



HAL
open science

Étude d'une structure d'inducteur supraconducteur à modulation de champ magnétique

Gaël Malé

► **To cite this version:**

Gaël Malé. Étude d'une structure d'inducteur supraconducteur à modulation de champ magnétique. Autre [cond-mat.other]. Université de Lorraine, 2012. Français. NNT: 2012LORR0133 . tel-01749423

HAL Id: tel-01749423

<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01749423v1>

Submitted on 29 Mar 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

Ecole doctorale IAEM Lorraine
DFD Electronique – Electrotechnique

THESE

Présentée pour l'obtention du titre de

**Docteur de l'Université de Lorraine, Nancy-I
en Génie Electrique**

Par

Gaël MALÉ

**Etude d'une structure d'inducteur supraconducteur à
modulation de champ magnétique**

Président du jury :

Jacques NOUDEM

Professeur, CRISMAT, ENSICAEN

Rapporteurs :

Abdelmounaïm TOUNZI

Professeur, L2EP, Université de Lille 1

Georges BARAKAT

Professeur, GREAH, Université du Havre

Examineurs :

Michel AMIET

Docteur, DGA/DET/CEP

Eric LAFONTAINE

Docteur-HDR, DGA/DS/MRIS

Jean LÉVÊQUE

Professeur, GREEN, Université de Lorraine

Thierry LUBIN

Maître de Conférences, GREEN, Université de
Lorraine

À ma famille,

Pensée à ma mère,

Avant-Propos

Je tiens tout d'abord à remercier Mr. Saadate et Mr Rezzoug, professeurs à l'Université de Lorraine (anciennement Université Henri Poincaré Nancy 1), respectivement directeur et ancien directeur du GREEN, pour m'avoir accueilli dans le laboratoire et pour m'avoir permis de mener ces travaux de recherche dans les meilleures conditions possibles.

Je remercie en particulier mon directeur de thèse, Mr Jean Lévêque, professeur à l'Université de Lorraine, et Mr Thierry Lubin, co-directeur de thèse et maître de conférence à l'Université de Lorraine pour leurs explications, leur disponibilité et leur collaboration dans les essais et les études. J'ai beaucoup appris auprès d'eux.

Je remercie aussi particulièrement Smail Mezani, maître de conférence à l'Université de Lorraine pour les discussions, les conseils et les explications que nous avons eu durant ces travaux de recherches.

Je souhaite également remercier l'ensemble des membres du laboratoire avec Denis, Bruno, Gaëtan, Lotfi, Nathalie, Stéphanie, Thê Cuong, Julien et Kévin pour les trois agréables années passées.

Je remercie aussi l'ensemble des enseignants avec qui j'ai eu le plaisir de travailler durant mon doctorat. Merci pour leurs conseils, leur disponibilité et leurs explications dans les enseignements avec en particulier Francis et Rachid.

Je remercie aussi Laurent, alias Super-Canard, pour sa sympathie et les bons moments passés.

Je souhaite également remercier l'ensemble des thésards et des étudiants avec qui j'ai eu le plaisir de travailler et d'échanger, plus particulièrement avec Renaud, alias Maître Padawan Spider et Charles-Henri, notre futur québécois.

Un gros clin d'oeil mon collègue de bureau, Soso pour nous être supportés et soutenus tout au long de nos travaux, avec des discussions des plus enrichissantes, ou pas...

Je remercierai ma petite femme pour son soutien, sa patience et son aide, et mon fiston pour le bonheur qu'il nous apporte et ces nuits écourtées,...

Merci à ma famille, en particulier mes parents pour leurs soutiens durant mes études et à mon frangin pour sa bonne humeur.

Pour finir je tiens à remercier l'ensemble de mon entourage et compagnons de "route", (Déodatien, Nancéens, Vosgiens, Parisiens, Français ou non) pour tous les bons moments passés et à venir.

Table des Matières

INTRODUCTION GENERALE.....	1
CHAPITRE 1 - MACHINES TOURNANTES SUPRACONDUCTRICES : UN ETAT DE L'ART.....	3
I. INTRODUCTION	5
II. LA SUPRACONDUCTIVITE.....	5
1. HISTORIQUE	5
2. LES SUPRACONDUCTEURS	7
a. Types I et II	7
b. Les matériaux Supraconducteurs à Basse Température Critique.....	8
c. Les matériaux Supraconducteurs à Haute Température Critique.....	9
d. MgB ₂	13
e. Couche mince et dépôt	14
3. COMPORTEMENTS SPECIFIQUES D'UN SUPRACONDUCTEUR : PIEGEAGE ET ECRANTAGE.....	15
a. Piégeage de flux	15
b. Mécanisme « d'écrantage ».....	18
4. APPLICATIONS DES SUPRACONDUCTEURS.....	19
5. CRYOGENIE.....	20
6. BILAN ET DIFFICULTES.....	21
III. LES MACHINES A TECHNOLOGIE SUPRACONDUCTRICE	24
1. HISTORIQUE DES MACHINES A TECHNOLOGIE HTS.....	24
2. TOPOLOGIES DE MACHINES A « SUPRACONDUCTEURS FILAIRES ».....	27
3. TOPOLOGIES DE MACHINES A « SUPRACONDUCTEURS MASSIFS »	27
a. Machine à reluctance variable	27
b. Machine à hystérésis.....	29
c. Machines à barrière de flux	30
d. Machines à flux piégé.....	31
4. REPARTITION PAR TYPE DES MACHINES SUPRACONDUCTRICES.....	33
5. TECHNOLOGIES ASSOCIEES.....	35
a. Les matériaux	35
b. La cryogénie.....	36
c. La transmission du couple	39
6. UTILISATION DES SUPRACONDUCTEURS DANS LES MACHINES ELECTRIQUES.....	39
CHAPITRE 2 - MODELISATION ANALYTIQUE DE L'INDUCTEUR ETUDIE.....	41
I. TOPOLOGIE ETUDIEE.....	43
1. PROBLEMATIQUE	43
2. PRESENTATION DE LA STRUCTURE	44
a. Principe.....	44
b. Paramètres de la structure.....	45

II. MODELISATION ANALYTIQUE DE L'INDUCTEUR.....	46
1. APPROCHE	46
2. MODELISATION DES BOBINES SEULES	48
3. FONCTION DE MODULATION	50
a. Définition	50
b. Méthode.....	51
c. Problème 2D analytique	52
d. Formulation analytique avec écran	53
e. Formulation sans écran.....	63
f. Résultat.....	65
g. Fonction de modulation.....	66
4. CHAMP RESULTANT DE L'INDUCTEUR	66
III. VALIDITE ET LIMITES DU MODELE.....	67
1. VARIATION DE L'INDUCTION RADIALE SUR Θ	67
a. Prototype de Philippe Masson	68
b. Prototype d'Aïlam El Hadj	68
2. INDUCTION RADIALE POUR DIFFERENTS RAYONS RE	69
3. INDUCTION RADIALE SUR LA LONGUEUR UTILE	70
IV. CONCLUSION	73
CHAPITRE 3 - ÉTUDE DE L'INDUCTEUR POUR DE GRANDES DIMENSIONS.....	75
I. POSITIONNEMENT DU PROBLEME.....	77
1. PARAMETRES DE L'INDUCTEUR	77
2. PRISE EN COMPTE DES PROPRIETES DES MATERIAUX SUPRACONDUCTEURS DANS LE DIMENSIONNEMENT	78
a. Caractéristiques $J_c(B)$ pour les solénoïdes	78
b. Présence des écrans supraconducteurs dans la distribution du champ	79
3. CRITERE SUR LE DIMENSIONNEMENT	83
II. ETUDE DES PARAMETRES GEOMETRIQUES.....	83
1. INFLUENCE DES PARAMETRES	84
a. Influence de l'épaisseur des solénoïdes : $Ep_{solénoïde}$	84
b. Influence de la longueur axiale des solénoïdes : $L_{solénoïde}$	85
c. Influence de la distance entre deux solénoïdes : $D_{inter solénoïde}$	86
d. Influence des autres paramètres géométriques : $Le_{écran}$ et $R_{inducteur}$	87
e. Taille de l'entrefer	87
f. Positions des écrans.....	88
2. ETUDE DES TENDANCES PAR RAPPORT AUX PARAMETRES GEOMETRIQUES.....	90
a. Critère d'étude.....	90
b. Variation des paramètres	91
c. Évolution des grandeurs géométriques autour d'un point de fonctionnement	91
d. Évolution des grandeurs géométriques pour obtenir $K_{inducteur}$ maximum avec une variation maximale de 8 Tesla sur le contour de l'inducteur	95
3. VERIFICATION PAR UN CALCUL ELEMENT FINIS 3D	99
III. STRUCTURES ANNEXES DE L'INDUCTEUR.....	103
1. ETUDE DE DIFFERENTES GEOMETRIES POUR LES SOLENOÏDES	103
2. POLARITE DE L'INDUCTEUR ET OUVERTURE D'ECRAN SUR UN POLE	106
a. Pour l'inducteur seul.....	107
b. Avec un induit	108

IV. EFFORTS ET CONTRAINTES	109
1. EFFORTS SUR LES SOLENOÏDES	109
2. EFFORTS SUR LES ECRANS SUPRACONDUCTEURS	110
3. RESULTATS	112
V. CONCLUSION	113
CHAPITRE 4 - STRUCTURES D'ECRAN SUPRACONDUCTEUR DE GRANDE TAILLE.....	115
I. INTRODUCTION	117
II. MODELE	118
1. COMPORTEMENT D'UN SUPRACONDUCTEUR (TYPE II)	118
a. Relation B(H)	118
b. Caractéristique E(J)	119
2. INTEGRATION DANS UN LOGICIEL DE CALCUL PAR EF	121
a. Relations utilisées pour les supraconducteurs dans la modélisation des problèmes de courants induits	121
b. Problème plan 2D-cartésien	121
3. ÉTUDE ET LIMITES DE LA CONDITION AUX FRONTIERES $A = 0$	122
a. Positionnement du problème	123
b. Résultats et limites	125
III. ETUDES EXPERIMENTALES DE STRUCTURES EN MASSIF	128
1. ESSAI 1 : DAMIER YBCO A L'AZOTE LIQUIDE SOUS FAIBLE CHAMP	128
a. Principe de l'étude expérimentale	128
b. Étude numérique	131
c. Bilan et comparaison	134
2. ESSAI 2 : DAMIER YBCO A 30K SOUS CHAMP REDUIT	135
a. Principe	135
b. Résultat	137
IV. ESSAIS POUR UN DEPOT YBCO	140
1. PRINCIPE A 30 K	141
2. RESULTATS	142
V. PERSPECTIVES : ECRANTAGE ET CHAMP INTENSE	145
1. MASSIFS	145
a. YBCO	145
b. MgB_2	151
2. DEPOTS – COUCHES MINCES	153
VI. BILAN.....	155
CONCLUSION GENERALE	157
BIBLIOGRAPHIE	159
ANNEXE.....	167

Introduction Générale

Depuis la découverte de la supraconductivité, de nombreux travaux de recherche ont permis aux matériaux supraconducteurs d'être utilisés dans plusieurs domaines d'application. Leur emploi permet de repousser les performances actuelles en termes de champ magnétique et/ou de puissance produits pour les systèmes d'électrotechnique.

Dans ce cadre, les conducteurs à base de matériaux supraconducteurs sont préférés pour les aimants de l'Imagerie par Résonance Magnétique (IRM) ou des accélérateurs de particules. En parallèle, nous constatons que de nombreuses technologies actuelles ou nouvelles se prêtent à l'application des supraconducteurs. Nous retrouvons notamment les câbles de transport d'électricité, les limiteurs de courant, les transformateurs et les machines électriques. En effet, l'utilisation de ces matériaux dans les moteurs permet de générer un couple supérieur à celui des machines classiques avec un encombrement global réduit.

Par ailleurs, le développement des supraconducteurs massifs, notamment grâce à la découverte des supraconducteurs à haute température critique en 1986, permet d'envisager de nouvelles perspectives et de nouvelles topologies de machines électriques.

La recherche est menée dans le cadre d'un financement de thèse par la DGA/MRIS au sein du laboratoire GREEN. Le GREEN (Groupe de Recherche en Electrotechnique et Electronique de Nancy) travaille depuis 1973 sur les applications des supraconducteurs en électrotechnique avec plusieurs thèmes de recherche allant de la caractérisation des matériaux aux systèmes.

Le travail présenté repose sur l'étude d'une structure d'inducteur supraconducteur utilisant des écrans magnétiques supraconducteurs pour moduler le champ magnétique produit par deux solénoïdes alimentés en opposition.

Ces travaux de recherche font suite à deux premières études qui ont permis de montrer l'intérêt de cette topologie dans les machines électriques [Aila06, Mass02]. Ces études constituent de bonnes bases théoriques et expérimentales pour la structure. Cependant, les travaux réalisés concernent des topologies de tailles réduites avec des puissances inférieures à 50kW.

Nous proposons d'étudier la faisabilité de l'inducteur à modulation de champ magnétique afin d'envisager des applications avec des puissances supérieures au mégawatt.

Ce mémoire est présenté en 4 chapitres :

Dans la première partie, nous revenons sur les grands moments de la supraconductivité et sur les différents matériaux utilisés. Par ailleurs, une synthèse bibliographique sur les machines électriques tournantes est réalisée avec un aperçu des topologies étudiées, des dispositifs cryogéniques choisis et des matériaux supraconducteurs utilisés. En effet, l'arrivée des supraconducteurs massifs a permis l'essor de structures basées sur ces matériaux.

Les méthodes de dimensionnement actuelle utilisent des modélisations 3D, énergivores en ressource et en temps de calculs. Nous proposons donc dans le chapitre deux, une modélisation analytique de l'inducteur avec des temps de calculs réduits.

Dans la troisième partie, l'étude de l'influence des différents paramètres de l'inducteur sur ses performances a été reprise avec le modèle analytique développé. L'objectif est de faire varier ces paramètres pour obtenir une induction magnétique radiale sur le contour de l'inducteur susceptible de créer un saut technologique par rapport aux solutions actuelles

La topologie étudiée repose sur les capacité de blindage des matériaux supraconducteurs. Pour les puissances envisagées, des surfaces importantes seront nécessaires pour moduler le champ magnétique résultant des bobines supraconductrices.

Nous proposons alors diverses alternatives pour réaliser les écrans magnétiques :

- à base de dépôts supraconducteurs
- avec la superposition de massifs supraconducteurs en damier.

Des essais expérimentaux sont menés et les résultats sont comparés aux études théoriques

Chapitre 1 - Machines tournantes supraconductrices : Un état de l'art

Table des matières CHAPITRE 1

I. INTRODUCTION	5
II. LA SUPRACONDUCTIVITE	5
1. HISTORIQUE	5
2. LES SUPRACONDUCTEURS	7
a. Types I et II	7
b. Les matériaux Supraconducteurs à Basse Température Critique.....	8
c. Les matériaux Supraconducteurs à Haute Température Critique.....	9
✧ <i>YBCO</i>	9
✧ <i>BSCCO</i>	11
d. MgB_2	13
e. Couche mince et dépôt	14
3. COMPORTEMENTS SPECIFIQUES D'UN SUPRACONDUCTEUR : PIEGEAGE ET ECRANTAGE.....	15
a. Piégeage de flux	15
✧ « <i>Field cooling</i> » ou <i>refroidissement sous champ</i>	17
✧ « <i>Pulse Field Magnetization</i> » ou <i>piégeage forcé par pulses de champ</i>	17
b. Mécanisme « d'écrantage »	18
4. APPLICATIONS DES SUPRACONDUCTEURS	19
5. CRYOGENIE.....	20
6. BILAN ET DIFFICULTES.....	21
III. LES MACHINES A TECHNOLOGIE SUPRACONDUCTRICE	24
1. HISTORIQUE DES MACHINES A TECHNOLOGIE HTS.....	24
2. TOPOLOGIES DE MACHINES A « SUPRACONDUCTEURS FILAIRES ».....	27
3. TOPOLOGIES DE MACHINES A « SUPRACONDUCTEURS MASSIFS »	27
a. Machine à reluctance variable	27
b. Machine à hystérésis.....	29
c. Machines à barrière de flux	30
✧ <i>À modulation de flux</i>	30
✧ <i>À déviation de flux</i>	31
d. Machines à flux piégé.....	31
4. REPARTITION PAR TYPE DES MACHINES SUPRACONDUCTRICES	33
5. TECHNOLOGIES ASSOCIEES.....	35
a. Les matériaux	35
b. La cryogénie	36
c. La transmission du couple	39
6. UTILISATION DES SUPRACONDUCTEURS DANS LES MACHINES ELECTRIQUES.....	39

I. INTRODUCTION

Malgré la difficulté d'une utilisation en milieu froid, les propriétés extraordinaires qu'offrent les matériaux supraconducteurs incitent toute une communauté à les exploiter. En effet, leurs comportements face au champ magnétique et la possibilité de transporter des courants élevés laissent envisager une réelle évolution des systèmes actuels.

Ce chapitre est centré sur la supraconductivité et ses applications en électrotechnique.

La première partie débute par un rapide retour sur les dates clés liées à la supraconductivité. Puis, nous présentons les principaux supraconducteurs utilisés en génie électrique avec leurs comportements spécifiques de piégeage et d'écrantage, leurs applications actuelles et les cryogènes associés à ces matériaux. Nous concluons par un bilan sur les différents conducteurs, puis sur les candidats potentiels pour un usage d'« écrans magnétiques » sous forme de massif ou de dépôts par rapport aux avantages et aux inconvénients de chacun.

Dans la seconde partie, nous nous concentrons sur les machines électriques tournantes qui ont été réalisées ces deux dernières décennies. Une bibliographie étendue de ces réalisations a permis de dégager des tendances sur les structures, les systèmes cryogéniques associés et les matériaux utilisés.

Par ailleurs, des structures basées essentiellement sur les supraconducteurs massifs émergent fortement depuis la fin des années 90. Nous étudierons leur intérêt par rapport aux autres structures de moteurs plus classiques (pôles saillants,...). En effet, selon le comportement choisi pour ces matériaux, différentes structures plus ou moins atypiques pourront être envisagées.

II. LA SUPRACONDUCTIVITE

1. Historique

1911 : Le phénomène de supraconductivité est découvert par le néerlandais Kammerlingh Onnes avec l'aide de son assistant Gilles Holst. Cette prouesse a pu être réalisée par leur réussite de liquéfaction de l'hélium trois ans auparavant et a permis ainsi les études à basses températures. La mesure de la résistance électrique d'un barreau de mercure fait apparaître une chute brutale de celle-ci pour des températures en dessous de 4 K, or pour les autres métaux étudiés, la résistance paraissait décroître progressivement, illustré sur la **figure 1.1**. Ensuite, le physicien observe le même phénomène pour l'étain et le plomb ; ce dernier, très mauvais conducteur à température ambiante, perd sa résistance en dessous d'une température de 6 K. L'étain devient quant à lui supraconducteur à 3.7 K. Ces matériaux seront plus tard qualifiés de type I, leur principe est donné sur la **figure 1.4**.

Cette température, pour laquelle la supraconductivité apparaît, est appelée température critique, notée T_c . Suite à ces premières expérimentations, Onnes découvrira deux autres grandeurs critiques aux supraconducteurs, développées dans la partie suivante.

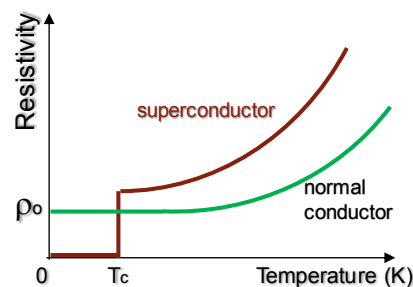


Figure 1.1. Résistivité en fonction de la température.

1933 : Walter Meissner et Robert Ochsenfeld découvrent une seconde propriété à ce type de matériaux supraconducteurs : le diamagnétisme, aperçu sur la **figure 1.2**. Le champ magnétique est totalement expulsé tant que celui-ci reste inférieur au champ critique. Cependant, ce phénomène n'est observable que pour des valeurs de champs magnétiques très faibles.

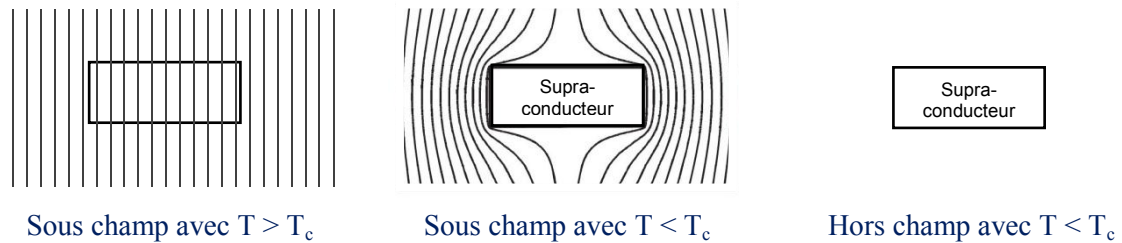


Figure 1.2. Présentation de l'effet Meissner pour un Type I

Durant plusieurs années, les physiciens ont pensé qu'il n'y avait qu'un type de supraconductivité et que les anomalies magnétiques constatées dans certains échantillons étaient dues à la présence d'impuretés.

1950 : *Théorie de Ginzburg-Landau* qui permet d'expliquer les propriétés macroscopiques des supraconducteurs. Le Russe Vitaly L. Ginzburg émet l'idée, avec son compatriote Lev Davidovitch Landau, qu'il existe deux types de supraconducteurs.

1952 : Le Russo-Américain Alexei A. Abrikosov identifie la supraconductivité de type II. Celle-ci présente une aimantation complètement différente et caractérisée par l'état mixte, présenté sur la **figure 1.4b**. Ces matériaux autorisent alors la supraconductivité en présence de champs magnétiques élevés. De ce fait, ils n'obéissent pas à l'effet Meissner pour ces amplitudes importantes de champ magnétique, entre H_{c1} et H_{c2} . Ces matériaux seront principalement des alliages ou des corps composés de plusieurs éléments, cf *NbTi*, *Y-BaCuO*.

1957 : *Théorie BCS* par John Bardeen, Leon Neil Cooper, et John Robert Schrieffer. Celle-ci explique la supraconductivité par la formation de paires d'électrons, *paires de Cooper*.

1962 : Les scientifiques de Westinghouse développent le premier fil supraconducteur commercial, un alliage de Niobium et de Titane. Les premières applications concernent les électro-aimants, permettant ainsi des aimants supraconducteurs de fort champ.

1962 : Prédit par Brian D. Josephson, un étudiant de troisième cycle à l'Université de Cambridge, l'*Effet Josephson* est caractérisé par l'apparition d'un courant entre deux matériaux SC séparés par une fine couche en matériau isolant ou métallique (non-supraconducteur).

1986 : Le physicien allemand, Bednorz, et son confrère suisse, Müller, découvrent la supraconductivité d'un composé de baryum-lanthane-cuivre pour une température de 35 K.

En remplaçant l'élément de lanthane par de l'yttrium, la température critique est montée à 92 K, dépassant ainsi la température de l'azote liquide (77 K).

La supraconductivité connaît alors un intérêt supplémentaire. Depuis, de nombreux dérivés supraconducteurs à haute température critique (SHTc) ont été obtenus. Étant des céramiques, ces matériaux ne peuvent être utilisés aisément.

2000 : En décembre 2000, on trouve dans le journal Nature [NNMZ01] que le composé M_gB_2 est supraconducteur à partir de 39 K. Cette découverte surprend avec ce composé connu depuis les années 60, mais c'est pourtant la première fois que ses propriétés supraconductrices sont mises en évidence par l'équipe japonaise du Professeur Jun Akimitsu.

2008 : Au "Tokyo Institute of Technology", des composés à base de fer, les pnictures, passent à l'état supraconducteur à des températures de l'ordre de 56 K. Alors que l'on pensait la supraconductivité à « haute température » réservée aux composés formés de plans d'oxyde de cuivre et de terre rare, celle-ci se présente dans des intermétalliques à base de fer et d'arsenic.

Malgré les importantes découvertes faites durant un siècle sur la supraconductivité, ils restent encore énormément de questions sur les phénomènes mise en jeu dans les matériaux à température critique élevée.

2. Les supraconducteurs

Pour tout matériau supraconducteur, deux autres grandeurs critiques sont identifiées en plus de la température de transition, T_c . En effet en présence d'un champ magnétique, celui-ci perd son état supraconducteur à partir de H_c , le champ magnétique critique. La même observation est faite pour l'existence d'un courant électrique supérieur à J_c , la densité de courant critique.

Les trois grandeurs caractéristiques (T_c , J_c , $\mu_0 H_c$), intrinsèques aux matériaux, définissent le domaine d'existence de l'état supraconducteur, illustré sur la **figure 1.3a**. Nous noterons toutefois une nuance concernant les SHTc.

Deux types de comportements se distinguent à travers le phénomène de supraconductivité : les types I et les types II. La majorité des matériaux utilisés appartient au second type, et se subdivise en plusieurs familles, illustrées sur la **figure 1.3b**.

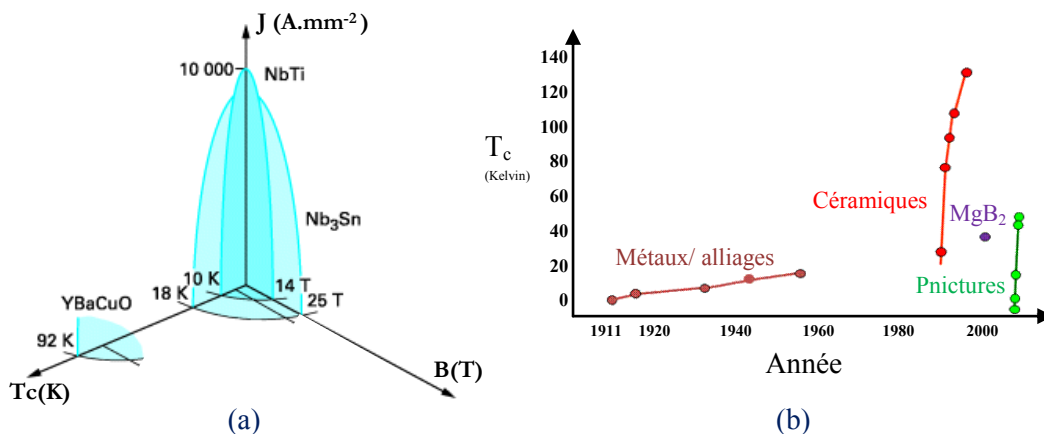


Figure 1.3. Les supraconducteurs¹ :
(a) Surfaces critiques, (b) Les familles et leurs températures critiques

a. Types I et II

On constate sur la **figure 1.4**, que les matériaux de type I ne possèdent qu'un seul champ magnétique critique, H_{c1} définissant alors deux états, l'état normal et l'état supraconducteur.

A l'état supraconducteur, ils expulsent tout champ magnétique extérieur, on parle d'effet Meissner : si un supraconducteur est refroidi en présence ou non d'un champ extérieur, alors à partir de $T < T_c$, le champ dans le matériau devient nul, comme le montre la **figure 1.2**, même si le champ extérieur H est appliqué par la suite (pour $H < H_{c1}$).

¹ Figures dérivées de <http://www.techniques-ingenieur.fr> et <http://www.supraconductivite.fr>

La figure ci-dessous présente les caractéristiques pour les deux types de supraconductivité.

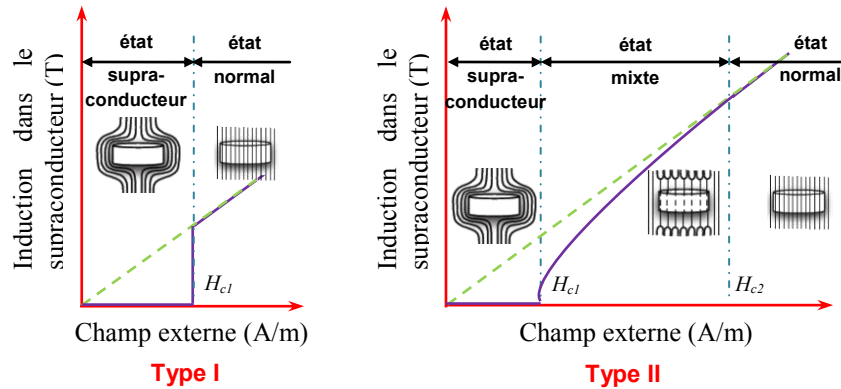


Figure 1.4. Les deux types de supraconductivité

De même les supraconducteurs de type II, illustrés sur la **figure 1.4**, offrent un diamagnétisme parfait jusqu'au champ H_{c1} . Cependant, ils possèdent un troisième état intermédiaire, « état mixte » entre H_{c1} et H_{c2} . L'état mixte se présente comme un ensemble de zones supraconductrices et de zones non supraconductrices. En effet, un réseau de tubes à l'état normal se forme dans le matériau. Lorsque le champ magnétique appliqué (champ propre et/ou champ externe) augmente, alors ce réseau se densifie jusqu'au champ H_{c2} , où le matériau repasse à l'état normal.

b. Les matériaux Supraconducteurs à Basse Température Critique

Précurseurs de la supraconductivité dans le monde industriel, ces matériaux, fonctionnant à une utilisation inférieure à 18K, reposent sur des alliages métalliques ; la majorité est employée à 4,2K. Afin de les différencier des céramiques, l'appellation « Supraconducteur à Basse Température Critique » (SBTc) leur est attribuée.

De nombreux alliages SBTc se distinguent. Le niobium-titane, NbTi, et le niobium-étain, Nb₃Sn, restent les plus employés jusqu'à aujourd'hui, notamment dans la réalisation de bobines de champ magnétique (Médical, LHC, ITER,...). La **figure 1.5** présente un aperçu de ces conducteurs.

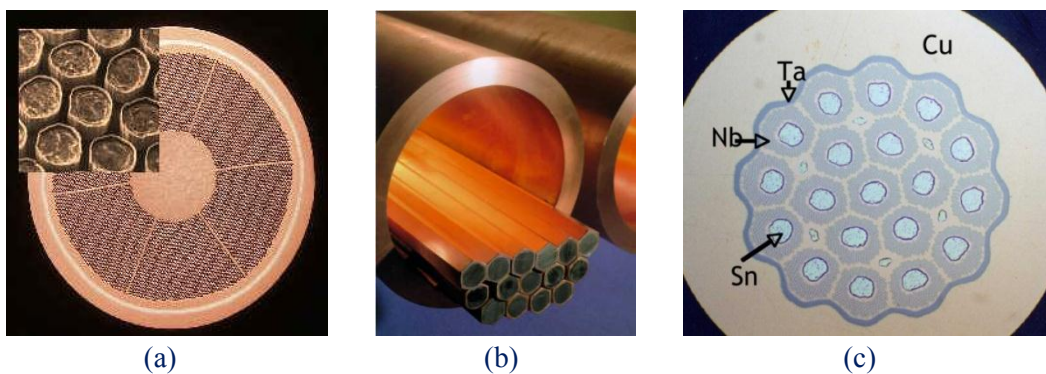


Figure 1.5. Fils SBTc² : (a) fil de NbTi finalisé, (b) montage des barreaux avant tréfilage, (c) fil Nb₃Sn avant traitement thermique

Le NbTi est utilisé principalement sous forme filaire. En effet, sa structure présente des propriétés mécaniques qui permettent une mise en forme très simple par tréfilage avec des rayons de courbure réduits et des longueurs de fils pouvant dépasser plusieurs dizaines de kilomètres.

² Images du site : <http://neel.cnrs.fr>

La structure du Nb₃Sn permet d'obtenir de plus grandes longueurs mais présente un processus de fabrication plus complexe dans sa mise en forme avec une certaine fragilité et une grande sensibilité de ses performances lors de déformations. Mais, contrairement au NbTi limité à des inductions inférieures à 11 T, ce matériau conserve des propriétés intéressantes pour des champs magnétiques importants entre 10 et 22 T.

Enfin, malgré un refroidissement complexe à basse température, le NbTi, bon marché et compétitif, reste une alternative actuelle aux autres supraconducteurs.

c. Les matériaux Supraconducteurs à Haute Température Critique

La découverte de ces céramiques a créé un engouement pour le développement d'applications dans tous les domaines. Aujourd'hui, les difficultés techniques restent nombreuses et limitent cette révolution, malgré la part importante de travaux déjà réalisés.

Trois familles principales sont distinguées :

- *Basée sur le Bismuth* : céramique de BiSrCaCuO communément appelée « BSCCO »,
- *Basée sur les terres rares, "Rare Earth (RE)"* : céramique de RE-BaCuO communément appelée « Re-BCO ». L'élément de terre rare utilisé peut être de l'Yttrium, du Néodyme, du Samarium, ou du Gadolinium selon les propriétés recherchées.
- *Basée sur le Thallium* : céramique de TlBaCaCuO communément appelée « TBCCO » avec des températures de fonctionnement supérieures.

L'YBa₂Cu₃O_{7+x} (YBCO ou Y-123), le Bi₂Sr₂CaCu₂O_{8+x} (Bi-2212) et le Bi₂Sr₂Ca₂Cu₃O_{10+x} (Bi-2223) représentent aujourd'hui les matériaux à HTc les plus usités pour les applications industrielles et la recherche en électrotechnique. Or avec une appartenance commune aux céramiques, ces deux matériaux reposent sur des procédés de fabrication différents. Leurs propriétés permettent de les utiliser sous diverses formes : poudres, massifs, fils ou dépôts, illustrées sur la **figure 1.6**.

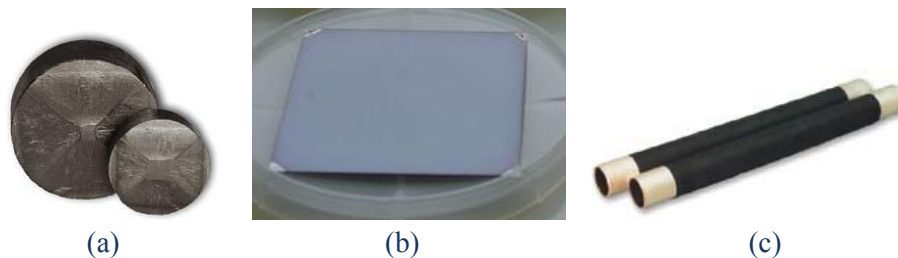


Figure 1.6. (a) Pastilles en YBCO massif, (b) Dépôt YBCO, (c) Tubes de BSCCO³

✧ YBCO

La structure cristalline des supraconducteurs à hautes températures critiques (SHTc) est formée d'un ensemble de couches, responsable de leur forte anisotropie. L'illustration d'un cristal d'YBCO est donnée sur la **figure 1.7**. Cette anisotropie est dissociée suivant deux directions principales, notées « plan ab » et « axe c », elle a une influence directe sur leurs propriétés.

Dans ce cadre, nous constatons une densité de courant critique plus importante suivant les plans *ab*, c'est-à-dire que les densités de courants qui peuvent transiter entre les couches *ab* (suivant l'axe *c*) sont inférieures. Ce phénomène est illustré sur la **figure 1.7b** où l'on observe la dépendance des courants critiques dans un massifs YBCO au champ magnétique appliqué suivant les deux directions, B_{\perp} et B_{\parallel} . Dans cet exemple, des rapports de 3-4 sont relevés entre les deux à 77 K [Krab06].

³ Figure 1.6 - (a) et (c) <http://www.can-superconductors.com>, (b) <http://www.hindawi.com>

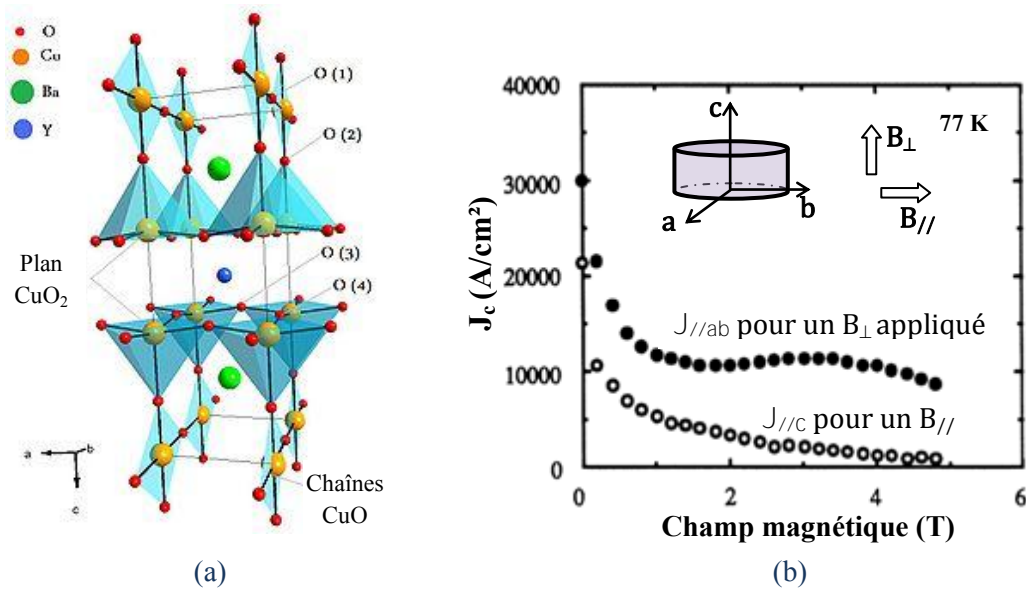


Figure 1.7. (a) Structure cristalline d'YBCO, (b) Dépendance de J_c en fonction de l'orientation de B .⁴

Les YBCO massifs sont obtenus avec des procédés de fabrications connus mais complexes. Le plus répandu est appelé "top-seeding melt-texturing" (TSMG) [HuMu04]; un germe monocristallin du type Samarium, par exemple, est placé sur une pastille frittée riche en yttrium. Après une phase de surchauffe, l'ensemble est refroidi jusqu'à la température de croissance T^{Y123} ($\sim 1010^{\circ}\text{C}$). Afin d'obtenir la croissance de la pastille d'YBCO à partir du germe, un refroidissement lent de $0.1^{\circ}/\text{h}$ à $0.5^{\circ}/\text{h}$ dans une plage de température $< 5^{\circ}$ est nécessaire ; l'ensemble est schématisé sur la **figure 1.8**.

Les propriétés du massif obtenues sont liées à la qualité de la pastille frittée, au germe utilisé, au cycle thermique et au traitement en oxygène [Vill92]. En parallèle, l'ajout de défauts spécifiques dans la pastille durant le processus permet un gain des performances [FKSG01].

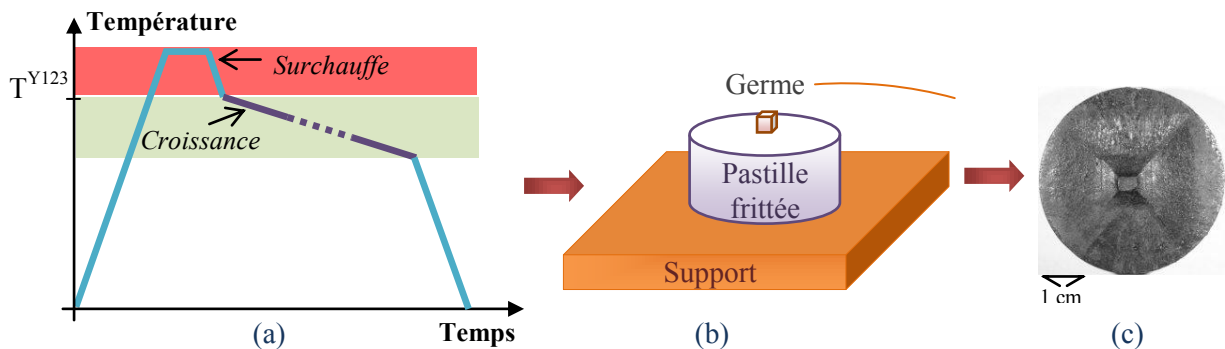


Figure 1.8. Procédé TSMG pour une pastille YBCO [Vill92] : (a) Cycle thermique, (b) Germe déposé sur une pastille frittée, (c) Mono-domaine YBCO obtenu.

Ces massifs sont donc des mono-domaines qui possèdent une orientation cristalline précise. Cette dernière offre des densités de courant critiques importantes de 10 à 100 kA/cm² hors champ à 77K et de 5 à 20kA/cm² à la même température avec un B_{\perp} de 1T, illustrée ci-dessus sur la **figure 1.9a** [Mori06]. À contrario, les tailles maximales de pastilles restent encore très limitées. En effet, pour les applications actuelles, la réalisation de pastilles performantes est limitée à des diamètres de 4 à 6 cm avec une épaisseur de pastille qui n'excède généralement pas les 2 cm.

⁴ Figure 1.7 – (a) <http://en.wikipedia.org> et (b) tirée de [Krab06] p.84

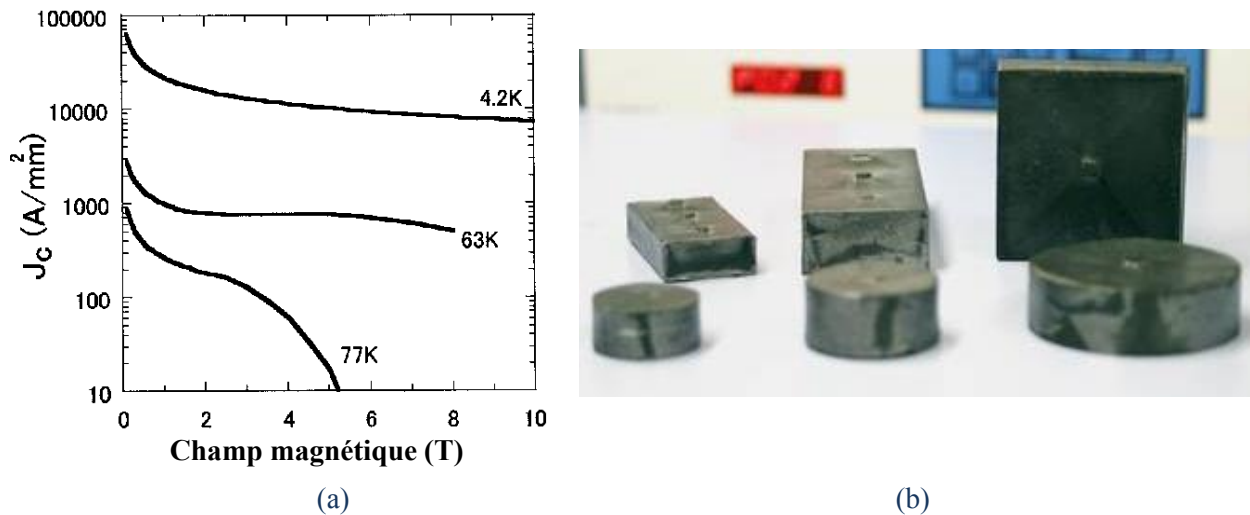


Figure 1.9. (a) Dépendance de la densité de courant critique pour une pastille d'YBCO en fonction de B_{\perp} à différentes températures, (b) Pastilles YBCO cylindriques ou rectangulaires mono-germe ou multi-germes de *Evico*⁵,

Le dernier record est établi au Japon avec une pastille de 140 mm en 2006 [SKNM06, SNNM07]. Cette dernière pastille est fabriquée à base de RE-BCO, une variante des massifs en YBCO, où l'élément d'Yttrium est remplacé par une terre rare. Cette structure permet des densités accrues de courant induites en fort champ par rapport aux YBCO et notamment la présence d'une seconde valeur maximale dans les courbes $J_c(B)$: 20 à 40 kA/cm² à 77K pour un B_{\perp} de 2T [FKSG01].

Selon l'application visée, diverses configurations de pastilles peuvent être obtenues. Des formes rectangulaires illustrées sur la **figure 1.9b** ou encore hexagonales sont principalement découpées à partir de massifs cylindriques après croissance.

Enfin, l'utilisation de plusieurs germes, configuration « multi-seed » [DIMF00, LWSY10] aperçu sur la **figure 1.9b**, permet de réaliser des massifs de tailles supérieures [DIMF00, DIMT00, WoSM10]. Cette approche pourra être une alternative aux difficultés rencontrées à obtenir des massifs suffisamment grands. De plus, ils possèdent de meilleures performances qu'un ensemble de pastilles côte à côte [YZFZ02]. Là aussi, les procédés de fabrication sont encore très compliqués.

✧ BSCCO

Deux structures principales, le $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+x}$ (Bi-2212) et le $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10+x}$ (Bi-2223) se distinguent dans leur utilisation sous forme de conducteurs. En effet, le premier se révèle meilleur en champ appliqué à basse température (4.2K), alors que le second présente des caractéristiques plus intéressantes pour des températures proches de 77K.

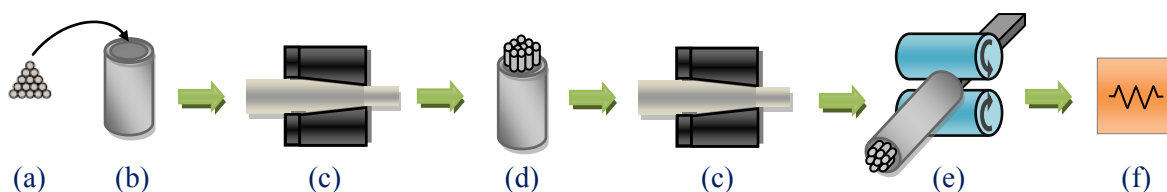


Figure 1.10. Procédé de fabrication « Powder in Tube » : (a) Préparation de la poudre (précurseur), (b) Réalisation de la Billette, (c) Tréfilage, (d) Formation de billette multi-filamentaire, (e) Laminage si méplat, (f) Traitement thermique

⁵ Figure 1.9 - (b) <http://www.evico.de>

Actuellement, de nombreuses applications utilisent ces conducteurs BSCCO obtenus à partir d'un procédé de fabrication bien établi de type **OPIT**, *Oxyde Powder In Tube*, et illustré à la **figure 1.10**. Le fil est alors composé de filaments très fins (quelques dizaines de microns), dont l'épaisseur se trouve suivant l'axe c . L'ensemble est confiné dans une matrice en argent, aperçu sur la **figure 1.11**. Cette composition entraîne une anisotropie intrinsèque avec une dépendance plus forte en B_{\perp} sur le courant de transport, comme le montre la **figure 1.12**. L'utilisation de conducteur rond, possible avec le Bi-2212, réduit cette contrainte.

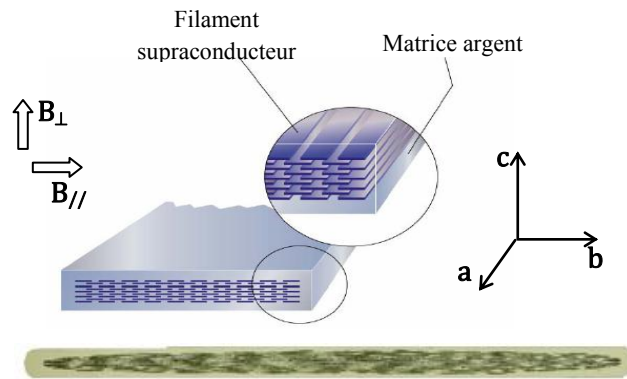


Figure 1.11. Fils HTc BSCCO⁶, Dépendance du courant de transport en champ magnétique

Ce processus utilisé pour leur fabrication permet d'obtenir des conducteurs assez robustes et des longueurs acceptables de quelques kilomètres. L'utilisation de l'argent est indispensable pour obtenir les meilleures performances lors du traitement thermique, mais son prix accroît le coût de ce conducteur.

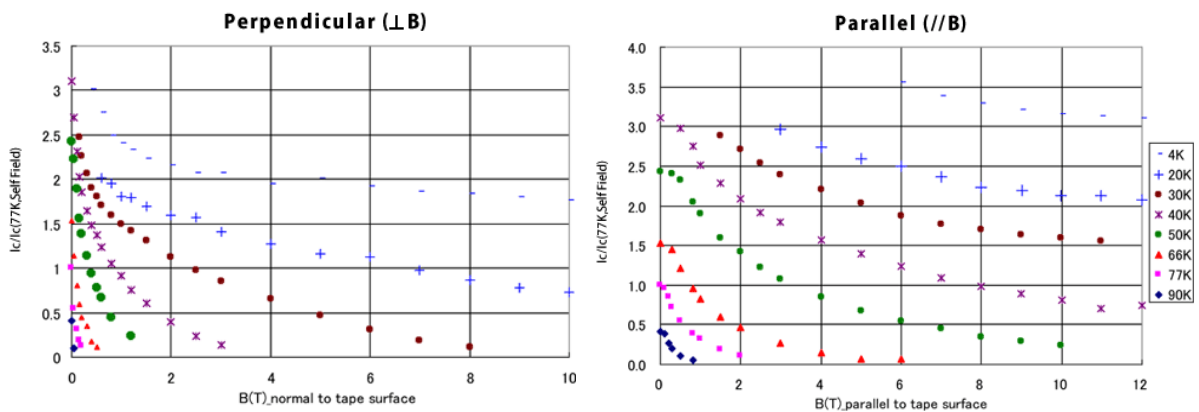


Figure 1.12. Dépendance du courant en champ magnétique et en température pour un conducteur BSCCO de Sumitomo⁶ : (*DI-BSCCO*) Type H.

Pour les massifs BSCCO, leur fabrication repose sur un processus de type « *poudre compactée* » [REF]. Celui-ci présente l'avantage d'être simple et industriel par rapport à l'YBCO. En effet, on obtient un matériau de type fritté, c'est-à-dire qu'il est constitué de grains compressés. Le courant circulant dans le matériau transitera essentiellement par ces grains avec des densités de courant importantes. Or la présence de joints inter-grains dans ces structures frittées réduit ses caractéristiques. Pour palier à ce problème, les conducteurs passent par une phase de laminage (mise en forme de

⁶ Fils BSCCO de Sumitomo Electric : http://global-sei.com/super/hts_e/index.html

rubans) qui améliore l'alignement des grains et donc la densité de courant critique. Or dans la réalisation de massif, ce procédé est peu envisageable.

En outre, le processus de fabrication du BSCCO permet de réaliser très simplement des massifs frittés aux tailles quelconques et aux formes souhaitées. Mais, la présence de joints entre grains diminue donc considérablement la densité de courant critique, comparé à un mono-domaine en YBCO, des rapports de l'ordre de 100 à 1000 sont constatés entre les deux.

Toutefois, les BSCCO massifs restent fréquemment utilisés sous forme de tube, illustré sur la **figure 1.6c**, comme amenée de courant, ou dans les limiteurs de courant inductifs.

d. MgB_2

Le di-borure de magnésium est un composé semi-métallique avec une structure cristallographique agencée de couches alternées de bore et de magnésium. Un aperçu est donné sur la **figure 1.13a**. Sa température de 39K relativement élevée, située entre la limite des 30K de B_{Tc} et la température importantes des $SHTc$, a suscité de nombreuses questions. En effet, il est naturel de se demander si la supraconductivité de celui-ci correspond au phénomène des B_{Tc} ou à un mécanisme original à l'instar des cuprates.

Composée d'éléments simples, sa structure offre une grande liberté dans son utilisation sous forme de conducteur ou de massif.

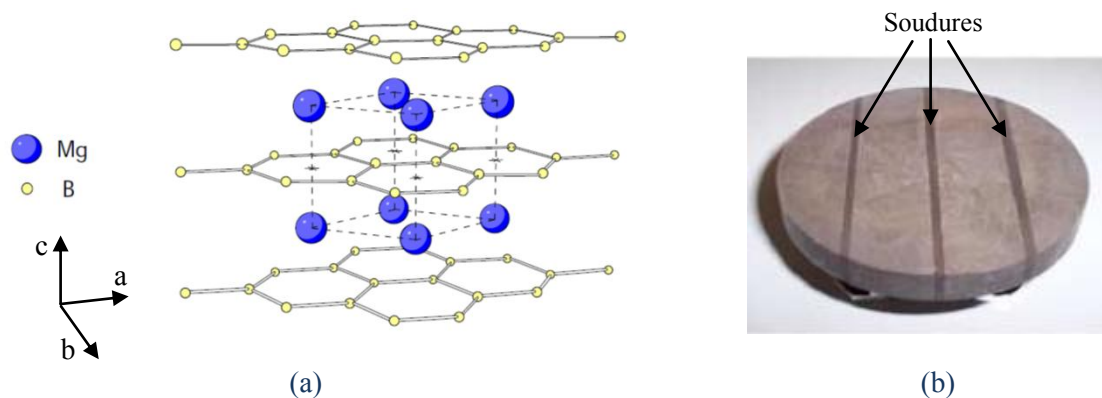


Figure 1.13. (a) Structure cristallographique de MgB_2 [Dao06], (b) Pastille MgB_2 soudée.

À l'instar du BSCCO, les conducteurs MgB_2 reposent sur un procédé de type **PIT**, *Powder In Tube*, schématisé sur la **figure 1.10**. Le précurseur, poudres de bore et de magnésium, est placé dans des tubes en inox par exemple. Cependant, d'autres billettes (en cuivre ou en acier par exemple) peuvent être utilisées selon l'application et les performances souhaitées. Les conducteurs obtenus sont très robustes (supérieur au BSCCO) pour des longueurs filaires de plusieurs dizaines de kilomètres sous forme de ruban ou de fil rond ; des sections de fils sont illustrées sur la **figure 1.14**.

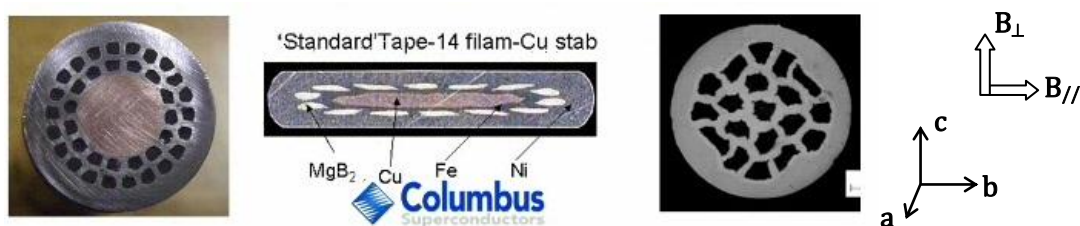


Figure 1.14. Fil supraconducteur de MgB_2 ⁷

⁷ Fils MgB_2 de Columbus Superconductors : www.columbusuperconductors.com/

Malgré des propriétés électriques et magnétiques actuellement inférieures aux céramiques HTc, son faible coût et sa simplicité de mise en œuvre font de celui-ci un sérieux concurrent.

La réalisation de massif utilise différents procédés. Un premier consiste à placer du magnésium dans un moule en Bore, la supraconductivité est obtenue après traitement thermique. D'autres utilisent un précurseur sous forme de poudre de bore et de magnésium, qu'il comprime sous haute pression [PGSS10], l'ensemble subit alors un traitement thermique.

En outre, les processus de fabrication du MgB_2 permettraient de réaliser très simplement des massifs de grandes tailles avec des densités de courants critiques intéressantes pour du piégeage ou de l'écrantage. À l'heure actuelle la taille maximale de ces massifs est principalement limitée par la capacité de Magnésium à infiltrer le Bore d'une manière homogène lors de la phase de fusion. Cependant, des travaux prévoient d'obtenir des pastilles avec des diamètres supérieures à 150 mm. Enfin, contrairement aux YBCO mono-domaines, le MgB_2 présente la particularité de pouvoir être assemblé par soudage sans dégradation majeure de ces propriétés [GSRA10], un exemple est donné sur la **figure 1.13b**.

À l'instar des SHTc, le MgB_2 a une anisotropie résultant des successions de plans illustrées à la **figure 1.13a**, cependant, cette particularité semble beaucoup moins marquante. Enfin, l'ajout d'éléments par dopage lors du processus de fabrication permet d'accroître ses propriétés.

Avec un nombre de travaux encore réduit par rapport aux HTc, ce conducteur laisse envisager des perspectives à venir intéressantes pour les applications de l'électrotechnique. Aujourd'hui il est principalement utilisé pour le marché de la RMN.

e. Couche mince et dépôt

Une autre particularité des matériaux supraconducteurs est leur utilisation sous forme de couche mince ou de dépôt qui présente d'autres intérêts par rapport aux massifs et aux conducteurs **PIT**.

En effet, les fils à base d'YBCO sont par exemple des conducteurs déposés ("Coated Conductors"), une couche de l'ordre de 300 nm est alors déposée sur un substrat plus ou moins rigide ; un exemple est illustré sur la **figure 1.15b**. Différentes variantes du processus de fabrication existent. Ce dernier génère un ruban où le dépôt supraconducteur doit être réalisé en continu avec une orientation cristalline précise et sans défaut. Nous obtenons un film monocristallin de plusieurs mètres à la surface du substrat, utilisé comme support. Cette succession de couches et dépôt possède des densités de courant très élevée, entre 10^{10} à 10^{11} A/m² à 77K. En effet, le courant ne circulera que dans la couche supraconductrice très fine. Le même principe est utilisé pour réaliser diverses formes par déposition d'YBaCuO. La **figure 1.6b** montre un dépôt carré de quelques cm², cependant, des formes discales ou plus libre sont retrouvés dans la littérature, comme le dépôt de la **figure 1.15a**.

Le processus reste encore lent et coûteux avec une structure en dépôt présentant une certaine fragilité. En effet, une fissure de la céramique augmentera la résistance du dépôt et changera la distribution du courant à la surface de celui-ci, réduisant ainsi fortement sa densité de courant maximale et ses performances. De plus, des travaux font apparaître une température critique non homogène sur l'épaisseur de la couche supraconductrice, diminuant là encore les caractéristiques. Les conducteurs supraconducteurs utilisés sous forme de dépôts sont principalement des YBCO, car la structure de cette céramique se prête très mal au processus de type **OPIT**.

Dans d'autres domaines d'applications, des travaux sont aussi réalisés pour des dépôts de BSCCO et de MgB_2 [ViKS07]; le BSCCO présente les mêmes contraintes que celles de l'YBCO et obtenir un dépôt MgB_2 reste encore compliqué.

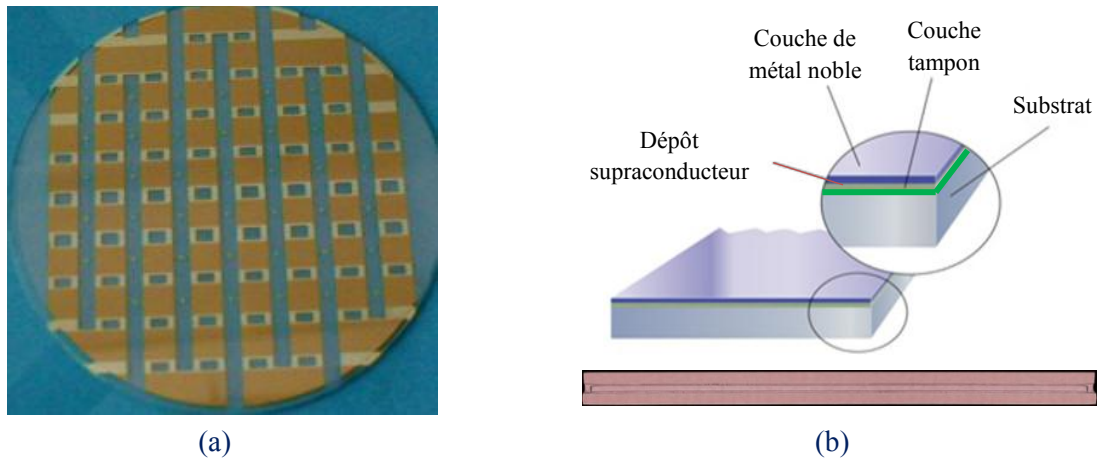


Figure 1.15. (a) Exemple de dépôts en YBCO⁸, (b) Fils HTc déposé en YBCO⁹

Les travaux réalisés sur les dépôts montrent de meilleures performances avec des densités de courant supérieures à 100 A/mm^2 à 77 K sous 5 T (*référence données constructeur : Bruker, AMSC*) et des pertes réduites par rapport aux fils de BSCCO. De plus, étant composée d'éléments simples, leur coût en matière première est beaucoup plus faible que les *Bismuths* qui utilisent près de deux tiers d'argent dans leur fabrication. Cependant, les dépôts d'YBCO sous forme de conducteur ont des rayons de courbure réduits et des longueurs de conducteur encore limitées actuellement à quelques dizaines de mètres. Enfin, l'utilisation de résine type époxy dans la réalisation de bobines en fil déposé présente un risque de délaminage entre les différentes couches du conducteur lors de la mise en froid qui entraîne une dégradation de ces propriétés.

3. Comportements spécifiques d'un supraconducteur : piégeage et écrantage

D'après la loi de Lenz, un conducteur soumis à une variation de flux magnétique est le siège d'un courant induit, qui génère alors à son tour un champ magnétique. Ce dernier s'oppose à celui qui lui a donné naissance. Un supraconducteur reste caractérisé par une résistance quasi-nulle dans son état mixte, entre les champs H_{c1} et H_{c2} . Contrairement à un conducteur classique comme le cuivre, cette grande conductivité électrique permet donc d'induire des supra-courants, non amortis avec le temps et sensibles aux variations du flux extérieur. Le champ résultant va alors s'opposer exactement au champ magnétique extérieur.

Ce principe est utilisé pour réaliser des écrans magnétiques, ou pour piéger du champ magnétique avec des aimants supraconducteurs par exemple.

a. Piégeage de flux

Contrairement aux aimants permanents qui possèdent une induction rémanente, un supraconducteur a la capacité de piéger un champ magnétique en développant des courants internes (régis par la loi de Lenz). Il existe alors deux solutions permettant le piégeage du flux dans un supraconducteur : le refroidissement sous champ et le piégeage forcé par pulse de champ magnétique après refroidissement [Krab06].

Dans les deux cas, c'est la capacité des matériaux à induire des courants importants et à conserver ces courants sans être amortis après suppression totale du champ appliqué qui permet de piéger un champ magnétique, comme nous l'illustrons sur la **figure 1.16**. Communément, les meilleurs aimants supraconducteurs sont obtenus avec des YBCO massifs.

⁸ Dépôt réalisé pour un limiteur de courant : <http://supra.epfl.ch>

⁹ American Superconductor : <http://www.amsc.com/>

Ce champ piégé sera directement lié à différents critères :

- La densité de courant critique du matériau, où l'aimantation maximale, M^* , d'un supraconducteur est définie pour un massif cylindrique par :

$$M^* = J_c \cdot r \quad (\text{en A/m})$$

- La température de fonctionnement du supraconducteur : J_c augmente quand T diminue,
- La valeur du champ appliqué : si H_{app} n'est pas suffisant, on aura alors une aimantation partielle du matériau, **figure 1.16c**, sinon on parle d'aimantation complète, **figure 1.16d**,
- La taille du massif : un matériau de plus grande taille aura la capacité de piéger plus de champ

$$\text{Pour un massif cylindrique : } B_{\text{piégé}} = A \cdot \mu_0 \cdot J_c \cdot r \quad (\text{en T})$$

A : une constant géométrique

J_c : densité de courant critique du massif

μ_0 : perméabilité du vide

r : rayon du massif

- La forme du massif [Senk07].

Décrit sur la **figure 1.16**, le champ maximal à appliquer pour obtenir une aimantation complète du supraconducteur dépendra du processus de magnétisation utilisé.

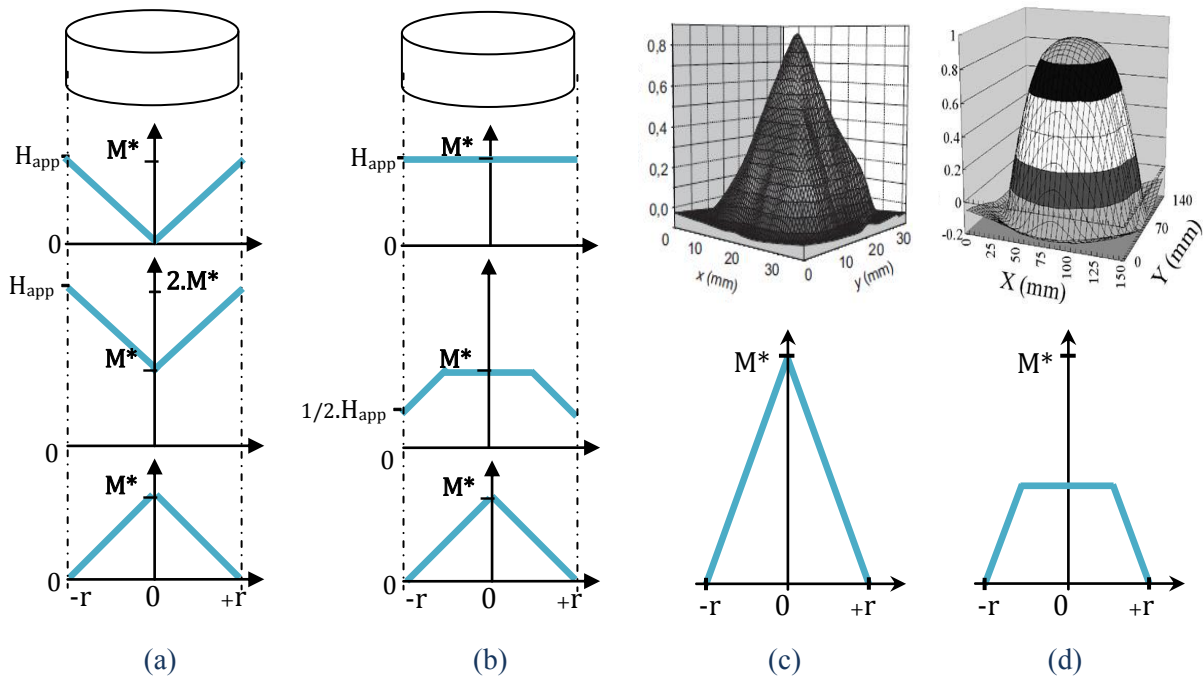


Figure 1.16. Magnétisation d'une pastille :

(a) « Zero field cooling » ou piégeage après refroidissement : la pastille est refroidie, puis le champ appliqué croît jusqu'à deux fois la valeur maximale de l'aimantation et est ramené à zéro,

(b) « Field cooling » ou refroidissement sous champ : le champ appliqué croît jusqu'à la valeur maximale de l'aimantation, ensuite la pastille est refroidie et le champ extérieur est ramené à zéro,

(c) Exemple de magnétisation complète : Refroidissement sous champ $H_{app} > M^*$, ou piégeage après refroidissement $H_{app} > 2.M^*$ [SKNM06]

(d) Exemple de magnétisation partielle : Refroidissement sous champ $H_{app} < M^*$, ou piégeage après refroidissement $H_{app} < 2.M^*$ [Krab06]

En effet, pour un refroidissement sous champ, illustré sur la **figure 1.16b**, H_{app} devra être au moins de la même amplitude que l'aimantation maximale, M^* , possible dans la pastille. Pour un piégeage

forcé, après refroidissement du matériau, le champ appliqué devra au moins être double par rapport à l'aimantation maximale de la pastille.

Contrairement aux aimants permanents qui conservent une aimantation homogène et inchangée jusqu'à ce que le champ coercitif soit atteint, les aimants SC présentent un risque de démagnétisation en présence de variations de flux.

◇ « *Field cooling* » ou *refroidissement sous champ*

Le principe d'un piégeage de type « *Field cooling* » consiste à appliquer un champ magnétique, H_{app} , puis de refroidir le matériau supraconducteur massif (en présence de H_{app}) à sa température de fonctionnement ($T < T_c$). Enfin, H_{app} est ramené très lentement à zéro comme le montre la **figure 1.16b**.

Des courants induits se créent alors dans le matériau en s'opposant à la décroissance du champ magnétique et permettent alors à la pastille de « piégé » le champ magnétique initial H_{app} .

De nombreux travaux sont réalisés autour de l'aimantation de massifs en YBCO [SNNM07, YHSF98, YPXH09]. Le record actuel a été établi par les Japonais en 2003 avec une induction de 17 T à 29 K piégée dans une pastille d'environ 2 cm de diamètre [ToMu03a]. Cette prouesse a pu être réalisée avec une pastille YBCO imprégnée d'une résine type époxy. En effet, ce procédé permet d'accroître les propriétés mécaniques de la pastille. De plus, l'ajout de ces trous dans la pastille lui confère une meilleure imprégnation et une stabilité thermique accrue qui réduit les échauffements locaux dans la pastille lors de la variation de flux dans le matériau et assure donc de meilleures densités critiques de courant [NMHH07].

L'aimantation de massifs MgB_2 est aussi étudiée [GPCB08], cependant le nombre de travaux restent encore minime.

Pour conclure, un refroidissement sous champ nécessite un électro-aimant qui est bien souvent à technologie supraconductrice afin d'obtenir des champs magnétiques intenses ($>10T$). Cependant, ce type de bobines imposantes n'est pas adapté pour magnétiser des YBCO massifs dans des applications comme les machines électriques tournantes.

◇ « *Pulse Field Magnetization* » ou *piégeage forcé par pulses de champ*

Des champs magnétiques élevés peuvent également être générés en mode pulsé. Ce type de dispositifs sera plus simple et compact, un exemple est présenté sur la **figure 1.17**.

Toutefois, les champs électriques, résultant de la variation très rapide de flux au niveau du matériau supraconducteur, génère localement des pertes. La densité de courant critique au niveau de ces « zones chaudes » sera considérablement faible (voire nulle) et ne contribuera donc pas au piégeage de champ dans la pastille. Par conséquent, l'amplitude de l'aimantation maximale sera fortement réduite.

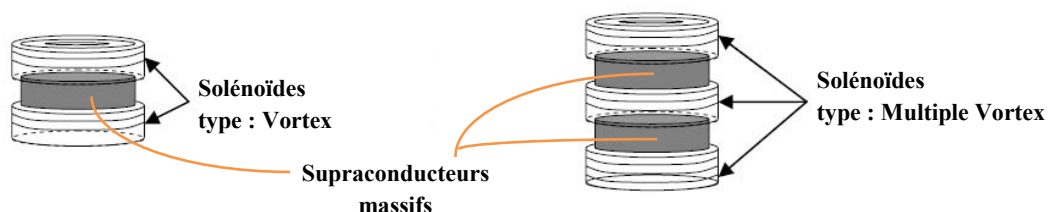


Figure 1.17. Illustration de bobines en cuivre pour des champs pulsés dans un ou plusieurs supraconducteurs massifs. [OMKM06]

Le processus de magnétisation nécessite une étude préliminaire : un « pulse » trop important engendre des pertes supplémentaires dans le matériau qui réduiront le champ maximal de magnétisation. A contrario, la pastille ne sera magnétisée que partiellement si l'amplitude du pulse est

trop faible. Le dimensionnement de ces solénoïdes devra donc être réalisé en conséquent afin d'obtenir des amplitudes suffisantes d'induction au niveau de la pastille avec un temps de montée optimum [Krab06](p.115-116).

Un dérivé de la magnétisation forcée après refroidissement consiste à imposer une succession de « pulses » accompagnée d'étapes de refroidissement. Par exemple, à 75 K on applique trois impulsions, ensuite, l'échantillon magnétisé est refroidi à 70 K et trois « pulses » supplémentaires sont appliqués. La même procédure peut être répétée pour des températures inférieures. L'avantage de cette méthode permet de limiter les échauffements de la pastille avec des niveaux relativement faibles de flux magnétique introduit dans le supraconducteur à chaque seuil de température.

Dans la littérature de nombreux travaux sont réalisés autour de l'aimantation de massif en champ pulsé, avec majoritairement des YBCO.

b. Mécanisme « d'écrantage »

Plusieurs dénominations peuvent être données au terme d'« écrantage magnétique », un supraconducteur refroidi hors champ magnétique aura la capacité d'expulser un champ magnétique. Ce comportement peut être utilisé afin de guider le flux, de le blinder, ou encore de le concentrer [KCMA09][Mass02].

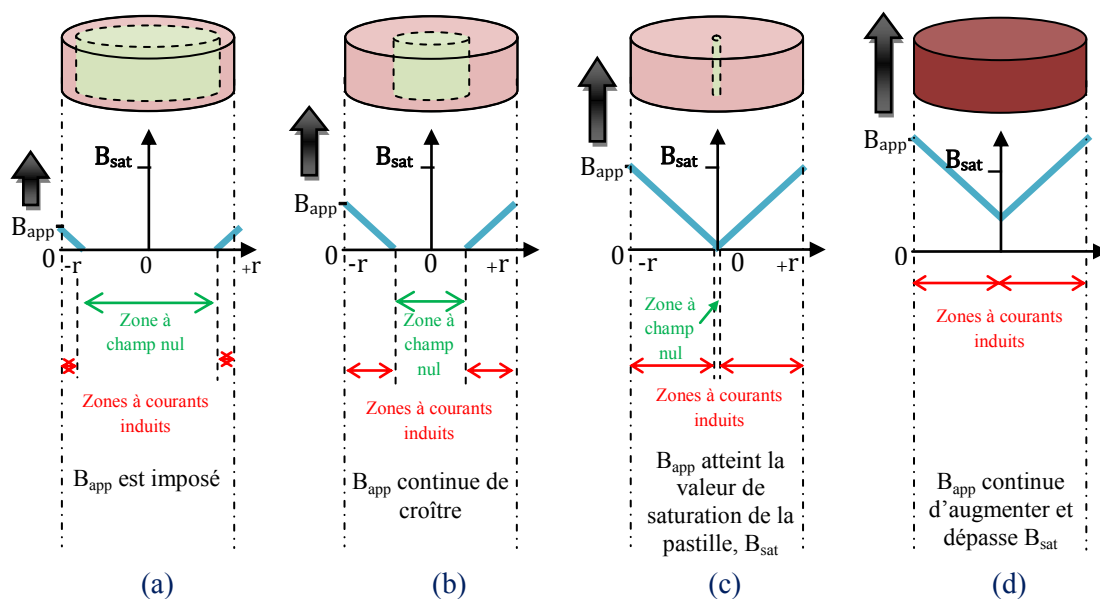


Figure 1.18. Expulsion du champ par une pastille :

- (a) Ecran magnétique : un champ magnétique est appliqué au niveau de la pastille, des courants induits se développent à la surface du matériau et s'opposent au flux extérieur,
- (b) Pénétration partielle : B_{app} continue de croître, l'épaisseur des courants induits augmente, le champ est alors écranté qu'au niveau de la zone verte,
- (c) Pénétration totale : B_{app} a atteint la valeur de saturation de la pastille. Celle-ci est traversée, mise à part le centre, par le champ externe et perd ses propriétés d'écran,
- (d) Magnétisation : B_{app} continue d'augmenter et on arrive à un état de magnétisation forcée du massif.

Un champ magnétique est imposé au niveau du matériau supraconducteur après qu'il a été refroidi à sa température de fonctionnement. Des courants induits, illustrés sur la **figure 1.18**, régis par la loi de Lenz, se développeront dans le matériau s'opposant ainsi au champ magnétique extérieur.

L'aptitude du matériau à *écranter* un champ magnétique plus au moins important dépendra de sa capacité à induire de forts courants sur une surface réduite. Selon les matériaux utilisés, nous remarquons une meilleure prédisposition des céramiques YBCO par rapport aux autres pour expulser des flux plus importants.

4. Applications des supraconducteurs

L'utilisation de la supraconductivité peut être transposée dans de nombreuses applications de l'électrotechnique. Globalement, les supraconducteurs apportent un gain de performances et permettent des encombrements réduits.

En parallèle, les matériaux supraconducteurs ont permis l'essor de nouvelles applications qui leurs sont propres, comme la lévitation magnétique passive, les limiteurs de courants et le stockage d'énergie. En effet, leurs capacités à transporter de très forts courants en présence de champs magnétiques importants, avec les propriétés d'aimantation et d'écrantage des SHTc et du MgB_2 , ont conduit à de nouvelles approches. Par ailleurs, le domaine des communications par satellite et cellulaire représente actuellement l'application la plus avancée pour les supraconducteurs sous forme de dépôts. Leur utilisation s'applique également au milieu médical avec les SQUID ou aux domaines de l'électrotechnique.

Le tableau suivant regroupe les matériaux utilisés en électrotechnique et leurs applications :

		MATERIAUX								
		Fils NbTi	Fils Nb_3Sn	BSCCO		YBCO			MgB_2	
				Fils	Massif	Fils déposés	Dépôt	Massif	Fils	Massif
APPLICATIONS	Médical	×		×			×		×	
	Aimants fort champ	×	×	×		×				
	Piégeage et écrantage						×	×		×
	Lévitation magnétique			×				×		
	Volants inertiels							×		
	SMES	○		×		×				
	Moteurs électriques	○		×		×			×	
	Transformateurs	○		×		×			×	
	Limiteurs de courant	○		×	×		×		×	
	Câbles de transport			×		×			×	

Tableau I. Matériaux supraconducteurs et applications.

Fort de constater, les conducteurs SBTc restent encore présents aujourd'hui malgré l'intérêt des HTc. En effet, le NbTi et le Nb_3Sn reste intéressant dans la réalisation de bobines de champs bon marché, robustes et performantes. Petit à petit, les SHTc couvrent l'ensemble des applications avec de meilleures caractéristiques pour des températures de fonctionnement supérieures. Le frein actuel à leur utilisation reste leur coût trop important auquel s'ajoutent deux contraintes : une fiabilité inférieure et des longueurs métriques de conducteurs trop réduites.

En parallèle, nous constatons le développement d'applications à base de supraconducteurs massifs ou déposés. Ceux-ci offrent d'autres intérêts et ouvrent de nouvelles voies aux applications actuelles.

5. Cryogénie

Les supraconducteurs nécessitent d'être refroidis pour fonctionner. Dans ce cadre, il est important de noter que ces matériaux ont de meilleures performances électriques quand la température diminue.

À contrario, travailler à des températures élevées permet de diminuer le coût de cryogénie. En effet, un système de réfrigération permet d'extraire une certaine quantité de chaleur pour une température froide donnée et doit alors fournir un travail au fluide caloporteur suivant un cycle thermodynamique (cycle de Joule-Thomson, cycle de Brayton,...). Pour cela, le cryogène subit un ensemble de compression et de détente pour extraire les pertes à froid. La puissance est donc principalement consommée par le compresseur.

La **figure 1.19** ci-dessous donne une comparaison de la consommation spécifique, c'est-à-dire la puissance électrique nécessaire pour extraire un watt de chaleur à la température froide.

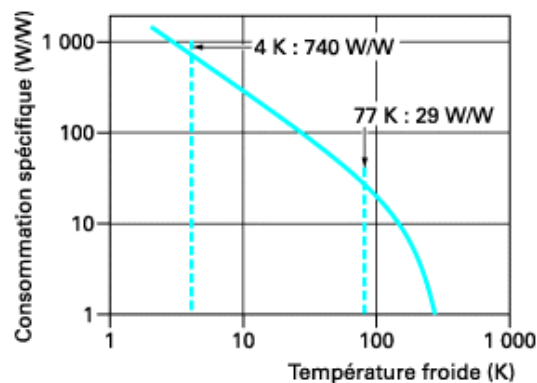


Figure 1.19. Exemple de consommation spécifique¹⁰ : réfrigérateur di-therme, température ambiante de 300K et rendement de 10%

Le tableau suivant résume les caractéristiques des cryogènes couramment utilisés sous forme liquide ou gazeux.

L'hélium reste le cryogène préféré et le plus polyvalent. En effet, celui-ci permet d'être utilisé sous forme liquide ou gazeuse pour l'ensemble des supraconducteurs et leurs applications. Difficile à extraire, son emploi est alors coûteux face à l'azote par exemple. De plus, son utilisation à 4,2 K nécessite des systèmes cryogéniques plus complexes que ceux utilisés pour des températures supérieures à 20 K.

Fluide relativement cher, l'hydrogène a une température d'utilisation adaptée aux matériaux supraconducteurs, hors SBTc, mais reste très peu utilisé car sa forte réactivité avec l'air ou l'oxygène présente un risque important d'explosion.

Le néon possède une capacité de réfrigération très supérieure à l'hélium liquide et meilleure que l'hydrogène liquide. Cependant, il présente une plage de températures d'utilisation réduite à l'état liquide qui nécessite une cryogénie contrôlée, et son coût élevé peut-être un frein à son utilisation.

Nous noterons que le néon est souvent employé comme cryogène de mise en froid pour une installation hélium. Cet étape consiste pré-refroidir le système utilisé avec une circulation à base de néon ; une fois l'ensemble thermalisé, ce dernier est extrait. La mise en froid est alors complétée par le système de refroidissement initial. Ce principe permet de réduire la durée de mise en froid d'installations massives qui fonctionnent à très basse température.

¹⁰ Figure dérivée de <http://www.techniques-ingenieur.fr>

	Hélium	Hydrogène	Néon	Azote
T° de solidification	0,9 K	14,1 K	24,6 K	63,1 K
T° d'ébullition	4,2 K	20,3 K	27,1 K	77 K
Densité du liquide (à T _{ébullition})	125 g/L	71 g/L	1207 g/L	810 g/L
Densité du gaz (0°C)	0,178 g/L	0,09 g/L	0,90 g/L	1,250 g/L
Chaleur latente (1,013 bar, point d'ébullition)	20.3 kJ/kg	454.3 kJ/kg	88.7 kJ/kg	198.38 kJ/kg
Champ électrique max				
- Gaz : champ uniforme, 50 Hz	7 MV/m	16 MV/m	-	8 MV/m
- Liquide : champ uniforme	3 MV/m	28 MV/m		30 MV/m
Utilisation :				
- BTc	Liquide	-	-	-
- MgB₂	Liquide/gazeux	Liquide	Liquide	-
- HTc	Liquide/gazeux	Liquide/gazeux	Liquide	Liquide

Tableau II. Cryogènes et spécificités

La température de 70 K permise par l'azote liquide est le seuil critique qu'un certain nombre d'applications de la supraconductivité souhaite atteindre. En effet, ce cryogène, composant l'air à 78%, peut-être facilement obtenu par liquéfaction de l'air. De plus, il est inerte et ne présente pas de contrainte majeure d'utilisation. Il arbore l'image du fluide cryogénique bon marché et polyvalent.

À l'instar du néon, un pré-refroidissement à l'azote permet de réduire la consommation d'hélium qui est plus complexe à liquéfier. Enfin, l'azote est aussi utilisé comme écran thermique dans les enceintes cryogéniques à basses température afin de diminuer les échanges avec l'extérieur.

Les différents cryogènes présentés ont donc des avantages et des inconvénients à leur utilisation. Le choix du refroidissement et des cryogènes utilisés pour refroidir les supraconducteurs dépendra alors du matériau (SBTc, céramique,...) et de l'application (amplitude du champ magnétique appliqué, densité de courant dans le matériau).

6. Bilan et difficultés

Dans les parties précédentes, nous avons pu mettre en évidence la présence de grandeurs critiques pour l'ensemble des matériaux supraconducteurs.

Dans ce cadre, une comparaison pour les différents conducteurs supraconducteurs est donnée sur la **figure 1.20** pour la température de 4,2 K.

L'utilisation des supraconducteurs dans les applications de l'électrotechnique nécessite de prendre en compte la forte dépendance au champ magnétique. En effet, selon l'application visée, il est nécessaire de connaître et de prévoir l'amplitude du champ magnétique au niveau de ces matériaux pour conserver les performances souhaitées. Là encore, une différence apparaît entre les supraconducteurs ; Par exemple, les SBTc ne présentent pas d'anisotropie et sont donc dépendant du module de l'induction, $|B|$. À contrario, les céramiques et le MgB₂, constitués de structures type « plans », présentent une anisotropie. Mais contrairement au second, celle-ci est très forte pour les SHTc, c'est pourquoi, ils présentent en général une caractéristique en champ perpendiculaire, B_{\perp} , et une seconde en champ parallèle, $B_{//}$, avec une dépendance plus forte des matériaux en champ perpendiculaire.

Dans la littérature, l'appellation « Fil 1G » (1^{ère} génération) est attribuée au BSCCO. On le trouve aussi sous le terme « Fil 3G » (3^{ème} génération), en effet, ce dernier offre des densités de courants supérieures au 1G et se différencie du « Fil 2G » (2^{ème} génération) réservé aux rubans d'YBCO.

Pour cette température de 4,2 K et des niveaux d'induction raisonnables, alors les meilleurs conducteurs restent les SBTc ; ensuite arrive l'YBCO 2G, le BSCCO 3G/1G et enfin le MgB₂. Or ce fonctionnement à température réduite n'est actuellement pas envisageable pour l'ensemble des applications supraconductrices. C'est pourquoi l'arrivée des céramiques, puis du MgB₂, ont ouvert de nouveaux horizons.

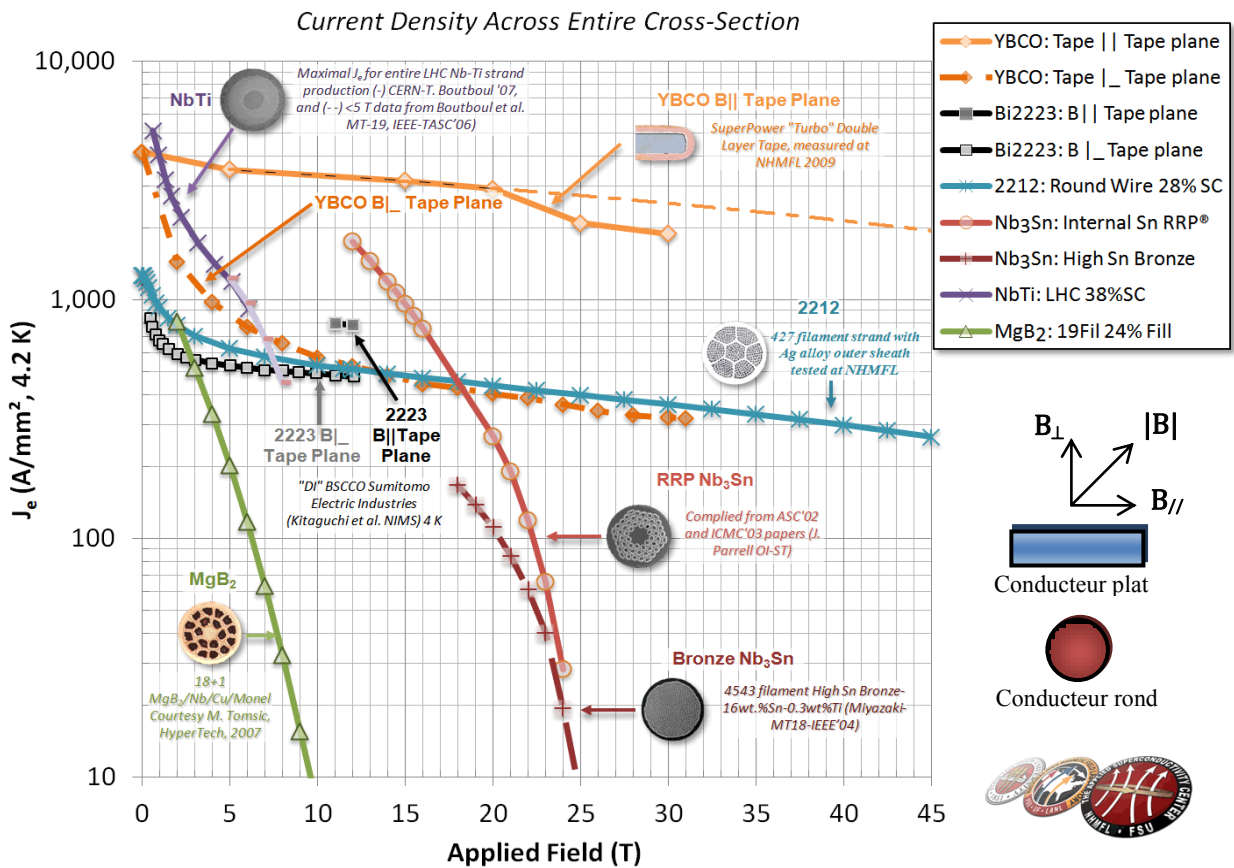


Figure 1.20. Courbes $J_c(B)$ pour des conducteurs supraconducteurs à 4.2K¹¹.

En parallèle, nous constatons le développement des supraconducteurs massifs appliqués à de nombreux domaines de ces 20 dernières années. Dans ce cadre, de nombreuses recherches sont faites dans la réalisation de massifs SHTc avec l'évolution de ces matériaux : des densités de courant croissantes et des tailles de pastilles accrues. Le MgB₂, découvert plus récemment, présente un nombre de travaux inférieurs dans son utilisation sous forme de pastilles par rapport aux céramiques, cependant, celui-ci montre des perspectives intéressantes.

Comme les conducteurs, les massifs sont utilisés entre H_{c1} et H_{c2} . À cet état mixte, les supraconducteurs connaissent des pertes dues aux possibles déplacements des réseaux de vortex [MNTM98]. Ce phénomène provoque alors des instabilités dans le matériau et fait chuté localement la densité de courant. De plus, l'anisotropie a une influence sur les transferts de chaleur dans le matériau, problématique dans leur utilisation sous forme de matériaux massifs.

¹¹ Figure : <http://www.magnet.fsu.edu/>

Dans le cadre d'un échantage magnétique par exemple, une variation trop importante du champ extérieur induira de forts courants et provoquera alors une dissipation d'énergie pouvant dégrader le matériau. Une solution consiste à placer des sites d'ancrage (défauts) limitant ainsi ces échauffements. Ensuite, les températures de fonctionnement et les contraintes appliquées (courant/champ magnétique) devront être rigoureusement définies.

	Dépôt YBCO	YBCO Massif	BSCCO Massif	MgB ₂ Massif
T _c (K)	93 K	90 – 100 K	110 K	39K
Diamètre	< 300 mm	< 100 mm	> 50 mm	<150 mm
Epaisseur	< μm	< 20 mm	> 20 mm	< 20 mm
Forme	Déposé sur un support	Réalisées à partir d'un cylindre : carré, rectangle, anneau,...	Libre (poudre compactée)	« Libre » (poudre compactée)
Assemblage	Multicouches	- Damiers segmentés - Multi-germes	Damiers avec joints BSCCO	- Damiers segmentés - Soudure
Contrainte mécanique	400-800 MPa	<100 MPa	-	> 500 MPa
Capacité échantage / piégeages de champs magnétiques	Faibles à l'azote liquide	Les meilleures aujourd'hui	Faibles < 0,1T	Correctes à basses températures (< 10K)
Autres remarques	- Inhomogénéité en T _c sur l'épaisseur du dépôt, - Délaminage entre les couches - Fragilité	- Céramique : fragilité - Taille réduite	- Céramique : fragilité - Densités de courants critiques réduites - Pas de contraintes de tailles	- La taille maximale est liée à la forme et à l'épaisseur, - Possibilité de souder les pastilles entre elles.

Tableau III. Matériaux supraconducteurs et spécificités

Dans le cadre des applications, l'ensemble des matériaux utilisés et les supraconducteurs massifs subissent des contraintes mécaniques. En effet, les forces électromagnétiques, dues au piégeage par exemple, sur un matériau massif sont proportionnelles au carré de cette induction magnétique [ISSK06, ToMu03b, TTTM02]. Il sera alors essentiel d'utiliser des matériaux avec des contraintes adaptées.

Par exemple, dans le cas d'un massif YBCO mono-domaine, les pressions exercées engendrent des fissures qui peuvent dégrader fortement les caractéristiques de la pastille et un massif de grande taille présente un risque de fissures supérieur. Dans ce cadre, diverses techniques permettent la prévention de défauts :

- l'ajout de *cracks* volontaires entre les plans *ab* permet de relaxer le matériau [Krab06],
- l'encapsulation et l'imprégnation de pastilles restent les alternatives favorites pour augmenter les propriétés mécaniques des monocristallins [ToMu03b, TTTM02].
- le percement des matériaux massifs, envisagés dans plusieurs travaux [LFCA11, NMHH07], offre une meilleure stabilité thermique et rend l'imprégnation plus efficace.

Enfin, la dernière difficulté réside dans la réalisation de bons massifs supraconducteurs de grandes tailles. Comme le présente ce **Tableau III**, les massifs avec les meilleures propriétés magnétiques sont actuellement les mono-domaines de type YBCO. Aujourd'hui, leur taille maximale n'excède pas les 140 mm de diamètre avec des formes restreintes. Cependant les pastilles standards pour l'YBCO sont de l'ordre de $5 \times 5 \times 2 \text{ cm}^3$. C'est pourquoi, la possibilité de les assembler sous forme de damiers reste un axe à explorer. Le BSCCO offre des dimensions libres mais sa fabrication en poudre compactée ne permet pas encore d'obtenir de bonnes propriétés magnétiques. Malgré de nombreux travaux autour de l'YBCO et une température critique inférieure, le MgB_2 semble prometteur. Pour finir, les dépôts, aux surfaces plus importantes seront peut-être de futurs candidats à la faisabilité d'écrans supraconducteurs de grandes tailles et de qualité.

III. LES MACHINES A TECHNOLOGIE SUPRACONDUCTRICE

Ces machines utilisent une technologie différente des machines conventionnelles. En effet, les matériaux supraconducteurs ont été transposés à de nombreuses applications de l'électrotechnique, présentées dans la partie précédente. Les machines à technologie supraconductrice représentent un axe d'étude important autour des applications liées à la supraconductivité.

Deux générations de matériaux supraconducteurs sont utilisés : ceux à basse température critique, noté dans la littérature « LTS » pour "low temperature superconductor" et fonctionnant entre 4 et 18K, et ceux à haute température critique, noté « HTS » pour "high temperature superconductor" entre 20K et l'azote liquide (77 K). Les propriétés de ces matériaux permettent de transporter un courant très important avec peu de perte et, dans le cas des SHTc massifs, de piéger dans le matériau des inductions supérieures au Tesla, ou encore d'écranter un champ magnétique extérieur. Aujourd'hui, deux concepts de machines supraconductrices se distinguent.

Le premier est basé sur les structures des machines classiques (synchrone à pôle saillant, homopolaire,...) où les enroulements en cuivre sont remplacés par des bobinages supraconducteurs. Leur principe de fonctionnement reste donc similaire avec pour but d'améliorer leurs performances.

Le second utilise d'autres propriétés spécifiques des matériaux supraconducteurs, et fait alors apparaître de nouvelles topologies de machine plus ou moins originales. Les supraconducteurs se présentent plutôt sous forme de massifs. Des aimants permanents pourraient par exemple être remplacés par des aimants supraconducteurs avec la difficulté de les magnétiser à froid.

Nous nous intéresserons donc à cette deuxième catégorie après un état de l'art rapide de l'ensemble des machines supraconductrices.

1. Historique des machines à technologie HTS

Avant les années 1990, la réalisation est essentiellement axée sur des projets d'alternateurs avec de grandes réalisations, comme Super GM au Japon [Aila06, Malé08].

Après 1990, suite à l'arrivée des SHTc, un nouvel élan est apporté à la supraconductivité et notamment aux machines supraconductrices avec cette fois des projets de moteurs, **Tableau IV**.

Nous utiliserons les abréviations suivantes : PS pour Pôles saillants et MSFA pour Moteur synchrone à flux axial. Les machines qui utilisent des supraconducteurs massifs apparaissent en gras.

Date	Pays	Organisme	Puissance	Type et application	Type	Référence
1990	Etats-Unis	AMSC et Reliance electric	1,5 kW 3,7 kW	Moteurs à PS testés Design : pour un 10000 HP	BSCCO	[JPSD95]
	Russie/Allemagne	MAI et IPTH	5 à 4000 W 500W à 18kW	Série de moteurs à hystérésis Série de moteurs à réluctance variable Application : Ventilateurs, Pompes, Compresseurs.	SHTc massifs	[KIPK00, Kova02, OKSB02]
	Etats-Unis	AMSC	200 hp	Moteur à PS testé : Design de 125 HP avec une puissance finale de 200 HP	BSCCO	[VGPP00]
	Japon	Univ. De Saga	15 kW	Machine à PS testée	NbTi	[HMIH94]
	Etats-Unis	AMSC	1000 hp	Machine à PS testée	BSCCO	[DDSU05]
	Etats-Unis	Naval Surface Wave Center	125 kW	Machine Homopolaire	BSCCO	[SuWa97, WaSu95]
	Inde	BHEL et Corporate R&D Division	200 kVA	Machine Synchrone "Damperless" Essais réalisés en génératrice	NbTi	[SBRD97]
	Portugal	Univ. de Lisbon	1 kW	MSFA à PS	YBCO	-
	Corée/Japon	KERI DEEE	30 kVA	Alternateur synchrone à PS testé, Design : pour un 1MVA	NbTi	[BSPA00a, CKKL02]
2000	France	Laboratoire GREEN	10 kW	Machine synchrone : Inducteur atypique à modulation de flux testé	NbTi + YBCO	[ANLD07]
	Corée	KERI	3 kVA	Alternateur à PS testé	BSCCO	[JKSK02]
	Royaume-Unis	Univ. de Cambridge	15,7 kW	Etude d'une machine : Rotor : pastilles YBCO "aimantées" Stator : enroulements BSCCO	BSCCO YBCO massifs	[JPHJ08, XYYP11, YPXH09]
	Etats-Unis	AMSC	5000 HP	Moteur à PS testé Application : Propulsion marine	BSCCO	[Bass03]
	Allemagne	Siemens	400 kW	Moteur à PS testé Application : Propulsion marine	BSCCO	[FFHN03]
	Etats-Unis	General Electric (GE)	1,5 MVA	Alternateur à PS testé Application : Production électrique	BSCCO	[Urba04]
	Japon	Sumitomo E. I. IHI	12,5 kW	MSFA à PS testé Application : Propulsion marine	BSCCO	[TaTO00]
	Russie/Allemagne	MAI & IPTH	25 kW 100 kW 200 kW	Moteurs à reluctance variable testés Application : Ventilateurs, Pompes, Compresseurs.	SHTc massifs	[KIPK02, KIPK06, OBSS05]
	Etats-Unis/France	AMSC & Alstom	5 MW	Moteur à PS testé Application : Propulsion marine	BSCCO	[SnGK05, WBBF05]
	Corée	KERI & DOOSAN	100 hp	Moteur à PS testé Design : pour un 1MW	BSCCO	[JMHN03, KSBL05]
	Etats-Unis	General Electric	100 MVA	Projet d'alternateur à PS abandonné Application : Production électrique	BSCCO	-
	Japon	Central Japan Railway Compagny	1,5 kW	MSFA testé : pastilles magnétisées	YBCO massifs	[HIKS03]
	Japon	Univ. de Fukui	3,1 kW 16 kW	MSFA testé : pastilles magnétisées Application : Propulsion marine	YBCO massifs	[MKOI05, MTHI06]
	Japon	Sumitomo E. I. IHI	12,5 kW	MSFA à PS : tout supra original Application : Propulsion marine	BSCCO	[TaTO00]

2005	Etats-Unis	Advanced Magnet Laboratory	10000 HP	Projet de machine "Double Helix Dipole Coils" Application : Energie éolienne	MgB ₂	[GoMB03]
	Royaume-Unis	Univ. de Southampton	100 kVA	Alternateur à PS testé Application : Production électrique	BSCCO	[ABBG08, ALBY05]
	Etats-Unis	Rockwell Automation Reliance Electric	2 hp 7,5 hp	Moteurs à PS testés	YBCO	-
	Japon	Sumitomo E. I. IHI	365 kW	MSFA testé à aimant permanent et induit supra Application : Propulsion marine	BSCCO	[SMTT08]
	Corée	KERI & DOOSAN	1 MW	Moteurs à PS testés Application : Ventilateurs, Pompes, Compresseurs.	BSCCO	[BKKK09, KBL07]
	Etats-Unis	General Atomics & ONR	5000 hp 36,5 MW	Moteur homopolaire testé et basé sur un 300 kW NbTi de 1980 Moteur homopolaire en cours Application : Propulsion marine	BSCCO BSCCO	General Atomics Website
	Japon	- Sumitomo E. I. - Univ. De Tokyo	100 kW	MSFA à PS testé Application : Propulsion marine	BSCCO	[SKSY08, SKSY09]
	Japon	- Fuji Electric - Japan motor - Univ. de Kyushu	15 kW	Moteur inversé à PS testé Application : Propulsion marine	YBCO	[ITKH07]
	2010	Allemagne	Siemens	4 MVA	Alternateur à PS testé Application : Propulsion marine	BSCCO
Ukraine		ISMSANU	1,3 kW	Moteur à reluctance variable testé	MgB ₂ massifs	[PriK09]
Japon		Sumitomo E. I. Univ. De Fukui	8,8 kW 22 kW	MSFA à PS testés	BSCCO YBCO	[SNTH06, SWMH08]
Japon		NEDO	7,5 kW	Moteur à PS testé 6 pôles et rotor sans fer	YBCO	[IHST08]
Japon		Sumitomo	18 kW	Machine à griffe testée (1 ^e mondiale) Application : Propulsion automobile	BSCCO	[OSHK08]
Etats-Unis		AMSC	36,5 MW	Moteur à PS testé Application : Propulsion marine	SHTc	[GaSM11]
Etats-Unis		Teco-Westinghouse Motor Company	3 hp	MSFA à PS testé : pastilles magnétisées	YBCO massifs	[FGDW09]
Angleterre/France		Converteam : Rugby Nancy	1,79 MVA 250 kW	Moteurs à PS testés Application : Propulsion marine	BSCCO	- [Moul10]
Allemagne		Siemens	4 MW	Moteur à PS testé Application : Propulsion marine	BSCCO	[NFKR10]
France		Laboratoire GREEN	En cours	Machine synchrone : Inducteur atypique à déviation de flux	YBCO massifs	[Moul10]
Etats-Unis		GE & Air Force Research Lab	1,3 MW	Moteur Homopolaire testé	BSCCO	[ZHLB11]
France		ANR : GREEN, Jeumont Electric, CRETA	En cours	Projet REIMS : étude d'inducteur Démonstrateur d'un pôle de moteur	SHTc MgB ₂	www.agence-nationale-recherche.fr
Etats-Unis		HyperTech & NASA	2 MW En cours	Démonstrateur d'un pôle de moteur à PS à 4 pôles.	MgB ₂	[FGDW09]

Tableau V. Machines à Technologie Supraconductrice après 1990

Pour ces 20 dernières années, environ 85 réalisations de machines à technologie supraconductrice ont été recensées dans le monde. La majorité a été réalisée aux Etats-Unis, en Asie (Japon, Corée du Nord), en Europe (France, Allemagne, Royaume-Unis) ou en Russie.

Au niveau des machines industrielles supraconductrices, les structures qui ressortent actuellement sont les machines à technologie SHTc synchrone, où l'on utilise un stator classique type cuivre avec un rotor supraconducteur à pôles saillants. D'autre part, un regain d'intérêt est donné aux structures homopolaires. En parallèle, nous constatons le développement de machines à flux axial au Japon. Dans l'ensemble, les applications sont essentiellement portées vers la propulsion marine ou pour la production électrique.

Dans un autre registre, de nombreux travaux, notamment Russes, s'intéressent aux machines supraconductrices à réluctances variables et à hystérésis, de plus faibles puissances et de vitesses plus importantes.

Pour terminer, une dernière catégorie se démarque avec l'utilisation des supraconducteurs sous formes de massifs. Celle-ci regroupe un ensemble des topologies originales utilisant deux propriétés des supraconducteurs, le piégeage ou l'écrantage de champ magnétique. Les puissances visées restent restreintes à quelques kilowatts. En effet ces dernières sont la plupart supportées par des universitaires qui nécessitent de travaux de recherche autour des matériaux massifs.

Un descriptif de ces topologies est donné dans les deux parties suivantes.

2. Topologies de machines à « supraconducteurs filaires »

L'ensemble des structures à technologie « supraconducteurs filaires » se présentent globalement comme des *cryo-copies* des structures conventionnelles. Ces topologies à structures radiales [FFHN03] ou axiales [SWMH08] regroupent des machines synchrones à pôles saillants [NFKR10, SMTT08], homopolaires [ref], à griffes [OSHK08], à aimants permanents [Tixa99] ou, plus étonnant encore, de type asynchrone [NOMN07]. En outre, l'utilisation des supraconducteurs a permis l'essor de structures originales grâce aux forts courants transités par ces conducteurs supraconducteurs [GoMB03].

3. Topologies de machines à « supraconducteurs massifs »

Les structures à « supraconducteurs massifs » représentent quasiment la moitié des réalisations depuis la découverte des matériaux SHTc. Ces topologies se composent elles aussi de structures radiales [AGSV99, NFKF07] ou axiales [SKSY09, TaTO00]. Dans ce cadre, nous trouverons des machines à hystérésis [KIPK00], à flux piégé [HIKS03, IYYO94, JPXH08], ou encore à barrière de flux. Ce dernier type de fonctionnement sera utilisé pour les machines à réluctance variable [OKSB02] ou pour des structures totalement atypiques et nouvelles [NLAD05]. Enfin, des concepts utilisant les massifs ont aussi été envisagées comme conducteur [LLMG07a] ou comme pièce magnétique [LLMG07b].

a. Machine à réluctance variable

Le principe de cette structure repose sur celui des machines à réluctance synchrone variable (MRV) ferromagnétique. Le couple de la machine est directement proportionnel à la saillance des inductances directe et transverse ($L_d - L_q$), grandeur caractéristique pour ce type de structure, liée aux perméabilités magnétiques suivant les axes longitudinaux et transverses de l'axe moteur. Dans une structure classique, cette différence est réalisée par le biais d'alternances de matériaux amagnétiques et de fer, aperçu sur la **figure 1.21a**. Les propriétés d'écrantage des supraconducteurs permettent

d'accroître ce rapport par l'alternance de couches en fer et en massifs supraconducteurs suivant le rayon, illustrée **figure 1.21b**.

Au début des années 1990, les laboratoires russes ont débuté leur recherche sur des structures MRV supraconductrices [KIPK06]. On trouve alors plusieurs prototypes avec différentes conceptions de rotor utilisant des SHTc massifs, schématisé sur la **figure 1.22**.

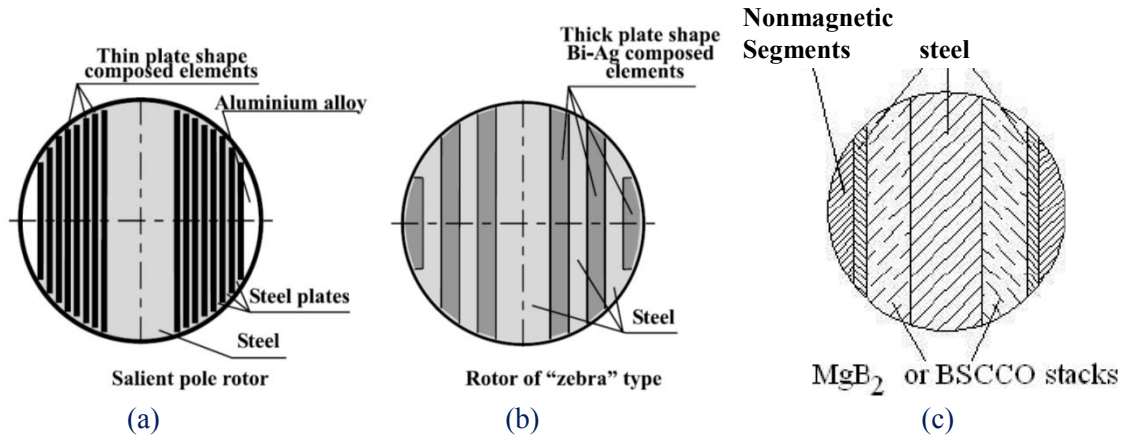


Figure 1.21. Machine à réluctance variable : (a) Rotor à structure classique, (b) Rotor avec supraconducteurs [Kova02], (c) Rotor avec MgB_2 [KIPK06].

Une grande majorité utilise l'YBCO massif, et seules quelques-unes ne sont réalisées en BSCCO à titre de comparaison de performances [KIPK01].

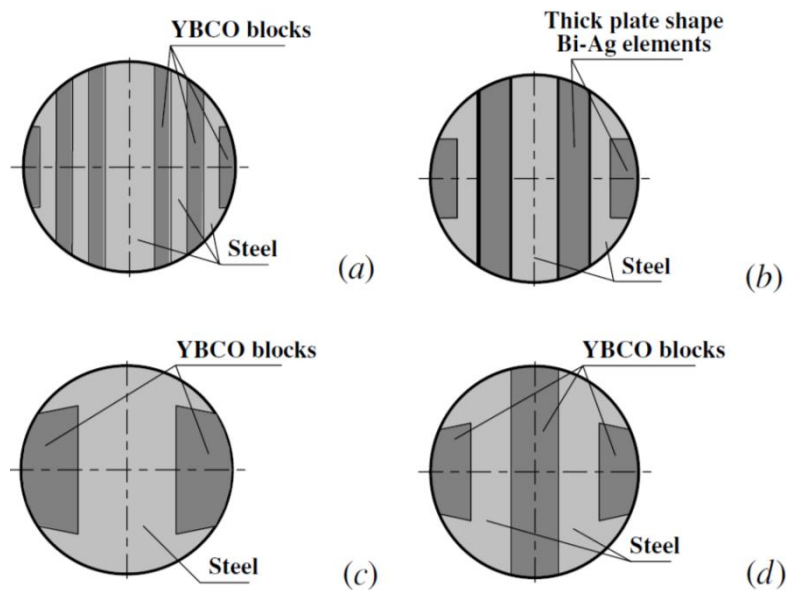


Figure 1.22. Rotor de MRV supraconductrice : (a) Type « Zebra » avec des plaques fines d'YBCO, (b) Type « Zebra » avec des plaques larges de BSCCO, (c) Type « Pilz » avec deux bulks YBCO, (d) Type « Zelz » avec trois bulks YBCO [KIPK02]

L'une des particularités intéressantes de ces réalisations est leur fonctionnement à l'azote liquide. L'induit reste classique en cuivre, cependant, l'ensemble étant entièrement refroidi permet d'accroître les courants statoriques [Kova02] et d'obtenir un gain en volume de 3 à 5 par rapport aux machines classiques. Les applications visées concernent alors essentiellement les pompes cryogéniques

immergées. Sur ce principe, des structures de puissances plus importantes de 100 et 200 kW ont été dimensionnées et testées [OBSS05].

Par ailleurs, une comparaison entre des YBCO, BSCCO et MgB_2 massifs a aussi été réalisée à l'hydrogène liquide (20 K) pour ces topologies à rotor « zébrées », représenté en **figure 1.21**. À noter, le passage de 77K à 20K a permis de doubler la puissance de la machine pour les SHTc [KIPK06].

Enfin, une réalisation japonaise de quelques watts seulement [ChTo05] compare l'utilisation d'un SHTc avec différents matériaux non magnétiques au rotor.

b. Machine à hystérésis

Cette topologie utilise un rotor composé d'une partie centrale non magnétique entourée d'un anneau présentant un cycle d'hystérésis. Les premières machines ont donc été réalisées en fer, sans encoche rotorique, ni bobinage. On obtient alors une structure relativement simple qui à l'avantage de fournir des moteurs précis à couple constant du démarrage au fonctionnement nominal (vitesse de synchronisme). Les puissances de ces machines restent réduites à quelques centaines de watts ; leur application reste limitée mais très adaptée à des utilisations courantes comme la réfrigération ou encore les actionneurs de fenêtre et de porte.

Le début des années 90 avec les SHTc a permis d'envisager ces matériaux dans cette structure, où l'anneau en fer massif est remplacé en matériau à HTc, ce dernier est schématisé avec la **figure 1.23a**. Le champ magnétique alternatif créé par l'induit interagit avec ce rotor supraconducteur, représenté **figure 1.23b-c**, et engendre une variation des courants dans l'anneau SC qui aura pour effet de le magnétiser. Un couple moteur proportionnel à l'hystérésis du matériau supraconducteur est obtenu par cette interaction : ce premier sera d'autant plus fort si le SC est entièrement pénétré, comme le montre la **figure 1.23c**, par rapport à un écrantage, aperçu en **figure 1.23b** [Krab06]. Le choix du matériau SC devient alors essentiel pour ce type de moteur avec des performances liées à la pénétration du champ magnétique.

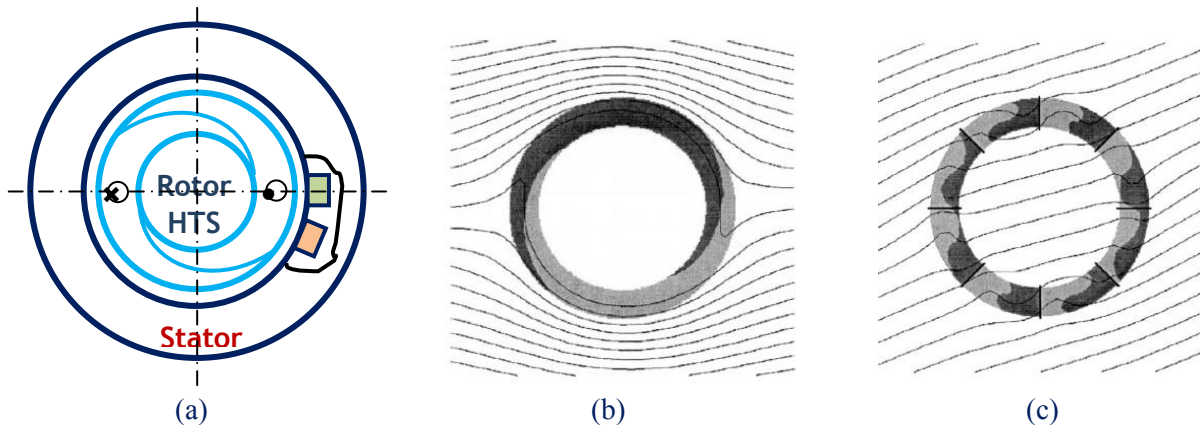


Figure 1.23. Machine à hystérésis : (a) Illustration du principe, (b) Répartition du courant et du champ au niveau d'un anneau massif avec un champ sinusoïdal appliqué (Les parties sombres et claires montrent la répartition des courants induits dans le supraconducteur), (c) Anneau supraconducteur segmenté, ici en 8. [BaMD00]

Dirigé par Moscow State Aviation Institute (MAI), le partenariat Russo-germanique a alors établi un ensemble d'études et de réalisations de moteurs supraconducteurs à hystérésis pour des puissances entre 50W et 4kW [KIPK00]. Le rotor utilise alors diverses topologies, en effet, la réalisation d'un anneau supraconducteur massif de grande taille reste compliqué, c'est pourquoi des structures à rotor segmenté ont été envisagés, un aperçu est donné sur la **figure 1.23c**. Comme les MRV

supraconductrices, ces réalisations ont été testées à l'azote liquide où l'ensemble du moteur est immergé. Les applications envisagées concernent alors des pompes cryogéniques.

En parallèle, d'autres réalisations ont été étudiées et testées, notamment au Portugal avec l'université de Lisbonne ou encore au Japon sur des structures axiales avec les universités de Kyoto et de Tokyo.

L'ensemble des travaux menés montrent des gains de 4 à 6 sur le couple entre les machines classiques à rotor fer et les machines avec des SHTc [Krab06].

Cependant, pour l'anneau, la réalisation de tube massif supraconducteur de grandes tailles constitue un frein au développement de la structure. En effet, on n'atteint aujourd'hui que quelques centimètres de diamètre et une longueur réduite pour l'YBCO. On notera qu'un couple maximum est obtenu pour un ratio optimal entre les rayons interne et externe de l'anneau. En parallèle, des études numériques sur l'utilisation d'un anneau segmenté en SC massifs montrent des fuites magnétiques trop importantes entre ces *bulks*.

Ensuite, l'application des machines à hystérésis supraconductrices reste limitée à de faible puissance car les armatures conventionnelles utilisées génèrent un champ restreint. Par conséquent, les SHTc ne sont pas exploités de manière optimale. Enfin, le fonctionnement par hystérésis en champ variable implique des pertes thermiques inhérentes des supraconducteurs qui nécessitent un refroidissement plus intensif.

c. Machines à barrière de flux

Comme les MRV, ces structures utilisent les propriétés d'écrantage des matériaux supraconducteurs pour moduler et concentrer un champ produit par exemple avec des solénoïdes. Ces machines présentent des topologies de rotor atypique où la principale limite technologique à leur réalisation reste la conception de pastilles SC de grandes tailles avec un haut niveau d'écrantage.

✧ *À modulation de flux*

Cette première structure atypique, illustrée **ci-dessous**, est composée de deux solénoïdes supraconducteurs alimentés par des courants inverses ; les champs résultants seront donc en opposition. Entre ces deux enroulements, on insère des pastilles SHTc, type YBCO. Leurs propriétés à expulser le champ magnétique modulent l'induction obtenue en une induction variable. Cette variation sur le contour de l'inducteur évoluera entre une valeur minimale proche de zéro derrière les plaques supraconductrices et une valeur maximale B_{\max} entre les écrans. L'induction créée est alors directement proportionnelle aux courants dans les solénoïdes [Aila06, Mass02].

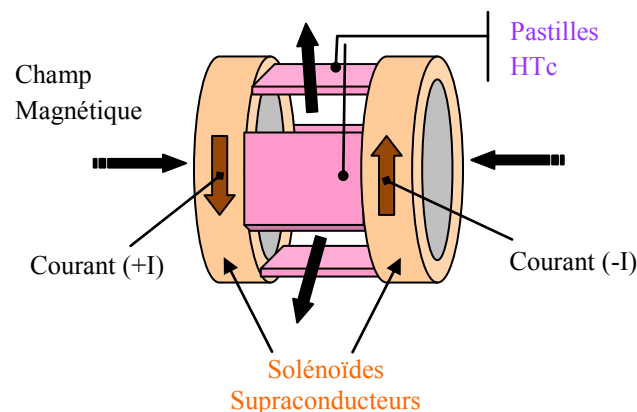


Figure 1.24. Représentation de l'inducteur

L'objectif de cette topologie est de se démarquer des machines supraconductrices présentées dans le point précédent comme des *cryo-copies*, avec la possibilité d'envisager des inductions magnétiques d'entrefer plus importantes pour obtenir de fort couple massique. Sur ce principe, des topologies à flux axial pourraient être envisagées [MBSL07].

✧ À déviation de flux

Cette seconde structure, aussi étudiée par le laboratoire du GREEN [Moul10], se présente différemment. La géométrie reste composée de deux solénoïdes supraconducteurs, mais alimentés dans le même sens. À l'instar de bobines d'Helmholtz, ces deux solénoïdes espacés génèrent des champs magnétiques de même direction. La variation du flux sur le contour de l'inducteur est obtenue par l'ajout d'un pan incliné SC entre ces deux enroulements qui joue le rôle d'un écran magnétique.

Une structure de machine à une paire de pôles est alors obtenue. Son principe de fonctionnement, illustré **figure 1.25**, pourrait être assimilé aux machines synchrones à griffe avec le guidage de flux.

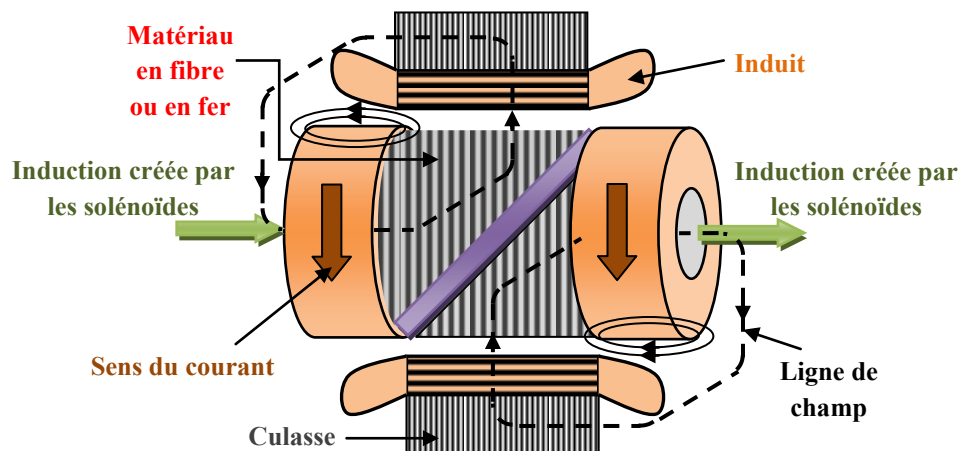


Figure 1.25. Illustration d'une machine à pan coupé supraconducteur.

d. Machines à flux piégé

Une des clés pour obtenir des moteurs supraconducteurs à haute puissance spécifique est d'optimiser le flux magnétique piégé dans ces matériaux massifs pour atteindre des piégeages supérieurs à 2 T.

À l'instar des aimants permanents [SMTT08, Tixa99], ces massifs supraconducteurs sont utilisés dans des structures de machines à flux axial [MKOI05, MTHI06] ou radial [XYYP11]. Cependant, la principale difficulté réside dans la magnétisation de ces pastilles confinées en milieu cryogénique. En effet, un tel processus devra être intégré dans le cryostat en milieu froid ou réalisé à partir du milieu ambiant. Le procédé alors préféré en termes d'encombrement et de facilité de mise en œuvre reste la magnétisation par « Pulse Field ».

Aujourd'hui, les travaux réalisés dans le domaine des aimants supraconducteurs massifs permettent d'obtenir des piégeages de plusieurs centaines de milli-Tesla en champ pulsé mais présente des problèmes de stabilité et des durées d'aimantation non maîtrisées. Les réalisations de machines à flux piégé restent donc peu nombreuses avec des puissances réduites (<20kW) et leurs domaines d'applications n'est pas encore réellement définis.

Un prototype original de moteur synchrone à flux axial, développé par un groupe d'Université au Japon, a été testé à l'azote liquide [MKMO07, MKOI05]. Des pastilles type Re-BCO sont dans un premier temps magnétisées par l'armature. On obtient alors des « pseudos aimants permanents » supraconducteurs à l'inducteur. Les bobinages statoriques type cuivre peuvent alors être utilisés dans

leur rôle d'induit en fonctionnement de machine électrique. Lors des essais réalisés, un champ magnétique normal piégé moyen de 0.6T a pu être obtenu à cette température de 77K.

Une première déclinaison de la structure a permis de vérifier le bon fonctionnement. La **figure 1.26a** présente un rotor à 8 pastilles à double induit. La seconde réalisation aperçue **figure 1.26b** a obtenu une puissance de 16kW, avec un double rotor, soit 16 pastilles SHTc, et un triple induit [HIKS03].

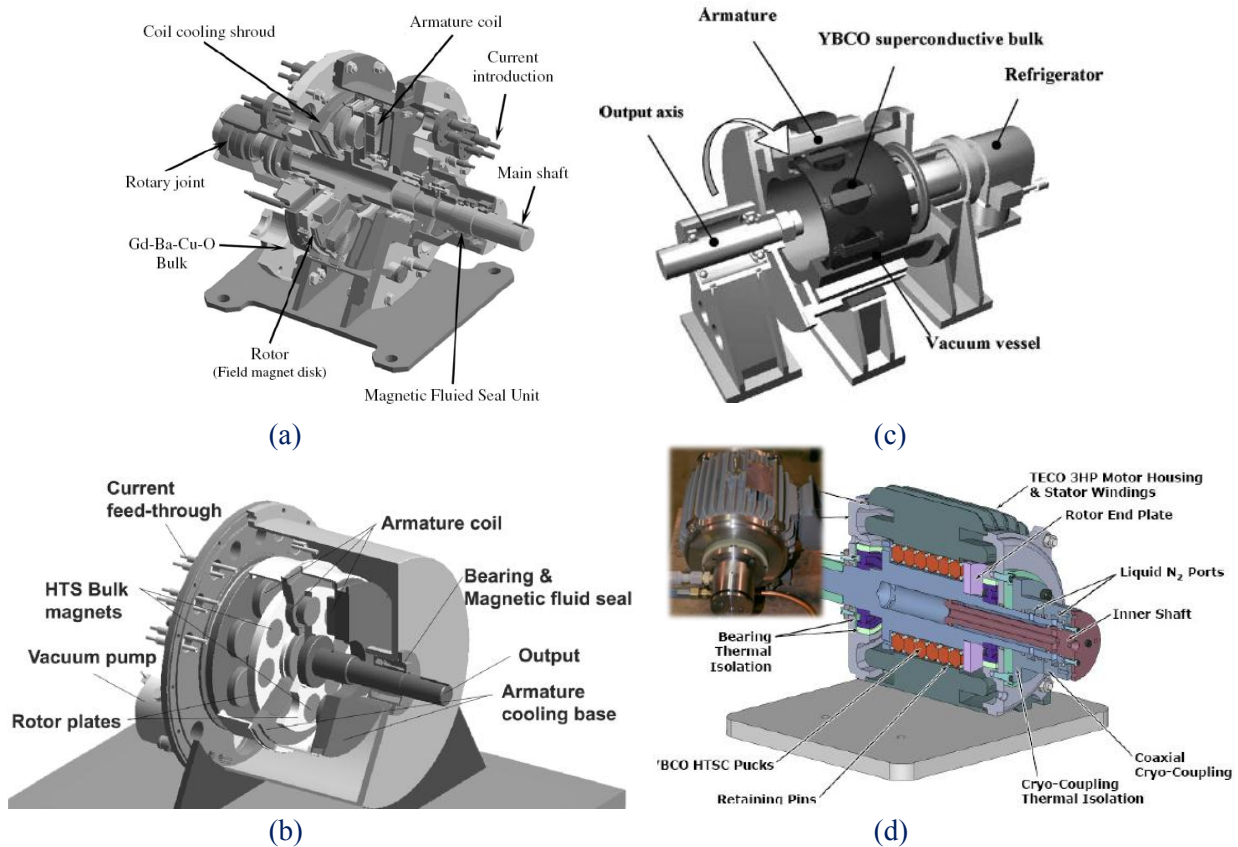


Figure 1.26. Machine synchrone à flux piégé, (a) Structure à flux axial – simple rotor, (b) Structure à flux axial – double rotor, (c) Structure à flux radial, (d) Structure à flux radial

Sur le même principe une machine à flux radial a été développée [HIKS03] et testée au Japon avec une puissance finale de 1,5kW et un flux piégé moyen de 0.6T à l'azote liquide, le principe est donné sur la **figure 1.26c**.

Au vue des travaux réalisés, les structures axiales semblent mieux prédisposées à une magnétisation des massifs par champ pulsé directement avec l'induit.

Sur la **figure 1.26d**, un moteur de quelques kilowatts (3 à 5 HP), conçu et testé par des universités américaines, utilise un induit de machine classique de 3 HP où un rotor supraconducteur sur le principe de flux piégé a été inséré. Pour ce prototype, l'ensemble (induit et inducteur) a été refroidi par une circulation à l'azote liquide.

Une réalisation plutôt originale, par l'Université de Cambridge, utilise deux enroulements à l'armature pour magnétiser un rotor recouvert des 75 pastilles en YBCO, ensuite, l'induit, composé de six *pancakes* HTS en BSCCO, permet le fonctionnement moteur, comme le présente la **figure 1.27**. La machine n'a pas encore été testée, cependant, la puissance prévue est de 15,7 kW pour une vitesse de 1500 tr/m [JPHJ08, XYYP11].

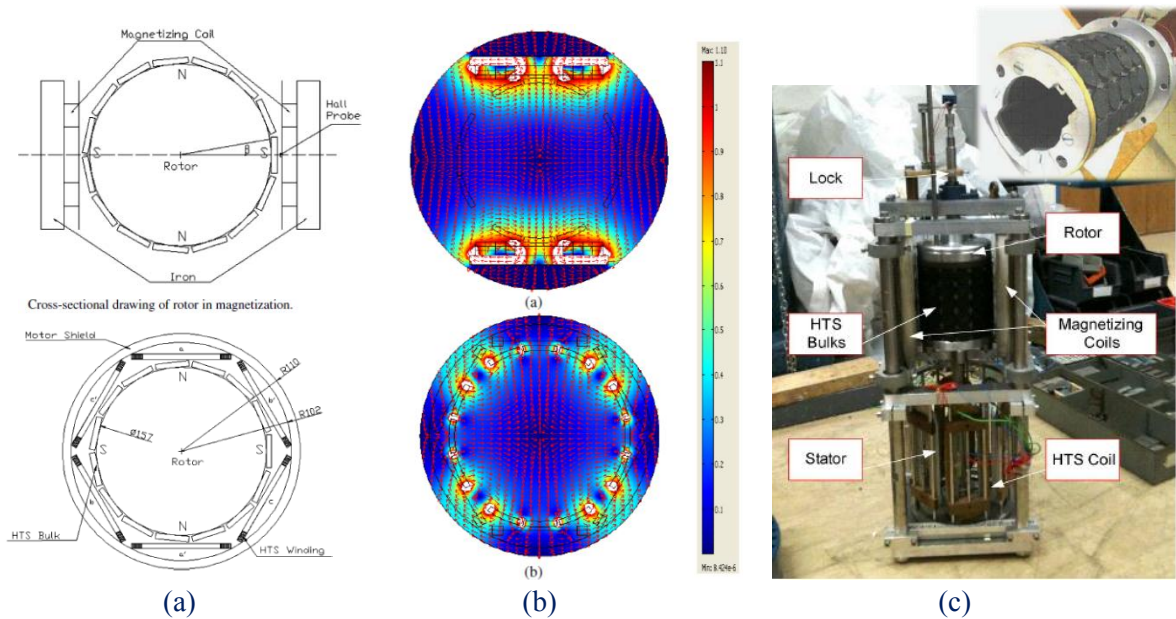


Figure 1.27. Machine synchrone à flux piégé, (a) Structure [REF], (b) Fonctionnement [REF], (c) Ensemble de la machine avec vue des pastilles au rotor [REF].

Un concept propose d'utiliser des plots ferromagnétiques à l'induit et à l'inducteur [HuSt10]. Pour le stator, les enroulements au niveau des plots permettent d'abord de magnétiser les pastilles SHTc insérées dans chacune des pièces ferromagnétiques de l'inducteur, avant leur fonctionnement d'induit. Les pastilles supraconductrices présentent l'avantage d'obtenir des inductions supérieures aux aimants permanents avec dans ce cas une topologie simple et robuste.

4. Répartition par type des machines supraconductrices

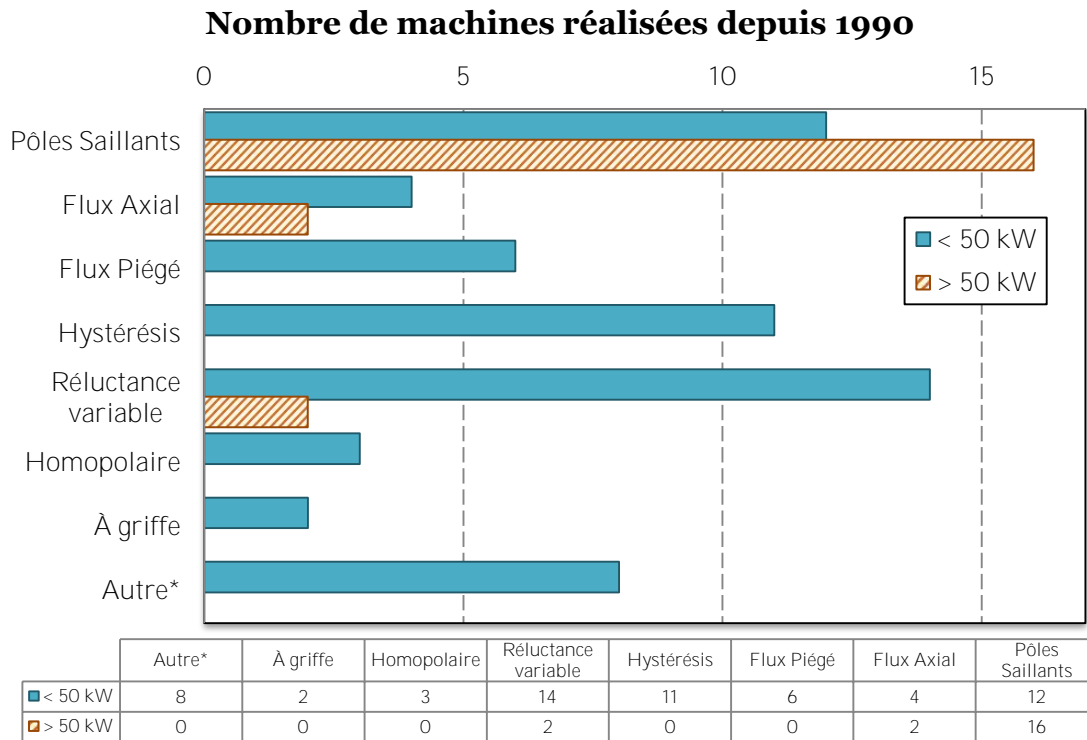
À partir du **Tableau IV** et de la **figure 1.29**, nous constatons qu'une forte majorité des réalisations concerne les machines à pôles saillants radiaux. Ces dernières sont en effet les plus convoitées au niveau industriel avec notamment des puissances dépassant 100kW et des réalisations supérieures au MW.

Cette topologie est utilisée dans de nombreuses applications actuelles ; en effet, cette structure robuste offre déjà des performances intéressantes avec une technologie conventionnelle en cuivre. La mise en œuvre des conducteurs supraconducteurs, via des *pancakes* ou *racetracks*, reste simple avec une prise de risque réduite, ce malgré la nécessité d'une cryogénie.

De plus, ces machines présentent une réactance synchrone plus faible, donc meilleure pour la stabilité du réseau électrique. Enfin, leur taille d'entrefer accrue permet une réduction du bruit et des vibrations qui peuvent satisfaire un certain nombre d'applications.

Ces machines sont donc à l'heure actuelle les plus courtisées par les industriels comme Siemens [FFHN03, NFKF07], General Electric [Urba04], Converteam [Mou10] ou AMSC [GaSM11, SnGK05]. Sumitomo, constructeur japonais, a quant à lui réalisé un ensemble de réalisations de machine à flux axial à pôle saillant [TaTO00].

Dans un second temps, on remarque que l'utilisation de conducteurs supraconducteurs se prête facilement aux structures de machines à griffe [OSHK08] et homopolaire [SLSB08, SuWa97]. Les solénoïdes classiques sont remplacés par des bobines à fils supraconducteurs (type IRM) avec l'avantage de pouvoir conserver ces dernières fixes et un encombrement moindre pour une induction équivalente.



* Topologie <100W ou qui valide un principe de fonctionnement machine avec des supraconducteurs

Figure 1.28. Topologies de machines supraconductrices et puissances associées.

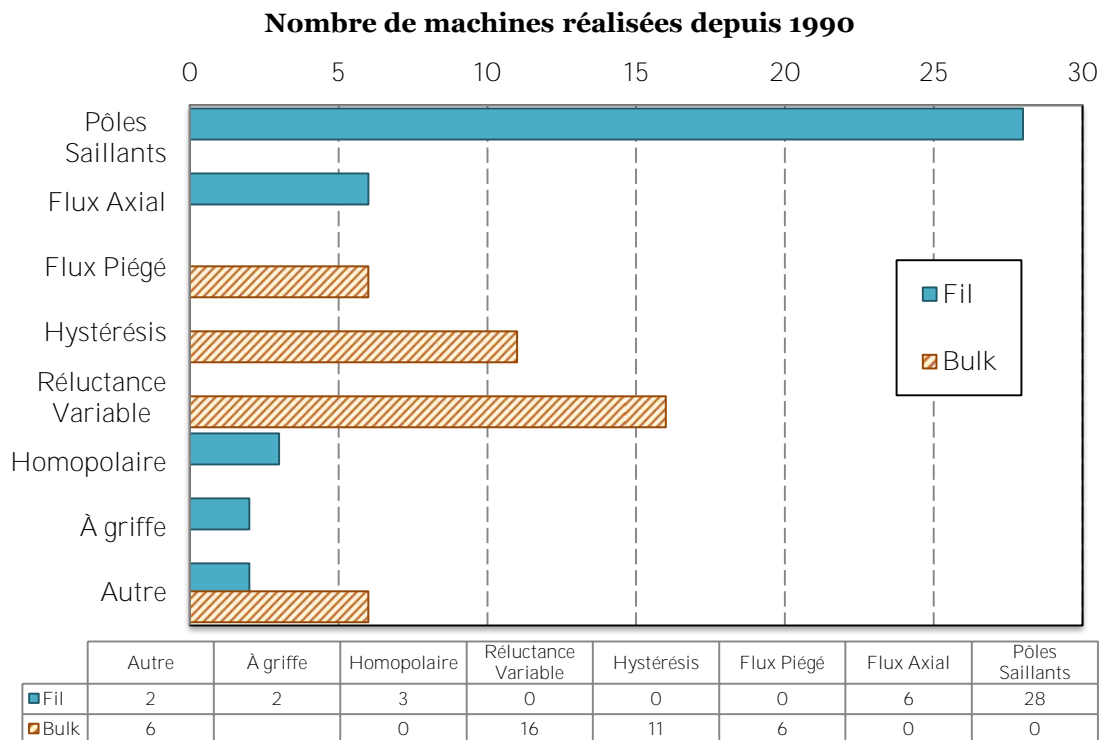


Figure 1.29. Topologies des machines électriques et types de supraconducteurs associés.

Enfin, quelques études et réalisations se démarquent par l'utilisation d'un induit supraconducteur [SMTT08, Tixa99]. Celles-ci restent en effet encore peu courantes, car le transport d'un courant alternatif dans les conducteurs supraconducteurs engendre des pertes encore trop importantes.

Comme nous pouvons l'observer en recoupant le **Tableau IV**, la **figure 1.28** et la **figure 1.29**, ces machines avec massifs restent à l'heure actuelle des prototypes de tailles réduites avec globalement des puissances inférieures à 50 kW et principalement développées par des universitaires.

En parallèle, la forte proportion des moteurs supraconducteurs à réductance et à hystérésis concerne essentiellement les travaux réalisés par les laboratoires russes et allemands. Ces deux topologies couvrent respectivement des puissances entre 500W et 18kW et entre 5W et 4kW. En effet, les structures étudiées comparent différents rotors supraconducteurs sur des géométries similaires, présentés sur la **figure 1.21**, **figure 1.22** et **figure 1.23**. Ces travaux ont donc aboutis sur des conceptions de machines avec des puissances de 25, 100 et 200kW.

L'ensemble de petites machines réalisées et étudiées regroupent une part non négligeable des travaux, **figure 1.28**. Mais celles-ci restent généralement restreintes aux milieux universitaires ou aux projets innovants avec des gammes de puissances réduites.

5. Technologies associées

a. Les matériaux

Avec la découverte du NbTi, un grand nombre de réalisations de machines électriques tournantes exploite ce type d'alliage. À partir de 1987, les possibilités offertes par les céramiques relance le développement des machines à technologie supraconductrice. Dès lors, de nombreuses études sur les possibles utilisations des SHTc sous forme de massifs émergent, comme nous pouvons l'observer à partir de la **figure 1.29** et de la **figure 1.30**.

Les structures filaires sont très présentes, principalement avec les conducteurs de type BSCCO, comme nous pouvons le voir sur la **figure 1.30**. En effet, ces fils, 1G ou 3G, sont actuellement le plus sollicités dans la réalisation de bobinage, avec des projets pour des applications avec des puissances supérieures au mégawatt [BKkk09, GaSM11, NFKF07, Urba04]. Toutefois, quelques conceptions restent encore dimensionnées avec des conducteurs en NbTi [BSPA00b, Jism95].

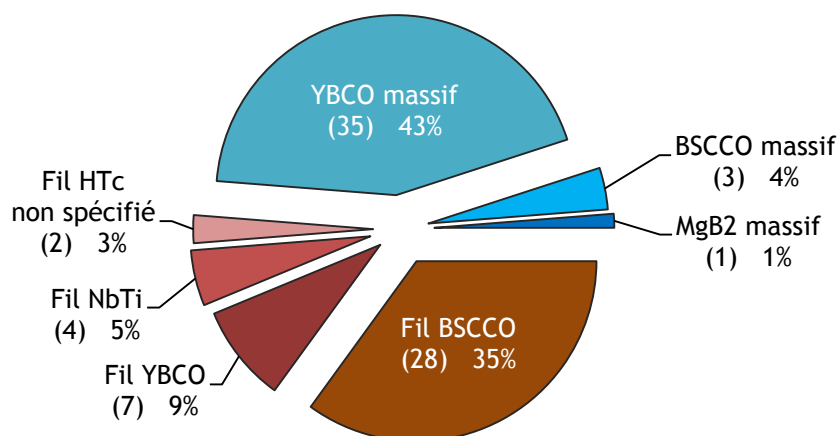


Figure 1.30. Répartition des matériaux SC dans l'ensemble des machines électriques réalisées.

Ces dernières années, les progrès obtenus dans le développement des matériaux supraconducteurs ont permis le dimensionnement et la réalisation de plusieurs machines avec des conducteurs 2G YBCO [IHST08, ITKH07]. Cependant, ce SHTc est plutôt présent dans les structures de machines sous forme de massif, illustré sur la **figure 1.30**. En effet, les propriétés de l'YBCO offre de très

bonnes performances tant dans le piégeage de flux que dans l'écrantage de champ magnétique. C'est pourquoi ce dernier est actuellement majoritaire face aux autres supraconducteurs massifs, comme aperçu sur la **figure 1.31**.

Pour finir, nous remarquons sur le **Tableau IV**, une récente apparition du MgB_2 avec notamment trois topologies de machines électriques, [FGDW09, GoMB03, TRYM07].

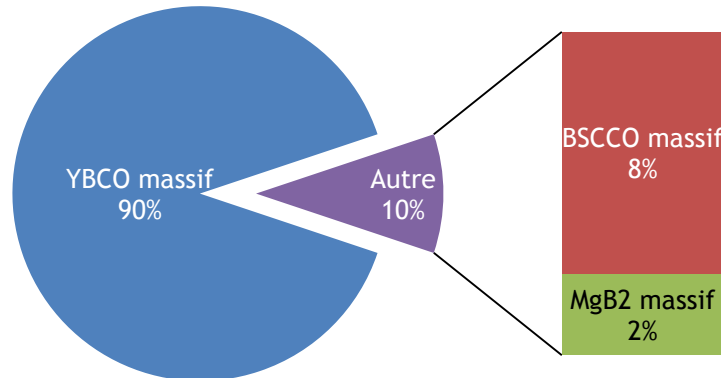


Figure 1.31. Répartition des matériaux utilisés pour les structures de machines électriques à supraconducteurs massifs.

b. La cryogénie

L'utilisation des supraconducteurs dans les machines électriques tournantes nécessitent de les refroidir en dessous de 80K. Les échanges de chaleur avec le milieu extérieur et les pertes dans les matériaux supraconducteurs créent des échauffements thermiques, qui peuvent dégrader les performances du système. Il est donc nécessaire de maintenir l'ensemble à la température de fonctionnement prévue. Trois solutions permettent le bon fonctionnement et le maintien à température des éléments supraconducteurs.

Dans l'absolu, les SHTc permettent l'utilisation de l'azote liquide, peu cher et abondant, c'est pourquoi, celle-ci représente une part importante, comme nous pouvons le voir sur la **figure 1.32**.

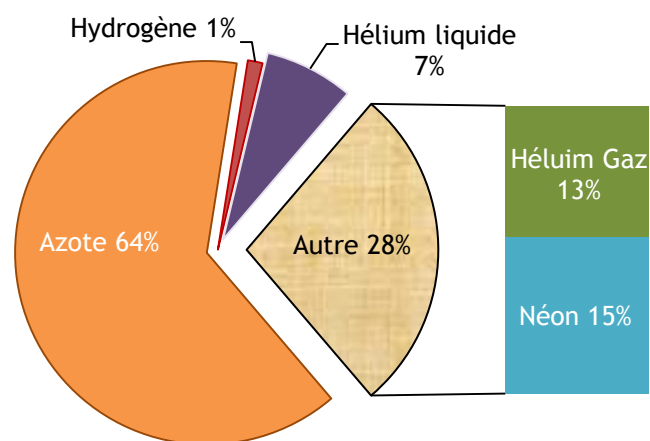


Figure 1.32. Répartition des cryogènes utilisés pour l'ensemble des machines électriques.

Comme illustré sur la **figure 1.34a**, une première méthode consiste à immerger l'ensemble de la machine dans un bain d'azote. La mise en œuvre est alors simplifiée, mais est restreinte à des essais et à la température de 77 K. C'est pourquoi, de nombreux laboratoires l'utilisent pour valider des

concepts. Mais, ce procédé ne peut pas être appliqué à une installation embarquée ou industrielle ; leur proportion reste alors réduite comme nous pouvons le voir sur la **figure 1.33**.

La seconde approche utilise une circulation d'azote avec un refroidissement intégrale de la machine (induit cuivre et inducteur supraconducteur) [MKMO07]. Cette solution offre donc des densités de courant plus importantes aux enroulements en cuivres, mais consomme une forte quantité de cryogène.

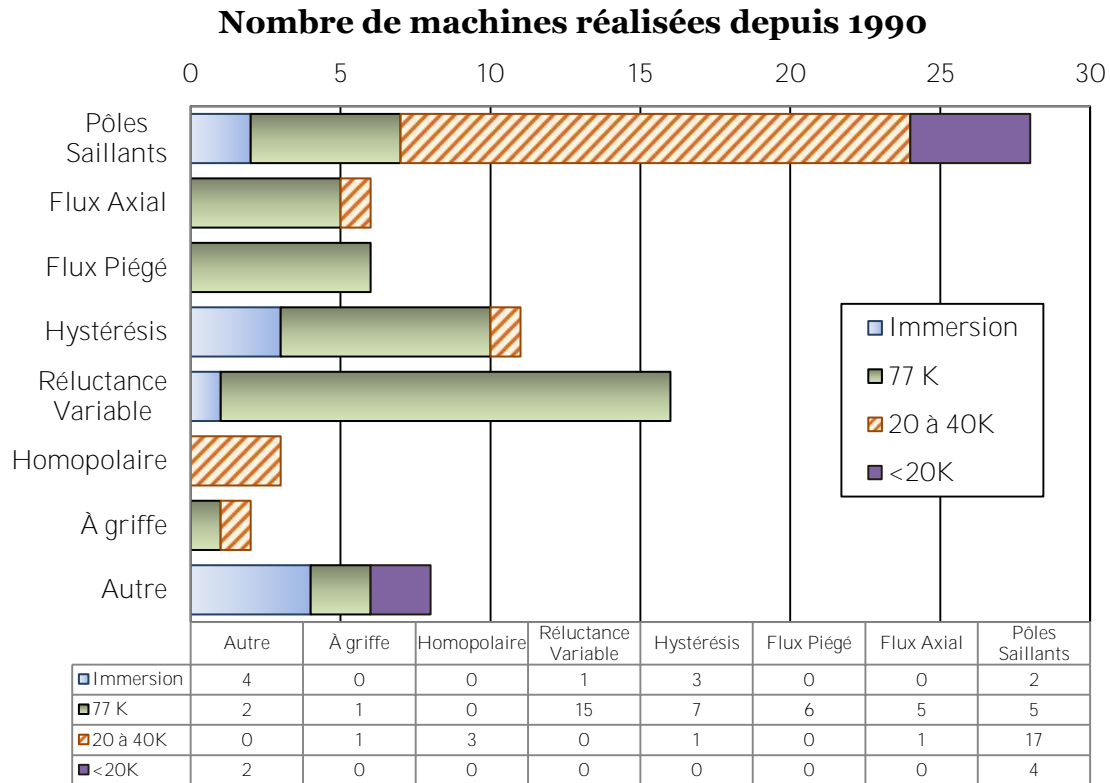


Figure 1.33. Topologies des machines électriques et cryogénies associés.

Diverses topologies emploient cette solution comme nous pouvons le voir sur la **figure 1.33**. En effet, il représente un idéal. Cependant, les puissances de machines concernées sont principalement inférieures à 50kW. Plus complexe que l'immersion, cette solution reste moins couteuse à mettre en place qu'un système cryogénique complet.

Ce dernier est réservé aux températures de fonctionnement réduites entre 20 et 40 K et permet d'utiliser aux mieux les matériaux supraconducteurs. Cette troisième solution est illustrée en partie sur la **figure 1.34b** ; une isolation de la partie froide et de la partie ambiante est obtenue à l'aide d'un cryostat.

Celui-ci est dimensionné en fonction du type de matériau supraconducteur, de la température de fonctionnement et de la structure choisie tout en minimisant sa place. En effet, comme la majorité des machines électriques supraconductrices utilise un inducteur supraconducteur, alors l'épaisseur du cryostat influera directement sur la taille de l'entrefer entre le rotor et le stator. Minimiser ce dernier critère est primordial pour conserver une machine avec de bonnes performances. Ensuite, le recours au cryoréfrigérateur, illustré sur la **figure 1.35a**, ("cryocoolers" en anglais) permet le maintien à température des supraconducteurs.

Dans ce cadre, un premier principe utilise la circulation d'un cryogène sous forme liquide ou gazeuse couplé au cryoréfrigérateur et à un échangeur thermique. Le cryogène, refroidi par ce dispositif, permet alors d'extraire les pertes et de maintenir le système à sa température de fonctionnement. Dans ce cadre, le néon et l'hélium gazeux sont préférés et représentent alors une part importante comme nous pouvons le voir sur la **figure 1.32**.

Dans le second principe, le cryoréfrigérateur réalise le refroidissement par conduction directe [BaSR05]. Il n'y aura alors pas besoin de recourir à un cryogène spécifique pour le système.

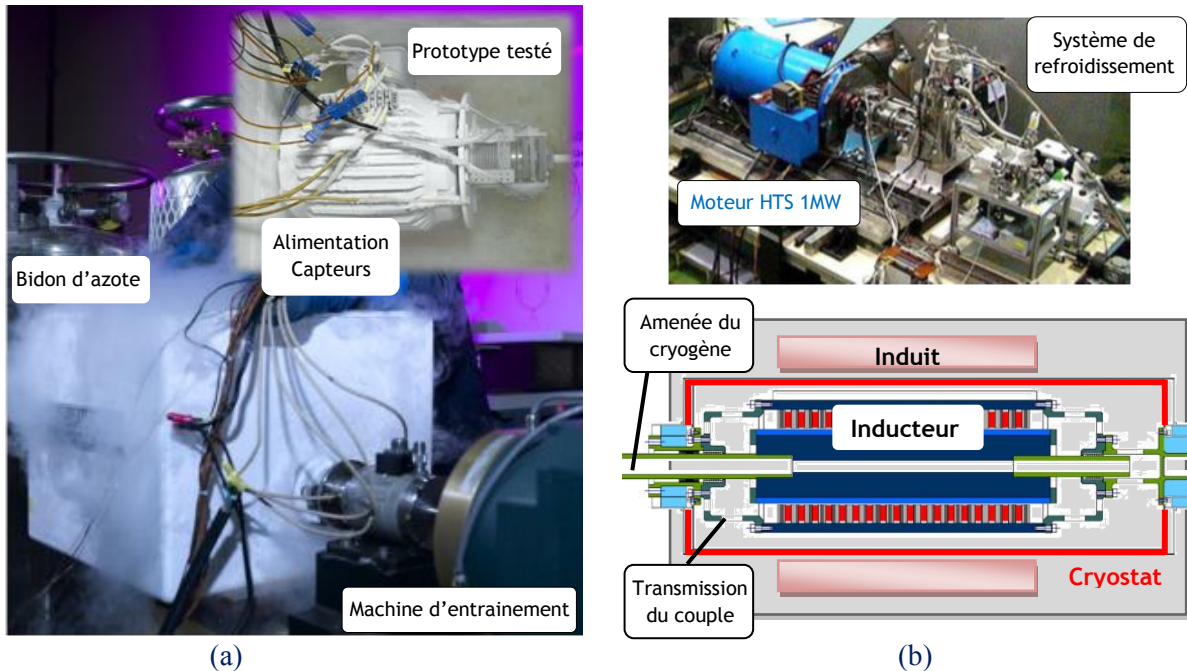


Figure 1.34. Illustration : (a) Dans un bain azote¹², (b) Avec un système cryogénique^{13,14}

Actuellement, le refroidissement des systèmes entre 20K et 40K avec des cryoréfrigérateurs est devenu courant pour les machines de fortes et moyennes puissances. Cette solution concerne principalement les topologies à pôles saillants et homopolaires, comme nous pouvons le constater avec la **figure 1.33** et la **figure 1.28**.

La **figure 1.35a** donne un aperçu d'un dispositif de type *Gifford-McMahon*. Un exemple de leurs caractéristiques est donné par le constructeur « **Cryomech**¹⁵ », avec quelques chiffres :

Désignation : Limite de refroidissement : 40-90K.
Re-condensation des cryogènes entre 25-120K.

Garantie : 3 ans ou 8,000 heures.

Maintenance : 10,000 heures.

Caractéristique : Compense de 14 à 620W à 80K,

Ce dernier point signifie que le cryocooler est capable de compenser des pertes thermiques entre 14 à 620 Watts dans le milieu refroidi avec une température de fonctionnement de 80° Kelvin.

Cependant, ces cryoréfrigérateurs ne sont pas toujours utilisés de façon optimale, car leur application est initialement adaptée aux applications de physique ou chimie et non d'électrotechnique.

¹² Development of Ultra Efficient HTS Electric Motor Systems, 2005 Annual Superconductivity Peer Review Meeting

¹³ Moteur réalisé par KERI & DOSAN :

¹⁴ REF : HTS Motor Program at OSWALD, Present Status

¹⁵ <http://www.cryomech.com/>

Par ailleurs, des travaux développés visent des applications de pompes cryogéniques immergés d'hydrogène [OKSB02], mais ce dernier reste encore ponctuel.

Pour finir, nous constatons à partir de la **figure 1.33** que des topologies fonctionnent à une température inférieure à 20 K. En effet, celles-ci utilisent des conducteurs NbTi qui sont refroidis à 4,2 K avec l'hélium liquide, représenté sur la **figure 1.32**.

c. La transmission du couple

La majorité des machines à technologie supraconductrice est conçue avec des inducteurs supraconducteurs qui utilisent une enceinte spécifique et nécessaire à l'isolation thermique des parties froides avec le milieu extérieur ambiant. L'arbre du rotor refroidi à une température de plusieurs dizaines de degrés Kelvin ne peut pas être directement utilisé ; les pertes dues aux échanges entre les milieux seraient trop importantes et donc impossible à compenser.

L'idée est alors d'utiliser un "torque tube" composé de fibre de verre ou de matériaux à faible conductivité thermique permettant la transmission du couple tout en minimisant les échanges thermiques entre les milieux [AIBY05]. Un exemple de ce dispositif est présenté sur la **figure 1.35b**. Celui-ci est utilisé pour une machine synchrone à pôle saillants réalisée par le constructeur Siemens [KFNN05].

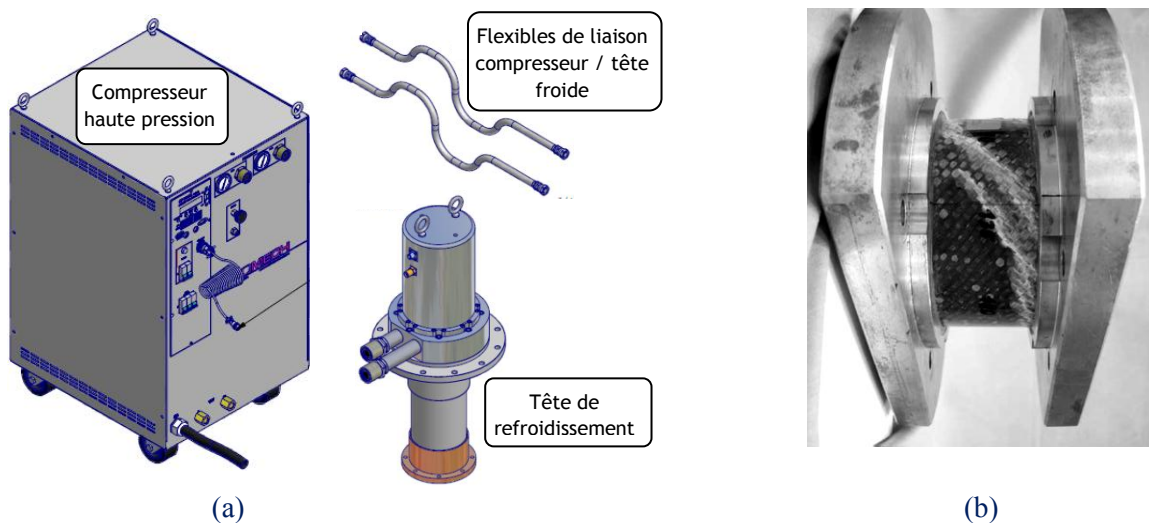


Figure 1.35. Illustration : (a) Cryo-réfrigérateur¹⁶, (b) Torque tube.

6. Utilisation des supraconducteurs dans les machines électriques

La puissance d'une machine électrique conventionnelle est contrainte par des limites technologies :

- La force centrifuge qui s'exerce sur les éléments du rotor en limite le diamètre.
- Les pertes par effet Joule imposent une limite à la densité de courant dans l'inducteur quel que soit les techniques de refroidissement.

L'utilisation des machines supraconductrices peut repousser cette limite. En effet, les travaux réalisés jusqu'à maintenant ont montré que la simple utilisation de conducteurs supraconducteurs au niveau de l'inducteur permet de diminuer considérablement les dimensions et le poids des machines pour des puissances équivalentes et des pertes réduites. Dans ce cadre, l'essor des machines supraconductrices restera fortement lié à l'amélioration des matériaux supraconducteurs (fils, massifs) et de la cryogénie associées.

¹⁶ <http://www.cryomech.com/>

Comme on peut le voir dans le tableau récapitulatif, **Tableau IV**, les applications ciblées des machines à technologie supraconductrice concerne des domaines divers :

La propulsion marine : une réduction du bruit et un fort couple de ces machines basses vitesses plus compactes pour un gain de place dans les embarcations,

La production d'électricité : une puissance volumique accrue et des réactances synchrones plus faibles (meilleure stabilité du réseau),

L'éolien : un poids réduit de machine pour des puissances équivalentes,

Les pompes, ventilations et compresseurs : des vitesses importantes avec un couple volumique et massique plus élevés.

La propulsion automobile, une première originale au Japon, utilise le concept de machine à griffe, un autre type de structure classique.

Sur l'ensemble de ces projets, **Figure 1.36**, les structures sont principalement basées sur des machines synchrones à pôles saillants radiales, dont plusieurs concepts intéressants à flux axial et des topologies homopolaires réalisées avec succès.

Quelques réalisations, qui utilisent des supraconducteurs massifs, commencent à montrer un intérêt avec des applications centrées sur la propulsion marine ou le pompage.

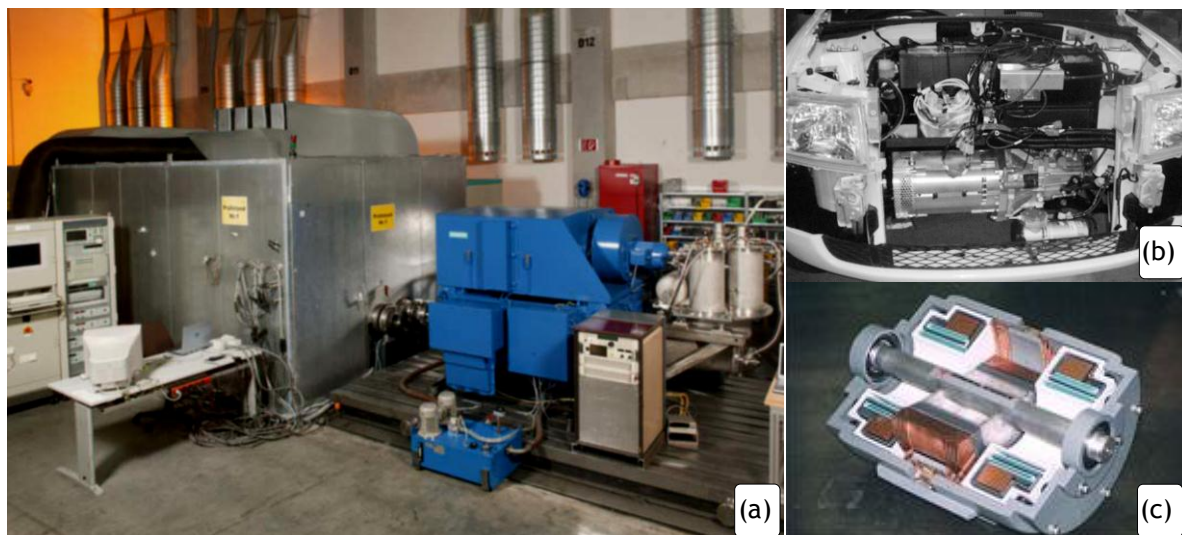


Figure 1.36. Illustration de machines supraconductrices industrielles réalisées : (a) Alternateur synchrone à pôle saillant de 4MVA de *Siemens*, (b) Machine à griffe synchrone de *Sumitomo Electric*, (c) Coupe d'un moteur homopolaire présenté par *General Atomics*

Pour finir, le développement et l'amélioration des performances des SHTc et du MgB_2 offriront donc de plus grandes opportunités aux machines électriques futures :

- En régime AC, cela permettrait d'utiliser communément les supraconducteurs pour des inducts de machines électriques.
- Pour les massifs, cela permettrait d'accroître leur capacité de piégeage ou d'écrantage avec des tailles plus importantes et des formes de pastille moins restreintes.

Dans la suite, nous intégrerons ce deuxième point autour d'une structure d'inducteur qui utilise les matériaux supraconducteurs comme écran magnétiques.

Chapitre 2 - Modélisation analytique de l'inducteur étudié

Table des matières CHAPITRE 2

I. TOPOLOGIE ETUDIEE.....	43
1. PROBLEMATIQUE	43
2. PRESENTATION DE LA STRUCTURE	44
a. Principe.....	44
b. Paramètres de la structure.....	45
II. MODELISATION ANALYTIQUE DE L'INDUCTEUR.....	46
1. APPROCHE	46
2. MODELISATION DES BOBINES SEULES	48
3. FONCTION DE MODULATION	50
a. Définition	50
b. Méthode.....	51
c. Problème 2D analytique	52
d. Formulation analytique avec écran	53
✧ <i>Solution générale dans le i-ème sous-domaine (régions $i = 1$ à $i = Q$)</i>	54
✧ <i>Solution générale dans le sous-domaine d'air sous la source (Région I)</i>	56
✧ <i>Solution générale dans l'air entre la source et les écrans (Région II)</i>	57
✧ <i>Solution générale au-delà des écrans (Région III)</i>	59
✧ <i>Calcul des constantes d'intégration</i>	61
✧ <i>Expression analytique du champ radial avec écran</i>	62
e. Formulation sans écran.....	63
✧ <i>Solution générale sous la source (Région 1)</i>	63
✧ <i>Solution générale au-delà de la source (Région 2)</i>	64
✧ <i>Calcul des constantes d'intégration</i>	64
✧ <i>Expression analytique du champ radial sans écran</i>	65
f. Résultat.....	65
g. Fonction de modulation.....	66
4. CHAMP RESULTANT DE L'INDUCTEUR	66
III. VALIDITE ET LIMITES DU MODELE.....	67
1. VARIATION DE L'INDUCTION RADIALE SUR Θ	67
a. Prototype de Philippe Masson	68
b. Prototype d'Aïlam El Hadj	68
2. INDUCTION RADIALE POUR DIFFERENTS RAYONS RE	69
3. INDUCTION RADIALE SUR LA LONGUEUR UTILE	70
IV. CONCLUSION	73

I. TOPOLOGIE ETUDIEE

1. Problématique

Dans le domaine du génie électrique et plus particulièrement dans celui des moteurs électriques, un des principaux challenges à relever pour les années qui viennent est l'augmentation de la puissance et du couple massique, avec notamment la propulsion marine et la production d'électricité.

Un moteur synchrone fonctionne sur le principe de l'interaction de deux champs magnétiques. Un inducteur alimenté en courant continu crée un champ magnétique variable dans l'espace. L'induit produit quant à lui un champ tournant par l'intermédiaire d'un bobinage, principalement, triphasé. Le couple électromagnétique généré est fonction du produit du champ tangentiel (H_t) par le champ radial (B_n). On a alors la possibilité d'augmenter le couple d'une machine, soit en agissant sur H_t (produit par l'induit) ou en agissant sur B_n (produit par l'inducteur).

La **figure 2.1** présente la topologie étudiée. Deux solénoïdes supraconducteurs alimentés par des courants opposés créent une induction magnétique importante. La présence de plaques supraconductrices qui, par leur propriété d'écrantage du champ magnétique, module et canalise ces lignes de champ. C'est cette variation spatiale de l'induction qui permet de générer un couple mécanique.

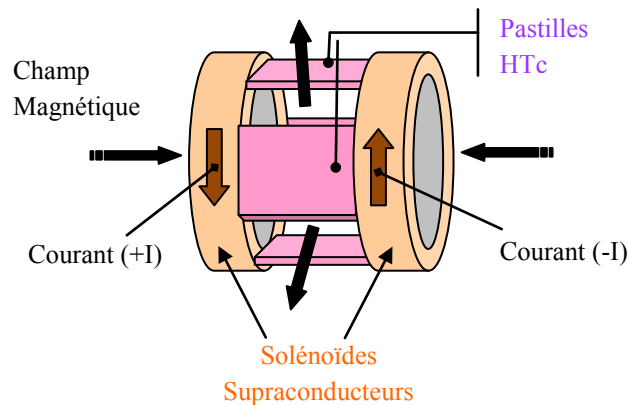


Figure 2.1. Représentation de l'inducteur

La structure de cet inducteur supraconducteur est susceptible de présenter un saut technologique en permettant d'accroître le champ radial produit. En effet, Dans un moteur conventionnel, l'amplitude de l'induction dans l'entrefer est autour de 2 teslas (de -1 Tesla à +1 Tesla). Les matériaux supraconducteurs permettent d'atteindre des niveaux d'induction magnétique que nous ne pourrions envisager avec les matériaux classiques. Cette structure offre la possibilité d'accroître cette valeur et par conséquent, d'augmenter le couple dans les mêmes proportions.

Les travaux de thèses de Philippe Masson [Mass02] en décembre 2002 et d'El Hadj Ailam [Aila06] en juin 2006, réalisées au GREEN ont montré par la construction d'un prototype de petites dimensions, la faisabilité d'un inducteur et d'un moteur basé sur les propriétés d'écrantage magnétique des supraconducteurs. Cependant, un des verrous technologiques restant est la possibilité de réaliser des écrans supraconducteurs de grande taille pour un inducteur de moteur de forte puissance (par exemple quelques dizaines de MW).

Dans ce chapitre, un modèle de cet inducteur est réalisé et permettra alors d'étudier les paramètres influents de l'inducteur dans l'optique de réaliser son dimensionnement pour des machines de forte puissance sans passer par des temps de calcul importants imposés par les méthodes de résolution éléments finis 3D.

2. Présentation de la structure

a. Principe

Le principe l'inducteur est représenté par la **figure 2.1**. La structure de ce rotor utilise les solénoïdes supraconducteurs, schématisés sur la **figure 2.2a**, pour créer des champs magnétiques axiaux. Ces derniers convergent vers le plan médian du rotor, comme nous pouvons l'observer sur la **figure 2.2b**. Entre les deux solénoïdes, la distribution du champ magnétique résultant présente alors une composante fortement radiale sur le contour de l'inducteur, comme le montre la **figure 2.2b** et la **figure 2.2c**. À l'aide de supraconducteurs massifs, illustrés sur la **figure 2.2d** et la **figure 2.2e**, nous modulons cette distribution.

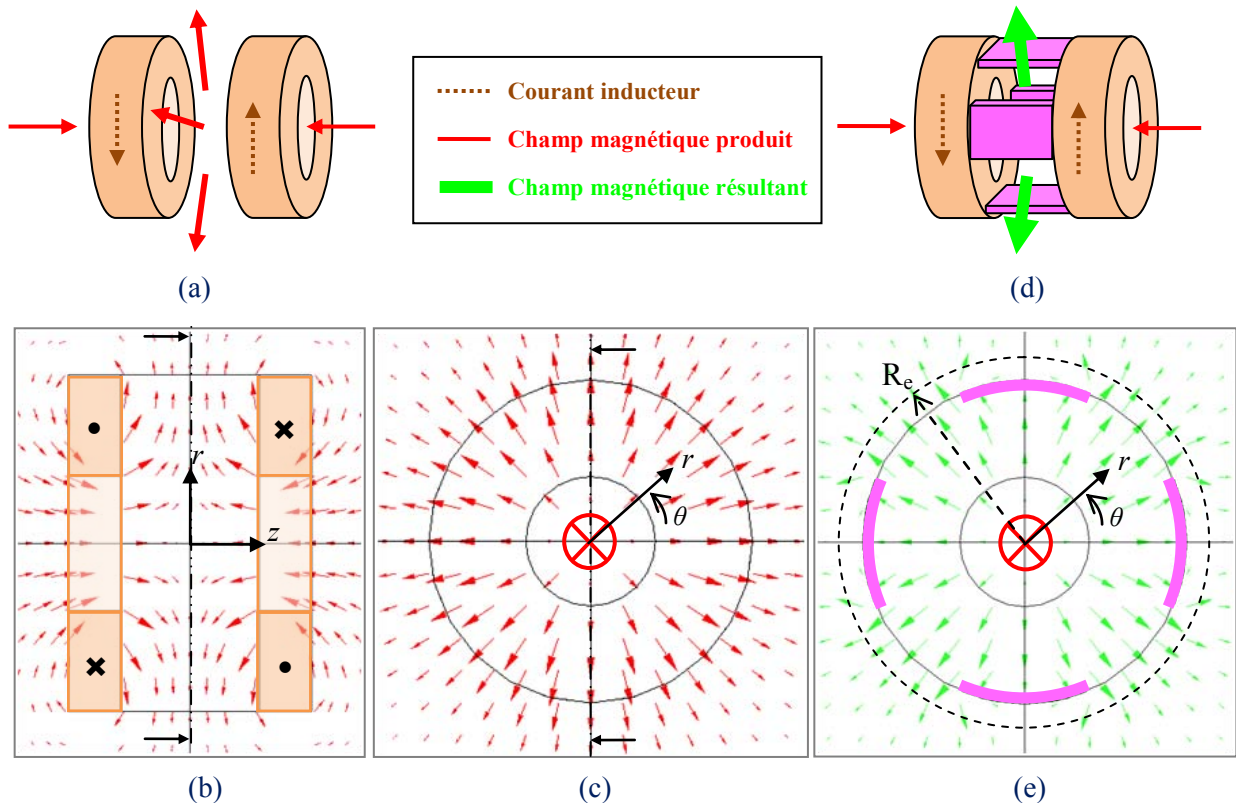


Figure 2.2. Principe de l'inducteur supraconducteur : (a) Schéma de deux solénoïdes alimentés en opposition ; (b) Ligne de champ des deux solénoïdes sur le plan (r, z) ; (c) Lignes de champ des deux solénoïdes sur le plan médian (r, θ) à $z=0$; (d) Schéma de l'inducteur avec 4 pastilles SHTc ; (e) Lignes de champ résultant de l'inducteur avec 4 pastilles SHTc sur le plan (r, θ) à $z=0$.

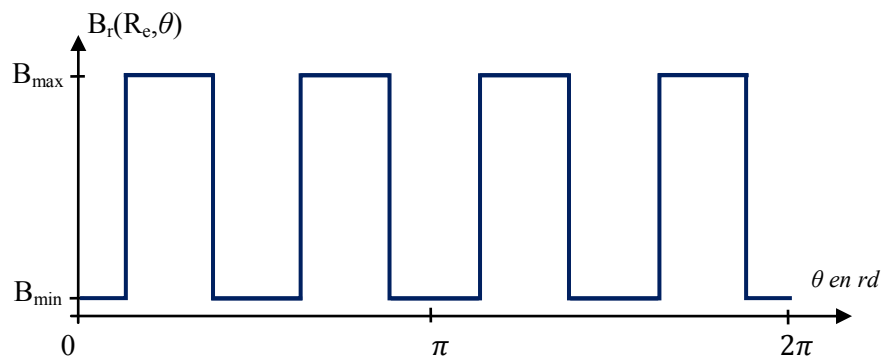
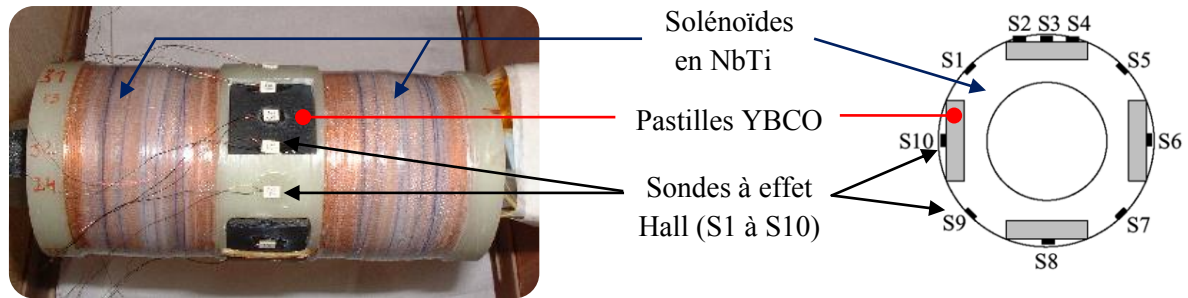


Figure 2.3. Répartition de l'induction radiale sur le contour de l'inducteur avec 4 pastilles SHTc en $r=R_e$ et $z=0$.

Le flux magnétique résultant alors de l'inducteur donne non pas une variation entre +1 et -1 Tesla, comme nous avons l'habitude de le voir dans les machines conventionnelles, mais a une induction minimum positive au niveau d'un écran supraconducteur, et positive maximum entre les plaques, représentée sur la **figure 2.3**. Le champ utile a donc une valeur moyenne non nulle. Cette valeur moyenne, non utile à la conversion d'énergie est un inconvénient de cette technologie.

Deux prototypes ont été réalisés dans leur ensemble au sein du laboratoire du GREEN.

Le premier, illustré sur la **figure 2.4**, a permis de vérifier le principe de la modulation de champ par la disposition de matériaux supraconducteurs entre les deux solénoïdes [Mass02].



Le second prototype a permis la mise en œuvre de ce principe par la réalisation d'un banc machine [Aila06] [Moul10]. Une structure à inducteur fixe et à axe vertical a été choisie afin d'avoir un système cryogénique le plus simple possible. L'induit de la machine est entraîné par un système de courroies à l'aide d'une machine asynchrone.

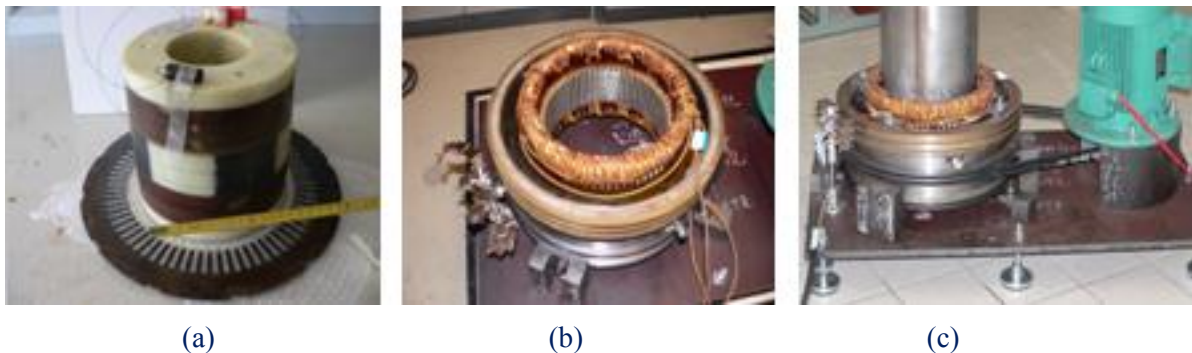


Figure 2.5. Banc moteur : (a) Inducteur supraconducteur; (b) Induit cuivre tournant ; (c) Machine supraconductrice et moteur d'entraînement

b. Paramètres de la structure

Avant de réaliser un modèle de la structure, il est nécessaire de définir les différents paramètres géométriques de la topologie. Ils sont donc indiqués sur la **figure 2.6**.

Un pôle d'inducteur est défini par 2 paramètres :

Q : La polarité de l'inducteur correspond au nombre d'écrans supraconducteurs, ici $Q = 4$,
 $O_{uv_pôle}$: L'ouverture équivalente d'un pôle, soit : $O_{uv_pôle} = 2\pi/Q$.

Les écrans sont définis par 4 grandeurs :

$R_{e_écran}$: Le rayon externe d'un écran (m),

- $E_{p_écran}$: L'épaisseur d'un écran (m),
 $L_{e_écran}$: La longueur axiale d'un écran (m), correspondant aussi à la longueur utile de l'inducteur.
 $O_{uv_écran}$: L'ouverture d'un écran sur un pôle, soit : $O_{uv_pôle} = 2\pi \cdot \beta_{écran} / Q$ avec $0 \leq \beta_{écran} \leq 1$.

Les solénoïdes sont caractérisés par 5 paramètres :

- $R_{e_solénoïde}$: Le rayon externe du solénoïde (m),
 $E_{p_solénoïde}$: L'épaisseur du solénoïde (m),
 $L_{solénoïde}$: La longueur axiale du solénoïde (m),
 $D_{inter\ solénoïde}$: La distance qui sépare deux solénoïdes (m),
 $J_{solénoïde}$: La densité de courant dans un solénoïde, soit : $J_{solénoïde} = \frac{N_{tours} \times I_{fil}}{S_{solénoïde}}$ (A/m²),

- avec
- I_{fil} : Le courant qui traverse le fil dans un solénoïde (A)
 - $S_{solénoïde}$: La section du solénoïde (m²)
 - N_{tours} : Le nombre de spires du solénoïde

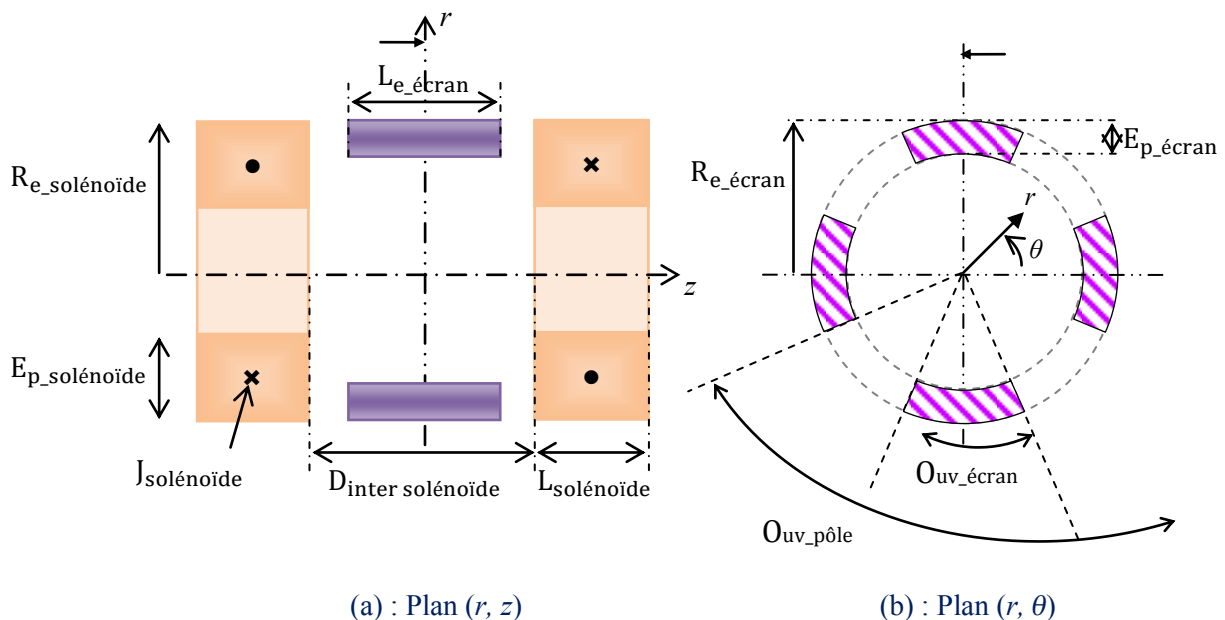


Figure 2.6. Paramètres de l'inducteur étudié

II. MODELISATION ANALYTIQUE DE L'INDUCTEUR

1. Approche

La topologie de la structure de l'inducteur exige un modèle de calcul tridimensionnel. Une simplification 2D a donc été envisagée et un modèle a été établi afin de prédéterminer les variations de l'induction radiale dans l'entrefer en $z = 0$.

Le calcul approché de la distribution du champ magnétique de l'inducteur est accompli en trois étapes. Une première étape permet de déterminer le champ radial produit par les deux solénoïdes seuls, représenté sur la **figure 2.7**. Une fonction de modulation résultant de l'introduction d'écran supraconducteur dans un champ source est calculée en second lieu sur le plan $z = 0$ et au rayon $r = R_e$. Enfin, la distribution de l'induction radiale de l'inducteur dans l'entrefer, illustrée sur la **figure 2.8**, est obtenue à l'aide des deux fonctions précédentes.

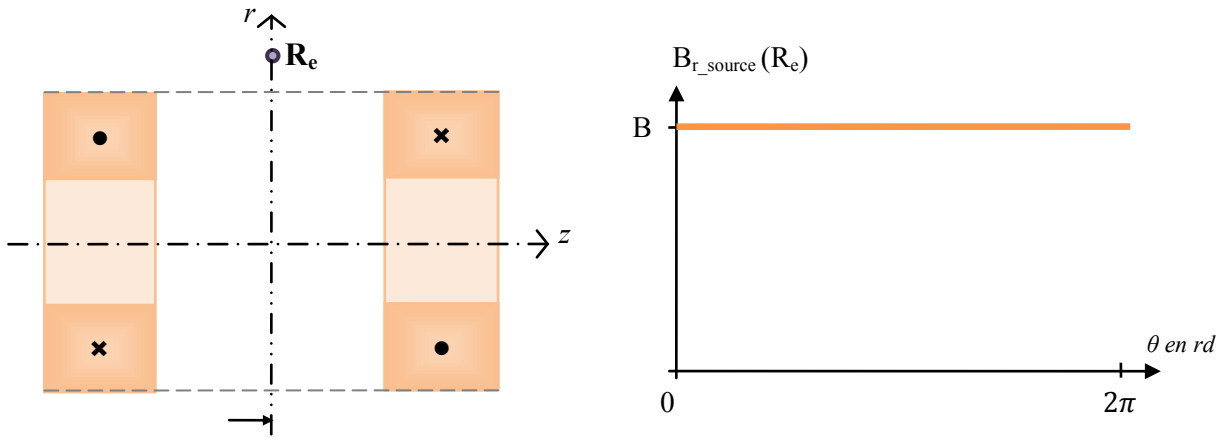


Figure 2.7. Champ magnétique radial créé par les solénoïdes seuls en $r=R_e$ et $z=0$.

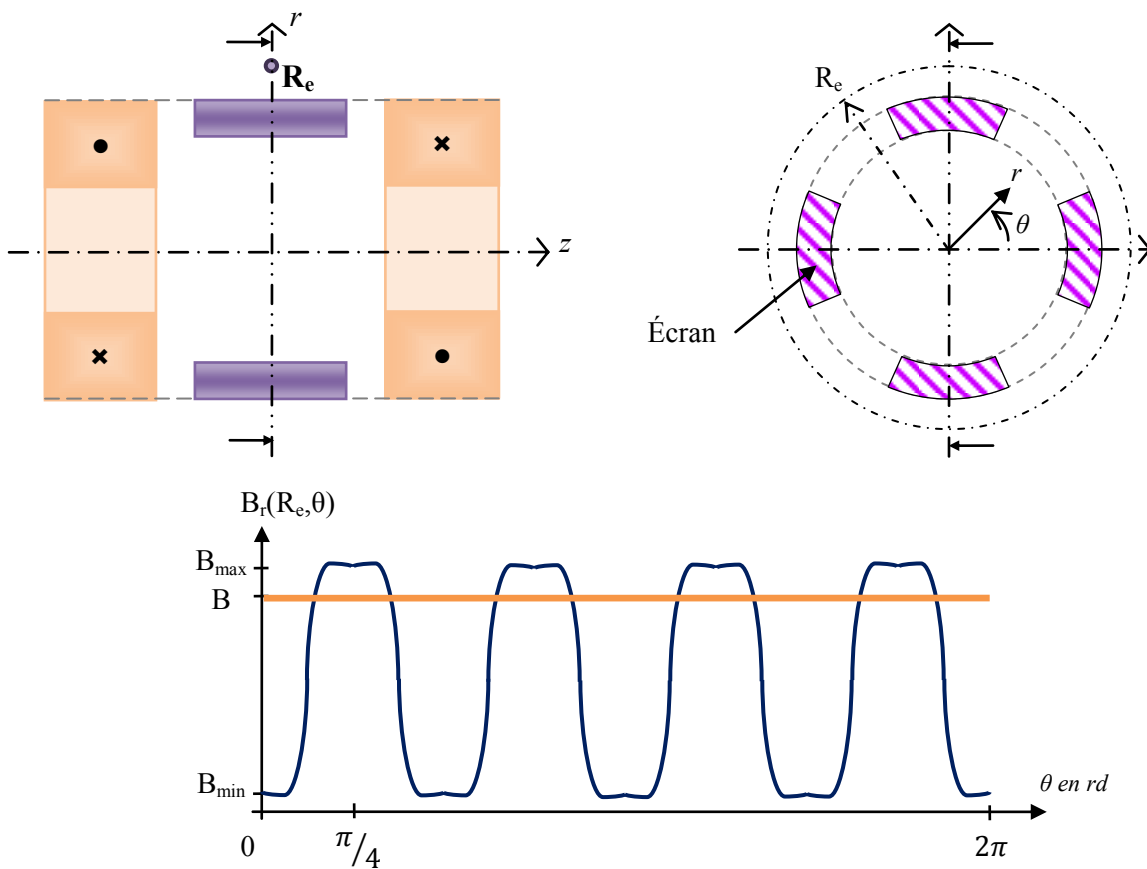


Figure 2.8. Champ magnétique radial avec les écrans en $r=R_e$ et $z=0$.

Pour un rayon donné R_e autour de l'inducteur, la fonction de modulation λ_r résultant de la présence des pastilles supraconductrices est donc définie par la relation suivante :

$$B_r(R_e, \theta) = B_{r_source}(R_e) \cdot \lambda_r(R_e, \theta) \quad (2.1)$$

Où

- Le calcul de $B_{r_source}(R_e)$ est obtenu par la méthode de Biot-Savart,
- La détermination de $\lambda_r(R_e, \theta)$ est réalisée indépendamment de la structure de l'inducteur étudié par une méthode de calcul développée dans la suite du chapitre.

2. Modélisation des bobines seules

Le champ source, B_{r_source} , représenté sur la **figure 2.9**, est obtenu par une méthode analytique utilisant la loi de Biot-Savart.

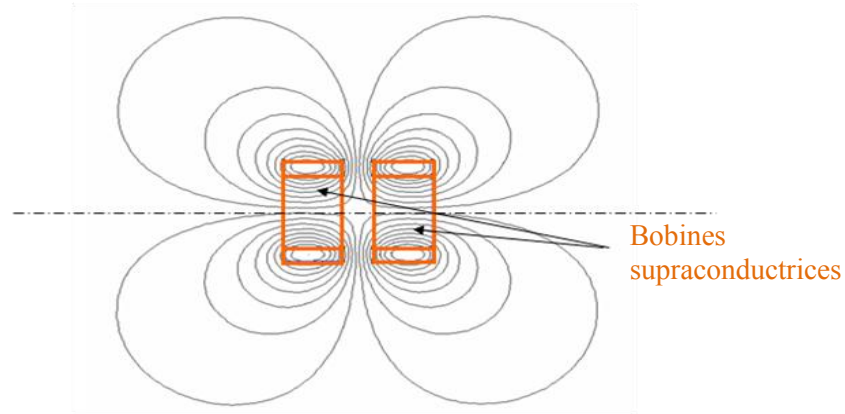


Figure 2.9. Champ résultant des deux solénoïdes alimentés en opposition

L'approche par Bio-Savart permet de calculer analytiquement le champ créé par une spire [Dura64, ReCS92]. Le calcul de la distribution du champ d'un solénoïde, illustré sur la **figure 2.10a**, sera discrétisé par la superposition de N_{spires} en **figure 2.10b**. La formulation utilisée, du type potentiel vecteur dépend de r et z , et n'a qu'une seule composante sur θ .

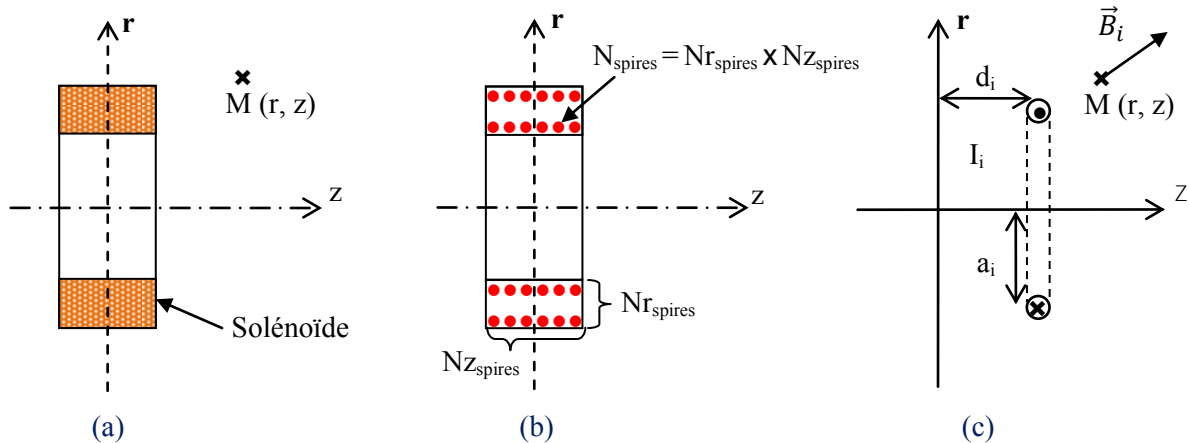


Figure 2.10. Discrétisation d'un solénoïde en N spires : (a) solénoïde étudié, (b) solénoïde discrétisé, (c) Une spire

Dans ce cadre, si l'on considère une spire de rayon $r = a_i$ placée en $z = d_i$, traversée par un courant I_i , illustré ci-dessus sur la **figure 2.10c**, l'expression du potentiel vecteur magnétique au point $M(r, z)$ pour cette spire s'écrit :

$$A_{\theta_i}(r, \theta) = \sqrt{\frac{a_i}{r}} \cdot \frac{\mu_0 I_i}{k_i \pi} \left(\left(1 - \frac{k_i^2}{2} \right) K(k_i) - E(k_i) \right) \quad (2.2)$$

Avec

$$k_i = \frac{2\sqrt{r \cdot a_i}}{\sqrt{(a_i + r)^2 + (z - d_i)^2}} \quad \text{et} \quad I_i = \frac{J_{\text{solénoïde}} \times S_{\text{solénoïde}}}{N_{\text{spires}}} \quad (2.3)$$

i : Indice de la spire de 1 à N_{spires} ,

Nous obtenons alors à partir de (2.2) pour les composantes radiale et axiale de l'induction :

$$B_{r_i}(r, z) = \alpha_i \frac{(z - d_i)}{r} \left(\left(\frac{(a_i^2 + r^2) + (z - d_i)^2}{(a_i - r)^2 + (z - d_i)^2} \right) E(k_i) - K(k_i) \right) \quad (2.4)$$

$$B_{z_i}(r, z) = \alpha_i \left(\left(\frac{(a_i^2 - r^2) - (z - d_i)^2}{(a_i - r)^2 + (z - d_i)^2} \right) E(k_i) + K(k_i) \right) \quad (2.5)$$

Avec

$$\alpha_i = \frac{\mu_0 I_i}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{(r + a_i)^2 + (z - d_i)^2}} \quad (2.6)$$

Ces expressions (2.2),(2.4) et (2.5) contiennent des intégrales elliptiques, K et E, exprimées par :

$$E(k_i) = \int_0^{2\pi} (|1 - k_i^2 \cdot \sin^2 \theta|)^{1/2} \cdot d\theta \quad (2.7)$$

$$K(k_i) = \int_0^{2\pi} (|1 - k_i^2 \cdot \sin^2 \theta|)^{-1/2} \cdot d\theta \quad (2.8)$$

Le calcul de ces intégrales est déterminé à l'aide de fonction numérique : méthode de type A.G.M. (Arithmetic and Geometric Mean) [ReCS92].

Les différentes quantités magnétiques au point M(r, z) de la **figure 2.10a** sont alors la somme des quantités magnétiques calculées pour chaque spire de discrétisation, soit :

$$B_{r_solénoïde}(r, z) = \sum_{i=1}^{N_{spires}} B_{r_i}(r, z) \quad (2.9)$$

$$B_{z_solénoïde}(r, z) = \sum_{i=1}^{N_{spires}} B_{z_i}(r, z) \quad (2.10)$$

Pour l'inducteur supraconducteur étudié, le champ source, B_{r_source} , sera alors la somme des quantités magnétiques créé par les deux solénoïdes à la position r et z choisis, soit :

$$B_{r_source}(r, z) = B_{r_solénoïde1}(r, z) + B_{r_solénoïde2}(r, z) \quad (2.11)$$

Cette méthode est utilisée par la suite pour le dimensionnement de l'inducteur. Afin de validé la méthode par Biot-Savart, une comparaison est donné avec FEMM [Meek09], un logiciel de calcul par élément finis 2D, pour deux solénoïdes, dont les paramètres sont indiqués sur le tableau de la **figure 2.11**. La distribution de l'induction radiale B_{r_source} obtenue est représentée sur la **figure 2.11**.

Par ailleurs, le tableau de la **figure 2.11** montre que le temps de calcul, important pour une étude paramétrique, augmente avec N_{spires} . L'erreur résultant de la discrétisation des solénoïdes dépend :

- *Du nombre de spires choisies sur z et r* : en effet pour un solénoïde "long", l'erreur sera réduite si on choisit plus d'éléments sur z que sur r, et réciproquement pour un solénoïde "galette",
- *De la position du point M(r, z) choisi* : le nombre de spires de discrétisation peut être diminué à mesure que l'on s'éloigne des solénoïdes.

Enfin, le nombre de solénoïdes utilisés pour une structure risque d'accroître les temps de calculs. Cependant, on remarque sur le **Tableau VI** que ce temps de calcul reste faible (inférieur à 0,1 sec).

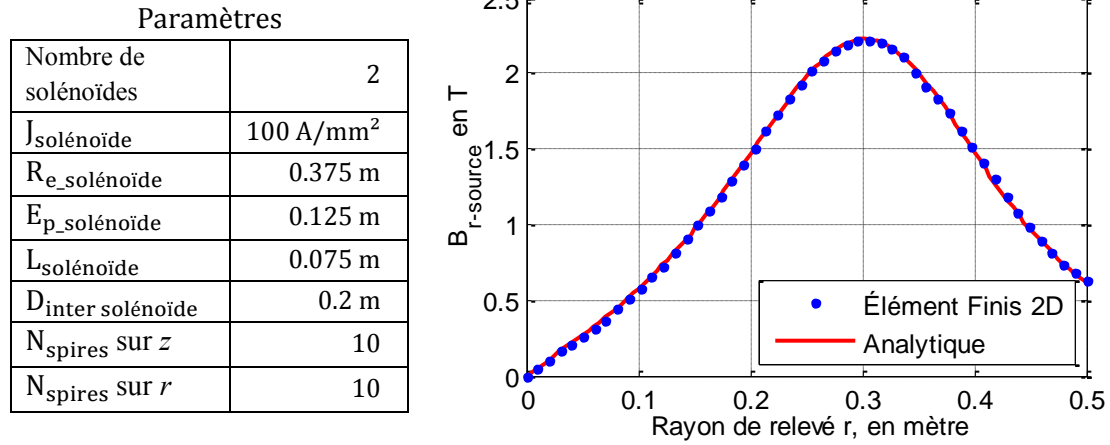


Figure 2.11. Résultats pour deux solénoïdes : Champ magnétique radial en fonction de r pour $z=0$.

$N_{\text{spires sur } z}$	$N_{\text{spires sur } r}$	B_{r_source} (T) $r = 0.27$ m $z = 0$	Erreur %	B_{r_source} (T) $r = 0.25$ m $z = 0.1$ m	Erreur	Temps (sec)
2	10	2.115	0.37	2.463	0.85	0.015
10	2	2.154	1.45	2.052	15.97	0.015
4	4	2.129	0.26	2.309	5.45	0.015
10	10	2.125	0.07	2.399	1.78	0.022
30	30	2.124	0.04	2.440	0.09	0.093

Tableau VI. Comparaison de B_{r_source} et temps de calculs en fonction de N_{spires} .

3. Fonction de modulation

a. Définition

Pour un rayon R_e donné, nous exprimons la fonction de modulation représentée sur la **figure 2.12** sous la forme d'une série de Fourier :

$$\lambda_r(R_e, \theta) = \lambda_{r0}(R_e) + \sum_{k=1,2,3,\dots} \lambda_{rk}(R_e) \cos(kQ\theta) \quad (2.12)$$

λ_{r0} : Valeur moyenne de la fonction λ_r .

λ_{rk} : Coefficients de Fourier de la fonction λ_r .

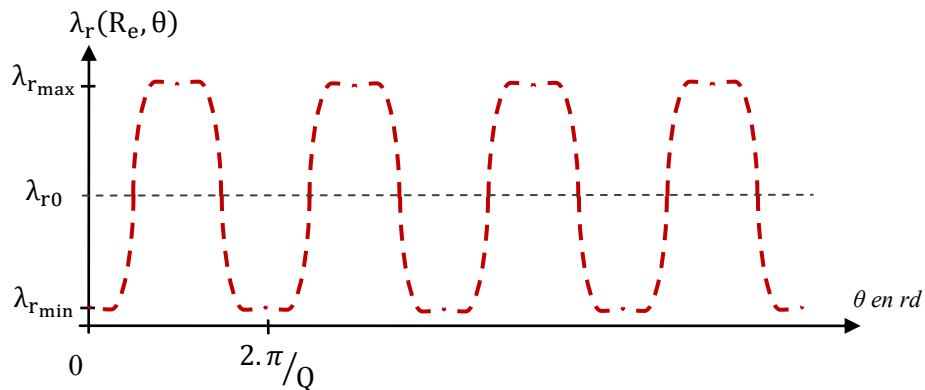


Figure 2.12. Allure de la fonction de modulation.

Si l'on applique cette fonction de modulation au champ source créé par les solénoïdes seuls, nous obtenons :

$$B_r(R_e, \theta) = B_{r_source}(R_e) \cdot \lambda_{r0}(R_e) + \sum_{k=1,2,3,\dots} B_{r_source}(R_e) \cdot \lambda_{rk}(R_e) \cos(kQ\theta) \quad (2.13)$$

Dans la suite, nous allons développer une méthode pour la détermination de la fonction de modulation.

b. Méthode

Nous admettons que la fonction de modulation est indépendante de la source imposée, et ne résulte que de la présence des pastilles supraconductrices. En effet, si nous connaissons la distribution du champ magnétique en fonction de θ à un rayon donné $r = R_e$ avec et sans écran, alors, nous pouvons déduire $\lambda_r(R_e, \theta)$ par le rapport :

$$\lambda_r(R_e, \theta) = \frac{B_{r_e}(R_e, \theta)}{B_{r_s}(R_e, \theta)} \quad (2.14)$$

B_{r_e} : L'induction radiale obtenue avec écran

B_{r_s} : L'induction radiale obtenue sans écran

Dans ce cadre, nous pouvons déterminer la fonction de modulation à partir d'un problème plan 2D, illustré sur la **figure 2.13**.

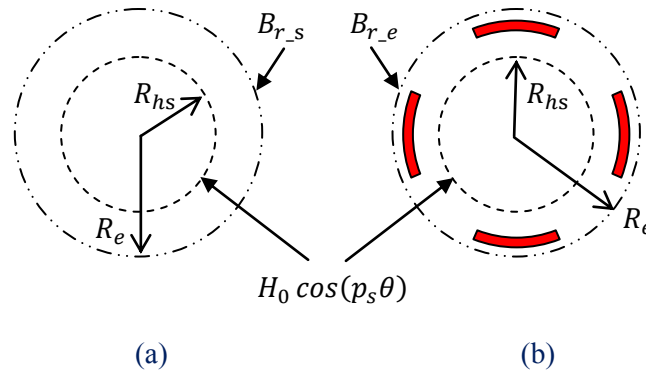


Figure 2.13. Modèle pour le calcul de la fonction de modulation : (a) sans les écrans supraconducteurs ; (b) avec les écrans supraconducteurs.

Dans un premier temps en l'absence de pastilles supraconductrices, un champ source à répartition sinusoïdale correspondant à une nappe de courant, est imposé au rayon R_{hs} , comme le montre la **figure 2.13a**.

$$h_s(R_{hs}, \theta) = H_0 \cos(p_s \theta) \quad (2.15)$$

H_0 : Amplitude du champ tangentiel imposé qui peut prendre n'importe quelle valeur.

p_s : Polarité de la source qui peut prendre n'importe quelle valeur.

Le champ radial, obtenu au rayon R_e , est donc appelé $B_{r_s}(R_e, \theta)$. Sa distribution, présentée sur la **figure 2.14**, peut-être calculée simplement en fonction de r et θ , son expression est donnée dans la partie suivante.

Dans un second temps, les écrans supraconducteurs sont introduits, comme le présente la **figure 2.13b**. Le même champ source (2.15) est imposé au rayon R_{hs} . Le champ radial résultant de l'ajout des

pastilles supraconductrices est appelé $B_{r_e}(R_e, \theta)$; sa distribution est représentée sur la **figure 2.14**. Son expression analytique est compliquée à déterminer avec la présence des supraconducteurs et des trous entre les pastilles supraconductrices. L'obtention de sa formulation est détaillée dans la suite du chapitre. La fonction de modulation correspondante est donnée **figure 2.23**.

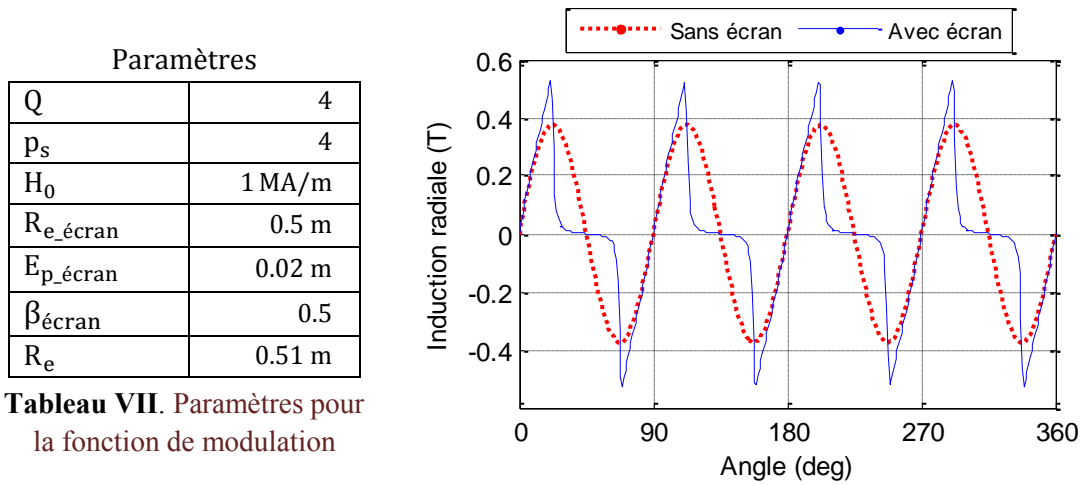


Tableau VII. Paramètres pour la fonction de modulation

Figure 2.14. Distribution du champ magnétique avec et sans les écrans supraconducteurs dans le problème plan 2D utilisé.

c. Problème 2D analytique

Cette partie est consacrée à la détermination analytique en $z = 0$ de la distribution des inductions magnétiques radiales $B_{r_s}(R_e, \theta)$ sans écrans à partir de la **figure 2.15a** et $B_{r_e}(R_e, \theta)$ en présence des écrans supraconducteurs à l'aide de la **figure 2.15b**.

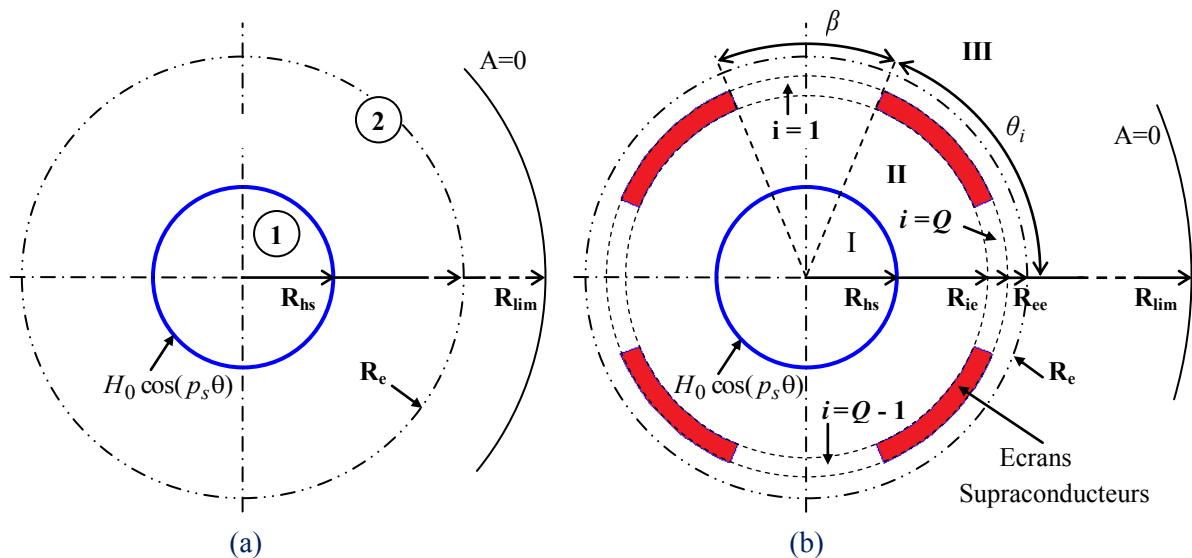


Figure 2.15. Problème plan 2D étudiés pour déterminer la fonction de modulation λ_r : (a) sans les écrans supraconducteurs ; (b) avec les écrans supraconducteurs.

Nous avons vu dans le chapitre précédent qu'un supraconducteur refroidi hors champs appliqué (ZFC) peut être associé à un comportement diamagnétique parfait si la densité de courant critique dans un matériau est suffisamment grande. Dans ce cas, le champ magnétique extérieur est tangent au matériau. La pénétration du champ dans un matériau supraconducteur est alors négligée pour les calculs et la condition aux frontières $A = 0$ est imposée sur les surfaces des supraconducteurs massifs.

Les autres hypothèses de calcul considérées sont les suivantes :

- Les effets de bord sur la longueur axiale sont négligés,
- Les écrans supraconducteurs sont modélisés avec des arêtes radiales et des contours circulaires,

Pour décrire le problème, une formulation du type potentiel vecteur A est choisie dans un système 2D de coordonnées cylindriques. En accord avec les hypothèses établies, le potentiel aura seule une composante sur z et dépendra de r et θ .

Comme illustré sur la **figure 2.15**, le domaine d'étude est divisé en plusieurs sous-domaines. Nous aurons donc 2 sous-domaines d'études (domaines ① et ② **figure 2.15a**) pour le problème sans écrans et $3+Q$ sous-domaines (domaines I, II, III et i avec $1 \leq i \leq Q$ **figure 2.15b**) pour le problème avec les pastilles supraconductrices. Dans ce cadre, nous utiliserons la résolution de l'équation de Laplace avec les conditions aux frontières et les conditions aux limites pour déterminer la solution analytique de la distribution du champ dans chacun des sous-domaines.

Pour plus de clarté dans les solutions, les fonctions suivantes sont définies :

$$P_u(R_v, R_w) = \left(\frac{R_v}{R_w}\right)^u + \left(\frac{R_v}{R_w}\right)^{-u} \quad (2.16)$$

$$E_u(R_v, R_w) = \left(\frac{R_v}{R_w}\right)^u - \left(\frac{R_v}{R_w}\right)^{-u} \quad (2.17)$$

d. Formulation analytique avec écran

L'équation de Laplace est résolue dans les différents sous-domaines présentés sur la **figure 2.15b** et les notations utilisées seront les suivantes :

- $\mathbf{A}_I = A_I(r, \theta) \cdot \mathbf{e}_z$ pour le sous-domaine sous la source, Région I,
- $\mathbf{A}_{II} = A_{II}(r, \theta) \cdot \mathbf{e}_z$ pour le sous-domaine entre la source et les écrans SHTc, Région II,
- $\mathbf{A}_i = A_i(r, \theta) \cdot \mathbf{e}_z$ pour les Q sous-domaines entre les écrans SHTc, Régions i (trous),
- $\mathbf{A}_{III} = A_{III}(r, \theta) \cdot \mathbf{e}_z$ pour le sous-domaine extérieur au-delà des écrans, Région III,

Les écrans supraconducteurs ne seront donc pas considérés comme des sous-domaines de calcul.

Pour réduire la lourdeur des expressions, nous utiliserons les grandeurs géométriques suivantes par rapport à la **figure 2.6** :

R_{hs} : le rayon du champ tangentiel source imposé,

R_{ie} : le rayon interne des écrans supraconducteurs, correspondant à $R_{e_écran} - E_{p_écran}$

R_{ee} : le rayon externe des écrans supraconducteurs, correspondant à $R_{e_écran}$

R_{lim} : la limite du domaine de calcul, (on impose $A = 0$ à la limite du domaine)

Q : le nombre d'écrans supraconducteurs sur θ ,

θ_i : la position angulaire du i -ème trou définis par :

$$\theta_i = \frac{\beta}{2} + \frac{2i\pi}{Q} + \theta_0 \text{ avec } 1 \leq i \leq Q \quad (2.18)$$

où θ_0 : La position angulaire initiale des pastilles HTc du rotor (sur la **figure 2.15b**, $\theta_0 = 0$).

β : L'ouverture d'un trou entre les écrans, correspondant à $O_{uv_pôle} - O_{uv_écran}$.

◇ *Solution générale dans le i -ème sous-domaine (régions $i=1$ à $i=Q$)*

La **figure 2.16** montre l' i -ème trou et ses conditions aux limites et d'interfaces. L'équation de Laplace qui doit être résolue dans le sous-domaine i est la suivante :

$$\frac{\partial^2 A_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_i}{\partial r} + \frac{\partial^2 A_i}{\partial \theta^2} = 0 \quad \text{pour} \quad \begin{cases} R_{ie} \leq r \leq R_{ee} \\ \theta_i \leq \theta \leq \theta_i + \beta \end{cases} \quad (2.19)$$

En considérant un comportement de diamagnétique parfait pour les matériaux supraconducteurs utilisés comme écrans, la composante normale sur les arêtes des pastilles SHTc est alors nulle. Les conditions aux frontières pour ce milieu i sont :

$$A_i \Big|_{\theta=\theta_i} = 0 \quad \text{et} \quad A_i \Big|_{\theta=\theta_i+\beta} = 0 \quad (2.20)$$

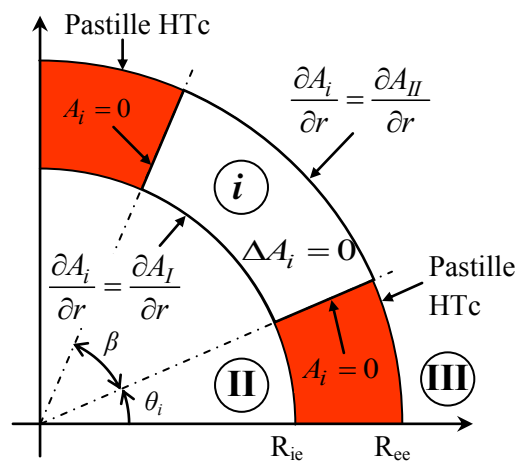


Figure 2.16. i -ème trou et ses conditions aux limites

La continuité de la composante tangentielle du champ entre le milieu i et les deux autres sous-domaines d'air de chaque côté s'écrit :

$$\frac{\partial A_i(R_{ie}, \theta)}{\partial r} = \frac{\partial A_{II}(R_{ie}, \theta)}{\partial r} \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial A_i(R_{ee}, \theta)}{\partial r} = \frac{\partial A_{III}(R_{ee}, \theta)}{\partial r} \quad (2.22)$$

La solution générale de (2.19) peut-être obtenue à l'aide de la méthode de séparations de variables ; la solution s'écrira alors :

$$A_i(r, \theta) = R_i(r) \cdot \theta_i(\theta) \quad (2.23)$$

On remplace alors (2.23) dans (2.19) afin d'obtenir deux équations différentielles ordinaires où λ ($\lambda \in \mathbb{R}$) correspond à la constante de séparation.

$$\theta_i'' - \lambda \cdot \theta_i = 0 \quad (2.24)$$

$$r^2 \cdot R_i'' + r \cdot R_i' + \lambda \cdot R_i = 0 \quad (2.25)$$

Les conditions aux limites (2.20) que l'on applique dans (2.23) deviennent

$$\theta_i \Big|_{\theta=\theta_i} = 0 \quad \text{et} \quad \theta_i \Big|_{\theta=\theta_i+\beta} = 0 \quad (2.26)$$

On doit alors déterminer les valeurs de λ , solutions de (2.24) et respectant (2.26). Ce type d'écriture correspond à un problème de Sturm-Liouville, où λ sont les valeurs propres et les solutions associées sont des fonctions propres. On peut trouver une méthode de résolution de ce type de problème dans l'ouvrage référencé par [Far193].

Dans le cadre de notre étude, les valeurs propres répondant à (2.24) et (2.26) sont

$$\lambda_n = -\left(\frac{n\pi}{\beta}\right)^2 \quad \text{avec } n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.27)$$

Les fonctions propres correspondantes à λ_n sont données par

$$\theta_{in}(\theta) = \sin\left(\frac{n\pi}{\beta}(\theta - \theta_i)\right) \quad (2.28)$$

Dans un second temps, nous devons résoudre l'équation différentielle (2.25) pour chaque valeur propre λ_n obtenue précédemment :

$$R_{in}(r) = C_n^{i'} \cdot r^{-\frac{n\pi}{\beta}} + D_n^{i'} \cdot r^{\frac{n\pi}{\beta}} \quad (2.29)$$

Avec $C_n^{i'}$ et $D_n^{i'}$, les constantes d'intégrations qui seront déterminées à l'aide des conditions de passages (2.21) et (2.22) entre les différents milieux.

La solution générale pour l' i -ème trou s'écrit comme la combinaison linéaire de l'ensemble des solutions :

$$A_i(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \theta_{in}(\theta) \cdot R_{in}(r) \quad (2.30)$$

Soit

$$A_i(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(C_n^{i'} \cdot r^{-\frac{n\pi}{\beta}} + D_n^{i'} \cdot r^{\frac{n\pi}{\beta}} \right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{\beta}(\theta - \theta_i)\right) \quad (2.31)$$

A partir des conditions de passages (2.21) et (2.22), nous obtenons la solution du problème :

$$A_i(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(C_n^{i'} \cdot R_{ie} \cdot \frac{\beta}{n\pi} \cdot \frac{P_{n\pi/\beta}(r, R_{ee})}{E_{n\pi/\beta}(R_{ie}, R_{ee})} \right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{\beta}(\theta - \theta_i)\right) - \sum_{n=1}^{\infty} \left(D_n^{i'} \cdot R_{ee} \cdot \frac{\beta}{n\pi} \cdot \frac{P_{n\pi/\beta}(r, R_{ie})}{E_{n\pi/\beta}(R_{ee}, R_{ie})} \right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{\beta}(\theta - \theta_i)\right) \quad (2.32)$$

Où n est un entier positif, les termes $P_{n\pi/\beta}$ et $E_{n\pi/\beta}$ sont définis respectivement par (2.16) et (2.17).

Les constantes C_n^i et D_n^i sont alors déterminées par la décomposition en série de Fourier de $\frac{\partial A_{II}}{\partial r}\Big|_{R_{ie}}$ et $\frac{\partial A_{III}}{\partial r}\Big|_{R_{ee}}$ sur l'ouverture du trou $[\theta_i, \theta_i + \beta]$. Les expressions obtenues s'écrivent alors :

$$C_n^i = \frac{2}{\beta} \int_{\theta_i}^{\theta_i + \beta} \frac{\partial A_{II}}{\partial r}\Big|_{R_{ie}} \sin\left(\frac{n\pi}{\beta}(\theta - \theta_i)\right) \cdot d\theta \quad (2.33)$$

$$D_n^i = \frac{2}{\beta} \int_{\theta_i}^{\theta_i + \beta} \frac{\partial A_{III}}{\partial r}\Big|_{R_{ee}} \sin\left(\frac{n\pi}{\beta}(\theta - \theta_i)\right) \cdot d\theta \quad (2.34)$$

Les expressions de C_n^i et D_n^i sont données dans en **Annexe**.

◇ *Solution générale dans le sous-domaine d'air sous la source (Région I)*

Le **figure 2.17** montre le sous-domaine I et ses conditions limites. L'équation de Laplace qui doit être résolue est la suivante :

$$\frac{\partial^2 A_I}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_I}{\partial r} + \frac{\partial^2 A_I}{\partial \theta^2} = 0 \quad \text{pour} \quad \begin{cases} 0 \leq r \leq R_{hs} \\ 0 \leq \theta \leq 2\pi \end{cases} \quad (2.35)$$

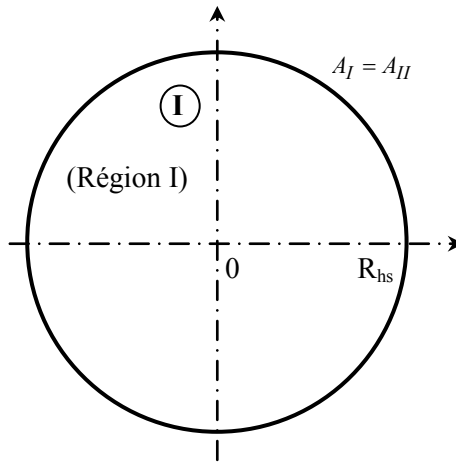


Figure 2.17. Région I et ses conditions aux limites

La continuité de la composante normale de l'induction magnétique entre le milieu I et II s'écrit aussi comme la continuité du potentiel vecteur, soit :

$$A_I(R_{hs}, \theta) = A_{II}(R_{hs}, \theta) \quad (2.36)$$

La solution générale de (2.35) est connue simplement [Farl93] comme étant un problème périodique de Sturm-Liouville dans un disque. En tenant compte de la condition de passage (2.36) et du fait que le potentiel vecteur magnétique doit être fini à $r = 0$, la solution générale de (2.35) s'écrit :

$$A_I(r, \theta) = A_0^I + \sum_{h=1}^{\infty} \left(\frac{r}{R_{hs}}\right)^h (A_h^I \cos(h\theta) + C_h^I \sin(h\theta)) \quad (2.37)$$

Où h est un entier positif.

Les constantes d'intégration A_0^I , A_h^I et C_h^I sont alors déterminées par la décomposition en série de Fourier de $A_{II} \Big|_{R_{hs}}$ sur l'intervalle $[0, 2\pi]$. Les expressions obtenues s'écrivent alors :

$$A_0^I = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} A_{II} \Big|_{R_{hs}} \cdot d\theta \quad (2.38)$$

$$A_h^I = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} A_{II} \Big|_{R_{hs}} \cos(h\theta) \cdot d\theta \quad (2.39)$$

$$C_h^I = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\text{pi}} A_{II} \Big|_{R_{hs}} \sin(h\theta) \cdot d\theta \quad (2.40)$$

Les expressions de A_0^I , A_h^I et C_h^I sont données en **Annexe**.

✧ *Solution générale dans l'air entre la source et les écrans (Région II)*

La **figure 2.18** montre le sous-domaine II et ses conditions limites. L'équation de Laplace qui doit être résolue est la suivante :

$$\frac{\partial^2 A_{II}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{II}}{\partial r} + \frac{\partial^2 A_{II}}{\partial \theta^2} = 0 \quad \text{pour} \quad \begin{cases} R_{hs} \leq r \leq R_{ie} \\ 0 \leq \theta \leq 2\pi \end{cases} \quad (2.41)$$

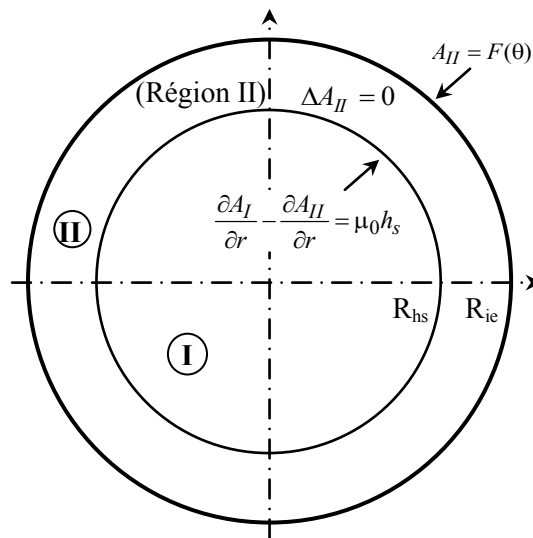


Figure 2.18. Région II et ses conditions aux limites

La continuité de la composante tangentielle du champ entre les milieux I et II en $r = R_{hs}$ s'écrit :

$$\frac{\partial A_{II}}{\partial r} \Big|_{R_{hs}} = \frac{\partial A_I}{\partial r} \Big|_{R_{hs}} - \mu_0 h_s(\theta) \quad (2.42)$$

Comme on peut le voir sur la **figure 2.15**, la condition de passage en $r = R_{ie}$ est particulière du fait de la présence des pastilles supraconductrices. En considérant alors d'une part la continuité du

potentiel vecteur entre les trous et la région II, et d'autre part le fait que le potentiel vecteur soit nul le long d'un écran, la condition de passage en $r = R_{ie}$, peut s'écrire :

$$A_{II}(R_{ie}, \theta) = F(\theta) \quad (2.43)$$

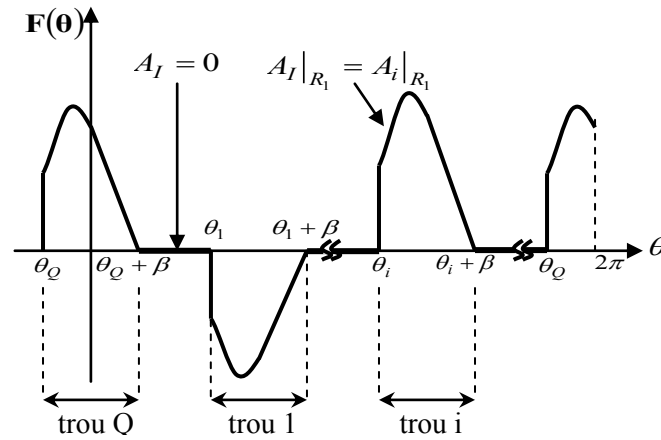


Figure 2.19. Allure de $F(\theta)$ en $r = R_{ie}$

avec :

$$F(\theta) = \begin{cases} A_i(R_{ie}, \theta) & \forall \theta \in [\theta_i, \theta_i + \beta] \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2.44)$$

Où $A_i(r, \theta)$ correspond au potentiel vecteur magnétique dans l' i -ème trou donné par (2.32).

L'allure de $F(\theta)$ en $r = R_{ie}$ le long du sous-domaine II sur l'intervalle $[0, 2\pi]$ est représenté sur la **figure 2.19**.

En tenant compte des conditions de passage (2.42) et (2.43), la solution générale de (2.41) s'écrit :

$$A_{II}(r, \theta) = A_0^{II} + B_0^{II} \ln\left(\frac{r}{R_{ie}}\right) + \sum_{k=1}^{\infty} \left(A_k^{II} \cdot \frac{R_{hs}}{k} \frac{E_k(r, R_{ie})}{P_k(R_{hs}, R_{ie})} + B_k^{II} \frac{P_k(r, R_{ie})}{P_k(R_{ie}, R_{hs})} \right) \cos(k\theta) \\ + \sum_{k=1}^{\infty} \left(C_k^{II} \cdot \frac{R_{hs}}{k} \frac{E_k(r, R_{ie})}{P_k(R_{hs}, R_{ie})} + D_k^{II} \frac{P_k(r, R_{ie})}{P_k(R_{ie}, R_{hs})} \right) \sin(k\theta) \quad (2.45)$$

Où k est un entier positif.

Les constantes d'intégration A_0^{II} , B_0^{II} , A_k^{II} , B_k^{II} , C_k^{II} et D_k^{II} sont déterminées par la décomposition en série de Fourier de $\left. \frac{\partial A_I}{\partial r} \right|_{R_{hs}} - \mu_0 h_s(\theta)$ et $F(\theta)$ sur l'intervalle $[0, 2\pi]$. Les expressions obtenues s'écrivent alors :

$$A_0^{II} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(\theta) \cdot d\theta \quad (2.46)$$

$$B_0^{II} = \frac{R_{hs}}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\left. \frac{\partial A_I}{\partial r} \right|_{R_{hs}} - \mu_0 h_s(\theta) \right) \cdot d\theta \quad (2.47)$$

$$A_k^{\text{II}} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \left(\left. \frac{\partial A_I}{\partial r} \right|_{R_{hs}} - \mu_0 h_s(\theta) \right) \cos(k\theta) \cdot d\theta \quad (2.48)$$

$$B_k^{\text{II}} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(\theta) \cos(k\theta) \cdot d\theta \quad (2.49)$$

$$C_k^{\text{II}} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \left(\left. \frac{\partial A_I}{\partial r} \right|_{R_{hs}} - \mu_0 h_s(\theta) \right) \sin(k\theta) \cdot d\theta \quad (2.50)$$

$$D_k^{\text{II}} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(\theta) \sin(k\theta) \cdot d\theta \quad (2.51)$$

Les expressions A_0^{II} , B_0^{II} , A_k^{II} , B_k^{II} , C_k^{II} et D_k^{II} sont données en **Annexe**.

✧ *Solution générale au-delà des écrans (Région III)*

La **figure 2.20** montre le sous-domaine III et ses conditions limites. L'équation de Laplace qui doit être résolue est la suivante :

$$\frac{\partial^2 A_{\text{III}}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{\text{III}}}{\partial r} + \frac{\partial^2 A_{\text{III}}}{\partial \theta^2} = 0 \quad \text{pour} \quad \begin{cases} R_{ee} \leq r \leq R_{lim} \\ 0 \leq \theta \leq 2\pi \end{cases} \quad (2.52)$$

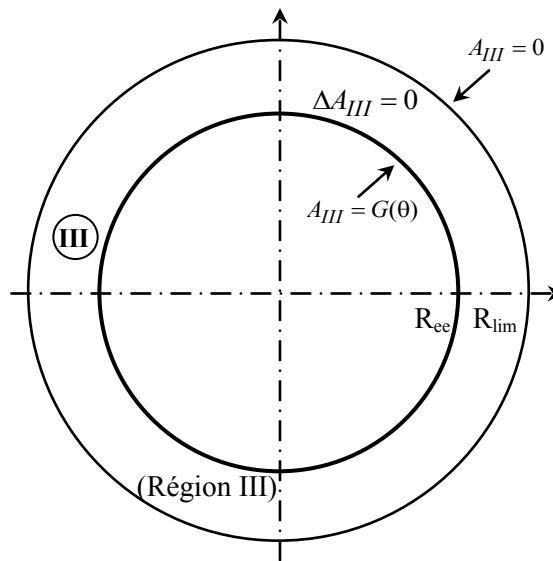


Figure 2.20. Région III et ses conditions aux limites.

Nous avons choisi d'imposer une condition de Dirichlet à la limite du domaine d'étude :

$$A_{\text{III}}(R_{lim}, \theta) = 0 \quad (2.53)$$

La limite extérieure en $r = R_{lim}$ est choisie suffisamment grande pour ne pas fausser les résultats.

Le même principe que celui présenté précédemment page 58, sera utilisé pour déterminer la continuité en $r = R_{ee}$, exprimé par la fonction $G(\theta)$. La condition de passage s'écrit alors :

$$A_{III}(R_{ee}, \theta) = G(\theta) \quad (2.54)$$

Avec :

$$G(\theta) = \begin{cases} A_i(R_{ee}, \theta) & \forall \theta \in [\theta_i, \theta_i + \beta] \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2.55)$$

Où $A_i(r, \theta)$ correspond au potentiel vecteur magnétique dans l' i -ème trou donné par (2.32).

En tenant compte des conditions de passage (2.53) et (2.54), la solution générale de (2.52) s'écrit :

$$A_{III}(r, \theta) = B_0^{III} \frac{\ln(r/R_{lim})}{\ln(R_{ee}/R_{lim})} + \sum_{m=1}^{\infty} \left(B_m^{III} \cdot \frac{E_m(r, R_{lim})}{E_m(R_{ee}, R_{lim})} \right) \cos(m\theta) \\ + \sum_{m=1}^{\infty} \left(D_m^{III} \cdot \frac{E_m(r, R_{lim})}{E_m(R_{ee}, R_{lim})} \right) \sin(m\theta) \quad (2.56)$$

Où m est un entier positif.

Les constantes B_0^{III} , B_m^{III} et D_m^{III} sont alors déterminées par la décomposition en série de Fourier de $G(\theta)$ sur l'intervalle $[0, 2\pi]$. Les expressions obtenues s'écrivent alors :

$$B_0^{III} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} G(\theta) \cdot d\theta \quad (2.57)$$

$$B_m^{III} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} G(\theta) \cos(m\theta) \cdot d\theta \quad (2.58)$$

$$D_m^{III} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} G(\theta) \sin(m\theta) \cdot d\theta \quad (2.59)$$

Les expressions B_0^{III} , B_m^{III} et D_m^{III} sont données en **Annexe**.

Pour la détermination de la fonction de modulation, nous avons besoin de l'expression de l'induction dans la région III. La distribution de l'induction en $r = R_e$ est déduit à partir de (2.56) par:

$$B_{normale}^{III} = \frac{1}{r} \frac{\partial A_{III}}{\partial \theta} \Big|_{R_e} \quad (2.60)$$

$$B_{tangentielle}^{III} = - \frac{\partial A_{III}}{\partial r} \Big|_{R_e} \quad (2.61)$$

On obtient alors :

$$\begin{aligned}
 B_{\text{normale}}^{\text{III}}(R_e, \theta) = & - \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{m}{R_e} \right) \left(B_m^{\text{III}} \cdot \frac{E_m(R_e, R_{lim})}{E_m(R_{ee}, R_{lim})} \right) \sin(m\theta) \\
 & + \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{m}{R_e} \right) \left(D_m^{\text{III}} \cdot \frac{E_m(R_e, R_{lim})}{E_m(R_{ee}, R_{lim})} \right) \cos(m\theta)
 \end{aligned} \quad (2.62)$$

$$\begin{aligned}
 B_{\text{tangentielle}}^{\text{III}}(R_e, \theta) = & - \frac{B_0^{\text{III}}}{R_e \cdot \ln(R_{ee}/R_{lim})} \\
 & - \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{m}{R_e} \right) \left(B_m^{\text{III}} \cdot \frac{P_m(R_e, R_{lim})}{E_m(R_{ee}, R_{lim})} \right) \cos(m\theta) \\
 & - \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{m}{R_e} \right) \left(D_m^{\text{III}} \cdot \frac{P_m(R_e, R_{lim})}{E_m(R_{ee}, R_{lim})} \right) \sin(m\theta)
 \end{aligned} \quad (2.63)$$

◇ Calcul des constantes d'intégration

Les solutions dans chaque milieu étant déterminées, nous devons calculer tous les coefficients des différents sous-domaines. L'écriture de l'ensemble des équations liants les constantes d'intégration est mise sous la forme matricielle ci-dessous :

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|}
 \hline
 1 & \theta & \theta & 1 & \theta & \theta & \theta & \theta & 0 & \theta & \theta & \theta & \theta & \dots & \theta & \theta & A_0^I & 0 \\
 \hline
 [0] & [-1] & [0] & [0] & [A_{h1}^k] & [A_{h2}^k] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & \dots & [0] & [0] & [A_h^I] & [0] \\
 \hline
 [0] & [0] & [-1] & [0] & [0] & [C_{h3}^k] & [C_{h4}^k] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & \dots & [0] & [0] & [C_h^I] & [0] \\
 \hline
 0 & \theta & \theta & -1 & \theta & \theta & \theta & \theta & 0 & \theta & \theta & [V_{ic1}^n] & [V_{id1}^n] & \dots & [V_{icq}^n] & [V_{idq}^n] & A_0^{II} & 0 \\
 \hline
 [0] & [A_{k1}^h] & [0] & [0] & [-1] & [0] & [0] & [0] & 0 & [0] & [0] & [0] & [0] & \dots & [0] & [0] & [A_k^{II}] & [S_{m1}] \\
 \hline
 [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [-1] & [0] & [0] & 0 & [0] & [0] & [B_{kc1}^n] & [B_{kd1}^n] & \dots & [B_{kcq}^n] & [B_{kdq}^n] & [B_k^{II}] & [0] \\
 \hline
 [0] & [C_{k3}^h] & [0] & [0] & [0] & [-1] & [0] & [0] & 0 & [0] & [0] & [0] & [0] & \dots & [0] & [0] & [C_k^{II}] & [S_{m2}] \\
 \hline
 [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [-1] & [0] & 0 & [0] & [0] & [D_{kc1}^n] & [D_{kd1}^n] & \dots & [D_{kcq}^n] & [D_{kdq}^n] & [D_k^{II}] & [0] \\
 \hline
 0 & \theta & \theta & 0 & \theta & \theta & \theta & \theta & 1 & \theta & \theta & [V_{ic1}^n] & [V_{id1}^n] & \dots & [V_{icq}^n] & [V_{idq}^n] & B_0^{III} & 0 \\
 \hline
 [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [-1] & [0] & [B_{mc1}^n] & [B_{md1}^n] & \dots & [B_{mcq}^n] & [B_{mdq}^n] & [B_m^{III}] & [0] \\
 \hline
 [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [-1] & [D_{mc1}^n] & [D_{md1}^n] & \dots & [D_{mcq}^n] & [D_{mdq}^n] & [D_m^{III}] & [0] \\
 \hline
 [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [M_{n1A}^k] & [M_{n1B}^k] & [M_{n1C}^k] & [M_{n1D}^k] & [0] & [0] & [-1] & [0] & \dots & [0] & [0] & [C_n^{i=1}] & [0] \\
 \hline
 [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [M_{n1A}^m] & [M_{n1B}^m] & [0] & [-1] & \dots & [0] & [D_n^{i=1}] & [0] \\
 \hline
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 \hline
 [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [M_{nQA}^k] & [M_{nQB}^k] & [M_{nQC}^k] & [M_{nQD}^k] & [0] & [0] & [0] & [0] & \dots & [-1] & [0] & [C_n^{i=Q}] & [0] \\
 \hline
 [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [M_{nQA}^m] & [M_{nQB}^m] & [0] & [0] & \dots & [0] & [D_n^{i=Q}] & [0] \\
 \hline
 \end{array} \cdot = \quad (2.64)$$

Avec :

$[V_{M_{Ki}}^X]$ - Vecteur liant les coefficients du milieu M avec les trous $i = 1$ à Q ; K_i représente le coefficient C_i ou D_i correspondant. Nous avons un vecteur ligne de longueur X .

$[M_{n_{iK}}^X]$ - Matrice liant les coefficients des trous $i = 1$ à Q avec le milieu aux indices X ; iK représente le coefficient C_i ou D_i correspondant. Nous avons une matrice de dimension $X \times n$.

$[A_{XK}^Y]$ - Matrice liant les coefficients des milieux aux indices X et Y ; K représente un indice de numérotation. Nous avons une matrice de dimension Y x X.

$[C_{XK}^Y]$ - Matrice liant les coefficients des milieux aux indices X et Y ; K représente un indice de numérotation. Nous avons une matrice de dimension Y x X.

$[B_{XKi}^n]$ - Matrice liant les coefficients B d'indice X avec les trous $i = 1$ à Q ; K_i représente le coefficient C_i ou D_i correspondant. Nous avons une matrice de dimension n x X.

$[D_{XKi}^n]$ - Matrice liant les coefficients D d'indice X avec les trous $i = 1$ à Q ; K_i représente le coefficient C_i ou D_i correspondant. Nous avons une matrice de dimension n x X.

$[0]$ - Vecteur colonne de zéro.

$\neq 0$ - Vecteur ligne de zéro.

$[0]$ - Matrice dont les coefficients sont égaux à 0.

$[-1]$ - Matrice dont les coefficients diagonaux sont égaux à -1.

La matrice résultante est une matrice carrée, globalement creuse, qui a pour dimension :

$$((2h + 1) + (4k + 1) + (2m + 1) + (nQ)) \times ((2h + 1) + (4k + 1) + (2m + 1) + (nQ))$$

L'écriture suivante peut donc être utilisée :

$$[M] \cdot [COEF] = [SOURCE] \quad (2.65)$$

$[M]$ - Matrice regroupant les termes liant les sous-domaines,

$[COEF]$ - Vecteur regroupant les coefficients d'intégration de chaque sous-domaine,

$[SOURCE]$ - Vecteur regroupant les termes sources du problème,

La solution s'écrit alors :

$$[COEF] = [M]^{-1} \cdot [SOURCE] \quad (2.66)$$

Le résultat est obtenu à l'aide du logiciel MATLAB¹⁷. Les constantes d'intégration obtenues pourront être appliqués dans les expressions calculées précédemment afin d'avoir la distribution du champ, de l'induction ou du potentiel vecteur dans les différents sous-domaines.

◇ Expression analytique du champ radial avec écran

Dans notre étude, seule la distribution du champ radiale du sous-domaine III, $B_{normale}^{III}$, est utile pour le calcul de la fonction de modulation. Le champ radial avec écran, $B_{r_e}(R_e, \theta)$, s'écrit :

$$B_{r_e}(R_e, \theta) = - \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{m}{R_e} \right) \left(B_m^{III} \cdot \frac{E_m(R_e, R_{lim})}{E_m(R_{ee}, R_{lim})} \right) \sin(m\theta) + \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{m}{R_e} \right) \left(D_m^{III} \cdot \frac{E_m(R_e, R_{lim})}{E_m(R_{ee}, R_{lim})} \right) \cos(m\theta) \quad (2.67)$$

Pour déterminer la fonction de modulation, il nous faut calculer le champ radial en $r = R_e$ sans les écrans.

¹⁷ www.mathworks.fr

e. Formulation sans écran

L'équation de Laplace est résolue dans les différents sous-domaines présentés sur la **figure 2.15a** et les notations utilisées sont les suivantes :

- $A_1 = A_1(r, \theta) \cdot e_z$ pour le sous-domaine sous la source, Région 1,
- $A_2 = A_2(r, \theta) \cdot e_z$ pour le sous-domaine au-delà de la source, Région 2,

La **figure 2.21** montre les sous-domaines 1 et 2 et les conditions aux limites.

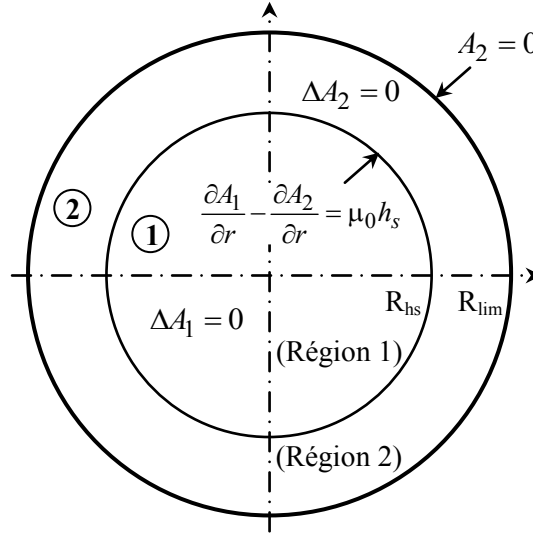


Figure 2.21. Sous-domaine 1 et 2 avec leurs conditions aux limites

◇ Solution générale sous la source (Région 1)

L'équation de Laplace qui doit être résolue est la suivante :

$$\frac{\partial^2 A_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_1}{\partial r} + \frac{\partial^2 A_1}{\partial \theta^2} = 0 \quad \text{pour } \begin{cases} 0 \leq r \leq R_{hs} \\ 0 \leq \theta \leq 2\pi \end{cases} \quad (2.68)$$

La continuité de la composante tangentielle du champ entre les milieux 1 et 2 en $r = R_{hs}$ s'écrit :

$$\left. \frac{\partial A_1}{\partial r} \right|_{R_{hs}} = \left. \frac{\partial A_2}{\partial r} \right|_{R_{hs}} - \mu_0 h_s(\theta) \quad (2.69)$$

En tenant compte de la condition de passage (2.69) et du fait que le potentiel vecteur magnétique doit être fini à $r = 0$, la solution générale de (2.68) s'écrit :

$$A_1(r, \theta) = \sum_{h=1}^{\infty} \left(\frac{r}{R_{hs}} \right)^h (A_h \cos(h\theta) + C_h \sin(h\theta)) \quad (2.70)$$

Où h est un entier positif.

Les constantes d'intégration A_h et C_h sont alors déterminées par la décomposition en série de Fourier de $\left. \frac{\partial A_2}{\partial r} \right|_{R_{hs}} = \left. \frac{\partial A_1}{\partial r} \right|_{R_{hs}} - \mu_0 h_s(\theta)$ sur l'intervalle $[0, 2\pi]$. Les expressions obtenues s'écrivent alors :

$$A_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \left(\left. \frac{\partial A_2}{\partial r} \right|_{R_{hs}} - \mu_0 h_s(\theta) \right) \cos(l\theta) \cdot d\theta \quad (2.71)$$

$$C_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \left(\left. \frac{\partial A_2}{\partial r} \right|_{R_{hs}} - \mu_0 h_s(\theta) \right) \sin(l\theta) \cdot d\theta \quad (2.72)$$

✧ *Solution générale au-delà de la source (Région 2)*

L'équation de Laplace qui doit être résolue dans le milieu 2 est la suivante :

$$\frac{\partial^2 A_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_1}{\partial r} + \frac{\partial^2 A_1}{\partial \theta^2} = 0 \quad \text{pour } \begin{cases} 0 \leq r \leq R_{hs} \\ 0 \leq \theta \leq 2\pi \end{cases} \quad (2.73)$$

La continuité de la composante normale de l'induction entre les milieux 1 et 2 s'écrit aussi comme la continuité du potentiel vecteur, soit :

$$A_1(R_{hs}, \theta) = A_2(R_{hs}, \theta) \quad (2.74)$$

A la limite du domaine d'étude, on impose la condition suivante :

$$A_2(R_{lim}, \theta) = 0 \quad (2.75)$$

La limite extérieure en $r = R_{lim}$ est choisie suffisamment grande pour ne pas fausser les résultats.

En tenant compte des conditions de passage (2.74) et (2.75), la solution générale de (2.73) s'écrit :

$$A_2(r, \theta) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{E_j(r, R_{lim})}{E_j(R_{hs}, R_{lim})} (A_j \cos(j\theta) + C_j \sin(j\theta)) \quad (2.76)$$

Où j est un entier positif, la fonction E_j est définie par (2.17).

Les constantes d'intégration A_j et C_j sont alors déterminées par la décomposition en série de Fourier de $A_1(R_{hs}, \theta)$ sur l'intervalle $[0, 2\pi]$. Les expressions obtenues s'écrivent alors :

$$A_j = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} A_1(R_{hs}, \theta) \cos(j\theta) \cdot d\theta \quad (2.77)$$

$$C_j = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} A_1(R_{hs}, \theta) \sin(j\theta) \cdot d\theta \quad (2.78)$$

✧ *Calcul des constantes d'intégration*

La source utilisée est en cosinus avec une polarité p_s . Les constantes d'intégration ne sont donc non nulles que pour $l = p_s$ et $j = p_s$. Dans ce cadre, avec les expressions (2.71), (2.72), (2.77) et (2.78), nous obtenons :

$$A_1 = A_j \quad (2.79)$$

$$C_1 = 0 \quad (2.80)$$

$$A_j = \frac{\mu_0 \cdot H_s \cdot R_{hs}}{p_s} \cdot \frac{E_{p_s}(R_{hs}, R_{lim})}{P_{p_s}(R_{hs}, R_{lim}) + E_{p_s}(R_{hs}, R_{lim})} \quad (2.81)$$

$$C_j = 0 \quad (2.82)$$

◇ Expression analytique du champ radial sans écran

Dans notre étude, seule la distribution du champ radiale du sous-domaine 2, $B_{normale_2}$, est utilisée, avec :

$$B_{normale_2} = \frac{1}{r} \frac{\partial A_2}{\partial \theta} \Big|_{R_e} \quad (2.83)$$

$$B_{tangentielle_2} = - \frac{\partial A_2}{\partial r} \Big|_{R_e} \quad (2.84)$$

Pour le calcul de la fonction de modulation, le champ radial sans écran, $B_{r_s}(R_e, \theta)$, s'écrit alors :

$$B_{r_s}(R_e, \theta) = -\mu_0 \cdot H_s \frac{R_{hs}}{R_e} \frac{E_{p_s}(R_e, R_{lim})}{P_{p_s}(R_{hs}, R_{lim}) + E_{p_s}(R_{hs}, R_{lim})} \cdot \sin(p_s \cdot \theta) \quad (2.85)$$

f. Résultat

Afin de validé les calculs des inductions radiales avec et sans écran, une comparaison est donnée avec FEMM, pour les paramètres définis dans le **Tableau VII**, de la **figure 2.14**.

Les distributions de l'induction radiale obtenues sans écran $B_{r_s}(R_e, \theta)$ et avec écrans $B_{r_e}(R_e, \theta)$ sont représentées sur la **figure 2.22**.

L'induction radiale sans écrans en $r = R_e$ conserve une allure sinusoïdale d'amplitude réduite par rapport à la source h_s imposée en cosinus ; sa distribution est illustrée sur la **figure 2.22b**.

Sur la **figure 2.22a**, la présence des écrans supraconducteurs modifie la répartition de l'induction radiale en $r = R_e$. En effet, cette dernière montre une induction proche de zéro derrière les écrans supraconducteurs.

Nous constatons une bonne adéquation avec le calcul par éléments finis.

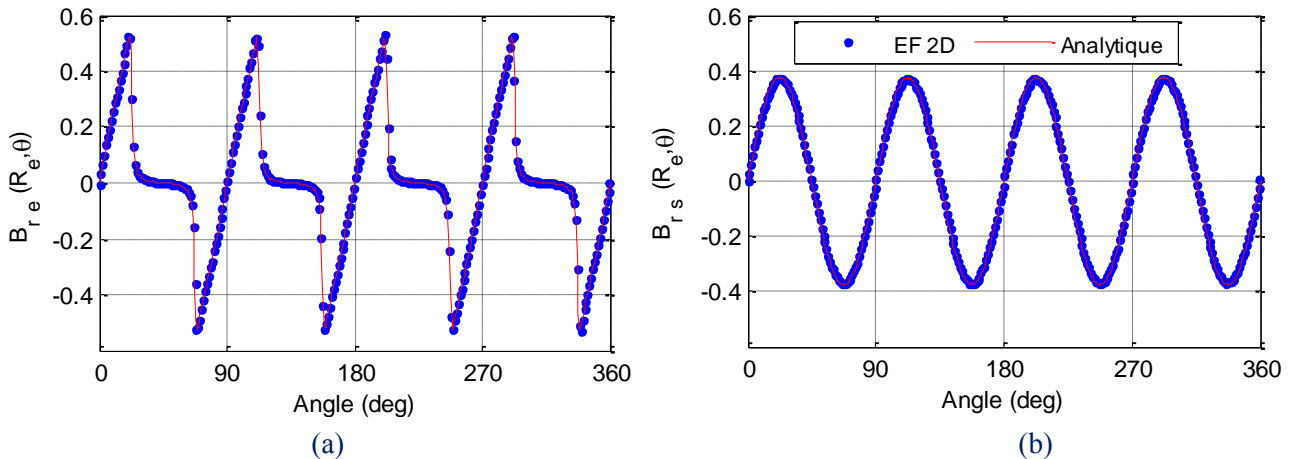


Figure 2.22. Comparaison de l'induction radiale avec (a) et sans (b) les écrans supraconducteurs dans le problème plan 2D.

g. Fonction de modulation

Connaissant la distribution de l'induction radiale avec et sans écrans, la modulation peut alors être obtenue par (2.14), soit, à partir de (2.67) et (2.85) :

$$\lambda_r(R_e, \theta) = \frac{\sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{m}{R_e}\right) \frac{E_m(R_e, R_{lim})}{E_m(R_{ee}, R_{lim})} (D_m^{III} \cdot \cos(m\theta) - B_m^{III} \cdot \sin(m\theta))}{-\mu_0 \cdot H_s \frac{R_{hs}}{R_e} \frac{E_{p_s}(R_e, R_{lim})}{P_{p_s}(R_{hs}, R_{lim}) + E_{p_s}(R_{hs}, R_{lim})} \cdot \sin(p_s \theta)} \quad (2.86)$$

La figure **ci-dessous** présente la fonction de modulation obtenue avec la méthode présentée pour les paramètres définis dans le **Tableau VII**. Nous remarquons sur la figure de droite que les amplitudes de la composante continue et de l'harmonique de rang $n_h = Q$, ici 4, sont importantes. La fonction de modulation λ_r n'est composée que des harmoniques multiples de la polarité de l'inducteur, correspondant au nombre d'écrans supraconducteurs.

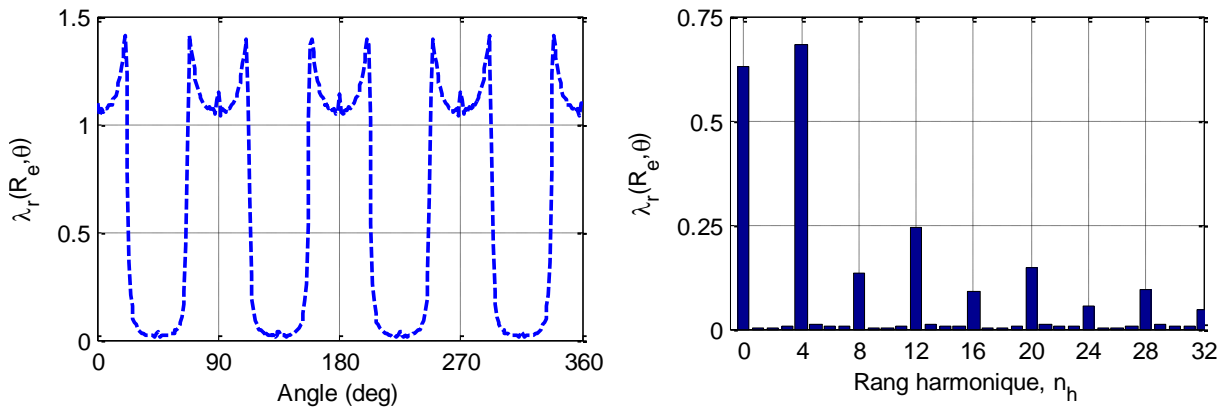


Figure 2.23. Distribution de la fonction de modulation et ses harmoniques.

4. Champ résultant de l'inducteur

Dans la **partie 2**, nous avons déterminé le champ radial créé par deux solénoïdes alimentées en opposition. Ensuite la fonction de modulation résultant de l'insertion d'écrans supraconducteurs dans un champ source a été calculée dans la **partie 3**.

Le champ résultant de l'inducteur sera alors le produit de ces deux fonctions, établi en (2.1), soit :

$$B_{r_{inducteur}}(R_e, \theta) = B_{r_{solenoïde}}(R_e) \cdot \lambda_{r_{ecran}}(R_e, \theta)$$

- θ : La position angulaire autour de l'inducteur,
- $\lambda_{r_{ecran}}$: La fonction de modulation résultant de la présence des pastilles supraconductrices,
- $B_{r_{solenoïde}}$: L'induction radiale créée par les solénoïdes sans écrans,
- $B_{r_{inducteur}}$: L'induction radiale résultante de l'inducteur.

La **figure 2.24** donne la répartition de l'induction radiale pour les paramètres indiqués dans le tableau à gauche. La validité du modèle est donc réalisée dans la suite du chapitre par une comparaison expérimentale et par un calcul éléments finis 3D obtenu avec COMSOL v3.5a.

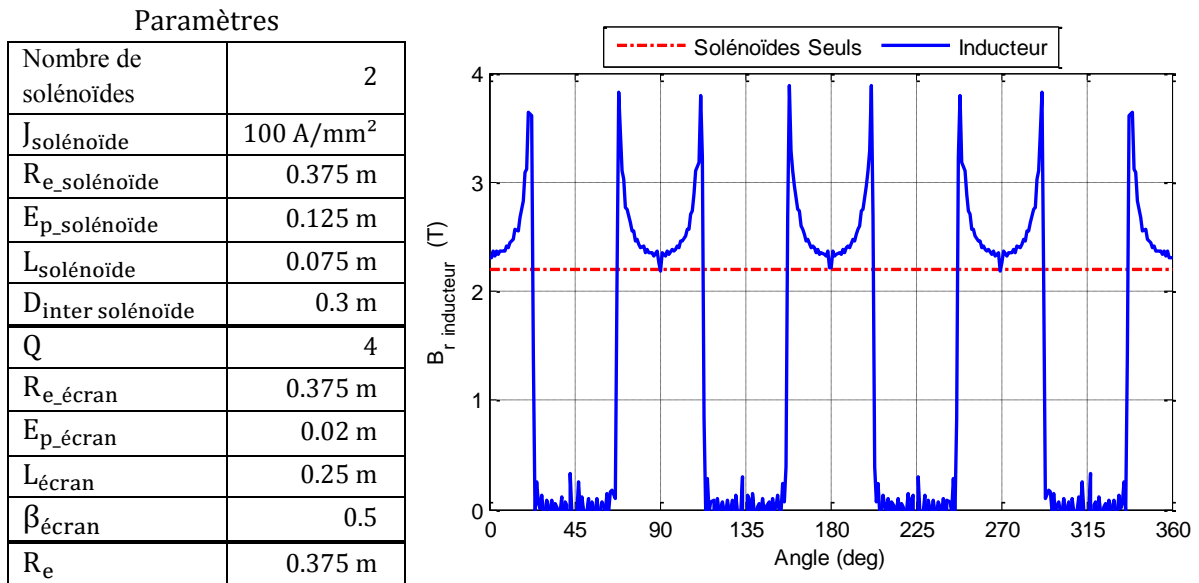


Figure 2.24. Champ magnétique radial de l'inducteur en $r = R_e$ à $z = 0$.

III. VALIDITE ET LIMITES DU MODELE

1. Variation de l'induction radiale sur θ

Dans un premier temps, il est intéressant de valider la méthode proposée avec les précédents travaux effectués dans le cadre de cette topologie. Les paramètres des deux prototypes, [MASSON] et [AILAM], sont donnés respectivement dans le tableau suivant :



Structure étudiée	IND1	IND2
Matériau des fils SC	NbTi	NbTi
Nombre de solénoïde	2	2
$J_{\text{solénoïde}}$, A/mm ²	423	70
$R_{\text{e_solénoïde}}$, mm	32	105
$E_{\text{p_solénoïde}}$, mm	12	30
$L_{\text{solénoïde}}$, mm	45	50
$D_{\text{inter solénoïde}}$, mm	30	50
Matériau des écrans SC	YBCO	YBCO
Forme d'un écran		
Q	4	4
$R_{\text{e_écran}}$, mm	32	105
$E_{\text{p_écran}}$, mm	5	5
$L_{\text{écran}}$, mm	25	50
$O_{\text{uv_écran}}$, degré	57	45

Tableau VIII. Paramètres des inducteurs réalisés au laboratoire

a. Prototype de Philippe Masson

La **figure 2.25** illustre la comparaison le modèle développé précédemment avec un calcul éléments finis 3D et un relevé expérimental sur le contour extérieur de l'inducteur ($R_e = 32 \text{ mm}$) à la position axiale $z = 0$. Ce dernier est représenté sur la **figure 2.25** de droite, l'induction a été relevée à l'aide de sondes à effet Hall (S1 à S10).

Ces mesures expérimentales correspondent à celles réalisées dans la thèse de P. Masson [Mass02]. Les caractéristiques de ce prototype réalisé au laboratoire à Nancy, sont rappelées dans le **Tableau VIII- IND1**.

Nous constatons une bonne adéquation entre les 3 méthodes avec une induction proche de zéro derrière les écrans supraconducteurs et une valeur maximale entre les pastilles, malgré une configuration choisie différente pour les pastilles SHTc dans le modèle analytique (tuiles à la place de plaques). Par ailleurs, nous observons pour ce rayon que l'induction radiale entre les supraconducteurs massifs est supérieure à l'induction radiale résultante des deux solénoïdes seuls.

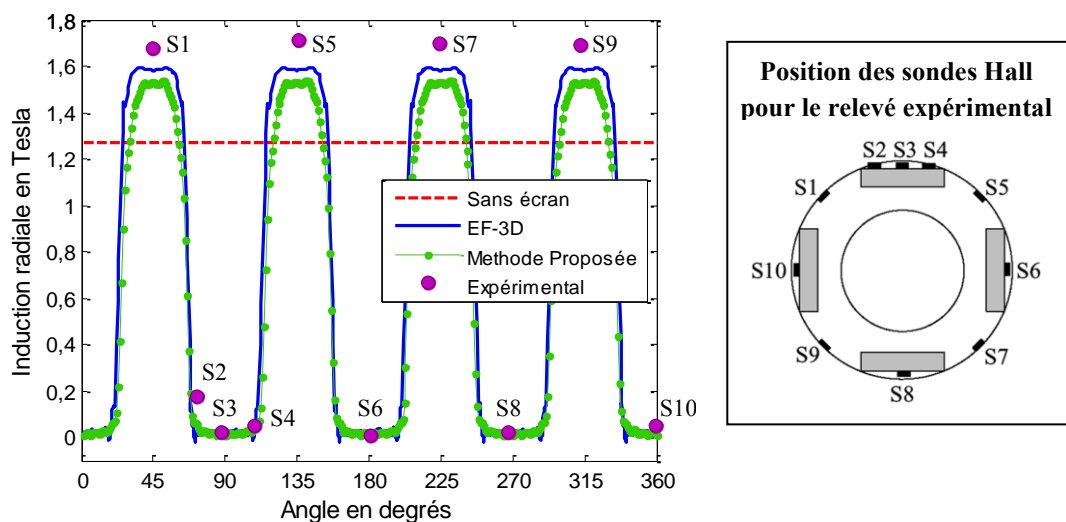


Figure 2.25. Comparaison « calculs/mesures » de l'induction radiale ($R_e = 32 \text{ mm}$, $I_{fil} = 260 \text{ A}$)

b. Prototype d'Ailam El Hadj

Une seconde comparaison du modèle développé précédemment avec un calcul éléments finis 3D est illustré sur la **figure 2.26** sur le contour extérieur de l'inducteur ($R_e = 118 \text{ mm}$) à la position axiale $z = 0$. La comparaison de l'induction est réalisée à une distance de 13 mm de l'inducteur, équivalent à un contour dans l'entrefer à proximité de l'induit ($R_{e_écran} = 105 \text{ mm}$ et $R_{induit} = 120 \text{ mm}$). Les caractéristiques de ce prototype réalisé au laboratoire à Nancy lors des travaux de A. El Hadj [Aila06] sont rappelées dans le **Tableau VIII- IND2**.

Nous obtenons de bons résultats entre les 2 méthodes avec une configuration légèrement différente pour les pastilles SHTc dans le modèle analytique (tuiles à la place d'un assemblage de plaques).

En effet, l'induction radiale est maximale entre les écrans supraconducteurs, et reste supérieure à l'induction radiale résultante des deux solénoïdes seuls. Cependant, derrière les pastilles, nous constatons un léger écart. Une méthode permettant d'améliorer ce résultat est proposée dans la suite.

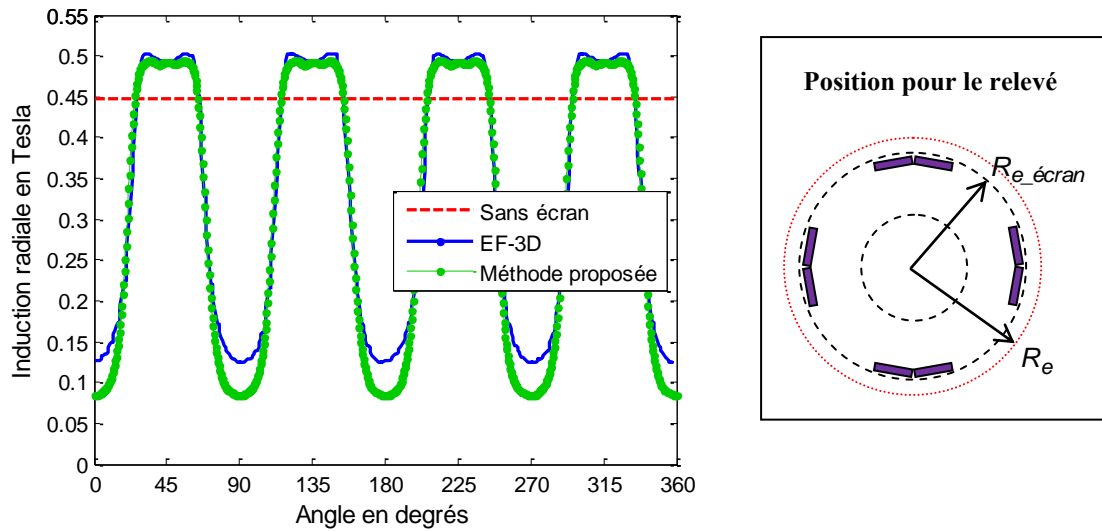


Figure 2.26. Comparaison des calculs pour l'induction radiale ($R_e = 118 \text{ mm}$, $I_{\text{fil}} = 15 \text{ A}$)

2. Induction radiale pour différents rayons R_e

Dans cette partie, nous allons observer la validité du modèle développé, toujours à la position axiale $z = 0$, en fonction du rayon externe de l'inducteur, $R_{\text{inducteur}}$, et du rayon de relevé R_e , comme illustrés sur la **figure 2.27**. En effet dans les deux exemples précédents, nous constatons que l'estimation de l'induction radiale derrière les écrans diffère dans le second cas pour une distance d'entrefer plus importante.

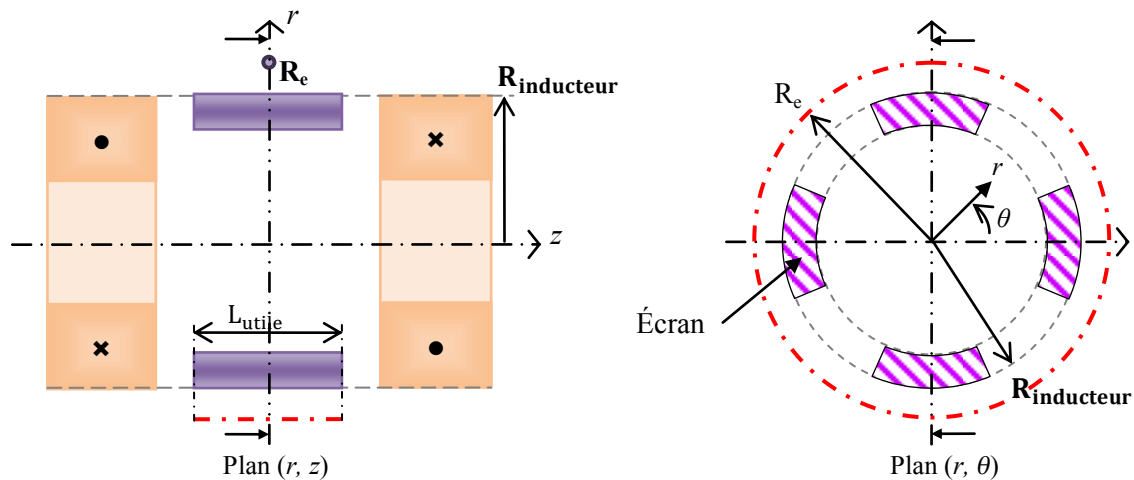


Figure 2.27. Zone de relevé (- - -) de l'induction

Dans ce cadre, nous avons choisi de tracer la valeur du fondamental et de la valeur moyenne de l'induction radiale obtenue dans les différents exemples. Leurs paramètres sont présentés dans le **Tableau IX**.

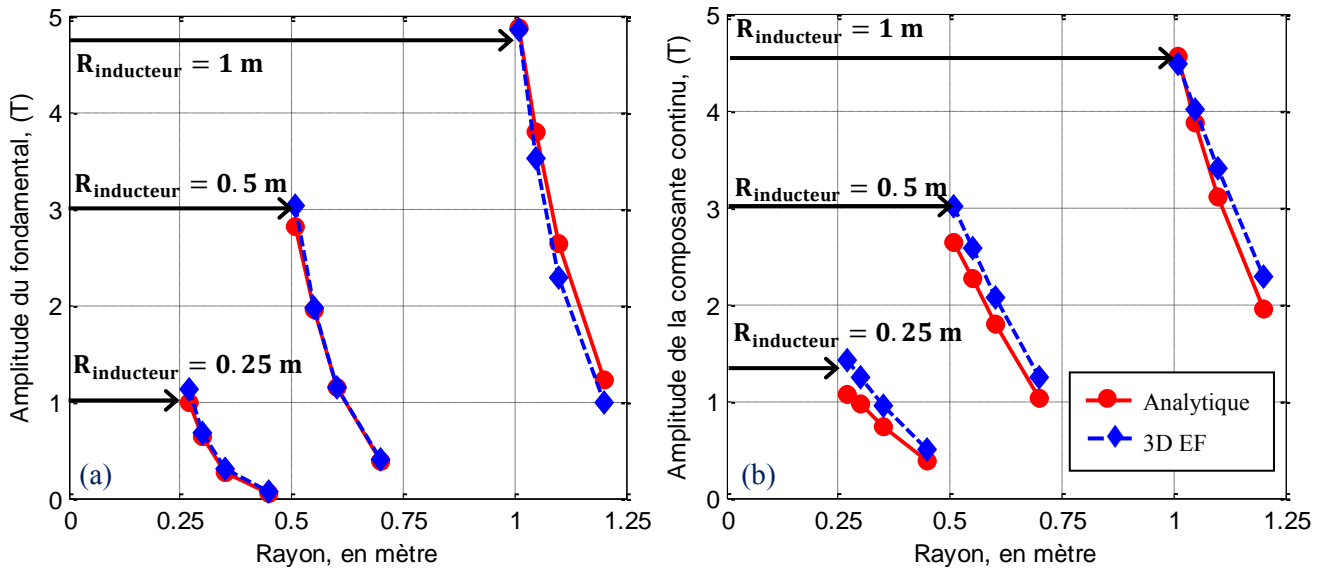


Figure 2.28. Pour différents rayons : (a) Fondamental de l'induction, (b) Valeur moyenne de l'induction.

Les résultats présentés sur la **figure 2.28** montrent une estimation du fondamental et de la valeur moyenne de l'induction radiale indépendamment de la distance de l'inducteur sur le plan $z = 0$ avec une erreur globalement inférieure à 15%. Nous notons que l'erreur réalisée sur la composante continue diminue avec l'augmentation du rayon d'inducteur.

Au travers des différentes études réalisées, nous avons observé que la méthode proposée donne une meilleure estimation de l'induction radiale sur le contour de l'inducteur (en R_e) lorsque le rapport e/R_e est faible (c'est-à-dire proche de l'inducteur), où $e = R_e - R_{\text{inducteur}}$, il représente la distance du relevé par rapport au rayon de l'inducteur. Nous étudierons dans le chapitre suivant l'influence de ce paramètre.

Structure étudiée			
Nombre de solénoïde	2	Q	4
$J_{\text{solénoïde}}, \text{A/mm}^2$	150		
$R_{e,\text{solénoïde}}, \text{mm}$	$R_{\text{inducteur}}$	$R_{e,\text{écran}}, \text{mm}$	$R_{\text{inducteur}}$
$E_{p,\text{solénoïde}}, \text{mm}$	$1/3 \cdot R_{\text{inducteur}}$	$E_{p,\text{écran}}, \text{mm}$	20
$L_{\text{solénoïde}}, \text{mm}$	150	$L_{\text{écran}}, \text{mm}$	300
$D_{\text{inter solénoïde}}, \text{mm}$	300	$\beta_{\text{écran}}$	0.5

Tableau IX. Paramètres de topologies

3. Induction radiale sur la longueur utile

L'hypothèse de départ du modèle développé considère le plan médian $z = 0$, entre les deux solénoïdes. Dans ce cadre, les exemples précédents montrent la validité du domaine dans ce plan. C'est pourquoi, nous nous intéressons aussi à la validité de celui-ci sur la longueur utile de l'inducteur, illustrée sur la **figure 2.27**. Les paramètres sont présentés dans le **Tableau IX** pour un rayon externe de l'inducteur, $R_{\text{inducteur}} = 500 \text{ mm}$.

Les figures suivantes illustrent l'induction radiale entre deux solénoïdes pour deux positions angulaires θ : une entre les écrans et une derrière un écran. Dans ce cadre, nous avons comparé les résultats à deux distances de l'inducteur : une première positionnée à proximité (à $e = 1 \text{ mm}$) du

contour extérieur de l'inducteur sur la **figure 2.29**, soit $R_e = 501$ mm, et une seconde plus éloignée (à $e = 20$ mm), soit $R_e = 520$ mm, sur la **figure 2.30**.

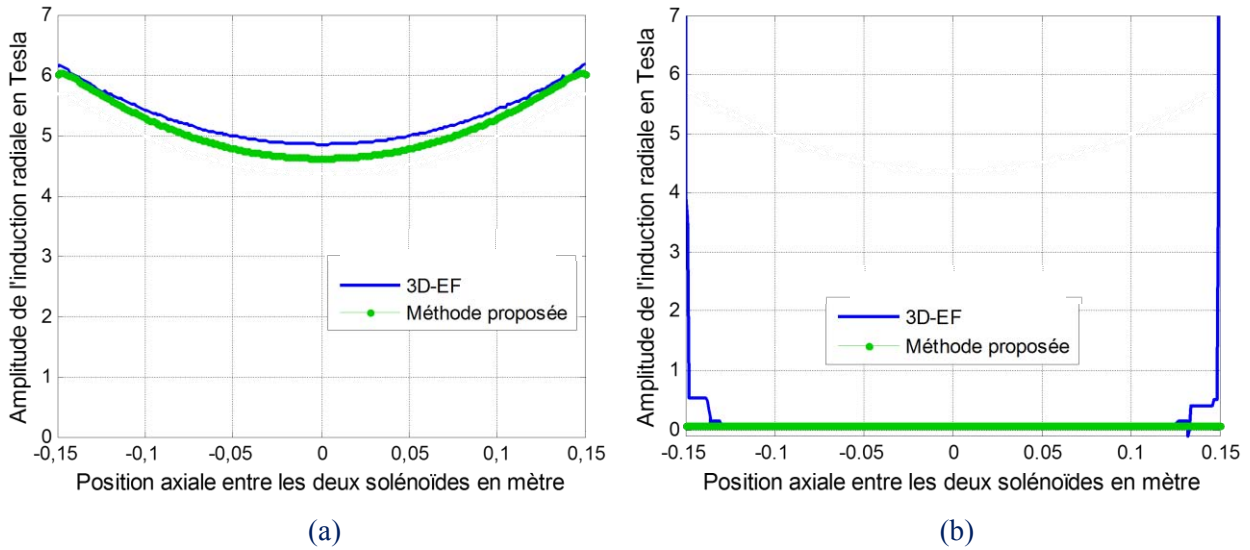


Figure 2.29. Comparaison des calculs pour l'induction ($R_e = 501$ mm) : (a) θ choisi entre deux écrans, (b) θ choisi derrière un écran

Dans le premier cas, à une distance très proches de l'inducteur, nous constatons que le modèle présente une allure similaire à l'étude 3D-EF sur la longueur axiale entre deux solénoïdes, tant entre deux écrans, **figure 2.29a**, que derrière les pastilles supraconductrices, **figure 2.29b**.

Dans le second cas, lorsque l'on s'éloigne suffisamment de la structure, la méthode proposée reste valable sur toute la longueur utile entre deux écrans **figure 2.30a**, mais diffère derrière l'écran supraconducteur, **figure 2.30b**.

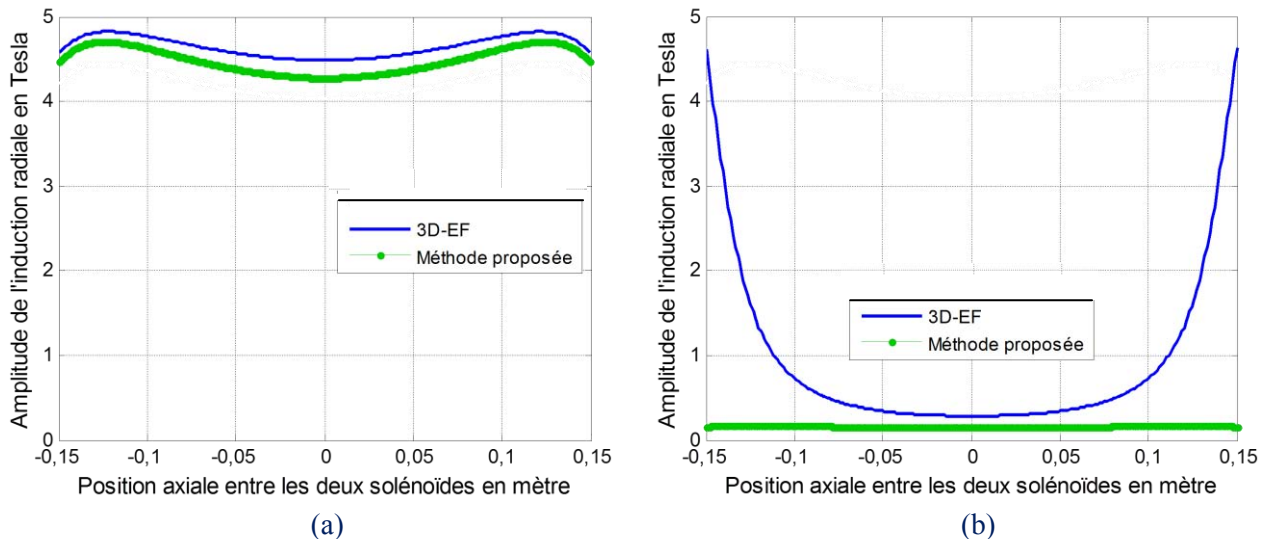


Figure 2.30. Comparaison des calculs pour l'induction ($R_e = 520$ mm) : (a) θ choisi entre deux écrans, (b) θ choisi derrière un écran

Pour illustrer les résultats de la **figure 2.30b**, nous avons tracé les lignes de champ derrière un écran **figure 2.31**. L'induction derrière un écran supraconducteur augmente bien à mesure que l'on s'éloigne de la surface de la pastille, « zone entourée en blanc ».

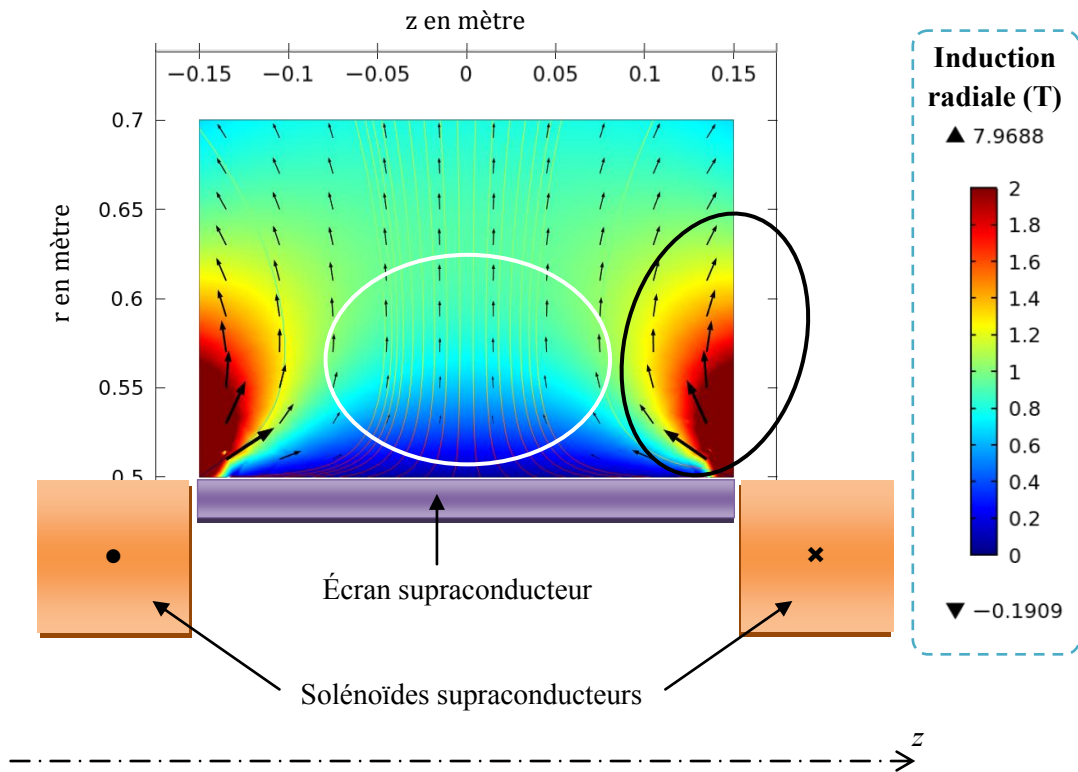


Figure 2.31. Induction radiale derrière une pastille pour la topologie de l'inducteur

Par ailleurs, lorsque l'on s'écarte de la position en $z = 0$, nous observons une zone à forte induction, « zone entourée en noir », illustrées sur la **figure 2.31**. En effet, le « rebouclage » du champ magnétique derrière les pastilles sur la longueur axiale est non négligeable, comme nous pouvons le voir sur la figure **ci-dessus**. Cependant, la méthode développée ne les prend pas en compte.

Dans ce cadre, nous proposons une méthode alternative qui va permettre d'estimer la répartition de l'induction radiale derrière un écran supraconducteur sur la longueur utile. Le modèle utilisé considère alors un calcul 2D axisymétrique des deux solénoïdes avec un écran supraconducteur, comme illustré sur la **figure 2.32**. Le résultat est alors obtenu par un calcul élément finis 2D axisymétrique (calcul rapide).

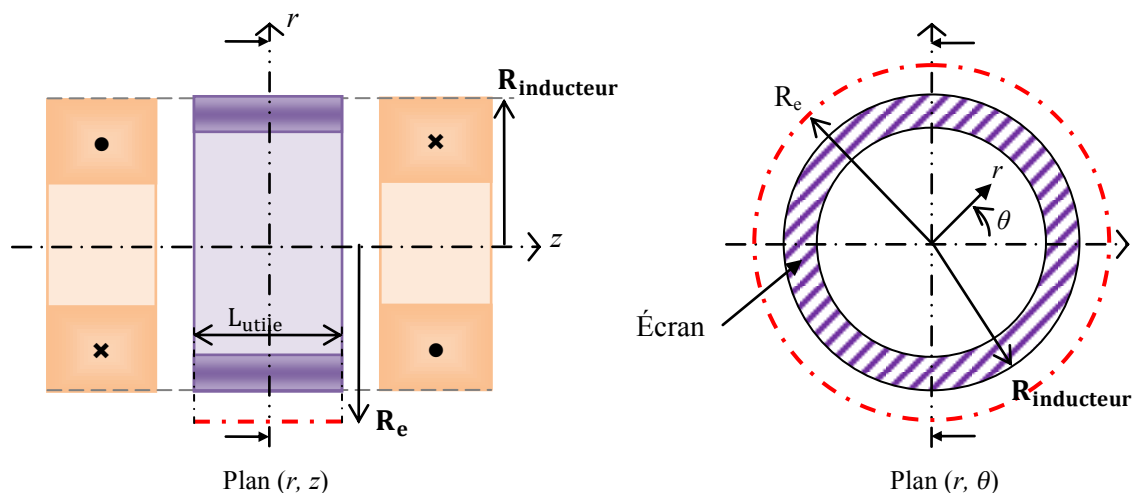


Figure 2.32. Illustration du modèle utilisé pour le calcul de l'induction radiale sur la longueur utile derrière un écran.

L'induction radiale est alors relevée au rayon R_e choisi. Afin de valider cette méthode, nous comparons l'induction radiale moyenne sur la longueur axiale avec une méthode de calcul en élément finis 3D sur deux polarités. Nous constatons de bons résultats obtenus par cette méthode, comme le montre la **figure 2.33**.

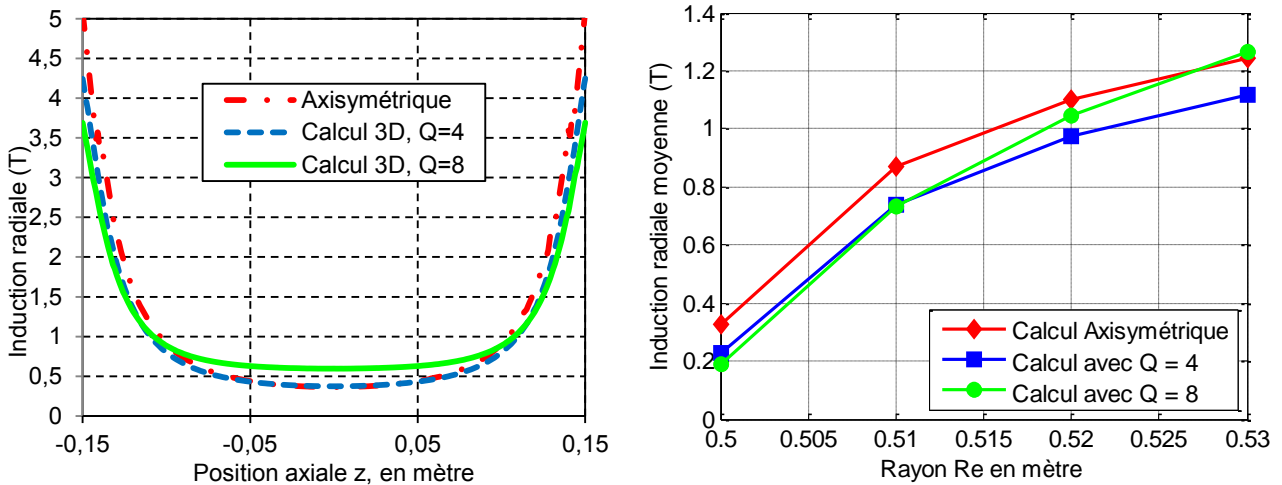


Figure 2.33. Induction radiale derrière un écran : (a) Sur la longueur axiale ($R_e = 0,52$ mm), (b) Comparaison de la valeur moyenne sur R_e .

Nous observons que l'induction radiale moyenne derrière un écran supraconducteur croît à mesure que l'on s'en éloigne. En effet, à partir d'une certaine distance, il n'y a plus d'effet de modulation. L'influence de l'entrefer, e , pour ce type de structure sera étudiée dans le **Chapitre suivant**.

IV. CONCLUSION

Dans ce chapitre, un modèle de l'inducteur a été développé afin d'obtenir des temps de calculs réduits par rapport à un calcul par éléments finis 3D. Pour un point de calcul, le **Tableau X** donne les temps obtenus. Nous constatons un rapport de 20 entre les deux méthodes.

	Analytique	EF 3D
Fonction de modulation	0.5 sec	
Champ source	1.8 sec	
Champ inducteur	2.3 sec	45 sec

Paramètre pour le calcul 3D
Processeur : Intel Core 2 Duo E8600 3.33GHz
Mémoire : 16 Go
OS : Windows Vista 64 Bits
Logiciel : COMSOL v3.5a ou v4.1

Tableau X. Comparaison des temps de calculs

Le modèle développé nous permet donc d'obtenir la variation de l'induction radiale sur le contour de l'inducteur à un rayon R_e donné, primordiale dans le dimensionnement de la structure étudiée.

Il est important de noter que l'induction radiale de l'inducteur varie sur la longueur axiale z entre les deux solénoïdes. En effet, comme nous avons pu l'illustrer précédemment, l'induction relevée sur un contour définis autour de l'inducteur en $r = R_e$ et $z = 0$ n'est pas constante sur la longueur utile de

l'inducteur. Dans le cadre du dimensionnement de l'inducteur, nous devons utiliser l'induction radiale moyenne sur la longueur utile, soit $\langle B_{r/z} \rangle$ et non simplement la valeur de l'induction radiale B_r sur le plan $z=0$.

Dans le chapitre suivant, le modèle établi est utilisé afin de réaliser une étude paramétrique des grandeurs géométriques et électriques de l'inducteur.

Chapitre 3 - Étude de l'inducteur pour de grandes dimensions

Table des matières CHAPITRE 3

I. POSITIONNEMENT DU PROBLEME.....	77
1. PARAMETRES DE L'INDUCTEUR	77
2. PRISE EN COMPTE DES PROPRIETES DES MATERIAUX SUPRACONDUCTEURS DANS LE DIMENSIONNEMENT	78
a. Caractéristiques $J_c(B)$ pour les solénoïdes	78
b. Présence des écrans supraconducteurs dans la distribution du champ	79
3. CRITERE SUR LE DIMENSIONNEMENT	83
II. ETUDE DES PARAMETRES GEOMETRIQUES.....	83
1. INFLUENCE DES PARAMETRES	84
a. Influence de l'épaisseur des solénoïdes : $Ep_{solénoïde}$	84
b. Influence de la longueur axiale des solénoïdes : $L_{solénoïde}$	85
c. Influence de la distance entre deux solénoïdes : $D_{inter solénoïde}$	86
d. Influence des autres paramètres géométriques : $Le_{écran}$ et $R_{inducteur}$	87
e. Taille de l'entrefer	87
f. Positions des écrans	88
✧ Cas 1 : Rayon externe des écrans	88
✧ Cas 2 : Rayon externe des solénoïdes	89
2. ETUDE DES TENDANCES PAR RAPPORT AUX PARAMETRES GEOMETRIQUES	90
a. Critère d'étude	90
b. Variation des paramètres	91
c. Évolution des grandeurs géométriques autour d'un point de fonctionnement	91
✧ Étude avec contrainte maximale ($J_c(B)$ A-C)	92
✧ Comparaison avec contrainte minimale et sans contrainte	94
d. Évolution des grandeurs géométriques pour obtenir $K_{inducteur}$ maximum avec une variation maximale de 8 Tesla sur le contour de l'inducteur	95
3. VERIFICATION PAR UN CALCUL ELEMENT FINIS 3D	99
III. STRUCTURES ANNEXES DE L'INDUCTEUR.....	103
1. ETUDE DE DIFFERENTES GEOMETRIES POUR LES SOLENOÏDES	103
2. POLARITE DE L'INDUCTEUR ET OUVERTURE D'ECRAN SUR UN POLE	106
a. Pour l'inducteur seul	107
b. Avec un induit	108
IV. EFFORTS ET CONTRAINTES	109
1. EFFORTS SUR LES SOLENOÏDES	109
2. EFFORTS SUR LES ECRANS SUPRACONDUCTEURS	110
3. RESULTATS	112
V. CONCLUSION	113

I. POSITIONNEMENT DU PROBLEME

Dans ce chapitre, nous abordons le dimensionnement de l'inducteur, illustré sur la **figure 3.1**. Le but de l'étude porte principalement sur la faisabilité de l'inducteur pour des puissances supérieures au mégawatt. Dans ce cadre, des tailles de structures sont envisagées pour des diamètres compris entre 0.75 mètre et 2 mètres. Les écrans sont modélisés comme des diamagnétiques parfaits.

Le modèle établi précédemment est utilisé pour la détermination de la variation de l'induction magnétique radiale de l'inducteur. L'influence des différents paramètres géométriques, rappelés ci-dessous, est étudiée en tenant compte des caractéristiques des conducteurs supraconducteurs utilisés.

Ensuite, des études complémentaires, réalisées à l'aide d'un calcul éléments finis 3D, sont présentées. Nous terminerons sur les difficultés et les aspects techniques de la structure.

1. Paramètres de l'inducteur

Les paramètres de l'inducteur utilisés dans ce chapitre sont rappelés sur la **figure 3.1**

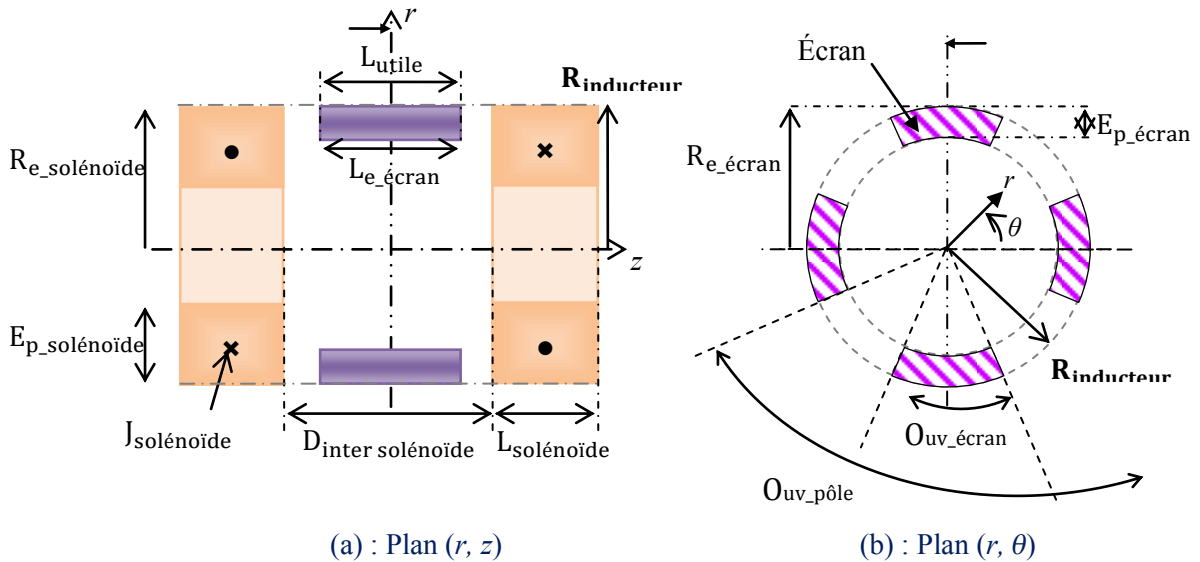


Figure 3.1. Paramètres de l'inducteur étudié

Un pôle d'inducteur est défini par 1 paramètre :

Q : La polarité de l'inducteur correspond au nombre d'écrans supraconducteurs,
Et $O_{uv_pôle}$: L'ouverture d'un pôle, s'écrit comme : $O_{uv_pôle} = 2\pi/Q$.

Les écrans sont définis par 4 grandeurs :

$R_{e_écran}$: Le rayon externe d'un écran (m),
 $E_{p_écran}$: L'épaisseur d'un écran (m),
 $L_{e_écran}$: La longueur axiale d'un écran (m), correspondant aussi à la longueur utile de l'inducteur.
 $O_{uv_écran}$: L'ouverture d'un écran sur un pôle, soit : $O_{uv_écran} = 2\pi \cdot \beta_{écran}/Q$ avec $0 \leq \beta_{écran} \leq 1$.

Les solénoïdes sont caractérisés par 5 paramètres :

$R_{e_solénoïde}$: Le rayon externe du solénoïde (m),
 $E_{p_solénoïde}$: L'épaisseur du solénoïde (m),
 $L_{solénoïde}$: La longueur axiale du solénoïde (m),
 $D_{inter\ solénoïde}$: La distance qui sépare deux solénoïdes (m),

$J_{\text{solénoïde}}$: La densité de courant dans un solénoïde, soit : $J_{\text{solénoïde}} = \frac{N_{\text{tours}} \times I_{\text{fil}}}{S_{\text{solénoïde}}} \text{ (A/m}^2\text{)}$,
 avec I_{fil} : Le courant qui traverse le fil dans un solénoïde (A)
 $S_{\text{solénoïde}}$: La section du solénoïde (m²)
 N_{tours} : Le nombre de spires du solénoïde

L'inducteur est défini en plus par 3 grandeurs :

$R_{\text{inducteur}}$: Le rayon externe de l'inducteur (m), soit $R_{\text{inducteur}} = R_{\text{écran}} \text{ ou } R_{\text{e-solénoïde}}$.
 $L_{\text{inducteur}}$: La longueur axiale de l'inducteur (m), soit $L_{\text{inducteur}} = 2 \cdot L_{\text{solénoïde}} + D_{\text{inter solénoïde}}$.
 L_{utile} : La longueur utile de l'inducteur (m), soit $L_{\text{utile}} = L_{\text{écran}}$.

2. Prise en compte des propriétés des matériaux supraconducteurs dans le dimensionnement

a. Caractéristiques $J_c(B)$ pour les solénoïdes

L'inducteur étudié utilise des bobines supraconductrices afin de créer un champ magnétique intense au niveau de l'induit de la machine. Dans l'étude bibliographique, nous avons vu qu'un matériau supraconducteur est défini par trois grandeurs critiques, H_c , J_c , et T_c .

Dans le cadre des conducteurs supraconducteurs, la densité de courant critique augmente lorsque la température de fonctionnement diminue [LBTZ11]. Cependant, le refroidissement à températures réduites présente un coût plus important avec des contraintes technologiques. Les SBTc étant restreints à une utilisation inférieure à 15 K, un optimum est obtenu entre 20 et 30 Kelvin pour les conducteurs SHTc.

La densité de courant critique de ces derniers dépend principalement de la direction du champ magnétique, soit $J_c(B_{\perp})$ et $J_c(B_{\parallel})$ pour différentes températures de fonctionnement. Ces données sont fournies par les constructeurs de fil. Dans le cadre de l'étude des paramètres de l'inducteur, nous utiliseront les caractéristiques du conducteur **ci-dessous** dans le but d'observer l'influence d'une caractéristique $J_c(B)$ sur le dimensionnement de la topologie.

Spécifications		Customer Options:	
Epaisseur moyenne	0.21-0.23 mm	Minimum amperage (Ic)	Average engineering current density (Je)ⁱⁱⁱ
Largeur minimale	3.9 mm	125 A ⁱ	13,900 A/cm ² ⁱ
Largeur maximale	4.3 mm	135 A ⁱ	15,000 A/cm ² ⁱ
Rayon de courbure minimale	50 mm	145 A ⁱ	16,100 A/cm ² ⁱ
Max. Rated tensile stress	65 MPa ⁱ	155 A ⁱ	17,200 A/cm ² ⁱ
Max. Rated wire tension	4 kg ⁱ	Longueur continue	Jusqu'à 800 m
Max. Rated tensile stress (77K)	65 MPa ^{i,ii}		
Max. Rated tensile strain (77K)	0.10% ^{i,ii}		

ⁱ Greater than 95% I_c retention

ⁱⁱ 77K, self-field, 1μV/cm

ⁱⁱⁱ Je is a calculated value based upon average thickness and width



Tableau XI. Paramètres d'un fil multi-filaments de BiSCCO dans une matrice Argent AMSC [WFS_HC_0106_FNL]

Nous constatons une épaisseur réduite et une largeur plus importante. La section du conducteur est alors proche de 1mm^2 . Ensuite, nous avons le choix entre quatre valeurs de I_c , le courant critique du conducteur à 77K pour un critère de mesure fixé à $1\mu\text{V}/\text{cm}$. Afin de conserver une valeur acceptable, nous avons choisi $I_{c77\text{K}} = 145\text{ A}$.

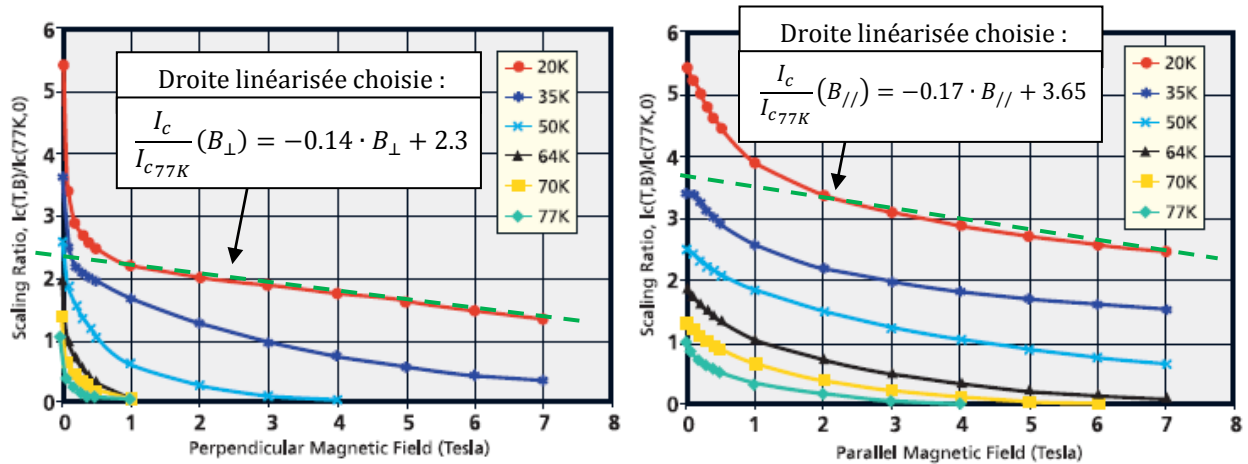


Figure 3.2. Dépendance du courant de transport en champ magnétique

Dans notre étude détaillée dans la suite du chapitre, la dépendance du courant critique en champs perpendiculaire et parallèle est simplifiée par une droite, comme l'illustre la **figure 3.2**. En effet, pour cet inducteur, les niveaux d'inductions maximums sur les conducteurs sont supérieurs à 2 T. Dans ce cadre, nous constatons que la dépendance du courant critique en champ est linéaire.

b. Présence des écrans supraconducteurs dans la distribution du champ

Les écrans supraconducteurs sont utilisés pour moduler le champ magnétique sur le contour de l'inducteur. Leur présence aura aussi une influence sur la distribution du champ magnétique sur la longueur axiale de l'inducteur, comme nous pouvons le voir **ci-dessous**. Les paramètres utilisés sont présentés dans le **Tableau XII**.

Nous constatons une forte concentration de l'induction magnétique au niveau des solénoïdes supraconducteurs à proximité des écrans, illustré sur le plan (r,z) avec la **figure 3.3a** et au niveau du solénoïde sur le plan (r,θ) avec la **figure 3.3b**.

Nous avons vu précédemment que le courant maximal admissible dans un fil SHTc est fortement lié au champ appliqué, est plus particulièrement à B_{\perp} , soit l'induction radiale au niveau de l'inducteur. Dans ce cadre, ces zones de concentration risquent de dégrader la caractéristique $J_c(B)$ pour les conducteurs utilisés.

Dans le but de réduire ces concentrations de champ, l'ajout d'un espace entre les solénoïdes et les écrans supraconducteurs est abordé, cette espacement correspond à $(D_{\text{inter solénoïde}} - L_{e_{\text{écran}}})/2$. Nous proposons d'étudier son influence sur la densité maximale de courant du fil en fonction du ratio $k_{L/D_s} = L_{e_{\text{écran}}} / D_{\text{inter solénoïde}}$. Pour le ratio $L_{e_{\text{écran}}} / D_{\text{inter solénoïde}} = 1$, les solénoïdes et les pastilles supraconductrices sont accolés.

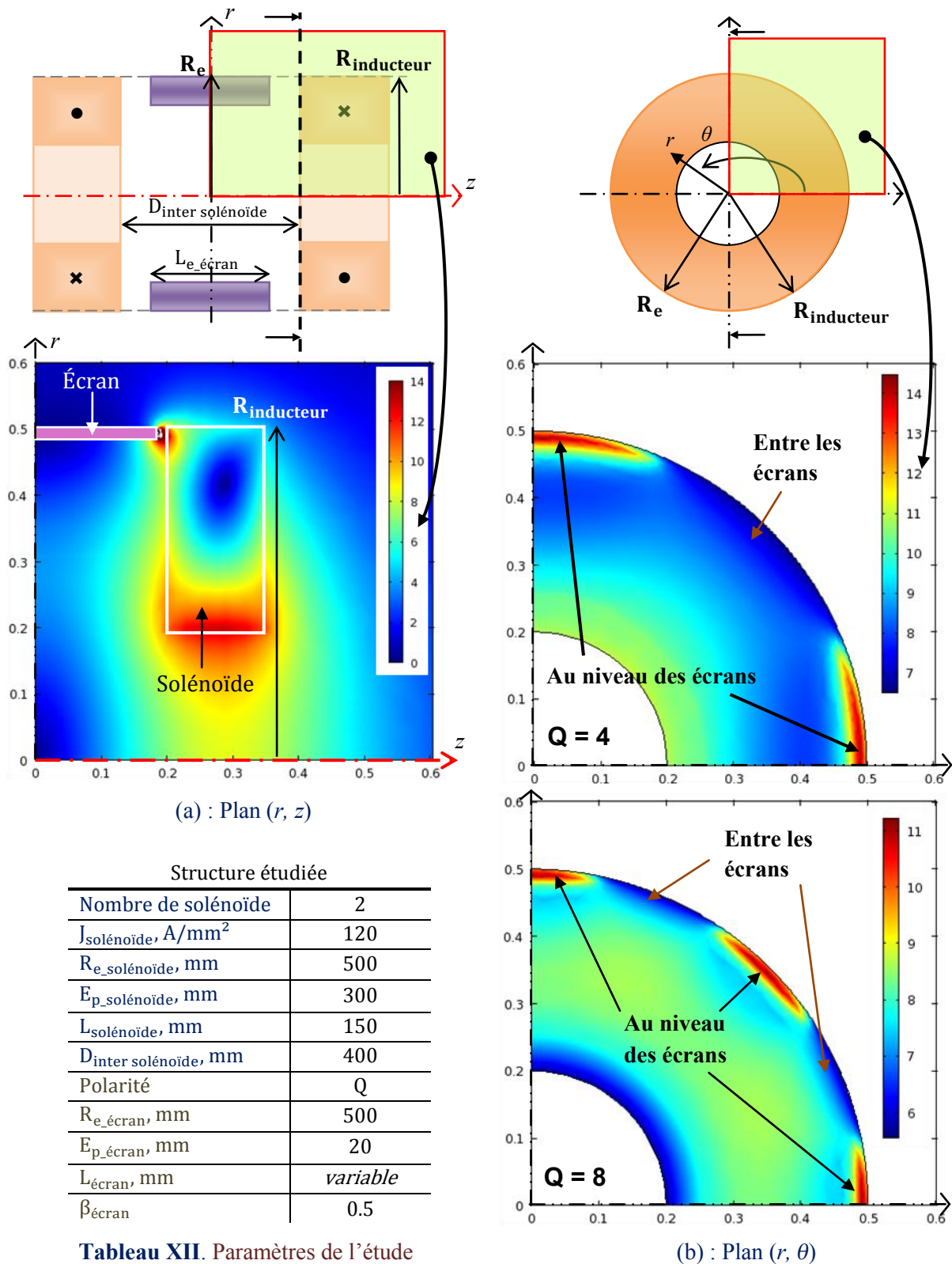


Figure 3.3. Induction au niveau des solénoïdes ($L_{\text{écran}} = 380 \text{ mm}$)

Afin de définir les limites de cette étude, nous proposons d'étudier 3 cas, soit :

- Le **Calcul 3D, Q = ...** correspond au calcul par élément finis 3D pour différentes polarités Q de l'inducteur,
- Le **Calcul 2D S-C** correspond au cas où la contrainte sur le fil des solénoïdes est minimale. En effet, la contrainte en champ due à la présence des écrans supraconducteurs n'est pas prise en compte dans la caractéristique $J_c(B)$. Le calcul est réalisé par le calcul analytique de Biot-Savart présenté dans le **chapitre 2**.
- Le **Calcul 2D A-C** correspond au cas où la contrainte sur le fil des solénoïdes est maximale. En effet, la contrainte en champ due à la présence des écrans supraconducteurs est prise en compte dans la caractéristique $J_c(B)$. Le calcul est donc réalisé avec un écran axisymétrique entre les deux solénoïdes par élément finis 2D axisymétrique, aussi présenté dans le **chapitre 2**,

L'ensemble des résultats est présenté sur la **figure 3.4**, pour les paramètres donnés dans le **Tableau XII** où la longueur axiale de l'écran est liée à la distance entre les solénoïdes par leur ratio.

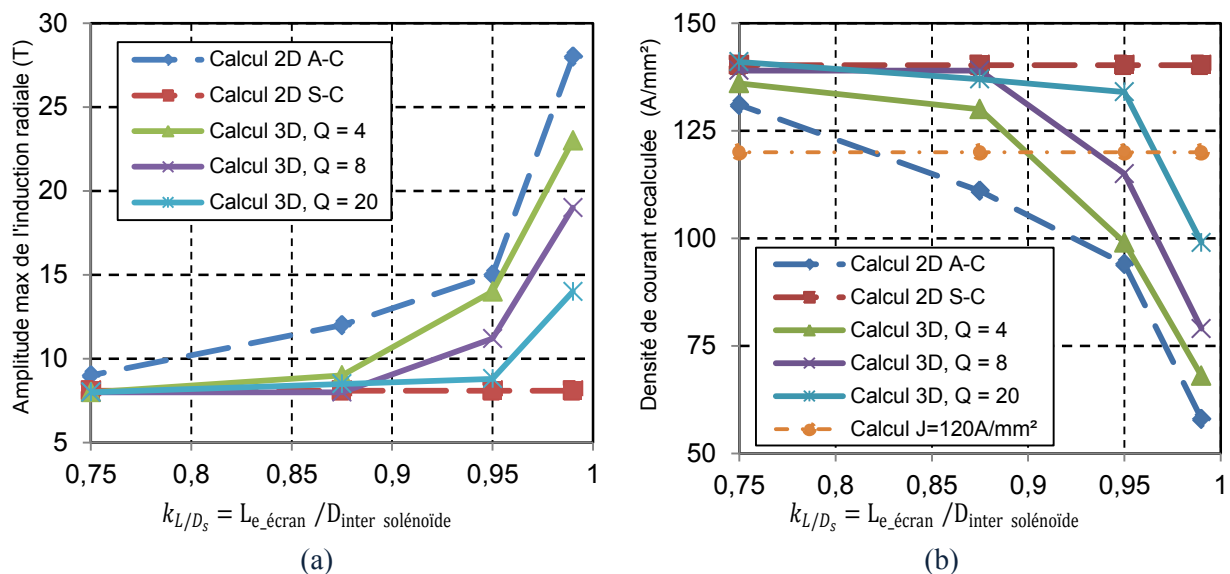


Figure 3.4. Influence de $L_{e_écran} / D_{inter\ solénoïde}$: (a) Induction radiale maximale sur fil pour $J_{solénoïde} = 120\text{A/mm}^2$, (b) Densité de courant recalculée pour répondre à la caractéristique $J_c(B_{\perp})$ du fil.

Pour la topologie définie dans le **Tableau XII**, lorsque la présence de l'écran supraconducteur n'est pas prise en compte (*Calcul 2D S-C*), alors le maximum de l'induction radiale sur fil reste constant pour une densité de courant fixée à 120 A/mm^2 . À contrario, pour le cas limite avec l'écran axisymétrique (*Calcul 2D A-C*), le maximum de l'induction radiale sur fil varie fortement avec la longueur axiale de l'écran par rapport à la distance entre les solénoïdes. Nous observons que celui-ci va jusqu'à tripler lorsque les écrans supraconducteurs sont très proches des solénoïdes.

Par ailleurs, présentée sur la **figure 3.3b**, la distribution de l'induction magnétique pour deux polarités obtenue par un calcul 3D montre que la composante radiale au niveau des solénoïdes diminue quand Q augmente. Sur la **figure 3.4a** et b, nous observons la même tendance pour trois polarités distinctes ($Q = 4$, $Q = 8$ et $Q = 20$).

En tenant compte de ces maxima au niveau du fil et de la caractéristiques $J_c(B_{\perp})$ du conducteur, la densité de courant admissible a été recalculée pour chaque cas, **figure 3.4b**.

Dans ce cadre, le courant maximal qui pourra alors être toléré dans les solénoïdes, sera :

- **Calcul 2D S-C** : Une densité de courant maximale de 140A/mm^2 au lieu de 120A/mm^2 choisi.
- **Calcul 2D A-C** : Le courant maximal admissible est divisé par 2,5 lorsque les écrans sont très proches des solénoïdes.
- **Calcul 3D, $Q = \dots$** : Le courant maximal diminue au-delà de $k_{L/D_s} = 0.85$. La polarité induit directement sur la valeur maximale de la densité de courant dans les solénoïdes.

Ainsi, les contraintes magnétiques appliquées sur le fil sont réduites quand le nombre de pôle augmente. Le courant dans les solénoïdes pourra alors être adapté en vue d'optimiser les performances de l'inducteur. Dans ce cadre, la **figure 3.5a** présente la variation de l'induction radiale produite sur le contour de l'inducteur en $z = 0$ avec les densités de courant recalculées. Le choix de ces paramètres peut donc être déterminant pour le dimensionnement de l'inducteur car le risque est de surestimer le courant dans la bobine ou de sous-estimer celui-ci.

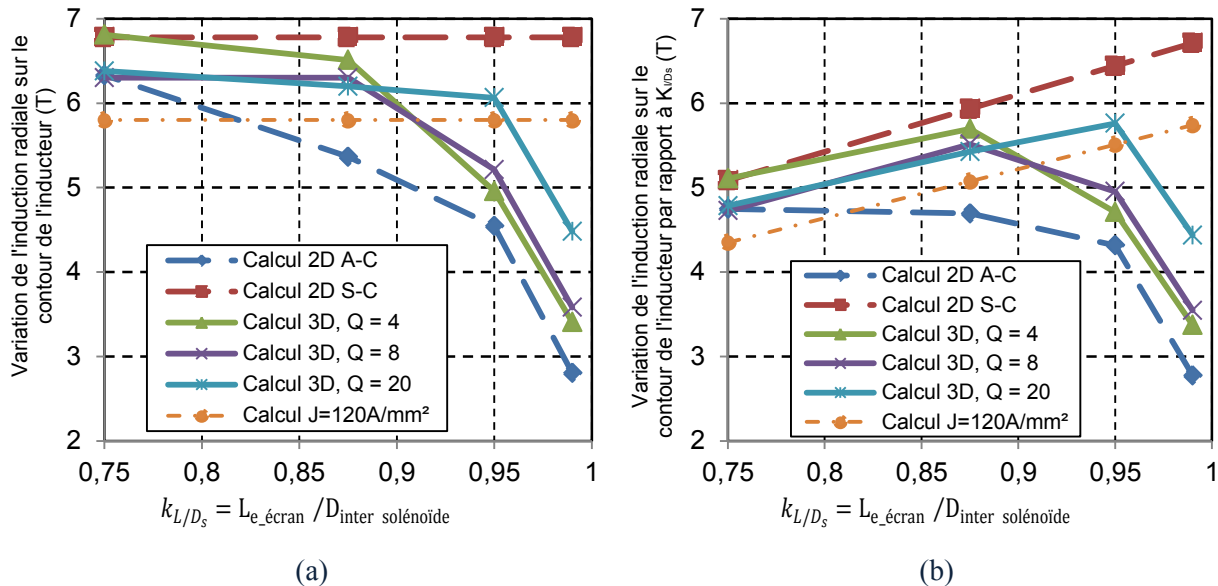


Figure 3.5. Influence de $L_{e_écran} / D_{inter\ solénoïde}$: (a) Variation de l'induction radiale sur le contour, $R_e = 500\text{ mm}$, pour $J_{solénoïde}$ recalculée, (b) Variation de l'induction radiale sur le contour multipliée par le rapport k_{L/D_s} .

Enfin, l'utilisation des modèles 2D axisymétriques définit une fourchette des maxima par rapport au modèle 3D. Suite à cette étude, nous représentons la variation de l'induction radiale en $z = 0$ multipliée par le rapport k_{L/D_s} sur la **figure 3.5b**. En effet, ce critère permet d'obtenir un optimum car une longueur d'écran proche de la distance entre solénoïde avec une amplitude de la variation de l'induction faible sur le contour de l'inducteur peut-être moins intéressante qu'une variation plus importante avec une longueur d'écran plus petite.

Nous obtenons alors un optimum autour de $k_{L/D_s} = 0.9$. Dans ce cadre, pour $0.8 < k_{L/D_s} < 0.95$, le *Calcul 2D S-C* donne la contrainte limite des topologies à forte polarité, et à contrario, le *Calcul 2D A-C* correspond aux faibles polarités.

3. Critère sur le dimensionnement

Dans le cadre d'un dimensionnement, il est nécessaire de définir un critère permettant de dégager les tendances de la structure étudiée et de répondre aux attentes définies. Par exemple, pour un moteur électrique, le critère peut être le couple volumique ou la puissance massique selon l'application visée.

Concernant la topologie d'inducteur présentée dans ces travaux, celui-ci est étudié indépendamment de l'induit de la machine. L'objectif est d'obtenir des structures qui présentent une variation importante de l'induction radiale dans l'entrefer avec un encombrement réduit de l'inducteur et des dimensions répondant aux applications de fortes puissances. Nous pouvons traduire ces choix de critères par l'expression suivante :

$$K_{\text{inducteur}} = \left(\Delta B_{r \text{ inducteur}}(R_e) \times \frac{L_{\text{utile}}}{L_{\text{inducteur}}} \right) \quad (3.1)$$

Avec :

$$\Delta B_{r \text{ inducteur}}(R_e) = \int_0^{L_{\text{utile}}} B_{r \text{ entre_écrans}}(R_e) \cdot dz - \int_0^{L_{\text{utile}}} B_{r \text{ derrière_écrans}}(R_e) \cdot dz \quad (3.2)$$

$B_{r \text{ entre_écrans}}$: Induction radiale moyenne sur la longueur utile entre deux écrans au rayon R_e .

$B_{r \text{ derrière_écrans}}$: Induction radiale moyenne sur la longueur utile derrière un écran au rayon R_e .

$\Delta B_{r \text{ inducteur}}$: Amplitude de la variation de l'induction radiale sur le contour de l'inducteur au rayon R_e .

Dans le cadre de nos objectifs, maximiser le critère $K_{\text{inducteur}}$ revient donc à obtenir :

- une variation maximale de l'induction $B_{r \text{ inducteur}}(R_e, \theta)$ entre les solénoïdes sur le contour de l'inducteur au rayon R_e ,
- une variation acceptable de l'induction axiale $B_{r \text{ inducteur}}(R_e, z)$ entre les deux solénoïdes,
- une longueur axiale réduite des solénoïdes pour un maximum de champ produit,
- une longueur utile de l'inducteur la plus grande possible (équivalent aussi à la longueur axiale des écrans supraconducteurs).

En vue d'une étude ou d'un dimensionnement, ce critère nous permettra de répondre sur la viabilité et la faisabilité électromagnétique de la structure.

II. ÉTUDE DES PARAMETRES GEOMETRIQUES

Cette étude des grandeurs géométriques a pour but de déterminer la faisabilité de cette topologie d'inducteur pour de grandes tailles avec des variations d'induction suffisantes. Nous couplerons donc l'étude des paramètres géométriques à la dépendance des fils supraconducteur au champ magnétique pour la caractéristique définie précédemment.

Cependant, nous avons montré dans la première partie de ce chapitre que le courant maximal admissible dans les solénoïdes est lié à l'induction magnétique environnante. Les cas d'études précédents montrent que nous pouvons obtenir une fourchette de résultat à l'aide du :

- **Calcul $J_c(\mathbf{B})$ S-C** : La contrainte en champ magnétique sur les conducteurs des solénoïdes est prise en compte pour deux solénoïdes seuls sans l'influence des écrans (correspond à la contrainte limite minimale, associée aux fortes polarités),

- **Calcul $J_c(\mathbf{B})$ A-C** : La contrainte en champ magnétique sur les conducteurs des solénoïdes est prise en compte avec un écran axisymétrique entre les deux solénoïdes (correspond à la contrainte limite maximale, associée aux faibles polarités),
- **Calcul J_c constant** : La densité de courant critique reste constante dans le conducteur supraconducteur. Une contrainte en champ est supposée suffisamment minimale pour ne pas influencer sur sa caractéristique, ici $J_{\text{solénoïde}}$ est fixé à une valeur admissible de 150 A/mm².

La comparaison de ces trois études permet donc de visualiser l'influence globale sur les paramètres de l'inducteur. En effet, les caractéristiques $J_c(B_{\perp})$ et $J_c(B_{\parallel})$ d'un conducteur supraconducteur dans l'étude géométrique de la structure permet de valider ou non la faisabilité de cet inducteur avec des fils actuels. A contrario, le cas où $J_{\text{solénoïde}}$ est fixé donne une idée des perspectives de cet inducteur pour des densités de courant supérieures où les supraconducteurs futurs pourraient présenter une dépendance moindre en champ magnétique.

1. Influence des paramètres

Cette première approche est réalisée afin d'observer séparément l'influence de chacun des paramètres géométriques. Dans ce cadre, nous pouvons définir les paramètres déterminant sur le dimensionnement global de l'inducteur. L'étude de ce paramètre imposera alors de fixer les autres. Afin d'observer la variation de l'induction dans les différents cas étudiés, celle-ci est exprimée en %, ramenée au maximum obtenu pour une densité de courant constante. Le paramètre géométrique est exprimé en fonction du rayon externe de l'inducteur, correspondant aussi au rayon externe des solénoïdes.

Structure étudiée			
Nombre de solénoïde	2	Q	4
$J_{\text{solénoïde}}, \text{A/mm}^2$	150		
$R_{e,\text{solénoïde}}, \text{mm}$	$R_{\text{inducteur}}$	$R_{e,\text{écran}}, \text{mm}$	$R_{\text{inducteur}}$
$E_{p,\text{solénoïde}}, \text{mm}$	300	$E_{p,\text{écran}}, \text{mm}$	20
$L_{\text{solénoïde}}, \text{mm}$	230	$L_{\text{écran}}, \text{mm}$	360
$D_{\text{inter solénoïde}}, \text{mm}$	400	$\beta_{\text{écran}}$	0.5

Tableau XIII. Paramètres géométriques

a. Influence de l'épaisseur des solénoïdes : $E_{p,\text{solénoïde}}$

La **figure 3.6a** présente l'évolution de la variation de l'induction radiale en fonction de l'épaisseur du solénoïde avec les paramètres définis ci-dessus.

Nous constatons que la variation de l'induction radiale croît avec l'épaisseur.

Pour une densité de courant constante dans les solénoïdes, l'induction augmente rapidement jusqu'à 0,5 fois le rayon d'inducteur, ensuite l'ajout de N.I supplémentaires (nombre de tours de fils) ne permet plus d'augmenter significativement le champ produit.

La prise en compte de la contrainte en champ du fil montre pour les fortes polarités, un optimum à 0,5 fois le rayon d'inducteur, avec une densité de courant maximale supérieure, et pour les faibles polarités, une évolution similaire à une densité de courant constante dans les solénoïdes. En effet, une trop grande épaisseur implique un champ radial plus fort au niveau du solénoïde qui dégrade la densité de courant admissible.

En parallèle, la **figure 3.6b** montre la quantité de fil utilisée en fonction de l'épaisseur du solénoïde. Pour une variation d'induction qui passe du simple au triple avec une épaisseur allant jusqu'à 0,5 fois le rayon d'inducteur, alors la longueur nécessaire croît de la même proportion.

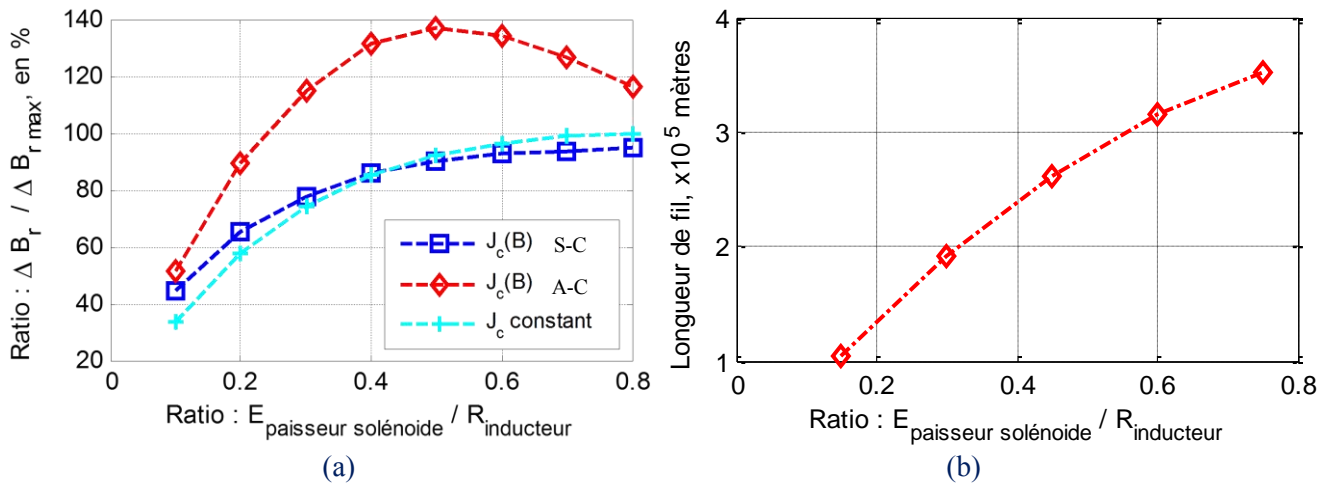


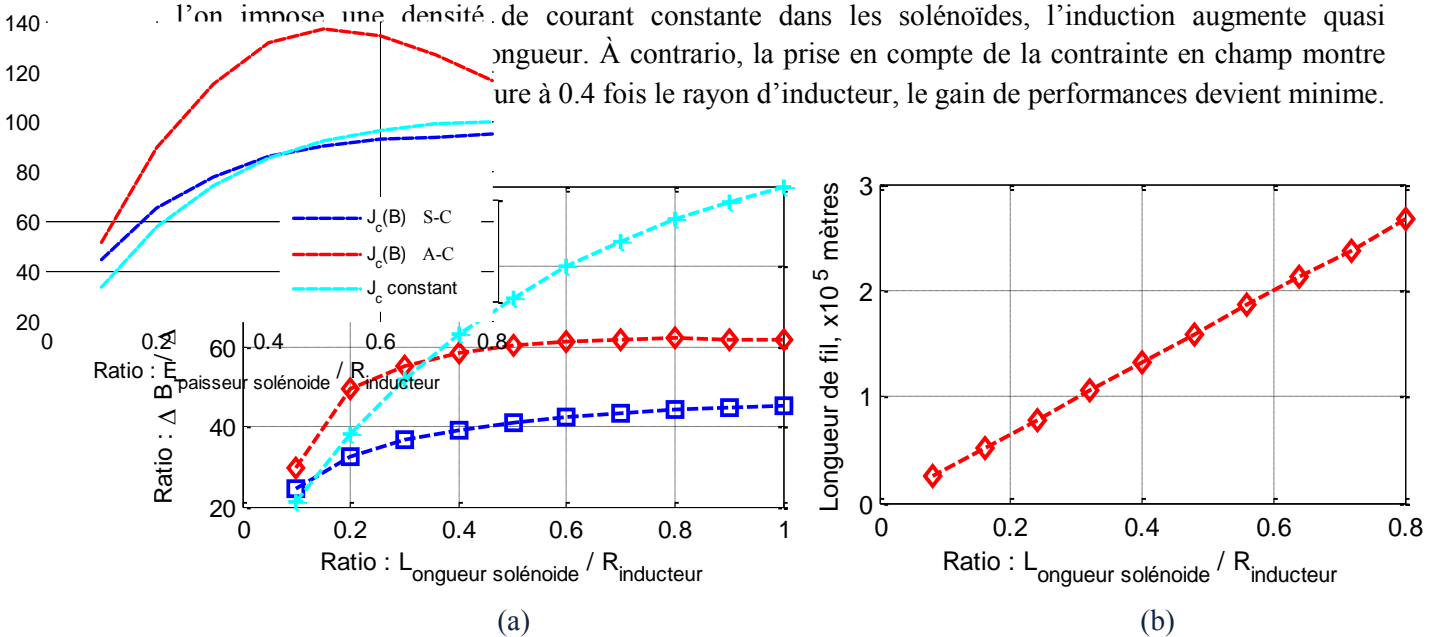
Figure 3.6. Étude de l'épaisseur d'un solénoïde pour $R_{\text{inducteur}} = 500$ mm et $R_e = 510$ mm : (a) Variation de l'induction radiale (b) Longueur de fil totale de l'inducteur pour deux solénoïdes.

La quantité de fil utilisée est primordiale dans le dimensionnement de l'inducteur, où le coût des SHTe actuels est important. Dans ce cadre, le but sera donc d'avoir des épaisseurs réduites pour une quantité minimale de fil et une induction suffisante.

b. Influence de la longueur axiale des solénoïdes : $L_{\text{solénoïde}}$

La **figure 3.7a** présente l'évolution de la variation de l'induction radiale en fonction de la longueur du solénoïde, pour les paramètres définis précédemment.

Nous constatons que la variation de l'induction radiale croît avec la longueur. En effet, lorsque l'on impose une densité de courant constante dans les solénoïdes, l'induction augmente quasi proportionnellement à la longueur. À contrario, la prise en compte de la contrainte en champ montre que jusqu'à 0.4 fois le rayon d'inducteur, le gain de performances devient minime.



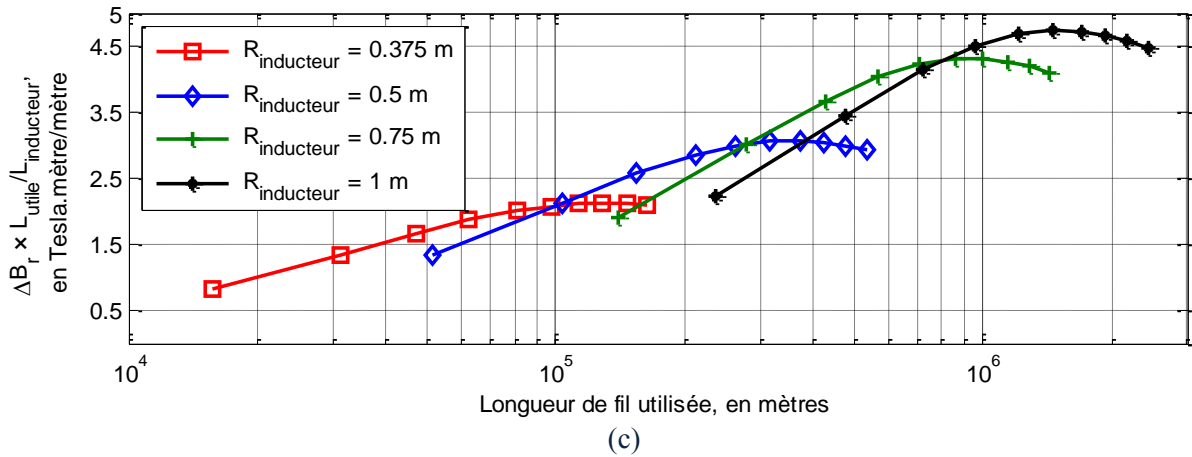


Figure 3.7. Étude de la longueur d'un solénoïde pour $R_{\text{inducteur}} = 500 \text{ mm}$ et $R_e = 510 \text{ mm}$:
 (a) Variation de l'induction radiale, (b) Longueur de fil totale de l'inducteur pour deux solénoïdes,
 (c) Évolution du critère $K_{\text{inducteur}}$ pour 4 rayons d'inducteur avec $J_{\text{solénoïde}} = 150 \text{ A/mm}^2$.

Sur la **figure 3.7b**, nous observons que la quantité de fil utilisée augmente proportionnellement en fonction de l'épaisseur du solénoïde. Là encore, le but sera de réduire cette longueur pour l'inducteur afin d'obtenir une quantité minimale de fil et une induction suffisante.

Dans ce cadre, l'utilisation du critère $K_{\text{inducteur}}$ permet d'identifier un optimum. Un exemple est illustré sur la **figure 3.7c**, où la densité de courant imposée reste constante dans les conducteurs ; le critère est exprimé en fonction de la longueur des fils pour 4 rayons externes.

L'optimum est relevé pour $L_{\text{solénoïde}}$ à 0,5 fois le rayon externe de l'inducteur. En effet, une trop grande longueur de solénoïdes diminue ce ratio malgré des inductions radiales qui pourraient être plus importantes.

c. Influence de la distance entre deux solénoïdes : $D_{\text{inter solénoïde}}$

Illustrée sur la **figure 3.8a**, la variation de l'induction radiale diminue avec la distance entre nos deux solénoïdes pour les paramètres définis précédemment.

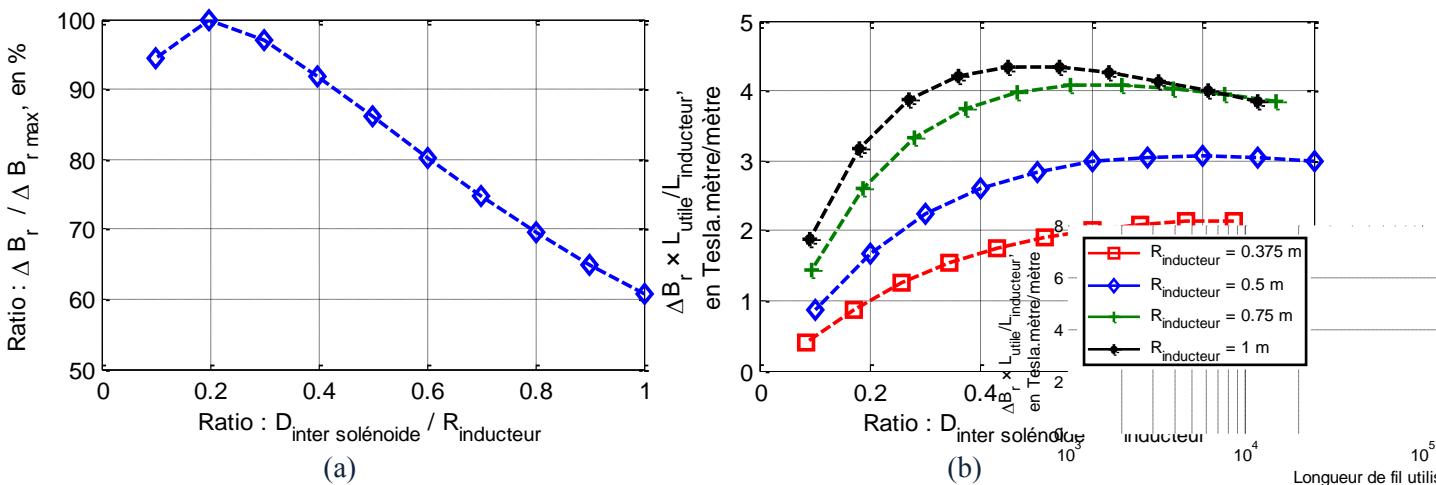


Figure 3.8. Étude de la distance entre deux solénoïdes pour $R_e = 510 \text{ mm}$:
 (a) Variation de l'induction radiale pour $R_{\text{inducteur}} = 500 \text{ mm}$, (b) Évolution du critère $K_{\text{inducteur}}$ pour 4 rayons d'inducteur.

Cependant, un optimum pour la distance entre solénoïdes est identifié lorsque l'étude est transposée au critère $K_{\text{inducteur}}$, comme le montre la **figure 3.8b**. Pour l'inducteur, le but est donc d'augmenter cette distance axiale afin d'obtenir une longueur utile la plus grande possible. Or une trop grande distance risque de réduire l'induction moyenne, et réciproquement une distance trop petite présentera une forte induction avec un ratio réduit de la longueur utile sur la longueur d'inducteur. De plus, la distance optimale semble liée au rayon externe de l'inducteur. En effet pour une section constante des solénoïdes, le ratio diminue lorsque le rayon externe de l'inducteur augmente.

d. Influence des autres paramètres géométriques : $L_{e_{\text{écran}}}$ et $R_{\text{inducteur}}$

L'impact de la longueur d'écran a été étudié précédemment. $L_{e_{\text{écran}}}$ reste fortement liée à la distance entre deux solénoïdes. Dans les études précédentes, un optimum est choisi pour $k_{L/D_s} = 0,9$.

Le rayon extérieur accroît fortement la quantité de fil utilisé pour une section équivalente de solénoïde. A contrario, de grands rayons d'inducteur permettent des variations de l'induction radiale plus importantes, avec un critère $K_{\text{inducteur}}$ plus élevé.

e. Taille de l'entrefer

Un paramètre important dans les machines électriques est leur entrefer (espace défini entre l'inducteur et l'induit). Dans une machine classique conventionnelle, celui-ci reste relativement petit (inférieur au centimètre). Or, l'utilisation des matériaux supraconducteurs nécessitent des enceintes cryogéniques pour isoler thermiquement les différentes parties de la machine. C'est pourquoi, la présence d'un cryostat au niveau de l'entrefer accroît fortement la distance entre l'induit et l'inducteur et risque d'influencer sur les performances de la machine. Dans la littérature, l'épaisseur des cryostats varie entre 0,5 et 1,5 cm. De plus, les machines de forte puissance présentes des entrefers mécaniques inférieurs à 5 mm. Nous observons alors l'évolution de la variation de l'induction magnétique de 2 mm à 3 cm.

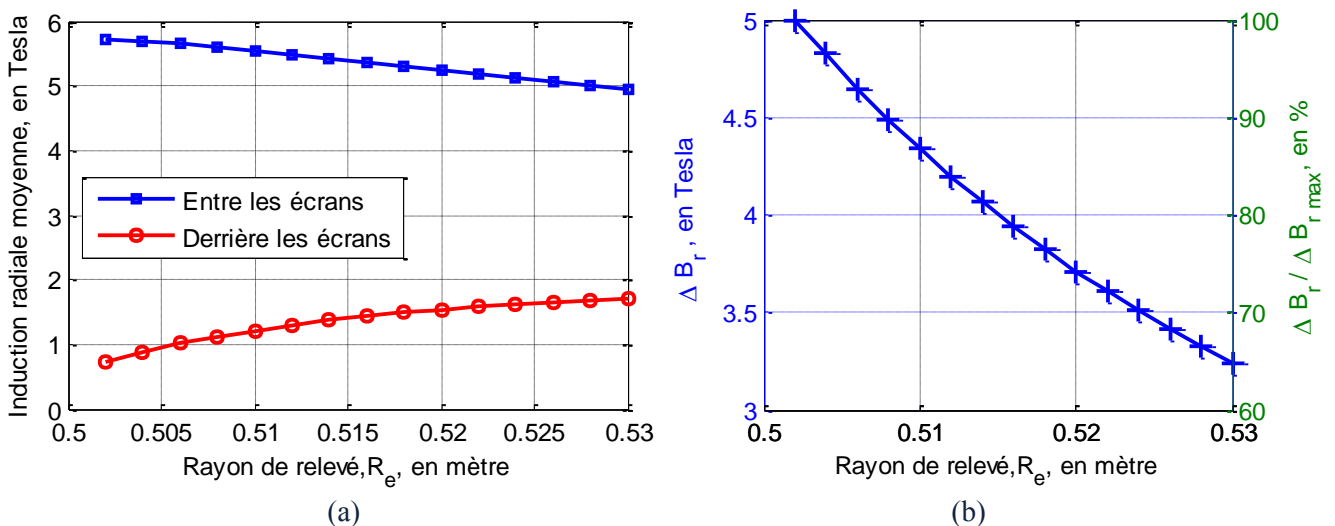


Figure 3.9. Influence de l'entrefer sur l'induction pour $R_{\text{inducteur}} = 500$ mm et $R_e = 510$ mm :

(a) Induction radiale moyenne sur la longueur utile (b) Variation de l'induction moyenne.

L'étude de l'amplitude de la variation de l'induction produite par l'inducteur en fonction de ce paramètre est alors primordiale pour le dimensionnement. Les autres paramètres sont alors fixés et

nous observons l'évolution de la variation du champ radial en fonction de cette distance, illustrée sur la **figure 3.9b**.

La **figure 3.9a** présente l'évolution des inductions B_r entre_écrans et B_r derrière_écrans pour les paramètres définis précédemment. Nous constatons que l'induction radiale croît de manière significative derrière un écran alors qu'elle diminue entre les écrans à mesure que l'on s'éloigne de l'inducteur. Si l'on ramène cette évolution à la variation de l'induction radiale, $\Delta B_{r_inducteur}$, on constate une perte de 10% dès 8 mm d'entrefer, de 20% pour 15 mm et de 30% à 25 mm.

L'opération a été réalisée pour différents jeux de paramètres et globalement, la diminution de la variation de l'induction pour un entrefer entre 0 et 3 cm présente une décroissance du même ordre (en %). Au vue de ces résultats, la taille d'entrefer est alors un paramètre essentiel à la viabilité de la structure. Il sera alors nécessaire de réduire au maximum l'épaisseur du cryostat entre l'induit et l'inducteur afin de conserver des inductions radiales d'amplitudes suffisantes et d'obtenir le saut technologique souhaité par cette topologie.

f. Positions des écrans

Après l'étude de l'entrefer, la position radiale des écrans est abordée. L'objectif ici sera donc de discuter de l'intérêt ou non à avoir un rayon externe d'écran identique au rayon externe des solénoïdes. Les deux cas étudiés sont illustrés sur la **figure 3.10**.

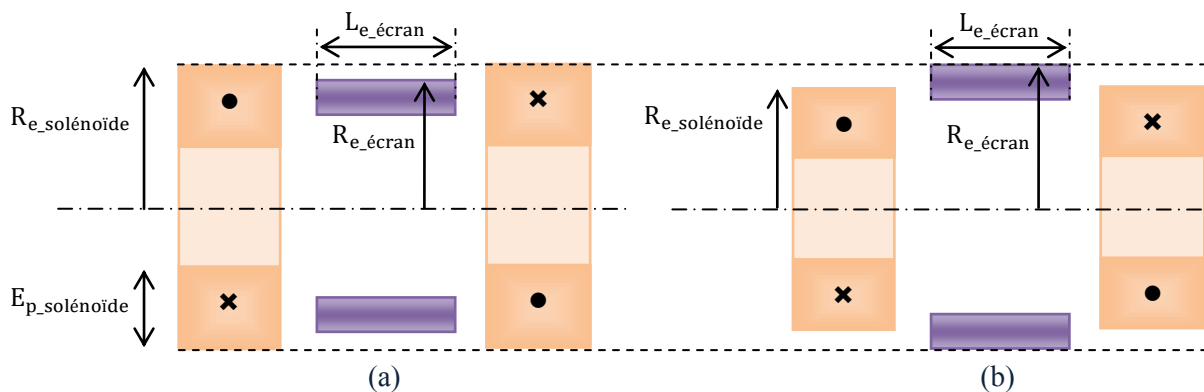


Figure 3.10. Étude de la position radiale des écrans pour $R_e = 510$ mm : (a) Variation de $R_{e_écran}$ avec $R_{e_solénoïde}$ fixé, (b) Variation de $R_{e_solénoïde}$ avec $R_{e_écran}$ fixé,

◇ Cas 1 : Rayon externe des écrans

Dans ce premier cas, **figure 3.10a**, nous étudierons l'influence de la position des écrans sur le rayon entre les deux solénoïdes avec un rayon d'inducteur fixé. Le rayon extérieur des bobines est fixé à $R_{inducteur} = 500$ mm. Les longueurs axiales et les épaisseurs des écrans et des solénoïdes sont définis dans le **Tableau XIII**.

La **figure 3.11a** présente l'évolution des inductions B_r entre_écrans et B_r derrière_écrans par rapport à la position radiale d'un écran entre les solénoïdes.

L'induction radiale résultante derrière les écrans supraconducteurs au rayon $r = R_e$ croît à mesure que le rayon externe des écrans diminue, mais ne varie pas entre les écrans. L'amplitude de la variation de l'induction radiale de l'inducteur dans l'entrefer diminue alors de la même manière, comme le montre la **figure 3.11b**. Il n'y a donc pas d'intérêt à positionner les écrans pour des rayons inférieurs au rayon extérieur de l'inducteur.

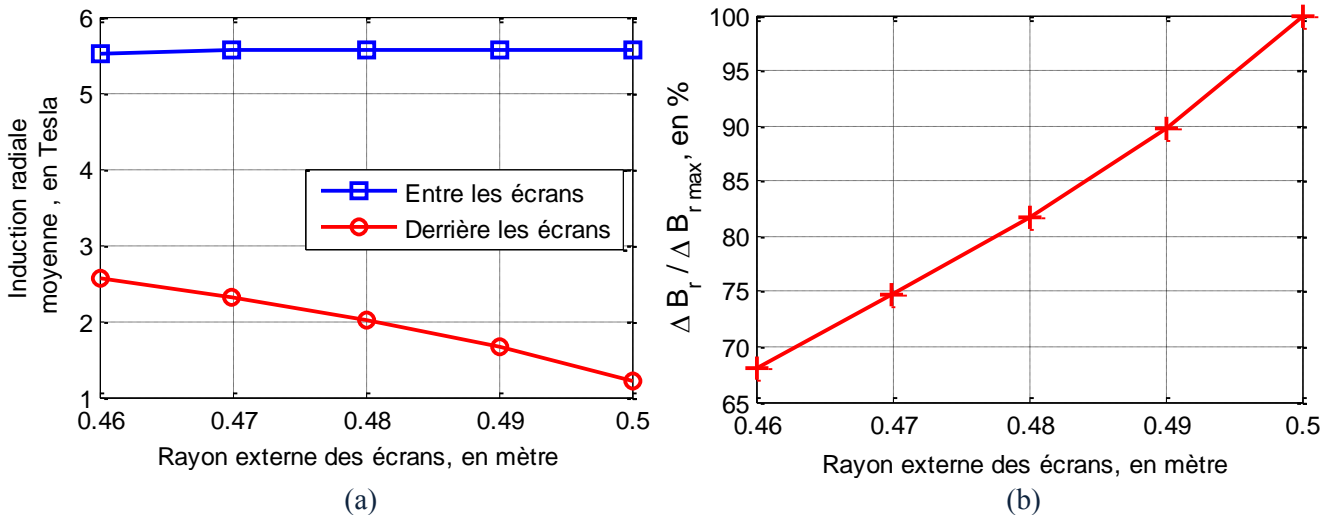


Figure 3.11. Étude de la position radiale d'un écran entre les solénoïdes : (a) Induction radiale moyenne sur la longueur utile (b) Variation de l'induction moyenne.

◇ *Cas 2 : Rayon externe des solénoïdes*

Dans ce deuxième cas, **figure 3.10b**, l'influence du rayon externe des deux solénoïdes est étudiée pour un rayon d'inducteur fixé. Le rayon extérieur des écrans est cette fois-ci conservé à $R_{\text{inducteur}} = 500$ mm. La longueur axiale des solénoïdes et des écrans, la distance entre les solénoïdes et les épaisseurs des écrans sont définis dans le **Tableau XIII**.

Nous distinguons deux études :

- le nombre d'ampères tours est conservé constants ($E_{p,\text{solénoïde}}$ fixée) quelque soit le rayon externe des solénoïdes ;
- le rayon interne du solénoïde est fixé et le rayon externe du solénoïde diminue ($E_{p,\text{solénoïde}}$ diminue). L'objectif est donc de regarder leurs influences sur la quantité de fil utilisé et sur la variation de l'induction de l'inducteur.

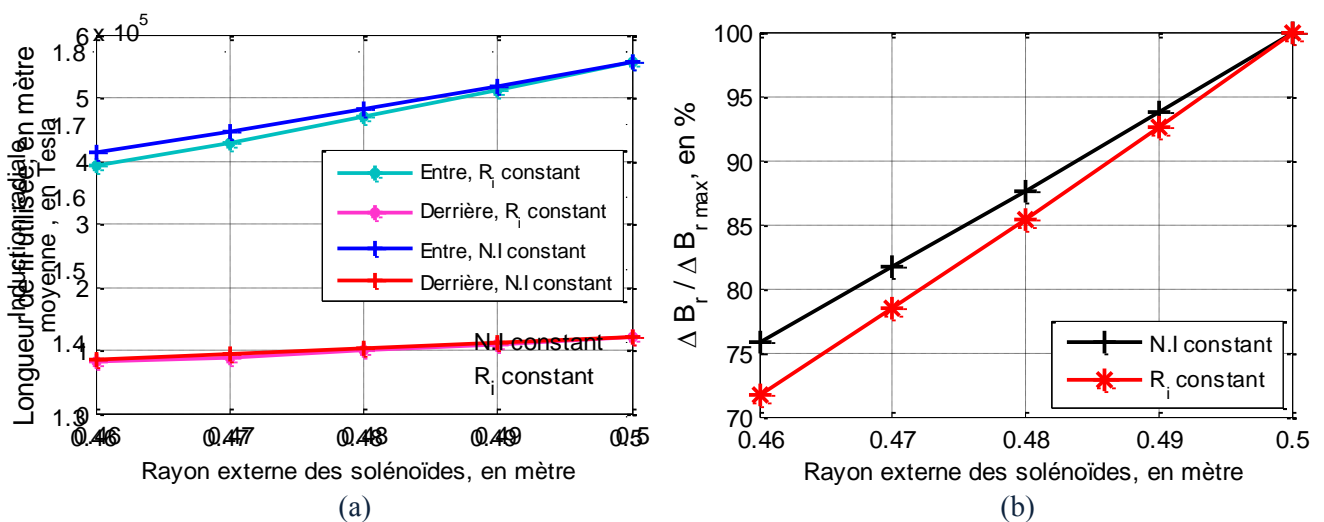


Figure 3.12. Étude du rayon externe des solénoïdes : (a) Induction radiale moyenne sur la longueur utile, (b) Variation de l'induction moyenne, (c) Longueur utile en fonction du rayon extérieur des solénoïdes

L'induction radiale moyenne décroît rapidement entre les écrans et très peu derrière, ainsi $\Delta B_{r_inducteur}$ est réduit dans l'entrefer, comme illustré sur la **figure 3.12a**. Dans le cadre des deux études $N.I$ constant et R_i constant, l'impact sur la variation de $\Delta B_{r_inducteur}$ reste minime, comme le montre la **figure 3.12b**.

Cependant, si on regarde l'impact sur la longueur de conducteurs utilisée, présenté sur la **figure 3.13c**, nous constatons que la seconde approche affiche un gain sur la quantité de fils.

Or, l'intérêt à utiliser des rayons de bobinage inférieurs au rayon extérieur de l'inducteur reste minime en gain de fil par rapport à la perte d'induction.

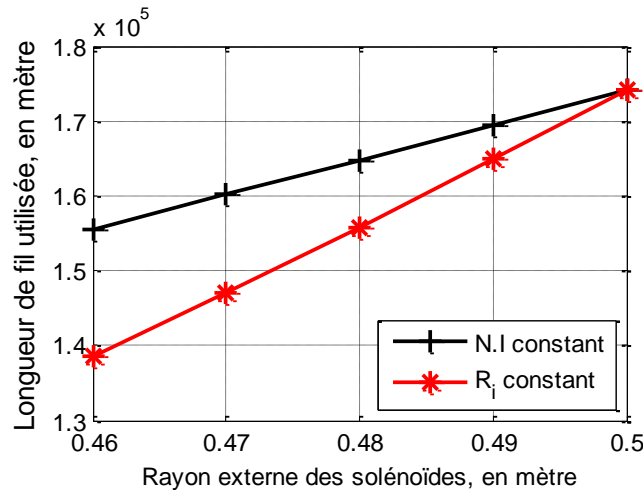


Figure 3.13. Longueur utile en fonction du rayon des solénoïdes

2. Etude des tendances par rapport aux paramètres géométriques

L'étude comparative des trois cas, $J_c(B)$ A-C, $J_c(B)$ S-C et J_c constant, est conservée afin d'observer les tendances qui s'en dégagent.

Comme nous l'avons vu précédemment, la prise en compte de $J_c(B)$ dégage un ensemble de tendance par rapport aux grandeurs critiques. Le dernier cas permet quant à lui d'envisager des courants plus importants que ceux possibles aujourd'hui. Il représente une extrapolation des résultats envisageables avec l'évolution future des matériaux. Le courant est alors fixé à 300 A pour J_c constant.

L'étude est réalisée pour un entrefer de 1 cm autour de l'inducteur. Cette taille correspond globalement à une taille de l'entrefer admissible comprenant un cryostat et un entrefer mécanique. Cependant, comme nous l'avons remarqué précédemment, il faudra chercher à minimiser au maximum ce paramètre dans le dimensionnement complet pour obtenir des performances optimales.

a. Critère d'étude

Afin d'obtenir un saut technologique par rapport au machine conventionnelle, il est alors nécessaire d'accroître l'induction radiale résultante de l'inducteur étudié. Pour rappel, une machine classique de forte puissance a une induction alternative à p paire(s) de pôles avec une variation de $\pm 0,9$ Tesla, soit une amplitude de 1,8 Tesla. Dans le cadre de la topologie étudiée, sa variation dans l'entrefer devra alors être au moins supérieure à 1.8 Tesla avec une longueur axiale entre solénoïde maximale et une longueur axiale de solénoïde qui serait minimale.

Afin d'obtenir un ensemble de résultat intéressant, nous imposons une induction maximale de 8 Tesla sur le contour de l'inducteur. Ensuite, nous utilisons le critère $K_{\text{inducteur}}$, défini précédemment en (3.1) pour dégager les tendances.

b. Variation des paramètres

Afin de faciliter l'étude, nous avons définis chaque paramètre géométrique à partir du rayon externe de l'inducteur, $R_{\text{inducteur}}$. Nous travaillerons donc avec les grandeurs suivantes dans la suite avec :

Pour les solénoïdes :

$$\begin{aligned} R_{e_{\text{solénoïde}}} &= R_{\text{inducteur}} \\ k_{Ep} &= E_{p_{\text{solénoïde}}} / R_{\text{inducteur}} \\ k_{Ls} &= L_{\text{solénoïde}} / R_{\text{inducteur}} \\ k_{Ds} &= D_{\text{inter solénoïde}} / R_{\text{inducteur}} \end{aligned}$$

Pour les écrans :

$$\begin{aligned} R_{e_{\text{écran}}} &= R_{\text{inducteur}} \\ k_{Le/Ds} &= L_{e_{\text{écran}}} / D_{\text{inter solénoïde}} \end{aligned}$$

Nous fixons quatre valeurs pour le rayon d'inducteur, soit :

$$R_{\text{inducteur}} = 0.35 \text{ m}, 0.5 \text{ m}, 0.75 \text{ m ou } 1 \text{ m}$$

L'induction sera relevée au rayon R_e pour une distance de 1 cm autour de l'inducteur, soit

$$R_e = R_{\text{inducteur}} + 0.01 \text{ (en mètre)}$$

Dans cette étude paramétrique, nous faisons varier les grandeurs comme suit :

Solénoïde		Ecran	
Nombre de solénoïdes	2	Nombre d'écrans	Q = 8
$R_{e_{\text{solénoïde}}}$	$R_{\text{inducteur}}$	$R_{e_{\text{écran}}}$	$R_{\text{inducteur}}$
k_{Ep}	0.25 à 0.75	$E_{p_{\text{écran}}}$	20 mm
k_{Ls}	0.1 à 0.8	$k_{Le/Ds}$	0.8 à 0.95
k_{Ds}	0.3 à 1.2		

c. Évolution des grandeurs géométriques autour d'un point de fonctionnement

Afin d'expliquer la démarche qui permet de dégager les tendances sur les grandeurs géométriques de l'inducteur, nous fixons un point de fonctionnement. Dans ce cadre, le critère est choisi pour $K_{\text{inducteur}} = 1,8 \pm 0.1 \text{ T.m/m}$.

Ce dernier correspond à une structure d'inducteur avec une induction radiale qui aura une amplitude de plusieurs Tesla sur la longueur utile de l'inducteur. Ramenée à la longueur totale de l'inducteur, nous obtenons une amplitude moyenne de l'induction qui serait équivalente à celle obtenue, par exemple, avec une machine classique à aimants permanents, qui présente une longueur utile proche de sa longueur axiale sans aucune tête de bobine, en comparaison aux machines à pôles saillants.

Une première sélection est alors réalisée afin de ne conserver que les structures avec k_{LS} optimal qui répondent au critère $K_{\text{inducteur}}$ pour les différents cas traité.

Dans l'ensemble des représentations, nous conserverons la légende suivante :

□ $R_{\text{inducteur}} = 1 \text{ m}$ ○ $R_{\text{inducteur}} = 0,75 \text{ m}$ ◇ $R_{\text{inducteur}} = 0,5 \text{ m}$ ☆ $R_{\text{inducteur}} = 0,35 \text{ m}$

◇ *Étude avec contrainte maximale ($J_c(B)$ A-C)*

Dans ce cadre, nous observons les ratios optimaux à l'aide des figures suivantes.

La **figure 3.14a** présente les tendances sur les ratios k_{LS} optimaux répondant au critère choisi précédemment pour les 4 rayons d'inducteur. Nous constatons donc que celui-ci dépend directement du rayon externe de l'inducteur. En effet, pour $R_{\text{inducteur}} = 0,35$ mètre, le ratio optimal est de 0,25 alors qu'il est inférieur à 0.2 pour un inducteur de 0.75 mètre de rayon.

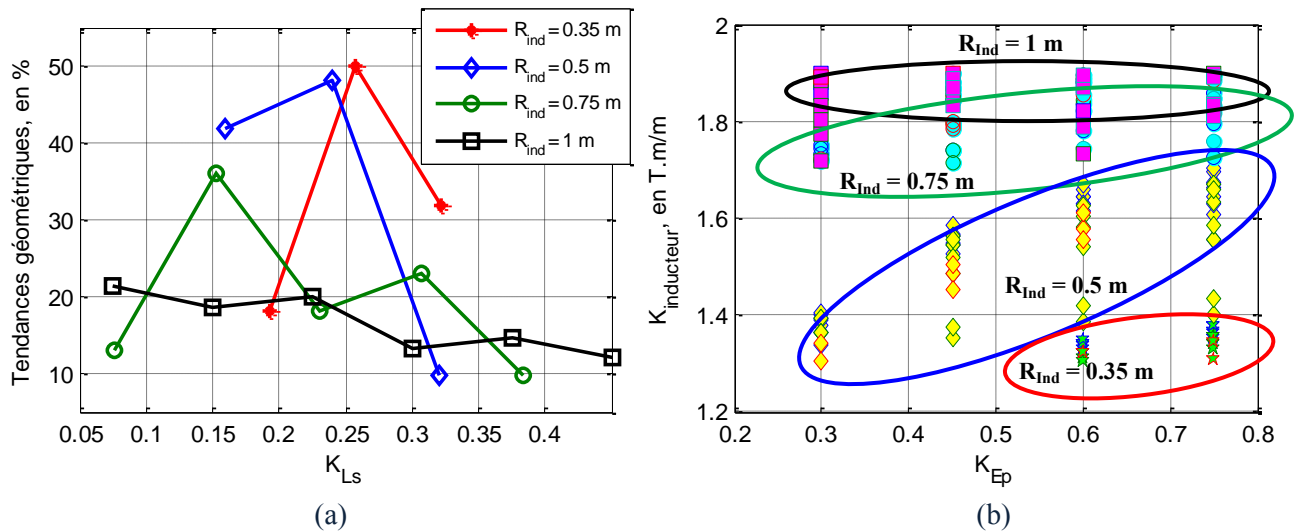


Figure 3.14. Tendances sur la longueur axiale et l'épaisseur des solénoïdes :

(a) Tendances sur le ratio k_{LS} , (b) $K_{\text{inducteur}}$ en fonction du ratio k_{Ep} ,

Ensuite, si l'on regarde maintenant le critère en fonction de l'épaisseur des solénoïdes à l'aide du ratio k_{Ep} , nous observons deux choses avec la **figure 3.14b**. Premièrement, pour obtenir un critère de 1,8 T.m/m avec une contrainte maximale sur les conducteurs, il faut un rayon minimum de 0,75 mètre pour la température de fonctionnement (20K) avec le fil choisi (BSCCO – AMSC). Deuxièmement, nous constatons que le ratio k_{Ep} peut diminuer avec le rayon d'inducteur pour obtenir le même critère.

Dans ce cadre, pour un rayon donné ($> 0,75 \text{ m}$), l'épaisseur requise pour répondre au critère dépendra de la longueur axiale des solénoïdes et de la distance qui les sépare. Pour des structures de grandes tailles, nous pourrions travailler avec des densités de courant réduites pour répondre au point de fonctionnement, mais nous risquons de dégrader $K_{\text{inducteur}}$.

Après les longueurs et les épaisseurs de solénoïdes, nous nous intéressons à la distance entre solénoïdes et à la longueur axiale des écrans supraconducteurs.

Nous constatons deux choses sur cette distance, **figure 3.15**. Pour les rayons d'inducteur de 0.35 et 0.5 mètre, nous observons que les optimums se situent pour un ratio k_{Ds} entre 0.7 et 0.9, illustré par les courbes en pointillée de la **figure 3.15**. À contrario pour des rayons supérieurs, aucun optimum ne se dégage ; de nombreuses structures avec de petites ou grandes distances entre solénoïdes sont situées dans la variation de $\pm 0,1 \text{ Tm/m}$ autour du critère.

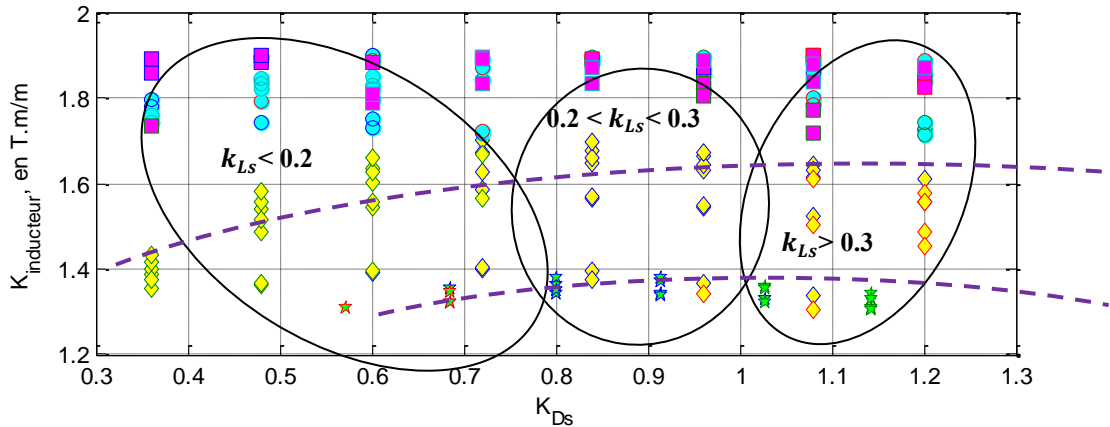


Figure 3.15. $K_{\text{inducteur}}$ en fonction du ratio k_{Ds}

Dans ce cadre, pour des rayons d'inducteur supérieures à 0,5 m, nous pourrions conserver un point de fonctionnement (1.8 T.m/m) avec une liberté dans le choix de la longueur utile de l'inducteur. Sinon, le ratio $k_{Le/Ds}$ optimal se situe autour de 0,85.

Sur la figure ci-dessous, nous observons la variation du critère de l'inducteur en fonction de la quantité totale de fil utilisée pour les deux solénoïdes ; celle-ci croît principalement avec le rayon externe d'inducteur. Or comme nous l'avons vu dans les études précédentes, le coût des conducteurs supraconducteurs étant relativement élevé, il est primordial de réduire la longueur utilisée. De plus, une quantité réduite de fil offrira un gain de poids sur l'ensemble de la structure qui pourra être un critère important pour certaines applications.

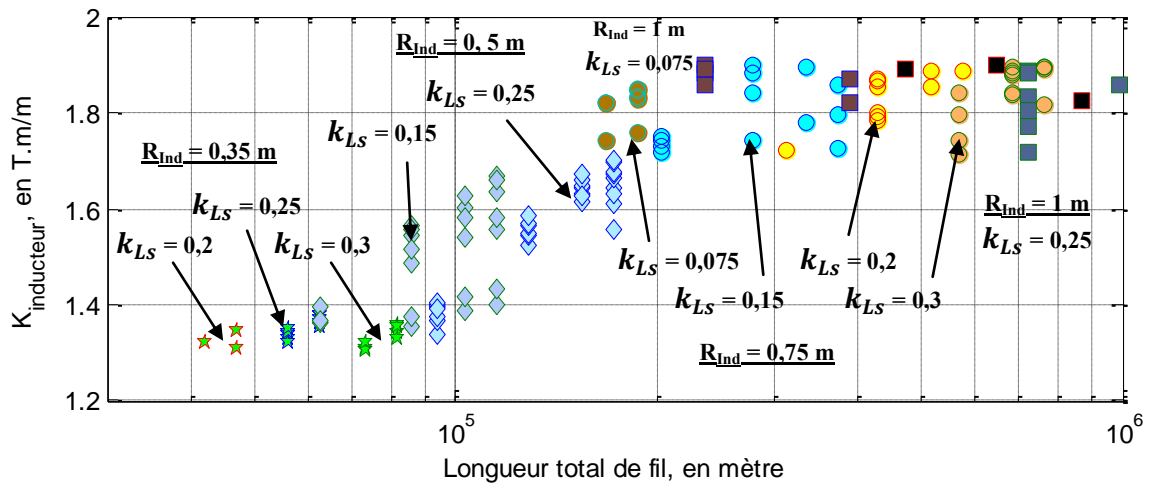


Figure 3.16. Variation du critère $K_{\text{inducteur}}$ avec la longueur totale de conducteur utilisée

Dans ce cadre, nous remarquons sur la figure 3.16 que pour un $K_{\text{inducteur}}$ équivalent, plusieurs structures sont envisageables avec des longueurs de conducteurs allant du simple au triple. Le choix dépendra donc des contraintes imposées par le cahier des charges lors du dimensionnement.

Pour finir, à l'aide de la figure 3.17, nous allons observer l'évolution de la variation de l'induction radiale sur le contour de l'inducteur, en $r = R_e$, avec l'induction radiale produite par l'inducteur entre deux écrans au niveau du rayon $R_{\text{inducteur}}$.

La comparaison, entre la **figure 3.17a** et la **figure 3.17b**, illustre la diminution de l'induction radiale entre ce qui est produit entre deux écrans au niveau de l'inducteur, par rapport à ce qui sera exploité au rayon R_e . Dans ce cadre, l'induction au niveau des écrans supraconducteurs sera encore plus forte. Dans les figures présentées, nous aurons une variation de 4.8 Tesla pour 6 Tesla produits ($R_{\text{inducteur}} = 1\text{m}$), soit une perte de 20% pour 1 cm d'entrefer. L'induction au niveau des écrans est quand à lui autour de 8 Tesla.

Cependant, pour un critère $K_{\text{inducteur}}$ donné, nous pouvons observer des rapports de 1,5 à 2 sur l'amplitude de l'induction radiale dans l'entrefer, notamment pour les structures de très grandes tailles.

Une forte induction ajoute des contraintes supplémentaires sur l'ensemble de la structure et risque de dégrader les performances des écrans supraconducteurs. Nous aborderons ce problème dans le chapitre suivant. Il est donc plus intéressant de réaliser des structures avec un critère optimal mais une variation de l'induction radiale réduite.

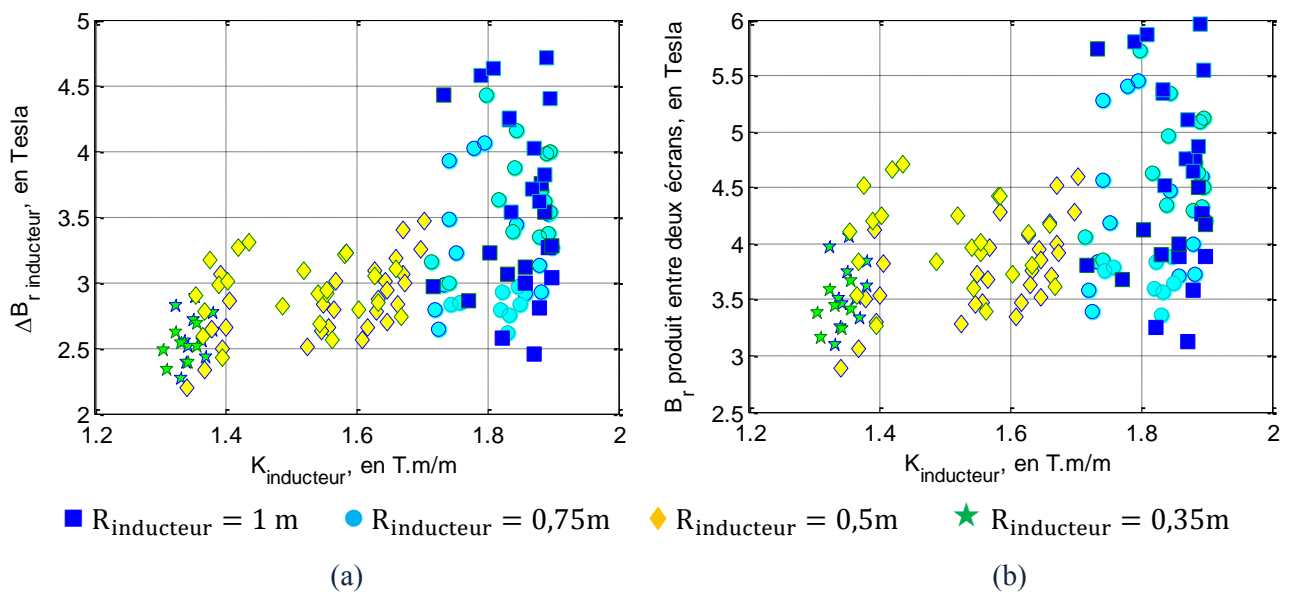


Figure 3.17. Variation de l'induction radiale (a) et champ produit au niveau des écrans (b) par rapport au critère de dimensionnement $K_{\text{inducteur}}$.

◇ Comparaison avec contrainte minimale et sans contrainte

La même démarche est réalisée pour une contrainte minimale sur la caractéristiques $J_c(B)$ du fil, et sans contrainte avec une forte densité de courant. Nous avons choisi de présenter les tendances entre les trois cas sous la forme d'un tableau, **Tableau XIV**.

À l'instar de la contrainte maximale ($J_c(B)$ A-C), le critère $K_{\text{inducteur}}$ obtenu avec $J_c(B)$ S-C n'est que de 1,6T.m/m pour un rayon de 0,35 m contre 1,8 T.m/m recherché (en italique dans le tableau), mais est envisageable pour des rayons supérieurs ou une densité de courant constante.

Dans le cadre d'une contrainte sur les conducteurs, nous aurons des épaisseurs importantes et des longueurs axiales de solénoïdes globalement réduites, qui limite la diminution de notre critère avec un ratio sur la distance entre solénoïdes.

Pour des contraintes réduites avec des rayons importants, nous constatons un large spectre de géométrie correspondant au point de fonctionnement désiré. Des contraintes supplémentaires (*longueur utile ou longueur axiale maximale par exemple*) sont donc nécessaires pour y dégager des tendances.

À contrario, avec un courant constant, les épaisseurs et les longueurs axiales diminuent à mesure que le rayon d'inducteur croît.

Le ratio optimal sur la distance entre solénoïdes converge vers 0,8. Ce dernier peut varier sur une fourchette plus large où un nombre important de paramètres répond au critère, comme nous le voyons dans le **Tableau XIV**.

Nous constatons pour l'inducteur une longueur de fil conséquente de plusieurs dizaines à plusieurs centaines de kilomètres. Si le rayon d'inducteur accroît cette grandeur, alors des contraintes réduites sur les conducteurs et des courants importants la diminuent fortement. Par ailleurs, pour un point de fonctionnement, des topologies permettent d'avoir une plus petite quantité de fil pour le même critère.

Enfin nous obtenons des variations d'induction de 2 à 5 Tesla pour répondre à $K_{\text{inducteur}} = 1,8^{\pm 0.1}$ T.m/m à 1 cm du contour de l'inducteur, pour une induction de 3 à 6 Tesla entre les écrans.

$R_{\text{inducteur}}$	Cas	0,35m	0,5m	0,75m	1 m
$K_{\text{inducteur}}$ (T.m/m)	$J_c(\mathbf{B})$ A-C $J_c(\mathbf{B})$ S-C J_c Constant	<i><1,4</i> <i><1,7</i> 1,7 à 1,9	<i><1,7</i> 1,7 à 1,9 1,7 à 1,9	1,7 à 1,9	1,7 à 1,9
k_{Ls}	$J_c(\mathbf{B})$ A-C $J_c(\mathbf{B})$ S-C J_c Constant	<0,25 0,25 <0,2	0,15 à 0,25 0,15 à 0,3 <0,2	0,15 à 0,25 0,075 à 0,8 <0,15	<0,2 0,075 à 0,8 <0,1
k_{Ep}	$J_c(\mathbf{B})$ A-C $J_c(\mathbf{B})$ S-C J_c Constant	0,4 à 0,8 } 0,3 à 0,8	} 0,3 à 0,8 <0,6	} 0,3 à 0,8 <0,3	0,3 à 0,8 0,1 à 0,8 <0,2
k_{Ds}	$J_c(\mathbf{B})$ A-C $J_c(\mathbf{B})$ S-C J_c Constant	0,7 à 0,8 } 0,3 à 1,2	0,7 à 0,9 } 0,3 à 1,2	0,3 à 1,2	} 0,3 à 0,8 0,8 à 0,9
Longueur Fil utilisée (km)	$J_c(\mathbf{B})$ A-C $J_c(\mathbf{B})$ S-C J_c Constant	<i>40 à 80</i> <i>40 à 70</i> 30 à 35	<i>60 à 170</i> 63 à 260 40 à 120	170 à 760 400 à 1000 55 à 110	230 à 1000 660 130
$\Delta B_{\text{r inducteur}}$ (T)	$J_c(\mathbf{B})$ A-C $J_c(\mathbf{B})$ S-C J_c Constant	<i><3</i> <i>2,5 à 3,5</i> 2 à 4	<i><3,5</i> 3 à 4,2 2 à 5	<4,5 3,5 à 4,7 2,5 à 3	<5 3,5 à 5 2,5
$B_{\text{r entre écrans}}$ (T)	$J_c(\mathbf{B})$ A-C $J_c(\mathbf{B})$ S-C J_c Constant	<i>3 à 4</i> <i>3 à 5</i> 3 à 6	<i>3 à 5</i> 3,5 à 6 3 à 6	3 à 6 4 à 6 3 à 4	3 à 6 4,5 à 6 3 à 3,5

Tableau XIV. Tendances géométriques pour le point de fonctionnement $K_{\text{inducteur}} = 1,8^{\pm 0.1}$ T.m/m

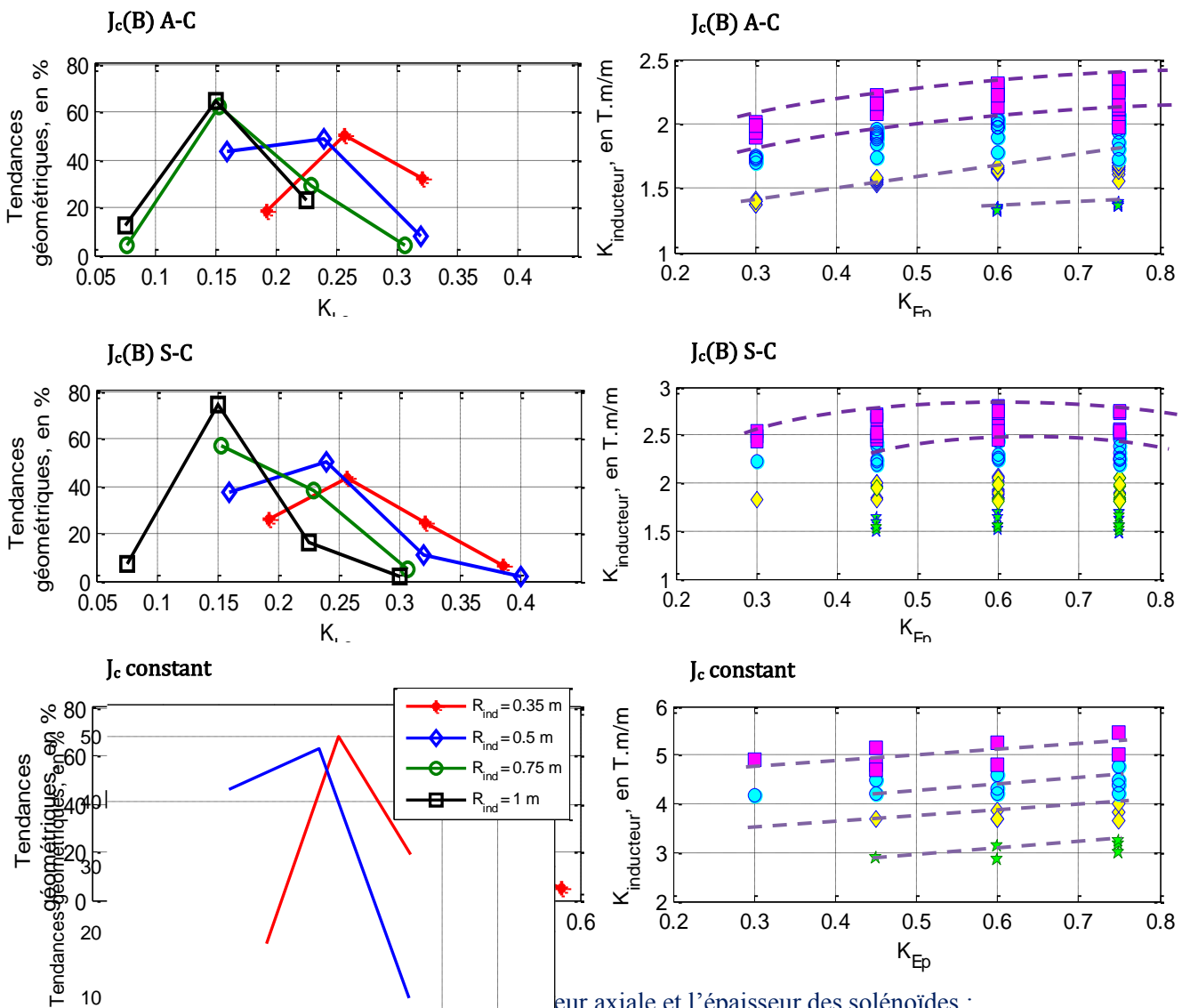
- d. Évolution des grandeurs géométriques pour obtenir $K_{\text{inducteur}}$ maximum avec une variation maximale de 8 Tesla sur le contour de l'inducteur

Précédemment, nous avons observé l'évolution des paramètres géométriques qui répondent à un critère précis. Dans cette deuxième approche, nous identifierons la tendance qui permet d'obtenir un critère $K_{\text{inducteur}}$ maximal pour les différents rayons d'inducteur et pour les différentes contraintes sur les conducteurs.

La démarche précédente est donc réitérée. Les résultats sont présentés sur les figures suivantes et regroupés dans le **Tableau XV**.

À l'aide de la **figure 3.18**, nous comparerons la tendance sur la longueur axiale des solénoïdes et sur leur épaisseur. Le ratio optimal diminue lorsque le rayon externe d'inducteur augmente.

Pour une densité de courant constante ou une contrainte maximale, l'induction produite par les solénoïdes augmente avec l'épaisseur (qui tend vers le maximum choisi). Pour une contrainte minimale, un optimum apparaît pour un ratio de 0,6 entre l'épaisseur et le rayon.



(gauche) l'évolution de la longueur axiale et l'épaisseur des solénoïdes : (droite) $K_{\text{inducteur}}$ en fonction du ratio k_{Ep} .
 Ensuite, nous observons sur les figures ci-dessous, l'évolution de la distance entre les solénoïdes.

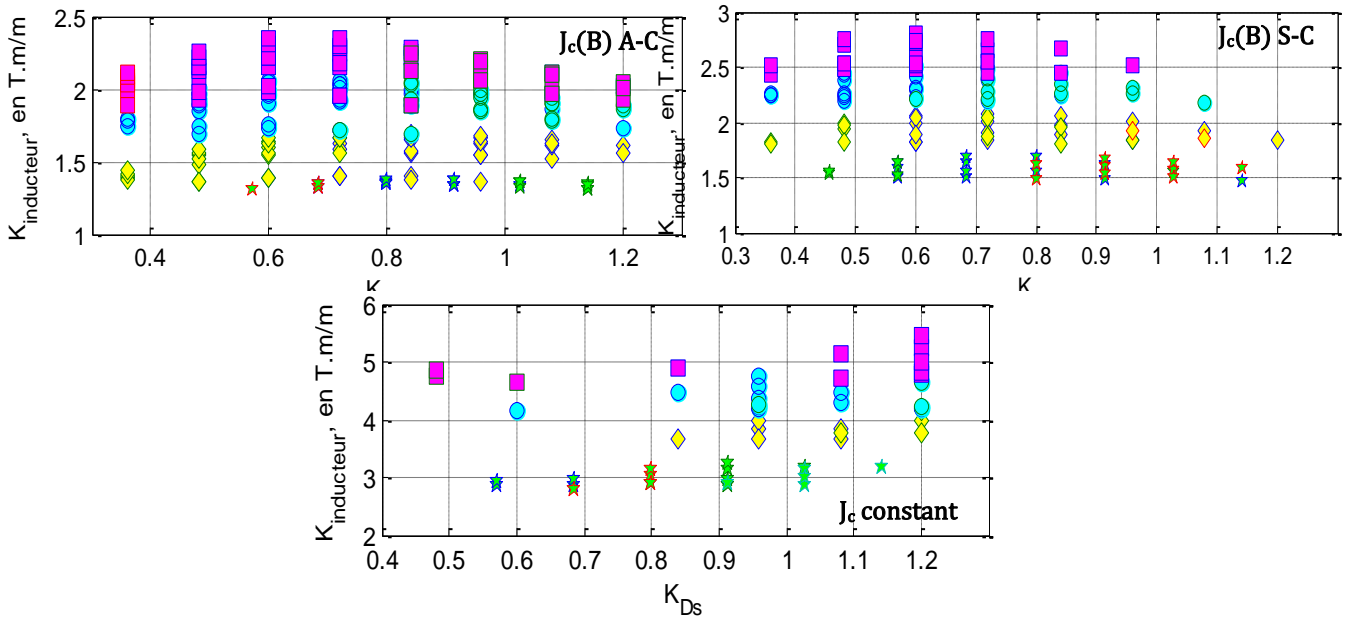


Figure 3.19. $K_{\text{inducteur}'}$ en fonction du ratio k_{D_s}

Avec des contraintes maximale ou minimale, un optimum apparaît respectivement pour un ratio entre 0,6 et 0,8 fois le rayon d'inducteur. Ce paramètre tend à diminuer avec une taille plus importante du rayon de l'inducteur. À l'inverse, pour une densité de courant constante, la distance entre solénoïde, l'optimum croît avec le rayon jusqu'au maximum choisi. Ce dernier point est intéressant car obtenir ce rapport le plus grand possible permettra d'envisager des machines « galettes » ou avec de grandes longueurs utiles.

Par ailleurs, l'évolution de la densité de courant dans les solénoïdes est présentée sur la **figure 3.20**. Nous constatons que les topologies avec de plus grands rayons ont des densités de courant inférieures mais un meilleur critère. La contrainte en champ sur les conducteurs augmente donc avec $R_{\text{inducteur}'}$.

Nous notons une différence entre $J_c(B)$ A-C et $J_c(B)$ S-C ; comme attendu, une contrainte réduite sur le fil autorise de plus forte densité de courant de transport et donc un critère plus élevé.

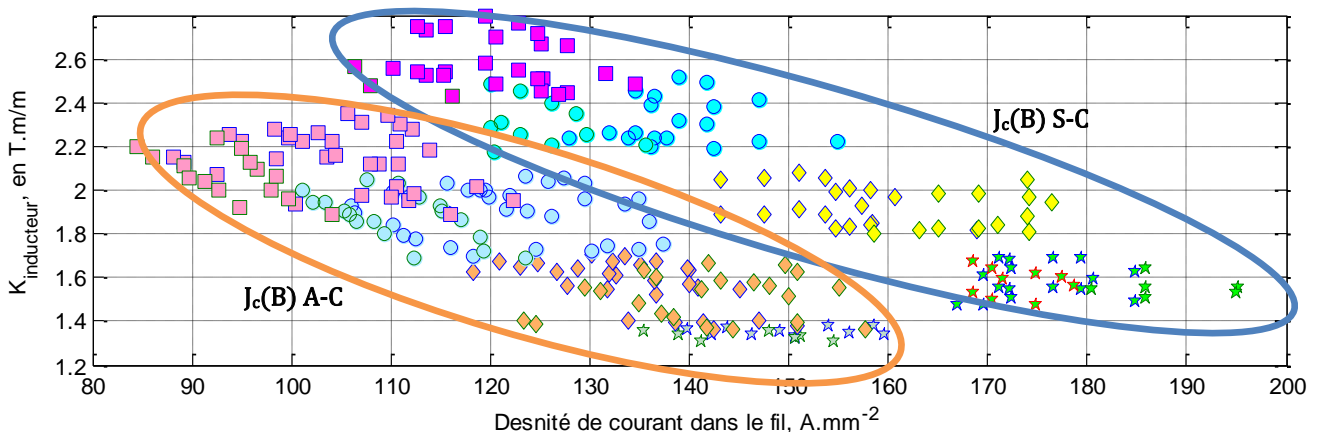


Figure 3.20. $K_{\text{inducteur}'}$ en fonction de la densité de courant admissible dans les conducteurs.

Dans cette étude, la longueur de fil utilisée croît avec le rayon externe, comme le montre la figure suivante. Une contrainte minimale ou nulle sur les conducteurs permet de meilleures performances pour une longueur équivalente de conducteur.

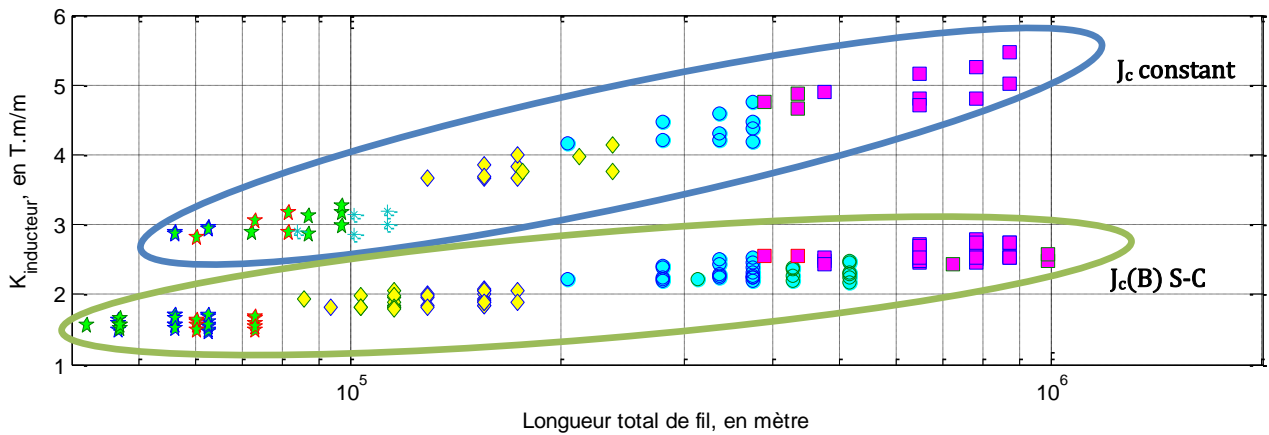


Figure 3.21. Variation du critère $K_{\text{inducteur}}$ avec la longueur totale de conducteur utilisée

Le tableau ci-dessous regroupe quelques caractéristiques déduites de notre étude sur le critère maximum qui pourrait être obtenu par la topologie d'inducteur étudiée.

$R_{\text{inducteur}}$	Cas	0,35m	0,5m	0,75m	1 m
$K_{\text{inducteur}}$ (T.m/m)	$J_c(B)$ A-C	<1,4	<1,7	<2,1	<2,4
	$J_c(B)$ S-C	<1,7	<2,1	<2,5	<2,8
	J_c Constant	<3,5	<4,1	<5	<5,5
Fil utilisée (km)	$J_c(B)$ A-C	40 à 80	85 à 200	140 à 600	250 à 1300
	$J_c(B)$ S-C	35 à 75	86 à 175	200 à 500	400 à 1000
	J_c Constant	55 à 110	130 à 250	200 à 450	400 à 900
$J_{\text{solénoïde}}$ (A.mm ⁻²)	$J_c(B)$ A-C	135 à 160	120 à 155	100 à 135	85 à 150
	$J_c(B)$ S-C	160 à 200	140 à 175	120 à 155	100 à 130
	J_c Constant	300	300	300	300
$\Delta B_{r \text{ inducteur}}$ (T) à 1 cm	$J_c(B)$ A-C	2,3 à 3	2,5 à 3,5	2,8 à 4	2,7 à 4,5
	$J_c(B)$ S-C	2,5 à 3,5	3 à 4,2	3,5 à 4,7	3,7 à 5,3
	J_c Constant	5,5 à 7	6 à 7,2	6 à 7,3	6,6 à 7,8
$\Delta B_{r \text{ inducteur}}$ (T) à 2 cm	$J_c(B)$ A-C	1,8 à 2,3	2 à 3	2,5 à 3,5	2,9 à 4
	$J_c(B)$ S-C	2 à 2,8	2,6 à 3,5	3,1 à 4	3,5 à 4,6
	J_c Constant	4,5 à 5,5	5,3 à 6,4	5,5 à 6,7	6 à 7,3
Perte d'induction (%)	$J_c(B)$ A-C	15 à 20	10 à 20	8 à 15	6 à 10
	$J_c(B)$ S-C	15 à 25	10 à 20	8 à 15	7 à 12
	J_c Constant	15 à 20	11 à 13	7 à 10	5 à 10
Ratio : $\frac{L_{\text{utile}}}{L_{\text{inducteur}}}$	$J_c(B)$ A-C	0,45 à 0,6	0,45 à 0,65	0,45 à 0,65	0,5 à 0,7
	$J_c(B)$ S-C	0,45 à 0,55	0,45 à 0,65	0,5 à 0,6	0,5 à 0,65
	J_c Constant	0,4 à 0,5	0,5 à 0,6	0,6 à 0,7	0,65 à 0,7

Tableau XV. Caractéristiques de l'inducteur pour le point de fonctionnement $K_{\text{inducteur}}$ optimal

Dans l'ensemble, le ratio k_{L_s} reste inférieur à 30% du rayon externe de l'inducteur avec une distance entre solénoïde inférieure 80 % de $R_{\text{inducteur}}$. Toutefois, une grande disparité apparaît : un point de fonctionnement peut-être établi avec des structures compactes (longueur axiale réduite) ou plus longues (longueur de fil plus importante).

La dernière ligne du **Tableau XV** montre que le ratio $L_{\text{utile}}/L_{\text{inducteur}}$ augmente avec le rayon d'inducteur. Dans ce cadre, les topologies à grand diamètre présenteront une forme moins allongée, comme nous l'avons illustré sur la **figure 3.22**.

Pour revenir sur la taille de l'entrefer, une comparaison est alors présentée dans le tableau. Une perte de l'ordre de 5 à 20 % pour 1 cm d'entrefer supplémentaire est observée. Cependant, son influence semble moins forte pour des rayons d'inducteur plus importants (<10%).

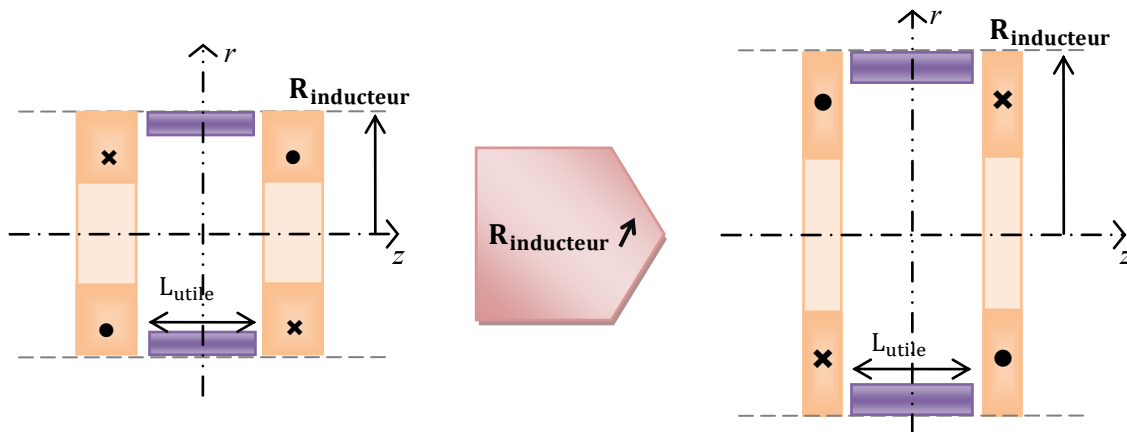


Figure 3.22. Évolution de la topologie avec une augmentation du rayon d'inducteur.

3. Vérification par un calcul élément finis 3D

Après cet étude sur la tendance des paramètres géométriques, un calcul 3D par éléments finis est abordé afin vérifier les performances attendues lors de notre étude paramétrique. Dans ce cadre, nous donnons l'allure des champs magnétiques radial, tangential et axial.

Les paramètres sont donnés dans le tableau **ci-dessous** pour un rayon $R_{\text{inducteur}} = 0,75$ mètre.

Structures étudiées			
Nombre de solénoïde	2	Q	8
$J_{\text{solénoïde}}, A/mm^2$	120		
$R_{e_{\text{solénoïde}}}, mm$	$R_{\text{inducteur}}$	$R_{e_{\text{écran}}}, mm$	$R_{\text{inducteur}}$
$E_{p_{\text{solénoïde}}}, mm$	400	$E_{p_{\text{écran}}}, mm$	40
$L_{\text{solénoïde}}, mm$	125	$L_{\text{écran}}, mm$	400
$D_{\text{inter solénoïde}}, mm$	450	$\beta_{\text{écran}}$	0.5

Tableau XVI. Paramètres géométriques de l'exemple 3D

Le tableau **suivant** résume les résultats obtenus avec les deux méthodes.

	Analytique	Éléments finis	Erreur (%)
$K_{\text{inducteur}}$ (T.m/m)	2,25	2,55	11,7
ΔB_r inducteur à 1 cm (T) $R_e = 0,76$ m	3,9	4,5	11,7
ΔB_r inducteur à 2 cm (T) $R_e = 0,77$ m	3,5	4	12,5
Perte d'induction (%)	10,3	11	
B_r produit entre écrans (T) $R_e = 0,76$ m	4,6	5	7
Temps (secondes)	10	194	

Tableau XVII. Comparaison de performances obtenues de l'inducteur

Les résultats obtenus restent acceptables avec une erreur inférieure à 12%. La variation de l'induction radiale obtenue à une amplitude de 4,5 Tesla, avec un champ magnétique compris entre 0,5 et 5 Tesla à 1 cm de l'inducteur. Nous retrouvons une perte autour de 10% pour une distance accrue d'un centimètre. Dans cet exemple, la longueur de fil pour les deux solénoïdes est estimée à 350 km avec un coefficient de remplissage unitaire.

Le champ radial sur le contour de l'inducteur et sur la longueur utile sont alors représentés respectivement sur la **figure 3.23** et la **figure 3.24**. L'allure reste cohérente entre les deux modèles. La méthode analytique sous-estime l'amplitude la variation de l'induction radiale avec une erreur inférieure à 10%. Nous notons sur la figure ci-dessous, des pics importants (entourés en pointillés) sur le relevé de l'induction radiale lorsque d'une position derrière un écran à une position entre écran.

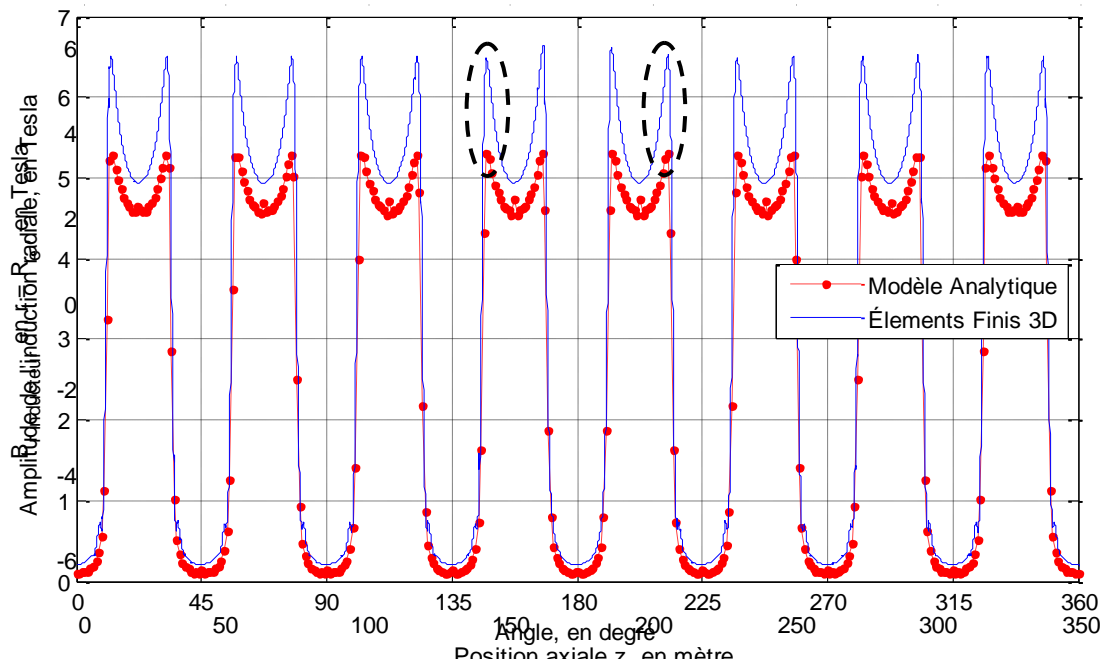
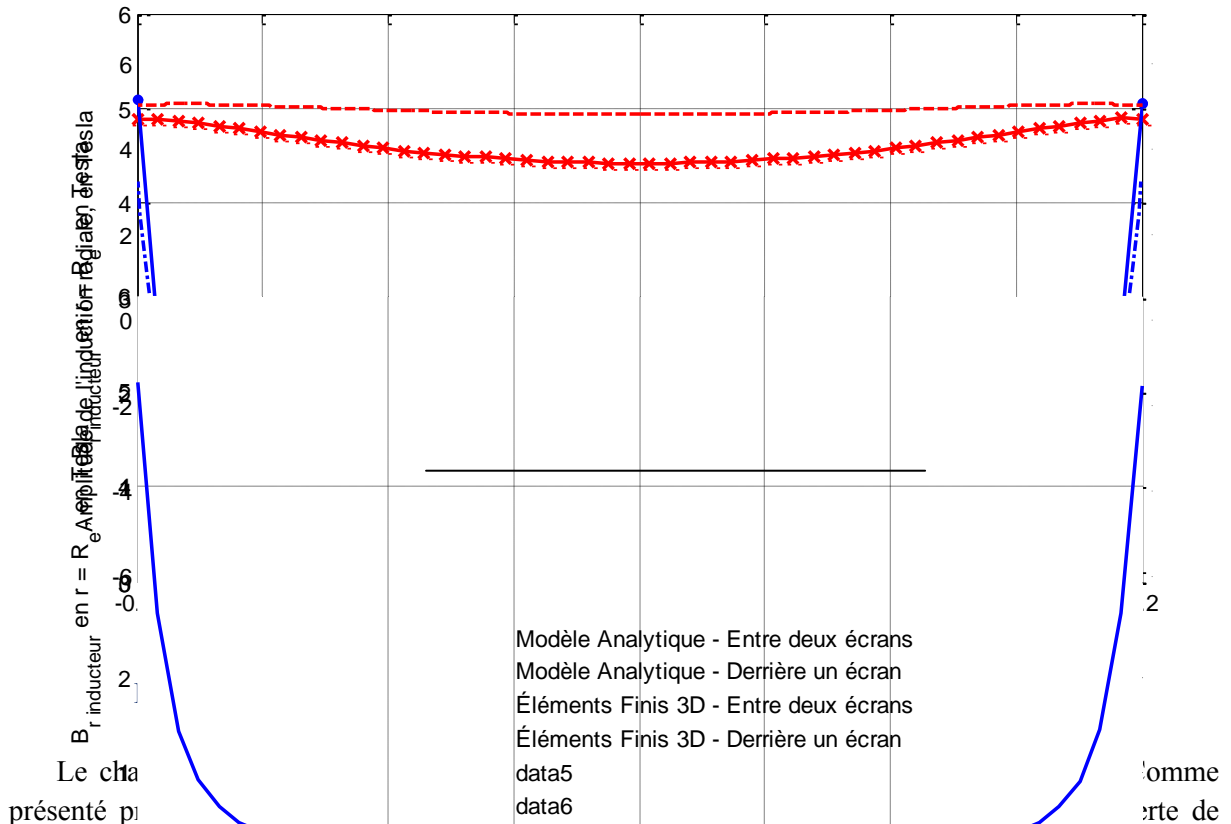


Figure 3.23. Induction radiale sur le contour de l'inducteur en $R_e = 0,76$ m sur le plan $z = 0$.

L'amplitude de ces pics est accentuée par le modèle utilisé (ici comportement de diamagnétique parfait) et par les erreurs numériques dues à la forte disparité entre les milieux. Nous verrons dans le

chapitre suivant, que l'utilisation d'une modélisation du comportement des matériaux supraconducteurs réduit ces effets.



Sur la figure 3.25b, nous retrouvons la forte concentration sur l'extrémité d'un écran observé sur la figure 3.24. Ceci augmente donc l'induction radiale moyenne sur la longueur utile derrière un écran et diminue la variation dans l'entrefer.

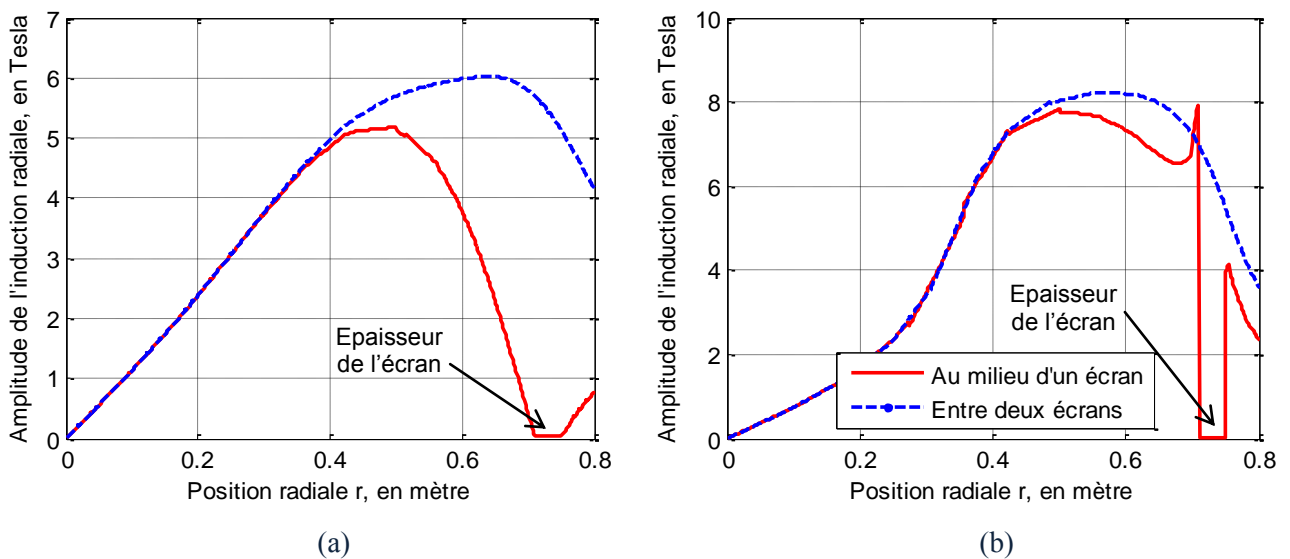


Figure 3.25. Induction radiale en fonction du rayon à deux positions $\theta = 0$ (au milieu d'un écran) et $\theta = \pi/Q$ (entre deux écrans) : (a) en $z = 0$, (b) en $z = 0.198$ m (extrémité d'un écran).

L'allure de la composante axiale de l'induction est observée sur la **figure 3.26**. Comme attendu, celle-ci croît à mesure où l'on s'éloigne du plan $z = 0$ (**figure 3.26a**). L'amplitude de l'induction sur les extrémités axiales des écrans est donc élevée, avec une différence de plusieurs Tesla entre la face intérieure et la face supérieure de la pastille. Ce phénomène est illustré à l'aide de la **figure 3.26b** où nous relevons l'induction en fonction du rayon sur l'extrémité du massif.

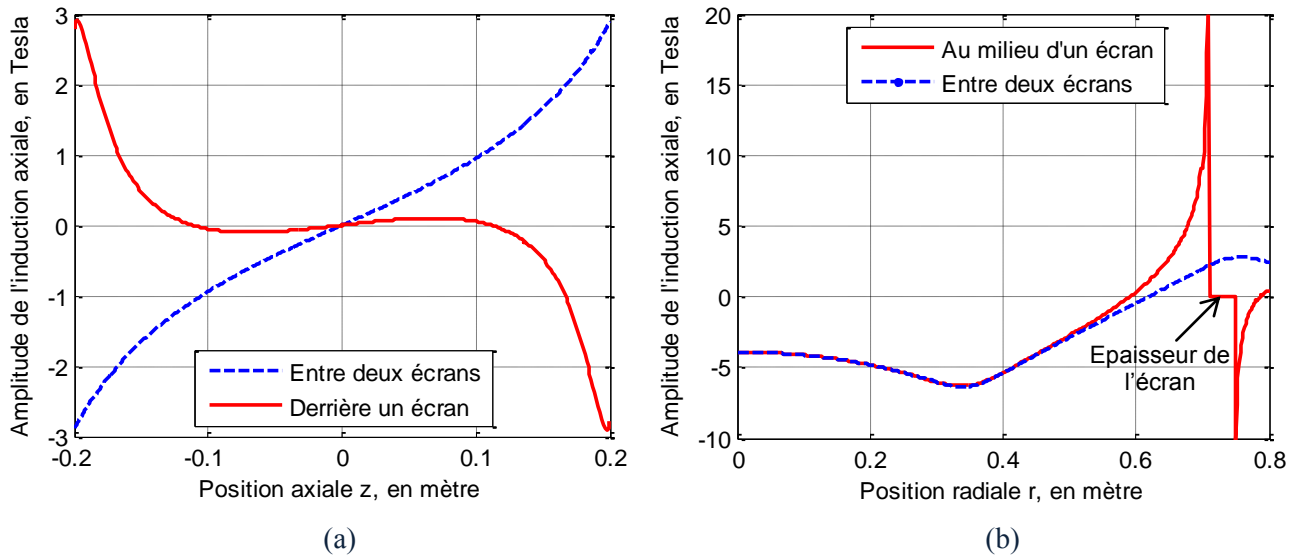


Figure 3.26. Induction axiale : (a) Sur la longueur utile de l'inducteur en $R_e = 0,76$ m et en $z = 0$, (b) Sur le rayon à deux positions $\theta = 0$ et $\theta = \pi/Q$ en $z = 0.198$ m (*extrémité d'un écran*).

Comme pour l'induction radiale, l'induction tangentielle représentée sur la **figure 3.27** possède des pics de plusieurs Tesla au niveau de chaque front radial des écrans supraconducteurs.

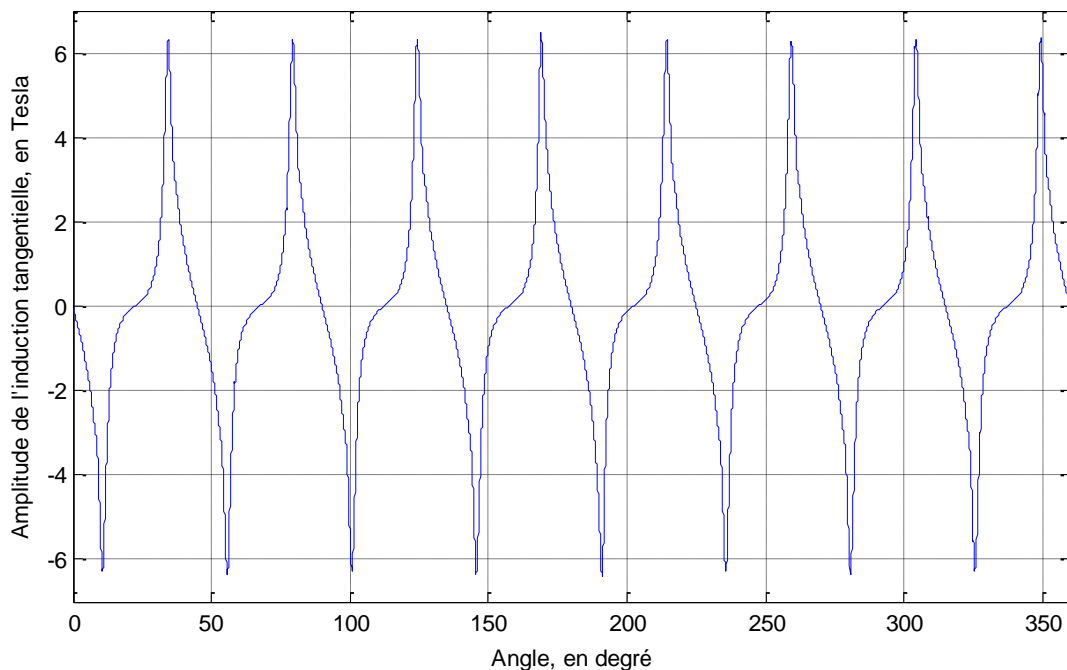


Figure 3.27. Induction tangentielle sur le contour de l'inducteur en $R_e = 0,76$ m sur le plan $z = 0$.

Les figures **ci-dessous** illustrent la variation de l'induction radiale et tangentielle sur le plan $z = 0$ pour un rayon inférieur à 0,8 mètre. Nous retrouvons la concentration de B sur les arêtes radiales des écrans supraconducteurs. En effet, des amplitudes avec des pics importants entre 10 et 15 Tesla sont à nouveau constatées.

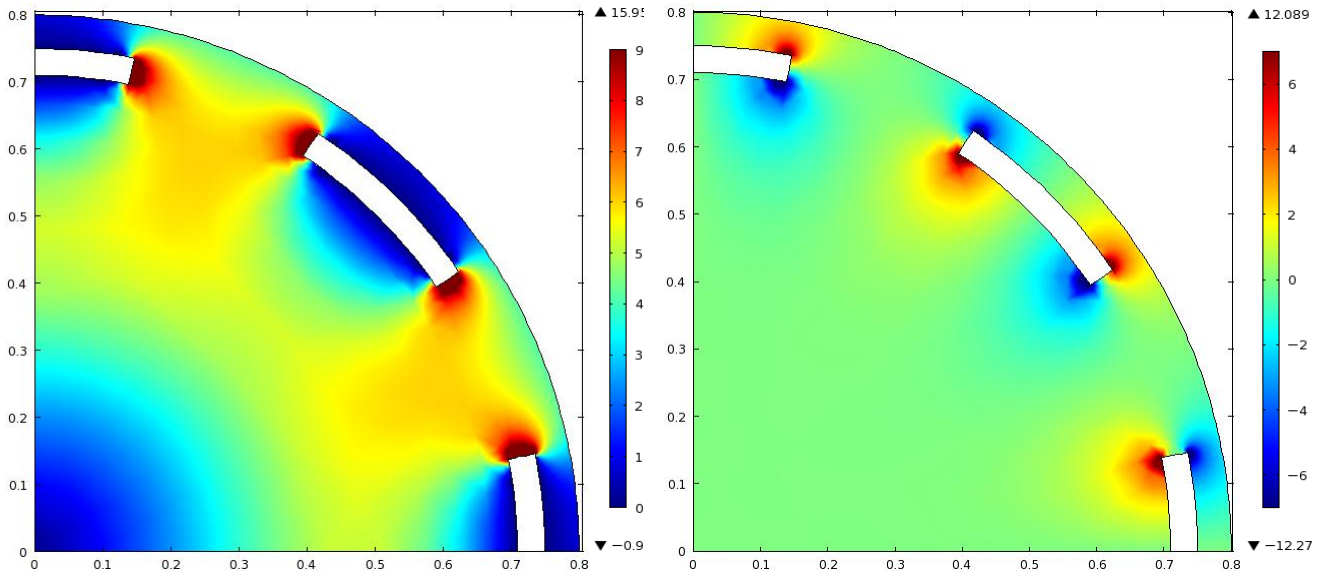


Figure 3.28. Carte des inductions radiale et tangentielle sur le plan $z = 0$ de l'inducteur.

Aperçue sur l'ensemble des relevés de cette partie, cette concentration sur les extrémités des pastilles va dégrader leur capacité à écranter le champ magnétique. Ceci aura donc une influence directe sur les performances attendues de l'inducteur. Il est donc important d'étudier ce problème.

III. STRUCTURES ANNEXES DE L'INDUCTEUR

1. Etude de différentes géométries pour les solénoïdes

Dans le cadre des recherches précédentes, les solénoïdes utilisés sont des bobines classiques en forme de galette, c'est pourquoi, l'utilisation de configurations différentes est abordée.

Quatre formes de solénoïdes ont donc été comparées, elles sont illustrées sur la **figure 3.29**. L'étude a pour but de montrer l'intérêt des différentes formes présentées.

Nombre de solénoïde	Structures étudiées		
	2	Q	4
$J_{\text{solénoïde}}, A/mm^2$	150		
$R_{e_{\text{solénoïde}}}, mm$	$R_{\text{inducteur}} = 500$	$R_{e_{\text{écran}}}, mm$	$R_{\text{inducteur}} = 500$
$E_{p_{\text{solénoïde}}}, mm$	300	$E_{p_{\text{écran}}}, mm$	20
$L_{\text{solénoïde}}, mm$	230	$L_{\text{écran}}, mm$	360
$D_{\text{inter solénoïde}}, mm$	400	$\beta_{\text{écran}}$	0.5

Tableau XVIII. Paramètres géométriques

Afin de comparer ces quatre topologies, nous travaillerons à ampères tours constants, c'est-à-dire que les solénoïdes conserveront une section équivalente ($N_{\text{tours}} \times I_{\text{fil}}$ restera égal entre les solénoïdes) avec une longueur totale de l'inducteur constante.

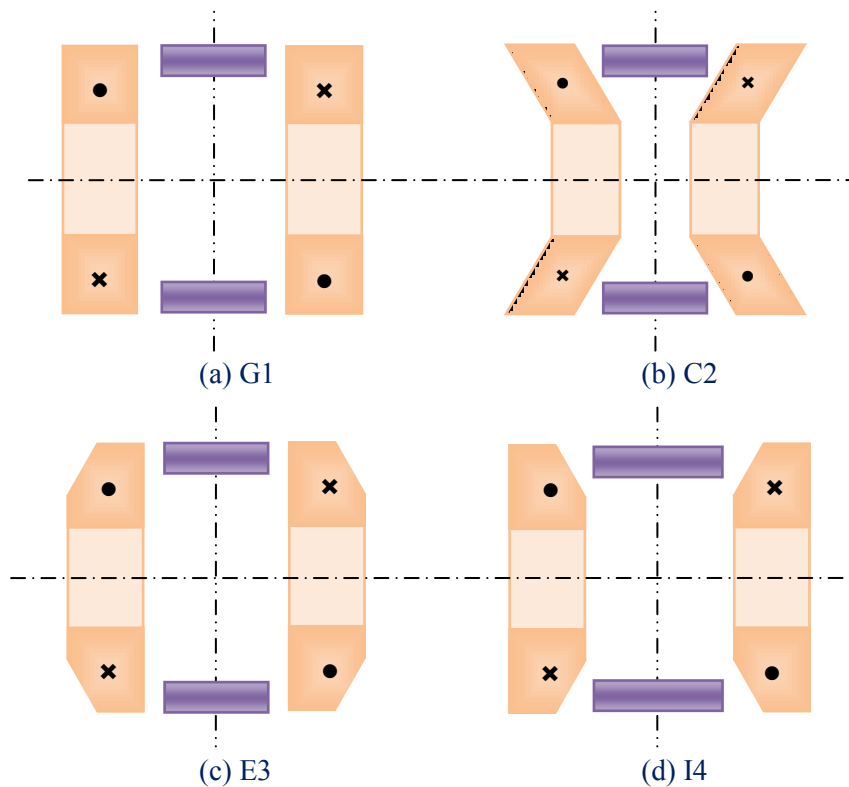


Figure 3.29. Forme étudiées des solénoïdes : (a) Galette, (b) Cône, (c) Coupe extérieure, (d) Coupe intérieure.

Pour les quatre formes étudiées, la **figure 3.30** montre l'induction radiale moyenne sur la longueur utile entre deux écrans sur la **figure 3.30a** et derrière un écran sur la **figure 3.30b**.

Nous constatons sur cette première figure que la forme C2 permet d'accroître sensiblement le champ résultant entre deux écrans avec un gain possible de 10% qui dépend de l'inclinaison des bobines pour une même quantité de fil utilisée.

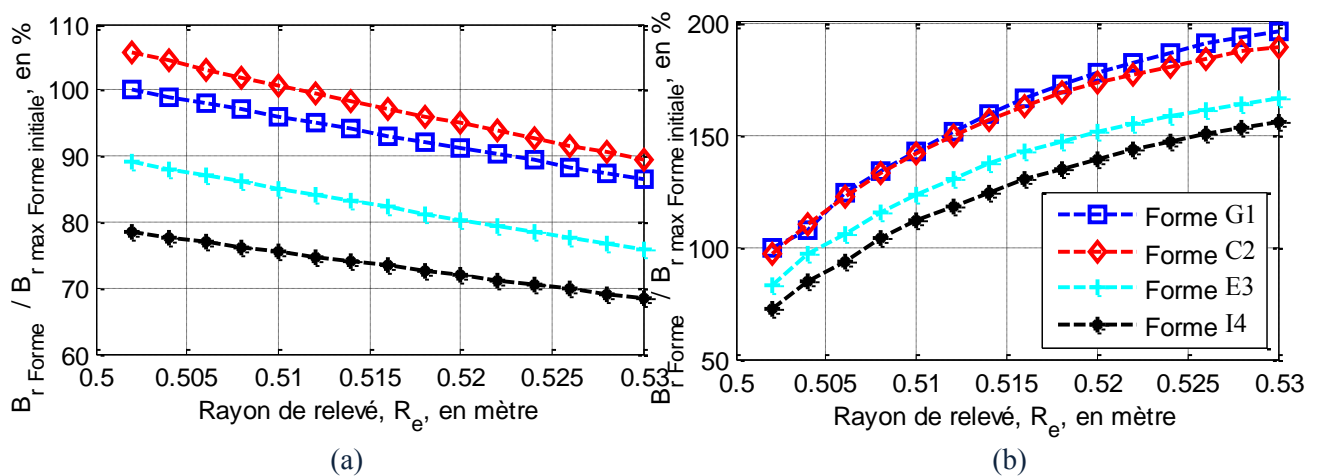


Figure 3.30. Évolution de l'induction radiale moyenne sur la longueur utile (en %) : (a) Entre deux écrans, (b) Derrière un écran.

En parallèle, les formes E3 et I4 présentent des inductions moyennes plus faibles avec une diminution de l'ordre de 10 à 20%. Cependant, la forme I4 devrait permettre d'accroître la longueur axiale des écrans, et donc la longueur utile de la machine. Il sera donc intéressant d'observer l'évolution du facteur $\Delta B_{r \text{ inducteur}} \times L_{\text{utile}}$.

Le **Tableau XIX** donne une comparaison rapide des trois cas de figure en « densités de courants » par rapport aux différentes formes de solénoïdes pour des géométries identiques d'inducteur.

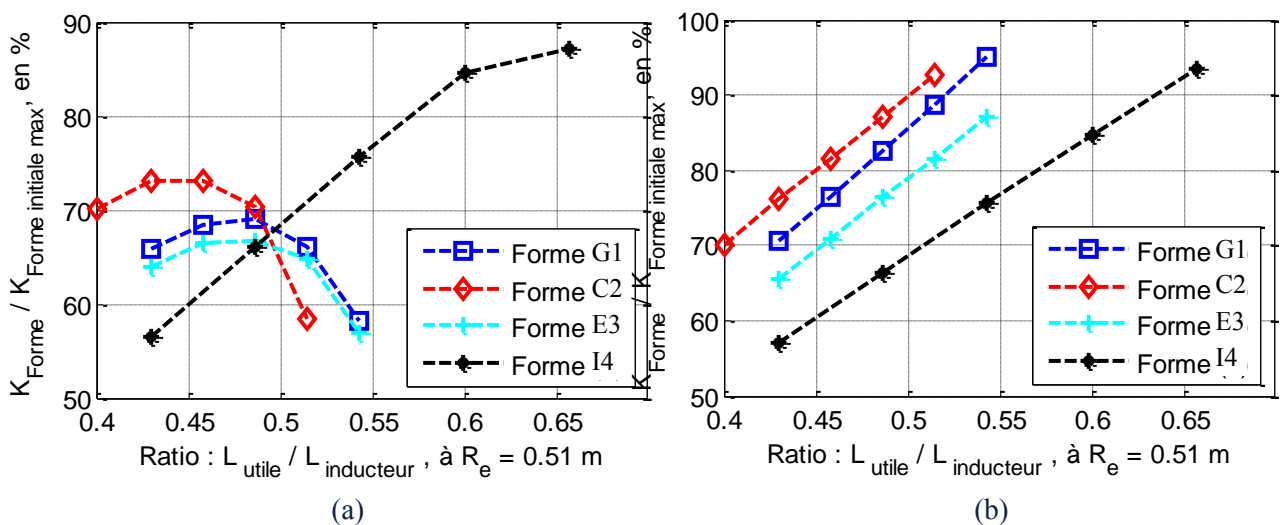
		G1	C2	E3	I4
J_c constant	J_{\max} (A/mm ²)	150			
	$\Delta B_{r \text{ inducteur}}$	4.2 T	4.5 T	3.8 T	3.3 T
$J_c(B)$ écran	J_{\max} (A/mm ²)	120	115	130	145
	$\Delta B_{r \text{ inducteur}}$	3.3 T	3.4 T	3.26 T	3.23 T
$J_c(B)$ bobine	J_{\max} (A/mm ²)	142	142	148	146
	$\Delta B_{r \text{ inducteur}}$	4 T	4.3 T	3.7 T	3.2 T

Tableau XIX. Comparaison pour différentes formes de solénoïdes, avec ΔB_r relevé à $R_e = 502$ mm.

Les formes E3 et I4 semblent réduire la contrainte en champ appliqué sur les conducteurs, et permet ainsi des densités de courants plus importantes dans le fil, cependant, nous ne constatons pas de gain notable sur la variation d'induction radiale obtenue pour ces deux formes. À contrario, la forme C2 permet d'accroître la variation du champ radial dans l'entrefer de l'inducteur.

Pour les différentes contraintes en courant, nous étudions l'influence de la longueur de l'écran à l'aide du critère $K_{r \text{ inducteur}}$ définis précédemment à une distance de 1 cm de l'inducteur, soit $R_e = 0.51$ m.

Illustrée sur la **figure 3.31**, $K_{\text{Forme}}^{\text{initiale max}}$ correspond au critère obtenu pour une densité de courant constante et une longueur utile maximale. Le critère $K_{\text{inducteur}}$ de la structure étudiée G1, C2, E3, I4 est appelé K_{Forme} .



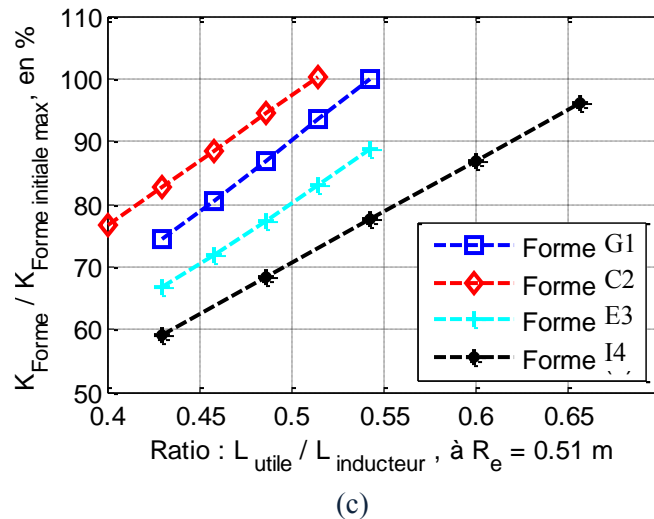


Figure 3.31. Critère de dimensionnement de l'inducteur sur la longueur : (a) Calcul $J_c(B)$ écran, (b) Calcul $J_c(B)$ bobine, (c) Calcul J_c constant.

La forme I4 permet un meilleur ratio $L_{\text{utile}} / L_{\text{inducteur}}$, donc des longueurs utiles supérieures. Le critère $K_{\text{inducteur}}$ obtenu est donc intéressant par rapport à la structure initiale et cela malgré une induction radiale plus faible.

La structure C2 présente un meilleur critère (entre 5 et 10%) par rapport à la forme initiale G1. On aura donc une longueur utile plus petite avec des inductions plus importantes.

Enfin, la topologie E3 étudiée n'offre quant à elle aucun avantage majeur par rapport à la structure initiale G1.

Un résumé des avantages et inconvénients est donné, **ci-dessous**, sous forme d'un tableau; la forme G1 est choisie comme référence par rapport aux 3 autres topologies étudiées.

	C2	E3	I4
ΔB_r inducteur	> *(C2 > G1)	<	<<<
L_{utile}	<	=	>>
Contrainte en champ sur les conducteurs	=	<	<<
Critère $K_{\text{inducteur}}$	>	<	<

Tableau XX. Avantages et inconvénients des formes C2, E3 et I4 par rapport à G1.

2. Polarité de l'inducteur et ouverture d'écran sur un pôle

Dans les précédents travaux, une étude avait été réalisée afin de déterminer un optimum pour la polarité Q de l'inducteur et l'ouverture d'un écran sur un pôle. Cette étude s'est conclue par des prototypes avec une polarité $Q = 4$ écrans et une ouverture d'écran égale à la moitié de l'ouverture d'un pôle [Aila06].

a. Pour l'inducteur seul

Pour des inducteurs de taille plus importante, nous avons réalisé une première étude par un calcul éléments finis 3D pour les paramètres **ci-dessous** ; la modélisation développée ne permet pas d'étudier l'influence de ces paramètres.

Structures étudiées			
Nombre de solénoïde	2	Q	variable
$J_{\text{solénoïde}}$, A/mm ²	150		
$R_{e,\text{solénoïde}}$, mm	500	$R_{e,\text{écran}}$, mm	500
$E_{p,\text{solénoïde}}$, mm	170	$E_{p,\text{écran}}$, mm	20
$L_{\text{solénoïde}}$, mm	150	$L_{\text{écran}}$, mm	300
$D_{\text{inter solénoïde}}$, mm	300	$\beta_{\text{écran}}$	variable

Tableau XXI. Paramètres géométriques

Pour une machine électrique tournante synchrone, le couple électromagnétique est directement lié à l'amplitude du fondamentale du champ radial de l'inducteur. La **figure 3.32** montre la variation du fondamentale et de la composante continu de l'induction radiale en fonction de la polarité Q et de l'ouverture d'un écran sur un pôle, $\beta_{\text{écran}}$, en $z = 0$ et à une distance de 20 mm de l'inducteur. Cette distance élevée considère la présence d'un entrefer mécanique et d'un cryostat autour de l'inducteur.

Sur la **figure 3.32a**, nous remarquons que pour une polarité donnée, une ouverture d'écran optimale apparaît autour de $\beta_{\text{écran}} = 0,7$ avec des gain de l'ordre de 15% par rapport à une ouverture d'écran égale à la moitié de l'ouverture d'un pôle. De même, une polarité optimale peut être obtenue pour une ouverture fixée.

L'amplitude de la composante continue décroît avec l'ouverture d'un écran mais augmente avec la polarité. Il sera donc intéressant de chercher à réduire cette valeur, qui crée des contraintes supplémentaires sur la structure.

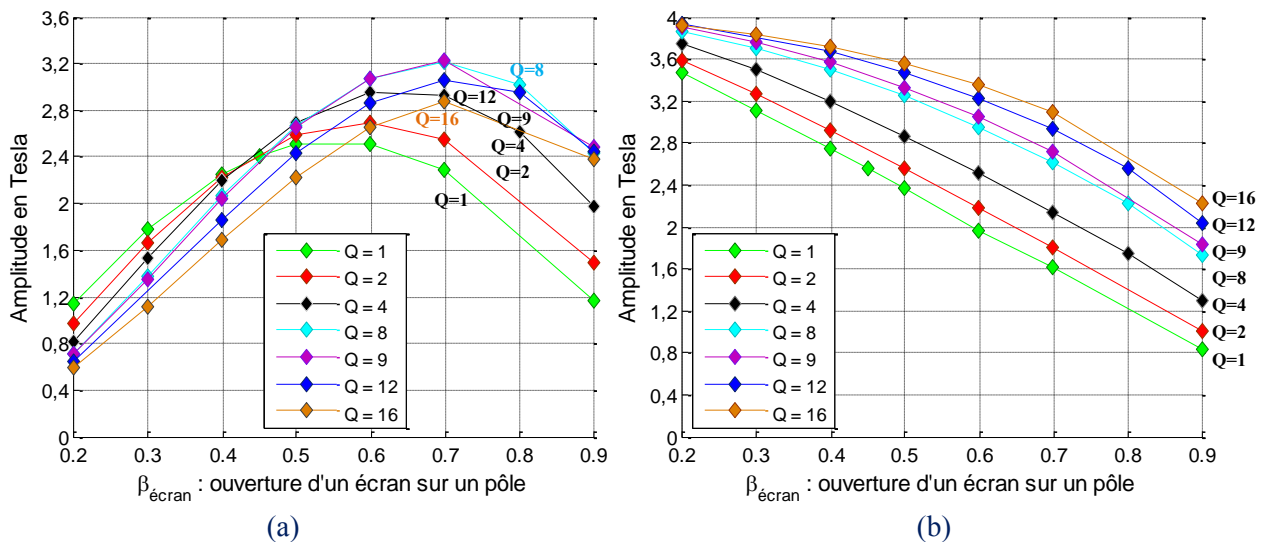


Figure 3.32. Influence de la polarité et de l'ouverture d'un écran $R_e = 520$ mm
(a) Fondamentale de l'induction radiale, (b) Composante continue de l'induction radiale

En outre, d'après les différentes études réalisées, les ouvertures d'écran et les polarités optimales dépendent fortement de l'entrefer choisi, du rayon externe de l'inducteur et de la présence ou non d'une culasse en fer à l'induit.

b. Avec un induit

Afin d'illustrer nos propos, nous avons mené une seconde étude analogue par éléments finis 3D sous COMSOL. L'utilisation de bobine cuivre à l'induit pour une étude paramétrique 3D étant très lourde en termes à mener (ressource mémoire et temps de calcul important), nous avons alors choisis de traiter une armature extérieure constituée d'aimants permanents. Cette couronne crée un champ à p paires de pôles. Ce dispositif, comme illustré sur la **figure 3.33a**, est calculé en utilisant une formulation en potentiel scalaire magnétique, qui réduit fortement les temps de calculs.

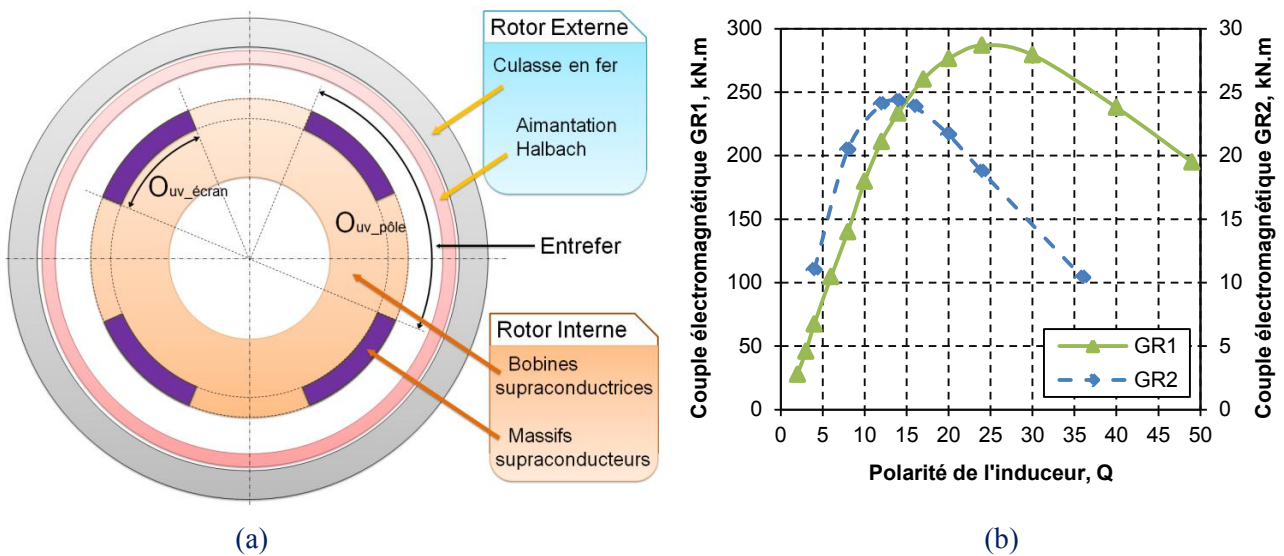


Figure 3.33. (a) Étude de la polarité et de l'ouverture d'un écran pour l'inducteur, (b) Couple électromagnétique en fonction de la polarité ($p = Q$) pour 2 rayons externes

	GR1	GR2		GR1	GR2
Solénoïdes Supraconducteurs	-	-	Écrans supraconducteurs	-	-
Nombre de solénoïdes	2	2	Polarité du rotor interne, Q	Q	Q
$J_{solénoïde}, A/mm^2$	80	50			
$E_{p,solénoïde}, mm$	125	250	$R_{e_écran}, mm$	250	500
$R_{e,solénoïde}, mm$	250	500	$E_{p_écran}, mm$	20	20
$L_{solénoïde}, mm$	75	150	$L_{écran}, mm$	180	360
$D_{inter\ solénoïde}, mm$	200	400	$\beta_{écran}$	0.5	0.5
Aimantation Halbach	NdFeB	NdFeB			
Polarité du rotor externe, p	Q	Q	Déphasage électrique entre le rotor interne et externe, (δ), degrés	0	0
Rayon interne des aimants, mm	270	520			
Épaisseur des aimants permanents, mm	40	40	Épaisseur de la culasse ferromagnétique, mm	50	100

Tableau XXII. Paramètres géométriques

La polarité et l'ouverture qui maximisent le couple pour deux inducteurs, GR1 et GR2, avec les paramètres du **Tableau XXII** sont respectivement $Q = 14$ et $Q = 24$ sur la **figure 3.33b** pour $\beta_{\text{écran}} = 0,6$, **figure 3.34b**.

Sur la **figure 3.34** pour les deux polarités optimales définies précédemment, nous retrouvons la caractéristique classique du couple électromagnétique d'un actionneur synchrone en fonction de l'angle interne, δ .

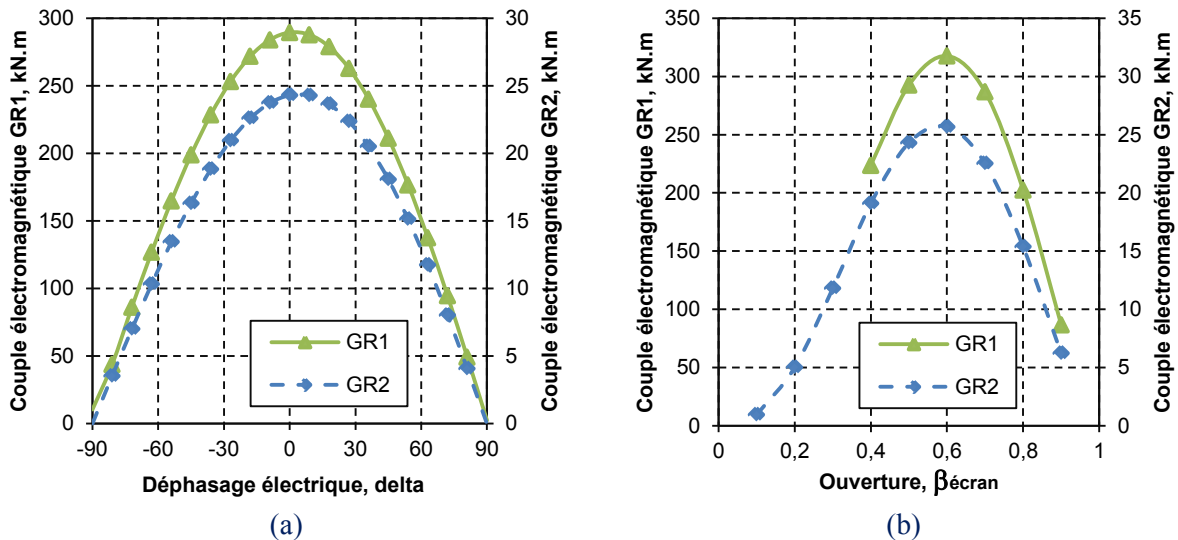


Figure 3.34. (a) Couple électromagnétique statique en fonction du déphasage électrique entre les deux rotors, (b) Couple électromagnétique en fonction de l'ouverture d'un écran sur un pôle

Pour conclure, les ouvertures d'écran et les polarités optimales sont fortement liées entre elles et à la taille de entrefer défini, du rayon externe de l'inducteur. Dans le cadre du dimensionnement complet de l'inducteur, ces éléments devront donc être pris en compte.

IV. EFFORTS ET CONTRAINTES

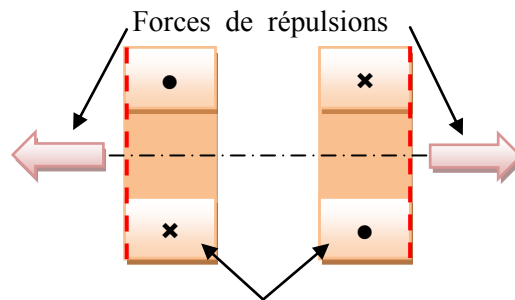
Dans le dimensionnement de la topologie, il est nécessaire d'estimer le type de forces exercées sur la structure de l'inducteur. L'étude des efforts appliqués sur les solénoïdes et sur les pastilles supraconductrices permet d'évaluer ces contraintes mécaniques.

Dans le premier chapitre, nous avons vu que les supraconducteurs présentent comme les autres matériaux des limites aux contraintes mécaniques, avec des valeurs maximales données autour de 100 MPa pour une pastille d'YBCO. Cependant, dans notre cas, les matériaux utilisés seront maintenus mécaniquement à l'aide de frettage en fibre ou de résine. Celles-ci présentent l'avantage d'avoir des tenues aux contraintes bien plus importantes de plusieurs centaines de méga pascal. Une résine type époxy G-11 est capable de tenir des efforts de traction de l'ordre de 350 MPa, de 500 MPa pour la compression et de 500 MPa à la flexion. De plus, ses propriétés sont conservées à basse température.

1. Efforts sur les solénoïdes

Pour des solénoïdes alimentés avec des courants opposés, nous constatons des forces de répulsion importantes au niveau des deux solénoïdes de l'inducteur, illustrées sur la **figure 3.35**.

Les efforts se porteront donc sur les surfaces illustrées ci-dessous en pointillé rouge. Ce sont donc ces dernières qui seront déterminantes dans le choix des matériaux. L'utilisation de fibre ou de résine permettront de supporter ces efforts. Un ordre de grandeurs est donné par la suite.



Solénoïdes alimentés avec des courants opposés

Figure 3.35. Forces de répulsion sur les deux solénoïdes

2. Efforts sur les écrans supraconducteurs

Le calcul des efforts sur les écrans supraconducteurs est réalisé par le tenseur de Maxwell et s'exprime par :

$$d\vec{F} = \mu_0 \left(-\frac{H^2}{2} \cdot d\vec{S} + \vec{H}(\vec{H} \cdot d\vec{S}) \right) \quad \text{soit} \quad \vec{F} = \oint_{S(V)} d\vec{F} \quad (3.3)$$

Avec : $\vec{H} = \begin{pmatrix} H_r \cdot \vec{e}_r \\ H_\theta \cdot \vec{e}_\theta \\ H_z \cdot \vec{e}_z \end{pmatrix}$, le champ magnétique et ses composantes au niveau de la surface (A/m)

$$H^2 = H_r^2 + H_\theta^2 + H_z^2$$

S, la surface fermée entourant le volume V située dans un matériau à perméabilité $\mu_r = \mu_0$

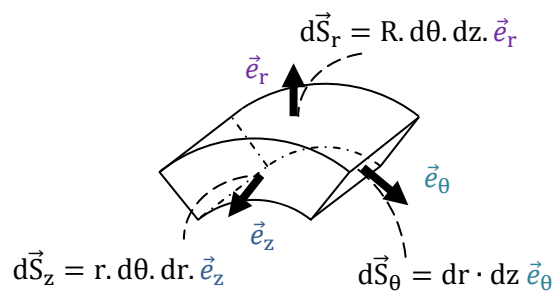


Figure 3.36. Représentation des composantes et des surfaces pour une forme d'écran simplifiée

Comme la composante normale de l'induction est pratiquement nulle au niveau des différentes surfaces d'une pastille supraconductrice, les champs au niveau des différentes surfaces du matériau sont donc tangentiels.

Nous pouvons écrire les expressions suivantes pour un écran modélisé en forme de tuile.

$$\begin{aligned} \underline{\text{En } r = R_i} : d\vec{S}_{r_1} &= -R_i d\theta dz \vec{e}_r \\ d\vec{F}_{r_1} &= \mu_0 \left(\frac{H_{\theta_1}^2}{2} + \frac{H_{z_1}^2}{2} \vec{e}_r \right) R_i d\theta dz \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} \underline{\text{En } r = R_e} : d\vec{S}_{r_2} &= R_e d\theta dz \vec{e}_r \\ d\vec{F}_{r_2} &= -\mu_0 \left(\frac{H_{\theta_2}^2}{2} + \frac{H_{z_2}^2}{2} \vec{e}_r \right) R_e d\theta dz \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} \underline{\text{Pour } :} d\vec{S}_{z_1} &= r d\theta dr \vec{e}_z \\ d\vec{F}_{z_1} &= -\mu_0 \left(\frac{H_{r_z}^2}{2} + \frac{H_{\theta_z}^2}{2} \vec{e}_z \right) r d\theta dr \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} \underline{\text{Pour } :} d\vec{S}_{z_2} &= -r d\theta dr \vec{e}_z \\ d\vec{F}_{z_2} &= \mu_0 \left(\frac{H_{r_z}^2}{2} + \frac{H_{\theta_z}^2}{2} \vec{e}_z \right) r d\theta dr \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} \underline{\text{Pour } :} d\vec{S}_{\theta_1} &= dr dz \vec{e}_\theta \\ d\vec{F}_{\theta_1} &= -\mu_0 \left(\frac{H_{r_\theta}^2}{2} + \frac{H_{z_\theta}^2}{2} \vec{e}_\theta \right) dr dz \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} \underline{\text{Pour } :} d\vec{S}_{\theta_2} &= -dr dz \vec{e}_\theta \\ d\vec{F}_{\theta_2} &= \mu_0 \left(\frac{H_{r_\theta}^2}{2} + \frac{H_{z_\theta}^2}{2} \vec{e}_\theta \right) dr dz \end{aligned} \quad (3.9)$$

La résultante des forces magnétiques s'exerçant sur chacune de ses surfaces correspond à des efforts de compression, illustrée sur la **figure 3.37a**.

Nous remarquons alors que l'effort radial est plus important sur la surface intérieure de la pastille supraconductrice (zone où l'amplitude du champ magnétique est plus importante). Les écrans seront alors repoussés vers l'extérieur.

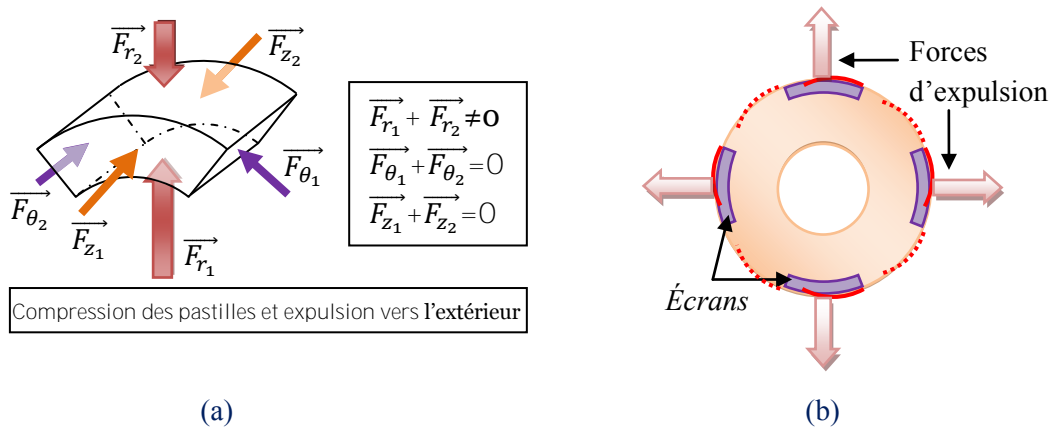


Figure 3.37. Efforts exercés sur les écrans supraconducteurs

Les contraintes s'appliqueront principalement sur la surface externe de l'inducteur au niveau des pastilles, illustré en pointillé rouge sur la **figure 3.37b**. Un frettage de l'inducteur sera alors nécessaire pour tenir ces efforts.

3. Résultats

Pour différents paramètres géométriques de l'inducteur, une étude en EF 3D est réalisée. Les paramètres sont donnés dans le **Tableau XXIII** pour des structures de grandes tailles.

Structure étudiée	S1	S2	S3	S4
Rayon interne d'un solénoïde, mm		250		660
Rayon externe d'un solénoïde, mm		500		1000
Longueur axiale d'un solénoïde, mm		150		200
Distance axiale entre deux solénoïdes, mm		400		800
Rayon externe d'un écran, mm		500		1000
Longueur axiale d'un écran, mm	320	390	350	700
Épaisseur d'un écran, mm	20	20	20	50
Ouverture polaire d'un écran, degré	45	60	45	22.5
Polarité de l'inducteur (Q)	4	3	4	8

Tableau XXIII. Paramètres géométriques d'inducteurs supraconducteurs de grandes tailles

Pour les structures de grandes tailles S1 à S3, les géométries sont peu différentes. La structure S1 présente la particularité d'avoir une longueur axiale de l'écran plus réduite par rapport à la distance qui sépare les deux solénoïdes et alors que la structure S2 a une longueur axiale de l'écran proche de la distance qui sépare les deux solénoïdes.

La structure S4 est une topologie de dimension plus importante. L'ensemble aura une densité de courant fixée à 100 A/mm².

L'estimation des efforts d'expulsion des écrans supraconducteurs et de répulsion des solénoïdes est donnée **ci-dessous**.

	Effort d'expulsion pour un écran	Effort de répulsion pour un solénoïde
Structure 1	6.6 MPa	10.6 MPa
Structure 2	10.1 MPa	15.4 MPa
Structure 3	6.4 MPa	10.7 MPa
Structure 4	8.8 MPa	19.8 MPa

Tableau XXIV. Efforts sur les écrans et les solénoïdes supraconducteurs

Pour ces exemples de topologies d'inducteur de grande taille, les contraintes mécaniques restent inférieures aux limites des résines actuelles dont nous avons donné un ordre de grandeurs précédemment.

En parallèle, nous nous sommes intéressés à une étude complémentaire avec la structure S3. Ce travail consiste à vérifier l'impact d'un décalage de la pastille, comme illustré sur la **figure 3.38**. Ce décalage peut être axiale entre les deux solénoïdes, ou tangentiel sur θ .

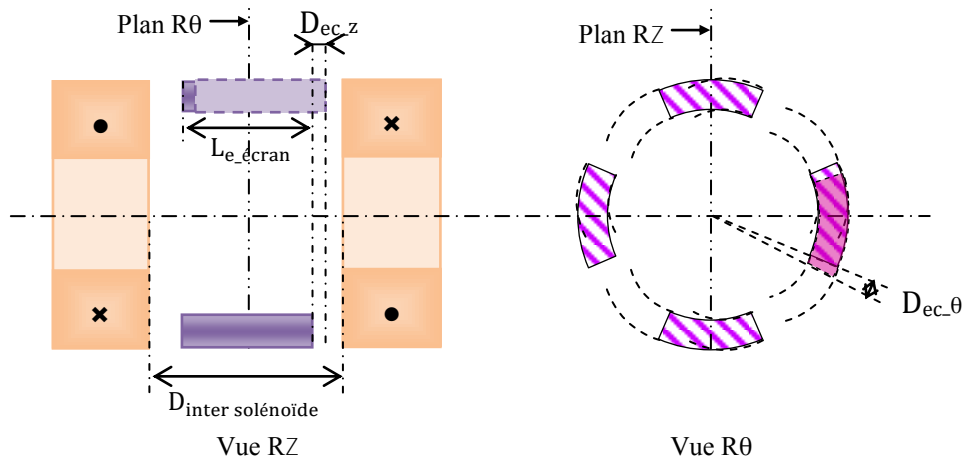


Figure 3.38. Décalages des écrans supraconducteurs

Le tableau suivant présente les efforts résultants de ce type de défauts :

Décalage, mm	Effort axial sur un écran, MPa	Décalage, degré	Effort tangentiel sur un écran, MPa
0	0	0	0
2	3	2	3.5
10	4.2	5	10.7

Tableau XXV. Efforts complémentaires sur les écrans

Les efforts résultant de ce type de défauts reste acceptables pour les résines utilisées, mais génèrent des contraintes supplémentaires non négligeables pour les matériaux supraconducteurs. Or, dans le cadre de la conception d'un inducteur, le risque d'un décalage tangentiel ou axial restera minime.

V. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons établi un certain nombre d'étude montrant les performances envisageables de l'inducteur avec l'influence des différents paramètres géométriques. En effet, des inductions supérieures aux machines classiques ont été obtenues avec une longueur axiale d'induit qui peut être fortement réduite (par exemple de moitié). Dans ce cadre, pour un critère $K_{\text{inducteur}}$ optimal, nous constatons que le ratio $L_{\text{utile}}/L_{\text{inducteur}}$ croit avec le rayon d'inducteur. Les topologies à grand diamètre auront une forme « galette » alors que des rayons d'inducteur réduit donneront des structures de formes allongées. En effet, certains paramètres sont plus influents que d'autres sur les performances globales ; l'induction magnétique radiale maximale dépend fortement du rayon externe, de la longueur des solénoïdes et de leur espacement. Il faudra trouver le meilleur compromis entre la variation du flux utile dans l'entrefer et la longueur utile entre les solénoïdes, ces deux grandeurs

intervenant dans l'expression de la force électromotrice. L'influence du rayon interne des bobines supraconductrices est moindre mais admet un optimum autour de 0,5 fois le rayon externe d'inducteur.

La particularité de cette structure atypique se manifeste par une induction radiale qui oscille entre $+B_{\min}$ (derrière un écran) et $+B_{\max}$ (entre deux écrans). La présence d'une composante continue, non utile à la conversion d'énergie, est un inconvénient qui génère des contraintes supplémentaires. De plus, au travers ces études, nous avons constaté que $+B_{\min}$ croît avec la taille de l'entrefer, jusqu'à disparition de la modulation. La distance qui sépare le contour de l'inducteur et de l'induit peut être critique. Par ailleurs, une trop forte polarité pour un rayon fixé risque d'accroître cet effet avec un « rebouclage » du champ magnétique autour des pastilles. Cependant, l'influence de la taille de l'entrefer est moindre pour les topologies avec de grands rayons d'inducteur. De plus, un compromis entre la polarité et l'ouverture d'écran sur un pôle supérieure (avec un optimum entre 0,6 et 0,8) permet un gain de performances entre 10 et 30%.

Actuellement des machines synchrones à pôles saillant basses vitesses de 10 MW présentent des diamètres de 2,5 mètres avec des longueurs utiles d'environ 1,1 mètre et des polarités $p = 8$. Pour ces diamètres, nous avons des longueurs utiles de l'ordre de 0,85 mètre pour la structure proposée. Avec les conducteurs supraconducteurs actuels, nous pouvons envisager de doubler la variation de l'induction dans l'entrefer.

Nous pourrions donc obtenir dans cet exemple une puissance équivalente avec une longueur axiale réduite de moitié pour une longueur totale de conducteur de l'ordre de 600 km.

Nous aurons des niveaux de variation d'induction dans l'entrefer de l'ordre de 4 Tesla. Soit une induction de 6 Tesla à écranter par les pastilles supraconductrices.

Par analogie, une machine supraconductrice à pôles saillants avec une puissance équivalente utilisera une centaine de kilomètre de fils supraconducteurs.

Cette étude montre que de grandes quantités de fils sont nécessaires pour la réalisation de cet inducteur avec des longueurs comprises entre quelques dizaines à un millier de kilomètres selon la topologie. Ce critère pourrait donc être un frein au choix de cette topologie.

À la suite de cette étude, nous avons pu mettre en avant différentes tendances. En effet, dans les trois approches réalisées, nous constatons que la prise en compte de la contrainte en champs sur le fil limite les performances de l'inducteur. L'amélioration des fils supraconducteurs sera cruciale pour la structure et permettra d'envisager des inductions encore plus importantes ou des encombrements d'avantage réduit.

En parallèle, les matériaux supraconducteurs utilisés pour les écrans devront être capables de conserver leurs propriétés d'écranage pour ces niveaux de champ de plusieurs Tesla. Cette dernière approche est abordée dans le chapitre suivant.

Chapitre 4 - Structures d'écran supraconducteur de grande taille

Table des matières CHAPITRE 4

I. INTRODUCTION	117
II. MODELE	118
1. COMPORTEMENT D'UN SUPRACONDUCTEUR (TYPE II)	118
a. Relation B(H)	118
b. Caractéristique E(J)	119
✧ <i>Loi en puissance</i>	119
✧ <i>Dépendance en champ magnétique et en température</i>	120
2. INTEGRATION DANS UN LOGICIEL DE CALCUL PAR EF	121
a. Relations utilisées pour les supraconducteurs dans la modélisation des problèmes de courants induits	121
b. Problème plan 2D-cartésien	121
3. ÉTUDE ET LIMITES DE LA CONDITION AUX FRONTIERES $A = 0$	122
a. Positionnement du problème	123
b. Résultats et limites	125
III. ETUDES EXPERIMENTALES DE STRUCTURES EN MASSIF	128
1. ESSAI 1 : DAMIER YBCO A L'AZOTE LIQUIDE SOUS FAIBLE CHAMP	128
a. Principe de l'étude expérimentale	128
b. Étude numérique	131
c. Bilan et comparaison	134
2. ESSAI 2 : DAMIER YBCO A 30K SOUS CHAMP REDUIT	135
a. Principe	135
b. Résultat	137
IV. ESSAIS POUR UN DEPOT YBCO	140
1. PRINCIPE A 30 K	141
2. RESULTATS	142
V. PERSPECTIVES : ECRANTAGE ET CHAMP INTENSE	145
1. MASSIFS	145
a. YBCO	145
b. MgB₂	151
2. DEPOTS – COUCHES MINCES	153
VI. BILAN	155

I. INTRODUCTION

Comme abordé dans le Chapitre 1 et l'étude bibliographique des matériaux supraconducteurs, nous allons nous intéresser à la possibilité qu'offrent ces matériaux en termes d'écrantage magnétique. En effet, lors d'un blindage ou d'un piégeage de flux avec un supraconducteur, la pastille supraconductrice crée naturellement des courants induits en inverse dans le matériau afin de s'opposer à la variation du champ magnétique extérieur.

Cette problématique s'insère dans le cadre de l'étude d'une structure atypique d'un inducteur à haute induction, présentée dans les Chapitres 2 et 3. Les supraconducteurs sont alors utilisés afin d'obtenir une modulation du flux au niveau d'un l'induit de machine. Or, comme nous avons pu le voir, les supraconducteurs comme l'YBCO présentent des tailles maximales de $10 \times 10 \times 2 \text{ cm}^3$. C'est pourquoi, si nous souhaitons réaliser des topologies de fortes puissances de plusieurs Mégawatts, avec des diamètres d'inducteur d'ordre de grandeur du mètre, alors des surfaces importantes sont nécessaires pour moduler le champ magnétique résultant des bobines supraconductrices.

Diverses alternatives avec des dépôts en couches minces et avec des damiers massifs sont proposées (**Figure 4.1**) :

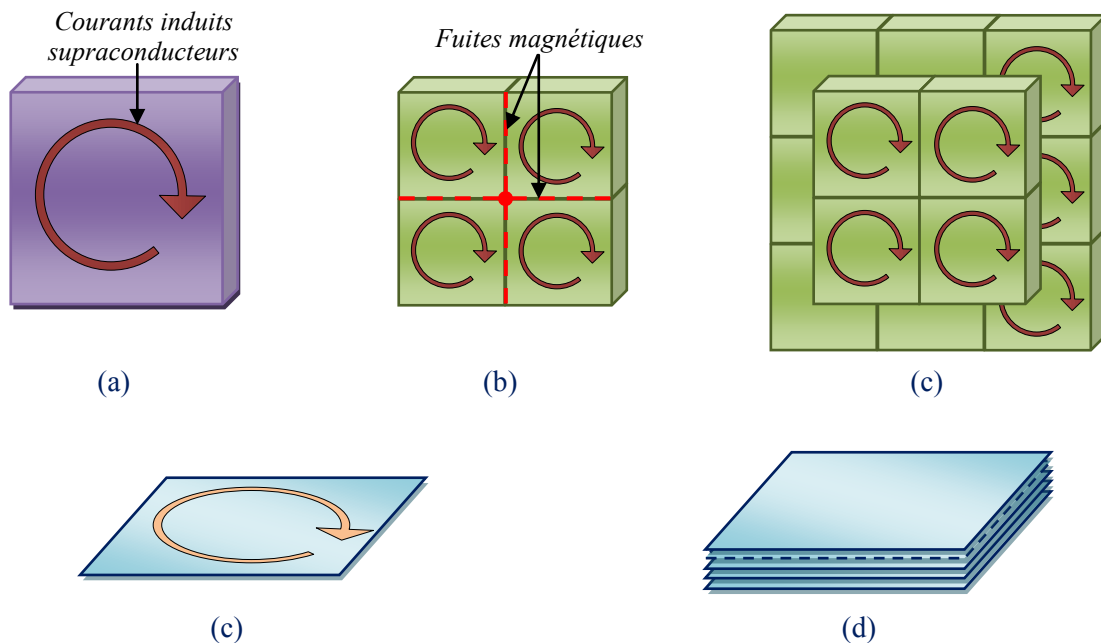


Figure 4.1. Exemples de topologies pour des écrans supraconducteurs de grandes dimensions : (a) Ecran magnétique idéal (b) Assemblage en « Damier » de massifs, (c) Assemblage en couches décalées de massifs en « Damier », (d) Dépôt en couche mince, (e) Structure multicouches de dépôt.

Afin d'identifier les meilleures solutions pour obtenir des écrans supraconducteurs de grandes tailles, un ensemble d'études numériques et d'expérimentations a été réalisé. L'objectif sera de déterminer les différents matériaux et structures répondant aux exigences nécessaires et d'avoir un écran de grande dimension qui présentent des propriétés magnétiques d'écrantage acceptables.

Ces études devront donc être réalisées, si possible, à différentes températures de fonctionnement, pour plusieurs amplitudes d'induction et pour divers matériaux supraconducteurs envisagés.

Le dépôt sera abordé expérimentalement afin de confirmer ou non sa possible capacité à écranter.

II. MODELE

Les matériaux supraconducteurs présentent des comportements qui leurs sont spécifiques. Afin de simuler leurs comportements dans des applications, différentes modélisations ont alors été établies. Ces dernières seront alors plus ou moins représentatives selon le degré de complexité choisi.

Par exemple dans le **Chapitre 2**, le choix d'imposer une condition de Dirichlet¹⁸ aux frontières du matériau supraconducteur est assumé pour un comportement diamagnétique parfait établi.

Cependant, d'autres modèles ont été réalisées afin de s'approcher du comportement d'un supraconducteur. Ceux-ci prendront alors en compte plus ou moins de paramètres dans la modélisation, avec notamment la densité de courant critique, ou encore sa dépendance en champ appliqué et même la corrélation avec la température du matériau.

Dans cette partie, nous utiliseront un modèle classique avec une loi en puissance pour les supraconducteurs. Cette approche permettra dans un premier temps, de conforter le choix du modèle développé dans le **Chapitre 2**. Ensuite, des études préliminaires pour différentes topologies d'écrans massifs seront abordées.

1. Comportement d'un supraconducteur (Type II)

D'un point de vue macroscopique, les phénomènes électromagnétiques qui sont produit dans un matériau supraconducteur peuvent être décrits à l'aide des équations de *Maxwell*. Dans ce cadre, nous pourrons écrire :

$$\overline{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad , \quad div(\vec{B}) = 0 \quad , \quad \overline{rot}(\vec{H}) = \vec{j} \quad (4.1)$$

A ces équations, il faut rajouter des lois de comportements qui lient les différents champs dans le matériau. Dans le cas linéaire on écrit :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad , \quad \vec{E} = \rho \vec{j} \quad \text{ou} \quad \vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (4.2)$$

Où

- \vec{E} : Champ électrique (V.m⁻¹),
- \vec{B} : Induction magnétique (T),
- \vec{H} : Champ magnétique (A.m⁻¹),
- \vec{j} : Densité de courant (A.m⁻²),
- μ : Perméabilité magnétique du milieu (H.m⁻¹),
- ρ : Résistivité du milieu (Ω.m),
- σ : Conductivité du milieu (Ω⁻¹.m⁻¹).

Cependant, pour un supraconducteur, ces lois de comportement sont fortement non-linéaires.

a. Relation B(H)

D'une manière générale, l'induction magnétique peut être donnée par l'expression suivante avec M , l'aimantation.

$$B = \mu_0(H + M) = \mu_0(1 + \chi)H = \mu_0\mu_r H \quad (4.3)$$

¹⁸ Le potentiel vecteur est considéré comme nulle sur les surfaces du supraconducteurs.

Dans le cas d'un supraconducteur de type II, à l'état diamagnétique ($H < H_{c1}$), B est nul à l'intérieur du matériau. Le champ est alors entièrement expulsé, ce qui se traduit par $M = -H$ et $\chi = -1$. À contrario, pour un champ magnétique H supérieur à H_{c1} , l'effet *Meissner* disparaît. La valeur du seuil critique H_{c1} étant très faible, l'aimantation M du supraconducteur est considérée comme nulle. Et l'approximation suivante peut être utilisée pour la plupart des applications :

$$B = \mu_0 H \text{ pour } H \gg H_{c1} \quad (4.4)$$

Où

μ_0 : Perméabilité absolue du vide ($4\pi \cdot 10^{-7}$ H.m⁻¹)

b. Caractéristique E(J)

Comme rappelée en (4.2), la relation qui lie la densité de courant au champ électrique dans matériau supraconducteur est caractérisée d'un point de vue macroscopique par une résistivité non-linéaire. La loi d'Ohm résultante n'est donc plus une loi habituelle.

✧ Loi en puissance

La caractéristique expérimentale $V(I)$ obtenue par une mesure courant-tension réalisée sur un échantillon [REF] est usuellement exprimée sous la forme d'une loi en puissance.

En admettant que cette caractéristique reste valable d'un point de vue local, alors le champ électrique \vec{E} et la densité de courant \vec{J} sont liés par la relation suivante, voir **figure 4.2a** :

$$\frac{\vec{E}}{E_c} = \left(\frac{\|\vec{J}\|}{J_c(B, T)} \right)^{n(B, T)} \frac{\vec{J}}{\|\vec{J}\|} \quad (4.5)$$

Avec

- E_c : Champ électrique critique (V.m⁻¹),
- J_c : Densité de courant critique du matériau supraconducteur (A/m²),
- n : Exposant de la loi en puissance,
- T : Température (K).

Les paramètres à déterminer pour ce modèle sont la densité de courant critique J_c et l'exposant n . Le champ électrique critique E_c correspond à un critère arbitraire qui n'a pas de réalité physique. Il est fixé à 1μV/cm pour les supraconducteurs à hautes températures critiques.

La densité de courant critique J_c caractérise les performances d'un supraconducteur. En effet, les travaux réalisés autour de la fabrication des supraconducteurs cherchent à accroître cette grandeur, qui est primordiale dans les applications de l'électrotechnique.

L'exposant n définit la vitesse de transition du matériau avec deux cas limites, $n = 1$ et $n \rightarrow \infty$ correspondent respectivement, à une loi d'Ohm linéaire et au *modèle de Bean*, **figure 4.2b**. Plus sa valeur est élevée, meilleur est le supraconducteur et plus simple est le matériau à caractériser.

Par ailleurs, les paramètres J_c et n ne sont généralement pas constants et dépendent de la température et du champ magnétique. Pour une température de fonctionnement donnée, J_c et n ne sont donc que fonction de l'induction magnétique. Nous notons que plusieurs modèles existent pour décrire cette dépendance [BLND07, KiHS62].

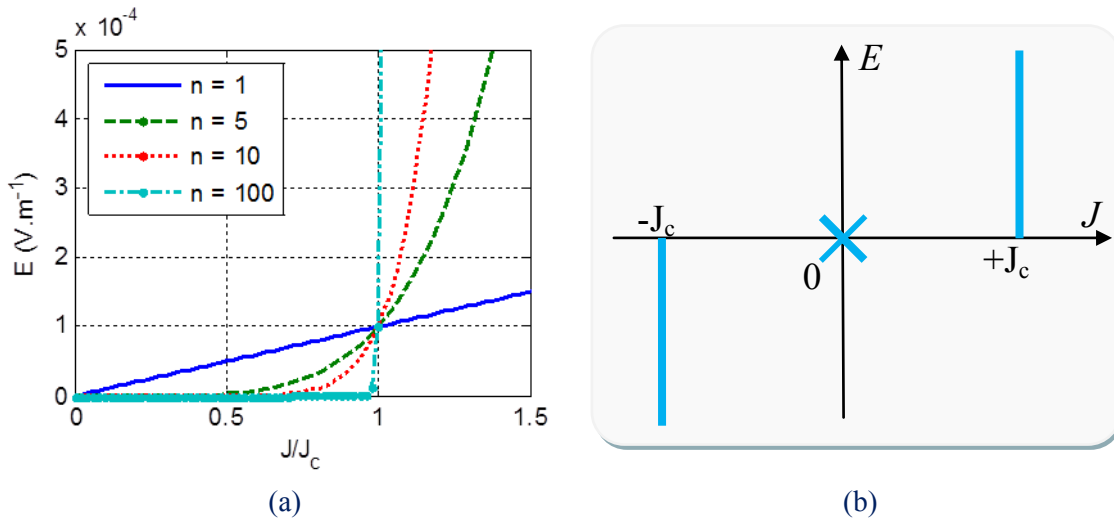


Figure 4.2. Caractéristique $E(J)$: (a) Loi en puissance, (b) *Modèle de Bean*.

Pour les supraconducteurs à basse température critique, le *modèle de l'état critique de Bean* est souvent utilisé. Comme illustré sur la **figure 4.2b**, ce modèle suppose que le champ électrique est nul tant que la densité de courant n'accède pas la valeur critique notée J_c . Lorsque cette dernière valeur est atteinte, un champ électrique critique, noté E_c , apparaît et le supraconducteur passe alors à l'état normal. Dans le cas des supraconducteurs à haute température critique, la loi en puissance est préférée.

Par ailleurs, dans le développement de modèles de calculs analytiques, une simplification par le *modèle de l'état critique de Bean* est aussi choisie. On a alors $n \rightarrow \infty$ et la dépendance en champ magnétique de la densité de courant critique J_c est supprimée. Par conséquent, la densité de courant J ne peut prendre que deux états distincts : 0 ou $\pm J_c$.

À contrario, ils existent plusieurs formulations pour traiter cette non-linéarité des supraconducteurs. Le traitement numérique se fait le plus souvent par éléments finis à l'aide de programmes informatiques et de lois de comportement qui lient J à E en fonction de B et/ou T .

✧ *Dépendance en champ magnétique et en température*

Les grandeurs caractéristiques d'un matériau supraconducteur, J_c et de n , dépendent de l'induction magnétique B et de la température T comme on peut l'observer sur la **figure 4.3**.

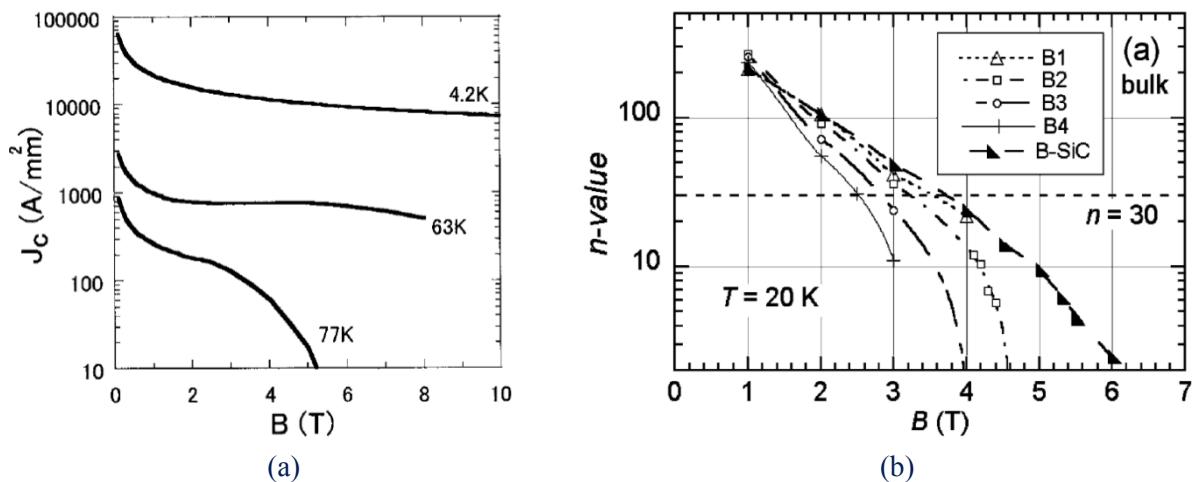


Figure 4.3. Dépendance : (a) $J_c(B)$ pour YBCO massif [Mori06], (b) $n(B)$ pour un MgB₂ massif [MMMM07].

Pour une température de fonctionnement donnée, des modèles complexes [YaMY00] intègre la dépendance de J_c et n en champs parallèle $B_{//}$ ou perpendiculaire B_{\perp} à une face donnée du supraconducteur. De même la dépendance de l'orientation du champ B_{ϕ} peut être prise en compte au prix d'un nombre plus important de constantes à déterminer. À contrario, dans certaines approches, seule $|B|$ est considéré.

Par ailleurs, les performances d'un supraconducteur sont aussi liées à sa température de refroidissement. À mesure que l'on s'approche des caractéristiques critiques, le supraconducteur peut subir des dégradations de ces caractéristiques lors d'un échauffement thermique du matériau.

Pour simuler son comportement, la prise en compte de la température dans les caractéristiques de J_c et de n est donc un atout supplémentaire.

2. Intégration dans un logiciel de calcul par EF

L'objectif est d'étudier les performances d'écrantage de champs magnétiques avec des supraconducteurs massifs. Celles-ci dépendent directement de la capacité de ces matériaux à induire de forts courants. La formulation utilisée devra donc être adapté à notre étude.

a. Relations utilisées pour les supraconducteurs dans la modélisation des problèmes de courants induits

Plusieurs formulations peuvent être utilisées pour traiter ce problème fortement non-linéaire de courants induits. Nous avons choisi une *formulation en H* , où le champ magnétique \vec{H} est choisi comme variable d'état.

L'utilisation des équations (4.1), associées aux lois de comportement (4.4) et (4.5) permet d'écrire l'équation aux dérivées partielles (EDP) suivante :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left(\rho(\|\vec{J}\|) \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{H}) \right) = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (4.6)$$

La résistivité électrique non-linéaire $\rho(\|\vec{J}\|)$ est donc introduite. À partir de (4.5), on obtient :

$$\rho(\|\vec{J}\|) = \frac{E_c}{J_c} \left(\frac{\|\vec{J}\|}{J_c} \right)^{n-1} \quad (4.7)$$

b. Problème plan 2D-cartésien

Dans un premier temps, nous considérons un problème bidimensionnel dans le plan xy . La densité de courant et le champ électrique n'ont alors qu'une seule composante dirigée suivant l'axe Oz et ne dépendent que des coordonnées x et y . Nous écrivons donc :

$$\vec{J} = J_z(x, y) \vec{e}_z \quad (4.8)$$

$$\vec{E} = E_z(x, y) \vec{e}_z \quad (4.9)$$

Le champ magnétique a alors deux composantes :

$$\vec{H} = H_x(x, y)\vec{e}_x + H_y(x, y)\vec{e}_y \quad (4.10)$$

La formulation en H est bien adaptée à la résolution de problèmes de courants induits dans les supraconducteurs [GBSS00, HoCC06]. En effet, la modélisation par éléments finis nécessite l'utilisation d'éléments d'arête qui permettent d'assurer la continuité du champ magnétique à l'interface d'éléments adjacents.

Nous avons utilisé le logiciel COMSOL Multiphysics pour implémenter cette formulation. Ce logiciel offre diverses possibilités d'écriture d'EDP avec une bibliothèque très riche de solveurs directs et itératifs. L'utilisation des contraintes de type intégrale permet d'imposer un courant de transport par exemple.

En utilisant (4.6) et (4.7), l'écriture (4.8) permet une implémentation simple sous COMSOL à l'aide du mode "**PDE, General form**", soit :

$$\begin{cases} \mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t} + \frac{\partial E_z}{\partial y} = 0 \\ \mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (4.11)$$

$$J_z = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y}$$

$$E_z = \rho(|J_z|)J_z$$

Dans notre étude, nous utiliserons un modèle simple :

- L'exposant n est fixé à une valeur constante ; en effet pour des températures de fonctionnement réduites dans les massifs supraconducteurs, n reste fixe.
- La densité de courant critique du matériau est choisie soit constante, soit avec une dépendance en $|B|$.
- La dépendance en température est observée séparément ; nous travaillerons à une température de fonctionnement donnée, les échauffements dans les matériaux ne sont donc pas pris en compte.

3. Étude et limites de la condition aux frontières $A = 0$

Dans cette partie, nous nous intéresserons à la validité du choix fait dans le **Chapitre 2** où une condition aux limites est utilisée pour modéliser le matériau supraconducteur. Dans ce cadre, nous allons comparer ce premier modèle avec une modélisation type *formulation en H* , présentée précédemment qui permet la prise en compte d'une loi de comportement dans le supraconducteur avec une dépendance ou non au champ magnétique.

Le **figure 4.4a** représente la distribution du flux autour d'un matériau supraconducteur refroidi hors champ, *Mécanisme « d'écrantage » pp 18*. Nous observons que le champ magnétique est expulsé de la pastille supraconductrice HTc.

La pénétration du flux dans la pastille, plus flagrantes sur les coins, dépend donc principalement des caractéristiques du matériau choisi, J_c , T_c ou H_c .

La **figure 4.4b** montre la distribution du champ magnétique au niveau d'un supraconducteur pour lequel nous considérons un comportement diamagnétique parfait.

Comparer à la première, le flux est entièrement expulsé de la pastille supraconductrice avec des lignes de flux tangential à la surface du *bulk*. En termes de conditions aux frontières, nous avons adopté $A = 0$ sur la surface du supraconducteur, en effet, la composante normale de l'induction magnétique y est nulle, $B \cdot n = 0$.

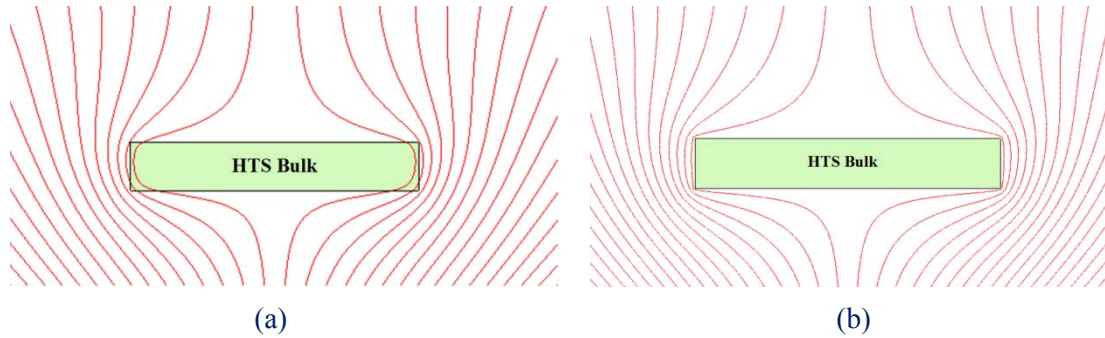


Figure 4.4. Distribution du flux autour d'un matériau supraconducteur refroidi hors champ : (a) SHTc "réel", (b) SHTc "parfait".

a. Positionnement du problème

Afin de définir les limites de ces deux modélisations utilisées, nous étudierons le comportement d'un supraconducteur massif dans le cadre d'un problème plan 2D-cartésien, présenté sur la **figure 4.5**. Un champ magnétique homogène est appliqué sur la pastille avec une rampe croissante.

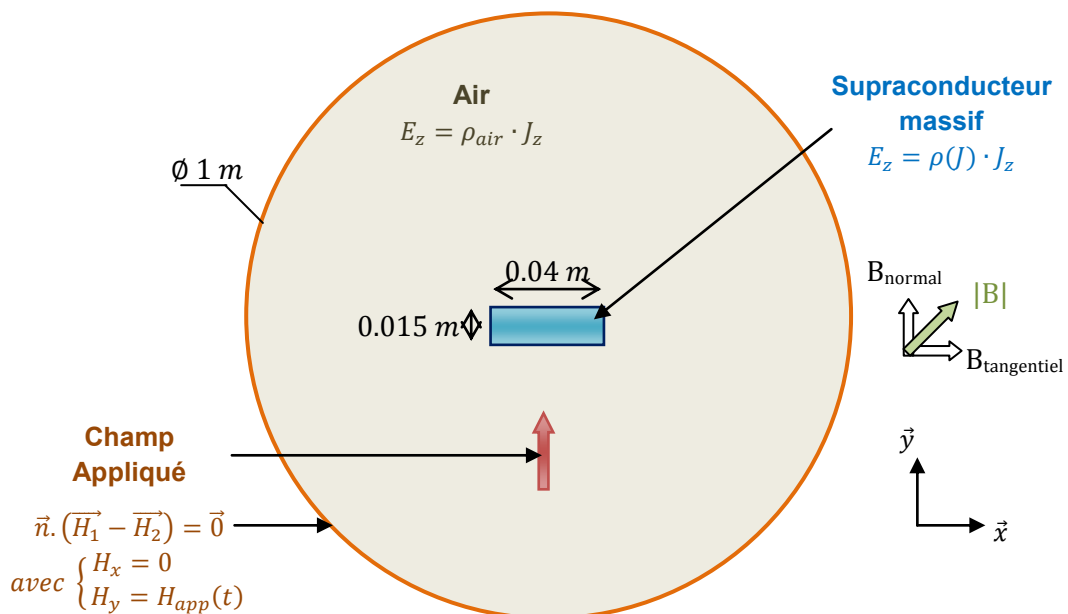


Figure 4.5. Problème 2-D cartésien : supraconducteur massif soumis à un champ normal (suivant y).

Nous nous basons sur les caractéristiques données par la littérature pour modéliser le *bulk* supraconducteur [KKSK95], celle-ci sont données dans le **Tableau XXVI**.

Matériau	<i>YBCO</i>
Densité de courant J_c	$2 \times 10^9 \text{ A} \cdot \text{m}^{-2}$
Exposant n	30
Température de fonctionnement	20 <i>Kelvin</i>
Dimensions : <i>Largeur</i>	40 <i>mm</i>
<i>Épaisseur</i>	15 <i>mm</i>

Tableau XXVI. Caractéristiques d'un supraconducteur massif en YBCO [KKSK95]

Ensuite, dans COMSOL 3.5a, nous avons choisi un maillage triangulaire pour la pastille supraconductrice avec une taille d'élément maximale de $2,5 \times 10^{-4}$ mètre, comme le montre la **figure 4.6**. Pour le pas de temps, celui-ci reste géré de manière libre par le logiciel.

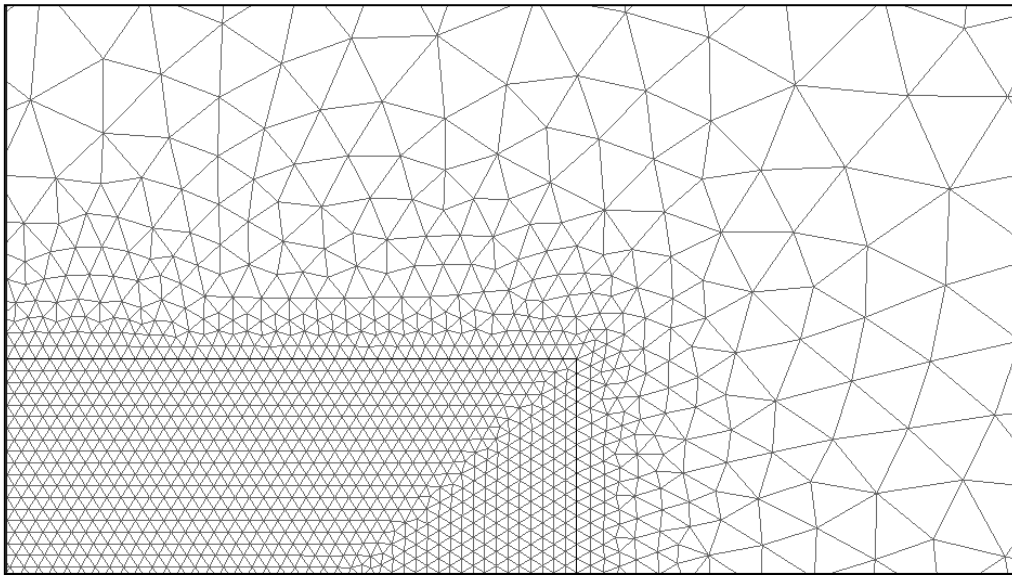


Figure 4.6. Maillage d'un supraconducteur massif dans COMSOL 3.5a.

La résistivité du supraconducteur, (4.7), résulte d'une loi en puissance non linéaire et dépendante de l'exposant n . Pour éviter des problèmes de convergences dans l'outil informatique, la résistivité résiduelle ρ_0 est ajoutée arbitrairement.

Nous aurons alors :

$$\rho(|J_z|) = \rho_0 + \frac{E_c}{J_c} \left| \frac{J_z}{J_c} \right|^{n-1} \quad (4.12)$$

Le choix du paramètre ρ_0 ne doit pas entraîner d'erreur sur les calculs réalisés. En effet, une valeur trop grande risque de dégrader les performances d'écrantage du matériau, et une valeur trop faible conduira à une instabilité numérique dans le solveur. Nous avons donc choisi une valeur plutôt faible soit : $\rho_0 = 5.10^{-15} \Omega \cdot m$.

ρ_{air} correspond quant à lui à la conductivité électrique de l'air, ici $\rho_{air} = 1$.

Enfin, du fait des symétries de la géométrie, seul un quart de la géométrie peut être présenté.

b. Résultats et limites

Comme observé dans la littérature, les supraconducteurs sont fortement dépendants de l'induction magnétique à laquelle ils sont soumis. Cette caractéristique est aussi liée à la température de fonctionnement et au matériau utilisé. Les céramiques sont prédisposées à l'écrantage de champs magnétiques importants grâce à leur structure mono-domaine. Un Re-BCO massif est alors choisi pour l'exemple présenté avec une température de fonctionnement autour de 30 Kelvin.

Dans ce cadre, un champ magnétique homogène est imposé sous forme d'une rampe :

$$H_{app}(t) = \frac{4}{(60 \cdot \mu_0)} \cdot t \quad (4.13)$$

Soit une induction autour du supraconducteur : $B_{app}(t) = \frac{4}{(60)} \cdot t$.

La **figure 4.7** montre la distribution de l'induction magnétique normale (suivant l'axe vertical) et la répartition de la densité de courant dans le matériau aux différents instants $t = 8, 15, 30, 45$ et 60 secondes sur les **figure 4.7a-b-c-d-e**, et correspondent respectivement aux inductions de 0.5, 1, 2, 3 et 4 Tesla imposées à la pastille.

Pour l'instant $t = 60s$ ($B_{app} = 4T$), une comparaison entre le modèle en puissance et la modélisation simplifiée utilisée dans le Chapitre 2 est illustrée avec la **figure 4.7f**.

De même, les lignes de flux sont représentées sur la **figure 4.8** pour ces cinq profils d'induction.

Cette étude numérique illustre l'influence du champ magnétique sur la capacité d'écrantage du supraconducteur. En effet, des courants induits se développent principalement sur le bord extérieur du massif afin de s'opposer au champ extérieur appliqué (Loi de Lenz). Mais à mesure que B_{app} augmente, cette zone à forte densité de courant se densifie et croît vers le centre de la pastille, **figure 4.7-J/J_c**. Une pénétration du champ magnétique apparaît alors sur l'extérieur du supraconducteur massif où ces courants sont créés, **figure 4.7-B_{normal}**, diminuant ainsi la largeur d'écrantage de la pastille, **figure 4.9**. Le flux magnétique reste tout de même principalement dévié autour de la pastille, **figure 4.8**.

Avec la condition aux bords $A=0$, le champ magnétique reste totalement expulsé du supraconducteur quelque soit l'amplitude imposée, **figure 4.7f** et **figure 4.8f**.

Aux vues des résultats, **figures 4.6, 4.7 et 4.8**, nous observons que le modèle simplifié utilisé dans le **chapitre 2** reste acceptable pour un certain niveau d'induction : inférieur au Tesla dans cet exemple présenté.

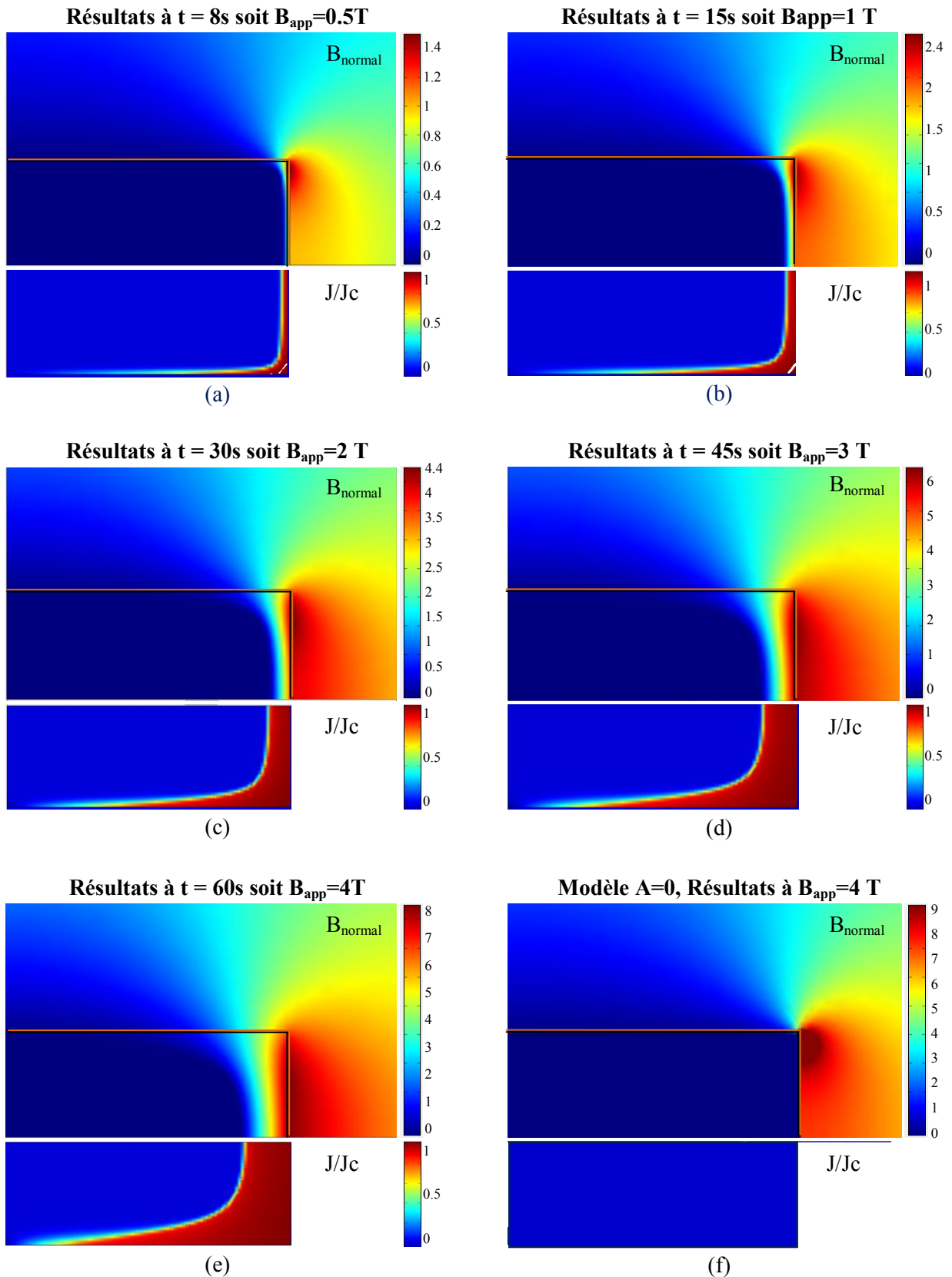


Figure 4.7. Écrantage pour une pastille YBCO ($J_c = 2\text{ kA}\cdot\text{mm}^{-2}$, $n = 30$, $H_{app} = \frac{4}{(60\cdot\mu_0)} \cdot t$) : Comparaison et évolution de B_{normal} (haut) et du rapport J/J_c (bas) en fonction de B_{app} pour les deux modèles - *modèle simplifié (f) et modèle $E(J)$ (a)-(e)*.

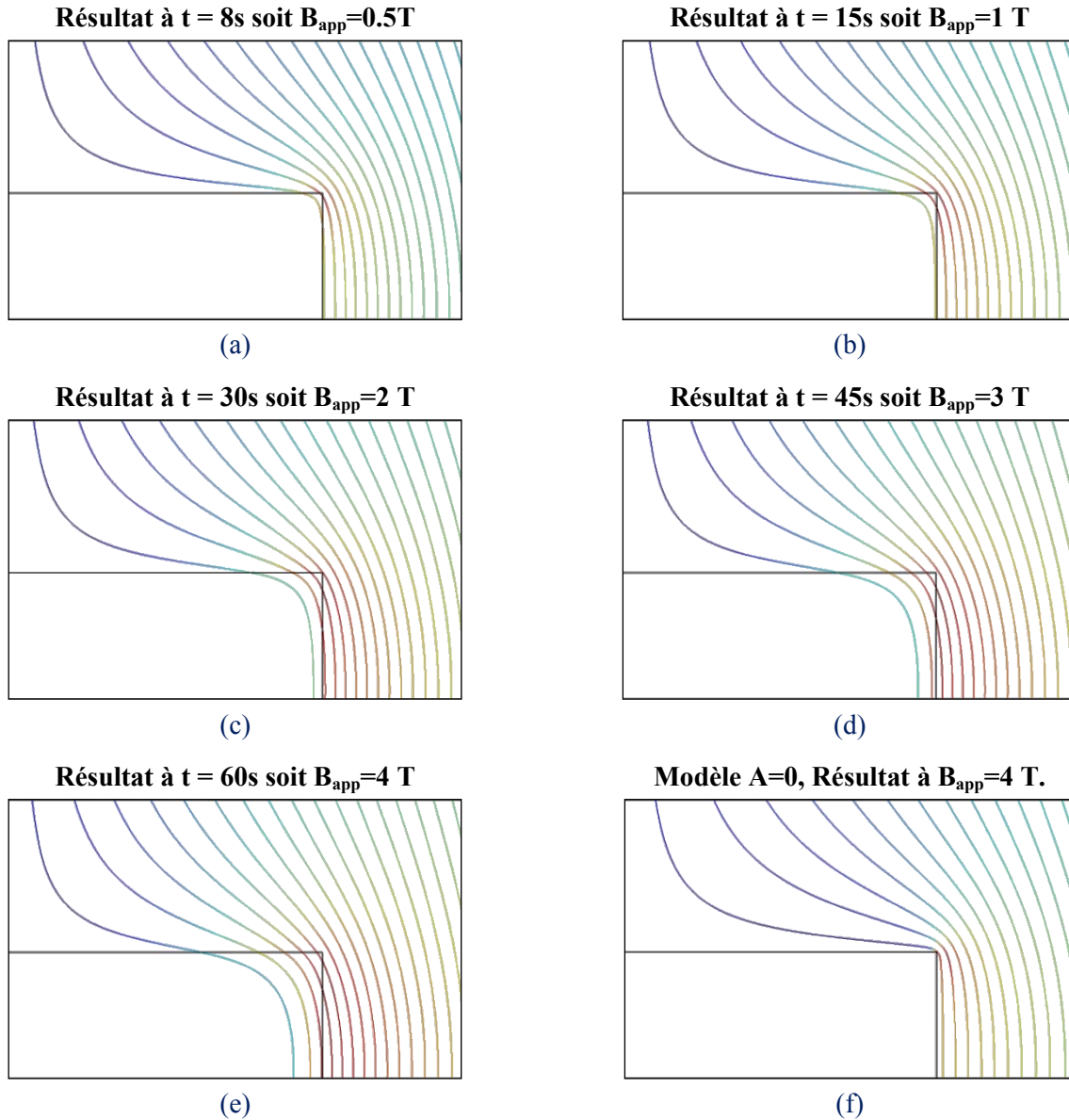


Figure 4.8. Écrantage pour une pastille YBCO $\left(J_c = 2\text{ kA} \cdot \text{mm}^{-2}, n = 30, H_{\text{app}} = \frac{4}{(60 \cdot \mu_0)} \cdot t\right)$:
Lignes de flux autour de la pastille en fonction de B_{app} pour les deux modèles.

Pour l'exemple choisi, la **figure 4.9a** et la **figure 4.9b** présentent la comparaison entre les deux modèles.

La distribution de B_{normal} à la surface du supraconducteur, comme au milieu, reste proche pour B_{app} inférieure à 1 Tesla. Au-delà, la largeur de pénétration du champ dans le matériau supraconducteur ne peut plus être négligée et devrait donc être prise en compte dans les applications destinées à l'écrantage, comme dans le cas de notre dimensionnement de topologie d'inducteur.

Pour conclure, de nombreux paramètres interviennent dans les capacités d'écrantage ; par exemple certains dérivés de la famille des Re-BCO subissent un dopage lors du processus de fabrication. Ils présentent alors des densités de courant supérieures pour des températures identiques. Et, un fonctionnement à des températures plus faibles permet de meilleures performances.

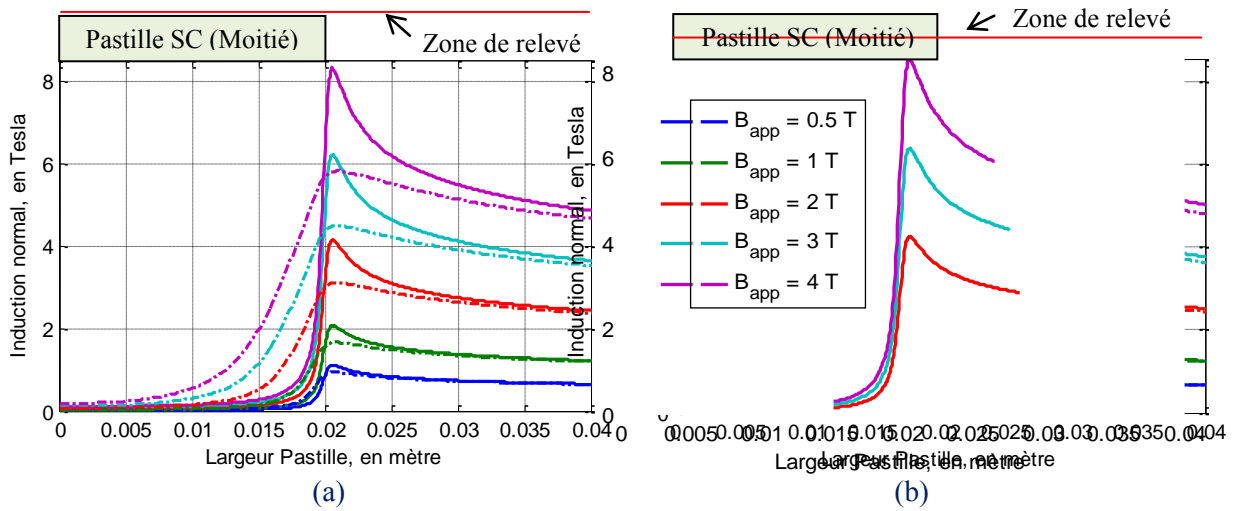


Figure 4.9. Distribution de B_{normal} (modèle simplifié en trait plein et modèle $E(J)$ en pointillé) en fonction de t et B_{app} pour deux distances : (a) décalé de 0.5 mm de la surface, (b) au milieu.

III. ÉTUDES EXPERIMENTALES DE STRUCTURES EN MASSIF

L'étude précédente a montré les limites d'écrantage des matériaux massifs lorsque l'induction magnétique prend des valeurs élevées. Dans cette partie, nous allons réaliser des essais expérimentaux sur des pastilles en YBCO. Nous étudions la possibilité de créer des écrans magnétiques de grandes tailles en associant des pastilles élémentaires de tailles réduites. Les pastilles sont associées pour former un damier d'une ou deux couches. Les essais sont réalisés pour deux températures de fonctionnement (77K et 30K) et pour des champs appliqués de l'ordre de 0,1T (nous ne disposons pas de source de champ d'intensité plus importante au moment des essais). Les résultats expérimentaux sont comparés aux résultats numériques obtenus à partir de la loi en puissance.

1. Essai 1 : Damier YBCO à l'azote liquide sous faible champ

a. Principe de l'étude expérimentale

Présentée sur la **Figure 4.10**, ce premier essai est réalisé à 77K. L'ensemble (bobine + écran) sera placé dans un bac en polystyrène et immergé dans un bain d'azote liquide.

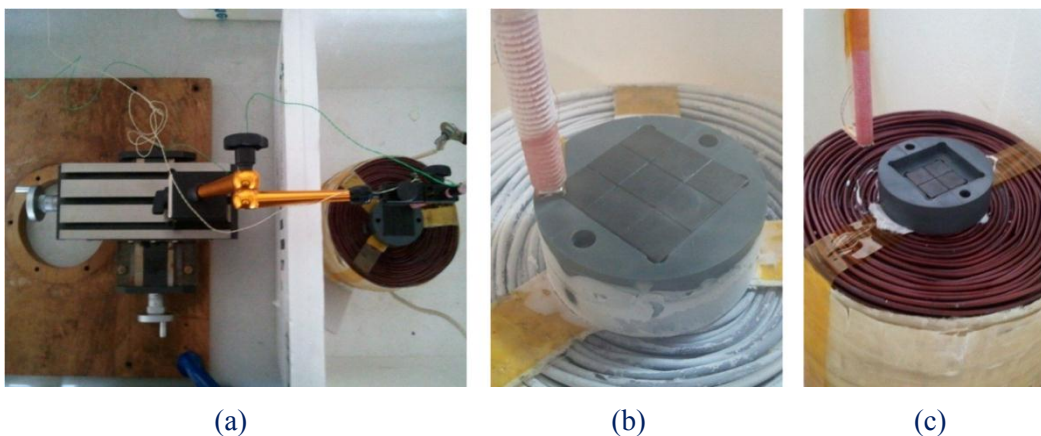
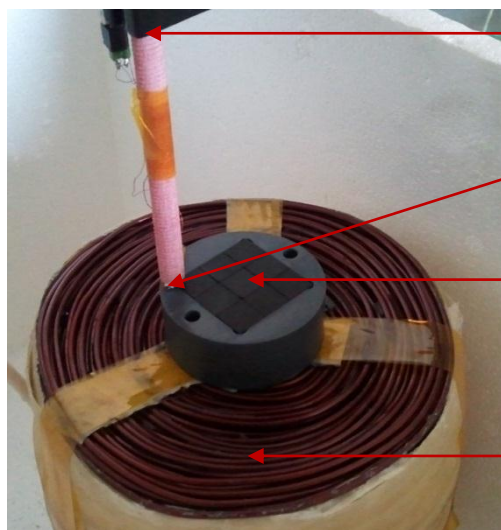
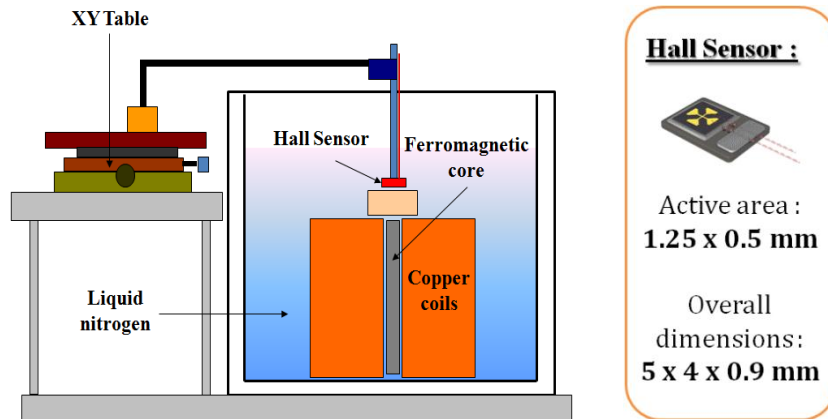


Figure 4.10. Banc expérimental à l'azote liquide (de gauche à droite): (a) Banc de relevé : Table XY, (b) Couche de 9 pastilles YBCO, (c) Couche de 4 pastilles YBCO.

Comme on peut le voir sur la **figures 4.10** et la **figure 4.11**, les pastilles supraconductrices sont positionnées juste à la sortie de la bobine de champ. Pour augmenter un peu la valeur de l'induction, nous avons ajouté un noyau ferromagnétique dans la bobine. Ce banc expérimental offre une mise en œuvre plus simple par rapport aux manipulations à plus basses température, comme nous le présentons par la suite.

A l'aide d'une sonde à effet Hall¹⁹, **figure 4.11**, fixée sur le bras d'une table XY 2-axes, nous relevons la carte du champ magnétique à la surface de l'écran supraconducteur étudié.



Support de guidage de la sonde pour balayer l'échantillon

Sonde de mesure à effet Hall

Echantillon à balayer pour mesurer l'induction à sa surface suivant l'axe verticale

Bobine cuivre avec un champ continu de 150mT au niveau de l'écran

Paramètres de la bobine

∅ extérieur :	140 mm
Hauteur :	160 mm
∅ intérieur :	28 mm
Section fil :	3,14E-06 m²
N :	1683 spires

Résistance

R77K :	0,45 ohm
R300K :	3,07 ohm

Figure 4.11. Schéma de principe de l'expérience à l'azote liquide.

La **figure 4.11** montre le principe de la mesure : deux relevés de la carte de champ sont effectués, l'un à chaud (pastilles non supraconductrices) et le second à froid (pastilles à l'état supraconducteur). Les pastilles YBCO utilisés ont été fabriquées par *CAN SUPERCONDUCTOR*.

Deux études sont réalisées expérimentalement ; la première concerne une structure en damier constituée de 9 pastilles supraconductrices, **figure 4.12b**. La seconde est constituée de deux couches décalées avec 9 pastilles supraconductrices superposées à 4 pastilles décalées, **figure 4.12c**.

¹⁹ Sonde Hall du constructeur AREPOC® : <http://www.arepoc.sk/>

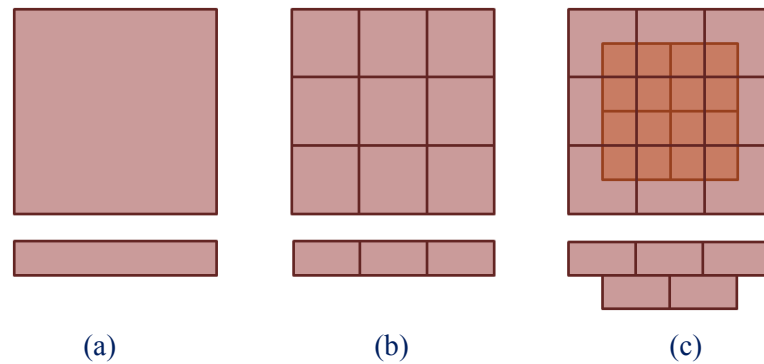


Figure 4.12. Structure étudiée : (a) Une couche formée de 1 massifs ($30 \times 30 \times 5 \text{ mm}^3$), (b) 9 massifs (chacun $10 \times 10 \times 5 \text{ mm}^3$) sur une couche (c) Deux épaisseurs : 9 massifs pour la supérieure et 4 pour l'inférieure.

Les résultats de l'étude expérimentale des relevés des cartes de l'induction magnétique pour les structures d'écran supraconducteurs en damiers sont présentés sur la **figure 4.13**.

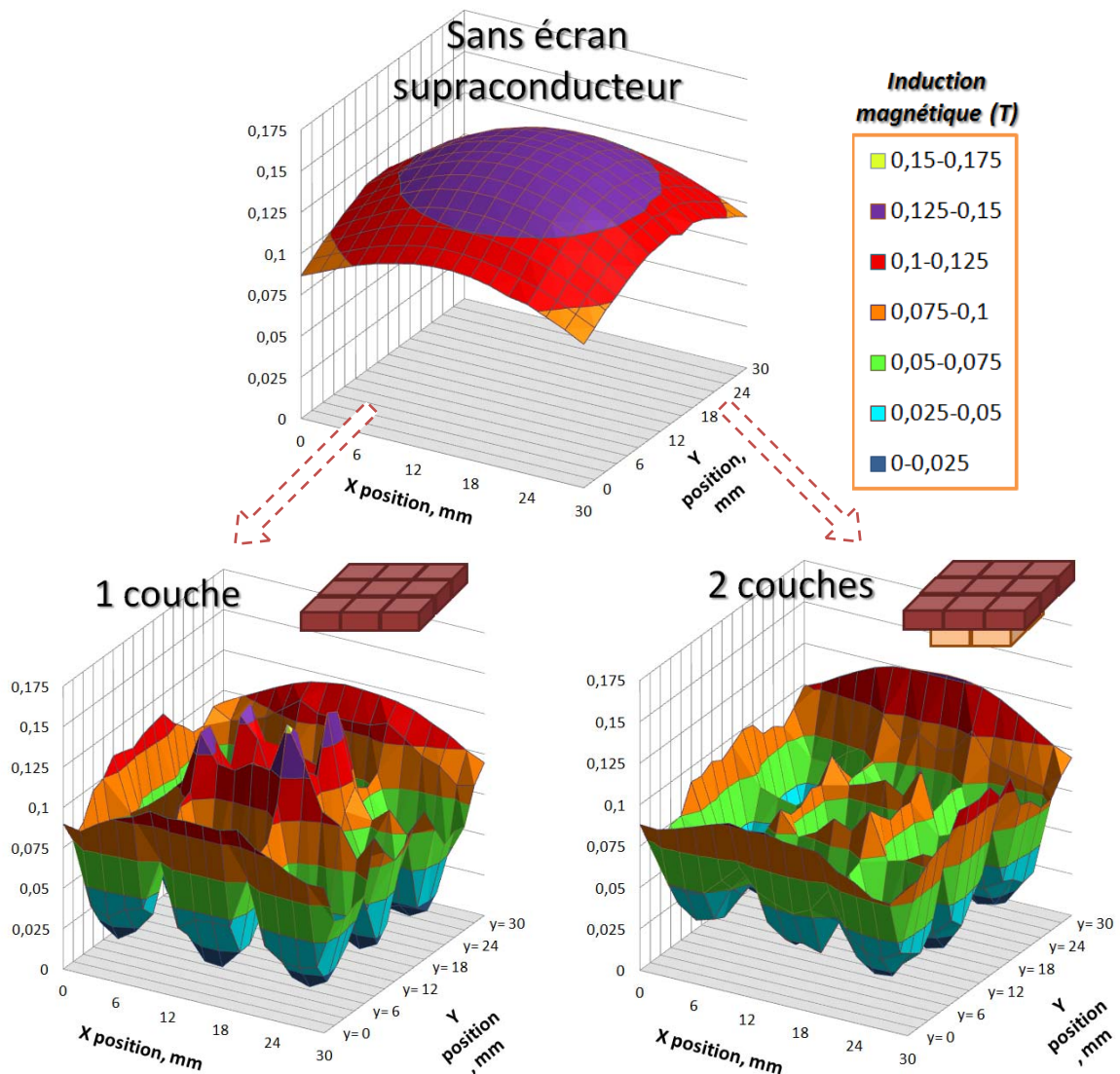


Figure 4.13. Mesure expérimentale de l'induction normale pour deux topologies d'écrans supraconducteurs type damier en YBCO à l'azote liquide.

Les relevés de la **figure 4.13** représentent donc :

- Mesures réalisées à chaud : les pastilles supraconductrices ne sont pas refroidies en dessous de leur température critique (état normal),
- Mesures pour le damier de 9 pastilles sur une couche (9-1C),
- Mesures pour le damier de 9 pastilles sur la couche supérieure avec l'ajout du damier de 4 pastilles pour la couche inférieure (9/4-2C).

La **figure 4.13-sans écran** présente une induction normale quasiment homogène autour de 150 mT à la surface de l'écran supraconducteur non refroidi. Après immersion dans l'azote liquide de la structure 9-1C puis 9/4-2C, nous obtenons respectivement les cartes de champ des **figure 4.13-1 couche** et **figure 4.13-2 couches**.

Différents degrés de concentration entre les pastilles observés précédemment sont reportés sur les schémas **figure 4.14**. Dans la topologie 9/4-2C, les zones à forte concentration présentes en 9-1C aux angles de jonction des quatre pastilles sont supprimées, mais les niveaux d'induction magnétique entre deux pastilles restent non négligeables.

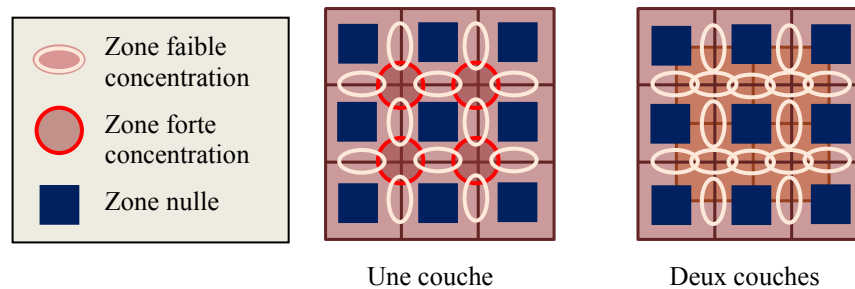


Figure 4.14. Illustration de la concentration du champ magnétique pour les deux topologies d'écran : Une couche ou deux couches segmentées.

Comme abordé précédemment, dans la comparaison du modèle simplifié et de la loi en puissance, cette concentration du champ magnétique résulte de l'absence des courants induits circulant entre deux pastilles supraconductrices et de la présence de courants induits dans les massifs, qui acceptent une pénétration du flux sur les bords extérieurs des supraconducteurs. Dans ce cadre, nous observons un gain sur l'induction magnétique écrantée dans ces deux essais. Avec une seule couche, 52% de l'induction est blindée par les pastilles. Cette valeur atteint les 40% pour la configuration à deux couches partielles. L'ajout de couches supplémentaires permet un gain sur l'écrantage par l'atténuation des pics de concentration.

b. Étude numérique

Dans le même cadre de cette approche expérimentale, une étude numérique a été réalisée à l'aide du modèle présenté précédemment.

Dans cette étude, illustrée sur la **figure 4.15**, le champ magnétique n'est plus imposé sur la frontière extérieure du domaine d'étude, mais par deux conducteurs assimilés à la bobine utilisée (modèle plan approché). Ensuite, l'écran supraconducteur est considéré sur le plan xy avec une longueur suffisamment grande. Une caractéristique $J_c(B)$ à l'azote liquide, tirée de la littérature [BWIC07], est alors implémentée pour le supraconducteur.

Cette approche nous permet de comparer très rapidement les capacités d'écrantage des différentes structures, et notamment par rapport à une pastille non segmentée.

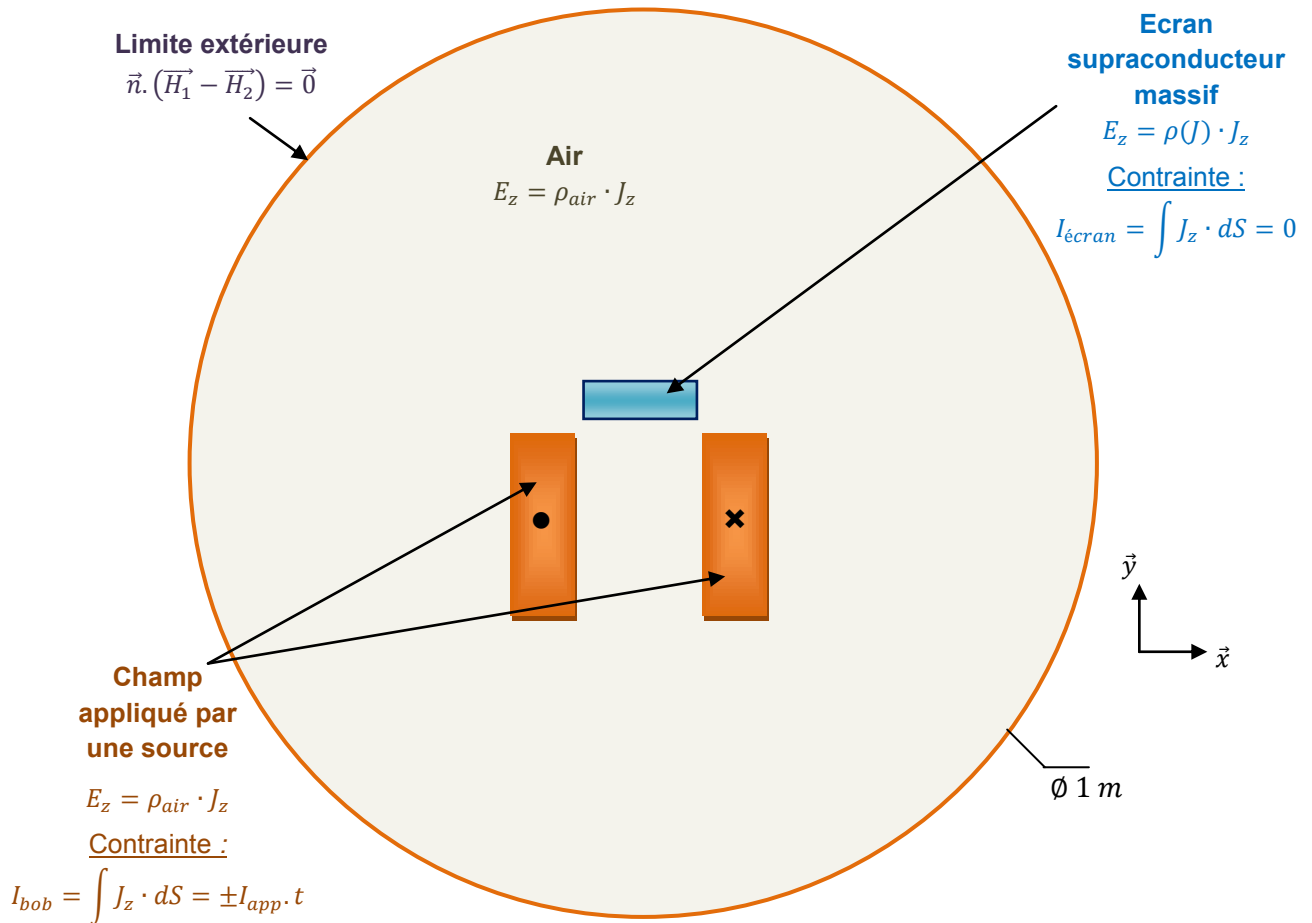


Figure 4.15. Problème 2-D cartésien : supraconducteur massif soumis au champ d'une bobine.

Afin d'illustrer les observations précédentes obtenue par l'expérimentation, un calcul de l'induction normale au niveau de la pastille est réalisée, **figure 4.16**.

Sur la **figure 4.16a**, on distingue la répartition de l'induction magnétique normale, B_n , à la sortie de la bobine de champ sans écran supraconducteur, celle-ci atteint entre 150 et 200 mT au niveau de la position de la pastille. Pour les quatre calculs réalisés, nous avons imposé une rampe de courant sur une minute.

Après l'ajout d'une pastille non segmentée, la répartition de B_n est changée, comme le montre la **figure 4.16b**. Nous constatons que l'induction est quasi nulle derrière le supraconducteur. À contrario, une concentration de l'induction magnétique est visible sur les parois verticales du supraconducteur. Les densités critiques de courant étant réduites à l'azote liquide, les courants induits résultants font apparaître une pénétration très faible du champ magnétique au bord de la pastille (étude sous champ faible).

Ensuite, comme nous pouvons le voir avec la **figure 4.16c**, l'utilisation d'une pastille segmentée conserve une induction quasi nulle derrière les massifs, mais une forte concentration de l'induction magnétique apparaît entre les massifs. Là-encore, nous notons une très faible pénétration du champ magnétique sur le bord des différentes pastilles.

Enfin, l'ajout décalé d'une seconde couche segmentée réduit sensiblement la concentration de l'induction magnétique entre les massifs. Ce cas d'étude est présenté sur la **figure 4.16d**.

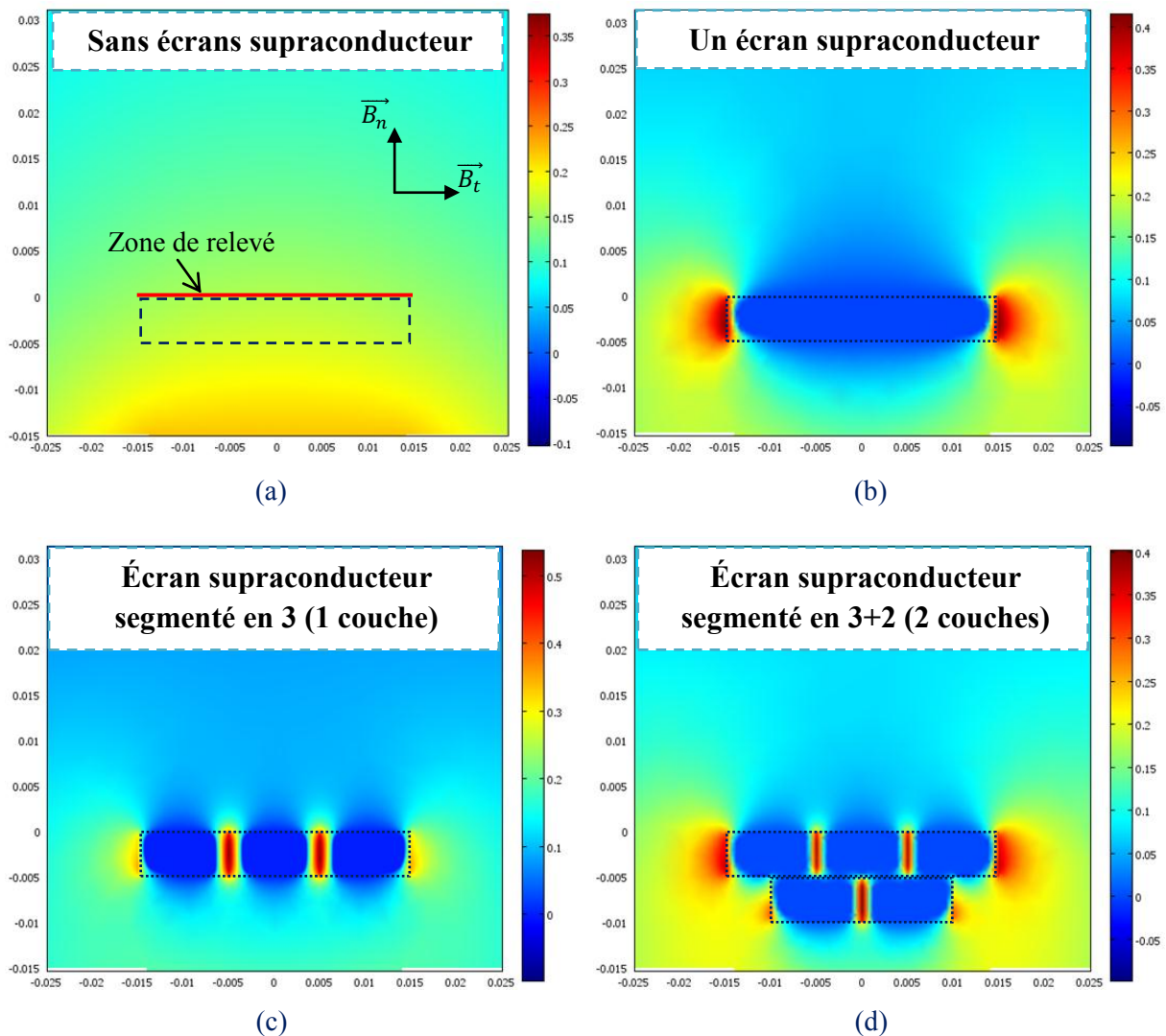


Figure 4.16. Etude numérique de différentes topologies d'écrans à l'azote liquide

L'ensemble des figures présentées ci-dessus permet d'obtenir un visuel de la distribution du champ magnétique pour les différents cas étudiés.

Lorsque l'on calcule l'induction magnétique à la surface de l'écran, comme illustré en **figure 4.16a**, nous obtenons la distribution sur la **figure 4.17**. À l'image de l'expérimentation, une induction magnétique normale de 150mT a été imposée sur l'écran supraconducteur avec une distribution quasi-homogène, comme nous pouvons le voir sur la **figure 4.17-sans écran**.

L'ajout d'une pastille non segmentée permet de diviser celle-ci par 4 en moyenne sur la longueur du massif, avec une induction proche de zéro sur la moitié du supraconducteur.

Ensuite, l'utilisation d'une couche segmentée en trois, fait apparaître une forte concentration du champ magnétique entre deux massifs. Ce phénomène aura pour effet de ne diminuer que de moitié l'induction moyenne derrière l'écran.

Enfin, l'ajout de la seconde couche décalée permet de réduire ces pics de moitié et donc de se rapprocher d'une distribution obtenue avec un massif non segmenté.

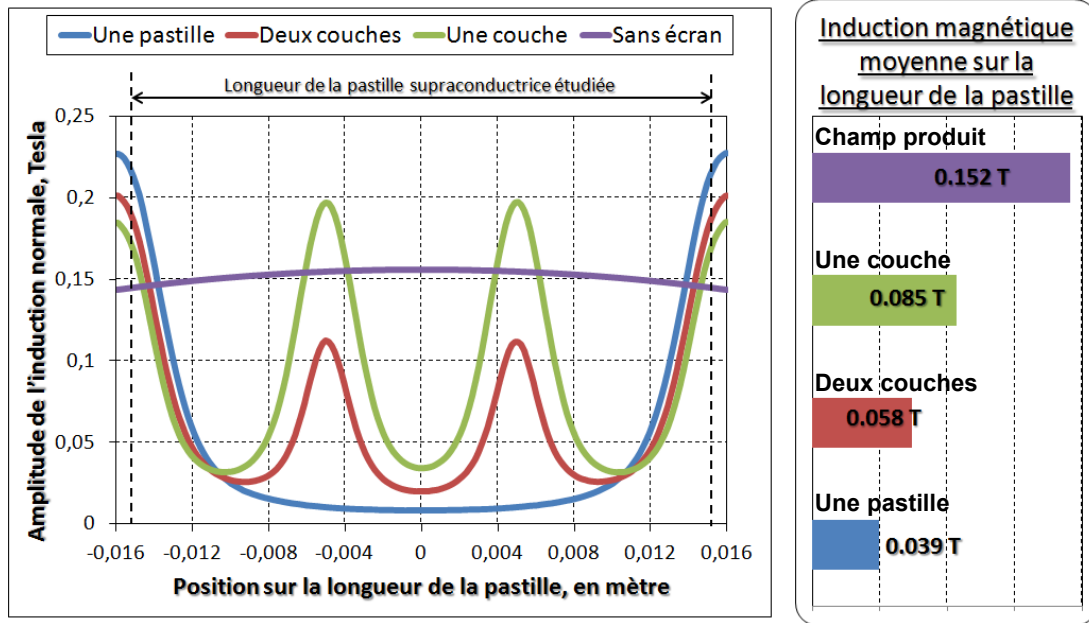


Figure 4.17. Etude numérique de différentes topologies d'écrans à l'azote liquide

c. Bilan et comparaison

Afin d'obtenir une vue d'ensemble des résultats numériques et expérimentaux, nous relevons l'induction magnétique normale sur une ligne comme aperçu sur la **figure 4.18**-(droite).

La comparaison est donnée sur la **figure 4.18**-(gauche). Dans les deux cas, nous retrouvons la présence d'une concentration du flux entre deux massifs. Cependant, nous notons une différence au niveau des amplitudes, en effet, le modèle numérique (*courbes en pointillés*) considère des pastilles de longueur infinie, alors que l'étude expérimentale (*courbes avec marqueurs*) utilise des massifs carrés. Dans ce cas, une partie du flux est donc concentré au niveau des deux autres arêtes des YBCO.

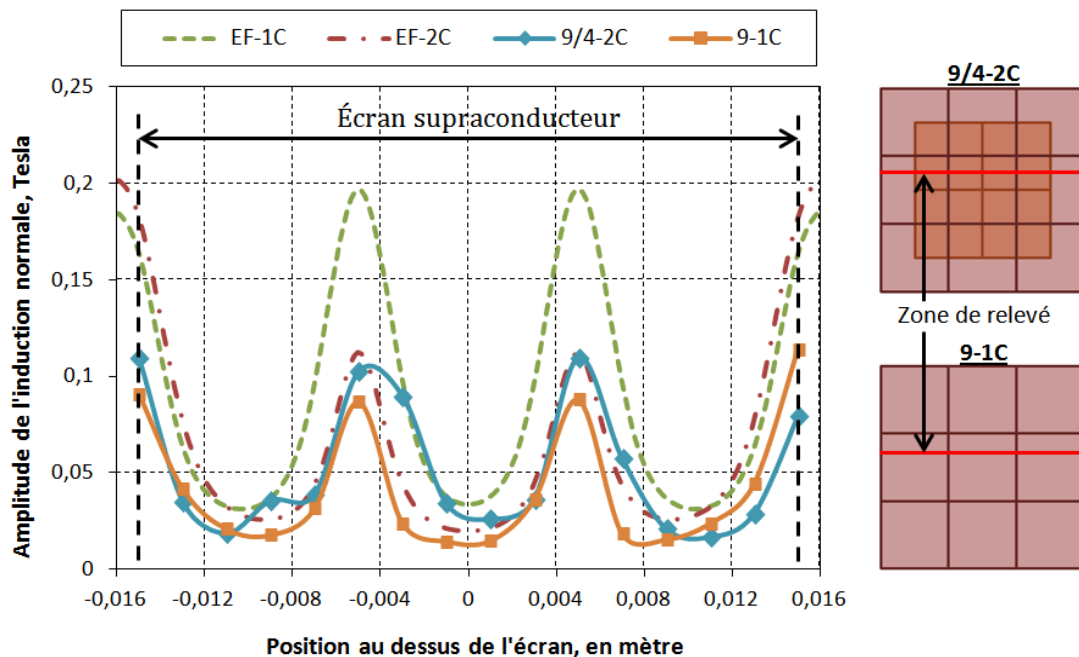


Figure 4.18. Comparaison numérique et expérimentale pour les deux topologies d'écrans SC.

Malgré cette différence observée, les deux études nous permettent d'établir qu'un damier de pastilles en YBCO segmenté n'est pas suffisant pour écranter un champ, même de faible amplitude. L'ajout d'une couche supplémentaire décalée offre de meilleures performances, mais présente des performances inférieures par rapport un écran non segmenté.

Par ailleurs, le même type d'étude, sur les caractéristiques magnétiques de blindage à l'aide de multiples massifs supraconducteur, a été réalisé récemment au Japon [TSOT11]. Pour des commodités expérimentales, la manipulation a aussi été faite à l'azote liquide avec, ici, trois topologies d'écran en massifs YBCO²⁰ segmentés. Chaque damier présente une taille finale de 80 mm x 80 mm x 5 mm où l'agencement permet de couvrir les intersections des couches sous-jacentes. Après refroidissement à 77K de la topologie étudiée, un champ magnétique uniforme est appliqué perpendiculairement à partir d'un électro-aimant supraconducteur. À l'aide d'une sonde à effet Hall éloignée de 1,3 mm de la surface de l'écran, les mesures magnétiques seront réalisées pour cinq amplitudes d'induction (de 0,1 à 2 Tesla).

Nous relevons là aussi la présence de fortes zones de concentration de champ au niveau des jonctions de pastilles pour une couche. L'ajout d'un damier sous-jacent puis d'un second réduit considérablement ces pics. Cependant, pour un champ magnétique supérieur à 0,4 Tesla, les auteurs montrent que les caractéristiques magnétiques de blindage disparaissent à l'azote liquide. Toutefois, les propriétés des matériaux supraconducteurs étant accrues avec une température de fonctionnement réduite, montrées sur la **figure 4.3**, il est possible d'envisager un écrantage plus efficace en présence de champ magnétique de plusieurs Tesla.

2. Essai 2 : Damier YBCO à 30K sous champ réduit

a. Principe

Ce second essai utilise le même damier que précédemment (9/4-2C) mais est réalisé pour une température inférieure. Le refroidissement à 30K de l'écran supraconducteur étudié requiert l'utilisation d'un *cryocooler* disponible au laboratoire. Cependant, le cryostat utilisé présente un emplacement restreint.

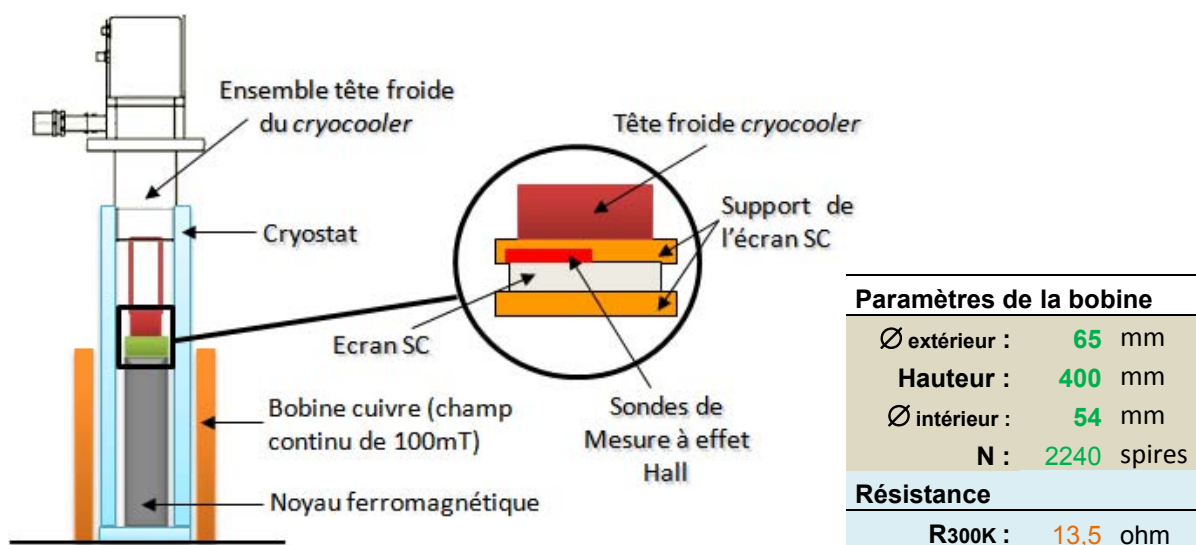


Figure 4.19. Schéma de principe de l'expérimentation avec le *cryocooler*.

²⁰ Fabriqués par NIPPON STEEL

Les sources de champs disponibles actuellement au laboratoire sont des bobines cuivre. Nous avons alors opté pour utiliser un solénoïde long avec un trou chaud²¹ permettant d'insérer le dispositif de refroidissement et l'écran étudié. L'ensemble du principe est schématisé sur la **figure 4.19**. Une vue d'ensemble du banc expérimental est présenté sur la **figure 4.20**.

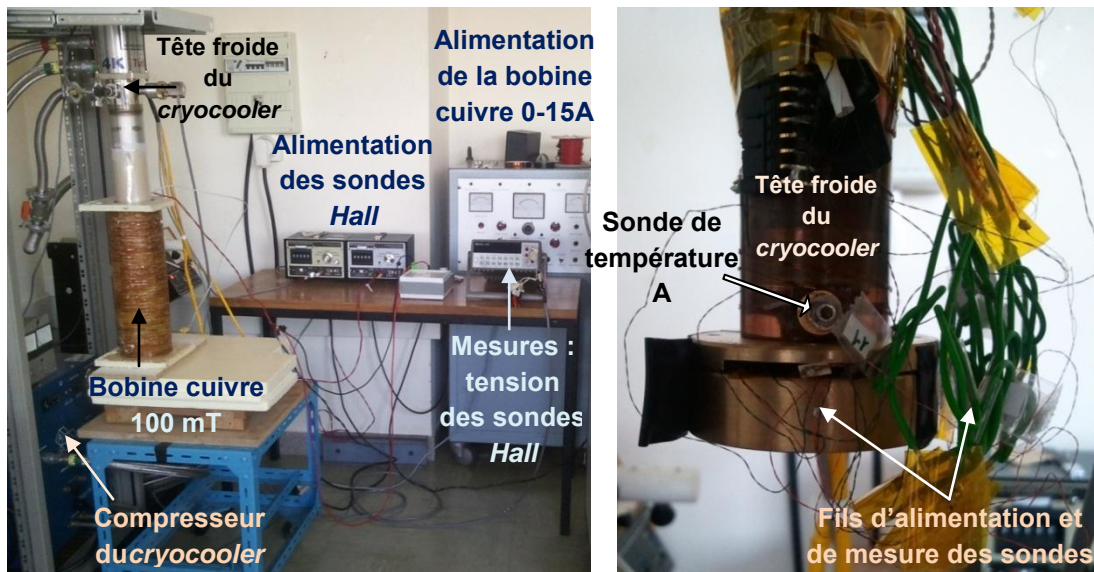


Figure 4.20. Illustration de la manipulation avec *cryocooler*.

Ce procédé permet le refroidissement du prototype étudié à plus basse température, mais contraint l'accès direct à celui-ci pour par exemple réaliser une mesure de la carte de champ, comme nous avons pu le faire dans la première approche avec l'immersion à l'azote liquide.

L'ensemble des sondes à effet Hall mise en place au niveau de l'écran supraconducteur est illustré sur la **figure 4.21**. Les sondes, numérotées de 1 à 7, ont donc été placées afin de profiter des diverses symétries de la topologie pour réaliser une carte d'induction à cette température.

Comme pour l'essai à 77K, nous choisissons de placer l'écran à la sortie de la bobine de champ en cuivre. Nous notons aussi la présence d'un noyau ferromagnétique à l'intérieur du cryostat pour amplifier le champ.

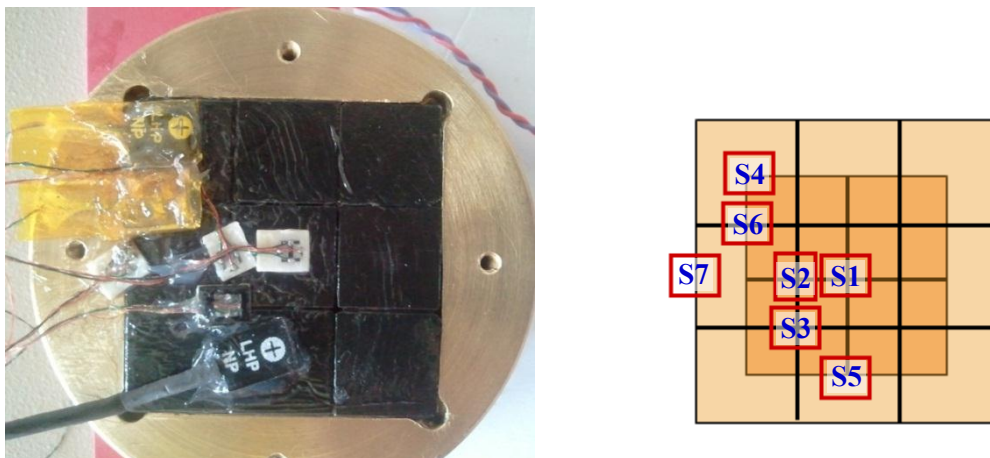


Figure 4.21. Emplacements des sondes Hall sur l'écran.

²¹ Zone de champ équivalente au diamètre interne de la bobine qui permet de placer les échantillons à étudier.

Dans cette seconde étude, seule la configuration à deux couches est étudiée. En effet, elle présente un intérêt supérieur à la simple couche.

b. Résultat

L'induction produite avec la bobine sans pastille est de l'ordre de 165 mT avec 15 A au niveau de l'écran supraconducteur et un temps de montée de 1 minute. Les résultats de l'étude expérimentale donne les relevés **suivants** à partir des différentes sondes.

La sonde N°7 a eu un dysfonctionnement lors de la manipulation.

	Relevé (mV)	Coef Sonde (mV/T)	B (mT)
<i>Sonde 1</i>	-0,02	33,9	20,65
<i>Sonde 2</i>	-0,27	26,6	47,14
<i>Sonde 3</i>	-2,04	166,2	45,84
<i>Sonde 4</i>	-0,34	50,3	22,36
<i>Sonde 5</i>	-1,04	56,2	41,52
<i>Sonde 6</i>	-6,29	215	42,61
<i>Sonde 7</i>	OUT	OUT	90 (estimé)

Tableau XXVII. Relevés des sondes pour un écran segmenté à 40K

A l'aide des symétries, nous réalisons donc le quadrillage **suivant** au niveau de l'écran :

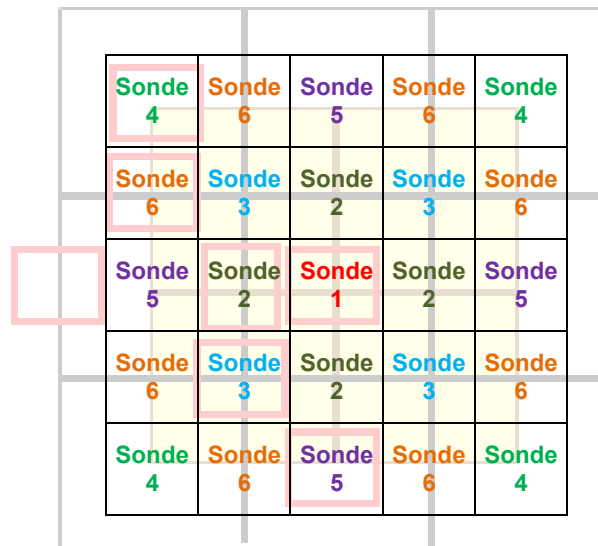


Figure 4.22. Symétrie des relevés sur l'écran à 40K.

Le tableau suivant donne les résultats obtenus pour ces différentes positions des sondes. Afin de comparer les résultats aux précédents, les mêmes relevés ont été récupérés de la carte de champ effectué à 77 K aux positions estimées des sondes (**Tableau XXVIII**).

Dans ce cadre, la **figure 4.23** donne la distribution de l'induction normale à la surface de l'écran supraconducteur.

A 77K								A 40K							
	-1,50	-1,00	-0,50	0,00	0,50	1,00	1,50		-1,50	-1,00	-0,50	0,00	0,50	1,00	1,50
-1,50	90	90	90	90	90	90	90	-1,50	90	90	90	90	90	90	90
-1,00	90	24,6	70	20	70	24,6	90	-1,00	90	22,37	42,61	41,52	42,61	22,37	90
-0,50	90	70	100	85	100	70	90	-0,50	90	42,61	45,84	47,14	45,84	42,61	90
0,00	90	20	85	14,51	85	20	90	0,00	90	41,52	47,14	20,65	47,14	41,52	90
0,50	90	70	100	85	100	70	90	0,50	90	42,61	45,84	47,14	45,84	42,61	90
1,00	90	24,6	70	20	70	24,6	90	1,00	90	22,37	42,61	41,52	42,61	22,37	90
1,50	90	90	90	90	90	90	90	1,50	90	90	90	90	90	90	90

Tableau XXVIII. Induction magnétique relevée au dessus d'un écran à 77 K et à 40K

La comparaison de deux cartes de champ est alors observée :

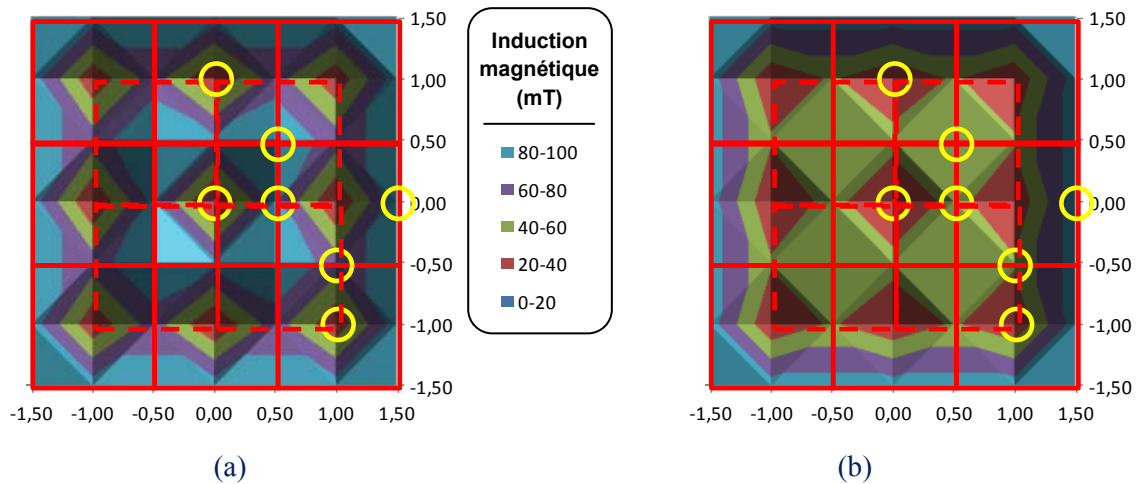


Figure 4.23. Carte d'induction magnétique à 77K (a) et 40K (b).

Nous observons une induction de 40 mT avec la sonde 5, placée derrière une pastille alors que les deux autres donnent une valeur autour de 20 mT (**Tableau XXVIII**). La sonde a dû être déplacée au moment de la mise en place sur le cryocooler. La carte d'induction donnée sur la **figure 4.23b** a donc été corrigée.

A l'aide des relevés sur la **figure 4.23**, nous retrouvons des concordances avec une forte atténuation du champ derrière une pastille et une légère concentration entre. Cependant, l'observation des zones de concentration impose une position précise des sondes. Un décalage de 1 à 2 millimètres fausse la mesure souhaitée. Or, l'utilisation d'un nombre restreint de sonde limite fortement la résolution de nos relevés. Il est donc très difficile dans cette expérience de tirer des conclusions sur une possible amélioration des capacités d'écrantage avec un niveau de champ de seulement 160 mT.

Nous proposons alors comme précédemment, une étude numérique avec une caractéristique à 40 K pour les supraconducteurs massifs.

Sur la **figure 4.24**, on compare la répartition de l'induction magnétique normale, B_n , au niveau de l'écran supraconducteur pour nos deux températures.

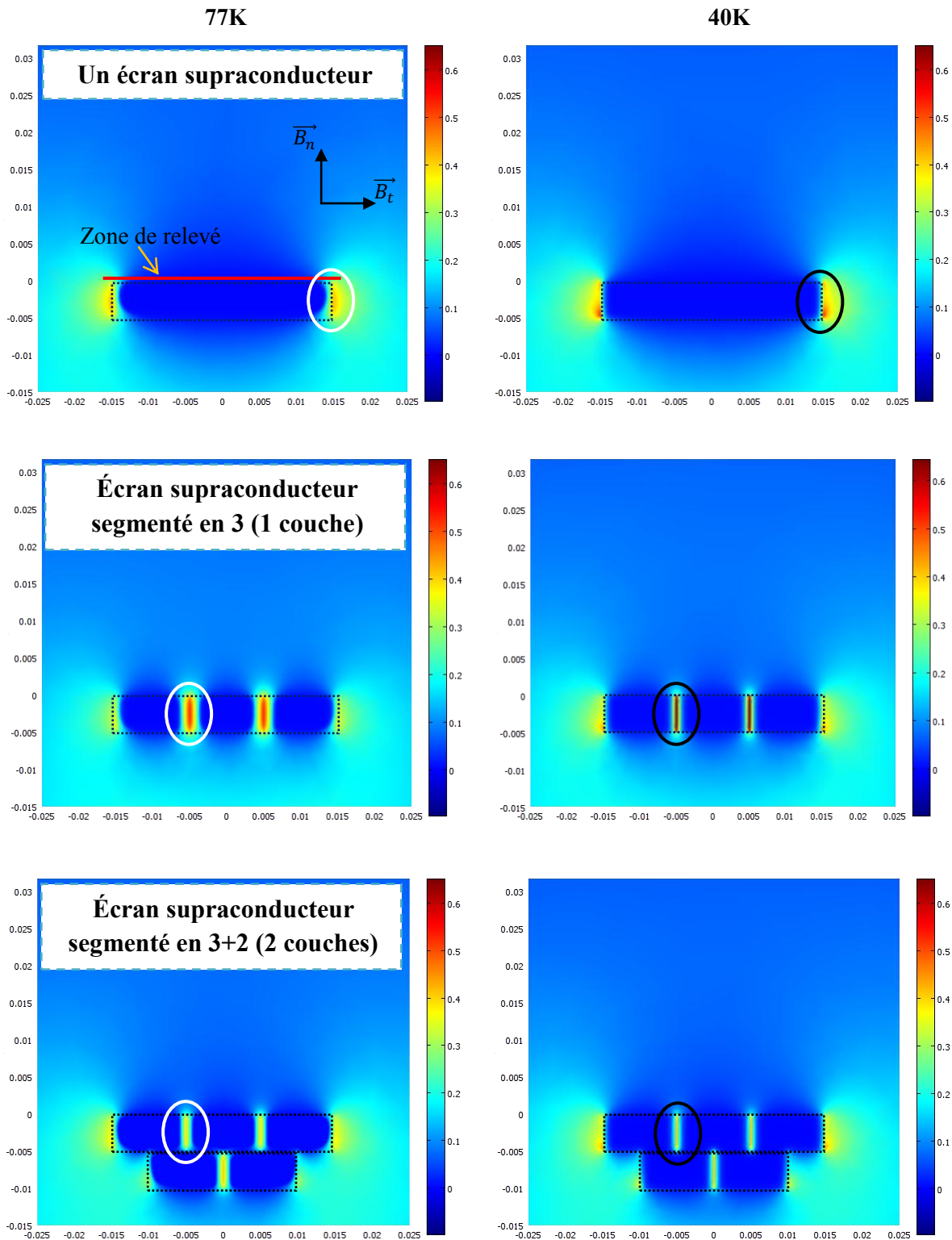


Figure 4.24. Comparaison numérique de différentes topologies d'écrans à 77K et 40K

Nous retrouvons les résultats précédents observés à l'azote liquide. Cependant, à 40K, la pénétration du champ dans le matériau supraconducteur est réduite de quasi-moitié, comme nous pouvons l'observer avec les zones entourées en blanc et en noir sur les trois configurations de la **figure 4.24**. Dans ce cadre, une pénétration plus faible dans le matériau implique des concentrations de champ plus importantes entourées en noir par rapport à celle en blanc.

Le relevé de l'induction magnétique à la surface de l'écran, comme illustré **figure 4.24** (première figur), donne la distribution présentée sur la **figure 4.25a**. Comparé à la **figure 4.17**, l'amplitude des pics de champ sont principalement réduits pour la pastille à une couche segmentée en trois.

Nous observons alors une diminution de l'induction moyenne derrière un écran avec une température de 40 K, comme nous pouvons le voir avec la comparaison sur la **figure 4.25a**

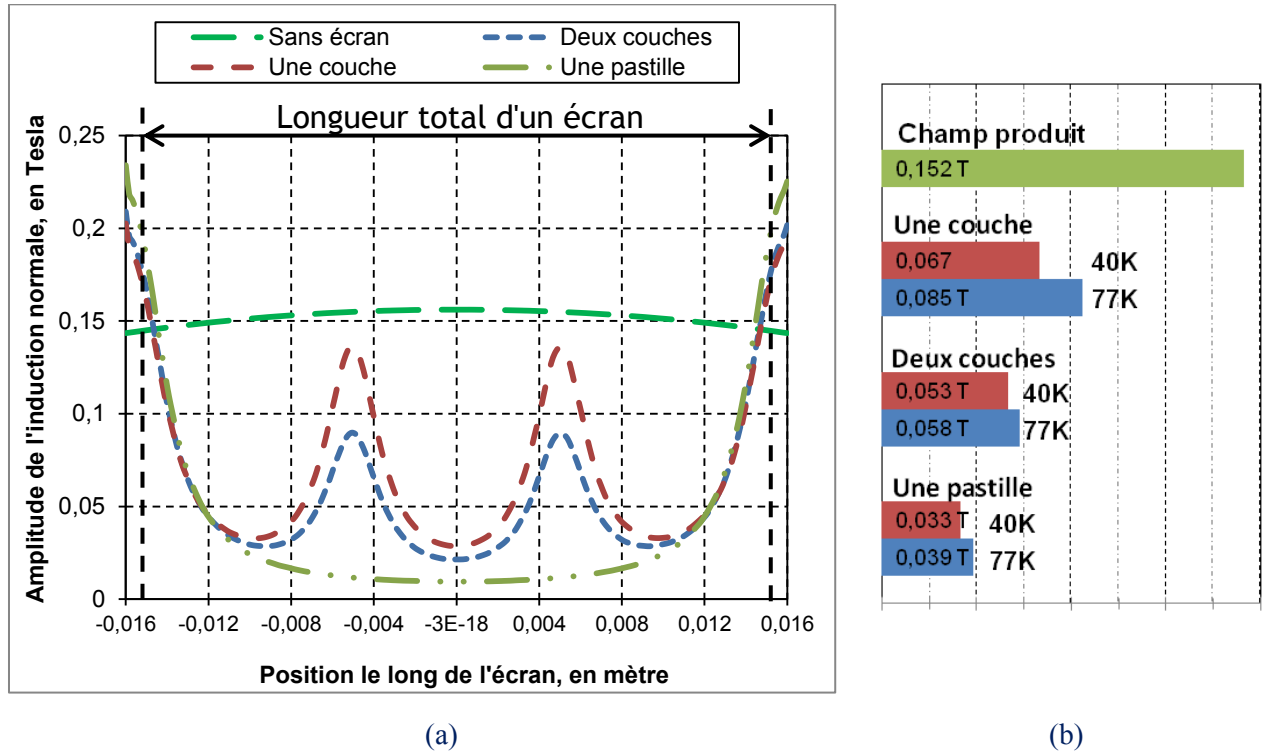


Figure 4.25. (a) Comparaison du champ magnétique à la surface des différentes topologies d'écrans à 40K, (b) Comparaison du champ moyen derrière une pastille pour les deux températures

IV. ESSAIS POUR UN DEPOT YBCO

Dans cette approche, nous allons étudier la capacité d'écrantage d'un dépôt YBCO monodomaine. Comme nous avons pu le voir dans la bibliographie, ces matériaux possèdent des densités de courants supérieures aux massifs. L'idée de les utiliser comme écran magnétique a donc été émise.

Par ailleurs, avec l'évolution des processus de fabrication de ces matériaux, nous pourrions envisager de les déposer sur des supports libres afin d'obtenir des surfaces importantes avec des géométries quelconques.

Dans cette partie, nous présentons l'étude en écrantage magnétique d'un dépôt YBCO pour une température de 30 K. Ces caractéristiques sont données ci-dessous.

Film YBCO	
Taille	30×30×0,85 mm
Fabricant	THEVA
Épaisseur	Supraconducteur : 330 nm YBCO
	Substrat : 100 nm MgO in situ
Support	Al ₂ O ₃ (Saphire)
Type	M-Type
T _c	87,8 K
J _c	3,6 MA/cm ²
Prix	460 €



Figure 4.26. Caractéristiques du dépôt YBCO étudié

1. Principe à 30 K

Dans ce cadre, nous avons de nouveau eu recours à l'utilisation du cryocooler. Le dépôt étudié a donc été placé entre deux disques en cuivre (offrant une bonne conductivité thermique). Nous plaçons trois sondes à effet hall sur la diagonale de notre dépôt afin de mesurer l'induction magnétique à sa surface. L'ensemble est illustré sur la **figure 4.27**.

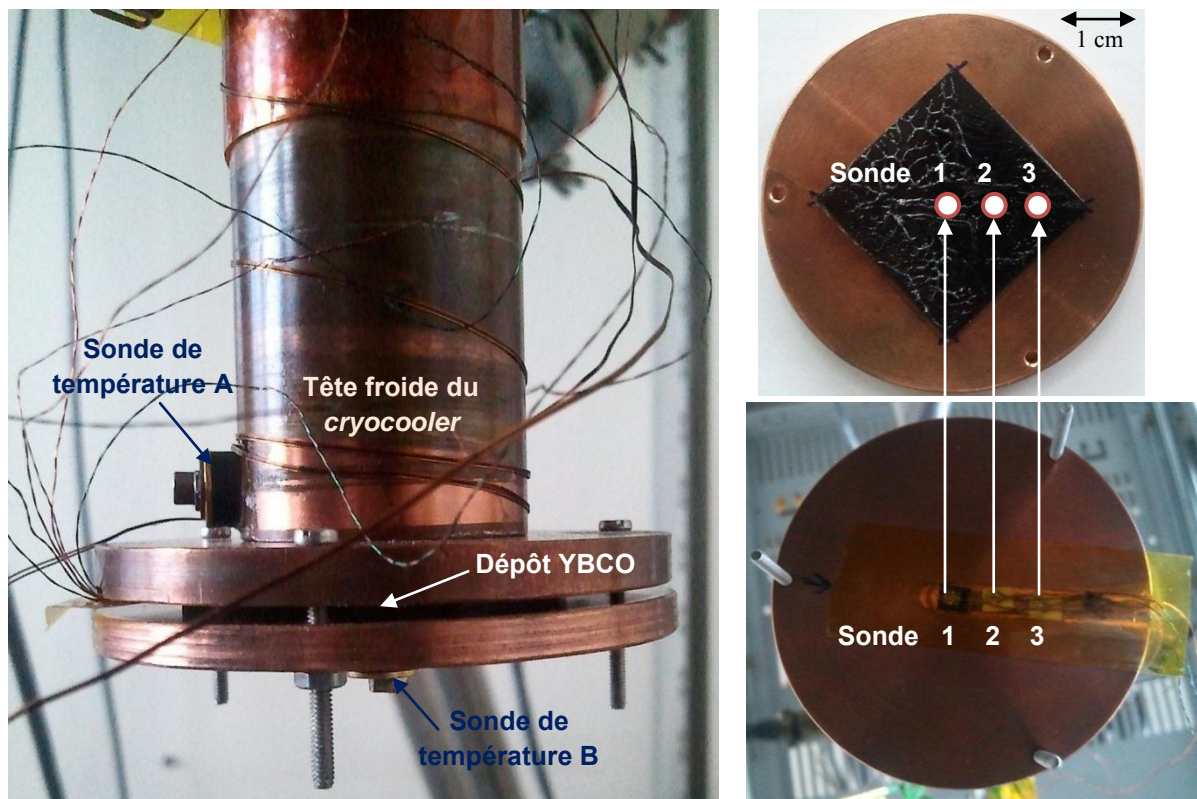


Figure 4.27. Principe et mise en place du dépôt sur le cryocooler

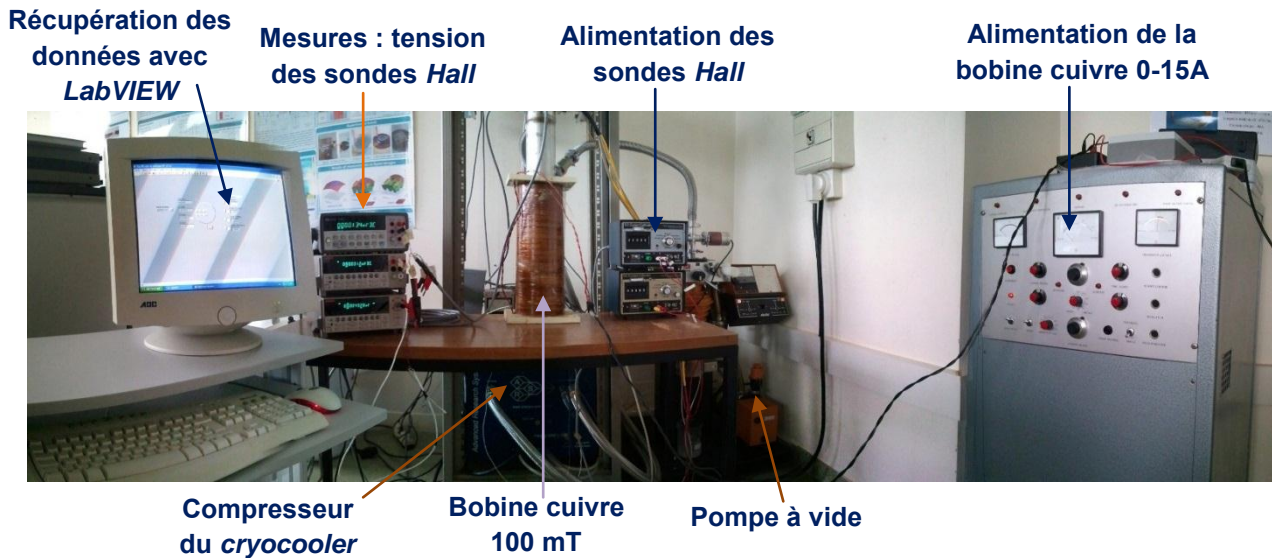


Figure 4.28. Banc d'expérimentation complet

Comme nous pouvons le voir sur la **figure 4.28**, nous utilisons la bobine cuivre de 100 mT comme dans l'étude précédente avec les massifs. L'utilisation de 3 sondes a permis l'acquisition des données via la liaison GPIB des voltmètres avec l'ordinateur. Le logiciel *LabVIEW* a donc été utilisé pour récupérer l'évolution de l'induction magnétique durant l'ensemble de l'expérimentation : montée en champ, plateau à 100 mT, retour à zéro et aimantation résiduelle.

2. Résultats

À l'aide des figures suivantes, nous allons observer le phénomène d'écrantage du dépôt utilisé. Comme le montre la **figure 4.29**, différentes étapes sont distinguées.

Dans un premier temps, une rampe de courant est imposée : **figure 4.29-(1)**. L'induction croît avec une pente de 10 mT/min au niveau du dépôt. A 600 secondes, nous obtenons le champ maximum permis par la bobine cuivre, ici limité à 96 mT. Le courant est maintenu avec un plateau de quelques secondes puis décroît : **figure 4.29-(2)**. En effet, la température de la bobine dépasse les 160°C, ce qui augmente sa résistivité. Ceci implique une diminution du courant dans la bobine. Notre alimentation est limitée à une tension maximale de 200V. Le courant est tout d'abord diminué avec une première pente à 10 mT/min : **figure 4.29-(3)**, cependant l'échauffement continu de la bobine, nous impose de diminuer plus rapidement le courant avec une rampe de 50 mT/min : **figure 4.29-(4)**. Le courant est donc ramené à zéro : **figure 4.29-(5)**.

Dans ce cadre, nous observons l'induction à la surface du dépôt. Jusqu'à 40 mT, l'induction reste faible derrière la pastille (inférieure à 10 mT). Au-delà la pénétration du champ magnétique apparaît au niveau de la sonde 3, puis de la sonde 2. À contrario, le centre du film conserve ses propriétés d'écran magnétique comme nous pouvons le voir avec le relevé de la sonde 1.

À la température de 31 K, le dépôt supraconducteur YBCO utilisé a la capacité d'écranter quelques dizaines de milli-Tesla. En effet, pour une induction maximale imposée de 96 mT, l'induction est divisée par 25 au centre de la pastille, par 3 au niveau de la sonde 2 et de 20 mT au niveau de la sonde 3.

Lorsque le champ résultant de la bobine de cuivre est réduit à zéro, nous observons une induction résiduelle dans le film supraconducteur. Son évolution est présentée sur la **figure 4.30**.

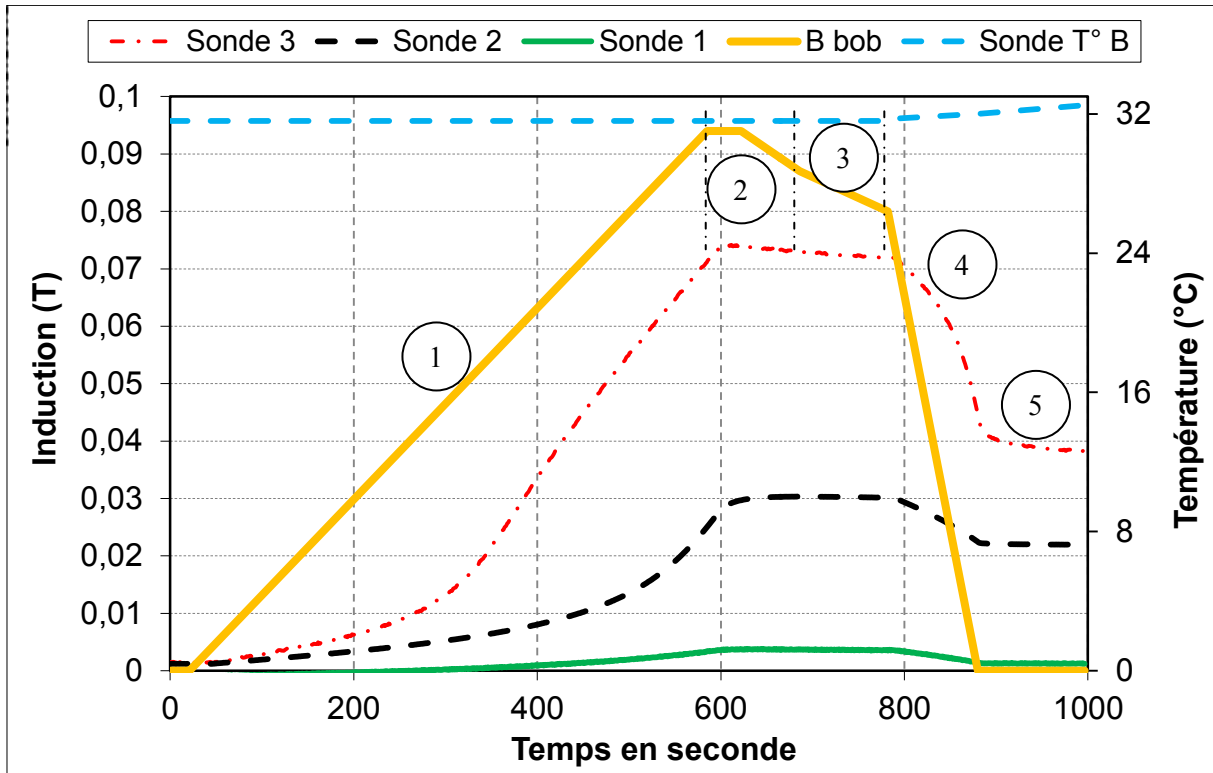


Figure 4.29. Évolution de l'induction au niveau du dépôt YBCO avec une pente lente :

- (1) Rampe de montée de l'induction à 10 mT/min, (2) Plateau à induction maximale,
 (3) Descente avec une rampe de 10 mT/min, (4) Descente avec une rampe de 50 mT/min,
 (5) Induction remise à zéro.

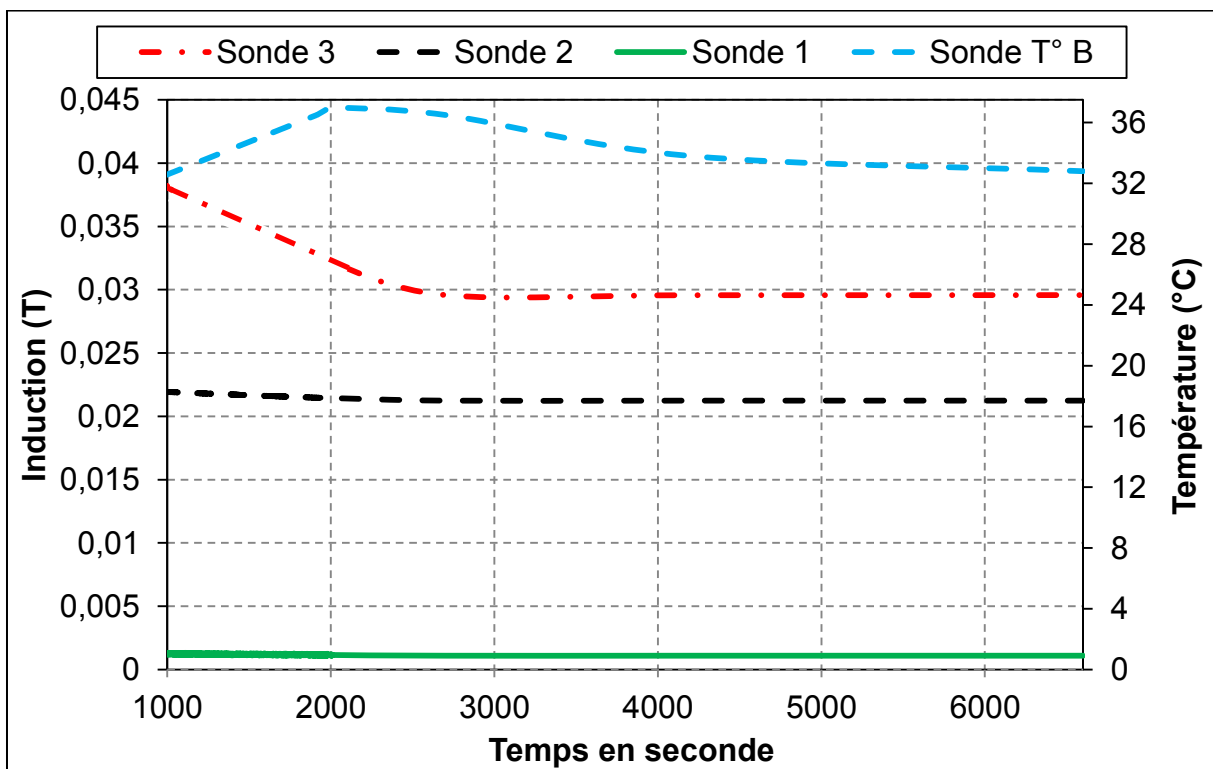


Figure 4.30. Évolution de l'induction résiduelle au niveau du dépôt YBCO après le cycle lent.

Afin d'observer l'influence du temps de montée de l'induction magnétique, une seconde rampe plus rapide a été réalisée. Les résultats sont donc comparés avec le premier essai sur la **figure 4.31**.

Dans les deux essais accomplis, nous observons des résultats similaires avec un écrantage conservé au centre et une pénétration plus importante à mesure que l'on se rapproche des bords du dépôt. Avec toutefois de meilleurs résultats pour le deuxième essai au niveau de la sonde 2.

Cependant sur les figures **figure 4.29** et **figure 4.30**, l'évolution de la température au niveau de l'échantillon a été relevée et dans le cadre du second essai, **figure 4.31**, la température a été maintenue entre 30,5 et 31,6 K.

Nous avons vu précédemment que la bobine supraconductrice, placée autour du dispositif, de refroidissement a subi un échauffement important dans le première essai. Ceci a donc eu pour effet de réchauffer notre échantillon de quelques Kelvin après le retour à zéro du champ imposé. Cette hausse de quelques Kelvin diminue les propriétés du dépôt. L'induction résiduelle au bord de la pastille diminue jusqu'à stabilité de la température. Seuls les contours semblent affectés par cet échauffement.

Une fois la température stabilisée autour de 31 K, nous constatons l'absence d'une diminution quelconque de l'induction résiduelle dans le dépôt.

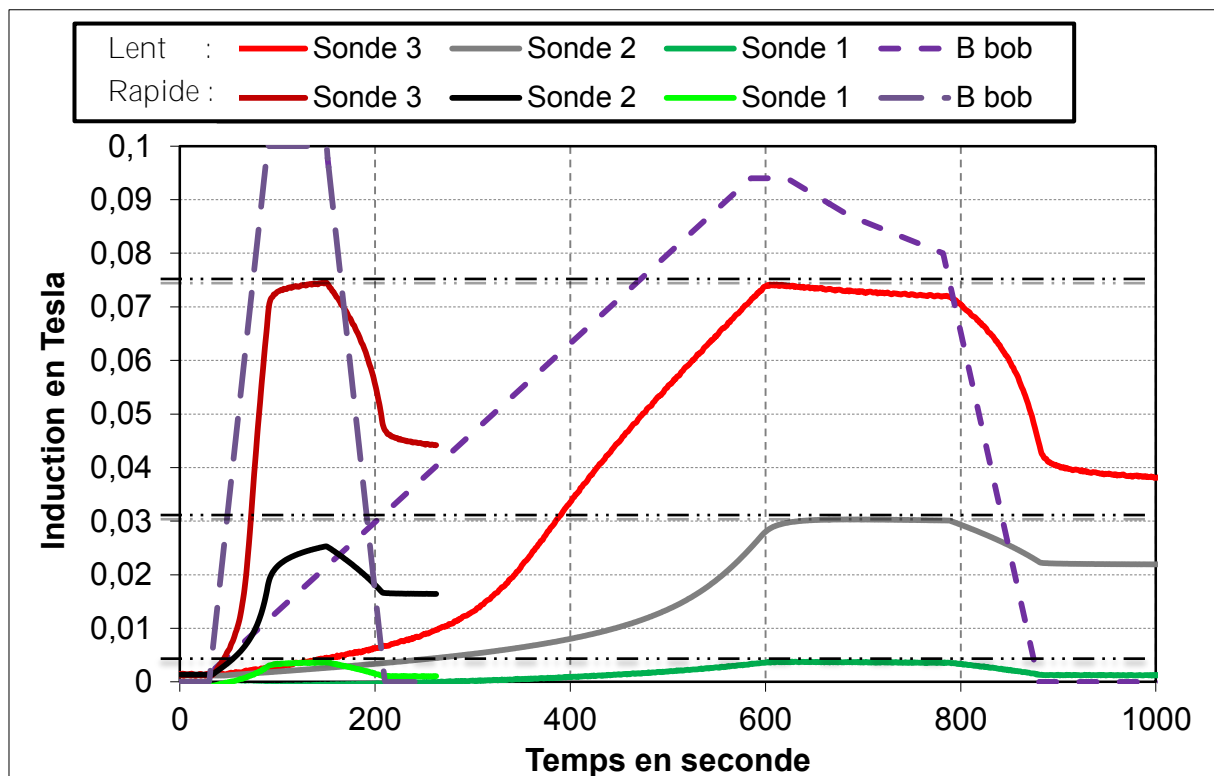


Figure 4.31. Comparaison de l'induction au niveau du dépôt YBCO pour le cycle lent et un plus rapide.

Cette étude a permis d'observer qu'un blindage (ou écrantage) magnétique pouvait être assuré à l'aide de dépôts supraconducteurs sur une surface de quelques centimètres carrés pour un dépôt de 9 cm². Les étapes suivantes consistent à vérifier si ces propriétés sont conservées à des températures plus importantes, par exemple à 77K à l'azote liquide, et si la surface et le niveau d'induction écrantés sont supérieures pour des températures plus faibles, jusqu'à 4,2 K à l'hélium liquide.

En parallèle, la comparaison de ces résultats pour des dépôts de tailles supérieures pourrait être envisagée. Cependant, ceux-ci requiert des sources de champ magnétiques plus imposantes et pas toujours accessibles.

V. PERSPECTIVES : ECRANTAGE ET CHAMP INTENSE

Nous avons vu précédemment des possibilités pour réaliser des écrans magnétiques. Dans cette partie, nous allons discuter des travaux réalisés dans la littérature et de l'écrantage du champ magnétique pour des inductions supérieures au Tesla.

Actuellement, peu de travaux sont conduits sur le blindage ou l'écrantage des matériaux supraconducteurs pour des valeurs supérieures au Tesla. En effet, leurs champs d'applications sont encore peu définis, et leur caractérisation nécessite des sources de champs et des dispositifs de refroidissements adaptés.

1. Massifs

a. YBCO

Dans cette partie, nous utilisons la formulation en H présentée précédemment, afin d'étudier le comportement de massifs supraconducteurs de type YBCO en présence de fort champs magnétiques. Par ailleurs, la dépendance en champ dans la pastille supraconductrice est prise en compte. Dans ce cadre, nous choisissons une caractéristique $J_c(B)$ à 4K, représentée sur la figure ci-dessous.

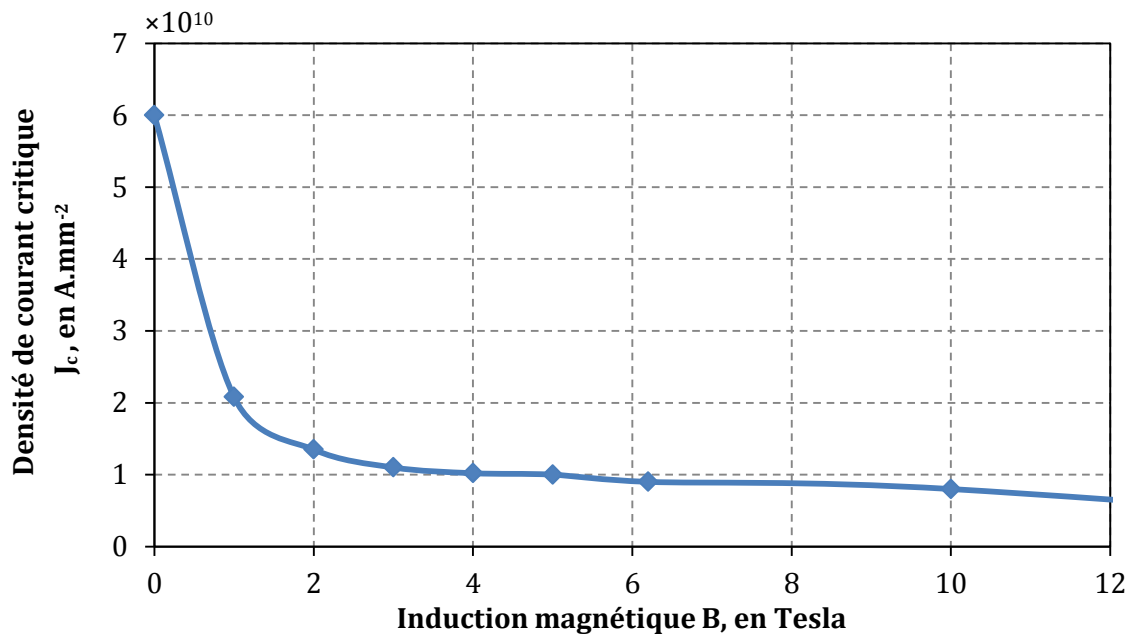


Figure 4.32. Caractéristique $J_c(B)$ d'une pastille YBCO à 4K [Mori06]

Dans une première étude, nous comparons les trois structures de pastilles suivantes :

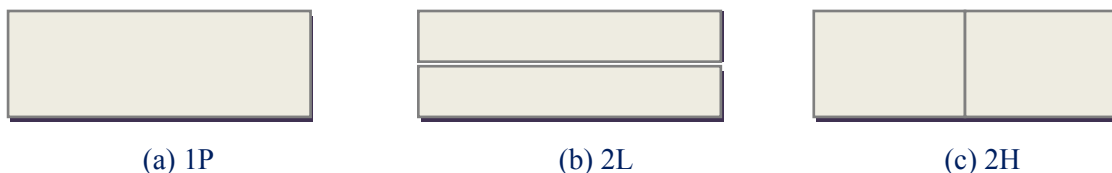


Figure 4.33. Pastilles étudiées : (a) Mono-domaine - 1P, (b) Mono-domaine segmenté en deux sur la hauteur - 2L, (c) Mono-domaine segmentée en deux sur la largeur - 2L.

Dans le dimensionnement de l'inducteur (Chapitre 2-TABLEAU), nous constatons que les pastilles doivent écranter des inductions de l'ordre de 4 Tesla qui résultent des deux solénoïdes seuls. Dans ce cadre, nous avons choisi d'étudier le comportement de ces différentes structures pour ces amplitudes. Nous avons préféré étudier les pastilles YBCO actuelles avec de bonnes propriétés dont les tailles standards ne dépassent pas 2 cm d'épaisseur pour des longueurs/largeurs de 5 cm.

Pour les trois structures de la **figure 4.33**, les répartitions de l'induction magnétique et du courant au niveau des écrans sont données respectivement sur la **figure 4.34** et sur la **figure 4.35** pour une induction de 4 Tesla.

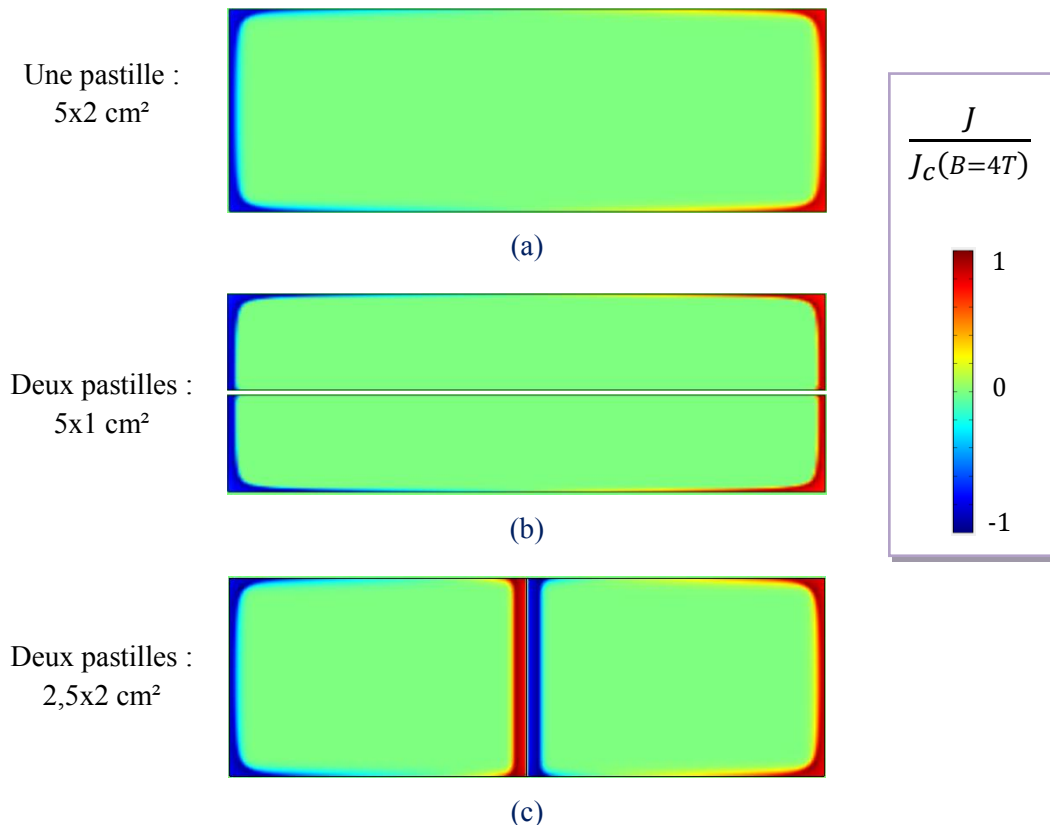


Figure 4.34. Répartition du courant illustré par le rapport $J/J_c(B = 4T)$ dans les pastilles pour $\mu_0 H_{app} = 4 T$: (a) 1P, (b) 2L, (c) 2H.

Nous observons une pénétration très réduite du champ magnétique au niveau des pastilles supraconductrices pour une température de fonctionnement de 4 K avec $\mu_0 H_{app} = 4 T$. Dans ces conditions, des pastilles supraconductrices avec une caractéristique équivalente seraient donc capables de conserver leur rôle d'écran magnétique.

Nous avons vu dans les études expérimentales et numériques précédentes que l'assemblage de pastilles en damier ne permettait pas d'obtenir des performances équivalentes à un massif non segmenté.

Nous retrouvons ce phénomène sous-champ plus important, avec la pastille segmentée en deux sur la longueur (2L) qui fait apparaître une concentration de l'induction entre les deux massifs, comme le montre le **figure 4.35c**.

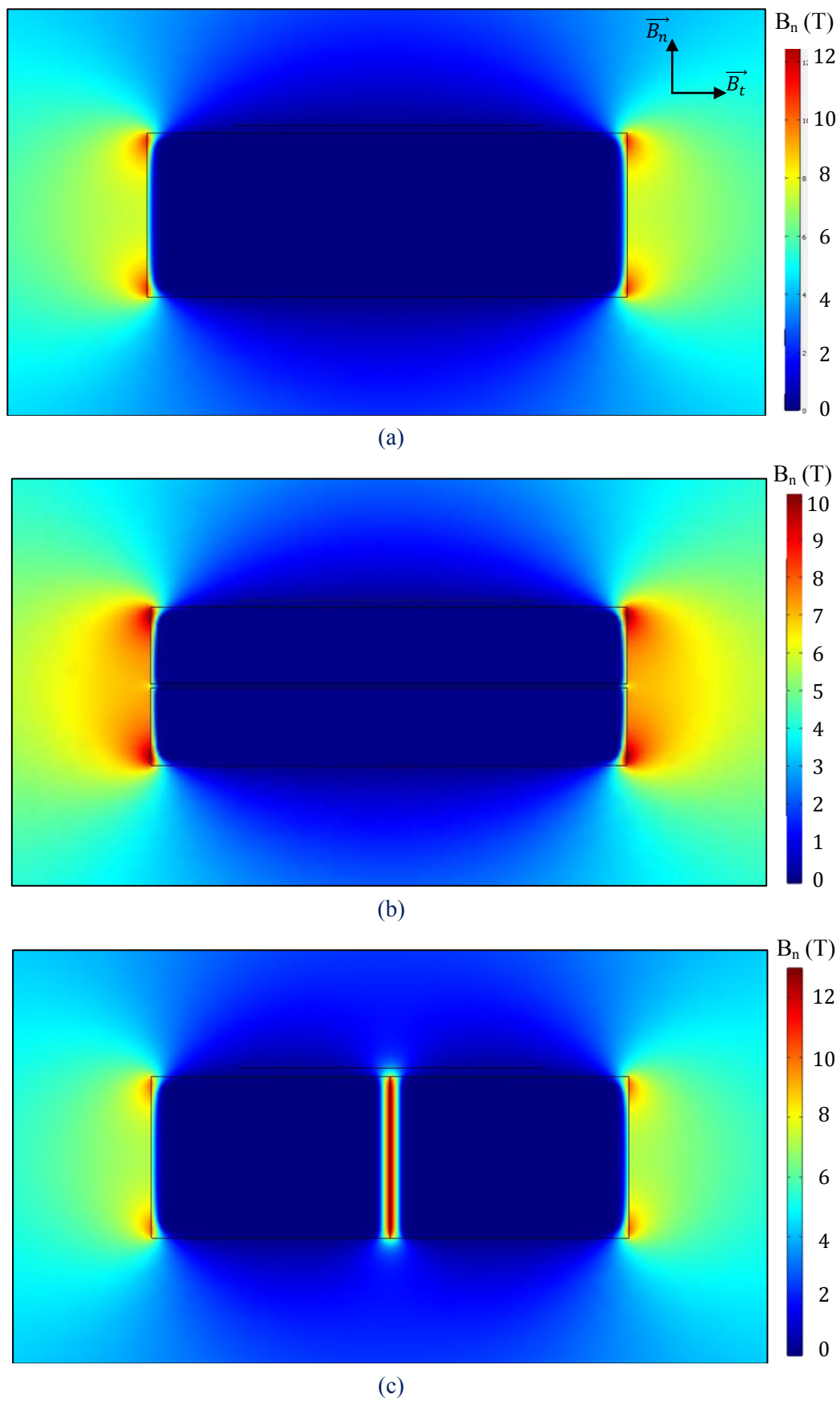


Figure 4.35. Répartition de l'induction magnétique normale (B_n) pour $\mu_0 H_{app} = 4$ T :
(a) 1P, (b) 2H, (c) 2L.

À contrario, nous observons une distribution similaire de l'induction et du courant entre la pastille mono-domaine non segmentée (1P) et celle segmentée en deux sur la hauteur (2H), illustrées sur la **figure 4.34a-b** et la **figure 4.35a-b**.

Afin de répondre à la contrainte technologique sur les tailles de pastilles, il est donc plus intéressant d'utiliser un empilement de pastilles fines de grandes tailles plutôt que des pastilles épaisses mais de tailles réduites.

La figure **ci-dessous** présente la distribution de la composante normale de l'induction magnétique sur la longueur totale de l'écran à une distance de un millimètre. Nous retrouvons une distribution identique pour 1P et 2H et nous constatons une forte concentration entre les deux massifs pour 2L.

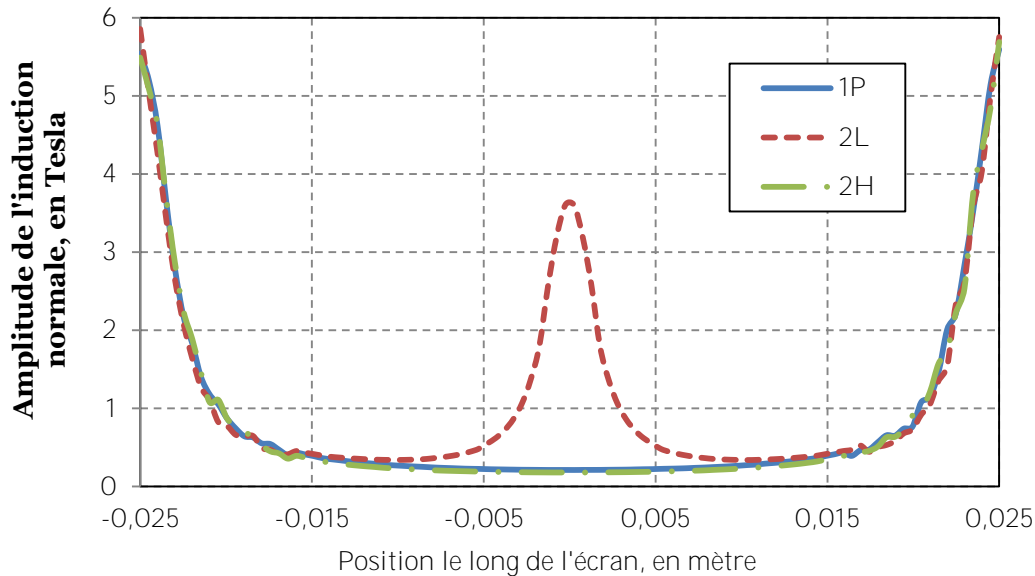
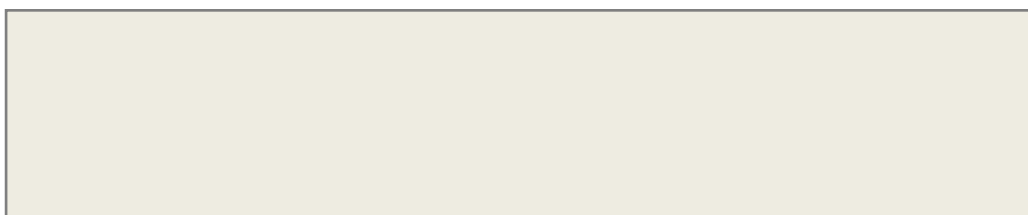


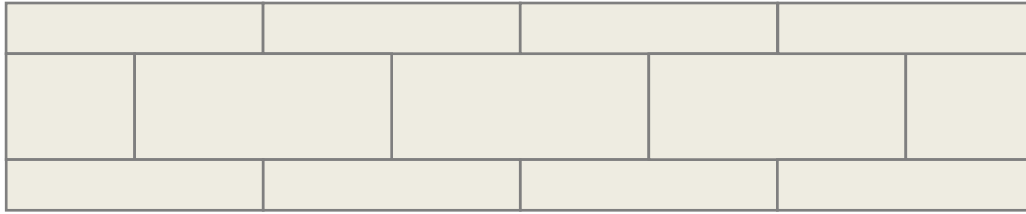
Figure 4.36. Répartition de l'induction magnétique normale (B_{\perp}) pour $\mu_0 H_{app} = 4$ T à 1 mm de la surface de l'écran.

Une seconde étude avec une induction magnétique de 4 Tesla est réalisée pour des écrans de tailles supérieurs. Des pastilles de tailles réduites sont capables d'induire des courants d'écrantage suffisant pour jouer leur rôle de barrière magnétique comme nous avons pu le voir à travers l'ensemble des études présentées. Il est donc intéressant de vérifier si un massif supraconducteur avec une caractéristique $J_c(B)$ aura aussi la capacité à écranter une induction de cette amplitude.

Dans ce cadre, nous réalisons la même étude pour une pastille non segmentée de 20 cm par 4 cm. Nous comparons ses performances à l'association de pastilles segmentées sur trois couches qui utilisent les massifs supraconducteurs étudiés (1P/2H/2L). Les structures sont donc les suivantes :



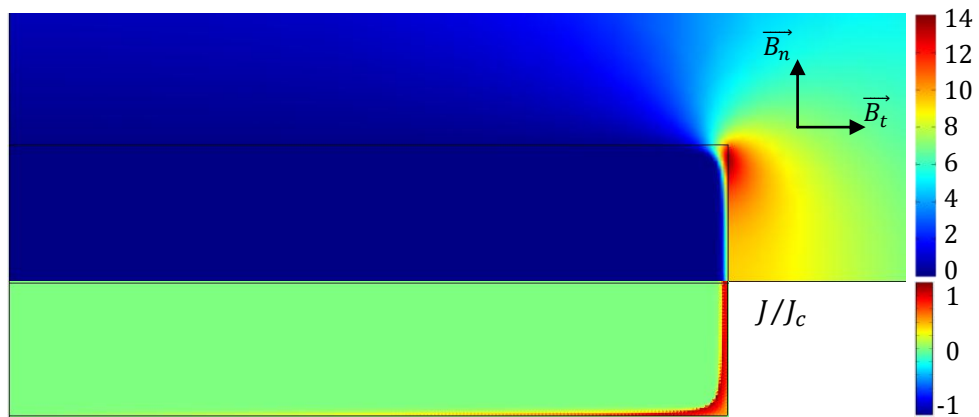
(a)



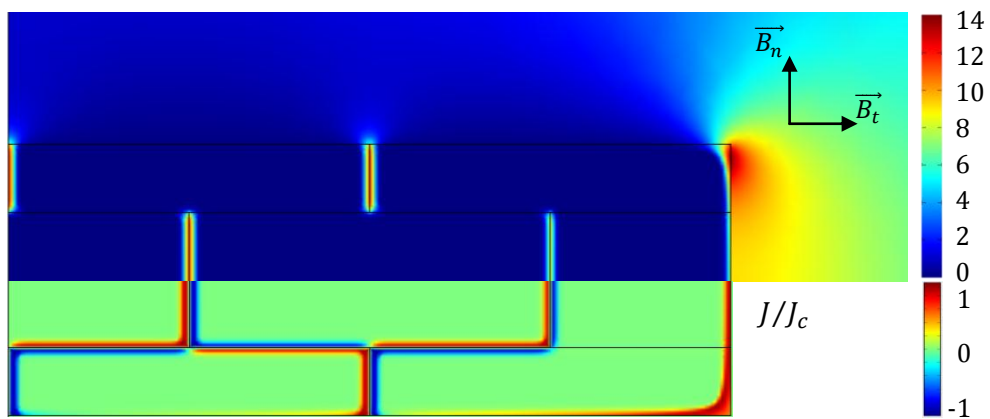
(b)

Figure 4.37. (a) Mono-domaine, (b) Mono-domaine segmenté

La **figure 4.38** illustre la distribution de la composante normale de l'induction et du courant pour les écrans de la **figure 4.37**. Seul un quart des écrans est présenté dû au fait de leurs symétries. Nous constatons que la pénétration du champ reste réduite pour une induction de 4 Tesla avec principalement des densités de courant induites localisée sur le contour du matériau.



(a)



(b)

Figure 4.38. Écrantage pour une pastille YBCO ($\mu_0 H_{app} = 4 T$) : Comparaison B_{normal} (haut) et répartition du courant (bas) illustrée par le rapport $J/J_c(B = 4T)$ dans les pastilles : (a) Pastille non segmentée, (b) Pastille segmentée.

Si nous comparons les deux structures étudiées, nous notons une similitude sur la distribution du champ et du courant aux extrémités extérieures des écrans (bord droit sur la figure).

Cependant, pour la pastille segmentée en trois couches, nous observons aussi la présence de courants induits important au niveau des contours de l'ensemble des pastilles qui constitue l'écran.

Le champ magnétique cherche donc à traverser les différentes couches segmentées qui se superposent.

Sur la **figure 4.39**, nous comparons la distribution de l'induction à la surface de ces deux structures d'écrans de tailles significatives. Nous retrouvons une distribution identique au niveau des bords extérieurs des écrans. Cependant, malgré l'utilisation de trois épaisseurs de damier, ce massif segmenté laisse toujours apparaître une concentration du champ magnétique entre les pastilles. Il est donc nécessaire de s'intéresser à la comparaison de l'induction moyenne sur la longueur de l'écran, dont les résultats sont donnés dans le **Tableau XXIX**.

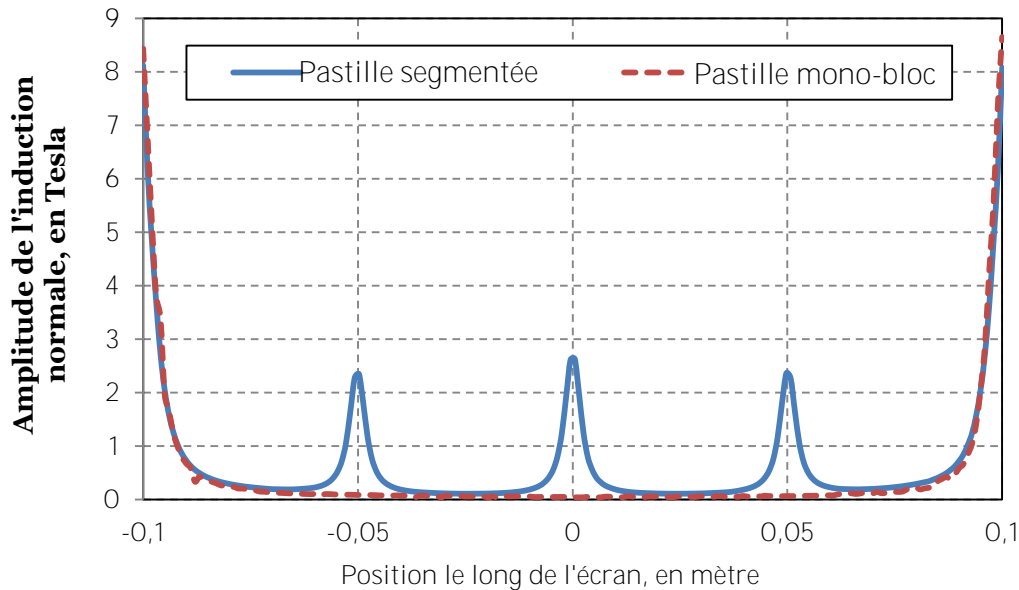


Figure 4.39. Répartition de l'induction magnétique normale (B_{\perp}) pour $\mu_0 H_{app} = 4 \text{ T}$ à 1 mm de la surface d'un écran de grande taille.

Pour une induction de 4 Tesla relevée sans écran supraconducteur, une induction normale de 0,7 Tesla et 0,45 Tesla sont respectivement relevés pour une pastille segmentée et non segmentée. Dans un second cas, nous recalculons l'induction moyenne sur une longueur plus petite à partir du moment où l'induction devient inférieure à 1 Tesla, soit 95% de la longueur totale. Dans ce cadre, les performances d'un écran non segmenté réduisent l'induction normale à 1 mm de celui-ci par 30 et par 10 pour la superposition de damiers.

<i>Pour $\mu_0 H_{app} = 4 \text{ T}$ à 1 mm de la surface d'un écran</i>	Induction moyenne écrantée (T)	
	Pastille segmentée	Pastille non segmentée
Sur la longueur de l'écran	0,7	0,45
Sur la longueur de l'écran pour B_{normal} inférieure à 1 Tesla sur les Bord	0,43	0,14

Tableau XXIX. Comparaison de l'induction normale pour des écrans de grande taille

Nous avons donc vu que de petites pastilles sont capables d'induire des courants suffisants pour s'opposer à des champs magnétiques de plusieurs Tesla avec une pénétration minimale à des

températures réduites. Avec une caractéristique équivalente, de grandes pastilles ont aussi la capacité d'écranter ses champs magnétiques importants. Cependant, les travaux actuels montrent qu'il est difficile de conserver ces densités de critiques pour une croissance trop importante des massifs supraconducteurs. En effet, l'obtention de grandes tailles diminue la qualité du cristal et donc des performances globales. L'utilisation de damiers superposés pourrait être une alternative, cependant, ses performances restent en retrait.

b. MgB_2

Dans la littérature, de récents travaux présentent les capacités d'écrantage de massifs supraconducteur à base de MgB_2 . Ceux-ci ont été réalisés par l'École Polytechnique de Turin en Italie [GMGG11].

L'expérimentation réalisée est basée sur le même principe que celui utilisé dans nos essais. Comme le présente la **figure 4.40**, un cylindre supraconducteur de di-borure de magnésium d'un diamètre de 20,3 mm pour une épaisseur de 3,44 mm est placé dans cryostat à l'intérieur d'un électro-aimant supraconducteur. L'ensemble est refroidi aux températures de 20, 25, 30 et 36K pour les différentes mesures effectuées. Illustrées sur la **figure 4.40b** et c, six sondes à effet Hall sont donc placées sur un support motorisé, qui permettent de mesurer la distribution de l'induction magnétique à différentes positions au-dessus de la pastille.

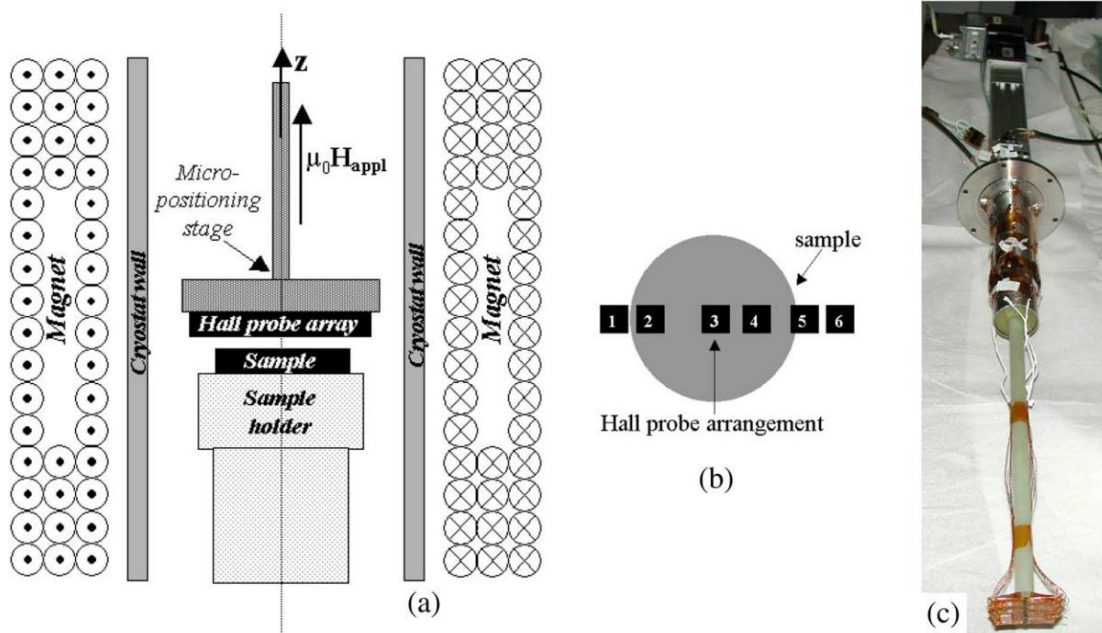


Figure 4.40. Principe de l'expérimentation :

- (a) Schéma de l'ensemble, (b) Emplacement des sondes par rapport au massif MgB_2 utilisé, (c) Photo du support motorisé qui permet différents positionnement pour les sondes.

Les tracés sur la **figure 4.41** présentent les résultats obtenus pour trois températures de fonctionnement avec une induction de 1 Tesla qui est appliquée au niveau du massif MgB_2 . Le support est donc déplacé entre 4 et 40 mm de la pastille. Dans ce cadre, la composante normale de l'induction à la surface du massif est fortement réduite derrière la pastille (sonde 2, 3 et 4), et à contrario, elle est amplifiée sur le contour du supraconducteur (sonde 1, 5 et 6).

Nous constatons alors que la température de fonctionnement joue un rôle important. En effet, en dessous de 25K, les capacités d'écrantage sont grandement accrues.

À 30K, sur la **figure 4.41c**, nous constatons que la pastille n'écrante que très partiellement l'induction de 1 Tesla (-0,2 T pour la sonde 4 contre -0,4 Tesla écranté avec la sonde 3 au centre de la pastille et pas d'écrantage au niveau de la sonde 2).

Pour 20 et 25K, l'induction magnétique est réduite de 0,6 Tesla avec très peu de différence entre les sondes 3 et 4. Au niveau de la sonde 2, située à proximité du contour, nous obtenons une induction réduite de 0,3 Tesla (**figure 4.41b**) contre 0,4 (**figure 4.41a**). Dans l'ensemble, la pastille joue donc son rôle d'écran magnétique.

Il faut rappeler qu'à l'intérieur d'un cryo-aimant, l'induction se reboucle très rapidement derrière l'écran. C'est pourquoi, un relevé plus proche de la surface de la pastille aurait permis un meilleur aperçu des capacités d'écrantage du supraconducteur.

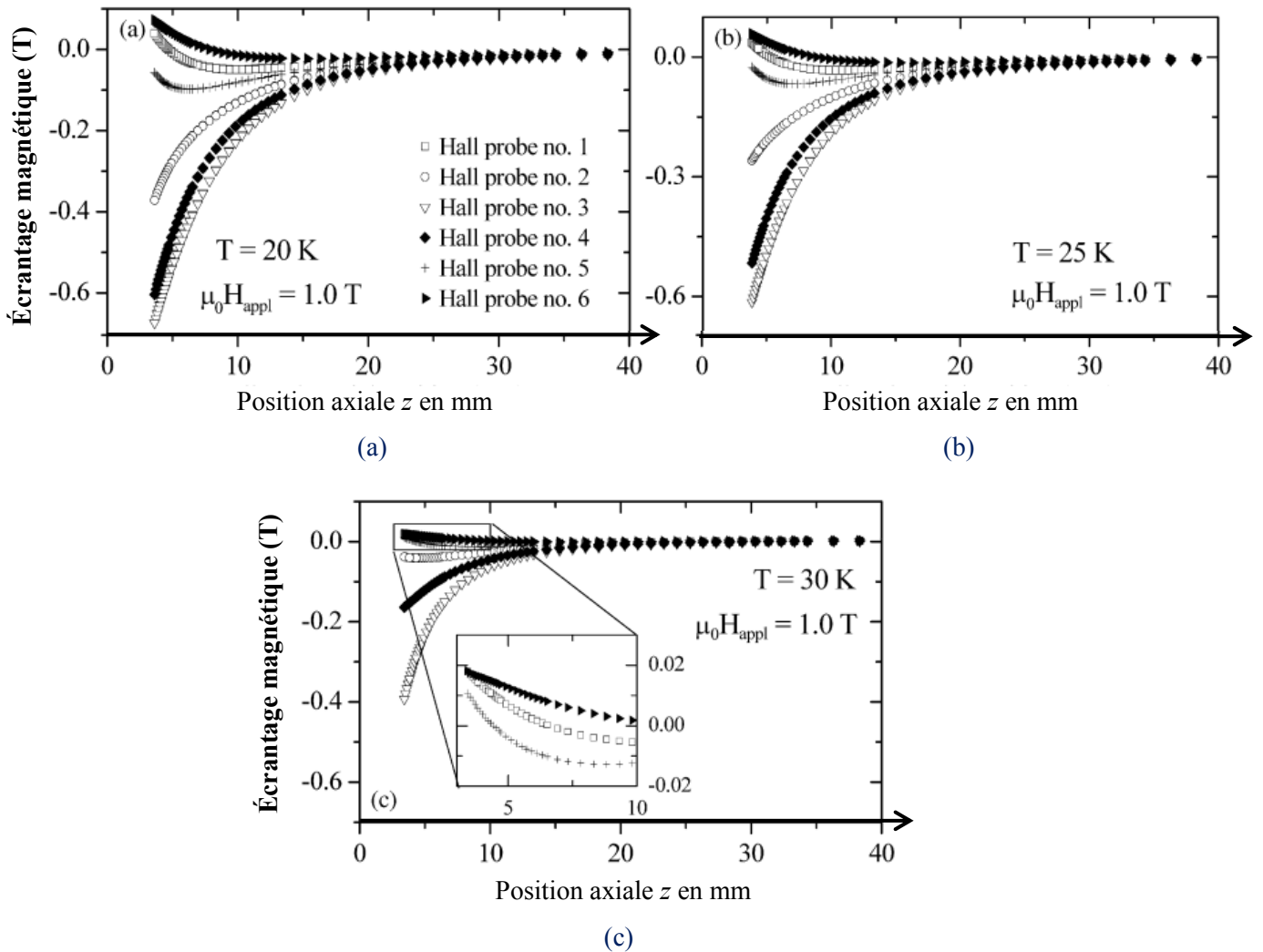


Figure 4.41. Relevé de l'induction à différentes positions z au-dessus de la pastille pour un champ appliqué : $\mu_0 H_{\text{app}} = 1$ Tesla à 20 K (a), 25 K (b) et 30 K (c) [GMGG11].

Cette expérimentation réalisée en fonction de la distance des sondes par rapport à la pastille montre que l'amplitude de l'induction magnétique derrière un écran supraconducteur décroît très rapidement à mesure que l'on s'en éloigne, comme nous avons pu le montrer dans le chapitre précédent avec l'étude de l'inducteur à modulation de flux.

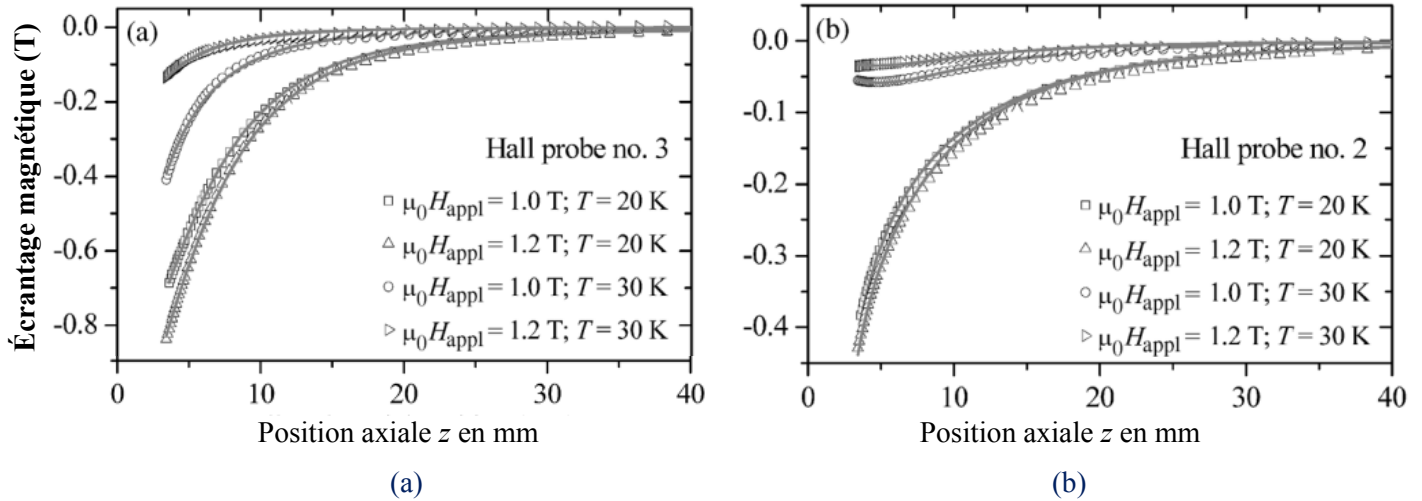


Figure 4.42. Relevé de l'induction à différentes positions z au-dessus de la pastille pour un champ appliqué : $\mu_0 H_{app} = 1$ et 1,2 Tesla à 20 K et 30 K au niveau de la sonde Hall n°2 (a) et n°3 (b).

Nous retrouvons les conclusions précédentes sur la **Figure 4.42**, ci-dessus, où une température de 20K permet d'écranter de manière efficace une induction magnétique de l'ordre du Tesla avec une épaisseur moindre (3,44mm) en conservant une surface utile importante ; c'est-à-dire que la pénétration de l'induction semble réduite dans la pastille.

Dans ce cadre, un calcul inverse a été réalisé afin d'approximer les courants induits dans la pastille de MgB_2 utilisée. Pour la température de 20K, une densité de courant de 10^{10} A/mm² est calculée. Ce dernier point est intéressant car il montre que les massifs de MgB_2 sont capables d'induire des densités de courants critiques proches de celles obtenues avec des mono-domaines YBCO.

2. Dépôts - couches minces

Dans le cadre de dépôts à base de céramiques, de récents travaux japonais ont étudié le blindage magnétique à partir de l'empilement de conducteurs supraconducteurs à l'Hélium liquide [MaKU11]

Différents rubans YBCO (conducteurs déposés de Superpower, AMSC et Fujikura) et un BSCCO (OPIT de Sumitomo) ont été comparés. Leurs caractéristiques sont données dans le **Tableau VII** ci-dessous.

Conductor	Width (mm)	Thickness (mm)	Stabilizer	Remarks
ReBCO - SuperPower	12.0	0.1	Cu/surrounded	t50 μ m HASTELLOY C-276 substrate
Zr:ReBCO - SuperPower	12.0	0.1	Cu/surrounded	Zr-doped: t50 μ m HASTELLOY C-276 substrate
GdBCO - Fujikura	10.0	0.115	Cu/one side	T100 μ m HASTELLOY substrate
W4-ReBCO - SuperPower	4.0	0.1	Cu/surrounded	t50 μ m HASTELLOY C-276 substrate
YBCO - American Superconductor	4.27-4.25	0.18-0.22	Cu/both sides	Ni-W alloy metal substrate
ReBCO - Sumitomo	4.3	0.23	Ag/matrix	-

Tableau XXX. Paramètres des conducteurs utilisés

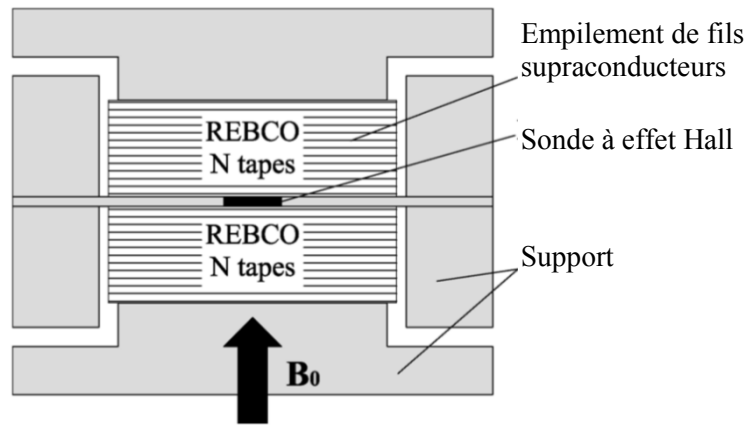


Figure 4.43. Principe de la mesure effectuée : La sonde à effet Hall placée entre N conducteurs supraconducteurs permet de relever l'induction magnétique résultante.

Une sonde à effet Hall a donc été placée entre les couches de conducteurs comme nous pouvons le voir sur la **Figure 4.43**. Cet ensemble est refroidi à 4,2K. Ensuite, à l'aide d'un cryo-aimant, un champ magnétique B_0 est alors imposé avec une direction perpendiculaire à la surface des rubans. Ces derniers développent alors des courants induits pour s'opposer à cette induction magnétique. Dans ce cadre, l'ajout de N couches de conducteurs permet d'écranter des inductions magnétiques plus ou moins importantes.

Afin de comparer les performances des différents supraconducteurs du **Tableau VII**, cinq couches sont superposées de part et d'autres de la sonde Hall. Ensuite B_0 est augmenté jusqu'à 11 Tesla. La **Figure 4.44a** illustre la capacité d'écranter des inductions magnétiques utilisés.

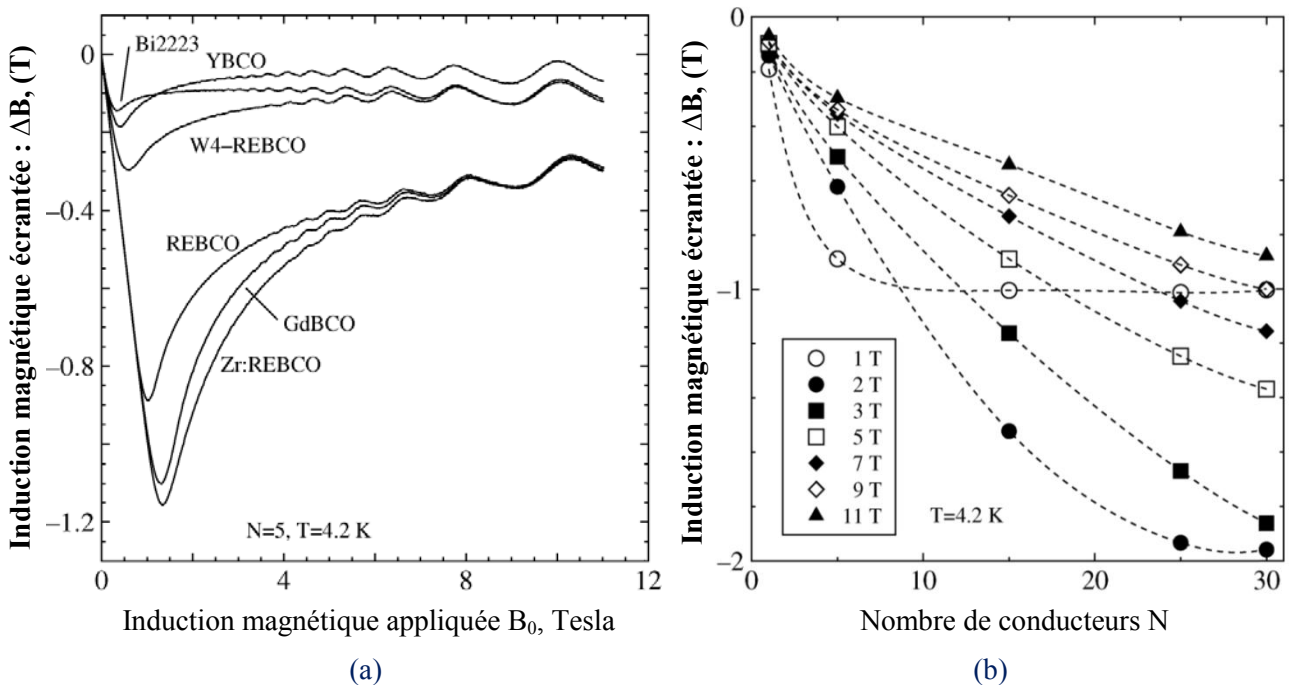


Figure 4.44. Induction magnétique écranter à 4.2K : (a) Comparaison des différents conducteurs pour N=5 couches, (b) En fonction du nombre de couches superposées pour le Zr:REBCO de SuperPower.

Pour $N = 5$, une induction maximale de 1,15 Tesla a pu être écranter à l'aide du conducteur de Zr:REBCO de SuperPower, suivi du GdBCO de Fujikura avec 1,1 Tesla. Quant aux trois derniers conducteurs du **Tableau XXX**, les performances réduites s'explique essentiellement par la largeur

réduite des conducteurs qui n'est que de 4 mm contre 10 à 12 mm pour les premiers. Dans ce cadre, pour l'expérimentation, trois conducteurs ont été placés côte à côte pour obtenir une largeur de 12 mm. Or, cette configuration présente des performances minimales malgré l'empilage de conducteurs s'il n'y a pas de décalage entre les couches, comme nous l'avons observé précédemment.

Pour le conducteur de Zr:ReBCO de SuperPower, la **Figure 4.44b** illustre l'induction maximale écrantée par rapport au nombre de couches superposées de part et d'autre de la sonde. Dans ce cadre, une induction de 1 Tesla est totalement écrantée pour $N = 10$ couches. De même, une induction nulle est mesurée pour $N = 30$ conducteurs et une induction B_0 de 2 Tesla. Pour des inductions supérieures, il est nécessaire d'utiliser un nombre de couche supérieur à 30. Malgré ces hauts niveaux d'inductions, nous observons une réduction de l'induction au niveau de la sonde. L'empilement de conducteurs joue donc un rôle d'écran magnétique partiel.

VI. BILAN

Dans ce chapitre, nous avons étudié les possibilités d'écrantage magnétique offertes par les matériaux supraconducteurs ; deux types ont été abordés : les massifs et les dépôts. Dans ce cadre, un ensemble d'études numériques et expérimentales ont été réalisées.

L'étude, basée sur l'implémentation d'une formulation avec H comme variable d'état, a permis de considérer la dépendance des matériaux supraconducteurs au champ magnétique appliqué pour diverses configurations et diverses amplitudes d'inductions magnétiques.

En parallèle, les capacités d'écrantage de damiers massifs et de dépôts ont pu être observées avec les essais réalisées à basses températures.

Deux approches sont distinguées : les essais à l'azote et les essais à plus basses températures avec les cryo-réfrigérateurs.

L'azote liquide offre une plus grande souplesse dans les expérimentations et dans les mesures de carte de champ. Cependant, les propriétés des matériaux supraconducteurs sont inférieures à celle obtenues pour des températures inférieures. L'utilisation d'un cryocooler nécessite une enceinte cryogénique qui permet de maintenir la température de fonctionnement sur les échantillons étudiés. L'accès est donc restreint (échantillon de quelques centimètres carrés) et nécessite la mise en place d'un dispositif de mesure avant la mise en froid de l'ensemble.

Toutefois, l'étude des propriétés d'écrantage des matériaux supraconducteurs requiert une source de champ extérieure. Dans ce cadre, des bobines cuivre ont été utilisées. Ces dernières nécessitent un volume important de cuivre pour produire une induction suffisante. De plus, la résistance du cuivre entraîne un échauffement important de la bobine, qui risque d'élever la température de l'échantillon, comme nous avons pu le constater dans l'étude du dépôt YBCO. Avec l'utilisation d'un électro-aimant supraconducteur, nous pouvons accroître l'induction au niveau de l'écran sans perturber la température de fonctionnement de l'échantillon. Mais ce système est plus coûteux et difficile à mettre en place.

Les capacités d'écrantage des supraconducteurs ont donc été présentées. Dans un premier temps, nous avons étudié la validité du modèle où les lignes de flux sont tangentes à la surface du supraconducteur. Celui-ci reste valable pour des inductions de plusieurs Tesla si la densité de courant critique du matériau est suffisamment importante (de l'ordre de 10^{10} A/m²).

Ensuite, nous nous sommes intéressés à l'étude d'écrans supraconducteurs de grande taille (plusieurs dizaines de centimètres carrés). Comme nous l'avons expliqué précédemment, les technologies actuelles ne permettent pas de concevoir ces matériaux sur de telles surfaces sans les segmenter et plus particulièrement pour les YBCO massifs qui sont de très bon écran.

La réalisation de damier avec des pastilles de plus petites tailles permettent alors d'obtenir des écrans de la taille souhaitée. Cependant, ils nécessitent de superposer plusieurs couches décalées afin de diminuer les fuites magnétiques entre les différentes pastilles mises côte à côte. Dans ce cadre, pour la caractéristique d'un supraconducteur YBCO à 4,2K avec une densité de courant supérieure à 10^{10} A/m², nous pouvons écranter des inductions de 4 Tesla.

Contrairement au massif YBCO, les supraconducteurs déposés permettent d'envisager des surfaces supérieures (environ 15x15 cm²) avec des densités de courant critiques nettement supérieures au massif. De plus, malgré leur épaisseur de quelques nanomètres seulement, la superposition de couche permet le blindage de champ magnétique de plusieurs Tesla. Dans l'expérimentation réalisée, une induction d'une centaine de milli Tesla a pu être écartée avec une seule couche déposée. Nous avons trouvé dans la littérature qu'une trentaine de couche ont permis de blindé une amplitude de 2 T. Dans l'absolu, les dépôts présenteraient l'intérêt de concevoir des surfaces de tailles encore supérieures, et pourquoi pas, dans une optique future, de couvrir des formes libres sur des surfaces quelconques par épaisseurs successives.

À l'heure actuelle, l'obtention de grandes tailles et de surfaces libres reste trop compliquée avec les céramiques ; mais de nombreux travaux tentent de résoudre cette difficulté.

L'utilisation du MgB₂ serait peut-être une alternative à l'écrantage magnétique ; les essais réalisés par l'École Polytechnique de Turin montrent leur capacité à écranter des inductions de l'ordre de 1 Tesla à des températures de 20 K pour une épaisseur inférieure à 4 mm. De plus, la structure de ce supraconducteur permet d'envisager des surfaces de la dimension souhaitée. En effet, il est possible de souder les pastilles entre elles. Dans ce cadre, les performances restent conservées au niveau des différentes jonctions [GSRA10].

En termes de perspectives, il reste à valider la capacité des matériaux supraconducteurs à :

- maintenir un blindage magnétique constant sur la durée et en présence de variations d'induction parasites, comme l'on pourrait le rencontrer avec l'induit des machines électriques
- écranter le champ magnétique sur des inductions supérieures à 3 Tesla à l'aide d'un aimant supraconducteur.

Conclusion Générale

L'objet de ces travaux de recherche était de poursuivre l'étude d'une topologie d'inducteur électrique supraconducteur développée au laboratoire du GREEN. La structure étudiée utilise essentiellement les matériaux supraconducteurs à haute température critique sous forme de massifs. Ce mémoire présente cet inducteur à modulation de flux dans la perspective de l'utiliser dans des machines de grandes tailles pour des applications de fortes puissances.

La réalisation d'une étude bibliographique sur les machines réalisées après les années 90, a permis de dégager des tendances sur les structures envisagées et leurs domaines d'application. Par ailleurs, les perspectives offertes par les matériaux supraconducteurs permettent d'imaginer de nouvelles topologies de machines. C'est pourquoi, nous nous sommes concentrés sur les machines qui utilisent des massifs supraconducteurs.

Principalement basé sur le modèle de l'inducteur développé dans le chapitre 2, nous avons étudié les paramètres influant sur les performances de la structure avec le chapitre 3. La faisabilité magnétique de l'inducteur pour des tailles importantes a donc été montrée dans cette partie.

Le fonctionnement de l'inducteur à modulation repose principalement sur la capacité des matériaux supraconducteurs à écranter un champ magnétique de plusieurs Tesla. Cette approche autour de l'écrantage des supraconducteurs a donc été réalisée dans le cadre d'une étude séparée, présentée dans le chapitre 4.

Pour cette topologie, il faut alors créer une variation de l'induction radiale suffisante sur le contour de l'inducteur. Cette variation de l'induction est liée à l'espace entre l'induit et l'inducteur, et à la capacité des solénoïdes à produire de forts champs magnétiques. Cependant, cette taille d'entrefer reste limitée au cryostat utilisé et à la nécessité d'avoir un entrefer mécanique. En parallèle, c'est donc la dépendance des conducteurs supraconducteurs au champ magnétique et les contraintes sur les pastilles qui vont limiter les performances magnétiques des solénoïdes.

Par exemple, avec un entrefer de 1 cm, des inductions radiales supérieures à 4 Tesla (au niveau des écrans) sont nécessaires pour obtenir une variation de 3 Tesla au niveau de l'induit. Il est important de noter que dans l'étude réalisée sur le dimensionnement, l'épaisseur des écrans supraconducteurs a été fixée. Or dans le cadre du design complet, cette épaisseur devra prendre en compte la température de fonctionnement et le type de matériau utilisé afin d'écranter les niveaux de champ produit par les deux solénoïdes.

Dans le chapitre 4, nous avons vu qu'il était possible d'écranter des inductions de l'ordre de 4 Tesla avec des températures inférieures à 20 Kelvin. Ce niveau de température est en accord avec celui des fils supraconducteurs utilisés pour créer l'induction dans l'entrefer tout en conservant de fortes densités de courant.

L'évolution constante des matériaux supraconducteurs sera cruciale pour la structure qui permettra d'envisager des inductions plus importantes ou des inducteurs avec un encombrement d'avantage réduit. L'idéal serait donc d'implémenter le comportement des supraconducteurs dans le dimensionnement de la machine. Cependant, ces matériaux possèdent des lois complexes, difficiles à traiter dans des calculs 3D.

Bibliographie

- [ABBG08] M. K. Al-Mosawi, W. Bailey, C. Beduz, K. Goddard, et Y. Yang, « Development of a coreless HTS synchronous generator operating at sub-cooled liquid nitrogen temperatures », *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 97, p. 012205, févr. 2008.
- [AGSV99] D. Aized et al., « Status of the 1000 HP HTS motor development », *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, vol. 9, n° 2, p. 1197-1200, juin. 1999.
- [Aila06] E. H. AILAM, « Machine synchrone à plots supraconducteurs : Etude et réalisation », Génie Electrique, Henri Poincaré, Nancy-I, 2006.
- [AIBY05] M. K. Al-Mosawi, C. Beduz, et Y. Yang, « Construction of a 100 kVA high temperature superconducting synchronous generator », *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, vol. 15, n° 2, p. 2182 - 2185, juin. 2005.
- [ANLD07] E. H. Ailam, D. Netter, J. Leveque, B. Douine, P. J. Masson, et A. Rezzoug, « Design and Testing of a Superconducting Rotating Machine », *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, vol. 17, n° 1, p. 27-33, mars. 2007.
- [BaMD00] G. J. Barnes, M. D. McCulloch, et D. Dew-Hughes, « Torque from hysteresis machines with type-II superconducting segmented rotors », *Physica C: Superconductivity*, vol. 331, n° 2, p. 133-140, avr. 2000.
- [BaSR05] P. N. Barnes, M. D. Sumption, et G. L. Rhoads, « Review of high power density superconducting generators: Present state and prospects for incorporating YBCO windings », *Cryogenics*, vol. 45, n° 10-11, p. 670-686, oct. 2005.
- [Bass03] B. Bassham, « AN EVALUATION OF ELECTRIC MOTORS FOR SHIP PROPULSION », NAVAL POSTGRADUATE SCHOOL, 2003.
- [BKkk09] S. K. Baik et al., « Electrical parameter evaluation of a 1 MW HTS motor via analysis and experiments », *Cryogenics*, vol. 49, n° 6, p. 271-276, juin. 2009.
- [BLND07] K. Berger, J. Leveque, D. Netter, B. Douine, et A. Rezzoug, « Influence of Temperature and/or Field Dependences of the E-J Power Law on Trapped Magnetic Field in Bulk YBaCuO », *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, vol. 17, n° 2, p. 3028 - 3031, juin. 2007.
- [BSPA00a] S. K. Baik et al., « A 30 kVA superconducting generator development and basic tests », *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, vol. 10, n° 1, p. 947-950, mars. 2000.
- [BSPA00b] S. K. Baik et al., « A 30kVA superconducting generator development and basic tests », in *IEEE transactions on applied superconductivity*, vol. 10, p. 947-950.
- [BWIC07] N. H. Babu, T. D. Withnell, K. Iida, et D. A. Cardwell, « Strongly Coupled Artificial Bulk HTS Grain Boundaries With High Critical Current Densities », *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 17, n° 2, p. 2949-2952, juin. 2007.
- [ChTo05] S. D. Chu et S. Torii, « Torque-speed characteristics of superconducting synchronous reluctance motors with DyBCO bulk in the rotor », *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, vol. 15, n° 2, p. 2178 - 2181, juin. 2005.
- [CKKL02] Y.-D. Chun, Y.-H. Kim, S. Kim, et J. Lee, « Transient analysis of superconducting generator under the three phases of sudden grounding fault condition », *Physica C: Superconductivity*, vol. 372-376, Part 3, n° 0, p. 1546-1550, août. 2002.
- [Dao06] V. H. DAO, « Etude théorique de l'état de vortex dans de nouveaux upraconducteurs : MgB2 et PrOs4Sb12 », Physique, Université Joseph Fourier - Grenoble I, 2006.
- [DDSU05] V. Dombrovski, D. Driscoll, B. A. Shoykhet, S. D. Umans, et J. K. Zevchek, « Design and Testing of a 1000-hp High-Temperature Superconducting Motor », *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, vol. 20, n° 3, p. 638 - 643, sept. 2005.
- [DIMF00] Z. Deng et al., « Trapped Flux and Levitation Properties of Multiseeded YBCO Bulks for HTS Magnetic Device Applications—Part I: Grain and Current Features », *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. PP, n° 99, p. 1-10.

- [DIMIT00] Z. Deng et al., « Trapped Flux and Levitation Properties of Multiseeded YBCO Bulks for HTS Magnetic Device Applications—Part II: Practical and Achievable Performance », *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. PP, n^o. 99, p. 1-10.
- [Dura64] É. Durand, *Électrostatique*, vol. 1. Masson, 1964.
- [Far193] S. J. Farlow, *Partial Differential Equations for Scientists and Engineers*. Courier Dover Publications, 1993.
- [FFHN03] M. Frank, J. Frauenhofer, P. van Hasselt, W. Nick, H.-W. Neumueller, et G. Nerowski, « Long-term operational experience with first Siemens 400 kW HTS machine in diverse configurations », *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, vol. 13, n^o. 2, p. 2120 - 2123, juin. 2003.
- [FGDW09] X. Feng et al., « Radial flux high temperature superconductor motor using bulk trapped field magnets », in *Electric Machines and Drives Conference, 2009. IEMDC '09. IEEE International*, 2009, p. 458-464.
- [FKSG01] G. Fuchs et al., « Bulk superconducting magnets with fields beyond 14T », *Physica B: Condensed Matter*, vol. 294-295, p. 398-401, janv. 2001.
- [GaSM11] B. Gamble, G. Snitchler, et T. MacDonald, « Full Power Test of a 36.5 MW HTS Propulsion Motor », *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, vol. 21, n^o. 3, p. 1083 -1088, juin. 2011.
- [GBSS00] F. Grilli, R. Brambilla, F. Sirois, A. Stenvall, et S. Memiaghe, « Development of a three-dimensional finite-element model for high-temperature superconductors based on the H-formulation », *Cryogenics*, n^o. 0.
- [GMGG11] L. Gozzelino et al., « Local Magnetic Investigations of Bulk Samples for Magnetic Shielding Applications », *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 21, n^o. 3, p. 3146-3149, juin. 2011.
- [GoMB03] C. L. Goodzeit, R. B. Meinke, et M. J. Ball, « A superconducting induction motor using double-helix dipole coils », *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, vol. 13, n^o. 2, p. 2235 - 2238, juin. 2003.
- [GPCB08] G. Giunchi et al., « Superconducting Permanent Magnet Made by a Bulk MgB₂ Ring », *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 18, n^o. 2, p. 1216-1219, juin. 2008.
- [GSRA10] G. Giunchi, L. Saglietti, G. Ripamonti, A. F. Albisetti, E. Bassani, et E. Perini, « Superconducting Joints Between MgB₂ Wires and Bulks », *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 20, n^o. 3, p. 1524-1527, juin. 2010.
- [HIKS03] M. Hirakawa, S. Inadama, K. Kikukawa, E. Suzuki, et H. Nakasima, « Developments of superconducting motor with YBCO bulk magnets », *Physica C: Superconductivity*, vol. 392-396, Part 1, p. 773-776, oct. 2003.
- [HMIH94] T. Hoshino, I. Muta, T. Itoh, K. Hayashi, et E. Mukai, « Preliminary study on a rotating armature type superconducting motor », *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 30, n^o. 4, p. 2026 -2029, juill. 1994.
- [HoCC06] Z. Hong, A. M. Campbell, et T. A. Coombs, « Numerical solution of critical state in superconductivity by finite element software », *Superconductor Science and Technology*, vol. 19, n^o. 12, p. 1246-1252, déc. 2006.
- [HuMu04] J. R. Hull et M. Murakami, « Applications of bulk high-temperature Superconductors », *Proceedings of the IEEE*, vol. 92, n^o. 10, p. 1705-1718, oct. 2004.
- [HuSt10] J. R. Hull et M. Strasik, « Concepts for using trapped-flux bulk high-temperature superconductor in motors and generators », *Superconductor Science and Technology*, vol. 23, p. 124005, déc. 2010.
- [IHST08] M. Iwakuma et al., « Development of a 7.5 kW YBCO Superconducting Synchronous Motor », *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 18, n^o. 2, p. 689-692, juin. 2008.
- [ISSK06] E. Ito et al., « Levitation forces of bulk RE–Ba–Cu–O in high magnetic fields », *Physica C: Superconductivity*, vol. 445-448, p. 412-416, oct. 2006.
- [ITKH07] M. Iwakuma et al., « Development of a 15 kW Motor With a Fixed YBCO Superconducting Field Winding », *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, vol. 17, n^o. 2, p. 1607 -1610, juin. 2007.

- [IYYO94] Y. Itoh et al., « A construction of high temperature superconducting motor using YBCO bulk magnets », *Physica C: Superconductivity*, vol. 235-240, Part 5, p. 3445-3446, déc. 1994.
- [JKSK02] Y.-S. Jo, Y.-K. Kwon, M.-H. Sohn, Y.-K. Kim, et J.-P. Hong, « High temperature superconducting synchronous motor », *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, vol. 12, n° 1, p. 833 - 836, mars. 2002.
- [Jlsm95] J. L. K. J. J. L. Smith Jr, « Performance of MIT 10 MVA superconducting generator rotor », *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, n° 2, p. 445 - 448, 1995.
- [JMHN03] H.-M. Jang et al., « Design and electrical characteristics analysis of 100 HP HTS synchronous motor in 21st Century Frontier Project, Korea », *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, vol. 13, n° 2, p. 2197 - 2200, juin. 2003.
- [JPHJ08] Y. Jiang, R. Pei, Z. Hong, Q. Jiang, et T. A. Coombs, « Design of an HTS motor », *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 97, p. 012123, févr. 2008.
- [JPSD95] C. H. Joshi, C. B. Prum, R. F. Schiferl, et D. I. Driscoll, « Demonstration of two synchronous motors using high temperature superconducting field coils », *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, vol. 5, n° 2, p. 968 - 971, juin. 1995.
- [JPXH08] Y. Jiang, R. Pei, W. Xian, Z. Hong, et T. A. Coombs, « The design, magnetization and control of a superconducting permanent magnet synchronous motor », *Superconductor Science and Technology*, vol. 21, p. 065011, juin. 2008.
- [KBLL07] Y. K. Kwon et al., « Status of HTS Motor Development for Industrial Applications at KERI & DOOSAN », *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, vol. 17, n° 2, p. 1587 - 1590, juin. 2007.
- [KCMA09] T. Kiyoshi, S. Choi, S. Matsumoto, T. Asano, et D. Uglietti, « Magnetic Flux Concentrator Using Gd-Ba-Cu-O Bulk Superconductors », *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 19, n° 3, p. 2174-2177, juin. 2009.
- [KFNN05] P. Kummeth, M. Frank, W. Nick, G. Nerowski, et H.-W. Neumueller, « Development of synchronous machines with HTS rotor », *Physica C: Superconductivity*, vol. 426-431, Part 2, n° 0, p. 1358-1364, oct. 2005.
- [KiHS62] Y. B. Kim, C. F. Hempstead, et A. R. Strnad, « Critical Persistent Currents in Hard Superconductors », *Physical Review Letters*, vol. 9, n° 7, p. 306-309, oct. 1962.
- [KIPK00] L. K. Kovalev et al., « Hysteresis and reluctance electric machines with bulk HTS elements. Recent results and future development », *Superconductor Science and Technology*, vol. 13, n° 5, p. 498-502, mai. 2000.
- [KIPK01] L. . Kovalev et al., « HTS electrical machines with YBCO bulk and Ag-BSCCO plate-shape HTS elements: recent results and future development », *Physica C: Superconductivity*, vol. 354, n° 1-4, p. 34-39, mai. 2001.
- [KIPK02] L. K. Kovalev et al., « High output power reluctance electric motors with bulk high-temperature superconductor elements », *Superconductor Science and Technology*, vol. 15, n° 5, p. 817-822, mai. 2002.
- [KIPK06] L. K. Kovalev et al., « An experimental investigation of a reluctance electrical drive with bulk superconducting elements in the rotor at temperature below 20 K », *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 43, p. 792-795, juin. 2006.
- [KKSK95] T. Kobayashi, T. Kimura, J. Shimoyama, K. Kishio, K. Kitazawa, et K. Yamafuji, « Exponential field dependence of critical current density of underdoped $(La_{1-x}Sr_x)2CuO_4$ single crystals », *Physica C: Superconductivity*, vol. 254, n° 3-4, p. 213-221, nov. 1995.
- [Kova02] L. Kovalev, « HTS electrical machines with BSCCO/Ag composite plate-shaped rotor elements », *Physica C: Superconductivity*, vol. 372-376, p. 1524-1527, août. 2002.
- [Krab06] G. Krabbes, *High temperature superconductor bulk materials : fundamentals- processing-properties control- application aspects*. Weinheim: Wiley-VCH Verlag, 2006.
- [KSBL05] Y. K. Kwon et al., « Development of a 100 hp synchronous motor with HTS field coils », *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, vol. 15, n° 2, p. 2194 - 2197, juin. 2005.

- [LBTZ11] V. Lombardo, E. Barzi, D. Turrioni, et A. V. Zlobin, « Critical Currents of YBaCuO Tapes and BiSrCaCuO Wires at Different Temperatures and Magnetic Fields », *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 21, n° 3, p. 3247-3250, juin. 2011.
- [LFCA11] G. P. Lousberg, J.-F. Fagnard, X. Chaud, M. Ausloos, P. Vanderbemden, et B. Vanderheyden, « Magnetic properties of drilled bulk high-temperature superconductors filled with a ferromagnetic powder », *Superconductor Science and Technology*, vol. 24, n° 3, p. 035008, mars. 2011.
- [LLMG07a] J. Lopez et al., « AC Three-Phase Axial Flux Motor With Magnetized Superconductors », *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 17, p. 1633-1636, juin. 2007.
- [LLMG07b] J. Lopez et al., « AC Three-Phase Axial Flux Motor With Magnetized Superconductors », *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 17, n° 2, p. 1633-1636, juin. 2007.
- [LWSY10] T. Y. Li et al., « Multiseeded melt growth of bulk Y–Ba–Cu–O using thin film seeds », *Journal of Applied Physics*, vol. 108, n° 2, p. 023914, 2010.
- [MaKU11] S. Matsumoto, T. Kiyoshi, et A. Uchida, « Shielding of Magnetic Fields by REBCO Coated Conductors », *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 21, n° 3, p. 2283-2286, juin. 2011.
- [Malé08] G. MALÉ, *Etude bibliographique des machines à technologie HTS & Pré-étude d'une machine synchrone à induit supraconducteur avec inducteur double rotor à aimants*. Nancy: Université Henri Poincaré, Nancy-I, 2008, p. 106.
- [Mass02] P. MASSON, « Étude d'écrans supraconducteurs à haute température critique massifs. Application à la réalisation d'une machine électrique de conception originale », Génie Electrique, Université Henri Poincaré, Nancy I, 2002.
- [MBSL07] P. J. Masson, G. V. Brown, D. S. Soban, et C. A. Luongo, « HTS machines as enabling technology for all-electric airborne vehicles », *Superconductor Science and Technology*, vol. 20, p. 748-756, août. 2007.
- [Meek09] D. C. Meeker, *Finite Element Method Magnetics*. 2009.
- [MKMO07] H. Matsuzaki et al., « HTS Bulk Pole-Field Magnets Motor With a Multiple Rotor Cooled by Liquid Nitrogen », *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 17, n° 2, p. 1553-1556, juin. 2007.
- [MKOI05] H. Matsuzaki et al., « An axial gap-type HTS bulk synchronous motor excited by pulsed-field magnetization with vortex-type armature copper windings », *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 15, n° 2, p. 2222- 2225, juin. 2005.
- [MMMM07] E. Martinez, M. Martinez-Lopez, A. Millan, P. Mikheenko, A. Bevan, et J. S. Abell, « Temperature and Magnetic Field Dependence of the n-Values of MgB₂ Superconductors », *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 17, n° 2, p. 2738-2741, juin. 2007.
- [MNTM98] M. Morita, K. Nagashima, S. Takebayashi, M. Murakami, et M. Sawamura, « Trapped field of YBa₂Cu₃O₇ QMG bulk magnets », *Materials Science and Engineering: B*, vol. 53, n° 1-2, p. 159-163, mai. 1998.
- [Mori06] M., Teshima Morita, « Development of oxide superconductors - High-T_c bulk superconductor, QMG, and its magnetic applications - High-T_c b », 2006. [Online]. Available: <http://en.zl50.com/2012031912347806.html>. [Accessed: 23-mai-2012].
- [Moul10] R. Moulin, « Dimensionnements et essais de moteurs supraconducteurs », Génie Electrique, université Henri Poincaré, Nancy-I, 2010.
- [MTHI06] M. Miki et al., « Development of a synchronous motor with Gd–Ba–Cu–O bulk superconductors as pole-field magnets for propulsion system », *Superconductor Science and Technology*, vol. 19, p. S494-S499, juill. 2006.
- [NFKF07] W. . Nick, M. . Frank, G. . Klaus, J. . Fraunhofer, et H.-W. . Neumuller, « Operational Experience With the World's First 3600 rpm 4 MVA Generator at Siemens », *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, vol. 17, n° 2, p. 2030 -2033, juin. 2007.
- [NFKR10] W. Nick, M. Frank, P. Kummeth, J. J. Rabbers, M. Wilke, et K. Schleicher, « Development and construction of an HTS rotor for ship propulsion application », *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 234, n° 3, p. 032040, juin. 2010.

- [NLAD05] D. Netter, J. Leveque, E. Ailam, B. Douine, A. Rezzoug, et P. J. Masson, « Theoretical study of a new kind HTS motor », *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, vol. 15, n° 2, p. 2186 - 2189, juin. 2005.
- [NMHH07] J. G. Noudem et al., « Fabrication of textured YBCO bulks with artificial holes », *Physica C: Superconductivity*, vol. 463-465, p. 301-307, oct. 2007.
- [NNMZ01] J. Nagamatsu, N. Nakagawa, T. Muranaka, Y. Zenitani, et J. Akimitsu, « Superconductivity at 39K in magnesium diboride », *Nature*, vol. 410, n° 6824, p. 63-64, mars. 2001.
- [NOMN07] T. Nakamura, Y. Ogama, H. Miyake, K. Nagao, et T. Nishimura, « Novel rotating characteristics of a squirrel-cage-type HTS induction/synchronous motor », *Superconductor Science and Technology*, vol. 20, n° 10, p. 911-918, oct. 2007.
- [OBSS05] B. Oswald et al., « Reluctance motors with bulk HTS material », *Superconductor Science and Technology*, vol. 18, p. S24-S29, févr. 2005.
- [OKSB02] B. Oswald et al., « Design of HTS reluctance motors up to several hundred kW », *Physica C: Superconductivity*, vol. 372-376, p. 1513-1516, août. 2002.
- [OMKM06] I. Ohtani et al., « Pulsed-Field Magnetization of Bulk HTS magnets in Twinned Rotor Assembly for Axial-type Rotating Machines », *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 43, p. 385-388, juin. 2006.
- [OSHK08] H. OYAMA, T. SHINZATO, K. HAYASHI, K. KITAJIMA, T. ARIYOSHI, et T. SAWAI, « Application of Superconductors for Automobiles », p. 5, 2008.
- [PGSS10] T. Prikhna et al., « Effects of High Pressure on the Physical Properties of MgB₂ », *Journal of Superconductivity and Novel Magnetism*, vol. 24, n° 1-2, p. 137-150, oct. 2010.
- [Pri09] T. A. Prikhna, « Properties of MgB₂ bulk », *arXiv:0912.4906*, déc. 2009.
- [ReCS92] A. Rezzoug, J. P. Caron, et F. M. Sargos, « Analytical calculations of flux induction and forces of thick coils with finite length », *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 28, n° 5, p. 2250 -2252, sept. 1992.
- [SBRD97] T. Suryanarayana, J. L. Bhattacharya, K. S. N. Raju, et K. A. Durga Prasad, « Development and performance testing of a 200 kVA damperless superconducting generator », *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, vol. 12, n° 4, p. 330 -336, déc. 1997.
- [Senk07] B. J. Senkowicz, « Optimizing Critical Current Density Through Composition and Microstructure in Mechanically Alloyed Magnesium Diboride », Wisconsin-Madison, 2007.
- [SKNM06] N. Sakai et al., « Field trapping property of Gd–Ba–Cu–O bulk superconductor 140mm in diameter », *Physica C: Superconductivity*, vol. 445-448, p. 339-342, oct. 2006.
- [SKSY08] D. Sugyo et al., « Study of field-pole Bi2223 windings of air core type for a HTS propulsion motor », *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 97, p. 012287, févr. 2008.
- [SKSY09] D. Sugyo et al., « Bi-2223 Field-Poles Without Iron Core for an Axial Type of HTS Propulsion Motor », *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 19, n° 3, p. 1687-1691, juin. 2009.
- [SLSB08] K. Sivasubramaniam, E. T. Laskaris, M. R. Shah, J. W. Bray, et N. R. Garrigan, « High-Temperature Superconducting Homopolar Inductor Alternator for Marine Applications », *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 18, n° 1, p. 1-6, mars. 2008.
- [SMTT08] H. Sugimoto et al., « Development and test of an axial flux type PM synchronous motor with liquid nitrogen cooled HTS armature windings », *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 97, p. 012203, févr. 2008.
- [SnGK05] G. Snitchler, B. Gamble, et S. S. Kalsi, « The performance of a 5 MW high temperature superconductor ship propulsion motor », *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, vol. 15, n° 2, p. 2206 - 2209, juin. 2005.
- [SNNM07] N. Sakai et al., « Magnetic field distributions of stacked large single domain Gd–Ba–Cu–O bulk superconductors exceeding 140mm in diameter », *Physica C: Superconductivity*, vol. 463-465, p. 348-352, oct. 2007.

- [SNTH06] H. Sugimoto et al., « Trial manufacture of liquid nitrogen cooling High Temperature Superconductivity Motor », *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 43, p. 780-783, juin. 2006.
- [SuWa97] M. J. Superczynski et D. J. Waltman, « Homopolar motor with high temperature superconductor field windings », *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, vol. 7, n° 2, p. 513 -518, juin. 1997.
- [SWMH08] H. Sugimoto, Z. N. Wang, T. Morishita, Y. Hondou, T. Takeda, et H. Togawa, « Development of an HTS motor with Ho-123 superconducting field coils at liquid nitrogen temperature », *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 97, p. 012200, févr. 2008.
- [TaTO00] T. Takeda, H. Togawa, et T. Oota, « Development of liquid nitrogen-cooled full superconducting motor », *IHI engineering review*, vol. 39, n° 2, p. 89-94.
- [Tixa99] P. Tixador, « Superconducting electrical motors », *International Journal of Refrigeration*, vol. 22, n° 2, p. 150-157, mars. 1999.
- [ToMu03a] M. Tomita et M. Murakami, « High-temperature superconductor bulk magnets that can trap magnetic fields of over 17 tesla at 29K », *Nature*, vol. 421, n° 6922, p. 517-520, janv. 2003.
- [ToMu03b] M. Tomita et M. Murakami, « Effect of resin layer on the thermal stress of bulk superconductors », *Physica C: Superconductivity*, vol. 392-396, p. 493-498, oct. 2003.
- [TRYM07] M. Tomsic et al., « Development of magnesium diboride (MgB₂) wires and magnets using in situ strand fabrication method », *Physica C: Superconductivity*, vol. 456, n° 1-2, p. 203-208, juin. 2007.
- [TSOT11] Y. Terao, M. Sekino, H. Ohsaki, H. Teshima, et M. Morita, « Magnetic Shielding Characteristics of Multiple Bulk Superconductors for Higher Field Applications », *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 21, n° 3, p. 1584-1587, juin. 2011.
- [TTTM02] M. Tsuchimoto, H. Takashima, M. Tomita, et M. Murakami, « Numerical stress evaluations of bulk superconductors with resin impregnation », *Physica C: Superconductivity*, vol. 378-381, Part 1, n° 0, p. 718-721, oct. 2002.
- [Urba04] J. A. Urbahn, « The Thermal Performance of a 1.5 MVA HTS Generator », 2004, vol. 710, p. 849-858.
- [VGPP00] J. P. Voccio, B. B. Gamble, C. B. Prum, et H. J. Picard, « 125 HP HTS motor field winding development », in *IEEE transactions on applied superconductivity*, vol. 7, p. 519-522.
- [ViKS07] K. Vinod, R. G. A. Kumar, et U. Syamaprasad, « Prospects for MgB₂ superconductors for magnet application », *Superconductor Science and Technology*, vol. 20, n° 1, p. R1-R13, janv. 2007.
- [Vill92] A. VILLAUME, « Imagerie Magnéto Optique pour les matériaux supraconducteurs », Physique, Joseph Fourier-Grenoble 1, 1992.
- [WaSu95] D. J. Waltman et M. J. Superczynski, « High-temperature superconducting magnet motor demonstration », *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, vol. 5, n° 4, p. 3532 -3535, déc. 1995.
- [WBBF05] S. Woodruff et al., « Testing a 5 MW high-temperature superconducting propulsion motor », in *Electric Ship Technologies Symposium, 2005 IEEE*, 2005, p. 206 - 213.
- [WoSM10] A. Wongsatanawarid, H. Seki, et M. Murakami, « Growth of large bulk Y–Ba–Cu–O with multi-seeding », *Superconductor Science and Technology*, vol. 23, n° 4, p. 045022, avr. 2010.
- [XYYP11] W. Xian, Y. Yan, W. Yuan, R. Pei, et T. A. Coombs, « Pulsed Field Magnetization of a High Temperature Superconducting Motor », *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 21, n° 3, p. 1171-1174, juin. 2011.
- [YaMY00] K. Yamamoto, H. Mazaki, et H. Yasuoka, « Magnetization of type-II superconductors in the Kim-Anderson model », *Physical review. B, Condensed matter*, vol. 47, n° 2, p. 915-924.
- [YHSF98] S. I. Yoo, T. Higuchi, N. Sakai, H. Fujimoto, et M. Murakami, « RE-Ba-Cu-O for high functional superconducting permanent magnet », *Materials Science and Engineering: B*, vol. 53, n° 1-2, p. 203-210, mai. 1998.

- [YKIN08] K. Yamaguchi, Y. Kimura, M. Izumi, S. Nariki, et I. Hirabayashi, « Single pulsed field magnetization for a Gd-Ba-Cu-O high-temperature superconductor large bulk with a diameter of 140 mm », *Materials Science and Engineering: B*, vol. 151, n^o. 1, p. 101-106, juin. 2008.
- [YPXH09] Yudong Jiang et al., « Magnetization Process of an HTS Motor and the Torque Ripple Suppression », *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 19, n^o. 3, p. 1644-1647, juin. 2009.
- [YZFZ02] W. M. Yang et al., « The effect of grain-domain-size on levitation force of melt growth processing YBCO bulk superconductors », *Brazilian Journal of Physics*, vol. 32, n^o. 3, p. 763-767, sept. 2002.
- [ZHLB11] T. Zhang, K. Haran, E. T. Laskaris, et J. W. Bray, « Design and test of a simplified and reliable cryogenic system for high speed superconducting generator applications », *Cryogenics*, vol. 51, n^o. 7, p. 380-383, juill. 2011.

Annexe

Pour la détermination des coefficients d'intégration, la formes des intégrales suivantes est calculé dans la suite :

$$f_u(n, i) = \int_{\theta_i}^{\theta_i + \beta} \cos(u\theta) \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{\beta}(\theta - \theta_i)\right) \cdot d\theta \quad (\text{A.1})$$

$$g_u(n, i) = \int_{\theta_i}^{\theta_i + \beta} \sin(u\theta) \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{\beta}(\theta - \theta_i)\right) \cdot d\theta \quad (\text{A.2})$$

$$N_n = \int_{\theta_i}^{\theta_i + \beta} \sin\left(\frac{n\pi}{\beta}(\theta - \theta_i)\right) \cdot d\theta \quad (\text{A.3})$$

Le développement de (A.1) et (A.2), est donné par :

- for $n\pi \neq u\beta$

$$f_u(n, i) = \frac{n\pi\beta}{(u\beta)^2 - (n\pi)^2} \left((-1)^n \cos((\theta_i + \beta)u) - \cos(\theta_i u) \right) \quad (\text{A.4})$$

$$g_u(n, i) = \frac{n\pi\beta}{(u\beta)^2 - (n\pi)^2} \left((-1)^n \sin((\theta_i + \beta)u) - \sin(\theta_i u) \right) \quad (\text{A.5})$$

- for $n\pi = u\beta$

$$f_u(n, i) = -\frac{\beta}{2} \left(\sin(u\theta_i) + \frac{1}{2n\pi} (\cos((\theta_i + 2\beta)u) - \cos(\theta_i u)) \right) \quad (\text{A.6})$$

$$g_u(n, i) = \frac{\beta}{2} \left(\cos(u\theta_i) - \frac{1}{2n\pi} (\sin((\theta_i + 2\beta)u) - \sin(\theta_i u)) \right) \quad (\text{A.7})$$

Le développement de (A.3) donne la fonction suivante :

$$N_n = \frac{1 - (-1)^n}{n\pi} \quad (\text{A.8})$$

Le développement des expressions des coefficients A_0^l , A_h^l et C_h^l sous la source est donné par :

$$A_0^l = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^Q \sum_{n=1}^N C_n^i \frac{\beta \cdot R_{ie}}{n\pi} \frac{P_{n\pi/\beta}(R_{ie}, R_{ee})}{E_{n\pi/\beta}(R_{ie}, R_{ee})} \cdot N_n + \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^Q \sum_{n=1}^N D_n^i \frac{\beta \cdot R_{ie}}{n\pi} \frac{2}{E_{n\pi/\beta}(R_{ee}, R_{ie})} \cdot N_n \quad (\text{A.9})$$

$$A_h^l = 0 \text{ pour } k \neq l$$

$$A_h^l = \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^N A_k^{II} \frac{R_{hs}}{k} \frac{E_k(R_{hs}, R_{ie})}{P_k(R_{hs}, R_{ie})} + \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^N B_k^{II} \frac{2}{P_k(R_{ie}, R_{hs})} \text{ pour } k = l \quad (\text{A.10})$$

$$C_h^I = 0 \text{ pour } k \neq l$$

$$C_h^I = \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^N C_k^{II} \frac{R_{hs}}{k} \frac{E_k(R_{hs}, R_{ie})}{P_k(R_{hs}, R_{ie})} + \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^N D_k^{II} \frac{2}{P_k(R_{ie}, R_{hs})} \text{ pour } k = l \quad (\text{A.11})$$

Le développement des expressions des coefficients A_0^{II} , A_k^{II} , B_k^{II} , C_k^{II} and D_k^{II} entre la source et les écrans est donné par :

$$A_0^{II} = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^Q \sum_{n=1}^N C_n^i \frac{\beta \cdot R_{ie}}{n \cdot \pi} \frac{P_{n\pi/\beta}(R_{ie}, R_{ee})}{E_{n\pi/\beta}(R_{ie}, R_{ee})} \cdot N_n + \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^Q \sum_{n=1}^N D_n^i \frac{\beta \cdot R_{ie}}{n \cdot \pi} \frac{2}{E_{n\pi/\beta}(R_{ee}, R_{ie})} \cdot N_n \quad (\text{A.12})$$

$$B_0^{II} = 0 \quad (\text{A.13})$$

$$A_k^{II} = \sum_{j=1}^{\infty} \left(A_h^I \frac{l}{R_{hs}} \right) \text{ pour } k = l$$

$$+ \mu_0 H_s \text{ pour } k = p_s \quad (\text{A.14})$$

$$B_k^{II} = \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^Q \sum_{n=1}^N \left(C_n^i \frac{\beta \cdot R_{ie}}{n \cdot \pi} \frac{P_{n\pi/\beta}(R_{ie}, R_{ee})}{E_{n\pi/\beta}(R_{ie}, R_{ee})} + D_n^i \frac{\beta \cdot R_{ie}}{n \cdot \pi} \frac{2}{E_{n\pi/\beta}(R_{ee}, R_{ie})} \right) \cdot f_u(n, i) \quad (\text{A.15})$$

$$C_k^{II} = \sum_{l=1}^{\infty} \left(C_h^I \frac{l}{R_{hs}} \right) \text{ pour } k = l \quad (\text{A.16})$$

$$C_k^{II} = 0 \text{ pour } k \neq l$$

$$D_k^{II} = \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^Q \sum_{n=1}^N \left(C_n^i \frac{\beta \cdot R_{ie}}{n \cdot \pi} \frac{P_{n\pi/\beta}(R_{ie}, R_{ee})}{E_{n\pi/\beta}(R_{ie}, R_{ee})} + D_n^i \frac{\beta \cdot R_{ie}}{n \cdot \pi} \frac{2}{E_{n\pi/\beta}(R_{ee}, R_{ie})} \right) \cdot g_u(n, i) \quad (\text{A.17})$$

Le développement des expressions des coefficients B_0^{III} , B_m^{III} and D_m^{III} au-delà des écrans est donné par :

$$B_0^{III} = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^Q \sum_{n=1}^N C_n^i \frac{\beta \cdot R_{ie}}{n \cdot \pi} \frac{2}{E_{n\pi/\beta}(R_{ie}, R_{ee})} \cdot N_n + \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^Q \sum_{n=1}^N D_n^i \frac{\beta \cdot R_{ie}}{n \cdot \pi} \frac{P_{n\pi/\beta}(R_{ee}, R_{ie})}{E_{n\pi/\beta}(R_{ee}, R_{ie})} \cdot N_n \quad (\text{A.18})$$

$$B_m^{III} = \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^Q \sum_{n=1}^N \left(C_n^i \frac{\beta \cdot R_{ie}}{n \cdot \pi} \frac{2}{E_{n\pi/\beta}(R_{ie}, R_{ee})} + D_n^i \frac{\beta \cdot R_{ie}}{n \cdot \pi} \frac{P_{n\pi/\beta}(R_{ee}, R_{ie})}{E_{n\pi/\beta}(R_{ee}, R_{ie})} \right) \cdot f_u(n, i) \quad (\text{A.19})$$

$$D_m^{III} = \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^Q \sum_{n=1}^N \left(C_n^i \frac{\beta \cdot R_{ie}}{n \cdot \pi} \frac{2}{E_{n\pi/\beta}(R_{ie}, R_{ee})} + D_n^i \frac{\beta \cdot R_{ie}}{n \cdot \pi} \frac{P_{n\pi/\beta}(R_{ee}, R_{ie})}{E_{n\pi/\beta}(R_{ee}, R_{ie})} \right) \cdot g_u(n, i) \quad (\text{A.20})$$

Le développement des expressions des coefficients C_n^i et D_n^i pour le trou i est donné par :

$$C_n^i = \frac{2}{\beta} \sum_{k=1}^{\infty} \left(A_k^{II} \frac{R_{hs}}{R_{ie}} \frac{2}{P_k(R_{hs}, R_{ie})} + B_k^{II} \frac{k}{R_{ie}} \frac{E_k(R_{ie}, R_{hs})}{P_k(R_{ie}, R_{hs})} \right) \cdot f_u(n, i) \\ + \frac{2}{\beta} \sum_{k=1}^{\infty} \left(C_k^{II} \frac{R_{hs}}{R_{ie}} \frac{2}{P_k(R_{hs}, R_{ie})} + D_k^{II} \frac{k}{R_{ie}} \frac{E_k(R_{ie}, R_{hs})}{P_k(R_{ie}, R_{hs})} \right) \cdot g_u(n, i) \quad (A.21)$$

$$D_n^i = \frac{2B_0^{III} \cdot N_n}{R_{ee} \ln(R_{ee} / R_{lim})} \\ + \frac{2}{\beta} \sum_{m=1}^N \left(A_m^{III} \frac{m}{R_{ee}} \frac{2}{E_m(R_{lim}, R_{ee})} + B_m^{III} \frac{m}{R_{ee}} \frac{P_m(R_{ee}, R_{lim})}{E_m(R_{ee}, R_{lim})} \right) \cdot f_u(n, i) \\ + \frac{2}{\beta} \sum_{m=1}^N \left(C_m^{III} \frac{m}{R_{ee}} \frac{2}{E_m(R_{lim}, R_{ee})} + D_m^{III} \frac{m}{R_{ee}} \frac{P_m(R_{ee}, R_{lim})}{E_m(R_{ee}, R_{lim})} \right) \cdot g_u(n, i) \quad (A.22)$$