HAL
open science

Réconciliation de données en présence d'incertitudes de modèle. : application au convertisseur à oxygène

Julien Francken

To cite this version:

Julien Francken. Réconciliation de données en présence d'incertitudes de modèle. : application au convertisseur à oxygène. Autre. Institut National Polytechnique de Lorraine, 2010. Français. NNT : 2010INPL033N . tel-01748864

HAL Id: tel-01748864

https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01748864

Submitted on 29 Mar 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE LORRAINE

AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4
Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10
http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php
http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm

École doctorale IAEM Lorraine
DFD Automatique et Production Automatisée
Institut National Polytechnique de Lorraine

Réconciliation de données en présence d'incertitudes de modèle. Application au convertisseur à oxygène.

THÈSE

présentée et soutenue publiquement le 5 juillet 2010

pour l'obtention du

Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine

Spécialité Automatique et Traitement du signal

par

Julien Francken

Composition du jury

Président :	Michel Zasadzinski	Professeur à l'Université Henri Poincaré, Nancy 1
Rapporteurs :	Frédéric Kratz	Professeur à l'ENSI Bourges
	Boutaib Dahhou	Professeur à l'Université Paul Sabatier
Examinateurs :	Christophe Combastel	Maître de Conférences à l'ENSEA
	Didier Maquin	Professeur à l'INPL (Directeur de thèse)
	José Ragot	Professeur à l'INPL (Co-directeur de thèse)
Invité :	Bertrand Bèle	Ingénieur R&D ArcelorMittal Maizières Process

Centre de Recherche en Automatique de Nancy
UMR 7039 Nancy-Université – CNRS
2, avenue de la forêt de Haye 54516 Vandœuvre-lès-Nancy
Tél.+33 (0)3 83 59 59 59 Fax +33 (0)3 83 59 56 44

Mis en page avec la classe thloria.

À mes parents
À mon frère
À tous mes amis

Remerciements

Arrivé au terme de la rédaction de ce mémoire, il m'est particulièrement agréable d'exprimer ma gratitude et mes remerciements à tous ceux qui, par leur enseignement, leur soutien et leurs conseils, m'ont aidé à sa réalisation.

Je tiens tout d'abord à remercier sincèrement mes directeurs de thèse, Monsieur Didier Maquin et Monsieur José Ragot qui m'ont honoré de leur confiance en m'acceptant et en me formant au sein du groupe thématique « sûreté de fonctionnement et diagnostic » (SURFDIAG) du Centre de Recherche en Automatique de Nancy (CRAN). Ils m'ont permis de poursuivre mon travail de recherche dans un esprit scientifique rigoureux. Leurs écoutes attentives, leurs judicieux conseils ainsi que leurs vastes connaissances scientifiques m'ont été d'une aide précieuse et ont contribué à alimenter ma réflexion. Puissent ces lignes être l'expression de ma plus profonde reconnaissance.

Je remercie particulièrement Monsieur Michel Zasadzinski, Professeur à l'Université Henri Poincaré de Nancy 1, d'avoir accepté de faire partie du jury de thèse et de m'avoir fait l'honneur de la présider.

Je tiens à témoigner ma reconnaissance au membre du jury, Monsieur Frédéric Kratz Professeur à l'ENSI Bourges, Monsieur Boutaib Dahhou Professeur à l'Université Paul Sabatier et Monsieur Christophe Combastel Maître de Conférences à l'ENSEA pour leur présence à la soutenance de thèse, pour leurs lectures minutieuses et leur remarques pertinentes.

Je souhaite également adresser mes remerciements les plus sincères à l'ensemble des membres du département "Measurement and Control" d' ArcelorMittal Maizière Process, pour leurs disponibilités et les agréables moments passés ensemble. Un merci particulier à Bertrand Bèle et Alain Mouchette pour leurs suivis, leurs aides et leurs vifs intérêts portés à ces travaux. Les nombreuses et intéressantes discussions échangées sur le sujet ont contribué à faire évoluer et mûrir ces travaux de recherche.

Ma gratitude va également à Jean-Christophe Huber, Damien Wagner et Guillaume Brosse pour le temps qu'ils ont consacré à me former à la compréhension du convertisseur à oxygène.

Mes remerciements sont également adressés à tous les membres du laboratoire qui m'ont aidés lors de mes recherches. Un merci tout particulier à mes camarades de thèses et amis, Anca, Dalil, Farah, Ivan, Pascal, Rodolpho, Yvon, pour leurs aides et ces bons moments passés ensemble dans une ambiance forte agréable.

J'adresse mes plus sincères remerciements à tous mes amis, et tout particulièrement au groupe formé à l'origine autour d'un noyau en forme de ballon de volley-ball, avec qui j'ai partagé des années formidables en Lorraine.

Je voudrais terminer en rendant un hommage particulier à mes parents qui m'ont toujours soutenu, encouragé et appuyé dans mes choix.

Table des matières

1 Introduction générale 1
1.1 Contexte applicatif 1
1.2 Description du procédé 1
1.3 Contexte théorique 1
1.4 Objectifs de la thèse 3

Chapitre 1
Le problème de préréglage des outils sidérurgiques. Cas du convertisseur à oxygène **5**

1.1 Le convertisseur à oxygène 7
1.1.1 Le convertisseur à oxygène dans la chaîne de production 7
1.1.2 Historique du convertisseur à oxygène 8
1.1.3 Description technique du réacteur 9
1.1.4 Élaboration d'une coulée en poche 10
1.1.5 Les réactions chimiques 11
1.1.6 Paramètres de contrôle 13
1.2 Le modèle de calcul de charge 14
1.2.1 Bilan massique 14
1.2.2 Bilan thermique 15
1.2.3 Choix des équations de bilans pour la description du modèle 15
1.3 Description des équations bilans 17
1.3.1 Bilan Fe 17
1.3.2 Bilan O 17
1.3.3 Bilan en gaz 18
1.3.4 Bilan en éléments du laitier autres que le Fer 18
1.3.5 Équation sur la basicité du laitier 18

1.3.6 Bilan thermique 18
1.4 Pré-réglage du convertisseur à oxygène 19
1.5 Caractérisation du système 19
1.6 Exemple de modèle simplifié du convertisseur à oxygène 20
1.7 Généralisation du problème de pré-réglage 21
1.8 Mécanisme d'adaptation traditionnellement utilisé 21
1.8.1 Application numérique au modèle simplifié 25
1.9 Conclusion 32

Chapitre 2
Réconciliation de données dans le cas de modèles non linéaires 33

2.1 Introduction 35
2.1.1 Système 35
2.1.2 Défauts et états de fonctionnement 36
2.1.3 Les défauts de capteurs 36
2.2 Filtrage des données 37
2.3 Réconciliation de données 38
2.3.1 État de l'art 39
2.4 Principe de la réconciliation de données pour des modèles non linéaires 42
2.4.1 Formalisation du problème de réconciliation de données 43
2.4.2 Résolution itérative par linéarisation des contraintes 44
2.4.3 Méthode de programmation non linéaire 45
2.4.4 Cas particulier : les modèles linéaires 46
2.4.5 Résolution par écriture sous forme quasi-linéaire 46
2.4.6 Propriétés statistiques de l'estimateur non linéaire 47
2.5 Réconciliation de données en régime dynamique 48
2.5.1 Le filtre de Kalman 48
2.5.2 Extension des techniques de réconciliation de données en régime statique au cas dynamique par utilisation de fenêtre d'observation glissante 48
2.5.3 Estimation d'état sur un horizon d'observation constant 48
2.5.4 Implémentation pratique – Estimation d'état sur fenêtre glissante 50
2.6 Détection et isolation de défaut 50
2.6.1 Etat de l'art 51
2.6.2 Analyse des corrections des mesures 52
2.6.3 Détection des défauts 53

Chapitre 3
Réconciliation de données des systèmes statiques incertains **55**

3.1 Introduction 57
3.2 Caractérisation des incertitudes de modèle 57
3.3 Réconciliation de données par pénalisation de contraintes 58
3.3.1 Introduction 58
3.3.2 Estimation d'état à paramètres constants et connus 59
3.3.3 Etude de la sensibilité des estimées vis-à-vis d'une variation des paramètres du modèle 59
3.3.4 Solution sous-optimale de l'estimation d'état 63
3.3.5 Extension à l'utilisation de multiples fonctions de pénalisation 64
3.3.6 Choix des facteurs de pondération 66
3.3.7 Détection et isolation des défauts 69
3.3.8 Conclusion 73
3.4 Estimation simultanée des variables d'état et des paramètres 75
3.4.1 Introduction 75
3.4.2 Exemple 75
3.4.3 Généralisation aux modèles linéaires 77
3.4.4 Généralisation aux modèles non linéaires 79
3.4.5 Sensibilité de l'estimateur des valeurs vraies 81
3.4.6 Conclusion 85

Chapitre 4
Amélioration du préréglage par adaptation des modèles **87**

4.1 Introduction 88
4.2 Estimation simultanée avec fenêtre d'observation glissante 88
4.2.1 Objectifs principaux 88
4.2.2 Méthode proposée 89
4.2.3 Modèle du processus 89
4.2.4 Méthode d'estimation des variables d'état et des paramètres 90
4.2.5 Algorithme d'estimation 91
4.2.6 Implémentation pratique – estimation sur fenêtre glissante 92
4.2.7 Application numérique à un modèle simplifié du convertisseur 92
4.2.8 Mise à l'échelle des variables 95

4.2.9 Cas d'indisponibilité des mesures 97
4.3 Rejet de valeurs aberrantes 99
4.3.1 Estimation basée sur une distribution contaminée 103
4.3.2 Test statistique et modification dynamique de la variance 106
4.4 Conclusion 112

Chapitre 5
Application aux données du modèle générique GSM de convertisseur à oxygène 113

5.1 Projet de création d'un modèle générique du convertisseur à oxygène 114
5.1.1 Introduction 114
5.1.2 Objectifs 114
5.1.3 Déploiement du modèle générique 115
5.2 Le modèle GSM 115
5.2.1 Les bilans Oxygène et Carbone 118
5.2.2 Le bilan acier 119
5.2.3 Le bilan laitier 119
5.2.4 La base de données 119
5.3 Application numérique de la méthode d'estimation simultanées sur fenêtre glissante 120
5.3.1 Configuration 120
5.3.2 Résultats 122
5.4 Conclusion 126

Chapitre 6
Conditions et limitations d'emploi de la méthode d'estimation 127

6.1 Introduction 128
6.2 Observabilité et redondance 128
6.3 Limites d'utilisation de la méthode d'estimation simultanée 132
6.3.1 Influence d'une dérive de paramètre sur les estimées 133
6.3.2 Influence de défaut multiplicatif de mesure sur les estimées 136
6.4 Conditions permettant d'éviter certaines erreurs d'estimation 140
6.4.1 Table de signature de l'impact de l'incertitude des paramètres 141
6.4.2 Rang des matrices Jacobiennes 146
6.4.3 Banc d'observateurs pour le diagnostic 147
6.5 Conclusion 148

Chapitre 7
Conclusion générale

Annexes

Annexe
Annexe 1 : Test de “Page-Hinkley”

.1 Principe de l’algorithme de détection de rupture 157
.2 Performances 160

Bibliographie **161**

Table des figures

1.1 Chaîne de production de l'acier 8
1.2 Vue éclatée du convertisseur à oxygène 10
1.3 Processus d'élaboration d'une coulée en poche 11
1.4 Flux entrants et sortants du convertisseur à oxygène 12
1.5 Schéma de calcul pour le bilan thermique 15
1.6 Évolution des résidus du bilan oxygène au fil des coulées 23
1.7 Évolution des résidus du bilan thermique au fil des coulées 23
1.8 Principe d'adaptation de modèle 24
1.9 Evolution des valeurs vraies a_1^* et a_2^* 25
1.10 Consignes x_{4c} et x_{5c} 26
1.11 Pré-réglage des variables x_1, x_2 et x_3 26
1.12 Comparaisons entre mesures et valeurs de préréglage 27
1.13 Comparaisons entre mesures et valeurs de préréglage 28
1.14 Comparaisons entre mesures et valeurs de préréglage 28
1.15 Résidus des équations de bilan 29
1.16 Valeurs des paramètres d'adaptation traditionnelle 29
1.17 Comparaison des résidus avec ou sans paramètres d'adaptation 30
1.18 Comparaison des valeurs de pré-réglage avec les mesures 31

2.1 Organisation du traitement des données 39
2.2 Principe du glissement de la fenêtre d'observation 50

3.1 Termes correctifs normalisés (en valeur absolue) 74

4.1 Principe de l'estimation sur fenêtre glissante 92
4.2 Estimation du paramètre a_1 94
4.3 Estimation du paramètre a_2 94
4.4 Mesure et estimée de x_1 95
4.5 Mesure et estimée de x_5 96
4.6 Mesure et estimée des variables d'état 100
4.7 Estimation du paramètre a_1 101
4.8 Estimation du paramètre a_2 101
4.9 Influence des données aberrantes 102
4.10 Prise en compte des données aberrantes 103
4.11 Mesures et estimées en présence de grosses erreurs sur x_3 105
4.12 Estimation du paramètre a_1 106

4.13 Estimation du paramètre a_2 107
4.14 Algorithme 109
4.15 Mesures et estimées en présence de grosses erreurs sur x_3 110
4.16 Estimation du paramètre a_1 111
4.17 Estimation du paramètre a_2 111

5.1 Vue de coupe du convertisseur en fin de coulée 117
5.2 Résidus des équations de bilan 120
5.3 Estimées et mesures de x_1 122
5.4 Estimées et mesures de x_2 123
5.5 Estimées et mesures de x_3 123
5.6 Estimées et mesures de x_4 124
5.7 Estimées et mesures de x_5 124
5.8 Estimées et mesures de x_6 125
5.9 Estimées de x_7 125
5.10 Suivi de l'évolution des paramètres décrivant les dégradations 126

6.1 Evolution du paramètre a_6 134
6.2 Estimation et mesure des variables pour les observations 60 à 160 135
6.3 Estimation des paramètres a_6 et a_7 136
6.4 Estimation et mesure des variables 138
6.5 Estimées des paramètres a_3 et a_5 139
6.6 Influence temporelle des défauts de mesure 140
6.7 Dérive du paramètre a_1 144
6.8 Résidus des contraintes 144
6.9 Test de Page-Hinkley sur le résidu r_1 145
6.10 Test de Page-Hinkley sur le résidu r_3 145
6.11 Principe d'un banc d'observateur à deux sorties 147
6.12 Principe d'un banc d'observateur à deux sorties 148

Liste des tableaux

1.1 Analyse chimique typique sur des échantillons de fonte et d'acier liquide 11
1.2 Flux entrants et sortants du convertisseur à oxygène pour le calcul de charge . . 17
1.3 Impact du gain de filtrage sur la "mémoire" de l'adaptation 25
1.4 Ecart-type des erreurs de mesure 27
1.5 Comparaison des moyennes des résidus 30
1.6 Comparaison des performances des méthodes de pré-réglages 31

3.1 Valeur des paramètres du modèle 62
3.2 Mesures et estimées des variables 62
3.3 Vecteur de sensibilité des estimées $\hat{x}$ par rapport à une variation du paramètre a_j 63
3.4 Vecteur de sensibilité des variances $V(\hat{x})$ des estimées par rapport à une variation du paramètre a_j 63
3.5 Variables d'état 70
3.6 Valeur nominale et précision des paramètres du modèle 70
3.7 Résidus "a priori" et normalisés des équations du modèle 71
3.8 Facteurs de réduction 71
3.9 Facteurs de pondération 72
3.10 Mesure et estimées 72
3.11 Termes correctifs normalisés 73
3.12 Résultat de l'algorithme 77
3.13 Mesures et précisions des variables d'état 85
3.14 Valeurs nominales et précisions des paramètres incertains 85
3.15 Estimées des variables d'état 85
3.16 Estimées des paramètres du modèle 85

4.1 Plage de variation et précisions des variables mesurées 93
4.2 Connaissance "a priori" des paramètres 93
4.3 Indisponibilité des mesures 99
4.4 Précision des variables mesurées 99
4.5 Précision des variables mesurées 105
4.6 Données aberrantes des mesures de x_3 105
4.7 Connaissance "a priori" des paramètres 105
4.8 Données aberrantes des mesures de x_3 109

5.1 Table des acronymes 118
5.2 Valeur moyenne des résidus des bilans 120

5.3 Caractéristiques des mesures 121
5.4 Caractéristiques des paramètres 122

6.1 Caractéristiques des mesures des variables d'état 133
6.2 Valeur nominale des paramètres et taux de variation des paramètres "incertains" 134
6.3 Caractéristiques des mesures des variables d'état 137
6.4 Valeurs nominales des paramètres et taux de variation des paramètres "incertains" 137
6.5 Caractéristiques des mesures 143
6.6 Valeurs nominales des paramètres 143
6.7 Table de signature des défauts des paramètres incertains 146

1 Introduction générale

1.1 Contexte applicatif

La production d'ArcelorMittal est ciblée sur des produits à haute valeur ajoutée pour des clients de plus en plus exigeants. Le développement de nouvelles solutions à base d'aciers allégés, à haute résistance, accentue encore plus les contraintes sur le pilotage de l'ensemble de la filière de fabrication et le contrôle des propriétés des produits. Cependant, la sidérurgie offre un environnement assez difficile pour effectuer des mesures et donc contrôler le processus de fabrication à cause de températures de transformation de l'acier très élevées. Dans ce contexte, de nombreux processus de fabrication emploient le préréglage pour atteindre des objectifs définis dans le cahier des charges. Généralement cette méthode de commande s'applique à des procédés fonctionnant par lots dit "batch". L'objectif de cette thèse s'inscrit dans ce cadre en vue de faire bénéficier les procédés "batch" de solutions innovantes permettant d'améliorer la précision de leur préréglage.

1.2 Description du procédé

Le convertisseur à oxygène est utilisé pour transformer la fonte saturée de carbone en acier caractérisé notamment par une température et une teneur en carbone précise. Le processus dure entre 15 et 30 minutes pendant lesquelles certains éléments sont ajoutés à la charge de fonte et de ferraille, notamment du minerai de fer. Pendant ce temps, de l'oxygène est aussi soufflé dans la solution liquide, alors que les fumées et gaz sont récupérés par aspiration. Il s'agit donc d'un réacteur chimique qui peut être modélisé, dans un premier temps, par des bilans thermiques, massiques et le bilan de certains éléments dont les analyses sont connues dans tous les corps entrants et sortants du système. Ces bilans sont utilisés pour réaliser le préréglage du procédé, c'est-à-dire prévoir au plus tôt la quantité de minerai à introduire et d'oxygène à souffler dans le convertisseur.

1.3 Contexte théorique

Pour fonctionner correctement, les systèmes de contrôle-commande et de surveillance des systèmes industriels ont besoin de recevoir, en permanence, des informations représentatives de l'état de ces systèmes. L'élaboration de commandes complexes est en effet inefficace, si les informations prises en compte par les algorithmes qui les génèrent sont erronées et/ou incohérentes. La performance et la fiabilité de l'ensemble des moyens de commande et de contrôle sont liées à la qualité des systèmes de mesures. Toute défaillance de l'instrumentation conduit à la

génération d'informations erronées. Les algorithmes élaborent alors des ordres et des comptes-rendus qui ne correspondent pas à l'état réel du système, d'où une diminution des performances et de la fiabilité et parfois même, une mise en cause de la sécurité. La validation de données ou de mesures, encore appelée "réconciliation", qui permet de s'assurer de la cohérence des informations acquises constitue donc une étape essentielle qui doit précéder toute tentative de conduite rationnelle.

La validation de données peut être définie comme l'opération consistant à engendrer une information qui sera considérée comme fiable et crédible par les utilisateurs (opérateurs, systèmes de sécurité et de contrôle-commande, ...). Cette estimation d'une grandeur physique est réalisée à partir de différents signaux issus, soit de capteurs mesurant directement cette grandeur, soit de modèles synthétisant une valeur représentative de celle-ci.

Les modèles les plus utilisés sont constitués des relations structurellement exactes de bilan matière ou de bilan énergie. La redondance d'information issue de l'exploitation de ces modèles est qualifiée d'analytique ou fonctionnelle, contrairement à la redondance matérielle obtenue en multipliant les capteurs mesurant une même grandeur.

La procédure complète de validation s'effectue le plus souvent en deux étapes. La première étape concerne des traitements préalables élémentaires au niveau de chaque capteur. Citons par exemple les tests de vraisemblance utilisant des comparaisons à certains seuils statiques et/ou dynamiques, le test de caractéristiques de la chaîne de mesures ou une validation locale où l'on peut, par exemple, comparer les caractéristiques de la loi de distribution des mesures issues de chaque capteur à des caractéristiques de référence correspondant à un fonctionnement "normal".

La seconde étape est chargée de synthétiser les différentes informations, en effectuant des recoupements sur la base de la connaissance de la structure du système, afin de fournir des données statistiquement cohérentes, celles-ci permettant, dans une phase de synthèse, d'interagir sur le système considéré.

Dans cette étude, nous nous intéresserons essentiellement à la validation de mesures par équilibrage de bilan. Cette technique est fréquemment utilisée par les exploitants de systèmes très divers. Les secteurs industriels au sein desquels ces méthodes ont été le plus développées sont essentiellement la chimie, la pétrochimie et la minéralurgie. Cependant les méthodes mises au point sont tout à fait générales et peuvent s'appliquer à de nombreuses autres applications.

Pour établir ces bilans, on utilise les informations expérimentales dont on dispose grâce aux mesures qui ont été réalisées. Dans le cas général et pour des raisons évidentes, celles-ci sont incomplètes et d'une précision limitée. Le report des valeurs mesurées dans les équations de bilan met alors en évidence un déséquilibre, l'approximation réalisée étant plus ou moins bonne selon la qualité des mesures. Le rôle de la procédure d'équilibrage de bilan consiste alors à substituer aux valeurs brutes mesurées, un ensemble de valeurs cohérentes, en s'appuyant sur la connaissance quantitative (amplitude) et qualitative (précision) des mesures.

1.4 Objectifs de la thèse

Sur le convertisseur à oxygène, certaines grandeurs sont mal connues, d'autres sont mesurées avec une précision donnée, ce qui engendre des incertitudes et, de plus, l'exactitude des modèles peut être remise en cause dans certains cas. Actuellement, les systèmes de préréglage s'appuient sur une démarche adaptative qui, à partir des déséquilibres de bilans calculés en utilisant les mesures, modifie les paramètres des modèles employés. Ce mécanisme d'adaptation n'est pas satisfaisant, car il ne tient pas compte simultanément des informations relatives à la qualité des mesures et celles des modèles. D'autre part, les modèles employés sont des modèles statiques qui ne caractérisent qu'imparfaitement le système considéré.

L'objectif de la thèse consiste donc à améliorer la précision des informations utilisées par le système de commande du convertisseur en utilisant des méthodes de réconciliation de données.

Ces méthodes sont développées et employées depuis de très nombreuses années. Elles s'appuient cependant généralement sur l'hypothèse de modèles exacts. Dans ce travail de thèse, il s'agit d'étendre ces méthodes de façon à prendre en compte les incertitudes paramétriques des modèles utilisés. Ces incertitudes seront modélisées par des variables aléatoires et les résultats fournis par la procédure de réconciliation devront prendre en compte simultanément les incertitudes des modèles et celles des mesures ce qui constitue le point original de ce sujet de recherche.

D'un point de vue pratique, l'outil qui sera développé devra également avoir la capacité de gérer l'absence ponctuelle de certaines mesures ou de certains paramètres.

1

Le problème de préréglage des outils sidérurgiques. Cas du convertisseur à oxygène

Sommaire

1.1 Le convertisseur à oxygène **7**
1.1.1 Le convertisseur à oxygène dans la chaîne de production 7
1.1.2 Historique du convertisseur à oxygène 8
1.1.3 Description technique du réacteur 9
1.1.4 Élaboration d'une coulée en poche 10
1.1.5 Les réactions chimiques 11
1.1.6 Paramètres de contrôle 13
1.1.6.1 Paramètres principaux de la commande 13
1.1.6.2 Principales mesures effectuées 13
1.1.6.3 Modèles principalement utilisés 13
1.2 Le modèle de calcul de charge **14**
1.2.1 Bilan massique 14
1.2.2 Bilan thermique 15
1.2.2.1 Principe de l'établissement du bilan thermique 15
1.2.3 Choix des équations de bilans pour la description du modèle 15
1.3 Description des équations bilans **17**
1.3.1 Bilan Fe 17
1.3.2 Bilan O 17
1.3.3 Bilan en gaz 18
1.3.4 Bilan en éléments du laitier autres que le Fer 18

1.3.5 Équation sur la basicité du laitier 18
1.3.6 Bilan thermique 18
1.4 Pré-réglage du convertisseur à oxygène 19
1.5 Caractérisation du système 19
1.6 Exemple de modèle simplifié du convertisseur à oxygène 20
1.7 Généralisation du problème de pré-réglage 21
1.8 Mécanisme d'adaptation traditionnellement utilisé 21
1.8.1 Application numérique au modèle simplifié 25
1.9 Conclusion 32

La production d'acier met en œ-uvre plusieurs étapes de traitement incluant la fabrication de fer, les étapes primaires et secondaires de fabrication d'acier, la coulée continue et le laminage à chaud. Ces étapes sont ensuite suivies par des processus de fabrication (d'invention) dont : le laminage à froid, le profilage, le forgeage, la soudure, l'usinage, l'enrobage et/ou des traitements thermiques.

Les aciers peuvent être fabriqués à partir de matières premières (par exemple le minerai de fer, le charbon et la chaux) ou en recyclant des débris d'acier.

En réponse aux exigences des clients, la production d'acier est sujette à de nombreux efforts d'innovation dans le but de réduire les coûts et d'améliorer sa qualité. De plus, la réglementation communautaire vise à réduire ses impacts sur l'environnement.

Ces processus complexes permettent de produire une large variété de compositions d'acier, de formes et de tailles différentes, chacune bien adaptée à leurs futures conditions d'utilisation.

1.1 Le convertisseur à oxygène

1.1.1 Le convertisseur à oxygène dans la chaîne de production

Il existe deux types de circuit utilisés pour produire de l'acier comme on peut le voir sur la figure 1.1. Le premier circuit dit "intégré", qui comprend l'utilisation de hauts fourneaux (blast furnace) et de convertisseurs à oxygène (basic oxygen furnace), est le plus utilisé pour manufacturer de l'acier (plus de 65% de la production mondiale d'acier utilise ce circuit). Le second circuit, dit de "refonte", permet de recycler des éléments comme des ferrailles, de la fonte solide, ou encore du minerai de fer ; ce circuit utilise principalement le système de four à arc électrique.

La production d'acier à partir de matériaux bruts comporte différentes étapes :

La fabrication de fonte : le minerai de fer, le charbon et la chaux sont les matériaux nécessaires pour alimenter les hauts fourneaux afin de produire de la fonte liquide. Le métal qui sort des hauts fourneaux a une teneur en carbone de l'ordre de 4.5% et contient des impuretés ce qui le rend trop fragile pour la plupart des applications techniques.

L'aciérie : la fabrication d'acier effectuée par oxydation de la fonte liquide et de ferrailles d'acier recyclé, réduit la teneur en carbone du mélange à des valeurs inférieures à 1%. De manière alternative, le four à arc électrique est utilisé pour faire fondre des ferrailles et de l'acier.

Des processus dit "secondaires" sont ensuite appliqués afin de réaliser des ajustements particuliers pour la composition de l'acier, sa température et sa pureté.

Coulée : l'acier est ensuite coulé en continu sous la forme de plaques solides, de brames et de billettes. La coulée continue a aujourd'hui largement remplacé la coulée traditionnelle en lingot.

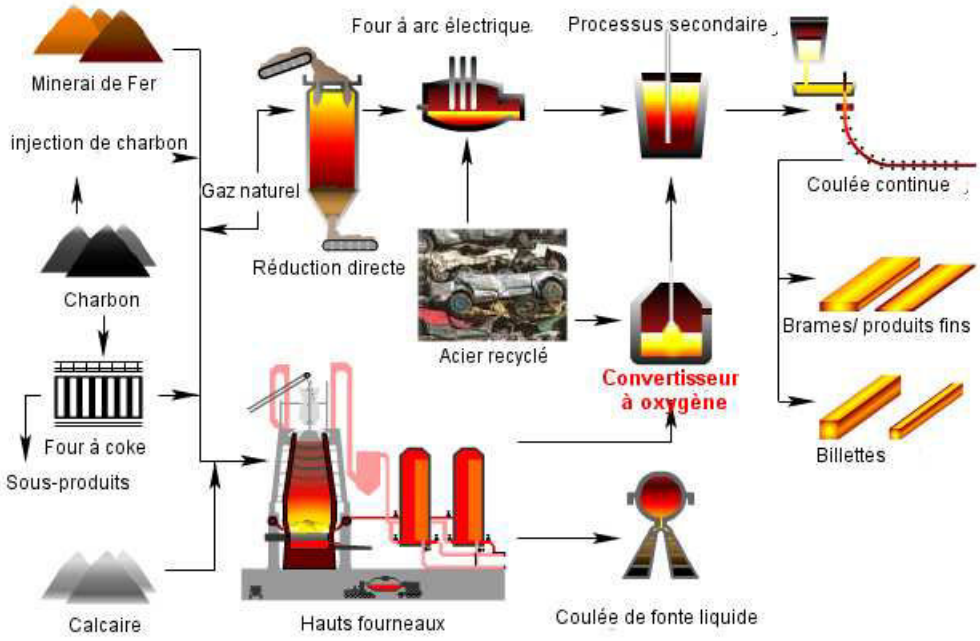

Figure 1.1 – Chaîne de production de l'acier

Formage primaire : les premières opérations de formage, comme le laminage à chaud, sont des opérations qui sont directement appliquées après la coulée continue. L'objectif principal est d'opérer une transformation physique importante plutôt que de développer certaines propriétés de l'acier bien que celles-ci peuvent en être significativement altérées.

Usinage, fabrication et finition : une variété importante de modifications peut être appliquée à l'acier pour lui donner sa forme et ses propriétés finales. On peut les répertorier sous les catégories générales suivantes :
- le façonnage (ex : laminage à froid)
- le machinage (ex : le forage)
- l'assemblage (ex : le soudage)
- l'enrobage (ex : la galvanisation)
- le traitement par chauffage
- le traitement de surface (ex : le zincage)

Le convertisseur à oxygène est donc un des processus primaires de la fabrication de l'acier du circuit "intégré" dans lequel la fonte liquide riche en carbone est affinée pour en faire de l'acier. En soufflant de l'oxygène à haute pression sur le métal en fusion, la teneur en carbone de l'alliage est diminuée, le transformant en acier "bas-carbone". La majeure partie de l'acier produit dans le monde est donc réalisée en utilisant un convertisseur à oxygène.

1.1.2 Historique du convertisseur à oxygène

Par le passé, l'acier était produit en martelant le fer solide chauffé à l'air libre. La sidérurgie moderne débute autour de 1850 avec Bessemer qui a traité l'acier en soufflant l'air par le fond

au travers d'un bain de fonte fondu contenu dans un récipient recouvert de réfractaires siliceux. En 1879, Thomas a introduit l'utilisation d'un revêtement à base de dolomie, tel qu'il est encore utilisé maintenant, pour protéger le récipient et l'emploi d'un flux de pH basique, permettant d'affiner la fonte liquide à haute teneur en phosphore, très commune dans toute l'Europe.

En 1952-53, Linz et Donawitz ont remplacé l'air par de l'oxygène pur, et son introduction par un soufflage par le haut au moyen d'une lance verticale puisque le réfractaire du fond du convertisseur ne pouvait pas supporter l'oxygène pur qui provoquait de trop importantes réactions à la sortie des tuyères et l'usure du réfractaire. Le processus correspondant est connu sous le nom de LD (Linz Donawitz) ou BOP (Basic Oxygen Process), et représente la grande majorité des installations actuelles.

Dans les années 70, un système de soufflage par le bas utilisant de l'oxygène pur a été développé en utilisant des tuyères protégées par un gaz hydrocarburé (propane, gaz naturel) ou encore par du fioul. Le craquage (l'opération qui consiste à casser une molécule organique complexe en éléments plus petits) de ces hydrocarbures provoque un refroidissement du réfractaire dans la zone des tuyères. Les procédés correspondant sont connus sous le nom de OBM (Oxygen Bottom-blowing Maxhütte), Q-BOP (Quick-Basic Oxygen Process) et LWS (Loire Wendel Sidelor). L'un de leurs principaux avantages est l'obtention d'un mélange efficace entre le laitier et l'acier tout au long du passage de l'oxygène dans l'acier.

La dernière étape d'évolution est le soufflage "mixte" développé à la fin des années 70. Un soufflage léger de gaz neutre (argon, azote) par le fond et le soufflage en oxygène par le haut du convertisseur permet un mélange efficace. Ces convertisseurs sont nommés LBE (Lance Bubbling Equilibrium), LET (Lance Equilibrium Tuyeres), K-BOP (Kawasaki-Basic Oxygen Process), K-OBM (Kawasaki-Oxygen Bottom-blowing Maxhütte) et leur installation équipe maintenant la plupart des convertisseurs dont le soufflage en oxygène s'effectue par le haut.

Au début des années 1980, la déphosphorisation de la fonte liquide a été développé au Japon. Dans cette étape de pré traitement, la majeure partie du phosphore est retirée en utilisant préalablement des flux d'éléments oxydant (tels la chaux et le minerai de fer) dans la poche de fonte liquide avant le chargement dans le convertisseur à oxygène. Jusqu'ici ce traitement n'est employé quasiment exclusivement qu'au Japon

1.1.3 Description technique du réacteur

Le convertisseur est formé d'une coque en acier renforcé à l'intérieur par un revêtement de briques réfractaires (magnésie ou dolomie). L'ensemble est soutenu par un épais anneau d'acier équipé de tourillons permettant de faire basculer le convertisseur autour d'un axe pour couler l'acier en poche par le trou de coulée. Le volume interne du convertisseur est 7 à 12 fois plus grand que celui de l'acier à traiter, dans le but de confiner à l'intérieur du convertisseur la majeure partie des projections de métal provoquée par l'impact du soufflage en oxygène, mais aussi de contenir le gonflement du laitier lors des périodes de moussage. On peut voir sur la figure 1.2 les principaux élément d'un convertisseur à oxygène : le haut du convertisseur (N), la lance à oxygène (L), la ceinture à tourillon (B), le tourillon (T), le mécanisme de basculement (M) et le trou de coulée (H).

Les convertisseurs modernes peuvent contenir une charge de fer comprise entre 200 et 350

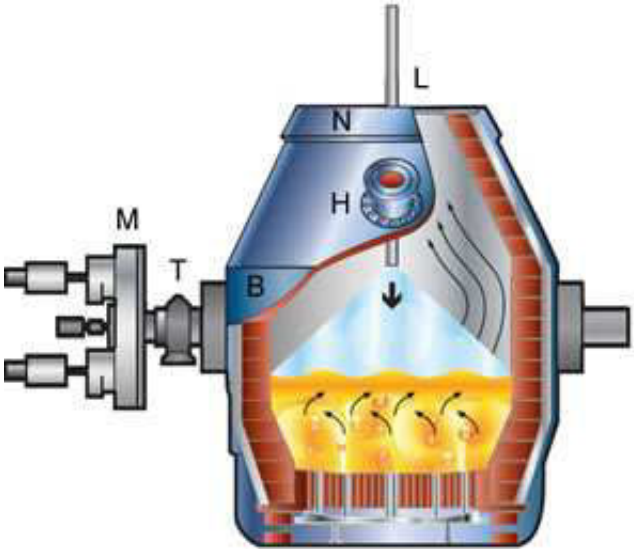

Figure 1.2 – Vue éclatée du convertisseur à oxygène

tonnes et le cycle moyen d'une coulée à l'autre est d'environ 30 minutes avec une période de soufflage en oxygène d'environ 15 minutes.

1.1.4 Élaboration d'une coulée en poche

L'élaboration d'une coulée en poche (cf. 1.3) est programmée comme suit : la fonte liquide provenant des hauts fourneaux est déversée dans un large conteneur recouvert d'une couche de briques réfractaires permettant de protéger celui-ci des conditions opératoires exigeantes d'une aciérie. Ensuite le conteneur est rempli avec divers autres ingrédients (ferrailles, chaux, dolomie, minerai de fer) dont les quantités sont calculées à partir d'un modèle statique de calcul de charge. Comme la température requise par le cahier des charges est produite durant le processus, il est important de s'assurer que le calcul de charge a été bien réalisé.

Ensuite, une lance, refroidie par un circuit d'eau, est plongé dans le récipient pour souffler de l'oxygène pur sur la fonte liquide, enflammant le carbone dissous dans l'acier et l'oxydant pour former de l'oxyde de carbone. Cette réaction exothermique permet d'atteindre une température d'environ $1700°C$. Cela permet également de faire fondre les ferrailles dans le mélange, de diminuer la teneur en carbone de la fonte liquide et d'aider à enlever d'autres éléments chimiques non désirés. Les autres composés fluides sont ajoutés pour former le laitier qui permet d'absorber les impuretés du processus de fabrication de l'acier et d'émulsionner pour rendre plus facile le processus d'affinage. A la fin du cycle de soufflage, la température est mesurée et un échantillon d'acier est pris pour effectuer une analyse chimique afin d'obtenir sa composition.

La fonction principale du convertisseur à oxygène est de décarburer et déphosphorer la fonte liquide, et d'optimiser la température de l'acier produit (table 1.1) afin que l'ensemble des traite-

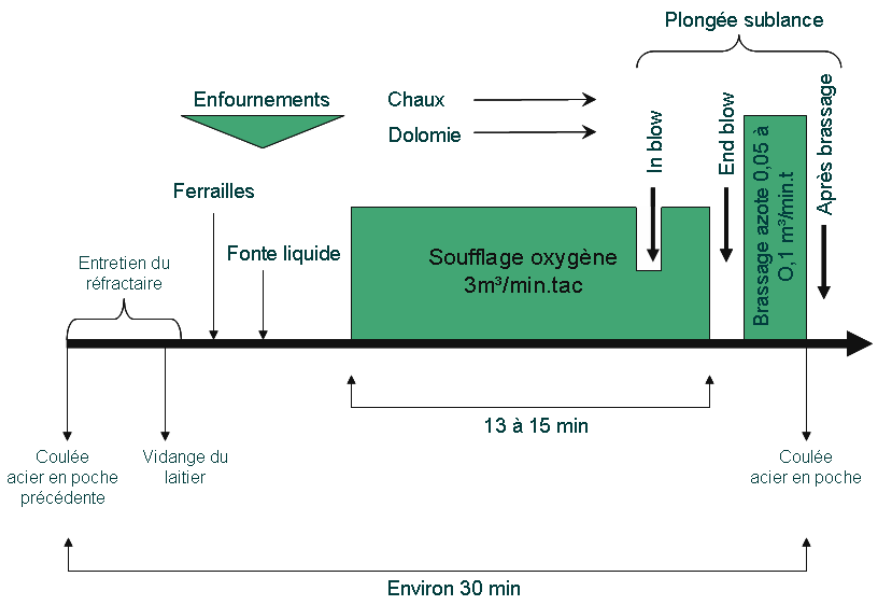

Figure 1.3 – Processus d'élaboration d'une coulée en poche

ments nécessaires avant l'étape de moulage puisse être effectué sans avoir besoin de réchauffer ou refroidir l'acier puisque cela est très coûteux en termes d'énergie et de temps. L'ensemble de ces actions est effectué en ajustant les commandes que sont le soufflage d'oxygène sous haute pression et l'ajout de minerai de fer et de ferrailles. Les réactions exothermiques produites durant le processus génèrent plus d'énergie que nécessaire pour atteindre les cibles de température définies par le cahier des charges. Ce surplus d'énergie est ainsi utilisé pour faire fondre les ferrailles et le minerai de fer, moins coûteux que la fonte liquide.

	C %	Mn %	Si %	P %	S %	O %	T °C
Fonte liquide	4.7	0.2 – 0.3	0.2 – 1.5	0.06 – 0.12	0.02	0	1350 – 1400
Acier	0.05	0.1	0	0.01 – 0.02	0.01 – 0.02	0.06	1620 – 1720

Tableau 1.1 – Analyse chimique typique sur des échantillons de fonte et d'acier liquide

Le convertisseur peut être vu comme un gros réacteur chimique, qui est caractérisé par des flux d'entrée et de sortie (cf. Fig. 1.4) ; chacun de ces flux est décrit par son poids ou son volume, sa température, sa composition chimique et le volume d'oxygène que peut relâcher le flux. Comme dans tout type de réacteur chimique, les flux du convertisseur sont reliés entre eux par des bilans massiques et thermiques.

1.1.5 Les réactions chimiques

La charge principalement formée de fonte liquide et de ferrailles est affinée par des réactions rapides d'oxydation au contact avec l'oxygène injecté, dans des conditions très éloignées de l'équilibre chimique des autres éléments présents :

$$C + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow CO \tag{1.1}$$

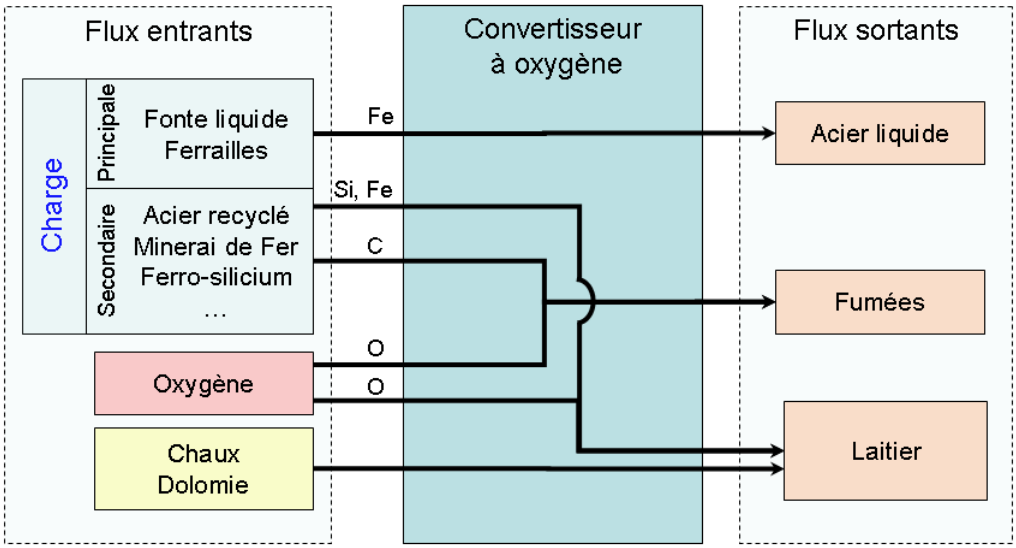

Figure 1.4 – Flux entrants et sortants du convertisseur à oxygène

Le CO rejeté est partiellement oxydé en CO_2 au dessus du mélange dans l'enceinte du convertisseur. Cette réaction est appelé combustion secondaire. Ces produits de réactions gazeux sont ensuite évacués au travers d'une hotte. On nomme "Taux de Combustion Secondaire" (TCS) le rapport :

$$TCS = \frac{CO_2}{CO + CO_2} \tag{1.2}$$

De nombreuses autres réactions d'oxydation interviennent durant l'étape d'affinage :

$$Si + O_2 \rightarrow SiO_2 \tag{1.3}$$
$$2P + \frac{5}{2}O_2 \rightarrow P_2O_5 \tag{1.4}$$
$$Mn + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow MnO \tag{1.5}$$
$$Fe + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow FeO \tag{1.6}$$
$$2Fe + \frac{3}{2}O_2 \rightarrow Fe_2O_3 \tag{1.7}$$
$$\tag{1.8}$$

Ces oxydes combinés avec d'autres oxydes enfournés au moment du chargement du convertisseur (chaux, dolomie) forment un laitier liquide qui flotte à la surface du bain métallique.

1.1.6 Paramètres de contrôle

1.1.6.1 Paramètres principaux de la commande

- Le schéma de conduite du soufflage en oxygène (la position de la lance à oxygène par rapport au niveau d'acier et son débit) est responsable du bon fonctionnement du convertisseur et de la qualité de l'affinage de l'acier. Il génère en outre la formation du laitier et son comportement pour une bonne déphosphoration, pour éviter le sur-moussage, le débordement et les trop fortes projections de fer entrainant des pertes de matières.
- Une bonne gestion des éléments de la charge.

1.1.6.2 Principales mesures effectuées

- Les mesures de compositions et de température du bain sont effectuées par une prise d'échantillons grâce à la plongée d'une lance secondaire, et/ou encore pour la mesure de température par l'intermédiaire de thermocouple (bombe calorimétrique).
- Le débit, la composition et la température des fumées sont mesurés dans la hotte. L'analyse des gaz peut être utilisée pour estimer la teneur en carbone de l'acier en fin de coulée (il est impossible d'estimer de manière précise la teneur en carbone en début de coulée à cause de la mauvaise connaissance du taux de carbone cumulé des différents éléments composant la charge et aussi de la concurrence des différentes réactions d'oxydation du mélange hétérogène).
- Des appareils de mesure sonométriques ou des systèmes de lance vibrante permettent de détecter le niveau de moussage du laitier.
- Un appareil de mesure de la hauteur de la lance permettant d'élaborer différents schémas de soufflage.
- Les poids de matières enfournées sont mesurés grâce à des ponts de chargement ou des tapis roulants intégrant un dispositif de pesée.
- Le débit des différents gaz (O_2, N_2, Ar...) est mesuré.
- Un capteur électromagnétique situé dans le trou de coulée permet de détecter et d'éviter que le laitier ne se retrouve dans la poche d'acier.
- Les mesures de débit et de température du liquide de refroidissement de la hotte, et de pression dans la hotte sont effectuées pour des questions de sécurité.
- Des capteurs laser permettent de mesurer l'usure du réfractaire du convertisseur.

1.1.6.3 Modèles principalement utilisés

- Un modèle statique de calcul de charge basé sur des bilans thermiques et massiques détaillés.
- Des modèles statistiques ou des réseaux de neurones sont parfois utilisées subsidiairement pour essayer de mieux prendre en compte l'état du convertisseur et de ces capteurs.
- Des modèles de contrôle dynamique sont utilisés en fin de coulée pour corriger si nécessaire la trajectoire du point de fonctionnement du système. Ils sont basés soit sur l'analyse des gaz, soit sur la prise d'échantillon à l'"in-blow"
- Un modèle dit de "coulée rapide" permettant d'estimer la composition finale de l'acier et de commencer à couler en poche sans attendre l'analyse complète de l'échantillon final.

Par la suite, on s'intéressera surtout au modèle de calcul de charge.

1.2 Le modèle de calcul de charge

Le convertisseur à oxygène est caractérisé par un ensemble de bilans thermique et massiques. Ces bilans sont utilisés à plusieurs moments lors de l'élaboration d'une coulée en poche en particulier lors :

- du calcul de la charge à enfourner (quantité de fonte liquide, minerai de fer et ferrailles...)
- de l'ajustement de la composition de certains éléments comme le laitier
- de l'ajustement de la température de l'acier
- du diagnostic pour évaluer les pertes thermiques ou matérielles.

1.2.1 Bilan massique

Dans un réacteur chimique où l'on traite les éléments par lots, c'est-à-dire que le récipient est vidé entre chaque coulée en poche, le bilan massique s'effectue sur les flux entrants et les flux sortants qui font eux-mêmes l'objet de mesures de poids ainsi que de composition. La différence entre les flux entrants et sortants, si elle est non nulle, peut être attribuée aux erreurs de mesures, aux incertitudes de ces paramètres ou à une mauvaise identification de certains flux entrants (usure du réfractaire, mauvaise vidange du laitier entre deux coulées successives, etc.) ou aux flux sortants (fumées, poussières, etc.) :

$$\sum entrees = \sum sorties(+pertes) \tag{1.9}$$

On peut considérer différents types de bilans massiques :

- Bilan global
- Bilan pour certaines entités (gaz, laitier, etc.)
- Bilan par élément chimique (Fe, O_2, CaO, etc.)

Par exemple, le bilan massique associé à l'élément chimique X s'écrit :

$$\sum_i \%X_{Ei}P_{Ei} = \sum_j \%X_{Sj}P_{Sj}(+pertes) \tag{1.10}$$

$\%X_{Ei}$ est la teneur en X du flux entrant Ei(Entrée i)
P_{Ei} est le poids du flux entrant Ei
$\%X_{Sj}$ est la teneur en X du flux sortant Sj(Sortie j)
P_{Sj} est le poids du flux sortant Sj
En fonction du contexte, l'équation peut être utilisée pour :

- estimer les pertes
- évaluer les quantités P_{Ei} ou P_{Sj} des entrées ou sorties
- évaluer les compositions $\%X_{Ei}$ ou $\%X_{Sj}$ des entrées ou sorties

1.2.2 Bilan thermique

La fonction thermodynamique mesurant les échanges de chaleur se nomme l'enthalpie, et on la note H. Pour un matériau donné, l'enthalpie, en l'absence de phase de transformation (solide, liquide, gazeux), s'exprime en fonction de la température par l'intermédiaire de la capacité calorifique C_p :

$$H_{T2} - H_{T1} = \int_{T_1}^{T_2} C_p dT \tag{1.11}$$

1.2.2.1 Principe de l'établissement du bilan thermique

Une méthode pratique pour exprimer le bilan thermique consiste à répertorier les transformations individuelles de chaque élément pertinent (sous la forme d'enthalpie) et de toutes les additionner pour que l'ensemble soit nul.
Par exemple, le processus schématisé ci dessous peut être utilisé (cf. figure 1.5).

$$\Delta H_1 + \Delta H_R + \Delta H_2 + heat_{loss} = 0 \tag{1.12}$$

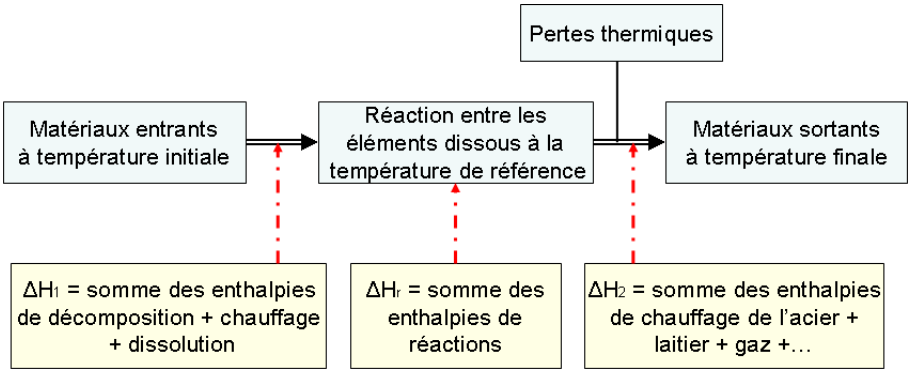

Figure 1.5 – Schéma de calcul pour le bilan thermique

Pour ce calcul, le second principe de la première loi de la thermodynamique est utilisé : "la chaleur de réaction dépend seulement des états initiaux et finaux, et non des états intermédiaires par lesquels le système peut passer". Il est donc suffisant d'exprimer l'enthalpie de formation à une référence de température arbitraire (par exemple $1600°C$ pour un calcul de charge complet, ou la température initiale de l'acier dans le cas d'un simple réajustement de température) et d'exprimer les enthalpies de réaction des réactifs (ou produit de réactions) entre leurs valeurs initiales de température (respectivement finales) et la valeur de température de référence choisie précédemment.

1.2.3 Choix des équations de bilans pour la description du modèle

Les éléments issus des réactions entre fonte liquide et oxygène se retrouvent soit dans le laitier (Fer (Fe), Silicium (Si), Manganèse (Mn), Phosphore (P), Chrome (Cr), etc.) soit dans les fumées (Carbone (C) sous la forme de monoxyde de carbone (CO) et de dioxyde de carbone (CO_2)). La répartition des éléments entre la fonte liquide, le laitier et les fumées dépend du

volume d'oxygène soufflé et des conditions de la qualité de la surface de contact entre la fonte liquide et l'oxygène. Les conditions de soufflage vont influencer :

- La composition de Gaz ; le taux de combustion secondaire $TCS = CO_2/(CO + CO_2)$ où le CO et le CO_2 sont des fractions volumétriques.
- Le degré d'oxydation du Fer dans le laitier $Fe^{3+}/(Fe^{2+} + Fe^{3+})$. Pour un convertisseur à oxygène dont le soufflage s'effectue par une lance placée au dessus, ce degré est d'environ 0.3 ce qui correspond à un coefficient massique d'$O_{\texttt{lié}}$ de $Fe/Fe_{\texttt{oxyde}} = 0.33$.

De plus, il est nécessaire d'imposer une contrainte sur la quantité de fer oxydé, habituellement sous la forme d'une valeur fixée de la teneur en fer du laitier. Pour l'acier inoxydable, l'oxydation du chrome est également prise en compte, et la quantité d'oxyde de chrome est habituellement fixée au travers d'un rendement par rapport à la décarburation produite par l'oxygène. Dans ce système simplifié, il est clair que pour un acier dont la composition est donnée et une fois que les trois paramètres définis précédemment sont fixés (la composition du gaz, le degré d'oxydation du laitier et le taux de Fer oxydé dans le laitier), quatre équations sont alors nécessaires pour évaluer la quantité d'oxygène, d'acier liquide, de laitier et le volume de gaz utiles pour le traitement d'une certaine quantité de fonte liquide (ou la production d'une certaine quantité d'acier). Ces équations sont les bilans en fer, oxygène, gaz et les éléments du laitier autre que le fer (silicium, manganèse et phosphore). On peut facilement montrer que ces équations sont indépendantes. L'ajout d'une contrainte supplémentaire nécessite soit l'ajout d'une nouvelle variable, soit la relaxation d'une autre contrainte, ce qui est particulièrement le cas dans les conditions industrielles :

- La température de l'acier est fixée. Pour atteindre cet objectif, on ajoute au chargement des agents exothermiques (Ferro-silicium, charbon, etc.) ou endothermiques (ferrailles, minerai, etc.).
- L'ajout de chaux pour obtenir certaines propriétés du laitier est fixée. Cette objectif peut s'exprimer sous la forme d'une contrainte sur la composition du laitier (teneur en CaO, ou degré de basicité CaO/SiO_2 ou $(CaO + MgO)/(SiO_2 + P_2O_5)$, ou encore contrainte sur l'équation du bilan en chaux).
- Le choix d'un taux de MgO dans le laitier nécessaire pour la protection du réfractaire : l'ajout d'un flux d'entrée supplémentaire en MgO est nécessaire, par exemple de la dolomie.

Par conséquent, un calcul de charge avec les quantités minimales de matériaux nécessaires fait intervenir 6 inconnues et nécessite 6 équations de bilan :

- bilan Fe
- bilan O
- bilan Gaz
- bilan sur les éléments du laitier autre que le Fe
- bilan sur la basicité du laitier
- bilan thermique.

Entrée	Fonte liquide	Poids fixé (ou inconnu) (W_{Hm}), composition et température fixées
	Ferrailles ou minerai de fer	Poids inconnu (W_{Sc} ou W_{Or}), composition et température fixées
	Chaux	Poids inconnu (W_{Bl}), composition et température fixées
	Oxygène	Volume connu (V_{Ox}), composition et température fixées
Sortie	Acier liquide	Poids inconnu (ou fixé) (W_{Ls}), composition et température fixées
	Laitier	Poids inconnu (W_{Sl}), température fixée, degré d'oxydation fixé $\rightarrow \%Fe_{Sl}$, ($\%O_{Fe,Sl}$) Composition calculée à partir de bilans élémentaires
	Gaz	Volume inconnu (V_{Ga}), Température moyenne et TCS fixé

Tableau 1.2 – Flux entrants et sortants du convertisseur à oxygène pour le calcul de charge

Parmi les contraintes de disponibilité des matériaux, on peut imposer une certaine quantité minimum et maximum de certains matériaux (par exemple : un certain apport minimal en minerai de fer afin d'ajuster la température finale), ou de certain regroupement de matériaux du même type comme les ferrailles (par exemple : la capacité maximum en poids et volume des différentes ferrailles), ou simplement imposer la quantité de certains matériaux (par exemple : les ferrailles solides). Parmi les contraintes limites analytiques, on peut imposer par exemple un taux maximum de Cu dans l'acier, ou la teneur en MgO du laitier pour la protection du réfractaire, etc.

1.3 Description des équations bilans

Les équations suivantes sont décrites pour le cas d'un calcul de charge standard avec un nombre minimal de flux. La transposition à un nombre plus important de flux est directe.

1.3.1 Bilan Fe

Le fer contenu dans les flux entrants se retrouve dans les flux sortants

$$\%Fe_{Hm}W_{Hm} + \%Fe_{Sc}W_{Sc} + \%Fe_{Or}W_{Or} = \%Fe_{Ls}W_{Ls} + \%Fe_{Sl}W_{Sl} \tag{1.13}$$

1.3.2 Bilan O

Le volume d'oxygène utilisé pour l'oxydation des différents éléments Carbone (C), Manganèse (Mn), Phosphore (P), Silicium (Si) est calculé sur la base des quantités de ces éléments

oxydés, m_C, m_{Mn}, m_P et m_{Si}. Voici par exemple le cas pour le carbone :

$$m_C = 0.01[\%C_{Hm}W_{Hm} + \%C_{Sc}W_{Sc} - \%C_{Ls}W_{Ls}] \tag{1.14}$$

On répète cette opération de manière similaire pour les éléments Mn, P et Si.
En prenant en compte le volume d'oxygène utilisé pour oxyder le Fe calculé à partir de la composition du laitier, et la quantité d'oxygène dissous dans l'acier, le bilan en oxygène s'écrit :

$$V_{Ox} + 0.01\%O_{Or}W_{Or} = (\frac{M_O}{M_C}(1-TCS) + \frac{2M_O}{M_C}TCS)m_C + \frac{M_O}{M_{Mn}}m_{Mn} \tag{1.15}$$

$$+ \frac{5M_O}{2M_P}m_P + \frac{2M_O}{M_{Si}}m_{Si} + 0.01\%O_{Sl}W_{Sl} + 0.01\%O_{Ls}W_{Ls} \tag{1.16}$$

où M_X est la masse molaire de l'élément X.

1.3.3 Bilan en gaz

$$V_{Ga} = (\frac{M_{CO}}{M_C}(1-TCS) + \frac{M_{CO_2}}{M_C}TCS)m_C \tag{1.17}$$

Lorsque l'on utilise des gaz pour homogénéiser l'acier (Argon (Ar), diazote (N_2), etc.), il est nécessaire d'ajouter les volumes de ces gaz v_{Ar}, v_{N2}, etc.

1.3.4 Bilan en éléments du laitier autres que le Fer

$$\frac{M_{MnO}}{M_{Mn}}m_{Mn} + \frac{M_{P_2O_5}}{2M_P}m_P + \frac{M_{SiO_2}}{M_{Si}}m_{Si} + 0.01\%CaO_{Bl}W_{Bl} = \tag{1.18}$$
$$0.01(100 - \%Fe_{Sl} - \%O_{Fe,Sl})W_{Sl}$$

1.3.5 Équation sur la basicité du laitier

Si, par exemple, le degré de basicité $v = \%CaO/\%SiO2$ est imposé :

$$0.01\%CaO_{Bl}W_{Bl} = v\frac{M_{SiO_2}}{M_{Si}}m_{Si} \tag{1.19}$$

1.3.6 Bilan thermique

La fonction thermodynamique permettant de mesurer les échanges de chaleur est l'enthalpie H. Pour un matériau donné, l'enthalpie est une fonction de la température, en l'absence de phase de transformation, et s'exprime en fonction de la capacité calorifique C_p :

$$H_{T2} - H_{T1} = \int_{T_1}^{T_2} C_p dT \tag{1.20}$$

Première étape : Les matériaux chargés sont amenés de leurs états initiaux à ceux où les différents éléments sont dissous dans le mélange liquide à $1600°C$ (à l'exception de la chaux qui est simplement réchauffée).

$$\Delta H_1 = 0.00087(1600 - T_{Hm})W_{Hm} + 1.35W_{Sc} + 4.43W_{Or} + 1.5W_{Bl} - 5.62V_{Ox} \quad (1.21)$$

On retrouve dans cette équation, les éléments correspondant au réchauffement de la fonte liquide, des ferrailles, du minerai de fer, de la chaux et de l'oxygène, ainsi que la dissolution des ferrailles, du minerai de fer et de l'oxygène.

Seconde étape : Le calcul de l'enthalpie de réaction entre les différents éléments dissous à $1600°C$.

$$\Delta H_R = (-3.37(1 - PCR) - 16.79PCR)m_C - 5.34m_{Mn} \quad (1.22)$$
$$- 23.8m_P - 24.4m_{Si} - 0.0296\%Fe_{SL}W_{Sl} \quad (1.23)$$

Troisième étape : L'acier, le laitier et les gaz sont portés à leur température finale.

$$\Delta H_2 = 0.00082(T_{Ls} - 1600)W_{Ls} + 0.00204(T_{Sl} - 1600)W_{Sl} \quad (1.24)$$
$$+ [0.00128(T_{Ga} - 1600)(1 - PCR) + 0.00136(T_{Ga} - 1600)PCR]m_C \quad (1.25)$$

Il faut ajouter les termes suivants, s'il y a une opération de brassage de l'acier par de l'argon ou de l'azote :

$$+0.82 + 0.00053(T_{Ga} - 1600)v_{Ar} + 1.84 + 0.00128(T_{Ga} - 1600)v_{N2} \quad (1.26)$$

Comme déjà exprimé dans l'expression (1.12), le bilan thermique est effectué en sommant ces trois ΔH et leur somme doit être nulle en l'absence de perte.

1.4 Pré-réglage du convertisseur à oxygène

Pour le convertisseur à oxygène, le problème de pré-réglage consiste à déterminer principalement la quantité de minerai de fer et le volume d'oxygène à souffler pour atteindre les objectifs définis dans le cahier des charges pour chaque coulée et dont les principaux éléments sont le taux de carbone dans l'acier et la température de l'acier.

Cet ajustement des valeurs de commande est réalisé par l'intermédiaire d'un calcul de charge basé sur un modèle statique formé des équations de bilans définies dans la partie précédente.

1.5 Caractérisation du système

La caractérisation du système s'appuie sur la caractérisation des éléments différents décrivant les flux d'entrée et de sortie. Dans la suite, cette caractérisation aura un impact réel sur la stratégie utilisée. C'est pourquoi il est crucial de définir précisément :

- les variables d'état du système
- les paramètres incertains.

Les variables d'état décrivent au mieux complètement le système. Comme elles sont importantes pour contrôler ou surveiller le système, leurs mesures sont souvent disponibles. Pour chaque lot, les variables d'état peuvent avoir un point de fonctionnement différent. Par exemple, les différentes quantités et quelques compositions des flux d'entrée et de sortie sont des variables d'état du convertisseur à oxygène.
Les paramètres incertains correspondent aux caractéristiques du système pour lesquelles une connaissance "a priori" est disponible, qui peut s'exprimer sous la forme :

- d'une connaissance théorique (par exemple : les changements d'enthalpie de formation/réaction)
- d'une valeur moyenne mesurée (par exemple : la composition des ferrailles)
- de valeurs nominales (symboliques) définies par l'expérience (par exemple : le taux de combustion secondaire, la basicité du laitier...)

Les incertitudes sur les paramètres sont le résultat d'imprécisions sur la connaissance de leurs valeurs vraies qui peuvent, par exemple, être dues à de l'encrassement, de la corrosion, ou encore à la dégradation de certaines parties du système. Ces paramètres peuvent être propres à la coulée (pertes thermiques, degré d'oxydation, taux de combustion secondaire) ou propres aux matériaux (composition des ferrailles...), et découlent donc d'un vieillissement du convertisseur. C'est pourquoi, on pose l'hypothèse qu'ils sont constants à court terme, mais qu'ils peuvent évoluer sur le long terme.

1.6 Exemple de modèle simplifié du convertisseur à oxygène

Pour mieux appréhender les problèmes de préréglage appliqués au convertisseur à oxygène, nous allons nous appuyer sur un exemple de modèle très simplifié de celui-ci. Ce modèle n'aura pas de réel sens physique, mais disposera d'éléments caractéristiques relatifs au convertisseur à oxygène.

A cause de la nature aléatoire des réactions chimiques interagissant dans le laitier non-homogène, ou à l'usure des briques réfractaires formant le convertisseur, le procédé est décrit avec une précision limitée. C'est pourquoi certains des paramètres du modèle sont considérés comme incertains.

Pour cet exemple, on choisit de se limiter à un modèle décrit par 3 équations, 5 variables d'état de valeurs vraies x_1^* à x_5^* et 2 paramètres incertains de valeurs vraies a_1^* et a_2^* :

$$\begin{aligned} 0.5x_1^* + (-3 + x_2^*)x_3^* + (a_1^* - x_4^*)x_5^* &= 0 \\ 3x_1^* + (0.25x_2^*x_4^* - x_5^*)x_3^* + 9 &= 0 \\ x_1^* - 0.5x_2^*x_3^* + x_4^* + a_2^*x_5^* - 1 &= 0 \end{aligned}$$

On peut remarquer que ces équations sont bilinéaires, voire trilinéaires, vis-à-vis des variables d'état ce qui est caractéristique des bilans massiques et thermiques du convertisseur à oxygène. La première équation représente par exemple le bilan massique en fer, où x_1, x_3 et x_5 sont des quantités de matière respectivement en ferrailles, fonte liquide et acier liquide, x_2 et x_4 des pourcentages massiques en élément fer et a_1 un paramètre incertain évoluant au cours du temps et altérant la teneur en fer de la matière x_5. La deuxième équation disposant de tri-linéarité correspond à un bilan thermique, et la dernière est un bilan massique en un autre élément chimique.

1.7 Généralisation du problème de pré-réglage

Le pré-réglage est une technique régulièrement employée dans le domaine métallurgique et particulièrement dans les procédés de traitement par lots. Les conditions opératoires imposées et l'environnement difficile dans lequel se déroulent les opérations sidérurgiques ne permettent qu'assez peu souvent de profiter de mesures en continues pour pouvoir dispenser un contrôle en temps réel. En effet, la température nécessaire aux traitements des métaux est bien souvent supérieure à $1000°C$, ce qui rend l'emploi d'appareils standards d'instrumentation assez difficile. De plus, l'environnement oxydant n'est pas un facteur facilitant l'installation d'équipements classiques de mesure non prévus pour supporter ces conditions. Le développement, la mise en place et la maintenance de capteurs robustes à ces conditions seraient très complexes et donc très coûteux. Toutes ces raisons font que la méthode déployée est l'utilisation d'un modèle statique dit "balistique", qui permet à partir d'objectifs définis de calculer les valeurs des points de consignes nécessaires à leurs réalisations.

Le préréglage des procédés sidérurgiques s'apparente donc à un problème de commande de système perturbé en boucle ouverte.

Si l'on se ramène à l'exemple du modèle simplifié de convertisseur à oxygène, le préréglage consisterait, au début de la coulée, à estimer les valeurs des variables de commande x_1^*, x_2^* et x_3^* pour que le système atteigne les consignes de teneur en Fer de l'acier x_{4c} et la quantité d'acier x_{5c} à la fin de la coulée.

Dans la plupart des problèmes de pré-réglage rencontrés dans les procédés sidérurgiques, le choix du nombre de variables de commande et du nombre de consignes est effectué pour que la résolution du problème soit celle d'un problème de n équations à n inconnues, même si pour cela, il faut parfois fixer de manière un peu arbitraire certaines grandeurs physiques.

1.8 Mécanisme d'adaptation traditionnellement utilisé

Dans la partie précédente, on a vu que le modèle "balistique" permet de calculer les valeurs des points de consigne pour atteindre des objectifs propres à chaque coulée. Cependant dans la réalité, à la fin de chaque coulée, on constate qu'il existe un écart entre les consignes et les

mesures obtenues. Ces écarts sont vraiment préjudiciables, en effet, si les objectifs définis par le cahier des charges ne sont pas respectés, il est alors nécessaire d'allonger le temps de traitement des produits pour pouvoir enfin atteindre les consignes, imposant ainsi un rendement plus faible et donc une perte d'argent ; mais pire encore, si certains objectifs critiques ne sont pas atteints, cela peut même provoquer une mise au rebut du produit fourni pour cause de non-conformité.

Afin d'améliorer l'opération de pré-réglage, un mécanisme d'adaptation de modèle prend en compte les erreurs entre les consignes et les mesures obtenues lors des coulées précédentes pour mettre à jour la connaissance du modèle et ainsi améliorer sa précision.

Si, à la fin de la coulée, on réinjecte les valeurs des commandes et des mesures obtenues dans les équations de bilans, on s'aperçoit que les équations de bilan ne s'annulent pas, et on nomme résidus ces valeurs non nulles.

Traditionnellement, on suppose que ces résidus obtenus en fin de coulée proviennent uniquement de l'imprécision du modèle. Et on pose l'hypothèse, souvent validée a posteriori, que ces résidus ont une évolution lente au cours du temps. On s'aperçoit, par exemple, sur les figures (Fig. 1.6 et 1.7) représentant les évolutions temporelles des résidus des bilans respectivement en oxygène et thermique obtenues à partir de données industrielles appliquées au modèle de calcul de charge de l'usine de Fos-sur-Mer, que ces signaux ont une variation basse et haute fréquence tout au long des coulées.

L'objectif du mécanisme d'adaptation "traditionnelle" est de recentrer la valeur des résidus pour la coulée en cours en utilisant la connaissance de la valeur des résidus des coulées précédentes dans l'objectif d'améliorer l'étape de pré-réglage. L'idée est de soustraire à chaque équation un paramètre dit "d'adaptation" (ou "coefficient adaptatif") qui est une forme de mémoire temporelle de la valeur des résidus des coulées précédentes. Par l'emploi d'un gain, permettant de définir la vitesse d'adaptation, il est possible de filtrer une partie des bruits de ces résidus. Ce registre de mémoire se décale avec le temps. L'adaptation prend plus en compte les dernières informations obtenues sur les dernières coulées et "oublie" les plus anciennes.

Reprenons l'exemple défini précédemment, on note $ad_i(k)$ le paramètre d'adaptation de l'équation i utilisé pour le calcul de charge à la coulée k.

Avec le mécanisme d'adaptation "traditionnelle", lors de l'étape du calcul de charge de la coulée k, on cherche à estimer les valeurs vraies x_1^*, x_2^* et x_3^* des variables qui satisfont le système d'équation suivant :

$$\begin{aligned}
0.5x_1^*(k) + (-3 + x_2^*(k))x_3^*(k) + (a_1 - x_{4c}(k))x_{5c}(k) - ad_1(k) &= 0 \\
3x_1^*(k) + (0.25x_2^*(k)x_{4c}(k) - x_{5c}(k))x_3^*(k) + 9 - ad_2(k) &= 0 \\
x_1^*(k) - 0.5x_2^*(k)x_3^*(k) + x_{4c}(k) + a_2x_{5c}(k) - 1 - ad_3(k) &= 0
\end{aligned}$$

On peut remarquer dans la deuxième et la troisième équations que les paramètres ad_2 et ad_3 se retrouvent soustraits à d'autres paramètres de fermeture de bilan (9 et -1). Ce paramètre

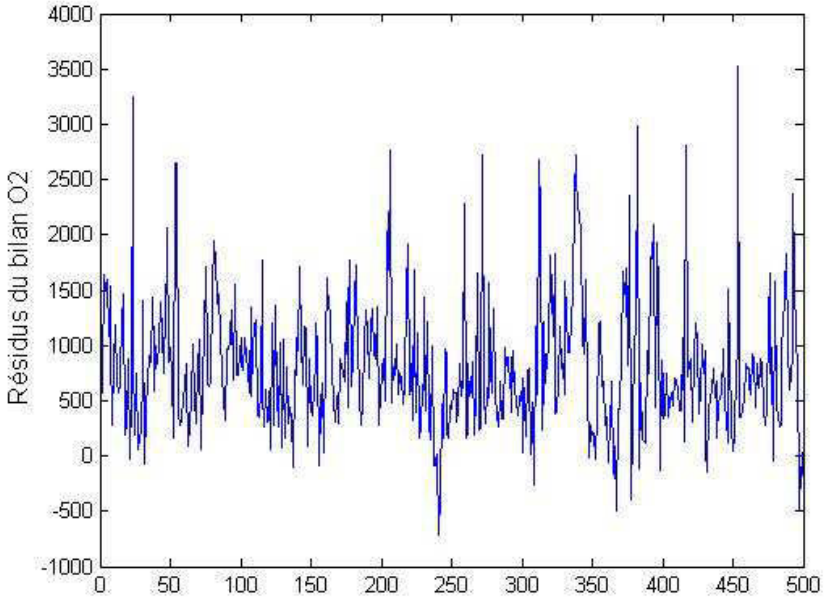

Figure 1.6 – Évolution des résidus du bilan oxygène au fil des coulées

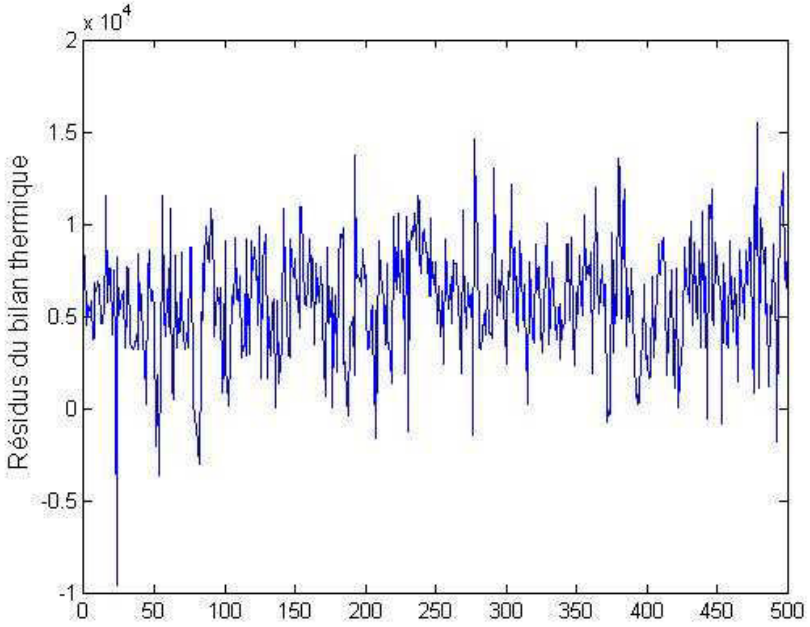

Figure 1.7 – Évolution des résidus du bilan thermique au fil des coulées

dans le cas du bilan thermique (deuxième équation) correspond à des pertes thermiques dues en

partie à la qualité du revêtement du convertisseur. Dans ce cas, il arrive que les deux paramètres, celui d'adaptation et celui de fermeture de bilan, soient confondus. Le paramètre de fermeture de bilan est alors adapté ce qui correspond à suivre l'évolution des pertes thermiques au cours du temps. Cette adaptation de paramètre a alors un sens physique. En effet, dans la pratique, l'usure et la déformation lentes du revêtement du convertisseur impliquent que les pertes thermiques augmentent avec le temps.

L'évaluation de ces paramètres d'adaptation $ad_i(k)$ s'effectue à la fin de la coulée précédente $k-1$ lorsque l'on dispose de toutes les mesures disponibles des variables d'état (cf Fig. 1.8). Les paramètres d'adaptation $ad_i(k)$ sont donc calculées à partir de leur valeur précédente $ad_i(k-1)$ et d'une estimation de la valeur $\hat{ad}_i(k-1)$ qui annule réellement les équations de bilans de la coulée $k-1$:

$$ad_i(k) = g\,\hat{ad}_i(k-1) + (1-g)ad_i(k-1) \tag{1.27}$$

où g est un coefficient de filtrage ($g \in [0;1]$) et $\hat{ad}_i(k-1)$ les estimations obtenues par résolution du système suivant :

$$\begin{aligned}
0.5x_1(k-1) + (-3+x_2(k-1))x_3(k-1) + (a_1 - x_4(k-1))x_5(k-1) - \hat{ad}_1(k-1) &= 0\\
3x_1(k-1) + (0.25x_2(k-1)x_4(k-1) - x_5(k-1))x_3(k-1) + 9 - \hat{ad}_2(k-1) &= 0\\
x_1(k-1) - 0.5x_2(k-1)x_3(k-1) + x_4(k-1) + a_2x_5(k-1) - 1 - \hat{ad}_3(k-1) &= 0
\end{aligned}$$

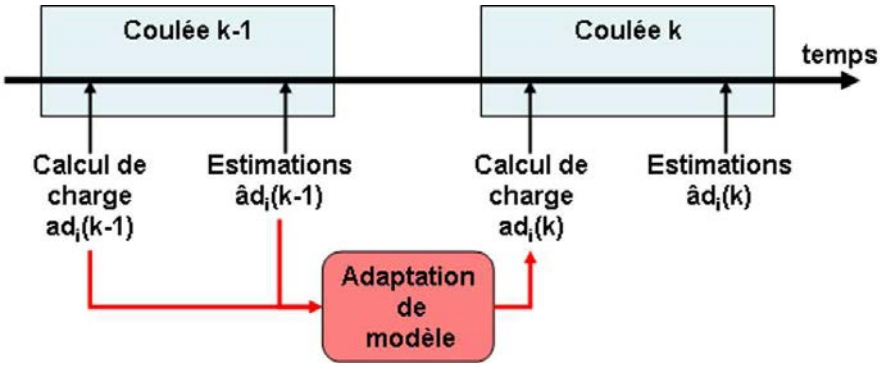

Figure 1.8 – Principe d'adaptation de modèle

Avec ce principe d'adaptation traditionnelle, en faisant varier le gain de filtrage g il est possible de réaliser différents types d'adaptation. En prenant une valeur de g très faible, on va effectuer une adaptation "lente" qui ne va modifier le modèle que très légèrement au cours du temps et qui va garder les résultats des coulées précédentes pendant assez longtemps. Ce type d'adaptation est intéressante dans le cas où les résidus du système sont bruités et qu'ils se décalent lentement par rapport à zéro. Au contraire une adaptation rapide permet de suivre un changement d'offset des résidus des bilans au cours du temps, mais il ne faut pas que ceux-ci soient fortement bruités sinon l'adaptation donnera des résultats erronés. Dans le tableau ci-après (cf. Tab 1.3), on peut voir l'effet de l'impact de l'effet de "mémoire" en fonction du gain choisi. On voit ainsi l'impact en pourcentage de la valeur des résidus des coulées précédentes sur l'adaptation en cours.

Impact en % de : sur $ad_i(k)$	$\hat{ad}_i(k-1)$	$\hat{ad}_i(k-2)$	$\hat{ad}_i(k-3)$	...	$\hat{ad}_i(k-11)$
pour $g = 0.1$	10%	9%	8.1%	...	3.5%
pour $g = 0.9$	90%	9%	0.9%	...	$< \varepsilon$

Tableau 1.3 – Impact du gain de filtrage sur la "mémoire" de l'adaptation

1.8.1 Application numérique au modèle simplifié

On considère le modèle défini précédemment par les équations :

$$\begin{aligned} 0.5x_1^* + (-3 + x_2^*)x_3^* + (a_1^* - x_4^*)x_5^* &= 0 \\ 3x_1^* + (0.25x_2^*x_4^* - x_5^*)x_3^* + 9 &= 0 \\ x_1^* - 0.5x_2^*x_3^* + x_4^* + a_2^*x_5^* - 1 &= 0 \end{aligned}$$

On s'intéresse à un jeu de données correspondant à 100 coulées. Pour simuler la dégradation lente du système au cours du temps, on fait évoluer la valeur vraie des paramètres a_1^* et a_2^* comme le montre la figure 1.9. On fixe ensuite de manière aléatoire les valeurs des consignes $x_{4c}(k), x_{5c}(k)$ pour $k = 1 \ldots 100$ (cf. Fig. 1.10).

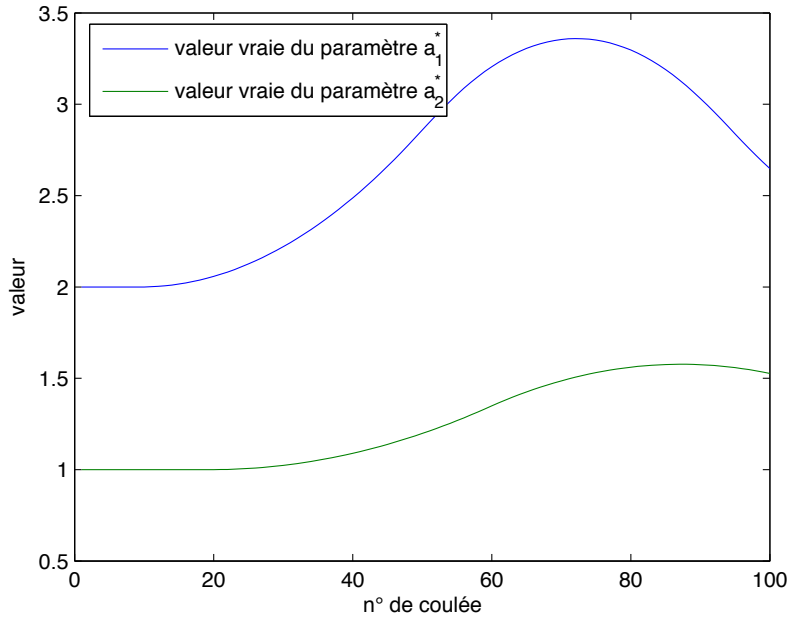

Figure 1.9 – Evolution des valeurs vraies a_1^* et a_2^*

Le préréglage des variables x_1, x_2 et x_3 sans mécanisme d'adaptation s'obtient en résolvant, pour chaque coulée, les équations du système en substituant x_4^* et x_5^* par leur valeur de consigne

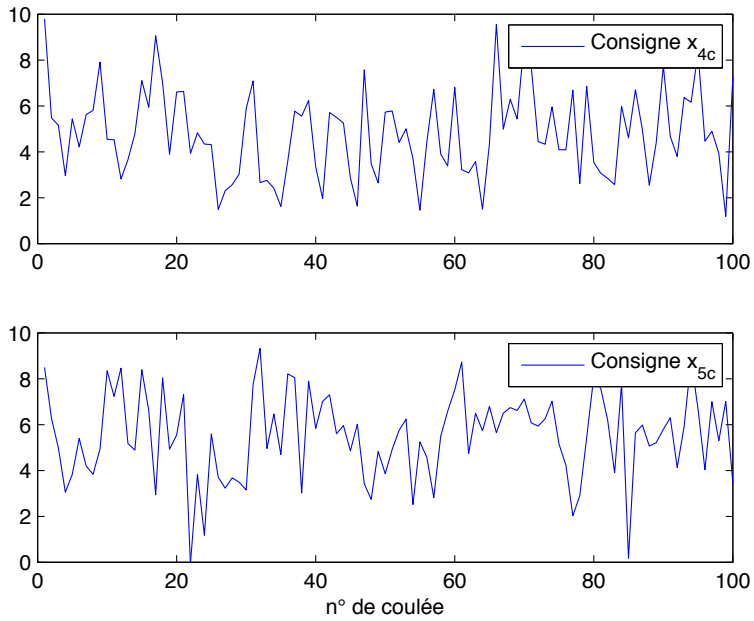

Figure 1.10 – Consignes x_{4c} et x_{5c}

x_{4c} et x_{5c} et les paramètres a_1 et a_2 sont fixés à leurs valeurs nominales respectivement égales à 2 et 1. Les résultats obtenus sont présentés à la figure 1.11.

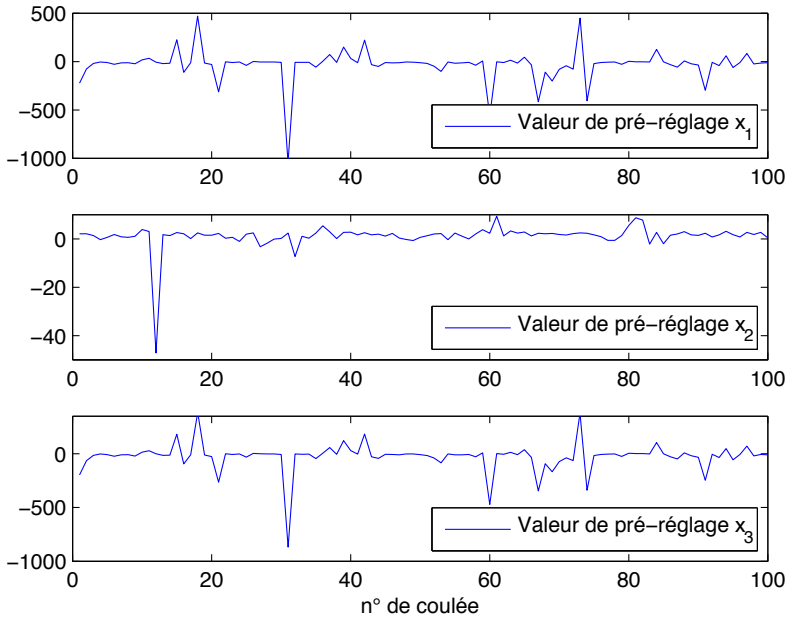

Figure 1.11 – Pré-réglage des variables x_1, x_2 et x_3

Les mesures $y_i(k)$ des variables $x_i^*(k), k = 1 \ldots 100$ sont simulées en ajoutant un bruit d'écart-type fixe σ_i, dont les valeurs sont rapportées dans le tableau 1.4, aux valeurs vraies x_i^*. Les valeurs vraies des variables x_4^* et x_5^* sont égales aux valeurs de consignes x_{4c} et x_{5c}, et celles des autres variables x_1^*, x_2^* et x_3^* sont calculées en résolvant les équations du modèle en utilisant les valeurs vraies des paramètres a_1^* et a_2^*. Les valeurs des mesures $y_i(k)$ sont reportées et comparées aux valeurs de préréglage dans les figures 1.12, 1.13 et 1.14. Ces mesures représentent les valeurs effectives nécessaires, à un bruit près, permettant d'atteindre les valeurs des consignes.

On s'aperçoit que les mesures et les valeurs de préréglage sont très proches pour les premières coulées puisque le modèle n'est pas dégradé. Mais, après la coulée n°30 et l'apparition de dégradation du modèle via les paramètres a_1^* et a_2^*, les valeurs des variables de préréglage sont différentes des mesures nécessaires à la satisfaction des consignes. Ces écarts sont dûs à la mauvaise connaissance du modèle et aux erreurs de mesures.

Mesure	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
Ecart-type	8.37	0.85	5.96	2.04	2.44

Tableau 1.4 – Ecart-type des erreurs de mesure

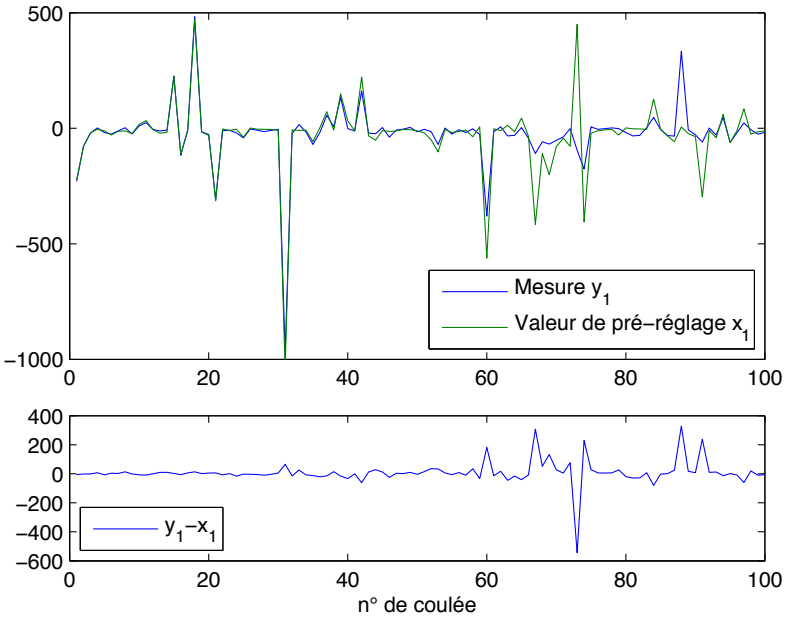

Figure 1.12 – Comparaisons entre mesures et valeurs de préréglage

A partir des mesures obtenues, on calcule les résidus des équations de bilan en utilisant les valeurs nominales des paramètres a_1 et a_2. On peut ainsi observer sur la figure 1.15 que ces résidus sont non nuls.

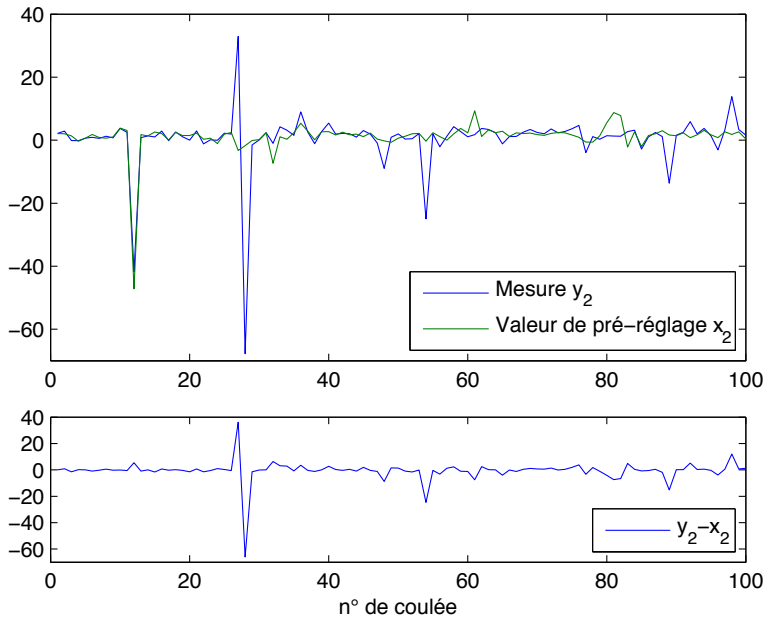

Figure 1.13 – Comparaisons entre mesures et valeurs de préréglage

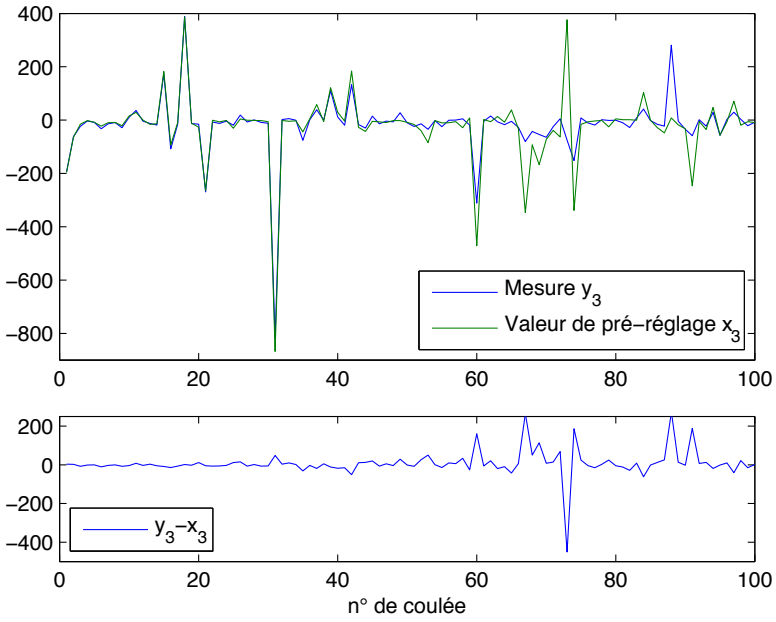

Figure 1.14 – Comparaisons entre mesures et valeurs de préréglage

Dans l'objectif d'améliorer la qualité du calcul des valeurs de préréglage, on introduit les paramètres d'adaptation ad_i dans les équations de bilan. Le calcul de ces paramètres grâce à l'expression 1.27 en prenant pour gain de filtrage $g = 0.1$, donne les valeurs reportées dans la figure 1.16.

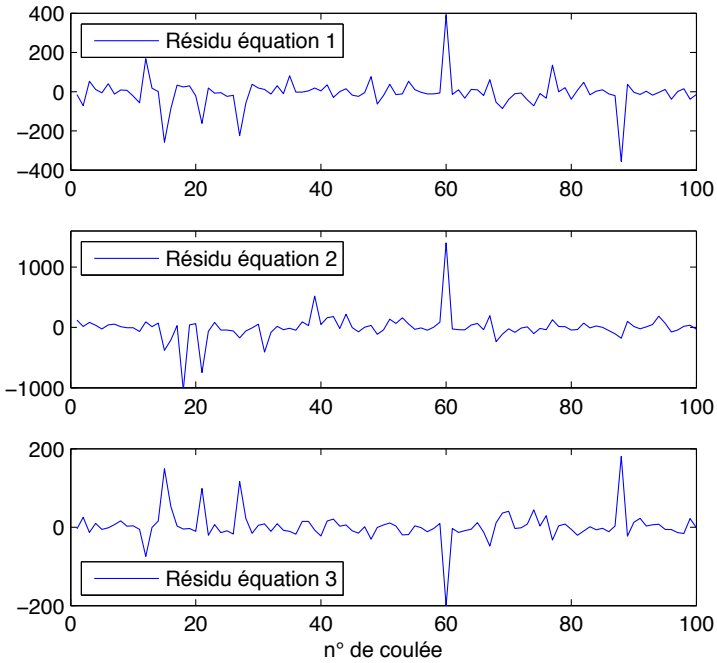

Figure 1.15 – Résidus des équations de bilan

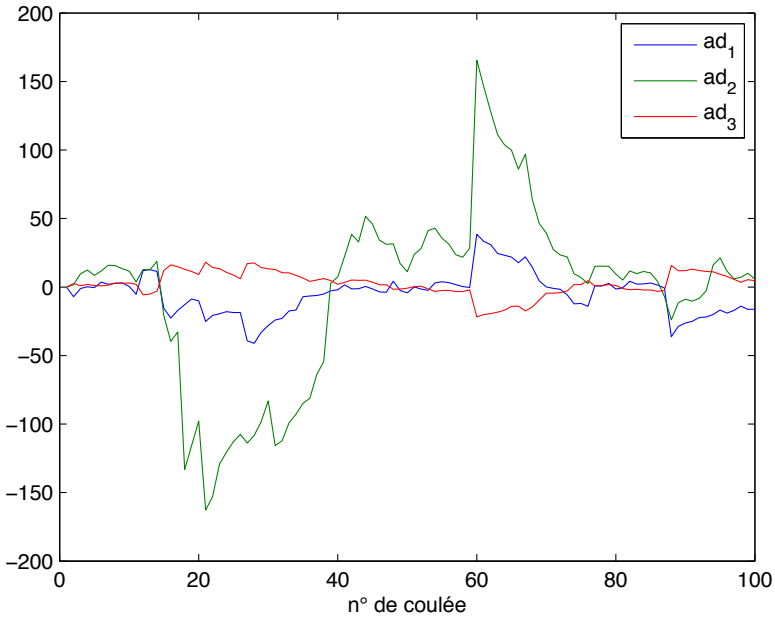

Figure 1.16 – Valeurs des paramètres d'adaptation traditionnelle

En utilisant les paramètres d'adaptation pour mettre à jour le modèle du système au cours

du temps, on obtient des valeurs de pré-réglage différentes $x_{1,ad}$, $x_{2,ad}$ et $x_{3,ad}$ et des résidus différents de ceux obtenus sans les paramètres d'adaptation (Figure 1.17). Les résidus obtenus avec les paramètres d'adaptation sont légèrement plus faibles et ont une moyenne mieux centrées autour de 0 comme on peut le constater dans le tableau 1.5. Pour pouvoir observer l'impact de ce mécanisme d'adaptation sur l'étape de pré-réglage, on compare les différences entre les valeurs de pré-réglages (obtenues avec et sans prise en compte des paramètres d'adaptation) et les mesures (cf. Fig. 1.18). Les moyennes et écart-types de ces différences sont décrits dans le tableau 1.6.

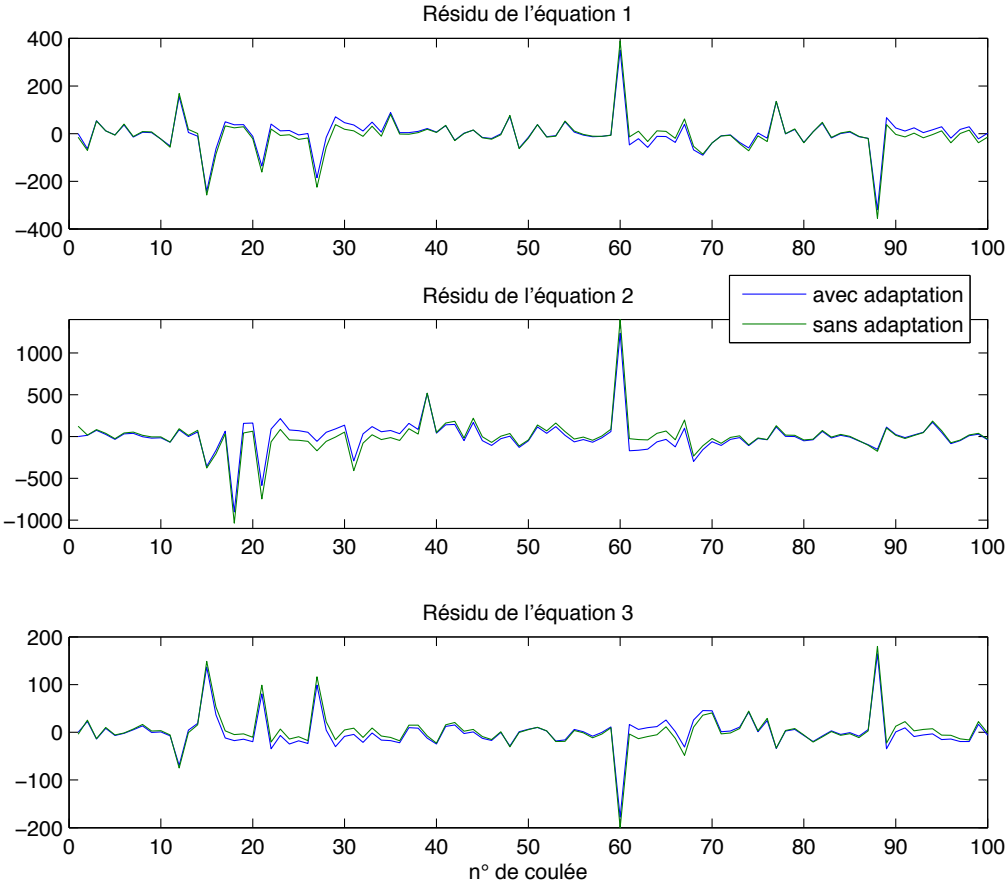

Figure 1.17 – Comparaison des résidus avec ou sans paramètres d'adaptation

	r_1	r_2	r_3
Moyenne (sans adaptation)	-6.71	-1.16	2.68
Moyenne (avec adaptation)	-1.45	0.52	0.42

Tableau 1.5 – Comparaison des moyennes des résidus

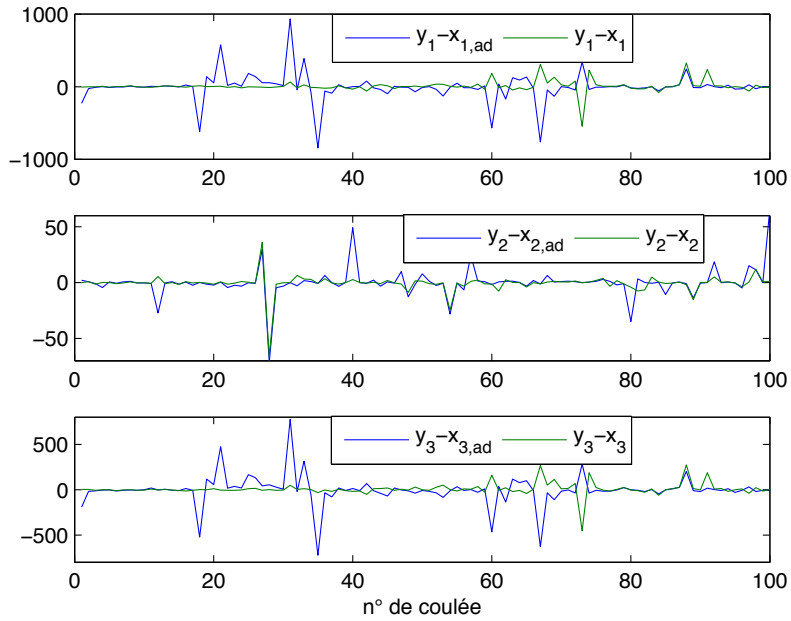

Figure 1.18 – Comparaison des valeurs de pré-réglage avec les mesures

	$y_1 - x_{1,ad}$	$y_1 - x_1$	$y_2 - x_{2,ad}$	$y_2 - x_2$	$y_3 - x_{3,ad}$	$y_3 - x_3$
Moyenne	−5.89	8.76	0.09	−0.68	−4.7	7.79
Ecart type	197	84	13.38	8.5	164.2	70.18

Tableau 1.6 – Comparaison des performances des méthodes de pré-réglages

Au vu des résultats, on s'aperçoit que l'adaptation traditionnelle ne permet pas, dans cet exemple, d'améliorer significativement le calcul des valeurs de préréglage pour atteindre les consignes du système. En effet, l'application du mécanisme d'adaptation traditionnelle a pour seul effet d'obtenir en moyenne sur cet ensemble de 100 coulées une différence moins importante entre valeurs des variables de préréglage et mesures réellement obtenues, mais cela au détriment de différence plus importante pour chaque coulée. Au contraire, l'application de l'adaptation traditionnelle dans cet exemple provoque une dégradation de l'opération de préréglage.

Cela s'explique par le fait que les variations de points de fonctionnement entre chaque coulée provoquent des variations importantes des résidus des équations et que l'évolution des paramètres dégradant le système n'intervient pas sous la forme d'un décalage significatif de la valeur des résidus des équations.

1.9 Conclusion

Comme nous avons pu le constater dans l'exemple précédent, le mécanisme d'adaptation traditionnelle ne permet pas toujours d'améliorer l'opération de pré-réglage régulièrement employé sur de nombreux processus sidérurgiques, et même parfois cela peut le rendre moins performant. Pourtant, l'amélioration de cette opération permettrait un gain de temps considérable et par conséquent également un gain financier. Dans cette optique, il serait donc intéressant de disposer d'une meilleure connaissance du modèle et d'avoir la possibilité d'avoir un suivi de l'évolution des différentes dégradations, telles l'usure, la corrosion ou l'encrassement, qui sont dues à différents facteurs liés aux conditions opératoires particulièrement difficiles. Pour cela, on peut se baser sur la connaissance des relations physiques du modèle et l'expérience acquise au fil des années par les sidérurgistes, mais aussi sur un réseau de mesures conséquent. Cependant dans tout contexte industriel, les mesures sont souvent entachées d'erreurs, et sont parfois indisponibles. Il serait inutile d'essayer d'améliorer la connaissance d'un modèle à partir de données erronées qui n'ont pas été validées au préalable. Dans cette optique, dans les chapitres suivants nous allons présenter et développer des techniques de validation de données qui vont nous permettre d'améliorer la connaissance du système, dans un but final de pouvoir améliorer l'étape de pré-réglage des outils sidérurgiques.

2

Réconciliation de données dans le cas de modèles non linéaires

Sommaire

2.1 Introduction **35**
2.1.1 Système 35
2.1.2 Défauts et états de fonctionnement 36
2.1.3 Les défauts de capteurs 36
2.1.3.1 Erreurs systématiques 36
2.1.3.2 Erreurs accidentelles 37
2.2 Filtrage des données **37**
2.3 Réconciliation de données **38**
2.3.1 État de l'art 39
2.3.1.1 Régime statique 40
2.3.1.2 Régime dynamique 41
2.4 Principe de la réconciliation de données pour des modèles non linéaires . **42**
2.4.1 Formalisation du problème de réconciliation de données 43
2.4.2 Résolution itérative par linéarisation des contraintes 44
2.4.3 Méthode de programmation non linéaire 45
2.4.4 Cas particulier : les modèles linéaires 46
2.4.5 Résolution par écriture sous forme quasi-linéaire 46
2.4.6 Propriétés statistiques de l'estimateur non linéaire 47
2.5 Réconciliation de données en régime dynamique **48**
2.5.1 Le filtre de Kalman 48
2.5.2 Extension des techniques de réconciliation de données en régime statique au cas dynamique par utilisation de fenêtre d'observation glissante 48

2.5.3 Estimation d'état sur un horizon d'observation constant 48
2.5.4 Implémentation pratique – Estimation d'état sur fenêtre glissante . . . 50
2.6 Détection et isolation de défaut 50
2.6.1 Etat de l'art 51
2.6.2 Analyse des corrections des mesures 52
2.6.3 Détection des défauts 53

2.1 Introduction

De nos jours, en dépit de tous les progrès technologiques, le contrôle et la surveillance des systèmes restent un problème épineux. En effet, dans de nombreuses industries, notamment dans le domaine sidérurgique, dont la production est ciblée sur des produits à haute valeur ajoutée, les difficultés liées au contrôle du processus de fabrication et à la surveillance de la qualité des produits sont importantes. De plus, les règles liées à la sécurité et à l'environnement sont de plus en plus drastiques et dans le contexte économique de libre concurrence, il faut produire de plus en plus vite et à moindre coût.
De manière générale, la prise de décision, pour l'accomplissement des objectifs définis par le cahier des charges, dépend fortement de la qualité des données collectées par le système d'instrumentation.

C'est pourquoi, pour fonctionner de manière satisfaisante, les systèmes de contrôle-commande et de surveillance des systèmes industriels ont besoin de recevoir, en permanence, des informations représentatives de leur état. La performance et la fiabilité de l'ensemble des moyens de commande et de contrôle sont donc liées à la qualité des systèmes de mesures.

Malheureusement, les mesures sont par nature entachées d'erreurs puisqu'elles sont obtenues par des capteurs présentant des imperfections. De plus, les conditions difficiles, dans lesquels les appareils de mesures sont installés en environnement industriel, ajoutés aux difficultés de maintenance, au calibrage imparfait des capteurs, provoquent une accumulation de ces erreurs.

Utiliser des données entachées d'erreur sans aucune étape préalable de filtrage conduirait à la génération d'informations erronées. Les algorithmes de surveillance élaboreraient alors des ordres et des comptes-rendus qui ne correspondraient pas à l'état réel du système, d'où une diminution des performances et de la fiabilité du système et parfois même, une mise en cause de la sécurité des individus.

L'objectif est donc d'analyser la cohérence des mesures puis de fournir des estimées dont le niveau de confiance soit acceptable pour l'étape de prise de décision.

2.1.1 Système

Un système physique peut souvent être caractérisé par des équations issues des lois fondamentales de conservation de matière et d'énergie ; il peut aussi être représenté mathématiquement par un modèle tenant compte des conditions opératoires et de certaines hypothèses simplificatrices.

Généralement, les mesures brutes collectées sur le système ne vérifient pas exactement les équations du modèle. En effet, généralement, en appliquant directement ces mesures sur ces équations, celles-ci ne sont pas satisfaites et il existe toujours des résidus que l'on appelle également, écarts de fermeture des équations de bilan. Ces écarts peuvent s'expliquer, d'une part,

par la structure imparfaite du modèle, due aux hypothèses simplificatrices de modélisation ou à des paramètres incertains le décrivant, mais aussi, d'autre part, par les erreurs de mesures dépendant de la qualité des capteurs industriels et des conditions opératoires.

2.1.2 Défauts et états de fonctionnement

Par définition, un défaut correspond à une déviation d'un système par rapport à son comportement normal. Cette déviation peut également intervenir sur le système de commande ou encore sur son système d'instrumentation. Brunet *et al.* [1990] ont répertorié plusieurs types de défauts :

- les défauts d'actionneurs : ils se manifestent par un décalage entre les commandes d'un actionneur et les actions réellement effectuées par celui-ci.
- les défauts à effets additifs : ils sont souvent causés par l'action d'une perturbation inconnue sur l'entrée d'un système provoquant des variations des sorties.
- les défauts à effets multiplicatifs : ils correspondent à des variations des valeurs des paramètres du modèle et provoquent des variations des sorties dépendantes des entrées du système. Ce type de défaut apparaît lors de la dégradation d'un système ou de son environnement.
- les défauts de capteurs : ils se manifestent par un écart entre la mesure et la valeur vraie.

On peut considérer trois principaux états de fonctionnement provoqués par l'apparition de défaut :

- La *détérioration* d'un système qui correspond à une baisse des performances.
- La *défaillance* d'un système qui rend inapte un système à accomplir une de ses fonctions.
- La *panne* qui conduit souvent à l'arrêt du fonctionnement du système. Elle se différencie de la défaillance puisqu'elle entraîne un arrêt obligatoire du système.

2.1.3 Les défauts de capteurs

Nous allons ici nous intéresser plus particulièrement aux différentes causes provoquant les erreurs de mesures, puisque seules celles-ci sont considérées, lors de la phase de réconciliation de données, les modèles étant supposés parfaitement exacts.

Pour connaître la valeur d'une grandeur physique, il est nécessaire de disposer d'une chaîne d'instrumentation. La différence entre la mesure et la grandeur vraie est appelée l'erreur de mesure. En pratique, il est impossible de connaître cette erreur de mesure et par conséquent la valeur de la grandeur vraie reste donc toujours inconnue. On peut identifier deux types d'erreur, les erreurs systématiques et les erreurs accidentelles.

2.1.3.1 Erreurs systématiques

Les erreurs systématiques entachant une mesure peuvent prendre deux formes, soit elles sont constantes (biais), ou à variation lente (dérive). Il existe différentes causes à ce type d'erreurs :

- erreurs de gain du capteur
- erreurs d'offset (indépendant de la valeur à mesurer)
- erreurs dues aux conditions d'utilisation (erreur de finesse, de rapidité ou de matériel inadapté)
- erreurs dues à une mauvaise implémentation du capteur

2.1.3.2 Erreurs accidentelles

L'apparition de ces erreurs, ainsi que leur nature sont considérées comme aléatoire. Les causes d'apparition de ces erreurs sont multiples :

- erreurs d'hystérésis (dépendance de la réponse du capteur aux valeurs précédentes)
- erreurs de mobilité (variation en entrée non observable sur la sortie du capteur)
- erreurs de conversion analogique-numérique.
- signaux parasites ou bruit de fond (produit par l'environnement)
- erreur de transmission du signal d'un capteur

Les erreurs aléatoires ne peuvent jamais être prédites. Leurs amplitudes sont généralement assez faibles et elles correspondent de manière générale aux composantes à haute fréquence de la mesure. Ce qui signifie que si l'on ré-itère la mesure avec le même capteur, dans les mêmes conditions opératoires, on n'obtiendra jamais la même mesure. Ces erreurs ne peuvent être totalement éliminées et sont toujours présentes quelque soit le capteur. La manière souvent utilisée pour les représenter est d'utiliser des lois de distribution et des lois de probabilités permettant de caractériser l'ensemble de leurs actions.

2.2 Filtrage des données

Le filtrage de données consiste à trouver une estimation de la valeur vraie des variables mesurées sur la base d'informations complémentaires fournies par le modèle du processus et les mesures disponibles. Il existe deux classes de méthodes pour filtrer les mesures : le filtrage statistique par traitement de signal et le filtrage basé sur la connaissance d'un modèle décrivant le système.

Pour les processus dont le modèle est mal connu ou peu précis, il est possible de corriger les données en utilisant des filtres analogiques ou numériques. Des filtres analogiques sont utilisés pour pré-filtrer les données provenant du système avant l'échantillonnage. Des filtres numériques sont utilisés par la suite pour atténuer l'influence des erreurs aléatoires (bruit haute-fréquence) des mesures. Ces filtres sont essentiellement utilisés dans le cadre des fonctions de pré-traitement des données et sont souvent directement intégrés aux capteurs. En outre, dans la plupart des cas, les erreurs de grande amplitude peuvent être supprimées en réglant de façon adéquate un seuil d'élimination au delà duquel, les mesures sont considérées comme erronées.

Dans le cas du filtrage basé sur la connaissance du modèle du système, appelé réconciliation de données, le modèle du système peut être soit issu de connaissances physiques (bilan énergétique, bilan massique...), soit être un modèle statistique (modèle empirique, réseau de

neurones...). Il s'agit d'estimer les variables du système à partir des mesures en ajustant celles-ci de façon à satisfaire aux contraintes du modèle. La connaissance du modèle se traduit donc ici en une redondance d'information concernant les variables du système, les estimées de ces dernières devront alors vérifier le modèle.
La réconciliation de données se décline sous différentes formes statique ou dynamique, linéaire ou non linéaire en fonction des spécificités du modèle utilisé.

Il est intéressant de noter que ces deux méthodes de filtrage sont complémentaires et que le pré-traitement statistique des données peut être effectuée avant l'étape de réconciliation de données pour une plus grand efficacité de cette dernière.

2.3 Réconciliation de données

Les informations obtenues à partir d'un modèle décrivant un système et des mesures collectées sur ce système produisent de la redondance analytique d'informations. Cette redondance analytique permet, lorsque l'on utilise une technique comme la réconciliation de données, d'améliorer la connaissance concernant ces mesures. Par conséquent, une étape fondamentale liée à la réconciliation de données est d'évaluer la redondance du système étudié pour voir s'il y a suffisamment d'éléments d'instrumentation ou s'il est nécessaire de mettre à niveau le réseau de capteurs existant.

La réconciliation de données est une opération intermédiaire se situant entre l'étape d'acquisition de données et celle de la prise de décision. Elle consiste à générer des estimées de grandeurs physiques, représentatives de l'état du système, qui soient plus cohérentes avec le modèle décrivant le système que les mesures brutes.

L'emploi de la réconciliation de données se justifie par les raisons suivantes :
- pour contrôler efficacement un processus, ou surveiller son bon fonctionnement, il est important de disposer d'informations cohérentes.
- d'un point de vue économique, des bénéfices significatifs peuvent être réalisés avec une meilleure connaissance de la qualité des produits obtenus.

La connaissance du système permet ainsi d'améliorer la connaissance de l'intervalle de confiance des mesures et permet également de fournir la valeur la plus probable des variables non mesurées. Il est également possible de déterminer la précision des données réconciliées. En outre, la réconciliation de données permet de détecter des capteurs défectueux ou des pertes du système.

De manière générale, l'emploi de méthodes de réconciliation de données offre une meilleure connaissance du système étudié, ce qui permet de réaliser des opérations plus proches des spécifications du cahier des charges. Tous ces aspects permettent d'améliorer le rendement du système, et offrent la possibilité de mieux prévoir les opérations de maintenance du système d'instrumentation.

D'un point de vue mathématique, les méthodes de réconciliation de données consistent à

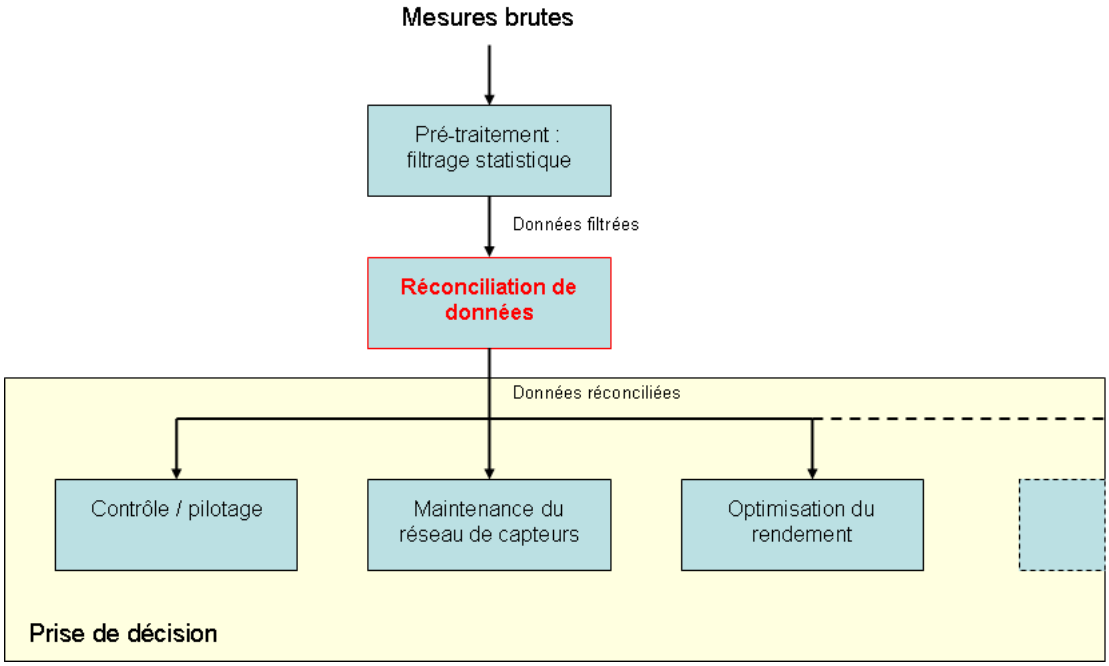

Figure 2.1 – Organisation du traitement des données

résoudre des problèmes d'optimisation. Les données sont ajustées pour être aussi proches que possible des mesures brutes, mais statistiquement cohérentes avec les contraintes du système impliquant ces variables mesurées.
Les contraintes sont en général des bilans massiques, des bilans sur les éléments chimiques et des bilans énergétiques, ou encore des équations d'équilibre chimique ou des équations de réactions.
La complexité de résolution des méthodes de réconciliation de données est souvent liée à la dimension élevée du nombre de variables à estimer, à la forte non-linéarité des contraintes, à l'observabilité du système et au nombre d'erreurs de mesures.

Pour surmonter ces difficultés, il est conseillé de commencer la procédure de réconciliation de données par l'application à un modèle réduit et simplifié du système complet et d'augmenter progressivement sa complexité.

Depuis quelques années, de nombreux industriels ont réalisé les avantages à tirer d'utiliser les techniques de réconciliation de données. C'est pourquoi aujourd'hui de nombreux logiciels commerciaux traitant de la réconciliation de données sont disponibles (par exemple : VALI de Belsim, Sigmafine de Osisoft, Datrec de Elf Central Research...).

2.3.1 État de l'art

La validation de données ou de mesures, encore appelée "réconciliation", est une méthode qui permet de réduire les incohérences des informations acquises sur un système ; elle constitue donc une étape essentielle qui doit précéder toute tentative de conduite de ce système.

2.3.1.1 Régime statique

Elle a été considérée pour la première fois dans un contexte industriel par Kuehn et Davidson [1961]. Les objectifs étaient alors de corriger les données d'un processus afin que celles-ci en satisfassent les bilans massiques. Quelques années plus tard, différents auteurs comme Ripps [1965] et Vaclavek [1969] ont continué à travailler sur le problème de classification des variables et à la formulation des méthodes de réconciliation de données. Mah *et al.* [1976] ont proposé une méthode de réconciliation de données basée sur la théorie des graphes. Crowe *et al.* [1983] ont introduit des matrices de projection permettant d'obtenir un système de dimension réduite et de pouvoir prendre en compte les variables non mesurées.

La réconciliation de données dans le cas des systèmes non linéaires a été traitée pour la première fois dans Knepper et Gorman [1980]. Un algorithme de classification des mesures pour les systèmes non linéaires généraux a été proposé par Joris et Kalitventzeff [1987]. L'approche itérative nécessaire aux traitements des données associées à des modèles non linéaires a ensuite été améliorée par Pai et Fisher [1988] grâce à l'utilisation de matrice de projection et d'une méthode de linéarisation successive. La généralisation à l'ensemble des systèmes non linéaires a été développée dans Ragot *et al.* [1990].

Dans Maquin *et al.* [1991], les auteurs se sont efforcés à récapituler les divers aspects de la réconciliation de données avec comme double but de présenter l'état de l'art et de révéler les difficultés majeures rencontrées. Pour cela, les différentes étapes méthodologiques sont présentés dans l'ordre suivant : classification de variables basée sur le concept d'observabilité, réconciliation de données, détection d'erreurs brutes et localisation, estimation de la variance des erreurs de mesures et localisation des capteurs en défaut, estimation de la précision des variables estimées. Narasimhan et Harikumar [1993] ont proposé une nouvelle approche permettant d'incorporer la connaissance des bornes inférieures et supérieures des variables dans la méthode de réconciliation de données et de détection de défaut. Les bornes sont directement incorporées sous la forme de contraintes dans la réconciliation de données et la résolution se fait en utilisant un algorithme de programmation quadratique. Heyen *et al.* [1996] et Abdollahzadeh *et al.* [1996] se sont intéressés à l'analyse des matrices jacobiennes pour réaliser une analyse de sensibilité exprimant l'influence des mesures et de leurs précisions sur la précision des estimées des variables d'état et permettant de détecter les variables d'état particulièrement influençables par la précision de certaines mesures. Ragot *et al.* [1999] ont développé une approche utilisant des contraintes de type inégalité définissant un hyper-espace dans lequel les états du système considéré sont sensés se situer. Les résidus du modèle décrivant le système sont également contraints dans un hyper-espace. Ce problème de réconciliation de données se traduit alors par un ensemble de LMI (Linear Matrix Inequality) à résoudre. Narasimhan et Jordache [2000] ont fourni un point de vue détaillé sur l'histoire de la réconciliation de données.

De nombreux articles tels Ham *et al.* [1979], Heyen *et al.* [1996], Heyen *et al.* [2003] se sont plutôt attachés aux intérêts des applications industrielles de la réconciliation de données en particulier dans les domaines de la chimie et de la pétrochimie.

2.3.1.2 Régime dynamique

Filtre de Kalman

En ce qui concerne les aspects dynamiques de la réconciliation de données, il existe différentes techniques pour prendre en compte le régime transitoire d'un système. On peut tout d'abord citer le filtre proposé par Kalman [1960]. Schmidt [1980] implémenta pour la première fois ce filtre pour estimer la trajectoire d'un engin spatial du programme Appolo. Pour cette application, le filtre de Kalman réalise une fonction de réconciliation de données pour un système linéaire dynamique. Cette méthode de filtrage a ensuite été étendue au cas de système non linéaire : filtre de Kalman étendu (Karjala et Himmelblau [1996]; Narasimhan et Jordache [2000]), à partir d'une linéarisation du modèle grâce à un développement de Taylor au premier ordre. Ces techniques sont bien décrites dans Rousseaux-Peigneux [1988] et Welch et Bishop [2001]. Vachhani *et al.* [2006] ont utilisé le filtre de Kalman non parfumé (UKF) pour effectuer la réconciliation des données des systèmes non linéaires et dynamiques. Leur approche nommée réconciliation de données dynamique, non linéaire, récursive et non-parfumée est capable d'estimer les états et paramètres du système.

Filtrage sur horizon glissant

Biegler [1984] a proposé une méthode pour réduire le problème d'optimisation dynamique à un problème d'optimisation statique non linéaire sous contraintes. Plus tard, avec la collaboration d'Albuquerque (Albuquerque et Biegler [1995], Albuquerque et Biegler [1996]), il améliore cette méthode afin de réduire le temps de calcul au moyen d'une technique de recherche linéaire de l'optimum utilisant une décomposition de l'algorithme d'optimisation en sous-problèmes élémentaires.
Jang *et al.* [1986] fût le premier à introduire la notion d'horizon glissant. Cette méthode a ensuite été reprise par de nombreux auteurs Adrot *et al.* [1999], Kong *et al.* [2000], Barbosa *et al.* [2000], Zeet *et al.* [2002].
Aujourd'hui, il existe une large variété de méthodes de filtrage (Moraal et Grizzle [1995], Bai *et al.* [2006], Chen *et al.* [2008]) et leurs applications se retrouvent dans de nombreux domaines de l'ingénierie.

Kim *et al.* [1991] ont développé une approche séquentielle pour l'estimation paramétrique et l'ont comparé avec des méthodes de moindres carrés et d'estimation non linéaire dynamique. Ils ont conclu que leur approche séquentielle était plus robuste aux erreurs de mesures et nécessitait un temps de calcul inférieur aux autres méthodes. Liebman *et al.* [1992] ont présenté une technique similaire utilisant la programmation non linéaire restreint aux problèmes sans contrainte sur les états du système. Cette méthode a été illustrée sur un réacteur chimique.
Kabouris et Georgakavos [1996] ont étendu l'estimateur simplifié, proposé par Maybeck en 1982, au sens du maximum de vraisemblance dans le cas linéaire pour une optimisation sur fenêtre glissante.
Bagajewicz et Jiang [1997] ont développé une technique pour la réconciliation de données dy-

namique robuste basée sur l'écriture des équations des contraintes sous une forme intégrale.
McBrayer *et al.* [1998] ont étendu la méthode décrite dans Liebman *et al.* [1992] afin de détecter les erreurs de mesures.
Binder *et al.* [1998] ont présenté une formulation déterministe, basée sur la théorie des problèmes inverses, du problème de réconciliation de données dynamiques.
Chen et Romagnoli [1998] ont proposé une formulation modifiée de la réconciliation de données dynamique qui inclut l'information concernant les données aberrantes. Cette information provient d'une étude préalable de la base de données pour discriminer les données aberrantes des données normales.
Barbosa *et al.* [2000] ont aussi résolu le problème d'optimisation non linéaire sous contrainte en utilisant une méthode de programmation quadratique successive, le Hessien étant mis à jour par la technique BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfrab-Shanno).
Vachhani *et al.* [2001] ont proposé une approche en deux temps pour effectuer la réconciliation de données en régime dynamique non linéaire et l'identification des paramètres du modèle. Dans un premier temps, il s'agit d'identifier les paramètres en défaut ; puis, les données sont réconciliées.
Durant la même période, Cervantes *et al.* [2000]; Biegler *et al.* [2002] ont appliqué une méthode de type quasi-Newton pour réduire le volume du calcul du Hessien. Cette approche permet de résoudre les équations différentielles partielles, mais nécessite de disposer des dérivées analytiques des critères à optimiser. Raff *et al.* [2005] ont développé une approche d'estimation d'état sur une fenêtre glissante qui intègre une carte d'observabilité des données de la fenêtre observée pour garantir la convergence de l'algorithme d'estimation.
Biegler [2007]; Lang et Biegler [2007] ont utilisé une méthode d'optimisation dynamique simultanée basée sur une discrétisation des variables d'état et des entrées.

Certains auteurs se sont attachés à comparer ces deux méthodes de filtrage, filtre de Kalman et filtrage par horizon glissant, Jang *et al.* [1986], Albuquerque et Biegler [1995], Haseltine et Rawlings [2005]. Les résultats montrent que les estimations obtenues par fenêtre glissante sont meilleures que celles obtenues par le filtre de Kalman étendu mais avec un coût calculatoire plus important.

2.4 Principe de la réconciliation de données pour des modèles non linéaires

Généralement, les systèmes industriels sont représentés par des bilans massiques et énergétiques, mais aussi par des corrélations de propriété thermodynamique et physique et par des équilibres chimiques.
Ainsi, le système est modélisé au moyen d'un système non linéaire d'équations et des techniques de réconciliation de données non linéaires doivent être utilisées.

2.4.1 Formalisation du problème de réconciliation de données

Comme nous l'avons déjà mentionné, les erreurs sur les données mesurées peuvent provoquer une mauvaise génération de la commande appliquée au système. Cela se répercute sur les performances du système qui sont amoindries ou pire cela peut provoquer un mauvais fonctionnement du système. Pour pallier à ces problèmes, il est nécessaire de réduire voire d'éliminer ces erreurs sur les signaux mesurés. Pour cela, nous allons utiliser des techniques de réconciliation de données pour réduire l'influence des erreurs aléatoires.

On considère un système décrit par :

- un ensemble de relations non linéaires parfaitement connues F traduisant les dépendances entre les valeurs vraies x^* :

$$F(x^*) = 0 \quad x^* \in \Re^v \quad F : \Re^v \to \Re^n \quad n \leq v \tag{2.1}$$

- une équation d'observation liant la mesure y au vecteur d'état x^* et au vecteur des erreurs de mesures ε_y.

$$y = Hx^* + \varepsilon_y \quad y \in \Re^m \quad H \in \Re^{m \times v} \tag{2.2}$$

où H est la matrice d'observation liant les mesures aux variables d'état.
L'impact des erreurs de mesures est modélisé comme une contribution additive sur le vecteur des valeurs vraies. Les caractéristiques des erreurs de mesures peuvent être décrites en utilisant des propriétés statistiques de variables aléatoires ; en particulier, le vecteur des erreurs de mesures ε_y suit une loi de distribution normale et centrée, de variance-covariance connue V.
Les termes diagonaux V_{ii} de cette matrice correspondent aux écarts-types des erreurs de mesures σ_y.

$$V_{ii} = var(\varepsilon_i) = \sigma_{yi}^2 \tag{2.3}$$

Le problème de réconciliation de données consiste à chercher les estimées $\hat{x}$ des variables d'état x^* satisfaisant les équations du modèle. Ces estimées sont obtenues en cherchant le minimum du critère (2.4) par rapport à x^* sous les contraintes (2.1).

$$\Phi = \frac{1}{2} \|y - Hx^*\|_{V^{-1}}^2 \tag{2.4}$$

L'écart-type est représentatif de la précision d'une mesure. Plus l'écart-type est faible, plus la mesure est précise et la probabilité que l'erreur aléatoire soit proche de zéro est plus grande. L'erreur quadratique moyenne (EQM) est une manière d'évaluer quantitativement la différence entre une estimée et sa valeur vraie. Si aucun biais n'est présent sur les mesures, alors l'erreur quadratique moyenne est égale à la variance des estimées :

$$EQM(\hat{x}|x) = Esp((\hat{x} - x)^T (\hat{x} - x)) \tag{2.5}$$

Un problème d'optimisation quadratique sous contraintes non linéaires peut être résolu de différentes manières, mais il fait souvent intervenir les contraintes au moyen des multiplicateurs de Lagrange. Le Lagrangien pour le problème de réconciliation est défini par :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \|y - Hx^*\|_{V^{-1}}^2 + \lambda^T F(x^*) \tag{2.6}$$

2.4.2 Résolution itérative par linéarisation des contraintes

Plutôt que de linéariser l'ensemble des équations issues des conditions de stationnarité du lagrangien (2.6), on peut se limiter à linéariser uniquement les équations de contrainte. La solution sera obtenue de façon itérative, la linéarisation étant répétée autour des différentes estimations obtenues.

A chaque itération i, on suppose que l'on dispose d'une solution $\hat{x}_i$, et partant de cette solution, on cherche à l'améliorer sur la base de l'utilisation d'un développement limité au premier ordre de la contrainte au voisinage de cette solution temporaire $\hat{x}_i$. Les solutions successives forment alors une suite qui converge vers la solution du problème. A l'itération $i+1$, pour une solution $\hat{x}_{i+1}$, proche de $\hat{x}_i$, le développement limité au premier ordre de la contrainte autour de la valeur $\hat{x}_i$ s'écrit :

$$F(\hat{x}_{i+1}) = F(\hat{x}_i) + G(\hat{x}_i)(\hat{x}_{i+1} - \hat{x}_i) \tag{2.7}$$

avec l'expression suivante de la matrice Jacobienne des contraintes linéarisés :

$$G(\hat{x}_i) = \left.\frac{\partial F(x_i^*)}{\partial x_i^{*T}}\right|_{x_i^*=\hat{x}_i} \tag{2.8}$$

Pour plus de lisibilité, on définit les matrices A_i et B_i suivantes :

$$A_i = G(\hat{x}_i) \quad B_i = G(\hat{x}_i)\hat{x}_i - F(\hat{x}_i) \tag{2.9}$$

A l'itération $i+1$, le problème d'estimation se ramène à la recherche du minimum de la fonction de Lagrange $\mathcal{L}_{i+1}$ par rapport à x_{i+1}^* et λ ($\in \Re^n$) :

$$\mathcal{L}_{i+1} = \frac{1}{2}(y - Hx_{i+1}^*)^T V^{-1}(y - Hx_{i+1}^*) + \lambda^T \left(A_i x_{i+1}^* - B_i\right) \tag{2.10}$$

Cette fonction de Lagrange $\mathcal{L}_{i+1}$ présente un optimum pour $x_{i+1}^* = \hat{x}_{i+1}$ si :

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{i+1}}{\partial x_{i+1}^*} = 0 \tag{2.11}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{i+1}}{\partial \lambda} = 0 \tag{2.12}$$

En résolvant le système (2.11)-(2.12) on obtient :

$$-H^T V^{-1}(y - H\hat{x}_{i+1}) + A_i^T \lambda_i = 0 \tag{2.13}$$

$$A_i \hat{x}_{i+1} - B_i = 0 \tag{2.14}$$

En pré-multipliant (2.14) par A_i^T et en ajoutant ensuite le résultat à l'équation (2.13), on obtient :

$$\hat{x}_{i+1} = R_i^{-1}(H^T V^{-1} y + A_i^T B_i - A_i^T \lambda) \tag{2.15}$$

$$R_i = H^T V^{-1} H + A_i^T A_i \tag{2.16}$$

où R_i est une matrice régulière. En effet, comme le système est observable, on a :

$$rang\begin{pmatrix} A_i \\ V^{-1/2}H \end{pmatrix} = v \tag{2.17}$$

et donc :

$$rang(R_i) = v \tag{2.18}$$

La matrice R_i étant de dimension $v \cdot v$, elle est donc bien inversible.

En remplaçant l'expression (2.15) dans l'équation (2.14) on obtient :

$$\lambda = (A_i R_i^{-1} A_i^T)^{-1}(A_i R_i^{-1} H^T V^{-1} y - B_i) + B_i \tag{2.19}$$

Le report de λ (2.19) dans l'équation (2.15) donne :

$$\hat{x}_{i+1} = P_i R_i^{-1} H^T V^{-1} y + R_i^{-1} A_i^T (A_i R_i^{-1} A_i^T)^{-1} B_i \tag{2.20}$$

avec

$$P_i = I - R_i^{-1} A_i^T (A_i R_i^{-1} A_i^T)^{-1} A_i \tag{2.21}$$

Les estimées successives $\hat{x}_i$ (2.20) des variables d'états x^* sont obtenues sous réserve de convergence de l'algorithme.

En pratique, l'estimation $\hat{x}$ s'obtient selon l'algorithme itératif suivant :

- 1 : $i = 0$ Choix d'une valeur initiale de l'estimée $\hat{x}_{i=0} = \hat{x}_0$
- 2 : Calcul du résidu des contrainte $F(\hat{x}_i)$ et du gradient A_i
- 3 : Calcul de l'estimation $\hat{x}_{i+1}$
- 4 : Test de convergence des estimations. Si le test n'est pas satisfait, $i = i + 1$ et retour au point 2, sinon arrêt de l'algorithme.

D'un point de vue mathématique, le test de convergence devrait porter sur la nullité des dérivées du lagrangien. Cependant, dans la pratique, l'arrêt de la procédure s'effectue souvent en testant que ces dérivées soit inférieures à un seuil donné.

2.4.3 Méthode de programmation non linéaire

Il existe de nombreuses méthodes pour résoudre les problèmes d'optimisation non linéaire, notamment, celles basées sur l'étude de l'évolution du gradient de la fonction objectif (Newton-Gauss). Cependant, la technique de programmation successive quadratique est en général la plus efficace puisque la fonction de coût de la réconciliation de données est généralement une fonction quadratique.
Les méthodes de programmation non linéaire permettent aussi d'utiliser une fonction de coût quelconque ce que ne permet pas la technique classique des moindres carrés. De plus, il est également possible de prendre en compte des contraintes inégalités non linéaires. Le désavantage des méthodes de programmation non linéaire est leur temps de calcul, comparé à l'approche par linéarisation.

2.4.4 Cas particulier : les modèles linéaires

Le système considéré est le même que celui utilisé à la section 2.4.1 et équation 2.1 excepté que l'on peut écrire l'équation représentant le modèle sous la forme :

$$Ax^* = B \tag{2.22}$$

Le problème est un problème d'optimisation quadratique sous contraintes linéaires. Le lagrangien qui lui est associé est donc donné par :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(y - Hx^*)^T V^{-1}(y - Hx^*) + \lambda^T (Ax^* - B) \tag{2.23}$$

La solution s'exprime sous la forme :

$$\hat{x} = PR^{-1}H^T V^{-1} y + R^{-1}A^T (AR^{-1}A^T)^{-1} B \tag{2.24}$$

avec

$$P = I - R^{-1}A^T (AR^{-1}A^T)^{-1} A \tag{2.25}$$

$$R = H^T V^{-1} H + A^T A \tag{2.26}$$

2.4.5 Résolution par écriture sous forme quasi-linéaire

Pour cette méthode, on cherche à reformuler les contraintes non linéaire (2.1) sous forme quasi-linéaire. On cherche ainsi à écrire l'équation des contraintes sous la forme d'un produit matriciel dont l'écriture est la suivante :

$$F(x^*) = M(x^*)x^* - b = 0 \tag{2.27}$$

avec $M(x^*)$ une matrice de dimension $(n \cdot v)$ dont les éléments dépendent de variables d'état x^*, et b un vecteur de constantes de dimension n.

Sous cette forme, si l'on fait l'hypothèse que $M(x^*)$ est constante $M(x^*) = M_k$, le problème de réconciliation de données se ramène au cas linéaire de la section (2.4.4). La solution est donc :

$$\hat{x}_k = PR^{-1}H^T V^{-1} y + R^{-1}M_k^T (M_k R^{-1} M_k^T)^{-1} b \tag{2.28}$$

avec

$$P_k = I - R^{-1}M_k^T (M_k R^{-1} M_k^T)^{-1} M_k \tag{2.29}$$

$$R_k = H^T V^{-1} H + M_k^T M_k \tag{2.30}$$

Ayant obtenu une solution analytique de ce problème, on peut maintenant remettre en cause l'hypothèse posée précédemment. C'est-à-dire que l'on va maintenant calculer la matrice $M_{k+1} =$

$M(\hat{x}_k)$ et ainsi en déduire une nouvelle valeur de $\hat{x}_{k+1}$ en appliquant (2.28). Ainsi par remplacement successif des estimées dans la matrice M_k, sous réserve de convergence de l'algorithme, les solutions successives de $\hat{x}_k$ vont tendre vers la solution du problème.

L'algorithme s'écrit ainsi :

- 1 : $k = 0$ Choix d'une valeur initiale $\hat{x}_{k=0} = \hat{x}_0$
- 2 : $k = k+1$ Calcul de la matrice $M_k = M(\hat{x}_{k-1})$
- 3 : Calcul des matrices P_k et R_k grâce aux équations (2.29) et (2.30)
- 4 : Calcul de la nouvelle estimée $\hat{x}_k$
- 5 : Test de convergence des estimations. Si le test n'est pas satisfait, retour au point 2, sinon arrêt de l'algorithme.

2.4.6 Propriétés statistiques de l'estimateur non linéaire

Dans cette partie, on va s'intéresser à la sensibilité des estimées obtenues vis-à-vis d'une légère variation des mesures.

Comme les estimées sont obtenues par un processus itératif, le calcul exact des caractéristiques statistiques de l'estimateur est impossible. Pour en établir une approximation, nous allons donc considérer uniquement les valeurs obtenues après convergence de l'algorithme, des matrices P_i (2.21), R_i (2.16), A_i et B_i (2.9) que l'on notera respectivement P, R, A et B.

Considérons à nouveau l'expression (2.20) à laquelle on apporte une légère variation δy aux mesures. Pour plus de lisibilité, l'indice i est délibérément oublié ; on a donc :

$$\hat{x} + \delta\hat{x} = PR^{-1}H^TV^{-1}(y+\delta y) + R^{-1}A^T(AR^{-1}A^T)^{-1}B \tag{2.31}$$

On peut en déduire :

$$\delta\hat{x} = PR^{-1}H^TV^{-1}\delta y \tag{2.32}$$

Une valeur approchée de la matrice de variance-covariance des estimées est :

$$V_{\hat{x}} \approx E(\delta\hat{x}\delta\hat{x}^T) \tag{2.33}$$

En utilisant (2.32) on obtient :

$$\begin{aligned} V_{\hat{x}} &\approx PR^{-1}H^TV^{-1}E(\delta y\delta y^T)V^{-1}HR^{-1}P^T \\ &\approx PR^{-1}H^TV^{-1}HR^{-1}P^T \end{aligned} \tag{2.34}$$

Compte tenu des expressions de P et R, cette expression se réduit à :

$$V_{\hat{x}} \approx PR^{-1} \tag{2.35}$$

Par la suite, nous verrons que cette expression est utile pour étudier la qualité des estimées, détecter et isoler les mesures aberrantes.

2.5 Réconciliation de données en régime dynamique

Afin de décrire plus précisément le comportement d'un système, il est parfois nécessaire d'utiliser un modèle dynamique et les méthodes de réconciliation de données doivent être adaptées à cette situation. Il existe différentes méthodes pour résoudre ce problème, les plus courantes sont : le filtrage stochastique (Filtre de Kalman) ou l'extension du cas statique par fenêtre d'observation glissante. On s'intéressera plus particulièrement à cette deuxième méthode

2.5.1 Le filtre de Kalman

Le filtre de Kalman est un filtre récursif efficace qui estime les états d'un système dynamique linéaire à partir d'un jeu de mesures bruitées ainsi que leur matrice de variance. Il est donc utilisé pour la réconciliation de données dynamiques linéaires. Le filtre de Kalman a ensuite été étendu au cas non linéaire.

2.5.2 Extension des techniques de réconciliation de données en régime statique au cas dynamique par utilisation de fenêtre d'observation glissante

Les méthodes d'estimation d'état exposées précédemment pour les systèmes linéaires peuvent être étendues au cas des systèmes dynamiques. On considère ici les systèmes décrits par les équations suivantes :

$$x_{k+1}^* = Ax_k^* + Bu_k^* \tag{2.36}$$

$$y_k^* = Cx_k^* + v_k \tag{2.37}$$

$$z_k^* = Du_k^* + w_k \tag{2.38}$$

La première équation exprime la loi d'évolution de l'état $x^* \in \Re^n$ en fonction des entrées $u^* \in \Re^r$. La seconde décrit l'équation d'observation des états et fait intervenir les mesures des sorties $y \in \Re^m$ et le bruit de ces mesures $v \in \Re^q$. La dernière équation traduit le fait que l'on ne connaît pas toutes les entrées, mais que l'on dispose de mesures z de celles-ci. Il s'agit d'une équation d'observation des entrées, qui fait également intervenir une matrice d'observation D et un bruit additif w. Les erreurs de mesure v et w sont considérées comme des réalisations de variables aléatoires distribuées selon des lois normales centrées de matrices de variance-covariance V_y et V_z connues et constantes.

2.5.3 Estimation d'état sur un horizon d'observation constant

On examine le cas où l'estimation est réalisée sur une fenêtre d'observation de largeur constante. Le comportement du système dynamique est observé sur cette fenêtre. Nous allons donc ré-écrire le système dynamique sous une forme statique sur un horizon comportant N pas d'échantillonnage. Décrivons alors de nouveaux vecteurs qui sont des concaténations de

grandeurs échantillonnés sur cette fenêtre d'observation :

$$X_N^* = \begin{pmatrix} x_1^* \\ u_1^* \\ x_2^* \\ \vdots \\ u_{N-1} \\ x_N^* \end{pmatrix} \quad Y_N^* = \begin{pmatrix} y_1^* \\ z_1^* \\ y_2^* \\ \vdots \\ z_{N-1} \\ y_N^* \end{pmatrix} \quad V_N^* = \begin{pmatrix} v_1^* \\ w_1^* \\ v_2^* \\ \vdots \\ w_{N-1} \\ v_N^* \end{pmatrix} \tag{2.39}$$

Sur cet horizon, le système dynamique peut donc s'exprimer sous une forme statique :

$$MX_N^* = 0 \tag{2.40}$$

$$Y_N = HX_N^* + V_N \tag{2.41}$$

avec :

$$M = \begin{bmatrix} A & B & -I & . & . & \dots & . & . & . \\ . & . & A & B & -I & \dots & . & . & . \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ . & . & . & . & . & \dots & A & B & -I \end{bmatrix} \tag{2.42}$$

et

$$H = \begin{bmatrix} C & . & \dots & . & . \\ . & D & \dots & . & . \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ . & . & \dots & D & . \\ . & . & \dots & . & C \end{bmatrix} \tag{2.43}$$

où M est de dimension $(n(N-1),(n+r)(N-1)+n)$ et H de dimension $((r+q)(N-1)+r,(n+r)(N-1)+n)$. Le système est observable si :

$$rang \begin{pmatrix} H \\ M \end{pmatrix} = (n+r)(N-1)+n \tag{2.44}$$

Dans ce cas, le problème d'estimation, au sens des moindres carrés, consiste à chercher l'optimum du critère :

$$\Phi = \frac{1}{2}\|Y_N - HX_N^*\|^2_{V_N^{-1}} \tag{2.45}$$

par rapport à x_N^*, sous les contraintes (2.40).

En appliquant les méthodes développées précédemment (section 2.4.4), et les conditions de stationnarité du Lagrangien au premier ordre, on obtient la solution :

$$\hat{X}_N = PR^{-1}H^T V_N^{-1} Y_N \tag{2.46}$$

avec :

$$R = H^T V_N^{-1} H + M^T M \tag{2.47}$$

$$P = I - R^{-1}M^T(MR^{-1}M^T)^{-1}M \tag{2.48}$$

La seule difficulté de ce calcul réside dans la dimension des matrices à inverser, qui croît très rapidement avec la dimension du système et la taille de l'horizon d'observation. Cependant, de nombreuses techniques numériques ont été développées afin de pallier cet inconvénient.

2.5.4 Implémentation pratique – Estimation d'état sur fenêtre glissante

L'idée consiste à faire glisser l'horizon d'observation de longueur constante au cours du temps et en fonction de la disponibilité de l'acquisition des mesures.

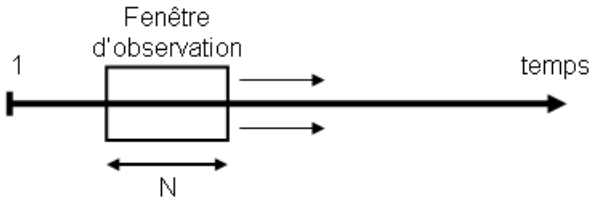

Figure 2.2 – Principe du glissement de la fenêtre d'observation

En pratique lorsque de nouvelles mesures sont disponibles, on décale la fenêtre d'observation d'une période d'échantillonnage. Sur cette fenêtre d'observation on estime les différentes grandeurs grâce à la méthode décrite dans la partie précédente.
On constate que, par le jeu de glissement de la fenêtre, une même grandeur est estimée plusieurs fois. Néanmoins, pour une utilisation dynamique seules les dernières estimations $\hat{u}_{N-1}$ et $\hat{x}_N$ sont conservées et utilisées.
On peut également remarquer qu'une fois la taille de la fenêtre d'observation fixée, si la disponibilité des mesures reste inchangée au cours du temps, la matrice de projection $PR^{-1}H^TV_N^{-1}$ est donc constante au cours du temps, son calcul n'a donc besoin d'être réalisé qu'une seule fois lors de la phase d'initialisation de la méthode.

La difficulté de l'utilisation de cette méthode réside dans le choix de la largeur de la fenêtre d'observation qui est un paramètre important de réglage de la méthode. Pour la déterminer, on peut examiner l'évolution de l'estimation à un instant donné en fonction du nombre de mesures antérieures prises en compte où examiner l'évolution de la variance de cette même estimation jusqu'à obtenir une estimation satisfaisante (Darouach et Zasadzinski [1991]). Lors de la phase d'initialisation de la méthode, cette procédure peut-être utilisée en utilisant une fenêtre d'observation dont la largeur croît jusqu'à atteindre la longueur N désirée et ensuite commencer l'étape de glissement de cette fenêtre.

2.6 Détection et isolation de défaut

La réconciliation de données permet d'obtenir des estimées qui sont réputées être statistiquement plus pertinentes que les mesures brutes. Outre l'obtention d'estimées pour certaines

grandeurs non mesurées, l'obtention de ces estimées n'est généralement pas une finalité. En effet, ces estimées sont ensuite utilisées pour la conduite du système afin d'en améliorer les performances. En ce sens, l'analyse des résultats obtenus par la méthode de réconciliation de données va permettre la détection et/ou la localisation de défauts de mesures afin d'alimenter la procédure de conduite par des données cohérentes.

2.6.1 Etat de l'art

Avant l'étape de réconciliation de données, généralement il est important de supprimer les valeurs aberrantes et les biais systématiques affectant les données. Dans les années 20, Shewart a mis au point le principe des cartes de contrôle qui permettent de déterminer le moment où apparaît une dérive d'un processus de fabrication. Dans les années $60-70$, trois types de tests statistiques pour la détection de valeurs aberrantes ont été développés Reilly et Carpani [1963], Almasy [1975] et Mah *et al.* [1976]. Ces tests sont basés sur l'analyse de résidus, de manière individuelle ou globale, par un test statistique du χ^2. Romagnoli et Stephanopoulos [1981a], quant à eux, ont présenté une technique off-line d'analyse de jeux de mesures comportant des données aberrantes et sur la base d'un critère de satisfaction de bilans massiques et énergétique, il est alors possible d'identifier rapidement la source des erreurs en supprimant tour à tour une ou plusieurs mesures de la base de données.
Mah et Tamhane [1982] ont proposé un test permettant d'identifier et de localiser les valeurs aberrantes. Narasimhan et Mah [1987] ont également développé une méthode générale pour identifier les données aberrantes, basée sur un test statistique d'un rapport de fonction de log-vraisemblance . De plus en compensant les données aberrantes de manière successive, il est alors possible d'identifier des erreurs multiples. Ces mêmes auteurs ont étendu leur méthode aux systèmes dynamiques (Narasimhan et Mah [1988]).
Maquin et Ragot [1991] ont présenté une étude comparative des différentes méthodes de détection de données aberrantes : vecteur de parité, termes correctifs normalisés, test généralisé de rapport de fonction de vraisemblance, et variation du critère résiduel après suppression de certaines mesures.
McBrayer et Edgar [1995] ont proposé une méthode pour la détection d'erreur et l'estimation pour les systèmes dynamiques, basée sur l'observation des résidus.
Bagajewicz et Jiang [1997, 1998] ont développé une technique pour la détection d'erreurs multiples utilisant l'approche intégrale pour la réconciliation de données dynamique.
Amand *et al.* [2001] ont développé une méthode de détection de défaut basée sur l'analyse en composantes principales combinée avec la réconciliation de données. Cette méthode permet en outre de réduire le nombre de variables méritant d'être surveillées. Cette analyse se fait en deux temps : d'abord la détection d'erreur et ensuite la localisation de la source de l'erreur.
Wang *et al.* [2002] ont amélioré cette technique en remplaçant le test statistique initialement utilisé dans l'analyse en composantes principales par deux nouveaux tests utilisant les résidus liés aux composantes principales et les résidus élaborés à partir des variables.

Ragot *et al.* [2003] ont proposé une approche aveugle pour détecter et isoler les erreurs de capteurs. Cette méthode est basée sur l'analyse des données sans aucune connaissance du modèle du système. Cette méthode nécessite cependant de fortes hypothèses sur les signaux d'entrée du système. Bhagwat *et al.* [2003a,b] ont présenté une méthode de détection des dé-

fauts pendant les phases de transition du système. Dans ces articles, pour prendre en compte les régimes transitoires non-linéaires, une décomposition en multi-modèle linéaire a été utilisée. L'estimation des états et le calcul des résidus sont réalisés par des filtres de Kalman et des observateurs en boucle ouverte. La détection et la localisation des défauts en ligne est effectuée par comparaison des résidus avec des seuils à ajuster. Kong *et al.* [2004] ont développé une stratégie d'identification des grosses erreurs basée sur l'estimation paramétrique. Cette méthode est adaptée aux systèmes dynamiques et permet de détecter simultanément plusieurs grosses erreurs.
Ragot et Maquin [2006] ont dernièrement développé une technique de détection d'erreurs de mesure dans un réseau urbain de distribution d'eau, basée sur l'analyse de signature de défaut.

2.6.2 Analyse des corrections des mesures

L'analyse des écarts entre les mesures et les estimées obtenues par réconciliation de données permet de détecter les erreurs de mesures. Afin de pouvoir comparer entre eux ces écarts, il est nécessaire de les normaliser.

Comme dans la section 2.4.6, il n'est pas possible d'obtenir une expression analytique du vecteur des écarts. Nous allons approcher sa valeur en considérant uniquement les dernières valeurs obtenues après convergence de l'algorithme, des matrices P_i, R_i, A_i et B_i que l'on notera respectivement P, R, A et B. Le vecteur des écarts E entre mesures et estimées s'exprime alors, à partir de l'expression (2.20), de la manière suivante :

$$\begin{aligned} E &= y - H\hat{x} \\ &= y - H(PR^{-1}H^TV^{-1}y + R^{-1}A^T(AR^{-1}A^T)^{-1}B) \\ &= (I - HPR^{-1}H^TV^{-1})y - HR^{-1}A^T(AR^{-1}A^T)^{-1}B \end{aligned} \tag{2.49}$$

avec

$$P = I - R^{-1}A^T(AR^{-1}A^T)^{-1}A \tag{2.50}$$

Pour pouvoir comparer les différents écarts entre mesures et estimées, on les normalise par la matrice de variance-covariance V_E. Une approximation de cette matrice V_E peut être obtenue par le calcul suivant :

$$V_E = Esp(\delta E \delta E^T) \tag{2.51}$$

δE correspond à une variation du vecteur des corrections, qui résulte d'une variation du vecteur des mesures δy. A partir de (2.49), on peut exprimer $E + \delta E$:

$$E + \delta E = (I - HPR^{-1}H^TV^{-1})(y + \delta y) - HR^{-1}A^T(AR^{-1}A^T)^{-1}B \tag{2.52}$$

On en déduit δE :

$$\delta E = (I - HPR^{-1}H^TV^{-1})\delta y \tag{2.53}$$

Le report de (2.53) dans l'équation (2.51) donne l'expression de la variance :

$$\begin{aligned} V_E &= Esp((I - HPR^{-1}H^TV^{-1})\delta y \delta y^T (I - HPR^{-1}H^TV^{-1})^T) \\ &= (I - HPR^{-1}H^TV^{-1})Esp(\delta y \delta y^T)(I - HPR^{-1}H^TV^{-1})^T \end{aligned} \tag{2.54}$$

Comme

$$Esp(\delta y \delta y^T) = V \tag{2.55}$$

l'équation (2.54) devient :

$$V_E = V - HPR^{-1}H^T - HR^{-1}P^T H^T + HPR^{-1}H^T V^{-1} HR^{-1} P^T H^T \tag{2.56}$$

Compte tenu des expressions de P et R, on en déduit :

$$V_E = V - HR^{-1}P^T H^T \tag{2.57}$$

Ce qui permet de définir le vecteur des corrections normalisées individuellement :

$$E_n(i) = \frac{E(i)}{\sqrt{V_E(i,i)}} \tag{2.58}$$

2.6.3 Détection des défauts

Dans le cas de modèle linéaire, on peut démontrer que le vecteur des écarts normalisés, en l'absence d'erreurs aberrantes sur les mesures, suit une loi de distribution normale centrée réduite, on peut alors tester la nullité de chaque composante $E_n(i)$ de ce vecteur par un test statistique bilatéral. S'agissant d'une loi normale centrée réduite, on peut établir précisément pour un seuil de confiance donné α, que l'hypothèse de nullité est acceptée si :

$$-u_{1-\alpha/2} < E_n(i) < u_{1-\alpha/2} \tag{2.59}$$

où $u_{1-\alpha/2}$ correspond à la valeur de la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite pour $1-\alpha/2$. Ainsi, pour un seuil de confiance de 5%, on a $u_{1-\alpha/2} = 1.96$. Après avoir effectué l'estimation des variables d'état, on peut donc éprouver la validité des hypothèses de distribution normale des erreurs de mesures.

Si l'on observe qu'une correction normalisée se situe hors de l'intervalle défini par (2.59), cela correspond à la présence d'une erreur de mesure anormale, par exemple, un biais. Dans ce cas, les hypothèses nécessaires à l'utilisation des méthodes de réconciliation de données n'étant pas satisfaites, il faut alors localiser la mesure suspecte et procéder à une nouvelle phase d'estimation en prenant soin de ne pas prendre en compte la mesure erronée.

Ce test peut aussi être étendu au cas des modèles non linéaires ; cependant puisque l'on ne peut justifier l'hypothèse que le vecteur des écarts est distribué suivant une loi normale centrée réduite, on ne peut éprouver avec exactitude la nullité de chaque composante $E_n(i)$ avec un test statistique bilatéral défini de manière précise pour un seuil de confiance donné. Cependant, on peut tout de même effectuer ce test statistique en imposant des bornes plus larges, en admettant alors que la loi réelle de distribution du vecteur des écarts peut être englobée par une loi de distribution normale centrée mais d'écart-type strictement supérieur à 1.

3

Réconciliation de données des systèmes statiques incertains

Sommaire

3.1 Introduction **57**
3.2 Caractérisation des incertitudes de modèle **57**
3.3 Réconciliation de données par pénalisation de contraintes **58**
3.3.1 Introduction 58
3.3.2 Estimation d'état à paramètres constants et connus 59
3.3.3 Etude de la sensibilité des estimées vis-à-vis d'une variation des paramètres du modèle 59
3.3.4 Solution sous-optimale de l'estimation d'état 63
3.3.5 Extension à l'utilisation de multiples fonctions de pénalisation 64
3.3.6 Choix des facteurs de pondération 66
3.3.7 Détection et isolation des défauts 69
3.3.8 Conclusion 73
3.4 Estimation simultanée des variables d'état et des paramètres **75**
3.4.1 Introduction 75
3.4.2 Exemple 75
3.4.3 Généralisation aux modèles linéaires 77
3.4.4 Généralisation aux modèles non linéaires 79
3.4.5 Sensibilité de l'estimateur des valeurs vraies 81
3.4.5.1 Variance-covariance de l'estimateur 83
3.4.5.2 Variance-covariance des termes correctifs 84
3.4.5.3 Application numérique 84

3.4.6 Conclusion 85

3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, la réconciliation de données dans le cas de modèle non linéaire a été effectuée en posant l'hypothèse que ce modèle était exact. Pour procéder à la critique et à la validation des mesures collectées, on a testé la cohérence des mesures brutes vis-à-vis du modèle considéré comme parfait, puis on a obtenu des estimées des variables plus vraisemblables que les mesures et qui respectent les équations du modèle.

Cependant, l'hypothèse de modèle exact est très rarement vérifiée ; en effet, généralement, il existe des écarts entre le système réel et son modèle. Ils peuvent être dus à des imprécisions sur l'identification des paramètres du modèle, à des hypothèses simplificatrices (linéarisation autour du point de fonctionnement, conditions thermiques approchées...), ou encore à des modifications du comportement du système au cours du temps.

Dans ce chapitre, on va s'intéresser à des techniques de réconciliation de données qui prennent en comptent les incertitudes des modèles. Tout d'abord, nous allons détailler comment caractériser les incertitudes de modèle, puis nous décrirons deux méthodes de réconciliation de données qui prennent en compte ces incertitudes :

- la réconciliation de données par pénalisation des contraintes
- l'estimation simultanée de l'état et des paramètres du modèle

3.2 Caractérisation des incertitudes de modèle

Les incertitudes sur la connaissance des modèles peuvent être représentées sous deux formes. Ainsi les incertitudes des paramètres du modèle peuvent être décrites comme des réalisations de variables aléatoires ayant des distributions connues ce qui fournit l'avantage de pouvoir assez aisément les manipuler. Cependant, dans la pratique, il est souvent difficile de connaître la loi de distribution des incertitudes des paramètres. Bien souvent, on ne peut donner qu'un ordre de grandeur des incertitudes et ces paramètres sont plus aisément caractérisables par leurs bornes inférieures et supérieures. Cependant, il est difficile de manipuler des valeurs de type "intervalles".

Il existe une arithmétique permettant de traiter les intervalles (Moore *et al.* [1979]). La réconciliation de données appliquée aux données intervalles dans le cas de modèle linéaire (Ragot *et al.* [2005]) donne l'ensemble des solutions sous la forme d'intersection d'hyperplans ce qui n'est pas très satisfaisant du point de vue de l'opérateur, même s'il est possible de décrire les solutions sous la forme d'hypervolume simple. De plus, lorsqu'il s'agit de systèmes non linéaires de grandes dimensions, les résolutions numériques deviennent vite complexes.

Dans la suite, on peut préférer décrire les incertitudes des paramètres du modèle sous la forme de réalisations de variables aléatoires. Cependant, on peut aisément établir un correspondance empirique entre la connaissance d'un intervalle qui peut correspondre à la connaissance d'une erreur relative et une distribution gaussienne. Si l'on pose l'hypothèse que la distribution des incertitudes est une gaussienne de valeur moyenne correspondant au milieu des bornes su-

périeures et inférieures et dont 95% des valeurs se situent entre celles-ci, on associe la fonction de densité de probabilité suivante :

$$p(a) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{(a-\mu)^2}{2\sigma^2}) \tag{3.1}$$

dont l'espérance mathématique est :

$$\mu = \frac{M+m}{2} \tag{3.2}$$

et l'écart type :

$$\sigma = \frac{M-m}{4} \tag{3.3}$$

M et m sont respectivement les bornes supérieures et inférieures de l'intervalle de confiance du paramètre a.

3.3 Réconciliation de données par pénalisation de contraintes

3.3.1 Introduction

La réconciliation de données est une méthode efficace pour fournir des estimées cohérentes des données d'un système. Cependant, dans la majeure partie des techniques proposées, les modèles mathématiques représentant les systèmes sont considérés comme exacts. Dans la réalité, l'hypothèse formulée est loin d'être vérifiée et les modèles employés comportent bien souvent des paramètres incertains. En faisant l'hypothèse que l'on dispose de la connaissance de la précision de certaines valeurs de ces paramètres, on va utiliser cette information dans la procédure de réconciliation des données. L'idée est d'utiliser des fonctions de pénalisation pour résoudre le problème et de pondérer chaque contrainte en fonction de son incertitude, ce qui amène à résoudre un problème simple d'optimisation quadratique sans contrainte. Quelques travaux ont déjà été effectués dans cette direction Abdollahzadeh [1997]; Mandel *et al.* [1998]. La technique présentée dans la suite de ce document est l'extension au cas non linéaire de la méthode décrite dans Maquin *et al.* [2000].

Soit un système décrit par :

- des relations non linéaires par rapport aux variables d'état x^* et affectées par des incertitudes paramétriques représentées par un vecteur a de valeur nominale a_0 et de matrice de variance-covariance W
- une équation d'observation liant les variables x^* aux mesures y dont les erreurs sont caractérisées par la matrice de variance-covariance V :

$$F(x^*, a) = 0 \quad x^* \in \Re^v,\ a \in \Re^u \quad F : \Re^{v,u} \to \Re^n \tag{3.4a}$$

$$y = Hx^* + \varepsilon \quad y \in \Re^m,\ H \in \Re^{m \cdot v},\ \varepsilon \in \Re^m \tag{3.4b}$$

3.3.2 Estimation d'état à paramètres constants et connus

On considère le problème précédent, où les paramètres sont parfaitement connus et constants $a = a_0$. Le modèle du système se réduit alors à :

$$F(x^*) = 0 \tag{3.5a}$$

$$y = Hx^* + \varepsilon \tag{3.5b}$$

où a_0 est omis pour simplifier les notations. La solution du problème d'estimation a déjà été obtenue dans le chapitre 2, elle est rappelée sous la forme :

$$\hat{x}_{i+1} = P_i R_i^{-1} H^T V^{-1} y + R_i^{-1} A_i^T (A_i R_i^{-1} A_i^T)^{-1} B_i \tag{3.6}$$

avec

$$P_i = I - R_i^{-1} A_i^T (A_i R_i^{-1} A_i^T)^{-1} A_i \tag{3.7}$$

$$R_i = H^T V^{-1} H + A_i^T A_i \tag{3.8}$$

$$A_i = \left. \frac{\partial F(x^*)}{\partial x^{*T}} \right|_{x^* = \hat{x}_i} \qquad B_i = A_i \hat{x}_i - F(\hat{x}_i) \tag{3.9}$$

3.3.3 Etude de la sensibilité des estimées vis-à-vis d'une variation des paramètres du modèle

Il est important de connaître l'influence des incertitudes du modèle sur la valeur des estimées obtenues pour pouvoir en interpréter la validité, et notamment déterminer les mesures à effectuer ou les paramètres du modèle que l'on doit connaître avec une grande précision car ils influencent grandement les résultats du calcul.
On définit ainsi le vecteur de sensibilité $S_{\hat{x}}$ des estimées par rapport à une modification d'un paramètre a_j du modèle, comme suit :

$$S_{j\hat{x}} = \frac{\Delta \hat{x}_\infty}{\Delta a_j} \tag{3.10}$$

et aussi la matrice de sensibilité $S_{\hat{V}}$ de la variance des estimées par rapport à une modification d'un paramètre a_j du modèle :

$$S_{j\hat{V}} = \frac{\Delta \hat{V}}{\Delta a_j} \tag{3.11}$$

On considère à nouveau l'expression 3.6 de la solution optimale du problème précédent en omettant l'indice i et en notant $\hat{x}_\infty$ la solution de ce problème, soit :

$$\hat{x}_\infty = PR^{-1} H^T V^{-1} y + R^{-1} G^T (GR^{-1} G^T)^{-1} (G\hat{x} - F) \tag{3.12}$$

La variation Δa_j d'un paramètre du modèle induit des variations ΔF des résidus du modèle et ΔG de la matrice de gradient et donc globalement des variations de $\Delta\hat{x}_\infty$. Exprimons d'abord les développements limités des expressions $F(\hat{x}, a+\Delta a_j)$ et $G(\hat{x}, a+\Delta a_j)$ au premier ordre :

$$F(\hat{x}, a+\Delta a_j) = F(\hat{x}, a) + \left.\frac{\partial F(x,a)}{\partial a_j}\right|_{x=\hat{x}} \Delta a_j \tag{3.13}$$

$$G(\hat{x}, a+\Delta a) = G(\hat{x}, a) + \left.\frac{\partial G(x,a)}{\partial a_j}\right|_{x=\hat{x}} \Delta a_j \tag{3.14}$$

On peut donc écrire les variations ΔF et ΔG sous la forme :

$$\Delta F = \left.\frac{\partial F(x,a)}{\partial a_j}\right|_{x=\hat{x}} \Delta a_j = \mu \Delta a_j \tag{3.15}$$

$$\Delta G = \left.\frac{\partial G(x,a)}{\partial a_j}\right|_{x=\hat{x}} \Delta a_j = \nu \Delta a_j \tag{3.16}$$

On cherche maintenant à exprimer la relation entre $\Delta\hat{x}_\infty$ et Δa_j (ou encore ΔF et ΔG). Pour cela, on va développer l'expression $\hat{x}_\infty + \Delta\hat{x}_\infty$ en se limitant aux termes du premier ordre :

$$\hat{x}_\infty + \Delta\hat{x}_\infty = (P+\Delta P)(R+\Delta R)^{-1} H^T V^{-1} y + (Z+\Delta Z) \tag{3.17}$$

avec

$$Z+\Delta Z = (R+\Delta R)^{-1}(G+\Delta G)^T((G+\Delta G)(R+\Delta R)^{-1}(G+\Delta G)^T)^{-1}((G+\Delta G)\hat{x} - F - \Delta F) \tag{3.18}$$

et,

$$R+\Delta R = H^T V^{-1} H + (G+\Delta G)^T (G+\Delta G) \tag{3.19}$$

Nous approchons l'inverse de cette somme de matrice par son développement de Taylor au premier ordre vu que par hypothèse ΔR est très petit :

$$(R+\Delta R)^{-1} \simeq R^{-1} - R^{-1}(\Delta G^T G + G^T \Delta G) R^{-1} \tag{3.20}$$

Le développement de $P+\Delta P$ donne :

$$\begin{aligned}
P+\Delta P \simeq & P - \Delta R^{-1} G^T D G - R^{-1}(\Delta G^T G + G^T \Delta G) D G - R^{-1} G^T \Delta D G \\
P+\Delta P \simeq & P + R^{-1}(\Delta G^T G + G^T \Delta G) Q - R^{-1} G^T \Delta D G \\
& - R^{-1}(\Delta G^T G + G^T \Delta G) D G \\
P+\Delta P \simeq & P + P R^{-1}(\Delta G^T G + G^T \Delta G) Q - P R^{-1} \Delta G^T D G - R^{-1} G^T D \Delta G P
\end{aligned}$$

avec

$$Q = R^{-1} G^T D G \tag{3.21}$$

et

$$D = (G R^{-1} G^T)^{-1} \tag{3.22}$$

Développons maintenant l'expression (3.18) :

$$\begin{aligned}Z+\Delta Z &= Z+R^{-1}G^TD\Delta B+R^{-1}G^T\Delta DB+R^{-1}\Delta G^TDB+\Delta R^{-1}G^TDB\\ &= Z+PR^{-1}\Delta G^TD(G\hat{x}-F)+R^{-1}G^TD(\Delta G(P\hat{x}+R^{-1}G^TDF)-\Delta F)\\ &\quad -PR^{-1}(\Delta G^TG+G^T\Delta G)(Q\hat{x}-R^{-1}G^TDF)\end{aligned}$$

Après quelques calculs, on peut déduire $\Delta\hat{x}_\infty$ à partir de (3.17) :

$$\begin{aligned}\Delta\hat{x}_\infty =&(-PR^{-1}(\Delta G^TG+G^T\Delta G)PR^{-1}-PR^{-1}\Delta G^TDGR^{-1}-R^{-1}G^TD\Delta GPR^{-1})H^TV^{-1}y\\ &+PR^{-1}\Delta G^TD(G\hat{x}-F)+R^{-1}G^TD(\Delta G(P\hat{x}+R^{-1}G^TDF)-\Delta F)\\ &-PR^{-1}(\Delta G^TG+G^T\Delta G)(Q\hat{x}-R^{-1}G^TDF)\end{aligned}$$

En regroupant certains éléments cela donne :

$$\begin{aligned}\Delta\hat{x}_\infty =&PR^{-1}(\Delta G^TG+G^T\Delta G)(R^{-1}G^TDF-Q\hat{x}-PR^{-1}H^TV^{-1}y)\\ &+PR^{-1}\Delta G^TD(G\hat{x}-F-GR^{-1}H^TV^{-1}y)\\ &+R^{-1}G^TD(\Delta G(P\hat{x}+R^{-1}G^TDF)-\Delta F-\Delta GPR^{-1}H^TV^{-1}y)\end{aligned}$$

En remplaçant (3.12) dans l'expression précédente :

$$\begin{aligned}\Delta\hat{x}_\infty =&-PR^{-1}(\Delta G^TG+G^T\Delta G)\hat{x}_\infty-R^{-1}G^TD(\Delta G(\hat{x}_\infty-\hat{x})-\Delta F)\\ &+PR^{-1}\Delta G^TD(G\hat{x}-F-GR^{-1}H^TV^{-1}y)\end{aligned} \tag{3.23}$$

On remplace enfin les expressions ΔF et ΔG par leurs valeurs exprimées par 3.15 et 3.16 dans l'équation précédente :

$$\begin{aligned}\Delta\hat{x}_\infty =&-PR^{-1}(\Delta a_j^T\nu^TG+G^T\nu\Delta a_j)\hat{x}_\infty-R^{-1}G^TD(\nu\Delta a_j(\hat{x}_\infty-\hat{x})-\mu\Delta a_j)\\ &+PR^{-1}\Delta a_j^T\nu^TD(G\hat{x}-F-GR^{-1}H^TV^{-1}y)\end{aligned} \tag{3.24}$$

Le vecteur de sensibilité des estimées 3.10 s'exprime alors :

$$\begin{aligned}S_{j\hat{x}} =&-PR^{-1}(\nu^TG+G^T\nu)\hat{x}_\infty-R^{-1}G^TD(\nu(\hat{x}_\infty-\hat{x})-\mu)\\ &+PR^{-1}\nu^TD(G\hat{x}-F-GR^{-1}H^TV^{-1}y)\end{aligned} \tag{3.25}$$

De la même manière, on s'intéresse maintenant à la matrice de sensibilité $S_{\hat{V}}$. Pour cela, à partir de l'expression de la matrice de variances des estimées (section 2.4.6), on décrit d'abord l'expression suivante :

$$V_{\hat{x}}+\Delta V_{\hat{x}} = (P+\Delta P)(R+\Delta R)^{-1} \tag{3.26}$$

On en déduit l'expression :

$$\Delta V_{\hat{x}} = -PR^{-1}(\Delta G^TG+G^T\Delta G)PR^{-1}-PR^{-1}\Delta G^TDGR^{-1}-R^{-1}G^TD\Delta GPR^{-1} \tag{3.27}$$

En utilisant les définitions (3.15) et (3.16), l'expression précédente devient :

$$\Delta V_{\hat{x}} = (-PR^{-1}(\nu^T G + G^T \nu)PR^{-1} - PR^{-1}\nu^T DGR^{-1} - R^{-1}G^T D\nu PR^{-1})\Delta a_j \tag{3.28}$$

La matrice de sensibilité (3.11) de la variance des estimées par rapport à une variation du paramètre a_j du modèle s'exprime de la manière suivante :

$$S_{j\hat{V}} = -PR^{-1}(\nu^T G + G^T \nu)PR^{-1} - PR^{-1}\nu^T DGR^{-1} - R^{-1}G^T D\nu PR^{-1} \tag{3.29}$$

Les éléments diagonaux de la matrice $S_{\hat{V}}$ représentent le vecteur de sensibilité de la variance des estimées par rapport à une variation du paramètre a_j. On a donc décrit dans les expressions (3.25 et 3.29) les deux matrices de sensibilité des estimées et de leur variance par rapport à une modification des paramètres du modèle. En analysant ces matrices de sensibilité, il est possible de repérer les paramètres qui influencent le plus l'estimateur. La composante maximale de ces matrices correspond à l'estimée ou à sa variance qui est la plus sensible à l'incertitude du paramètre a_j.

Exemple 3.1
Soit un système décrit par le modèle suivant :

$$\begin{aligned} a_1x_1^* + (-3 + x_2^*)x_3^* + (a_2 - x_4^*)x_5^* &= 0 \\ a_3x_1^* + (a_4x_2^*x_4^* - x_5^*)x_3^* + 9 &= 0 \\ a_5x_1^* + a_6x_2^*x_3^* + a_7x_4^* + a_8x_5^* - 1 &= 0 \end{aligned}$$

Les valeurs connues des paramètres de ce modèle sont décrites dans le tableau 3.1. Les mesures x_i des variables ainsi que leur écart-type sont reportées dans le tableau 3.2. En utilisant

Paramètre	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
Valeur	0.52	1.9	3.2	0.24	1.08	−0.47	1.06	0.94

Tableau 3.1 – Valeur des paramètres du modèle

l'expression de la solution 3.12 du problème de réconciliation de données, on obtient après quelques itérations les estimées $\hat{x}_i$ des variables x_i^* que l'on reporte dans le tableau 3.2.

Variable	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
Mesure	1.7	3.5	5.4	3.8	5.8
Ecart-type	0.2	0.4	0.5	0.3	0.6
Estimée	1.81	4.12	5.01	3.01	5.92

Tableau 3.2 – Mesures et estimées des variables

On calcule maintenant les matrices de sensibilité dont les expressions sont données par 3.25 et 3.29, les résultats sont reportés respectivement dans les tableaux 3.3 et 3.4.

En analysant le premier tableau, on peut par exemple noter que l'estimée $\hat{x}_5$ est la plus sensible à une variation du paramètre a_4, mais qu'elle est aussi sensible à moindre degré à une

variation de a_6. Ou encore, on peut également noter que la variable x_1 dont la mesure est la plus précise est tout de même sensible aux variations du paramètre a_6.
En observant les résultats du second tableau, on peut déduire qu'une variation du paramètre a_5 aurait une influence la plus importante sur la précision de l'estimation $\hat{x}_3$, ou encore qu'une variation de a_1 ou a_3 n'a que peu d'influence sur la précision de l'ensemble des estimées.

$S_{j\hat{x}}$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$	$j=5$	$j=6$	$j=7$	$j=8$
$\hat{x}_1$	0.11	0.17	0.014	0.55	0.18	1.51	0.2	0.39
$\hat{x}_2$	0.14	0.65	0.048	1.51	−0.066	−0.17	−0.029	−0.013
$\hat{x}_3$	−0.2	−0.86	−0.11	−3.82	−0.74	−9.12	−1.34	−2.66
$\hat{x}_4$	−0.23	−0.68	0.06	1.88	−0.23	−2.45	−0.36	−0.69
$\hat{x}_5$	0.069	0.42	−0.19	−6.84	0.28	3.78	0.54	1.12

Tableau 3.3 – Vecteur de sensibilité des estimées $\hat{x}$ par rapport à une variation du paramètre a_j

$S_{j\hat{V}}$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$	$j=5$	$j=6$	$j=7$	$j=8$
$V(\hat{x}_1)$	−0.0020	−0.0004	−0.0007	−0.0077	−0.0045	−0.013	−0.0006	−0.0008
$V(\hat{x}_2)$	0.0006	−0.015	0.0002	−0.079	−0.0002	0.016	0.0023	0.0059
$V(\hat{x}_3)$	0.0084	−0.0047	0.0037	−0.0037	0.026	0.021	−0.0044	−0.0149
$V(\hat{x}_4)$	0.0011	0.013	−0.0003	−0.055	0.0012	0.041	0.0053	0.0135
$V(\hat{x}_5)$	−0.0004	−0.0082	0.0014	0.47	−0.002	−0.11	−0.014	−0.0381

Tableau 3.4 – Vecteur de sensibilité des variances $V(\hat{x})$ des estimées par rapport à une variation du paramètre a_j

3.3.4 Solution sous-optimale de l'estimation d'état

Dans l'étude de sensibilité précédente, on a décrit l'influence d'une variation des paramètres du modèle sur l'estimation des grandeurs vraies ainsi que sur leur variance. On propose maintenant de prendre en compte la connaissance de la précision des paramètres du modèle pour l'estimation de l'état du système. Pour cela, on va introduire des fonctions de pénalisation pour résoudre ce problème d'optimisation sous contraintes (3.4). Cette méthode mène à une solution qui peut cependant être aussi proche que l'on souhaite de la solution précédente en ajustant le poids attribué aux fonctions de pénalisation. De la même manière que précédemment (cf. chapitre 2) on suppose que l'on dispose d'une solution $\hat{x}_i$, et partant de cette solution, on cherche à l'améliorer sur la base de l'utilisation d'un développement limité au premier ordre de la contrainte au voisinage de cette solution temporaire $\hat{x}_i$. C'est donc ce développement limité au premier ordre que l'on va pénaliser.

On considère à nouveau le problème (3.5), maintenant modifié, à l'itération $i+1$, de la recherche de $\hat{x}_{i+1}$ tel que :

$$\hat{x}_{i+1} = \underset{x^*}{\operatorname{argmin}}\ \Phi_{i+1} \tag{3.30a}$$

$$\Phi_{i+1} = \frac{1}{2}\left(\|y - Hx^*\|^2_{V^{-1}} + k^2 \|A_i x^* - B_i\|^2\right) \tag{3.30b}$$

où k^2 est un scalaire qui pondère le développement limité des contraintes autour de la solution provisoire $\hat{x}_i$.

Le problème à résoudre est donc réduit à un problème d'optimisation quadratique sans contraintes. En raison de la forme additive de l'équation (3.30b), l'état optimal $\hat{x}$ va donc être le résultat d'un compromis entre le respect de l'équation de mesures et la satisfaction des contraintes. On remarque que les contraintes ne pourront être satisfaites que si k tend vers l'infini.
La solution $\hat{x}_{i+1}$ qui minimise le critère (3.30b) vérifie :

$$-H^T V^{-1}(y - H\hat{x}_{i+1}) + k^2 A_i^T (A_i \hat{x}_{i+1} - B_i) = 0 \tag{3.31}$$

avec

$$A_i = \left.\frac{\partial F(x^*)}{\partial x^{*T}}\right|_{x^*=\hat{x}_i} \tag{3.32}$$

$$B_i = A_i \hat{x}_i - F(\hat{x}_i) \tag{3.33}$$

On obtient donc :

$$\hat{x}_{i+1} = (H^T V^{-1} H + k^2 A_i^T A_i)^{-1} (H^T V^{-1} y + k^2 A_i^T B_i) \tag{3.34}$$

ou encore en utilisant le lemme d'inversion matricielle :

$$\hat{x}_{i+1} = P_i R_i^{-1} (H^T V^{-1} y + k^2 A_i^T B_i) \tag{3.35a}$$

avec

$$R_i = H^T V^{-1} H \tag{3.35b}$$

$$P_i = I - R_i^{-1} A_i^T (k^{-2} I + A_i R_i^{-1} A_i^T)^{-1} \tag{3.35c}$$

En choisissant k tendant vers l'infini, on va obtenir une solution identique à la solution optimale obtenu en 3.6. Pour toutes autres valeurs de k les contraintes du système ne seront pas satisfaites et les solutions successives 3.35, obtenues en mettant à jour les valeurs des matrices A_i et B_i, sous hypothèse de convergence, vont tendre vers une solution sous-optimale du problème.

3.3.5 Extension à l'utilisation de multiples fonctions de pénalisation

La solution proposée précédemment peut être étendue au cas de multiples fonctions de pénalisation. Le problème d'optimisation (3.30) devient alors :

$$\hat{x}_{i+1} = \underset{x^*}{\operatorname{argmin}}\ \Phi_{i+1} \tag{3.36a}$$

$$\Phi_{i+1} = \frac{1}{2}\left(\|y - Hx^*\|^2_{V^{-1}} + \sum_{j=1}^{n} k_j^2 \left\|\alpha_{i,j} x^* - \beta_{i,j}\right\|^2\right) \tag{3.36b}$$

avec k_j le facteur de pondération de la j-ième contrainte f_j linéarisée autour de $\hat{x}_i$ $(\alpha_{i,j}, \beta_{i,j})$.

$$\alpha_{i,j} = \left.\frac{\partial f_j(x^*)}{\partial x^{*T}}\right|_{x^*=\hat{x}_i} \tag{3.37}$$

$$\beta_{i,j} = \alpha_{i,j}\hat{x}_i - f_j(\hat{x}_i) \tag{3.38}$$

Cela correspond à la situation dans laquelle il est souhaitable de prendre en compte séparément chaque contrainte au moyen d'un poids spécifique k_j.
La solution de ce problème peut être obtenue de façon récurrente en prenant successivement en compte chaque contrainte. Pour mieux appréhender cette méthode, on considère d'abord le partitionnement suivant :

$$F = \begin{pmatrix} F_{n-1} \\ f_n \end{pmatrix} \tag{3.39}$$

où f_n représente la dernière équation décrivant le système. On considère également les partitions des éléments de linéarisation des contraintes :

$$A_i = \begin{pmatrix} A_{i,n-1} \\ \alpha_{i,n} \end{pmatrix} \qquad B_i = \begin{pmatrix} B_{i,n-1} \\ \beta_{i,n} \end{pmatrix} \tag{3.40}$$

où $\alpha_{i,n}$ et $\beta_{i,n}$ (vecteurs de dimension v) sont issues de la linéarisation de la dernière contrainte f_n.

Remarque : on supprime l'indice i, relatif à l'itération courante, dans les expressions suivantes pour plus de lisibilité. Le critère d'optimisation peut donc être écrit :

$$\Phi = \frac{1}{2}\left(\|y - H\hat{x}\|^2_{V^{-1}} + \|A_{n-1}\hat{x} - B_{n-1}\|^2_{K^2_{n-1}} + k_n^2\,\|\alpha_n\hat{x} - \beta_n\|^2\right) \tag{3.41}$$

La matrice K^2_{n-1} est diagonale et contient les poids associés aux autres contraintes F_{n-1} linéarisées et caractérisées par les matrices A_{n-1} et B_{n-1}.
Le minimum du critère 3.41 par rapport à $\hat{x}$ est obtenu quand :

$$-H^TV^{-1}(y - H\hat{x}) + A^T_{n-1}K^2_{n-1}(A_{n-1}\hat{x} - B_{n-1}) + k_n^2\alpha_n^T(\alpha_n\hat{x} - \beta_n) = 0 \tag{3.42a}$$

$$\hat{x} = (H^TV^{-1}H + A^T_{n-1}K^2_{n-1}A_{n-1} + k_n^2\alpha_n^T\alpha_n)^{-1}(H^TV^{-1}y + A^T_{n-1}K^2_{n-1}B_{n-1} + k_n^2\alpha_n^T\beta_n) \tag{3.42b}$$

En utilisant le lemme d'inversion matricielle, on peut aussi écrire 3.42b sous la forme :

$$\hat{x} = (I - Y_{n-1}\alpha_n^T(k_n^{-2} + \alpha_nY_{n-1}\alpha_n^T)^{-1}\alpha_n)Y_{n-1}(H^TV^{-1}y + A^T_{n-1}K^2_{n-1}B_{n-1} + k_n^2\alpha_n^T\beta_n) \tag{3.43}$$

avec

$$Y_{n-1} = (H^TV^{-1}H + A^T_{n-1}K^2_{n-1}A_{n-1})^{-1} \tag{3.44}$$

Notons $\hat{x}_{n-1}$, l'estimation partielle ne prenant uniquement en compte que les contraintes linéarisées caractérisées par A_{n-1} et B_{n-1} :

$$\begin{aligned} \hat{x}_{n-1} &= (H^TV^{-1}H + A^T_{n-1}K^2_{n-1}A_{n-1})^{-1}(H^TV^{-1}y + A^T_{n-1}K^2_{n-1}B_{n-1}) \\ &= Y_{n-1}(H^TV^{-1}y + A^T_{n-1}K^2_{n-1}B_{n-1}) \end{aligned} \tag{3.45}$$

On obtient alors

$$\hat{x} = (I - Y_{n-1}\alpha_n^T(k_n^{-2} + \alpha_n Y_{n-1}\alpha_n^T)^{-1}\alpha_n)(\hat{x}_{n-1} + Y_{n-1}k_n^2\alpha_n^T\beta_n) \tag{3.46}$$

Cette procédure peut donc être étendue à l'itération $i+1$ au cas particulier où les contraintes linéarisées autour de la solution précédente $\hat{x}_i$ sont prises en compte les unes après les autres. Les matrices des contraintes linéarisées sont donc découpées en n vecteurs lignes, comme suit :

$$A_i = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{pmatrix} \quad B_i = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_n \end{pmatrix} \tag{3.47}$$

L'expression (3.46) peut donc être généralisée sous la forme récursive suivante :

$$\hat{x}_{j+1} = (I - Y_j\alpha_{j+1}^T(k_{j+1}^{-2} + \alpha_{j+1}Y_j\alpha_{j+1}^T)^{-1}\alpha_{j+1})(\hat{x}_j + Y_jk_{j+1}^2\alpha_{j+1}^T\beta_{j+1}) \tag{3.48a}$$

$$j = 0, \ldots, n-1$$

$$Y_{j+1} = (I - Y_j\alpha_{j+1}^T(k_{j+1}^{-2} + \alpha_{j+1}Y_j\alpha_{j+1}^T)^{-1}\alpha_{j+1})Y_j \tag{3.48b}$$

$$j = 0, \ldots, n-2$$

avec $\hat{x}_{j=0} = \hat{x}_i$ et $Y_{j=0} = H^TVH$.
L'estimée obtenue à l'itération $j = n-1$, quand toutes les contraintes linéarisées autour de $\hat{x}_i$ sont connues, correspond à la solution recherché $\hat{x}_{i+1}$.

3.3.6 Choix des facteurs de pondération

Les paramètres intervenant dans la description du modèle d'un système ne sont pas parfaitement connus. En connaissant la valeur nominale et l'écart type de chaque paramètre, il est possible d'en tenir compte dans la procédure d'estimation. En effet, à chaque itération, si les équations du modèle sont incertaines, il n'est pas nécessaire de satisfaire exactement aux contraintes.

On définit alors, pour chaque contrainte j et à chaque itération i, un vecteur des résidus a posteriori $\hat{r}_j$ dont les composantes dépendantes des paramètres a du modèle sont :

$$\hat{r}_j = f_j(\hat{x}, a) \quad j = 1, \ldots, n \tag{3.49}$$

où l'estimée $\hat{x}$ a été calculée de manière itérative à partir de (3.48a) en prenant en compte les poids k_j associés à chaque contrainte. Ces résidus a posteriori sont donc bien liés aux facteurs de pondération utilisés lors de l'estimation.
Réciproquement, l'amplitude de chaque résidu $\hat{r}_j$ peut être indexée à la "qualité" de chaque contrainte linéarisée correspondante. C'est pourquoi on introduit les facteurs de réductions suivants η_j :

$$\hat{r}_j = \eta_j r_j = \eta_j f_j(x, a) \tag{3.50}$$

Si la connaissance des valeurs des paramètres intervenant dans la contrainte est infiniment précise, cette contrainte peut être considérée comme exacte et doit être satisfaite, et donc il est nécessaire d'obtenir un résidu a posteriori le plus faible possible. Cela correspond au choix d'un facteur de réduction η_j proche de zéro voir même nul, puisque $f_j(x,a)$ est non nulle et sa valeur dépend exclusivement de la qualité des mesures.

A l'opposé, si la connaissance est moins précise, l'amplitude du résidu pourra être plus grande. Cependant, même si la connaissance du paramètre est vraiment faible, on ne peut pas choisir de conserver pour la valeur du résidu a posteriori celle du résidu a priori, c'est-à-dire $\eta_j = 1$. Une proposition de fonction qui distribue les facteurs de réduction entre ces deux limites (0 et 1) est calculée par la procédure suivante.
Au préalable, nous allons définir les matrices jacobiennes par rapport aux variables et aux paramètres :

$$G_x(x,a) = \left.\frac{\partial F(x^*,a)}{\partial (x^*)^T}\right|_{x^*=x} \qquad G_a(x,a) = \left.\frac{\partial F(x,a^*)}{\partial a^{*T}}\right|_{a^*=a} \tag{3.51}$$

Dans une première phase, pour pouvoir exprimer la matrice V_{rx} de variance-covariance des résidus a priori sous l'hypothèse que les paramètres a sont **parfaitement connus** $a = a_0$, on exprime d'abord le développement limité du vecteur des résidus a priori au premier ordre autour de la solution x_0 :

$$r(x) = F(x_0,a_0) + G_x(x,a_0)(x - x_0) \tag{3.52}$$

On en déduit une valeur approchée de V_{rx}

$$V_{rx} = Esp(\delta r(x)\delta r(x)^T) = G_x(x,a_0)VG_x^T(x,a_0) \tag{3.53}$$

Dans une deuxième phase, on considère maintenant que les variables mesurées et les paramètres sont tous deux sujets à des erreurs aléatoires, et de la manière que précédemment on va calculer la matrice V_r de variance-covariance. Le développement limité du vecteur des résidus a priori au premier ordre autour du couple solution x_0, a_0 est le suivant :

$$r(x,a) = F(x_0,a_0) + G_x(x,a)(x - x_0) + G_a(x,a)(a - a_0) \tag{3.54}$$

On en déduit :

$$V_r = V_{rx} + G_a(x,a)WG_a^T(x,a) \tag{3.55}$$

où W est la matrice diagonale de la variance des paramètres. Pour le calcul de ces matrices, pour les composantes de x qui ne sont pas observées, on utilisera des estimations empiriques.
Pour un résidu particulier r_j, les écart-types correspondants sont notées :

$$\sigma_{rjx} = (g_{xj}(x,a_0)Vg_{xj}^T(x,a_0))^{1/2} \tag{3.56}$$

et

$$\sigma_{rj} = (g_{xj}(x,a_0)Vg_{xj}^T(x,a_0) + g_{aj}(x,a)Wg_{aj}^T(x,a))^{1/2} \tag{3.57}$$

avec g_{xj} et g_{aj} les j-èmes lignes des matrices G_x et G_a.

Le facteur de réduction η_j, associé à la j-ième contrainte peut alors être défini en prenant en compte les valeurs des écart-types précédents (3.56, 3.57). La formulation suivante est proposée :

$$\eta_j = 1 - \frac{\sigma_{rjx}}{\sigma_{rj}} \tag{3.58}$$

Quand la variance des paramètres tend vers l'infini (médiocre connaissance du système), le facteur de réduction tend vers un et quand cette variance tend vers zéro (excellente connaissance), il tend vers zéro. Dans les autres cas, l'expression (3.58) proposée donne une image de la "qualité" du modèle partiel $f_j(x^*, a) = 0$. Maintenant il s'agit de faire la liaison entre les facteurs de réduction η_j et le choix des facteurs de pondération k_j intervenant dans le problème d'optimisation. Pour cela, observons encore les partitions des matrices des contraintes linéarisées (3.47) ; en utilisant l'équation (3.46), le résidu a posteriori associé à la contrainte linéarisée a_n peut être exprimé comme :

$$\hat{r}_n = \alpha_n \hat{x} - \beta_n = (I - \alpha_n Y_{n-1} \alpha_n^T (k_n^{-2} + \alpha_n Y_{n-1} \alpha_n^T)^{-1})(\alpha_n \hat{x}_{n-1} + k_n^2 \alpha_n Y_{n-1} \alpha_n^T \beta_n) - \beta_n \tag{3.59}$$

Après quelques calculs, on obtient :

$$\hat{r}_n = \frac{\alpha_n \hat{x}_{n-1} + k_n^2 S b_n}{1 + k_n^2 S} - \beta_n \tag{3.60}$$

avec

$$S = \alpha_n Y_{n-1} \alpha_n^T \tag{3.61}$$

Evaluons la différence entre résidus a priori et a posteriori à l'itération $i+1$ pour la composante n :

$$r_n - \hat{r}_n = (1 - \eta_n) r_n \tag{3.62}$$

avec

$$r_n = \alpha_n \hat{x}_i - \beta_n \tag{3.63}$$

$$\hat{r}_n = \alpha_n \hat{x}_{i+1} - \beta_n \tag{3.64}$$

Soit,

$$(1 - \beta_n) r_n = \alpha_n (\hat{x}_i - \hat{x}_{i+1}) \tag{3.65}$$

$$\tag{3.66}$$

$$= \frac{\alpha_n \hat{x}_i (1 + k_n^2 S) - \alpha_n \hat{x}_{n-1} - k_n^2 S b_n}{1 + k_n^2 S} \tag{3.67}$$

$$\tag{3.68}$$

On en déduit :

$$k_n^2 = \frac{\alpha_n (Y_{n-1} (H^T V^{-1} y + A_{n-1}^T K_{n-1}^2 B_{n-1}) - \hat{x}_i) + (1 - \eta_n) r_n}{A \eta_n r_n} \tag{3.69}$$

On peut remarquer que l'expression du facteur de pondération k_n^2 dépend de la valeur de tous les autres facteurs de pondération $k_j^2 \quad j \in [1, n-1]$. Sur la base de cette remarque, un algorithme complet pour déterminer tous les facteurs de pondérations peut être proposé. Pour chaque contrainte linéarisée autour de $\hat{x}_i$, deux séries d'itérations doivent être réalisées. Dans la première, chaque facteur de pondération k_j^2 est calculé sur la base des connaissances des autres $k_p^2,\ p \in [1, n],\ p \neq j$. Durant la seconde série, la première série est répétée jusqu'à convergence des facteurs de pondération. En fait, l'algorithme est arrêté lorsque la différence entre deux estimées consécutives de chaque facteur de pondérations devient inférieure à un seuil fixé.

3.3.7 Détection et isolation des défauts

Comme on l'a déjà mentionné dans l'introduction, le but des techniques de réconciliation de données est d'améliorer la qualité des mesures. Un des objectifs de ces techniques est de détecter et d'isoler les défauts de capteurs, en vérifiant la cohérence des mesures avec le modèle du processus. De la même manière que dans le chapitre précédent, on va donc s'attacher à décrire la matrice de variance-covariance des estimées des variables, en prenant en compte les incertitudes des paramètres du modèle.

On note a_t, $t = 1, \ldots, p$ les composantes du vecteur des paramètres a. Comme on considère les équations linéarisées du modèle autour de la solution $\hat{x}_i$, on peut décrire les valeurs nominales $A_i(a_0)$ et $B_i(a_0)$ des matrices A_i et B_i correspondantes aux contraintes linéarisées :

$$A_i(a_0) = A_{i0} + \sum_{t=1}^{p} a_t A_{it} \qquad\qquad B_i(a_0) = B_{i0} + \sum_{t=1}^{p} a_t B_{it}$$

On considère maintenant une variation δA_i et δB_i induite par les variations δa_t de chaque paramètre a_t du modèle. On peut écrire :

$$A_i(a) = A_{i0} + \delta A_i \qquad\qquad B_i(a) = B_{i0} + \delta B_i$$

et :

$$\delta A_i = \sum_{t=1}^{p} \delta a_t A_{it} \quad (3.70) \qquad\qquad \delta B_i = \sum_{t=1}^{p} \delta a_t B_{it} \quad (3.71)$$

On considère ainsi à nouveau l'expression 3.34 (en omettant les indices i) avec une variation δy relative à l'amplitude des mesures et des variations δa_t de chaque paramètre du modèle pour observer l'impact $\delta\hat{x}$ sur les estimées.

$$(H^T V^{-1} H + (A + \delta A)^T K^2 (A + \delta A))(\hat{x} + \delta\hat{x}) = H^T V^{-1}(y + \delta y) + (A + \delta A)^T K^2 (B + \delta B)^T \tag{3.72}$$

avec K la matrice dont les termes diagonaux sont les facteurs de pondération.
On fait l'hypothèse que ces variations soient suffisamment petites pour ne conserver que les éléments du premiers ordre :

$$(H^T V^{-1} H + A^T K^2 A)\delta\hat{x} = H^T V^{-1}\delta y + A^T K^2(\delta B - \delta A\hat{x}) + \delta A^T K^2 (B - A\hat{x}) \tag{3.73}$$

On note :

$$C = H^T V^{-1} H + A^T K^2 A \tag{3.74}$$

En substituant δA_i et δB_i par leurs expressions 3.70 et 3.71 (remarque : les indices i sont toujours omis) dans l'équation précédente 3.73, on obtient :

$$\delta\hat{x} = C^{-1}H^TV^{-1}\delta y + \sum_{t=1}^{p} C^{-1}\left(A^TK^2(B_t - A_t\hat{x}) + A_t^TK^2(B - A\hat{x})\right)\delta a_t \tag{3.75}$$

La matrice de variance-covariance des estimées peut être approximée au premier ordre :

$$V_{\hat{x}} \approx E(\delta\hat{x}\delta\hat{x}^T) \tag{3.76}$$

En utilisant l'expression 3.75, on obtient la variance $V_{\hat{x}}$ des estimées :

$$\begin{aligned} V_{\hat{x}} \approx\ & C^{-1}H^TV^{-1}HC^{-1} \\ & + \sum_{t=1}^{p}\Big[C^{-1}\left(A^TK^2(B_t - A_t\hat{x}) + A_t^TK^2(B - A\hat{x})\right) \\ & * W\left(A^TK^2(B_t - A_t\hat{x}) + A_t^TK^2(B - A\hat{x})\right)^T C^{-1}\Big] \end{aligned} \tag{3.77}$$

Exemple 3.2
Considérons l'ensemble des équations non linéaire par rapport aux variables d'état x^* :

$$\begin{aligned} a_1^*x_1^* + (x_2^* - 3)x_3^* + (a_2^* - x_4^*)x_5^* &= 0 \\ a_3^*x_1^* + (a_4^*x_2^*x_4^* - x_5^*)x_3^* + 9 &= 0 \\ a_5^*x_1^* + a_6^*x_2^*x_3^* + a_7^*x_4^* + a_8^*x_5^* - 1 &= 0 \end{aligned}$$

Les mesures des variables d'état ainsi que leurs précisions sont données dans le tableau 3.5. Le tableau 3.6 présente les valeurs nominales des paramètres du modèle ainsi que leur précision.

Variable	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
Mesure	1.7	3.5	5.4	3.2	5.8
Ecart-type	0.2	0.4	0.5	0.3	0.6

Tableau 3.5 – Variables d'état

Paramètre	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
Valeur nominale	0.52	1.9	3.2	0.24	1.08	−0.47	1.06	0.94
Ecart-type	0.025	0.5	0.15	0.0125	0.05	0.025	0.05	0.05

Tableau 3.6 – Valeur nominale et précision des paramètres du modèle

Le premier traitement à réaliser consiste à vérifier que les mesures concordent avec le modèle. Le tableau 3.7 présente les valeurs des résidus "a priori" et de leurs valeurs normalisées définies par les expressions 3.78 (sans prendre en compte la connaissance sur la précision du

modèle) et 3.79 (en prenant en compte la connaissance de la précision des paramètres du modèle).

$$R_{n1}(i) = \frac{r(i)}{\sigma_{rix}} \tag{3.78}$$

$$R_{n2}(i) = \frac{r(i)}{\sigma_{ri}} \tag{3.79}$$

L'analyse de ces résidus montre clairement les avantages de prendre en compte la matrice

Equation	1	2	3
R	-7.43	0.36	1.43
R_{n1}	-2.47	0.083	0.97
R_{n2}	-1.78	0.081	0.9

Tableau 3.7 – Résidus "a priori" et normalisés des équations du modèle

de variance des paramètres du modèle lors de l'étape de prise de décision liée à l'objectif de détection de défauts. En effet, si les paramètres sont considérés comme parfaitement connus, un simple test statistique sur la distribution normale des résidus normalisés R_{n1} avec un degré de confiance de $\alpha = 5\%$ permet de conclure que la première équation du modèle est suspectée de contenir des erreurs de mesures (il ne s'agit pas ici de conclusion définitive, puisqu'en effet il s'agit d'équations non linéaires, les valeurs des résidus normalisés ne sont donc que des indicateurs). Par contre, si on prend en compte les incertitudes du modèle dans le calcul des résidus normalisés, ceux-ci R_{n2} se retrouvent alors dans l'intervalle de confiance $[-1.96 \quad 1.96]$.

De cette analyse, on peut alors conclure que l'ensemble des mesures semble cohérent avec le modèle incertain proposé. Après cette première étape, on peut maintenant envisager d'appliquer la réconciliation de données par pénalisation des contraintes. Les facteurs de réduction peuvent ainsi être calculés par l'expression 3.58 , leurs valeurs sont reportées dans le tableau 3.8. L'algorithme proposé pour déterminer les facteurs de pondération fournit les valeurs décrites dans le tableau 3.9. On peut d'ailleurs observer que la première équation qui contient le paramètre ayant la plus grande incertitude a_2, dispose du plus faible facteur de pondération. Les estimées des variables, obtenues par la réconciliation de données utilisant ces facteurs de pénalisation, sont recueillies dans le tableau 3.10. Afin de confirmer les résultats obtenus précédemment par l'analyse des résidus "a priori", on va calculer les différents écarts normalisés entre mesures et estimées dans le cas où l'on prend en compte les incertitudes des paramètres du modèles ou non.

	η_1	η_2	η_3
Valeur	0.31	0.02	0.073

Tableau 3.8 – Facteurs de réduction

Commençons d'abord par le cas où l'on considère que le modèle est parfaitement connu, le résultat concernant la valeur de la variance des écarts est donné dans le chapitre précédent

	k_1	k_2	k_3
Valeur	1948	7368	16403

Tableau 3.9 – Facteurs de pondération

Variable	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
Mesures	1.7	3.5	5.4	3.8	5.8
Estimées (méthode classique)	1.81	4.13	5.01	3.01	5.94
Estimées (par pénalisation)	1.79	4.06	5.01	2.97	5.83

Tableau 3.10 – Mesure et estimées

par l'expression 2.57, soit :

$$V_{E1} \approx V - R^{-1}P^T \tag{3.80}$$

Comme déjà dit précédemment, le vecteur des corrections normalisées peut être défini en divisant chaque correction E_1 (différence entre mesures et estimées obtenues par la réconciliation sans prise en compte des incertitudes du modèle) par son écart-type :

$$E_{n1}(i) = \frac{E_1(i)}{\sqrt{V_{E1}(i,i)}} \tag{3.81}$$

$V_{E1}(i,i)$ correspond à la ligne i et la colonne i de la matrice V_{E1}.
Comme on fait l'hypothèse que les termes correctifs sont distribués selon une loi normale centrée réduite, si leurs valeurs absolues sont supérieures à un seuil fixé, alors la mesure correspondante peut être suspectée d'être en défaut.
On effectue le même raisonnement dans le cas où il existe des incertitudes dans la description du modèle.

La matrice de variance-covariance du terme correctif $E_2 = x - \hat{x}$ peut s'approcher par l'expression suivante :

$$V_{E2} \approx E((\delta x - \delta\hat{x})(\delta x - \delta\hat{x})^T) \tag{3.82}$$

En considérant l'équation 3.75, on peut en déduire :

$$\delta x - \delta\hat{x} = (I - C^{-1}V^{-1})\delta x \tag{3.83}$$

$$+ \sum_{t=1}^{p} C^{-1}\left(A^T K^2(B_t - A_t\hat{x}) + A_t^T K^2(B - A\hat{x})\right)\delta a_t \tag{3.84}$$

D'où,

$$V_{E2} \approx V + C^{-1}V^{-1}C^{-1} - 2C^{-1} \tag{3.85}$$

$$+ \sum_{t=1}^{p} \Big[C^{-1}\left(A^T K^2(B_t - A_t\hat{x}) + A_t^T K^2(B - A\hat{x})\right)$$

$$* W\left(A^T K^2(B_t - A_t\hat{x}) + A_t^T K^2(B - A\hat{x})\right)^T C^{-1}\Big]$$

Comme pour E_1, on définit le vecteur des corrections normalisées par :

$$E_{n2}(i) = \frac{E_2(i)}{\sqrt{V_{E2}(i,i)}} \tag{3.86}$$

Les termes correctifs ainsi calculés par les deux méthodes sont présentés dans le tableau 3.11. Une méthode classique d'analyse de ces termes correctifs avec un seuil de confiance de $\alpha = 5\%$, en faisant l'hypothèse que ces termes suivent une loi de distribution centrée réduite, en considérant que le modèle est exact, amène à suspecter que les mesures x_2 et x_4 sont entachées d'erreurs. En effet, les termes correctifs normalisés de E_{n1} correspondant à ces mesures sont plus grand que 1.96, la plus grande valeur obtenue pour le seuil $\alpha/2$ d'une distribution normale centrée. Cependant comme pour le cas de l'analyse des résidus "a priori", une analyse plus approfondie basée sur l'analyse des corrections normalisées dans le cas où l'on tient compte de la connaissance des incertitudes des paramètres du modèle permet de disculper ces mesures, qui deviennent alors cohérentes avec le modèle incertain (voir figure 3.1). Par conséquent, il est important de noter que la méthode proposée contribue à réduire le taux de fausses alarmes lors de l'étape de diagnostic, grâce à la prise en compte de l'ensemble des connaissances disponibles concernant le système, les mesures et le modèle.

Variable	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
E_1	-0.11	-0.63	0.39	0.79	-0.14
E_2	-0.089	-0.56	0.39	0.83	-0.038
E_{n1}	-1.61	-2.06	0.83	2.99	-0.29
E_{n2}	-0.34	-1	0.24	1.27	-0.027

Tableau 3.11 – Termes correctifs normalisés

3.3.8 Conclusion

La méthode présentée permet ainsi de prendre en compte les incertitudes de modèle en pénalisant les équations du modèle. On a donc pondéré le degré de satisfaction de chaque équation en fonction de son incertitude globale. L'algorithme présenté permet aussi de calculer automatiquement les facteurs de pondérations pénalisant les équations. Comme on a pu le voir dans l'étape de simulation, cette technique a comme avantage principal de pouvoir établir un compromis entre sensibilité de l'estimation et la détection de fausses alarmes que la réconciliation de données classique, dans le cas où le modèle dispose d'un certain degré d'incertitude. Cependant cette méthode ne permet pas d'obtenir une estimation des incertitudes de modèles. Ainsi, dans le cadre de processus de traitement par lots, il est alors impossible d'obtenir un suivi des dégradations des paramètres du système au cours du temps.

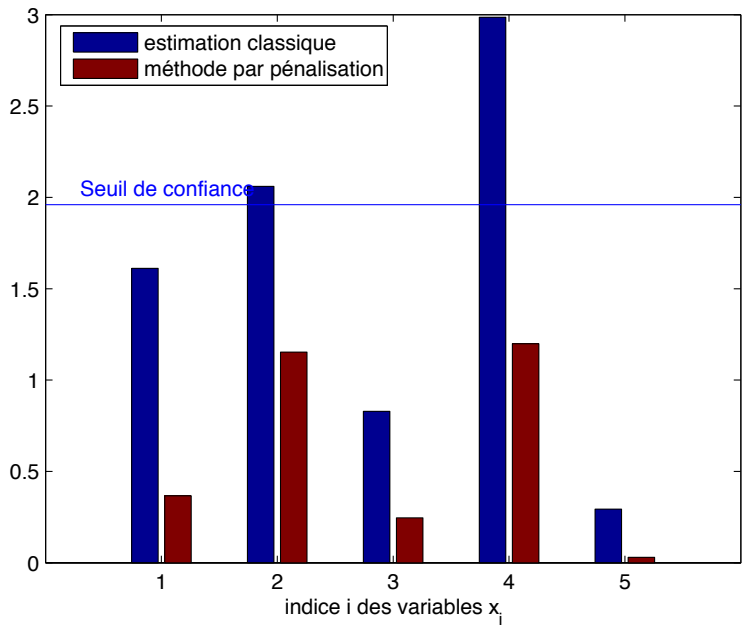

Figure 3.1 – Termes correctifs normalisés (en valeur absolue)

3.4 Estimation simultanée des variables d'état et des paramètres

3.4.1 Introduction

On propose maintenant d'estimer les paramètres du système au même titre que les variables d'état du système permettant ainsi d'en avoir un suivi au cours du temps. Pour ce faire, on va utiliser la connaissance de la pseudo équation d'observation (3.1) concernant les incertitudes des paramètres, ainsi que la fonction de distribution des erreurs de mesures.

On souhaite donc établir ici une méthode de validation de données pour des systèmes dont les modèles sont à paramètres incertains et dont les mesures sont également soumises à des erreurs. Les incertitudes de modèle et les erreurs de mesures seront considérées ici comme des réalisations de variables aléatoires. En se basant sur l'hypothèse de la connaissance de la densité de probabilité de ces variables, on peut construire la fonction de vraisemblance associée à une (ou plusieurs) réalisation(s). Compte tenu du modèle liant les variables et les paramètres du système, on peut alors estimer les grandeurs vraies, les variables et les paramètres, en maximisant cette fonction de vraisemblance.

3.4.2 Exemple

Soit un modèle décrit par une équation liant trois variables x_1^*, x_2^*, x_3^* et un paramètre a^* :

$$x_1^* - a^* x_2^* - x_3^* = 0 \tag{3.87}$$

On dispose de quatre mesures x_1, x_2, x_3, a des variables x_1^*, x_2^*, x_3^* et du paramètre a^*. Le problème à résoudre est l'estimation des grandeurs vraies connaissant, d'une part, les mesures et, d'autre part, le modèle. On fait l'hypothèse que les erreurs de mesures sont des réalisations de variables aléatoires distribuées suivant la loi de Gauss. Cela permet d'écrire les lois de distribution des mesures sous la forme :

$$p(a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_a} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{a^*-a}{\sigma_a}\right)^2} \tag{3.88}$$

$$p(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i^*-x_i}{\sigma_i}\right)^2} \quad i = 1,2,3 \tag{3.89}$$

L'estimation des différentes grandeurs peut alors être effectuée à l'aide du maximum de vraisemblance. Sous l'hypothèse d'indépendance des différentes erreurs de mesure, la fonction de vraisemblance $\mathcal{V}$ s'écrit comme le produit des densités de probabilité :

$$\mathcal{V} = p(a)p(x_1)p(x_2)p(x_3) \tag{3.90}$$

On cherche alors les estimées $\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3, \hat{a}$ des grandeurs vraies qui maximisent par rapport à x_i^* et a^* la fonction de vraisemblance $\mathcal{V}$ sous respect de l'équation (3.87).

Soit Φ la fonction de Lagrange associée à la fonction de log-vraisemblance et à la contrainte à respecter :

$$\Phi = -\ln \mathcal{V} + \lambda^T (x_1^* - a^* x_2^* - x_3^*) \tag{3.91}$$

où λ est le paramètre de Lagrange. Cette fonction de Lagrange est extrémale pour $x_1^* = \hat{x}_1$, $x_2^* = \hat{x}_2, x_3^* = \hat{x}_3, a^* = \hat{a}$ si :

$$\frac{\hat{a} - a}{\sigma_a^2} - \lambda \hat{x}_2 = 0 \tag{3.92}$$

$$\frac{\hat{x}_1 - x_1}{\sigma_1^2} + \lambda = 0 \tag{3.93}$$

$$\frac{\hat{x}_2 - x_2}{\sigma_2^2} - \lambda \hat{a} = 0 \tag{3.94}$$

$$\frac{\hat{x}_3 - x_3}{\sigma_3^2} - \lambda = 0 \tag{3.95}$$

$$\hat{x}_1 - \hat{a}\hat{x}_2 - \hat{x}_3 = 0 \tag{3.96}$$

Ce système est non linéaire et n'admet pas de solution analytique simple. On peut néanmoins proposer une restructuration des équations de façon à exhiber une résolution itérative simple à mettre en oeuvre.
On déduit de (3.93), (3.94) et (3.95) :

$$\hat{x}_1 = x_1 - \sigma_1^2 \lambda \tag{3.97}$$

$$\hat{x}_2 = x_2 + \sigma_2^2 \lambda \hat{a} \tag{3.98}$$

$$\hat{x}_3 = x_3 + \sigma_3^2 \lambda \tag{3.99}$$

dont le report dans (3.96) donne :

$$\lambda = \frac{x_1 - \hat{a}x_2 - x_3}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 \hat{a}^2 + \sigma_3^2} \tag{3.100}$$

On déduit de (3.92) :

$$\hat{a} = a + \lambda \hat{x}_2 \sigma_a^2 \tag{3.101}$$

Le système précédent peut alors être résolu de façon itérative selon l'algorithme suivant :

- 1 : Initialisation : $k = 0, \lambda^{(k=0)} = 0, \hat{a}^{(k=0)} = a$

- 2 : Calcul de :

$$\hat{x}_1^{(k+1)} = x_1 - \sigma_1^2 \lambda^{(k)} \tag{3.102}$$

$$\hat{x}_2^{(k+1)} = x_2 + \sigma_2^2 \lambda^{(k)} \hat{a}^{(k)} \tag{3.103}$$

$$\hat{x}_3^{(k+1)} = x_3 + \sigma_3^2 \lambda^{(k)} \tag{3.104}$$

$$\hat{a}^{(k+1)} = a + \lambda^{(k)} \hat{x}_2^{(k+1)} \sigma_a^2 \tag{3.105}$$

$$\lambda^{(k+1)} = \frac{x_1 - \hat{a}^{(k+1)} x_2 - x_3}{\sigma_1^2 + (\hat{a}^{(k+1)})^2 \sigma_2^2 + \sigma_3^2} \tag{3.106}$$

– 3 : Test d'arrêt sur l'amplitude des gradients de Φ. Si le test n'est pas satisfait, $k = k+1$ et retour au point 2, sinon arrêt de l'algorithme.

Les résultats sont décrits dans le tableau 3.12.

	x_1	x_2	x_3	a
Mesures	10	2.5	7	2
Ecart-types	0.1	0.1	0.01	0.02
Estimées (k=8)	10.394	1.722	6.996	1.973

Tableau 3.12 – Résultat de l'algorithme

3.4.3 Généralisation aux modèles linéaires

On considère un processus caractérisé par un vecteur d'état de valeur vraie x^* (de dimension v) et représenté par le modèle linéaire (3.107), fonction d'un vecteur de paramètres incertains de valeur vraie a^* (de dimension p) :

$$M(a^*)x^* = 0 \quad x^* \in \Re^v \quad a^* \in \Re^p \quad M \in \Re^{n \cdot v} \tag{3.107}$$

On suppose que l'on dispose des mesures x et a des vecteurs de valeurs vraies x^* et a^*.

$$x = x^* + \varepsilon_x \tag{3.108}$$

$$a = a^* + \varepsilon_a \tag{3.109}$$

On fait l'hypothèse que les erreurs de mesure des variables d'état et des paramètres sont des réalisations de variables aléatoires qui ont des distributions gaussiennes centrées. On peut donc écrire leur fonction de densité de probabilité comme suit :

$$p(x) = \frac{1}{(2\pi)^{v/2}\det(V)^{1/2}} e^{-\frac{1}{2}(x^*-x)^T V^{-1}(x^*-x)} \tag{3.110}$$

$$p(a) = \frac{1}{(2\pi)^{p/2}\det(W)^{1/2}} e^{-\frac{1}{2}(a^*-a)^T W^{-1}(a^*-a)} \tag{3.111}$$

où V et W sont respectivement les matrices de variance-covariance des mesures des variables d'état x et des paramètres a.

Les estimées recherchées $\hat{x}$ et $\hat{a}$ de ces grandeurs vraies maximisent la fonction de vraisemblance $\mathcal{V}$ sous respect des contraintes du modèle (3.107). En faisant l'hypothèse que les erreurs de mesures sont indépendantes, la fonction de vraisemblance $\mathcal{V}$ est le produit des fonctions de densité de probabilité.

$$\mathcal{V} = p(a)p(x) \tag{3.112}$$

Soit Φ la fonction de Lagrange associée à la fonction de log-vraisemblance et à la contrainte à respecter pour résoudre ce problème :

$$\Phi = -\ln \mathcal{V} + \lambda^T M(a^*)x^* \tag{3.113}$$

Afin de trouver plus simplement les extremums de Φ, on peut écrire $M(a^*)$ sous la forme :

$$M(a^*) = M_0 + \sum_{i=1}^{u} a_i^* M_i \tag{3.114}$$

avec,
M_0 : la matrice M sans les composantes proportionnelles aux paramètres incertains.
a_i^* : les composantes du vecteur des paramètres incertains.
M_i : les matrices de dimension $n \times v$ qui ont seulement pour composant non nul les éléments liés à a_i.

En développant l'expression (3.113), on obtient :

$$\begin{aligned} \Phi &= \ln\left((2\pi)^{\frac{p+v}{2}} \det(V)^{\frac{1}{2}} \det(W)^{\frac{1}{2}}\right) + \frac{1}{2}(x^* - x)^T V^{-1}(x^* - x) \\ &\quad + \frac{1}{2}(a^* - a)^T W^{-1}(a^* - a) + \lambda^T (M_0 + \sum_{i=1}^{u} a_i^* M_i) x^* \end{aligned} \tag{3.115}$$

La fonction de Lagrange est extrémale pour $x^* = \hat{x}_1$, $a^* = \hat{a}$ si :

$$V^{-1}(\hat{x} - x) + M^T(\hat{a})\lambda = 0 \tag{3.116}$$

$$\forall i \in [1;p]\ ,\ \ w_{ii}^{-1}(\hat{a}_i - a_i) + \lambda^T M_i \hat{x} = 0 \tag{3.117}$$

$$M(\hat{a})\hat{x} = 0 \tag{3.118}$$

où w_{ii} est la i-ème composante diagonale de la matrice W.

Ce système d'équation non linéaire n'admet pas de solution analytique. On propose alors de restructurer les équations dans l'objectif de faire apparaître une solution itérative simple. Pour cela, on déduit respectivement de (3.116) et (3.117) :

$$\hat{x} = x - VM^T(\hat{a})\lambda \tag{3.119}$$

$$\hat{a}_i = a_i - w_{ii}\lambda^T M_i \hat{x} \tag{3.120}$$

En substituant (3.119) dans (3.118),

$$M(\hat{a})\hat{x} = M(\hat{a})(x - VM^T(\hat{a})\lambda) = 0 \tag{3.121}$$

On en déduit :

$$\lambda = -(M(\hat{a})VM^T(\hat{a}))^{-1} M(\hat{a})x \tag{3.122}$$

Sous réserve de convergence, l'algorithme suivant permet l'obtention d'une solution :

- 1 : $k = 0$ Initialisation $\hat{a}^{(k=0)} = a$

– 2 : Calcul de :

$$M(\hat{a}^{(k)}) = M_0 + \sum_{i=1}^{u} \hat{a}_i^{(k)} M_i \tag{3.123}$$

$$\lambda^{(k)} = -\left(M(\hat{a}^{(k)}) V M^T(\hat{a}^{(k)})\right)^{-1} M(\hat{a}^{(k)}) x \tag{3.124}$$

$$\hat{x}^{(k)} = x + V M^T(\hat{a}^{(k)}) \lambda^{(k)} \tag{3.125}$$

$$\hat{a}_i^{(k+1)} = a_i + w_{ii} \lambda^{(k)T} M_i \hat{x}^{(k)} \tag{3.126}$$

– 3 : Test d'arrêt sur l'amplitude des gradients de Φ. Si le test n'est pas satisfait, $k = k+1$ et retour au point 2, sinon arrêt de l'algorithme.

3.4.4 Généralisation aux modèles non linéaires

On considère un système décrit par des relations non linéaires par rapport aux variables d'état x^* (de dimension v) et affectées linéairement par des incertitudes paramétriques représentées par un vecteur de paramètres incertains de valeur vraie a^* (de dimension p)

$$M(a^*, x^*) = 0 \quad x^* \in \Re^v \quad a^* \in \Re^p \quad M : \Re^{p,v} \to \Re^n \tag{3.127}$$

On conserve les descriptions des fonctions de densité de probabilité associées aux mesures (3.110) et aux paramètres (3.111). La fonction de Lagrange Φ associée au problème d'optimisation s'écrit maintenant :

$$\Phi = \ln \mathcal{V} + \lambda^T M(a^*, x^*) \tag{3.128}$$

Ce problème d'optimisation intégrant des contraintes non linéaires nécessite d'être résolu de manière itérative. Ici, plutôt que de linéariser l'ensemble du système d'équations issu des conditions de stationnarité du lagrangien, on linéarise les équations de contrainte au préalable.
A chaque itération i, on suppose que l'on dispose d'un couple de solutions $\{\hat{x}_i, \hat{a}_i\}$, et partant de ce couple de solutions, on cherche à l'améliorer sur la base de l'utilisation d'un développement en série de Taylor au premier ordre au voisinage de ces solutions temporaires. Les couples solutions successifs forment alors une suite qui converge vers la solution du problème.

A l'itération $i+1$, pour un couple solution $\{\hat{x}_{i+1}, \hat{a}_{i+1}\}$, proche de $\{\hat{x}_i, \hat{a}_i\}$, le développement limité de Taylor au premier ordre de la contrainte s'écrit :

$$M(\hat{x}_{i+1}, \hat{a}_{i+1}) = M(\hat{x}_i, \hat{a}_i) + G_{ix}(\hat{x}_i, \hat{a}_i)(\hat{x}_{i+1} - \hat{x}_i) + G_{ia}(\hat{x}_i, \hat{a}_i)(\hat{a}_{i+1} - \hat{a}_i) \tag{3.129}$$

avec les expressions suivantes des matrices Jacobiennes de la contrainte :

$$G_{ix}(\hat{x}_i, \hat{a}_i) = \left.\frac{\partial M(x^*, a^*)}{\partial x^{*T}}\right|_{x^* = \hat{x}_i, a^* = \hat{a}_i} \tag{3.130}$$

$$G_{ia}(\hat{x}_i,\hat{a}_i) = \left.\frac{\partial M(x^*,a^*)}{\partial a^{*T}}\right|_{x^*=\hat{x}_i,a^*=\hat{a}_i} \tag{3.131}$$

Par soucis de lisibilité on simplifie les expressions dépendant de $(\hat{x}_i,\hat{a}_i)$ en les notant comme suit M_i, G_{ix}, G_{ia}.

A l'itération $i+1$, le problème d'estimation se ramène à la recherche d'extremum de la fonction de Lagrange Φ_{i+1} :

$$\begin{aligned}\Phi_{i+1} =& \frac{1}{2}(x^*_{i+1}-x)^T V^{-1}(x^*_{i+1}-x) + \frac{1}{2}(a^*_{i+1}-a)^T W^{-1}(a^*_{i+1}-a)\\ &+\lambda^T\left(M_i + G_{ix}(x^*_{i+1}-\hat{x}_i) + G_{ia}(a^*_{i+1}-\hat{a}_i)\right)\end{aligned} \tag{3.132}$$

Cette fonction de Lagrange est extrémale pour $x^*_{i+1} = \hat{x}_{i+1}$ et $a^*_{i+1} = \hat{a}_{i+1}$ si :

$$V^{-1}(\hat{x}_{i+1}-x) + G_{ix}^T\lambda = 0 \tag{3.133}$$

$$W^{-1}(\hat{a}_{i+1}-a) + G_{ia}^T\lambda = 0 \tag{3.134}$$

$$M_i + G_{ix}(\hat{x}_{i+1}-\hat{x}_i) + G_{ia}(\hat{a}_{i+1}-\hat{a}_i) = 0 \tag{3.135}$$

Ce système d'équation est non linéaire et n'admet pas de solution analytique simple. C'est pourquoi on propose de restructurer ces équations de façon à exhiber une résolution itérative simple à mettre en oeuvre. On déduit de (3.133), (3.134) :

$$\hat{x}_{i+1} = x - VG_{ix}^T\lambda \tag{3.136}$$

$$\hat{a}_{i+1} = a - WG_{ia}^T\lambda \tag{3.137}$$

On suppose la régularité de $G_{ix}VG_{ix}^T + G_{ia}WG_{ia}^T$. Le report de (3.136) et (3.137) dans (3.135) donne :

$$\lambda = \left(G_{ix}VG_{ix}^T + G_{ia}WG_{ia}^T\right)^{-1}\left(M_i + G_{ix}(x-\hat{x}_i) + G_{ia}(a-\hat{a}_i)\right) \tag{3.138}$$

Ce système peut alors être résolu de façon itérative selon l'algorithme suivant :

- 1 : $i=0$ Initialisation $\hat{x}_{i=0} = x$, $\hat{a}_{i=0} = a$
- 2 : Calcul de $M(\hat{x}_i,\hat{a}_i)$
- 3 : Calcul de $G_x(\hat{x}_i,\hat{a}_i)$
- 4 : Calcul de $G_a(\hat{x}_i,\hat{a}_i)$
- 5 : Calcul de $\lambda = \left(G_{ix}VG_{ix}^T + G_{ia}WG_{ia}^T\right)^{-1}\left(-M_i + G_{ix}(\hat{x}_i - x) + G_{ia}(\hat{a}_i - a)\right)$
- 6 : Calcul de $\hat{x}_{i+1}, \hat{a}_{i+1}$ avec λ
- 7 : Test d'arrêt sur l'amplitude des gradients de Φ. Si le test n'est pas satisfait, $i = i+1$ et retour au point 2, sinon arrêt de l'algorithme.

3.4.5 Sensibilité de l'estimateur des valeurs vraies

Dans cette partie, nous allons nous intéresser à la sensibilité de l'estimateur défini précédemment. En effet, il est intéressant de connaître l'influence de petites variations des mesures et des valeurs des paramètres sur l'estimation des valeurs vraies. Si l'estimateur est trop sensible à ces variations, l'utilisateur peut être amené à remettre en doute la validité du modèle ou la qualité de ces mesures. Nous allons donc définir les propriétés statistiques élémentaires des estimations : espérance mathématique et variance.
Reformulons le cas d'un modèle non linéaire de dimension quelconque quand les mesures ainsi que les paramètres subissent une variation petite par rapport à leurs amplitudes et observons l'impact sur les estimations.
Soit C la fonction de log-vraisemblance :

$$C(x^*,x,a^*,a) = -\ln(\mathcal{V}(x^*,x,a^*,a)) = -\ln p(x^*,x) - \ln p(a^*,a) \tag{3.139}$$

de laquelle on extrait :

$$C_1(x^*,x) = \frac{1}{2}(x^*-x)^T V^{-1}(x^*-x) \tag{3.140}$$

$$C_2(a^*,a) = \frac{1}{2}(a^*-a)^T W^{-1}(a^*-a) \tag{3.141}$$

On a donc :

$$C(x^*,x,a^*,a) = C_1(x^*,x) + C_2(a^*,a) + cste \tag{3.142}$$

On fait l'hypothèse que les nouvelles estimations $\hat{x}+\delta\hat{x}$ et $\hat{a}+\delta\hat{a}$ sont suffisamment proches de $\hat{x}$ et $\hat{a}$ afin d'utiliser le développement limité du critère C au second ordre (3.143), ainsi que pour valider le développement limité au premier ordre des contraintes C_1 et C_2 (3.139) autour de $(\hat{x},\hat{a})$.
Le développement au second ordre de C est égal à la somme des développements de C_1 et C_2 (ces deux expressions étant vraiment très semblables, on se contentera de développer le calcul pour C_1

$$C_1(\hat{x}+\delta\hat{x},x+\delta x) \cong C_1(\hat{x},x) + \frac{\partial C_1(\hat{x},x)}{\partial \hat{x}^T}\delta\hat{x} + \frac{\partial C_1(\hat{x},x)}{\partial x^T}\delta x \tag{3.143}$$

$$+ \frac{1}{2}\left[\delta\hat{x}^T \frac{\partial^2 C_1(\hat{x},x)}{\partial\hat{x}\partial\hat{x}^T}\delta\hat{x} + 2\delta x^T \frac{\partial \frac{\partial C_1(\hat{x},x)}{\partial\hat{x}}}{\partial x^T}\delta\hat{x}\right. \tag{3.144}$$

$$\left. + \delta x^T \frac{\partial^2 C_1(\hat{x},x)}{\partial x^T \partial x^T}\delta x\right]$$

$$0 = M(\hat{x}+\delta\hat{x},\hat{a}+\delta\hat{a}) \cong M(\hat{x},\hat{a}) + G_x(\hat{x},\hat{a})\delta\hat{x} + G_a(\hat{x},\hat{a})\delta\hat{a} \tag{3.145}$$

Comme $\hat{x}$ et $\hat{a}$ sont des valeurs optimales du problème, cela implique :

$$M(\hat{x},\hat{a}) = 0 \tag{3.146}$$
$$\frac{\partial C_1(\hat{x},x)}{\partial \hat{x}} = 0 \tag{3.147}$$
$$\frac{\partial C_2(\hat{a},a)}{\partial \hat{a}} = 0 \tag{3.148}$$

Pour simplifier les écritures, on note H_1 le Hessien de C_1 :

$$H_1 = \frac{\partial^2 C_1(\hat{x},x)}{\partial \hat{x} \partial \hat{x}^T} \tag{3.149}$$
$$= V^{-1} \tag{3.150}$$

Compte tenu de l'expression de $C_1(\hat{x},x)$, on a :

$$\frac{\partial \frac{\partial C_1(\hat{x},x)}{\partial \hat{x}}}{\partial x^T} = -H_1 = -V^{-1} \tag{3.151}$$

Définissons la variation δq_1 :

$$\delta q_1 = -H_1 \delta x \tag{3.152}$$

Comme on fait l'hypothèse que les nouvelles estimations $\hat{x}+\delta\hat{x}$ et $\hat{a}+\delta\hat{a}$ sont proches de $\hat{x}$ et $\hat{a}$, elles doivent rendre extrémale le Lagrangien suivant :

$$\begin{aligned}\Phi(\hat{x}+\delta\hat{x},\hat{a}+\delta\hat{a}) &= C_1(\hat{x}+\delta\hat{x},x+\delta x)+C_2(\hat{a}+\delta\hat{a},a+\delta a)+\lambda^T M(\hat{x}+\delta\hat{x},\hat{a}+\delta\hat{a}) \\ &= \Phi(\hat{x},\hat{a})+\frac{1}{2}\delta\hat{x}^T H_1 \delta\hat{x}+\delta q_1^T \delta\hat{x}+\frac{1}{2}\delta\hat{a}^T H_2 \delta\hat{a} \\ &+ \delta q_2^T \delta\hat{a}+\lambda^T (G_x(\hat{x},\hat{a})\delta\hat{x}+G_a(\hat{x},\hat{a})\delta\hat{a})\end{aligned}$$

Par soucis de lisibilité, on pose $\hat{G}_x = G_x(\hat{x},\hat{a})$ et $\hat{G}_a = G_a(\hat{x},\hat{a})$.

Les conditions de stationnarité du Lagrangien au premier ordre vis-à-vis de sont les suivantes $\delta\hat{x}$, $\delta\hat{a}$ et λ :

$$H_1\delta\hat{x}+\delta q_1+\hat{G}_x^T\lambda = 0 \tag{3.153}$$
$$H_2\delta\hat{a}+\delta q_2+\hat{G}_a^T\lambda = 0 \tag{3.154}$$
$$\hat{G}_x\delta\hat{x}+\hat{G}_a\delta\hat{a} = 0 \tag{3.155}$$

On déduit des équations (3.153) et (3.154) :

$$\delta\hat{x} = -H_1^{-1}(\delta q_1+\hat{G}_x^T\lambda) \tag{3.156}$$
$$\delta\hat{a} = -H_2^{-1}(\delta q_2+\hat{G}_a^T\lambda) \tag{3.157}$$

En remplaçant les expressions (3.156) et (3.157) dans (3.155), on en déduit une valeur de λ :

$$\lambda = (\hat{G}_x H_1^{-1} \hat{G}_x^T + \hat{G}_a H_2^{-1} \hat{G}_a^T)^{-1} (\hat{G}_x \delta x + \hat{G}_a \delta a) \tag{3.158}$$

De cette valeur on arrive à exprimer la sensibilité des estimées de $\hat{x}$ et $\hat{a}$ due aux petites variations de mesures de x et des paramètres a :

$$\delta \hat{x} = \delta x - H_1^{-1} \hat{G}_x^T D^{-1} (\hat{G}_x \delta x + \hat{G}_a \delta a) \tag{3.159}$$

$$\delta \hat{a} = \delta a - H_2^{-1} \hat{G}_a^T D^{-1} (\hat{G}_x \delta x + \hat{G}_a \delta a) \tag{3.160}$$

avec

$$D = (\hat{G}_x H_1^{-1} \hat{G}_x^T + \hat{G}_a H_2^{-1} \hat{G}_a^T) \tag{3.161}$$

A partir de ces expressions, on peut formuler une expression approchée de la matrice de variance-covariance de $\hat{x}$ et de $\hat{a}$.

3.4.5.1 Variance-covariance de l'estimateur

Une expression approchée de la variance des estimées $\hat{x}$ des valeurs vraies x^* est :

$$V_{\hat{x}} \approx E(\delta \hat{x} \cdot \delta \hat{x}^T) \tag{3.162}$$

En remplaçant l'expression (3.159) dans (3.162) :

$$\begin{aligned} V_{\hat{x}} \approx\ & (I - H_1^{-1} \hat{G}_x^T D^{-1} \hat{G}_x) E(\delta x \cdot \delta x^T) (I - H_1^{-1} \hat{G}_x^T D^{-1} \hat{G}_x)^T \\ & + H_1^{-1} \hat{G}_x^T D^{-1} \hat{G}_a E(\delta a \cdot \delta a^T) \hat{G}_a^T D^{-1} \hat{G}_x H_1^{-1} \end{aligned} \tag{3.163}$$

Pour cet estimateur, on calcule la valeur de H_1 (3.149) grâce à l'expression de C_1 (3.140) :

$$H_1^{-1} = V \tag{3.164}$$

de même,

$$H_2^{-1} = W \tag{3.165}$$

En reportant ces éléments dans (3.163), on obtient :

$$V_{\hat{x}} \approx V - V \hat{G}_x^T D^{-1} \hat{G}_x V \tag{3.166}$$

et de la même manière :

$$V_{\hat{a}} \approx W - W \hat{G}_a^T D^{-1} \hat{G}_a W \tag{3.167}$$

Ces résultats expriment les variances des estimations des valeurs vraies en fonction des variances des mesures.

3.4.5.2 Variance-covariance des termes correctifs

Le calcul de la matrice de variance-covariance des termes correctifs est un élément important pour le diagnostic, puisqu'il va permettre de comparer les termes correctifs entre eux et ainsi il sera possible de détecter et d'isoler les erreurs de mesures. L'obtention de cette matrice s'obtient par un calcul semblable à celui effectué dans la partie précédente, en exprimant tout d'abord la variation des résidus δE_1 consécutive à une variation des mesures de δx ; ainsi en utilisant (3.159) :

$$E_1 = \hat{x} - x \tag{3.168}$$

$$\delta E_1 = \delta\hat{x} - \delta x \tag{3.169}$$

$$\delta E_1 = V\hat{G}_x^T D^{-1}(\hat{G}_x \delta x + \hat{G}_a \delta a) \tag{3.170}$$

Une expression approchée de la matrice de variance-covariance des termes correctifs E_1 est :

$$V_{E1} \approx E(\delta E_1 \cdot \delta E_1^T) \tag{3.171}$$

$$V_{E1} \approx V\hat{G}_x^T D^{-1}\hat{G}_x E(\delta x \cdot \delta x^T)\hat{G}_x^T D^{-1}\hat{G}_x V \tag{3.172}$$

$$+ \; V\hat{G}_x^T D^{-1}\hat{G}_a E(\delta a \cdot \delta a^T)\hat{G}_a^T D^{-1}\hat{G}_x V \tag{3.173}$$

$$V_{E1} \approx -V\hat{G}_x^T D^{-1}\hat{G}_x V \tag{3.174}$$

De la même manière on définit les termes correctifs E_2 entre estimées $\hat{a}$ et valeur des paramètres a et leur matrice de variance-covariance associée V_{E2} :

$$\delta E_2 = \delta\hat{a} - \delta a \tag{3.175}$$

$$V_{E2} \approx -W\hat{G}_a^T D^{-1}\hat{G}_a W \tag{3.176}$$

Comme déjà explicité précédemment, on peut définir les termes correctifs normalisés en divisant chaque terme correctif par son écart-type :

$$E_{n1}(i) = \frac{E_1(i)}{\sqrt{V(E_1(i,i))}} \tag{3.177}$$

$$E_{n2}(i) = \frac{E_2(i)}{\sqrt{V(E_2(i,i))}} \tag{3.178}$$

3.4.5.3 Application numérique

Considérons le système d'équations non linéaires par rapport aux variables d'état x et linéaires par rapport aux paramètres incertains a.

$$\begin{aligned} a_1^* x_1^* + (x_2^* - 3)x_3^* + (a_2^* - x_4^*)x_5^* &= 0 \\ a_3^* x_1^* + (a_4^* x_2^* x_4^* - x_5^*)x_3^* + 9 &= 0 \\ a_5^* x_1^* + a_6^* x_2^* x_3^* + a_7^* x_4^* + a_8^* x_5^* - 1 &= 0 \end{aligned}$$

Variable	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
Mesure	1.7	3.5	5.4	3.2	5.8
Ecart-type	0.2	0.4	0.5	0.3	0.6

Tableau 3.13 – Mesures et précisions des variables d'état

Paramètre	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
Valeur nominale	0.52	1.9	3.2	0.24	1.08	-0.47	1.06	0.94
Ecart-type	0.025	0.1	0.15	0.0125	0.05	0.025	0.05	0.05

Tableau 3.14 – Valeurs nominales et précisions des paramètres incertains

Les mesures de ces variables ainsi que leurs précisions sont données dans le tableau (3.13). De même le tableau (3.14) présente les mesures des paramètres incertains ainsi que leurs précision.
En utilisant l'algorithme développé dans la partie 3.4.3, on obtient les estimées données dans les tableaux 3.15 et 3.16.

Pour cet exemple, on initialise les valeurs par $\hat{a}_{i=0} = \frac{a}{4}$ et $\hat{x}_{i=0} = x$.

Variable	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
Mesure	1.7	3.5	5.4	3.2	5.8
Estimée	1.757	3.9	5.19	2.94	5.59
E_{n1}	0.97	1.3	-0.53	-1.08	-0.45

Tableau 3.15 – Estimées des variables d'état

Paramètre	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
Valeur nominale	0.52	1.9	3.2	0.24	1.08	-0.47	1.06	0.94
Estimée	0.52	1.94	3.2	0.24	1.08	-0.46	1.07	0.95
E_{n2}	1.44	1.44	0.4	0.4	0.75	0.75	0.75	0.75

Tableau 3.16 – Estimées des paramètres du modèle

On note que pour cet exemple, les estimées des variables et des paramètres sont assez proches respectivement de leurs mesures et de leurs valeurs nominales, puisque les mesures sont seulement soumises à un bruit blanc. Les termes correctifs normalisés entre mesure et estimées sont d'ailleurs bien compris entre -1.96 et 1.96, ce qui signifie qu'il n'y a pas de défaut de mesure. L'algorithme permet donc en partant de valeurs initiales inexactes des paramètres d'estimer celles-ci avec des valeurs proches des valeurs nominales.

3.4.6 Conclusion

Les bénéfices apportés en utilisant la validation de données sont importants dans l'étape d'optimisation du fonctionnement d'un système. En effet grâce à la technique de validation de

données développée dans cette partie, il est possible de mieux estimer les valeurs vraies du système ainsi que celles des paramètres du modèle afin de trouver des valeurs plus cohérentes avec le modèle. Cela est possible en prenant simplement en compte la connaissance du modèle et des fonctions de distribution des mesures et des paramètres incertains.

Avec cette méthode, les paramètres du modèle et les variables du système sont considérés de la même manière, on perd donc ici la notion de distinction entre paramètre et variable. Si les bruits de mesures des variables d'états sont importants, ces erreurs vont être reportées sur l'estimation des paramètres du modèle.

4

Amélioration du préréglage par adaptation des modèles

Sommaire

4.1 Introduction **88**
4.2 Estimation simultanée avec fenêtre d'observation glissante **88**
4.2.1 Objectifs principaux 88
4.2.2 Méthode proposée 89
4.2.3 Modèle du processus 89
4.2.4 Méthode d'estimation des variables d'état et des paramètres 90
4.2.5 Algorithme d'estimation 91
4.2.6 Implémentation pratique – estimation sur fenêtre glissante 92
4.2.7 Application numérique à un modèle simplifié du convertisseur 92
4.2.7.1 Modèle du système 92
4.2.7.2 Résultat 93
4.2.8 Mise à l'échelle des variables 95
4.2.9 Cas d'indisponibilité des mesures 97
4.2.9.1 Application numérique 99
4.2.9.2 Résultat 99
4.3 Rejet de valeurs aberrantes **99**
4.3.1 Estimation basée sur une distribution contaminée 103
4.3.1.1 Application numérique 104
4.3.2 Test statistique et modification dynamique de la variance 106
4.3.2.1 Application numérique 109
4.3.2.2 Résultat 110
4.4 Conclusion **112**

4.1 Introduction

Dans le premier chapitre, nous avons vu l'importance d'améliorer la qualité du préréglage d'un système. Pour cela, il est nécessaire de disposer d'une meilleure connaissance du modèle et de l'évolution de ses dégradations au cours du temps. Par conséquent, il est important de pouvoir valider la qualité des mesures collectées sur le système. En effet, pour avoir un suivi précis des paramètres du modèle, représentant les dégradations du système, et qui évoluent au cours du temps, il est nécessaire de disposer d'une certaine expérience concernant la physique du système, mais aussi principalement d'avoir des données valides permettant de décrire le plus rigoureusement possible son état. Dans ce chapitre, nous allons donc présenter une méthode de réconciliation de données permettant simultanément d'obtenir des données cohérentes vis-à-vis du modèle mais aussi permettant de remettre en cause certains de ces paramètres qui représentent les dégradations lentes du système. A partir du suivi de ces paramètres, leurs mises à jour, va permettre d'adapter le modèle pour améliorer l'étape du préréglage. De plus la réconciliation de données va offrir la possibilité de détecter et de localiser les capteurs en défauts, mais aussi d'obtenir des estimations des variables non mesurées.

4.2 Estimation simultanée avec fenêtre d'observation glissante

4.2.1 Objectifs principaux

La réconciliation de données et l'estimation paramétrique sont fondamentales pour l'optimisation en temps réel de ce type de procédé. Cependant, comme mentionné par Rolandi et Romagnoli [2006], les procédés décrivant des phénomènes physiques et chimiques sont complexes et difficiles à modéliser. En effet, la thermodynamique, les propriétés de transport et les vitesses de réaction sont difficiles à caractériser expérimentalement et font souvent l'objet d'incertitudes paramétriques. De plus, même si les mesures sont suffisamment nombreuses, cela n'empêche pas les systèmes d'instrumentation d'être entachés par différentes erreurs. L'optimisation en ligne permet de piloter un procédé autour d'un point de fonctionnement donné en lui fournissant des commandes optimales calculées en temps réel Faber *et al.* [2007]. Cependant, les algorithmes de commande ont besoin d'être alimentés par des données cohérentes. La méthode la plus classique pour traiter ce problème consiste à réconcilier les données du processus selon un critère de vraisemblance prenant en compte les contraintes du modèle, puis à estimer les paramètres du modèle à partir de ces valeurs réconciliées. Une alternative à ce traitement en deux étapes consiste à développer des stratégies qui traitent simultanément la réconciliation de données et l'estimation paramétrique Rod et Hancil [1980] ; Tjoa et Biegler [1991] ; Joe *et al.* [2004].

Dans ce qui suit, ce traitement est effectué en utilisant une approche de type maximum de vraisemblance appliquée sur une fenêtre d'observation glissante. Afin de réduire la sensibilité des estimés aux incertitudes de mesures, on considère les paramètres comme constants sur une fenêtre d'observation.

Les estimés des paramètres peuvent être utilisés soit pour mettre à jour le modèle du système, soit pour détecter des variations anormales des paramètres du modèle dues par exemple à l'encrassement, à la corrosion ou encore à la dégradation du processus.

4.2.2 Méthode proposée

Comme les paramètres des systèmes physiques sont souvent sujets à des évolutions lentes, l'estimation des variables d'état et des paramètres est effectuée sur une fenêtre d'observation glissante. Pour chaque fenêtre d'observation, on fait l'hypothèse que les paramètres sont constants alors que les variables d'état évoluent continûment.

La méthode de réconciliation de données et d'estimation paramétrique simultanée ainsi que l'algorithme correspondant sont tout d'abord présentés sur une fenêtre d'observation de longueur N . Ensuite, on s'attachera à décrire l'implémentation de cette méthode basée sur l'utilisation d'une fenêtre d'observation glissante.

4.2.3 Modèle du processus

Le modèle est décrit par un ensemble d'équations non linéaires par rapport au vecteur des variables d'état de valeurs vraies x_i^* et au vecteur des paramètres de valeurs vraies a^*

$$F(x_i^*, a^*) = 0, \quad i \in [1, N] \tag{4.1}$$

$$x_i^* \in \Re^v, \quad a^* \in \Re^p, \quad F : \Re^{v+p} \to \Re^n$$

une équation d'observation

$$x_i = x_i^* + \varepsilon_{xi}, \quad i \in [1, N] \tag{4.2}$$

une connaissance "a priori" des paramètres du modèle

$$a = a^* + \varepsilon_a \tag{4.3}$$

Les mesures x_i des valeurs vraies x_i^* sont disponibles pour les N réalisations. Pour le vecteur des paramètres a^*, la connaissance "a priori" est également formulée sous la forme d'une équation d'observation. Les paramètres sont décrits par leurs valeurs nominales et entachés d'un "pseudo-bruit", cette formulation permettant d'exprimer de la même manière, la fonction de densité de probabilité des variables d'état et des paramètres, comme suit :

$$p(x_i) = \frac{1}{(2\pi)^{v/2} \det(V)^{1/2}} e^{-\frac{1}{2}(x_i^* - x_i)^T V^{-1} (x_i^* - x_i)} \tag{4.4}$$

$$p(a) = \frac{1}{(2\pi)^{p/2} \det(W)^{1/2}} e^{-\frac{1}{2}(a^* - a)^T W^{-1} (a^* - a)} \tag{4.5}$$

où V et W sont les matrices de variance-covariance respectivement des variables et des paramètres. Les distributions des erreurs de mesures et celle des paramètres sont supposés être indépendantes.

4.2.4 Méthode d'estimation des variables d'état et des paramètres

Le problème traité concerne l'estimation des valeurs vraies des variables d'état et des paramètres du modèle basée sur la connaissance des mesures (4.2), la connaissance "a priori" des paramètres (4.3) et le modèle décrivant le processus (4.1). L'estimation peut être effectuée grâce au principe du maximum de vraisemblance. En prenant en compte le fait que les erreurs de mesures sont indépendantes, la fonction de vraisemblance $\mathcal{V}$ des grandeurs vraies s'explicite :

$$\mathcal{V} = p_a \prod_{i=1}^{N} p_{xi} \tag{4.6}$$

Les estimées $\hat{x}_i, \hat{a}$ des valeurs vraies maximisent cette fonction $\mathcal{V}$ par rapport à x_i^* et a^* sous respect de la satisfaction de la contrainte (4.1). Soit Φ la fonction de Lagrange associée à la fonction de log-vraisemblance et à la contrainte à satisfaire :

$$\Phi = \ln \mathcal{V} + \sum_{i=1}^{N} \lambda_i^T F(x_i^*, a^*) \tag{4.7}$$

où les $\lambda_i \in \Re^n$ sont les paramètres de Lagrange.

L'optimisation de la fonction Φ peut être effectuée en utilisant un algorithme itératif s'appuyant sur une linéarisation des contraintes (4.1) autour de solutions intermédiaires. Pour toutes les réalisations $i \in [1, N]$, à l'itération j, on suppose disposer d'un couple de solutions $\{\hat{x}_{i,j}, \hat{a}_j\}$. Cette solution va être améliorée au cours d'itérations successives. A l'itération $j+1$, pour un couple de solutions $\{\hat{x}_{i,j+1}, \hat{a}_{j+1}\}$ le développement limité au premier ordre de la contrainte autour de $\{\hat{x}_{i,j}, \hat{a}_j\}$ est :

$$F(\hat{x}_{i,j+1}, \hat{a}_{j+1}) = F(\hat{x}_{i,j}, \hat{a}_j) + G_x(\hat{x}_{i,j}, \hat{a}_j)(\hat{x}_{i,j+1} - \hat{x}_{i,j}) + G_a(\hat{x}_{i,j}, \hat{a}_j)(\hat{a}_{j+1} - \hat{a}_j) \tag{4.8}$$

avec les matrices Jacobiennes suivantes :

$$G_x(\hat{x}_{i,j}, \hat{a}_j) = \left. \frac{\partial F(x_i^*, a^*)}{\partial x_i^{*T}} \right|_{x_i^* = \hat{x}_{i,j}, a^* = \hat{a}_j} \tag{4.9a}$$

$$G_a(\hat{x}_{i,j}, \hat{a}_j) = \left. \frac{\partial F(x_i^*, a^*)}{\partial a^{*T}} \right|_{x_i^* = \hat{x}_{i,j}, a^* = \hat{a}_j} \tag{4.9b}$$

Par la suite, pour plus de lisibilité, les expressions (4.8) et (4.9) sont notées F_i, G_{ix}, G_{ia}. A l'itération $j+1$, le problème d'estimation se résume à la recherche des extremums de la fonction Φ_{j+1} par rapport à $x_{i,j+1}^*$, a_{j+1}^* et λ_i :

$$\begin{aligned}\Phi_{j+1} = \Phi_0 &- \frac{1}{2}(a_{j+1}^* - a)^T W^{-1}(a_{j+1}^* - a) - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}(x_{i,j+1}^* - x_i)^T V^{-1}(x_{i,j+1}^* - x_i) \\ &+ \sum_{i=1}^{N} \lambda_i^T \left(F_i + G_{ix}(x_{i,j+1}^* - \hat{x}_{i,j}) + G_{ia}(a_{j+1}^* - \hat{a}_j)\right)\end{aligned} \tag{4.10}$$

où Φ_0 est la partie constante de la fonction de Lagrange (4.7).

Cette fonction de Lagrange présente un extremum pour $x^*_{i,j+1} = \hat{x}_{i,j+1}$ et $a^*_{j+1} = \hat{a}_{j+1}$ si :

$$\frac{\partial \Phi_{j+1}}{\partial x^*_{i,j+1}} = 0 \ , \quad \frac{\partial \Phi_{j+1}}{\partial a^*_{j+1}} = 0 \ , \quad \frac{\partial \Phi_{j+1}}{\partial \lambda_i} = 0 \tag{4.11}$$

Le système d'équation (4.11) s'explicite :

$$-V^{-1}(\hat{x}_{i,j+1} - x_i) + G^T_{ix}\lambda_i = 0 \tag{4.12}$$

$$-W^{-1}(\hat{a}_{j+1} - a) + \sum_{i=1}^{N} G^T_{ia}\lambda_i = 0 \tag{4.13}$$

$$F_i + G_{ix}(\hat{x}_{i,j+1} - \hat{x}_{i,j}) + G_{ia}(\hat{a}_{j+1} - \hat{a}_j) = 0 \tag{4.14}$$

A partir des équations (4.12), (4.13), (4.14), on montre que :

$$\hat{a}_{j+1} = R^{-1}W \sum_{i=1}^{N} G^T_{ia}(G_{ix}VG^T_{ix})^{-1}(G_{ix}(\hat{x}_{i,j} - x_i) - F_i + G_{ia}\hat{a}_j) + R^{-1}a \tag{4.15}$$

$$\hat{x}_{i,j+1} = x_i + VG^T_{ix}(G_{ix}VG^T_{ix})^{-1}\big(G_{ix}(\hat{x}_{i,j} - x_i) - F_i - G_{ia}(\hat{a}_{j+1} - \hat{a}_j)\big) \tag{4.16}$$

avec

$$R = I + W \sum_{i=1}^{N} G^T_{ia}(G_{ix}VG^T_{ix})^{-1}G_{ia} \tag{4.17}$$

On fera l'hypothèse que R est régulière.

Les estimées $\hat{x}_i$ et $\hat{a}$ dépendantes de x_i et a sont obtenues par itérations successives sous réserve de convergence de l'algorithme (l'analyse de la convergence peut être basée sur la norme des matrices Jacobiennes G_{ix} et G_{ia}).

4.2.5 Algorithme d'estimation

Pour une fenêtre d'observation de longueur N, un algorithme basé sur la méthode développée dans la partie précédent s'écrit :

- 1 : Initialisation $j = 0, \forall i \in [1;N], \hat{x}_{i,j} = x_i$ et $\hat{a}_j = a$
- 2 : Calcul de F_i, G_{ix} et G_{ia} en utilisant (4.8), (4.9a) et (4.9b).
- 3 : Calcul de $\hat{a}_{j+1}$ en utilisant (4.15)
- 4 : Calcul de $\hat{x}_{i,j+1}$ en utilisant (4.16)
- 5 : Test sur les normes de G_{ix} et G_{ia}. Si le test n'est pas satisfait, $j = j+1$ et retour au point 2, sinon point 6.

– 6 : Mise à jour des estimées des variables et des paramètres $\hat{a} = \hat{a}_{j+1}$ et $\hat{x}_i = \hat{x}_{i,j+1}$, $\forall i \in [1;N]$

Cet algorithme fournit des estimées des paramètres et des variables d'état cohérentes pour une fenêtre donnée d'observation de longueur N. Examinons maintenant l'implémentation pratique de cet algorithme.

4.2.6 Implémentation pratique – estimation sur fenêtre glissante

Afin de suivre l'évolution dans le temps des paramètres du système, l'algorithme proposé est implémenté en utilisant une fenêtre d'observation glissante. Considérons tout d'abord une première fenêtre d'observation de longueur N. Posons $a^{(N)}$ la valeur nominale *a priori* du vecteur des paramètres (donnée par l'utilisateur) pour cette fenêtre d'observation. A partir de la connaissance de $x_1,\ldots,x_N$ et $a^{(N)}$, l'algorithme proposé fournit les estimées $\hat{x}_1,\ldots,\hat{x}_N$ et $\hat{a}^{(N)}$. La fenêtre d'observation est alors décalée d'une observation. Sur la base de la connaissance des mesures $x_2,\ldots,x_{N+1}$ et de la valeur de l'estimée précédente du vecteur des paramètres $\hat{a}^{(N)}$ qui sert de valeur nominale pour cette nouvelle fenêtre d'observation, l'algorithme fournit les estimées $\hat{x}_{N+1}$ et $\hat{a}^{(N+1)}$. Ce processus, illustré sur la figure 4.1, est réitéré en fonction de la disponibilité d'un nouveau jeu de mesure au cours du temps.

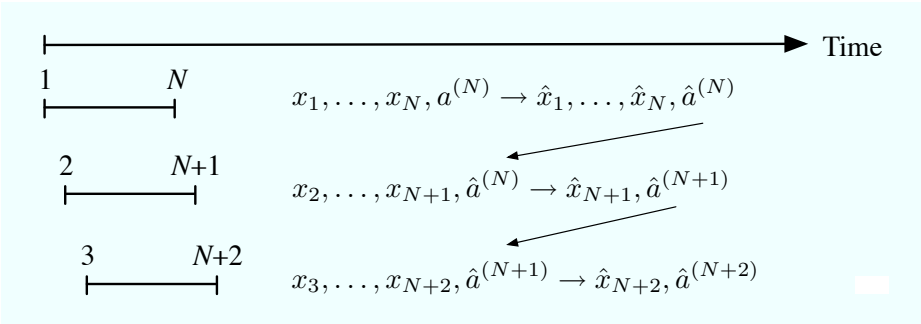

Figure 4.1 – Principe de l'estimation sur fenêtre glissante

4.2.7 Application numérique à un modèle simplifié du convertisseur

La méthode proposée d'estimation simultanée des variables d'état et des paramètres a été appliquée à un système non linéaire représentant un modèle simplifié de convertisseur à oxygène.

4.2.7.1 Modèle du système

A cause de la nature aléatoire des réactions chimiques interagissant dans le laitier non-homogène, ou à l'usure des briques réfractaires formant le convertisseur, le modèle du système est imprécis. C'est pourquoi certains des paramètres du modèle ont besoin d'être estimés simultanémment avec les variables d'état. Comme décrit dans le chapitre 1, le modèle est issu de

l'application de bilans massiques et thermiques dont une forme simplifiée peut être :

$$\begin{aligned} 0.5x_1^* + (-3 + x_2^*)x_3^* + (a_1^* - x_4^*)x_5^* &= 0 \\ 3x_1^* + (0.25x_2^*x_4^* - x_5^*)x_3^* + 9 &= 0 \\ x_1^* - 0.5x_2^*x_3^* + x_4^* + a_2^*x_5^* - 1 &= 0 \end{aligned}$$

La première équation représente le bilan massique en fer, où x_1, x_3, x_5 sont des quantités de matière, x_2 et x_4 des pourcentages massiques en élément fer et a_1 un paramètre qui évolue avec le temps. La seconde équation décrit un bilan thermique et la troisième un bilan massique pour un autre élément chimique.

Nous disposons des mesures du vecteur des variables d'état x_i pour 200 réalisations. Leurs précisions (constantes pour l'ensemble des réalisations) sont données dans le tableau 4.1. Pour cet exemple, on souhaite suivre l'évolution des valeurs des deux paramètres a_1^* et a_2^*, les autres étant supposés constants et connus. La connaissance "a priori" sur les paramètres a_1 et a_2 est donnée dans le tableau 4.2.

Variable	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
Valeur mini.	0.98	0.92	−3.11	0.94	−20.88
Valeur maxi.	10.19	10.32	−0.73	4.22	−4.64
Ecart-type	0.32	0.84	0.12	0.25	0.99

Tableau 4.1 – Plage de variation et précisions des variables mesurées

Paramètre	a_1	a_2
Valeur nominale	2	1
Ecart-type	0.1	0.05

Tableau 4.2 – Connaissance "a priori" des paramètres

4.2.7.2 Résultat

Pour valider la méthode proposée, nous disposons d'une base de données composée de mesures et de valeurs vraies des paramètres évoluant au cours du temps, créée pour un ensemble de 200 réalisations. L'algorithme d'estimation simultanée des paramètres et des états, décrit à la section 4.2.5, a été appliqué sur cette base de données avec les valeurs nominales des paramètres (données dans la table 4.2) et la connaissance du modèle. Les données provenant d'une base de données simulées, on peut facilement évaluer la performance de l'estimation paramétrique en comparant les estimées des paramètres avec leurs valeurs vraies. Pour les deux paramètres a_1 et a_2, les résultats sont donnés sur les figures 4.2 et 4.3 quand la longueur de la fenêtre d'observation est fixée à 20. Sur ces graphiques, en abscisse, on peut remarquer que l'on débute à l'observation 20 puisque que la fenêtre d'observation glissante est de cette taille et que l'algorithme d'estimation simultanée des variables et des paramètres travaille dans le cas présent avec les données des 20 dernières observations. Les estimées des paramètres sont proches des valeurs vraies.

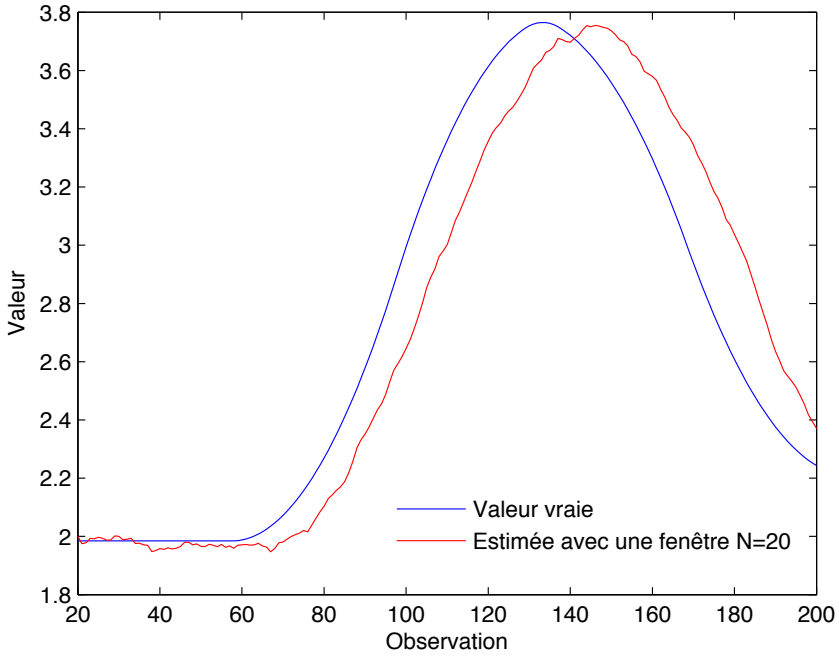

Figure 4.2 – Estimation du paramètre a_1

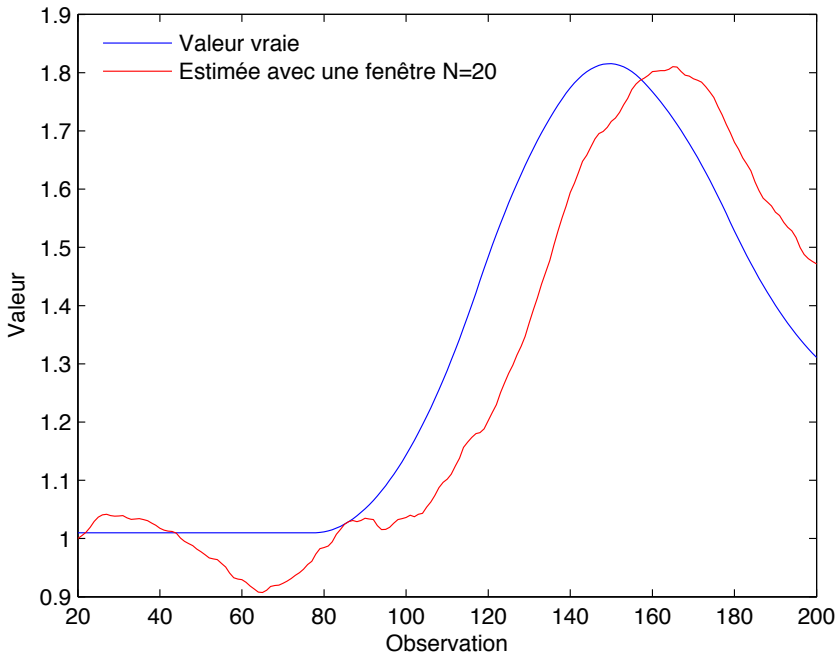

Figure 4.3 – Estimation du paramètre a_2

Les figures 4.4 et 4.5 montrent les mesures des variables d'état x_1 et x_5 et leurs estimations

dans la partie haute. Dans la partie basse, il s'agit des valeurs absolues des termes correctifs normalisées. Comme les mesures ne comportent pas d'erreurs, les estimations sont très proches des mesures.

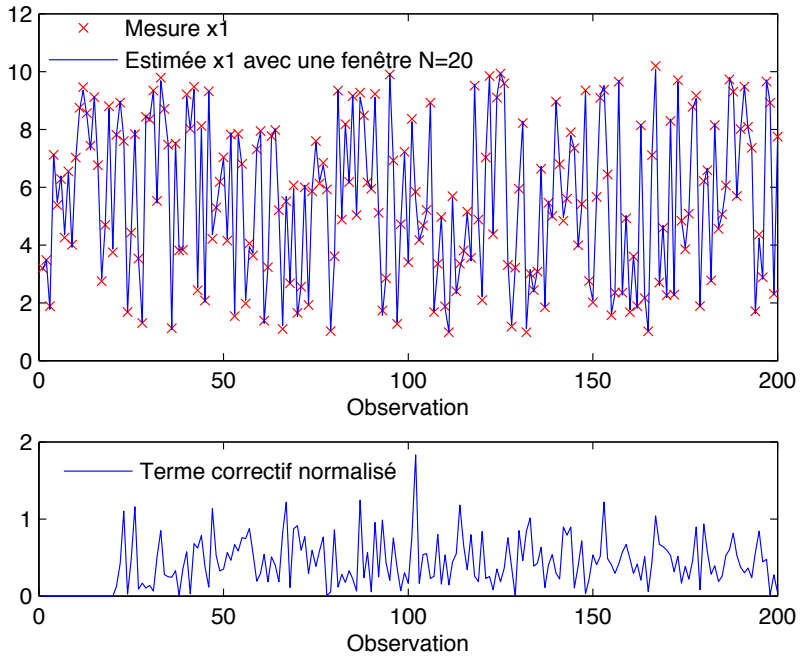

Figure 4.4 – Mesure et estimée de x_1

4.2.8 Mise à l'échelle des variables

Dans beaucoup de processus industriels, les chaînes d'instrumentation fournissent des mesures de variables évoluant dans des plages de variations très différentes.

L'application des méthodes de réconciliation de données en ligne ou des méthodes d'optimisation nécessitent qu'elles soient efficaces et numériquement robustes. Pour éviter d'avoir des difficultés lors des étapes de calcul numérique et pour rendre ce type d'application robuste, il est approprié d'utiliser une étape préalable de mise à l'échelle avant n'importe quelle méthode d'estimation.

En effet, la performance en terme de temps de calcul dépend de la rapidité de convergence de l'algorithme. Les algorithmes de réconciliation de données étant généralement basés sur des méthodes de descente de gradient, si le pas d'itération de l'algorithme est mal choisi alors la recherche du minimum du critère d'optimisation est difficile à obtenir. Comme mentionné par Lid [2007], une bonne mise à l'échelle des variables, ou conditionnement des variables, permet le plus souvent d'améliorer la convergence. On peut remarquer que cette étape peut être réalisée hors-ligne. Ainsi, la complexité informatique de la mise à l'échelle elle-même n'est pas très

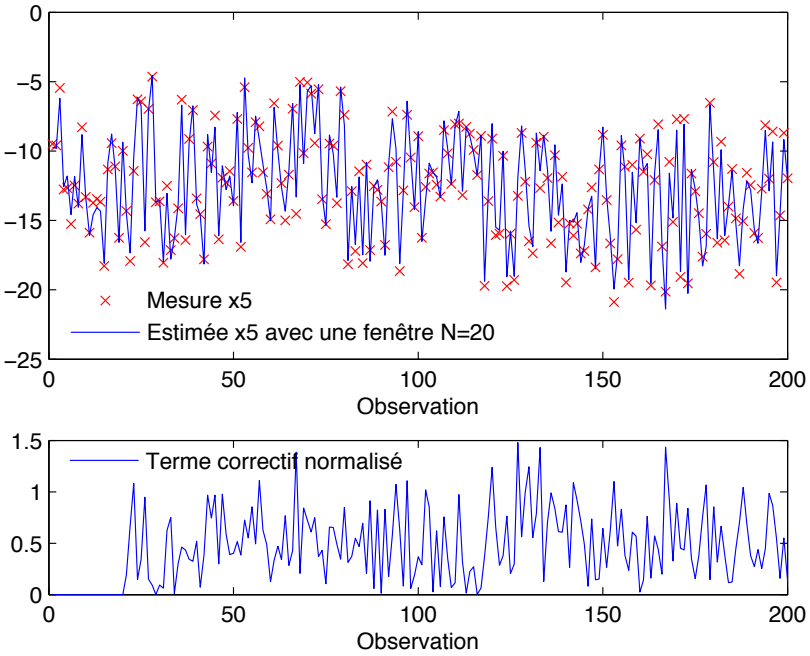

Figure 4.5 – Mesure et estimée de x_5

importante.

Un problème d'optimisation sans contrainte est dit mal conditionné si un changement de x_i (respectivement de a) dans une direction produit une plus grande modification sur la valeur $F = F(x_i, a)$ que pour les autres directions (Nocedal et Wright [1999]). Cette définition peut-être étendue par défaut au cas de problème d'optimisation sous contraintes même si elle n'est pas aussi claire. Ainsi un mauvais conditionnement des variables favorise la génération de plus nombreuses erreurs d'approximation qui peuvent dégrader les performances de l'algorithme Lid [2007].

La mise à l'échelle consiste à effectuer des changements de variables pour qu'elles évoluent toutes dans une plage d'excursion semblable. Le modèle du processus adapté à la méthode proposée d'estimation simultanée avec fenêtre d'observation glissante s'écrit :

$$\tilde{F}(\tilde{x}_i, \tilde{a}) = 0 \tag{4.18}$$

avec le vecteur des variables réduites $\tilde{x}_i = S_{vx}^{-1} x_i$ et le vecteur des paramètres réduits $\tilde{a} = S_{va}^{-1} a$. Ce modèle peut donc s'écrire $\tilde{F}(\tilde{x}, \tilde{a}) = S_n F(S_{vx}\tilde{x}_i, S_{va}\tilde{a})$ où S_{vx}, S_{va} et S_n sont des matrices diagonales fixes de mise à l'échelle.

Les facteurs de mise à l'échelle sont choisis comme les réciproques des puissances entières de 10 de la valeur des termes ou groupes de termes liés aux variables et paramètres correspondants :

$$S_{vx}(j,j) = 10^{-k_j},\ k_j = \mathrm{int}(\log_{10} \left|(\bar{x})_j\right|),\ j = 1, \ldots, v \tag{4.19}$$

où $\bar{x}$ est la valeur moyenne d'un jeu de vecteurs de mesure x_i, et $(\ )_j$ est la j-ème composante :

$$S_{va}(j,j) = 10^{-k_j},\ k_j = \mathrm{int}(\log_{10}\left|(a)_j\right|),\ j = 1,...,p \tag{4.20}$$

Pour la matrice de conditionnement S_n, nous avons choisi d'utiliser une puissance de 2 au lieu de 10, parce que les valeurs des résidus sont souvent déjà proches les unes des autres.

$$S_n(j,j) = 2^{-k_j},\ k_j = \mathrm{int}(\log_2\left|(f(\bar{x},a))_j\right|),\ j = 1,...,n \tag{4.21}$$

Cette méthode de conditionnement a un impact notable sur le calcul des matrices jacobiennes :

$$\tilde{G}_{ix} = S_n G_{ix} S_{vx}, \quad \tilde{G}_{ia} = S_n G_{ia} S_{va} \tag{4.22}$$

et sur les matrices de variance-covariance :

$$\tilde{V} = S_{vx}^{-1} V S_{vx}^{-1}, \quad \tilde{W} = S_{va}^{-1} W S_{va}^{-1} \tag{4.23}$$

4.2.9 Cas d'indisponibilité des mesures

En milieu industriel, il arrive très souvent que certaines mesures deviennent indisponibles. Ce phénomène peut être dû à une panne de capteur, à un retard dans la prise de mesure, par exemple, un échantillon de matière pas encore analysé au moment du diagnostic.
Cela nécessite une modification de l'équation d'observation (4.2) avec l'ajout de matrices d'observation H_i :

$$y_i = H_i x_i^* + \varepsilon_{xi},\ \ i \in [1,N] \tag{4.24}$$

avec y_i le vecteur des mesures des variables d'état à l'observation i.

En employant la même méthode que dans la partie 4.2.4, la modification de l'équation d'observation se répercute sur l'expression du lagrangien pour l'itération $j+1$ (4.10) comme suit :

$$\begin{aligned}\Phi_{j+1} = \Phi_0 &- \frac{1}{2}(a-a_{j+1}^*)^T W^{-1}(a-a_{j+1}^*) - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}(y_i - H_i x_{i,j+1}^*)^T V^{-1}(y_i - H_i x_{i,j+1}^*) \\ &+ \sum_{i=1}^{N}\lambda_i^T\left(F_i + G_{ix}(x_{i,j+1}^* - \hat{x}_{i,j}) + G_{ia}(a_{j+1}^* - \hat{a}_j)\right)\end{aligned} \tag{4.25}$$

De la même manière, la recherche de l'extremum de cette fonction mène à un système modifié par rapport à (4.12 à 4.14)

$$-H_i^T V^{-1}(y_i - H_i\hat{x}_{i,j+1}) + G_{ix}^T\lambda_i = 0 \tag{4.26}$$

$$-W^{-1}(a - \hat{a}_{j+1}) + \sum_{i=1}^{N} G_{ia}^T\lambda_i = 0 \tag{4.27}$$

$$F_i + G_{ix}(\hat{x}_{i,j+1} - \hat{x}_{i,j}) + G_{ia}(\hat{a}_{j+1} - \hat{a}_j) = 0 \tag{4.28}$$

Pour résoudre ce système, on prémultiplie d'abord l'équation (4.28) par G_{ix}^T, puis on l'ajoute à l'expression (4.26), ce qui donne :

$$\hat{x}_{i,j+1} = R_i^{-1}(H_i^T V^{-1} y_i + G_{ix}^T G_{ix} \hat{x}_{i,j} - G_{ix}^T F_i - G_{ix}^T G_{ia}(\hat{a}_{j+1} - \hat{a}_j) - G_{ix}^T \lambda_i) \tag{4.29}$$

avec

$$R_i = H_i^T V^{-1} H_i + G_{ix}^T G_{ix} \tag{4.30}$$

Le report de l'expression (4.29) dans (4.28) donne :

$$\begin{aligned} G_{ix} R_i^{-1}(H_i^T V^{-1} y_i + G_{ix}^T G_{ix} \hat{x}_{i,j} - G_{ix}^T F_i - G_{ix}^T G_{ia}(\hat{a}_{j+1} - \hat{a}_j) - G_{ix}^T \lambda_i) \\ = G_{ix} \hat{x}_{i,j} - F_i - G_{ia}(\hat{a}_{j+1} - \hat{a}_j) \end{aligned} \tag{4.31}$$

Ce qui fournit l'expression de λ_i :

$$\lambda_i = (I - S_i^{-1})(G_{ix} \hat{x}_{i,j} - F_i - G_{ia}(\hat{a}_{j+1} - \hat{a}_j)) + S_i^{-1} G_{ix} R_i^{-1} H^T V^{-1} y_i \tag{4.32}$$

avec

$$S_i = G_{ix} R_i^{-1} G_{ix}^T \tag{4.33}$$

En reportant 4.32 dans (4.27), on obtient :

$$\hat{a}_{j+1} = a + W \sum_{i=1}^{N} G_{ia}^T \left((I - S_i^{-1})(G_{ix} \hat{x}_{i,j} - F_i - G_{ia}(\hat{a}_{j+1} - \hat{a}_j)) + S_i^{-1} G_{ix} R_i^{-1} H_i^T V^{-1} y_i \right) \tag{4.34}$$

Ce qui nous permet d'exprimer $\hat{a}_{j+1}$

$$\hat{a}_{j+1} = T_i^{-1} \left(a + W \sum_{i=1}^{N} G_{ia}^T ((I - S_i^{-1})(G_{ix} \hat{x}_{i,j} - F_i + G_{ia} \hat{a}_j) + S_i^{-1} G_{ix} R_i^{-1} H_i^T V^{-1} y_i) \right) \tag{4.35}$$

avec

$$T_i = I + W \sum_{i=1}^{N} G_{ia}^T (I - S_i^{-1}) G_{ia} \tag{4.36}$$

En reportant les expressions (4.32) et (4.35) dans (4.29), on obtient l'estimée $\hat{x}_{i,j+1}$:

$$\begin{aligned} \hat{x}_{i,j+1} =& (I - G_{ix}^T S_i^{-1} G_{ix} R_i^{-1}) H_i^T V^{-1} y_i + G_{ix}^T S_i^{-1} (G_{ix} \hat{x}_{i,j} + G_{ia} \hat{a}_j - F_i) \\ & - G_{ix}^T S_i^{-1} G_{ia} T_i^{-1} W \sum_{i=1}^{N} G_{ia}^T ((I - S_i^{-1})(G_{ix} \hat{x}_{i,j} + G_{ia} \hat{a}_j - F_i) + S_i^{-1} G_{ix} R_i^{-1} H_i^T V^{-1} y_i) \end{aligned} \tag{4.37}$$

La solution est alors déterminée en employant le même algorithme d'estimation que celui décrit dans la partie 4.2.5.

4.2.9.1 Application numérique

On considère le modèle utilisé dans l'application numérique précédente 4.2.7.1.

$$\begin{aligned} 0.5x_1^* + (-3 + x_2^*)x_3^* + (a_1^* - x_4^*)x_5^* &= 0 \\ 3x_1^* + (0.25x_2^*x_4^* - x_5^*)x_3^* + 9 &= 0 \\ x_1^* - 0.5x_2^*x_3^* + x_4^* + a_2^*x_5^* - 1 &= 0 \end{aligned}$$

avec les équations d'observation :

$$y_i = H_i x_i^* + \varepsilon_{xi}$$

Les mesures y_i du vecteur des variables d'état ont été créées pour 200 réalisations et leurs indisponibilités pendant ces 200 observations sont répertoriées dans le tableau 4.3, pour toutes les autres observations toutes les mesures sont disponibles ($H_i = I$). Leurs précisions (constantes pour l'ensemble des réalisations) sont données dans le tableau 4.4. Pour cet exemple, on souhaite donc pouvoir estimer les variables d'état du système même en l'absence de mesures mais également suivre l'évolution des valeurs des deux paramètres a_1^* et a_2^*.

Mesure	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
Indisponibilité	$21-40$	$61-80$	$101-120$	$141-160$	$181-200$

Tableau 4.3 – Indisponibilité des mesures

Variable	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
Ecart-type	0.16	0.16	0.37	0.15	0.26

Tableau 4.4 – Précision des variables mesurées

4.2.9.2 Résultat

La figure 4.6 montre les mesures y_1 à y_5 des variables d'état et de leurs estimées. On note que la méthode permet, même lorsque que l'on ne dispose pas des mesures (zone pastel encadré en rouge sur la figure), d'estimer correctement les variables d'état du système.

Pour les deux paramètres a_1 et a_2, les résultats sont donnés sur les figures 4.7 et 4.8 pour une longueur de fenêtre d'observation fixée à 20. Comme il s'agit de données simulées, on peut facilement observer la performance de l'estimation paramétrique en comparant les estimées des paramètres avec leurs valeurs vraies. On peut observer que malgré les absences temporaires de mesures, les estimées des paramètres sont proches des valeurs vraies.

4.3 Rejet de valeurs aberrantes

En statistique, une donnée aberrante est une observation qui est numériquement éloignée du reste des données. Dans son article, Grubbs [1969] a défini une valeur aberrante (outlier en

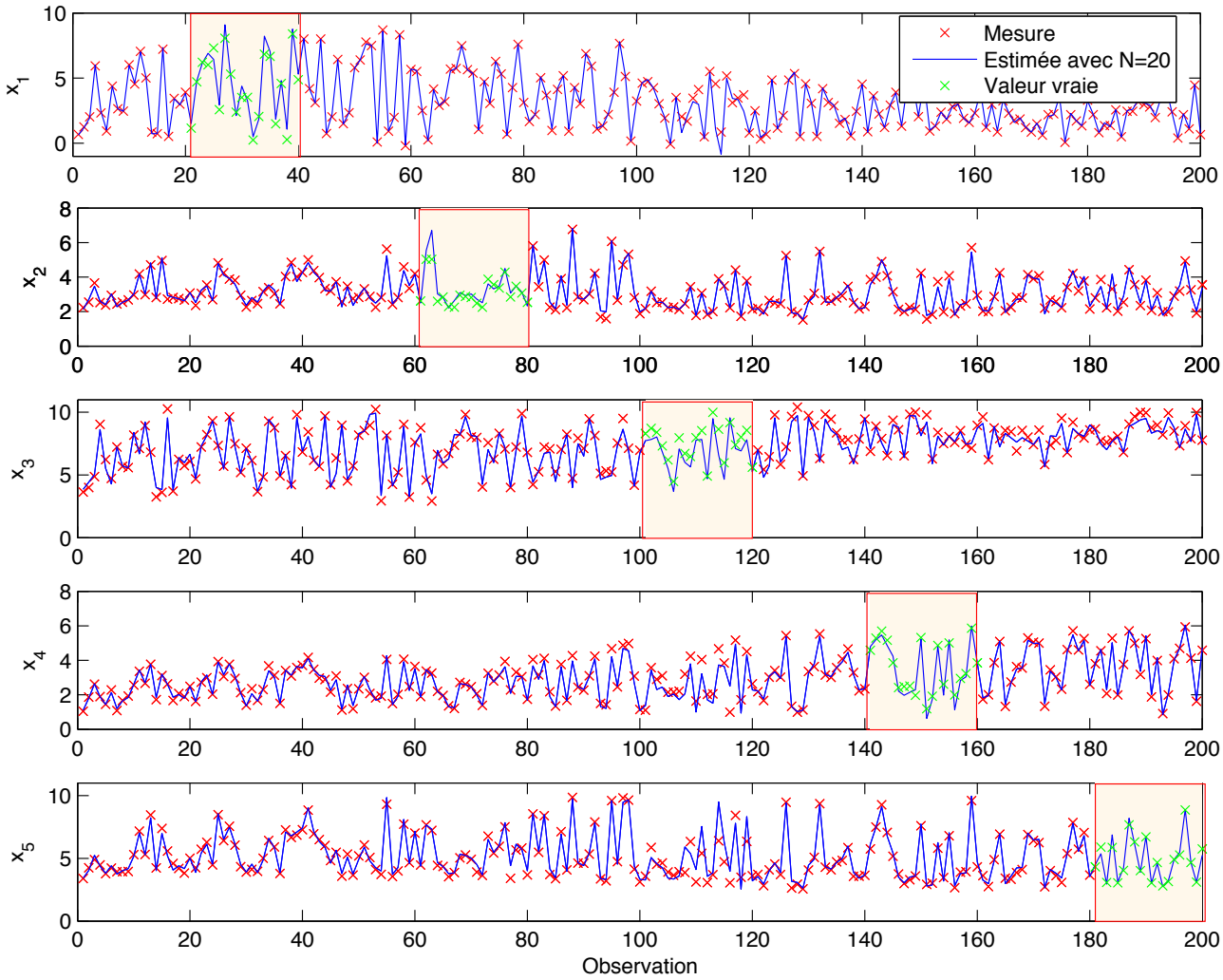

Figure 4.6 – Mesure et estimée des variables d'état

anglais) comme (en voici une traduction) :
"Une observation excentrée, ou donnée aberrante, est une donnée qui semble dévier manifestement par rapport aux autres données de l'échantillon dans lequel elle intervient"

Une interprétation naïve des statistiques tirée des jeux de données incluant des données aberrantes peut mener à de fausses conclusions. Un exemple, présenté ci-après, est d'observer l'impact de la prise en compte des données aberrantes dans le cas d'un modèle linéaire. Les résultats sont présentés dans les figures 4.9 et 4.10. Dans la première, on utilise l'ensemble des données, y compris les deux points de mesures largement excentrées (o). La régression linéaire appliquée sur l'échantillon complet de mesures, provoque un décalage du modèle vis-à-vis de la connaissance théorique du modèle initial. Les données réconciliées sont alors décalées pour

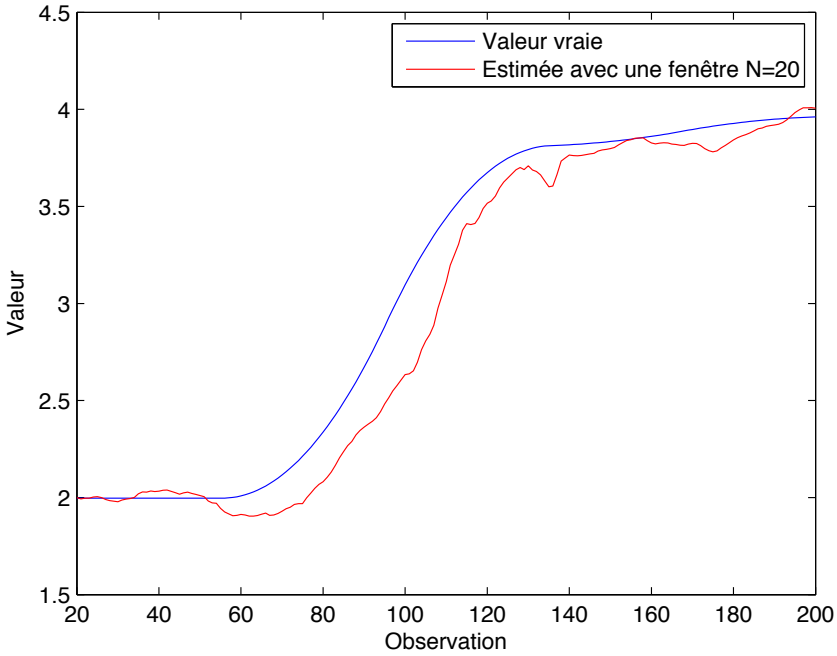

Figure 4.7 – Estimation du paramètre a_1

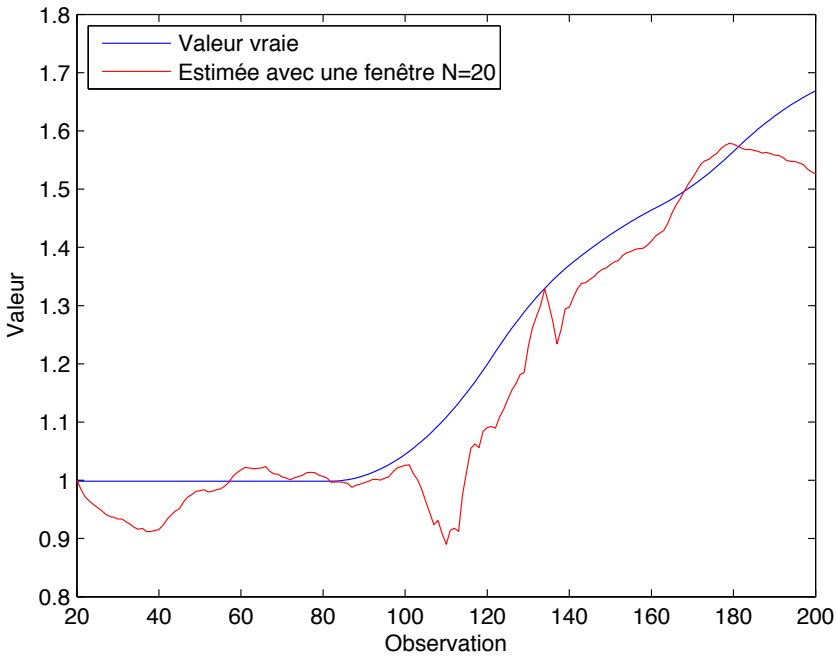

Figure 4.8 – Estimation du paramètre a_2

être en phase avec le modèle estimé ($\times$), qui ne reflète pas vraiment le système, alors que sur

la figure 4.10, les données aberrantes sont écartées de l'échantillon pour l'étape de régression linéaire. Le modèle estimé est alors correct et les données réconciliées avec ce modèle reflètent mieux la réalité que les mesures bruitées.

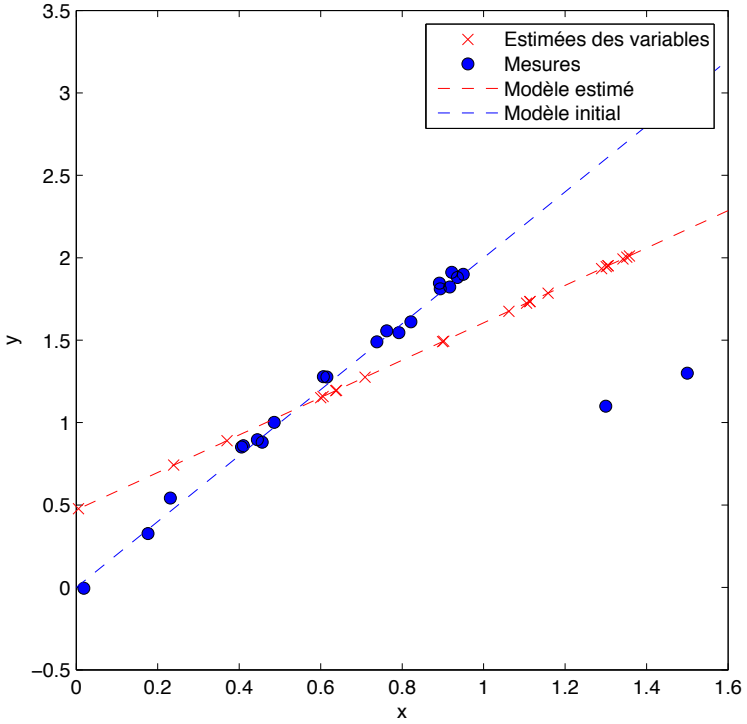

Figure 4.9 – Influence des données aberrantes

De même il est important de prendre en compte les erreurs aberrantes dans le cas de la méthode d'estimation simultanée avec fenêtre glissante. Un estimateur capable de fournir de bonnes estimées même en présence de données aberrantes est dit "robuste".

La méthode d'estimation simultanée est originellement bien adaptée pour filtrer les erreurs de mesures aléatoires. Cependant, les mesures sont fréquemment sujettes à des biais systématiques, qui deviennent alors des données aberrantes. Généralement, ces dernières sont détectées et identifiées grâce à des tests statistiques Romagnoli et Stephanopoulos [1981b] ou en utilisant des fonctions de coût robustes aux erreurs aberrantes, encore appelé grosses erreurs (Tjoa et Biegler [1991], Alhaj-Dibo *et al.* [2008]).

Nous allons donc présenter ici l'application de ces deux méthodes de robustesse aux données aberrantes dans le cas de l'estimation simultanée avec fenêtre glissante.

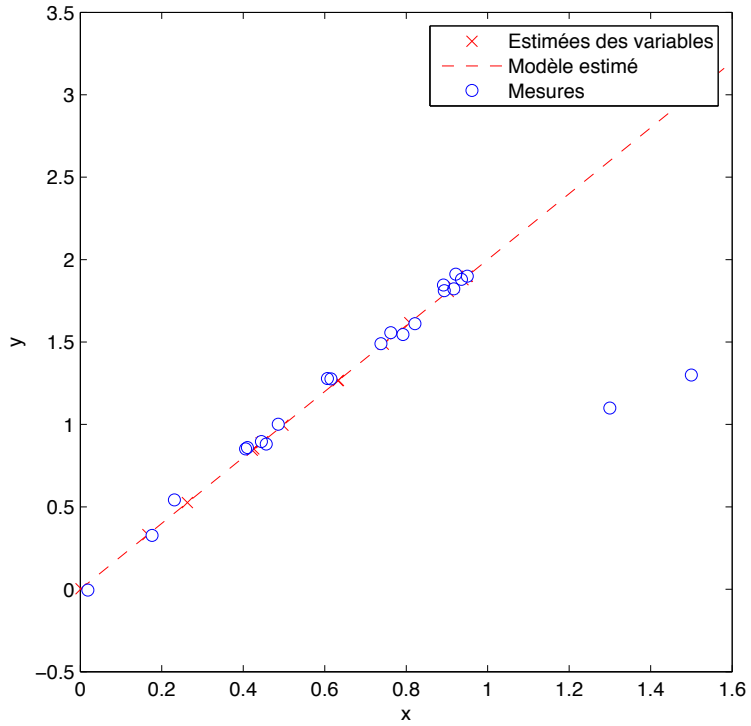

Figure 4.10 – Prise en compte des données aberrantes

4.3.1 Estimation basée sur une distribution contaminée

Une manière de prendre en compte la présence des erreurs aberrantes consiste à reformuler la description "a priori" de la distribution de probabilité des erreurs. Une distribution basée sur la somme de deux distributions Gaussiennes peut alors être utilisée. On suppose que les erreurs de mesure sont décrites par un mélange de deux fonctions de distribution des erreurs, l'une, "normale" comme habituellement, disposant d'une faible variance et l'autre, "anormale" ayant une large variance pour représenter les grosses erreurs Ghosh-Dastider et Schafer [2003]; Wang et Romagnoli [2002]. Dans une première approche, chaque mesure x_i est supposée avoir la même matrice de variance-covariance normale V_n et anormale V_a. Par conséquent, pour chaque observation x_i, les deux fonctions de densité de probabilité sont définies comme suit :

$$p_{nxi} = \frac{1}{(2\pi)^{v/2}\,|V_n|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(x_i^* - x_i)^T V_n^{-1}(x_i^* - x_i)\right) \tag{4.38}$$

$$p_{axi} = \frac{1}{(2\pi)^{p/2}\,|V_a|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(x_i^* - x_i)^T V_a^{-1}(x_i^* - x_i)\right) \tag{4.39}$$

La distribution dite "contaminée" est obtenue en combinant les deux fonctions de distribution définies ci-dessus :

$$p_{xi} = \eta\, p_{nxi} + (1-\eta)\, p_{axi} \quad 0 \leq \eta \leq 1 \tag{4.40}$$

Le facteur $(1-\eta)$ peut être vu comme la probabilité "a priori" d'apparition de grosses erreurs. En faisant l'hypothèse d'indépendance des erreurs de l'ensemble des mesures, la fonction de log-vraisemblance s'écrit donc :

$$\mathcal{V} = \ln \prod_{i=1}^{N} p_{xi} p_a \tag{4.41}$$

Comme précédemment, les estimées $\hat{x}_i$ et $\hat{a}$ sont obtenues en maximisant la fonction de log-vraisemblance sous respect des contraintes de modèle. La fonction de Lagrange associée à ce problème d'optimisation s'écrit :

$$\Phi_{j+1} = \ln p_a + \sum_{i=1}^{N} \ln p_{xi} + \sum_{i=1}^{N} \lambda_i^T (F_i + G_{ix}(x^*_{i,j+1} - \hat{x}_{i,j}) + G_{ia}(a^*_{j+1} - \hat{a}_j)) \tag{4.42}$$

Par conséquent, les estimées $\hat{x}_{i,j+1}$ et $\hat{a}_{j+1}$ sont les solutions du système suivant :

$$\begin{aligned} -V_c^{-1}(\hat{x}_{i,j+1} - x_i) + G_{ix}^T \lambda_i &= 0 \\ -W^{-1}(\hat{a}_{j+1} - a) + \sum_{i=1}^{N} G_{ia}^T \lambda_i &= 0 \\ F_i + G_{ix}(\hat{x}_{i,j+1} - \hat{x}_{i,j}) + G_{ia}(\hat{a}_{j+1} - \hat{a}_j) &= 0 \end{aligned} \tag{4.43}$$

avec

$$V_c^{-1} = \frac{\eta p_{nxi}(\hat{x}_{i,j+1}) V_n^{-1} + (1-\eta) p_{axi}(\hat{x}_{i,j+1}) V_a^{-1}}{\eta p_{nxi}(\hat{x}_{i,j+1}) + (1-\eta) p_{axi}(\hat{x}_{i,j+1})} \tag{4.44}$$

Les estimées s'expriment :

$$\hat{a}_{j+1} = R^{-1} W \sum_{i=1}^{N} S_i (G_{ix}(\hat{x}_{i,j} - x_i) - F_i + G_{ia}\hat{a}_j) + R^{-1} a \tag{4.45a}$$

$$\hat{x}_{i,j+1} = x_i + V_c G_{ix}^T (G_{ix} V_c G_{ix}^T)^{-1} \big(G_{ix}(\hat{x}_{i,j} - x_i) - F_i - G_{ia}(\hat{a}_{j+1} - \hat{a}_j)\big) \tag{4.45b}$$

avec

$$R = I + W \sum_{i=1}^{N} S_i G_{ia} \qquad S_i = G_{ia}^T (G_{ix} V_c G_{ix}^T)^{-1} \tag{4.46}$$

La matrice R est supposée régulière. La structure du système (4.45) conduit à une procédure itérative similaire à celle de la section 4.2.4.

4.3.1.1 Application numérique

On considère le même modèle que celui employé dans l'application numérique précédente 4.2.7.1. La base de données des mesures du vecteur des variables d'état x_i a été recréée à partir de nouvelles valeurs aléatoires. Leurs précisions (constantes pour l'ensemble des réalisations) est donnée dans le tableau 4.5. Ces mesures sont donc bruitées en fonction de cette précision, de plus, on a ajouté à la variable x_3 des valeurs aberrantes reportées dans le tableau 4.6. De même, les paramètres a_1 et a_2 sont toujours sujets à des dérives et la connaissance "a priori" fournie à l'algorithme est donnée dans le tableau 4.7

Variable	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
Valeur mini.	-9.56	-2.45	0.8	0.95	-7.37
Valeur moy.	-1.66	4	2.69	2.64	4.48
Valeur maxi.	0.016	11.23	7.93	8.35	11.15
Ecart-type “normale”	0.083	0.2	0.13	0.13	0.23
Ecart-type “anormale”	0.83	2	1.3	1.3	2.3

Tableau 4.5 – Précision des variables mesurées

Observation	40	80	$120-130$
Multiplication de la mesure par	1.5	0.5	1.5

Tableau 4.6 – Données aberrantes des mesures de x_3

Paramètre	a_1	a_2
Valeur nominale	2	1
Ecart-type	0.04	0.02

Tableau 4.7 – Connaissance “a priori” des paramètres

Pour l’exemple présenté, nous avons choisi de prendre $\eta = 0.9$ correspondant à une probabilité “a priori” d’apparition de grosses erreurs de l’ordre de 10%. La figure 4.11 montre la mesure et l’estimée de la variable x_3 en présence de grosses erreurs. L’algorithme proposé avec l’implémentation du mécanisme de réjection des données aberrantes permet donc de bonnes estimations de la variable x_3 qui ne sont pas entachées par l’apparition de ces données aberrantes. De plus, même en présence de ces données aberrantes, le suivi des dérives des paramètres du modèle reste efficace comme on peut le constater sur les figures 4.12 et 4.13.

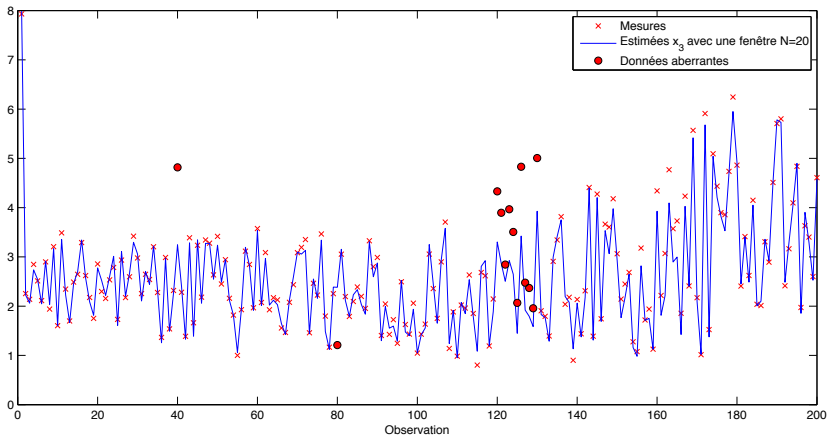

Figure 4.11 – Mesures et estimées en présence de grosses erreurs sur x_3

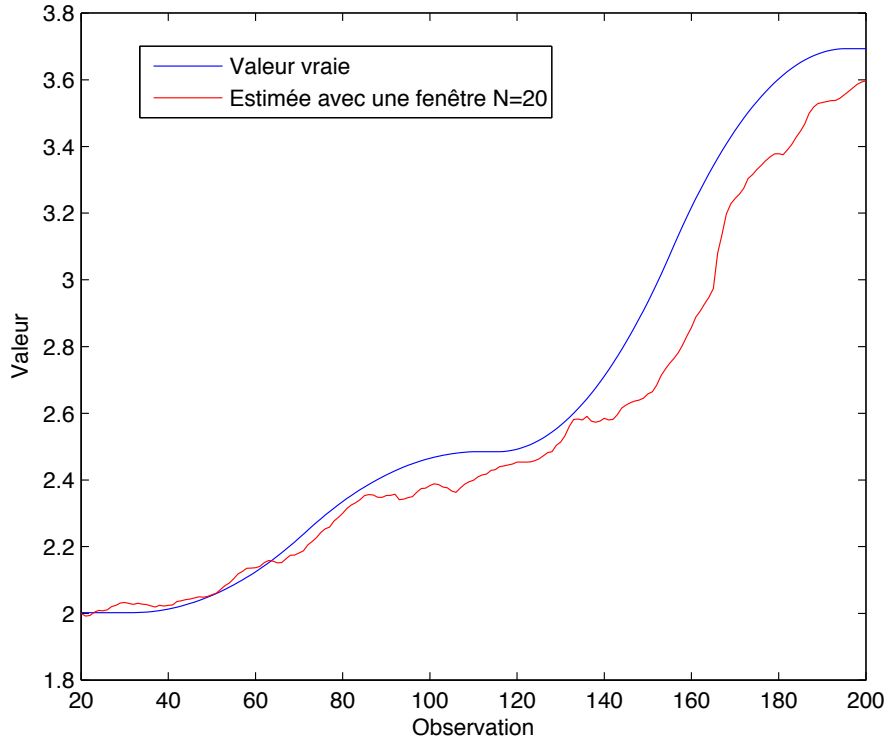

Figure 4.12 – Estimation du paramètre a_1

4.3.2 Test statistique et modification dynamique de la variance

Pour l'application de l'estimation simultanée des variables et des paramètres du modèle avec l'emploi d'une fenêtre glissante, nous avons également mis en oeuvre une approche empirique consistant à modifier dynamiquement la variance de la mesure que l'on soupçonne de contenir une donnée aberrante. En effet, l'influence de chaque mesure dans les critères d'optimisation est pondérée par sa variance. Il est alors possible d'ajuster cette variance pour réduire au minimum l'influence des données aberrantes.

On considère donc une fenêtre d'observation des données qui comprend les N-vecteurs de mesure $x_{i-N+1}, \ldots, x_i$. On définit d'abord, le vecteur E_n des corrections normalisées dont chaque composante $E_n(i)_k$ est définie par :

$$E_n(i)_k = \frac{(|x_i - \hat{x}_{i,j+1}|)_k}{\sqrt{V_{Ei}(k,k)}}, \quad k = 1, \ldots, v \tag{4.47}$$

Il est donc nécessaire d'exprimer la variance des termes correctifs en fonction des matrices de variance-covariance des mesures et des paramètres. Celle-ci va nous permettre de comparer les termes correctifs entre eux et ainsi il sera possible de détecter les erreurs "aberrantes" de mesures. Puis on pourra augmenter la variance de ces mesures et ainsi simuler leur méconnaissance partielle.

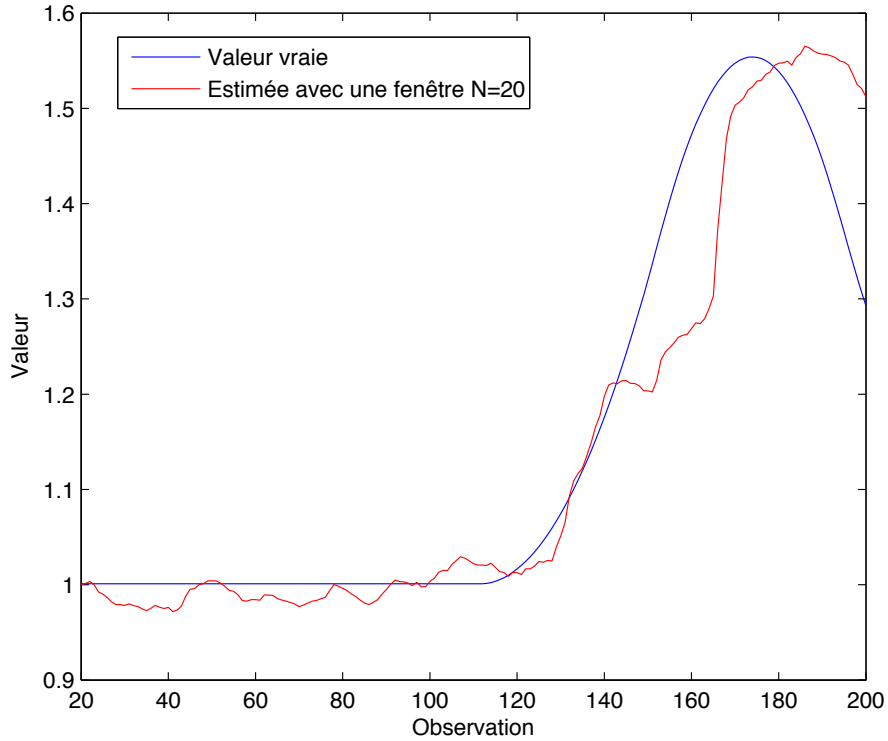

Figure 4.13 – Estimation du paramètre a_2

Exprimons tout d'abord les termes correctifs, en utilisant l'expression (4.16) :

$$E(i) = (|x_i - \hat{x}_{i,j+1}|) = |VG_{ix}^T(G_{ix}VG_{ix}^T)^{-1}\big(G_{ix}(\hat{x}_{i,j} - x_i) - F_i - G_{ia}(\hat{a}_{j+1} - \hat{a}_j)\big)| \tag{4.48}$$

La valeur de la variation de ces termes correctifs consécutive à une variation des mesures et des paramètres est :

$$\delta E(i) = |-VG_{ix}^T(G_{ix}VG_{ix}^T)^{-1}\big(G_{ix}\delta x_i + G_{ia}\delta\hat{a}_{j+1}\big)| \tag{4.49}$$

avec l'expression de $\delta\hat{a}_{j+1}$ calculée à partir de (4.15) :

$$\delta\hat{a}_{j+1} = R^{-1}(\delta a - W\sum_{i=1}^{N} S_i G_{ix}\delta x_i) \tag{4.50}$$

et

$$S_i = G_{ia}^T(G_{ix}VG_{ix}^T)^{-1} \tag{4.51}$$

En assumant le fait que le vecteur des termes correctifs suit une loi de distribution normale centrée, une expression approchée de la matrice de variance-covariance des termes correctifs

$E(i)$ est :

$$\begin{aligned}
V_{Ei} &\approx E(\delta E(i)\cdot\delta E(i)^T) \\
V_{Ei} &\approx VG_{ix}^T(G_{ix}VG_{ix}^T)^{-1}G_{ix}V \\
&- VG_{ix}^TS_i^TWR^{-1}S_iG_{ix}V \\
&- VG_{ix}^TS_i^TR^{-1}WS_iG_{ix}V \qquad (4.52)\\
&+ VG_{ix}^TS_i^TR^{-1}W\sum_{i=1}^{N}(S_iG_{ia})WR^{-1}S_iG_{ix}V \\
&+ VG_{ix}^TS_i^TR^{-1}WR^{-1}S_iG_{ix}V \qquad (4.53)
\end{aligned}$$

Comme

$$R = I + W\sum_{i=1}^{N} S_iG_{ia} \qquad (4.54)$$

L'expression de la variance se réduit à :

$$V_{Ei} \approx VG_{ix}^T(G_{ix}VG_{ix}^T)^{-1}G_{ix}V - VG_{ix}^TS_i^TR^{-1}WS_iG_{ix}V \qquad (4.55)$$

On peut donc calculer une valeur approchée des termes correctifs normalisées $E_n(i)_k$ (4.47) et la comparer ensuite à un seuil donné T. Lorsqu'un ou plusieurs de ces termes dépassent le seuil, on note m l'indice correspondant à celui ayant la plus grande correction normalisée en valeur absolue :

$$E_n(i)_m = \max E_n(i)_k, \quad k = 1,\ldots,v \qquad (4.56)$$

Dans ce cas, la variance de la mesure x_m correspondant à la plus grande correction normalisée est considérablement augmentée (par exemple, cent fois sa valeur initiale) dans le but de simuler l'absence de cette mesure pour cette fenêtre. L'algorithme est représenté sur le schéma de la figure 4.14, où t est l'indice correspondant à la dernière observation inclus dans la fenêtre d'observation glissante et TCN est l'acronyme pour "termes correctifs normalisés".

Dans le cas de modèle non linéaire, il peut arriver que la plus grande correction normalisée ne corresponde pas à la mesure erronée. Cela est dû au fait que la mesure incriminée se retrouve multipliée, dans les équations du modèle, par d'autres variables, et que la méthode de réconciliation de données reporte l'erreur de mesure sur ces autres variables mesurées. Cependant en augmentant fortement la variance associée à une autre mesure que celle erronée, cela ne permet généralement pas de résoudre le problème et d'obtenir des corrections normalisées inférieures au seuil T fixé. Dans ce cas, il est alors nécessaire de s'intéresser aux autres mesures dont les corrections normalisées sont supérieures à T. Par ordre du plus grand au plus petit, on modifie les variances correspondantes jusqu'à détecter la mesure défectueuse qui permet en augmentant sa variance d'obtenir l'ensemble des corrections normalisées inférieures au seuil T.

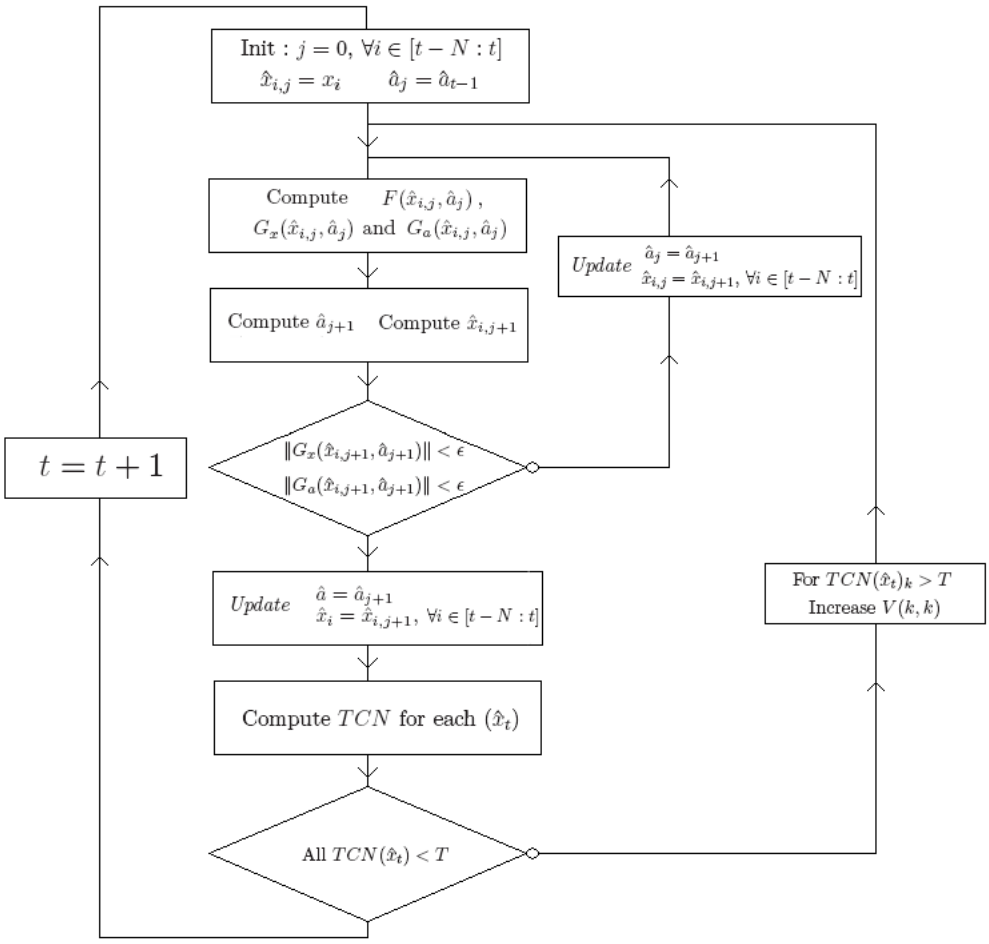

Figure 4.14 – Algorithme

4.3.2.1 Application numérique

On considère le même modèle que celui employé dans les applications numériques précédentes et l'on se place dans les mêmes conditions que pour l'exemple de l'utilisation de la distribution contaminée. La base de données des mesures du vecteur des variables d'état x_i a été recréée à partir de nouvelles valeurs aléatoires. Des valeurs aberrantes ont été ajoutées sur la mesure de la variable x_3, elles sont reportées dans le tableau 4.8. De même, les paramètres a_1 et a_2 sont toujours sujets à des dérives.

Observation	40	80	120 – 130
Biais multiplicatif sur la mesure	1.5	0.5	1.5

Tableau 4.8 – Données aberrantes des mesures de x_3

4.3.2.2 Résultat

On tire les mêmes conclusions que celles que l'on a pu obtenir dans le cas d'une distribution contaminée. Comme en témoigne la figure 4.15 qui montre la mesure et l'estimée de la variable x_3 en présence de grosses erreurs, l'algorithme proposé, en modifiant dynamiquement la variance des mesures suspectées, permet donc d'obtenir de bonnes estimées de la variable x_3 qui ne sont pas entachées par la présence de données aberrantes. Cependant contrairement au cas de l'utilisation de l'algorithme employant la distribution contaminée, on dispose des relevés des corrections normalisées qui nous informent de la présence de ces données aberrantes. Cette différence peut s'avérer importante en prévision d'un diagnostic des capteurs de mesures sur le long terme.
De même que pour l'autre méthode en présence de ces données aberrantes, le suivi des dérives des paramètres du modèle reste efficace comme on peut le constater sur les figures 4.16 et 4.17 même si l'on peut quand même apercevoir une légère influence des données aberrantes sur l'estimation de a_2 pour cet exemple.

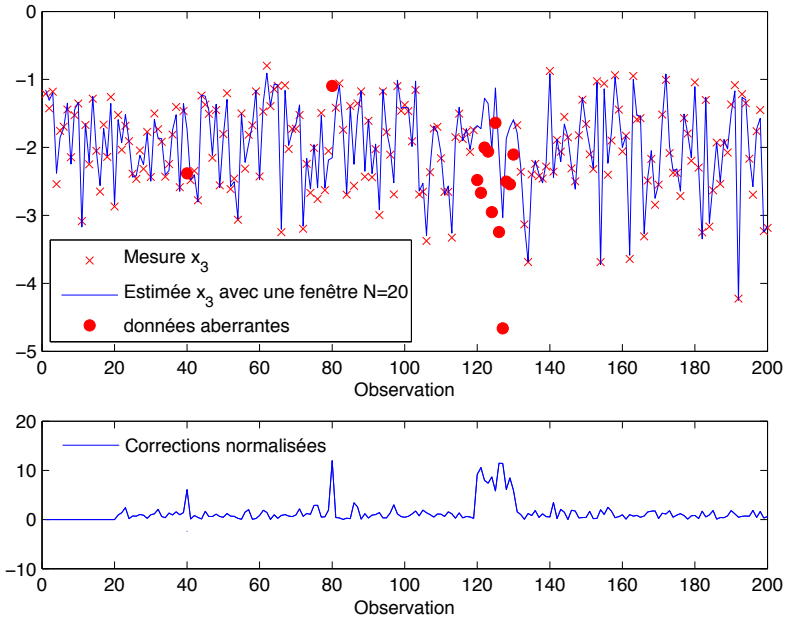

Figure 4.15 – Mesures et estimées en présence de grosses erreurs sur x_3

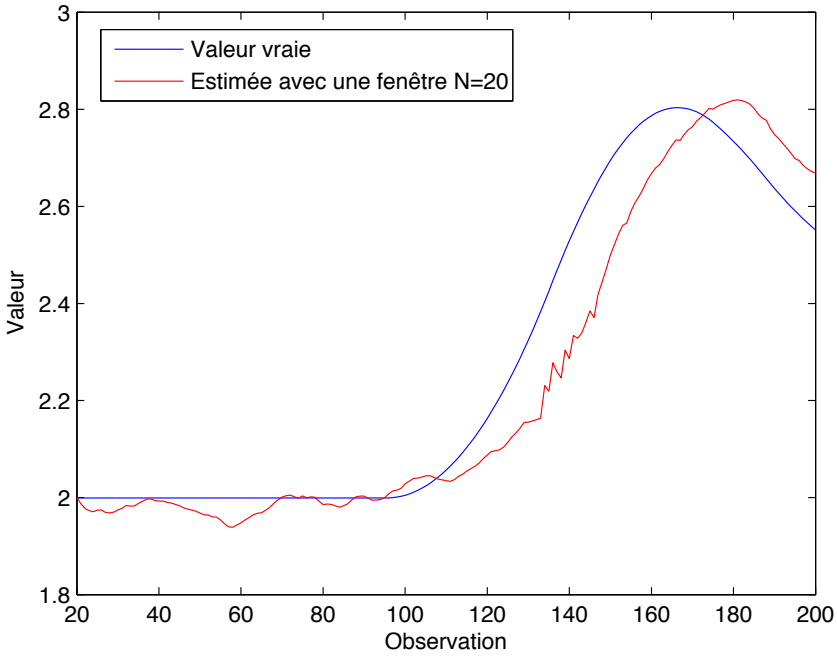

Figure 4.16 – Estimation du paramètre a_1

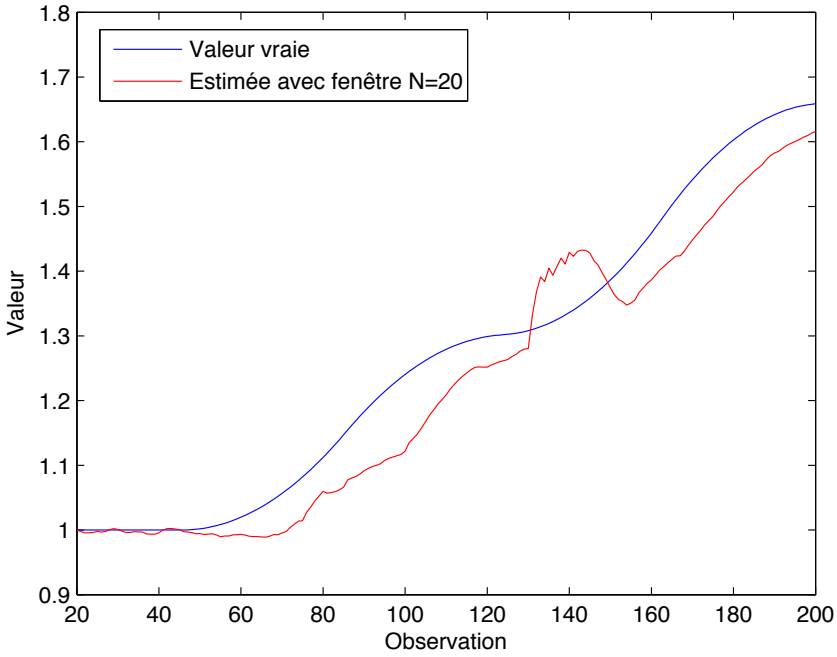

Figure 4.17 – Estimation du paramètre a_2

4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, une méthode générale de réconciliation robuste de données et d'estimation paramétrique a été proposée dans le cas de modèle non linéaire. La réconciliation de données, basée sur l'équilibrage de bilans, a fourni simultanément des estimées des données mesurées et des paramètres cohérentes avec le modèle. Il est également intéressant de noter que la connaissance de la distribution des erreurs des paramètres n'est pas un facteur limitant ; en effet il est facile d'adapter l'algorithme pour qu'il s'applique sans connaissance "a priori" sur les paramètres. La robustesse aux grosses erreurs de mesures a été introduite par l'intermédiaire de deux méthodes, d'une part en utilisant une distribution des erreurs dites "contaminées" et d'autre part en modifiant la variance des mesures incriminées. Ces deux méthodes fonctionnent dans le cadre d'un modèle simple non linéaire. Cependant l'intérêt de l'information supplémentaire apportée par les corrections normalisées et le diagnostic des capteurs de mesures nous pousse à privilégier l'emploi de la seconde méthode pour l'évaluation avec des données réelles du point de vue de l'ajustement de modèle le long des coulées ; ceci permet d'observer l'impact de l'ajustement du préréglage sur les coulées successives.

5

Application aux données du modèle générique GSM de convertisseur à oxygène

Sommaire

5.1 Projet de création d'un modèle générique du convertisseur à oxygène . . 114
5.1.1 Introduction 114
5.1.2 Objectifs 114
5.1.3 Déploiement du modèle générique 115
5.2 Le modèle GSM 115
5.2.1 Les bilans Oxygène et Carbone 118
5.2.2 Le bilan acier 119
5.2.3 Le bilan laitier 119
5.2.4 La base de données 119
5.3 Application numérique de la méthode d'estimation simultanées sur fenêtre glissante 120
5.3.1 Configuration 120
5.3.2 Résultats 122
5.4 Conclusion 126

5.1 Projet de création d'un modèle générique du convertisseur à oxygène

5.1.1 Introduction

De nombreuses aciéries du groupe ArcelorMittal© utilisent un convertisseur à oxygène pour raffiner la fonte liquide en acier à faible teneur en carbone. Ces divers convertisseurs ont des caractéristiques différentes, ils peuvent produire différentes masses d'acier, ont des mécanismes et des stratégies de soufflage différents, soufflage par le haut ou par le bas, utilisent de la fonte liquide provenant d'une unique ou de plusieurs poches, utilisent des ferrailles différentes provenant de fournisseurs différents, ou encore ont des stratégies de coulées en poche différentes. C'est pourquoi, pendant longtemps, chaque usine a développé ses propres modèles de préréglage du convertisseur, en fonction de ces diverses stratégies et besoins. Il existe ainsi de nombreux modèles différents pour chaque usine basés sur des analyses statistiques des données, des équilibres et bilans chimiques, orientés pour résoudre un problème particulier.

Récemment un projet commun entre différentes usines du groupe ArcelorMittal© et le centre de recherche ArcelorMittal Maizières Process©, vise au déploiement d'un modèle "générique" pour le convertisseur à oxygène. Celui-ci comprend les différentes étapes de calcul nécessaires au fonctionnement global du convertisseur à oxygène : le calcul de la charge à enfourner, l'ajustement de la composition de certains éléments, l'ajustement de la température de l'acier et le diagnostic pour évaluer les pertes thermiques ou matérielles.

5.1.2 Objectifs

L'objectif de ce projet consiste à harmoniser l'emploi d'un unique modèle sur les convertisseurs à oxygène des usines pilotes de ce projet, puis de l'étendre à l'ensemble des usines du groupe. L'intérêt principal de ce projet réside dans le fait que par l'emploi de ce modèle unique, il serait alors possible de déployer beaucoup plus rapidement toutes nouvelles améliorations et solutions appliquées au convertisseur. Cet intérêt est double, les centres de recherche pourraient développer des solutions dont la mise en place serait plus facile par la connaissance préalable du modèle et la possibilité d'effectuer des tests dans n'importe quelle usine. Et n'importe quelle usine pourrait faire part aux autres usines de son expérience et des solutions pratiques apportées au modèle du convertisseur.

Cette séduisante idée d'harmonisation des modèles des différents convertisseurs à oxygène a en contrepartie ses désavantages. En effet, il a fallu décrire les relations chimiques du modèle de la manière la plus générale, en exprimant l'ensemble des éléments pouvant intervenir, et de la manière la plus précise l'ensemble des relations liant ces différents éléments, ce qui augmente considérablement la complexité et la dimension du modèle générique.

5.1.3 Déploiement du modèle générique

A l'heure actuelle, le modèle est développé et certaines fonctions principales de calculs telles le calcul de charge sont quasiment opérationnelles. Le déploiement de ce modèle est déjà en cours, sur des sites en Pologne ou en Afrique du Sud ne disposant pas au préalable de modèle de convertisseur à oxygène, même s'il n'est pas encore complètement calibré. Dans les usines disposant déjà d'un modèle, la mise en place hors ligne est à l'ordre du jour, afin d'obtenir des performances tout d'abord comparables au système actuellement en place, et par la suite pouvoir y appliquer de nouvelles améliorations.

La méthode de réconciliation de données et d'estimation paramétrique simultanées dans le cadre de l'amélioration du préréglage fait partie de ces améliorations qui devraient être mises en place sur le modèle générique. Dans cette optique, nous allons dans ce chapitre tester l'algorithme proposé avec des données industrielles fournies par ArcelorMittal Gent©, sur quelques équations du modèle GSM ("Generic Steel Making").

5.2 Le modèle GSM

Le modèle GSM est un modèle complexe formé d'une centaine d'équations, de plus de 10000 variables d'état, et d'autant de paramètres que l'on peut sélectionner comme incertains. A l'état brut, il serait quasiment impossible d'appliquer la moindre étude de diagnostic sur ce modèle sans effectuer au préalable des opérations de simplification ou d'approximation. En effet, ce modèle a été créé pour pouvoir s'adapter à n'importe quel convertisseur, il fait ainsi intervenir 137 flux de matières différentes dont une centaine correspond à des ajouts de ferrailles différentes. Tous ces flux disposent de caractéristiques telles leur poids, leur température et leurs compositions définies en chaque élément chimique ce qui fait qu'un grand nombre de variables correspond à des valeurs nulles (en effet un flux d'oxygène pur n'est composé que d'oxygène).

Par soucis de simplicité et de confidentialité, nous ne pouvons pas divulguer précisément la description de tous ces bilans, nous allons donc ne considérer que 4 d'entre eux qui ont été validés au préalable sur des données réelles et en donner une description partielles par la suite :

- Bilan en l'élément chimique : Carbone
- Bilan en l'élément chimique : Oxygène
- Bilan "Acier"
- Bilan "Laitier"

Pour décrire ce modèle, nous avons choisi de considérer 7 variables d'état :

- Poids de fonte liquide x_1
- Poids d'Oxygène soufflé x_2
- Teneur en Fer du laitier x_3
- Poids du laitier x_4

- Teneur en Silicium de la fonte liquide x_5
- Poids de l'ensemble des ferrailles sauf de celles contenant des plaques de fonte solide x_6
- Poids des fumées aspirées x_7

Ces variables, certes en nombre limité, offrent une bonne représentation de l'état du système. La charge est ainsi surtout décrite par la quantité de fonte liquide et le poids des ferrailles enfournées. La fonte liquide dispose de ses propres mesures et analyses effectuées en amont dans la poche de fonte liquide provenant des hauts fourneaux. Une des teneurs principales de la fonte liquide qui varie le plus d'une coulée à l'autre et qui la caractérise le mieux est la teneur en silicium. Pour les ferrailles, comme décrit plus haut, il est possible de s'approvisionner dans différents parcs à ferrailles, dont les compositions moyennes sont très différentes pour chaque parc et dont la qualité de la mesure des compositions est elle aussi très variable. Chaque coulée ne fait intervenir qu'un nombre assez faible de ferrailles piochées dans les différents parcs. Pour représenter correctement la charge en ferrailles, sans augmenter de manière significative le nombre de variables d'état, nous avons donc décidé de choisir comme variable représentative, la somme de l'ensemble des ferrailles, exception faite des différentes plaques de fontes ayant des compositions bien différentes. De plus, la qualité de l'analyse de la composition des plaques de fontes est bien supérieure à celle des autres ferrailles, elle est plus précise et pour différentes plaques de fontes d'un même parc à ferrailles, elle est également beaucoup plus homogène, exceptée pour la teneur en silicium de celle-ci.

On a ensuite choisi de décrire trois autres éléments par leur quantité, respectivement l'oxygène, le laitier et les fumées. Cependant le volume de fumées s'échappant du convertisseur n'est pas mesuré, parce que cette mesure serait difficile à mettre en oeuvre et peu précise. En effet, la hotte ne peut être installée directement au dessus du convertisseur sinon elle se dégraderait trop vite et le joint d'étanchéité serait très difficile à maintenir, de ce fait, elle est placée à quelques mètres au dessus du convertisseur. Afin d'éviter d'aspirer de l'air dans la hotte pour ne pas provoquer de réactions très exothermiques de post-combustion à l'intérieur de celle-ci, il existe un système de régulation de l'aspiration de la hotte. Il a pour effet d'engendrer un coussin de fumée constant dans la hotte pour éviter que l'air y pénètre. Cependant, l'afflux de fumées n'est pas constant, et il est assez difficile de réguler le coussin de fumée, il peut arriver que cette accumulation de fumée en entrée de la hotte déborde, ou encore qu'il y ait de la post-combustion, c'est pourquoi la mesure des fumées est trop peu précise pour être exploitée.

Le laitier sera caractérisé, quant à lui, essentiellement par son poids ainsi que par sa teneur en fer oxydé lui conférant certaines propriétés.

On considère également plusieurs paramètres incertains :

- Le poids d'acier restant dans le convertisseur et provenant de la coulée précédente a_1
- Le poids de laitier restant dans le convertisseur et provenant de la coulée précédente a_2
- Le degré d'oxydation du laitier a_3
- Les paramètres de fermeture de ces 4 bilans. $a_4 \dots a_7$

Le choix de ces paramètres incertains a été réalisé sciemment après de nombreuses discussions

avec les aciéristes. A la fin de chaque coulée, l'acier est versé dans une poche d'acier au travers du trou de coulée. Comme indiqué sur la figure 5.1, le processus de coulée en poche est une étape compliquée, en effet la difficulté réside dans le bon choix de l'angle pour basculer le convertisseur afin de verser dans la poche le maximum d'acier liquide. Il existe des compromis dans le choix de cet angle : si l'on penche fort le convertisseur, le franc-bord est alors très faible et il y a un grand risque de débordement de laitier et de l'acier par le haut du convertisseur. Alors que si l'on ne penche pas assez le convertisseur en laissant un grand franc-bord, il y a alors un risque de ne pas couler la totalité de l'acier et par conséquent de laisser de l'acier et du laitier pour la prochaine coulée. De plus, si on relève trop tard le convertisseur pour le remettre dans sa position initiale, il y a un risque de verser du laitier, dans le haut de la poche. Celui-ci a tendance avec le temps et le refroidissement à redonner à l'acier le phosphore préalablement extrait de la fonte liquide. Alors que si l'on relève trop tôt le convertisseur, il y a encore un risque de laisser de l'acier et du laitier pour la coulée suivante.

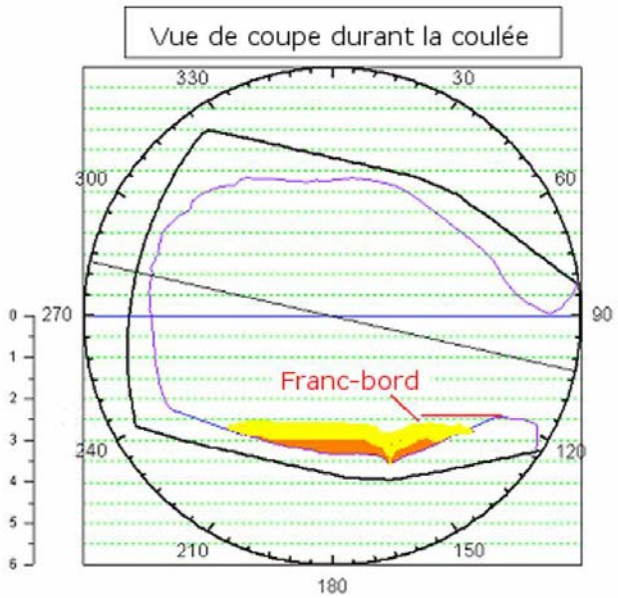

Figure 5.1 – Vue de coupe du convertisseur en fin de coulée

Il reste donc souvent du laitier et de l'acier d'une coulée à l'autre, cela dépend des habitudes de coulée en poche. Il y a donc une certaine continuité dans les quantités de ces deux matières laissées d'une coulée à l'autre et qui ne sont jamais mesurées.

Pour le degré d'oxydation du laitier, il s'agit du rapport $Fe^{3+}/(Fe^{2+}+Fe^{3+})$ entre les différents oxydes de fer contenus dans le laitier. Ce rapport dépend fortement du schéma de soufflage employé, en effet selon la position de la lance et du débit de soufflage en oxygène de la lance, l'oxydation du fer sera plus ou moins forte. Le degré d'oxydation du laitier a un impact important sur les propriétés physiques du laitier et le bon déroulement de la coulée. De manière

pratique, ce degré est fixé à une valeur de 0.3, ce qui correspond à un coefficient massique d'oxygène liquide lié au fer de 0.33.

Tous ces paramètres, ainsi que les paramètres de fermeture de bilan correspondant à des pertes, sont des valeurs incertaines, dont on ne dispose d'aucune mesure mais dont il serait intéressant d'avoir un suivi et dont on suppose que leur valeur vraie dérive lentement au cours du temps.

5.2.1 Les bilans Oxygène et Carbone

Les bilans Oxygène et Carbone sont des bilans massiques élémentaires, ayant une forme commune que l'on peut résumer en la relation suivante :

$$\sum_i [\%X]_{Ei} P_{Ei} - \sum_j [\%X]_{Sj} P_{Sj} = 0 \tag{5.1}$$

avec $_{Ei}$ respectivement $_{Sj}$ l'indice indiquant que l'objet concerne le flux entrant i ou respectivement le flux sortant j,
$[\%X]$ correspond au pourcentage massique en l'élément X d'un flux
et P correspond à la quantité d'un flux.

En donnant plus de détails et en intégrant les différents paramètres considérés comme incertains et en ne choisissant pour variables d'état que les variables décrites dans la partie précédente, le bilan oxygène devient :

$$[\%O]_{HM} x_1 + x_2 + [\%O]_{Sc} x_6 + [\%O]_{pSl} a_2 - [\%O]_{Sl} x_4 - [\%O]_{Fu} x_7 + cste + a_4 = 0 \tag{5.2}$$

Les acronymes utilisés dans les différents bilans sont répertoriés dans la table 5.1.

HM	Hot Metal : Fonte liquide
Sc	Scraps : Ferrailles
Sl	Slag : Laitier
Fu	Fumes : Fumées
pSt	previous Steel : Acier restant de la coulée précédente
pSl	previous Slag : Laitier restant de la coulée précédente
E_{St}	Eléments qui sont stable dans l'acier et qui le composent
E_{Sl}	Eléments qui se retrouvent dans le laitier en fin de coulée
O	Elément oxygène
C	Elément carbone
Fe	Elément fer
Si	Elément silicium

Tableau 5.1 – Table des acronymes

Le bilan carbone est de la même forme :

$$[\%C]_{HM} x_1 + [\%C]_{Sc} x_6 + [\%C]_{pSt} a_1 - [\%C]_{Fu} x_7 + cste + a_5 = 0 \tag{5.3}$$

5.2.2 Le bilan acier

Le bilan acier compare les éléments des flux entrants et sortants qui vont se retrouver dans l'acier, on peut l'exprimer comme suit :

$$\sum_i P_{Ei} \sum_{X=E_{St}} [\%X]_{Ei} - \sum_j P_{Sj} \sum_{X=E_{St}} [\%X]_{Sj} = 0 \tag{5.4}$$

qui s'exprime aussi sous la forme :

$$\begin{aligned} & x_1 \sum_{X=E_{St}} [\%X]_{HM} + x_6 \sum_{X=E_{St}} [\%X]_{Sc} + a_1 \left(1 - \sum_{X \neq E_{St}} [\%X]_{pSt}\right) + a_2 [\%Fe]_{pSl} \\ & - x_3 x_4 + cste + a_6 = 0 \end{aligned} \tag{5.5}$$

5.2.3 Le bilan laitier

$$\sum_i P_{Ei} \sum_{X=E_{Sl}} [\%X]_{Ei} - \sum_j P_{Sj} \sum_{X=E_{Sl}} [\%X]_{Sj} = 0 \tag{5.6}$$

avec E_{Sl} les éléments qui se retrouvent dans le laitier en fin de coulée. Ce bilan s'exprime aussi sous la forme suivante en utilisant les variables x_i et les paramètres a_i :

$$\begin{aligned} & x_1 \left(x_5 + \sum_{X=E_{Sl} \neq Si} [\%X]_{HM}\right) + x_6 \sum_{X=E_{Sl}} [\%X]_{Sc} + a_1 \sum_{X=E_{Sl}} [\%X]_{pSt} + a_2 \sum_{X=E_{Sl}} [\%X]_{pSl} \\ & - x_4 \left(1 - x_3 (1 + cste(1 + \frac{a_3}{2}) + \sum_{X=E_{Sl} \neq Fe} [\%X]_{Sl}\right) + cste + a_7 = 0 \end{aligned} \tag{5.7}$$

5.2.4 La base de données

Nous avons à notre disposition une base de données intégrant de nombreuses mesures et des réglages des paramètres du système pour un ensemble de 500 coulées qui ont été réalisées dans l'usine ArcelorMittal de Gent. Ces données brutes ont déjà subi un premier filtrage permettant d'éliminer les données aberrantes de type : erreur de grandeur et erreur de signe.

De nombreuses valeurs de cette base de données ont été fixées à des valeurs de référence quand les mesures étaient indisponibles ou quand les données n'étaient pas encore calées vis-à-vis du modèle. C'est pour cela que lorsque l'on injecte ces données dans les équations du modèle, on obtient des résidus assez élevés, comme on peut le constater sur la figure 5.2.

On s'aperçoit qu'il existe des erreurs aberrantes dans la base de données pour les coulées $\{69, 138, 140, 324\}$. On peut également observer que ces résidus ne sont pas centrés autour de l'origine, leur valeur moyenne, sans prendre en compte les valeurs aberrantes, est reportée dans le tableau 5.2. Le bilan acier a par exemple une valeur moyenne de perte d'acier d'environ 7 tonnes sur l'ensemble des coulées. Dans la réalité, ce type de résultat n'est pas acceptable, mais

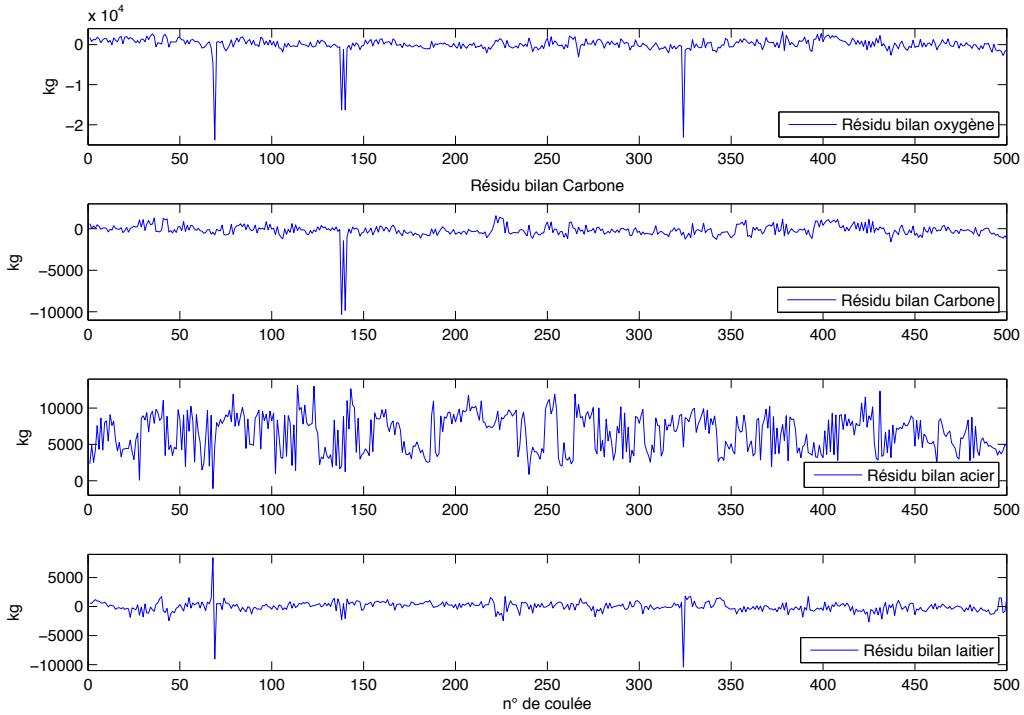

Figure 5.2 – Résidus des équations de bilan

ici pour des premiers essais de simulation de notre algorithme, nous utiliserons quand même ces résultats, mais nous en tiendrons compte pour les conclusions formulées par la suite.

Résidus	b. oxygène	b. carbone	b. acier	b. laitier
Valeur moyenne	118.4	-219.7	7076.4	8.98

Tableau 5.2 – Valeur moyenne des résidus des bilans

5.3 Application numérique de la méthode d'estimation simultanées sur fenêtre glissante

5.3.1 Configuration

Pour appliquer l'algorithme d'estimations simultanée à ce problème, on considère le modèle décrit par les équations de bilan définies précédemment, que l'on note de façon synthétique :

$$\begin{array}{ll} f_1(x^*(k),a^*(k)) = 0 & \text{le bilan carbone} \\ f_2(x^*(k),a^*(k)) = 0 & \text{le bilan oxygène} \\ f_3(x^*(k),a^*(k)) = 0 & \text{le bilan acier} \\ f_4(x^*(k),a^*(k)) = 0 & \text{le bilan laitier} \end{array}$$

pour $k = 1 \ldots 500$ avec $x^*(k)$ et $a^*(k)$ les vecteurs des valeurs vraies des variables et respectivement des paramètres à la coulée k ; l'équation d'observation précisant la disponibilité des mesures y_i en fonction des variables d'état x_i^* est notée :

$$\begin{bmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \\ y_3(k) \\ y_4(k) \\ y_5(k) \\ y_6(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1^*(k) \\ x_2^*(k) \\ x_3^*(k) \\ x_4^*(k) \\ x_5^*(k) \\ x_6^*(k) \\ x_7^*(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{y1}(k) \\ \varepsilon_{y2}(k) \\ \varepsilon_{y3}(k) \\ \varepsilon_{y4}(k) \\ \varepsilon_{y5}(k) \\ \varepsilon_{y6}(k) \end{bmatrix} \tag{5.8}$$

avec $\varepsilon_{yi}(k)$ le vecteur des erreurs de mesure. On fait l'hypothèse que les erreurs de mesure $\varepsilon_{yi}(k)$ sont distribuées pour l'ensemble des coulées suivant une même loi normale centrée d'écart type σ_{yi}. Les caractéristiques associées à ces mesures sont reportées dans le tableau 5.3, celles-ci sont définies de manière empirique par l'expérience des aciéristes. Les mesures de ces variables ont des ordres de grandeur très différents, il est donc nécessaire de les mettre à l'échelle au préalable avant d'employer l'algorithme d'estimation simultanée.

Mesure	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6
Valeur mini.	0.45	0	-0.34	1.6	0.0018	0
Valeur maxi.	$2.78e+5$	$2.33e+4$	2.99	$3.55e+4$	7,38	$7.23e+4$
Valeur moy.	$5.08e+4$	4056	1.7	5193	3.2	$1.06e+4$
σ_{yi}	1500	1000	0.008	2000	0.0003	1500

Tableau 5.3 – Caractéristiques des mesures

Pour cet essai, on choisit de suivre seulement les paramètres a_1, a_2 et a_3, les autres restent constants et à leur valeur initiale. Les paramètres a_1, a_2 et a_3 ont été particulièrement recommandés et sélectionnés par les aciéristes, lors de nombreuses discussions et de retours d'expérience, pour leur possible évolution lente au cours du temps.

Cela se traduit par la pseudo-équation d'observation suivante :

$$a_i(k) = a_i^*(k) + \varepsilon_{ai}(k) \ , \ \ i = \{1,2,3\} \ , \ \ k = 1 \ldots 500 \tag{5.9}$$

On fait l'hypothèse que le vecteur $\varepsilon_{ai}(k)$ est distribué suivant une même loi normale centrée d'écart-type σ_{ai}

On reporte dans le tableau 5.4 les valeurs initiales ($k = 1$) et les écart-types des paramètres du modèle.

Pour les paramètres de fermeture de bilan $a_4 \ldots a_7$, on a choisi de prendre pour leur valeur initiale, les valeurs moyennes des résidus des équations bilans (Tab. 5.2) sur l'ensemble des 500 coulées afin de disposer d'un modèle initial en adéquation avec les mesures. Si l'on ne recale pas le modèle, le diagnostic pour les premières coulées risque d'être complètement faussé.

Paramètres	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
Valeur initiales	1000	2000	1	-120	200	-7000	0
σ_{ai}	50	100	0.03	0	0	0	0

Tableau 5.4 – Caractéristiques des paramètres

5.3.2 Résultats

On applique maintenant, sur les 100 premières coulées, l'algorithme de réconciliation de données et d'estimation paramétrique simultanées en prenant une fenêtre d'observation de taille $N = 20$. L'algorithme d'estimation cherche à fournir des valeurs qui vérifient les contraintes du modèle $f_1 \dots f_4$, en minimisant le critère d'estimation, qui à la coulée k est le suivant :

$$\phi_k = \frac{1}{2} \sum_{j=k-N}^{k} \|y(j) - Hx^*(j)\|^2_{V^{-1}} + \frac{1}{2} \|a^*(k) - \hat{a}(k-1)\|^2_{W^{-1}} \tag{5.10}$$

avec $V(i,i) = \sigma^2_{yi}$ et $W(i,i) = \sigma^2_{ai}$ les éléments des matrices de variance-covariance des erreurs de mesures et des variations des paramètres évoluant au cours du temps.

Les estimées des variables d'état représentant le système à chaque coulée sont ensuite comparées aux mesures (ou pour x_7 à une valeur nominale) dans les figures 5.3 à 5.9. Sur ces graphiques, on affiche également la valeur des écarts normalisés entre estimées et mesures avant et après correction si celle-ci a été réalisée.

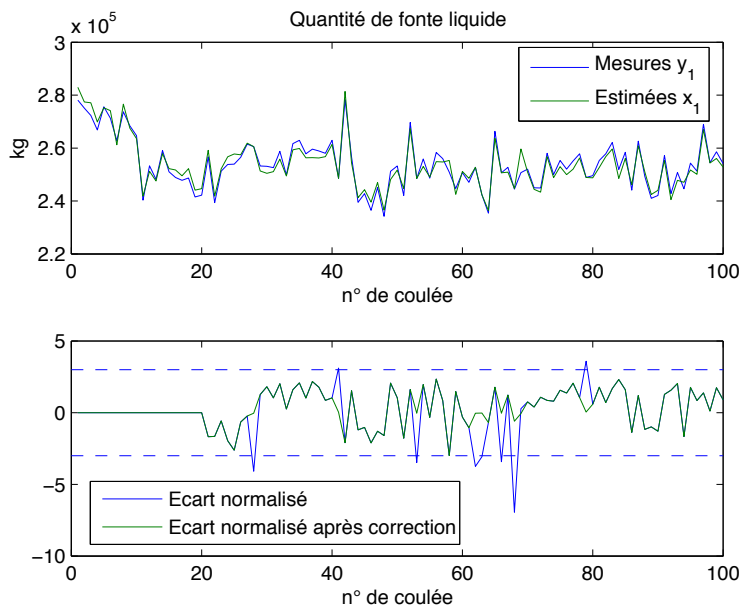

Figure 5.3 – Estimées et mesures de x_1

On peut s'apercevoir sur ces graphiques, que l'erreur repérée précédemment sur les résidus à la coulée 69 se retrouve sur l'ensemble des corrections normalisées des différentes variables.

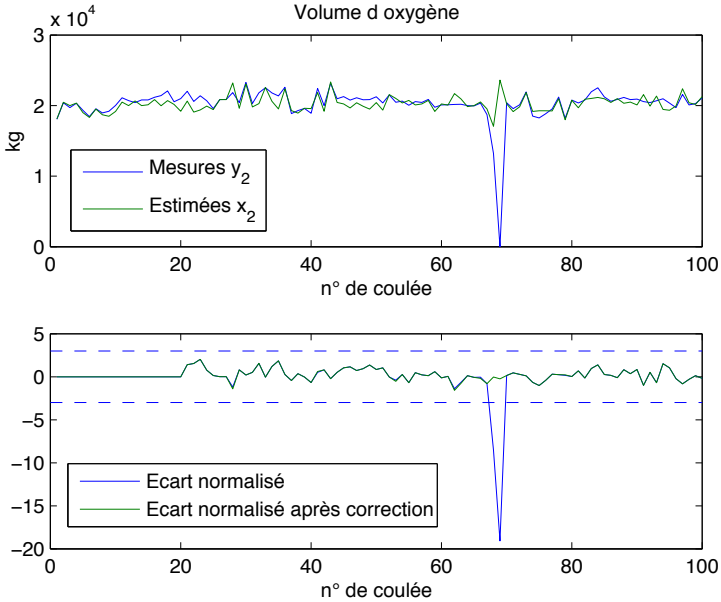

Figure 5.4 – Estimées et mesures de x_2

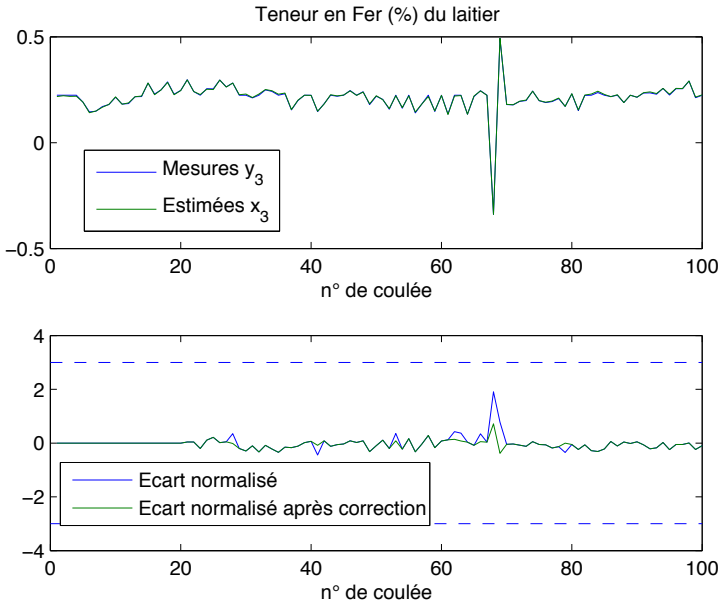

Figure 5.5 – Estimées et mesures de x_3

La mesure de la quantité de fonte liquide semble être la mesure la plus erronée sur l'ensemble de ces coulées. D'autre part la mesure de la teneur de silicium dans la fonte semble très précise. Cependant, ces conclusions sont à prendre avec précaution, en effet les valeurs attribuées aux écart-types des erreurs de mesures jouent pour beaucoup dans le calcul des écarts normalisés. Si ces écart-types ont été sous- ou sur-évalués, les conclusions données par cette étape de diagnostic seront différentes.

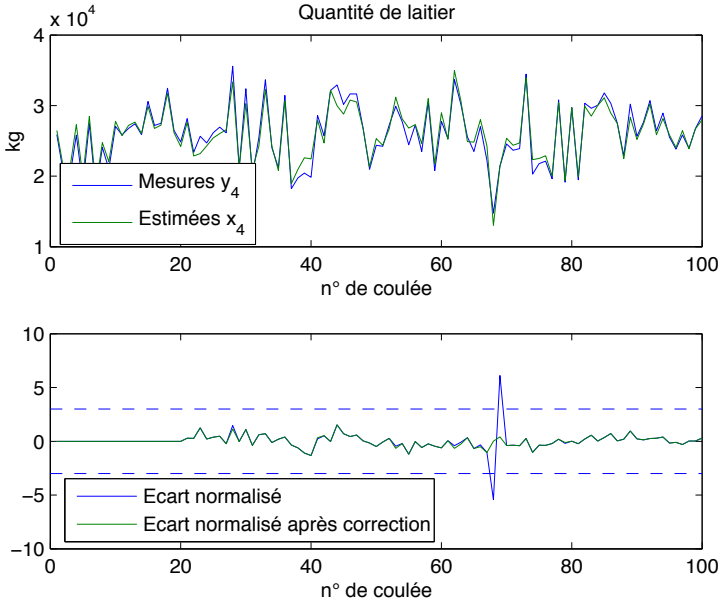

Figure 5.6 – Estimées et mesures de x_4

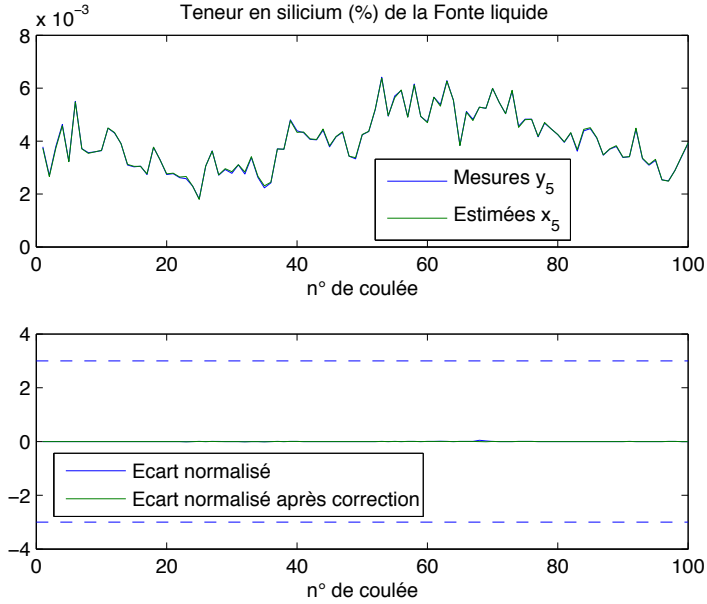

Figure 5.7 – Estimées et mesures de x_5

Les estimées des paramètres a_1, a_2 et a_3 sont reportées dans la figure 5.10.

Les estimées des paramètres semblent décrire des évolutions lentes fluctuant au cours du temps. Pour les paramètres a_1 et a_2, représentant les restes d'acier et de laitier dans le convertisseur d'une coulée à l'autre, leurs valeurs initiales semblent bien évaluées, puisqu' en effet

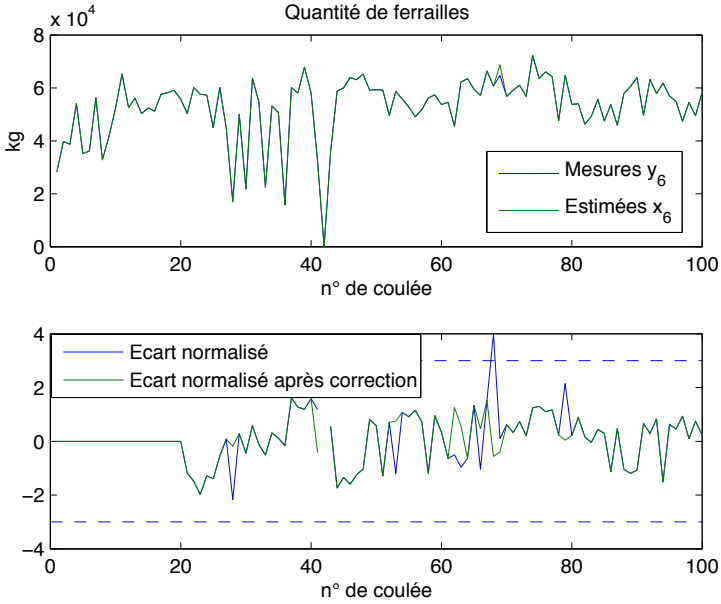

Figure 5.8 – Estimées et mesures de x_6

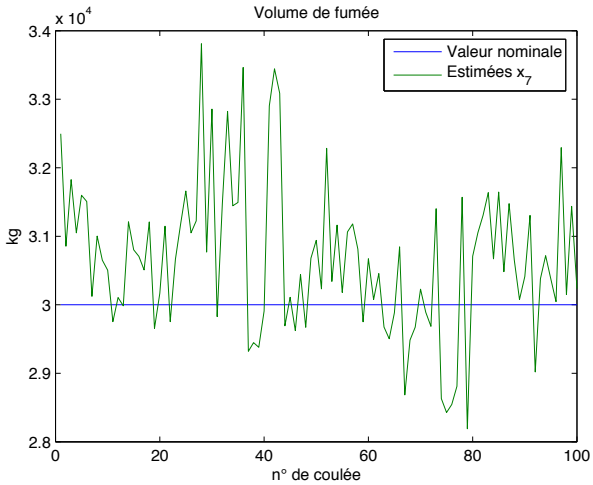

Figure 5.9 – Estimées de x_7

les estimées de ces paramètres fluctuent lentement autour de ces valeurs initiales au cours du temps.
Pour le paramètre a_3 représentant un terme multiplicatif associé au degré d'oxydation du laitier, on s'aperçoit que la valeur de ses estimées est toujours supérieure à sa valeur initiale, ce qui veut dire que de manière générale le degré d'oxydation du laitier semble sous évalué.

Ces résultats font partie des premiers essais de la méthode de réconciliation de données et d'estimation paramétrique simultanées appliquées sur base de données et un modèle réels. Le modèle définitif n'étant encore déployé sur aucun site industriel, la mise en place de ce modèle

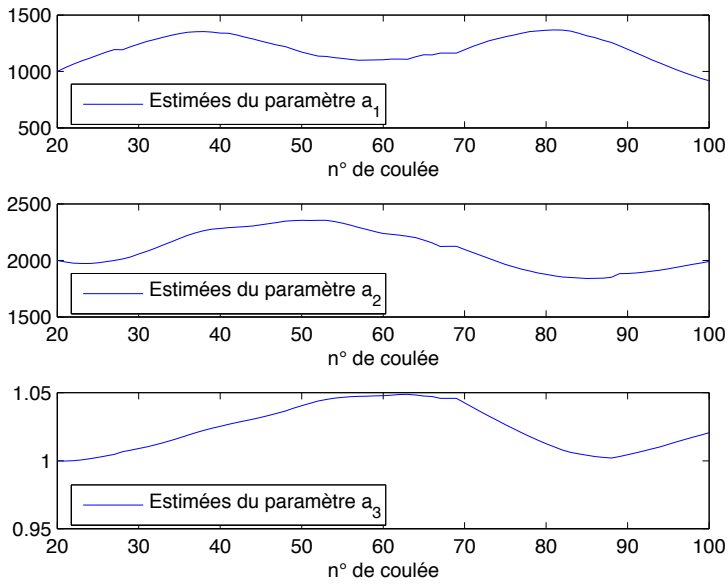

Figure 5.10 – Suivi de l'évolution des paramètres décrivant les dégradations

générique, son étude plus approfondie, et l'application de la méthode d'estimation simultanée font l'objet d'un contrat VIE (Volontariat International en Entreprise) qui a débuté en avril 2010 à l'usine ArcelorMittal de Gent.

5.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le projet du goupe ArcelorMittal de développement d'un modèle générique décrivant la physique du convertisseur à oxygène et pouvant être utilisé sur l'ensemble des convertisseurs de ce groupe. L'élaboration de ce modèle est actuellement terminée et il est en phase de validation pour s'assurer de sa validité. Nous avons extrait de ce modèle quelques équations afin de tester la méthode de réconciliation de données et d'estimation paramétrique simultanées développée dans le chapitre précédent. Pour cela, nous avons utilisé des données réelles provenant de coulées réalisées sur les convertisseurs de l'usine ArcelorMittal Gent. Nous avons ensuite posé certaines hypothèses simplificatrices pour pouvoir appliquer la méthode sur un modèle de taille raisonnable pour un premier essai en sélectionnant les variables et paramètres que l'on souhaitait estimer. Nous avons obtenu des premiers résultats et nous en avons tiré des premières conclusions qui sont à considérer avec beaucoup de précaution. En effet, les connaissances des données utilisées sont très sommaires et de nombreux paramètres ont été remplacés par des valeurs empiriques. Cependant, ces premiers résultats sont encourageants pour la poursuite de l'étude qui sera réalisée lors d'un contrat VIE (Volontariat International en Entreprise).

6

Condition et limitation d'emploi de la méthode d'estimation simultanée des variables et des paramètres

Sommaire

6.1 Introduction **128**
6.2 Observabilité et redondance **128**
6.3 Limites d'utilisation de la méthode d'estimation simultanée **132**
6.3.1 Influence d'une dérive de paramètre sur les estimées 133
6.3.2 Influence de défaut multiplicatif de mesure sur les estimées 136
6.4 Conditions permettant d'éviter certaines erreurs d'estimation **140**
6.4.1 Table de signature de l'impact de l'incertitude des paramètres 141
6.4.1.1 Application : exemple de détection de rupture sur les résidus 142
6.4.2 Rang des matrices Jacobiennes 146
6.4.3 Banc d'observateurs pour le diagnostic 147
6.5 Conclusion **148**

6.1 Introduction

Les modèles des processus employés dans le domaine de la sidérurgie sont en général complexes en raison du nombre important de variables et de paramètres intervenant dans leur description. En particulier, les éléments chimiques contenus dans les différents alliages sont nombreux et leurs caractéristiques physiques le sont tout autant.

Par exemple, le modèle générique *GSM (Generic Steel Making)*, développé pour pouvoir être employé sur l'ensemble des convertisseurs à oxygène du groupe ArcelorMittal, doit sa complexité à sa strucure qui comporte une centaine d'équations, une dizaine de milliers de variables et de paramètres. Ces chiffres considérables sont dûs au fait qu'il existe un bilan chimique par élément du tableau des éléments chimiques de Mendeleïev. Il serait bien entendu illusoire d'appliquer sans considérations préalables de simplification, l'algorithme d'estimation simultanée des variables et des paramètres avec fenêtre glissante sur un tel modèle. En effet, pour pouvoir donner des estimations vraisemblables, il faut disposer d'un minimum d'informations fournies par les mesures, le modèle, la précision des données. A partir de trop peu d'information, les estimées obtenues auraient une validité très limitée.

6.2 Observabilité et redondance

Pour pouvoir estimer l'état d'un système, il faut que le système soit observable, c'est-à-dire que la connaissance du vecteur de mesure et du modèle du système permette d'estimer le vecteur d'état. Dans la plupart des cas, les systèmes physiques ne bénéficient pas du principe de redondance matérielle consistant à mesurer à l'aide de plusieurs capteurs la même grandeur, et plus couramment encore, le nombre de mesures est bien souvent inférieur au nombre de variables. Dans ce cas là, pour que le système soit observable, il faut que le modèle employé permette de générer des équations de redondance analytique, c'est-à-dire des équations reliant uniquement les différentes variables mesurées et des équations permettant de déduire des variables mesurées celles qui ne le sont pas. Dans le cas de systèmes linéaires, on peut évaluer de manière rigoureuse l'observabilité alors que cela est beaucoup plus délicat pour les systèmes non linéaires, les équations de déduction se révèlent difficiles à obtenir.

Si on considère un modèle linéaire et l'équation d'observation explicitant les mesures y en fonction des grandeurs vraies x^*, décrits comme suit :

$$Ax^* = b \quad x^* \in \Re^v \quad A \in \Re^{n\times v} \quad b \in \Re^n \tag{6.1}$$

$$y = Hx^* + \varepsilon_y \quad y \in \Re^m \quad \varepsilon_y \in \Re^m \quad H \in \Re^{m\times v} \tag{6.2}$$

le problème d'observabilité consiste à établir sous quelle condition l'état x^* peut être déduit des mesures et du modèle. La situation la plus fréquente est celle où l'on ne dispose pas de mesures redondantes et où le nombre de variables est supérieur au nombre de mesures $v \geq m$. Cela se traduit sur la matrice d'observation par :

$$rang(H) = \dim(y) = m \tag{6.3}$$

Dans cette situation, le système est globalement observable si :

$$rang\begin{pmatrix} A \\ H \end{pmatrix} = \dim(x^*) = v \tag{6.4}$$

Si cette condition n'est pas satisfaite, aucune des méthodes de réconciliation de données présentées dans les chapitres précédents ne peut être mise en œuvre puisque certaines matrices intervenant dans le calcul de l'estimation deviennent non inversibles. Cependant, il est possible qu'une partie de ces variables d'état, ou des combinaisons linéaires de celles-ci, soient observables. L'analyse de la structure du système est alors une phase intéressante permettant d'extraire le sous-système observable. On parle alors d'observabilité partielle. On peut remarquer que cette observabilité est indépendante des erreurs de mesures et ne fait intervenir que la structure des équations de modèle et d'observation. Le terme constant b intervenant dans l'équation de modèle ne modifie pas non plus cette étude structurelle ; pour cette raison, on simplifie les écritures, en le considérant nul.

En tenant compte des hypothèses formulées sur la matrice d'observation H, il existe une matrice carrée régulière T que l'on peut obtenir par décomposition en valeurs singulières de H, telle que :

$$HT = (H_1 \;\; 0) \quad T \in \Re^{v \cdot v} \tag{6.5}$$

Le rang de H_1 est égal à m.

Avec le changement de variable :

$$x^* = T\bar{x} \tag{6.6}$$

l'équation d'observation du système s'écrit alors :

$$y = HT\bar{x} + \varepsilon_y \tag{6.7}$$

$$= (H_1 \;\; 0)\begin{pmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{pmatrix} + \varepsilon_y \tag{6.8}$$

De même, l'équation de modèle se transforme en :

$$Ax^* = AT\bar{x} = (A_1 \;\; A_2)\begin{pmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{pmatrix} = 0 \tag{6.9}$$

où le vecteur $\bar{x}$ a été décomposé en accord avec la partition de la matrice HT. Le système peut alors s'écrire sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} H_1\bar{x}_1 + \varepsilon_y & = & y \\ A_1\bar{x}_1 + A_2\bar{x}_2 & = & 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \begin{pmatrix} H_1 & 0 \\ A_1 & A_2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_y \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ 0 \end{pmatrix} \tag{6.10}$$

La matrice H_1 étant régulière par définition, le système est alors globalement observable si $\bar{x}_2$ peut être déterminé de manière unique ce qui n'est possible que si et seulement si :

$$rang(A_2) = dim(\bar{x}_2) = v - m \tag{6.11}$$

Si $rang(A_2) = k < v - m$, alors la matrice A_2 peut être décomposée sous la forme :

$$A_2 = PRQ^T = \begin{pmatrix} P_1 & P_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_1^T \\ Q_2^T \end{pmatrix} \tag{6.12}$$

La matrice A_2 est de dimension $n.(v-m)$. La matrice P, orthogonale, est donc de dimension $n.n$, la matrice R, de dimension $n.(v-m)$ avec R_1, matrice triangulaire régulière de dimension $k.k$, et la matrice Q, orthogonale est de dimension $(v-m).(v-m)$. En remplaçant A_2 par sa décomposition (6.12) et en multipliant le système par la matrice régulière Γ suivante :

$$\Gamma = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & P^T \end{pmatrix} \tag{6.13}$$

le système (6.10) s'écrit alors sous la forme :

$$\begin{pmatrix} H_1 & 0 \\ P^T A_1 & RQ^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_y \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ 0 \end{pmatrix} \tag{6.14}$$

En partitionnant selon les composantes de R, on a aussi :

$$\begin{pmatrix} H_1 & 0 \\ P_1^T A_1 & R_1 Q_1^T \\ P_2^T A_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_y \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ 0 \end{pmatrix} \tag{6.15}$$

Le système initial est donc équivalent aux deux sous-systèmes suivants :

$$\begin{cases} H_1 \bar{x}_1 + \varepsilon_y & = & y \\ P_2^T A_1 \bar{x}_1 & = & 0 \end{cases} \tag{6.16}$$

$$\{Q_1^T \bar{x}_2 = -R_1^{-1} P_1^T A_1 \bar{x}_1 \tag{6.17}$$

Le sous-système (6.16) est globalement observable ; on a en effet :

$$rang \begin{pmatrix} P_2^T A_1 \\ H_1 \end{pmatrix} = \dim(\bar{x}_1) = m \tag{6.18}$$

car $rang(H_1) = m$.

Les variables $\bar{x}_1$ peuvent donc être estimées à l'aide d'une des méthodes de réconciliation de données présentées dans les chapitres précédents, en minimisant, par rapport à $\bar{x}_1$, le critère :

$$\phi = \frac{1}{2} \|y - H_1 \bar{x}_1\|_{V^{-1}}^2 \tag{6.19}$$

sous la contrainte $P_2^T A_1 \bar{x}_1 = 0$.

Le système (6.17) doit ensuite être analysé. Certaines variables inconnues $\bar{x}_2$ peuvent être déduite de la connaissance de $\hat{\bar{x}}_1$, d'autres sont inobservables, cela étant lié à la structure de la matrice Q_1.

On comprend alors l'importance de classer les variables non mesurées en variables observables ou non observables et redondantes ou non redondantes, pour pouvoir déterminer quelles variables peuvent être estimées et, par la suite, pour analyser la pertinence de ces estimées.

Dans la littérature, deux approches principales de classification des variables pour des problèmes linéaires et non linéaires ont fait l'objet de travaux publiés dans les journaux spécialisés : la théorie des graphes et les méthodes basées sur l'analyse des modèles.

La définition ou la classification de variables comme non redondante, redondante, observable et non observable a d'abord été établie pour les processus linéaires par Vaclavek [1969] de la façon suivante :

- Une variable non mesurée est définie comme non observable si elle ne peut pas être déterminée de manière unique à partir des autres variables mesurées.

- Une variable mesurée est non redondante si la suppression de sa mesure fait d'elle, une variable non observable.

Le problème de classification a été également traité dans les travaux de Vaclavek [1969] où il est décrit une approche basée sur la théorie des graphes permettant d'obtenir un système d'équations réduit ne contenant que les mesures redondantes. Kretsovalis et Mah. [1988] ont également appliqué cette théorie des graphes pour l'identification de l'observabilité des variables. Crowe *et al.* [1983] ont utilisé une matrice de projection pour classer les variables. Madron et Veverka [1992] ont utilisé la méthode du pivot de Gauss, pour réduire la structure des équations puis classer les variables des systèmes linéaires.

Dans de nombreuses applications industrielles, la réconciliation de données est appliquée sur des bilans massiques. Dans la pratique, il est également intéressant de considérer des bilans massiques partiels faisant intervenir des éléments chimiques et aussi des bilans énergétiques, puisque les mesures de température et de concentration des flux en différentes espèces chimiques ou minérales sont souvent disponibles en partie ou en totalité. Dans les équations de bilan, ces variables interviennent souvent sous forme de produit, ce qui rend bilinéaires les contraintes du système. Crowe [1986] a alors étendu l'utilisation de la méthode de matrice de projection pour le cas des systèmes non linéaires, en effectuant des changements de variables pour rendre le système linéaire ou pseudo-linéaire. Une approche différente est développée par Simpson *et al.* [1991] pour procéder à la réconciliation de données dans le cas des modèles bilinéaires. Au lieu d'obtenir un jeu de contraintes réduites n'impliquant que des variables mesurées, leur approche élimine complètement toutes les contraintes en séparant le jeu de variables en variables mesurées et non mesurées mais dépendantes de celles mesurées, de manière similaire à ce qui est fait dans les techniques d'optimisation non linéaire sous contraintes. Les contraintes sont alors utilisées pour obtenir des relations explicites entre les variables mesurées et non mesurées, relations qui sont utilisées pour éliminer toutes les variables non mesurées des fonctions de coût et obtenir un problème de dimension réduite sans contrainte, dans l'espace des variables mesurées.

Sánchez et Romagnoli [1996] ont utilisé la décomposition QR de la matrice de contraintes pour déterminer de manière efficace la matrice de projection des données dans le cas des systèmes linéaires et bilinéaires. Hodouin et Everell [1980] ont analysé la redondance d'informa-

tion et l'observabilité des systèmes non linéaires en utilisant une méthode de linéarisation locale des contraintes. Albuquerque et Biegler [1996] ont étendu la procédure de classification des variables aux systèmes dynamiques, en utilisant des méthodes d'algèbre linéaire et en introduisant le concept de redondance "collective". Tout d'abord, ils linéarisent et discrétisent le modèle non linéaire, pour lui appliquer les analyses d'observabilité et de redondance, puis ils en déduisent la classification des variables.

6.3 Limites d'utilisation de la méthode d'estimation simultanée

Dans le cas de modèle non linéaire, les techniques d'estimation de type réconciliation de données ne permettent pas d'obtenir une solution analytique explicite ; il faut alors mettre en œuvre des algorithmes permettant d'obtenir de façon itérative les estimées ou même des algorithmes donnant des solutions approchées en utilisant un principe de découplage des variables intervenant dans les non-linéarités. Les solutions obtenues par ces méthodes itératives peuvent dépendre des valeurs initiales ; de plus, le choix des consignes d'arrêt de l'algorithme itératif employé se révèle souvent capital pour l'obtention de la solution optimale. L'ensemble de ces solutions dépend également de la non-linéarité des contraintes du modèle, la solution obtenue pouvant alors correspondre alors à un minimum local de la fonction objectif.

Ainsi, dans le cas de la réconciliation de données et de l'estimation paramétrique simultanées, cela peut se traduire par l'apparition d'estimations peu vraisemblables, principalement provoquées par le report d'une erreur de mesure d'une variable ou de dérive d'un paramètre, sur l'estimée d'une autre variable ou d'un autre paramètre.

Ces reports d'erreurs interviennent la plupart du temps lorsque le degré de redondance analytique des variables est faible. Dans ce cas, on conçoit bien que si on estime un trop grand nombre de grandeurs physiques avec peu d'informations, les estimées obtenues risquent de ne pas avoir le sens physique attendu.

Nous allons donc détailler et illustrer, dans les exemples suivants, plusieurs cas d'estimations pouvant intervenir dans l'utilisation de la méthode d'estimation simultanée des variables et des paramètres. Puis nous proposerons quelques solutions permettant de limiter l'apparition de ce type de phénomène.

6.3.1 Influence d'une dérive de paramètre sur les estimées

On considère un système décrit par le jeu de contraintes non linéaires suivantes qui dépendent de 5 variables et 7 paramètres :

$$\begin{aligned} a_1^* x_1^* x_2^* + x_3^* + a_2^* x_4^* - x_2^* x_5^* + a_3^* &= 0 \\ a_4^* x_1^* x_3^* - a_2^* x_2^* x_3^* x_5^* + x_2^* x_4^* + a_5^* &= 0 \\ x_1^* - a_1^* x_3^* x_4^* + a_6^* x_2^* + x_5^* + a_7^* &= 0 \end{aligned}$$

Pour cet exemple, les valeurs vraies des paramètres sont toutes fixées à leur valeur nominale donnée dans le tableau 6.2, exceptée pour la valeur vraie du paramètre a_6^* qui a une valeur initiale égale à sa valeur nominale et qui dérive lentement et de façon aléatoire au cours des 200 observations (cf. 6.1). On crée ensuite un jeu de 200 valeurs des variables x_1^* à x_5^* ayant chacune un point de fonctionnement différent, en fixant de manière aléatoire deux variables x_2^* et x_3^* et en déduisant les trois autres x_1^*, x_4^* et x_5^* au travers des trois équations du modèle. Les mesures des variables x_1 à x_5 sont obtenues en ajoutant un bruit gaussien d'écart type égal à 10% de leurs moyennes sur les 200 observations. Les caractéristiques de ces mesures sont données dans le tableau 6.1.

A partir de $x_2^*(k)$ et $x_3^*(k)$, on obtient donc les autres variables :

$$\begin{aligned} x_1^* &= f_1(x_2^*(k), x_3^*(k), a_1^*, \ldots, a_7^*) \\ x_4^* &= f_2(x_2^*(k), x_3^*(k), a_1^*, \ldots, a_7^*) \\ x_5^* &= f_3(x_2^*(k), x_3^*(k), a_1^*, \ldots, a_7^*) \end{aligned}$$

$$x_i(k) = x_i^*(k) + \varepsilon_{xi}(k),\ i = 1 \ldots 5 \tag{6.20}$$

où $\varepsilon_{xi} \sim \mathcal{N}(0, (\frac{\bar{x}_i}{10})^2)$, $\bar{x}_i$ étant la valeur moyenne des $x_i(k), \forall k \in [1, 200]$.

Le paramètre qui dérive est généré par le modèle :

$$a_6(k) = a_6^*(k-1) + \Delta(k) \tag{6.21}$$

où $\Delta(k)$ est une valeur aléatoire permettant de créer une variation d'une observation à la suivante.

Variable	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
Minimum	3.43	−3.59	0.68	0.51	−3.59
Moyenne	9.31	−1.95	3.72	2.85	−1.27
Maximum	15.93	−0.91	9.88	8.24	0.063

Tableau 6.1 – Caractéristiques des mesures des variables d'état

Pour appliquer notre algorithme d'estimation simultanée des variables et des paramètres, on sélectionne comme paramètres "incertains", c'est-à-dire pouvant dériver au cours du temps, les

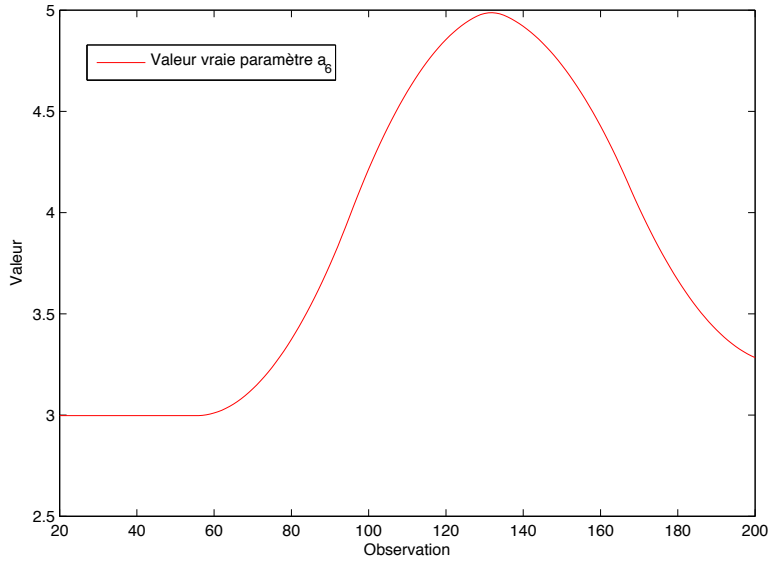

Figure 6.1 – Evolution du paramètre a_6

Paramètre	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
Incertain	·	·	·	·	·	X	X
Valeur nominale	1	2	10	0.5	6	3	8
Ecart-type ($\sim$ taux de variation)	·	·	·	·	·	0.03	0.08

Tableau 6.2 – Valeur nominale des paramètres et taux de variation des paramètres "incertains"

paramètres a_6 et a_7 intervenant uniquement dans la troisième équation du modèle. Les autres paramètres sont considérés comme fixes. Pour l'estimation, on choisit une fenêtre d'observation de longueur $N = 20$ observations.

L'algorithme d'estimation cherche à fournir des valeurs qui vérifient les contraintes du modèle, minimisant le critère d'estimation, qui à l'observation k est le suivant :

$$\phi_k = \frac{1}{2}\sum_{j=k-N}^{k} \|x(j) - x^*(j)\|^2_{V^{-1}} + \frac{1}{2}\|a^*(k) - \hat{a}(k-1)\|^2_{W^{-1}} \tag{6.22}$$

avec :

- $x(k) = (x_1(k)\ldots x_5(k))^T$ le vecteur des mesures,
- V la matrice de variance dont les éléments diagonaux sont égaux à $V_{ii} = \frac{\bar{x}_i}{10})^2$,
- $\hat{a}(k-1) = (\hat{a}_6(k-1) \quad \hat{a}_7(k-1))^T$ le vecteur des estimées des paramètres obtenues à l'observation $k-1$,
- et $W = \begin{pmatrix} 0.03^2 & 0 \\ 0 & 0.08^2 \end{pmatrix}$ la matrice de "pseudo" variance-covariance des "erreurs" de paramètre représentant un taux de variation d'une observation à l'autre.

On applique ensuite l'algorithme d'estimation simultanée des variables et des paramètres du système à la base de données décrite précédemment, les mesures étant prises sur une fenêtre glissante de 20 observations. On obtient ainsi les résultats d'estimation concernant les variables du système et les paramètres du modèle respectivement indiqués sur les figures 6.2 et 6.3 (pour plus de lisibilité concernant les variables, on ne s'intéresse qu'aux observations 60 à 160).

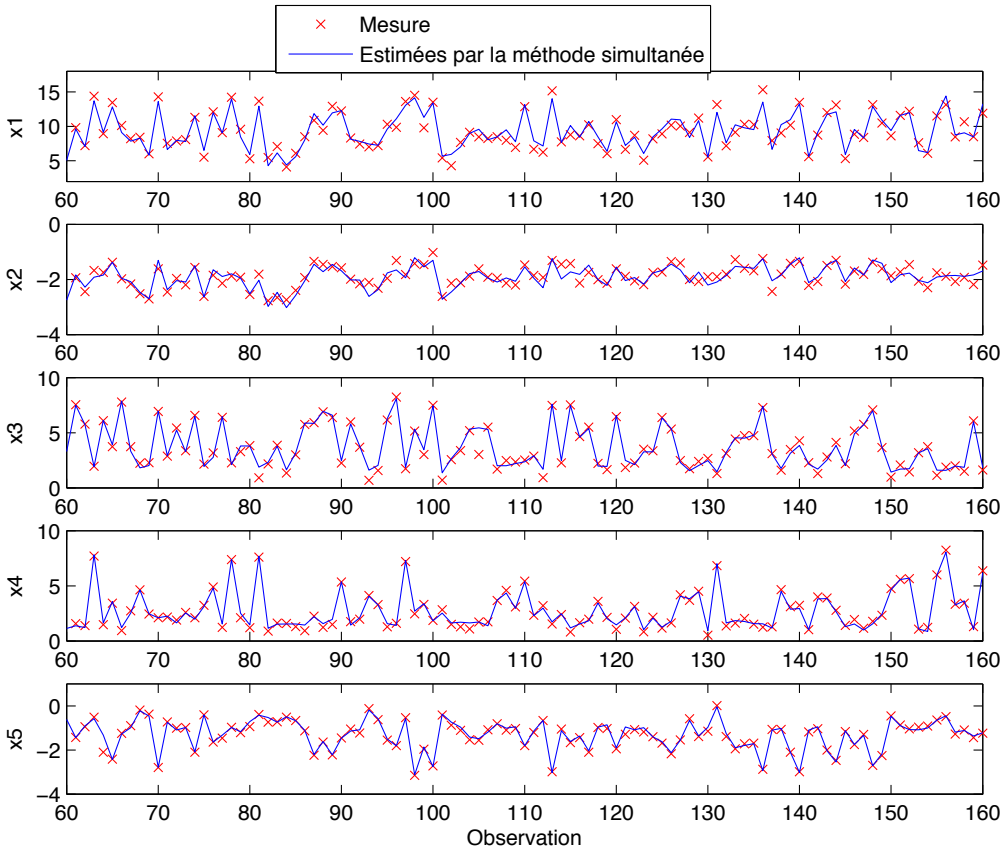

Figure 6.2 – Estimation et mesure des variables pour les observations 60 à 160

Comme les mesures ne sont entachées que d'erreurs aléatoires, les estimées des variables sont assez proches des mesures comme le confirme la figure 6.2.

Par contre, on s'aperçoit sur la figure 6.3 que la dérive de la valeur vraie du paramètre a_6 s'est reportée principalement sur l'estimation du paramètre a_7 et, dans une moindre mesure, sur l'estimation du paramètre a_6. La méthode d'estimation simultanée n'a pas permis de suivre correctement le paramètre dérivant, et qui plus est, elle a reporté les variations de ce paramètre sur un autre paramètre dégradant ainsi l'identification du modèle. Cette erreur d'estimation du modèle pourrait conduire dans le cadre d'une utilisation en ligne de ce modèle, à des erreurs de prédiction des variables dont l'utilisation pourrait alors s'avérer néfaste pour la conduite du système.

Cependant, cette distorsion des résultats était pour le moins prévisible compte-tenu de la

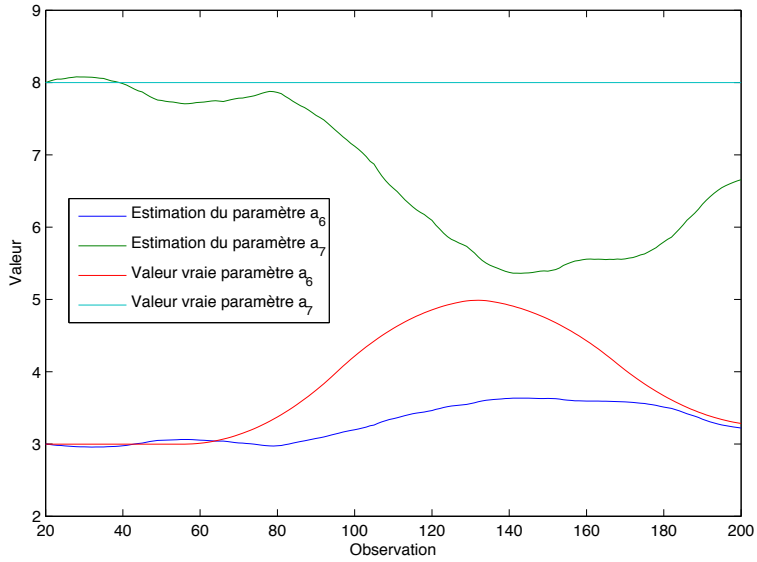

Figure 6.3 – Estimation des paramètres a_6 et a_7

structure du modèle ; en effet on peut remarquer que les deux paramètres incertains a_6 et a_7 interviennent tous les deux uniquement dans la même équation du modèle. Puisque la méthode d'estimation cherche à estimer conjointement des variables et des paramètres qui satisfont aux équations du modèle, l'algorithme peut soit reporter les variations réelles du paramètre a_6 sur l'un ou l'autre de ces deux paramètres, voire sur les deux simultanément. De plus, comme le paramètre a_6 est multiplié par la variable x_2 dont la plage de valeur est faible et dont le produit par a_6 est du même ordre de grandeur que la valeur du paramètre a_7, on dispose alors de peu d'information pour séparer l'influence de ces différentes quantités.

6.3.2 Influence de défaut multiplicatif de mesure sur les estimées

On considère maintenant un système décrit par un autre jeu de contraintes non linéaires :

$$\begin{aligned} a_1^* x_1^* + (-3 + x_2^*) x_3^* + (a_2^* - x_4^*) * x_5^* &= 0 \\ a_3^* x_1^* + (a_4^* x_2^* x_4^* - x_5^*) x_3^* + 9 &= 0 \\ a_5^* x_1^* + a_6^* x_2^* x_3^* + a_7^* x_4^* + a_8^* x_5^* - 1 &= 0 \end{aligned}$$

Comme pour l'exemple précédent, les valeurs vraies des paramètres sont toutes fixées à leur valeur nominale donnée dans le tableau 6.4. On créée ensuite un jeu de 200 valeurs vraies des variables x_1^* à x_5^* ayant chacune un point de fonctionnement différent, en fixant de manière aléatoire deux variables x_2^* et x_3^* et en déduisant les trois autres x_1^*, x_4^* et x_5^* au travers des trois équations du modèle. Les mesures des variables x_1 à x_5 sont obtenues en ajoutant un bruit gaussien d'écart type égal à 10% de leurs moyennes sur les 200 observations. On ajoute un défaut de type multiplicatif sur la mesure x_1 durant les observations 61 à 81. Les caractéristiques de

ces mesures sont données dans le tableau 6.3.

Les variables $x_2^*(k)$ et $x_3^*(k)$ étant fixes, on trouve alors :

$$\begin{aligned} x_1^* &= f_1(x_2^*(k), x_3^*(k), a_1^*, \ldots, a_8^*) \\ x_4^* &= f_2(x_2^*(k), x_3^*(k), a_1^*, \ldots, a_8^*) \\ x_5^* &= f_3(x_2^*(k), x_3^*(k), a_1^*, \ldots, a_8^*) \end{aligned}$$

Les mesures sont générées de la façon suivante :

$$x_i(k) = x_i^*(k) + \varepsilon_{xi}(k), \quad i = 2 \ldots 5 \tag{6.23}$$

$$x_1(k) = m x_1^*(k) + \varepsilon_{x1}(k) \tag{6.24}$$

avec

$$m = 1 \ , \ k \in [1-60] \cup [82-200] \tag{6.25}$$

$$m = 1.4 \ , \ k \in [61-81] \tag{6.26}$$

avec $\varepsilon_{xi} \sim \mathcal{N}(0, (\frac{\bar{x}_i}{10})^2)$, $\bar{x}_i$ étant la valeur moyenne des $x_i(k), \forall k \in [1, 200]$.

Pour appliquer l'algorithme d'estimation simultanée des variables et des paramètres, on considère les paramètres a_3 et a_5 variables au cours du temps ; notons que ces paramètres interviennent chacun dans une seule équation du modèle. Les autres paramètres sont considérés comme fixes. On choisit une fenêtre d'observation de longueur $N = 20$ observations.

Variable	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
Minimum	0.67	1.24	−3.16	0.96	−17.55
Moyenne	5.87	5.78	−1.8	2.11	−11.23
Maximum	14.35	11.6	−0.7	2.86	−3.57

Tableau 6.3 – Caractéristiques des mesures des variables d'état

Paramètre	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
Incertain	·	·	X	·	X	·	·	·
Valeur nominale	0.5	2	3	0.25	1	−0.5	1	1
Ecart-type (∼ taux de variation)	·	·	0.03	·	0.01	·	·	·

Tableau 6.4 – Valeurs nominales des paramètres et taux de variation des paramètres "incertains"

L'algorithme d'estimation cherche à fournir des valeurs qui vérifient les contraintes du modèle, minimisant le critère d'estimation, qui à l'observation k est le suivant :

$$\phi_k = \frac{1}{2} \sum_{j=k-N}^{k} \|x(j) - x^*(j)\|_{V^{-1}}^2 + \frac{1}{2} \|a^*(k) - \hat{a}(k-1)\|_{W^{-1}}^2 \tag{6.27}$$

avec

- $x(k) = (x_1(k) \ldots x_5(k))^T$ le vecteur des mesures,
- V la matrice de variance dont les éléments diagonaux sont égaux à $V_{ii} = \frac{\bar{x}_i}{10})^2$,
- $\hat{a}(k-1) = (\hat{a}_3(k-1) \quad \hat{a}_5(k-1))^T$ le vecteur des estimées des paramètres obtenues à l'observation $k-1$,
- $W = \begin{pmatrix} 0.03^2 & 0 \\ 0 & 0.01^2 \end{pmatrix}$ la matrice de "pseudo" variance-covariance des "erreurs" de paramètre.

On applique ensuite l'algorithme d'estimation simultanée des variables et des paramètres du système à la base de données décrite précédemment à partir des mesures prises sur une fenêtre glissante de 20 observations. On obtient ainsi les résultats d'estimation concernant les variables du système et les paramètres du modèle respectivement indiqués sur les figures 6.4 et 6.5 (on se limite à donner les résultats de l'estimation de la variable x_1^*).

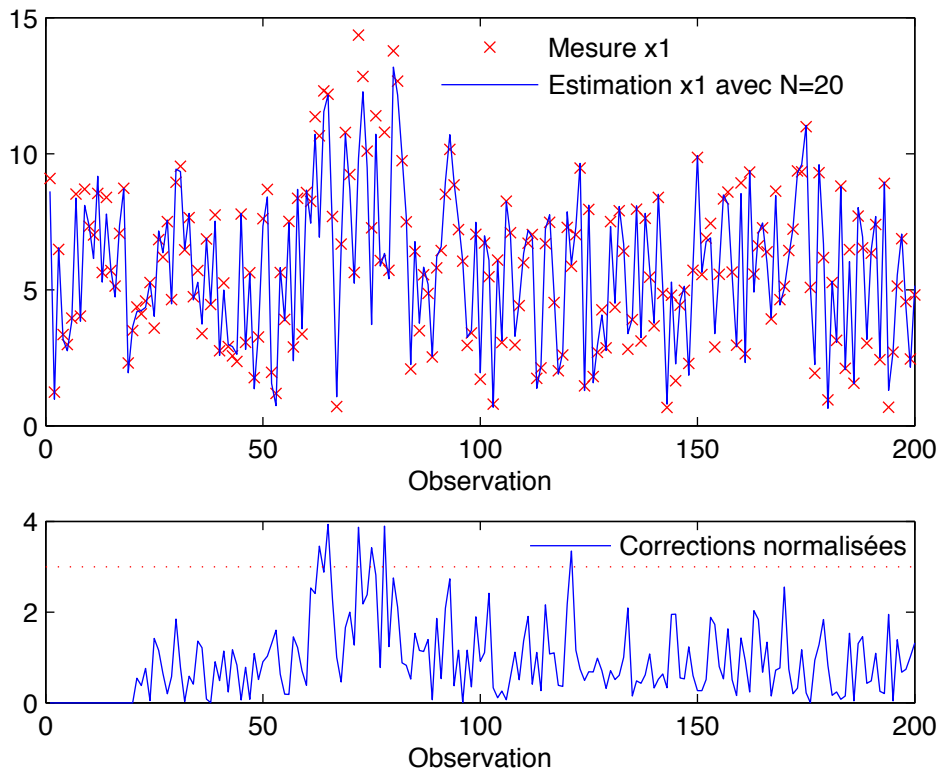

Figure 6.4 – Estimation et mesure des variables

L'examen de la figure 6.4 montre que l'on arrive en partie à détecter le défaut multiplicatif affectant la variable x_1 des observations 61 à 81. En effet, on peut s'apercevoir que certaines des corrections normalisées (cf. chap 4), entre mesure et estimée de x_1 durant la période $[61;81]$, sont supérieures au seuil de détection représenté par la ligne rouge en pointillée et fixée ex-

périmentalement à la valeur 3. L'algorithme permet donc de détecter par intermittence l'erreur affectant x_1.

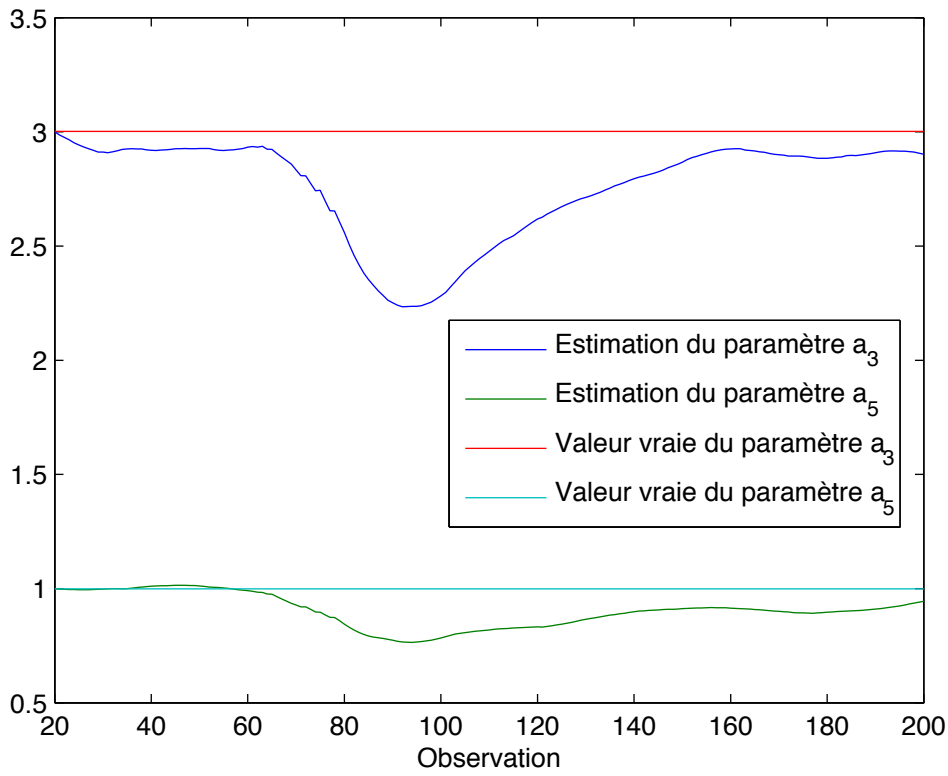

Figure 6.5 – Estimées des paramètres a_3 et a_5

Cependant, on peut s'apercevoir sur la figure 6.5 que le défaut multiplicatif est également en partie reporté sur les valeurs des estimées des paramètres a_3 et a_5. On peut expliquer ce phénomène par le fait que la variable x_1 n'intervient que sous forme multiplicative avec les paramètres a_1, a_3 et a_5 (remarque : pour notre exemple on ne considère que a_3 et a_5 comme des paramètres pouvant évoluer au cours du temps) ; l'algorithme d'estimation simultanée des variables d'état et des paramètres du système a alors la possibilité de reporter l'erreur de mesure de x_1 soit sur l'estimée $\hat{x}_1$ de cette variable, soit sur les estimées des paramètres variables qui lui sont associés de manière multiplicative (a_3 et a_5), soit encore simultanément sur les estimées de la variable x_1 et des paramètres a_3 et a_5. Ce dernier cas s'est révélé le plus fréquent et c'est celui qui est représenté sur les figures 6.4 et 6.5. On peut remarquer que l'apparition de l'erreur entre les observations 61 et 81 provoque une dérive importante des paramètres a_3 et a_5 par rapport à leurs valeurs vraies pour les observations comprises entre 81 et 101, c'est-à-dire en retard par rapport à l'apparition du défaut affectant x_1 ; ce phénomène s'explique par l'emploi du filtre lors de l'estimation des paramètres par une fenêtre glissante de taille de 20 observations (cf. Fig 6.6). En effet, comme l'algorithme d'estimation utilise toujours les 19 observations précédentes à celle en cours, dans un premier temps l'erreur affectant x_1 ne peut être que reportée sur l'estimée de la variable x_1 ; ensuite, comme cette erreur est persistante, l'algorithme d'estima-

tion reporte l'erreur affectant x_1 sur les estimées des variables et des paramètres. Même après l'observation 81, alors qu'il n'y a plus de défaut de mesure, la fenêtre glissante joue son rôle de mémoire et les erreurs de mesures des observations précédentes sont alors uniquement reportées sur l'estimation des paramètres a_3 et a_5 du modèle. Ceux ci continuent donc de dériver avec un maximum aux alentours de l'observation 91. Ensuite, après l'observation 101, lorsqu'il n'y a plus de défaut de mesure dans la fenêtre d'observation des données, les estimées des paramètres dérivent alors lentement vers la solution optimale, c'est-à-dire la valeur vraie de ces paramètres.

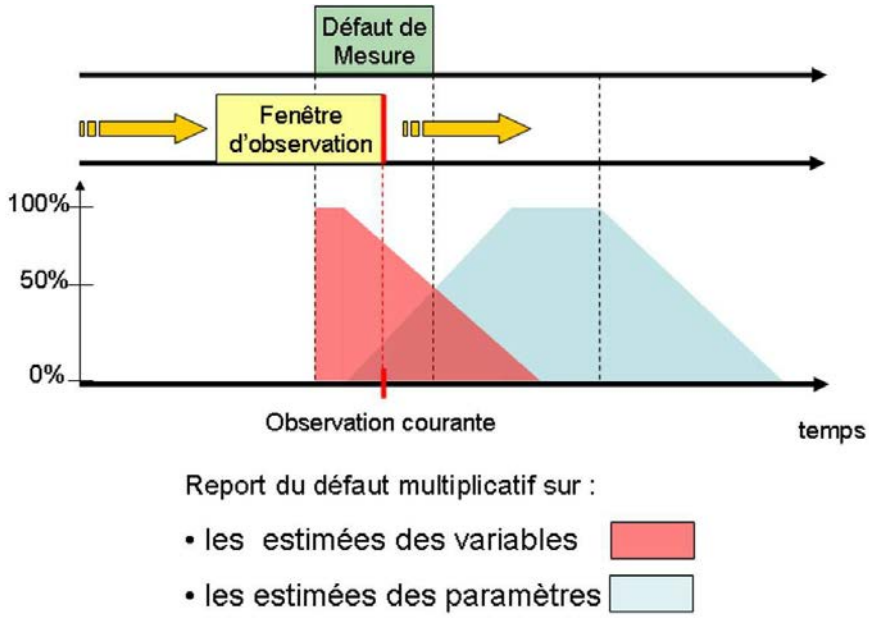

Figure 6.6 – Influence temporelle des défauts de mesure

De façon semblable, il peut également arriver que les erreurs affectant une variable se reportent sur l'estimée d'une autre variable, si ces deux variables apparaissent par exemple sous la forme d'un produit.

De ces différents exemples, on conclut qu'il faut utiliser avec prudence une technique d'estimation. Vouloir estimer simultanément l'ensemble des variables et des paramètres d'un modèle est possible mais les résultats obtenus, les estimées, risquent de n'avoir aucun sens physique. Il convient donc de déterminer, a priori ou a posteriori, sur quelles variables et sur quelles paramètres, l'estimation doit porter.

6.4 Conditions permettant d'éviter certaines erreurs d'estimation

Dans la partie précédente, nous remarquons que dans certaines configurations, en fonction des équations du modèle et des paramètres choisis pour décrire les variations du système, la

méthode d'estimation fournit des résultats peu vraisemblables et non conformes avec la réalité lorsque celle-ci est connue lors d'une simulation. Cela peut provoquer une réaction inappropriée de conduite des systèmes employant la nouvelle valeur du modèle, et par conséquent une perte de profit ou pire une remise en cause de la sécurité du système. Limiter au maximum l'occurrence de ces cas est donc une étape cruciale et indispensable.

Dans le cas particulier de la simulation comme cela a été fait précédemment, on peut facilement s'apercevoir des résultats peu réalistes fournis par un algorithme puisque l'on connaît les valeurs vraies des données du problème. Comme dans la pratique ces données sont inaccessibles, il faut donc pouvoir compter sur le bon fonctionnement des techniques d'estimation et de validation des données et surtout sur leur utilisation à bon escient.

C'est pourquoi, dans cette partie, nous allons présenter différentes méthodes pour configurer correctement la méthode d'estimation simultanée des variables et des paramètres incertains du modèle.

6.4.1 Table de signature de l'impact de l'incertitude des paramètres

Pour mieux appréhender le problème de la sélection des paramètres à suivre au cours du temps, on peut construire puis analyser la table de signatures des paramètres du système. Il s'agit en fait d'observer et d'analyser l'impact des dérives de paramètres sur les résidus des équations de bilan. En ligne, il est intéressant d'appliquer cette méthode en parallèle de la méthode de diagnostic pour observer la dérive des paramètres. En effet, cela peut permettre de confirmer un bon diagnostic ou alors infirmer un mauvais jugement.

Pour cela, nous calculons les résidus des équations du système grâce aux mesures et au modèle initial construit avec les valeurs nominales des paramètres. En analysant ces résidus, on peut détecter certaines tendances de ces signaux à évoluer au cours du temps. En faisant l'hypothèse que les mesures ne sont entachées que par des erreurs aléatoires dont la distribution est éventuellement supposée gaussienne, un changement de comportement de certains résidus génère alors une signature particulière pouvant être représentative de la dérive d'un paramètre particulier.

Pour détecter une rupture dans un signal (résidu d'équation en particulier), on peut appliquer le test dit de "Page-Hinkley". Ce test est basé sur la somme cumulée des différences à la moyenne d'un signal.

Le test de somme cumulée également nommé "CUSUM" détecte en ligne un changement de moyenne d'amplitude inconnue dans un signal constant par morceaux et perturbé par un bruit blanc (pour plus de détails concernant ce test voir l'annexe 1).

Dans le cas idéal où les moyennes du signal avant et après rupture sont connues, l'évolution du rapport de vraisemblance entre les hypothèses "il n'y a pas eu de saut" et " il y a eu un saut

avant l'instant courant" se résume à une intégration puis à un test par rapport à un seuil.

Dans une situation plus réaliste, notamment dans un contexte temps réel, où l'on ne connaît ni l'amplitude du saut ni son sens (augmentation ou diminution), on suppose connaître la valeur moyenne du signal avant le saut, quitte à l'estimer en ligne. La solution proposée consiste alors à activer deux détecteurs en parallèle, pour détecter des augmentations (respectivement des diminutions) de moyenne, dans lesquels on introduit une notion d'amplitude minimum de saut à détecter ν_m.

Algorithme

Lorsque le saut de moyenne attendu est inconnu en terme de valeur algébrique, il est possible :
- de définir a priori un saut minimum d'amplitude ν_m
- d'utiliser deux tests en parallèle :
  - l'un pour une augmentation :

$$U_0 = 0 \tag{6.28}$$

$$U_n = \sum_{k=1}^{n} \left(y_k - \mu_0 - \frac{\nu_m}{2} \right) ; n \geq 1 \tag{6.29}$$

$$m_n = \min_{0 \leq k \leq n} U_k \tag{6.30}$$

avec détection de saut si $U_n - m_n > \eta$.
  - l'autre pour une diminution :

$$T_0 = 0 \tag{6.31}$$

$$T_n = \sum_{k=1}^{n} \left(y_k - \mu_0 + \frac{\nu_m}{2} \right) ; n \geq 1 \tag{6.32}$$

$$M_n = \max_{0 \leq k \leq n} T_k \tag{6.33}$$

avec détection de saut si $M_n - T_n > \eta$.

L'alarme est donnée par le premier des deux détecteurs qui satisfait la condition de seuil. L'estimateur de l'instant de saut est alors le dernier instant auquel le maximum (respectivement le minimum) courant a été atteint.

6.4.1.1 Application : exemple de détection de rupture sur les résidus

On considère le système décrit par le jeu de contraintes non linéaires :

$$\begin{aligned} a_1^* x_1^* x_2^* + x_3^* + a_2^* x_4^* - x_2^* x_5^* + a_3^* &= 0 \\ a_4^* x_1^* x_3^* - a_2^* x_2^* x_3^* x_5^* + x_2^* x_4^* + a_5^* &= 0 \\ x_1^* - a_1^* x_3^* x_4^* + a_6^* x_2^* + x_5^* + a_7^* &= 0 \end{aligned}$$

Pour cet exemple, les valeurs vraies des paramètres sont toutes fixées à leur valeur nominale donnée dans le tableau (Tab. 6.6), exceptée pour la valeur vraie du paramètre a_1^* qui a une valeur initiale égale à sa valeur nominale et qui varie lentement de façon aléatoire au cours des 200 observations (voire figure 6.7). On créée ensuite un jeu de 200 valeurs vraies des variables x_1^* à x_5^* ayant chacune un point de fonctionnement différent, en fixant de manière aléatoire deux variables x_2^* et x_3^* et en déduisant les trois autres x_1^*, x_4^* et x_5^* au travers des trois équations du modèle. Les mesures des variables x_1 à x_5 sont obtenues en ajoutant un bruit blanc gaussien d'écart type égal à 10% de la moyenne de leurs signaux sur les 200 observations. Les caractéristiques de ces mesures sont données dans le tableau (Tab. 6.5).

On fixe $x_2^*(k)$ et $x_3^*(k)$, ce qui permet de trouver :

$$\begin{aligned} x_1^* &= f_1(x_2^*(k), x_3^*(k), a_1^*, \ldots, a_8^*) \\ x_4^* &= f_2(x_2^*(k), x_3^*(k), a_1^*, \ldots, a_8^*) \\ x_5^* &= f_3(x_2^*(k), x_3^*(k), a_1^*, \ldots, a_8^*) \end{aligned}$$

$$x_i(k) = x_i^*(k) + \varepsilon_{xi}(k),\ i = 1 \ldots 5 \tag{6.34}$$

avec $\varepsilon_{xi} \sim \mathcal{N}(0, (\frac{\bar{x}_i}{10})^2)$, $\bar{x}_i$ étant la valeur moyenne des $x_i(k), \forall k \in [1, 200]$.

Le paramètre variable a été construit de la façon suivante :

$$a_1(k) = a_1^*(k-1) + \Delta(k) \tag{6.35}$$

avec $\Delta(k)$ une valeur aléatoire correspondant à une variation d'une observation à la suivante.

Variable	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
Minimum	1.91	−3.62	0.93	0.64	−7.85
Moyenne	9.43	−1.61	3.07	3.31	−1.95
Maximum	21.45	−0.48	8.13	10.34	0.75

Tableau 6.5 – Caractéristiques des mesures

Paramètre	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
Valeur nominale	1	2	10	0.5	6	3	8

Tableau 6.6 – Valeurs nominales des paramètres

Si l'on calcule les résidus des contraintes du système en ne prenant pas en compte les variations du paramètre a_1, mais en utilisant seulement sa valeur nominale, on obtient ainsi les résidus de la figure 6.8. On s'aperçoit que les résidus r_1 et r_3 relatifs aux équations 1 et 3 changent de comportement entre l'observation 60 et 80 ce qui correspond à peu près au début de la dérive du paramètre a_1.

Comme ces résidus sont fortement bruités, un simple test sur un seuil fixe ne permet pas d'ob-

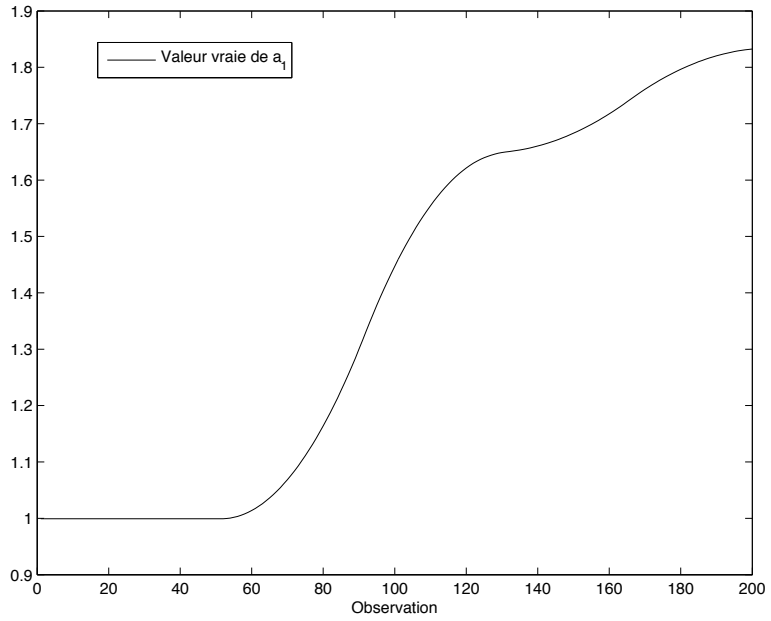

Figure 6.7 – Dérive du paramètre a_1

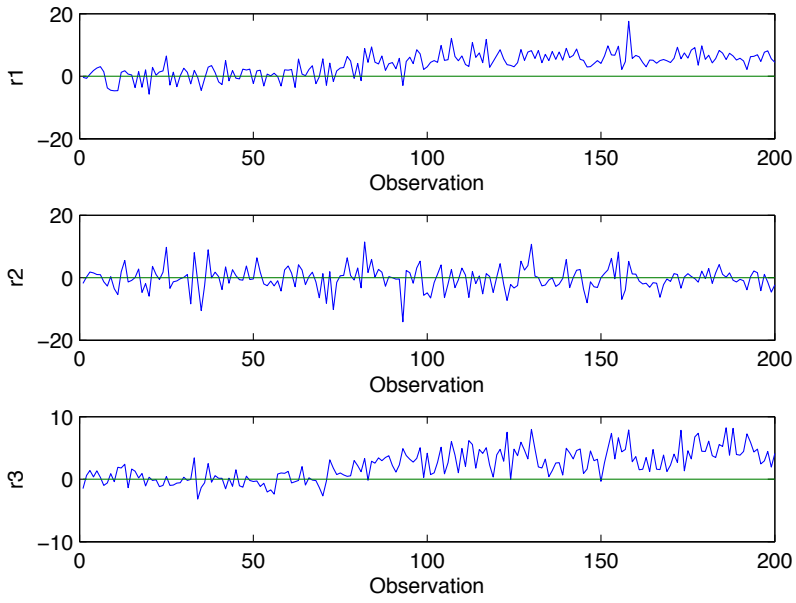

Figure 6.8 – Résidus des contraintes

tenir une estimation correcte de l'instant de changement de comportement de ces signaux. Le test de "Page-Hinkley" est utilisé sur ces deux résidus et les résultats sont affichés sur les figures 6.9 et 6.10. Sur chacune de ces figures on voit, dans la partie supérieure, la valeur du résidu au cours du temps. La partie médiane fait apparaître la valeur de la somme cumulée à l'observation n, soit $U_n = \sum_{k=1}^{n} \left(r_k - \frac{\nu_m}{2}\right)$ en ayant choisi $\nu_m = 2$. Enfin dans la partie inférieure, on voit l'ef-

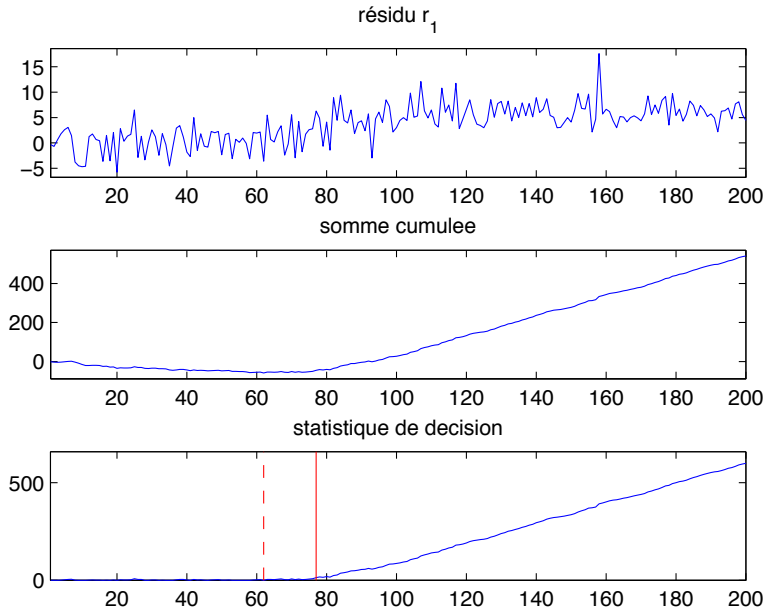

Figure 6.9 – Test de Page-Hinkley sur le résidu r_1

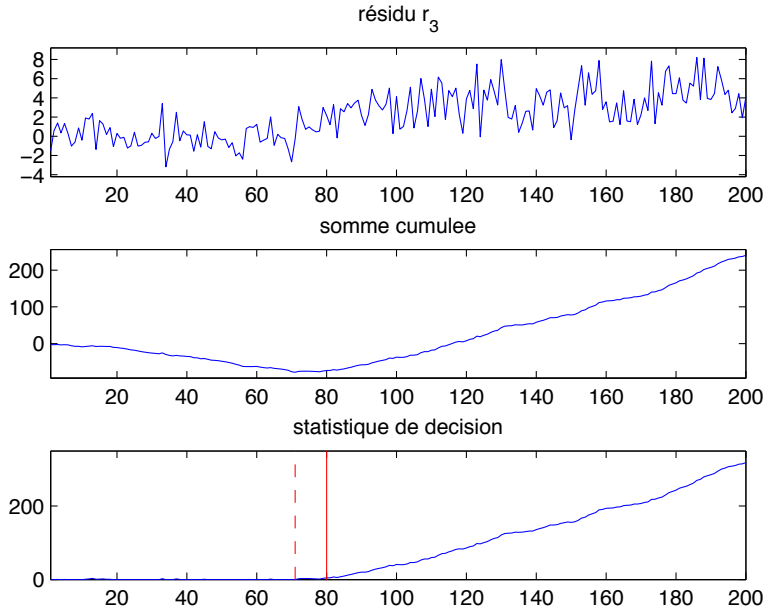

Figure 6.10 – Test de Page-Hinkley sur le résidu r_3

fet de l'algorithme de décision, il s'agit de la valeur $U_n - \min_{0\leq k\leq n} U_k$ à l'instant n. Le segment en pointillé rouge correspond au minimum de la somme cumulée alors que le segment continu rouge correspond au passage de la différence $U_n - \min_{0\leq k\leq n} U_k$ au dessus de seuils arbitraires égaux à 10 pour r_1 et 4 pour r_3.

Le test de "Page Hinkley" nous informe donc qu'après l'observation 80, il existe bien un changement de comportement des résidus r_1 et r_3.

En comparant les résultats de ce test avec la table de signatures des défauts des paramètres données ci-après 6.7, on peut déduire qu'il y a soit une variation du paramètre a_1 soit une variation simultanée des paramètres a_3 et a_6 ou a_3 et a_7. Cependant dans la pratique, on accordera plus de crédit à la première conclusion, car il est plus probable qu'un seul élément du système subisse une dégradation plutôt que deux éléments simultanément. Les données du tableau 6.7 de signature résument la sensibilité des résidus des contraintes r_i par rapport à des variations apparaissant sur les différents paramètres du modèle. Cette table a été construite simplement en tenant compte de l'apparition des paramètres pouvant varier dans les différentes équations-bilans. Pour traduire ces différentes situations, les symboles $\times$ et 0 traduisent l'influence ou la non influence des défauts de paramètres sur les résidus de bilans.

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
r_1	$\times$	$\times$	$\times$	0	0	0	0
r_2	0	$\times$	0	$\times$	$\times$	0	0
r_3	$\times$	0	0	0	0	$\times$	$\times$

Tableau 6.7 – Table de signature des défauts des paramètres incertains

En analysant la dépendance des colonnes de la matrice des signatures, on peut établir les conditions nécessaires permettant la détection et la localisation des défauts de paramètres. On peut aussi remarquer qu'il n'est pas pertinent, pour l'application de l'algorithme d'estimation simultanée des variables et des paramètres du modèle, de vouloir obtenir un suivi simultané de l'évolution de paramètres ayant la même signature sur les résidus des contraintes. En effet, en présence d'une variation d'un paramètre, l'algorithme serait incapable d'estimer le paramètre dérivant réellement. Il est donc inintéressant de sélectionner simultanément, dans cet exemple, les paramètres a_4 et a_5 ou a_6 et a_7.
Par contre, il serait par exemple possible de sélectionner le jeu de paramètre $[a_1, a_2, a_3, a_5, a_7]$, puisque ces cinq signatures sont indépendantes et donc les dérives de ces paramètres sont isolables les unes des autres.

De plus, en parallèle de l'emploi de la méthode d'estimation simultanée des variables d'état et des paramètres du modèle, l'utilisation du test de "Page-Hinkley" permettrait de confirmer ou d'infirmer le bon diagnostic d'estimation de la méthode simultanée lorsque l'on est en présence de dérives des paramètres du modèle.

6.4.2 Rang des matrices Jacobiennes

Pour la sélection des paramètres pouvant évoluer au cours du temps, il est également possible de regarder le rang de la matrice Jacobienne des contraintes du système par rapport aux paramètres du modèle. En effet, la garantie du plein rang de cette matrice permettrait d'éviter

une bonne partie du report des dérives de paramètres sur d'autres. Puisque, cette condition de rang plein revient à avoir bien sélectionné les paramètres désignés comme incertains ayant chacun une signature distincte dans la table de signatures des dérives des paramètres incertains.

De plus, on peut également interpréter le rang de la matrice Jacobienne des contraintes du système par rapport aux variables d'états du système. Le plein rang de celle-ci va permettre de valider l'observabilité de l'ensemble des variables d'état du système et ainsi certifier la monomodalité de la fonction à minimiser de l'algorithme d'estimation, ce qui a pour conséquence l'obtention de la solution optimale.

Dans le cas d'un système à contraintes non linéaires mais continues, il est possible de déterminer analytiquement ces matrices Jacobiennes, et cette vérification de rang est alors aisée. Dans le cas contraire, il est alors nécessaire de calculer numériquement ces matrices Jacobiennes et de vérifier leur rang à chaque itération.

6.4.3 Banc d'observateurs pour le diagnostic

Le terme de banc associé au diagnostic est souvent employé dans le cas de l'observation de système. En effet, il s'agit généralement de reconstruire un signal, notamment l'état, à partir de la connaissance du modèle et de diverses configurations concernant la disponibilité des mesures ou des commandes du système. A partir de ces différentes configurations et par comparaisons entre mesures et signaux reconstruits, on peut établir un diagnostic concernant la validité des mesures ou des commandes (6.11) et ainsi prendre des décisions concernant la conduite du système.

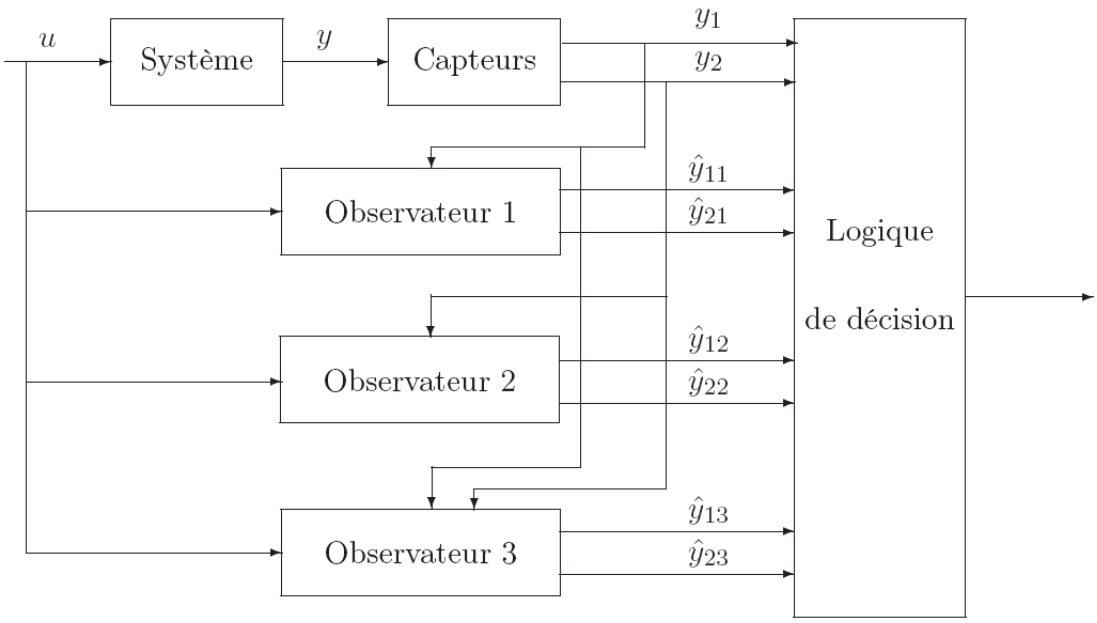

Figure 6.11 – Principe d'un banc d'observateur à deux sorties

Dans notre cas, l'idée générale est assez proche de ce qui se fait communément dans le cas de l'observation de système. A partir de différents schémas de sélection de paramètres incertains, qui ont au préalable été validés vis-à-vis de la table de signatures des résidus, pour chacun de ces cas, il s'agit d'appliquer l'algorithme d'estimation simultanée des paramètres du modèle et des variables d'état. Une fois les résultats des différentes estimations des variables et des paramètres incertains obtenus, on compare les résultats entre eux et on peut ainsi établir une stratégie de décision concernant l'état réel du processus (cf. Fig. 6.12).

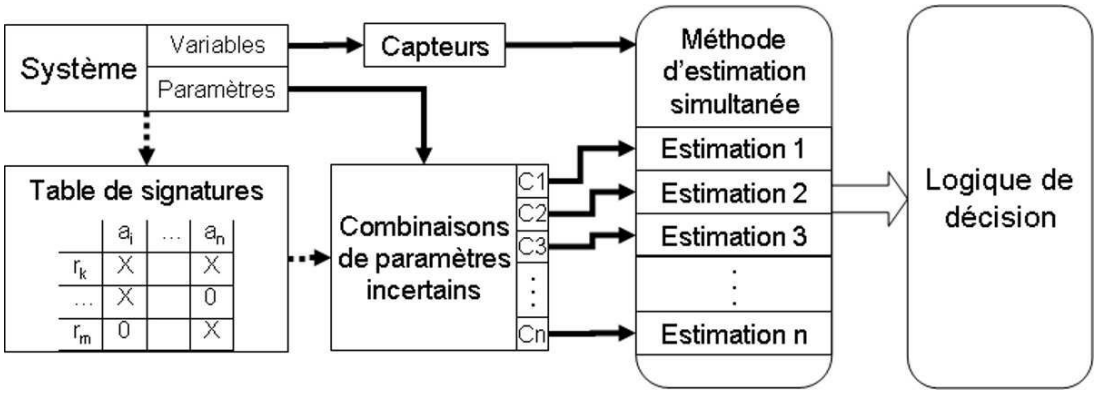

Figure 6.12 – Principe d'un banc d'observateur à deux sorties

La stratégie de décision peut se baser sur plusieurs éléments. La reproductibilité des dérives de l'estimation de certains paramètres incertains dans différentes configurations les faisant intervenir, inciterait à effectivement adapter ces paramètres pour pouvoir prendre en compte les dégradations du modèle. Par ailleurs, il est important de trouver la meilleure configuration pour le choix des paramètres incertains qui permet d'obtenir les "meilleures" estimations. Un critère peut être celui du minimum de dégradation du modèle, c'est-à-dire que l'on va préférer choisir la configuration qui estime le moins possible de dérives de paramètres. En effet, il est plus probable qu'aucun ou peu de paramètres varient au cours du temps, relatif à une dégradation, plutôt qu'une variation générale de tous les paramètres.

La logique de décision est aussi extrêmement dépendante du système employé, on ne donne donc ici que des prémisses à la stratégie de décision. Celle-ci sera ainsi plus aboutie par la connaissance approfondie du système étudié.

6.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons évoqué les conditions d'utilisation nécessaires au bon emploi de la méthode de réconciliation de données et d'estimation paramétrique simultanées. Nous mettons en garde ici le lecteur quant aux précautions utiles à prendre pour ne pas arriver à des conclusions concernant la qualité des estimées qui serait discutable. En effet, l'emploi de cette méthode peut fournir des conclusions erronées si on ne vérifie pas certaines hypothèses et cela

est particulièrement vrai dans le domaine de la sidérurgie où les modèles employées sont en général complexes.

7
Conclusion générale

La contribution de ce mémoire a porté essentiellement sur le problème de validation de données des systèmes présentant des incertitudes. Les incertitudes peuvent provenir de la qualité des mesures collectées par le système d'instrumentation, de la mauvaise connaissance du modèle décrivant le système ou encore être présentes simultanément sur les mesures et le modèle.

De manière générale, la prise de décision, pour l'accomplissement des objectifs définis par le cahier des charges, dépend fortement de la qualité des données collectées par le système d'instrumentation. C'est pourquoi, pour fonctionner de manière satisfaisante, les systèmes de contrôle-commande et de surveillance des systèmes industriels ont besoin de recevoir, en permanence, des informations représentatives de leur état. La performance et la fiabilité de l'ensemble des moyens de commande et de contrôle sont donc liées à la qualité des systèmes de mesure.

Les méthodes de validation de données exploitent la redondance analytique issue de la connaissance du modèle du système à surveiller. Le but de ces méthodes est d'analyser la cohérence des mesures, puis de fournir des estimées dont la qualité soit suffisante pour l'étape de prise de décision. La plupart des méthodes de réconciliation de données "classiques" s'appuient sur la connaissance (supposée parfaite) d'un modèle de comportement du système. L'incohérence des mesures collectées sur le système avec ce modèle est alors révélatrice de la présence de défauts. Or, dans la pratique, un modèle de système réel se révèle approximatif, d'où la difficulté de différencier un défaut de mesure des conséquences d'une erreur de modélisation.

Ceci est particulièrement vrai dans le cas du convertisseur à oxygène dont le modèle est assez imprécis et pour lequel certaines mesures sont également d'assez mauvaise qualité. Pour ce type de système qui fonctionne en "traitement par lots", le réglage des points de consigne constitue une étape essentielle. Actuellement, les systèmes qui réalisent cette fonction s'appuient sur une démarche adaptative qui, à partir des déséquilibres de bilans calculés en utilisant les mesures, modifie les paramètres des modèles employés. Ce mécanisme d'adaptation n'est

pas satisfaisant, car il ne prend pas en compte simultanément les informations relatives à la qualité des mesures et à celles des modèles.

L'objectif de cette thèse consiste donc à améliorer la précision des informations utilisées par le système de commande du convertisseur en utilisant des méthodes de réconciliation de données. La solution que nous avons retenue est une méthode permettant simultanément la réconciliation de données et l'estimation paramétrique du modèle par l'emploi d'une fenêtre d'observation glissante.

Le premier chapitre a présenté le fonctionnement général du convertisseur à oxygène ainsi que la description du modèle associé à l'opération de préréglage. Cette opération, régulièrement utilisée dans le domaine de la sidérurgie, s'apparente à de la commande en boucle ouverte sur des procédés de traitement par lots. Il s'agit donc de déterminer, à partir d'un modèle statique, la valeur de la commande pour atteindre les objectifs définis par un cahier des charges, sachant qu'une fois cette commande calculée, on est obligé d'attendre la fin du processus pour avoir un aperçu de l'état du système. On a également exposé, dans ce chapitre, le fonctionnement et les limites du mécanisme d'adaptation traditionnellement mis en place sur ces modèles afin d'améliorer les performances du préréglage.

Un état de l'art des différentes techniques de réconciliation de données a été réalisé dans le chapitre 2. L'utilisation de la réconciliation de données dans le cas des modèles non linéaires a été présentée plus en détails pour effectuer le diagnostic de fonctionnement d'un processus.

Dans le chapitre 3, on s'est concentré sur la caractérisation des incertitudes de modèles et tout particulièrement sur l'étude de deux méthodes de réconciliation de données permettant de prendre en compte ces incertitudes dans le cas de modèles non linéaires.

La première est une méthode permettant de les prendre en compte en pénalisant les équations du modèle. Ainsi, on peut pondérer le degré de satisfaction de chaque équation en fonction de son incertitude globale. L'algorithme présenté permet aussi de calculer automatiquement les facteurs de pondération qui pénalisent les équations. L'analyse de simulations numériques a montré que cette technique engendre moins de fausses alarmes que la réconciliation de données classique si le modèle présente un certain degré d'incertitude. Cependant, cette méthode ne permet pas d'obtenir une estimation des incertitudes du modèle, ce qui pourrait être utile dans le cadre des processus de traitement par lots pour l'amélioration de l'opération du préréglage.

Les bénéfices apportés par la deuxième méthode d'estimation simultanée des variables et des paramètres du modèle sont importants dans l'étape d'optimisation du fonctionnement d'un système. Cette méthode permet l'estimation des grandeurs physiques des systèmes ainsi que celles des paramètres du modèle dans un ensemble cohérent. L'approche proposée s'appuie sur la connaissance des fonctions de distribution statistique des mesures et des paramètres incertains. Cependant cette méthode n'effectuant pas de distinction entre les paramètres du modèle et les variables du système, les bruits de mesures peuvent contaminer notoirement les estimations paramétriques.

Dans le chapitre 4, nous avons alors proposé une méthode générale permettant simultanément la réconciliation de données et l'estimation paramétrique pour les modèles non linéaires.

L'utilisation d'une fenêtre d'observation de longueur donnée, sur laquelle on considère que les paramètres sont constants, a permis de rendre moins sensible leurs estimations à l'égard des incertitudes de mesures. En faisant glisser cette fenêtre d'observation au cours du temps, on peut ainsi obtenir un suivi de l'évolution lente des paramètres du modèle, correspondant à des éléments représentatifs de la dégradation du système. Il est alors possible de mettre à jour le modèle du système de préréglage grâce aux estimées des paramètres. Nous avons également intégré à cette méthode la possibilité de prendre en compte les indisponibilités des mesures. De même, la robustesse aux erreurs aberrantes de mesure a été introduite par l'intermédiaire de deux méthodes, d'une part, en utilisant une distribution des erreurs dite "contaminée" et, d'autre part, en modifiant itérativement la variance des mesures incriminées.

Les chapitres 5 et 6 ont concerné l'application de la méthode développée dans le chapitre 4 à des données réelles. Dans l'un, on s'intéresse à une première application sur un échantillon d'équations du modèle "Generic Steel Making" du convertisseur à oxygène en utilisant des données réelles provenant de l'usine d'ArcelorMittal de Gent. Dans l'autre, on met en garde l'utilisateur de cette méthode quant aux précautions à prendre pour une bonne utilisation. En effet, il n'est pas possible à partir de trop peu d'informations d'estimer la globalité des variables et des paramètres du modèle, cela amènerait la méthode d'estimation simultanée par fenêtre glissante à des conclusions qui seraient fortement discutables.

Les suites de ces travaux de recherche portent sur l'application de la méthode développée sur le modèle complet du convertisseur à oxygène de l'usine ArcelorMittal de Gent et sur l'élaboration d'un guide pratique plus abouti concernant la sélection des paramètres qu'il est possible et souhaitable d'estimer.

Annexes

Annexe 1 : Test de “Page-Hinkley”

La détection de ruptures dans les signaux est un problème particulièrement important dans la détection de défaut où, souvent, c'est précisément dans le changement brusque que se concentre une part prépondérante de l'information. Les applications des tests de rupture sont nombreuses, parmi celles-ci, on peut citer tous les problèmes de segmentation (reconnaissance de début et fin d'événement, tri en zones homogènes, détection de contours ligne par ligne en imagerie,...) ainsi que ceux de surveillance (changement de modes vibratoires, apparition de chocs,...).

Le problème de changement le plus simple et celui qui nous intéresse est celui du saut de moyenne, mais on peut encore envisager le cas d'un saut de variance ou encore tout type de variation dans les paramètres d'un modèle.

.1 Principe de l'algorithme de détection de rupture

On peut formuler le problème de détection de rupture de la manière suivante dans une situation “hors-ligne” : on dispose de N observations $y_1 \dots y_N$ et on désire tester l'homogénéité de la séquence d'observation ou, en d'autres termes, détecter si une rupture (au plus) a eu lieu en un échantillon de la séquence que l'on notera y_r.
On peut donc écrire :

$$\begin{cases} H_0 & : & y_i \in p_0 & ; & 1 \leq i \leq N \\ H_1 & : & y_i \in p_0 & ; & 1 \leq i \leq r-1 \\ & & y_i \in p_1 & ; & r \leq i \leq N \end{cases} \tag{.1}$$

On note H_0 et H_1 les deux modes de fonctionnement du signal respectivement avant et après rupture du signal, en appelant p_0 la densité de probabilité des observations avant changement et p_1 celle après changement.

En faisant l'hypothèse que les échantillons y_i sont indépendants, la fonction de vraisemblance du système dans les deux modes de fonctionnement s'exprime comme le produit des fonctions de densité de probabilité :

$$p(y_1, \dots, y_N | H_0) = \prod_{i=1}^{N} p_0(y_i) \tag{.2}$$

et

$$p(y_1, \dots, y_N | H_1) = \prod_{i=1}^{r-1} p_0(y_i) \prod_{i=r}^{N} p_1(y_i) \tag{.3}$$

On peut ainsi écrire le rapport de vraisemblance Λ entre les deux modes de fonctionnement :

$$\Lambda(y_1,\ldots,y_N) = \prod_{i=r}^{N} \frac{p_1(y_i)}{p_0(y_i)} \tag{.4}$$

permettant d'énoncer la règle de décision générale :

$$H_0 : \prod_{i=r}^{N} \frac{p_1(y_i)}{p_0(y_i)} < \eta \tag{.5}$$

$$H_1 : \prod_{i=r}^{N} \frac{p_1(y_i)}{p_0(y_i)} > \eta \tag{.6}$$

Comme mentionné précédemment, on s'intéresse maintenant au problème particulier du saut de moyenne (à variance inchangée) d'un processus gaussien en posant :

$$p_k = \mathcal{N}(\mu_k;\sigma^2);\ \ k = \{0;1\} \tag{.7}$$

avec μ_k la moyenne et σ_k l'écart-type du signal y_i.

En reportant .7 dans .4, on en déduit que :

$$\Lambda(y_1,\ldots,y_N) = \prod_{i=r}^{N} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}((y_i-\mu_1)^2-(y_i-\mu_0)^2)\right) \tag{.8}$$

$$= \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=r}^{N}((y_i-\mu_1)^2-(y_i-\mu_0)^2)\right) \tag{.9}$$

d'où la fonction de log-vraisemblance :

$$\log\Lambda(y_1,\ldots,y_N) = \frac{\mu_1-\mu_0}{\sigma^2}\sum_{i=r}^{N}\left(y_i - \frac{\mu_1+\mu_0}{2}\right) \tag{.10}$$

Dans le but de mettre en avant le changement éventuel de comportement par rapport à la moyenne initiale μ_0, il est commode d'introduire la quantité :

$$S_k^l(\mu_0,\nu^2) = \nu\sum_{k}^{l}\left(y_i - \mu_0 - \frac{\nu}{2}\right) \tag{.11}$$

selon laquelle :

$$\log\Lambda(y_1,\ldots,y_N) = \frac{1}{\sigma^2}S_r^N(\mu_0,\nu) \tag{.12}$$

L'instant de changement r étant a priori inconnu, on peut le remplacer par son estimation au sens du maximum de vraisemblance :

$$\hat{r} = arg\max_{1\le r\le N} = \log\Lambda(y_1,\ldots,y_N) \tag{.13}$$

et donc à :

$$\hat{r} = arg \max_{1 \leq r \leq N} S_r^N(\mu_0, \nu) \tag{.14}$$

Ceci implique que le test de détection de saut de moyenne s'écrit :

$$H_0 : \max_r S_r^N(\mu_0, \nu) < \eta \tag{.15}$$

$$H_1 : \max_r S_r^N(\mu_0, \nu) > \eta \tag{.16}$$

Dans le cas présent, il s'agit d'un test hors-ligne et rétrograde relatif à l'écart entre les observations et la moyenne de μ_0 et μ_1. Il est cependant possible de transformer ce test rétrograde en un test progressif en remarquant que :

$$\max_r S_r^N(\mu_0, \nu) = S_1^N(\mu_0, \nu) - \min_k S_1^k(\mu_0, \nu) \tag{.17}$$

En remplaçant l'indice fixe N par un indice courant n, ceci permet de reformuler le test en une version séquentielle pouvant opérer en ligne que l'on appelle plus communément : test de "Page-Hinkley".

La détection de saut de moyenne a alors lieu lorsque :

$$g_n = S_1^n(\mu_0, \nu) - \min_{1 \leq k \leq n} S_1^k(\mu_0, \nu) > \eta \tag{.18}$$

L'estimée de l'instant de rupture étant alors fournie par le dernier indice pour lequel la valeur minimum de $S_1^n(\mu_0, \nu)$ a été atteinte.

Lorsque le saut de moyenne attendu est inconnu en terme de valeur algébrique, il est possible :

- de définir a priori un saut minimum d'amplitude ν_m
- d'utiliser deux tests en parallèle :
  - l'un pour une augmentation :

$$U_0 = 0 \tag{.19}$$

$$U_n = \sum_{k=1}^{n} \left(y_k - \mu_0 - \frac{\nu_m}{2} \right); n \geq 1 \tag{.20}$$

$$m_n = \min_{0 \leq k \leq n} U_k \tag{.21}$$

    avec détection si $U_n - m_n > \eta$.
  - l'autre pour une diminution :

$$T_0 = 0 \tag{.22}$$

$$T_n = \sum_{k=1}^{n} \left(y_k - \mu_0 + \frac{\nu_m}{2} \right); n \geq 1 \tag{.23}$$

$$M_n = \max_{0 \leq k \leq n} T_k \tag{.24}$$

    avec détection si $M_n - T_n > \eta$.

.2 Performances

Dans le cas d’une détection séquentielle de rupture dans un signal, deux types de performances sont recherchées :

- la minimisation du retard moyen à la détection R, c’est-à-dire du temps qui sépare l’instant effectif de changement de l’instant de la prise de décision correspondante ;
- la maximisation du temps moyen entre fausses alarmes F.

Ces deux exigences sont évidemment contradictoires et, en pratique, on cherchera un compromis et par exemple on pourra construire des tests optimaux en ce sens qu’ils minimisent R pour un F donné. Le test de “Page-Hinkley” est précisément optimal en ce sens. On montre alors que le comportement asymptotique de R est de la forme :

$$R \underset{F \to \infty}{\sim} = \frac{2\sigma^2}{\nu^2} \log F$$

Bibliographie

ABDOLLAHZADEH, A. (1997). Validation de données par équilibrage de bilans, synthèse et nouvelles approches. *Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, France*.

ABDOLLAHZADEH, A., LUONG, M., MAQUIN, D. et RAGOT, J. (1996). Influence de la précision de l'état d'un système. application au choix de la précision des capteurs. *In Colloque national, Simulation, Optimisation et Commande en Génie des procédés, SIMO'96 Toulouse*.

ADROT, O., MAQUIN, D. et RAGOT, J. (1999). Estimation d'état généralisé sur horizon glissant. application au diagnostic. *Troisième Conférence Internationale sur l'Automatisation Industrielle, Montréal, Canada*, 22:5–8.

ALBUQUERQUE, J. et BIEGLER, L. (1995). Decomposition algorithms for on-line estimation with nonlinear models. *Computers and Chemical Engineering*, 19(10):1031–1039.

ALBUQUERQUE, J. et BIEGLER, L. (1996). Decomposition algorithms for on-line estimation with nonlinear models. *Computers and Chemical Engineering*, 21(13):283–299.

ALHAJ-DIBO, M., MAQUIN, D. et RAGOT, J. (2008). Data reconciliation : a robust approach using contaminated distribution. *Control Engineering Practice*, 16(2):159–170.

ALMASY, G. (1975). Checking and correction of measurements on the basis of linear system model. *Problem of Control and Information Theory*, 4:57.

AMAND, T., HEYEN, G. et KALITVENTZEFF, B. (2001). Plant monitoring and fault detection : synergy between data reconciliation and principal component analysis. *Computers and Chemical Engineering*, 25(4-6):501–507.

BAGAJEWICZ, M. et JIANG, Q. (1997). Integral approach to plant linear dynamic reconciliation. *AICHE Journal*, 43(10):2546–2558.

BAGAJEWICZ, M. et JIANG, Q. (1998). Gross error modelling and detection in plant linear dynamic recoonciliation. *Computers and Chemical Engineering*, 22(12):1789–1809.

BAI, S., THIBAULT, J. et MCLEAN, D. (2006). Dynamic data reconciliation : an alternative to Kalman filter. *Journal of Process Control*, 16:485–498.

BARBOSA, V., WOLF, M. et FO, R. (2000). Development of data reconciliation for dynamic nonlinear system : application the polymerisation reactor. *Computers and Chemical Engineering*, 24:501–506.

BHAGWAT, A., SRINIVASAN, R. et KRISHNASWAMY, P. (2003a). Fault detection during process transitions. *Chemical Engineering Science*, 58(2):309–325.

BHAGWAT, A., SRINIVASAN, R. et KRISHNASWAMY, P. (2003b). Multi-linear model-based fault detection during process transitions. *Chemical Engineering Science*, 58(9):1649–1670.

BIEGLER, L. (1984). Solution of dynamic optimization problems by successive quadratic programming and orthogonal collocation. *Computers and Chemical Engineering*, 8:243–248.

BIEGLER, L. (2007). An overview of simultaneous strategies for dynamic optimization. *Chemical Engineering and Processing*, 46(11):1043–1053.

BIEGLER, L., CERVANTES, A. et WÄCHTER, A. (2002). Advances in simultaneous strategies of dynamic process optimization. *Chemical Engineering Science*, 57:575–593.

BINDER, T., BLANK, L., DAHMEN, W. et MARQUARDT, W. (1998). *Nonlinear model based process control*, chapitre : towards multiscale dynamic data reconciliation, pages 623–665. NATO ASI Series. Kluwer Academic Publishers.

BRUNET, M., JAUME, D., LABARRÈRE, M., RAULT, A. et VERGÉ, M. (1990). Détection et diagnostic de pannes - approche par modélisation. *Traité des Nouvelles Technologies. Hermès*.

CERVANTES, A., WÄCHTER, A., TÜTÜNCÜ, R. et BIEGLER, L. (2000). A reduce space interior point strategy for optimization of differential algebraic systems. *Computers and Chemical Engineering*, 24:39–51.

CHEN, J. et ROMAGNOLI, J. (1998). A strategy for simultaneous dynamic data reconciliation and outlier detection. *Computers and Chemical Engineering*, 22(4-5):559–562.

CHEN, T., MORRIS, J. et MARTIN, E. (2008). Dynamic data rectification using particle filters. *Computers and Chemical Engineering*, 32:451–462.

CROWE, C., CAMPOS, Y. et HRYMAK, A. (1983). Reconciliation of process flow rates by matrix projection (i) : linear case. *AIChE Journal*, 29:881–888.

CROWE, C. M. (1986). Reconciliation of process flow rates by matrix projection. ii : nonlinear case. *AIChE*, 32:616–623.

DAROUACH, M. et ZASADZINSKI, M. (1991). Data reconciliation in generalized linear dynamic system. *AIChE Journal*, 37(2):193–201.

FABER, R., ARELLANO-GARCIA, H., LI, P. et WOZNY, G. (2007). An optimization framework for parameter estimation of large-scale systems. *Chemical Engineering and Processing*, 46: 1085–1095.

FRANCKEN, J., MAQUIN, D., RAGOT, J. et BÈLE, B. (2009a). Réconciliation de données et estimation paramétrique simultanées. application au convertisseur à oxygène. *In 2nd Workshop Surveillance, Sûreté et Sécurité des Grands Systèmes, 3SGS'09*, Nancy.

FRANCKEN, J., MAQUIN, D., RAGOT, J. et BÈLE, B. (2009b). Réconciliation de données robuste et surveillance d'un convertisseur à oxygène. *In 4ème Congrès Performances et Nouvelles Technologies en Maintenance, PENTOM'09*, Autrans, France.

FRANCKEN, J., MAQUIN, D., RAGOT, J. et BÈLE, B. (2009c). Robust data reconciliation for the determination of the control set-points of a basic oxygen furnace. *In Workshop on Automation in Mining, Mineral and Metal Industry, IFAC-MMM-2009*, Viña del Mar, Chile.

FRANCKEN, J., MAQUIN, D., RAGOT, J. et BÈLE, B. (2009d). Simultaneous data reconciliation and parameter estimation. application to a basic oxygen furnace. *In 2nd IFAC International Conference on Intelligent Control Systems and Signal Processing, ICONS 2009*, Istambul, Turkey.

GHOSH-DASTIDER, B. et SCHAFER, J. (2003). Outlier detection and editing procedures for continuous multivariate data. Working paper 2003-07, Santa Monica OPR, Princeton University.

GRUBBS, F. E. (1969). Procedures for detecting outlying observations in samples. *Technometrics*, 11:1–21.

HAM, P., CLEAVVES, G. et LOWLOR, J. (1979). Operation data reconciliation : an aid to improved plant performance. *In 10th Word Petroleum Congress, Bucarest, Roumanie*, page 281.

HASELTINE, E. et RAWLINGS, J. (2005). Critical evaluation of extended Kalman filtering and moving-horizon estimation. *Industry and Engineering Chemical Research*, 44(8):2451–2460.

HEYEN, G., DEMPF, D., BAUER, M. et LIST, T. (2003). Online monitoring and optimisation of a ketene manufacturing plant. *IcheaP 6, The Sixth Italian Conference on Chemical and Process Engineering, Pisa, Italy*.

HEYEN, G., MARÉCHAL, E. et KALITVENTZEFF, B. (1996). Sensitivity calculations and variance analysis in process plant measurement reconciliation. *Computers and Chemical Engineering*, 20S:530–544.

HODOUIN, D. et EVERELL, M. D. (1980). A hierarchical procedure for adjustment and material balancing of mineral processes data. *International Journal of Mineral Processing*, 7:91–116.

JANG, S. S., JOSEPH, B. et MUKAI, H. (1986). Comparison of two approaches to on-line parameter and state estimation of nonlinear systems. *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, 25:809–814.

JOE, Y., WANG, D. et ROMAGNOLI, J. (2004). A robust strategy for joint data reconciliation and parameter estimation. *European Symposium on Computer Aided Process Engineering, ESCAPE-14, Lisbon, Portugal, May 16-19*.

JORIS, P. et KALITVENTZEFF, B. (1987). Process measurements analysis and validation. *Chemical Engineering Conference : use of computers in chemical engineering*.

KABOURIS, J. et GEORGAKAVOS, A. (1996). Parameter and state estimation of the activated sludge process : on-line algorithm. *Water Research*, 30(12):3115–3129.

KALMAN, R. (1960). A new approach to linear filtering and prediction problems. *Transactions of the ASME Journal of Basic Engineering*, 82:35–45.

KARJALA, T. et HIMMELBLAU, D. (1996). The Kalman filter : its recognition and development for aerospace applications. *AICHE Journal*, 42(8):2225–2239.

KIM, I. W., LIEBMAN, M. et EDGAR, T. (1991). A sequential error-in-variables method for nonlinear dynamic systems. *Computers and Chemical Engineering*, 15(9):663–670.

KNEPPER, J. et GORMAN, J. (1980). Statistical analysis of constrained data sets. *AIChE Journal*, 26:260–264.

KONG, M., B. et LI, B. (2000). An integral approach to dynamic data rectification. *Computers and Chemical Engineering*, 24:749–753.

KONG, M., CHEN, B., HE, X. et HU, S. (2004). Gross error identification for dynamic system. *Computers and Chemical Engineering*, 29(1):191–197.

KRETSOVALIS, A. et MAH., R. S. H. (1988). Observability and redundancy classification in generalized process network. *Computer and Chemical Engineering*, 12(7):671–703.

KUEHN, D. et DAVIDSON, H. (1961). Computer control. (ii) mathematics of control. *Chemical Engineering Progress*, 57:44–47.

LANG, Y. D. et BIEGLER, L. (2007). A software environment for simultaneous dynamic optimization. *Computers and Chemical Engineering*, 31:931–942.

LID, T. (2007). *Data reconciliation and optimal operation. With applications to refinery processes*. Thèse de doctorat, Department of Chemical Engineering, Norwegian University of Science and Technology.

LIEBMAN, M., EDGAR, T. et LASDON, L. (1992). Efficient data reconciliation and estimation for dynamic process using programming techniques. *Computers and Chemical Engineering*, 16:963–986.

MADRON, F. et VEVERKA, V. (1992). Optimal selection of measuring points in complex plants by linear models. *AIChE*, 38(2):227–236.

MAH, R., STANLEY, G. et DOWNING, D. (1976). Reconciliation and rectification of process flow and inventory data. *Industrial and Engineering Chemistry, Process Design and Development*, 15:175–183.

MAH, R. et TAMHANE, A. (1982). Detection of gross error in process data. *AICHE Journal*, 28(5):828–830.

MANDEL, D., ABDOLLAHZADEH, A., MAQUIN, D. et RAGOT, J. (1998). Data reconciliation by inequality balance equilibration, a LMI approach. *International Journal of Mineral Processing*, 53:157–169.

MAQUIN, D., ADROT, O. et RAGOT, J. (2000). Data reconciliation with uncertain models. *ISA Transactions*, 39:35–45.

MAQUIN, D., BLOCH, G. et RAGOT, J. (1991). Data reconciliation for measurement. *European Journal of Diagnosis and Safety in Automation*, 1:145–181.

MAQUIN, D. et RAGOT, J. (1991). Comparison of gross error detection methods in process data. *30th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 2254–2261.

MCBRAYER, K. et EDGAR, T. (1995). Bias detection and estimation in dynamic data reconciliation. *Journal of Process Control*, 5(4):285–289.

MCBRAYER, K., SODERSTROM, T., EDGAR, T. et YOUNG, R. (1998). The application of non linear dynamic data reconciliation to plant data. *Computers and Chemical Engineering*, 22(12):1907–1911.

MOORE, R. E., JAUME, D., LABARRÈRE, M., RAULT, A. et VERGÉ, M. (1979). Methods and applications of interval analysis. *SIAM, Philadelphia*.

MORAAL, P. et GRIZZLE, J. (1995). Observer design for nonlinear systems with discrete-time measurements. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 40(3):395–404.

NARASIMHAN, S. et HARIKUMAR, P. (1993). A method to incorporate bounds in data reconciliation and gross error detection. *Computers and Chemical Engineering*, 17(11):1115–1120.

NARASIMHAN, S. et JORDACHE, C. (2000). *Data reconciliation and gross error detection : an intelligent use of process data*. Gulf publishing company, Houton, Texas.

NARASIMHAN, S. et MAH, R. (1987). Generalized likelihood ratio method for gross errors identification. *AICHE Journal*, 33(9):1514–1521.

NARASIMHAN, S. et MAH, R. (1988). Generalized likelihood ratios for gross errors identification in dynamic processes. *AICHE Journal*, 34(8):1321–1331.

NOCEDAL, J. et WRIGHT, S. J. (1999). *Numerical optimization*. Springer series in operations research, New York.

PAI, C. et FISHER, G. (1988). Application of Broyden's method to reconciliation of nonlinearity constrained data. *AIChE Journal*, 34:873–876.

RAFF, T., EBENBAUER, C., FINDEISEN, R. et ALLGÖER, F. (2005). *Control and observer design for nonlinear finite and infinite dimensional systems*, chapitre : remarks on moving horizon state estimation with guaranteed convergence, pages 67–80. Springer.

RAGOT, J., DAROUACH, M., MAQUIN, D. et BLOCH, G. (1990). *Validation de données et diagnostic, Traité des nouvelles technologies, série diagnostic et maintenance*. Hermès.

RAGOT, J. et MAQUIN, D. (2006). Fault measurement detection in an urban water supply network. *Journal of Process Control*, 16(9):887–902.

RAGOT, J., MAQUIN, D. et ADROT, O. (1999). LMI approach for data reconciliation. *38th Conference of Metallurgists Symposium Optimization and Control in Minerals, Metals and Materials Processings*, pages 87–100.

RAGOT, J., MAQUIN, D. et ALHAJ-DIBO, M. (2003). Sensor fault detection and isolation. A blind approach. *In 5th international symposium on intelligent components and instruments for control applications*.

RAGOT, J., MAQUIN, D. et ALHAJ-DIBO, M. (2005). Linear mass balance equilibration : A new approach for an old problem. *ISA Transactions*, 44:23–34.

REILLY, D. et CARPANI, R. (1963). Application of statistical theory of adjustment of material balances. *In 13th Canadian Chemical Engineering Congress, Montreal, Quebec*.

RIPPS, D. (1965). Adjustment of experimental data. *Chemical Engineering Progress*, 55:8–13.

ROD, V. et HANCIL, V. (1980). Iterative estimation of model parameters when measurements of all variables are subject to error. *Computers and Chemical Engineering*, 4(2):33–38.

ROLANDI, P. et ROMAGNOLI, J. (2006). Simultaneous dynamic validation/identification of mechanistic process models and reconciliation of industrial process data. *Computer Aided Chemical Engineering*, 21(A):267–272.

ROMAGNOLI, J. et STEPHANOPOULOS, G. (1981a). Rectification of process measurement data in the presence of gross error. *Chemical Engineering Science*, 16(11):1849–1863.

ROMAGNOLI, J. et STEPHANOPOULOS, G. (1981b). Rectification of process measurement data in the presence of gross errors. *Chemical Engineering Science*, 36(11):1849–1863.

ROUSSEAUX-PEIGNEUX, P. (1988). *Filtre de Kalman hierarchisé pour l'estimation d'état dynamique de grands systèmes électriques*. Thèse de doctorat, Université de Liège.

SCHMIDT, S. (1980). The Kalman filter : its recognition and development for aerospace applications. *Journal of Guidance and Control*, 4(1):4–10.

SIMPSON, D. E., VOLLER, V. R. et EVERETT, M. G. (1991). An efficient algorithm for mineral processing data adjustment. *International Journal of Mineral Processing*, 31:73–96.

SÁNCHEZ, M. C. et ROMAGNOLI, J. A. (1996). Use of orthogonal transformation in data classification-reconciliation. *Computer and Chemical Engineering*, 20:483–493.

TJOA, B. et BIEGLER, L. (1991). Simultaneous strategies for data reconciliation and gross error detection of nonlinear systems. *Computers and chemical engineering*, 15(10):679–690.

VACHHANI, P., NARASIMHAN, S. et RENGASWAMY, R. (2006). Robust and reliable estimation via unscented recursive nonlinear dynamic data reconciliation. *Journal of Process Control*, 16(10):1075–1086.

VACHHANI, P., RENGASWAMY, R. et VENKATASUBRAMANIAN, V. (2001). A framework for integrating diagnostic knowledge with non linear optimisation for data reconciliation and parameter estimation in dynamic systems. *Chemical Engineering Science*, 56:2133–2148.

VACLAVEK, V. (1969). Studies on system engineering (iii). optimal choice of balance measurements in complicated chemical systems. *Chemical Engineering Science*, 24:947–955.

WANG, D. et ROMAGNOLI, J. (2002). Robust data reconciliation based on generalized objective function. *In 15th IFAC World congress on automatic control*, Barcelona, Spain.

WANG, H., SONG, Z. et WANG, H. (2002). Statistical process monitoring using improved pca with optimized sensor locations. *Journal of Process Control*, 12(6):735–744.

WELCH, G. et BISHOP, G. (2001). *Annual conference on computer graphics and interactive techniques*, chapitre An introduction to Kalman Filter. ACM Press, Addison-Wesley, Los Angeles, Californie.

ZEET, Z. H. A. E., BECERRA, V. M. et ROBERTS, P. D. (2002). Combined bias and outlier identification in dynamic data reconciliation. *Computers and Chemical Engineering*, 26:921–935.

INSTITUT NATIONAL
POLYTECHNIQUE
DE LORRAINE

AUTORISATION DE SOUTENANCE DE THESE
DU DOCTORAT DE L'INSTITUT NATIONAL
POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

o0o

VU LES RAPPORTS ETABLIS PAR :
Monsieur Frédéric KRATZ, Professeur, ENSI, Bourges

Monsieur Boutaib DAHHOU, Professeur, LAAS-CNRS, Toulouse

Le Président de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, autorise :

Monsieur FRANCKEN Julien

NANCY BRABOIS
2, AVENUE DE LA
FORET-DE-HAYE
BOITE POSTALE 3
F - 54501
VANDŒUVRE CEDEX

à soutenir devant un jury de l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE, une thèse intitulée :

"Réconciliation de données en présence d'incertitudes de modèle. Application au convertisseur à oxygène"

en vue de l'obtention du titre de :

DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

Spécialité : **« Automatique, Traitement du Signal et des Images, Génie Informatique »**

Fait à Vandoeuvre, le 22 juin 2010
Le Président de l'I.N.P.L.,
F. LAURENT

TEL. 33/03.83.59.59.59
FAX. 33/03.83.59.59.55

Résumé :
Dans le domaine sidérurgique, l'ajustement des commandes de préréglage est un problème courant. L'objectif des systèmes de commande est d'obtenir des produits de qualité imposée. On observe cependant fréquemment des variations de comportement d'un lot à l'autre, ce qui nécessite de modifier les paramètres des modèles employés pour les préréglages suivants. Cela est particulièrement vrai pour le convertisseur à oxygène où les informations rassemblées pendant une coulée spécifique servent à ajuster les points de consigne de la coulée suivante.

Dans cette thèse, nous présentons une méthode de validation de données s'appuyant sur un modèle incertain. Les incertitudes portant sur les mesures des variables et sur la connaissance des paramètres du modèle sont simultanément prises en compte pour fournir des estimées cohérentes qui pourront être mises à profit par le système de contrôle-commande du convertisseur à oxygène. L'estimation paramétrique étant sensible à la présence de mesures aberrantes , la méthode proposée a été rendue robuste à la présence de ces informations erronées par la prise en compte, dans la méthode d'estimation, de la notion de distribution statistique contaminée.

Le modèle du convertisseur a été établi sur la base des principes de conservation de masse et d'énergie, mais aussi sur des relations d'équilibre chimique pour lesquelles certains paramètres sont assez mal connus ce qui justifie pleinement l'approche utilisée. Les estimations des variables et des paramètres fournissent une image plus juste de l'état réel du système ce qui en facilite la conduite. Appliquée au convertisseur à oxygène, cette méthode permet l'actualisation du modèle de calcul de charge utile au préréglage. De plus, le suivi de l'évolution de certains paramètres du modèle permet d'évaluer un niveau de dégradation du système (par exemple, l'endommagement du réfractaire de la poche).

Mots-clefs :
Validation de données, modèles incertains, estimation, convertisseur à oxygène, préréglage de consignes

Abstract :
In the steel industry, tuning the control system set-points in order to reach given product specification is a common problem. The control system objective is to obtain products satisfying the given specifications. There are however frequent changes in the behavior from one batch to another, thus requiring the modification of model parameters used for the following presets. This is particularly true for the Basic Oxygen Furnace (BOF) where the information collected during a specific batch serves to adjust the set-points of the next batch.

In this thesis, we proposed a method allowing simultaneously robust data reconciliation and model parameter estimation. This approach is original because the current data validation methods make the assumption that the system model is known perfectly. Here, the uncertainties on the measurements of variables and on the knowledge of the model parameters are simultaneously taken into account to provide consistent estimates that can be utilized by the control system of the BOF, especially for the determination of the set-points. Parameter estimation being sensitive to the presence of outliers, which is common in this type of process operating in highly disturbed environment, the proposed method has been made robust to the presence of these errors by including in the estimation method, the notion of contaminated statistical distribution.

The model of the converter was based on the principles of mass and energy conservation, but also on chemical equilibrium relationships for which some parameters are not well known that fully justifies the proposed approach. The variable and parameter estimates provide a more accurate picture of the actual state of the system which facilitates its control. Applied to the BOF, this method allows the updating of the model used for the preset. In addition, monitoring the evolution of some model parameters can be used to evaluate the degradation level of the system (eg, damage to the refractory of the converter).

Keywords :
Data reconciliation, uncertain models, estimation, basic oxygen furnace, set-points adjustments