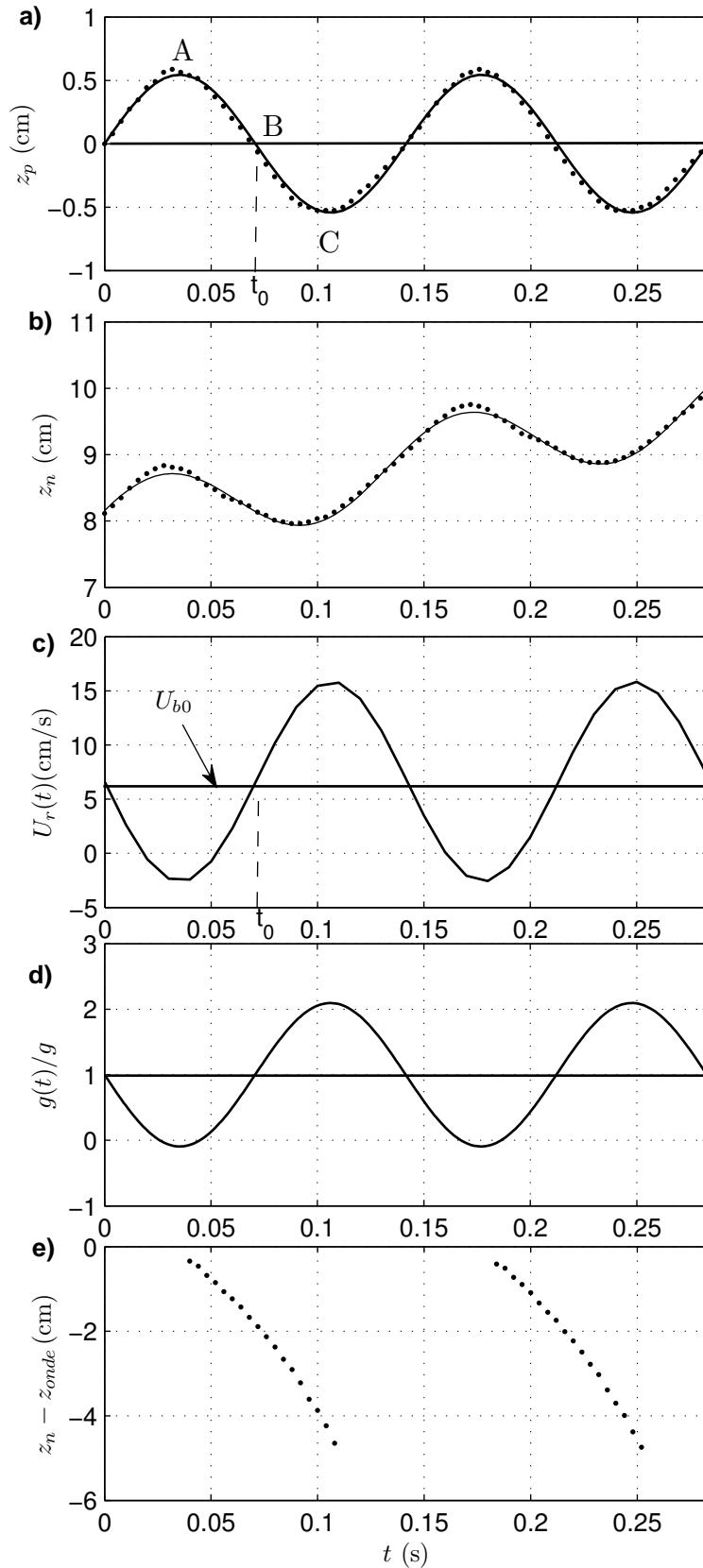


Figure 4.2 – Evolution temporelle : (a) position du plateau, (b) position du nez, (c) vitesse relative, (d) accélération relative  $\frac{g(t)}{g} = 1 - a \sin \omega t$ , (e) position de l'onde, pour l'eau,  $f = 7$  Hz,  $b = 5$  mm,  $D = 9,8$  mm. Dans cette expérience  $\bar{U}_{b_0} \simeq 1,04 \bar{U}_b$ .



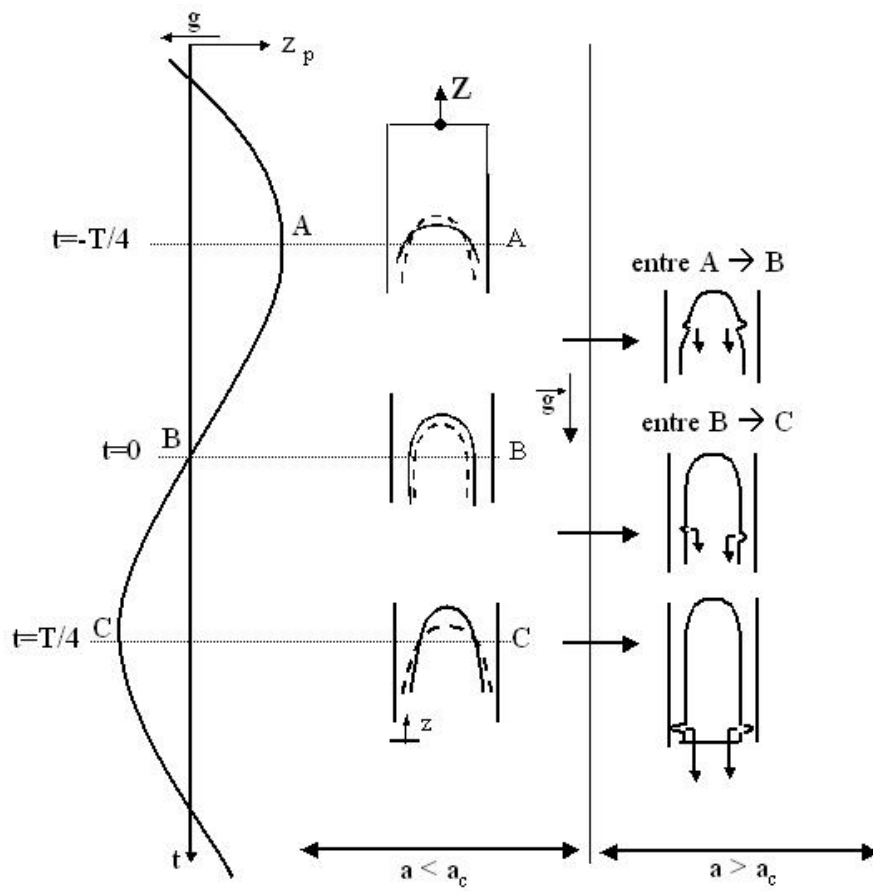


Figure 4.3 – Schéma de la déformation du nez de la bulle au cours d'une demi-période. Les tirets correspondent à la forme de la bulle de Taylor en fluide stagnant. La partie droite de la figure représente la formation de l'onde au nez et montre sa propagation vers le bas de la poche.

Laplace  $P_G - P_L = \sigma\xi$  au nez de la bulle, on obtient :

$$\sigma(\xi - \xi_0) + (\rho_l - \rho_g)gZ \sin \omega t = 0 \quad (4.3)$$

où le temps de référence  $t = t_0 = 0$  est pris à la position B.

- Au point B :  $t = 0$  et  $\xi = \xi_0$ , on retrouve la situation classique  $\bar{U}_b \sim \bar{U}_{b_0}$ , décrite précédemment.
- Au point A :  $t = -T/4$ , l'équation (4.3) conduit à  $\xi_A < \xi_0$ . Autrement dit, le nez de la bulle de Taylor s'aplatit, comme indiqué sur la figure (4.3) (position A). Par conséquent le débit du liquide descendant  $Q_w$  diminue et la vitesse de la bulle  $U_r$  aussi (car  $U_b \sim Q_w$ ). Ceci est en accord avec les résultats de mesures indiqués sur la figure (4.2c).
- Au point C :  $t = T/4$ . L'équation (4.3) conduit à  $\xi_C > \xi_0$ . Autrement dit, le nez de la bulle adopte une courbure plus importante que dans le cas stagnant, comme c'est indiqué sur la figure (4.3) (position C). Dans ce cas le débit du liquide  $Q_w$  descendant augmente et  $U_r$  aussi. Ceci est en accord avec les résultats de mesure de la figure (4.2c).

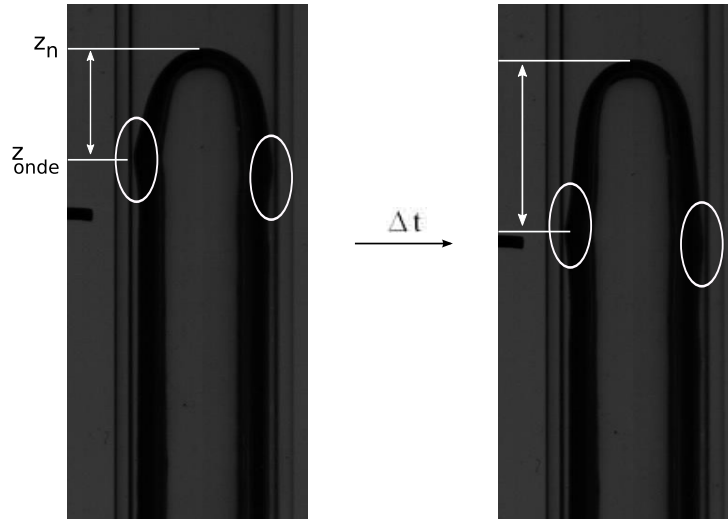


Figure 4.4 – Photo de la bulle de Taylor à  $t = t_0$  and  $t = t_0 + \Delta t$ ,  $\Delta t = 0.012$  s, pour  $f = 7$  Hz,  $D = 9,8$  mm,  $a = 1,08$  - apparition de la propagation de l'onde.

Au point A, la courbure  $\xi_A$  diminue et peut même s'annuler et changer de signe lorsque l'accélération relative  $a$  augmente. L'expérience montre qu'il existe une valeur critique,  $a_c$ , pour laquelle il se forme une perturbation de l'interface. Cette perturbation est convectée vers le bas de la bulle de Taylor sous forme d'une onde, comme c'est indiqué sur la figure (4.3) et sur la photo de la figure (4.4). Son évolution dans le temps par rapport au nez de la bulle est représentée sur la figure (4.2e). La vitesse moyenne de convection de l'onde par rapport au nez de la bulle est de l'ordre de  $l/(T/2)$  où  $l$  est la longueur de la poche. La déformation de l'interface et la formation des ondes seront traitées dans le chapitre suivant.

### 4.3.2 Effet de l'amplitude d'oscillation

Pour étudier l'effet de l'amplitude d'oscillation sur la vitesse moyenne ascendante  $\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$  et la vitesse fluctuante  $U_f/\bar{U}_{b_0}$ , nous avons procédé de la manière suivante : la poche est formée et monte dans le tube de diamètre  $D = 9,8$  mm rempli d'eau. L'expérience est effectuée pour des fréquences allant de 1 Hz à 8 Hz pour une amplitude d'oscillation  $b = 5$  mm et de 1 Hz à 4,5 Hz pour une amplitude d'oscillation  $b = 20$  mm.

Nous avons présenté sur la figure (4.5), l'évolution du rapport  $\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$  en fonction de l'accélération relative pour les deux amplitudes d'oscillation. Comme nous pouvons observer, pour les deux amplitudes la tendance est la même :  $\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$  diminue lorsque  $a$  augmente pour les faibles accélérations. Au delà d'une certaine accélération relative,  $\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$  commence à augmenter. Pour chaque accélération, l'écart entre les différentes valeurs de la vitesse (issues de différentes séries de mesures) est estimé en déterminant l'écart-type de ces derniers. L'écart maximal estimé est de  $\pm 7\%$ .

Dans cette étude le rapport  $b/D > 10^{-1}$  ( $b/D = 0,51$  et  $b/D = 2,04$ ) et comme décrit au chapitre 2, dans ce cas, ce rapport n'a pas de rôle dominant sur la vitesse moyenne. Cette indépendance entre le rapport  $b/D$  et la vitesse moyenne peut être confirmée pour les faibles accélérations relatives (Fig. 4.5). En augmentant l'accélération relative, l'influence de  $b/D$  devient plus importante. Pour  $a > 0,8$ , la vitesse moyenne diminue lorsque le rapport  $b/D$  augmente.

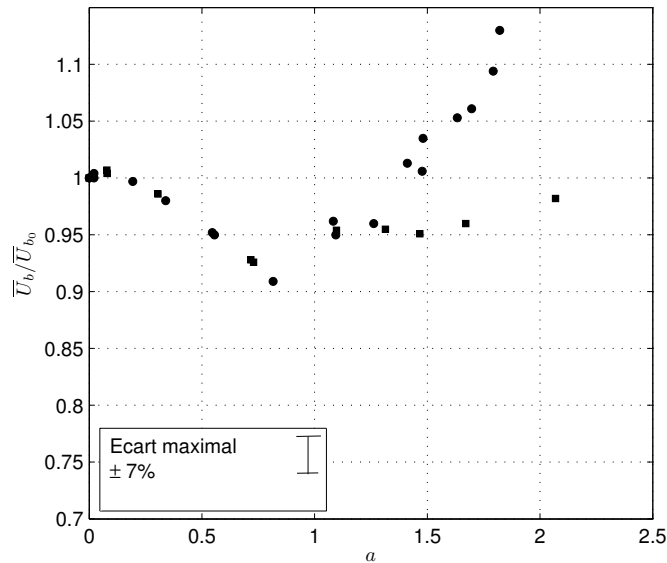


Figure 4.5 – Evolution de  $\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$  en fonction de  $a$  : Eau,  $D = 9,8$  mm,  $\bullet$ ,  $b = 5$  mm;  $\blacksquare$ ,  $b = 20$  mm.

L'évolution de la vitesse fluctuante avec l'accélération relative est d'abord linéaire et puis s'écarte de la tendance linéaire. Ici également, on peut constater que la vitesse fluctuante ne dépend pas du rapport de  $b/D$  pour les faibles accélérations (Fig. 4.6). Pour  $a > 1,14$ , la vitesse fluctuante diminue lorsque le rapport  $b/D$  augmente.

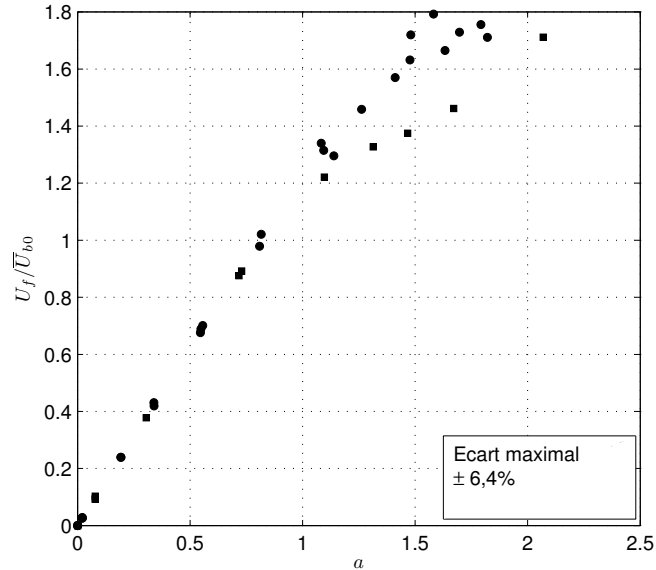


Figure 4.6 – Evolution de  $U_f / \bar{U}_{b0}$  en fonction de  $a$  : Eau,  $D = 9,8$  mm,  $\bullet$ ,  $b = 5$  mm;  $\blacksquare$ ,  $b = 20$  mm.

### 4.3.3 Effet de diamètre du tube sur le déplacement de la bulle de Taylor

Pour examiner l'effet de diamètre de tube, le mouvement de la poche dans l'eau pour deux tubes avec des diamètres internes de 9,8 mm et 20 mm est étudié pour deux cas : sans oscillation et avec oscillation.

Lorsque le tube n'est pas soumis au mouvement oscillatoire, la vitesse moyenne pour les deux diamètres est  $\bar{U}_{b0} = 6,9$  cm/s et  $\bar{U}_{b0} = 14,5$  cm/s respectivement. Utilisant ces valeurs et l'équation (1.5), le nombre de Froude est respectivement 0,22 et 0,327 avec le nombre de Bond correspondant de 13,05 et 54,4. Donc pour le petit diamètre, le nombre de Froude obtenu est quasiment le même que celui obtenu en utilisant l'Eq. (1.13) ( $\sim 0,23$ ) dans laquelle l'effet de la tension superficielle est pris en compte. Pour le diamètre de 20 mm le nombre de Froude obtenu est très proche de celui obtenu par Davies et Taylor (1950) (0,328). Ces résultats sont compatibles à ceux publiés dans la littérature pour les deux cas, avec ou sans l'effet de la tension

superficielle.

L'évolution de la vitesse moyenne d'ascension  $\bar{U}_b$  en fonction de l'accélération relative est montrée sur la figure (4.7). La vitesse moyenne diminue jusqu'à une valeur critique de l'accélération  $a$ , au delà de laquelle la vitesse commence à augmenter. Cette tendance est la même pour les deux diamètres mais il semble que pour  $D = 20$  mm, l'augmentation de vitesse se produit quand l'accélération relative est plus grande que  $a_c \simeq 1,5$  alors que pour  $D = 9,8$  mm, l'augmentation de la vitesse peut être observée lorsque  $a_c > 1$ .

En analysant les images prises par la caméra pour les deux diamètres, on peut constater, lorsque  $a > a_c$ , la formation des petites ondes qui se déplacent vers le bas le long de la poche et accélèrent légèrement le mouvement de la bulle en poussant le film liquide vers le bas (Fig. 4.4). Cette formation et propagation des petites ondes pourraient expliquer l'augmentation de la vitesse moyenne aux accélérations plus grandes que l'accélération relative.

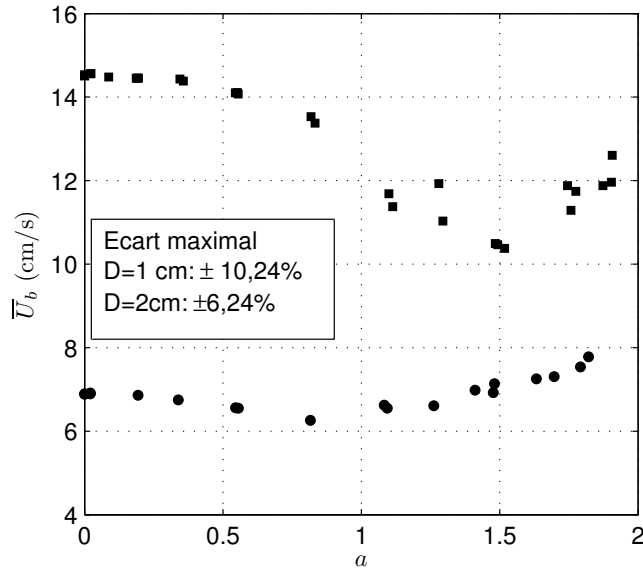


Figure 4.7 – Evolution de la vitesse ascendante moyenne de la bulle,  $\bar{U}_b$  en fonction de l'accélération relative  $a$ , pour l'eau : ●,  $D = 9,8$  mm; ■,  $D = 20$  mm

Afin de comparer nos résultats avec les résultats de Brannock et Kubie (1996) et Clanet *et al.* (2004), nous présentons sur la figure (4.8) l'évolution du rapport  $\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$  en fonction de l'accélération relative  $a$ . Les résultats expérimentaux de Brannock et Kubie (1996) et les résultats analytiques de Clanet *et al.* (2004), montrent une diminution du rapport  $\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$  en fonction de  $a$ . Comme nous pouvons constater, au début nos résultats concernant le tube de diamètre de 20 mm sont en accord avec les résultats de Brannock obtenus pour le diamètre de 22 mm.

Mais dans la zone où  $1 < a < 1,5$  la diminution du rapport  $\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$  est plus significative (10% de différence). Au delà de  $a \simeq 1,5$ , le rapport de vitesse augmente dans notre cas sans aucune cassure du nez de la bulle (ce qui a été observé par Brannock pour les valeurs d'accélération relative supérieures à 1,6). Cette différence est peut-être due à la façon dont la vitesse moyenne a été déterminée par Brannock et Kubie. Ils ont mesuré la vitesse moyenne par  $U = L/t$  où  $L$  est une distance fixe de 1500 mm et  $t$  le temps de parcourir cette distance par la bulle. Cette méthode est correcte seulement quand le temps  $t$  est un multiple de la période  $T$  ( $t = nT, n \in N$ ). En conséquence les mesures de  $\bar{U}_b$  par Brannok et Kubie ne sont pas très précises. Pour estimer l'écart induit par le fait que le temps n'est pas un multiple de la période, nous supposons que la vitesse instantanée de la bulle peut être définie sous la forme suivante :

$$U_b(t) = \bar{U}_b + U_f \cos \omega t \quad (4.4)$$

où  $\bar{U}_b$  et  $U_f$  désignent respectivement la vitesse moyenne et la vitesse fluctuante. La vitesse moyenne peut être exprimée comme suit :

$$\bar{U}_{b_{calc}} = \frac{1}{T} \int_0^{t=T} U_b(t) dt \quad (4.5)$$

Dans le cas où  $t \neq T$  ( $t = T + t'$ ), l'intégrale précédente devient :

$$\bar{U}_{b_{calc}} = \frac{1}{T + t'} \int_0^{T+t'} U(t) dt = \bar{U}_b + \frac{1}{T + t'} \int_T^{T+t'} U_f \cos \omega t dt \quad (4.6)$$

le terme  $1/(T + t') \int_T^{T+t'} U_f \cos \omega t dt$  est l'écart induit si  $t \neq T$ .

A titre d'exemple, pour  $f = 5$  Hz,  $\bar{U}_{b_{calc}}$  est calculée en utilisant l'éq. (4.6) et en posant  $\bar{U}_b = 6,558$  m.s<sup>-1</sup> et  $U_f = 4,657$  m.s<sup>-1</sup> (valeurs expérimentales obtenues pour  $f = 5$  Hz, voir Annexe D, Tableau D.1). Comme nous pouvons constater sur la figure (4.9), l'écart entre  $\bar{U}_{b_{calc}}$  et  $\bar{U}_b$  est d'autant plus petit que le temps est long. En augmentant la fréquence, cet écart augmente. De plus, dans les expériences de Brannok et Kubie, la distance de parcours de la bulle étant fixe pour toutes les fréquences, le nombre de périodes diminue lorsque la fréquence d'oscillation augmente. Ce qui diminuerait la précision des mesures de  $\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$ .

Pour le diamètre de  $D = 9,8$  mm, non présenté sur la figure (4.8), la tendance est la même : l'évolution du rapport de la vitesse moyenne,  $\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$ , avec l'accélération relative est comparée. Deux zones peuvent être distinguées. La zone dans laquelle le rapport de vitesse diminue lorsque l'accélération relative augmente et la zone dans laquelle le rapport de vitesse augmente avec l'accélération relative. Comme le diamètre du tube est inférieur à 20 mm, l'effet de la tension superficielle devient important et donc l'évolution du rapport de vitesse obtenue par nos expériences ne suit pas la tendance prédite par le modèle de Clanet *et al.* (2004) qui ne tient pas

Table 4.2 – Valeurs de  $\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$  en fonction de  $a$  obtenues par Brannock et Kubie(1996)

$D = 22 \text{ mm}$		$D = 44 \text{ mm}$	
$a$	$\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$	$a$	$\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$
0	1	0	1
1	1	1	1
0,5	0,983	0,5	0,975
1,02	0,88	1,02	0,83
1,525	0,8	1,525	0,781

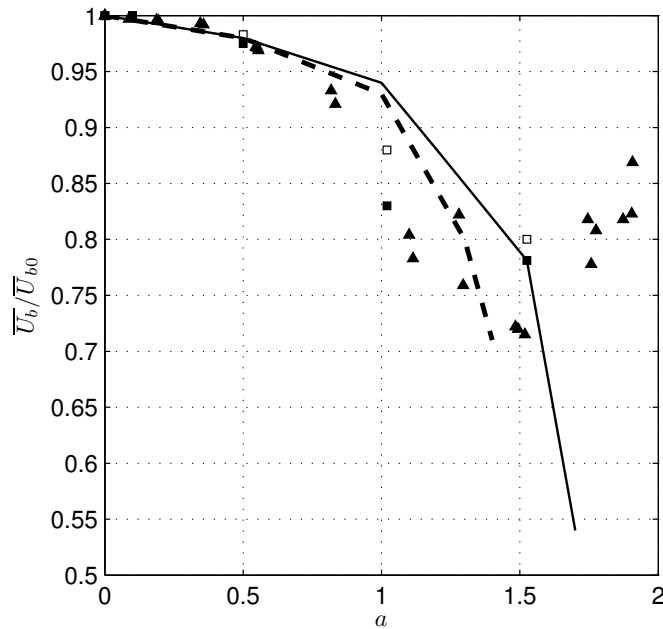


Figure 4.8 – Evolution de  $\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$  en fonction de  $a$ , comparaison avec Brannock et Kubie(1996) et Clanet et al. (2004) : nos résultats expérimentaux :  $\blacktriangle$ ,  $D = 20 \text{ mm}$ ; travaux antérieurs :  $\blacksquare$ , Brannock et Kubie ( $D = 22 \text{ mm}$ );  $\square$ , Brannock and Kubie ( $D = 44 \text{ mm}$ );  $- -$ , Clanet et al. ( $D = 22 \text{ mm}$ );  $-$ , Clanet et al., ( $D=44 \text{ mm}$ )

compte de l'effet de la tension superficielle.

L'évolution de la vitesse fluctuante  $U_f$  avec l'accélération relative est d'abord linéaire et puis s'écarte de la tendance linéaire (fig. 4.10). Pour  $D = 9,8 \text{ mm}$ , l'augmentation de la vitesse fluctuante suit l'évolution linéaire jusqu'au  $a = 1$ , puis s'écarte et ralentit de plus en plus avec l'augmentation de l'accélération relative. Pour  $D = 20 \text{ mm}$ , il y a d'abord un saut de la tendance linéaire et par la suite un ralentissement de tendance. On peut également observer

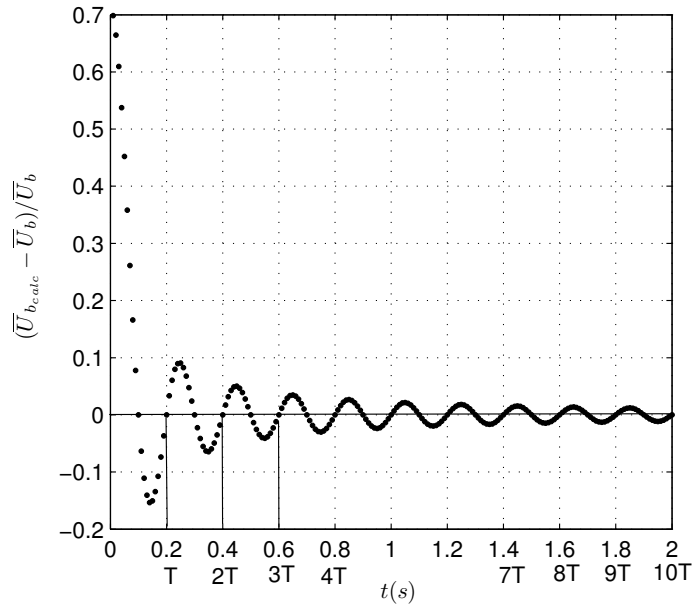


Figure 4.9 – Evolution de résidu,  $(\bar{U}_{b_{calc}} - \bar{U}_b)/\bar{U}_b$  en fonction de temps  $t$ .

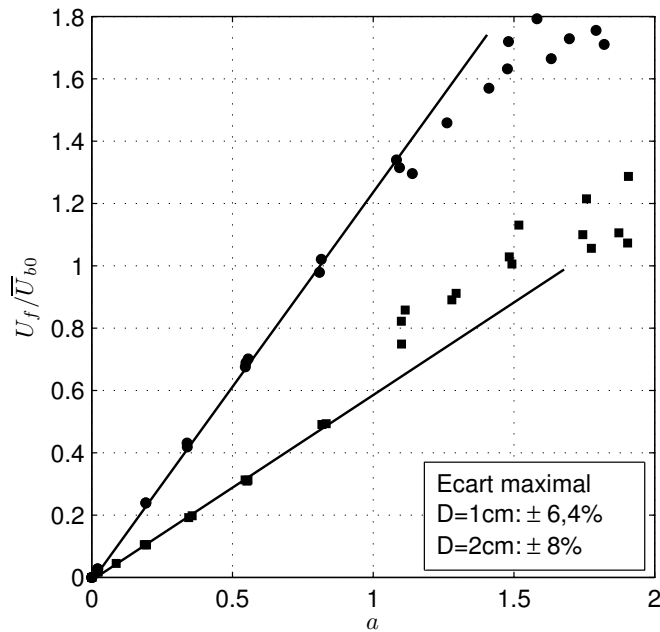


Figure 4.10 – Evolution de  $U_f/\bar{U}_{b0}$  en fonction de l'accélération relative,  $a$  pour l'eau : ●,  $D = 9,8$  mm; ■,  $D = 20$  mm. Ligne solide : régression linéaire optimale.



que la vitesse fluctuante diminue lorsque le diamètre augmente. La pente de la partie linéaire de  $U_f/\overline{U}_{b_0}$  en fonction de  $a$  est 1,24 et 0,58 respectivement. Pour chaque accélération, l'écart entre les différentes valeurs de la vitesse (issues de différentes séries de mesures) est estimé en déterminant l'écart-type de ces derniers. L'écart maximal estimé est de  $\pm 6,4\%$  pour  $D = 9,8$  mm et de  $\pm 8\%$  pour  $D = 20$  mm.

## 4.4 Influence des propriétés physiques du liquide sur le déplacement de la bulle de Taylor

Comme déjà mentionné, en régime inertiel, aux grands nombres de Bond (tension superficielle négligeable,  $Bo > 100$ ), la relation  $Fr = f(Bo)$  conduit à une valeur constante du nombre de Froude comme proposée par Dumitrescu (1943) et Davies et Taylor (1950) :  $Fr \simeq 0,35$ .

Pour les tubes de taille voisine de la longueur capillaire,  $l_c = \sqrt{(2\sigma/\rho g)}$  avec  $Bo = 2(D/l_c)^2$ , les effets de la tension superficielle ne sont pas négligeables. L'effet de la tension superficielle sur la dynamique de la poche peut donc être étudié en étudiant la dépendance des vitesses moyenne et fluctuante au nombre de Bond ( $Bo = (\rho_L - \rho_G)gD^2/\sigma$ ).

Dans cette section, nous présentons les résultats obtenus pour l'écoulement d'une bulle de Taylor dans le tube de diamètre  $D = 9,8$  mm. Les quatre fluides utilisés sont décrits dans le chapitre précédent.

Pour le cas du mouvement de la bulle en fluide stagnant, la tendance observée confirme la relation empirique proposée par Fabre et Liné (Fig. (4.1) et le tableau (4.1)). Dans ce cas, la relation classique  $Fr = f(Bo)$  est valable pour les faibles viscosités.

Pour les quatre fluides utilisés, l'évolution de la vitesse moyenne et de la vitesse fluctuante avec l'accélération relative est étudiée. Plusieurs séries de mesures ont été réalisées pour chaque fréquence et pour chaque liquide. Une bonne reproductibilité est observée (Fig. 4.11). Nos résultats pour les quatre cas d'étude montrent qu'aux faibles accélérations relatives ( $a < 1$ ), la vitesse moyenne  $\overline{U}_b$  diminue lorsque l'accélération relative  $a$  augmente. Au delà d'une valeur critique de  $a$ , une augmentation de la vitesse moyenne est observée.

Pour  $a > 1$ , on peut noter qu'excepté pour l'eau dans le petit tube ( $D = 9,8$  mm), le rapport de  $l_c/D$  ( $= \sqrt{2/Bo}$ ) ne semble pas influencer l'évolution du rapport  $\overline{U}_b/\overline{U}_{b_0}$ . Ceci suggère probablement une valeur critique de  $(l_c/D)_c$ , dans la gamme de 0,3-0,39 ( $13 < Bo < 23$ ), telle que pour  $l_c/D < (l_c/D)_c$ , les variations de  $\overline{U}_b/\overline{U}_{b_0}$  ne dépendent pas de ce paramètre. À ce stade, nous ne pouvons pas donner une explication physique étant donnée la complexité du problème. L'évolution de la vitesse fluctuante  $U_f$  avec l'accélération relative pour les quatre fluides utilisés, est d'abord linéaire (pour  $a < 1$ ) et au delà de cette gamme, le comportement n'est plus linéaire et diminue lentement (Fig. 4.12). Nous constatons également que pour les fluides ayant le même

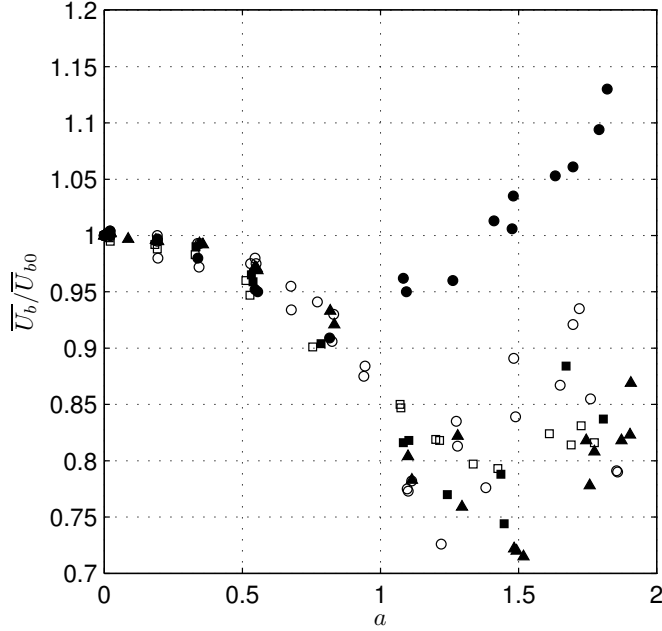


Figure 4.11 – Evolution de  $\bar{U}_b/\bar{U}_{b0}$  en fonction de l'accélération relative,  $a$  : ●, Eau; ■, Ethanol; ○, Tétrachlorure de carbone; □, Aniline; ▲, Eau ( $D = 20$  mm).

nombre de Bond (le tétrachlorure de carbone et eau dans un tube de 20 mm), les résultats obtenus sont les mêmes. En augmentant le nombre de Bond, la pente diminue. L'indépendance entre les vitesses (moyenne et fluctuante) et le rapport de  $b/D$  peut être aussi mise en évidence en regardant l'exemple de tétrachlorure de carbone et de l'eau dans un tube de 20 mm.

Pour la zone  $a < a_c$ , le rapport  $\bar{U}_f/\bar{U}_{b0}$  peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{U_f}{\bar{U}_{b0}} \sim C_1 a \quad (4.7)$$

On peut estimer la valeur de  $C_1$  qui désigne la pente de la partie linéaire de la courbe de  $U_f/\bar{U}_{b0}$ . En traçant  $C_1$  en fonction de  $l_c/D$ , nous obtenons la relation  $C_1 \simeq 3,2 l_c/D = 3,2\sqrt{2/Bo}$  (Fig. 4.13). Donc une première corrélation peut être proposée pour le rapport  $U_f/\bar{U}_{b0}$  :

$$\frac{U_f}{\bar{U}_{b0}} \simeq \frac{4,5}{\sqrt{Bo}} a \quad (4.8)$$

La différence maximale entre les données expérimentales et cette corrélation est de  $\pm 7\%$ . A partir de cette corrélation il semble que quand le nombre de Bond  $Bo$  tend vers l'infini, la vitesse fluctuante tend vers zéro. Ce qui signifie que la bulle n'oscille pas aux nombres de  $Bo$  élevés. L'analyse adimensionnelle qui suit permet d'affiner une meilleure corrélation (voir paragraphe 4.4.2).

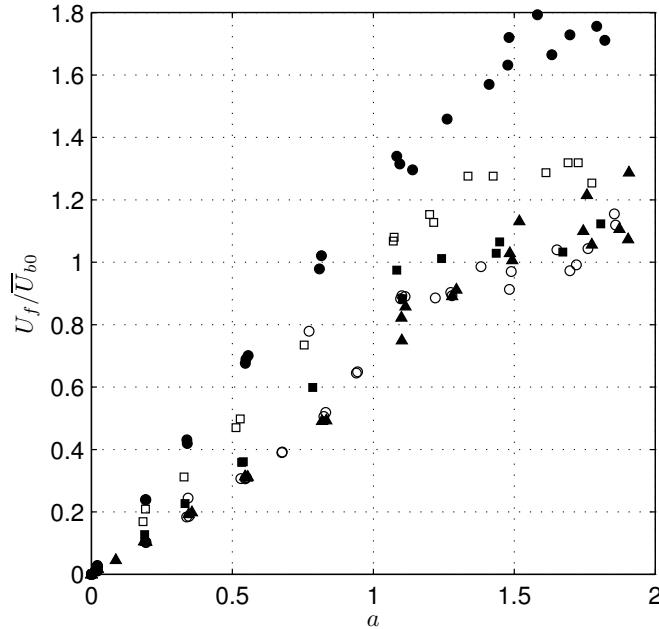


Figure 4.12 – Evolution de  $U_f/\bar{U}_{b_0}$  en fonction de l'accélération relative : ●, Eau  $Bo = 13,05$ ; □, Aniline  $Bo = 23,55$ ; ■, Ethanol  $Bo = 33,62$ ; ▲, Eau ( $D = 20$  mm)  $Bo = 54,3$ ; ○, Tétrachlorure de carbone  $Bo = 57,4$ .

Table 4.3 – Valeurs de  $C_1$  pour les différents fluides utilisés

Fluide	$l_c/D$	$C_1$
Eau	0,39	1,24
Aniline	0,3	0,998
Ethanol	0,23	0,673
Tétrachlorure de carbone	0,19	0,573
Eau ( $D=2$ cm)	0,186	0,565

#### 4.4.1 Comparaison avec le modèle analytique

Pour comparer nos données expérimentales avec les résultats numériques, l'équation (2.1) est résolue numériquement en utilisant la méthode de Runge-Kutta. Cette méthode est basée sur le principe de l'itération (voir l'annexe C). Pour chaque liquide et pour les deux diamètres ( $D = 9,8$  mm et  $D = 20$  mm) la vitesse instantanée  $U_b(t)$  est déduite. Utilisant la relation  $k = 1/Fr^2D$ , la valeur de  $k$  est ajustée pour nos cas d'étude. La solution obtenue par cette méthode a une forme sinusoïdale (Fig. 4.14a) qui peut être modélisée comme suit :

$$U_b(t) = U_f \cos(\omega t + \phi) + \bar{U}_b \quad (4.9)$$

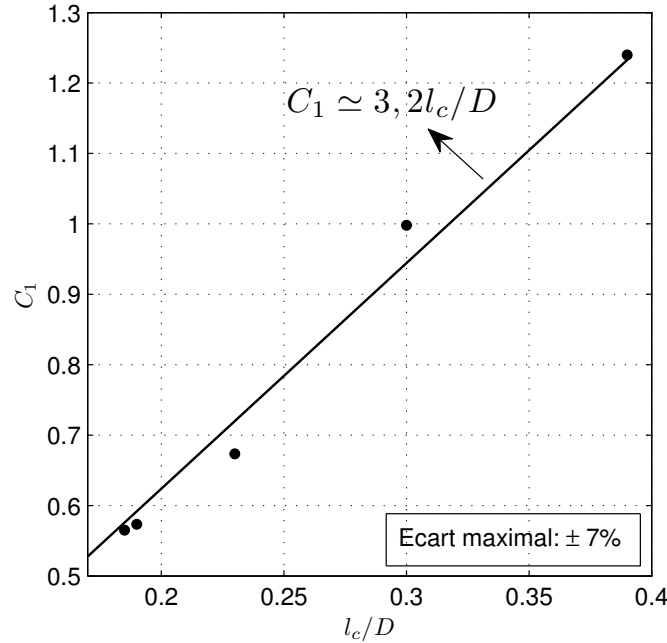


Figure 4.13 –  $C_1$  en fonction de  $l_c/D$  pour les quatre fluides ( $D = 9, 8$  mm) et pour l'eau ( $D = 20$  mm).

où  $U_f$ ,  $\phi$  et  $\bar{U}_b$  désignent respectivement la vitesse fluctuante, le déphasage et la vitesse moyenne d'ascension.

En utilisant la méthode des moindres carrés décrite aux chapitres précédents, la vitesse fluctuante, la vitesse moyenne et le déphasage sont obtenus et comparés avec les résultats expérimentaux. L'optimisation par cette méthode fournit une description correcte de l'évolution de la vitesse au cours de temps. Sur la figure (4.14) nous présentons les résidus entre  $U_{b_{moindres-carrés}}$  et  $U_{b_{numrique}}$  ainsi que le spectre de fréquences des vitesses pour  $f = 5$  Hz. Comme nous pouvons constater, le résidu maximal entre les deux courbes, est très faible avec une moyenne à zéro. L'écart type dans cet exemple est  $\sigma \simeq 8.10^{-4}$  m.s $^{-1}$ . Un seul pic significatif est observé et correspond à la fréquence de 5 Hz. Le résidu ayant la forme sinusoïdale, un premier harmonique faible est observé pour cette fréquence.

Il faut rappeler que le modèle numérique est basé sur deux hypothèses :

- les effets de la tension superficielle sont négligeables, (valable si  $Bo$  grand)
- la bulle est indéformable (valable si  $a$  petite)

Donc on espère que cette équation prédit bien la dynamique de la bulle quand  $Bo \simeq 57$  ( $l_c/D \simeq 0,2$ ) et pour la gamme d'accélération relative  $a < 1$  ( $CCl_4$ ) impliquant de faibles déformations (Fig. 4.15). Au delà de cette limite, la bulle ne peut pas être considérée comme stable et la déformation du nez de la bulle doit être prise en compte. Cela est aussi confirmé

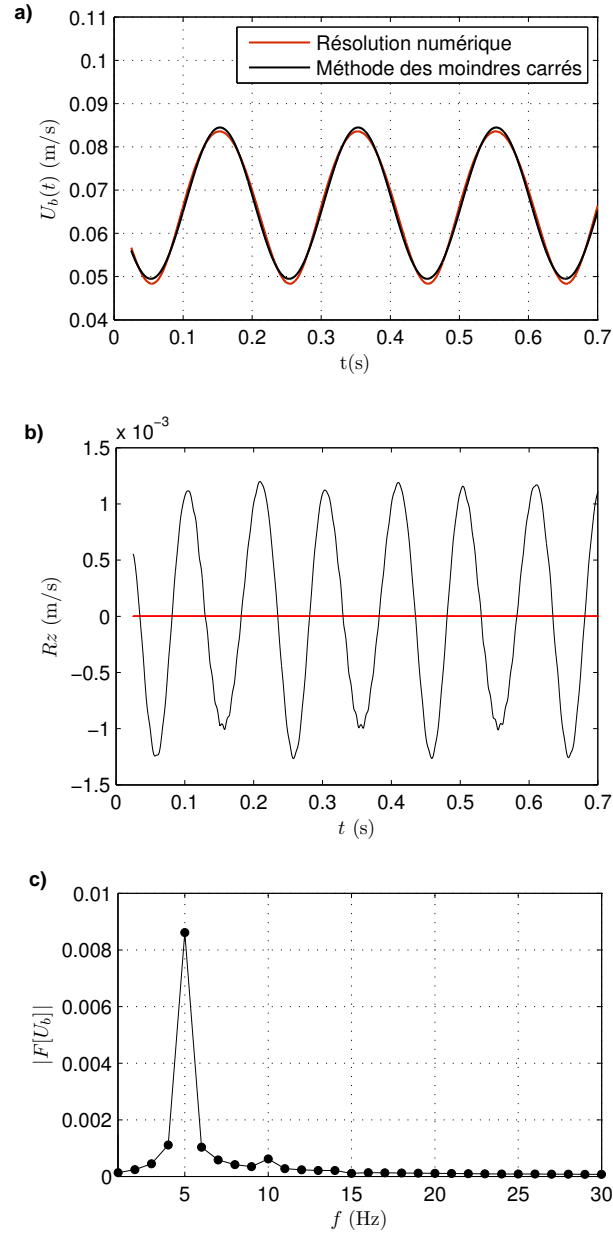


Figure 4.14 – Exemple de la résolution numérique de l'Eq. (2.1), eau,  $f = 5$  Hz et  $D = 9,8$  mm.

en comparant les résultats expérimentaux avec les résultats numériques pour l'eau, l'aniline et l'éthanol (Fig. 4.18, Fig. 4.17, Fig. 4.16). Dans ces trois cas, la prédiction du rapport  $U_f/\bar{U}_{b_0}$  par la solution numérique n'est pas satisfaisante. Il serait donc intéressant de quantifier la déformation de l'interface en fonction de la fréquence. Ce travail exige des modifications de la colonne d'essai et sera présenté dans le chapitre suivant.

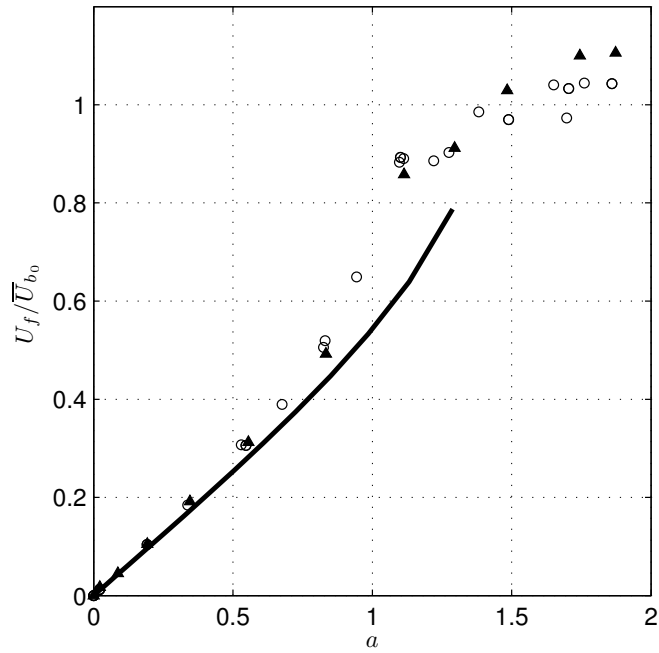


Figure 4.15 – Evolution de  $U_f/\bar{U}_{b_0}$  en fonction de l'accélération relative  $a$  :  $\circ$ , Tétrachlorure de carbone;  $\blacktriangle$ , Eau ( $D = 20$  mm); -, Intégration numérique de l'Eq. (2.1),  $D = 9,8$  mm et  $Fr = 0,33$ .

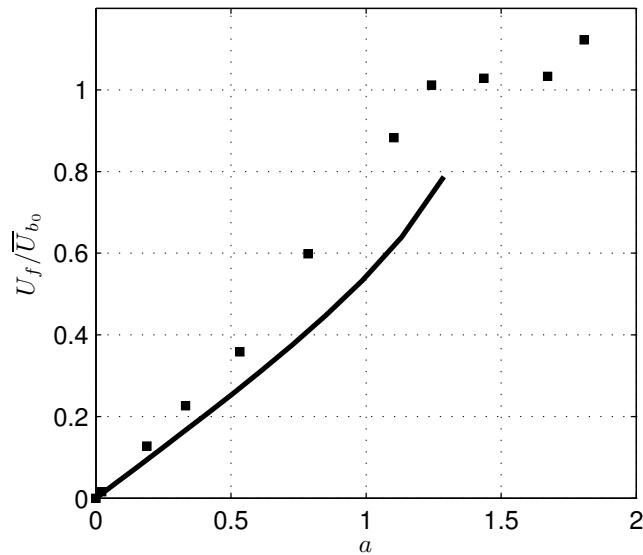


Figure 4.16 – Evolution de  $U_f/\bar{U}_{b_0}$  en fonction de l'accélération relative  $a$  :  $\blacksquare$ , Ethanol; -, Intégration numérique de l'Eq. (2.1),  $D = 9,8$  mm et  $Fr = 0,32$ .

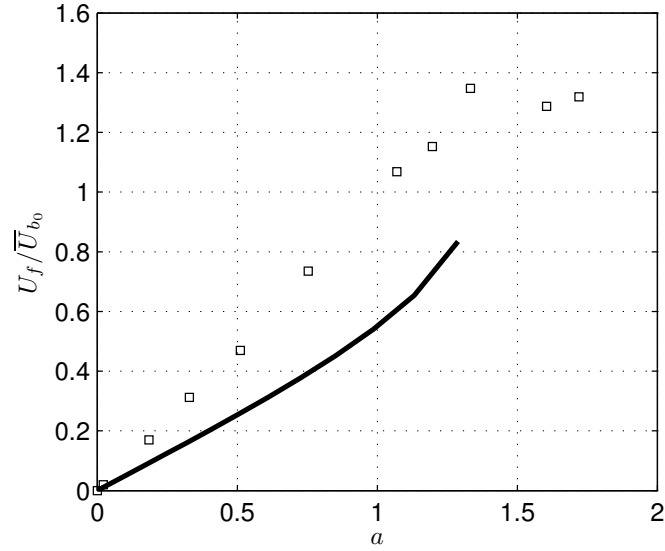


Figure 4.17 – Evolution de  $U_f/\bar{U}_{b_0}$  en fonction de l'accélération relative  $a$  :  $\square$ , Aniline; -, Intégration numérique de l'Eq. (2.1),  $D = 9,8$  mm et  $Fr = 0,28$ .

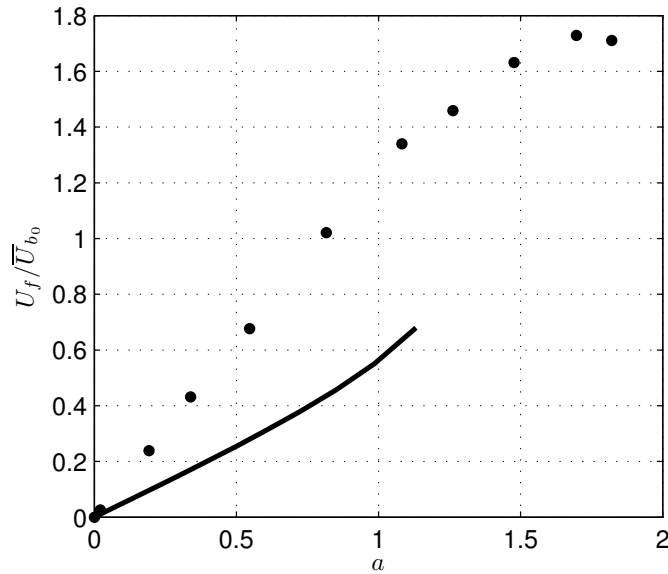


Figure 4.18 – Evolution de  $U_f/\bar{U}_{b_0}$  en fonction de l'accélération relative  $a$  :  $\bullet$ , Eau; -, Intégration numérique de l'Eq. (2.1),  $D = 9,8$  mm et  $Fr = 0,22$ .

Le déphasage entre la bulle et le plateau est présenté sur la figure (4.19). L'erreur maximale est de  $7^\circ$ . Pour chaque accélération relative, le déphasage reste constant ( presque  $90^\circ$ ) et puis diminue lentement. Ici, aussi deux zones peuvent être distinguées. Dans la zone où  $a < 1$  le déphasage diminue. Ceci est en accord avec les résultats numériques. Au delà de cette limite il

augmente avec l'accélération relative.

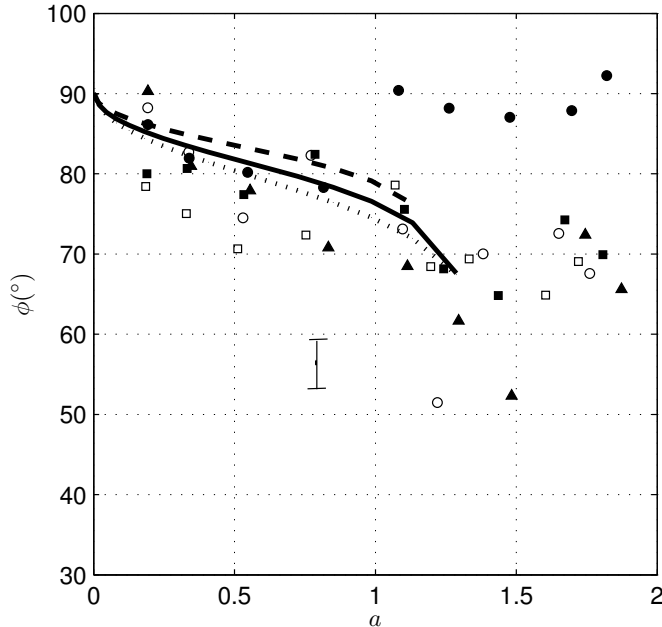


Figure 4.19 – Déphasage  $\phi$  entre le mouvement du plateau oscillant et celui de la bulle en fonction de l'accélération relative,  $a$  : Travail expérimental : ●, Eau; ■, Ethanol; ○, Tétrachlorure de carbone; □, Aniline; ▲, Eau ( $D = 20$  mm); Intégration numérique : - -, Eau,  $D = 9,8$  mm,  $Fr = 0,22$ ; -, Aniline,  $D = 9,8$  mm,  $Fr = 0,28$ ; ···, Ethanol et Tétrachlorure de carbone ( $D = 9,8$  mm), Eau ( $D = 20$  mm),  $Fr = 0,33$ .

### Discussion sur l'accélération relative critique

Comme on l'a vu dans les sections précédentes, il existe une valeur critique  $a_c$  au delà de laquelle, il y a la formation d'ondes et un changement de comportement de l'évolution de  $\overline{U}_b/\overline{U}_{b_0}$  et  $U_f/\overline{U}_{b_0}$  en fonction de  $a$ . Pour chaque essai nous avons déterminé la valeur de  $a_c$  ainsi que les valeurs de  $\overline{U}_b/\overline{U}_{b_0}$  et  $U_f/\overline{U}_{b_0}$  au point  $a = a_c$ . L'ensemble de ces valeurs est contenu dans le tableau (4.4). A première vue, la tendance qui se dégage est :

- la valeur critique de  $a_c$  augmente quand le nombre de  $Bo$  augmente pour arriver à une valeur maximale proche de 1,7.
- les valeurs de  $\overline{U}_b/\overline{U}_{b_0}$  et  $U_f/\overline{U}_{b_0}$  au point critique restent pratiquement constantes et égales à 0,8 et 1 respectivement.
- les valeurs de  $a_c$  et de  $\frac{\overline{U}_b}{\overline{U}_{b_0}}|_c$  restent du même ordre de grandeur que celles trouvées par Brannock et al et Clanet et al.



La détermination théorique de la valeur  $a_c$  est une tâche très difficile. En effet, ce problème nécessite la connaissance de l'écoulement de base et l'utilisation des méthodes d'analyse de stabilités hydrodynamiques, et ceci sort du cadre de l'objet de ce travail expérimental.

Table 4.4 – Valeurs de  $a$ ,  $\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$  et  $U_f/\bar{U}_{b_0}$  au point critique.

Fluide	$D$ (mm)	$a_c$	$Bo$	$b/D$	$\frac{\bar{U}_b}{\bar{U}_{b_0}} _c$	$\frac{U_f}{\bar{U}_{b_0}} _c$
Eau	9,8	0,82-1,08	13,05	0,51	0,91-0,96	1,02 -1,3
Aniline	9,8	1,43-1,6	23,55	0,51	0,79-0,82	1,27-1,3
Ethanol	9,8	1,44-1,67	33,62	0,51	0,74-0,88	1,03-1,06
Eau	20	1.48-1.74	54.3	0,25	0,72-0,82	1,03-1,1
Tétrachlorure de carbone	9,8	1,22-1,4	57,4	0,51	0,73-0,77	0,89-0,98
Brannock-96	22	1,6	65,8	non précisé	0,781	non calculé
Brannock-96	44	1,6	263,25	non précisé	0,8	non calculé
Clanet-2004	22	1,4	65,8	non précisé	0,71	non calculé
Clanet-2004	44	1,7	263,25	non précisé	0,54	non calculé

#### 4.4.2 Corrélations pour les vitesses moyenne et fluctuante

Comme déjà discuté, les travaux antérieurs ont tendu à traiter seulement les grands nombres de Bond où l'effet de la tension superficielle peut être négligé. Il n'y a aucune formule existante qui permet la prédiction des vitesses moyenne et fluctuante dans le cas où les effets capillaires ne sont pas négligeables. Ainsi, il s'avère légitime d'effectuer une étude qui vise à prédire le comportement des vitesses moyenne et fluctuante en proposant deux corrélations qui tiennent compte des effets de la tension superficielle. Pour cela, nous procédons dans un premier temps à une analyse dimensionnelle afin de définir les nombres adimensionnels régissant l'évolution des vitesses moyenne et fluctuante ( $\bar{U}_b$  and  $U_f$ ).

##### 4.4.2.1 Analyse dimensionnelle

A priori, les vitesses  $\bar{U}_b$  et  $U_f$  sont des fonctions de toutes les quantités intervenant dans le phénomène, telles que :

$$\bar{U}_b(\text{ou } U_f) = f(D, g, b\omega^2, \rho, \sigma, \mu, b, \omega) \quad (4.10)$$

En choisissant comme grandeurs fondamentales  $D$ ,  $g$  et  $\rho$ , les nombres sans dimensions  $\Pi$  peuvent s'écrire :

$$\begin{aligned}\Pi(\bar{U}_b \text{ ou } U_f) &= \bar{U}_b(\text{ou } U_f)/\sqrt{gD}, \\ \Pi(b\omega^2) &= b\omega^2/g = a, \\ \Pi(\sigma) &= Bo^{-1}, \\ \Pi(\mu) &= \mu/\rho D\sqrt{gD} = Re^{-1}, \\ \Pi(b) &= b/D, \\ \Pi(\omega) &= \omega\sqrt{D/g} = \sqrt{a/(b/D)}\end{aligned}$$

Comme nous pouvons le constater, on retrouve les deux nombres adimensionnels  $\Pi(b\omega^2)$  et  $\Pi(\omega)$  obtenus à partir de l'analyse analytique de l'équation de Clanet. Dans cette étude,  $Re^{-1}$  n'intervient pas ( $Re$  est grand pour les fluides de viscosité du même ordre que celle de l'eau), et le paramètre  $b/D$  a une faible influence dans nos expériences ( $b/D > 10^{-1}$ ). Dans ce cas, le théorème de Vaschy-Buckingham ( $\Pi$ -theorem) stipule que l'Eq. (4.10) est équivalente à :

$$\bar{U}_b(\text{ou } U_f)/\sqrt{gD} = F(a, Bo^{-1})$$

Il est utile de remarquer que pour le cas stagnant ( $a = 0$ ), on retrouve  $\bar{U}_{b_0}/\sqrt{gD} = F(0, Bo^{-1})$ . Donc le rapport  $\bar{U}_b(\text{ou } U_f)/\bar{U}_{b_0}$  s'écrit sous la forme :

$$\bar{U}_b(\text{ou } U_f)/\bar{U}_{b_0} = G(a, Bo^{-1}) \quad (4.11)$$

On élaborera dans la suite des corrélations sous cette forme en utilisant nos résultats expérimentaux et les arguments présentés dans les sections (2.2.1), (2.2.2) et dans la gamme de  $13 < Bo < 263$  et  $0 < a < 2$ . Comme nous l'avons déjà montré, les analyses numérique et asymptotique de l'équation (2.1) qui correspondent à un nombre de Bond infini ( $Bo^{-1} \sim 0$ ) montrent que :

- (1) : les rapports  $\bar{U}_b/U_{b_0}$  et  $U_f/\bar{U}_{b_0}$  sont des fonctions paires de l'accélération relative  $a$ ,
- (2) : pour les faibles accélérations, le rapport  $U_f/\bar{U}_{b_0}$  est proportionnel à  $a$  :  $U_f/\bar{U}_{b_0} \sim |a|$ . Pour ce cas, une corrélation a été proposée sous la forme  $U_f/\bar{U}_{b_0} = 4,5 a/\sqrt{Bo}$  (Madani *et al.* (2009)) qui est en bon accord avec les résultats expérimentaux pour  $a < 1$ . Mais selon cette corrélation lorsque  $Bo \rightarrow \infty$ , la vitesse fluctuante,  $U_f$ , devient nulle, ce qui veut dire que la poche n'oscille plus aux grands nombres de Bond, ce qui n'est pas compatible avec les résultats de Clanet *et al.* (2004) (voir le chapitre 2). C'est pourquoi dans la suite, nous allons essayer de trouver une relation cohérente qui couvre la gamme  $a < 1$  aussi bien que  $a > 1$ .

En examinant les figures (4.11) et (4.12) nous allons donc chercher des corrélations de la forme polynomiale du type :  $\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0} = 1 + k_1 a^2 + k_2 a^4$  et  $U_f/\bar{U}_{b_0} = |a| (k_3 + k_4 a^2)$ . Les coefficients  $k_1, \dots, k_4$  seront recherchés sous la forme  $k_i = \alpha_1 + \alpha_2 Bo^{-1} + \alpha_3 (Bo^{-1})^2$ , afin de retrouver les

résultats de Clanet *et al.* (2004) lorsque le nombre de Bond devient grand ( $Bo^{-1} \rightarrow 0$ ). Ainsi, les corrélations trouvées s'écrivent comme suit :

$$\overline{U}_b/\overline{U}_{b_0} = 1 + [-0,24 + 0,62Bo^{-1} + 16,7Bo^{-2}]a^2 + [0,06 - 0,75Bo^{-1} + 5,38Bo^{-2}]a^4 \quad (4.12)$$

$$U_f/\overline{U}_{b_0} = |a| \{ [0,5 + 12,95Bo^{-1} - 22,9Bo^{-2}] + [0,082 - 6,34Bo^{-1} + 48,9Bo^{-2}]a^2 \} \quad (4.13)$$

Ces corrélations proposées prédisent bien nos résultats expérimentaux (Figs. 4.20a et 4.20b) et la différence entre les valeurs calculées et celles mesurées ne dépasse pas les 13% (Figs. 4.21a et 4.21b). Sur ces figures, la densité de probabilité des résidus,  $Rz = [(\overline{U}_b/\overline{U}_{b_0})_{correlation} - (\overline{U}_b/\overline{U}_{b_0})_{exp}]/(\overline{U}_b/\overline{U}_{b_0})_{exp}$  est présentée et des écarts-types de l'ordre de 3,7% pour  $\overline{U}_b/\overline{U}_{b_0}$  et de 6,7% pour  $U_f/\overline{U}_{b_0}$  sont obtenus montrant ainsi que les corrélations proposées sont fiables. Ces corrélations montrent aussi que le rapport  $\overline{U}_b/\overline{U}_{b_0}$  n'est pas influencé par le nombre de Bond à partir de  $Bo \simeq 100$  (Fig. 4.22). La différence entre la valeur critique et la valeur asymptotique ( $Bo \rightarrow \infty$ ) est de l'ordre de 7%. Cette valeur critique est presque identique à celle trouvée pour le cas stagnant et à partir de laquelle le nombre de Froude ne dépend plus du nombre de Bond. La dépendance de la vitesse fluctuante au nombre de Bond est plus importante. En considérant la même différence de 7% entre la valeur critique et la valeur asymptotique, nous pouvons estimer le nombre de Bond critique autour de  $Bo \simeq 400$  au-delà duquel cette dépendance diminue (Fig. 4.23).

Sur la figure (4.21a), les points expérimentaux obtenus par Brannock et Kubie (1996) pour  $D = 22\text{mm}$  et  $D = 44\text{mm}$  sont également présentés et cela montre que la corrélation proposée est en bon accord avec leurs résultats expérimentaux et permet d'étendre la plage de validité de l'Eq. (4.12) en nombre de Bond.

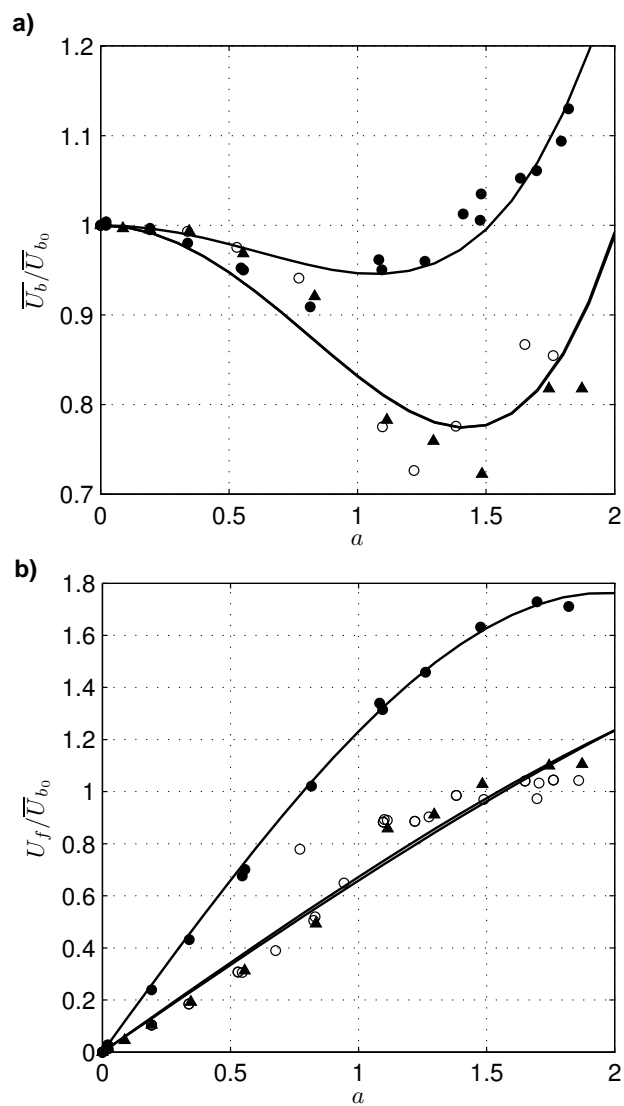


Figure 4.20 – Dynamique de la bulle de Taylor vs. l'accélération relative : a) vitesse moyenne, b) vitesse fluctuante, ●, Eau ( $Bo = 13,05$ ); ○, Tétrachlorure de carbone ( $Bo = 57,4$ ); ▲, Eau ( $D = 20$  mm) ( $Bo = 54,3$ ), - Eq. 4.12 pour  $\overline{U}_b / \overline{U}_{b_0}$  et Eq. 4.13 pour  $U_f / \overline{U}_{b_0}$ .

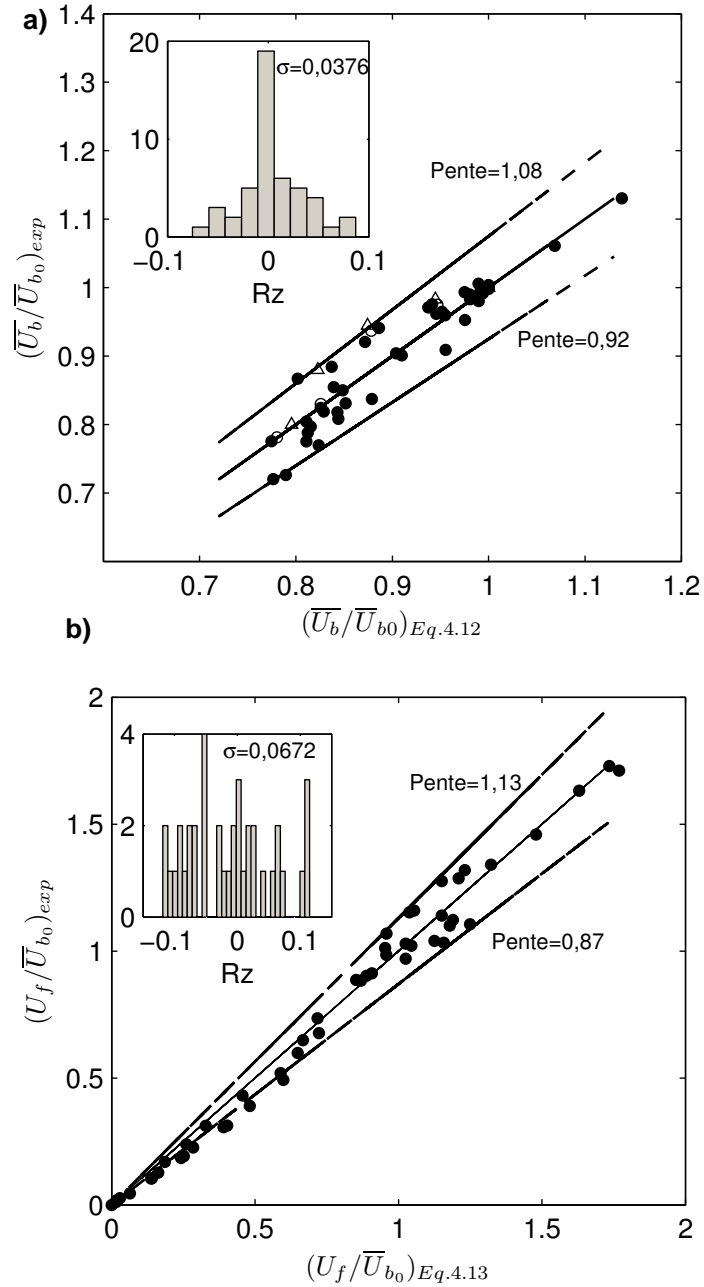


Figure 4.21 – Précision des corrélations proposées : a) vitesse moyenne expérimentale vs. valeurs données par Eq. 4.12, b) vitesse fluctuante expérimentale vs. valeurs données par Eq. 4.13. ●, donnée brute; ○, Brannock et Kubie ( $D = 22$  mm); △, Brannock et Kubie ( $D = 44$  mm), - , ligne : pente=1; - -, lignes avec les pentes maximale et minimale.

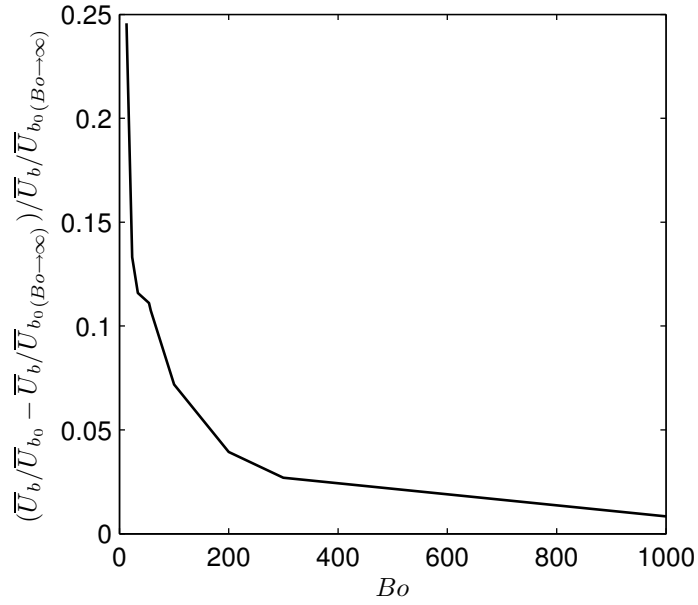


Figure 4.22 – Evolution de résidu  $(\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0} - \bar{U}_b/\bar{U}_{b_0(B_0 \rightarrow \infty)})/\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0(B_0 \rightarrow \infty)}$  en fonction de nombre de Bond.

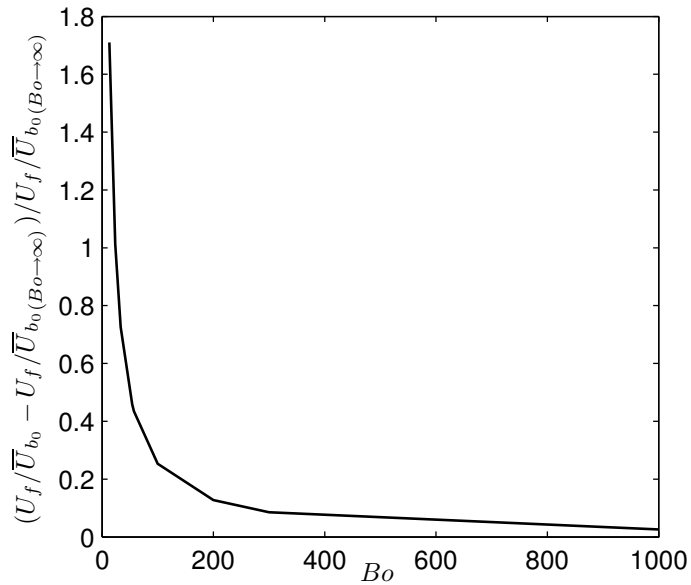


Figure 4.23 – Evolution de résidu  $(U_f/\bar{U}_{b_0} - U_f/\bar{U}_{b_0(B_0 \rightarrow \infty)})/U_f/\bar{U}_{b_0(B_0 \rightarrow \infty)}$  en fonction de nombre de Bond.

### 4.4.3 Effets d'instationarité

Comme nous l'avons déjà expliqué, en augmentant la fréquence, la vitesse fluctuante augmente. Cette dernière devient plus importante que la vitesse moyenne pour les grandes fréquences. Dans ce cas la vitesse relative instantanée devient négative. Cela veut dire qu'à chaque période l'on observe un mouvement descendant de la bulle. La figure (4.24) présente l'évolution de la vitesse relative avec le temps pour deux fréquences. Dans le premier cas il n'y a pas de mouvement descendant et la vitesse relative est positive, en augmentant la fréquence, des valeurs négatives de la vitesse relative vont apparaître. Afin d'étudier les effets d'instationnarité, nous avons déterminé le Froude et le Bond à partir des résultats expérimentaux en définissant une nouvelle relation entre Froude et  $Bo$  en présentant la vitesse relative  $U_r(t)$  et l'accélération relative :

$$\tilde{Fr} = U_r(t) / \sqrt{gD(1 - a \sin \omega t)} \quad (4.14)$$

$$\tilde{Bo} = (\rho_L - \rho_G)gD^2[1 - a \sin \omega t] / \sigma \quad (4.15)$$

Pour  $a = 0$ , nous retrouvons la définition classique pour le cas stagnant. Pour les accélérations élevées  $a > 1$ , le terme  $gD(1 - a \sin \omega t)$  devient négatif. Les expressions ci-dessus sont donc utilisées pour les accélérations relatives inférieures à 1 ( $a < 1$ ).

La figure (4.25) présente les résultats obtenus à partir des données expérimentales pour la fréquence de 5 Hz et pour les quatre fluides utilisés. Sur cette figure la corrélation de Fabre et Line (1992) pour le cas stagnant est aussi présentée. On peut constater que l'évolution de Froude en fonction de Bond est approximativement d'une forme ellipsoïdale. Le centre de l'"Ellipse" reste le même quelle que soit la fréquence d'oscillation et est situé sur la courbe stationnaire. En augmentant la fréquence, l'ellipse devient horizontalement plus épaisse (Figs 4.26 et 4.27). En fait dans ce cas-ci les effets de l'instationnarité deviennent plus significatifs. En conséquence, la relation (1.13) qui rapporte le nombre de Froude au nombre de Bond ne peut pas être employée pour les écoulements instationnaires.

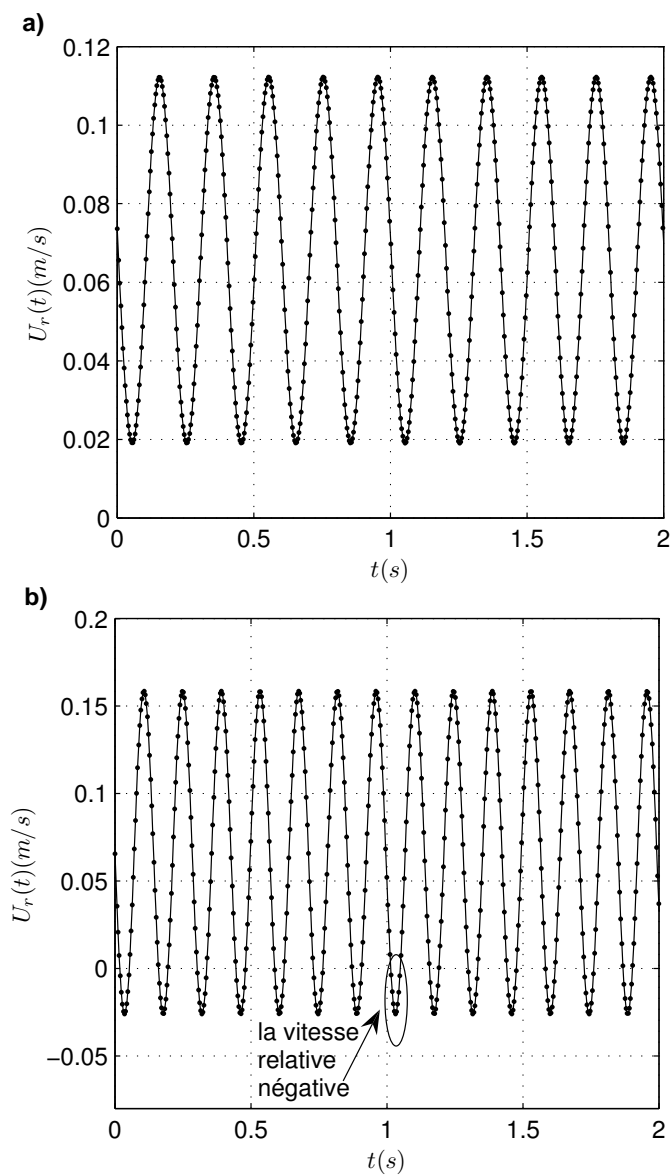


Figure 4.24 – Evolution temporelle de la vitesse relative : a) Eau,  $f = 5$  Hz; b) Eau,  $f = 7$  Hz,  $D = 9,8$  mm



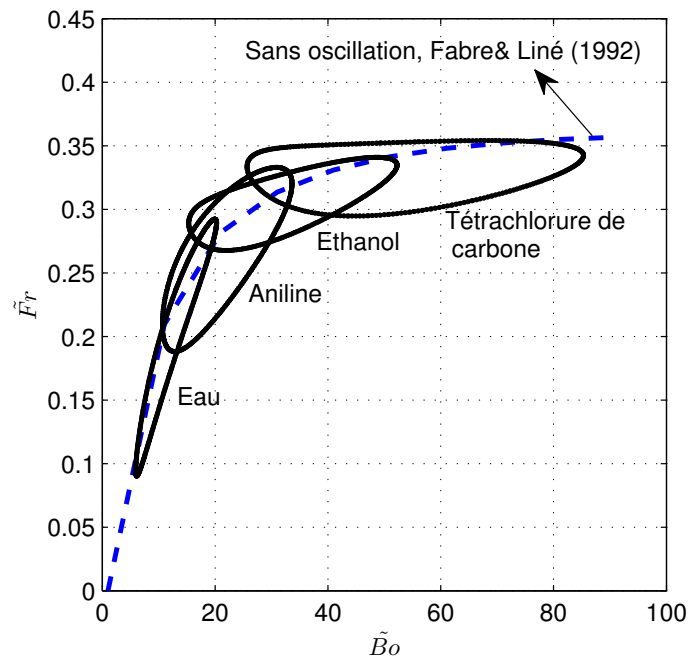


Figure 4.25 – Evolution de nombre de Froude pour les 4 liquides utilisés,  $D = 9,8$  mm,  $f = 5$  Hz.

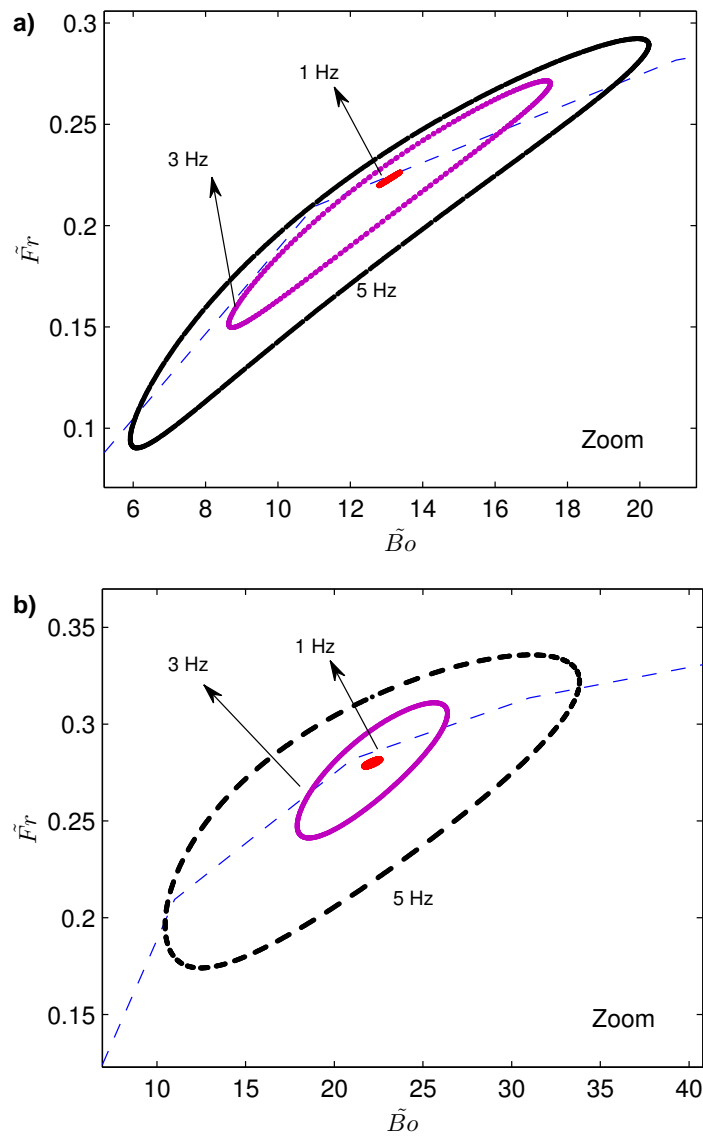


Figure 4.26 – Evolution de nombre de Froude pour différentes fréquences, a) Eau, b) Aniline,  $D = 9,8$  mm.

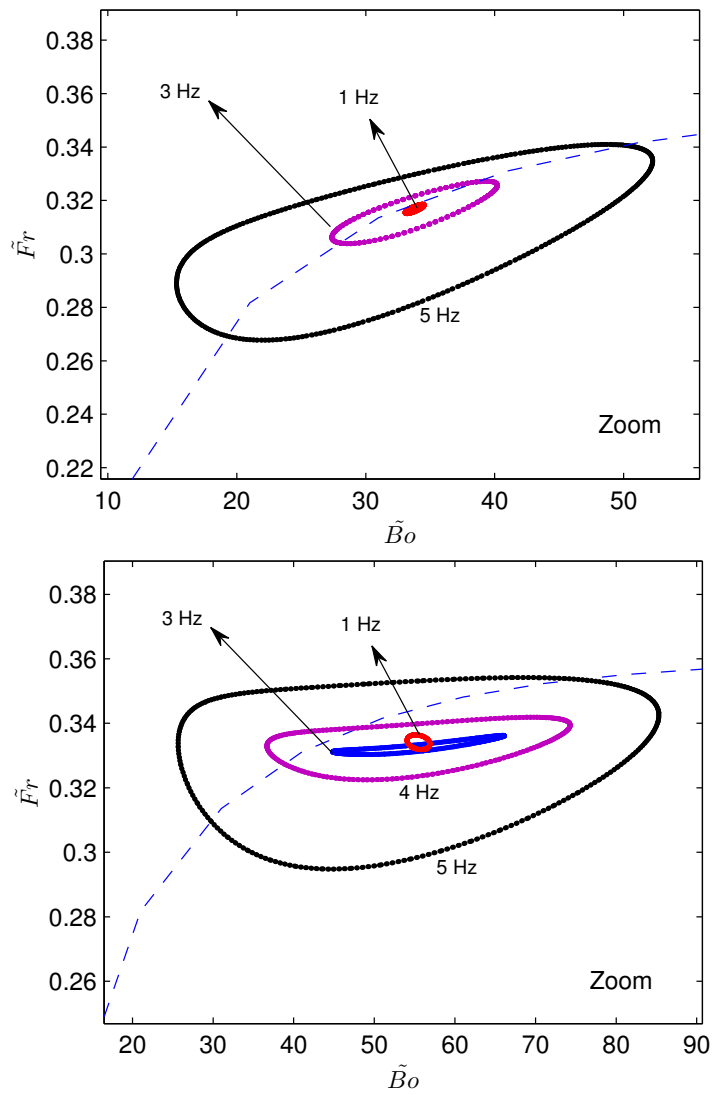


Figure 4.27 – Evolution de nombre de Froude pour différentes fréquences, a) Ethanol, b) Tétrachlorure de Carbone,  $D = 9,8$  mm.

## 4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié le mouvement instationnaire d'une bulle de Taylor dans les tubes verticaux oscillants. Les travaux antérieurs à ce sujet ont été limités à la détermination de la vitesse moyenne d'ascension de la bulle.

Dans cette étude, en employant des techniques de tracking, le traitement d'images et le traitement numérique, les mesures précises des vitesses moyenne et fluctuante et l'amplitude d'oscillation ont été effectuées pour différentes fréquences.

Le mécanisme physique de la propagation de bulle a été décrit par un modèle élémentaire. Le comportement de la bulle (la déformation de l'interface et la formation de l'onde) a été discuté dans trois cas correspondant aux trois positions du plateau oscillant sur une période. Trois cas ont été observés et justifiés : une situation classique dans laquelle la forme du nez de la bulle est comme celle en fluide stagnant, le cas dans lequel le nez de la bulle s'aplatit et le cas où le rayon de courbure du nez de la bulle est plus grand que celui d'une bulle montant dans le fluide stagnant. Nous allons en parler en détail dans le chapitre suivant.

Nous avons étudié l'effet de l'amplitude d'oscillation en examinant deux amplitudes ( $b = 5$  mm et  $b = 20$  mm) pour un diamètre du tube ( $D = 9,8$  mm). D'après nos résultats, le rapport de  $b/D$  n'a pas d'influence sur l'évolution des vitesses moyenne et fluctuante. Cela confirme également les résultats numériques obtenus au deuxième chapitre qui montrent que la dynamique de la poche ne dépend pas du rapport  $b/D$  pour les valeurs supérieures à  $10^{-1}$  ( $b/D > 10^{-1}$ ).

L'influence du diamètre du tube et les propriétés physiques du liquide sur la dynamique instationnaire de longues bulles dans les tubes verticaux a été étudiée. L'évolution de la vitesse moyenne d'ascension n'indique aucune influence claire du nombre de Bond. La seule observation évidente est le comportement différent du  $\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$  selon que  $a < 1$  ou  $a > 1$ . Pour  $a < 1$ , le rapport  $\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$  de vitesse ne dépend pas du rapport  $l_c/D$  et demeure dans le même ordre que celui trouvé dans les travaux précédents. Pour  $a > 1$ , il semble qu'il y ait une valeur critique de  $Bo$  au-dessus de laquelle les variations de  $\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$  ne dépendent pas de ce paramètre. L'augmentation de la vitesse moyenne d'ascension pour les accélérations relatives élevées semble être liée à la formation des ondes oscillantes le long de la bulle.

La vitesse fluctuante,  $U_f$ , varie linéairement dans la zone où  $a < 1$  et la pente diminue en augmentant le nombre de Bond (en diminuant le rapport  $l_c/D$ ). Pour ce cas-ci il était possible de proposer une corrélation pour estimer  $U_f/\bar{U}_{b_0}$ .

Les résultats numériques obtenus en négligeant les effets de tension superficielle, prédisent bien l'évolution de la vitesse pour les grands nombres de Froude et diamètres de tube.

Deux corrélations sont proposées pour la vitesse moyenne et fluctuante en utilisant l'analyse adimensionnelle et sont comparées avec les données expérimentales. Un bon accord est observé. Tandis que les paramètres  $a$  et  $Bo^{-1}$  ont un rôle important sur l'évolution des vitesses moyenne et fluctuante, le rapport  $b/D$  a une faible influence lorsque  $b/D > 10^{-1}$ .

Les effets d'instationnarité qui deviennent plus importants en augmentant la fréquence d'oscillation ont été également étudiés en déterminant les nombres de Froude et Bond.

Dans le chapitre suivant, nous allons étudier en détail les déformations du nez de la poche afin de déterminer les caractéristiques de l'interface et la formation des ondes pour les accélérations modérées et élevées.



# CHAPITRE 5

## **Analyse du comportement interfacial d'une bulle de Taylor dans un tube vertical oscillant**

### **5.1 Introduction**

Comme nous avons pu l'observer dans le chapitre précédent, la dynamique de la poche dans un fluide oscillant dépend fortement de l'accélération relative. Nos résultats ont montré qu'à partir d'une certaine accélération relative, la dynamique de la bulle de Taylor est affectée par la déformation de l'interface (courbure modifiée, onde de surface).

Dans ce chapitre nous nous intéressons à la détermination expérimentale de la forme de la poche au voisinage du nez. Pour cela nous avons essayé plusieurs techniques d'éclairage afin de pouvoir détecter de la façon la plus précise l'interface de la poche aux grandes fréquences. Ces techniques et les difficultés rencontrées ainsi que notre choix final sur l'éclairage employé sont présentés dans la première partie de ce chapitre.

Dans la deuxième partie, nous présentons les résultats expérimentaux obtenus pour l'évolution radiale du rayon de courbure au voisinage du nez pour les différentes fréquences d'oscillation. Nous comparons ces résultats avec ceux obtenus pour le cas stagnant.

Les résultats expérimentaux de la dynamique des ondes se formant le long du film seront traités dans la dernière partie de ce chapitre.

### **5.2 Choix de la technique d'éclairage**

Dans ces expériences, la déformation de l'interface est étudiée pour les deux diamètres du tube ( $D = 9,8\text{mm}$  et  $D = 20\text{mm}$ ) et le fluide utilisé est l'eau. Pour minimiser la distorsion optique, une boîte rectangulaire placée autour de la section de mesure est remplie du même fluide étudié.

Trois types d'éclairage ont été essayés :

- **Éclairage classique (Projecteur éclairage halogène)** : nous avons utilisé plusieurs configurations (Figs. 5.1a,b,c). Les images obtenues pour toutes les configurations présentent une forme tridimensionnelle du nez pour les grandes fréquences. Ce qui rend ces images inexploitable par les algorithmes d'image processing de Matlab. De plus, l'évolution temporelle de la déformation ne peut pas être suivie car cette technique ne permet pas l'observation de tous les phénomènes qui se passent au cours de temps.
- **Laser (Lasos 80- LGK7880MM, 458-514 nm)** : La "Rhodamine" est dissoute dans l'eau comme colorant fluorescent. Elle absorbe la lumière de manière très efficace à 507 nm et le pic d'émission est situé autour de 529 nm. Pour n'enregistrer que l'émission fluorescente, la caméra est équipée d'un filtre passe-haut coupant la longueur d'onde du laser et toutes les longueurs d'onde inférieures.  
Nous avons conçu un banc fixation pour le laser qui permet de régler la position verticale ainsi que l'angle d'inclinaison du laser. Différentes positions ont été essayées et pour chaque position, différents angles d'inclinaison ont été testés. Comme nous pouvons constater dans les images obtenues par cette technique d'éclairage (Fig. 5.2), la bulle apparaît comme un objet solide noir. Les déformations tridimensionnelles au niveau du nez ne sont plus constatées aux grandes fréquences, par contre, dans toutes les images une zone lumineuse est présente au dessus du nez. La présence de cette zone est due à la densité du fluide fluorescent (rhodamine) qui est plus importante au nez de la poche. Le fait de changer l'angle d'inclinaison du laser ou la diminution de la densité de la rhodamine n'a pas eu d'influence significative sur la diminution de la taille de cette zone lumineuse. L'élimination de cette zone qui est différente en taille, position et intensité dans chaque image, par les techniques de traitement d'images est accompagnée par l'enlèvement inévitable d'une partie du nez attachée à cette zone. Ce qui affecte la détermination exacte du contour.
- **Éclairage LED** : cette technique d'éclairage est expliquée dans le chapitre 3 et est choisie dans nos expériences pour quantifier la déformation. Les images obtenues utilisant cette technique ont une grande homogénéité de lumière et des contrastes très élevés permettant de détecter avec précision l'interface eau-air pour les fréquences faibles et intermédiaires. Aux grandes fréquences, la tridimensionnalité du nez de la poche dans certaines images empêche la détermination exacte de la forme du nez mais contrairement à l'éclairage classique, le bon niveau de contraste dans ces images permet d'observer et de suivre les phénomènes de déformation au cours de temps (écrasement du nez, courbure négative)(Fig. 5.3).



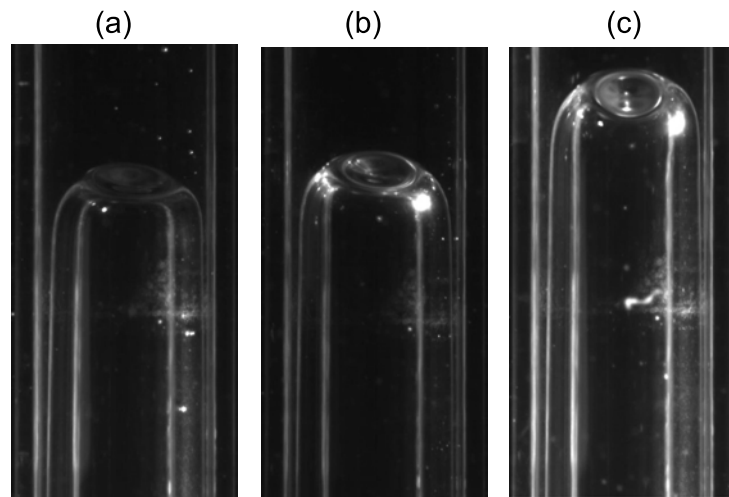


Figure 5.1 – Éclairage classique,  $D = 20$  mm,  $f = 8$  Hz, trois positions par rapport au tube : (a) position basse, (b) position haute, (c) utilisation de deux spots, l'un en position basse et l'autre en position haute.

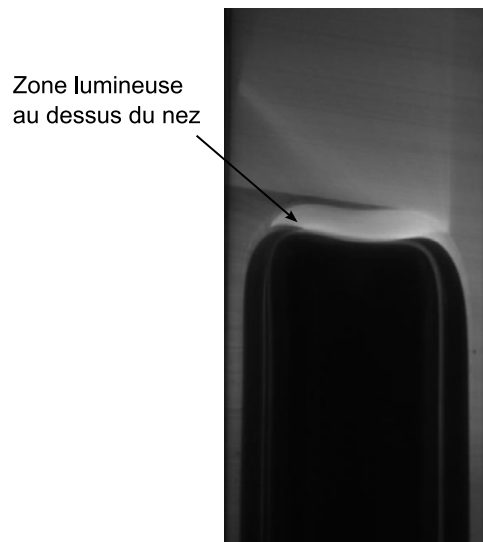


Figure 5.2 – Éclairage laser,  $D = 20$  mm,  $f = 8$  Hz, apparition d'une zone lumineuse au dessus du nez.

courbure négative



Figure 5.3 – Éclairage LED,  $D = 20$  mm,  $f = 8$  Hz, courbure négative observée par cette technique.

## 5.3 Déformation

### 5.3.1 Rayon de courbure

Dans cette section, nous nous proposons de quantifier la déformation du nez de la poche. Pour cela, pour chaque fréquence, nous déterminons le rayon de courbure au nez de la bulle pour chaque image. Dans un premier temps, nous donnons les calculs des courbures axisymétrique et plane et les simplifications que l’on peut appliquer au voisinage du nez (point O, Fig. 5.4).

#### 5.3.1.1 Courbures axisymétrique et plane

On pose  $z$  une fonction du rayon  $r$ ,  $z = f(r)$  (Fig. 5.4), d’où l’équation de surface s’écrit comme suit :

$$F(r, z) = z - f(r) = 0 \tag{5.1}$$

la normale  $\vec{n}$  et la courbure  $\xi$  sont accessibles grâce à des opérateurs différentiels appliqués à la fonction  $F(r, z)$  :

$$\vec{n} = \frac{\nabla F}{|\nabla F|}, \quad \xi = \nabla \cdot \frac{\nabla F}{|\nabla F|} \tag{5.2}$$

où  $|\nabla F| = (1 + f'^2)^{0,5}$ .

Donc l'expression de la courbure axisymétrique s'écrit comme suit :

$$\xi_{axi} = -\frac{f''}{(1 + f'^2)^{3/2}} - \frac{1}{r} \frac{f'}{(1 + f')^{1/2}} \quad (5.3)$$

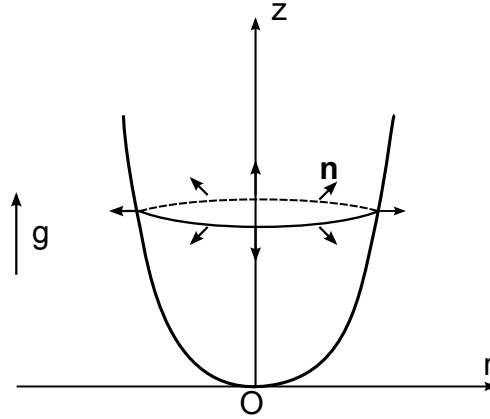


Figure 5.4 – Notations utilisées pour la description de la courbure.

Si la courbe est considérée plane ( $z = f(x)$ ), la courbure plane  $\xi_{plane}$  peut être obtenue en suivant la même méthodologie que pour la courbure axisymétrique. Si la courbe est représentée explicitement, sa courbure plane est :

$$\xi_{plane} = -\frac{f''}{(1 + f'^2)^{3/2}} \quad (5.4)$$

Au voisinage du point O, nous avons :

$$f(0) = 0 \quad \text{et} \quad f'(0) = 0 \quad (\text{tangente horizontale})$$

En utilisant un développement en série de Taylor de la fonction  $f$  en O :

$$f(r) = f(0) + \frac{r}{1!} f'(0) + \frac{r^2}{2!} f''(0) + \dots$$

d'où au voisinage de O :

$$f(r) \simeq \alpha r^2 \quad (5.5)$$

où  $\alpha$  est une constante. Les expressions de  $f'$  et  $f''$  peuvent être donc obtenues en dérivant l'équation (5.5) et seront ensuite remplacées dans les équations (5.3) et (5.4). On obtient alors :

$$\begin{aligned} \xi_{axi}|_{r \rightarrow 0} &= -4\alpha \\ \xi_{plane}|_{r \rightarrow 0} &= -2\alpha \quad (r = x) \end{aligned} \quad (5.6)$$

### 5.3.1.2 Déformation instantanée du nez de la poche

Afin de quantifier la déformation de l'interface au voisinage du nez de la poche, nous avons procédé de la façon suivante pour le cas stagnant ainsi que pour toutes les fréquences :

- Pour chaque image, le contour du nez est extrait par traitement d'image identique à celui expliqué dans le troisième chapitre.
- Ayant les coordonnées  $z$  et  $r$  de chaque point du contour, le contour est reconstruit en traçant  $z/D$  en fonction de  $r/D$  comme c'est indiqué sur la figure (5.5).
- L'évolution de  $z/D$  en fonction de  $(r/D)^2$  est tracée (Fig. 5.6) au voisinage du nez. Comme nous avons montré dans la section précédente, au voisinage du nez lorsque ( $r \rightarrow 0$ ),  $z/D$  varie linéairement en fonction de  $(r/D)^2$ . La pente  $\alpha$  de cette partie linéaire est obtenue par optimisation et nous permet de calculer par la suite la courbure au voisinage du nez ( $\xi = 2\alpha/D$ ) avec une erreur d'incertitude de l'ordre de  $\pm 10\%$ .
- L'évolution de la courbure en fonction de temps est étudiée et comparée avec le cas stagnant pour chaque fréquence et pour les deux diamètres de tube ( $D = 9,8$  mm et 20 mm).

Il faut noter qu'aux grandes fréquences, pour les images sur lesquelles la courbure négative est observée, la détection du contour du nez se fait par un traitement manuel des images (voir Figs 5.7 et 5.8)

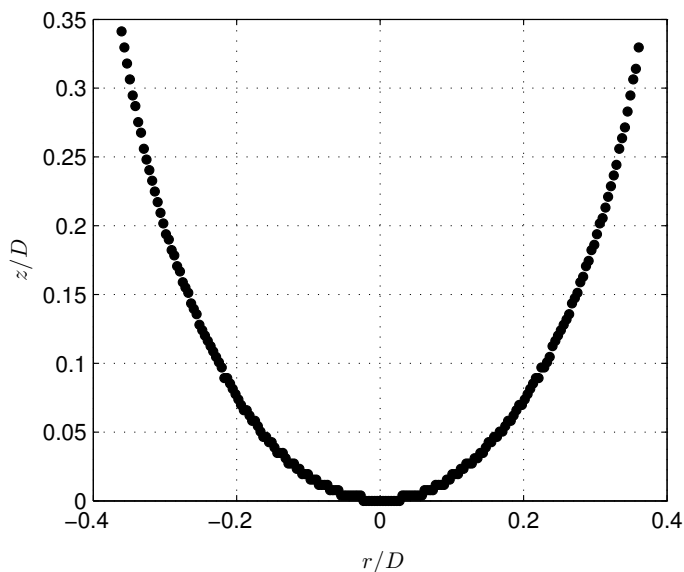


Figure 5.5 – Evolution de  $z/D$  en fonction de  $r/D$ ,  $D = 9,8$  mm et  $f = 5$  Hz.

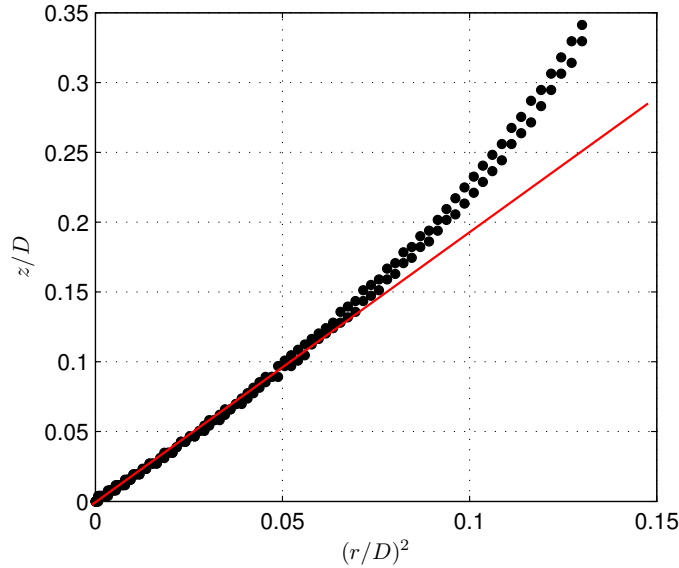


Figure 5.6 – Evolution de  $z/D$  en fonction de  $(r/D)^2$ ,  $D = 9,8$  mm et  $f = 5$  Hz.

Sur les figures (5.9) - (5.20), nous présentons la position du plateau, l'évolution de la courbure en fonction de temps ainsi que le spectre de cette dernière pour les différentes fréquences et pour les deux diamètres.

Il faut noter que les valeurs obtenues pour la courbure dans le cas stagnant, pour une bulle montante dans les tubes de diamètres  $D = 9,8$  mm et  $D = 20$  mm sont respectivement  $\xi_0 = 3,86$   $\text{cm}^{-1}$  et  $\xi_0 = 1,65$   $\text{cm}^{-1}$ . Pour comparer ces courbures avec les résultats de Dumitrescu (1943), nous avons calculé  $z/D$  et  $(r/D)^2$  en utilisant le profil de la forme obtenu par l'auteur (équations 1.20 et 1.21 du chapitre 1). La courbure  $\xi_{Dum}$  au voisinage du nez est ensuite déterminée en calculant la pente de la droite  $z/D = \alpha(r/D)^2$  qui conduit à une valeur égale à  $\xi_{Dum} = 1,48$   $\text{cm}^{-1}$ . En comparant avec nos valeurs expérimentales, nous avons trouvé que  $\xi_{Dum} < \xi_{0,D=20} < \xi_{0,D=9,8}$ . Comme déjà mentionné, les calculs de Dumitrescu (1943) sont valables pour les diamètres de tubes supérieurs à 20 mm où le régime inertiel peut être observé et les effets capillaires sont négligeables. On retrouve ainsi, que la courbure devient plus importante lorsque le diamètre diminue.

En repère oscillant on constate que la courbure moyenne devient moins importante que celle du cas stagnant. De plus on constate qu'en augmentant l'accélération, la variation de la courbure moyenne reste faible pour  $D = 9,8$  mm ( $3,1 < \xi_m < 3,4$ ) mais dans le cas de grand tube  $D = 20$  mm, elle diminue significativement lorsque  $a$  augmente (Tableau 5.1). Différents comportements du nez peuvent être observés selon la fréquence d'oscillation et le diamètre du tube.

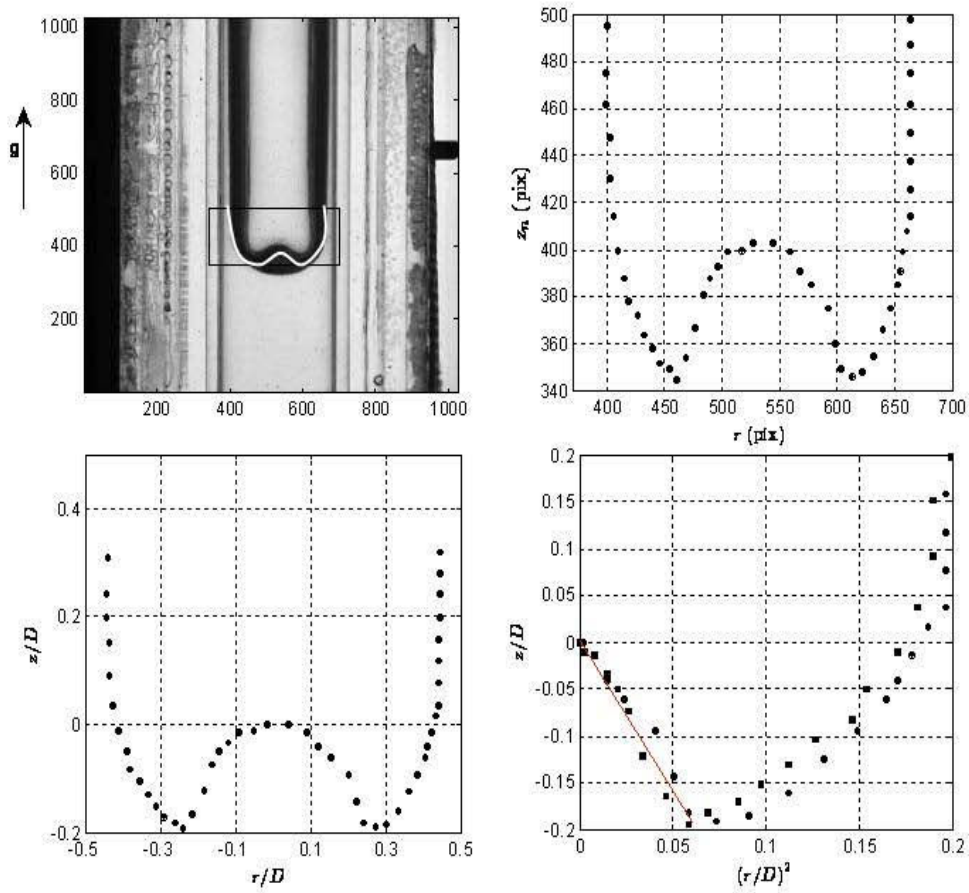


Figure 5.7 – Différentes étapes de détermination de la courbure négative,  $D = 20$  mm et  $f = 7$  Hz. ●, côté droit; ■, côté gauche, 1 pix=0,0642 mm.

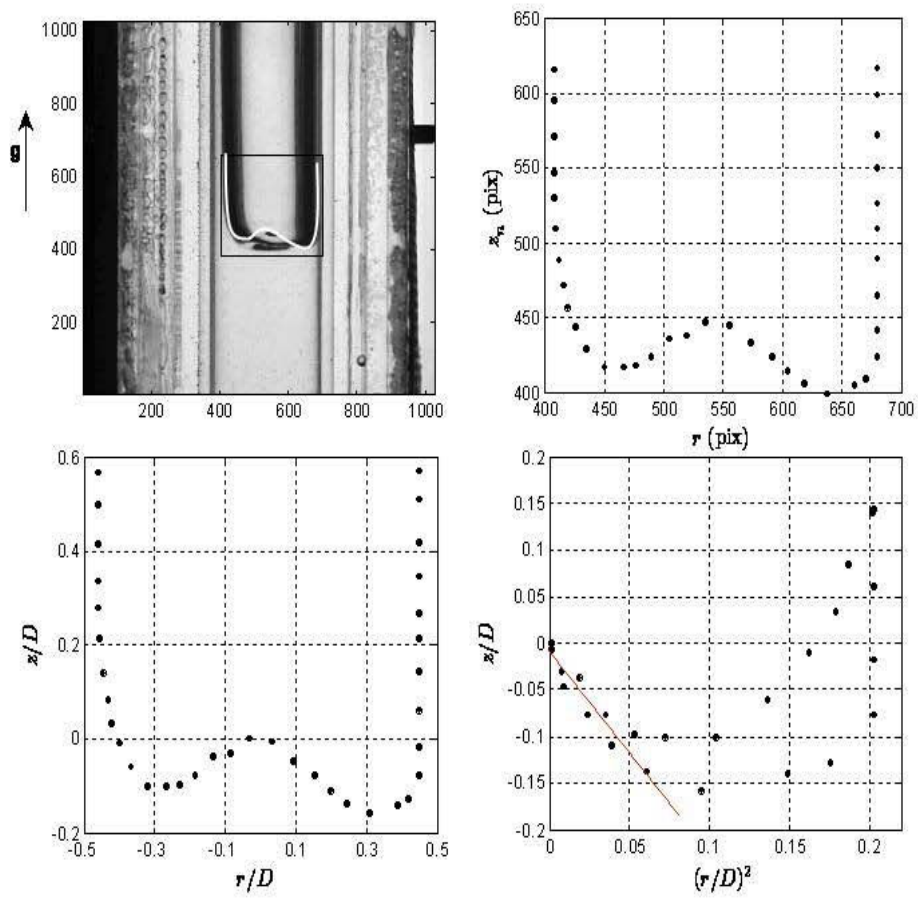


Figure 5.8 – Différentes étapes de détermination de la courbure négative,  $D = 20$  mm et  $f = 8$  Hz. ●, côté droit; ■, côté gauche, 1 pix=0,0642 mm.

Table 5.1 – Valeurs de la courbure moyenne  $\xi_m$  pour les différentes accélérations relatives

$D$ (mm)	$f$ (Hz)	$a$	$\xi_m$ (cm <sup>-1</sup> )
9,8	0	0	3,86
9,8	3	0,18	3,337
9,8	5	0,5	3,41
9,8	6	0,72	3,249
9,8	7	1	3,122
9,8	8	1,3	3,291
20	0	0	1,65
20	3	0,18	1,787
20	6	0,72	1,88
20	6,5	0,85	1,565
20	6,8	0,93	1,116
20	7	1	0,205
20	8	1,3	-0,374

### Diamètre du tube $D = 9,8$ mm

- **Faibles accélérations** ( $a \leq 0,5$ ),  $f = 3$  Hz,  $a = 0,18$  (Fig. 5.9) et  $f = 5$  Hz,  $a = 0,5$  (Fig. 5.10) : la courbure reste légèrement inférieure à celle en cas stagnant ( $\xi < \xi_0$ ). Les variations temporelles de la courbure ne sont pas significatives étant donnée que ces variations ne dépassent pas les 10% par rapport à la valeur moyenne. On note cependant que la courbure moyenne  $\xi_m < \xi_0$ , cela veut dire que pour ces fréquences d’oscillation, la bulle est légèrement plus plate que pour  $f = 0$ . Par conséquent le débit du liquide descendant  $Q_w$  diminue et la vitesse moyenne aussi (car  $\bar{U}_b \sim Q_w$ ). Le spectre de fluctuations dans le cas de  $f = 3$  Hz ne met pas en évidence la fréquence d’excitation de 3 Hz mais on note une apparition d’un pic à  $f = 18$  Hz (Fig. 5.9). Pour  $f = 5$  Hz, on observe un pic à cette fréquence et son troisième harmonique qui se retrouve plus ou moins à  $f = 18$  Hz.
- **Accélérations modérées** ( $0,5 < a < 1$ ),  $f = 6$  Hz,  $a = 0,72$  (Fig. 5.11) : en phase descendante du plateau (Fig. 5.12), la courbure  $\xi_A < \xi_0$  en position haute du plateau (point A). Elle augmente pour atteindre la valeur du cas stagnant ( $\xi_B = \xi_0$ ) lorsque le plateau est à la position zéro (point B), et continue à augmenter et devient plus importante que  $\xi_0$  en position basse du plateau ( $\xi_C > \xi_0$  au point C). Cette observation confirme nos discussions sur le mécanisme physique de la propagation de la bulle de Taylor dans la section 4.3.1. En phase montante du plateau (Fig. 5.12), la courbure  $\xi_C > \xi_0$  en position basse du plateau (point C). Elle atteint sa valeur minimale en position zéro du plateau (point D) et ensuite



augmente mais reste inférieure à  $\xi_0$  (point E). On note également sur le spectre un pic à 6 Hz et son premier harmonique 12 Hz et un pic à  $f = 18$  Hz. Les valeurs expérimentales de la courbure obtenues sont données dans les tableaux (E.1) et (E.2) en Annexe E. Nos observations de l'évolution de la courbure sont résumées dans le tableau (5.2).

Table 5.2 – Evolution de la courbure en fonction de la position du plateau,  $0,5 < a < 1$

Position du plateau	Courbure ( $\xi$ )
Phase descendante :	
A → B	$\xi_A < \xi_0 \nearrow \xi_B = \xi_0$
B → C	$\xi_B = \xi_0 \nearrow \xi_C > \xi_0$
Phase montante :	
C → D	$\xi_C > \xi_0 \searrow \xi_D < \xi_0$
D → E	$\xi_D < \xi_0 \nearrow \xi_E < \xi_0$

- **Accélération élevées** ( $a \geq 1$ ) ,  $f = 7$  Hz,  $a = 1$  (Fig. 5.13) et  $f = 8$  Hz,  $a = 1,3$  (Fig. 5.14) : en phase descendante (Fig. 5.12) la courbure diminue pour arriver à  $\xi_0$  au point B et s'annule et devient zéro au point C (aplatissement du nez). En phase montante du plateau, la courbure  $\xi_C = 0$  en position basse du plateau (point C). Elle atteint la valeur du cas stagnant en position intermédiaire du plateau (point D) et ensuite augmente et devient supérieure à  $\xi_0$  (point E). Pour cette gamme de fréquences, nos discussions de la section 4.3.1 sur le mécanisme physique de la propagation de la bulle de Taylor sont confirmées pour les positions zéro et basse du plateau. La fréquence du maximum de la densité spectrale de courbure est  $f = 7$  Hz pour  $a = 1$  et  $f = 8$  Hz pour  $a = 1,3$  correspondant à la fréquence d'excitation de la bulle. On observe également sur le spectre, l'apparition des premier et deuxième harmoniques. Nos observations de l'évolution de la courbure sont résumées dans le tableau (5.3).

Table 5.3 – Evolution de la courbure en fonction de la position du plateau,  $a \geq 1$

Position du plateau	Courbure ( $\xi$ )
Phase descendante :	
A → B	$\xi_A > \xi_0 \searrow \xi_B = \xi_0$
B → C	$\xi_B = \xi_0 \searrow \xi_C = 0$
Phase montante :	
C → D	$\xi_C = 0 \nearrow \xi_D = \xi_0$
D → E	$\xi_D = \xi_0 \nearrow \xi_E > \xi_0$

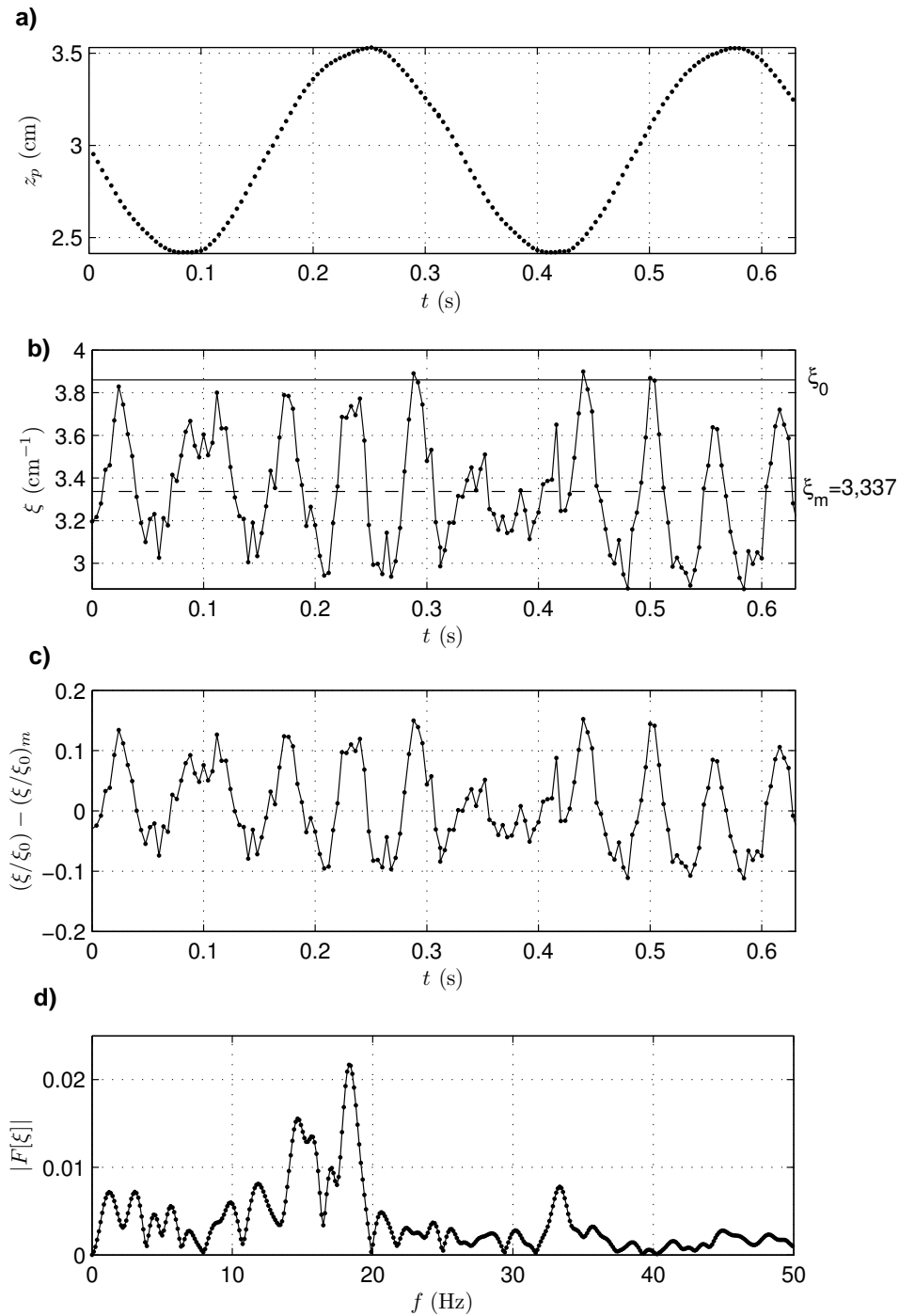


Figure 5.9 – (a) Position du plateau, (b) Evolution temporelle de  $\xi$ , (c) Evolution temporelle de  $(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$ , (d) Spectre,  $D = 9,8$  mm et  $f = 3$  Hz ( $a = 0,18$ ).

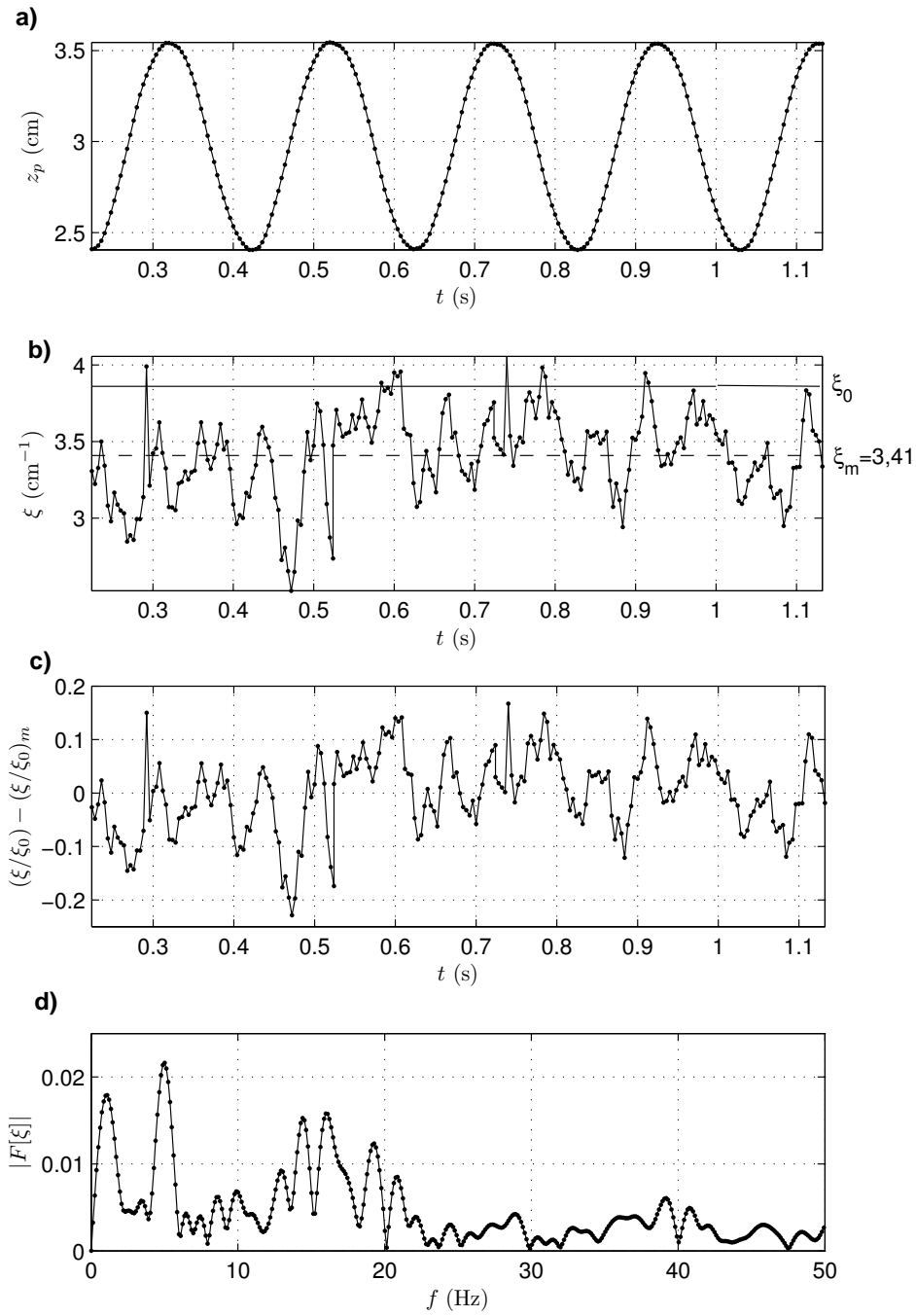


Figure 5.10 – (a) Position du plateau, (b) Evolution temporelle de  $\xi$ , (c) Evolution temporelle de  $(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$ , (d) Spectre,  $D = 9,8$  mm et  $f = 5$  Hz ( $a = 0,5$ ).

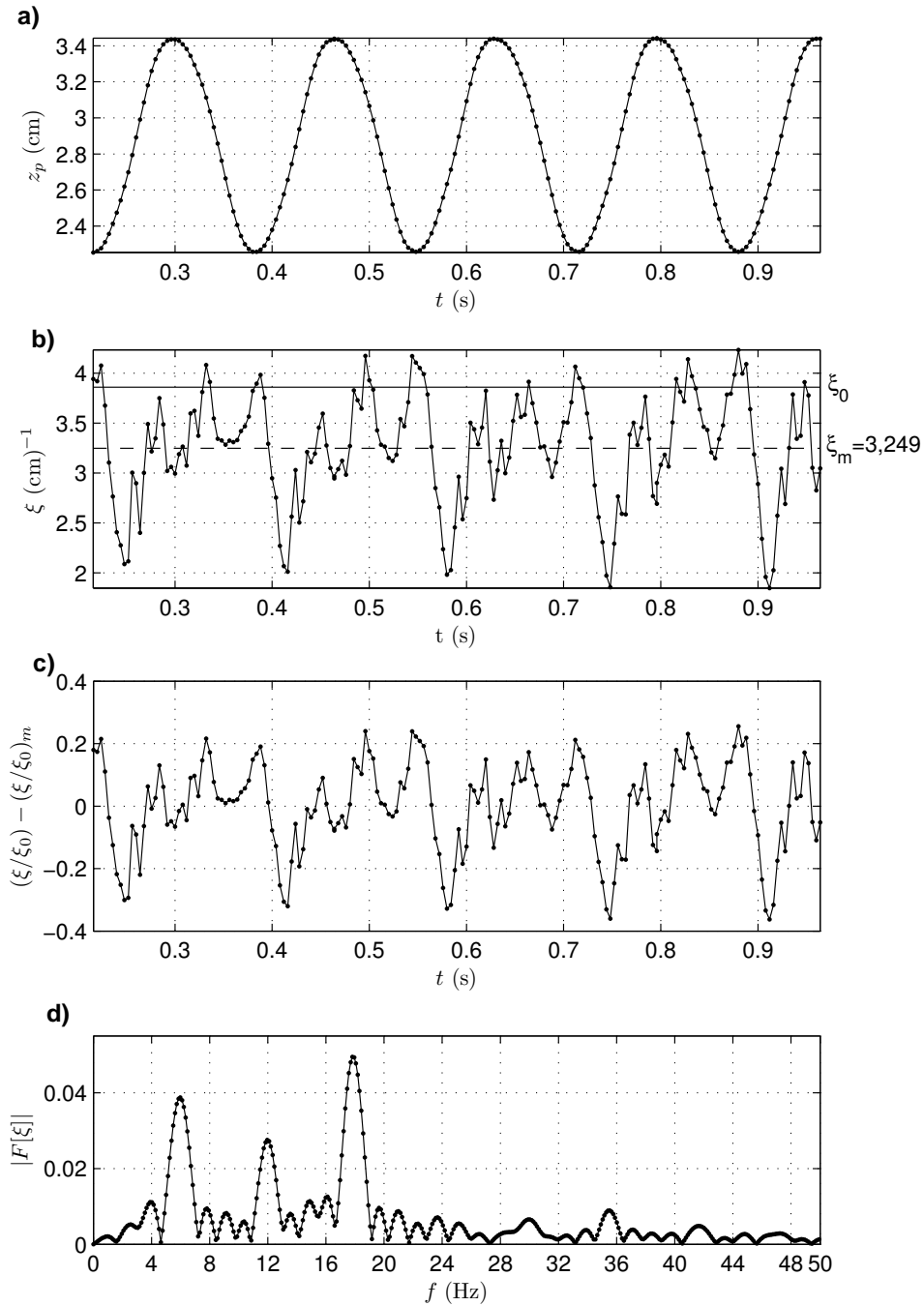


Figure 5.11 – (a) Position du plateau, (b) Evolution temporelle de  $\xi$ , (c) Evolution temporelle de  $(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$ , (d) Spectre,  $D = 9,8$  mm et  $f = 6$  Hz ( $a = 0,72$ ).

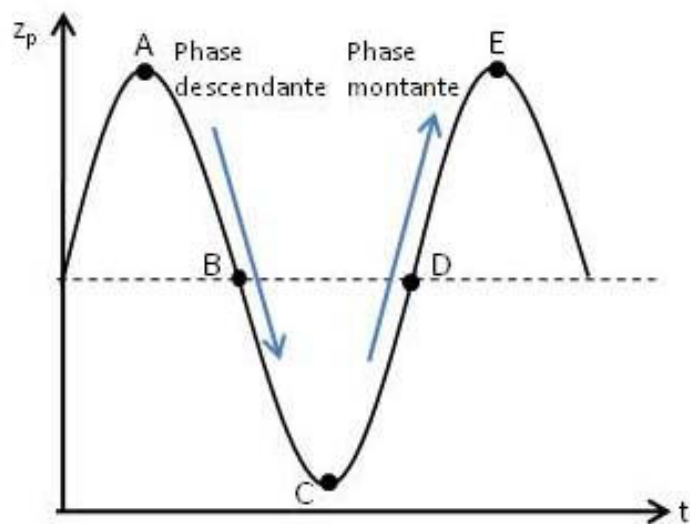


Figure 5.12 – Phases montante et descendante du plateau.

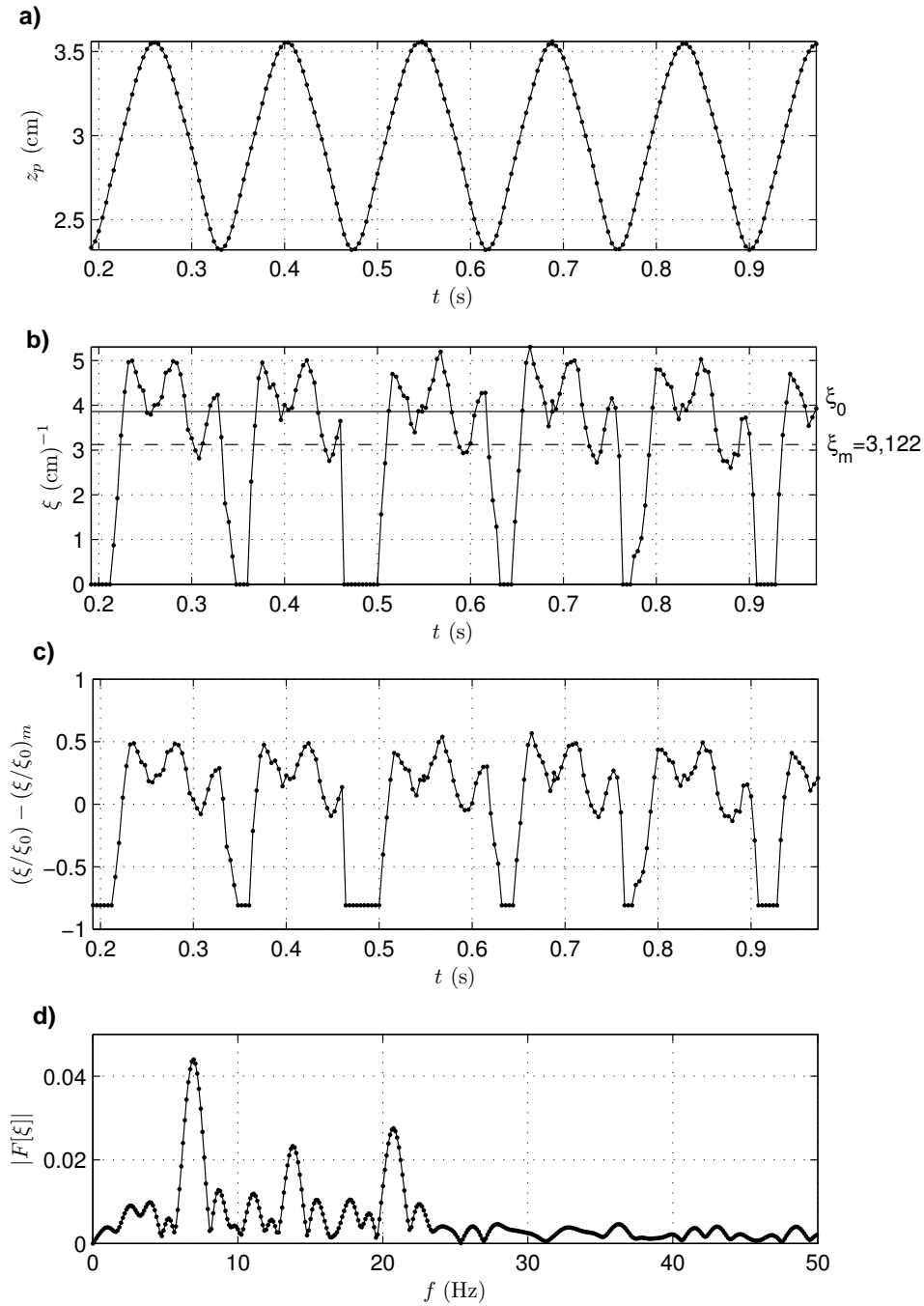


Figure 5.13 – (a) Position du plateau, (b) Evolution temporelle de  $\xi$ , (c) Evolution temporelle de  $(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$ , (d) Spectre,  $D = 9,8$  mm et  $f = 7$  Hz ( $a = 1$ ).

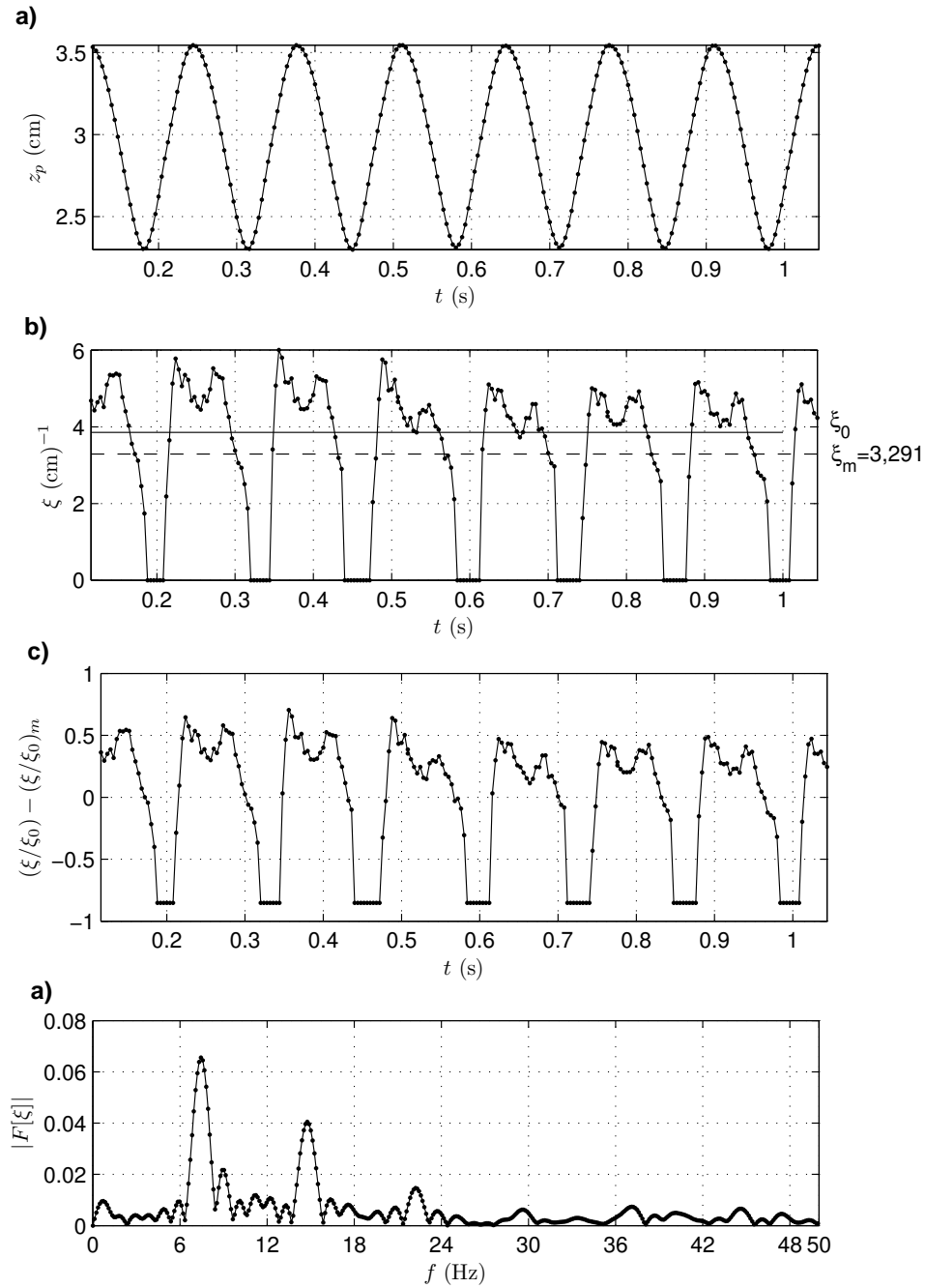


Figure 5.14 – (a) Position du plateau, (b) Evolution temporelle de  $\xi$ , (c) Evolution temporelle de  $(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$ , (d) Spectre,  $D = 9,8$  mm et  $f = 8$  Hz ( $a = 1,3$ ).

### Diamètre du tube $D = 20 \text{ mm}$

- **Faibles accélérations** ( $a \leq 0,5$ ),  $f = 3 \text{ hz}$ ,  $a = 0,18$  (Fig. 5.15) : contrairement au cas des faibles accélérations pour  $D = 9,8 \text{ mm}$ , la courbure reste légèrement supérieure à celle en cas stagnant ( $\xi > \xi_0$ ). Les variations de la courbure restent faibles par rapport au cas stagnant et elles ne dépassent pas les 10% par rapport à la valeur moyenne. Sur le spectre de fluctuation, on note l'apparition d'un pic à  $f = 15 \text{ Hz}$ .
- **Accélérations modérées** ( $0,5 < a \leq 0,9$ ),  $f = 6 \text{ Hz}$ ,  $a = 0,72$  (Fig. 5.16) et  $f = 6,5 \text{ Hz}$ ,  $a = 0,85$  (Fig. 5.17) : en augmentant l'accélération relative, la courbure moyenne devient inférieure à celle du cas stagnant ( $\xi_m < \xi_0$ ). Ainsi, il semble qu'il existe une accélération critique ( $0,5 < a_c < 0,72$ ) à partir de laquelle  $\xi_m < \xi_0$ . En phase descendante,  $\xi_A \simeq \xi_0$ , ensuite la courbure augmente et devient supérieure à  $\xi_0$  pour atteindre sa valeur maximale au point C. En phase montante, la courbure diminue ( $\xi_D \leq \xi_0$ ) et puis augmente pour atteindre  $\xi_0$  au point E. On note également que pour  $a = 0,85$ , la courbure moyenne  $\xi_m < \xi_0$ . Nos observations de l'évolution de la courbure sont résumées dans le tableau (5.4). Les spectres de fluctuations mettent en évidence la fréquence d'excitation pour chaque cas et le premier et le deuxième harmonique sont aussi observés sur le spectre. Les valeurs expérimentales obtenues pour  $a = 0,72$  sont données dans les tableaux (E.3) et (E.4) en Annexe E.

Table 5.4 – Evolution de la courbure en fonction de la position du plateau,  $0,5 < a < 0,9$

Position du plateau	Courbure ( $\xi$ )
Phase descendante :	
A → B	$\xi_A \simeq \xi_0 \nearrow \xi_B > \xi_0$
B → C	$\xi_B > \xi_0 \nearrow \xi_C > \xi_0$
Phase montante :	
C → D	$\xi_C > \xi_0 \searrow \xi_D \leq \xi_0$
D → E	$\xi_D \leq \xi_0 \nearrow \xi_E = \xi_0$

- **Accélérations élevées** ( $a \geq 0,9$ ),  $f = 6,8 \text{ Hz}$ ,  $a = 0,93$  (Fig. 5.18),  $f = 7 \text{ Hz}$ ,  $a = 1$  (Fig. 5.19) et  $f = 8 \text{ hz}$ ,  $a = 1,3$  (Fig. 5.20) (apparition des courbures nulle et négative) : pour  $a = 0,93$ , (Fig. 5.18), comme pour le cas précédent, la courbure est à son maximum lorsque le plateau est à la position basse du plateau (point C). Ensuite elle diminue et s'annule au point D.

En augmentant la fréquence, la courbure reste presque constante en phase montante. En phase descendante, elle diminue et change de signe pour atteindre sa valeur minimale à



la position basse du plateau (Figs. 5.19 et 5.20). Nos observations de l'évolution de la courbure sont résumées dans le tableau (5.5). Ici également les mécanismes sur l'évolution de la courbure évoquées dans la section (4.3.1) sont confirmées. Pour chaque cas, les spectres de fluctuations mettent en évidence la fréquence d'excitation ainsi que le premier, le deuxième et le troisième harmonique. Pour  $f = 8$  Hz, on note également le quatrième et le cinquième harmonique.

Table 5.5 – Evolution de la courbure en fonction de la position du plateau,  $a \geq 0,9$

a	Position du plateau	Courbure ( $\xi$ )
$a = 0,93$	Phase descendante : A → B B → C	$\xi_A = 0 \nearrow \xi_B > \xi_0$ $\xi_B > \xi_0 \nearrow \xi_C > \xi_0$
	Phase montante : C → D D → E	$\xi_C > \xi_0 \searrow \xi_D = 0$ $\xi_D = 0 \nearrow \xi_E > \xi_0$
$a \geq 1$	Phase descendante : A → B B → C	$\xi_A < \xi_0, \xi_B \simeq \xi_A < \xi_0$ $\xi_B \simeq \xi_A < \xi_0 \searrow \xi_C < 0$
	Phase montante : C → D D → E	$\xi_C < 0 \nearrow \xi_D \simeq \xi_E < \xi_0$

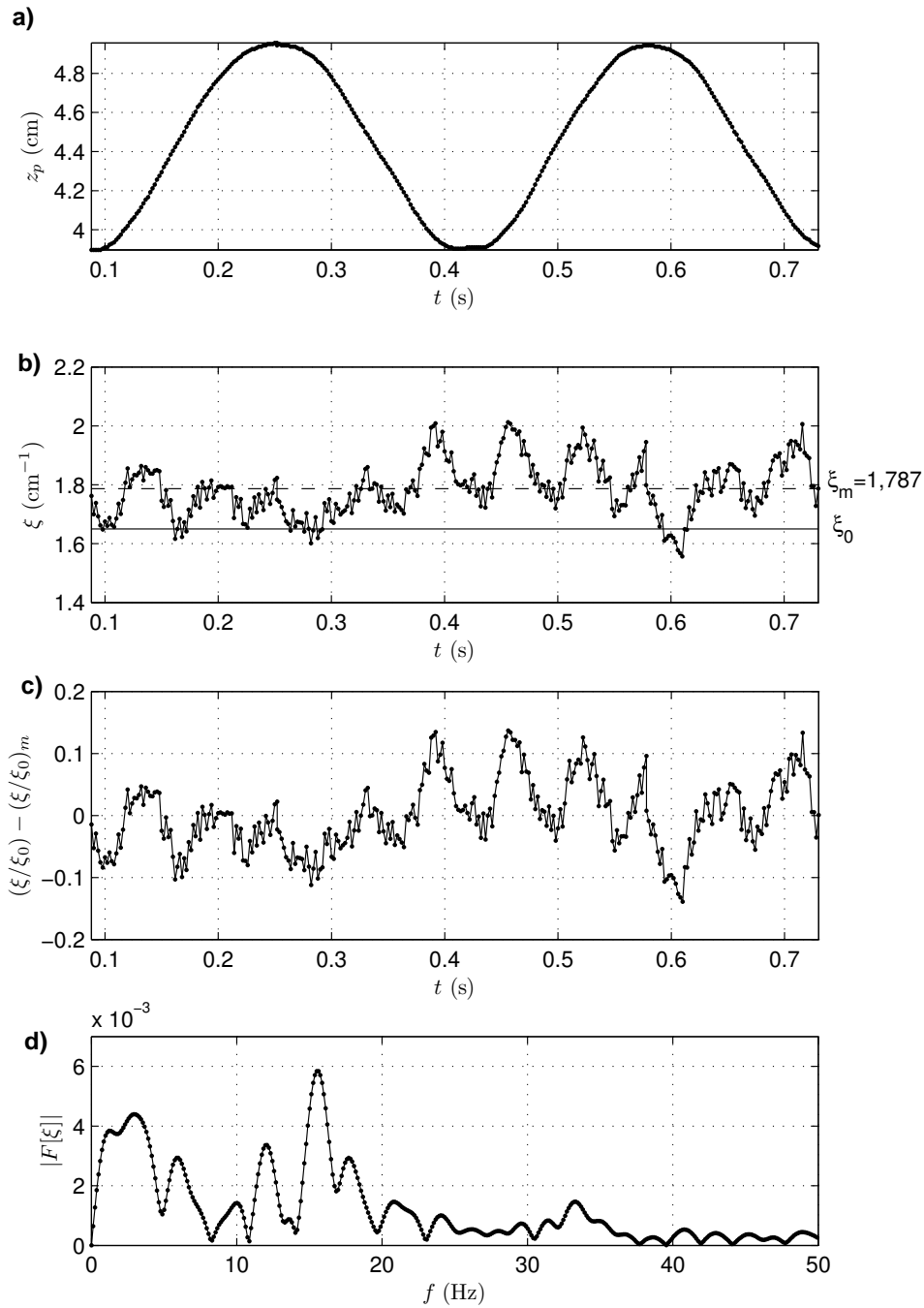


Figure 5.15 – (a) Position du plateau, (b) Evolution temporelle de  $\xi$ , (c) Evolution temporelle de  $(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$ , (d) Spectre,  $D = 20$  mm et  $f = 3$  Hz ( $a = 0,18$ ).

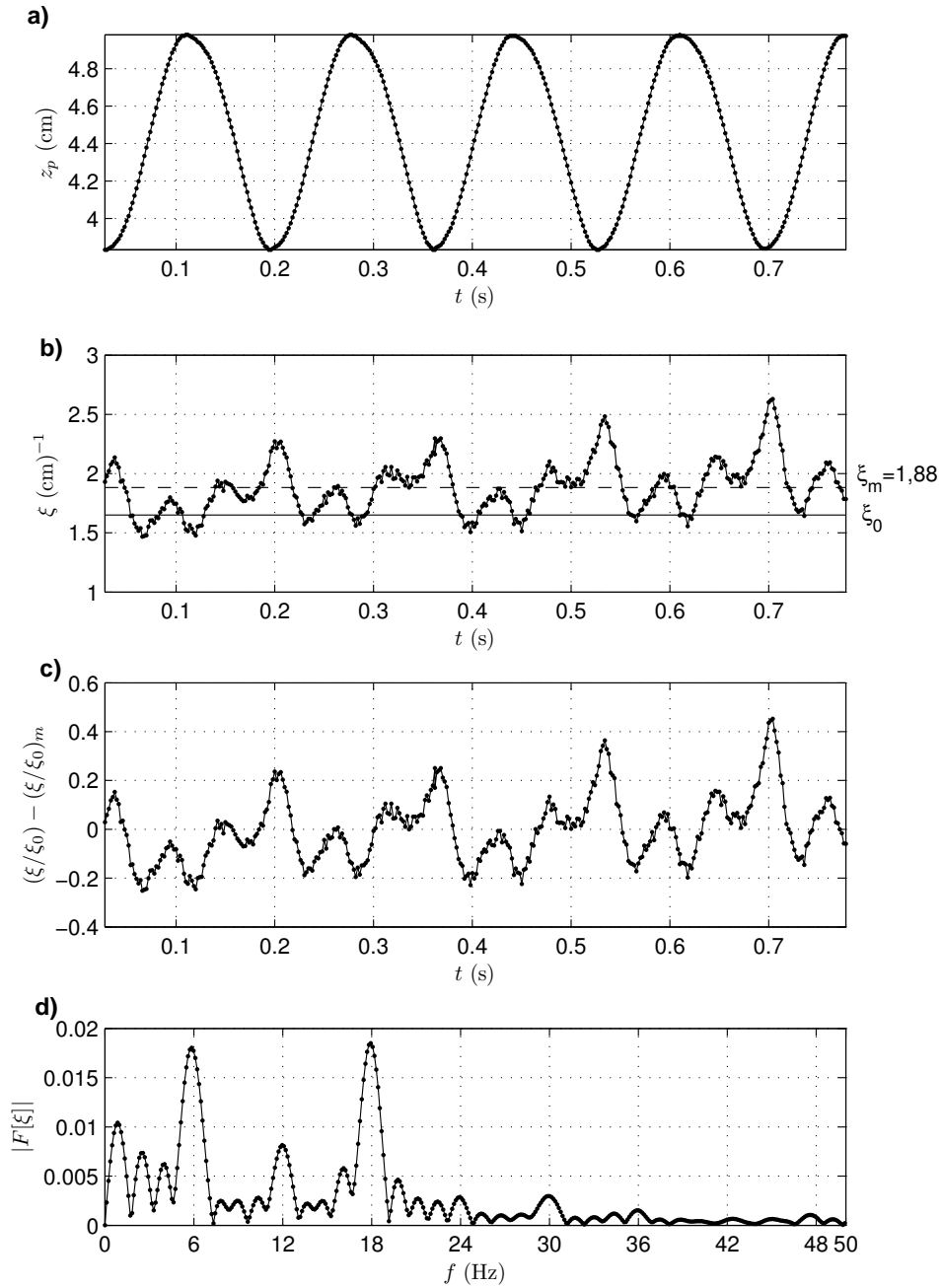


Figure 5.16 – (a) Position du plateau, (b) Evolution temporelle de  $\xi$ , (c) Evolution temporelle de  $(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$ , (d) Spectre,  $D = 20$  mm et  $f = 6$  Hz ( $a = 0, 72$ ).

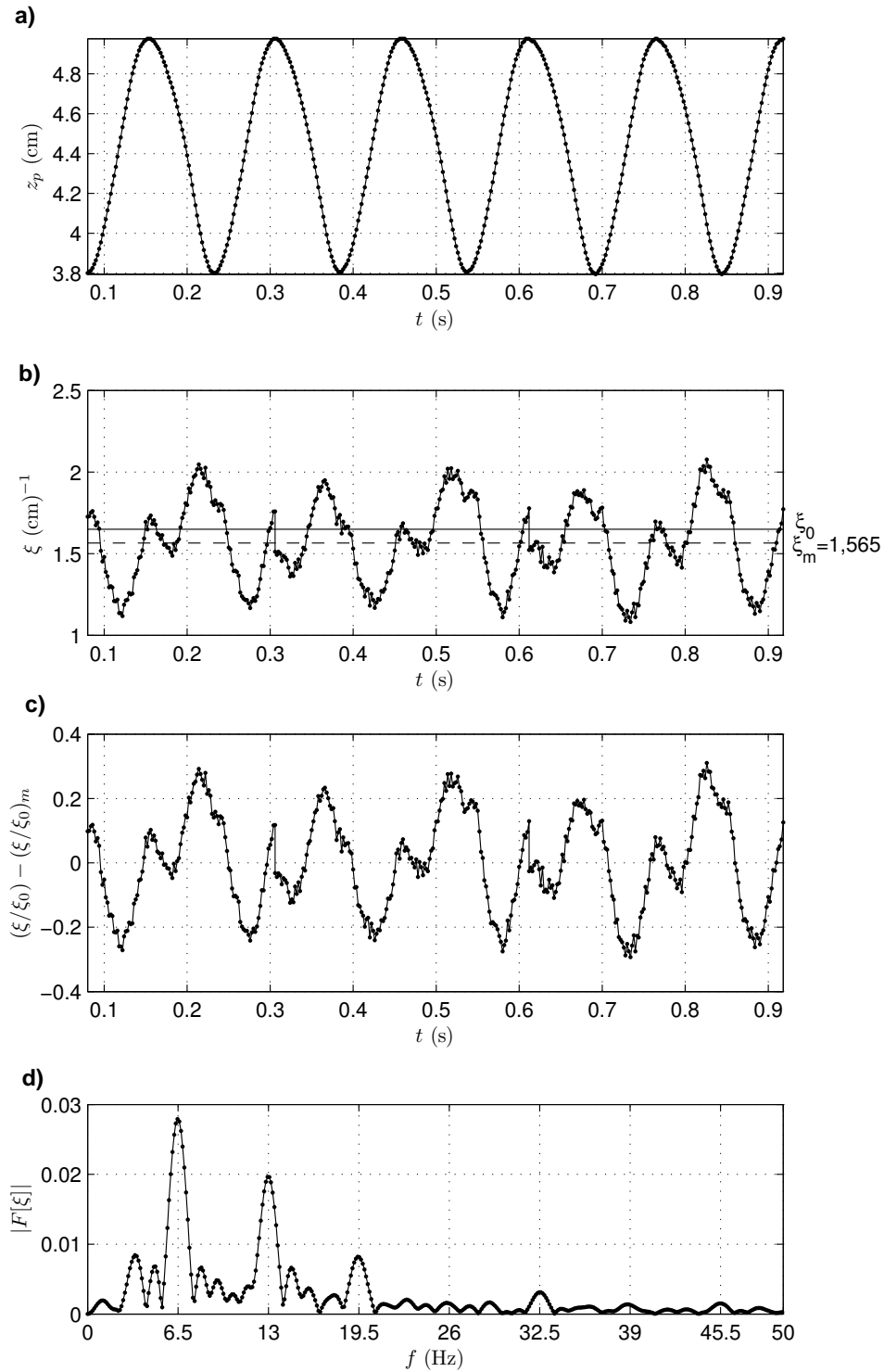


Figure 5.17 – (a) Position du plateau, (b) Evolution temporelle de  $\xi$ , (c) Evolution temporelle de  $(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$ , (d) Spectre,  $D = 20$  mm et  $f = 6,5$  Hz ( $a = 0,85$ ).

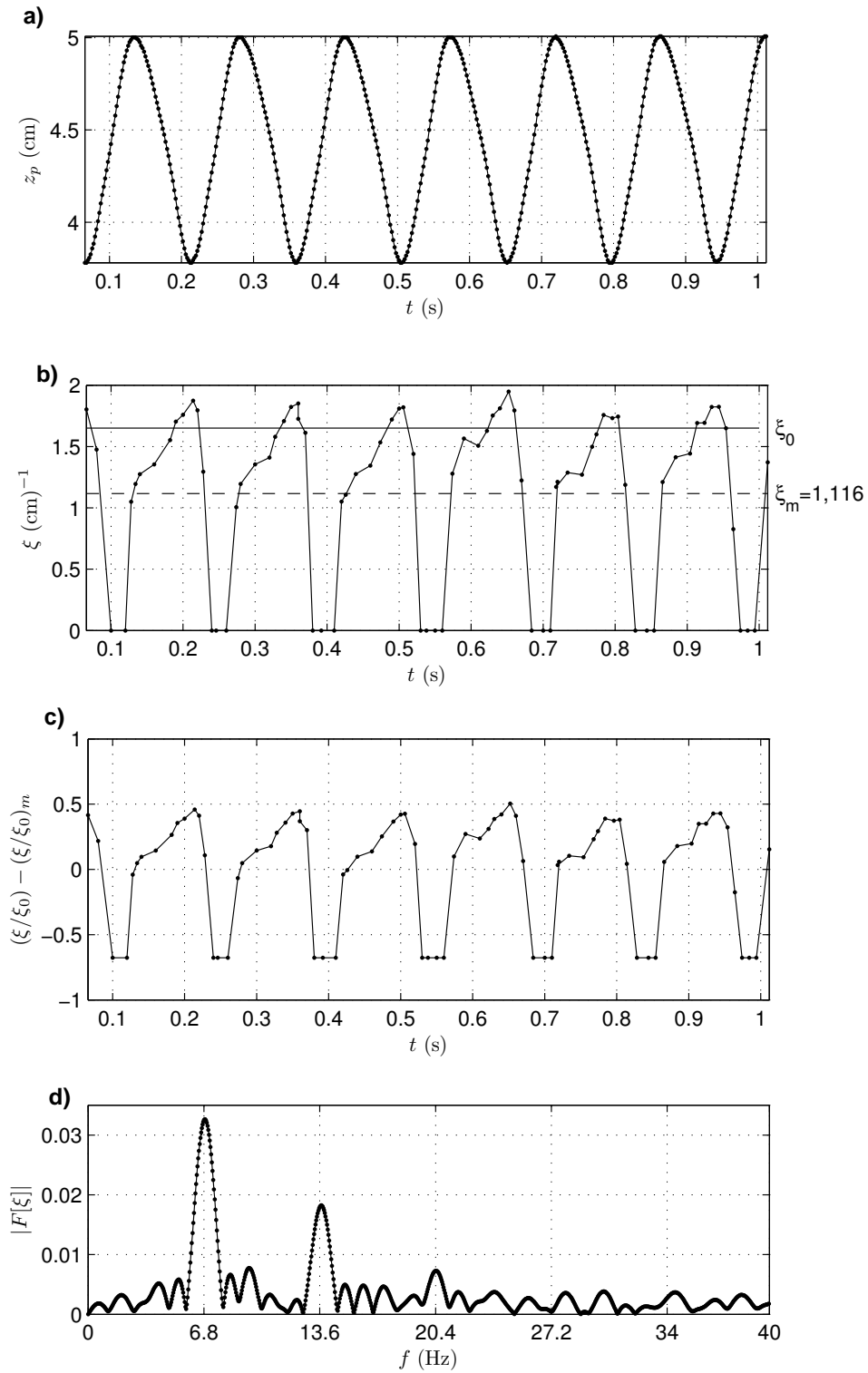


Figure 5.18 – (a) Position du plateau, (b) Evolution temporelle de  $\xi$ , (c) Evolution temporelle de  $(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$ , (d) Spectre,  $D = 20$  mm et  $f = 6,8$  Hz ( $a = 0,93$ ).

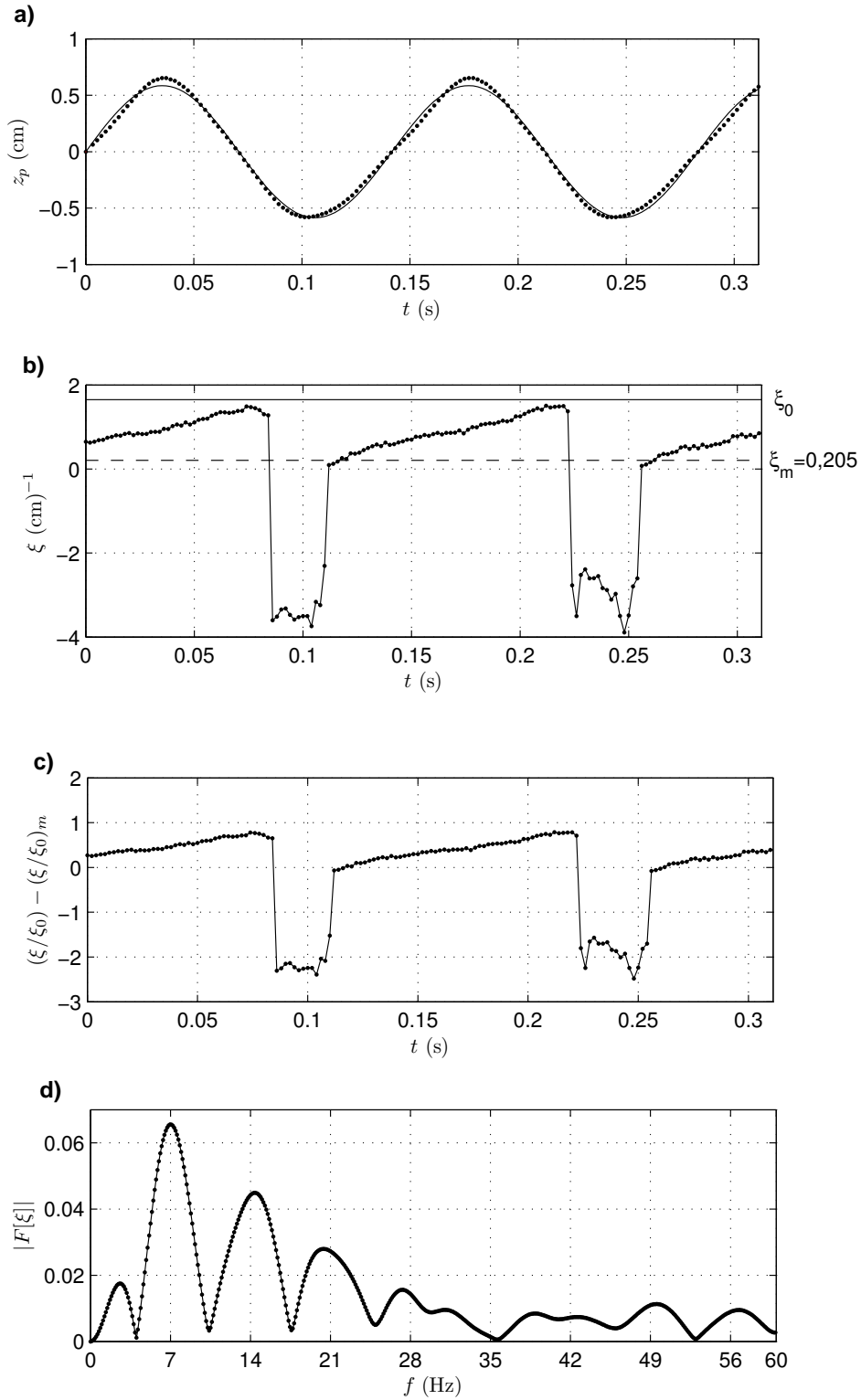


Figure 5.19 – (a) Position du plateau, (b) Evolution temporelle de  $\xi$ , (c) Evolution temporelle de  $(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$ , (d) Spectre,  $D = 20$  mm et  $f = 7$  Hz ( $a = 1$ ).

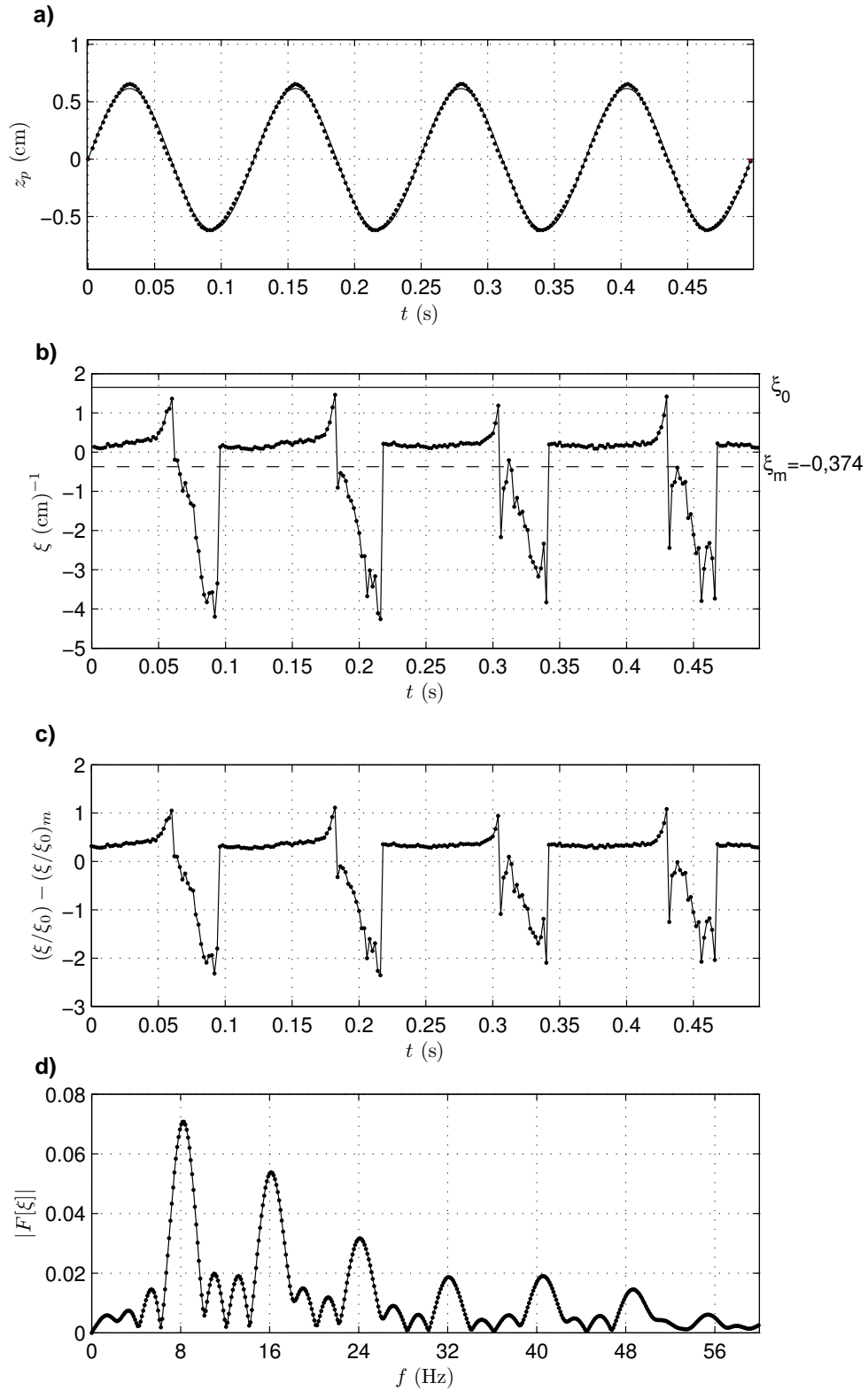


Figure 5.20 – (a) Position du plateau, (b) Evolution temporelle de  $\xi$ , (c) Evolution temporelle de  $(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$ , (d) Spectre,  $D = 20$  mm et  $f = 8$  Hz ( $a = 1, 3$ ).

Comme nous avons pu l'observer, l'apparition des courbures nulles pour  $D = 20$  mm se fait à des fréquences plus élevées par rapport au  $D = 9,8$  mm. Il faut aussi noter que les courbures négatives apparaissent uniquement dans le cas de l'écoulement de la poche dans le grand tube ( $D = 20$  mm) pour les fréquences d'oscillations examinées. Ces modifications de la courbure aux grandes fréquences sont accompagnées par la formation et la propagation des ondes "oscillantes" le long de la bulle (Fig. 5.21) dont nous allons essayer de quantifier les caractéristiques dans la section suivante.

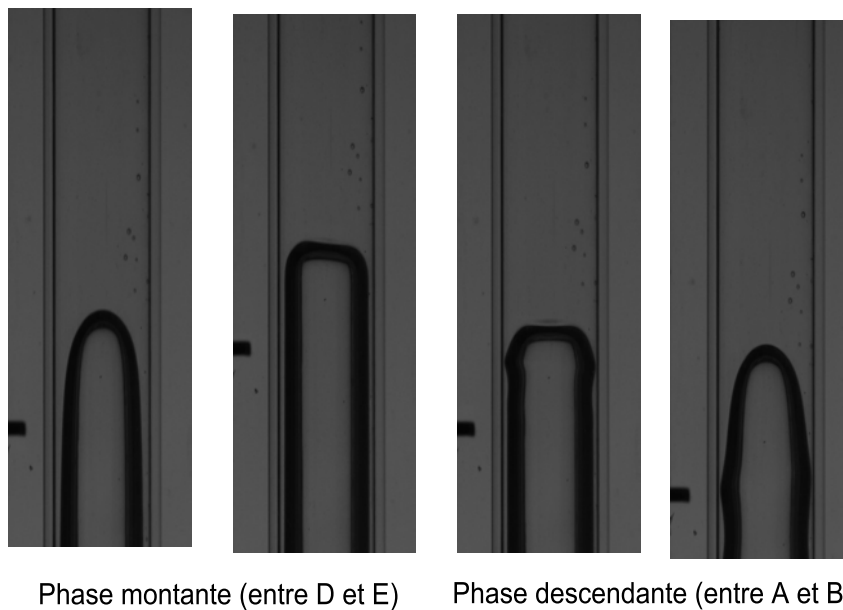


Figure 5.21 – Courbure modifiée, formation et propagation des ondes oscillantes,  $D = 9,8$  mm et  $f = 8$  Hz ( $a = 1,3$ ).

### 5.3.2 Ondes "oscillantes"

Afin de caractériser le comportement des ondes "oscillantes" aux grandes fréquences, nous avons repéré sur chaque série d'images la position de l'onde. L'onde se forme lorsque le nez de la bulle commence à s'aplatir et ensuite elle est convectée vers le bas de la bulle. La détection de l'onde au moment de sa formation est une tâche difficile. On ne peut donc pas déterminer sa position exacte lors de sa formation, ni l'instant initial de sa formation.

L'évolution de l'onde dans le temps par rapport au nez de la bulle est présentée sur les figures (5.22) - (5.27) pour les deux diamètres de tubes utilisés. Nous pouvons remarquer que cette perturbation de l'interface se forme à partir de l'accélération  $a = 0,72$  pour  $D = 9,8$  mm et à partir de  $a = 0,85$  pour  $D = 20$  mm. Sur ces figures, nous avons aussi présenté l'évolution de la position du plateau oscillant ainsi que celle du nez de la poche et la vitesse relative  $U_r(t)$ . Loin du nez de la bulle, l'évolution de  $z_n - z_{onde}$  dans le temps est linéaire pour des temps suffisamment



grands. La vitesse de l'onde par rapport au nez de la bulle est obtenue en déterminant la pente de cette partie linéaire, en utilisant la technique de l'estimation de paramètre basée sur la méthode des moindres carrés. D'après ces figures, nous observons que dans chaque période, l'onde apparaît en phase descendante du plateau. La vitesse relative de la poche commence à augmenter dès la formation de l'onde. La vitesse descendante de l'onde est plus importante pour  $D = 20$  mm par rapport au  $D = 9,8$  mm. En augmentant la fréquence la vitesse descendante de l'onde augmente. Les valeurs expérimentales obtenues pour  $f = 6$  Hz ( $D = 9,8$  mm) et  $f = 6,5$  Hz ( $D = 20$  mm) sont données dans les tableaux (E.5 - E.8) en Annexe E.

On constate également que la vitesse de propagation de l'onde est quasiment proportionnelle à la fréquence d'oscillation (Tableau 5.6).

Table 5.6 – Evolution de la vitesse de l'onde en fonction de la fréquence d'oscillation

$D$ mm	$f$ (Hz)	$ U_{onde_{exp}} $ (cm.s <sup>-1</sup> )	$U_{onde_{exp}}/f$	$(U_{onde_{exp}}/f)_m$
9,8	6	66,2	11,03	11,21
	7	77,4	11,06	
	8	92,3	11,53	
20	6,5	86	13,23	14
	7	98,15	14,02	
	8	117,6	14,7	

Cela indique que la propagation de l'onde s'adapte à la fréquence d'oscillation:

$$U_{onde} \simeq \frac{l}{T/2} \quad (5.7)$$

où  $l$  est la longueur de la bulle de Taylor et  $T$  la période d'oscillation. Dans nos expériences le rapport de  $l/D$  pour les deux diamètres,  $D = 9,8$  mm et  $D = 20$  mm, est de l'ordre de 5,6 et 3,6 respectivement. La vitesse de l'onde obtenue par l'équation 5.7 est en bon accord avec nos résultats expérimentaux et la différence maximale est de l'ordre de 8% (Tableau 5.7).

Table 5.7 – Vitesse de l'onde, comparaison avec l'équation 5.7

$D$ mm	$f$ Hz	$ U_{onde_{exp}} $ (cm.s <sup>-1</sup> )	$U_{eq.(5.7)}$ (cm.s <sup>-1</sup> )	% différence
9,8	6	66,2	65,8	0,61
	7	77,4	76,8	0,8
	8	92,3	87,81	5
20	6,5	86	93,6	8
	7	98,15	100,8	2,6
	8	117,6	115,2	2,1

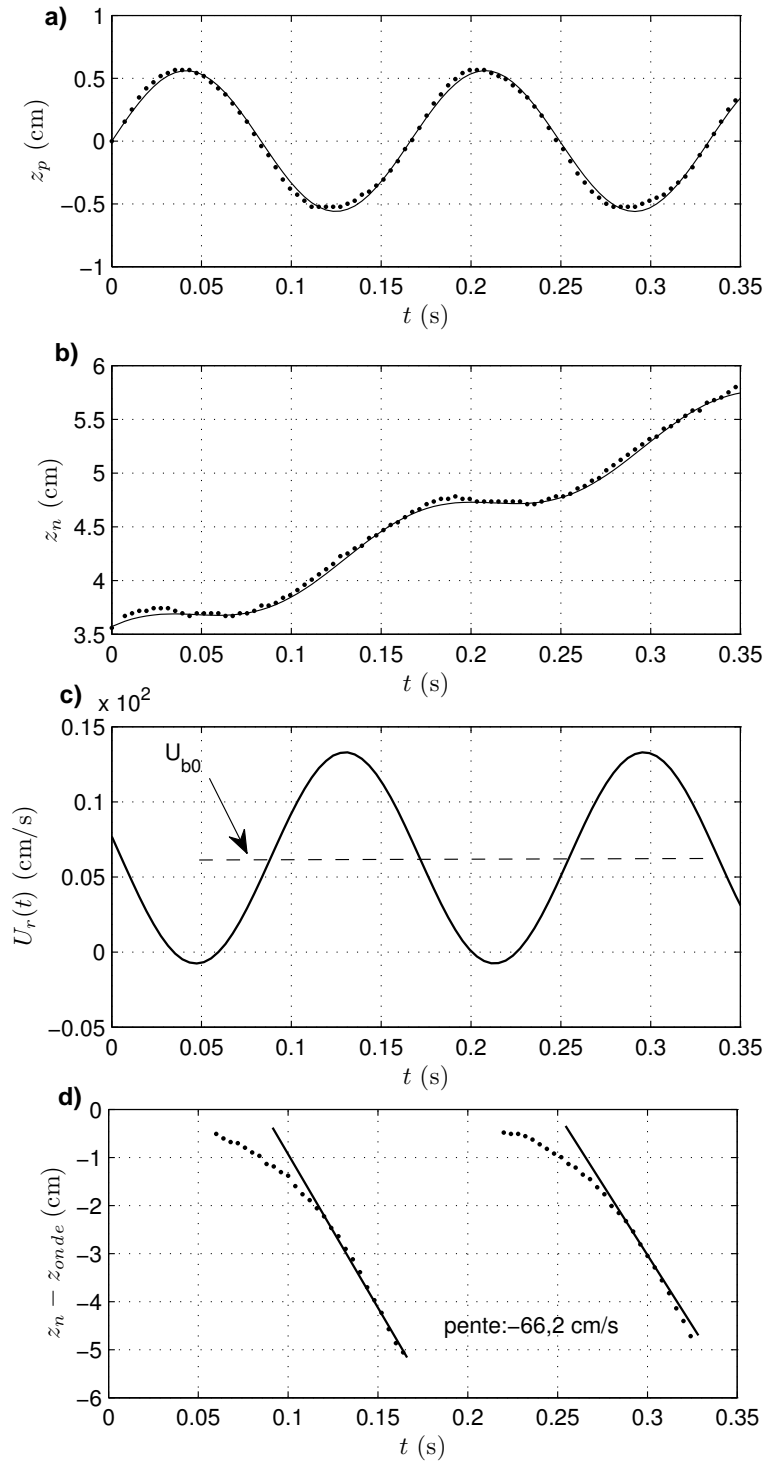


Figure 5.22 – (a) Position du plateau, (b) Position du nez, (c) Vitesse relative, (d) Evolution temporelle de  $z_n - z_{onda}$ ,  $D = 9,8$  mm et  $f = 6$  Hz ( $a = 0,72$ ).

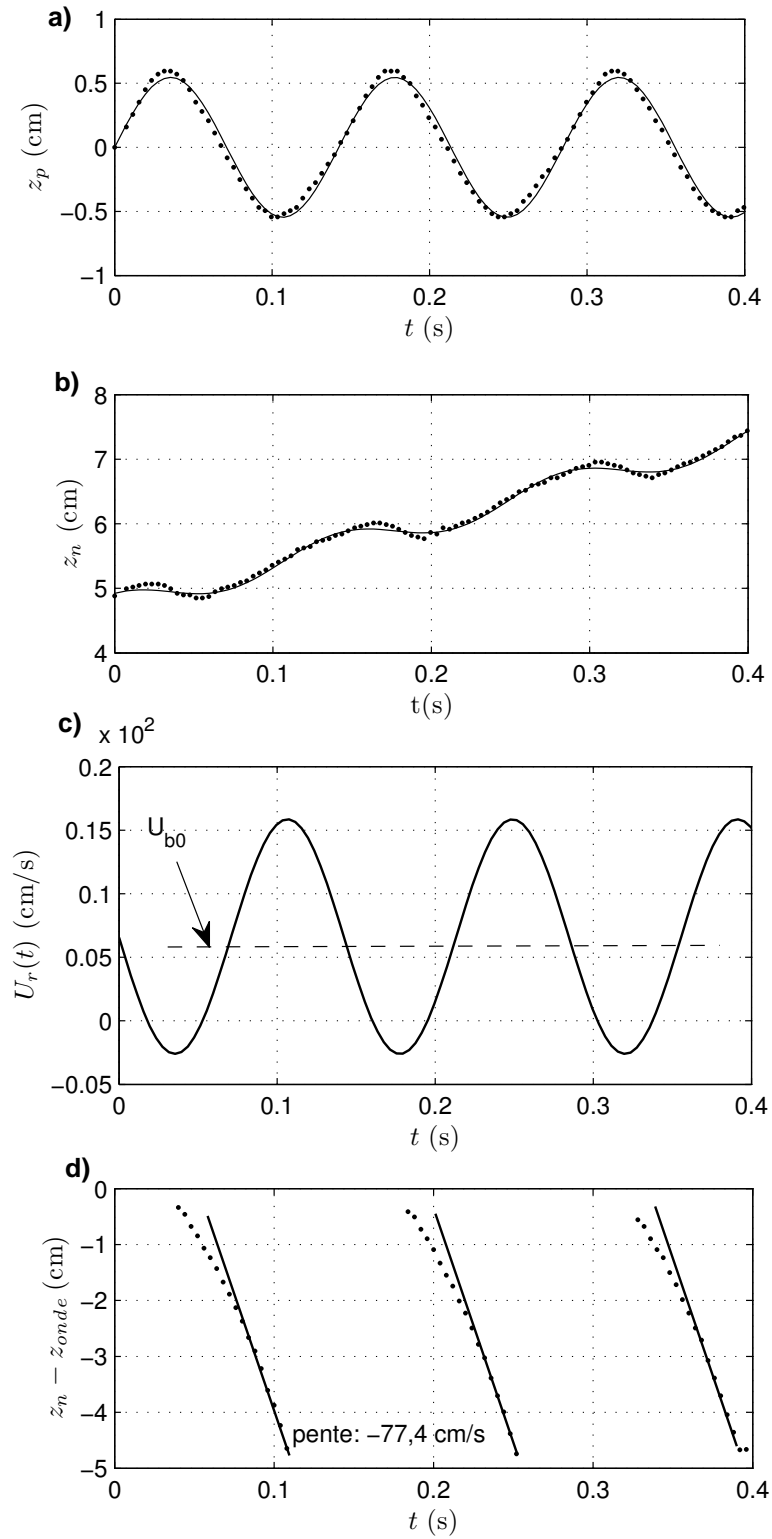


Figure 5.23 – (a) Position du plateau, (b) Position du nez, (c) Vitesse relative, (d) Evolution temporelle de  $z_n - z_{onda}$ ,  $D = 9,8$  mm et  $f = 7$  Hz ( $a = 1$ ).

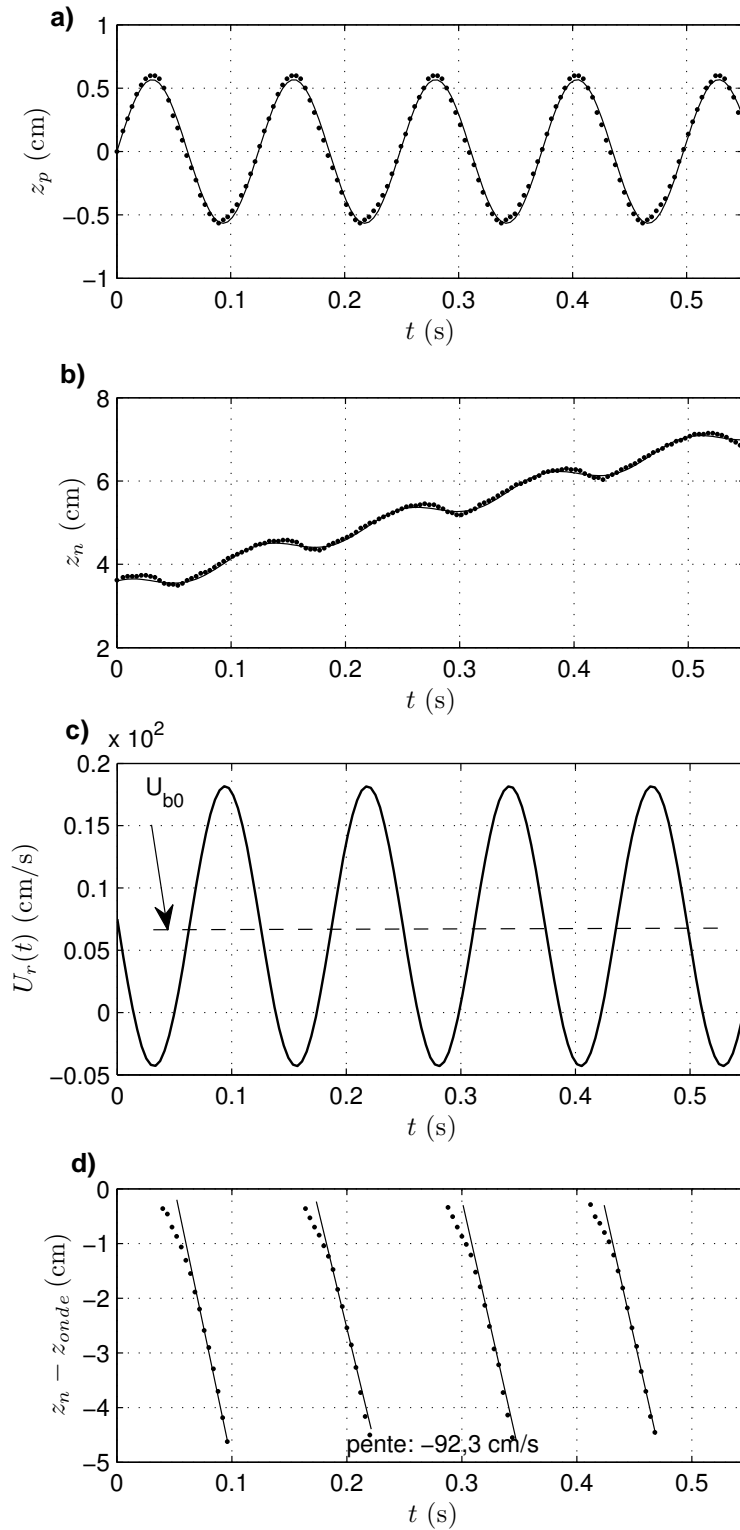


Figure 5.24 – (a) Position du plateau, (b) Position du nez, (c) Vitesse relative, (d) Evolution temporelle de  $z_n - z_{onda}$ ,  $D = 9,8$  mm et  $f = 8$  Hz ( $a = 1,3$ ).

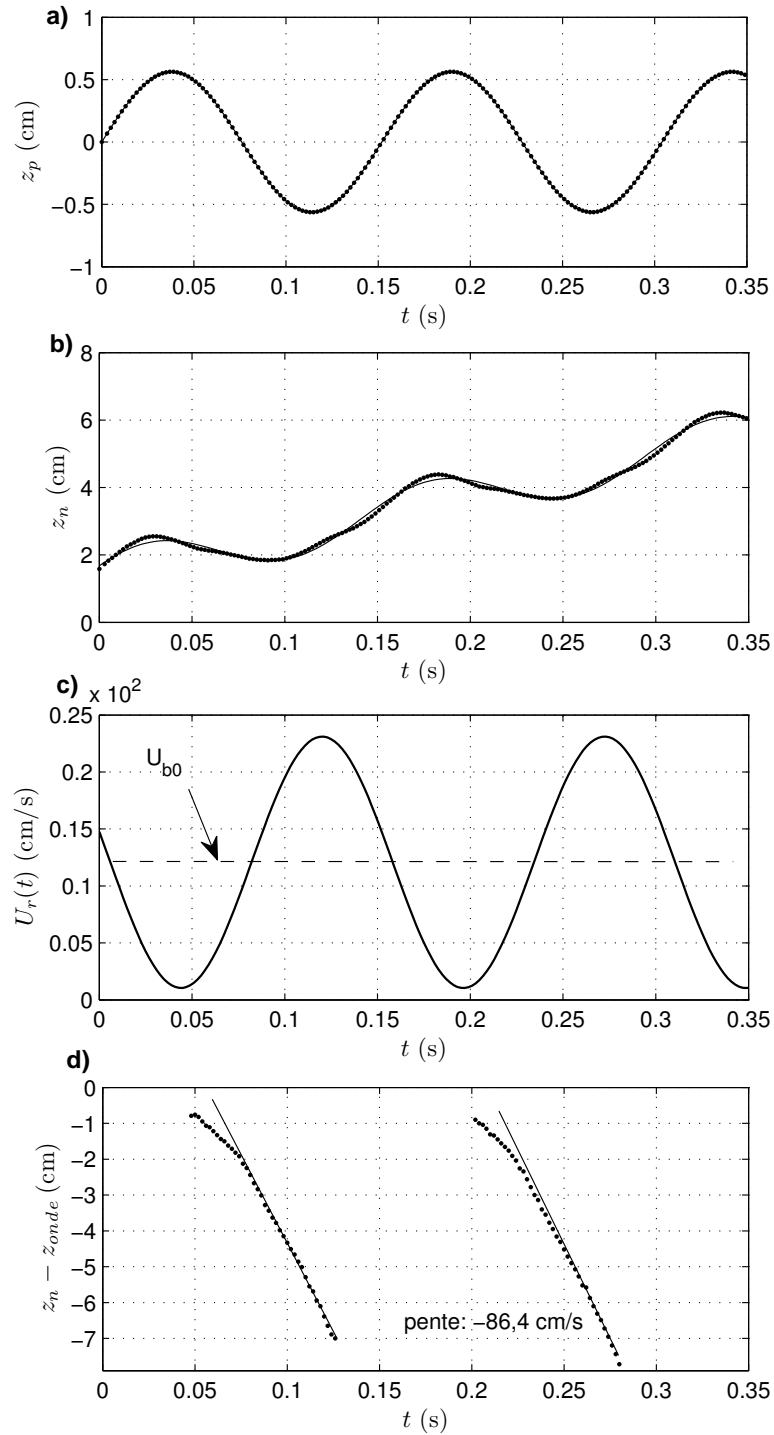


Figure 5.25 – (a) Position du plateau, (b) Position du nez, (c) Vitesse relative, (d) Evolution temporelle de  $z_n - z_{onde}$ ,  $D = 20$  mm et  $f = 6,5$  Hz ( $a = 0,85$ ).

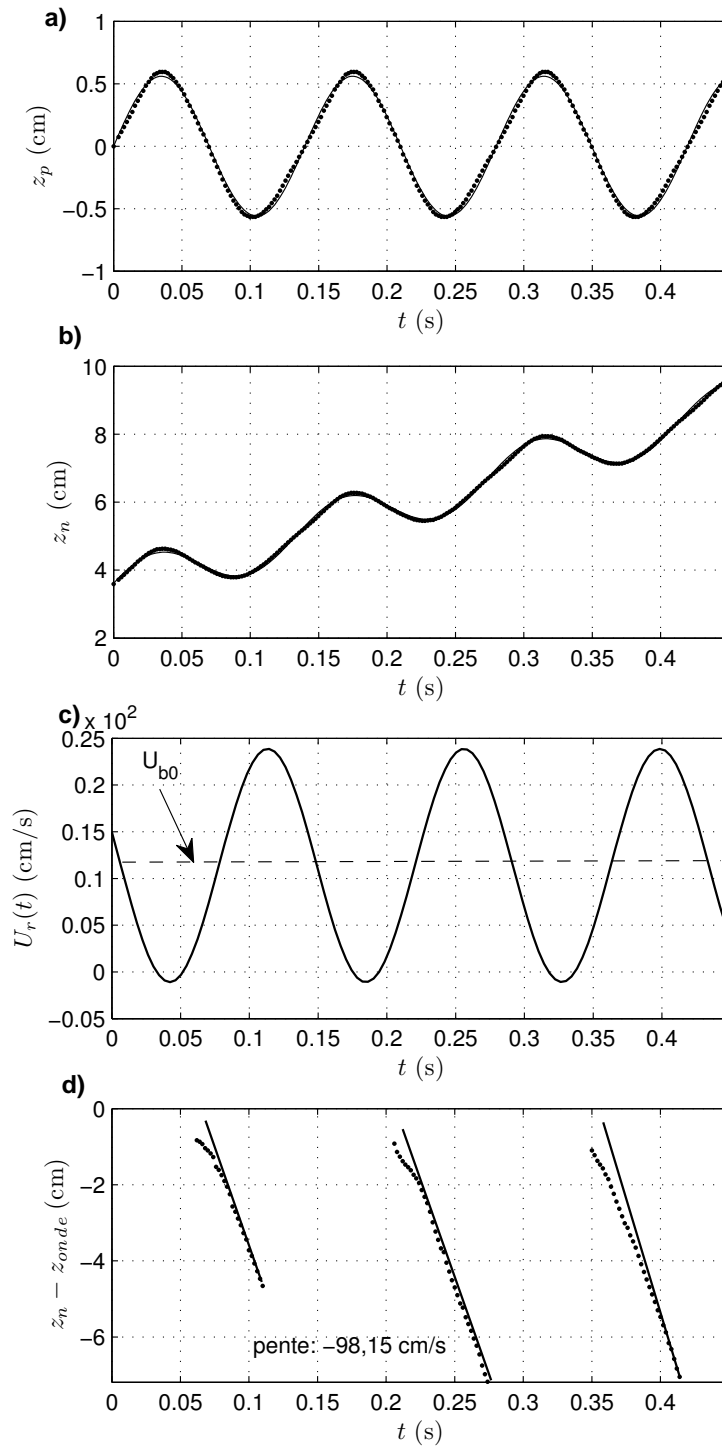


Figure 5.26 – (a) Position du plateau, (b) Position du nez, (c) Vitesse relative, (d) Evolution temporelle de  $z_n - z_{onda}$ ,  $D = 20$  mm et  $f = 7$  Hz ( $a = 1$ ).

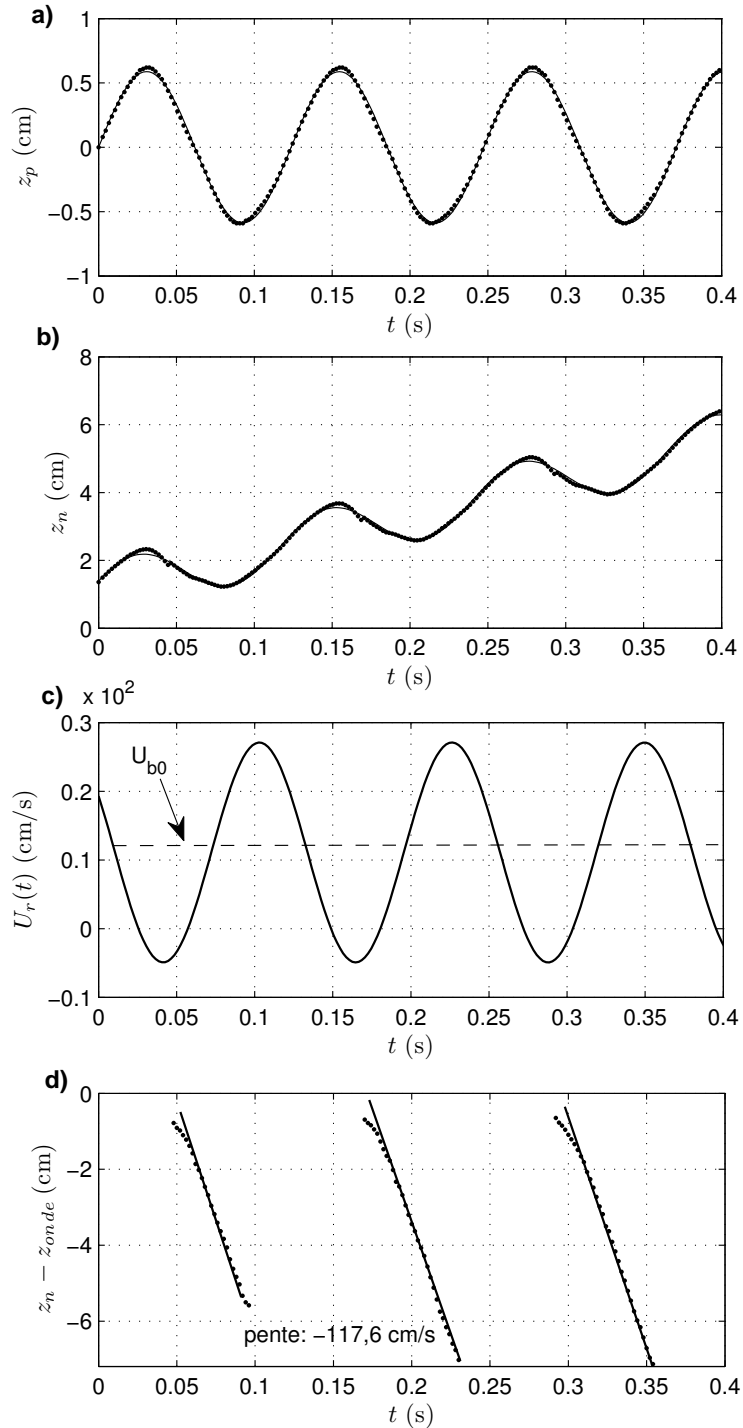


Figure 5.27 – (a) Position du plateau, (b) Position du nez, (c) Vitesse relative, (d) Evolution temporelle de  $z_n - z_{onde}$ ,  $D = 20$  mm et  $f = 8$  Hz ( $a = 1, 3$ ).

### 5.3.2.1 Films tombant le long de la paroi

Les premières études théorique et expérimentale de l'hydrodynamique des films tombant sur une paroi verticale sont dues à Kapitza (1948). Dans le cas des faibles nombres de Reynolds  $20 < Re < 200$ , les forces de la tension superficielle jouent un rôle important dans la manifestation des ondes. Ces forces peuvent être la conséquence des gradients localisés de la température et de la concentration et deviennent importantes quand leur grandeur est comparable à celle de la pesanteur et des forces visqueuses. Les ondes capillaires apparaissent comme des ondulations sur la surface de film, avec de faible amplitude et de grande fréquence. Levich (1962) a présenté une analyse théorique de ce régime d'écoulement onduleux en se basant sur le travail de Kapitza (1948). Dans cette étude il a été montré que la vitesse de l'onde est égale à 2,4 à 3 fois la vitesse moyenne du liquide dans le film  $U_{onde} = 2,4 \text{ à } 3 \bar{U}_{film}$ .

Il faut noter que cette configuration s'éloigne de notre cas. Dans notre étude il s'agit d'une onde solitaire avec une amplitude de l'ordre de l'épaisseur du film alors que dans la théorie de Kapitza, il s'agit de trains d'ondes avec une amplitude petite devant l'épaisseur du film. Cependant, la situation étant assez similaire, nous nous intéressons à déterminer la vitesse de l'onde en utilisant la théorie de Kapitza (1948) et comparons les résultats avec nos valeurs expérimentales afin de voir si cette théorie reste valable pour le cas oscillant.

Le débit du liquide dans le film dans le repère relatif est :

$$Q_w \simeq \pi R^2 U \tag{5.8}$$

où  $R$  est le rayon du tube et  $U$  représente la vitesse relative de la bulle de Taylor dans le repère oscillant  $U = U_r$ . La vitesse moyenne dans le film  $\bar{U}_{film}$  peut s'écrire :

$$\bar{U}_{film} = \frac{Q_w}{2\pi R e} \tag{5.9}$$

où  $e$  est l'épaisseur de film qui peut être estimée sur chaque image à un point fixe de la poche par rapport au nez au moment de la photographie. Pour le cas stagnant, l'épaisseur de film est 6 pixels soit 0,39 mm pour  $D = 9,8$  mm et 14 pixels soit 0,86 mm pour  $D = 20$  mm. L'erreur d'incertitude de mesure est de  $\pm 1$  pixel (1 pixel = 0,065 mm pour  $D = 9,8$  mm et 1 pixel = 0,1 mm pour  $D = 20$  mm). La vitesse moyenne dans le film est donc respectivement  $\bar{U}_{film} = 34,85$  (cm.s<sup>-1</sup>) et  $\bar{U}_{film} = 86,88$  (cm.s<sup>-1</sup>). Pour les faibles accélérations ( $a \leq 0,5$ ), l'épaisseur de film à 1 pix près reste constante.

Pour chaque fréquence d'oscillation de 6 à 8 Hz pour  $D = 9,8$  mm et de 6,5 à 8 Hz pour  $D = 20$  mm, nous avons estimé l'épaisseur de film en fonction de temps à un point fixe situé à mi-hauteur de la poche ( $l/D \simeq 5,5$  pour  $D = 9,8$  mm et  $l/D \simeq 3,6$  pour  $D = 20$  mm). Une vue d'ensemble de la position du plateau, de la vitesse relative, de l'épaisseur de film ainsi que l'évolution de la courbure en fonction de temps sur une période est présentée sur les figures (5.28) et (5.29). Comme montré, aux grandes fréquences, l'épaisseur de film est minimale lors



de passage de l'onde et qui correspond au moment d'apparition de l'onde au nez (en position basse du plateau).

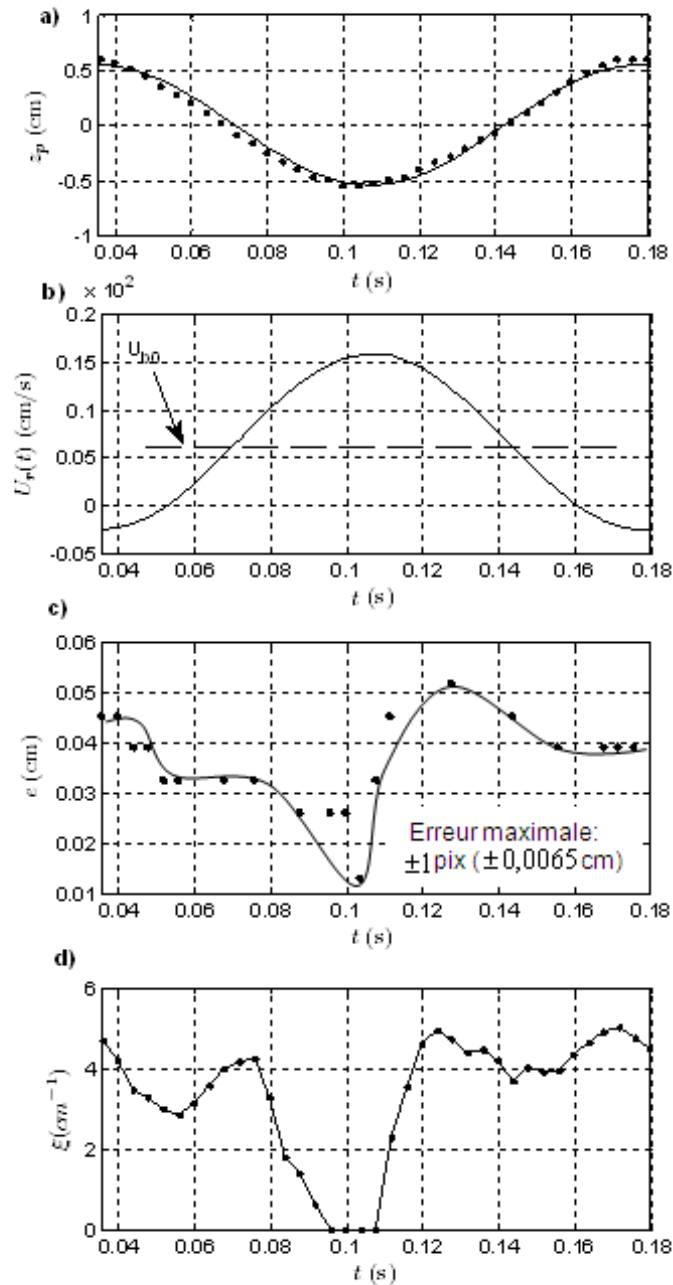


Figure 5.28 – (a) Position du plateau, (b) Vitesse relative, (c) Evolution temporelle de  $e$ , (d) Evolution temporelle de  $\xi$ . Cas où  $D = 9,8$  mm et  $f = 7$  Hz ( $a = 1$ ).

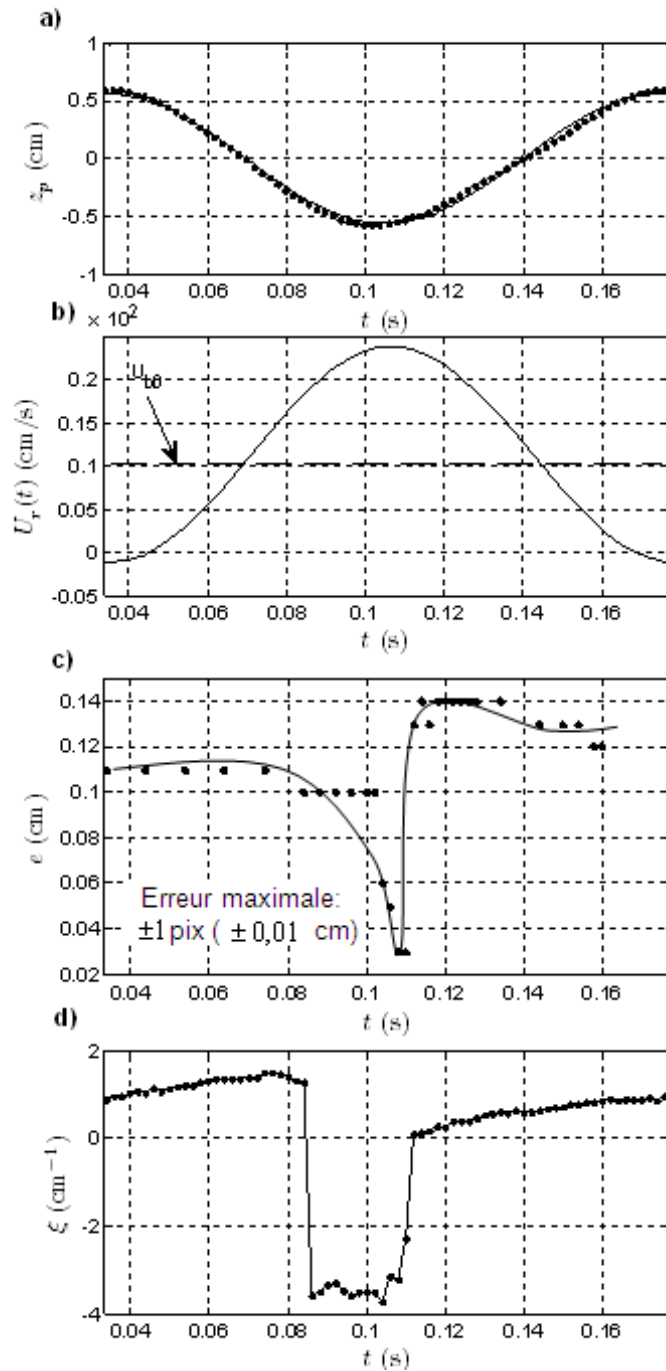


Figure 5.29 – (a) Position du plateau, (b) Vitesse relative, (c) Evolution temporelle de  $e$ , (d) Evolution temporelle de  $\xi$ . Cas où  $D = 20$  mm et  $f = 7$  Hz ( $a = 1$ ).

Table 5.8 – Épaisseur de film, vitesse relative moyenne

$R$ (cm)	$a$	$e$ (cm)	$U_{r_m}$ (cm.s <sup>-1</sup> )
0,49	0,72	0,052	6,26
0,49	1	0,0455	6,63
0,49	1,3	0,039	6,93
1	0,85	0,12	12,07
1	1	0,14	11,39
1	1,3	0,17	11,08

Table 5.9 – Vitesse de l'onde, comparaison avec Kapitza (1948)

$R$ (cm)	$a$	$U_{film}$ (cm.s <sup>-1</sup> )	$U_{ondeexp}$ (cm.s <sup>-1</sup> )	$ U_{ondeexp}/U_{film} $
0,49	0,72	29,52	-66,2	2,24
0,49	1	35,7	-77,4	2,17
0,49	1,3	43,53	-92,3	2,12
1	0,85	50,31	-86,4	1,72
1	1	40,67	-98,15	2,41
1	1,3	32,6	-117,6	3,61

Dans ce cas la vitesse relative  $U_r(t)$  et la courbure  $\xi$  sont au maximum. Elle augmente ensuite pour atteindre sa valeur maximale en position haute du plateau où la vitesse relative est minimale. Les valeurs expérimentales obtenues pour l'épaisseur de l'onde sont présentées en Annexe E (tableaux E.9 et E.10).

Dans le tableau (5.8) l'épaisseur moyenne  $e$  ainsi que la vitesse relative moyenne  $U_{r_m}$  sont données pour chaque fréquence. Utilisant ces valeurs, le débit  $Q_w$  et la vitesse moyenne dans le film  $\bar{U}_{film}$  sont calculés et le rapport  $U_{ondeexp}/U_{film}$  est déduite. Les résultats sont résumés dans le tableau (5.9). Un accord satisfaisant entre les valeurs de la vitesse de l'onde obtenues à partir de la relation de Kapitza et celles trouvées expérimentalement a été observé. Le modèle de Kapitza prédit donc bien les observations expérimentales dans le repère oscillant où la gravité apparente n'est pas constante. Cependant, il serait intéressant d'étendre l'étude aux accélérations encore plus élevées afin de vérifier si ce modèle reste toujours valable.

## 5.4 Conclusion

Au cours de cette étude, nous avons tenté de caractériser le comportement interfacial d'une bulle de Taylor soumise à un mouvement sinusoïdal. La courbure au voisinage du nez de la bulle a été obtenue pour deux diamètres du tube et pour différentes fréquences. Cette étude nous a permis d'une part de confirmer le mécanisme élémentaire proposé dans le chapitre 4, et d'autre part de mettre en évidence l'apparition des courbures nulles et négatives aux grandes fréquences. Ces modifications de la courbure au cours de temps sont accompagnées par la formation et la propagation des ondes oscillantes le long de la bulle.

Dans un deuxième temps, nous avons analysé l'évolution de ces perturbations qui se forment en phase descendante du plateau et qui provoquent une augmentation de la vitesse relative de la bulle. Leur vitesse de propagation augmente avec la fréquence d'oscillation et le diamètre du tube.

# Conclusion générale et perspectives

L'étude bibliographique a débuté par une présentation générale des écoulements diphasiques pour lesquels les calculs et les descriptions sont effectués pour une configuration de l'écoulement donné. Ces configurations sont basées sur la description d'interface qu'on appelle "régimes d'écoulement", et qui peuvent être prévues par des cartes d'écoulement. Les différents régimes et les critères de transition de régime, lors d'un écoulement vertical, horizontal et incliné ont été présentés.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous avons recensé et analysé les différentes études disponibles en écoulement à poches dans les tubes verticaux. L'écoulement de la bulle de Taylor dans un liquide stagnant a fait l'objet de nombreuses études. Ces travaux présentent pour la plupart des résultats expérimentaux ou théoriques d'où se dégagent des relations pouvant prédire la vitesse moyenne d'ascension de la bulle avec ou sans les effets de la tension superficielle. Beaucoup d'autres travaux récents concernent la détermination de champs de vitesse au voisinage du nez, dans le sillage de la bulle et dans le film descendant et les différents types de configurations d'écoulement de sillage ont été mises en évidence. En cas stagnant, la vitesse moyenne ascendante peut être calculée à partir de la relation  $Fr = f(Bo)$ , mais en écoulement instationnaire rencontré dans la plupart des situations, cette relation ne peut pas être appliquée. Dans la dernière partie de ce chapitre, les résultats des travaux antérieurs en régime instationnaire ont été présentés. Ces études sont limitées au calcul de la vitesse moyenne ascendante de la bulle aux grands nombres de Bond où les effets de la tension superficielle peuvent être négligés. Elles mettent aussi en évidence l'absence de données expérimentales qui sont nécessaires à la compréhension de cet écoulement complexe dans les conditions instationnaires. C'est pourquoi nous avons envisagé une étude de l'écoulement d'une bulle de Taylor dans un tube vertical oscillant.

Afin de constituer une banque de données expérimentales assez riche sur ce type de l'écoulement, nous avons mené notre étude sur deux diamètres de tube et différents couples liquide/air permettant d'étudier l'influence des propriétés physiques des fluides utilisés sur la dynamique de l'écoulement. L'installation expérimentale utilisée permet de mesurer le déplacement instantané de la bulle de Taylor, dans le repère oscillant. Les trajectoires du plateau oscillant et de la bulle de Taylor sont obtenues à l'aide d'une caméra CMOS rapide. Les caractéristiques des trajectoires oscillantes (la fréquence et l'amplitude d'oscillation, le déphasage, les vitesses moyennes

et fluctuantes) ont été déterminées en utilisant une technique d'estimation de paramètre basée sur la méthode des moindres carrés. Les fréquences d'oscillation sont de 1 à 8,8 Hz et le nombre de Bond varie entre 13 et 57. Des outils d'acquisition et de traitement d'image ont été mis en place pour la détection du contour du nez de la bulle et aussi la détermination des positions des ondes oscillantes qui apparaissent aux grandes fréquences. Nous avons présenté les procédures à mettre en oeuvre pour l'enregistrement des trajectoires et leurs exploitations. Par ailleurs, les expériences réalisées sont d'une grande reproductibilité.

Les principaux résultats obtenus portent sur les points suivants :

### • Analyse numérique et asymptotique de l'équation de mouvement instationnaire d'une bulle de Taylor

L'étude théorique du mouvement d'une bulle de Taylor dans un champ instationnaire en supposant le régime potentiel (effets de la tension superficielle négligeable) nous a menés à la résolution d'une équation différentielle donnée également par Clanet *et al.* (2004). Il faut noter que ces auteurs se sont uniquement intéressés à la détermination de la vitesse moyenne ascendante de la bulle. Nous avons donc réalisé une analyse plus détaillée de cette équation afin de mettre en évidence le rôle des nombres adimensionnels. Nous avons fait apparaître deux nombres adimensionnels en écrivant l'équation du mouvement de la bulle de Taylor sous forme adimensionnelle ( $a$  et  $b/D$ ). Cette équation a été résolue numériquement pour déterminer la vitesse ascendante ( $U_b^*$ ). Les vitesses moyenne et fluctuante adimensionnelles ( $\bar{U}_b^*$ ,  $U_f^*$ ) et le déphasage ( $\phi^*$ ), sont ensuite obtenus par une estimation de paramètres basée sur la méthode des moindres carrés, en définissant une fonction modèle décrivant bien  $U_b^*$ . L'évolution de  $\bar{U}_b^*$ ,  $U_f^*$  et  $\phi^*$  avec le rapport  $b/D$  est alors étudiée pour les différentes valeurs de  $a$  fixées. Nous avons montré que pour  $b/D > 10^{-1}$ , les deux vitesses  $\bar{U}_b^*$ ,  $U_f^*$  sont indépendantes de ce rapport. Par contre le déphasage est fortement influencé par  $b/D$ .

À l'aide d'une analyse asymptotique nous avons pu montrer qu'au voisinage de  $a \simeq 0$ , la vitesse fluctuante  $U_f^*$  est proportionnelle à l'accélération relative  $a$ . Ces résultats nous ont permis par la suite de proposer des corrélations permettant de calculer les vitesses moyenne et fluctuante de la bulle de Taylor.

### • Étude de dynamique instationnaire d'une bulle de Taylor

Dans un premier temps, l'étude du mécanisme physique de propagation de la bulle nous a permis de mieux comprendre le comportement du nez de la poche (la déformation de l'interface et la formation des ondes oscillantes) dans son mouvement. Nous avons étudié, dans un deuxième

temps, l'effet de différents paramètres sur la dynamique de l'écoulement :

### **Effet de l'amplitude d'oscillation**

Deux amplitudes ont été utilisées pour nos expériences avec le tube de diamètre  $D = 9,8$  mm ( $b = 5$  mm et  $b = 20$  mm). Nos résultats ont montré une indépendance entre ce paramètre et les vitesses moyenne et fluctuante pour les faibles accélérations relatives. Ce qui confirme que lorsque  $b/D > 10^{-1}$ , ce rapport n'intervient plus dans les calculs des vitesses moyenne et fluctuante.

### **Effet de diamètre de tube et des propriétés physiques du fluide**

L'évolution de la vitesse moyenne et fluctuante avec l'accélération relative a été étudiée. Ce travail permet de compléter les résultats des travaux précédents dans le cas où les forces de tension superficielle interviennent. Pour les faibles accélérations, la vitesse moyenne diminue lorsque l'accélération relative augmente. A partir d'une accélération relative critique, la vitesse moyenne augmente. Cette augmentation semble être liée à la formation et la propagation des ondes oscillantes le long de la bulle. La vitesse fluctuante varie linéairement dans la zone où  $a < 1$  et la pente diminue en augmentant le nombre de Bond. Nous avons comparé nos résultats expérimentaux avec les résultats numériques obtenus par la résolution numérique de l'équation de mouvement de la poche. Nous avons remarqué que ces résultats numériques basés sur deux hypothèses importantes (tension superficielle négligeable et bulle indéformable) ne prédisent pas bien l'évolution de la vitesse lorsque le nombre de Bond et le diamètre de tube sont petits. La prédiction devient satisfaisante en augmentant le nombre de Bond et le diamètre.

Tenant compte de nos résultats expérimentaux concernant l'évolution des vitesses moyenne et fluctuante avec l'accélération relative et à l'aide des analyses numérique, asymptotique et dimensionnelle, nous avons élaboré des corrélations pouvant prédire l'évolution de la vitesse moyenne et de la vitesse fluctuante en fonction de l'accélération relative et dans la gamme de  $13 < Bo < 263$  et  $0 < a < 2$ . Un bon accord est observé avec les résultats expérimentaux.

### **Effets d'instationnarité**

Les effets de l'instationnarité ont été étudiés en définissant une nouvelle relation entre le nombre de Froude  $\tilde{F}r$  et de Bond  $\tilde{B}o$ , en faisant apparaître les termes concernant la vitesse relative  $U_r(t)$  et l'accélération relative  $a$ . Nous avons remarqué que l'évolution de Froude en fonction de Bond est proche d'une forme ellipsoïdale. Le centre de l'"Ellipse" reste le même quelle que soit la fréquence d'oscillation et est situé sur la courbe stationnaire (Froude-Bond).

## • Déformation instantanée de l'interface

La déformation instantanée du nez de la bulle a été examinée pour les différentes fréquences et pour les deux diamètres du tube. Nous avons montré qu'au voisinage du nez, la courbure plane peut être calculée à partir de la pente de  $z/D$  en fonction de  $(r/D)^2$ . Nous avons constaté qu'aux faibles accélérations, la courbure au voisinage du nez a une faible variation. En augmentant l'accélération, ces variations deviennent plus importantes. Pour les accélérations modérées, en phase descendante du plateau, la courbure est d'abord inférieure à celle en cas stagnant ( $\xi_0$ ). Ensuite elle augmente pour atteindre la valeur de  $\xi_0$  en position zéro du plateau. Le nez adopte une courbure plus importante que dans le cas stagnant lorsque le plateau est à sa position basse. Ces observations ont confirmé notre analyse de mécanisme physique de propagation de la bulle décrite dans le chapitre 4. Pour les accélérations élevées, en phase descendante du plateau, la courbure diminue autrement dit le nez s'aplatit et en augmentant l'accélération la courbure devient négative.

Nos observations ont également montré que lorsqu'on atteint une accélération critique, la déformation du nez provoque la formation et la convection des perturbations qu'on appelle "les ondes oscillantes" le long de la poche qui affectent la dynamique de l'écoulement en accélérant la poche dans son mouvement ascendant. Nous avons pu quantifier les caractéristiques de ces ondes en étudiant leurs évolutions dans le temps et en déterminant leurs vitesses de propagation. L'évolution de l'épaisseur du film liquide en fonction du temps a été également étudiée. Il a été constaté qu'aux grandes fréquences, l'épaisseur minimale en un point donné de la bulle dans le film, se produit lors du passage de l'onde et qui correspond à la position basse du plateau et où la vitesse de la bulle atteint sa valeur maximale. Dans ce cas la courbure au voisinage du nez devrait être maximale. Ce qui est confirmé d'après nos résultats expérimentaux obtenus pour la courbure.

Ces travaux ont donné lieu à plusieurs publications, listées page 145

## • Perspectives

Les perspectives pour un travail ultérieur restent très intéressantes. Une des perspectives envisagée consiste au développement d'une solution analytique de l'écoulement instationnaire d'une bulle de Taylor en examinant la déformation instantanée de l'interface de la bulle. Cela nécessite une étude détaillée des instabilités hydrodynamiques car dans ce type de problème, il existe un couplage des instabilités "Saffman-Taylor-Faraday" dans un espace confiné.

La modélisation numérique de ce type d'écoulement et la comparaison avec les résultats expéri-



mentaux serait également intéressante.

Enfin, l'étude pourrait être étendue à la détermination des champs de vitesses au voisinage du nez, dans le sillage et dans le film descendant en utilisant la technique de PIV.



# Liste des publications de nos travaux

## Revue

S. Madani, O. Caballina, M. Souhar, "Unsteady dynamics of Taylor bubble rising in vertical oscillating tubes", International Journal of Multiphase Flow, Volume 35, Issue 4, April 2009, Pages 363-375.

## Internationales

S. Madani, O. Caballina, M. Souhar, "Investigations on the dynamic and interfacial behavior of a Taylor bubble rising in an oscillating vertical pipe", ICMF 2010, May 30 - June 4, Tampa, FL, Présentation poster.

S. Madani, O. Caballina, M. Souhar, "Dynamique instationnaire d'une bulle de Taylor dans un tube vertical oscillant ", 9ème congrès de Mécanique, 21-24 Avril 2009, Marrakech, Maroc (3 pages).

S. Madani, O. Caballina, M. Souhar, "Some experimentation on a Taylor bubble in an oscillating frame", International Conference on Multiphase Flow, ICMF 2007, July 9- 13, Leipzig, Germany (10 pages CD-ROM proceeding).

## Nationales

S. Madani, O. Caballina, M. Souhar, "Analyse physique et expérimentale du comportement dynamique et interfacial d'une bulle de Taylor dans un tube vertical oscillant ", 19ème congrès français de Mécanique, 24-28 Août 2009, Marseille, France (6 pages).



# Annexes



# ANNEXE A

## Écoulement au nez de la bulle

### A.1 Régime inertiel, Dumitrescu (1943)

On travaille dans un repère cylindrique  $(O,r,\theta,z)$  (Fig. A.1). On considère que l'écoulement est irrotationnel, permanent, établi et unidirectionnel dans le sens de l'axe  $Oz$ . Le fait que la tension superficielle soit considérée comme négligeable implique que  $P_o = P_L$  et  $P_L = P_G$  au point  $O$  (sommet de la bulle). Ainsi, le théorème de Bernoulli nous permet d'écrire :

$P_L = P_0 + \rho_L gz - V^2 \rho_L / 2$  dans la phase liquide et  $P_G = P_0 + \rho_G gz$  dans la bulle stagnante, ce qui conduit à :

$$V = \sqrt{2gz(1 - \frac{\rho_G}{\rho_L})} \quad (\text{A.1})$$

De plus, la densité du gaz est généralement négligeable devant celle du liquide, ceci implique :

$$V = \sqrt{2gz} \quad (\text{A.2})$$

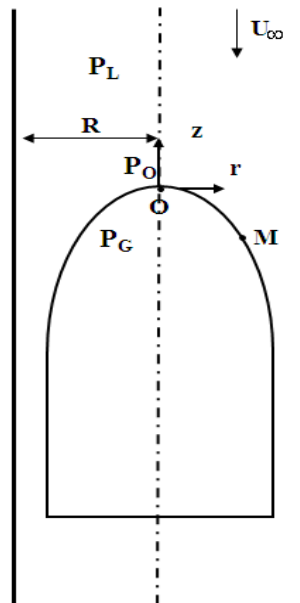


Figure A.1 – Notations utilisées pour la description de la dynamique des bulles de Taylor.

Dans l'étude de Dumitrescu (1943), l'écoulement est supposé être irrotationnel et axisymétrique, ainsi :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\vec{V} = 0, \quad \vec{V} = \overrightarrow{\text{grad}}\Phi \quad \frac{\partial}{\partial\theta} = 0, \quad V_\theta = 0$$

où  $\Phi$  est défini comme le potentiel de vitesse. donc :

$$\vec{V} = V_r(r, z)\vec{e}_r + V_z(r, z)\vec{e}_z \quad (\text{A.3})$$

D'après l'équation de continuité,  $\text{div } \vec{V} = 0$  :

$$\frac{\partial}{\partial r}(rV_r) + \frac{\partial}{\partial z}(rV_z) = 0$$

La fonction de courant  $\Psi$  peut être exprimée par :

$$rV_z = \frac{\partial\Psi}{\partial r}; \quad rV_r = -\frac{\partial\Psi}{\partial z}$$

donc :

$$V_z = \frac{1}{r} \frac{\partial\Psi}{\partial r}; \quad V_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial\Psi}{\partial z} \quad (\text{A.4})$$

Le rotationnel du vecteur de vitesse  $\vec{V}$  peut être calculé comme suit :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\vec{V} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial\theta} - \frac{\partial V_\theta}{\partial z}\right)\vec{e}_r + \left(\frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial r}\right)\vec{e}_\theta + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r}(rV_\theta) - \frac{\partial V_r}{\partial\theta}\right]\vec{e}_z$$

et ainsi pour un écoulement axisymétrique :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\vec{V} = \left(\frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial r}\right)\vec{e}_\theta \quad (\text{A.5})$$

En supposant l'écoulement irrotationnel ( $\overrightarrow{\text{rot}}\vec{V} = 0$ ) et en introduisant les relations (A.4) dans l'équation (A.5), on peut écrire :

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial\Psi}{\partial r} = 0 \quad (\text{A.6})$$

De la même manière pour le potentiel de vitesse, on peut écrire :

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial\Phi}{\partial r} = 0 \quad (\text{A.7})$$

Par une simple analyse dimensionnelle et en négligeant les effets de la tension superficielle, nous obtenons :

$$U_\infty = Fr\sqrt{gR}$$

où  $Fr$  est une constante qui sera calculée plus tard. Les équations (A.6) et (A.7) peuvent être exprimées sous la forme adimensionnelle en définissant :



$$r^* = \frac{r}{R}, \quad z^* = \frac{z}{R}$$

$$V_r^* = \frac{V_r}{U_\infty}, \quad V_z^* = \frac{V_z}{U_\infty}$$

À partir de l'éq. (A.4) :

$$V_r^* = -\frac{1}{U_\infty} \frac{1}{Rr^*} \frac{\Psi_0}{R} \frac{\partial \Psi^*}{\partial z^*}; \quad \Psi^* = \frac{\Psi}{\Psi_0}$$

En choisissant  $\Psi_0/U_\infty R^2 = 1$ , on déduit :

$$V_z^* = \frac{1}{r^*} \frac{\partial \Psi^*}{\partial r^*}; \quad V_r = -\frac{1}{r^*} \frac{\partial \Psi^*}{\partial z^*} \quad (\text{A.8})$$

et par la même méthodologie :

$$V_r^* = \frac{\partial \Phi^*}{\partial r^*}, \quad V_z^* = \frac{\partial \Phi^*}{\partial z^*} \quad (\text{A.9})$$

Donc, les équations (A.7) et (A.6) peuvent être exprimées sous la forme :

$$\frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial z^{*2}} + \frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial r^{*2}} - \frac{1}{r^*} \frac{\partial \Psi^*}{\partial r^*} = 0 \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{\partial^2 \Phi^*}{\partial z^{*2}} + \frac{\partial^2 \Phi^*}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial \Phi^*}{\partial r^*} = 0 \quad (\text{A.11})$$

### • Conditions aux limites

À l'infini loin du nez de la bulle, la vitesse radiale tend vers zéro ( $V_r = 0$ ) et la vitesse verticale est égale à la vitesse du liquide ( $V_z = -U_\infty$ ). Au nez de la bulle ( $z = 0, r = 0$ ), les vitesses radiales et verticales sont nulles. Ainsi :

$$V_r^* = 0, \quad V_z^* = -1 \quad (z \rightarrow \infty, \forall r) \quad (\text{A.12})$$

$$V_r^* = 0, \quad V_z^* = 0 \quad (z = 0, r = 0) \quad (\text{A.13})$$

Au point  $M$  sur l'interface d'après l'équation de Bernoulli, on peut écrire :

$$V^2 + 2gz = \frac{2\sigma}{\rho} [\xi(z) - \xi(0)] \quad (\text{A.14})$$

où  $\xi$  est la courbure.

En écrivant l'équation ci-dessus sous la forme adimensionnelle et en négligeant la tension superficielle ( $\sigma = 0$ ), nous obtenons :

$$V_r^{*2} + V_z^{*2} = -\frac{2}{Fr^2} z^* \quad (\text{A.15})$$

### Autres conditions aux limites

– paroi ( $r = R$  et  $V_r = 0$ ) :

$$\Psi = cst \quad (\text{A.16})$$

– ligne centrale ( $r = 0$  et  $V_r = 0$ ) :

$$\Psi = cst \quad (\text{A.17})$$

qui peut être choisie égale à zéro.

–  $z \rightarrow \infty$  : Les fonctions de potentiel  $\Phi$  et de courant  $\Psi$  ne dépendent plus de  $z$ , dans ce cas d'après l'éq. (A.4), on obtient :

$$-U_\infty = \frac{1}{r} \frac{d\Psi}{dr}$$

en intégrant cette équation on peut déduire :

$$\Psi(r = R, \forall z) = -\frac{1}{2}U_\infty R^2 \quad (\text{A.18})$$

### Conditions aux limites adimensionnelles

– quand  $z \rightarrow \infty$  :

$$\lim_{z^* \rightarrow \infty} \frac{\partial \Phi^*}{\partial r^*} = 0 \quad (\text{A.19a})$$

$$\lim_{z^* \rightarrow \infty} \frac{\partial \Phi^*}{\partial z^*} = -1 \quad (\text{A.19b})$$

$$\lim_{z^* \rightarrow \infty} \frac{1}{r^*} \frac{\partial \Psi^*}{\partial z^*} = 0 \quad (\text{A.19c})$$

$$\lim_{z^* \rightarrow \infty} \frac{1}{r^*} \frac{\partial \Psi^*}{\partial r^*} = -1 \quad (\text{A.19d})$$

– au nez de la bulle ( $z^* = 0, r^* = 0$ ) :

$$\frac{\partial \Phi^*}{\partial r^*} = 0 \quad (\text{A.20a})$$

$$\frac{\partial \Phi^*}{\partial z^*} = 0 \quad (\text{A.20b})$$

$$\frac{1}{r^*} \frac{\partial \Psi^*}{\partial z^*} = 0 \quad (\text{A.20c})$$

$$\frac{1}{r^*} \frac{\partial \Psi^*}{\partial r^*} = 0 \quad (\text{A.20d})$$

– à la paroi :

$$-\frac{1}{r^*} \frac{\partial \Psi^*}{\partial z^*} = 0 \quad (\text{A.21a})$$

$$\frac{\partial \Phi^*}{\partial r^*} = 0 \quad (\text{A.21b})$$

Le terme  $\Psi^*(r = R, \forall z)$  peut être calculé à partir de l'éq. (A.18) :

$$\Psi^*(r = R, \forall z) = -\frac{1}{2} \quad (\text{A.22})$$

– sur la ligne centrale ( $r^* = 0, z^* > 0$ ) :

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi^*}{\partial z^*} = 0 \quad (\text{A.23a})$$

$$\frac{\partial \Phi^*}{\partial r^*} = 0 \quad (\text{A.23b})$$

$$\Psi^*(\text{centre}) = 0 \quad (\text{A.23c})$$

Les équations (A.11) et (A.10) doivent vérifier toutes ces conditions aux limites.

### • Solution des équations (A.10) et (A.11)

#### • Solutions homogènes

En utilisant la méthode de séparation des variables, la fonction potentielle peut être exprimée comme le produit d'une fonction de  $r$  et d'une fonction de  $z$  :  $\Phi(r, z) = f(r)g(z)$ . Ceci mène à des équations ordinaires sous la forme :

$$\begin{aligned} r^2 f'' + r f' + \beta^2 r^2 f &= 0 \\ g'' - \beta^2 g &= 0 \end{aligned}$$

La première équation est une fonction Bessel de l'ordre 0 et la seconde a une solution exponentielle. Ainsi, la solution homogène de l'éq. (A.7) est sous la forme :

$$\Phi_h = \beta^2 J_0(\beta r) e^{-\beta z} \quad (\text{A.24})$$

La solution homogène de l'équation (A.10) peut être obtenue en dérivant l'équation ci-dessus et en utilisant la relation  $-1/r \partial \Psi / \partial z = \partial \Phi / \partial r$  :

$$\Psi_h = -\beta^2 J_1(\beta r) e^{-\beta z} \quad (\text{A.25})$$

Pour fixer  $\beta$ , on va décider d'annuler la vitesse  $V_r$  à la paroi pour la solution homogène :  $V_{rh} = 0$  et donc  $J_1(\beta) = 0$ . Les  $\beta$  sont les racines de la fonction de Bessel de l'ordre 1. d'où :

$$\Phi_h = \sum_{i=1}^n K_i J_0(\beta_i r) e^{-\beta_i z} \quad (\text{A.26})$$

$$\Psi_h = -\sum_{i=1}^n K_i r J_1(\beta_i r) e^{-\beta_i z} \quad (\text{A.27})$$

$K_i$  étant des constantes à déterminer.

• **Solution particulières**

Afin de trouver les solutions particulières de l'éq. (A.11), nous cherchons  $\Phi_p(z)$  en mettant  $\partial^2\Phi_p/\partial z^2 = 0$  et nous cherchons  $\Phi_p(r)$  en mettant  $\partial^2\Phi_p/\partial r^2 + 1/r\partial\Phi_p/\partial r = 0$

où l'indice  $p$  se rapporte à la solution particulière. Ainsi la solution particulière pour  $\Phi$  peut être écrite :

$$\Phi_p = C_1 z + C_2 \quad (\text{A.28})$$

La constante  $C_1 = -1$  est déterminée en utilisant la condition aux limites (A.19b). Dans l'étude de Dumitrescu (1943)  $\Phi$  a été déterminée à une constante près, on peut choisir  $C_2 = 0$ , d'où :  $\Phi_p = -z$ .

En mettant  $-1/r\partial\Psi_p/\partial z = \partial\Phi_p/\partial r$  et en appliquant la condition aux limites (A.23c), la solution particulière pour  $\Psi$  s'exprime :

$$\Psi_p = -\frac{1}{2}r^2 \quad (\text{A.29})$$

Les solutions générales pour le potentiel et la fonction de courant sont :

$$\Phi(r, z) = -z + \sum_{i=1}^n K_i J_0(\beta_i r) e^{-\beta_i z} \quad (\text{A.30})$$

$$\Psi(r, z) = -\frac{1}{2}r^2 - r \sum_{i=1}^n K_i J_1(\beta_i r) e^{-\beta_i z} \quad (\text{A.31})$$

En dérivant  $\Phi^*$  par rapport à  $r$  et en dérivant  $\Psi^*$  par rapport à  $z$ , on peut obtenir les expressions de  $V_r^*$  et  $V_z^*$  :

$$V_r^* = - \sum_{i=1}^n K_i \beta_i J_1(\beta_i r) e^{-\beta_i z} \quad (\text{A.32})$$

$$V_z^* = -1 - \sum_{i=1}^n K_i \beta_i J_0(\beta_i r) e^{-\beta_i z} \quad (\text{A.33})$$

Ces deux équations doivent vérifier toutes les conditions aux limites données ci-dessus.

Au nez de la poche nous avons :

$$-1 - \sum_{i=1}^n K_i \beta_i = 0 \quad (\text{A.34})$$

En remplaçant les équations (A.32) et (A.33) dans l'équation (A.15), on obtient :

$$\left[ \sum_{i=1}^n K_i \beta_i J_1(\beta_i r) e^{-\beta_i z} \right]^2 + \left[ -1 - \sum_{i=1}^n K_i \beta_i J_0(\beta_i r) e^{-\beta_i z} \right]^2 = -\frac{2}{Fr^2} z^* \quad (\text{A.35})$$

A partir de l'éq. (A.31), l'équation de la ligne de courant ( $\Psi = 0$ ,  $z^* \leq 0$ ) est définie par :

$$-\frac{1}{2}r - \sum_{i=1}^n K_i J_1(\beta_i r) e^{-\beta_i z} = 0 \quad (\text{A.36})$$

Les équations (A.34), (A.35) et (A.36) devraient mener à trouver les valeurs de  $K_i$  et donc de  $Fr$ . Les coefficients  $K_i$  peuvent être estimés en utilisant les séries de Taylor des fonctions  $J_0$ ,  $J_1$  et  $e^{-\beta_i \eta}$  à l'origine.

En gardant les trois premiers termes de l'expansion de série de l'écoulement potentiel autour du nez sphérique d'une poche, on a constaté que :  $Fr = 0.351$  (Dumitrescu (1943)).

## A.2 Effets de la tension superficielle (Equation de Bendiksen (1985))

Bendiksen (1985), en utilisant la méthode de Dumitrescu, introduit les tensions superficielles dans les calculs et prend en compte le profil de vitesse à l'infini. Dans ce cas on n'a plus égalité des pressions de part et d'autre de l'interface et l'on peut approcher la pression dans le liquide par la relation suivante :

$$P_L(z) = P_0(z) - \sigma \left( \frac{1}{R_1(z)} + \frac{1}{R_2(z)} \right) \quad (\text{A.37})$$

où  $R(z)$  sont les rayons de courbure perpendiculaire au plan  $(r, z)$  et  $\sigma$  représente la tension superficielle.

Le théorème de Bernoulli s'écrit dans ce cas :

$$V^2 = V_r^2 + V_z^2 = 2gz - \frac{2\sigma}{\rho_L} \left[ \left( \frac{1}{R_1(0)} + \frac{1}{R_2(0)} \right) - \left( \frac{1}{R_1(z)} + \frac{1}{R_2(z)} \right) \right]$$

La forme adimensionnelle est donnée par :

$$V^{*2} = V_r^{*2} + V_z^{*2} = 2z^* - \frac{2}{Bo} \left[ \left( \frac{1}{R_1(0)} + \frac{1}{R_2(0)} \right) - \left( \frac{1}{R_1(z^*)} + \frac{1}{R_2(z^*)} \right) \right] \quad (\text{A.38})$$

D'après (A.32), (A.33), (A.37) et (A.38) on a :

$$\left(\sum k_i \beta_i J_1(\beta_i r^*) e^{-\beta_i z^*}\right)^2 + \left(-\sum k_i \beta_i + \sum k_i \beta_i J_0(\beta_i r^*) e^{-\beta_i z^*}\right)^2 = 2z^* - \frac{2}{Bo} \left[ \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R(z^*)} \right] \quad (\text{A.39})$$

où

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_1(0)} + \frac{1}{R_2(0)}$$

$$\frac{1}{R(z^*)} = \frac{1}{R_1(z^*)} + \frac{1}{R_2(z^*)}$$

L'estimation du coefficient  $k_i$  se fait comme précédemment par le développement limité à l'origine des fonctions de Bessel et de la fonction exponentielle.

# ANNEXE B

## Modèle de Clanet *et al.* (2004)

### B.1 Écoulement axisymétrique potentiel

Dans cette analyse proposée par Clanet *et al.* (2004), les coordonnées cylindriques sont choisies pour tirer profit de la symétrie, de sorte qu'une des composantes de vitesse puisse disparaître. Donc, pour un écoulement axisymétrique, on peut supposer qu'il n'y a pas de vitesse tangentielle  $V_\theta = 0$ , et les quantités restantes sont indépendantes de  $\theta$  :  $\partial/\partial\theta = 0$ .

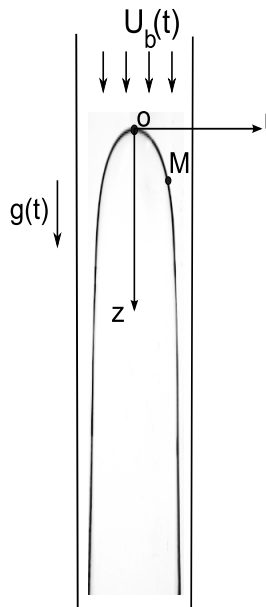


Figure B.1 – Notations utilisées pour la description de la dynamique des bulles de Taylor.

Dans le cas d'un écoulement potentiel, la vitesse  $V$  est un champ de vecteurs qui dérive d'un gradient de potentiel  $\Phi$  :  $\vec{V} = \text{grad}\Phi$ . Ainsi les deux composantes de vitesse restantes peuvent être exprimées comme :  $V_r = \partial\Phi/\partial r$  et  $V_z = \partial\Phi/\partial z$ . Pour un écoulement potentiel incompressible, la vitesse  $V$  a une divergence nulle ( $\text{div } \vec{V} = 0$ ). En exprimant la divergence en termes de coordonnées et en remplaçant les composantes de vitesse par leur définition en termes de potentiel nous obtenons :

$$\Delta\Phi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial\Phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{B.1})$$

L'équation de mouvement dans le repère lié à la poche peut être écrite comme suit :

$$\frac{\partial\vec{V}}{\partial t} + \vec{\text{grad}} \frac{V^2}{2} + \vec{\text{rot}}\vec{V} \wedge \vec{V} = -\frac{1}{\rho} \vec{\text{grad}}p + \vec{g} - \epsilon \frac{dU_b}{dt} \vec{z} \quad (\text{B.2})$$

où  $\epsilon = -1$ . L'équation ci-dessus peut être exprimée sous la forme suivante :

$$\vec{\text{grad}} \left( \frac{\partial\Phi}{\partial t} + \frac{V^2}{2} + \frac{P}{\rho} - gz + \epsilon \frac{dU_b}{dt} z \right) = 0$$

d'où

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t} + \frac{V^2}{2} + \frac{P}{\rho} - \left( g - \epsilon \frac{dU_b}{dt} \right) z = cste \quad (\text{B.3})$$

Au point O sur le nez de la bulle (Fig. B.1), la vitesse  $V$  et la distance  $z$  sont nulles. Ainsi l'équation (B.3) devient :

$$\left. \frac{\partial\Phi}{\partial t} \right|_0 + \frac{P_0}{\rho} = cste \quad (\text{B.4})$$

où  $P_0$  est la pression dans le gaz qui est considérée constante et égale à la pression dans le liquide  $P$  (les effets de la tension superficielle sont négligés). En écrivant l'éq. (B.3) pour un autre point (point M) sur l'interface et en la retranchant de l'éq. (B.4), on peut obtenir l'équation de mouvement pour l'interface :

$$V^2 = 2 \left[ \left( g - \epsilon \frac{dU_b}{dt} \right) z + \left. \frac{\partial\Phi}{\partial t} \right|_0 - \left. \frac{\partial\Phi}{\partial t} \right|_M \right] \quad (\text{B.5})$$

Maintenant nous cherchons une solution de l'éq. (B.1) qui vérifie bien les conditions aux limites suivantes :

- loin du nez de la poche lorsque  $z \rightarrow -\infty$ , la composante radiale de la vitesse ( $\partial\Phi/\partial r$ ) peut être négligée et :  $\left. \partial\Phi/\partial z \right|_{-\infty} = U_b(t)$ .
- au centre du tube  $r = R$ , la composante radiale de la vitesse est nulle ( $\left. \partial\Phi/\partial r \right|_{r=R} = 0$ ).

En cherchant une solution sous la forme :  $\Phi = f(r)g(z)$  et en choisissant la fonction  $g$  comme une fonction exponentielle de  $z$  ( $g \simeq e^{kz}$ ) où  $k$  est une constante, après l'avoir remplacée dans l'éq. (B.1), l'équation différentielle de Bessel d'ordre 0 peut être obtenue :

$$x^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + x \frac{\partial f}{\partial x} + x^2 f(x) = 0 \quad (\text{B.6})$$



où  $x = kr$ . La solution de  $\Phi$  est la somme de la solution particulière et la solution à variables séparées :

$$\Phi = U_b(t)z + AJ_0(kr)e^{kz} \quad (\text{B.7})$$

où  $A$  est une constante. Les composantes radiale et axiale de la vitesse peuvent être calculées en dérivant l'équation ci-dessus par rapport à  $r$  et  $z$  :

$$V_r = -AkJ_1(kr)e^{kz} \quad (\text{B.8a})$$

$$V_z = U_b(t) + AkJ_0(kr)e^{kz} \quad (\text{B.8b})$$

La constante  $A$  peut être obtenue en appliquant les conditions aux limites au point O où  $u = w = 0$  :  $A = -U_b(t)/k$ .  $k$  sont les racines de la fonction Bessel  $J_1$ . En considérant la première racine de la fonction Bessel (travail au premier ordre), nous obtenons :  $kR = 3,83171$ .

En utilisant les équations (B.8a) et (B.8b), la vitesse  $V$  peut être calculée à partir de la relation  $V^2 = u^2 + w^2$  :

$$V^2 = U_b^2(t) \left[ 1 + (J_1^2(kr) + J_0^2(kr))e^{2kz} - 2J_0(kr)e^{kz} \right] \quad (\text{B.9})$$

En utilisant les équations (B.5) et (B.7), après quelques calculs, l'expression de la vitesse sur l'interface peut être écrite comme suit :

$$V^2 = 2gz - \frac{2}{k} \frac{dU_b}{dt} (1 - 2\epsilon kz - J_0(kr)e^{kz}) \quad (\text{B.10})$$

En égalant les équations (B.9) et (B.10), nous pouvons écrire pour l'interface :

$$\frac{1}{2} U_b^2 \left[ 1 + (J_1^2 + J_0^2)e^{2kz} - 2J_0e^{kz} \right] = gz - \frac{1}{k} \frac{dU_b}{dt} \left[ 1 + 2\epsilon kz - J_0e^{kz} \right] \quad (\text{B.11})$$

### B.1.1 Fonction de courant

Dans un système de coordonnées cylindriques, nous avons  $u = -1/r \partial \Psi / \partial z$  et  $w = 1/r \partial \Psi / \partial r$ , où  $\Psi$  est la fonction de courant. En utilisant les équations (B.8a) et (B.8b) et après intégration, l'expression suivante sera obtenue pour la fonction de courant :

$$\Psi = U_b(t) \left[ \frac{r^2}{2} - \frac{1}{k} r J_1(kr) e^{kz} \right] + C$$

où  $C$  est une constante. Sa valeur est égale à zéro en considérant une fonction de courant nulle ( $\Psi = 0$ ) au nez de la bulle, point O, ( $r = 0, z = 0$ ). Donc :

$$\Psi = U_b(t) r \left[ \frac{r}{2} - \frac{1}{k} J_1(kr) e^{kz} \right] \quad (\text{B.12})$$

L'équation de l'interface ( $\Psi = 0$ ) est ainsi donnée par :

$$e^{kz} = \frac{k}{2} \frac{r}{J_1(kr)} \quad (\text{B.13})$$

Dans ce modèle l'interface est considérée être indéformable. En d'autres termes, la déformation instantanée de l'interface de la bulle n'est pas prise en compte.

Il est montré que la fonction exponentielle  $e^{kz}$  et la fonction Bessel  $J_1(kr)$ , peuvent être développées en séries infinies comme suit :

$$e^{kz} = 1 + kz + \dots$$

$$J_1(kr) = \frac{kr}{2} - \frac{k^3 r^3}{16} + \dots$$

En considérant les deux premiers termes de ces séries et en utilisant l'éq. (B.13), le terme  $kz$  est estimé en première approximation être  $kz = kr^2/8$ . Dans l'éq. (B.11), en remplaçant les fonctions de Bessel,  $J_1(kr)$ ,  $J_0(kr)$  et la fonction exponentielle  $e^{kz}$  par les deux premiers termes de leur série, après quelques calculs, nous obtenons l'équation différentielle ordinaire suivante :

$$\frac{dU_b}{dt} + kU_b(t)^2 - g(t) = 0 \quad (\text{B.14})$$

où  $g(t)$  est définie comme  $g(t) = g(1 - a \sin \omega t)$ ,  $g = 9,81 \text{ms}^{-2}$ , dans le cas d'un repère oscillant, avec  $a$  son accélération relative.

# ANNEXE C

## Méthode d'intégration de Runge-Kutta

Dans l'analyse numérique, les méthodes de Runge-Kutta sont une famille importante des méthodes itératives implicites et explicites d'approximation de solutions d'équations différentielles ordinaires.

### C.1 La méthode de Runge-Kutta d'ordre 1 (RK1) : méthode d'Euler

Cette méthode simple fournit une solution approchée  $y_h(x)$  basée sur des évaluations de la fonction  $f(x, y(x))$  en des points judicieusement choisis. Considérons le problème suivant :

$$y'(x) = f(x, y(x)), \quad y(0) = y_0$$

La méthode d'Euler s'écrit :

$$y_{n+1} = y_n + hf(x_n, y_n) \tag{C.1}$$

où  $h$  est le pas de l'itération. Cette méthode fournit, si elle existe, une solution  $O(h)$  au problème. Il y a plusieurs raisons pour lesquelles la méthode d'Euler n'est pas recommandée pour l'usage pratique, parmi eux, (i) la méthode n'est pas très précise comparée aux autres méthodes, et (ii) elle n'est pas très stable.

### C.2 La méthode de Runge-Kutta d'ordre 2 (RK2)

La méthode de Runge-Kutta consiste à écrire la solution approchée,  $y_h(x+1)$ , sous la forme d'une combinaison linéaire de  $y_h(x)$  et de valeurs de la fonction  $f$  de telle manière que le développement en série de Taylor de cette combinaison soit égal au développement en série de Taylor de  $y_h(x+1)$  jusqu'à un ordre fixé. La méthode d'ordre 2 n'est pas aussi employée que la méthode d'ordre 4 (RK4), mais sa preuve est plus facile à comprendre et illustre clairement les principes expliqués plus haut.

Dans un premier temps, nous écrivons la série de Taylor de  $y(x+h)$  jusqu'aux termes d'ordre 2 :

$$y(x+h) = y(x) + hy'(x) + \frac{h^2}{2}y''(x) + O(h^3) \quad (\text{C.2})$$

Les dérivées  $y'(x)$  et  $y''(x)$  sont exprimées en fonction de  $f(x, y)$  et ses dérivées partielles :

$$y'(x) = f(x, y(x)) \quad (\text{C.3})$$

$$y''(x) = \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} + \frac{\partial f(x, y)}{\partial y}y'(x) = f_x(x, y) + f_y(x, y)f(x, y(x)) \quad (\text{C.4})$$

En remplaçant ces dérivées dans l'équation (C.2), on obtient :

$$y(x+h) = y(x) + hyf(x, y) + \frac{h^2}{2}f_x(x, y) + \frac{h^2}{2}f_y(x, y)f(x, y) + O(h^3) \quad (\text{C.5})$$

Dans la méthode de Runge-Kutta, l'idée c'est d'écrire une combinaison linéaire de deux valeurs de la fonction  $f$  pour exprimer  $y(x+h)$  :

$$y(x+h) = y(x) + Ahf_0 + Bhf_1 \quad (\text{C.6})$$

avec

$$\begin{cases} f_0 = f(x, y(x)) \\ f_1 = f(x + Ph, y(x) + Qhf_0) \end{cases} \quad (\text{C.7})$$

En utilisant le développement en série de Taylor pour  $f_1$ , on obtient :

$$f_1 = f(x, y) + Phf_x(x, y) + Qhf_y(x, y)f(x, y) + O(h^2) \quad (\text{C.8})$$

En substituant les expressions de  $f_0$  et  $f_1$  dans (C.6), on obtient :

$$y(x+h) = y(x) + (A+B)hy'(x) + BPh^2f_x(x, y) + BQh^2f_y(x, y)f(x, y) + O(h^3) \quad (\text{C.9})$$

Une comparaison des équations (C.5) et (C.9) donne :

$$\begin{cases} A+B=1 \\ BP=\frac{1}{2} \\ BQ=\frac{1}{2} \end{cases} \quad (\text{C.10})$$

Avec ces valeurs, la méthode de Runge-Kutta d'ordre 2 aura la même erreur d'approximation que celle fournie par le développement en série de Taylor.

La même technique peut nous amener aux méthodes de Runge-Kutta d'ordre  $n$ . La plus populaire d'entre elles est la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4. Elle assure un bon compromis entre l'effort de programmation et les performances obtenues.

### C.3 La méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 (RK4)

La méthode RK4 est donnée par l'équation :

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(f_1 + 2f_2 + 2f_3 + f_4) + O(h^5) \quad (\text{C.11})$$

où

$$f_1 = f(x_n, y_n) \quad (\text{C.12})$$

$$f_2 = f\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}f_1\right) \quad (\text{C.13})$$

$$f_3 = f\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}f_2\right) \quad (\text{C.14})$$

$$f_4 = f(x_n + h, y_n + hf_3) \quad (\text{C.15})$$

Dans cette méthode d'ordre 4, l'erreur commise à chaque étape est de l'ordre de  $h^5$ , alors que l'erreur totale accumulée est de l'ordre de  $h^4$ .

### C.4 Résolution numérique des équations différentielles par Matlab

Pour résoudre numériquement l'éq. (2.1), nous avons utilisé la fonction "ODE45" du Matlab dont le fonctionnement est basé sur la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4. Pour cela, il faut d'abord ramener l'équation différentiel sous la forme :

$$\frac{du}{dt} = g(t, u)$$

où  $u(t)$  est la valeur des fonctions inconnues et  $g$  est sa dérivée temporelle qui est une fonction du temps et de  $u(t)$ .

Le fonctionnement interne de ODE45 comporte 3 étapes :

- découpage de l'intervalle de temps sur lequel nous lui avons demandé la valeur de  $u(t)$  ( $[T_0 T_1 \dots T_N]$ ).
- utilisation de la condition initiale ( $u(t = T_0)$ ) : ODE45 peut calculer la valeur de  $u(t = T_0)$  en approximant la fonction inconnue  $u(t)$  par sa tangente obtenue à l'aide du point de passage (condition initiale) et de la valeur de la dérivée en ce point :  $u'(t = T_0) = g(T_0, u(t = T_0))$ .
- calcul de la valeur de  $u(t = T_1)$  en utilisant 2 estimations différentes de cette fonction. Si les deux approximations sont proches, la plus précise est gardée, si non, un  $T_1$  plus proche de  $T_0$  sera choisi.

Une fois la valeur de  $u(t = T_1)$  connue, l'itération peut être commencée. A l'aide de  $g$ , on calcule :

$$u(t = T_1) = g(T_1, u(t = T_1))$$

Ainsi la direction de la fonction inconnue au point  $(T_1, u(T_1))$  est déterminée. Ce qui permet de choisir  $T_2$  et ainsi de suite.

### C.4.1 Programme de résolution numérique de l'équation (2.1)

Avant d'exécuter ODE45, il faut écrire la fonction  $g$  qui lie  $u'(t)$ ,  $u(t)$  et  $t$  :

```

1 function du= Clanet(t,u)
2 global w a A
3 % initialiser le vecteur colonne du:
4 du=zeros(1,1);
5 % calculer la dérivée:
6 du(1) = ((-u(1)*u(1))+(1-a*sin(A*w*t)));

```

où  $w = \sqrt{a/(b/D)}$  ( $10^{-3} \leq b/D \leq 10^4$ ),  $a$  est l'accélération relative ( $a = 0,25,0,5,1$ ) et  $A = \frac{1}{\sqrt{k}} = 0,35$ .

Nous utilisons ensuite les fonctions ode45 avec les paramètres temps et les conditions initiales. Comme conditions initiales, on va poser qu'en  $t = 0$  s, la valeur de la fonction inconnue est de 1. Pour résoudre l'équation différentielle entre de  $t = 0$  s jusque  $t = 10000$  s on va lancer :

```

1 global w a A
2 A=0.35
3 a=1;
4 % le rapport b/D :
5 bD=1000;
6 w=sqrt(a/bD);
7 % une période du terme sinus : tau=2pi/A.w :
8 tau=2*pi/(A*sqrt(a/bD));
9 %pas de temps :
10 tau1=tau/100;
11 % intervalle de temps :
12 T = [0:tau1:100000];
13 % condition initiale :
14 U0 = [1];
15 [T U] = ode45('Clanet',T,U0);
16 figure,

```

```
17 plot(T, U);  
18 xlabel('t^*');  
19 ylabel('U_b^*');
```

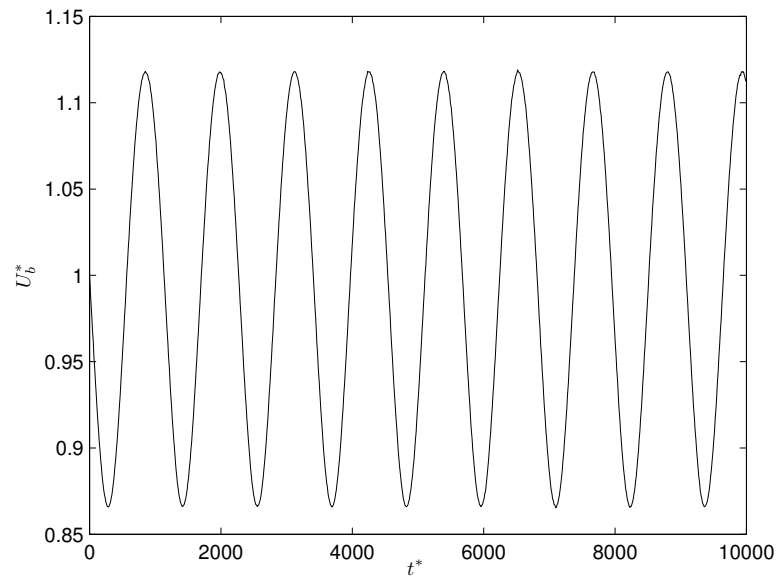


Figure C.1 – Solution numérique de l'éq. (2.1) pour  $a = 0,25$  et  $b/D = 10^3$ .





# ANNEXE D

## Tableaux de mesures (chapitre 4)

**D.1 Valeurs des vitesses moyenne et fluctuante ( $U_b$ ,  $\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$ ,  $U_f/\bar{U}_{b_0}$ ) et des déphasages ( $\phi$ ) en fonction de l'accélération relative  $a$ .**

Table D.1 – Eau

Essai 1					Essai 2				
$a$	$U_b$ (m.s <sup>-1</sup> )	$\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$	$U_f/\bar{U}_{b_0}$	$\phi$ (°)	$a$	$U_b$ (m.s <sup>-1</sup> )	$\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$	$U_f/\bar{U}_{b_0}$	$\phi$ (°)
0,000	6,885	1,000	0,000	0,000	0,000	6,895	1,000	0,000	0,000
0,021	6,912	1,004	0,026	86,549	0,021	6,897	1,000	0,028	94,695
0,193	6,863	0,997	0,239	86,131	0,556	6,551	0,950	0,701	81,080
0,339	6,749	0,980	0,431	81,940	1,094	6,553	0,950	1,315	85,999
0,546	6,558	0,952	0,676	80,192	1,481	7,137	1,035	1,875	122,669
0,816	6,258	0,909	1,021	78,300	Essai 3				
1,083	6,621	0,962	1,340	90,390	$a$	$U_b$	$\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$	$U_f/\bar{U}_{b_0}$	$\phi$
1,262	6,609	0,960	1,459	88,194	1,411	6,980	1,013	1,570	87,70
1,477	6,925	1,006	1,632	87,042	1,633	7,255	1,053	1,665	88,945
1,697	7,305	1,061	1,729	87,868	1,792	7,541	1,094	1,756	90,970
1,821	7,782	1,130	1,711	92,241					

Table D.2 – Ethanol

Essai 1					Essai 2				
$a$	$U_b$ (m.s <sup>-1</sup> )	$\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$	$U_f/\bar{U}_{b_0}$	$\phi$ (°)	$a$	$U_b$ (m.s <sup>-1</sup> )	$\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$	$U_f/\bar{U}_{b_0}$	$\phi$ (°)
0,000	9,808	1,000	0,000	0,000	0,000	9,808	1,000	0,000	0,000
0,021	9,814	1,001	0,016	78,426	0,021	9,807	1,000	0,015	88,338
0,189	9,771	0,996	0,127	80,020	0,539	9,408	0,959	0,361	78,610
0,332	9,711	0,990	0,227	80,656	1,083	8,002	0,816	0,975	77,715
0,533	9,463	0,965	0,359	77,400	1,448	7,293	0,744	1,065	58,047
0,785	8,864	0,904	0,599	82,433					
1,103	8,021	0,818	0,883	75,566					
1,242	7,549	0,770	1,012	68,159					
1,436	7,728	0,788	1,029	64,817					
1,672	8,673	0,884	1,033	74,259					
1,807	8,213	0,837	1,123	69,913					

Table D.3 – Aniline

Essai 1					Essai 2				
$a$	$U_b$ (m.s <sup>-1</sup> )	$\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$	$U_f/\bar{U}_{b_0}$	$\phi$ (°)	$a$	$U_b$ (m.s <sup>-1</sup> )	$\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$	$U_f/\bar{U}_{b_0}$	$\phi$ (°)
0,000	8,713	1,000	0,000	0,000	0,000	8,713	1,000	0,000	0,000
0,018	8,696	0,998	0,019	107,117	0,022	8,672	0,995	0,018	104,377
0,183	8,640	0,992	0,169	78,432	0,192	8,612	0,988	0,209	70,796
0,329	8,567	0,983	0,312	75,050	0,528	8,251	0,947	0,498	69,558
0,513	8,364	0,960	0,470	70,653	1,074	7,382	0,847	1,080	73,725
0,755	7,850	0,901	0,735	72,373	1,214	7,124	0,818	1,128	72,424
1,071	7,406	0,850	1,068	78,598	1,425	6,907	0,793	1,276	70,011
1,200	7,136	0,819	1,153	68,440	1,691	7,095	0,814	1,319	68,394
1,336	6,943	0,797	1,276	69,392	1,775	7,114	0,816	1,254	71,450
1,612	7,184	0,824	1,287	64,886					
1,727	7,240	0,831	1,319	69,059					

Table D.4 – Tétrachlorure de carbone

Essai 1					Essai 2				
$a$	$U_b$ (m.s <sup>-1</sup> )	$\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$	$U_f/\bar{U}_{b_0}$	$\phi$ (°)	$a$	$U_b$ (m.s <sup>-1</sup> )	$\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$	$U_f/\bar{U}_{b_0}$	$\phi$ (°)
0,000	10,444	1,000	0,000	0,000	0,000	10,346	1,000	0,000	0,000
0,021	10,454	1,001	0,011	75,508	0,022	10,350	1,000	0,013	58,993
0,192	10,447	1,000	0,104	82,003	0,192	10,294	0,995	0,104	88,229
0,346	10,376	0,993	0,186	83,046	0,338	10,275	0,993	0,184	82,720
0,550	10,185	0,975	0,310	78,031	0,530	10,092	0,975	0,307	74,511
0,676	9,972	0,955	0,390	76,650	0,772	9,736	0,941	0,779	82,313
0,831	9,716	0,930	0,519	77,359	1,097	8,019	0,775	0,883	73,129
0,944	9,236	0,884	0,649	77,899	1,220	7,514	0,726	0,886	51,469
1,113	8,164	0,782	0,890	76,587	1,382	8,025	0,776	0,986	70,011
1,275	8,719	0,835	0,903	76,288	1,651	8,969	0,867	1,040	72,573
1,483	9,308	0,891	0,913	76,976	1,761	8,842	0,855	1,044	67,569
1,697	9,615	0,921	0,973	80,754					
1,855	8,262	0,791	1,155	71,496					
Essai 3					Essai 4				
$a$	$U_b$ (m.s <sup>-1</sup> )	$\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$	$U_f/\bar{U}_{b_0}$	$\phi$ (°)	$a$	$U_b$ (m.s <sup>-1</sup> )	$\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$	$U_f/\bar{U}_{b_0}$	$\phi$ (°)
0,000	10,657	1,000	0,000	0,000	0,000	10,345	1,000	0,000	0,000
0,194	10,447	0,980	0,102	82,003	0,021	10,391	1,004	0,012	66,783
0,343	10,359	0,972	0,244	76,649	0,546	10,135	0,980	0,306	72,510
0,677	9,957	0,934	0,392	101,574	1,101	7,998	0,773	0,893	68,308
0,825	9,650	0,906	0,506	78,764	1,489	8,676	0,839	0,970	66,789
0,940	9,326	0,875	0,645	77,733					
1,279	8,661	0,813	0,893	76,288					
1,720	9,969	0,935	0,992	80,748					
1,859	8,414	0,790	1,119	64,789					

Table D.5 – Eau (D=2 cm)

Essai 1					Essai 2				
$a$	$U_b$ (m.s <sup>-1</sup> )	$\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$	$U_f/\bar{U}_{b_0}$	$\phi$ (°)	$a$	$U_b$ (m.s <sup>-1</sup> )	$\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$	$U_f/\bar{U}_{b_0}$	$\phi$ (°)
0,000	14,530	1,000	0,000	0,000	0,000	14,530	1,000	0,000	0,000
0,022	14,561	1,002	0,017	118,112	0,023	14,562	1,002	0,017	96,816
0,087	14,480	0,997	0,045	109,427	0,195	14,452	0,995	0,104	82,026
0,192	14,458	0,995	0,105	90,292	0,552	14,109	0,971	0,309	76,534
0,345	14,434	0,993	0,192	80,960	1,100	11,686	0,804	0,822	69,982
0,555	14,075	0,969	0,312	77,922	1,493	10,466	0,720	1,006	58,104
0,833	13,378	0,921	0,493	70,813	1,775	11,742	0,808	1,056	61,498
1,114	11,375	0,783	0,858	68,480	1,904	11,960	0,823	1,073	55,124
1,295	11,031	0,759	0,912	61,664					
1,484	10,496	0,722	1,029	52,306					
1,745	11,881	0,818	1,100	72,396					
1,873	11,882	0,818	1,106	65,608					
Essai 3									
$a$	$U_b$ (m.s <sup>-1</sup> )	$\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$	$U_f/\bar{U}_{b_0}$	$\phi$ (°)					
0,000	14,505	1,000	0,000	0,000					
0,187	14,453	0,996	0,105	90,143					
0,357	14,385	0,992	0,198	80,427					
0,545	14,103	0,972	0,313	78,615					
0,818	13,532	0,933	0,491	74,528					
1,101	12,253	0,845	0,749	65,132					
1,280	11,926	0,822	0,891	68,297					
1,518	9,178	0,633	1,131	45,155					
1,758	11,933	0,823	1,215	64,450					
1,907	12,608	0,869	1,287	71,186					

Table D.6 – Eau (b=2 cm)

Essai 1					Essai 2				
$a$	$U_b$ (m.s <sup>-1</sup> )	$\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$	$U_f/\bar{U}_{b_0}$	$\phi$ (°)	$a$	$U_b$ (m.s <sup>-1</sup> )	$\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$	$U_f/\bar{U}_{b_0}$	$\phi$ (°)
0,000	7,124	0,000	1,000	0,000	0,000	7,124	0,000	1,000	0,000
0,078	7,172	0,093	1,007	88,785	0,079	7,152	0,013	0,011	87,579
0,305	7,021	0,378	0,986	93,824	0,729	6,594	0,054	0,043	98,247
0,717	6,614	0,876	0,928	103,400	1,314	6,802	0,132	0,108	91,433
1,097	6,794	1,221	0,954	88,745	1,671	6,836	1,462	0,960	97,790
1,467	6,778	1,375	0,951	93,285					
2,069	6,995	1,712	0,982	97,378					

Table D.7 – Valeurs de  $U_f/\bar{U}_{b_0}$  obtenues par intégration numérique

<b>Fr=0,22</b>		<b>Fr=0,28</b>		<b>Fr=0,32</b>		<b>Fr=0,33</b>	
$a$	$U_f/\bar{U}_{b_0}$	$a$	$U_f/\bar{U}_{b_0}$	$a$	$U_f/\bar{U}_{b_0}$	$a$	$U_f/\bar{U}_{b_0}$
0	0	0	0	0	0	0	0
0,0050	0,0025	0,0050	0,0025	0,0050	0,0025	0,0050	0,0025
0,0201	0,0101	0,0201	0,0101	0,0201	0,0101	0,0201	0,0101
0,0453	0,0226	0,0453	0,0226	0,0453	0,0226	0,0453	0,0226
0,0805	0,0402	0,0805	0,0402	0,0805	0,0402	0,0805	0,0402
0,1258	0,0629	0,1258	0,0628	0,1258	0,0628	0,1258	0,0628
0,1811	0,0906	0,1811	0,0905	0,1811	0,0904	0,1811	0,0904
0,2465	0,1236	0,2465	0,1234	0,2465	0,1232	0,2465	0,1232
0,3219	0,1619	0,3219	0,1615	0,3219	0,1612	0,3219	0,1612
0,4075	0,2060	0,4075	0,2053	0,4075	0,2048	0,4075	0,2048
0,5030	0,2563	0,5030	0,2551	0,5030	0,2542	0,5030	0,2542
0,6087	0,3136	0,6087	0,3117	0,6087	0,3103	0,6087	0,3103
0,7244	0,3794	0,7244	0,3763	0,7244	0,3740	0,7244	0,3740
0,8501	0,4564	0,8501	0,4511	0,8501	0,4472	0,8501	0,4472
0,9860	0,5503	0,9860	0,5400	0,9860	0,5333	0,9860	0,5333
1,1318	0,6798	1,1318	0,6537	1,1318	0,6394	1,1318	0,6394
		1,2878	0,8343	1,2878	0,7873	1,2878	0,7873



# ANNEXE E

## Tableaux de mesures (chapitre 5)

Table E.1 – Position du plateau, évolution temporelle de la courbure,  $D = 9,8$  mm et  $f = 6$  Hz

$t$ (s)	$z_p$ (cm)	$\xi$ (cm <sup>-1</sup> )	$(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$	$t$ (s)	$z_p$ (cm)	$\xi$ (cm <sup>-1</sup> )	$(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$
0,216	2,253	3,942	0,180	0,348	2,763	3,327	0,020
0,220	2,261	3,919	0,174	0,352	2,664	3,284	0,009
0,224	2,276	4,078	0,215	0,356	2,569	3,326	0,020
0,228	2,310	3,676	0,111	0,360	2,481	3,310	0,016
0,232	2,356	3,105	-0,037	0,364	2,405	3,330	0,021
0,236	2,413	2,766	-0,125	0,368	2,345	3,421	0,045
0,240	2,474	2,408	-0,218	0,372	2,299	3,468	0,057
0,244	2,542	2,276	-0,252	0,376	2,272	3,565	0,082
0,248	2,618	2,088	-0,301	0,380	2,257	3,823	0,149
0,252	2,698	2,115	-0,294	0,384	2,257	3,897	0,168
0,256	2,793	3,004	-0,063	0,388	2,269	3,984	0,191
0,260	2,892	2,897	-0,091	0,392	2,291	3,753	0,131
0,264	2,991	2,402	-0,219	0,396	2,329	3,294	0,012
0,268	3,086	3,002	-0,064	0,400	2,379	2,948	-0,078
0,272	3,181	3,490	0,063	0,404	2,436	2,754	-0,128
0,276	3,260	3,217	-0,008	0,408	2,504	2,271	-0,253
0,280	3,325	3,348	0,026	0,412	2,576	2,067	-0,306
0,284	3,374	3,751	0,130	0,416	2,656	2,011	-0,321
0,288	3,409	3,488	0,062	0,420	2,744	2,564	-0,178
0,292	3,428	3,021	-0,059	0,424	2,839	3,030	-0,057
0,296	3,435	3,061	-0,049	0,428	2,937	2,505	-0,193
0,300	3,435	2,995	-0,066	0,432	3,036	2,717	-0,138
0,304	3,428	3,188	-0,016	0,436	3,131	3,211	-0,010
0,308	3,409	3,266	0,005	0,440	3,219	3,109	-0,036
0,312	3,382	3,075	-0,045	0,444	3,291	3,194	-0,014
0,316	3,344	3,597	0,090	0,448	3,352	3,456	0,054
0,320	3,295	3,623	0,097	0,452	3,393	3,596	0,090
0,324	3,241	3,373	0,032	0,456	3,420	3,276	0,007
0,328	3,184	3,813	0,146	0,460	3,431	3,051	-0,051
0,332	3,112	4,082	0,216	0,464	3,435	2,947	-0,078
0,336	3,036	3,913	0,172	0,464	3,439	2,966	-0,073
0,340	2,949	3,547	0,077	0,468	3,435	3,039	-0,054
0,344	2,858	3,344	0,025	0,472	3,424	3,124	-0,032

... suite page suivante...

... suite de la page précédente...

$t$ (s)	$z_p$ (cm)	$\xi$ (cm <sup>-1</sup> )	$(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$	$t$ (s)	$z_p$ (cm)	$\xi$ (cm <sup>-1</sup> )	$(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$
0,476	3,401	2,984	-0,069	0,648	3,348	3,523	0,071
0,480	3,363	3,271	0,006	0,652	3,302	3,784	0,139
0,484	3,321	3,829	0,150	0,656	3,245	3,562	0,081
0,488	3,268	3,730	0,125	0,660	3,184	3,584	0,087
0,492	3,211	3,646	0,103	0,664	3,120	3,915	0,173
0,496	3,143	4,174	0,240	0,668	3,040	3,700	0,117
0,500	3,067	3,929	0,176	0,672	2,953	3,506	0,067
0,504	2,987	3,837	0,152	0,676	2,861	3,259	0,003
0,508	2,896	3,427	0,046	0,680	2,763	3,268	0,005
0,512	2,801	3,284	0,009	0,684	2,664	3,136	-0,029
0,516	2,706	3,266	0,005	0,688	2,573	2,961	-0,075
0,520	2,611	3,151	-0,025	0,692	2,481	3,105	-0,037
0,524	2,519	3,122	-0,033	0,696	2,405	3,316	0,018
0,528	2,436	3,184	-0,017	0,700	2,345	3,511	0,068
0,532	2,367	3,542	0,076	0,704	2,299	3,507	0,067
0,536	2,314	3,468	0,057	0,708	2,272	3,709	0,119
0,540	2,280	3,709	0,119	0,712	2,261	4,066	0,212
0,544	2,265	4,172	0,239	0,716	2,257	3,950	0,182
0,548	2,257	4,107	0,223	0,720	2,269	3,856	0,157
0,552	2,265	4,053	0,208	0,724	2,295	3,598	0,090
0,556	2,284	3,992	0,192	0,728	2,333	3,352	0,027
0,560	2,314	3,788	0,140	0,732	2,386	2,878	-0,096
0,564	2,360	3,263	0,004	0,736	2,447	2,558	-0,179
0,568	2,417	2,849	-0,104	0,740	2,512	2,309	-0,244
0,572	2,485	2,657	-0,153	0,744	2,584	1,973	-0,331
0,576	2,557	2,238	-0,262	0,748	2,660	1,857	-0,361
0,580	2,633	1,981	-0,328	0,752	2,747	2,294	-0,247
0,584	2,713	2,029	-0,316	0,756	2,839	2,765	-0,125
0,588	2,801	2,455	-0,206	0,760	2,937	2,593	-0,170
0,592	2,896	2,962	-0,074	0,764	3,036	2,587	-0,171
0,596	2,994	2,538	-0,184	0,768	3,131	3,386	0,035
0,600	3,093	2,749	-0,130	0,772	3,222	3,505	0,066
0,604	3,188	3,505	0,066	0,776	3,298	3,283	0,009
0,608	3,272	3,438	0,049	0,780	3,355	3,454	0,053
0,612	3,336	3,290	0,011	0,784	3,401	3,766	0,134
0,616	3,386	3,455	0,054	0,788	3,424	3,343	0,024
0,620	3,416	3,826	0,150	0,792	3,439	2,769	-0,124
0,624	3,435	3,114	-0,035	0,796	3,443	2,692	-0,144
0,628	3,439	2,734	-0,133	0,796	3,439	2,902	-0,090
0,632	3,435	3,028	-0,057	0,800	3,435	3,082	-0,043
0,636	3,428	3,322	0,019	0,804	3,424	3,184	-0,017
0,640	3,412	2,999	-0,065	0,808	3,401	3,066	-0,047
0,644	3,386	3,156	-0,024	0,812	3,371	3,507	0,067

... suite page suivante...



... suite de la page précédente...

$t$ (s)	$z_p$ (cm)	$\xi$ (cm <sup>-1</sup> )	$(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$	$t$ (s)	$z_p$ (cm)	$\xi$ (cm <sup>-1</sup> )	$(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$
0,816	3,325	3,943	0,180	0,892	2,314	3,640	0,101
0,820	3,272	3,814	0,146	0,896	2,360	3,187	-0,016
0,824	3,215	3,717	0,121	0,900	2,417	2,890	-0,093
0,828	3,150	4,140	0,231	0,904	2,481	2,341	-0,235
0,832	3,078	3,971	0,187	0,908	2,554	1,958	-0,334
0,836	2,991	3,848	0,155	0,912	2,630	1,848	-0,363
0,840	2,903	3,639	0,101	0,916	2,713	2,027	-0,317
0,844	2,808	3,463	0,056	0,920	2,804	2,572	-0,175
0,848	2,709	3,432	0,047	0,924	2,899	3,043	-0,053
0,852	2,611	3,208	-0,011	0,928	2,998	2,690	-0,145
0,856	2,519	3,148	-0,026	0,932	3,093	3,252	0,001
0,860	2,440	3,341	0,024	0,936	3,184	3,788	0,140
0,864	2,371	3,477	0,059	0,940	3,264	3,344	0,025
0,868	2,318	3,786	0,139	0,944	3,333	3,374	0,033
0,872	2,284	3,796	0,142	0,948	3,382	3,911	0,172
0,876	2,265	3,985	0,191	0,952	3,416	3,779	0,137
0,880	2,257	4,235	0,255	0,956	3,435	3,052	-0,051
0,884	2,265	3,997	0,194	0,960	3,439	2,827	-0,109
0,888	2,284	4,093	0,219	0,964	3,439	3,047	-0,052

FIN

Table E.2 – Spectre de fluctuation ,  $D = 9,8$  mm et  $f = 6$  Hz

$f$ (Hz)	$ F[\xi] $	$f$ (Hz)	$ F[\xi] $	$f$ (Hz)	$ F[\xi] $	$f$ (Hz)	$ F[\xi] $
0,000	0,000	5,127	0,018	10,254	0,006	15,381	0,008
0,122	0,000	5,249	0,023	10,376	0,006	15,503	0,007
0,244	0,001	5,371	0,027	10,498	0,005	15,625	0,008
0,366	0,001	5,493	0,031	10,620	0,004	15,747	0,010
0,488	0,001	5,615	0,035	10,742	0,002	15,869	0,011
0,610	0,002	5,737	0,037	10,864	0,001	15,991	0,012
0,732	0,002	5,859	0,038	10,986	0,004	16,113	0,013
0,855	0,002	5,981	0,039	11,108	0,008	16,235	0,012
0,977	0,002	6,104	0,038	11,231	0,012	16,357	0,010
1,099	0,002	6,226	0,036	11,353	0,016	16,480	0,007
1,221	0,002	6,348	0,033	11,475	0,020	16,602	0,005
1,343	0,001	6,470	0,030	11,597	0,023	16,724	0,006
1,465	0,001	6,592	0,026	11,719	0,025	16,846	0,011
1,587	0,001	6,714	0,021	11,841	0,027	16,968	0,017
1,709	0,001	6,836	0,016	11,963	0,028	17,090	0,024
1,831	0,002	6,958	0,011	12,085	0,027	17,212	0,030
1,953	0,003	7,080	0,006	12,207	0,026	17,334	0,036
2,075	0,004	7,202	0,002	12,329	0,024	17,456	0,041
2,197	0,004	7,324	0,003	12,451	0,021	17,578	0,045
2,319	0,005	7,446	0,006	12,573	0,017	17,700	0,048
2,441	0,005	7,568	0,008	12,695	0,013	17,822	0,050
2,564	0,005	7,690	0,009	12,817	0,009	17,944	0,049
2,686	0,005	7,813	0,010	12,940	0,006	18,066	0,048
2,808	0,005	7,935	0,009	13,062	0,004	18,189	0,045
2,930	0,004	8,057	0,008	13,184	0,005	18,311	0,041
3,052	0,004	8,179	0,006	13,306	0,006	18,433	0,035
3,174	0,005	8,301	0,004	13,428	0,008	18,555	0,029
3,296	0,006	8,423	0,001	13,550	0,008	18,677	0,023
3,418	0,007	8,545	0,002	13,672	0,008	18,799	0,017
3,540	0,008	8,667	0,004	13,794	0,007	18,921	0,010
3,662	0,010	8,789	0,006	13,916	0,005	19,043	0,005
3,784	0,011	8,911	0,007	14,038	0,003	19,165	0,001
3,906	0,011	9,033	0,008	14,160	0,002	19,287	0,005
4,028	0,011	9,155	0,008	14,282	0,004	19,409	0,007
4,150	0,010	9,277	0,008	14,404	0,006	19,531	0,009
4,273	0,009	9,399	0,007	14,526	0,009	19,653	0,010
4,395	0,007	9,522	0,005	14,648	0,010	19,775	0,009
4,517	0,004	9,644	0,003	14,771	0,011	19,898	0,008
4,639	0,001	9,766	0,002	14,893	0,011	20,020	0,006
4,761	0,004	9,888	0,002	15,015	0,011	20,142	0,004
4,883	0,008	10,010	0,004	15,137	0,010	20,264	0,001
5,005	0,013	10,132	0,005	15,259	0,009	20,386	0,002

... suite page suivante...

... suite de la page précédente...

$f$ (Hz)	$ F[\xi] $	$f$ (Hz)	$ F[\xi] $	$f$ (Hz)	$ F[\xi] $	$f$ (Hz)	$ F[\xi] $
20,508	0,004	25,757	0,003	31,006	0,002	36,255	0,003
20,630	0,006	25,879	0,002	31,128	0,002	36,377	0,002
20,752	0,008	26,001	0,002	31,250	0,002	36,499	0,001
20,874	0,009	26,123	0,002	31,372	0,002	36,621	0,002
20,996	0,009	26,245	0,002	31,494	0,002	36,743	0,003
21,118	0,008	26,367	0,003	31,616	0,002	36,865	0,003
21,240	0,007	26,489	0,003	31,738	0,002	36,987	0,004
21,362	0,006	26,611	0,003	31,860	0,001	37,109	0,004
21,484	0,004	26,733	0,002	31,982	0,001	37,231	0,004
21,606	0,002	26,856	0,002	32,105	0,002	37,354	0,003
21,729	0,000	26,978	0,002	32,227	0,002	37,476	0,003
21,851	0,002	27,100	0,001	32,349	0,002	37,598	0,002
21,973	0,004	27,222	0,000	32,471	0,002	37,720	0,002
22,095	0,005	27,344	0,000	32,593	0,002	37,842	0,001
22,217	0,005	27,466	0,001	32,715	0,002	37,964	0,002
22,339	0,006	27,588	0,002	32,837	0,002	38,086	0,002
22,461	0,005	27,710	0,002	32,959	0,001	38,208	0,003
22,583	0,004	27,832	0,002	33,081	0,001	38,330	0,003
22,705	0,003	27,954	0,003	33,203	0,001	38,452	0,003
22,827	0,002	28,076	0,003	33,325	0,001	38,574	0,003
22,949	0,002	28,198	0,003	33,447	0,002	38,696	0,002
23,071	0,003	28,320	0,003	33,569	0,003	38,818	0,002
23,193	0,004	28,442	0,003	33,691	0,003	38,940	0,001
23,315	0,005	28,565	0,003	33,814	0,004	39,063	0,001
23,438	0,006	28,687	0,003	33,936	0,004	39,185	0,001
23,560	0,007	28,809	0,003	34,058	0,004	39,307	0,002
23,682	0,007	28,931	0,003	34,180	0,003	39,429	0,002
23,804	0,007	29,053	0,004	34,302	0,002	39,551	0,003
23,926	0,006	29,175	0,004	34,424	0,001	39,673	0,003
24,048	0,005	29,297	0,004	34,546	0,001	39,795	0,003
24,170	0,004	29,419	0,005	34,668	0,002	39,917	0,003
24,292	0,002	29,541	0,006	34,790	0,004	40,039	0,002
24,414	0,001	29,663	0,006	34,912	0,005	40,161	0,002
24,536	0,002	29,785	0,006	35,034	0,007	40,283	0,001
24,658	0,003	29,907	0,007	35,156	0,008	40,405	0,001
24,780	0,004	30,029	0,007	35,278	0,008	40,527	0,000
24,902	0,005	30,151	0,006	35,400	0,009	40,649	0,001
25,024	0,005	30,273	0,006	35,523	0,009	40,772	0,002
25,147	0,006	30,396	0,005	35,645	0,009	40,894	0,003
25,269	0,005	30,518	0,005	35,767	0,008	41,016	0,003
25,391	0,005	30,640	0,004	35,889	0,007	41,138	0,004
25,513	0,004	30,762	0,003	36,011	0,006	41,260	0,004
25,635	0,003	30,884	0,003	36,133	0,004	41,382	0,005

... suite page suivante...

... suite de la page précédente...

$f$ (Hz)	$ F[\xi] $	$f$ (Hz)	$ F[\xi] $	$f$ (Hz)	$ F[\xi] $	$f$ (Hz)	$ F[\xi] $
41,504	0,005	43,701	0,001	45,898	0,001	48,096	0,001
41,626	0,005	43,823	0,001	46,021	0,002	48,218	0,001
41,748	0,005	43,945	0,001	46,143	0,002	48,340	0,001
41,870	0,005	44,067	0,001	46,265	0,002	48,462	0,001
41,992	0,004	44,190	0,001	46,387	0,002	48,584	0,001
42,114	0,004	44,312	0,002	46,509	0,003	48,706	0,001
42,236	0,003	44,434	0,002	46,631	0,003	48,828	0,001
42,358	0,003	44,556	0,002	46,753	0,003	48,950	0,001
42,481	0,002	44,678	0,003	46,875	0,003	49,072	0,001
42,603	0,002	44,800	0,003	46,997	0,003	49,194	0,001
42,725	0,001	44,922	0,003	47,119	0,003	49,316	0,000
42,847	0,001	45,044	0,002	47,241	0,003	49,439	0,000
42,969	0,001	45,166	0,002	47,363	0,003	49,561	0,001
43,091	0,001	45,288	0,002	47,485	0,003	49,683	0,001
43,213	0,001	45,410	0,001	47,607	0,003	49,805	0,001
43,335	0,002	45,532	0,000	47,730	0,002	49,927	0,001
43,457	0,002	45,654	0,000	47,852	0,002	50,049	0,001
43,579	0,002	45,776	0,001	47,974	0,002		

FIN

Table E.3 – Position du plateau, évolution temporelle de la courbure,  $D = 20$  mm et  $f = 6$  Hz

$t$ (s)	$z_p$ (cm)	$\xi$ (cm <sup>-1</sup> )	$(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$	$t$ (s)	$z_p$ (cm)	$\xi$ (cm <sup>-1</sup> )	$(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$
0,028	3,833	1,931	0,029	0,112	4,982	1,515	-0,223
0,030	3,833	1,979	0,058	0,114	4,976	1,566	-0,192
0,032	3,839	2,021	0,084	0,116	4,969	1,535	-0,211
0,034	3,846	2,078	0,118	0,118	4,963	1,499	-0,233
0,036	3,852	2,101	0,132	0,120	4,956	1,477	-0,246
0,038	3,865	2,136	0,153	0,122	4,943	1,552	-0,200
0,040	3,878	2,084	0,122	0,124	4,937	1,559	-0,196
0,042	3,891	2,053	0,103	0,126	4,924	1,562	-0,195
0,044	3,910	1,932	0,030	0,128	4,911	1,640	-0,147
0,046	3,936	1,941	0,035	0,130	4,892	1,705	-0,108
0,048	3,955	1,881	-0,001	0,132	4,879	1,727	-0,094
0,050	3,987	1,844	-0,024	0,134	4,860	1,782	-0,061
0,052	4,013	1,774	-0,066	0,136	4,834	1,773	-0,067
0,054	4,051	1,641	-0,147	0,138	4,809	1,807	-0,046
0,056	4,083	1,646	-0,144	0,140	4,783	1,890	0,004
0,058	4,122	1,580	-0,184	0,142	4,751	1,940	0,035
0,060	4,160	1,548	-0,203	0,144	4,719	1,892	0,006
0,062	4,199	1,517	-0,222	0,146	4,680	1,919	0,022
0,064	4,244	1,539	-0,209	0,148	4,648	1,855	-0,017
0,066	4,289	1,468	-0,252	0,150	4,610	1,931	0,029
0,068	4,334	1,475	-0,247	0,152	4,565	1,917	0,021
0,070	4,378	1,479	-0,245	0,154	4,526	1,910	0,017
0,072	4,423	1,552	-0,201	0,156	4,488	1,901	0,011
0,074	4,462	1,604	-0,169	0,158	4,449	1,876	-0,004
0,076	4,507	1,606	-0,168	0,160	4,404	1,848	-0,021
0,078	4,552	1,584	-0,181	0,162	4,359	1,820	-0,038
0,080	4,590	1,632	-0,152	0,164	4,314	1,804	-0,048
0,082	4,635	1,625	-0,156	0,166	4,269	1,784	-0,060
0,084	4,674	1,673	-0,127	0,168	4,224	1,768	-0,070
0,086	4,719	1,707	-0,106	0,170	4,179	1,770	-0,069
0,088	4,751	1,699	-0,111	0,172	4,141	1,813	-0,043
0,090	4,789	1,755	-0,077	0,174	4,096	1,793	-0,055
0,092	4,821	1,763	-0,073	0,176	4,057	1,802	-0,049
0,094	4,854	1,799	-0,051	0,178	4,019	1,781	-0,062
0,096	4,886	1,772	-0,067	0,180	3,980	1,835	-0,029
0,098	4,905	1,746	-0,083	0,182	3,948	1,852	-0,019
0,100	4,931	1,747	-0,082	0,184	3,916	1,881	-0,001
0,102	4,950	1,671	-0,129	0,186	3,891	1,920	0,022
0,104	4,963	1,704	-0,109	0,188	3,871	1,907	0,015
0,106	4,976	1,675	-0,126	0,190	3,852	1,999	0,071
0,108	4,976	1,582	-0,182	0,192	3,846	2,016	0,081
0,110	4,982	1,528	-0,215	0,194	3,833	2,067	0,111

... suite page suivante...

... suite de la page précédente...

$t$ (s)	$z_p$ (cm)	$\xi$ (cm <sup>-1</sup> )	$(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$	$t$ (s)	$z_p$ (cm)	$\xi$ (cm <sup>-1</sup> )	$(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$
0,196	3,833	2,188	0,185	0,282	4,976	1,561	-0,195
0,198	3,839	2,220	0,204	0,284	4,963	1,623	-0,157
0,200	3,846	2,272	0,236	0,286	4,956	1,577	-0,186
0,202	3,852	2,215	0,202	0,288	4,943	1,639	-0,148
0,204	3,858	2,256	0,226	0,290	4,937	1,640	-0,147
0,206	3,871	2,269	0,234	0,292	4,924	1,655	-0,138
0,208	3,884	2,218	0,203	0,294	4,911	1,674	-0,127
0,210	3,903	2,167	0,172	0,296	4,899	1,744	-0,084
0,212	3,923	2,136	0,154	0,298	4,879	1,780	-0,062
0,214	3,948	2,035	0,092	0,300	4,860	1,871	-0,007
0,216	3,974	1,976	0,057	0,302	4,841	1,890	0,004
0,218	4,006	1,877	-0,003	0,304	4,815	1,964	0,049
0,220	4,038	1,814	-0,042	0,306	4,789	1,976	0,057
0,222	4,070	1,798	-0,051	0,308	4,764	1,929	0,028
0,224	4,109	1,730	-0,093	0,310	4,732	2,022	0,084
0,226	4,147	1,674	-0,127	0,312	4,693	2,055	0,105
0,228	4,186	1,653	-0,139	0,314	4,655	1,993	0,067
0,230	4,231	1,572	-0,188	0,316	4,616	1,985	0,062
0,232	4,276	1,592	-0,176	0,318	4,578	2,056	0,105
0,234	4,321	1,618	-0,161	0,320	4,539	1,955	0,044
0,236	4,366	1,617	-0,161	0,322	4,500	1,960	0,047
0,238	4,411	1,604	-0,169	0,324	4,456	2,027	0,087
0,240	4,456	1,664	-0,133	0,326	4,417	1,991	0,066
0,242	4,500	1,693	-0,115	0,328	4,372	1,952	0,042
0,244	4,539	1,687	-0,119	0,330	4,327	1,937	0,033
0,246	4,584	1,727	-0,095	0,332	4,282	1,900	0,010
0,248	4,629	1,733	-0,091	0,334	4,237	1,972	0,054
0,250	4,667	1,811	-0,044	0,336	4,192	1,882	-0,001
0,252	4,706	1,753	-0,079	0,338	4,154	1,901	0,011
0,254	4,744	1,840	-0,026	0,340	4,109	1,968	0,051
0,256	4,783	1,820	-0,038	0,342	4,064	1,968	0,052
0,258	4,815	1,828	-0,033	0,344	4,025	1,933	0,031
0,260	4,847	1,883	0,000	0,346	3,987	1,973	0,055
0,262	4,873	1,880	-0,002	0,348	3,955	1,982	0,060
0,264	4,899	1,894	0,007	0,350	3,923	1,975	0,056
0,266	4,924	1,828	-0,033	0,352	3,897	2,080	0,120
0,268	4,943	1,854	-0,017	0,354	3,871	2,111	0,138
0,270	4,956	1,816	-0,041	0,356	3,858	2,076	0,117
0,272	4,969	1,793	-0,055	0,358	3,846	2,149	0,162
0,274	4,976	1,715	-0,102	0,360	3,833	2,179	0,179
0,276	4,982	1,665	-0,132	0,362	3,833	2,296	0,251
0,278	4,982	1,653	-0,139	0,362	3,839	2,163	0,170
0,280	4,976	1,610	-0,165	0,364	3,846	2,267	0,233

... suite page suivante...

... suite de la page précédente...

$t$ (s)	$z_p$ (cm)	$\xi$ (cm <sup>-1</sup> )	$(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$	$t$ (s)	$z_p$ (cm)	$\xi$ (cm <sup>-1</sup> )	$(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$
0,366	3,852	2,281	0,241	0,452	4,950	1,608	-0,167
0,368	3,858	2,297	0,251	0,454	4,937	1,616	-0,162
0,370	3,871	2,232	0,212	0,456	4,924	1,688	-0,118
0,372	3,891	2,206	0,196	0,458	4,911	1,664	-0,133
0,374	3,910	2,169	0,173	0,460	4,899	1,782	-0,061
0,376	3,929	2,059	0,107	0,462	4,879	1,773	-0,067
0,378	3,948	1,980	0,059	0,464	4,854	1,883	0,000
0,380	3,974	1,909	0,016	0,466	4,834	1,858	-0,015
0,382	4,006	1,822	-0,037	0,468	4,809	1,897	0,009
0,384	4,038	1,760	-0,074	0,470	4,777	1,902	0,012
0,386	4,077	1,681	-0,122	0,472	4,751	1,956	0,044
0,388	4,115	1,651	-0,141	0,474	4,719	1,990	0,065
0,390	4,154	1,636	-0,150	0,476	4,687	2,066	0,111
0,392	4,192	1,549	-0,202	0,478	4,648	2,103	0,133
0,394	4,237	1,567	-0,191	0,480	4,610	2,014	0,079
0,396	4,282	1,583	-0,182	0,482	4,571	2,049	0,101
0,398	4,327	1,506	-0,228	0,484	4,533	2,020	0,083
0,400	4,372	1,587	-0,179	0,486	4,488	1,930	0,028
0,402	4,417	1,551	-0,201	0,488	4,449	1,926	0,026
0,404	4,462	1,581	-0,183	0,490	4,411	1,929	0,028
0,406	4,500	1,680	-0,123	0,492	4,366	1,924	0,025
0,408	4,545	1,670	-0,129	0,494	4,321	1,891	0,005
0,410	4,590	1,725	-0,096	0,496	4,282	1,968	0,052
0,412	4,629	1,747	-0,083	0,498	4,237	1,953	0,043
0,414	4,667	1,731	-0,092	0,500	4,192	1,886	0,002
0,416	4,712	1,788	-0,057	0,502	4,147	1,921	0,023
0,418	4,751	1,806	-0,047	0,504	4,109	1,903	0,012
0,420	4,783	1,776	-0,065	0,506	4,070	1,955	0,044
0,422	4,821	1,774	-0,066	0,508	4,032	1,952	0,042
0,424	4,847	1,814	-0,042	0,510	3,993	1,909	0,016
0,426	4,879	1,871	-0,007	0,512	3,961	1,933	0,030
0,428	4,905	1,871	-0,007	0,514	3,929	2,022	0,084
0,430	4,924	1,795	-0,053	0,516	3,903	2,004	0,073
0,432	4,943	1,844	-0,023	0,518	3,878	2,089	0,125
0,434	4,963	1,799	-0,051	0,520	3,858	2,134	0,152
0,436	4,969	1,776	-0,065	0,522	3,846	2,200	0,193
0,438	4,976	1,759	-0,075	0,524	3,839	2,181	0,181
0,440	4,976	1,685	-0,120	0,526	3,833	2,246	0,220
0,442	4,976	1,574	-0,187	0,528	3,833	2,310	0,259
0,444	4,976	1,617	-0,161	0,530	3,839	2,411	0,320
0,446	4,969	1,590	-0,178	0,532	3,846	2,447	0,342
0,448	4,963	1,584	-0,181	0,534	3,852	2,483	0,364
0,450	4,956	1,514	-0,224	0,536	3,865	2,425	0,328

... suite page suivante...

... suite de la page précédente...

$t$ (s)	$z_p$ (cm)	$\xi$ (cm <sup>-1</sup> )	$(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$	$t$ (s)	$z_p$ (cm)	$\xi$ (cm <sup>-1</sup> )	$(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$
0,538	3,884	2,393	0,309	0,622	4,943	1,618	-0,160
0,540	3,897	2,264	0,231	0,624	4,931	1,688	-0,118
0,542	3,923	2,246	0,220	0,626	4,918	1,733	-0,091
0,544	3,942	2,227	0,209	0,628	4,899	1,831	-0,031
0,546	3,968	2,053	0,103	0,630	4,886	1,816	-0,040
0,548	4,000	2,039	0,094	0,632	4,860	1,855	-0,017
0,550	4,032	1,978	0,058	0,634	4,841	1,950	0,041
0,552	4,064	1,859	-0,014	0,636	4,815	1,991	0,065
0,554	4,102	1,800	-0,050	0,638	4,783	1,997	0,069
0,556	4,141	1,780	-0,063	0,640	4,757	2,066	0,111
0,558	4,179	1,668	-0,130	0,642	4,725	2,124	0,146
0,560	4,224	1,654	-0,139	0,644	4,693	2,108	0,137
0,562	4,269	1,648	-0,142	0,646	4,655	2,142	0,157
0,564	4,314	1,639	-0,148	0,648	4,616	2,135	0,153
0,566	4,359	1,598	-0,172	0,650	4,578	2,136	0,154
0,568	4,404	1,652	-0,140	0,652	4,539	2,047	0,100
0,570	4,449	1,689	-0,117	0,654	4,500	2,105	0,135
0,572	4,488	1,697	-0,113	0,656	4,456	2,069	0,113
0,574	4,533	1,772	-0,067	0,658	4,417	1,963	0,048
0,576	4,571	1,743	-0,085	0,660	4,372	1,951	0,041
0,578	4,616	1,774	-0,066	0,662	4,327	1,924	0,025
0,580	4,655	1,801	-0,050	0,664	4,282	1,987	0,063
0,582	4,699	1,864	-0,011	0,666	4,244	1,974	0,056
0,584	4,738	1,809	-0,045	0,668	4,199	1,993	0,067
0,586	4,770	1,897	0,009	0,670	4,154	1,962	0,048
0,588	4,809	1,919	0,022	0,672	4,115	1,892	0,006
0,590	4,834	1,978	0,057	0,674	4,077	1,966	0,050
0,592	4,866	1,966	0,051	0,676	4,038	1,918	0,021
0,594	4,892	1,997	0,069	0,678	4,006	1,997	0,069
0,596	4,918	1,941	0,035	0,680	3,974	2,027	0,087
0,598	4,937	1,985	0,062	0,682	3,942	2,043	0,097
0,600	4,950	1,886	0,002	0,684	3,916	2,101	0,132
0,602	4,963	1,883	0,000	0,686	3,891	2,172	0,176
0,604	4,969	1,888	0,003	0,688	3,871	2,181	0,181
0,606	4,976	1,830	-0,032	0,690	3,858	2,194	0,189
0,608	4,976	1,749	-0,081	0,692	3,846	2,305	0,256
0,610	4,976	1,715	-0,102	0,694	3,839	2,330	0,271
0,610	4,982	1,647	-0,143	0,696	3,839	2,434	0,334
0,612	4,976	1,657	-0,137	0,698	3,839	2,496	0,371
0,614	4,976	1,655	-0,138	0,700	3,846	2,602	0,436
0,616	4,969	1,646	-0,143	0,702	3,852	2,618	0,446
0,618	4,963	1,556	-0,198	0,704	3,865	2,630	0,453
0,620	4,956	1,639	-0,148	0,706	3,878	2,551	0,405

... suite page suivante...



... suite de la page précédente...

$t$ (s)	$z_p$ (cm)	$\xi$ (cm <sup>-1</sup> )	$(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$	$t$ (s)	$z_p$ (cm)	$\xi$ (cm <sup>-1</sup> )	$(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$
0,708	3,891	2,474	0,358	0,744	4,558	1,876	-0,004
0,710	3,910	2,401	0,314	0,746	4,597	1,952	0,042
0,712	3,929	2,245	0,220	0,748	4,642	1,970	0,053
0,714	3,955	2,194	0,189	0,750	4,680	1,959	0,046
0,716	3,980	2,035	0,092	0,752	4,719	2,000	0,071
0,718	4,013	1,918	0,022	0,754	4,757	1,999	0,070
0,720	4,045	1,884	0,001	0,756	4,796	2,027	0,088
0,722	4,083	1,857	-0,016	0,758	4,828	2,093	0,127
0,724	4,115	1,795	-0,053	0,760	4,860	2,081	0,120
0,726	4,160	1,744	-0,084	0,762	4,886	2,095	0,129
0,728	4,199	1,696	-0,113	0,764	4,911	2,042	0,097
0,730	4,244	1,677	-0,125	0,766	4,931	2,030	0,089
0,732	4,282	1,688	-0,118	0,768	4,950	1,930	0,028
0,734	4,327	1,698	-0,112	0,770	4,963	1,924	0,025
0,736	4,372	1,642	-0,146	0,772	4,969	1,882	0,000
0,738	4,423	1,770	-0,068	0,774	4,976	1,857	-0,016
0,740	4,468	1,787	-0,058	0,776	4,976	1,787	-0,058
0,742	4,513	1,860	-0,014	0,778	4,976	1,785	-0,060

FIN

Table E.4 – Spectre de fluctuation,  $D = 20$  mm et  $f = 6$  Hz

$f$ (Hz)	$ F[\xi] $	$f$ (Hz)	$ F[\xi] $	$f$ (Hz)	$ F[\xi] $	$f$ (Hz)	$ F[\xi] $
0,000	0,000	5,127	0,011	10,254	0,003	15,381	0,002
0,122	0,002	5,249	0,013	10,376	0,003	15,503	0,003
0,244	0,005	5,371	0,015	10,498	0,003	15,625	0,004
0,366	0,007	5,493	0,016	10,620	0,002	15,747	0,004
0,488	0,008	5,615	0,017	10,742	0,002	15,869	0,005
0,610	0,009	5,737	0,018	10,864	0,002	15,991	0,006
0,732	0,010	5,859	0,018	10,986	0,002	16,113	0,006
0,855	0,010	5,981	0,018	11,108	0,003	16,235	0,006
0,977	0,010	6,104	0,017	11,231	0,004	16,357	0,005
1,099	0,010	6,226	0,016	11,353	0,005	16,480	0,004
1,221	0,008	6,348	0,014	11,475	0,006	16,602	0,003
1,343	0,007	6,470	0,013	11,597	0,007	16,724	0,003
1,465	0,005	6,592	0,011	11,719	0,008	16,846	0,004
1,587	0,003	6,714	0,009	11,841	0,008	16,968	0,006
1,709	0,001	6,836	0,007	11,963	0,008	17,090	0,008
1,831	0,001	6,958	0,005	12,085	0,008	17,212	0,011
1,953	0,003	7,080	0,003	12,207	0,008	17,334	0,013
2,075	0,005	7,202	0,001	12,329	0,007	17,456	0,015
2,197	0,006	7,324	0,000	12,451	0,006	17,578	0,016
2,319	0,007	7,446	0,001	12,573	0,005	17,700	0,018
2,441	0,007	7,568	0,002	12,695	0,004	17,822	0,018
2,564	0,007	7,690	0,002	12,817	0,003	17,944	0,019
2,686	0,007	7,813	0,003	12,940	0,002	18,066	0,018
2,808	0,006	7,935	0,002	13,062	0,001	18,189	0,017
2,930	0,005	8,057	0,002	13,184	0,001	18,311	0,016
3,052	0,004	8,179	0,002	13,306	0,001	18,433	0,014
3,174	0,002	8,301	0,002	13,428	0,002	18,555	0,012
3,296	0,002	8,423	0,002	13,550	0,002	18,677	0,010
3,418	0,002	8,545	0,002	13,672	0,002	18,799	0,007
3,540	0,004	8,667	0,002	13,794	0,002	18,921	0,005
3,662	0,005	8,789	0,002	13,916	0,002	19,043	0,002
3,784	0,006	8,911	0,003	14,038	0,002	19,165	0,000
3,906	0,006	9,033	0,003	14,160	0,002	19,287	0,002
4,028	0,006	9,155	0,002	14,282	0,002	19,409	0,003
4,150	0,006	9,277	0,002	14,404	0,002	19,531	0,004
4,273	0,005	9,399	0,001	14,526	0,002	19,653	0,004
4,395	0,004	9,522	0,001	14,648	0,003	19,775	0,005
4,517	0,003	9,644	0,000	14,771	0,002	19,898	0,005
4,639	0,002	9,766	0,001	14,893	0,002	20,020	0,004
4,761	0,004	9,888	0,002	15,015	0,002	20,142	0,003
4,883	0,006	10,010	0,002	15,137	0,001	20,264	0,002
5,005	0,008	10,132	0,003	15,259	0,001	20,386	0,002

... suite page suivante...

... suite de la page précédente...

$f$ (Hz)	$ F[\xi] $	$f$ (Hz)	$ F[\xi] $	$f$ (Hz)	$ F[\xi] $	$f$ (Hz)	$ F[\xi] $
20,508	0,001	25,757	0,001	31,006	0,001	36,255	0,001
20,630	0,001	25,879	0,001	31,128	0,000	36,377	0,001
20,752	0,002	26,001	0,000	31,250	0,000	36,499	0,001
20,874	0,002	26,123	0,000	31,372	0,000	36,621	0,001
20,996	0,003	26,245	0,001	31,494	0,001	36,743	0,000
21,118	0,003	26,367	0,001	31,616	0,001	36,865	0,000
21,240	0,003	26,489	0,001	31,738	0,001	36,987	0,000
21,362	0,002	26,611	0,001	31,860	0,001	37,109	0,000
21,484	0,002	26,733	0,001	31,982	0,001	37,231	0,001
21,606	0,001	26,856	0,001	32,105	0,000	37,354	0,001
21,729	0,001	26,978	0,001	32,227	0,000	37,476	0,001
21,851	0,001	27,100	0,001	32,349	0,000	37,598	0,001
21,973	0,001	27,222	0,001	32,471	0,000	37,720	0,001
22,095	0,002	27,344	0,001	32,593	0,001	37,842	0,000
22,217	0,002	27,466	0,001	32,715	0,001	37,964	0,000
22,339	0,002	27,588	0,001	32,837	0,001	38,086	0,000
22,461	0,002	27,710	0,001	32,959	0,001	38,208	0,000
22,583	0,002	27,832	0,001	33,081	0,001	38,330	0,000
22,705	0,002	27,954	0,001	33,203	0,001	38,452	0,000
22,827	0,002	28,076	0,001	33,325	0,001	38,574	0,001
22,949	0,001	28,198	0,001	33,447	0,001	38,696	0,001
23,071	0,001	28,320	0,001	33,569	0,000	38,818	0,001
23,193	0,001	28,442	0,001	33,691	0,000	38,940	0,001
23,315	0,001	28,565	0,001	33,814	0,001	39,063	0,001
23,438	0,002	28,687	0,001	33,936	0,001	39,185	0,001
23,560	0,002	28,809	0,001	34,058	0,001	39,307	0,000
23,682	0,003	28,931	0,001	34,180	0,001	39,429	0,000
23,804	0,003	29,053	0,001	34,302	0,001	39,551	0,000
23,926	0,003	29,175	0,002	34,424	0,001	39,673	0,000
24,048	0,003	29,297	0,002	34,546	0,001	39,795	0,000
24,170	0,003	29,419	0,002	34,668	0,001	39,917	0,000
24,292	0,002	29,541	0,003	34,790	0,001	40,039	0,000
24,414	0,002	29,663	0,003	34,912	0,001	40,161	0,000
24,536	0,001	29,785	0,003	35,034	0,000	40,283	0,000
24,658	0,001	29,907	0,003	35,156	0,000	40,405	0,000
24,780	0,000	30,029	0,003	35,278	0,001	40,527	0,000
24,902	0,000	30,151	0,003	35,400	0,001	40,649	0,000
25,024	0,001	30,273	0,003	35,523	0,001	40,772	0,000
25,147	0,001	30,396	0,002	35,645	0,001	40,894	0,000
25,269	0,001	30,518	0,002	35,767	0,001	41,016	0,000
25,391	0,001	30,640	0,002	35,889	0,002	41,138	0,000
25,513	0,001	30,762	0,001	36,011	0,002	41,260	0,000
25,635	0,001	30,884	0,001	36,133	0,001	41,382	0,000

... suite page suivante...

... suite de la page précédente...

$f$ (Hz)	$ F[\xi] $	$f$ (Hz)	$ F[\xi] $	$f$ (Hz)	$ F[\xi] $	$f$ (Hz)	$ F[\xi] $
41,504	0,000	43,701	0,000	45,898	0,000	48,096	0,001
41,626	0,000	43,823	0,000	46,021	0,000	48,218	0,001
41,748	0,000	43,945	0,000	46,143	0,000	48,340	0,000
41,870	0,001	44,067	0,000	46,265	0,000	48,462	0,000
41,992	0,001	44,190	0,000	46,387	0,000	48,584	0,000
42,114	0,001	44,312	0,000	46,509	0,000	48,706	0,000
42,236	0,001	44,434	0,000	46,631	0,000	48,828	0,001
42,358	0,001	44,556	0,001	46,753	0,000	48,950	0,001
42,481	0,001	44,678	0,001	46,875	0,000	49,072	0,001
42,603	0,001	44,800	0,001	46,997	0,001	49,194	0,001
42,725	0,001	44,922	0,001	47,119	0,001	49,316	0,001
42,847	0,001	45,044	0,001	47,241	0,001	49,439	0,001
42,969	0,001	45,166	0,001	47,363	0,001	49,561	0,000
43,091	0,000	45,288	0,001	47,485	0,001	49,683	0,000
43,213	0,000	45,410	0,001	47,607	0,001	49,805	0,000
43,335	0,000	45,532	0,001	47,730	0,001	49,927	0,000
43,457	0,000	45,654	0,001	47,852	0,001	50,049	0,000
43,579	0,000	45,776	0,001	47,974	0,001		

FIN

Table E.5 – Position du plateau, position du nez, vitesse relative,  $D = 9,8$  mm et  $f = 6$  Hz

$t$ (s)	$z_p$ (cm)	$z_n$ (cm)	$U_r(t)$ (cm/s)	$t$ (s)	$z_p$ (cm)	$z_n$ (cm)	$U_r(t)$ (cm/s)
0,000	0,000	3,559	0,077	0,171	0,105	4,662	0,063
0,007	0,154	3,670	0,058	0,175	0,202	4,711	0,053
0,011	0,251	3,694	0,047	0,179	0,299	4,735	0,042
0,015	0,347	3,718	0,037	0,183	0,372	4,759	0,032
0,019	0,420	3,718	0,027	0,187	0,444	4,759	0,023
0,023	0,468	3,743	0,019	0,191	0,493	4,783	0,015
0,027	0,517	3,743	0,011	0,195	0,541	4,759	0,008
0,031	0,541	3,743	0,004	0,199	0,565	4,759	0,002
0,035	0,565	3,718	-0,001	0,203	0,565	4,735	-0,003
0,039	0,565	3,694	-0,005	0,207	0,565	4,735	-0,006
0,043	0,565	3,670	-0,007	0,211	0,541	4,735	-0,008
0,047	0,541	3,694	-0,008	0,215	0,517	4,735	-0,007
0,051	0,517	3,694	-0,007	0,219	0,493	4,735	-0,006
0,055	0,468	3,694	-0,004	0,223	0,444	4,735	-0,002
0,059	0,420	3,694	0,000	0,227	0,396	4,735	0,002
0,063	0,372	3,670	0,005	0,231	0,347	4,711	0,008
0,067	0,299	3,670	0,012	0,235	0,275	4,711	0,016
0,071	0,226	3,694	0,020	0,239	0,202	4,735	0,024
0,075	0,154	3,694	0,029	0,243	0,105	4,759	0,034
0,079	0,057	3,718	0,039	0,247	0,009	4,783	0,044
0,083	-0,040	3,767	0,049	0,251	-0,064	4,783	0,054
0,087	-0,113	3,767	0,060	0,255	-0,161	4,807	0,065
0,091	-0,209	3,791	0,070	0,259	-0,258	4,856	0,075
0,095	-0,306	3,839	0,081	0,263	-0,330	4,880	0,086
0,099	-0,379	3,864	0,091	0,267	-0,403	4,928	0,095
0,103	-0,427	3,912	0,100	0,271	-0,451	4,953	0,104
0,107	-0,476	3,960	0,109	0,275	-0,500	5,025	0,112
0,111	-0,524	4,009	0,116	0,279	-0,524	5,074	0,119
0,115	-0,524	4,057	0,122	0,283	-0,524	5,122	0,125
0,119	-0,524	4,106	0,127	0,287	-0,524	5,170	0,129
0,123	-0,524	4,154	0,131	0,291	-0,524	5,219	0,132
0,127	-0,524	4,227	0,133	0,295	-0,500	5,267	0,133
0,131	-0,500	4,251	0,133	0,299	-0,476	5,316	0,133
0,135	-0,476	4,299	0,132	0,303	-0,451	5,340	0,130
0,139	-0,427	4,323	0,129	0,307	-0,427	5,412	0,127
0,143	-0,403	4,396	0,124	0,311	-0,379	5,437	0,122
0,147	-0,355	4,420	0,118	0,315	-0,330	5,485	0,115
0,151	-0,306	4,469	0,111	0,319	-0,282	5,533	0,108
0,155	-0,234	4,517	0,103	0,323	-0,209	5,582	0,099
0,159	-0,161	4,541	0,094	0,327	-0,113	5,582	0,089
0,163	-0,064	4,590	0,084	0,331	-0,040	5,654	0,079
0,167	0,009	4,638	0,074	0,335	0,057	5,679	0,069

... suite page suivante...

... suite de la page précédente...

$t$ (s)	$z_p$ (cm)	$z_n$ (cm)	$U_r(t)$ (cm/s)	$t$ (s)	$z_p$ (cm)	$z_n$ (cm)	$U_r(t)$ (cm/s)
0,339	0,154	5,703	0,058	0,347	0,323	5,800	0,038
0,343	0,251	5,751	0,048	0,351	0,396	5,800	0,028

FIN

Table E.6 – Evolution temporelle de  $z_n - z_{onde}$ ,  $D = 9,8$  mm et  $f = 6$  Hz

$t$ (s)	$z_n - z_{onde}$ (cm)	$t$ (s)	$z_n - z_{onde}$ (cm)
0,060	-0,508	0,220	-0,484
0,064	-0,605	0,224	-0,508
0,068	-0,678	0,228	-0,508
0,072	-0,702	0,232	-0,557
0,076	-0,799	0,236	-0,629
0,080	-0,895	0,240	-0,726
0,084	-0,968	0,244	-0,823
0,088	-1,137	0,248	-0,920
0,092	-1,186	0,252	-0,992
0,096	-1,307	0,256	-1,137
0,100	-1,379	0,260	-1,210
0,104	-1,597	0,264	-1,355
0,108	-1,767	0,268	-1,452
0,112	-1,888	0,272	-1,621
0,116	-2,057	0,276	-1,767
0,120	-2,226	0,280	-2,009
0,124	-2,468	0,284	-2,154
0,128	-2,638	0,288	-2,323
0,132	-2,904	0,292	-2,541
0,136	-3,122	0,296	-2,807
0,140	-3,388	0,300	-3,049
0,144	-3,703	0,304	-3,291
0,148	-3,969	0,308	-3,557
0,152	-4,235	0,312	-3,824
0,156	-4,574	0,316	-4,138
0,160	-4,864	0,320	-4,404
0,164	-5,058	0,324	-4,719

FIN

Table E.7 – Position du plateau, position du nez, vitesse relative,  $D = 20$  mm et  $f = 6,5$  Hz

$t$ (s)	$z_p$ (cm)	$z_n$ (cm)	$U_r(t)$ (cm/s)	$t$ (s)	$z_p$ (cm)	$z_n$ (cm)	$U_r(t)$ (cm/s)
0,000	0,000	1,585	0,148	0,085	-0,203	1,860	0,134
0,003	0,068	1,730	0,135	0,087	-0,246	1,850	0,143
0,005	0,114	1,830	0,126	0,089	-0,287	1,850	0,151
0,007	0,159	1,910	0,117	0,091	-0,326	1,840	0,160
0,009	0,203	2,000	0,107	0,093	-0,363	1,850	0,168
0,011	0,246	2,090	0,098	0,095	-0,397	1,850	0,177
0,013	0,287	2,170	0,090	0,097	-0,428	1,860	0,184
0,015	0,326	2,250	0,081	0,099	-0,457	1,870	0,191
0,017	0,362	2,310	0,073	0,101	-0,483	1,900	0,198
0,019	0,397	2,370	0,065	0,103	-0,505	1,930	0,204
0,021	0,428	2,430	0,057	0,105	-0,524	1,970	0,210
0,023	0,457	2,480	0,050	0,107	-0,539	2,010	0,215
0,025	0,482	2,520	0,043	0,109	-0,550	2,060	0,219
0,027	0,505	2,540	0,037	0,111	-0,558	2,110	0,223
0,029	0,523	2,550	0,031	0,113	-0,562	2,170	0,226
0,031	0,539	2,550	0,026	0,115	-0,562	2,230	0,229
0,033	0,550	2,540	0,022	0,117	-0,558	2,290	0,230
0,035	0,558	2,520	0,018	0,119	-0,551	2,350	0,231
0,037	0,562	2,490	0,015	0,121	-0,539	2,410	0,231
0,039	0,562	2,460	0,013	0,123	-0,524	2,470	0,230
0,041	0,558	2,430	0,011	0,125	-0,506	2,520	0,229
0,043	0,551	2,390	0,011	0,127	-0,484	2,560	0,227
0,045	0,540	2,350	0,011	0,129	-0,458	2,610	0,224
0,047	0,525	2,310	0,011	0,131	-0,430	2,650	0,220
0,049	0,506	2,270	0,013	0,133	-0,399	2,700	0,216
0,051	0,484	2,230	0,015	0,135	-0,364	2,750	0,211
0,053	0,459	2,190	0,018	0,137	-0,328	2,790	0,206
0,055	0,430	2,170	0,021	0,139	-0,289	2,850	0,200
0,057	0,399	2,150	0,026	0,141	-0,248	2,920	0,193
0,059	0,365	2,130	0,031	0,143	-0,206	2,980	0,186
0,061	0,328	2,120	0,036	0,145	-0,162	3,060	0,178
0,063	0,289	2,100	0,042	0,147	-0,117	3,140	0,170
0,065	0,248	2,080	0,049	0,149	-0,071	3,230	0,162
0,067	0,206	2,060	0,056	0,151	-0,024	3,330	0,153
0,069	0,162	2,040	0,064	0,153	0,022	3,420	0,145
0,071	0,117	2,010	0,072	0,155	0,069	3,520	0,136
0,073	0,071	1,990	0,080	0,157	0,114	3,610	0,127
0,075	0,025	1,970	0,089	0,159	0,159	3,700	0,118
0,077	-0,022	1,940	0,097	0,161	0,203	3,790	0,108
0,079	-0,068	1,920	0,106	0,163	0,246	3,880	0,099
0,081	-0,114	1,890	0,115	0,165	0,287	3,970	0,091
0,083	-0,159	1,880	0,125	0,167	0,326	4,040	0,082

... suite page suivante...



... suite de la page précédente...

$t$ (s)	$z_p$ (cm)	$z_n$ (cm)	$U_r(t)$ (cm/s)	$t$ (s)	$z_p$ (cm)	$z_n$ (cm)	$U_r(t)$ (cm/s)
0,169	0,363	4,120	0,074	0,255	-0,505	3,750	0,204
0,171	0,397	4,180	0,066	0,257	-0,524	3,790	0,209
0,173	0,429	4,240	0,058	0,259	-0,539	3,830	0,215
0,175	0,457	4,290	0,051	0,261	-0,550	3,870	0,219
0,177	0,483	4,330	0,044	0,263	-0,558	3,930	0,223
0,179	0,505	4,360	0,038	0,265	-0,562	3,980	0,226
0,181	0,524	4,380	0,032	0,267	-0,562	4,040	0,228
0,183	0,539	4,390	0,027	0,269	-0,558	4,110	0,230
0,185	0,550	4,380	0,022	0,271	-0,551	4,170	0,231
0,187	0,558	4,360	0,019	0,273	-0,539	4,230	0,231
0,189	0,562	4,330	0,016	0,275	-0,524	4,280	0,231
0,191	0,562	4,310	0,013	0,277	-0,506	4,330	0,229
0,193	0,558	4,270	0,012	0,279	-0,484	4,380	0,227
0,195	0,551	4,240	0,011	0,281	-0,458	4,430	0,224
0,197	0,539	4,200	0,011	0,283	-0,430	4,470	0,221
0,199	0,524	4,160	0,011	0,285	-0,398	4,520	0,217
0,201	0,506	4,110	0,013	0,287	-0,364	4,560	0,212
0,203	0,484	4,070	0,015	0,289	-0,327	4,610	0,206
0,205	0,458	4,030	0,017	0,291	-0,288	4,670	0,200
0,207	0,430	4,010	0,021	0,293	-0,248	4,730	0,194
0,209	0,398	3,990	0,025	0,295	-0,205	4,790	0,187
0,211	0,364	3,970	0,030	0,297	-0,161	4,870	0,179
0,213	0,328	3,960	0,036	0,299	-0,116	4,950	0,171
0,215	0,289	3,950	0,042	0,301	-0,070	5,030	0,163
0,217	0,248	3,930	0,048	0,303	-0,024	5,120	0,154
0,219	0,205	3,910	0,055	0,305	0,023	5,220	0,146
0,221	0,161	3,880	0,063	0,307	0,069	5,310	0,137
0,223	0,116	3,860	0,071	0,309	0,115	5,410	0,128
0,225	0,070	3,830	0,079	0,311	0,160	5,500	0,119
0,227	0,024	3,810	0,088	0,313	0,204	5,590	0,109
0,229	-0,022	3,780	0,096	0,315	0,247	5,680	0,100
0,231	-0,069	3,760	0,105	0,317	0,288	5,770	0,092
0,233	-0,115	3,740	0,114	0,319	0,326	5,850	0,083
0,235	-0,160	3,720	0,124	0,321	0,363	5,940	0,075
0,237	-0,204	3,700	0,133	0,323	0,397	6,000	0,066
0,239	-0,246	3,690	0,142	0,325	0,429	6,060	0,059
0,241	-0,287	3,680	0,150	0,327	0,458	6,110	0,051
0,243	-0,326	3,670	0,159	0,329	0,483	6,160	0,045
0,245	-0,363	3,670	0,168	0,331	0,505	6,190	0,038
0,247	-0,397	3,680	0,176	0,333	0,524	6,210	0,032
0,249	-0,429	3,690	0,183	0,335	0,539	6,220	0,027
0,251	-0,457	3,700	0,191	0,337	0,550	6,220	0,023
0,253	-0,483	3,720	0,197	0,339	0,558	6,200	0,019

... suite page suivante...

... suite de la page précédente...

$t$ (s)	$z_p$ (cm)	$z_n$ (cm)	$U_r(t)$ (cm/s)	$t$ (s)	$z_p$ (cm)	$z_n$ (cm)	$U_r(t)$ (cm/s)
0,341	0,562	6,180	0,016	0,347	0,551	6,090	0,011
0,343	0,562	6,150	0,013	0,349	0,539	6,050	0,010
0,345	0,558	6,120	0,012	0,351	0,524	6,010	0,011

FIN

Table E.8 – Evolution temporelle de  $z_n - z_{onde}$ ,  $D = 20$  mm et  $f = 6,5$  Hz

$t$ (s)	$z_n - z_{onde}$ (cm)	$t$ (s)	$z_n - z_{onde}$ (cm)
0,048	-0,790	0,202	-0,900
0,050	-0,760	0,204	-1,000
0,052	-0,820	0,206	-1,040
0,054	-0,950	0,208	-1,150
0,056	-1,070	0,210	-1,310
0,058	-1,110	0,212	-1,340
0,060	-1,220	0,214	-1,450
0,062	-1,330	0,216	-1,560
0,064	-1,440	0,218	-1,660
0,066	-1,500	0,220	-1,760
0,068	-1,620	0,222	-1,910
0,070	-1,710	0,224	-2,040
0,072	-1,820	0,226	-2,260
0,074	-1,920	0,228	-2,340
0,076	-2,130	0,230	-2,560
0,078	-2,250	0,232	-2,780
0,080	-2,440	0,234	-3,000
0,082	-2,670	0,236	-3,140
0,084	-2,840	0,238	-3,400
0,086	-3,010	0,240	-3,550
0,088	-3,280	0,242	-3,770
0,090	-3,440	0,244	-3,950
0,092	-3,630	0,246	-4,160
0,094	-3,780	0,248	-4,310
0,096	-3,980	0,250	-4,520
0,098	-4,150	0,252	-4,720
0,100	-4,330	0,254	-4,900
0,102	-4,510	0,256	-5,070
0,104	-4,660	0,258	-5,270
0,106	-4,860	0,260	-5,520
0,108	-5,010	0,262	-5,580
0,110	-5,290	0,264	-5,870
0,112	-5,550	0,266	-6,100
0,114	-5,690	0,268	-6,310
0,116	-5,940	0,270	-6,490

... suite page suivante...

... suite de la page précédente...

$t$ (s)	$z_n - z_{sonde}$ (cm)	$t$ (s)	$z_n - z_{sonde}$ (cm)
0,118	-6,100	0,272	-6,720
0,120	-6,390	0,274	-6,950
0,122	-6,650	0,276	-7,200
0,124	-6,890	0,278	-7,440
0,126	-7,000	0,280	-7,720
		0,282	-8,030
		0,284	-8,210
		0,286	-8,420
		0,288	-8,740
		0,290	-9,010
		0,292	-9,250
		0,294	-9,480
		0,296	-9,650
		0,298	-9,800

FIN

Table E.9 – Evolution de l'épaisseur de film en fonction de temps, eau,  $D = 9,8$  mm

$f = 6$ Hz		$f = 7$ Hz		$f = 8$ Hz	
$t$ (s)	$e$ (cm)	$t$ (s)	$e$ (cm)	$t$ (s)	$e$ (cm)
0,04	0,052	0,0355	0,0455	0,0334	0,039
0,044	0,052	0,0395	0,0455	0,0374	0,039
0,048	0,0455	0,0435	0,039	0,0414	0,039
0,052	0,039	0,0475	0,039	0,0454	0,0325
0,056	0,039	0,0515	0,0325	0,0614	0,0325
0,068	0,039	0,0555	0,0325	0,0694	0,0325
0,072	0,0325	0,0675	0,0325	0,0734	0,026
0,076	0,0325	0,0755	0,0325	0,0814	0,026
0,08	0,0325	0,0875	0,026	0,0854	0,026
0,084	0,026	0,0955	0,026	0,0894	0,039
0,096	0,026	0,0995	0,026	0,0934	0,013
0,1	0,026	0,1035	0,013	0,0974	0,039
0,104	0,0195	0,1075	0,0325	0,1014	0,052
0,108	0,0195	0,1115	0,0455	0,1134	0,052
0,112	0,013	0,1275	0,052	0,1214	0,0455
0,116	0,013	0,1435	0,0455	0,1254	0,0455
0,12	0,013	0,1555	0,039	0,1294	0,039
0,124	0,013	0,1675	0,039	0,1414	0,039
0,128	0,0325	0,1715	0,039	0,1534	0,039
0,132	0,0325	0,1755	0,039		
0,136	0,039				
0,152	0,0455				
0,172	0,0455				
0,192	0,0455				
0,208	0,052				

Table E.10 – Evolution de l'épaisseur de film en fonction de temps, eau,  $D = 20$  mm

$f = 6,5$ Hz		$f = 7$ Hz		$f = 8$ Hz	
$t$ (s)	$e$ (cm)	$t$ (s)	$e$ (cm)	$t$ (s)	$e$ (cm)
0,039	0,11	0,016	0,12	0,022	0,17
0,041	0,11	0,018	0,12	0,026	0,16
0,045	0,1	0,02	0,12	0,032	0,16
0,053	0,09	0,022	0,12	0,038	0,15
0,065	0,09	0,028	0,11	0,046	0,15
0,085	0,09	0,034	0,11	0,056	0,14
0,095	0,1	0,044	0,11	0,066	0,12
0,105	0,08	0,054	0,11	0,076	0,11
0,115	0,08	0,064	0,11	0,082	0,11
0,131	0,08	0,074	0,11	0,086	0,11
0,133	0,09	0,084	0,1	0,09	0,1
0,135	0,05	0,088	0,1	0,094	0,1
0,137	0,04	0,092	0,1	0,098	0,09
0,139	0,03	0,096	0,1	0,1	0,08
0,141	0,02	0,1	0,1	0,102	0,11
0,143	0,13	0,102	0,1	0,104	0,15
0,145	0,12	0,104	0,06	0,106	0,11
0,147	0,12	0,106	0,05	0,108	0,04
0,149	0,12	0,108	0,03	0,11	0,03
0,155	0,12	0,11	0,03	0,112	0,08
0,165	0,11	0,112	0,13	0,114	0,16
0,173	0,11	0,114	0,14	0,116	0,16
0,185	0,11	0,116	0,13	0,122	0,17
0,193	0,11	0,118	0,14	0,132	0,17
		0,12	0,14	0,14	0,17
		0,122	0,14	0,146	0,17
		0,124	0,14		
		0,126	0,14		
		0,128	0,14		
		0,134	0,14		
		0,144	0,13		
		0,15	0,13		
		0,154	0,13		
		0,158	0,12		
		0,16	0,12		



# Liste des tableaux

3.1	Modes de fonctionnement de la caméra CMOS rapide . . . . .	54
3.2	Propriétés physiques des fluides utilisés à 20° C . . . . .	65
3.3	La tension superficielle . . . . .	66
4.1	Valeurs des nombres de Froude et Bond pour les fluides dans le cas stagnant sans oscillation, comparaison avec Fabre et Line (1992) . . . . .	69
4.2	Valeurs de $\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$ en fonction de $a$ obtenues par Brannock et Kubie(1996) . . . . .	77
4.3	Valeurs de $C_1$ pour les différents fluides utilisés . . . . .	81
4.4	Valeurs de $a$ , $\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$ et $U_f/\bar{U}_{b_0}$ au point critique. . . . .	87
5.1	Valeurs de la courbure moyenne $\xi_m$ pour les différentes accélérations relatives . . . . .	110
5.2	Evolution de la courbure en fonction de la position du plateau, $0,5 < a < 1$ . . . . .	111
5.3	Evolution de la courbure en fonction de la position du plateau, $a \geq 1$ . . . . .	111
5.4	Evolution de la courbure en fonction de la position du plateau, $0,5 < a < 0,9$ . . . . .	118
5.5	Evolution de la courbure en fonction de la position du plateau, $a \geq 0,9$ . . . . .	119
5.6	Evolution de la vitesse de l'onde en fonction de la fréquence d'oscillation . . . . .	127
5.7	Vitesse de l'onde, comparaison avec l'équation 5.7 . . . . .	127
5.8	Épaisseur de film, vitesse relative moyenne . . . . .	137
5.9	Vitesse de l'onde, comparaison avec Kapitza (1948) . . . . .	137
D.1	Eau . . . . .	167
D.2	Ethanol . . . . .	168
D.3	Aniline . . . . .	168
D.4	Tétrachlorure de carbone . . . . .	169
D.5	Eau (D=2 cm) . . . . .	170
D.6	Eau (b=2 cm) . . . . .	170
D.7	Valeurs de $U_f/\bar{U}_{b_0}$ obtenues par intégration numérique . . . . .	171
E.1	Position du plateau, évolution temporelle de la courbure, $D = 9,8$ mm et $f = 6$ Hz . . . . .	173
E.2	Spectre de fluctuation , $D = 9,8$ mm et $f = 6$ Hz . . . . .	176
E.3	Position du plateau, évolution temporelle de la courbure, $D = 20$ mm et $f = 6$ Hz . . . . .	179
E.4	Spectre de fluctuation, $D = 20$ mm et $f = 6$ Hz . . . . .	184
E.5	Position du plateau, position du nez, vitesse relative, $D = 9,8$ mm et $f = 6$ Hz . . . . .	187
E.6	Evolution temporelle de $z_n - z_{onde}$ , $D = 9,8$ mm et $f = 6$ Hz . . . . .	189
E.7	Position du plateau, position du nez, vitesse relative, $D = 20$ mm et $f = 6,5$ Hz . . . . .	190
E.8	Evolution temporelle de $z_n - z_{onde}$ , $D = 20$ mm et $f = 6,5$ Hz . . . . .	192
E.9	Evolution de l'épaisseur de film en fonction de temps, eau, $D = 9,8$ mm . . . . .	194
E.10	Evolution de l'épaisseur de film en fonction de temps, eau, $D = 20$ mm . . . . .	195





# Table des figures

1.1	Classification de l'écoulement diphasique en conduite verticale (Ishii (1975)). . . . .	9
1.2	Classification de l'écoulement diphasique en conduite horizontale. . . . .	10
1.3	Carte d'écoulement pour l'écoulement diphasique vertical (Taitel et Dukler (1976)). . . . .	11
1.4	Écoulement vertical : comparaison Ishii et Mishima et Taitel et Dukler. . . . .	12
1.5	Carte des différents régimes lors d'un écoulement horizontal (Taitel et Dukler (1976)). . . . .	12
1.6	Carte d'écoulement pour l'écoulement diphasique incliné vers le haut (Barnea <i>et al.</i> (1980)). . . . .	13
1.7	Carte d'écoulement pour l'écoulement diphasique incliné vers le bas (Barnea <i>et al.</i> (1980)). . . . .	13
1.8	Instabilité de Kelvin-Helmholtz. . . . .	14
1.9	La bulle de Taylor et l'écoulement du liquide autour d'elle. . . . .	16
1.10	La bulle de Taylor dans un liquide stagnant (bas droite) et en liquide descendant (autres images), (Martin (1976)). . . . .	26
1.11	Rapport des vitesses $\bar{U}_b/U_{b_0}$ en fonction de l'accélération relative $a$ , Brannock et Kubie (1996) : ■, $D = 22$ mm; ▲, $D = 44$ mm; --, éq. (1.32); -, éq. (1.33). . . . .	32
1.12	Comparaison entre les résultats expérimentaux de Brannock et Kubie (1996) et les résultats numériques de Clanet <i>et al.</i> (2004) : ■, expérience ( $D = 22$ mm); ▲, expérience ( $D = 44$ mm); --, intégration numérique ( $D = 22$ mm); -, intégration numérique ( $D = 44$ mm). . . . .	33
2.1	Solution numérique de l'équation (2.2), $a = 0, 25, b/D = 10^3$ . . . . .	39
2.2	Spectres de $\bar{U}_b^* = \bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$ . . . . .	40
2.3	Solution numérique de l'équation (2.2), $a = 0, 25, b/D = 10^3$ . . . . .	41
2.4	Evolution de $\bar{U}_b^*/\bar{U}_{b(b/D \rightarrow \infty)}^*$ en fonction de $b/D$ . . . . .	42
2.5	Evolution de $U_f^*/U_{f(b/D \rightarrow \infty)}^*$ en fonction de $b/D$ . . . . .	43
2.6	Evolution du déphasage $\phi$ avec le rapport $b/D$ . . . . .	44
2.7	Comparaison de l'éq. (2.1) avec l'éq. (2.10). . . . .	45
2.8	Analyse de l'éq. (2.11), $A = \max[1 + a \sin x, 0]$ , $x = \omega t$ . . . . .	46
3.1	Vue d'ensemble du dispositif expérimental. . . . .	51
3.2	Schéma de l'installation expérimentale. . . . .	52
3.3	Mouvement de la bielle: approximation sinusoïdale. Technique de mesure de la fréquence d'oscillation du plateau. . . . .	52
3.4	Système de rotation et de formation de la bulle de Taylor. . . . .	53
3.5	Configuration 1. . . . .	55
3.6	Configuration 2. . . . .	55
3.7	Configuration 3. . . . .	56
3.8	Cylindre de tête conique. . . . .	57
3.9	Différentes étapes de traitement d'images. . . . .	60
3.10	(a) Positions mesurée et optimisée du plateau, (b) Résidu résultant de l'optimisation du mouvement du plateau et l'histogramme du résidu, (c) Analyse spectrale de la trajectoire du plateau, $f = 5$ Hz et $b = 5$ mm. . . . .	62
3.11	(a) Positions mesurée et optimisée de la bulle, (b) Oscillation de la bulle autour de sa position moyenne, $f = 5$ Hz et $b = 5$ mm. . . . .	63

3.12 (a) Résidu résultant de l'optimisation du mouvement de la bulle et l'histogramme du résidu, (b) Spectre de fréquences des accélérations, $f = 5$ Hz et $b = 5$ mm. . . . .	64
4.1 Evolution du nombre de Froude dans 4 liquides, sans oscillation, $D = 9,8$ mm, ●; eau $D = 20$ mm, ▲. 68	
4.2 Evolution temporelle : (a) position du plateau, (b) position du nez, (c) vitesse relative, (d) accélération relative $\frac{g(t)}{g} = 1 - a \sin \omega t$ , (e) position de l'onde, pour l'eau, $f = 7$ Hz, $b = 5$ mm, $D = 9,8$ mm. Dans cette expérience $\bar{U}_{b_0} \simeq 1,04\bar{U}_b$ . . . . .	70
4.3 Schéma de la déformation du nez de la bulle au cours d'une demi-période. Les tirets correspondent à la forme de la bulle de Taylor en fluide stagnant. La partie droite de la figure représente la formation de l'onde au nez et montre sa propagation vers le bas de la poche. . . . .	71
4.4 Photo de la bulle de Taylor à $t = t_0$ and $t = t_0 + \Delta t$ , $\Delta t = 0.012$ s, pour $f = 7$ Hz, $D = 9,8$ mm, $a = 1,08$ - apparition de la propagation de l'onde. . . . .	72
4.5 Evolution de $\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$ en fonction de $a$ : Eau, $D = 9,8$ mm, ●, $b = 5$ mm; ■, $b = 20$ mm. . . . .	73
4.6 Evolution de $U_f/\bar{U}_{b_0}$ en fonction de $a$ : Eau, $D = 9,8$ mm, ●, $b = 5$ mm; ■, $b = 20$ mm. . . . .	74
4.7 Evolution de la vitesse ascendante moyenne de la bulle, $\bar{U}_b$ en fonction de l'accélération relative $a$ , pour l'eau : ●, $D = 9,8$ mm; ■, $D = 20$ mm . . . . .	75
4.8 Evolution de $\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$ en fonction de $a$ , comparaison avec Brannock et Kubie(1996) et Clanet et al. (2004) : nos résultats expérimentaux : ▲, $D = 20$ mm; travaux antérieurs : ■, Brannock et Kubie ( $D = 22$ mm); □, Brannock and Kubie ( $D = 44$ mm); --, Clanet et al. ( $D = 22$ mm); -, Clanet et al., ( $D=44$ mm) . . . . .	77
4.9 Evolution de résidu, $(\bar{U}_{b_{calc}} - \bar{U}_b)/\bar{U}_b$ en fonction de temps $t$ . . . . .	78
4.10 Evolution de $U_f/\bar{U}_{b_0}$ en fonction de l'accélération relative, $a$ pour l'eau : ●, $D = 9,8$ mm; ■, $D = 20$ mm. Ligne solide : régression linéaire optimale. . . . .	78
4.11 Evolution de $\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$ en fonction de l'accélération relative, $a$ : ●, Eau; ■, Ethanol; ○, Tétrachlorure de carbone; □, Aniline; ▲, Eau ( $D = 20$ mm). . . . .	80
4.12 Evolution de $U_f/\bar{U}_{b_0}$ en fonction de l'accélération relative : ●, Eau $Bo = 13,05$ ; □, Aniline $Bo = 23,55$ ; ■, Ethanol $Bo = 33,62$ ; ▲, Eau ( $D = 20$ mm) $Bo = 54,3$ ; ○, Tétrachlorure de carbone $Bo = 57,4$ . . . . .	81
4.13 $C_1$ en fonction de $l_c/D$ pour les quatre fluides ( $D = 9,8$ mm) et pour l'eau ( $D = 20$ mm). . . . .	82
4.14 Exemple de la résolution numérique de l'Eq. (2.1), eau, $f = 5$ Hz et $D = 9,8$ mm. . . . .	83
4.15 Evolution de $U_f/\bar{U}_{b_0}$ en fonction de l'accélération relative $a$ : ○, Tétrachlorure de carbone; ▲, Eau ( $D = 20$ mm); -, Intégration numérique de l'Eq. (2.1), $D = 9,8$ mm et $Fr = 0,33$ . . . . .	84
4.16 Evolution de $U_f/\bar{U}_{b_0}$ en fonction de l'accélération relative $a$ : ■, Ethanol; -, Intégration numérique de l'Eq. (2.1), $D = 9,8$ mm et $Fr = 0,32$ . . . . .	84
4.17 Evolution de $U_f/\bar{U}_{b_0}$ en fonction de l'accélération relative $a$ : □, Aniline; -, Intégration numérique de l'Eq. (2.1), $D = 9,8$ mm et $Fr = 0,28$ . . . . .	85
4.18 Evolution de $U_f/\bar{U}_{b_0}$ en fonction de l'accélération relative $a$ : ●, Eau; -, Intégration numérique de l'Eq. (2.1), $D = 9,8$ mm et $Fr = 0,22$ . . . . .	85
4.19 Déphasage $\phi$ entre le mouvement du plateau oscillant et celui de la bulle en fonction de l'accélération relative, $a$ : Travail expérimental : ●, Eau; ■, Ethanol; ○, Tétrachlorure de carbone; □, Aniline; ▲, Eau ( $D = 20$ mm); Intégration numérique : --, Eau, $D = 9,8$ mm, $Fr = 0,22$ ; -, Aniline, $D = 9,8$ mm, $Fr = 0,28$ ; ···, Ethanol et Tétrachlorure de carbone ( $D = 9,8$ mm), Eau ( $D = 20$ mm), $Fr = 0,33$ . . . . .	86
4.20 Dynamique de la bulle de Taylor vs. l'accélération relative : a) vitesse moyenne, b) vitesse fluctuante, ●, Eau ( $Bo = 13,05$ ); ○, Tétrachlorure de carbone ( $Bo = 57,4$ ); ▲, Eau ( $D = 20$ mm) ( $Bo = 54,3$ ), - Eq. 4.12 pour $\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$ et Eq. 4.13 pour $U_f/\bar{U}_{b_0}$ . . . . .	90

4.21	Précision des corrélations proposées : a) vitesse moyenne expérimentale vs. valeurs données par Eq. 4.12, b) vitesse fluctuante expérimentale vs. valeurs données par Eq. 4.13. ●, donnée brute; ○, Brannock et Kubie ( $D = 22$ mm); △, Brannock et Kubie ( $D = 44$ mm), - , ligne : pente=1; - -, lignes avec les pentes maximale et minimale. . . . .	91
4.22	Evolution de résidu $(\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0} - \bar{U}_b/\bar{U}_{b_0(B_0 \rightarrow \infty)})/\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0(B_0 \rightarrow \infty)}$ en fonction de nombre de Bond. . . . .	92
4.23	Evolution de résidu $(U_f/\bar{U}_{b_0} - U_f/\bar{U}_{b_0(B_0 \rightarrow \infty)})/U_f/\bar{U}_{b_0(B_0 \rightarrow \infty)}$ en fonction de nombre de Bond. . . . .	92
4.24	Evolution temporelle de la vitesse relative : a) Eau, $f = 5$ Hz; b) Eau, $f = 7$ Hz, $D = 9,8$ mm . . . . .	94
4.25	Evolution de nombre de Froude pour les 4 liquides utilisés, $D = 9,8$ mm, $f = 5$ Hz. . . . .	95
4.26	Evolution de nombre de Froude pour différentes fréquences, a) Eau, b) Aniline, $D = 9,8$ mm. . . . .	96
4.27	Evolution de nombre de Froude pour différentes fréquences, a) Ethanol, b) Tétrachlorure de Carbone, $D = 9,8$ mm. . . . .	97
5.1	Éclairage classique, $D = 20$ mm, $f = 8$ Hz, trois positions par rapport au tube : (a) position basse, (b) position haute, (c) utilisation de deux spots, l'un en position basse et l'autre en position haute. . . . .	103
5.2	Éclairage laser, $D = 20$ mm, $f = 8$ Hz, apparition d'une zone lumineuse au dessus du nez. . . . .	103
5.3	Éclairage LED, $D = 20$ mm, $f = 8$ Hz, courbure négative observée par cette technique. . . . .	104
5.4	Notations utilisées pour la description de la courbure. . . . .	105
5.5	Evolution de $z/D$ en fonction de $r/D$ , $D = 9,8$ mm et $f = 5$ Hz. . . . .	106
5.6	Evolution de $z/D$ en fonction de $(r/D)^2$ , $D = 9,8$ mm et $f = 5$ Hz. . . . .	107
5.7	Différentes étapes de détermination de la courbure négative, $D = 20$ mm et $f = 7$ Hz. ●, côté droit; ■, côté gauche, 1 pix=0,0642 mm. . . . .	108
5.8	Différentes étapes de détermination de la courbure négative, $D = 20$ mm et $f = 8$ Hz. ●, côté droit; ■, côté gauche, 1 pix=0,0642 mm. . . . .	109
5.9	(a) Position du plateau, (b) Evolution temporelle de $\xi$ , (c) Evolution temporelle de $(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$ , (d) Spectre, $D = 9,8$ mm et $f = 3$ Hz ( $a = 0, 18$ ). . . . .	112
5.10	(a) Position du plateau, (b) Evolution temporelle de $\xi$ , (c) Evolution temporelle de $(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$ , (d) Spectre, $D = 9,8$ mm et $f = 5$ Hz ( $a = 0, 5$ ). . . . .	113
5.11	(a) Position du plateau, (b) Evolution temporelle de $\xi$ , (c) Evolution temporelle de $(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$ , (d) Spectre, $D = 9,8$ mm et $f = 6$ Hz ( $a = 0, 72$ ). . . . .	114
5.12	Phases montante et descendante du plateau. . . . .	115
5.13	(a) Position du plateau, (b) Evolution temporelle de $\xi$ , (c) Evolution temporelle de $(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$ , (d) Spectre, $D = 9,8$ mm et $f = 7$ Hz ( $a = 1$ ). . . . .	116
5.14	(a) Position du plateau, (b) Evolution temporelle de $\xi$ , (c) Evolution temporelle de $(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$ , (d) Spectre, $D = 9,8$ mm et $f = 8$ Hz ( $a = 1, 3$ ). . . . .	117
5.15	(a) Position du plateau, (b) Evolution temporelle de $\xi$ , (c) Evolution temporelle de $(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$ , (d) Spectre, $D = 20$ mm et $f = 3$ Hz ( $a = 0, 18$ ). . . . .	120
5.16	(a) Position du plateau, (b) Evolution temporelle de $\xi$ , (c) Evolution temporelle de $(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$ , (d) Spectre, $D = 20$ mm et $f = 6$ Hz ( $a = 0, 72$ ). . . . .	121
5.17	(a) Position du plateau, (b) Evolution temporelle de $\xi$ , (c) Evolution temporelle de $(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$ , (d) Spectre, $D = 20$ mm et $f = 6,5$ Hz ( $a = 0, 85$ ). . . . .	122
5.18	(a) Position du plateau, (b) Evolution temporelle de $\xi$ , (c) Evolution temporelle de $(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$ , (d) Spectre, $D = 20$ mm et $f = 6,8$ Hz ( $a = 0, 93$ ). . . . .	123
5.19	(a) Position du plateau, (b) Evolution temporelle de $\xi$ , (c) Evolution temporelle de $(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$ , (d) Spectre, $D = 20$ mm et $f = 7$ Hz ( $a = 1$ ). . . . .	124
5.20	(a) Position du plateau, (b) Evolution temporelle de $\xi$ , (c) Evolution temporelle de $(\xi/\xi_0) - (\xi/\xi_0)_m$ , (d) Spectre, $D = 20$ mm et $f = 8$ Hz ( $a = 1, 3$ ). . . . .	125

5.21	Courbure modifiée, formation et propagation des ondes oscillantes, $D = 9,8$ mm et $f = 8$ Hz ( $a = 1,3$ ). . . . .	126
5.22	(a) Position du plateau, (b) Position du nez, (c) Vitesse relative, (d) Evolution temporelle de $z_n - z_{onde}$ , $D = 9,8$ mm et $f = 6$ Hz ( $a = 0,72$ ). . . . .	128
5.23	(a) Position du plateau, (b) Position du nez, (c) Vitesse relative, (d) Evolution temporelle de $z_n - z_{onde}$ , $D = 9,8$ mm et $f = 7$ Hz ( $a = 1$ ). . . . .	129
5.24	(a) Position du plateau, (b) Position du nez, (c) Vitesse relative, (d) Evolution temporelle de $z_n - z_{onde}$ , $D = 9,8$ mm et $f = 8$ Hz ( $a = 1,3$ ). . . . .	130
5.25	(a) Position du plateau, (b) Position du nez, (c) Vitesse relative, (d) Evolution temporelle de $z_n - z_{onde}$ , $D = 20$ mm et $f = 6,5$ Hz ( $a = 0,85$ ). . . . .	131
5.26	(a) Position du plateau, (b) Position du nez, (c) Vitesse relative, (d) Evolution temporelle de $z_n - z_{onde}$ , $D = 20$ mm et $f = 7$ Hz ( $a = 1$ ). . . . .	132
5.27	(a) Position du plateau, (b) Position du nez, (c) Vitesse relative, (d) Evolution temporelle de $z_n - z_{onde}$ , $D = 20$ mm et $f = 8$ Hz ( $a = 1,3$ ). . . . .	133
5.28	(a) Position du plateau, (b) Vitesse relative, (c) Evolution temporelle de $e$ , (d) Evolution temporelle de $\xi$ . Cas où $D = 9,8$ mm et $f = 7$ Hz ( $a = 1$ ). . . . .	135
5.29	(a) Position du plateau, (b) Vitesse relative, (c) Evolution temporelle de $e$ , (d) Evolution temporelle de $\xi$ . Cas où $D = 20$ mm et $f = 7$ Hz ( $a = 1$ ). . . . .	136
A.1	Notations utilisées pour la description de la dynamique des bulles de Taylor. . . . .	149
B.1	Notations utilisées pour la description de la dynamique des bulles de Taylor. . . . .	157
C.1	Solution numérique de l'éq. (2.1) pour $a = 0,25$ et $b/D = 10^3$ . . . . .	165

# Bibliographie

- M. ABBAD : Contribution sur les forces d'histoire exercées sur des inclusions solides ou fluides à faibles nombres de Reynolds. *Thèse de Doctorat, INPL Nancy*, 2003.
- M. ABBAD et M. SOUHAR : Effects of the history force on an oscillating rigid sphere at low Reynolds number. *Experiments in Fluids*, 36:775–782, 2004.
- W. AHMAD, J.M. DEJESUS et M. KAWAJI : Falling film hydrodynamics in slug flow. *Chemical Engineering Science*, 53:123–130, 1998.
- D. BARNEA, O. SHOHAM, Y. TAITEL et A.E. DUKLER : Flow pattern transition for gas-liquid flow in horizontal and inclined pipes. *Int. J. Multiphase Flow*, 6:217–226, 1980.
- K.H. BENDIKSEN : An experimental investigation of the motion of long bubbles in inclined tubes. *Int. J. Multiphase Flow*, 10:467–483, 1984.
- K.H. BENDIKSEN : On the motion of long bubbles in vertical tubes. *Int. J. Multiphase Flow*, 11:797–812, 1985.
- D. BRANNOCK et J. KUBIE : Velocity of long bubbles in oscillating vertical pipes. *Int. J. Multiphase Flow*, 22:1031–1034, 1996.
- R.A.S. BROWN : The mechanics of large gas bubbles in tubes - 1. bubble velocities in stagnant liquids. *J. Chem. Eng.*, 43:217–223, 1965.
- J.B.L.M. CAMPOS et J.R.F. Guedes de CARVALHO : An experimental study of the wake of gas slugs rising in liquids. *J. Fluid Mech.*, 196:27–37, 1988.
- C. CLANET, P. HERAUD et G. SEARBY : On the motion of bubbles in vertical tubes of arbitrary cross-sections: some complements to the Dumitrescu Taylor problem. *J. Fluid Mech.*, 19:359–376, 2004.
- T.F. COLEMAN et Y. LI : An interior, trust region approach for nonlinear minimization subject to bounds. *SIAM J. Optim.*, 6:418–445, 1996.
- R. COLLINS, F.F. DEMORAES et D. HARRISON : The motion of a large gas bubble rising through liquid flowing in a tube. *J. Fluid Mech.*, 89:497–514, 1978.
- R.M. DAVIES et G.I TAYLOR : The mechanics of large bubbles rising through extended liquids and through liquids in tubes. *Proc. R. Soc.London*, 200:375–390, 1950.
- J.M. DEJESUS, W.R. AHMAD et M. KAWAJI : Experimental study of flow structure in vertical slug flow”, advances in multiphase flow. *Elsevier Science*, pages 105–118, 1995.
- D.T. DUMITRESCU : Stromung einer lufiblaste in sechrecten rohr. *ZAMM.*, 23:139–149, 1943.
- J. FABRE et A. LINE : Modeling of two-phase slug flow. *Ann. Rev. Fluid Mech*, 24:21–46, 1992.
- H.L. GOLDSMITH et S.G. MASON : Movement of single large bubbles in closed vertical tubes. *J. Fluid Mech.*, 14:42–58, 1962.

- G. W. GOVIER et K. AZIZ : The flow of complex mixtures in pipes. *Van Nostrand- Reinhold Co., New York*, 1972.
- J.R. GRACE et R. CLIFT : Dependence of slug rise velocity on tube Reynolds number in vertical gas-liquid flow. *Chemical Engineering Science*, pages 1348–1350, 1979.
- P. GRIFFITH et G. WALLIS : Two phase slug flow. *J. Heat Transfer*, 83:307–320, 1961.
- R. Van HOUT, A. GULITSKI, D. BARNEA et L. SHEMER : Experimental investigation of the velocity field induced by a Taylor bubble rising in stagnant water. *Int. J. Multiphase Flow*, 28:579–596, 2002.
- M. ISHII : Thermally induced flow instabilities in two-phase mixture in thermal equilibrium. *Ph.D. Thesis, Georgia Institute of Technology.*, 1971.
- M. ISHII : Thermo-fluid dynamic theory of two-phase flow. *Collection de la Direction des Etudes et Recherches d'Electricite de France.*, 22, 1975.
- M. ISHII et K. MISHIMA : Study of two-fluid model and interfacial area. *Argonne National Laboratory Report*, pages 80–111, 1980.
- P.L. KAPITZA : Wave motion of thin viscous layers of liquid. *J. Exp. Theoret. Phys. (U.S.S.R.)*, 18:3–18, 1948.
- M. KAWAJI, J.M. DEJESUS et G. TUDSOE : Investigation of flow structures in vertical slug flow. *Nuclear Engineering and Design*, 175:37–48, 1997.
- J.P. KOCKX, F.T. M. NIEUWSTADT, R.V.A. OLIEMANS et R. DELFOS : Gas entrainment by a liquid film falling around a stationary Taylor bubble in a vertical tube. *Int. J. Multiphase Flow*, 31:1–24, 2005.
- J. KUBIE : Velocity of long bubbles in horizontally oscillating vertical pipes. *Int. J. Multiphase Flow*, 26:339 – 349, 1999.
- H. LAMB : Hydrodynamics. *Dover, New York.*, 1945.
- V.G. LEVICH : Physicochemical hydrodynamics. *Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ*, pages 683–693, 1962.
- D. LIBERZON, L. SHEMER et D. BARNEA : Upward-propagating capillary waves on the surface of short Taylor bubbles. *Physics of fluids*, 18, 2006.
- S. MADANI, O. CABALLINA et M. SOUHAR : Unsteady dynamics of Taylor bubble rising in vertical oscillating tubes. *Int. J. Multiphase Flow*, 35:363–375, 2009.
- Z.S. MAO et A.E. DUKLER : An experimental study of gas - liquid slug flow. *Experiments in Fluids*, 8:169–182, 1989.
- Z.S. MAO et A.E. DUKLER : The motion of Taylor bubbles in vertical tubes - I. A numerical simulation for the shape and rise velocity of Taylor bubbles in stagnant and flowing liquid. *J. Comput. Phys*, 91:132–160, 1990.
- Z.S. MAO et A.E. DUKLER : The motion of Taylor bubbles in vertical tubes - II. Experimental data and simulations for laminar and turbulent flow. *Chem. Eng. Sci.*, 46:2055–2064, 1991.
- C.S. MARTIN : Vertically downward two phase slug flow. *J. Fluid Mech.*, 98:715–722, 1976.
- V.E. NAKORYAKOV, O.N. KASHINSKY et B.K. KOZMENKO : Experimental study of gas - liquid slug flow in a small-diameter vertical pipe. *Int. J. Multiphase Flow*, 12:337–355, 1986.

- V.E. NAKORYAKOV, O.N. KASHINSKY, A.V. PETUKHOV et R.S. GORELIK : Study of local hydrodynamic characteristics of upward slug flow. *Experiments in Fluids*, 7:560–566, 1989.
- D.J. NICKLIN, J.O. WILKES et J.F. DAVIDSON : Two-phase flow in vertical tubes. *Trans. Instn. Chem. Engrs.*, 40:61–68, 1962.
- T.R. NIGMATULIN et F.J. BONETTO : Shape of Taylor bubbles in vertical tubes. *Int. Commun. Heat Mass Transfer*, 24:1177–1185, 1997.
- S. NOGUEIRA, M.L. RIETHMULER, J.B.L.M. CAMPOS et A.M.F.R. PINTO : Flow in the nose region and annular film around a Taylor bubble rising through vertical columns of stagnant and flowing newtonian liquids. *Chemical Engineering Science*, 61:845–857, 2005.
- S. NOGUEIRA, M.L. RIETHMULER, J.B.L.M. CAMPOS et A.M.F.R. PINTO : Flow patterns in the wake of a Taylor bubble rising through vertical columns of stagnant and flowing newtonian liquids: An experimental study. *Chemical Engineering Science*, 61:7199–7212, 2006.
- S. NOGUEIRA, R.G. SOUSA, A.M.F.R. PINTO, M.L. RIETHMULLER et J.B.L.M. CAMPOS : Simultaneous PIV and pulsed shadow technique in slug flow: a solution for optical problems. *Experiments in Fluids*, 35:598–609, 2003.
- A.M.F.R. PINTO, M.N. Coelho PINHEIRO et J.B.L.M. CAMPOS : Coalescence of two gas slugs rising in a co-current flowing liquid in vertical tubes. *Chemical Engineering Science*, 53:2973–2983, 1998.
- S. POLONSKY, D. BARNEA et L. SHEMER : Dependence of slug rise velocity on tube Reynolds number in vertical gas-liquid flow. *Int. J. Multiphase Flow*, 25:795–812, 1999.
- L. SHEMER et D. BAMEA : Visualization of the instantaneous velocity profiles in gas- liquid slug flow. *Phys. Chem. Hydr.*, 8:243–253, 1987.
- Taha TAHA et Z.F. CUI : CFD modelling of slug flow in vertical tubes. *Chemical Engineering Science*, 61:676–687, 2006.
- Y. TAITEL et A.E. DUKLER : A model for predicting flow regime transitions in horizontal and near horizontal gas-liquid flow. *AIChE J.*, 22:47–55, 1976.
- F. VIANA, R. PARDO, R. YÀNEZ, J. TRALLERO et DD. JOSEPH : Universal correlation for the rise velocity of long gas bubbles in round pipes. *J. Fluid Mech.*, 494:379–398, 2003.
- G.B. WALLIS : One-dimensional two-phase flow. *McGraw-Hill, New York*, 1969.
- E.T. WHITE et R.H. BEARDMORE : The velocity of rise of single cylindrical air bubbles through liquids contained in vertical tubes. *Chem. Eng. Sci.*, 17:351–361, 1962.
- E.E. ZUKOSKI : Influence of viscosity, surface tension and inclination angle on motion of long bubbles in closed tubes. *J. Fluid Mech.*, 25:821–837, 1966.





# Table des matières

<b>Nomenclature</b>	<b>ix</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>1 État de l'art</b>	<b>5</b>
1.1 Introduction . . . . .	5
1.2 Écoulement diphasique : Généralités . . . . .	6
1.2.1 Applications . . . . .	6
1.2.2 Classification d'écoulement diphasique . . . . .	7
1.2.3 Prédiction des régimes d'écoulement diphasique . . . . .	10
1.2.4 Limites de l'écoulement séparé . . . . .	14
1.3 Écoulement d'une bulle de Taylor dans les tubes verticaux . . . . .	15
1.3.1 Hydrodynamique d'une bulle de Taylor . . . . .	15
1.3.2 Forme de la bulle de Taylor dans les tubes verticaux . . . . .	21
1.3.3 Champs de vitesse fluide . . . . .	26
1.3.4 Dynamique instationnaire de bulles de Taylor dans les tubes verticaux . . . . .	31
1.4 Conclusion . . . . .	34
<b>2 Dynamique instationnaire des bulles de Taylor dans les tubes verticaux : note sur les ap- proches précédentes.</b>	<b>37</b>
2.1 Introduction . . . . .	37
2.2 Discussion sur l'équation différentielle de Clanet . . . . .	37
2.2.1 Analyse numérique : mise en évidence des nombres adimensionnels . . . . .	38
2.2.2 Analyse asymptotique . . . . .	44
2.3 Discussion sur l'équation semi-empirique de Brannock et Kubie (1996) . . . . .	45
2.4 Conclusion . . . . .	46
<b>3 Dispositif expérimental et techniques de mesure</b>	<b>49</b>
3.1 Introduction . . . . .	49
3.2 Système mécanique . . . . .	49
3.2.1 Approximation du mouvement sinusoïdal du plateau . . . . .	50
3.3 Colonne du fluide et système de rotation . . . . .	50
3.4 Description de la visualisation . . . . .	53
3.5 Description de la procédure d'enregistrement de la trajectoire de la bulle . . . . .	57
3.6 Exploitation des essais . . . . .	58
3.6.1 Traitement d'images . . . . .	58
3.6.2 Traitement numérique des données . . . . .	59
3.7 Propriétés physiques des fluides utilisés . . . . .	65
3.7.1 Liquides . . . . .	65
3.7.2 Bulles . . . . .	65
3.8 Conclusion . . . . .	66

<b>4</b>	<b>Dynamique instationnaire de la bulle de Taylor</b>	<b>67</b>
4.1	Introduction . . . . .	67
4.2	Dynamique stationnaire d'une bulle de Taylor dans un tube vertical . . . . .	68
4.3	Dynamique instationnaire d'une bulle de Taylor dans un tube vertical . . . . .	69
4.3.1	Mécanisme physique de la propagation de la bulle de Taylor . . . . .	69
4.3.2	Effet de l'amplitude d'oscillation . . . . .	73
4.3.3	Effet de diamètre du tube sur le déplacement de la bulle de Taylor . . . . .	74
4.4	Influence des propriétés physiques du liquide sur le déplacement de la bulle de Taylor . . . . .	79
4.4.1	Comparaison avec le modèle analytique . . . . .	81
4.4.2	Corrélations pour les vitesses moyenne et fluctuante . . . . .	87
4.4.3	Effets d'instationarité . . . . .	93
4.5	Conclusion . . . . .	98
<b>5</b>	<b>Analyse du comportement interfacial d'une bulle de Taylor dans un tube vertical oscillant</b>	<b>101</b>
5.1	Introduction . . . . .	101
5.2	Choix de la technique d'éclairage . . . . .	101
5.3	Déformation . . . . .	104
5.3.1	Rayon de courbure . . . . .	104
5.3.2	Ondes "oscillantes" . . . . .	126
5.4	Conclusion . . . . .	137
	<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>139</b>
	<b>Liste des publications de nos travaux</b>	<b>145</b>
<b>A</b>	<b>Écoulement au nez de la bulle</b>	<b>149</b>
A.1	Régime inertiel, Dumitrescu (1943) . . . . .	149
A.2	Effets de la tension superficielle (Equation de Bendiksen (1985)) . . . . .	155
<b>B</b>	<b>Modèle de Clanet <i>et al.</i> (2004)</b>	<b>157</b>
B.1	Écoulement axisymétrique potentiel . . . . .	157
B.1.1	Fonction de courant . . . . .	159
<b>C</b>	<b>Méthode d'intégration de Runge-Kutta</b>	<b>161</b>
C.1	La méthode de Runge-Kutta d'ordre 1 (RK1) : méthode d'Euler . . . . .	161
C.2	La méthode de Runge-Kutta d'ordre 2 (RK2) . . . . .	161
C.3	La méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 (RK4) . . . . .	163
C.4	Résolution numérique des équations différentielles par Matlab . . . . .	163
C.4.1	Programme de résolution numérique de l'équation (2.1) . . . . .	164
<b>D</b>	<b>Tableaux de mesures (chapitre 4)</b>	<b>167</b>
D.1	Valeurs des vitesses moyenne et fluctuante ( $U_b$ , $\bar{U}_b/\bar{U}_{b_0}$ , $U_f/\bar{U}_{b_0}$ ) et des déphasages ( $\phi$ ) en fonction de l'accélération relative $a$ . . . . .	167
<b>E</b>	<b>Tableaux de mesures (chapitre 5)</b>	<b>173</b>
	<b>Liste des tableaux</b>	<b>197</b>
	<b>Table des figures</b>	<b>199</b>

TABLE DES MATIÈRES	209
--------------------	-----

---

<b>Bibliographie</b>	<b>205</b>
----------------------	------------

<b>Table des matières</b>	<b>207</b>
---------------------------	------------



AUTORISATION DE SOUTENANCE DE THESE  
DU DOCTORAT DE L'INSTITUT NATIONAL  
POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

o0o

VU LES RAPPORTS ETABLIS PAR :

**Monsieur Michel LANCE, Professeur, Ecole Centrale de Lyon, Ecully**

**Monsieur Abdelhak AMBARI, Professeur, ENSAM, Angers**

Le Président de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, autorise :

**Madame MADANI Seyedeh Sara**

à soutenir devant un jury de l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE,  
une thèse intitulée :

« **Contributions expérimentales sur la dynamique instationnaire de bulles de Taylor** »

en vue de l'obtention du titre de :

**DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE**

Spécialité : « **Mécanique et Energétique** »

Fait à Vandoeuvre, le 19 mars 2010

Le Président de l'I.N.P.L.,

F. LAURENT



NANCY BRABOIS  
2, AVENUE DE LA  
FORET-DE-HAYE  
BOITE POSTALE 3  
F - 54501  
VANDŒUVRE CEDEX





# Contributions expérimentales sur la dynamique instationnaire de bulles de Taylor

## Résumé

Cette étude porte sur la dynamique instationnaire d'une bulle de Taylor dans un tube vertical en repère oscillant. L'objectif est de réaliser une étude expérimentale quantitative plus détaillée de cet écoulement instationnaire, très peu abordé dans la littérature. Les résultats expérimentaux sont obtenus pour des grands nombres de Reynolds pour comprendre les effets d'inertie. Deux configurations différentes sont étudiées : 1) tubes avec deux diamètres internes différents (9,8 mm et 20 mm) remplis d'eau, 2) le tube de diamètre  $D = 9,8$  mm rempli de quatre fluides peu visqueux. Le nombre de Bond  $Bo$ , basé sur la vitesse ascendante en cas stagnant, varie alors entre 13 et 57, où les effets de la tension superficielle peuvent être pris en compte. La bulle est suivie à l'aide d'une caméra rapide. Les vitesses moyenne et fluctuante et le déphasage avec le plateau oscillant sont obtenus par traitement d'images et traitement numérique des données. Les résultats principaux montrent que pour les faibles accélérations la vitesse moyenne diminue et la vitesse fluctuante augmente lorsque l'accélération relative augmente. Au delà d'une accélération critique, la vitesse moyenne augmente et l'augmentation de la vitesse fluctuante semble ralentir. Ce changement de comportement semble être lié à la déformation de l'interface (courbure modifiée, ondes de surface) qui devient significative aux accélérations élevées. De plus, les comparaisons avec les résultats numériques obtenus en négligeant les effets capillaires sont effectuées. Des corrélations permettant de calculer les vitesses moyenne et fluctuante sont proposées. L'évolution temporelle de rayon de courbure au voisinage du nez de la poche est également étudiée pour les différentes accélérations et les résultats sont comparés avec le cas stagnant. Pour les accélérations élevées, la formation et la propagation des ondes oscillantes qui affectent la dynamique de l'écoulement sont quantifiées.

**Mots-clés :** Bulle de Taylor, dynamique instationnaire, plateau oscillant, déformation de l'interface, ondes de surface

## Experimental contributions on the unsteady dynamics of Taylor bubbles

### Abstract

The present work deals with the motion of a Taylor bubble rising through vertical oscillating pipes. The aim is to perform a more detailed and experimental quantitative study of this unsteady flow, still seldom addressed in the literature. The investigation is restricted to high Reynolds numbers to understand inertia effects. Experimental results are provided for two different configurations : 1) pipes with two different inner diameters (9.8 mm and 20 mm) filled with water, 2) the thinner pipe ( $D = 9.8$  mm) filled with four low viscous fluids. So the Bond number  $Bo$ , based on the steady rise velocity varies from 13 to 57, where the effects of surface tension can be considered. The bubble trajectory is tracked by using a high-speed video camera. The average terminal and fluctuating velocity, as well as the phase shift with the oscillating plate are obtained by using image processing. The main results show that for weak acceleration, the mean velocity decreases with the relative acceleration as the fluctuating velocity increases in proportion to this acceleration. Beyond a critical relative acceleration, the average velocity increases and the fluctuating velocity increase seems to slow down. This behavior change seems to be related to the interface deformation (modified curvature, surface waves) which becomes significant in high accelerations. Additionally, comparisons are made with the numerical results obtained by neglecting the capillary effects. Correlations allowing the prediction of mean and fluctuating velocities depending on the Bond number and relative acceleration are proposed and compared with our experimental results. The time evolution of the radii of curvature in the vicinity of the bubble nose is also studied for different relative accelerations and the results are compared with the stagnant case. In high accelerations, the formation and propagation of surface waves which may influence the bubble dynamics are quantified.

**Keywords:** Taylor bubble , unsteady dynamics, oscillating frame, interface deformation, surface waves