



**HAL**  
open science

# Simulation numérique du procédé de refusion sous laitier électroconducteur

Valentine Weber

► **To cite this version:**

Valentine Weber. Simulation numérique du procédé de refusion sous laitier électroconducteur. Autre. Institut National Polytechnique de Lorraine, 2008. Français. NNT : 2008INPL010N . tel-01749536

**HAL Id: tel-01749536**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01749536v1>**

Submitted on 29 Mar 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

# **Simulation numérique du procédé de refusion sous laitier électroconducteur**

**THESE**

Présentée et soutenue publiquement le 27 février 2008

pour l'obtention du grade de

**Docteur de l'Institut National Polytechnique de Lorraine**

(Science et Ingénierie des Matériaux)

par

**Valentine WEBER**

Ingénieur Civil des Mines

---

Composition du jury :

<b>Pierre ARCHAMBAULT</b>	<b>Président</b>
<b>Yves FAUTRELLE</b>	<b>Rapporteurs</b>
<b>Frédéric GRUY</b>	
<b>Denis ABLITZER</b>	<b>Examineurs</b>
<b>Stéphane HANS</b>	
<b>Alain JARDY</b>	

---

Laboratoire de Science et Génie des Matériaux et de Métallurgie

Ecole des Mines de Nancy



# **Simulation numérique du procédé de refusion sous laitier électroconducteur**

**THESE**

Présentée et soutenue publiquement le 27 février 2008

pour l'obtention du grade de

**Docteur de l'Institut National Polytechnique de Lorraine**

(Science et Ingénierie des Matériaux)

par

**Valentine WEBER**

Ingénieur Civil des Mines

---

Composition du jury :

<b>Pierre ARCHAMBAULT</b>	<b>Président</b>
<b>Yves FAUTRELLE</b>	<b>Rapporteurs</b>
<b>Frédéric GRUY</b>	
<b>Denis ABLITZER</b>	<b>Examineurs</b>
<b>Stéphane HANS</b>	
<b>Alain JARDY</b>	

---

Laboratoire de Science et Génie des Matériaux et de Métallurgie

Ecole des Mines de Nancy



A Julien  
A mes parents



# Remerciements

Ce travail a été réalisé au Laboratoire de Science et Génie de Matériaux et de Métallurgie, à l'école des Mines de Nancy, dans le cadre d'une convention CIFRE avec la société Aubert&Duval.

Je remercie Messieurs J.M. DUBOIS et P. ARCHAMBAULT, directeurs successifs du LSG2M, pour l'accueil qui m'a été réservé au sein du laboratoire. Par ailleurs, j'exprime ma sincère gratitude à Monsieur P. ARCHAMBAULT, également Vice-Président du conseil scientifique de l'I.N.PL, pour l'honneur qu'il m'a fait d'accepter de faire parti du jury de cette thèse.

Je remercie sincèrement Monsieur Y. FAUTRELLE, Professeur à l'ENSHMG, ainsi que Monsieur F. GRUY, Professeur à l'école des Mines de Saint Etienne, pour avoir consacré une partie de leur temps à l'examen de ce mémoire et accepté d'en être les rapporteurs.

Pour m'avoir encadrée et aidée tout au long de ma thèse, j'exprime ma profonde gratitude à Monsieur A. JARDY, directeur de ma thèse. Ses précieux conseils, sa rigueur, ses relectures et son suivi nous ont permis de mener à bien ce projet. A ces côtés, j'ai beaucoup appris tant scientifiquement que humainement, et j'espère être digne d'avoir été sa jeune padawan.

Je remercie sincèrement Monsieur D. ABLITZER, co-directeur de ma thèse, pour m'avoir accueillie dans son équipe de recherche. J'ai beaucoup apprécié sa disponibilité, son enthousiasme et son ouverture d'esprit. Pour la confiance qu'il m'a témoignée et pour son soutien permanent, je lui suis très reconnaissante.

J'exprime toute ma gratitude à « l'équipe des Ancizes » (Aubert&Duval), qui a permis l'enrichissement et le bon déroulement de ce travail. Ils m'ont accueillie très chaleureusement et j'ai beaucoup apprécié de travailler avec eux.

Tout d'abord, j'adresse toute ma reconnaissance à Messieurs A. GRELLIER, H. POISSON et S. HANS pour l'intérêt et la confiance portés à mon travail. Je remercie en particulier Monsieur S. HANS pour sa disponibilité, sa curiosité et pour tous les échanges riches et productifs que nous avons eus tout au long de cette étude. Pour son aide précieuse, son efficacité, son hospitalité et son amitié, un grand merci à S. RYBERON. Enfin, pour leur efficacité et leur contribution, je remercie G. DOUARRE, C. BINET (pour les risques encourus lors des refusions !), F. KERMARREC, V. SCHMITT, G. COSTE et P. BANCEL, sans qui la validation du modèle n'aurait pu être réalisée, et surtout de manière aussi complète.

Je souhaite remercier tous mes amis du laboratoire, qui ont vogué dans la même galère, pour leur bonne humeur et leur humour : merci à Julien, Olivier, Fabien, Loïc, Miha et les autres...

Un grand merci à Monsieur B. DUSSOUBS, ingénieur calcul scientifique, pour ses nombreuses connaissances qu'il partage volontiers, sa disponibilité illimitée et son soutien.

L'équipe administrative n'est pas en reste : Anne-Marie, Laurence, Géraldine, Josette, Martine et Liliane, un grand merci pour votre gentillesse, votre bonne humeur et votre efficacité.

Evidemment, ma famille, qui m'a toujours soutenue et encouragée, a grandement participé à l'aboutissement de ce travail. Je suis reconnaissante à mon père, responsable en grande partie de mon choix de faire une thèse, car j'ai beaucoup appris durant ces trois ans ; et je le remercie pour ses conseils avisés et ses encouragements. Je remercie sincèrement ma mère pour son soutien, ses opinions éclairées et son attention de tous les instants ; ma sœur, mon frère et mes grand-parents d'avoir toujours été présents à mes côtés !

Bien sûr, ce travail n'aurait pas été si agréable sans la compréhension, le soutien et les précieux conseils de Julien. Sa patience m'a permis de garder mon équilibre et d'être toujours la plus efficace possible. Il s'est ingénié à me simplifier la vie tout au long de la thèse et je l'en remercie sincèrement.

# Symboles et Notations

## *Electromagnétisme*

Symboles	Définitions	Unités S.I.
$\vec{B}$	Induction magnétique	$T$
$\vec{D}$	Induction électrique	$C.m^{-2}$
$\vec{E}$	Champ électrique	$V.m^{-1}$
$f$	Fréquence	$Hz$
$\vec{F}$	Forces volumiques électromagnétiques	$N.m^{-3}$
$\vec{H}$	Champ magnétique	$A.m^{-1}$
$I_{eff}$	Intensité efficace	$A$
$I_{max}$	Amplitude de l'intensité	$A$
$\vec{J}$	Densité de courant électrique	$A.m^{-2}$
$N_i$	Titre molaire d'oxyde i	
$N_x$	Titre équivalent de moles d'alumine	
$P_{totale}$	Puissance totale dissipée par effet Joule (puissance active)	$W$
$Q_{Joule}$	Puissance volumique produite par effet Joule	$W \cdot m^{-3}$
$R_{laitier}$	Résistance électrique équivalente du laitier	$\Omega$
$T$	Période	$s$
$U_{eff}$	Tension efficace (aux bornes du laitier)	$V$
$\hat{x}$	Phaseur de la grandeur $x$ (scalaire ou vectorielle)	<i>Unité de <math>x</math></i>
$\overline{\hat{x}}$	Complexe conjugué de $\hat{x}$	<i>Unité de <math>x</math></i>
$x_{max}$	Amplitude maximale de la grandeur $x$	<i>Unité de <math>x</math></i>
$\delta$	Epaisseur de peau électromagnétique	$m$
$\epsilon_{électrique}$	Permittivité électrique du milieu	$F.m^{-1}$
$\mu_0$	Perméabilité magnétique du vide	$H.m^{-1}$
$\omega$	Pulsation	$rad.s^{-1}$
$\rho_{charge}$	Densité de charge volumique	$C.m^{-3}$
$\sigma$	Conductivité électrique	$\Omega^{-1}.m^{-1}$
$\varphi$	Déphasage entre courant et tension	$rad$

*Ecoulement et turbulence*

Symboles	Définitions	Unités S.I.
$c_{\varepsilon 1}, c_{\varepsilon 2}, c_{\varepsilon 3}, c_{\mu},$ $\sigma_k, \sigma_{\varepsilon}$ et $\sigma_T$	Constantes du modèles k- $\varepsilon$	
$g_l$	Fraction liquide	
$g_z$	Accélération gravitationnelle	$m.s^{-2}$
$G_k$	Terme de création/dissipation de k dû à la convection naturelle	$W.m^{-3}$
$K$	Perméabilité locale du milieu poreux isotrope	$m^2$
$K_0$	Constante de perméabilité dans la relation de Kozeny-Carman	$m^2$
$l$	Longueur de mélange de Prandtl	$m$
$P$	Pression du fluide	Pa
$P_k$	Terme de création de k dû au cisaillement de l'écoulement	$W.m^{-3}$
$u_r$	Composante radiale de la vitesse	$m.s^{-1}$
$u_p$	Vitesse tangente à la paroi	$m.s^{-1}$
$u^+$	Vitesse adimensionnelle tangente à la paroi	
$v_z$	Composante axiale de la vitesse	$m.s^{-1}$
$y_p$	Distance à la paroi	$m$
$y^+$	Distance adimensionnelle à la paroi	
$y_{lim}^+$	Epaisseur adimensionnelle de la sous-couche visqueuse	
$\beta_T$	Coefficient d'expansion thermique	$K^{-1}$
$k$	Energie cinétique turbulente	$m^2.s^{-2}$
$\varepsilon$	Taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente	$m^2.s^{-3}$
$\kappa$	Constante de Von Karman	
$\mu$	Viscosité dynamique	$kg.m^{-1}.s^{-1}$
$\mu_t$	Viscosité turbulente	$kg.m^{-1}.s^{-1}$
$\rho$	Masse volumique	$kg.m^{-3}$
$\tau_w$	Contrainte tangentielle de frottement à la paroi	Pa

**Thermique**

<b>Symboles</b>	<b>Définitions</b>	<b>Unités S.I.</b>
$C_p$	Chaleur spécifique massique à pression constante	$J.kg^{-1}.K^{-1}$
$g_l$	Fraction liquide	
$h$	Coefficient de transfert thermique	$W.m^{-2}.K^{-1}$
$L_{eau}$	Chaleur latente d'évaporation de l'eau	$J.kg^{-1}$
$P_{eau}$	Pression d'eau dans le circuit de refroidissement	$Pa$
$q_l$	Chaleur latente de solidification	$J.kg^{-1}$
$T$	Température	$^{\circ}C$
$T_{sat}$	Température de saturation de l'eau de refroidissement	$^{\circ}C$
$\varepsilon$	Emissivité	
$\lambda$	Conductivité thermique	$W.m^{-1}.K^{-1}$
$\lambda_t$	Conductivité thermique turbulente	$W.m^{-1}.K^{-1}$
$\sigma_{SB}$	Constante de Stefan-Boltzmann	$W.m^{-2}.K^{-4}$

**Géométrie**

<b>Symboles</b>	<b>Définitions</b>	<b>Unités S.I.</b>
$r$	Direction radiale	$m$
$r_{cylindre}$	Rayon du cylindre	$m$
$R_{lingotière}$	Rayon de la lingotière	$m$
$z$	Direction axiale	$m$



# Table des matières

<b>Chapitre 1 : Introduction .....</b>	<b>15</b>
1.1. Contexte général de l'étude .....	17
1.2. Filière d'élaboration des aciers spéciaux et des superalliages .....	18
1.2.1. Filière globale.....	18
1.2.2. Les procédés de refusion à électrode consommable [4] .....	19
1.3. Etat de l'art de la modélisation du procédé de refusion sous laitier électroconducteur .....	27
1.4. Démarche adoptée .....	29
1.5. Plan du mémoire .....	30
<b>Chapitre 2 : Modèles mathématiques et résolution numérique .....</b>	<b>31</b>
2.1. Introduction .....	33
2.2. Electromagnétisme .....	34
2.2.1. Etablissement du modèle mathématique .....	34
2.2.2. Equations de conservation du modèle électromagnétique.....	36
2.2.3. Grandeurs calculées par le modèle .....	38
2.2.4. Conditions aux limites.....	39
2.3. Ecoulement .....	40
2.3.1. Modèles mathématiques.....	40
2.3.2. Conditions aux limites.....	41
2.4. Turbulence .....	42
2.4.1. Modèle .....	42
2.4.2. Conditions aux limites.....	43
2.5. Thermique .....	45
2.5.1. Modèles mathématiques (hors conditions aux limites) .....	45
2.5.2. Conditions aux limites.....	46
2.5.3. Calcul de la température dans la lingotière .....	47
2.5.4. Bilans thermiques globaux .....	52
2.6. Prise en compte du refroidissement après coupure du courant .....	53
2.7. Résolution numérique .....	54
2.8. Récapitulatif .....	55
2.8.1. Données nécessaires au modèle .....	55

2.8.2. Grandeurs calculées par le modèle.....	56
<b>Chapitre 3 : Exemples de résultats fournis par le modèle.....</b>	<b>59</b>
3.1. Description de la refusion simulée (fusion A) .....	61
3.1.1. But de la refusion.....	61
3.1.2. Paramètres opératoires.....	61
3.1.3. Propriétés thermophysiques.....	62
3.2. Electromagnétisme .....	64
3.2.1. Grandeurs électromagnétiques.....	64
3.2.2. Effet de peau [49] .....	68
3.3. Ecoulement .....	72
3.3.1. Champ de vitesses.....	72
3.3.2. Turbulence .....	75
3.4. Thermique .....	76
3.4.1. Cartes de températures au cours de la refusion.....	76
3.4.2. Bilans thermiques globaux.....	77
3.4.3. Refroidissement latéral .....	80
3.5. Solidification .....	83
3.5.1. Evolution de la profondeur et de la forme du puits liquide.....	83
3.5.2. Conditions locales de solidification .....	84
3.6. Refroidissement après coupure du courant .....	86
3.7. Conclusion .....	88
<b>Chapitre 4 : Validation du modèle par comparaison avec 4 refusions à l'échelle industrielle .....</b>	<b>91</b>
4.1. Introduction.....	93
4.2. Refusion d'un alliage base nickel (fusion A).....	93
4.2.1. Observations macrographiques.....	94
4.2.2. Profils des puits liquides.....	96
4.2.3. Comportement électrique du laitier.....	98
4.2.4. Epaisseur de peau de laitier.....	99
4.3. Refusion d'un acier faiblement allié (fusion B) .....	101
4.3.1. Description de la fusion B.....	101
4.3.2. Observations macrographiques .....	102
4.3.3. Principales données utilisées pour la simulation.....	104
4.3.4. Profils des puits liquides .....	105
4.3.5. Comportement électrique du laitier.....	107
4.3.6. Epaisseur de peau de laitier.....	108
4.4. Refusion d'un alliage base fer (fusion C) .....	110
4.4.1. Description de la fusion C.....	110

4.4.2.	Observations macrographiques .....	111
4.4.3.	Principales données utilisées pour la simulation .....	112
4.4.4.	Profils des puits liquides .....	114
4.4.5.	Comportement électrique du laitier .....	116
4.4.6.	Epaisseur de peau de laitier .....	117
4.5.	Refusion d'un alliage base fer (fusion D) .....	118
4.5.1.	Description de la fusion D.....	119
4.5.2.	Observations macrographiques .....	120
4.5.3.	Principales données utilisées pour la simulation .....	121
4.5.4.	Profils des puits liquides .....	122
4.5.5.	Comportement électrique du laitier .....	125
4.6.	Conclusion.....	126
<b>Chapitre 5 : Exemples d'utilisation du modèle : influence des paramètres opératoires .....</b>		<b>129</b>
5.1.	Introduction .....	131
5.2.	Influence de la profondeur d'immersion de l'électrode.....	131
5.2.1.	Effets sur les paramètres électromagnétiques.....	132
5.2.2.	Effet sur les bilans thermiques globaux et l'écoulement .....	135
5.2.3.	Effet sur la forme et le volume du puits liquide .....	142
5.2.4.	Conclusion .....	143
5.3.	Influence du taux de remplissage .....	143
5.3.1.	Effet sur les paramètres électromagnétiques .....	143
5.3.2.	Effet sur les bilans thermiques globaux et l'écoulement .....	147
5.3.3.	Effet sur la forme du puits liquide et la solidification du lingot.....	156
5.3.4.	Conclusion .....	158
5.4.	Influence de la pression d'eau dans le circuit de refroidissement .....	159
5.4.1.	Influence sur la distribution de température de la lingotière .....	159
5.4.2.	Influence sur le refroidissement du laitier et du lingot.....	162
5.4.3.	Conclusion .....	164

<b>Conclusions .....</b>	<b>165</b>
<b>Bibliographie .....</b>	<b>169</b>
<b>Annexe 1 .....</b>	<b>175</b>
<b>Annexe 2 .....</b>	<b>177</b>
<b>Annexe 3 .....</b>	<b>179</b>
<b>Annexe 4 .....</b>	<b>181</b>

Chapitre 1 :

Introduction



## 1.1. Contexte général de l'étude

L'élaboration des aciers spéciaux et superalliages destinés à des applications critiques, comme dans les domaines de l'énergie ou de l'aéronautique, nécessite un choix particulièrement réfléchi des procédés à utiliser. En effet, les produits doivent posséder une excellente qualité métallurgique et par conséquent une bonne compacité, un faible taux d'inclusions et une composition parfaitement contrôlée. Pour répondre à ces critères de qualité, les procédés dits de refusion à électrode consommable ont été développés dans les années 60, et sont aujourd'hui largement utilisés pour l'élaboration de produits à haute valeur ajoutée. Les principaux procédés de refusion à électrode consommable sont le procédé de refusion à arc sous vide (Vacuum Arc Remelting ou VAR) et le procédé de refusion sous laitier électroconducteur (Electro Slag Remelting ou ESR). Ils sont en constante évolution et font toujours l'objet de nombreux travaux de recherche. Cependant, les mécanismes mis en jeu lors des refusions sont parfois mal connus. Une approche uniquement basée sur l'expérience s'avèrerait coûteuse et souvent difficile à mettre en œuvre.

La simulation numérique représente une alternative intéressante, et apporte une aide précieuse dans la compréhension fondamentale des procédés. Un tel outil permet de hiérarchiser l'impact des paramètres, conduisant à une amélioration et une meilleure maîtrise de la qualité du produit final, et apporte un support au développement de nouveaux produits en diminuant les coûts et les délais de mise au point.

Durant ces 25 dernières années, le LSG2M a effectué un travail de recherche conséquent visant au développement de modèles complets de simulation des procédés de refusion à électrode consommable. En 1995, au cours de son travail de thèse, Hans [1] a développé le code SOLAR (pour SOLidification d'un Lingot refondu à l'ARc) qui résout les équations de transferts de chaleur, de quantité de mouvement et de soluté lors de la croissance et de la solidification d'un lingot refondu à l'arc (procédé VAR). Par la suite, le modèle a été amélioré dans le cadre de la thèse de Quatravaux [2], notamment par l'affinement de la prise en compte de la croissance du lingot de manière continue, de la modélisation de la turbulence et du refroidissement latéral, ainsi que par l'implémentation du calcul de critères d'apparition de défauts de solidification et l'étude du comportement inclusionnaire dans le puits liquide. Le code SOLAR est aujourd'hui utilisé, dans le cadre d'un club d'utilisateurs, par plusieurs partenaires industriels comme support à la compréhension, au développement et à l'innovation.

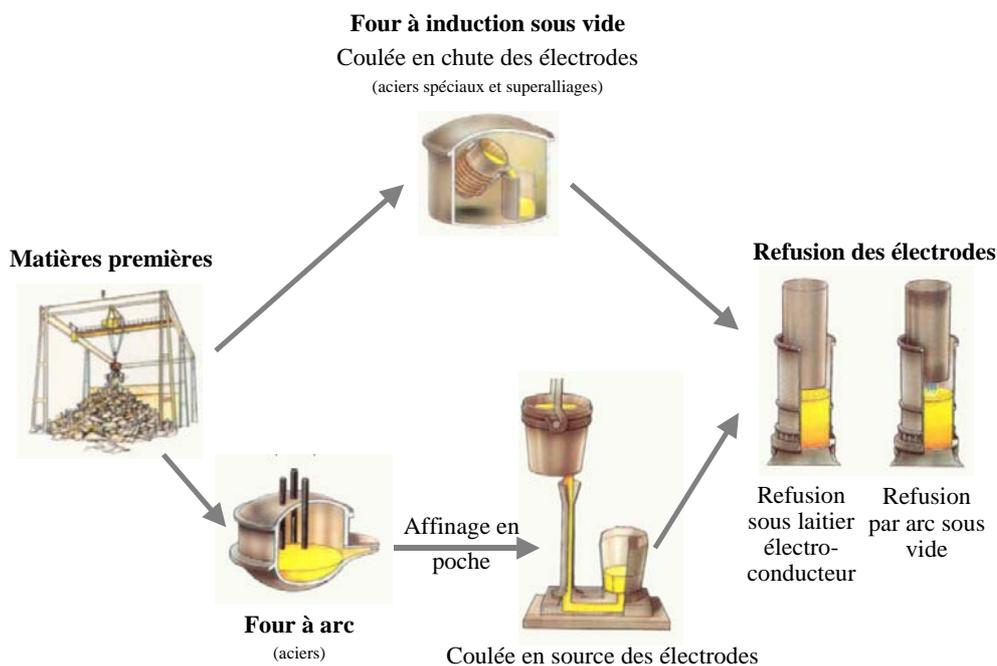
Les travaux sur le procédé ESR, en revanche, se sont arrêtés après la thèse de Jardy [3] et n'ont pas été poursuivis au sein du LSG2M. Le présent travail a pour but de développer, pour le procédé ESR, un code équivalent au code SOLAR qui permettrait de simuler la croissance et la solidification d'un lingot refondu sous laitier. L'étude a été réalisée dans le cadre d'un partenariat entre le LSG2M et Aubert&Duval, dont la production d'alliages base nickel et d'aciers spéciaux représente une part

significative du chiffre d'affaires. L'objectif final est d'utiliser ce modèle de manière prédictive, de façon à maîtriser au mieux la conduite des refusions sous laitier, mais également d'optimiser le procédé et de développer de nouvelles pratiques. Une part importante de l'étude a par conséquent été consacrée à la validation du modèle, pour laquelle des refusions dédiées ont été réalisées à l'échelle industrielle sur le site des Ancizes.

## 1.2. Filière d'élaboration des aciers spéciaux et des superalliages

### 1.2.1. Filière globale

Pour atteindre la qualité métallurgique requise, il est généralement nécessaire d'utiliser successivement plusieurs procédés de fusion de façon à combiner les avantages et de pallier les inconvénients de chacun. Ainsi, il existe principalement deux voies d'élaboration des aciers spéciaux et des alliages base nickel, comme le montre la Figure 1.1, qui sont composées d'une première étape de fusion et d'une ou plusieurs fusions secondaires, appelées refusions.



**Figure 1.1 : Filière d'élaboration des aciers spéciaux et des superalliages**

La première voie d'élaboration consiste à utiliser comme procédé de fusion primaire le four à induction sous vide (Vacuum Induction Melting ou VIM). Cette étape est essentiellement destinée à affiner et purifier le métal liquide. Le four à induction sous vide est composé d'un creuset en matériau réfractaire dans lequel est introduite la charge de métal à fondre. Un inducteur en cuivre, noyé dans la masse du creuset, assure la fusion et le brassage de l'alliage. En fin de fusion, le métal liquide

est déversé dans un répartiteur qui distribue le métal dans des lingotières en acier. L'ensemble de ces composants est placé dans une enceinte close où règne un vide poussé pouvant aller jusqu'à  $10^{-3}$  mbar. Le procédé VIM permet ainsi d'éviter la pollution par l'air et de contrôler précisément la pression et la nature des gaz dans le four. De plus, il assure la parfaite maîtrise de la composition puisque les gaz et éléments volatils indésirables sont éliminés par diminution de la pression totale au-dessus du bain. Enfin, le brassage par induction assure une bonne homogénéité. Cependant, la structure de solidification des lingots ainsi élaborés n'est pas contrôlée précisément et il est nécessaire de refondre le métal pour obtenir une macro- et une microségrégation satisfaisantes.

La deuxième voie d'élaboration, concernant uniquement la production d'aciers spéciaux, utilise comme procédés une fusion préalable au four à arc suivie d'un affinage en poche et dégazage pour les aciers faiblement alliés ou d'un affinage au convertisseur AOD pour les aciers inoxydables. Les lingots coulés en source sont destinés soit à une transformation directe (forgeage ou laminage), soit à une refusion ultérieure pour des applications spécifiques.

Les lingots obtenus par induction sous vide, ou par la filière au four à arc, sont ensuite utilisés comme électrode pour l'étape de fusion secondaire. Celle-ci est assurée par les procédés de refusion à électrode consommable qui permettent de conférer aux produits finaux une structure de solidification très fine et une meilleure qualité inclusionnaire. Le principe et les caractéristiques de ces procédés seront détaillés dans les paragraphes 1.2.2 et 1.2.3. Afin d'atteindre les critères de qualité requis, il arrive fréquemment que les lingots soient refondus en ESR puis en VAR. Cette pratique est généralement appelée « Triple melt », car l'élaboration est composée de trois fusions successives grâce aux procédés VIM, puis ESR et enfin VAR. Cependant, cette pratique augmente évidemment le coût global du produit et est réservée aux applications critiques, comme la production de disques de turbines de superalliages à base nickel.

Les lingots finalement obtenus sont ensuite forgés et matricés ou laminés pour conférer au produit sa forme et ses propriétés d'emploi.

---

### **1.2.2. Les procédés de refusion à électrode consommable [4]**

Les procédés VAR et ESR sont deux procédés de fusion secondaire (ou refusion), couramment utilisés dans la production de superalliages et d'aciers spéciaux, ainsi que d'alliages de titane ou de zirconium pour le procédé VAR. La refusion intervient en dernière étape de l'élaboration. Ces procédés, qui utilisent tous deux le courant électrique pour assurer la fusion d'une électrode consommable à la nuance, sont très similaires.

Les lingots ainsi élaborés présentent des caractéristiques métallurgiques améliorées par rapport, notamment, aux lingots coulés en source. L'utilisation de modèles confirme que la refusion permet en outre de réduire, voire de supprimer, la

porosité sur l'axe [5]. La Figure 1.2 montre l'évolution radiale de l'inverse du critère de Niyama [6], qui permet de comparer la sensibilité à la porosité des lingots coulés en source et refondus<sup>1</sup>. Plus la valeur de  $Ni^{-1}$  est importante, plus la sensibilité à la porosité est élevée. Notons que les calculs qui font l'objet de cette figure ont tous été réalisés grâce à des logiciels développés au LSG2M : le code SOLID [7, 8] qui permet de simuler la solidification d'un lingot coulé en source, le code SOLAR pour le lingot VAR et le modèle ESR présenté dans ce manuscrit pour le lingot refondu sous laitier.

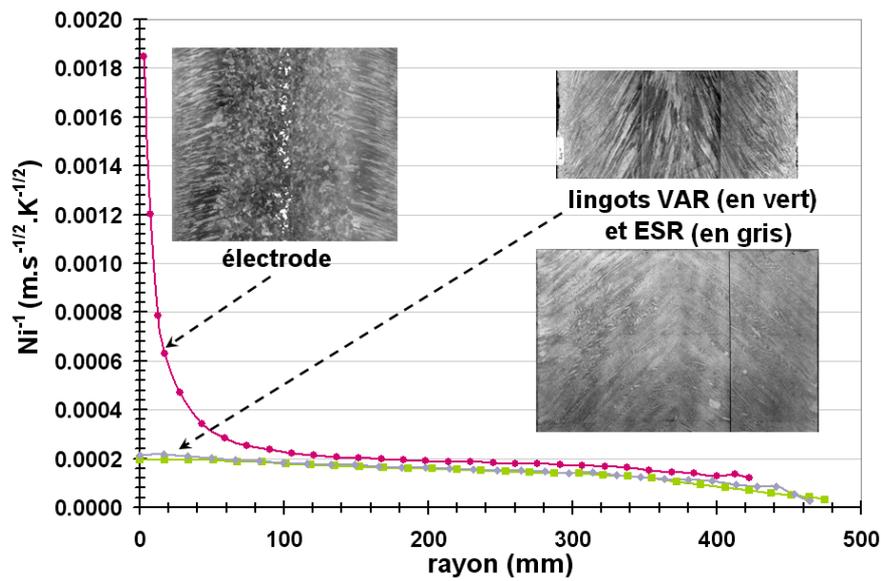


Figure 1.2 : Evolution radiale de la valeur de  $Ni^{-1}$  à mi-hauteur des lingots coulés en source (électrode) et refondus (ESR et VAR)

#### 1.2.2.1. Le procédé de refusion à arc sous vide

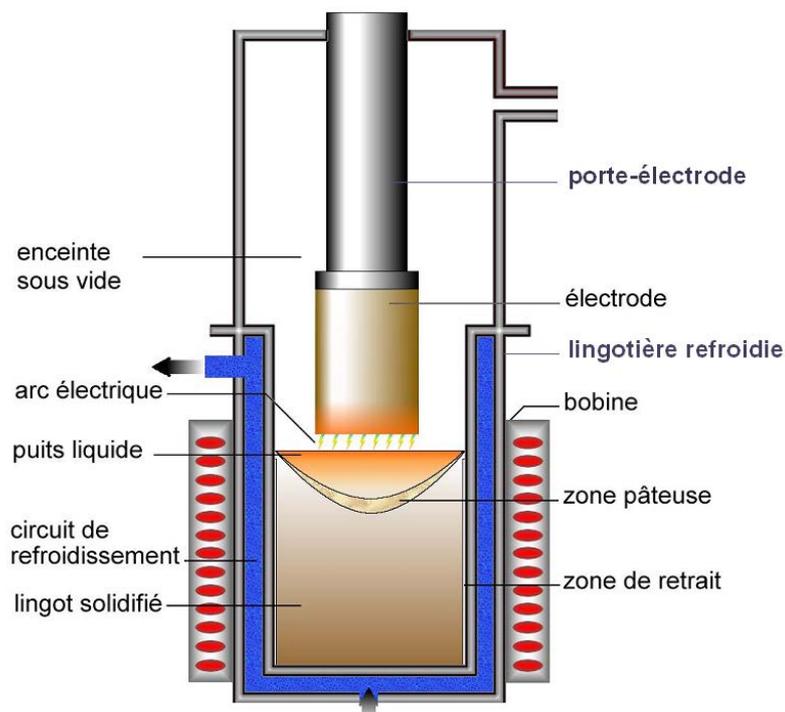
Le principe du procédé de refusion à arc sous vide consiste à fondre une électrode sous un vide poussé (de  $10^{-2}$  à  $10^{-3}$  mbar). La source de chaleur nécessaire à la fusion du métal est fournie par un arc électrique établi entre l'électrode et le lingot secondaire comme le montre la Figure 1.3.

Le courant continu circule entre l'électrode de polarité négative et la lingotière. Lorsque la température de l'extrémité de l'électrode est suffisamment élevée, des gouttes de métal liquide s'en détachent et tombent dans la lingotière refroidie par eau, au contact de laquelle l'alliage se solidifie pour former le lingot secondaire. L'inducteur externe coaxial permet, par interaction entre le courant électrique traversant le lingot secondaire et le champ magnétique généré par cette bobine, d'appliquer un brassage électromagnétique (optionnel) au métal liquide. De plus, le champ magnétique ainsi créé permet d'assurer une bonne stabilité à l'arc électrique en le confinant entre l'électrode et le lingot.

<sup>1</sup> Rappelons que l'inverse du critère de Niyama est calculé par l'expression :  $Ni^{-1} = \sqrt{\frac{V_{0,3}}{G_{0,3}}}$ , où  $G_{0,3}$  et  $V_{0,3}$  sont respectivement le gradient thermique et la vitesse d'avancée du front pour une fraction liquide égale à 0.3.

Une pratique courante consiste à injecter de l'hélium dans la zone de retrait du lingot, due à la contraction du métal lors de sa solidification, pour améliorer les transferts thermiques avec la lingotière. En effet, il s'ajoutera alors au transfert par rayonnement, seul mode de transfert sans injection de gaz, un transport de chaleur par conduction au sein du gaz.

Ce procédé offre la possibilité de produire des lingots de grandes dimensions pour des alliages sensibles à la ségrégation, car les temps de solidification et les volumes des puits liquides sont faibles. Cette dernière remarque concerne particulièrement l'élaboration des aciers spéciaux et des superalliages, mais elle n'est plus valide pour la production d'alliages de titane ou de zirconium.



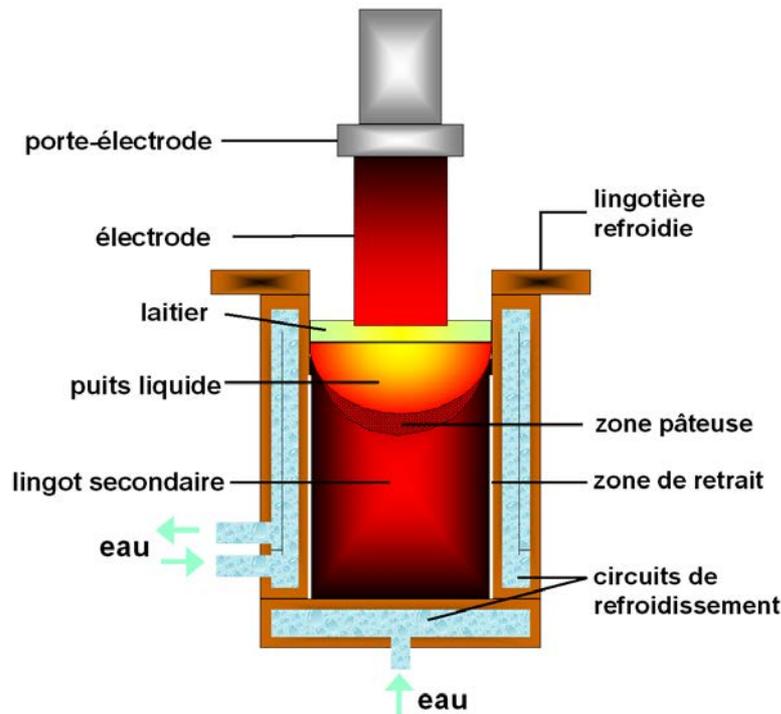
**Figure 1.3 : Schéma de fonctionnement du procédé VAR**

#### 1.2.2.2. Le procédé de refusion sous laitier électroconducteur

*Principe de fonctionnement du procédé [9, 10]*

Comme dans le procédé VAR, le métal à refondre se présente sous la forme d'une électrode consommable. Celle-ci est suspendue au-dessus d'un laitier liquide. Son extrémité basse plonge dans le bain de laitier, comme le montre la Figure 1.4. La chaleur nécessaire à la fusion du métal est générée par un courant électrique alternatif établi entre le bélier porte-électrode et la base conductrice sur laquelle repose l'installation. Le laitier, à base d'oxydes et de fluorures, est l'élément résistif du circuit, il est donc chauffé par effet Joule lors du passage du courant.

Lorsque la température de fusion du métal est atteinte, l'électrode fond sous forme de gouttelettes qui tombent à travers le laitier pour former le lingot secondaire. Le métal se solidifie au contact de la paroi de la lingotière refroidie par un circuit d'eau. En cours de refusion, le lingot est donc constitué d'un bain de métal liquide, d'une zone dite pâteuse (mi-liquide, mi-solide) et d'une zone de métal solidifié.



**Figure 1.4 : Schéma de principe du procédé de refusion sous laitier électroconducteur**

Ce procédé est particulièrement intéressant du point de vue de l'analyse scientifique, du fait de la grande variété de phénomènes couplés mis en jeu. En première approximation, ceux-ci peuvent être classés en cinq catégories :

- Electromagnétisme : le courant électrique est à la base du procédé puisqu'il permet l'apport de chaleur nécessaire à la fusion. De plus, l'interaction du courant électrique et du champ magnétique induit donne naissance à des forces de Lorentz, responsables en partie des mouvements des liquides ;
- Transferts thermiques : la chaleur est transportée dans le métal et le laitier par conduction, convection et rayonnement (le laitier étant semi-transparent), par conduction dans les parties solides, et échangée entre le métal et le laitier ;
- Ecoulement : le mouvement au sein du laitier et du puits liquide, dont l'origine provient à la fois de la convection naturelle et des forces électromagnétiques, est recirculant et peut être turbulent. L'écoulement au sein de la zone pâteuse du lingot a lieu dans un milieu mi-liquide / mi-solide, qu'il sera nécessaire de prendre en compte dans la modélisation ;

- Changements de phase : la fusion de l'électrode (grâce au chauffage par contact avec le laitier) conduit à la formation d'un film de métal liquide à l'extrémité de celle-ci, duquel des gouttes de métal se détachent à une fréquence dépendant de la puissance électrique. Le métal liquide se solidifie ensuite au contact de la lingotière refroidie. Le laitier se solidifie également au contact de la lingotière et forme la « peau de laitier », décrite plus loin ;
- Réactions chimiques métal/laitier : les interfaces électrode/laitier, gouttes de métal/laitier et puits liquide/laitier sont les trois principaux sites de réactions, qui conduisent à des échanges de matière.

#### *Séquence de fusion*

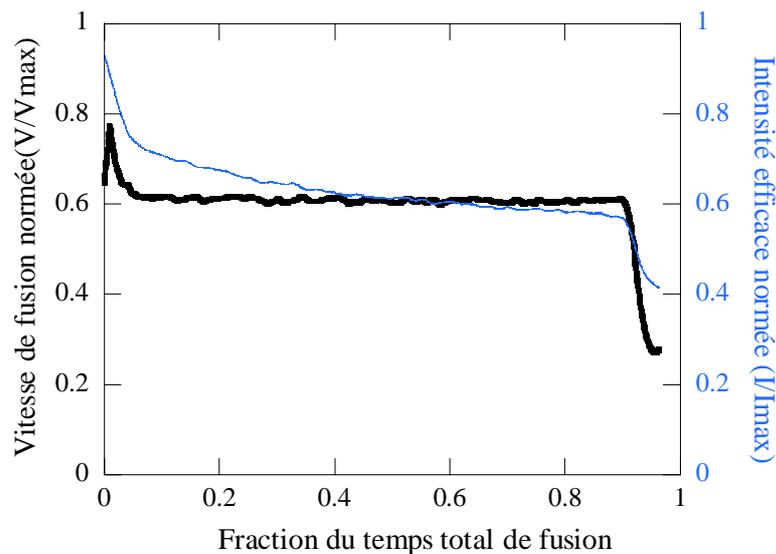
La séquence de fusion se décompose généralement en trois étapes : la phase d'amorçage, la phase de régime et le masselottage.

Le laitier est introduit dans le four avant l'amorçage de la fusion, soit sous forme solide (« solid start »), soit à l'état liquide (« hot start »). Dans ce dernier cas, il est préalablement fondu dans un four indépendant. L'électrode est ensuite amenée au contact du laitier, et le courant électrique établi. Lorsque le laitier introduit est solide, une pratique courante consiste à additionner des copeaux de métal au laitier de façon à créer un contact électrique entre l'électrode et la base. Le procédé démarre alors généralement en régime d'arc.

Lors de l'amorçage, le courant électrique augmente rapidement jusqu'à ce que la fusion de l'électrode débute et atteigne la vitesse de fusion désirée, comme le montre la Figure 1.5.

Lorsque le courant et la vitesse de fusion sont stabilisés, la phase de régime est entamée. Lors de cette étape, qui concerne la majeure partie de la fusion, l'électrode fond de manière continue pour former le lingot secondaire, habituellement à vitesse de fusion constante. Les fours sont généralement équipés d'un système de régulation qui ajustent les paramètres opératoires comme l'immersion de l'électrode, la puissance électrique ou l'intensité efficace, de façon à maintenir la vitesse de fusion à la valeur souhaitée.

A la fin de la refusion (phase de masselottage), la puissance est réduite progressivement pour permettre le refroidissement graduel du lingot et ainsi la solidification du puits liquide, en minimisant le risque de formation de porosités et en rapprochant la retassure de la tête du lingot.



**Figure 1.5 : Séquence typique de fusion du procédé ESR (vitesse de fusion et intensité efficace)**

#### *Rôles et choix du laitier [11]*

Le laitier est l'élément central du procédé de refusion sous laitier électroconducteur. Il est généralement composé de fluorure de calcium ( $\text{CaF}_2$ ) auquel s'ajoutent des oxydes comme l'alumine ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ), la chaux ( $\text{CaO}$ ), la magnésie ( $\text{MgO}$ ), la silice ( $\text{SiO}_2$ ), etc.

Il assure les trois fonctions principales suivantes :

- Fournir, grâce à l'effet Joule, la chaleur nécessaire à la fusion de l'électrode ;
- Isoler le métal refondu de l'atmosphère, ainsi que du contact direct avec la lingotière en cuivre par l'intermédiaire d'une peau de laitier solide conduisant à une meilleure qualité de surface du lingot ;
- Eliminer certaines impuretés indésirables du métal liquide par transfert de masse aux interfaces métal/laitier et dissolution des inclusions lors du passage des gouttes de métal liquide dans le laitier.

L'efficacité globale du procédé est en partie déterminée par le choix du laitier, et notamment par sa capacité à assurer les fonctions mentionnées ci-dessus. Il sera inévitable de faire des compromis lors du choix du laitier, et certaines propriétés caractéristiques seront donc privilégiées aux dépens d'autres. Or, chacune des propriétés thermophysiques du laitier aura une influence sur la refusion et la qualité finale du lingot. Le choix de la composition détermine notamment :

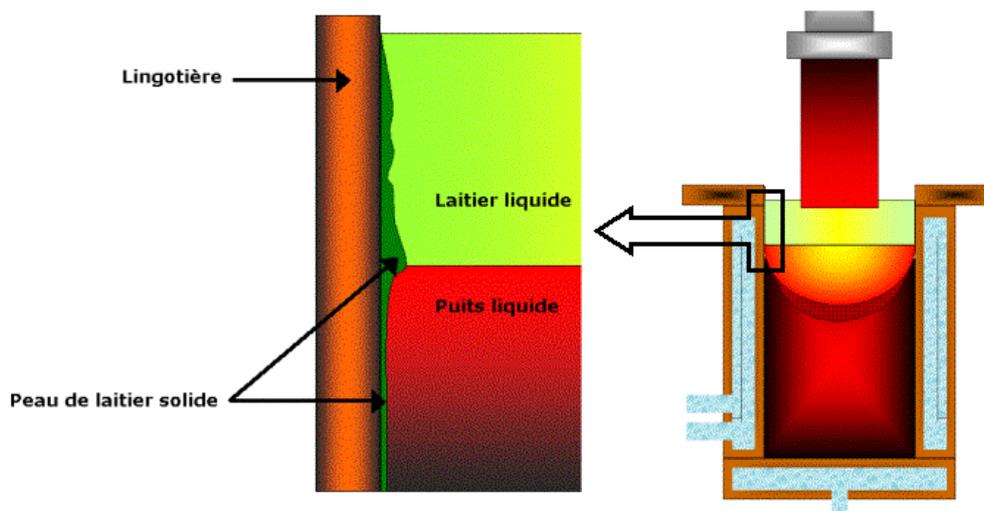
- La réactivité du laitier avec les oxydes et les sulfures, influençant la composition finale et l'homogénéité chimique du lingot ;
- Sa température de fusion, dont l'effet sur la distribution thermique au sein du laitier n'est pas négligeable ;
- Sa conductivité électrique, dont la valeur conditionne la conversion de l'énergie électrique en énergie thermique ;

- Sa viscosité, qui exerce une influence à la fois sur les mouvements au sein du laitier et sur le temps de résidence des gouttes de métal qui le traversent, et donc sur sa capacité d'affinage.

Le choix d'un laitier adapté à la nuance à refondre est donc particulièrement déterminant pour le lingot final.

#### *Formation de la peau de laitier [12]*

Au contact de la lingotière refroidie par un circuit d'eau, le bain de laitier liquide se solidifie pour former une peau, comme le montre la Figure 1.6. Cette peau solide a une importance certaine lors de la refusion puisqu'elle influence le refroidissement thermique latéral du lingot : plus la peau est épaisse, moins le refroidissement est efficace. Elle joue également un rôle sur la répartition des postes thermiques au sein du laitier. En effet, la chaleur dissipée par effet Joule est répartie par transfert conductif, convectif et radiatif vers les différentes interfaces : électrode, lingotière, lingot, gouttes de métal, et rayonnement (éventuellement convection) à sa surface libre dans l'espace annulaire. Or, si la chaleur perdue par refroidissement au contact de la lingotière est moindre, du fait d'une peau de laitier isolante plus épaisse, la chaleur transmise à l'électrode, au lingot et aux gouttes de métal sera alors accrue, améliorant ainsi l'efficacité du procédé et augmentant la température du métal liquide.



**Figure 1.6 : Formation de la peau de laitier solide**

Par ailleurs, à l'état solide, les laitiers utilisés en ESR sont de mauvais conducteurs électriques, la peau de laitier va donc conditionner le passage du courant. Si elle est peu épaisse, discontinue, voire absente, le lingot et/ou le laitier risquent d'être en contact électrique avec la lingotière, permettant ainsi le passage direct du courant. Le courant ne circulera plus seulement de l'électrode vers le lingot secondaire, mais également de l'électrode vers la lingotière. Il est cependant difficile d'estimer la proportion de courant électrique qui circule dans cette dernière, et il est généralement considéré à l'échelle industrielle que la peau de laitier isole électriquement le lingot.

*Comparaison non-exhaustive des procédés VAR et ESR [13]*

Nous nous proposons dans ce paragraphe de souligner les différences entre les refusions ESR et VAR, tant d'un point de vue du procédé que de la qualité finale du lingot.

Tout d'abord, la source de chaleur à l'origine de la fusion provient d'un arc électrique établi en courant continu dans le cas du procédé VAR, et de la résistance électrique du laitier qui permet la conversion de l'énergie électrique en énergie thermique dans le procédé ESR.

En refusion VAR, la conduite d'une refusion s'opère sous un vide poussé, alors que le procédé ESR fonctionne sous atmosphère. De ce fait, le transfert thermique entre le lingot et la lingotière dans la zone de retrait est moins performant dans le procédé VAR (transfert radiatif uniquement) que dans le procédé ESR (transfert par conduction et rayonnement dans l'air). Pour pallier cet inconvénient, l'injection d'hélium dans la zone de retrait du lingot VAR représente une bonne solution.

Par ailleurs, la peau de laitier entourant le lingot ESR permet de l'isoler de la lingotière en cuivre, améliorant ainsi sa qualité de surface par rapport au lingot VAR. Cependant, la présence de cette couche isolante ajoute une résistance thermique supplémentaire qui freine considérablement le refroidissement du lingot ESR. La vitesse de refroidissement d'un lingot VAR est globalement plus élevée que celle d'un lingot ESR.

Les échanges de matière par réaction entre le métal et le laitier conduisent à des difficultés de contrôle de la macroségrégation lors d'une refusion ESR.

Les défauts de type taches blanches ou « white spots », appauvries en éléments d'alliage, sont quasiment absents dans un lingot ESR car ils sont dissous dans le laitier. En revanche, on retrouve fréquemment des « white spots » dans les lingots VAR, et particulièrement dans les lingots de superalliages comme l'Inconel 718 [14] ou le Waspaloy. Ils peuvent provenir de différents précurseurs, comme de parties de la collerette, de la « shelf<sup>2</sup> » ou du bourrelet de l'électrode, n'ayant pas été refondus ou dissous dans le puits liquide (« white spots » discrets). Il existe également des « white spots » dits de solidification qui résultent d'une diminution locale, voire d'un arrêt, de la vitesse de solidification.

La probabilité d'apparition de canaux ségrégués ou « freckles » est accrue dans le procédé ESR du fait de la plus grande profondeur des puits liquides, résultant d'une vitesse de refroidissement du lingot plus faible. Dans le cas du procédé VAR, la vitesse de fusion et la distance interélectrode peuvent être précisément contrôlées de façon à minimiser la formation de « freckles ».

Concernant la propreté inclusionnaire, le procédé ESR permet grâce à la présence de laitier, la dissolution ou la capture de macro-inclusions présentes dans l'électrode. La mise en équilibre avec le laitier conduit cependant à une nouvelle précipitation d'inclusions endogènes généralement finement réparties et peu nocives. Le procédé

---

<sup>2</sup> La « shelf » est formée par la solidification du métal provenant du bain liquide dans un très fort gradient thermique au voisinage de la lingotière de cuivre refroidie par eau [15].

VAR est également épurant vis à vis des inclusions conduisant à une très faible densité d'inclusions endogènes. Cependant, ce dernier est plus sensible à la qualité de l'électrode que le procédé ESR concernant la présence éventuelle de macro-inclusions. Ceci a notamment conduit à la réalisation de fusions successives ESR puis VAR, combinant les avantages des deux procédés pour des applications critiques nécessitant une qualité inclusionnaire optimale.

Par ailleurs, le procédé ESR permet une nette diminution de la teneur en soufre, du fait de l'affinage par le laitier, alors que le procédé VAR n'offre aucune possibilité de désulfuration.

Enfin, la mise en œuvre d'une refusion VAR est plus contraignante car il est nécessaire d'assurer l'étanchéité de l'installation pour maintenir un vide poussé. Dans le cas du procédé ESR, la préfusion du laitier est la seule contrainte liée à la mise en œuvre ; notons qu'elle n'existe que si l'amorçage est de type « hot start ».

### 1.3. Etat de l'art de la modélisation du procédé de refusion sous laitier électroconducteur

La modélisation du procédé ESR a connu un fort intérêt dans les années 70-80, le lecteur intéressé pourra consulter à profit l'article de Hernandez-Morales et Mitchell [16], qui passe en revue les travaux de cette époque. Après une courte période moins riche en travaux de recherches sur ce sujet, elle connaît un regain d'intérêt depuis quelques années.

Chronologiquement, la démarche de modélisation du procédé ESR a débuté par la simulation des transferts de chaleur, de manière analytique. La nécessité de traiter les problèmes numériquement est rapidement apparue. Différents modèles ont alors vu le jour, et ont été améliorés progressivement. Citons par exemple les travaux de Ballantyne et Mitchell [17] et Jardy [3], qui ont proposé des modèles de transfert de chaleur et de solidification du lingot en régime transitoire. La méthode de chaleur spécifique équivalente était utilisée pour traiter la dissipation de chaleur latente lors de la solidification de l'alliage. Parallèlement à ces études, des modèles représentant l'électromagnétisme et les transferts couplés de chaleur et de quantité de mouvement en régime permanent au sein du laitier et du puits liquide (avec une géométrie simplifiée, fixée a priori), ont été développés [18, 19, 3]. Dans certains cas, ces deux démarches ont été associées pour aboutir à une modélisation plus complète [20, 3]. Tous ces modèles utilisaient la méthode des volumes finis, décrite par Patankar [21], qui permet de résoudre les différentes équations. Notons que le calcul de l'écoulement s'effectuait alors par l'intermédiaire des variables secondaires (fonction de courant et vorticité), dont l'avantage était de s'affranchir du calcul de la pression. Un modèle de turbulence de type  $k-\varepsilon$  permettait de tenir compte du caractère turbulent de l'écoulement du laitier.

Le modèle proposé par Ferng et al. [22] fut le premier à calculer l'écoulement par la résolution des équations de l'écoulement en variables primaires, vitesse et pression (équations de Navier-Stokes). Leur modèle s'inspirait des modèles décrits précédemment, et permettait la résolution de l'électromagnétisme et des transferts couplés de chaleur et de quantité de mouvement dans le lingot et le laitier en régime permanent. La géométrie de l'interface métal liquide/solide était calculée en fonction de la vitesse de fusion, par l'intermédiaire de la chaleur latente.

Par la suite, les travaux de recherche sur la modélisation du procédé ESR ont été délaissés au profit de ceux sur le procédé VAR, alors que les modèles avaient évolués conjointement jusque dans les années 90. Plusieurs codes de calcul ont vu le jour : citons par exemple le code SOLAR [1, 2], développé au LSG2M et le code BAR, développé aux Sandia National Laboratories à Albuquerque [23]. Ces modèles résolvent de manière couplée et en régime transitoire les équations de transfert de chaleur, de soluté, de quantité de mouvement en écoulement turbulent, et permettent de simuler la croissance et la solidification du lingot dans le cas du procédé VAR.

Les travaux de recherche sur la modélisation du procédé ESR ont ensuite repris, et la société Innovative Research a ainsi développé une famille de codes (COMPACT<sup>TM</sup>) permettant l'analyse de l'écoulement, des transferts de chaleur et de matière, des réactions chimiques et de la turbulence dans différents procédés, dont le procédé ESR. Le module spécialement dédié à la refusion sous laitier (COMPACT-ESR<sup>TM</sup>), prend en compte les phénomènes électromagnétiques, l'écoulement, la turbulence et les transferts thermiques au sein du laitier et du lingot ainsi que la solidification du métal [24, 25], et suit la même démarche que les modèles décrits précédemment. Les équations sont résolues de manière couplée en régime permanent, et en faisant l'hypothèse de l'axisymétrie du procédé. Ce modèle a été utilisé pour étudier les effets des paramètres opératoires et des propriétés thermophysiques sur la distribution de température, et validé par comparaison avec les observations expérimentales d'un lingot d'Inconel 718 refondu sous laitier [26, 27]. Les auteurs ont conclu que le courant électrique était uniforme excepté dans le lingot où l'effet de peau est clairement apparent. Ils ont noté que le mouvement du puits liquide est beaucoup moins intense que celui du laitier. Ils ont également remarqué que la forme du puits liquide est fortement dépendante de la vitesse de fusion : en forme de « C » pour les faibles vitesses et de « V » pour les fortes vitesses de fusion. Par ailleurs, les propriétés thermophysiques du laitier, comme les conductivités électrique et thermique, affectent grandement la distribution de température et l'écoulement. Aussi, une meilleure détermination de ces propriétés devrait conduire à une modélisation plus précise du procédé. Enfin, la comparaison des formes et profondeurs des puits liquides simulés et marqués expérimentalement leur a permis de considérer que les prédictions du modèle sont cohérentes.

Par ailleurs, Patel a développé un modèle analytique spécifique aux champs électromagnétiques dans les procédés VAR et ESR [28, 29]. Grâce à ce modèle, il a entre autres montré [29] que plus le taux de remplissage (rapport des sections de

l'électrode et du lingot) est faible, plus la chaleur dissipée par effet Joule au sein du laitier est importante. Il a également implémenté la possibilité de contact électrique entre le laitier et la lingotière. Les résultats ont révélé que, bien que la proportion de courant électrique soit moindre dans le lingot au profit du passage dans la lingotière, le contact ne semble pas avoir trop d'influence sur les forces électromagnétiques et ainsi sur le mouvement au sein du puits liquide.

En parallèle, Kharicha et al. [30] se sont concentrés sur la modélisation de la forme et de la stabilité de l'interface laitier/puits liquide, jusqu'ici considérée plane et indéformable dans tous les modèles. Ils ont développé un modèle couplant phénomènes électromagnétiques et transferts de chaleur et de quantité de mouvement, qui ne tient compte ni de la convection naturelle, ni de la solidification du métal. Dans cette modélisation, le degré de liberté supplémentaire dû à l'interface libre nécessite l'utilisation d'une approche multiphasique, traitée par une méthode de type VOF (Volume Of Fluid). Les résultats ont montré que l'interface ne peut pas être plane s'il y a contact électrique entre le laitier liquide et la lingotière, et que dans certains cas, son instabilité pourrait même conduire à un court-circuit, c'est-à-dire au contact entre le métal liquide et l'électrode. Le modèle a par la suite été amélioré par la prise en compte de la convection naturelle, de la solidification du métal et par l'implémentation d'un modèle de turbulence [31]. Kharicha et al. ont alors comparé deux simulations pour lesquelles l'interface était, soit plane et indéformable, soit libre. Lorsque l'interface est supposée déformable, les résultats montrent qu'elle prend une forme concave, ce qui a une forte influence sur les distributions de puissance dissipée par effet Joule, de chaleur et de vitesse. Par conséquent, la forme et la profondeur prédites par le modèle du puits liquide sont également modifiées lorsque l'on autorise le mouvement de l'interface.

## 1.4. Démarche adoptée

Le travail s'appuie sur les connaissances acquises lors des travaux de Jardy [3, 32] sur la modélisation des procédés de refusion à électrode consommable réalisés au LSG2M. L'étude a débuté par une modélisation simplifiée des transferts de chaleur et de quantité de mouvement au sein du laitier et l'optimisation du modèle électromagnétique du procédé complet développé par Jardy. La démarche adoptée a consisté à complexifier le modèle au fur et à mesure, de façon à maîtriser au mieux chaque étape du développement.

Du fait des fortes similarités entre les procédés ESR et VAR, notamment au niveau du lingot, nous nous sommes appuyés sur le code SOLAR, simulant le procédé VAR et résultant de plusieurs études successives menées au LSG2M [1, 2]. Nous avons amélioré notre modèle par la prise en compte du lingot, en simulant sa croissance et sa solidification.

Notre modèle global de simulation du procédé ESR a ainsi vu le jour. L'étude s'est poursuivie par l'amélioration de certains points précis. Ainsi, le modèle permet aujourd'hui de simuler de manière explicite la solidification du laitier, de calculer

précisément la température au sein de la lingotière et de simuler l'étape de refroidissement du lingot et du laitier après coupure du courant.

## 1.5. Plan du mémoire

Le présent mémoire comporte cinq chapitres, dont l'introduction qui a présenté la filière d'élaboration dont fait partie le procédé ESR, le contexte et les objectifs de l'étude.

Le second chapitre sera consacré à la description des modèles mathématiques constituant le modèle de simulation globale du procédé ESR, notamment en ce qui concerne l'électromagnétisme, l'écoulement et la thermique. Les conditions aux limites correspondantes seront précisées.

Ensuite, dans le chapitre 3, quelques exemples de résultats de simulation d'une refusion d'un alliage base nickel seront détaillés et analysés.

Comme tout modèle numérique, une étape essentielle dans le développement concerne la validation. Le quatrième chapitre sera consacré à la validation du modèle par comparaison de ses résultats avec les observations expérimentales de quatre lingots refondus à l'échelle industrielle.

Enfin, nous exposerons dans le dernier chapitre des exemples d'utilisation du modèle, qui pourraient conduire à l'optimisation future du procédé ESR.

## Chapitre 2 :

# Modèles mathématiques et résolution numérique



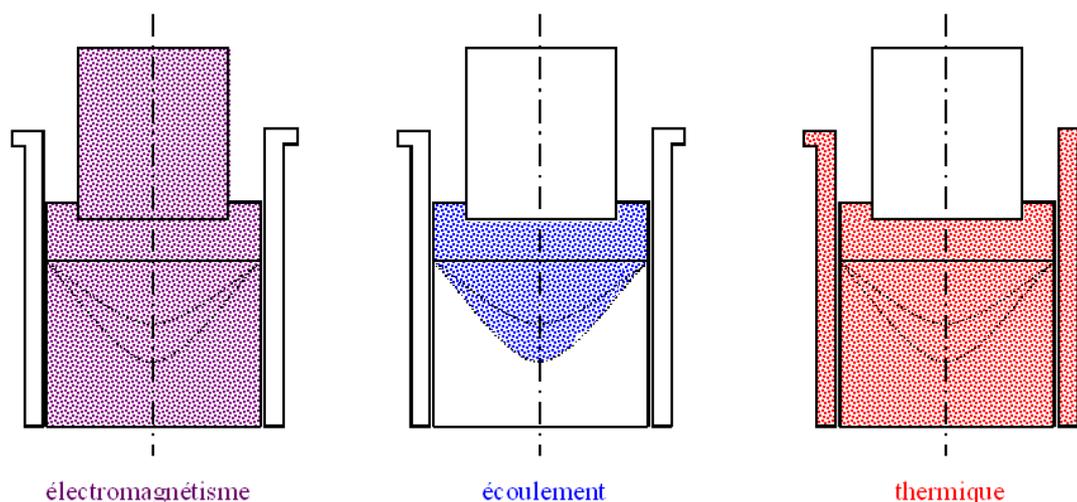
## 2.1. Introduction

Ce chapitre décrit les modèles mathématiques qui constituent le modèle global de simulation du procédé ESR. Il s'agit de quatre modèles qui concernent respectivement l'électromagnétisme, l'écoulement, la turbulence et le transfert de chaleur.

Nous avons supposé l'axisymétrie du procédé dans l'établissement de tous les modèles. Cette hypothèse est justifiée compte tenu de la géométrie cylindrique de l'électrode et du lingot secondaire. Par ailleurs, le retour du courant électrique, de la base vers le générateur de puissance, est assuré par 4 colonnes réparties de manière coaxiale et symétrique autour de l'installation, confortant notre choix. Le système de coordonnées utilisé est tout naturellement cylindrique, et, du fait de l'axisymétrie, nous travaillerons en 2 dimensions suivant les directions radiale et axiale.

La croissance du lingot est prise en compte de la même manière que dans le logiciel SOLAR par scission/migration des mailles de calcul.

Les domaines de calcul diffèrent suivant les mécanismes à modéliser, et sont représentés sur la Figure 2.1. Pour l'électromagnétisme, l'électrode, le laitier et le lingot doivent être pris en compte, tandis que pour les écoulements et la turbulence associée, les calculs ne sont effectués que dans les liquides : le laitier et le puits liquide, la zone pâteuse étant assimilée à un milieu poreux. Les transferts thermiques sont, quant à eux, calculés dans le laitier et le lingot, aussi bien à l'état liquide, que solide ou mi-liquide, mi-solide, ainsi que dans la lingotière en cuivre refroidie par eau.



**Figure 2.1 : Domaines de résolution**

Les modèles tiennent compte de la croissance du lingot de manière continue au cours de la refusion ; les équations sont donc résolues en régime transitoire, à l'exception des équations de Maxwell (cf. paragraphe 2.2). Dans ce chapitre, nous détaillerons successivement les équations constituant chaque modèle mathématique, accompagnées des hypothèses et simplifications utilisées, ainsi que les conditions aux

limites. Pour plus de clarté, l'ensemble des interfaces susceptibles d'être concernées sont représentées sur la Figure 2.2 (les interfaces concernant la modélisation des transferts thermiques dans la lingotière seront détaillées dans le paragraphe 2.5.3).

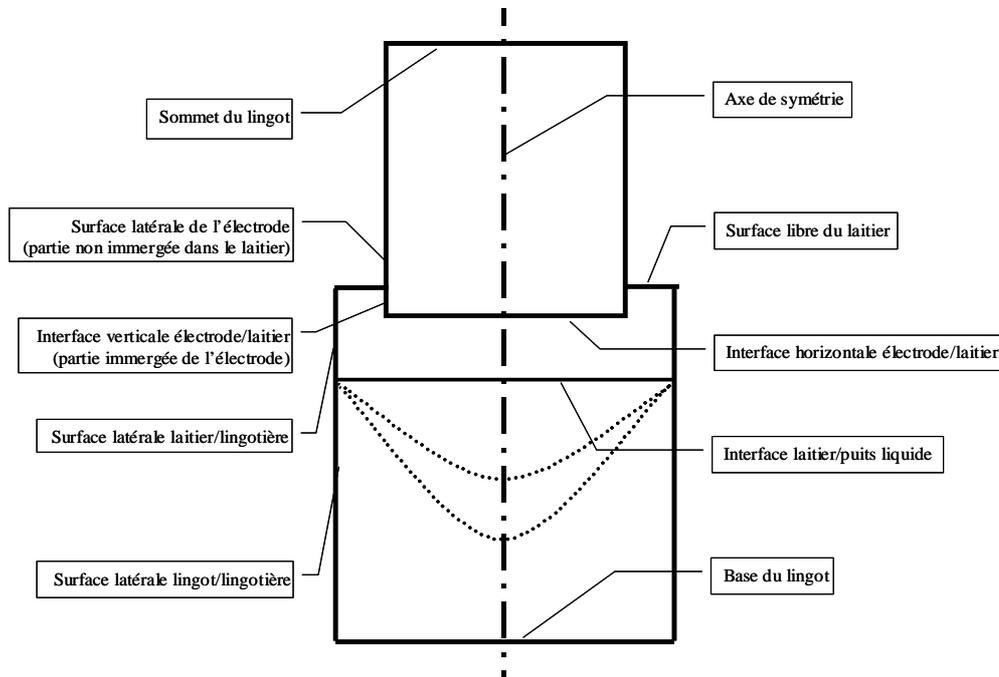


Figure 2.2 : Correspondance dénomination / interface

## 2.2. Electromagnétisme

### 2.2.1. Etablissement du modèle mathématique

Contrairement au procédé de refusion à l'arc sous vide, le procédé de refusion sous laitier électroconducteur fonctionne généralement en courant alternatif. Les champs magnétique et électrique ne peuvent plus être considérés comme indépendants, et représentent en fait les deux parties d'un seul et unique champ : le champ électromagnétique. Tous les phénomènes dus à des champs magnétiques et électriques dépendant du temps sont dits électrodynamiques par nature, et sont régis par les quatre équations de Maxwell. Nous présentons ici ces dernières sous leur forme différentielle :

- **L'équation source de l'induction électrique ( $\vec{D}$ ) :**  
 $div(\vec{D}) = \rho_{charge}$ ,  $\rho_{charge}$  étant la densité de charge réelle volumique. Dans la plupart des situations rencontrées lors de l'élaboration des matériaux métalliques, la densité de charge réelle volumique est nulle. L'équation source devient alors :

$$div(\vec{D}) = 0 \quad (2.1)$$

- **L'équation de conservation de l'induction magnétique** ( $\vec{B}$ ), valable aussi bien pour un champ statique que pour un champ variant avec le temps :

$$\operatorname{div}(\vec{B}) = 0 \quad (2.2)$$

Cela signifie qu'un champ magnétique ne peut avoir ni source ni puits : les lignes d'induction sont des boucles.

- **La loi de Faraday :**

$$\overrightarrow{\operatorname{rot}}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Cette relation traduit le couplage électromagnétique ; elle signifie que toute fluctuation de  $\vec{B}$  entraîne l'existence d'un champ électrique  $\vec{E}$ . Or, en l'absence de phénomènes d'aimantation, l'induction magnétique est liée au champ magnétique par la relation :  $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ ,  $\mu_0$  étant la perméabilité magnétique du vide. Finalement la loi de Faraday peut s'écrire :

$$\overrightarrow{\operatorname{rot}}(\vec{E}) = -\frac{\partial(\mu_0 \vec{H})}{\partial t} \quad (2.3)$$

- **La forme différentielle du théorème d'Ampère généralisé :**

$$\overrightarrow{\operatorname{rot}}(\vec{H}) = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Celui-ci relie l'intensité d'un courant électrique au champ magnétique  $\vec{H}$  qu'il induit,  $\vec{J}$  étant la densité de courant électrique.

Par définition l'induction électrique vaut :  $\vec{D} = \epsilon_{\text{électrique}} \vec{E}$ ,  $\epsilon_{\text{électrique}}$  étant la permittivité électrique du milieu. En appliquant l'opérateur rotationnel<sup>3</sup> à l'ensemble de l'équation précédente, on obtient alors :

$$-\Delta(\vec{H}) = \operatorname{rot}(\vec{J}) + \frac{\partial(\overrightarrow{\operatorname{rot}}(\epsilon_{\text{électrique}} \vec{E}))}{\partial t}$$

Or, dans la plupart des matériaux (exceptés les semi-conducteurs), la densité de courant est liée au champ électrique par la loi d'Ohm<sup>4</sup> :  $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ ,  $\sigma$  étant la conductivité électrique du milieu.

$$-\Delta(\vec{H}) = \operatorname{rot}(\sigma \vec{E}) + \frac{\partial(\overrightarrow{\operatorname{rot}}(\epsilon_{\text{électrique}} \vec{E}))}{\partial t} \quad (2.4)$$

<sup>3</sup>  $\overrightarrow{\operatorname{rot}}(\overrightarrow{\operatorname{rot}}(\vec{H})) = \overrightarrow{\operatorname{grad}}(\overrightarrow{\operatorname{div}}(\vec{H})) - \Delta(\vec{H}) = -\Delta(\vec{H})$  car  $\operatorname{div}(\vec{H}) = \operatorname{div}(\frac{\vec{B}}{\mu_0}) = 0$  d'après l'équation (2.2), en supposant que la perméabilité magnétique du matériau est constante.

<sup>4</sup> Il faudrait normalement utiliser la loi d'Ohm généralisée, cependant Dilawari et Szekely [18] ont montré que, dans le cas de la plupart des installations ESR, le calcul du nombre de Reynolds magnétique permet de conclure que le terme lié au mouvement du liquide  $\sigma(\vec{v} \times \vec{B})$  est négligeable devant le terme de conduction  $\sigma \vec{E}$ .

### 2.2.2. Equations de conservation du modèle électromagnétique

Les équations (2.1), (2.2), (2.3), (2.4) forment un système dont la résolution permettra de simuler l'ensemble des phénomènes électromagnétiques prenant place dans le procédé ESR. Pour faciliter la résolution de ce système, nous allons introduire la notation en phaseurs, couramment utilisée dans les problèmes traitant de champs sinusoïdaux (ce qui est le cas pour les installations de refusion qui utilisent un courant alternatif dont la fréquence, en France, vaut 50 Hz), car elle permet de s'affranchir de la dépendance en temps. Pour illustrer cette notion, développons l'équation (2.4) en supposant que tous les champs et courants ont une fréquence identique  $f = \frac{\omega}{2\pi}$ . Le

phaseur du champ magnétique est défini comme :  $\hat{H} = \bar{H}e^{j\varphi}$ , avec  $j^2 = -1$ . Inversement, on peut exprimer le champ magnétique en fonction de son phaseur :  $\vec{H} = \hat{H}e^{j\omega t}$ . Dans ce cas, l'équation (2.4) peut être remplacée par sa représentation en phaseurs :

$$-\Delta \hat{H} = \overrightarrow{rot}(\sigma \hat{E}) + j\omega \overrightarrow{rot}(\varepsilon_{\text{électrique}} \hat{E})$$

Grâce à cette représentation, les quatre équations de Maxwell peuvent ainsi s'écrire :

$$\begin{cases} \text{div}(\hat{D}) = 0 \\ \text{div}(\hat{B}) = 0 \\ \overrightarrow{rot}(\hat{E}) = -j\omega\mu_0 \hat{H} \\ -\Delta(\hat{H}) = \overrightarrow{rot}(\sigma \hat{E}) + j\omega \overrightarrow{rot}(\varepsilon_{\text{électrique}} \hat{E}) \end{cases} \quad (2.5)$$

En combinant les deux dernières équations du système (2.5) et en supposant que la permittivité du milieu est constante dans l'espace, on obtient, pour chacun des matériaux (laitier et métal) :

$$\Delta(\hat{H}) = j\omega\mu_0(\sigma - j\omega\varepsilon_{\text{électrique}})\hat{H} + \hat{E} \times \overrightarrow{grad}(\sigma)$$

Dans le cas du procédé ESR,  $\sigma \gg \omega\varepsilon_{\text{électrique}}$  que l'on s'intéresse au laitier ou au métal ; le terme de déplacement de courant est donc négligeable devant le terme de conduction.

Finalement, les équations de Maxwell gouvernant les phénomènes électromagnétiques dans le cas du procédé ESR peuvent se combiner sous la forme d'une équation :

$$\Delta(\hat{H}) = j\omega\mu_0\sigma\hat{H} + \frac{\hat{J}}{\sigma} \times \overrightarrow{grad}(\sigma) \quad (2.6)$$

Le terme proportionnel au gradient de  $\sigma$  de l'équation (2.6) est généralement nul dans les modèles décrits dans la littérature, puisque les auteurs considèrent que la conductivité électrique est constante (ex : les travaux de Jardy [3] ou de Ferng [22]). Conformément aux travaux de Choudary et Szekely [33], nous avons considéré que la conductivité électrique peut être dépendante de la température.

Dans notre modèle, la variation de la conductivité électrique avec la température est prise en compte à chaque calcul des grandeurs électromagnétiques, c'est-à-dire à chaque changement significatif de l'intensité efficace ou à chaque scission/croissance du maillage ou à défaut toutes les 3 minutes. Afin d'estimer la conductivité électrique en fonction du laitier choisi (composition) et de la température, nous avons choisi le modèle proposé par Ogino et modifié par Herbst [34], basé sur la détermination préalable du titre équivalent en alumine dans le système  $\text{CaF}_2\text{-Al}_2\text{O}_3\text{-CaO-SiO}_2\text{-CaS-ZrO}_2\text{-TiO}_2\text{-MgO-MnO-FeO}$ . Les données expérimentales indiquent en général que la plupart des oxydes ajoutés au laitier en diminuent la conductivité. Il est possible d'exprimer cette dernière par la relation :

$$\sigma(N_x, T) = e^{1,911 - 1,38N_x - 5,68N_x^2} + 0,0039(T - 1700)$$

avec  $T$  la température ( $^{\circ}\text{C}$ ) et  $N_x$ , le nombre équivalent de moles d'alumine calculé à partir des titres molaires des différents oxydes composant le laitier de la manière suivante :

$$N_x = \frac{N_{\text{Al}_2\text{O}_3} + 0,75N_{\text{SiO}_2} + 0,5(N_{\text{TiO}_2} + N_{\text{ZrO}_2}) + 0,2(N_{\text{CaO}} + N_{\text{CaS}}) + 0,2N_{\text{MgO}}}{1 + 30N_{\text{FeO}} + 10N_{\text{MnO}}}$$

On obtient finalement l'équation suivante :

$$\Delta(\hat{H}) = \Delta(\hat{H}_\theta) - \frac{\hat{H}_\theta}{r^2} = \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \hat{H}_\theta) \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} (\hat{H}_\theta) = j\omega\mu_0\sigma\hat{H}_\theta + \frac{\hat{J}_r}{\sigma} \frac{\partial\sigma}{\partial z} - \frac{\hat{J}_z}{\sigma} \frac{\partial\sigma}{\partial r}$$

Cette équation peut se décomposer en parties réelle et imaginaire, liées par l'intermédiaire de leur terme source :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \text{Re}[\hat{H}_\theta]) \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} (\text{Re}[\hat{H}_\theta]) = -\omega\mu_0\sigma \text{Im}[\hat{H}_\theta] + \frac{\text{Re}[\hat{J}_r]}{\sigma} \frac{\partial\sigma}{\partial z} - \frac{\text{Re}[\hat{J}_z]}{\sigma} \frac{\partial\sigma}{\partial r} \\ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \text{Im}[\hat{H}_\theta]) \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} (\text{Im}[\hat{H}_\theta]) = \omega\mu_0\sigma \text{Re}[\hat{H}_\theta] + \frac{\text{Im}[\hat{J}_r]}{\sigma} \frac{\partial\sigma}{\partial z} - \frac{\text{Im}[\hat{J}_z]}{\sigma} \frac{\partial\sigma}{\partial r} \end{cases}$$

Ces deux équations forment le modèle mathématique qui est utilisé pour simuler le comportement électromagnétique du procédé ESR.

La résolution de l'équation (2.6) permettra la prédiction du comportement électromagnétique du procédé ESR. En effet, de la connaissance de  $\hat{H}$  découle la valeur du phaseur de la densité de courant (cf. paragraphe 2.2.3). Compte tenu de l'axisymétrie d'une installation de refusion sous laitier électroconducteur, la seule composante non nulle du champ magnétique est la composante  $H_\theta$ .

### 2.2.3. Grandeurs calculées par le modèle

Dans le cas de la simulation du procédé ESR, le but principal du modèle électromagnétique est le calcul de la force de Lorentz agissant en tout point du laitier et du puits liquide ainsi que de la puissance dissipée localement par effet Joule.

Comme nous l'avons vu précédemment, le modèle permet de calculer le phaseur de la composante orthoradiale, seule composante non nulle du champ magnétique :  $\hat{H}_\theta$  (en réalité, il calcule sa partie réelle et sa partie imaginaire).

La puissance instantanée dissipée par effet Joule est donnée par :

$$Q_{Joule} = \vec{J}(t) \cdot \vec{E}(t) = \frac{1}{\sigma} \vec{J}(t) \cdot \vec{J}(t)$$

Bien évidemment, cette puissance instantanée varie au cours du temps de manière périodique. Il importe donc de calculer sa moyenne sur une période  $T = \frac{1}{f}$ , également appelée puissance active. Par unité de volume, celle-ci vaut :

$$Q_{Joule} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{\vec{J} \cdot \vec{J}}{\sigma} dt = f \int_0^{1/f} \frac{\vec{J} \cdot \vec{J}}{\sigma} dt$$

Ce qui, après calcul [3], donne :

$$Q_{Joule} = \frac{\text{Re}[\hat{J}_r \bar{\hat{J}}_r + \hat{J}_z \bar{\hat{J}}_z]}{2\sigma} = \frac{\text{Re}[\hat{J}_r]^2 + \text{Im}[\hat{J}_r]^2 + \text{Re}[\hat{J}_z]^2 + \text{Im}[\hat{J}_z]^2}{2\sigma}$$

L'intégration de l'équation précédente sur tout le volume du laitier permet d'obtenir la puissance totale dissipée par effet Joule au sein du laitier, définie par :

$$P_{totale} = \iiint_{\text{Volume de laitier}} Q_{Joule} dV_{laitier}$$

De la même manière, il est possible de calculer la force électromagnétique nette gouvernant partiellement les écoulements du métal liquide et du laitier :

$$\langle \vec{F} \rangle = f \int_0^{1/f} \mu_0 \vec{J}(t) \times \vec{H}(t) dt$$

Cette force a deux composantes, axiale et radiale, puisque le champ magnétique n'a qu'une seule composante orthoradiale. Le calcul de ces composantes à partir des résultats fournis par le modèle (parties réelle et imaginaire du phaseur du champ magnétique), se fait de la manière suivante :

$$\langle F_r \rangle = f \int_0^{1/f} -\mu_0 J_z H_\theta dt = f \int_0^{1/f} -\mu_0 \text{Re}[\hat{J}_z e^{j\omega t}] \text{Re}[\hat{H}_\theta e^{j\omega t}] dt$$

Après calcul [3], on obtient l'expression :

$$\langle F_r \rangle = -\frac{\mu_0}{2} \text{Re}[\hat{J}_z \hat{H}_\theta] = -\frac{\mu_0}{2} \left( \text{Re}[\hat{J}_z] \text{Re}[\hat{H}_\theta] + \text{Im}[\hat{J}_z] \text{Im}[\hat{H}_\theta] \right)$$

Le calcul de la composante axiale est similaire ; elle vaut :

$$\langle F_z \rangle = \frac{\mu_0}{2} \text{Re}[\hat{J}_r \hat{H}_\theta] = \frac{\mu_0}{2} \left( \text{Re}[\hat{J}_r] \text{Re}[\hat{H}_\theta] + \text{Im}[\hat{J}_r] \text{Im}[\hat{H}_\theta] \right)$$

Afin de déterminer  $Q_{Joule}$ ,  $\langle F_r \rangle$  et  $\langle F_z \rangle$ , il apparaît nécessaire de calculer préalablement le phaseur de la densité de courant, qui est liée au champ magnétique par le théorème d'Ampère (en négligeant le terme de déplacement de courant). A partir du phaseur du champ magnétique calculé par le modèle, les composantes du phaseur de la densité de courant sont données par :

$$\vec{rot} \hat{H} = \hat{J} \Rightarrow \begin{cases} \hat{J}_r = -\frac{\partial \hat{H}_\theta}{\partial z} \\ \hat{J}_z = \frac{1}{r} \frac{\partial (r \hat{H}_\theta)}{\partial r} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{Re}[\hat{J}_r] = -\frac{\partial (\text{Re}[\hat{H}_\theta])}{\partial z} \text{ et } \text{Im}[\hat{J}_r] = -\frac{\partial (\text{Im}[\hat{H}_\theta])}{\partial z} \\ \text{Re}[\hat{J}_z] = \frac{1}{r} \frac{\partial (r \text{Re}[\hat{H}_\theta])}{\partial r} \text{ et } \text{Im}[\hat{J}_z] = \frac{1}{r} \frac{\partial (r \text{Im}[\hat{H}_\theta])}{\partial r} \end{cases}$$

Dans le procédé de refusion ESR, le laitier peut être considéré comme purement résistif : le courant circule dans une résistance équivalente, et le déphasage entre courant et tension est nul. Grâce à la loi d'Ohm, on peut donc définir la résistance équivalente du laitier par :  $R_{laitier} = \frac{P_{totale}}{I_{eff}^2}$ ,  $I_{eff}$  étant la valeur efficace du courant de fusion ( $I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$ ), ainsi que la chute de tension aux « bornes » du laitier par :  $U_{eff} = R_{laitier} I_{eff}$ .

#### 2.2.4. Conditions aux limites

Les équations aux dérivées partielles décrites précédemment ne peuvent être résolues qu'accompagnées de leurs conditions aux limites aux différentes interfaces :

- **Au sommet de l'électrode et à la base du lingot :**

Le courant radial est nul, donc :  $\hat{J}_r = \frac{\partial \hat{H}_\theta}{\partial z} = 0$ .

- **Sur la surface latérale de l'électrode (partie non immergée) :**

Le modèle applique la forme intégrée du théorème d'Ampère :  $\hat{H}_\theta = \frac{I_{eff}}{\pi \sqrt{2} R_{electrode}}$  (2.7).

- **A l'interface électrode-laitier :**

Sur cette interface supposée localement plane, la condition à la limite exprime la continuité du champ électrique tangentiel.

- sur la partie horizontale :

$$\hat{E}_r \Big|_{laitier} = \hat{E}_r \Big|_{electrode} \text{ d'où } \hat{J}_r \Big|_{laitier} = \frac{\sigma_{laitier}}{\sigma_{electrode}} \hat{J}_r \Big|_{electrode} \text{ et donc :}$$

$$\frac{\partial \hat{H}_\theta}{\partial z} \Big|_{laitier} = \frac{\sigma_{laitier}}{\sigma_{electrode}} \frac{\partial \hat{H}_\theta}{\partial z} \Big|_{electrode}$$

- sur la partie verticale :

$$\hat{E}_z \Big|_{\text{laitier}} = \hat{E}_z \Big|_{\text{électrode}} \quad \text{d'où} \quad \hat{J}_z \Big|_{\text{laitier}} = \frac{\sigma_{\text{laitier}}}{\sigma_{\text{électrode}}} \hat{J}_z \Big|_{\text{électrode}} \quad \text{et donc :}$$

$$\frac{\partial \hat{H}_\theta}{\partial r} \Big|_{\text{laitier}} = \frac{\sigma_{\text{laitier}}}{\sigma_{\text{électrode}}} \frac{\partial \hat{H}_\theta}{\partial r} \Big|_{\text{électrode}}$$

- **A la surface libre du laitier :**

$$\text{Le courant axial est nul, donc : } \hat{J}_z = \frac{1}{r} \frac{\partial(r \hat{H}_\theta)}{\partial z} = 0 \quad \text{d'où} \quad \hat{H}_\theta = \frac{Cte}{r}.$$

$$\text{Or, d'après (2.7) cette constante vaut } \frac{I_{\text{eff}}}{\pi\sqrt{2}}.$$

$$\text{Finalement la condition à la limite est : } \hat{H}_\theta = \frac{I_{\text{eff}}}{\pi\sqrt{2} r}.$$

- **Sur les surfaces latérales laitier/lingotière et lingot/lingotière :**

On suppose qu'une fine couche isolante de laitier solidifié entoure le lingot et le laitier liquide. Le passage radial du courant électrique sur la surface latérale est alors impossible ; le modèle applique donc la forme

$$\text{intégrée du théorème d'Ampère : } \hat{H}_\theta = \frac{I_{\text{eff}}}{\pi\sqrt{2} R_{\text{lingotière}}}.$$

- **A l'interface laitier/puits liquide :**

Sur cette interface supposée plane et indéformable, le champ électrique tangentiel est continu :

$$\frac{\partial \hat{H}_\theta}{\partial z} \Big|_{\text{laitier}} = \frac{\sigma_{\text{laitier}}}{\sigma_{\text{métal liquide}}} \frac{\partial \hat{H}_\theta}{\partial z} \Big|_{\text{métal liquide}}.$$

- **Sur l'axe de symétrie :**

Le modèle exprime directement la condition de symétrie, qui se traduit par :

$$\hat{H}_\theta = 0.$$

Bien évidemment, chacune de ces conditions aux limites est également exprimée en séparant partie réelle et partie imaginaire du phaseur.

## 2.3. Ecoulement

### 2.3.1. Modèles mathématiques

Les travaux de Jardy et al. [3, 32] et ceux, plus récents, de Kelkar et al. [25] ont montré que le régime de l'écoulement du laitier et du puits liquide peut être turbulent, même si l'intensité de la turbulence reste faible. Il est par conséquent nécessaire d'utiliser un modèle de turbulence. L'utilisation d'un modèle RANS (voir paragraphe

2.4) permet de calculer une viscosité turbulente en tout point de l'écoulement. Il est alors possible de déterminer l'écoulement moyen en modélisant les transferts turbulents sous la forme de transferts de type diffusif. Les équations de Navier-Stokes à résoudre, qui sont implémentées dans le code, s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{\partial u_r}{\partial t} + \rho u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \rho v_z \frac{\partial u_r}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} \left( (\mu + \mu_t) \frac{1}{r} \frac{\partial (r u_r)}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( (\mu + \mu_t) \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) - \frac{\mu}{K} u_r + \langle F_r \rangle \\ \rho \frac{\partial v_z}{\partial t} + \rho u_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \rho v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( (\mu + \mu_t) r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( (\mu + \mu_t) \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + \rho g_z - \frac{\mu}{K} v_z + \langle F_z \rangle \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_r) + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \end{array} \right.$$

Les termes  $\langle F_r \rangle$  et  $\langle F_z \rangle$  du système ci-dessus sont les forces électromagnétiques (ou forces de Lorentz) volumiques, dues à l'interaction entre le courant électrique et le champ magnétique auto-induit, calculées grâce au modèle électromagnétique décrit dans le paragraphe précédent.

Conformément à l'hypothèse de Boussinesq, les faibles variations de la masse volumique ne sont prises en compte que dans le terme de gravité, qui s'exprime :

$$\rho g_z = \rho_0 g_z (1 - \beta_T (T - T_0))$$

Puisque le modèle doit tenir compte d'un milieu éventuellement biphasé (solide/liquide) dans la zone pâteuse, on voit apparaître dans les équations de transfert de quantité de mouvement des termes inversement proportionnels à  $K$ , la perméabilité du milieu supposée isotrope, qui est calculée par une loi de Kozeny-Carman [1] :

$$K = K_0 \frac{g_l^3}{(1 - g_l)^2}$$

### 2.3.2. Conditions aux limites

- **A la surface libre du laitier :**

La surface libre du laitier étant considérée plane et horizontale, la composante axiale de la vitesse est nulle. De plus, la contrainte de frottement tangentielle entre l'air et le laitier est négligeable, du fait de la faible viscosité de l'air ambiant :

$$v_z = \frac{\partial u_r}{\partial z} = 0.$$

- **Sur les surfaces latérales laitier/lingotière et lingot/lingotière, à la base du lingot et à l'interface électrode-laitier :**

La vitesse est évidemment nulle au contact de la paroi solide :  $u_r = v_z = 0$ .



Les termes proportionnels à  $\frac{2\mu}{K}$  permettent de passer progressivement de la description de la création de la turbulence au sein du milieu complètement liquide (modèle  $k-\varepsilon$  standard) à son annulation au sein du solide. Cette approche est en parfaite cohérence avec l'écriture des équations de conservation de quantité de mouvement dans un système biphasé liquide/solide.

$P_k$  représente le terme de création d'énergie cinétique turbulente, générée par les phénomènes de cisaillement dans l'écoulement moyen.

$$P_k = \mu \left[ \left( \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right)^2 + 2 \left\{ \left( \frac{\partial u_r}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{u_r}{r} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_z}{\partial z} \right)^2 \right\} \right]$$

$G_k$  est un terme de création/dissipation de la turbulence due à la fluctuation des forces de convection naturelle. Les travaux de Quatravaux [2] en particulier, ont montré qu'il est nécessaire de le prendre en compte. Il vaut :

$$G_k = -\frac{\mu_t}{\sigma_T} g_z \beta_r \frac{\partial T}{\partial z}$$

$\sigma_T$  correspond au nombre de Prandtl turbulent, égal à 0,9.

Enfin on pose le plus souvent [36] :

$$c_{\varepsilon 3} = \tanh \left| \frac{u_z}{u_r} \right|$$

La connaissance de  $k$  et  $\varepsilon$  permet également de calculer localement la conductivité thermique turbulente (voir paragraphe 2.5) :

$$\lambda_t = \frac{C_p \mu_t}{\sigma_T}, \text{ où } C_p \text{ est la chaleur spécifique massique du fluide.}$$

#### 2.4.2. Conditions aux limites

- **A la surface libre du laitier :**

Le modèle de turbulence exprime que les gradients normaux d'énergie cinétique turbulente et de sa vitesse de dissipation sont nuls à la surface :

$$\frac{\partial k}{\partial z} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = 0$$

Cette condition traduit l'absence de tout frottement à la surface libre, et suppose, par ailleurs, que la surface libre n'a aucune influence sur l'intensité de la turbulence. L'effet de la tension superficielle est alors négligé.

▪ **Sur les surfaces latérales laitier/lingotière et lingot/lingotière, ainsi qu'à la base du lingot :**

A la paroi, l'énergie cinétique turbulente ainsi que son taux de dissipation s'annulent. Par ailleurs, en toute rigueur, le modèle  $k-\varepsilon$  ne peut plus s'appliquer à proximité immédiate des parois solides. Nous avons choisi d'utiliser la méthode des fonctions de paroi (cf. Annexe 1) qui permet de calculer le terme de production d'énergie cinétique turbulente au voisinage de la paroi à partir de la contrainte tangentielle de Reynolds :

$$P_k = \tau_w \frac{u_p}{y_p}$$

Grâce à la théorie de la longueur de mélange de Prandtl, nous obtenons une relation pour calculer le taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente dans la couche limite ( $\varepsilon = (c_\mu^{1/2} k)^{3/2} / l$ ), puisque dans ce cas la longueur de mélange est proportionnelle à la distance à la paroi ( $l = \kappa y$ , où  $\kappa = 0,4$  est la constante de Von Karman) :

$$\varepsilon_p = \frac{c_\mu^{3/4} k_p^{3/2}}{\kappa y_p}$$

Les deux relations précédentes peuvent alors être utilisées pour calculer l'énergie cinétique turbulente au voisinage de la paroi.

▪ **A l'interface électrode-laitier :**

En toute rigueur, les transferts aux parois laitier/électrode devraient, comme dans le cas précédent, être modélisés grâce à des fonctions de paroi. Cependant, lors des simulations, nous avons constaté des difficultés de convergence du modèle de turbulence. Par conséquent, dans son état actuel, le modèle suppose simplement l'annulation de la turbulence, sans utiliser de fonctions de paroi. Ce point devra impérativement être amélioré par la suite.

▪ **A l'interface laitier/puits liquide :**

L'énergie cinétique turbulente et sa vitesse de dissipation sont continues. Cependant, il faut être conscient que, les propriétés thermophysiques du métal et du laitier étant différentes, ceci implique que certaines grandeurs comme l'intensité de la turbulence subissent, pour leur part, une discontinuité.

▪ **Sur l'axe de symétrie :**

$$\frac{\partial k}{\partial r} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = 0$$

## 2.5. Thermique

### 2.5.1. Modèles mathématiques (hors conditions aux limites)

L'équation de transport de chaleur en régime transitoire dans le cas d'un écoulement turbulent, en coordonnées cylindriques bidimensionnelles s'écrit :

$$\rho \frac{\partial H}{\partial t} + \rho C_p \left[ u_r \frac{\partial T}{\partial r} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} \right] = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( (\lambda + \lambda_t) r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( (\lambda + \lambda_t) \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q_{joule} \quad (2.8)$$

Bien entendu, dans la partie totalement solide, la vitesse étant nulle, cette équation se simplifie et devient :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( (\lambda + \lambda_t) r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( (\lambda + \lambda_t) \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q_{joule}$$

La solidification est prise en compte par l'intermédiaire d'un bilan enthalpique explicite (terme d'accumulation) dans la résolution numérique de l'équation de transfert de chaleur (2.8) [2]. Concrètement, l'enthalpie massique en un point du système de résolution peut s'écrire :

$$H = C_p T + q_l g_l, \quad q_l \text{ étant la chaleur latente de solidification.}$$

Il faut donc déterminer simultanément la température ainsi que la fraction liquide, ce qui implique la connaissance du chemin de solidification. Le modèle calcule une température en supposant la valeur de la fraction liquide connue. Ensuite, à partir de ce couple de valeurs, l'enthalpie massique en ce point est déduite, d'où un nouveau couple température-fraction liquide compatible avec le chemin de solidification. On poursuit cette démarche jusqu'à obtention de la convergence pour la température et la fraction liquide.

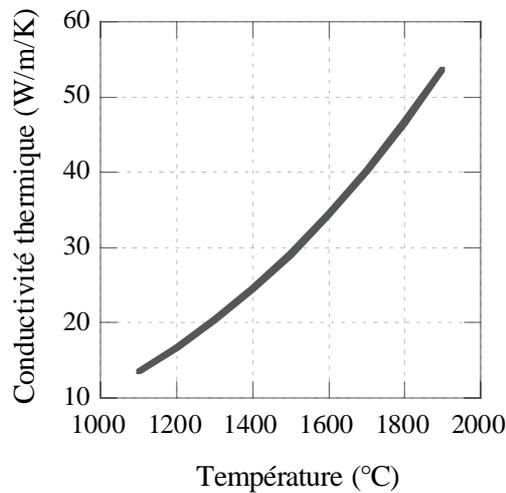
La modélisation explicite de la solidification du laitier a été optimisée au cours de cette étude, notamment grâce à la prise en compte de la variation de sa conductivité thermique en fonction de la température et de la fraction liquide. De cette manière, les transferts thermiques dans la peau de laitier solide sont calculés de manière explicite par le modèle.

Les laitiers à base de fluorure de calcium, utilisés dans le procédé ESR, ont généralement un comportement semi-transparent comme l'ont montré Mitchell et Wadier [37]. Ces auteurs ont notamment proposé une relation permettant de calculer la conductivité thermique équivalente du laitier en fonction de la température, qui tient compte du transfert radiatif :

$$\lambda(T) = 5,23 \cdot 10^{-9} T^3$$

Cette relation a été établie pour un laitier composé de 70% de fluorure de calcium, 15% de chaux et 15% d'alumine. Elle permet d'estimer la conductivité thermique du

laitier lorsque celui-ci est totalement liquide. Cette évolution de la conductivité thermique en fonction de la température est représentée sur la Figure 2.3.



**Figure 2.3 : Evolution de la conductivité thermique du laitier en fonction de la température**

Par manque d'information, c'est cette relation qui a été implémentée dans le modèle et qui est utilisée quelle que soit la composition du laitier.

On constate que, suivant la température du laitier, sa conductivité peut varier très fortement : sa valeur peut être doublée entre 1300°C et 1700°C, ce qui n'est pas sans conséquence sur les transferts thermiques. Cette relation peut s'appliquer jusqu'à la température de liquidus du laitier, à partir de laquelle le laitier commence à se solidifier, annihilant ainsi le transfert radiatif.

En effet, la solidification du liquide, au contact de la lingotière refroidie, entraîne la présence d'une zone pâteuse dans laquelle coexistent à la fois du laitier liquide et solide. La conductivité thermique varie alors en fonction de la fraction liquide. Dans le modèle, nous avons simplement exprimé cette évolution par une moyenne pondérée entre la valeur de la conductivité du liquide calculée à la température de liquidus (par la relation de Mitchell et Wadier) et celle de la conductivité du laitier solide :

$$\lambda = (1 - g_l) \lambda_{solide} + g_l \lambda_{T_{liquidus}}$$

Notons enfin que les gouttes de métal traversant le laitier sont supposées réparties uniformément dans tout le laitier, et en équilibre thermique avec ce dernier au cours de leur chute.

### 2.5.2. Conditions aux limites

- **A la surface libre du laitier :**

La condition à la limite exprime le rayonnement thermique sur cette surface, en supposant que la température extérieure (température de l'air dans l'espace annulaire) est constante et égale à 1000°C.

$$\Phi_{\text{rayonnement}} = \sigma_{SB} \varepsilon_{\text{laitier}} (T^4 - T_{\text{ext}}^4)$$

- **Sur la surface latérale laitier/lingotière et lingot/lingotière :**

Le flux thermique à travers la couche limite turbulente se calcule au moyen d'un coefficient de transfert thermique, basé sur la corrélation de Prandtl-Taylor [38] :

$$h_{thermique} = \frac{C_p \tau_w}{u_p + y_{lim}^+ \left( \frac{C_p \mu}{\lambda} - 1 \right) \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}}$$

Par ailleurs la détermination de la température à la paroi (i.e. la température de la lingotière), qui est un point capital du modèle, sera discutée en détail dans le paragraphe 2.5.3.

- **A la base du lingot :**

Enfin, le transfert thermique entre la base du lingot et l'eau de refroidissement est modélisé grâce à un coefficient de transfert thermique global tenant compte de la résistance de contact entre le métal et la lingotière, de la lingotière et du transfert avec l'eau de refroidissement. Cette conductance équivalente est fixée à :  $200 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ , conformément à la valeur utilisée par Quatravaux [2].

- **A l'interface électrode-laitier (surfaces horizontale et verticale) :**

A cette interface, du fait de la fusion de l'électrode, la température interfaciale est fixée à la température de liquidus du métal.

- **A l'interface laitier/puits liquide :**

La température est bien sûr continue à cette interface.

- **Sur l'axe de symétrie :**

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0.$$

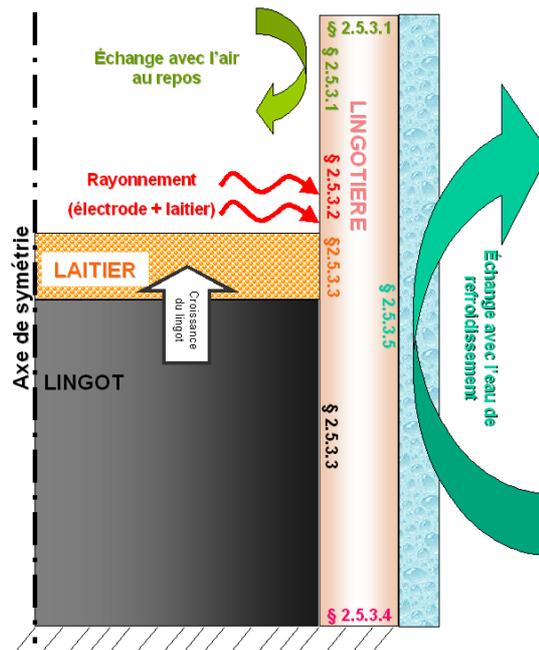
### 2.5.3. Calcul de la température dans la lingotière

Lors d'une campagne de mesures réalisée en novembre 2004 sur un four semi-industriel à arc sous vide de l'usine CEZUS d'Ugine [39], la température de la lingotière en cuivre a été mesurée en différents points, lors de la refusion VAR d'un alliage de zirconium. Les auteurs ont alors montré, par comparaison avec les profils de température calculés par le logiciel SOLAR, que la condition à la limite implémentée à l'époque dans le code en termes de refroidissement latéral du lingot, ne permettait pas de prédire de manière correcte les températures mesurées dans la lingotière. En effet, le refroidissement du lingot était alors calculé en utilisant une analogie électrique qui représente ce transfert à l'aide d'une suite de résistances thermiques en série. Or, cette modélisation ne permettait pas de prendre en compte l'accumulation ainsi que la conduction verticale de chaleur dans la lingotière.

Nous avons donc mené une étude visant à modifier cette condition à la limite dans les deux codes de calcul (simulation des procédés VAR et ESR). Un modèle a tout d'abord été développé dans le cadre de cette étude. Il permet de calculer la

température en tout point de la lingotière en discrétisant l'équation de la chaleur sur un maillage aux volumes finis (la lingotière étant divisé en un nombre fini de volumes de contrôle). Ce modèle peut être utilisé dans le cas du procédé ESR comme dans le cas du procédé VAR du fait de leur similarité. Bien sûr, les conditions aux limites à implémenter diffèrent suivant le procédé.

Le modèle a été directement transposé dans le modèle global ESR, et a également été implémenté dans le code SOLAR [40]. Le maillage aux volumes finis de la lingotière est fixe et ne subit pas de scission/croissance. Les conditions aux limites utilisées sont représentées sur la Figure 2.4 et décrites dans ce paragraphe.



**Figure 2.4 : Conditions aux limites nécessaires pour le calcul précis de la température dans la lingotière**

#### 2.5.3.1. Échange avec l'air au repos

La lingotière échange de la chaleur avec l'air au repos dans la partie annulaire autour de l'électrode, le coefficient d'échange thermique étant fixé à  $10 \text{ W/m}^2/\text{K}$  et la température extérieure à  $100^\circ\text{C}$ .

Le coefficient d'échange thermique avec l'air au sommet de la lingotière est fixé à la même valeur, tandis que la température de l'air ambiant est égale à  $30^\circ\text{C}$ .

Ces paramètres sont ajustables selon les besoins de l'utilisateur, sachant que leur influence n'est pas du premier ordre.

#### 2.5.3.2. Rayonnement provenant de l'électrode et du laitier

En l'absence d'information précise, nous avons considéré que la puissance due au rayonnement combiné de l'électrode et du laitier est égale à la moitié de la puissance perdue par le laitier par rayonnement dans l'espace annulaire entourant l'électrode et

calculée par le modèle global. Nous avons par ailleurs supposé que ce flux thermique radiatif est réparti uniformément sur une surface de hauteur fixée à 10 cm.

### 2.5.3.3. Contact laitier/lingotière, lingot/lingotière et zone de décollement du lingot

Dans ces zones, il est nécessaire de connaître les profils de température du laitier et du lingot en regard de la lingotière, dont le calcul est décrit dans les paragraphes 2.5.1 et 2.5.2, puis d'effectuer une interpolation de façon à estimer cette température dans le maillage de la lingotière, fixe et forcément différent du maillage au sein du laitier et du lingot, qui évolue au cours du temps avec la croissance du lingot. Afin de calculer le flux de chaleur échangé entre le laitier, le lingot et la lingotière, il faut estimer les coefficients de transferts thermiques correspondants. Nous avons choisi de modéliser ces transferts par des séries de résistances thermiques (analogie électrique). Les trois possibilités, implémentées dans le code, sont exposées dans ce paragraphe. Suivant la zone où l'on se situe, le coefficient d'échange thermique équivalent prend en compte :

- **En regard du laitier :**

La résistance de contact entre la peau de laitier solidifiée et la lingotière :

$$\frac{1}{h_{\text{équivalent}}} = \frac{1}{h_{\text{contact}_{\text{laitier} / \text{lingotière}}}}$$

- **En regard du lingot, avant le décollement :**

La résistance de contact entre le métal et la peau de laitier, la résistance due à la peau de laitier et la résistance de contact entre la peau et la lingotière :

$$\frac{1}{h_{\text{équivalent}}} = \frac{1}{h_{\text{contact}_{\text{métal} / \text{peau de laitier}}}} + \frac{1}{h_{\text{peau de laitier}}} + \frac{1}{h_{\text{contact}_{\text{peau de laitier} / \text{lingotière}}}}$$

Notons que la prise en compte explicite de la solidification du laitier, dans le modèle, permet de calculer l'épaisseur de peau de laitier qui entoure le lingot ; cette valeur étant nécessaire au calcul de la résistance thermique équivalente à cette couche de laitier solide. Cette épaisseur de peau est recalculée en fonction de la hauteur à chaque scission du maillage. Au sommet du lingot, elle est estimée à partir de l'épaisseur de peau dans le laitier juste au-dessus de l'interface laitier/puits liquide.

- **En regard du lingot, après le décollement total :**

La solidification du métal entraîne une contraction du lingot qui se décolle de la lingotière. Comme le coefficient de dilatation thermique du métal est plus faible que celui du laitier, la peau de laitier aura tendance à adhérer au métal. Une nouvelle résistance thermique apparaît alors, correspondant à la couche d'air (à pression atmosphérique) présente dans la zone de retrait. Par rapport au cas précédent, cette

nouvelle résistance remplace la résistance de contact entre la couche de laitier et la lingotière.

$$\frac{1}{h_{\text{équivalent}}} = \frac{1}{h_{\text{contact métal / peau de laitier}}} + \frac{1}{h_{\text{peau de laitier}}} + \frac{1}{h_{\text{air}}}$$

Deux mécanismes de transfert thermique opèrent en parallèle dans cet espace : les transferts par conduction dans l'air et par rayonnement. On peut alors exprimer le coefficient de transfert dans la couche d'air par :

$$h_{\text{air}} = h_{\text{conduction}} + h_{\text{rayonnement}}$$

La conductance due au transfert de chaleur par conduction dans l'air est calculée à partir de sa conductivité thermique [3] :

- Si la température de l'air est supérieure ou égale à 800°C :  
 $\lambda_{\text{air}} = 1,43.10^{-2} + 8,75.10^{-5}T_{\text{air}} - 2,44.10^{-8}T_{\text{air}}^2 \text{ (W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}\text{)}$
- Si elle est inférieure à 800°C :  
 $\lambda_{\text{air}} = 2,5.10^{-2} + 5,44.10^{-5}T_{\text{air}} \text{ (W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}\text{)},$

la température de l'air étant estimée grâce à la température de la peau de laitier et de la lingotière (que l'on peut également déterminer grâce à l'analogie électrique) :

$$\frac{1}{\sqrt{T_{\text{air}}}} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sqrt{T_{\text{lingotière}}}} + \frac{1}{\sqrt{T_{\text{peau de laitier}}}} \right)$$

Enfin, le coefficient de transfert par rayonnement entre la peau de laitier et la paroi, s'exprime classiquement par :

$$h_{\text{rayonnement}} = \sigma_{SB} \epsilon_{\text{laitier}} \frac{T_{\text{peau de laitier}}^4 - T_{\text{lingotière}}^4}{T_{\text{peau de laitier}} - T_{\text{lingotière}}}$$

▪ **En regard du lingot, dans la zone de décollement partiel :**

Il est également possible de définir une zone de décollement partiel, pour laquelle le coefficient d'échange thermique suivra une évolution linéaire entre sa valeur au contact et celle correspondant au décollement total, en fonction de l'épaisseur du « gap » lingot/lingotière.

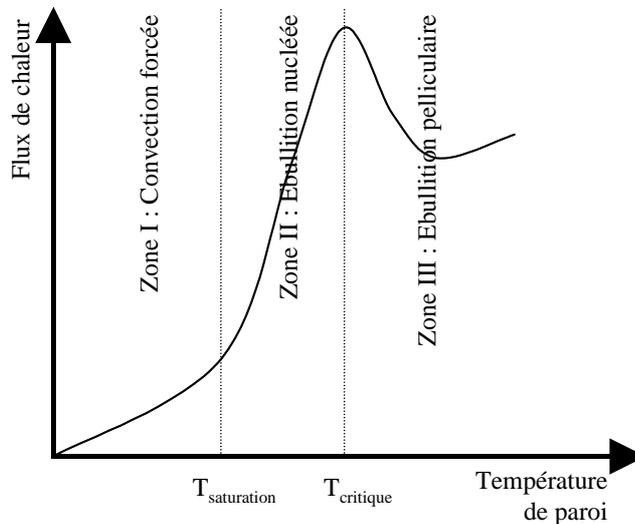
2.5.3.4. Contact avec la base

La température de la base de la lingotière est fixée à la valeur de la température d'entrée de l'eau du circuit de refroidissement.

2.5.3.5. Refroidissement par eau

Les résultats du modèle ont montré que la prise en compte du régime d'ébullition nucléée dans le refroidissement de la lingotière pouvait jouer un rôle important. Nous nous sommes appuyés sur les conclusions d'un projet d'élèves de l'Ecole des Mines de Nancy [41] pour affiner cette modélisation. Rappelons que le flux de chaleur extrait

d'une paroi solide dépend du régime d'écoulement de l'eau de refroidissement [42] comme le montre schématiquement la Figure 2.5.



**Figure 2.5 : Courbe de Nukiyama simplifiée [42]**

Ainsi dans la zone I, l'échange de chaleur se fait uniquement par convection forcée.

Lorsque la température de la paroi augmente (au-delà de la température de saturation), la formation de bulles de vapeur à la paroi va améliorer les échanges de chaleur : ainsi, dans la zone II qui correspond au régime d'ébullition nucléée, le flux de chaleur augmente très rapidement avec la température de la paroi.

Enfin, au-delà de la température critique (correspondant au maximum du flux échangé), le transfert de chaleur diminue fortement, puisqu'il se forme, au contact de la paroi, une pellicule de vapeur qui va freiner les transferts thermiques.

Dans le présent rapport, nous ne décrivons pas les régimes apparaissant au-delà de la température critique, car ils ne nous concerneront pas dans le cadre de cette étude, la température de la lingotière ne dépassant jamais cette valeur.

La température de saturation, au-delà de laquelle l'eau de refroidissement est considérée en régime d'ébullition nucléée, dépend de la pression dans le circuit d'eau selon les relations suivantes [41] :

- Si  $1 \text{ bar} < P_{\text{eau}} \leq 4 \text{ bar}$  :  $T_{\text{sat}} = 75,3 + 27,7P_{\text{eau}} - 2,7P_{\text{eau}}^2$ ,
- Si  $4 \text{ bar} < P_{\text{eau}} \leq 7 \text{ bar}$  :  $T_{\text{sat}} = 105,8 + 10,9P_{\text{eau}} - 0,36P_{\text{eau}}^2$ .

En dessous de cette température, la convection forcée régit les échanges thermiques entre la lingotière et l'eau et le coefficient d'échange thermique est estimé dans le modèle par la relation classique de Dittus-Boelter corrigée pour un espace annulaire, comme dans le logiciel SOLAR [2].

Lorsque la température de la lingotière est supérieure à la température de saturation, le coefficient d'échange thermique dû à l'ébullition nucléée est calculé par la relation suggérée par Bianchi et al. [43] :

$$h_{\text{ébullition nucléée}} = \frac{2,253(T_{\text{paroi}} - T_{\text{sat}})^{3,33}}{(T_{\text{paroi}} - T_{\text{eau}})}$$

Enfin, la température critique à partir de laquelle nous supposons que le régime d'ébullition pelliculaire prend place (phénomène de caléfaction), est déduite du flux critique (i.e. le flux maximum atteint) qui s'exprime selon la loi [43] :

$$\varphi_{\text{critique}} = CL_{\text{eau}} \sqrt{\rho_{\text{vapeur}}} \left[ \sigma g \rho_{\text{liquide}} \right]^{1/4} = 2,253(T_{\text{critique}} - T_{\text{sat}})^{3,33}$$

Comme nous l'avons vu plus haut, la température de la lingotière ne doit pas en principe atteindre cette valeur critique. Le modèle considère que, si une telle situation devait se présenter, le flux thermique échangé avec l'eau de refroidissement resterait alors égal au flux critique.

#### 2.5.4. Bilans thermiques globaux

En sus des critères classiques (calcul des résidus de convergence), nous avons choisi de vérifier la convergence de nos calculs par l'intermédiaire de bilans thermiques globaux.

Les bilans et la convergence sont ainsi vérifiés sur le domaine de résolution entier, c'est-à-dire le système composé du laitier et du lingot, qu'il soit solide ou liquide. De ce point de vue, l'apport de chaleur est assuré d'une part par la chaleur dissipée par effet Joule, mais également par l'apport enthalpique lié aux gouttes de métal, calculé à partir de la vitesse de fusion en supposant que les gouttes de métal entrent dans le système à la température de liquidus du métal, sans surchauffe. La chaleur est soit accumulée dans le laitier et le lingot ; soit transmise à la lingotière (puis à l'eau de refroidissement) et à la base, perdue par rayonnement et/ou convection à la surface libre du laitier dans l'espace annulaire ou transmise à l'électrode. Notons que, si le modèle ne permet pas aujourd'hui de calculer directement la vitesse de fusion (fournie comme donnée), il calcule la puissance transmise à l'électrode. Celle-ci est responsable de la fusion du métal mais également du chauffage de l'électrode et des pertes thermiques par rayonnement/convection. Ainsi, on peut définir le rendement utile à la fusion de l'électrode comme étant le rapport entre la puissance utile à la fusion et la puissance totale fournie à l'électrode (calculée par le modèle). Si l'on connaît sa valeur, il est possible d'estimer la vitesse de fusion réelle en fonction de ce paramètre.

La convergence est également vérifiée sur chaque sous-domaine. L'apport de chaleur dans le laitier provient de l'effet Joule et des gouttes de métal. Cette chaleur est ensuite :

- perdue par rayonnement et/ou convection dans l'espace annulaire,
- transmise à l'électrode,
- transmise à la lingotière par contact,
- transmise au puits liquide par contact,

- transmise aux gouttes de métal réparties uniformément au sein du laitier, et qui vont, en atteignant le puits liquide, contribuer à l'apport de chaleur au puits liquide.

Si l'on considère le sous-domaine lingot, la chaleur est apportée par le laitier par contact au niveau de l'interface laitier/puits liquide et par l'apport enthalpique des gouttes de métal, lié à la fois à la fusion de l'électrode et à la surchauffe acquise lors du passage dans le laitier. Cette chaleur est ensuite transportée vers les interfaces et perdue par contact avec la lingotière et la base et par rayonnement dans la zone de décollement.

Par ailleurs, un bilan de chaleur est également effectué sur la lingotière. La chaleur apportée à la lingotière provient du laitier, du lingot et du rayonnement combiné de l'électrode et du laitier. Celle-ci est ensuite transmise à l'eau de refroidissement par convection ou ébullition nucléée.

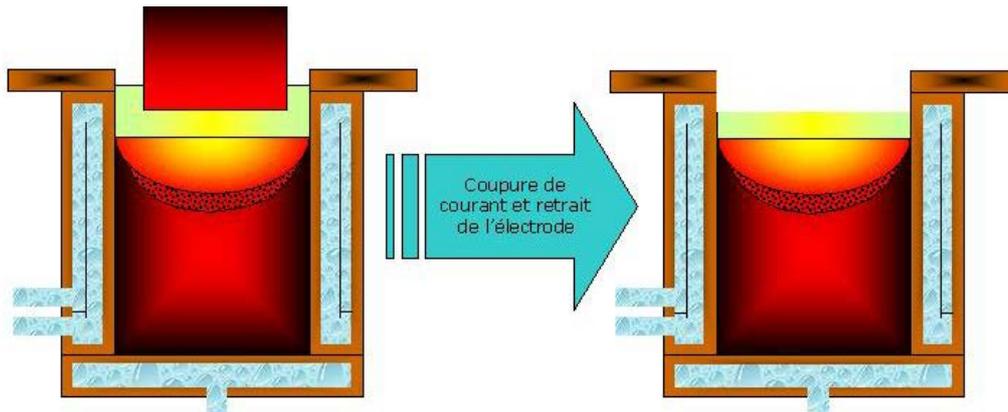
Il convient de bien noter que, non seulement le calcul de ces différentes puissances permet de vérifier la consistance des bilans thermiques assurant la convergence des calculs, mais il fournit également des renseignements précieux sur la répartition des différents postes thermiques au sein du procédé, améliorant ainsi sa compréhension globale.

## 2.6. Prise en compte du refroidissement après coupure du courant

Afin de prédire le refroidissement du lingot et du laitier après la coupure du courant et le retrait de l'électrode, nous avons introduit une option supplémentaire dans le modèle. Ainsi, lorsque la simulation d'une refusion est terminée, l'utilisateur a la possibilité de poursuivre la simulation par le calcul du refroidissement.

Comme l'électrode pénètre généralement peu dans le laitier, le volume présent dans l'espace annulaire entourant l'électrode ne représente qu'une faible part du volume total de laitier. De plus, celui-ci ne devrait pas avoir d'influence notable sur le refroidissement du lingot. Rappelons en effet que le but de ce calcul est de prédire le refroidissement du lingot et non pas du laitier, bien que ce dernier joue également un rôle dans le « masselottage » du lingot.

Aussi, pour simplifier la mise en œuvre des calculs, nous avons fait l'hypothèse que lorsque l'électrode est retirée du laitier, le volume de laitier dans l'espace annulaire est également retiré comme le montre la Figure 2.6.

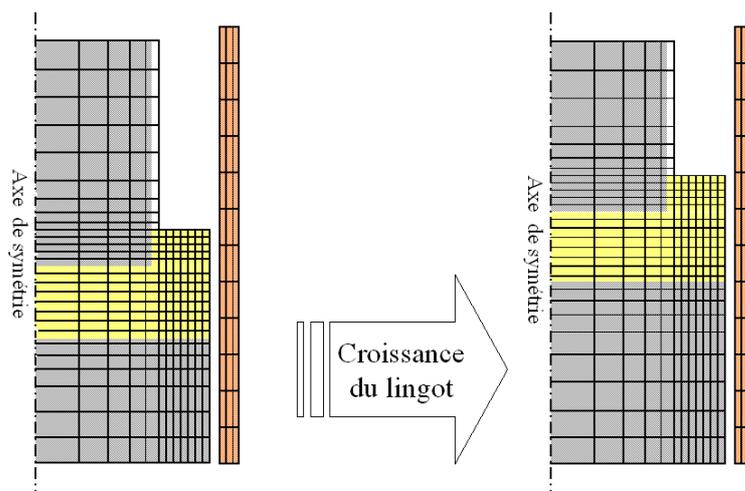


**Figure 2.6 : Changement du domaine de calcul lors du retrait de l'électrode après coupure du courant**

Les conditions aux limites au contact de la lingotière sont inchangées puisque le refroidissement par le circuit d'eau a toujours lieu. En revanche, à la surface libre du laitier, le modèle impose sur toute la surface un flux radiatif vers l'extérieur. La température de l'air est calculée en faisant la moyenne entre la température moyenne de la surface libre du laitier et la température ambiante (égale à la température d'entrée du circuit d'eau de refroidissement). Ainsi, on prend en compte de manière très simplifiée le refroidissement de l'air ambiant.

## 2.7. Résolution numérique

La méthode de résolution numérique employée est la méthode des volumes finis [21]. Les équations de transport du modèle sont discrétisées sur un nombre fini de volumes constituant le maillage. Le maillage irrégulier utilisé est représenté sur la Figure 2.7.



**Figure 2.7 : Illustration du maillage du domaine de calcul et de son évolution au cours du temps**

La croissance du lingot est prise en compte de manière continue, comme l'a préconisé Quatravaux dans sa thèse [2], par le biais de scissions, puis de la croissance de certaines mailles. De façon symétrique, le maillage de l'électrode subit une décroissance puis une « fusion » de façon à tenir compte de la consommation de l'électrode. Le maillage du laitier est fixe, de même que le maillage de la lingotière.

En ce qui concerne les équations de Navier-Stokes, le couplage vitesse-pression est traité par l'algorithme SIMPLEC (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations – Consistent [44, 45]), qui semble plus efficace que l'algorithme SIMPLE comme l'ont montré Van Doormaal et Raithby [44].

Un schéma totalement implicite est utilisé pour la discrétisation des termes transitoires, et un schéma de différenciation amont (ou upwind) pour les termes de transport convectif. Une loi locale de variation linéaire est employée pour les termes de transport diffusif.

Le modèle est écrit en FORTRAN 77 et compte environ 6000 lignes de code.

## 2.8. Récapitulatif

---

### 2.8.1. Données nécessaires au modèle

Les données nécessaires au modèle peuvent être regroupées en 3 catégories.

---

#### 2.8.1.1. Propriétés thermophysiques

Les propriétés thermophysiques des matériaux mis en jeu dans le procédé : l'alliage à refondre, le laitier et la lingotière. Le modèle requiert en particulier :

- Les viscosités dynamiques de l'alliage et du laitier liquides,
- Les masses volumiques du laitier, de l'alliage et du cuivre,
- Les chaleurs spécifiques du laitier, du métal à refondre et du cuivre,
- Les conductivités thermiques de l'alliage et du cuivre,
- Les coefficients d'expansion volumique thermique de l'alliage et du laitier liquide,
- Le coefficient d'expansion linéique thermique de l'alliage solide (pour calculer la contraction du métal lors de sa solidification),
- L'émissivité du laitier liquide,
- Les conductivités électriques de l'alliage et du laitier,
- Les chaleurs latentes de solidification du laitier et de l'alliage,
- Les températures de solidus et de liquidus, ainsi que les évolutions de la fraction liquide en fonction de la température normée du laitier et de l'alliage (que nous appelons par abus de langage « chemins de solidification »).

---

### 2.8.1.2. Paramètres opératoires

Les paramètres géométriques comme les rayons de l'électrode et du lingot, ainsi que les masses de l'électrode et du laitier sont nécessaires pour la simulation d'une refusion. La profondeur d'immersion de l'électrode, fixe pendant toute la simulation, doit également être fournie par l'utilisateur.

Le profil d'intensité efficace, c'est-à-dire l'évolution de l'intensité en fonction du temps, est indispensable à la modélisation. De plus, le modèle ne permettant pas actuellement de modéliser le processus de fusion de l'électrode, le profil de vitesse de fusion en fonction du temps constitue également une donnée d'entrée.

Par ailleurs, le modèle a besoin des paramètres liés au refroidissement par eau, comme le débit volumique, l'épaisseur de la chemise d'eau, l'épaisseur et la hauteur de la lingotière, ainsi que la pression de l'eau. L'utilisateur doit également définir le critère de décollement du lingot, soit sous la forme d'une distance critique, soit d'une température critique.

---

### 2.8.1.3. Paramètres numériques

Le nombre de lignes et de colonnes du maillage dans l'électrode, le laitier, le lingot et la lingotière sont nécessaires, de même que la raison géométrique du maillage irrégulier et le nombre de mailles à affiner.

Le pas de temps est également indispensable à la simulation.

Enfin, l'utilisateur doit fournir les critères de convergence et les coefficients de relaxation pour les différentes grandeurs calculées.

---

## 2.8.2. Grandeurs calculées par le modèle

Les résultats fournis par le modèle au cours de la refusion sont :

- **les cartes des grandeurs électromagnétiques en tout point du lingot, du laitier et de l'électrode :**  
champ magnétique, densité de courant radiale et axiale, force volumique électromagnétique de Lorentz, puissance volumique dissipée par effet Joule ;
- **les cartes de température et de fraction liquide en tout point du laitier, du lingot et de la lingotière ;**
- **les cartes de grandeurs liées à la solidification en tout point du lingot :**  
gradients thermiques locaux, vitesse d'avancée du front de solidification, orientation des grains (en supposant qu'ils sont perpendiculaires au front de solidification), temps locaux de solidification partiels et totaux ;
- **les cartes des vitesses au sein du laitier, du puits liquide et de la zone pâteuse :**

composantes axiale et radiale ; la fonction de courant est également calculée ;

- **les cartes des grandeurs caractéristiques de la turbulence de l'écoulement dans le laitier, le puits liquide et la zone pâteuse :**  
énergie cinétique turbulente, taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente, intensité de la turbulence représentée par le rapport des viscosités turbulente et dynamique ;
- **les évolutions au cours du temps de :**  
la tension, la résistance du laitier, la hauteur du lingot, le volume du puits liquide, la profondeur au centre des isothermes liquidus, solidus et de l'iso-fraction liquide 0,5, les différents postes thermiques ainsi que le bilan thermique permettant de vérifier la convergence, la vitesse de fusion estimée avec un « rendement utile à la fusion » de 1.

Le modèle décrit dans ce chapitre a été utilisé pour simuler la refusion d'un lingot base nickel. Cette simulation reproduit une refusion de validation réalisée aux Ancizes. Dans le chapitre 3, nous présenterons et analyserons les résultats fournis par le modèle pour cette refusion, afin d'illustrer les différents points que nous venons d'aborder.

La comparaison des résultats obtenus avec les observations expérimentales permet la validation du modèle, qui fera l'objet du chapitre 4.

L'ensemble des équations de conservation et conditions aux limites sont résumées en Annexe 2.



## Chapitre 3 :

# Exemples de résultats fournis par le modèle



## 3.1. Description de la refusion simulée (fusion A)

Ce chapitre est consacré à la description et l'analyse des résultats fournis par le modèle décrit dans le chapitre 2. Les données utilisées correspondent à celles de l'une des refusions de validation, dénotée dans ce mémoire « fusion A ». Afin d'assurer une meilleure lisibilité du manuscrit, nous ne détaillerons pas l'ensemble des données nécessaires à la simulation. Seuls les paramètres utiles à la compréhension de notre propos seront présentés.

---

### 3.1.1. But de la refusion

La fusion A a consisté à refondre une électrode d'alliage base nickel (Nimonic 80), grâce à un laitier classique composé de 70% de fluorure de calcium, 15% de chaux et 15% d'alumine. Son but principal était de marquer des puits liquides successivement au cours de la refusion au moyen de billes de nickel, de façon à valider, par comparaison, les résultats fournis par le modèle.

Notons que l'expérience était entièrement dédiée à une meilleure compréhension du procédé et à la validation du modèle ; de ce fait, les paramètres opératoires sont très éloignés des conditions classiques de refusion d'un alliage base nickel. L'étape de validation sera plus largement décrite dans le chapitre 4.

---

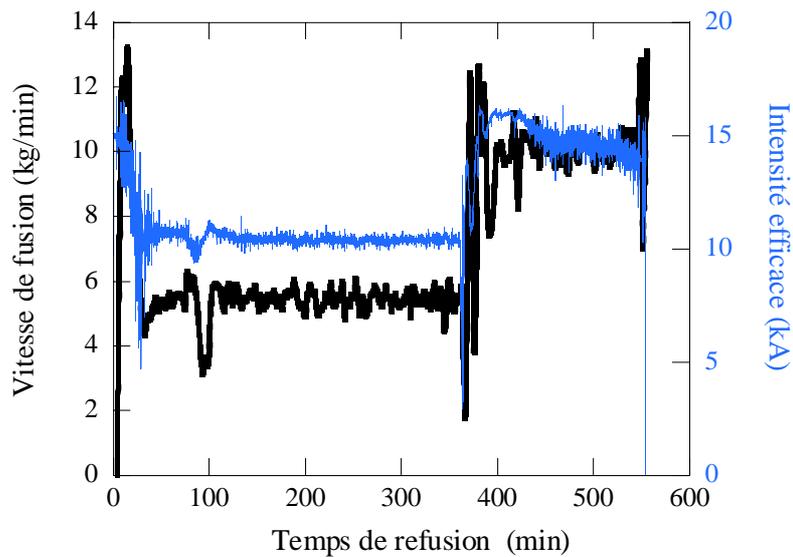
### 3.1.2. Paramètres opératoires

Les profils de vitesse de fusion et d'intensité efficace mesurés sur le four au cours de la fusion A, représentés sur la Figure 3.1, ont été utilisés comme données d'entrée du modèle.

La fusion A se décompose en deux paliers de vitesse de fusion, tout d'abord une faible vitesse de l'ordre de 5,5 kg/min, puis une forte vitesse de 10 kg/min. L'intensité efficace évolue évidemment de la même manière, et les valeurs des paliers sont respectivement d'environ 10 et 15 kA.

La masse de l'électrode est de 4140 kg, pour un diamètre de 432 mm. Le diamètre du lingot secondaire est égal à 515 mm. La masse de laitier est de 100 kg. La profondeur d'immersion de l'électrode est fixée, dans le modèle, à 2 cm. La hauteur de la lingotière est de 3 m et son épaisseur vaut 2,5 cm.

Toutes ces données correspondent, du mieux possible, à celles de la refusion réelle.

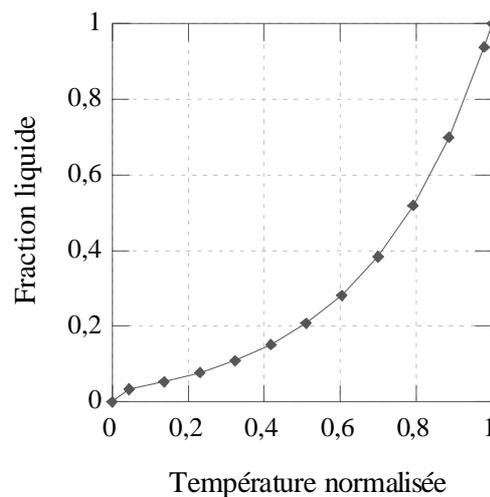


**Figure 3.1 : Profils de vitesse de fusion et d'intensité efficace mesurés sur le four lors de la fusion A, utilisés comme données du modèle**

### 3.1.3. Propriétés thermophysiques

L'estimation des propriétés thermophysiques, particulièrement celles du laitier, constitue la partie la plus délicate dans la collecte des données nécessaires au modèle. Les données bibliographiques sont souvent incomplètes ou indisponibles pour la composition désirée.

Le métal à refondre est un alliage base nickel, dont le chemin de solidification calculé par le logiciel Thermo-Calc<sup>5</sup> (évolution de la fraction liquide en fonction de la température normalisée) est représenté sur la Figure 3.2. Sa température de liquidus est estimée à 1388°C, sa température de solidus à 1334°C et sa chaleur latente de solidification à  $2,7 \cdot 10^5$  J/kg.



**Figure 3.2 : Chemin de solidification de l'alliage base nickel de la fusion A**

<sup>5</sup>

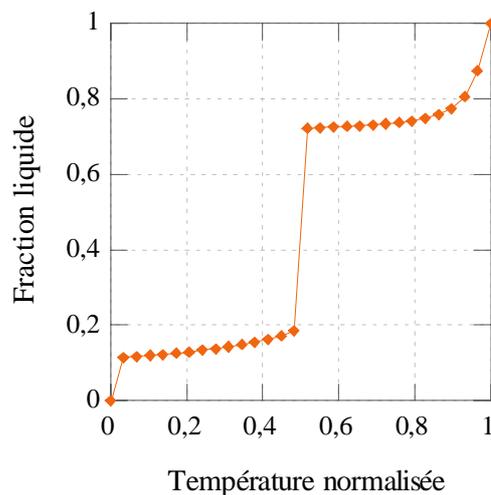
Calculs réalisés par P.E. RICHY (Aubert&Duval)

Les principales propriétés thermophysiques de l'alliage sont résumées dans le Tableau 3.1.

Viscosité dynamique	$6.10^{-3} \text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$
Masse volumique	$7013 \text{ kg.m}^{-3}$
Chaleur spécifique	$764 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
Coefficient d'expansion thermique volumique	$1,1.10^{-4} \text{ K}^{-1}$
Conductivité thermique	$30 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
Conductivité électrique	$1.10^6 \text{ } \Omega^{-1}.\text{m}^{-1}$

**Tableau 3.1 : Propriétés thermophysiques du métal utilisées pour la simulation de la fusion A**

Le chemin de solidification du laitier<sup>6</sup> est représenté sur la Figure 3.3. Les températures de liquidus et de solidus sont respectivement de 1470°C et 1325°C. La discontinuité, observée pour une température normalisée de 0,5, est due à la fusion brutale du fluorure de calcium.



**Figure 3.3 : Chemin de solidification du laitier utilisé pour la fusion A (70/15/15)**

La valeur de la viscosité du laitier liquide est nettement plus importante que celle du métal, notamment du fait de la présence d'oxydes. Sa valeur est fixée, dans le modèle, à  $1,5.10^{-2} \text{ kg/m/s}$ , correspondant à la moyenne des valeurs expérimentales mesurées pour des laitiers dont la composition était proche du laitier 70/15/15 et pour des températures de 1500°C et 1580°C [34]. De manière générale, les propriétés thermophysiques résumées dans le Tableau 3.2 ont été estimées de la même manière, c'est-à-dire en moyennant les valeurs trouvées dans la littérature [46, 47, 48, 34] pour différentes compositions approchant la composition du laitier utilisé et pour différentes températures de la phase liquide.

Rappelons que la conductivité thermique du laitier est calculée en fonction de la température et de la fraction liquide. La conductivité électrique est estimée grâce au modèle d'Ogino modifié, qui permet de traduire son évolution en fonction de la

<sup>6</sup> Données fournies par le Centre de Recherche de Trappes (ERAMET)

température pour une composition donnée. Dans notre cas, le nombre équivalent de moles d'alumine a été légèrement augmenté afin d'obtenir le bon ordre de grandeur de la valeur de la conductivité électrique d'un laitier 70/15/15 ( $N_x$  vaut 0,25 au lieu de 0,15).

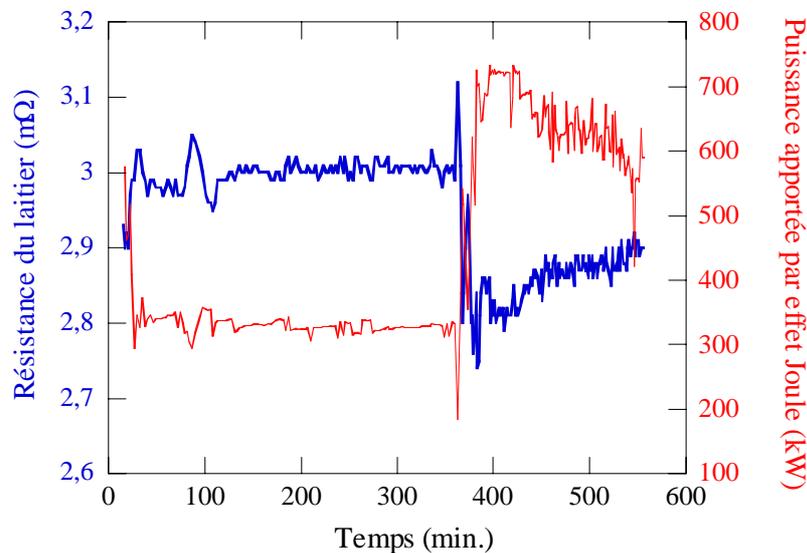
Viscosité dynamique	$1,5.10^{-2} \text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$
Masse volumique	$2524 \text{ kg.m}^{-3}$
Chaleur spécifique	$1404 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
Coefficient d'expansion thermique volumique	$5,95.10^{-4} \text{ K}^{-1}$

**Tableau 3.2 : Propriétés thermophysiques du laitier utilisées pour la simulation de la fusion A**

## 3.2. Electromagnétisme

### 3.2.1. Grandeurs électromagnétiques

Comme nous l'avons vu dans le précédent chapitre, le modèle permet de calculer l'évolution de la puissance dissipée par effet Joule, ainsi que de la résistance équivalente du laitier, à partir du profil d'intensité efficace. Celles-ci sont représentées sur la Figure 3.4.

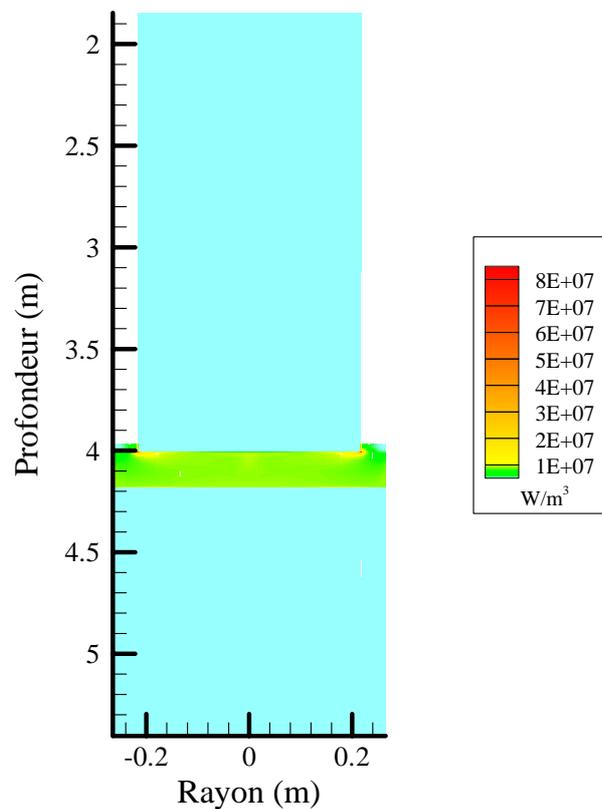


**Figure 3.4 : Evolution de la résistance équivalente du laitier et de la puissance apportée par effet Joule calculées pour la simulation de la fusion A**

La puissance apportée par effet Joule suit logiquement la même évolution que l'intensité efficace. Ainsi, on observe un premier palier où la puissance est faible, de l'ordre de 330 kW, correspondant au premier palier d'intensité efficace (~10 kA), puis le second palier où la puissance atteint 700 kW pour diminuer jusqu'à 550 kW (intensité efficace de l'ordre de 15 kA).

En ce qui concerne la résistance équivalente du laitier, elle évolue également suivant 2 paliers. Lors de la première partie de la simulation, la résistance vaut environ 3 mΩ, puis elle diminue jusqu'à une valeur de 2,8 mΩ pour finalement atteindre environ 2,9 mΩ. Rappelons que la variation de la valeur de la résistance au cours de la simulation est uniquement liée à la température globale du laitier, puisque l'immersion de l'électrode est supposée fixe durant la simulation. En effet plus le laitier est chaud, plus sa conductivité électrique est importante, entraînant une diminution de la valeur de sa résistance<sup>7</sup>. Lorsque l'intensité efficace est élevée (2<sup>ème</sup> partie de refusion), la puissance dissipée par effet Joule, proportionnelle au carré de l'intensité efficace, est également importante. La température du laitier augmente (voir paragraphe 3.4.1) et entraîne donc une diminution de la résistance. Ceci explique que la valeur de la résistance est plus faible dans la deuxième partie de la refusion que dans la première.

L'essentiel de la chaleur produite par effet Joule est concentrée dans le laitier, comme on peut le constater sur la Figure 3.5, ce qui est logique puisque le laitier est nettement plus résistif que le métal.



**Figure 3.5 : Puissance volumique produite par effet Joule (W/m3) dans l'électrode, le laitier et le lingot, à 340 min de refusion**

<sup>7</sup>

La résistance du laitier peut être grossièrement estimée par la relation :

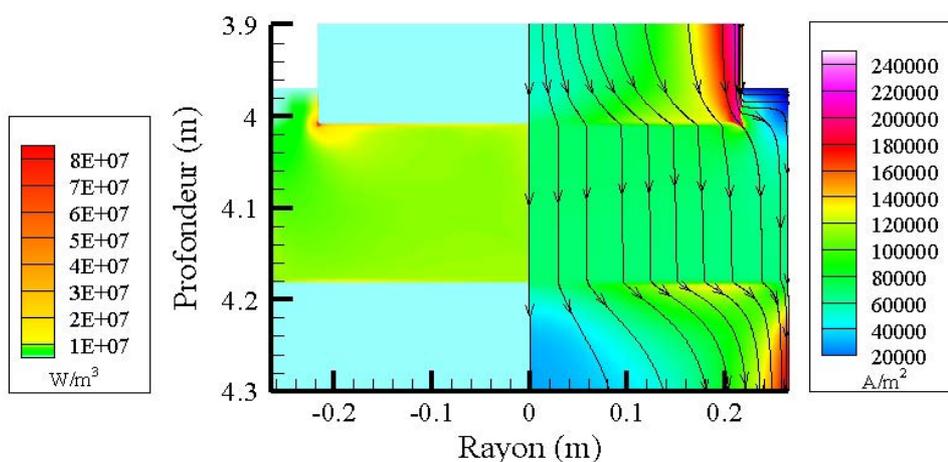
$R_{\text{laitier}} = \frac{h_{\text{laitier}}}{\sigma_{\text{laitier}} S}$ ,  $S$  représente la section à travers laquelle circule le courant, elle est dans notre cas comprise entre la section de l'électrode et la section du lingot secondaire. Ainsi il est possible, à condition de connaître la valeur moyenne de la conductivité électrique du laitier, d'encadrer la valeur de la résistance.

Or d'après le modèle d'Ogino (cf. paragraphe 2.2.2), la valeur de la conductivité électrique augmente avec la température.

Sa distribution n'est pas homogène et sa valeur maximale est atteinte près du « coin » de l'électrode, comme le souligne la Figure 3.6. On constate alors que l'essentiel de la chaleur apportée par effet Joule est produite dans un petit volume. En effet, la puissance dissipée par effet Joule est calculée à partir de la densité de courant par la relation :

$$Q_{Joule} = f \int_0^{1/f} \frac{\vec{J} \cdot \vec{J}}{\sigma} dt$$

Plus la valeur de la densité de courant est élevée, plus la puissance dissipée par effet Joule est conséquente. Or, d'après la Figure 3.6, la densité de courant est maximale au « coin » de l'électrode où les vecteurs divergent du fait de la différence de section entre l'électrode et le laitier.

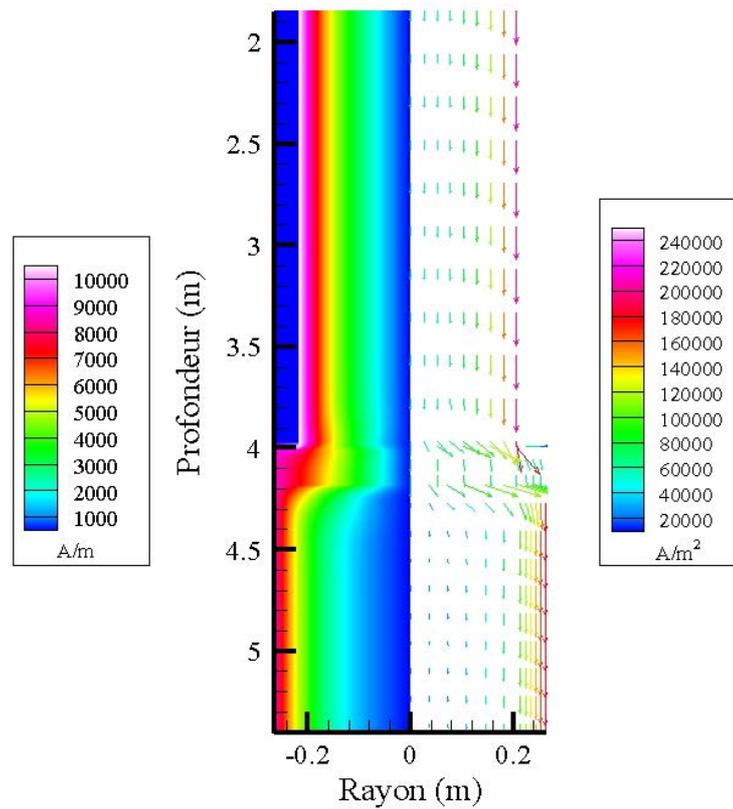


**Figure 3.6 : Gros plan sur la zone occupée par le laitier à 340 min de refusion ;  
à gauche : puissance volumique produite par effet Joule (W/m<sup>3</sup>) ;  
à droite : lignes de courant et amplitude de la densité de courant<sup>8</sup> (A/m<sup>2</sup>)**

Par ailleurs on constate que la densité de courant et le champ magnétique, représentés sur la Figure 3.7, sont concentrés en grande partie en surface de l'électrode et du lingot. Ce phénomène, appelé effet de peau, sera traité plus en détail dans le prochain paragraphe. Dans le laitier, les distributions sont plus homogènes.

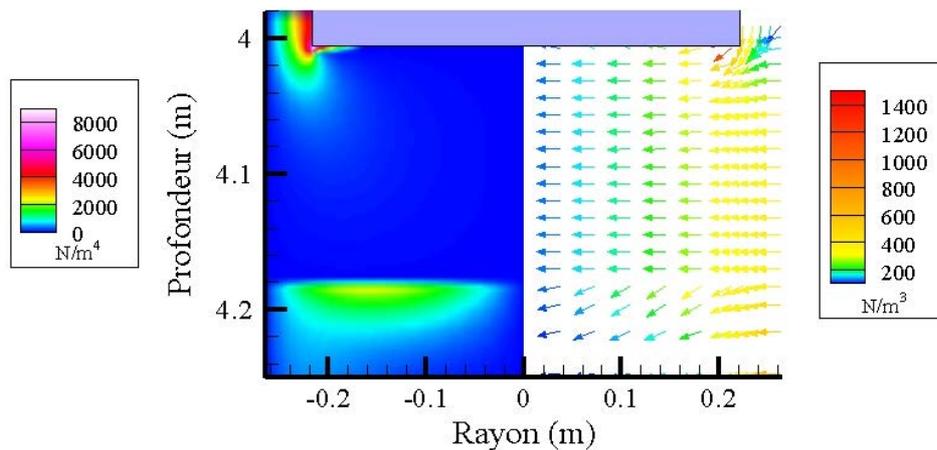
<sup>8</sup>

Le fait que le procédé utilise un courant alternatif ne rend pas aisée l'interprétation des résultats. C'est pourquoi il a été nécessaire de faire un choix de représentation des grandeurs calculées par le modèle, particulièrement celles qui ne sont pas moyennées comme le champ magnétique et la densité de courant. Comme nous l'avons vu dans le chapitre 2, le modèle en calcule les parties réelle et imaginaire. Dans ce manuscrit, ce sont les amplitudes (valeurs maximales des signaux alternatifs) du champ magnétique et de la densité de courant que nous avons choisi de représenter.



**Figure 3.7 : à gauche : amplitude du champ magnétique (A/m) ;  
à droite : amplitude de la densité de courant (A/m<sup>2</sup>)**

Enfin, le modèle permet également de calculer les forces électromagnétiques qui vont influencer le mouvement du laitier et du métal liquide. La Figure 3.8 représente le champ de force électromagnétique et son rotationnel.



**Figure 3.8 : Zone occupée par le laitier à 340 min de refusion  
à gauche : rotationnel de la force électromagnétique (N/m<sup>4</sup>) ;  
à droite : amplitude et orientation de la force électromagnétique (N/m<sup>3</sup>)**

Cette figure fournit des renseignements qualitatifs sur le mouvement que pourrait induire la force de Lorentz, si celle-ci était l'unique force appliquée. Dans le puits

liquide et dans le laitier, le rotationnel est positif et conduirait par conséquent à une boucle de recirculation dans le sens trigonométrique direct (à « droite » de l'axe de symétrie). Cette grandeur est maximale au « coin » de l'électrode dans le laitier et atteint des valeurs supérieures à  $8000 \text{ N/m}^4$ . Dans le puits liquide, la valeur du rotationnel est 4 fois moins importante et atteint son maximum immédiatement sous l'interface laitier/puits liquide.

Bien sûr, et comme nous le constaterons par la suite (paragraphe 3.3.1), la convection thermique, l'inertie et l'entraînement jouent également un rôle important sur le comportement hydrodynamique.

### 3.2.2. Effet de peau [49]

Comme nous l'avons vu dans la première partie de ce manuscrit, en combinant les équations de Maxwell et en effectuant les simplifications appropriées, on obtient une équation ne dépendant que du champ magnétique (notons qu'il est possible d'effectuer un raisonnement identique sur la densité de courant [50] ou sur le champ électrique [51]).

Les résultats numériques mettent en évidence un effet de peau important, c'est-à-dire une décroissance rapide du champ magnétique de l'extérieur vers le cœur du lingot ou de l'électrode. Il est à noter que nous n'observons pas cet effet dans le laitier, où le champ magnétique calculé semble varier linéairement avec le rayon. Ces résultats sont qualitativement en accord avec ceux obtenus par d'autres auteurs, notamment Kelkar et al. [24] qui signalent un fort effet de peau.

Pour vérifier que l'effet de peau calculé par le modèle correspond bien à la réalité, nous avons calculé la solution analytique correspondant à l'équation (2.6) dans un cylindre homogène conducteur (cf. Figure 3.9), dans lequel circule un courant axial.

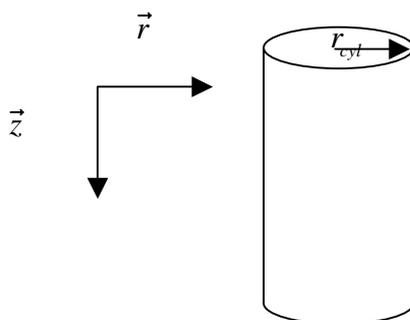


Figure 3.9 : Cylindre conducteur infini dans la direction z.

Dans cette hypothèse, le phaseur du champ magnétique ne dépend que du rayon<sup>9</sup>, et est de la forme :

$$\hat{H}_\theta(r) = K e^{(1+j)(r-r_{cyl})/\delta}$$

<sup>9</sup>

En toute rigueur, ce raisonnement n'est totalement valide que si  $r_{cyl} - r < \delta \ll r_{cyl}$  (ce qui revient à négliger les effets de courbure) puisque la solution analytique ci-dessus est obtenue dans un repère muni de coordonnées cartésiennes. Cette hypothèse, certes un peu forte, permet néanmoins de simplifier les calculs de la solution analytique. Dans cette première approximation, il est possible de comprendre qualitativement l'effet de peau observé dans les résultats de nos simulations.

$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_m\sigma}}$  est appelée l'épaisseur de peau et vaut un peu plus de 7 cm dans notre

cas.

La condition à la limite sur la surface extérieure est la même que celle imposée dans notre modèle (cf. chapitre 2). Nous avons donc :  $\hat{H}_\theta(r_{cyl}) = Ke^0 = K = \frac{I_{eff}}{\sqrt{2\pi r_{cyl}}}$ ,

par intégration du théorème d'Ampère. Ainsi, si l'on se place à environ 340 min de refusion, le champ magnétique vaut environ 10759 A/m à la surface de l'électrode (l'intensité efficace étant légèrement supérieure à 10 kA), et 8860 A/m à la surface du lingot, valeurs que l'on retrouve bien sur la Figure 3.7.

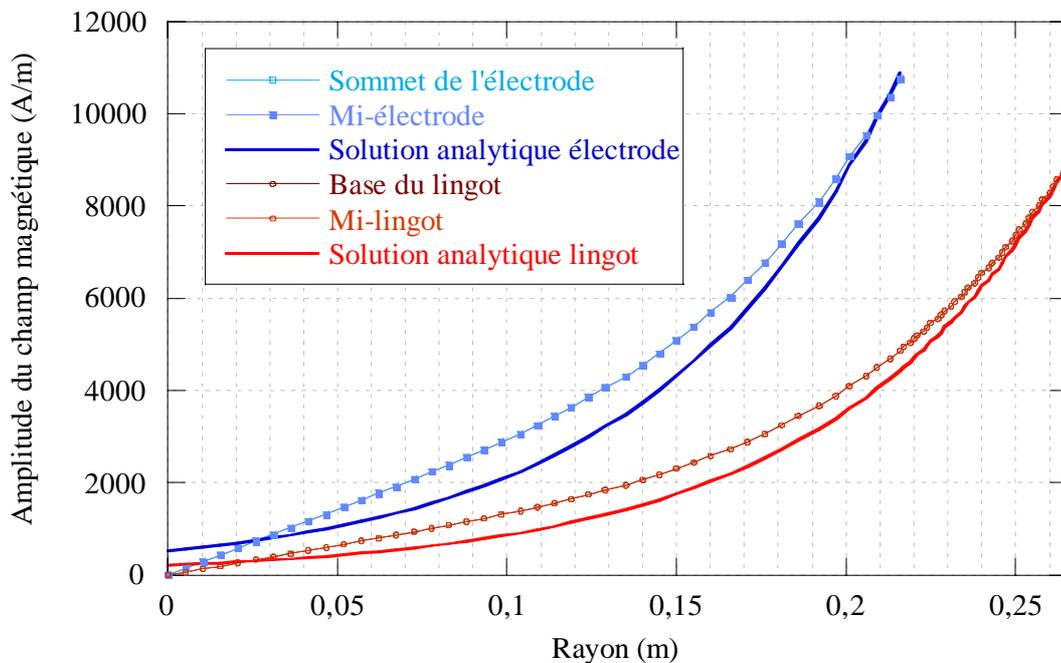
Finalement, le phaseur du champ magnétique est donné par :

$$\hat{H}_\theta(r) = \frac{I_{eff}}{\sqrt{2\pi r_{cyl}}} e^{(1+j)(r-r_{cyl})/\delta}$$

L'amplitude du champ magnétique vaut dans ce cas, pour un cylindre infini :

$$H_{max} = |\hat{H}_\theta(r)| = \frac{I_{eff}}{\sqrt{2\pi r_{cyl}}} e^{(r-r_{cyl})/\delta}$$

Nous avons ensuite comparé qualitativement les résultats des simulations aux valeurs de l'amplitude du champ magnétique calculée analytiquement (Figure 3.10). Pour que la comparaison soit possible, il faut évidemment se placer suffisamment loin du laitier, le changement de section et de propriétés électriques ne permettant plus d'utiliser l'hypothèse du conducteur infini dans la direction z lorsque l'on est proche du laitier.

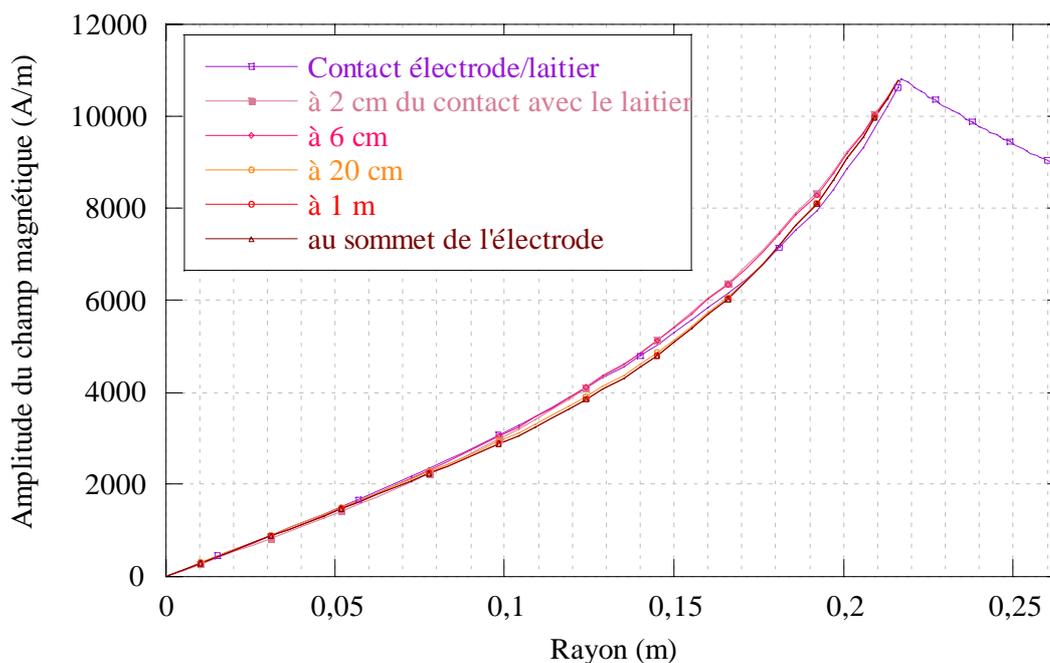


**Figure 3.10 : Evolution radiale de l'amplitude du champ magnétique dans l'électrode et le lingot, calculée de manière analytique et par le modèle (à 340 min de refusion)**

Les résultats des simulations sont en bon accord avec la solution analytique, et permettent, par conséquent, de prédire qualitativement l'effet de peau, c'est-à-dire la croissance exponentielle de l'amplitude du champ magnétique avec le rayon. Il est possible de l'estimer graphiquement sur la Figure 3.10. L'épaisseur de peau peut être définie comme la distance à laquelle l'amplitude du champ magnétique vaut 37% de sa valeur en surface. D'après le modèle, l'épaisseur de peau serait d'environ 9 cm, soit 2 cm de plus que la valeur prévue par la solution analytique en coordonnées cartésiennes.

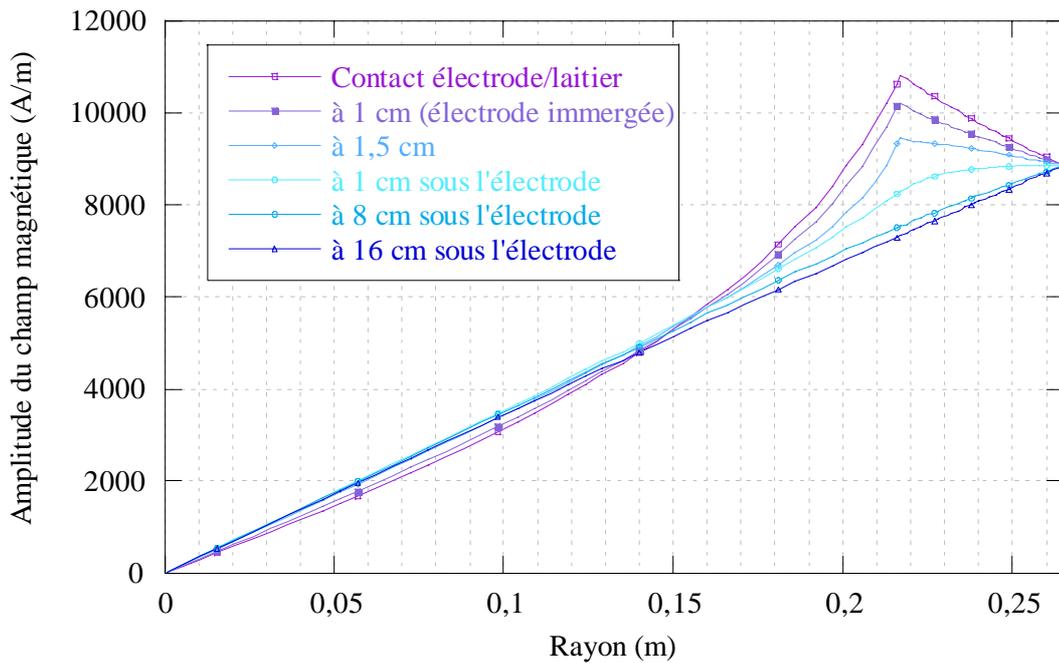
Lorsque l'on se rapproche du laitier, il n'est plus possible de comparer la solution analytique avec les résultats des simulations. En effet, dans le laitier l'épaisseur de peau vaut plus de 3 m, distance bien supérieure au rayon du lingot ; il est donc logique que l'effet de peau y soit peu marqué. Pour mieux visualiser cet effet, nous avons détaillé sur trois figures les évolutions radiales du champ magnétique dans l'électrode, le laitier et le lingot.

La Figure 3.11 représente l'amplitude du champ magnétique en fonction du rayon dans l'électrode, à différentes profondeurs. On observe la légère influence du laitier (et du changement de section) à une distance inférieure à 20 cm du contact avec le laitier.



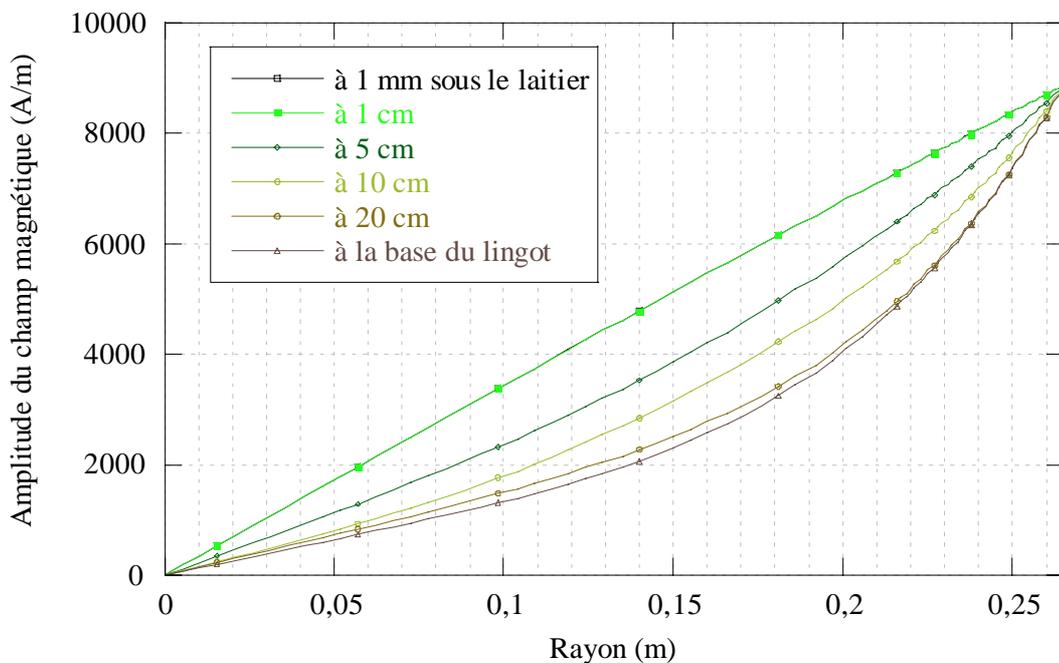
**Figure 3.11 : Evolution radiale de l'amplitude du champ magnétique dans l'électrode, calculée par le modèle à 340 min de refusion**

Dans le laitier, nous avons vu que l'effet de peau est inexistant. Le profil du champ semble « effacer l'effet de peau » de l'électrode lorsque l'on s'éloigne de celle-ci, comme on peut le constater sur la Figure 3.12. Finalement, lorsque l'on se place suffisamment loin de l'électrode, soit à plus de 8 cm en dessous, le champ magnétique croît linéairement avec le rayon.



**Figure 3.12 : Evolution radiale de l'amplitude du champ magnétique dans le laitier, calculée par le modèle à 340 min de refusion**

Enfin, on constate sans surprise sur la Figure 3.13 que la présence du laitier influence la répartition du champ magnétique dans le lingot sur une profondeur de 20 cm. Au-delà, l'évolution du champ magnétique tend vers une croissance exponentielle, comme décrit précédemment, du cœur vers la surface du lingot.



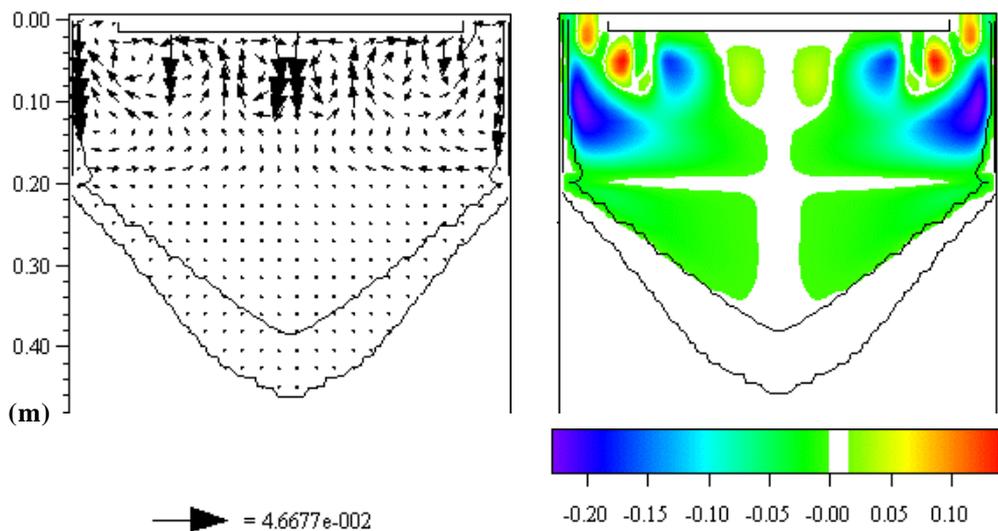
**Figure 3.13 : Evolution radiale de l'amplitude du champ magnétique dans le lingot, calculée par le modèle à 340 min de refusion**

### 3.3. Ecoulement

#### 3.3.1. Champ de vitesses

Les mouvements dans le laitier et le puits liquide du lingot sont gouvernés par deux forces volumiques : la convection naturelle et les forces électromagnétiques. L'écoulement global résulte d'une compétition entre ces deux forces.

Dans le cas de la simulation de la fusion A, le mouvement recirculant dans le laitier est composé de plusieurs vortex. La Figure 3.14 représente l'allure du champ de vitesse et de sa fonction de courant à  $t=340$  min de refusion, c'est-à-dire à la fin du premier palier de vitesse de fusion et d'intensité efficace. Le long de la paroi latérale au contact avec la lingotière, le laitier est refroidi. Son mouvement, induit par convection naturelle, est descendant et le vortex résultant est dans le sens horaire<sup>10</sup>. Outre ce vortex dont l'origine est clairement identifiée, on constate l'apparition sporadique de tourbillons sous l'électrode, dus à la convection naturelle, qui s'apparentent à des instabilités de Rayleigh-Bénard.



**Figure 3.14 : Ecoulement à  $t=340$  min de refusion ;  
à gauche : champ de vitesse (m/s) ; à droite : fonction de courant (kg/s)**

En effet, la configuration, fonction du nombre de Rayleigh<sup>11</sup>, induit l'apparition d'instabilités entre le laitier chauffé par effet Joule et l'électrode « froide », à la température de liquidus du métal.

Du point de vue de l'écoulement, le laitier n'atteint donc pas, lors de la simulation de la fusion A, un régime permanent et son mouvement global est, dans ce cas, essentiellement gouverné par la convection naturelle.

<sup>10</sup> En se plaçant à droite de l'axe de symétrie de la figure.

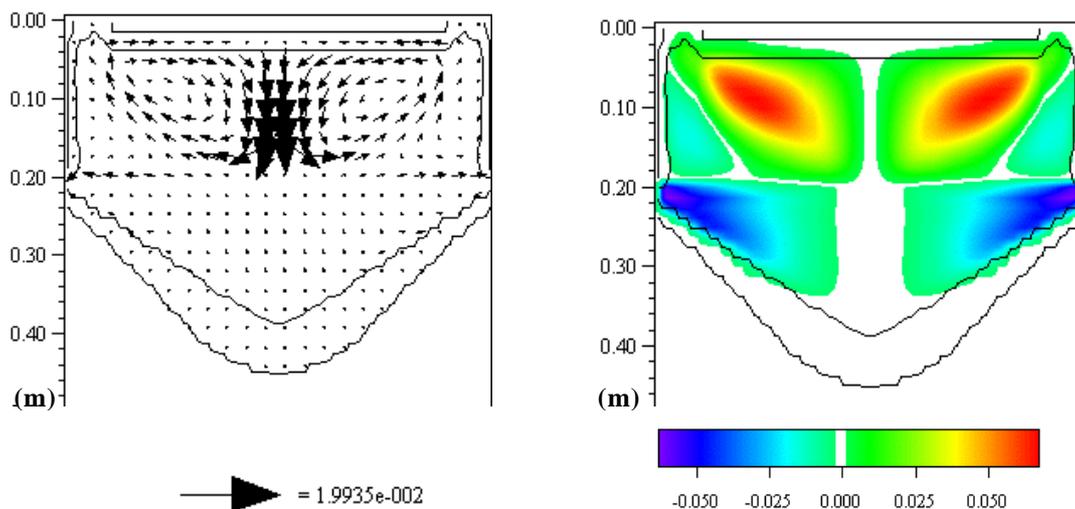
<sup>11</sup> Le nombre de Rayleigh est défini par :  $Ra = \frac{g_z \beta_T \Delta T h^3 \rho^2 C_p}{\mu \lambda}$ . Dans le cas de la fusion A, il vaut :  $Ra \simeq 2.10^8$ , si l'on

considère que l'écart de température entre la température maximale du laitier et l'électrode froide est de 200°C.

Bien entendu, l'allure générale de l'écoulement varie avec les conditions opératoires de la refusion et les propriétés thermophysiques du laitier. Les propriétés thermophysiques déterminent la valeur du nombre de Rayleigh, dont dépend la nature de l'écoulement de convection naturelle : lorsqu'il est faible, l'écoulement à proximité de l'électrode est stable, en revanche lorsque sa valeur est importante apparaissent des instabilités et de la turbulence. Ce raisonnement n'est que partiellement valable dans le cas de la refusion ESR, puisque lorsque les forces de convection naturelle sont faibles (à  $Ra$  faible), les forces électromagnétiques deviennent alors prépondérantes (voir ci-dessous).

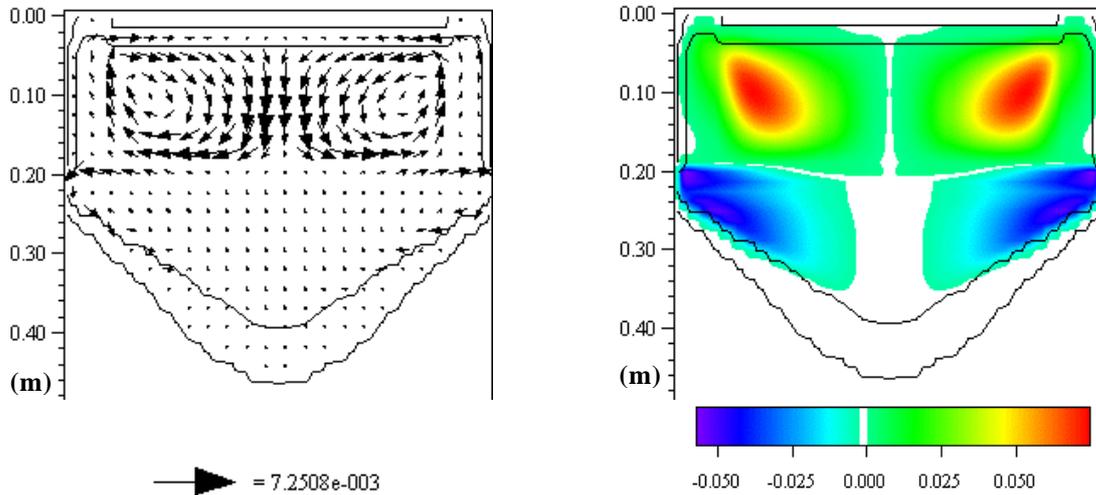
Les conditions opératoires vont également jouer un rôle sur la convection naturelle par l'intermédiaire du nombre de Rayleigh, car la différence de température entre le laitier chaud et l'électrode froide est fonction du profil d'intensité efficace. Plus celle-ci est importante, plus la température maximale du laitier est élevée et le nombre de Rayleigh croît. Par ailleurs, lorsque l'intensité efficace est élevée, elle contribue également (et surtout) à renforcer l'influence des forces électromagnétiques sur l'écoulement.

A titre d'exemple lorsque le coefficient d'expansion thermique n'est que de  $5.10^{-6} \text{ K}^{-1}$  (valeur irréaliste, trop faible comparée au coefficient d'expansion thermique d'un sel fondu), le nombre de Rayleigh est presque 100 fois plus faible que dans le cas de la fusion A. L'écoulement simulé est alors représenté sur la Figure 3.15. On constate qu'il est alors stable, et composé de deux boucles de recirculation. Comme précédemment, le vortex descendant le long de la lingotière est dû à la convection naturelle, tandis que la seconde boucle de recirculation, dans le sens trigonométrique direct<sup>10</sup> sous l'électrode, est principalement due à l'effet combiné de la convection naturelle et de la force électromagnétique.



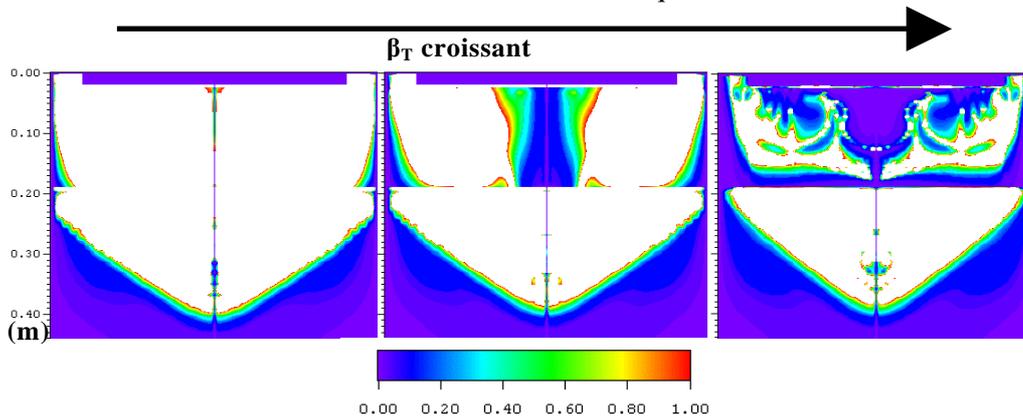
**Figure 3.15 : Ecoulement à  $t=340\text{min}$  lorsque le coefficient d'expansion thermique du laitier vaut  $5.10^{-6} \text{ K}^{-1}$**   
à gauche : champ de vitesse (m/s) ; à droite : fonction de courant (kg/s)

Enfin, lorsque le coefficient d'expansion thermique vaut seulement  $10^{-6} \text{ K}^{-1}$ , les forces électromagnétiques, largement prépondérantes sur la convection naturelle, sont à l'origine du mouvement recirculant au sein du laitier, constitué d'une seule boucle dans le sens trigonométrique direct<sup>10</sup> (cf. Figure 3.16).



**Figure 3.16 : Ecoulement à  $t=340 \text{ min}$ , lorsque le coefficient d'expansion thermique du laitier vaut  $1.10^{-6} \text{ K}^{-1}$  ;  
à gauche : champ de vitesse (m/s) ; à droite : fonction de courant (kg/s)**

On peut vérifier l'influence de chacune des forces sur le mouvement global du laitier en comparant leurs rotationnels. Pour ce faire, nous avons représenté sur la Figure 3.17, le rapport du rotationnel des forces électromagnétiques sur le rotationnel des forces de convection naturelle. Dans le laitier, lorsque celui-ci est supérieur à 1 (zone blanche), ce sont les forces électromagnétiques qui sont prépondérantes, alors que s'il est inférieur à 1, c'est la convection naturelle qui induit le mouvement.



**Figure 3.17 : Evolution du rapport des rotationnels des forces électromagnétiques et de convection naturelle**

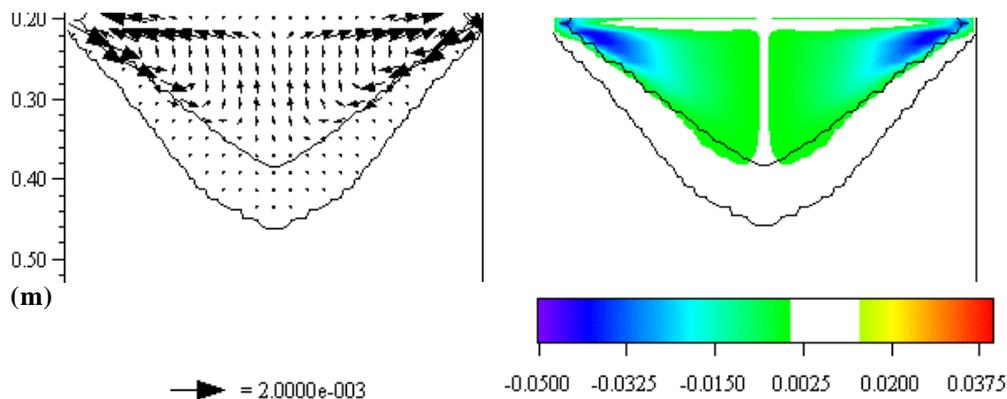
Plus le coefficient d'expansion thermique est faible, plus les forces électromagnétiques sont prépondérantes sur la convection naturelle et gouvernent le mouvement du laitier.

Le puits liquide est également le siège d'un mouvement recirculant. Les forces susceptibles d'induire son mouvement sont :

- La convection naturelle, qui promeut un mouvement descendant le long du front de solidification, induisant une boucle de recirculation dans le sens horaire<sup>10</sup> ;
- Les forces électromagnétiques au voisinage de l'interface laitier/puits liquide. La divergence des lignes de courant électrique due à l'effet de peau entraîne une augmentation de la valeur du rotationnel des forces électromagnétiques, pouvant être à l'origine d'un second vortex dans le sens trigonométrique direct<sup>10</sup> ;
- L'effet d'entraînement du métal par le laitier au niveau de l'interface supposée plane et indéformable.

Les mouvements au sein du puits liquide sont moins intenses que dans le laitier, les vitesses maximales sont de l'ordre de 2 mm/s (contre 10 cm/s dans le laitier) et sont atteintes au voisinage de l'interface laitier/puits liquide.

Dans notre cas, à 340 min de la fusion A (Figure 3.18), l'écoulement au sein du puits liquide est essentiellement constitué d'une boucle de recirculation due à la convection naturelle résultant du refroidissement du métal le long du front de solidification. En effet, celui-ci est suffisamment important pour induire une boucle de recirculation capable de s'opposer à la force électromagnétique pourtant prépondérante dans la plus grande partie du puits liquide comme le montre la Figure 3.17. Au voisinage de l'interface, la force combinée de l'entraînement du laitier et des forces électromagnétiques s'oppose à la boucle de recirculation principale, conduisant à un vortex (en blanc sur la Figure 3.18, à droite) de faible intensité et orienté dans le sens opposé.

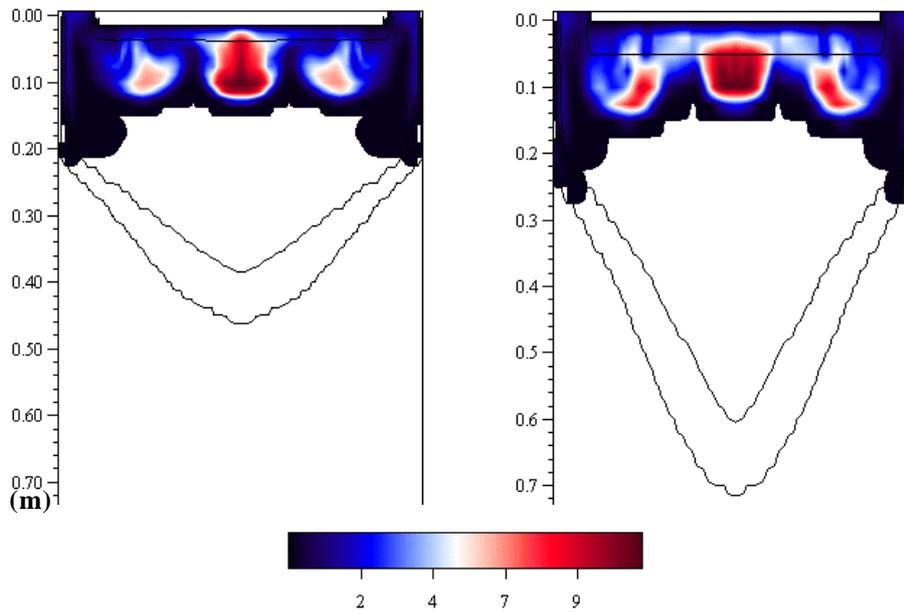


**Figure 3.18 : Écoulement dans le puits liquide à 340 min de refusion ; à gauche : champ de vitesse (m/s) ; à droite : fonction de courant (kg/s)**

### 3.3.2. Turbulence

L'intensité de la turbulence (ou rapport des viscosités turbulente et dynamique) prédite par le modèle est représentée sur la Figure 3.19, à deux moments de la refusion : à la fin des premier et second paliers de vitesse de fusion. Le niveau de turbulence atteint dans le laitier est faible (valeur maximale de l'ordre de 10 pouvant atteindre, à d'autres moments, 20 ou 30), et l'écoulement est presque laminaire dans

le laitier. Dans le puits liquide, le modèle ne prédit pas de turbulence et l'écoulement est totalement laminaire.

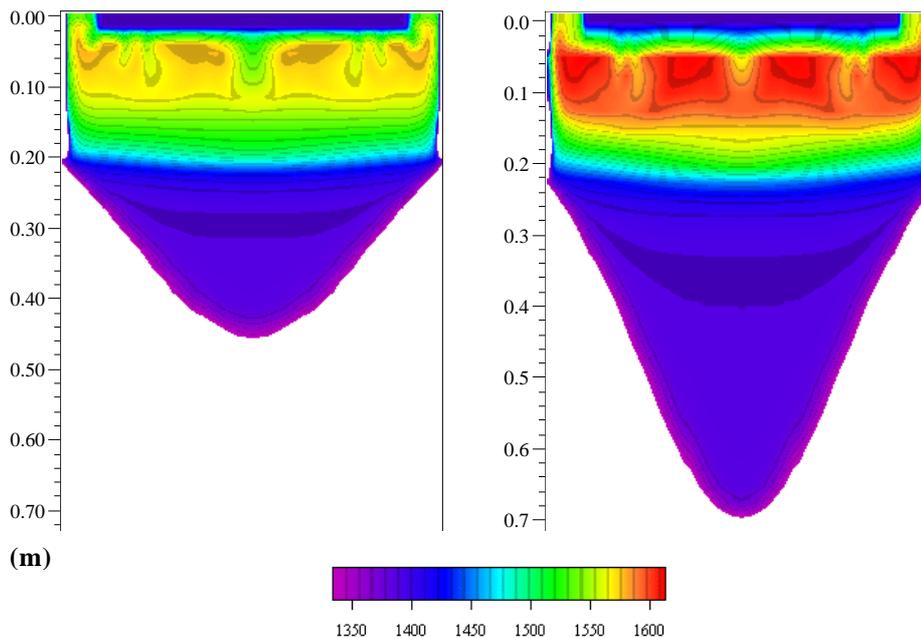


**Figure 3.19 : Distributions de l'intensité de la turbulence calculée (rapport des viscosités turbulente et dynamique) à 340 et 540 min de la fusion A**

## 3.4. Thermique

### 3.4.1. Cartes de températures au cours de la refusion

Le champ de température au cours de la refusion est représenté sur la Figure 3.20, à deux instants correspondant aux paliers de vitesse de fusion, soit à 340 et 540 min.



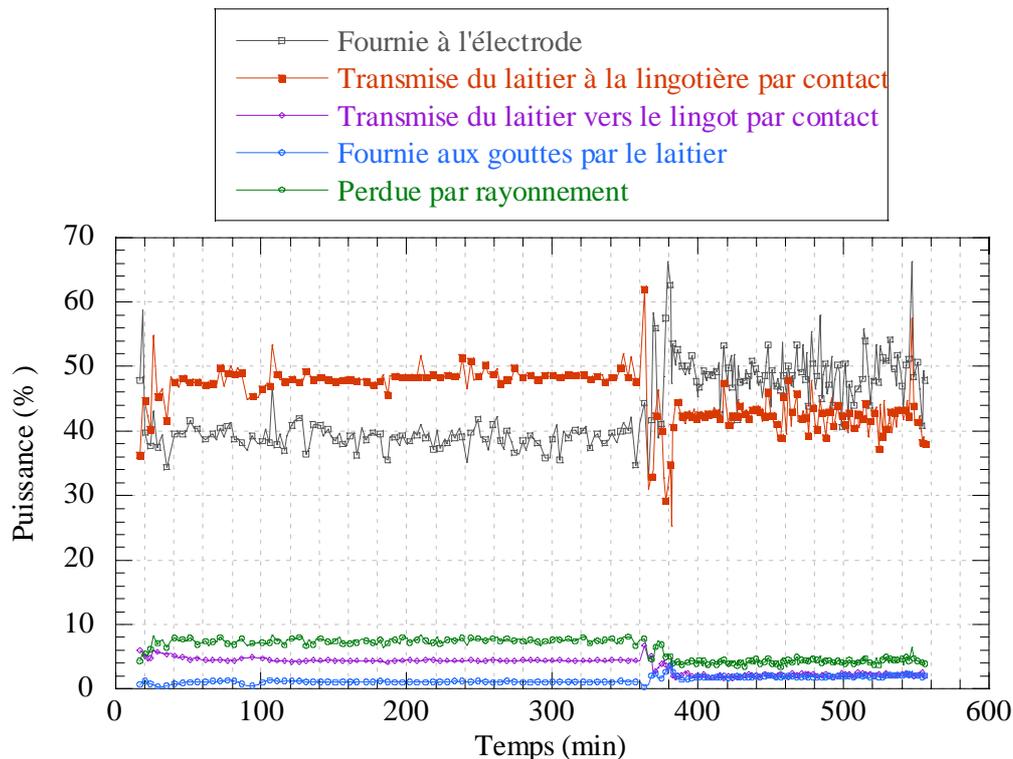
**Figure 3.20 : Distributions de température (°C) à 340 min et 540 min de la fusion A**

On remarque que la température du laitier est relativement homogène dans la zone proche de l'électrode, ce qui n'est pas surprenant compte tenu de l'allure générale de l'écoulement qui suggère une bonne capacité de mélange par la présence de multiples recirculations. La température maximale au sein du laitier évolue toutefois en fonction de la puissance apportée par effet Joule, c'est-à-dire en fonction de l'intensité efficace totale. Plus l'apport de chaleur dans le laitier est important, plus la température est élevée. Ainsi, la température atteint des valeurs supérieures à 1610°C lors du second palier pour lequel l'intensité efficace est maximale (~15 kA), alors que lors du premier palier, l'intensité efficace ne vaut que 10 kA et la température maximale est inférieure à 1580°C.

En dessous de la zone d'apparition sporadique de vortex, et dans le puits liquide, les mouvements sont moins intenses. On observe classiquement une stratification horizontale de la température. La température diminue lorsque l'on se rapproche des parois refroidies de la lingotière, et du front de solidification du métal.

### 3.4.2. Bilans thermiques globaux

L'évolution des différents postes de puissance dans le laitier fait l'objet de la Figure 3.21. L'essentiel de la chaleur est perdu par contact avec l'électrode et la lingotière. Ces deux postes représentent près de 90 % des pertes thermiques du laitier.



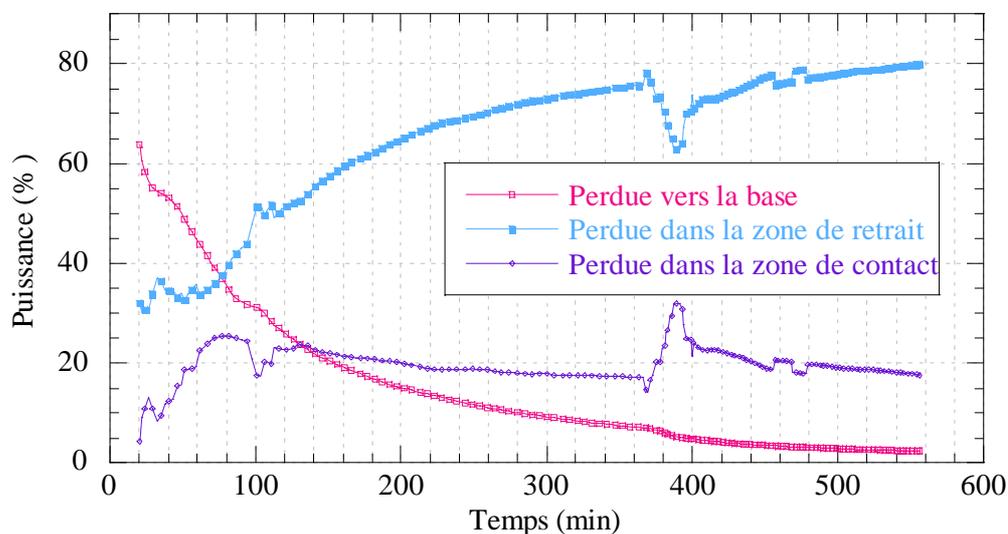
**Figure 3.21 : Evolution calculée des différents postes de pertes thermiques du laitier (%), au cours de la fusion A**

Lors du premier palier, le poste thermique le plus important est la chaleur perdue vers la lingotière (48%), suivie de la chaleur transmise à l'électrode (40%). Lors du second palier, la tendance s'inverse et c'est la chaleur fournie à l'électrode qui

devient prépondérante (49%), tandis que les pertes vers la lingotière ne représentent plus que 42%. Les pertes par rayonnement au niveau de la surface libre du laitier valent environ 25 kW et sont légèrement plus importantes lors du second palier, puisque la température du laitier est plus élevée. Elles représentent environ 7% des pertes thermiques lors du premier palier et seulement 4% lors du second. La chaleur transmise au puits liquide par contact est quant à elle constante tout au long de la refusion et vaut environ 15 kW, soit 4,5% lors du premier palier et seulement 2,5% lors du second. Enfin, la chaleur transmise aux gouttes ne vaut que 4 kW lors du premier palier (1%), et augmente lors du second palier jusqu'à 14 kW (~2%) puisque le laitier est globalement plus chaud.

En ce qui concerne le lingot, l'apport de chaleur principal provient de l'enthalpie des gouttes de métal, qui découle directement de l'évolution de la vitesse de fusion imposée. Il faut évidemment ajouter à cette puissance la surchauffe que le laitier transmet aux gouttes lors de leur passage. Cet apport de chaleur représente la quasi-totalité de la chaleur totale fournie au lingot, soit plus de 97%. Le puits liquide reçoit également de la chaleur du laitier par contact, mais celle-ci ne représente que 3,5% de l'apport total lors du premier palier de vitesse de fusion et moins de 1% lors du second.

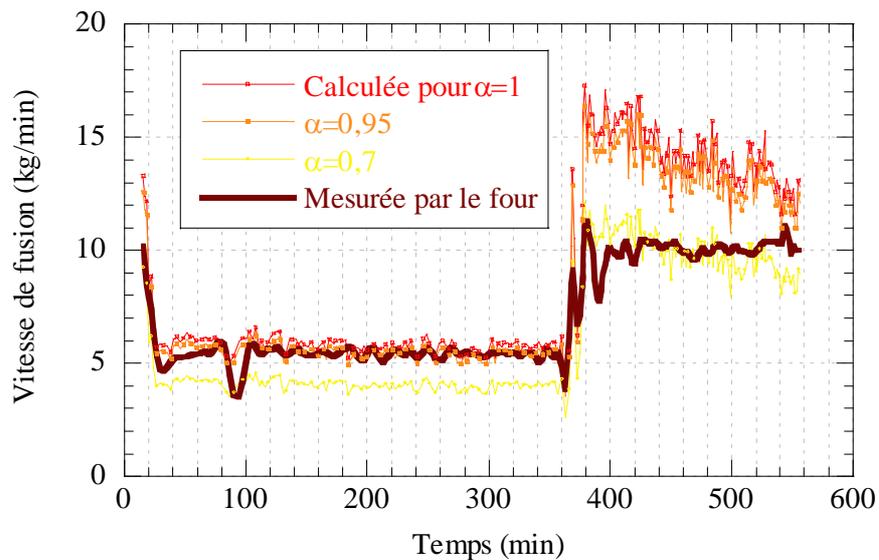
La Figure 3.22 représente l'évolution des pertes thermiques du lingot. Les pertes dans la zone de décollement sont toujours supérieures aux pertes thermiques par contact avec la lingotière, et représentent le poste le plus important : de 30% en début de fusion (20 kW) à 80% (150 kW) en fin de fusion.



**Figure 3.22 : Evolution calculée des postes de pertes thermiques du lingot, lors de la fusion A**

Les pertes par contact représentent une part constante des pertes, soit environ 20% (sauf au début de la fusion où elles sont plus faibles), mais leur valeur absolue double : de 17 kW lors du premier palier à 34 kW pendant le second. Enfin, le refroidissement par la base vaut environ 40 kW en début de fusion et diminue tout au long de la refusion jusqu'à une valeur inférieure à 5 kW, soit de 65% à moins de 3% des pertes thermiques totales du lingot.

Enfin, bien que le modèle ne permette pas de simuler la fusion de l'électrode, il offre néanmoins la possibilité de calculer une vitesse de fusion à partir de la puissance transmise à l'électrode, en fonction du rendement utile à la fusion<sup>12</sup>. Sur la Figure 3.23 sont représentées les vitesses de fusion estimées par le modèle lorsque le rendement vaut 1, 0,95 et 0,7. On constate, par comparaison avec la vitesse de fusion mesurée que le modèle permet d'estimer le rendement utile à la fusion. Il semble évoluer au cours de la simulation, et vaut 0,95 lors du premier palier de vitesse de fusion et 0,7 lors de second.



**Figure 3.23 : Evolution de la vitesse de fusion mesurée et calculée pour différents rendements utiles à la fusion**

Ainsi, le rendement utile à la fusion évolue en fonction du temps. Cette évolution ne pourra être déterminée théoriquement que par un calcul explicite des transferts thermiques dans l'électrode pendant la refusion, qui n'est pas implémenté dans le modèle à l'heure actuelle.

<sup>12</sup>

Le « rendement utile à la fusion » est défini ici comme le rapport de la puissance nécessaire pour faire fondre l'électrode sur la puissance transmise à l'électrode par contact avec le laitier, calculée par le modèle.

### 3.4.3. Refroidissement latéral

Le refroidissement latéral représente le poste le plus important des pertes thermiques totales, que ce soit dans le laitier ou le lingot. L'étape limitante du refroidissement est essentiellement la résistance thermique équivalente à la peau de laitier solide (induisant des résistances de contact supplémentaires avec la lingotière et le lingot) qui se forme au contact de la lingotière refroidie dans la zone occupée par le laitier liquide, et qui entoure ensuite le lingot.

Dans la zone occupée par le laitier, la « peau »<sup>13</sup> qui se forme au contact de la lingotière est relativement mince (moins de 4 mm) sur toute sa partie supérieure, à proximité de la surface libre. Il peut, par ailleurs, arriver que le laitier en contact avec la lingotière ne soit pas totalement solide (iso-fraction liquide inférieure à 0,99), soulevant la problématique du contact électrique, qui n'est pas pris en compte dans notre modèle (cf. paragraphe 2.2.4). Lorsque l'on se rapproche de l'interface laitier/puits liquide, l'épaisseur de la peau augmente pour atteindre 2,3 cm lors du premier palier et seulement 1,1 cm lors du second, puisque le laitier est alors plus chaud.

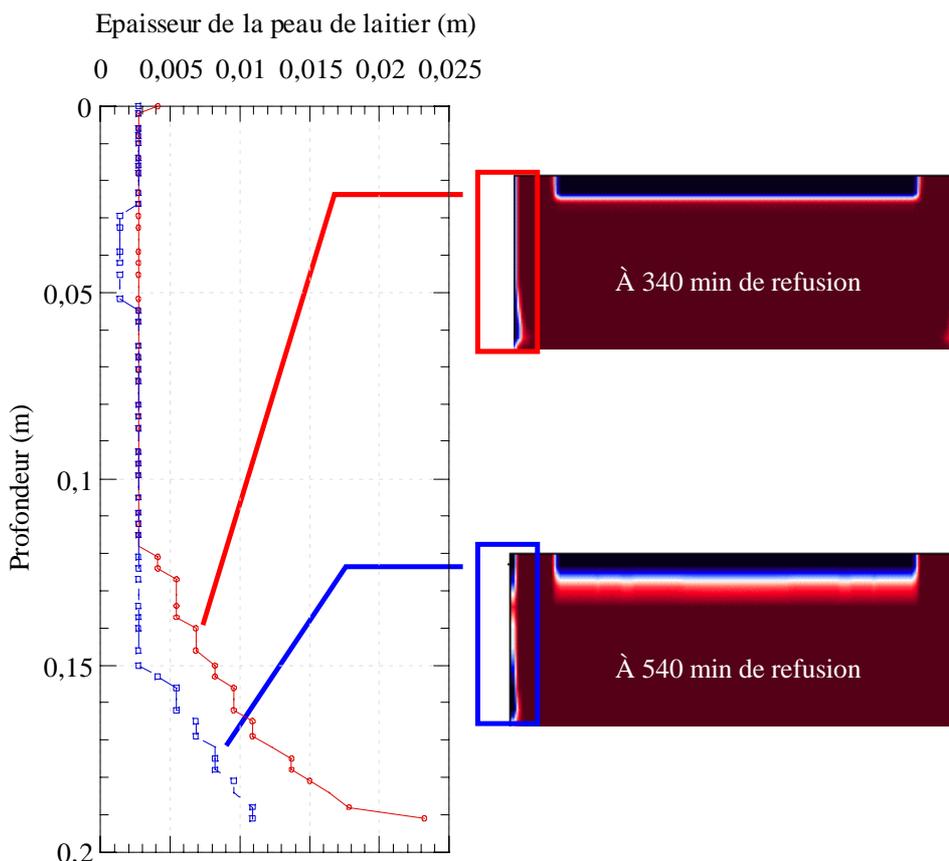


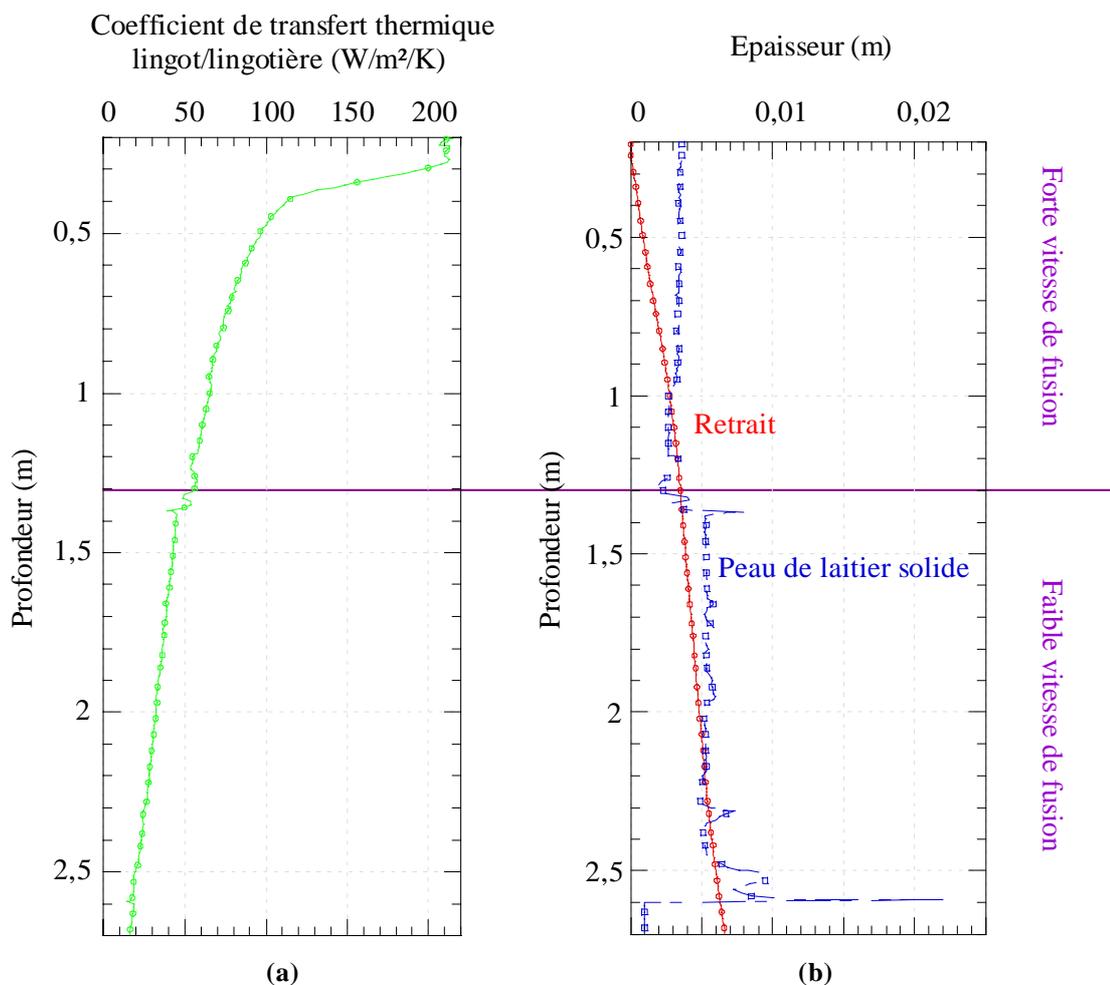
Figure 3.24 : Evolution de l'épaisseur de la peau de laitier (m) en fonction de la profondeur dans le laitier

<sup>13</sup>

Dans la zone occupée par le laitier, l'épaisseur de peau est définie comme la différence entre les positions des iso-fractions liquides 0,01 et 0,99. Notons que cela implique que le laitier puisse être à l'état « pâteux » dans la peau de laitier.

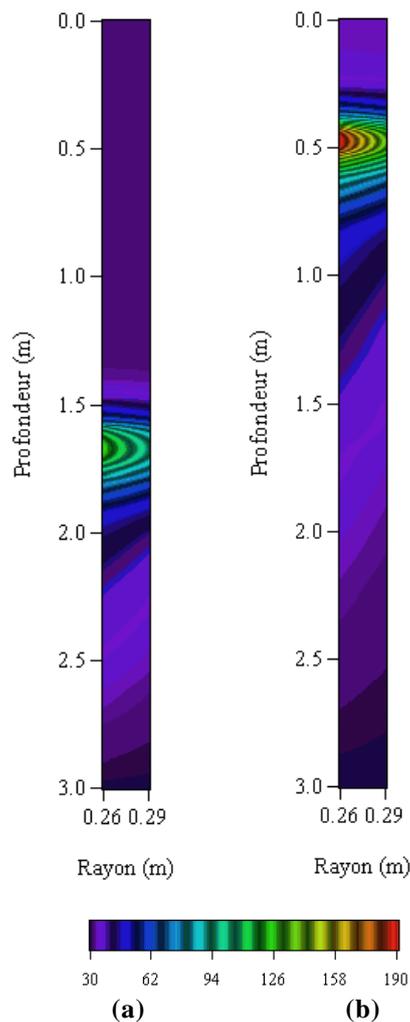
En ce qui concerne le lingot, le coefficient de transfert thermique latéral diminue très rapidement lorsqu'on s'éloigne de l'interface laitier/métal et que le retrait du lingot augmente, laissant place à une couche d'air de plus en plus épaisse. Ainsi, en quelques centimètres, le coefficient global de transfert passe de 210 W/m<sup>2</sup>/K à moins de 100 W/m<sup>2</sup>/K, comme le montre la Figure 3.25. On constate par ailleurs que le changement de vitesse de fusion a des conséquences sur le refroidissement par l'intermédiaire de la peau de laitier. En effet lorsque la vitesse de fusion est élevée, la peau de laitier est fine, avec pour conséquence un meilleur refroidissement latéral. Au contraire lorsque la vitesse de fusion ne vaut que 6 kg/min (partie basse du lingot, Figure 3.25), la peau de laitier est plus épaisse, amoindrissant le refroidissement latéral.

On observe également un effet sur la valeur de l'épaisseur du retrait du lingot, dont l'évolution en fonction de la hauteur du lingot varie avec la vitesse de fusion. Le métal se contracte « plus rapidement » (la pente est légèrement plus importante) dans la portion du lingot qui correspond à la forte vitesse de fusion, et donc à la faible épaisseur de peau et au meilleur refroidissement latéral.



**Figure 3.25 : (a) Evolution du coefficient de transfert thermique en fonction de la profondeur à la fin de la refusion  
(b) Evolution de l'épaisseur du retrait et de la peau de laitier solide en fonction de la profondeur du lingot**

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 2, le modèle permet de calculer la température en tout point de la lingotière. Nous avons représenté sur la Figure 3.26, les cartes thermiques dans le creuset aux deux instants 340 (a) et 540 min (b). Les deux distributions sont qualitativement identiques : la température est maximale sur la face interne de la lingotière (à gauche sur la figure) et en regard du laitier, juste au-dessous de sa surface libre. L'écart de température entre les faces externe et interne n'est que de 30°C environ à 340 min, contre plus de 50°C à 540 min. Comme la peau de laitier est plus mince lors du second palier de vitesse de fusion (540 min), la température maximum de la lingotière est plus élevée à cet instant. Elle atteint une valeur de 190°C sur la face interne à 540 min, contre seulement 130°C à 340 min.



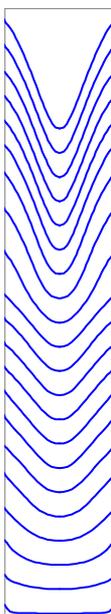
**Figure 3.26 : Cartes de température (°C) de la lingotière à (a) 340 min et (b) 540 min de refusion**

La température maximale sur la face externe, en contact avec l'eau du circuit de refroidissement, est de l'ordre de 95°C lors du premier palier. Or, le régime de refroidissement par ébullition nucléée ne s'installe qu'à des valeurs supérieures à la température de saturation de l'eau, laquelle dépend de la pression dans le circuit de refroidissement. Dans le cas de la simulation de la fusion A, la pression de l'eau vaut 1,5 bar, et la température de saturation est donc égale à 110°C. Lors du premier palier

de vitesse de fusion, le refroidissement par eau est uniquement dû à la convection forcée. En revanche, lors du second palier, la face externe de la lingotière atteint des valeurs de l'ordre de 130°C, supérieure à la température de saturation. Le refroidissement par ébullition nucléée représente alors de 1 à 5% du refroidissement par eau, le restant étant dû à la convection forcée.

## 3.5. Solidification

### 3.5.1. Evolution de la profondeur et de la forme du puits liquide

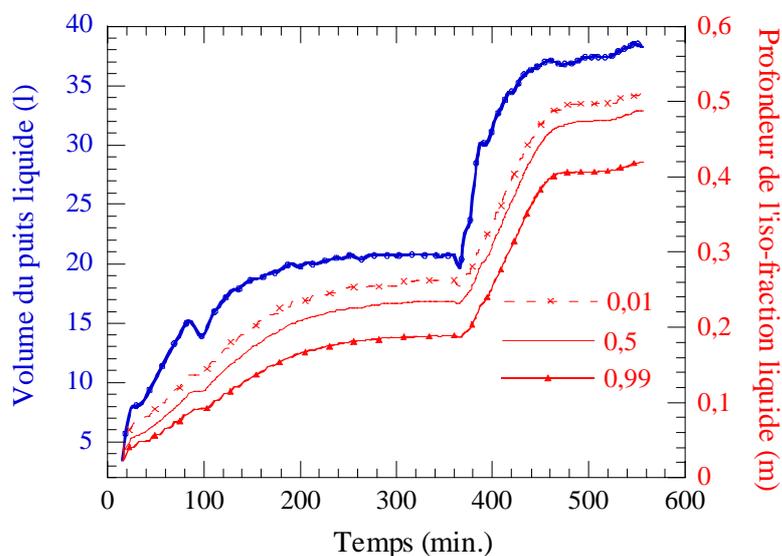


**Figure 3.27 : Evolution de la forme calculée du puits liquide (iso-fraction liquide 0,5) pendant la fusion A**

Sur la Figure 3.27 sont représentées les iso-valeurs de la fraction liquide 0,5, qui nous renseignent sur la forme du puits liquide tout au long de la refusion. On constate que le profil du puits liquide prend une forme en « U » durant la phase d'amorçage lorsque la vitesse de fusion est faible. Lorsque la vitesse de fusion augmente, le profil du puits change de forme pour épouser une forme en « V » plus caractéristique du procédé ESR, due au refroidissement latéral intense. En fin de refusion, lorsque la vitesse de fusion augmente fortement (2<sup>ème</sup> palier), le puits liquide conserve sa forme en « V » et se creuse.

La Figure 3.28 représente les évolutions calculées du volume de puits liquide et de la profondeur au centre des iso-fractions liquides 0,01, 0,5 et 0,99 en fonction du temps. Deux régimes permanents ont été atteints lors de cette simulation, correspondant aux deux paliers de vitesse de fusion, constatation que l'on pressentait déjà sur la Figure 3.27 puisque la forme du puits liquide n'évolue plus lorsque les régimes permanents sont atteints. Jusqu'à 300 minutes, le puits liquide se creuse pour atteindre une profondeur (iso-fraction liquide 0,01) maximale de 26 cm. Ensuite la

vitesse de fusion augmente et le puits liquide se creuse à nouveau pour atteindre une valeur de 50 cm à 480 min.

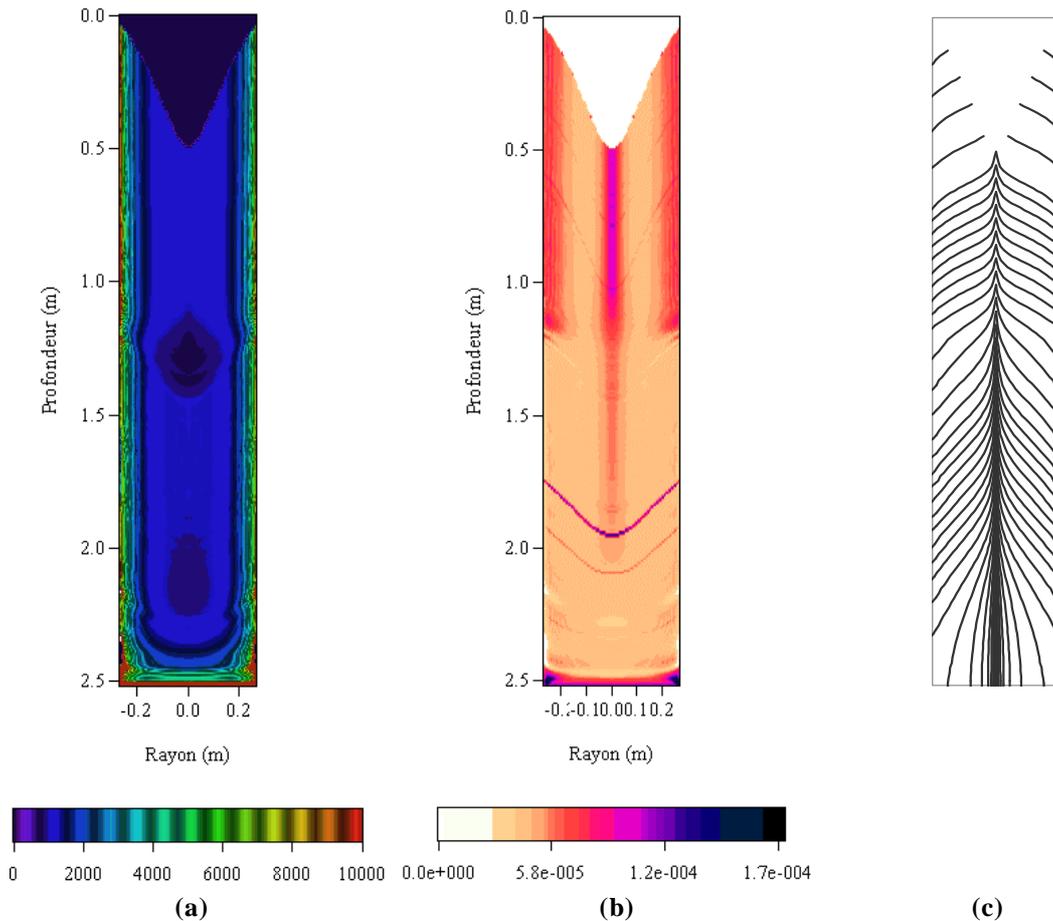


**Figure 3.28 : Evolutions du volume calculé du puits liquide et de la profondeur calculée au centre des iso-fractions liquides 0,01, 0,5 et 0,99**

### 3.5.2. Conditions locales de solidification

Dans les paragraphes précédents, nous avons décrit les résultats du modèle d'un point de vue thermique et hydrodynamique. Or, l'objectif principal de notre modélisation vise à la compréhension et à l'optimisation du procédé, en particulier du point de vue de la qualité métallurgique du lingot secondaire. Pour cela il est nécessaire de calculer les conditions locales de solidification, dépendantes des conditions thermiques décrites précédemment. Le modèle permet entre autres de calculer (a) le gradient thermique local et (b) la vitesse d'avancée du front de solidification, ainsi que (c) l'orientation cristalline, représentés sur la Figure 3.29.

On distingue clairement les 2 paliers de vitesses de fusion qui se traduisent par une vitesse d'avancée du front nettement plus importante lors du deuxième palier (10 kg/min) que lors du premier (6 kg/min), particulièrement au centre et à proximité des parois latérales. Le creusement du puits liquide induit en même temps une orientation cristalline plus horizontale que lors du premier palier. Les gradients thermiques locaux ont par contre sensiblement la même valeur lors des deux paliers de vitesse de fusion (de l'ordre de 2000 K/m), et augmentent très fortement à proximité des parois latérales. Par ailleurs, on distingue clairement la zone correspondant à l'augmentation de la vitesse de fusion, pour laquelle les gradients thermiques sont localement plus faibles, là aussi à cause du creusement du puits liquide.



**Figure 3.29 : Cartes des conditions locales de solidification du lingot de la fusion A**  
**(a) Gradient thermique local de solidification (K/m)**  
**(b) Vitesse d'avancée du front de solidification (m/s)**  
**(c) Orientation cristalline**

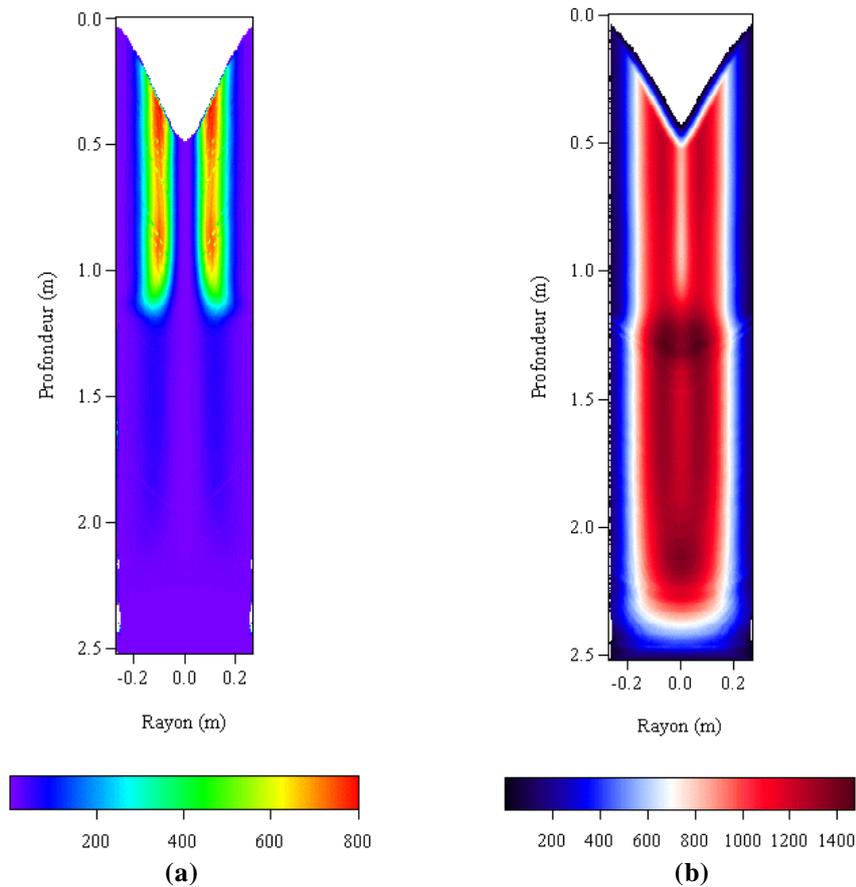
Le modèle calcule par ailleurs le temps local de solidification ainsi que le nombre de Rayleigh défini par Auburtin et al. [52], qui a pour but de prédire le risque d'apparition de freckles ou canaux ségrégués<sup>14</sup>. Sur la Figure 3.30 sont représentés (a) le nombre de Rayleigh ainsi que (b) le temps local de solidification.

On constate que le modèle prédit une forte augmentation du risque d'apparition de freckles lors du second palier de vitesse de fusion (10 kg/min), principalement à mi-rayon.

Le temps local de solidification est par contre légèrement plus important lors du premier palier, et augmente au moment du changement de vitesse de fusion. Il diminue ensuite, et sa valeur est plus faible lors du second palier de vitesse de fusion. D'une manière générale, il est maximal à mi-rayon et diminue lorsque l'on se rapproche des parois latérales et de l'axe de symétrie.

<sup>14</sup>

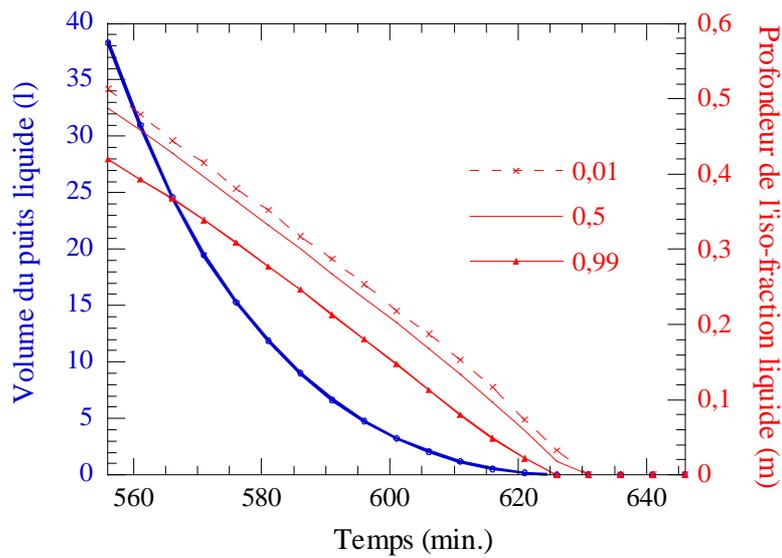
Il convient de remarquer que le calcul de ce critère implique la détermination préalable des espacements interdendritiques et de la perméabilité anisotrope de la zone pâteuse en fonction des conditions locales de solidification. Ces relations n'étant pas disponibles pour l'alliage base nickel refondu, le modèle utilise en première approximation des lois empiriques correspondant à la solidification d'alliages base fer, fournies par Quatravaux [2].



**Figure 3.30 : (a) Cartes du critère de Rayleigh et (b) du temps local de solidification total (s) du lingot de la fusion A**

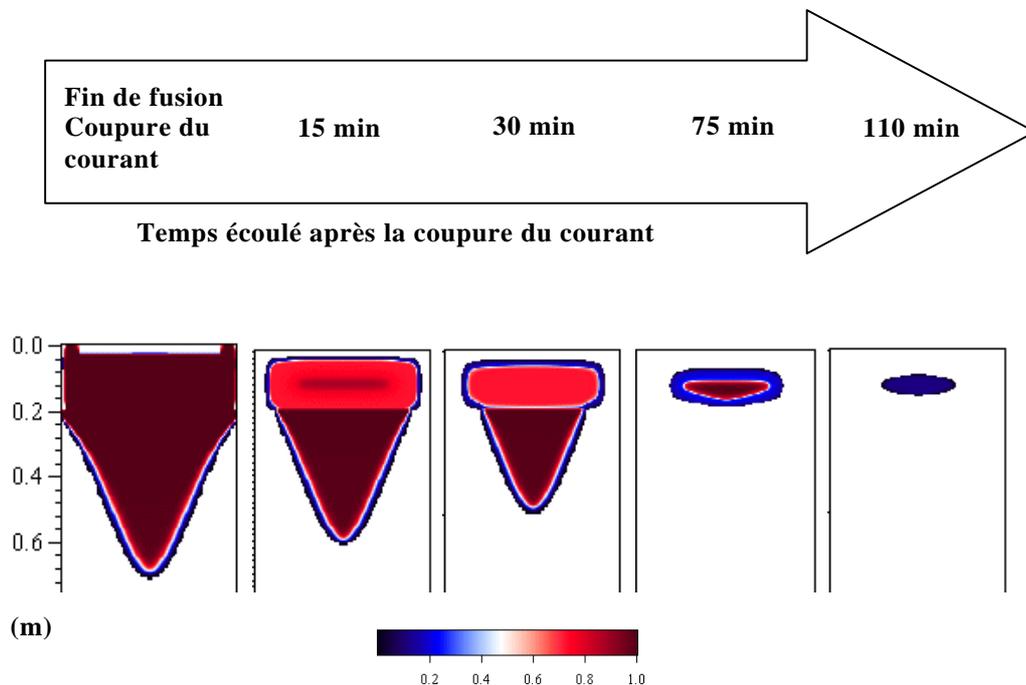
### 3.6. Refroidissement après coupure du courant

L'utilisateur a également la possibilité de simuler le refroidissement du lingot et du laitier après coupure du courant, que nous présentons dans ce paragraphe dans le cas de la fusion A. Les évolutions des profondeurs au centre des isothermes liquidus et solidus ainsi que de l'iso-fraction liquide 0,5, sont représentées sur la Figure 3.31, en fonction du temps (à partir de 556 min, moment de la coupure du courant de fusion). De cette manière, il est possible de visualiser l'influence de l'arrêt du courant sur la profondeur du puits liquide. Ainsi, à la fin de la refusion (556 min), le puits liquide « remonte » rapidement, et à environ 630 min, soit 1h15 après l'arrêt du courant, le lingot est presque complètement solidifié.



**Figure 3.31 : Evolutions du volume calculé du puits liquide et de la profondeur calculée au centre des iso-fractions liquides 0,01, 0,5 et 0,99, après coupure du courant de la fusion A**

La Figure 3.32 nous renseigne sur l'évolution de la distribution de la fraction liquide au sein du lingot mais également du laitier, en fonction du temps après la coupure du courant et le retrait de l'électrode.



**Figure 3.32 : Evolution de la fraction liquide calculée au sein du laitier et du lingot, en fonction du temps, après la coupure du courant de la fusion A 0, 15, 30, 75, 110 min après la coupure**

On constate que, bien que le laitier se soit solidifié en partie, une zone pâteuse subsiste, alors que le lingot est totalement solide. Le modèle prédit une solidification

complète du laitier 2 h après la coupure du courant. Enfin, on visualise bien sur la Figure 3.32 que le refroidissement du laitier est plus lent que celui du lingot, la chaleur spécifique du laitier étant plus importante que celle du métal. Il est par ailleurs intéressant de remarquer que le puits liquide « remonte » petit à petit, et ne se solidifie pas par « le haut » (interface laitier/puits liquide). Ceci sous-entend qu'aucune retassure finale ne se formera à l'intérieur du lingot dans ce cas.

### 3.7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté et analysé plusieurs exemples de résultats que permet d'obtenir notre modèle. Nous l'avons en particulier utilisé pour simuler une des refusions de validation, appelée fusion A.

Nous avons ainsi constaté et justifié la présence d'un fort effet de peau dans l'électrode et le lingot, se traduisant par une décroissance exponentielle très rapide du champ magnétique et de la densité de courant de la périphérie vers le cœur. Par ailleurs, nous avons confirmé que la variation de température au sein du laitier entraîne une variation de sa résistance électrique équivalente. Enfin, nous avons montré que l'essentiel de la chaleur produite par effet Joule se concentrait au « coin » de l'électrode dans un petit volume, zone de divergence des vecteurs densité de courant.

Dans le cas de la fusion A, le modèle prédit par ailleurs, que l'écoulement du laitier est essentiellement gouverné par la convection naturelle, la force électromagnétique ne jouant qu'un rôle mineur, et qu'il est faiblement turbulent. L'écoulement au sein du puits liquide, nettement moins intense que celui du laitier, est fortement influencé par ce dernier, du fait de l'entraînement au niveau de l'interface laitier/puits liquide.

La distribution de température est relativement uniforme dans la zone de laitier où le mélange est le plus intense. En-dessous de cette zone et dans le puits liquide, le modèle prédit une stratification thermique horizontale marquée.

En ce qui concerne le bilan thermique global du laitier, les calculs permettent de conclure que les transferts les plus importants sont l'échange de chaleur avec le système de refroidissement, et l'échauffement par conduction de l'électrode immergée.

Le refroidissement latéral du lingot refondu est fortement dépendant de l'épaisseur de peau de laitier solide qui l'entoure, elle-même découlant du profil de vitesse de fusion ou d'intensité efficace : si la vitesse de fusion est élevée, la peau de laitier entourant le lingot sera plus mince, induisant un refroidissement latéral du lingot plus intense.

Nous avons également présenté quelques résultats liés à la solidification du lingot, qui nous offrent la possibilité de quantifier la qualité métallurgique du lingot final. Nous avons par exemple constaté, sans surprise, que l'augmentation de la vitesse de

fusion (deuxième partie de la refusion) accroît fortement le risque d'apparition de freckles.

Enfin, comme le modèle permet d'effectuer des calculs après la coupure du courant et le retrait de l'électrode, il a montré que le lingot et le laitier sont totalement solidifiés 2 h après la fin de la fusion. Par ailleurs, d'après les calculs, il n'y aura pas de retassure dans le lingot puisque le puits liquide ne semble pas se solidifier par le haut.



## Chapitre 4 :

# Validation du modèle par comparaison avec 4 refusions à l'échelle industrielle



## 4.1. Introduction

La validation expérimentale est une étape nécessaire dans le développement de modèles mathématiques. Cependant, dans le cas de procédés d'élaboration pyrométallurgiques tels que la refusion ESR, il est particulièrement difficile d'effectuer des mesures in-situ. Par conséquent, les validations sont généralement indirectes, et consistent par exemple à observer le profil des puits liquides ou la macrostructure d'un lingot dont les paramètres de refusion sont parfaitement connus. Citons en particulier les travaux de Bertram et al. [53], pour lesquels les puits liquides prédits par le modèle ont été comparés aux profils expérimentaux, approximativement déduits de l'observation macrographique d'un lingot d'alliage 625 pour 5 vitesses de fusion différentes. Kelkar et al. [24, 25] ont choisi de comparer les derniers puits liquides, calculé et expérimentalement marqué par une coupure abrupte du courant à la fin de la refusion, pour 2 lingots d'INCONEL 718. Viswanathan et al. [26, 27] ont marqué les puits liquides par additions de billes de nickel dans un lingot d'INCONEL 718, ce qui leur a permis de comparer leurs formes aux résultats de leur modèle.

Quatre refusions industrielles, réalisées à l'usine des Ancizes, ont été entièrement dédiées à la validation du modèle présenté dans ce manuscrit. Leurs conditions opératoires sont par conséquent fort éloignées des paramètres utilisés dans les conditions normales de production. Le but principal de ces refusions était le marquage des puits liquides successifs. Différentes méthodes ont été utilisées, comme l'ajout de soufre ou de billes de nickel, pour permettre une comparaison avec les résultats du modèle numérique. Par ailleurs, l'observation de différentes grandeurs comme l'épaisseur de peau de laitier ou la résistance équivalente du laitier, mesurée par le four, et leur comparaison avec les résultats du modèle ont constitué des moyens supplémentaires de validation.

Chacune des quatre refusions est décrite dans ce chapitre, l'ensemble des observations expérimentales est présenté et comparé avec les résultats des simulations.

## 4.2. Refusion d'un alliage base nickel (fusion A)

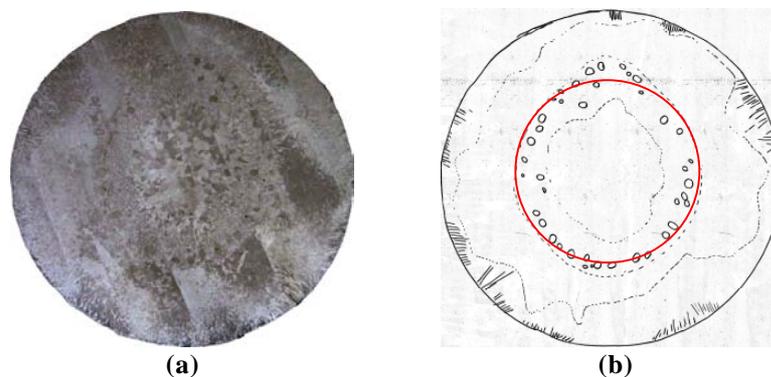
La technique de marquage des puits liquides de la fusion A, identique à la méthode utilisée par Viswanathan et al. [26, 27], a consisté en 7 ajouts successifs de billes de nickel. Ainsi, après découpe et attaque macrographique du lingot, les observations nous ont permis de positionner les billes de nickel et de localiser les puits liquides correspondants, mais également de visualiser la macrostructure.

Les paramètres opératoires et les principales propriétés thermophysiques de la fusion A ont été détaillés dans le chapitre 3, aussi le lecteur est invité à consulter les paragraphes 3.1.2 et 3.1.3 pour plus de détails. Rappelons que cette refusion s'est déroulée en deux étapes : un premier palier à faible vitesse de fusion, suivi d'un second à forte vitesse de fusion.

#### 4.2.1. Observations macrographiques

Le lingot ainsi refondu a été découpé, après sectionnement longitudinal, en 4 lopins qui ont subi une attaque chimique. Le réactif était composé de 41% de perchlorure de fer et de 31 à 33% d'acide chlorhydrique additionnés à de l'eau, et chauffé à environ 45°C. L'attaque a pour but de révéler la structure de l'échantillon métallique et de mettre en évidence les anomalies physiques (fissures, porosités) ou chimiques (ségrégation) qui caractérisent son hétérogénéité. Le réactif agit par une dissolution à vitesse inégale de la surface métallique, et crée ainsi des différences de niveau permettant l'observation.

Nous avons également examiné une section transversale du lingot à mi-hauteur, ayant subi la même attaque chimique que les 4 lopins sectionnés longitudinalement. La figure 4.1 (a) montre la macrographie ainsi obtenue, et nous avons reporté sur la figure 4.1 (b) les principales informations qui peuvent en être déduites. Le cercle rouge permet d'estimer si le puits liquide (marqué avec les billes de nickel) est bien centré et symétrique. On constate que l'hypothèse d'axisymétrie du modèle est qualitativement vérifiée, bien que le puits liquide ne soit pas parfaitement symétrique. On remarque notamment deux excroissances diamétralement opposées dont l'origine nous échappe encore, puisque leur position ne correspondent pas aux lieux d'additions des billes de nickel.



**figure 4.1 : Macrographie de la section transversale du lingot de la fusion A à mi-hauteur**

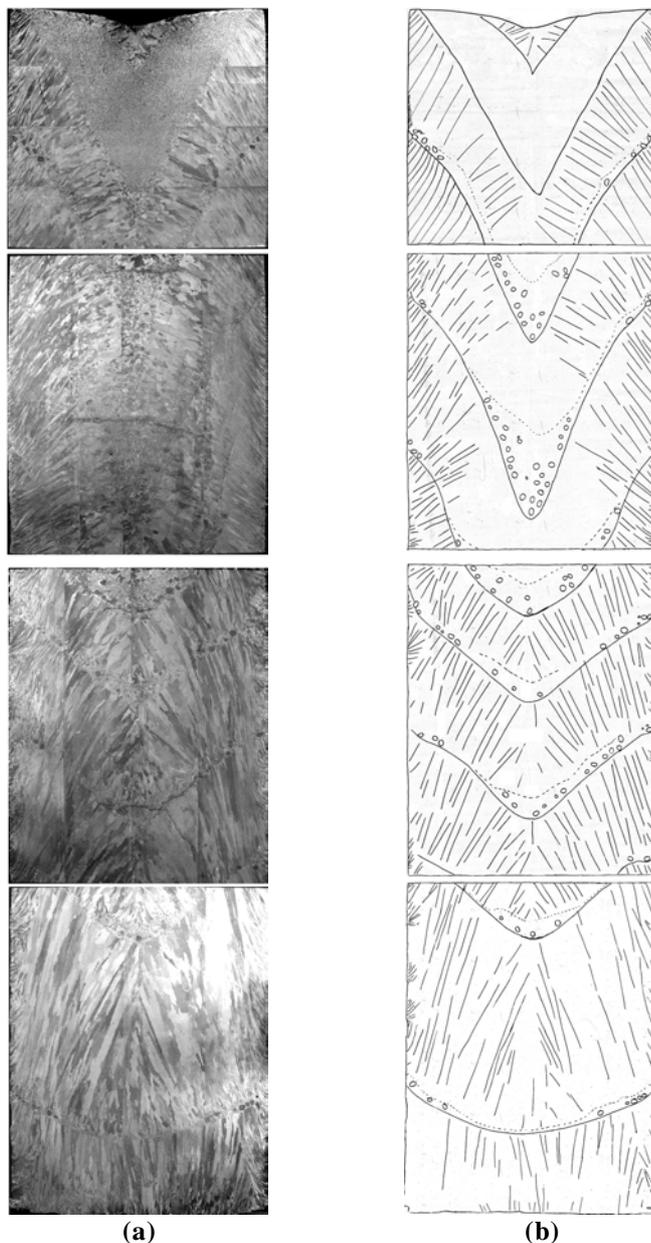
**(a) photographie de la section transversale polie et attaquée**

**(b) principales informations observables sur (a)**

La macrographie du lingot est représentée sur la figure 4.2 (a). Pour plus de clarté, nous avons représenté sur la figure 4.2 (b) les informations importantes qu'a permis de révéler l'attaque chimique, comme la structure de solidification, l'orientation cristalline et la position des billes de nickel.

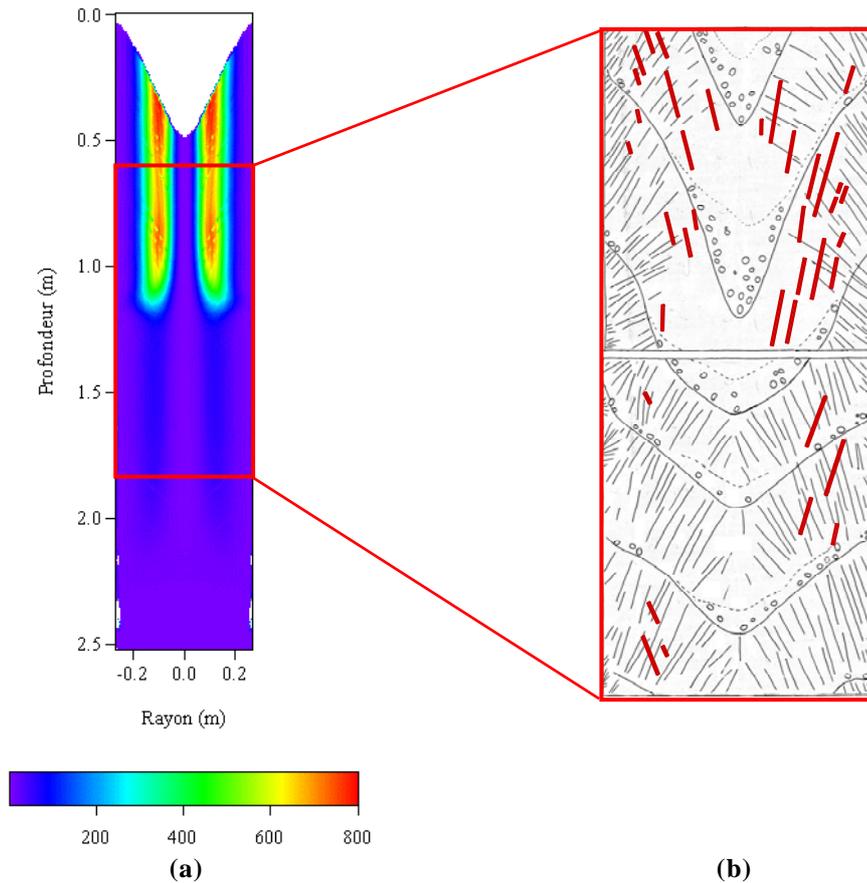
On constate que la structure de solidification est essentiellement colonnaire, hormis au voisinage des billes de nickel (zone délimitée par le trait plein et les pointillés de part et d'autre des billes de nickel sur la figure 4.2) et après la coupure de courant final, où on observe une structure équiaxe fine.

Le marquage des puits liquide a très bien fonctionné, et permet de positionner sur la macrographie les 7 ajouts de billes de nickel et de visualiser les puits liquides correspondants.



**figure 4.2 : Macrographie du lingot de la fusion A**  
**(a) photographie des sections de lingots polies et attaquées**  
**(b) principales informations observables sur (a)**

L'observation macrographique révèle par ailleurs la présence de canaux ségrégués, en particulier dans la portion de lingot correspondant à la deuxième partie de la fusion, soit à la plus forte vitesse de fusion. Nous avons représenté la distribution du nombre de Rayleigh calculé sur la figure 4.3 (a), ainsi que les canaux ségrégués observés expérimentalement (en rouge sur la figure 4.3 (b)).



**figure 4.3 : Comparaison entre (a) le risque d'apparition de freckles calculé (nombre de Rayleigh) et (b) leur occurrence observée sur la macrographie (les canaux ségrégés sont représentés en rouge)**

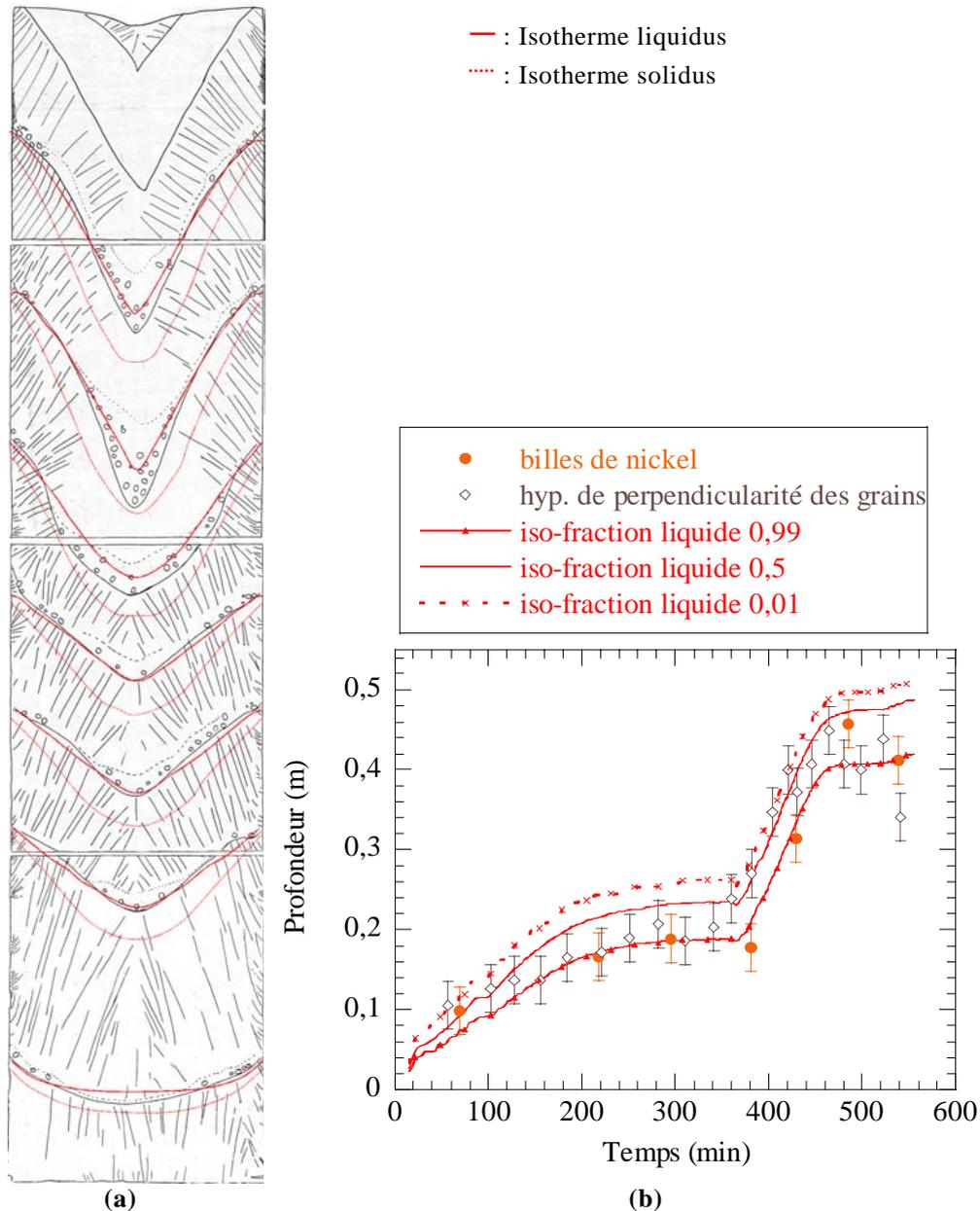
Le modèle prédit un risque élevé d'apparition de freckles dans la zone correspondant à la deuxième partie de la fusion (cf. paragraphe 3.5.2), puisque le nombre de Rayleigh calculé est nettement plus important que lors de la première partie de la fusion. Ce résultat correspond bien à l'observation expérimentale. Par ailleurs, les canaux ségrégés sont préférentiellement localisés à mi-rayon, confirmant qualitativement les prédictions du calcul.

#### 4.2.2. Profils des puits liquides

Sur la figure 4.4 (a), nous avons comparé les profils de puits marqués expérimentalement (en noir) et les profils calculés (en rouge : en trait plein, l'isotherme liquidus et en pointillés, l'isotherme solidus).

La forme du puits est bien prédite par le modèle. Ainsi, durant la phase d'amorçage, on observe que le puits liquide initial est en forme de « U ». Lorsque la hauteur coulée augmente, on constate qu'il prend une forme en « V ». Celle-ci est ensuite plus marquée lors de la deuxième partie de la refusion, lorsque la vitesse de fusion est plus importante.

On observe une très bonne concordance entre les résultats du calcul et les mesures expérimentales des profondeurs au centre du puits liquide (figure 4.4 (b)). Celle-ci atteint deux régimes permanents, correspondant aux deux paliers de vitesse de fusion.



**figure 4.4 : (a) Comparaison de la forme des puits liquides calculés (en rouge) et marqués expérimentalement (en noir)**  
**(b) Comparaison de l'évolution de la profondeur au centre du puits liquide en fonction du temps, mesurée et calculée (fusion A)**

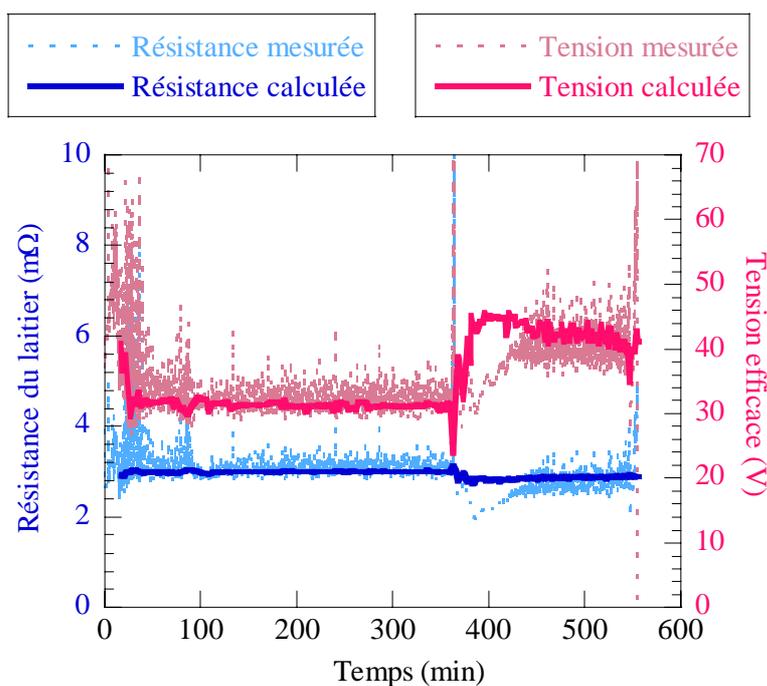
A faible vitesse de fusion, le modèle prédit que la profondeur de l'isotherme liquidus est d'environ 18 cm, et correspond parfaitement à la position des billes de nickel. L'augmentation de vitesse de fusion se traduit par un creusement du puits liquide, quantitativement bien simulé par le modèle. Pour la plus forte vitesse de fusion, le modèle prédit que l'isotherme liquidus se stabilise à 40 cm de profondeur, se superposant bien avec la dernière addition de billes de nickel.

Dans le cas de la fusion A, les profondeurs des puits marqués grâce aux additions de billes de nickel correspondent systématiquement à celles de l'isotherme liquidus prédites par le modèle. Notons que le marquage de puits liquides par addition de billes de nickel réalisé par Viswanathan et al. [26], pendant la refusion d'un alliage base nickel INCONEL 718, conduisaient les auteurs à une conclusion identique.

Afin d'exploiter au maximum les informations issues de la refusion expérimentale, notamment celles liées à l'orientation des grains, nous avons également mesuré la profondeur des puits liquides en posant l'hypothèse que le puits liquide est perpendiculaire aux grains. Une fois encore, la position calculée des isothermes liquidus est identique aux observations expérimentales, hormis lors de l'augmentation de la vitesse de fusion où la courbe orthogonale aux grains correspond plutôt à l'isofraction liquide 0,5.

### 4.2.3. Comportement électrique du laitier

Les évolutions, calculées et mesurées par le four, de la résistance et de la tension efficace sont représentées sur la figure 4.5.



**figure 4.5 : Comparaison de l'évolution de la résistance du laitier et de la tension efficace calculées et mesurées lors de la fusion A**

La valeur de la résistance, calculée par le modèle, vaut 3 mΩ et 2,85 mΩ lors des premier et second paliers respectivement, valeurs proches des mesures. Le modèle prédit, au moins qualitativement puisqu'il ne tient pas compte d'une éventuelle variation de la profondeur d'immersion de l'électrode, la diminution de la valeur de la résistance entre la première et la deuxième partie de la refusion. Celle-ci est due à une augmentation de la température globale du laitier, liée à l'accroissement de l'intensité

efficace. La tension efficace calculée par le modèle est également bien prédite, puisque son évolution se superpose à celle des mesures effectuées sur le four.

Toutefois, que l'on s'intéresse à la résistance ou à la tension efficace, le modèle ne semble pas capable de prédire correctement la phase de transition entre les deux paliers de vitesse de fusion (entre 360 et 440 min de refusion), et surestime ces deux paramètres. Ceci est probablement lié au fait que, lors des calculs, la profondeur d'immersion de l'électrode est supposée fixe, tandis qu'elle varie au cours de la refusion réelle, puisqu'elle est contrôlée par le système de régulation du four. D'une manière générale, cette remarque s'applique principalement durant les phases transitoires, et on peut supposer que dans les phases de régime permanent, l'immersion reste quasi-constante puisque les paramètres sont plus stables.

Comme la tension efficace, la puissance produite par effet Joule calculée par le modèle évolue qualitativement et quantitativement de la même manière que celle mesurée pendant la refusion réelle (cf. figure 4.6). On retrouve ainsi deux paliers, correspondant à des valeurs de la puissance d'environ 330 kW puis 600 kW. En revanche, comme nous l'avons déjà constaté précédemment pour la tension, le modèle surestime la puissance produite par effet Joule lors de la transition.

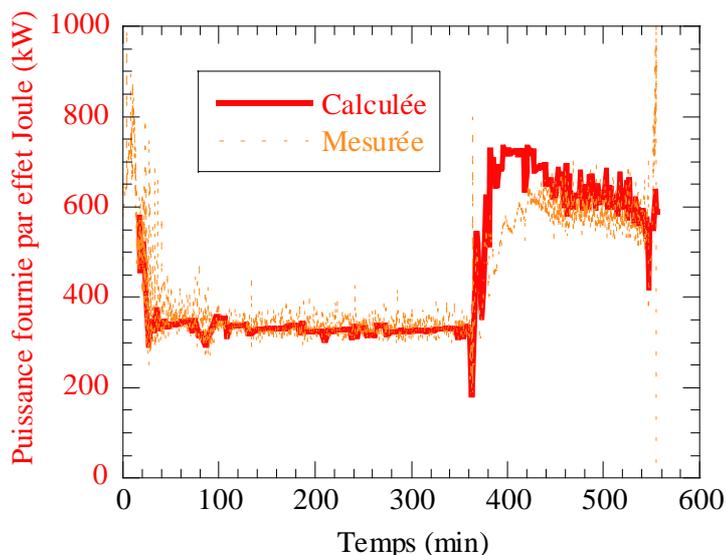


figure 4.6 : Comparaison de l'évolution de la puissance fournie par effet Joule calculée et mesurée lors de la fusion A

#### 4.2.4. Epaisseur de peau de laitier

Après le démoulage du lingot de la fusion A, nous avons recueilli des échantillons de peau de laitier, afin de mesurer leur épaisseur et de la comparer avec les calculs effectués par le modèle. L'évolution de l'épaisseur de cette peau en fonction de la profondeur (à partir de la tête du lingot) est représentée et comparée aux résultats du calcul sur la figure 4.7.

Les calculs permettent une assez bonne prédiction qualitative de cette évolution. On observe notamment que la peau de laitier est plus épaisse sur la partie basse du lingot (refondue à faible vitesse de fusion) que sur la deuxième partie (refondue à forte vitesse de fusion), traduisant correctement l'évolution réelle.

Cependant, le modèle surestime tout au long de la refusion la valeur de l'épaisseur de peau. En effet, lors de la première partie de la refusion, l'épaisseur réelle est inférieure à 3 mm, alors que le modèle prédit une valeur de 5 mm ; lors de la seconde partie, le modèle prédit une épaisseur légèrement supérieure à 3 mm alors qu'elle n'est que de 0,5 mm en réalité.

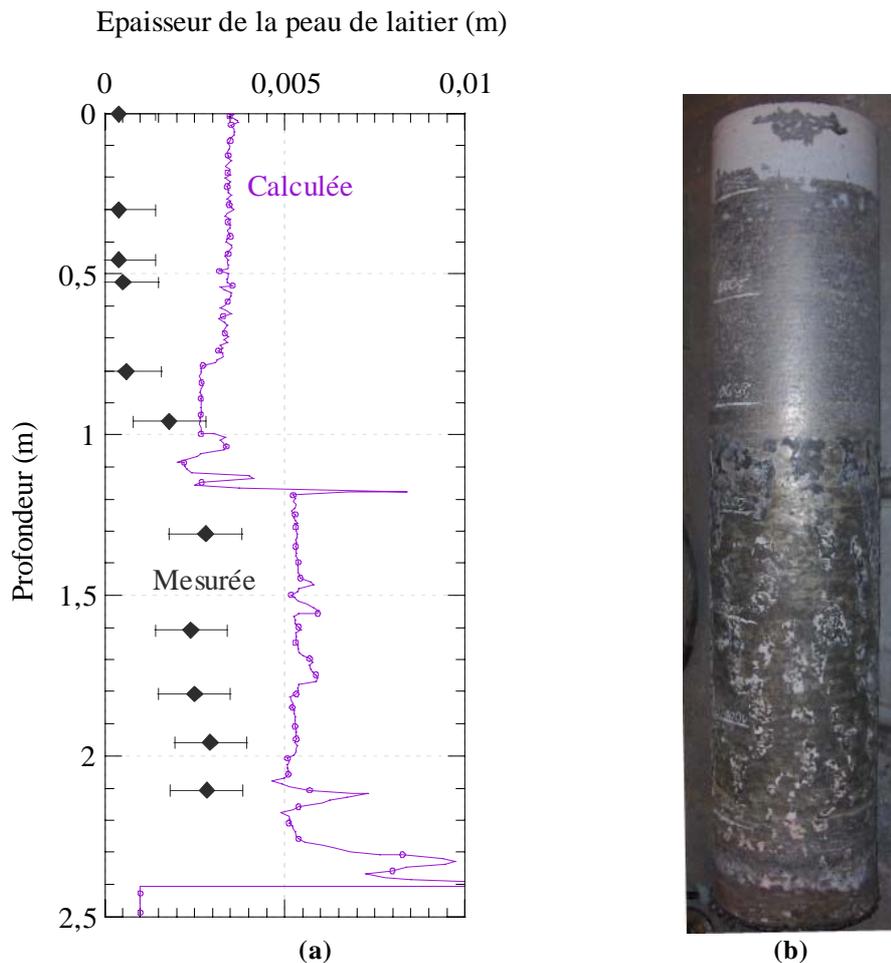


figure 4.7 : (a) Comparaison de l'épaisseur de peau de laitier entourant le lingot de la fusion A calculée et mesurée  
 (b) Lingot après démoulage (la peau de laitier solide a déjà été retirée du lingot sauf sur une vingtaine de centimètres en tête de celui-ci)

### 4.3. Refusion d'un acier faiblement allié (fusion B)

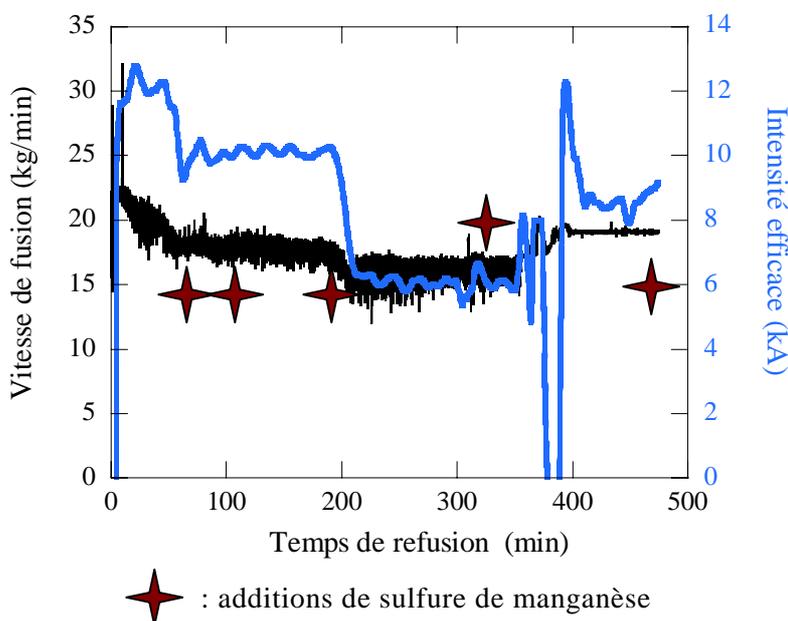
Le but principal de la refusion de validation B était de marquer les puits liquides par additions de sulfure de manganèse. Les puits liquides seront ainsi caractérisés par une forte concentration en soufre au moment des additions.

#### 4.3.1. Description de la fusion B

La fusion B a consisté à refondre une électrode en acier faiblement allié (20NCD13) grâce à un laitier composé principalement de fluorure de calcium. Elle s'est déroulée de la manière suivante :

- 1<sup>er</sup> palier à forte intensité ;
- 2<sup>ème</sup> palier à faible intensité ;
- brusque plongée de l'électrode se traduisant par une augmentation puis une chute de l'intensité du courant ;
- stabilisation de tous les paramètres (par la désactivation du système de régulation du four).

Les évolutions de l'intensité efficace et de la vitesse de fusion mesurées sur le four en fonction du temps sont représentées sur la figure 4.8.



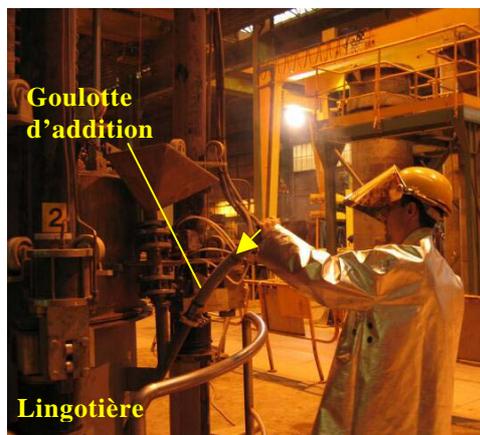
**figure 4.8 : Profils de vitesse de fusion et d'intensité efficace mesurés sur le four lors de la fusion B, utilisés comme données du modèle**

Lors de cette refusion, nous avons réalisé 5 additions de 250 g de sulfure de manganèse sous la forme de galets de quelques centimètres, comme le montre la figure 4.9. Dans un premier temps, le sulfure de manganèse a été étuvé de façon à éliminer toute forme d'humidité, pour prévenir tout risque d'explosion lors du contact avec le laitier.



**figure 4.9 : Aspect du sulfure de manganèse utilisé pour le marquage des puits pendant la fusion B**

Ensuite, il a été introduit par l'intermédiaire d'une goulotte fixée à la lingotière comme le montre la figure 4.10, aux 5 instants suivants : 43 min, 90 min, 170 min, 303 min et 446 min, après le début de la fusion.



**figure 4.10 : Introduction du sulfure de manganèse par l'intermédiaire d'une goulotte d'addition lors de la fusion B**

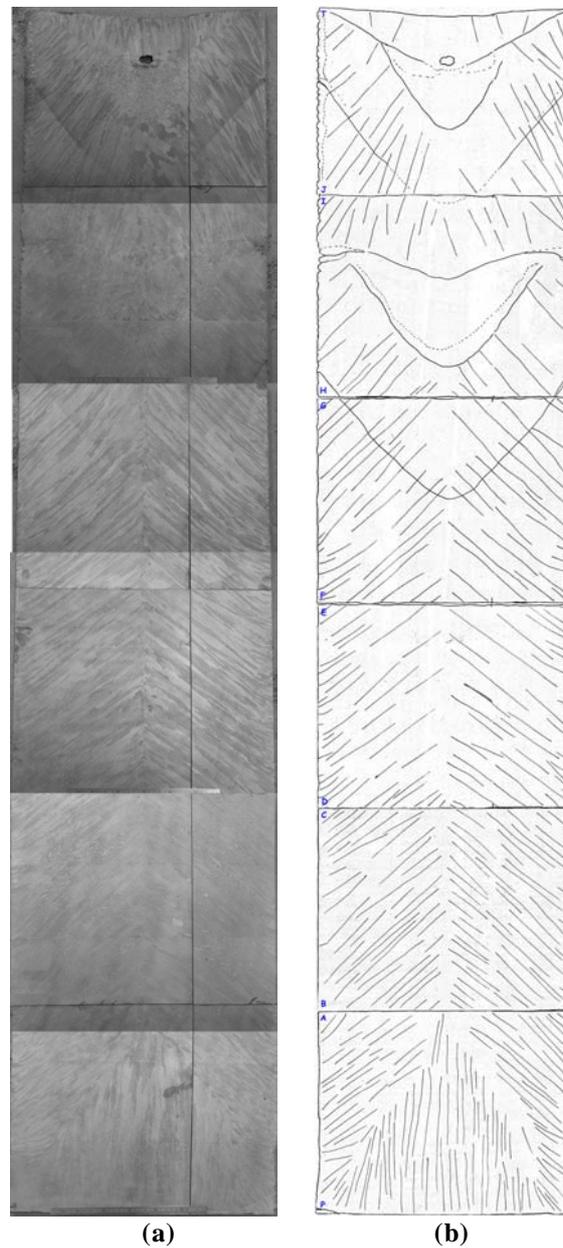
#### 4.3.2. Observations macrographiques

Le lingot ainsi élaboré a été découpé en six lopins sur lesquels ont été effectuées des empreintes Baumann. Cet examen macrographique par empreinte au soufre a pour but de révéler, par impression sur un papier sensible photographique préalablement imbibé d'une solution d'acide sulfurique, la position des régions contenant des inclusions de sulfures présentes dans le métal sous des natures chimiques différentes : FeS, MnS, etc. La topographie des régions contenant des sulfures se révèle du fait du dégagement local d'hydrogène sulfuré, qui provoque un noircissement de la couche sensible par transformation chimique des halogénures d'argent en sulfure d'argent. Malheureusement, cet examen n'a pas été concluant et ne nous a pas permis de retrouver visuellement les puits liquides marqués par addition de MnS, la quantité de soufre utilisée étant probablement insuffisante.

Les portions de lingot ont ensuite subi une attaque macrographique à l'acide sulfurique, dont l'objectif est de révéler la structure du lingot et de mettre en évidence les anomalies physiques ou chimiques susceptibles d'affecter son homogénéité.

Cet examen a révélé la structure de solidification du lingot en faisant apparaître des grains colonnaires, comme le montre la macrographie du lingot représentée sur la

figure 4.11 (a). Il a également mis à jour les deux derniers puits liquides marqués par addition de soufre, que l'on discerne sur la macrographie où ils apparaissent comme deux zones plus foncées que le reste du lingot. Afin de mieux visualiser ces résultats, nous avons « décalqué » les grains colonnaires ainsi que les profils de puits liquides sur la figure 4.11 (b).



**figure 4.11 : Macrographie du lingot de la fusion B**  
**(a) photographie des sections du lingot polies et attaquées**  
**(b) principales informations observables sur (a)**

### 4.3.3. Principales données utilisées pour la simulation

La masse initiale de l'électrode était de 3990 kg, et son diamètre égal à 432 mm. L'immersion de l'électrode imposée lors des simulations est fixée à 1 cm. La masse de laitier, constante durant la simulation, vaut 100 kg. Enfin, le diamètre du lingot secondaire est pris égal à 515 mm.

La température de liquidus de l'alliage est estimée à 1365°C, sa température de solidus à 1126°C et sa chaleur latente de solidification à  $1,85 \times 10^5$  J/kg<sup>15</sup>. Son chemin de solidification est représenté sur la figure 4.12.

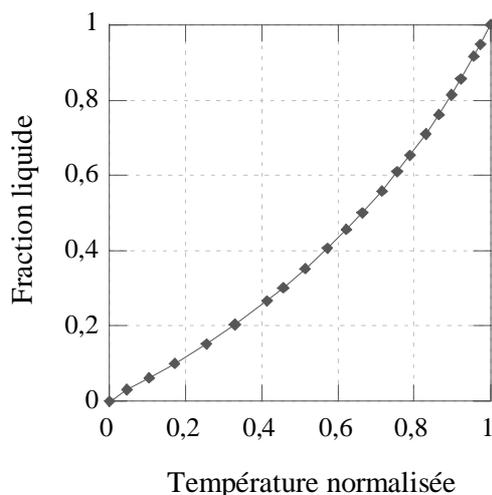


figure 4.12 : Chemin de solidification de l'alliage 20NCD13

Les propriétés thermophysiques du métal sont résumées dans le Tableau 4.1.

Viscosité dynamique	$4,2 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$
Masse volumique	$6982 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
Chaleur spécifique	$804 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Coefficient d'expansion thermique volumique	$1,1 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$
Conductivité thermique	$30 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Conductivité électrique	$1 \cdot 10^6 \text{ } \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$

Tableau 4.1 : Propriétés thermophysiques de l'alliage 20NCD13 utilisées pour la simulation

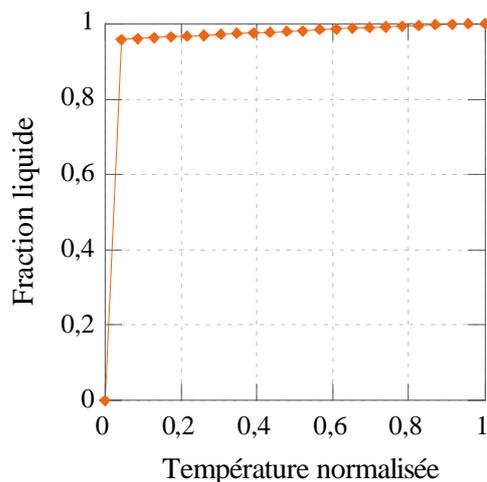
En ce qui concerne le laitier, son chemin de solidification nous a été fourni par le CRT<sup>16</sup> (cf. figure 4.13) ; sa température de liquidus vaut 1475°C, celle de solidus 1360°C, et sa chaleur latente de solidification est de  $4,25 \times 10^5$  J/kg. Les propriétés thermophysiques du laitier, issues de la bibliographie sont résumées dans le Tableau 4.2.

<sup>15</sup> Calculs réalisés par P.E. RICHY (Les Ancizes, Aubert&Duval) à l'aide du logiciel Thermo-Calc

<sup>16</sup> Centre de Recherche de Trappes (ERAMET)

Viscosité dynamique	$2.10^{-2} \text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$
Masse volumique	$2611 \text{ kg.m}^{-3}$
Chaleur spécifique	$1260 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
Coefficient d'expansion thermique volumique	$1,86.10^{-4} \text{ K}^{-1}$

**Tableau 4.2 : Propriétés thermophysiques du laitier utilisées pour la simulation de la fusion B**



**figure 4.13 : Chemin de solidification du laitier industriel 1**

Notons que le chemin de solidification du laitier industriel 1, est très particulier, et fort différent de celui du laitier utilisé pour la fusion A. Le laitier industriel 1 se solidifie en grande partie sur un très court intervalle de température, proche de la température de solidus.

#### 4.3.4. Profils des puits liquides

Les profils de puits liquides calculés par le modèle (en rouge) sont représentés sur la figure 4.14, afin de les comparer aux marquages expérimentaux (en noir). Globalement, le modèle semble prédire correctement les profils, et la position des puits marqués se situe toujours entre les isothermes liquidus et solidus calculés.

Il est cependant difficile de conclure quant à la validité du modèle au vu de ces résultats puisqu'on ne sait pas précisément à quoi correspond le « marquage » par le soufre (d'autant que l'intervalle de solidification de cet alliage est très important, presque 240°C), alors que les simulations fournissent la position d'isothermes précises.

De plus, les analyses n'ayant pas permis de révéler les puits liquides marqués au soufre dans la première partie de la refusion, nous manquons également d'informations sur l'évolution du puits liquide. Il est cependant possible d'utiliser d'autres informations fournies par la macrographie, en supposant que le puits liquide est perpendiculaire aux grains observés sur cette dernière.

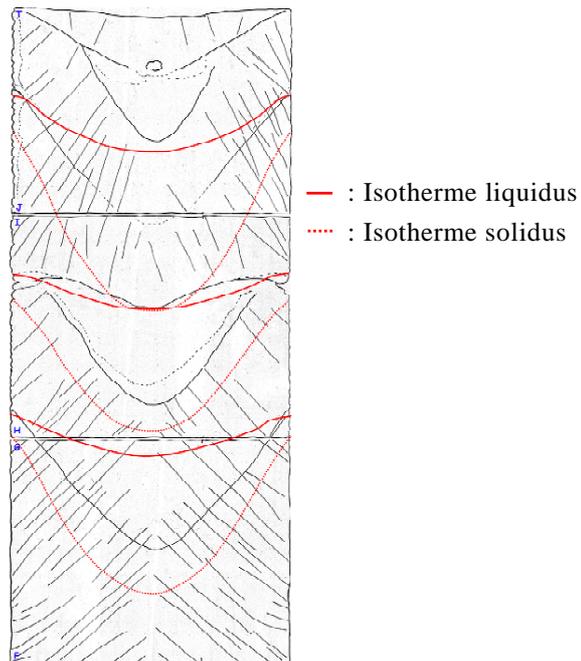


figure 4.14 : Comparaison des profils de puits liquides calculés (en rouge) et marqués expérimentalement (en noir) lors de la fusion B

Les résultats reportés sur la figure 4.15 sont bien sûr à prendre avec précaution, du fait des incertitudes de mesures et de cette hypothèse de perpendicularité.

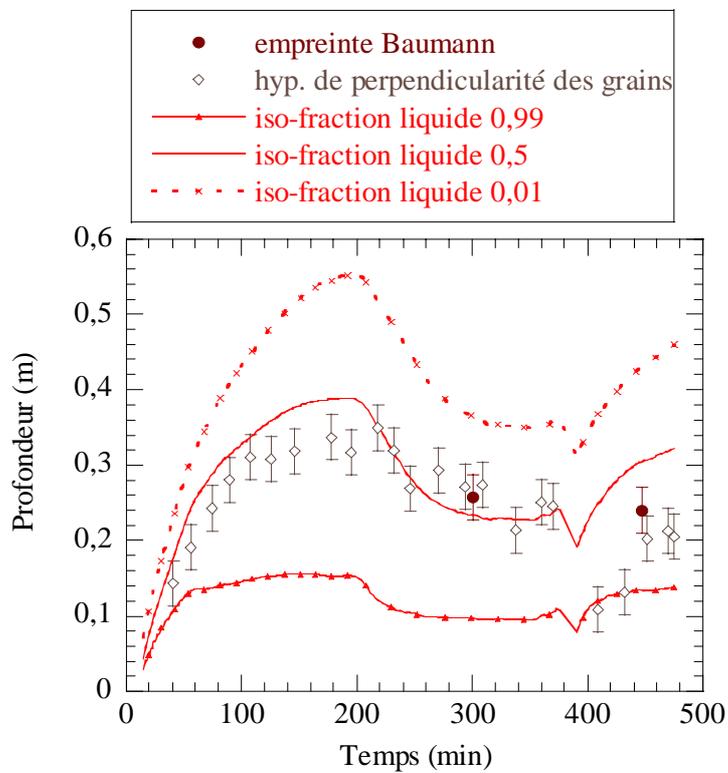


figure 4.15 : Comparaison de l'évolution de la profondeur du puits liquide en fonction du temps, mesurée et calculée (fusion B)

Le modèle reproduit correctement l'évolution qualitative de la profondeur du puits liquide. On retrouve, en particulier, les trois régimes de vitesse de fusion et d'intensité efficace :

- une forte vitesse de fusion avant 200 min, caractérisée par un puits liquide profond (l'isotherme solidus atteint une profondeur de 56 cm) ;
- une vitesse de fusion plus faible, de 250 à 400 min, correspondant à un puits liquide moins profond (environ 35 cm pour l'isotherme solidus) ;
- en fin de refusion, le puits liquide se creuse à nouveau (jusqu'à 46 cm pour le solidus), puisque la vitesse de fusion augmente.

La profondeur mesurée expérimentalement concorde avec la profondeur de l'isofraction liquide 0,5 calculée par le modèle, en particulier jusqu'à 400 min. En revanche, les mesures se rapprochent plus de la position calculée de l'isotherme liquidus dans la dernière partie de la refusion. Ceci pourrait s'expliquer, une fois de plus, par les différences de conditions d'immersion : en effet, le four étant auto-régulé, il adapte l'immersion de l'électrode en fonction de la vitesse de fusion ou de la puissance demandée. Or, pendant la dernière partie de la refusion, le système de régulation a été désactivé. L'immersion, alors fixe, était probablement assez éloignée de la valeur fixée dans la simulation (1cm).

#### **4.3.5. Comportement électrique du laitier**

Lorsque l'on observe (figure 4.16) l'évolution de la résistance et de la tension calculées et mesurées, on constate que les résultats du modèle concordent mieux avec les mesures jusqu'à 400 min qu'en toute fin de refusion, corroborant l'hypothèse du paragraphe 4.3.4. En effet, la résistance et la tension sont largement surestimées à ce moment, indiquant que la profondeur d'immersion de l'électrode fixée dans la simulation est certainement inférieure à l'immersion réelle.

De même, l'étude de la puissance apportée par effet Joule (calculée et enregistrée pendant la refusion), représentée sur la figure 4.17 conduit à conclure que c'est également la simulation des premier (surtout) et deuxième paliers qui conduit aux meilleurs résultats.

En fin de fusion, la puissance calculée est nettement supérieure à la puissance effectivement enregistrée, ce qui est directement responsable de la surestimation de la profondeur du puits liquide (cf. paragraphe 4.3.4).

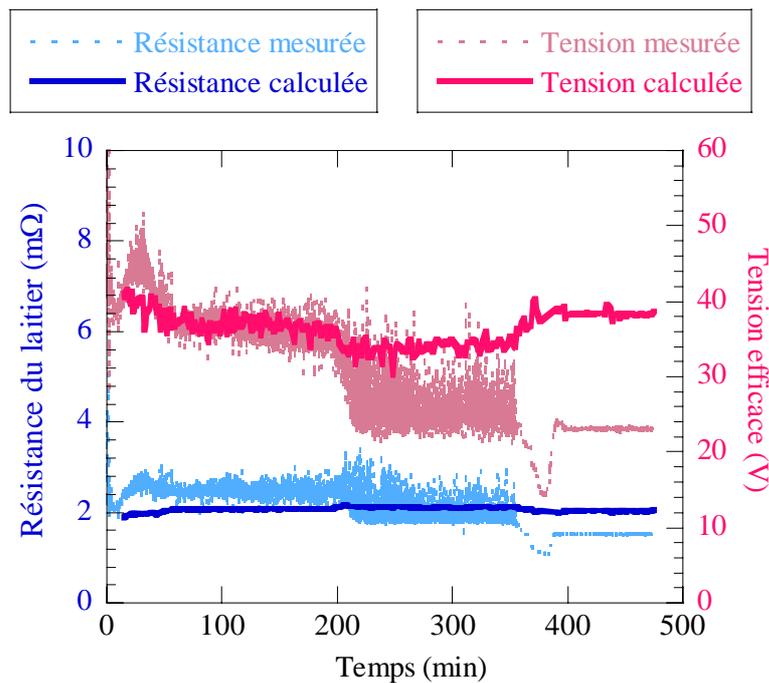


figure 4.16 : Comparaisons de l'évolution de la résistance du laitier et de la tension efficace calculées et mesurées pour la fusion B

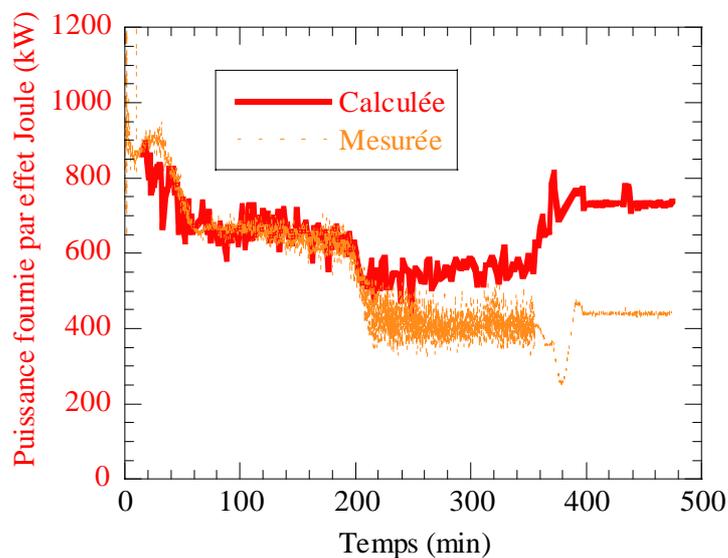


figure 4.17 : Comparaison de l'évolution de la puissance fournie par effet Joule calculée et mesurée lors de la fusion B

#### 4.3.6. Epaisseur de peau de laitier

Le modèle prédit une épaisseur de peau de laitier quasiment constante tout au long de la refusion, égale à 3,5 mm, indépendamment de la vitesse de fusion. En revanche, la brusque immersion de l'électrode étant survenue aux alentours de 380 min a induit

de fortes perturbations, par une diminution de la puissance totale apportée au laitier, qui ont conduit à une brusque diminution de la valeur de l'épaisseur de peau prédite.

Les échantillons de peau prélevés après démoulage, indiquent que cette épaisseur varie en réalité entre 1 et 6 mm, sans que la vitesse de fusion ne semble avoir d'incidence sur sa valeur. Les résultats du calcul sont qualitativement en accord avec les observations expérimentales, dont les valeurs encadrent celles calculées par le modèle (cf. figure 4.18). Cependant, comme pour la fusion A, les prédictions surestiment généralement l'épaisseur de peau hormis juste au-dessous de la zone influencée par la brusque plongée de l'électrode, à plus de 40 cm de la tête du lingot, où les mesures atteignent des valeurs de 6 mm. Ces valeurs élevées peuvent s'expliquer par la présence de « coulures » de laitier dues probablement à la rupture de la peau de laitier entourant le laitier liquide au moment des perturbations induites par cette brusque immersion de l'électrode.

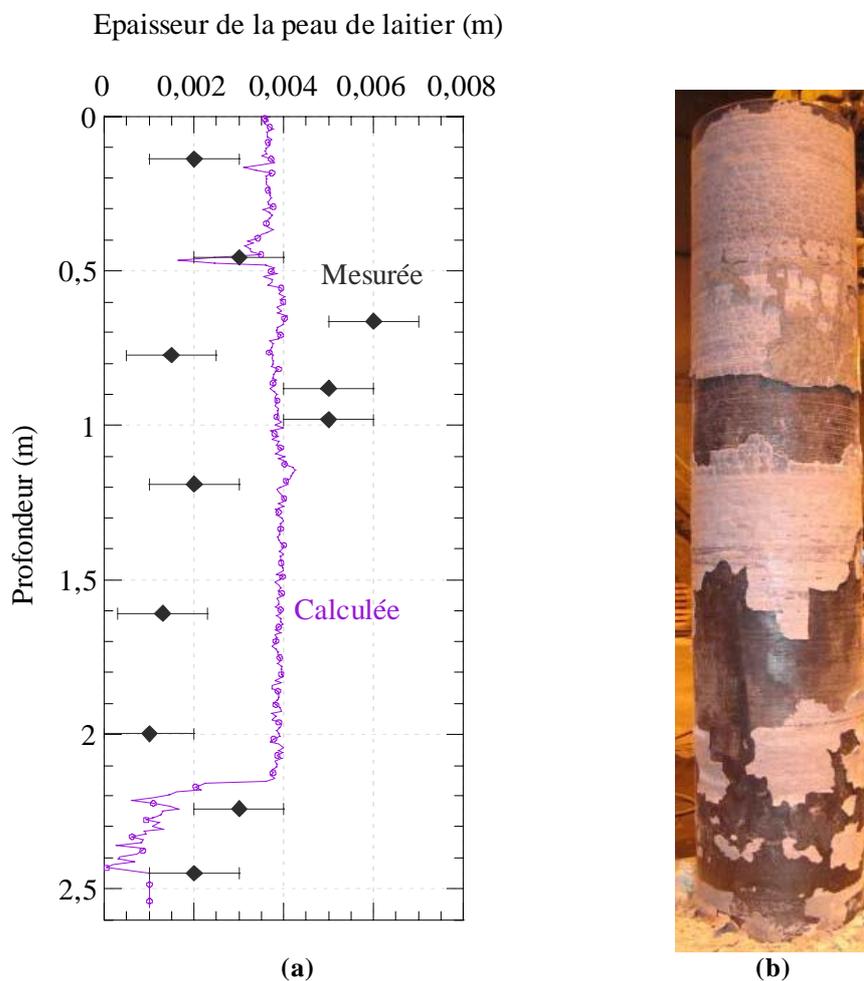
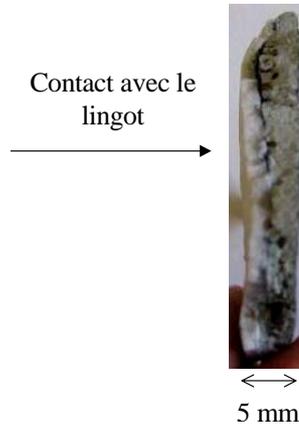


figure 4.18 : (a) Comparaison de l'épaisseur de la peau de laitier entourant le lingot de la fusion B calculée et mesurée  
 (b) Lingot de la fusion B après démoulage (entourée d'une peau de laitier solide, qui s'est partiellement désagrégée au démoulage)

Ceci est confirmé par l'observation des 4 échantillons prélevés à 0,65, 0,77, 0,87 et 0,99 m de la tête du lingot, qui présentent 2 couches de laitier solide : une couche blanchâtre, en contact avec le lingot, épaisse de 1 à 2 mm et une seconde, grisâtre, correspondant aux coulures, de l'ordre de 2 à 4 mm. A titre d'exemple, l'échantillon de peau prélevé à 0,99 m de la tête du lingot est présenté sur la figure 4.19.



**figure 4.19 : Echantillon de peau de laitier solide prélevé à 0,99 m de la tête du lingot**

## 4.4. Refusion d'un alliage base fer (fusion C)

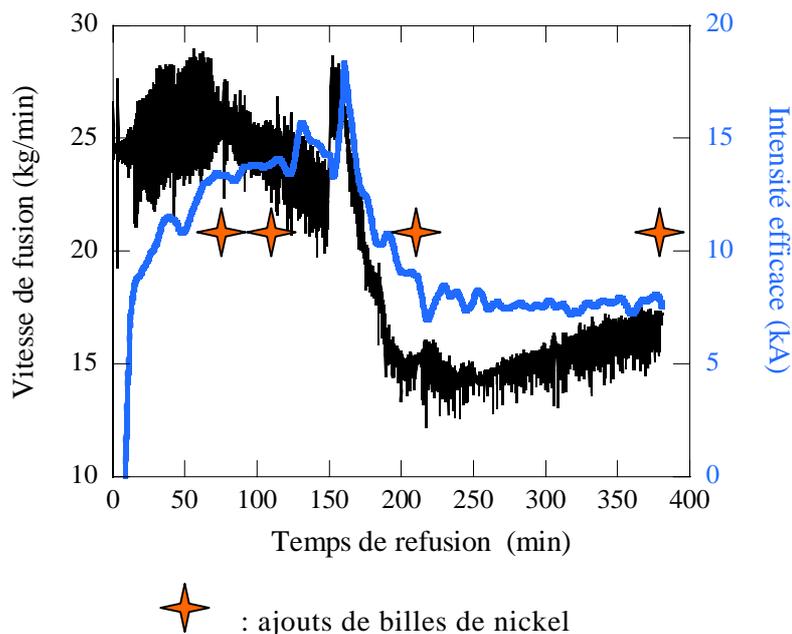
La technique de marquage utilisée pour fusion C, d'un lingot d'acier allié (15-5 PH) est identique à celle employée lors de la fusion A : 4 additions de billes de nickel ont été effectuées dans le but de marquer les puits liquides. Cependant, si cette technique est éprouvée pour marquer les puits dans un alliage base nickel, comme celui de la fusion A, il était prévisible que l'ajout de billes de nickel dans un acier fortement allié influencerait les conditions locales de solidification et induirait des perturbations non prévisibles par le calcul.

### 4.4.1. Description de la fusion C

La fusion C a consisté à refondre une électrode d'acier allié grâce à un laitier composé majoritairement de fluorure de calcium.

Elle peut grossièrement se décomposer en deux parties : une première, à forte vitesse de fusion, suivie d'une phase de diminution puis d'une deuxième partie à plus faible vitesse de fusion. Les profils d'intensité efficace et de vitesse de fusion sont représentés sur la figure 4.20.

Nous avons procédé à 4 additions successives de billes de nickel (4 kg pour chaque addition), deux dans la première partie, à 76 et 114 min de refusion, puis deux dans la seconde partie, à 210 et 380 min de refusion.



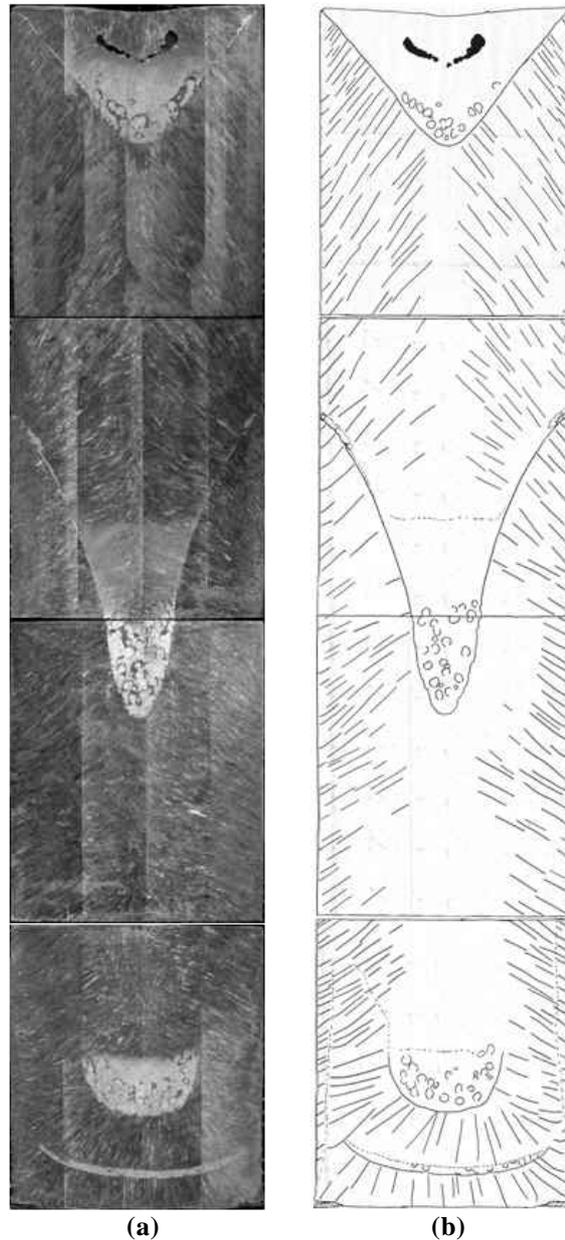
**figure 4.20 : Profils de vitesse de fusion et d'intensité efficace mesurés lors de la fusion C, utilisés comme données du modèle**

#### 4.4.2. Observations macrographiques

Le lingot formé lors de la fusion C a ensuite été découpé en 4 lopins dans sa section longitudinale. Ceux-ci ont subi la même attaque chimique que le lingot de la fusion A, à base de perchlorure de fer et d'acide chlorhydrique. Cette attaque a permis de visualiser les billes de nickel ajoutées en cours de refusion, comme le montre la macrographie de la figure 4.21 (a). Comme précédemment, afin de mieux visualiser les observations expérimentales, nous les avons reportées sur la figure 4.21 (b).

Les billes de nickel permettent de visualiser clairement les premier, troisième et dernier puits liquides. En revanche, le second ajout de billes de nickel n'a pas permis de révéler la totalité de la forme du puits ; on observe seulement, correspondant à cette addition, un amas de billes de nickel vraisemblablement positionné au fond du puits liquide.

Les attaques chimiques révèlent par ailleurs que la structure de solidification du lingot est essentiellement colonnaire.

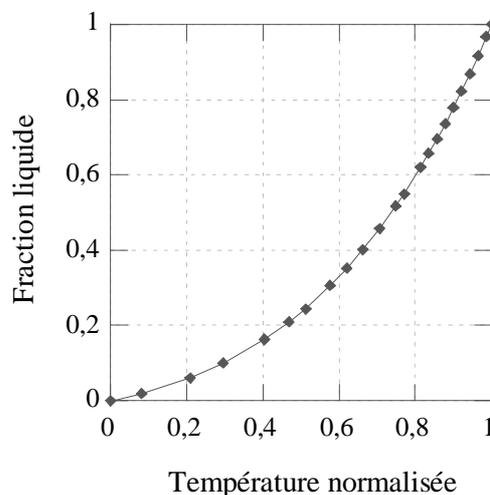


**figure 4.21 : Macrographie du lingot de la fusion C**  
**(a) photographie des sections de lopins polies et attaquées**  
**(b) principales informations observables sur (a)**

#### 4.4.3. Principales données utilisées pour la simulation

Les conditions opératoires utilisées comme données d'entrée du modèle correspondent à celle de la refusion réelle. Ainsi, le diamètre de l'électrode à refondre est de 432 mm, pour un poids de 4030 kg. Son immersion est fixée à 1 cm. La masse de laitier utilisée pour la simulation vaut 100 kg. Enfin, le diamètre du lingot final est de 515 mm.

Le chemin de solidification de l'alliage<sup>17</sup> utilisé lors de la simulation, est représenté sur la figure 4.22. La température de liquidus du métal est estimée à 1462°C, sa température de solidus à 1416°C et sa chaleur latente de solidification à  $1,67 \times 10^5$  J/kg.



**figure 4.22 : Chemin de solidification de l'alliage E-Z5CNU15.05**

Les principales propriétés thermophysiques du métal, utilisées comme données du modèle, sont résumées dans le Tableau 4.3.

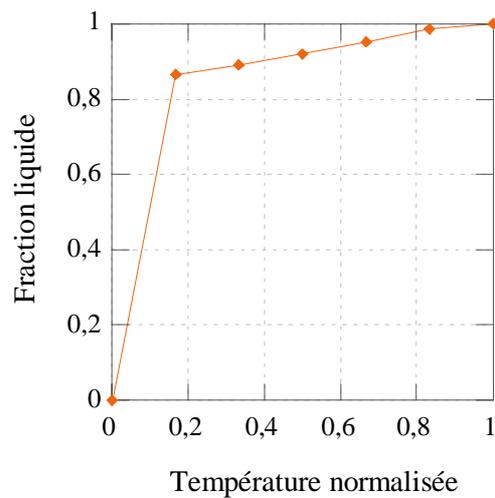
Viscosité dynamique	$4,2 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$
Masse volumique	$6948 \text{ kg.m}^{-3}$
Chaleur spécifique	$798 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
Coefficient d'expansion thermique volumique	$1,1 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$
Conductivité thermique	$30 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
Conductivité électrique	$1 \cdot 10^6 \text{ } \Omega^{-1}.\text{m}^{-1}$

**Tableau 4.3 : Propriétés thermophysiques du métal utilisées pour la simulation de la fusion C**

En ce qui concerne le laitier, le CRT nous a fourni son chemin de solidification (figure 4.23); sa température de liquidus vaut 1325°C et celle de solidus 1295°C. Sa chaleur latente de solidification est de  $5,96 \times 10^5$  J/kg.

Ces données ont été particulièrement difficiles à obtenir du fait de la présence du composé fluorure de magnésium. Aussi, les données fournies par le CRT concerne en réalité un laitier de composition voisine : 82,5% de fluorure de calcium, 11% de chaux et 6,5% de magnésie, ce qui conserve le nombre de moles de chaque élément. Cependant, il faut être conscient qu'un risque fort subsiste pour que ce chemin de solidification ne soit pas équivalent à celui du laitier utilisé lors de la refusion réelle.

<sup>17</sup> Calculs réalisés par P.E. RICHY (Les Ancizes, Aubert&Duval) à l'aide du logiciel Thermo-Calc



**figure 4.23 : Chemin de solidification du laitier de la fusion C**

Les principales propriétés thermophysiques du laitier, issues de valeurs moyennées recueillies dans la littérature, sont regroupées dans le Tableau 4.4.

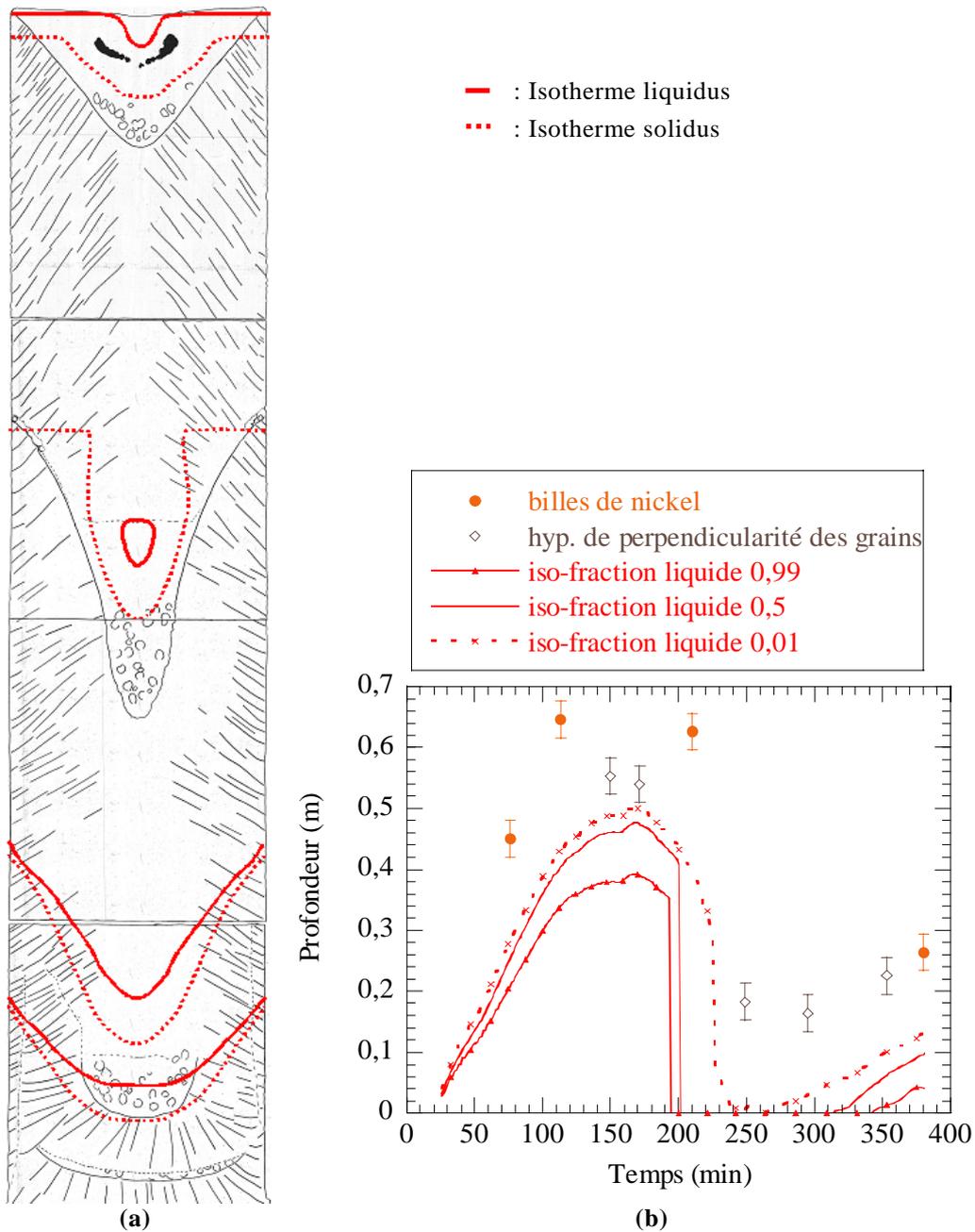
Viscosité dynamique	$1.10^{-2} \text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$
Masse volumique	$2633 \text{ kg.m}^{-3}$
Chaleur spécifique	$1600 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
Coefficient d'expansion thermique volumique	$5,95.10^{-4} \text{ K}^{-1}$

**Tableau 4.4 : Propriétés thermophysiques du laitier utilisées pour la simulation de la fusion C**

#### 4.4.4. Profils des puits liquides

Nous avons comparé les formes des puits liquides simulées avec les observations expérimentales. Ainsi, sur la figure 4.24 (a), sont représentées les isothermes liquidus et solidus calculées (en rouge), ainsi que la position des billes de nickel et les puits correspondants (en noir).

On constate que les prédictions du modèle ne reproduisent pas, cette fois, les observations expérimentales, tant au niveau de la forme du puits liquide que de sa profondeur. Pour les deux premiers puits, la simulation semble néanmoins respecter la forme du puits, ce qui n'est plus le cas dans la deuxième partie de la refusion, puisque le modèle prédit que les puits liquides se « referment ».



**figure 4.24 : (a) Comparaison de la forme des puits liquides calculés (en rouge) et marqués expérimentalement (en noir)**  
**(b) Comparaison de l'évolution de la profondeur au centre du puits liquide en fonction du temps, mesurée et calculée (fusion C)**

La figure 4.24 (b) confirme ces observations. En effet, lors du premier palier de vitesse de fusion, la simulation indique que le puits liquide atteint des profondeurs de 38 cm (liquidus), ou presque 50 cm (solidus), largement inférieures aux valeurs mesurées expérimentalement, de l'ordre de 64 cm. Lors de la transition entre la forte et la faible vitesse de fusion, le modèle prédit tout d'abord une diminution progressive de la profondeur du puits liquide, puis une brutale chute à 200 min, indiquant que le puits liquide se solidifie « par le haut », au niveau du contact avec le laitier, qui reste liquide

puisque sa température de liquidus est nettement inférieure à celle du métal. Enfin, lors du second palier, à faible vitesse de fusion, le modèle prédit que la diminution de la puissance apportée par effet Joule est trop importante et conduit à une solidification presque totale du puits liquide, qui se creuse à nouveau légèrement en fin de fusion. Les observations expérimentales, en revanche, indiquent que la profondeur du puits liquide varie de 16 à 26 cm.

Certaines de ces différences peuvent probablement s'expliquer par les perturbations induites par l'ajout d'une masse non négligeable de nickel dans le puits liquide, composé d'un alliage base fer, qui a pu conduire à une diminution de la température locale de fusion, entraînant une refusion partielle de l'alliage solidifié et un accroissement artificiel de la profondeur du puits liquide.

Par ailleurs, rappelons que le calcul du chemin de solidification du laitier et des propriétés associées (comme la température de liquidus, etc.), a été biaisé. L'intervalle de solidification prédit est particulièrement faible (de seulement 30°C) et la température de liquidus prédite inférieure de plus de 135°C à celle du métal, cas unique dans notre campagne de validation.

#### 4.4.5. Comportement électrique du laitier

Les évolutions de la résistance équivalente du laitier, ainsi que de la tension efficace calculées par le modèle et mesurées par le four sont représentées sur la figure 4.25.

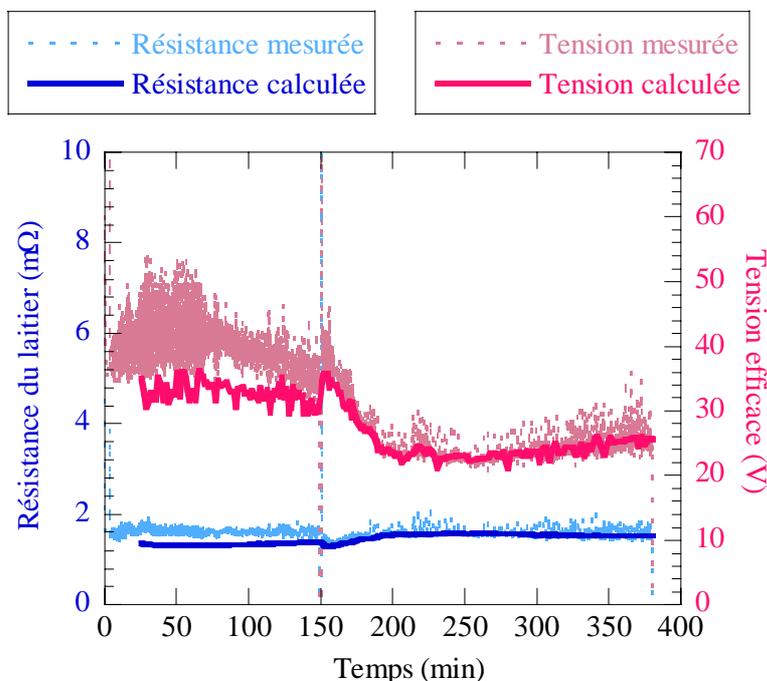
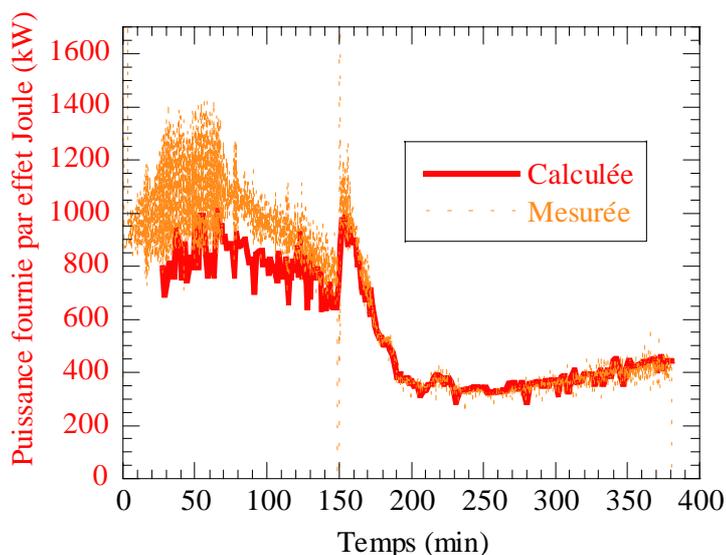


figure 4.25 : Comparaison des évolutions de la résistance du laitier et de la tension efficace calculées et mesurées (fusion C)

Les prédictions sont en bon accord avec les mesures effectuées par le four pendant la refusion, en particulier lors de la deuxième partie, après 150 min, pour laquelle la résistance vaut  $1,5 \text{ m}\Omega$  et la tension varie entre 22 et 26 V. En revanche, lors de la première partie, le modèle sous-estime légèrement ces grandeurs.

La figure 4.26 conduit logiquement aux mêmes conclusions, la puissance calculée (environ 800 kW) est légèrement inférieure à la puissance mesurée (entre 800 et 1400 kW) lors de la première partie. Après 150 min, le modèle reproduit exactement l'évolution de la puissance mesurée sur le four qui diminue d'une valeur de 1000 kW à 350 kW, puis augmente à nouveau jusqu'à 450 kW.



**figure 4.26 : Comparaison de l'évolution de la puissance fournie par effet Joule calculée et mesurée lors de la fusion C**

Le modèle fournit donc de bons résultats en ce qui concerne le comportement électrique du laitier. Pourtant, nous avons constaté (paragraphe précédent) qu'il ne prédit pas correctement l'évolution du puits liquide, en particulier après 200 min, alors même que les prédictions « électromagnétiques » sont excellentes.

#### 4.4.6. Epaisseur de peau de laitier

Le modèle prédit (cf. figure 4.27) une absence de peau de laitier solide entourant le lingot durant toute la première partie de la refusion, ce qui est en contradiction avec l'observation expérimentale d'une peau de laitier solide épaisse de 0,5 mm à 4 mm. Cette différence, probablement due à l'incertitude sur les propriétés thermophysiques du laitier, pourrait en partie expliquer les écarts observés sur les profils du puits liquide. En effet, la peau de laitier induit une résistance thermique qui freine le refroidissement du lingot et conduit à des puits liquides plus profonds et plus volumineux qu'en l'absence de peau entre le lingot et la lingotière refroidie par eau.

Toutefois, l'ensemble des divergences constatées sur la figure 4.27 ne nous semble pas être relié uniquement à cet effet. Une influence directe du transfert thermique laitier/métal est probable.

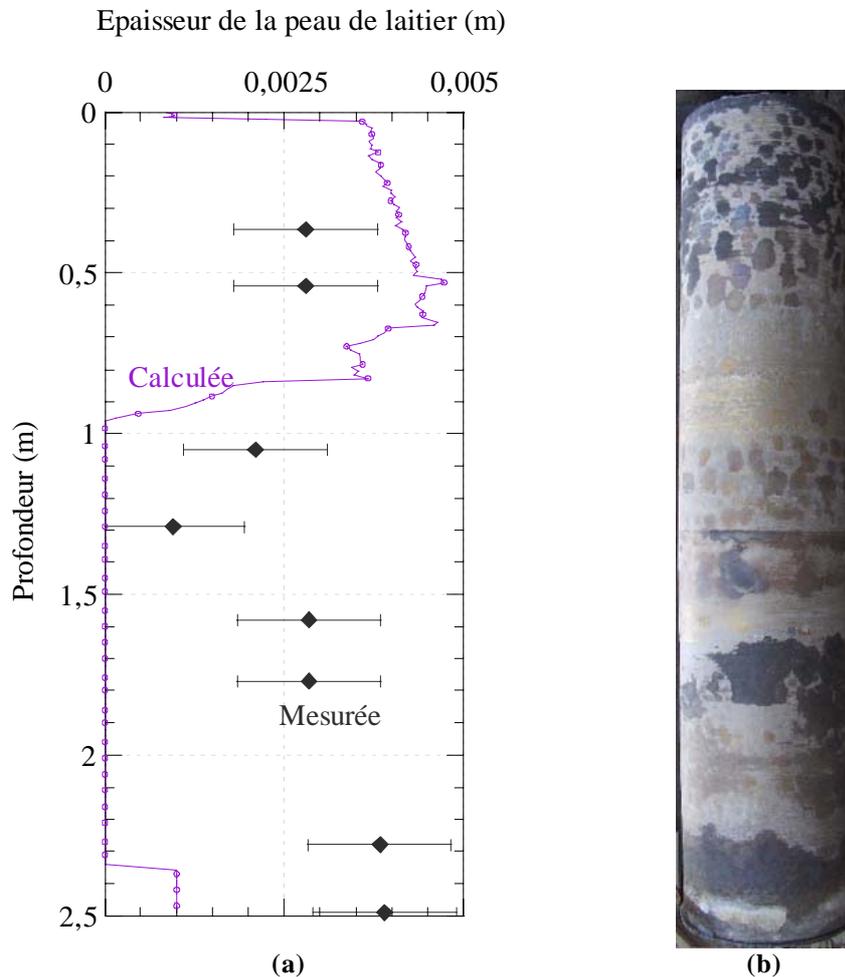


figure 4.27 : (a) Comparaison des épaisseurs de peau de laitier entourant le lingot de la fusion C calculée et mesurée  
(b) Lingot de la fusion C après démoulage (la peau de laitier est totalement tombée)

## 4.5. Refusion d'un alliage base fer (fusion D)

Les conditions et paramètres opératoires de la fusion D sont très éloignés de ceux des 3 autres refusions de validation. Tout d'abord, les dimensions du lingot correspondant à la fusion D (diamètre 815 mm) sont beaucoup plus importantes que les précédentes (de diamètre 515 mm). Ensuite, la puissance fournie était très largement supérieure à celle utilisée en conditions normales de production, conduisant à des vitesses de fusion de plus de 35 kg/min.

Sa présence dans la démarche de validation de notre modèle revêt donc la plus grande importance puisqu'elle permettra de déterminer si le modèle est capable de

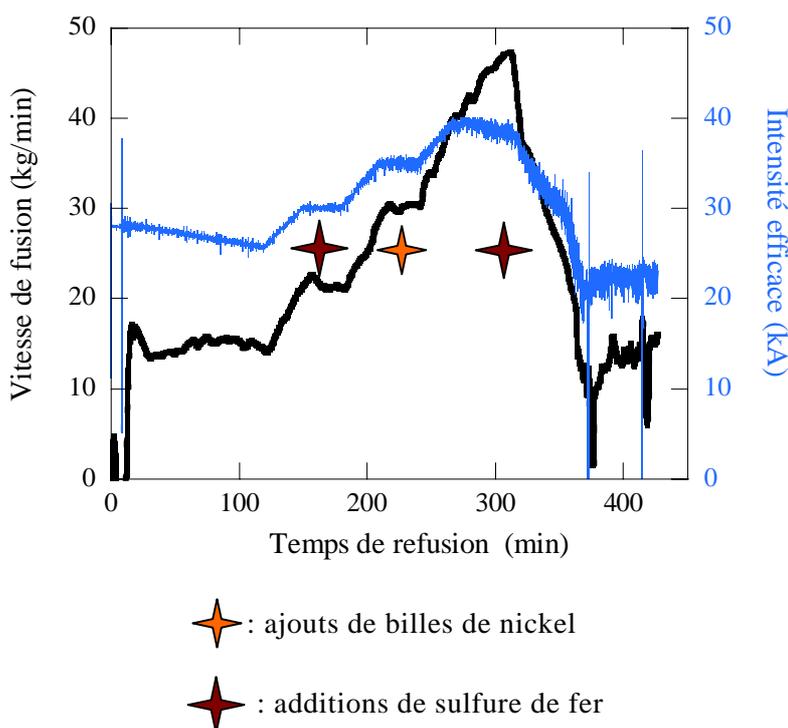
prédire correctement le déroulement d'une refusion pour un très large éventail de conditions opératoires.

Le but principal de cette refusion était, comme pour les précédentes, de marquer différents puits liquides afin de les comparer avec les profils prédits par le modèle. Pour cela, deux techniques ont été utilisées : l'ajout de billes de nickel et l'addition de sulfure de fer.

#### 4.5.1. Description de la fusion D

Cette refusion a consisté à fondre une électrode en acier allié AISI H11 grâce à un laitier composé majoritairement de fluorure de calcium (67%) additionné de plusieurs oxydes (chaux 14%, alumine 14% et silice 5%). La refusion se compose de 4 paliers d'intensités efficaces croissantes de 27, 30, 35 et 40 kA puis d'une diminution de l'intensité pour atteindre un cinquième palier à 15 kA.

Le profil de vitesse de fusion mesuré sur le four suit logiquement une évolution similaire, comme le montre la figure 4.28.



**figure 4.28 : Profils de vitesse de fusion et d'intensité efficace mesurés sur le four lors de la fusion D, utilisés comme données du modèle**

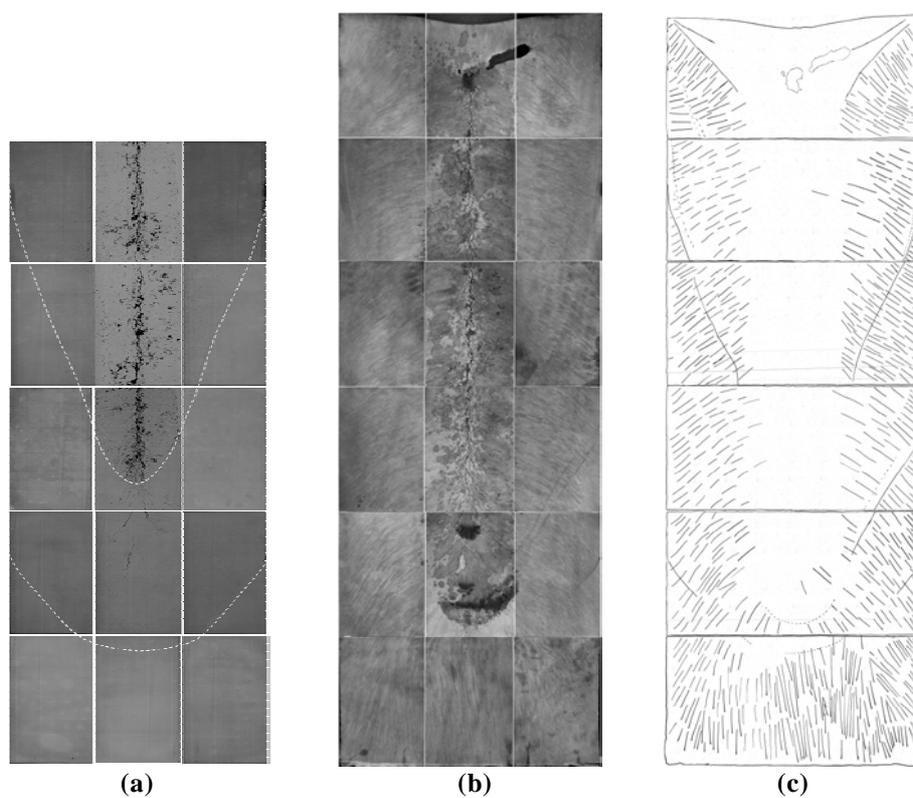
Afin de marquer les puits liquides en cours de fusion, deux additions de sulfure de fer ont été réalisées : après 169 min (500 g) et 312 min (1,2 kg) de refusion. Par ailleurs, un ajout de billes de nickel a également été effectué à  $t=236$  min.

Signalons immédiatement que nous ne disposons malheureusement pas d'échantillons de peau de laitier solide entourant le lingot formé lors de la fusion D, ce qui rend impossible toute validation concernant son calcul.

#### 4.5.2. Observations macrographiques

Le lingot correspondant à la fusion D a subi une coupe longitudinale, puis a été découpé en 6 lopins. Chacune de ces sections a ensuite été découpées en 3, conduisant à un total de 18 lopins. Sur 15 de ces lopins, des empreintes Baumann ont été effectuées (figure 4.29 (a)). Ainsi, l'observation du papier photographique marqué nous permet de positionner les zones riches en soufre qui révèlent les puits liquides au moment des additions de sulfure de fer, visualisés en traits pointillés blancs sur la figure 4.29 (a).

L'ensemble des lopins a ensuite subi une attaque chimique, identique à celle subie par le lingot de la fusion B, par un réactif composé de 92% d'acide sulfurique mélangé à de l'eau. La macrographie ainsi obtenue fait l'objet de la figure 4.29 (b). Pour plus de clarté, nous avons également reporté sur la figure 4.29 (c) les principales observations.



**figure 4.29 : Macrographie du lingot de la fusion D**  
**(a) empreintes Baumann**  
**(b) photographie des sections du lingot polies et attaquées**  
**(c) principales informations observables sur (b)**

L'attaque macrographique a notamment dévoilé la structure de solidification du lingot essentiellement composée de grains colonnaires, excepté sur l'axe du lingot qui est le siège d'une importante porosité. Le bénéfice attendu de la refusion, en ce qui concerne la porosité axiale, a sans doute été perdu du fait des trop fortes vitesses de fusion employées qui ont conduit à des puits liquides très profonds et de pente presque verticale, augmentant ainsi le risque d'apparition de porosité centrale.

Par ailleurs, les observations permettent de positionner le puits liquide correspondant à l'ajout de billes de nickel à 236 min de refusion. Enfin, les deux puits liquides marqués au soufre sont également visibles sur la macrographie, puisqu'ils sont caractérisés par deux zones plus sombres.

#### 4.5.3. Principales données utilisées pour la simulation

Le diamètre de l'électrode à refondre est de 750 mm, pour un poids de 10050 kg. Son immersion est fixée à 1 cm. La masse de laitier utilisée pour la simulation vaut 255 kg. Enfin le diamètre du lingot final est de 815 mm.

Le chemin de solidification de l'alliage<sup>18</sup>, et utilisé lors de la simulation, est représenté sur la figure 4.30. La température de liquidus du métal est estimée à 1482°C, sa température de solidus à 1403°C et sa chaleur latente de solidification à  $2,59 \times 10^5$  J/kg.

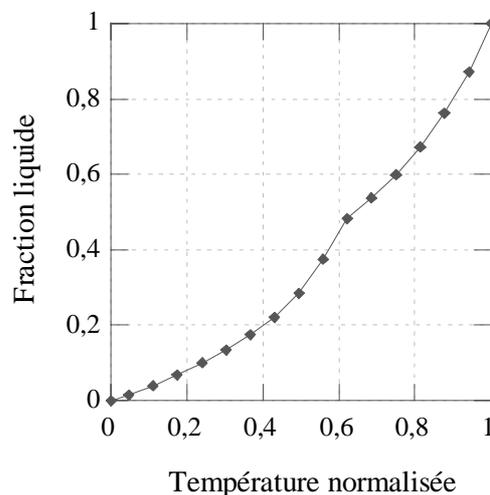


figure 4.30 : Chemin de solidification de l'acier Z36CDV5

Les principales propriétés thermophysiques du métal, utilisées comme données d'entrée du modèle, sont résumées dans le Tableau 4.5.

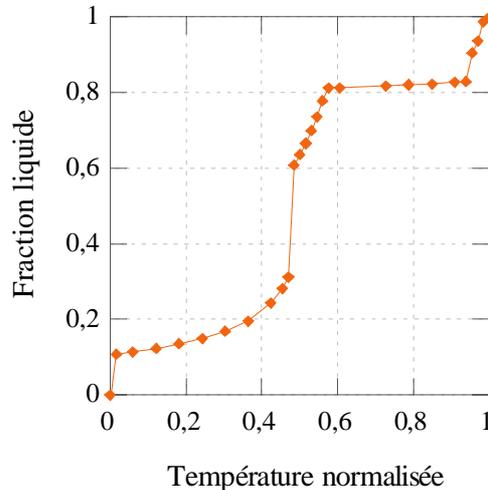
Viscosité dynamique	$4,2 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$
Masse volumique	$6942 \text{ kg.m}^{-3}$
Chaleur spécifique	$805 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
Coefficient d'expansion thermique volumique	$1,1 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$
Conductivité thermique	$27 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
Conductivité électrique	$1 \cdot 10^6 \text{ } \Omega^{-1}.\text{m}^{-1}$

Tableau 4.5 : Propriétés thermophysiques du métal utilisées pour la simulation de la fusion D

<sup>18</sup>

Calculs réalisés par P.E. RICHY (Les Ancizes, Aubert&Duval) à l'aide du logiciel Thermo-Calc

Comme pour les simulations précédentes, le chemin de solidification du laitier (figure 4.31) nous a été fourni par le CRT. Sa température de liquidus vaut  $1460^{\circ}\text{C}$  et celle de solidus  $1125^{\circ}\text{C}$ , alors que sa chaleur latente de solidification est de  $5,1 \times 10^5 \text{ J/kg}$ .



**figure 4.31 : Chemin de solidification du laitier de la fusion D (67/14/14/5)**

Les principales propriétés thermophysiques, issues de valeurs moyennées recueillies dans la littérature, sont regroupées dans le Tableau 4.6.

Viscosité dynamique	$1,5 \cdot 10^{-2} \text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$
Masse volumique	$2464 \text{ kg.m}^{-3}$
Chaleur spécifique	$1385 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
Coefficient d'expansion thermique volumique	$4,35 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$

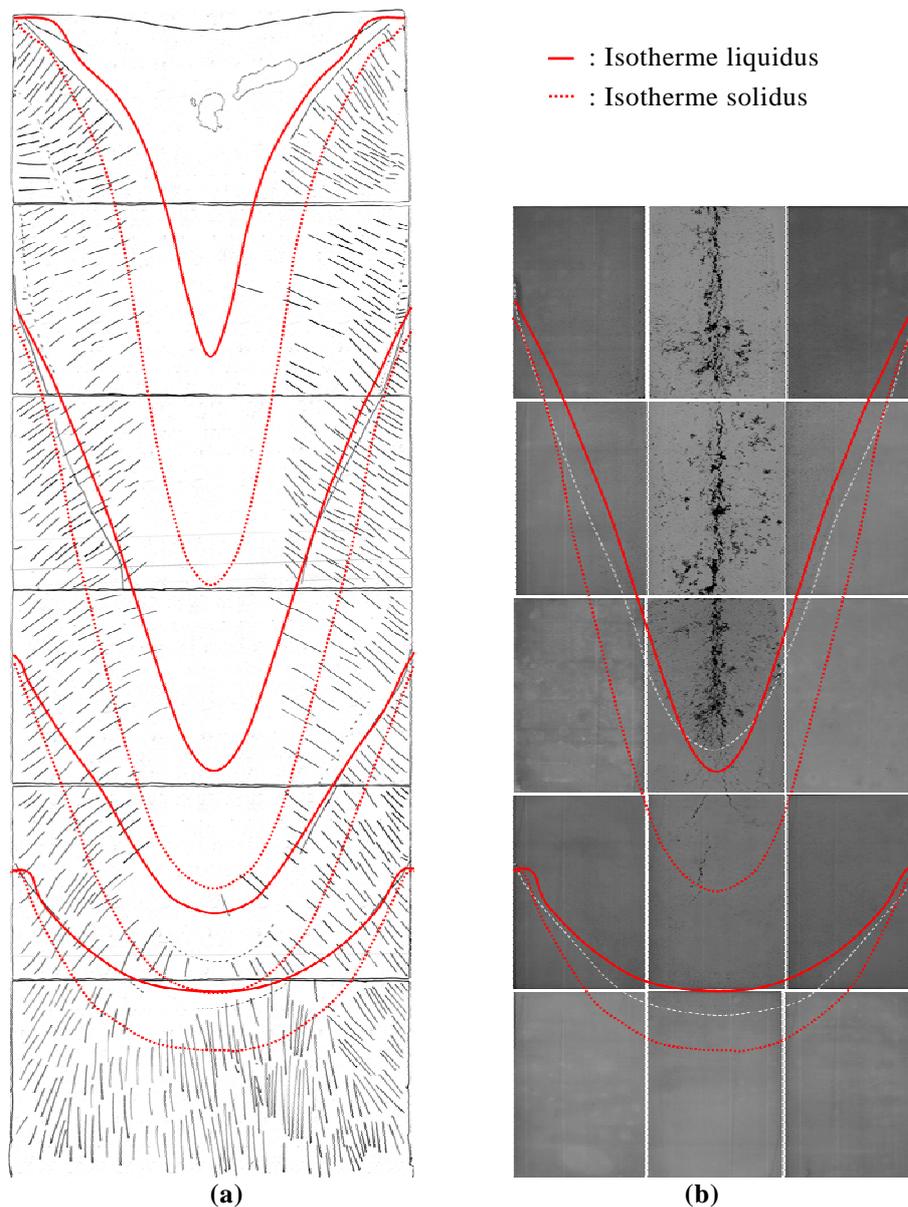
**Tableau 4.6 : Propriétés thermophysiques du laitier utilisées pour la simulation de la fusion D**

#### 4.5.4. Profils des puits liquides

Le modèle fournit les profils des puits liquides tout au long de la refusion, que nous avons comparé en particulier aux 3 puits liquides marqués expérimentalement par additions de sulfure de fer ou de billes de nickel. Les prédictions du modèle sont dessinées en rouge (traits pointillés pour l'isotherme solidus, traits pleins pour le liquidus), et les marquages expérimentaux apparaissent en noir sur la figure 4.32 (a) et en blanc sur les empreintes Baumann (figure 4.32 (b)).

On constate que la forme des puits liquides calculés est cohérente avec les profils observés expérimentalement. On retrouve des puits en « U » durant la phase d'amorçage (1<sup>er</sup> puits), qui se creusent ensuite pour prendre une forme en « V » de plus en plus profonde au fur et à mesure que la vitesse de fusion et l'intensité efficace du courant augmentent (2<sup>ème</sup> et 3<sup>ème</sup> puits).

Par ailleurs, la profondeur au centre des puits liquides simulés semble bien validée par les marquages expérimentaux, qui se situent soit entre l'isotherme liquidus et solidus (1<sup>er</sup> et 2<sup>ème</sup> puits), soit au niveau du liquidus (3<sup>ème</sup> puits). Notons, une fois de plus, qu'il est difficile de déterminer précisément ce que révèle le marquage des puits liquides : une position correspondant à l'isotherme liquidus, à l'isotherme solidus ou une position intermédiaire.



**figure 4.32 : Comparaison de la forme des puits liquides calculés (en rouge) et marqués expérimentalement (en noir ou en blanc) lors de la fusion D**  
**(a) sur la macrographie**  
**(b) sur l’empreinte Baumann**

Afin d’obtenir une comparaison plus précise de cette profondeur centrale, nous avons représenté son évolution calculée et mesurée sur la figure 4.33. Comme complément d’information, nous avons ajouté les profondeurs de puits extrapolés grâce à l’hypothèse de perpendicularité des grains, comme pour les validations précédentes.

Les mesures expérimentales correspondent à l'iso-fraction 0,5 calculée dans le cas des 1<sup>er</sup> et 2<sup>ème</sup> puits marqués respectivement par le soufre et les billes de nickel, tandis que la profondeur du 3<sup>ème</sup> puits marqué est inférieure à la prédiction du calcul. Enfin, si l'on suppose que les grains sont perpendiculaires au profil du puits liquide, les mesures sont plus proches de la position de l'isotherme liquidus calculé.

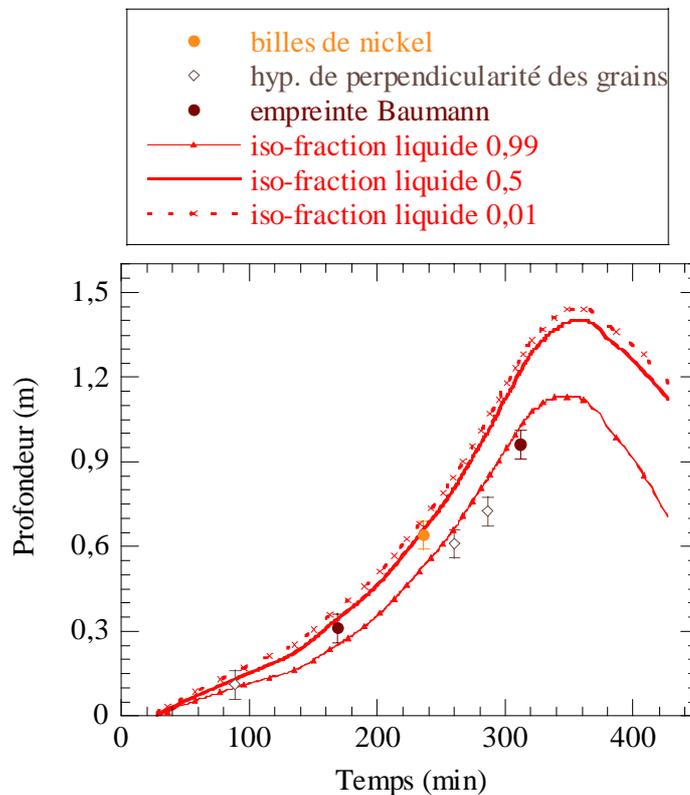


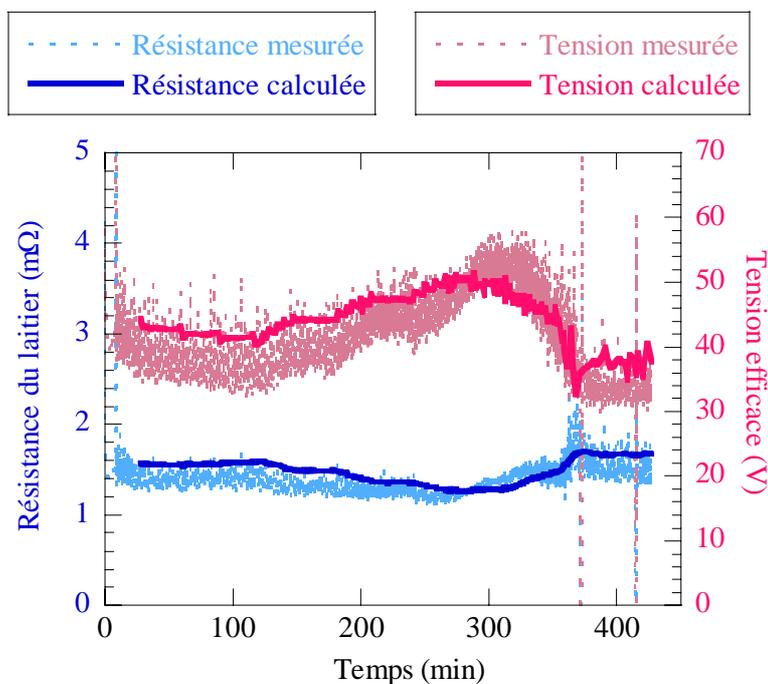
figure 4.33 : Comparaison de l'évolution de la profondeur du puits liquide en fonction du temps, mesurée et calculée (fusion D)

D'un point de vue général, le modèle permet de prédire l'augmentation, correspondant au profil de vitesse de fusion et d'intensité, de la profondeur du puits liquide de manière assez précise. Ainsi, les calculs indiquent que le puits liquide peut atteindre une profondeur de 1,15 m (isotherme liquidus), voire 1,45 m au solidus. Aucun régime permanent n'est vraiment atteint, les paliers de fusion étant clairement trop courts. Enfin, la diminution du courant, donc de la puissance apportée à la fin de la refusion, entraîne une diminution de la profondeur du puits, accompagnée d'une augmentation de l'épaisseur de la zone pâteuse qui atteint presque 38 cm au moment de la coupure du courant de fusion.

#### 4.5.5. Comportement électrique du laitier

Les évolutions de la résistance électrique du laitier et de la tension efficace du laitier sont représentées sur la figure 4.34, sur laquelle les valeurs calculées sont comparées aux valeurs mesurées sur le four. Les calculs reproduisent bien la diminution de la résistance du laitier jusqu'à  $t \approx 310$  min, du fait de l'augmentation continue de l'intensité du courant donc de la température moyenne du laitier et de sa conductivité électrique<sup>19</sup>. Durant cette phase, la résistance calculée est légèrement supérieure à la résistance mesurée sur le four ; elle diminue de 1,6 à 1,2 m $\Omega$  lors de la simulation et de 1,5 à 1,1 m $\Omega$  en réalité.

Après 310 min, la résistance du laitier calculée augmente progressivement, tout comme la résistance mesurée, évoluant logiquement dans le sens inverse de la variation de l'intensité<sup>19</sup>, et atteint en fin de fusion un palier à une valeur de 1,5 m $\Omega$ , quasiment égale à celle mesurée par le four.



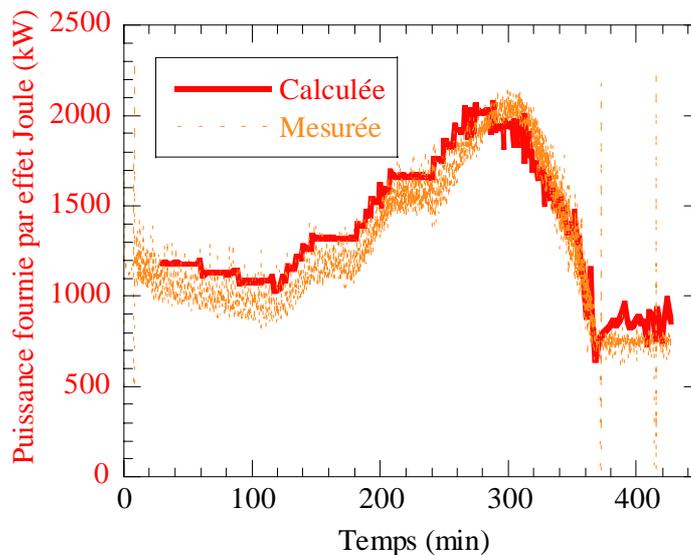
**figure 4.34 : Comparaison des évolutions de la résistance du laitier et de la tension efficace calculée et mesurée pour la fusion D**

L'étude de l'évolution de la tension efficace nous conduit logiquement aux mêmes conclusions. La tension calculée augmente jusqu'à 50V, valeur légèrement inférieure à la mesure expérimentale (environ 53V), pour diminuer ensuite et atteindre un palier à 38V surestimant d'environ 4V la valeur réelle.

<sup>19</sup> Rappelons que la résistance du laitier est inversement proportionnelle à sa conductivité électrique, elle-même dépendante de la température. Ainsi, lorsque la température augmente, du fait d'un accroissement de la puissance apportée par effet Joule, la conductivité électrique du laitier augmente et entraîne une diminution de la valeur de la résistance (cf. paragraphes 2.2.2 et 3.2.1).

Les évolutions calculée et mesurée de la puissance dissipée par effet Joule sont représentées sur la figure 4.35. On distingue clairement 4 paliers avant 310 min, qui correspondent aux 4 paliers d'intensité efficace, dont les valeurs calculées sont 1100, 1300, 1550 et 2000 kW. Comme pour la résistance et la tension, les calculs surestiment légèrement la valeur de la puissance (d'une centaine de kW).

On observe ensuite une forte diminution de la puissance pendant laquelle les valeurs mesurées et calculées sont identiques. En fin de refusion, la puissance mesurée par le four est alors quasiment constante et de nouveau légèrement surestimée par le modèle.



**figure 4.35 : Comparaison des évolutions de la puissance fournie par effet Joule calculée et mesurée lors de la fusion D**

## 4.6. Conclusion

La campagne de validation du modèle présentée dans ce chapitre, constituée de 4 refusions, nous a permis d'évaluer la capacité du modèle à reproduire la réalité. Nous avons comparé les profils et les profondeurs de puits liquides marqués expérimentalement par différentes techniques, avec ceux calculés par notre modèle. Des échantillons de peau de laitier solide entourant le lingot ont également été recueillis afin de mesurer leur épaisseur, dans le but de comparer cette dernière aux prédictions des simulations. Enfin, les mesures de la résistance équivalente du laitier et de la tension efficace, ainsi que de la puissance totale dissipée par effet Joule, ont également été confrontées aux résultats des calculs.

L'évolution de la forme et de la profondeur des puits liquides des fusions A, B et D sont globalement bien prédites. En revanche, le modèle n'a pas permis d'obtenir des résultats satisfaisants pour la fusion C, ce qui met en évidence qu'une détermination

précise des propriétés thermophysiques de l'alliage et surtout du laitier est primordiale pour l'utilisation prédictive du modèle.

En ce qui concerne la peau de laitier entourant le lingot, le modèle a tendance à surestimer son épaisseur, ce qui peut provenir des hypothèses de notre modélisation. En effet, cette épaisseur est estimée, à chaque instant, par l'épaisseur de la zone de laitier au niveau de l'interface laitier/puits liquide, dont la fraction liquide est inférieure à 0,5. La valeur de 0,5 a été fixée arbitrairement pour tenir compte de l'action mécanique du lingot qui croît et comprime le laitier « pâteux », éjectant le liquide et entraînant la formation de la peau. Cependant, il semble probable, au vu des résultats de ce chapitre, que cette valeur doive être plus faible.

Enfin, le modèle reproduit bien l'évolution de la résistance du laitier, de la tension et de la puissance fournie par effet Joule, pour les 4 refusions de validation. Cette étude a mis en évidence l'influence de la variation de l'immersion de l'électrode, supposée fixe dans nos simulations. Si le modèle reproduit correctement la variation de la résistance du laitier en fonction de sa température globale, il ne peut tenir compte des changements d'immersion appliqués par le système de régulation. Dans l'avenir, il serait certainement intéressant de prendre en compte ces variations d'immersion pour affiner les prédictions.

Le modèle est donc qualitativement validé et son utilisation prédictive est aujourd'hui possible, à condition d'accorder une attention particulière à la détermination des données, en particulier des propriétés thermophysiques du laitier.



## Chapitre 5 :

# Exemples d'utilisation du modèle : influence des paramètres opératoires



## 5.1. Introduction

Après nous être assuré que ses résultats sont en bon accord avec les résultats expérimentaux (objet du chapitre 4) nous avons exploité le modèle développé afin de mieux comprendre l'influence de la variation de certains paramètres opératoires sur le déroulement d'une refusion. Nous avons délibérément amplifié ces variations de façon à maximiser leurs effets. De ce fait, les différentes configurations simulées ne correspondent pas obligatoirement à la pratique industrielle ; toutefois elles peuvent s'apparenter à celles d'installations pilotes ou de laboratoire.

Dans ce chapitre, afin d'illustrer cette exploitation du modèle, nous nous limiterons à étudier l'effet de trois paramètres opératoires, sans viser une étude exhaustive, qui sera parallèlement effectuée par les utilisateurs du procédé (Aubert&Duval). Nous avons tout d'abord analysé l'influence de la profondeur d'immersion de l'électrode. Le modèle impose en effet cette immersion, qui, dans la pratique, est gérée par le système de régulation lors des refusions industrielles. Nous avons ensuite caractérisé l'influence du taux de remplissage. Ces différentes simulations ont été réalisées sur la base de la fusion A, déjà présentée dans le chapitre 3, dont les résultats ont été validés dans le chapitre 4. Les données utilisées sont identiques à celles précédemment détaillées, hormis la valeur du paramètre variable étudié. Cela implique en particulier que les profils d'intensité efficace et de vitesse de fusion, utilisés comme données d'entrée du modèle, sont identiques pour toutes ces simulations. Ceci introduit évidemment un biais important dans les résultats, puisque l'étude de la variation du paramètre opératoire ne prend pas en compte son influence, à intensité constante, sur la vitesse de fusion. Cela a en particulier une importance certaine lorsque l'on étudie les conditions de solidification du lingot, pour lesquelles les conclusions seront à prendre avec la plus grande précaution.

Enfin, nous avons fait varier la pression d'eau dans le circuit de refroidissement de la lingotière, pour caractériser son influence sur le refroidissement du lingot. Pour étudier l'influence de ce paramètre, nous avons utilisé les données de la simulation de la fusion B, présentée dans le paragraphe 4.3.

## 5.2. Influence de la profondeur d'immersion de l'électrode

Comme indiqué ci-dessus, nous avons caractérisé l'influence de la profondeur d'immersion de l'électrode, dans le cas de la fusion A. Ce paramètre est particulièrement difficile à mesurer lors d'une refusion réelle. F. Kermarrec, lors de son stage aux Ancizes [54], a d'ailleurs tenté de l'estimer en effectuant des plongées brutales de l'électrode, puis un blocage de celle-ci. L'exploitation des données mesurées par le four permet de calculer l'immersion initiale avant l'immersion

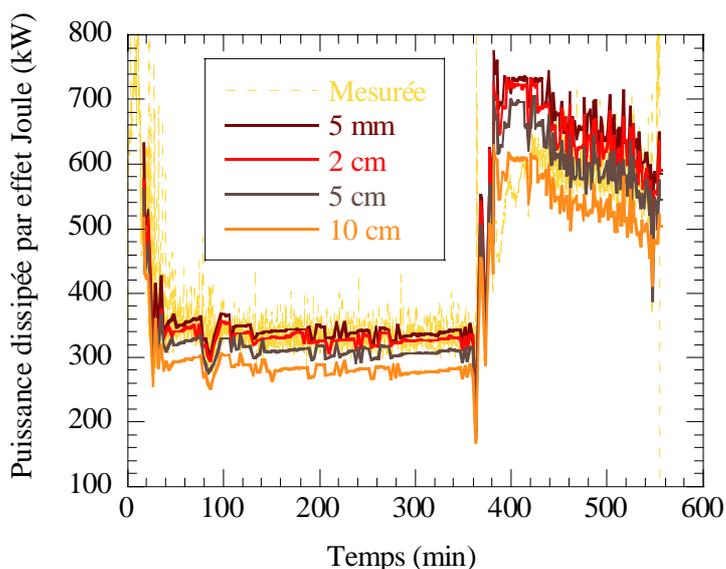
volontaire. Les profondeurs ainsi déduites se situaient entre 5 et 20 mm. Afin de caractériser l'influence de l'immersion, nous avons donc testé 4 profondeurs différentes<sup>20</sup> : 5 mm, 2 cm (cas présenté dans le chapitre 3), mais également 5 et 10 cm. Bien que ces dernières valeurs soient certainement très éloignées de l'immersion lors de refusions industrielles, elles permettent toutefois de mieux appréhender l'ensemble du comportement du laitier lors de refusions non standard.

Toutes les simulations réalisées utilisent comme donnée un volume total de laitier identique.

### 5.2.1. Effets sur les paramètres électromagnétiques

Les paramètres affectés en premier lieu par la variation de la profondeur d'immersion de l'électrode sont logiquement la puissance totale dissipée par effet Joule ainsi que la résistance équivalente du laitier.

A intensité égale, plus la profondeur d'immersion est importante, plus la puissance dissipée par effet Joule est faible. Ainsi, lors du premier palier de vitesse de fusion (cf. figure 5.1), elle passe d'une valeur moyenne de 340 kW pour une immersion de 5 mm à seulement 280 kW lorsque l'immersion est de 10 cm.

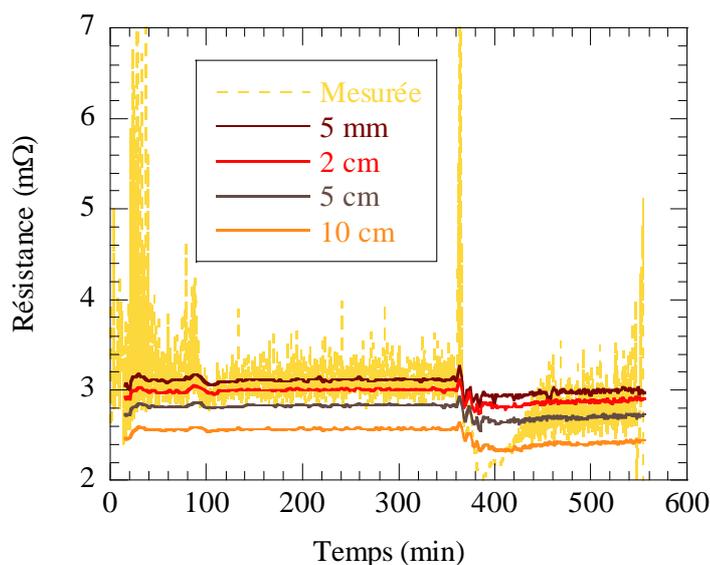


**figure 5.1 : Evolution de la puissance dissipée par effet Joule avec le temps, mesurée sur le four et calculée pour différentes immersions de l'électrode**

La résistance équivalente du laitier, calculée par le modèle à partir de la puissance dissipée par effet Joule, subit également l'influence de l'immersion de l'électrode, comme le montre la figure 5.2. On observe que plus l'immersion est importante, plus la résistance est faible.

<sup>20</sup>

En réalité les profondeurs d'immersion de l'électrode sont précisément égales à 4,2 mm, 1,9 cm, 4,9 cm et 9,9 cm, que nous dénotons, par souci de simplicité, respectivement par 5 mm, 2 cm, 5 cm et 10 cm.

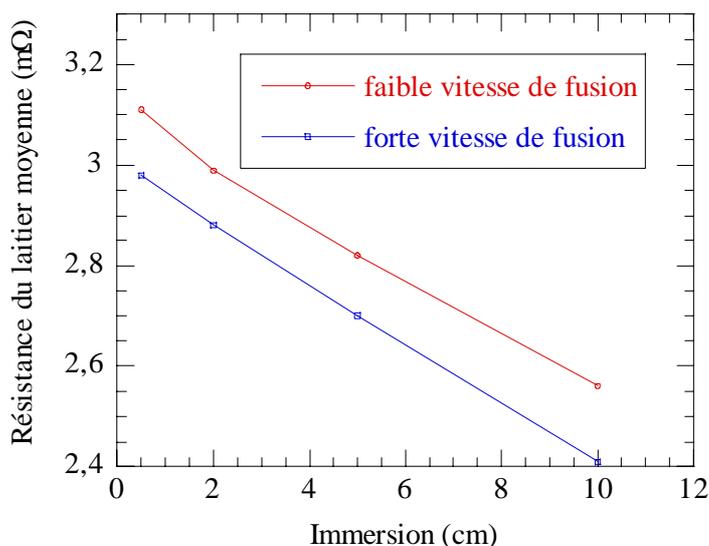


**figure 5.2 : Evolution de la résistance avec le temps, mesurée sur le four et calculée pour différentes immersions de l'électrode**

La comparaison entre les résultats de calculs et les valeurs affichées par le système de contrôle du four pendant la refusion indique que les conditions d'immersion semblent avoir varié entre le premier et le deuxième palier de vitesse de fusion. En effet, bien que les résultats obtenus pour une immersion de 2 cm (cf. paragraphe 4.2.3) soient globalement proches de ceux mesurés sur le four, il semblerait que lors du premier palier, l'immersion réelle de l'électrode était légèrement inférieure à 2 cm, tandis que lors du second palier elle était plutôt comprise entre 2 cm et 5 cm. Rappelons que l'immersion de l'électrode est gérée par le système de régulation du four et varie par conséquent tout au long de la refusion de façon à maintenir une vitesse de fusion, une puissance dissipée par effet Joule ou une résistance constantes. C'est pour cette raison que les évolutions mesurées par le four sont beaucoup plus perturbées que les résultats de simulation.

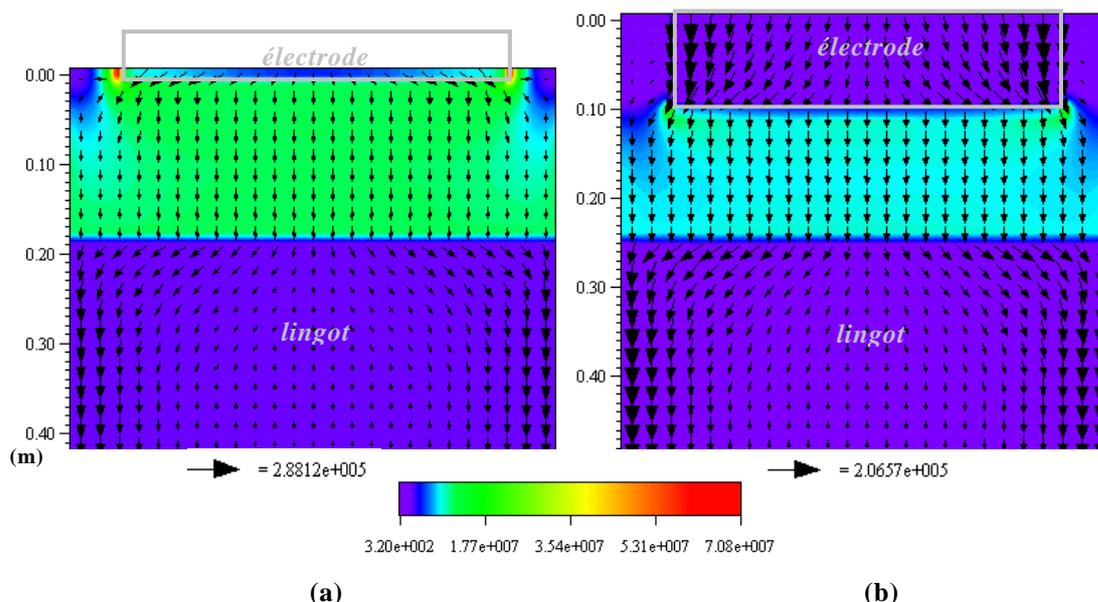
L'évolution de la valeur moyenne de la résistance calculée en fonction de l'immersion est représentée sur la figure 5.3, pour les deux paliers de vitesse de fusion puisque la valeur de la résistance calculée évolue en fonction de la température du laitier dans la simulation.

Cela confirme la capacité de notre modèle à prédire la diminution de la résistance à faible vitesse de fusion (température moyenne du laitier plus faible). Pour le domaine de conditions opératoires étudiées ici, on constate par ailleurs que l'évolution de la résistance en fonction de la profondeur d'immersion est presque linéaire. Ceci montre que, pour les cas simulés, la résistance est proportionnelle à la distance séparant l'électrode du puits liquide, résultat logique puisque la distance « à parcourir » entre l'électrode et le lingot (les parties les plus conductrices) diminue également lorsque l'électrode plonge plus profondément. Le modèle indique donc que, pour un taux de remplissage de 0,667 (cf. paragraphe 5.3), la résistance qu'oppose le laitier au passage du courant se trouve essentiellement localisée sous l'électrode.



**figure 5.3 : Evolution de la valeur moyenne de la résistance équivalente du laitier en fonction de la profondeur d'immersion de l'électrode**

Cette constatation correspond bien aux résultats reportés sur la figure 5.4, sur laquelle on peut vérifier que le modèle prédit que la densité de courant pénètre peu dans le laitier par la surface latérale de l'électrode. Le courant électrique choisit la « solution de facilité » et passe de partie conductrice en partie conductrice par le chemin offrant le moins de résistance. Tant que le courant peut « circuler » dans l'électrode (de conductivité électrique élevée), il semble ne pas se « diriger » dans le laitier. Par contre, lorsque l'on se rapproche de la base de l'électrode, il va se répartir plus uniformément sur toute la section, et les lignes de courant vont redevenir parallèles dans le laitier.



**figure 5.4 : Distribution de la puissance dissipée par effet Joule ( $W/m^3$ ) et champs de densité de courant ( $A/m$ ), à 340 min de la fusion A pour une immersion (a) de 5 mm et (b) de 10 cm**

Du fait de la nature du courant alternatif, il est également possible de tenir ce raisonnement en sens inverse, c'est-à-dire en imaginant que le courant se dirige du lingot vers l'électrode : dans le laitier, à l'approche de la base de l'électrode, les lignes de courant vont se concentrer pour « passer » en majeure partie dans le métal, plutôt que dans l'espace annulaire entourant l'électrode, où la conductivité électrique est beaucoup plus faible. Ainsi, pour les conditions opératoires simulées ici, la majeure partie de la résistance du laitier se situe effectivement sous l'électrode.

Par ailleurs, on note que la distribution de puissance, indépendamment de sa valeur totale, varie avec l'immersion. D'une part, le maximum atteint est plus faible lorsque l'immersion est importante. D'autre part, lorsque l'électrode est fortement immergée (figure 5.4 (b)), le volume de laitier situé dans l'espace annulaire entourant l'électrode, qui représente une quantité non négligeable, ne dissipe quasiment pas d'énergie par effet Joule. Ceci aura, comme nous le verrons dans le prochain paragraphe, des conséquences importantes sur la distribution de température dans le laitier et sur la formation d'une peau solide.

Il faut néanmoins rester prudent vis-à-vis de ces conclusions, en particulier du point de vue quantitatif, puisque le modèle suppose que la forme de l'électrode ne varie pas, et reste cylindrique quelle que soit la profondeur d'immersion. Or, du fait de la fusion de l'électrode consommable, cette hypothèse n'est probablement pas réaliste puisque l'apport de chaleur par effet Joule dans le laitier n'est pas uniforme sur toute la surface de contact avec l'électrode. Il est à l'heure actuelle impossible de prédire la forme de l'électrode, puisque la fusion du métal n'est pas modélisée explicitement. Or, tout changement de géométrie de l'électrode immergée est susceptible d'avoir une influence non négligeable sur la répartition du courant dans le laitier.

---

### 5.2.2. Effet sur les bilans thermiques globaux et l'écoulement

L'influence de l'immersion de l'électrode sur le comportement électromagnétique se traduit par un effet marqué sur la distribution de température dans le laitier et le lingot, fortement dépendante de la distribution de puissance produite par effet Joule (cf. paragraphe précédent). Comme nous l'avons vu ci-dessus, plus l'électrode est immergée dans le laitier, plus la puissance apportée par effet Joule est faible (à intensité constante).

De ce fait, la température maximale atteinte dans le laitier est plus importante lorsque l'immersion est faible (cf. figure 5.5). Ainsi, le maximum vaut environ 1600°C pour une immersion de 5 mm, alors que pour une immersion de 10 cm, il atteint seulement 1560°C. Dans les deux cas, il est localisé près du « coin » de l'électrode, où la puissance volumique produite par effet Joule est maximum.

Quelle que soit l'immersion, la distribution de température est quasiment homogène en dessous de l'électrode sur une distance d'environ 10 cm dans les deux cas. Cela correspond à la zone de mélange favorisé par un écoulement constitué de plusieurs recirculations instables, comme le montre la figure 5.6.

En-dessous de cette zone, le modèle prédit dans les deux cas une stratification thermique horizontale, le gradient vertical se trouvant concentré près de l'interface laitier/puits liquide.

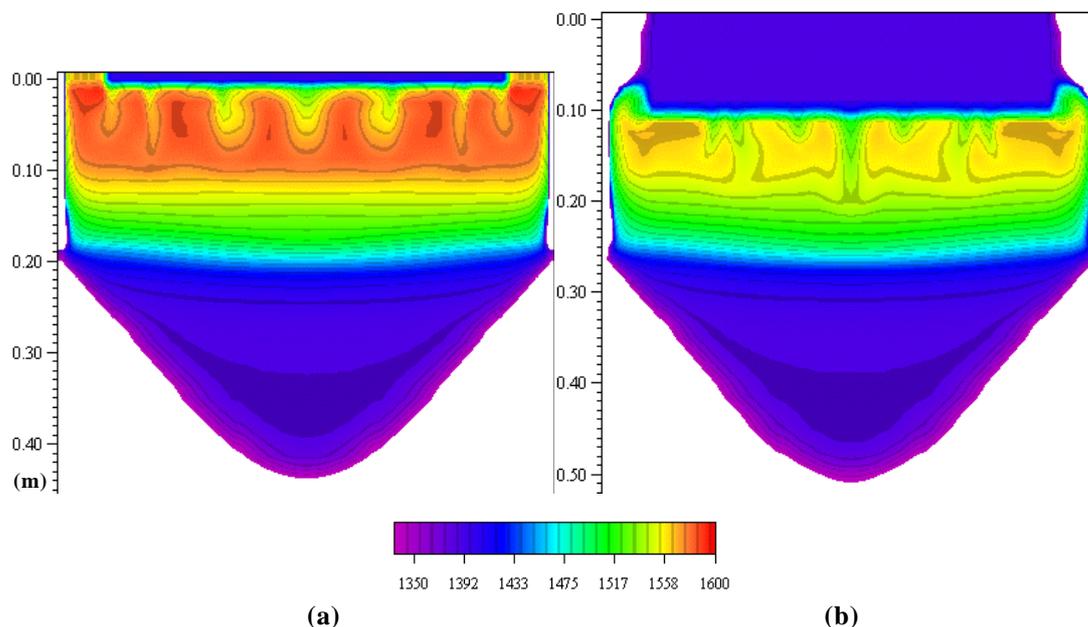


figure 5.5 : Distributions de température (°C) à 340 min de la fusion A pour une immersion de (a) 5 mm et (b) 10 cm

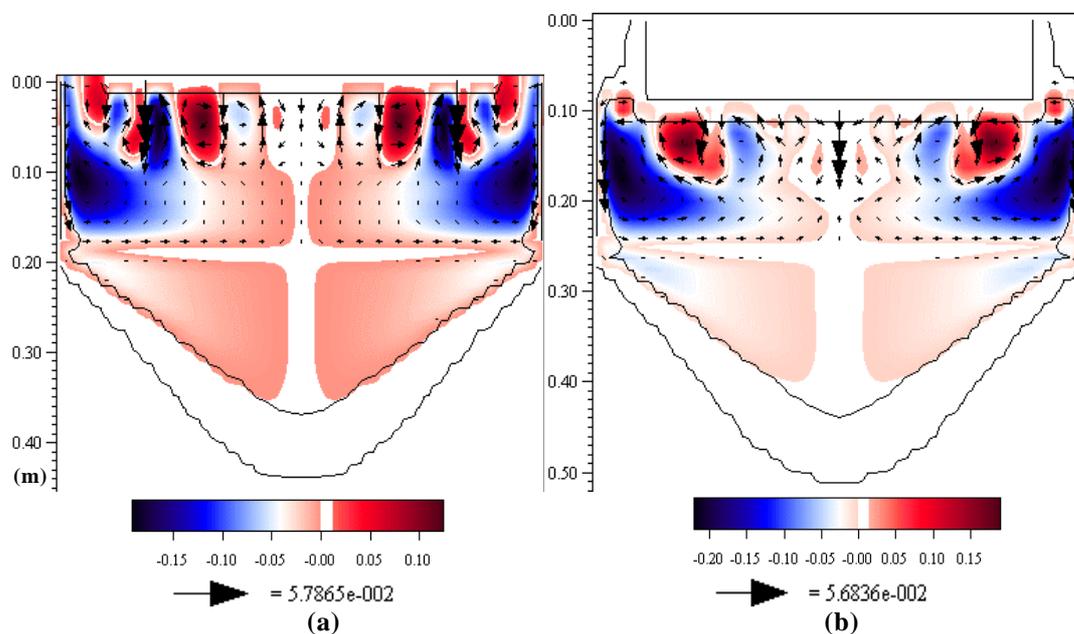


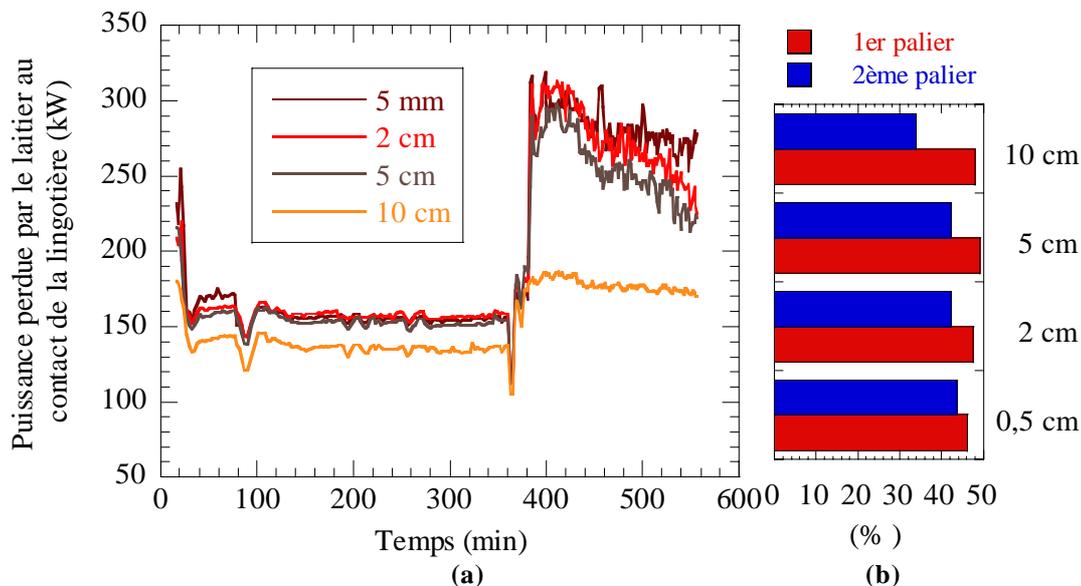
figure 5.6 : Distributions de la fonction de courant (kg/s) et champs de vitesse (m/s) à 340 min de la fusion A pour une immersion de (a) 5 mm et (b) 10 cm

L'immersion de l'électrode influe par ailleurs sur la répartition des différents postes de pertes thermiques au sein du laitier et du lingot, qui fait l'objet des prochains paragraphes.

5.2.2.1. Bilan thermique du laitier

La puissance transmise directement du laitier vers la lingotière refroidie diminue lorsque l'immersion augmente (cf. figure 5.7). En effet, lorsque l'électrode est fortement immergée, la puissance totale fournie par effet Joule est plus faible, donc la température du laitier est également plus faible. Ceci entraîne une augmentation de l'épaisseur de laitier solide ou partiellement solide au contact de la lingotière (cf. figure 5.8, sur laquelle nous avons comparé la distribution de fraction liquide pour des immersions de 5 mm et de 10 cm, lors du premier et du second palier de vitesse de fusion), et par conséquent un ralentissement des échanges thermiques entre laitier et lingotière, puisque le laitier solide a une conductivité thermique nettement plus faible que le laitier liquide.

Le modèle prédit d'ailleurs que la peau solide entourant le laitier liquide, discontinue pour les plus faibles immersions, reste continue lorsque l'immersion vaut 10 cm.



**figure 5.7 : Influence de l'immersion de l'électrode sur l'évolution de la puissance perdue par le laitier au contact de la lingotière**  
**(a) évolution de la puissance au cours du temps**  
**(b) fraction de la puissance totale fournie au laitier qu'elle représente**

Dans l'espace annulaire entourant l'électrode, le laitier perd de la chaleur à la fois par rayonnement au niveau de la surface libre et par contact avec la lingotière refroidie par eau. Si l'immersion de l'électrode est importante, la production de chaleur par effet Joule y est très faible. Ceci entraîne alors la solidification partielle du laitier dans l'espace annulaire, comme le montre également la figure 5.8.

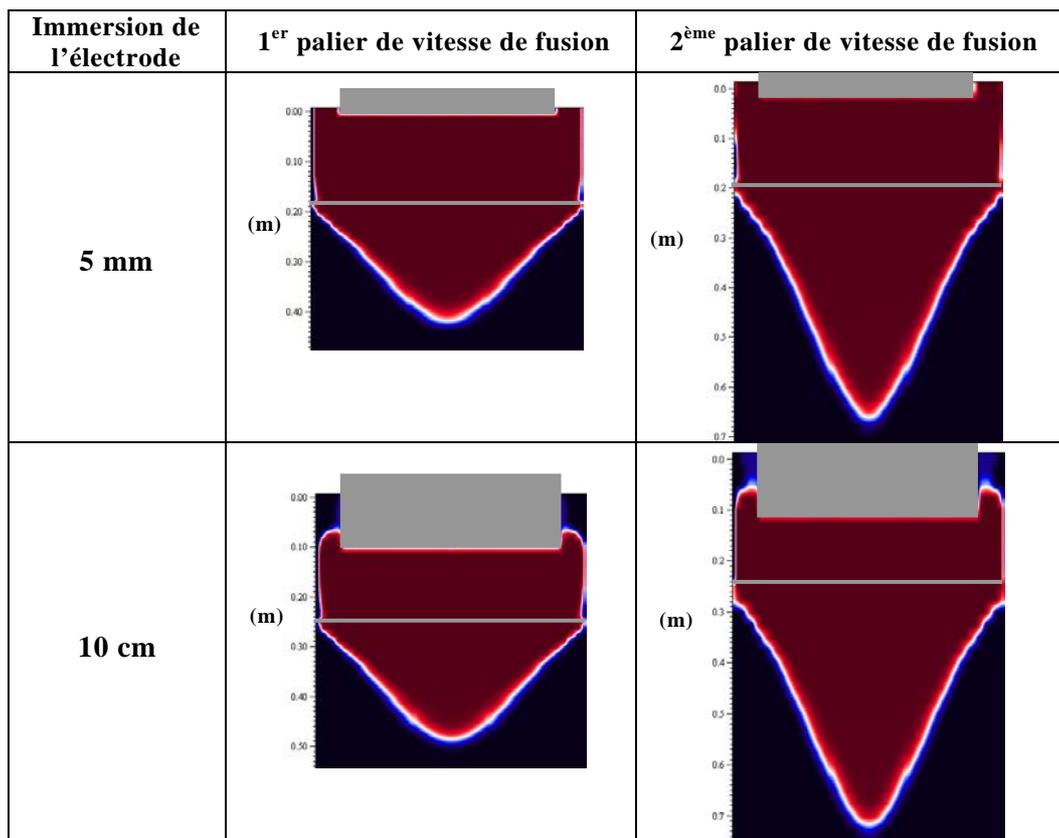
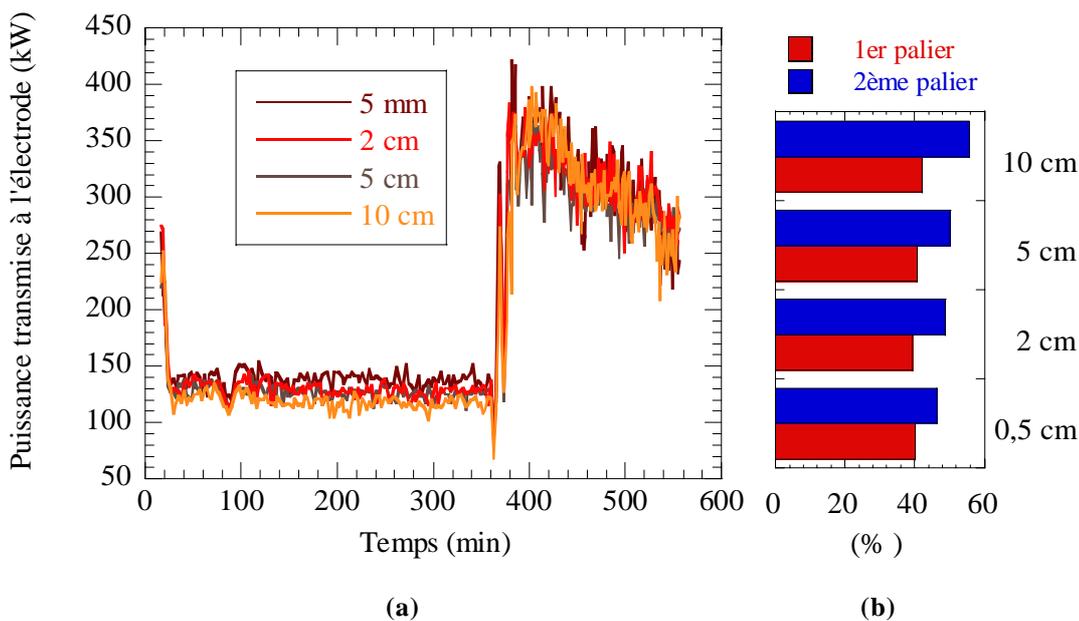


figure 5.8 : Distribution de la fraction liquide pour 2 profondeurs d'immersion de l'électrode, à 340 et 540 min de refusion

Dans la pratique industrielle, il est bien évidemment préférable d'éviter la solidification du laitier autour de l'électrode, qui introduit des erreurs dans l'estimation de la vitesse de fusion calculée par le système de régulation du four à partir de la pesée de l'électrode. Il s'agit clairement d'une des raisons pour lesquelles l'immersion de l'électrode est toujours faible lors de refusions industrielles.

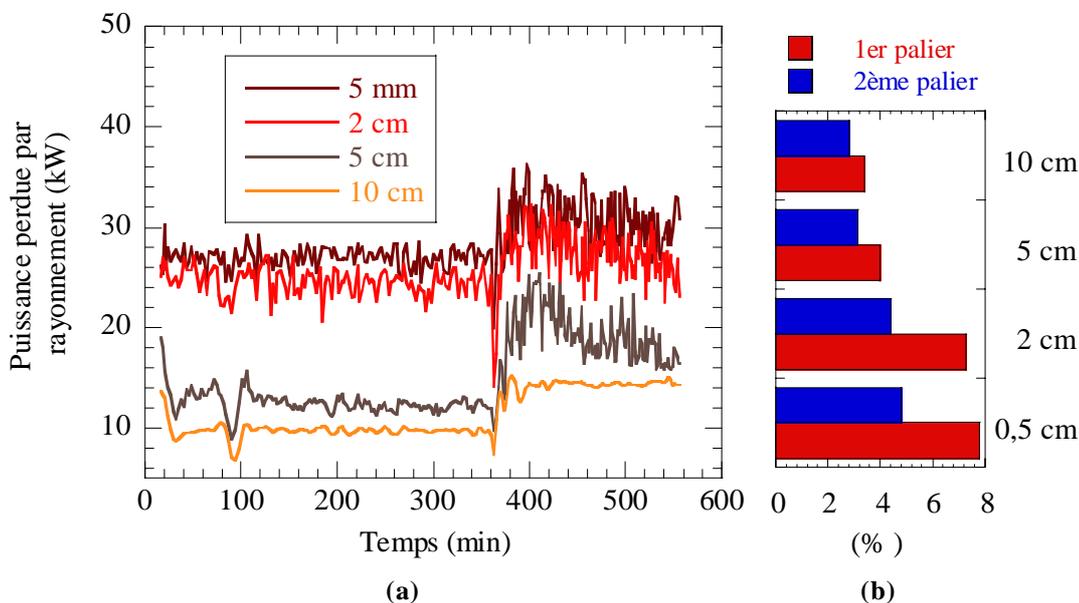
En ce qui concerne la puissance transmise à l'électrode, le modèle prédit qu'elle est peu influencée par l'immersion, comme on l'observe sur la figure 5.9 (a). En fait, elle ne diminue que légèrement lorsque l'immersion augmente alors que la puissance apportée par effet Joule diminue plus nettement, surtout lors du second palier. Ceci est dû à l'augmentation relative de ce poste avec l'immersion, conséquence directe de l'augmentation de surface de contact électrode/laitier.

En effet, le modèle montre que la puissance fournie à l'électrode représente 40% de la puissance totale pour 5 mm d'immersion lors du premier palier, et 42% pour 10 cm d'immersion (cf. figure 5.9 (b)). Lors du second palier, l'écart est plus marqué. On observe que la fraction de la puissance transmise à l'électrode vaut 46% lorsque l'immersion est de 5 mm, et presque 56% lorsqu'elle vaut 10 cm. Ainsi, plus l'immersion est importante et plus la part de chaleur transmise à l'électrode est importante, ce qui est logique puisque la surface totale de contact électrode/laitier augmente également.



**figure 5.9 : Influence de l'immersion de l'électrode sur l'évolution de la puissance transmise à l'électrode**  
**(a) évolution au cours du temps**  
**(b) fraction de la puissance totale fournie au laitier qu'elle représente**

La puissance perdue par rayonnement est fortement dépendante de l'immersion de l'électrode comme on peut le constater sur la figure 5.10.

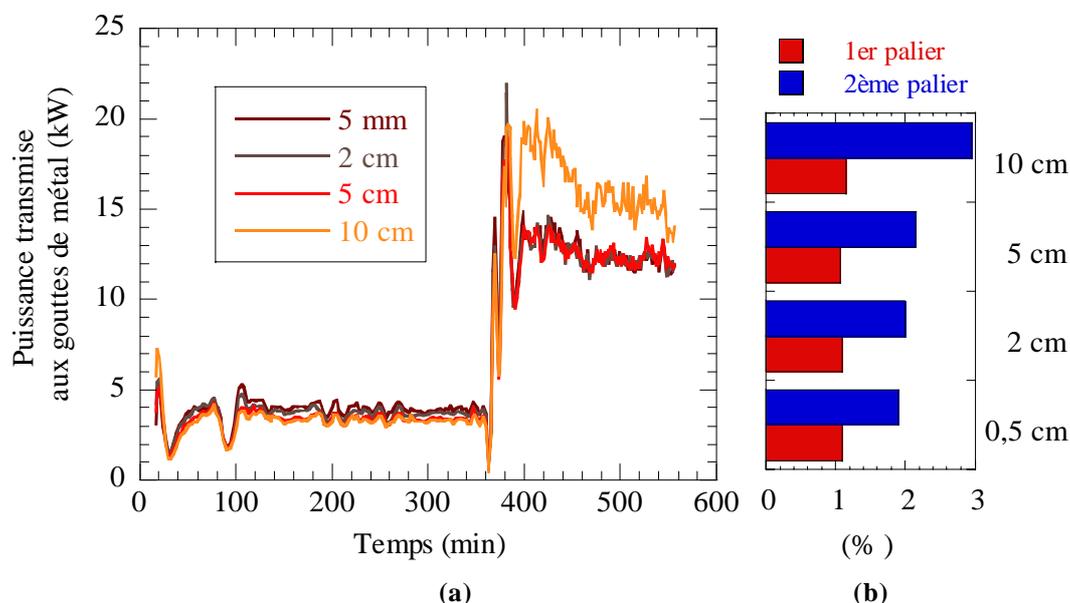


**figure 5.10 : Influence de l'immersion de l'électrode sur l'évolution de la puissance perdue par rayonnement à la surface libre du laitier**  
**(a) évolution au cours du temps**  
**(b) fraction de la puissance totale fournie au laitier qu'elle représente**

Elle est considérablement plus faible (de 10 à 15 kW) lorsque l'immersion est importante (10 cm), par rapport aux valeurs (supérieures à 30 kW) atteintes lorsque

l'immersion de l'électrode n'est que de 5 mm. En effet, comme on l'a déjà signalé, lorsque l'électrode est fortement immergée, le laitier se trouvant dans l'espace annulaire entourant l'électrode est plus froid, voire solide, et perd par conséquent moins de chaleur par rayonnement<sup>21</sup>. La part de chaleur perdue par rayonnement est inversement proportionnelle à l'immersion (cf. figure 5.10 (b)). Elle est supérieure à 7% lors du premier palier pour 5 mm d'immersion, alors qu'elle ne vaut que 3% pour une immersion de 10 cm.

Lors du premier palier de vitesse de fusion, la puissance transmise aux gouttes de métal varie peu avec l'immersion de l'électrode (figure 5.11). En revanche, lors du second palier, lorsque l'électrode est immergée de 10 cm, la puissance transmise aux gouttes est nettement supérieure aux autres cas pour lesquels l'immersion est plus faible. En effet, la part de chaleur alors transmise à la lingotière ou perdue par rayonnement est alors moindre (voir ci-dessus), permettant de fournir plus de chaleur aux gouttes.



**figure 5.11 : Influence de l'immersion de l'électrode sur l'évolution de la puissance transmise aux gouttes de métal traversant le laitier**  
**(a) évolution au cours du temps**  
**(b) fraction de la puissance totale fournie au laitier qu'elle représente**

Enfin la puissance transmise au puits liquide par contact est sensiblement identique (de 15 à 20 kW) quelle que soit l'immersion de l'électrode, comme on peut le constater dans l'Annexe 3. Ceci est dû à une légère augmentation de la fraction de puissance totale transmise au lingot par contact augmente légèrement avec l'immersion. Elle vaut environ 4,5 et 5 % lors du premier palier, 2 et 3% lors du second, pour 5 mm et 10 cm d'immersion respectivement.

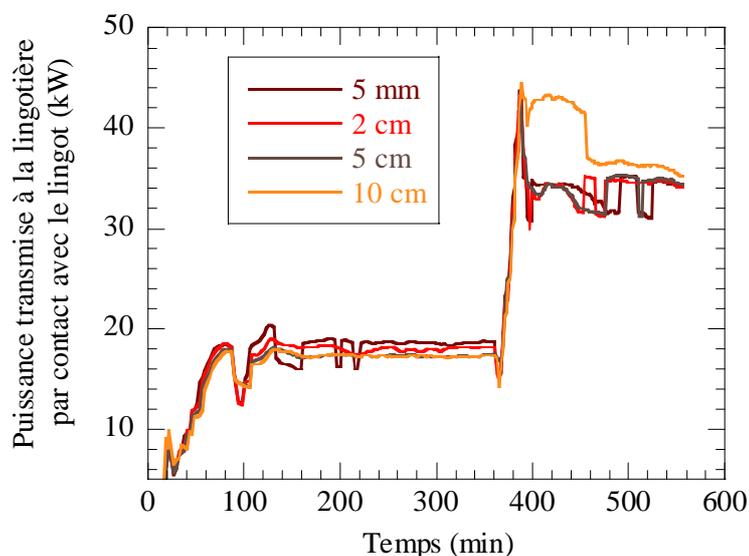
<sup>21</sup> Le flux thermique émis par rayonnement est proportionnel à la température, élevée à la puissance 4, de la surface émettrice.

#### 5.2.2.2. Bilan thermique du lingot

La variation de la vitesse de fusion n'étant pas prise en compte, la puissance totale fournie au lingot, qui est la somme de la chaleur apportée par les gouttes de métal, surchauffées par le laitier, et transmise par contact avec le laitier, est plus importante lors du deuxième palier lorsque l'électrode est fortement immergée, du fait de la surchauffe plus élevée des gouttes de métal.

Les pertes thermiques du lingot s'effectuent par contact avec la lingotière, par conduction et rayonnement dans la zone de retrait et par contact avec la base. Ces deux derniers postes ne sont quasiment pas influencés par une variation de la profondeur d'immersion, comme le lecteur pourra le constater dans l'Annexe 3.

En revanche, l'évolution de la puissance transmise à la lingotière dans la zone de contact lingot/lingotière<sup>22</sup>, est légèrement influencée par l'immersion lors du second palier, comme le montre la figure 5.12. On observe un palier juste après le changement de vitesse de fusion pour une immersion de 10 cm alors que la puissance diminue immédiatement pour les autres immersions. Ceci est lié à la surchauffe plus importante des gouttes qui permet alors de maintenir le puits liquide en contact avec la lingotière sur une distance plus importante, favorisant les échanges thermiques dans cette zone.



**figure 5.12 : Influence de l'immersion de l'électrode sur l'évolution de la puissance transmise à la lingotière par contact avec le lingot**

On peut en conclure que le bilan thermique du lingot n'est pas affecté, de manière générale, par la variation de l'immersion.

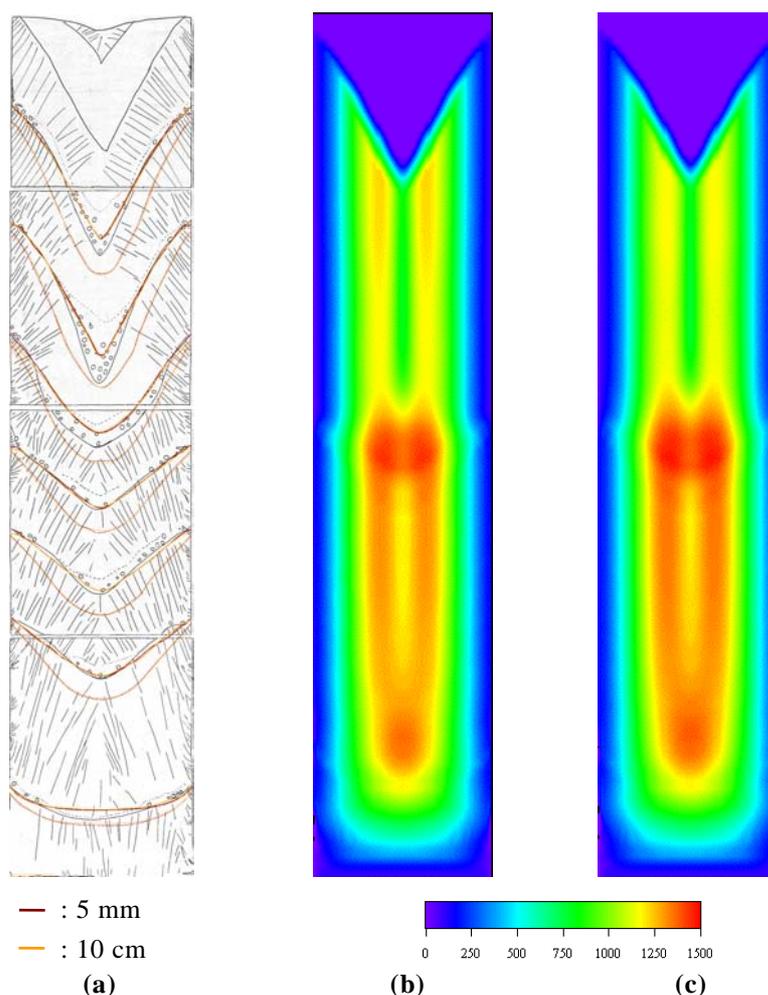
<sup>22</sup>

Bien entendu, le métal, qu'il soit liquide ou solide, n'est pas en contact direct avec la lingotière, puisque la peau de laitier solide sépare le lingot de la lingotière. Par abus de langage, nous utilisons le terme zone de contact, par opposition à la zone de retrait, qui est due à la contraction du lingot lors de sa solidification. Dans ce dernier cas, le lingot ainsi que la peau de laitier solide qui l'entoure ne sont plus en contact avec la lingotière.

### 5.2.3. Effet sur la forme et le volume du puits liquide

Le profil de vitesse de fusion pris en compte par le modèle n'ayant pas été modifié, l'immersion de l'électrode n'a pratiquement pas d'influence sur l'évolution du volume calculé du puits liquide.

Sa forme n'est pas non plus modifiée par le changement d'immersion de l'électrode comme on peut le constater sur la figure 5.13 (a), sur laquelle nous avons comparé la forme des puits liquides, pour 5 mm et 10 cm, à celle des puits liquides marqués expérimentalement.



**figure 5.13 : Influence de l'immersion de l'électrode sur (a) la forme du puits liquide et (b-c) les temps locaux de solidification (en s) pour 5 mm et 10 cm d'immersion**

Enfin, les temps locaux de solidification, calculés par le modèle, pour des immersions de 5 mm et 10 cm (figure 5.13 (b) et (c) respectivement), varient également très peu.

---

#### 5.2.4. Conclusion

Dans sa version actuelle, le modèle prédit que la variation de la profondeur d'immersion de l'électrode a peu d'influence sur le refroidissement et les conditions locales de solidification du lingot. Bien sûr, comme le profil de vitesse de fusion fourni comme donnée d'entrée du modèle est identique quelle que soit l'immersion, ce résultat est tout à fait logique. Dans la réalité, l'immersion conditionne en partie la vitesse de fusion via la puissance fournie à l'électrode. Bien que le modèle prédise une variation relativement faible de cette dernière (cf. figure 5.9 (a)), elle devrait tout de même modifier la forme et la profondeur du puits liquide, et par conséquent les conditions de solidification du lingot.

L'immersion exerce par ailleurs une influence complexe sur l'efficacité énergétique du procédé, puisque une plus faible immersion permet d'atteindre un maximum de puissance produite par effet Joule pour une intensité de courant et un volume de laitier donnés.

Ce paragraphe confirme l'importance du comportement du laitier dans le procédé, ainsi que celle d'une détermination précise des données d'entrée du modèle.

### 5.3. Influence du taux de remplissage

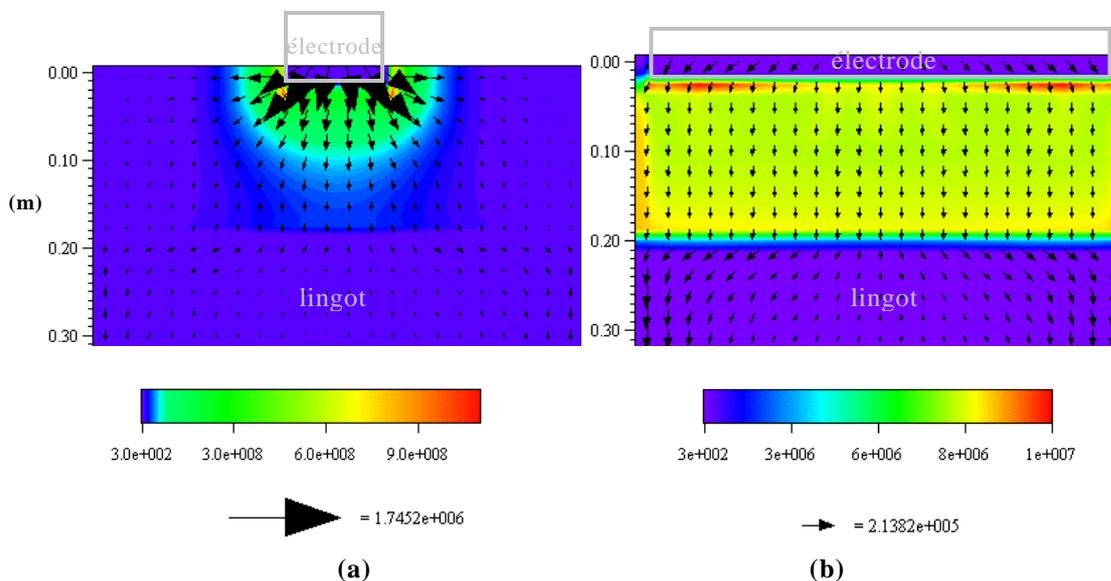
Le taux de remplissage  $\phi$  est défini par le rapport de la section de l'électrode sur celle du lingot, soit le carré du rapport des diamètres. S'il est toujours supérieur à 0,5 dans la pratique industrielle, il peut devenir beaucoup plus faible pour des installations pilotes ou des fours de laboratoire. La plage de valeurs que nous avons étudiée (0,05, 0,205, 0,667 et 0,926), couvre par conséquent un large domaine. Toutes les simulations ont été réalisées avec une profondeur d'immersion de l'électrode identique, égale à 2 cm (cas standard -fusion A- présenté dans le chapitre 3, pour lequel  $\phi=0,667$ ). Par ailleurs, les données d'entrée du modèle sont identiques pour les 4 simulations, hormis le taux de remplissage. Cela implique notamment que le profil de vitesse de fusion est le même quel que soit le taux de remplissage. Une fois de plus, les résultats, particulièrement ceux concernant le lingot, sont à analyser avec précaution puisque, à intensité identique, la variation de la vitesse de fusion avec les paramètres géométriques n'est pas prise en compte dans la version actuelle du modèle.

---

#### 5.3.1. Effet sur les paramètres électromagnétiques

La puissance totale (et la résistance du laitier) dépend fortement de la distance électrode-puits liquide, puisque le courant circule de partie conductrice en partie conductrice par le chemin présentant la résistance la plus faible, comme nous l'avons montré dans le paragraphe précédent. Sur la figure 5.14, on peut observer que le taux de remplissage joue également un rôle sur la distribution de puissance volumique produite par effet Joule.

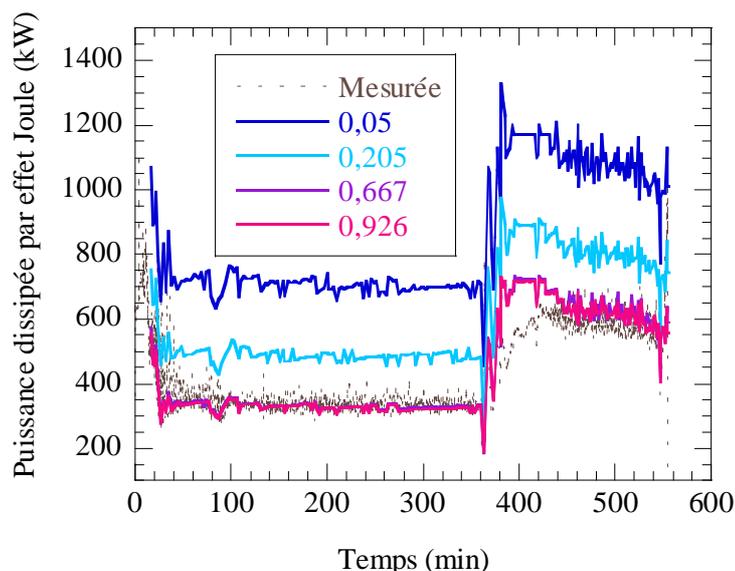
Tout d'abord, cette distribution est plus homogène lorsque le taux de remplissage est élevé (figure 5.14 (b)), alors qu'elle est concentrée dans un petit volume sous l'électrode lorsqu'il est plus faible (figure 5.14 (a)). D'autre part, les valeurs maximales atteintes sont 100 fois plus importantes lorsque le taux de remplissage est de 0,05 (notons que l'échelle est, de ce fait, différente sur les 2 figures). En effet, la divergence des vecteurs densité de courant est accentuée lorsque le taux de remplissage est faible, puisque la différence entre les sections de l'électrode et du laitier est alors plus marquée<sup>23</sup>. Sur la figure 5.14 (a), on visualise bien que la densité de courant se concentre essentiellement sous l'électrode, le courant « choisissant » le chemin offrant la résistance la plus faible. En revanche, lorsque le taux de remplissage est de 0,926, la divergence des lignes de courant est peu marquée et est uniquement due à l'effet de peau puisque la différence de section est pratiquement nulle. Les vecteurs densité de courant sont alors quasiment parallèles dans l'ensemble du laitier.



**figure 5.14 : Distributions de la puissance dissipée par effet Joule (W/m<sup>3</sup>) et champs de densité de courant (A/m), à 340 min de la fusion A pour un taux de remplissage (a) de 0,05 et (b) de 0,926**

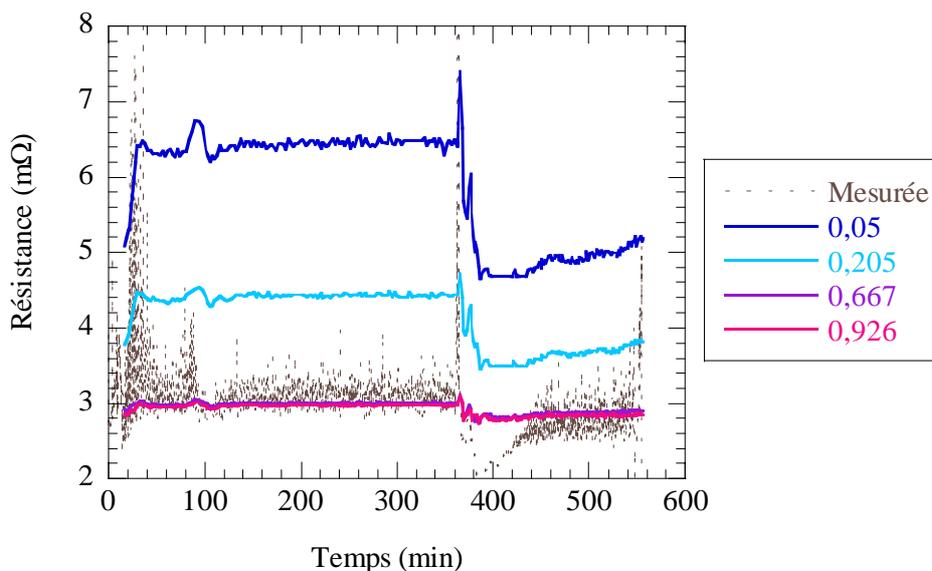
La puissance totale dissipée par effet Joule, qui varie comme le carré de l'intensité des vecteurs densité de courant, est beaucoup plus élevée lorsque le taux de remplissage diminue, ce qui correspond bien aux évolutions avec le temps représentées sur la figure 5.15, pour les 4 taux de remplissage : 0,05, 0,205, 0,667 et 0,926. La valeur de la puissance dissipée est ainsi pratiquement doublée lorsque le taux de remplissage passe de 0,667 à 0,05. Par contre, elle ne varie pratiquement pas lorsque le taux de remplissage est supérieur à 0,667 (pratique industrielle).

<sup>23</sup> Dans le cas  $\varphi=0,05$ , la divergence des lignes de courant est d'ailleurs uniquement due à la différence de section, puisque le rayon de l'électrode est de 6 cm, donc inférieur à l'épaisseur de peau électromagnétique, qui vaut pour ce cas environ 9 cm (cf. paragraphe 3.2.2).



**figure 5.15 : Evolution de la puissance dissipée par effet Joule avec le temps, mesurée sur le four et calculée pour différentes valeurs du taux de remplissage**

L'évolution de la résistance du laitier est bien sûr identique à celle de la puissance dissipée, comme on peut l'observer sur la figure 5.16. Cette résistance, lorsque le taux de remplissage vaut 0,05, est deux fois plus importante que lorsqu'il est égal à 0,926, lors du premier palier de vitesse de fusion. On constate que plus le taux de remplissage est faible, plus l'écart entre les premier et second paliers est marqué. Ceci est bien sûr lié à l'évolution de la température globale du laitier, dont l'augmentation est d'autant plus marquée que la puissance fournie est importante (divergence des lignes de courant plus importante), c'est-à-dire pour un faible taux de remplissage.

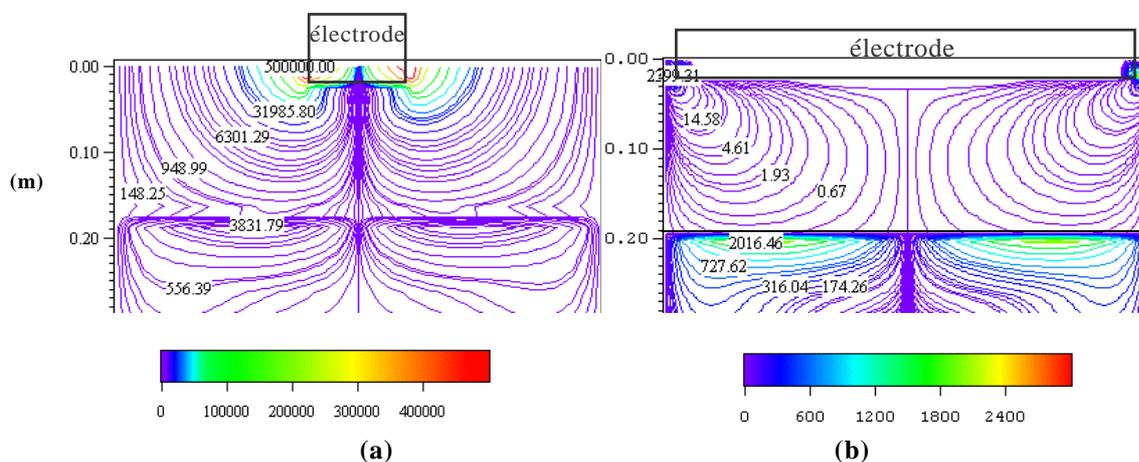


**figure 5.16 : Evolution de la résistance avec le temps, mesurée sur le four et calculée pour différentes valeurs du taux de remplissage**

Notons d'ailleurs que la résistivité électrique du laitier étant dépendante de la température par l'intermédiaire de la relation d'Ogino (cf. paragraphe 2.2.2), le taux de remplissage a deux influences contradictoires : plus il est faible, plus la puissance dissipée par effet Joule est importante (1<sup>er</sup> effet), avec pour conséquence une augmentation de la température globale, qui entraîne la diminution de la résistivité (2<sup>ème</sup> effet, allant à l'encontre du premier).

Enfin, comme nous l'avons vu ci-dessus, une conséquence de la diminution du taux de remplissage est la divergence accentuée des lignes de courant. Celle-ci implique une augmentation des forces électromagnétiques. Bien que ces dernières ne soient pas les seules forces responsables du mouvement du laitier et du métal liquide, une variation importante du remplissage influe fortement sur le comportement hydrodynamique.

La force électromagnétique tend en effet à transmettre au laitier un mouvement recirculant dans le sens trigonométrique direct, comme nous l'avons vu dans le chapitre 3. Pour mieux appréhender l'influence du taux de remplissage, nous avons représenté sur la figure 5.17 le rotationnel de la force électromagnétique pour des taux de remplissage de 0,05 et de 0,926. Dans les deux cas, le mouvement induit par la force électromagnétique sera recirculant et orienté dans le sens trigonométrique direct. Le maximum est atteint dans les deux cas au « coin » de l'électrode, où les vecteurs densité de courant divergent et sont maximums. On constate toutefois que lorsque le taux de remplissage est faible (0,05), le rotationnel des forces est 600 fois plus important que pour un taux de remplissage élevé (0,926),.



**figure 5.17 : Rotationnel des forces électromagnétiques ( $W/m^4$ ) pour un taux de remplissage (a) de 0,05 et de (b) 0,926**

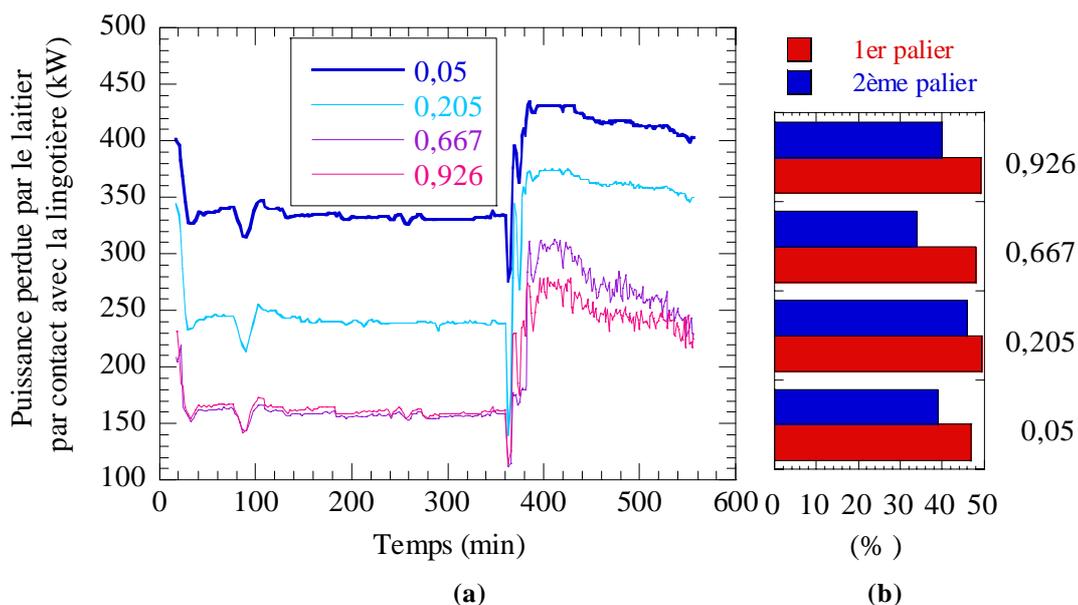
A ce stade, il serait aisé de conclure que le mouvement du laitier devrait être constitué d'une seule boucle de recirculation dans le sens trigonométrique direct (à « droite » de l'axe de symétrie) lorsque le taux de remplissage est faible, puisque le rotationnel des forces électromagnétiques est 600 fois plus important. Cependant, comme nous allons le voir dans le prochain paragraphe, la force électromagnétique n'est pas la seule force à l'origine du mouvement du laitier. Lorsque le taux de

remplissage est faible, la puissance produite est également nettement plus importante, avec pour conséquence une élévation des forces de convection thermique, capables de s'opposer à la force électromagnétique.

### 5.3.2. Effet sur les bilans thermiques globaux et l'écoulement

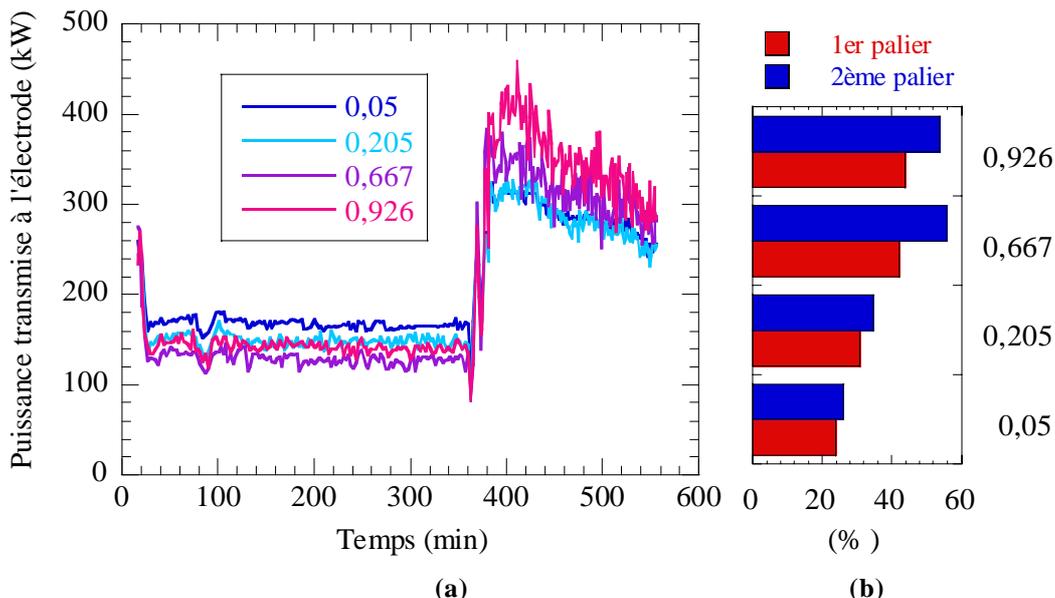
#### 5.3.2.1. Comportement du laitier

La puissance transmise par le laitier au contact de la lingotière refroidie évolue de la même manière que la puissance fournie par effet Joule, comme le montre la figure 5.18 (a) : plus le taux de remplissage est faible, plus la puissance transmise est importante. Ainsi, lors du premier palier, elle est deux fois plus élevée lorsque le taux de remplissage vaut 0,05 que lorsqu'il vaut 0,926, tout comme la puissance totale fournie par effet Joule (cf. figure 5.15). La proportion de puissance perdue vers la lingotière est en effet à peu près constante quel que soit le taux de remplissage (voir figure 5.18 (b)). Elle représente environ 48% lors du premier palier et 40% lors du second.



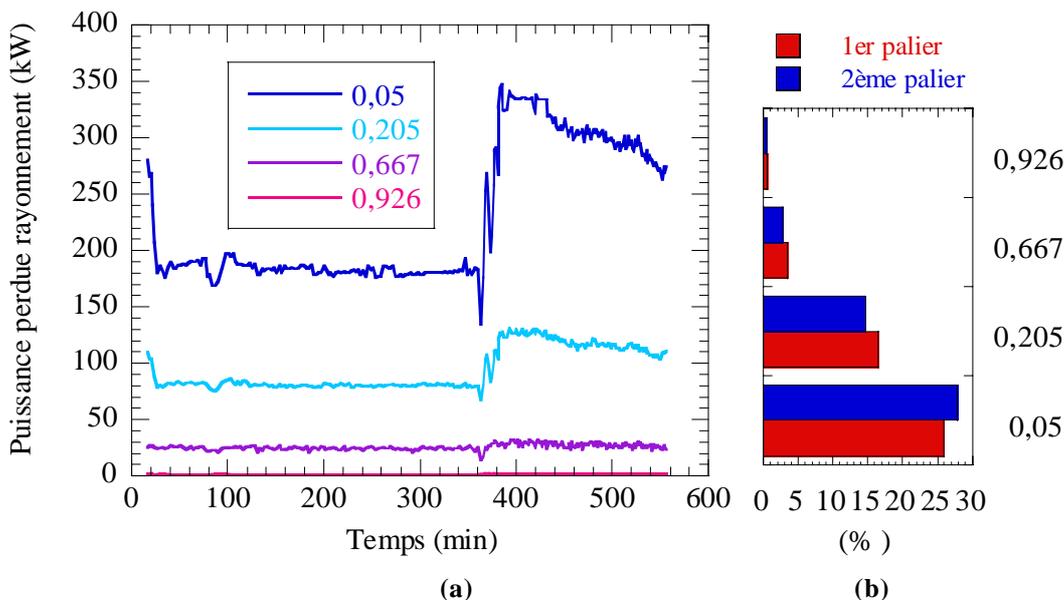
**figure 5.18 : Influence du taux de remplissage sur l'évolution de la puissance transmise à la lingotière par contact avec le laitier et**  
**(a) évolution au cours du temps**  
**(b) fraction de la puissance totale fournie au laitier qu'elle représente**

La valeur de la puissance transmise à l'électrode varie assez peu avec le taux de remplissage, comme le montre la figure 5.19. La part de la puissance totale transmise à l'électrode augmente avec le taux de remplissage. Ainsi, seulement 25% de la puissance fournie est transmise à l'électrode lorsque le taux de remplissage est de 0,05, contre plus de 50% pour un taux de remplissage supérieur à 0,667. Ce résultat est tout à fait logique puisqu'un taux de remplissage faible implique une diminution de la surface de métal en contact avec le laitier.



**figure 5.19 : Influence du taux de remplissage sur l'évolution de la puissance transmise à l'électrode**  
 (a) évolution au cours du temps  
 (b) fraction de la puissance totale fournie au laitier qu'elle représente

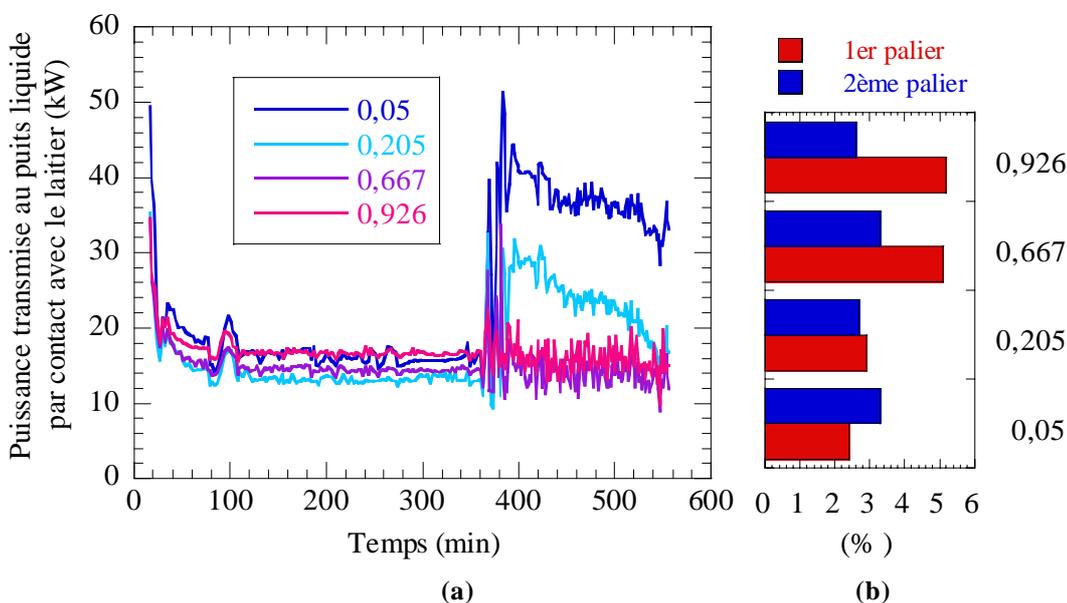
Si l'on diminue le rayon de l'électrode, on augmente évidemment la surface libre de laitier situé dans l'espace annulaire entourant l'électrode. Les échanges thermiques par rayonnement, dans cet espace annulaire, sont par conséquent bien plus intenses lorsque le taux de remplissage est faible, comme le montre la figure 5.20 (a). Ainsi lorsque le taux de remplissage est de 0,05, ils représentent plus de 25% des pertes thermiques du laitier, alors qu'ils sont quasiment négligeables pour un taux de remplissage de 0,926 (cf. figure 5.20 (b)).



**figure 5.20 : Influence du taux de remplissage sur l'évolution de la puissance perdue par rayonnement**  
 (a) évolution au cours du temps  
 (b) fraction de la puissance totale fournie au laitier qu'elle représente

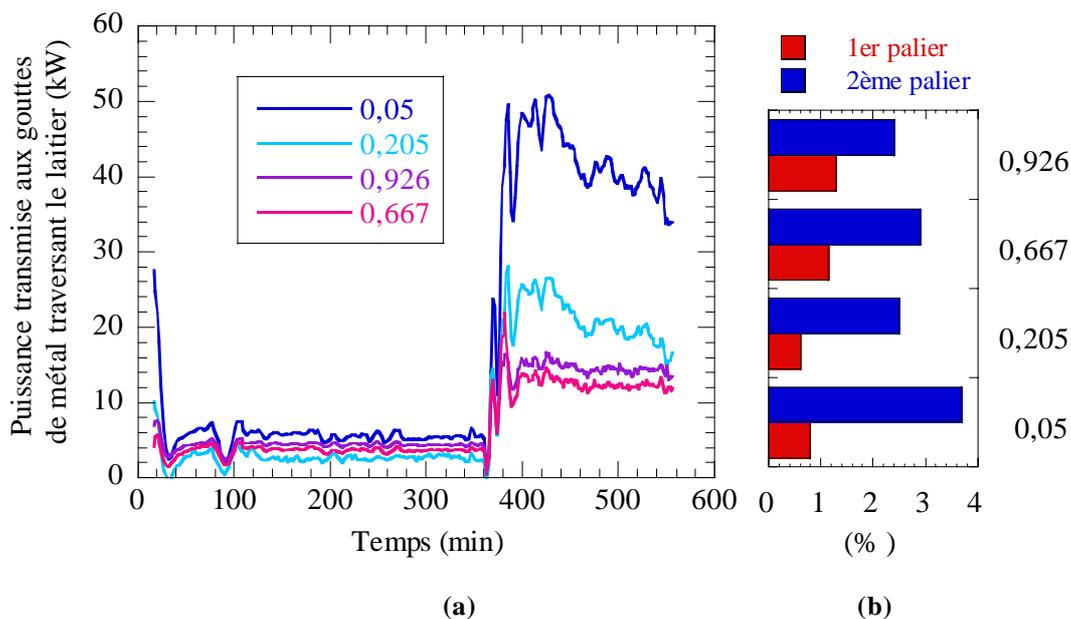
Le taux de remplissage ne semble pas avoir une grande influence sur la puissance transmise au puits liquide lors du premier palier de vitesse de fusion, dont nous avons représenté l'évolution en fonction du temps sur la figure 5.21 (a). En revanche, lors du second palier, lorsque le taux de remplissage est faible (pour  $\varphi=0,05$  ou  $\varphi=0,205$ ), la puissance transmise au puits liquide est 2 à 3 fois plus importante. Par ailleurs, celle-ci diminue avec le temps (en fonction de l'évolution de la puissance fournie par effet Joule), alors qu'elle reste constante pour les taux plus élevés ( $\varphi=0,667$  et  $\varphi=0,926$ ).

Ceci est relié au fait que la part de puissance transmise au puits liquide varie peu entre les premier et second paliers pour des taux de remplissage de 0,05 et 0,205, tandis que pour  $\varphi=0,667$  et  $\varphi=0,926$ , on observe une différence prononcée (5% lors du premier palier, environ 3% lors du second).



**figure 5.21 : Influence du taux de remplissage sur l'évolution de la puissance transmise au puits liquide par contact avec le laitier**  
 (a) évolution au cours du temps  
 (b) fraction de la puissance totale fournie au laitier qu'elle représente

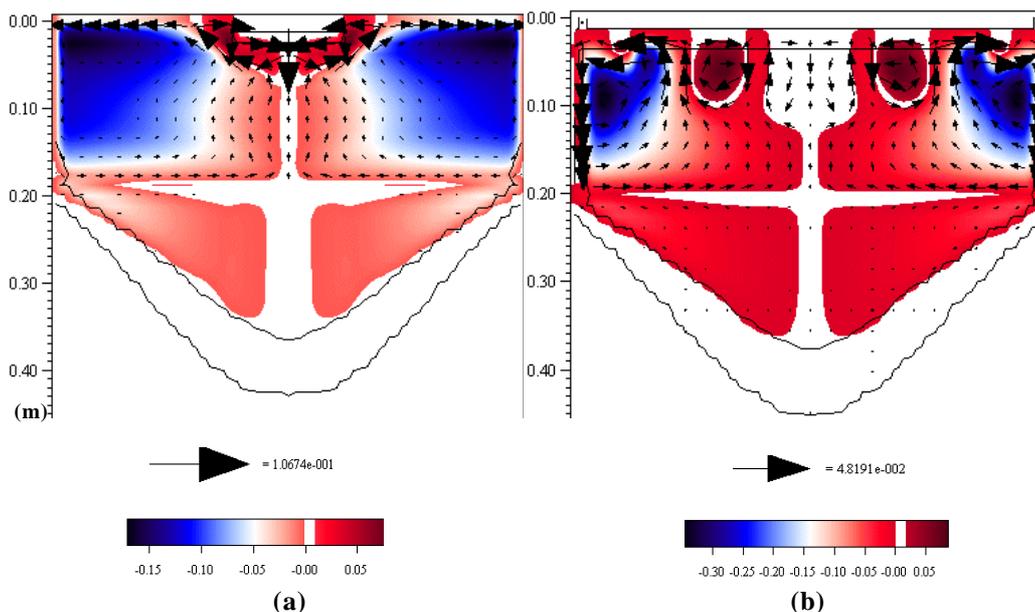
La puissance transmise aux gouttes de métal (figure 5.22) évolue de la même manière que la puissance transmise au puits liquide par contact. En effet, lors du premier palier, l'immersion l'influence peu, tandis que lors du second, les cas  $\varphi=0,05$  et  $\varphi=0,205$  se distinguent nettement puisque la puissance transmise aux gouttes est presque 4 fois plus importante. Ceci est bien évidemment lié à l'augmentation de la température du laitier.



**figure 5.22 : Influence du taux de remplissage sur l'évolution de la puissance transmise aux gouttes de métal traversant le laitier**  
 (a) évolution au cours du temps  
 (b) fraction de la puissance totale fournie au laitier qu'elle représente

Lorsque l'on observe l'influence du taux de remplissage sur l'écoulement du laitier, on constate que l'on peut distinguer les cas 0,667 et 0,926 (taux de remplissage important), des cas 0,05 et 0,205 (faible taux de remplissage).

Dans le premier cas, le mouvement du laitier est constitué d'une boucle de recirculation descendante le long de la lingotière refroidie et de multiples recirculations instables sous l'électrode, qui sont dues à l'effet combiné de la convection naturelle et de la force électromagnétique (cf. figure 5.23 (b)). Pour plus d'informations, le lecteur est invité à consulter le chapitre 3, dans lequel est décrit en détail l'écoulement du laitier pendant la fusion A ( $\varphi=0,667$ ).



**figure 5.23 : Distribution de la fonction de courant (kg/s) et champs de vitesse (m/s) à 340 min de la fusion A pour un taux de remplissage de (a) 0,05 et (b) 0,926**

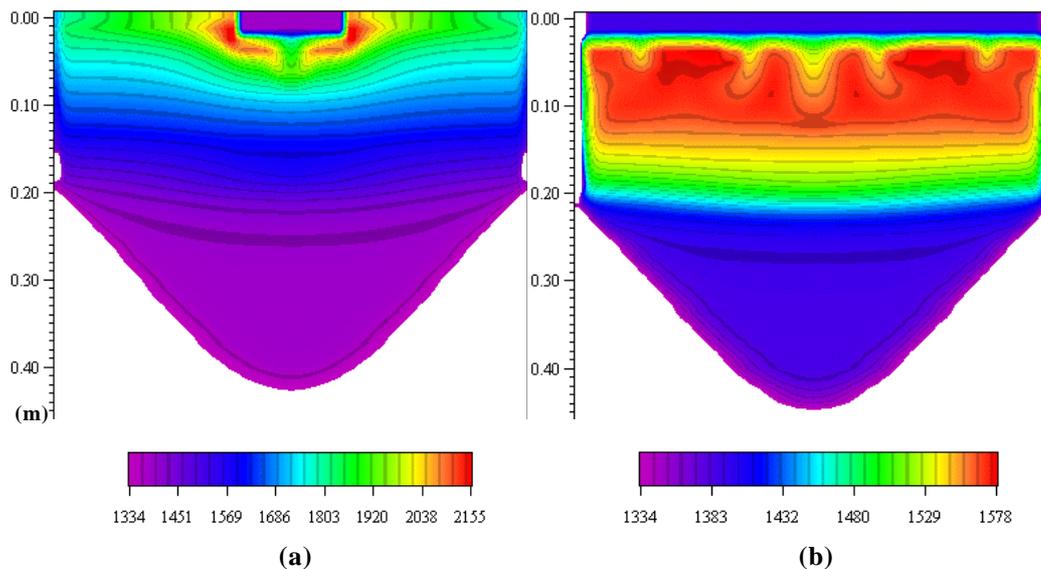
Lorsque le taux de remplissage est faible, l'écoulement du laitier est en revanche constitué de 2 boucles de recirculation. Au voisinage de la lingotière, le laitier refroidi a un mouvement descendant le long de cette paroi, à cause de la convection thermique. Ce mouvement entraîne la formation d'une boucle de recirculation dans le sens horaire<sup>24</sup>, en bleu sur la figure 5.23 (a). La recirculation dans le sens anti-horaire au voisinage de l'électrode (en rouge) est induite par les forces électromagnétiques, qui sont alors suffisamment importantes dans cette zone pour s'opposer au mouvement de convection naturelle.

L'écoulement dans le cas  $\varphi=0,926$  suggère une meilleure capacité de mélange que le cas  $\varphi=0,05$ , ce qui est confirmé par la figure 5.24 sur laquelle nous avons comparé les distributions de température dans les deux cas. En effet, les recirculations instables sous l'électrode permettent une homogénéisation de la température dans cette zone, lorsque le taux de remplissage est important (figure 5.24 (b)). Dans la zone située juste au-dessus de l'interface laitier/puits liquide, la distribution de température est par contre stratifiée.

A contrario, lorsque  $\varphi=0,05$ , les deux boucles de recirculation composant l'écoulement ne suffisent pas à homogénéiser la température. De ce fait la distribution de température est stratifiée dans pratiquement tout le laitier.

Par ailleurs, la distribution de la puissance volumique produite par effet Joule étant nettement plus uniforme lorsque  $\varphi=0,926$  (figure 5.14 (b)), il est tout à fait logique que la température soit plus homogène que lorsque  $\varphi=0,05$ , cas pour lequel la puissance volumique est concentrée au voisinage de l'électrode (figure 5.14 (a)).

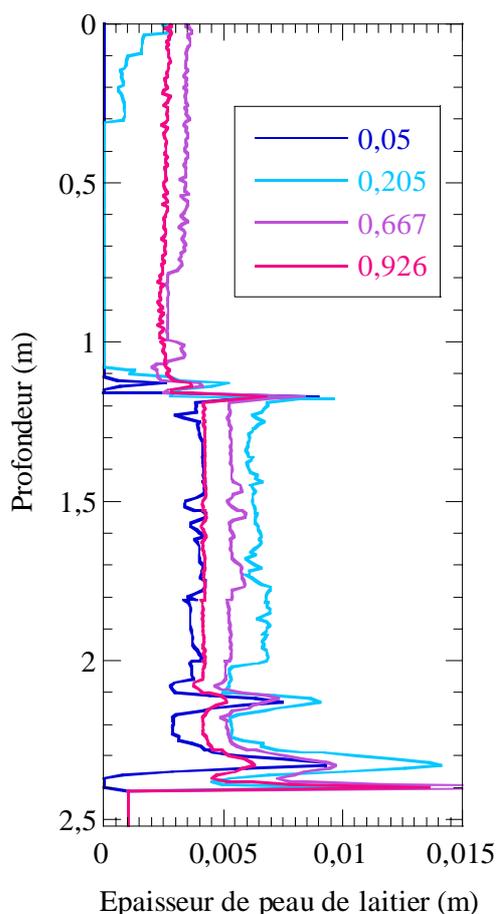
<sup>24</sup> Rappelons que cette notation est valable si l'on observe la partie de la figure qui se situe à droite de l'axe de symétrie.



**figure 5.24 : Distributions de température (°C) à 340 min de la fusion A pour (a)  $\varphi=0,05$  et (b)  $\varphi=0,926$**

Lorsque l'on étudie l'influence du taux de remplissage sur l'évolution de l'épaisseur de peau entourant le lingot sur la figure 5.25, le résultat n'est pas trivial. On observe une fois de plus les influences combinées de l'écoulement et de la distribution thermique.

Lors du premier palier, on pouvait s'attendre à ce que la peau de laitier, dans les cas  $\varphi=0,05$  et  $\varphi=0,205$ , soit plus fine que lorsque  $\varphi=0,667$  ou  $0,926$ , puisque la puissance fournie par effet Joule est plus importante, conduisant à une élévation de la température globale. Or, on constate que cette peau est la plus épaisse lorsque  $\varphi=0,205$  et la plus fine lorsque  $\varphi=0,05$ . Cela confirme que le procédé ESR est très complexe et qu'il est difficile d'isoler l'effet d'un seul paramètre. Dans notre cas, c'est l'influence sur la distribution de puissance par effet Joule, son augmentation globale, ainsi que l'influence sur l'écoulement, qui conduisent aux résultats de la figure 5.25. Ainsi, nous pouvons d'une part les cas  $\varphi=0,05$  et  $0,205$ , et d'autre part les cas  $\varphi=0,667$  et  $0,926$ , ce regroupement étant guidé par l'observation des motifs d'écoulement (voir ci-dessus).



**figure 5.25 : Influence du taux de remplissage sur l'épaisseur de peau de laitier solide entourant le lingot**

Pour les faibles taux de remplissage, le mouvement étant constitué de seulement deux boucles de recirculation, le laitier qui « arrive » au niveau de l'interface laitier/puits liquide s'est bien refroidi tout d'abord le long de la surface libre puis le long de la lingotière. En revanche, lorsque le taux de remplissage est élevé, la boucle de recirculation correspondant au refroidissement du laitier le long de la lingotière occupe une place moindre dans l'écoulement, le laitier est donc moins refroidi (relativement) par contact avec la paroi. Cependant, comme la température globale du laitier est plus élevée lorsque le taux de remplissage est faible (cf. figure 5.24), la peau de laitier est finalement équivalente pour les cas  $\phi=0,05$  et  $0,926$ . Dans ce cas, les deux effets explicités précédemment « s'annulent ».

Enfin, si l'on compare ces cas entre eux, toujours lors du premier palier, la peau est logiquement plus fine pour un taux de remplissage de  $0,05$  que pour un remplissage de  $0,205$  puisque la puissance fournie par effet Joule est nettement plus faible lorsque  $\phi=0,205$ .

En revanche, lorsque l'on compare les cas  $\phi=0,667$  et  $\phi=0,926$ , on constate que, bien que la puissance par effet Joule soit plus importante lorsque  $\phi=0,667$ , c'est dans ce cas que l'on obtient la plus fine épaisseur de peau. D'une part, la différence de

production de chaleur par effet Joule est moindre entre ces deux derniers cas (cf. figure 5.15). D'autre part, sa distribution est fortement influencée par le taux de remplissage : la proportion de courant qui passe à proximité de la lingotière est plus importante lorsque  $\varphi=0,926$  que pour  $\varphi=0,667$ . En effet, nous avons montré que, dans cette configuration, le courant est concentré sous l'électrode, alors que peu de courant passe dans l'espace annulaire situé autour. Or lorsque  $\varphi=0,926$ , la surface de l'électrode couvre pratiquement toute la surface du lingot en regard. La production de chaleur par effet Joule sera donc localement plus importante près de la paroi pour  $\varphi=0,926$ , entraînant une épaisseur de peau plus fine que pour  $\varphi=0,667$ .

Lors du second palier, les conclusions sont identiques pour les cas  $\varphi=0,667$  et  $\varphi=0,926$ , puisque la peau est plus fine pour un taux de remplissage de 0,926 que pour 0,667.

Pour les cas  $\varphi=0,05$  et  $\varphi=0,205$ , la puissance fournie par effet Joule est si importante que la température dans le laitier est toujours supérieure à sa température de liquidus. Il ne se forme donc pas de peau autour du laitier liquide, et il n'y en a d'ailleurs pas non plus autour du lingot. A la fin de la refusion, la puissance diminuant légèrement, conformément au profil d'intensité efficace fourni en donnée, une peau de laitier solide se reforme lorsque le taux de remplissage est de 0,205, puisque la température du laitier est à nouveau inférieure à sa température de solidus à proximité de l'interface laitier/puits liquide/lingotière.

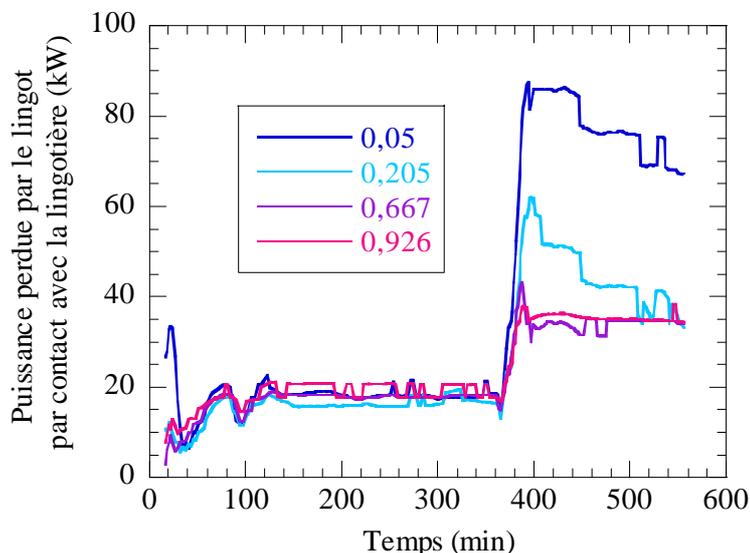
### 5.3.2.2. Comportement du lingot

Lors du premier palier, le taux de remplissage n'a pas beaucoup d'influence sur la puissance perdue par le lingot dans la zone de contact avec la lingotière<sup>25</sup>, comme on peut le constater sur la figure 5.26. En effet, la puissance totale fournie au puits liquide, somme des puissances fournies par contact et via les gouttes de métal, varie également peu lors du premier palier (cf. figure 5.21 et figure 5.22). La zone de contact est donc sensiblement identique dans les 4 cas, dans la première partie de la refusion. Evidemment, la puissance totale fournie au puits liquide varie en réalité avec le taux de remplissage via la variation de l'enthalpie liée aux gouttes de métal résultant de la fusion de l'électrode. Cependant, comme le profil de vitesse de fusion utilisé par le modèle est identique pour les 4 taux de remplissage, le modèle ne permet pas de prendre en compte l'influence du taux de remplissage sur la puissance totale fournie au puits liquide.

Lors du second palier, en revanche, les cas  $\varphi=0,05$  et  $\varphi=0,205$  se démarquent clairement et le lingot perd nettement plus de chaleur lorsque le taux de remplissage est faible (presque le double lorsque  $\varphi=0,05$ ). Ceci est lié à l'évolution de la puissance totale fournie au puits liquide. Celle-ci est en effet beaucoup plus importante lorsque le taux de remplissage est faible. La zone de contact est donc plus importante pour ces

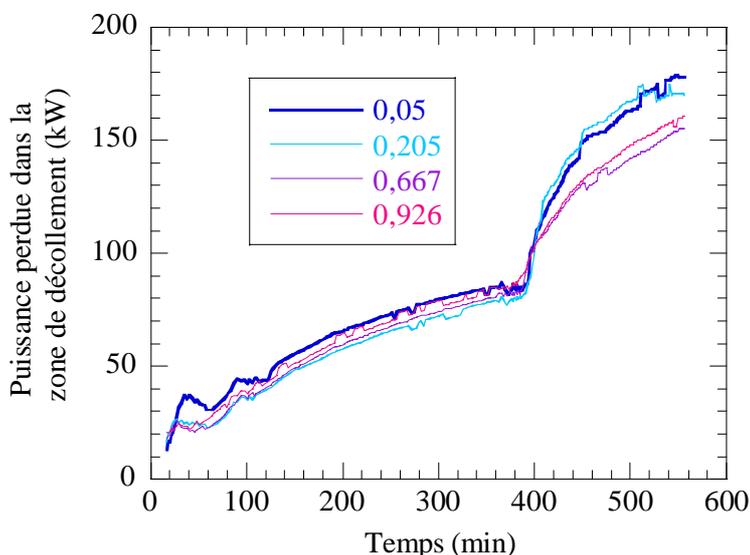
<sup>25</sup> Si le lingot est entouré d'une peau de laitier, le lingot est entouré de la peau de laitier en contact avec la lingotière. Comme précédemment, l'expression « zone de contact » est employée par opposition avec la zone de décollement du lingot.

deux cas que lorsque le taux de remplissage est élevé. Ceci sera confirmé dans le prochain paragraphe par l'observation de la forme calculée du puits liquide (ex : figure 5.28 (a)).



**figure 5.26 : Influence du taux de remplissage sur la puissance perdue par le lingot dans la zone de contact avec la lingotière**

La puissance perdue par le lingot dans la zone de décollement est, quant à elle, reliée à l'épaisseur de peau de laitier comme le montre la figure 5.27.



**figure 5.27 : Influence du taux de remplissage sur la puissance perdue par le lingot dans la zone de décollement**

Lors du premier palier, la peau la plus épaisse ( $\phi=0,205$ ) conduit à une faible perte de chaleur dans la zone de décollement, tandis que la peau la plus fine ( $\phi=0,05$ ) correspond aux pertes thermiques les plus importantes. De même, lors du second palier, pour  $\phi=0,05$  et  $\phi=0,205$ , les pertes thermiques sont plus importantes (de

presque 20kW), puisque le modèle prédit qu'il n'y a pas de peau de laitier autour du lingot. Dans ce cas, la résistance thermique correspondant à la peau de laitier ne freine pas le refroidissement comme dans les cas  $\varphi=0,667$  et  $\varphi=0,926$ .

### 5.3.3. Effet sur la forme du puits liquide et la solidification du lingot

Le taux de remplissage influence donc directement le refroidissement du lingot, d'une part, par l'intermédiaire de la peau de laitier, et d'autre part par celui de la puissance totale fournie au puits liquide. Bien évidemment, l'effet le plus important devrait provenir de l'augmentation de chaleur fournie au puits liquide due à une élévation de la vitesse de fusion, qui n'est pas simulée puisque le profil de vitesse de fusion, donnée du modèle, est identique pour les 4 simulations. Aussi, les résultats présentés dans ce paragraphe sont à considérer avec la plus grande précaution, les effets mis en évidence pouvant être secondaires par rapport à ceux causés par la variation de la vitesse de fusion.

Ainsi, le modèle prédit qu'une variation du taux de remplissage n'a pas d'influence notable sur le comportement du puits liquide lors du premier palier de vitesse de fusion, comme le montre la figure 5.28 (a). On note cependant, lors du second palier, que les puits ne se superposent plus, bien que la profondeur au centre soit quasiment identique. En effet, la zone de contact métal/lingotière est plus importante lorsque le taux de remplissage est de 0,05, comme on peut le vérifier plus finement sur la figure 5.28 (b). Ceci est bien entendu lié au fait que la puissance totale fournie au puits liquide est considérablement plus élevée lorsque  $\varphi=0,05$  ou  $\varphi=0,205$ .

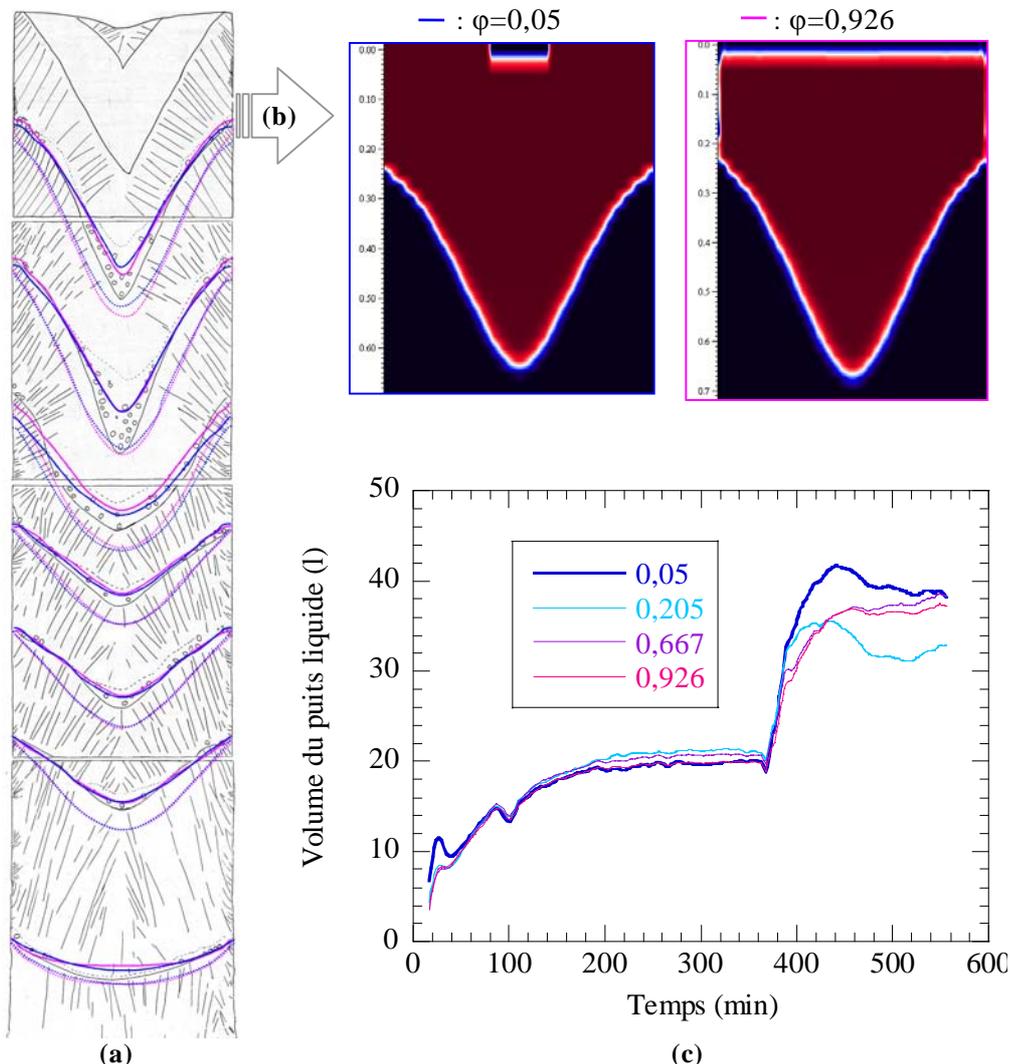
La figure 5.28 (c) confirme ces observations, puisque l'on constate que le volume du puits liquide est peu influencé par le taux de remplissage lors du premier palier. Notons que le plus faible volume correspond à la peau de laitier la plus épaisse ( $\varphi=0,205$ ), et le plus important à la peau la plus fine ( $\varphi=0,05$ ).

Lors du second palier on observe que les cas  $\varphi=0,05$  et  $\varphi=0,205$  se distinguent des cas  $\varphi=0,667$  et  $\varphi=0,926$ . En effet, la puissance totale fournie au puits liquide est plus élevée pour  $\varphi=0,05$  et  $\varphi=0,205$  ce qui devrait entraîner un volume de puits liquide conséquent. Cependant, le refroidissement est également plus intense dans ces deux cas. D'une part, parce que la distance de contact métal/lingotière est plus importante et d'autre part parce que le lingot n'est pas « isolé » de la lingotière puisque le modèle prédit qu'il n'y a pas de peau solide autour de celui-ci.

Pour les cas  $\varphi=0,667$  et  $\varphi=0,926$ , le lingot est isolé par une peau de laitier solide (plus fine pour  $\varphi=0,667$ ) qui permet de compenser le fait que le puits liquide reçoit moins de chaleur du laitier.

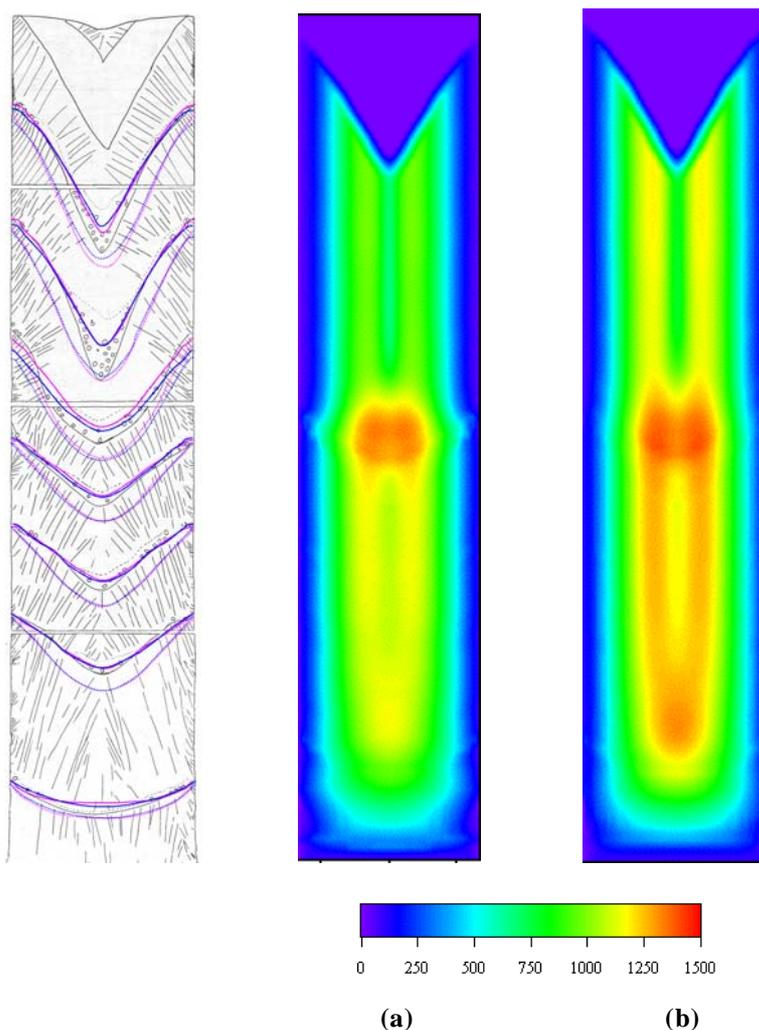
En revanche, lors du second palier, le volume de puits liquide le plus faible est obtenu pour  $\varphi=0,205$ , dont le refroidissement est intense pour une puissance fournie par le laitier insuffisante, tandis que le volume le plus important est obtenu pour  $\varphi=0,05$ , pour lequel la puissance fournie par le laitier est suffisamment importante

pour compenser le refroidissement intense dû à l'absence de peau de laitier et à une importante zone de contact métal liquide/lingotière.



**figure 5.28 : Influence du taux de remplissage sur (a) la forme du puits liquide, (b) la distribution de la fraction liquide dans le laitier et le puits liquide à 520 min pour  $\phi=0,05$  et  $\phi=0,926$  et (c) le volume du puits liquide**

Le taux de remplissage doit donc avoir une influence notable sur les conditions locales de solidification du lingot secondaire. Pour vérifier ce point, nous avons représenté sur la figure 5.29 les temps locaux de solidification calculés pour des taux de remplissage de (a) 0,05 et (b) 0,926. On remarque effectivement que les distributions ne sont pas identiques bien que le motif général soit similaire. Les temps locaux de solidification sont en effet légèrement plus importants lorsque le taux de remplissage est élevé, l'écart étant de 200 à 300s dans la zone autour de l'axe, où le t.l.s. est maximal.



**figure 5.29 : Influence du taux de remplissage sur les temps locaux de solidification (en s) : (a)  $\varphi=0,05$  et (b)  $\varphi=0,926$**

#### 5.3.4. Conclusion

Dans ce paragraphe, nous avons tout d’abord montré que le plus faible taux de remplissage permet d’obtenir le maximum de puissance dissipée par effet Joule.

En ce qui concerne l’analyse du comportement du puits liquide, une fois de plus, il ne faut pas oublier que le modèle ne calcule pas le profil de vitesse de fusion par une modélisation explicite de la fusion de l’électrode. Il est, par conséquent, difficile de prédire la forme finale du puits liquide. En effet, lorsque le taux de remplissage est faible, la puissance totale fournie à l’électrode est plus élevée et devrait en toute logique entraîner une augmentation de la vitesse de fusion, conduisant à des puits liquide plus profonds.

En revanche, nous avons montré que le taux de remplissage exerce également une légère influence sur la forme et le volume du puits liquide par l’intermédiaire de la peau de laitier, et de la puissance totale transmise par le laitier au lingot. En effet, le bilan thermique global du laitier est fortement lié au taux de remplissage.

Enfin, nous avons observé que le motif de l'écoulement du laitier varie fortement avec le taux de remplissage. Ainsi, pour une faible valeur de  $\phi$ , le modèle montre que le mouvement du laitier n'est constitué que de deux boucles de recirculation.

## 5.4. Influence de la pression d'eau dans le circuit de refroidissement

Une troisième étude illustrative de l'utilisation du modèle dans un but de compréhension et d'optimisation du procédé est la détermination de l'influence de la pression d'eau dans le circuit de refroidissement. Rappelons que le modèle calcule la distribution de température dans la lingotière en prenant en compte, entre autres phénomènes, la possibilité d'un refroidissement de type ébullition nucléée au contact lingotière/eau (cf. paragraphe 2.5.3.5). Le phénomène d'ébullition nucléée apparaît lorsque la température de la lingotière est supérieure à la température de saturation de l'eau, fonction de la pression. Plus la pression est élevée, plus la température de saturation est importante, retardant l'apparition de l'ébullition nucléée qui assure un refroidissement plus intense que par simple convection.

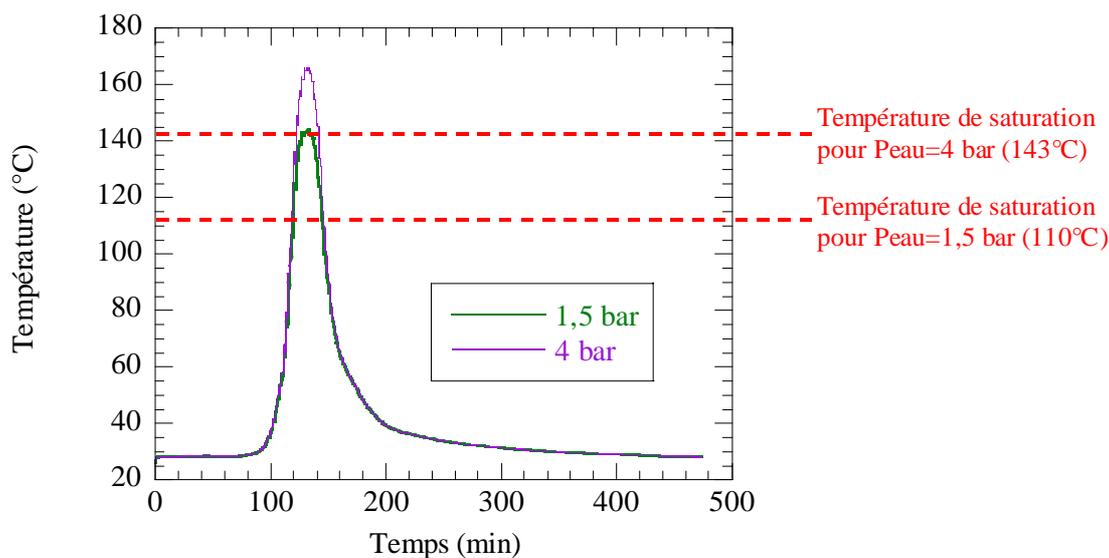
Pour étudier l'influence de la pression de l'eau, nous avons choisi de simuler la fusion B lorsque la pression de l'eau vaut 1,5 bar (fusion B présentée et validée dans le chapitre 4) et 4 bar. Dans les deux paragraphes précédents, nous nous étions basés sur la simulation de la fusion A. Logiquement, nous avons dans un premier temps testé l'influence de la pression d'eau pour la même refusion. Or, les premiers résultats permettent de conclure que la pression de l'eau, dans cette gamme, n'influence quasiment pas le refroidissement pendant la fusion A. En effet dans ce cas, la température de la lingotière est supérieure à la température de saturation de l'eau de refroidissement, mais seulement de quelques degrés.

Dans le cas de la fusion B, ce paramètre joue un rôle bien plus important, d'où le choix effectué dans ce paragraphe.

### 5.4.1. Influence sur la distribution de température de la lingotière

Nous avons représenté sur la figure 5.30 l'évolution de la température calculée dans la lingotière le long de sa face externe<sup>26</sup>, en un point situé à 1 m de hauteur à partir de la base, pour 2 pressions de l'eau de refroidissement (1,5 et 4 bar). On constate que la pression d'eau joue un rôle certain sur la température dans la lingotière. En effet, lorsque la pression d'eau vaut 1,5 bar, la température de la paroi externe de la lingotière est inférieure à 145°C, tandis que, pour une pression de 4 bar, elle peut être localement supérieure à 165°C.

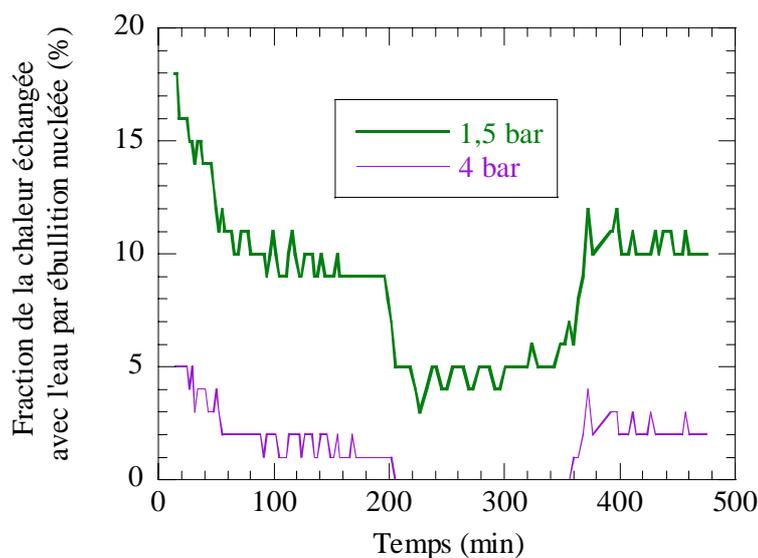
<sup>26</sup> La face externe de la lingotière désigne la surface en contact avec l'eau de refroidissement, par opposition à la surface interne qui est en regard de l'électrode, du laitier et du lingot



**figure 5.30 : Evolution de la température en un point de la face externe de la lingotière situé à 1 m au-dessus de la base**

Le mode de refroidissement par ébullition nucléée est évidemment à l'origine de cette différence de température maximale. La température de saturation est relativement faible (110°C) pour une pression de 1,5 bar ; le flux de chaleur échangé par ébullition nucléée sera donc plus important que pour une pression de 4 bar, pression pour laquelle la température de saturation est plus élevée (environ 143°C). La figure 5.31 confirme ces résultats, puisque l'on constate que la proportion de chaleur perdue par ébullition nucléée est plus importante lorsque la pression est faible. Pour  $P_{eau}=1,5$  bar, le régime d'ébullition nucléée concerne respectivement 10%, 5% et 10% de la puissance totale échangée avec l'eau de refroidissement lors des 3 paliers successifs de la fusion B.

Lorsque la pression de l'eau est de 4 bar, cette proportion ne vaut que 1 à 2% lors du premier palier, 2 à 3 % lors du dernier et représente moins de 1 % lors du second palier puisque la température de la face externe de la lingotière dépasse à peine la température de saturation de l'eau. Rappelons que, conformément à la courbe de Nukiyama représentée schématiquement sur la Figure 2.5, plus l'écart entre la température de saturation et la température de la paroi est élevé, plus le flux thermique est important. Aussi, lorsque la température de la lingotière n'est supérieure que de quelques degrés à la température de saturation, le flux thermique échangé par ébullition nucléée représente moins de 1% de la puissance totale de refroidissement.



**figure 5.31 : Evolution en fonction du temps de la fraction de chaleur échangée avec l'eau de refroidissement par ébullition nucléée pour 2 pressions d'eau**

Enfin, il est tout à fait logique que la proportion de chaleur échangée par ébullition nucléée varie avec la vitesse de fusion puisque la température de la lingotière dépend fortement de cette dernière. Sur la figure 5.32, nous avons ainsi représenté le profil de température calculé le long de la face externe de la lingotière à 3 instants, correspondant aux 3 paliers de vitesse de fusion. La température maximale est, dans tous les cas, atteinte en regard du laitier, à peu près à mi-chemin entre la surface libre et le sommet du lingot. Par ailleurs, on observe que la température calculée n'est supérieure à la température de saturation qu'en regard du laitier. En regard du lingot (sous le laitier), elle décroît très rapidement.

La figure confirme bien que la température est plus élevée lorsque la vitesse de fusion est importante : la température maximale est en effet légèrement supérieure à  $160^{\circ}\text{C}$  lors des premier et dernier paliers (figure 5.32 (a) et figure 5.32 (c)), et légèrement inférieure à  $160^{\circ}\text{C}$  pour le deuxième palier (figure 5.32 (b)).

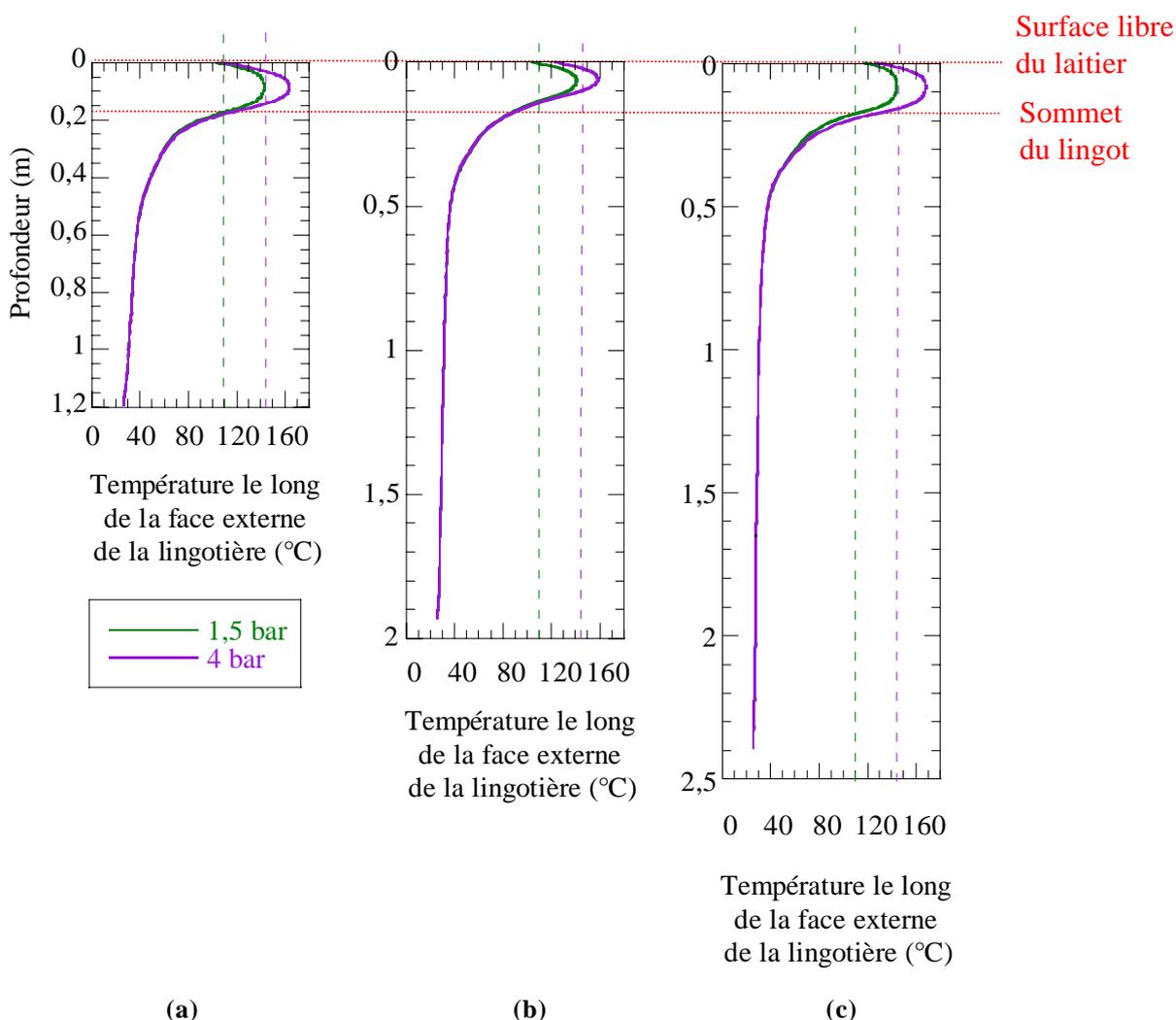
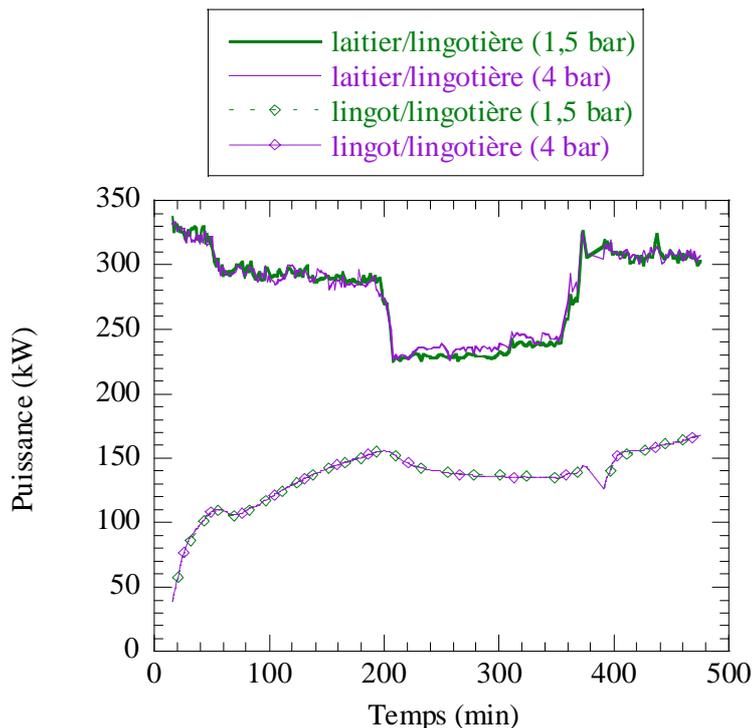


figure 5.32 : Profil de température le long de la face externe de la lingotière pour 2 pressions d'eau de refroidissement de 1,5 et 4 bar, (a) lors du premier palier à 150 min, (b) lors du second palier à 300 min et (c) lors du dernier palier à 410 min

#### 5.4.2. Influence sur le refroidissement du laitier et du lingot

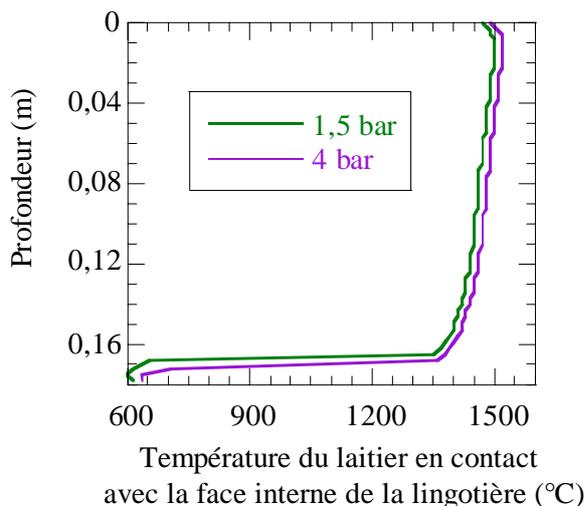
Comme le montre la figure 5.33, la pression de l'eau de refroidissement ne semble par contre pas avoir d'influence notable sur le refroidissement du laitier et du lingot. Les évolutions des puissances transmises à la lingotière par le laitier et le lingot sont quasiment identiques pour les deux pressions.

En ce qui concerne l'évolution de la puissance transmise du lingot vers la lingotière, il est tout à fait logique qu'elle soit identique pour les deux pressions, puisque le refroidissement de la lingotière est dû uniquement à la convection. En effet, en regard du lingot, la température de la face externe de la lingotière est inférieure à la température de saturation de l'eau (cf. figure 5.32).



**figure 5.33 : Evolution des puissances transmises à la lingotière par contact avec le laitier et transmise du lingot à la lingotière pour deux pressions de l'eau du circuit de refroidissement (1,5 et 4 bar)**

De même, la puissance transmise à la lingotière par contact avec le laitier est imposée par le comportement hydrodynamique du laitier et ne dépend pas de la pression d'eau alors que le refroidissement par ébullition nucléée est plus efficace lorsque la pression est faible. De ce fait, la température du laitier le long de la face interne de la lingotière est légèrement plus faible pour une pression de 1,5 bar, comme le montre la figure 5.34.



**figure 5.34 : Evolution de la température du laitier le long de la face interne de la lingotière pour deux pressions du circuit d'eau de refroidissement (à t=410 min)**

---

### 5.4.3. Conclusion

Comme la pression d'eau dans le circuit de refroidissement n'a pas une influence notable sur le refroidissement du laitier et du lingot, nous n'avons pas autant détaillé les résultats que pour les deux paragraphes précédents (concernant l'immersion et le taux de remplissage). Nous avons simplement illustré dans ce paragraphe la possibilité qu'offre le modèle de quantifier l'influence d'un tel paramètre opératoire. En l'occurrence, nous avons montré que lorsque la pression de l'eau est importante (4 bar), l'ébullition nucléée ne joue quasiment aucun rôle dans le refroidissement de la lingotière. En revanche, si la pression de l'eau est plus faible (1,5 bar), le refroidissement par ébullition permet d'abaisser les valeurs maximales de température de la lingotière, puisque la température de saturation de l'eau est dans ce cas plus faible.

Notons que cette possibilité qu'offre le modèle de calculer les profils de température dans la lingotière pourrait constituer un moyen supplémentaire de validation indirecte, par comparaison avec des mesures par thermocouples posés sur la face externe lors de refusions réelles.

# Conclusions

L'étude présentée dans ce manuscrit concerne le développement d'un modèle mathématique permettant la simulation numérique du procédé de refusion sous laitier électroconducteur. Elle a été menée en étroite collaboration avec la société Aubert&Duval et visait à une meilleure compréhension du procédé ESR afin d'améliorer le contrôle de la qualité métallurgique des lingots et d'optimiser les conditions opératoires du procédé, voire de développer de nouvelles pratiques.

Le travail s'est basé sur les connaissances acquises au LSG2M sur la modélisation des procédés de refusion, notamment par le développement du code de calcul SOLAR qui permet la simulation numérique du procédé VAR, dont le modèle ESR respecte la philosophie. Notre démarche a consisté à développer des modèles simples et indépendants dans un premier temps. Ceux-ci ont ensuite été couplés et complétés, pour aboutir à un code complet.

Ainsi, le modèle mathématique permet aujourd'hui de tenir compte des phénomènes suivants :

- Transport de chaleur dans le laitier et le lingot secondaire au cours de la refusion, ainsi que dans la lingotière en cuivre,
- Ecoulement, en régime éventuellement turbulent, du métal et du laitier (liquides + zones pâteuses),
- Influence des forces électromagnétiques, qui résultent de l'interaction entre le courant électrique et le champ magnétique induit, également calculés par le modèle,
- Solidification et croissance du lingot, cette dernière étant prise en compte de manière continue par une technique numérique de scission/migration du maillage,
- Solidification du laitier, avec en particulier l'estimation de l'épaisseur de peau de laitier solide entourant le lingot.

La simulation de la refusion d'un alliage base nickel a servi d'exemple pour analyser les principaux résultats du modèle. Nous avons ainsi caractérisé le comportement électromagnétique, comme la description de l'effet de peau électromagnétique ou la distribution de puissance dissipée par effet Joule dans un petit volume.

Les mouvements dans le laitier et le puits liquide du lingot sont gouvernés par deux forces volumiques : la convection naturelle et les forces électromagnétiques. L'écoulement global résulte de la compétition ou de la combinaison de ces deux forces conduisant à des mouvements recirculants. Dans le cas présenté, il apparaît que la convection thermique est responsable de boucles de recirculations à proximité de la lingotière refroidie dans le laitier et du front de solidification dans le puits liquide, orientées dans le sens horaire si l'on se place à droite de l'axe de symétrie. La combinaison de la force électromagnétique et de la convection naturelle conduit à une

zone d'instabilités sous l'électrode, où l'on observe l'apparition sporadique de vortex. Les résultats montrent que le mouvement du laitier est faiblement turbulent alors que celui du puits liquide est laminaire.

L'écoulement du laitier permet un bon mélange qui conduit à une température assez homogène. Au voisinage de l'interface laitier/métal ainsi que dans le puits liquide, le modèle prédit une stratification thermique horizontale marquée.

Le calcul de l'évolution de l'épaisseur de la peau de laitier montre qu'elle dépend du profil de vitesse de fusion, dans le cas de la refusion présentée (fusion A).

Enfin, les profils de puits liquides simulés ont une forme en «V», caractéristique du procédé ESR.

Comme tout modèle numérique, il a été nécessaire de valider les résultats des simulations par confrontation avec l'expérience. Dans ce but, quatre refusions ont été spécifiquement réalisées par Aubert&Duval à l'aciérie des Ancizes : un superalliage base nickel (Nimonic 80, diamètre 515 mm), un acier faiblement allié (20NCD13, diamètre 515mm), et deux aciers plus fortement alliés (E-Z5CNU15.05, diamètre 515 mm et Z36CDV5, diamètre 815 mm). La méthode de validation indirecte retenue est basée sur des additions de billes de nickel ou de soufre (sous forme de sulfure de manganèse ou de fer) au cours des fusions. Après attaques chimiques, adaptées à la nuance refondue et au type de marquage, l'observation des macrographies longitudinales des lingots permet de visualiser les profils des puits liquides correspondants aux additions, et de les comparer aux puits liquides calculés.

Cette comparaison a montré une bonne correspondance entre les résultats numériques et expérimentaux. Nous avons mis en évidence toute l'importance d'une détermination précise des propriétés thermophysiques des matériaux, en particulier celles du laitier, sans quoi les prédictions du modèle peuvent être éloignées de la réalité (cf. fusion C). Lorsque cela a été possible, nous avons également prélevé des échantillons de peau de laitier solide, dont l'épaisseur est légèrement surestimée par le modèle.

Le comportement électromagnétique est bien prédit par le modèle, à condition que certains paramètres, comme l'immersion de l'électrode ou la conductivité électrique du laitier, soient correctement estimés.

Enfin, nous avons illustré l'utilisation du modèle pour étudier et analyser l'influence de divers paramètres opératoires tels que la profondeur d'immersion de l'électrode, le taux de remplissage et la pression de l'eau du circuit de refroidissement. Les principales conclusions concernent le comportement du laitier. Les résultats concernant le lingot sont présentés à titre d'exemple et doivent être analysés avec précaution. En effet, le profil de vitesse de fusion est une donnée du modèle, dans sa version actuelle, que nous avons conservée identique pour toutes les simulations. Ainsi, l'influence directe de la variation d'un paramètre sur la vitesse de fusion n'est pas prise en compte.

En ce qui concerne la variation de la profondeur d'immersion de l'électrode, nous avons montré que la résistance équivalente du laitier varie linéairement avec la

distance électrode-lingot. Ainsi, une faible immersion conduit à un maximum de puissance produite par effet Joule, pour un volume de laitier donné, à intensité constante.

La taux de remplissage influence la résistance équivalente du laitier qui est inversement proportionnelle à la section de passage du courant, comprise entre celle de l'électrode et celle du lingot. Ainsi plus le taux de remplissage est faible, plus la résistance du laitier est élevée, permettant d'obtenir le maximum de puissance produite par effet Joule, à volume de laitier et intensité constants. Le comportement hydrodynamique est également régi par le taux de remplissage. En effet, à faible taux de remplissage, l'écoulement du laitier est constitué de seulement deux boucles de recirculation, l'une à proximité de la lingotière refroidie (convection thermique) et l'autre au voisinage du « coin » de l'électrode (force électromagnétique). Pour un fort taux de remplissage, on observe également une boucle de recirculation à proximité de la lingotière, induit par la convection thermique, et plusieurs tourbillons instables sous l'électrode, dus à la combinaison des forces électromagnétique et de convection thermique.

Enfin, nous avons montré que la pression d'eau dans le circuit de refroidissement peut exercer une influence sur le mécanisme de refroidissement de la lingotière. Lorsque cette pression est importante, le régime d'ébullition nucléée ne joue pratiquement aucun rôle sur le refroidissement du creuset alors qu'il permet de maintenir les températures maximales atteintes dans la lingotière à des valeurs plus faibles si la pression diminue.

### **Perspectives :**

A l'issue de cette étude, plusieurs voies d'améliorations du modèle ont été dégagées.

Tout d'abord, l'utilisation du modèle dans un but prédictif est aujourd'hui limitée par le fait que le profil de vitesse de fusion en fonction du temps demeure une donnée d'entrée du modèle. Actuellement, il est nécessaire avant toute simulation d'estimer à la fois la vitesse de fusion et l'intensité efficace du courant. Ceci implique généralement l'utilisation de profils de fusions déjà réalisés. La modélisation de la thermique de l'électrode, avec le calcul explicite de sa fusion, permettra de pallier cet obstacle. Par ailleurs, la modélisation de la fusion de l'électrode conduira à prendre en compte aussi bien un changement de sa forme qu'une variation de sa profondeur d'immersion, permettant d'affiner la précision des résultats. Ainsi, l'immersion de l'électrode ne sera plus un paramètre fixe durant le calcul mais pourra évoluer tout comme lors d'une fusion réelle. On pourrait alors imaginer, à long terme, qu'un « système de régulation » soit implémenté dans le modèle, ayant la même fonction que le système de régulation d'un four ESR puisqu'il permettrait d'adapter l'immersion en fonction du profil de vitesse de fusion ou d'intensité efficace recherché. Il faut cependant être conscient que, si les phénomènes physiques à traiter restent relativement simples, il sera nécessaire de mener une réflexion approfondie sur les solutions numériques envisageables, qui ne sont certainement pas triviales. Par

exemple, comment traiter le comportement d'une cellule du maillage de l'électrode qui atteint la température de liquidus du métal ?

Par ailleurs, les résultats du modèle ont montré que le laitier ne se solidifie pas toujours au contact de la lingotière refroidie par eau. Ceci implique qu'il peut y avoir un contact électrique entre le laitier et le creuset. Dans ce cas, une fraction non négligeable du courant peut circuler de l'électrode vers la lingotière, puis la base. Cette possibilité a été testée durant les travaux préliminaires de cette étude. Nous avons choisi de mailler la lingotière, afin d'y calculer la distribution de courant électrique. Ces essais ont été réalisés sur le modèle électromagnétique seul, ne permettant donc pas de prendre en compte la croissance du lingot. Le lecteur intéressé peut par ailleurs consulter les travaux de Patel [29, 55], dont l'étude est basée sur une solution analytique.

Enfin, afin de réaliser une modélisation complète du procédé de refusion sous laitier électroconducteur, il sera indispensable de prédire le transport de matière et les transferts réactifs entre laitier et métal. Le transport de matière par conduction et convection peut rapidement être implémenté dans le modèle ESR, tout comme il l'a été dans le code SOLAR. La partie la plus délicate reste la prédiction des réactions laitier/métal aux interfaces (laitier/électrode, laitier/puits liquide, laitier/gouttes). Le couplage avec un logiciel thermodynamique semble être la meilleure voie à explorer afin d'atteindre cet objectif. Par exemple, le logiciel CEQCSI développé par Arcelor Research [56, 57, 58] pourrait être utilisé dans ce cadre (la prise en compte de laitiers fluorés peut toutefois se révéler alors particulièrement difficile).

# Bibliographie

- [1] S. Hans, *Modélisation des transferts couplés de chaleur, de soluté et de quantité de mouvement lors de la refusion à l'arc sous vide (VAR) - Application aux alliages de titane*, Thèse de Doctorat, INPL, Nancy, 1995.
- [2] T. Quatravaux, *Evolution de la modélisation du procédé VAR - Contribution à la description de la dispersion inclusionnaire dans le puits liquide et à la prévention de défauts de solidification*, Thèse de Doctorat, INPL, Nancy, 2004.
- [3] A. Jardy, *Modélisation des procédés de refusion à électrode consommable, Application à l'Inconel 718*, Thèse de Doctorat, INPL, Nancy, 1984.
- [4] L. A. Bertram, R. Minisandram and K. O. Yu, *Vacuum Arc Remelting and Electroslag Remelting, Modelling for casting and solidification processing*, Marcel Dekker, Inc., New York- Basel, 2002, pp. 565-612.
- [5] V. Weber, A. Jardy, B. Dussoubs, D. Ablitzer, S. Hans, S. Rybéron, V. Schmitt and H. Poisson, *Intérêt de la refusion d'électrode consommable pour la maîtrise des structures de solidification*, Matériaux 2006, SF2M, Dijon, France, 2006.
- [6] E. Niyama, *Modeling solidification of castings*, Transactions of the Japan Foundrymen's Society, 7 (1988), pp. 7-10.
- [7] I. Vannier, *Modélisation de la solidification des lingots d'acier*, Thèse de Doctorat, INPL, Nancy, 1995.
- [8] B. Rabia, *La formation des structures équiaxes: mouvement des grains, croissance, refusion, conséquences sur la macroségrégation*, Thèse de Doctorat, INPL, Nancy, 2004.
- [9] W. E. Duckworth and G. Hoyle, *Electro-slag Refining*, Chapman and Hall, London, 1969.
- [10] G. Hoyle, *ElectroSlag Processes - Principles and practices*, Applied Science Publishers, London and New York, 1983.
- [11] A. Mitchell, *Slag functions in the ESR Process*, in P. D. Lee, A. Mitchell, R. L. Williamson and A. S. Ballantyne, ed., *International Symposium on Liquid Metal Processing and Casting LMPC 2005*, ASM international, Santa Fe, 2005, pp. 195-200.
- [12] G. Hoyle, *Surface phenomena in ESR*, 6th International Conference on Vacuum Metallurgy, San Diego, 1979, pp. 624-640.
- [13] R. J. Siddall, *Comparison of the attributes of VIM+ESR and VIM+VAR alloy 718*, in E. A. Loria, ed., *Superalloys 718, 625 and various derivatives*, TMS, 1991.
- [14] A. Soller, *Refusion à l'arc sous vide du superalliage 718: Modélisation du procédé et étude de la formation des "white spots"*, Thèse de Doctorat, INPL, Nancy, 2006.

- [15] A. Mitchell, *White spots in VAR superalloy, Vacuum melting conference on specialty metals melting and processing*, 1985, pp. 55-61.
- [16] B. Hernandez-Morales and A. Mitchell, *Review of mathematical models of fluid flow, heat transfer, and mass transfer in ESR process*, *Ironmaking and Steelmaking*, 26 (1999), pp. 423-438.
- [17] A. S. Ballantyne and A. Mitchell, *Modelling of ingot thermal fields in consumable electrode remelting processes*, *Ironmaking and Steelmaking*, 4 (1977), pp. 222-239.
- [18] A. H. Dilawari and J. Szekely, *A mathematical model of slag and metal flow in the ESR process*, *Metallurgical Transactions B*, 8B (1977), pp. 227-236.
- [19] A. H. Dilawari and J. Szekely, *Heat transfer and fluid flow phenomena in ESR*, *Metallurgical Transactions B*, 9B (1978), pp. 77-87.
- [20] M. Choudhary and J. Szekely, *Modeling of pool profiles, temperature profiles and velocity fields in ESR systems*, *Metallurgical Transactions B*, 11 (1980), pp. 439-453.
- [21] S. V. Patankar, *Numerical heat transfer and fluid flow*, Mc Graw-Hill Company, 1980.
- [22] Y. M. Ferng, C. C. Chieng and C. Pan, *Numerical simulations of electro-slag remelting process*, *Numerical Heat Transfer, Part A*, 16 (1989), pp. 429-449.
- [23] L. A. Bertram, R. Minisandram and M. G. Volas, *Production Var of Ti-6-4 with strong electromagnetic stirring, International Symposium on Liquid Metal Processing and Casting LMPC 2001*, AVS, Santa Fe, 2001, pp. 225-231.
- [24] K. M. Kelkar, J. Mok, S. V. Patankar and A. Mitchell, *Computational modelling of ESR processes*, *Journal de Physique IV*, 120 (2004), pp. 421-428.
- [25] K. M. Kelkar, S. V. Patankar and A. Mitchell, *Computational modeling of the electroslag remelting process used for the production of ingots of high-performance alloys*, in P. D. Lee, A. Mitchell, R. L. Williamson and A. S. Ballantyne, ed., *International Symposium on Liquid Metal Processing and Casting LMPC 2005*, ASM International, Santa Fe, 2005, pp. 137-144.
- [26] S. Viswanathan, D. K. Melgaard, A. D. Patel and D. G. Evans, *Effect of processing parameters on temperatures profiles, fluid flow, and pool shape in the ESR process*, in P. D. Lee, A. Mitchell, R. L. Williamson and A. S. Ballantyne, ed., *International Symposium on Liquid Metal Processing and Casting LMPC 2005*, ASM International, Santa Fe, 2005, pp. 145-154.
- [27] S. Viswanathan, A. D. Patel, K. Kelkar, D. G. Evans, D. K. Melgaard, R. Minisandram and S. V. Patankar, *2D steady-state analysis of temperature profiles, fluid flow, and pool shape in the ESR process*, in C. A. Gandin and M. Bellet, ed., *Modeling of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes XI*, TMS, Opio, 2006, pp. 977-984.
- [28] A. D. Patel, *Analytical model for the electromagnetic fields in ESR and VAR processes*, in P. D. Lee, A. Mitchell, J. P. Bellot and A. Jardy, ed., *International*

- Symposium on Liquid Metal Processing and Casting LMPC 2003*, SF2M, Nancy, 2003, pp. 205-214.
- [29] A. D. Patel, *An analysis of electromagnetic fields in ESR*, in P. D. Lee, A. Mitchell, R. L. Williamson and A. S. Ballantyne, ed., *International Symposium on Liquid Metal Processing and Casting LMPC 2005*, ASM International, Santa Fe, 2005, pp. 173-183.
- [30] A. Kharicha, A. Ludwig and M. Wu, *Shape and stability of the slag/melt interface in a small DC ESR process*, *Materials Science and Engineering A*, 413-414 (2005), pp. 129-134.
- [31] A. Kharicha, W. Shutzenhöfer, A. Ludwig and G. Reiter, *Simulation of the slag / pool interface in the ESR process by using a VOF technique*, in C. A. Gandin and M. Bellet, ed., *Modeling of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes XI*, TMS, Opio, 2006.
- [32] A. Jardy, D. Ablitzer and J. F. Wadier, *Magnetohydrodynamic and thermal behavior of electroslag remelting slags*, *Metallurgical Transactions B*, 22B (1991), pp. 111-120.
- [33] M. Choudhary and J. Szekely, *The effect of temperature dependent electrical conductivity on flow and temperature fields in slags in ESR systems*, *Metallurgical Transactions B*, 12 (1981), pp. 418-421.
- [34] E. Herbst, *Données thermodynamiques et thermophysiques des laitiers ESR, Etude bibliographique*, Centre de recherche de Trappes, Trappes, 2004.
- [35] B. E. Launder and D. B. Spalding, *The numerical computation of turbulent flows*, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 3 (1974), pp. 269-289.
- [36] S. B. Pope, *Turbulent flows*, Cambridge University Press, Cambridge, 2000.
- [37] A. Mitchell and J. Wadier, *Some observations on the radiative properties of ESR slags*, *Canadian Metallurgical Quarterly*, 20 (1981), pp. 373-386.
- [38] H. Schlichting, *Boundary layer theory*, Mc Graw Hill, New York, 1960.
- [39] R. M. Ward, P. Chapelle, J. P. Bellot and A. Jardy, *Electrical current flow and magnetic phenomena during VAR melting of a zirconium alloy*, LSG2M / Areva, 2006.
- [40] P. Chapelle, R. M. Ward, A. Jardy, V. Weber, J. P. Bellot and M. Minvielle, *Lateral boundary conditions for heat transfer and electrical current flow during VAR of a zirconium alloy*, in P. D. Lee, A. Mitchell, J. P. Bellot and A. Jardy, ed., *International Symposium on Liquid Metal Processing and Casting LMPC 2007*, SF2M, Nancy, 2007, pp. 7-12.
- [41] A. Laforgue and M. Thouvenin, *Simulation numérique du transfert de chaleur par conduction dans la lingotière d'un four de refusion VAR et ESR, Rapport de projet 3A*, Ecole des Mines de Nancy, Nancy, 2007.
- [42] L. C. Burmeister, *Convective heat transfer*, Wiley, New York, 1983.

- [43] A. M. Bianchi, Y. Fautrelle and J. Etay, *Transferts thermiques*, Lausanne, 2004.
- [44] J. P. Van Doormaal and G. D. Raithby, *Enhancements of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flows*, Numerical Heat Transfer, 7 (1984), pp. 147-163.
- [45] C. A. J. Fletcher, *SIMPLE formulations, Computational techniques for fluid dynamics (Volume II)*, 1986, pp. 357-363.
- [46] K. C. Mills, *The physicochemical properties of slags - Part V: Review of the phase diagram for CaF<sub>2</sub>-based slags*, NPL, Teddington, Middlesex TW 11, UK, 1979.
- [47] K. C. Mills and B. J. Keene, *Physicochemical properties of molten CaF<sub>2</sub>-based slags*, International Metals Reviews, 1 (1981), pp. 21-69.
- [48] M. Allibert, H. Gaye, J. Geiseler, D. Janke, B. J. Keene, D. Kirner, M. Kowalski, J. Lehmann, K. C. Mills, D. Neuschütz, R. Parra, C. Saint-Jours, P. J. Spencer, M. Susa, M. Tmar and E. Woermann, *Slag Atlas*, Düsseldorf, 1995.
- [49] D. Bialod, J. P. Saint Germain, V. Igne and L. Missenard, *Induction, conduction électrique dans l'industrie*, Electra, 1996.
- [50] P. Hammond, *Electromagnetism for engineers, An introductory course, Fourth Edition*, Oxford science publications, 1997.
- [51] S. E. Schwarz, *Electromagnetics for engineers*, Saunders College Pub, Philadelphia, 1990.
- [52] P. Auburtin, T. Wang, S. Cockcroft and A. Mitchell, *Freckle formation and freckle criterion in superalloy castings*, Metallurgical and Materials Transactions B, 31 (2000), pp. 801-811.
- [53] L. A. Bertram, P. R. Schunk, S. N. Kempka, F. Spadafora and R. Minisandram, *The macroscale simulation of remelting processes*, JOM (1998), pp. 18-21.
- [54] F. Kermarrec, *Simulation numérique du procédé de refusion ESR*, Ecole Nationale Supérieure de Chimie de Clermont Ferrand / Aubert & Duval, Clermont-Ferrand, 2007.
- [55] A. D. Patel, *Effet of electrode pipe and mold current on electromagnetic fields in ESR*, in P. D. Lee, A. Mitchell, J. P. Bellot and A. Jardy, ed., *International symposium on Liquid Metal Processing and Casting LMPC 2007*, SF2M, Nancy, 2007, pp. 95-100.
- [56] H. Gaye, M. Nadif, P. V. Riboud, J. Saleil and M. Faral, *Réaction métal-laitier et contrôle de la composition des inclusions résiduelles en métallurgie secondaire*, Revue de métallurgie CIT (1987), pp. 759-771.
- [57] H. Gaye, J. Lehmann, P. V. Riboud and J. Welfringer, *Thermodynamics of slags: use of slag model to describe metallurgical reactions*, Mémoires et Etudes Scientifiques, Revue de Métallurgie (1989), pp. 237-244.

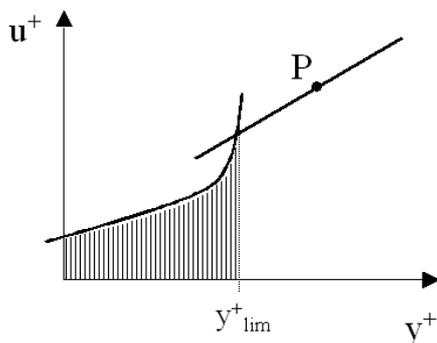
- [58] H. Gaye, J. Lehmann, P. Rocabois and F. Ruby-Meyer, *Traitements métal-laitier pour l'élaboration d'aciers de qualité, Congrès de Matériaux 2002*, Tours, 2002.
- [59] R. Schiestel, *Les écoulements turbulents, modélisation et simulation (2ème édition revue et augmentée)*, Hermes, Paris, 1998.



# Annexe 1

L'écoulement près d'une paroi solide peut être le siège de gradients très intenses qui nécessitent alors l'emploi de maillages très fins. Concrètement, la largeur de maille devrait être inférieure à l'épaisseur de la sous-couche laminaire. La méthode des fonctions de paroi représente une solution plus avantageuse, basée sur une formulation globale intégrée de la zone pariétale [59], et permet l'emploi d'un maillage plus lâche près de la paroi. C'est pourquoi nous avons choisi de conserver cette approche déjà utilisée par Hans [1] et Quatravaux [2] dans le logiciel SOLAR.

La méthode est basée sur une formulation utilisant la racine carrée de l'énergie cinétique turbulente comme échelle de vitesse, au point de discrétisation le plus proche de la paroi (P).



**figure A1. 1 : Schéma à deux zones de paroi implémenté dans le programme**

On définit tout d'abord  $y^+$  et  $u^+$ , la distance adimensionnelle à la paroi et la vitesse adimensionnelle tangente à la paroi :

$$y^+ = \frac{y_p c_\mu^{1/4} k_p^{1/2}}{\nu} \quad \text{et} \quad u^+ = \frac{u_p \rho c_\mu^{1/4} k_p^{1/2}}{\tau_w}$$

$y_p$  est la distance réelle entre le point P et la paroi,  $u_p$  la vitesse réelle du fluide en P, supposée tangente à la paroi.

$\nu$  est la viscosité cinématique du fluide,  $\rho$  sa masse volumique et  $\tau_w$  la contrainte tangentielle de frottement à la paroi, que l'on peut exprimer grâce aux relations précédentes de la manière suivante :

$$\tau_w = \mu \frac{u_p}{u^+} \frac{y^+}{y_p}$$

Si la tension de cisaillement totale peut être supposée constante dans la couche limite turbulente, il y a raccordement entre un profil de vitesse logarithmique

( $u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + B$ ) et un profil linéaire dans la sous-couche où prédominent les effets visqueux ( $u^+ = y^+$ ). Au raccordement des deux profils, c'est-à-dire lorsque l'épaisseur adimensionnelle est celle de la sous-couche laminaire ( $y_{lim}^+$ ), nous avons :

$$u^+ = y^+ = y_{lim}^+$$

Dans le cas d'une paroi lisse,  $y_{lim}^+$  prend la valeur 11,6 [59].

Il est maintenant possible de calculer la constante B et, par suite, la vitesse adimensionnelle du fluide tangente à la paroi :

$$u^+ = y_{lim}^+ + \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y^+}{y_{lim}^+}$$

En conclusion, si le point P est situé dans la sous-couche visqueuse c'est-à-dire si :  $y^+ \leq y_{lim}^+$ , le profil de vitesse est linéaire et la contrainte tangentielle s'obtient par :

$$\tau_w = \mu \frac{u_P}{y_P}$$

En revanche, si le point P se situe dans la couche limite turbulente, lorsque :  $y^+ > y_{lim}^+$ , le profil de vitesse est logarithmique et la contrainte tangentielle vaut :

$$\tau_w = \mu \frac{u_P}{y_{lim}^+ + \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y^+}{y_{lim}^+}} \frac{y^+}{y_P}$$

A partir de la contrainte tangentielle de Reynolds, il est alors possible de calculer le terme de production d'énergie cinétique turbulente au voisinage de la paroi :

$$P_k = \tau_w \frac{u_P}{y_P}$$

Grâce à la théorie de la longueur de mélange de Prandtl, nous obtenons une relation pour calculer le taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente dans la couche limite ( $\varepsilon = (c_\mu^{1/2} k)^{3/2} / l$ ), puisque dans ce cas la longueur de mélange est proportionnelle à la distance à la paroi ( $l = \kappa y$ , où  $\kappa = 0,4$  est la constante de Von Karman) :

$$\varepsilon_P = \frac{c_\mu^{3/4} k_P^{3/2}}{\kappa y_P}$$

Les deux relations précédentes peuvent alors être utilisées pour calculer l'énergie cinétique turbulente au voisinage de la paroi.

## Annexe 2

<p><b>Electromagnétisme</b></p> $\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \hat{H}_\theta) \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} (\hat{H}_\theta) = j\omega\mu_0\sigma\hat{H}_\theta + \frac{\hat{J}_r}{\sigma} \frac{\partial\sigma}{\partial z} - \frac{\hat{J}_z}{\sigma} \frac{\partial\sigma}{\partial r}$
<p><b>Quantité de mouvement</b></p> $\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{\partial u_r}{\partial t} + \rho u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \rho v_z \frac{\partial u_r}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} \left( (\mu + \mu_t) \frac{1}{r} \frac{\partial (ru_r)}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( (\mu + \mu_t) \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) - \frac{\mu}{K} u_r + \langle F_r \rangle \\ \rho \frac{\partial v_z}{\partial t} + \rho u_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \rho v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( (\mu + \mu_t) r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( (\mu + \mu_t) \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + \rho g_z - \frac{\mu}{K} v_z + \langle F_z \rangle \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_r) + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \end{array} \right.$
<p><b>Turbulence</b></p> $\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \left( u_r \frac{\partial k}{\partial r} + v_z \frac{\partial k}{\partial z} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) r \frac{\partial k}{\partial r} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial z} \right\} + P_k + G_k - \rho \varepsilon - \frac{2\mu}{K} k \\ \rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho \left( u_r \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} + v_z \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) r \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right\} \\ \quad + \left( c_{\varepsilon 1} (P_k + c_{\varepsilon 3} G_k) - c_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon - c_{\varepsilon 3} \frac{2\mu}{K} k \right) \frac{\varepsilon}{k} \end{array} \right.$
<p><b>Chaleur</b></p> $\rho \frac{\partial H}{\partial t} + \rho C_p \left[ u_r \frac{\partial T}{\partial r} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} \right] = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( (\lambda + \lambda_t) r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( (\lambda + \lambda_t) \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q_{joule}$

**Tableau A2 1 : Principales équations constituant le modèle ESR**

Interfaces	Electromagnétisme	Mouvement	Turbulence	Chaleur
Sommet de l'électrode	$\frac{\partial \hat{H}_\theta}{\partial z} = 0$	Hors du domaine de résolution	Hors du domaine de résolution	Hors du domaine de résolution
Surface latérale de l'électrode (non immergée dans le laitier)	$\hat{H}_\theta = \frac{I_{eff}}{\pi \sqrt{2} R_{electrode}}$	Hors du domaine de résolution	Hors du domaine de résolution	Hors du domaine de résolution
Interface verticale électrode/laitier	$\left. \frac{\partial \hat{H}_\theta}{\partial r} \right _{laitier} = \frac{\sigma_{laitier}}{\sigma_{electrode}} \left. \frac{\partial \hat{H}_\theta}{\partial r} \right _{electrode}$	$u_r = v_z = 0$	Annulation de la turbulence	$T = T_{liquidus\ metal}$
Interface horizontale électrode/laitier	$\left. \frac{\partial \hat{H}_\theta}{\partial z} \right _{laitier} = \frac{\sigma_{laitier}}{\sigma_{electrode}} \left. \frac{\partial \hat{H}_\theta}{\partial z} \right _{electrode}$	$u_r = v_z = 0$	Annulation de la turbulence	$T = T_{liquidus\ metal}$
Surface libre du laitier	$\hat{H}_\theta = \frac{I_{eff}}{\pi \sqrt{2} r}$	$v_z = \frac{\partial u_r}{\partial z} = 0$	$\frac{\partial k}{\partial z} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = 0$	$\Phi_{rayonnement} = \sigma_{SB} \varepsilon_{laitier} (T^4 - T_{ext}^4)$
Surface latérale laitier/lingotière	$\hat{H}_\theta = \frac{I_{eff}}{\pi \sqrt{2} R_{lingotiere}}$	$u_r = v_z = 0$	Fonction de paroi	Fonction de paroi (+couplage avec calcul de la température dans la lingotière)
Surface latérale lingot/lingotière	$\hat{H}_\theta = \frac{I_{eff}}{\pi \sqrt{2} R_{lingotiere}}$	$u_r = v_z = 0$	Fonction de paroi	Fonction de paroi (+couplage avec calcul de la température dans la lingotière)
Interface laitier/puits liquide	$\left. \frac{\partial \hat{H}_\theta}{\partial z} \right _{laitier} = \frac{\sigma_{laitier}}{\sigma_{metal\ liquide}} \left. \frac{\partial \hat{H}_\theta}{\partial z} \right _{metal\ liquide}$	$u_r _{laitier} = u_r _{puits\ liquide}$ , $(\mu + \mu_r) \left. \frac{\partial u_r}{\partial z} \right _{laitier} = (\mu + \mu_r) \left. \frac{\partial u_r}{\partial z} \right _r$ et $v_z = 0$	Continuité de $k$ et $\varepsilon$	Continuité de la température
Base du lingot	$\frac{\partial \hat{H}_\theta}{\partial z} = 0$	$u_r = v_z = 0$	Fonction de paroi	Fonction de paroi (+coefficient d'échange thermique)
Axe de symétrie	$\hat{H}_\theta = 0$	$u_r = \frac{\partial v_z}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial k}{\partial r} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial T}{\partial r} = 0$

Tableau A2 2 : Conditions aux limites du modèle ESR

# Annexe 3

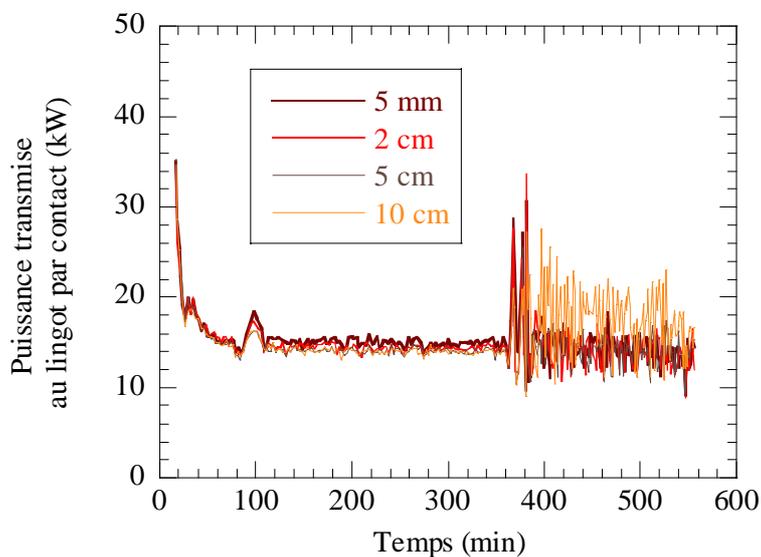


figure A3.1 : Influence de l'immersion de l'électrode sur l'évolution de la puissance transmise au puits liquide par contact avec le laitier

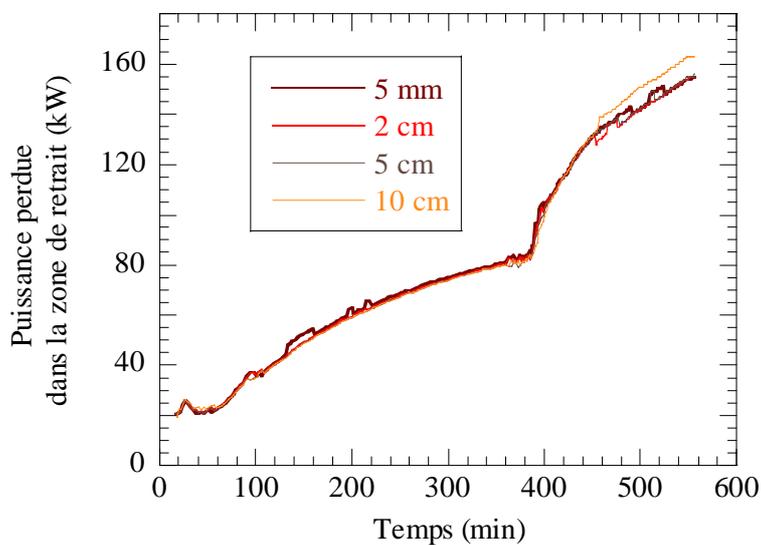
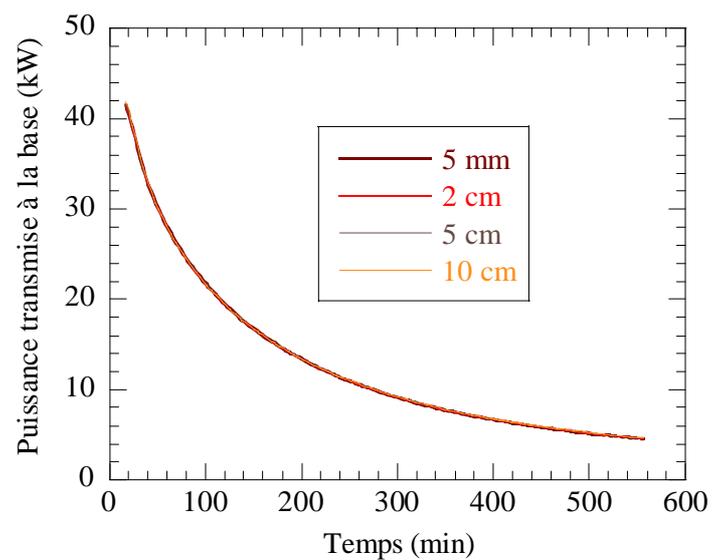


figure A3.2 : Influence de l'immersion de l'électrode sur l'évolution de la puissance perdue par le lingot dans la zone de retrait



**figure A3.3 : Influence de l'immersion de l'électrode sur l'évolution de la puissance transmise par le lingot à la base**

## Annexe 4

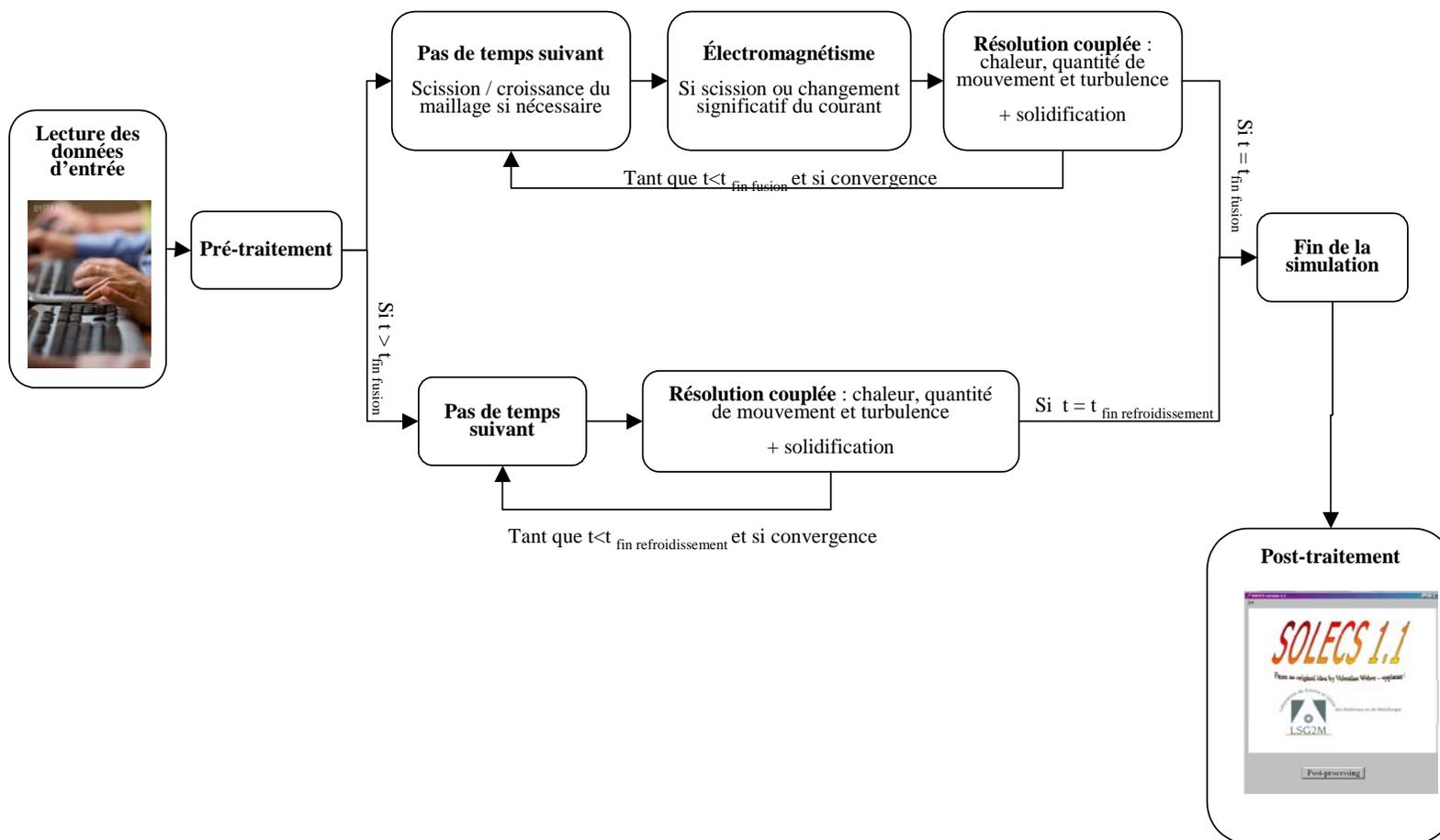


Figure A4.1 : Organigramme du modèle de simulation globale du procédé ESR



AUTORISATION DE SOUTENANCE DE THESE  
DU DOCTORAT DE L'INSTITUT NATIONAL  
POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

o0o

VU LES RAPPORTS ETABLIS PAR :

**Monsieur Yves FAUTRELLE, Professeur, EPM-MADYLAM, ENSHN de Grenoble, Saint Martin  
d'Hères**

**Monsieur Frédéric GRUY, Maître de Recherche, Centre SPIN, ENSME, Saint Etienne**

Le Président de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, autorise :

**Madame WEBER Valentine**

à soutenir devant un jury de l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE,  
une thèse intitulée :

**"Simulation numérique du procédé de refusion sous laitier électroconducteur"**

en vue de l'obtention du titre de :

**DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE**

Spécialité : « **Science et ingénierie des matériaux** »

Fait à Vandoeuvre, le 18 février 2008

Le Président de l'I.N.P.L.,

F. LAURENT



Pour le Président  
Le Vice-Président,

**Jacques JARAY**





## Simulation numérique du procédé de refusion sous laitier électroconducteur

Le procédé de refusion sous laitier électroconducteur (Electro Slag Remelting ou ESR) est aujourd'hui largement utilisé pour la production d'alliages métalliques à haute valeur ajoutée, comme les aciers spéciaux ou les superalliages base nickel. La modélisation mathématique et la simulation numérique du procédé ESR présentent un grand intérêt puisque les études expérimentales sur installations industrielles sont coûteuses et souvent difficiles à mettre en oeuvre. Ainsi, afin d'améliorer la compréhension et la maîtrise de la conduite d'une refusion, un modèle prédictif a été développé dans le cadre de cette étude.

Il décrit les transferts couplés de chaleur et de quantité de mouvement lors de la croissance et de la solidification d'un lingot, en géométrie axisymétrique. La résolution des équations est basée sur une approche de type volumes finis. Le modèle tient compte de l'effet Joule dans le laitier résistif, des forces électromagnétiques et de la turbulence éventuelle de l'écoulement des phases liquides. La zone pâteuse est traitée comme un milieu poreux. Le modèle permet notamment de prédire la formation de la peau de laitier solide qui entoure le laitier et le lingot. Par ailleurs, il offre l'avantage de simuler le comportement du lingot et du laitier après la coupure finale du courant.

Le développement s'est accompagné d'une importante étape de validation. Quatre refusions à l'échelle industrielle ont ainsi été réalisées à l'aciérie des Ancizes (Aubert&Duval). Les observations expérimentales ont ensuite été confrontées aux résultats du calcul. La comparaison a montré que le modèle peut être utilisé afin de prédire le comportement du procédé, à condition d'accorder une attention particulière à l'estimation des propriétés thermophysiques du métal, et surtout du laitier.

Enfin, afin d'illustrer l'utilisation du modèle comme support à la compréhension du procédé, nous avons étudié l'influence de la variation de paramètres opératoires tels que la profondeur d'immersion de l'électrode, le taux de remplissage ou la pression de l'eau de refroidissement.

*Mots-clés : refusion sous laitier électroconducteur (ESR), modélisation mathématique, transferts couplés, laitier, validation, bilans thermiques globaux, épaisseur de peau*

## A comprehensive model of the ElectroSlag Remelting process

Electro Slag Remelting (ESR) is widely used for the production of high-value-added alloys such as special steels or nickel-based superalloys. Because of high trial costs and complexity of the process, trial-and-error based approaches are not well suitable for fundamental studies and optimization of the process.

Consequently, a transient-state numerical model which accounts for electromagnetic phenomena and coupled heat and momentum transfers in an axisymmetrical geometry has been developed. The model simulates the continuous growth of the electroslag remelted ingot through a mesh-splitting method. In addition, solidification of the metal and slag is modelled by an enthalpy-based technique. A turbulence model is implemented to compute the motion of liquid phases (slag and metal), while the mushy zone is described as a porous medium whose permeability varies with the liquid fraction, thus enabling an accurate calculation of solid/liquid interaction. The coupled partial differential equations are solved using a finite-volume technique.

Computed results are compared to experimental observation of 4 industrial remelted ingots fully dedicated to the model validation step. Pool depth and shape are particularly investigated in order to validate the model. Comparison shows that the model can be used as a predictive tool to analyse the process behavior. Nevertheless, it is necessary to pay a particular attention to the estimation of the thermophysical properties of metal and especially slag.

These results provide valuable information about the process performance and influence of operating parameters. In this way, we present some examples of model use as a support to analyse the influence of operating parameters. We have studied the variation of electrode immersion depth, fill ratio and water pressure in the cooling circuit.

*Keywords : ElectroSlag Remelting (ESR), numerical modelling, coupled transfers, slag, validation, global thermal balance, skin depth*