



**HAL**  
open science

# Étude, modélisation et mise en oeuvre de convertisseurs DC-DC isolés multiport et modulaires

Matheepot Phattanasak

► **To cite this version:**

Matheepot Phattanasak. Étude, modélisation et mise en oeuvre de convertisseurs DC-DC isolés multiport et modulaires. Autre. Université de Lorraine, 2012. Français. NNT : 2012LORR0193 . tel-01749387

**HAL Id: tel-01749387**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01749387>**

Submitted on 29 Mar 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

# Université de Lorraine

Ecole Doctorale « Informatique - Automatique - Electrotechnique - Electronique - Mathématiques »  
Département de Formation Doctorale « Electrotechnique - Electronique »

---

## THESE

Présentée à

**L'Université de Lorraine**

En vue de l'obtention du grade de

**DOCTEUR de l'Université de Lorraine**  
**Spécialité : Génie Electrique**

par

**Matheepot PHATTANASAK**

---

**ETUDE, MODELISATION ET MISE EN ŒUVRE DE  
CONVERTISSEURS DC-DC ISOLEES  
MULTI-PORT ET MODULAIRES**

---

Soutenue publiquement le 10 décembre 2012 devant la commission d'examen

### **Membres du Jury :**

|                         |   |
|-------------------------|---|
| Président :             | Alain BERTHON                           |
| Rapporteurs :           | Franck BETIN<br>Mohamed-Fouad BENKHORIS |
| Examineur :             | Serge PIERFEDERICI                      |
| Directeur de thèse :    | Bernard DAVAT                           |
| Co-directeur de thèse : | Jean-Philippe MARTIN                    |

*Thèse préparée au Groupe de Recherche en Electrotechnique et Electronique de Nancy*

---

**Laboratoire GREEN (Groupe de Recherche en Electrotechnique et Electronique de Nancy)**  
**Ecole Nationale Supérieure d'Electricité et de Mécanique – Université de Lorraine**  
**2, avenue de la Forêt de Haye 54518 Vandœuvre-lès-Nancy Cedex**

## **Remerciements**

*Le travail exposé dans ce mémoire a été effectué au sein du Groupe de Recherche en Électrotechnique et en Électronique de Nancy (GREEN), à l'École Nationale Supérieure d'Électricité et de Mécanique (ENSEM) de Nancy.*

*Je tiens tout d'abord à remercier vivement **M. Alain BERTHON**, professeur à IUT de Belfort-Montbéliard, pour avoir accepté de juger ce travail et pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury.*

*J'exprime mes sincères remerciements à **M. Frank BETIN**, professeur à Université de Picardie et IUT de l'Aisne, ainsi que **M. Mohamed Fouad BENKHORIS**, professeur au CRIT-IREENA, d'avoir accepté de rapporter sur ce travail et pour l'intérêt qu'ils y ont porté.*

*J'adresse mes profonds remerciements à **M. Serge PIERFEDERICI**, Professeur à l'ENSEM, pour sa disponibilité, son soutien, ses conseils avisés, ses compétences, son expérience, sa patience qui m'a grandement aidé à mener à bien mes travaux de thèse ainsi que sa participation à mon jury.*

*J'exprime mes vifs remerciements à **M. Bernard DAVAT**, professeur à l'ENSEM, d'avoir encadré et dirigé mes travaux. Je voudrais lui exprimer toute ma gratitude pour la grande confiance et la liberté qu'il m'a accordé tout au long de cette thèse. Je tiens également à le remercier pour ses grandes qualités humaines.*

*Je tiens à exprimer ma profonde gratitude et mes remerciements les plus sincères à **M. Jean-Philippe MARTIN**, Maître de conférence à l'ENSEM, d'avoir co-encadré cette thèse, pour son enthousiasme, son aide et tous les précieux conseils qu'il m'a apportés, des heures durant, sur ces travaux.*

*Mes profonds remerciements vont à **M. Babak NAHIDMOBARAKEH** qui m'a soutenu, encouragé et donné de précieux conseils et qui a fait preuve à mon égard d'une grande patience. Je remercie également **M. Farid MEIBODY-TABAR** pour les différents conseils et encouragements qu'il m'a apportés.*

*Je tiens à exprimer également mes remerciements aux Professeurs **M. Abderrezak REZZOUG** et **M. Shahrokh SAADATE** pour leur accueil au sein du laboratoire GREEN.*

*Je tiens également à exprimer toute ma gratitude au personnel du laboratoire : au personnel administratif, aux secrétaires Mesdames **Latifa ZOUA**, **Sylvie COLINET** et **Christine PIERSON**, aux techniciens Mesdames **Isabelle SCHWENKER** et **Sophie***

**GUICHARD**, Messieurs **Fadi SHARIF** et **Fabrice TESSON**, et à l'ensemble des chercheurs du **GREEN** pour leur gentillesse, leur aide, leurs conseils, les bons moments passés ensemble et l'ambiance vécue tout au long de cette thèse.

J'adresse mes plus chaleureux remerciements à mes voisins de bureau : **Olivier, Roghayeh, Dinh-An, Nicolas et Diane**. Je ne pourrais oublier tous ces bons moments passés en leur compagnie, leur amitié, les discussions scientifiques, toujours très intéressantes.

Je ne peux que remercier toutes les personnes que j'ai côtoyées et avec qui j'ai passé de bons moments : **Majid, Sisuda, Panee, Ting Ting, Suthida, Ahmed, Wattana, Alireza, Babak, Ehssan, Jérémie, Pisit, Pisuit, Pierre, Thierry, Bilal, Sami, Raphaël, Azeddine, Hugues, Nicolas, Alexandre, Eric, Matthieu, Warit**.

Je tiens aussi à exprimer mes remerciements à tous ceux qui ont eu la gentillesse d'assister à ma soutenance de thèse.

# **Sommaire**



|   |    |
|---|----|
| <b><i>Introduction générale</i></b>   | 1  |
| <b><i>Chapitre 1. Convertisseurs continu-continu pour les systèmes pile à combustible</i></b> | 7  |
| 1.1. Introduction   | 9  |
| 1.2. Convertisseurs continu-continu non isolés  | 10 |
| 1.2.1. Convertisseur élévateur entrelacé en entrée  | 11 |
| 1.3. Convertisseurs continu-continu isolés  | 35 |
| 1.3.1. Convertisseur Flyback  | 35 |
| 1.3.2. Convertisseur push-pull  | 36 |
| 1.3.3. Convertisseur en pont complet  | 38 |
| 1.3.4. Convertisseur en demi-pont   | 42 |
| 1.4. Conclusion   | 47 |
| <b><i>Chapitre 2. Transformateur à N enroulements</i></b>                                     | 49 |
| 2.1. Introduction   | 51 |
| 2.2. Modélisation du transformateur à N ports   | 51 |
| 2.2.1. Généralités  | 51 |
| 2.2.2. Transformateur à N enroulements  | 51 |
| 2.2.3. Unicité du terme $M_0$   | 53 |
| 2.2.3. Modélisation en étoile du transformateur dans le port de référence                     | 55 |
| 2.2.4. Modélisation en polygone du transformateur   | 58 |
| 2.2.5. Transformateur à trois enroulements  | 60 |
| 2.3. Réalisation d'un transformateur à trois enroulements                                     | 62 |
| 2.3.1. Généralités  | 62 |
| 2.3.2. Noyau magnétique   | 62 |
| 2.3.3. Bobinage   | 63 |
| 2.3.4. Dimensionnement du transformateur  | 63 |
| 2.3.5. Réalisation de transformateurs   | 66 |
| 2.4. Echange d'énergie dans le convertisseur à N ports  | 75 |

|  |            |
|--|------------|
| 2.4.1. Principe  | 75         |
| 2.4.2. Calcul des courants dans modèle en polygone                         | 75         |
| 2.4.3. Caractérisation de l'échange d'énergie                              | 76         |
| 2.5. Conclusion  | 78         |
| <b>Chapitre 3. Convertisseur continu-continu isole 3-port</b>              | <b>79</b>  |
| 3.1. Introduction  | 81         |
| 3.2. Three-port isolated DC-DC converter with fuel cell and supercapacitor | 81         |
| 3.2.1. Transformer model   | 81         |
| 3.2.2. Hybrid source   | 82         |
| 3.2.3. First control strategy  | 83         |
| 3.2.4. Deuxième stratégie de contrôle                                      | 94         |
| 3.3. Validation expérimentale  | 103        |
| 3.3.1. Première stratégie de contrôle                                      | 105        |
| 3.3.2. Deuxième stratégie de contrôle                                      | 107        |
| 3.3.3. Essais sous moyenne tension (270 V)                                 | 111        |
| 3.4. Comparaison des deux stratégies de commande                           | 113        |
| 3.4.1. Simplicité de mise en œuvre   | 113        |
| 3.4.2. Taux de variation du courant délivré par la pile à combustible      | 113        |
| 3.5. Conclusion  | 114        |
| <b>Chapitre 4. Mise en parallèle de convertisseurs 3-port</b>              | <b>115</b> |
| 4.1. Introduction  | 117        |
| 4.2. Utilisation de la première méthode de contrôle                        | 117        |
| 4.2.1. Schéma du dispositif  | 117        |
| 4.2.2. Structure de contrôle   | 118        |
| 4.2.2. Limitation du courant de sortie de la pile à combustible            | 119        |
| 4.2.3. Résultats de simulation   | 119        |
| 4.3. Utilisation de la deuxième méthode de contrôle                        | 125        |
| 4.3.1. Structure de contrôle   | 125        |
| 4.3.2. Taux de variation du courant  | 128        |
| 4.3.3. Résultats de simulation   | 128        |
| 4.4. Amélioration du rendement   | 137        |
| 4.4.1. Stratégie de partage de la puissance                                | 138        |
| 4.4.2. Résultats de simulation   | 144        |

Sommaire

|                            |     |
|----------------------------|-----|
| 4.5. Conclusion            | 148 |
| <i>Conclusion générale</i> | 149 |
| <i>Bibliographie</i>       | 153 |
| <i>Annexe</i>              | 161 |
| Annexe 1                   | 163 |
| Annexe 2                   | 176 |
| Annexe 3                   | 182 |



# **Introduction générale**



Au cours du 21<sup>ème</sup> siècle le pétrole et le gaz vont se raréfier et devenir de plus en plus chers. Pour le pétrole, ce sont les transports mais aussi la génération d'électricité qui sera principalement touchés. En complément de ces difficultés certaines d'approvisionnement, se posent les problèmes de pollution et de réchauffement climatique dus à une utilisation massive de ressources énergétiques carbonées. Tout ceci milite, au niveau de la production d'énergie électrique, pour le développement de ressources alternatives issues du soleil, du vent ou de générateurs non polluants tels que les piles à combustible.

Les générateurs photovoltaïques convertissent directement l'énergie solaire en électricité. Le transfert énergétique dépend des conditions d'ensoleillement et varie en cours de journée avec l'ensoleillement et l'angle d'incidence du soleil. Ces générateurs sont particulièrement intéressants dans les zones fortement ensoleillées mais doivent être associés, en cas d'utilisation en site isolé, avec des systèmes de stockage afin de fournir de l'énergie tout au long de la journée (en général des batteries).

Les turbines éoliennes convertissent l'énergie du vent en énergie électrique. Cette énergie dépend des conditions météorologiques et est assez incontrôlable. Elle nécessite des systèmes de stockage tampon en cas d'utilisation en site isolé.

Ces deux sources d'énergie alternative sont généralement utilisées pour produire de l'électricité en mode stationnaire. Elles sont associées à des dispositifs de stockage plus ou moins complexes (de la batterie au système de production d'hydrogène du projet MYRTE [Dar12]) en site isolé. Elles induisent des difficultés de gestion de ressources aléatoires dans le cas de connexion sur un réseau électrique [Wan09].

De son côté, la pile à combustible est un générateur convertissant l'énergie chimique d'un carburant en énergie électrique. Les puissances mises en jeu peuvent aller du watt (micropile pour les appareils électroniques portables [Yan11]) au mégawatt de certaines applications stationnaires [Fue12]. Elles présentent l'avantages de pouvoir être utilisées dans de nombreux secteurs d'applications (stationnaire, spatial, électronique nomade, transport...).

Parmi les différentes technologies de pile à combustible, la pile à membrane échangeuse de protons (pile PEM) est présente dans de nombreux secteurs d'application en raison de sa structure simple et de son fonctionnement à basse température [Lar01], [Fri04]. De plus, elle produit uniquement de l'eau, de l'électricité et de la chaleur, ce qui en fait une source très peu polluante.

Sa dynamique étant limité par l'alimentation en gaz (hydrogène et oxygène) de ses électrodes, elle ne permet pas de modifications brutales de la puissance délivrée et est, elle aussi, souvent associée à des éléments de stockage tampon d'énergie, de taille certes réduite par rapport à ceux évoqués précédemment car uniquement destinés à lisser les à-coups de la demande issue de la charge alimentée.

Cet organe de stockage tampon fait partie du système pile à combustible et constitue avec elle une source hybride permettant de répondre au transitoire rapide tout en réduisant les contraintes sur la pile. De telles sources sont particulièrement adaptée à des applications de type transport ou systèmes embarqués, les organes de stockage tampon étant généralement des batteries ou/et des supercondensateurs.

Les batteries comme les piles à combustible transforment de l'énergie chimique en énergie électrique mais sans utilisation d'un carburant, cette énergie chimique ayant été

stockée préalablement par fourniture d'énergie électrique lors de la charge de la batterie. Il a de nombreux types de batterie rechargeables : plomb-acide, nickel cadmium (Ni-Cd), Nickel Métal Hydrure (Ni-MH), Lithium ion (Li-ion)...

Les batteries au plomb sont utilisées dans de nombreuses applications où le prix est le critère important au détriment du poids et du volume. Elles sont utilisées, par exemple, dans les alimentations sans interruption, dans les alimentations de secours et dans les véhicules thermiques. Les batteries Ni-Cd sont utilisées dans des applications de petites puissances comme les appareils électroniques portables. Un de leurs principaux défauts réside dans un effet mémoire, qui diminue la capacité de la batterie lors de charges ou de décharges partielles. De plus la présence de cadmium ne les rend pas respectueuses de l'environnement. Les années 1990 ont vu le développement et la commercialisation des batteries Ni-MH et Li-ion. Ces batteries ont des densités en énergie et en puissance supérieures aux batteries au plomb et ne présentent pas d'effet mémoire. Les batteries Li-ion peuvent atteindre une énergie massique de  $160 \text{ Wh.kg}^{-1}$  et une puissance massique de  $3000 \text{ W.kg}^{-1}$  (les chiffres sont de  $35 - 50 \text{ W.kg}^{-1}$  pour le plomb) pour un nombre de cycles supérieurs à 5000 [Ros11]. En contrepartie, elles sont chères. De plus, quel que soit le type de batterie, le courant de charge est limité [Nor98].

Les supercondensateurs sont des capacités utilisant les propriétés de double couche pour stocker des charges à l'interface entre un matériau carboné et un électrolyte liquide. Le matériau étant micro poreux, la surface de l'interface est énorme et l'épaisseur de double couche très faible. Il s'ensuit des valeurs de capacités massique et volumique importantes ouvrant à ces composants le domaine des transports ou de l'embarqué. Le stockage étant de nature électrostatique, ces composants présentent des possibilités de cyclage importantes et sont de plus robustes sur le plan mécanique. Les derniers supercondensateurs sont comparables aux meilleures batteries en puissance massique ( $5000 \text{ W.kg}^{-1}$ ) tout en autorisant jusqu'à  $10^6$  cycles. Dans les systèmes embarqués, les supercondensateurs permettent de répondre aux accélérations ou décélérations brutales.

Le choix entre des batteries ou des supercondensateurs réside plutôt dans la nécessité ou non de stocker de l'énergie sur de longues durées. Par contre, l'association de batteries et de supercondensateurs peut amener différents avantages en termes de durée de vie des batteries, de volume et de poids.

Dans une source hybride comportant un ou plusieurs générateurs et un ou plusieurs organes de stockage, différents niveaux de tension coexistent et chaque élément est généralement connecté à un ou plusieurs bus continus par l'intermédiaire d'un convertisseur statique. Ce convertisseur est généralement unidirectionnel au niveau des générateurs et de certaines charges et bidirectionnel pour les organes de stockage et les charges susceptibles de freiner électriquement.

Nous nous sommes intéressés, dans cette thèse, plus particulièrement au cas d'une pile à combustible associée à des supercondensateurs, le tout constituant une source hybride alimentant une charge. Les contraintes imposées pour les convertisseurs étaient simples :

- Un rapport d'élévation important, la tension de sortie de la pile à combustible étant généralement assez faible (la plupart des modules actuellement développés ont une tension de sortie comprise entre 24 et 100 V [Yu07]) ;
- Une ondulation du courant en sortie de la pile faible afin d'augmenter sa durée de vie.

De nombreux convertisseurs statiques peuvent être utilisés pour résoudre ce type de problèmes.

Pour la pile à combustible, en structure non isolé, on rencontre généralement des convertisseurs de type *Boost* qui permettent, par l'intermédiaire de l'inductance d'entrée, de contrôler aisément le courant délivré par la pile et de limiter, en jouant sur la valeur de l'inductance et la fréquence de fonctionnement, l'ondulation du courant délivré par la pile. Cette ondulation peut aussi être réduite par la mise en parallèle en entrée, ou en série en sortie, de cellules élémentaires, en entrelaçant leur commande [Lac05].

L'intérêt de ces structures non isolées réside dans l'absence d'un transformateur généralement onéreux, volumineux et lourd.

A contrario, la présence d'un tel transformateur permet une isolation galvanique et d'atteindre des gains en tension plus important. Les structures isolées sont utilisées dans de nombreuses applications de quelques watts à quelques centaines de kilowatts. Les topologies utilisées s'appellent flyback, forward, push-pull en demi-pont et en pont complet et sont utilisées dans des gammes de puissance différentes. Flyback, forward, push-pull et en demi-pont à petites puissances, en pont complet [Don91], [Nar07] en puissance importante [Cha08].

On peut ainsi aboutir à des sources hybrides comportant plusieurs convertisseurs de nature différente associés parfois à un transformateur et les travaux de recherche dans ce domaine portent d'une part sur la ou les architectures de puissance utilisées [Tho05], [Dua07], [Hai08], [Tod08], [Kha09], [Pay09a], [Ouy11], [Nej12], [Zha12] et d'autre part sur le contrôle des échanges d'énergie entre les composants de ces sources [Tho05], [Pay09a], [Gar10], [Jia10], [Azi10], [Tho10], [Zan10], [Azi11], [Gen12].

Le travail que nous présentons a été effectué au Groupe de Recherche en Electrotechnique de Nancy (GREEN) et comporte les deux volets que nous venons de mentionner.

Le premier chapitre s'intéresse aux convertisseurs connectés en sortie d'une pile à combustible. Convertisseurs non isolés dans un premier temps pour lesquels on fait porter l'accent sur les différentes variantes du convertisseur *Boost* permettant de réduire les ondulations du courant délivré par la source. Les différents modes de conduction sont détaillés en soulignant en particulier l'influence du couplage des inductances lors de l'utilisation de deux cellules élémentaires entrelacées. Le chapitre se termine par une présentation rapide des convertisseurs continu-continu isolés.

Comme nous l'avons indiqué précédemment, une source hybride met souvent en jeu des convertisseurs différents et le chapitre 1 nous a permis de rappeler les architectures de la plupart des solutions que l'on rencontre en pratique. Notre choix a été de définir une architecture unique et un mode de contrôle unique pour les convertisseurs d'une source hybride. Cette architecture est celle d'un convertisseur multi-port basée sur l'utilisation d'un transformateur multi-enroulement où tous les convertisseurs sont identiques, des onduleurs de tension, les échanges d'énergie entre les ports étant contrôlés par le déphasage entre les ondes de tension délivrées par les onduleurs.

La modélisation du transformateur à N ports est effectuée dans le deuxième chapitre et conduit à un modèle de type polygone simple à utiliser au niveau de la commande de la source hybride. Deux exemples de réalisation de transformateurs 3-ports sont ensuite présentés.

Le troisième chapitre décrit la source hybride réalisée autour d'un transformateur 3-port comportant une pile à combustible, un banc de supercondensateurs et une charge. Deux méthodes de contrôle de l'ensemble du dispositif sont ensuite présentées et comparées par simulation et expérimentalement. Ces deux méthodes ont été antérieurement développées au GREEN. La première méthode, plus classique, utilise un régulateur linéaire pour contrôler la

puissance fournie par la pile à combustible et la tension de sortie est contrôlée via l'énergie électrostatique stockée dans la capacité de sortie [Tho05]. La deuxième est basée sur le concept de platitude [Pay09a].

Dans le dernier chapitre, nous envisageons par simulation la mise en parallèle de deux convertisseurs 3-port connectés sur la même pile à combustible et la même charge, chacun des convertisseurs étant connectés à un banc de supercondensateurs. La solution proposée est plus simple en termes de contrôle qu'un convertisseur 4-port et permet aisément de répartir la puissance fournie à la charge entre les deux convertisseurs.

Enfin, une conclusion générale permet de faire le bilan des travaux réalisés sur les convertisseurs multi-port et les stratégies de contrôle utilisées avant d'indiquer plusieurs voies de poursuite.

# **CHAPITRE 1**

## **CONVERTISSEURS CONTINU-CONTINU POUR LES SYSTEMES PILES A COMBUSTIBLE**



## 1.1. Introduction

La pile à combustible est un dispositif électrochimique qui transforme l'énergie chimique en électricité, chaleur et eau. C'est une source d'énergie renouvelable et propre. Le principe de fonctionnement d'une pile à combustible a été établi par Christian Friedrich Schönbein en 1828, avant que Sir William Grove réalise la première pile à combustible en 1839 [Kir09]. Après le succès de l'utilisation des piles à combustible dans les programmes spatiaux de la Nasa dans les années 1970, la pile à combustible est l'objet de nombreux travaux tant dans les milieux académiques qu'industriels.

Les piles à combustible se différencient principalement par leur électrolyte. Elles se partagent actuellement en six grandes familles : les piles à membrane échangeuse de protons (Proton Exchange Membrane Fuel Cell, PEMFC), les piles alcalines (Alkaline Fuel Cell, AFC), celles à acide phosphorique (Phosphoric Acid Fuel Cell, PAFC), les piles à carbonate fondu (Molten Carbonate Fuel Cell, MCFC), celles à oxyde solide (Solid Oxide Fuel Cell, SOFC) et les piles à méthanol direct (Direct Methanol Fuel Cell, DMFC). Cette dernière dénomination met en évidence le combustible entrant dans la pile, pour des piles se rattachant à la famille des PEMFC.

Dans cette thèse, nous avons considéré des piles PEMFC utilisant un électrolyte solide (dérivé du téflon) permettant l'échange des ions entre les électrodes. La température de fonctionnement de ces piles est de l'ordre de 80°C et elles présentent les avantages d'une densité de puissance assez élevée et d'une mise en fonctionnement relativement rapide. Il en résulte une utilisation dans la plupart des domaines d'application des piles à combustible, l'électronique nomade, les transports et le stationnaire. Leurs principaux défauts viennent d'un rendement assez faible de 30 à 40 % en production d'électricité et de l'utilisation d'un catalyseur onéreux, le platine [Kir09].

De façon générale, les piles à combustible présentent en tant que générateur d'électricité plusieurs points faibles : elles ne permettent pas de récupérer de l'énergie, leur temps de réponse est limité par les alimentations en carburant (la plupart du temps des gaz), leur tension dépend du courant délivré et diminue avec le temps et leur démarrage à froid est difficile [Jin09]. De plus, les variations rapides du courant délivré ou même les ondulations de ce courant peuvent réduire sa durée de vie [Tho08], [Oli11]. Enfin, la pile à combustible est un dispositif basse tension qui nécessite souvent un convertisseur élévateur entre la pile et la charge alimentée [Hua08]. Toutes ces contraintes conduisent à utiliser dans un système pile à combustible des sources auxiliaires (batteries, supercondensateurs) nécessitant la présence d'un ou plusieurs convertisseurs statiques.

Un exemple de système pile à combustible est représenté sur la figure 1-1 où apparaissent différents types de convertisseurs statiques. Un convertisseur unidirectionnel relie le bus continu et la pile à combustible, cette dernière ne pouvant recevoir de l'énergie. Par contre les convertisseurs placés entre les éléments de stockage (batteries et supercondensateurs) et le bus continu sont bidirectionnels, ces éléments étant destinés à fournir ou à récupérer de l'énergie.

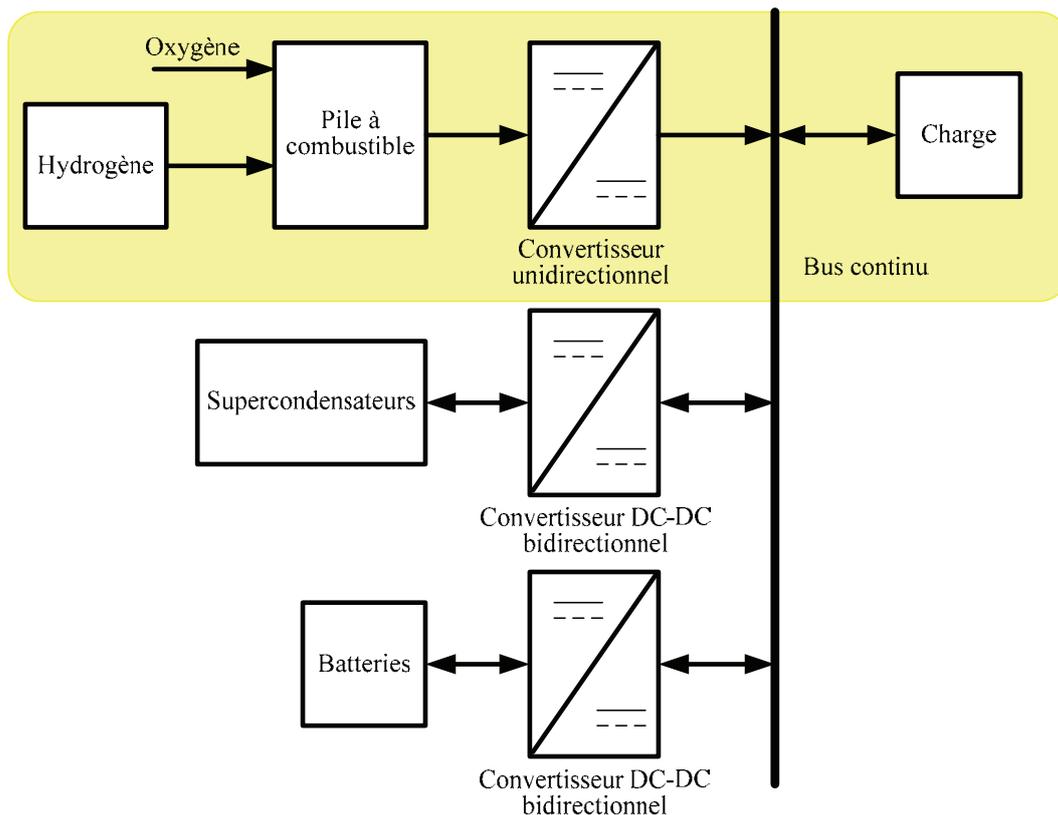


Figure 1-1. Exemple de système hybride à pile à combustible.

Les progrès constants réalisés sur les composants de puissance ont permis la réduction du volume et du poids des convertisseurs statiques tout en augmentant les densités de puissance contrôlées [Kol07]. Pour les systèmes pile à combustible, on va souvent demander au convertisseur un gain en tension élevé obtenu par la mise en cascade de convertisseurs élémentaires ou à l'aide de transformateur et une réduction des ondulations de courant faisant appel à des dispositifs de filtrage.

Les principales structures de convertisseur non isolées que l'on rencontre dans les systèmes pile à combustible sont détaillées dans ce chapitre. On s'intéresse plus particulièrement dans un premier temps à l'ondulation du courant d'entrée de ces convertisseurs, ce courant correspondant au courant délivré par la pile.

On va avoir dans un deuxième temps une bibliographie sur les convertisseurs isolés. On présente les différents convertisseurs isolés pouvant être utilisés dans les systèmes pile à combustible.

## 1.2. Convertisseurs continu-continu non isolés

Les trois convertisseurs de base sont dits abaisseur, élévateur et abaisseur-élévateur ou selon la terminologie anglaise Buck, Boost et Buck-Boost. Cette terminologie est utilisée dans ce document.

Les topologies que l'on rencontre en sortie de la pile à combustible sont souvent de type élévateur. Pour les éléments de stockage les trois structures de base se rencontrent en raison du caractère bidirectionnel des convertisseurs connectant ces éléments au bus continu.

Pour le convertisseur élévateur, on va s'intéresser essentiellement à l'ondulation du courant délivré par la source, cette ondulation pouvant dans le cas d'une pile à combustible réduire la durée de vie de celle-ci [Tho08], [Oli11]. La principale méthode utilisée pour réduire l'ondulation de ce courant est l'entrelacement en entrée consistant à mettre en parallèle plusieurs cellules élémentaires et à décaler les commandes des interrupteurs. Une autre méthode conduit à des résultats similaires lorsque l'on utilise deux cellules en parallèle en sortie et que le décalage des commandes conduit à imposer trois niveaux de tensions aux bornes de l'inductance du convertisseur. Pour ces différents convertisseurs, on envisage tous les cas possibles de fonctionnement en particulier en mode de conduction discontinue. De plus, lors de l'utilisation de deux cellules, on va envisager la possibilité de couplage des inductances.

## 1.2.1. Convertisseur élévateur entrelacé en entrée

### 1.2.1.1. Principe

L'inductance placée en entrée de ce convertisseur (figure 1-2) permet de contrôler le courant délivré par une source de tension et d'assurer si nécessaire un mode de fonctionnement continu évitant l'annulation de celui-ci.

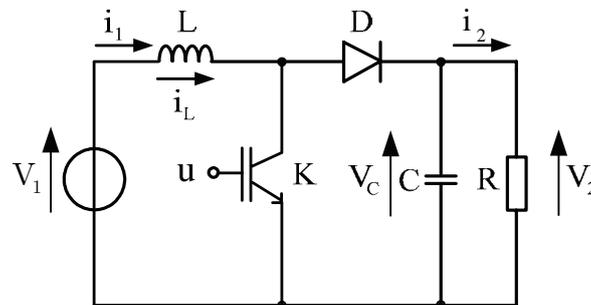


Figure 1-2. Convertisseur *Boost*.

Les formes d'ondes associées à ce convertisseur sont données sur la figure 1-3. Ce convertisseur est contrôlé par la commande de l'interrupteur  $K$  que l'on peut représenter par le signal périodique de commande  $u$  égal à 1 lorsque  $K$  conduit et à 0 lorsque cet interrupteur est bloqué. La valeur moyenne de ce signal de commande est le rapport cyclique  $\alpha$  du convertisseur. Deux modes de conduction sont définis pour ce convertisseur selon que le courant s'annule sur la période de fonctionnement ou non.

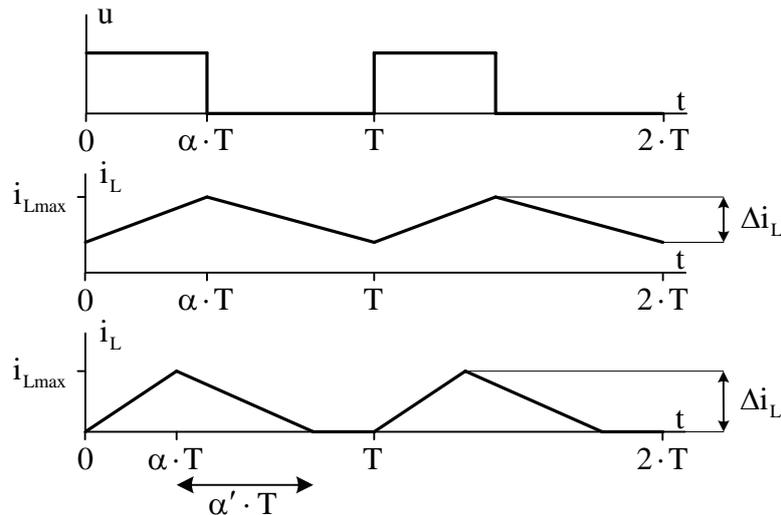


Figure 1-3. Convertisseur *Boost*. De haut en bas : Fonction de commande, courant dans l'inductance en conduction continue et discontinue.

L'ondulation de courant dans l'inductance du convertisseur s'écrit :

$$\Delta i_L = \frac{V_1}{L} \cdot \alpha \cdot T \quad (1-1)$$

Deux paramètres permettent de limiter cette ondulation : la valeur de l'inductance ou la fréquence de fonctionnement du convertisseur. En moyenne et forte puissances l'augmentation de l'inductance peut conduire à un convertisseur de taille conséquente et l'augmentation de la fréquence augmente les pertes par commutation. De plus, ce composant, placé du côté basse tension supporte le courant le plus important.

Une autre solution consiste à placer dans ce cas N cellules élémentaires en parallèle [Lee00], [Shi05a], [Shi05b]. Cela permet de réduire le courant dans chacune des cellules et donc dans les interrupteurs. De plus, une technique dite d'entrelacement, consistant à décaler de  $\frac{T}{N}$  les commandes des cellules élémentaires, réduit fortement l'ondulation du courant à l'entrée du convertisseur. Cette méthode qui n'était pas très simple à mettre en œuvre dans le passé est aisément réalisée aujourd'hui à l'aide de circuits de commande numériques.

On va se limiter à l'étude du convertisseur *Boost* à deux cellules élémentaires (figure 1-4) et comparer ses caractéristiques avec le montage à une seule cellule, en modes de fonctionnement continu et discontinu.

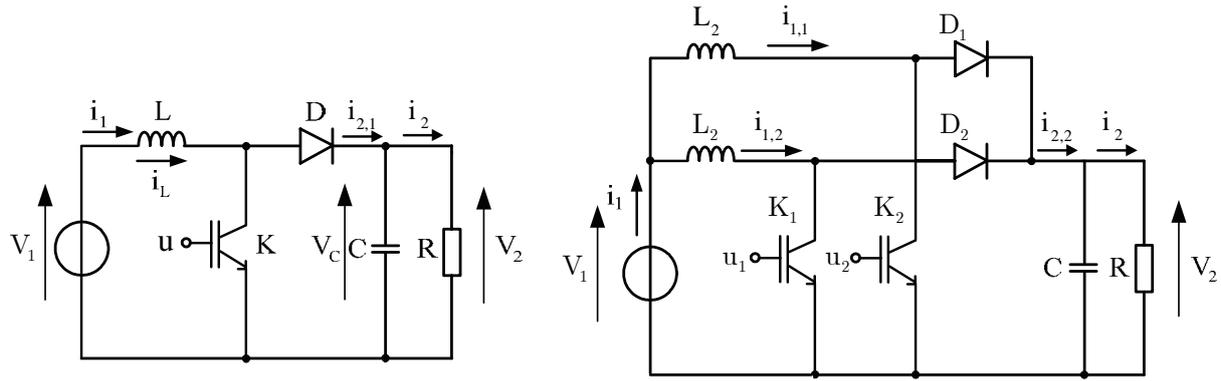


Figure 1-4. Convertisseur *Boost* à une (à gauche) et deux (à droite) cellules élémentaires.

### 1.2.1.2. Représentation en grandeurs réduites

Afin de pouvoir comparer ces montages, on considère que l'énergie magnétique stockée dans les inductances est identique dans les deux cas [Lac05]. Si l'on appelle  $L_N$  l'inductance du convertisseur comportant  $N$  cellules et  $I_{L,N}$  le courant moyen en entrée de chaque cellule, on a pour deux cellules :

$$\frac{1}{2} \cdot L_1 \cdot I_1^2 = \frac{1}{2} \cdot L_2 \cdot I_{1,1}^2 + \frac{1}{2} \cdot L_2 \cdot I_{1,2}^2 \quad (1-2)$$

avec :

$$I_{1,1} = I_{1,2} = \frac{1}{2} \cdot I_1 \quad (1-3)$$

soit :

$$L_2 = 2 \cdot L_1 = 2 \cdot L \quad (1-4)$$

De plus, on va envisager comme dans [Hua09] la possibilité d'utiliser des inductances couplées en les réalisant sur le même circuit magnétique (figure 1-5).

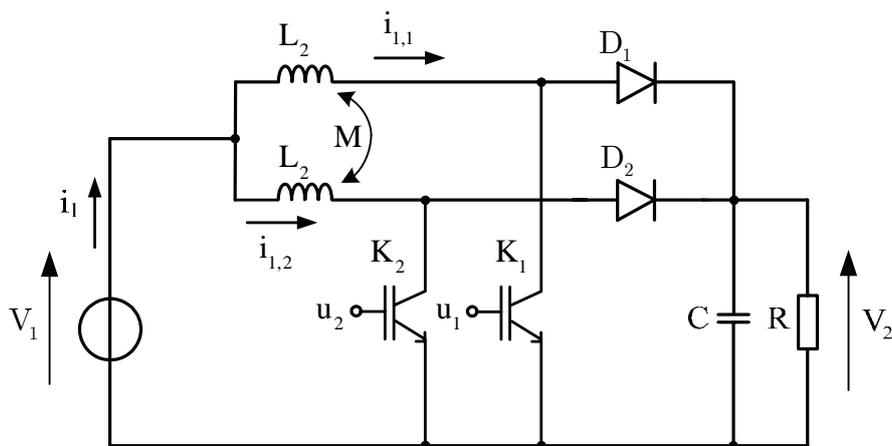


Figure 1-5. Convertisseur *Boost* à deux cellules élémentaires et inductances couplées.

La tension aux bornes des inductances s'exprime alors sous la forme :

$$\begin{aligned} v_{L1,1} &= L_2 \cdot \frac{di_{1,1}}{dt} + M_2 \cdot \frac{di_{1,2}}{dt} \\ v_{L1,2} &= L_2 \cdot \frac{di_{1,2}}{dt} + M_2 \cdot \frac{di_{1,1}}{dt} \end{aligned} \quad (1-5)$$

où  $M_2 = k \cdot L_2$  et  $-1 < k < 1$ .

On va utiliser les grandeurs normalisées classiques [Fer94], permettant de représenter tout courant et toute tension dans le convertisseur sous la forme :

$$\begin{aligned} x &= \frac{L \cdot f}{V_1} \cdot i \\ y &= \frac{1}{V_1} \cdot v \end{aligned} \quad (1-6)$$

Pour une seule cellule, le courant moyen d'entrée s'écrit :

$$X_1 = \frac{L \cdot f}{V_1} \cdot I_1 \quad (1-7)$$

Il s'ensuit pour les courants dans les deux cellules élémentaires :

$$X_{1,1} = X_{1,2} = \frac{L_2 \cdot f}{V_1} \cdot \frac{I_1}{2} = \frac{L \cdot f}{V_1} \cdot I_1 = X_1 \quad (1-8)$$

et pour le convertisseur complet :

$$\frac{X_{1,1} + X_{1,2}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{L_2 \cdot f}{V_1} \cdot \left( \frac{I_1}{2} + \frac{I_1}{2} \right) = \frac{L \cdot f}{V_1} \cdot I_1 = X_1 \quad (1-9)$$

Les courants réduits sont donc bien égaux que ce soit au niveau du convertisseur à une cellule ou deux cellules, ou au niveau des cellules élémentaires.

Pour la tension de sortie, celle-ci en grandeur réduite correspond au rapport de transformation du convertisseur :

$$Y_2 = \frac{V_2}{V_1} \quad (1-10)$$

En grandeurs réduites, le système d'équations caractéristiques de l'évolution des courants s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{dx_{1,1}}{dt} &= \frac{f}{1-k^2} \cdot (y_{L1,1} - k \cdot y_{L1,2}) \\ \frac{dx_{1,2}}{dt} &= \frac{f}{1-k^2} \cdot (y_{L1,2} - k \cdot y_{L1,1}) \end{aligned} \quad (1-11)$$

La dérivée du courant dans l'inductance d'une cellule élémentaire va dépendre des valeurs des tensions aux bornes des inductances et du coefficient de couplage. Les différentes valeurs possibles de la dérivée du courant dans la première inductance sont ainsi données dans le tableau 1-1.

|                         |   |                                       |
|-------------------------|---|---------------------------------------|
| $y_{L1,2}$ \ $y_{L1,1}$ | 1   | $1 - Y_2$                             |
| 1                       | $\frac{f}{1+k}$                                 | $\frac{f}{1-k^2} \cdot (1 - Y_2 - k)$ |
| $1 - Y_2$               | $\frac{f}{1-k^2} \cdot [1 - k \cdot (1 - Y_2)]$ | $\frac{f}{1+k} \cdot (1 - Y_2)$       |

Tableau 1-1. Convertisseur *Boost* à deux cellules entrelacées. Différentes valeurs de la dérivée du courant dans la première cellule en fonction des tensions aux bornes des deux inductances.

On a représenté sur la figure 1-3, les deux modes de conduction continue ou discontinue à l'échelle d'un convertisseur à une cellule ou au niveau d'une cellule élémentaire d'un convertisseur à plusieurs cellules.

Pour le courant total issu de deux cellules, le nombre de cas à prendre en compte est plus important selon les valeurs des termes  $\alpha$  et  $\alpha'$  (figures 1-6 et 1-7),  $\alpha$  et  $\alpha'$  représentant respectivement les durées de conduction de l'interrupteur principal et de la diode.

Lorsque le rapport cyclique  $\alpha$  est inférieur à 0,5, seul le cas où  $\alpha' = 1 - \alpha$  (en haut, à gauche sur la figure 1-6) correspond au mode de conduction continue à l'échelle de la cellule élémentaire.

Pour le courant total issu de la source, c'est lorsque  $\alpha + \alpha' < 0,5$  (en bas, à droite sur la figure) que l'on est en mode de conduction discontinue.

Lorsque le rapport cyclique est supérieur à 0,5, on a deux cas différents selon que le courant est continu ou discontinu dans les convertisseurs élémentaires alors que le courant total est toujours continu.

Le calcul des courants pour ces différents cas est détaillé dans l'annexe 1.

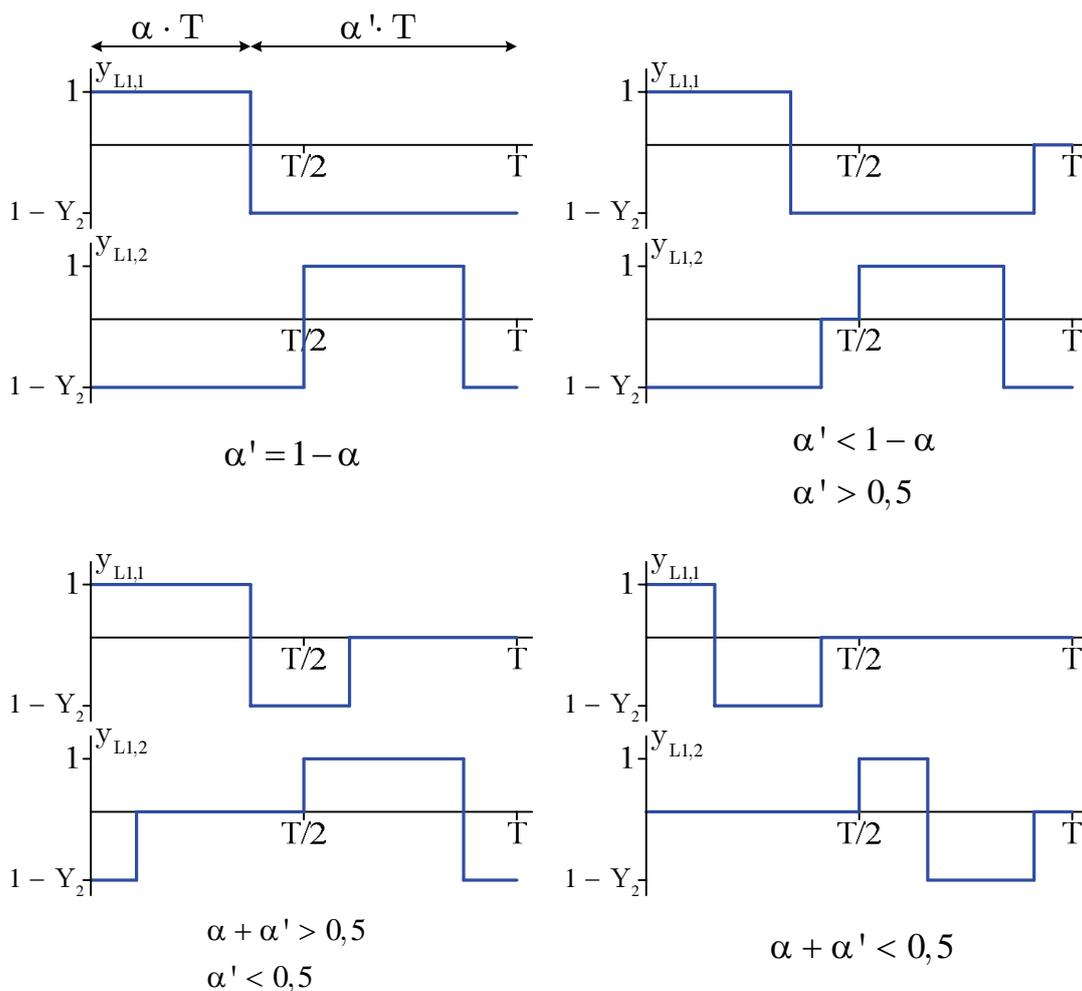


Figure 1-6. Convertisseur *Boost* à deux cellules entrelacées. Différents cas à prendre en compte pour le calcul du courant total ( $\alpha < 0,5$ ).

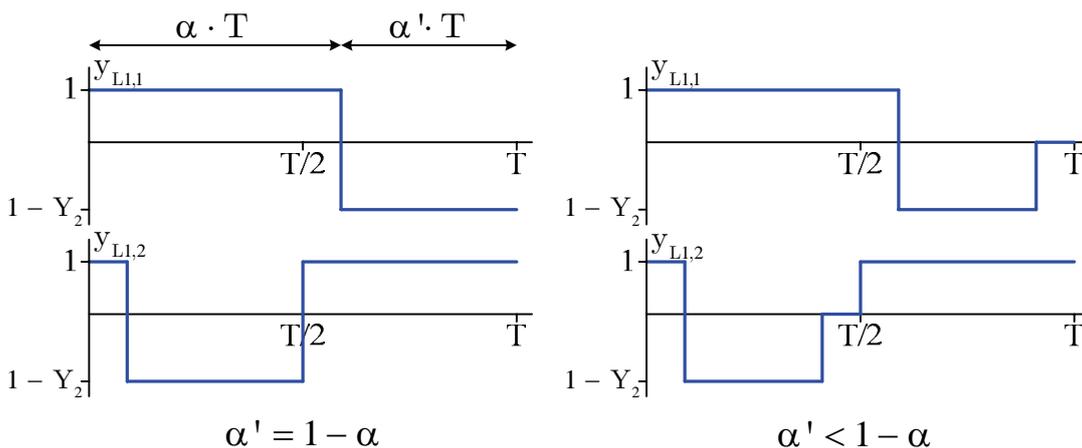


Figure 1-7. Convertisseur *Boost* à deux cellules entrelacées. Différents cas à prendre en compte pour le calcul du courant total ( $\alpha > 0,5$ ).

### 1.2.1.3. Ondulation de courant en mode de conduction continue [Lac05]

Au niveau de la cellule élémentaire, il s'agit des cas où  $\alpha' = 1 - \alpha$ . Les courants dans les deux cellules et le courant total sont représentés sur les figures 1-8 et 1-9 pour des rapports cycliques inférieur et supérieur à 0,5 et pour des valeurs du coefficient de couplage positive, nulle et négative.

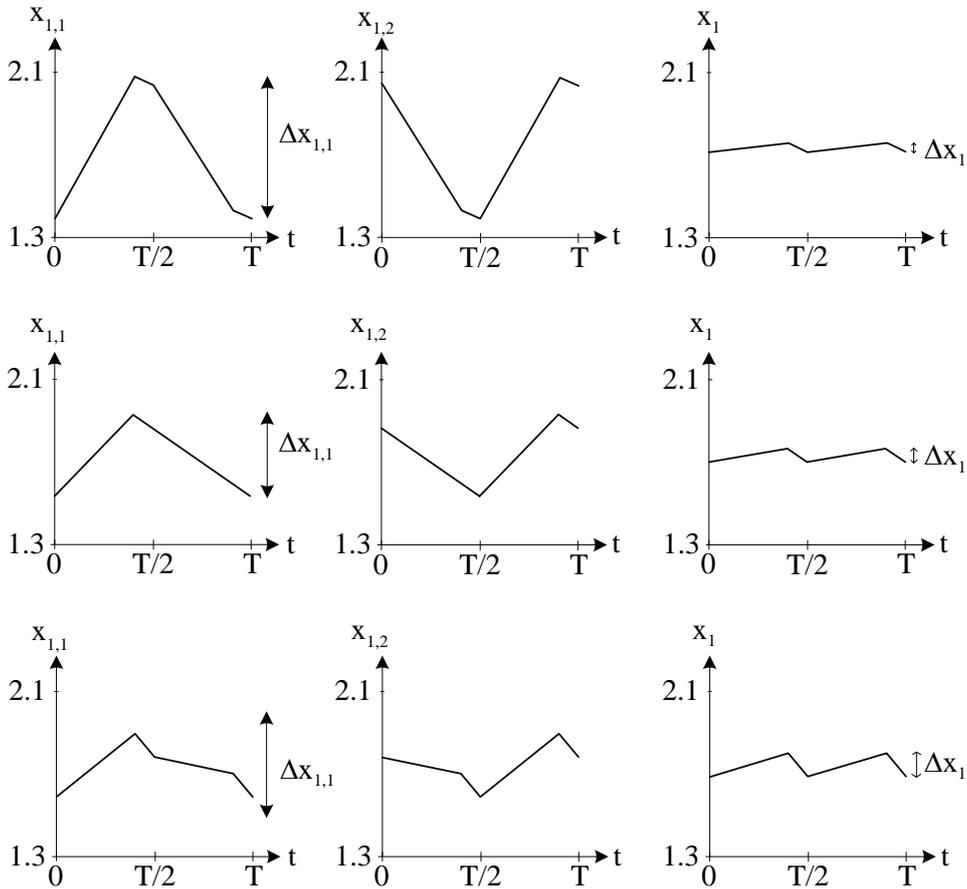


Figure 1-8. Convertisseur *Boost* à deux cellules élémentaires et inductances couplées. Courants dans les cellules et courant total pour différentes valeurs du coefficient de couplage,  $\alpha < 0,5$  et  $x_{1,\text{moyen}} = 1,7$  ( $\alpha = 0,4$  et de haut en bas,  $k = 0,5$ ;  $k = 0$ ;  $k = -0,5$ ).

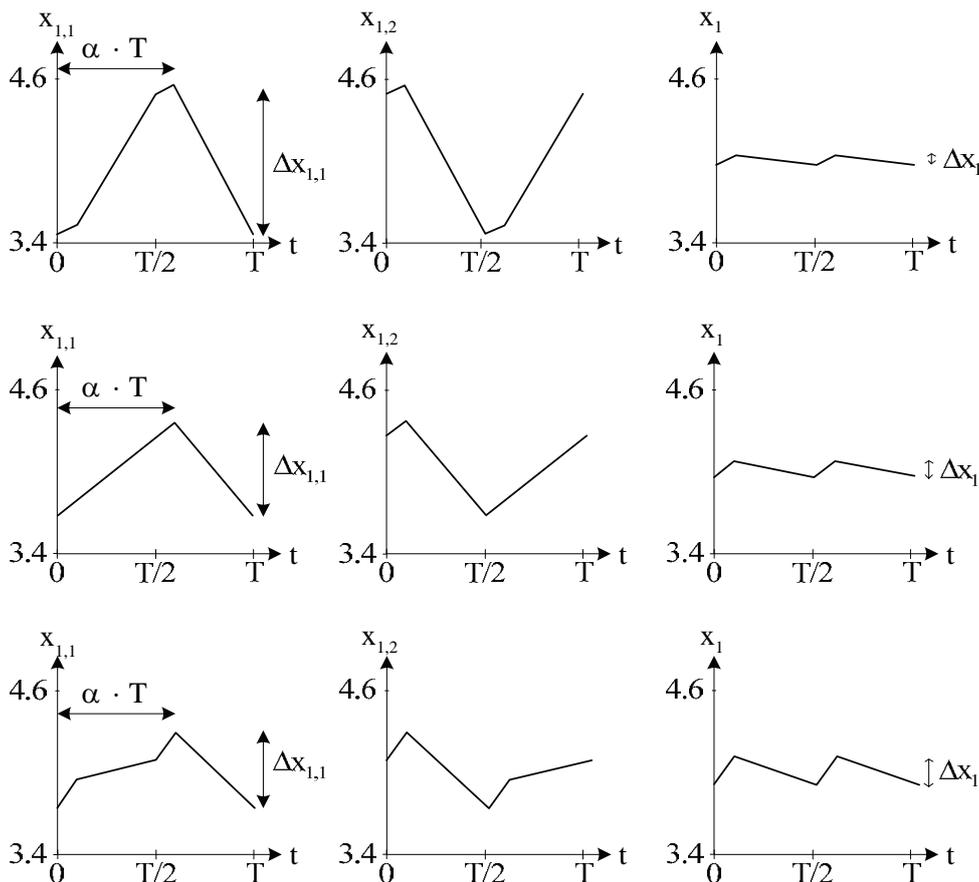


Figure 1-9. Convertisseur *Boost* à deux cellules élémentaires et inductances couplées. Courants dans les cellules et courant total pour différentes valeurs du coefficient de couplage,  $\alpha > 0,5$  et  $x_{1,\text{moyen}} = 4$  ( $\alpha = 0,6$  et de haut en bas,  $k = 0,5$  ;  $k = 0$  ;  $k = -0,5$ ).

La dérivée du courant dans la première inductance est donnée dans le tableau 1-1. Ceci permet de définir le courant dans les différents intervalles. On déduit des expressions des courants détaillées dans l'annexe 1 la valeur de l'ondulation du courant pour une cellule (tableau 1-2) et du courant issu de la source dans le cas de deux cellules entrelacées (tableau 1-3).

Pour une cellule, l'ondulation du courant est assez fortement augmentée par l'utilisation d'inductances couplées et dans un facteur d'autant plus grand que le couplage est bon, en particulier si le coefficient de couplage est positif (figure 1-10). On peut même se demander à ce niveau si le couplage des inductances présente de l'intérêt.

Par contre, pour le courant total, l'ondulation du courant avec couplage est celle obtenue sans couplage multipliée par le terme  $\frac{1}{1+k}$ . Dans ce cas, seules les valeurs de  $k$  positives permettent de réduire l'ondulation du courant total. Le maximum de gain est obtenu lorsque le couplage est bon et il est alors voisin de 2, mais comme cela a été signalé précédemment, cela se fait au détriment de l'ondulation de courant dans les cellules élémentaires.

| Différents cas | Ondulation du courant dans une cellule   |
|----------------|--|
| $\alpha < 0,5$ | $\Delta x_{1,1} = \frac{\alpha}{1 - k^2} \cdot \left( 1 + k \cdot \frac{\alpha}{1 - \alpha} \right)$ |
| $\alpha > 0,5$ | $\Delta x_{1,1} = \frac{\alpha + k \cdot (1 - \alpha)}{1 - k^2}$                                     |

Tableau 1-2. Convertisseur *Boost* à deux cellules entrelacées et inductances couplées. Ondulation de courant dans une cellule élémentaire en conduction continue.

| Différents cas | Ondulation du courant total   |
|----------------|---|
| $\alpha < 0,5$ | $\Delta x_1 = \frac{1}{1 + k} \cdot \frac{\alpha \cdot (1 - 2 \cdot \alpha)}{2 \cdot (1 - \alpha)}$ |
| $\alpha > 0,5$ | $\Delta x_1 = \frac{1}{1 + k} \cdot \left( \alpha - \frac{1}{2} \right)$                            |

Tableau 1-3. Convertisseur *Boost* à deux cellules entrelacées et inductances couplées. Ondulation du courant total en mode de conduction continue des cellules élémentaires.

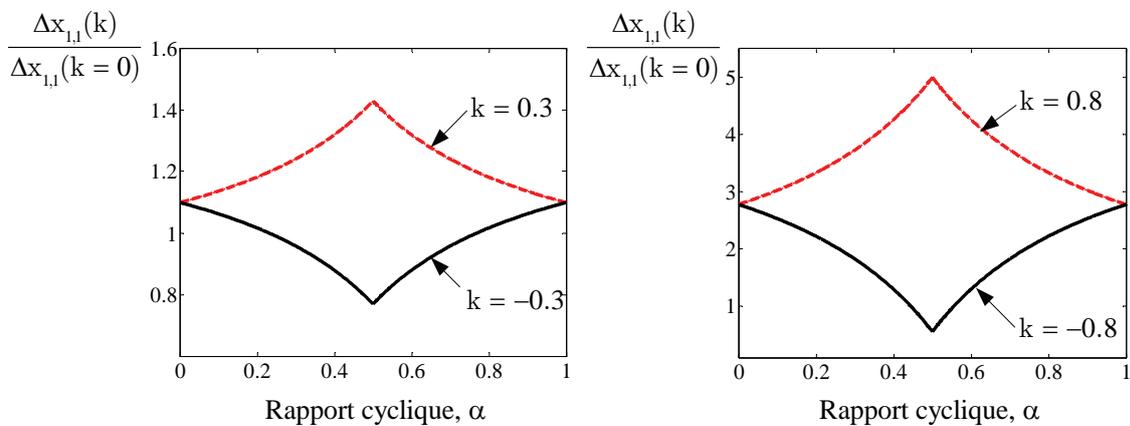


Figure 1-10. Convertisseur *Boost* à deux cellules élémentaires. Rapport des ondulations de courant pour une cellule élémentaire avec et sans couplage des inductances.

La comparaison des ondulations du courant délivré par la source pour deux convertisseurs, le premier ne comportant qu'une cellule, le deuxième comportant deux cellules commandées de façon entrelacée est effectuée sur la figure 1-11. Avec deux cellules, l'ondulation est réduite par l'entrelacement dans un facteur supérieur ou égal à 2 (figure 1-12). Le gain est encore meilleur si les inductances sont couplées (avec k positif).

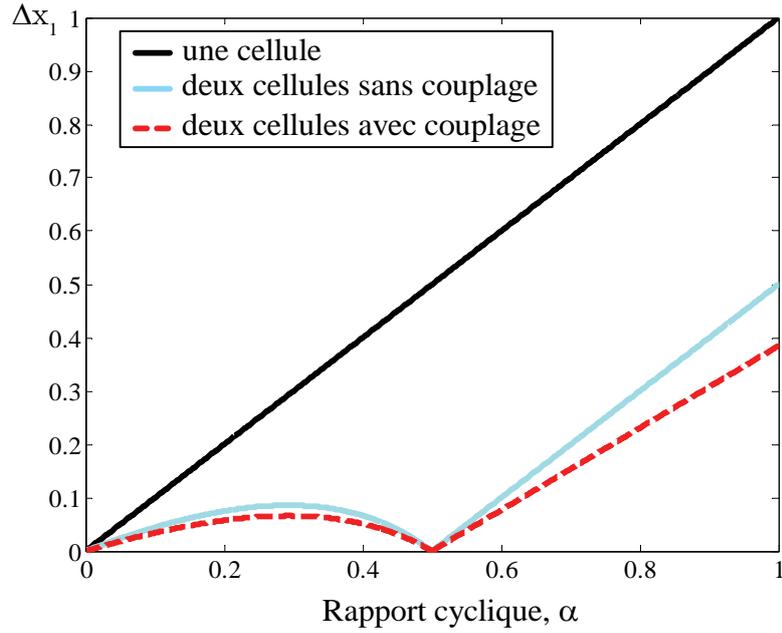


Figure 1-11. Convertisseur *Boost*. Ondulation du courant délivré par la source pour une et deux cellules sans et avec couplage ( $k = 0,3$ ).

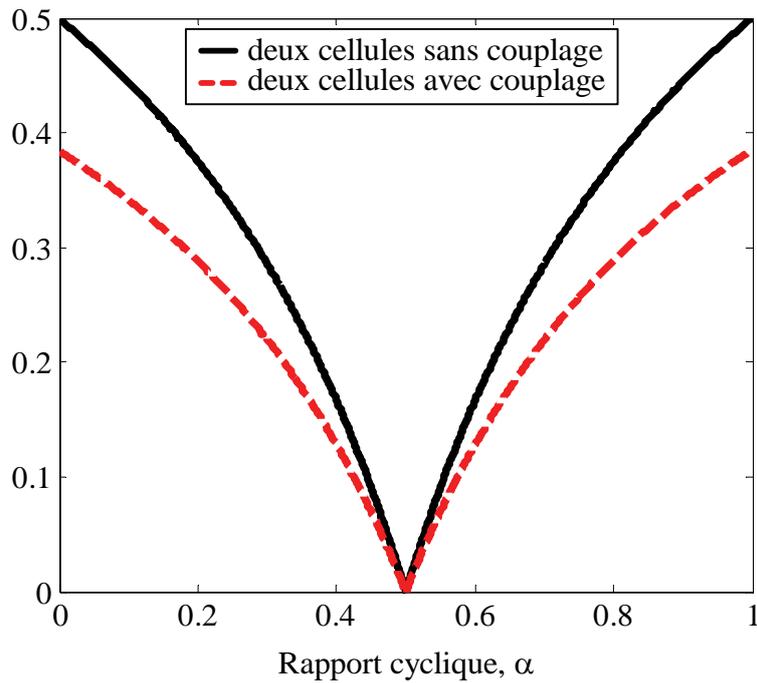


Figure 1-12. *Boost* entrelacé, rapport des ondulations du courant délivré par la source pour une et deux cellules élémentaires sans et avec couplage ( $k = 0,3$ ).

### 1.2.1.4. Ondulation de courant en mode de conduction discontinue

En mode de conduction discontinue des cellules élémentaires, lorsque l'on a deux cellules entrelacées, les différents cas détaillés dans l'annexe 1 se rattachent au cas où le courant délivré par la source est continu et au cas où le courant délivré par la source est lui aussi discontinu.

Lorsque le courant délivré par la source est continu, c'est-à-dire que le terme  $\alpha + \alpha'$  est supérieur à 0,5, trois cas différents ont été mis en évidence dans l'annexe 1. Les courants correspondants sont représentés sur les figures 1-13 à 1-15.

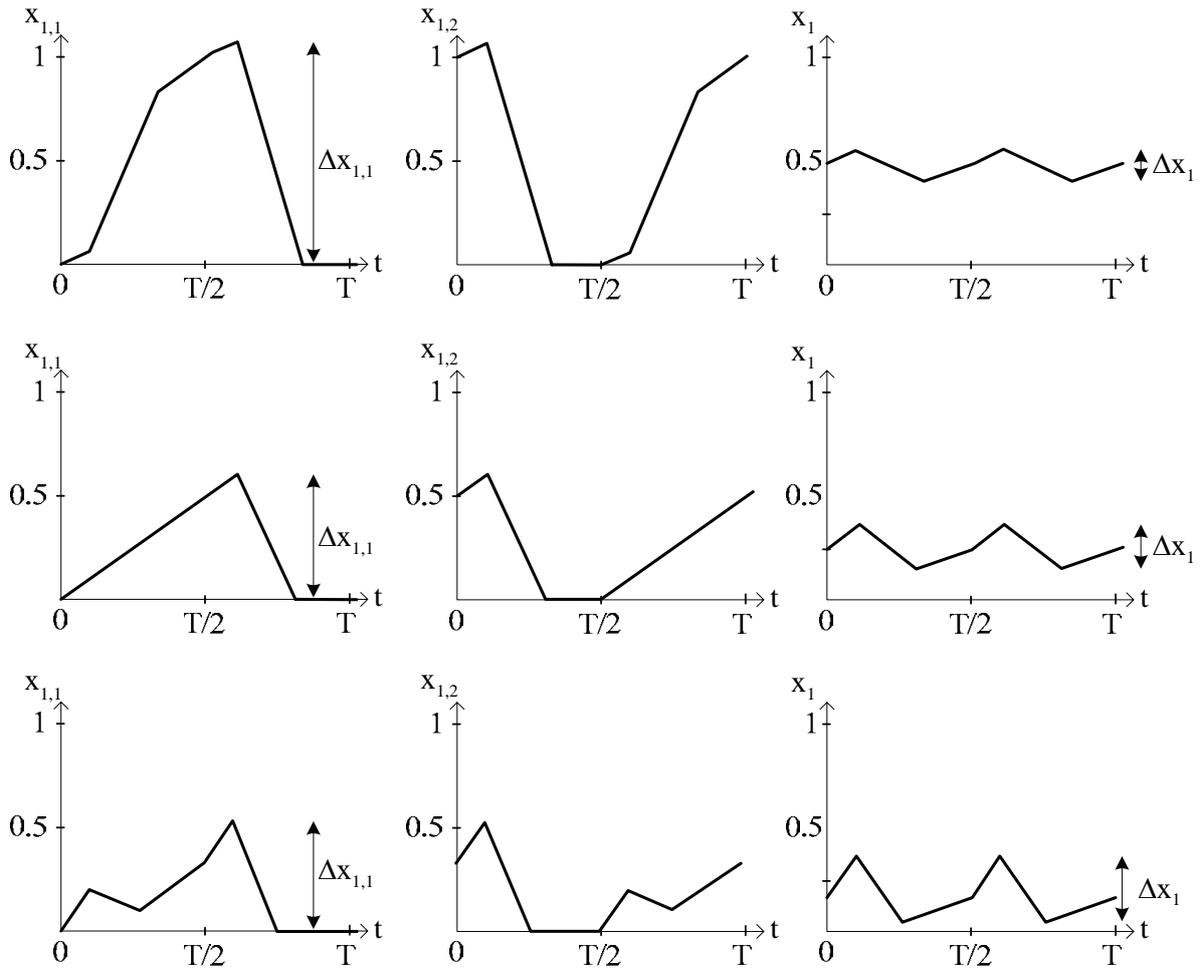


Figure 1-13. Mode de conduction discontinue des cellules élémentaires et courant délivré par la source continu, cas où  $0,5 < \alpha$  ( $\alpha = 0,6$  ;  $Y_2 = 4$  et de haut en bas,  $k = 0,5$  ;  $k = 0$  ;  $k = -0,5$ ).

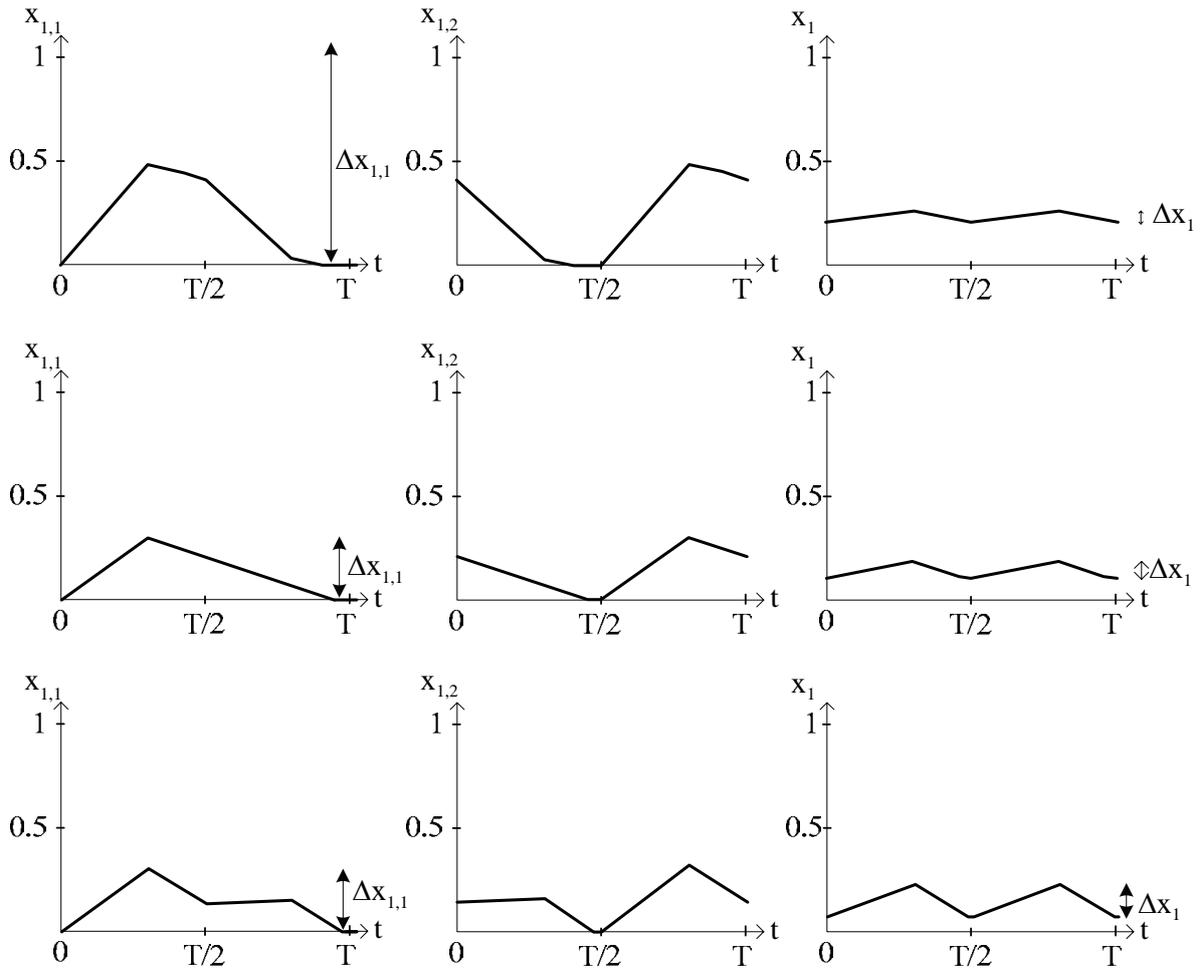


Figure 1-14. Mode de conduction discontinue des cellules élémentaires et courant délivré par la source continu, cas où  $\alpha < 0,5$  et  $0,5 < \alpha'$  ( $\alpha = 0,3$  ;  $Y_2 = 1,46$  et de haut en bas,  $k = 0,5$  ;  $k = 0$  ;  $k = -0,5$ ).

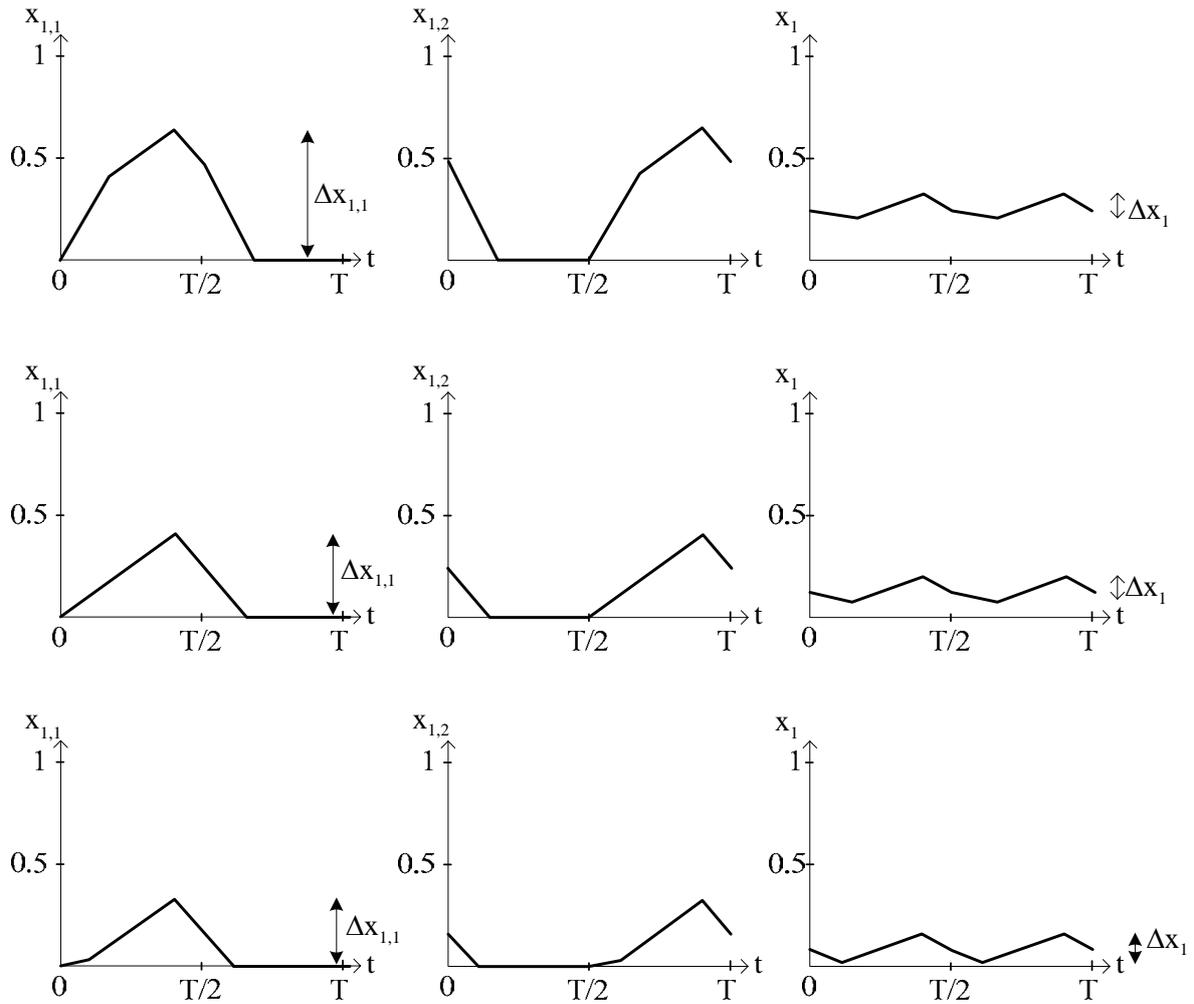


Figure 1-15. Mode de conduction discontinue des cellules élémentaires et courant délivré par la source continu, cas où  $\alpha < 0,5$ ,  $\alpha' < 0,5$  et ( $\alpha = 0,4$ ) ;  $Y_2 = 2,6$  et de haut en bas,  $k = 0,5$  ;  $k = 0$  ;  $k = -0,5$ ).

La durée de conduction de la diode  $\alpha'$  dépendant du rapport cyclique  $\alpha$ , de la tension de sortie  $Y_2$  et du coefficient de couplage  $k$ , il est difficile de comparer les ondulations de courant comme cela a été fait en conduction continue. Pour un jeu de valeurs de  $\alpha$  et de  $Y_2$ , il est difficile de faire varier  $k$  et d'obtenir le même courant de sortie tout en restant dans le même domaine de valeurs. Quant aux ondulations des courants données dans les tableaux 1-4 et 1-5, elles dépendent souvent des trois paramètres  $\alpha$ ,  $Y_2$  et  $k$ .

On peut malgré tout remarquer sur les figures précédentes que comme en conduction continue, une valeur positive du rapport de transformation augmente l'ondulation du courant dans la cellule élémentaire mais diminue l'ondulation du courant total délivré par la source.

| Différents cas                    | Ondulation du courant dans une cellule élémentaire  |
|-----------------------------------|---|
| $0,5 < \alpha$                    | $\Delta x_{1,1} = \frac{\alpha + k \cdot (1 - \alpha)}{1 - k^2}$                                    |
| $\alpha < 0,5$ et $0,5 < \alpha'$ | $\Delta x_{1,1} = \frac{\alpha}{1 - k^2} \cdot (1 + k \cdot (Y_2 - 1))$                             |
| $\alpha < 0,5$ et $\alpha' < 0,5$ | $\Delta x_{1,1} = \frac{\alpha - k \cdot (Y_2 - 1) \cdot \left(\frac{1}{2} - \alpha\right)}{1 - k}$ |

Tableau 1-4. Convertisseur *Boost* à deux cellules entrelacées. Différentes valeurs de l'ondulation du courant dans les cellules élémentaires en mode de conduction discontinue des cellules élémentaires, le courant total délivré par la source étant continu ( $0,5 < \alpha + \alpha' < 1$ ).

| Différents cas                                 | Ondulation du courant total   |
|--|---|
| $0,5 < \alpha$                                 | $\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{[\alpha + k \cdot (1 - \alpha)]}{1 + k} \cdot \frac{Y_2 - 2}{Y_2 - 1 + k}$  |
| $\alpha < 0,5$ et $0,5 < \alpha'$              | $\Delta x_1 = \frac{1}{1 + k} \cdot \frac{\alpha}{2} \cdot (2 - Y_2)$   |
| $\alpha < 0,5$ et $\alpha' < 0,5$<br>$2 < Y_2$ | $\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} - \alpha'\right) = \frac{(Y_2 - 1) \cdot \left[\frac{1}{2} + k \cdot \left(\frac{1}{2} - \alpha\right)\right] - \alpha}{2 \cdot (Y_2 - 1 + k)}$ |
| $\alpha < 0,5$ et $\alpha' < 0,5$<br>$Y_2 < 2$ | $\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot (Y_2 - 1) \cdot \left(\frac{1}{2} - \alpha\right)$  |

Tableau 1-5. Convertisseur *Boost* à deux cellules entrelacées. Différentes valeurs de l'ondulation du courant total en mode de conduction discontinue des cellules élémentaires, le courant total délivré par la source étant continu ( $0,5 < \alpha + \alpha' < 1$ ).

Lorsque le terme  $\alpha + \alpha'$  est inférieur à 0,5, il n'y a plus recouvrement de la conduction des deux cellules élémentaires et le courant délivré par la source est lui aussi discontinu (figure 1-16). Le courant ne circulant pas en même temps dans les deux cellules, le couplage entre les inductances n'intervient plus et les ondulations du courant dans les cellules :

$$\Delta x_{1,1} = \alpha \tag{1-12}$$

et du courant délivré par la source :

$$\Delta x_1 = \frac{\alpha}{2} \quad (1-13)$$

ne dépendent que du rapport cyclique  $\alpha$ .

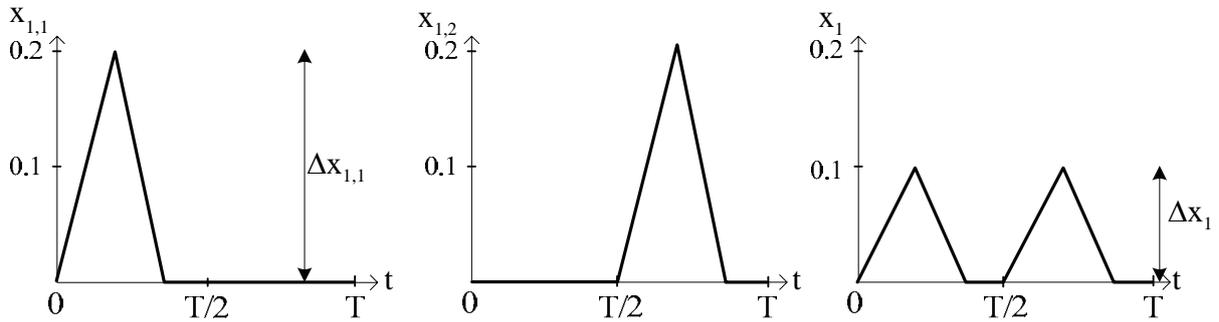


Figure 1-16. Mode de conduction discontinue des cellules élémentaires et du courant délivré par la source, cas où  $\alpha + \alpha' < 0,5$  ( $\alpha = 0,2$  ;  $Y_2 = 2,2$ ).

### 1.2.1.5. Caractéristique de sortie normalisée

Pour une cellule, en mode de conduction continue, la tension de sortie, si l'on néglige les pertes dans le convertisseur, s'écrit :

$$Y_{2,1\text{cellule}} = \frac{1}{1 - \alpha} \quad (1-14)$$

En mode de conduction discontinue, on peut déduire de la figure 1-3 :

$$\alpha' = \frac{1}{Y_{2,1\text{cellule}} - 1} \cdot \alpha \quad (1-15)$$

De plus, le courant maximal dans l'inductance a pour valeur :

$$x_{L\text{max}} = \alpha \quad (1-16)$$

d'où pour le courant de sortie :

$$X_{2,1\text{cellule}} = \frac{x_{L\text{max}}}{2} \cdot \alpha' = \frac{\alpha^2}{2 \cdot (Y_{2,1\text{cellule}} - 1)} \quad (1-17)$$

Soit :

$$Y_{2,1\text{cellule}} = 1 + \frac{\alpha^2}{2 \cdot X_{2,1\text{cellule}}} \quad (1-18)$$

relation montrant qu'en conduction discontinue, la tension de sortie dépend du point de fonctionnement.

La limite entre les modes de conduction continue et discontinue correspond au cas où le terme  $\alpha'$  est égal à  $1 - \alpha$ . On obtient alors à partir des relations 1-15 et 1-17 :

$$X_{2,1\text{cellule},\text{lim}} = \frac{Y_{2,1\text{cellule}} - 1}{2 \cdot Y_{2,1\text{cellule}}} \quad (1-19)$$

On déduit des deux relations précédentes, la caractéristique statique d'une cellule ou du convertisseur *Boost* lorsque celui-ci ne comporte qu'une cellule (figure 1-17).

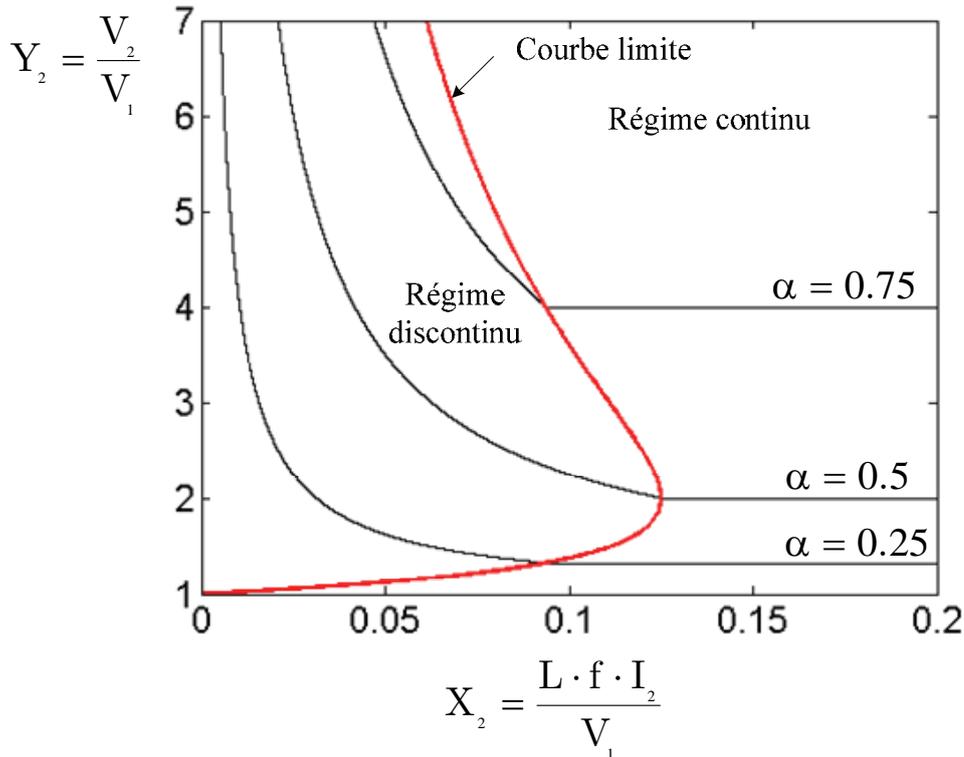


Figure 1-17. Caractéristique de sortie normalisée d'une cellule de convertisseur *Boost*.

Pour les deux cellules entrelacées, il faut tenir compte de l'interaction d'une cellule sur l'autre. En mode de conduction continue des deux cellules élémentaires, la tension de sortie vérifie la même relation 1-14 :

$$Y_{2,2\text{cellules}} = \frac{1}{1 - \alpha} \quad (1-20)$$

Pour le courant, seul le premier cas du tableau 1-5 conduit à un mode de conduction discontinue au niveau du courant total. Le courant de sortie des cellules s'écrit dans ce cas comme dans la relation 1-17 :

$$X_{2,1} = X_{2,2} = \frac{X_{1,1\text{max}}}{2} \cdot \alpha' = \frac{\alpha^2}{2 \cdot (Y_{2,2\text{cellules}} - 1)} \quad (1-21)$$

Soit pour le courant de sortie total :

$$X_{2,2\text{cellules}} = \frac{\alpha^2}{4 \cdot (Y_{2,2\text{cellules}} - 1)} \quad (1-22)$$

d'où :

$$Y_{2,2\text{cellules}} = 1 + \frac{\alpha^2}{4 \cdot X_{2,2\text{cellules}}} \quad (1-23)$$

Avec deux cellules, la limite entre modes continu et discontinu est caractérisée par un terme  $\alpha'$  égal à  $\frac{1}{2} - \alpha$ . D'où pour la limite entre modes, obtenue à partir des relations 1-15 et 1-22 :

$$X_{2,2\text{cellules},\text{lim}} = \frac{Y_{2,2\text{cellules}} - 1}{8 \cdot Y_{2,2\text{cellules}}^2} \quad (1-24)$$

En conduction continue du courant total, mais discontinue au niveau des cellules élémentaires, différents cas sont à prendre en compte selon les valeurs de  $\alpha$  et  $\alpha'$ . Les différents cas représentés sur le tableau 1-5 sont considérés dans l'annexe 2. Nous ne donnons ici que les résultats établis dans cette annexe et la caractéristique de sortie normalisée (figures 1-18 et 1-19).

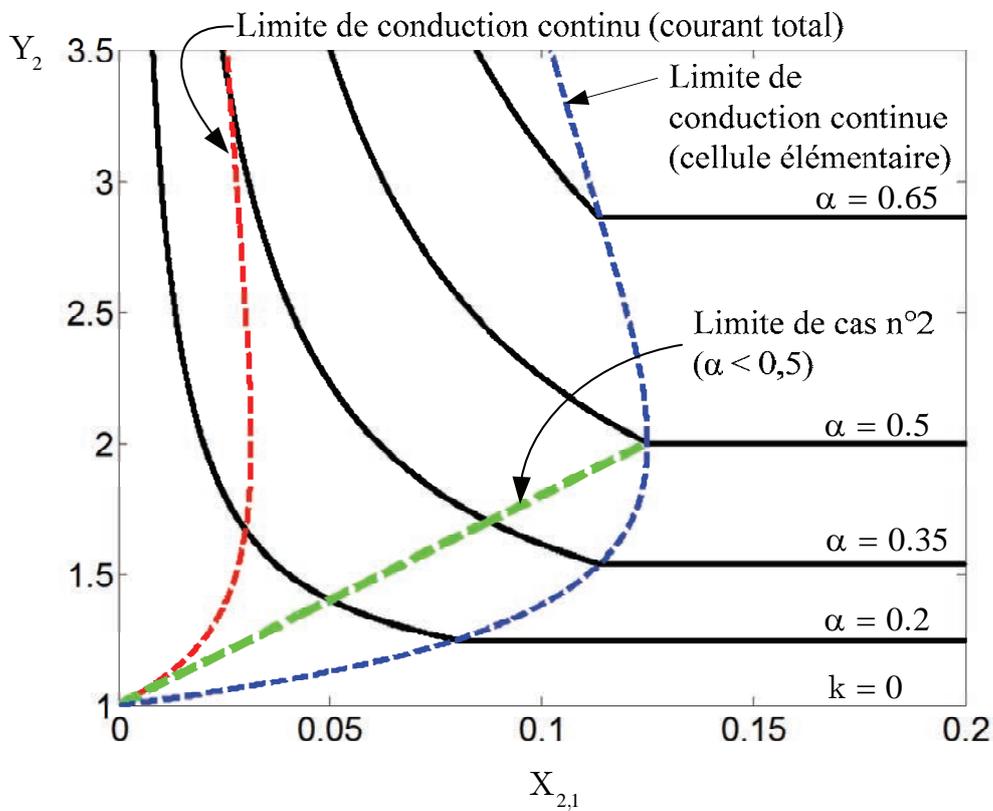


Figure 1-18. Caractéristique de sortie normalisée du convertisseur *Boost* à deux cellules entrelacées sans couplage entre les inductances ( $k = 0$ ).

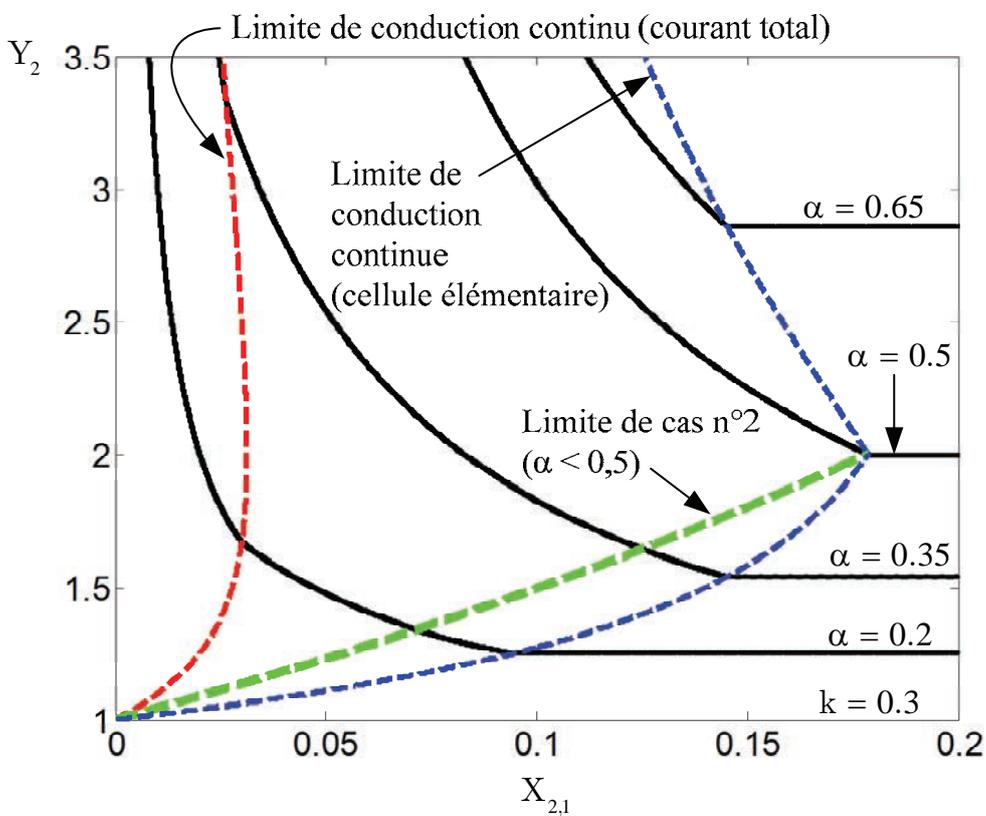
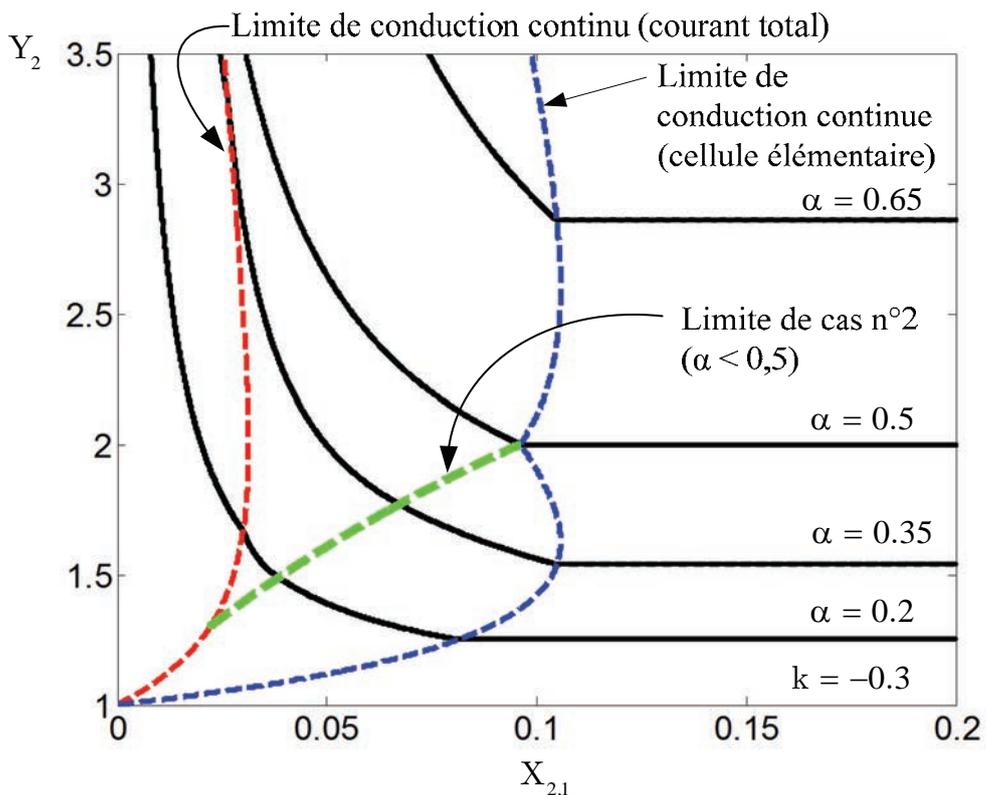


Figure 1-19. Caractéristique de sortie normalisée du convertisseur *Boost* à deux cellules entrelacées avec couplage (en haut :  $k = -0.3$ , en bas :  $k = 0.3$ ).

### 1.2.1.6. Convertisseur double *Boost* dual entrelacé

Une autre variante de ce montage peut être considérée, elle est issue du convertisseur élévateur dit trois niveaux (en référence aux niveaux de tension imposés aux bornes de l'inductance) et est représentée sur la figure 1-20. Ce montage permet de diviser par 2 les contraintes en tension subies par les interrupteurs [Zha95], [Pin96], [Bar97], [Hua09].

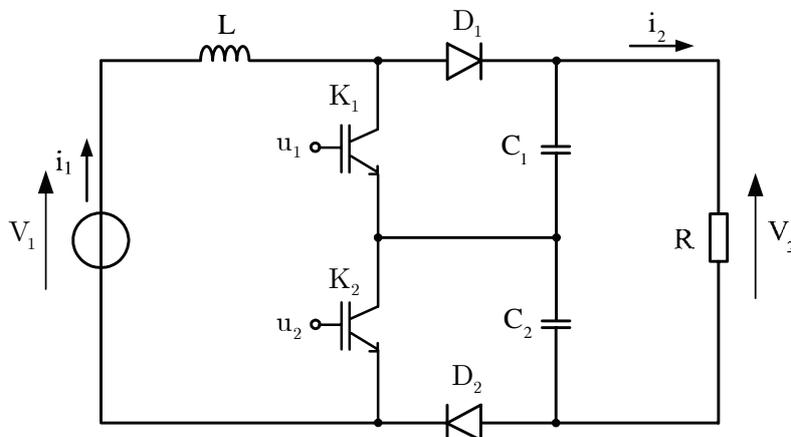


Figure 1-20. Convertisseur *Boost* à trois niveaux.

La variante proposée est représentée sur la figure 1-21 et conduit comme précédemment à la mise en parallèle de deux cellules en entrée du convertisseur [Viet06]. En décalant les commandes des cellules, on réduit l'ondulation du courant délivré par la source.

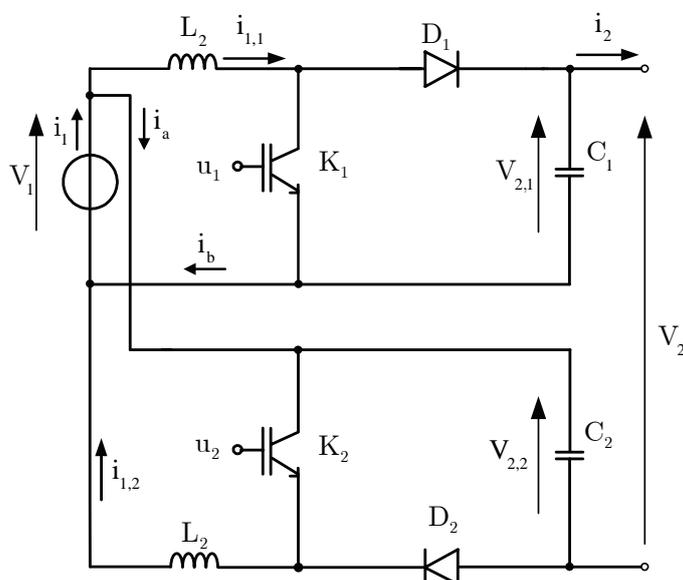


Figure 1-21. Convertisseur double *Boost* dual entrelacé.

L'étude de ce montage est effectuée en supposant que les inductances ne sont pas couplées. Par rapport au montage à deux cellules entrelacées vu précédemment, il peut sembler plus difficile de définir des grandeurs normalisées compte-tenu des deux relations liant les différents courants et tensions du montage :

$$\begin{aligned} V_1 + v_2 &= v_{2,1} + v_{2,2} \\ i_1 + i_2 &= i_{1,1} + i_{1,2} \end{aligned} \tag{1-25}$$

On peut remarquer, en particulier, que les courants d'entrée et de sortie du convertisseur ne sont pas la somme des courants respectivement d'entrée et de sortie des cellules élémentaires.

En utilisant la notation déjà utilisée en (1-8) pour les courants dans une cellule, la relation précédente entre les courants peut s'écrire :

$$\frac{L_2 \cdot f}{V_1} \cdot i_1 + \frac{L_2 \cdot f}{V_1} \cdot i_2 = \frac{L_2 \cdot f}{V_1} \cdot i_{1,1} + \frac{L_2 \cdot f}{V_1} \cdot i_{1,2} \quad (1-26)$$

soit :

$$x_1 + x_2 = \frac{x_{1,1} + x_{1,2}}{2} \quad (1-27)$$

Pour les tensions, en valeurs moyennes, on a :

$$V_2 = V_{2,1} + V_{2,2} - V_1 \quad (1-28)$$

soit en grandeurs normalisées :

$$Y_{2,1} = Y_{2,2} = \frac{Y_2 + 1}{2} \quad (1-29)$$

Les inductances des cellules n'étant pas couplées, l'ondulation du courant dans une cellule correspond au rapport cyclique  $\alpha$ .

Pour le courant délivré par la source et le calcul de son ondulation, différents cas sont à prendre en compte et le détail des calculs est donné dans l'annexe 3.

En mode de conduction continue, on a les formes d'ondes de la figure 1-22 et une ondulation de courant donnée dans le tableau 1-6.

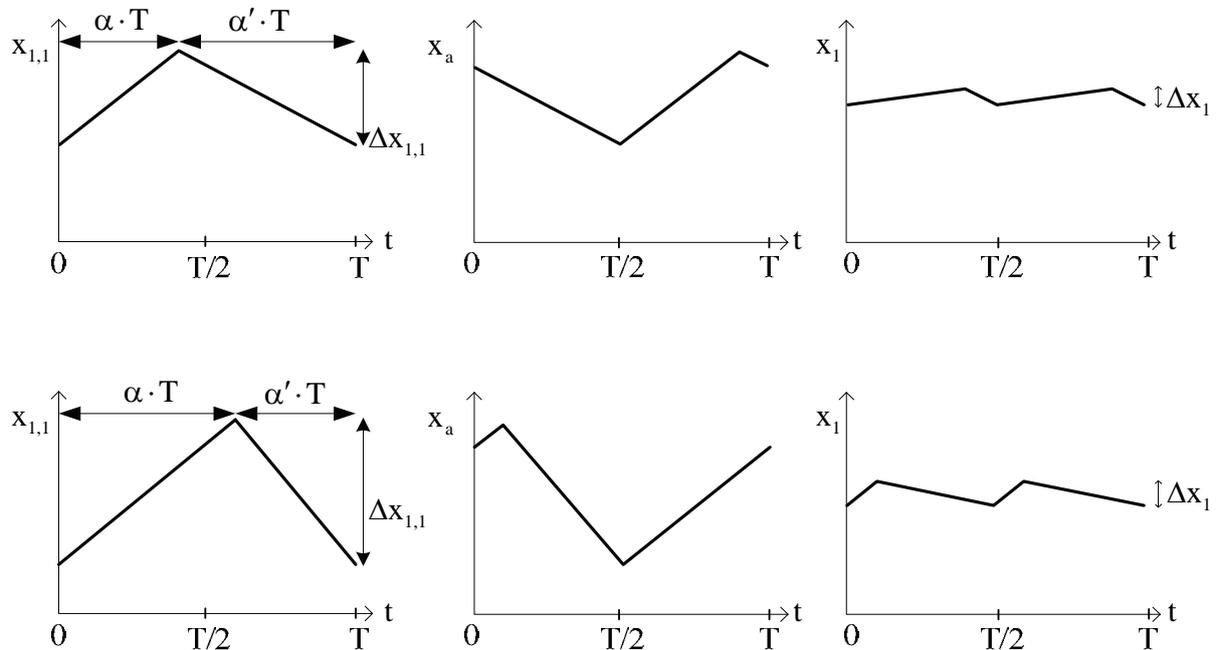


Figure 1-22. Mode de conduction continue des cellules élémentaires. Courants dans les deux cellules (à gauche et au centre) et courant total (à droite) pour  $\alpha < 0,5$  (en haut) et  $\alpha > 0,5$  (en bas).

| Différents cas | Ondulation du courant   |
|----------------|---|
| $\alpha < 0,5$ | $\Delta x_1 = \frac{\alpha \cdot (1 - 2 \cdot \alpha)}{2 \cdot (1 - \alpha)}$ |
| $\alpha > 0,5$ | $\Delta x_1 = \alpha - \frac{1}{2}$   |

Tableau 1-6. Convertisseur double *Boost* dual entrelacé. Ondulation du courant délivré par la source en mode de conduction continue des cellules élémentaires.

En mode de conduction discontinue des cellules élémentaires, on a les formes d'ondes des figures 1-23 et 1-24 et une ondulation de courant donnée dans le tableau 1-7. On a aussi indiqué dans ce tableau les possibilités pour le courant délivré par la source de prendre des valeurs négatives. En effet, comme le montre la relation (1-27), ce courant peut être négatif ce qui pourrait imposer de mettre une diode en série avec la source si celle-ci ne supportait pas de tel courant.

| Différents cas   | Ondulation du courant   | $x_1 < 0$                             |
|--|---|---------------------------------------|
| $\alpha < 0,5 < \alpha'$                                 | $\Delta x_1 = \frac{\alpha}{2} \cdot \left(1 - \frac{\alpha}{\alpha'}\right) = \frac{\alpha}{4} \cdot (3 - Y_2)$  | Si $2 \cdot \alpha < (1 - \alpha')^2$ |
| $\alpha < \alpha' < 0,5$<br>$0,5 < \alpha + \alpha' < 1$ | $\Delta x_1 = \frac{\alpha}{2 \cdot \alpha'} \cdot \left(\frac{1}{2} - \alpha\right) = \frac{Y_2 - 1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2} - \alpha\right)$                 | Si $2 \cdot \alpha < (1 - \alpha')^2$ |
| $\alpha' < \alpha < 0,5$<br>$0,5 < \alpha + \alpha'$     | $\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} - \alpha'\right) = \frac{1}{4} - \frac{\alpha}{Y_2 - 1}$  | Jamais                                |
| $0 < \alpha + \alpha' \leq 0,5$                          | $\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot \alpha$   | Toujours                              |
| $0 < \alpha + \alpha' \leq 0,5$<br>avec diode            | $\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \alpha'\right) = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left(1 - \frac{\alpha}{Y_2 - 1}\right)$ | Jamais                                |
| $0,5 < \alpha$   | $\Delta x_1 = \frac{\alpha - \alpha'}{2} = \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{Y_2 - 3}{Y_2 - 1}$  | Jamais                                |

Tableau 1-7. Ondulation du courant délivré par la source en mode de conduction discontinue des cellules élémentaires et possibilité pour ce courant de devenir négatif.

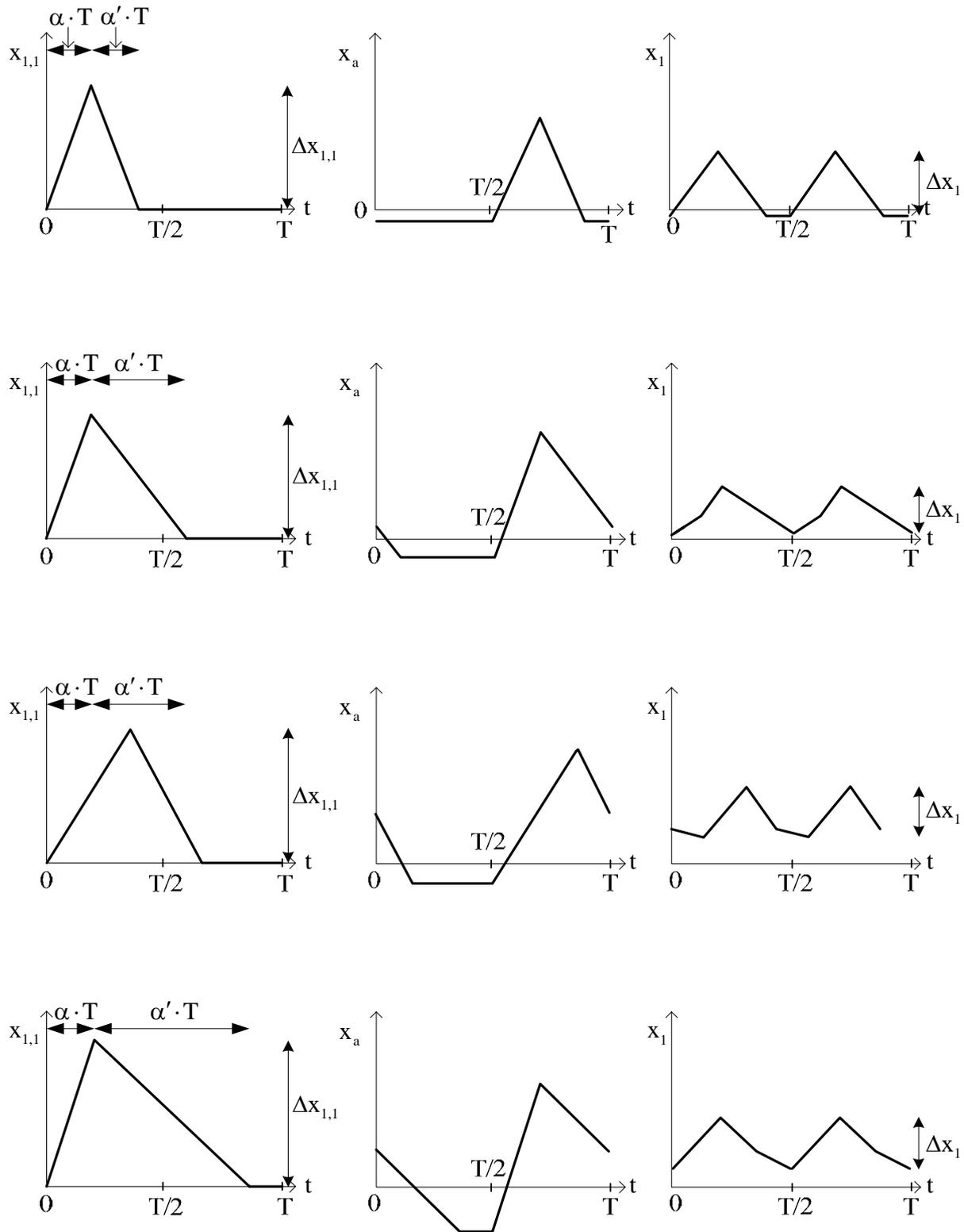


Figure 1-23. Convertisseur double *Boost* dual entrelacé. Mode de conduction discontinue des cellules élémentaires. Courants dans les deux cellules (à gauche et au centre) et courant total (à droite) pour  $\alpha < 0,5$ . De haut en bas : 1.  $\alpha + \alpha' < 0,5$  ; 2.  $\alpha' < 0,5$ ,  $0,5 < \alpha + \alpha'$  et  $Y_2 < 3$  ; 3.  $\alpha' < 0,5$ ,  $0,5 < \alpha + \alpha'$  et  $3 < Y_2$  ; 4.  $0,5 < \alpha'$ .

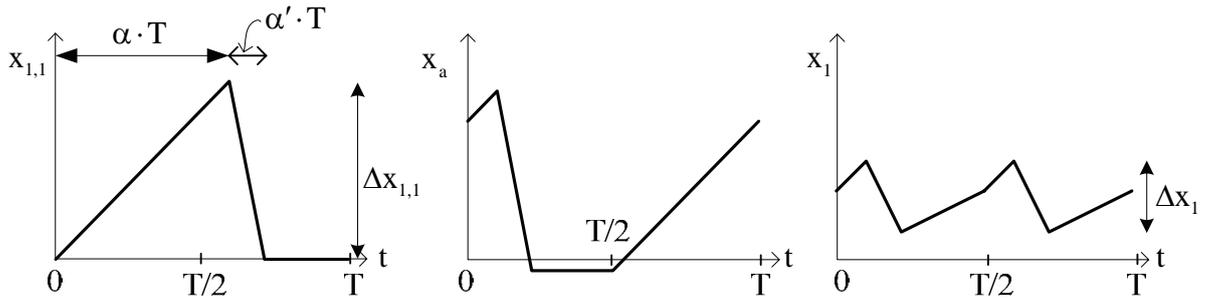


Figure 1-24. Convertisseur double *Boost* dual entrelacé. Mode de conduction discontinue des cellules élémentaires. Courants dans les deux cellules (à gauche et au centre) et courant total (à droite) pour  $0,5 < \alpha$ .

Comme on a supposé qu'il n'y avait pas de couplage entre les inductances, la caractéristique de sortie est assez simple à obtenir. En mode de conduction continue des cellules élémentaires, les tensions de sortie d'une cellule et du convertisseur sont indépendantes du courant délivré en sortie. Leurs valeurs ont été établies dans l'annexe 3 :

$$Y_{2,1} = Y_{2,2} = \frac{1}{1 - \alpha} \quad (1-30)$$

$$Y_2 = Y_{2,1} + Y_{2,2} - 1 = \frac{1 + \alpha}{1 - \alpha}$$

En mode de conduction discontinue des cellules élémentaires, on a au niveau de la cellule 1, les formes de courant de la figure 1-25.

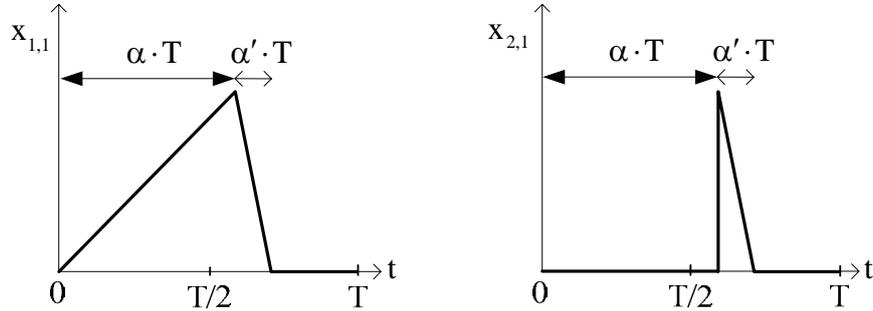


Figure 1-25. Courants en entrée (à gauche) et en sortie (à droite) d'une cellule élémentaire  $\alpha = 0,6$  et  $\alpha' = 0,12$ .

Le courant de sortie de la cellule correspond au courant traversant la diode. On obtient ainsi pour les courants :

$$X_{2,1} = \frac{1}{2} \cdot \alpha' \cdot \alpha \quad (1-31)$$

$$X_2 = \frac{1}{2} \cdot X_{2,1} = \frac{1}{4} \cdot \alpha' \cdot \alpha$$

On a montré dans l'annexe 3 que les tensions de sortie s'écrivent pour ce mode de conduction :

$$Y_2 = 1 + \frac{2 \cdot \alpha}{\alpha'} \quad (1-32)$$

soit pour la tension de sortie de la cellule 1 :

$$Y_{2,1} = 1 + \frac{\alpha}{\alpha'} \quad (1-33)$$

On déduit des relations précédentes les caractéristiques de sortie de la cellule élémentaire et du convertisseur constitué de deux cellules :

$$Y_{2,1} = 1 + \frac{\alpha^2}{2 \cdot X_{2,1}} \quad (1-34)$$

$$Y_2 = 1 + \frac{\alpha^2}{2 \cdot X_2}$$

Ces caractéristiques sont représentées sur la figure 1.26.

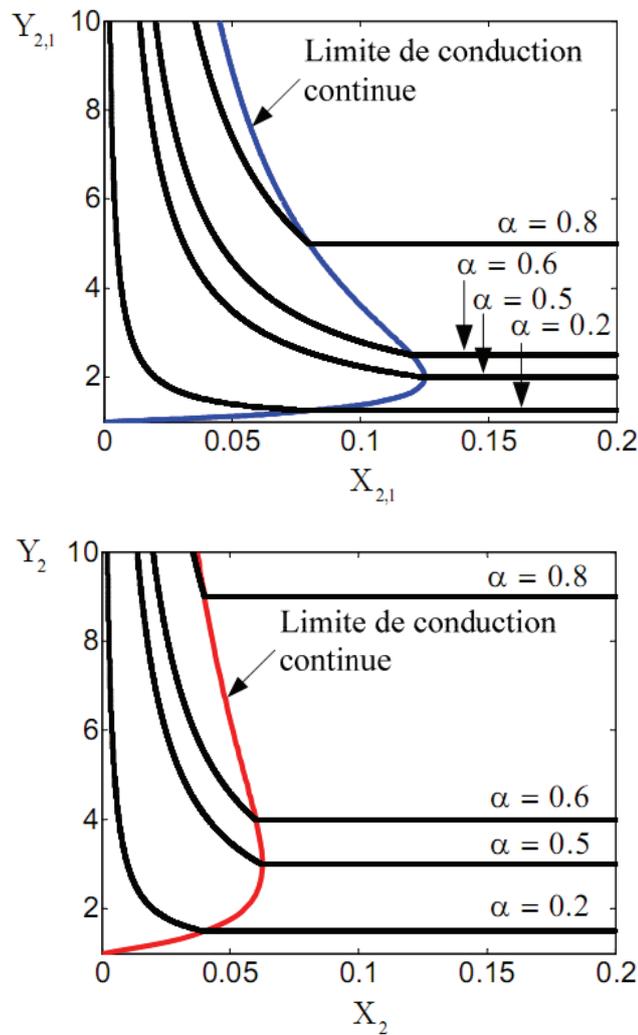


Figure 1-26. Caractéristique de sortie d'une cellule élémentaire (en haut) et du convertisseur (en bas).

### 1.3. Convertisseurs continu-continu isolés

Les convertisseurs isolés continu-continu sont utilisés lorsqu'une isolation galvanique est nécessaire entre la source et la charge que ce soit pour des raisons de protection ou de monter en tension.

La structure de ces convertisseurs est généralement dérivée de la structure des montages classiques Buck, *Boost* et Buck-Boost auxquels on a ajouté un transformateur.

#### 1.3.1. Convertisseur Flyback

C'est un convertisseur simple, dérivé du Buck-Boost comportant un transformateur de gain  $m = \frac{n_2}{n_1}$ , un interrupteur commandé K et une diode D. La capacité de sortie est connectée à la charge représentée par la résistance R (figure 1-27).

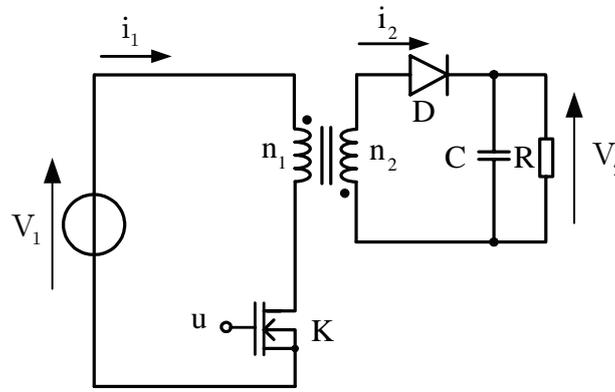


Figure 1-27. Convertisseur Flyback.

Lorsque l'interrupteur K conduit, la source fournit de l'énergie à l'inductance primaire  $L_1$  qui est ensuite transférée au secondaire lorsque K est ouvert. Dans ce convertisseur, les courants primaire et secondaire  $i_1$  et  $i_2$  sont discontinus et l'on met en évidence deux mode de fonctionnement selon que le flux  $\phi$  unidirectionnel dans le transformateur est continu ou discontinu (figure 1-28).

En grandeurs réduites le rapport de transformation du convertisseur s'écrit sous la forme :

$$y_{\text{con}} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{\alpha}{1 - \alpha} \cdot m \quad (1-35)$$

$$y_{\text{discon}} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{\alpha^2}{2 \cdot x}$$

où le courant réduit est  $x = \frac{L_1 \cdot f}{V_1}$ ,  $f$  étant la fréquence de fonctionnement du convertisseur.

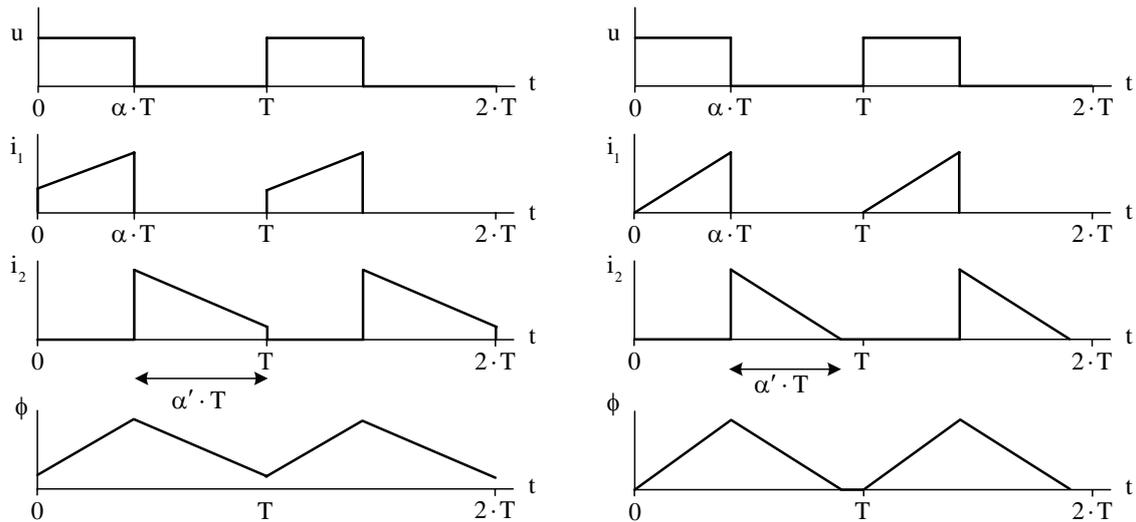


Figure 1-28. Forme d'onde en mode de fonctionnement continu (à gauche) et discontinu (à droite).

Ce convertisseur présente de nombreux avantages :

- Le nombre de composants est réduit comparé à d'autres convertisseurs isolés ;
- Le convertisseur est de taille réduite en particulier en mode de fonctionnement discontinu ;
- Plusieurs sorties peuvent être placées sur le même circuit magnétique ;
- Il n'est pas indispensable d'ajouter une inductance de filtrage en sortie.

Il comporte aussi des inconvénients et des limitations :

- Une ondulation importante du courant en entrée et en sortie ;
- La puissance de sortie est limitée à cause du mode de transfert discontinu de l'énergie ;
- L'inductance magnétisante est importante si l'on veut fonctionner en mode de conduction continue ;
- Le flux est unidirectionnel (on utilise seulement la moitié de la courbe B-H du matériau magnétique) ;
- Les inductances de fuite du transformateur génèrent des stress en tension lors du blocage de l'interrupteur [Eri01].

Comme ce convertisseur présente un courant d'entrée très fluctuant, dans des applications de type pile à combustible il est souvent associé à d'autres type de convertisseur (*Boost* [Spi10], *Sepic* [Jan05], ou *Forward* [Li12]).

### 1.3.2. Convertisseur push-pull

Ce convertisseur utilise un transformateur à point milieu qui permet de transférer à tout instant l'énergie au secondaire (figure 1-29).

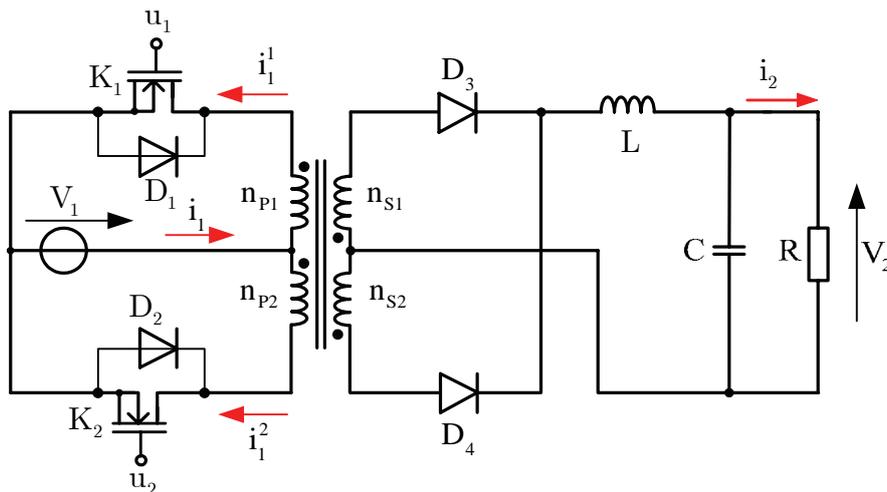


Figure 1-29. Schéma de principe d'un convertisseur de type push-pull.

Les formes d'onde de ce convertisseur sont données sur la figure 1-30. Chacun des interrupteurs est commandé pendant la même durée  $\alpha \cdot T$ ,  $K_1$  pendant la première demi-période,  $K_2$  pendant la deuxième, le rapport cyclique pouvant évoluer entre 0 et 0.5.

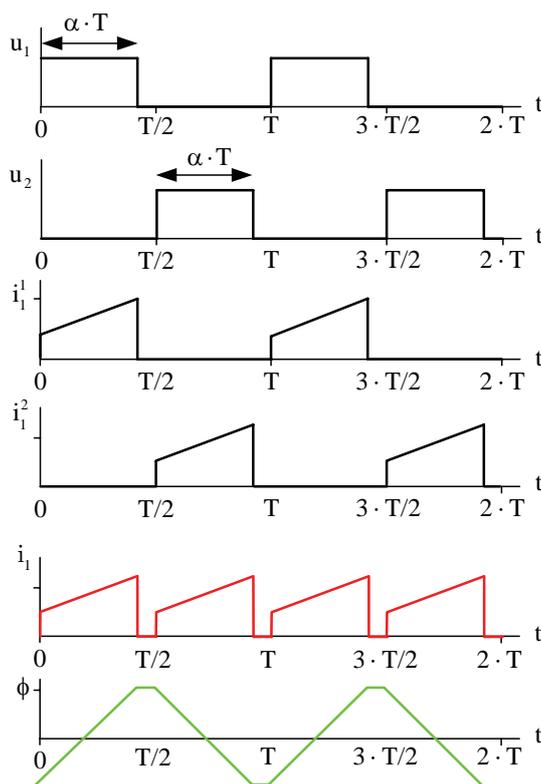


Figure 1-30. Formes d'ondes typiques de convertisseur de type push-pull.

Le flux magnétique  $\phi$  de ce convertisseur est alternatif et utilise l'ensemble de la courbe B-H du matériau magnétique.

Un problème peut venir de dissymétries du montage (chutes de tension, durée de conduction des interrupteurs) qui conduisent à un courant magnétisant comportant une

composante continue susceptible de saturer le noyau magnétique. Un contrôle en courant du convertisseur permet de résoudre ce problème [Eri01].

Comme pour le Flyback, les inductances de fuite du transformateur induisent des contraintes lors du blocage des interrupteurs et diminuent le rendement. Ces contraintes peuvent être réduites grâce à l'utilisation de circuit écrêteur [Kim09] et [Kwo09].

De plus, comme précédemment, le courant délivré par la source comporte une ondulation importante difficilement compatible avec une pile à combustible sauf à filtrer ce courant.

Le rapport entre la tension  $V_2$  et  $V_1$  en grandeurs réduites de ce convertisseur est :

$$y = \frac{V_2}{V_1} = 2 \cdot \alpha \cdot \frac{n_{S1}}{n_{P1}} = 2 \cdot \alpha \cdot m \tag{1-36}$$

### 1.3.3. Convertisseur en pont complet

Seul sont considérés ici, les convertisseurs fonctionnant à fréquence fixe, les convertisseurs à résonance où le paramètre de réglage est généralement la fréquence de commande du convertisseur ne sont pas pris en compte.

#### 1.3.3.1. Onduleur alimenté en tension

Le convertisseur en pont complet de la figure 1-31 est adapté pour des applications de haute puissance, car la tension aux bornes des interrupteurs du primaire est la tension d'entrée qui est la plus faible.

Comme précédemment, des dissymétries du primaire peuvent induire une composante continue du flux susceptible de saturer le circuit magnétique. Pour éviter ce problème, on peut ajouter un condensateur en série avec l'enroulement primaire ou utiliser une technique de contrôle du courant [Eri01].

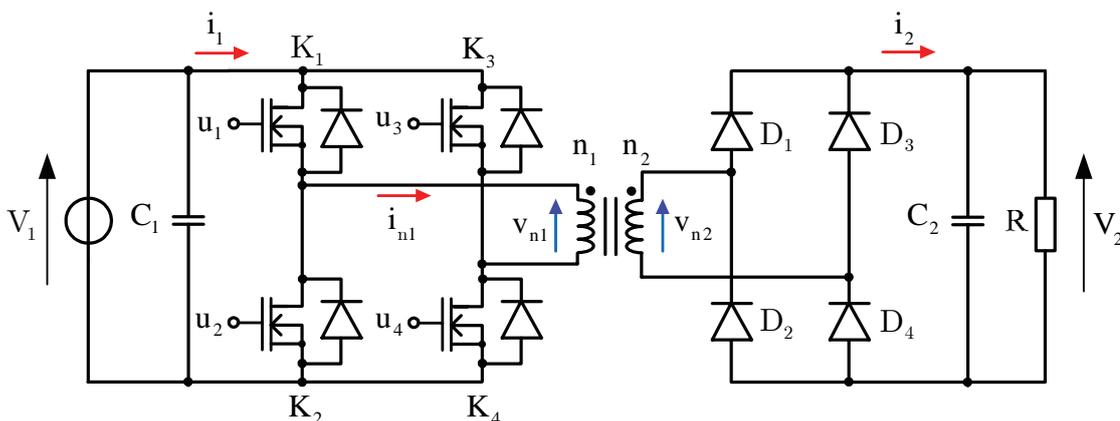


Figure 1-31. Onduleur en pont complet [Don91].

Le réglage de la tension de sortie  $V_2$  est obtenu par le déphasage de la commande des deux bras de l'onduleur. Le schéma permettant de définir les formes d'onde est celui de la figure 1-32 où l'on retrouve d'un côté de l'inductance de fuite primaire  $\lambda$  la tension délivrée par l'onduleur et de l'autre la tension secondaire ramenée au primaire et dont le signe est donné par la diagonale du point de diodes conduisant, c'est-à-dire par le signe du courant dans cette inductance.

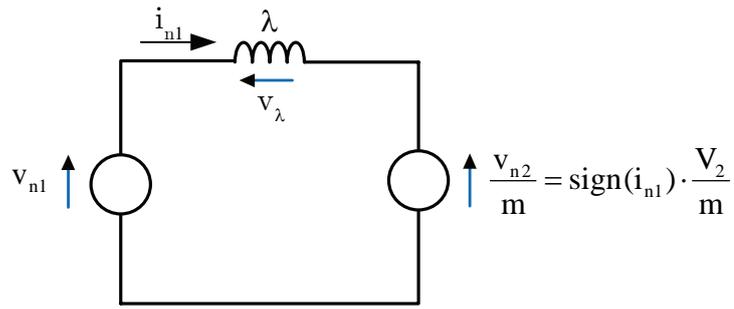


Figure 1-32. Schéma de principe d'un convertisseur en pont complet [Don91].

Les différentes formes d'onde sont représentées sur la figure 1-33.

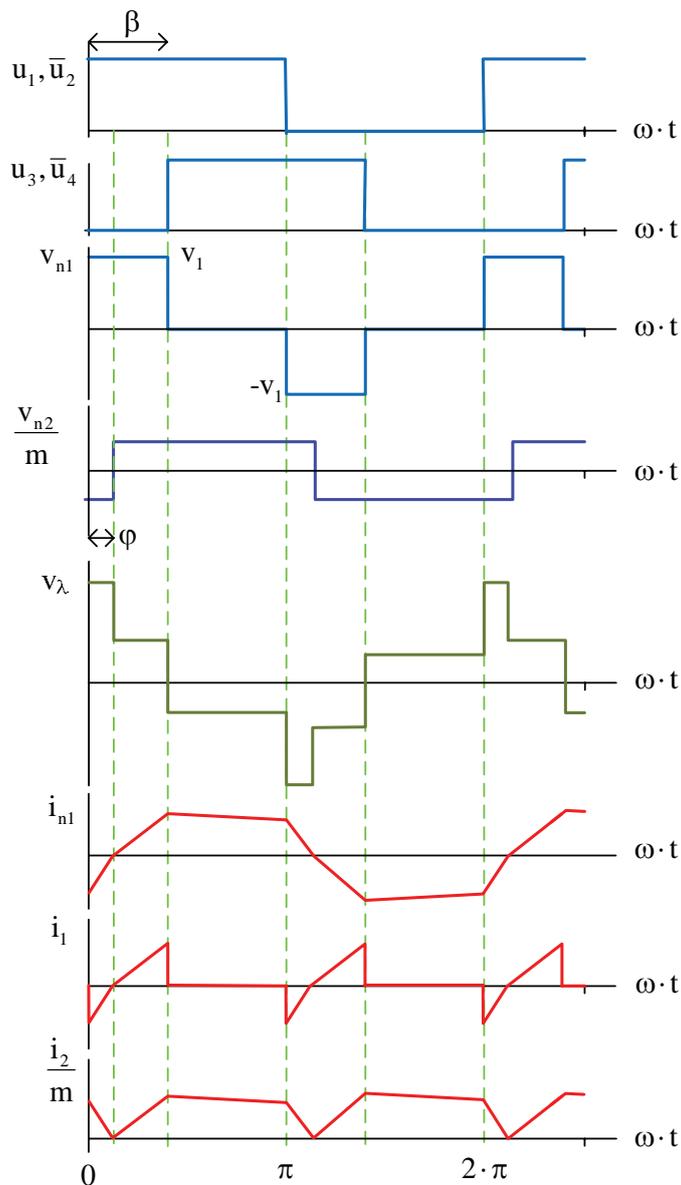


Figure 1-33. Formes d'ondes typiques d'un convertisseur en pont complet.

On en déduit ainsi sur une demi-période, les différentes séquences de fonctionnement suivantes [Don91] :

- Pour  $0 < \theta \leq \varphi$  :

$$i_{nl}(\theta) = i_{nl}(0) + \frac{V_1 + \frac{V_2}{m}}{\omega \cdot \lambda} \cdot \theta \quad (1-37)$$

En  $\theta = \varphi$ , le courant  $i_{nl}$  s'annule, et :

$$\varphi = -i_{nl}(0) \cdot \frac{\omega \cdot \lambda}{V_1 + \frac{V_2}{m}} \quad (1-38)$$

- Pour  $\varphi < \theta \leq \beta$  :

$$i_{nl}(\theta) = \frac{V_1 - \frac{V_2}{m}}{\omega \cdot \lambda} \cdot (\theta - \varphi) \quad (1-39)$$

En  $\theta = \beta$ , le courant  $i_{nl}$  a pour valeur :

$$i_{nl}(\beta) = \frac{V_1 - \frac{V_2}{m}}{\omega \cdot \lambda} \cdot (\beta - \varphi) \quad (1-40)$$

- Pour  $\beta < \theta \leq \pi$  :

$$i_{nl}(\theta) = i_{nl}(\beta) + \frac{-\frac{V_2}{m}}{\omega \cdot \lambda} \cdot (\theta - \beta) \quad (1-41)$$

En  $\theta = \pi$ , le courant  $i_{nl}$  a pour valeur :

$$i_{nl}(\pi) = i_{nl}(\beta) + \frac{-\frac{V_2}{m}}{\omega \cdot \lambda} \cdot (\pi - \beta) \quad (1-42)$$

Comme  $i_{nl}(0) = -i_{nl}(\pi)$  on en déduit la valeur initiale du courant :

$$i_{nl}(0) = -\frac{\left(V_1 + \frac{V_2}{m}\right) \cdot \left(V_1 \cdot \beta - \frac{V_2}{m} \cdot \pi\right)}{2 \cdot V_1 \cdot \omega \cdot \lambda} \quad (1-43)$$

Pour limiter les pertes à l'amorçage des interrupteurs commandés, il est nécessaire que le courant au primaire soit négatif ou nul. On en déduit :

$$\varphi = \frac{1}{2} \cdot \left( \beta - \frac{\left(\frac{V_2}{m}\right) \cdot \pi}{V_1} \right) \quad (1-44)$$

Comme  $\varphi$  est positif, cela conduit à la relation suivante sur le rapport des tensions :

$$y = \frac{V_2}{V_1} \leq m \cdot \frac{\beta}{\pi} \Rightarrow y \leq m \cdot \frac{\beta}{\pi} \Rightarrow y \leq m \cdot \alpha \quad (1-45)$$

où  $y$  est le rapport de transformation et  $\alpha$  un terme équivalent à un rapport cyclique. Le courant moyen d'entrée  $I_1$  peut être déduit des équations (1-37), (1-39) et (1-43) et vaut :

$$I_1 = \frac{y \cdot V_1}{4 \cdot \pi \cdot \omega \cdot \lambda} \cdot \left( 2 \cdot \beta - \pi \cdot y^2 - \frac{\beta^2}{\pi} \right) \quad (1-46)$$

Si les pertes dans le convertisseur sont négligées on peut écrire :

$$P = V_2 \cdot I_2 = V_1 \cdot I_1 = \frac{y \cdot V_1^2}{4 \cdot \pi \cdot \omega \cdot \lambda} \cdot \left( 2 \cdot \beta - \pi \cdot y^2 - \frac{\beta^2}{\pi} \right) \quad (1-47)$$

Dans notre cas, comme le courant d'entrée est pollué, un filtre d'entrée LC peut être utilisé pour diminuer les ondulations du courant d'entrée.

### 1.3.3.2. Onduleur alimenté en courant

Ce montage est dérivé du convertisseur *Boost* et a la structure d'un onduleur de tension placé en série avec une inductance (figure 1-34). Comme pour l'onduleur de tension précédent, au secondaire on peut utiliser un pont de diodes [Cho05], [Moh07] et [Ave08] ou des montages destinés à multiplier par 2 la valeur de la tension de sortie [Kon07] et [Nym10].

A partir des formes d'ondes de la figure 1-35, la tension de sortie en grandeur réduite a pour valeur :

$$y = \frac{V_2}{V_1} = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{1}{1 - \alpha} = m \cdot \frac{1}{1 - \alpha} \quad (1-48)$$

Les avantages de ce convertisseur sont :

- L'ondulation du courant est faible ;
- On a une bonne utilisation du transformateur ;
- On bénéficie du rapport de transformation et de l'effet "boost".

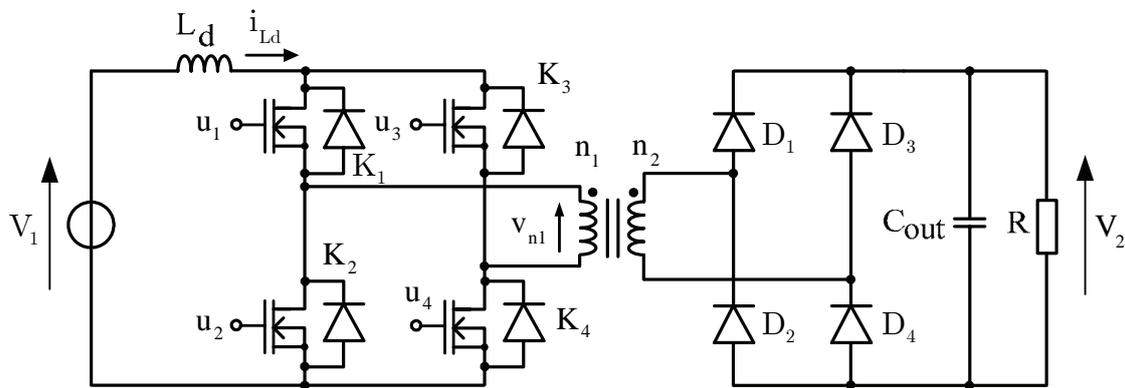


Figure 1-34. *Boost* isolé en pont complet.

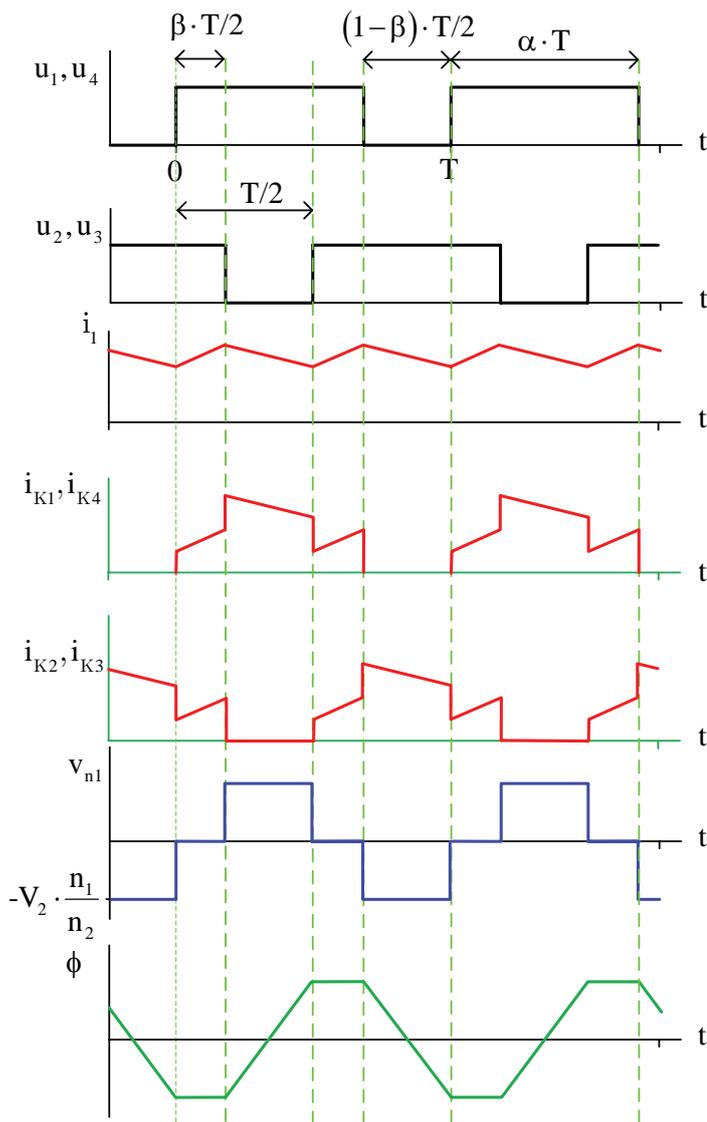


Figure 1-35. Formes d’ondes typiques d’un convertisseur de type *Boost* isolé en pont complet.

et ses inconvénients :

- Comme pour le Flyback, les inductances de fuite du transformateur induisent des contraintes de commutation ;
- Il est nécessaire de précharger la capacité de sortie avant de démarrer le convertisseur.

### 1.3.4. Convertisseur en demi-pont

#### 1.3.4.1. Onduleur alimenté en tension

Dans ce convertisseur (figure 1-36), la tension d'entrée est divisée par deux à l'aide de deux condensateurs pour avoir deux sources de tension. Par conséquent, on utilise un seul bras d'interrupteur pour transférer l'énergie du côté primaire au secondaire. Les formes d'ondes de ce convertisseur sont données sur la figure 1-37.

L'une des limitations de ce convertisseur est que la totalité du courant traverse les capacités, ce qui limite son utilisation dans des applications de forte puissance [Hai08].

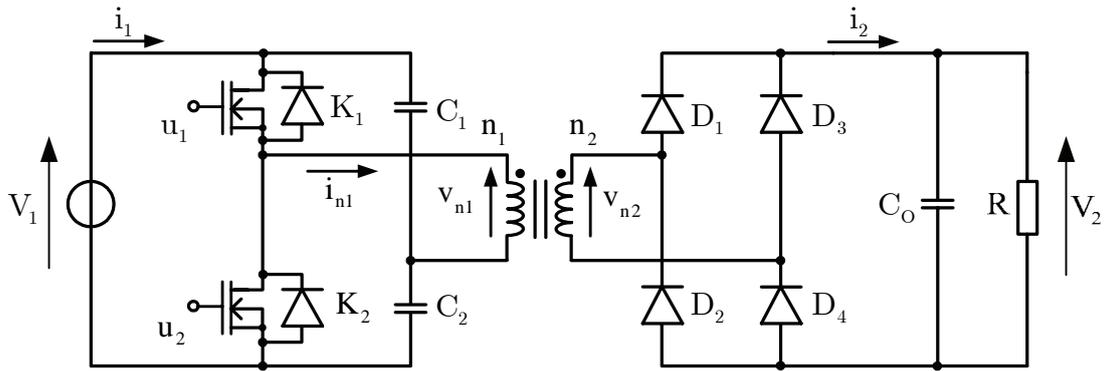


Figure 1-36. Onduleur de tension en demi-pont.

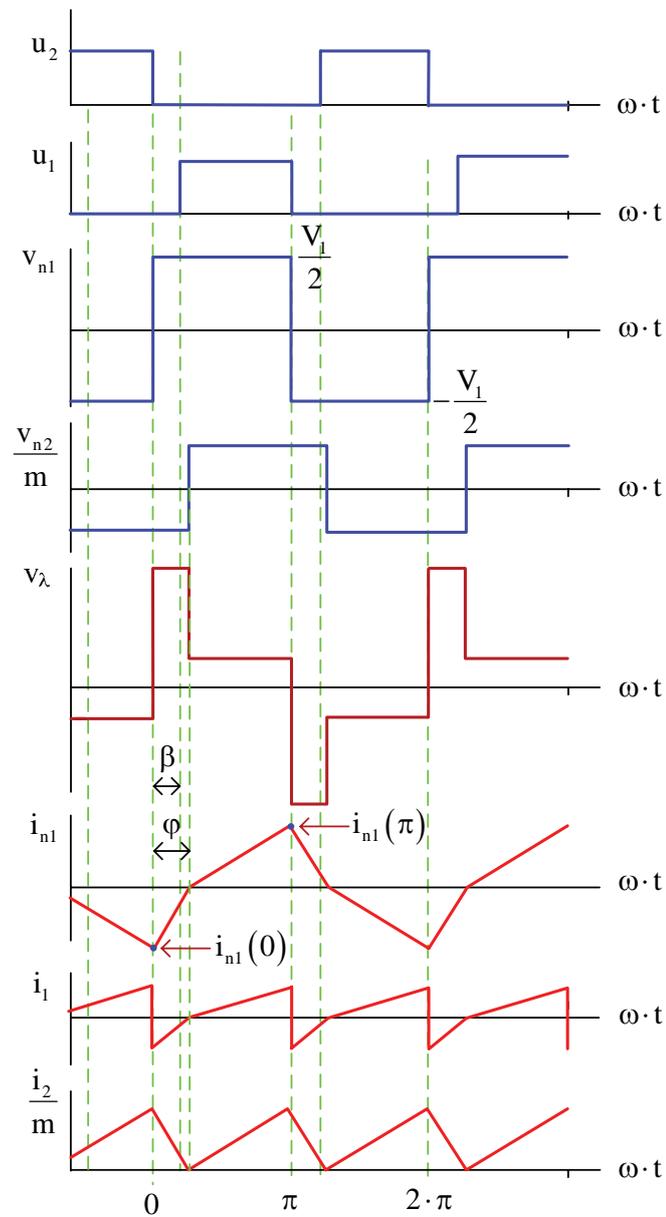


Figure 1-37. Formes d'ondes typiques d'un convertisseur en demi-pont.

Le schéma équivalent est le même que celui de la figure 1-32, la tension d'entrée valant maintenant  $V_1/2$ .

On en déduit comme précédemment :

- Pour  $0 < \theta \leq \beta$  :

$$i_{nl}(\theta) = i_{nl}(0) + \frac{\frac{V_1}{2} + \frac{V_2}{m}}{\omega \cdot \lambda} \cdot \theta \quad (1-49)$$

En  $\theta = \beta$ , le courant  $i_{nl}$  a pour valeur :

$$i_{nl}(\beta) = i_{nl}(0) + \frac{\frac{V_1}{2} + \frac{V_2}{m}}{\omega \cdot \lambda} \cdot \beta \quad (1-50)$$

- Pour  $\beta < \theta \leq \varphi$  :

$$i_{nl}(\theta) = i_{nl}(\beta) + \frac{\frac{V_1}{2} + \frac{V_2}{m}}{\omega \cdot \lambda} \cdot (\theta - \beta) = i_{nl}(0) + \frac{\frac{V_1}{2} + \frac{V_2}{m}}{\omega \cdot \lambda} \cdot \theta \quad (1-51)$$

En  $\theta = \varphi$ , le courant  $i_{nl}$  s'annule, et :

$$\varphi = - \frac{i_{nl}(0) \cdot \omega \cdot \lambda}{\frac{V_1}{2} + \frac{V_2}{m}} \quad (1-52)$$

- Pour  $\varphi < \theta \leq \pi$  :

$$i_{nl}(\theta) = \frac{\frac{V_1}{2} - \frac{V_2}{m}}{\omega \cdot \lambda} \cdot (\theta - \varphi) \quad (1-53)$$

En  $\theta = \pi$ , le courant  $i_{nl}$  a pour valeur :

$$i_{nl}(\pi) = \frac{\frac{V_1}{2} - \frac{V_2}{m}}{\omega \cdot \lambda} \cdot (\pi - \varphi) \quad (1-54)$$

Comme  $i_{nl}(0) = -i_{nl}(\pi)$  on en déduit la valeur initiale du courant :

$$i_{nl}(0) = - \frac{\pi \cdot \left( \frac{V_1}{2} - \frac{V_2}{m} \right) \left( \frac{V_1}{2} + \frac{V_2}{m} \right)}{V_1 \cdot \omega \cdot \lambda} \quad (1-55)$$

Comme pour le montage en pont complet réglé par la tension, pour limiter les pertes à l'amorçage des interrupteurs commandés, il est nécessaire que le courant  $i_{nl}(0)$  soit négatif ou nul. On en déduit :

$$\beta \leq \varphi \Rightarrow \beta \leq \frac{\pi \cdot (m - 2 \cdot y)}{2 \cdot m} \quad (1-56)$$

Comme  $\varphi$  est positif, cela conduit à la relation suivante sur le rapport des tensions :

$$y = \frac{V_2}{V_1} \leq m \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{\beta}{\pi} \right) \Rightarrow y \leq m \cdot \left( \frac{1}{2} - \alpha \right) \quad (1-57)$$

où  $y$  est le rapport de transformation et  $\alpha$  un terme équivalent à un rapport cyclique.

Le courant moyen d'entrée  $I_1$  peut être déduit des équations (1-49), (1-51), (1-53), et (1-55) et vaut :

$$I_1 = \frac{\pi \cdot V_1 \cdot y \cdot (m + 2 \cdot y)}{4 \cdot m^2 \cdot \omega \cdot \lambda} \quad (1-58)$$

Si les pertes dans le convertisseur sont négligées on peut écrire :

$$P = V_2 \cdot I_2 = V_1 \cdot I_1 = \frac{\pi \cdot V_1^2 \cdot y \cdot (m + 2 \cdot y)}{4 \cdot m^2 \cdot \omega \cdot \lambda} \quad (1-59)$$

Comme le courant d'entrée est pollué, un filtre d'entrée LC peut être utilisé pour diminuer les ondulations de ce courant.

### 1.3.4.2. Onduleur alimenté en courant

Ce convertisseur (figure 1-38) est appelé aussi "Two-inductor *Boost* converter" [Jan04].

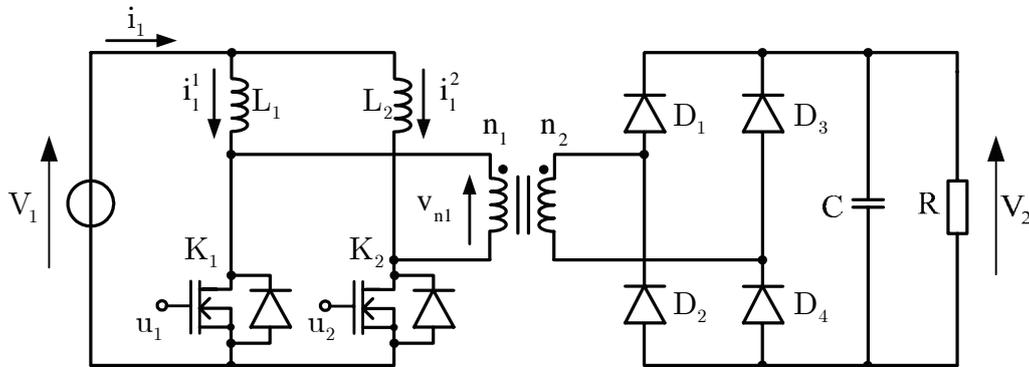


Figure 1-38. Convertisseur de type *Boost* isolé en demi-pont.

Les formes d'onde en mode de conduction continue sont données sur la figure 1-39. Un entrelacement des commandes des deux interrupteurs permet de réduire l'ondulation du courant d'entrée et donc la taille du filtre d'entrée.

Le paramètre de réglage  $\beta$  est défini comme le rapport entre l'angle de recouvrement de la conduction des deux interrupteurs et la demi-période [Jan04] et la tension de sortie en grandeur réduite s'écrit :

$$y = \frac{V_2}{V_1} = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{2}{1 - \beta} = m \cdot \frac{2}{1 - \beta} = m \cdot \frac{1}{1 - \alpha} \quad (1-60)$$

où :  $\beta = 2 \cdot \alpha - 1$ .

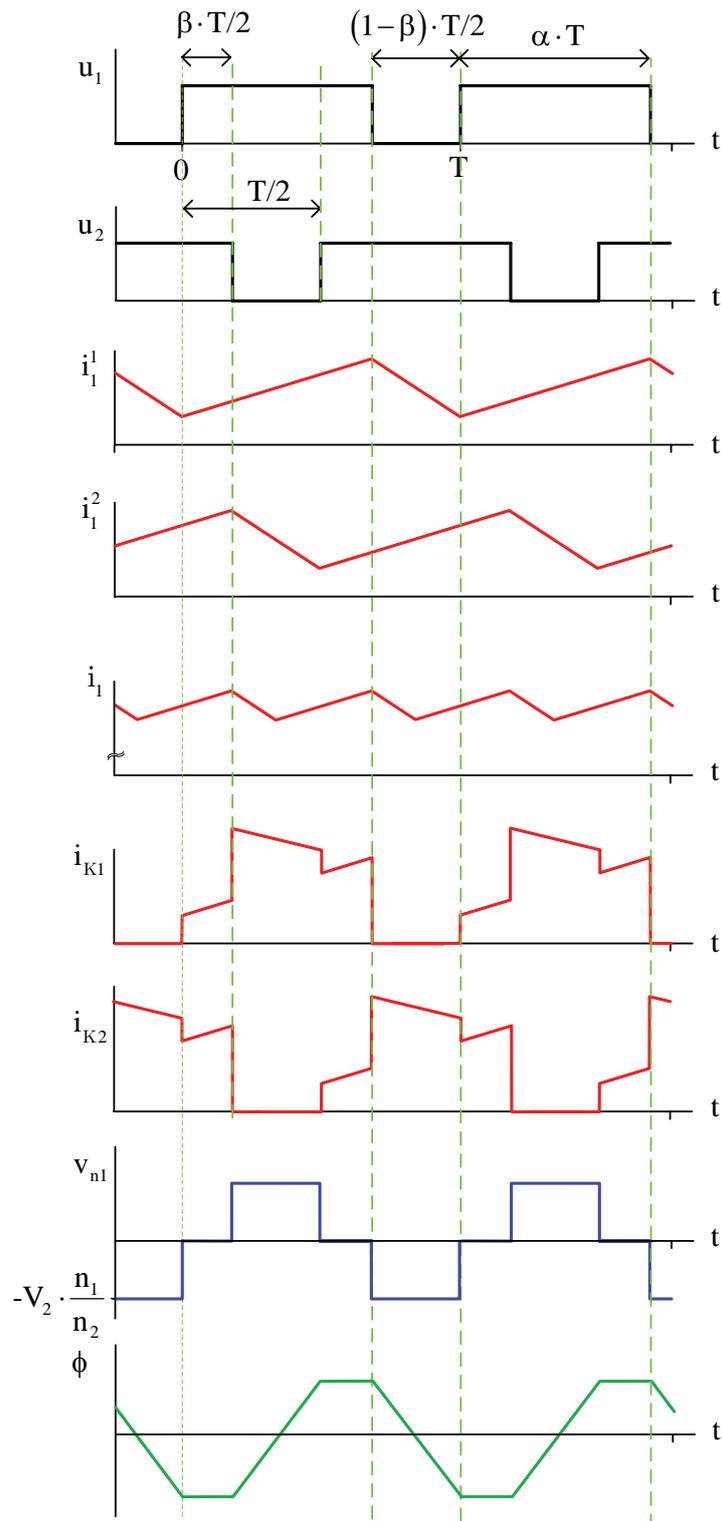


Figure 1-39. Formes d'ondes typiques d'un convertisseur de type *Boost* isolé avec deux inductances.

Les convertisseurs dérivés du *Boost* ont tous l'avantage de limiter les ondulations de courant d'entrée et la capacité d'élever la tension de sortie même sans transformateur. Dans la

structure présentée les interrupteurs subissent aussi des contraintes au blocage dues aux inductances de fuite du transformateur.

## 1.4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté différents types de convertisseurs continu-continu, destinés à relier une source de pile à combustible et une charge.

Nous avons présenté les caractéristiques des convertisseurs DC-DC de type *Boost* car ceux-ci présentent l'avantage de pouvoir être connectés à une pile à combustible sans utilisation de filtre. La présence d'une inductance en série avec la source réduit naturellement les ondulations de courant.

L'utilisation de convertisseurs non-isolés de type onduleur de tension ou de courant présente un double intérêt : l'isolation galvanique et un gain en tension non limité par les pertes du convertisseur.

Les avantages et inconvénients des différents convertisseurs présents ont été soulignés.

Dans des systèmes comportant une pile à combustible et des systèmes de stockage, de type batterie ou supercondensateur, plusieurs convertisseurs présentant des architectures différentes doivent être utilisés. C'est pourquoi, nous nous sommes orientés dans ce travail vers des convertisseurs isolés de structure identique permettant de connecter différentes sources ou charges sur les enroulements d'un même transformateur.



## **CHAPITRE 2**

### **TRANSFORMATEUR A N ENROULEMENTS**



## 2.1. Introduction

L'étude du fonctionnement d'un convertisseur multiport et l'élaboration de sa commande nécessite de modéliser le transformateur liant les convertisseurs et permettant les échanges d'énergie entre les différents ports du système considéré.

Cette modélisation va être effectuée dans le cas général d'un système à N ports pour lequel on va partir des relations classiques liant les tensions aux courants afin d'établir un modèle en étoile vu d'un port particulier. Un modèle de type polygone plus propice à la commande est ensuite établi pour N ports.

Le modèle obtenu est ensuite appliqué au cas d'un dispositif à trois ports liant une pile à combustible, un banc de supercondensateurs et une charge. On détaillera alors la réalisation du transformateur et les différents paramètres intervenant dans les modèles établis.

## 2.2. Modélisation du transformateur à N ports

### 2.2.1. Généralités

Le schéma d'un convertisseur à N ports est représenté sur la figure 2-1. Chaque port du transformateur est relié à une source, un élément de stockage ou une charge, tous ces éléments de nature continue. La liaison entre ces éléments et le transformateur est effectuée à l'aide d'onduleur monophasé fonctionnant en onde entière. On montrera dans ce chapitre que c'est le déphasage entre les ondes de tension délivrées par les onduleurs qui permet le réglage des échanges d'énergie entre les différents ports du système.

### 2.2.2. Transformateur à N enroulements

Aux bornes de chaque enroulement du transformateur à N enroulements de la figure 2-2, on peut écrire une relation de la forme :

$$v_{p,n} = r_{p,n} \cdot i_{p,n} + \frac{d}{dt} \Phi_{p,n} \quad (2-1)$$

où  $v_{p,n}$ ,  $i_{p,n}$ ,  $r_{p,n}$  et  $\Phi_{p,n}$  sont respectivement la tension, le courant, la résistance et le flux associés à l'enroulement n.

Le flux traversant l'enroulement n s'exprime par :

$$\Phi_{p,n} = L_{p,n} \cdot i_{p,n} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq n}}^N M_{j,n} \cdot i_{p,j} \quad (2-2)$$

où  $L_{p,n}$  et  $M_{m,n}$  représente l'inductance de l'enroulement n et la mutuelle inductance entre les enroulements m et n.

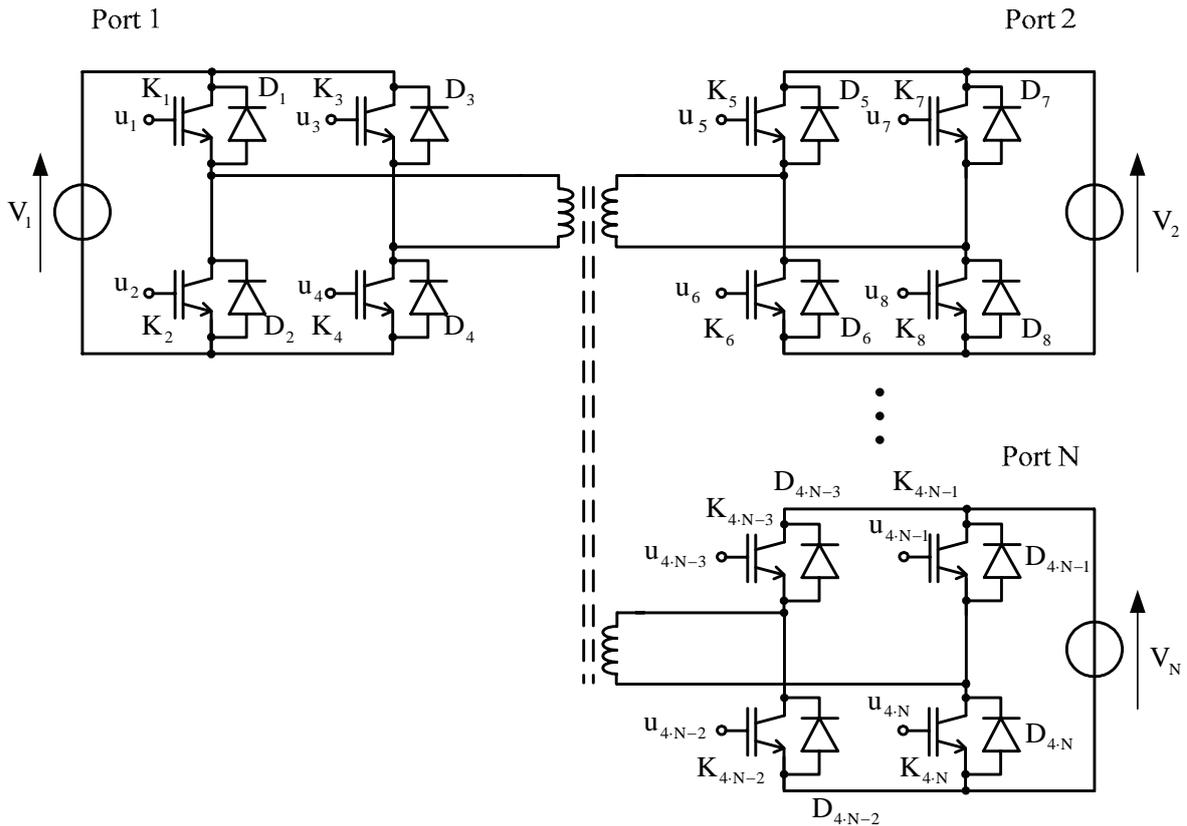


Figure 2-1. Convertisseur isolé DC-DC à N ports.

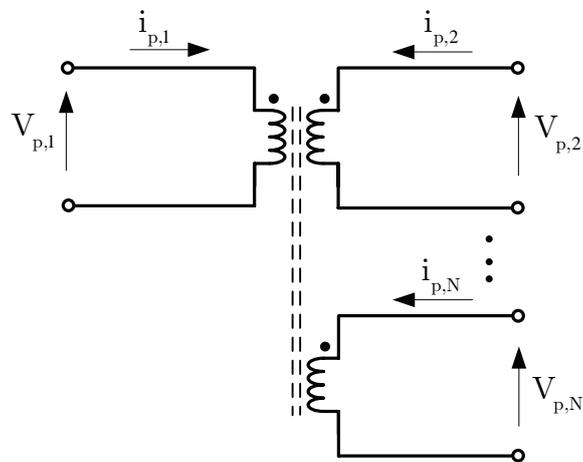


Figure 2-2. Transformateur à N enroulements.

Dans ces équations, on va supposer que les inductances sont indépendantes du niveau de courant et donc que le transformateur n'est pas saturé.

Afin d'établir ultérieurement un modèle vu d'un port particulier, on va écrire les différentes équations précédentes en particulierisant ce port. Il pourra s'agir en pratique du port où est connectée la source d'énergie la plus importante pour le système considérée. Soit le port 1 ce port particulier pour lequel le flux correspondant est écrit sous la forme :

$$\varphi_{p,1} = \lambda_{p,1} \cdot i_{p,1} + M_0 \cdot \sum_{j=1}^N k_j \cdot i_{p,j} \quad (2-3)$$

avec :

$$\begin{aligned}\lambda_{p,1} &= L_{p,1} - M_0 \\ k_j \cdot M_0 &= M_{j,n} \\ k_1 &= 1\end{aligned}\quad (2-4)$$

où  $\lambda_{p,1}$  correspond à l'inductance de fuite,  $M_0$  à l'inductance de magnétisation et les différents coefficients  $k_j$  aux rapports de transformation entre l'enroulement 1 et les autres enroulements.

On peut généraliser cette notation pour la phase n en écrivant :

$$\varphi_{p,n} = \lambda_{p,n} \cdot i_{p,n} + k_n \cdot M_0 \cdot \sum_{j=1}^N k_j \cdot i_{p,j} \quad (2-5)$$

avec :

$$\begin{aligned}\lambda_{p,n} &= L_{p,n} - k_n^2 \cdot M_0 \\ k_j \cdot k_n \cdot M_0 &= M_{j,n}\end{aligned}\quad (2-6)$$

La connaissance des différentes inductances et mutuelles inductances de l'équation (2-2), que l'on peut calculer à l'aide de logiciel de calcul des champs ou que l'on peut mesurer expérimentalement si l'on dispose d'un transformateur permettent de calculer les différents termes intervenant dans cette nouvelle expression des flux où l'on a fait apparaître une inductance de magnétisation, n inductances de fuite et n rapports de transformation :

$$\begin{aligned}M_0 &= \frac{M_{1,j} \cdot M_{1,n}}{M_{j,n}} \\ k_n &= \frac{M_{1,n}}{M_0} \\ \lambda_{p,n} &= L_{p,n} - k_n^2 \cdot M_0\end{aligned}\quad (2-7)$$

### 2.2.3. Unicité du terme $M_0$

La relation précédente pose le problème de l'unicité du terme  $M_0$  qui semble, selon les phases j et n que l'on considère, conduire à des valeurs différentes. En fait, on peut montrer sur un exemple que ce terme est indépendant des enroulements j et n considérés.

Pour cela, on a représenté sur la figure 2-3 un transformateur à N enroulements dont le circuit magnétique équivalent comporte N cellules élémentaires placées en série (figure 2-4).

Chaque cellule comporte une force magnétomotrice V, une réluctance R pour le chemin du flux principal, une réluctance  $R_f$  pour le flux de fuite et une réluctance R' pour la connexion avec la cellule suivante. Pour la cellule n, les différents flux sont liés par les relations suivantes :

$$\begin{aligned}\varphi_n &= \varphi_0 + \varphi_{f,n} \\ V_n &= n_n \cdot i_n = R_{f,n} \cdot \varphi_{f,n} + R_n \cdot \varphi_n = (R_n + R_{f,n}) \cdot \varphi_n - R_{f,n} \cdot \varphi_0\end{aligned}\quad (2-8)$$

où  $n_n$  est le nombre de spires de l'enroulement n et  $i_n$ , le courant qui traverse cet enroulement.

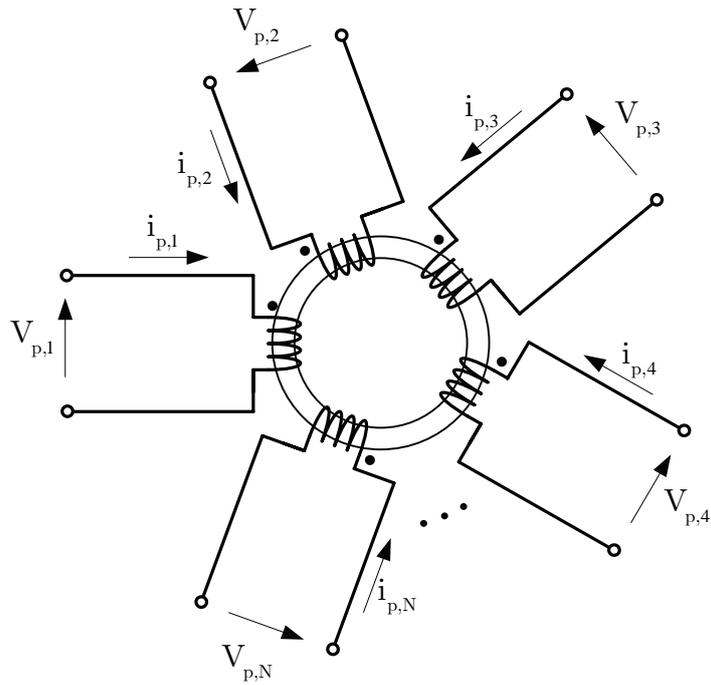


Figure 2-3. Transformateur à N enroulements.

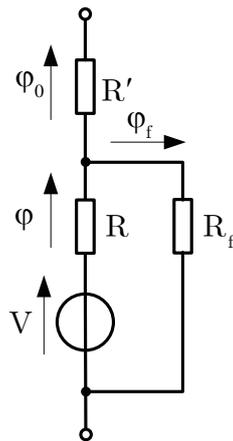


Figure 2-4. Circuit magnétique équivalent d'une cellule élémentaire.

Si l'on considère que seul l'enroulement 1 est alimenté, on a pour les flux :

$$V_1 = R_1 \cdot \phi_{1,1} + R_{1,0} \cdot \phi_{1,0} \quad (2-9)$$

avec :

$$\begin{aligned} R_{1,0} &= R'_1 + \sum_{n=2}^N R'_n + \frac{R_n \cdot R_{f,n}}{R_n + R_{f,n}} \\ &= \left( \sum_{n=1}^N R'_n + \frac{R_n \cdot R_{f,n}}{R_n + R_{f,n}} \right) - \frac{R_1 \cdot R_{f,1}}{R_1 + R_{f,1}} \\ &= R_0 - \frac{R_1 \cdot R_{f,1}}{R_1 + R_{f,1}} \end{aligned} \quad (2-10)$$

et ainsi :

$$\begin{aligned}\varphi_{1,0} &= \frac{R_{f,1}}{(R_1 + R_{f,1}) \cdot R_{1,0} + R_1 \cdot R_{f,1}} \cdot V_1 = \frac{R_{f,1}}{(R_1 + R_{f,1}) \cdot R_0} \cdot V_1 \\ \varphi_{1,1} &= \frac{R_{f,1} + R_{1,0}}{R_{f,1} \cdot R_1 + R_{1,0} \cdot (R_1 + R_{f,1})} \cdot V_1 = \frac{R_{f,1}^2 + R_0 \cdot (R_1 + R_{f,1})}{R_0 \cdot (R_1 + R_{f,1})^2} \cdot V_1\end{aligned}\quad (2-11)$$

Dans l'enroulement n le flux a pour valeur :

$$\varphi_{1,n} = \frac{R_{f,n}}{R_n + R_{f,n}} \cdot \varphi_{1,0} \quad (2-12)$$

soit pour la mutuelle entre les enroulements 1 et n :

$$M_{1,n} = \frac{n_n \cdot \varphi_n}{i_1} = \frac{R_{f,n} \cdot R_{f,1}}{(R_n + R_{f,n}) \cdot (R_1 + R_{f,1}) \cdot R_0} \cdot n_1 \cdot n_n \quad (2-13)$$

De même si l'on alimente uniquement l'enroulement j, on obtiendra une relation équivalente. On en déduit alors l'expression du terme  $M_0$  :

$$M_0 = \frac{M_{1,j} \cdot M_{1,n}}{M_{j,n}} = \frac{R_{f,1}^2}{(R_1 + R_{f,1})^2 \cdot R_0} \cdot n_1^2 \quad (2-14)$$

valeur indépendante des enroulements j et n considérés.

### 2.2.3. Modélisation *en étoile* du transformateur dans le port de référence

Si l'on transfère la tension aux bornes de l'enroulement n du côté du port 1, on obtient :

$$v_n = \frac{v_{p,n}}{k_n} = r_n \cdot i_n + \lambda_n \cdot \frac{d}{dt} i_n + M_0 \cdot \sum_{j=1}^N \frac{d}{dt} i_j \quad (2-15)$$

avec :

$$\begin{aligned}i_n &= k_n \cdot i_{p,n} \\ r_n &= \frac{r_{p,n}}{k_n^2} \\ \lambda_n &= \frac{\lambda_{p,n}}{k_n^2}\end{aligned}\quad (2-16)$$

On obtient ainsi le modèle classique du transformateur à N enroulements représenté sur la figure 2-5 [Chi95].

Si l'on considère le système d'équations (2-15) précédent, il est aisé de transformer le modèle de la figure 2-5 afin d'obtenir le modèle *en étoile* (ou modèle en Y) de la figure 2-6.

A partir de ce modèle en Y, différents auteurs transfèrent l'inductance magnétisante du côté de la source  $v_1$  (figure 2-7) afin de ne conserver au niveau du nœud commun que des inductances [Hen01], [Dua07]. Si l'on écrit la tension du port 1 au port j, on a :

$$v_1 = r_1 \cdot i_1 + \lambda_1 \cdot \frac{d}{dt} i_1 - r_j \cdot i_j - \lambda_j \cdot \frac{d}{dt} i_j + v_j \quad (2-17)$$

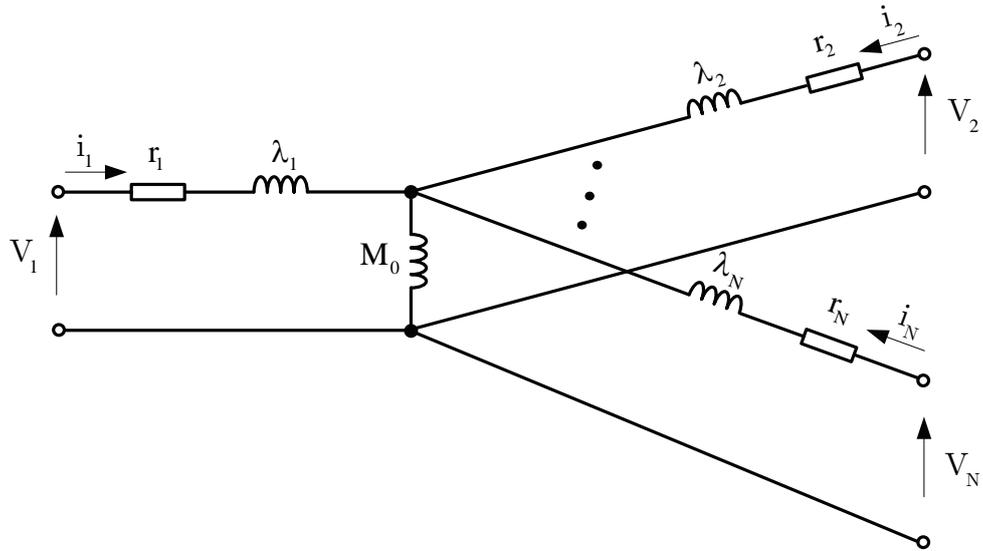


Figure 2-5. Modèle du transformateur à N enroulements.

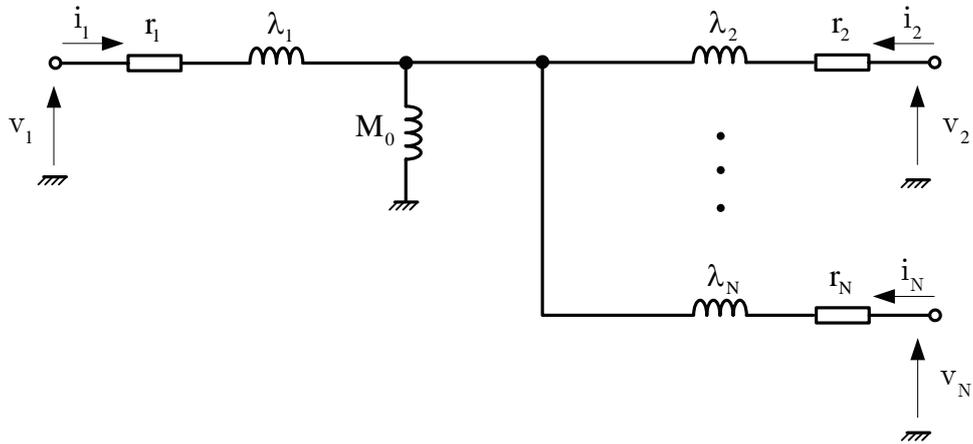


Figure 2-6. Modèle *en étoile* du transformateur à N enroulements.

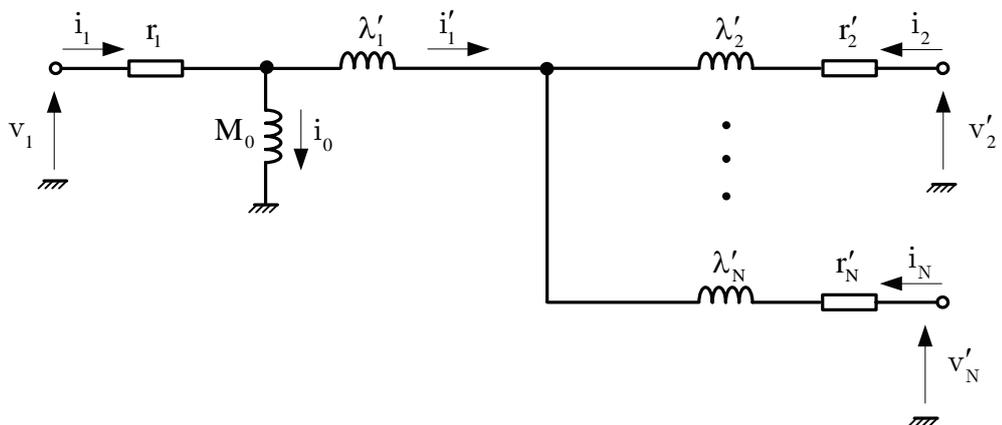


Figure 2-7. Modèle *en étoile* avec l'inductance magnétisante du côté de la tension d'alimentation  $v_1$ .

Comme l'inductance magnétisante est maintenant du côté de  $v_1$ , le courant  $i_1$  a maintenant une part  $i'_1$  qui traverse l'inductance de fuite et une part  $i_0$  qui traverse l'inductance magnétisante :

$$\begin{aligned} i_1 &= i'_1 + i_0 \\ i_0 &= \sum_{n=1}^N i_n \end{aligned} \quad (2-18)$$

soit :

$$v_1 = r_1 \cdot i_1 + \lambda_1 \cdot \frac{d}{dt} i'_1 + \lambda_1 \cdot \frac{d}{dt} i_0 - r_j \cdot i_j - \lambda_j \cdot \frac{d}{dt} i_j + v_j \quad (2-19)$$

et :

$$v_1 - r_1 \cdot i_1 = M_0 \cdot \frac{d}{dt} i_0 \quad (2-20)$$

Ces deux équations conduisent à :

$$(v_1 - r_1 \cdot i_1) \cdot \left(1 - \frac{\lambda_1}{M_0}\right) = \lambda_1 \cdot \frac{d}{dt} i'_1 - r_j \cdot i_j - \lambda_j \cdot \frac{d}{dt} i_j + v_j \quad (2-21)$$

soit :

$$v_1 = r_1 \cdot i_1 + \lambda'_1 \cdot \frac{d}{dt} i'_1 - r'_j \cdot i_j - \lambda'_j \cdot \frac{d}{dt} i_j + v'_j \quad (2-22)$$

où :

$$\begin{aligned} \lambda'_1 &= \frac{\lambda_1}{1 - \frac{\lambda_1}{M_0}} & v'_j &= \frac{v_j}{1 - \frac{\lambda_1}{M_0}} \\ \lambda'_j &= \frac{\lambda_j}{1 - \frac{\lambda_1}{M_0}} & r'_j &= \frac{r_j}{1 - \frac{\lambda_1}{M_0}} \end{aligned} \quad (2-23)$$

Les relations (2-18), (2-19) et (2-22) conduisent au modèle déjà présenté sur la figure (2-7) avec :

$$\begin{aligned} i_1 &= i'_1 + i_0 \\ i'_1 + i_2 + i_3 &= 0 \\ v_1 &= r_1 \cdot i_1 + M_0 \cdot \frac{d}{dt} i_0 \\ v_1 &= r_1 \cdot i_1 + \lambda'_1 \cdot \frac{d}{dt} i'_1 - r'_j \cdot i_j - \lambda'_j \cdot \frac{d}{dt} i_j + v'_j \quad j \in \{2 \dots N\} \end{aligned} \quad (2-24)$$

### 2.2.4. Modélisation *en polygone* du transformateur

Avec N enroulements, on va déterminer le modèle *en polygone* à partir du modèle *en étoile* (figure 2-8).

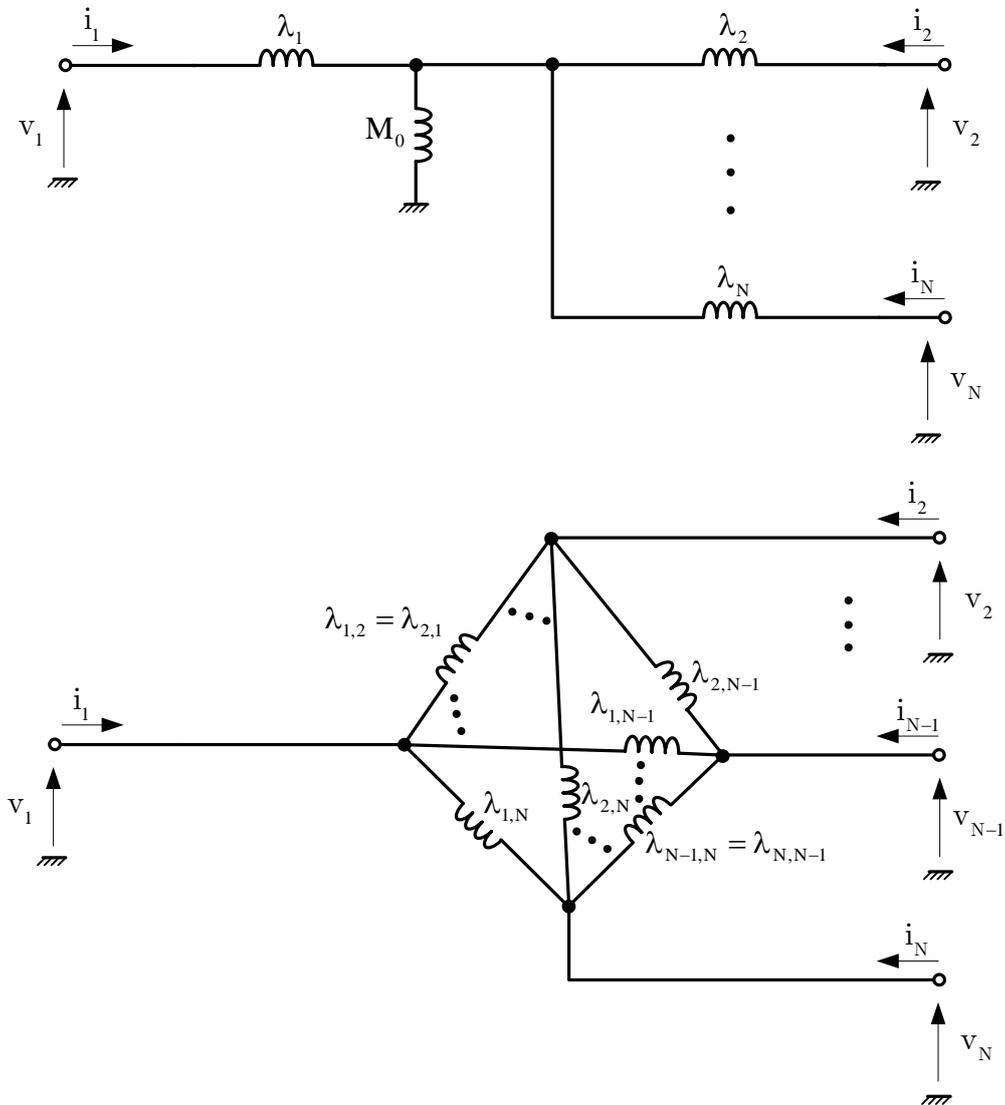


Figure 2-8. Modèles Y (en haut) et  $\Delta$  (en bas) du transformateur à N enroulements.

Les résistances étant en série avec chacun des modèles, il n'est pas nécessaire de les prendre en compte dans l'élaboration du modèle *en polygone*.

Si l'on considère le transfert d'énergie entre les ports  $n$  et  $m$ , les autres ports étant mis à la masse, on a alors pour le modèle *en étoile*, le schéma de la figure 2-9 dont on peut établir son équivalent à l'aide du théorème de Thévenin.

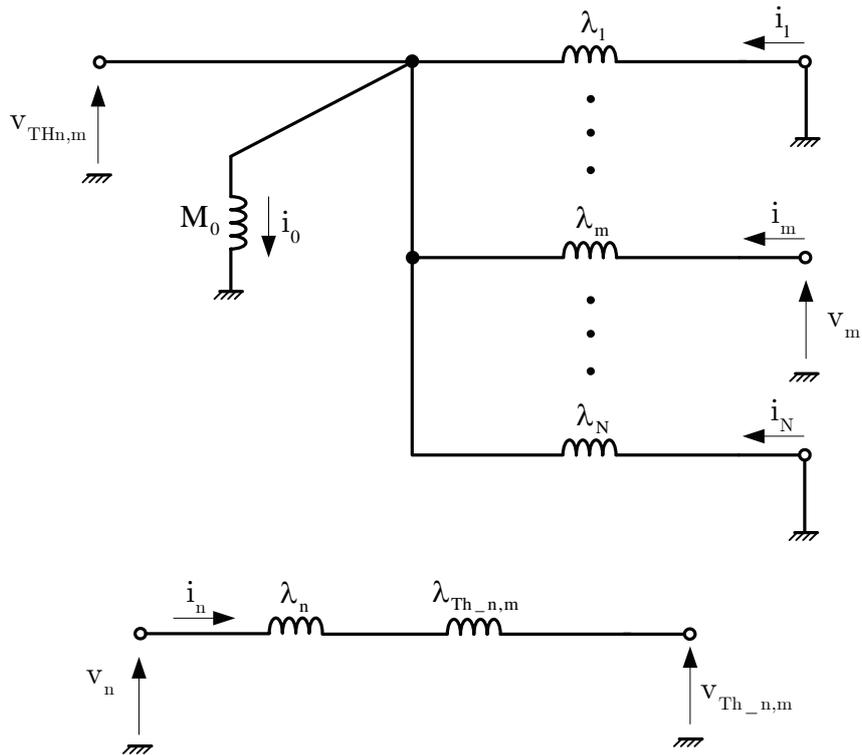


Figure 2-9. Schéma de Thévenin équivalent au modèle Y.

L'inductance équivalente aux ports mis à la masse s'écrit pour le modèle :

$$\lambda_{0\_n,m} = \frac{1}{\frac{1}{M_0} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq n \\ k \neq m}}^N \frac{1}{\lambda_k}} \quad (2-25)$$

et l'inductance de Thévenin :

$$\lambda_{Th\_n,m} = \frac{1}{\frac{1}{\lambda_{0\_n,m}} + \frac{1}{\lambda_m}} = \frac{1}{\frac{1}{M_0} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq n}}^N \frac{1}{\lambda_k}} \quad (2-26)$$

De son côté, le générateur de Thévenin a pour valeur :

$$V_{Th\_n,m} = \frac{\lambda_{0\_n,m}}{\lambda_{0\_n,m} + \lambda_m} \cdot V_m = \frac{\lambda_{Th\_n,m}}{\lambda_m} \cdot V_m \quad (2-27)$$

Pour des tensions  $v_1$  et  $v_2$  sinusoïdales de pulsation  $\omega$  et déphasées entre elles d'un angle  $\alpha$ , ces tensions représentant les ondes d'alimentation ou des harmoniques de celles-ci, on déduit de la figure 2-9, le diagramme de la figure 2-10.

La puissance portée par cet harmonique du port n vers le port m a pour valeur :

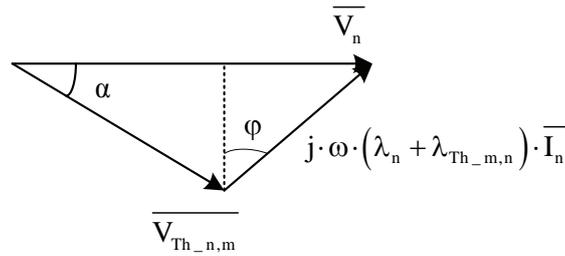


Figure 2-10. Diagramme de calcul de l'harmonique de pulsation  $\omega$  du courant  $i_n$ .

$$\begin{aligned}
 P_{n,m} &= V_n \cdot I_n \cdot \cos \varphi = \frac{V_n \cdot V_{Th_{n,m}} \cdot \sin \alpha}{(\lambda_n + \lambda_{Th_{n,m}}) \cdot \omega} \\
 &= \frac{\lambda_{Th_{n,m}}}{\lambda_m \cdot (\lambda_n + \lambda_{Th_{n,m}})} \cdot V_n \cdot V_m \cdot \sin \alpha
 \end{aligned}
 \tag{2-28}$$

Pour le modèle *en polygone*, la figure 2-11 donne le diagramme permettant de calculer la puissance échangée entre les ports n et m.

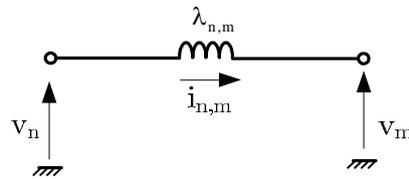


Figure 2-11. Schéma de calcul de la puissance échangée pour le modèle  $\Delta$ .

Si l'on utilise les mêmes tensions que précédemment, de pulsation  $\omega$  et déphasées entre elles d'un angle  $\alpha$ , on obtient pour la puissance échangée :

$$P_{n,m} = \frac{1}{\lambda_{n,m} \cdot \omega} \cdot V_n \cdot V_m \cdot \sin \alpha
 \tag{2-29}$$

On aboutit ainsi à la relation entre les éléments des modèles *en étoile* et *en polygone* :

$$\begin{aligned}
 \lambda_{n,m} &= \frac{\lambda_m \cdot (\lambda_n + \lambda_{Th_{n,m}})}{\lambda_{Th_{n,m}}} \\
 &= \lambda_n \cdot \lambda_m \cdot \left( \frac{1}{M_0} + \sum_{k=1}^N \frac{1}{\lambda_k} \right)
 \end{aligned}
 \tag{2-30}$$

### 2.2.5. Transformateur à trois enroulements

Les deux modèles *en étoile* ou *en polygone* sont donnés sur la figure 2-12 pour un transformateur à trois enroulements. Pour un tel transformateur, le nombre d'éléments du modèle en polygone est de trois avec des éléments définis dans les relations suivantes :

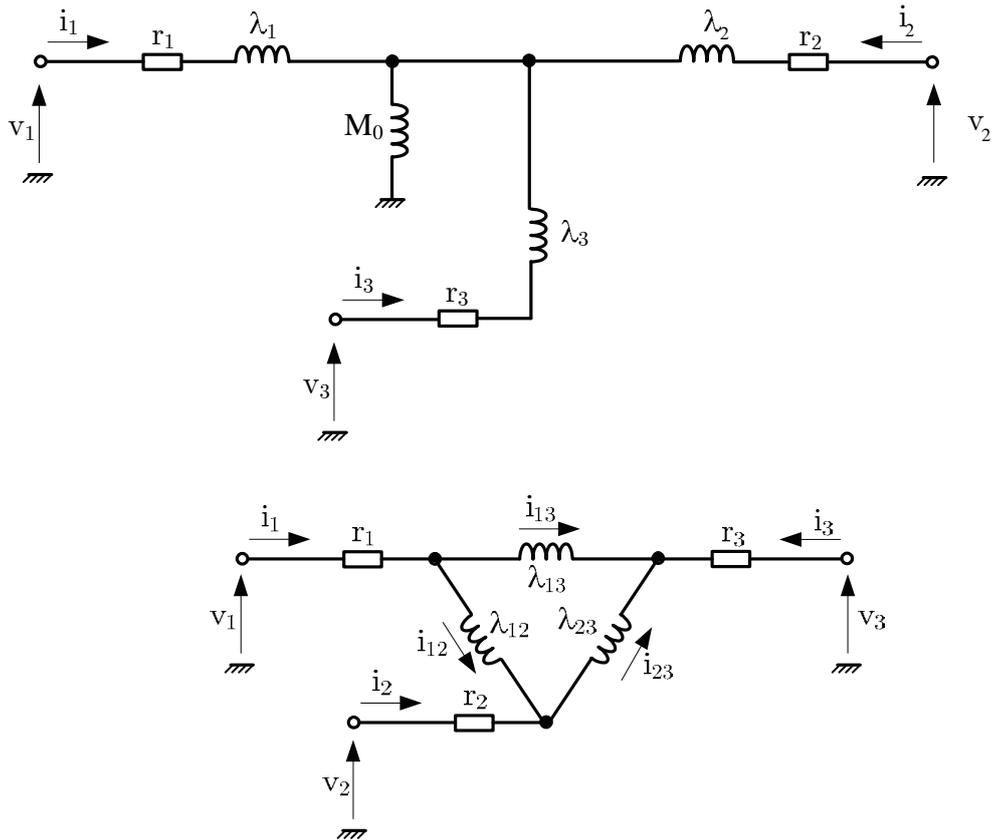


Figure 2-12. Modèles Y (en haut) et Δ (en bas) du transformateur à trois enroulements.

$$\begin{aligned}
 M_0 &= \frac{M_{1,2} \cdot M_{1,3}}{M_{2,3}} & r_1 &= r_{p,1} & \lambda_1 &= L_{p,1} - M_0 \\
 k_2 &= \frac{M_{1,2}}{M_0} & r_2 &= \frac{r_{p,2}}{k_2^2} & \lambda_2 &= \frac{L_{p,2}}{k_2^2} - M_0 \\
 k_3 &= \frac{M_{1,3}}{M_0} & r_3 &= \frac{r_{p,3}}{k_3^2} & \lambda_3 &= \frac{L_{p,3}}{k_3^2} - M_0
 \end{aligned} \tag{2-31}$$

et :

$$\begin{aligned}
 \lambda_{1,2} &= \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \left( \frac{1}{M_0} + \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} + \frac{1}{\lambda_3} \right) \\
 \lambda_{1,3} &= \lambda_1 \cdot \lambda_3 \cdot \left( \frac{1}{M_0} + \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} + \frac{1}{\lambda_3} \right) \\
 \lambda_{2,3} &= \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \left( \frac{1}{M_0} + \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} + \frac{1}{\lambda_3} \right)
 \end{aligned} \tag{2-32}$$

## 2.3. Réalisation d'un transformateur à trois enroulements

### 2.3.1. Généralités

Un transformateur à trois enroulements associe un circuit magnétique et des enroulements. On rappellera dans un premier temps ce que l'on peut utiliser pour les réaliser ainsi que le principe d'une méthode de dimensionnement de tel dispositif. Les deux transformateurs réalisés dans le cadre de cette thèse sont ensuite présentés.

### 2.3.2. Noyau magnétique

Les noyaux magnétiques existent sous différentes formes en C, en U en E ou de forme toroïdale (figure 2-14). Ces noyaux diffèrent ensuite de par le matériau utilisé, le paramètre important étant l'induction maximale supportée. Une valeur importante de cette induction maximale permet en effet de réduire la taille des bobinages, leur poids, volume, coût et les pertes associées.

Le tableau 2-1 donne les caractéristiques de matériaux disponibles chez différents fabricants. Si les matériaux à induction maximale importante semblent les plus intéressants, ceux-ci n'existent souvent que dans des formes toroïdales.

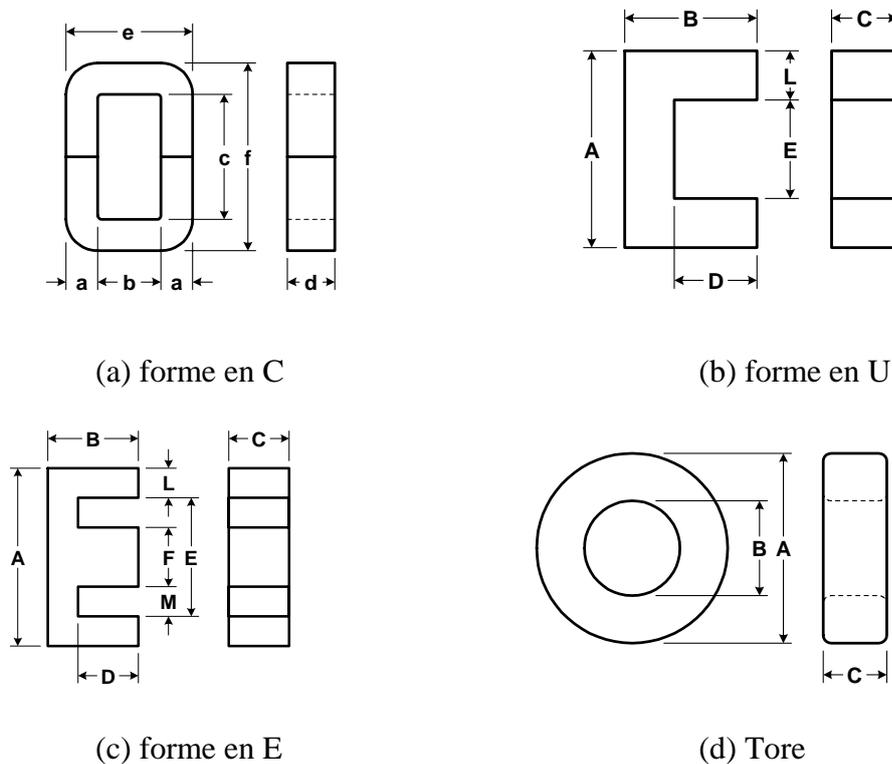


Figure 2-14. Différents types de noyaux magnétiques et dimensions caractéristiques [Mc104].

| Matériau magnétique           | Ferrite | MPP*       | Induction importante | Amorphe   |
|-------------------------------|---------|------------|----------------------|-----------|
| Fabricant                     | LCC     | Ferroxcube | Ferroxcube           | Metglas   |
| Matériau                      | B2      | MPP 125    | High Flux 125 μ      | 2605SA1   |
| B <sub>sat</sub> (T)          | 0,4     | 0,8        | 1,37                 | 1,56      |
| Densité (g.cm <sup>-3</sup> ) | 4,8     | 8,7        | 8,2                  | 7,19      |
| Forme                         | Diverse | Tore       | Tore                 | C et tore |
| T° de fonctionnement (°C)     | 100     | 130        | 130                  | 150       |

\*MPP : Molypermalloy powder

Tableau 2-1. Paramètres déduits des mesures à vide (1<sup>ère</sup> série de mesures).

### 2.3.3. Bobinage

Dans les convertisseurs à fréquence de commutation élevée (supérieure à 10 kHz), les effets pelliculaires et de proximité doivent être pris en compte en raison de leur importance sur le niveau des pertes. Afin de réduire ces effets, on peut utiliser de minces rubans de cuivre plutôt que des conducteurs massifs ou des conducteurs divisés (figure 2-15). Un cas particulier de conducteurs divisés est ce que l'on appelle les fils de Litz où le conducteur est constitué de nombreux brins isolés dont la taille dépend de la fréquence d'utilisation. Afin d'éviter les effets de proximité et pour assurer une bonne répartition du courant dans les brins, ceux-ci sont en plus généralement torsadés.



Figure 2-15. Exemples de bobinage haute fréquence (ruban isolé à gauche [PPI] et fil de Litz à droite [New]).

### 2.3.4. Dimensionnement du transformateur

Le dimensionnement du circuit magnétique du transformateur est réalisé en utilisant un terme correspondant à un produit d'aires (*magnetic core index* en anglais), [Mc104] :

$$A_p = A_c \cdot W_a \quad (2-33)$$

où  $A_c$  est la section du circuit magnétique où circule le flux et  $W_a$  la surface de la fenêtre traversée par les conducteurs.

Ce terme  $A_p$  va être défini à partir des contraintes d'utilisation du transformateur, puissance transférée, fréquence de fonctionnement  $f$ , induction  $B$  dans le circuit magnétique et densité de courant  $J$  dans les conducteurs.

Pour cela, on écrit la valeur efficace de la tension appliquée à l'enroulement  $i$  sous la forme [Mc104] :

$$V_i = K \cdot f \cdot n_i \cdot B \cdot A_c \quad (2-34)$$

où  $n_i$  est le nombre de spires de l'enroulement et  $K$  un facteur de forme de l'onde de tension (en pratique  $K$  est égal à 4 pour des créneaux de tension [Hur98]).

Pour un transformateur à trois enroulements, la puissance apparente s'écrit ainsi :

$$\sum_{i=1}^3 V_i \cdot I_i = K \cdot f \cdot B \cdot A_c \cdot \sum_{i=1}^3 n_i \cdot I_i \quad (2-35)$$

où  $I_i$  est le courant efficace dans les enroulements.

La section  $W_a$  de la fenêtre où sont placés les conducteurs (figure 2-16) est liée à leur section par relation de la forme :

$$\sum_{i=1}^3 n_i \cdot a_i = k_u \cdot W_a \quad (2-36)$$

où  $k_u$  est le facteur d'utilisation de la fenêtre.

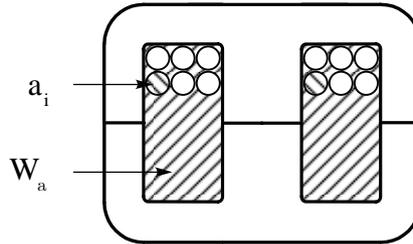


Figure 2-16. Définition du facteur d'utilisation de la fenêtre du circuit magnétique.

On peut faire apparaître dans cette relation le courant  $I_i$  et la densité de courant  $J_i$  pour chaque enroulement :

$$\sum_{i=1}^3 n_i \cdot \frac{I_i}{J_i} = k_u \cdot W_a \quad (2-37)$$

Soit si l'on suppose que la densité de courant est la même pour les trois enroulements :

$$\sum_{i=1}^3 n_i \cdot I_i = J \cdot k_u \cdot W_a \quad (2-38)$$

On obtient ainsi pour le terme  $A_p$ , à l'aide des relations (2-35) et (2-38) :

$$A_p = A_c \cdot W_a = \frac{\sum_{i=1}^3 V_i \cdot I_i}{K \cdot f \cdot B \cdot J \cdot k_u} \quad (2-39)$$

Pour un circuit magnétique donné, les catalogues des fabricants donnent les valeurs du terme  $A_p$  pour un circuit élémentaire et la valeur obtenue à partir des spécifications du montage permet de définir le nombre de circuit élémentaire qu'il faudra empiler pour réaliser le transformateur considéré.

La relation (2-34) permet ensuite de calculer le nombre de spires de chacun des enroulements à partir de la tension d'entrée de l'enroulement correspondant.

Le circuit magnétique et le nombre bobinage étant définis, on peut déterminer les pertes attendues dans le transformateur :

$$P_{cu} = \sum_{i=1}^3 R_i \cdot I_i^2 \quad (2-40)$$

où  $R_i$  est la résistance du bobinage de l'enroulement  $i$ .

On peut lier la valeur de cette résistance à la structure du bobinage en faisant apparaître un facteur  $F_R$  caractéristique de la fréquence des formes d'onde :

$$R_i = F_{R,i} \cdot R_{DC,i} \quad (2-41)$$

où  $R_{DC}$  est la résistance du bobinage pour une alimentation en continu.

Le facteur  $F_R$  dépend de la fréquence mais aussi du rapport :

$$\gamma = \frac{d}{\delta} \quad (2-42)$$

entre le diamètre  $d$  du conducteur et la profondeur de pénétration  $\delta$  du matériau à la fréquence considérée (figure 2-17).

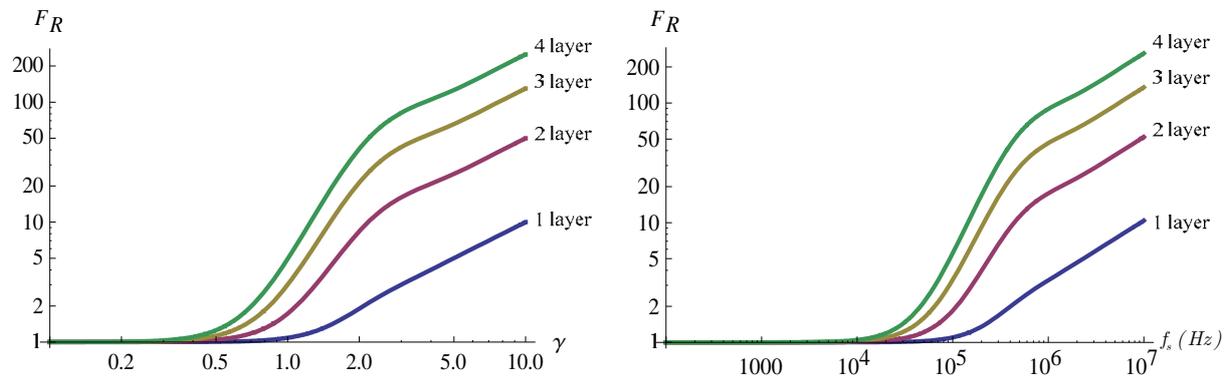


Figure 2-17. Evolution du facteur  $F_R$  en fonction de  $\gamma$  (à gauche,  $f = 20$  kHz) et de la fréquence (à droite), [Dow66].

On peut remarquer sur cette figure qu'en dessous de 20 kHz, si le diamètre du fil est inférieur à la moitié de l'épaisseur de pénétration, la résistance du conducteur n'est pas modifiée par la fréquence des formes d'onde et que dans ce cas le terme  $F_R$  est égal à 1.

Soit :

$$P_{cu} = \sum_{i=1}^3 \frac{\rho \cdot n_i \cdot L_i}{a_i} \cdot I_i^2 \quad (2-43)$$

où  $\rho$  est la résistivité du conducteur et  $L_i$  la longueur moyenne d'une spire du bobinage.

On a supposé que les densités de courant dans les bobinages étaient identiques. S'il en est de même pour la longueur moyenne  $L$  des spires, on peut écrire :

$$P_{cu} = \rho \cdot L \cdot \sum_{i=1}^3 \frac{n_i}{a_i} \cdot I_i^2 = \rho \cdot L \cdot J^2 \cdot \sum_{i=1}^3 n_i \cdot a_i \quad (2-44)$$

ce qui devient à l'aide de la relation 2-36 :

$$P_{cu} = \rho \cdot L \cdot J^2 \cdot k_u \cdot W_a \quad (2-45)$$

et ce qui montre que pour un transformateur donné, c'est la densité de courant qui définit le niveau des pertes par effet Joule.

En pratique, la densité de courant ne sera pas identique d'un enroulement à l'autre si l'on utilise le même fil de section  $a$  pour les différents enroulements, on aura alors :

$$P_{cu} = \frac{\rho \cdot L}{a} \cdot \sum_{i=1}^3 n_i \cdot I_i^2 \quad (2-46)$$

De leur côté, les pertes fer s'écrivent à partir de l'équation de Steinmetz [Kaz09]:

$$P_{fe} = v_c \cdot K_c \cdot f^\alpha \cdot B^\beta \quad (2-47)$$

où  $v_c$  est le volume du circuit magnétique,  $K_c$ ,  $\alpha$  et  $\beta$  sont des coefficients dépendant de la nature du matériau utilisé. Pour un transformateur donné, ces pertes dépendent de la fréquence de fonctionnement et du niveau de l'induction.

Connaissant les pertes totales :

$$P_{total} = P_{cu} + P_{fe} \quad (2-48)$$

on peut en déduire l'élévation de température du transformateur. Pour un transformateur en double E, cette élévation est donnée par la relation [Mc104] :

$$\Delta T = 450 \cdot \left( \frac{P_{total}}{A_{trans}} \right)^{0,826} \quad (2-49)$$

### 2.3.5. Réalisation de transformateurs

Les noyaux magnétiques disponibles au GREEN étaient de type EE65-27 et UMCCC128 et ont les caractéristiques données dans le tableau 2-2.

Les conducteurs disponibles étaient des fils de Litz constitués de 520 brins de 0,1 mm de diamètre. La section des fils est de l'ordre de 4 mm<sup>2</sup>.

Les caractéristiques de sortie des onduleurs connectés aux différents enroulements des transformateurs sont données dans le tableau 2-3, ceux-ci fonctionnant à la fréquence de 20 kHz.

|   | EE 65-27              | UMCCC128              |
|---|-----------------------|-----------------------|
| Fabricant   | LCC                   | Isolectra             |
| Matériau  | ferrite               | amorphe               |
| Induction maximale $B_m$ (T)                                | 0,36                  | 1,56                  |
| Section du noyau magnétique $A_c$ (cm <sup>2</sup> )        | 5,035                 | 13,6                  |
| Fenêtre de passage des conducteurs $W_a$ (cm <sup>2</sup> ) | 5,54                  | 22,48                 |
| Produit des aires $A_p$ (cm <sup>4</sup> )                  | 28                    | 306                   |
| $\alpha$  | 1                     | 1,51                  |
| $\beta$   | 2,4                   | 1,74                  |
| $K_c$ (volume exprimé en cm <sup>3</sup> )                  | $2,54 \times 10^{-4}$ | $1,17 \times 10^{-6}$ |

Tableau 2-2. Caractéristiques des noyaux magnétiques disponibles au GREEN.

|   |      |
|---|------|
| Port 1 : Tension nominale $V_{p,1}$ (V)   | 274  |
| Port 2 : Tension nominale $V_{p,2}$ (V)   | 54   |
| Port 3 : Tension nominale $V_{p,3}$ (V)   | 274  |
| Port 1 : Puissance nominale $P_{p,1}$ (W) | 500  |
| Port 2 : Puissance nominale $P_{p,2}$ (W) | 2000 |
| Port 3 : Puissance nominale $P_{p,3}$ (W) | 2000 |

Tableau 2-3. Caractéristiques de sortie des onduleurs connectés aux enroulements du transformateur.

### 2.3.5.1. Noyau magnétique EE 65-27

Deux éléments sont assemblés pour constituer le circuit magnétique du transformateur comme indiqué sur la figure 2-18. Cette figure indique aussi les dimensions caractéristiques du circuit magnétique :

$$\begin{aligned}
 A &= 6,5 \text{ cm} & D &= 2,65 \text{ cm} \\
 B &= 4,42 \text{ cm} & E &= 1,9 \text{ cm} \\
 C &= 8,84 \text{ cm} & G &= 4,4 \text{ cm}
 \end{aligned}
 \tag{2-50}$$

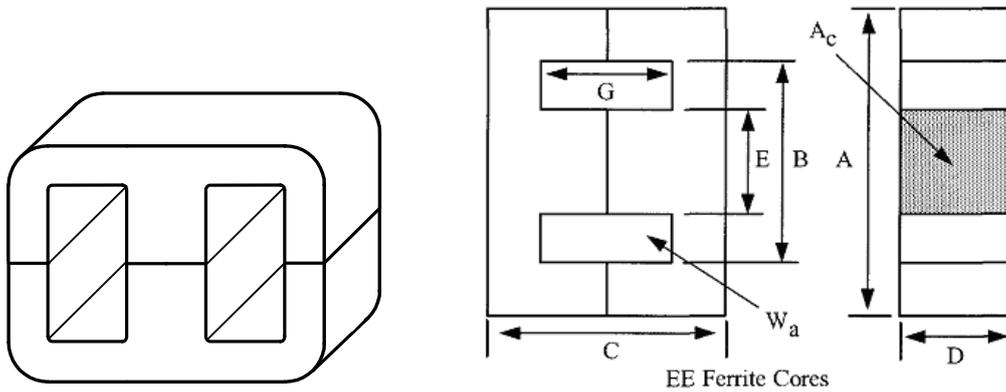


Figure 2-18. Circuit magnétique élémentaire de type EE [Mc104].

En pratique, on est amené à empiler les noyaux élémentaires afin d'obtenir un produit des aires  $A_p$  suffisant, ou une section de circuit magnétique  $A_c$  suffisante puisque la section de la fenêtre  $W_a$  où passe les conducteurs est constante. A partir des dimensions précédentes, on peut définir les termes  $A_c$ , et  $W_a$  pour un empilement de  $n$  circuits élémentaires, ainsi que la longueur moyenne  $L$  d'une spire du bobinage et le volume  $v_c$  du circuit magnétique :

$$\begin{aligned}
 A_c(n) &= n \cdot D \cdot E = n \cdot 5,035 \text{ cm}^2 \\
 W_a &= G \cdot \frac{B - E}{2} = 5,544 \text{ cm}^2 \\
 L(n) &= 2 \cdot \left[ n \cdot D + E + \pi \cdot \left( \frac{B - E}{4} \right) \right] = n \cdot 5,3 + 7,76 \text{ cm} \\
 v_c(n) &= n \cdot D \cdot \left[ A \cdot C - (B - E) \cdot G \right] = n \cdot 123 \text{ cm}^3
 \end{aligned}
 \tag{2-51}$$

Différents choix doivent maintenant être effectués. Il concerne la densité de courant maximale, l'induction maximale et le facteur de remplissage de la fenêtre :

$$\begin{aligned}
 J &= 2 \text{ A} \cdot \text{mm}^{-2} \\
 B &= 0,1 \text{ T} \\
 k_u &= 0,2
 \end{aligned}
 \tag{2-52}$$

A partir de ces valeurs et de celles du tableau 2-3, la relation (2-39) conduit à un produit des aires de  $140 \text{ cm}^4$  nécessitant un empilement de six circuits élémentaires. Le premier dimensionnement effectué ayant considéré une fréquence moins élevée (15 kHz), c'est en fait sept circuits élémentaires qui ont été utilisés (figure 2-19).

La relation 2-34 et les tensions appliquées à chaque enroulement conduisent aux nombre de spires suivants :

$$\begin{aligned}
 n_1 &= n_3 = 10 \\
 n_2 &= 2
 \end{aligned}
 \tag{2-53}$$

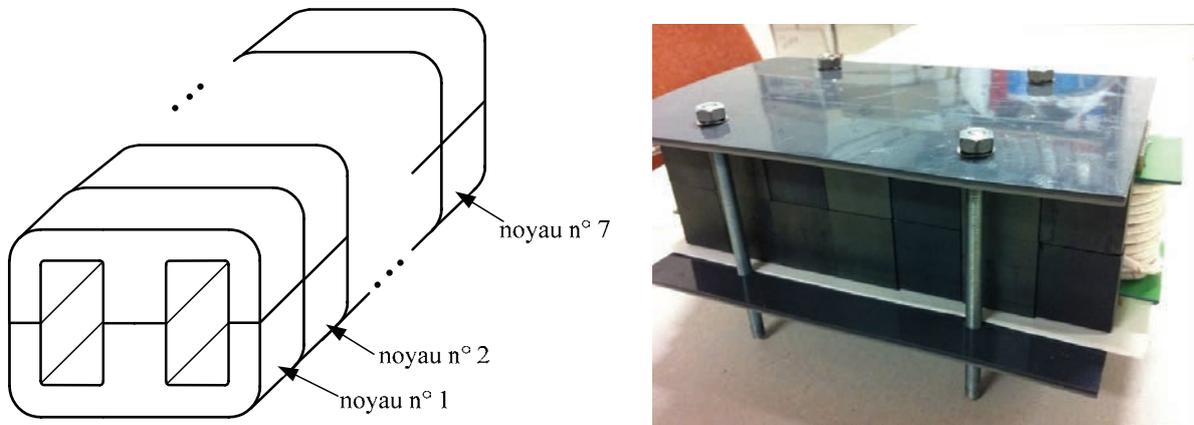


Figure 2-19. Transformateur réalisé à l'aide de 7 circuits magnétiques de type EE.

### 2.3.5.2. Noyau magnétique UMCCC128

Pour le noyau magnétique réalisé en matériau amorphe, celui-ci est de type CC (figure 2-20).

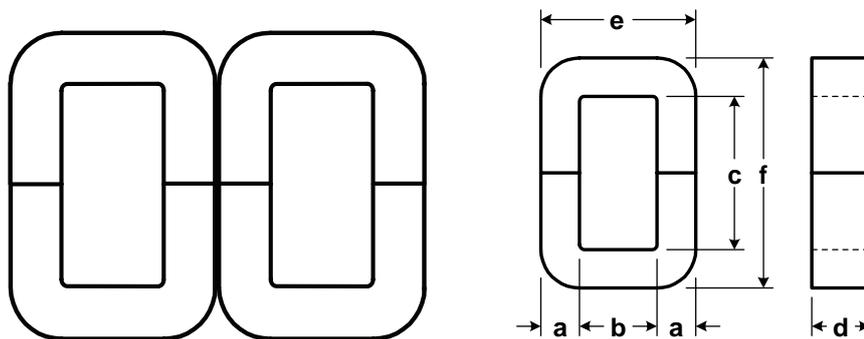


Figure 2-20. Circuit magnétique élémentaire de type CC.

Les dimensions du circuit sont données sur cette figure :

$$\begin{aligned}
 a &= 1,7 \text{ cm} & d &= 4 \text{ cm} \\
 b &= 2,9 \text{ cm} & e &= 6,3 \text{ cm} \\
 c &= 7,75 \text{ cm} & f &= 11,15 \text{ cm}
 \end{aligned}
 \tag{2-54}$$

Pour un empilement de  $n$  circuits élémentaires, on obtient pour la section du circuit magnétique  $A_c$ , la section de la fenêtre  $W_a$ , la longueur moyenne  $L$  d'une spire et le volume  $v_c$  du circuit magnétique les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} A_c(n) &= n \cdot a \cdot d = n \cdot 13,6 \text{ cm}^2 \\ W_a &= b \cdot c = 22,48 \text{ cm}^2 \\ L(n) &= 2 \cdot \left[ n \cdot d + 2 \cdot a + \pi \cdot \frac{b}{2} \right] = n \cdot 8 + 15,9 \text{ cm} \\ v_c(n) &= 4 \cdot n \cdot d \cdot \left[ a \cdot c + a \cdot b + \frac{\pi}{2} \cdot a^2 \right] = n \cdot 362 \text{ cm}^3 \end{aligned} \quad (2-55)$$

Comme précédemment, il faut choisir la densité de courant maximale, l'induction maximale et le facteur de remplissage de la fenêtre :

$$\begin{aligned} J &= 2 \text{ A} \cdot \text{mm}^{-2} \\ B &= 0,8 \text{ T} \\ k_u &= 0,2 \end{aligned} \quad (2-56)$$

A partir de ces valeurs et de celles du tableau 2-3, la relation (2-39) conduit à un produit des aires de  $28 \text{ cm}^4$  montrant que le circuit dont nous disposions était très surdimensionné (figure 2-21).

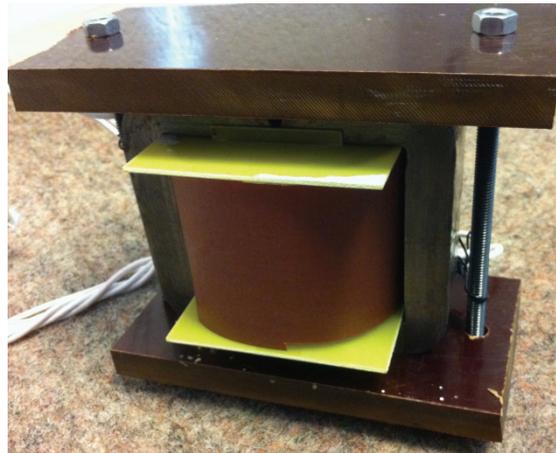


Figure 2-21. Transformateur réalisé à l'aide d'un circuit de type UMCCC128.

De plus, afin de limiter les fuites nous avons choisi de remplir la fenêtre de passage des conducteurs avec une rangée entière, au moins (soit 12 spires), pour un enroulement. Il s'ensuit que le bobinage comprend :

$$\begin{aligned} n_1 &= n_3 = 60 \\ n_2 &= 12 \end{aligned} \quad (2-57)$$

Le transformateur ainsi obtenu est assez surdimensionné.

## 2.3.6. Mesure des paramètres des modèles

### 2.3.6.1. Transformateur EE 65-27

#### 2.3.6.1.1. Mesure des résistances

La mesure en continu des résistances a donné pour les trois enroulements les résultats suivants :

$$\begin{aligned} r_{p,1} &= 31,5 \text{ m}\Omega \\ r_{p,2} &= 7,4 \text{ m}\Omega \\ r_{p,3} &= 32 \text{ m}\Omega \end{aligned} \quad (2-58)$$

valeurs comparables à celles calculées à partir de la longueur des enroulements.

### 2.3.6.1.2. Mesures à vide

La deuxième série de mesures concernent des mesures à vide. Seul l'un des ports est alimenté, les autres étant à vide (figures 2-14 et 2-15). Les tensions sont imposées par l'onduleur en fonctionnement.

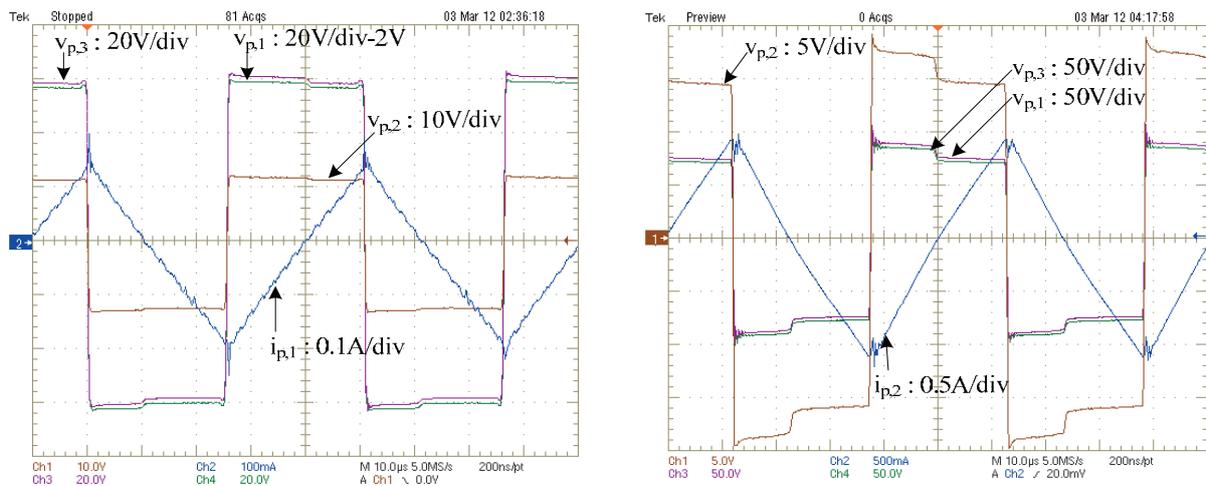


Figure 2-14. Alimentation d'un enroulement (1 à gauche et 2 à droite). Courant dans l'enroulement alimenté et tension aux bornes des trois enroulements.

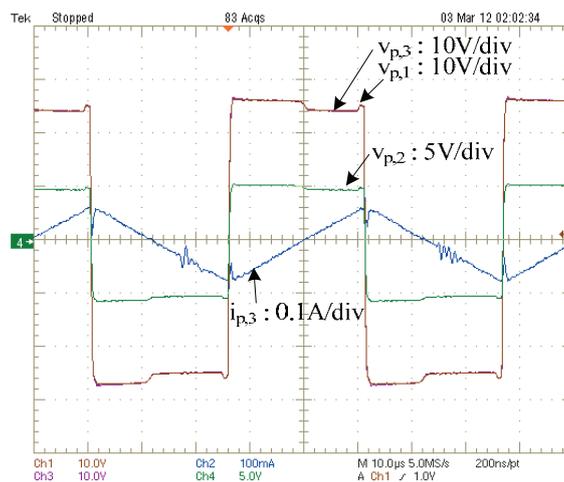


Figure 2-15. Alimentation de l'enroulement 3. Courant dans cet enroulement et tension aux bornes des trois enroulements.

Les formes d'onde obtenues dans ce cas montrent aussi que les termes résistifs des enroulements sont négligeables et si l'on considère par exemple l'alimentation du seul enroulement 1, les relations 2-1 et 2-2 conduisent à :

$$\begin{aligned}
 v_{p,1} &= L_{p,1} \cdot \frac{d}{dt} i_{p,1} \\
 v_{p,2} &= M_{1,2} \cdot \frac{d}{dt} i_{p,1} \\
 v_{p,3} &= M_{1,3} \cdot \frac{d}{dt} i_{p,1}
 \end{aligned}
 \tag{2-59}$$

et permettent de déterminer trois des six inconnues desdites relations.

Les résultats obtenus à partir des trois séries de mesure précédentes sont détaillés dans le tableau 2-5.

|                        | $L_{p,1}$ | $L_{p,2}$ | $L_{p,3}$ | $M_{1,2}$ | $M_{1,3}$ | $M_{2,3}$ |
|------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Alimentation du port 1 | 4,466     |           |           | 0,9277    | 4,466     |           |
| Alimentation du port 2 |           | 0,1945    |           | 0,9549    |           | 0,9456    |
| Alimentation du port 3 |           |           | 4,482     |           | 4,482     | 0,9147    |

Tableau 2-5. Paramètres déduits des mesures à vide.

Les résultats obtenus sont cohérents et présentent une dispersion comprise entre 0,3 et 3,3 % sur les valeurs des mutuelles selon le port considéré.

### 2.3.6.1.3. Mesures en court-circuit

En complément, des mesures à vide, on peut effectuer des mesures en court-circuit, une seule phase étant alimentée par un onduleur de tension, une autre étant court-circuitée.

Si l'on considère, par exemple, l'alimentation de l'enroulement 1, l'enroulement 2 étant court-circuité, on obtient à partir des équations 2-1 et 2-2 :

$$\begin{aligned}
 v_{p,1} &= L_{p,1} \cdot \frac{d}{dt} i_{p,1} + M_{1,2} \cdot \frac{d}{dt} i_{p,2} \\
 v_{p,22} &= M_{1,2} \cdot \frac{d}{dt} i_{p,1} + L_{p,2} \cdot \frac{d}{dt} i_{p,2} = 0
 \end{aligned}
 \tag{2-60}$$

Si l'on suppose connue les inductances, on peut déduire de cette relation deux valeurs de la mutuelle.

On obtient ainsi les résultats du tableau 2-6 qui donnent des valeurs de mutuelle voisines des valeurs précédemment calculées.

|                        | $M_{1,2}$ (mH) |        | $M_{1,3}$ (mH) |       | $M_{2,3}$ (mH) |        |
|------------------------|----------------|--------|----------------|-------|----------------|--------|
| Alimentation du port 1 | 0,9283         | 0,9129 | 4,313          | 4,55  |                |        |
| Alimentation du port 2 | 0,8967         | 0,9455 |                |       | 0,9460         | 0,9167 |
| Alimentation du port 3 |                |        | 4,509          | 4,347 | 0,9104         | 0,9508 |

Tableau 2-6. Paramètres déduits des mesures en court-circuit.

Ces valeurs sont voisines d'une série de mesure à l'autre et permettent de définir le terme  $M_0$  et les rapports  $k_2$  et  $k_3$  qui interviennent dans l'établissement du modèle en  $\Delta$  de la figure 2-12 utilisé pour la commande :

$$k_2 = \frac{M_{1,2}}{M_0} \quad (2-61)$$

$$k_3 = \frac{M_{1,3}}{M_0}$$

avec :

$$M_0 = \frac{M_{1,2} \cdot M_{1,3}}{M_{2,3}} \quad (2-62)$$

En moyennant les valeurs précédemment obtenues pour les mutuelles, on obtient :

$$M_0 = 4,43 \text{ mH}$$

$$k_2 = 0,209 \quad (2-63)$$

$$k_3 = 1,003$$

Lorsque l'on alimente le dispositif par un onduleur placé sur le port 1, le port 2 étant court-circuité et le port 3 ouvert, on obtient le schéma équivalent de la figure 2-16. Si l'on considère les formes d'onde obtenues (figure 2-17), on peut négliger les résistances des enroulements et écrire :

$$v_1 = \lambda'_{12} \cdot \frac{d}{dt} i_1 \quad (2-64)$$

avec :

$$\frac{1}{\lambda'_{12}} = \frac{1}{\lambda_{12}} + \frac{1}{\lambda_{13} + \lambda_{23}} \quad (2-65)$$

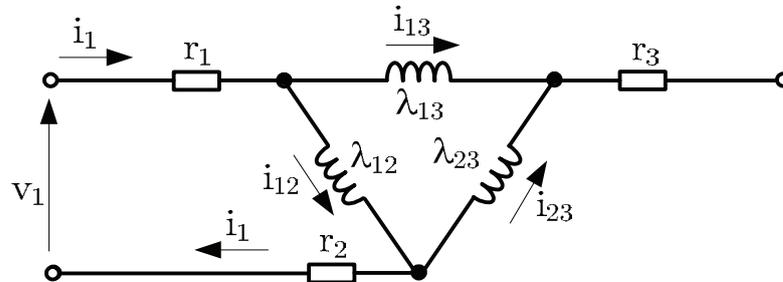


Figure 2-17. Schéma équivalent lorsque le port 1 est alimenté, 2 en court-circuit et 3 ouvert.

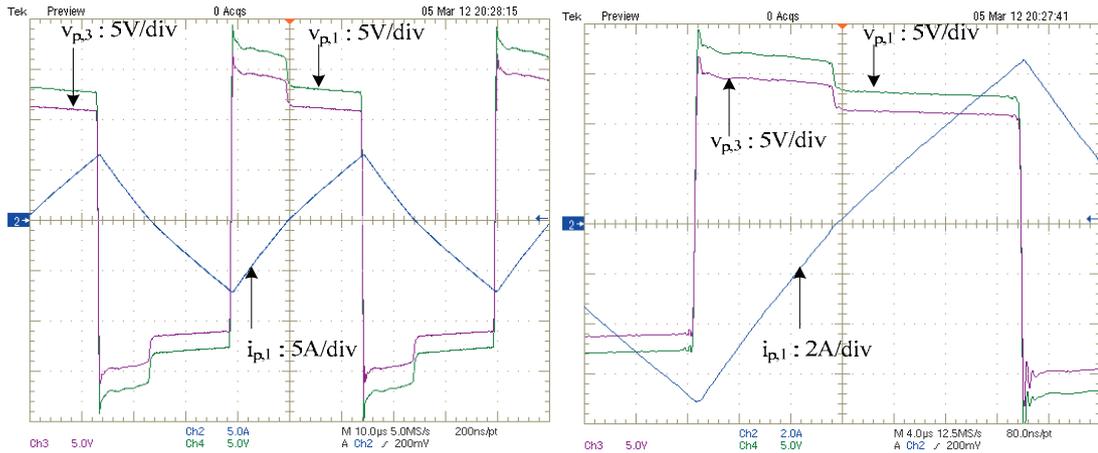


Figure 2-18. Tensions et courant dans le port 1, lorsque le port 1 est alimenté, 2 en court-circuit et 3 ouvert.

On déduit de cette figure :

$$\lambda'_{12} = 10,34 \mu\text{H} \quad (2-66)$$

Si maintenant on court-circuite le port 3 en ouvrant le port 2, on a :

$$v_1 = \lambda'_{13} \cdot \frac{d}{dt} i_1 \quad (2-67)$$

avec :

$$\frac{1}{\lambda'_{13}} = \frac{1}{\lambda_{13}} + \frac{1}{\lambda_{12} + \lambda_{23}} \quad (2-68)$$

On déduit de la figure 2-19 :

$$\lambda'_{13} = 10,98 \mu\text{H} \quad (2-69)$$

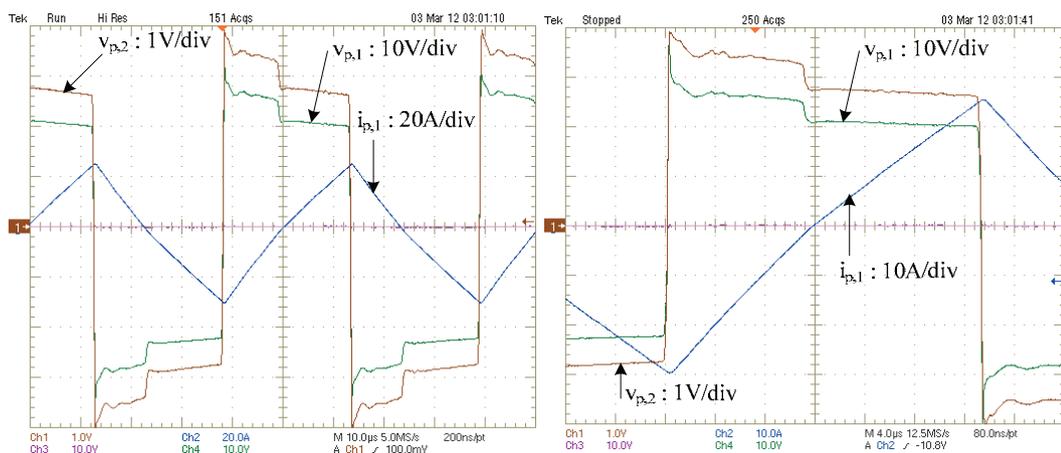


Figure 2-19. Tensions et courant dans le port 1, lorsque le port 1 est alimenté, 2 ouvert et 3 en court-circuit.

Lorsque l'on alimente le port 3, le port 2 étant court-circuité, on a les formes d'onde de la figure 2-20 et :

$$v_3 = \frac{V_{p,3}}{k_3} = \lambda'_{23} \cdot \frac{d}{dt} i_3 = k_3 \cdot \lambda'_{23} \cdot \frac{d}{dt} i_{p,3} \quad (2-70)$$

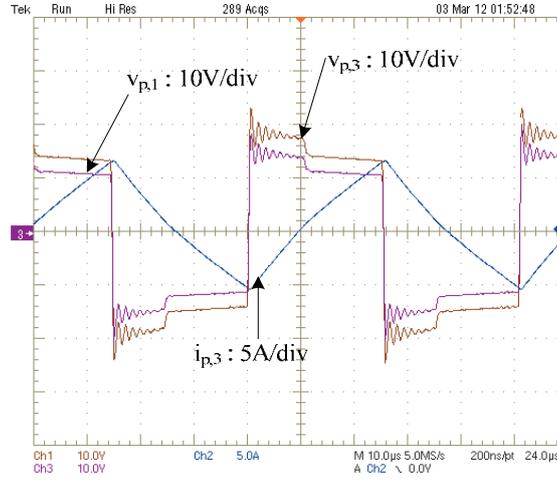


Figure 2-20. Tensions et courant dans le port 3, lorsque le port 3 est alimenté, 1 ouvert et 2 en court-circuit.

avec :

$$\frac{1}{\lambda'_{23}} = \frac{1}{\lambda_{23}} + \frac{1}{\lambda_{12} + \lambda_{13}} \quad (2-71)$$

On déduit de la figure 2-20 :

$$\lambda'_{23} = 7,95 \mu\text{H} \quad (2-72)$$

On aboutit ainsi au système d'équations :

$$\begin{aligned} \lambda'_{12} &= \frac{\lambda_{12} \cdot (\lambda_{13} + \lambda_{23})}{\lambda_{12} + \lambda_{13} + \lambda_{23}} \\ \lambda'_{13} &= \frac{\lambda_{13} \cdot (\lambda_{12} + \lambda_{23})}{\lambda_{12} + \lambda_{13} + \lambda_{23}} \\ \lambda'_{23} &= \frac{\lambda_{23} \cdot (\lambda_{12} + \lambda_{13})}{\lambda_{12} + \lambda_{13} + \lambda_{23}} \end{aligned} \quad (2-73)$$

En posant :

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{\lambda'_{13} + \lambda'_{23} - \lambda'_{12}}{2} \\ \alpha_2 &= \frac{\lambda'_{12} + \lambda'_{23} - \lambda'_{13}}{2} \\ \alpha_3 &= \frac{\lambda'_{12} + \lambda'_{13} - \lambda'_{23}}{2} \end{aligned} \quad (2-74)$$

on obtient :

$$\begin{aligned}\lambda_{12} &= \alpha_2 + \alpha_3 + \frac{\alpha_2 \cdot \alpha_3}{\alpha_1} = 16,02 \mu\text{H} \\ \lambda_{13} &= \alpha_1 + \alpha_3 + \frac{\alpha_1 \cdot \alpha_3}{\alpha_2} = 18,86 \mu\text{H} \\ \lambda_{23} &= \alpha_1 + \alpha_2 + \frac{\alpha_1 \cdot \alpha_2}{\alpha_3} = 10,29 \mu\text{H}\end{aligned}\quad (2-75)$$

Pour compléter le modèle, il faut ramener les résistances du côté du port 1 où est effectuée la modélisation :

$$\begin{aligned}r_1 &= r_{p,1} = 31,5 \text{ m}\Omega \\ r_2 &= \frac{r_{p,2}}{k_2^2} = 169 \text{ m}\Omega \\ r_3 &= \frac{r_{p,3}}{k_3^2} = 31,8 \text{ m}\Omega\end{aligned}\quad (2-76)$$

### 2.3.6.2. Transformateur UMCCC128

Pour ce deuxième transformateur, on a utilisé la même procédure de caractérisation qui a conduit aux différentes valeurs suivantes :

$$\begin{array}{lll}M_0 = 0,0364 \text{ H} & r_1 = 83 \text{ m}\Omega & \lambda_{12} = 218,4 \mu\text{H} \\ k_2 = 0,199 & r_2 = 479 \text{ m}\Omega & \lambda_{13} = 119,9 \mu\text{H} \\ k_3 = 0,998 & r_3 = 83,8 \text{ m}\Omega & \lambda_{23} = 110 \mu\text{H}\end{array}\quad (2-77)$$

## 2.4. Echange d'énergie dans le convertisseur à N ports

### 2.4.1. Principe

Pour un transformateur à N enroulements, si l'on considère le modèle *en polygone*, on peut exprimer la puissance délivrée ou reçue par un port comme la somme des puissances échangées avec chacun des autres ports :

$$P_n = \sum_{\substack{m=1 \\ n \neq m}}^N P_{nm} \quad (2-78)$$

où  $P_{nm}$  est la puissance transférée du port n au port m.

### 2.4.2. Calcul des courants dans modèle *en polygone*

Le schéma de la figure 2-21 permet de déterminer l'équation différentielle caractéristique de la branche n-m du modèle *en polygone* :

$$v_n - r_n \cdot i_n - \lambda_{n,m} \cdot \frac{d}{dt} i_{n,m} + r_m \cdot i_m - v_m = 0 \quad (2-79)$$

Les courants de sortie des sources  $i_n$  s'expriment à partir des courants dans les branches arrivant au port n et l'on peut donc écrire l'équation différentielle liant les courants  $i_{nm}$  sous la forme :

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \vdots \\ i_{nm} \\ \vdots \end{pmatrix} = A \cdot \begin{pmatrix} \vdots \\ i_{nm} \\ \vdots \end{pmatrix} + B \cdot \begin{pmatrix} \vdots \\ v_n \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (2-80)$$

L'ordre de ce système correspond aux nombres de branches du modèle en polygone soit  $N \cdot (N-1)/2$ . La matrice A contient sur la ligne correspondant à la branche n-m des termes pour toutes les branches liées aux ports n ou m. Pour la matrice B, chaque ligne comporte outre des zéros, un 1 pour la colonne correspondant à la source  $v_n$  et un -1 pour celle correspondant à  $v_m$ .

Si l'on suppose que les tensions d'alimentation des ports sont imposées par les sources, cette équation différentielle a une solution simple comme nous le verrons ultérieurement.

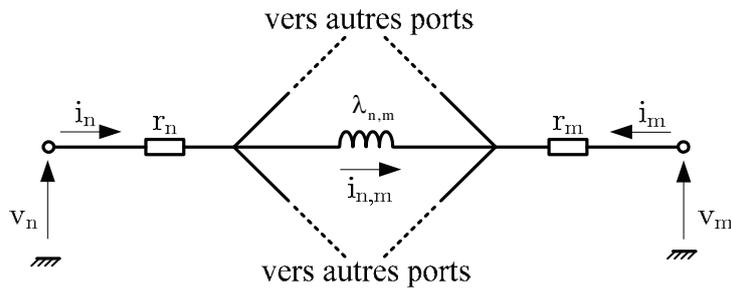


Figure 2-21. Schéma de la branche n, m du modèle Δ.

### 2.4.3. Caractérisation de l'échange d'énergie

Si l'on néglige les résistances, l'équation (2-34) se simplifie et conduit à une solution analytique pour le courant  $i_{n,m}$ . Si l'on considère que les enroulements du transformateur sont connectés à des onduleurs de tension fonctionnant en mode  $180^\circ$  (figure 2-22), on obtient :

Si  $\varphi_n$  est plus petit que  $\varphi_m$ , sur l'intervalle  $[\varphi_n, \varphi_m]$  le courant s'écrit :

$$i_{n,m}(\theta) = \frac{1}{\lambda_{n,m} \cdot \omega} \cdot \left( (V_n + V_m) \cdot \left( \theta - \frac{\varphi_n + \varphi_m}{2} \right) + (V_n - V_m) \cdot \left( \frac{\varphi_m - \varphi_n - \pi}{2} \right) \right) \quad (2-81)$$

et sur l'intervalle  $[\varphi_m, \varphi_n + \pi]$  :

$$i_{n,m}(\theta) = \frac{1}{\lambda_{n,m} \cdot \omega} \cdot \left( (V_n - V_m) \cdot \left( \theta - \frac{\varphi_m + \varphi_n + \pi}{2} \right) + (V_n + V_m) \cdot \left( \frac{\varphi_m - \varphi_n}{2} \right) \right) \quad (2-82)$$

où  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ , f étant la fréquence de commande des onduleur.

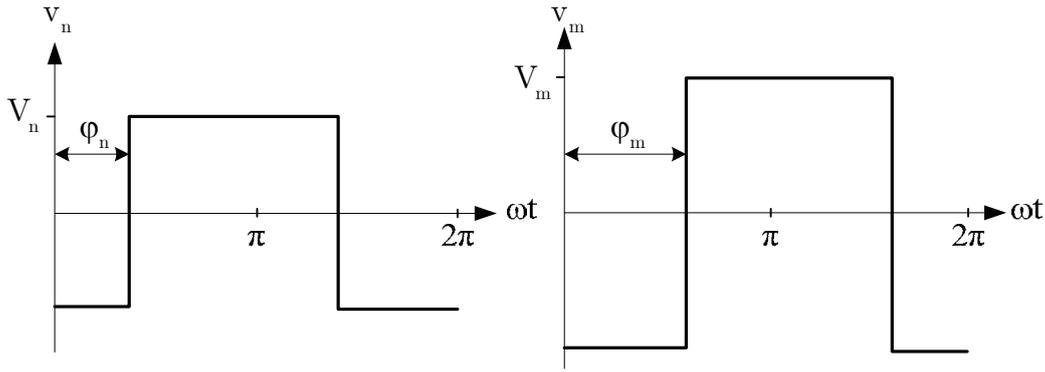


Figure 2-22. Tensions d'alimentation des ports n et m.

Si  $\varphi_n$  est plus grand que  $\varphi_m$ , sur l'intervalle  $[\varphi_m, \varphi_n]$ , on a :

$$i_{n,m}(\theta) = \frac{1}{\lambda_{n,m} \cdot \omega} \cdot \left( -(V_n + V_m) \cdot \left( \theta - \frac{\varphi_m + \varphi_n}{2} \right) + (V_n - V_m) \cdot \left( \frac{\varphi_n - \varphi_m - \pi}{2} \right) \right) \quad (2-83)$$

et sur l'intervalle  $[\varphi_n, \varphi_m + \pi]$  :

$$i_{n,m}(\theta) = \frac{1}{\lambda_{n,m} \cdot \omega} \cdot \left( (V_n - V_m) \cdot \left( \theta - \frac{\varphi_n + \varphi_m + \pi}{2} \right) - (V_n + V_m) \cdot \left( \frac{\varphi_n - \varphi_m}{2} \right) \right) \quad (2-84)$$

Sur les autres intervalles de la période, le courant vérifie :

$$i_{n,m}(\theta) = -i_{n,m}(\theta \pm \pi) \quad (2-85)$$

On obtient ainsi les courants représentés sur la figure 2-23.

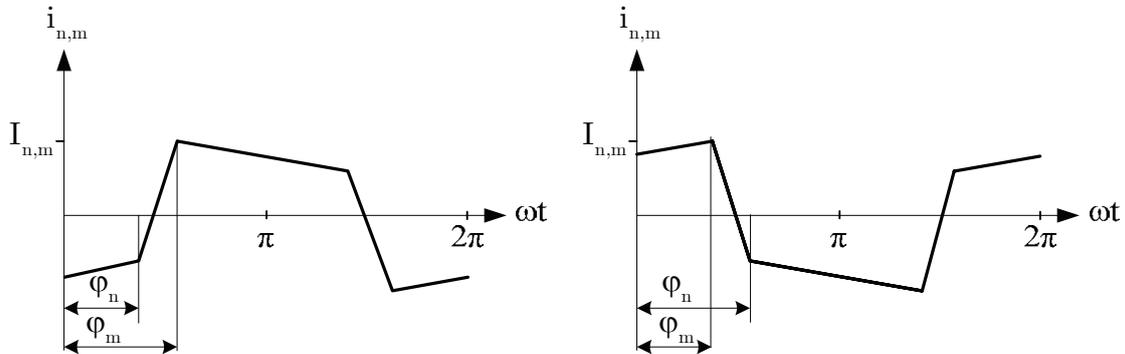


Figure 2-23. Courant  $i_{n,m}$  pour  $\varphi_n < \varphi_m$  (à gauche) et  $\varphi_n > \varphi_m$  (à droite).

La puissance échangée entre les ports n et m est déduite de l'expression analytique du courant et a pour valeur :

$$\begin{aligned} P_{n,m}(\theta) &= \frac{1}{\pi} \cdot \int_{\varphi_n \text{ or } m}^{\varphi_m \text{ or } n + \pi} (i_{n,m}(\theta) \cdot v_m(\theta)) \cdot d\theta \\ &= \frac{V_n \cdot V_m}{\lambda_{nm} \cdot \omega} (\varphi_m - \varphi_n) \cdot \left( 1 - \frac{|\varphi_m - \varphi_n|}{\pi} \right), \quad \forall (\varphi_m - \varphi_n) \in \left\{ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right\} \end{aligned} \quad (2-86)$$

Cette puissance dépend de l'amplitude des tensions d'entrée  $V_n$  et  $V_m$  des onduleurs et du déphasage  $\varphi_m - \varphi_n$  des commandes des deux onduleurs. Pour un système donné, les tensions d'entrée des onduleurs seront généralement des grandeurs fixes (en dehors des plages de démarrage du dispositif) et c'est donc le déphasage des commandes des onduleurs associés aux différents ports qui permettra le réglage des échanges d'énergie.

## 2.5. Conclusion

Dans ce chapitre, le transformateur à N-enroulements et ses modèles pour un convertisseur à N ports ont été présentés. Le modèle du transformateur, qui permet de calculer simplement l'échange d'énergie entre les différents ports du convertisseur, a été présenté.

Le modèle *étoile* est obtenu en transférant les grandeurs caractéristiques dans un des ports. On obtient ensuite un modèle en *polygone* qui ne néglige aucun élément.

Les seuls paramètres négligées dans la modélisation de type circuit électrique sont la saturation et les pertes fer. Nous verrons dans le prochain chapitre que le mode de commande utilisé permet cette simplification.

Deux transformateurs ont été réalisés et nous avons détaillé la méthode permettant de calculer les éléments du modèle en *polygone*.

Le chapitre s'est terminé par le calcul de la puissance échangé entre deux ports.

# **CHAPITRE 3**

## **CONVERTISSEUR CONTINU-CONTINU ISOLE**

### **3-PORT**



### 3.1. Introduction

Dans ce chapitre, deux lois de commandes vont être proposées pour le contrôle du convertisseur 3-port. Le convertisseur 3-port utilisé relie une source principale de type pile à combustible, un organe de stockage de type supercondensateur et une charge.

La première méthode étend la structure de commande proposée par Thounthong et al. [Tho05] et [Tho07] qui avait été définie dans le cas d'une structure non-isolée. Cette méthode utilise un régulateur linéaire pour contrôler la puissance fournie par la pile à combustible et la tension de sortie est contrôlée via l'énergie électrostatique stockée dans la capacité de sortie. Le contrôle de l'ensemble étant bien sûr basé sur le modèle du transformateur 3 ports présenté dans le chapitre 2. Les propriétés dynamiques de l'asservissement sont donc définies autour d'un point de fonctionnement.

La seconde méthode est basée le concept de platitude, généralisant l'approche de commande développé par Payman et al. [Pay09a], [Pay09b]. Après avoir démontré que le système considéré pouvait être défini comme un système différentiellement plat un contrôle non-linéaire de l'ensemble est défini. Ce type de contrôle permet donc d'une part de définir des propriétés dynamiques indépendamment du point de fonctionnement mais d'autre part, une planification adaptée des trajectoires permet de prendre en compte l'ensemble des contraintes imposées aussi bien par les différentes sources que par le convertisseur.

Ces deux méthodes de contrôles vont être testées par des résultats de simulation et validé grâce à des résultats expérimentaux.

### 3.2. Three-port isolated DC-DC converter with fuel cell and supercapacitor

#### 3.2.1. Transformer model

For a three-port converter, one obtains from the previous section the  $\Delta$  model of the transformer represented on figure 3-1.

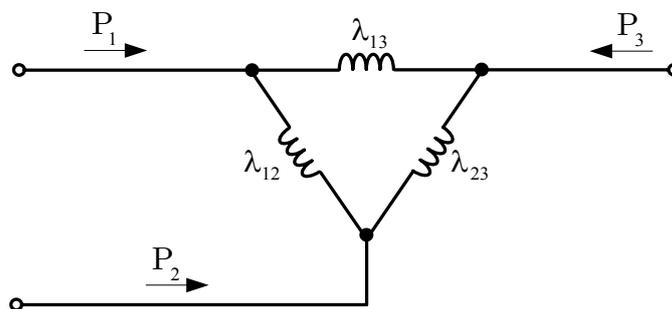


Figure 3-1.  $\Delta$  model of three-winding transformer.

Using the  $\Delta$  model of figure 3-1, one can deduce the power at all ports as the following:

$$\begin{aligned}
 P_1 &= P_{12} + P_{13} \\
 P_2 &= P_{21} + P_{23} \\
 P_3 &= P_{31} + P_{32}
 \end{aligned}
 \tag{3-1}$$

with:

$$\begin{aligned}
 P_{12} &= \frac{V_1 \cdot V_2}{\omega \cdot \lambda_{12}} \cdot \varphi_{12} \cdot \left(1 - \frac{|\varphi_{12}|}{\pi}\right) = -\frac{V_1 \cdot V_2}{\omega \cdot \lambda_{12}} \cdot \varphi_{21} \cdot \left(1 - \frac{|\varphi_{21}|}{\pi}\right) = -P_{21} \\
 P_{13} &= \frac{V_1 \cdot V_3}{\omega \cdot \lambda_{13}} \cdot \varphi_{13} \cdot \left(1 - \frac{|\varphi_{13}|}{\pi}\right) = -\frac{V_1 \cdot V_3}{\omega \cdot \lambda_{13}} \cdot \varphi_{31} \cdot \left(1 - \frac{|\varphi_{31}|}{\pi}\right) = -P_{31} \\
 P_{32} &= \frac{V_2 \cdot V_3}{\omega \cdot \lambda_{23}} \cdot \varphi_{32} \cdot \left(1 - \frac{|\varphi_{32}|}{\pi}\right) = -\frac{V_2 \cdot V_3}{\omega \cdot \lambda_{23}} \cdot \varphi_{23} \cdot \left(1 - \frac{|\varphi_{23}|}{\pi}\right) = -P_{23}
 \end{aligned}
 \tag{3-2}$$

and where:

$$\varphi_{i,j} = \varphi_j - \varphi_i$$

### 3.2.2. Hybrid source

The considered three-port converter is a hybrid source which contains a fuel cell as main source, a supercapacitor bank as auxiliary source and a load. The load consists in a DC-DC converter connected to a battery to obtain a bidirectional load. In the figure, the load is represented by a resistor. These different elements are separately connected to ports 1, 2 and 3 (figure 3-2).

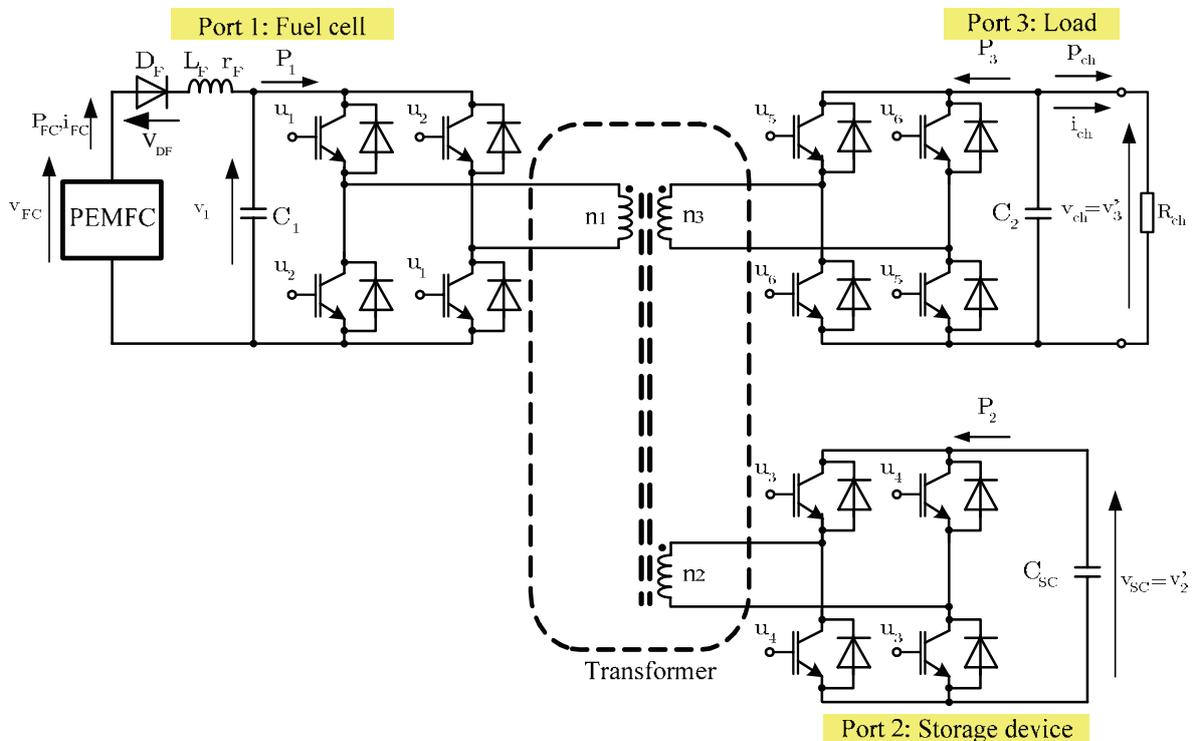


Figure 3-2. Three-port bidirectional isolated full-bridge DC-DC converter connected to fuel cell, supercapacitor and load.

### 3.2.3. First control strategy

The hybrid source system proposed by Thounthong et al. [Tho07] is shown in figure 3-3. This hybrid source uses a fuel cell and a supercapacitor bank connected to a dc bus. The fuel cell supplies energy to the dc bus through a current non-reversible dc/dc converter (*Boost* converter). The supercapacitor bank connects to the dc bus through a current reversible dc/dc converter (bidirectional Buck-Boost converter). These converters are known as non-isolated converters.

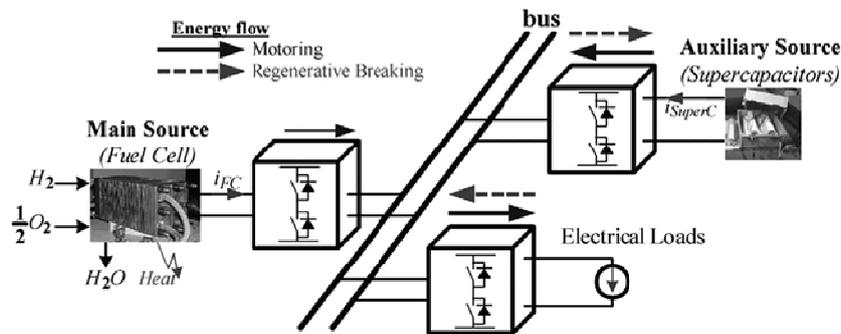


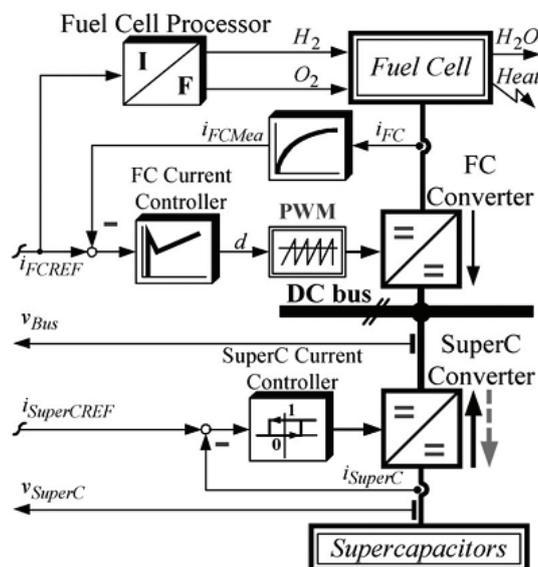
Figure 3-3. Hybrid source system proposed by [Tho07].

The function of the fuel cell is to supply average power to the load, whereas the storage device is used as a power source, which supplies transient power demand.

Almost control loops use linear controllers: the current of the *Boost* converter is controlled using a linear PID controller (figure 3-4 a). The energy of dc bus is regulated using PI controller to maintain the output voltage constant (figure 3-4 b) whereas the supercapacitor voltage is controlled using P controller (figure 3-4 c).

For the supercapacitor current loop, a hysteresis controller is utilized (figure 3-4 a). The slope of fuel cell current is limited by using a slope-limitation function to respect constraints of fuel cell system.

In this work, an isolated converter is used instead of the three non-isolated converters presented in [Tho05] and [Tho07].



(a)

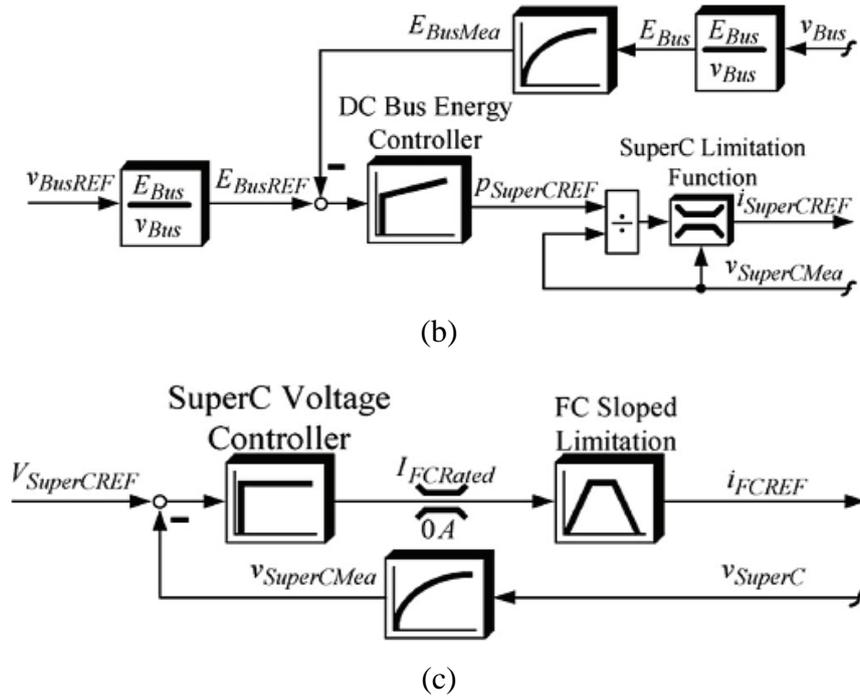


Figure 3-4. Control diagram [Tho07].

### 3.2.3.1. Principle

By measuring the DC current and voltage at each port, it gives the value of the different powers:

$$\begin{aligned}
 P_1 &= V_1 \cdot I_1 \\
 P_2 &= V_2 \cdot I_2 \\
 P_3 &= V_3 \cdot I_3
 \end{aligned} \tag{3-3}$$

To model the converter, let consider a small variation  $\tilde{x}$  of each variables  $x$  around its average value  $X$  ( $x = X + \tilde{x}$ ). If the voltage amplitudes are considered as constant over the switching period, one can write for the currents average values:

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \frac{P_{12} + P_{13}}{V_1} = \frac{V_2}{\omega \cdot \lambda_{12}} \cdot \Phi_{12} \cdot \left(1 - \frac{|\Phi_{12}|}{\pi}\right) + \frac{V_3}{\omega \cdot \lambda_{13}} \cdot \Phi_{13} \cdot \left(1 - \frac{|\Phi_{13}|}{\pi}\right) \\
 I_2 &= \frac{P_{21} + P_{23}}{V_2} = \frac{V_1}{\omega \cdot \lambda_{12}} \cdot \Phi_{21} \cdot \left(1 - \frac{|\Phi_{21}|}{\pi}\right) + \frac{V_3}{\omega \cdot \lambda_{23}} \cdot \Phi_{23} \cdot \left(1 - \frac{|\Phi_{23}|}{\pi}\right) \\
 I_3 &= \frac{P_{31} + P_{32}}{V_3} = \frac{V_1}{\omega \cdot \lambda_{13}} \cdot \Phi_{31} \cdot \left(1 - \frac{|\Phi_{31}|}{\pi}\right) + \frac{V_2}{\omega \cdot \lambda_{23}} \cdot \Phi_{32} \cdot \left(1 - \frac{|\Phi_{32}|}{\pi}\right)
 \end{aligned} \tag{3-4}$$

These relationships lead to the three linearized equations which defined the currents small variations according to the operation point:

$$\begin{aligned}
 \tilde{i}_1 &= \frac{V_2}{\omega \cdot \lambda_{12}} \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot |\Phi_{12}|}{\pi} \right) \cdot \tilde{\varphi}_{12} + \frac{V_3}{\omega \cdot \lambda_{13}} \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot |\Phi_{13}|}{\pi} \right) \cdot \tilde{\varphi}_{13} \\
 \tilde{i}_2 &= \frac{V_1}{\omega \cdot \lambda_{12}} \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot |\Phi_{21}|}{\pi} \right) \cdot \tilde{\varphi}_{21} + \frac{V_3}{\omega \cdot \lambda_{23}} \cdot \left( 1 - \frac{|\Phi_{23}|}{\pi} \right) \cdot \tilde{\varphi}_{23} \\
 \tilde{i}_3 &= \frac{V_1}{\omega \cdot \lambda_{13}} \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot |\Phi_{31}|}{\pi} \right) \cdot \tilde{\varphi}_{31} + \frac{V_2}{\omega \cdot \lambda_{23}} \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot |\Phi_{32}|}{\pi} \right) \cdot \tilde{\varphi}_{32}
 \end{aligned} \tag{3-5}$$

Considering a system without losses, the different powers and phase shifts verify the following relationships:

$$\begin{aligned}
 P_1 + P_2 + P_3 &= 0 \\
 \varphi_{12} + \varphi_{23} &= \varphi_{13}
 \end{aligned} \tag{3-6}$$

So the control of the power flow can be done by the control of two currents,  $i_1$  the current delivered by the fuel cell and  $i_3$  the load current. These two currents are supposed to be the output variables of the control done by the phase shifts  $\varphi_{13}$  and  $\varphi_{23}$ . These phase shifts are control variables. Then equations (3-5) lead to:

$$\begin{aligned}
 \tilde{i}_1 &= \frac{V_2}{\omega \cdot \lambda_{12}} \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot |\Phi_{13} - \Phi_{23}|}{\pi} \right) \cdot (\tilde{\varphi}_{13} - \tilde{\varphi}_{23}) + \frac{V_3}{\omega \cdot \lambda_{13}} \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot |\Phi_{13}|}{\pi} \right) \cdot \tilde{\varphi}_{13} \\
 \tilde{i}_3 &= -\frac{V_1}{\omega \cdot \lambda_{13}} \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot |\Phi_{13}|}{\pi} \right) \cdot \tilde{\varphi}_{13} - \frac{V_2}{\omega \cdot \lambda_{23}} \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot |\Phi_{23}|}{\pi} \right) \cdot \tilde{\varphi}_{23}
 \end{aligned} \tag{3-7}$$

One gets the small-signal linearized transfer function in the matrix form:

$$\begin{bmatrix} \tilde{i}_1 \\ \tilde{i}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{\varphi}_{13} \\ \tilde{\varphi}_{23} \end{bmatrix} = G_0 \cdot \begin{bmatrix} \tilde{\varphi}_{13} \\ \tilde{\varphi}_{23} \end{bmatrix} \tag{3-8}$$

where  $G_0$  is the gain matrix of the converter consisting of:

$$\begin{aligned}
 G_{11} &= \frac{V_2}{\omega \cdot \lambda_{12}} \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot |\Phi_{13} - \Phi_{23}|}{\pi} \right) + \frac{V_3}{\omega \cdot \lambda_{13}} \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot |\Phi_{13}|}{\pi} \right) \\
 G_{12} &= -\frac{V_2}{\omega \cdot \lambda_{12}} \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot |\Phi_{13} - \Phi_{23}|}{\pi} \right) \\
 G_{21} &= -\frac{V_1}{\omega \cdot \lambda_{13}} \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot |\Phi_{13}|}{\pi} \right) \\
 G_{22} &= -\frac{V_2}{\omega \cdot \lambda_{23}} \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot |\Phi_{23}|}{\pi} \right)
 \end{aligned} \tag{3-9}$$

The small-signal transfer function is simply shown on figure 3-5.

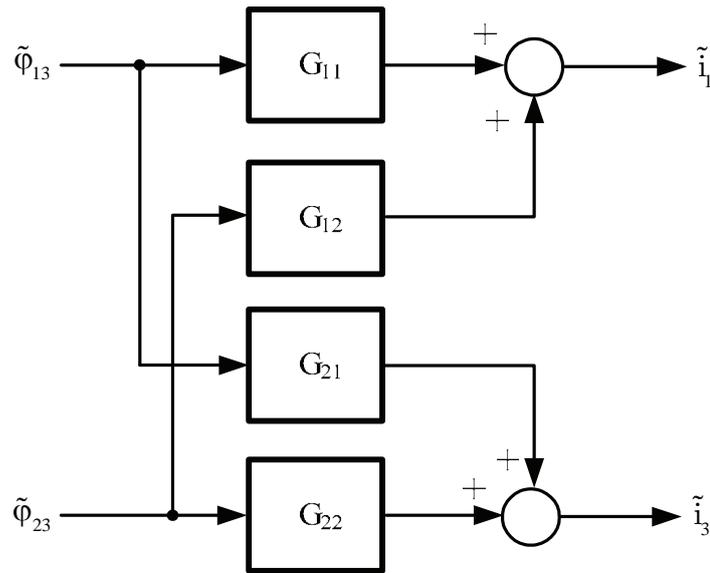


Figure 3-5. Control block diagram of the three-port isolated converter.

The current  $i_1$  is linked to the current delivered by the fuel cell through a low-pass filter  $F_1(s)$  (figure 3-6):

$$F_1(s) = \frac{1}{s^2 \cdot L_F \cdot C_1 + s \cdot r_F \cdot C_1 + 1} \quad (3-10)$$

Since the inductor  $L_F$  is negligible, this second order filter can be approximated as a first order system:

$$F_1(s) \approx \frac{1}{s \cdot r_F \cdot C_1 + 1} \quad (3-11)$$

Then one obtains the control block diagram of figure 3-6.

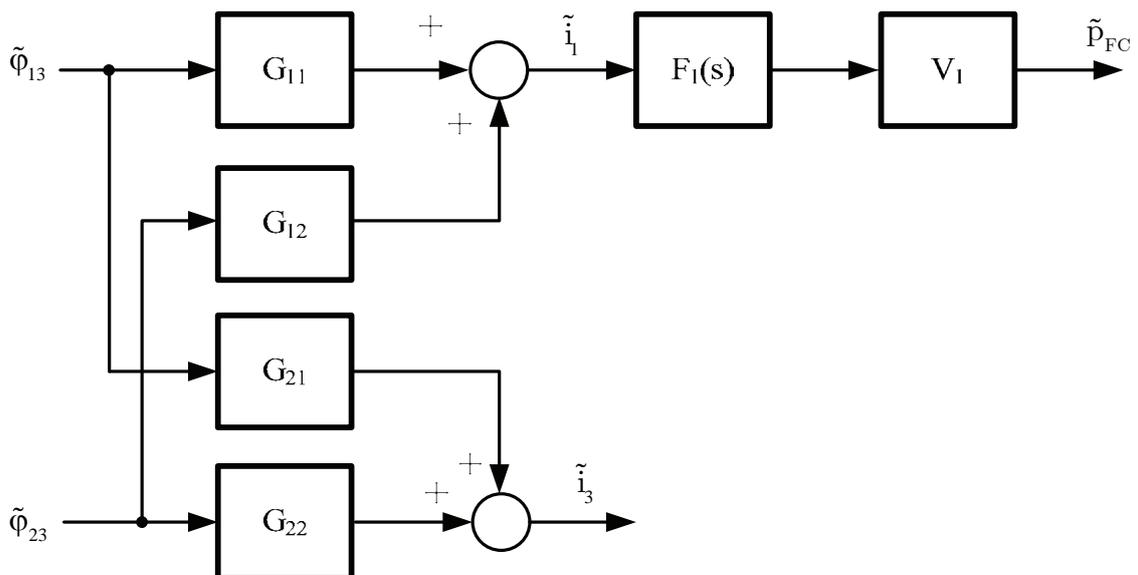


Figure 3-6. Control block diagram of the three-port isolated converter with the fuel cell.

The current loops of the system shown in figure 3-6 are coupled. To avoid the interaction between current loops, two techniques may be used. The first one separates the bandwidth of each control loop as mentioned in [Hai08]. The second one decouples the couple with the help of an auxiliary matrix H [Zha08]. This method is commonly used in motors and converters control [Hua09]. The matrix H verifies:

$$G \cdot \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} = G \cdot G^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-12)$$

The matrix H is connected in series with the original system as shown in figure 3-7.

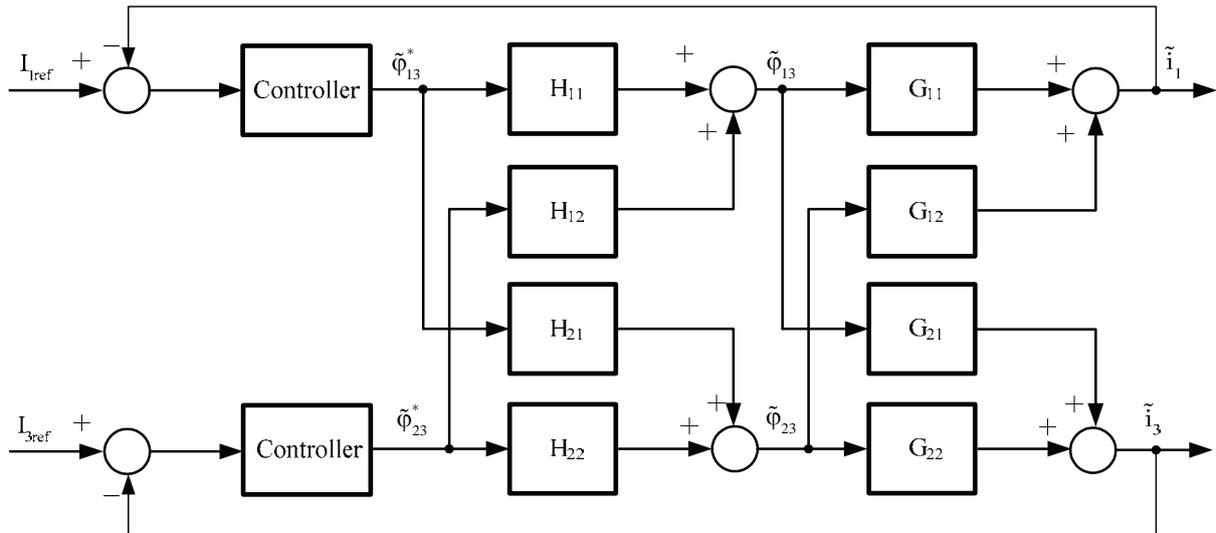


Figure 3-7. Control loop block diagram of the three-port isolated converter with a decoupling matrix H.

### 3.2.3.2. Fuel cell power control

Here, one uses the first technique in order to avoid the interaction between the two current loops. The complete control diagram for the current  $\tilde{i}_1$  is shown in figure 3-8.

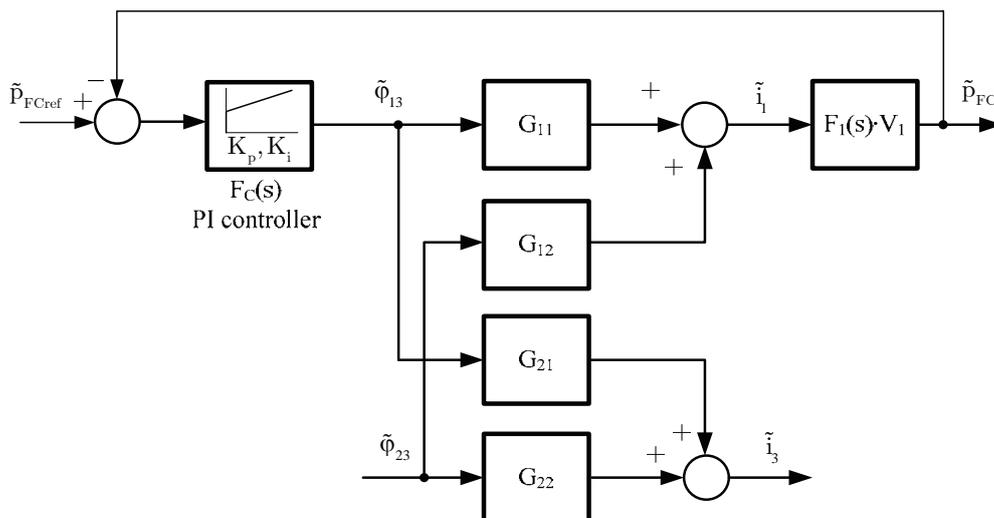


Figure 3-8. Control loop block diagram of the three-port isolated converter.

By supposing that the interaction between the current loop  $\tilde{i}_1$  and  $\tilde{i}_3$  is neglected, the power  $\tilde{P}_{FC}$  loop gain can be expressed as an open loop gain  $F_{PI,Bo}^I$  as:

$$F_{PFC,Bo} = F_C(s) \cdot G_{11} \cdot F_1(s) \cdot V_1 \quad (3-13)$$

where the PI-controller function  $F_C(s)$  is:

$$F_C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} \quad (3-14)$$

By fixing the response time of the input power loop, the parameters of this PI controller can be obtained as given in table 3-2.

|                     |                |
|---------------------|----------------|
| Switching frequency | 20 kHz         |
| $V_{p,1}$           | 60 V           |
| $V_{p,2} = V_{SC}$  | 13 V           |
| $V_{p,3} = V_{ch}$  | 60 V           |
| Supercapacitor (SC) | 13 V, 10 F     |
| $C_1$               | 1.1 mF         |
| $C_2$               | 7.1 mF         |
| $r_F$               | 500 m $\Omega$ |
| $n_1:n_2:n_3$       | 5:1:5          |
| $\lambda_{12}$      | 16.02 $\mu$ H  |
| $\lambda_{13}$      | 18.86 $\mu$ H  |
| $\lambda_{23}$      | 10.29 $\mu$ H  |

Table 3-1. System specifications.

|             |  |
|-------------|--|
| $K_p$       | 0.001 rad $\cdot$ W $^{-1}$            |
| $K_i$       | 0.03 rad $\cdot$ (W $\cdot$ s) $^{-1}$ |
| $\Phi_{13}$ | 0.138 rad                              |
| $\Phi_{23}$ | 0                                      |

Table 3-2. Control parameters.

### 3.2.3.3. Output voltage control

According to the converter model, another control variable is the phase shift  $\phi_{23}$  associated to the power  $p_{23}$  transferred from port 2 to port 3. These ports are connected to the supercapacitor and the output capacitor  $C_2$ . The power  $p_{23}$  should have a rapid response to increase the dynamic of the system. One uses energy control technique to control energy  $y_2$ , stored in the output capacitor  $C_2$ , instead of the load voltage  $V_{ch}$ . The energy  $y_2$  stored in the output capacitor  $C_2$  is used as a control output and the power  $p_{23}$  is selected as a control variable. The energy  $y_2$  and its reference  $y_{2ref}$  can be expressed as:

$$\begin{cases} y_2 = \frac{1}{2} C_2 \cdot v_{ch}^2 \\ y_{2ref} = \frac{1}{2} C_2 \cdot v_{chref}^2 \end{cases} \quad (3-15)$$

By supposing that all control variables ( $p_{FC}$  and  $p_{23}$ ) perfectly track their references ( $p_{FCref}$  and  $p_{23ref}$ ), one can deduce the reference signal  $p_{23ref}$  as:

$$p_{23ref} = p_{ch} + \dot{y}_2 - p_{13ref} \quad (3-16)$$

where  $p_{13ref}$  is the transferred power via  $\lambda_{13}$  and is calculated by using (3-2) with the phase-shift  $\varphi_{13}$  from the PI controller.  $\dot{y}_2$  is the derivative of energy stored in the output capacitor.  $\dot{y}_2$  can be found by using the following control law:

$$\dot{y}_2 = \dot{y}_{2ref} + 2 \cdot \zeta_n \cdot \omega_n \cdot (y_{2ref} - y_2) + \omega_n^2 \cdot \int (y_{2ref} - y_2) \cdot dt \quad (3-17)$$

where  $\omega_n$  is the cutoff angular frequency and  $\zeta_n$  is the damping factor.

To limit the value of  $p_{23ref}$ , the variations of the energy reference  $y_{2ref}$  are limited though a second order filter (figure 3-9):

$$F(s) = \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_f}\right)^2 + 2 \cdot \frac{\zeta_f}{\omega_f} \cdot s + 1} \quad (3-18)$$

where  $\omega_f$  is the cutoff angular frequency and  $\zeta_f$  the damping factor.

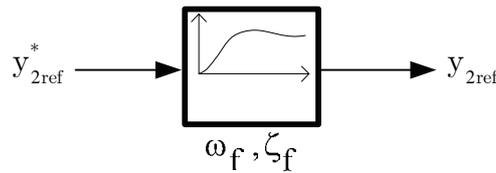


Figure 3-9. Block diagram of generating  $y_{2ref}$  from  $y_{2ref}^*$ .

The parameters  $\omega_n$  and  $\zeta_n$  can be found from the desired time response of the closed loop system.

To avoid the interaction between the fuel cell power and output voltage loops, the response time is chosen to be higher than the time response of the fuel cell control loop.

|            |                          |
|------------|--------------------------|
| $\omega_n$ | 1000 rad·s <sup>-1</sup> |
| $\zeta_n$  | 0.707                    |
| $\omega_f$ | 10 rad·s <sup>-1</sup>   |
| $\zeta_f$  | 1                        |

Table 3-3. Control parameters for output voltage control.

### 3.2.3.4. Control of the whole system

The complete block diagram of the proposed control is shown in figure 3-10. The power  $p_{13ref}$  and phase shift  $\phi_{23}$  are calculated using functions deduced from (3-2).

In order to deal with the constraints of the energy source, for example fuel cell, the current-changing rate relating to the fuel cell power  $p_{FC}$  must be limited. The fuel cell power reference  $p_{FC,ref}$  depends on the load and the level of voltage in the supercapacitor  $V_{SC}$ , which is regulated by a P controller with a constant  $k$ . This reference is filtered using a second order filter with a time constant  $\tau$  to limit its variation. The effect of the time constant  $\tau$  will be detailed hereafter.

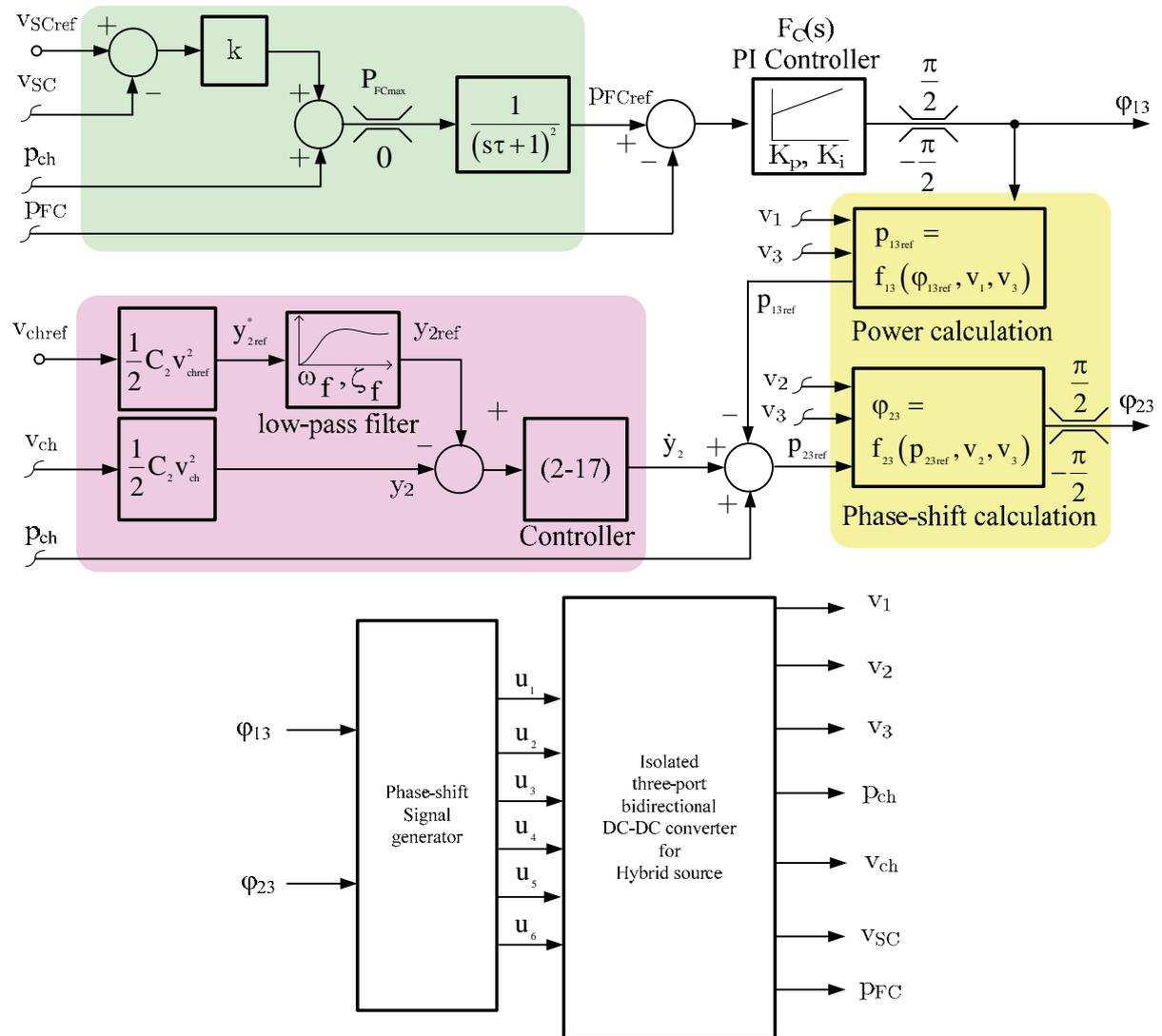


Figure 3-10. Control loop block diagram of the three-port isolated converter.

### 3.2.3.5. Generation of fuel cell power reference

To complete the control strategy, one has to study the variation of the current delivered by the fuel cell. Generally, the fuel cell power can be calculated by using the voltage and current like:

$$p_{FC} = i_{FC} \cdot v_{FC} \quad (3-19)$$

By differentiating this power equation, one gets the variation rates of  $p_{FC}$  and  $i_{FC}$  as:

$$\frac{d}{dt} p_{FC} = \frac{d}{dt} i_{FC} \cdot \left( i_{FC} \cdot \left( \frac{d}{di_{FC}} v_{FC} \right) + v_{FC} \right) \quad (3-20)$$

$$\frac{d}{dt} i_{FC} = \frac{\frac{d}{dt} p_{FC}}{i_{FC} \cdot \left( \frac{d}{di_{FC}} v_{FC} \right) + v_{FC}} \quad (3-21)$$

Note that the term  $\frac{dv_{FC}}{di_{FC}}$  can be found by using the experimental current-voltage static-characteristic of the used fuel cell.

Thank to directly controlling  $p_{FC}$  relating to the load power and the error of supercapacitor voltage, the current changing rate is easy to calculate. By supposing that the fuel cell power  $p_{FC}$  tracks well the power references  $p_{FCref}$ , the supercapacitor is fully charged, the output voltage  $v_{ch}$  equals its reference, and  $v_{ch}$  and  $v_{SC}$  do not change with a stepping load from the initial load power  $P_{ch,init}$  to the final power  $P_{ch,final}$ , therefore,  $\dot{y}_{2ref} = 0$ . With the mentioned assumptions, one obtains  $p_{FCref}^* = p_{ch}$ . When the step signal  $p_{FCref}^*$  passes the second order low-pass filter, it becomes:

$$p_{FCref} = \frac{e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot P_{ch,init} \cdot (t + \tau) - P_{ch,final} \cdot \left( t \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \tau \cdot \left( e^{-\frac{t}{\tau}} - 1 \right) \right)}{\tau} \quad (3-22)$$

In the same manner  $v_{FC}$  and  $i_{FC}$  can be found by using the static power-current and power-voltage characteristic curve of the fuel cell. Finally, one obtains the current changing rate:

$$\frac{d}{dt} i_{FC} = \frac{e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot t \cdot (P_{ch,final} - P_{ch,init})}{\left( i_{FC} \cdot \frac{dv_{FC}}{di_{FC}} + v_{FC} \right) \cdot \tau^2} \quad (3-23)$$

The fuel cell current-changing rate is a function of the time constant value  $\tau$ . Then this variation can be limited as one needs. By choosing the minimum value of the time constant value  $\tau_{min}$ , the maximum value of the fuel cell current-changing rate, which relates to the maximum step load, is limited. With the chosen time constant value  $\tau_{min}$ , the fuel cell current-changing rate will not be over than the setting value for all step loads. The fuel cell current-changing rate is calculated by using the fuel cell characteristic curves shown in figure 3-11 and

is plotted in figure 3-12 when the load power is stepped from 50 to 150W. The higher the value of the time constant is, the smaller current-change rate of  $i_{FC}$  has to be.

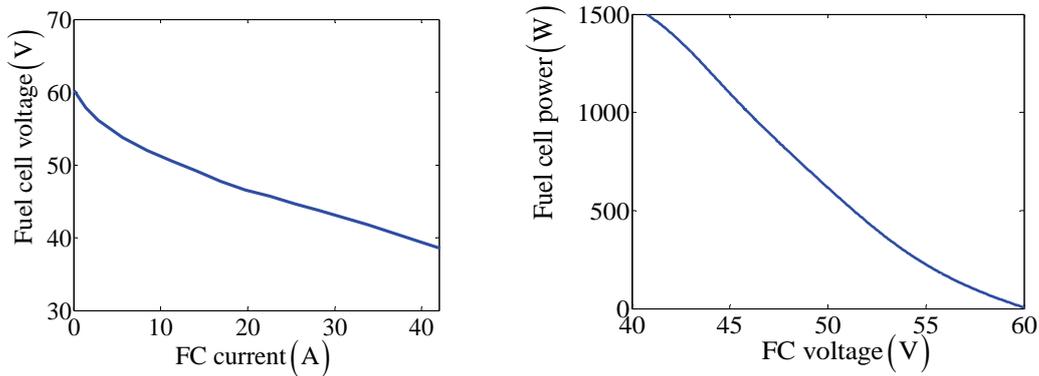


Figure 3-11. Example of static characteristics of the fuel cell, voltage-current (left) and power-voltage (right).

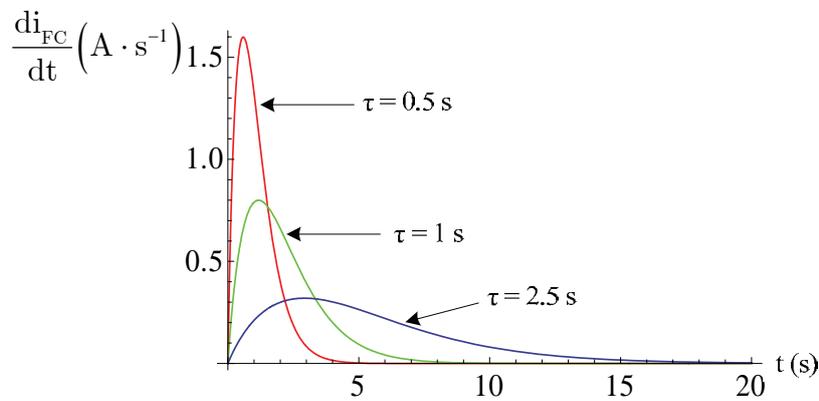


Figure 3-12. Example of theoretical fuel cell current-changing rate for several time constant  $\tau$  values.

### 3.2.3.6. Simulation results

To verify the proposed strategy, the system is simulated with Saber for the power circuit and Matlab/Simulink for the control algorithm. The simulation parameters are given in tables 3-1, 3-2 and 3-3 and the time constant  $\tau = 0.1$  s and  $k = 500 \text{ W}\cdot\text{V}^{-1}$ .

A load profile consisting of step loads to show the system behavior in a normal mode, an overload mode and a regenerative mode is introduced. The results are given in figures 3-13 and 3-14.

The fuel cell power  $p_{FC}$  tracks its reference and is limited at  $P_{FCmax} = 400\text{W}$ . The slope of the current is limited.

However, there is a little overshoot effect during load steps due to the fact that the control loops are not totally decoupled.

The bandwidths of both control loops are separated. The supercapacitor power supplies power to load during load step while the fuel cell provides low dynamic response. For the output voltage  $v_{ch}$ , it can be regulated even during load steps and independently of input voltage  $v_{FC}$  variations.

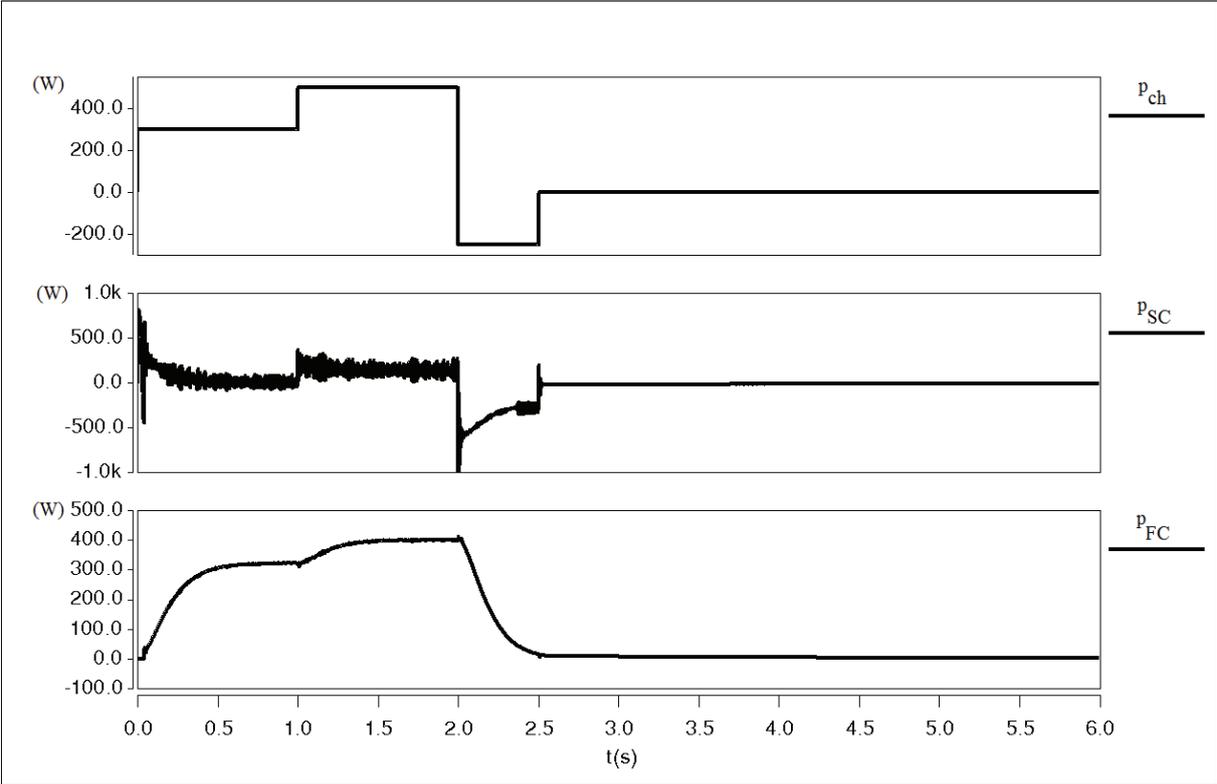


Figure 3-13. Simulation results, load power  $p_{ch}$  (top), supercapacitor power  $p_{SC}$  (middle), and fuel cell power  $p_{FC}$  (bottom).

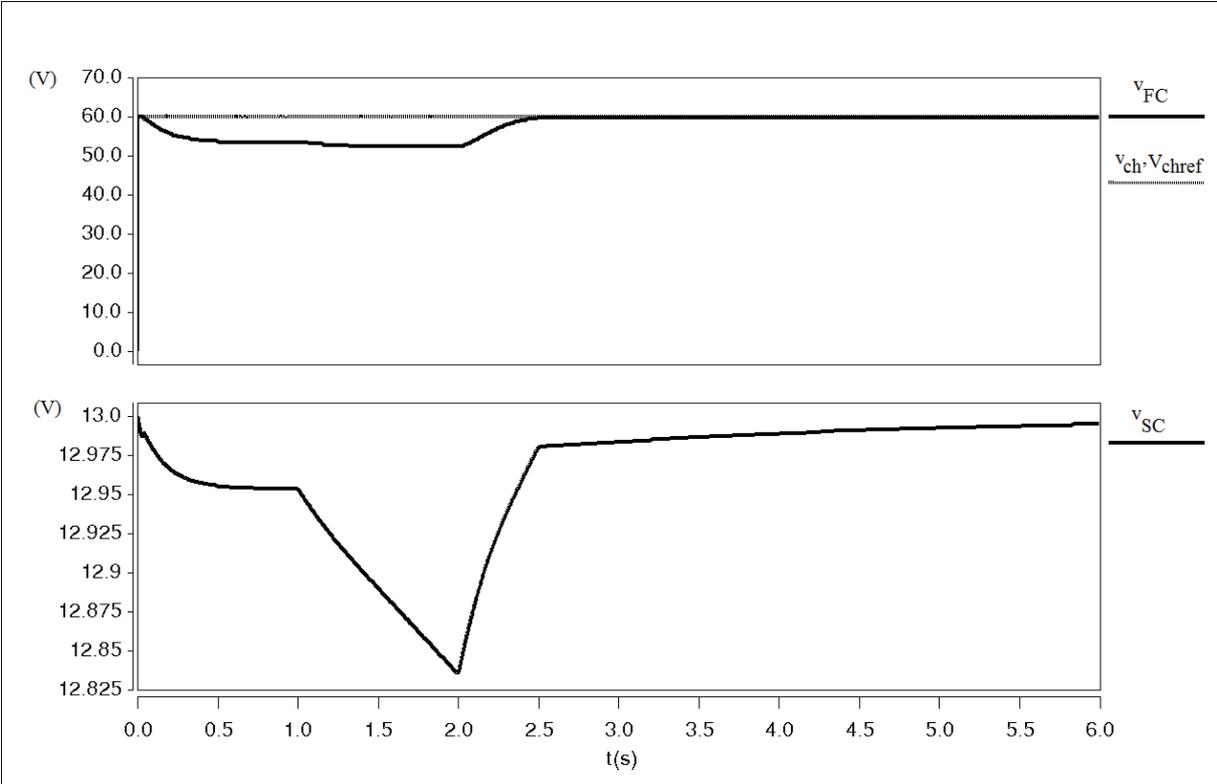


Figure 3-14. Simulation results, fuel cell voltage  $v_{FC}$ , load voltage  $v_{ch}$  and its reference  $V_{chref}$  (top) and supercapacitor voltage  $v_{SC}$  when  $V_{SCref} = 13V$  (bottom).

### 3.2.4. Deuxième stratégie de contrôle

La deuxième stratégie de contrôle envisagée est basée sur le concept de platitude des systèmes différentiels. Cette stratégie de commande a été initiée au laboratoire dans les travaux de Payman et al. [Pay09a] pour contrôler une source hybride 3-port non-isolée.

Nous allons montrer, dans un premier temps, que le choix de grandeurs particulières permettent de considérer le système comme un système différentiellement plat. Cette nouvelle modélisation permettra de définir une stratégie de commande sans commutations d'algorithmes, permettant de prendre en compte tous les contraintes du système aussi bien en régimes permanents que transitoires.

#### 3.2.4.1. Introduction sur les Systèmes différentiellement plats

Le concept de platitude a été proposé il y a une quinzaine d'années [Fli95], [Mar03] et a été utilisé dans différentes applications du génie électrique. On peut citer par exemple la commande de convertisseur *Boost* [Web04], de redresseur de type Vienna [Tod06], de redresseur contrôlé [Gen09] ou de source hybride à base de pile à combustible [Pay09b]. Ce dernier exemple est une des utilisations du concept de platitude dans le laboratoire GREEN [Sha10], [Zan10].

De façon succincte, un système représenté par un vecteur d'état  $x$  de dimension  $n$  et comportant  $m$  entrées représentées par un vecteur  $u$  et dont le comportement est régi par une équation d'état  $\dot{x} = f(x, u)$  est dit plat, si l'on peut définir une sortie plate  $y$  de dimension  $m$ , fonction du vecteur  $x$  et des dérivées du vecteur d'entrée :

$$y = \Phi \left( x, u, \dot{u}, \dots, u^{(s)} \right) \quad (3-24)$$

où  $s$  est entier, et à partir de laquelle on peut exprimer les vecteurs d'état et d'entrée :

$$x = \Lambda \left( y, \dot{y}, \dots, y^{(r)} \right) \quad (3-25)$$

$$u = \Psi \left( y, \dot{y}, \dots, y^{(r+1)} \right) \quad (3-26)$$

$r$  étant un entier.

#### 3.2.4.2. Contrôle basé sur le concept de platitude

Le convertisseur trois ports considéré est représenté sur la figure 3-15. Le modèle du transformateur est détaillé dans le chapitre précédent. L'expression des puissances est détaillée dans la relation 3-2. Les pertes dans les convertisseurs statiques et dans le transformateur sont négligées.

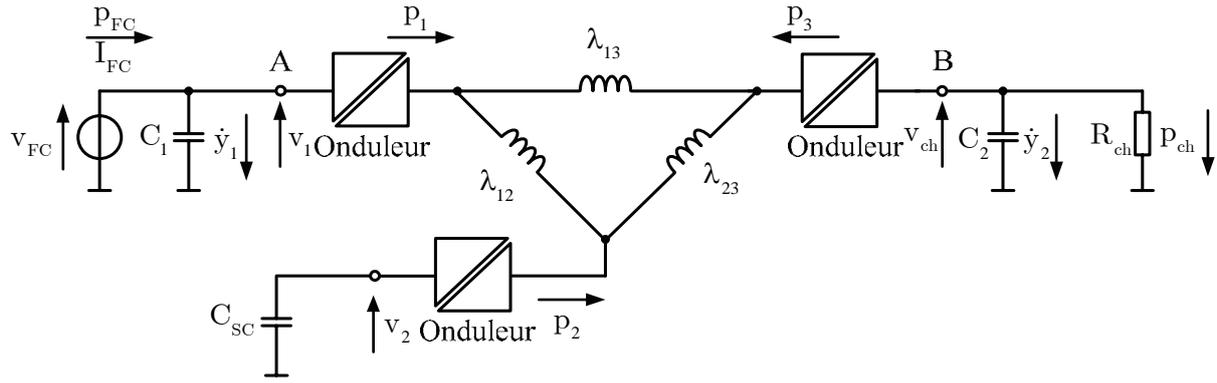


Figure 3-15. Schéma de la source hybride pour la deuxième stratégie de contrôle.

### Recherche du vecteur de sortie plate

Le vecteur de sortie plate candidat  $y$  est défini par les composantes  $y_1$  et  $y_2$  représentant les énergies électrostatiques stockées dans les capacités  $C_1$  et  $C_2$  :

$$\begin{aligned} y_1 &= \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot v_1^2 \\ y_2 &= \frac{1}{2} \cdot C_2 \cdot v_{ch}^2 \end{aligned} \quad (3-27)$$

La capacité  $C_1$  est la capacité d'entrée de l'onduleur de la pile à combustible, la capacité  $C_2$  est la capacité de sortie côté charge.

Les composantes du vecteur représentant les variables d'état du système réduit sont les tensions aux bornes de ces capacités. On considère, dans ce modèle, que les variations de l'énergie stockée dans le transformateur est négligeable vis à vis de la puissance transitée via le transformateur. Les différentes composantes du vecteur d'état  $x = [v_1, v_{ch}]$  s'expriment à partir des composantes du vecteur de sortie plate  $y = [y_1, y_2]$  par les relations :

$$\begin{aligned} v_1 &= \sqrt{\frac{2 \cdot y_1}{C_1}} = \Lambda(y_1) \\ v_{ch} &= \sqrt{\frac{2 \cdot y_2}{C_2}} = \Lambda(y_2) \end{aligned} \quad (3-28)$$

On considère comme grandeurs de commande, correspondant aux composantes du vecteur d'entrées, les puissances échangées  $p_{12}$  entre la pile à combustible et les supercondensateurs et  $p_{13}$  entre la pile et la charge. Ceci permet de contrôler parfaitement la puissance fournie par la pile à combustible et ainsi de prendre en compte les contraintes imposées par la pile à combustible.

D'après la figure 3-15, on peut écrire :

$$\dot{y}_1 = p_{FC} - p_1 = p_{FC} - p_{12} - p_{13} \quad (3-29)$$

$$\dot{y}_2 = -p_3 - p_{ch} = p_{13} + p_{23} - p_{ch} \quad (3-30)$$

En utilisant les relations (3-2), on peut écrire les déphasages  $\phi_{12}$  et  $\phi_{13}$  sous la forme :

$$\begin{aligned}\varphi_{12} &= \varepsilon_{12} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{4 \cdot \varepsilon_{12} \cdot p_{12} \cdot \lambda_{12} \cdot \omega}{\pi \cdot v_1 \cdot v_2}} \right) \\ \varphi_{13} &= \varepsilon_{13} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{4 \cdot \varepsilon_{13} \cdot p_{13} \cdot \lambda_{13} \cdot \omega}{\pi \cdot v_1 \cdot v_3}} \right)\end{aligned}\quad (3-31)$$

où les termes  $\varepsilon_{12}$  et  $\varepsilon_{13}$  correspondent aux signes des déphasages  $\varphi_{12}$  et  $\varphi_{13}$ .

Comme :

$$\varphi_{23} = \varphi_{21} + \varphi_{13} \quad (3-32)$$

on peut écrire la puissance  $p_{23}$  sous la forme :

$$\begin{aligned}p_{23} &= \frac{v_2 \cdot v_3}{\omega \cdot \lambda_{23}} \cdot \varphi_{23} \cdot \left( 1 - \frac{\varepsilon_{23} \cdot \varphi_{23}}{\pi} \right) \\ &= \frac{v_2 \cdot v_3}{\omega \cdot \lambda_{23}} \cdot (\varphi_{13} - \varphi_{12}) \cdot \left( 1 - \frac{\varepsilon_{23} \cdot (\varphi_{13} - \varphi_{12})}{\pi} \right)\end{aligned}\quad (3-33)$$

soit :

$$p_{23} = \frac{v_2 \cdot v_3}{\omega \cdot \lambda_{23}} \cdot \left( \varepsilon_{13} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{4 \cdot \varepsilon_{13} \cdot p_{13} \cdot \lambda_{13} \cdot \omega}{\pi \cdot v_1 \cdot v_3}} \right) - \varepsilon_{12} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{4 \cdot \varepsilon_{12} \cdot p_{12} \cdot \lambda_{12} \cdot \omega}{\pi \cdot v_1 \cdot v_2}} \right) \right) \cdot \left( 1 - \frac{\varepsilon_{23} \cdot \left( \varepsilon_{13} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{4 \cdot \varepsilon_{13} \cdot p_{13} \cdot \lambda_{13} \cdot \omega}{\pi \cdot v_1 \cdot v_3}} \right) - \varepsilon_{12} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{4 \cdot \varepsilon_{12} \cdot p_{12} \cdot \lambda_{12} \cdot \omega}{\pi \cdot v_1 \cdot v_2}} \right) \right)}{\pi} \right) \quad (3-34)$$

En éliminant  $p_{12}$  de cette expression à l'aide de la relation (3-29), on obtient, à partir de la relation (3-30), une relation définissant la puissance  $p_{13}$  à partir des composantes de la sortie plate et de ces dérivés. Connaissant  $p_{13}$ , la relation (3-29) donne  $p_{12}$ . Les tensions étant aussi définies à partir des sorties plates (relation 3-28), on peut écrire les grandeurs d'entrée sous la forme :

$$\begin{aligned}p_{12} &= \Psi_{12}(y_1, \dot{y}_1, y_2, \dot{y}_2) \\ p_{13} &= \Psi_{13}(y_1, \dot{y}_1, y_2, \dot{y}_2)\end{aligned}\quad (3-35)$$

Si l'on considère les définitions données au début de ce paragraphe, les relations (3-28) et (3-35) montrent que le système peut être considéré comme un système différentiellement plat.

### ***Définition des trajectoires***

Le comportement dynamique d'un système plat est lié à la dynamique des trajectoires définie pour le vecteur de sorties plates. Cela signifie que l'on peut prendre en compte les contraintes imposées par les différents éléments du système. Pour le système considéré, les principales contraintes sont dues à la pile à combustible ( $di_{FC}/dt$  max et  $P_{FCmax}$ ) et aux éléments du convertisseur.

Dans notre cas, il s'agit de définir les trajectoires des énergies électrostatiques stockées dans les capacités  $C_1$  et  $C_2$ .

Pour la capacité  $C_2$ , la trajectoire de son énergie électrostatique  $y_2$  est définie par la référence de la tension de sortie ainsi que sa dynamique désirée. Pour garantir une trajectoire de type « arrêt-arrêt », on en choisit une issue d'un filtre du second ordre avec un facteur d'amortissement unitaire (figure 3-16). Le filtre est défini par la fonction de transfert ci-dessous :

$$F(s) = \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_f}\right)^2 + \frac{2 \cdot \zeta_f \cdot s}{\omega_f} + 1} \quad (3-36)$$

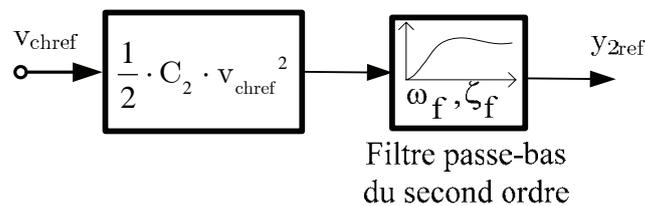


Figure 3-16. Schéma bloc de la trajectoire de  $y_{2ref}$ .

La puissance fournie par la pile à combustible est contrôlée en modifiant le niveau de la tension aux bornes de la capacité  $C_1$  et donc de l'énergie électrostatique ( $y_1$ ). Une telle méthode a déjà été mise en œuvre au GREEN dans le cadre d'une source hybride pile à combustible et supercapacité couplées par des convertisseurs non isolés [Pay09a].

Le schéma bloc pour la définition de l'énergie  $y_1$  est donné sur la figure 3-17. La puissance demandée par la charge définit le point de fonctionnement en tension de la pile à combustible à partir de sa caractéristique statique. Cette tension est corrigée afin de tenir compte de l'état de charge des supercondensateurs. On obtient ainsi la tension de sortie de référence de la pile à combustible qui correspond à la tension aux bornes de la capacité  $C_1$ , puis la référence de l'énergie stockée dans cette capacité.

La valeur limite inférieure de la tension  $v_{1ref}$  permet de limiter la puissance délivrée par la pile à combustible. Un filtre du second ordre avec un facteur d'amortissement unitaire placé en sortie limite le taux de variation du courant qu'elle délivre.

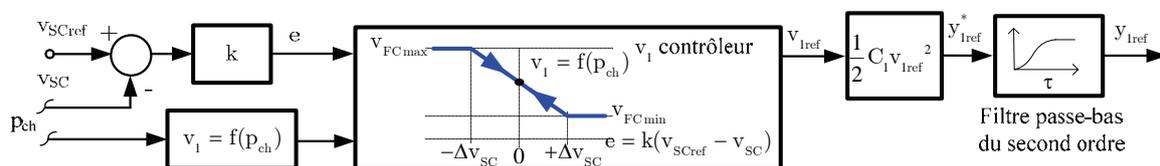


Figure 3-17. Schéma bloc de calcul de la référence  $y_{1ref}$ .

Le taux de variation du courant délivré par la pile à combustible est défini de la même façon que dans le paragraphe 3.2.3.5. précédent. Par rapport à la première stratégie où la puissance  $p_{FC}$  était directement contrôlée, on a ici un contrôle indirect de cette puissance au travers du contrôle de la tension.

Le schéma électrique en sortie de la pile à combustible est représenté sur la figure 3-18. On trouvera généralement une inductance de filtrage  $L_F$  destinée à limiter les ondulations de courant dans la pile, une diode afin d'éviter que la capacité  $C_1$  ne se recharge dans la pile.

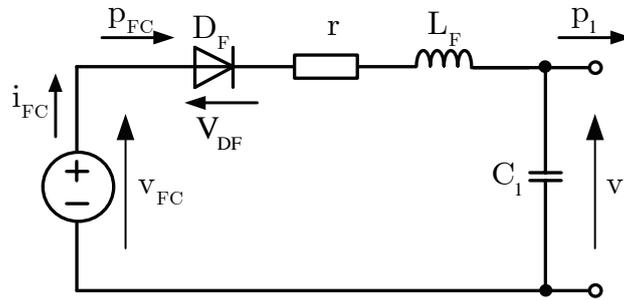


Figure 3-18. Schéma de sortie de la pile à combustible.

On peut simplifier ce schéma et considérer que la diode intervient sous la forme d'une source de tension  $V_D$  en série avec une résistance, la résistance  $r$  de ce schéma représentant les pertes dans la diode et dans l'inductance. Au niveau des équations, on va négliger l'inductance  $L_F$  car la dynamique du courant  $i_{FC}$  sera faible. De plus, on va supposer que la tension  $v_1$  suit parfaitement sa référence. On obtient ainsi :

$$v_{FC} = r \cdot i_{FC} + V_D + v_{lref} \quad (3-37)$$

Soit pour la puissance délivrée par la pile :

$$p_{FC} = r \cdot i_{FC}^2 + V_D \cdot i_{FC} + v_{lref} \cdot i_{FC} \quad (3-38)$$

d'où :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} p_{FC} &= \frac{d}{dt} i_{FC} \cdot \left( i_{FC} \cdot \frac{d}{di_{FC}} v_{FC} + v_{FC} \right) \\ &= \left( 2 \cdot r \cdot i_{FC} + V_D + v_{lref} \right) \cdot \frac{d}{dt} i_{FC} + i_{FC} \cdot \frac{d}{dt} v_{lref} \end{aligned} \quad (3-39)$$

La variation du courant  $i_{FC}$  s'écrit donc :

$$\frac{d}{dt} i_{FC} = \frac{i_{FC} \cdot \frac{d}{dt} v_{lref}}{i_{FC} \cdot \frac{d}{di_{FC}} v_{FC} + v_{FC} - \left( 2 \cdot r \cdot i_{FC} + V_D + v_{lref} \right)} \quad (3-40)$$

avec :

$$v_{lref}(t) = \sqrt{\frac{2 \cdot y_{lref}(t)}{C_1}} \quad (3-41)$$

et :

$$y_{lref}(t) = \frac{e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot y_{lref,init} \cdot (t + \tau) - y_{lref,final} \cdot \left( t \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \tau \cdot \left( e^{-\frac{t}{\tau}} - 1 \right) \right)}{\tau} \quad (3-42)$$

où  $y_{1\text{réf, init}}$  et  $y_{1\text{réf, final}}$  représentent les valeurs initiale et finale de la référence  $y_{1\text{réf}}$  de l'énergie électrostatique, ces valeurs dépendent de la puissance de charge entre l'instant initial et l'instant final du transitoire considéré.

Dans la relation (3-40), il est nécessaire de connaître le courant délivré par la pile. Celui-ci est obtenu à partir de la caractéristique statique  $v_{\text{FC}}(i_{\text{FC}})$  de cette dernière.

On obtient ainsi une variation du courant  $i_{\text{FC}}$  qui dépend de la constante de temps  $\tau$  du filtre du second ordre. La figure 3-19 illustre l'évolution de la variation du courant délivré par la pile lors d'un échelon de puissance de 50 à 150 W et de 50 W à 450 W. La caractéristique statique de la pile considérée est celle de la pile à combustible de 500 W utilisée lors des essais expérimentaux.

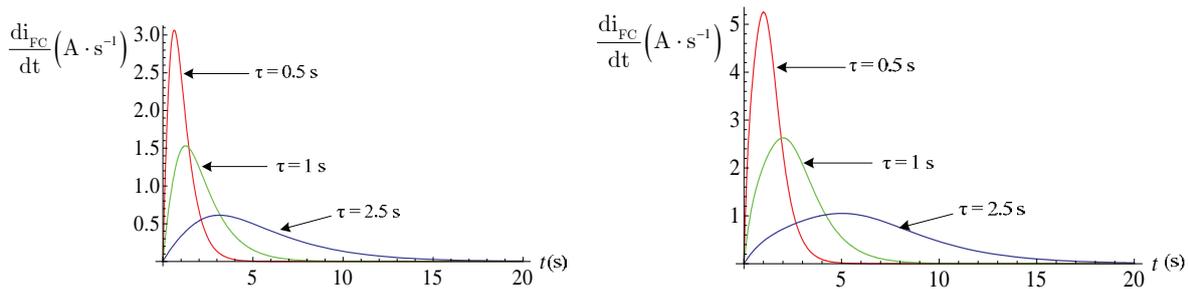


Figure 3-19. Taux de variation du courant délivré par la pile en fonction de la constante de temps  $\tau$  (à gauche, échelon de 100 W, à droite échelon de 400 W).

### *Simplifications de l'expression des puissances*

L'expression des puissances  $p_{12}$  et  $p_{13}$  (3-35) est complexe et difficilement implantable dans un circuit numérique fonctionnant en temps réel. On propose donc de linéariser les puissances données par la relation (3-2) autour du point de fonctionnement (figure 3-20). On pose

$$x_{\text{nm}} = X_{\text{nm}} + \tilde{x}_{\text{nm}}$$

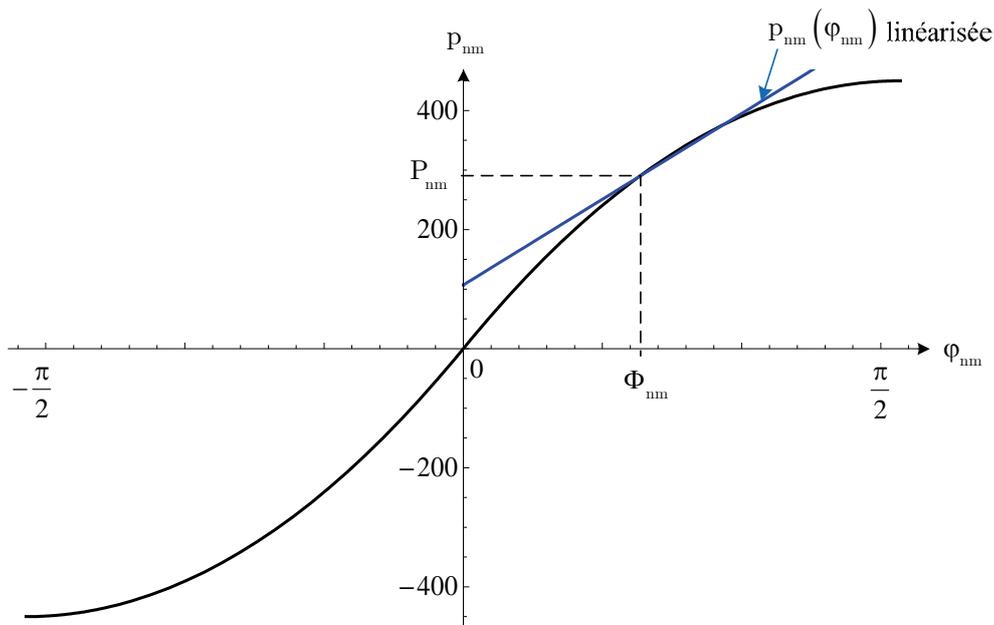


Figure 3-20. Linéarisation de la fonction  $p_{\text{nm}}(\varphi_{\text{nm}})$ .

Soit :

$$\begin{aligned} p_{12} &= P_{12} + m_{12} \cdot (\varphi_{12} - \Phi_{12}) \\ p_{13} &= P_{13} + m_{13} \cdot (\varphi_{13} - \Phi_{13}) \\ p_{23} &= P_{23} + m_{23} \cdot (\varphi_{23} - \Phi_{23}) \end{aligned} \quad (3-43)$$

où :

$$\begin{aligned} m_{12} &= \frac{V_1 \cdot V_2}{\lambda_{12} \cdot \omega} \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot |\Phi_{12}|}{\pi} \right) \\ m_{13} &= \frac{V_1 \cdot V_3}{\lambda_{13} \cdot \omega} \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot |\Phi_{13}|}{\pi} \right) \\ m_{23} &= \frac{V_2 \cdot V_3}{\lambda_{23} \cdot \omega} \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot |\Phi_{13} - \Phi_{12}|}{\pi} \right) \end{aligned} \quad (3-44)$$

Le point de fonctionnement choisi correspond à :  $P_{12} = P_{13} = \frac{P_{FCmax}}{2}$ . En utilisant ces puissances et grâce à la relation (3-2), on obtient les angles  $\Phi_{12}$  et  $\Phi_{13}$ .

Les coefficients  $m_{12}$  et  $m_{13}$  sont définis par la relation (3-44) ou les tensions  $V_1$ ,  $V_2$  et  $V_3$  sont les tensions mesurées.

### ***Génération de la commande***

Les grandeurs d'entrée étant définies par des relations analytiques, on pourrait envisager de commander le système en boucle ouverte. Cependant, pour prendre en compte les erreurs de modélisations il est nécessaire d'asservir les différentes trajectoires à leur référence [Pay09a], [Zan10].

On utilise une linéarisation entrée sortie pour établir la commande en boucle fermée [Mar03]. Pour cela, on pose :

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= u_1 \\ \dot{y}_2 &= u_2 \end{aligned} \quad (3-45)$$

On se donne de plus une loi de comportement de type retour d'état de la forme :

$$\begin{aligned} \dot{y}_{1ref} - \dot{y}_1 + 2 \cdot \zeta_1 \cdot \omega_{n1} \cdot (y_{1ref} - y_1) + \omega_{n1}^2 \cdot \int (y_{1ref} - y_1) \cdot d\tau &= 0 \\ \dot{y}_{2ref} - \dot{y}_2 + 2 \cdot \zeta_2 \cdot \omega_{n2} \cdot (y_{2ref} - y_2) + \omega_{n2}^2 \cdot \int (y_{2ref} - y_2) \cdot d\tau &= 0 \end{aligned} \quad (3-46)$$

et on génère ainsi les références des entrées  $p_{12}$  et  $p_{13}$  par les fonctions suivantes :

$$\begin{aligned} P_{12ref} &= \Psi_{12}(y_{1ref}, u_1, y_{2ref}, u_2) \approx \Psi_{12bis}(y_{1ref}, u_1, y_{2ref}, u_2) \\ P_{13ref} &= \Psi_{13}(y_{1ref}, u_1, y_{2ref}, u_2) \approx \Psi_{13bis}(y_{1ref}, u_1, y_{2ref}, u_2) \end{aligned} \quad (3-47)$$

En posant  $\omega_{ni}$  et  $\zeta_i$  respectivement la pulsation de coupure et l'amortissement souhaités en boucle fermée.

Le schéma bloc de cette deuxième stratégie de contrôle est donné sur la figure 3-21.

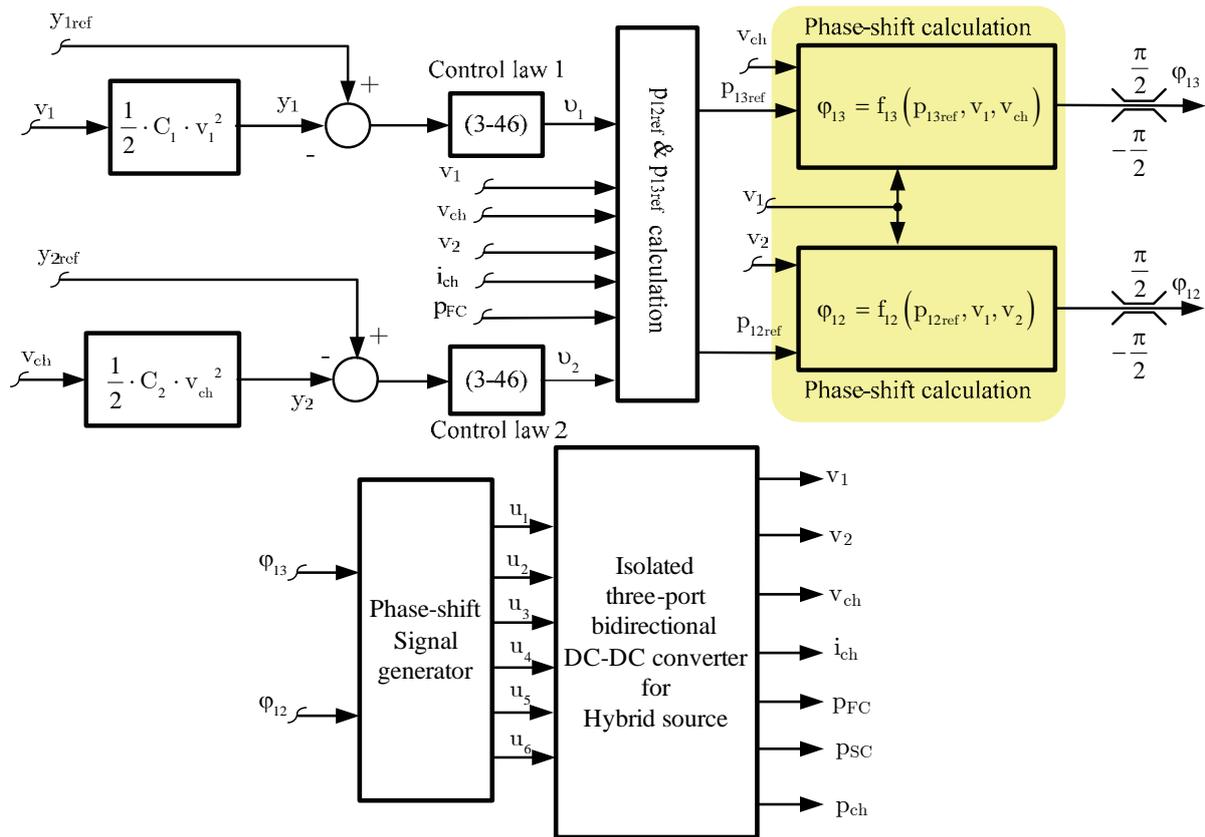


Figure 3-21. Schéma bloc de la deuxième stratégie de contrôle.

### Résultats de simulation

Afin de valider cette stratégie de contrôle, on a effectué une simulation du montage avec le logiciel Saber, l’algorithme de commande étant implanté dans Matlab/Simulink. Les paramètres du montage sont ceux du tableau 3-1, les paramètres de la commande étant donnés dans la tableau 3-4.

|               |                                      |
|---------------|--------------------------------------|
| $\omega_{n1}$ | $1000 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ |
| $\zeta_1$     | 0,707                                |
| $\omega_{n2}$ | $200 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$  |
| $\zeta_2$     | 1                                    |
| $\omega_f$    | $10 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$   |
| $\zeta_f$     | 1                                    |
| k             | 10                                   |
| $\Phi_{12}$   | 0,138 rad                            |
| $\Phi_{13}$   | 0,138 rad                            |
| $\Phi_{23}$   | 0                                    |

Tableau 3-4. Paramètres de contrôle.

Un profil de charge permet de mettre en évidence le comportement de cette deuxième stratégie de commande lors de différents échelons de charge (figures 3-22 et 3-23). Les

contraintes sur la variation du courant  $i_{FC}$  et les tensions de charge et supercapacité sont bien respectées.

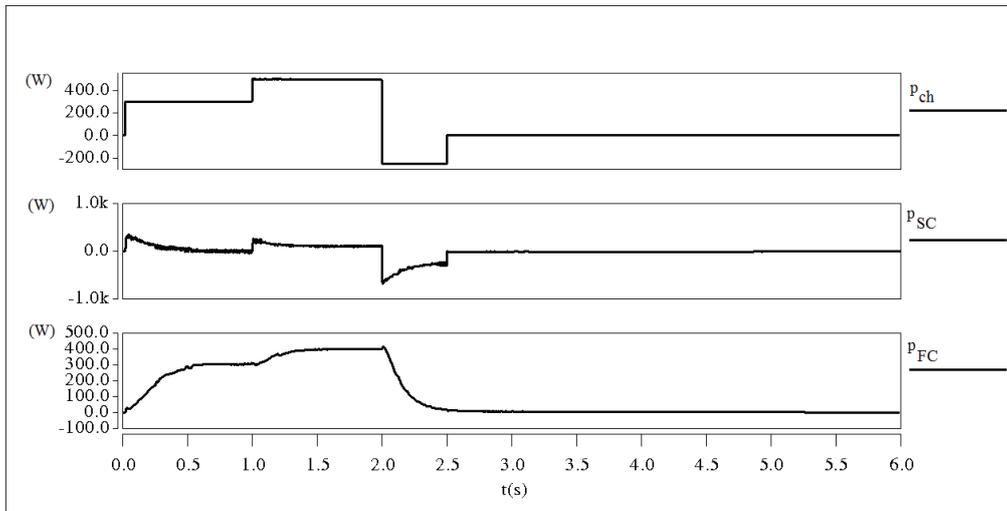


Figure 3-22. Stratégie de commande n° 2. Puissances délivrées par la pile et la supercapacité pour différents échelons de charge.

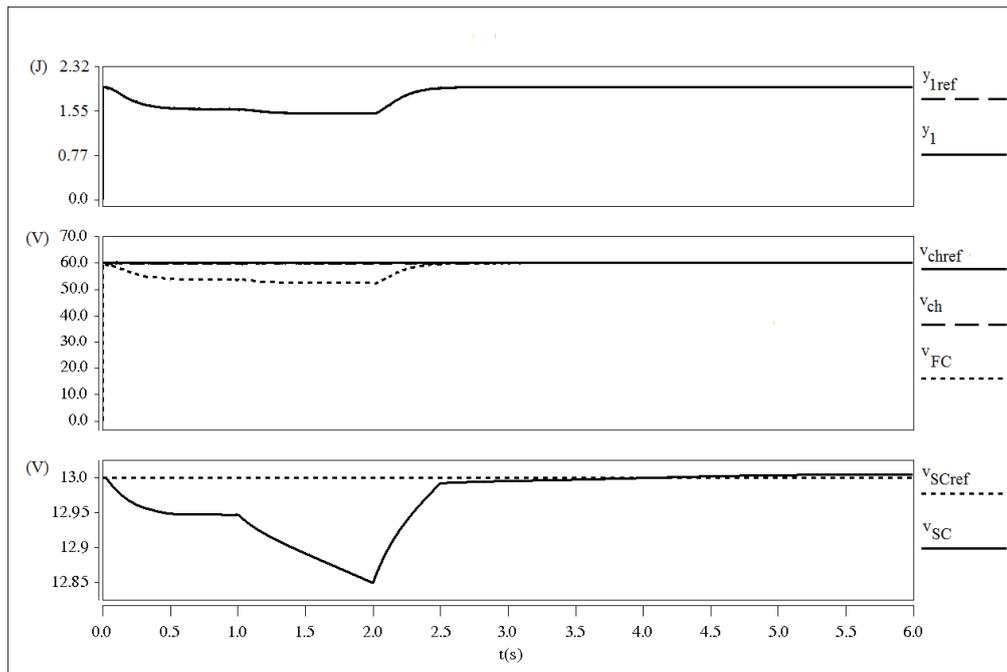


Figure 3-23. Stratégie de commande n° 2. Energie  $y_1$ , tension de charge, tension supercapacité, leur référence et tension de la pile pour différents échelons de charge.

### 3.3. Validation expérimentale

Afin de valider les stratégies de contrôle proposées, un dispositif expérimental correspondant aux caractéristiques données dans le tableau 3-1 a été développé. Ses caractéristiques nominales sont données dans le tableau 3-5.

|                                     |                                   |
|-------------------------------------|-----------------------------------|
| Tension d'entrée des convertisseurs | 60 V au plus                      |
| Tension de sortie                   | 60 V au plus                      |
| Tension supercapacité               | 13 V                              |
| Supercapacité                       | 16 V 500 F (Maxwell Technologies) |

Tableau 3-5. Caractéristiques du dispositif expérimental.

Une source programmable reproduisant la caractéristique statique d'une pile à combustible est utilisée pour émuler la pile.

Les convertisseurs des trois ports ont été réalisés de façon identique. Ce sont des ponts en H commandé en onde entière. Les caractéristiques des composants des différents ports sont données dans le tableau 3-6.

| Port |                           | Composants        |
|------|---------------------------|-------------------|
| 1    | Interrupteurs avec diodes | IGBT SKM150GB123D |
|      | Driver                    | SKHI 22B          |
|      | Diode d'entrée $D_F$      | SKN 45/12         |
|      | Capacité                  | 7,1 mF - 800 V    |
| 2    | Interrupteurs avec diodes | IGBT SKM100GB123D |
|      | Driver                    | SKHI 22B          |
|      | Capacité                  | 0,55 mF - 800 V   |
| 3    | Interrupteurs avec diodes | IGBT SKM150GB123D |
|      | Driver                    | SKHI 22B          |
|      | Capacité                  | 4,7mF - 800 V     |

Tableau 3-6. Composants des différents convertisseurs.

Les algorithmes de contrôle sont réalisés en utilisant un module dSPACE DS1105 travaillant sous Matlab/Simulink, les tensions et les courants sont mesurées à l'aide de sondes différentielles de tension et de sondes de courant.

Le système dSPACE définit les différents angles de commande et ils sont transmis à un circuit numérique de type FPGA. Les deux angles de commande sont notés  $\varphi_{13}$  et  $\varphi_{23}$  pour la première stratégie,  $\varphi_{12}$  et  $\varphi_{13}$  pour la seconde. La précision sur les déphasages est ainsi de 2,83 degrés. Le circuit numérique génère ensuite les six signaux de commande.

La figure du dispositif expérimental est représentée sur la figure 3-24.

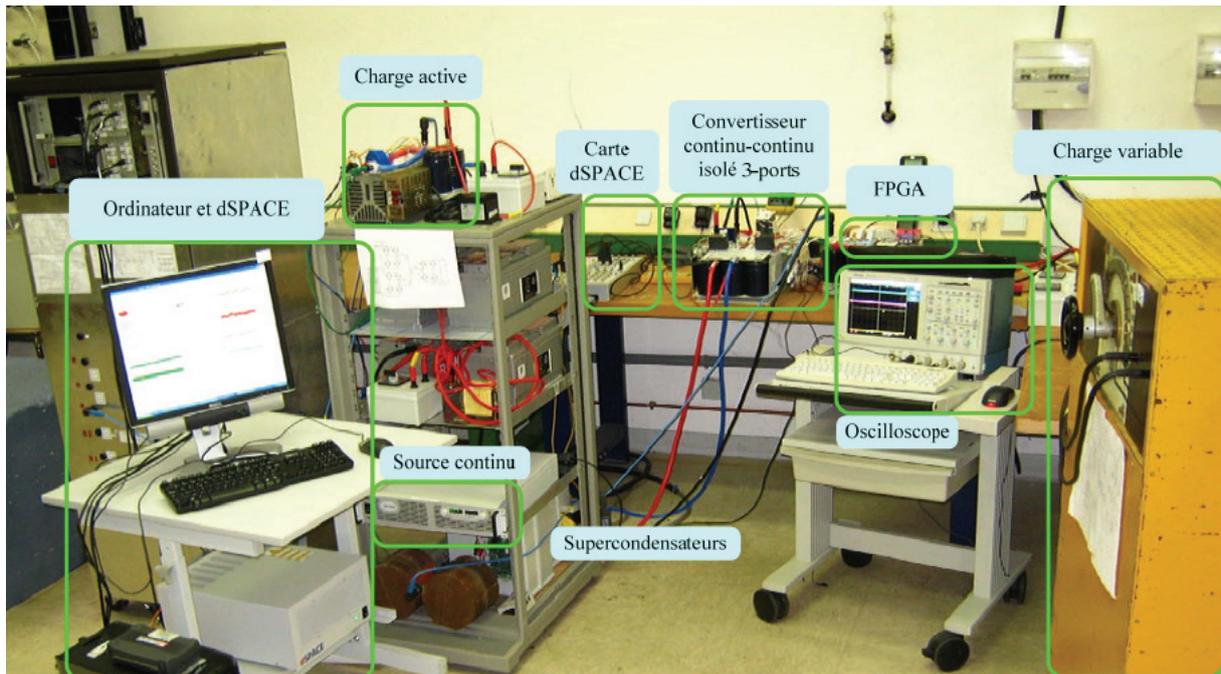


Figure 3-24. Dispositif expérimental.

Afin de limiter les pertes dans le transformateur, on a utilisé un noyau magnétique avec des bobinages réalisés en fil de Litz. Ses caractéristiques sont données dans le tableau 3-7. Les valeurs des inductances de fuite sont issues de mesure et les termes  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $K_C$  sont les paramètres de l'équation de Steinmetz [Kaz09] permettant de calculer les pertes magnétiques et sont obtenues à partir des données du fabricant. Ce type de transformateur a été détaillé dans le chapitre 2.

|                  |  |
|------------------|--|
| Noyau magnétique | LCC, EE65-27   |
| $n_1:n_2:n_3$    | 5:1:5  |
| $\lambda_{12}$   | 16,02 $\mu\text{H}$  |
| $\lambda_{13}$   | 18,86 $\mu\text{H}$  |
| $\lambda_{23}$   | 10,29 $\mu\text{H}$  |
|                  | $\alpha = 1, \beta = 2,4, K_C = 2,5 \times 10^{-4} \text{ W/cm}^3$ |

Tableau 3-7. Caractéristiques du transformateur.

### 3.3.1. Première stratégie de contrôle

Les paramètres choisis pour cette stratégie de contrôle sont donnés dans le tableau 3-8.

|   |  |
|---|--|
| Contrôle de l'énergie côté charge                           | $\zeta_n = 1, \omega_n = 200 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$<br>$\zeta_f = 1, \omega_f = 10 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$  |
| Contrôle de la tension supercapacité                        | $k = 750 \text{ W}\cdot\text{V}^{-1}$  |
| Contrôle de la puissance délivrée par la pile à combustible | $K_p = 0,001 \text{ rad}\cdot\text{W}^{-1}$<br>$K_i = 0,03 \text{ rad}\cdot(\text{W}\cdot\text{s})^{-1}$<br>$\Phi_{13} = 0,138 \text{ rad}$<br>$\Phi_{23} = 0$<br>$\tau = 2,5 \text{ s}$ |

Tableau 3-8. Paramètres de la première stratégie de contrôle.

Pour cette première stratégie de contrôle, on va s'intéresser au taux de variation du courant délivré par la pile et à la régulation de la tension de sortie.

Le premier essai correspond à une variation brutale de la charge, celle-ci passant de 50 W à 150 W. Quatre valeurs différentes de la constante de temps  $\tau$  destinée à contrôler le taux de variation du courant délivré par la pile à combustible ont été utilisées afin de souligner les performances de la stratégie développée. Les résultats expérimentaux correspondant sont présentés sur la figure 3-25.

Le tableau 3-9 compare les taux de variation obtenus expérimentalement avec les valeurs théoriques issues de l'expression 3-23. On peut constater que ces valeurs sont voisines.

| Constante de temps     | $\tau$ (s)  | 0,5  | 1    | 2    | 2,5  |
|------------------------|---|------|------|------|------|
| Valeurs analytiques    | $\frac{d}{dt} i_{FC} \left( \text{A}\cdot\text{s}^{-1} \right)$ | 1,6  | 0,89 | 0,47 | 0,41 |
| Valeurs expérimentales | $\frac{d}{dt} i_{FC} \left( \text{A}\cdot\text{s}^{-1} \right)$ | 1,64 | 0,83 | 0,49 | 0,45 |

Tableau 3-9. Comparaison des taux de variation théoriques et mesurés sur le dispositif expérimental.

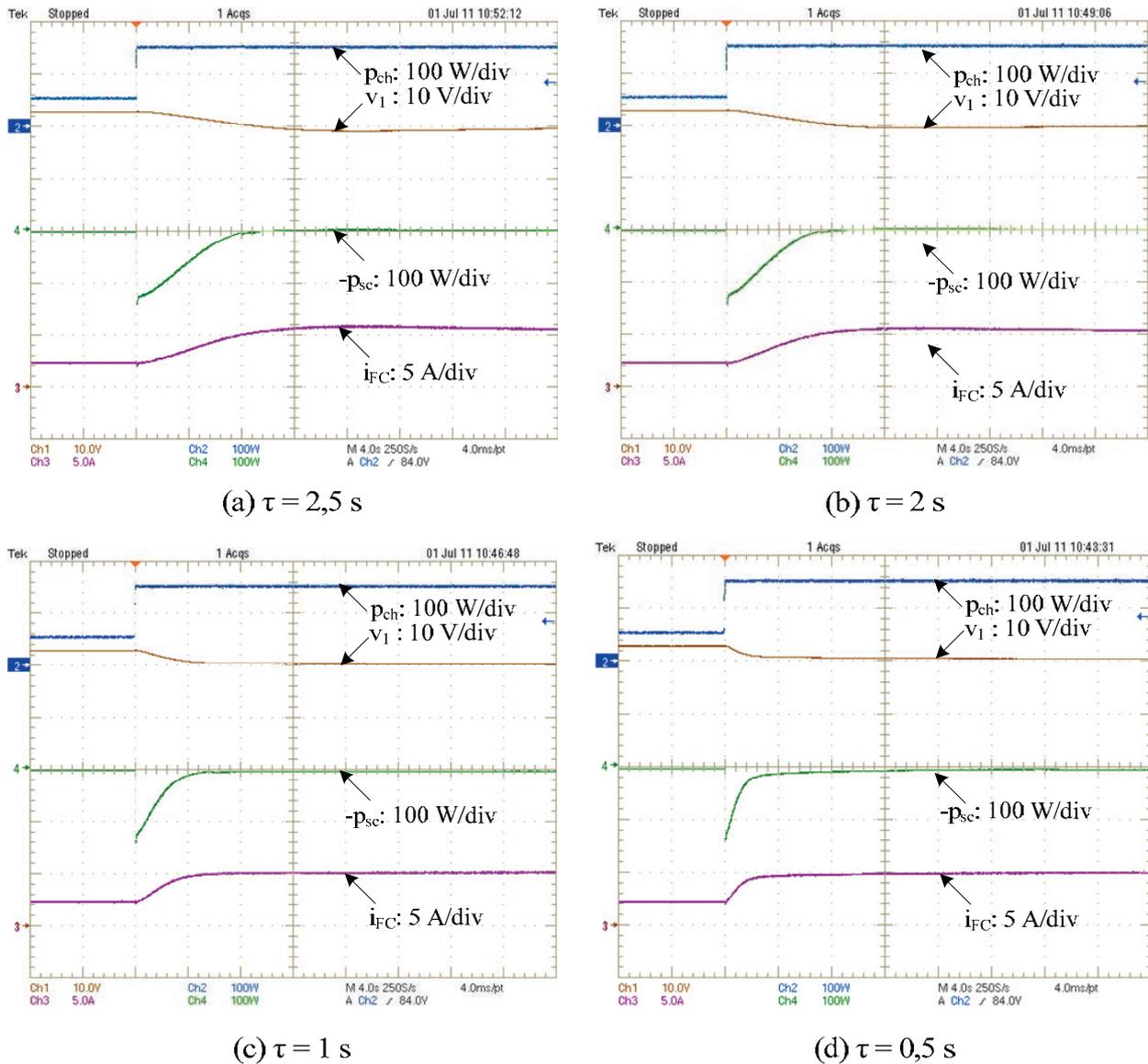


Figure 3-25. Courant  $i_{FC}$  délivré par la pile à combustible et tension  $v_{FC}$  lors d'un échelon de puissance de charge pour différentes valeurs de la constante de temps  $\tau$ .

Le deuxième essai concerne des réponses à des échelons de charge (figure 3-26) et montre comment évoluent les puissances délivrées par la pile à combustible et les supercondensateurs ainsi que les tensions aux bornes des différents éléments.

Les résultats présentés illustrent la stratégie développée où la pile fournit la puissance en régime permanent, les supercondensateurs intervenant lors des transitoires. De plus, en régime permanent, lorsque la puissance demandée par la charge est inférieure à la puissance de la pile à combustible, les supercondensateurs peuvent être rechargés. La différence entre les deux séries de courbes vient d'une part d'un court échelon dépassant les capacités de la pile à combustible pour les courbes de gauche et d'une séquence de récupération pour celle de droite.

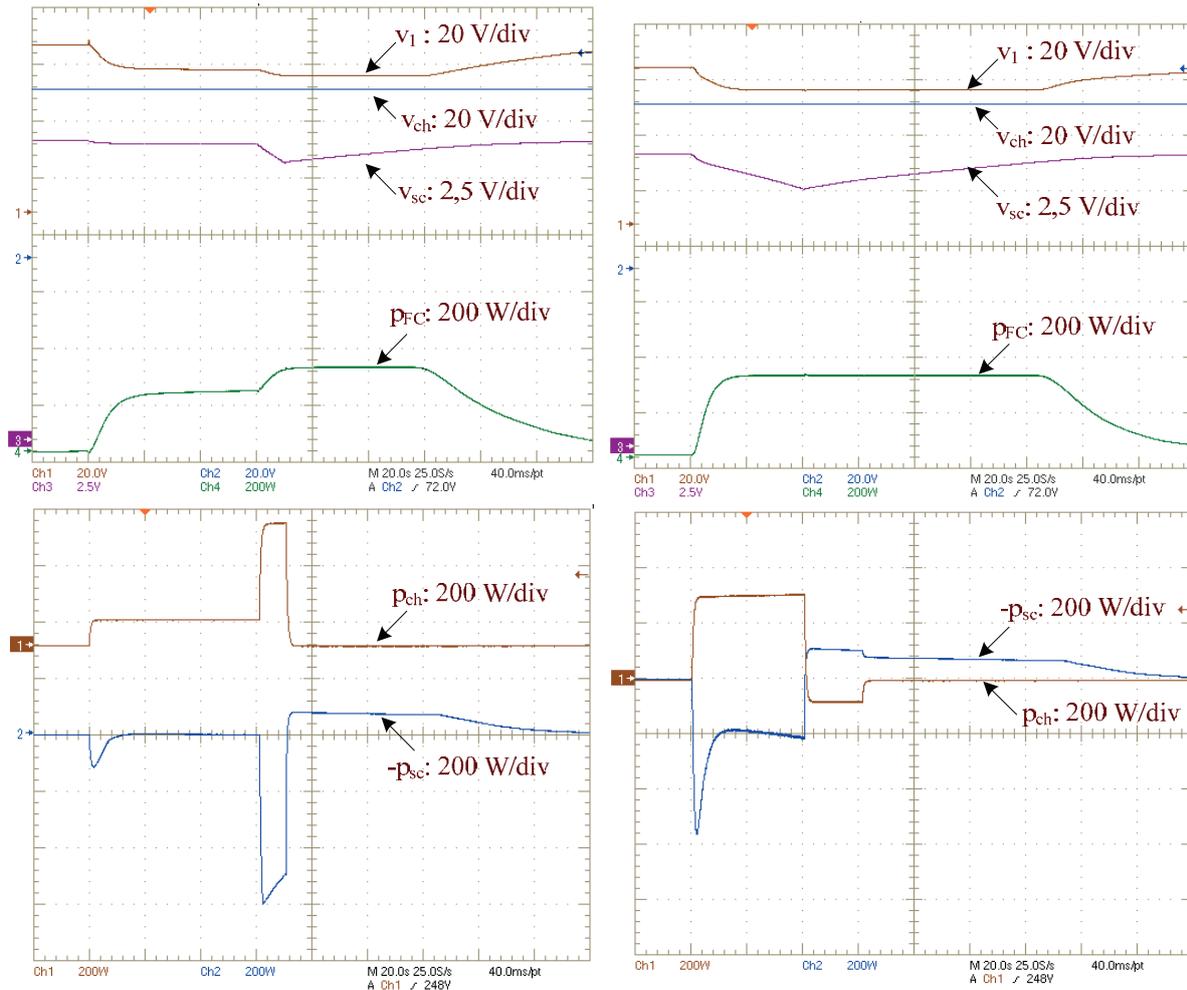


Figure 3-26. Echelons de charge et réponse du dispositif pour la première stratégie de commande.

### 3.3.2. Deuxième stratégie de contrôle

Le banc de test a été adapté à la deuxième stratégie de contrôle en modifiant simplement les algorithmes dans Matlab/Simulink. Les paramètres utilisés sont donnés dans le tableau 3-10.

Différents essais ont été réalisés avec ce mode de contrôle. Ils ont permis de vérifier le bon comportement de la stratégie adoptée lors du démarrage, d'échelons de charge et de changement de référence.

La figure 3-27 présente ainsi le démarrage du système pour une charge de 200 W. Avant le démarrage du système, il est nécessaire de charger les supercondensateurs afin d'éviter un appel de courant trop important. On peut constater sur cette figure que l'énergie  $y_2$  stockée dans la capacité côté charge et qui était nulle suit parfaitement sa référence et qu'il n'y a pas de dépassement dû au fait que la capacité  $C_2$  était déchargée. Par contre, au début du démarrage, on constate un transitoire intempestif sur l'énergie  $y_1$ , transitoire dû à l'apparition du courant magnétisant du transformateur. On peut noter que ce phénomène est indépendant de la stratégie adoptée.

|               |                                     |
|---------------|-------------------------------------|
| $\omega_{n1}$ | $400 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ |
| $\zeta_1$     | 0,707                               |
| $\omega_{n2}$ | $200 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ |
| $\zeta_2$     | 1                                   |
| $\omega_f$    | $10 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$  |
| $\zeta_f$     | 1                                   |
| $k$           | 50                                  |
| $\tau$        | 2,5 s                               |
| $\Phi_{12}$   | 0,138 rad                           |
| $\Phi_{13}$   | 0,138 rad                           |
| $\Phi_{23}$   | 0 rad                               |

Tableau 3-10. Paramètres de la deuxième stratégie de contrôle.

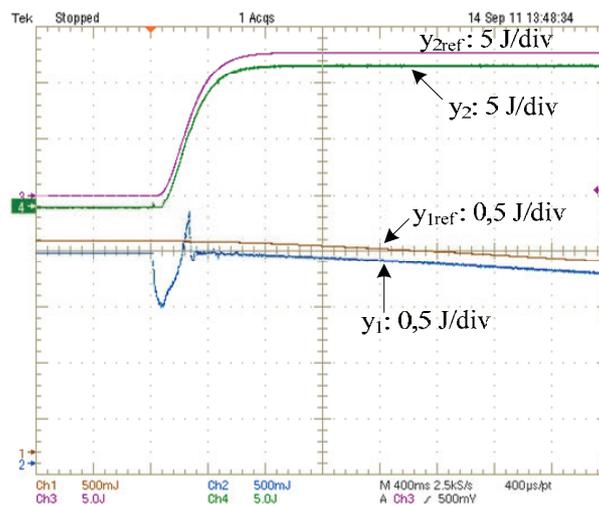


Figure 3-27. Démarrage du système pour un échelon de charge 0-200 W.

La deuxième série d'essais concerne le fonctionnement de la source hybride et caractérise la stratégie de commande lors des mêmes échelons de charge que précédemment (figure 3-28). On peut noter sur cette figure que les résultats obtenus sont voisins de ceux obtenus par la première stratégie de commande.

La troisième série d'essais s'intéresse au comportement dynamique des variables plates (les énergies  $y_1$  et  $y_2$ ). Pour ces essais, les paramètres de contrôle ont les valeurs suivantes :  $\omega_{n1} = \omega_{n2} = 500 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ , et  $\zeta_1 = \zeta_2 = 0,7$ .

Dans un premier temps, c'est la variation de  $y_1$  qui est considérée. Comme le montre le digramme de la figure 3-17, cette variation peut provenir d'une variation soit de la puissance  $p_{ch}$  demandée par la charge, soit de la tension de référence  $v_{SCref}$ , alors que l'autre grandeur est maintenue constante. La figure 3-29 donne ainsi la réponse de  $y_1$  à un échelon de charge alors que la figure 3-30 présentent les résultats obtenus lors d'échelons positif et négatif de  $v_{SCref}$ . On peut constater que la variable  $y_2$  est quasiment insensible aux variations de  $y_1$ .

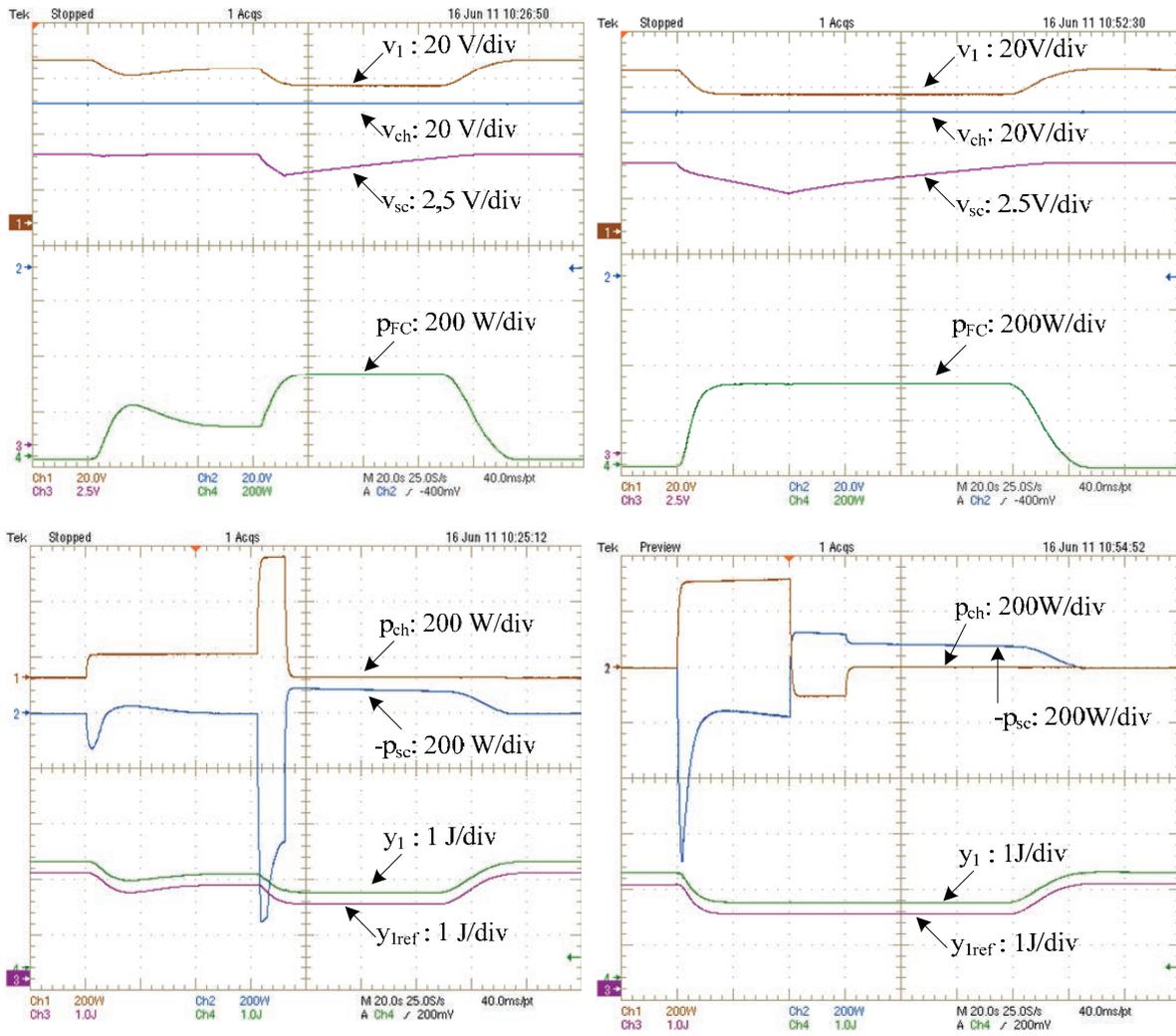


Figure 3-28. Echelons de charge et réponse du dispositif pour la deuxième stratégie de commande.

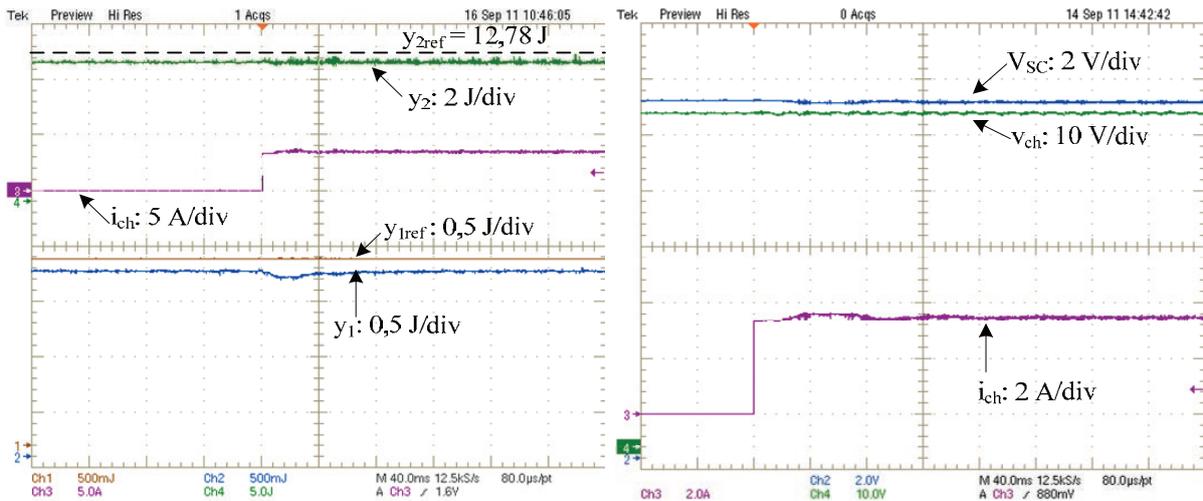


Figure 3-29. Réponse du système à un échelon de charge 0-200 W.

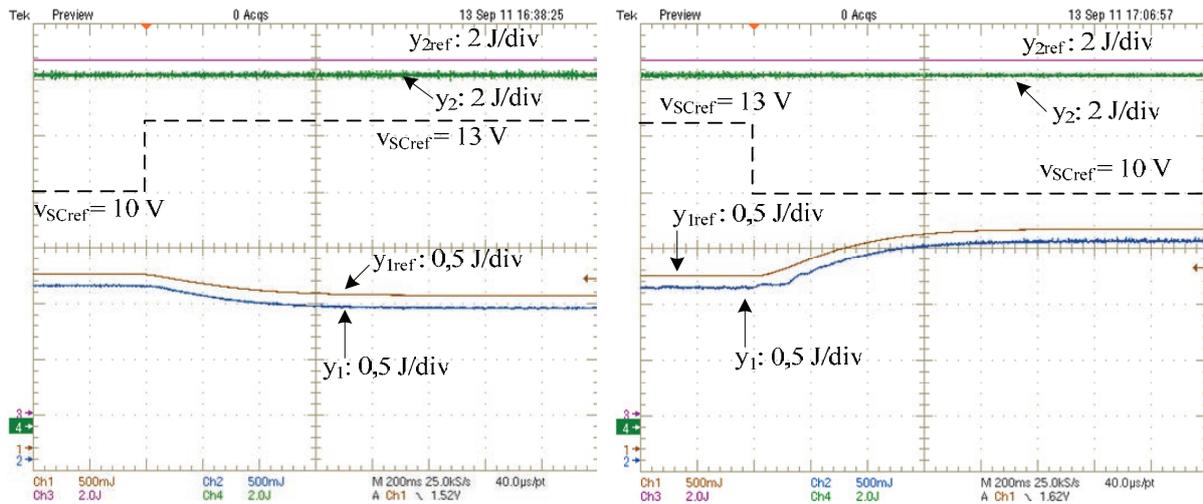


Figure 3-30. Réponse du système à des échelons de la référence de la tension supercapacité.

Dans un deuxième temps, des échelons de la tension de charge  $v_{ch}$  permettent de faire varier l'énergie  $y_2$  stockée dans la capacité de sortie (figure 3-31). Comme précédemment, l'autre variable plate, ici l'énergie  $y_1$ , n'est pas affectée par les variations de  $y_2$ .

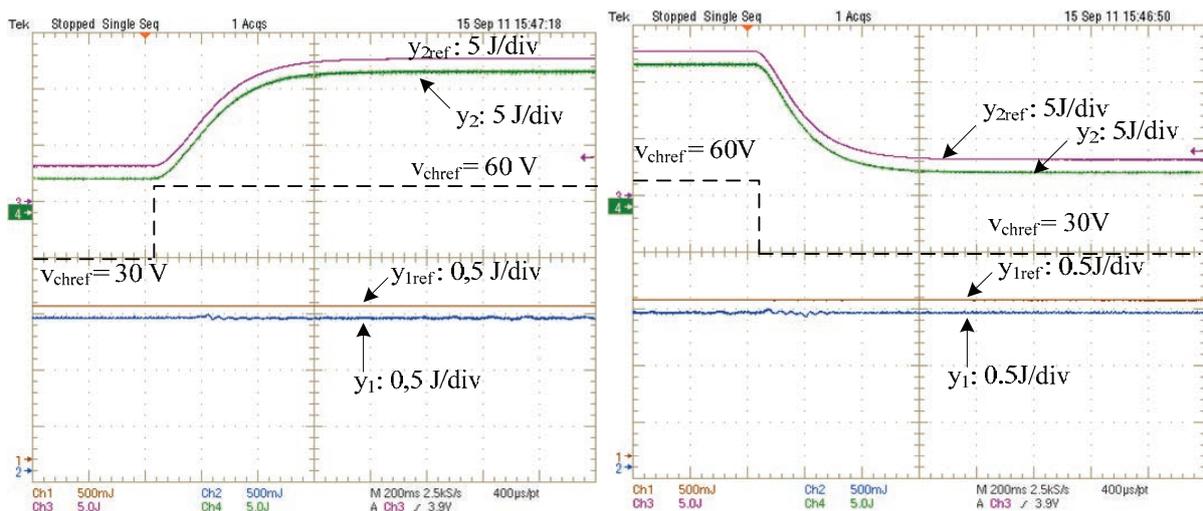


Figure 3-31. Réponse du système à des échelons de la référence de la tension de charge ( $r_{ch} = 36 \Omega$ ).

Enfin, comme précédemment, on peut vérifier l'influence de la constante de temps  $\tau$  utilisée pour définir le taux de variation du courant délivré par la pile à combustible (figure 3-32).

La relation entre cette constante de temps et le taux de variation sont donnés par la relation 3-40 et conduisent aux résultats du tableau 3-11.

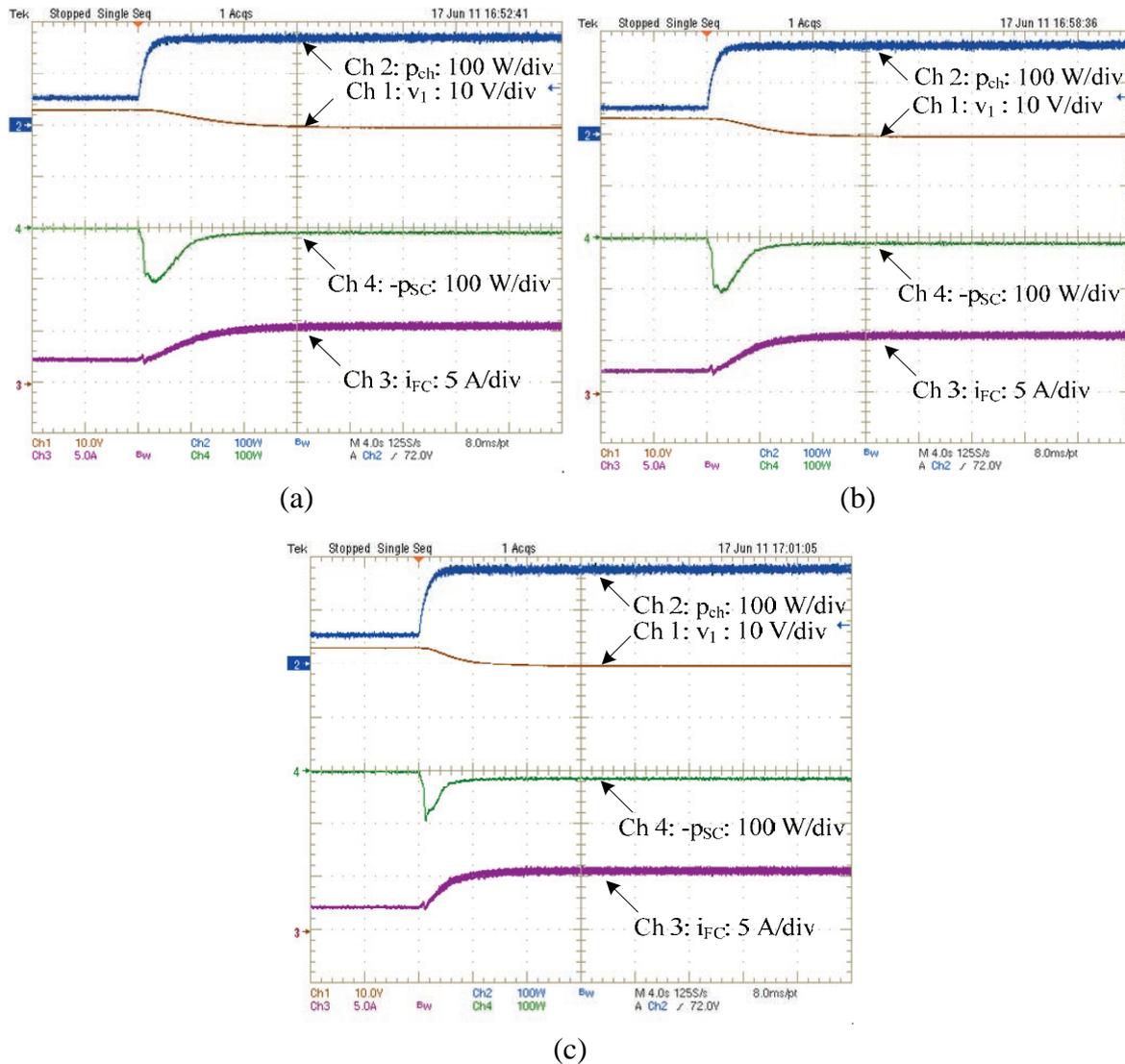


Figure 3-32. Réponse du système lors d'échelons de charge selon le taux de variation du courant délivré par la pile à combustible (a,  $\tau = 2,5$  s ; b,  $\tau = 2$  s ; c,  $\tau = 1$  s).

| Constante de temps $\tau$ (s) |  | 0,5   | 1     | 2    | 2,5   |
|-------------------------------|--|-------|-------|------|-------|
| Résultats analytiques         | $\frac{d}{dt} i_{FC} \text{ (A} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}$ | 3,2   | 1,6   | 0,8  | 0,64  |
| Résultats expérimentaux       | $\frac{d}{dt} i_{FC} \text{ (A} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}$ | 3,417 | 1,563 | 0,82 | 0,634 |

Tableau 3-11. Comparaison des taux de variation théoriques et mesurés sur le dispositif expérimental.

### 3.3.3. Essais sous moyenne tension (270 V)

Lors des essais réalisés précédemment les tensions d'entrée et de sortie étaient de l'ordre de 60V. Les IGBT utilisés dans les convertisseurs étant d'un calibre bien supérieur (1200 V), le rendement global du système n'était pas très bon, généralement compris entre 40 et 50 %.

Afin d'améliorer celui-ci, nous avons fait des essais à des niveaux supérieurs, 270 V pour les tensions d'entrée et de sortie et 58 V pour les supercondensateurs. Le banc de

supercapacités est obtenu en mettant en série deux modules Maxwell, le premier 48 V 165 F et le second 16 V 500 F (figure 3-33). Les caractéristiques de ce deuxième transformateur qui a été conçu à l'aide d'un circuit de type UMCC128 ont été détaillé dans le chapitre 2.



Figure 3-33. Banc de supercapacités utilisé en moyenne tension.

La figure 3-34 donne la réponse du dispositif à des échelons de charge, un premier échelon positif de 2 kW et un second négatif de 1 kW. La puissance délivrée par la pile à combustible étant limitée à 500 W, le banc de supercondensateurs est assez fortement sollicité pendant l'échelon moteur (et aussi bien sur en récupération). Pour cet essai, le mode de contrôle utilisé est la première stratégie.

Les essais réalisés ont permis de mettre en évidence différents modes de fonctionnement selon le sens des échanges d'énergie :

- $p_{FC} \approx 0$ , le rendement  $\eta = \frac{P_{ch}}{P_{SC}}$  est de l'ordre de 90 % pour une tension  $v_{SC}$  de 57,3 V;
- $p_{ch} < p_{FC}$ , le rendement  $\eta = \frac{P_{ch}}{P_{FC}}$  est maximal et de l'ordre de 90 % pour une tension  $v_{SC}$  de 55 V;
- $p_{FC} < p_{ch}$ , le rendement  $\eta = \frac{P_{ch}}{P_{FC} + |P_{SC}|}$  est maximal et de l'ordre de 85 % pour une tension  $v_{SC}$  de 53 V;
- $p_{ch} < 0$ , le rendement  $\eta = \frac{P_{SC}}{P_{FC} + |P_{ch}|}$  est de l'ordre de 80,5 % pour une tension  $v_{SC}$  comprise entre 47 et 55,8 V ;
- $p_{ch} = 0$  et  $v_{SC} < v_{SCref}$ , mode où l'on charge les supercondensateurs le rendement  $\eta = \frac{|P_{SC}|}{P_{FC}}$  est de l'ordre de 82 % pour une tension pour une tension  $v_{SC}$  de 55 V.

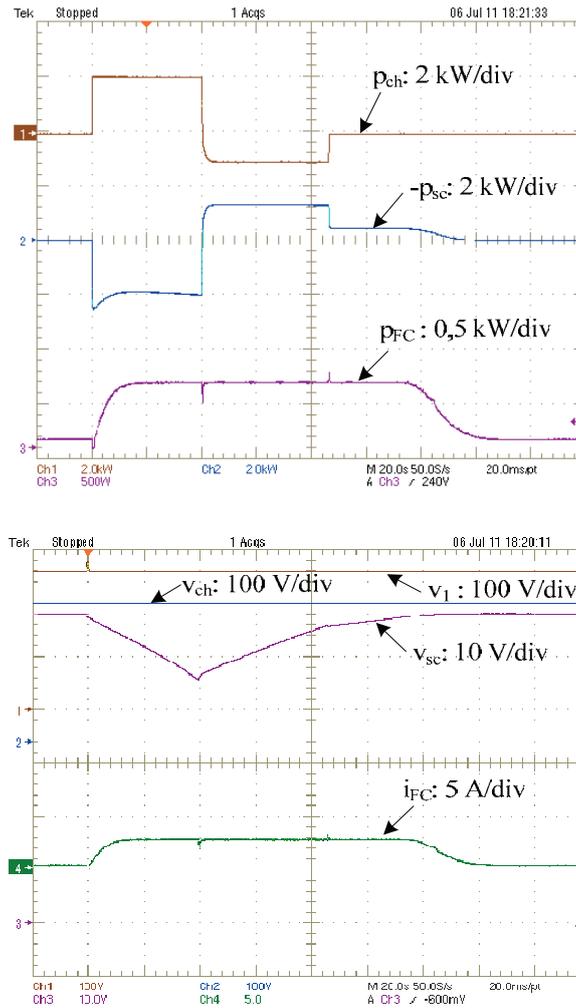


Figure 3-34. Réponse du système lors d’essais en moyenne tension.

### 3.4. Comparaison des deux stratégies de commande

#### 3.4.1. Simplicité de mise en œuvre

La première stratégie est plus simple à mettre en œuvre, la deuxième étant en particulier complexe au niveau de l’expression des déphasages caractérisant les échanges d’énergie dans le système. L’implantation de la deuxième stratégie dans un calculateur bon marché nécessiterait une linéarisation de certaines variables qui introduirait des erreurs de modélisation que les termes intégraux des commandes pourraient compenser par ailleurs.

#### 3.4.2. Taux de variation du courant délivré par la pile à combustible

En supposant qu’il n’y a pas d’échange d’énergie avec les supercapacités (celles-ci sont chargées à leur référence), la caractéristique statique de la pile permet de déterminer le taux de variation du courant qu’elle délivre.

Avec la première stratégie de commande, le taux de variation du courant dépend du point de fonctionnement. Ce n’est pas le cas pour la deuxième stratégie où la pile à combustible est contrôlée via l’énergie stockée dans la capacité placée en sortie de la pile à combustible indépendamment du point de fonctionnement. Malgré tout, on utilise la caractéristique statique de la pile pour calculer la trajectoire de référence  $y_{1ref}$ , caractéristique qui dépend en pratique de la pression des gaz ou de leur degré d’humidification et de la

température de la pile. Un observateur dédié à la prise en compte des modifications de la caractéristique statique en fonction des variations de ces différents paramètres pourra s'avérer nécessaire [Pay09a].

### 3.5. Conclusion

Dans ce chapitre, on s'est intéressé au contrôle des échanges d'énergie entre une source, des éléments de stockage et une charge.

Deux stratégies de commande ont été comparées. La première a utilisé des contrôleurs de type PI ou non linéaires alors que la deuxième a utilisé les propriétés de platitude pour le contrôle des convertisseurs.

De façon classique, les grandeurs plates considérées ont été les énergies électrostatiques stockées dans les capacités du filtre de sortie de la pile de combustible et de sortie du côté de la charge. Dans ce cas, les variables d'états, la tension aux bornes de ces deux capacités, s'expriment aisément à l'aide des variables plates.

Le schéma retenu pour le transformateur a permis d'exprimer les puissances transférées d'un port à l'autre à partir de ces grandeurs.

Les grandeurs de commande retenues ont été les puissances transférées de la pile à combustible vers la charge et vers les supercondensateurs. Nous avons montré comment définir ces grandeurs à partir des variables plates.

Les résultats présentés ont montré que les deux stratégies de commandes sont efficaces et qu'il était un peu difficile de conclure sur la supériorité de l'une par rapport à l'autre.

Dans l'approche considérée, nous n'avons pas tenu compte des pertes dans les convertisseurs ou dans le transformateur, les régulateurs compensant les erreurs de modélisation pour les deux modes de commande envisagés.

# **CHAPITRE 4**

## **MISE EN PARALLELE DE CONVERTISSEURS**

### **3-PORT**



## 4.1. Introduction

Dans le chapitre 3, nous avons présenté deux méthodes permettant de contrôler les échanges d'énergie dans un convertisseur 3-port.

Dans un système réel (véhicule, avion, ...) on peut avoir sur un même bus continu de nombreux générateurs, consommateurs et plusieurs éléments de stockage.

Nous nous intéressons dans ce chapitre à une étape intermédiaire entre un convertisseur 3-port et un système complet. Il s'agit de l'association d'une source principale, de deux éléments de stockage (supercondensateur et batterie) et d'une charge. Cette association pourrait être réalisée à l'aide d'un convertisseur 4-port mais comme nous l'avons vu au chapitre 2, un convertisseur 4-port nécessiterait de définir six transferts de puissance entre les ports. Une solution plus simple, issue directement de nos travaux consiste à utiliser une structure 2×3-port qui permet de plus de segmenter la puissance transitant dans les convertisseurs.

Il s'agit donc pour les deux méthodes de contrôle présentées précédemment de s'adapter à cette segmentation et de quantifier le gain obtenu en termes de complexité et de rendement global du dispositif.

## 4.2. Utilisation de la première méthode de contrôle

La première méthode de contrôle décrite dans le chapitre 3 utilise deux boucles de régulation. La première contrôle la puissance délivrée par la pile à combustible, la deuxième l'énergie stockée dans la capacité du côté de la charge.

Lors de la mise en parallèle de deux convertisseurs utilisant ce mode de régulation, il va être nécessaire de modifier la boucle de régulation de l'énergie.

### 4.2.1. Schéma du dispositif

Le principe de la mise en parallèle des deux convertisseurs 3-port est donné sur la figure 4-1.

En entrée, on contrôle la puissance entrant dans chacun des modules ( $P_1^1$  et  $P_1^2$ ). Il n'est donc pas nécessaire de modifier le filtre d'entrée, la puissance délivrée par la pile à combustible est tout simplement la somme des puissances d'entrée des modules. La référence pour chacun des modules correspond à la moitié de la puissance d'entrée nécessaires.

De même en sortie, le filtre n'est pas modifié, et la moitié de l'énergie nécessaire sera affectée à chaque module dans la régulation.

Afin de pouvoir différencier les modules, on a introduit en entrée de chacun des ports une résistance de câblage  $r_{mi,n}$  (la résistance du  $i^{\text{ème}}$  port du module  $n$ ).

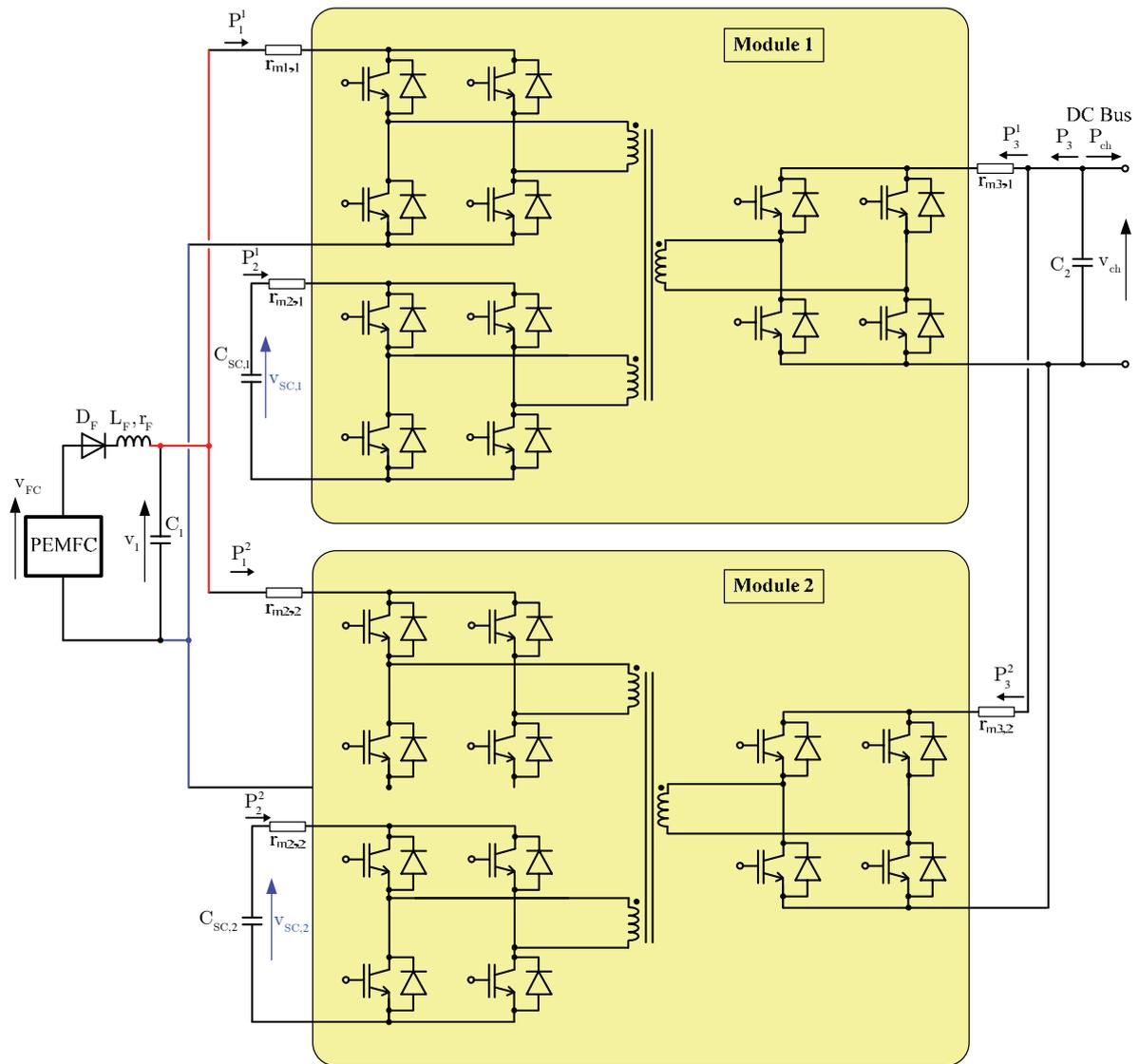


Figure 4-1. Mise en parallèle de deux convertisseurs utilisant le mode de contrôle n°1.

## 4.2.2. Structure de contrôle

### 4.2.2.1. Contrôle de la puissance en entrée

La référence de puissance de chaque module est de la forme :

$$P_{1 \text{ ref}}^n = \frac{P_{\text{ch}}}{2} + k_n \cdot (V_{\text{SCref},n} - v_{\text{SC},n}) \quad (4-1)$$

où  $n \in \{1,2\}$ . Cette relation est identique à celle utilisée pour un seul module mais avec un coefficient de 0,5 afin de partager la demande entre les deux modules.

Maintenant, c'est la puissance de sortie du filtre LC qui correspond à la puissance d'entrée des convertisseurs. Le diagramme n°1 du chapitre 3 est ainsi modifié et ne comporte plus les éléments du filtre de sortie de la pile à combustible (figure 4-2).

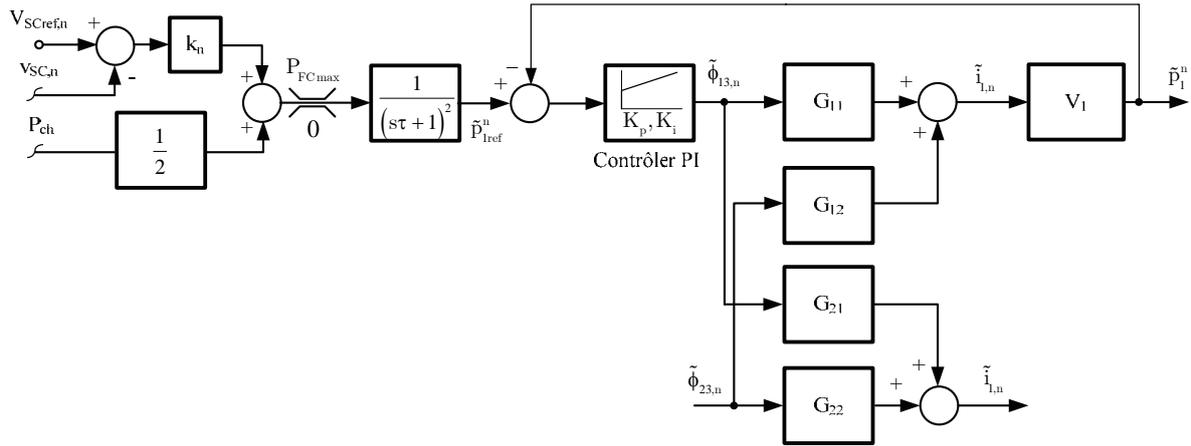


Figure 4-2. Schéma bloc du contrôle de la puissance d'entrée.

#### 4.2.2.2. Contrôle de l'énergie en sortie

En sortie la puissance est issue à part égale des deux convertisseurs et on peut écrire pour la puissance échangée entre les supercondensateurs et la charge :

$$P_{23ref}^n = \frac{1}{2} \cdot (\dot{y}_2 + P_{ch}) - P_{13ref}^n \quad (4-2)$$

où  $\dot{y}_2$  est la dérivée de l'énergie stockée dans la capacité de sortie  $C_2$ .

#### 4.2.3. Limitation du courant de sortie de la pile à combustible

La variation du courant délivré par la pile s'exprime comme dans le chapitre 3 sous la forme :

$$\frac{d}{dt} i_{FC} = \frac{\frac{d}{dt} \left( \sum_{n=1}^2 P_{1,ref}^n \right)}{\left( i_{FC} \left( \frac{d}{di_{FC}} v_{FC} \right) + v_{FC} \right)} \quad (4-3)$$

#### 4.2.4. Résultats de simulation

Pour vérifier cette méthode de contrôle une simulation a été réalisée à l'aide de Saber et de Matlab-Simulink. Le logiciel Saber simulant la partie puissance et Matlab-Simulink la commande, la simulation réalisée ressemble au moins pour la partie commande à une expérimentation. Les paramètres utilisés pour la simulation sont donnés dans les tableaux 4-1 et 4-2.

|            |       |
|------------|-------|
| $r_{m1,1}$ | 20 mΩ |
| $r_{m1,2}$ | 40 mΩ |
| $r_{m2,1}$ | 10 mΩ |
| $r_{m2,2}$ | 20 mΩ |
| $r_{m3,1}$ | 10 mΩ |
| $r_{m3,2}$ | 20 mΩ |

Tableau 4-1. Résistances d'entrée des ports.

|   |  |
|---|--|
| Fréquence de découpage                      | 20 kHz   |
| Puissance maximale de la pile à combustible | 400 W  |
| Puissance maximale de chaque module         | 200 W  |
| $V_1$                                       | 60 V   |
| $V_2 = V_{SC}$                              | 13 V   |
| $V_3 = V_{ch}$                              | 60 V   |
| SC  | 13 V, 10 F                                     |
| $C_1$                                       | 7,1 mF   |
| $C_2$                                       | 4,700 $\mu$ F                                  |
| $L_F$                                       | 600 $\mu$ H                                    |
| $r_F$                                       | 500 m $\Omega$                                 |
| k   | 750 W $\cdot$ V <sup>-1</sup>                  |
| $K_p$                                       | 0,0139 rad $\cdot$ W <sup>-1</sup>             |
| $K_i$                                       | 1,3925 rad $\cdot$ (W $\cdot$ s) <sup>-1</sup> |
| $\tau$                                      | 0,04 s   |
| $\lambda_{12}$                              | 16,02 $\mu$ H                                  |
| $\lambda_{13}$                              | 18,86 $\mu$ H                                  |
| $\lambda_{23}$                              | 10,29 $\mu$ H                                  |

Tableau 4-2. Paramètres du dispositif.

Trois tests sont présentés pour illustrer le mode de commande envisagé :

- Cas 1: Echelon de charge en mode normal ( $P_{ch} < P_{pile}$ )
- Cas 2 : Echelon de charge du mode normal vers le mode surcharge  
( $P_{ch} < P_{pile}$  ou  $P_{ch} > P_{pile}$ )
- Cas 3 : Echelon de charge du mode surcharge vers le mode récupération  
( $P_{ch} > P_{pile}$  ou  $P_{ch} < 0$ )

#### 4.2.4.1. Echelon de charge en mode normal ( $P_{ch} < P_{pile}$ )

Les résultats obtenus dans ce cas sont représentés sur la figure 4-3, un échelon de charge de 300 W est effectué.

On peut remarquer la limitation, lors de l'échelon, de la puissance débitée par la pile à combustible, les supercondensateurs intervenant lors du transitoire.

On peut constater une différence entre la puissance absorbée par chaque module ( $P_{1,ref}^1$  et  $P_{1,ref}^2$ ) et l'évolution légèrement différente des tensions aux bornes des supercondensateurs. Ceci est dû aux résistances d'entrée des ports qui ont des valeurs différentes.

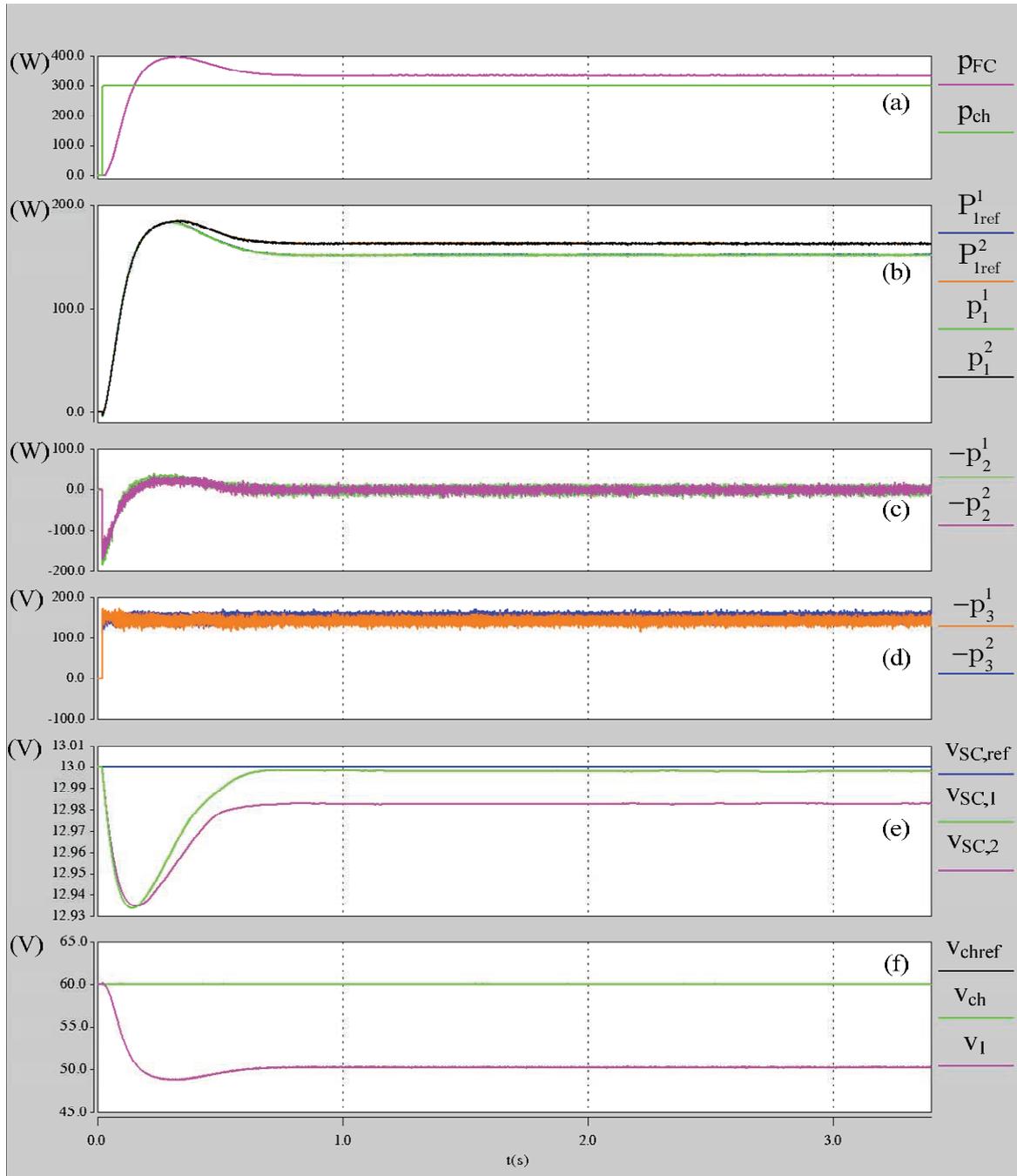


Figure 4-3. Echelon de charge en mode normal ( $P_{ch} < P_{pile}$ )  
 (a) Puissances délivrée par la pile à combustible  $p_{FC}$  et de charge  $p_{ch}$  ;

(b) Puissances d'entrée  $p_1^1$  et  $p_1^2$  et leur référence ;

(c) Puissances délivrées par les supercondensateurs ;

(d) Puissance de sortie des modules 1 et 2 ( $p_3^1$ ,  $p_3^2$ ) ;

(e) Tension des modules 1 et 2 de supercondensateurs ( $v_{SC,1}$ ,  $v_{SC,2}$ ) et leur référence ;

(f) Tension de sortie  $v_{ch}$  et sa référence  $V_{chref}$  et tension d'entrée  $v_1$ .

En régime permanent, les puissances ( $p_3^1 \approx p_3^2$ ) délivrées par chaque module sont pratiquement égales. Comme il n'y a qu'une capacité de sortie, les courants de sortie des deux modules comportent des harmoniques.

Comme les résistances d'entrée des deux modules ont des valeurs différentes, les tensions aux bornes des supercondensateurs ne sont pas égales,  $v_{SC,2} < v_{SC,1}$  et il s'ensuit que  $p_{Iref}^2 > p_{Iref}^1$  et que la puissance d'entrée ( $p_1^2$ ) du deuxième module est supérieure à celle du premier ( $p_1^1$ ).

La tension de sortie  $v_{ch}$  est bien constante et égale à sa référence.

#### **4.2.4.2. Echelon de charge du mode normal ( $P_{ch} < P_{pile}$ ) vers le mode surcharge ( $P_{ch} > P_{pile}$ )**

Les résultats du deuxième test sont présentés sur la figure 4-4. Pour ce test, la référence comporte tout d'abord un échelon de charge de 300 W, puis à  $t = 1$  s, un échelon supplémentaire de 200 W. Enfin à  $t = 2$  s, la charge est annulée.

Le tracé de la puissance délivrée par la pile à combustible, effectué sur le même diagramme que la référence de charge, montre qu'en mode normal ( $P_{ch} < P_{pile}$ ), la puissance délivrée par la pile est toujours supérieure à la référence. Ceci est dû aux pertes et à la recharge des bancs de supercondensateurs.

En surcharge, la puissance délivrée par la pile et donc les puissances d'entrée  $p_2^1$  et  $p_2^2$  sont limitées et égales à leurs valeurs maximales données dans le tableau 4-2.

Le tracé (d) montre que les puissances de sortie  $p_3^1$  et  $p_3^2$  sont identiques en régime permanent. Le tracé (e) souligne l'intervention des supercapacités lors du mode de surcharge. Elles sont ensuite rechargées lorsque ce mode est terminé. Les tensions aux bornes des supercapacités présentent une erreur statique due aux différences de valeurs des résistances d'entrée.

Comme précédemment, la tension de sortie  $v_{ch}$  est quasiment constante et la tension d'entrée  $v_1$  dépend de la charge et du niveau de charge des supercondensateurs.

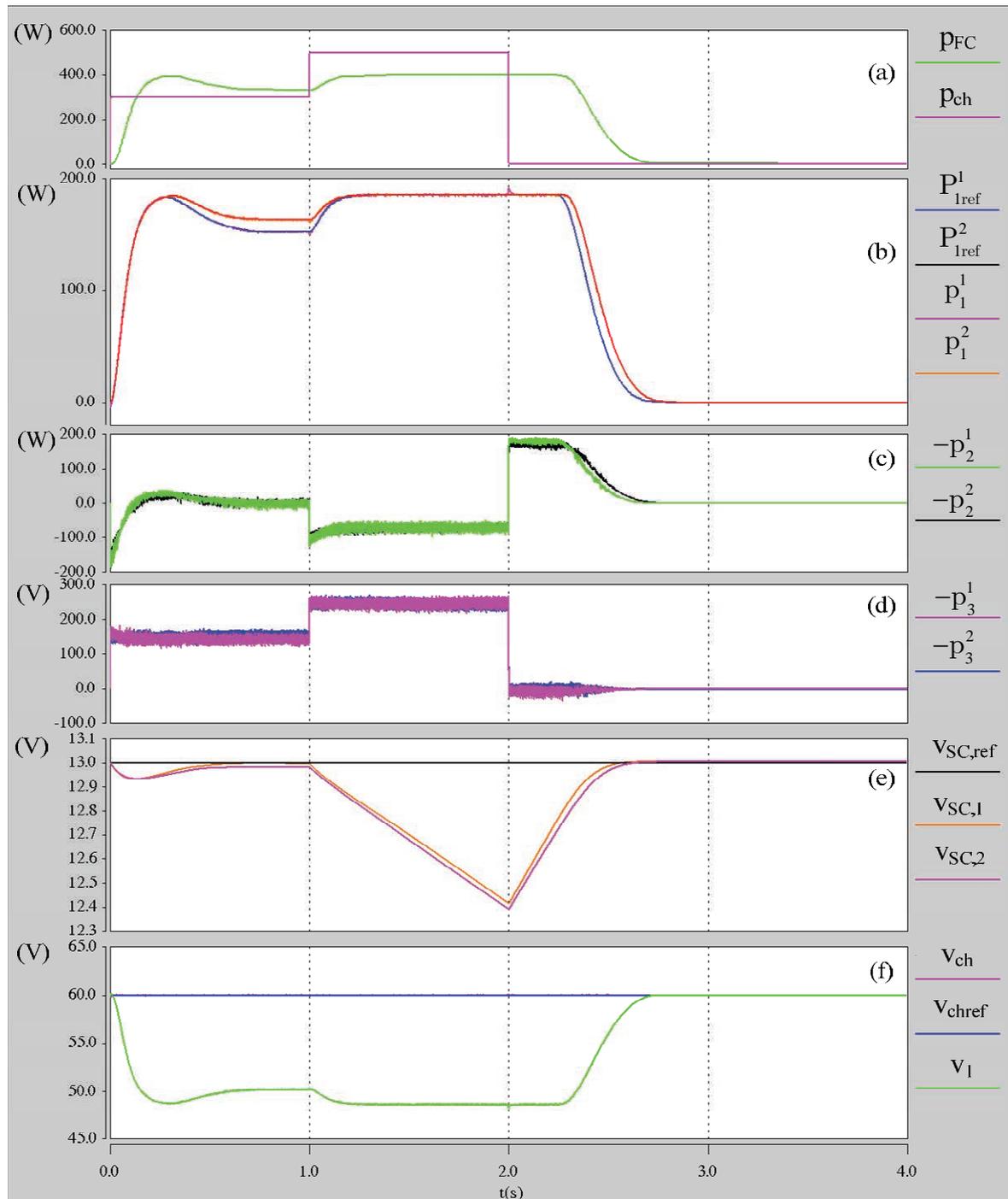


Figure 4-4. Echelon de charge ( $P_{ch} < P_{pile}$ ) puis de surcharge ( $P_{ch} > P_{pile}$ )

(a) Puissances délivrée par la pile à combustible  $p_{FC}$  et de charge  $p_{ch}$  ;

(b) Puissances d'entrée  $p_1^1$  et  $p_1^2$  et leur référence ;

(c) Puissances délivrées par les supercondensateurs ;

(d) Puissance de sortie des modules 1 et 2 ( $p_3^1$ ,  $p_3^2$ ) ;

(e) Tension des modules 1 et 2 de supercondensateurs ( $v_{SC,1}$ ,  $v_{SC,2}$ ) et leur référence ;

(f) Tension de sortie  $v_{ch}$  et sa référence  $V_{chref}$  et tension d'entrée  $v_1$ .

### 4.2.4.3. Echelon de charge du mode surcharge ( $P_{ch} > P_{pile}$ ) vers le mode de récupération ( $P_{ch} < 0$ )

Dans ce cas, un échelon de 600 W est appliqué avant d'effectuer un autre échelon négatif de 800W (figure 4-5). Comme précédemment, les tensions aux bornes des supercondensateurs sont légèrement différentes. Les supercondensateurs se déchargent lorsque la pile à combustible ne peut fournir la puissance nécessaire mais par contre se charge pendant le mode de récupération et après l'arrêt de l'alimentation de la charge.

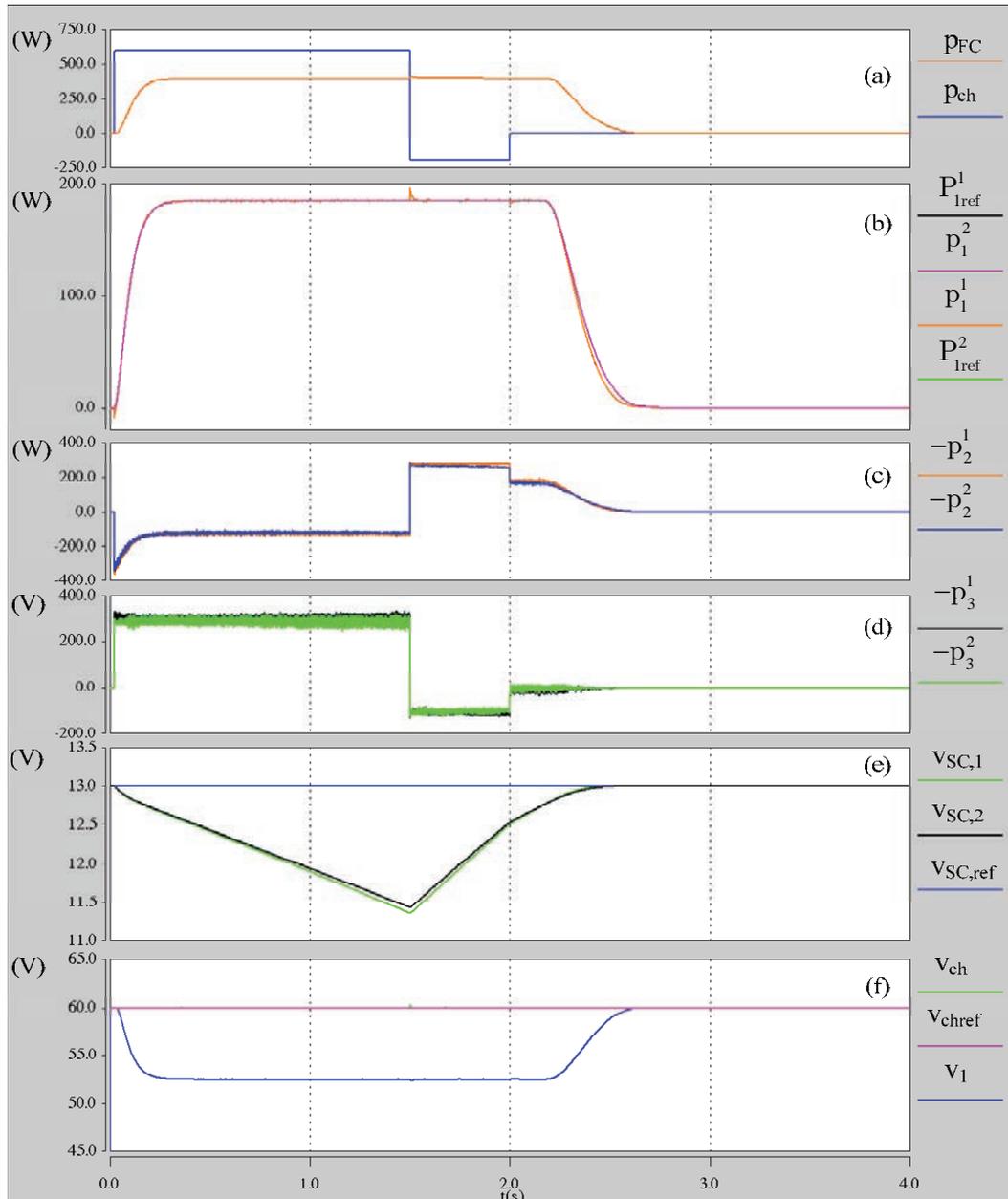


Figure 4-5. Surcharge ( $P_{ch} > P_{pile}$ ) et récupération ( $P_{ch} < 0$ )

(a) Puissances délivrée par la pile à combustible  $p_{FC}$  et de charge  $p_{ch}$  ;

(b) Puissances d'entrée  $p_1^1$  et  $p_1^2$  et leur référence ;

(c) Puissances délivrées par les supercondensateurs ;

(d) Puissance de sortie des modules 1 et 2 ( $p_3^1$ ,  $p_3^2$ ) ;

(e) Tension des modules 1 et 2 de supercondensateurs ( $v_{SC,1}$ ,  $v_{SC,2}$ ) et leur référence ;

(f) Tension de sortie  $v_{ch}$  et sa référence  $V_{chref}$  et tension d'entrée  $v_1$ .

#### 4.2.4.4. Conclusion sur la première méthode de contrôle

Avec deux convertisseurs 3-port en parallèle, la puissance transitant dans le dispositif se partage entre les deux convertisseurs. Cette puissance dépend de la demande de la charge et de l'état de charge des supercondensateurs.

Comme les résistances d'entrée des bancs de supercondensateurs peuvent être différentes, les tensions aux bornes de ces derniers peuvent être légèrement différentes et il en est alors de même pour les puissances d'entrée des modules.

De plus, comme au niveau de chaque module, la puissance d'entrée est limitée ainsi que la pente du courant, la puissance délivrée par la pile à combustible et la pente du courant issue de la pile à combustible seront limités.

De façon identique à ce qu'y avait été fait pour un module au chapitre 3, la tension aux bornes des supercondensateurs est réglée à l'aide d'un simple gain  $k_n$ . Il s'ensuit une erreur statique sur les tensions aux bornes des supercondensateurs et sur les références des puissances d'entrée des modules.

### 4.3. Utilisation de la deuxième méthode de contrôle

La deuxième méthode de contrôle utilise les propriétés de platitude du système présentée au chapitre 3. Les variables de sortie plates sont les énergies électrostatiques stockées dans les capacités en entrée et en sortie.

Si l'on veut piloter la puissance d'entrée de chacun des modules, il est donc nécessaire de disposer d'une capacité en entrée de chaque module. On a donc choisi de placer une diode et un filtre sur chaque module (figure 4-6). La présence de la diode sur chaque module, évite les interactions entre les modules.

#### 4.3.1. Structure de contrôle

##### 4.3.1.1. Contrôle de la puissance en entrée

Comme pour le premier mode de contrôle, il est nécessaire de partager les puissance en entrée ( $p_{FC,1}$  et  $p_{FC,2}$ ) et en sortie ( $p_3^1$  et  $p_3^2$ ).

De plus, la puissance d'entrée maximale doit être limitée en limitant la valeur minimale des tensions aux bornes des capacités d'entrées.

Pour un seul module, si on néglige les pertes, la valeur minimale de la tension aux bornes de la capacité  $C_1$  correspond à la tension de sortie de la pile à combustible délivrant le maximum de puissance. En réalité, on a des pertes dans la diode et dans l'inductance du filtre que l'on peut représenter par une résistance série  $r_n$ .

On a alors pour la tension minimale :

$$v_{1,n,\min} = v_{FC\min} - V_{DF,n} - r_n \cdot i_{FC,n,\max} \quad (4-4)$$

Pour un convertisseur avec 2 modules en parallèle, cette relation devient :

$$v_{FC\min} = \frac{1}{2} \left( \sum_{n=1}^2 \left\{ v_{1,n,\min} + V_{DF,n} + r_n \cdot i_{FC,n,\max} \right\} \right) \quad (4-5)$$

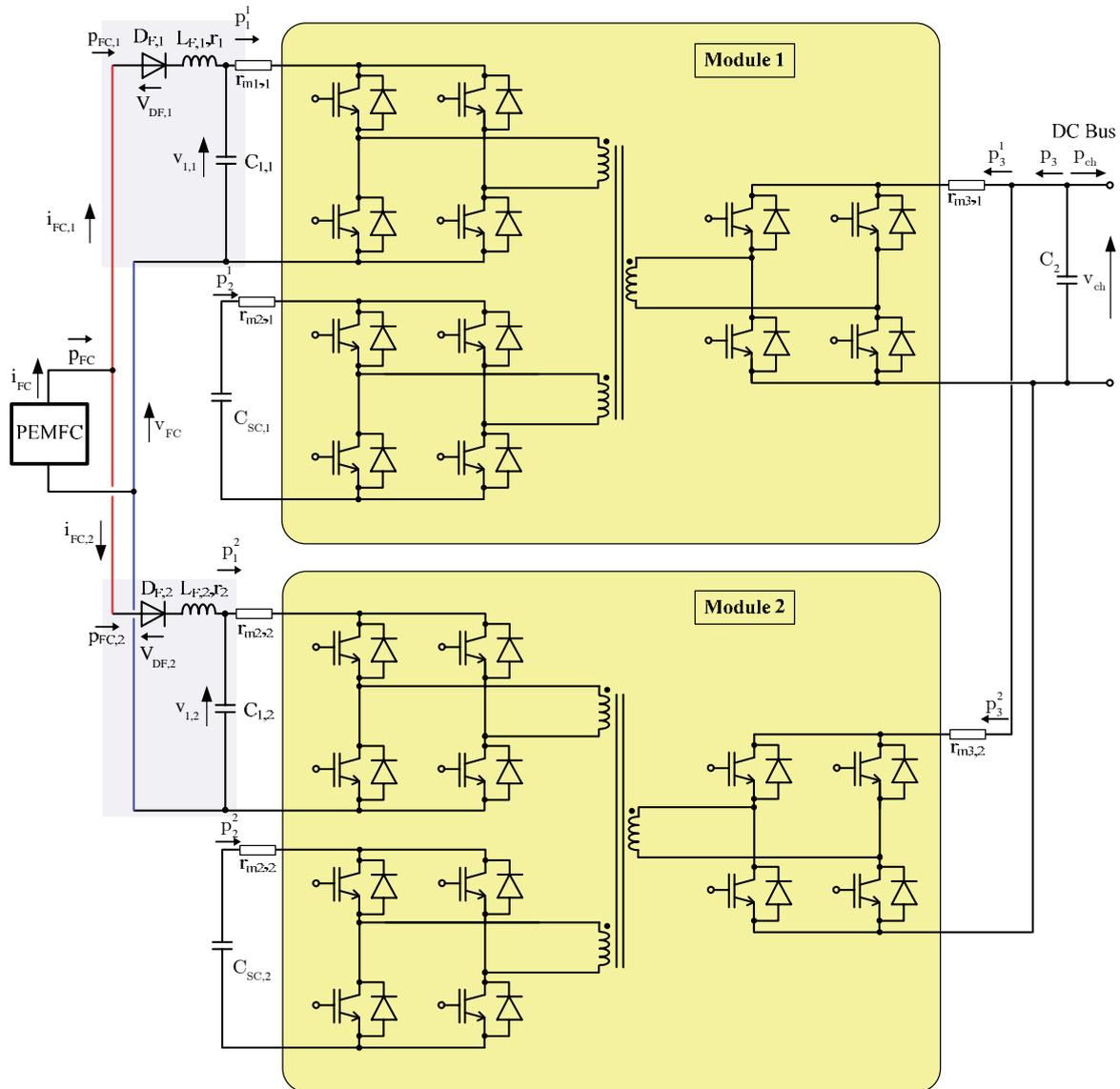


Figure 4-6. Mise en parallèle de deux convertisseurs utilisant le mode de contrôle n° 2.

$$\text{où : } i_{FC,max} = \sum_{n=1}^2 i_{FC,n,max} .$$

Notons que si nous limitons la tension, cela revient à limiter la puissance délivrée par la pile à combustible. De plus, il n'y aura égalité entre les courants circulant dans les différents modules que si la résistance associée aux pertes est la même dans chaque module. Si ce n'est pas le cas (et cela ne sera en pratique jamais le cas), les puissances d'entrée des modules et les tensions aux bornes des bancs de supercondensateurs seront légèrement différentes.

Pour le contrôle des deux modules, le module 1 est le module principal et le module 2 est asservi au module 1. On va considérer que la résistance  $r_1$  et la chute de tension  $V_{DF,1}$  aux bornes de la diode sont connues. Leurs valeurs dépendent du point de fonctionnement.

$$\begin{aligned} r_2 &= r_1 + \Delta r \\ V_{DF,2} &= V_{DF,1} + \Delta V_{DF} \end{aligned} \quad (4-6)$$

Pour le premier module, la trajectoire de  $y_1$ , l'énergie électrostatique statique stockée dans la capacité d'entrée  $C_{1,1}$  est uniquement modifiée en ajoutant le bloc A (figure 4-7) définissant la puissance d'entrée en fonction du nombre de module mis en parallèle (ici,  $N = 2$ ).

Pour le second module, deux blocs sont ajoutés. Un bloc A pour le calcul de la puissance comme pour l'autre module et un bloc B permettant de tenir compte des différences introduites par  $r_2$  et  $V_{DF,2}$ .

Afin que les puissances  $p_{FC,1}$  et  $p_{FC,2}$  soient égales, un observateur paramétrique est ajouté (figure 4-7) :

$$\frac{d}{dt} v_{1,2} = \alpha \cdot (p_{FC,2} - p_{FC,1}) \cdot \frac{r_1 + \Delta r^*}{V_{FC}} \quad (4-7)$$

où  $\Delta r^*$  est la variation maximale autorisée pour la résistance  $r_2$ . La stabilité du partage des puissances est assurée par le choix du coefficient  $\alpha$ .

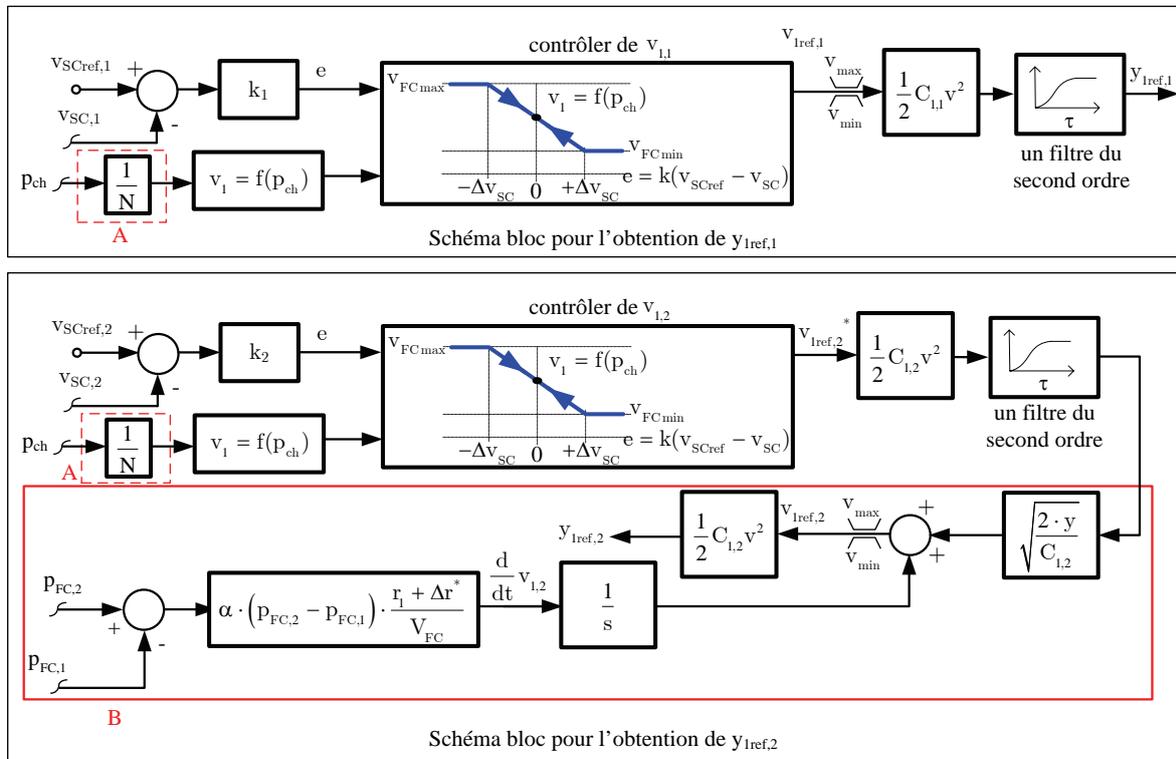


Figure 4-7. Diagramme des trajectoires des énergies stockées dans les capacités d'entrée. Premier module (en haut) et deuxième module (en bas).

Afin de prouver la stabilité de cet observateur, une fonction de Lyapunov est proposée [Kha02] :

$$V(v_{1,2}) = \frac{1}{2} \cdot (p_{FC,2} - p_{FC,1})^2 \quad (4-8)$$

et dont la dérivé par rapport à  $v_{1,2}$  est égale à :

$$\frac{dV(v_{1,2})}{dv_{1,2}} = (p_{FC,2} - p_{FC,1}) \cdot \frac{d(p_{FC,2} - p_{FC,1})}{dv_{1,2}} \cdot \frac{dv_{1,2}}{dt} \quad (4-9)$$

Les puissances d'entrée s'écrivant :

$$\begin{aligned} p_{FC,1} &= V_{FC} \cdot \left( \frac{V_{FC} - V_{DF,1} - v_{1,1}}{r_1} \right) \\ p_{FC,2} &= V_{FC} \cdot \left( \frac{V_{FC} - V_{DF,2} - v_{1,2}}{r_2} \right) \end{aligned} \quad (4-10)$$

on en déduit à l'aide de la relation (4-7) :

$$\begin{aligned} \frac{dV(v_{1,2})}{dv_{1,2}} &= -\alpha \cdot (p_{FC,2} - p_{FC,1})^2 \cdot \frac{1 + \frac{\Delta r^*}{r_1}}{1 + \frac{\Delta r}{r_1}} \\ &= -2 \cdot \alpha \cdot V(v_{1,2}) \cdot \frac{1 + \frac{\Delta r^*}{r_1}}{1 + \frac{\Delta r}{r_1}} \end{aligned} \quad (4-11)$$

Pour un coefficient  $\alpha$  positif, cette dérivée est toujours négative, ce qui assure la stabilité de l'observateur utilisé.

#### 4.3.1.2. Définition de la puissance coté charge

De la même façon que pour le mode de commande n° 1, l'expression (4-2) permet de définir l'échange entre les supercondensateurs et la charge. De la même façon qu'au chapitre 3, on en déduit alors pour chaque module les références des puissances échangées entre la pile à combustible et la charge  $p_{13ref}^n$  et entre la pile à combustible et les supercondensateurs  $p_{12ref}^n$ .

#### 4.3.2. Taux de variation du courant

Si l'on suppose que les puissances et les courants d'entrée des différents modules sont égaux ( $p_{FC,1} = p_{FC,2}$  et  $i_{FC,1} = i_{FC,2}$ ) et que les tensions  $v_{1,n}$  suivent parfaitement leur référence, le taux de variation du courant délivré par la pile à combustible peut s'écrire de façon comparable à l'expression obtenue au chapitre 3 :

$$\frac{d}{dt} i_{FC} = \frac{\frac{i_{FC}}{2} \cdot \frac{d}{dt} \left( \sum_n^2 v_{1ref,n} \right)}{i_{FC} \cdot \frac{d}{di_{FC}} v_{FC} + v_{FC} - \frac{1}{2} \cdot \left( \sum_n^2 r_{1,n} \cdot i_{FC} + \sum_n^2 V_{D,n} + \sum_n^2 v_{1ref,n} \right)} \quad (4-12)$$

#### 4.3.3. Résultats de simulation

Quatre essais ont été effectués pour vérifier l'efficacité de ce deuxième mode de commande :

- Cas 1 : Echelon de charge en mode normal ( $P_{ch} < P_{pile}$ )
- Cas 2 : Echelon de charge du mode normal vers le mode surcharge

( $P_{ch} < P_{pile}$  puis  $P_{ch} > P_{pile}$ )

- Cas 3 : Echelon de charge du mode de surcharge vers le mode récupération

( $P_{ch} > P_{pile}$  puis  $P_{ch} < 0$ )

- Cas 4 : Echelon de charge en mode normal ( $P_{ch} < P_{pile}$ ) avec et sans observateur d'équilibrage des puissances d'entrée

Les paramètres de la simulation sont détaillés dans le tableau 4-3.

|                       |                                 |
|-----------------------|---------------------------------|
| $L_{F,1} = L_{F,2}$   | 600 $\mu\text{H}$               |
| $r_{F,1}$             | 200 $\text{m}\Omega$            |
| $r_{F,2}$             | 400 $\text{m}\Omega$            |
| $r_{m1,1} = r_{m1,2}$ | 0                               |
| $r_{m2,1} = r_{m3,1}$ | 10 $\text{m}\Omega$             |
| $r_{m2,2} = r_{m3,2}$ | 20 $\text{m}\Omega$             |
| $k$                   | 50 $\text{W}\cdot\text{V}^{-1}$ |
| $\tau_{fs}$           | 0,01 s                          |
| $\tau$                | 0,04 s                          |
| $\alpha$              | 20                              |

Tableau 4-3. Paramètres de la simulation.

#### 4.3.3.1. Echelon de charge en mode normal ( $P_{ch} < P_{pile}$ )

Les résultats de ce premier exemple de simulation sont donnés sur les figures 4-8 et 4-9. Le convertisseur est démarré à vide, puis à l'instant  $t = 0,01$  s, on impose un échelon de puissance de 300 W inférieur à la puissance maximale de la pile.

On constate tout d'abord une légère décharge des supercondensateurs due à la limitation de la pente du courant délivré par la pile à combustible.

En régime établi, on constate que les puissances de sortie des deux modules ( $p_3^1$  et  $p_3^2$ ) ainsi que les puissances d'entrée  $p_{FC,1}$  et  $p_{FC,2}$  sont égales.

L'évolution des tensions des supercondensateurs des deux modules n'est pas la même en raison des valeurs différentes des résistances parasites série.

De leur côté, les énergies électrostatiques stockées dans les condensateurs suivent bien leur référence (la figure 4-9).

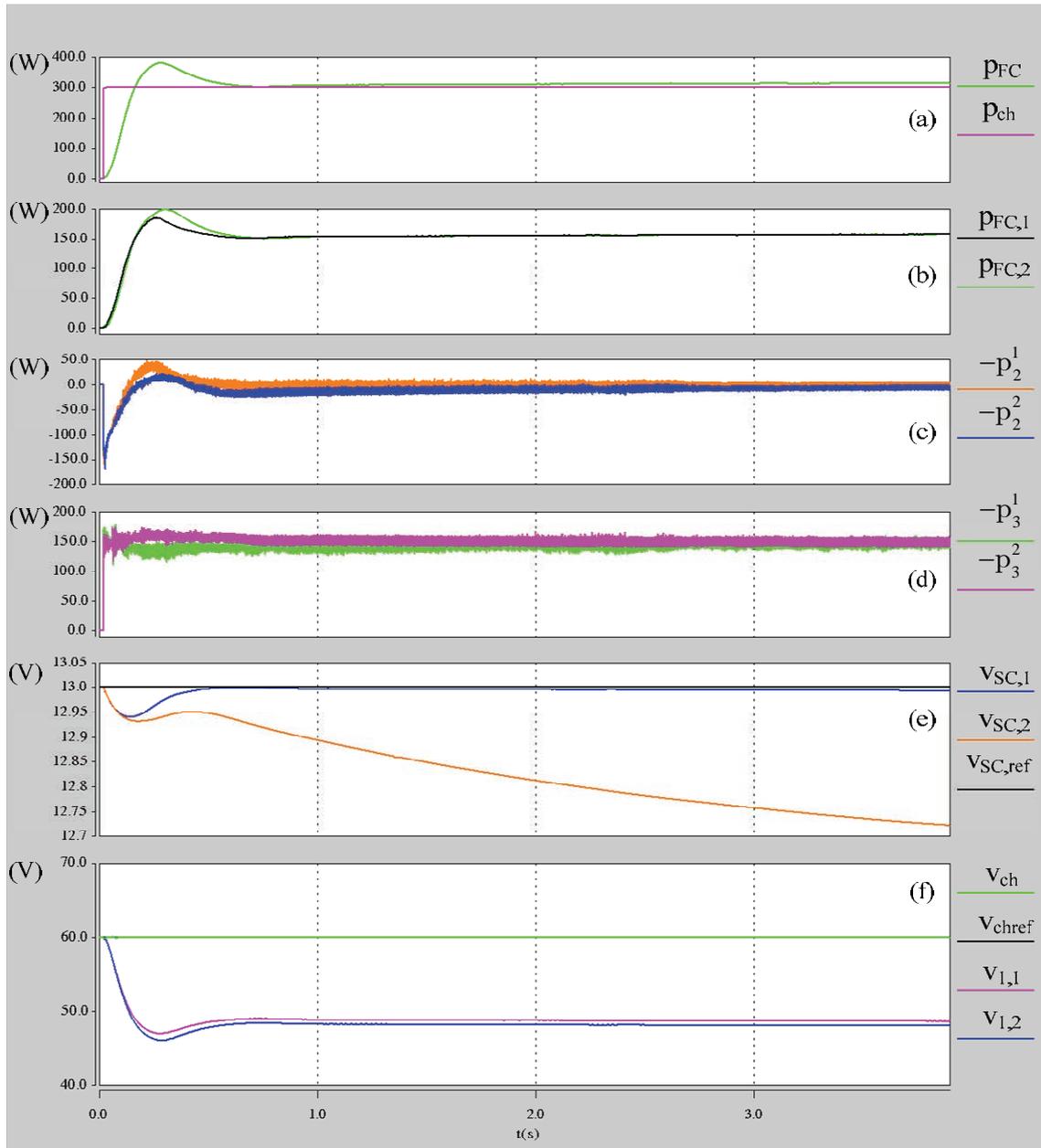


Figure 4-8. Echelon de charge en mode normal  $P_{ch} < P_{pile}$ )

(a) Puissances délivrée par la pile à combustible  $p_{FC}$  et de charge  $p_{ch}$

(b) Puissances d'entrée  $p_1^1$  et  $p_1^2$  et leur référence ;

(c) Puissances délivrées par les supercondensateurs ;

(d) Puissances de sortie des modules 1 et 2 ( $p_3^1$ ,  $p_3^2$ ) ;

(e) Tension des modules 1 et 2 de supercondensateurs ( $v_{SC,1}$ ,  $v_{SC,2}$ ) et leur référence ;

(f) Tension de sortie  $v_{ch}$  et sa référence  $V_{ch,ref}$  et tensions d'entrée  $v_{1,1}$  et  $v_{1,2}$ .

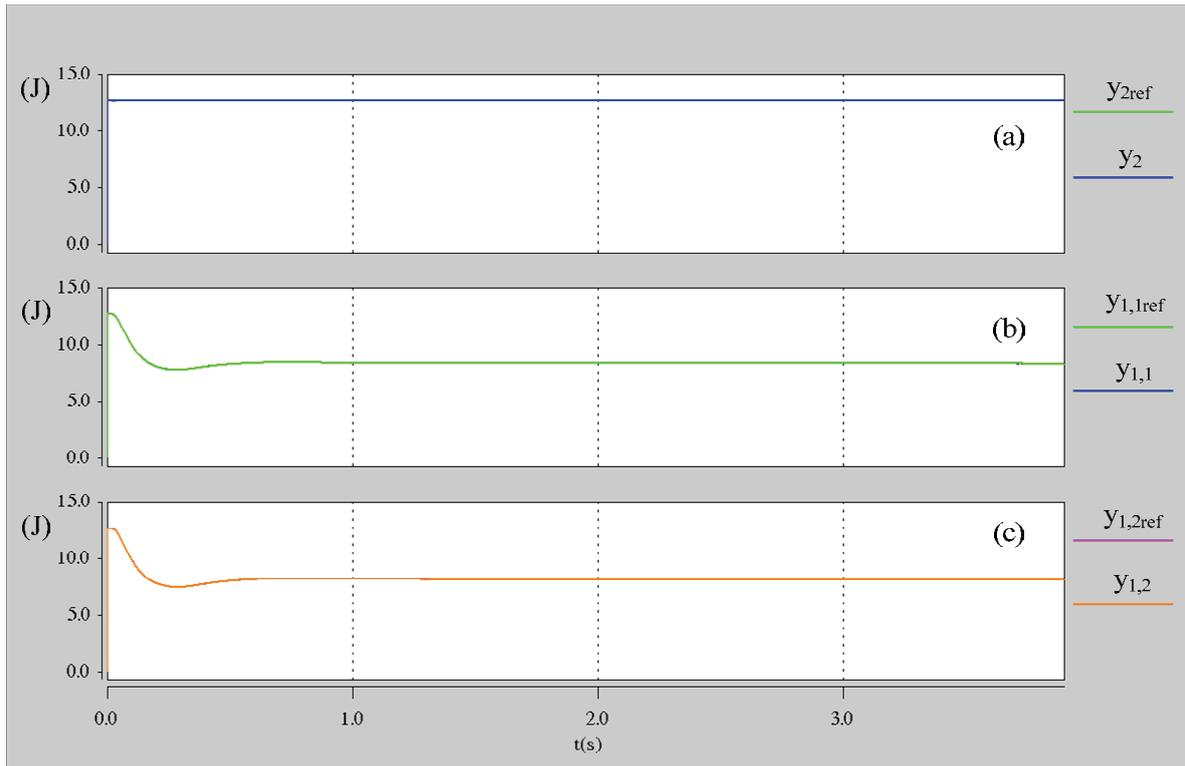


Figure 4-9. Echelon de charge en mode normal ( $P_{ch} < P_{pile}$ )  
 (a) Energie du condensateur de sortie et sa référence ;  
 (b) Energie du condensateur d'entrée du module 1 et sa référence ;  
 (c) Energie du condensateur d'entrée du module 2 et sa référence.

#### 4.3.3.2. Echelon de charge du mode normal ( $P_{ch} < P_{pile}$ ) vers le mode surcharge ( $P_{ch} > P_{pile}$ )

Les résultats de la simulation réalisée sont présentés sur les figures 4-10 et 4-11.

Dans ce cas, le convertisseur est démarré à vide. A l'instant  $t = 0,01$  s un échelon de charge de 300 W est effectué afin de montrer le comportement du système en mode normal. Ensuite, à l'instant  $t = 1$  s, un échelon de charge de 500 W est introduit : le système est maintenant en mode de surcharge. Enfin, à l'instant  $t = 2$  s, la charge passe brusquement de 500 W à 0 W.

Ces résultats montrent que les énergies des convertisseurs sont bien contrôlées et qu'elles suivent bien leur référence. De plus, les puissances des deux modules sont presque égales en régime permanent, mais différentes en mode transitoire.

On observe également que la puissance maximale de la pile à combustible et la puissance maximale de chaque module sont bien limitées aux valeurs données dans le tableau 4-2.

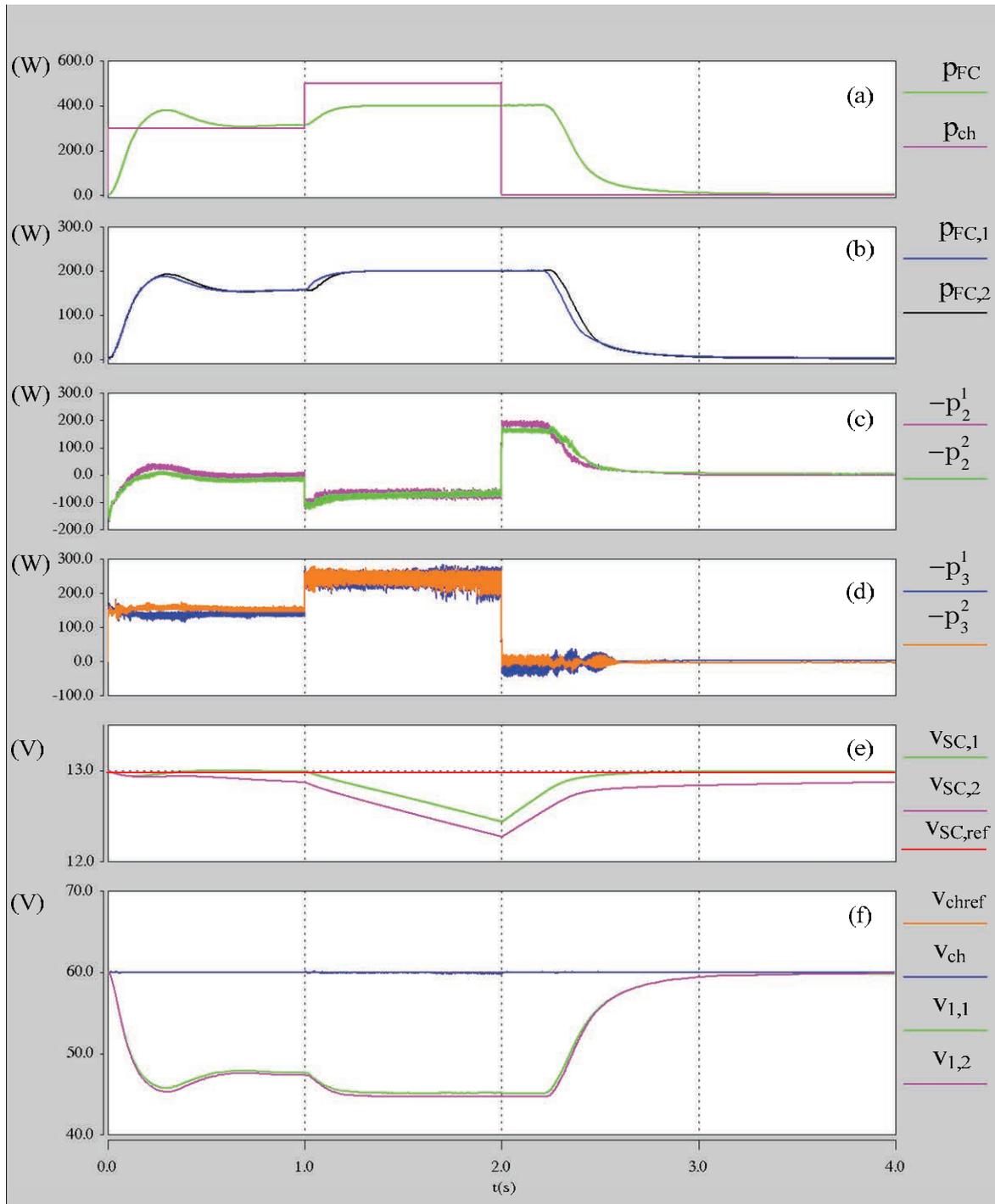


Figure 4-10. Echelon de charge ( $P_{ch} < P_{pile}$ ) puis de surcharge ( $P_{ch} > P_{pile}$ )  
 (a) Puissances délivrées par la pile à combustible  $p_{FC}$  et de charge  $p_{ch}$  ;  
 (b) Puissances d'entrée  $p_1^1$  et  $p_1^2$  et leur référence ;  
 (c) Puissances délivrées par les supercondensateurs ;  
 (d) Puissances de sortie des modules 1 et 2 ( $p_3^1$ ,  $p_3^2$ ) ;  
 (e) Tension des modules 1 et 2 des supercondensateurs ( $v_{SC,1}$ ,  $v_{SC,2}$ ) et leur référence ;  
 (f) Tension de sortie  $v_{ch}$  et sa référence  $v_{chref}$  et tensions d'entrées  $v_{1,1}$  and  $v_{1,2}$ .

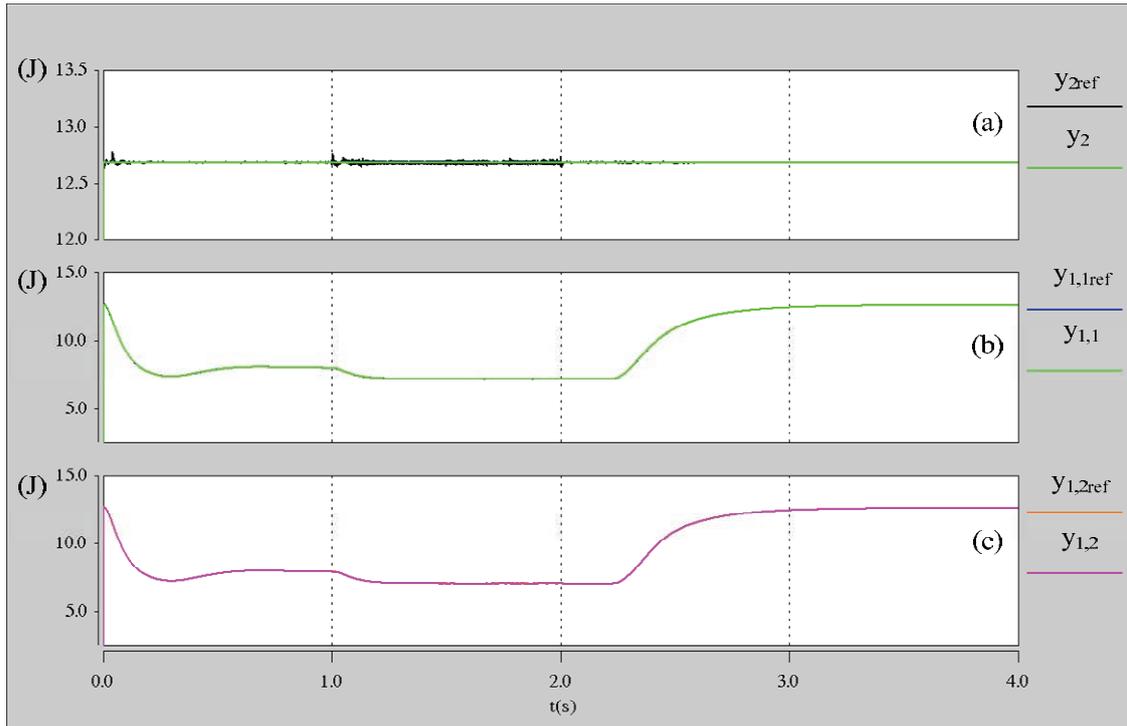


Figure 4-11. Echelon de charge ( $P_{ch} < P_{pile}$ ) puis de surcharge ( $P_{ch} > P_{pile}$ )  
 (a) Energie du condensateur de sortie et sa référence ;  
 (b) Energie du condensateur d'entrée du module 1 et sa référence ;  
 (c) Energie du condensateur d'entrée du module 2 et sa référence.

#### 4.3.3.3. Echelon de charge du mode surcharge ( $P_{ch} > P_{pile}$ ) vers le mode de récupération ( $P_{ch} < 0$ )

Comme dans le cas précédant, le fonctionnement du système dépend du profil de charge. Le convertisseur est démarré à vide. A l'instant  $t = 0,01$  s, on passe en mode de surcharge, puis en mode de récupération à  $t = 1,5$  s. Enfin à  $t = 2$  s, la puissance de charge est annulée.

Les formes d'onde correspondantes sont données sur les figures 4-12 et 4-13.

Comme précédemment, les énergies des convertisseurs sont bien contrôlées et suivent bien leur référence. De plus, les puissances des deux modules sont presque égales en régime permanent, mais différentes en mode transitoire.

La tension de supercondensateurs converge bien vers sa valeur de référence en régime établi.

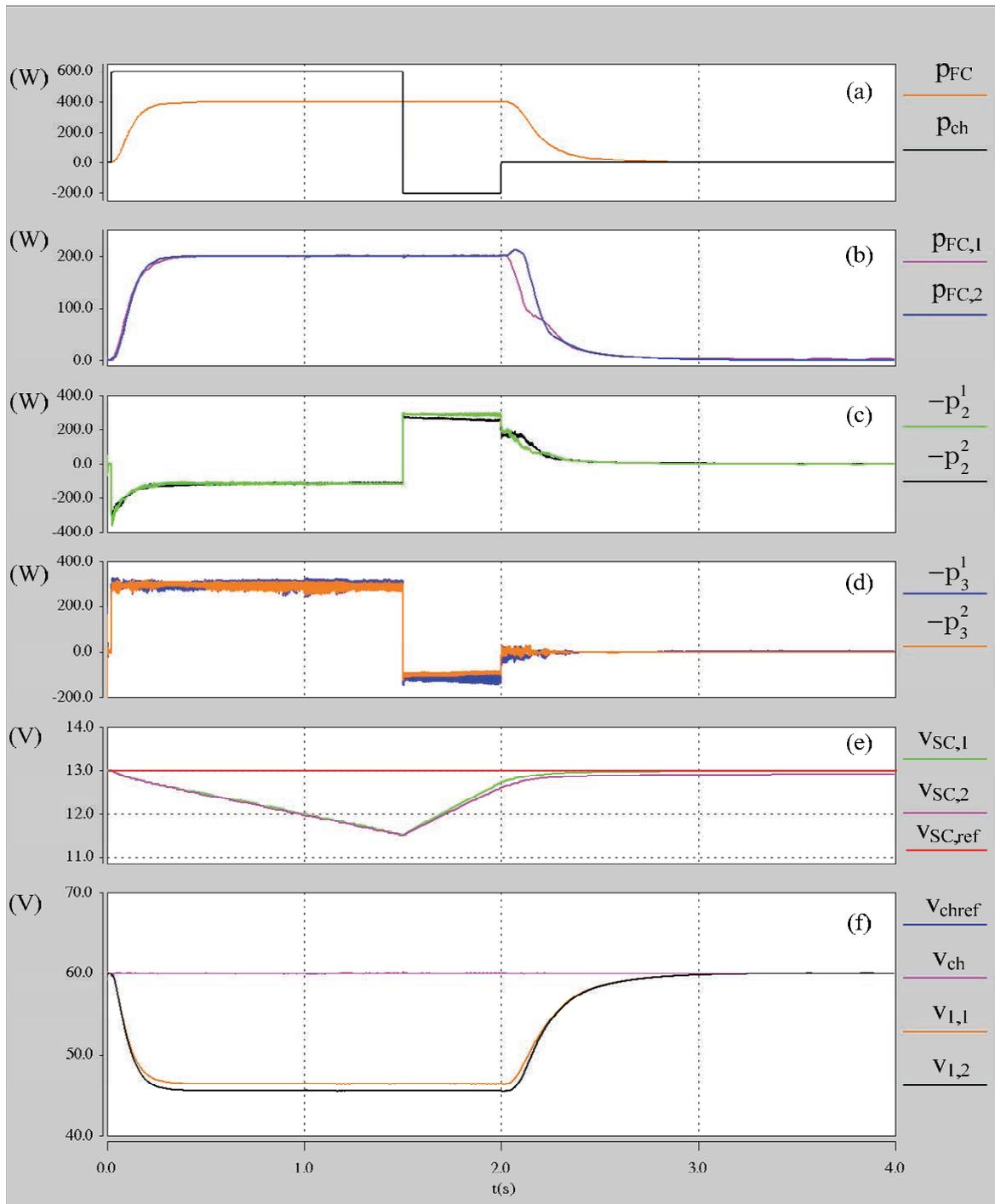


Figure 4-12. Surchage ( $P_{ch} > P_{pile}$ ) et récupération ( $P_{ch} < 0$ )

(a) Puissances délivrée par la pile à combustible  $p_{FC}$  et de charge  $p_{ch}$  ;

(b) Puissances d'entrée  $p_1^1$  et  $p_1^2$  et leur référence ;

(c) Puissances délivrées par les supercondensateurs ;

(d) Puissances de sortie des modules 1 et 2 ( $p_3^1$ ,  $p_3^2$ ) ;

(e) Tension des modules 1 et 2 de supercondensateurs ( $v_{SC,1}$ ,  $v_{SC,2}$ ) et leur référence ;

(f) Tension de sortie  $v_{ch}$  et sa référence  $V_{chref}$  et tensions d'entrée  $v_{1,1}$  et  $v_{1,2}$ .

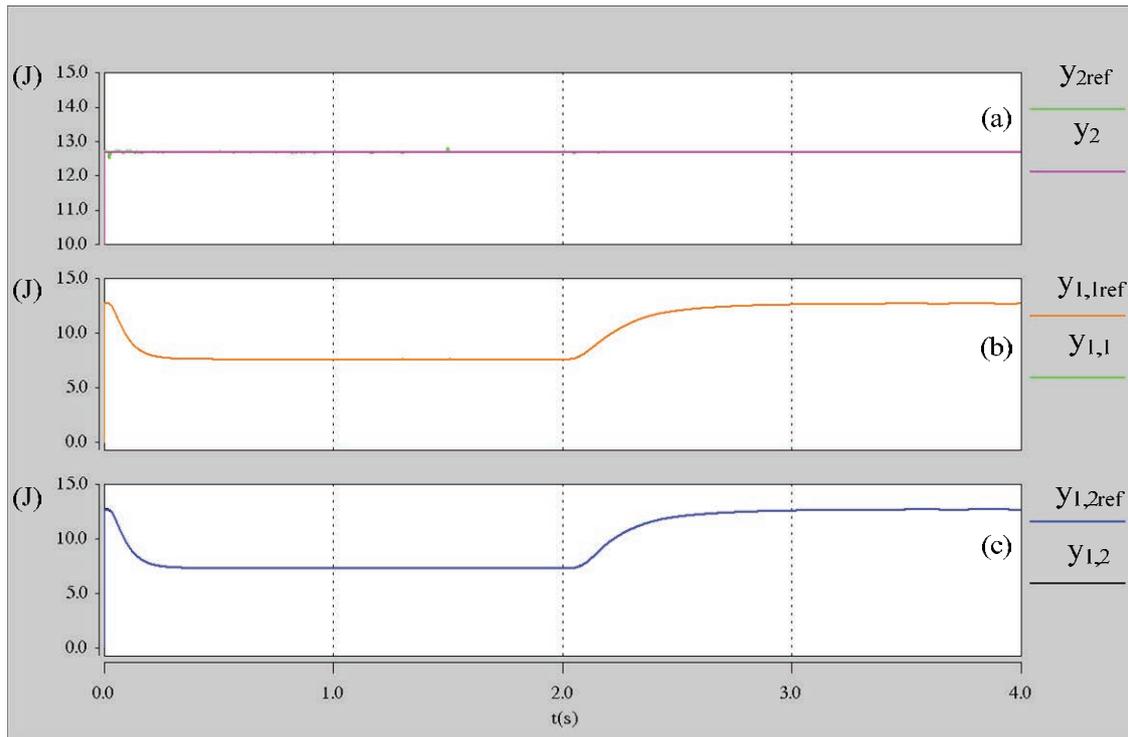


Figure 4-13. Surcharge ( $P_{ch} > P_{pile}$ ) et récupération ( $P_{ch} < 0$ )  
 (a) Energie du condensateur de sortie et sa référence ;  
 (b) Energie du condensateur d'entrée du module 1 et sa référence ;  
 (c) Energie du condensateur d'entrée du module 2 et sa référence.

#### 4.3.3.4. Echelon de charge en mode normal ( $P_{ch} < P_{pile}$ ) avec et sans observateur paramétrique d'équilibrage des puissances d'entrée

Afin de montrer l'efficacité de l'observateur utilisé pour équilibrer la puissance d'entrée des deux modules, la simulation présentée est effectuée dans un premier temps sans observateur avant de l'activer (figures 4-14 et 4-15).

Comme pour le cas n° 1, les convertisseurs démarrent à vide avant d'effectuer un échelon de charge de 300 W.

On peut voir sur les résultats des figures 4-14 et 4-15 l'intérêt de l'observateur paramétrique. En son absence, les énergies électrostatiques d'entrée présentent des oscillations dues au fait que les résistances d'entrée sont différentes.

A  $t = 2$  s, l'observateur est activé et le fonctionnement du système redevient normal avec une répartition équitable des puissances d'entrée.

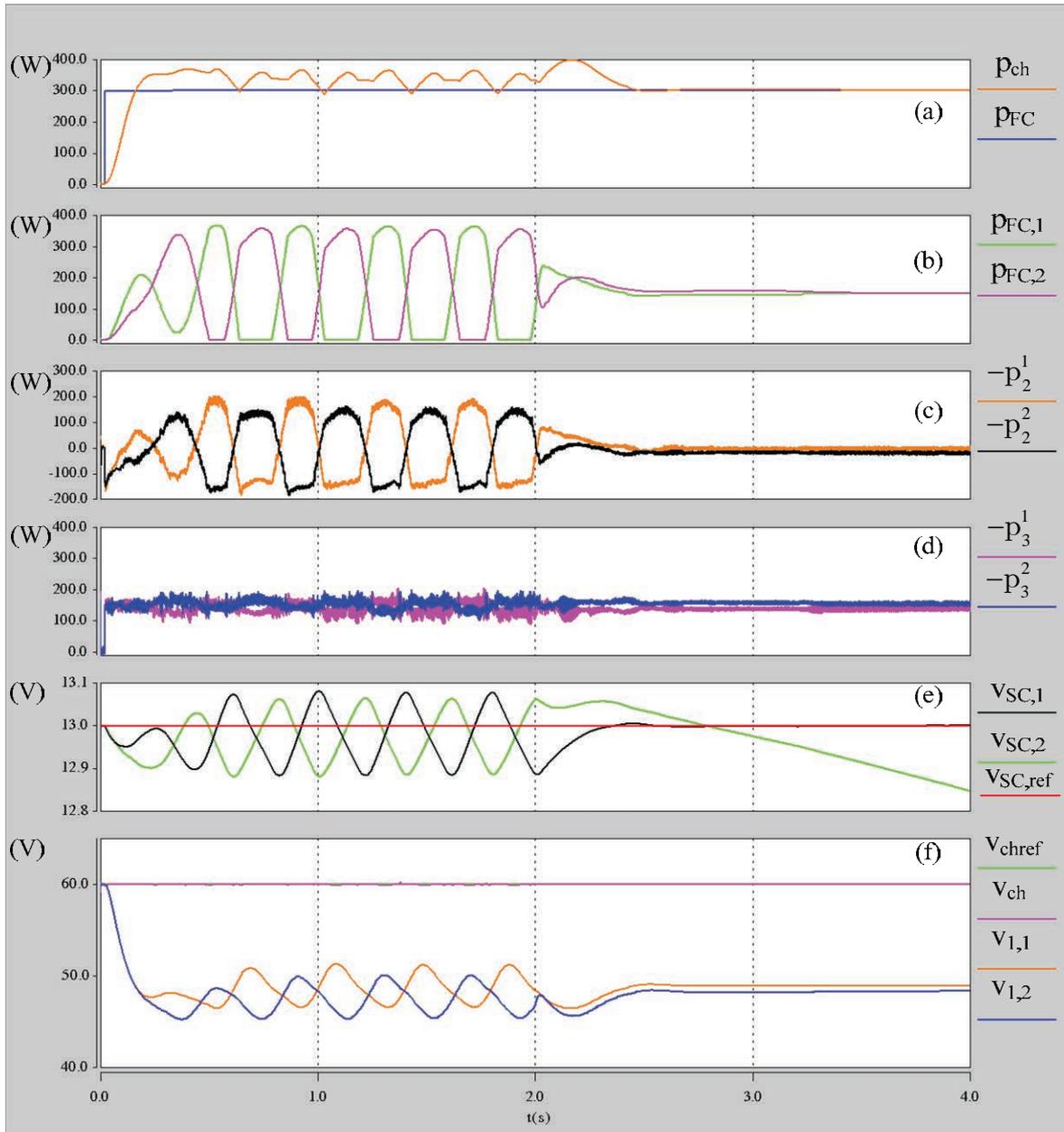


Figure 4-14. Fonctionnement avec et sans observateur d'équilibrage

(a) Puissances délivrées par la pile à combustible  $p_{FC}$  et de charge  $p_{ch}$  ;

(b) Puissances d'entrée  $p_1^1$  et  $p_1^2$  et leur référence ;

(c) Puissances délivrées par les supercondensateurs ;

(d) Puissances de sortie des modules 1 et 2 ( $p_3^1$ ,  $p_3^2$ ) ;

(e) Tension des modules 1 et 2 des supercondensateurs ( $v_{SC,1}$ ,  $v_{SC,2}$ ) et leur référence ;

(f) Tension de sortie  $v_{ch}$  et sa référence  $V_{chref}$  et tensions d'entrées  $v_{1,1}$  and  $v_{1,2}$ .

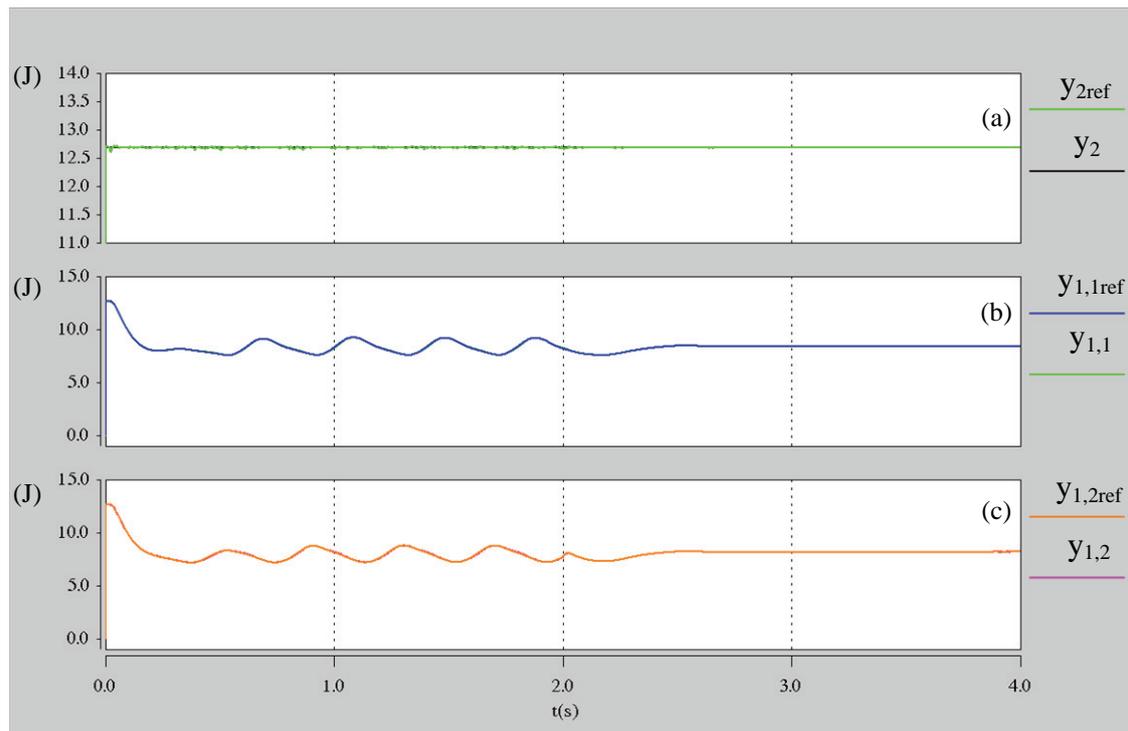


Figure 4-15. Fonctionnement avec et sans observateur paramétrique d'équilibrage  
 (a) Energie du condensateur de sortie et sa référence ;  
 (b) Energie du condensateur d'entrée du module 1 et sa référence ;  
 (c) Energie du condensateur d'entrée du module 2 et sa référence.

#### 4.3.3.5. Conclusion sur la deuxième méthode de contrôle

Dans cette méthode, deux filtres LC sont utilisés pour individualiser la tension d'entrée de chaque convertisseur.

Pour répartir la puissance d'entrée équitablement entre les deux modules, la commande de puissance d'entrée est modifiée par l'ajout d'un contrôleur destiné à équilibrer la puissance d'entrée de chaque module. On a montré que cet observateur était stable au sens de Lyapunov. De plus et cela a été souligné par les simulations, si le choix du coefficient  $\alpha$  permet d'avoir des puissances d'entrée égales, il introduit une erreur statique sur les tensions aux bornes des supercondensateurs.

On a montré à partir de résultats de simulation que les puissances d'entrée des modules sont bien égales en régime établi, mais qu'elles présentent des différences en régime transitoire. Néanmoins, la puissance maximale de la pile à combustible est limitée dans tous les cas.

### 4.4. Amélioration du rendement

En pratique, le rendement d'un convertisseur statique n'est pas constant et dépend du point de fonctionnement considéré. Quand plusieurs convertisseurs sont utilisés pour alimenter une charge, le rendement global peut être différent d'une alimentation à partir d'un seul convertisseur. En particulier l'utilisation de convertisseurs en parallèle peut permettre d'améliorer le rendement, en particulier à faible charge.

Ainsi dans [Sel10], un convertisseur à MOSFET est intégré dans un onduleur de forte puissance afin d'améliorer le rendement de l'onduleur à faibles charges et dans [Wan11] deux

convertisseurs se partagent la puissance demandée par la charge selon le point de fonctionnement considéré.

#### 4.4.1. Stratégie de partage de la puissance

Dans notre système alimenté par deux modules identiques, le rendement global va dépendre du rendement de chaque module et de la façon dont la puissance va être partagée entre eux. Afin d'étudier le rendement pour un tel partage, il est nécessaire de supposer qu'il n'y a pas de puissance fournie ou délivrée par les supercondensateurs. Les modules se réduisent donc aux convertisseurs de liaison avec la charge.

Le rendement du système comportant deux convertisseurs en parallèle peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \eta_T &= \frac{\text{Puissance totale de charge}}{\text{Puissance totale en entrée}} = \frac{\overbrace{p_3^1 + p_3^2}^{P_{ch}}}{\frac{p_3^1}{\eta_1} + \frac{p_3^2}{\eta_2}} \\ &= \frac{P_{ch}}{\eta_1 \cdot p_3^2 + \eta_2 \cdot p_3^1} = P_{ch} \cdot \frac{\eta_1 \cdot \eta_2}{\eta_1 \cdot (P_{ch} - p_3^1) + \eta_2 \cdot p_3^1} \end{aligned} \quad (4-13)$$

où  $p_3^1$  et  $p_3^2$  sont les puissances délivrées par les deux modules et  $\eta_1$  et  $\eta_2$  leur rendement.

On va supposer que les deux convertisseurs mis en parallèle sont identiques et ont même rendement. Celui-ci a été calculé par simulation en prenant en compte les pertes de conduction dans les interrupteurs et les pertes par commutation, le convertisseur fonctionnant selon le principe du déphasage présenté au chapitre 2, les interrupteurs commutant à 20 kHz. Les paramètres utilisés pour les interrupteurs sont donnés dans le tableau 4-4 et le rendement en fonction de la puissance est représenté sur la figure 4-16.

|       |        |
|-------|--------|
| $V_k$ | 0 V    |
| $V_D$ | 0.7 V  |
| $r_k$ | 0.5 mΩ |
| $r_D$ | 0.2 mΩ |

Tableau 4-4. Caractéristiques des interrupteurs d'un onduleur.

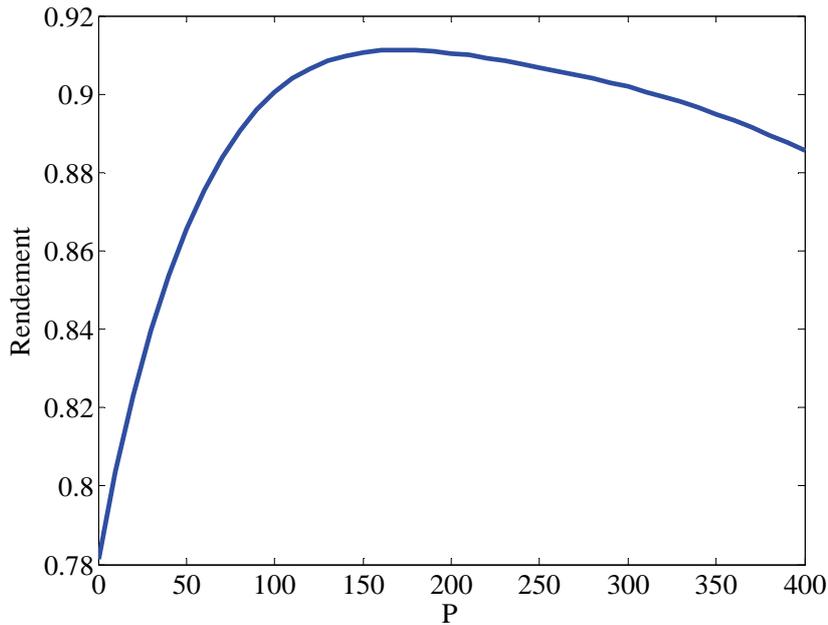


Figure 4-16. Rendement d'un convertisseur d'un module en fonction de la puissance délivrée.

La première méthode de partage consiste à partager pour tout point de fonctionnement la puissance nécessaire entre les deux modules. On a alors pour le rendement global d'après la relation (4-13) :

$$\eta_T(P_{ch}) = \eta\left(\frac{P_{ch}}{2}\right) \quad (4-14)$$

Une autre technique consiste à ne faire fonctionner qu'un module entre 0 et la moitié de la puissance maximale et d'utiliser ensuite le deuxième. Le rendement est alors :

$$\eta_T(P_{ch}) = \eta(P_{ch}) \quad (4-15)$$

jusqu'à la moitié de la puissance maximale et :

$$\eta_T(P_{ch}) = P_{ch} \cdot \frac{\eta\left(\frac{P_{max}}{2}\right) \cdot \eta\left(P_{ch} - \frac{P_{max}}{2}\right)}{\eta\left(\frac{P_{max}}{2}\right) \cdot \left(P_{ch} - \frac{P_{max}}{2}\right) + \eta\left(P_{ch} - \frac{P_{max}}{2}\right) \cdot \frac{P_{max}}{2}} \quad (4-16)$$

ensuite.

Les résultats obtenus par ces deux méthodes sont donnés sur la figure 4-17.

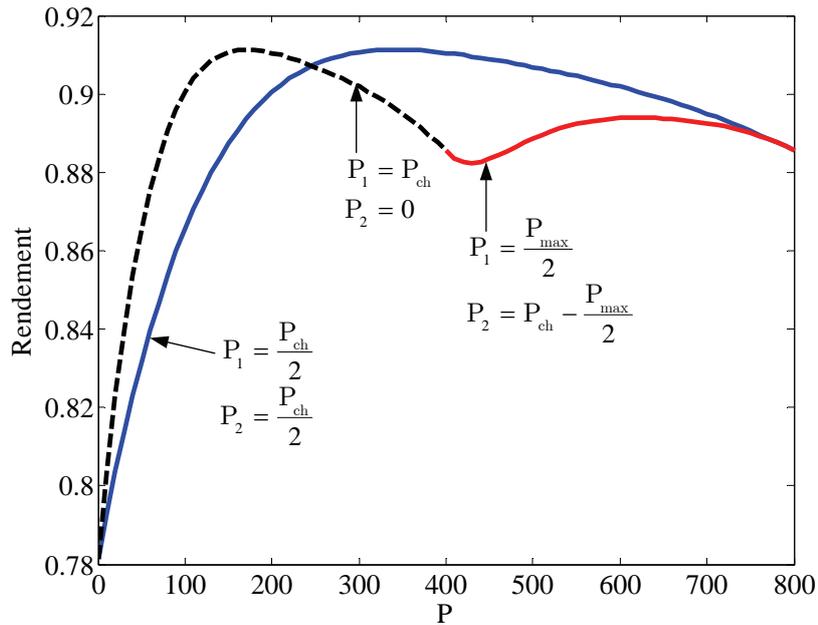


Figure 4-17. Rendement d'un convertisseur d'un module en fonction de la puissance délivrée.

On peut remarquer que la première méthode de partage systématique entre les deux convertisseurs donne de mauvais résultats à faible puissance, mais se comporte mieux à forte puissance.

On pourrait envisager une technique associant ces deux méthodes en n'utilisant qu'un convertisseur jusqu'au point commun aux deux courbes puis en partageant ensuite la puissance désirée entre les deux convertisseurs. On obtiendrait ainsi le rendement global représenté sur la figure 4-18.

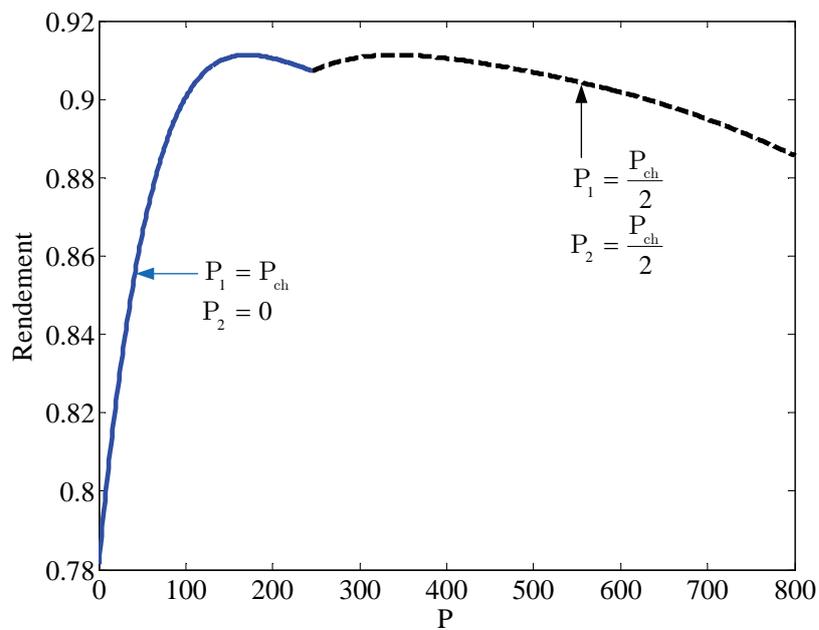


Figure 4-18. Rendement global obtenu en combinant les deux méthodes proposées.

En fait, on peut montrer que ce rendement obtenu de manière un peu empirique correspond bien au rendement optimal. En effet, si l'on considère l'expression du rendement pour une puissance désirée  $P_{ch}$ , l'un des convertisseurs délivrant la puissance  $P_1$  :

$$\eta_T(P_{ch}, P_1) = P_{ch} \cdot \frac{\eta(P_1) \cdot \eta(P_{ch} - P_1)}{\eta(P_1) \cdot (P_{ch} - P_1) + \eta(P_{ch} - P_1) \cdot P_1} \quad (4-17)$$

Pour une valeur donnée de  $P_{ch}$ , il s'agit de trouver la puissance  $P_1$  pour laquelle ce rendement est maximal, sachant que  $P_1$  est inférieure ou égale à la moitié de la puissance maximale et évolue donc entre  $\max\left(0, P_{ch} - \frac{P_{max}}{2}\right)$  et  $\frac{P_{max}}{2}$ .

On a représenté sur la figure 4-19, l'évolution du rendement en fonction de  $P_1$  pour quatre valeurs de la puissance totale désirée  $P_{ch}$ ,

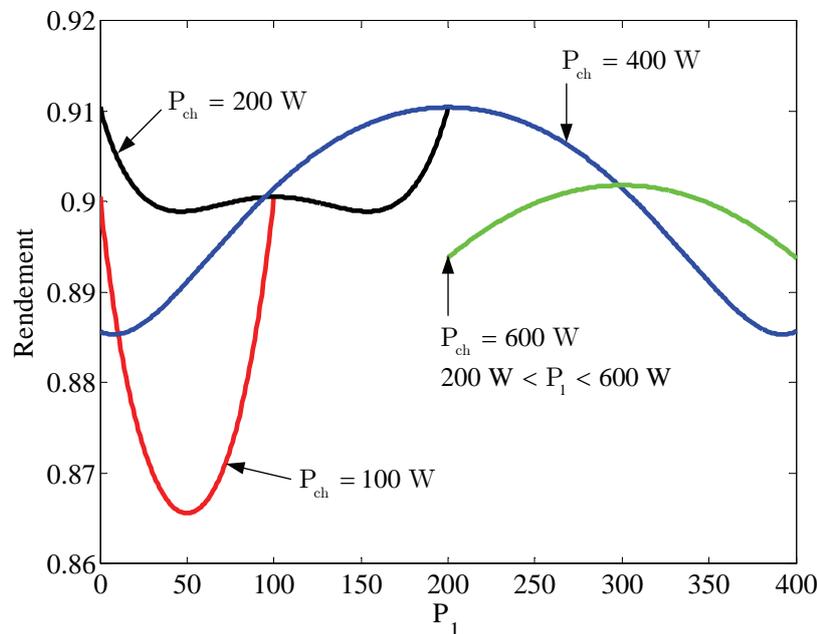


Figure 4-19. Rendement à puissance de charge donnée en fonction du partage entre les modules.

Ces courbes présentent une particularité intéressante à savoir leur symétrie par rapport à la demi-puissance désirée. Il s'ensuit que l'on peut effectuer le changement de

variable  $x = P_1 - \frac{P_{ch}}{2}$ , cette nouvelle variable  $x$  évoluant entre  $\max\left(-\frac{P_{ch}}{2}, -\frac{P_{max} - P_{ch}}{2}\right)$  et

$$\frac{P_{max} - P_{ch}}{2}.$$

Avec cette nouvelle variable le rendement s'écrit :

$$\eta_T(P_{ch}, x) = P_{ch} \cdot \frac{\eta\left(\frac{P_{ch}}{2} + x\right) \cdot \eta\left(\frac{P_{ch}}{2} - x\right)}{\eta\left(\frac{P_{ch}}{2} + x\right) \cdot \left(\frac{P_{ch}}{2} - x\right) + \eta\left(\frac{P_{ch}}{2} - x\right) \cdot \left(\frac{P_{ch}}{2} + x\right)} \quad (4-18)$$

fonction qui est paire et qui présente bien un extremum en  $x = 0$ , c'est-à-dire lorsque la puissance désirée se partage entre les deux convertisseur (figure 4-20).

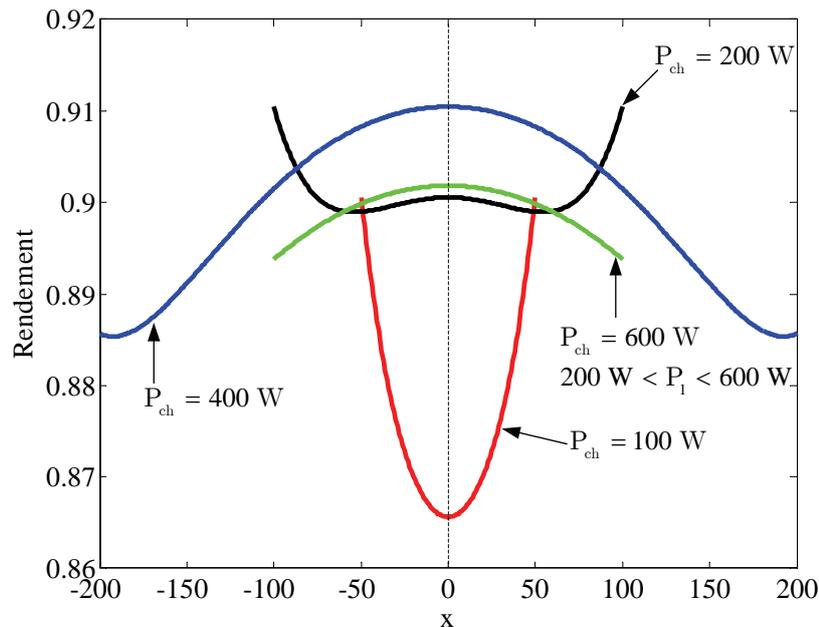


Figure 4-20. Rendement à puissance de charge donnée centré sur la demi-puissance.

On remarque sur cette figure que le rendement est maximal pour la demi-puissance lorsque le rendement en 0 est supérieur au rendement aux extrémités. Le rendement en 0 correspondant à  $\eta\left(\frac{P_{ch}}{2}\right)$  et celui aux extrémités à  $\eta(P_{ch})$  (si  $P_{ch} < \frac{P_{max}}{2}$ , dans le cas contraire, le rendement à demi-puissance est toujours le rendement maximal). Il s'ensuit que le rendement à demi-puissance est le rendement maximal après l'intersection des deux courbes de la figure 4-17. Avant ce point, c'est le rendement aux extrémités qui est le plus important, l'un des convertisseurs fournit la puissance maximale alors que l'autre ne fonctionne pas.

La méthode que l'on va tester par simulation est donc celle représentée sur la figure 4-18. Lorsque la puissance demandée est inférieure à la puissance d'intersection des modes de commande, un seul convertisseur intervient. Ensuite, les deux convertisseurs se partagent la puissance demandée. Pour activer ou désactiver le deuxième convertisseur, on utilise le contrôleur à hystérésis présenté dans [Wan11] et dont le principe est donné sur la figure 4-21.

En pratique, si la tension aux bornes des supercondensateurs associées au convertisseur n° 2 est insuffisante, celles-ci doivent être rechargées, ce qui conduit à la modification représentée sur la figure 4-22.

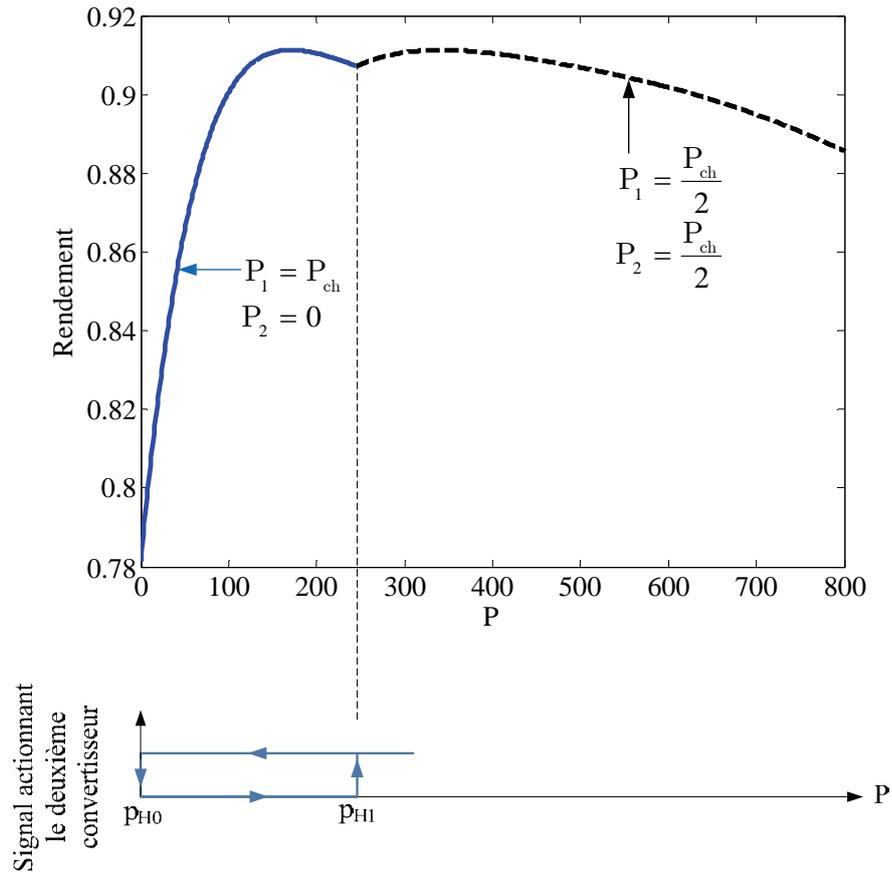


Figure 4-21. Principe de l'activation du convertisseur n° 2.

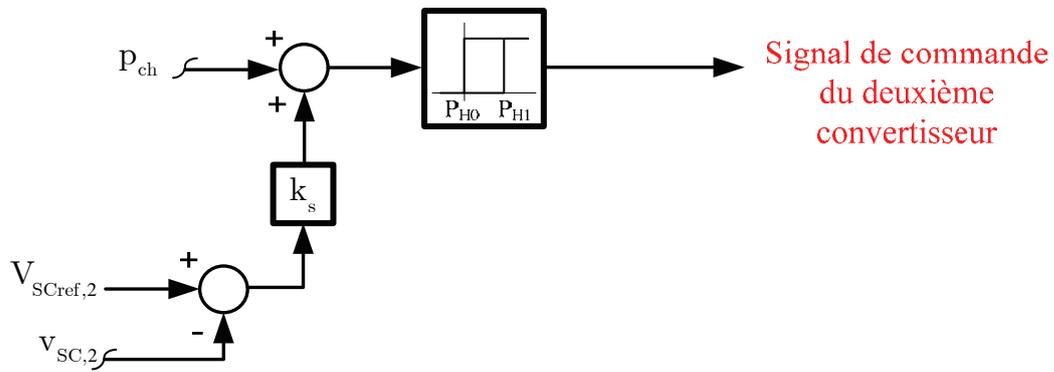


Figure 4-22. Commande du convertisseur n° 2.

## 4.4.2. Résultats de simulation

Comme on l'a déjà montré, il y a trois modes de fonctionnement pour un système de source hybride : mode normal, mode de récupération et mode de surcharge. Pour valider la méthode de contrôle de la répartition de puissance, différents essais sont effectués afin de montrer comment se partage la puissance fournie par les deux modules. Les paramètres du système sont ceux déjà indiqués dans les tableaux 4-1 et 4-2.

### 4.4.2.1. Etude du fonctionnement du système

La commande proposée peut être appliquée pour les deux stratégies de contrôle présentées aux sections 4-2 et 4-3. Dans ce paragraphe, nous nous intéressons à la première stratégie qui est plus simple à mettre en œuvre. Trois types de profils de charge sont utilisés. Le premier cas est un échelon de charge de 200 W suivi d'une rampe de charge de 200 W à 600 W avant d'imposer une rampe de 600 W à - 200 W. Le second correspond à des échelons successifs de charge de 0 à 200 W au départ, puis de 200 à 600 W et enfin de 600 à 0. Le troisième cas correspond à un échelon de surcharge à l'instant initial suivi ultérieurement d'un échelon de récupération.

Les résultats de la figure 4-23 correspondent au premier cas. Au début de la simulation, tant que la puissance de sortie ( $p_3^1 + p_3^2$ ) est inférieure à 246 W, seul l'un des convertisseurs fonctionne, la référence de l'autre étant nulle. Ensuite, les convertisseurs se partagent la puissance demandée. Dans ce mode de fonctionnement, on est en surcharge et les supercondensateurs associés aux deux convertisseurs se déchargent. Il s'ensuit que même lorsque la puissance devient inférieure à 246 W les deux convertisseurs sont toujours en fonctionnement.

Le deuxième cas est représenté sur la figure 4-24. Lors du premier échelon de 0 à 200 W, comme précédemment, seul le convertisseur 1 fonctionne, le deuxième se mettant en marche lors du 2<sup>ème</sup> échelon. Cet échelon est supérieur à la puissance maximale de la pile à combustible et les supercondensateurs se déchargent. Il s'ensuit un fonctionnement des deux convertisseurs après l'arrêt de la demande de la charge pour les recharger.

Les résultats de la figure 4-24 correspondent au troisième cas. D'entrée, l'échelon de 600 W est supérieur à la puissance fournie par un convertisseur et les deux se mettent immédiatement en fonctionnement. Les supercondensateurs se déchargeant, les deux convertisseurs vont fonctionner tant que les supercondensateurs ne retrouvent pas leur état de charge.

Pour ces différents essais on peut remarquer que la loi de commande proposée est surtout efficace lorsque le système ne fonctionne pas en surcharge. Dès que l'on dépasse la puissance maximale de la pile à combustible, les supercondensateurs se déchargent et conduisent ensuite au fonctionnement des deux convertisseurs afin de les recharger.

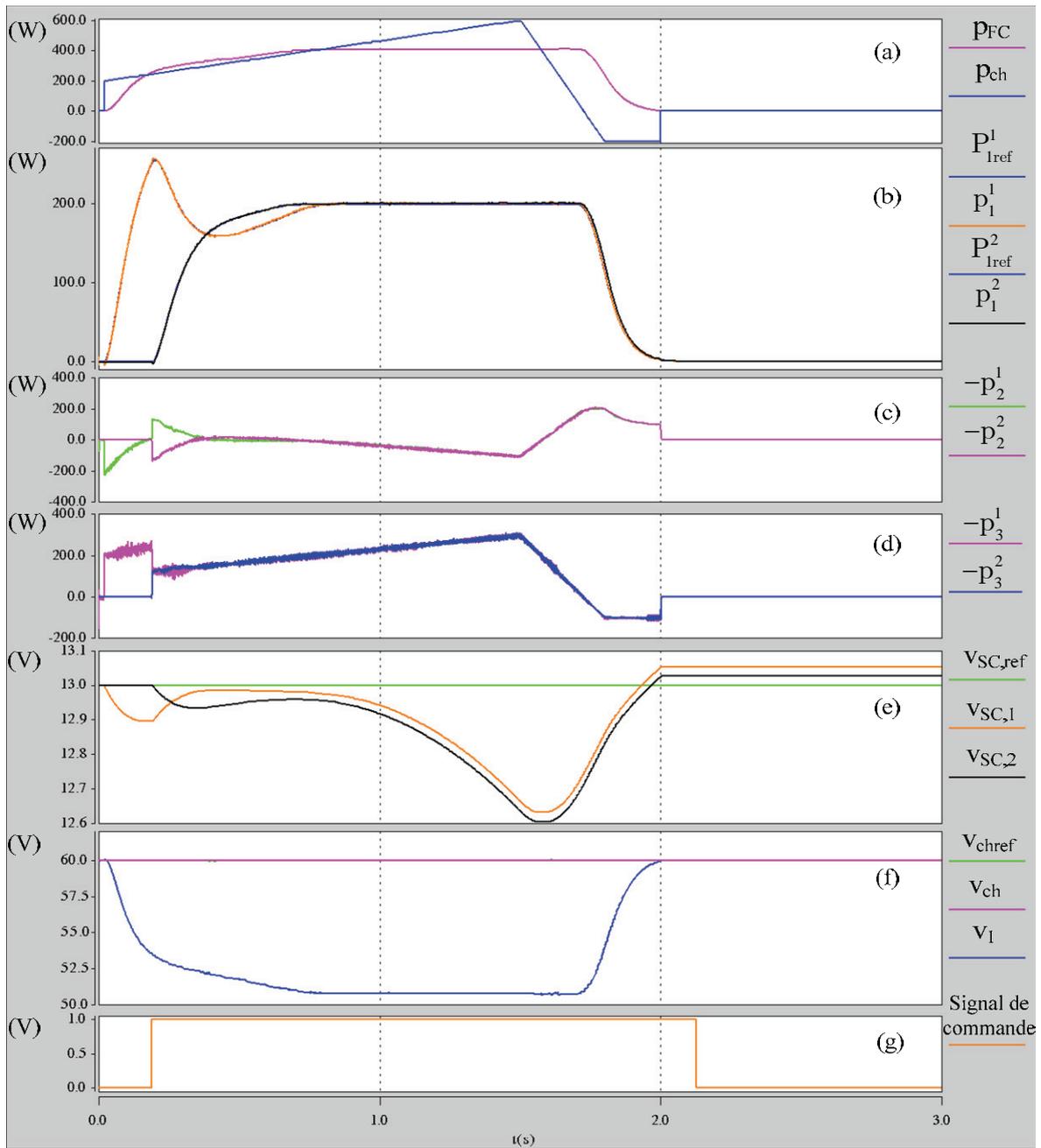


Figure 4-23. Echelon de charge suivi d'une rampe de charge avant récupération

- (a) Puissances délivrée par la pile à combustible  $p_{FC}$  et de charge  $p_{ch}$  ;
- (b) Puissances d'entrée  $p_1^1$  et  $p_1^2$  et leur référence ;
- (c) Puissances délivrées par les supercondensateurs ;
- (d) Puissances de sortie des modules 1 et 2 ( $p_3^1$ ,  $p_3^2$ ) ;
- (e) Tension des supercondensateurs ( $v_{SC,1}$ ,  $v_{SC,2}$ ) des modules 1 et 2 et leur référence ;
- (f) Tension de sortie  $v_{ch}$  et sa référence  $V_{chref}$  et tension d'entrée  $v_1$  ;
- (g) Signal de commande du deuxième module.

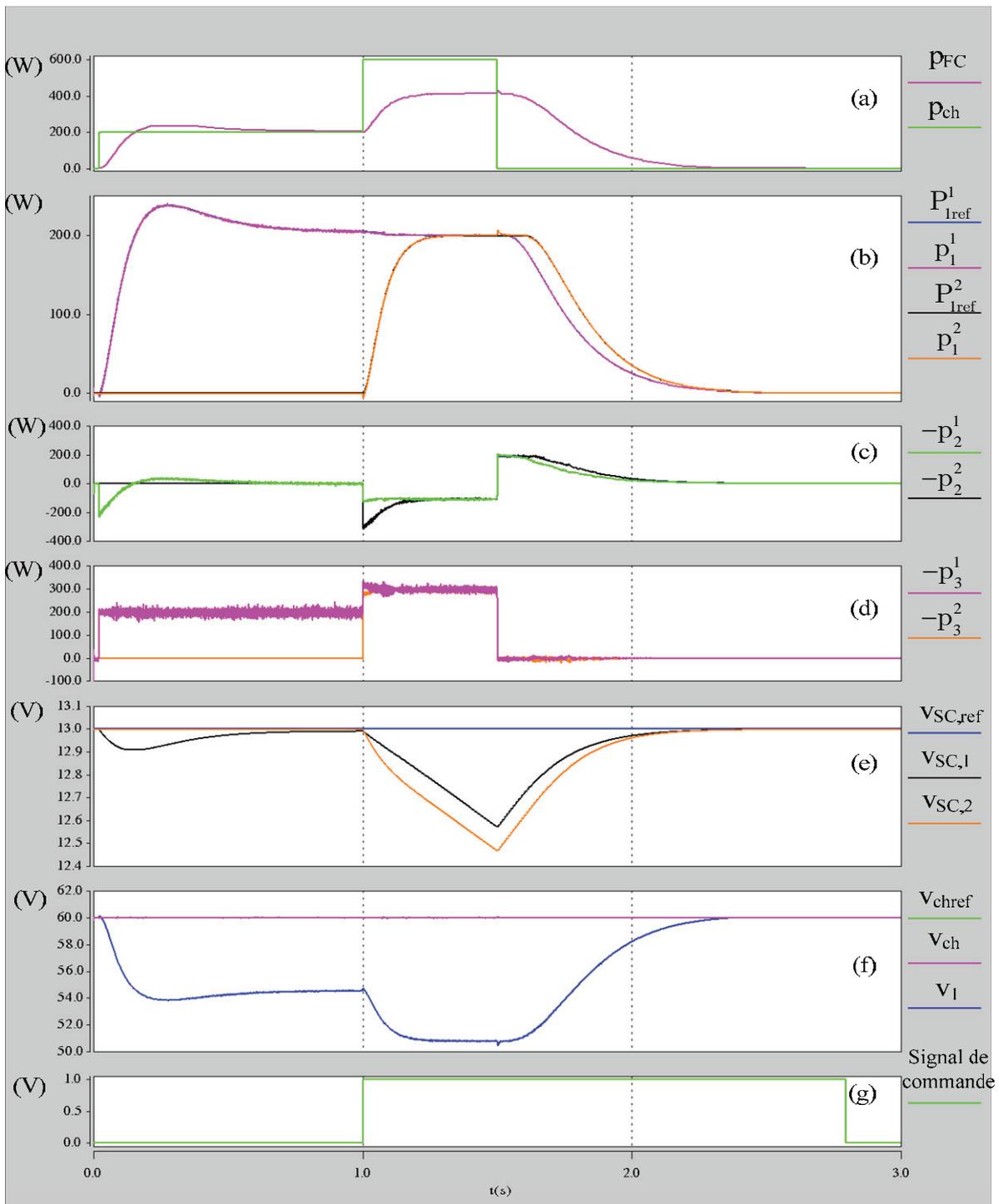


Figure 4-24. Echelon de charge ( $P_{ch} < P_{pile}$ ) puis de surcharge ( $P_{ch} > P_{pile}$ )

- (a) Puissances délivrée par la pile à combustible  $p_{FC}$  et de charge  $p_{ch}$  ;
- (b) Puissances d'entrée  $p_1^1$  et  $p_1^2$  et leur référence ;
- (c) Puissances délivrées par les supercondensateurs ;
- (d) Puissance de sortie des modules 1 et 2 ( $p_3^1$ ,  $p_3^2$ ) ;
- (e) Tension des modules 1 et 2 de supercondensateurs ( $v_{SC,1}$ ,  $v_{SC,2}$ ) et leur référence ;
- (f) Tension de sortie  $v_{ch}$  et sa référence  $V_{chref}$  et tension d'entrée  $v_1$  ;
- (g) Signal de commande.

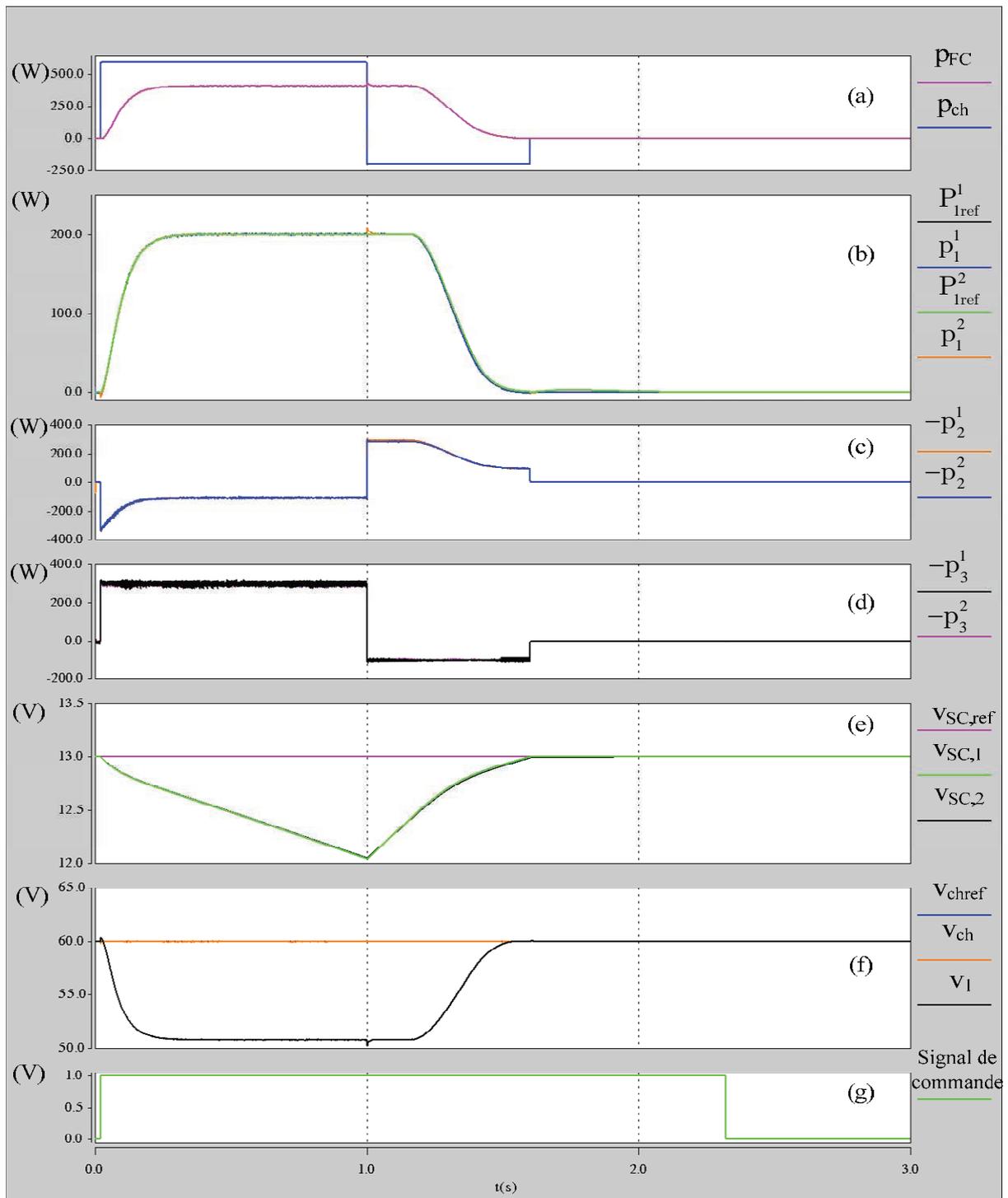


Figure 4-25. Surchage ( $P_{ch} > P_{pile}$ ) et récupération ( $P_{ch} < 0$ )

- (a) Puissances délivrée par la pile à combustible  $p_{FC}$  et de charge  $p_{ch}$  ;
- (b) Puissances d'entrée  $p_1^1$  et  $p_1^2$  et leur référence ;
- (c) Puissances délivrées par les supercondensateurs ;
- (d) Puissance de sortie des modules 1 et 2 ( $p_3^1$ ,  $p_3^2$ ) ;
- (e) Tension des modules 1 et 2 de supercondensateurs ( $v_{SC,1}$ ,  $v_{SC,2}$ ) et leur référence ;
- (f) Tension de sortie  $v_{ch}$  et sa référence  $V_{chref}$  et tension d'entrée  $v_1$  ;
- (g) Signal de commande.

## 4.5. Conclusion

Dans ce chapitre, deux convertisseurs 3-port isolés sont connectés en parallèle entre la pile à combustible et la charge. Les supercondensateurs sont connectés séparément à chaque convertisseur. Les deux méthodes de contrôle détaillées dans les chapitres 3 sont modifiées pour contrôler ces systèmes en parallèle.

Pour ces méthodes de contrôle, la référence de puissance d'entrée de chaque convertisseur dépend de l'erreur de tension de chaque supercondensateur ainsi que de la puissance de charge partagée. La puissance de sortie dépend quant à elle de la répartition de la puissance de charge et de la variation d'énergie stockée dans le condensateur de sortie. Sachant que les pertes des deux convertisseurs ne sont pas les mêmes, les tensions de supercondensateur des deux modules sont différentes et les puissances d'entrée des deux convertisseurs sont donc également différentes.

Pour la deuxième méthode de contrôle, on a ajouté un filtre LC au port d'entrée de chaque convertisseur. Les caractéristiques de ces filtres pouvant être légèrement différents, cela peut conduire à des puissances d'entrée inégales. Pour garantir que la puissance d'entrée du deuxième convertisseur est égale à celle du premier, un observateur paramétrique est ajouté à la planification de trajectoire de ce deuxième convertisseur.

Pour les systèmes hybrides, des contraintes sont imposées à la pile à combustible, telles que la puissance maximale et la pente du courant. Les résultats de simulation des deux convertisseurs en parallèle utilisant les deux méthodes de contrôle proposées montrent que les ces exigences sont respectées.

Dans la dernière partie, on a montré qu'il pouvait être intéressant de ne pas partager également la puissance entre les deux modules en particulier lorsque la demande de la charge est faible.

# **Conclusion générale**



Cette thèse s'est intéressée au problème de l'architecture des sources hybrides d'énergie électriques et de leur commande avec un intérêt particulier aux systèmes où la source d'énergie est une pile à combustible induisant certaines limitations en particulier en termes de réponses en régime transitoire.

Le premier chapitre a permis de rappeler les principales structures de convertisseurs continu-continu que l'on pouvait rencontrer dans ces systèmes. Le calcul des caractéristiques des montages non-isolés de type *Boost* a été effectué en faisant porter l'accent sur l'ondulation du courant délivré par la pile. Les convertisseurs considérés ont été du type *Boost*, *Boost* entrelacé et double *Boost* dual avec, pour ces deux derniers, la possibilité d'utiliser deux cellules élémentaires. Un mode de commande intéressant a été mis en évidence lorsque les cellules élémentaires travaillent en mode de conduction discontinue alors que le courant délivré par la source est continu.

Dans le cas du *Boost* entrelacé, l'influence du couplage entre les inductances a été considérée. Il a été montré que la diminution de l'ondulation apportée par le couplage se faisait au détriment de l'ondulation de courant dans les cellules élémentaires. Ce couplage peut en fait être intéressant quand il n'intervient plus c'est-à-dire lorsque l'on est en mode de fonctionnement discontinue au niveau des cellules élémentaires, le gain provenant alors de la réalisation des inductances sur le même circuit magnétique.

Si le double dual *Boost* permet d'avoir un rapport de transformation en tension plus important, il présente l'inconvénient de parfois prélever un courant négatif au niveau de la source, courant dommageable dans le cas d'une pile à combustible.

Notons de plus, que pour ces différents convertisseurs, nous avons établi les caractéristiques de sortie prenant en compte les différents modes de fonctionnement des convertisseurs pour une ou deux cellules avec ou sans couplage selon le cas.

Les différents montages isolés présentés ensuite dans le chapitre 1 permettent d'assurer un isolement galvanique et limitent les contraintes sur les interrupteurs par rapport aux montages de type *Boost*. Par contre, ils conduisent pour les onduleurs alimentés en tension à une augmentation des ondulations du courant prélevé sur la source et nécessiteront l'utilisation de filtres.

Le cœur de notre architecture de puissance a été présenté au chapitre 2 et est constitué d'un transformateur à N-enroulements permettant de réaliser, à l'aide de N onduleurs connectés à chaque enroulement, un convertisseur N-port où les échanges d'énergie entre les ports dépendent du seul déphasage entre les ondes de tension délivrées par les onduleurs. L'obtention d'un modèle de type polygone a été détaillé ainsi que la réalisation de deux transformateurs, l'un avec des ferrites, l'autre avec des matériaux amorphes. On a aussi montré que le nombre d'éléments du modèle croît rapidement avec le nombre de ports et qu'une structure 3-port présentait un intérêt certain.

Deux stratégies de contrôle pour une source hybride constituée d'une pile à combustible et d'un banc de supercondensateurs ont été simulées et validées expérimentalement. La première stratégie a utilisé des contrôleurs PI pour contrôler la puissance fournie par la pile à combustible et la tension de sortie a été contrôlée via l'énergie électrostatique stockée dans la capacité de sortie. La limitation de la variation du courant délivré par la pile à combustible a été effectuée en limitant la variation de la puissance d'entrée. Le couplage entre les deux

boucles de régulation a été effectué de façon classique en accélérant la boucle interne et en ralentissant la boucle externe.

La deuxième méthode de contrôle utilise les propriétés de platitude des systèmes. En considérant l'énergie stockée dans les capacités comme variables plates de sortie et les puissances échangées entre la source principale et les autres ports comme variables de commande, on a pu démontrer que le concept de platitude s'appliquait. On a pu ensuite déterminer la trajectoire des sorties plates tout en respectant les différentes contraintes, à savoir la limitation des variation du courant délivré par la pile à combustible et la puissance maximale qu'elle délivre ainsi que le courant de charge de la capacité de sortie lors du démarrage.

Les expérimentations ont été effectuées pour la première méthode avec une tension de 60 V et de 270 V. Pour la deuxième méthode, seule les essais à 60 V ont été réalisés, des problèmes matériels ne nous ont pas permis de monter à 270V. Dans les deux cas, les méthodes de contrôle ont été validées en mode de charge et en récupération.

Dans le chapitre 4, plutôt que d'utiliser un convertisseur 4-port nécessitant le contrôle de 6 échanges entre ports, nous avons choisi d'étudier par simulation la mise en parallèle de deux montages 3-ports connectés sur la même source principale et la même charge. Ne disposant que d'un convertisseur 3-port, cette étude a été réalisée uniquement par simulation.

Nous avons montré, dans un premier temps, comment modifier les deux méthodes de contrôle du chapitre 3 afin de les adapter à cette nouvelle configuration. Nous avons aussi modifié les résistances de câblage des deux convertisseurs afin de rendre le dispositif dissymétrique. Cette dissymétrie a des conséquences relativement faibles (sous réserve d'une modification raisonnable des résistances) sur le partage des puissances entre les convertisseurs et sur les tensions aux bornes des supercondensateurs. On a aussi montré que la présence de ces deux convertisseurs permet selon le point de fonctionnement considéré d'améliorer le rendement du dispositif. C'est en particulier, le cas à basse puissance où l'on a intérêt à ne faire fonctionner qu'un convertisseur.

Ce travail ouvre de nombreuses perspectives. Dans un premier temps, il serait intéressant de comparer en dynamique les deux méthodes de contrôle développé au chapitre 3 afin de mettre en évidence l'avantage de la commande basée sur le concept de platitude. Dans un deuxième temps il conviendrait de comparer expérimentalement les deux convertisseurs 3-port avec un convertisseur 4-port afin de quantifier le gain en particulier en termes de rendement. Enfin, une troisième voie d'étude pourrait concerner la structure du transformateur afin de lier les paramètres du modèle polygone obtenu avec la géométrie du noyau magnétique et des bobinages.

# **Bibliographie**



- [Ave08] A. Averberg, K. R. Meyer, A. Mertens, “Current-fed full bridge converter for fuel cell systems”, IEEE Power Electronics Specialists Conference (PESC), pp. 866–872, 15-19 Jun. 2008.
- [Azi10] T. Azib, O. Bethoux, G. Remy, C. Marchand, E. Berthelot, “An innovative control strategy of a single converter for hybrid fuel cell/supercapacitor power source”, IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 57, no. 12, pp. 4024-4031, Dec. 2010.
- [Azi11] T. Azib, O. Bethoux, G. Remy, C. Marchand, E. Berthelot, “Saturation management of a controlled fuel-cell/ultracapacitor hybrid vehicle”, IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 60, no. 9, pp. 4127-4138, Nov. 2011.
- [Bar97] P. Bartholomeus, P. Le Moigne, “A 3kW unit-power-factor multilevel rectifier based on a double-boost converter”, European Conference on Power Electronics and Applications (EPE), pp. 204–209, 1997.
- [Cha08] H. Cha, R. Ding, Q. Tang, F. Z. Peng, “Design and development of high-power DC–DC converter for metro vehicle system”, IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 44, no. 6, pp. 1795-1804, Nov./Dec. 2008.
- [Chi95] S. Chiping N. H. Kutkut, D. W. Novotny, D. M. Divan, “General equivalent circuit of a multi-winding co-axial winding transformer”, Industry Applications Conference (IAS), vol. 3, pp. 2507–2514, 1995.
- [Cho05] D. K. Choi, B. K. Lee, S. W. Choi, C. Y. Won, D. W. Yoo, “A novel power conversion circuit for cost-effective battery-fuel cell hybrid systems”, Journal of power sources, vol. 152, pp. 245–255, 2005.
- [Dar12] C. Darras, M. Muselli, P. Poggi, C. Voyant, J.-C. Hoguet, F. Montignac, “PV output power fluctuations smoothing: The MYRTE platform experience”, International journal of hydrogen energy, vol. 37, pp. 14015-14025, Aug. 2012.
- [Don91] R. D. Doncker, D. M. Devan, M. H. Kheraluwala, “A Three-phase soft-switched high-power-density dc/dc converter for high power application”, IEEE Transaction on, Industry Applications, vol.27, no. 1, pp. 63–73, Jan./Feb. 1991.
- [Dow66] P. L. Dowell, “Effects of eddy currents in transformer windings”, IEE Proceedings, vol. 113, no. 8, pp. 1387–1394, Aug. 1966.
- [Dua07] J. L. Duarte, M. Hendrix, M. G. Simoes, “Three-port bidirectional converter for hybrid fuel cell systems”, IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 22, no. 2, pp. 480-487, Mar. 2007.
- [Eri01] R.W. Erickson, D. Maksimovic, Fundamentals of power electronics, 2ed. : Kluwer academic publishers, 2001.
- [Fer94] J. P. Ferrieux, F. Forest, Alimentation à découpage convertisseurs à résonance principe, composants, modélisation, 2<sup>ème</sup> édition: Masson, 1994.

- [Fli95] M. Fliess, J. Levine, P. Martin, P. Rouchon, “Flatness and defect of non-linear systems: introductory theory and examples”, *International Journal of Control*, vol. 61, no. 6, pp. 1327–1361, 1995.
- [Fri04] W. Friede, S. Rael, B. Davat, “Mathematical model and characterization of the transient behavior of a PEM fuel cell”, *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 19, no. 5, pp. 1234–1241, Sep. 2004.
- [Fue12] FuelCell Energy, Inc., <http://www.fuelcellenergy.com/files/DFC3000SPEC-5-12.pdf>.
- [Gar10] P. Garcia, L. M. Fernandez, C. A. Garcia, F. Jurado, “Energy management system of fuel-cell-battery hybrid tramway”, *IEEE Transactions on Industrial electronics*, vol. 57, no. 12, pp. 4013–4023, Dec. 2010.
- [Gen09] A. Gensoir, H. Sira-Ramirez, J. Rudolph, H. Güldner, “On some nonlinear current controllers for three-phase boost rectifiers,” *IEEE Transactions on Industrial electronics*, vol. 56, no. 2, pp. 360–370, Feb. 2009.
- [Gen12] B. Geng, J. K. Mills, D. Sun, “Two-stage energy management control of fuel cell plug-in hybrid electric vehicles considering fuel cell longevity”, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 61, no. 2, pp. 498–508, Feb. 2012.
- [Hai08] T. Haimin, J. L. Duarte, M. A. M. Hendrix, “Three-port triple-half-bridge bidirectional converter with zero-voltage switching”, *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol.23, no. 2, pp.782–792, Mar. 2008.
- [Hen01] T. Henriksen, “Transformer leakage flux modeling”, *International Conference on Power Systems Transients (IPST)*, pp. 1–6, 2001, <http://www.ipst.org/techpapers/2001/ipst01paper059.pdf>.
- [Hua08] B. Huang, A. Shahin, J.P. Martin, S. Pierfederici, B. Davat, “High voltage ratio non-isolated dc-dc converter for fuel cell power source applications”, *IEEE Power Electronics Specialists Conference (PESC)*, pp. 1277–1283, 15-19 Jun. 2008.
- [Hua09] B. Huang, “Convertisseur continu-continu à rapport de transformation élevé pour applications pile à combustible”, *Thèse de Doctorat de l’INPL, Nancy*, 14 Mai 2009.
- [Hur98] W. G. Hurley, W. H. Wölflé, J.G. Breslin, “Optimized transformer design: inclusive of high-frequency effects”, *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 13, no. 4, pp. 651–659, Jul. 1998.
- [Jan04] Y. Jang, M. M. Jovanovic, “New two-inductor boost converter with auxiliary transformer”, *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 19, no. 1, pp. 169–175, Jan. 2004.
- [Jan05] S.-J. Jang, T.-W. Lee, K.-S. Kang, S.-S. Kim, C.-Y. Won, “A new active clamp sepic-flyback converter for a fuel cell generation system”, *IEEE Industrial Electronics Society Conference (IECON)*, pp. 2538–2542, 6-10 Nov. 2005.
- [Jia10] W. Jiang, B. Fahimi, “Active current sharing and source management in fuel cell–battery hybrid power system”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 57, no. 2, pp. 752–761, Feb. 2010.

- [Jin09] K. Jin, X. Ruan, M. Yang, M. Xu, “Power management for fuel-cell power system cold start”, *IEEE Transaction on Power Electronics*, vol. 24, no. 10, pp. 2391–2395, Oct. 2009.
- [Kaz09] M. K. Kazmierczuk, *High frequency magnetic components*, Singapore : John Wiley & Sons, Ltd., 2009.
- [Kha02] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*, 3ed. : Printice-Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 2002.
- [Kha09] F. H. Khan, L. M. Tolbert, W. E. Webb, “Hybrid electric vehicle power management solutions based on isolated and nonisolated configurations of multilevel modular capacitor-clamped converter”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, no. 8, pp. 3079-3095, Aug. 2009.
- [Kim09] E. H. Kim, B.-H. Kwon, “High step-up resonant push-pull converter with high efficiency”, *IET Power Electronics*, vol. 2, no. 1, pp. 79–89, 2008.
- [Kir09] A. Kirubakaran, S. Jain, R. K. Nema, “A review on fuel cell technologies power electronic interface”, *Renewable and sustainable energy reviews*, vol. 13, no. 9, pp. 2430–2440, Dec. 2009.
- [Kol07] J. W. Kolar, U. Drofenik, J. Biela, M. L. Heldwein, H. Ertl, T. Friedli, S. D. Round, “PWM converter power density barriers”, *IEEE Power Conversion Conference (PCC)*, pp. 9–29, 2007.
- [Kon07] X. Kong, A. M. Khambadkone, “Analysis and implementation of a high efficiency, interleaved current-fed full bridge converter for fuel cell system”, *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 22, no. 2, pp. 543–550, Mar. 2007.
- [Kwo09] J. -M. Kwon, E.-H. Kim, K.-H. Nam, “High-efficiency fuel cell power conditioning system with input current ripple reduction”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, no. 3, pp. 826–834, Mar. 2009.
- [Lac05] A. Lachichi, “Modélisation et stabilité d’un régulateur hybride de courant - Application aux convertisseurs pour pile à combustible”, *Thèse de Doctorat de l’INPL, Nancy*, 24 novembre 2005.
- [Lar01] J. Larminie, A. Dicks, *Fuel Cell Systems Explained*, 2 ed. : John Wiley & Sons, 2003.
- [Lee00] P. W. Lee, Y. S. Lee, D. K. W. Cheng, X. C. Liu, “Steady-state analysis of an interleaved boost converter with coupled inductors”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 47, no. 4, pp. 787–795, Aug. 2000.
- [Li12] W. Li, L. Fan, Y. Zhao, “High-step-up and high-efficiency fuel-cell power-generation system with active-clamp flyback-forward converter”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 59, no. 1, pp. 599–610, Jan. 2012.
- [Mar03] P. Martin, R. M. Murray, P. Rouchon, “Flat systems, equivalence and trajectory generation, CDS Technical report”, *CDS 2003-008*, Apr. 2003.
- [McI04] W. McLyman, *Transformer and Inductor Design Handbook*, 3<sup>ème</sup> edition: Marcel Dekker, Inc., 2004.
- [Moh07] M. Mohr, F.W. Fuchs, “Clamping for current-fed de/dc converters with recovery of clamping energy in fuel cell inverter systems”, *European Conference on Power Electronics and Applications*, pp.1–10, 2-5 Sep. 2007.

- [Nar07] A. Narjiss, D. Depernet, F. Gustin, D. Hissel, A. Berthon, “Design and control of a fuel cell dc/dc”, European Conference on Power Electronics and Applications, pp.1-10, 2-5 Sep. 2007.
- [Nej12] F. Nejabatkhah, S. Danyali, S. H. Hosseini, M. Sabahi, S. M. Niapour, “Modeling and control of a new three-input dc–dc boost converter for hybrid PV/FC/battery power system”, IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 27, no. 5, pp. 2309-2324, May 2012.
- [New] New England Wire Technologies, Litz & Winding wires, <http://www.Newenglandwire.com/catalog/TOCframeset.html>.
- [Nor98] J. K. Nor, J. L. Vogt, “Fast battery charging enhances electric transit vehicle operation”, IEEE Battery Conference on Application and Advances, pp. 191-297, 1998.
- [Nym10] M. Nym, M. A. E. Andersen, “High efficiency isolated boost dc-dc converter for high-power low-voltage fuel-cell application”, IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 57, no. 2, pp. 505–514, Feb. 2010.
- [Oli11] S. V. G. Oliveira, I. Barbi, “A three-phase step-up DC-DC converter with a three-phase high-frequency transformer for DC renewable power source applications”, IEEE Transaction on Industrial Electronics, vol. 58, no. 8, pp. 3567–3580, Aug. 2011.
- [Ouy11] Z. Ouyang, Z. Zhang, O. C. Thomsen, M. A. E. Andersen, “Planar-integrated magnetics (pim) module in hybrid bidirectional DC–DC converter for fuel cell application”, IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 26, no. 11, pp. 3254-3264, Nov. 2011.
- [Pay09a] A. Payman, “Contribution à la gestion de l’énergie dans les systèmes hybrides multi-sources multi-charges”, Thèse de Doctorat de l’INPL, Nancy, 15 Juillet 2009.
- [Pay09b] A. Payman, S. Pierfederici, F. Meibody-Tabar, “Energy management in a fuel cell/supercapacitor multisource/multiload electrical hybrid system”, IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 24, no. 12, pp. 2681–2691, Dec. 2009.
- [Pin96] J. R. Pinheiro, D. L. R. Vidor, H. A. Grundling, “Dual output three-level boost power factor correction converter with unbalanced loads”, IEEE Power Electronics Specialists Conference (PESC), vol. 1, pp. 733–739, 23-27 Jun. 1996.
- [Ppi] PPI Adhesive Products Ltd., <http://www.ppi.ie/catalogues/Foils.pdf>.
- [Ros11] M. A. Roscher, J. Assfalg, and O. S. Bohlen, “Detection of Utilizable Capacity Deterioration in Battery Systems,” Vehicular Technology, IEEE Transactions on, vol. 60, no. 1, pp. 98-103, 2011.
- [Sel10] U.S. Selamogullari, D.A. Torrey, S.Salon, “A system approach for a stand-alone residential fuel cell power inverter design”, IEEE Transactions on Energy conversion, vol. 25, no. 4, pp. 741-749, Sep. 2010.
- [Sha10] A. Shahin, M. Hinaje, J.-P. Martin, S. Pierfederici, S. Rael, B. Davat, “High voltage ratio dc–dc converter for fuel-cell applications”, IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 57, no. 12, pp. 3944–3955, Dec. 2010.

- [Shi05a] H. B. Shin, J. G. Park, S. D. Chang, H. C. Choi, “Generalized analysis of multi-phase interleaved boost converter”, *International Journal of Electronics*, vol. 92, no. 1, pp. 1–20, Jan. 2005.
- [Shi05b] H. B. Shin, J. G. Park, S. K. Chung, H. W. Lee, T. A. Lipo, “Generalised steady-state analysis of multiphase interleaved boost converter with coupled inductors”, *IEE Electric Power Applications*, vol. 152, no. 3, pp. 584–594, May 2005.
- [Spi10] G. Spiazzi, P. Mattavelli, J. R. Gazoli, R. Magalha, G. Frattini, “High step-up flyback converter with active clamp and voltage multiplier”, *IEEE Industrial Technology Conference (ICIT)*, pp. 1169–1174, 14-17 Mar. 2010.
- [Tho05] P. Thounthong, “Conception d’une source hybride utilisant une pile a combustible et des supercondensateurs”, *Thèse de Doctorat de l’INPL, Nancy*, 9 décembre 2005.
- [Tho07] P. Thounthong, S. Raël, B. Davat, “Control strategy of fuel cell and supercapacitors association for a distributed generation system”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 54, no. 6, pp. 3225–3233, Dec. 2007.
- [Tho08] P. Thounthong, P. Sethakul, S. Raël, B. Davat, “Modeling and control of a fuel cell current control loop of a 4-phase interleaved step-up converter for dc distributed system”, *IEEE Power Electronics Specialists Conference (PESC)*, pp. 230–236, 15-19 Jun. 2008.
- [Tho10] P. Thounthong, S. Pierfederici, J.-P. Martin, M. Hinaje, B. Davat, “Modeling and control of fuel cell/supercapacitor hybrid source based on differential flatness control”, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 59, no. 6, pp. 2700–2710, Jul. 2010.
- [Tod06] K. Todtermuschke, A. Gensior, J. Rudolph, J. Weber, H. Güldner, “Flatness based control of the VIENNA-rectifier allowing for reactive power compensation”, *IEEE Power Electronics Specialists Conference (PESC)*, pp. 1–5, 18-22 Jun. 2006.
- [Tod08] M. H. Todorovic, L. Palma, P. N. Enjeti, “Design of a wide input range dc–dc converter with a robust power control scheme suitable for fuel cell power conversion”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 55, no. 3, pp. 1247–1255, Mar. 2008.
- [Viet06] B. D. Viet, “Conception d’une interface d’électronique de puissance pour pile à combustible”, *Thèse de Doctorat de l’Université Joseph Fourier, Grenoble*, 8 Décembre 2006.
- [Wan09] Y.-B. Wang, H. Liao, C.-S. Wu, H.-H. Xu, “Large-scale grid-connected photovoltaic power station’s capacity limit analysis under chance-constraints”, *IEEE International Conference on Sustainable Power Generation and Supply (SUPERGEN)*, pp. 1–6, 6-7 April 2009.
- [Wan11] W.Y Wang, H.H.C. Lu, W. Du, V. Sreenam, “Multiphase dc-dc converter with high dynamic performance and high efficiency”, *IET Power Electronics*, 2011, vol. 4, no. 1, pp. 101–110.

- [Web04] J. Weber, A. Gensoir, H. Güldner, O. Woywode, “Flatness based control for chaotic boost converters”, IEEE Power Electronics Specialists Conference (PESC), vol. 2, pp. 1601–1604, 20-25 Jun. 2004.
- [Yan11] Y. Yang, Y. C. Liang, K. Yao, K. O. Choon, “Low-power fuel delivery with concentration regulation for micro direct methanol fuel cell”, IEEE Transactions on Industry Applications, vol.47, no. 3, pp. 1470-1479, May/Jun. 2011.
- [Yu07] X. Yu, M. R. Starke, L.M. Tolbert, B. Ozpineci, “Fuel cell power conditioning for electric power applications: A summary”, IET Electric Power Applications, vol. 1, no. 5, pp. 643-656, Sep. 2007.
- [Zan10] M. Zandi, “Contribution au pilotage des sources hybrides d’énergie électrique”, Thèse de Doctorat de l’INPL, Nancy, 12 Novembre 2010.
- [Zha08] C. Zhao, S. D. Round, J. W. Kolar, “An isolated three-port bidirectional dc-dc converter with decoupled power flow management”, IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 23, no.5, pp. 2443–2453, Sep. 2008.
- [Zha12] Z. Zhang, Z. Ouyang, O. C. Thomsen, M. A. E. Andersen, “analysis and design of a bidirectional isolated dc–dc converter for fuel cells and supercapacitors hybrid system”, IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 27, no. 2, pp. 848-859, Feb. 2012.
- [Zha95] M. T. Zhang, Y. Jiang, F. C. Lee, M. M. Jovanovic, “Single-phase three-level boost power factor correction converter”, IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC), pp. 434–439, 5-9 Mar. 1995.

# **Annexe**



## Annexe 1

### Convertisseur élévateur à cellules entrelacées et inductance couplées

#### Calcul des ondulations de courant

Le schéma du convertisseur est donné sur la figure A1-1 et l'on se propose dans cet annexe de donner le détail du calcul de l'ondulation du courant dans les cellules élémentaires et du courant total délivré par la source.

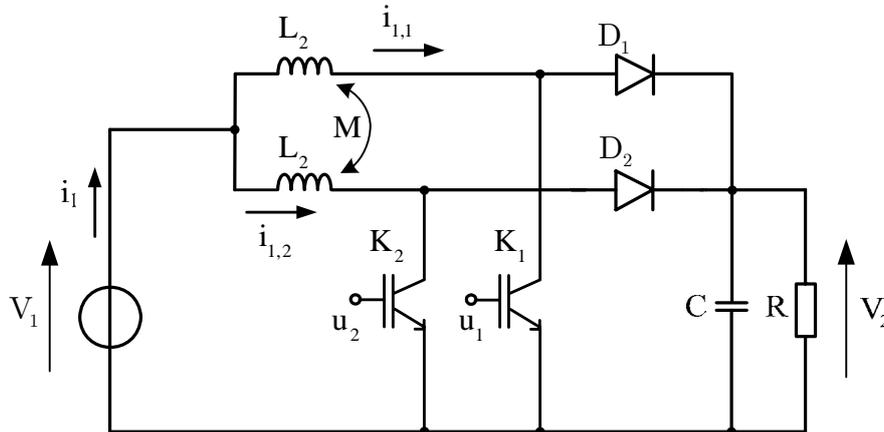


Figure A1-1. Convertisseur Boost à deux cellules élémentaires et inductances couplées.

En grandeurs réduites, le système d'équations caractéristiques de l'évolution des courants s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{dx_{1,1}}{dt} &= \frac{f}{1-k^2} \cdot (y_{L1,1} - k \cdot y_{L1,2}) \\ \frac{dx_{1,2}}{dt} &= \frac{f}{1-k^2} \cdot (y_{L1,2} - k \cdot y_{L1,1}) \end{aligned} \quad (A1-1)$$

La dérivée du courant dans l'inductance d'une cellule élémentaire va dépendre des valeurs des tensions aux bornes des inductances et du coefficient de couplage. Les différentes valeurs possibles de la dérivée du courant dans la première inductance sont données dans le tableau A1-1.

|                             |   |                                       |
|-----------------------------|---|---------------------------------------|
| $y_{L1,1}$ \ / \ $y_{L1,2}$ | 1   | $1 - Y_2$                             |
| 1                           | $\frac{f}{1+k}$                                 | $\frac{f}{1-k^2} \cdot (1 - Y_2 - k)$ |
| $1 - Y_2$                   | $\frac{f}{1-k^2} \cdot [1 - k \cdot (1 - Y_2)]$ | $\frac{f}{1+k} \cdot (1 - Y_2)$       |

Tableau A1-1. Convertisseur Boost à deux cellules entrelacées. Différentes valeurs de la dérivée du courant dans la première cellule en fonction des tensions aux bornes des deux inductances.

Les différents cas à considérer pour les valeurs des tensions appliquées aux bornes des inductances sont donnés sur les figures A1-2 et A1-3.

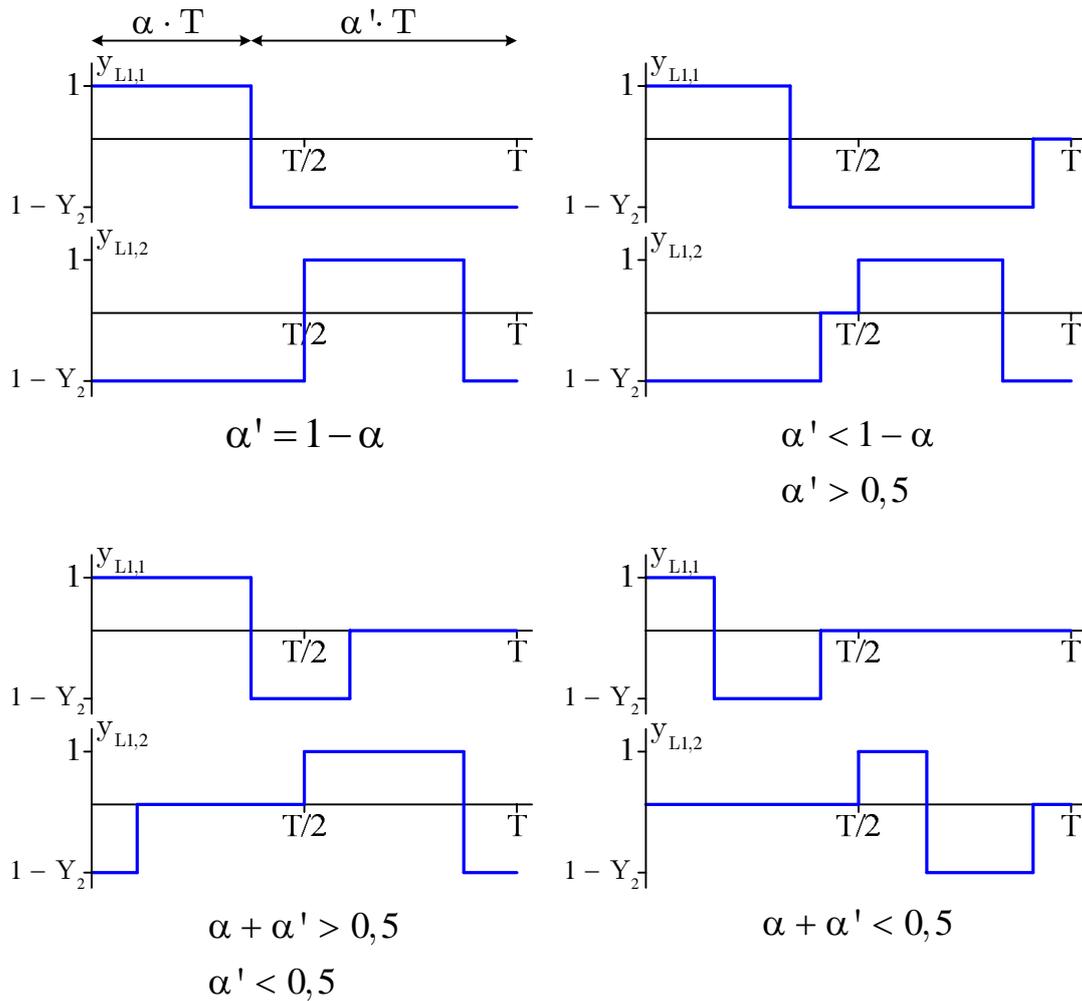


Figure A1-2. Convertisseur Boost à deux cellules entrelacées. Différents cas à prendre en compte pour le calcul du courant total ( $\alpha < 0,5$ ).

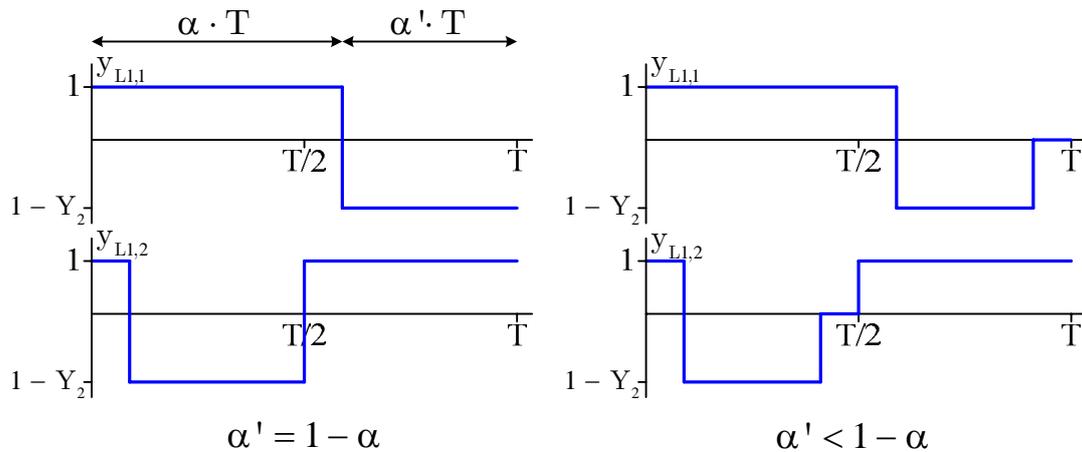


Figure A1-3. Convertisseur Boost à deux cellules entrelacées. Différents cas à prendre en compte pour le calcul du courant total ( $\alpha > 0,5$ ).

Sur ces figures les tensions aux bornes des inductances ont été supposées nulles lorsque le courant qui les traverse est nul. Ceci a permis de simplifier les figures et n'est vrai que s'il n'y a pas de couplage. De façon générale, lorsque l'un des courants est nul, ce sont les relations suivantes qui définissent la variation de l'autre et les tensions aux bornes des inductances :

$$\begin{aligned} f \cdot y_{L1,1} &= \frac{dx_{1,1}}{dt} + k \cdot \frac{dx_{1,2}}{dt} \\ f \cdot y_{L1,2} &= \frac{dx_{1,2}}{dt} + k \cdot \frac{dx_{1,1}}{dt} \end{aligned} \quad (\text{A1-2})$$

### Cas où $\alpha < 0,5$ et $\alpha' = 1 - \alpha$

On est dans le cas où les cellules fonctionnent en mode de conduction continu. Pour la première cellule, on a :

$$\begin{aligned} t \in [0, \alpha \cdot T] & \quad x_{11}(t) = x_0 + \frac{f}{1-k^2} \cdot [1-k \cdot (1-Y_2)] \cdot t \\ t \in \left[ \alpha \cdot T, \frac{T}{2} \right] & \quad x_{11}(t) = x_1 + \frac{f}{1+k} \cdot (1-Y_2) \cdot (t-t_1) \\ t \in \left[ \frac{T}{2}, \frac{T}{2} + \alpha \cdot T \right] & \quad x_{11}(t) = x_2 + \frac{f}{1-k^2} \cdot (1-Y_2 - k) \cdot (t-t_2) \\ t \in \left[ \frac{T}{2} + \alpha \cdot T, T \right] & \quad x_{11}(t) = x_3 + \frac{f}{1+k} \cdot (1-Y_2) \cdot (t-t_3) \end{aligned} \quad (\text{A1-3})$$

où  $x_i$  et  $t_i$  sont respectivement la valeur initiale du courant au début de l'intervalle  $i+1$  et l'instant de début de cet intervalle.

Les courants obtenus sont donnés sur la figure A1-4.

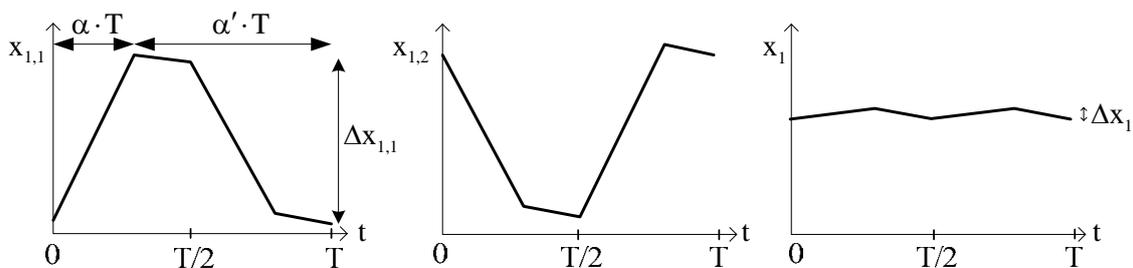


Figure A1-4. Courants dans les deux cellules élémentaires (à gauche et au centre) et courant total (à droite),  $\alpha = 0,3$ ,  $\alpha' = 0,7$  et  $k = 0,8$ .

Les deux cellules interagissent l'une sur l'autre au travers du couplage et il faut que le courant dans la première cellule soit croissant lorsque l'interrupteur est commandé, c'est-à-dire sur le premier intervalle. On en déduit une relation liant le coefficient de couplage et la tension de sortie :

$$k > -\frac{1}{Y_2 - 1} \quad (\text{A1-4})$$

L'ondulation du courant dans la première cellule s'écrit :

$$\begin{aligned}\Delta x_{1,1} &= x_{1,1}(\alpha \cdot T) - x_{1,1}(0) \\ &= \frac{\alpha}{1-k^2} \cdot [1-k \cdot (1-Y_2)]\end{aligned}\quad (A1-5)$$

Comme en conduction continue, on a de plus :

$$Y_2 = \frac{1}{1-\alpha} \quad (A1-6)$$

on obtient :

$$\Delta x_{1,1} = \frac{\alpha}{1-k^2} \cdot \left(1+k \cdot \frac{\alpha}{1-\alpha}\right) \quad (A1-7)$$

Pour l'ondulation du courant total, on a :

$$\begin{aligned}\Delta x_1 &= x_1(\alpha \cdot T) - x_1(0) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left[ x_{1,1}(\alpha \cdot T) + x_{1,1} \left( \left( \alpha + \frac{1}{2} \right) \cdot T \right) - x_{1,1} \left( \frac{T}{2} \right) - x_{1,1}(0) \right] \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{\alpha}{1-k^2} \cdot [1-k \cdot (1-Y_2)] + \frac{\alpha}{1-k^2} \cdot (1-Y_2-k) \right] \\ &= \frac{1}{1+k} \cdot \frac{\alpha}{2} \cdot (2-Y_2) = \frac{1}{1+k} \cdot \frac{\alpha \cdot (1-2 \cdot \alpha)}{2 \cdot (1-\alpha)}\end{aligned}\quad (A1-8)$$

### Cas où $\alpha < 0,5$ , $0,5 < \alpha'$ et $\alpha + \alpha' < 1$

On est dans le cas où les cellules fonctionnent en mode de conduction discontinue et où le courant total délivré par la source est continu.

Il va falloir vérifier intervalle par intervalle si le courant a bien le sens de croissance attendu et s'il ne s'annule pas avant l'instant  $(\alpha + \alpha') \cdot T$ . Sur le premier intervalle, on a pour la dérivée du courant :

$$t \in [0, \alpha \cdot T] \quad \frac{dx_{1,1}(t)}{dt} = \frac{f}{1-k^2} \cdot [1+k \cdot (Y_2-1)] \quad (A1-9)$$

terme positif si  $k > -\frac{1}{Y_2-1}$ .

Sur le deuxième intervalle, on a :

$$t \in \left[ \alpha \cdot T, (\alpha + \alpha') \cdot T - \frac{T}{2} \right] \quad \frac{dx_{1,1}(t)}{dt} = \frac{f}{1+k} \cdot (1-Y_2) \quad (A1-10)$$

et ce terme est toujours négatif.

Sur le troisième intervalle, le courant s'est annulé dans la deuxième cellule et la dérivée du courant dans la première cellule s'écrit :

$$t \in \left[ (\alpha + \alpha') \cdot T - \frac{T}{2}, \frac{T}{2} \right] \quad \frac{dx_{1,1}(t)}{dt} = f \cdot (1-Y_2) \quad (A1-11)$$

terme qui est toujours négatif.

Sur le quatrième, le courant réapparaît dans la deuxième et est croissant, la dérivée du courant dans la première cellule s'écrit :

$$t \in \left[ \frac{T}{2}, \frac{T}{2} + \alpha \cdot T \right] \quad \frac{dx_{11}(t)}{dt} = -\frac{f}{1-k^2} \cdot (Y_2 - 1 + k) \quad (\text{A1-12})$$

terme qui est peut être positif ou négatif.

Sur le cinquième intervalle, on a pour la dérivée du courant dans la première cellule :

$$t \in \left[ \frac{T}{2} + \alpha \cdot T, (\alpha + \alpha') \cdot T \right] \quad \frac{dx_{11}(t)}{dt} = -\frac{f}{1+k} \cdot (Y_2 - 1) \quad (\text{A1-13})$$

terme qui est toujours négatif.

A ce niveau, on peut calculer le courant à la fin du cinquième intervalle :

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{\alpha}{1-k^2} \cdot [1+k \cdot (Y_2 - 1)] \\ x_2 &= x_1 - \frac{\alpha' - \frac{1}{2}}{1+k} \cdot (Y_2 - 1) \\ x_3 &= x_2 - (1 - \alpha - \alpha') \cdot (Y_2 - 1) \\ x_4 &= x_3 - \frac{\alpha}{1-k^2} \cdot (Y_2 - 1 + k) \\ x_5 &= x_4 - \frac{\alpha' - \frac{1}{2}}{1+k} \cdot (Y_2 - 1) \end{aligned} \quad (\text{A1-14})$$

soit :

$$x_5 = -\frac{1}{1-k^2} \cdot [(Y_2 - 1) \cdot [k \cdot (1 - \alpha) + (1 - k) \cdot \alpha'] - \alpha] \quad (\text{A1-15})$$

Cette valeur de courant devant être nulle, cela donne la valeur du terme  $\alpha'$  :

$$\alpha' = \frac{\alpha - (Y_2 - 1) \cdot k \cdot (1 - \alpha)}{(1 - k) \cdot (Y_2 - 1)} \quad (\text{A1-16})$$

Le courant dans les différents intervalles est donné par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} t \in [0, \alpha \cdot T] & \quad x_{11}(t) = \frac{f}{1-k^2} \cdot [1+k \cdot (Y_2 - 1)] \cdot t \\ t \in \left[ \alpha \cdot T, \left( \alpha + \alpha' - \frac{1}{2} \right) \cdot T \right] & \quad x_{11}(t) = x_1 - \frac{f}{1+k} \cdot (Y_2 - 1) \cdot (t - t_1) \\ t \in \left[ \left( \alpha + \alpha' - \frac{1}{2} \right) \cdot T, \frac{T}{2} \right] & \quad x_{11}(t) = x_2 - f \cdot (Y_2 - 1) \cdot (t - t_2) \\ t \in \left[ \frac{T}{2}, \left( \alpha + \frac{1}{2} \right) \cdot T \right] & \quad x_{11}(t) = x_3 - \frac{f}{1-k^2} \cdot (Y_2 - 1 + k) \cdot (t - t_3) \end{aligned} \quad (\text{A1-17})$$

$$t \in \left[ \left( \alpha + \frac{1}{2} \right) \cdot T, (\alpha + \alpha') \cdot T \right] \quad x_{11}(t) = x_4 - \frac{f}{1+k} \cdot (Y_2 - 1) \cdot (t - t_4)$$

$$t \in [(\alpha + \alpha') \cdot T, T] \quad x_{11}(t) = 0$$

Ce qui conduit aux tracés de la figure A1-5.

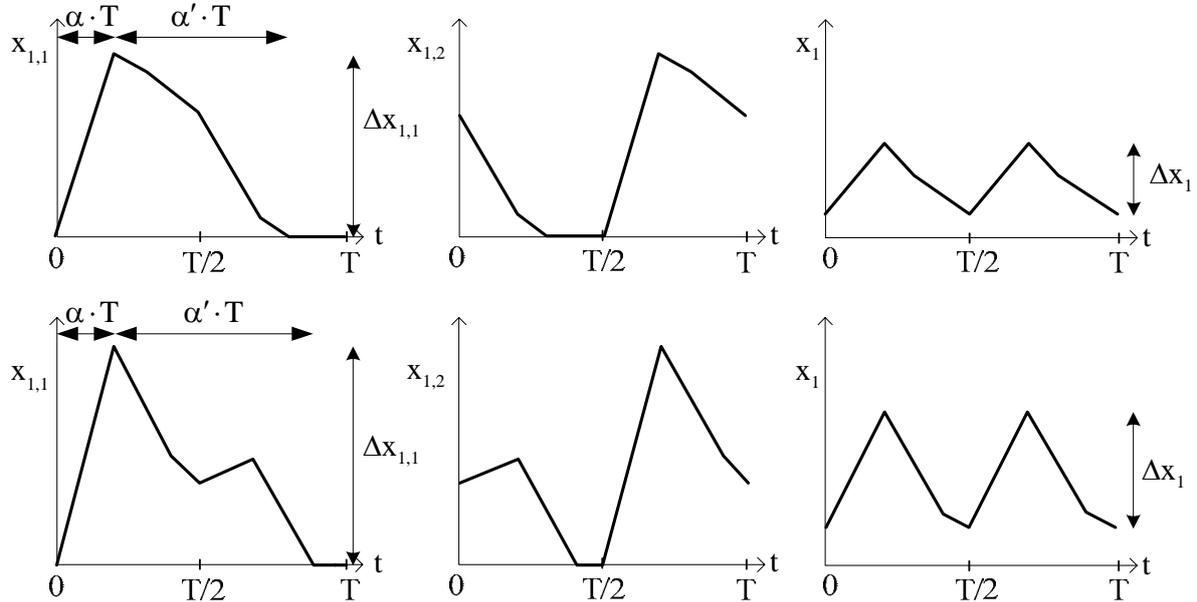


Figure A1-5. Courants dans les deux cellules élémentaires (à gauche et au centre) et courant total (à droite). En haut :  $Y_2 - 1 + k > 0$  ( $\alpha = 0,2$ ,  $Y_2 = 1,3$  et  $k = 0,3$ ), en bas :  $Y_2 - 1 + k < 0$  ( $\alpha = 0,2$ ,  $Y_2 = 1,3$  et  $k = -0,4$ ).

L'ondulation du courant dans la première cellule s'écrit :

$$\Delta x_{1,1} = x_{1,1}(\alpha \cdot T) = \frac{\alpha}{1-k^2} \cdot (1+k \cdot (Y_2 - 1)) \quad (A1-18)$$

Pour le courant total, il faut vérifier que les variations qui apparaissent sur la figure A1-5 et qui laissent à penser que les extrêmes sont en 0 et  $\alpha \cdot T$  ne dépendent pas des valeurs choisies pour le tracé. Pour cela, il faut considérer la variation du courant total sur chacun des intervalles compris entre 0 et  $T/2$  :

$$t \in [0, \alpha \cdot T] \quad \frac{dx_1(t)}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \frac{f}{1+k} \cdot (2 - Y_2)$$

$$t \in \left[ \alpha \cdot T, (\alpha + \alpha') \cdot T - \frac{T}{2} \right] \quad \frac{dx_1(t)}{dt} = \frac{f}{1+k} \cdot (1 - Y_2) \quad (A1-19)$$

$$t \in \left[ (\alpha + \alpha') \cdot T - \frac{T}{2}, \frac{T}{2} \right] \quad \frac{dx_1(t)}{dt} = \frac{f}{2} \cdot (1 - Y_2)$$

Sur les deux derniers intervalles, le courant est décroissant. Il doit donc être croissant sur le premier intervalle, ce qui impose à la tension de sortie d'être inférieure à 2.

On peut maintenant calculer sans risque l'ondulation du courant total :

$$\begin{aligned}
\Delta x_1 &= x_1(\alpha \cdot T) - x_1(0) \\
&= \frac{1}{2} \cdot \left[ x_{1,1}(\alpha \cdot T) + x_{1,1} \left( \left( \alpha + \frac{1}{2} \right) \cdot T \right) - x_{1,1} \left( \frac{T}{2} \right) \right] \\
&= \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{\alpha}{1-k^2} \cdot (1+k \cdot (Y_2 - 1)) - \frac{\alpha}{1-k^2} \cdot [Y_2 - 1 + k] \right] \\
&= \frac{1}{1+k} \cdot \frac{\alpha}{2} \cdot (2 - Y_2)
\end{aligned} \tag{A1-20}$$

**Cas où  $\alpha < 0,5$ ,  $\alpha' < 0,5$  et  $0,5 < \alpha + \alpha' < 1$**

On est dans le cas où les cellules fonctionnent en mode de conduction discontinue et où le courant total délivré par la source est continu.

Comme précédemment, on peut exprimer les courants sur les différents intervalles :

$$\begin{aligned}
t \in \left[ 0, \left( \alpha + \alpha' - \frac{1}{2} \right) \cdot T \right] & \quad x_{11}(t) = \frac{f}{1-k^2} \cdot [1+k \cdot (Y_2 - 1)] \cdot t \\
t \in \left[ \left( \alpha + \alpha' - \frac{1}{2} \right) \cdot T, \alpha \cdot T \right] & \quad x_{11}(t) = x_1 + f \cdot (t - t_1) \\
t \in \left[ \alpha \cdot T, \frac{T}{2} \right] & \quad x_{11}(t) = x_2 - f \cdot (Y_2 - 1) \cdot (t - t_2) \\
t \in \left[ \frac{T}{2}, (\alpha + \alpha') \cdot T \right] & \quad x_{11}(t) = x_3 - \frac{f}{1-k^2} \cdot (Y_2 - 1 + k) \cdot (t - t_3) \\
t \in [(\alpha + \alpha') \cdot T, T] & \quad x_{11}(t) = 0
\end{aligned} \tag{A1-21}$$

Le courant à la fin du quatrième intervalle est issu des relations :

$$\begin{aligned}
x_1 &= \frac{\alpha + \alpha' - \frac{1}{2}}{1-k^2} \cdot [1+k \cdot (Y_2 - 1)] \\
x_2 &= x_1 + \frac{1}{2} - \alpha' \\
x_3 &= x_2 - \left( \frac{1}{2} - \alpha \right) \cdot (Y_2 - 1) \\
x_4 &= x_3 - \frac{\alpha + \alpha' - \frac{1}{2}}{1-k^2} \cdot (Y_2 - 1 + k)
\end{aligned} \tag{A1-22}$$

soit :

$$x_4 = \frac{\alpha + \alpha' - \frac{1}{2}}{1+k} \cdot (2 - Y_2) + \frac{1}{2} - \alpha' - (Y_2 - 1) \cdot \left( \frac{1}{2} - \alpha \right) \tag{A1-23}$$

Cette valeur de courant devant être nulle, cela donne la valeur du terme  $\alpha'$  :

$$\alpha' = \frac{\alpha \cdot (1-k) + Y_2 \cdot k \cdot \left(\alpha - \frac{1}{2}\right) + k}{Y_2 - 1 + k} \quad (\text{A1-24})$$

Ces différentes relations conduisent aux tracés de la figure A1-6.

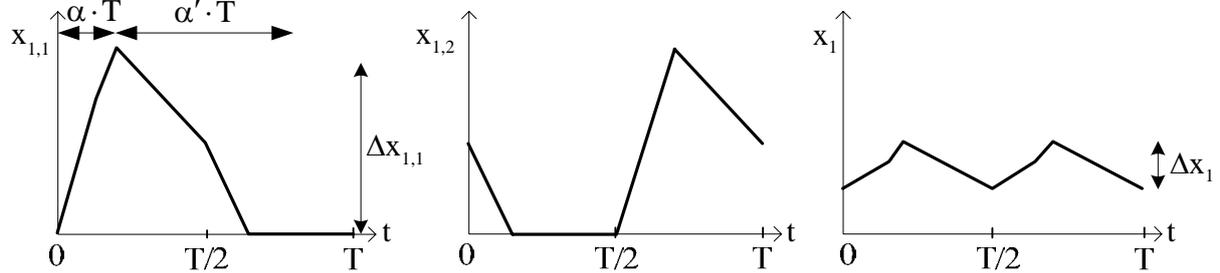


Figure A1-6. Courants dans les deux cellules élémentaires (à gauche et au centre) et courant total (à droite),  $\alpha=0,2$ ,  $Y_2=1,4$  et  $k=0,3$ .

L'ondulation du courant dans la première cellule s'écrit :

$$\begin{aligned} \Delta x_{1,1} &= x_{1,1}(\alpha \cdot T) \\ &= \frac{\alpha + \alpha' - \frac{1}{2}}{1 - k^2} \cdot (1 + k \cdot (Y_2 - 1)) + \frac{1}{2} - \alpha' \\ &= \frac{\alpha - k \cdot (Y_2 - 1) \cdot \left(\frac{1}{2} - \alpha\right)}{1 - k} \end{aligned} \quad (\text{A1-25})$$

Pour le courant total, il faut vérifier, ce que laisse supposer la figure A1-6, à savoir que les extrémums du courant total sont en 0 et  $\alpha \cdot T$ . Sur la première demi-période, les dérivées de ce courant ont pour valeurs :

$$\begin{aligned} t \in \left[ 0, \left(\alpha + \alpha' - \frac{1}{2}\right) \cdot T \right] & \quad \frac{dx_1(t)}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \frac{f}{1+k} \cdot (2 - Y_2) \\ t \in \left[ \left(\alpha + \alpha' - \frac{1}{2}\right) \cdot T, \alpha \cdot T \right] & \quad \frac{dx_1(t)}{dt} = \frac{f}{2} \\ t \in \left[ \alpha \cdot T, \frac{T}{2} \right] & \quad \frac{dx_1(t)}{dt} = \frac{f}{2} \cdot (1 - Y_2) \end{aligned} \quad (\text{A1-26})$$

Sur les deux derniers intervalles, le signe de la dérivée est fixé, respectivement positif et négatif. Par contre, pour le premier intervalle, il dépend de la position de la tension de sortie par rapport à 2.

Si la tension de sortie est inférieure à 2, on a les formes d'onde de la figure A1-6 et l'ondulation du courant total a pour valeur :

$$\begin{aligned}\Delta x_1 &= x_1(\alpha \cdot T) - x_1(0) = \frac{1}{2} \cdot \left[ x_{1,1}(\alpha \cdot T) - x_{1,1}\left(\frac{T}{2}\right) \right] \\ &= \frac{1}{2} \cdot (Y_2 - 1) \cdot \left( \frac{1}{2} - \alpha \right)\end{aligned}\quad (\text{A1-27})$$

Si la tension de sortie est supérieure à 2, on a les courants représentés sur la figure A1-7 et l'ondulation du courant total a pour valeur :

$$\begin{aligned}\Delta x_1 &= x_1(\alpha \cdot T) - x_1\left(\left(\alpha + \alpha' - \frac{1}{2}\right) \cdot T\right) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left[ x_{1,1}(\alpha \cdot T) - x_{1,1}\left(\left(\alpha + \alpha' - \frac{1}{2}\right) \cdot T\right) \right] \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{2} - \alpha' \right) = \frac{(Y_2 - 1) \cdot \left[ \frac{1}{2} + k \cdot \left( \frac{1}{2} - \alpha \right) \right] - \alpha}{2 \cdot (Y_2 - 1 + k)}\end{aligned}\quad (\text{A1-28})$$

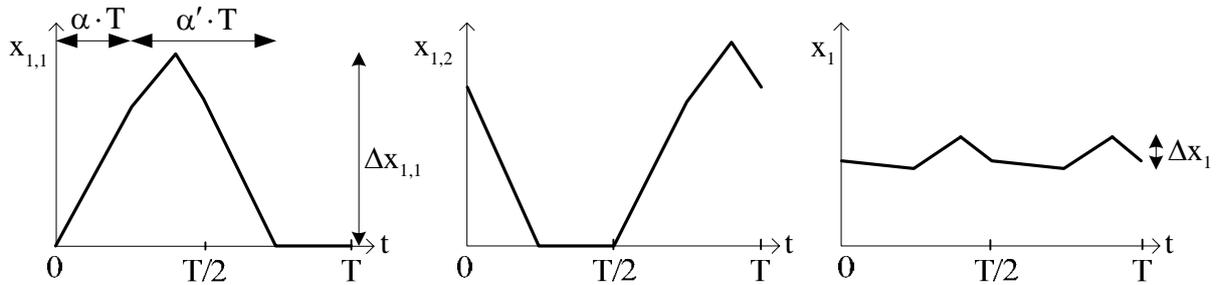


Figure A1-7. Courants dans les deux cellules élémentaires (à gauche et au centre) et courant total (à droite),  $\alpha = 0,4$ ,  $Y_2 = 2,2$  et  $k = 0,3$ .

### Cas où $\alpha + \alpha' < 0,5$

Les cellules fonctionnent en mode de conduction discontinu et le courant délivré par la source est lui aussi discontinu (figure A1-8). On a sur les différents intervalles :

$$\begin{aligned}t \in [0, \alpha \cdot T] & \quad x_{11}(t) = f \cdot t \\ t \in [\alpha \cdot T, (\alpha + \alpha') \cdot T] & \quad x_{11}(t) = x_1 - f \cdot (Y_2 - 1) \cdot (t - t_1) \\ t \in [(\alpha + \alpha') \cdot T, T] & \quad x_{11}(t) = 0\end{aligned}\quad (\text{A1-29})$$

Le courant à la fin du deuxième intervalle est issu des relations :

$$\begin{aligned}x_1 &= \alpha \\ x_2 &= x_1 - \alpha' \cdot (Y_2 - 1)\end{aligned}\quad (\text{A1-30})$$

soit puisque celui-ci est nul :

$$\alpha' = \frac{\alpha}{Y_2 - 1}\quad (\text{A1-31})$$

Les ondulations du courant dans la première cellule et du courant total ont pour valeur :

$$\Delta x_{1,1} = x_{1,1}(\alpha \cdot T) = \alpha \quad (A1-32)$$

et :

$$\Delta x_1 = x_1(\alpha \cdot T) = \frac{\alpha}{2} \quad (A1-33)$$

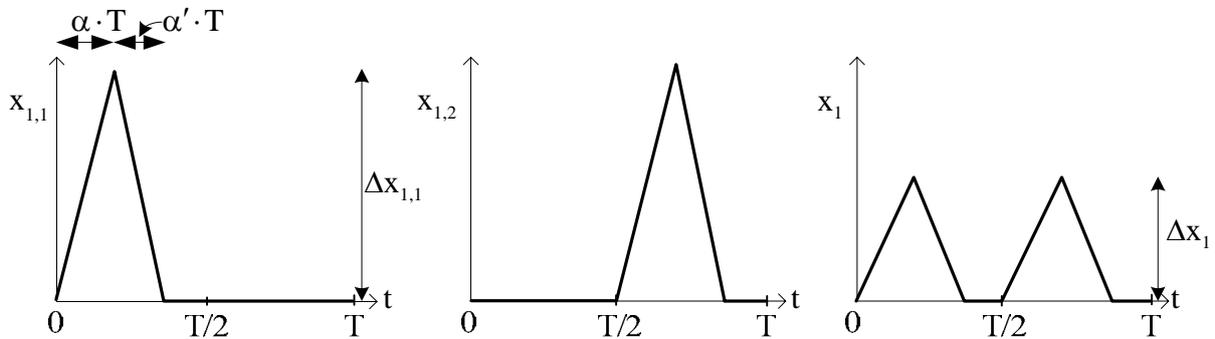


Figure A1-8. Courants dans les deux cellules élémentaires (à gauche et au centre) et courant total (à droite),  $\alpha = 0,2$ ,  $Y_2 = 2,2$  et  $k = 0,3$ .

**Cas où  $\alpha > 0,5$  et  $\alpha' = 1 - \alpha$**

On est dans le cas où les cellules élémentaires fonctionnent en mode de conduction continu et on a sur les différents intervalles :

$$\begin{aligned} t \in \left[ 0, \left( \alpha - \frac{1}{2} \right) \cdot T \right] & \quad x_{11}(t) = x_0 + \frac{f}{1+k} \cdot t \\ t \in \left[ \left( \alpha - \frac{1}{2} \right) \cdot T, \frac{T}{2} \right] & \quad x_{11}(t) = x_1 + \frac{f}{1-k^2} \cdot [1 - k \cdot (1 - Y_2)] \cdot (t - t_1) \\ t \in \left[ \frac{T}{2}, \alpha \cdot T \right] & \quad x_{11}(t) = x_2 + \frac{f}{1+k} \cdot (t - t_2) \\ t \in [\alpha \cdot T, T] & \quad x_{11}(t) = x_3 + \frac{f}{1-k^2} \cdot (1 - Y_2 - k) \cdot (t - t_3) \end{aligned} \quad (A1-34)$$

Les courants obtenus sont donnés sur la figure A1-9.

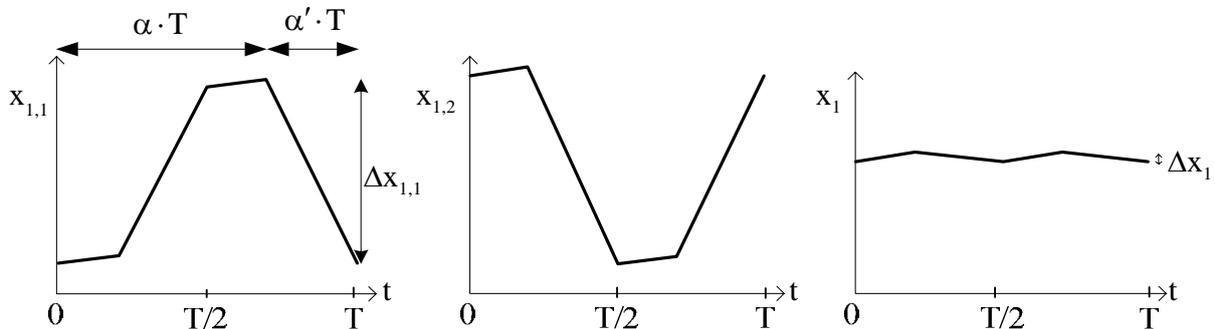


Figure A1-9. Courants dans les deux cellules élémentaires (à gauche et au centre) et courant total (à droite),  $\alpha = 0,7$ ,  $\alpha' = 0,3$  et  $k = 0,8$ .

Pour que le courant soit croissant sur le deuxième intervalle, on retrouve la condition donnée en A1-4 et liant la tension de sortie et le coefficient de couplage lorsque l'on est en conduction continue pour un rapport cyclique inférieur à 0,5.

L'ondulation du courant dans la première cellule s'écrit :

$$\begin{aligned}\Delta x_{1,1} &= x_{1,1}(\alpha \cdot T) - x_{1,1}(0) \\ &= -\frac{(1-\alpha)}{1-k^2} \cdot (1-Y_2 - k) = \frac{\alpha + k \cdot (1-\alpha)}{1-k^2}\end{aligned}\quad (\text{A1-35})$$

et celle du courant total :

$$\begin{aligned}\Delta x_1 &= x_1(\alpha \cdot T) - x_1(0) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left[ x_{1,1}(\alpha \cdot T) + x_{1,1} \left( \left( \alpha - \frac{1}{2} \right) \cdot T \right) - x_{1,1} \left( \frac{T}{2} \right) - x_{1,1}(0) \right] \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{1-\alpha}{1-k^2} \cdot (Y_2 + k - 1) + \frac{1-\alpha}{1-k^2} \cdot [k \cdot (1-Y_2) - 1] \right] \\ &= \frac{1}{1+k} \cdot \left( \alpha - \frac{1}{2} \right)\end{aligned}\quad (\text{A1-36})$$

### Cas où $\alpha > 0,5$ et $\alpha + \alpha' < 1$

On est dans le cas où les cellules élémentaires fonctionnent en mode de conduction discontinue, le courant délivré par la source étant continu (figure A1-10). On a sur les différents intervalles :

$$\begin{aligned}t \in \left[ 0, \left( \alpha - \frac{1}{2} \right) \cdot T \right] & \quad x_{11}(t) = \frac{f}{1+k} \cdot t \\ t \in \left[ \left( \alpha - \frac{1}{2} \right) \cdot T, \left( \alpha + \alpha' - \frac{1}{2} \right) \cdot T \right] & \quad x_{11}(t) = x_1 + \frac{f}{1-k^2} \cdot [1+k \cdot (Y_2 - 1)] \cdot (t - t_1) \\ t \in \left[ \left( \alpha + \alpha' - \frac{1}{2} \right) \cdot T, \frac{T}{2} \right] & \quad x_{11}(t) = x_2 + f \cdot (t - t_2) \\ t \in \left[ \frac{T}{2}, \alpha \cdot T \right] & \quad x_{11}(t) = x_3 + \frac{f}{1+k} \cdot (t - t_3) \\ t \in \left[ \alpha \cdot T, (\alpha + \alpha') \cdot T \right] & \quad x_{11}(t) = x_4 - \frac{f}{1-k^2} \cdot (Y_2 - 1 + k) \cdot (t - t_4) \\ t \in \left[ (\alpha + \alpha') \cdot T, T \right] & \quad x_{11}(t) = 0\end{aligned}\quad (\text{A1-37})$$

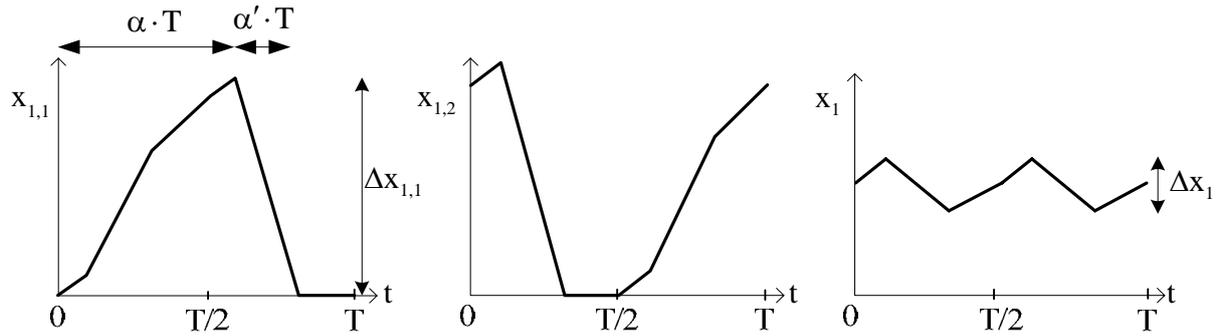


Figure A1-10. Courants dans les deux cellules élémentaires (à gauche et au centre) et courant total (à droite),  $\alpha = 0,6$ ,  $Y_2 = 4$  et  $k = 0,3$ .

Le courant à la fin du cinquième intervalle est issu des relations :

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \frac{\alpha - \frac{1}{2}}{1+k} \\
 x_2 &= x_1 + \frac{\alpha'}{1-k^2} \cdot [1+k \cdot (Y_2 - 1)] \\
 x_3 &= x_2 + 1 - \alpha - \alpha' \\
 x_4 &= x_3 + \frac{\alpha - \frac{1}{2}}{1+k} \\
 x_5 &= x_4 - \frac{\alpha'}{1-k^2} \cdot (Y_2 - 1 + k)
 \end{aligned} \tag{A1-38}$$

soit :

$$x_5 = \frac{\alpha + k \cdot (1 - \alpha) + \alpha' \cdot (1 - Y_2 - k)}{1+k} \tag{A1-39}$$

Cette valeur de courant devant être nulle, cela donne la valeur du terme  $\alpha'$  :

$$\alpha' = \frac{\alpha + k \cdot (1 - \alpha)}{Y_2 - 1 + k} \tag{A1-40}$$

L'ondulation du courant dans la première cellule s'écrit :

$$\Delta x_{1,1} = x_{1,1}(\alpha \cdot T) = \frac{\alpha'}{1-k^2} \cdot (Y_2 - 1 + k) = \frac{\alpha + k \cdot (1 - \alpha)}{1-k^2} \tag{A1-41}$$

Pour le courant total, il faut vérifier les variations qui apparaissent sur la figure A1-10 et qui laissent à penser que les extrémums sont en  $\alpha \cdot T$  et  $(\alpha + \alpha') \cdot T$  :

$$\begin{aligned}
t \in \left[ \frac{T}{2}, \alpha \cdot T \right] & \quad \frac{dx_1(t)}{dt} = \frac{f}{1+k} \\
t \in \left[ \alpha \cdot T, (\alpha + \alpha') \cdot T \right] & \quad \frac{dx_1(t)}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \frac{f}{1+k} \cdot (2 - Y_2) \\
t \in \left[ (\alpha + \alpha') \cdot T, T \right] & \quad \frac{dx_1(t)}{dt} = \frac{1}{2} \cdot f
\end{aligned} \tag{A1-42}$$

Sur les premier et troisième intervalles, le courant est croissant. Il est donc décroissant sur le second. La tension de sortie doit donc être supérieure à 2.

On obtient donc pour le courant total :

$$\begin{aligned}
\Delta x_1 &= x_1(\alpha \cdot T) - x_1((\alpha + \alpha') \cdot T) \\
&= \frac{1}{2} \cdot \left[ x_{1,1}(\alpha \cdot T) + x_{1,1} \left( \left( \alpha - \frac{1}{2} \right) \cdot T \right) - x_{1,1} \left( \left( \alpha + \alpha' - \frac{1}{2} \right) \cdot T \right) \right] \\
&= \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{\alpha'}{1-k^2} \cdot (Y_2 - 1 + k) - \frac{\alpha'}{1-k^2} \cdot [1 + k \cdot (Y_2 - 1)] \right] \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha'}{1+k} \cdot (Y_2 - 2) \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{[\alpha - k \cdot (\alpha - 1)]}{1+k} \cdot \frac{Y_2 - 2}{Y_2 - 1 + k}
\end{aligned} \tag{A1-43}$$

## Annexe 2

### Convertisseur élévateur à cellules entrelacées et inductance couplées

#### Caractéristique de sortie

Les différents cas permettant le calcul de l'ondulation du courant pour un convertisseur à deux cellules entrelacées ont été effectués dans l'annexe 1. On va utiliser ces résultats pour calculer la caractéristique de sortie du convertisseur.

#### Cas où $\alpha > 0,5$

En régime de conduction continue, on a les formes d'onde de la figure A1.9 et le système d'équations A1.33 qui définit le courant dans la première cellule sur la période. Si l'on considère que la variation du courant s'annule sur la période, on obtient la relation :

$$\frac{\alpha - \frac{1}{2}}{1+k} + \frac{1-\alpha}{1-k^2} \cdot [1-k \cdot (1-Y_2)] + \frac{\alpha - \frac{1}{2}}{1+k} + \frac{1-\alpha}{1-k^2} \cdot (1-Y_2 - k) = 0 \quad (A2-1)$$

d'où l'on déduit :

$$Y_2 = \frac{1}{1-\alpha} \quad (A2-2)$$

En conduction continue, le couplage entre les inductances ne modifie pas l'expression de la tension de sortie.

En conduction discontinue, le courant de sortie de la cellule est représenté sur la figure A2-1. En considérant l'expression du courant donné en A1.36 sur le dernier intervalle de conduction, on obtient pour la valeur moyenne du courant de sortie :

$$X_{2,1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha'^2}{1-k^2} \cdot (Y_2 - 1 + k) \quad (A2-3)$$

soit en remplaçant le terme  $\alpha'$  par son expression donnée en A1.39 :

$$X_{2,1} = \frac{[\alpha + k \cdot (1-\alpha)]^2}{2 \cdot (1-k^2) \cdot (Y_2 - 1 + k)} \quad (A2-4)$$

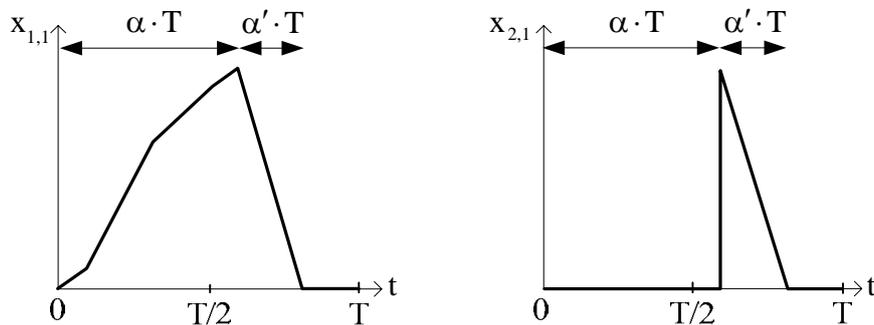


Figure A2-1. Courants en entrée (à gauche) et en sortie (à droite) d'une cellule élémentaire  $\alpha = 0,6$ ,  $Y_2 = 4$  et  $k = 0,3$ .

La tension de sortie dépend maintenant du courant de sortie par la relation :

$$Y_2 = 1 - k + \frac{[\alpha + k \cdot (1 - \alpha)]^2}{2 \cdot (1 - k^2) \cdot X_{2,1}} \quad (\text{A2-5})$$

La limite entre mode de conduction continue et discontinue est obtenue en remplaçant le terme  $\alpha$  par son expression donnée en A2-2 :

$$X_{2,1,\text{lim}} = \frac{Y_2 - 1 + k}{2 \cdot (1 - k^2) \cdot Y_2^2} \quad (\text{A2-6})$$

La caractéristique de sortie obtenue est représentée sur la figure A2-2 pour des valeurs négative, nulle et positive du coefficient de couplage. Les courbes obtenues avec couplage sont identiques à celles sans couplage à un décalage prêt vers la gauche si  $k$  est négatif et vers la droite si  $k$  est positif.

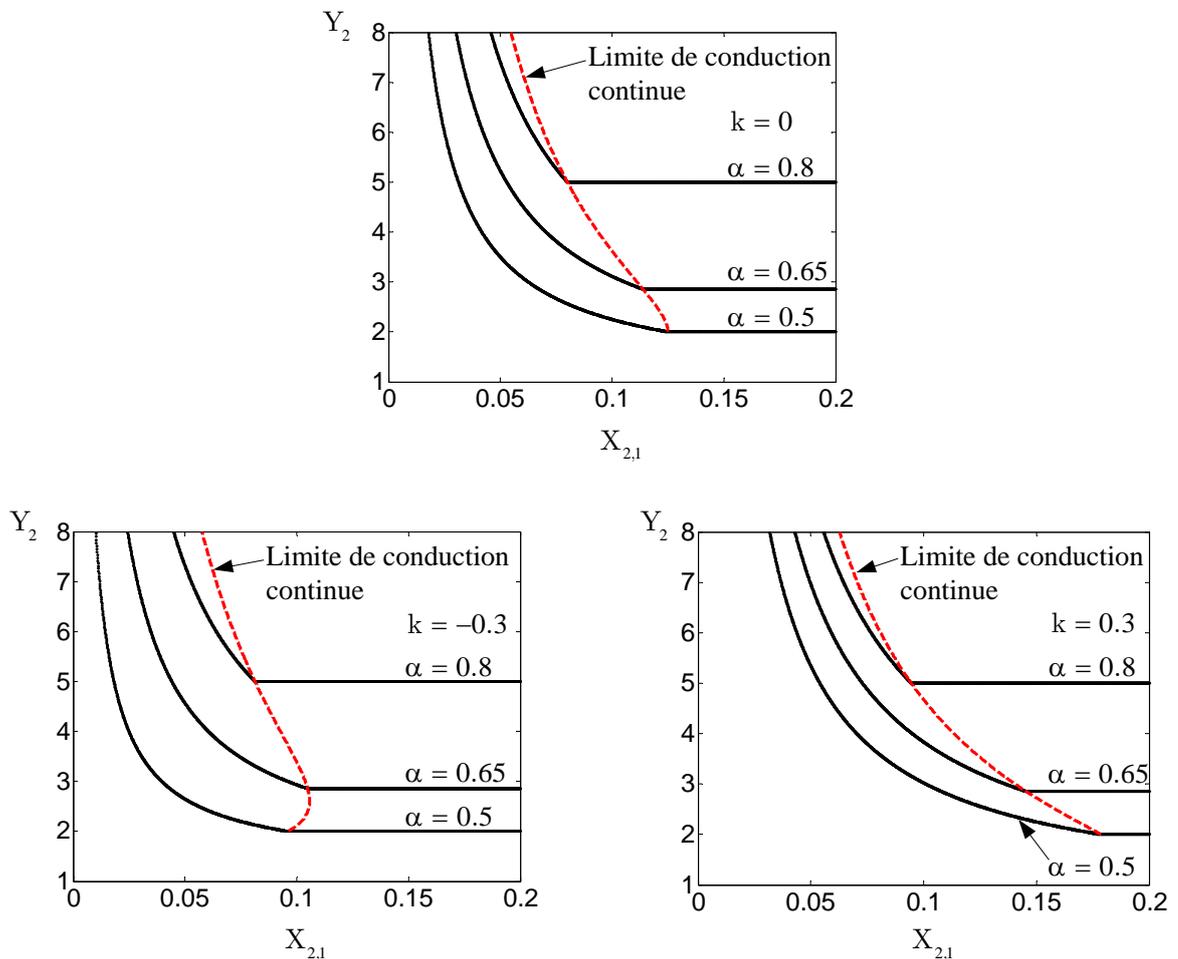


Figure A2-2. Caractéristique de sortie d'une cellule élémentaire pour  $0,5 \leq \alpha$  sans (en haut) et avec (en bas) couplage.

**Cas où  $\alpha < 0,5$** 

En régime de conduction continue, on a les formes d'onde de la figure A1.4 et le système d'équations A1.3 qui définit le courant dans la première cellule. Si l'on considère que la variation du courant s'annule sur la période, on obtient la relation :

$$\frac{\alpha}{1-k^2} \cdot [1-k \cdot (1-Y_2)] + \frac{1-\alpha}{1+k} \cdot (1-Y_2) + \frac{\alpha}{1-k^2} \cdot (1-Y_2-k) + \frac{1-\alpha}{1+k} \cdot (1-Y_2) = 0 \quad (\text{A2-7})$$

d'où l'on déduit comme précédemment que le couplage entre les inductances ne modifie pas la tension de sortie :

$$Y_2 = \frac{1}{1-\alpha} \quad (\text{A2-8})$$

En régime de conduction discontinue, on a différents cas que l'on va traiter un par un.

**Cas n° 1 où  $\alpha < 0,5$  et  $0,5 < \alpha'$** 

On a dans ce cas les courants, en entrée et en sortie de la cellule, représentés sur la figure A2-3. Le terme  $\alpha'$  est supérieur à 0,5 et son expression donnée en A1.15 conduit à une relation limitant la tension de sortie :

$$Y_2 < 1 + \frac{2 \cdot \alpha}{1+k-2 \cdot k \cdot \alpha} \quad (\text{A2-9})$$

Le calcul du courant de sortie peut sembler complexe si l'on considère les différents intervalles sur lesquels est définie l'expression du courant (relation A1.16). En fait, il est plus simple d'exprimer le courant à partir du courant dans l'interrupteur commandé qui correspond au courant sur le premier intervalle de la relation A1.16. On en déduit :

$$\begin{aligned} X_{2,1} &= X_{1,1} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha^2}{1-k^2} \cdot [1+k \cdot (Y_2-1)] \\ &= Y_2 \cdot X_{1,1} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha^2}{1-k^2} \cdot [1+k \cdot (Y_2-1)] \end{aligned} \quad (\text{A2-10})$$

d'où :

$$X_{2,1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha^2}{1-k^2} \cdot \frac{1+k \cdot (Y_2-1)}{Y_2-1} \quad (\text{A2-11})$$

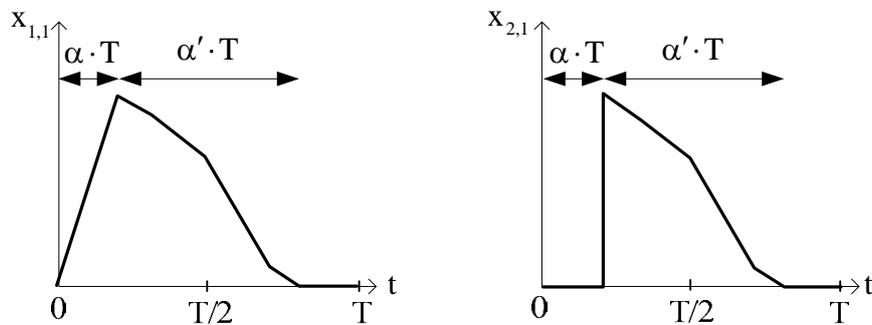


Figure A2-3. Courants en entrée (à gauche) et en sortie (à droite) d'une cellule élémentaire, cas n° 1 ( $\alpha = 0,2$ ,  $Y_2 = 1,3$  et  $k = 0,3$ ).

La limite entre mode de conduction continue et discontinue est obtenue en remplaçant le terme  $\alpha$  par son expression donnée en A2-8 :

$$X_{2,1,\text{lim}} = \frac{Y_2 - 1}{2 \cdot Y_2^2 \cdot (1 - k^2)} \cdot (1 + k \cdot (Y_2 - 1)) \quad (\text{A2-12})$$

**Cas n° 2 où  $\alpha < 0,5$ ,  $\alpha' < 0,5$  et  $0,5 < \alpha + \alpha'$**

On a dans ce cas les courants de la figure A2-4. La condition sur les termes  $\alpha$  et  $\alpha'$  conduit à l'aide de l'expression de  $\alpha'$  donnée en A1.23 à une relation limitant la tension de sortie :

$$1 + \frac{2 \cdot \alpha}{1 + k - 2 \cdot k \cdot \alpha} < Y_2 < \frac{1}{1 - 2 \cdot \alpha} \quad (\text{A2-13})$$

Le courant de sortie est calculé à partir de l'expression du courant donnée en A1.20 et s'écrit :

$$X_{2,1} = \frac{1}{2 \cdot (Y_2 - 1) \cdot (1 - k^2)} \cdot \left[ \alpha^2 \cdot (1 + k \cdot (Y_2 - 1)) - \left( \frac{1}{2} - \alpha' \right)^2 \cdot k \cdot (Y_2 - 1 + k) \right] \quad (\text{A2-14})$$

En remplaçant le terme  $\alpha'$  par son expression donnée en A1.23, le courant de sortie est obtenu :

$$X_{2,1} = \frac{k^2 (Y_2 - 1) (1 - 2 \cdot \alpha)^2 - 4 \cdot \alpha^2 + k \cdot (Y_2 - 1 - 4 \cdot \alpha + 8 \cdot \alpha^2 - 4 \cdot Y_2 \cdot \alpha^2)}{8 \cdot (k - 1) \cdot (Y_2 - 1 + k)} \quad (\text{A2-15})$$

Grâce à la relation limitant la tension de sortie  $Y_2$  en A2-13  $\left( 1 + \frac{2 \cdot \alpha}{1 + k - 2 \cdot k \cdot \alpha} < Y_2 \right)$ , la limite entre ce mode de fonctionnement et le mode considéré précédemment est :

$$X_{2,1,\text{lim}} = - \frac{(k + 1) \cdot (Y_2 - 1)}{8 \cdot (k - 1) \cdot (1 + k \cdot (Y_2 - 1))} \quad (\text{A2-16})$$

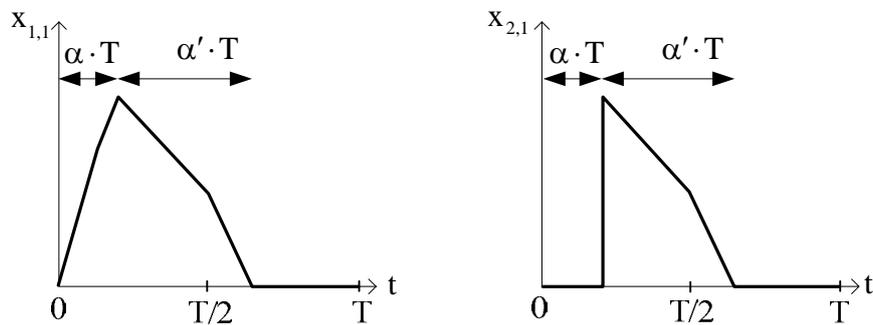


Figure A2-4. Courants en entrée (à gauche) et en sortie (à droite) d'une cellule élémentaire, cas n° 2 ( $\alpha = 0,2$ ,  $Y_2 = 1,4$  et  $k = 0,3$ ).

**Cas n° 3 où  $\alpha + \alpha' < 0,5$** 

Les cellules fonctionnent en mode de conduction discontinu et comme leur courant ne se recouvre pas, le courant délivré par la source est lui aussi discontinu (figure A1-8). On a au niveau d'une cellule les courants représentés sur la figure A2-5.

Le courant de sortie a pour valeur :

$$X_{2,1} = \alpha \cdot \frac{\alpha'}{2} \quad (\text{A2-17})$$

soit en utilisant la valeur du terme  $\alpha'$  donnée en A1.30 :

$$X_{2,1} = \frac{\alpha^2}{2 \cdot (Y_2 - 1)} \quad (\text{A2-18})$$

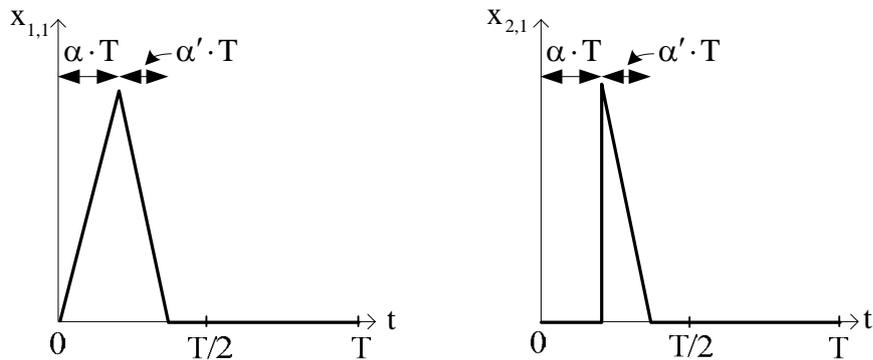


Figure A2-5. Courants en entrée (à gauche) et en sortie (à droite) d'une cellule élémentaire, cas n° 3 ( $\alpha = 0,2$ ,  $Y_2 = 2,2$  et  $k = 0,3$ ).

La limite entre ce mode de fonctionnement et le mode considéré précédemment est caractérisé par la relation :

$$\alpha + \alpha' = \frac{1}{2} \quad (\text{A2-19})$$

A l'aide de la relation A1.30, on en déduit une relation en les termes  $\alpha$  et la tension de sortie  $Y_2$  d'où l'on obtient :

$$X_{2,1,\text{lim}} = \frac{\left(\frac{Y_2 - 1}{2 \cdot Y_2}\right)^2}{2 \cdot (Y_2 - 1)} = \frac{Y_2 - 1}{8 \cdot Y_2^2} \quad (\text{A2-20})$$

La caractéristique de sortie obtenue est représentée sur la figure A2-6 pour des valeurs négative, nulle et positive du coefficient de couplage.

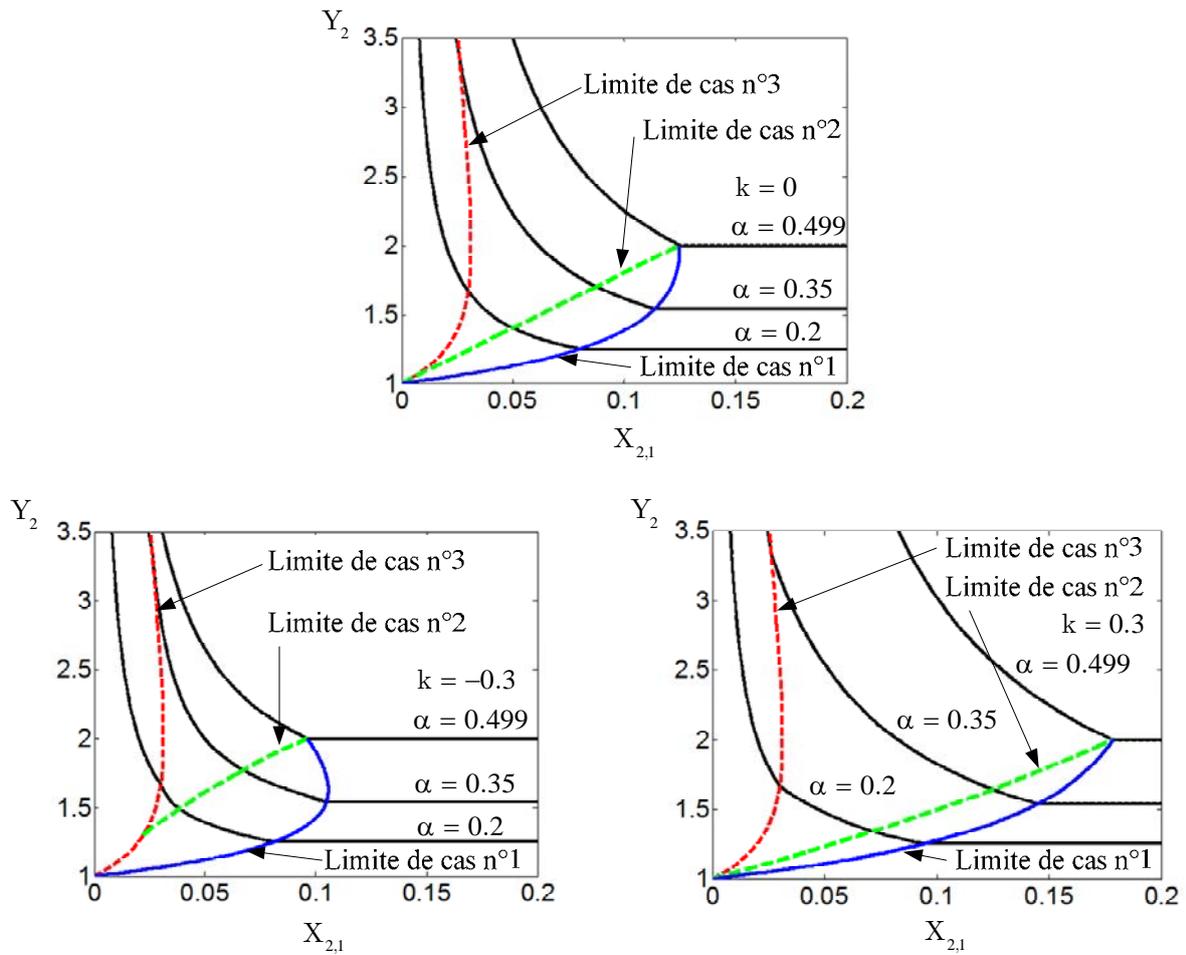


Figure A2-6. Caractéristique de sortie d'une cellule élémentaire pour  $0,5 > \alpha$  sans (en haut) et avec (en bas) couplage.

### Annexe 3

## Convertisseur double Boost dual entrelacé

### Calcul de l'ondulation de courant

#### 1. Généralités

Le schéma du convertisseur est donné sur la figure A3-1 et l'on se propose dans cette annexe de donner le détail du calcul de l'ondulation du courant dans les cellules élémentaires et du courant total délivré par la source.

Pour ce convertisseur, le couplage entre les inductances n'a pas été pris en compte.

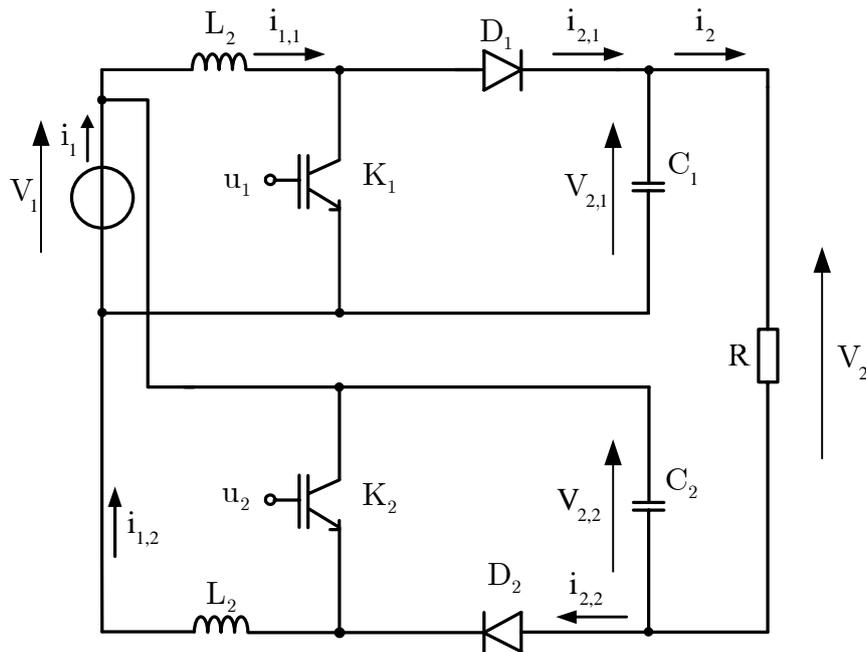


Figure A3-1. Convertisseur double boost dual entrelacé.

La relation liant les courants est la suivante :

$$i_1 = i_{1,1} + i_{1,2} - i_2 \quad (\text{A3-1})$$

Pour le calcul des ondulations de courants, on suppose les tensions de sortie constantes et donc aussi le courant de sortie. Il s'ensuit qu'en grandeurs normalisées, on peut écrire :

$$x_1 = \frac{x_{1,1} + x_{1,2}}{2} - X_2 \quad (\text{A3-2})$$

où  $X_2$  est la valeur supposée constante du courant de sortie.

Selon le mode de fonctionnement considéré, ce courant peut prendre des valeurs négatives ce qui nécessitera l'ajout d'une diode ou l'interdiction d'une zone de fonctionnement si la source ne permet pas l'inversion transitoire du courant.

Pour les tensions, en valeurs moyennes, on a :

$$V_2 = V_{2,1} + V_{2,2} - V_1 \quad (\text{A3-3})$$

soit en grandeurs normalisées :

$$Y_{2,1} = Y_{2,2} = \frac{Y_2 + 1}{2} \quad (\text{A3-4})$$

L'évolution du courant dans la cellule 1 est représentée sur la figure A3-2 dans les deux modes de conduction continue et discontinue. Pour la cellule 2, les formes d'onde sont identiques, décalées d'une demi-période.

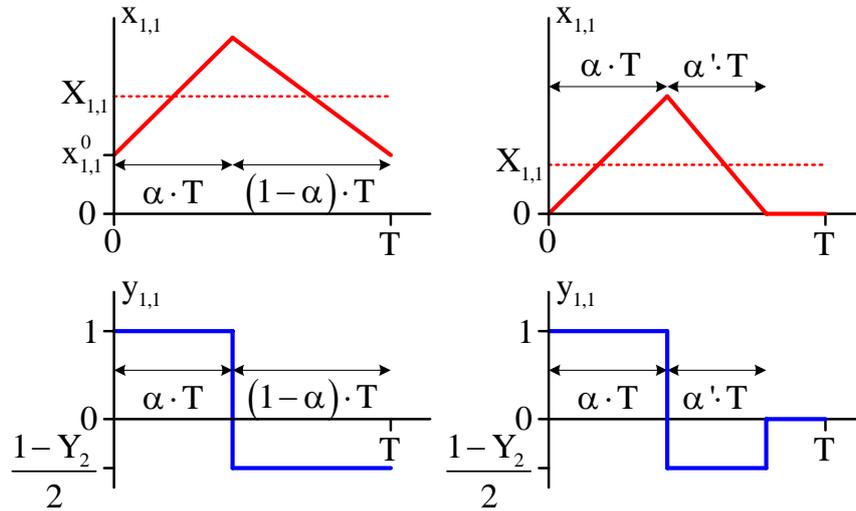


Figure A3-2. Courant dans l'inductance de la cellule 1 et tension à ses bornes en modes de conduction continue (à gauche) et discontinue (à droite).

Lorsque le courant dans la cellule 1 n'est pas nul, sa dérivée s'écrit :

$$\frac{dx_{1,1}}{dt} = f \cdot \left( 1 - \frac{Y_2 + 1}{2} \cdot (1 - u_1) \right) \quad (\text{A3-5})$$

d'où l'on peut déduire son expression sur une période :

$$\begin{aligned} t \in [0, \alpha \cdot T] & \quad x_{1,1}(t) = x_{1,1}^0 + f \cdot t \\ t \in [\alpha \cdot T, (\alpha + \alpha') \cdot T] & \quad x_{1,1}(t) = x_{1,1}^0 + \alpha - f \cdot \frac{Y_2 - 1}{2} \cdot (t - \alpha \cdot T) \\ t \in [(\alpha + \alpha') \cdot T, T] & \quad x_{1,1}(t) = 0 \end{aligned} \quad (\text{A3-6})$$

En mode de conduction continue, le troisième intervalle n'existe pas et  $\alpha' = 1 - \alpha$ . En mode de conduction discontinue, le courant initial  $x_{1,1}^0$  est nul.

La tension aux bornes de l'inductance permet d'obtenir la relation définissant la tension de sortie :

$$\alpha = \alpha' \cdot \frac{Y_2 - 1}{2} \quad (\text{A3-7})$$

soit en conduction discontinue :

$$Y_2 = 1 + \frac{2 \cdot \alpha}{\alpha'} \quad (\text{A3-8})$$

et en conduction continue :

$$Y_2 = \frac{1+\alpha}{1-\alpha} \quad (\text{A3-9})$$

Pour les valeurs moyennes des courants, on déduit de la figure précédente, pour la conduction continue :

$$\begin{aligned} X_{1,1} &= x_{1,1}^0 + \frac{\alpha}{2} \\ X_{2,1} &= X_{1,1} \cdot (1-\alpha) \end{aligned} \quad (\text{A3-10})$$

et pour la conduction discontinue :

$$\begin{aligned} X_{1,1} &= \frac{\alpha \cdot (\alpha + \alpha')}{2} \\ X_{2,1} &= \frac{\alpha \cdot \alpha'}{2} \end{aligned} \quad (\text{A3-11})$$

La valeur moyenne du courant de sortie du convertisseur étant liée à la valeur moyenne du courant de sortie d'une cellule par la relation :

$$X_2 = \frac{X_{2,1}}{2} \quad (\text{A3-12})$$

Ce qui permet en conduction continue de lier le courant initial au courant de sortie normalisé :

$$x_{1,1}^0 = X_{1,1} - \frac{\alpha}{2} = \frac{2 \cdot X_2}{1-\alpha} - \frac{\alpha}{2} \quad (\text{A3-13})$$

et en conduction discontinue de lier le courant de sortie aux termes  $\alpha$  et  $\alpha'$  :

$$X_2 = \frac{1}{4} \cdot \alpha \cdot \alpha' \quad (\text{A3-14})$$

Cette dernière relation montre que le courant, en conduction continu, vérifie la relation :

$$X_2 > \frac{\alpha \cdot (1-\alpha)}{4} \quad (\text{A3-15})$$

et donc que le courant initial donné en A3-13 n'est jamais négatif.

Pour l'ondulation du courant dans une cellule élémentaire, celle-ci a la même valeur en modes de conduction continue et discontinue :

$$\Delta x_{1,1} = x_{1,1}(\alpha \cdot T) - x_{1,1}(0) = \alpha \quad (\text{A3-16})$$

## 2. Cas où $\alpha < 0,5$

### 2.1. Conduction continue des cellules élémentaires, $\alpha' = 1 - \alpha$

On a dans ce cas les courants représentés sur la figure A3-3.

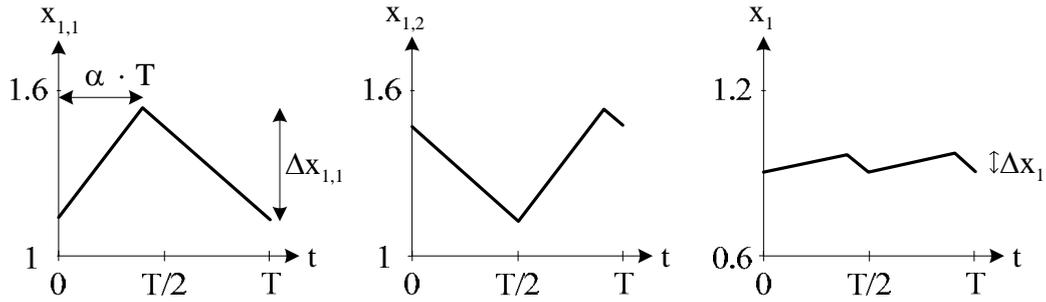


Figure A3-3. Courants dans les deux cellules élémentaires (à gauche et au centre) et courant total (à droite),  $\alpha = 0,4$ ,  $\alpha' = 0,6$  et  $X_2 = 0,4$ .

Sur le premier intervalle  $[0, \alpha \cdot T]$  la pente du courant délivré par la source a pour valeur :

$$\frac{d x_1}{d t} = f - f \cdot \frac{Y_2 - 1}{2} = f \cdot \frac{3 - Y_2}{2} \quad (\text{A3-17})$$

et est bien positive, la relation A3-9 montrant que la tension de sortie évolue entre 1 et 3 lorsque le rapport cyclique est inférieur à 0,5. Sur l'intervalle  $\left[ \alpha \cdot T, \frac{T}{2} \right]$ , les courants dans les deux cellules sont décroissants et le courant total est lui-même décroissant.

On en déduit la valeur de l'ondulation du courant délivré par la source :

$$\begin{aligned} \Delta x_1 &= x_1(\alpha \cdot T) - x_1(0) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left[ x_{1,1}(\alpha \cdot T) + x_{1,1}\left(\left(\alpha + \frac{1}{2}\right) \cdot T\right) - x_{1,1}\left(\frac{T}{2}\right) - x_{1,1}(0) \right] \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left[ \alpha - \alpha \cdot \left(\frac{Y_2 - 1}{2}\right) \right] \\ &= \frac{\alpha}{4} \cdot (3 - Y_2) = \frac{\alpha \cdot (1 - 2 \cdot \alpha)}{2 \cdot (1 - \alpha)} \end{aligned} \quad (\text{A3-18})$$

La valeur minimale du courant délivré par la source a pour valeur :

$$\begin{aligned} x_1(0) &= \frac{1}{2} \cdot \left[ x_{1,1}(0) + x_{1,1}\left(\frac{T}{2}\right) \right] - X_2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left[ x_{1,1}^0 + x_{1,1}^0 + \alpha - \left(\frac{Y_2 - 1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} - \alpha\right) \right] - X_2 \\ &= \frac{1 + \alpha}{1 - \alpha} \cdot X_2 - \frac{\alpha \cdot (1 - 2 \cdot \alpha)}{4 \cdot (1 - \alpha)} \end{aligned} \quad (\text{A3-19})$$

et on peut montrer aisément d'après la relation A3-15 que cette valeur est toujours positive.

## 2.2. Conduction discontinue des cellules élémentaires, $\alpha + \alpha' < 1$ et $0,5 < \alpha'$

On a dans ce cas les courants représentés sur la figure A3-4.

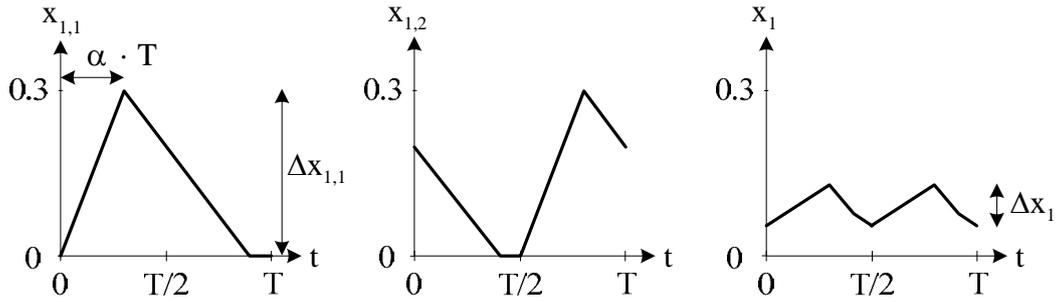


Figure A3-4. Courants dans les deux cellules élémentaires (à gauche et au centre) et courant total (à droite),  $\alpha = 0,3$  et  $\alpha' = 0,6$ .

Sur le premier intervalle  $[0, \alpha \cdot T]$  la pente du courant délivré par la source a pour valeur :

$$\frac{dx_1}{dt} = f - f \cdot \frac{Y_2 - 1}{2} = f \cdot \frac{3 - Y_2}{2} \quad (\text{A3-20})$$

et est positive car comme le montre la relation A3-6, la tension de sortie, pour le cas considéré, est toujours inférieure à 3.

Sur les deux intervalles suivants,  $[\alpha \cdot T, (\alpha + \alpha' - \frac{1}{2}) \cdot T]$  et  $[(\alpha + \alpha' - \frac{1}{2}) \cdot T, \frac{T}{2}]$  la pente du courant délivré par les deux cellules est négative pour l'une, négative ou nulle pour l'autre, le courant délivré par la source est donc décroissant.

L'ondulation du courant a donc pour valeur :

$$\begin{aligned} \Delta x_1 &= x_1(\alpha \cdot T) - x_1(0) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left[ x_{1,1}(\alpha \cdot T) + x_{1,1}\left(\left(\alpha + \frac{1}{2}\right) \cdot T\right) - x_{1,1}\left(\frac{T}{2}\right) \right] \\ &= \frac{\alpha}{4} \cdot (3 - Y_2) = \frac{\alpha \cdot (\alpha' - \alpha)}{2 \cdot \alpha'} \end{aligned} \quad (\text{A3-21})$$

La valeur minimale du courant délivré par la source a pour valeur :

$$\begin{aligned} x_1(0) &= \frac{1}{2} \cdot \left[ x_{1,1}\left(\frac{T}{2}\right) \right] - X_2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left[ \alpha - \left(\frac{Y_2 - 1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} - \alpha\right) \right] - X_2 \\ &= \frac{\alpha}{4 \cdot \alpha'} \cdot (2 \cdot \alpha - (1 - \alpha')^2) \end{aligned} \quad (\text{A3-22})$$

et peut être négative pour de faible valeur du rapport cyclique.

### 2.3. Conduction discontinue des cellules élémentaires, $0,5 < \alpha + \alpha' < 1$ et $\alpha' < 0,5$

On a dans ce cas l'une des deux formes de courant représentées sur la figure A3-5.

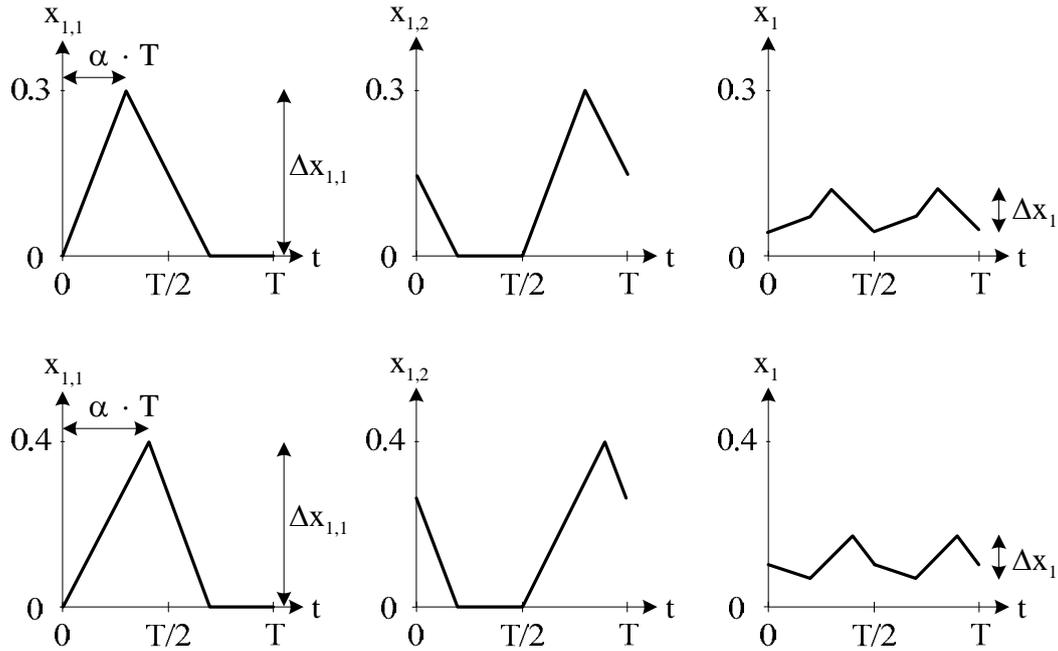


Figure A3-5. Courants dans les deux cellules élémentaires (à gauche et au centre) et courant total (à droite) : en haut,  $\alpha = 0,3$  et  $\alpha' = 0,4$  ; en bas :  $\alpha = 0,4$  et  $\alpha' = 0,3$ .

Sur le premier intervalle  $\left[0, \left(\alpha + \alpha' - \frac{1}{2}\right) \cdot T\right]$ , la pente du courant délivré par la source a pour valeur :

$$\frac{d x_1}{d t} = f - f \cdot \frac{Y_2 - 1}{2} = f \cdot \frac{3 - Y_2}{2} \quad (\text{A3-23})$$

La pente du courant peut être positive ou négative comme le montre la figure A3-5. Elle est positive si  $\alpha$  est inférieur à  $\alpha'$  et négative dans le cas contraire.

Sur le deuxième intervalle  $\left[\left(\alpha + \alpha' - \frac{1}{2}\right) \cdot T, \alpha \cdot T\right]$ , le courant dans la cellule n° 1 est croissant et il est nul dans la cellule n° 2. Le courant délivré par la source est donc croissant.

Sur le troisième intervalle  $\left[\alpha \cdot T, \frac{T}{2}\right]$ , le courant dans la cellule n° 1 est décroissant et il est nul dans la cellule n° 2. Le courant délivré par la source est donc décroissant.

L'ondulation du courant a donc pour valeur dans le cas où  $\alpha$  est inférieur à  $\alpha'$  :

$$\begin{aligned}
\Delta x_1 &= \frac{1}{2} \cdot [x_1(\alpha \cdot T) - x_1(0)] \\
&= \frac{1}{2} \cdot \left[ x_{1,1}(\alpha \cdot T) + x_{1,1} \left( \left( \alpha + \frac{1}{2} \right) \cdot T \right) - x_{1,1}(0) - x_{1,1} \left( \frac{T}{2} \right) \right] \\
&= \frac{1}{2} \cdot \left[ x_{1,1}(\alpha \cdot T) - x_{1,1} \left( \frac{T}{2} \right) \right] \\
&= \frac{Y_2 - 1}{4} \cdot \left( \frac{1}{2} - \alpha \right) = \frac{\alpha \cdot (1 - 2 \cdot \alpha)}{4 \cdot \alpha'}
\end{aligned} \tag{A3-24}$$

Dans ce cas, la valeur minimale du courant délivré par la source a pour valeur :

$$\begin{aligned}
x_1(0) &= \frac{1}{2} \cdot \left[ x_{1,1} \left( \frac{T}{2} \right) \right] - X_2 \\
&= \frac{1}{2} \cdot \left[ \alpha - \frac{Y_2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{1}{2} - \alpha \right) \right] - X_2 \\
&= \frac{\alpha}{4 \cdot \alpha'} \cdot [2 \cdot \alpha - (1 - \alpha')^2]
\end{aligned} \tag{A3-25}$$

et peut prendre des valeurs négatives.

Dans le cas où  $\alpha$  est supérieur à  $\alpha'$ , l'ondulation du courant s'écrit :

$$\begin{aligned}
\Delta x_1 &= \frac{1}{2} \cdot \left[ x_1(\alpha \cdot T) - x_1 \left( \left( \alpha + \alpha' - \frac{1}{2} \right) \cdot T \right) \right] \\
&= \frac{1}{2} \cdot \left[ x_{1,1}(\alpha \cdot T) + x_{1,1} \left( \left( \alpha + \frac{1}{2} \right) \cdot T \right) - x_{1,1} \left( \left( \alpha + \alpha' - \frac{1}{2} \right) \cdot T \right) - x_{1,1} \left( (\alpha + \alpha') \cdot T \right) \right] \\
&= \frac{1}{2} \cdot \left[ x_{1,1}(\alpha \cdot T) - x_{1,1} \left( \left( \alpha + \alpha' - \frac{1}{2} \right) \cdot T \right) \right] = \frac{(1 - 2 \cdot \alpha')}{4}
\end{aligned} \tag{A3-26}$$

On a alors pour la valeur minimale du courant délivré par la source :

$$\begin{aligned}
x_1 \left( \left( \alpha + \alpha' - \frac{1}{2} \right) \cdot T \right) &= \frac{1}{2} \cdot \left[ x_{1,1} \left( \left( \alpha + \alpha' - \frac{1}{2} \right) \cdot T \right) \right] - X_2 \\
&= \frac{1}{2} \cdot \left[ \alpha + \alpha' - \frac{1}{2} \right] - \frac{1}{4} \cdot \alpha \cdot \alpha' \\
&= \frac{2 \cdot (\alpha + \alpha') - 1 - \alpha \cdot \alpha'}{4}
\end{aligned} \tag{A3-27}$$

ce qui peut prendre des valeurs négatives.

#### 2.4. Conduction discontinue des cellules élémentaires, $\alpha + \alpha' < 0,5$

Les cellules fonctionnent en mode de conduction discontinu et le courant délivré par la source est négatif sur l'intervalle où aucune cellule ne conduit (figure A3-6).

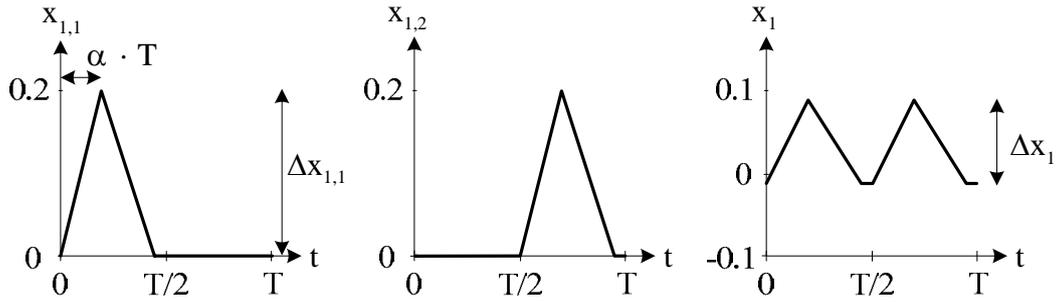


Figure A3-6. Courants dans les cellules (à gauche et au centre) et courant délivré par la source (à droite),  $\alpha = 0,2$  et  $\alpha' = 0,25$ .

Le courant débité par la source est minimal à l'instant initial :

$$x_1^0 = \frac{1}{2} \cdot x_{1,1}(0) - X_2 = -X_2 = -\frac{1}{4} \cdot \alpha \cdot \alpha' \quad (\text{A3-28})$$

et est donc toujours négatif. L'ondulation de courant délivré par la source est alors égale à :

$$\Delta x_1 = x_1(\alpha \cdot T) - x_1(0) = \frac{1}{2} \cdot x_{1,1}(\alpha \cdot T) = \frac{1}{2} \cdot \alpha \quad (\text{A3-29})$$

### 3. Cas où $\alpha > 0,5$

#### 3.1. Conduction continue des cellules élémentaires, $\alpha' = 1 - \alpha$

On a dans ce cas les courants représentés sur la figure A3-7.

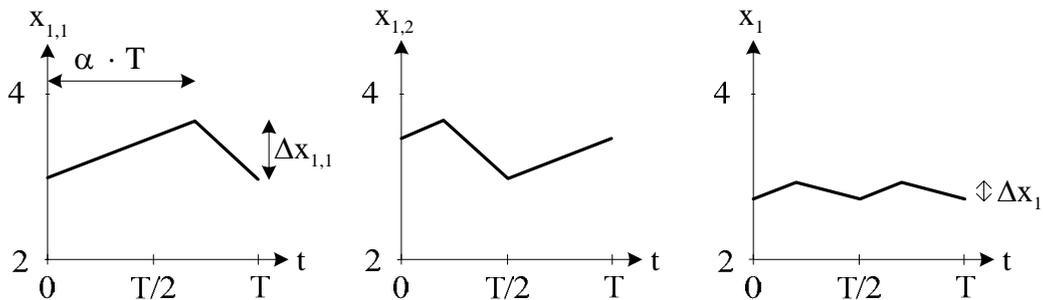


Figure A3-7. Courants dans les deux cellules élémentaires (à gauche et au centre) et courant total (à droite),  $\alpha = 0,7$ ,  $\alpha' = 0,3$  et  $X_2 = 0,5$ .

Sur le premier intervalle  $\left[0, \left(\alpha - \frac{1}{2}\right) \cdot T\right]$  les deux cellules délivrent un courant croissant. Sur l'intervalle suivant  $\left[\left(\alpha - \frac{1}{2}\right) \cdot T, \frac{T}{2}\right]$  la pente du courant délivré par la source a pour valeur :

$$\frac{d x_1}{d t} = f - f \cdot \frac{Y_2 - 1}{2} = f \cdot \frac{3 - Y_2}{2} \quad (\text{A3-30})$$

et est négative car la tension de sortie est supérieure à 3 lorsque le rapport cyclique est supérieur à 0,5. L'ondulation du courant a donc pour valeur :

$$\begin{aligned}
\Delta x_1 &= x_1(\alpha \cdot T) - x_1\left(\frac{T}{2}\right) \\
&= \frac{1}{2} \cdot \left[ x_{1,1}(\alpha \cdot T) + x_{1,1}\left(\left(\alpha - \frac{1}{2}\right) \cdot T\right) - x_{1,1}\left(\frac{T}{2}\right) - x_{1,1}(0) \right] \\
&= \alpha - \frac{1}{2}
\end{aligned} \tag{A3-31}$$

La valeur minimale du courant délivré par la source a pour valeur :

$$\begin{aligned}
x_1(0) &= \frac{1}{2} \cdot \left[ x_{1,1}(0) + x_{1,1}\left(\frac{T}{2}\right) \right] - X_2 \\
&= \frac{1}{2} \cdot \left[ x_{1,1}^0 + x_{1,1}^0 + \frac{1}{2} \right] - X_2 \\
&= \frac{1+\alpha}{1-\alpha} \cdot X_2 - \frac{2 \cdot \alpha - 1}{4}
\end{aligned} \tag{A3-32}$$

et on peut montrer à partir de la relation A3-15 que cette valeur est toujours positive.

### 3.2. Conduction discontinue des cellules élémentaires, $\alpha + \alpha' < 1$

On est dans le cas où les cellules fonctionnent en mode de conduction discontinue et où le courant total délivré par la source est continu (figure A3-8).

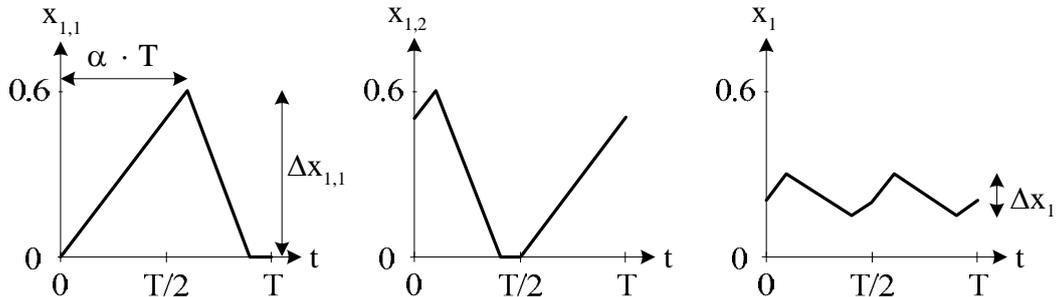


Figure A3-8. Courants dans les cellules élémentaires (à gauche et au centre) et courant délivré par la source (à droite),  $\alpha = 0,6$  et  $\alpha' = 0,3$ .

Sur le premier intervalle  $\left[ 0, \left(\alpha - \frac{1}{2}\right) \cdot T \right]$  les deux cellules délivrent un courant croissant. Sur l'intervalle suivant  $\left[ \left(\alpha - \frac{1}{2}\right) \cdot T, \left(\alpha + \alpha' - \frac{1}{2}\right) \cdot T \right]$  la pente du courant délivré par la source a la valeur donnée en 3-29 et est négative. Sur le troisième intervalle  $\left[ \left(\alpha + \alpha' - \frac{1}{2}\right) \cdot T, \frac{T}{2} \right]$  le courant est croissant.

L'ondulation du courant a donc pour valeur :

$$\begin{aligned}
\Delta x_1 &= \frac{1}{2} \cdot \left[ x_1 (\alpha \cdot T) - x_1 ((\alpha + \alpha') \cdot T) \right] \\
&= \frac{1}{2} \cdot \left[ x_{1,1} (\alpha \cdot T) + x_{1,1} \left( \left( \alpha - \frac{1}{2} \right) \cdot T \right) - x_{1,1} ((\alpha + \alpha') \cdot T) - x_{1,1} \left( \left( \alpha + \alpha' - \frac{1}{2} \right) \cdot T \right) \right] \\
&= \frac{1}{2} \cdot \left[ x_{1,1} (\alpha \cdot T) + x_{1,1} \left( \left( \alpha - \frac{1}{2} \right) \cdot T \right) - x_{1,1} \left( \left( \alpha + \alpha' - \frac{1}{2} \right) \cdot T \right) \right] \\
&= \frac{\alpha - \alpha'}{2}
\end{aligned} \tag{A3-33}$$

La valeur minimale du courant délivré par la source a pour valeur :

$$\begin{aligned}
x_1 ((\alpha + \alpha') \cdot T) &= \frac{1}{2} \cdot \left[ x_{1,1} \left( \left( \alpha + \alpha' - \frac{1}{2} \right) \cdot T \right) \right] - X_2 \\
&= \frac{\alpha + \alpha'}{2} - \frac{1}{4} - \frac{\alpha \cdot \alpha'}{4} = \frac{2 \cdot (\alpha + \alpha') - 1 - \alpha \cdot \alpha'}{4}
\end{aligned} \tag{A3-34}$$

et est toujours positive.

#### 4. Inversion du courant délivré par la source

On a, dans différents cas, rencontré la possibilité pour le courant de s'inverser dans la source. Si la source ne tolère pas de courant négatif, ce mode de fonctionnement va nécessiter la mise en série d'une diode qui, placée en série avec la source (côté basse tension fort courant), peut s'avérer pénalisante en termes de rendement.

La figure A3-9 regroupe les différentes zones de valeurs des termes  $\alpha$  et  $\alpha'$  où ce phénomène se produit.

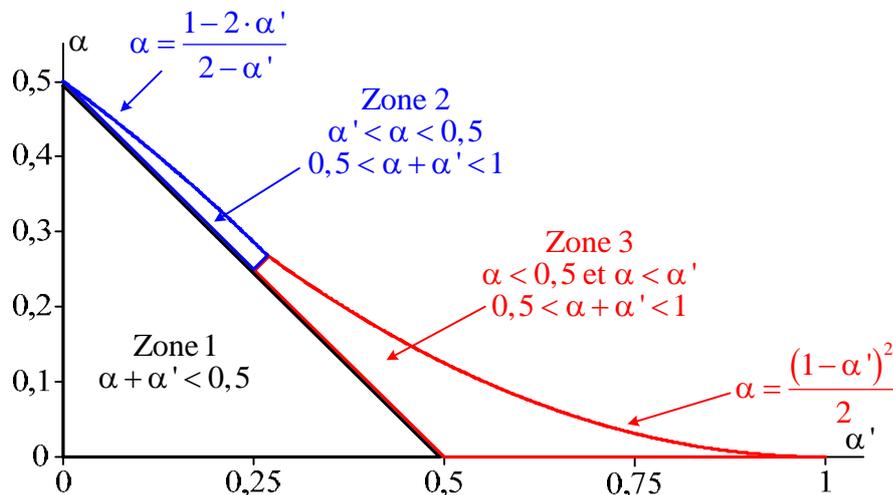


Figure A3-9. Différentes zones des valeurs de  $\alpha$  et  $\alpha'$  pour lesquelles le courant délivré par la source prend des valeurs négatives.

En mode de conduction continue, le courant est toujours positif dans la source.

En mode de conduction discontinue, le courant délivré par la source ne peut devenir négatif que si le rapport cyclique est inférieur à 0,5.

Dans ce cas, la zone 1 de la figure A3-9 correspond au non recouvrement des conductions des cellules élémentaires ( $\alpha + \alpha' < 0,5$ ). Sur l'intervalle où aucune cellule ne fonctionne, la source est traversée en inverse par le courant de sortie.

La zone 2 est issue de la relation A3-27. On a dans ce cas recouvrement des conductions des cellules élémentaires ( $0,5 < \alpha + \alpha'$ ), le rapport cyclique inférieur à 0,5 étant supérieur au terme  $\alpha'$ .

La zone 3 est issue des relations A3-22 et A3-25. On a recouvrement des conductions des cellules élémentaires, le rapport cyclique inférieur à 0,5 étant inférieur au terme  $\alpha'$ .

## 5. Résultats obtenus pour l'ondulation du courant

Les différents résultats obtenus sont indiqués dans les tableaux A3-1 et A3-2.

| Différents cas | Ondulation du courant   |
|----------------|---|
| $\alpha < 0,5$ | $\Delta x_1 = \frac{\alpha \cdot (1 - 2 \cdot \alpha)}{2 \cdot (1 - \alpha)}$ |
| $0,5 < \alpha$ | $\Delta x_1 = \alpha - \frac{1}{2}$   |

Tableau A3-1. Ondulation du courant délivré par la source en mode de conduction continue des cellules élémentaires.

| Différents cas   | Ondulation du courant   | $x_1 < 0$  |
|--|---|--|
| $\alpha < 0,5 < \alpha'$                                 | $\Delta x_1 = \frac{\alpha}{2} \cdot \left(1 - \frac{\alpha}{\alpha'}\right)$         | $2 \cdot \alpha < (1 - \alpha')^2$                 |
| $\alpha < \alpha' < 0,5$<br>$0,5 < \alpha + \alpha' < 1$ | $\Delta x_1 = \frac{\alpha}{2 \cdot \alpha'} \cdot \left(\frac{1}{2} - \alpha\right)$ | $2 \cdot \alpha < (1 - \alpha')^2$                 |
| $\alpha' < \alpha < 0,5$<br>$0,5 < \alpha + \alpha'$     | $\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} - \alpha'\right)$                   | $\alpha < \frac{1 - 2 \cdot \alpha'}{2 - \alpha'}$ |
| $0 < \alpha + \alpha' \leq 0,5$                          | $\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot \alpha$   | Toujours   |
| $0,5 < \alpha$   | $\Delta x_1 = \frac{\alpha - \alpha'}{2}$   | Jamais   |

Tableau A3-2. Ondulation du courant délivré par la source en mode de conduction discontinue des cellules élémentaires et possibilité pour ce courant de devenir négatif.

*Etude, modélisation et mise en œuvre de convertisseurs DC-DC isolés  
multiport et modulaires*

Cette thèse s'intéresse à l'architecture et à la commande des sources hybrides d'énergie électrique dont la source principale est une pile à combustible et la source auxiliaire un banc de supercondensateurs. Parmi les différentes architectures électroniques de puissance envisageables le choix s'est porté sur un convertisseur isolé multiport réalisé à partir d'un transformateur multienroulement. Chaque élément de ce dispositif (pile à combustible, supercapacités, charge) est connecté à un enroulement par un onduleur de tension. Le contrôle des échanges d'énergie s'effectue par le déphasage entre les ondes de tension délivrées par les onduleurs. L'utilisation de convertisseurs et d'un mode de commande identiques sur chaque port assure le caractère modulaire de l'ensemble. Le modèle du transformateur est établi pour N enroulements. Il est de type polygone ce qui simplifie le calcul des échanges d'énergie entre les ports. Deux méthodes de contrôle de l'ensemble du dispositif sont présentées. La première, classique, utilise un régulateur linéaire pour contrôler la puissance fournie par la pile et la tension de sortie est contrôlée via l'énergie électrostatique stockée dans la capacité de sortie. La limitation de la variation du courant délivré par la pile à combustible est effectuée en limitant la variation de la puissance d'entrée. La deuxième est basée sur le concept de platitude, les variables plates étant l'énergie stockée dans les capacités et les variables de commande les puissances échangées entre la pile et les autres ports. On a déterminé la trajectoire des sortie plates en respectant les différentes contraintes, à savoir la limitation des variation du courant délivré par la pile et la puissance maximale qu'elle délivre ainsi que le courant de charge de la capacité de sortie lors du démarrage. Dans les deux cas, les méthodes de contrôle ont été validées en modes de charge, de surcharge et de récupération par simulation numérique et expérimentalement.

Plutôt que d'utiliser un convertisseur 4-port nécessitant le contrôle de 6 échanges entre ports, nous avons choisi d'étudier par simulation la mise en parallèle de deux montages 3-ports connectés sur la même source principale et la même charge. La présence de ces deux convertisseurs permet selon le point de fonctionnement considéré d'optimiser le rendement du dispositif.

Mots clés :

Pile à combustible, supercondensateur, source électrique hybride, gestion d'énergie, convertisseur 3-port isolé DC-DC, commande plate.

*Study, modeling, and implementation of modular multiport isolated DC-DC converters*

This thesis deals with architecture and control of hybrid electrical energy sources where the main source is a fuel cell and the auxiliary one, supercapacitors. Among the various possible power electronics architectures, an isolated multi-port converter using a multi winding transformer has been realized. Each element of the device (fuel cell, supercapacitors and load) is connected to one winding by a voltage inverter. The control of energy exchanges is performed by controlling the phase shifts between voltage waveforms delivered by inverters. The use of identical converters and control modes ensures the modular nature of the system. Transformer modeling is performed in general manner for a N-port transformer and the development of a polygon model simplifies the calculation of the energy exchanges between ports. Two control methods are presented. The first method, more conventional, uses a linear regulator to control the power delivered by the fuel cell and the output voltage is controlled via the electrostatic energy stored in the output capacitor. The limitation of the current variation delivered by the fuel cell is performed by limiting the variation of the input power. The second method is based on the concept of flatness. Energies stored in the capacitors are the flat output variables whereas the powers exchanged between the main source and the other ports are the control variables. It was then possible to determine the trajectory of the flat outputs to meet various constraints like the limitation of the current variation delivered by the fuel cell, the fuel cell maximum power, and the current of the output capacitor during startup. Both control methods have been validated in normal, overload and recovery modes by numerical simulation and experimental results.

Rather than using a 4-port converter requiring control of six energy exchanges between ports, the paralleling of two 3-port converters connected to the same main source and load using simulation is studied. The presence of these two converters allows optimizing the system efficiency according to the considered operating point.

Keywords:

Fuel cell, supercapacitor, hybrid electric source, energy management, isolated 3-port DC-DC converter, flatness control.