



HAL
open science

Mise en place d'une méthodologie pour l'identification de modèles d'extrapolation de température: application aux équipements de nacelles de turboréacteurs

Fermin Uriz Jauregui

► To cite this version:

Fermin Uriz Jauregui. Mise en place d'une méthodologie pour l'identification de modèles d'extrapolation de température: application aux équipements de nacelles de turboréacteurs. Autre. Université de Lorraine, 2012. Français. NNT : 2012LORR0381 . tel-01749596

HAL Id: tel-01749596

<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01749596>

Submitted on 29 Mar 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

THESE DE DOCTORAT

Présentée à l'INPL
en vue d'obtenir le grade

Docteur de l'Université de Lorraine
Spécialité Mécanique et Energétique

Par

Fermín ÚRIZ JÁUREGUI

MISE EN PLACE D'UNE METHODOLOGIE POUR
L'IDENTIFICATION DE MODELES D'EXTRAPOLATION DE
TEMPERATURE:

"Application aux équipements de nacelle de turboréacteurs"

Soutenue publiquement le 07/06/2012 devant le jury composé de :

Rapporteurs :

L. AUTRIQUE

D. PETIT

Professeur Université d'Angers, LISA – ISTIA, ANGERS

Professeur Ensma, INSTITUT P', POITIERS

Examineurs :

J.L. BATTAGLIA

A. DEGIOVANNI

B.REMY

Professeur Ensam, I2M-TREFLE, BORDEAUX

Professeur Université de Lorraine, LEMTA, NANCY

Maitre de Conférences Université de Lorraine, LEMTA, NANCY

Invités :

O. VERSEUX.

Responsable Intégration Thermique Moteur, AIRBUS, TOULOUSE

Remerciements

Parce que c'est une tradition, parce que c'est juste, mais surtout parce que c'est un plaisir, je voudrais remercier toutes ces personnes qui, pendant ces trois années de travail, m'ont prêté leur temps, leur expérience, leurs connaissances, leurs critiques et dans beaucoup de cas leur sincère amitié.

Je tiens à exprimer tout d'abord mes remerciements aux membres du jury, qui ont accepté d'évaluer mon travail de thèse. Merci aux professeurs Daniel Petit et Laurent Autrique. Leurs remarques et suggestions lors de la lecture de mon mémoire m'ont permis d'apporter des améliorations à la qualité de ce dernier. Merci également à Jean Luc Battaglia pour avoir accepté d'examiner mon mémoire et de faire partie de mon jury de thèse.

Que le professeur Alain Degiovanni, mon directeur de thèse, trouve ici l'expression de mes plus vifs remerciements pour la confiance qu'il m'a témoignée tout au long de ce travail et pour les conseils qu'il n'a pas hésité à me prodiguer.

Mes remerciements les plus sincères à Benjamin Rémy, mon co-directeur, pour m'avoir accueilli, orienté et supporté pendant ces trois ans. Merci Benjamin pour l'aide que tu m'as accordée pendant toutes ces années de thèse. Je te remercie de ton amabilité, ta patience, mais surtout, pour les précieux conseils scientifiques que tu m'as apporté pour ces travaux.

A Olivier Verseux, mon tuteur industriel, ma reconnaissance pour son encadrement, ses conseils, et pour la multitude de pistes, explorées ou non. La confiance qu'il m'a accordée ainsi que nos nombreuses discussions m'ont permis de progresser et de mieux appréhender les différentes facettes du métier d'ingénieur. Merci Olivier d'avoir toujours accepté de me laisser faire mes choix et de ne jamais fermer la porte.

C'est au sein de deux entités, le laboratoire LEMTA et l'entreprise AIRBUS, que cette étude a été réalisée. A ce titre, je remercie Monsieur Denis Maillet, Professeur au sein du laboratoire de m'avoir accueilli au sein du groupe de recherche énergie et transferts du laboratoire. Egalement, je tiens à remercier à Monsieur Eric Desmet, responsable du département intégration des systèmes propulsifs de m'avoir accueilli dans son groupe pendant ces trois années de thèse.

Je tiens à remercier l'ensemble de l'équipe du LEMTA : Valérie Reichhart, Edith Lang, Irène Leonard et Fatiha Boumendjel pour leur gentillesse et leur efficacité lors des difficultés administratives ou logistiques que j'ai rencontrées. Je tiens à remercier particulièrement Franck Demeurie, et Michel Marchand dont l'aide sur le plan technique et expérimental m'a permis de mener à bout cette thèse. Leur soutien s'est avéré déterminant pour mener ce travail à terme.

J'exprime un grand merci également à l'ensemble de l'équipe Thermique et Ventilation du département Intégration Moteurs d'AIRBUS, pour l'accueil, les conseils techniques, les repas de groupe, et les moyens mis à ma disposition. Une pensée particulière aux échanges avec les membres du groupe simulation Yannick Sommerer, Stéphanie Jeanmougin, Hai Nguyen et les commentaires de Julien Erba, Jérémie Robert et Mélanie Lorioux.

Enfin, toute mon affection à ma famille qui a toujours répondu présent, été source de soulagement, et sans qui, tout aurait été plus compliqué. A Helena, sans qui le monde serait moins amusant, tes conseils et ton soutien m'ont donné du courage. Merci.

Table de matières

Remerciements	3
Table de matières	5
Liste de Figures	9
Liste de Tableaux	12
Glossaire et Symboles	13
Introduction Générale	15
I Motivations de l'étude et état de l'art	17
1 Motivations de l'étude.	19
1.1 Présentation générale des conditions thermiques et de ventilation présentes dans la nacelle d'un ensemble propulsif	19
1.2 Exemple industriel de deux équipements moteur.	21
1.2.1 L'IDG (Integrated Drive Generator)	21
1.2.2 La vanne HPV (High Pressure Valve).....	22
1.3 Présentation des extrapolations de température comme moyen de certification.....	23
1.4 Méthodes d'extrapolations utilisées par Airbus et présentation du projet ITEMPS.	25
1.4.1 La méthode du 1°C pour 1°C	25
1.4.2 Les méthodes numériques	25
1.4.3 Le projet ITEMPS	26
2 Introduction à la problématique des méthodes inverses.....	27
2.1 Concept du problème bien posé.....	28
2.2 Choix de la méthode inverse.....	29
2.2.1 Les modèles réduits et l'identification de modèle.	30
2.2.2 Les modèles enthalpiques (bilans enthalpiques).	33
2.2.3 Les modèles autorégressifs.....	34
2.2.4 Les réseaux de neurones	36
3 La méthode enthalpique.....	37
3.1 Introduction à la méthode enthalpique.....	38
3.1.1 Application des bilans enthalpiques sur l'IDG.....	38
3.1.2 Application des bilans enthalpiques sur la vanne HPV.	40
3.1.3 Conclusion sur la modélisation enthalpique.....	42
3.2 Hypothèses et mise en place du problème inverse. Introduction à la méthode des moindres carrés.	43
3.2.1 Propriétés statistiques des estimateurs par moindres carrés.	46
3.2.2 Estimation non-linéaire.	47
4 Proposition de méthodologie d'identification de systèmes.....	48

II	Modèles paramétriques autorégressifs	53
1	Présentation des modèles autorégressifs	55
1.1	Applications thermiques des modèles autorégressifs.....	57
1.2	Modèle autorégressif (AR).....	58
1.3	Modèle autorégressif à moyenne ajusté (ARMA).....	59
1.4	Modèle autorégressif avec grandeur exogène (ARX).....	59
1.5	Modèle autorégressif à moyenne ajustée avec grandeur exogène (ARX).....	62
2	Estimation paramétrique des modèles ARX et propriétés statistiques des paramètres estimés.....	62
2.1	Mise en place et résolution du problème inverse.....	63
2.2	Propriétés statistiques des paramètres estimés.....	65
3	Etude numérique et validation intermédiaire des modèles ARX pour des simulations simples.....	70
3.1	Validation des modèles ARX pour des systèmes à température uniforme.....	71
3.1.1	Une seule source d'excitation du système.....	72
3.1.2	Deux sources simultanées d'excitation du système.....	73
3.2	Validation des modèles ARX par rapport aux systèmes comportant des gradients de température. Expérience intermédiaire.....	76
3.2.1	Présentation du système et modélisation directe. Quadripôles thermiques.....	77
3.2.2	Mise en place d'une expérience pilote.....	80
4	Validation des modèles sur des simulations complexes.....	81
4.1	Application des modèles ARX.....	84
4.1.1	Excitation avec une seule source variable.....	85
4.1.2	Excitation avec deux sources variables en simultané.....	86
4.1.3	Combinaisons des sources et potentiels dans le modèle inverse.....	87
4.2	Etude de l'ordre du modèle.....	88
5	Synthèse	89
III	Résultats expérimentaux.....	91
1	Présentation du dispositif expérimental.....	93
1.1	Description des moyens d'excitation.....	95
1.2	Description de l'instrumentation.....	96
1.2.1	Thermocouples.....	96
1.2.2	Fluxmètres.....	98
1.2.3	Amplificateur.....	98
1.3	Protocole de mise en place de l'expérience.....	99
2	Application des modèles ARX sur des résultats expérimentaux.....	101
2.1	Représentativité des expériences.....	101
2.1.1	Analyse thermique globale d'un équipement industriel.....	101
2.1.2	Description des signaux issus d'un vol d'essais.....	104

2.2	Résultats expérimentaux issus du banc pilote.....	105
2.2.1	Application des modèles ARX sur une configuration expérimentale avec une seule source d'excitation.....	107
2.2.2	Configuration expérimentale avec deux sources d'excitation simultanées.	110
3	Application sur des configurations expérimentales complexes.....	112
3.1	Sources de convection forcée.	113
3.2	Sources de rayonnement.	115
4	Application sur des données de vols d'essais.	116
4.1	Application des modèles ARX sur l'IDG.	117
4.2	Application des modèles ARX sur la vanne HPV.	118
5	Synthèse.	120
IV	Etude du biais de modèle	121
1	Motivation de l'étude du biais. Estimation multi-variables.	123
2	Etude du biais de modèle.	127
2.1	Mise en place du problème.	127
2.2	Estimation du biais à partir d'un intervalle temporel complet.....	129
2.2.1	Erreur moyenne quadratique	130
2.2.2	Application sur un exemple numérique.....	131
2.3	Estimation du biais sur un intervalle temporel variable.....	137
2.3.1	Notion d'estimation variable	137
2.3.2	Interprétations théoriques de l'estimation sur intervalle variable.....	138
3	Application sur des simulations numériques.....	144
3.1	Application sur un modèle linéaire: une parabole biaisée.	145
3.2	Application sur un modèle non linéaire : excitation impulsionnelle (méthode « Flash »).	147
3.3	Simulation industrielle.....	149
4	Synthèse	151
V	Méthodologie d'identification. Perspectives.....	153
1	Sélection de vols	156
2	Choix de la structure inverse.....	157
3	Sélection de l'ordre du modèle	159
3.1	Perspectives	159
3.2	Evaluation de l'outil sur des simulations numériques.....	160
4	Estimation de paramètres	162
5	Sélection de variables.....	162
5.1	Présentation des outils non-paramétriques.....	163
5.1.1	Corrélation linéaire.....	163
5.1.2	Cohérence.....	164
5.2	Evaluation des outils non-paramétriques sur des simulations numériques.	165

5.3	Perspectives: <i>Partial Directed Coherence</i>	166
6	Analyse d'incertitude	169
7	Critère d'acceptation sur la phase d'extrapolation	171
8	Conclusion. 171	
Conclusion Générale.....		173
Bibliographie		175
VI	Annexes.....	179
I-A	Présentation de l'architecture générale du réacteur	181
I-A.1	Les éléments constitutifs du moteur et leurs fonctions	181
I-A.2	Les éléments constitutifs de la nacelle et leurs fonctions	182
I-A.3	Les différentes zones de l'ensemble propulsif	183
I-A.4	L'environnement thermique des équipements	184
I-B	Algorithme de Levenberg-Marquardt	185
I-C	Principe de la résolution Runge-Kutta	187
II-A	Résultats estimation (ΔT_1) sur simulation multicouches	189
III-A	Présentation des bancs pilotes	193
III-B	Résultats expérimentaux	195
III-C	Résultats de l'application sur des équipements moteur	200
III-D	Compléments sur le protocole de lancement de l'expérience.....	202
IV-A	Variation de la <i>Méthode 2</i>	203
V-A	Calcul de la Cohérence.....	207

Liste de Figures

Figure I-1	Les éléments constitutifs de l'ensemble propulsif.....	20
Figure I-2	Schéma des compartiments pour un moteur Trent (Rolls Royce).....	21
Figure I-3	Localisation de l'IDG et de la vanne HPV dans le moteur Trent 500 (a) et Schéma du compartiment fan ou l'IDG est placé (b).....	22
Figure I-4	Vanne HPV (a) et Schéma de l'environnement de la vanne (b).....	23
Figure I-5	Enveloppe de vol.....	23
Figure I-6	Profil de vol avec des grandeurs mesurées lors d'une mission <i>cooling climb</i>	24
Figure I-7	Exemple graphique de la construction des modèles à partir des capteurs de l'environnement des équipements.....	26
Figure I-8	Schéma conceptuel des méthodes inverses.....	27
Figure I-9	Schéma simplifié des étapes de la méthodologie inverse.....	30
Figure I-10	Schéma de principe de la représentation d'état.....	31
Figure I-4	Principe de la réduction de modèle (a) et de l'identification de modèle réduit (b).....	32
Figure I-11	Schéma d'une structure autorécurrente.....	35
Figure I-12	Schéma de structure d'un seul neurone.....	37
Figure I-13	Schéma d'une structure autorécurrente.....	40
Figure I-14	Interprétation graphique des moindres carrés.....	45
Figure I-15	Evolution de l'écart type en fonction de la phase (calibration ou extrapolation) pour une variable aléatoire à moyenne constante.....	49
Figure I-16	Méthodologie proposée dans le cadre du projet ITEMPS.....	50
Figure II-1	Schéma du modèle autorégressif.....	56
Figure II-2	Schéma du modèle autorégressif avec une seule variable exogène.....	56
Figure II-3	Schéma du modèle autorégressif à moyenne ajustée avec variable exogène.....	57
Figure II-4	Relevé des capteurs dans l'environnement du VFG (<i>Variable Freq. Generator</i>).....	58
Figure II-5	Schéma d'un modèle AR avec deux entrées et trois sorties.....	59
Figure II-6	Schéma du modèle autorégressif avec trois variables exogènes.....	60
Figure II-7	Schéma du modèle régressif avec une seule variable exogène.....	61
Figure II-8	Schéma sphère à température uniforme.....	67
Figure II-9	Réponses impulsionnelles associées à chacune des sources du système.....	68
Figure II-10	Courbes estimées pour différents niveaux de bruit de mesure.....	69
Figure II-11	Signaux de Calibration (a) et Validation (b) pour simulation avec source de chaleur.....	72
Figure II-12	Résultats estimation sur simulation avec source de chaleur.....	73
Figure II-13	Signaux de Calibration (a) et Validation (b) pour simulation avec source de chaleur et température ambiante variable.....	74
Figure II-14	Résultats estimation sur simulation avec source de chaleur et température ambiante variable.....	74
Figure II-15	Fonctions de transfert du système (a) et estimation non auto récurrente (b).....	76
Figure II-16	Bloc homogène (a) et modélisation quadripolaire (b).....	77
Figure II-17	Schéma de principe de la cellule (a) et modèle quadripolaire associé (b).....	78

Figure II-18	Fonctions de transfert pour (ΔT_1) et (ΔT_3) (a) et signaux de calibration et validation (b).	79
Figure II-19	Résultat de l'identification (a) et comparaison avec paramètres récurrents d'un modèle <i>arx [0 300 0]</i> (b).....	80
Figure II-20	Expérience intermédiaire (a) et comparaison des résultats (b).....	81
Figure II-21	Schéma du système multicouches et son environnement.	82
Figure II-22	Schéma quadripolaire du système complet	83
Figure II-23	Fonctions de transfert pour (ΔT_1) (a) et (ΔT_3) (b).....	84
Figure II-24	Propriétés thermiques du modèle d'éléments finis (unités S.I.).	84
Figure II-25	Phases de Calibration (a) et Validation (b) pour excitation avec source de chaleur.....	85
Figure II-26	Phases de Calibration (a) et Validation (b) pour excitation avec source de chaleur et température inférieure variable.	86
Figure II-27	Valeurs singulières de la matrice d'observations (a) et pourcentage d'adaptation pour la phase de validation (b).	89
Figure III-1	Schéma descriptif du banc expérimental.	94
Figure III-2	Détail d'une cellule thermoélectrique (a) et d'un fluxmètre (b).....	95
Figure III-3	Schéma descriptif des principaux flux thermiques existants dans le banc expérimental et distribution de thermocouples.....	97
Figure III-4	Localisation de l'IDG et Vanne HPV sur le moteur Trent 500 (a) et Schéma du compartiment fan où se trouve l'IDG/VFG (b).	101
Figure III-5	Flux conductifs, convectifs et radiatifs comparés au flux dissipé à travers l'huile pour le VFG Trent 900 sur deux vols différents.	103
Figure III-6	Schéma descriptif de la cellule noyau	103
Figure III-7	Relevés de températures dans l'environnement du VFG pour différents vols d'essais : V1205(a) et V210 (b).	104
Figure III-8	Schéma descriptif des simulations numériques du chapitre précédent.	106
Figure III-9	Phases de Calibration (a) Validation (b) et Extrapolation (c) pour excitation avec une seule source de chaleur.	107
Figure III-10	Phases de Calibration (a) Validation (b) et Extrapolation (c) pour excitation avec deux sources simultanément.	109
Figure III-11	Description détaillée des flux conductifs à travers le bloc en cuivre et schéma des influences dans le système.	111
Figure III-12	Configuration expérimentale des expériences de convection (a) et rayonnement (b).....	112
Figure III-13.	Phases de Calibration (a) Validation (b) et Extrapolation (c) dans le cas d'une excitation avec convection forcée.	113
Figure III-14	Phases de Calibration (a) Validation (b) et Extrapolation (c) pour excitation avec rayonnement à haute température.	115
Figure IV-1.	Estimateur biaisé et non biaisé.	124
Figure IV-2.	Contribution des différentes sources d'erreur en estimation de paramètres.	126
Figure IV-3.	Simulation numérique d'une fonction affine (a) et Solution pseudo-inverse de la matrice A.....	133
Figure IV-4	Problématique d'inversion de la matrice A dans l'intervalle temporel complet (a) et solution dans l'intervalle temporel variable (b).....	136
Figure IV-5.	Estimation du biais sur plusieurs intervalles.	140

Figure IV-6.	Estimation du biais sur l'ensemble des intervalles.....	142
Figure IV-7.	Simulation numérique d'une parabole (a) et Normes cumulées de sensibilités du modèle biaisé (b)	145
Figure IV-8.	Evolution du paramètre estimé (a) et Norme cumulée et modèle de fermeture (b).....	146
Figure IV-9.	Sensibilité $\mathbf{X}_c(k)$ discrétisée estimée(a) et Sensibilité $x_c(t)$ recalculée (b).....	146
Figure IV-10.	Méthode Flash (Valeur Paramètres nominaux, Fourier=0.1, Biot=0.05).....	147
Figure IV-11.	Evolution des normes cumulées (a) et Évolution du paramètre estimé (b).....	148
Figure IV-12.	Vecteur solution recalculé avec la <i>méthode 1</i> (a) et validité de l'hypothèse des sensibilités (IV-29) (b).....	148
Figure IV-13.	Modèle de fermeture de la <i>méthode 2</i> (a) et vecteur solution calculé par la méthode 3 (b).....	149
Figure IV-14.	Sources mesurées lors d'un vol d'essai (a) et estimation biaisé (b).....	150
Figure IV-15.	Evolution des normes cumulées (a) et modèle de fermeture <i>méthode 2</i> (b).....	151
Figure IV-16.	Evolution du paramètre estimé (a) et fonction calculée (b).....	151
Figure V-1	Méthodologie itérative proposée dans le cadre du projet <i>ITEMPS</i>	155
Figure V-2	Transformation théorique d'une structure ARX en une structure AR.....	158
Figure V-3	Sphère à température uniforme (a) et Exemple d'une étape de simulation par Monte-Carlo avec un signal de sortie bruité (b).....	161
Figure V-4	Signaux d'excitation et de sortie.....	165
Figure V-5	Analyse de Cohérence et Corrélation sur les variables impliquées dans le modèle.	166
Figure V-6	Signaux implémentés dans le système (a) et matrice de PDC (b).	168
Figure I-A.1:	Structure générale de l'ensemble propulsif (a) et Les différents étages de compression et de détente (b).....	181
Figure I-A.2:	Les éléments constitutifs de la nacelle (a) et Les différentes zones de l'ensemble propulsif Trent 500 (b).....	183
Figure I-A.4:	Vue de face de l'ensemble propulsif PW 6000 (a) Schématisation de l'entrée d'air et de la grille de sortie de ventilation Trent 900 (b).	184
Figure II-A.1	Résultats estimation (ΔT_1) sur simulation multicouches avec source de chaleur.	189
Figure II-A.2	Résultats estimation (ΔT_1) sur simulation multicouches avec source de chaleur et température d'eau variable.....	190
Figure II-A.3	Résultats estimation (ΔT_3) sur simulation multicouches avec source de chaleur et température d'eau variable.....	191
Figure III-A.1	Schéma descriptif du banc expérimental et implentation des thermocouples.....	193
Figure III-A.2	Dispositif expérimental intermédiaire.	194
Figure III-A.3	Vue générale du banc pilote expérimental.	194
Figure III-B.1	Calibration (a, d, g), Validation (b, e, h) et Extrapolation (c, f, d) pour une seule source d'excitation.	195
Figure III-B.2	Calibration (a, d, g), Validation (b, e, h) et Extrapolation (c, f, d) pour deux sources d'excitation.	196
Figure III-B.3	Calibration (a, d, g), Validation (b, e, h) et Extrapolation (c, f, d) pour deux sources d'excitation	197
Figure III-B.4	Calibration (a, d, g), Validation (b, e, h) et Extrapolation (c, f, d) dans le cas de la convection forcée.	198

Figure III-B.5	Calibration (a, d, g), Validation (b, e, h) et Extrapolation (c, f, d) pour une seule source de rayonnement.	199
Figure III-C.1	Calibration (a), Validation (b) et Extrapolation (c, d) sur IDG.	200
Figure III-C.2	Calibration (a), Validation (b) et Extrapolation (c, d) sur la vanne HPV.	201
Figure III-D	Description de la variable <i>Consigne</i>	202
Figure IV-A.1.	Estimation du biais sur six intervalles.	203

Liste de Tableaux

Tableau III-1	Exemple de protocole de lancement de l'expérience.	100
Tableau III-2	Résultats expérimentaux avec une seule source d'excitation (III-B.1).	108
Tableau III-3	Résultats expérimentaux avec deux sources d'excitation (III-B.2).	110
Tableau III-4	Résultats expérimentaux avec deux sources d'excitation (III-B.3).	111
Tableau III-5	Calibration, Validation, and Extrapolation pour excitation avec puissance électrique et convection forcée (III-B.4).	114
Tableau III-6	Calibration, Validation, et Extrapolation dans le cas d'une excitation avec rayonnement (III-B.5).	116
Tableau III-7	Calibration, Validation, et Extrapolation dans le cas de l' IDG (III-C.1).	118
Tableau III-8	Calibration, Validation, et Extrapolation dans le cadre de l HPV (III-C.2).	119

Glossaire et Symboles

a	=	parameter autorégressif	T	=	température du système ... (°C)
$A(z^{-1})$	=	polynôme autorégressif	T_{∞}, T_{air}	=	température d'air... (°C)
b	=	paramètre récursif	T_f	=	température fluide ... (°C)
\mathbf{b}_{nom}	=	valeurs nominaux des paramètres non estimés du modèle	T_0	=	température uniforme initiale ... (°C)
Bi	=	nombre de Biot	u	=	signal d'entrée
$B(z^{-1})$	=	polynôme récursif	V	=	volume ... (m ³)
c_p	=	cap. thermique massique (J kg ⁻¹ K ⁻¹)	w	=	fonction de poids
Cov	=	variance-covariance	\mathbf{X}, \mathbf{S}	=	matrices de sensibilité
d	=	opérateur différentiel	y	=	signal de sortie du système
e	=	épaisseur (m)	\mathbf{Y}	=	vecteur du signal de sortie discrétisé
$\mathbf{e}_{\beta c}$	=	erreur sur les paramètres	$\overline{\mathbf{Y}}$	=	valeur moyenne du vecteur discrétisé
E	=	espérance	z	=	coordonné ... (m)
f	=	sortie simulée d'un modèle	z^{-1}	=	opérateur à l'avance
Fo	=	nombre de fourrier	α	=	variable de Laplace réduite
\mathbf{F}	=	vecteur sortie du modèle non biaisé	$\boldsymbol{\beta}$	=	paramètres du modèle non biaisé
\mathbf{F}^*	=	vecteur sortie du modèle biaisé	$\hat{\boldsymbol{\beta}}$	=	paramètres estimés
g	=	fonction de poids	$\hat{\boldsymbol{\beta}}_r^*$	=	paramètres estimés du modèle biaisé
h	=	coefficient de convection (W m ² K ⁻¹)	$\boldsymbol{\beta}_c$	=	paramètres non estimés du modèle
i, j, k, p, q	=	indices	γ	=	diffusivité thermique ... (m ² s ⁻¹)
K_1, K_2	=	constantes	ε	=	bruit blanc
na	=	nombre de paramètres autorégressifs	θ	=	température dans l'espace de Laplace
nb	=	nombre de paramètres récursifs	θ_f	=	température du fluide dans espace de Laplace
nk	=	décalage temporel discret	θ_{∞}	=	température de l'air dans Laplace
p	=	source de chaleur (W)	λ	=	conductivité thermique ... (W m ⁻¹ ·K ⁻¹)
P	=	source de chaleur dans l'espace de Laplace	π_{ij}	=	coefficient de la matrice PDC
Q	=	intensité du flux impulsional de chaleur (W)	ρ	=	densité ... (kg m ⁻³)
\mathbf{r}	=	vecteur de résidus	σ	=	écart-type du bruit de mesure
s	=	variable de Laplace	τ	=	décalage temporel ... (s)
$RR(t)$	=	norme cumulée des sensibilités des paramètres estimés.	φ	=	flux de chaleur ... (W)
$RC(t)$	=	norme cumulée des sensibilités des paramètres supposés connus.	Φ	=	flux de chaleur dans l'espace de Laplace
R_x	=	autocorrélation du signal x	ΔT_1	=	écart de température du fluxmètre inférieur (°C)
S	=	surface ... (m ²)	ΔT_3	=	écart de température du fluxmètre supérieur (°C)
$S_x(e^{j\omega})$	=	autospectre du signal x	∞	=	environnement du système
S_{LS}	=	somme des moindres carrés	∇	=	opérateur gradient
t	=	temps ... (s)	$\ \cdot\ $	=	nombre euclidienne

AIC = critère d'information d'Akaike
 AR = modèle autorégressif
 K-L = coefficient d'information de Kullback-
 MD = Modèle Détaillé
 MR = Modèle Réduit
 MSE = erreur moyenne quadratique
 PDC = partial directed coherence
 TF = fonction de transfert

$arx [na \ nb \ nk]$ = modèle autorégressif d'ordre na
 à variable exogène avec ordre nb et décalage
 temporel nk

exemple de notation : $arx [2 \ 2 \ 0]$

$$f(k) = -a_1 y(k-1) - a_2 y(k-2) + b_1 u(k) + b_2 u(k-1)$$

CCC = Ventilation compartiment *Core*
 ECS = système de contrôle du milieu ambiant
 FADEC = dispositif de control globale du moteur
 GP = modèle turboréacteur Engine Alliance.
 HP = étape d'haute pression
 HPV = vanne de prélèvement à haute pression
 IFS = capot interne de la nacelle
 ISA = droite d'altitude internationale standard
 IDG = alternateur intégré
 IP = étape de pression intermédiaire
 LCP = compresseur de basse pression
 PRV = vanne de régulation de pression
 PW = modèle de turboréacteur
 Pratt&Whitney
 Trent = modèle de turboréacteur Rolls-Royce
 VFG = alternateur à fréquence variable

Introduction Générale

Cette étude rentre dans le cadre d'un projet initié par Airbus, le projet "*ITEMPS*" (*Improved Temperature Extrapolation Methods for Powerplant Systems*) auquel participe le LEMTA. Airbus réalise pour chaque avion et pour chaque équipement de nombreux essais, au sol ou en vol et doit garantir que la température de chacun des équipements moteur reste inférieure à la température limite correspondante, quelles que soient les conditions de vol.

Comme les essais en vol ou au sol ne permettent pas d'explorer tout le domaine de vol, Airbus a besoin d'élaborer des modèles thermiques pour chaque équipement permettant de prédire leur comportement pour extrapolation, en particulier dans les conditions les pires. Ces extrapolations sont actuellement réalisées soit par des méthodes simples à mettre en œuvre ou bien par des modèles numériques tridimensionnels précis mais dont le temps de déploiement est parfois incompatible avec les jalons d'un programme avion. Par ailleurs, les méthodes simples peuvent s'avérer trop imprécises notamment si l'équipement considéré est de forte capacité thermique, proche d'une source de dissipation thermique ou bien traversé par un fluide caloporteur.

Ce sont ces constats sur les méthodes simples et sur les méthodes numériques qui ont suscité l'intérêt de rechercher de nouvelles méthodes d'extrapolation aboutissant à un bon compromis entre la précision sur les résultats, nécessaire en vue d'une certification des moteurs, et les contraintes pour leur mise en œuvre.

Cette étude présente un ensemble de techniques inverses qui permettent d'arriver au compromis énoncé. Elles consistent à identifier des modèles de comportement d'un point de vue heuristique à partir de mesures et considérations physiques.

Le premier chapitre de la thèse sera consacré à l'introduction de la problématique des extrapolations de température pour les équipements présents à l'intérieur des ensembles propulsifs d'un avion. Après une description de l'environnement thermique des équipements moteur et nacelle, on présentera plusieurs techniques inverses en évaluant leur adaptation aux contraintes industrielles. Parmi elles, nous introduirons les *bilans enthalpiques* et la méthode des *moindres carrés*, les techniques utilisées comme point de départ de l'étude. Dans la partie finale du chapitre on présentera la méthodologie d'indentification des systèmes choisie. Cette méthodologie itérative sera la base de notre étude et comprendra plusieurs étapes.

Les outils des deux étapes principales de la méthodologie seront étudiés dans les chapitres centraux de la thèse.

Dans le deuxième chapitre, nous introduirons les structures récursives pour établir de façon générale la fonction de transfert de notre système. Après une description sommaire des types de

modèles autorégressifs on présentera la structure ARX (*autoregressive model with exogenous variable*) qui sera utilisée fréquemment lors de cette étude. Ce type de modèles, largement utilisés dans le domaine de l'automatique, représentent un bon compromis entre la modélisation physique et l'application sur une méthodologie d'estimation générale. Les modèles ARX seront ensuite appliqués sur des simulations numériques simples qui permettront de comprendre les bases physiques sur lesquelles ces modèles sont construits. Après une étude de leurs propriétés statistiques on évaluera les conséquences qu'ont sur les estimations les deux types de réglages à faire pour ces structures : l'ordre de modèle et le groupe de variables à inclure dans le modèle.

Le troisième chapitre sera dédié à l'étude expérimentale. Un banc pilote a été construit au LEMTA dans le cadre de cette Thèse pour permettre de reproduire les conditions thermiques existantes au sein de la nacelle d'un moteur. De cette façon, on pourra récupérer des essais représentatifs des vols d'avion sur lesquels on implémentera les structures autorégressives. L'avantage de la réalisation de ces expériences dans le laboratoire sera la maîtrise parfaite des sources d'excitation et potentiels agissant sur le système (à la différence des conditions en vol). Les expériences comprendront l'ensemble de modes de transfert thermique: la conduction, la convection et le rayonnement. Ces résultats expérimentaux nous permettront de valider les conclusions théoriques précédemment obtenues sur le comportement des modèles ARX. Dans la deuxième partie du chapitre les modèles autorégressifs seront implémentés sur des signaux issus des vols d'essais de certification avion. La différence principale avec le cas précédent sera la méconnaissance des *vraies* sources d'excitation agissant sur le composant. Ils seront comparés aussi avec les *bilans enthalpiques* montrant l'équivalence entre ces deux structures.

Le quatrième chapitre de la thèse sera consacré à l'étude théorique de l'estimation multivariées. Plus précisément, on évaluera le compromis à trouver entre le biais de modèle et l'incertitude des estimateurs lors du changement de variables à inclure dans le modèle. Ce compromis joue un rôle fondamental sur la performance du modèle pour des conditions d'extrapolation. Au contraire de la variance de paramètres, le biais de modèle est une grandeur difficile à évaluer. Plusieurs techniques seront présentées pour pouvoir calculer le biais à partir des résidus issus de l'estimation.

Pour conclure, on reprendra dans le dernier chapitre de la thèse l'ensemble des étapes de la méthodologie pour décrire en détail leur application dans le cadre du projet *ITEMPS*. En plus des conclusions sur les structure ARX et le biais de modèle, on décrira les autres techniques qui permettent aujourd'hui à l'avionneur AIRBUS de réaliser des extrapolations de température pour des conditions critiques. Finalement et sous forme de perspectives, on énoncera les possibles voies d'amélioration des outils développés.

I Motivations de l'étude et état de l'art

Dans ce premier chapitre nous initierons le lecteur à la problématique des extrapolations de température pour les équipements présents à l'intérieur de la nacelle des ensembles propulsifs (moteurs) d'un avion.

Dans un premier temps, nous présenterons les motivations de l'étude à travers la description des conditions thermiques présentes dans l'environnement du moteur. L'architecture des équipements moteur sera décrite à travers la présentation de deux exemples : l'alternateur IDG (*Integrated Drive Generator*) et la vanne HPV (*High Pressure Bleed Valve*). Pour chaque composant on présentera les effets thermiques présents dans leur environnement. Ceci nous permettra aussi d'évoquer les contraintes industrielles qui justifieront le choix fait de la méthode inverse à utiliser dans le cadre de cette thèse.

Dans un deuxième point, nous réaliserons une comparaison préliminaire de ces méthodes inverses afin de sélectionner la plus adaptée aux contraintes. Parmi elles, on fera un point particulier sur les bilans enthalpiques (qui ont été le choix initial de l'étude) et les modèles ARX (qui se sont avérés finalement mieux adaptés pour leur implémentation industrielle).

Finalement, on introduira la méthodologie d'identification proposée pour construire des modèles d'extrapolation de température pour n'importe quel type d'équipement. De même, elle nous permettra d'introduire les différents points à aborder dans cette étude.

1 Motivations de l'étude.

1.1 Présentation générale des conditions thermiques et de ventilation présentes dans la nacelle d'un ensemble propulsif.

La ventilation et l'intégration thermique des ensembles propulsifs d'un avion, consiste au développement d'architectures de ventilation afin d'assurer une température, une pression et un débit d'air adéquats dans toutes les zones de la nacelle en conformité avec les spécifications requises par les autorités de certification.

Pour chaque type d'avion, la société Airbus est impliquée dans toutes les phases d'intégration du moteur. Ceci comprend la gestion et définition des études de conception, les spécifications techniques des architectures, et finalement leurs vérifications et certifications.

Des études thermiques et de ventilation sont réalisées afin d'assurer les conditions adéquates de température, pression et débit en accord avec les certifications demandées :

- Sur le refroidissement spécifique.
- Sur le renouvellement d'air (pour éviter l'accumulation de gaz inflammables).
- Sur la protection contre les ruptures de tuyauteries afin d'éviter la destruction de la nacelle en cas de décharge d'une grande quantité d'air.

Dans la Figure I-1 il est possible d'observer les différentes parties d'un ensemble propulsif et les équipements présents en son sein.

Le système de propulsion proche du moteur est dans un environnement à haute température. Dans le cadre de l'intégration thermique des systèmes propulsifs, la société Airbus doit garantir que la température de chaque équipement (et aussi celle des fluides en circulation : huile, carburant,...) doit être inférieure à la température limite correspondante quelles que soient les conditions de vol.

Pour respecter ces exigences de certification, il est possible soit d'utiliser des matériaux adaptés dans la conception des équipements, soit de refroidir ces équipements par convection. L'utilisation d'une ventilation (ou des dispositifs spécifiques) dédiée permet d'obtenir des températures de peau moins élevées. En contrepartie, ce débit d'air engendre des pertes de performance du moteur, et donc une consommation plus importante.

Les principales sources de chaleur présentes dans l'ensemble propulsif sont :

- la conduction et le rayonnement provenant du carter moteur.
- les fuites d'air chaud, entre les brides du carter moteur (provenant de sa partie interne ou les gaz chauds sont présents) ou provenant des équipements.

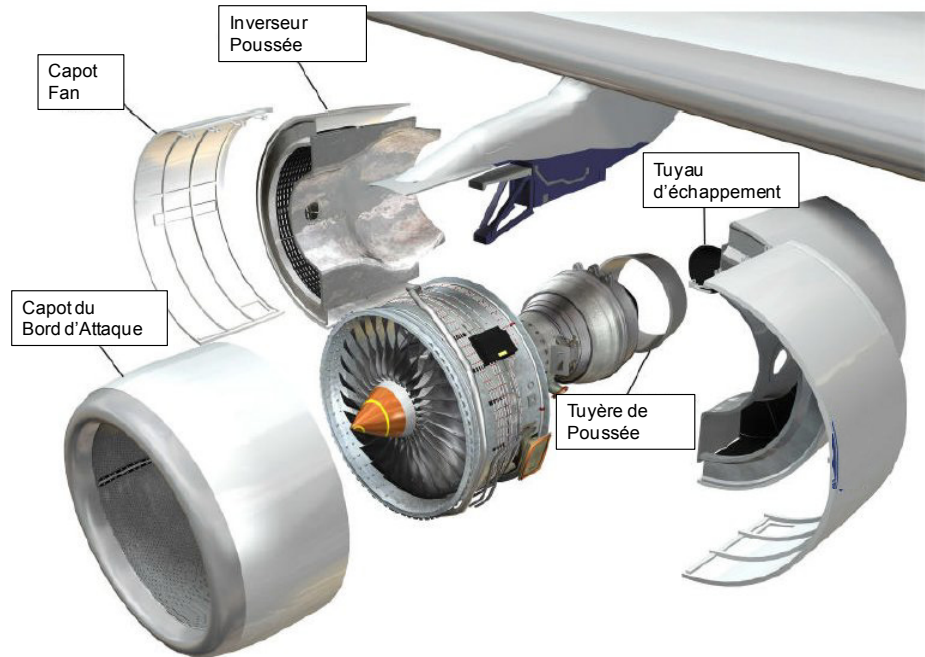


Figure I-1 Les éléments constitutifs de l'ensemble propulsif.

- les rejets de chaleur provenant des équipements et des fluides.
- la génération interne de chaleur des équipements.

Les différentes zones de l'ensemble propulsif

L'ensemble propulsif est divisé en plusieurs zones isolées les unes des autres par des parois coupe-feu (*bulkheads*) et des joints (Figure I-2) :

- le compartiment d'entrée d'air (*Air Intake Compartment*) : espace annulaire entre l'entrée de la barrique interne et celle de la barrique externe.
- le compartiment *Fan* (*Fan Case Compartment*) : espace annulaire entre le carter *Fan* et l'admission d'entrée d'air (zone 1)
- le compartiment intermédiaire (*Intermediate Compressor Case Compartment*) : espace annulaire entre le carter du compresseur intermédiaire et le carénage du générateur de gaz (zone 2).
- le compartiment *Core* proche du moteur (*Engine Core Compartment*) : espace situé au dessus du carter moteur au niveau des modules haute pression et de la chambre de combustion et en dessous de l'IFS (*Inner Fixed Structure*) de l'inverseur de poussée (zone 3).

Une description détaillée de la structure de l'ensemble propulsif est donnée en annexe.

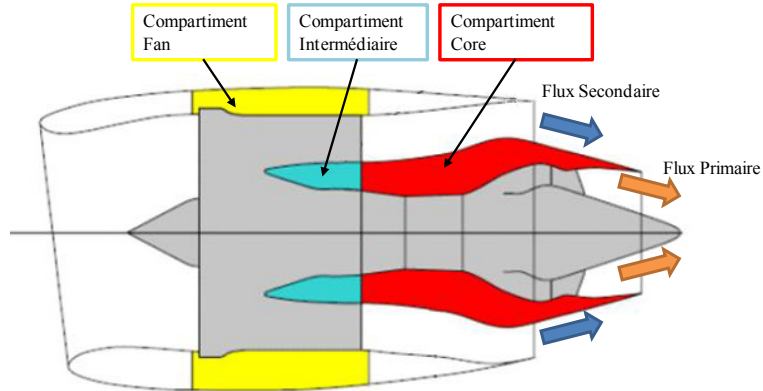


Figure I-2 Schéma des compartiments pour un moteur Trent (Rolls Royce).

1.2 Exemple industriel de deux équipements moteur.

Comme il a été déjà énoncé, les systèmes de l'ensemble propulsif sont soumis à des fortes sollicitations thermiques. Dans certains cas, ces sollicitations se couplent avec des générations de chaleur interne qui peuvent influencer directement le comportement des systèmes. A titre d'exemple, deux équipements du moteur sont présentés.

1.2.1 L'IDG (*Integrated Drive Generator*)

L'IDG est situé dans le compartiment *Fan*, entouré des capots et carter de la zone *Fan* (*Fan cowl* et *Fan case*). Il a pour fonction d'assurer la production de courant électrique nécessaire à l'avion. Il s'agit, pour le moteur Trent 500 de Rolls-Royce (moteur propulsant l'A340 500/600), d'un générateur fournissant 115V alternatif à une fréquence constante de 400Hz à partir de la puissance mécanique.

Cette puissance mécanique provient de la rotation de son axe qui est relié à l'arbre moteur par l'intermédiaire d'une boîte à engrenages (Figure I-3). La boîte et le système sont connectés par un joint. A cause du frottement mécanique et des pertes par effet Joule, son rendement n'est pas parfait. Ces pertes se traduisent alors par une génération de chaleur qui fait augmenter la température de fonctionnement du système.

Un circuit interne d'huile est mis en place afin de le refroidir, en dissipant une partie de la chaleur produite par le mouvement en rotation des pièces mécaniques. La circulation de l'huile est assurée par une pompe hydraulique interne. Un échangeur de chaleur huile/air externe à l'IDG permet de refroidir cette huile. La température de l'air extérieure à la nacelle représente la source froide du bilan énergétique.

Le compartiment est fermé par des parois coupe feu. En observant ce schéma, on peut voir que les trois modes de transfert de chaleur (conduction, convection, rayonnement) sont susceptibles d'intervenir dans le comportement thermique du système.

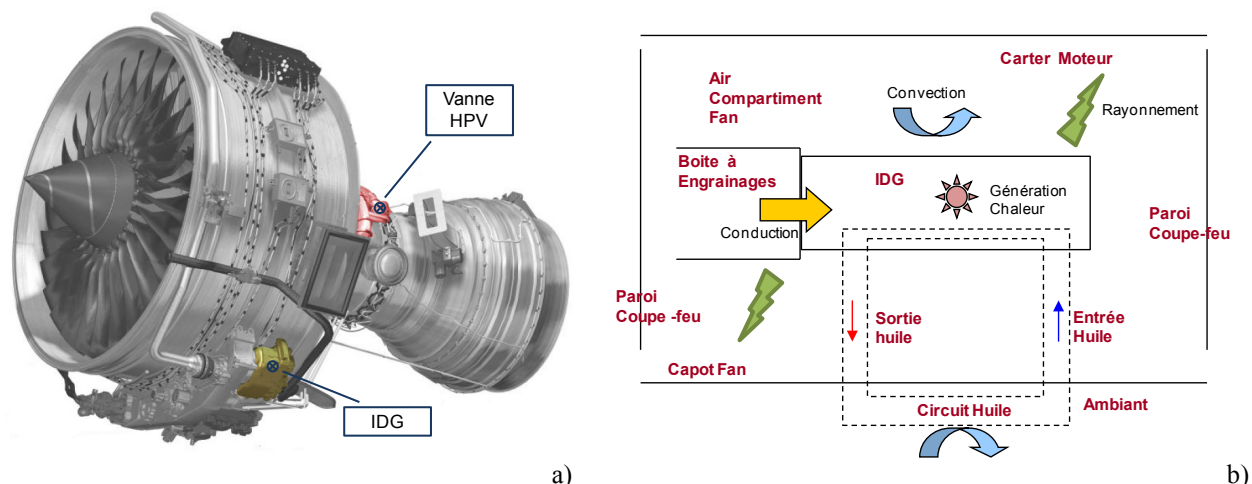


Figure I-3 Localisation de l'IDG et de la vanne HPV dans le moteur Trent 500 (a) et Schéma du compartiment fan ou l'IDG est placé (b).

1.2.2 La vanne HPV (High Pressure Valve)

Le second équipement de l'ensemble propulsif est la vanne HPV (*High Pressure Bleed Valve*), du moteur GP 7200. La vanne HPV fait partie (en plus d'autres composants comme par exemple la vanne PRV) du système ECS (*Environmental Control System*), système de prélèvement d'air de l'avion.

Ce système est chargé de prélever de l'air chaud sur différents étages du compresseur. Cet air chaud est utilisé pour conditionner et pressuriser la cabine et dégivrer le bord d'attaque des ailes. L'air étant prélevée à des températures et des pressions supérieures aux besoins des systèmes consommateurs, il doit être limité en pression et température. Le contrôle du prélèvement est piloté par un calculateur qui commande les vannes à partir des données issues des capteurs de pression et température.

Pour la plupart des motorisations, la vanne HPV se situe dans le compartiment *Core* du moteur. La Figure I-3 montre son emplacement pour le moteur Trent 500. La vanne est composée de trois organes principaux (Figure I-4) : le corps de vanne, l'actionneur et le régulateur. Plusieurs sources chaudes (*Tuyau IP*, *Tuyau HP* et le corps de vanne) agissent sur l'actionneur de la vanne.

La ventilation de la vanne est assurée à la fois par la ventilation globale de la zone *Core* et par une ventilation dédiée. La ventilation dédiée est implémentée au moyen d'un tuyau dirigeant l'air frais vers le régulateur. La ventilation globale résulte de la circulation d'air dans le compartiment due à l'ensemble des ventilations. Les vitesses sont faibles et on se retrouve dans un régime de convection mixte. L'air circule à travers de petits trous percés dans les tuyaux pourvoyant de l'air issu du flux secondaire. L'ensemble des ventilations dans la zone *Core* est gérée par une

vanne dite CCC (*Core Compartment Cooling*). Cette vanne peut être ouverte ou fermée selon le vol ou la phase de vol.

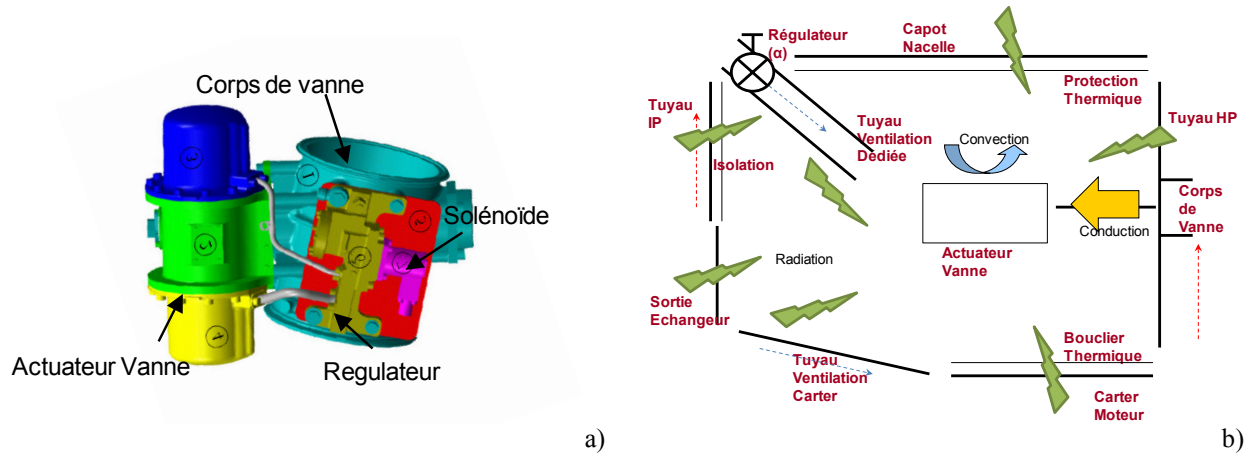


Figure I-4 Vanne HPV (a) et Schéma de l'environnement de la vanne (b).

De même que pour l'IDG, les trois modes de transfert de chaleur (conduction, convection, rayonnement) sont susceptibles d'agir sur la température de l'actuateur de la vanne.

Ces deux exemples nous ont montré les complexités particulières des effets physiques agissant sur les équipements. Quelle que soit la technique choisie dans le cadre de cette thèse, pour pouvoir construire une méthode d'extrapolation de température performante, celle-ci devra pouvoir prendre en compte l'ensemble de ces effets.

1.3 Présentation des extrapolations de température comme moyen de certification.

Comme il a été énoncé, la société Airbus doit garantir qu'aucun équipement ne dépasse sa température limite de fonctionnement quelles que soient les conditions du vol. L'enveloppe de vol (Figure I-5) représente toutes les conditions susceptibles d'être rencontrées au cours d'un vol.

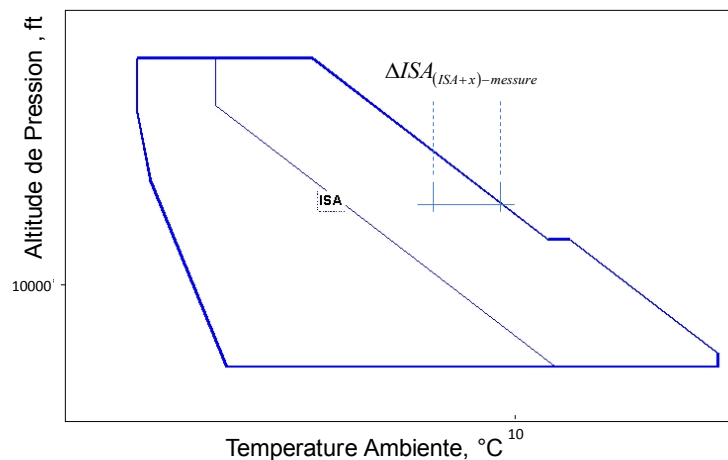


Figure I-5 Enveloppe de vol.

Il est défini comme la frontière d'un diagramme « Pression-Température » décrivant une surface dont l'intérieur représente toutes ces conditions de vol susceptibles d'être rencontrées et pour lesquelles l'avion sera certifié.

Au niveau de la mer, la fourchette de température va de -55°C à $+55^{\circ}\text{C}$. Au niveau des pressions, nous pouvons descendre jusqu'à -2000 ft. En pratique, il n'y a pas d'aéroports si bas mais cela correspond simplement à une dépression météorologique (1088.657 hPa). A l'intérieur de l'enveloppe de vol, il y a une droite (appelée droite ISA : *International Standard Altitude*) qui est une moyenne à l'échelle du globe : elle correspond à une température de $+15^{\circ}\text{C}$ au sol. Dorénavant, lorsque nous parlerons de températures, nous utiliserons l'écart par rapport à cette droite de référence. Par exemple, 20°C à une altitude 0 correspondront à ISA $+5^{\circ}\text{C}$.

Pour pouvoir valider la température de chaque équipement dans l'enveloppe de vol, il faudrait disposer d'essais réalisés aux frontières. Or, tous les essais en vol sont confrontés aux contraintes climatiques qui imposent la pression et la température. C'est pourquoi Airbus a besoin d'élaborer des méthodes d'extrapolation de température, de manière à prédire le comportement thermique des matériaux dans les pires conditions. Ces méthodes sont validées à l'aide des essais existants réalisés avec des ΔISA élevés.

Parmi ces vols, on peut citer la mission dite de *cooling climb* qui est le type de vol défini pour tester les composants de la nacelle dans les conditions thermiques les plus extrêmes. Il comprend, par exemple, des performances maximales du moteur, de fortes évolutions de température entre les différentes phases de vol, une forte demande du système de prélèvement d'air et de même pour la puissance électrique et mécanique... De plus, avant chaque changement de phase de vol de la mission, il est nécessaire de stabiliser au maximum les températures des équipements.

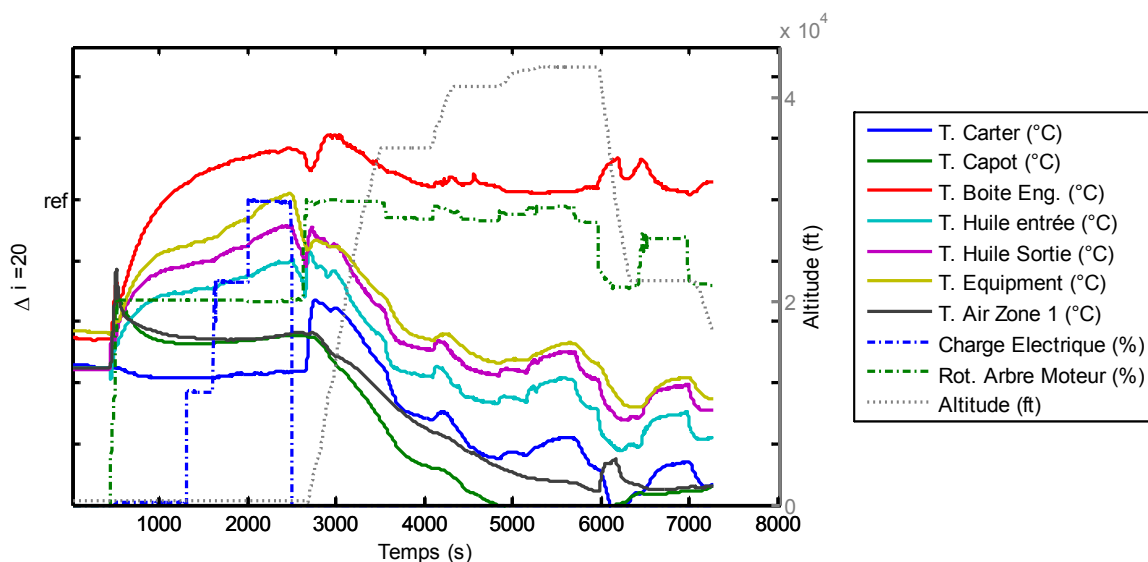


Figure I-6 Profil de vol avec des grandeurs mesurées lors d'une mission *cooling climb*.

Cette mission est utilisée à un stade précoce du programme avion afin de connaître la situation thermique des systèmes. Elle sert de base pour réaliser la plupart des extrapolations. Dans la Figure I-6, on peut observer le relevé de températures (rotations et puissances aussi) lors d'une mission *cooling climb* dans l'environnement d'un équipement étudié.

1.4 Méthodes d'extrapolations utilisées par Airbus et présentation du projet ITEMPS.

A titre de commentaire, on peut observer que pour ce cas (Figure I-6), l'ensemble des signaux semblent être des réponses exponentielles aux excitations de rotation de l'arbre moteur et puissance électrique fournie par l'équipement. Ceci sera étudié en détail dans la suite du travail et fera partie des contraintes sur lesquelles le choix de la méthode inverse repose.

1.4.1 La méthode du 1°C pour 1°C

$$T_{\text{équipement}}(ISA+x) = T_{\text{équipement}}(\text{mesure}) + \Delta ISA_{(ISA+x)-\text{mesure}} \quad (\text{I-1})$$

La méthode du 1°C pour 1°C est celle qui est actuellement utilisée et est la règle minimum imposée par les autorités de certification (EASA 2006). Pour cette méthode, on utilise alors uniquement la température de l'équipement étudié lors d'un vol connu et la température extérieure. Elle consiste à répercuter directement sur la température de l'équipement l'écart de température extérieure entre les conditions de vol et les conditions d'extrapolation. Cela se résume donc par la relation (I-1).

On voit donc que cette méthode ne peut s'appliquer que si l'on dispose au moins d'un essai avion. Elle fonctionne relativement bien si l'équipement n'est traversé par aucun fluide caloporteur (pas de source interne). L'un de ses inconvénients est qu'elle ne prend pas en compte tous les fonctionnements particuliers du moteur et sa détérioration dans le temps.

1.4.2 Les méthodes numériques

Des méthodes purement numériques existent. Elles utilisent des codes numériques en adéquation avec les essais en vol. Ces méthodes modélisent de façon détaillée l'ensemble des effets physiques présents entre le système et son environnement. Ceci est fait à l'aide des simulations aérothermiques où l'équation de la chaleur est résolue en couplage avec les équations de Navier-Stokes. Cependant, ces techniques nécessitent un recalage par rapport aux essais existants. Même si elles ont l'avantage d'être précises, ces méthodes sont relativement longues à mettre en œuvre et pour certains cas, leur temps de déploiement est incompatible avec les jalons d'un programme avion.

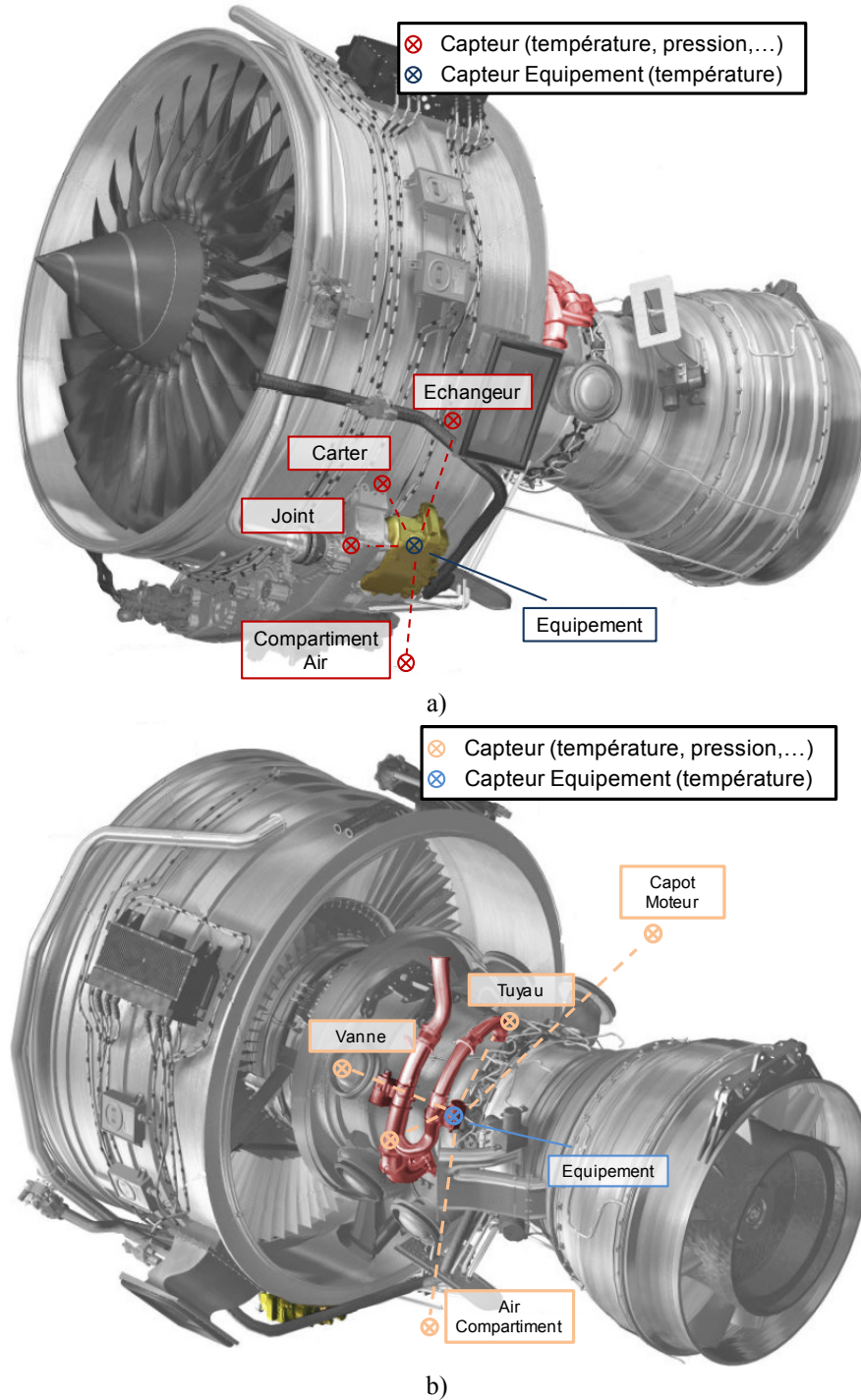


Figure I-7 Exemple graphique de la construction des modèles à partir des capteurs de l'environnement des équipements.

1.4.3 Le projet ITEMPS

Ce sont ces constats sur la méthode du *1°C pour 1°C* et sur les méthodes numériques qui ont suscité l'intérêt de rechercher de nouvelles méthodes d'extrapolation aboutissant à un bon

compromis entre la précision sur les résultats, nécessaire en vue d'une certification des moteurs, et leurs contraintes de mise en œuvre. Dans cet esprit le projet ITEMPS (*Improved Temperature Extrapolation Methods for Powerplant Systems*) a été lancé afin de rechercher de nouvelles voies pour l'extrapolation de températures à partir des données des vols d'essais.

L'idée est de construire des lois de comportement thermique semi-empiriques pour ces équipements à partir d'informations issues des capteurs situés dans leur environnement. Ces informations, regroupées dans le profil de vol d'un avion, sont utilisées pour construire des modèles de comportement thermique de l'équipement non seulement en fonction de l'air extérieur mais aussi de son environnement proche (Figure I-7).

La réponse, d'un point de vue académique, à cet enjeu industriel peut se trouver dans le cadre des méthodes inverses. Ce type de méthodes consiste à déterminer des modèles de comportement d'un point de vue heuristique à partir de mesures et notions physiques. Ces types de méthodes seront étudiés dans la suite de ce travail afin de sélectionner celles qui sont mieux adaptées à la problématique industrielle.

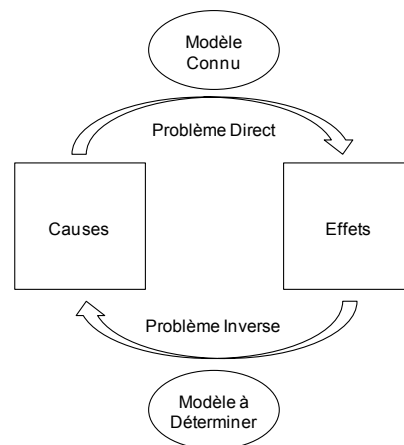


Figure I-8 Schéma conceptuel des méthodes inverses.

2 Introduction à la problématique des méthodes inverses.

D'après (Beck, Blackwell et St-Clair 1985), un problème inverse consiste à déterminer des causes d'un phénomène connaissant ses effets. Ainsi, ce problème est l'inverse d'un problème appelé direct qui consiste à déduire les effets en supposant les causes connues.

Il est en général plus habituel d'étudier des problèmes *directs*. En effet, d'après (Kern 2002), depuis Newton la notion de causalité est ancrée dans le subconscient scientifique, et il est plus courant de poser, puis résoudre des problèmes où les causes sont données et pour lesquels on cherche les effets. Cette démarche est favorisée par l'important développement ces dernières années des moyens de calcul scientifique.

Les problèmes inverses risquent de poser des difficultés particulières. En effet, le problème direct est normalement bien posé (les mêmes causes produisent les mêmes effets). Par contre, il est facile d'imaginer, que les mêmes effets puissent provenir de causes différentes. Cette idée illustre la principale difficulté de l'étude des problèmes inverses : ils peuvent avoir plusieurs solutions (problème mal posé), et il est nécessaire de disposer d'informations supplémentaires pour les discriminer.

La prédiction de l'état futur d'un système physique, connaissant son état actuel, est l'exemple type d'un problème direct. On peut envisager divers problèmes inverses: par exemple, reconstituer l'état passé du système connaissant son état actuel (si ce système est irréversible), ou déterminer les paramètres du système, connaissant (une partie de) son évolution. Ce dernier problème est celui de l'identification de systèmes, qui sera notre principale préoccupation dans la suite.

2.1 Concept du problème bien posé.

D'un point de vue théorique, (Hadamard 1923) a introduit la notion de problème bien posé. Il s'agit d'un problème dont :

- la solution existe ;
- elle est unique ;
- elle dépend continûment des données.

Dans la pratique, il est possible que les problèmes inverses ne vérifient souvent pas l'une ou l'autre de ces conditions, voire les trois ensembles. Comme énoncé de nouveau par (Kern 2002), après réflexion, cela n'est pas si surprenant :

- Un modèle physique étant fixé, les données expérimentales dont on dispose sont en général bruitées, et rien ne garantit que telles données proviennent de ce modèle, même pour un autre jeu de paramètres.
- Si une solution existe, il est parfaitement concevable que des paramètres différents conduisent aux mêmes observations.
- Le fait que la solution d'un problème inverse puisse ne pas exister n'est pas une difficulté sérieuse. Il est habituellement possible de rétablir l'existence en relaxant la notion de solution (procédé classique en mathématique qui approxime la solution du problème).
- L'échantillonnage est sans doute le plus problématique, en particulier en vue d'une résolution approchée ou numérique. Cela veut dire qu'il ne sera pas possible (indépendamment de la méthode numérique) d'approcher de façon satisfaisante la

solution du problème inverse puisque les données disponibles seront bruitées donc proches, mais différentes, des données réelles.

La non-unicité est un problème plus délicat. Si un problème a plusieurs solutions, il faut un moyen permettant de choisir une des solutions possibles. Pour cela, il faut disposer d'informations supplémentaires (une information a priori).

Ceci se traduit dans une difficulté pratique de l'étude des problèmes inverses : elle demande souvent une bonne connaissance du problème direct, ce qui se traduit par le recours à une grande variété de notions tant physiques que mathématiques.

Le succès dans la résolution d'un problème inverse repose en général sur une bonne connaissance du problème direct et l'utilisation de méthodes adaptées pour l'inversion. On peut signaler par exemple la méthode des moindres carrés et les techniques de régularisation pour les problèmes mal posés.

2.2 Choix de la méthode inverse.

Parmi les méthodes inverses existantes pour la mise en place des règles d'extrapolation, nous allons présenter les méthodes suivantes : la réduction de modèles (modèles réduits), les méthodes enthalpiques (bilans enthalpiques), les modèles autorégressifs, les réseaux de neurones.

Quelle que soit la méthode retenue, sa mise en œuvre passe nécessairement par trois étapes successives (Figure I-9):

- Mise en place d'un modèle (bilans énergétiques, modèles réduits, fonctions de transfert,...).
- Identification des paramètres inconnus du modèle par technique inverse (vol de calibrage et phase d'identification).
- Validation sur d'autres vols ou autres cas tests (et extrapolation de température sur d'autres vols).

Il est évident que le choix parmi ces méthodes sera fait en fonction des caractéristiques des données disponibles et des contraintes industrielles :

- Aujourd'hui, dans l'industrie aérospatiale, il est nécessaire de réduire le nombre de capteurs d'essais en vol. Dans cette situation, la quantité d'information est limitée par rapport à d'autres domaines scientifiques.
- L'évolution de la température du système lors d'un essai de vol est définie par l'évolution globale de l'avion. Il n'est pas possible de mettre en place une excitation prédéfinie sur le système.

- La gamme des températures sur l'environnement du système peut être assez large par rapport à d'autres domaines scientifiques. Cela signifie que nous ne pouvons pas considérer que la température de l'équipement varie autour d'une moyenne au cours du vol.

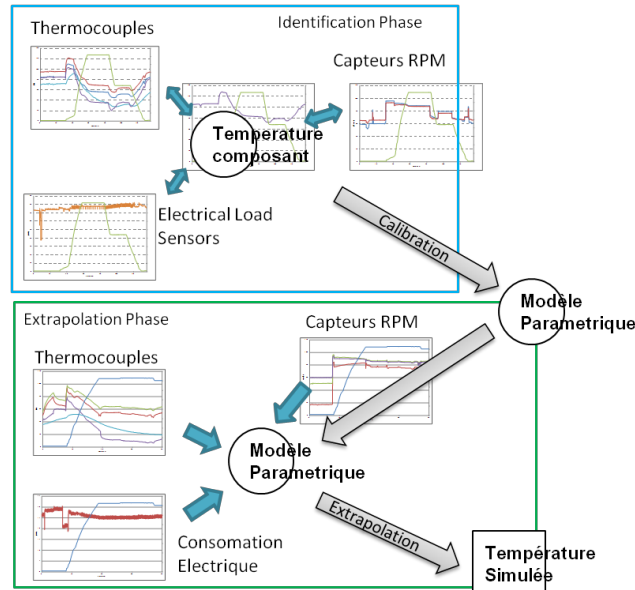


Figure I-9 Schéma simplifié des étapes de la méthodologie inverse.

- L'instrumentation avion présente de faibles niveaux relatifs de bruit. Les fortes variations de températures atteintes sur les équipements conduisent à des mesures avec un rapport signal/bruit très élevé.
- Une autre contrainte à prendre en compte est le besoin de mettre en œuvre ces modèles rapidement et assez facilement.

Au-delà de l'efficacité de la méthode, un des objectifs est de mettre en place une méthodologie permettant de rendre le plus automatique possible l'obtention du modèle afin qu'elle devienne utilisable par d'autres services d'Airbus en vue de la certification des moteurs.

2.2.1 Les modèles réduits et l'identification de modèle.

Les méthodes de réduction de modèles consistent à décrire le comportement dynamique du système à l'aide d'équations aux dérivées partielles. Cette technique consiste à mettre en place un modèle réduit dont la forme est similaire aux équations différentielles à résoudre dans le modèle détaillé. La méthode de réduction de modèles présente l'avantage de rester physique (prise en compte des transferts conductif, convectif et radiatif, des termes sources et des non-linéarités) et rapide en terme de temps de calcul.

Le modèle de diffusion thermique étant assimilable à celui d'un filtre passe-bas, l'inversion est donc toujours très sensible aux erreurs de mesures. Cette sensibilité s'accroît lorsque l'on utilise un modèle matriciel issu de la discrétisation spatiale du système par une méthode de type éléments finis par exemple. Les auteurs (Videcoq, Petit et Sadat, The use of reduced models to solve inverse heat transfer problems. 1997) ont montré que dans ce cas, l'utilisation d'un modèle réduit du modèle de connaissance dans la procédure d'inversion permet de minimiser efficacement cette sensibilité au bruit de mesure.

Plus précisément, la méthode part de l'écriture sous forme de représentation d'état de l'équation de l'énergie, à partir de la discrétisation spatiale du domaine d'étude. La représentation d'état, développée par les automaticiens (De Larminat et Thomas 1975), consiste à écrire l'équation sous une forme qui relie explicitement les entrées aux sorties par l'intermédiaire de l'état du système :

$$\begin{cases} \dot{T}(t) = AT(t) + BU(t) \\ Y(t) = CT(t) \end{cases} \quad (\text{I-2})$$

Où $T(t)$ est le vecteur d'état du système et $\dot{T}(t)$ sa dérivée par rapport au temps. De la même façon $Y(t)$ est le vecteur de sortie ou d'observation et $U(t)$ le vecteur d'entrée ou de commande. A , B , et C représentent les matrices d'état. Cette représentation, très connue dans la commande des systèmes est consciencieusement décrite par (Jaulin 2005).

L'ordre du modèle (N) défini par ces équations correspond au nombre d'équations différentielles à résoudre. Il est ici égal au nombre de nœuds de la discrétisation du domaine spatial, aussi appelle-t-on *Modèle Détaillé* (MD) le modèle donné par les équations.

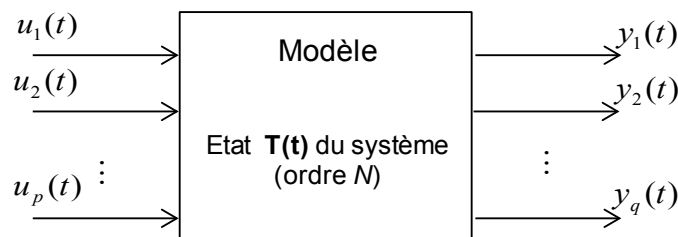


Figure I-10 Schéma de principe de la représentation d'état.

L'idée de la réduction de modèle consiste à en trouver un nouveau modèle numérique composé d'un nombre réduit d'équations (MR) comparé au modèle original détaillé (MD) qui permet de reproduire de façon satisfaisante, pour une ou plusieurs entrées, le comportement dynamique de tout ou une partie des points du modèle d'origine ou modèle détaillé.

Pour mettre en place cette réduction, il est nécessaire de faire appel à différents outils mathématiques, comme la résolution de problèmes aux valeurs propres ou d'équations de

Lyapunov. La mise en œuvre de telles techniques peut s'avérer difficile, ou tout au moins coûteuse en temps. C'est pourquoi, il est intéressant de faire intervenir le concept d'identification de modèle.

Les méthodes d'identification de modèle réduit consistent à :

- Définir une structure matricielle de MR à partir à des équations locales du problème.
- Identifier les matrices de ce MR à partir de jeux de données entrées-sorties provenant de simulations avec un MD, grâce à des méthodes d'optimisation.

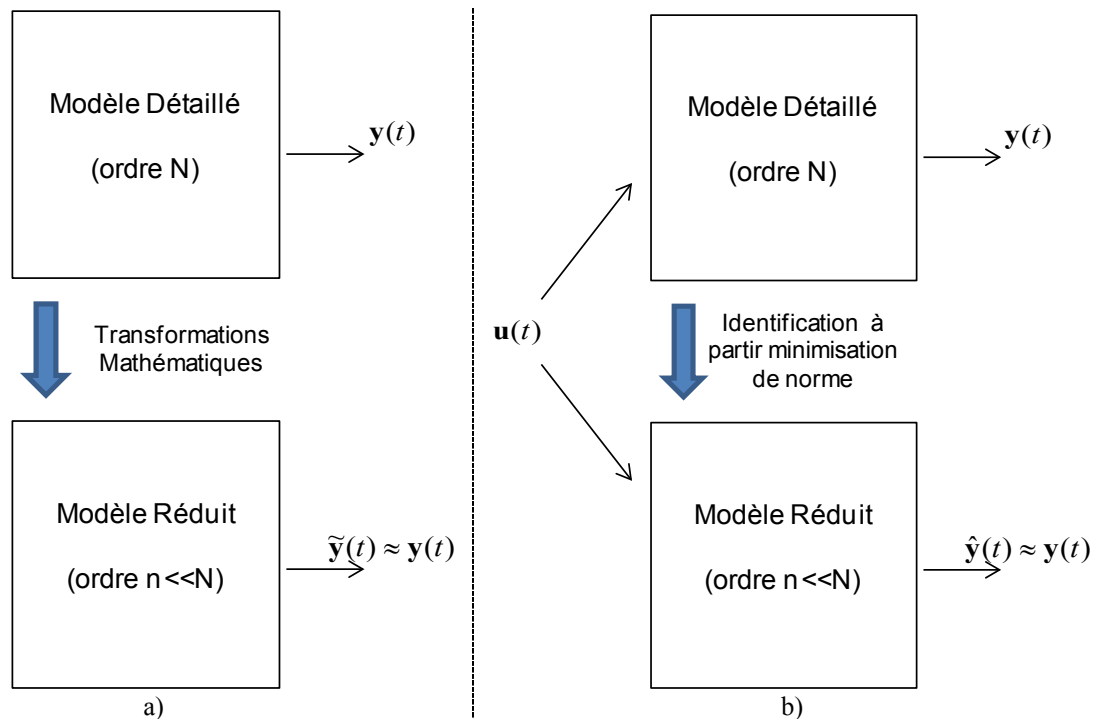


Figure I-4 Principe de la réduction de modèle (a) et de l'identification de modèle réduit (b).

A l'origine, cette méthode a été développée en thermographie infrarouge avec pour objectif d'identifier des modèles réduits à partir de données expérimentales (Pasquetti et Petit 1988). Elle a ensuite été employée dans de nombreuses configurations, aussi bien numériques qu'expérimentales (Petit 1993), (Videcoq et Petit, Model reduction for the resolution of multidimensional inverse heat conduction problems 2001), (Videcoq, Petit et Piteau, Experimental modelling and estimation of time varying thermal sources 2003). Aujourd'hui, la méthode est applicable :

- Soit à un Modèle Détaillé que l'on veut réduire.
- Soit à une expérimentation que l'on souhaite modéliser.

Ceci est possible grâce à de récentes formulations de la méthode (Favenec, Girault et Petit 2006) qui permettent de l'employer avec des données obtenues en réponse à des sollicitations quelconques.

D'autres applications non-thermiques existent dans le domaine aéronautique, notamment dans l'identification de la dynamique de vol (Bucharles et Vacher 2002) ou les modèles réduits sont utilisés pour identifier des coefficients aérodynamiques de l'avion. De même, les modèles réduits ont été récemment utilisés pour caractériser des régimes en convection forcée dans le compartiment *Core* de l'ensemble propulsif (Ventura 2010).

Le principal inconvénient de la méthode, pour son application sur *ITEMPS*, est également lié au découplage des entrées. Il est en effet nécessaire de conduire autant de procédures d'identification qu'il existe d'entrées indépendantes au système. La méthode peut donc s'avérer assez lourde lorsque le nombre de composantes du vecteur d'entrée $U(t)$ est important (quand il atteint par exemple plusieurs dizaines). Dans le cadre des méthodes inverses consistant à estimer les composantes de $U(t)$ à partir de la connaissance de $Y(t)$, le nombre d'entrées peut devenir pénalisant.

2.2.2 Les modèles enthalpiques (bilans enthalpiques).

La méthode enthalpique consiste à établir un bilan énergétique sur les équipements étudiés pour exprimer leur température moyenne en fonction de paramètres connus, par la mesure ou le calcul, et de paramètres intrinsèques au système et son environnement (grandeurs physiques, géométriques,...). Le bilan thermique s'effectue en tenant compte de l'ensemble des échanges entre le composant et son environnement, que ce soit par conduction, par convection ou par rayonnement. Après plusieurs simplifications physiques, les coefficients de l'équation sont ajustés mathématiquement sur la base de résultats d'essais en vol. Ceci peut être réalisé par une estimation de paramètres (linéaire ou non) et s'inspire très largement des travaux de (Beck, Blackwell et St-Clair 1985). Pour cela, on utilise un vol dit de calibrage qui permet d'estimer les paramètres inconnus du modèle (méthode des moindres carrés).

Ce type d'approche a servi de base pour l'implémentation et le développement du projet *ITEMPS*. Des études précédentes à cette thèse existent dans le cadre du projet (Rémy, Degiovanni et Verseux, Mise en place de modèles d'extrapolation de température pour divers équipements de la nacelle d'un ensemble propulsif 2008). Les résultats de ces études ont montré l'intérêt de l'approche inverse pour caractériser les équipements du moteur.

Du fait de son importance historique dans le projet, la méthode enthalpique est présentée en détail dans la suite et est appliquée sur les deux équipements moteur déjà présentés (IDG et VFG).

La méthode enthalpique, tout comme la méthode de réduction de modèles telle que présentée ici, présente l'avantage de rester physique. En revanche, ces deux méthodes requièrent l'estimation de paramètres et de coefficients inconnus. Cette opération d'identification est une opération délicate et qui peut être relativement longue dans le cas d'une approche de type réduction de modèles.

Le principal inconvénient de ce type de méthodes est la nécessité de modéliser le système et son environnement. Il est nécessaire alors de poser un certain nombre d'hypothèses simplificatrices sur l'écoulement (coefficient d'échange supposé constant) et sur les transferts couplés non-linéaires (linéarisation des flux radiatifs). De plus, il est nécessaire de supposer préalablement un comportement *capacitif* ou *glissant* du signal de sortie par rapport aux entrées.

Un des objectifs du projet *ITEMPS* étant de rendre semi-automatique la méthodologie d'identification de système, il est nécessaire alors de pouvoir établir le modèle du système de façon plus générale (quel que soit le système étudié). C'est pour cette raison que les modèles autorégressifs ont été étudiés.

2.2.3 Les modèles autorégressifs.

Selon (Walter et Pronzato 1994) la disponibilité sans cesse accrue des moyens de calcul numérique tend à remettre en cause la suprématie des modèles à temps continu (I-2). En effet, la simulation numérique des modèles à *temps discret* est plus simple (même si leur utilisation conduit à une perte d'information sur le comportement du système à temps continu sous-jacent). De façon parallèle au cas continu, et pour un cas multidimensionnel, on peut utiliser un modèle par *équation d'état à temps discret* :

$$\begin{cases} \mathbf{T}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{T}(k) + \mathbf{B}\mathbf{U}(k) \\ \mathbf{Y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{T}(k) \end{cases} \quad (\text{I-3})$$

A ce dernier type de modèle on peut associer une matrice de transfert discrète et l'opérateur à l'avance z^{-1} :

$$\mathbf{H}(z^{-1}) = \mathbf{C}[z\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1}\mathbf{B} \quad (\text{I-4})$$

On en déduit aisément une représentation par équation en récurrence :

$$\mathbf{Y}(k) = -\sum_{i=1}^{na} \mathbf{Q}_i \mathbf{Y}(k-i) + \sum_{i=1}^{nb} \mathbf{P}_i \mathbf{U}(k-i) \quad (\text{I-5})$$

Avec \mathbf{Q}_i et \mathbf{P}_i matrices de transfert. Ces types de modèles seront largement étudiés dans la suite de ce travail et pour cette raison, ils seront brièvement introduits dans cette section.

Comme il a été montré d'un point de vue théorique, ces modèles *autorégressifs* (récurrents) sont une représentation discrétisée des équations différentielles ordinaires (EDO). A titre d'exemple l'expression (I-5) est développée pour le cas de deux variables y et u et pour un intervalle de temps discrétisé ($k = 1, \dots, n$) :

$$y(k) = -a_1 y(k-1) - \dots - a_{n_a} y(k-n_a) + b_1 u(k-1) + \dots + b_{n_b} u(k-n_b) \quad (\text{I-6})$$

Pour noter des équations de récurrence sous forme condensée, il est commode d'introduire l'opérateur retard z^{-1} , tel que $z^{-1}x(t) = x(t - \Delta t)$ et condenser l'expression (I-6):

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t) \quad (\text{I-7})$$

Le modèle ci dessus comporte une seule entrée et une seule sortie et son ordre est représenté par la somme des valeurs frontières n_a et n_b (ordre du modèle).

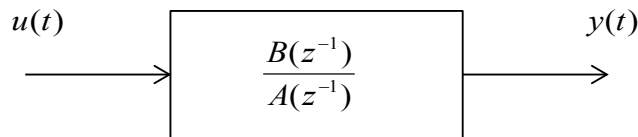


Figure I-11 Schéma d'une structure autorégressive.

Dans le cas inverse, les variables y et u (signaux d'entrée et sortie respectivement) deviennent des informations connues et les coefficients a_i et b_i sont des paramètres qui doivent être estimés dans le processus d'identification. L'ordre du modèle établit donc le degré de raffinement dans l'identification de la fonction dérivée. De cette façon, pour l'instant t_k , le modèle prend en compte tous les instants précédents, l'entrée et la sortie.

L'estimation de ce type de modèle est basée aussi sur la minimisation d'une fonctionnelle selon la méthode des *moindres carrés*. De cette façon il est possible de suivre la méthodologie proposée par (Beck, Blackwell et St-Clair 1985).

En partant de la même base physique que les modèles réduits, les modèles autorégressifs représentent une généralisation de la méthode enthalpique.

Ce type de modèle a été largement étudié par (Ljung 1987) et ses études nous serviront de base pour implémenter les modèles. De plus, une large gamme d'applications de ce type de modèles sera présentée dans des chapitres spécifiques.

Des auteurs (Battaglia, et al. 2000) ont constaté que dans certains cas, selon la nature du système mais aussi les positions des capteurs, les modèles autorégressifs présentés ci-dessus se relevaient inadaptes pour reproduire correctement l'évolution de la température au point de mesure. Pour ces cas, des modèles autorégressifs avec des coefficients non-entiers sont

développés. Les résultats de l'utilisation de ce type de modèle s'avèrent prometteurs surtout dans des configurations où l'objectif est d'estimer le flux traversant une interface grâce à des mesures par thermocouples (Malti, Victor et Oustaloup 2008)(Löhle et Fuchs 2011).

Cependant, comme il sera montré par la suite, dans le domaine de l'extrapolation de température sur des équipements moteur, les modèles autorégressifs entiers sont capables de reproduire la température moyenne des systèmes. De plus, ils représentent un bon compromis entre la modélisation physique et l'applicabilité sur une méthodologie d'estimation générale.

2.2.4 *Les réseaux de neurones.*

Les modèles présentées précédemment sont basées sur le comportement physique des systèmes étudiés. Le développement de ce type de modèles, conduit généralement à une meilleure prise en compte de la physique du composant, mais elle peut s'avérer très compliquée pour les cas où des effets fortement non linéaires sont présents.

Dans ce cas, les réseaux artificiels de neurones peuvent apporter une approche alternative pour construire les modèles. Ce type de modèles ont été initialement étudiés par (McCulloch et Pitts 1943) qui ont montré qu'une fonction logique pouvait être évaluée à l'aide d'un réseau simple de neurones.

Dans le domaine aéronautique l'identification des réseaux artificiels de neurones ont une large gamme d'applications. Par exemple, pour la détection et identification de dégâts structurels (Tsou et Shen 1994), la modélisation de charges aérodynamiques à partir des vols d'essais (Linse et Stengel 1993) et aussi pour détecter des effets non prévus comme par exemple le givrage (Johnson et Rokhsaz 2001) sur les voilures.

D'un point de vue théorique, la construction d'une structure simple de ce type de modèles peut se trouver en Figure I-12.

Chaque neurone reçoit des signaux depuis plusieurs sources. Ces sources sont pondérées par un poids indépendant et ensuite elles sont sommées. La sortie du neurone résulte de la modification de ce signal par la fonction d'activation. Plusieurs types de fonctions d'activation existent selon le système physique étudié.

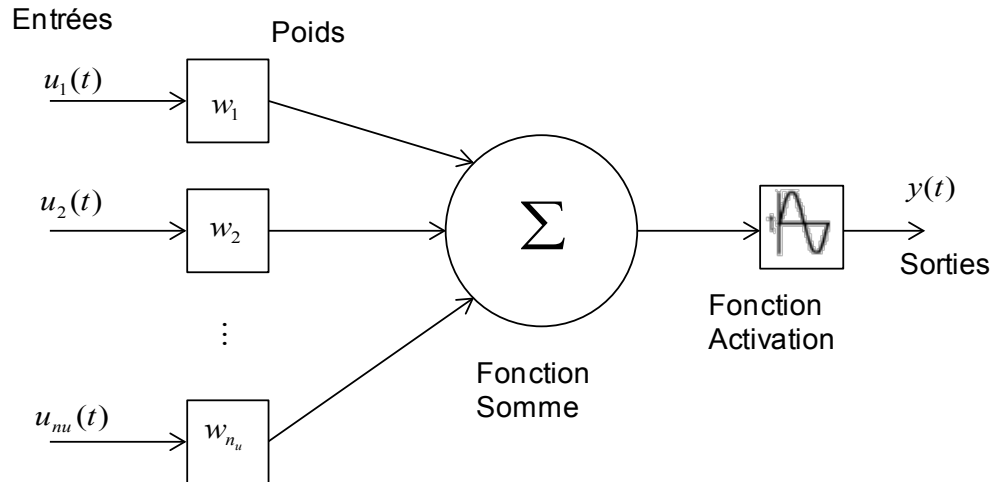


Figure I-12 Schéma de structure d'un seul neurone.

De façon simplifiée, le réseau de neurones consiste en l'assemblage de plusieurs blocs individuels en un seul bloc global. L'identification à travers les réseaux artificiels de neurones consiste à déterminer les valeurs des poids internes du bloc global.

Parmi plusieurs algorithmes d'identification des coefficients w_i du réseau, le plus utilisé reste l'algorithme *Back-propagation* (Jategaonkar 2006) qui propose de modéliser l'erreur (écart entre la sortie du modèle et la mesure) comme une fonction des poids du réseau et d'implémenter la méthode du gradient pour minimiser l'écart entre les paramètres désirés et ceux estimés.

Le principal inconvénient de cette méthode est la quantité de calculs à réaliser par rapport à la complexité des sollicitations thermiques des systèmes du moteur. La phase de détermination des poids associés à chaque nœud du réseau correspondrait à de nombreux essais en vols à réaliser dans des conditions très différentes. Leur utilisation en extrapolation reste dangereuse car ne reposant sur aucune physique, elles peuvent conduire à des écarts importants et difficiles à évaluer si les modèles ainsi mis en place sont utilisés dans des configurations très différentes de celles utilisées pour leur construction.

3 La méthode enthalpique.

Depuis le lancement du projet *ITEMPS* en 2003, de nombreux travaux ont été menés au sein de la société AIRBUS sur la problématique des extrapolations de température. L'ensemble de ces études se sont basées sur la mise en œuvre des bilans enthalpiques pour construire les modèles. Chacune de ces études portait sur un équipement différent : des régulateurs des vannes de prélèvement d'air, des alternateurs et des structures d'isolement. Dans la suite, on introduira la méthode enthalpique de façon succincte. L'objectif sera de montrer les points similaires avec la méthode paramétrique, et ses inconvénients pour son application industrielle. Pour plus

d'informations, il faudra se référer aux rapports de stage des étudiants ENSEM (Piriou 2006), (Jeanmougin 2008).

3.1 Introduction à la méthode enthalpique.

Comme il a été énoncé précédemment, la méthode enthalpique consiste à établir un bilan thermique sur les équipements étudiés pour exprimer la température moyenne de l'équipement en fonction de paramètres intrinsèques au système et son environnement (grandeurs physiques). La structure du modèle est obtenue lors de l'implémentation d'un bilan thermique en tenant compte de l'ensemble des échanges entre le composant et son environnement, que ce soit par conduction, par convection ou par rayonnement.

Généralement, l'expression de la température met en jeu un trop grand nombre de facteurs nécessitant une simplification du modèle. Ensuite, les coefficients de l'équation sont ajustés mathématiquement sur la base de résultats d'essais en vol (calibration). La méthode d'optimisation (moindres carrés) pour le calcul des paramètres intrinsèques est choisie de sorte que l'erreur engendrée soit la plus petite possible et que l'intervalle de confiance sur la température extrapolée soit optimal. Notamment, pour les modèles à caractère non linéaire, des méthodes de descente itérative (Marquardt 1963) sont mises en place.

La méthode des moindres carrés, étant la base commune de la plupart des méthodes inverses cette méthode sera décrite plus précisément dans la section suivante. Une fois calculés, les modèles permettront de prédire la température pour d'autres jeux de données (phases de validation et extrapolation) où des vols effectués à très différents ΔISA seront utilisés. La construction de ce type de modèle est présentée dans la section suivante en mettant en place cette méthodologie sur deux équipements du moteur : l'*Intermediate Drive Generator* (générateur électrique à fréquence constante) et la *High Pressure Bleed Valve* (vanne de prélèvement d'air chaud pour le conditionnement des systèmes avion).

3.1.1 Application des bilans enthalpiques sur l'IDG.

En partant du schéma présenté sur la Figure I-3 on établit un bilan énergétique sur la carcasse de l'IDG. Le volume de control utilisé englobe la carcasse de l'IDG. C'est sur ce point la que le thermocouple est placé. L'IDG et son environnement sont modélisés par un modèle en régime glissant. En fait, toute l'inertie est contenue dans l'huile et à la vue des relevés de températures, le temps de réponse de la carcasse est très faible.

Des études précédents (Piriou 2006), ont montré que les échanges thermiques par rayonnement entre les parois coupe-feu et l'IDG sont négligeables du fait des faibles facteurs de forme (d'un côté, il y a la boîte à engrenages, et de l'autre, il y a des équipements).

A priori, les transferts thermiques qui ont une influence sur la carcasse de l'IDG sont donc :

- la source de chaleur interne et sa dissipation thermique à travers un circuit d'huile dédié.
- la convection externe entre la surface mouillée externe de l'IDG et l'air au voisinage de celui-ci.
- la conduction à travers le joint présent entre la boîte à engrainages et l'IDG.
- les transferts radiatifs entre l'IDG et le capot d'une part et entre l'IDG et le carter d'autre part.

On trouve alors l'expression suivante :

$$0 = G + \Phi_{cond(boite.eng \rightarrow IDG)} + \Phi_{conv(zone \rightarrow IDG)} + \Phi_{conv(huile \rightarrow IDG)} + \Phi_{ray(capot \rightarrow IDG)} + \Phi_{ray(carter \rightarrow IDG)} \quad (\text{I-8})$$

Le flux conductif entre l'IDG et la boîte à engrainages est très faible et les flux radiatifs sont supposés négligeables ou bien linéarisables et peuvent être pris en compte par un coefficient d'échange équivalent dans les flux convectifs correspondants. Cette hypothèse repose sur l'étude numérique des flux présentée dans la partie expérimentale de cette thèse (Chapitre III).

D'après des courbes de dissipation thermique fournies par le constructeur du composant, cette dissipation de chaleur à l'intérieur est modélisée par une relation entre la génération électrique P_{elec} (pertes de joule) et la rotation de l'arbre moteur N_3 (frottement mécanique). Basé aussi sur ces courbes, le frottement est modélisé sous forme d'un polynôme de deuxième degré.

$$G = kP_{elec} + a_0 + a_1N_3 + a_2N_3^2 \quad (\text{I-9})$$

Le flux dissipé par l'échangeur huile/air peut être modélisé soit comme la différence d'enthalpie entre l'entrée et la sortie de l'échangeur, soit comme un flux convectif entre la température moyenne d'huile et la température de l'IDG :

$$\Phi_{conv(huile \rightarrow IDG)} = \dot{m}C_{p,huile}(T_e - T_s) = h_{int}S(T_{oilave} - T_{IDG}) \quad (\text{I-10})$$

La vitesse de la zone Fan étant faible la convection externe, peut s'écrire :

$$\Phi_{conv(zone \rightarrow IDG)} = h_{ext}S_{mouillée\ externe}(T_{zone} - T_{IDG}) \quad (\text{I-11})$$

En regroupant sous l'expression (I-8) l'ensemble des flux thermiques et en mettant en évidence la température de l'équipement, on obtient une structure de modèle pour l'équipement étudié :

$$T_{IDG} = kP_{elec} + a_0 + a_1N_3 + a_2N_3^2 + a_3T_{oilave} + (1 - a_3)T_{zone} \quad (I-12)$$

Cette structure est dite de type *glissant* car la température de l'équipement dépend de façon linéaire (au sens de l'estimation de paramètres) des variables environnementales et leur influence temporelle sur la variable explicité est instantanée.

3.1.2 Application des bilans enthalpiques sur la vanne HPV.

De même que pour l'IDG, on établit un bilan énergétique sur l'actionneur de la vanne HPV. Sur la Figure I-4 on représente un schéma de l'actionneur de la vanne et de son environnement dans la zone *Core*. Cette zone du compartiment est proche de la chambre de combustion de la turbomachine et la température des gaz augmente l'ensemble des échanges par convection et rayonnement. Les flèches en pointillés correspondent à l'écoulement de flux : l'air du flux secondaire dans les tuyaux de ventilation dédiée et la ventilation du carter, et l'air issu du compresseur dans les tuyaux haute pression (HP) et de pression intermédiaire (IP).

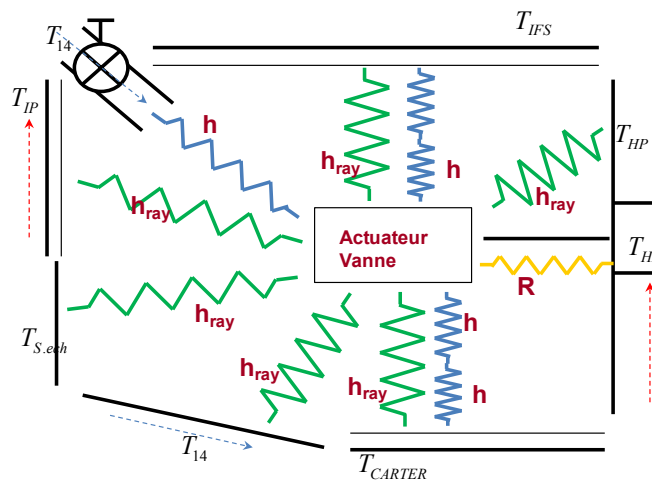


Figure I-13 Schéma d'une structure autorégressive.

D'après le schéma présenté sur la Figure I-13, des flux de rayonnement existent entre l'actionneur et plusieurs composants : le carter, la protection thermique du capot (IFS), les tuyaux de la zone *Core* (HP, ventilation carter, IP, de ventilation dédiée) et la sortie de l'échangeur. La conduction avec le corps de vanne est aussi prise en compte, ainsi que la convection avec l'air ambiant et la ventilation.

Si on écrit la conservation des flux pour l'actionneur de la vanne, on a :

$$\begin{aligned}
 \rho_{act} C_{p,act} V_{act} \frac{dT_{act}}{dt} = & \Phi_{ray(carter \rightarrow act)} + \Phi_{ray(IFS \rightarrow act)} + \Phi_{ray(HP \rightarrow act)} + \Phi_{ray(IP \rightarrow act)} + \\
 & + \Phi_{ray(S.éch \rightarrow act)} + \Phi_{ray(Vcarter \rightarrow act)} + \Phi_{ray(Vdédiée \rightarrow act)} + \\
 & + \Phi_{cond(corps.vanne \rightarrow act)} + \Phi_{conv(ventil \rightarrow act)} + \Phi_{conv(air \rightarrow act)}
 \end{aligned} \tag{I-13}$$

Avec les expressions générales suivantes pour chacun des flux :

$$\Phi_{ray(act \rightarrow i)} = \frac{\sigma(T_{act}^4 - T_i^4)}{\frac{1 - \varepsilon_{act}}{S_{act} \varepsilon_{act}} + \frac{1}{S_{act} F_{vact-i}} + \frac{1 - \varepsilon_i}{S_i \varepsilon_i}} \quad , i = carter, IFS, HP, IP, S.éch, Vcarter, Vdédié \tag{I-14}$$

$$\Phi_{cond(corps.vanne \rightarrow act)} = \frac{1}{R} (T_{corps.vanne} - T_{act}) \quad \Phi_{conv(ventil \rightarrow act)} = h S_{act} (T_{ventil} - T_{act}) \tag{I-15}$$

En supposant que la température des tuyaux de ventilation dédiée et la ventilation carter, qui transportent tous deux de l'air issu du flux secondaire, sont à la température d'air du flux F_{an} et que le corps de vanne est à la température du flux HP, on a :

$$\begin{aligned}
 \rho_{act} C_{p,act} V_{act} \frac{dT_{act}}{dt} = & \Phi_{ray(carter \rightarrow act)} + \Phi_{ray(IFS \rightarrow act)} + \Phi_{ray(HP \rightarrow act)} + \\
 & + \Phi_{ray(IP \rightarrow act)} + \Phi_{ray(S.éch \rightarrow act)} + \Phi_{ray(fan \rightarrow act)} + \\
 & + \Phi_{cond(HP \rightarrow act)} + \Phi_{conv(ventil \rightarrow act)} + \Phi_{conv(air \rightarrow act)}
 \end{aligned} \tag{I-16}$$

Linéarisation des flux radiatifs et modélisation de la ventilation

Une fois établi le bilan global sur l'équipement, des hypothèses supplémentaires devront s'ajouter.

- On suppose que les flux radiatifs qui interviennent dans le modèle sont linéarisables:

$$\Phi_{ray(i \rightarrow act)} = 4T_{réf}^3 \varepsilon S (T_i - T_{act}) \tag{I-17}$$

- L'ensemble des ventilations sont dépendantes de la configuration de la vanne globale (CCC) qui gère la ventilation dans le compartiment *Core*. En fonction de l'ouverture de cette vanne la température de la ventilation sera représentée par le capteur de l'air dans la zone *Core* T_{air} ($\alpha = 0$) ou bien par la température du flux secondaire T_{14} ($\alpha = 1$). On peut exprimer alors :

$$T_{ventil} = \frac{\alpha}{2} T_{14} + \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) T_{air} \quad (\text{I-18})$$

Le modèle s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \rho_{Act} C_{p,Act} V \frac{dT_{act}}{dt} = & 4\sigma S \varepsilon T_{réf1}^3 (T_{Carter} - T_{Act}) + 4\sigma S \varepsilon T_{réf2}^3 (T_{IFS} - T_{Act}) + 4\sigma S \varepsilon T_{réf4}^3 (T_{IP} - T_{Act}) + \\ & + \left(4\sigma S \varepsilon T_{réf3}^3 + \frac{1}{R}\right) (T_{HP} - T_{Act}) + 4\sigma S \varepsilon T_{réf5}^3 (T_{S.ech} - T_{Act}) + \\ & + 4\sigma S \varepsilon T_{réf6}^3 (T_{14} - T_{Act}) + hS \left[\frac{\alpha}{2} T_{14} + \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) T_{air} - T_{Act} \right] \end{aligned} \quad (\text{I-19})$$

Si on fait la même hypothèse que pour le cas de l'IDG, à savoir que les températures $T_{réf}$ sont constantes sur toute la durée de la mission et indépendantes du vol, on obtient finalement une structure pour le modèle enthalpique. Cette structure obtenue reste similaire à celle de l'IDG sauf pour la dérivée première en temps liée à l'équipement. On se trouve alors avec un modèle dit *capacitif* dans lequel l'effet des variables explicatives sur la température de l'actionneur n'est pas instantané.

$$\begin{aligned} \frac{dT_{Act}}{dt} + \frac{1}{\tau} T_{Act} = & a_1 T_{Carter} + a_2 T_{IFS} + a_3 T_{HP} + a_4 T_{IP} + a_5 T_{S.ech} + a_6 T_{14} + a_7 \left[\frac{\alpha}{2} T_{14} + \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) T_{air} \right] \\ \frac{1}{\sum_i a_i} = & \tau \end{aligned} \quad (\text{I-20})$$

Afin d'estimer les paramètres α_i par la méthode des moindres carrés il est nécessaire de mettre en place une technique numérique pour résoudre l'équation en dérivées ordinaires. La méthode de résolution choisie est la résolution par Runge-Kutta (Nougier, Méthodes de calcul numérique 1993). Le principe de cette méthode est détaillé dans l'Annexe 1-C.

3.1.3 Conclusion sur la modélisation enthalpique.

En conclusion, on peut dire que le principal inconvénient de ce type de modèles est la nécessité de poser un certain nombre d'hypothèses simplificatrices sur l'équipement et son environnement (prise en compte par un coefficient d'échange supposé constant) et les transferts couplés non-linéaires (linéarisation des flux radiatifs). De plus, il est nécessaire de supposer préalablement un comportement *capacitif* ou *glissant* du signal de sortie par rapport aux entrées.

Ce choix d'hypothèses simplificatrices sera fonction du jugement de l'ingénieur qui modélisera l'équipement et donc une source de non-robustesse pourrait apparaître.

D'un autre côté, ceci peut être vu aussi comme le principal avantage de ces modèles. Car, en étant basés sur des lois physiques, ils ont normalement un degré de précision très grand.

Comme il a été déjà dit un des objectifs du projet ITEMPS est de mettre en place une méthodologie semi-automatique d'identification de système. Pour cela il est nécessaire de généraliser la construction du modèle. C'est pour cette raison que les expressions autorécurrentes ont été choisies pour définir la structure des modèles. Ces modèles ne sont pas présentés ici car ils feront l'objet d'un chapitre spécifique.

3.2 Hypothèses et mise en place du problème inverse. Introduction à la méthode des moindres carrés.

Une fois les structures des modèles paramétriques obtenues, il est nécessaire d'identifier la valeur de leurs paramètres par une méthode de type moindres carrés. Cette méthode est largement utilisée dans l'estimation de paramètres en raison des bonnes propriétés statistiques des paramètres calculés (Aster, Borchers et Thurber 2005). Cette section servira à présenter de façon succincte les bases théoriques de l'estimation de paramètres. Une étude plus détaillée sur des méthodes avancées d'estimation des paramètres sera présentée dans le quatrième chapitre de cette thèse.

Lorsque l'on dispose de n mesures temporelles stockées dans un vecteur \mathbf{Y} sujettes à une erreur de mesure ε on peut écrire vectoriellement:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{F}(\boldsymbol{\beta}) + \varepsilon \quad (\text{I-21})$$

\mathbf{F} représente la sortie temporelle du modèle sous forme de vecteur. D'après cette expression, le modèle est censé décrire exactement la réalité sauf pour la perturbation de mesure. Il s'agit d'un modèle *parfait*. Cette sortie dépend à la fois des paramètres existants dans le modèle et du temps. Le vecteur $\boldsymbol{\beta}$ représente la valeur exacte mais inconnue du vecteur paramètres.

Le problème d'estimation paramétrique consiste à estimer les p paramètres du vecteur $\boldsymbol{\beta}$ à partir des n mesures. Evidemment, le nombre de mesures doit être supérieur au nombre d'inconnues du vecteur. Dans ce cas, il est possible d'obtenir une estimation $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ de ce vecteur. Comme il existe une erreur sur la mesure, il en sera de même pour les paramètres estimés qui seront différents des vrais paramètres.

L'estimateur de moindres carrés ordinaires est le vecteur optimal qui minimise une norme. Ici, la norme est choisie comme étant la somme des écarts quadratiques entre la courbe expérimentale et la courbe théorique donnée par le modèle \mathbf{F} (moindres carrés ordinaires) :

$$S_{LS} = (\mathbf{Y} - \mathbf{F})^T (\mathbf{Y} - \mathbf{F}) \quad (\text{I-22})$$

Ensuite, on peut minimiser cette somme par rapport aux différentes paramètres en introduisant le vecteur dérivées partielles de l'ensemble de paramètres du modèle : $\nabla_{\mathbf{p}} = [\partial/\partial\beta_1 \quad \dots \quad \partial/\partial\beta_p]^T$. Chacune des composantes du modèle représente une variable dont le modèle dépend, on parle alors d'estimation multi-variables :

$$\nabla_{\mathbf{p}} S_{LS} = -2(\nabla_{\mathbf{p}} (\mathbf{Y} - \mathbf{F})^T)(\mathbf{Y} - \mathbf{F}) = 0 \quad (\text{I-23})$$

On peut définir alors \mathbf{X} la matrice de sensibilités dont chacune des colonnes correspond au coefficient de sensibilité d'un des paramètres du modèle. On définit ce coefficient comme étant la dérivée du signal du modèle par rapport aux paramètres correspondants ($\mathbf{X} = \nabla_{\mathbf{p}} \mathbf{F}$) :

$$-\mathbf{X}^T (\mathbf{Y} - \mathbf{F}) = 0 \quad (\text{I-24})$$

Il mesure les variations induites sur le signal par de faibles variations du paramètre. Ainsi, plus le coefficient de sensibilité d'un paramètre sera grand, plus le modèle sera sensible à ce paramètre et plus il sera facile d'estimer sa valeur par des algorithmes d'inversion. Ces sensibilités jouent un rôle fondamental dans les techniques d'inversion puisqu'elles conditionnent non seulement les valeurs estimées des paramètres mais aussi les erreurs commises sur ces paramètres.

On peut remarquer également que le coefficient de sensibilité est fonction non seulement des paramètres du modèle mais aussi du temps. Par conséquent, l'importance du rôle joué par un paramètre n'est pas identique à chaque instant.

A ce point, il est nécessaire de distinguer les modèles linéaires et non-linéaires. Précisons que la non-linéarité dont il s'agit ici fait référence au problème inverse lui-même, et non pas au problème direct.

Dans le cas des problèmes linéaires, la valeur du coefficient de sensibilité ne dépend pas des paramètres estimés. Dans ce cas, le recours à l'algèbre linéaire et à l'analyse fonctionnelle permet d'obtenir des résultats précis. Les problèmes non-linéaires sont plus complexes, il existe moins de résultats généraux, et il est nécessaire d'utiliser des algorithmes d'optimisation.

Ces algorithmes seront présentés dans la suite du travail, cependant, afin de rendre plus compréhensible la présentation de la méthode des moindres carrés, les modèles sont supposés dans un premier temps comme linéaires.

Dans le cas linéaire, le modèle peut se représenter comme le produit entre la matrice de sensibilités et du vecteur paramètres $\mathbf{F} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$. Dans ce cas l'expression (I-24) devient un système d'équations dites *normales* :

$$(\mathbf{X}^T \mathbf{X})\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{X}^T \mathbf{Y} \quad (\text{I-25})$$

Afin de mieux comprendre la problématique des moindres carrés, une interprétation graphique du problème peut être donnée (Figure I-14). Cette interprétation sera aussi utile pour mieux comprendre les techniques d'estimation de biais de modèle présentées dans le quatrième chapitre. Pour cela, on suppose un groupe de trois observations ($n=3$) et deux vecteurs recherchés ($p=2$). Le vecteur d'observations (\mathbf{Y}) peut se représenter comme un vecteur qui va de l'origine au point A . De même, tout point dans le sous-espace est décrit à travers une combinaison linéaire des sensibilités et paramètres ($\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$). La solution au problème se trouve donc dans le plan horizontal.

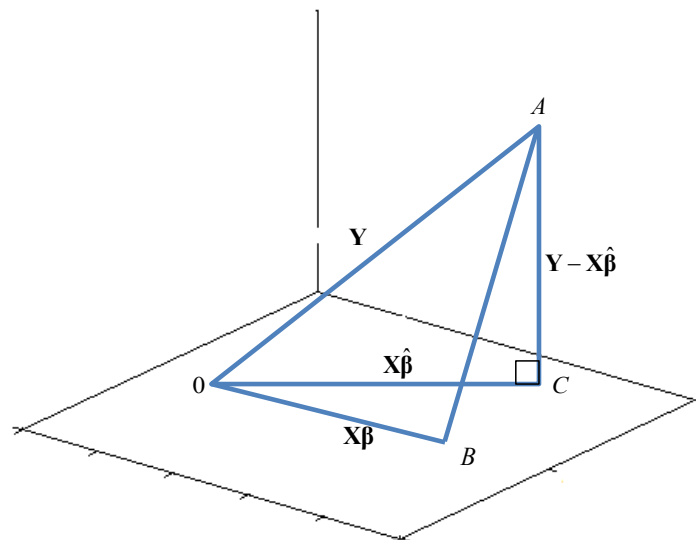


Figure I-14 Interprétation graphique des moindres carrés.

D'un point de vue géométrique, minimiser la norme quadratique revient à identifier le point correspondant à la distance minimale entre le point A et le plan horizontal (qui correspond au point C de la figure). La droite perpendiculaire que relie ces deux points correspond à l'écart qui existe entre la mesure et la sortie du modèle. Cet écart est normalement appelé résidu de l'estimation.

Plusieurs méthodes numériques existent pour trouver la solution aux équations normales : décomposition en valeurs singulières, factorisation QR, ... Bien qu'il ne soit pas obligatoire d'inverser la matrice $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$, il est possible d'en donner la valeur formelle :

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y} \quad (\text{I-26})$$

A travers l'expression ci dessus, on peut remarquer que l'inversion et le conditionnement de cette matrice aura une influence importante dans la résolution du problème inverse.

3.2.1 Propriétés statistiques des estimateurs par moindres carrés.

D'après l'expression (I-21) le modèle est censé décrire exactement la réalité sauf pour la perturbation de mesure. Cette dernière est souvent considérée comme une variable aléatoire. On suppose alors que sa moyenne est nulle, ce qui revient à dire que la mesure est sans biais. Sans cette hypothèse, soit le modèle est erroné (biais de modèle), soit c'est la mesure qui est biaisée.

On suppose en outre que l'écart-type σ du bruit est constant et que sa loi de probabilité est une normale de moyenne nulle et de variance σ^2 . Dans ce cas, on peut estimer les propriétés statistiques (espérance et variance) des paramètres estimés :

$$E(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = \boldsymbol{\beta}, \quad \text{Cov}(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = E[(\hat{\boldsymbol{\beta}} - E(\hat{\boldsymbol{\beta}}))(\hat{\boldsymbol{\beta}} - E(\hat{\boldsymbol{\beta}}))^T] = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \sigma^2 \quad (\text{I-27})$$

Les termes diagonaux de cette matrice représentent les variances de chaque paramètre, c'est à dire les carrés des écarts types de leurs estimateurs. On peut alors faire les remarques suivantes :

- En l'absence de bruit, les variances et covariances des paramètres sont nulles.
- En présence de bruit de mesure, lorsque les sensibilités du signal aux paramètres sont nulles ou lorsqu'elles sont corrélées, le déterminant de $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$ devient faible et les écarts types sur les paramètres sont très grands.
- En augmentant le nombre de points de mesure et en prenant des points proches du maximum de sensibilité à chaque paramètre, on diminue les écarts-types des paramètres.
- En effectuant la moyenne des valeurs estimées à partir de plusieurs manipulations, on diminue l'écart-type sur la valeur moyenne.

De la même façon on peut estimer la variance du bruit à partir de l'espérance des résidus et de la somme quadratique des résidus :

$$E((\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})) = \mathbf{0} \quad E\left[(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})^T (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})\right] \rightarrow \hat{\sigma}^2 = \frac{(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})^T (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})}{n - p} \quad (\text{I-28})$$

Comme il a été montré, les valeurs des paramètres estimés dépendent de plusieurs facteurs, dont certains aléatoires comme le bruit de mesure sur les capteurs par exemple. La validation des hypothèses sur lesquelles l'estimation par moindres carrés est basée est nécessaire.

Le bruit blanc ajouté à la sortie du modèle est censé prendre en compte la perturbation de mesure et sa validité doit être confrontée aux résidus. Après chaque estimation la courbe des résidus est moyennée le long de l'intervalle de temps en vérifiant qu'elle est bien nulle.

Finalement, il est intéressant d'observer la variance de la sortie du modèle pour un groupe de paramètres estimés. Pour cela, on choisit un point quelconque de l'intervalle d'estimation \mathbf{x}_0 et on calcule la variance d'après les expressions ci-dessus ($\hat{\mathbf{Y}}_0 = \mathbf{x}_0 \hat{\boldsymbol{\beta}}$) :

$$\text{Cov}(\hat{\mathbf{Y}}_0) = \sigma^2 \left[\mathbf{1} + \mathbf{x}_0^T (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{x}_0 \right] \quad (\text{I-29})$$

L'étude des propriétés statistiques montre que si le modèle arrive à décrire la réalité à un bruit de mesure aditif près, les paramètres sont alors dits non-biaisés quel que soit le modèle utilisé. Il serait intéressant d'observer l'effet sur les paramètres estimés d'un modèle non complet (biaisé). C'est pour cette raison qu'une étude sur le sujet est présentée dans ce travail de Thèse (Voir derniers chapitres).

3.2.2 Estimation non-linéaire.

Dans le cas non linéaire, il n'est plus possible d'exprimer aussi simplement le modèle \mathbf{F} en fonction du vecteur paramètres $\boldsymbol{\beta}$. La solution s'obtient alors par un processus itératif en développant en série de Taylor la fonction au voisinage de la solution:

$$\mathbf{F}^{(i+1)} = \mathbf{F}^{(i)} + \mathbf{X}^{(i)} (\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(i+1)} - \hat{\boldsymbol{\beta}}^{(i)}) \quad (\text{I-30})$$

L'exposant (i) sur \mathbf{X} indique que la matrice de sensibilité est calculée avec les paramètres évalués au rang (i) soit: $\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(i)}$. On écrit alors que pour des valeurs proches de la solution, le système d'équations est vérifié, c'est à dire que :

$$-\mathbf{X}^{T(i)} (\mathbf{Y} - \mathbf{F}^{(i+1)}) = \mathbf{0} \quad (\text{I-31})$$

Si on combine les expressions (I-30) et (I-31) on obtient alors une relation de récurrence entre les valeurs des paramètres estimés au rang (i) et au rang $(i+1)$:

$$\hat{\beta}^{(i+1)} = \hat{\beta}^{(i)} + (\mathbf{X}^{T(i)} \mathbf{X}^{(i)})^{-1} \mathbf{X}^{T(i)} (\mathbf{Y} - \mathbf{F}^{(i)}) \quad (\text{I-32})$$

Sous réserve de convergence, la solution est donnée par la valeur limite de cette suite. De plus, nous voyons ainsi apparaître l'intérêt de la méthode des moindres carrés qui permet d'obtenir une expression explicite de la solution linéarisée (I-32).

Grace à cette expression, il est facile de vérifier, sous hypothèse de nullité de biais, les propriétés statistiques déjà énoncées (paramètres non biaisés et distribution de la variance) pour ces modèles. De plus, l'ensemble des algorithmes de minimisation existant dans la littérature sont basés aussi sur ce principe dite de *descente*. On peut signaler celui proposé par Levenberg et Marquardt qui est présenté en annexe.

4 Proposition de méthodologie d'indentification de systèmes.

Les enjeux sur les extrapolations de modèles préalablement estimés sur des conditions différentes à celles de l'estimation, ne sont pas traités dans la bibliographie de façon spécifique. Cependant, le sujet est abordé de façon sous-jacente dans la plus grande partie des publications existantes. Ceci est fait à travers des références aux variances associées des paramètres estimés et l'intervalle de confiance sur les températures recalculées.

Les variances dépendent non seulement du bruit de mesure mais aussi des sensibilités et des corrélations entre paramètres. En effet, en sachant que l'incertitude du modèle augmente avec son nombre de paramètres, une grande partie des efforts de modélisation est dédiée à réduire la quantité de paramètres présents dans le modèle (par exemple en fixant leurs valeurs à zéro ou à des valeurs nominales).

On introduit alors un biais sur le modèle qui se traduit par un erreur systématique ou biais sur les paramètres du modèle laissés libres et qui font l'objet de l'identification.

La variance d'un estimateur représente le degré d'incertitude du modèle utilisé. Quand les modèles estimés sont implémentés dans des conditions similaires à celles de la calibration, le degré d'incertitude des modèles estimés n'a pas autant d'influence que le biais sur les estimateurs. La précision de valeurs nominales (biais) joue alors un rôle majeur dans les simulations des températures validées.

Néanmoins, sous conditions d'extrapolation, l'influence de la variance devient non négligeable sur les températures simulées et un compromis entre le biais de l'estimateur et sa variance doit être trouvé. Cette problématique est abordée en détail dans le quatrième chapitre de cette étude.

C'est pour cette raison qu'une phase de validation intermédiaire des modèles s'impose (Snee 1977). Cette phase permet d'observer le comportement du modèle sur un autre groupe de données (vol de validation) et de cette façon *pressentir* le comportement de modèle dans les conditions d'extrapolation.

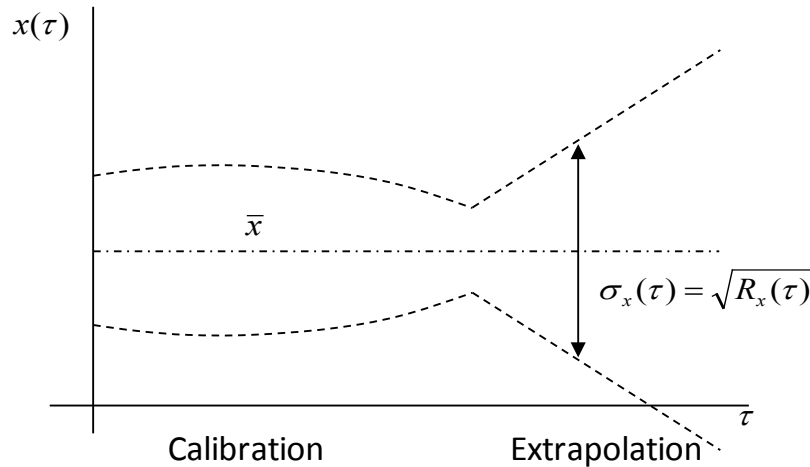


Figure I-15 Evolution de l'écart type en fonction de la phase (calibration ou extrapolation) pour une variable aléatoire à moyenne constante.

Les étapes utilisées alors pour trouver le compromis entre biais et variance sont celles de la calibration et la validation. D'après la plupart des auteurs (Montgomery, Peck et Vining 2006), une méthodologie itérative est nécessaire afin d'arriver à ce compromis. Son objectif est de trouver le nombre de paramètres optimal pour atteindre le compromis.

Cet enjeu, en plus de la construction de l'expression enthalpique du modèle (bilans enthalpiques, modèles ARX), seront les deux sujets principaux de la thèse. La présentation et l'étude des modèles autorégressifs sera faite dans les chapitres deux et trois et l'étude du biais de modèle le sera dans le quatrième. L'analyse détaillée de ces aspects aboutira à des conclusions qui permettront de rendre plus robustes les modèles d'extrapolation. Cependant, il sera nécessaire de traiter d'autres sujets et techniques non moins importants. A titre d'exemple on peut énoncer la sélection des vols les plus intéressants à utiliser, les critères pour accepter ou rejeter un modèle identifié, et le choix des variables (capteurs) à introduire dans le modèle.

Comme il a déjà été énoncé, un des objectifs du projet *ITEMPS* est de proposer une méthodologie industrielle qui puisse être appliquée à tout type d'équipement. La méthodologie proposée est largement basée sur les études précédentes de (Ljung 1987). Elle est présentée sur la Figure I-16.

Cette méthodologie peut se diviser en deux parties. La première consiste à *identifier* le modèle le plus adapté pour reproduire le comportement thermique de l'équipement étudié. Une fois le

nombre de paramètres fixé, le modèle résultant est ensuite *extrapolé* dans des conditions thermiques différentes de celles de l'identification.

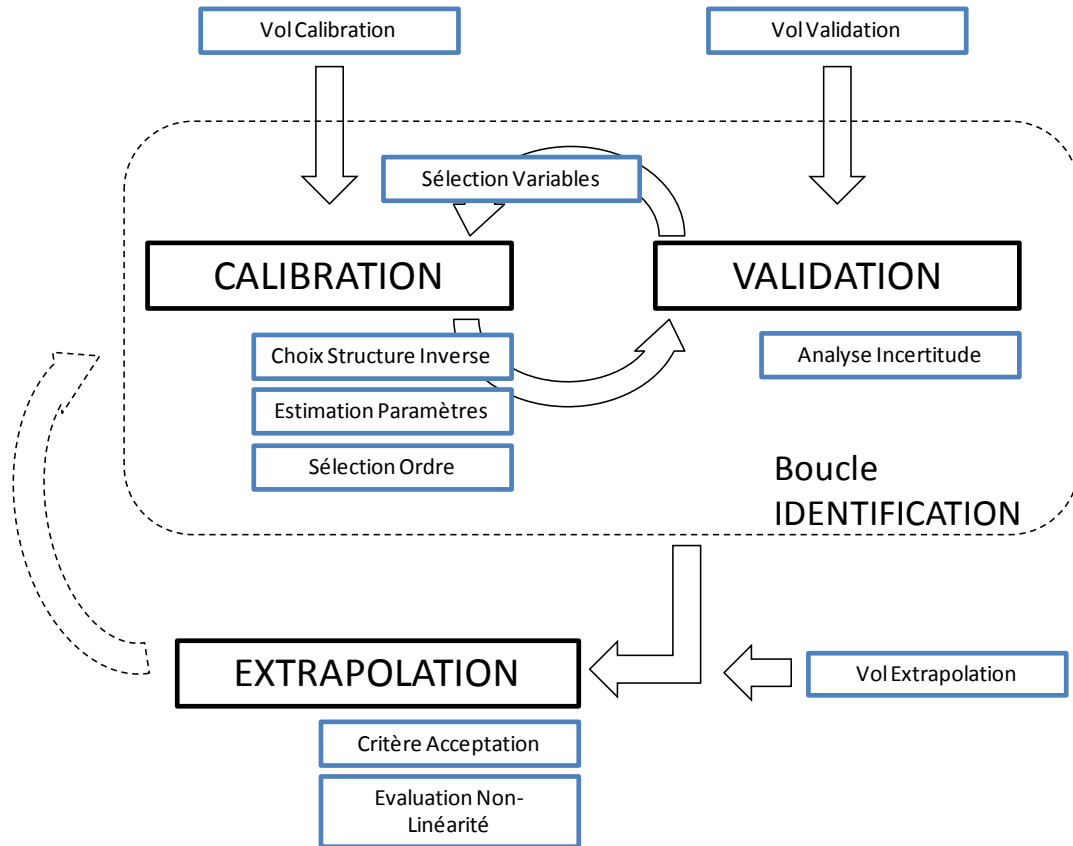


Figure I-16 Méthodologie proposée dans le cadre du projet ITEMPS.

Chacune de ces parties comporte plusieurs étapes qui représentent des phases classiques de l'identification de modèles. On introduira de façon très sommaire ces étapes dans les paragraphes suivants:

- Sélection de vols : comme il a déjà été énoncé, la plupart des profils des vols sont définis selon les indications des autorités aéronautiques. A partir du groupe de vols réalisés pendant la campagne d'essais, il est nécessaire de sélectionner ceux qui seront les plus intéressants d'un point de vue statistique. On a choisi de prendre deux vols similaires pour la phase d'identification (calibration et validation) et un troisième assez différent pour la phase d'extrapolation.
- Choix de la structure inverse : parmi les structures énoncées précédemment on utilisera, dans le cadre de cette thèse, les modèles autorégressifs. Ce choix a été fait pour répondre au meilleur compromis entre le caractère physique et la structure générale du modèle. Comme il sera montré par la suite, plusieurs autres types de

modèles récurrents existent. Cependant, nous avons fait le choix d'utiliser la structure ARX (modèle autorégressif avec variable exogène).

- Estimation de paramètres : le choix de la méthode d'estimation de paramètres est intimement lié à la structure du modèle utilisé. La méthode d'estimation par moindres carrés est largement détaillée dans les différents chapitres de la thèse.
- Sélection de l'ordre du modèle : dans le cadre de cette étude, l'ordre devient un hyper-paramètre du problème inverse à fixer. On verra qu'il jouera un rôle important sur la régularisation de la solution estimée. Ce choix sera basé sur les résultats de la phase de validation.
- Analyse d'incertitude : comme il a été déjà énoncé, l'incertitude du modèle estimé sera analysée dans cette étape. Ceci permettra de déterminer le nombre des variables qui interviendront dans le modèle. L'objectif dans cette thèse sera de baser cette analyse sur le meilleur compromis entre le biais de modèle et la variance des paramètres.
- Sélection de variables : le choix des variables susceptibles de rentrer dans le modèle est un des points les plus délicats dans la méthodologie d'identification des systèmes. En effet, lors des essais, une matrice comprenant l'ensemble des mesures du vol (environ 300 capteurs) est récupérée. Ensuite, partant de ce groupe de variables, il faut sélectionner les plus intéressantes à introduire dans le modèle. Dans le cadre de la méthodologie d'identification, ce choix sera fait selon les connaissances préalables sur le fonctionnement de l'équipement. Cependant dans le dernier chapitre on présentera une technique dont l'objectif sera de rendre cette étape plus automatique.
- Critère d'acceptation : le critère d'acceptation d'un modèle dans la phase d'extrapolation sera basé sur deux aspects différents : d'une part l'obtention d'un niveau de résidus similaire à la phase de validation et d'autre part, la non existence de divergences ponctuelles dans l'écart absolu de températures ($\pm 10^\circ\text{C}$ d'écart entre les profils de température simulé et le mesuré).

En conclusion, le dernier chapitre de la thèse sera consacré à la description de cette méthodologie d'identification de systèmes. Elle aura comme objectif de faire une synthèse des différentes techniques présentées dans la thèse en vue de son application industrielle. Ces différents outils seront décrits en détail ainsi que leurs possibles futures améliorations.

II Modèles paramétriques autorégressifs

Ce deuxième chapitre est consacré à l'étude et l'analyse des structures autorégressives. Ces modèles, d'usage fréquent dans le domaine de l'automatique, seront utilisés dans cette étude pour établir la fonction de transfert du système étudié.

Parmi ces structures, on présentera en détail le modèle autorégressif à variable exogène (ARX). Contrairement aux bilans enthalpiques, ces modèles permettent de décrire de façon générale les interactions entre les variables les plus influentes du système.

L'objectif du chapitre est double : valider l'application de ces structures sur des cas thermiques et comprendre le sens physique des paramètres estimés. Pour cela on analysera les effets sur les estimations des deux principaux paramètres de réglage de ces modèles : l'ordre des polynômes autorégressifs et le nombre de variables d'entrée.

Dans un premier temps, on présentera les techniques d'estimation des paramètres adaptées pour ces structures ainsi que les propriétés statistiques des estimateurs.

Dans un deuxième temps, pour comprendre la pertinence de ces modèles et valider leur utilisation, ils seront implémentés sur simulations directes. On pourra différencier les simulations selon deux niveaux de complexité principaux : des simulations simples à partir de modèles de type *petit corps* et des simulations complexes où on résoudra l'équation générale de la chaleur sans simplification. Une validation expérimentale intermédiaire de petite échelle sera présentée afin de valider les simulations de basse complexité.

1 Présentation des modèles autorégressifs.

Pour présenter ce type de modèles on s'appuiera fortement sur la bibliographie existante, notamment sur l'ouvrage de (Walter et Pronzato 1994). Les auteurs de cet ouvrage énoncent que la plupart des lois physiques sont définies à travers des équations différentielles d'état (I-2). Dans le cas des problèmes directs, une approche assez courante pour résoudre ce type d'équations est de les convertir en équations aux différences résolubles numériquement. De la même façon que dans le premier chapitre, on partira de l'expression discrète ci-dessous :

$$\begin{cases} \mathbf{T}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{T}(k) + \mathbf{B}\mathbf{U}(k) \\ \mathbf{F}(k) = \mathbf{C}\mathbf{T}(k) \end{cases} \quad (\text{II-1})$$

Avec \mathbf{T} variable d'état, on peut rapidement aboutir, à travers une matrice de transfert discrète (I-4) à une représentation du modèle par des équations récurrentes : Par exemple pour un modèle à une seule entrée et sortie on obtient :

$$f_k = -a_1 f_{k-1} - a_2 f_{k-2} \dots - a_{n_a} f_{k-n_a} + b_1 u_{k-1} + b_2 u_{k-2} \dots + b_{n_b} u_{k-n_b} \quad (\text{II-2})$$

Dans le cas d'une approche directe, ces modèles sont de type déterministe et décrivent les sorties comme étant uniquement fonction des entrées, supposées comme étant parfaitement connues. Dans le cas ici présenté la grandeur f est alors calculée à partir des informations supposées connues du modèle (coefficients a_i et b_i) et des conditions limites de celui-ci (u). Aujourd'hui, ces techniques de résolution des problèmes directs sont à la base de nombreux algorithmes d'analyse numérique.

Dans le cas d'un problème inverse, la sortie du modèle f est décrite par la mesure y . De même que le signal u , elles représentent des informations connues dans le problème inverse. La mesure est normalement faussée par des perturbations. Ces perturbations sont souvent modélisées comme des processus stochastiques (variable aléatoires ε). Les coefficients a_i et b_i deviennent des paramètres à estimer lors du processus d'identification.

La somme des paramètres n_a et n_b définit l'ordre du modèle et donc le degré de raffinement du modèle. De cette façon, pour l'instant t_k , le modèle prend en compte tous les instants précédents de l'entrée et de la sortie.

Le polynôme relié aux paramètres a_i constitue la partie autorégressive du modèle. Le polynôme relié aux paramètres b_i constitue la partie exogène du modèle. Ces deux polynômes

peuvent s'exprimer sous forme condensé grâce à l'opérateur à l'avance z^{-1} présenté dans le premier chapitre :

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{na} z^{-na} \quad B(z^{-1}) = b_1 z^{-1} + \dots + b_{nb} z^{-nb} \quad (\text{II-3})$$

Ces structures ont été largement étudiées par (Ljung 1987) et ses études nous serviront de base pour implémenter nos modèles. Les quatre structures majeures qu'on peut citer sont :

- Le modèle AR : modèle purement autorégressif ou seule la perturbation aléatoire ε apparait et est suffisante pour générer une sortie du modèle.

$$A(z^{-1})y(t) = \varepsilon(t) \quad (\text{II-4})$$

$$y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_{na} y(k-n_a) = \varepsilon(k)$$

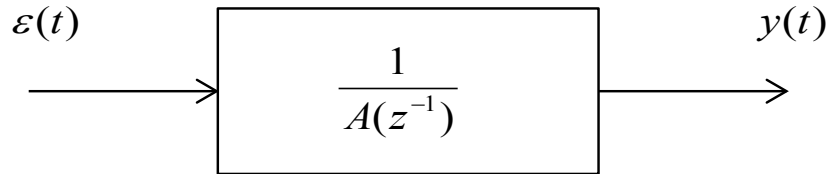


Figure II-1 Schéma du modèle autorégressif.

- Le modèle ARX : modèle AutoRégressif avec variable eXogène ou un effet extérieur et rajouté à la perturbation aléatoire ε pour générer une sortie du modèle.

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t) + \varepsilon(t)$$

$$y(k) = -\sum_{i=1}^{na} a_i y(k-i) + \sum_{i=1}^{nb} b_i u(k-i+1) + \varepsilon(k) \quad (\text{II-5})$$

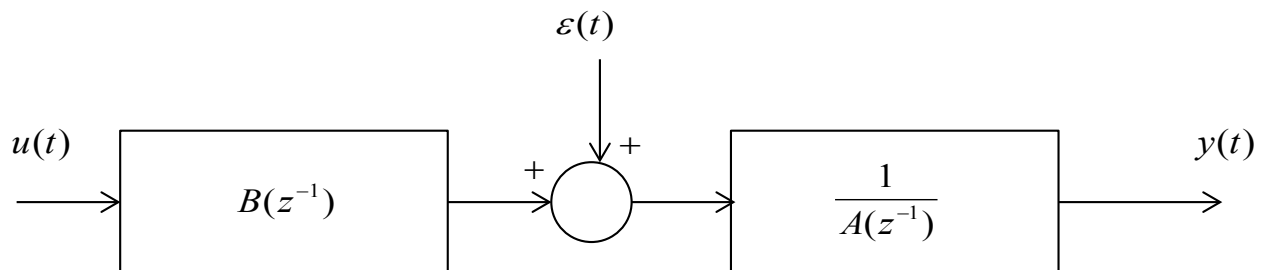


Figure II-2 Schéma du modèle autorégressif avec une seule variable exogène.

- Le modèle ARMA (modèle AutoRégressif à Moyenne Ajustée) est une extension du AR. Il permet de prendre en compte un bruit d'excitation où la perturbation de mesure

n'est pas suffisamment proche d'un bruit $\varepsilon(t)$ "blanc" à moyenne nulle et de variance σ_b^2 . Dans ce cas, il est donc nécessaire de rajouter des degrés de liberté au modèle en mettant en place une moyenne ajustée sur le terme de perturbation $C(z^{-1})$. Ceci nous donne un modèle autorégressif à moyenne ajustée où le terme aléatoire est aussi convolué avec un polynôme autorégressif :

$$A(z^{-1})y(t) = C(z^{-1})\varepsilon(t) \quad (\text{II-6})$$

- Le modèle ARMAX (AutoRégressif à Moyenne Ajustée avec grandeur eXogène) peut être intéressant pour donner plus de souplesse au modèle dans le cas d'une perturbation de mesure très différente d'un *bruit blanc*. Un terme représentant une perturbation plus complexe qu'un signal aléatoire peut ainsi se rajouter au modèle :

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t) + C(z^{-1})\varepsilon(t) \quad (\text{II-7})$$

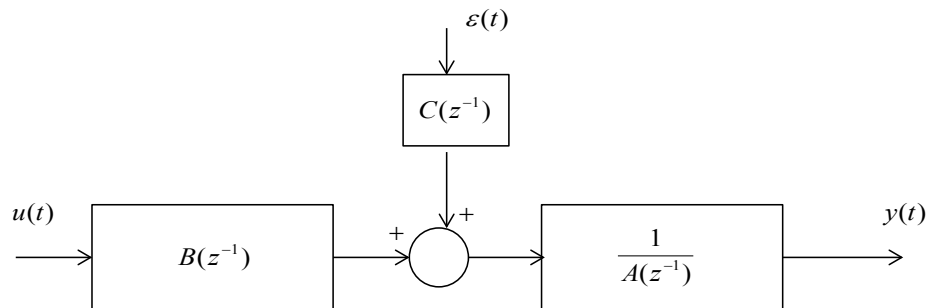


Figure II-3 Schéma du modèle autorégressif à moyenne ajustée avec variable exogène.

1.1 Applications thermiques des modèles autorégressifs.

Comme il a été montré, plusieurs types de modèles autorégressifs existent : selon le nombre de paramètres que comprend le modèle, la façon de prendre en compte la perturbation de mesure, les degrés de liberté dans la liaison entre les paramètres... L'application de chacune des structures sur des signaux issus des vols d'essais sera analysée en tenant compte des contraintes existantes sur les programmes avions énoncées dans le premier chapitre :

- impossibilité de mettre en place une excitation prédéfinie sur le système,
- la température de l'équipement ne varie pas autour d'une moyenne (Figure II-4).
- mesures avec un rapport signal/bruit très élevé.

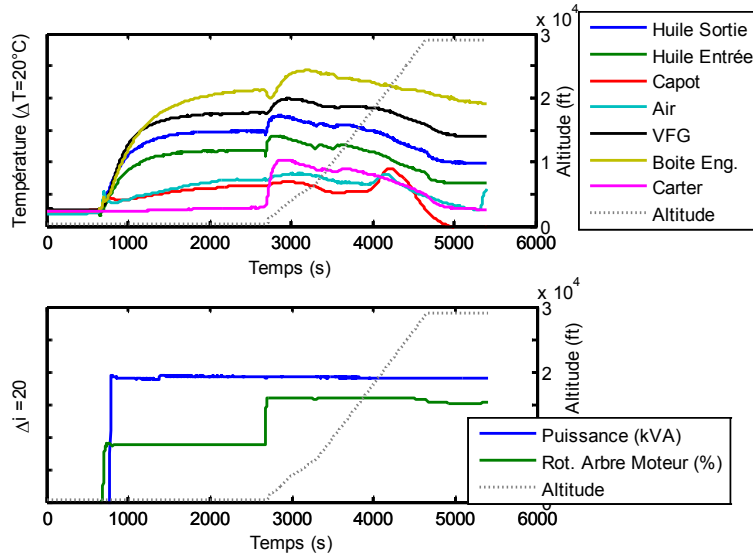


Figure II-4 Relevé des capteurs dans l'environnement du VFG (*Variable Freq. Generator*).

1.2 Modèle autorégressif (AR).

Ce modèle est normalement utilisé quand il est possible de contrôler l'excitation du système à étudier. Les excitations utilisées sont choisies afin de stimuler le plus grand nombre possible de modes fréquentiels du système. Un exemple est le *bruit blanc* $\varepsilon(t)$, un signal aléatoire qui comporte l'ensemble des fréquences du spectre avec la même intensité.

Cette structure est utilisée dans des domaines comme la radiométrie photothermique (Brahim 2008) où des excitations discrètes aléatoires proches du *bruit blanc* (PRBS, bruit gaussien, balayage) sont mises en place afin de mesurer la diffusivité thermique des matériaux. De même, dans le domaine de la métrologie thermique, les auteurs (Schetelat et Etay 2011) ont implémenté les modèles AR afin d'identifier la capacité calorifique et la conductivité thermique des matériaux.

Son domaine d'utilisation est assez large et ne se restreint pas qu'au domaine thermique. Par exemple, du point de vue de la modélisation, ces modèles peuvent être utilisés afin d'identifier le comportement des détecteurs de feu (Faouzi 2001) combinés avec des fonctions de poids spécifiques.

Le modèles autorégressifs peuvent modéliser aussi des systèmes comportant plusieurs sources et sorties (ex, Figure II-5). Les expressions correspondantes deviennent alors matricielles :

$$\mathbf{A}(z^{-1})\mathbf{y}(t) = \boldsymbol{\varepsilon}(t) \tag{II-8}$$

Ces modèles *multi-sorties* sont très utilisées dans le domaine de la modélisation cérébrale. Dans ce cas, la plupart des relations entre les signaux neuronaux peut se décrire à travers des

corrélations aléatoires (systèmes ergodiques). Un exemple est l'étude des épilepsies partielles : l'auteur (Velez Perez 2010) par exemple a mis en évidence l'apparition et la disparition de certaines synchronisations entre les différentes structures cérébrales. Ces synchronisations peuvent être identifiées aussi à travers des modèles paramétriques de type autorégressif.

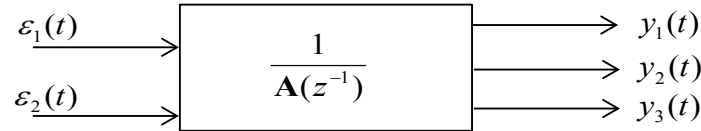


Figure II-5 Schéma d'un modèle AR avec deux entrées et trois sorties.

Cependant, des applications thermiques existent aussi, notamment dans le domaine de la gestion énergétique des bâtiments. Les auteurs (Loveday et Craggs 1992) ont implémenté ces modèles sur un système domestique de chauffage, en montrant des relations entre plusieurs pièces d'un immeuble.

Ce type de modélisation n'est cependant pas adapté aux contraintes industrielles car les relevés des vols comprennent des signaux non-ergodiques qui ne fluctuent pas autour d'une valeur moyenne et donc ne permettent pas d'avoir une gamme des fréquences suffisante pour l'identification du système.

1.3 Modèle autorégressif à moyenne ajusté (ARMA).

Les modèles ARMA ont été introduits initialement par (Box et Jenkins 1970) pour l'analyse de séries temporelles dans le cadre de l'économétrie (D. R. Brillinger 1981).

Actuellement, d'autres applications existent, notamment dans le domaine de l'analyse thermique des processeurs : (Coskun, Rosing et Gross 2009). Dans ce cas, les modèles sont utilisés afin de prédire la température des circuits intégrés. De même, dans un domaine plus large, ces modèles ont été utilisés pour prédire les besoins de puissance à court terme d'un réseau électrique d'une région (Vähäkylä, Hakonen et Léman 1980).

Ces modèles ne sont plus adaptés aux contraintes industrielles pour les mêmes raisons que les modèles AR : gamme des fréquences du vol insuffisantes pour sa modélisation purement autorégressive.

1.4 Modèle autorégressif avec grandeur exogène (ARX).

Comme il a été énoncé, les deux structures précédentes sont utilisées dans le cas où l'excitation du système est maîtrisée, ou bien si cette excitation peut se modéliser comme un signal *proche* d'un *bruit blanc*. Ceci n'est pas le cas des systèmes de l'ensemble propulsif où les entrées ne peuvent pas être contrôlées mais seulement mesurées) et où ces signaux sont soumis à de fortes variations selon les différentes phases de vol.

Dans le cadre des extrapolations de température des équipements moteur, la variable de sortie (y) du modèle correspond au relevé du thermocouple placé sur la peau du système. L'ensemble des effets physiques agissant sur l'équipement (puissance de chaleur interne, températures d'autres composants, rotations de l'arbre moteur,...) sont décrits par le groupe de signaux exogènes \mathbf{u} (Figure II-4). On se trouve alors face à un modèle avec entrées multiples et une seule sortie :

$$A(z^{-1})y(t) = \mathbf{B}(z^{-1})\mathbf{u}(t) + \varepsilon(t) \quad (\text{II-9})$$

Le polynôme $B(z^{-1})$ devient alors une matrice qui comprend un groupe de paramètres exogènes pour chacune des entrées. $\mathbf{B}(z^{-1}) = [B_1(z^{-1}) \quad \dots \quad B_{nu}(z^{-1})]$

Pour un cas avec trois variables, le schéma correspondant devient :

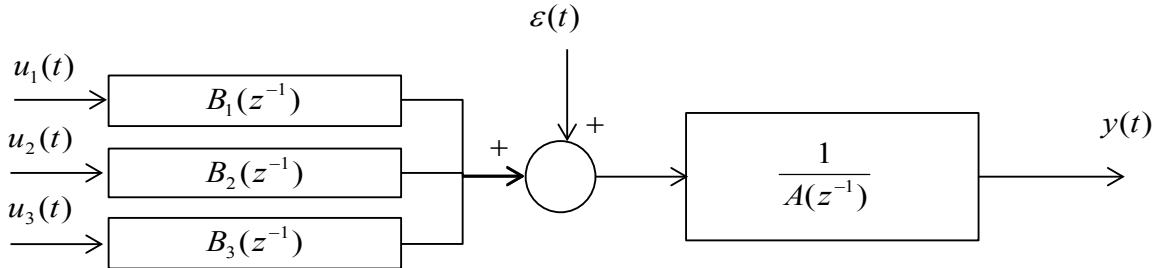


Figure II-6 Schéma du modèle autorégressif avec trois variables exogènes.

La variable de sortie du modèle représente la température du système (T), elle provient du thermocouple de l'équipement. Les variables restantes qui ont une influence sur ce système sont modélisées comme les entrées du modèle (variables exogènes). Pour simplifier l'écriture du modèle, il est possible de supposer des ordres identiques pour tous les polynômes exogènes. Les relations discrètes entre les variables deviennent alors :

$$y(k) + a_1y(k-1) + \dots + a_nay(k-na) = b_{1,1}u_1(k-1) + \dots + b_{1,nb}u_1(k-n_b) + b_{2,1}u_2(k-1) + \dots + b_{2,nb}u_2(k-n_b) + b_{3,1}u_3(k-1) + \dots + b_{3,nb}u_3(k-n_b) \dots + \varepsilon(k) \quad (\text{II-10})$$

Cette expression reste similaire à celle de l'équation en différences (II-2) pour un cas multi-variables. Il est possible également d'introduire un décalage temporel (t_k) entre les entrées et la sortie. A l'aide des polynômes autorégressifs, on trouve alors l'expression temporelle pour un modèle autorégressif à variable exogène (ARX) sous forme matricielle :

$$A(z^{-1})y(t) = \mathbf{B}(z^{-1})\mathbf{u}(t-t_k) + \varepsilon(t) \quad (\text{II-11})$$

Le signal discret $\varepsilon(k)$ représente un *bruit blanc* rajouté à la variable exogène pour simuler les perturbations de mesure. Il faut remarquer que cette perturbation est non pas rajoutée directement sur le signal de sortie mais sur sa contribution autorégressive $A(z^{-1})y(t)$. La modélisation de la perturbation de mesure n'est pas prise en compte de façon classique (simple addition de la perturbation directement sur le signal sortie mesurée). Par conséquent, lors de l'estimation, la perturbation peut être aussi prise en compte par les paramètres. Les propriétés statistiques des paramètres estimés devront alors être étudiées plus particulièrement.

Dans la suite de ce document, nous définirons le modèle paramétrique ARX à partir de l'ordre de ses polynômes (n_a , n_b et t_k). Par exemple, l'expression correspondante au modèle *arx* [2 2 0] sera :

$$f(k) = -a_1 y(k-1) - a_2 y(k-2) + b_1 u(k) + b_2 u(k-1) \quad (\text{II-12})$$

Dans cette expression, la variable y représente la mesure de température pour les instants précédents, \mathbf{u} l'ensemble des variables sensibles du système et f représente la sortie du modèle.

Quand le coefficient n_a est fixé à zéro, le modèle est non-autorégressif. De cette façon, la sortie du modèle devient une combinaison linéaire des instants présents et passés des différentes entrées. A ce stade, les coefficients b_j peuvent être considérés comme les facteurs d'une régression et donc, représentés sous la forme d'une fonction de transfert. Dans le domaine temporel continu, la représentation du modèle linéaire non-autorégressif est l'intégrale de convolution :

$$y(t) = \int_0^{\infty} \mathbf{g}(\tau) \mathbf{u}(t-\tau) d\tau + \varepsilon(t) \quad (\text{II-13})$$

Avec $\mathbf{g}(\tau)$, appelée matrice de transfert, et qui représente les paramètres à estimer dans le modèle. On peut déjà avancer que, dans ce cas ($\alpha_i = 0$), le sens physique des paramètres sera analysé à travers des simulations numériques.

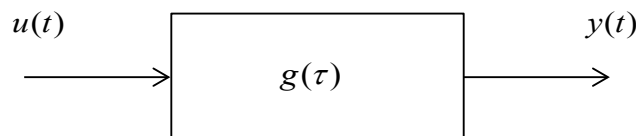


Figure II-7 Schéma du modèle régressif avec une seule variable exogène.

Il faut noter que l'expression ci-dessus est équivalente à celle établie par Duhamel dans son théorème de Convolution (Ozisk 2002) utilisé pour résoudre des problèmes de conditions limites

en transfert de chaleur. Cette similitude sera montrée dans la suite de ce travail sur des simulations numériques.

Application des modèles ARX.

Les modèles ARX ont un domaine d'application très large et varié. Des applications dans le domaine de la thermique du bâtiment existent. Les auteurs (Uchida Frausto, Pieters et Deltour 2003) ont montré l'intérêt de ce type de modèles pour simuler la température moyenne d'un bâtiment de petite taille en fonction des variables environnementales (température à l'extérieur, humidité relative, densité de radiation...). Dans le domaine de la caractérisation thermique d'un bâtiment, (Jimenez et Heras 2005) ont estimé le coefficient global de convection pour des éléments de construction pour des régimes relativement stationnaires.

De plus, ces modèles se sont avérés efficaces pour traiter des problèmes de maintenance préventive. D'autres auteurs (Yanga et Makis 2010) ont implémenté ces modèles pour détecter des fissures dans des boîtes à engrenages en fonction du couple moteur. Enfin, dans le domaine de la gestion des systèmes électriques, les auteurs (Kanellos, Tsekouras et Hatziargyriou 2011) ont montré l'intérêt de simuler des parcs à grand nombre d'éoliennes à travers ces modèles.

1.5 Modèle autorégressif à moyenne ajustée avec grandeur exogène (ARX).

L'implémentation de ces modèles est différente de celle de l'ARX car le bruit est supposé connu et modélisé comme une entrée du système. De cette façon, pour le problème inverse les paramètres du polynôme $C(z^{-1})$ seront estimés (à partir du signal de bruit modélisé).

Son estimation sera alors différente de celle de l'ARX (présenté plus en détail dans la suite du document). On peut avancer déjà qu'elle est itérative et non pas directe, ce qui augmente le temps de calcul. L'algorithme proposé par (Ljung 1987) a été étudié en détail par (Moore, Lai et Shankar 2007) où une méthodologie d'identification spécifique pour ces modèles est mise en place.

2 Estimation paramétrique des modèles ARX et propriétés statistiques des paramètres estimés.

La nature récursive de ces structures a pour conséquence immédiate une augmentation du nombre de paramètres présents dans le modèle par rapport à d'autres types de modélisations (par exemple, les bilans enthalpiques).

Sachant que l'instabilité de la solution du problème inverse augmente avec le nombre de paramètres, il est nécessaire d'implémenter des techniques de régularisation pour l'obtention de

la solution. Par ailleurs, afin de répondre à un besoin industriel dont le but est de mettre en place une méthodologie d'estimation rapide et facile à mettre en œuvre, le meilleur compromis est obtenu par une estimation *pseudolineaire* des paramètres.

Dans cette partie, on exposera les avantages et les inconvénients d'une estimation linéaire des modèles ARX. Dans cette estimation, le calcul est localement linéaire pour les observations qui précèdent immédiatement l'instant t_k . De cette façon, l'estimation des paramètres inconnus a_i et b_i se réalise de façon rapide car ils sont obtenus lors de l'inversion d'un système linéaire à travers la méthode de moindres carrés (dans les modèles ARX chaque ligne de la matrice inverse est liée à un instant t_k). De cette façon, l'estimation des paramètres inconnus a_i et b_i est rapide car ils sont obtenus lors de l'inversion d'un système linéaire par une simple méthode de type moindres carrés (dans les modèles ARX, chaque ligne de la matrice inverse correspond à un instant t_k). Bien que localement linéaires, les modèles ARX peuvent avoir un comportement global non linéaire (au sens de l'estimation de paramètres) sur l'ensemble de l'intervalle d'estimation du fait de leur structure récursive. Cette méthodologie est présentée de façon détaillée dans les sections suivantes.

2.1 Mise en place et résolution du problème inverse.

Dans le cas particulier d'un modèle à une seule entrée et une seule sortie (II-5), on peut regrouper l'ensemble des n observations dans un vecteur \mathbf{Y} . De même, on définit le vecteur résidus $\mathbf{r} = (\mathbf{Y} - \mathbf{F})$ comme la différence entre le vecteur observations et la sortie du modèle théorique autorégressif \mathbf{F} . Dans ce cas, la structure ARX peut se représenter sous la forme matricielle suivante :

$$\mathbf{F} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \quad (\text{II-14})$$

Où \mathbf{X} représente la matrice de sensibilités du modèle composée des instants précédents de l'entrée du modèle et des observations :

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} y(k+1-1) & \dots & y(k+1-n_a) & u(k+1-1-n_k) & \dots & u(k+1-n_b-n_k) \\ y(k+2-1) & \dots & y(k+2-n_a) & u(k+2-1-n_k) & \dots & u(k+2-n_b-n_k) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y(k+n-1) & \dots & y(k+n-n_a) & u(k+n-1-n_k) & \dots & u(k+n-n_b-n_k) \end{bmatrix} \quad (\text{II-15})$$

Le vecteur paramètres est constitué alors des coefficients des polynômes récurrents et autorégressifs $\boldsymbol{\beta} = (a_1, \dots, a_{n_a}, b_1, \dots, b_{n_b})^T$. Il est estimé en minimisant la norme des résidus

$S_{LS} = \mathbf{r}^T \mathbf{r}$. Ceci est un problème de minimisation de norme quadratique. Sa solution, d'un point de vue de l'algèbre linéaire, est alors une solution approchée de norme minimale.

Comme il a été énoncé dans le chapitre précédent, un modèle est non-linéaire (au sens de l'inversion) si sa dérivée par rapport aux paramètres (sensibilité) est dépendante de ces derniers. C'est le cas des modèles ARX où, du fait de son caractère autorégressif, la dérivée de la sortie du modèle dépend de ses instants précédents. Par exemple, pour un modèle *arx* [1 1 1] avec un pas d'échantillonnage Δt la structure est:

$$f(t) + a_1 f(t - \Delta t) = b_1 u(t - \Delta t) \quad (\text{II-16})$$

Dans ce cas, les dérivées par rapport aux deux paramètres sont :

$$\frac{\partial f(t)}{\partial a_1} = -f(t - \Delta t) - a_1 \frac{\partial f(t - \Delta t)}{\partial a_1} + b_1 u(t - \Delta t) ; \quad \frac{\partial f(t)}{\partial b_1} = -a_1 \frac{\partial f(t - \Delta t)}{\partial b_1} + u(t - \Delta t) \quad (\text{II-17})$$

L'ensemble de ces sensibilités peuvent se regrouper de façon générale dans une matrice qui représente le jacobien du modèle \mathbf{F} :

$$\mathbf{S}(\boldsymbol{\beta}) = \nabla_{\boldsymbol{\beta}} \mathbf{F}^T \quad (\text{II-18})$$

Pour ces modèles non-linéaires, d'après (Beck et Arnold 1976), il est recommandé de mettre en œuvre des méthodes itératives (dite de descente) afin de minimiser la norme de la somme des résidus. Ces méthodes, comme par exemple la méthode de Levenberg-Marquardt présentée en annexe, reposent sur le calcul des sensibilités *classiques* \mathbf{S} du modèle.

Cependant, à ce stade de la résolution du problème inverse, on est conscient du nombre de paramètres qui peuvent intervenir dans le modèle et du temps de calcul nécessaire pour réaliser leur estimation itérative. C'est pour cette raison qu'un calcul plus *direct* est envisagé afin de minimiser la norme : le calcul linéaire. La résolution linéaire du problème inverse est facile à calculer et est exprimé selon les équations normales (Montgomery, Peck et Vining 2006) :

$$(\mathbf{X}^T \mathbf{X}) \hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{X}^T \mathbf{Y} \quad (\text{II-19})$$

Pour rendre la solution plus stable, le calcul est réalisé en effectuant une factorisation QR du système $\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{Y}$: le système est multiplié par une matrice orthonormée \mathbf{Q} de telle façon que la norme S_{LS} ne soit pas affectée par la multiplication.

$$S_{LS} = (\mathbf{QY} - \mathbf{QX}\boldsymbol{\beta})^T (\mathbf{QY} - \mathbf{QX}\boldsymbol{\beta}) \quad (\text{II-20})$$

La matrice \mathbf{Q} est définie de sorte que le produit \mathbf{QX} soit triangulaire:

$$\mathbf{QY} = \begin{bmatrix} \mathbf{L} \\ \mathbf{M} \end{bmatrix} \quad \mathbf{QX} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (\text{II-21})$$

Ainsi, la minimisation de la norme est donnée par l'expression :

$$S_{LS} = \|\mathbf{L} - \mathbf{R}\hat{\boldsymbol{\beta}}\|^2 + \|\mathbf{M}\|^2 \quad (\text{II-22})$$

Les paramètres sont estimés en résolvant le système linéaire suivant $\mathbf{L} = \mathbf{R}\hat{\boldsymbol{\beta}}$. La mise en place de la matrice orthonormée \mathbf{Q} permet d'obtenir la solution théorique du problème inverse surdéterminé (II-19). A ce stade, la relation (II-14) peut se réécrire de la façon suivante :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{r} \quad (\text{II-23})$$

2.2 Propriétés statistiques des paramètres estimés.

La mise en place d'une résolution linéaire du problème inverse non linéaire demande une étude plus approfondie des propriétés statistiques des paramètres estimés. En raison de la complexité des calculs, cette vérification ne peut pas être réalisée sur des données de vol. Ce test est alors fait sur une simulation numérique qui représente la physique d'un équipement moteur. Les propriétés statistiques des estimateurs linéaires seront ensuite calculées et confrontées aux valeurs issues de la résolution non-linéaire du problème.

Les propriétés statistiques des modèles non linéaires estimés à l'aide des méthodes dites de descente ont déjà été introduites dans le chapitre précédent. Dans le cas précis des structures ARX, ces expressions sont obtenues à l'aide des sensibilités *classiques* \mathbf{S} du modèle. L'espérance mathématique des estimateurs suit la relation :

$$E(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = \boldsymbol{\beta} + E[(\mathbf{S}^T \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^T \mathbf{r}] \quad (\text{II-24})$$

Si le modèle utilisé décrit correctement la réalité, le terme $E[(\mathbf{S}^T \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^T \mathbf{r}]$ devient nul et les paramètres estimés ne sont alors pas biaisés. Ces résultats sont équivalents à ceux présentés par (Ljung 1987) où la convergence des estimateurs vers les vrais paramètres est démontrée lors de l'augmentation du nombre d'observations et pour des signaux suffisamment riches en termes de fréquences.

Concernant l'incertitude sur les paramètres estimés, comme le terme de perturbation du modèle suit le comportement du *bruit blanc*, la matrice de covariance des paramètres estimés est donnée par l'expression suivante :

$$\text{cov}(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = (\mathbf{S}^T \mathbf{S})^{-1} \hat{\sigma}^2 = \begin{bmatrix} \sigma_{a_1}^2 & \dots & \text{cov}(a_1, a_{na}) & \dots & \text{cov}(a_1, b_{nb}) \\ & \ddots & \vdots & & \vdots \\ & & \sigma_{a_{na}}^2 & & \\ & \text{sym} & & \sigma_{b_1}^2 & \dots & \text{cov}(b_1, b_{nb}) \\ & & & & \ddots & \vdots \\ & & & & & \sigma_{b_{nb}}^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II-25})$$

Avec l'estimateur de la variance du bruit calculé par l'expression:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\mathbf{r}^T \mathbf{r}}{n - (n_a + n_b)} \quad (\text{II-26})$$

Le fait de minimiser la norme des résidus à travers une factorisation QR (en supposant un comportement linéaire local) implique une régularisation des résultats asymptotiques (espérance et covariance) des paramètres estimés. Cette régularisation est très sensible au niveau de bruit σ^2 existant dans les signaux mesurés : elle est d'autant plus grande que le rapport signal sur bruit est faible. A ce stade, il est important de remarquer que dans notre cas, le rapport entre le signal et le bruit de mesure des capteurs des vols avion est très grand (Figure II-4).

Validation à travers une simulation numérique.

Pour pouvoir comprendre ce résultat, un exemple numérique a été mis en œuvre. Dans cette exemple, une simulation numérique d'un système simple est mise en place. Un modèle ARX est ensuite utilisé afin de reproduire son comportement. Son estimation est réalisée par un algorithme L-M et à travers une factorisation QR. Ces deux calculs sont réalisés pour plusieurs niveaux de bruit de mesure. Deux prévisions doivent être apportées sur cette étude :

- La raison d'utiliser un modèle de petit corps est simple, les équipements industriels peuvent aussi être modélisés sous forme de système à température uniforme représenté par la température du capteur de leur surface.
- La résolution des problèmes inverses à travers la méthode de L-M est une méthode très connue dans le monde académique et elle est bien maîtrisée au sein du laboratoire. L'intérêt de comparer la résolution par factorisation QR avec la résolution L-M est de pouvoir évaluer le degré de performance (précision et temps de calcul) de cette dernière par rapport à une méthode connue.

Une sphère est soumise à une source de chaleur interne (p) et à des échanges convectifs avec l'atmosphère dont la température ambiante globale est notée (T_∞). Les caractéristiques thermiques du problème direct sont présentées sur la Figure II-8.

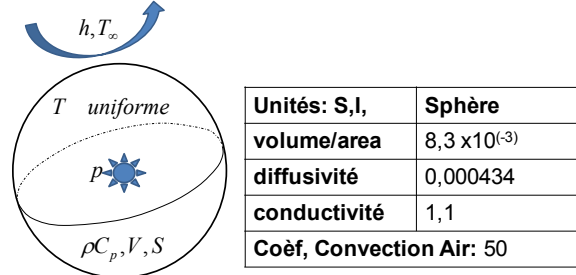


Figure II-8 Schéma sphère à température uniforme.

Le calcul du nombre de Biot ($Bi = hV/\lambda S$) de ce système donne une valeur inférieure à 0,1 et nous permet de le modéliser comme un *petit corps* à température uniforme. Dans ce cas, la résolution du problème direct suit l'expression (II-27) selon (Holman 1981) :

$$\rho C_p V \frac{dT}{dt} = p - hS(T - T_\infty) \quad (\text{II-27})$$

Pour une source interne de chaleur et une température d'air variables, cette équation peut se résoudre à l'aide du schéma aux différences suivant :

$$T^i = \left(1 - \frac{hS\Delta t}{\rho C_p V}\right) T^{i-1} + \frac{\Delta t}{\rho C_p V} p^{i-1} + \frac{hS\Delta t}{\rho C_p V} T_\infty^{i-1} \quad ; \quad T^1 = T(t=0) \quad (\text{II-28})$$

Il est aussi intéressant tracer les réponses impulsionnelles pour chacune des sources qui peuvent agir sur la sortie de notre modèle. Pour cela, l'équation (II-27) est résolue dans l'espace de Laplace, ce qui nous donne:

$$\theta = \frac{\rho C_p V T(0)}{\rho C_p V s + hS} + \frac{1}{\rho C_p V s + hS} P(s) + \frac{hS}{\rho C_p V s + hS} \theta_\infty(s) \quad (\text{II-29})$$

Où θ représente la transformée de la température ($\ell\{T\}$) et s la variable de Laplace. La représentation de ces réponses impulsionnelles dans le domaine temporel est donnée sur la Figure II-9. Si on suppose que le système part de l'équilibre et que l'évolution de la température de l'environnement est nulle, on trouve :

$$\theta = \frac{1}{\rho C_p V s + hS} P(s) \quad (\text{II-30})$$

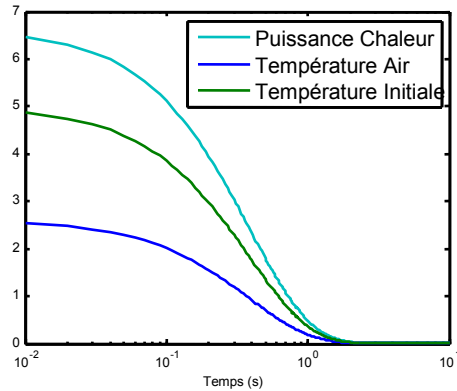


Figure II-9 Réponses impulsionnelles associées à chacune des sources du système.

Une fois le problème direct construit (avec un pas de temps de $\Delta t = 0.005$), une estimation préliminaire avec un modèle $arx [1 \ 1 \ 1]$ est réalisée sur la simulation non bruitée en obtenant les paramètres de référence ($a_1 = 0.9869, b_1 = 0.0332$).

Dans un deuxième temps, afin de vérifier les propriétés asymptotiques des modèles, une étude de Monte-Carlo comprenant cent estimations indépendantes est faite en rajoutant à chaque fois un *bruit blanc* (σ^2) sur le signal de sortie. Deux estimations sont réalisées à chaque itération, une à partir de l'inversion *pseudo-linéaire* (factorisation QR), et une deuxième en utilisant la méthode de Levenberg-Marquardt.

De cette façon, deux populations de paramètres estimés sont obtenues. Les valeurs moyennes des paramètres estimés sont données dans le Tableau ci-dessous pour deux niveaux de bruit blanc différents :

QR	Référence	$\sigma^2=0,01$		$\sigma^2=0,05$	
		Moyenne	Erreur relative	Moyenne	Erreur relative
a_1	0,9869	0,9861	0%	0,9658	-2%
b_1	0,0332	0,0347	4%	0,0857	158%
L-M					
a_1	0,9869	0,9869	0%	0,9870	0%
b_1	0,0332	0,0336	0%	0,0332	0%

Tableau II-1 Valeurs moyennes des paramètres estimés et comparaison avec la référence.

D'après ce tableau, il est possible de voir que les paramètres estimés par la méthode itérative de Levenberg –Marquardt ne sont pas biaisés quel que soit le niveau de bruit. Ce qui n'est le cas pour les paramètres estimés de façon *pseudo linéaire* (QR), où la variance du bruit blanc crée un biais sur les paramètres estimés.

Pour des niveaux de bruit faibles comparables à ceux de nos capteurs, les estimateurs du modèle sont peu biaisés et les résidus sont également faibles (Figure II-10). Les mesures issues des vols d'essais ont un niveau de bruit faible. L'utilisation de structures de type ARX est alors justifiée. De plus, ce résultat nous permet de définir le niveau de bruit de mesure existant sur le banc expérimental.

Cette influence du bruit de mesure sur les estimateurs avait déjà été évoquée lors de l'introduction des modèles ARX. On a notamment fait remarquer au lecteur que le terme de perturbation n'apparaît pas directement sur le signal de sortie (II-5) mais avant la convolution du polynôme $A(z^{-1})$.

Les résultats sont ici donnés non pas seulement sous forme de courbes mais aussi sous forme de pourcentage d'ajustement :

$$\text{fit} = 100 \left(1 - \frac{\|\mathbf{F} - \mathbf{Y}\|}{\|\mathbf{Y} - \bar{\mathbf{Y}}\|} \right) \quad (\text{II-31})$$

Pour des niveaux de bruit importants, il est possible d'augmenter l'ordre du modèle pour identifier la perturbation (Figure II-10). Cette technique reste similaire à celles implémentées par les méthodes de régularisation (Tikhonov et Arsenin 1977) où il est nécessaire de fixer un *hyperparamètre* (l'ordre du modèle ARX) afin de trouver un compromis entre le biais et la variance des paramètres estimés. Par ailleurs, l'identification du bruit fait partie de la dynamique identifiée du modèle. Il existe alors un risque d'extrapoler le modèle dans des configurations où l'amplitude du bruit de mesure ne soit pas la même et donc, de rendre la prédiction biaisée.

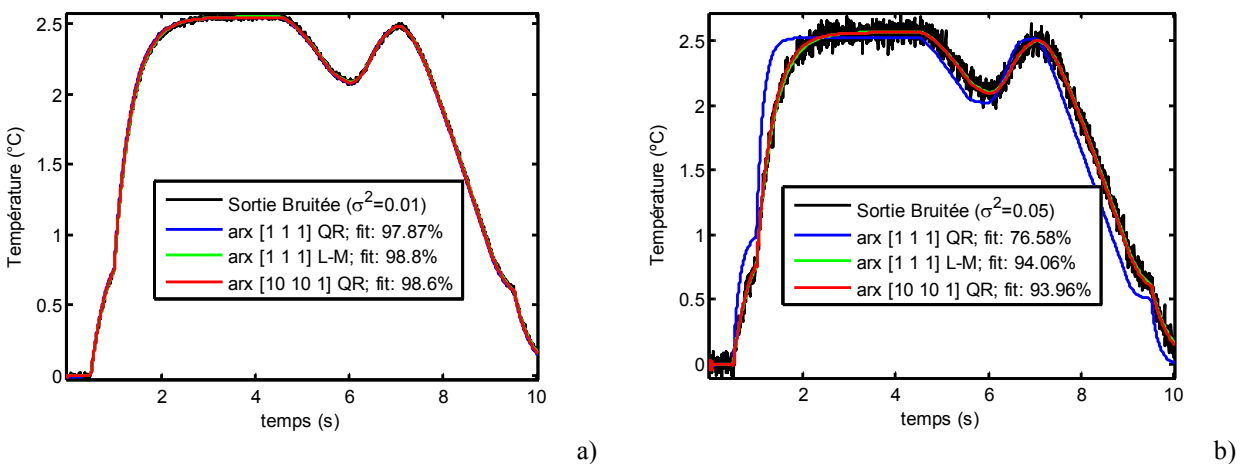


Figure II-10 Courbes estimées pour différents niveaux de bruit de mesure.

Sens physique des paramètres : Equivalence des modèles ARX avec schémas en différences.

Dans l'introduction de ce chapitre, l'équivalence entre les équations aux différences et les modèles ARX a été soulignée. Le cas présenté ci-dessus permet de confirmer cette équivalence. Dans la simulation de référence (qui ne comporte pas de bruit de mesure), l'estimation avec un modèle $arx [1 \ 1 \ 1]$ nous donne les valeurs suivantes des paramètres estimés par :

$$f(t) + 0.9870f(t - \Delta t) = 0.0332u(t - \Delta t) \quad (\text{II-32})$$

Il est possible de voir que ces valeurs des paramètres correspondent aux coefficients existants dans l'expression (II-28). De cette façon on peut établir les relations suivantes entre les paramètres du modèle paramétrique et les propriétés thermophysiques du modèle :

$$a_1 = \left(1 - \frac{hS\Delta t}{\rho C_p V}\right) \quad b_1 = \frac{\Delta t}{\rho C_p V} \quad (\text{II-33})$$

Les modèles autorégressifs peuvent alors représenter des lois physiques issues de bilans énergétiques (ou enthalpiques). Cette équivalence existe aussi pour des modèles avec un ordre plus élevé. Dans ce cas, les schémas aux différences équivalents sont des schémas de type Euler (Gear 1971).

De plus, comme il sera montré par la suite, ces modèles sont aussi équivalents aux méthodes de résolution par l'intégrale de Convolution de Duhamel (Ozisik 2002) qui est une technique largement utilisée en thermique pour la résolution des problèmes directs (Kast 2004).

3 Etude numérique et validation intermédiaire des modèles ARX pour des simulations simples.

Avant d'appliquer les structures ARX sur des résultats expérimentaux, il est nécessaire de comprendre les bases physiques de ces modèles. Ceci peut être fait en appliquant ces modèles sur des simulations numériques.

Comme il a été déjà dit, deux réglages peuvent être appliqués sur ces modèles: la sélection de l'ordre et le nombre de variables d'entrée. L'objectif de ces validations numériques est de comprendre les interactions entre ces deux paramètres d'ajustement. Un autre objectif est de comprendre les relations possibles entre les paramètres estimés et les caractéristiques physiques des problèmes directs.

Les deux premières études se basent sur la simulation des systèmes à température uniforme. D'un point de vue direct, un système capacitif suppose que la différence de température à l'intérieur du milieu est négligeable. Cette approximation est utile pour simplifier les équations

différentielles de la chaleur complexes. L'approche de type "petit corps" peut être faite lorsque la conduction thermique dans un objet est plus rapide que la conduction thermique à travers la frontière de l'objet.

La raison de cette simple étude est liée à l'ordre du modèle. En effet, pour les simulations de systèmes capacitifs, les paramètres ARX ne sont pas nécessairement d'ordre élevé et l'identification de la relation entre l'ordre du modèle et le manque de variables d'entrée devient plus facile.

Les deux autres cas se basent des simulations représentatives d'une cellule thermoélectrique installée dans un banc expérimental. Dans ce cas, le modèle de type "*petit corps*" n'est plus valable et l'équation de la chaleur doit être résolue complètement. L'application des modèles ARX sur ces problèmes directs nous permet d'établir une relation entre les transferts de chaleur plus ou moins complexes et l'ordre des modèles paramétriques.

Pour toutes les simulations, la température initiale n'est pas nécessairement uniforme et constante dans le système. En effet, les données d'essais en vol montrent que les équipements ne sont généralement pas initialement à l'équilibre thermique. Comme il a déjà été dit, les données d'excitation sont une combinaison de signaux de types rampe et créneau, semblables à ceux existants sur des données réelles d'essais en vol. Même si de meilleurs résultats pourraient être obtenus, les excitations pseudo-aléatoires ne sont pas testées en raison de leur non-adéquation avec la problématique industrielle.

Une fois les problèmes directs résolus, les modèles ARX sont alors estimés suivant les techniques d'identification présentées au début de ce chapitre. Pour plus de clarté et de simplicité, les simulations ont été effectuées sans bruit sur les signaux de sortie ou d'entrée. L'identification des sources thermiques et la compréhension de l'ordre du modèle devient alors plus simple. Cela n'est pas un problème car comme nous l'avons indiqué, le rapport signal sur bruit est grand dans le cas de notre application.

3.1 Validation des modèles ARX pour des systèmes à température uniforme.

Comme expliqué précédemment, les deux premiers cas étudiés correspondent à des simulations numériques d'un système à température uniforme ("petit corps"). Les caractéristiques du corps étudié ont déjà été présentées sur la Figure II-8. Une dissipation de chaleur (p) est présente à l'intérieur du matériau. Un flux convectif (h) agit sur la sphère à travers une température ambiante globale (T_∞) variable.

La température du système est déterminée par l'expression (II-27). Sa résolution est obtenue soit par une méthode numérique (différences finies (II-28)) ou bien à l'aide de la transformée de

Laplace (II-29). Cette dernière peut aussi s'exprimer dans le domaine temporel grâce à l'opérateur convolutif \otimes et la transformée inverse de Laplace (ℓ^{-1}) :

$$T = \ell^{-1} \left\{ \frac{\rho C_p V}{\rho C_p V_s + hS} \right\} T(0) + \ell^{-1} \left\{ \frac{1}{\rho C_p V_s + hS} \right\} \otimes p(t) + \ell^{-1} \left\{ \frac{hS}{\rho C_p V_s + hS} \right\} \otimes T_\infty(t) \quad (\text{II-34})$$

Le pas de temps d'intégration utilisé est de $\Delta t = 0.01$. Le système est étudié pour deux configurations différentes, une première où la seule excitation est la dissipation de chaleur à l'intérieur du matériau et une deuxième où le corps est excité à la fois par la température ambiante variable et la dissipation de chaleur.

3.1.1 Une seule source d'excitation du système.

Dans ce premier cas simulé (Figure II-11) le système part d'une position de déséquilibre thermique et il est affecté seulement par la dissipation de chaleur variable.

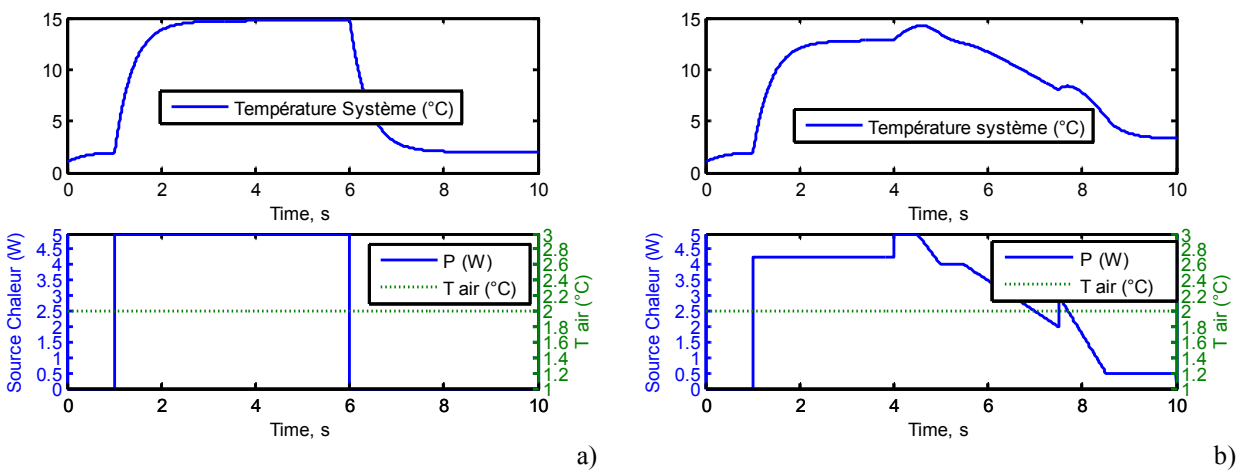


Figure II-11 Signaux de Calibration (a) et Validation (b) pour simulation avec source de chaleur.

Les modèles ARX sont ensuite identifiés en suivant la méthodologie d'identification introduite dans le premier chapitre. La phase d'extrapolation est ici remplacée par une phase de validation. La raison est simple : pour des simulations linéaires il n'est pas nécessaire de tester le modèle estimé pour des conditions très différentes de celles de validation (principe de linéarité).

La Figure II-12 donne les résultats des estimations. Une estimation de la qualité des résidus est donnée sous forme de pourcentage. Elle est calculée selon l'expression (II-31).

Les résultats montrent que les modèles à faibles ordres ($arx [2 \ 2 \ 0]$) ne sont pas capables de reproduire la sortie quand une seule entrée est présente (puissance dissipée) dans le modèle (résidus : 78,2%). Il est nécessaire de rajouter la température ambiante (ici constante) si l'objectif

est de rester à des ordres faibles. Sinon, des modèles avec ordres plus élevés ($arx [4 4 0]$) sont impératifs.

La raison physique est évidente. En effet, dès que le système part d'un déséquilibre thermique avec son environnement, l'évolution de la température ambiante joue un rôle dans le processus d'identification. Néanmoins, comme cette influence n'est pas variable, elle peut être prise en compte en rajoutant des informations sur les instants précédents de la température de sortie du système.

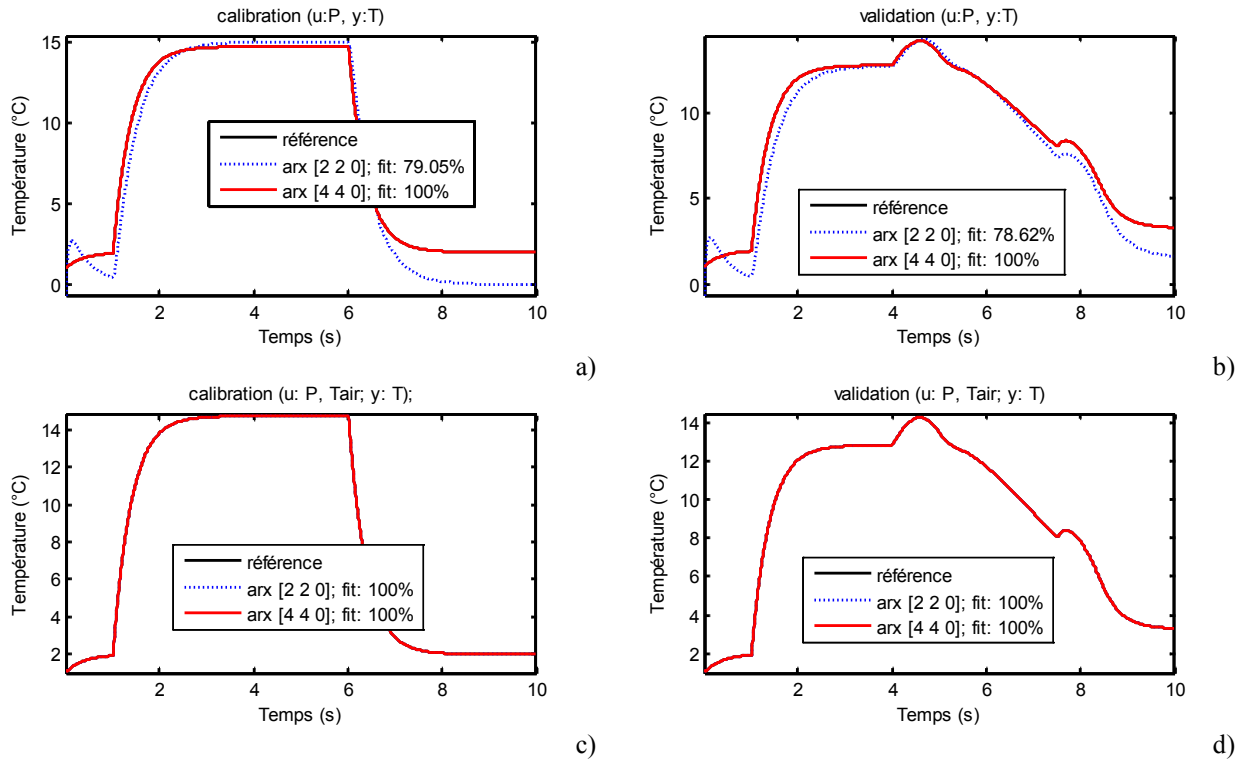


Figure II-12 Résultats estimation sur simulation avec source de chaleur.

Du point de vue "fonction de transfert", (II-32) ce résultat nous montre qu'il n'est pas nécessaire d'estimer la fonction de transfert relative à la température initiale.

3.1.2 Deux sources simultanées d'excitation du système.

Les mêmes conclusions sont obtenues si le système est stimulé non seulement à travers la dissipation de chaleur mais aussi en faisant varier la température de l'air:

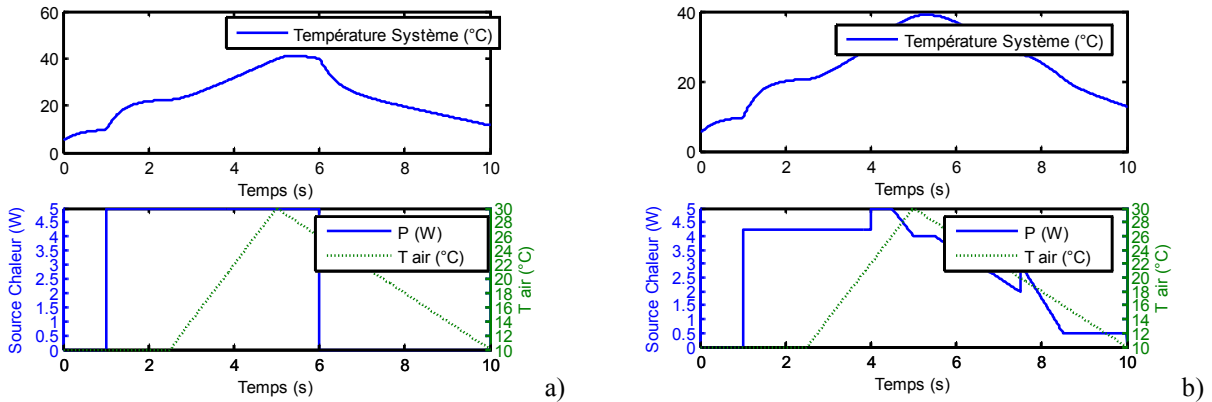


Figure II-13 Signaux de Calibration (a) et Validation (b) pour simulation avec source de chaleur et température ambiante variables.

Dans ce cas, les résultats montrent (Figure II-14) qu'il n'est pas possible d'estimer la courbe de référence avec un modèle à une seule entrée quel que soit l'ordre.

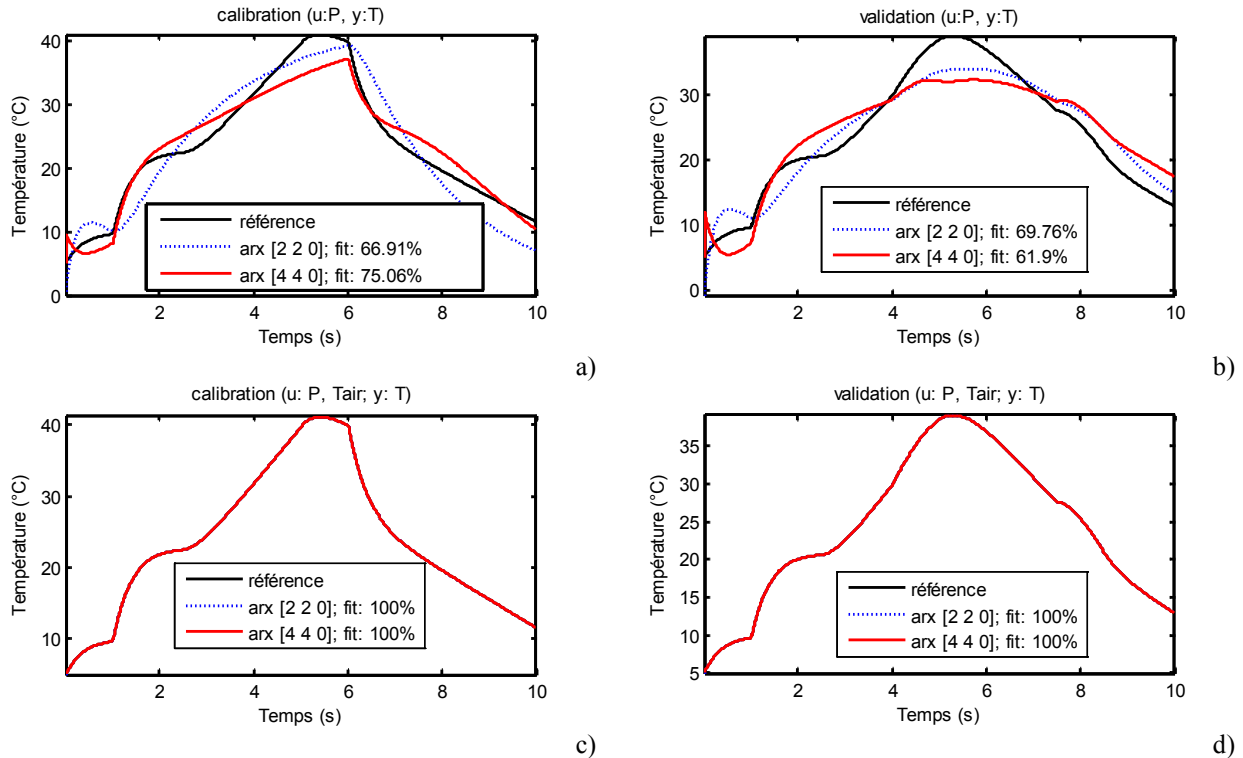


Figure II-14 Résultats estimation sur simulation avec source de chaleur et température ambiante variables.

Un modèle avec un ordre élevé est certes capable de donner des résidus très faibles dans la phase de calibration, mais sa performance dans la phase de validation restera similaire à celle d'un modèle à faible ordre. D'autre part, quand les deux sources du système sont présentes dans le modèle (II-34), les d'ordres inférieurs simulent parfaitement le signal de sortie, même si la température initiale de la simulation n'est pas nulle et le système n'est pas à l'équilibre.

Sens physique des paramètres : Equivalence des modèles ARX avec intégrales de convolution.

Dans le même esprit que le cas des schémas aux différences, il est possible de faire une analogie entre les modèles autorégressifs et les techniques de résolution directes telles que la méthode de Duhamel. Notamment, on peut noter la similitude entre les modèles récurrents ($a_i = 0$) et cette intégrale de convolution.

La convolution de Duhamel est une méthode largement utilisée dans l'industrie aéronautique pour simuler le comportement des systèmes avion. Deux exemples peuvent se trouver dans les ouvrages de (Slesarenko et Luzan 1981) et (Wen et Khonsari 2007). Le théorème de Duhamel énonce qu'il est possible de calculer la solution d'un problème linéaire grâce à la convolution de deux fonctions : la solution indicielle du problème et la fonction d'excitation $\varphi_i(t)$. De cette façon, il n'est pas nécessaire de résoudre le problème complet chaque fois qu'on veut connaître la réponse du système. Il suffit de le faire une seule fois (résolution du problème indiciel) et de convoluer cette solution avec la nouvelle excitation. Le problème indiciel est défini de la façon suivante :

Problème général	Problème indiciel
$\nabla^2 T(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\gamma} \frac{\partial T(\mathbf{x}, t)}{\partial t}$	$\nabla^2 \Phi(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \Phi(\mathbf{x}, t)}{\partial t}$
$-\lambda \frac{\partial T(\mathbf{x}_i, t)}{\partial n_i} - h_i T(\mathbf{x}_i, t) = \varphi_i(t)$	$-\lambda \frac{\partial \Phi(\mathbf{x}_i, t)}{\partial n_i} - h_i \Phi(\mathbf{x}_i, t) = 1$
$T_{t=0} = T_\infty$	$\Phi_{t=0} = T_\infty$

La solution générale est obtenue à travers la convolution de la réponse indicielle issue du problème simple et l'excitation primitive $\varphi_i(t)$:

$$T(\mathbf{x}, t) = T_\infty + \int_0^t \frac{\partial \Phi(\mathbf{x}, t - \tau)}{\partial t} \varphi(\tau) d\tau \quad (\text{II-35})$$

Cette solution à travers l'intégrale de Duhamel est équivalente à l'expression (II-34) ou plusieurs excitations (ou sources) sont implémentées sur le système.

De plus, connaissant la fonction Φ intrinsèque au système, l'intégrale de convolution peut s'exprimer dans le domaine discret comme somme des termes autorégressifs, soit :

$$T(\mathbf{x}, t) \approx T_\infty + \Delta t \sum_{i=1}^{n_t} \psi(\mathbf{x}, (k-i)\Delta t) \varphi(i\Delta t) = T_\infty + \Delta t (\Psi_{m-1} \varphi(\Delta t) + \dots + \Psi_0 \varphi(n_t \Delta t)) \quad (\text{II-36})$$

Cette somme est similaire à celle d'un modèle ARX dans lequel l'ordre du polynôme $A(z^{-1})$ est fixé à zéro, comme par exemple dans l'expression (II-13).

Ce résultat théorique est confirmé dans la Figure II-15 où les paramètres estimés d'un modèle $arx [0\ 200\ 0]$ sont comparés avec les fonctions de transfert du système (multipliées par le pas d'intégration). L'équivalence est claire. Cependant, il existe quelques points où il n'y a pas de parfaite superposition. Cela est dû à des raisons numériques et de calcul, puisque seulement 200 points sur les 1000 existants sont pris en compte, certains des paramètres estimés ne correspondent pas exactement à la fonction de transfert.

Néanmoins, pour ce modèle $arx [0\ 200\ 0]$, la sortie estimée correspond à 99% de la sortie de référence. Ce résultat confirme alors que, pour des systèmes à température uniforme, il peut être possible d'estimer la température de sortie, sans utiliser des paramètres autorégressifs si on est capable d'estimer les valeurs non nulles des fonctions de transfert intervenant dans le système.

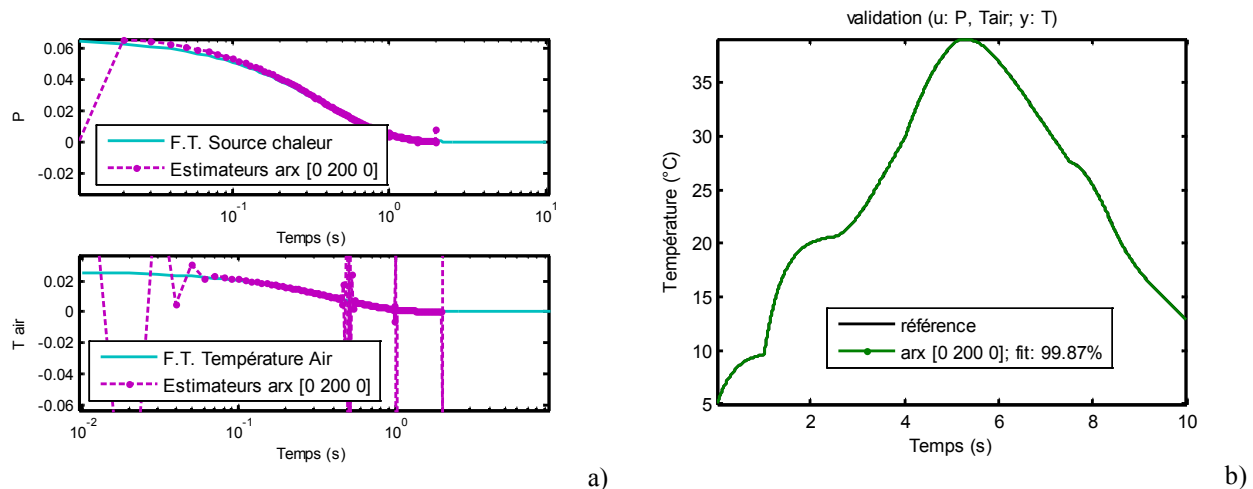


Figure II-15 Fonctions de transfert du système (a) et estimation non auto réursive (b)

D'un point de vue industriel, le principal souci de ce type d'estimation (non-autoréursive) est de pouvoir partir d'un ensemble de signaux suffisamment riches en fréquences afin de pouvoir identifier complètement les fonctions de transfert du système existant dans l'ensemble propulsif de l'avion. Comme cela est difficile à réaliser en pratique, nous allons nous intéresser à des modèles où les ordres des polynômes autorégressifs ne seront pas fixés à zéro.

3.2 Validation des modèles ARX par rapport aux systèmes comportant des gradients de température. Expérience intermédiaire.

Dans cette section, les modèles seront appliqués sur des simulations plus complexes comportant des gradients spatiaux de température à l'intérieur du système. Pour ces simulations, la résolution complète de l'équation de la chaleur sera effectuée. En parallèle, un dispositif expérimental simple sera mis en place afin de valider la démarche proposée.

3.2.1 Présentation du système et modélisation directe. Quadripôles thermiques.

Le système sélectionné est une cellule thermoélectrique qui comporte deux fluxmètres entre lesquels un film chauffant est placé. Dans ce cas simple, nous disposons d'un modèle analytique permettant de décrire les évolutions de température dans le système. Ce modèle analytique nous permettra d'identifier plus facilement les relations entre les sources et potentiels du système.

Le système est modélisé par la méthode des quadripôles thermiques (Maillet, André, et al. 2000). On construit un quadripôle par fluxmètre pour après les regrouper tous dans un seul bloc. Le quadripôle unitaire peut se représenter selon le schéma suivant :

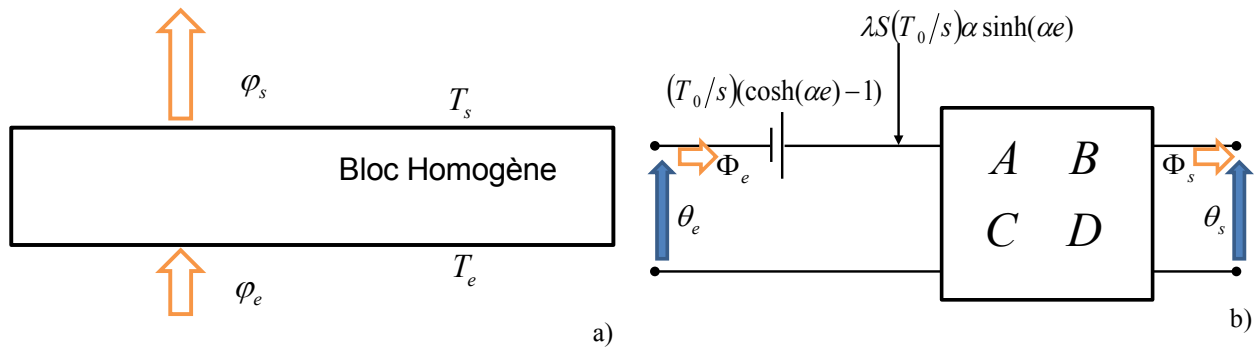


Figure II-16 Bloc homogène (a) et modélisation quadripolaire (b)

On peut supposer des propriétés thermiques du bloc homogène adaptées à la résolution numérique du problème direct (Figure II-16). Dans ce cas, le bloc est caractérisé par son épaisseur ($e = 4e10^{-3} m$), sa conductivité thermique ($\lambda = 2e10^{-3} W.m^{-1}.K^{-1}$), et sa capacité calorifique (ρC_p). Soit γ la diffusivité thermique ($\gamma = \lambda/\rho C_p = 5e10^{-7} m^2.s^{-1}$) l'équation différentielle de la chaleur devient dans le domaine de Laplace:

$$\frac{d^2\theta}{dz^2} - \frac{s}{\gamma}\theta + \frac{1}{\gamma}T_0 = 0 \quad (\text{II-37})$$

Avec θ qui représente la transformée de la température ($\ell\{T - T_{eq}\}$) et s la variable de Laplace. T_0 représente l'écart de température initiale entre le bloc homogène et l'équilibre. La solution générale de cette équation différentielle ordinaire est la suivante:

$$\theta = K_1 \sinh(\alpha e) + K_2 \cosh(\alpha e) + \frac{T_0}{s} \quad (\text{II-38})$$

K_1 et K_2 sont des constantes inconnues et α représente le paramètre de Laplace réduit ($\alpha^2 = s/\gamma$). Il est possible alors de regrouper ces constantes en fonction des conditions d'entrée et de sortie du quadripôle (température θ et flux Φ) selon :

$$\begin{bmatrix} \theta_e \\ \Phi_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\alpha e) & \frac{\sinh(\alpha e)}{\lambda S \alpha} \\ \lambda S \alpha \sinh(\alpha e) & \cosh(\alpha e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_s \\ \Phi_s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (T_0/s)(\cosh(\alpha e) - 1) \\ \lambda S (T_0/s) \alpha \sinh(\alpha e) \end{bmatrix} \quad (\text{II-39})$$

Le schéma quadripolaire correspondant à l'expression (II-39) est donné sur la (Figure II-16) ou les coefficients de la matrice sont remplacés par les termes A, B, C et D. Le terme relié à la température initiale du quadripôle est modélisé sous forme de sources de tension et courant.

A l'aide des deux fluxmètres (qui jouent ici le rôle d'un capteur de température d'un composant du moteur), on obtient les différences de température $T_1 - T_{ref}$ et $T_2 - T_3$ entre les faces supérieure et inférieure du fluxmètre (Figure II-17). Le terme source P est la puissance dissipée par effet Joule. La température de la partie inférieure du premier fluxmètre est maintenue à température constante T_{eq} au cours de l'essai. Sur la partie supérieure, on prend en compte les pertes convectives h_∞ par convection naturelle avec l'air à T_{eq} (pas de ventilation dédiée).

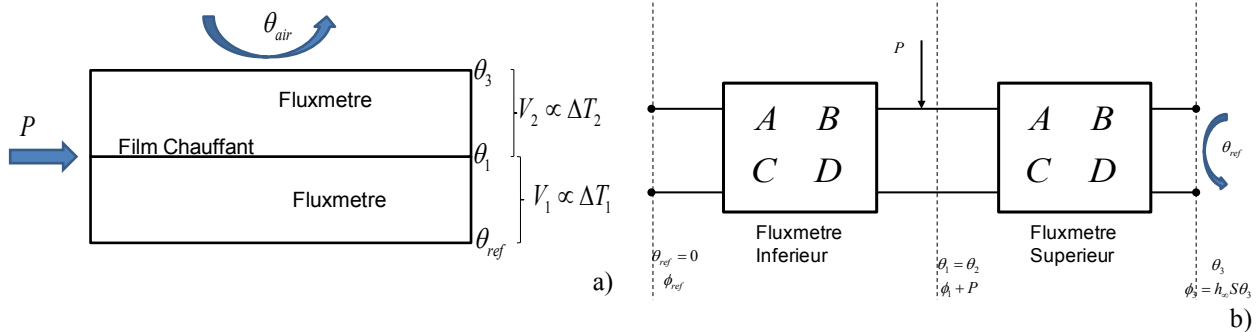


Figure II-17 Schéma de principe de la cellule (a) et modèle quadripolaire associé (b).

En supposant une température initiale de la cellule égale à l'équilibre ($T_0 = 0$), et un contact parfait entre les deux fluxmètres, il est possible d'obtenir les différences de température $\Delta T_1(t) = L^{-1}(\Delta \theta_1 = \theta_1 - \theta_{ref})$ et $\Delta T_2(t) = L^{-1}(\Delta \theta_3 = \theta_2 - \theta_3)$, mesurées expérimentalement via les tensions V_1 et V_2 délivrées par chaque pile thermoélectrique, en fonction de la puissance P dissipée par effet Joule.

$$\Delta T_1(t) = \ell^{-1} \left(\frac{(A + h_\infty B)B}{A(A + h_\infty B) + B(C + h_\infty D)} \right) \otimes P(t) ; \quad \Delta T_2(t) = \ell^{-1} \left(\frac{B(A + h_\infty B - 1)}{A(A + h_\infty B) + B(C + h_\infty D)} \right) \otimes P(t) \quad (\text{II-40})$$

Avant de passer à la phase expérimentale, nous allons tester et valider l'approche paramétrique ARX sur des simulations Matlab. La modélisation par quadripôles nous permet d'obtenir de façon analytique les expressions des fonctions de transfert du système (Figure II-18). Une version asymptotique des expressions (II-40) est mise en place pour réduire le temps de calcul des simulations directes. En supposant que le nombre de Fourier (γ/e^2) tend vers l'infini, le schéma de chaque quadripôle revêt alors la forme simplifiée suivante :

$$\begin{bmatrix} \theta_e \\ \Phi_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{RC}{2}s & R(1 + RCs) \\ C_s & 1 + \frac{RC}{2}s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_s \\ \Phi_s \end{bmatrix} \quad (\text{II-41})$$

Où ($R = e/\lambda$) représente la résistance thermique du fluxmètre et ($C = e\rho C_p s$) sa capacité thermique. De même que pour le cas du système à température uniforme, la première étape de la méthodologie d'identification consiste à identifier le modèle paramétrique en réalisant une calibration à partir de la réponse créneau du système. L'étape suivante consiste à valider le modèle paramétrique identifié en utilisant un flux d'entrée complexe. Les signaux utilisés pour réaliser ces calculs sont donnés sur la Figure II-18.

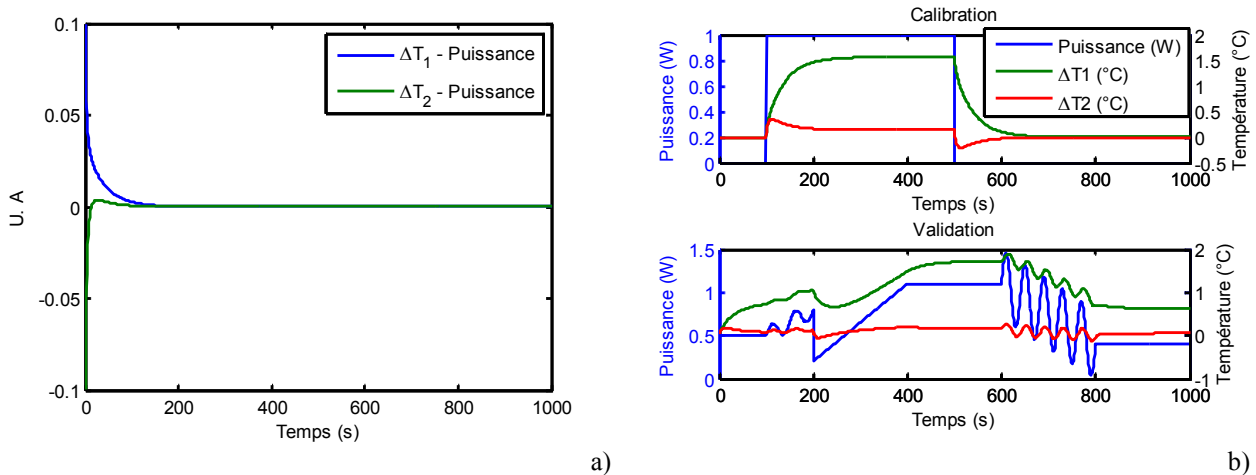


Figure II-18 Fonctions de transfert pour (ΔT_1) et (ΔT_3) (a) et signaux de calibration et validation (b).

De même que pour le cas précédent, les estimations, sont réalisées à l'aide de la minimisation linéaire de la norme présentée au début du chapitre. A titre d'exemple, le modèle $arx[2 \ 2 \ 0]$ par rapport à $arx[1 \ 1 \ 0]$ permet de prendre en compte des effets capacitifs au niveau de la sortie à

travers les instants $y(k)$ et $y(k-1)$ et de l'entrée du système par les observations $u(k)$ et $u(k-1)$, mais aussi un éventuel gradient de température entre l'entrée u et la sortie y du système. Le modèle $arx[2\ 2\ 0]$ est le modèle qui apparaît être le plus complet pour un nombre minimum de paramètres. Il est possible aussi de construire un modèle en imposant le polynôme $A(z^{-1})$ à zero. Les conclusions pour ces structures sont équivalentes à celles du cas *petit corps*. Il est nécessaire d'utiliser des ordres correspondants à l'intervalle non nul de la fonction de transfert (Figure II-19).

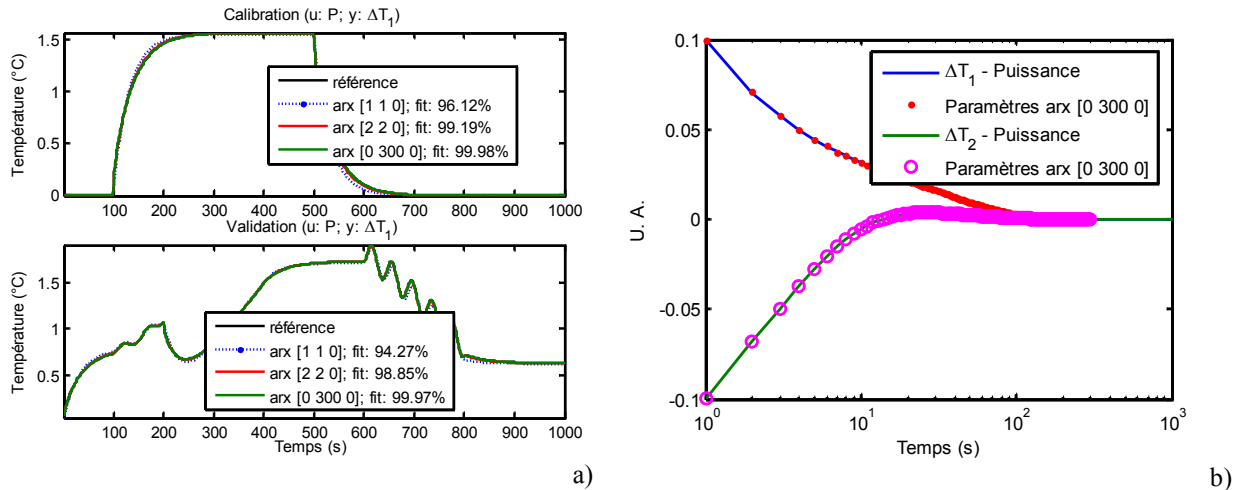


Figure II-19 Résultat de l'identification (a) et comparaison avec paramètres récurrents d'un modèle $arx [0\ 300\ 0]$ (b)

3.2.2 Mise en place d'une expérience pilote.

Afin de valider ces résultats préliminaires, une expérience simple a été mise en place au LEMTA (Figure III-A.2). La cellule thermoélectrique déjà présentée est placée dans un compartiment isolé (pas de température ambiante variable) en fixant sa température inférieure comme étant égale à la température ambiante.

Expérimentalement on mesure les différences de potentiel V_1 et V_2 délivrées par les 256 thermocouples en Bi_2Te_3 montés en série et qui représentent à un coefficient multiplicateur près les différences de température. Un programmeur permet de générer une suite de créneaux de flux aléatoires en temps et en amplitude. La puissance P délivrée au film chauffant et les deux tensions $V1$ et $V2$ sont enregistrées sur un oscilloscope numérique.

De même que pour les simulations, le test sur l'expérience est réalisée en deux temps: une phase de calibration du modèle (fonction de transfert) par une excitation créneau et une phase de validation (ou d'extrapolation) pour une excitation complexe. Comme pour la partie théorique, nous avons cherché à identifier le meilleur modèle (1 entrée - 1 sortie) selon son ordre. La Figure II-20 montre les résultats obtenus dans le cas $P - V_1$. Pour obtenir de bons résultats sur

l'expérience, il a fallu augmenter l'ordre du modèle $arx[1\ 40\ 0]$. Le modèle $arx[2\ 2\ 0]$ est incapable de reproduire parfaitement la réponse du système.

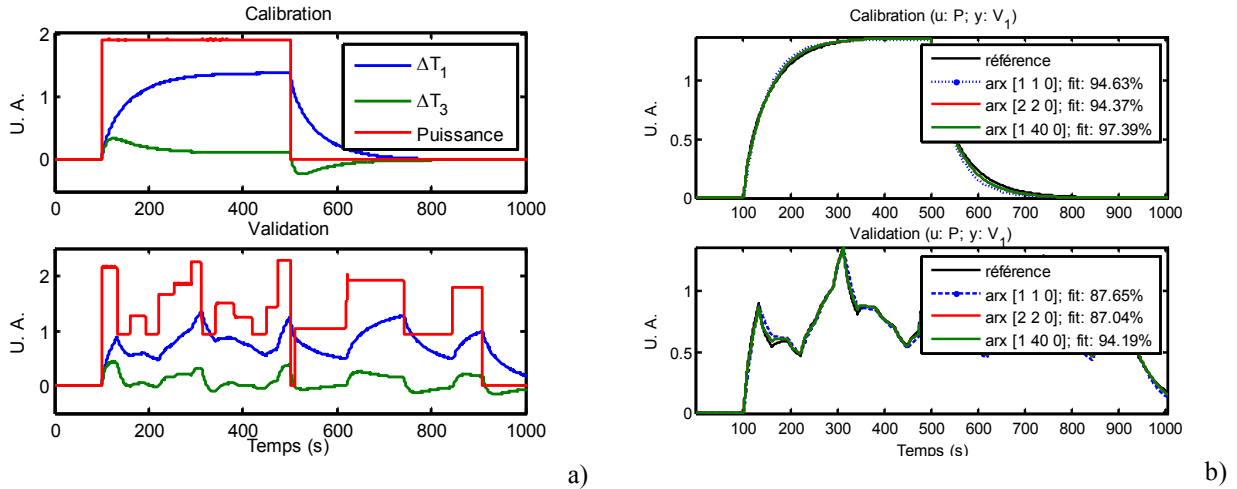


Figure II-20 Expérience intermédiaire (a) et comparaison des résultats (b)

Une augmentation de cette augmentation de l'ordre des modèles dans les cas expérimentaux par rapport aux simulations peut s'expliquer par la modélisation asymptotique des quadripôles (II-41). En effet, dans la modélisation *temps longs* des quadripôles, on tronque les harmoniques présentes dans les termes hyperboliques du quadripôle :

$$\begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{e}{\lambda} + \frac{1}{6} \frac{e^3}{\lambda \gamma} s + \dots \\ \rho C_p e s + \frac{1}{6} \frac{e^2}{\lambda \gamma} \rho C_p e s^2 + \dots \end{bmatrix} \quad (\text{II-42})$$

Du fait de cette troncature, il n'est pas nécessaire que l'ordre du modèle ARX soit trop élevé pour identifier son comportement. Ceci n'est pas le cas de l'expérience où tous les harmoniques sont présents dans le système.

Suite à ces résultats, il semble nécessaire de clarifier le critère de choix de l'ordre du modèle. Cependant, les simulations faites jusqu'à présent ne donnent pas suffisamment d'éléments pour pouvoir répondre à cette question. C'est pour cette raison que des simulations directes plus complexes ont été réalisées. Ce point sera repris dans la partie finale de ce chapitre.

4 Validation des modèles sur des simulations complexes.

Une fois les modèles validés sur une expérience de *petite échelle*, on implémentera ces structures sur des simulations plus complexes. L'idée est de complexifier la simulation déjà présentée. La configuration choisie est un corps multicouches, chacune avec des caractéristiques

thermiques différentes. De même que pour les études précédentes, deux dimensions du corps sont prépondérantes afin de favoriser un gradient thermique unidirectionnel.

Un schéma des différentes couches du système est présenté sur la Figure II-21. Il est composé de deux fluxmètres, un bloc en cuivre et une couche isolante. Les quatre couches sont supposées en contact parfait (pas de résistance de contact). Suite à l'hypothèse de gradient unidirectionnel, les pertes convectives sur les faces latérales du système sont supposées nulles. Sur la partie supérieure, un flux convectif naturel de faible coefficient de convection (air) est appliqué. Sur la partie inférieure, une forte convection agit sur le système (écoulement d'eau). Les deux flux convectifs sont supposés linéaires. Une source de chaleur surfacique de chaleur est aussi imposée à l'interface des deux fluxmètres. Ce flux de chaleur est généré par un film chauffant traversé par un courant électrique variable mais qui n'est pas pris en compte dans la modélisation.

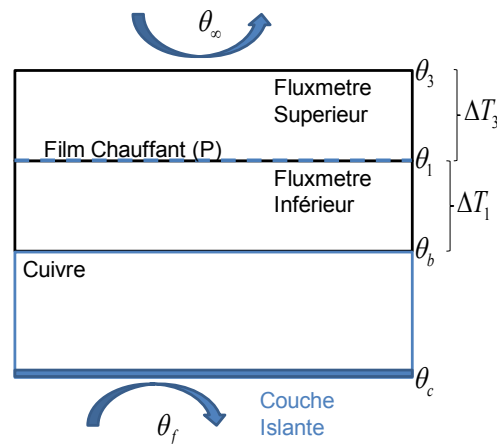


Figure II-21 Schéma du système multicouches et de son environnement.

De même que pour le cas à température uniforme, deux études différentes sont proposées. Le premier où une seule source d'excitation est présente (dissipation thermique variable) et un deuxième cas où en plus de la génération de chaleur, la température ambiante évolue indépendamment au cours du temps. Le système part aussi d'une situation de déséquilibre par rapport à son environnement et avec une température initiale non nulle.

Le problème direct est construit sous forme de quadripôles. Cette formulation nous permet de faire apparaître plus facilement les sources et potentiels du système. De préférence, la différence de température entre les bords inférieurs du fluxmètre (ΔT_1) sera définie comme la sortie de notre système. Cependant, pour quelques cas, la différence du fluxmètre sur la partie supérieure (ΔT_3) sera aussi évaluée. Si on définit la direction z comme celle du flux de chaleur, le problème direct thermique (équation en dérivées partielles avec les conditions limites) peut se s'écrire de la manière suivante:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\gamma} \frac{\partial T}{\partial t} ; \quad -\lambda S \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_c = hS(T_c - T_f) ; \quad -\lambda S \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_3 = hS(T_3 - T_\infty) \quad T(t=0) = T_0 \quad (\text{II-43})$$

En s'appuyant sur les expressions développées précédemment (II-39) chaque fluxmètre est modélisé à travers un quadripôle (Figure II-22). Le bloc de cuivre et la couche isolante sont regroupés dans un seul quadripôle. Les termes convectifs sont rajoutés sur les frontières du système conductif.

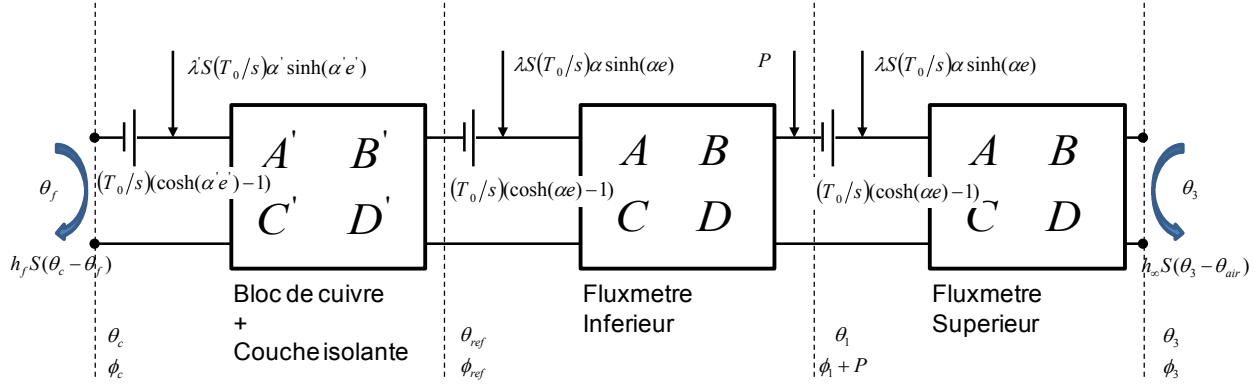


Figure II-22 Schéma quadripolaire du système complet

La formulation présentée ci-dessus reste linéaire, il est possible donc de reformuler le problème en mettant en évidence les relations entre les potentiels et les sources (sorties et entrées) du système. Dans le domaine de Laplace cette relation devient une combinaison linéaire des fonctions de transfert de chaque source :

$$\Delta\theta_1 = \theta_1 - \theta_{ref} = FT_P(s)P(s) + FT_{air}(s)\theta_{air}(s) + FT_f(s)\theta_f(s) + FT_{T_0}(s)T_0 \quad (\text{II-44})$$

Dans le domaine temporel, l'expression précédente devient une somme d'intégrales de convolution:

$$\Delta T_1 = T_1 - T_{ref} = FT_P \otimes P(t) + FT_{air} \otimes T_{air}(t) + FT_f \otimes T_f(t) + FT_{T_0} T_0 \quad (\text{II-45})$$

De même, il est possible d'obtenir les relations équivalentes pour le potentiel ΔT_3 . L'ensemble des fonctions de transfert (sous forme temporelle) est présenté sur la Figure II-23 :

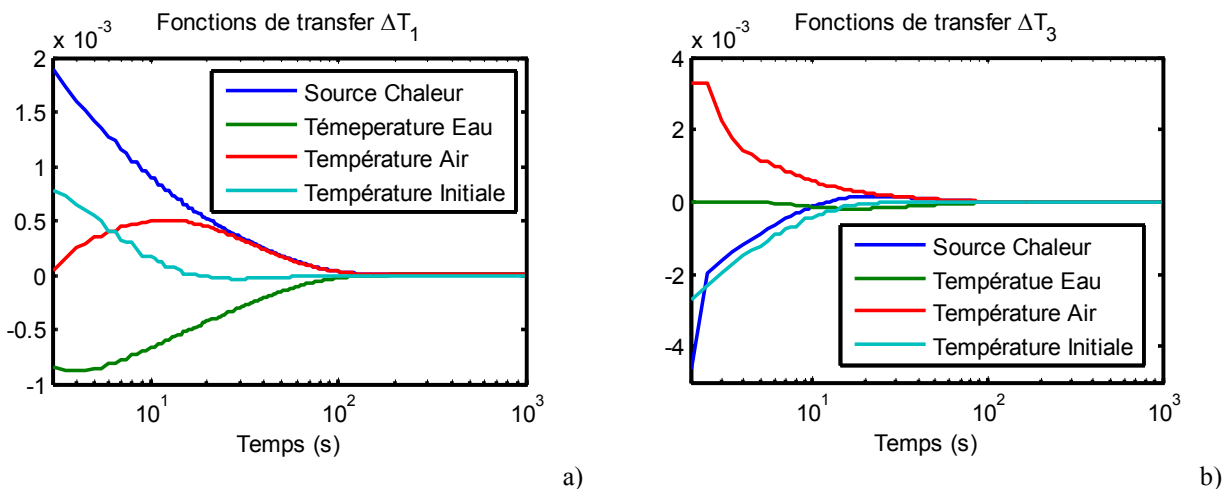


Figure II-23 Fonctions de transfert pour (ΔT_1) (a) et (ΔT_3) (b)

Ces expressions sont équivalentes à celles déjà obtenues pour les simulations simples. Cependant, dans ce cas, l'évolution des courbes est plus importante et donc les pas de convolution devront être plus petits. En fait, le pas d'intégration de la convolution devrait être suffisamment fin pour pouvoir identifier toutes les harmoniques du système. Afin d'éviter des temps de calcul trop importants, les signaux de sortie ΔT_1 et ΔT_3 seront cette fois calculés à l'aide de modèles numériques d'éléments finis (FlexPDE).

Unités: S,I,	Fluxmetre	Cuivre	Couche Isolante
Epaisseur	4×10^{-3}	6×10^{-3}	$0,5 \times 10^{-3}$
Diffusivité	5×10^{-7}	$1,05 \times 10^{-4}$	$2,45 \times 10^{-8}$
Conductivité	1,42857	400	0,0125
Coefficient Convection Eau: 1430		Coefficient Convection Air: 13	

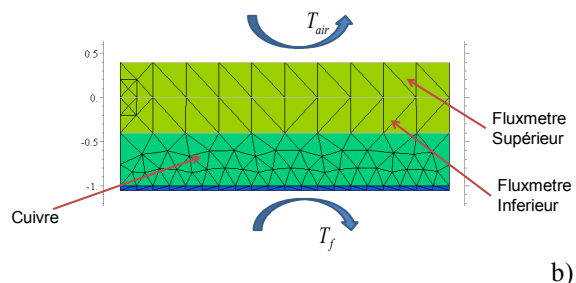


Figure II-24 Propriétés thermiques du modèle d'éléments finis (unités S.I.).

Le modèle d'éléments finis comporte les propriétés thermiques présentées sur la Figure II-24. La densité relative du maillage est donnée sur cette même figure.

4.1 Application des modèles ARX

De la même façon que pour le système à température uniforme, la méthodologie d'identification est basée sur la phase de calibration (où le modèle est estimé) et l'étape de validation où le modèle est simulé. Dans les deux phases, les niveaux d'excitation (sous forme de source de chaleur et température de fluide variables) sont similaires. Il est possible alors d'affirmer que, dans la phase de validation, on réalise une interpolation afin de vérifier la validité du modèle. La phase d'extrapolation est aussi omise dans cette étude à cause du comportement

linéaire du modèle, qui rend ces deux dernières équivalentes. Le pas d'échantillonnage est $\Delta t = 1$ seconde.

4.1.1 Excitation avec une seule source variable

Le système part d'une température de 21°C (Figure II-25). Ceci représente un déséquilibre initial de 2°C avec l'environnement. Par conséquent, pendant les 100 premières secondes de la simulation un flux parasite traverse le fluxmètre inférieur (même s'il n'existe pas d'excitation explicite).

Les résultats des estimations seront dorénavant présentés sous forme de tableaux où des pourcentages (II-31) sont donnés pour chaque estimation réalisée. Néanmoins, les courbes estimées et les prédictions correspondant à ces tableaux sont données en Annexe.

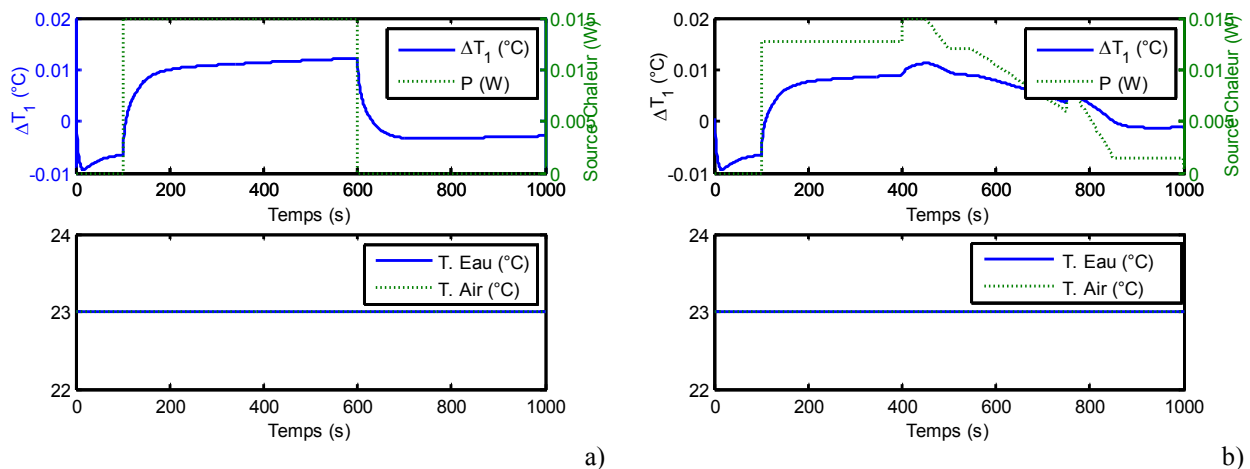


Figure II-25 Phases de Calibration (a) et Validation (b) pour excitation avec source de chaleur.

De même que pour le cas à température uniforme, le Tableau II-2 montre qu'il n'est pas nécessaire d'identifier l'origine (T_{air}) du déséquilibre initial afin de reproduire le signal de référence. Ceci est fait en augmentant l'ordre du polynôme autorégressif $A(z^{-1})$, par exemple avec le modèle $arx [49 \ 48 \ 0]$. Cependant, si on veut diminuer les ordres des modèles, il est nécessaire d'introduire dans le modèle la température de l'air.

Dans les deux cas, les modèles à ordres faibles, $arx [2 \ 2 \ 0]$ et $arx [4 \ 4 \ 0]$, ne sont plus valables parce qu'il est nécessaire cette fois d'identifier toutes les harmoniques du système. Ceci n'était pas nécessaire dans le cas où le système est supposé à température uniforme car, le système ne comportait qu'une seule harmonique (Figure II-14).

entrées: P sortie: ΔT_1	Calibration	Validation
arx [4 4 0]	63,77%	64,31%
arx [49 48 0]	99,78%	99,84%

entrées: P, Tair sortie: ΔT_1	Calibration	Validation
arx [4 4 0]	92,03%	90,17%
arx [49 48 0]	99,78%	99,82%

Tableau II-2 Résultats estimations sur simulation multicouche avec une seule excitation

4.1.2 Excitation avec deux sources variables en simultané

De la même façon que pour le cas précédent, deux configurations différentes (calibration et validation) sont implémentées sur le système multicouche. La température de l'eau est cette fois aussi variable (Figure II-26) :

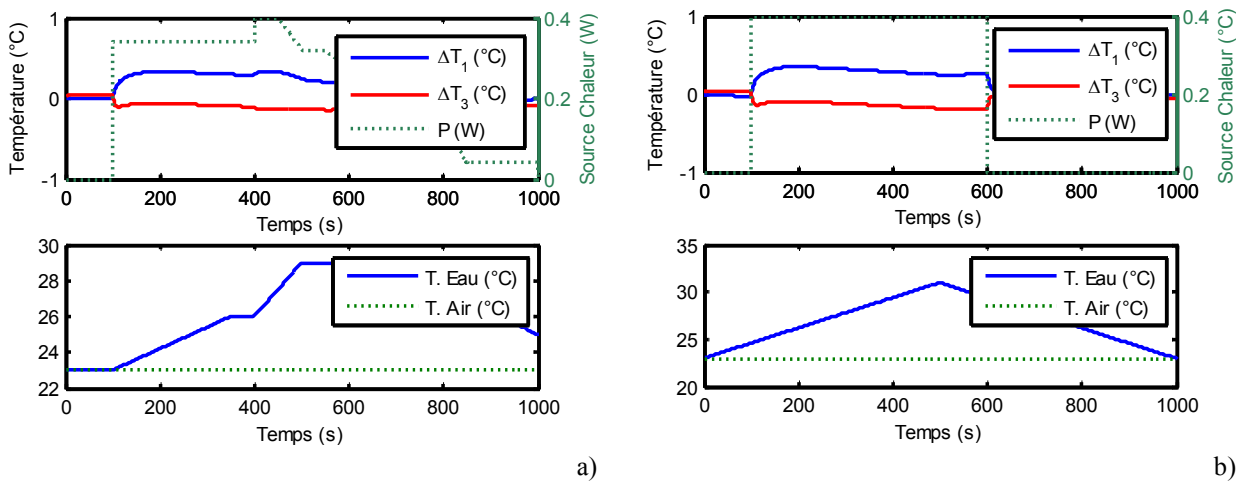


Figure II-26 Phases de Calibration (a) et Validation (b) pour excitation avec source de chaleur et température inférieure variables.

Les évolutions des variables dans les deux phases sont équivalentes (amplitudes et temps de montée) afin de simuler une interpolation et non pas une extrapolation de températures.

Les résultats sont données dans le Tableau II-3 sous forme de pourcentage (II-31). Cependant, il est possible de trouver les courbes estimées en annexe.

Quand le système est influencé par deux sources (dissipation de chaleur et température eau variables), quel que soit l'ordre des modèles, il est nécessaire d'introduire les variables correspondantes dans le modèle ARX. L'augmentation de l'ordre du polynôme autorégressif ne peut pas remplacer le manque d'une source variable du système (ex, *arx [48 49 0]*).

De même que pour le système à température uniforme, il est possible de rajouter la température de l'air, afin d'identifier la source du déséquilibre initial. De cette façon, l'ordre du modèle ne doit pas être aussi important que dans le cas où seul deux variables sont rentrées dans l'ARX (ex, $arx [4 4 0]$).

Dans ce cas, une remarque particulière peut être faite sur le modèle non autorégressif ($arx [0 60 0]$). Ce modèle est capable de simuler le signal de référence quand les trois fonctions de transfert des trois sources sont estimées (génération de chaleur, température de l'eau et température de l'air). L'augmentation de la qualité du modèle (96%) est en relation directe avec l'identification complète des fonctions de transfert. D'après la Figure II-23, les fonctions de transfert deviennent nulles à partir de l'instant $\Delta T = 100$ s. C'est pour cette raison qu'afin de diminuer les résidus, l'ordre du modèle $arx [0 60 0]$ pourrait être augmenté en 40 observations.

entrées: P sorties: ΔT_1	Calibration	Validation
$arx [2 2 0]$	61,55%	69,74%
$arx [4 4 0]$	86,06%	88,49%
$arx [0 60 0]$	66,33%	68,25%
$arx [49 48 0]$	92,16%	93,31%

entrées: P, Tf sorties: ΔT_1	Calibration	Validation
$arx [2 2 0]$	60,69%	65,84%
$arx [4 4 0]$	92,78%	91,65%
$arx [0 60 0]$	79,8%	79,47%
$arx [49 48 0]$	99,95%	99,84%

entrées: P, Tf, Tair sorties: ΔT_1	Calibration	Validation
$arx [2 2 0]$	98,57%	98,04%
$arx [4 4 0]$	98,7%	98,4%
$arx [0 60 0]$	97,25%	96,59%
$arx [49 48 0]$	99,99%	99,98%

Tableau II-3 Résultats estimations sur simulation multicouche avec deux excitations (Figure II-A.2).

4.1.3 Combinaisons des sources et potentiels dans le modèle inverse.

Une des caractéristiques des modèles ARX est la possibilité de combiner des potentiels et des sources dans le groupe d'entrées du modèle. La température ΔT_3 est un potentiel du système qui dépend (de même que ΔT_1) linéairement de la dissipation de chaleur et des températures supérieure et inférieure système (Figure II-23). Il est envisageable alors d'utiliser cette température comme entrée du système afin d'identifier ΔT_1 et de cette façon prendre en compte, dans le modèle, l'ensemble de sources à travers le potentiel ΔT_3 .

entrées: ΔT_3 sorties: ΔT_1	Calibration	Validation
arx [2 2 0]	44,56%	51,90%
arx [4 4 0]	80,28%	86,03%
arx [49 48 0]	83,68%	86,20%

entrées: $\Delta T_3, P$ sorties: ΔT_1	Calibration	Validation
arx [2 2 0]	89,14%	89,10%
arx [4 4 0]	87,81%	86,75%
arx [1 20 0]	99,61%	99,53%

Tableau II-4 Résultats estimations sur simulation multicouche avec deux excitations (Figure II-A.3).

L'ajout des potentiels dans les entrées du modèle permet de réduire le nombre des paramètres. Cependant, la température ΔT_3 elle seule n'est pas capable de reproduire le signal de référence, l'ajout de la puissance électrique est nécessaire afin de minimiser les résidus.

Dans tous les cas, l'ordre du modèle nécessaire diminue considérablement du fait de la similitude entre les deux signaux. Il est intéressant alors de construire nos modèles sur la base des potentiels car les influences des sources sont introduites dans le modèle de façon implicite et non explicite (fonction de transfert moins complexe à identifier qu'une impédance).

4.2 Etude de l'ordre du modèle.

Dans les sections précédentes, on a évoqué les raisons physiques à l'origine d'un ordre élevé pour les modèles. Pour un groupe de variables donné, reste à mettre en place un critère pour définir l'ordre des modèles. Pour la majorité des estimations précédentes, des ordres élevés ont été sélectionnés (*arx [49 48 0]*). Ce choix n'a pas été arbitraire, nous allons le justifier sur la base des résultats des simulations complexes.

Le choix de l'ordre d'un modèle est normalement lié aux modes du modèle et à ses valeurs singulières. Nous allons montrer l'équivalence entre la technique de décomposition en valeurs singulières tronquées (Aster, Borchers et Thurber 2005) et l'estimation QR. La Figure II-27 montre les valeurs singulières de la matrice d'observation (\mathbf{X}). Elle correspond à un modèle *arx[75 75 0]* avec deux entrées (dissipation de la chaleur et température de l'eau) ce qui donne un ordre de modèle global de 225 paramètres. La figure montre qu'il est difficile de distinguer entre des valeurs importantes et négligeables.

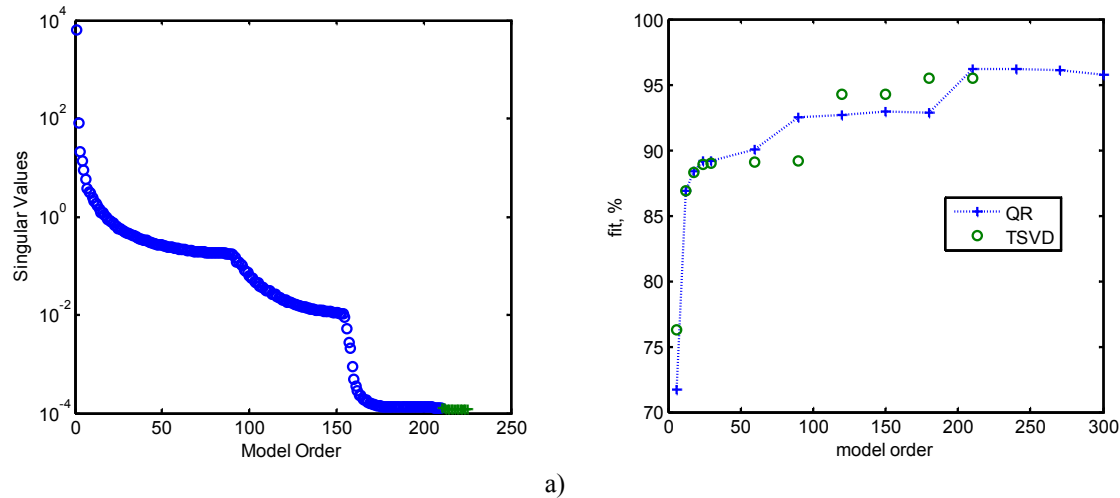


Figure II-27 Valeurs singulières de la matrice d'observations (a) et pourcentage d'adaptation pour la phase de validation (b).

Néanmoins, pour ce calcul SVD, il est possible de tronquer l'estimation pour plusieurs valeurs singulières et les comparer aux estimations correspondantes QR. Sur la Figure II-27 cette comparaison est faite sous forme de résidus. Deux conclusions principales peuvent être obtenues :

- l'estimation QR et l'estimation TSVD donnent des résultats similaires (en terme d'adaptation) pour la phase de validation.
- l'ordre du modèle a un comportement asymptotique sur les résidus. Cela signifie que, pour atteindre des valeurs supérieures à 85%, il faut augmenter notablement cet ordre.
- tel que présenté lors de l'introduction de l'étude, l'objectif du projet est d'obtenir des modèles représentatifs utiles pour effectuer des extrapolations. C'est pourquoi, la fonction de transfert du système doit être complètement identifiée. Cela signifie que des ordres élevés pourront être nécessaires. Les résultats expérimentaux montrent que les ordres de modèles élevés n'empêchent pas de simuler la température du système pour des conditions d'extrapolation.

5 Synthèse

Dans ce chapitre l'ensemble des modèles paramétriques autorégressifs a été présenté. Nous nous sommes notamment intéressés à une approche basée sur des modèles de type ARX (*Autoregressive model with exogenous variable*). Cette approche paramétrique est d'ailleurs souvent préconisée dès lors que l'on souhaite identifier la fonction de transfert d'un système qui peut être décrit par un jeu d'équations différentielles.

Les modèles ARX permettent de décrire le comportement d'un système en reliant ses sorties y à un instant donné aux valeurs des sorties aux instants précédents et des entrées (Uriz, Remy, et al. 2012).

Dans le cadre des extrapolations de température chez Airbus, nous avons une seule sortie (la température de l'équipement que l'on cherche à modéliser) et une ou plusieurs entrées (puissance dissipée, températures à proximité de l'équipement comme la température d'air, températures du fluide caloporteur à l'entrée et sortie de l'échangeur, températures de parois).

L'avantage de ces modèles est que leur écriture est localement linéaire entre les points considérés aux instants précédents et immédiats. Ainsi, l'estimation des paramètres inconnus est rapide et s'obtient en une seule itération par une simple inversion d'un système linéaire non carré au sens des moindres carrés ordinaires (chaque ligne de la matrice à inverser correspond au modèle ARX écrit à un instant donné n). La structure autorégressive de ces modèles permet néanmoins d'avoir un modèle globalement non-linéaire vis-à-vis des paramètres sur tout l'intervalle de temps.

L'analyse asymptotique montre que les modèles ARX sont bien adaptés pour la modélisation des systèmes capacitifs dans des situations où des faibles niveaux de bruit de mesure sont présents.

Les modèles autorégressifs sont validés aussi sur des simulations numériques. Les conclusions suivantes sont apparues :

- L'ordre du modèle est lié aux conditions initiales, l'évolution de la fonction de transfert, et la complexité du système (plusieurs matériaux dans le système).
- Des conditions initiales de non-équilibre conduisent à des modèles d'ordre élevé. Néanmoins, les variables de l'environnement peuvent être ajoutées au modèle afin de garder des ordres faibles.
- D'autre part, l'augmentation de l'ordre peut ne pas compenser le manque de variables d'entrée, et donc, toutes les variables sensibles doivent être déclarées comme entrées du modèle.

III Résultats expérimentaux

L'ensemble des études réalisées jusqu'à présent nous a permis de comprendre la physique sur laquelle les modèles ARX sont construits. Il est temps maintenant de valider ces outils sur des cas expérimentaux. Une possible source de cas expérimentaux est l'ensemble des vols d'essais avion. Cependant, le budget nécessaire pour réaliser un vol d'essai est trop conséquent pour avoir une base de données spécifique à l'étude.

Pour cette raison, un dispositif expérimental (banc pilote) permettant de reproduire les conditions existantes dans la nacelle d'un moteur a été mis en place dans le cadre de cette Thèse au LEMTA. L'objectif principal de cette expérience est de valider la méthodologie d'identification présentée dans l'étude en cherchant à identifier des modèles ARX sur des signaux issus du banc.

Dans ce chapitre on décrira les dispositifs permettant de solliciter le banc pilote qui seront ensuite comparés aux sources d'excitation présentes au niveau des équipements de nacelles de turboréacteurs. Le cœur du dispositif est constitué de plusieurs cellules thermoélectriques (qui représenteront un équipement moteur) et plusieurs points du banc sont instrumentés pour contrôler l'environnement de la cellule. De cette façon, on pourra récupérer un ensemble de signaux représentatifs. Plusieurs essais seront réalisés, chacun avec un mode de transfert prépondérant. Pour chaque configuration, on réalisera trois tests différents représentant les étapes principales de la méthodologie d'identification : calibration, validation et extrapolation.

Finalement, on appliquera les structures ARX sur des données issues de vols d'essais déjà réalisés. On confrontera les résultats obtenus par les ARX avec ceux des bilans enthalpiques.

1 Présentation du dispositif expérimental.

Pour valider l'approche inverse développée, nous avons mis en place au LEMTA un banc pilote permettant de reproduire les conditions thermiques au sein d'une nacelle, ainsi que le comportement thermique plus ou moins capacitif des systèmes. L'environnement thermique des systèmes a été présenté de façon générale dans le premier chapitre. Deux équipements sont aussi présentés en détail, l'IDG et la vanne HPV. Ces deux équipements sont censés représenter deux types de comportement différents d'un système moteur : comportement glissant et comportement capacitif. Ces deux exemples d'équipements seront utilisés dans cette étude pour montrer la faisabilité de la méthode sur des cas proches du cas industriel (essais en vol). Sur la Figure III-1 est donné un schéma de principe de ce banc.

Le banc est capable de reproduire de façon indépendante plusieurs flux de chaleur provenant de sources différentes. Il est pilotable à travers un ensemble de consignes (signaux temporels) de basse tension définies de façon virtuelle dans Matlab. La *manipulation* du banc reste alors assez souple, car sa gestion (génération des expériences et récupération de données) est réalisée directement à partir de la *Data Acquisition Toolbox* de Matlab.

Le système industriel est simulé par un assemblage de deux cellules thermoélectriques composées de deux fluxmètres chacune. Un film chauffant souple est placé entre les fluxmètres de chaque cellule afin de simuler la dissipation de chaleur interne d'un équipement. La résistance électrique du film chauffant (Minco 2011) est de 60Ω . Chacun des films peut être stimulé de façon indépendante. Le détail de chaque cellule est donné sur le schéma de la Figure III-2.

Des effets capacitifs plus importants peuvent être simulés en rajoutant des échantillons massifs sur chacune des piles.

Un échangeur Eau/Air (Lauda 2011) est mis en place sur le banc pour simuler des systèmes de refroidissement spécifiques des composants (comme par exemple pour l'IDG). Il refroidit les cellules sur leur face inférieure à travers le bloc de cuivre sur lequel elles sont fixées.

Lors de la régulation de l'échangeur (*Lauda*) en température, il apparaît des variations infimes de température autour de la valeur nominale de consigne. Etant donné la forte sensibilité des fluxmètres et la forte conductivité du cuivre, il est possible que des perturbations thermiques indésirables provenant de l'appareil apparaissent dans les cellules thermoélectriques. Pour limiter ces effets, une couche isolante mince est placée entre les blocs de cuivre (Figure III-1). Il est possible aussi de faire varier la vitesse de l'eau afin de simuler une large gamme de systèmes.

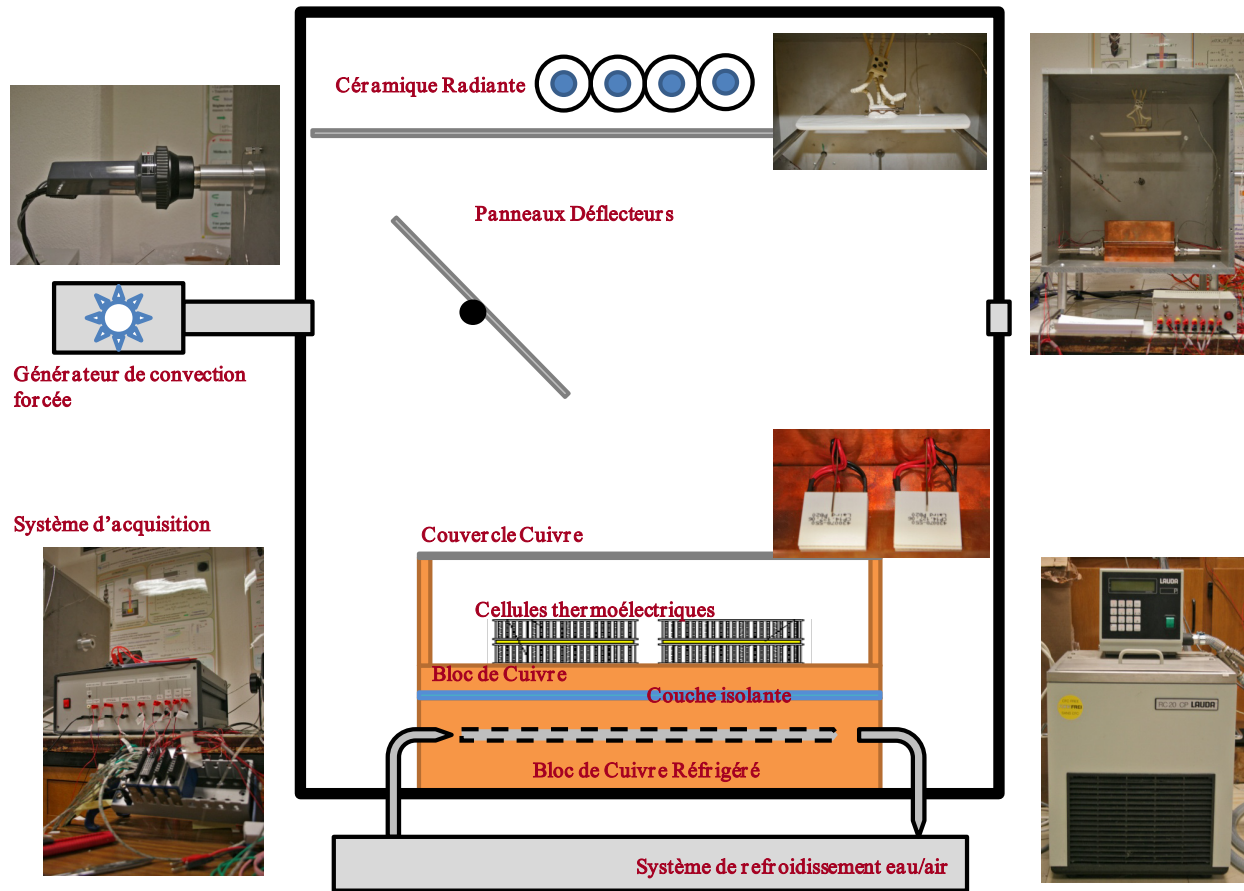


Figure III-1 Schéma descriptif du banc expérimental.

Pour assurer une faible convection autour des systèmes, un couvercle en cuivre de faible épaisseur peut être placé sur la partie supérieure du cœur de la cellule (Figure III-1). Ce couvercle crée un système fermé où la température du cuivre est supposée uniforme.

Toutefois, pour représenter des équipements sur lesquels les échanges convectifs à travers l'air sont importants (comme par exemple la vanne HPV), ce couvercle peut être retiré et un dispositif de convection forcée (Leister 2011) peut être activé. A travers ce dispositif il est possible de créer un écoulement d'air variable en débit et en température. Pour uniformiser le champ de température du jet et mieux diriger le débit, un déflecteur d'air est installé. L'inclinaison du déflecteur est variable afin de diriger l'air en direction d'une des deux cellules.

Enfin, comme cela a été montré lors de la description des cas industriels, le rayonnement entre les cavités joue un rôle important (haute température liée à la proximité de la zone moteur). Afin de simuler ces échanges, un panneau radiant en céramique, alimenté par un circuit de courant à haute tension, est placé sur la partie supérieure du banc expérimental.

Le circuit électrique de la céramique est placé dans la zone inférieure de la plaque de façon à diriger le flux radiatif le plus possible en direction des fluxmètres.

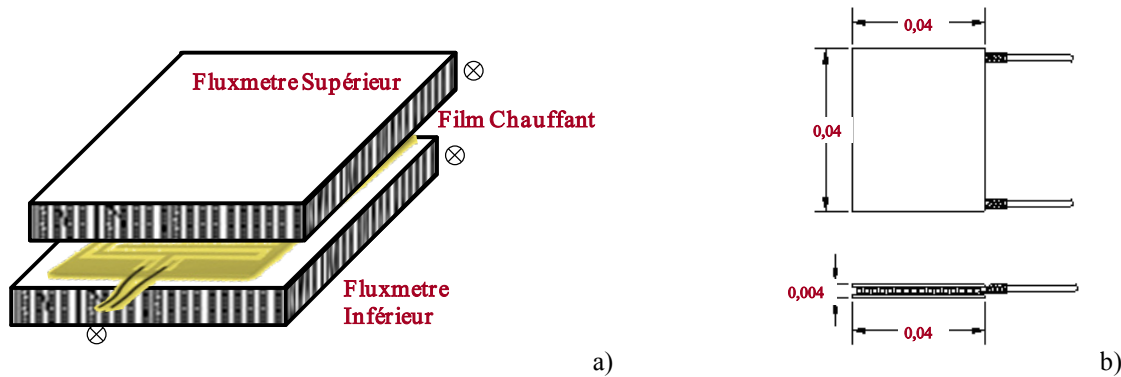


Figure III-2 Détail d'une cellule thermoélectrique (a) et d'un fluxmètre (b).

Une représentation des principaux flux thermiques existants sur le banc pilote est donné sur la Figure III-3.

1.1 Description des moyens d'excitation.

Comme il a été déjà énoncé, il existe plusieurs moyens de solliciter thermiquement le banc pilote. La commande de l'ensemble des sources (sauf pour le système de refroidissement) est centralisée dans un boîtier où les appareils de commande des différents dispositifs sont regroupés. Ceci comprend :

- Les deux alimentations des deux films chauffants : chaque alimentation produit un courant électrique continu qui traverse les films chauffants. Il est possible de contrôler cette intensité à partir d'une consigne en tension (de 0 à 10 Volts) imposée aux bornes des alimentations.
- La gestion du dispositif de convection forcée (*Leister*) : l'alimentation du dispositif est réalisée directement sur le réseau électrique (alternatif 220 V, 50 Hz). Le dispositif a été modifié de manière à pouvoir contrôler indépendamment le débit et la température de l'air de sortie. Ceci est fait à travers deux signaux indépendants de 10 Volts. Cependant, un système de sécurité empêche le dispositif de monter en température pour de faibles débits.
- Le moteur électrique du panneau déflecteur : un moteur pas à pas sur l'axe de rotation du panneau déflecteur permet d'en modifier l'inclinaison et de contrôler la direction du flux d'air chaud. Il est commandé par un dispositif où un signal en tension constante de 5V est utilisé. L'angle de positionnement du panneau est calculé à partir de la vitesse de rotation nominale du moteur et de la durée du signal de consigne.
- L'alimentation du panneau radiant en céramique. Le fil résistif qui traverse la céramique est alimenté en haute tension. Cette haute tension alternative est générée en

modifiant le signal du réseau électrique à travers un dispositif à diodes. Le dispositif est piloté par un signal basse tension dans la gamme [0- 10 Volts].

Les signaux de consigne sont définis sous Matlab et transférés vers le boîtier de contrôle via un module NI-9263 de sortie analogique à rafraîchissement simultané de 4 voies. Ce module est intégré dans un châssis NI-cDAQ-9178. Le châssis comporte 8 emplacements et peut, à travers différents modules d'entrée/sortie analogiques, réaliser des mesures de tension et température et piloter les différents équipements par des signaux analogiques de commande. Il est connecté à l'ordinateur à travers un câble USB et est pilotable entièrement sous Matlab.

Enfin, le système de refroidissement (échangeur eau/air) est contrôlé indépendamment à travers un affichage manuel placé sur le dispositif.

Ceci nous donne un ensemble de cinq moyens d'excitation différents qui sont utilisés de façon indépendante pour stimuler une réponse sur les fluxmètres des cellules thermoélectriques.

1.2 Description de l'instrumentation.

L'ensemble des mesures est récupéré à travers des modules installés sur le châssis NI-cDAQ-9178 et transféré vers l'ordinateur à l'aide de l'outil *Matlab Data Acquisition Toolbox*. Cet ensemble est composé de signaux de température et de tension.

1.2.1 Thermocouples

Douze thermocouples sont installés sur le banc expérimental (Figure III-3 et Figure IV-A.1). Leur distribution est la suivante :

- Deux thermocouples de type *J* sur le circuit d'eau afin de reproduire la température du fluide en bas du bloc en cuivre. Celle-ci est calculée en moyennant les températures d'entrée et sortie ($\frac{T_{c_1} + T_{c_2}}{2}$). Cette approximation est possible grâce à la haute conductivité thermique du cuivre ($400 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$).
- Deux thermocouples de type *J* sur les cellules thermoélectriques (T_{c_3} et T_{c_4}) pour mesurer la température de l'air au voisinage de la paroi supérieure des cellules.
- Deux thermocouples de type *K* situés sur les ouvertures latérales du banc pour mesurer la température à la sortie du système de convection forcée et la température à la sortie du banc (T_{c_6} et T_{c_7}). Ces deux ouvertures représentent, d'un point de vue thermodynamique, les principales variations d'enthalpie à travers les frontières du banc.

- Cinq thermocouples de type J placés au centre des panneaux qui constituent les frontières du banc ($Tc_8, Tc_9, Tc_{10}, Tc_{11}$ et Tc_{12}). Ils mesurent la température de peau extérieure des panneaux.

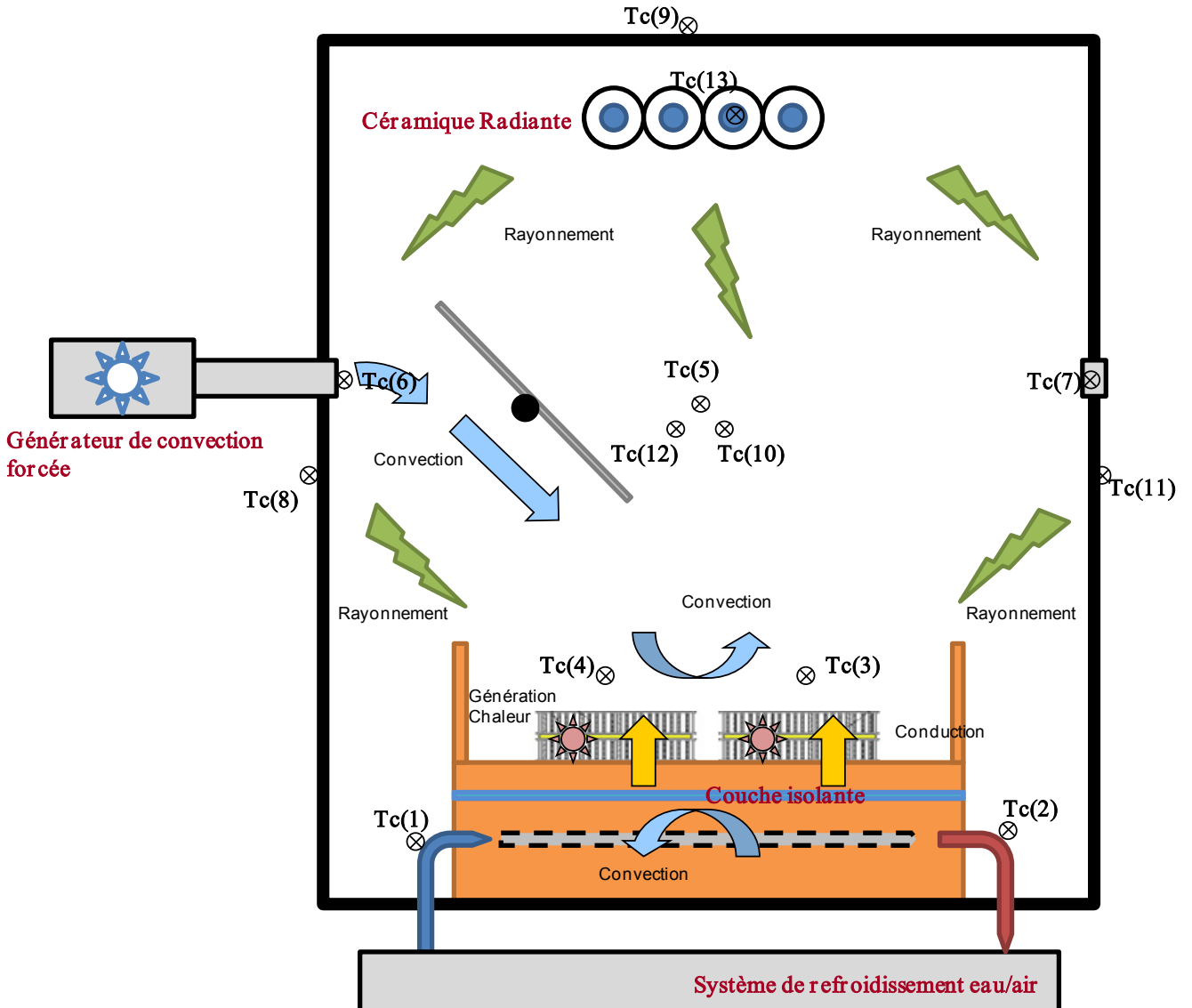


Figure III-3 Schéma descriptif des principaux flux thermiques existants dans le banc expérimental et distribution de thermocouples.

- Un thermocouple de type K situé au centre du banc (Tc_5). Ce thermocouple est protégé (écran radiatif) de façon à l'isoler des effets radiatifs en provenance de la céramique radiante. Son emplacement permet d'obtenir une température moyenne de l'environnement dans le cas où les sources de rayonnement et convection forcée sont activées.

- Un thermocouple de type K ($T_{c_{13}}$) collé sur la face inférieure du panneau radiant. Ce thermocouple a pour rôle de mesurer la température de peau de la surface émettrice du panneau.

L'ensemble des thermocouples est connecté au module NI-9213. Le nombre important de signaux à gérer en E/S à travers le châssis et l'acquisition en haute résolution (bon rapport Signal/Bruit) nous impose un pas d'échantillonnage minimum d'une seconde.

1.2.2 Fluxmètres

En plus des thermocouples, quatre fluxmètres (Laird 2011) sont installés dans le banc pilote. L'écart de température entre leurs faces (supérieure et inférieure) représente le comportement thermique des équipements moteur. Un schéma de ces fluxmètres est donné sur la Figure III-2.

Chaque fluxmètre donne cette différence de température sous la forme d'une tension. Ce signal en tension est mesuré par le module NI-9205. Le module est composé de 16 entrées analogiques avec des gammes d'entrée de ± 10 V. Il est équipé d'une protection contre les surtensions jusqu'à 60 V entre les voies d'entrée et la voie commune. Le module, est installé sur le châssis qui le relie avec l'ordinateur.

Le signal en tension est transformé numériquement en signal de température. Sachant que chaque fluxmètre comporte 256 thermocouples d'une sensibilité de $0,0340$ °C/V chacun, il est possible de remonter à une information en température à partir de la mesure en tension.

Les films chauffants sont aussi instrumentés. On mesure la tension d'alimentation à la sortie des alimentations afin de connaître la puissance réelle dégagée par le film chauffant. Cette puissance est calculée alors à travers l'expression :

$$P = V^2 / R \text{ avec } R = 60 \Omega \text{ (résistance constante et indépendante de la température)} \quad \text{(III-1)}$$

Enfin, le circuit d'eau est aussi instrumenté. On connaît la température d'entrée et de sortie du fluide, ainsi que son débit mesuré à l'aide d'un débitmètre qui envoie l'information sous forme de signal de basse tension proportionnelle au débit.

1.2.3 Amplificateur

Les quatre signaux en tension provenant des fluxmètres sont filtrés pour minimiser l'effet du bruit de mesure. Le filtre est analogique et sa fréquence de coupure est de 16 Hz (filtre passe-bas de type "RC"). Les signaux sont amplifiés 100 fois par un amplificateur analogique avant d'être mesuré par le module NI-9205.

De plus, il est aussi possible de régler analogiquement l'*offset* des signaux afin de négliger des effets non thermiques parasites sur les mesures.

1.3 Protocole de mise en place de l'expérience.

Grâce à l'utilisation de la *Data Acquisition Toolbox*, la configuration de l'expérience est automatisée. La définition des excitations est faite directement sous Matlab, l'acquisition est faite en tâche de fond pendant que les séquences de mesure sont lancées. En fin d'acquisition, le traitement des données se fait sous le même logiciel. Les différentes mesures sont stockées directement dans des variables Matlab, puis sauvegardées dans un fichier binaire. Pour faire cela, il est nécessaire de définir un protocole qui permet de contrôler l'expérience. Un exemple de protocole Matlab (Script décrivant le protocole) est donné dans le tableau ci-dessous et des compléments d'informations se trouvent en annexe. Il comporte les étapes principales suivantes :

- Initialisation du système d'acquisition : après avoir défini les variables globales de l'algorithme, on initialise la session. Ce démarrage comprend une vérification du châssis qui pilote l'expérience et la mise en place des graphiques qui permettront de suivre en temps réel l'expérience.
- Création et initialisation des différentes voies de mesures et consignes : cette étape comprend l'activation et la définition de chacune des voies de mesures et de consignes (grandeurs physiques).
- Paramétrisation de l'acquisition et définition du stockage des données : après avoir fixé le temps d'échantillonnage, on relie les variables numériques aux voies logiques précédemment définies (tension et température).
- Définition des signaux de consigne (profils de vol) : l'ensemble des consignes de l'essai est contrôlé par la matrice *Consigne*. Chacune colonne de cette matrice représente un actionneur. Des profils prédéfinis de signaux d'entrée sont implémentés (signaux d'excitation d'entrée) (*u_echel*, *u_mixte_bas*, *u_plat*, *u_mixte_mid*, *u_rampe*,...)
- Lancement de la tâche : L'acquisition est lancée en "tache de fond". La fonction appelée *Mymultifuntion* se charge d'enregistrer les grandeurs mesurées des variables Matlab et de tracer les graphes qui permettent de contrôler l'essai en *temps réel*.

Dans cet exemple de protocole plusieurs excitations sont lancées simultanées dans l'expérience (Voir variable *Consigne*). Cette variable décrite dans le tableau en annexe, comprend plusieurs composantes (colonnes) qui seront non nulles en fonction des sources d'excitation souhaitées. Dans l'exemple donné ici, toutes les sources sont activées sauf un des deux films chauffants et la rotation du déflecteur d'air.

```

clear all; close all; clc
%% Variables de Stockage

global Time T_Output U_Output V_Output

%% Initialisation du systeme d'acquisition

vendors = daq.getVendors() % Verification de la config. DAQ
devices = daq.getDevices() % Récupération de la liste des modules
daq.reset % Initialisation du chassis
s = daq.createSession('ni') % Creation d'une session DAQ

subplot(411); hold on % Initialisation des graphiques
subplot(412); hold on
subplot(413); hold on
subplot(413); hold on

Time=[]; T_Output=[]; U_Output=[]; V_Output=[];

%% Creation des différentes voies de Mesure

s.addAnalogInputChannel('cDAQ1Mod1','ai0','thermocouple'); %Tc1
s.addAnalogInputChannel('cDAQ1Mod1','ai1','thermocouple'); %Tc2
s.addAnalogInputChannel('cDAQ1Mod1','ai2','thermocouple'); %Tc3
% (...)
s.addAnalogInputChannel('cDAQ1Mod2','ai0','voltage'); %14
s.addAnalogInputChannel('cDAQ1Mod2','ai1','voltage'); %15
% (...)

%% Création des différentes voies de Consigne

s.addAnalogOutputChannel('cDAQ1Mod3','ao0','voltage'); % Puiss.
Elec. Droite
s.addAnalogOutputChannel('cDAQ1Mod3','ao1','voltage'); % Puiss.
Elec. Gauche
s.addAnalogOutputChannel('cDAQ1Mod3','ao2','voltage'); % Débit
Leister
s.addAnalogOutputChannel('cDAQ1Mod3','ao3','voltage'); %
Température Leister
s.addAnalogOutputChannel('cDAQ1Mod4','ao0','voltage'); % Moteur
Déflecteur
s.addAnalogOutputChannel('cDAQ1Mod4','ao1','voltage'); % Panneau
Céramique
s.addAnalogOutputChannel('cDAQ1Mod4','ao2','voltage'); % Leister
Interrupteur

%% Parametres d'acquisition et Stockage des données
s.Rate = 1; % Pas d'echantillonnage général

% Stockage de données sous variables numériques (type de donnée,
unités,...)
tc(1)=s.Channels(1); tc(1).ThermocoupleType='J';
tc(1).Units='Celsius'; % Tc1
tc(2)=s.Channels(2); tc(2).ThermocoupleType='J';
tc(2).Units='Celsius'; % Tc2
tc(3)=s.Channels(3); tc(3).ThermocoupleType='J';
tc(3).Units='Celsius'; % Tc3
% (...)
tc(6)=s.Channels(6); tc(6).ThermocoupleType='K';
tc(6).Units='Celsius'; % Tc6
% (...)
u(1)=s.Channels(14); % Fluxmètre bas droite
u(2)=s.Channels(15); % Fluxmètre haut droite
% (...)
u(5)=s.Channels(18); % Tension Alimentation
u(6)=s.Channels(19); % Tension Alimentation
u(7)=s.Channels(20); % Tension Débit Refroidissement

%% Définition des variables numériques de consigne

npt=1000; tmax=npt*s.Rate; time_virtual=(s.Rate:s.Rate:tmax); %
Intervalle de temps
level1=0; levelh=1; omega=0.05; tau=0.1; T=25;
[u_echel,u_cos,u_mixte_haut,u_mixte_bas,u_rampe,u_plat,u_trian,m,u
_mixte_mid]=signals(time_virtual,levelh,T,tau);

% Attribution des variables selon les voies d'entrée ()
Consigne=[0*u_echel u_mixte_bas u_plat u_mixte_mid 0*m u_rampe
u_plat/max(u_plat)];
if mean(Consigne(:,3))~=0
    Consigne(:,7)=Consigne(:,7)*5;
else
    Consigne(:,7)=Consigne(:,7)*0;
end
s.queueOutputData(Consigne); % Implémentation des signaux dans la
session

%% Lancement de la tache (minimisée)

lh = s.addlistener('DataAvailable',@MyMultiFunction);
s.startBackground();
s.wait();s.stop();delete(lh)

%%
hold off
save 13_Tc_7_U_Analog_Input_6_U_Output.mat Time T_Output U_Output
V_Output Consigne

```

Tableau III-1 Exemple de protocole de lancement de l'expérience.

2 Application des modèles ARX sur des résultats expérimentaux.

Le banc pilote ayant été décrit du point de vue technique, nous allons chercher maintenant à réaliser à partir de ce banc des expériences représentatives des vols d'essais. Cette représentativité sera analysée dans la première partie de cette section.

2.1 Représentativité des expériences.

2.1.1 Analyse thermique globale d'un équipement industriel.

Dans cette section, on analysera qualitativement les flux existants sur un équipement. Pour valider la représentativité des essais du banc expérimental par rapport aux vols avion, une analyse qualitative des flux existants dans un équipement est réalisée. Le système analysé est le VFG (*Variable Frequency Generator*) un système similaire à l'alternateur IDG précédemment présenté et qui est installé sur le moteur Trent 900 de l'A380. L'environnement et le comportement thermique de ce VFG sont similaires à celui de l'IDG, installé sur l'A340 500/600 et l'A320.

Lors des essais en vol, plusieurs capteurs sont installés sur l'équipement et son environnement. Il est possible alors d'utiliser ces capteurs pour déterminer les transferts de chaleur entre le système et l'extérieur (Figure I-3). La température du composant T_{VFG} est représentée par un capteur situé sur la surface de sa carcasse.

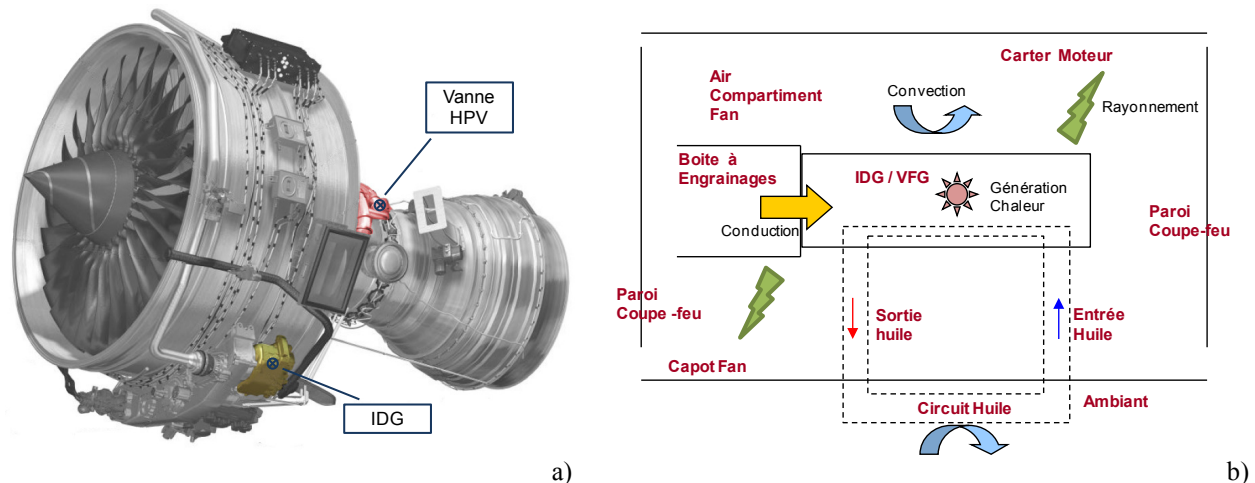


Figure III-4 Localisation de l'IDG et Vanne HPV sur le moteur Trent 500 (a) et Schéma du compartiment fan ou se trouve l'IDG/VFG (b).

- Un modèle enthalpique est utilisé (présenté en début de ce manuscrit) pour évaluer le flux dissipé à travers le circuit d'huile. Les termes T_e et T_s de cette expression sont calculés grâce aux capteurs situés à l'entrée et la sortie du circuit. La capacité

calorifique est liée à la température moyenne du circuit ($\frac{T_e + T_s}{2}$) à l'aide d'une expression analytique (Rohsenow, Hartnett et Cho 1998). Le débit massique quant à lui est fonction linéaire des révolutions de l'arbre moteur (Guillaume 2003).

$$\Phi_{dissipation} = \dot{m}(T_e - T_s)C_p \quad (\text{III-2})$$

- Des échanges radiatifs sont supposés entre l'équipement, le capot de la nacelle et le carter. Ce transfert est modélisé selon la méthode des radiosités (Sacadura 2000). Les valeurs des facteurs de forme, des surfaces et des émissivités des composants proviennent des études précédentes (Piriou 2006). Les températures du capot T_{capot} et du carter T_{carter} proviennent de capteurs positionnés sur leurs surfaces, à la hauteur du VFG.

$$\Phi_{ray(VFG \rightarrow i)} = \frac{\sigma(T_{vfg}^4 - T_i^4)}{\frac{1 - \epsilon_{vfg}}{S_{vfg} \epsilon_{vfg}} + \frac{1}{S_{vfg} F_{vfg-i}} + \frac{1 - \epsilon_i}{S_i \epsilon_i}}, \quad i = carter, capot \quad (\text{III-3})$$

- Le flux par convection entre la surface libre de l'équipement et l'air de la zone *Fan* est modélisé grâce à un coefficient de convection linéaire. Ceci est possible grâce aux faibles vitesses existantes dans la zone *Fan* (Bewick 2003). En partant des vitesses d'air connues, le coefficient de convection est calculé à partir des corrélations issues de la littérature pour des géométries cylindriques (Holman 1981).

$$\Phi_{conv(VFG \rightarrow zone)} = hS_{vfg} (T_{vfg} - T_{zone}) \quad (\text{III-4})$$

- Un joint isolant est placé entre la boîte à engrainages et l'équipement. La conductivité thermique de ce joint nous permet de supposer le flux conductif négligeable (Guillaume 2003).

Les flux sont calculés (selon les expressions précédentes) pour deux vols différents et ensuite comparés entre eux sur la Figure III-5.

D'après cette figure, il est évident que les flux de rayonnement et de convection jouent un rôle mineur dans le comportement thermique de l'équipement par rapport au flux de dissipation (la somme des flux ne représente pas plus de 5% par rapport au flux dissipatif). C'est pour cette raison que, dans un premier temps, les cas expérimentaux étudiés ne comporteront que la zone inférieure du banc expérimental (le système de convection forcée *Leister* et le panneau radiant ne seront pas activés).

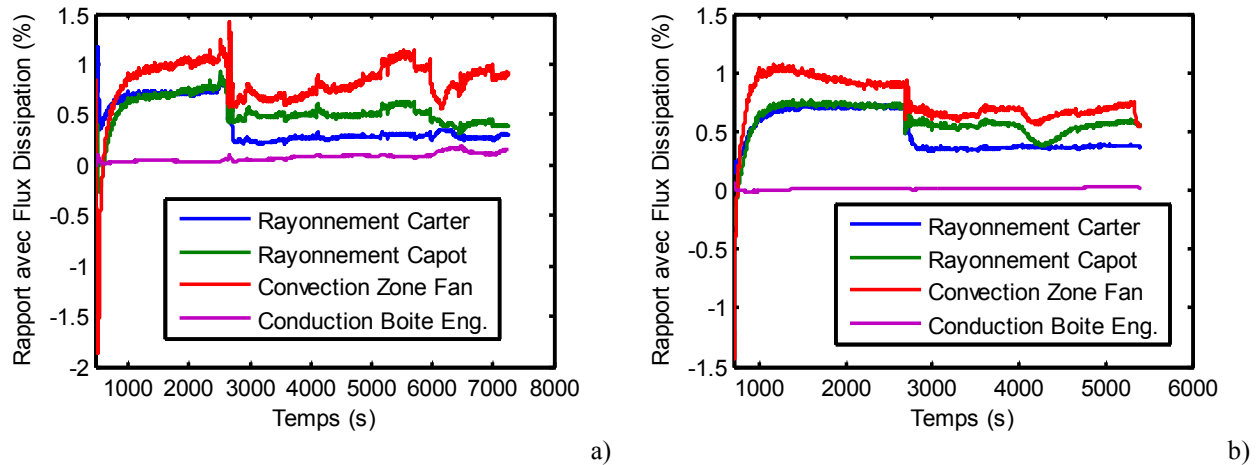


Figure III-5 Flux conductifs, convectifs et radiatifs comparés au flux dissipé à travers l'huile pour le VFG Trent 900 sur deux vols différents.

De plus, le couvercle en cuivre du cœur de la cellule sera fermé afin d'assurer un régime convectif faible avec des coefficients de convection naturels. Les capteurs retenus dans le banc pilote correspondent à la température du circuit d'eau et à la température de l'air au dessus de la cellule stimulée. La température en dessous de la cellule thermoélectrique sera obtenue en moyennant les températures d'entrée et sortie du circuit d'eau. De même, le relevé de puissance du film chauffant sera mesuré. Il modélise la puissance mécanique dissipée au cœur de l'équipement (simulée ici par un simple effet Joule). La Figure III-6 montre en détail la configuration de l'expérience, que l'on appellera par la suite *cellule noyau*.

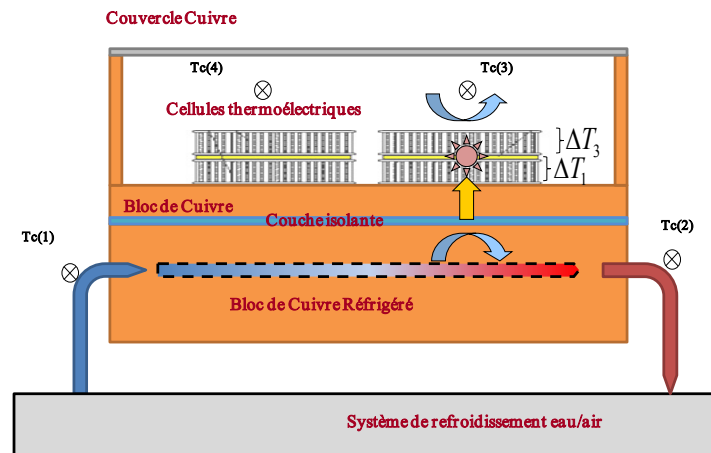


Figure III-6 Schéma descriptif de la cellule noyau

Il est possible de voir l'équivalence entre ce schéma et celui de l'IDG de la Figure I-3 en termes de flux de chaleur et de sources d'excitation.

2.1.2 Description des signaux issus d'un vol d'essais.

Les signaux générés sur le banc pilote devront être aussi représentatifs que ceux des vols d'essais. Même si les acteurs de l'expérience sont capables de reproduire des signaux riches en fréquences (ex, excitation aléatoire), ce type de stimulations ne seraient pas représentatifs des vols d'essais.

Comme il a été déjà énoncé dans l'introduction, les vols d'essais sont utilisés comme moyens de certification des équipements. Les profils types implémentés dans ces vols ont des caractéristiques spécifiques afin de répondre aux besoins de certifications. Par exemple, les missions dites de *cooling climb* ont pour caractéristique de tester les composants dans les conditions thermiques les pires. De même, avant chaque changement de phase de vol, il est nécessaire que les équipements aient atteint leur régime stabilisé, dans la mesure où cela est possible du point de vue technique et opérationnel.

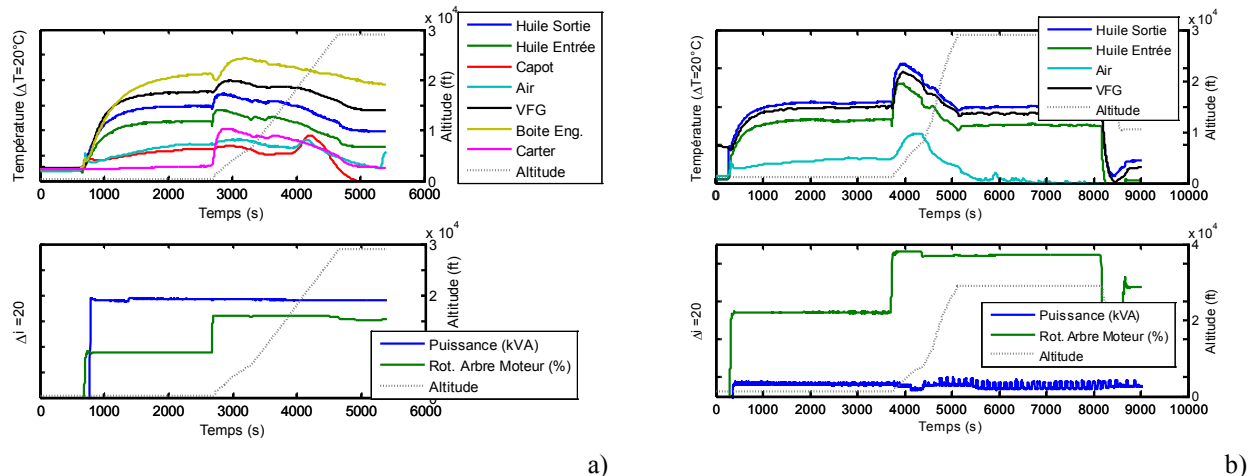


Figure III-7 Relevés de températures dans l'environnement du VFG pour différents vols d'essais : V1205(a) et V210 (b).

Sur la Figure III-7, deux exemples de relevés de températures du composant VFG et de son environnement (huile, capot, carter, ...) sont donnés. Il est possible d'observer la forte dépendance de la température du VFG avec la dissipation de chaleur produite par effet joule (puissance électrique générée) et le frottement mécanique du à la rotation de l'arbre moteur.

De même, avant de démarrer une nouvelle phase de vol (passage du ralenti au régime de décollage) les températures sont stabilisées et l'équilibre est presque atteint.

Pour être représentatif, les signaux de consigne que nous utiliserons sur le banc pilote devront donc être le plus proche possible de ceux observés sur les essais en vol (combinaison de rampes et de créneaux). C'est la contrainte que nous nous imposons.

2.2 Résultats expérimentaux issus du banc pilote.

Comme il a été déjà énoncé, la température de l'équipement est modélisée sur le banc pilote par l'écart de température du fluxmètre inférieur (ΔT_1).

De même que dans le chapitre précédant, deux configurations différentes seront étudiées :

- Une première configuration où la seule source d'excitation est la dissipation de chaleur au centre de la pile thermoélectrique.
- Une deuxième configuration où deux sources de stimulation agiront sur le système simultanément. En plus de la puissance dégagée à travers le film chauffant, la température de référence du Lauda sera imposée sur la partie inférieure de la cellule.

Pour chacun de ces deux cas, des modèles ARX seront estimés sur des essais de calibration pour ensuite être validés sur des essais de validation, puis d'extrapolation. Les signaux de calibration et validation auront des caractéristiques différentes mais de même type en terme d'amplitudes et de formes de fonction. Ces modèles seront estimés à l'aide des techniques inverses présentées dans le chapitre précédant.

La phase d'extrapolation sera aussi étudiée expérimentalement. Contrairement à la phase de validation, les signaux d'excitation seront assez différents de ceux utilisés pour la phase de validation. Le rôle de cette dernière phase est de simuler les cas industriels d'extrapolation *en temps chaud*. Plus précisément, dans la phase d'extrapolation, les amplitudes des sources sont plus élevées et conduisent à une température d'équipement (ΔT_1) beaucoup plus importante.

Malgré des excitations plus importantes, il est important de noter que nos modèles restent linéaires car les transferts de chaleur sont la conduction (conduction à travers les cellules et la paroi en cuivre) et la convection (convection naturelle dans la zone supérieure et convection forcée par le système de refroidissement) qui peut être modélisée par un simple coefficient d'échange.

Equivalence avec les simulations numériques

D'après ce que nous venons de décrire, la configuration expérimentale reste est assez proche des conditions des simulations numériques faites dans le chapitre précédant mis à part les points suivants :

- Même si les dimensions de la cellule thermoélectrique restent similaires, les propriétés thermiques des composants peuvent être différentes, notamment pour la couche isolante où la conductivité thermique n'a pas été caractérisée.

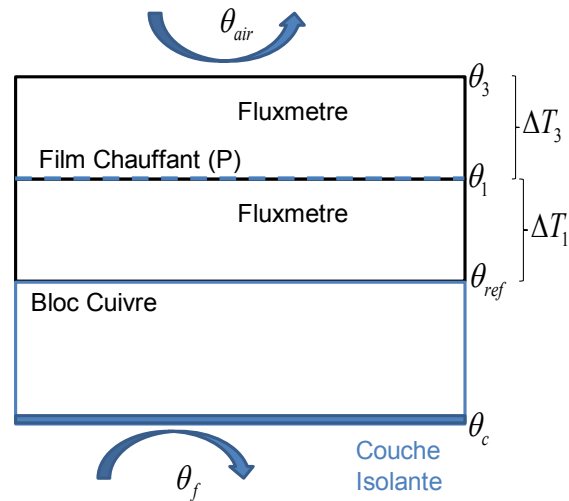


Figure III-8 Schéma descriptif des simulations numériques du chapitre précédent.

- Les coefficients de convection peuvent être différents. Plus particulièrement, le coefficient d'échange convectif est difficile à évaluer dans la zone inférieure de la cellule.
- Le caractère unidimensionnel de la simulation numérique : même si la configuration de l'expérience (épaisseur faible de la pile thermoélectrique devant son extension, flux dissipé par effet Joule uniforme,...) favorise le transfert unidimensionnel, le transfert de chaleur dans le plan et les pertes convectives latérales ne peuvent pas être négligés complètement.

Enfin, la modélisation de la température de l'air comme une source indépendante est une hypothèse très forte. Sur les Figure II-21 et la Figure III-11, il est possible d'observer que la température du capteur de l'air dans la cavité dépend aussi de la température du couvercle situé juste au dessus. La température du couvercle dépend non seulement de la température extérieure mais aussi de la température imposée par le système de refroidissement à travers les parois en cuivre de la boîte. Néanmoins, cette influence reste faible à cause de la couche isolante située entre le bloc de cuivre et l'échangeur.

2.2.1 Application des modèles ARX sur une configuration expérimentale avec une seule source d'excitation

Trois tests différents ont été lancés sur le banc pilote. Parmi l'ensemble des signaux mesurés, on récupère uniquement ceux qui ont une influence sur la réponse du fluxmètre. Les différentes phases d'identification sont données sur la Figure III-9. Dans le cas considéré ici, seul le film chauffant de la cellule de droite est activé. La température inférieure de la cellule est maintenue

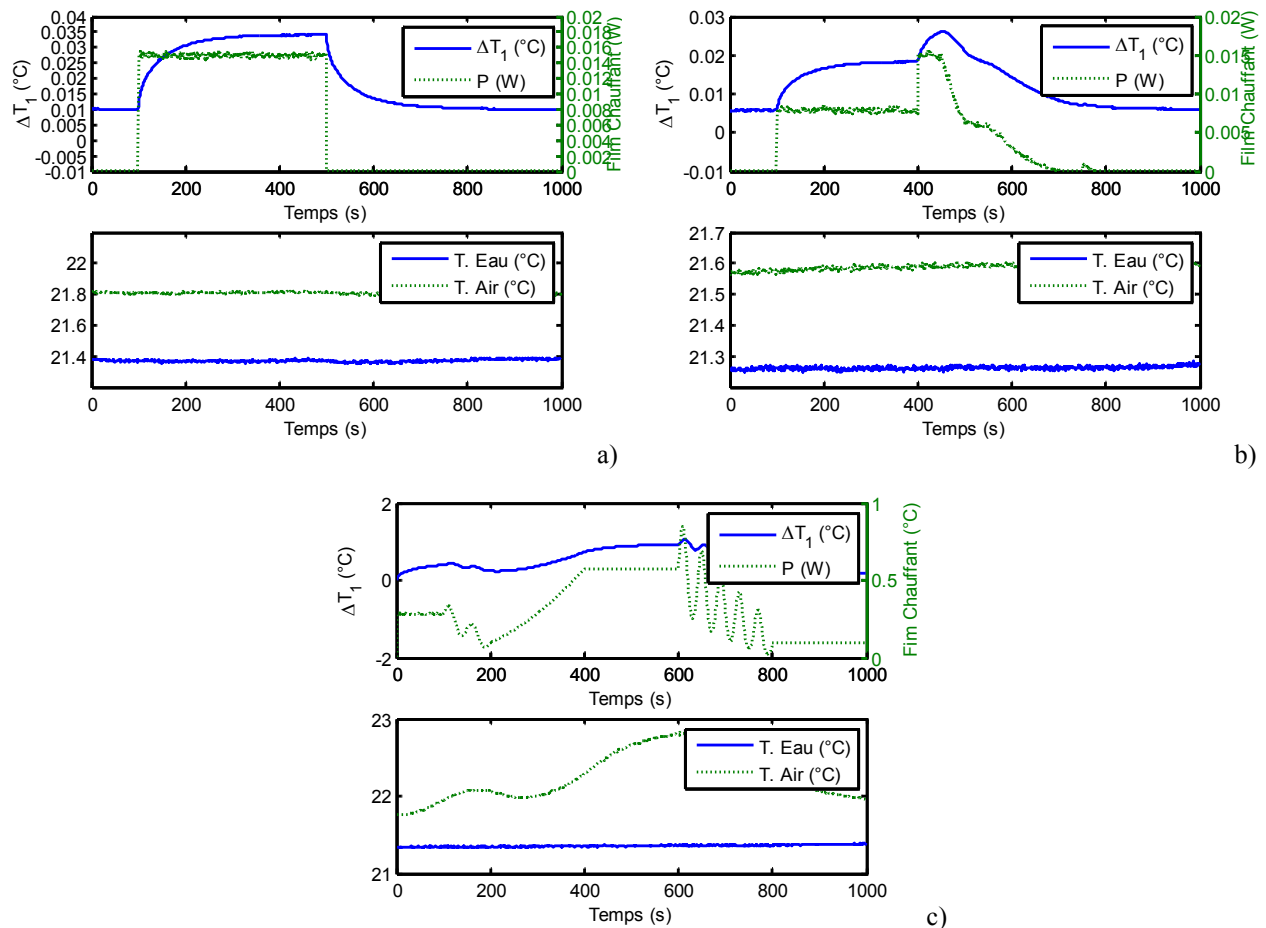


Figure III-9 Phases de Calibration (a) Validation (b) et Extrapolation (c) pour excitation avec une seule source de chaleur.

constante grâce à la température constante de l'échangeur eau/air.

Pour les phases de calibration et de validation, le flux global qui traverse la cellule thermoélectrique reste constant au cours du temps. Néanmoins, ce flux n'a pas la même amplitude dans les deux phases. Ceci peut être confirmé en observant le relevé des températures de l'eau et de l'air de la Figure III-9.

Sur la phase d'extrapolation, la dissipation thermique à travers le film chauffant est suffisamment forte pour chauffer l'air aux environs du fluxmètre supérieur. Comme il a été déjà dit, la température de l'eau est imposée (et reste constante). Un schéma illustrant les relations entre les différentes variables est donné sur la Figure III-11.

Une fois les expériences lancées, les modèles ARX sont implémentés sur ces groupes de signaux. Pour tous les modèles, le signal de sortie est la variable ΔT_1 . Il est possible de voir que les signaux de sortie présentent un faible niveau de bruit (à cause du filtre analogique). Ceci nous permet d'implémenter les modèles ARX sans risque d'augmenter l'ordre des polynômes autorégressifs pour identifier le bruit de mesure.

Comme pour le chapitre précédant, les résultats de qualité d'ajustement sont présentés sous forme de tableau (Voir Tableau III-2). Les résidus issus de chaque modèle sont calculés à l'aide de la relation :

$$\text{fit} = 100 \left(1 - \frac{\|F - Y\|}{\|Y - \bar{Y}\|} \right) \quad \text{(III-5)}$$

Les résultats obtenus sont cohérents avec les simulations numériques présentées dans le chapitre précédant. Si la seule entrée du modèle est la puissance du film chauffant (P), il est alors nécessaire d'utiliser des modèles avec des ordres élevés (*arx [49 48 0]*).

entrées: P sortie: ΔT_1	Calibration	Validation	Extrapolation
arx [2 2 0]	53,2%	57,09%	-15,33%
arx [4 4 0]	70,66%	69,43%	-2,491%
arx [49 48 0]	98,61%	98,41%	94,05%
entrées: P, Tair sortie: ΔT_1	Calibration	Validation	Extrapolation
arx [2 2 0]	92,13%	33,87%	86,74%
arx [4 4 0]	96,76%	36,69%	93,78%
arx [49 48 0]	99,31%	42,23%	99,24%

Tableau III-2 Résultats expérimentaux avec une seule source d'excitation (III-B.1).

Il faut remarquer que, d'après les résultats expérimentaux, l'augmentation de l'ordre des polynômes régressifs n'empêche pas l'obtention de faibles résidus sur la phase d'extrapolation.

Cependant, contrairement à la simulation, il n'est plus possible de réduire l'ordre du modèle en rajoutant la température de l'air (42,23%). Ceci peut s'expliquer d'un point de vue physique,

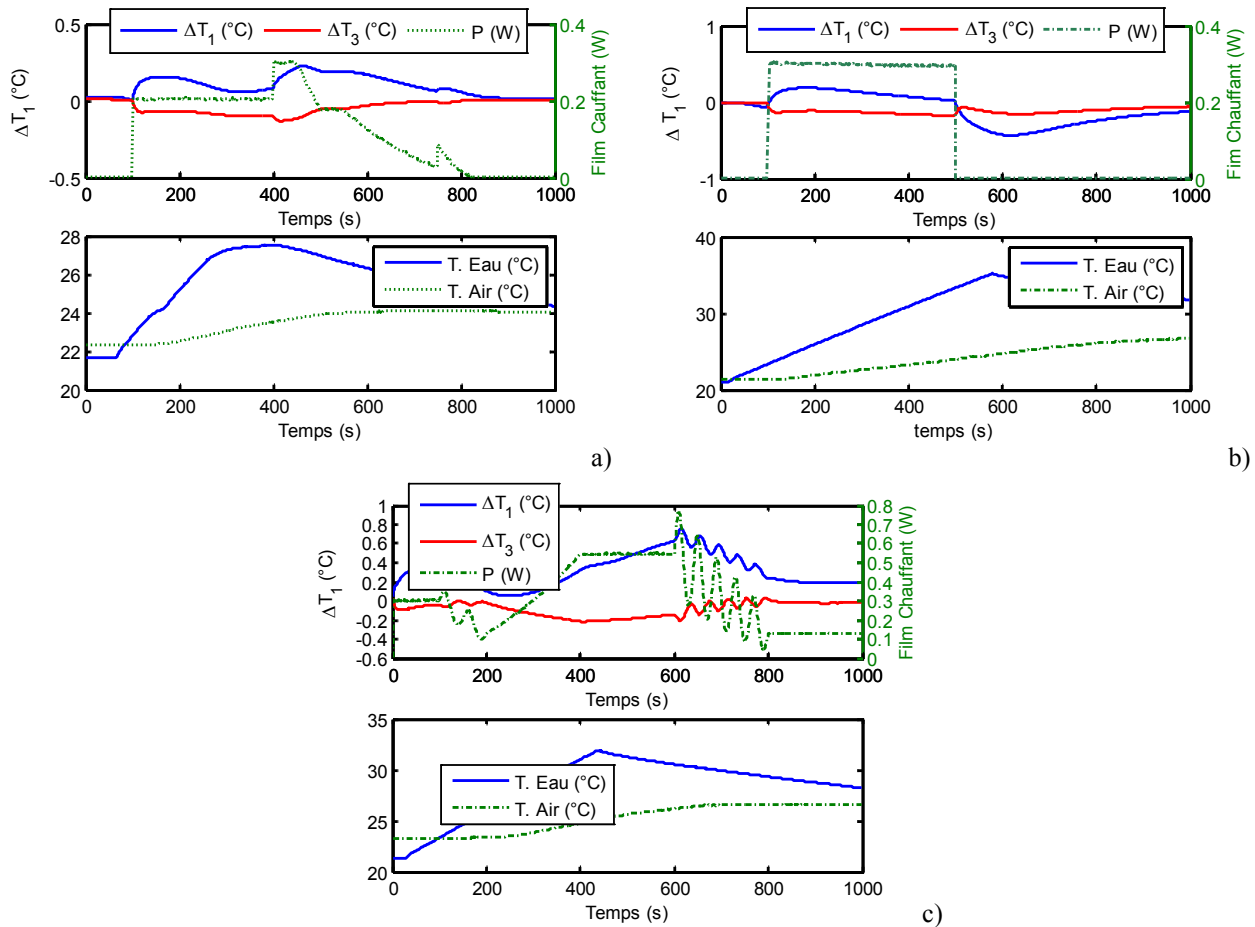


Figure III-10 Phases de Calibration (a) Validation (b) et Extrapolation (c) pour excitation avec deux sources.

parce que les différences de températures d'environnement (eau et air) même si elles restent constantes, ne sont pas égales pour les phases de calibration et validation.

Comme montré dans le Tableau III-2, quand la température de l'air est présente dans le modèle, il n'est pas possible de simuler la température de sortie ΔT_1 dans la phase de validation. Cela peut s'expliquer en utilisant les outils stochastiques présentés dans le chapitre précédent. L'influence de l'air ne peut pas être identifiée car c'est un paramètre très peu sensible (sensibilité nulle au cours du temps). L'introduction de cette variable peu influente dans le modèle augmente l'incertitude du modèle et détériore sa performance. Le modèle comportant deux entrées est alors mal posé.

Cependant, ce même modèle donne des résidus très faibles pour la phase d'extrapolation. Dans la phase d'extrapolation, le flux global qui traverse la cellule est plus important et l'air proche du fluxmètre s'échauffe. La température de l'air même si elle plus sensible, suit le comportement de la sortie du modèle. Ainsi, le degré d'incertitude introduit dans le modèle est très faible comparé à celui introduit dans la phase de validation. On note même que dans ce cas,

l'ajout de ce paramètre comme paramètre d'entrée supplémentaire permet de réduire l'ordre du modèle pour simuler la température de sortie.

2.2.2 Configuration expérimentale avec deux sources d'excitation simultanées.

De même que pour les simulations numériques présentées dans le chapitre précédent (ou des), la cellule thermoélectrique a été stimulée à l'aide de deux sources simultanées indépendantes. En plus de la puissance du film chauffant, la température de l'eau en dessous de la cellule sera imposée.

Trois configurations différentes (calibration, validation et extrapolation) seront étudiées. Les signaux issus de ces trois configurations sont donnés sur la Figure III-10.

Le fait d'élever la température du bloc de cuivre par l'échangeur, conduit à une élévation de la température de l'air autour de la cellule. Cet effet est fortement capacitif car la couche isolante empêche le transfert vers les parois du couvercle (Figure III-11).

Les résultats de l'application des modèles ARX sont donnés dans le Tableau III-3.

entrées: P sortie: ΔT_1	Calibration	Validation	Extrapolation
arx [2 2 0]	39,32%	-21,65%	40,08%
arx [4 4 0]	33,63%	20%	40,80%
arx [49 48 0]	38,76%	2,34%	18,87%
entrées: P, Teau sortie: ΔT_1	Calibration	Validation	Extrapolation
arx [2 2 0]	48,02%	-11,23%	56,33%
arx [4 4 0]	65,11%	50,11%	13,92%
arx [49 48 0]	98,21%	57,04%	92,77%
entrées: P, Teau, Tair sortie: ΔT_1	Calibration	Validation	Extrapolation
arx [2 2 0]	64,16%	22,99%	65,59%
arx [4 4 0]	79,72%	-32,09%	47,98%
arx [49 48 0]	99,33%	96,20%	91,93%

Tableau III-3 Résultats expérimentaux avec deux sources d'excitation (III-B.2).

Quand une seule source du système est utilisée dans le modèle (par exemple, la dissipation de chaleur) il n'est pas possible de simuler la température de sortie quel que soit l'ordre du modèle implémenté (ex, phase de calibration 38,76%).

En effet, dans ce cas, la température de l'air évolue de façon très différente entre la phase de validation et les deux autres phases. Pour cette raison, elle doit être absolument introduite dans le modèle afin d'obtenir des résidus faibles pour les trois phases.

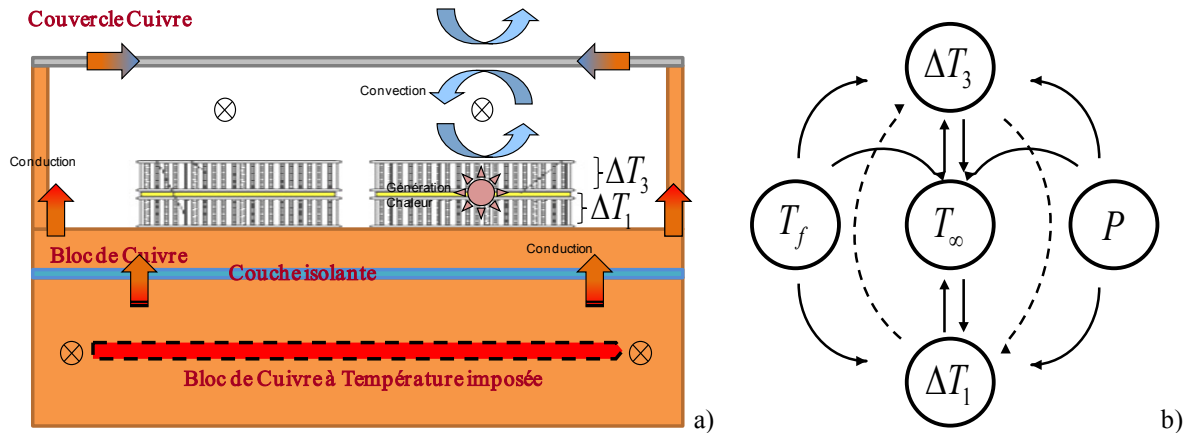


Figure III-11 Description détaillée des flux conductifs à travers le bloc en cuivre et schéma des influences dans le système.

Combinaison des sources et potentiels dans le modèle inverse.

De même que pour les simulations numériques présentées dans le chapitre précédent, il est possible aussi de combiner les sources et les potentiels pour les entrées du système.

Dans le Tableau III-4, il est possible de voir comment la combinaison du potentiel ΔT_1 avec une des sources (la dissipation de chaleur P) est capable de donner des résultats équivalents à ceux du Tableau III-3 où seules les sources du système constituaient les entrées du modèle (93,60%).

entrées: ΔT_1 sortie: ΔT_3	Calibration	Validation	Extrapolation
arx [2 2 0]	5,53%	-290,3%	-23,79%
arx [4 4 0]	20,62%	-104,5%	5,26%
arx [49 48 0]	72,34%	5,14%	0,85%
entrées: P sortie: ΔT_3	Calibration	Validation	Extrapolation
arx [2 2 0]	71,09%	-80,71%	45,08%
arx [4 4 0]	71,78%	-91,59%	61,10%
arx [16 15 0]	59,78%	-62,77%	44,83%
entrées: $P, \Delta T_1$ sortie: ΔT_3	Calibration	Validation	Extrapolation
arx [2 2 0]	92,15%	41,83%	86,71%
arx [4 4 0]	93,65%	54,20%	93,45%
arx [1 4 0 0]	99,37%	93,64%	93,60%

Tableau III-4 Résultats expérimentaux avec deux sources d'excitation (III-B.3).

L'explication de ces résultats vient du fait qu'il n'est pas possible de prendre en compte toutes les sources du modèle par le seul potentiel ΔT_1 . Il est nécessaire de donner une information

supplémentaire (source de chaleur) pour que le problème inverse soit bien posé. Ce résultat confirme les études numériques réalisées dans le chapitre précédent.

3 Application sur des configurations expérimentales complexes.

Dans cette section, les modèles ARX seront testés dans le cas d'expériences comprenant des excitations de type convectif et radiatif. Ces expériences ont été réalisées dans la dernière partie de la thèse. Les modèles ARX ont été implémentés directement sur les résultats expérimentaux sans avoir fait une étude préliminaire sur des simulations numériques comme il a été fait précédemment.

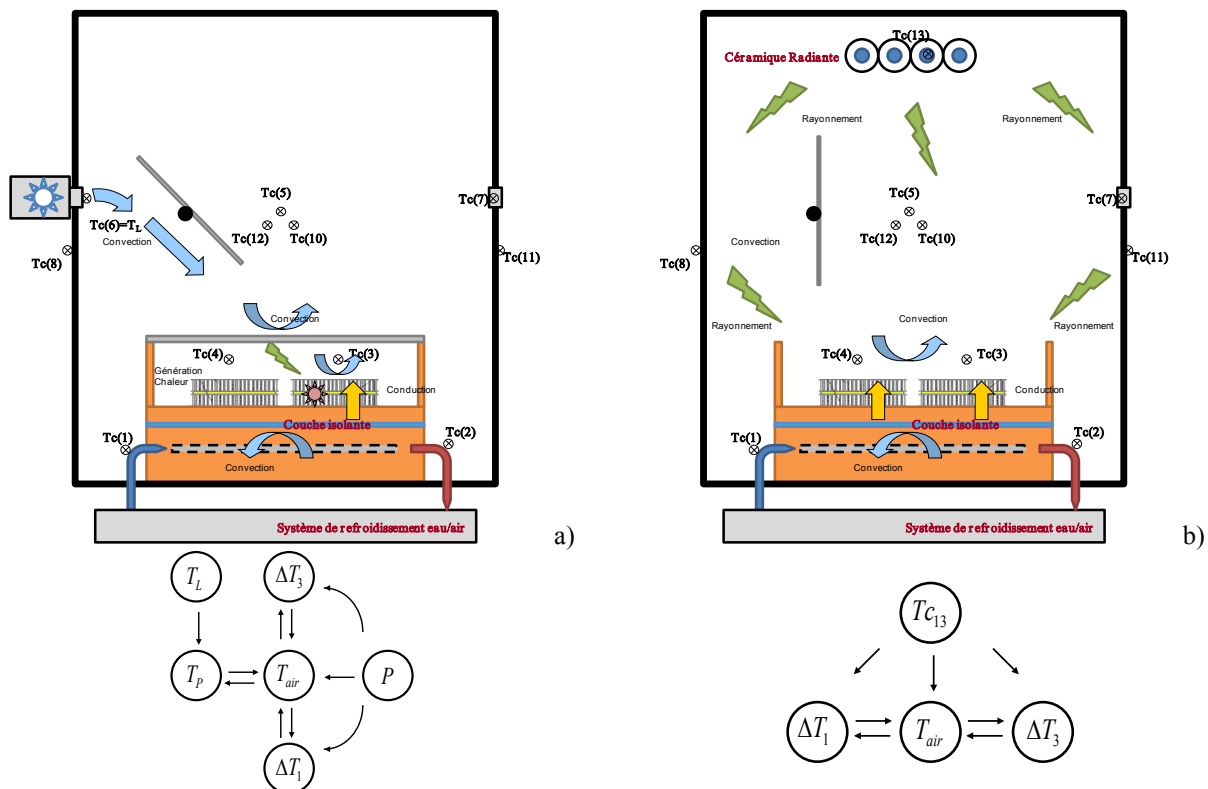


Figure III-12 Configuration expérimentale des expériences de convection (a) et rayonnement (b)

Ce type de configurations plus complexes peut conduire à l'apparition d'effets non-linéaires qui limitent l'efficacité des modèles ARX. L'objectif de la méthodologie d'identification sera alors d'identifier l'existence des sources à effet non-linéaire.

3.1 Sources de convection forcée.

Dans un premier temps, les fluxmètres présents dans la cavité fermée sont soumis à une excitation couplée puissance électrique et convection forcée à l'aide du chauffe air. Durant l'expérience, le système produit un flux d'air chaud à débit constant et à température variable (Figure III-13). Cette température est donnée par le thermocouple placé à l'entrée du jet d'air dans le compartiment (T_{c_6} noté ici T_L). Le flux d'air chaud est dirigé vers les cellules par le déflecteur d'air et impacte le couvercle en cuivre du cœur de la cellule, qui chauffe alors les fluxmètres à la fois par rayonnement et convection (ici linéaire car les gradients de température sont faibles entre les fluxmètres et la paroi en cuivre).

La partie inférieure du bloc de cuivre est maintenue à température constante grâce au système de refroidissement, Cette température est égale à la température initiale du système supposé à l'équilibre.

Compte-tenu du couplage convecto-radiatif existant dans l'expérience, un thermocouple a été

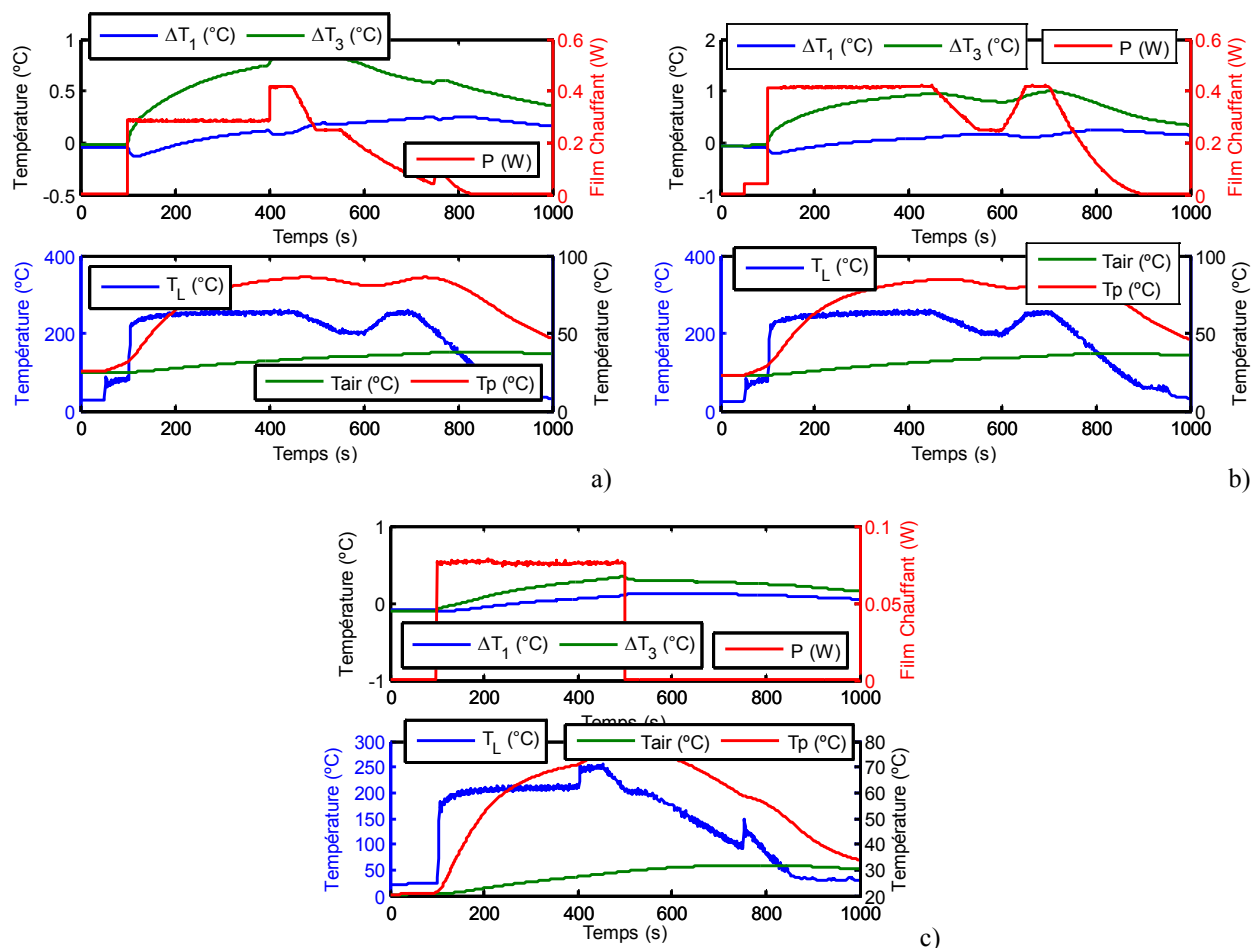


Figure III-13. Phases de Calibration (a) Validation (b) et Extrapolation (c) dans le cas d'une excitation avec convection forcée.

rajouté sur le couvercle en cuivre pour pouvoir mesurer sa température de peau. Ce thermocouple est nommé T_p et son évolution au cours des essais est donnée sur la Figure III-13. Il permet ainsi de prendre en compte le flux radiatif qui agit sur la surface supérieure des piles thermoélectriques.

Dans cet essai, la phase d'extrapolation représente une campagne de vols d'essais où la température moyenne est plus basse que celle de la phase d'identification. Ces types de conditions sont aussi utilisés pour la phase d'extrapolation, et comme il sera montré par la suite pour l'IDG, des nombreux vols d'essais sont définis avec cet objectif.

entrées: P, T_L sortie: ΔT_1	Calibration	Validation	Extrapolation
arx [2 2 0]	85,69%	84,12%	-5,98%
arx [10 10 0]	93,34%	75,44%	63,11%
arx [49 48 0]	95,65%	92,74%	52,89%
entrées: P, T_{air} sortie: ΔT_1	Calibration	Validation	Extrapolation
arx [2 2 0]	85,87%	54,38%	72,66%
arx [10 10 0]	93,05%	67,73%	70,45%
arx [49 48 0]	96,95%	82,37%	76,85%
entrées: P, T_{air} , T_p sortie: ΔT_1	Calibration	Validation	Extrapolation
arx [2 2 0]	88,66%	83,10%	-6,74%
arx [10 10 0]	92,40%	62,94%	82,80%
arx [49 48 0]	99,03%	96,91%	96,07%

Tableau III-5 Calibration, Validation et Extrapolation pour excitation avec puissance électrique et convection forcée (III-B.4).

Les résultats obtenus sont donnés dans le tableau ci-dessus. Il est possible de voir que l'introduction de deux sources (puissance électrique, P , et température du *Leister*, T_L) n'est pas suffisante pour reproduire le comportement de la cellule thermoélectrique dans la phase d'extrapolation. Ceci peut s'expliquer par la présence probable d'effets non-linéaires dans l'expérience.

Il est nécessaire alors de représenter, la deuxième source par le biais d'autres capteurs. L'introduction de la température de l'air dans le modèle améliore les résultats, mais elle seule n'est pas suffisante car l'effet radiatif de la plaque doit être pris aussi en compte. En rajoutant le capteur relatif à la plaque, la performance du modèle s'améliore.

3.2 Sources de rayonnement.

Dans un deuxième temps, le couvercle en cuivre sera retiré et les deux piles thermoélectriques seront stimulées par le chauffage du panneau radiant. Aucune dissipation thermique n'est mise en place. Dans ce cas, une seule variable devrait intervenir dans le modèle.

Contrairement au cas précédent, où un effet radiatif mineur était présent, la source est dans ce cas entièrement radiative et fortement non linéaire (très haute température du panneau céramique). Dans ce cas, la phase d'extrapolation est aussi une phase où la température moyenne est plus basse que la température de l'identification, (l'excitation est plus petite de 100°C). Les résultats du tableau ci-dessous nous montrent que les variables sélectionnées sont pertinentes (bonne performance pour la phase de validation) mais que le problème est aussi fortement non-linéaire. Les deux variables sélectionnées (température de peau du panneau céramique, $T_{c_{13}}$, et capteur de température de l'air au centre de l'expérience, T_{c_5}) donnent des résultats acceptables pour la phase d'extrapolation.

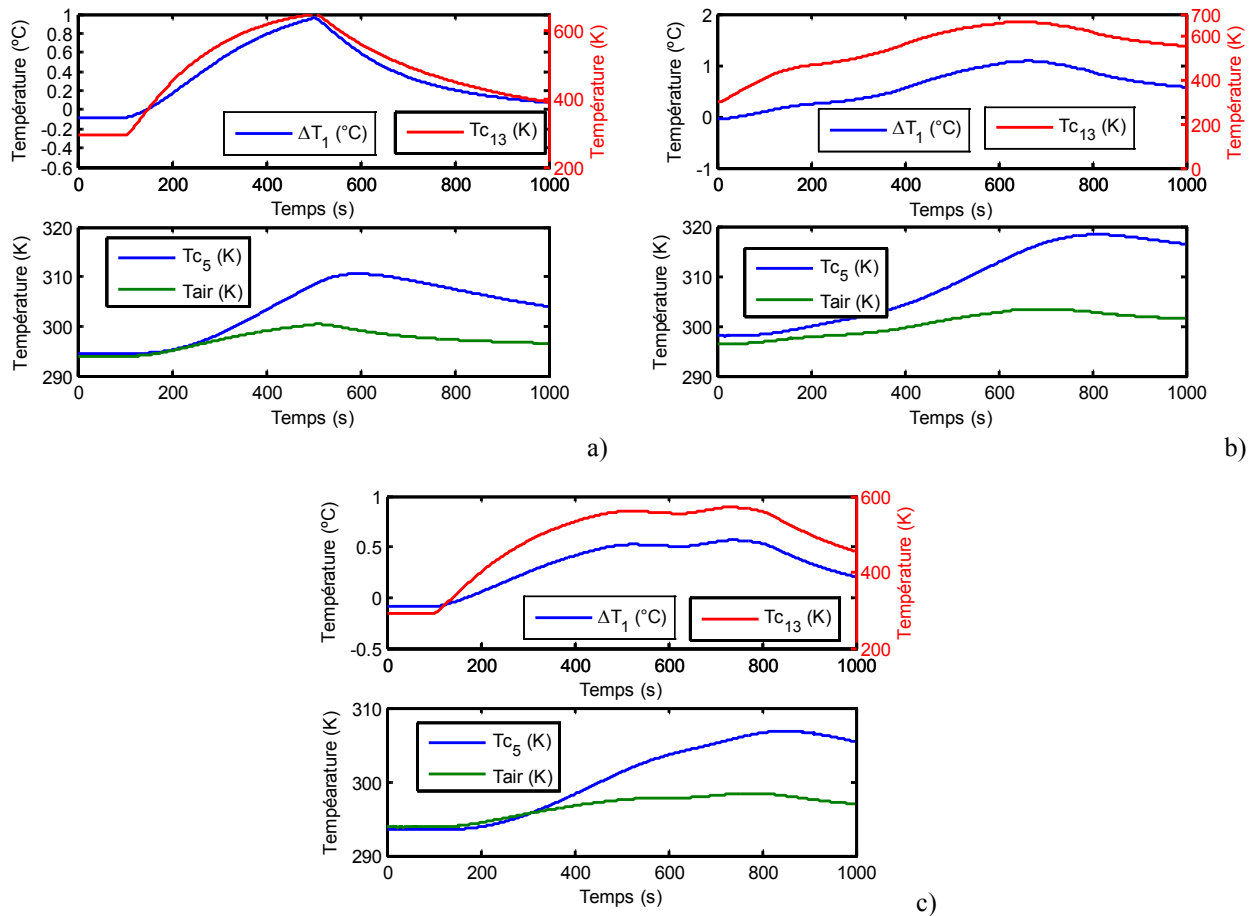


Figure III-14 Phases de Calibration (a), Validation (b) et Extrapolation (c) pour excitation avec rayonnement à haute température.

entrées: Tc_{13} sortie: ΔT_1	Calibration	Validation	Extrapolation
arx [2 2 0]	84,23%	65,27%	81,05%
arx [1 9 0]	81,71%	75,48%	84,91%
arx [10 10 0]	86,18%	49,75%	79,36%
entrées: Tc_{13}^4 sortie: ΔT_1	Calibration	Validation	Extrapolation
arx [2 2 0]	89,44%	88,82%	92,13%
arx [1 9 0]	92,65%	92,65%	92,83%
arx [10 10 0]	98,71%	89,71%	91,15%
entrées: Tc_{13}^4 , T_{air} sortie: ΔT_1	Calibration	Validation	Extrapolation
arx [2 2 0]	91,75%	90,98%	93,08%
arx [1 9 0]	97,31%	86,33%	95,95%
arx [10 10 0]	97,68%	86,78%	96,15%

Tableau III-6 Calibration, Validation et Extrapolation dans le cas d'une excitation avec rayonnement (III-B.5).

Il serait intéressant de valider ces résultats expérimentaux en les comparant avec des simulations numériques directes. Dans ces simulations, on pourrait envisager une seule source de rayonnement agissant sur les cellules. Les modèles ARX pourraient être testés pour différents niveaux de rayonnement. Cependant, par manque de temps, nous n'avons pas pu réaliser ces essais dans le cadre de la Thèse.

4 Application sur des données de vols d'essais.

Dans cette dernière partie, on implémentera les modèles ARX sur des équipements de l'ensemble propulsif de l'avion. Entre l'expérience pilote de laboratoire et les essais en vols, il y a de nombreuses différences. En effet, la précision sur les capteurs, l'accessibilité des données et la complexité plus grande des systèmes sont autant de paramètres qui rendent difficiles l'utilisation de modèles paramétrés à des équipements réels de moteurs ...). La principale différence entre l'étude sur le banc expérimental pilote et les systèmes industriels réels est l'incertitude sur les sources réelles (grandeurs d'entrée des équipements). Les deux équipements présentés précédemment (alternateur IDG et vanne HPV) seront étudiés sur des essais en vol réels.

Dans cette partie, on cherchera aussi à comparer l'approche des bilans enthalpiques développés par (Rémy, Degiovanni et Verseux, Mise en place de modèles d'extrapolation de température pour divers équipements de la nacelle d'un ensemble propulsif 2008) et l'approche des modèles paramétrés ARX. La méthode enthalpique a été présentée dans le premier

chapitre. Nous rappelons que la méthode enthalpique consiste à établir un bilan thermique sur les équipements étudiés afin d'en exprimer la température moyenne en fonction de paramètres intrinsèques du système et de son environnement (grandeurs physiques, ...). Le bilan thermique est obtenu en tenant compte de l'ensemble des échanges thermiques entre l'équipement et son environnement par conduction, convection ou rayonnement.

La méthodologie d'implémentation des modèles ARX et des bilans enthalpiques reste similaire. D'un point de vue théorique la modélisation par les modèles autorégressifs représente une généralisation de la méthode enthalpique. Nous essayerons de confirmer ce point sur des données réelles (essais avions).

4.1 Application des modèles ARX sur l'IDG.

Dans le cas des bilans enthalpiques, nous partons de l'expression de la température moyenne de l'équipement présenté dans le premier chapitre et que nous rappelons ici :

$$T_{IDG} = kP_{elec} + a_0 + a_1N_3 + a_2N_3^2 + pT_{oilave} + (1-p)T_{zone} \quad \text{(III-6)}$$

Cette structure de type *glissant* relie linéairement la température de l'équipement (au sens de l'estimation de paramètres) aux variables environnementales.

Comme il a été déjà énoncé, le modèle décrit par l'expression (I-12) est identifié à partir d'un vol de calibration. Une fois estimé, le modèle est validé sur un autre vol à caractéristiques similaires, puis extrapolé sur deux autres vols avec des conditions assez différentes du vol de calibration.

Des modèles ARX sont ensuite implémentés sur les mêmes vols. Les variables utilisées dans ces modèles sont les suivantes :

- Puissance électrique (P_{elec}).
- Rotation de l'arbre moteur (N_3).
- Température d'entrée du circuit d'huile (T_{oilin}).
- Température de sortie du circuit d'huile (T_{oilout}).
- Température de l'air dans le compartiment *Fan* (T_{zone}).

Les résultats obtenus par les modèles ARX sont comparés à ceux issus du bilan enthalpique. Comme pour les résultats obtenus sur le banc pilote, ces résultats sont présentés sous forme de tableau. Les profils de température correspondants sont donnés en annexe.

	Calibration	Validation	Extrapolation A	Extrapolation B
arx [0 1 0]	90,26%	87,83%	20,14%	58,97%
arx [0 200 0]	92,82%	90,28%	51,53%	65,94%
arx [1 20 0]	96,08%	93,74%	-22,49%	70,94%
arx [37 17 0]	96,13%	92,07%	-60,24%	58,87%
Bilan Enthalpique	88,12%	85,34%	61,34%	33,94%

Tableau III-7 Calibration, Validation et Extrapolation dans le cas de l' IDG (III-C.1).

La structure qui s'adapte le mieux pour toutes les phases est le modèle purement convolutif (*arx [0 200 0]*). Mise à part les différences entre les bilans enthalpiques et les modèles ARX (qui seront commentées dans la suite), on peut faire les trois remarques suivantes :

- Le comportement du système est purement « glissant ». Ceci est confirmé par les ordres des modèles ARX. Les modèles ARX les mieux adaptés sont ceux qui ne comportent pas d'aspect autorégressif. Cette première observation confirme l'équivalence dans ce cas entre les bilans enthalpiques et les modèles autorégressifs.
- Le fait d'augmenter l'ordre du modèle n'a pas un effet négatif dans les phases d'extrapolation.
- Les résultats pour la phase d'extrapolation (notamment pour le vol A) ne sont pas satisfaisants. Ceci est dû à la puissance électrique qui peut avoir une influence non-linéaire sur le modèle. En effet, pour l'extrapolation A la puissance électrique moyenne demandée est de 66% inférieure à celle de la phase de calibration (Figure III-C.2).

4.2 Application des modèles ARX sur la vanne HPV.

De même que pour l'IDG, on mettra en place le bilan énergétique obtenu précédemment (dans le premier chapitre) sur l'actionneur de la vanne HPV :

$$\frac{dT_{Act}}{dt} + \frac{1}{\tau} T_{Act} = a_1 T_{Carrier} + a_2 T_{IFS} + a_3 T_{HP} + a_4 T_{IP} + a_5 T_{S,ech} + a_6 T_{14} + a_7 \left[\frac{\alpha}{2} T_{14} + \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right) T_{air} \right] \quad (\text{III-7})$$

$$\frac{1}{\sum_i a_i} = \tau$$

Comme énoncée dans les chapitres précédents, la minimisation de la norme est réalisée grâce à l'algorithme de Levenberg – Marquardt. La résolution numérique de cette EDO est faite par la méthode Runge-Kutta (Nougier, Méthodes de calcul numérique 1993).

Les modèles ARX sont ensuite implémentés sur les vols. Les variables d'entrée utilisées dans ces modèles sont les suivantes :

- Température du carter (T_{Carter}).
- Température de la couverture thermique (T_{IFS}).
- Température du tuyau haute pression (T_{HP}).
- Température du tuyau de pression intermédiaire (T_{IP}).
- Température de la sortie de l'échangeur ($T_{S.ech}$).
- Température du flux provenant du *Fan* (T_{14}).
- Température de la zone *Core* (T_{air}).
- Position d'ouverture de la vanne CCC (α).

Les résultats obtenus par ces modèles ARX sont comparés avec ceux obtenus par la méthode enthalpique. Les résultats sont donnés sous forme de tableau et les thermogrammes correspondants en Annexe.

	Calibration	Validation	Extrapolation A	Extrapolation B
arx [2 2 0]	75,34%	50.35%	73.60%	69.72%
arx [4 4 0]	76,37%	49.57%	73.40%	68.58%
arx [60 1 0]	79,21%	56.34%	77.16%	65.11%
arx [17 5 0]	79.81%	56.07%	82.16%	65.53%
Bilan Enthalpique	82.09%	71.70%	73.88%	76.73%

Tableau III-8 Calibration, Validation et Extrapolation pour la vanne HPV (III-C.2).

Les résultats sont assez proches. On note cependant des résultats légèrement meilleurs pour la méthode enthalpique. Deux raisons majeures peuvent permettre d'expliquer ces différences entre l'approche enthalpique et l'approche ARX :

- La structure du modèle (surtout pour le cas de la vanne HPV) est différente entre l'ARX et le bilan enthalpique. De plus, les modèles enthalpiques comportent des contraintes entre les paramètres qui les rendent plus adaptés à la physique de l'équipement.
- La méthode de minimisation de la somme des moindres carrés n'est pas la même. Dans le cas de la vanne HPV, le modèle enthalpique est estimé par la méthode

itérative de Levenberg –Marquardt. Cette méthode est particulièrement performante dans le cas où les modèles ne sont pas linéaires contrairement au modèle ARX où l'estimation est faite en supposant le modèle comme pseudo-linéaire (localement linéaire). Ces deux approches s'avèrent équivalentes lorsque de faibles niveaux de bruit sont présents sur les signaux utilisées.

5 Synthèse.

Dans ce chapitre, les modèles ARX ont été testés sur des cas expérimentaux. Dans un premier temps, les modèles ont été validés sur des expériences réalisées sur un banc pilote qui permet de reproduire les conditions thermiques au sein d'une nacelle, ainsi que le comportement glissant ou non des équipements.

La similitude entre le banc pilote et les équipements industriels a été mis en évidence.

Les résultats obtenus à ce stade sont cohérents avec les simulations numériques présentées dans le chapitre précédant. En complément des phases de calibration et de validation, une phase d'extrapolation a été rajoutée dans les expériences. Cette phase d'extrapolation nous permet, pratiquement, d'identifier le degré de non-linéarité du système, et de valider l'application des modèles ARX dans ce cas.

Les résultats ont montré aussi l'intérêt d'identifier dans le modèle toutes les sources du système afin de pouvoir simuler précisément la température de sortie de l'équipement. Cependant, comme il est aussi possible d'introduire des potentiels dans les entrées du système, on voit l'intérêt d'introduire ces potentiels qui dépendent indirectement des sources comme paramètres d'entrée. Le cas idéal serait d'introduire un seul potentiel au lieu de plusieurs sources.

Dans une dernière partie, on a montré sur des équipements industriels réels et des données issues d'essais en vol, l'équivalence entre les bilans enthalpiques et les modèles ARX. Les modèles autorégressifs apparaissent alors comme une généralisation des bilans enthalpiques. Ils sont de plus simples à mettre en œuvre car l'obtention de ces modèles peut être systématisée.

Le domaine d'application de ce type de modèles est maintenant défini. Reste cependant, à voir dans quelle mesure ces modèles sont applicables dans le cas de transferts non linéaires (par exemple des transferts radiatifs non linéarisables). Ceci pourrait être fait par des simulations numériques ou bien avec une campagne d'essais menée sur le banc pilote et spécialement dédiée au transfert radiatif (en utilisant le panneau radiant par exemple).

IV Etude du biais de modèle

Dans le chapitre d'introduction, on a évoqué l'intérêt de connaître l'incertitude du modèle estimé pour pouvoir maîtriser son domaine de validité. Dans le cadre de projet *ITEMPS*, cet aspect est très important car les modèles estimés doivent être utilisés dans des conditions très différentes de celles de l'estimation. Il a été aussi évoqué la dépendance de cet intervalle de confiance avec le biais généré par l'utilisation d'un modèle paramétrique avec un nombre de paramètres d'entrée limité. Ce chapitre est dédié à l'évaluation et au calcul du biais de modèle.

La première partie du chapitre montrera l'intérêt de réaliser cette étude à travers des démonstrations théoriques et l'étude de grandeurs statistiques (espérance et variance).

Dans une deuxième partie, on introduira différentes techniques d'estimation de ce biais de modèle à partir des données issues lors d'une estimation de paramètres (résidus, sensibilités,...). Parmi ces techniques, celle de *l'intervalle variable* est la plus prometteuse. Enfin, trois interprétations possibles de cette technique seront présentées, chacune avec des hypothèses mathématiques différentes.

Dans la dernière partie, on testera ces trois méthodes sur des simulations numériques simples. Ces simulations auront des caractéristiques différentes, selon leur complexité et leur similitude avec les signaux issus des vols d'essais.

1 Motivation de l'étude du biais. Estimation multi-variables.

Lorsque l'on cherche à mettre en place un modèle à plusieurs variables d'estimation « optimal », celui-ci doit répondre à un compromis. D'une part, on voudrait avoir un modèle qui permette de décrire l'expérience (sortie du modèle) de façon précise, ce qui peut être obtenu en ayant un modèle avec un nombre élevé de paramètres. D'autre part, on voudrait réduire le nombre de paramètres à identifier, car, comme il sera démontré dans la suite, l'incertitude sur la sortie du modèle augmente dès que le nombre de paramètres augmente. De plus, d'un point de vue industriel, on a intérêt pour des raisons de cout à réduire le nombre de capteurs.

Le fait que la variance augmente avec le nombre de paramètres peut se démontrer. Considérons par exemple, un modèle quelconque où on divise le vecteur de paramètres en deux groupes $\mathbf{F}(\boldsymbol{\beta}_r, \boldsymbol{\beta}_c)$. Il est possible alors de diviser aussi la matrice de sensibilité aussi en deux blocs $[\mathbf{X}_r | \mathbf{X}_c]$. Si on multiplie la matrice par sa transposée ($\mathbf{X}^T \mathbf{X}$) et qu'on la divise par la variance du bruit de mesure, on obtient la matrice d'information I pour un modèle à plusieurs variables. Dans cette nouvelle matrice, il est toujours possible de repérer les influences des sensibilités \mathbf{X}_r et \mathbf{X}_c . Par construction, cette matrice est réelle et symétrique:

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{X}^T \mathbf{X}}{\sigma^2} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{rr} & \mathbf{I}_{rc} \\ \mathbf{I}_{cr} & \mathbf{I}_{cc} \end{bmatrix} \quad (\text{IV-1})$$

D'après cette expression, la matrice de covariance d'un modèle qui ne comporterait que les paramètres $\boldsymbol{\beta}_r$ serait donné par \mathbf{I}_{rr}^{-1} . De même, la matrice de covariance d'un modèle ne comportant que le groupe $\boldsymbol{\beta}_c$ serait donné par \mathbf{I}_{cc}^{-1} . Il est alors possible de comparer cette expression avec les blocs correspondants de la matrice complète de covariances :

$$\text{Cov}(\boldsymbol{\beta}) = \mathbf{I}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{rr} & \mathbf{I}_{rc} \\ \mathbf{I}_{cr} & \mathbf{I}_{cc} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{rr}^{-1} + \mathbf{I}_{rr}^{-1} \mathbf{I}_{rc} \mathbf{I}_{cc}^{-1} \mathbf{I}_{cr} \mathbf{I}_{rr}^{-1} & -\mathbf{I}_{rr}^{-1} \mathbf{I}_{rc} \mathbf{I}_{cc}^{-1} \\ -\mathbf{I}_{cc}^{-1} \mathbf{I}_{cr} \mathbf{I}_{rr}^{-1} & \mathbf{I}_{cc}^{-1} + \mathbf{I}_{cc}^{-1} \mathbf{I}_{cr} \mathbf{I}_{rr}^{-1} \mathbf{I}_{rc} \mathbf{I}_{cc}^{-1} \end{bmatrix} \quad (\text{IV-2})$$

Le produit $\mathbf{I}_{rr}^{-1} \mathbf{I}_{rc} \mathbf{I}_{cc}^{-1} \mathbf{I}_{cr} \mathbf{I}_{rr}^{-1}$ étant défini positif (par construction) implique que la variance des paramètres existants dans un modèle ne peut faire que croître avec l'augmentation du nombre de paramètres.

Notons qu'il est important dans notre cas de connaître la variance associée à chaque paramètre car l'intervalle de confiance sur la température recalculée est directement fonction des incertitudes sur les paramètres identifiés. Les variances des paramètres dépendent non seulement

du bruit de mesure mais aussi des sensibilités et des corrélations entre paramètres. Comme expliqué précédemment, les variances de certains paramètres peuvent être réduites en fixant certains paramètres à des valeurs nominales ou nulles (réduction du nombre de paramètres) mais les valeurs identifiées des paramètres laissés libres sont alors biaisées. Le biais d'un estimateur est défini comme l'écart existant entre le paramètre estimé et le paramètre réel :

$$\text{biais} = E(\hat{\beta}) - \beta \quad (\text{IV-3})$$

Avec ce type de démarche, on introduit alors un biais sur le modèle qui se traduit par une erreur systématique appelée « biais » sur les paramètres du modèle laissés libres et qui font l'objet de l'identification.

Dans notre application, il est particulièrement important de maîtriser les variances sur les paramètres identifiés car on cherche ensuite à partir de ces paramètres à extrapoler nos modèles dans des conditions parfois très différentes de celles utilisées pour l'estimation.

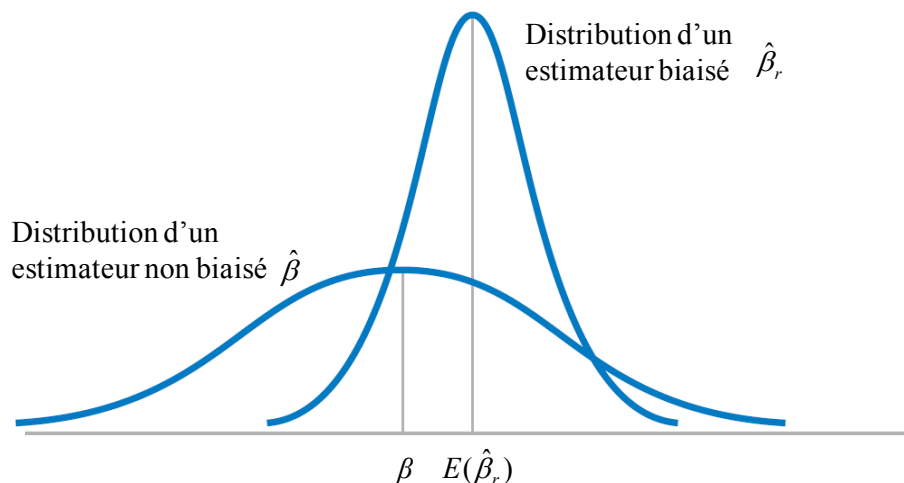


Figure IV-1. Estimateur biaisé et non biaisé.

Ce biais de modèle généré ne doit pas être trop important afin qu'il ne *fausse* pas les estimations des paramètres. Ceci est monté de façon graphique sur la Figure IV-1.

Il est évident qu'avec l'augmentation des variables dans le modèle, le biais diminue. Il est nécessaire alors de trouver un compromis entre ces deux effets antagonistes. Ce compromis a été énoncé par Tukey (Brillinger et Brillinger 1984) à travers le *principe de parcimonie*. La plupart des études réalisées sur le sujet jusqu'à nos jours, sont basées sur ses travaux.

C'est pour cette raison qu'une étude sur la sélection de variables s'impose pour nos modèles. Combien et quelles entrées choisir ? Cette étude doit normalement être faite dans des conditions presque idéales où il n'existe pas de grandes sources d'erreurs (*outliers*). Dans la réalité des vols d'essais, ces conditions se trouvent rarement. L'étude de validité du modèle et de la sélection de variables devrait se faire simultanément. Néanmoins, d'un point de vue pratique ceci est fait de façon itérative. Dans un premier temps, on met en place une stratégie de sélection des variables et une fois l'estimation de ces paramètres faite, on contrôle la précision et la robustesse du modèle.

La sélection de variables est un sujet largement traité dans le domaine scientifique, en particulier dans le domaine des statistiques où plusieurs stratégies existent.

Concernant le critère qui sert à évaluer la pertinence du modèle, plusieurs méthodes existent. Le coefficient de détermination multiple ajusté, étudié par (Edwards 1969) et (Haitovski 1969) est une modification du coefficient de détermination R^2 bien connu. Cette modification permet d'arriver à une valeur maximum du coefficient qui correspond au groupe de variables optimum. Un autre critère existant est basé sur la statistique de Mallows (Gilmour 1996). Ce statisticien a pour but d'identifier le groupe de variables qui donne une valeur minimum d'erreur moyenne quadratique. Dans la même direction, le critère d'information d'Akaike (Akaike 1974) est une mesure relative de la qualité de l'ajustement d'un modèle statistique. Il est fondé sur le concept d'entropie d'information, en offrant une mesure relative de l'information perdue lors de l'estimation d'un modèle quelconque.

En même temps, la question de l'ordre d'insertion des variables dans le modèle est traitée selon différentes procédures. Une possibilité est de tester pour un groupe de variables influentes donné, toutes les combinaisons possibles. Pour cela, des algorithmes de génération de modèles candidats existent déjà (Furnival et Wilson 1974). Il est possible aussi de rajouter (ou d'enlever) des variables après chaque estimation par des méthodes dites *stepwise* (Montgomery, Peck et Vining 2006). Deux types de démarches différentes existent, la *forward regression* consiste à rajouter des variables dans le modèle jusqu'à arriver à un point optimal, et la *backward regression* qui part d'une estimation avec un grand nombre de variables et retire un candidat à chaque estimation.

D'autres techniques plus complexes ont été développées afin de trouver un compromis entre le biais et la variance associés à un modèle. En général, ces techniques, dites de régularisation, consistent en une modification de la méthode des moindres carrés afin de prendre en compte ces deux aspects. Parmi les nombreuses techniques de régularisation, on peut en identifier trois.

La régularisation par pénalisation, aussi connue comme *régularisation de Tikhonov* (A. N. Tikhonov 1943) et (Tikhonov et Arsenin 1977) qui consiste à résoudre un problème plus stable

que celui des moindres carrés quand la matrice d'inversion $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$ révèle des problèmes de conditionnement. Cette technique est basée sur le choix d'un hyper-paramètre de régularisation α . La régularisation de Tikhonov d'ordre zéro est équivalente à la *Ridge Regression*.

La régularisation par troncature de spectre (Lagier 1999), (Mansfield, Gunst et Webster 1977) et (Hansen 1998), qui consiste à décomposer la matrice de sensibilités en valeurs singulières et à la tronquer à partir d'une valeur singulière assez petite qui empêche le bon conditionnement de la matrice d'inversion. Dans cette technique, aussi appelé TSVD, ce niveau de troncature représente aussi un hyper-paramètre, compromis entre biais et variance.

Une troisième technique de régularisation temporelle existe pour des problèmes causaux, aussi connue comme méthode des *temps futurs* (Beck, Blackwell et St-Clair 1985) et (Beck, Litkouhi et St. Clair 1982). Cette technique est largement connue dans le milieu académique mais aussi industriel, en particulier de l'aéronautique. Dans cet esprit, (Loubat 2005) a utilisé cette technique pour produire un modèle thermique d'impact de flamme réaliste lorsque les conditions d'essai sont particulièrement agressives pour les moyens de mesure.

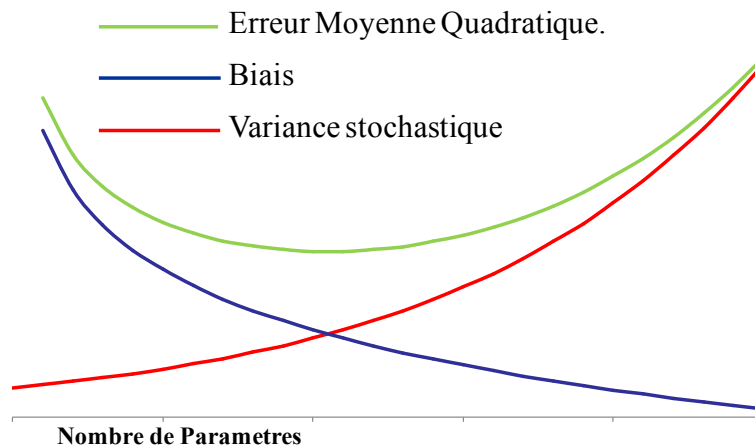


Figure IV-2. Contribution des différentes sources d'erreur en estimation de paramètres.

Aucune des stratégies précédemment énoncées ne peut garantir l'obtention d'un modèle *parfait*. En réalité, plusieurs modèles performants existent chacun avec leurs différences mais qui sont tous équivalents du point de vue résultats. Les procédures automatisées d'obtention de modèles qui reposent sur des outils informatiques puissants sont intéressantes mais il peut être parfois risqué de leur faire trop confiance. L'expérience et le *savoir faire* doivent rester présentes dans la méthodologie afin de garder un esprit critique sur les résultats obtenus.

Comme il a été énoncé, la variance des paramètres d'un modèle et son biais sont deux caractéristiques opposées pour lesquelles il faut trouver un compromis. Le but de cette étude est de trouver l'optimum en termes de nombre de paramètres. Dans la bibliographie, on peut trouver

plusieurs moyens pour évaluer la qualité d'un estimateur, comme par exemple, l'erreur moyenne quadratique :

$$MSE(\hat{\beta}) = E[(\hat{\beta} - \beta)(\hat{\beta} - \beta)^T] \quad (\text{IV-4})$$

Cette grandeur mesure l'écart existant entre la valeur de l'estimateur et la vraie valeur du paramètre. Il est facile de voir que cette valeur est la somme des deux contributions: le biais et la variance.

$$MSE(\hat{\beta}) = \text{cov}(\hat{\beta}) + (E(\hat{\beta}) - \beta)(E(\hat{\beta}) - \beta)^T \quad (\text{IV-5})$$

Si l'erreur stochastique liée au bruit de mesure peut être évaluée facilement de façon analytique à partir de grandeurs connues (bruits de mesures, courbes de sensibilités), ce n'est pas le cas du biais de modèle qui est fonction de paramètres a priori inconnus.

Le but de cette étude est de montrer qu'il est possible de remonter à cette information à partir des résultats de l'estimation d'un modèle quelconque : la courbe des résidus (qui dans le cas d'un modèle biaisé est « signée ») et l'évolution de la valeur estimée du paramètre lorsque l'on fait varier l'intervalle d'estimation.

L'identification de biais de modèle a été déjà introduite dans les travaux de (Rémy, Mesure de propriétés thermophysiques de matériaux minces et de dépôts par méthode Flash: "Application aux films polycristallins de diamant" 1998) et (Maillet, Metzger et Didierjean, Integrating the error in the independent variable for optimal parameter estimation 2003). L'étude de biais de modèle présentée dans ce travail est basée sur ces études (Uriz, Remy, et al. 2010).

2 Etude du biais de modèle.

2.1 Mise en place du problème.

La méthode des moindres carrés présentée dans le chapitre d'introduction est appliquée à un modèle biaisé, non linéaire. L'objectif est que la méthode présentée soit la plus générale possible.

Pour évaluer les conséquences de la création d'un biais dans le modèle, le vecteur paramètres sera divisé en deux parties. Une première partie qui correspond aux paramètres estimés β_r et une seconde partie β_c qui ne fera pas objet de l'estimation (les valeurs des paramètres seront supposés connus (\mathbf{b}_{nom}) ou fixées).

On définit $\mathbf{F}(t, \boldsymbol{\beta}_r, \boldsymbol{\beta}_c)$ le modèle théorique supposé exact (i.e. sans biais) et $\mathbf{F}^*(t, \boldsymbol{\beta}_r^*, \mathbf{b}_{cnom})$ le modèle théorique biaisé, qui dépend du vecteur paramètres $\boldsymbol{\beta}_r^*$ (paramètres recherchés réels du modèle biaisé) et \mathbf{b}_{cnom} (valeurs nominales des paramètres). La dépendance temporelle est donnée ici à titre indicatif (variable explicite quelconque). Minimiser la norme quadratique des écarts S_{LS} par rapport aux paramètres recherchés $\boldsymbol{\beta}_r^*$ revient à annuler ses dérivées. Soit :

$$\nabla_{\boldsymbol{\beta}_r^*} S_{LS} = 2(\nabla_{\boldsymbol{\beta}_r^*} (\mathbf{Y} - \mathbf{F}^*))^T (\mathbf{Y} - \mathbf{F}^*) = -2(\nabla_{\boldsymbol{\beta}_r^*} \mathbf{F}^{*T}) (\mathbf{Y} - \mathbf{F}^*) = \mathbf{0} \quad (\text{IV-6})$$

Si on définit \mathbf{X}_r^* comme étant la matrice de sensibilités du modèle par rapport aux paramètres recherchés $\boldsymbol{\beta}_r^*$, on obtient :

$$-\mathbf{X}_r^{*T} (\mathbf{Y} - \mathbf{F}^*) = \mathbf{0} \quad (\text{IV-7})$$

On voit alors que la solution au sens des moindres carrés consiste à annuler le produit scalaire entre les sensibilités \mathbf{X}_r^* et les résidus. Le vecteur des résidus est orthogonal à la matrice des sensibilités comme il a été montré dans le chapitre d'introduction. La seule différence est que cette fois, le sous-espace d'estimation est formé par les sensibilités des paramètres recherchés et non pas par la matrice de sensibilité complète.

Il existe de nombreux algorithmes de minimisation de cette norme S_{LS} : méthode de Gauss, méthode de la plus forte pente où de la plus grande descente où encore la méthode de Levenberg-Marquardt qui est une méthode de gradient avec régularisation (Levenberg 1944), (Marquardt 1963). Cette dernière est largement utilisé dans la résolution des problèmes inverses du à sa robustesse. Elle est présentée en annexe.

Quel que soit l'algorithme choisi, avec ou sans régularisation, toutes les méthodes de gradient consistent dans le cas non-linéaire à mettre en place un processus itératif (une suite convergente dont la limite tend vers la solution de notre problème), obtenu après linéarisation du modèle au voisinage de la solution. Dans le cas d'un modèle biaisé, le modèle linéarisé au premier ordre s'écrit au voisinage de la solution :

$$\mathbf{F}^*(t, \boldsymbol{\beta}_r^*, \mathbf{b}_{cnom}) = \mathbf{F}(t, \boldsymbol{\beta}_r, \boldsymbol{\beta}_c) + \mathbf{X}_r (\boldsymbol{\beta}_r^* - \boldsymbol{\beta}_r) + \mathbf{X}_c (\mathbf{b}_{cnom} - \boldsymbol{\beta}_c) \quad (\text{IV-8})$$

On définit l'erreur commise sur les paramètres connus par : $\mathbf{e}_{\beta_c} = \mathbf{b}_{cnom} - \boldsymbol{\beta}_c$. De même, on peut remarquer la différence qu'il y a entre la matrice de sensibilité \mathbf{X}_r^* qui dépend des paramètres

estimés, et la matrice \mathbf{X}_r relative aux paramètres réels. La courbe expérimentale est quant à elle fonction des paramètres réels, on a :

$$\mathbf{Y}(t) = \mathbf{F}(t, \boldsymbol{\beta}_r, \boldsymbol{\beta}_c) + \boldsymbol{\varepsilon}(t) \quad (\text{IV-9})$$

En injectant l'expression du modèle théorique développée au premier ordre et la réponse expérimentale dans l'expression (IV-7), on obtient la relation suivante donnant l'erreur entre le paramètre identifié à partir du modèle biaisé $\hat{\boldsymbol{\beta}}_r^*$ et le paramètre réel $\boldsymbol{\beta}_r$:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_r^* - \boldsymbol{\beta}_r = -(\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)^{-1} \mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_c \mathbf{e}_{\beta_c} + (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)^{-1} \mathbf{X}_r^{*T} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (\text{IV-10})$$

D'après cette dernière expression, les valeurs estimées des paramètres qui ont fait l'objet de l'identification sont affectées de deux types d'erreurs: une erreur aléatoire liée au bruit sur le signal expérimental $\boldsymbol{\varepsilon}$ dont l'étude est classique et une erreur systématique liée au fait que les valeurs nominales introduites sont différentes des valeurs réelles ($\mathbf{e}_{\beta_c} \neq 0$).

2.2 Estimation du biais à partir d'un intervalle temporel complet.

En calculant, pour l'intervalle d'estimation complet, l'espérance de l'estimateur généré à partir de l'estimation biaisée, on obtient l'expression suivante:

$$E(\hat{\boldsymbol{\beta}}_r^*) = \boldsymbol{\beta}_r - (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)^{-1} \mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_c \mathbf{e}_{\beta_c} \quad (\text{IV-11})$$

On trouve alors une expression pour l'erreur systématique qui est à l'origine d'un biais sur les valeurs des paramètres identifiés. On peut remarquer que ce biais est fonction de la sensibilité aux paramètres connus par l'intermédiaire de $\mathbf{X}_c \mathbf{e}_{\beta_c}$. Le biais sera autant plus petit que les sensibilités du modèle aux paramètres supposés connus seront faibles et que les valeurs des paramètres nominaux seront proches des vraies valeurs des paramètres.

Si la matrice de covariances $\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r$ des paramètres recherchés est bien conditionnée, l'influence du biais sur les paramètres identifiés sera faible. Ceci est analogue à ce que l'on a déjà vu dans la partie non biaisée sur l'erreur d'estimation. Enfin, on peut noter que le biais est également fonction de la matrice $\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_c$ qui traduit le degré de corrélation entre les deux groupes de paramètres. Si cette matrice est faible en norme, le biais sur les valeurs des paramètres estimés sera faible.

De la même façon on peut identifier la variance des paramètres estimés :

$$\text{Cov}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_r^*) = E[(\hat{\boldsymbol{\beta}}_r^* - E(\hat{\boldsymbol{\beta}}_r^*))(\hat{\boldsymbol{\beta}}_r^* - E(\hat{\boldsymbol{\beta}}_r^*))^T] = (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)^{-1} \sigma^2 \quad (\text{IV-12})$$

L'expression de la variance reste inchangée. Elle s'exprime cette fois en fonction de la matrice de sensibilité des seuls paramètres recherchés.

Il est possible aussi d'évaluer l'influence du biais sur les résidus $\mathbf{r} = \mathbf{Y} - \mathbf{F}^*(\hat{\boldsymbol{\beta}}_r^*)$. Ceux-ci sont reliés avec les paramètres estimés par la relation suivante :

$$\mathbf{r} = -\mathbf{X}_r \text{biais} - \mathbf{X}_c \mathbf{e}_{\beta c} \quad (\text{IV-13})$$

En calculant l'espérance de cette expression on obtient :

$$-E(\mathbf{r}) = (\mathbf{I} - \mathbf{X}_r (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)^{-1} \mathbf{X}_r^{*T}) \mathbf{X}_c \mathbf{e}_{\beta c} \quad (\text{IV-14})$$

Ces relations permettent de relier le biais à l'espérance des résidus, et par suite de remonter théoriquement au biais à partir des grandeurs \mathbf{X}_r^{*T} , \mathbf{X}_r et $E(\mathbf{r})$:

$$\text{biais} = E(\hat{\boldsymbol{\beta}}_r^*) - \boldsymbol{\beta}_r = (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)^{-1} \mathbf{X}_r^{*T} (\mathbf{I} - \mathbf{X}_r (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)^{-1} \mathbf{X}_r^{*T})^{-1} E(\mathbf{r}) \quad (\text{IV-15})$$

2.2.1 Erreur moyenne quadratique

Ce résultat nous permet de rentrer plus en détail dans l'étude de l'erreur moyenne quadratique. Etant donné que $\hat{\boldsymbol{\beta}}_r^*$ est un estimateur biaisé de $\boldsymbol{\beta}_r$, on peut définir $\hat{\boldsymbol{\beta}}_r$ comme la partie du vecteur complet $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ correspondant aux paramètres recherchés. Dans le premier chapitre, il a été montré que $\hat{\boldsymbol{\beta}}_r$ est un estimateur non-biaisé de $\boldsymbol{\beta}_r$. Il est plus raisonnable alors, de comparer la précision des paramètres estimés du modèle complet et du sous-modèle en termes d'erreur moyenne quadratique. L'expression de cette erreur sur le paramètre estimé $\hat{\boldsymbol{\beta}}_r^*$ devient :

$$\text{MSE}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_r^*) = \sigma^2 (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)^{-1} + \left((\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)^{-1} \mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_c \mathbf{e}_{\beta c} \right) \left((\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)^{-1} \mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_c \mathbf{e}_{\beta c} \right)^T \quad (\text{IV-16})$$

A ce stade, il est intéressant aussi d'évoquer quels sont les conséquences de la génération d'un biais sur le signal de sortie du modèle. Sachant que la sortie \mathbf{Y} est aussi une variable aléatoire qui dépend des propriétés asymptotiques du modèle utilisé, il est possible de calculer son erreur moyenne quadratique pour un point d'observation quelconque ($\mathbf{x}_0 = [\mathbf{x}_{r0}^* | \mathbf{x}_{c0}]$).

$$\text{MSE}[\mathbf{F}^*(\hat{\boldsymbol{\beta}}_r^*)] = \sigma^2 \left[1 + \mathbf{x}_{r0}^{*T} (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)^{-1} \mathbf{x}_{r0}^* \right] + (\mathbf{x}_{c0} \mathbf{e}_{\beta c} - \mathbf{x}_{r0}^{*T} (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)^{-1} \mathbf{X}_c \mathbf{e}_{\beta c})^2 \quad (\text{IV-17})$$

On peut alors faire les remarques suivantes :

- La sortie calculée du modèle est un estimateur biaisé sauf si le terme $\mathbf{x}_{r0}^{*T} (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)^{-1} \mathbf{X}_c \mathbf{e}_{\beta_c}$ devient nul. En général, ceci est le cas si le terme $\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_c \mathbf{e}_{\beta_c}$ est aussi nul.
- En reprenant l'expression de la variance de la sortie calculée pour un modèle complet (chapitre d'introduction), on peut la comparer avec l'erreur moyenne quadratique du sous-modèle. Pour que cette erreur soit plus petite que la variance relative du modèle complet, $Cov(\hat{\mathbf{Y}}_0) \geq MSE[\mathbf{F}^*(\hat{\boldsymbol{\beta}}_r^*)]$, il est nécessaire que les variables *manquantes* du modèle aient un effet faible en terme de variance. C'est-à-dire, que le biais introduit dans le modèle soit plus petit que la réduction de la variance.
- Si des variables peu influentes sont gardées dans le modèle (variables pour lesquelles leurs coefficients soient plus petits que leurs variances) la variance de la sortie calculée du modèle augmente.

2.2.2 Application sur un exemple numérique

On va essayer d'appliquer l'expression qui nous permet de relier le biais avec des grandeurs connues lors d'une estimation sur un cas simple. Prenons par exemple l'exemple d'un ajustement linéaire sur une droite biaisée. Dans le cas de la droite (par exemple $at + c$), on se place dans le cas d'un problème linéaire d'un point de vue de l'inversion : une fonction affine. La droite est caractérisé par une pente de 0.5 et 4 pour l'ordonné à l'origine. Pour les estimations, on utilise un modèle biaisé en fixant $c = 0$ (voir Figure IV-3).

Dans le problème direct, le modèle non biaisé $\mathbf{F}(t, \boldsymbol{\beta}_r, \boldsymbol{\beta}_c)$ est défini par l'expression suivante :

$$\mathbf{F} = \mathbf{X}_r \boldsymbol{\beta}_r + \mathbf{X}_c \boldsymbol{\beta}_c = [t_1 \quad \dots \quad t_n]^T [a] + [1 \quad \dots \quad 1]^T [c] \quad (\text{IV-18})$$

La sortie \mathbf{Y} est générée en rajoutant un bruit numérique suivant une loi normale de moyenne nulle et de variance constante $\sigma^2 = 0.1$. Afin d'obtenir une distribution des estimateurs, une étude de type Monte-Carlo avec cent simulations a été réalisée. Le biais généré revient dans ce cas à *fausser* la vraie pente de la droite (qui passe de la valeur 0.5 à la valeur estimé de 1.01).

Dans le cas d'un modèle linéaire, les sensibilités ne dépendent pas des valeurs des paramètres et donc la différence entre les sensibilités \mathbf{X}_r^* et \mathbf{X}_r est nulle. La relation (IV-15) qui relie le biais avec les résidus devient :

$$\text{biais} = (\mathbf{X}_r^T \mathbf{X}_r)^{-1} \mathbf{X}_r^T (\mathbf{I} - \mathbf{X}_r (\mathbf{X}_r^T \mathbf{X}_r)^{-1} \mathbf{X}_r^T)^{-1} E(\mathbf{r}) \quad (\text{IV-19})$$

Néanmoins, la valeur obtenue avec l'expression ci-dessus est loin d'être similaire au biais théorique. En pratique, nous nous sommes heurtés à une difficulté liée à l'inversion de la matrice $(\mathbf{I} - \mathbf{X}_r (\mathbf{X}_r^T \mathbf{X}_r)^{-1} \mathbf{X}_r^T)$.

En effet, cette matrice est singulière par construction. Ceci peut être démontré en partant de la notion de matrice idempotente. D'après (Burgos 2000) pour une matrice idempotente :

- Toutes ses valeurs propres sont nulles ou unitaires.
- De plus, soit elle est singulière, soit elle est égale à la matrice identité.
- Si elle est symétrique, son rang est égal à sa trace.

D'après (Beck et Arnold 1976) la matrice $(\mathbf{I} - \mathbf{X}_r (\mathbf{X}_r^T \mathbf{X}_r)^{-1} \mathbf{X}_r^T)$ est idempotente par construction. Alors, toutes ses valeurs propres sont égales à 0 ou 1. Reste à déterminer quel est le rang de la matrice.

Les propriétés sur la trace d'une matrice donnent $tr(\mathbf{ABC}) = tr(\mathbf{BCA})$. En utilisant cette propriété, on peut calculer le rang de la matrice idempotente :

$$tr(\mathbf{I} - \mathbf{X}_r (\mathbf{X}_r^T \mathbf{X}_r)^{-1} \mathbf{X}_r^T) = tr(\mathbf{I}) - tr(\mathbf{X}_r (\mathbf{X}_r^T \mathbf{X}_r)^{-1} \mathbf{X}_r^T) = n - rang(\mathbf{I}_r) \quad (\text{IV-20})$$

On montre alors que la matrice n'a théoriquement pas le rang suffisant pour être inversée.

Afin de mieux comprendre ce résultat théorique, on va essayer de l'appliquer dans le cas de la droite.

En injectant la matrice de sensibilité \mathbf{X}_r de l'expression (IV-18) dans la relation (IV-14) on obtient un système d'équations linéaires (IV-22) qui relie l'espérance des résidus avec le vecteur d'inconnues $\mathbf{X}_c \mathbf{e}_{\beta_c}$. Ce vecteur représente la contribution dans le modèle des paramètres fixés ou connus et qui ne font l'objet de l'estimation. C'est le vecteur inconnu du système linéaire à inverser (IV-22).

La résolution de ce système linéaire (IV-22) est nécessaire pour pouvoir ensuite calculer le biais à partir d'une estimation réalisée sur un intervalle temporel complet. Afin de faciliter la compréhension, ce système se présentera sous la forme schématique donnée par l'expression (IV-23) : \mathbf{A} représente la matrice à inverser et \mathbf{U} est le vecteur solution du système.

Pour inverser la matrice \mathbf{A} donnée par la relation (IV-23) sous forme analytique, il est nécessaire dans un premier temps de vérifier le rang de la matrice. Ceci peut être fait en calculant

les valeurs propres λ de la matrice \mathbf{A} . Le déterminant existant dans l'expression (IV-24) est résolu par la méthode du pivot. Cette méthode consiste à réduire la taille du déterminant à chaque étape. Le résultat après la première itération est donné par la relation (IV-25).

L'expression (IV-26) présente l'étape correspondante au rang n . Une fois développé complètement par la méthode du pivot, le déterminant est alors donné par le produit \prod .

Une relation de récurrence apparaît naturellement dans ce produit. En prenant deux termes consécutifs du produit \prod (par exemple $j=k-1$ et $j=k$) on peut observer par la relation (IV-27) que les coefficients de chaque itération s'annulent avec les coefficients de l'itération précédente. On montre ainsi à travers (IV-28), que toutes les valeurs propres λ de la matrice sont égales à l'unité sauf une qui est nulle.

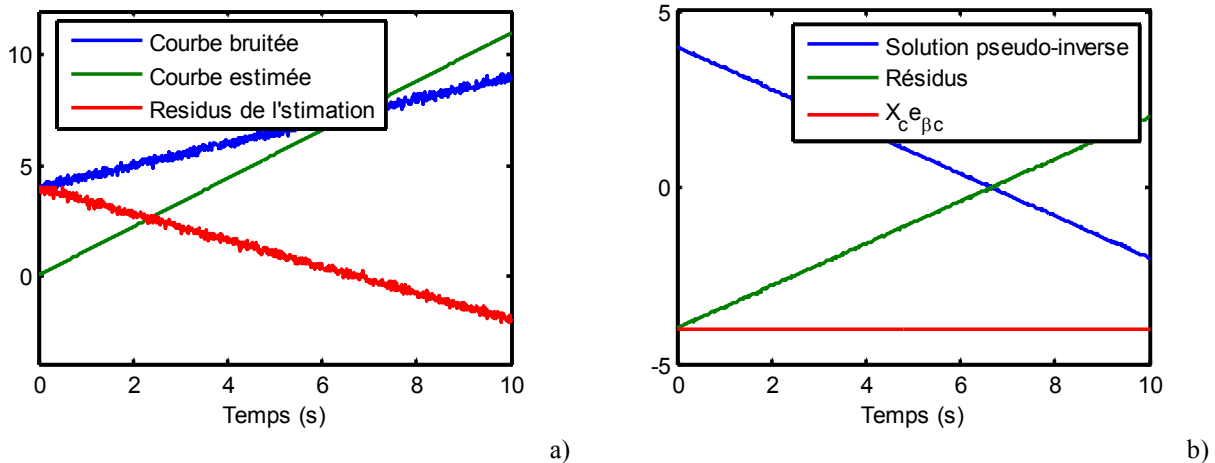


Figure IV-3. Simulation numérique d'une fonction affine (a) et Solution pseudo-inverse de la matrice A

La matrice \mathbf{A} possède donc deux valeurs propres distinctes $\lambda = 0$ et $\lambda = 1$. D'un point de vue de l'algèbre linéaire, l'application affine correspondante à la matrice \mathbf{A} est un projecteur. La solution au système d'équations résulte de la somme de deux vecteurs de sous-espace orthogonaux (le plan de projection et le projecteur). La direction de projection est donnée par le vecteur propre X_0 associé à $\lambda = 0$ (dite *noyau* de la matrice) et le sous espace de projection ici de dimension $n-1$, est défini par les vecteurs propres associés à la valeur propre $\lambda = 1$.

Il est possible alors d'obtenir la solution de norme minimale du système en calculant la matrice pseudo-inverse. Pour obtenir la solution pseudo-inverse, on décompose la matrice en valeurs singulières, puis on retire le sous-espace *noyau* ($\lambda = 0$) de la matrice pour ensuite calculer la solution du système linéaire en inversant la matrice qui n'est alors plus singulière. Si on note A^+ la matrice pseudo inverse, P et Q respectivement les matrices de vecteurs

orthonormés d'entrée et sortie, d'après (Nougier, Méthodes de calcul numérique 1993) la matrice pseudo-inverse est donnée par $A^+ = P\Sigma^+Q^T$ avec Σ^+ qui contient les valeurs singulières, l'application numérique est donnée sur la Figure IV-3 (pour une dimension $n = 1000$).

On obtient alors une solution approchée \mathbf{U}_p telle que $\mathbf{U}_p = \mathbf{A}^+(-E(\mathbf{r}))$. Cette solution correspond aux résidus et représente la projection dans le sous espace de la solution réelle \mathbf{U} recherchée. Il faut remarquer que même si la solution par pseudo-inverse permet de retrouver la courbe des résidus, cette matrice n'est pas du tout l'identité. De plus, il est clair que cette solution n'est pas le vecteur attendu $\mathbf{X}_c \mathbf{e}_{\beta c}$ (Figure IV-3).

Pour obtenir la solution complète \mathbf{U} , il faudrait rajouter à cette solution une composante dans la direction perpendiculaire au sous espace de projection colinéaire au vecteur de projection \mathbf{U}_0 , soit : $\mathbf{U} = \mathbf{U}_p + \alpha\mathbf{U}_0$. Ceci est représenté schématiquement sur la Figure IV-4. Pour rendre plus compréhensible l'étude, la dimension du problème inverse dans le schéma est réduit a $n = 3$ (trois observations). \mathbf{U}_0 étant dans le noyau de \mathbf{A} , on a une infinité de valeurs de α possibles qui conduisent au même vecteur projeté \mathbf{U}_p .

$$\mathbf{A}\mathbf{U} = \mathbf{B} \Leftrightarrow \mathbf{A}(\mathbf{U}_p + \alpha\mathbf{U}_0) = \mathbf{B} \Leftrightarrow \mathbf{A}\mathbf{U}_p = \mathbf{B} \quad \forall \alpha \quad (\text{IV-21})$$

\mathbf{U}_p étant la seule information connue, il manque donc une information pour déterminer la valeur de α qui pour un problème donné est unique. Il n'est donc pas possible de remonter à \mathbf{U} et par conséquent au biais à partir d'une seule estimation réalisée sur un intervalle unique en temps.

$$E(\mathbf{r}) = - \begin{bmatrix} 1 - \frac{t_1^2}{\sum t_i^2} & -\frac{t_1 t_2}{\sum t_i^2} & \cdots & -\frac{t_1 t_n}{\sum t_i^2} \\ -\frac{t_1 t_2}{\sum t_i^2} & 1 - \frac{t_2^2}{\sum t_i^2} & \cdots & -\frac{t_2 t_n}{\sum t_i^2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{t_1 t_n}{\sum t_i^2} & -\frac{t_2 t_n}{\sum t_i^2} & \cdots & 1 - \frac{t_n^2}{\sum t_i^2} \end{bmatrix} \mathbf{X}_c \mathbf{e}_{\beta c} = -\mathbf{A} \mathbf{X}_c \mathbf{e}_{\beta c} \quad (\text{IV-22})$$

$$\mathbf{X}_c \mathbf{e}_{\beta c} = \mathbf{U} = -\mathbf{A}^{-1} E(\mathbf{r}) \quad (\text{IV-23})$$

$$|\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}| = \frac{1}{(\sum t_i^2)^n} \begin{vmatrix} \sum t_i^2 (\lambda - 1) + t_1^2 & t_1 t_2 & \cdots & t_1 t_n \\ t_1 t_2 & \sum t_i^2 (\lambda - 1) + t_2^2 & \cdots & t_2 t_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t_1 t_n & t_2 t_n & \cdots & \sum t_i^2 (\lambda - 1) + t_n^2 \end{vmatrix}_{n \times n} \quad (\text{IV-24})$$

$$\frac{1}{(\sum t_i^2)^n (\sum t_i^2 (\lambda - 1) + t_1^2)^{n-2}} \begin{vmatrix} \sum t_i^2 (\lambda - 1) + t_1^2 + t_2^2 & \cdots & t_2 t_n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ t_2 t_n & \cdots & \sum t_i^2 (\lambda - 1) + t_1^2 + t_n^2 \end{vmatrix}_{(n-1) \times (n-1)} \quad (\text{IV-25})$$

$$\frac{1}{(\sum t_i^2)^n \left(\prod_{j=1}^{n-2} \frac{(\sum t_i^2 (\lambda - 1) + \sum_{i=1}^{j-1} t_i^2)^{n-j}}{(\sum t_i^2 (\lambda - 1) + \sum_{i=1}^j t_i^2)^{n-j-1}} \right)} \begin{vmatrix} \sum t_i^2 (\lambda - 1) + \sum_{i=1}^{n-2} t_i^2 + t_{n-1}^2 & t_{n-1}^2 t_n^2 \\ t_{n-1}^2 t_n^2 & \sum t_i^2 (\lambda - 1) + \sum_{i=1}^{n-2} t_i^2 + t_n^2 \end{vmatrix}_{2 \times 2} \quad (\text{IV-26})$$

$$\left(\prod_{j=1}^{n-2} \frac{(\sum t_i^2 (\lambda - 1) + \sum_{i=1}^{j-1} t_i^2)^{n-j}}{(\sum t_i^2 (\lambda - 1) + \sum_{i=1}^j t_i^2)^{n-j-1}} \right) \rightarrow \dots \frac{(\sum t_i^2 (\lambda - 1) + \sum_{i=1}^{k-2} t_i^2)^{n-k+1}}{(\sum t_i^2 (\lambda - 1) + \sum_{i=1}^{k-1} t_i^2)^{n-k}} \frac{(\sum t_i^2 (\lambda - 1) + \sum_{i=1}^{k-1} t_i^2)^{n-k}}{(\sum t_i^2 (\lambda - 1) + \sum_{i=1}^k t_i^2)^{n-k-1}} \dots = \frac{(\sum t_i^2 (\lambda - 1) + \sum_{i=1}^{k-2} t_i^2)^{n-k+1}}{(\sum t_i^2 (\lambda - 1) + \sum_{i=1}^k t_i^2)^{n-k-1}} \quad (\text{IV-27})$$

$$\left| \lambda \mathbf{I} - (\mathbf{I} - \mathbf{X}_r (\mathbf{X}_r^T \mathbf{X}_r)^{-1} \mathbf{X}_r^T) \right| = \frac{1}{(\sum t_i^2)^n} \left(\prod_{j=1}^n \frac{(\sum t_i^2 (\lambda - 1) + \sum_{i=1}^{j-1} t_i^2)^{n-j}}{(\sum t_i^2 (\lambda - 1) + \sum_{i=1}^j t_i^2)^{n-j-1}} \right) = (\lambda)(\lambda - 1)^{n-1} = 0 \quad (\text{IV-28})$$

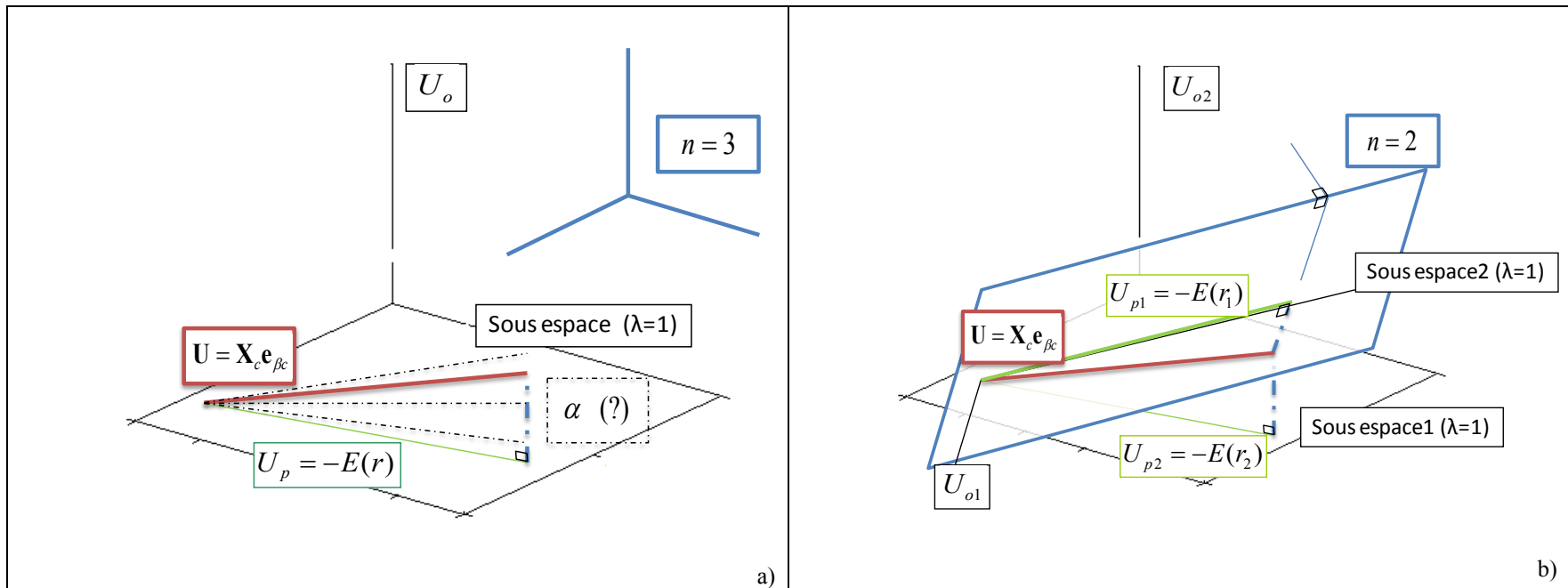


Figure IV-4 Problématique d'inversion de la matrice A dans l'intervalle temporel complet (a) et solution dans l'intervalle temporel variable (b)

2.3 Estimation du biais sur un intervalle temporel variable.

2.3.1 Notion d'estimation variable

On peut voir à travers les expressions (IV-11) et (IV-13) que si on ne fixe pas de paramètres dans le modèle exact où si les paramètres sont fixés à des valeurs nominales qui correspondent aux valeurs exactes de ces paramètres ($\mathbf{e}_{\beta c} = 0$), alors il n'y a pas de biais et les résidus sont non signés quel que soit l'intervalle de temps considéré. Par contre, si les paramètres sont négligés où fixés à des valeurs nominales différentes de leurs valeurs exactes ($\mathbf{e}_{\beta c} \neq 0$), alors les résidus sont signés. Comme il a été énoncé, le biais est nul uniquement dans le cas où les paramètres fixés et les paramètres libres sont parfaitement indépendants ($\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_c \mathbf{e}_{\beta c} = 0$). La relation (IV-21) montre qu'il n'est pas possible d'estimer le biais sur les paramètres sans apporter d'informations complémentaires. Dans le cas contraire, le biais est non nul ($\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_c \mathbf{e}_{\beta c} \neq 0$) et varie en fonction de l'intervalle d'estimation. Partant de ce principe, nous allons chercher en faisant varier l'intervalle d'estimation, à identifier le biais à partir des valeurs des paramètres identifiés.

La raison de cette démarche peut être schématisée sur la Figure IV-4b. dans le cas particulier où le vecteur solution correspondant à trois observations ($n=3$). Comme il a été énoncé précédemment, dans le cas d'un intervalle d'estimation fixe (Figure IV-4a), on se retrouve dans l'impossibilité par manque d'information de déterminer la valeur de α du vecteur de projection, perpendiculaire au plan de projection ($\lambda = 1$). Afin de trouver l'information manquante, on réduit la dimension de l'espace d'estimation (Figure IV-4b) en supprimant une observation ($n=2$). De cette manière, l'espace n'est plus tridimensionnel et devient un plan. De la même façon, le sous-espace ($\lambda = 1$) donné par la solution pseudo inverse change ($\mathbf{U}_{p2} \rightarrow \mathbf{U}_{p1}$). De cette manière, il est possible de déterminer la valeur de α qui apparaît comme étant le point de croisement des deux vecteurs normaux à ces deux sous-espaces de projections. Il est donc ainsi possible de remonter à la solution \mathbf{U} en exploitant simultanément ces deux informations.

Il est important de remarquer que les schémas montrés ici correspondent au cas où un seul paramètre du vecteur complet est fixé et donc la dimension du sous espace $\lambda = 0$ est aussi égale à un. Néanmoins, les expressions trouvées restent valables dans le cas où plusieurs paramètres seraient négligés ou fixés. Dans ce cas et comme il a été montré, la dimension du noyau de la matrice \mathbf{A} sera égale au nombre de paramètres fixés.

2.3.2 Interprétations théoriques de l'estimation sur intervalle variable.

Dans le cadre de cette étude, plusieurs techniques d'obtention du biais ont été mises en place. Elles ont toutes comme caractéristique commune d'utiliser des grandeurs connues pour remonter au biais : la variation des valeurs estimées en fonction de l'intervalle d'estimation et l'utilisation de la courbe des résidus.

Il est nécessaire de souligner que l'objectif n'est pas d'identifier les sources du biais mais simplement les conséquences de ces sources en termes d'incertitude sur les paramètres identifiés à partir du modèle biaisé. D'un point de vue mathématique, ceci s'explique à travers l'interprétation de l'inconnu $\mathbf{X}_c \mathbf{e}_{\beta_c}$. En effet, quelque soit le nombre des sources de biais possibles (et donc la dimension de la matrice \mathbf{X}_c) leur contribution dans le modèle est toujours faite à travers le produit $\mathbf{X}_c \mathbf{e}_{\beta_c}$ qui dans tous les cas sera toujours un vecteur d'une seule dimension.

On notera d'un indice i où j les vecteurs pour indiquer qu'il s'agit de vecteurs tronqués sur des intervalles de temps différents. En supposant un échantillonnage temporel régulier (pas constant), on note les intervalles : $(0, t_i) = i \cdot \delta t$ et $(0, t_j) = j \cdot \delta t$. Ainsi $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{r,i}^*$ et $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{r,j}^*$ représentent respectivement les valeurs de $\boldsymbol{\beta}_r$ identifiées par moindres carrés sur ces deux intervalles. On peut ensuite calculer la variation de biais $\Delta \text{biais} = \hat{\boldsymbol{\beta}}_{r,j}^* - \hat{\boldsymbol{\beta}}_{r,i}^* - \boldsymbol{\beta}_r + \boldsymbol{\beta}_r$ entre ces deux intervalles :

$$\Delta \text{biais} = \hat{\boldsymbol{\beta}}_{r,j}^* - \hat{\boldsymbol{\beta}}_{r,i}^* = -(\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)^{-1} (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_c)_j \mathbf{e}_{\beta_c} + (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)^{-1} (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_c)_i \mathbf{e}_{\beta_c} \quad (\text{IV-29})$$

L'objectif est alors d'isoler les termes fonctions de $\mathbf{X}_c \mathbf{e}_{\beta_c}$ et d'obtenir au moins une valeur de l'inconnue pour un instant donné t_k : $\mathbf{X}_c(t_k) \mathbf{e}_{\beta_c}$. En ayant cette valeur ponctuelle, on pourra ensuite reconstruire le vecteur complet à l'aide des résidus. Une fois le vecteur complet obtenu, on pourra ensuite remonter au biais. Afin de rendre plus compréhensibles ces techniques d'identification de biais, deux simplifications seront faites par la suite :

- Le bruit de mesure $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$ est négligé. Ceci n'est pas un problème en soi car les deux types d'erreurs (aléatoire et biais de modèle) sont indépendants (IV-10).
- Les modèles présentés n'auront que deux paramètres : un fixe, et un autre recherché. Cette simplification ne remet pas en cause les expressions que nous obtiendrons qui restent valables d'un point de vue formel pour des modèles avec plus de deux variables.

Méthode 1

Cette méthode consiste à identifier la valeur ponctuelle $\mathbf{X}_c(t_k)\mathbf{e}_{\beta_c}$ en une seule itération. Afin de mieux comprendre cette démarche, on peut concevoir le produit de ces deux matrices de sensibilités dans le domaine continu comme une norme cumulée sous forme d'intégrale :

$$(\mathbf{X}_r^{*T}\mathbf{X}_r)_j \simeq RR(t_j) = \int_0^{t_j} x_r^*(t)x_r(t)dt \quad ; \quad (\mathbf{X}_r^{*T}\mathbf{X}_c)_j \simeq RC(t_j) = \int_0^{t_j} x_r(t)x_c(t)dt \quad (\text{IV-30})$$

On peut alors exprimer l'évolution du biais à travers l'expression :

$$\hat{\beta}_r^*(t_j) - \hat{\beta}_r^*(t_i) = -RR(t_j)^{-1}RC(t_j)\mathbf{e}_{\beta_c} + RR(t_i)^{-1}RC(t_i)\mathbf{e}_{\beta_c} \quad (\text{IV-31})$$

Si on se place dans une plage de l'intervalle de temps où la norme cumulée des sensibilités recherchées présente une variation négligeable, on peut alors faire que:

$$\int_{t_i}^{t_j} x_r^*(t)x_r(t)dt \simeq 0 \quad \rightarrow \quad RR(t_j) \simeq RR(t_i) \quad (\text{IV-32})$$

Pour cela, il est conseillé que les points utilisés soient soit très proches où bien loin du temps initial, le mieux étant de se placer aux derniers instants de l'intervalle de temps. Dans ce cas, le fait de rajouter des nouvelles observations a un effet très faible sur la valeur de la norme cumulée (un exemple de ce type de cas est donné par la méthode Flash (Degiovanni, Diffusivité et méthode flash 1977)).

La variation du biais devient alors :

$$\hat{\beta}_r^*(t_j) - \hat{\beta}_r^*(t_i) = -RR(t_i)^{-1}[RC(t_j) - RC(t_i)]\mathbf{e}_{\beta_c} \quad (\text{IV-33})$$

La différence des normes cumulées RC peut aussi se traduire sous forme intégrale $\int_{t_i}^{t_j} x_r(t)x_c(t)dt$. En introduisant un point intermédiaire tel que $t_k = (t_j + t_i)/2$, il est possible d'approximer l'intégrale sous la forme de produit. On a alors :

$$\hat{\beta}_r^*(t_j) - \hat{\beta}_r^*(t_i) = -RR(t_i)^{-1}[(t_j - t_i)x_r(t_k)x_c(t_k)]\mathbf{e}_{\beta_c} \quad (\text{IV-34})$$

On peut alors revenir dans le domaine discret et isoler dans ce cas la valeur instantanée $x_c(t_k)\mathbf{e}_{\beta_c}$ qui nous donne :

$$\mathbf{X}_c(k)\mathbf{e}_{\beta c} = -\frac{(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{r,j}^* - \hat{\boldsymbol{\beta}}_{r,i}^*)(\mathbf{X}_r^{*T}\mathbf{X}_r)_i}{(j-i)\mathbf{X}_r^{*T}(k)} \quad (\text{IV-35})$$

La valeur du biais peut être maintenant calculée à l'aide des résidus en utilisant l'expression (IV-13) :

$$\text{biais} = \frac{(-\mathbf{r}(k) - \mathbf{X}_c(k)\mathbf{e}_{\beta c})}{\mathbf{X}_r^{*T}(k)} \quad (\text{IV-36})$$

Méthode 2

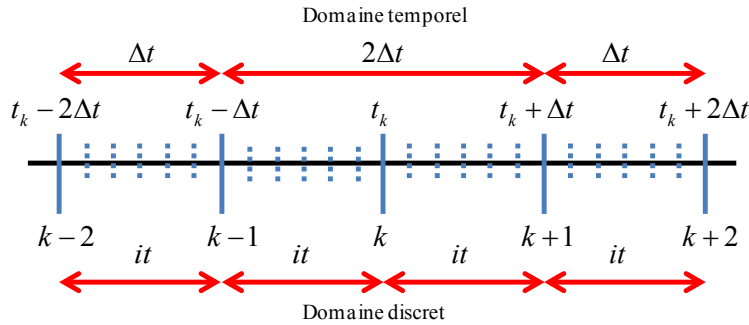


Figure IV-5. Estimation du biais sur plusieurs intervalles.

La méthode précédemment présentée est basée sur des hypothèses qui ne sont pas forcément valables dans tous les cas. Pour généraliser la démarche, une deuxième méthode est proposée.

Le domaine temporel est divisé en Q parties similaires avec un pas de temps Δt qui comprend it observations dans chaque intervalle. Dans ce cas, la valeur ponctuelle $\mathbf{X}_r^{*T}(k)\mathbf{X}_c(k)\mathbf{e}_{\beta c}$ est calculée à l'aide non pas d'un seul intervalle mais de plusieurs intervalles d'estimation. La variation du paramètre estimé est alors évaluée en plusieurs points. La distribution temporelle de ces points est donnée sur la Figure IV-5. Si on suit le schéma de la figure, on évalue la variation du paramètre estimé sur trois intervalles. La relation (IV-37), montre que nous avons quatre inconnues à déterminer pour trois informations (variations des paramètres estimés), ce qui rend impossible le calcul du biais :

$$\begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\beta}}_{r,k+2}^* - \hat{\boldsymbol{\beta}}_{r,k+1}^* \\ \hat{\boldsymbol{\beta}}_{r,k+1}^* - \hat{\boldsymbol{\beta}}_{r,k-1}^* \\ \hat{\boldsymbol{\beta}}_{r,k-1}^* - \hat{\boldsymbol{\beta}}_{r,k-2}^* \end{bmatrix}_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} -(\mathbf{X}_r^{*T}\mathbf{X}_r)_{k+2}^{-1}(\mathbf{X}_r^{*T}\mathbf{X}_c)_{k+2}\mathbf{e}_{\beta c} + (\mathbf{X}_r^{*T}\mathbf{X}_r)_{k+1}^{-1}(\mathbf{X}_r^{*T}\mathbf{X}_c)_{k+1}\mathbf{e}_{\beta c} \\ -(\mathbf{X}_r^{*T}\mathbf{X}_r)_{k+1}^{-1}(\mathbf{X}_r^{*T}\mathbf{X}_c)_{k+1}\mathbf{e}_{\beta c} + (\mathbf{X}_r^{*T}\mathbf{X}_r)_{k-1}^{-1}(\mathbf{X}_r^{*T}\mathbf{X}_c)_{k-1}\mathbf{e}_{\beta c} \\ -(\mathbf{X}_r^{*T}\mathbf{X}_r)_{k-1}^{-1}(\mathbf{X}_r^{*T}\mathbf{X}_c)_{k-1}\mathbf{e}_{\beta c} + (\mathbf{X}_r^{*T}\mathbf{X}_r)_{k-2}^{-1}(\mathbf{X}_r^{*T}\mathbf{X}_c)_{k-2}\mathbf{e}_{\beta c} \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad (\text{IV-37})$$

Pour pouvoir solutionner ce problème, il faut alors introduire des modèles de fermeture car on aura toujours une inconnue en trop par rapport au nombre d'informations disponibles. Le choix du nombre de points à utiliser est fonction du modèle de fermeture utilisé. L'objectif est de pouvoir approcher la fonction $x_r^*(t_k)x_c(t_k)e_{\beta_c}$ par un modèle de fermeture sur l'intervalle donné. Dans ce cas, nous avons choisi une approximation linéaire.

Pour que l'hypothèse soit valable, les intervalles doivent être suffisamment petits. En fonction de la complexité de la fonction inconnue (norme cumulative), des modèles de fermeture plus complexes peuvent s'imposer : parabolique, polynomial d'ordre n ... Une application de cette méthodologie avec une approximation plus complexe est donnée en annexe. L'augmentation de l'ordre du polynôme d'approximation fait apparaître des inconnues supplémentaires. Plus l'ordre du modèle de fermeture est grand, plus le nombre de points à considérer dans le calcul devra être important.

De la même façon que pour la première méthode, le produit des matrices $\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_c$ peut être vu comme une norme cumulée sous forme intégrale. La relation discrète ci-dessus écrite dans le domaine temporel est donnée par l'expression (IV-42). En appliquant le modèle de fermeture ($x_r^*(t_k)x_c(t_k)e_{\beta_c} \approx \alpha + \mu t$) sur les inconnues de l'expression (IV-37) on obtient les quatre relations suivantes :

$$\begin{aligned}
 RC(t_k + 2\Delta t)e_{\beta_c} &= \int_0^{t_k} x_r^*(t)x_c(t)e_{\beta_c} dt + \int_{t_k}^{t_k+2\Delta t} (\alpha + \mu t) dt = RC(t_k)e_{\beta_c} + 2\Delta t(\alpha + \mu t_k) + 4\frac{\mu}{2}\Delta t^2 \\
 RC(t_k + \Delta t)e_{\beta_c} &= \int_0^{t_k} x_r^*(t)x_c(t)e_{\beta_c} dt + \int_{t_k}^{t_k+\Delta t} (\alpha + \mu t) dt = RC(t_k)e_{\beta_c} + \Delta t(\alpha + \mu t_k) + \frac{\mu}{2}\Delta t^2 \\
 RC(t_k - \Delta t)e_{\beta_c} &= \int_0^{t_k} x_r^*(t)x_c(t)e_{\beta_c} dt + \int_{t_k}^{t_k-\Delta t} (\alpha + \mu t) dt = RC(t_k)e_{\beta_c} - \Delta t(\alpha + \mu t_k) + \frac{\mu}{2}\Delta t^2 \\
 RC(t_k - 2\Delta t)e_{\beta_c} &= \int_0^{t_k} x_r^*(t)x_c(t)e_{\beta_c} dt + \int_{t_k}^{t_k-2\Delta t} (\alpha + \mu t) dt = RC(t_k)e_{\beta_c} - 2\Delta t(\alpha + \mu t_k) + 4\frac{\mu}{2}\Delta t^2
 \end{aligned}
 \tag{IV-38}$$

En injectant ces équations dans l'expression (IV-42), on obtient un système d'équations linéaires. Le système à inverser sous forme discrète est donné par la relation (IV-43). Le vecteur solution contient alors la valeur de la fonction recherchée $x_r^*(t_k)x_c(t_k)e_{\beta_c} = \Delta t(\alpha + \mu t_k)$ qui nous permet de remonter au biais :

$$\text{biais} = \frac{-\mathbf{r}(k) + (it(\alpha + \mu t_k)) / (it\mathbf{X}_r^{*T}(t_k))}{\mathbf{X}_r^{*T}(k)} \quad (\text{IV-39})$$

Méthode 3

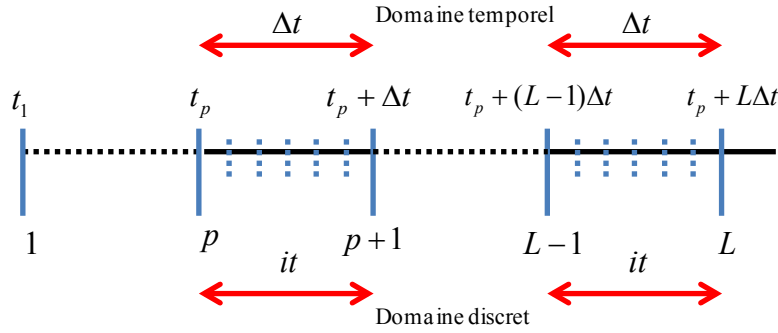


Figure IV-6. Estimation du biais sur l'ensemble des intervalles.

La troisième méthode présentée est une extension de la méthode précédente. Cette fois, le domaine complet est divisé en Q parties similaires avec un pas de temps Δt qui comprend it observations dans chaque intervalle. Cette fois, les paramètres estimés sont calculés en partant de l'instant t_p et non pas de l'instant initial. On notera L les $Q - p$ intervalles existants entre l'instant p et l'instant final. Par exemple, le paramètre $\hat{\beta}_{r,L-1}^*$ de l'expression (IV-40), est estimé sur l'intervalle temporel $(t_p \rightarrow t_p + (L-1)\Delta t)$. La même démarche que précédemment est suivie. En évaluant l'évolution du paramètre estimé pour chaque intervalle. On obtient alors les relations suivantes :

$$\begin{bmatrix} \hat{\beta}_{r,p+2}^* - \hat{\beta}_{r,p+1}^* \\ \vdots \\ \hat{\beta}_{r,L-1}^* - \hat{\beta}_{r,L-2}^* \\ \hat{\beta}_{r,L}^* - \hat{\beta}_{r,L-1}^* \end{bmatrix}_{(L-1) \times 1} = \begin{bmatrix} -(\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_{p+2}^{-1} (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_c)_{p+2} \mathbf{e}_{\beta c} + (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_{p+1}^{-1} (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_c)_{p+1} \mathbf{e}_{\beta c} \\ \vdots \\ -(\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_{L-1}^{-1} (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_c)_{L-1} \mathbf{e}_{\beta c} + (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_{L-2}^{-1} (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_c)_{L-2} \mathbf{e}_{\beta c} \\ -(\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_L^{-1} (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_c)_L \mathbf{e}_{\beta c} + (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_{L-1}^{-1} (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_c)_{L-1} \mathbf{e}_{\beta c} \end{bmatrix}_{(L-1) \times 1} \quad (\text{IV-40})$$

Pour isoler les informations relatives au vecteur solution $\mathbf{X}_c \mathbf{e}_{\beta c}$, la norme cumulé $\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_c$ est cette fois décrite à travers une intégrale discrétisée par la méthode des trapèzes :

$$RC(t_p + L\Delta t) = \int_{t_p}^{t_L} x_r^*(t) x_c(t) dt \approx \left(\frac{x_r^*(t_p) x_c(t_p)}{2} + \sum_{k=p}^{L-1} x_r^*(t_p + k\Delta t) x_c(t_p + k\Delta t) + \frac{x_r^*(t_p + L\Delta t) x_c(t_p + L\Delta t)}{2} \right) \Delta t \quad (\text{IV-41})$$

On peut alors isoler le vecteur $\mathbf{X}_c \mathbf{e}_{\beta c}$ afin qu'il apparaisse comme la solution du système d'équations linéaires décrit par l'expression (IV-44).

$$\begin{bmatrix} \hat{\beta}_r^*(t_k + 2\Delta t) - \hat{\beta}_r^*(t_k + \Delta t) \\ \hat{\beta}_r^*(t_k + \Delta t) - \hat{\beta}_r^*(t_k - \Delta t) \\ \hat{\beta}_r^*(t_k - \Delta t) - \hat{\beta}_r^*(t_k - 2\Delta t) \end{bmatrix}_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} -RR(t_k + 2\Delta t)^{-1} RC(t_k + 2\Delta t)e_{\beta c} + RR(t_k + \Delta t)^{-1} RC(t_k + \Delta t)e_{\beta c} \\ -RR(t_k + \Delta t)^{-1} RC(t_k + \Delta t)e_{\beta c} + RR(t_k - \Delta t)^{-1} RC(t_k - \Delta t)e_{\beta c} \\ -RR(t_k - \Delta t)^{-1} RC(t_k - \Delta t)e_{\beta c} + RR(t_k - 2\Delta t)^{-1} RC(t_k - 2\Delta t)e_{\beta c} \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad (\text{IV-42})$$

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_c)_k \mathbf{e}_{\beta c} \\ it(\alpha + \mu t_k) \\ \frac{\mu}{2}(it)^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_{k+2}^{-1} + (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_{k+1}^{-1} & -2(\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_{k+2}^{-1} + (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_{k+1}^{-1} & -4(\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_{k+2}^{-1} + (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_{k+1}^{-1} \\ -(\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_{k+1}^{-1} + (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_{k-1}^{-1} & -(\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_{k+1}^{-1} - (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_{k-1}^{-1} & -(\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_{k+1}^{-1} + (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_{k-1}^{-1} \\ -(\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_{k-1}^{-1} + (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_{k-2}^{-1} & (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_{k-1}^{-1} - 2(\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_{k-2}^{-1} & -(\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_{k-1}^{-1} - 4(\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_{k-2}^{-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{\beta}_{r,k+2}^* - \hat{\beta}_{r,k+1}^* \\ \hat{\beta}_{r,k+1}^* - \hat{\beta}_{r,k-1}^* \\ \hat{\beta}_{r,k-1}^* - \hat{\beta}_{r,k-2}^* \end{bmatrix} \quad (\text{IV-43})$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \hat{\beta}_r^*(t_p + 2\Delta t) - \hat{\beta}_r^*(t_p + \Delta t) \\ \vdots \\ \hat{\beta}_r^*(t_1 + (L-1)\Delta t) - \hat{\beta}_r^*(t_1 + (L-2)\Delta t) \\ \hat{\beta}_r^*(t_1 + L\Delta t) - \hat{\beta}_r^*(t_1 + (L-1)\Delta t) \end{bmatrix}_{(L+1) \times 1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \vdots \\ \frac{x_r^*(t_p)}{2RR(t_p + \Delta t)} & \frac{x_r^*(t_p + \Delta t)}{RR(t_p + \Delta t)} & \frac{x_r^*(t_p + 2\Delta t)}{2RR(t_p + 2\Delta t)} & 0 & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ \frac{x_r^*(t_p)}{2RR(t_p + L\Delta t)} & \frac{x_r^*(t_p + \Delta t)}{RR(t_p + L\Delta t)} & \dots & \dots & \dots & \frac{x_r^*(t_p + L\Delta t)}{2RR(t_p + L\Delta t)} \end{bmatrix}_{x(L+1)} \begin{bmatrix} x_c(t_p) \\ x_c(t_p + \Delta t) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ x_c(t_p + L\Delta t) \end{bmatrix}_{(L+1) \times 1} e_{\beta c} \Delta t + \quad (\text{IV-44})$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ \frac{x_r^*(t_p)}{2RR(t_p + \Delta t)} & \frac{x_r^*(t_p + \Delta t)}{2RR(t_p + \Delta t)} & \ddots & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \dots & 0 \\ \frac{x_r^*(t_p)}{2RR(t_p + (L-1)\Delta t)} & \frac{x_r^*(t_p + \Delta t)}{RR(t_p + (L-1)\Delta t)} & \dots & \dots & \frac{x_r^*(t_p + (L-1)\Delta t)}{2RR(t_p + (L-1)\Delta t)} & 0 \end{bmatrix}_{x(L+1)} \begin{bmatrix} x_c(t_p) \\ x_c(t_p + \Delta t) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ x_c(t_p + L\Delta t) \end{bmatrix}_{(L+1) \times 1} e_{\beta c} \Delta t$$

Les matrices apparaissant dans l'expression (IV-44) n'ont pas d'un point de vue analytique un rang suffisant pour être inversées. C'est pourquoi, nous allons introduire un modèle de fermeture. Ce modèle part de l'hypothèse que la fonction inconnue $\mathbf{X}_c \mathbf{e}_{\beta_c}$ est continue en tout point de l'intervalle complet. Comme il est nécessaire d'augmenter de deux dimensions le rang des matrices, les points p et Q suivants sont utilisés :

$$\mathbf{X}_c(p+1) = \frac{\mathbf{X}_c(p) + \mathbf{X}_c(k+2)}{2} \quad \mathbf{X}_c(Q-1) = \frac{\mathbf{X}_c(Q) + \mathbf{X}_c(Q-2)}{2} \quad (\text{IV-45})$$

Une fois la solution obtenue, on peut remonter au biais de modèle en utilisant les résidus comme dans le cas des deux méthodes précédentes.

3 Application sur des simulations numériques.

Pour valider les méthodes d'identification du biais de modèle présentées dans ce chapitre, celles-ci seront mises en œuvre sur des simulations numériques. Trois simulations sont présentées, chacune comportant des caractéristiques différentes relatives aux hypothèses posées lors du développement de ces trois méthodes :

- une parabole biaisée : il s'agit d'un modèle linéaire au sens de l'inversion où le paramètre non estimé est l'ordonnée à l'origine.
- une excitation impulsionnelle de type *Flash* : cette simulation est à l'origine d'une méthode de caractérisation thermique largement utilisée dans le domaine de la métrologie thermique (Degiovanni et Laurent, Nouvelle technique d'identification de la diffusivité thermique pour méthode Flash 1986). Le modèle correspondant est un modèle non linéaire où un de deux paramètres est biaisé (nombre de Biot).
- un modèle glissant décrivant la température d'un équipement de nacelle de turboréacteurs: ce modèle linéaire est fonction de deux températures mesurées dans l'ensemble propulsif (huile et air). Le modèle est biaisé en supposant une des deux températures comme non influente.

Avant de mettre en place ces applications numériques, il est nécessaire de voir quelle est la différence entre les sensibilités des paramètres recherchés \mathbf{X}_r^* calculées à partir du modèle biaisé et les sensibilités des paramètres réels \mathbf{X}_r calculées à partir du modèle non biaisé. Dans le cas linéaire ces sensibilités sont équivalentes. Dans le cas non linéaire, on peut trouver des relations entre ces deux grandeurs en faisant un développement de Taylor. Le modèle développé au deuxième ordre s'écrit au voisinage de la solution :

$$\mathbf{F}^*(t, \hat{\boldsymbol{\beta}}_r^*, \mathbf{b}_{cnom}) \approx \mathbf{F}(t, \boldsymbol{\beta}_r, \boldsymbol{\beta}_c) + [\mathbf{X}_r | \mathbf{X}_c] \begin{pmatrix} \hat{\boldsymbol{\beta}}_r^* - \boldsymbol{\beta}_r \\ \mathbf{b}_{cnom} - \boldsymbol{\beta}_c \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \hat{\boldsymbol{\beta}}_r^* - \boldsymbol{\beta}_r \\ \mathbf{b}_{cnom} - \boldsymbol{\beta}_c \end{pmatrix}^T \mathbf{H}[\mathbf{F}(t, \boldsymbol{\beta}_r, \boldsymbol{\beta}_c)] \begin{pmatrix} \hat{\boldsymbol{\beta}}_r^* - \boldsymbol{\beta}_r \\ \mathbf{b}_{cnom} - \boldsymbol{\beta}_c \end{pmatrix} \quad (\text{IV-46})$$

De la même façon, le développement du modèle non biaisé nous donne :

$$\mathbf{F}(t, \boldsymbol{\beta}_r, \boldsymbol{\beta}_c) \approx \mathbf{F}^*(t, \hat{\boldsymbol{\beta}}_r^*, \mathbf{b}_{cnom}) + [\mathbf{X}_r^* | \mathbf{X}_c] \begin{pmatrix} \boldsymbol{\beta}_r - \hat{\boldsymbol{\beta}}_r^* \\ \boldsymbol{\beta}_c - \mathbf{b}_{cnom} \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\beta}_r - \hat{\boldsymbol{\beta}}_r^* \\ \boldsymbol{\beta}_c - \mathbf{b}_{cnom} \end{pmatrix}^T \mathbf{H}[\mathbf{F}^*(t, \hat{\boldsymbol{\beta}}_r^*, \mathbf{b}_{cnom})] \begin{pmatrix} \boldsymbol{\beta}_r - \hat{\boldsymbol{\beta}}_r^* \\ \boldsymbol{\beta}_c - \mathbf{b}_{cnom} \end{pmatrix} \quad (\text{IV-47})$$

Il est facile de voir qu'au premier ordre, les sensibilités au voisinage de la solution peuvent être considérées comme équivalentes $\mathbf{X}_r^* \approx \mathbf{X}_r$. Pour être conforme aux expressions obtenues précédemment, aucune des simulations ne sera bruitée.

3.1 Application sur un modèle linéaire: une parabole biaisée.

Le modèle choisi est un modèle linéaire (dans le sens inverse) parabolique. La sortie est donnée par l'expression en fonction du temps suivante : $(y = \beta_r t^2 + \beta_c)$ avec $(\beta_r, \beta_c) = (2, 10)$. L'intervalle complet de temps (10 s) comprend 1000 points. De la même façon que pour la droite, la valeur en 0 est fixée à la valeur $b_{cnom} = 0$. Le paramètre estimée par le modèle biaisé nous donne $\hat{\beta}_r = 2.1665$. Les trois méthodes sont implémentées afin de retrouver la valeur du biais. L'intervalle de temps a été divisé en 100 parties égales pour étudier l'évolution du paramètre estimé en fonction de l'intervalle. Les résultats sont les suivants :

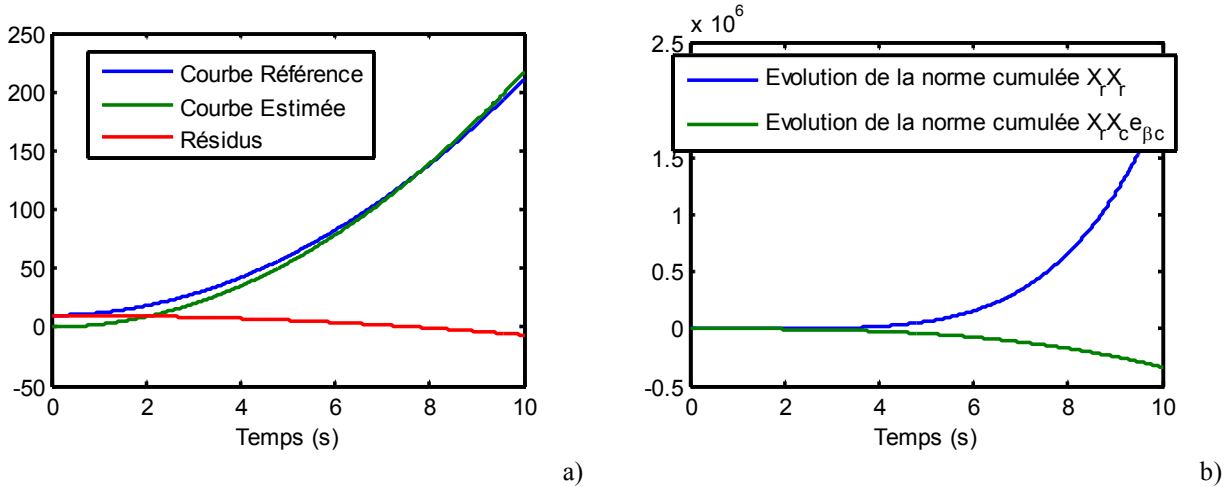


Figure IV-7. Simulation numérique d'une parabole (a) et Normes cumulées de sensibilités du modèle biaisé (b)

- La *méthode 1* n'est pas capable de remonter au biais théorique. La raison est liée à l'hypothèse utilisée sur la norme cumulée des sensibilités des paramètres recherchés $\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r^*$. Sur la Figure IV-7 cette norme est tracée en fonction du temps, et montre que

l'hypothèse $(\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r^*)_i \approx (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r^*)_j$ n'est dans cet exemple pas valable quel que soit le point d'estimation utilisé.

- La *méthode 2* donne une valeur calculée proche du biais théorique, mais pas exacte ($\text{biais}=0.146$). La raison ne se trouve pas dans le modèle de fermeture utilisé (une droite) qui correspond parfaitement à la courbe recherchée (Figure IV-8) mais vient surtout de la matrice à inverser (IV-43), qui est mal conditionnée.

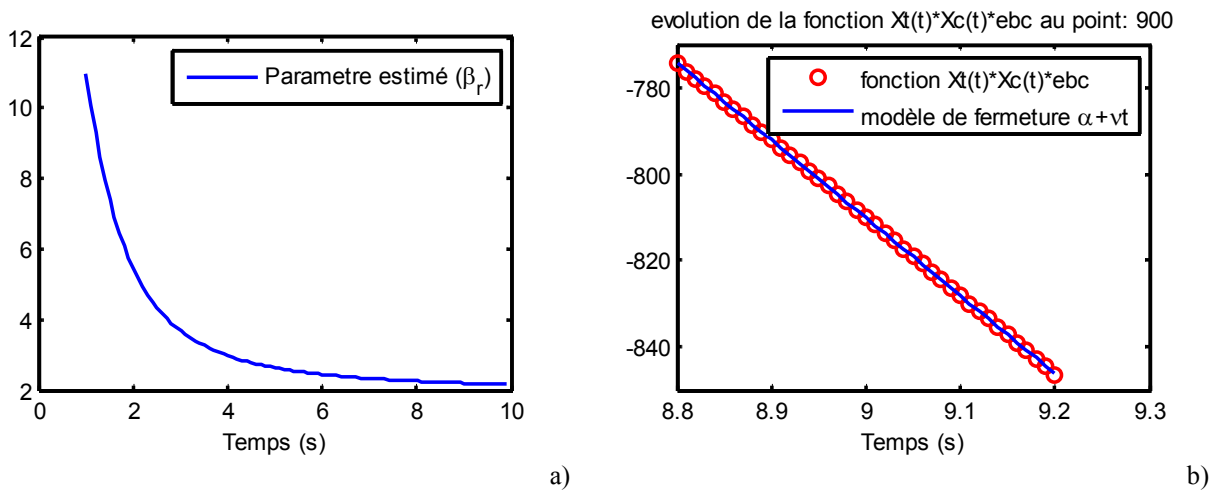


Figure IV-8. Evolution du paramètre estimé (a) et Norme cumulée et modèle de fermeture (b)

- La *méthode 3* semble être la mieux adaptée pour ce type de cas. Le biais obtenu est de 0.1676. Sur la Figure IV-9, on peut observer le résultat de l'inversion de la matrice de l'expression (IV-44). On peut voir que l'intégration par la méthode des trapèzes engendre une erreur de quadrature qui se rajoute à chaque pas de l'intervalle temporel. Afin de minimiser cette erreur, la première valeur ponctuelle du vecteur solution est utilisée et le vecteur $\mathbf{X}_c \mathbf{e}_{\beta c}$ est recalculé à partir des résidus (Figure IV-9b) :

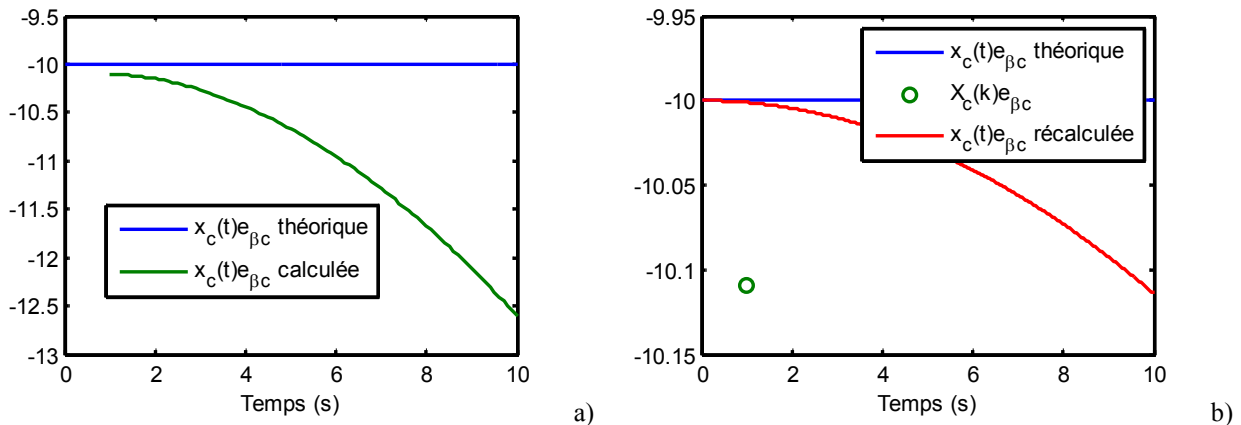


Figure IV-9. Sensibilité $\mathbf{X}_c(k)$ discrétisée estimée(a) et Sensibilité $x_c(t)$ recalculée (b)

3.2 Application su un modèle non linéaire : excitation impulsionnelle (méthode « Flash »).

Dans ce cas, nous allons chercher à identifier le biais par les méthodes proposées précédemment en les appliquant cette fois à un modèle non linéaire. Le modèle choisi est celui de la méthode Flash avec pertes. Cette méthode consiste à mesurer la diffusivité thermique à partir de l'évolution de la température en face arrière d'un échantillon, soumis à une excitation impulsionnelle sur sa face-avant. Le modèle qui permet de simuler l'expérience est obtenu par la méthode des quadripôles thermiques (Maillet, André, et al. 2000). Ce modèle permet de calculer la température face arrière en fonction de trois paramètres indépendants : le flux d'excitation, le coefficient global de convection, et le nombre de Fourier de l'échantillon. En supposant une excitation unitaire, on peut alors avoir une fonction non-linéaire dépendante de deux paramètres :

$$T_s = \frac{Q}{\rho C_p e} f(Fo, h) \approx f(\beta_r, \beta_c) \quad (\text{IV-48})$$

Le biais de modèle est ici généré en fixant la valeur des pertes où Biot (paramètre $\beta_c = 0.05$ supposé connu) à une valeur nominale $b_{cnom} = 0.04$. On cherche à identifier la composante inconnue $\beta_r = 0.1$ qui représente la diffusivité thermique à travers l'inverse du nombre de Fourier $Fo = 1/t_c = \gamma/e^2$. L'estimation de paramètres non linéaire, est réalisée en utilisant l'algorithme de minimisation de Levenberg-Marquardt présenté précédemment. Les thermogrammes simulés comprennent 1000 points d'observation.

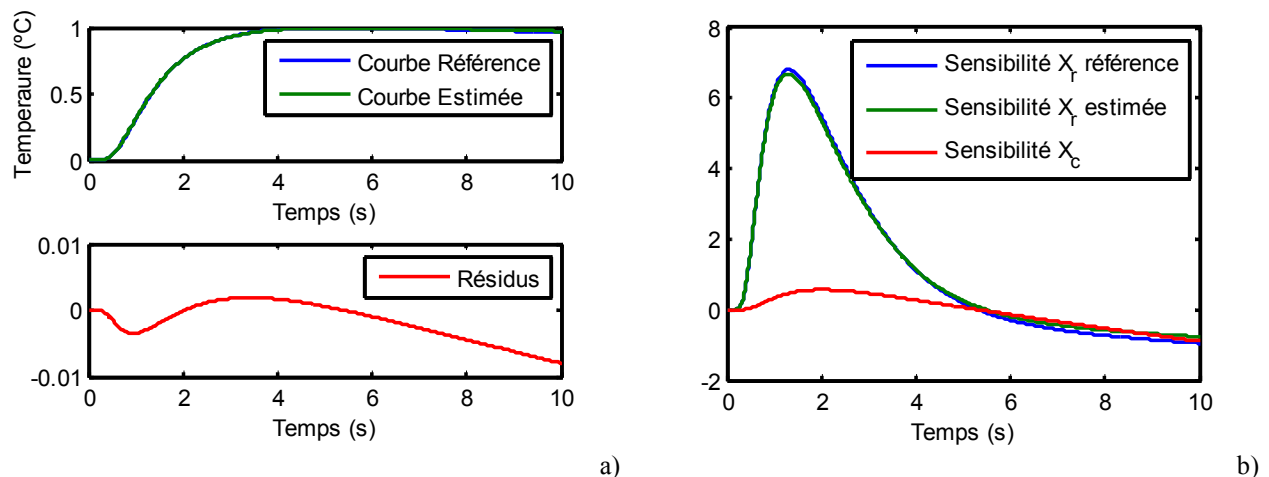


Figure IV-10. Méthode Flash (Valeur Paramètres nominaux, Fourier=0.1, Biot=0.05)

La Figure IV-11 donne l'évolution de la valeur identifiée $\hat{\beta}_r^*$ de β_r obtenue par le modèle biaisé pour un intervalle d'estimation temporel variable qui a été divisé en 100 divisions. On observe alors des variations sur les valeurs des paramètres estimés reliées au biais de modèle.

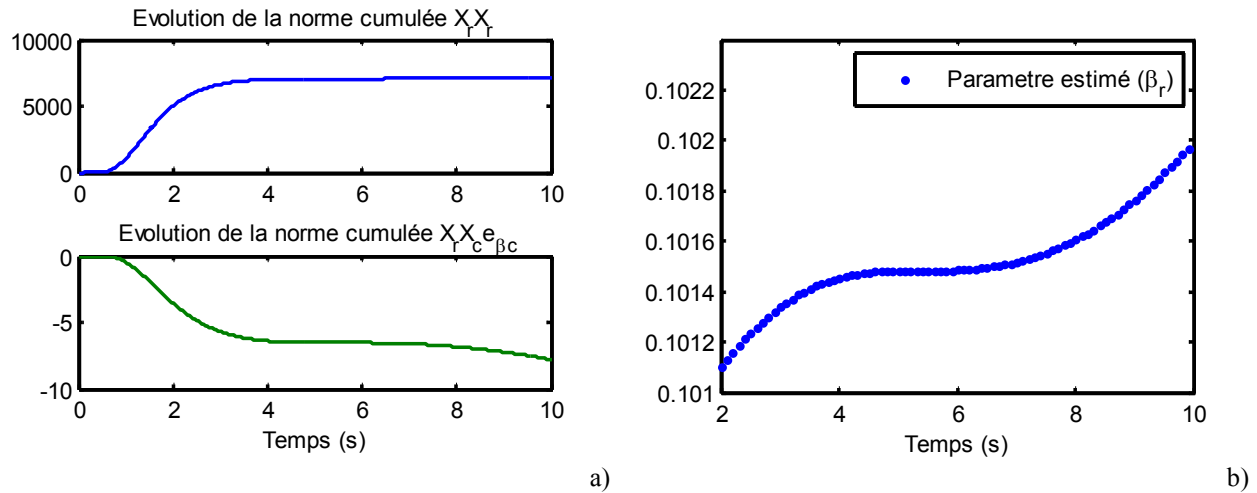


Figure IV-11. Evolution des normes cumulées (a) et Évolution du paramètre estimé (b)

En sachant que le biais généré est 0.0011 dans le modèle, les trois méthodes sont mises en œuvre afin de remonter à cette valeur:

- La méthode 1 semble (d'un point de vue validité des hypothèses) la plus adaptée car dans ce cas la norme cumulée $X_r^{*T} X_r^*$ reste constante pour les dernières observations. Néanmoins, le biais calculé n'est pas cohérent avec la valeur recherchée (-0.0179), la solution recherchée n'est pas ce que l'on attendait (Figure IV-12). La raison peut-être liée à l'hypothèse d'équivalence des sensibilités. Sur la Figure IV-12 on peut observer la validité de l'expression (IV-29): l'ordre de grandeur de la différence des expressions est similaire aux expressions elles mêmes.

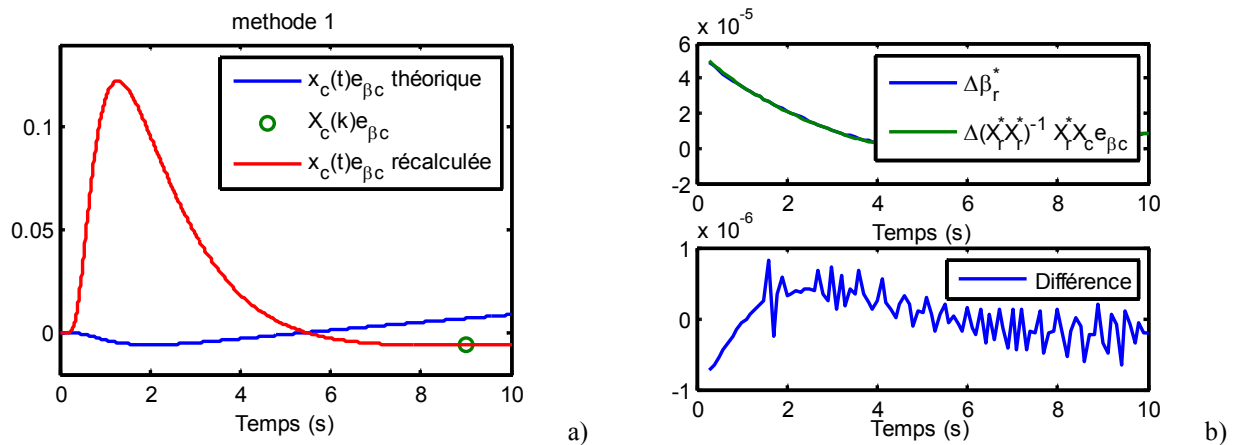


Figure IV-12. Vecteur solution recalculé avec la méthode 1 (a) et validité de l'hypothèse des sensibilités (IV-29) (b)

- La méthode 2 ne donne pas la valeur du biais recherchée. Le modèle de fermeture semble bien adapté pour le point utilisé (Figure IV-13). Pour cette deuxième méthode,

la différence entre les sensibilités \mathbf{X}_r^* se rajoute à la source d'erreur du mauvais conditionnement de la matrice d'inversion.

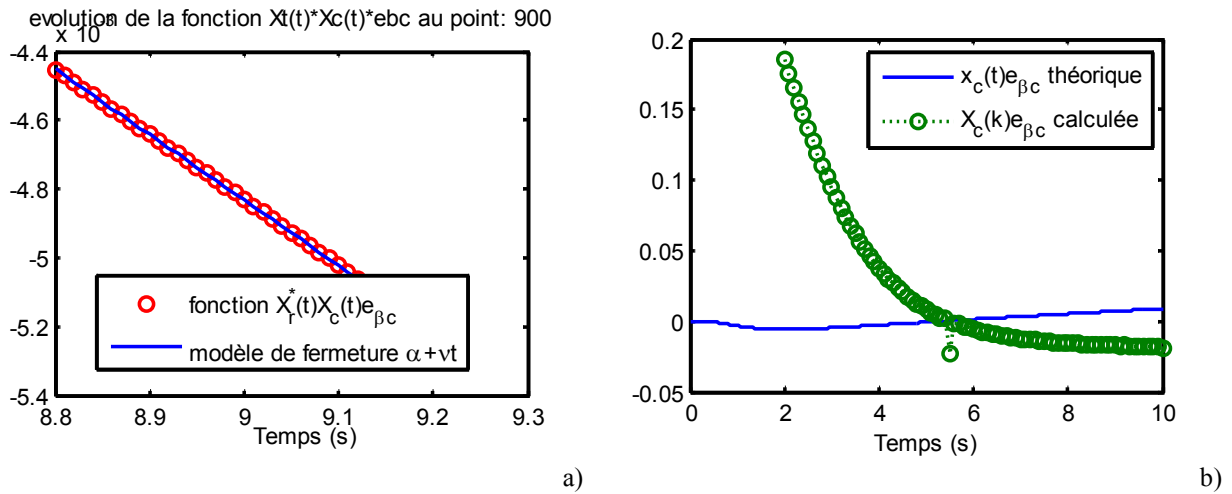


Figure IV-13. Modèle de fermeture de la *méthode 2* (a) et vecteur solution calculé par la *méthode 3* (b)

- L'intervalle d'estimation utilisé pour la *méthode 3* est $(t_p, t_Q) = (2, 10)$. Le biais calculé à travers cette méthode ne correspond pas au biais théorique du modèle. En effet, sur la Figure IV-13 on peut observer comment le vecteur solution calculé a une allure similaire au vecteur recalculé de la Figure IV-12.

Aucune des trois méthodes ne permet d'obtenir une valeur correcte du biais de modèle. La raison peut se trouver dans l'hypothèse d'équivalence des sensibilités recherchées. Il serait intéressant d'augmenter l'ordre du polynôme de Taylor, (IV-46) et (IV-47), afin de diminuer l'erreur commise par la troncature. Pour ceci, il serait nécessaire de calculer la matrice hessienne à travers la relation suivante :

$$\mathbf{H}[\mathbf{F}(t, \boldsymbol{\beta})] = 2 \mathbf{X}^T \mathbf{X} + 2(\mathbf{Y} - \mathbf{F})(\nabla_{\boldsymbol{\beta}} \mathbf{X}^T) \approx 2 \mathbf{X}^T \mathbf{X} \quad (\text{IV-49})$$

Par manque de temps, cette voie reste à explorer et fera partie de la suite de ce travail.

3.3 Simulation industrielle

Pour donner une vision globale sur les enjeux de l'application industrielle de ce type de démarche, le comportement d'un équipement est simulé. Comme il a été énoncé dans le premier chapitre, les équipements industriels sont soumis à de fortes variations de température. L'origine de ces variations de température peut s'expliquer par le fonctionnement de l'équipement lui-même (dissipation de chaleur), mais aussi par l'influence de son environnement (sources de chaleur distantes).

Même si des effets non linéaires existent dans leur comportement, dans la plupart des cas (surtout pour ceux qui sont situés dans la zone *Fan*), ces effets peuvent être linéarisés autour d'un point nominal de fonctionnement. Pour cette raison, nous utiliserons le modèle simple suivant pour les simulations :

$$T = \beta_r T_{oil} + \beta_c T_{air} \quad (IV-50)$$

La température de l'équipement dépend alors de deux sources différentes par une combinaison linéaire. Les évolutions de ces deux sources ont été extraites de mesures réelles issues d'un vol d'essais qui sont données sur la Figure IV-14. Elles représentent l'évolution de la température moyenne de l'huile de refroidissement qui traverse l'IDG et la température de l'air à proximité de l'IDG.

De la même façon que pour les autres simulations directes, le biais de modèle est généré en fixant l'influence de la température de l'air ($\beta_c = 0.5$) à zéro ($b_{nom} = 0$). On cherche à identifier le paramètre inconnu ($\beta_r = 0.7$) qui représente l'influence de l'huile de refroidissement (Figure IV-14). L'estimation est biaisée ($\beta_r^* = 1.1684$), les résidus sont *signés* :

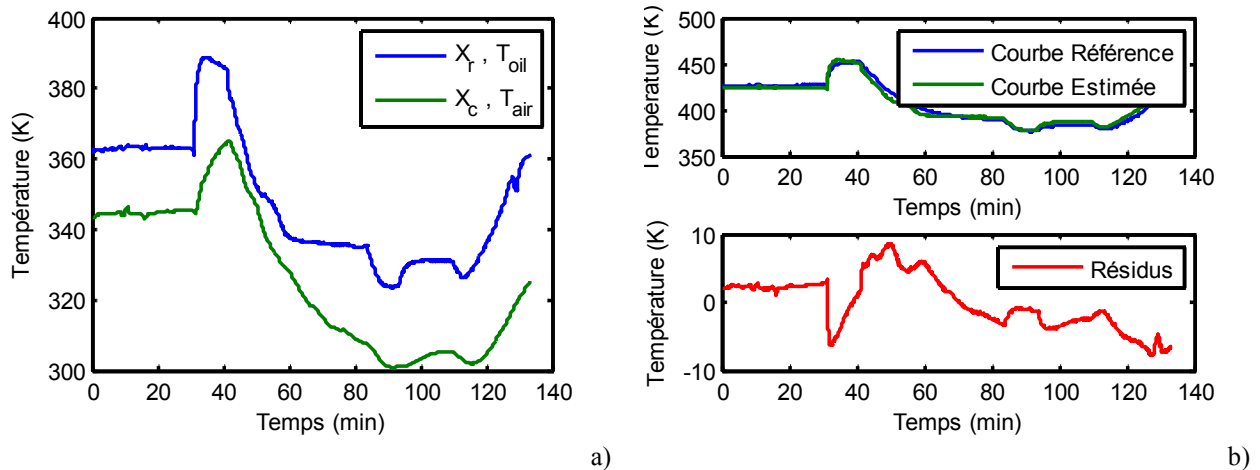


Figure IV-14. Sources mesurées lors d'un vol d'essai (a) et estimation biaisé (b)

- La *méthode 1* ($biais = -0.0058$) ne remonte pas à la valeur du biais recherchée. La raison, comme pour le point 3.1, est la non validité de l'hypothèse sur les normes cumulées des sensibilités (Figure IV-15).

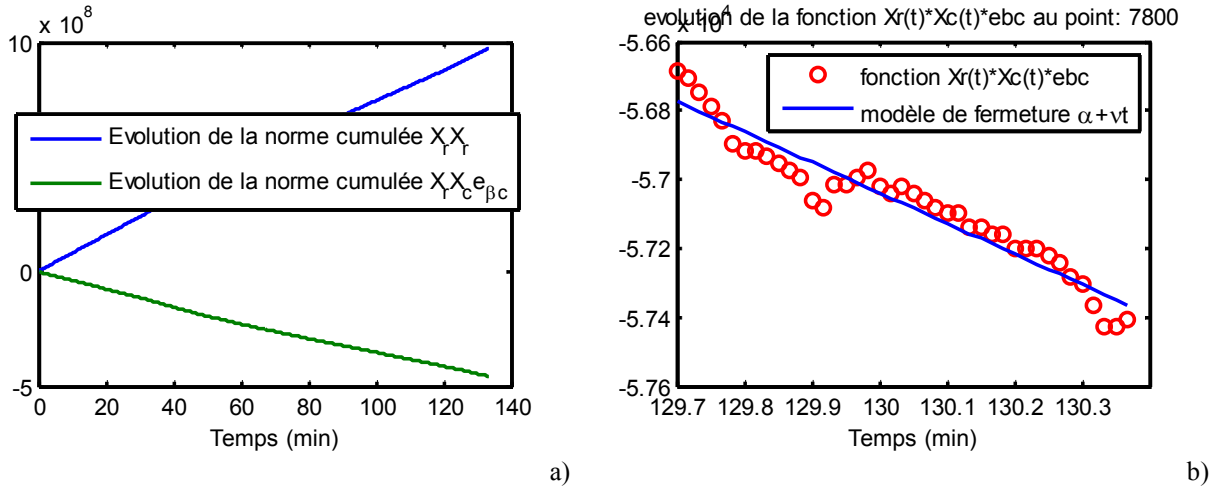


Figure IV-15. Evolution des normes cumulées (a) et modèle de fermeture *méthode 2* (b)

- Le biais calculé par la *méthode 2* donne un meilleur résultat ($\text{biais} = 0.3328$). Néanmoins, il est loin d'être correct. Sur la Figure IV-15, on peut observer l'influence du bruit de mesure sur le capteur qui empêche l'application du modèle de fermeture.
- La *méthode 3* nous donne une valeur de ($\text{biais} = 0.5712$). Pour la calculer, l'intervalle d'estimation a été réduit (Figure IV-16). Même si la valeur est erronée, il faut remarquer qu'il est possible d'obtenir l'allure de la fonction $X_c e_{\beta_c}$ à un décalage près.

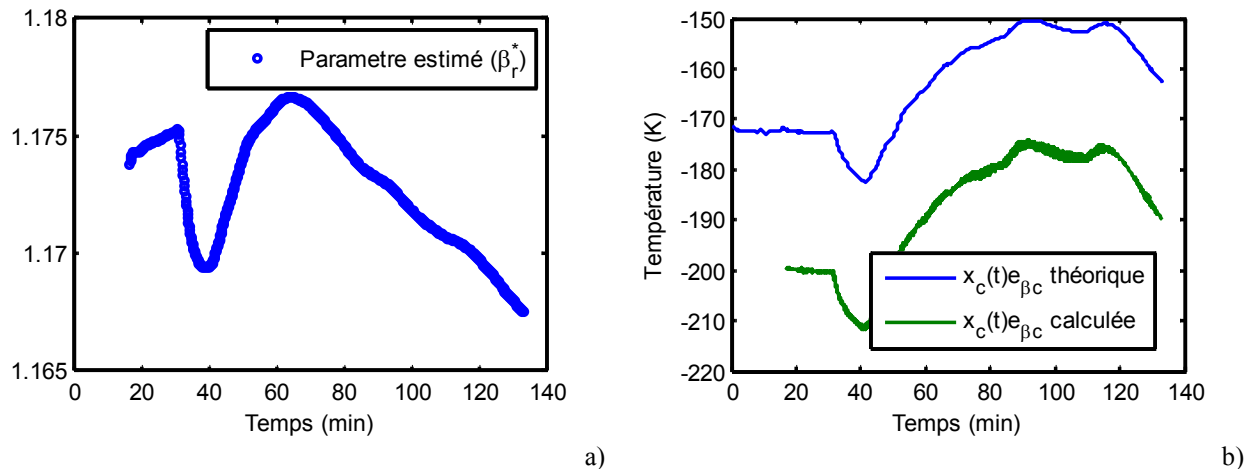


Figure IV-16. Evolution du paramètre estimé (a) et fonction calculée (b)

4 Synthèse

Dans ce chapitre, à partir des bases théoriques de l'estimation par *moindres carrés*, on a adapté les expressions pour le calcul du biais de modèle dans le cadre linéaire et non-linéaire.

Les enjeux liés à l'estimation multi-variable sont aussi présentés. Notamment celui du *principe de parcimonie*, qui énonce le compromis à trouver entre deux effets contraires lors de l'augmentation du nombre de paramètres dans le modèle : le biais et la variance. Si l'erreur stochastique liée au bruit de mesure (variance) peut être évaluée facilement de façon analytique à partir de grandeurs connues (bruits de mesures, courbes de sensibilités), ce n'est pas le cas du biais de modèle qui est fonction de paramètres a priori inconnus comme les sensibilités des paramètres du modèle non biaisé.

Le but de cette étude a été de montrer qu'il est possible de remonter à cette information à partir de grandeurs connues, la courbe des résidus qui dans le cas d'un modèle biaisé est « signée ». La méthode de l'intervalle variable se montre comme la plus prometteuse pour remonter à la valeur du biais de modèle. Trois variantes de cette méthode ont été testées sur des simulations numériques avec des degrés de complexité croissants.

Les deux principales limitations des méthodes viennent des hypothèses faites pour obtenir ces résultats, c'est à dire de la linéarisation du modèle (à noter que cette hypothèse est également généralement posée pour le calcul de l'erreur stochastique) et de l'approximation sur la norme cumulative. Dans le cas non-linéaire, les relations obtenues ne peuvent être valables que si l'erreur systématique n'est pas trop grande. Dans le cas Airbus, cette limitation n'est pas drastique car les modèles sont pour la plupart linéaires (dans la zone *Fan*). Reste alors l'hypothèse sur la troncature de la norme cumulative qui dans le cas de courbes de sensibilités non bornées peut conduire à une mauvaise évaluation du biais.

V Méthodologie d'identification. Perspectives.

L'objectif du projet *ITEMPS* est d'établir une méthodologie d'identification de systèmes robuste qui permette de construire des modèles d'extrapolation de température. Cette méthodologie comprend plusieurs techniques et étapes. Deux outils importants pour mettre en place cette méthodologie ont été présentés dans cette étude : les modèles paramétriques ARX et l'estimation du Biais. Le but de ce chapitre est d'introduire les techniques qui permettront à terme de mettre en place une méthodologie d'identification avancée. Ces techniques peuvent se regrouper en deux groupes principaux. Le premier est constitué des techniques qui permettront d'*identifier* le modèle le plus adapté pour reproduire les comportements thermiques des équipements étudiés. Le deuxième groupe d'outils permettra d'*extrapoler* le modèle dans des conditions thermiques différentes de celles de l'identification.

Ce chapitre sera consacré à la description des techniques non abordées jusqu'à présent : sélection des vols d'essais, choix de l'ordre du modèle, choix de variables à introduire dans le modèle et critère d'acceptation du modèle pour la phase d'extrapolation.

Pour chacune on réalisera une analyse critique des choix et hypothèses sur lesquelles ces méthodes reposent. De plus, on étudiera les possibles voies d'amélioration qui pourraient être développés dans des travaux futurs.

La méthodologie d'identification déjà introduite dans le premier chapitre est décrite ici en détail. Cette méthodologie est de type *stepwise*, c'est-à-dire, qu'à chaque itération de la méthodologie on cherchera soit à réduire, soit à rajouter une variable dans le modèle. A chaque reconstruction de modèle, celui-ci est identifié et ses propriétés statistiques sont analysées pour en évaluer la performance.

En fonction des résultats de cette analyse, la nouvelle variable est soit *gardée* ou soit *rejetée*. Etant donné que les raisons d'une "baisse" de performance du modèle sont multiples, le modèle est testé dans des conditions différentes qui feront *ressortir* ces causes à priori inconnues. La méthodologie peut donc être divisée en deux grandes étapes : l'identification et l'extrapolation. On pourra distinguer entre les variables adéquates du modèle, celles qui engendrent des corrélations non désirées et celles qui introduisent des non linéarités.

A travers cette démarche, le modèle sera construit en fur et à mesure des itérations jusqu'à obtenir le meilleur compromis précision/robustesse en terme de nombre de variables. Plusieurs techniques de construction de modèles (*forward regression, backward regression,...*) existent dans la littérature. Parmi elles, nous avons décidé de bâtir le modèle de façon croissante car les outils développés sont mieux adaptés à cette démarche. La méthodologie itérative est largement basée sur les études de (Ljung 1987) et se divise en deux parties : *identification* et *extrapolation*. Sur la Figure V-1 on pourra trouver l'ensemble des techniques et outils qui la composent.

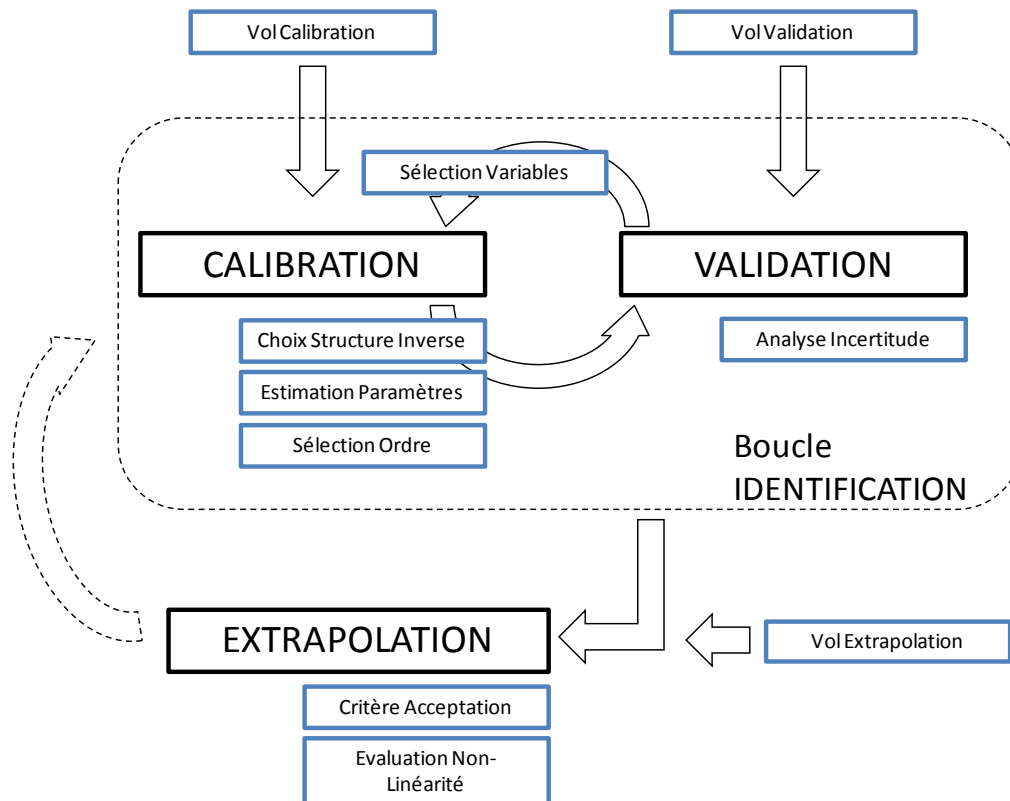


Figure V-1 Méthodologie itérative proposée dans le cadre du projet ITEMPS.

1 Sélection de vols

Pour pouvoir identifier le comportement thermique d'un système avion il est nécessaire d'abord de récupérer de *données* de vol sur lesquelles lancer la procédure d'identification. Dans le cadre du projet *ITEMPS*, on a décidé d'utiliser trois vols différents pour pouvoir bâtir le modèle du système. A partir de l'ensemble des vols réalisés pendant la campagne d'essais, deux vols seront sélectionnés pour la phase d'identification (calibration et validation). Une fois construit, le modèle sera testé sur un troisième vol dit d'extrapolation.

Les vols de calibration et validation sont sélectionnés afin qu'ils présentent des caractéristiques similaires. Ces caractéristiques auront pour objectif de maximiser l'information obtenue sur le comportement du système :

- Profils de vol équivalents : quel que soit l'équipement, il est intéressant d'utiliser deux essais où l'évolution absolue de température au cours du vol soit similaire et la plus large possible (afin d'augmenter la sensibilité de notre modèle). De plus, il est intéressant de rechercher des températures moyennes d'air ambiant (ΔISA) similaires dans les deux vols.
- Dans les cas des systèmes électriques (IDG, FADEC) les profils de calibration et validation doivent être sélectionnés de manière à ce que les puissances électriques moyennes dégagées par l'équipement au cours des deux vols soient du même ordre.

La raison de ce choix est la suivante : en validant le modèle dans des conditions similaires à celles de la calibration, il est possible (comme il a été montré dans le chapitre des résultats expérimentaux) d'identifier des variables peu influentes qui détériorent la performance des modèles.

Une fois le modèle sélectionné, la phase d'extrapolation est nécessaire pour vérifier l'utilisation du modèle identifié sur des vols où les températures ambiantes (ΔISA) peuvent être très différentes. Comme il a été dit, ceci nous permettra de révéler des effets non linéaires présents dans l'équipement et, de cette façon, d'évaluer la pertinence ou non de retirer un certain nombre de variables dans le modèle.

Actuellement, le choix de ces vols de référence se fait sur des critères plus ou moins empiriques. Il est possible d'améliorer cette étape pour rendre la méthodologie plus automatique en s'appuyant sur des outils mathématiques de traitement du signal qui permettraient d'harmoniser les critères du choix de vol.

Perspectives

Il serait intéressant de sélectionner les vols, tout en restant proches de la *physique*, avec des critères adaptés aux outils et méthodes inverses utilisés.

Dans notre cas, on pourrait utiliser une analyse spectrale afin d'identifier des caractéristiques similaires dans les profils de vols, via par exemple la puissance spectrale de ces profils. Cette grandeur peut se calculer à l'aide de l'estimateur (periodogramme) présenté en annexe.

L'idée d'utiliser la puissance spectrale pour la sélection du vol provient des travaux de (Pintelon et Schoukens 2001). Leurs études ont montré que, dans une situation où l'équipement pourrait être sollicité d'une façon déterminée, il serait intéressant d'utiliser un signal avec une puissance spectrale donnée. Le choix de cette puissance spectrale aurait pour but d'aller identifier les fréquences caractéristiques de l'équipement. Dans notre cas, comme il n'est pas possible de faire varier comme on le souhaiterait les signaux d'excitation du système, on se contentera d'utiliser les deux vols d'identification (estimation et validation du modèle) sur la base de signaux d'excitation présentant le même spectre de puissance.

De même, il serait intéressant d'évaluer, à partir de la richesse fréquentielle des signaux d'excitation disponibles, quel serait l'ordre maximale de modèle qu'il serait possible d'identifier. Des études sur ce sujet ont été présentées par (Ljung 1987).

2 Choix de la structure inverse

Même si ce point a été largement abordé dans les chapitres précédents, il nous semble intéressant d'en dresser ici un bilan et de présenter quelques voies possibles d'amélioration.

La structure sélectionnée dans le cadre de cette étude est le modèle autorégressif à variables exogènes (ARX). Elle représente un bon compromis entre la représentativité des effets physiques et son application générale dans le domaine industriel.

Dans le cadre des extrapolations de température chez Airbus, cette structure comporte une seule sortie (la température de l'équipement que l'on cherche à modéliser) et une ou plusieurs entrées (la puissance dissipée, les températures à proximité de l'équipement comme la température de l'air, la température du fluide caloporteur à l'entrée et à la sortie de l'échangeur, les températures des parois,...).

L'analyse asymptotique montre que les modèles ARX sont bien adaptés pour la modélisation des systèmes capacitifs dans des situations où de faibles niveaux de bruit de mesure sont présents.

Ces modèles se sont avérés équivalents aux bilans enthalpiques, introduits dans le premier chapitre mais en les généralisant et en rendant leur mise en œuvre plus pratique (construction automatique du modèle possible). De plus, bien que leur écriture soit localement linéaire ce type

de modèle devient globalement non-linéaire vis-à-vis des paramètres sur tout l'intervalle de temps de part sa structure autorégressive. Il est ainsi possible de simuler le comportement faiblement non linéaire d'un équipement tout en conservant une estimation linéaire de paramètres.

Dans cette étude, nous avons aussi montré la difficulté de ces modèles à prendre en compte des effets fortement non-linéaires. Ceci a pu être montré en mettant en œuvre ce type de modèles sur des expériences sur un banc pilote en présence de rayonnement et sur des équipements moteur (cas de l'alternateur IDG).

Perspectives

Il serait intéressant de valider ce type de structures sur des simulations comportant des effets non-linéaires et de refaire une campagne d'essais avec présence de rayonnement. Ces essais plus détaillés serviraient pour comprendre les limites d'application de ces structures dans le cas de sources à très hautes températures (représentant des températures du carter moteur).

Une autre amélioration de ce type d'approche est liée à la définition de voies d'entrée et de sortie de la structure inverse. Dans cet esprit, la modélisation des interactions entre l'équipement et son environnement pourrait se faire non-pas à l'aide de modèles ARX, mais AR. C'est-à-dire, en regroupant toutes les variables influentes du système dans un seul vecteur de sortie.

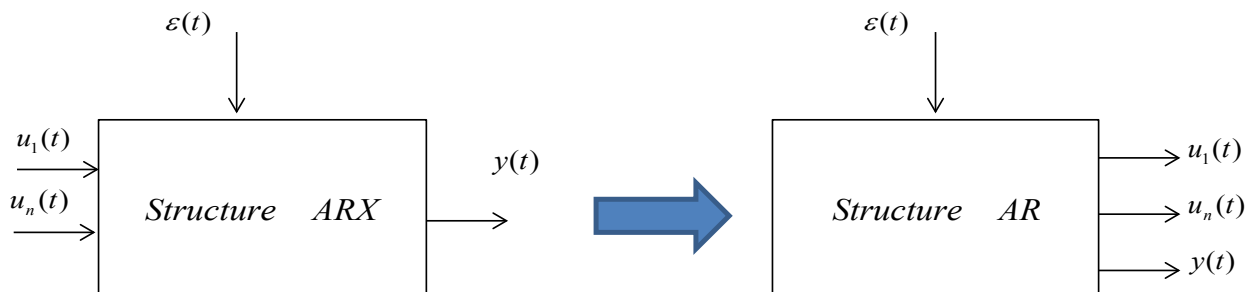


Figure V-2 Transformation théorique d'une structure ARX en une structure AR.

De cette façon, le comportement des grandeurs physiques ne serait pas présumé *source* ou *conséquence* (potentiel) du système. De plus, avec cette modélisation, les interactions entre toutes les voies, et non pas seulement les interactions entre les entrées et la sortie unique (température de l'équipement) seraient estimées. L'intérêt de cette approche est de permettre l'utilisation d'outils de sélection de variables, comme ceux que nous présenterons plus bas. Le principal inconvénient de ce type d'approche est quelle est adaptée pour des cas relativement stationnaires qui comportent aussi un large spectre en fréquence. Ceci n'est pas le cas des signaux issus d'un vol d'essais qui au contraire présentent un comportement fortement transitoire et un spectre en fréquences réduit. Malgré cela, il serait tout de même intéressant de quantifier la performance de ce type des modèles sur des essais en vol.

3 Sélection de l'ordre du modèle

Comme il a été montré dans les chapitres précédents, deux types d'ajustements sont possibles dans les modèles autorégressifs : les variables d'entrée et l'ordre du modèle. Dans les chapitres précédents de l'étude, on a montré l'intérêt de tester plusieurs ordres pour un groupe de variables d'entrée donné. On a démontré l'équivalence entre la sélection d'ordre du modèle ARX (méthode QR) et la régularisation par troncature de spectre (SVD).

Actuellement, chez Airbus, l'ordre du modèle est sélectionné de façon à ce que les résidus issus de l'estimation soient les plus petits possibles pour la phase de validation. Plus précisément, étant donné que l'ordre du modèle est issu de la somme de l'ordre des polynômes récurrents (n_b) et autorégressifs (n_a), on teste alors toutes les combinaisons possibles de polynômes et on garde celle qui donne des résidus minimaux pour le vol de validation.

Compte-tenu du compromis entre le biais de modèle et la variance, cet ordre doit être choisi de telle façon qu'il soit le plus petit possible et que bien évidemment il ne dépasse pas le nombre total de points de mesure du signal.

La démarche actuelle appliquée chez Airbus privilégie les modèles avec des ordres élevés. Cependant, comme les résidus diminuent de façon exponentielle avec l'augmentation de l'ordre du modèle, l'utilisation d'un ordre élevé n'est pas nécessaire. Actuellement, le choix que l'on fait est assez subjectif.

3.1 Perspectives

Pour cette raison, il serait intéressant d'établir un critère qui nous permette de sélectionner l'ordre du modèle de façon objective. Nous avons déjà évoqué l'analyse de valeurs singulières du modèle (SVD). D'autres critères existent dans la littérature.

Le critère le plus largement utilisé est celui proposé par Hirotugu Akaike (Akaike 1974). Dans ces études, Akaike a proposé d'utiliser la distance de *Kullbak-Leibler* (K-L) comme base de sélection des modèles. Cette distance (Kullback 1987) mesure de façon générale la différence entre deux distributions de probabilité (et pas uniquement l'écart entre la moyenne et la variance).

Akaike a proposé une façon rigoureuse d'estimer la distance K-L à partir de l'estimation du maximum de vraisemblance (ℓ) de la fonction de densité de probabilité du signal. Le critère à minimiser se trouve dans l'expression (V-1) qui décrit le AIC (*Akaike's Information Criterion*) :

$$AIC = -2 \log(\ell(\hat{\beta}|y)) + 2k \quad (\text{V-1})$$

Avec k le nombre de paramètres dans le modèle. A travers cette expression, au lieu d'avoir une mesure de la distance entre deux modèles (K-L) quelconques, on trouve alors la distance relative entre le modèle estimé et le *système réel* qui a généré les observations. Le modèle sélectionné est alors celui qui donne une valeur minimale d'AIC.

D'un autre côté, il est facile de démontrer que les estimateurs par *moindres carrés* sont aussi des estimateurs de vraisemblance maximum (Montgomery, Peck et Vining 2006) quand il s'agit de modèles avec des bruits de mesure additifs et avec distribution normale (*bruit blanc*). Pour cette raison, le critère peut être adapté à ce type spécifique d'estimation :

$$AIC = n \log(\hat{\sigma}) + 2(n_a + n_b) \quad (\text{V-2})$$

Avec $\hat{\sigma} = \frac{\mathbf{r}^T \mathbf{r}}{n}$ l'estimateur de vraisemblance maximum. Une étude approfondie de ce critère peut se trouver dans l'ouvrage de (Burnham et Anderson 1998). L'implémentation de ce critère sur la méthodologie pourrait permettre de définir de façon rigoureuse le choix de la méthode à utiliser.

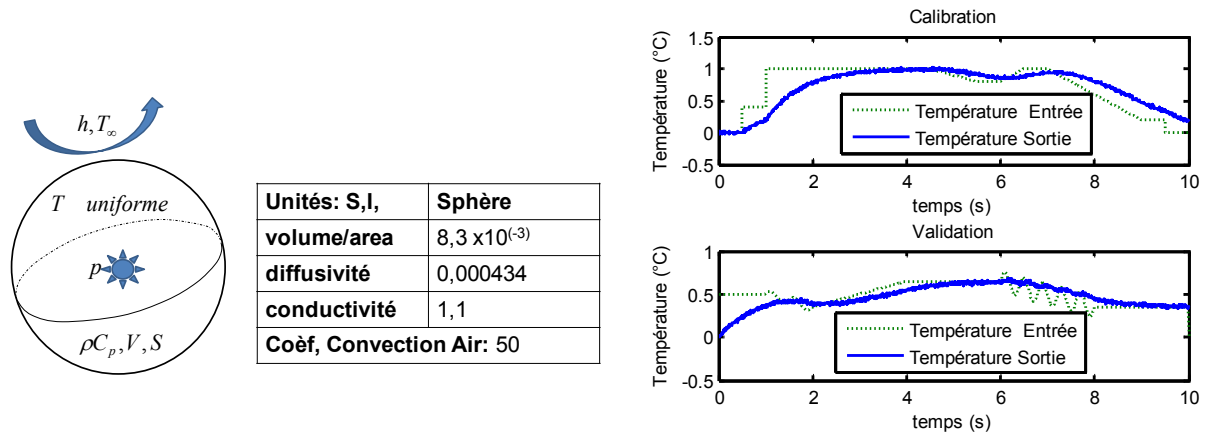
3.2 Evaluation de l'outil sur des simulations numériques.

Avant d'appliquer ce critère sur des cas industriels, il est important de mener des simulations numériques afin d'en évaluer l'efficacité. Cette simulation consiste en une étude de Monte-Carlo (100 tirs) dans laquelle, à partir d'un modèle de référence autorégressif (V-3) avec une seule sortie, on rajoutera un *bruit blanc* avec un écart type ($\sigma = 0.01$).

$$f(t) - 1.329f(t - \Delta t) + 0.333f(t - 2\Delta t) = 0.004348u(t - \Delta t) \quad (\text{V-3})$$

L'objectif est, dans l'étape d'identification (calibration et validation), d'évaluer la capacité du critère AIC à identifier l'ordre du modèle de référence (*arx [2 1 0]*).

Le choix de ce modèle ARX de deuxième ordre n'est pas aléatoire, en effet il est en cohérence avec la résolution discrétisée de la température d'une sphère métallique à température uniforme (modèle petit corps) soumise à des effets convectifs et source de chaleur interne variables (schéma de discrétisation de Gear d'ordre 2). Cette simulation a déjà été présentée dans le deuxième chapitre du manuscrit.



b)

Figure V-3 Sphère à température uniforme (a) et Exemple d'une étape de simulation par Monte-Carlo avec un signal de sortie bruité (b).

Une perturbation est ensuite rajoutée sur les températures de sortie des étapes de calibration et validation. Tous les modèles possibles dont l'ordre est donné par $(n_a + n_b \leq 6)$ sont estimés. Pour chaque simulation de Monte-Carlo, le modèle sélectionné est celui qui donne la valeur minimum du critère d'AIC. De même, le modèle correspondant aux résidus minima est sélectionné. Les résultats sont rassemblés dans le tableau suivant :

Akaike	$n_b=1$	$n_b=2$	$n_b=3$	Résidus	$n_b=1$	$n_b=2$	$n_b=3$
$n_a=1$	0	0	0	$n_a=1$	0	0	0
$n_a=2$	0	0	0	$n_a=2$	0	0	0
$n_a=3$	97	3	0	$n_a=3$	20	15	65

Tableau V-1 Comparaison des résultats de la simulation de Monte-Carlo pour le critère d'Akaike minimum et des Résidus minimums.

Il est évident que le critère de valeur minimum d'AIC, semble bien identifier l'ordre du polynôme régressif $B(q)$, toutefois, ce n'est pas le cas du polynôme autorégressif $A(q)$. Ceci peut s'expliquer par le comportement des modèles ARX dans le cas de signaux qui présentent des perturbations de mesure avec un écart type assez important (ce problème a été déjà évoqué dans le deuxième chapitre).

Comme nous l'avons déjà indiqué, les mesures issues des capteurs dans l'ensemble propulsif ont une intensité de bruit assez faible par rapport au signal, ce qui n'est donc pas un véritable problème. De plus, dans tous les cas, il est clair que le choix donné par ce critère est notamment meilleur que celui donné par les résidus minimums. Ce problème avait déjà été évoqué lors de

l'évaluation des structures ARX sur des simulations numériques. Le critère AIC s'avère être un outil efficace pour la sélection de l'ordre de modèle.

4 Estimation de paramètres

Le choix de la méthode d'estimation de paramètres (moindres carrés) est intimement lié à la structure de modèle utilisée. La méthode d'estimation a été largement détaillée dans les chapitres précédant de ce manuscrit.

Plus précisément, dans le cas des structures autorécurrentes, la minimisation de la norme se réalise en une seule itération par une simple inversion d'un système linéaire non carré (chaque ligne de la matrice à inverser correspond au modèle ARX écrit à un instant donné).

Ce calcul, réalisé par le moyen de la factorisation QR, nous permet d'avoir une structure linéaire, tout en gardant un comportement globalement non-linéaire vis-à-vis des paramètres sur tout l'intervalle de temps.

5 Sélection de variables.

Après chaque campagne d'essais, les données de vols sont récupérées. Ceci comprend l'ensemble de l'instrumentation de l'avion. Parmi ce groupe initial de variables (environ 300 capteurs), il est nécessaire d'identifier les plus influentes à inclure dans le modèle de l'équipement étudié.

Il apparaît important de disposer d'un critère qui nous permette d'identifier les variables susceptibles d'être utilisées pour la construction du modèle. Ce point est un des plus délicats de la méthodologie d'identification des systèmes. Dans des travaux précédents (Jeanmougin 2008), deux outils mathématiques ont été proposés pour identifier les relations possibles entre le capteur de l'équipement et l'ensemble des capteurs installés pour le vol d'essai : le coefficient de corrélation et la cohérence. Ces outils sont dits non-paramétriques car il n'est pas nécessaire de réaliser une régression pour pouvoir les implémenter dans la méthodologie. L'application de ces outils s'est avérée utile sur des systèmes avec un comportement dit *glissant*, comme par exemple l'alternateur IDG. Par contre, des résultats peu concluants ont été obtenus dans le cas d'équipements dits *capacitifs* (vanne HPV). Un des objectifs de cette thèse a été de clarifier l'utilisation de ces outils dans le cadre du projet *ITEMPS*.

L'étude de sélection de variables a été réalisée à l'aide des travaux réalisés au Centre de Recherche en Automatique de Nancy (CRAN) en s'appuyant sur des études de caractérisation des crises d'épilepsie du lobe temporal à partir des électroencéphalogrammes (Velez Perez 2010).

Cette étude visait à mieux comprendre les outils et à les valider sur des simulations numériques représentatives. Cette étude a permis de conclure que ces outils ne sont pas adaptés pour construire les modèles d'extrapolation. C'est pour cette raison que le choix de variables utilisés pour le modèle est encore basé sur des connaissances préalables de son comportement.

5.1 Présentation des outils non-paramétriques.

5.1.1 *Corrélation linéaire.*

Dans le cadre des méthodes inverses, étant donné deux variables aléatoires (X et Y) avec distribution conjointe normale bivariante de moyennes (μ_x, μ_y) et variances (σ_x^2, σ_y^2) , le coefficient de corrélation (Montgomery, Peck et Vining 2006) est défini de la manière suivante :

$$\rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}^2}{\sigma_x \sigma_y} \quad (\text{V-4})$$

Avec σ_{xy}^2 la covariance entre X et Y . Etant donné deux échantillons de ces deux variables aléatoires, le coefficient de corrélation est défini par:

$$r_{xy} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}} \quad (\text{V-5})$$

Les valeurs de ce coefficient peuvent varier entre $[-1,1]$. Les valeurs intermédiaires renseignent sur le degré de corrélation linéaire entre les deux variables. Plus le coefficient est proche de 1 en valeur absolu, plus la corrélation entre les variables est forte. Une corrélation nulle signifie que les variables sont linéairement indépendantes.

Relation entre le coefficient de corrélation et la régression linéaire

Ce coefficient, est intimement lié à la régression linéaire. En effet cet outil est largement utilisé pour identifier des possibles corrélations entre les variables quand le modèle le plus adapté est linéaire. L'explication de l'utilisation de cet outil est donnée par la distribution conditionnelle de la variable Y (une valeur de X étant donnée) :

$$f(y|x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_y^2(1-\rho_{xy}^2)}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{y-\beta_0-\beta_1x}{\sqrt{\sigma_y^2(1-\rho_{xy}^2)}}\right)^2\right] \quad (\text{V-6})$$

Avec $\beta_0 = \mu_y - \mu_x \rho_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$ et $\beta_1 = \rho_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$. Ceci signifie que cette distribution est normale avec comme moyenne conditionnelle $E(y|x) = \beta_0 + \beta_1 x$. Les estimateurs de maximum de vraisemblance sont définis par l'expression (V-7) :

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} \quad ; \quad \hat{\beta}_1 = \frac{\sum y_i (x_i - \bar{x})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \quad (\text{V-7})$$

Ces deux estimateurs correspondent aux paramètres estimés lors d'une régression linéaire à deux variables. La relation entre ces estimateurs et le coefficient de corrélation est alors la suivante :

$$\hat{\beta}_1 = r_{xy} \sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}} \quad (\text{V-8})$$

On voit alors que les deux estimateurs sont proportionnels et donc intimement liés. Le coefficient de corrélation (r_{xy}) est une mesure de la relation linéaire entre les deux variables. Le paramètre $\hat{\beta}_1$ donne la variation de la moyenne \bar{y} pour chaque unité de x .

C'est pour cette raison que le coefficient de corrélation est très utilisé pour identifier les corrélations en estimations linéaires. Cependant, il est important de noter qu'une valeur extrême de ce coefficient n'est pas une condition suffisante pour établir une relation linéaire. Elle doit être vérifiée à posteriori.

5.1.2 Cohérence.

La cohérence est un estimateur d'interactions entre signaux. Normalement, elle est utilisée pour estimer le transfert de puissance entre l'entrée et la sortie d'un système linéaire. Si les systèmes sont ergodiques, il est possible de l'utiliser pour estimer la causalité entre l'entrée et la sortie. La cohérence est définie dans le domaine fréquentiel comme étant le rapport de l'amplitude au carré de l'interspectre $S_{xy}(e^{i\omega})$ des deux signaux sur leurs autospectres $S_x(e^{i\omega}), S_y(e^{i\omega})$:

$$C_{xy}(e^{i\omega}) = \frac{|S_{xy}(e^{i\omega})|^2}{S_x(e^{i\omega})S_y(e^{i\omega})} \quad (\text{V-9})$$

La cohérence comme la régression linéaire, évalue les relations linéaires entre les deux signaux mais dans le domaine fréquentiel. Les valeurs de cohérence sont normalisées entre 0 et 1 et indiquent le degré de corrélation linéaire existant entre les signaux. Il s'agit donc, d'un outil équivalent au coefficient de corrélation mais dans le domaine fréquentiel. Plus d'informations sur le calcul de la cohérence sont données en annexe.

5.2 Evaluation des outils non-paramétriques sur des simulations numériques.

Les deux estimateurs ont été mis en œuvre sur une simulation numérique afin d'évaluer leur domaine de validité. L'objectif est de tester son application sur des systèmes non linéaires. La simulation numérique utilisée a déjà été présentée dans ce chapitre. Il s'agit d'une sphère métallique à température uniforme soumise à des effets convectifs et une source de chaleur interne.

Du fait du fort effet capacitif du système, sa modélisation par un modèle purement linéaire (la température de l'équipement est une combinaison linéaire des plusieurs sources) n'est pas possible. L'application de ces deux outils sur les profils de température et de puissance de la Figure V-4 donne les résultats présentés sur la Figure V-5.

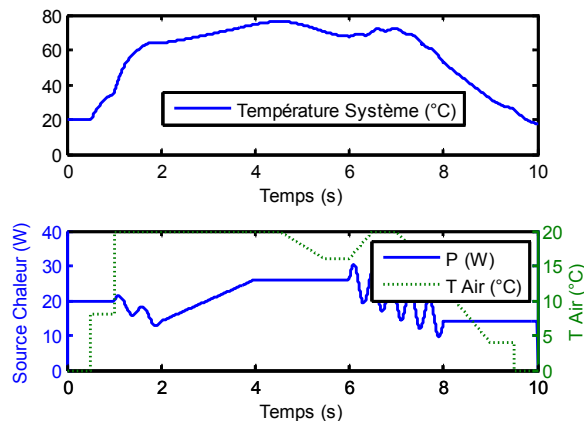


Figure V-4 Signaux d'excitation et de sortie

La valeur de la cohérence (C_{xy}) et du coefficient de corrélation (r_{xy}) sont donnés en fonction de la fréquence réduite. A partir de la valeur moyenne de la cohérence, il est possible de conclure que pour un équipement *non glissant (capacitif)* :

- Les valeurs de cohérence et de corrélation ne sont pas équivalentes, voir même contradictoires.
- Aucun de ces deux outils n'est capable d'identifier l'influence de la source de chaleur ou de la température ambiante.

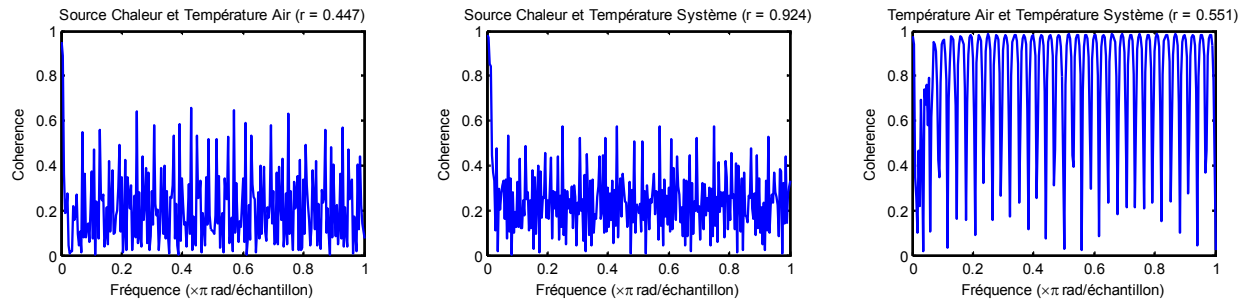


Figure V-5 Analyse de Cohérence et Corrélation sur les variables impliquées dans le modèle.

En revanche, pour les systèmes à comportement *glissant*, ces outils sont équivalents et permettent d'identifier les possibles candidats à inclure dans le modèle. Des résultats similaires peuvent se trouver dans les travaux de (Bennett, Mahon et Fitzpatrick 2008) et (White et Boashash 1990).

Compte-tenu du fait que ces outils s'avèrent inefficaces dans le cas d'équipements capacitifs, la sélection de variables d'entrée (capteurs) est implémentée aujourd'hui sur la base de connaissances physiques sur le comportement du système étudié. Il serait intéressant à terme de pouvoir disposer d'outils permettant de s'affranchir de cette étape qui requiert une expertise préalable du système dans son ensemble. En perspective, nous présenterons la méthode qui selon nous semble la plus prometteuse : la *Partial Directed Coherence* ou *PDC*.

5.3 Perspectives: *Partial Directed Coherence*.

Dans cette section, nous introduisons un outil de corrélation, qui une fois l'estimation des paramètres réalisée, permet de déduire des relations entre les variables d'un modèle. Il s'agit donc, d'un outil dit paramétrique.

Cet outil est basé sur le concept de causalité de Granger (Granger 1969) qui traduit l'existence d'une relation causale entre signaux. La notion de causalité, initialement utilisée en économétrie, a été largement utilisée ces dernières années dans le domaine de la neuroscience pour étudier les connexions neuronales (Goebel, et al. 2003) et de la biométrie (Krishna, Nanda et Kulkarni 2011). Comme la plupart des équipements de notre application présentent un comportement capacitif, cette seule notion de causalité doit être validée par rapport aux contraintes d'*ITEMPS*.

La *Partial Directed Coherence* est une grandeur qui permet d'estimer l'intensité et le sens du flux d'information, en mesurant le niveau d'interdépendance entre plusieurs signaux appartenant à un système. Le terme *partial* fait référence à la possibilité de faire la distinction entre des relations directes et indirectes (sources et potentiels) des variables.

Cet outil, introduit par (Baccalá et Sameshima 2001), provient de l'analyse fréquentielle et de la modélisation par des méthodes inverses autorécurrentes de type AR. C'est un outil dépendant

du type de structures récursives utilisées (dans ce cas, les AR) et donc, sa validité dépend du domaine d'application des structures AR. Cette modélisation AR ne peut être utilisée que si le processus garde une certaine stationnarité (amplitude moyenne constante au cours du temps).

Comme il a déjà été énoncé dans le deuxième chapitre, dans un modèle AR *multi-sorties* à N voies, la valeur de l'élément $\mathbf{y}(k)$, peut être estimée en fonction des valeurs précédentes à la fois des signaux de sortie et des signaux d'entrée. Le calcul des instants précédents est réalisé à l'aide du polynôme (il s'agit cette fois d'une matrice) autorégressif :

$$\mathbf{A}(z^{-1})\mathbf{y}(t) = \boldsymbol{\varepsilon}(t) \quad (\text{V-10})$$

De façon explicite et sous forme discrétisée, cette relation s'écrit :

$$\begin{bmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \\ \vdots \\ y_N(k) \end{bmatrix} = - \sum_{r=1}^{na} \begin{bmatrix} a_{1,1}(r) & a_{1,2}(r) & \cdots & a_{1,N}(r) \\ a_{2,1}(r) & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{N,1}(r) & \cdots & \cdots & a_{N,N}(r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1(k-r) \\ y_2(k-r) \\ \vdots \\ y_N(k-r) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1(k) \\ \varepsilon_2(k) \\ \vdots \\ \varepsilon_N(k) \end{bmatrix} \quad (\text{V-11})$$

Dans le domaine fréquentiel, la relation s'écrit :

$$\bar{\mathbf{A}}(f)\mathbf{y}(f) = \boldsymbol{\varepsilon}(f) \quad (\text{V-12})$$

Où $\bar{\mathbf{A}}(f)$ représente la transformée de Fourier de la matrice des coefficients AR. La PDC est alors calculée par la relation suivante :

$$\pi_{ij}(f) = \frac{|\bar{a}_{ij}(f)|}{\sqrt{|\bar{a}_j^*(f)| |\bar{a}_j(f)|}} \quad (\text{V-13})$$

$\bar{a}_{ij}(f)$ représente un élément quelconque de la matrice $\bar{\mathbf{A}}(f)$ et $\bar{a}_j(f)$ un vecteur colonne. A travers cette expression, on arrive à comparer l'effet de la valeur passée de la voie $y_j(k)$ sur $y_i(k)$ tout en prenant en compte les effets des instants précédents de $y_j(k)$ sur les autres voies, et de cette façon prendre en compte les effets directs entre les voies.

Pour simplifier le résultat, il est possible de normaliser cette fonction dans le domaine fréquentiel :

$$\pi_{ij} = \sqrt{\sum_f \pi_{ij}^2(f)} \quad (\text{V-14})$$

On obtient alors une matrice normalisée à partir de laquelle il est possible de mener une analyse des dépendances entre les voies modélisées dans le système et un signal donné. Les valeurs de cette matrice sont comprises entre [0,1]. Elles sont maximales lorsqu' il existe une forte dépendance directe entre deux voies.

Application sur une simulation numérique.

De même que les deux outils présentés dans la section précédente, la PDC est testée sur le même exemple numérique de la sphère métallique isotherme afin d'étudier sa capacité à sélectionner les variables dans un modèle. Les signaux d'excitation du système sont cependant différents, on a choisi deux signaux aléatoires de moyenne nulle et de variance unitaire.

En effet, la PDC est un outil paramétrique adapté pour les modèles autorégressif de type (AR). Ce type de modèle, comme expliqué dans le deuxième chapitre, est utilisé soit dans le cas où il est possible de stimuler le modèle avec des excitations aléatoires, soit dans le cas où les relations entre les variables du système sont reliées par des corrélations aléatoires (systèmes ergodiques). Des études équivalentes peuvent se trouver dans l'ouvrage de (Velez Perez 2010).

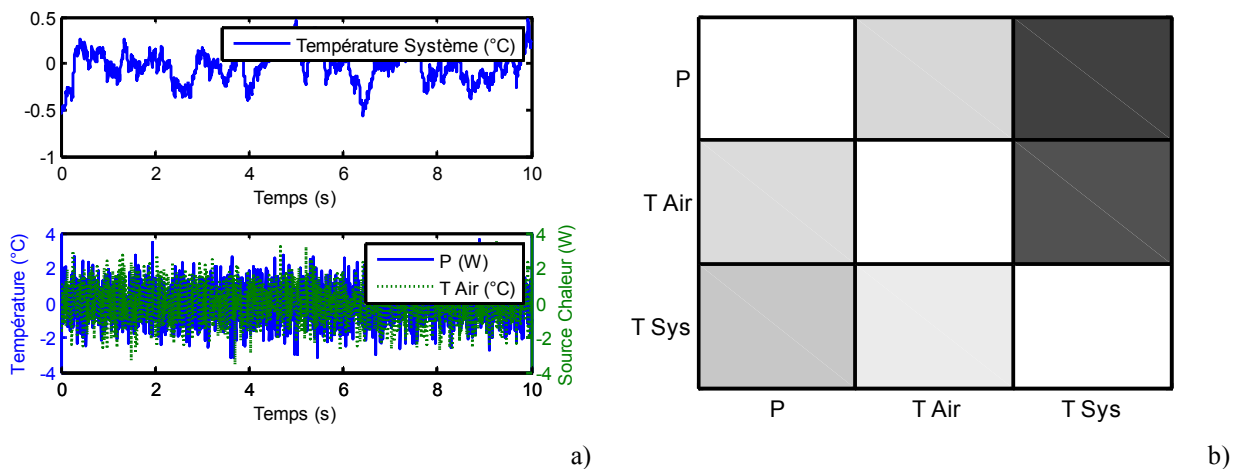


Figure V-6 Signaux implémentés dans le système (a) et matrice de PDC (b).

Les signaux d'excitation et de sortie sont donnés sur la Figure V-6. Ces signaux sont regroupés dans un vecteur $y(t)$ (de dimension 3) et ensuite une estimation d'un modèle autorégressif (AR) est ensuite réalisée. En fixant l'ordre de la matrice autorégressive à deux, le modèle estimé devient :

$$\begin{bmatrix} f_1(k) \\ f_2(k) \\ f_3(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.999 & 0.006 & 0.001 \\ 0.001 & 1.992 & 0.006 \\ 0.033 & 0.013 & 0.487 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1(k-1) \\ y_2(k-1) \\ y_3(k-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.004 & 0.001 & 0.001 \\ 0.000 & 0.994 & 0.006 \\ 0.016 & 0.006 & 0.4937 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1(k-2) \\ y_2(k-2) \\ y_3(k-2) \end{bmatrix} \quad (\text{V-15})$$

Une fois les paramètres estimés, la PDC est utilisé pour identifier de dépendances possibles entre les variables. La matrice est présentée sur la Figure V-6 sous forme de tableau. Dans ce tableau, les valeurs sont représentées en niveau de gris : en clair les valeurs nulles et en noir les valeurs proches de l'unité. Il est possible de voir que l'outil est capable d'identifier l'influence des deux sources sur la température du système (*T. Air* et *P*).

L'outil s'avère donc plus puissant que les deux outils corrélatoires présentés précédemment. Cependant, son utilisation sur des applications extrapolations de température dans les vols d'essais n'est pas sans inconvénients :

- La modélisation AR ne peut être utilisée que si le processus garde une certaine stationnarité. Cette condition n'est pas toujours valable au cours d'un vol d'essais car le vol comporte des phases transitoires qui peuvent être très différentes. Pour lever cette difficulté, il serait intéressant d'étendre cet outil aux ARX pour l'adapter à notre application.
- La PDC ne nous donne qu'une dépendance relative entre les variables. Si aucune variable influente n'est rentrée dans le modèle, il n'est pas possible à travers la PDC d'identifier cette erreur.
- Enfin, notons que de telles interprétations causales doivent être traitées avec prudence car elles reposent sur l'hypothèse de que toutes les informations pertinentes ont été incluses dans le modèle. L'omission de variables importantes peut conduire à de fausses conclusions de causalité.

Des études pour mettre en œuvre cet outil dans des systèmes où des variables exogènes sont présentes dans les modèles ont été initiées par (Guo, et al. 2008) en introduisant la notion de causalité introduite par Granger mais modifiée. Par manque de temps, l'analyse des résultats n'a pas été faite et reste en perspective de ce travail de Thèse. C'est une voie qui nous semble cependant très prometteuse.

6 Analyse d'incertitude.

Après chaque estimation il est nécessaire d'évaluer la qualité du modèle après l'ajout ou le retrait de nouvelles variables. Cette analyse revient comme nous l'avons expliqué à trouver un compromis entre le biais et la variance du modèle.

L'étude, de grand intérêt scientifique, a été largement traitée dans la littérature. Beaucoup d'auteurs se sont consacrés à la recherche d'une grandeur ou d'une grandeur statistique qui pourrait permettre d'évaluer le modèle le plus adapté pour l'identification des systèmes. On a déjà souligné le coefficient R^2 ajusté, l'estimateur de Mallows (Gilmour 1996) et celui d'Akaike.

Ces critères nous permettent d'une façon relativement simple de sélectionner le *meilleur* modèle parmi un groupe de candidats possibles.

Le chapitre précédant de la thèse a été consacré à l'évaluation du biais sur les paramètres estimés du à l'utilisation d'un modèle réduit, donc lui-même biaisé. Ceci est une étape essentielle pour pouvoir ensuite évaluer un intervalle de confiance sur la température des équipements, en particulier en phase d'extrapolation (l'erreur stochastique est négligeable et c'est principalement l'erreur systématique qui contribue aux incertitudes sur la température recalculée). Des propositions pour le calcul du biais ont été faites. Elles apparaissent pertinentes car elles montrent la possibilité d'évaluer les biais sur les paramètres à partir des grandeurs connues (sensibilités des paramètres estimés du modèle réduit et courbe des résidus). Le point clé de toutes les méthodes présentées est de travailler sur un intervalle d'estimation variable en temps pour identifier ces biais.

Les méthodes proposées ont été testées sur des simulations numériques avec un degré de complexité croissant. Il s'agit encore aujourd'hui de simulations sur des cas académiques. Mais les résultats obtenus sont encourageants, en particulier pour des modèles proches des équipements avions. L'application de ces techniques sur des cas industriels reste à faire et surtout à être validée.

Les deux principales limitations des méthodes viennent des hypothèses faites pour obtenir ces résultats, c'est à dire la linéarisation du modèle (à noter que cette hypothèse est également généralement posée pour le calcul de l'erreur stochastique) et l'approximation sur la norme cumulative.

Comme nous l'avons vu, le critère d'Akaike semble être très intéressant, d'un point de vue industriel, pour évaluer la *qualité* d'un modèle. Cependant, son efficacité sur les vols avions n'a pas été validée et devra l'être dans les études futures. En attendant cette validation, nous préconisons pour l'application industrielle de sélectionner le modèle sur la base de résidus minimums dans l'ensemble des trois phases : calibration, validation et extrapolation

Perspectives

Dans cette Thèse, l'étude du biais a été présentée comme le calcul d'une valeur déterministe unique que l'on peut calculer à partir de relations explicites. Nous avons cherché à évaluer ce biais à partir d'une valeur unique en temps. Il pourrait être intéressant d'identifier ce biais à tous les temps au sens des moindres carrés, en identifiant le paramètre « α ».

De même, on a montré que même si il était possible d'évaluer le biais, il n'était en revanche pas possible d'identifier l'origine du biais (combinaison linéaire des sensibilités des paramètres à l'origine du biais). Ceci est dû au fait que notre modèle n'avait qu'une seule sortie et donc que

les sources à l'origine de biais se regroupaient en un seul effet. Il serait donc intéressant d'étendre le calcul du biais du modèle sur un modèle à plusieurs sorties (par exemple un modèle AR). De cette façon, il serait théoriquement possible d'identifier non seulement les effets mais aussi les sources du biais. Ce dernier point n'est pas prioritaire du point de vue de l'application industrielle. Même si il est intéressant de connaître l'origine du biais, on ne peut en général pas jouer sur ses causes. En revanche, il est important d'en connaître les conséquences et les effets (biais sur les paramètres identifiés).

7 Critère d'acceptation sur la phase d'extrapolation.

Le critère d'acceptation d'un modèle dans la phase d'extrapolation est basé sur deux aspects différents : l'observation des résidus et la non existence de singularités sur les températures (écarts absolus +/- 10°C d'écart entre les profils de température simulé et mesuré).

Perspectives

Reste aussi à déterminer quel pourrait être le degré d'incertitude du modèle estimé pour la phase d'extrapolation. Le seul moyen de donner cette information est de le faire à travers un intervalle de confiance sur la température extrapolée. Cet intervalle reste indéterminé tant que l'effet du biais sur le modèle à travers ses paramètres n'est pas clairement défini.

8 Conclusion.

Dans ce chapitre nous avons présenté l'ensemble des techniques, développés dans le cadre d'ITEMPS. L'objectif était de pouvoir construire une méthodologie d'identification de systèmes itérative permettant d'obtenir des modèles d'extrapolation de températures robustes.

La méthodologie complète de construction de ces modèles a été établie. Chaque étape a été étudiée. Comme nous l'avons vu, certaines étapes restent encore empiriques donc non automatiques et ne peuvent pas se passer d'une expertise humaine mais un grand pas a été fait par rapport aux méthodes existants actuellement. Plusieurs voies d'amélioration originales ont été proposées dans ce travail. Bien que très prometteuses, certaines d'entre elles restent cependant encore académiques. Leur transfert ne pourra se faire qu'à plus ou moins long terme. Les bases sont cependant données. Des perspectives ont été présentées et serviront de base pour les études futures.

Conclusion Générale

La problématique principale de cette thèse était de développer une méthodologie d'identification de systèmes permettant de réaliser des extrapolations de températures sur des équipements d'un turboréacteur.

L'objectif était d'être capable de rendre cette méthodologie suffisamment générale pour être appliquée sur une large gamme d'équipements du moteur tout en gardant une précision sur les modèles utilisés pour réaliser ces extrapolations.

Parmi les enjeux qui sous-tendent l'identification des systèmes, nous nous sommes tout d'abord intéressés à l'établissement d'une structure générale de modèle.

Notamment nous nous sommes intéressés à une approche basée sur des modèles de type ARX (*Autoregressive model with exogenous variable*). Cette approche paramétrique est d'ailleurs souvent préconisée dès lors que l'on souhaite identifier la fonction de transfert d'un système qui peut être décrit par un jeu d'équations différentielles. Ces types de structures représentent un bon compromis entre la modélisation physique et l'applicabilité sur une méthodologie d'estimation générale. L'avantage de ces modèles est que leur écriture est localement linéaire entre les points considérés aux instants précédents et actuels. Ainsi, l'estimation des paramètres inconnus est rapide et s'obtient en une seule itération par une simple inversion d'un système linéaire non carré au sens des moindres carrés ordinaires (chaque ligne de la matrice à inverser correspond au modèle ARX écrit à un instant donné). La structure autorégressive de ces modèles permet néanmoins d'avoir un modèle globalement non-linéaire vis-à-vis des paramètres sur tout l'intervalle de temps. Les modèles autorégressifs sont validés aussi sur des simulations numériques. Ceci nous a permis de comprendre que l'ordre du modèle autorégressif est lié : aux conditions initiales, à l'évolution de fonction de transfert du système, et à la complexité du système (par exemple, plusieurs matériaux dans le composant). De même on a pu observer que le fait d'augmenter cet ordre ne peut pas compenser le manque de variables d'entrée. Ainsi, toutes les variables influentes doivent être déclarées comme entrées dans le modèle.

Les modèles autorégressifs ont été aussi validés sur des cas expérimentaux. Dans un premier temps, les modèles inverses ARX se sont avérés capables de reproduire des cas où de la conduction et de la dissipation sont présents. De même, les modèles ont été testés avec des excitations de type convection forcée, et ont conduit à de bons résultats. Le rayonnement s'est avéré plus compliqué à prendre en compte à cause de son caractère fortement non linéaire. Le manque de temps ne nous a pas permis de conclure complètement sur ce point.

Dans la seconde partie du travail, les travaux effectués au cours de cette thèse ont permis d'avancer en particulier sur les techniques d'estimation de paramètres à partir d'un modèle biaisé et la formulation des structures générales des modèles thermiques.

Dans le cadre des techniques d'estimation des paramètres biaisés, nous avons montré l'intérêt d'étudier et analyser les influences des deux contributeurs majeurs (et opposés) dans la qualité d'un modèle d'extrapolation : le biais de modèle et la variance stochastique.

Dans cet esprit nous avons dirigé nos efforts vers le calcul du biais de modèle (généralisé lorsqu'un groupe de paramètres est fixé à des valeurs nominales) à partir de grandeurs connues lors d'une estimation de paramètres (par exemple, la courbe des résidus). Plusieurs méthodes de calcul sont développées d'un point de vue théorique. Parmi elles, la méthode de l'intervalle variable s'est montrée comme la plus prometteuse afin de pouvoir remonter à la valeur du biais de modèle. Elle consiste à récupérer de l'information sur l'évolution de la valeur du paramètre estimé lors de la variation du nombre d'observations. Les deux principales limitations de la méthode viennent des hypothèses faites pour obtenir ces résultats, c'est à dire de la linéarisation du modèle (à noter que cette hypothèse est également généralement posée pour le calcul de l'erreur stochastique) et de l'approximation sur la norme cumulative. Dans le cas non-linéaire, les relations obtenues ne peuvent être valables que si l'erreur systématique n'est pas trop grande. Dans le cas Airbus, cette limitation n'est pas drastique car les modèles sont pour la plupart linéaires. Reste alors l'hypothèse sur la troncature de la norme cumulative qui dans le cas de courbes de sensibilités non bornées (cas peu nombreux cependant) peut conduire à une mauvaise évaluation du biais.

Finalement, la méthodologie d'extrapolation de températures a été présentée en détail dans la dernière partie de la thèse. Dans la mesure où la phase d'identification est une étape critique vis à vis de la qualité des modèles estimés, des efforts ont été faits pour sélectionner le modèle le plus pertinent en terme de compromis entre le biais de modèle et la variance. Dans cette méthodologie, les techniques développées au cours de la thèse sont intégrées. De même, les points non abordés en profondeur sont énoncés et des techniques d'automatisation industrielles ont été proposées. De plus, les axes de développement pour ces points ont été présentés, notamment la sélection de variables du modèle.

L'ensemble de ces techniques, regroupées dans la méthodologie, permettent aujourd'hui d'établir de façon rigoureuse des modèles d'extrapolation de température pour les équipements de turboréacteurs. Cependant il est faut remarquer qu'il peut être risqué de faire trop confiance à cette procédure automatisée. L'expérience et le *savoir faire* de l'ingénieur doivent rester au cœur de la procédure afin de garder un esprit critique sur les résultats obtenus.

Bibliographie

1. Akaike, Hirotugu. «A new look at the statistical model identification.» *IEEE Transactions on Automatic Control* 19, n° 6 (Dec 1974): 716 - 723.
2. Aster, Richard C., Brian Borchers, et Clifford H. Thurber. *Parameter Estimation and Inverse Problems*. London: Elsevier Academic Press, 2005.
3. Baccalá, L., et K. Sameshima. «Partial directed coherence : A new concept in neural structure determination.» *Biological Cybernetics* 84 (2001): 463–474.
4. Battaglia, J. L., L. Le Lay, J. C. Batsale, A. Oustaloup, et O. Cois. «Utilisation de modèles d'identification non entiers pour la résolution de problèmes inverses en conduction.» *International Journal of Thermal Sciences* 39 (2000): 374-389.
5. Beck, J.V., B. Litkouhi, et Jr. St. Clair. «Efficient sequential solution of the non linear non linear inverse heat conduction problem.» *Numerical Heat Transfer* 5, n° B (1982): 275-286.
6. Beck, James V., et Kenneth J. Arnold. *Parameter estimation in engineering and science*. New York: Wiley, 1976.
7. Beck, V. James, B. Blackwell, et C.R. St-Clair. *Inverse Heat Conduction Ill-posed Problems*. New York: Wiley, 1985.
8. Bennett, G. J., J. Mahon, et J. A. Fitzpatrick. «Non-linear Identification Applied to Broadband Turbomachinery Noise.» *12th CEAS-ASC Workshop on Turbomachinery Broadband Noise*. Bilbao: <http://hdl.handle.net/2262/26539>, 2008. 12 - 15.
9. Bewick, C. *Zone 1 pressures, flows & 1-D velocities for thermal analysis*. ECM RR1472, Toulouse: Airbus Operations, 2003.
10. Box, George, et Gwilym Jenkins. *Time series analysis: Forecasting and control, revised ed. , Chap. 1*. San Francisco: Holden-Day, 1970.
11. Brahim, Salim Ahmed. *Radiometrie Photothermique sous Excitation Aléatoire: Application à la Mesure de Propriétés Thermophysiques*. PhD Dissertation, Reims: Université De Reims, 2008.
12. Brillinger, D. R. *Time Series: Data Analysis and Theory*. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1981.
13. Brillinger, J.A., et David.R. Brillinger. *The Collected Works of John W. Tukey: Time Series 1949-1964, Volume I*. London: Chapman & Hall/CRC, 1984.
14. Bucharles, A., et P. Vacher. «Flexible aircraft model identification for control law design.» *Aerospace Science and Technology* 6, n° 8 (2002): 591-598.
15. Burgos, J.de. *Algebra lineal y geometria cartesiana*. Madrid: McGraw-Hil, 2000.
16. Burnham, Kenneth P., et R. David Anderson. *Model Selection and multimodel inference. A practical Information-Theoretic Approach*. Fort Collins, CO: Springer, 1998.
17. Coskun, Ayse Kivilcim, Tajana Šimunic Rosing, et Kenny C. Gross. «Utilizing predictors for efficient thermal management in multiprocessor SoCs.» *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems* 28, n° 10 (2009): 1503-1516.
18. De Larminat, P., et Y. Thomas. *Automatique des systèmes linéaires T1, T2, T3*. Flammarion Sciences, 1975.
19. Degiovanni, Alain. «Diffusivité et méthode flash.» *Revue Générale de Thermique* 185 (1977): 420-442.
20. Degiovanni, Alain, et M. Laurent. «Nouvelle thecnique d'identification de la difussivité thermique pour méthode Flash.» *Journal of Applied Physics* 21, n° 3 (1986): 229-237.
21. EASA. «Certification Specifications For Large aeroplanes.» 2006, CS. 25.1041.
22. Edwads, J.B. «The realltion between the F-test and R².» *The American Statistician* 23, n° 5 (1969): 28.
23. Faouzi, Derbel. «Modeling fire detector signals by means of system identification techniques.» *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 50, n° 6 (2001): 1815-1821.
24. Favennec, Y., M. Girault, et Daniel Petit. «The adjoint method coupled with the modal identification method for nonlinear model reduction.» *Inverse Problems in Science and Engineering* (Taylor & Francis) 14, n° 2 (2006): 153-170.
25. Furnival, G.M., et R.W. M. Wilson. «Regression by leaps and bounds.» *Technometrics* 16 (1974): 499-511.
26. Gear, C. W. «Simultaneous Numerical Solution of Differential-Algebraic Equations.» *IEEE Transactions on Circuit Theory* 18, n° 1 (Jan 1971): 89-95.
27. Gilmour, Steven G. «The interpretation Mallows's Cp-statistic.» *The Statistician* 45, n° 1 (1996): 49-56.

28. Goebel, R., A. Roebroek, D. Kim, et E Formisano. «Investigating directed cortical interactions in time-resolved fMRI data using vector autoregressive modeling and Granger causality mapping.» *Magnetic Resonance Imaging* 21 (2003): 1251–1261.
29. Granger, C. «Investigating causal relations by econometric.» *Econometrica* 37 (1969): 424-438.
30. Guillaume, Pierre. *VFG Thermal Model A380 - Trent 900 and GP7200 Engines Thermal Environment*. Thecnical Report, Toulouse: Airbus Operations, 2003.
31. Guo, Shuixia, Anil K. Seth, Keith M. Kendrick, Cong Zhou, et Jianfeng Feng. «Partial Granger causality—Eliminating exogenous inputs and latent variables.» *Journal of Neuroscience Methods*, 2008: 79-93.
32. Hadamard, J. *Lectures on Cauchy's Problem in Linear Partial Differential Equations*. Yale: Yale University Press, 1923.
33. Haitovski, Y. «A note on the maximization on R^2 .» *The American Statistician* 23, n° 1 (1969): 20-21.
34. Hansen, P.C. *Rank-Deficient and discrete Ill-posed Problems*. Philadelphia: SIAM, 1998.
35. Holman, J.P. *Heat Transfer*. Auckland: McGraw-Hill, 1981.
36. Jategaonkar, Ravindra V. *Flight Vehicle System Identification*. Édité par Frank K. Lu. Vol. 216. Reston, Virginia: Progress In Astronautics and Aeronautics, 2006.
37. Jaulin, Luc. *Représentation d'état pour la modélisation et la commande des systèmes*. Paris: Hermès - Lavoisier, 2005.
38. Jeanmougin, Stephanie. *Methodes d'extrapolation de Température pour des Systemes Moteur*. Rapport de Stage Fin d'Etudes, Nancy: Ensem/Airbus, 2008.
39. Jimenez, M. J., et M. R. Heras. «Application of multi-output ARX models for estimation of the U and g values of building components in outdoor testing.» *Solar energy* 79, n° 3 (2005): 302-310.
40. Johnson, M. D., et K. Rokhsaz. «Using Artificial neural networks and Self organizing Maps for Detection of Airframe Icing.» *Journal of Aircraft* 38, n° 2 (2001): 224-230.
41. Kanellos, F.D., G.J. Tsekouras, et N. D. Hatziargyriou. «Wind Parks equivalent ARX models for the simulation of power systems with large wind power penetration, using system-identification theory.» *Electric power Systems Research* 81 (2011): 707-715.
42. Kast, Werner. «Solution of heat transfer problems for stochastic boundary conditions.» *International journal of thermal sciences* (Elsevier) 43, n° 11 (2004): 1025-1036.
43. Kern, Michel. «Méthodes Inverses.» Notes du Cours, École Supérieure d'Ingénieurs, Paris, 2002.
44. Knyazev, Andrew V., et Ilya Lashuk. «Steepest Descent and Conjugate Gradient Methods with Variable Preconditioning.» *Journal of Matrix Analys & Applications* (SIAM) 29, n° 4 (2007): 1267-1280.
45. Krishna, Ritesh, Satyadarshi Nanda, et Abhijit Kulkarni. «A partial Granger causality based method for analysis of parameter interactions in bioreactors.» *Computers & Chemical Engineering* 35 (2011): 121-126.
46. Kullback, S. «The Kullback-Leiber distance.» *The American Statistician* 41 (1987): 340-341.
47. Lagier, G.L. Lagier. *Application de la méthode des éléments de frontière à la résolution du problème inverse de diffusion de la chaleur multidimensionnel : régularisation par troncature de spectre*. PhD thesis, Grenoble: Institut National Polytechnique de Grenoble, 1999.
48. Laird. *CPI4*. 08 08 2011. <http://lairdtech.thomasnet.com/item/thermoelectric-modules/-series-peltier-solid-state-thermoelectric-coolers/pn-4063?&plpver=10&origin=keyword&by=prod&filter=0#> (accès le 08 08, 2011).
49. Lauda. *RC 20 CP. 04 08 2011*. http://www.lauda-brinkmann.com/downloads/manuals/RC_CP%20+%20RL_CP%20+%20RK_CP%20+%20RK_KP.pdf (accès le 08 04, 2011).
50. Leister. *Leister Mistral*. 04 08 2011. http://www.leister.com/uploads/pdf/en/Mistral_Prod_ENG.pdf (accès le 08 04, 2011).
51. Levenberg, K. «A Method for the Solution of Certain Non-Linear Problems in Least Squares.» *Quarterly Journal of Applied Mathematics*, n° 2 (1944): 164-168.
52. Linse, D.J., et R.F. Stengel. «Identification of Aerodynamic Coefficients using Computational Neural Networks.» *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 16, n° 6 (1993): 1018-1025.
53. Ljung, Lennart. *System Identification: Theory for the User, Chap. 1*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc, 1987.
54. Löhle, Stefan, et Ulf Fuchs. «Heat Flux Calibration Measurement Using the Noninteger System Identification Method for Cooled Surfaces.» *Journal Of Thermophysics And Heat Transfer* 25, n° 2 (2011): 213-217.
55. Loubat, Rémi. *Analyse des transfert de chaleur flamme paroi par methode inverse*. PhD Thesis, Toulouse: Ecole Nationale Supérieure de l'Aeronautique et de l'Espace, 2005.

56. Loveday, D.L., et C. Craggs. «Stochastic modelling of temperatures affecting the in situ performance of a solar-assisted heat pump: The multivariate approach and physical interpretation.» *Solar Energy* 49, n° 4 (1992): 289-298.
57. Mailliet, Denis, Stéphane André, Alain Degiovanni, et Christian Moyne. *Thermal Quadrupoles*. Chisester, West Sussex: Jhon Wiley & Sons, 2000.
58. Mailliet, Denis, Thomas Metzger, et Sophie Didierjean. «Integrating the error in the independent variable for optimal parameter estimation.» *Inverse Problems in Engineering* 11 (2003): 175-186.
59. Malti, Rachid, Stéphane Victor, et Alain Oustaloup. «Advances in System Identification Using Fractional Models.» *Journal Computational Nonlinear Dynamics* 3, n° 2 (2008): 021401 (7 pages).
60. Mansfield, E. R., R. F. Gunst, et J.T. Webster. «An Analytic Variable Selection Technique for Principal Component Regression.» *Journal of the Royal Statistical Society. Series C (Applied Statistics)* 26, n° 1 (1977): 34-40.
61. Marquardt, D.W. «An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters.» *J. Soc. Indust. Appl. Math* 11 (1963): 431-441.
62. McCulloch, W.S., et W. Pitts. «A Logical Calculus of the Ideas Immanent in Nervous Activity.» *Bulletin od Mathematical Biophysics* 5 (1943): 115-133.
63. Minco. *Flexible Heaters*. 04 08 2011. http://www.minco.com/uploadedFiles/Products/Thermofoil_Heaters/Kapton_Heaters/hs202b-hk.pdf (accès le 08 04, 2011).
64. Montgomery, Douglas C., Elizabeth A. Peck, et G. Geoffrey Vining. *Introduction to linear regression analysis*. Hoboken, New Jersey: Jhon Wiley & Sons, Inc, 2006.
65. Moore, S.M., J.C.S. Lai, et K. Shankar. «ARMAX modal parameter identification in the presence of unmeasured excitation—I: Theoretical background.» *Mechanical Systems and Signal Processing* 21, n° 4 (2007): 1601-1615.
66. Nougier, J.P. *Méthodes de calcul numérique*. Paris: Éditions Masson, 1993.
67. —. *Méthodes de calcul numérique*. Paris: Éditions Masson, 1993.
68. Ozisik, M.N. *Boundary Value Problems of Heat Conduction*. Dover: Dover Pubns, 2002.
69. Pasquetti, R., et D. Petit. «Analyse Modale d'un Processus de Diffusion Thermique : Identification par Thermographie Infra-Rouge.» *International Journal of Heat and Mass Transfer* 31 (1988): 487-496.
70. Petit, D. «Systèmes thermiques diffusifs. Modélisation de leur comportement par identification de modes dominants.» *Revue Générale de Thermique* 32, n° 378 (1993): 302-311.
71. Pintelon, Rik, et Johan Schoukens. *System Identification: A Frequency Domain Approach*. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2001.
72. Piriou, Julien. *Methodes d'extrapolation pour application ventilation et thermique de la nacelle d'un ensemble propulsif*. Rapport Stage Fin d'Etudes, Toulouse: Airbus Operations, 2006.
73. Rémy, Benjamin. *Mesure de propriétés thermophysiques de matériaux minces et de dépôts par méthode Flash: "Application aux films polycristallins de diamant"*. PhD Thesis, Nancy: Institut National Polytechnique de Lorraine, 1998.
74. Rémy, Benjamin, Alain Degiovanni, et Olivier Verseux. «Mise en place de modèles d'extrapolation de température pour divers équipements de la nacelle d'un ensemble propulsif.» *Congrès Société Française Thermique*. Toulouse, 2008. 6.
75. Robinson, James C. *An Introduction to Ordinary Differential Equations*. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
76. Rohsenow, Warren M., James P. Hartnett, et Young I. Cho. *Handbook of Heat Transfer*. New York: McGraw-Hill, 1998.
77. Sacadura, Jean-François. *Initiation aux Transferts Thermiques*. Paris: Tec & Doc Lavoisier, 2000.
78. Schetelat, Pascal, et Jacqueline Etay. «A new approach for non-contact calorimetry: system identification using pseudo-white noise perturbation.» *Heat and Mass Transfer* 47, n° 7 (2011): 759-770.
79. Slesarenko, A. P., et A. I. Luzan. «Duhamel integral and the operational-structural method of solution in nonstationary heat-conduction problems for regions of complicated shape.» *Journal of Engineering Physics and Thermophysics* (Springer New York) 40, n° 5 (1981): 560-565.
80. Snee, D. Ronald. «Validation of Regression models: Methods and Examples.» *Technometrics* 19, n° 4 (1977): 415-428.
81. Tikhonov, A. N., et V.Y. Arsenin. *Solutions of Ill-Posed Problems*. Washington D.C.: V.H. Winston&Sons, 1977.

82. Tikhonov, Andrei N. "On the stability of inverse problems." *Doklady Akademii Nauk SSSR* 39, no. 5 (1943): 195-198.
83. Tsou, P., et M. Shen. «Structural Damage Detection and Identification Using Neural Networks.» *AIAA Journal* 32, n° 1 (1994): 176-183.
84. Uchida Frausto, H., J. G. Pieters, et J. M. Deltour. «Modelling Greenhouse Temperature by means of Auto Regressive Models.» *Biosystems Engineering* 84, n° 2 (2003): 147-157.
85. Uriz, Fermin, Benjamin Remy, Alain Degiovanni, et Olivier Verseux. «Identification models for temperature extrapolation in aircraft powerplant.» *International Journal of Thermal Sciences* (Elsevier), 2012: 18.
86. Uriz, Fermin, Benjamin Remy, Alain Degiovanni, et Olivier Verseux. «Prise en compte du biais de modèle dans le calcul des écarts-types des paramètres identifiés par méthode inverse.» *Congrès Société Française de Thermique 2010*. Le touquet, 2010. 699.
87. Vähäkylä, P., E. Hakonen, et P. Léman. «Short-term forecasting of grid load using Box-Jenkins techniques.» *International Journal of Electrical Power & Energy Systems* 2, n° 1 (1980): 29-34.
88. Velez Perez, Hugo. *Localisation et caractérisation du déroulement de la crise d'épilepsie temporale*. PhD Dissertation, CRAN, Nancy: Institut National polytechnique de Lorraine, 2010.
89. Ventura, Jérôme. *Réduction de modèle en convection forcée par des méthodes d'identification. Application au sillage de cylindre circulaire*. PhD Dissertation, Poitiers: Ecole Doctorale Sciences et Ingénierie en Matériaux, Mécanique, Énergétique et Aéronautique, 2010.
90. Videcoq, E., D. Petit, et A. Piteau. «Experimental modelling and estimation of time varying thermal sources.» Édité par 255-265. *International Journal of Thermal Sciences* 42, n° 3 (2003).
91. Videcoq, E., D. Petit, et H. Sadat. «The use of reduced models to solve inverse heat transfer problems.» *Eurotherm Seminar*. Faculté polytechnique de mons: Elsevier, 1997. 125-132.
92. Videcoq, E., et D. Petit. «Model reduction for the resolution of multidimensional inverse heat conduction problems.» *International Journal of Heat and Mass Transfer* 44, n° 10 (2001): 1899-1911.
93. Walter, Eric, et Luc Pronzato. *Identification de modèles paramétriques*. Paris: Masson, 1994.
94. Wen, Jun, et M. M. Khonsari. «Analytical Formulation for the Temperature Profile by Duhamel's Theorem in Bodies Subjected to an Oscillatory Heat Source.» *Journal of Heat Transfer* 129, n° 2 (2007): 236-241.
95. White, L.B., et B. Boashash. «Cross spectral analysis of nonstationary processes.» *IEEE Transactions on Information Theory* 36, n° 4 (1990): 830 - 835.
96. Yanga, Ming, et Viliam Makis. «ARX model-based gearbox fault detection and localization under varying load conditions.» *Journal of Sound and Vibration* 329, n° 24 (2010): 5209-5221.

VI Annexes

I-A Présentation de l'architecture générale du réacteur

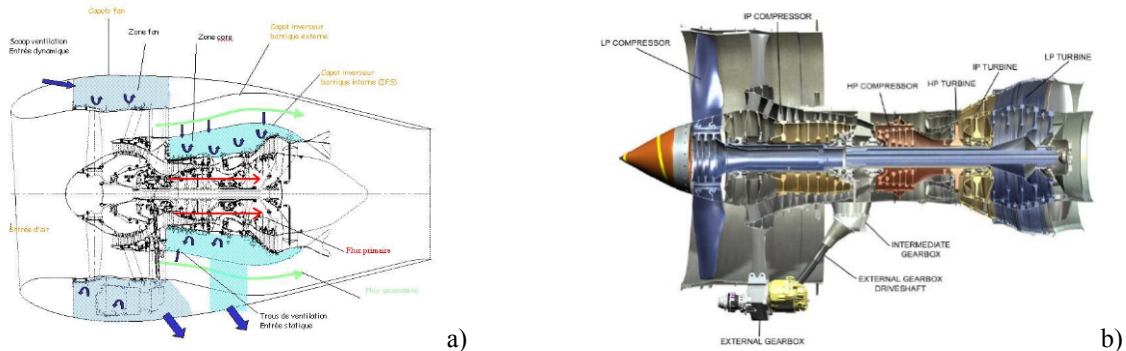


Figure I-A.1: Structure générale de l'ensemble propulsif (a) et Les différents étages de compression et de détente (b).

En allant de l'extérieur vers l'intérieur, le réacteur est constitué :

- du capot *Fan* (*Fan Cowl*)
- de la zone *Fan* dans laquelle peuvent se trouver les équipements tels que l'IDG (*Integrated Drive Generator*) ou la *Gearbox* (boîte de engrainages permettant de récupérer de la puissance mécanique sur le moteur afin d'actionner les générateurs électriques et les pompes hydrauliques comme l'IDG). Il est à noter cependant que sur le GP7200, ces équipements sont montés dans la zone *Core*.
- du carter *Fan* (*Fan case*)
- de l'espace *Fan Duct* dans lequel passe le flux secondaire froid
- du capot interne (barrique interne ou IFS)
- du carter moteur à l'intérieur duquel passe l'écoulement primaire
- d'une couverture thermique recouvrant l'IFS (*Thermal Blanket*), isolant ainsi cette dernière des hautes températures de la zone *Core*.
- de la zone *Core*, zone située entre le carter moteur et l'IFS, dans laquelle se trouvent les différents types de vannes (refroidissement, conditionnement d'air, décharge).

I-A.1 Les éléments constitutifs du moteur et leurs fonctions

Les moteurs sont composés de deux ou trois compresseurs associés à deux ou trois turbines à travers les arbres coaxiaux (il y en a trois pour les moteurs Trent 500 et Trent 900 de Rolls-Royce alors qu'il n'y en a seulement deux sur le moteur qui équipe l'A318 : le moteur PW 6000

développé par Pratt & Whitney). De plus, chaque compresseur et turbine peuvent être composés de plusieurs étages (1 étage = 1 stator + 1 rotor).

Tout l'air entrant dans le *Fan* passe au niveau du premier étage de compression (appelé *Low Pressure Compressor* ou LPC). Le flux d'air est séparé en deux : le flux secondaire froid (ou *bypass airflow*) et le flux primaire chaud (ou *Core airflow*).

Le flux secondaire passe à travers une tuyère constituée par les barriques internes et externes de l'inverseur de poussée. Ce flux produit 80% de la poussée du moteur.

Le flux primaire passe à travers le cœur du moteur et sort entre le cône et la tuyère de la turbine d'éjection. Ce flux est d'abord comprimé par plusieurs étages successifs du LPC pour les moteurs à deux compresseurs ou par des étages successifs de l'IPC (*Intermediate Pressure Compressor*) pour les moteurs Trent de Rolls-Royce. Ce flux primaire est une nouvelle fois comprimé par le HPC (*High Pressure Compressor*) avant d'entrer dans la chambre de combustion. A l'intérieur de celle-ci, le carburant est injecté : l'énergie du mélange est augmentée par la combustion. Ensuite, l'air sous pression est détendu dans deux ou trois turbines appelées *High Pressure Turbine* (HPT), *Intermediate Pressure Turbine* (IPT) et *Low Pressure Turbine* (LPT). Lors de cette détente, il y a un transfert d'énergie de l'air vers les turbines et l'énergie récupérée par les turbines permet d'entraîner les différents compresseurs. Ce flux produit 20% de la poussée du moteur.

Le *Fan* est entraîné par l'arbre de rotation basse pression, solidaire du compresseur et de la turbine basse pression.

I-A.2 Les éléments constitutifs de la nacelle et leurs fonctions

Le système propulsif est intégré à un ensemble que l'on appelle « nacelle ». Elle est constituée :

- du capot d'admission (*inlet cowl*)
- du capot de ventilateur (*Fan cowl door*)
- de l'inverseur de poussée (*thrust reverser*)
- du système d'éjection (*exhaust system*), constitué du cône d'éjection (*exhaust plug*) et de la tuyère d'éjection (*exhaust nozzle*)

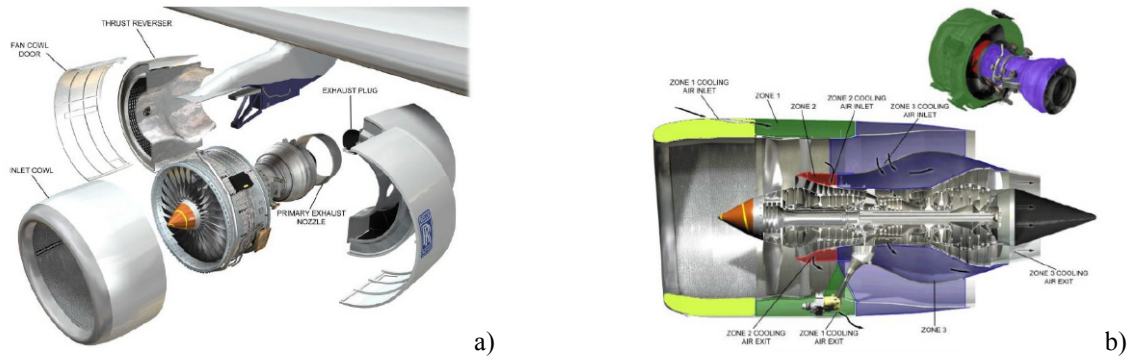


Figure I-A.2: Les éléments constitutifs de la nacelle (a) et Les différentes zones de l'ensemble propulsif Trent 500 (b).

Le capot d'admission canalise l'air entrant dans le moteur afin que le *Fan* puisse fonctionner de façon optimale. Ce capot est attaché au carter du compresseur basse pression (*Fan Case*) à l'aide d'une bride d'assemblage.

Le capot de ventilation est attaché avec des articulations au mât du réacteur. Elles peuvent être ouvertes durant des opérations de maintenance au sol pour faciliter l'accès aux composants installés sur le *Fan Case*.

Le principal rôle de la nacelle est de fournir l'aérodynamique la meilleure. Le flux d'air entrant dans le moteur doit avoir des conditions de vitesse et de pression adéquates pour fournir la poussée demandée. La nacelle doit également avoir la plus faible traînée à l'extérieur pour ne pas pénaliser les performances et la consommation.

La nacelle a aussi d'autres fonctions :

- protéger les composants du moteur et isoler la cellule de l'avion en cas de feux moteur
- assurer la ventilation afin d'empêcher la naissance de feux
- assurer le refroidissement des équipements du moteur
- permettre l'accès aux équipements et aux composants du moteur

I-A.3 Les différentes zones de l'ensemble propulsif

L'ensemble propulsif est divisé en plusieurs zones isolées les unes des autres par des parois coupe-feu (*bulkheads*) et des joints :

- le compartiment d'entrée d'air (*Air Intake Compartment*) : espace annulaire entre l'entrée de la barrique interne et celle de la barrique externe.
- le compartiment *Fan* (*Fan Case Compartment*) : espace annulaire entre le carter *Fan* et l'admission d'entrée d'air (zone 1)

- le carter situé au niveau du compresseur intermédiaire (*Intermediate Compressor Case Compartment*) : espace annulaire entre le carter du compresseur intermédiaire et le carénage du générateur de gaz (zone 2).
- le compartiment *Core* proche du moteur (*Engine Core Compartment*) : espace situé au dessus du carter moteur au niveau du compresseur haute pression et en dessous de l'IFS (*Inner Fixed Structure*) de l'inverseur de poussée (zone 3).

I-A.4 L'environnement thermique des équipements.

Ces équipements sont soumis à des échanges conductifs par le biais de leurs attaches respectives, à des échanges convectifs et à des échanges radiatifs entre eux mais aussi avec les capots *Fan* (transmettant partiellement le flux solaire). Le compartiment est fermé à l'avant et à l'arrière par deux cloisons coupe-feu verticales (*bulkheads*).

La ventilation de la zone *Fan* et La ventilation de la zone *Core*

L'ensemble du compartiment est refroidi par renouvellement d'air grâce à deux ouvertures découpées dans la nacelle. L'air entre à l'avant de la zone par une corne de ventilation placée à 12h et s'échappe par une grille placée entre 6h et 7h sur l'arrière de la zone. Le diffuseur répartit équitablement entre le côté sec et le côté humide un flux d'air qui refroidit les équipements par convection. A l'arrêt, l'échange de chaleur avec l'air du compartiment se fait par convection libre.

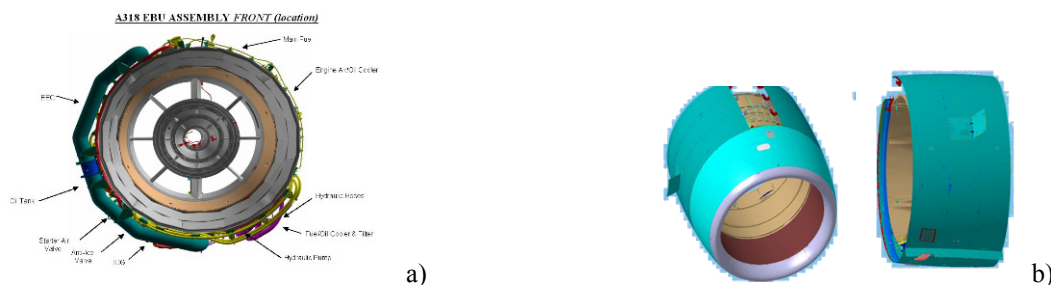


Figure I-A.4: Vue de face de l'ensemble propulsif PW 6000 (a) Schématisation de l'entrée d'air et de la grille de sortie de ventilation Trent 900 (b).

La zone *Core* est ventilée par prélèvement d'air froid sur le flux secondaire passant dans la veine *Fan*. Pour cela, des trous sont percés dans l'IFS, de manière à laisser passer le débit d'air nécessaire. Des déflecteurs peuvent être installés sur ces trous afin de rediriger l'air frais vers un équipement spécifique.

I-B Algorithme de Levenberg-Marquardt

(Marquardt 1963) a mis en avant une méthode, liée à une suggestion antérieure de (Levenberg 1944), qui permet de minimiser la norme des moindres carrés pour des modèles non-linéaires.

Il s'agit d'une méthode dite de *descente*. Ces méthodes consistent à s'approcher au mieux du minimum en mettant en place un processus itératif. A partir d'un vecteur initial ($\boldsymbol{\beta}^0$) on génère donc des vecteurs ($\boldsymbol{\beta}^i$) tels que à chaque itération, l'évaluation de la norme (S_{LS}) devient plus petite.

Ce type des méthodes sont confrontés à plusieurs inconvénients. Parmi eux, l'existence des minimums locaux dans la succession d'itérations et la convergence de la série sont les plus importants.

L'algorithme proposé par Newton est une méthode de deuxième ordre qui utilise des informations provenant de la dérivée première de la norme, mais aussi de ses dérivées secondes. Une version générale de cet algorithme est donnée par l'expression suivante :

$$\boldsymbol{\beta}^{i+1} = \boldsymbol{\beta}^i - \lambda^i \left[\nabla_{\boldsymbol{\beta}} \left(\nabla_{\boldsymbol{\beta}} S_{LS}^i \right) \right]^{-1} \nabla_{\boldsymbol{\beta}} S_{LS}^i \quad (\text{I-B-1})$$

Cette méthode offre le grand intérêt de converger rapidement au voisinage de la solution. Elle présente cependant plusieurs inconvénients :

- Elle ne peut pas converger si l'initialisation n'est pas bonne.
- Elle nécessite des nombreux calculs à chaque itération : le jacobien, le hessien, et son inverse.

Grace à l'approximation $\nabla_{\boldsymbol{\beta}} \left(\nabla_{\boldsymbol{\beta}} S_{LS} \right) \approx 2 \cdot \mathbf{X}^T \mathbf{X}$, il est possible d'alléger le nombre d'opérations à implémenter et on trouve alors la méthode dite de Gauss-Newton :

$$\boldsymbol{\beta}^{i+1} = \boldsymbol{\beta}^i - \lambda^i \left[(\mathbf{X}^i)^T \mathbf{X}^i \right]^{-1} \mathbf{X}^i (\mathbf{Y}^i - \mathbf{F}^i) \quad (\text{I-B-2})$$

L'algorithme de Levenberg-Marquardt permet de passer progressivement de la méthode du gradient (Knyazev et Lashuk 2007) à la méthode de Gauss-Newton.

Plus précisément, l'algorithme utilise la méthode de Gauss-Newton pour des points loin du minimum et bascule progressivement sur la méthode du gradient en se rapprochant de la solution. Ceci est réalisé grâce à l'introduction dans l'expression (I-B-2) d'une matrice définie positive Ω^i pondérée par un coefficient μ sur la matrice initiale à inverser.

$$\boldsymbol{\beta}^{i+1} = \boldsymbol{\beta}^i - \lambda^i [(\mathbf{X}^i)^T \mathbf{X}^i + \mu^i \boldsymbol{\Omega}^i]^{-1} \mathbf{X}^i (\mathbf{Y} - \mathbf{F}^i) \quad (\text{I-B-3})$$

La matrice $\boldsymbol{\Omega}^i$ est une matrice diagonale (normalement l'identité), néanmoins, il est possible aussi de la définir comme étant la diagonale de la matrice résultant du produit des sensibilités $(\mathbf{X}^i)^T \mathbf{X}^i$.

Schématiquement l'algorithme est mis en oeuvre de la façon suivante :

- Initialisation du vecteur initial $\boldsymbol{\beta}^0$ avec $\mu^0 = 10^{-3}$.
- Calcul de la matrice \mathbf{X}^i et de la sortie du modèle \mathbf{F}^i .
- Calcul de la matrice diagonale $\boldsymbol{\Omega}^i$.
- Obtention du vecteur paramètres $\boldsymbol{\beta}^{i+1}$.
- Evaluation de la norme S_{LS}^{i+1} . En fonction de l'évolution de la valeur de la norme fixer la valeur de μ^{i+1} :
 - Si S_{LS} augmente, alors augmenter la constante ($\mu^{i+1} = 10\mu^i$) et recalculer la matrice diagonale.
 - Si elle diminue, alors diminuer la valeur de la constante ($\mu^{i+1} = 10^{-3}\mu^i$).
- Critère d'arrêt: évolution minimale du vecteur de paramètres ($\|\boldsymbol{\beta}^{i+1} - \boldsymbol{\beta}^i\| < \varepsilon$).

Cette méthode de Levenberg-Marquardt (également appelée méthode Marquardt) fonctionne très bien dans la pratique (elle est très robuste) et est devenue le standard pour les routines de résolution des moindres carrés non linéaires.

I-C Principe de la résolution Runge-Kutta

Principe de la résolution par Runge-Kutta

Il s'agit d'un schéma numérique qui permet de résoudre une équation du type :

$$\frac{dy}{dt} = f(y, t) \quad (\text{I-C-1})$$

A titre d'exemple, on montrera la résolution du système du 1^{er} ordre pour le cas de la HPV présenté dans le premier chapitre. D'après le schéma d'Euler on peut décrire la variable y à travers l'expression discrétisée suivante :

$$y^{k+1} = y^k + \Delta t f(y^k, k) \quad (\text{I-C-2})$$

Où le coefficient Δt représente le pas de discrétisation en temps. La fonction f est une fonction de deux variables y^k et k . Or, dans le cas que l'on étudie, on doit traiter une fonction de huit variables (puisque les températures sont des fonctions du temps) :

$$f = f(T_{Act}^k, T_{carter}^k, T_{IFS}^k, T_{HP}^k, T_{IP}^k, T_{S.ech}^k, T_{14}^k, T_{air}^k, \alpha^k) \quad (\text{I-C-3})$$

A partir de la condition initiale suivante : $T_{Act}(t=0) = T_{air}(t=0)$ on obtient le schéma de résolution qui nous permet de décrire la température de l'équipement:

$$T_{Act}^{k+1} = T_{Act}^k + \Delta t \left(a_1 T_{carter}^k + a_2 T_{IFS}^k + a_3 T_{HP}^k + a_4 T_{IP}^k + a_5 T_{S.ech}^k + a_6 T_{14}^k + a_7 \left[\frac{\alpha^k}{2} T_{14}^k + \left(1 - \frac{\alpha^k}{2} \right) T_{air}^k \right] - \frac{1}{\tau} T_{Act}^k \right) \quad (\text{I-C-4})$$

II-A Résultats estimation (ΔT_1) sur simulation multicouches.

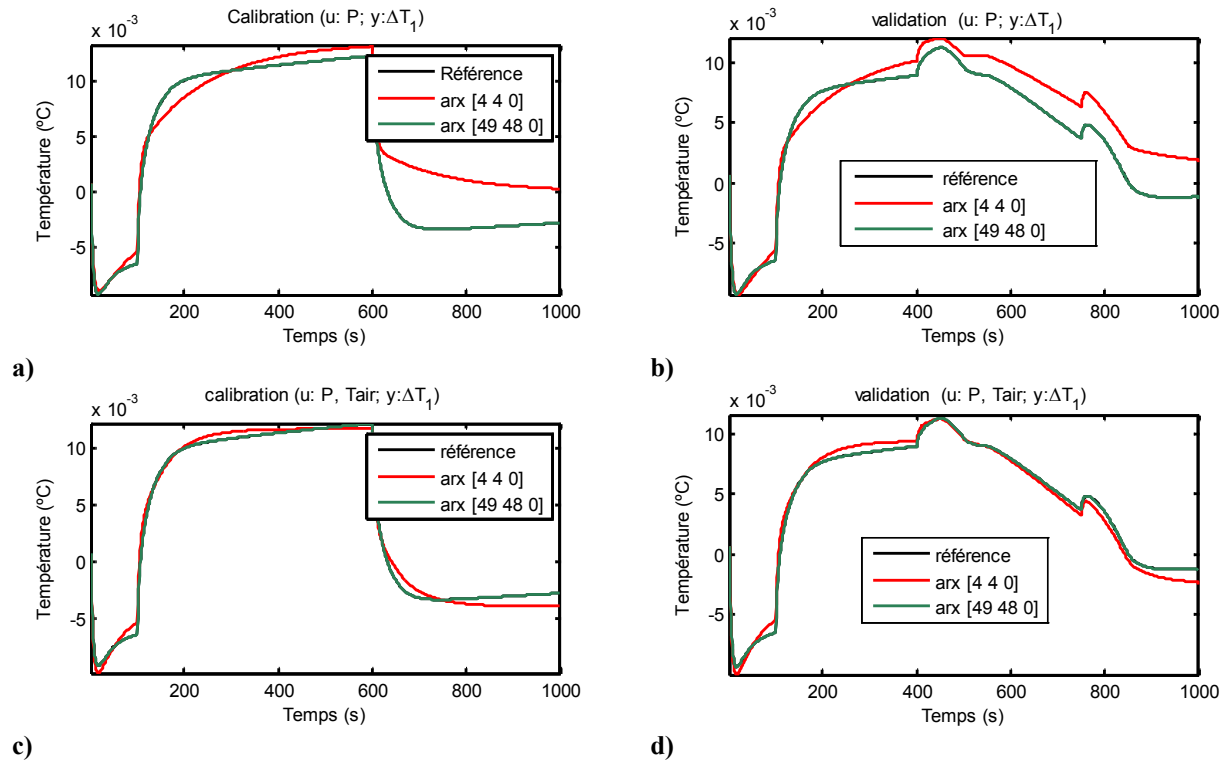


Figure II-A.1 Résultats estimation (ΔT_1) sur simulation multicouches avec source de chaleur.

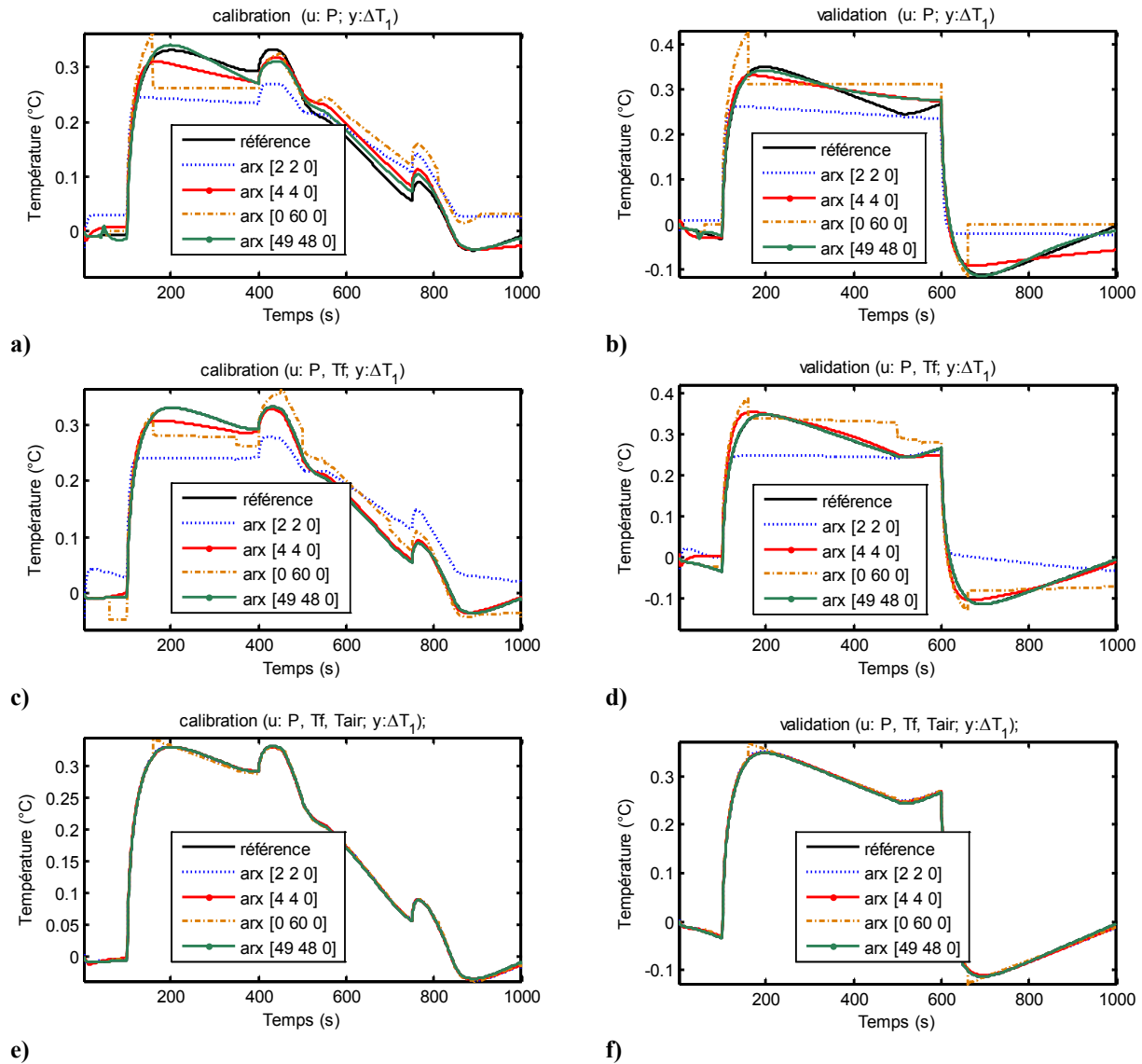


Figure II-A.2 Résultats estimation (ΔT_1) sur simulation multicouches avec source de chaleur et température d'eau variables.

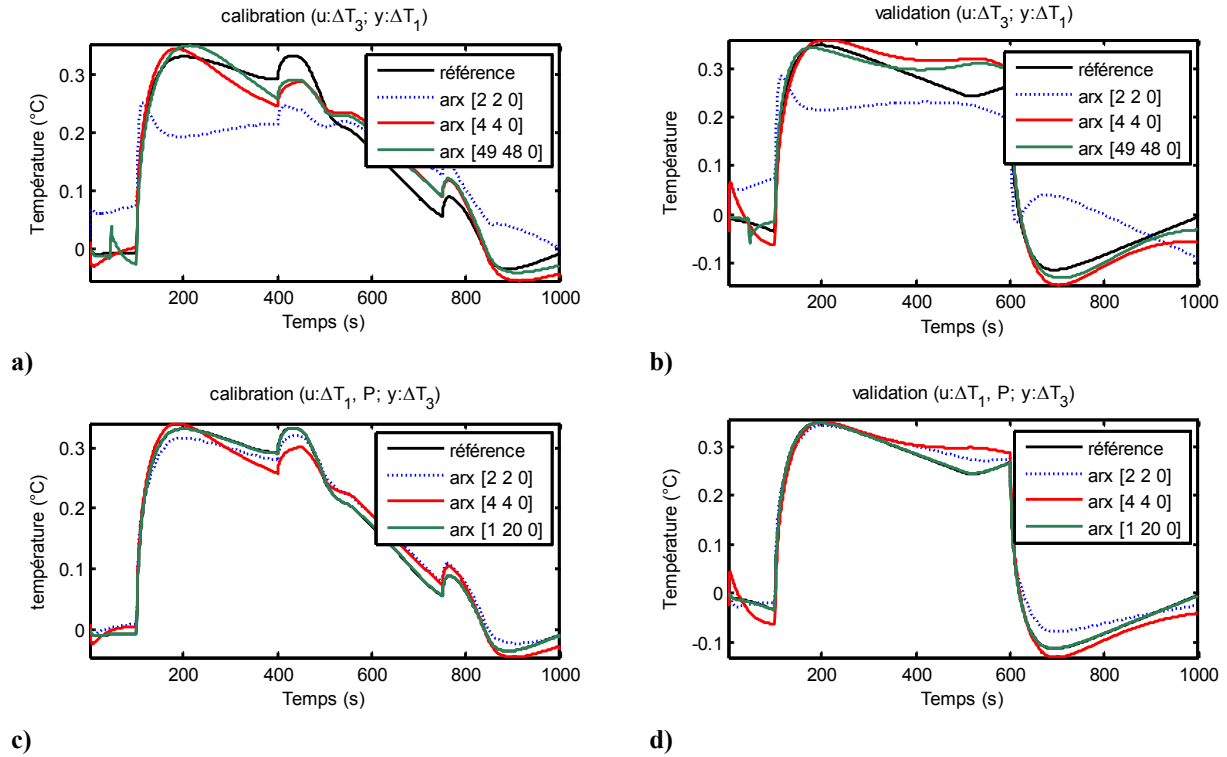


Figure II-A.3 Résultats estimation (ΔT_3) sur simulation multicouches avec source de chaleur et température d'eau variables.

III-A Présentation des bancs pilotes

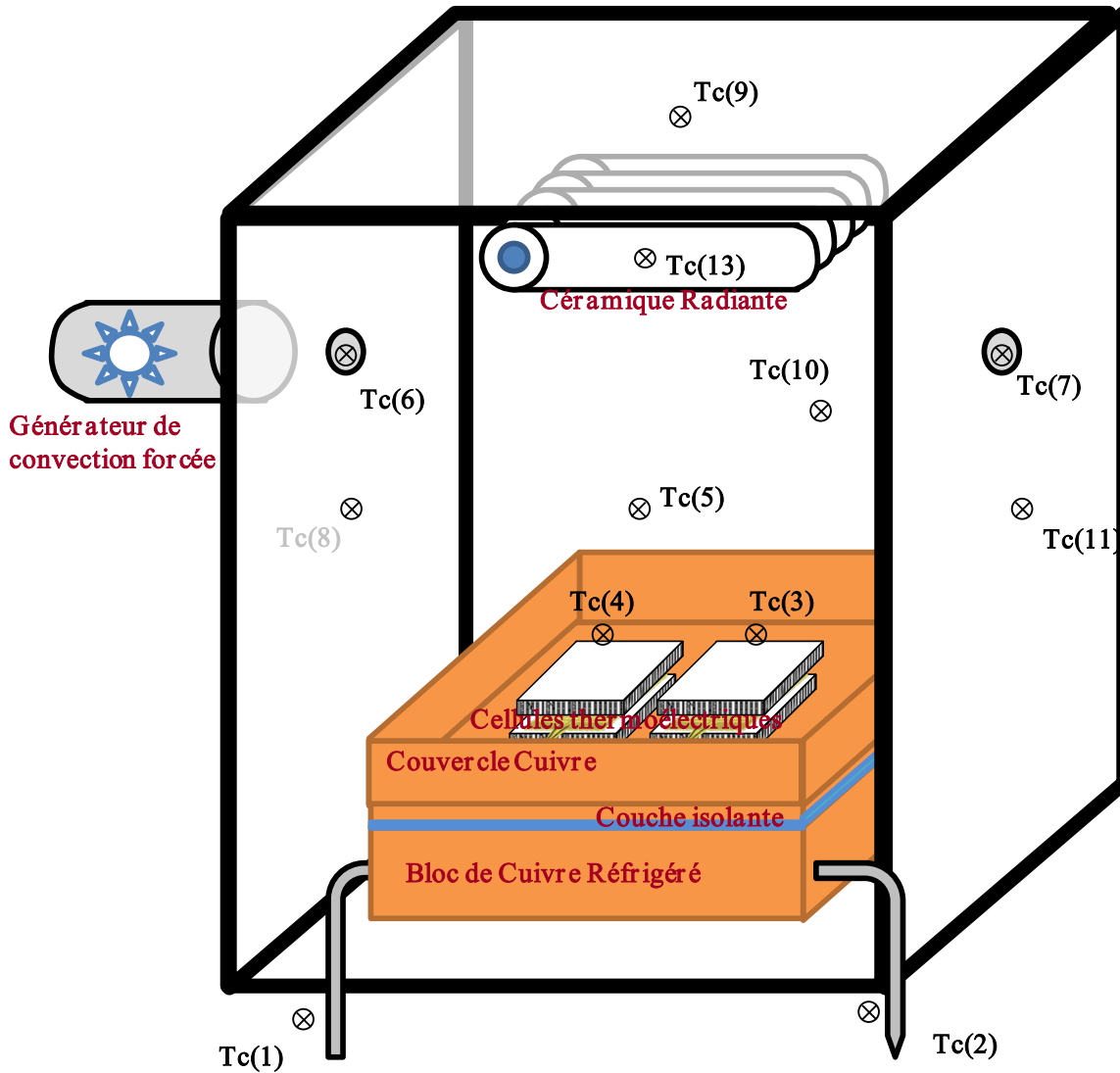


Figure III-A.1 Schéma descriptif du banc expérimental et implantation des thermocouples

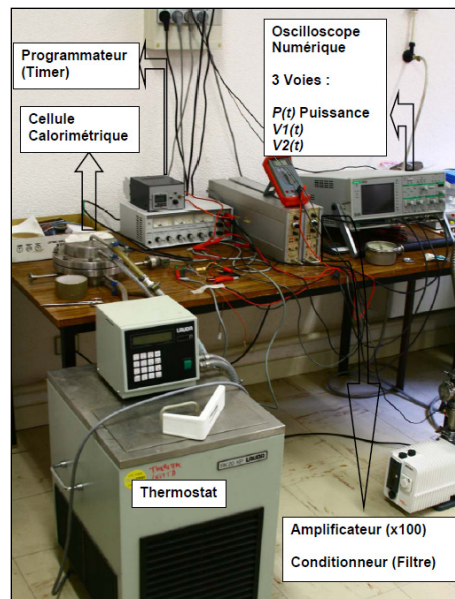


Figure III-A.2 Dispositif expérimental intermédiaire.

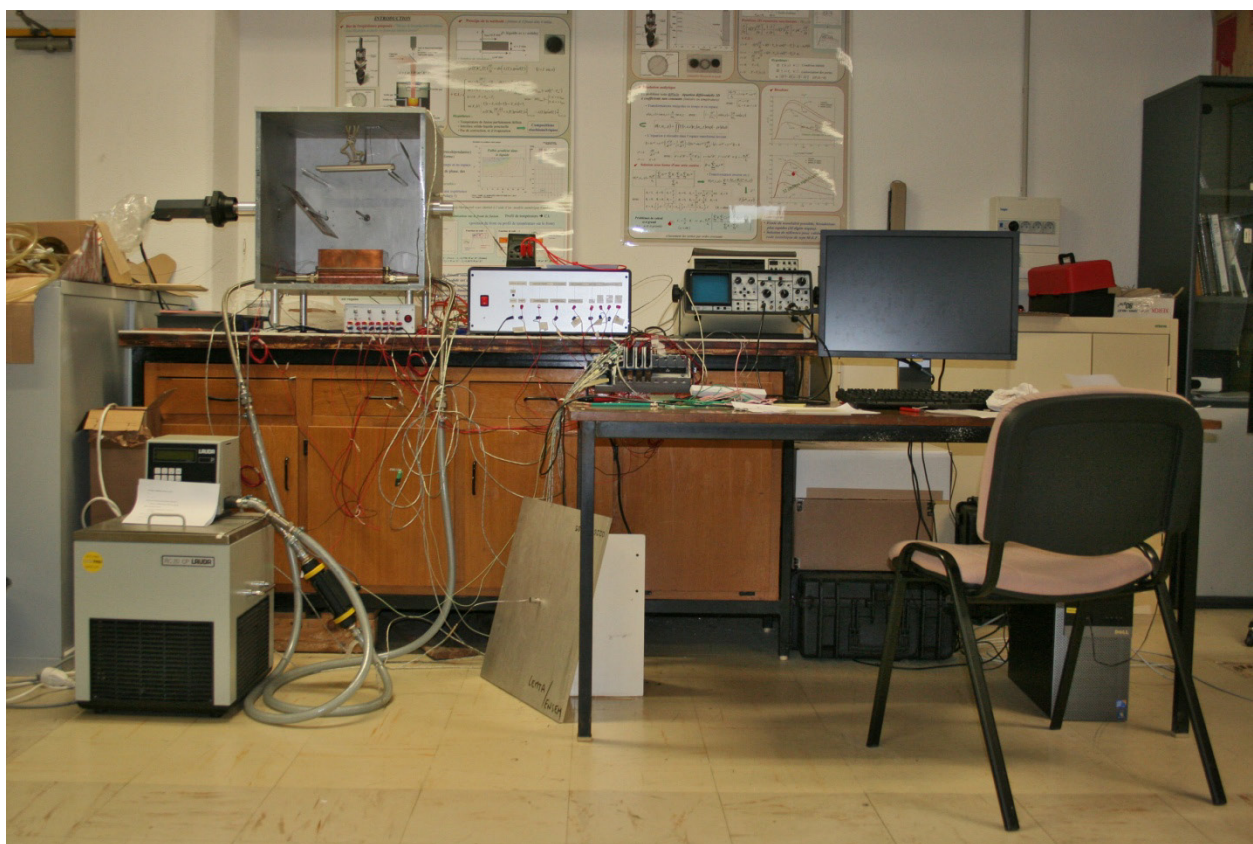


Figure III-A.3 Vue générale du banc pilote expérimental.

III-B Résultats expérimentaux

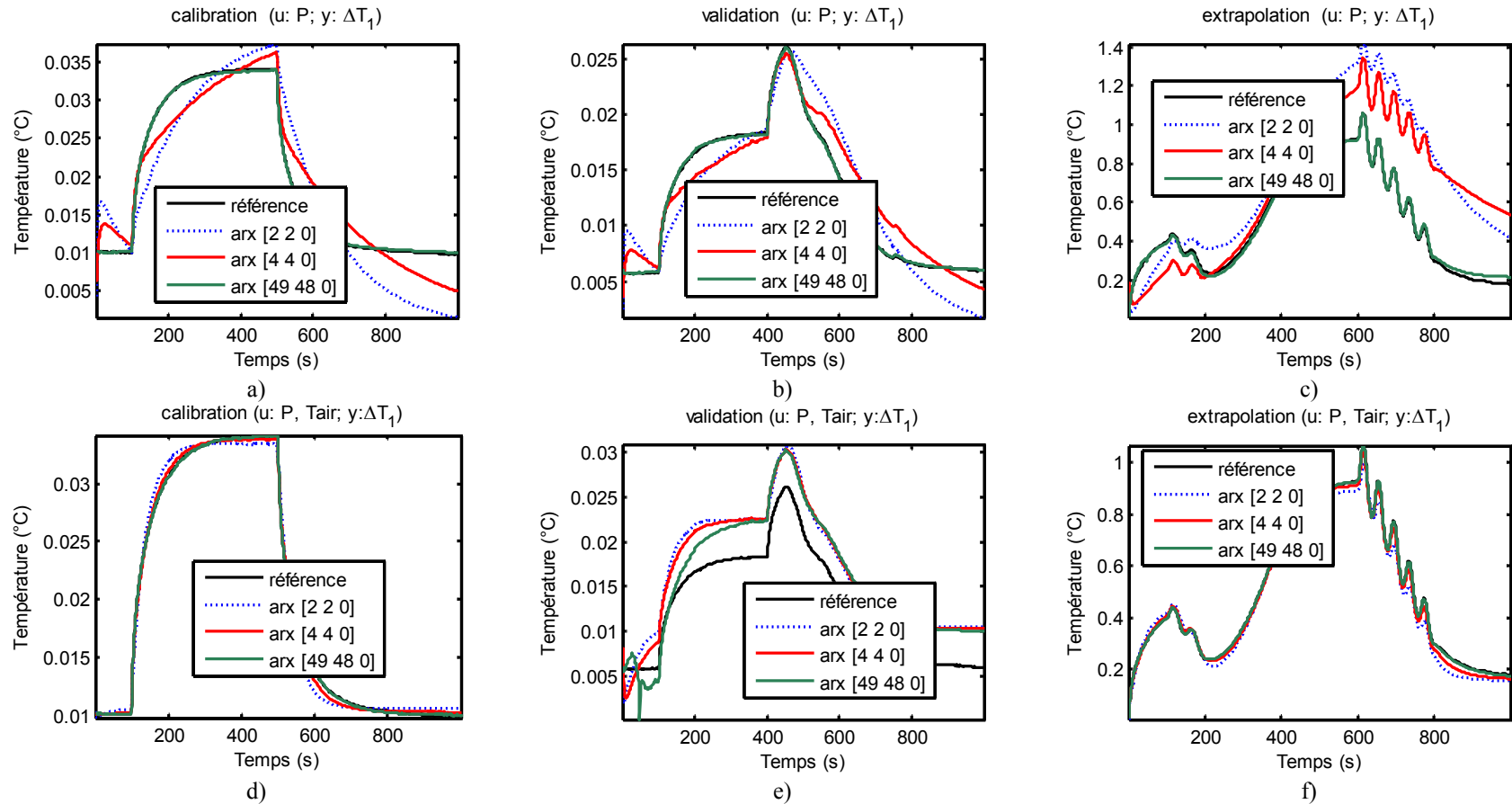


Figure III-B.1 Calibration (a, d, g), Validation (b, e, h) et Extrapolation (c, f, d) pour une seule source d'excitation.

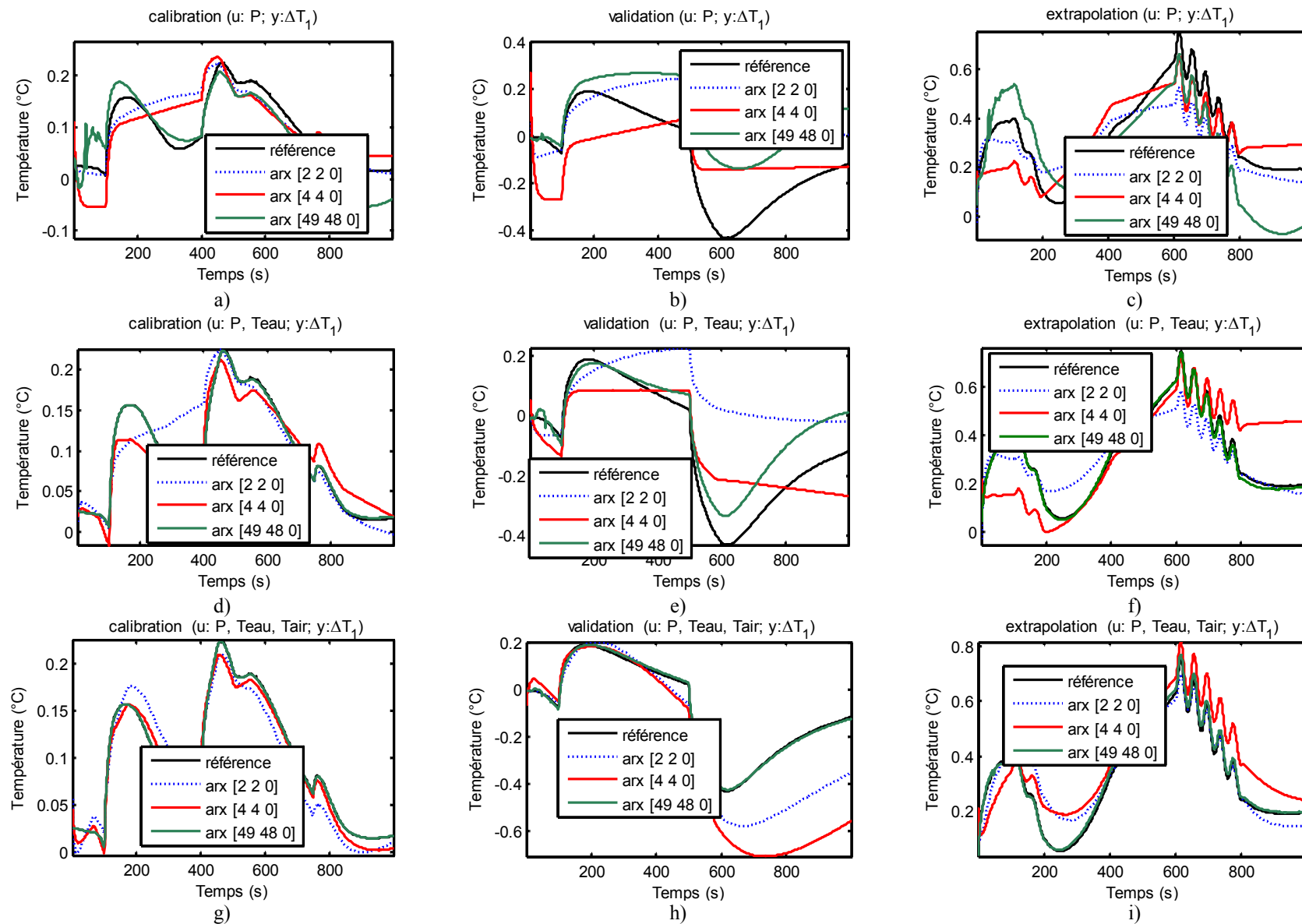


Figure III-B.2 Calibration (a, d, g), Validation (b, e, h) et Extrapolation (c, f, d) pour deux sources d'excitation.

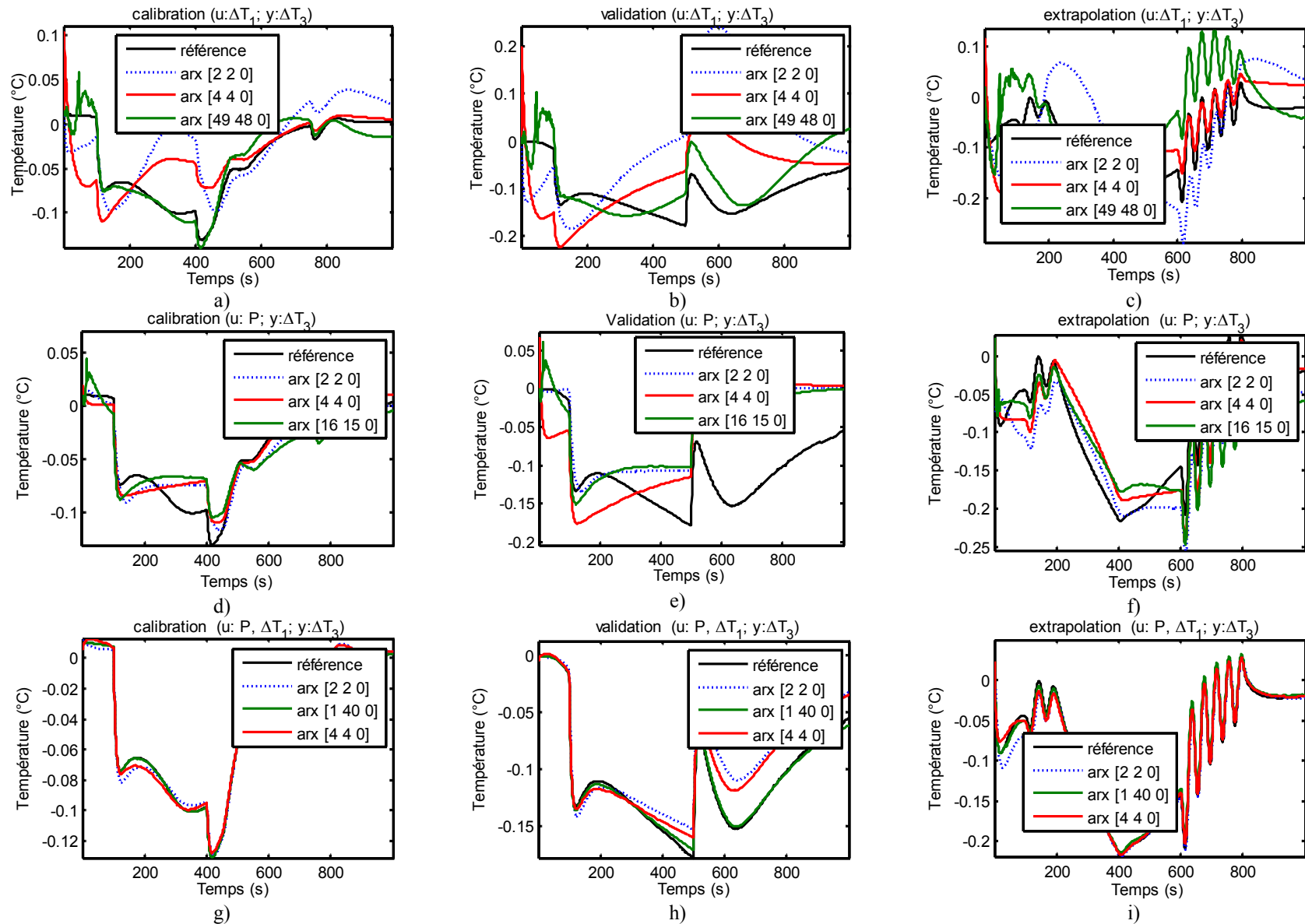


Figure III-B.3 Calibration (a, d, g), Validation (b, e, h) et Extrapolation (c, f, i) pour deux sources d'excitation.

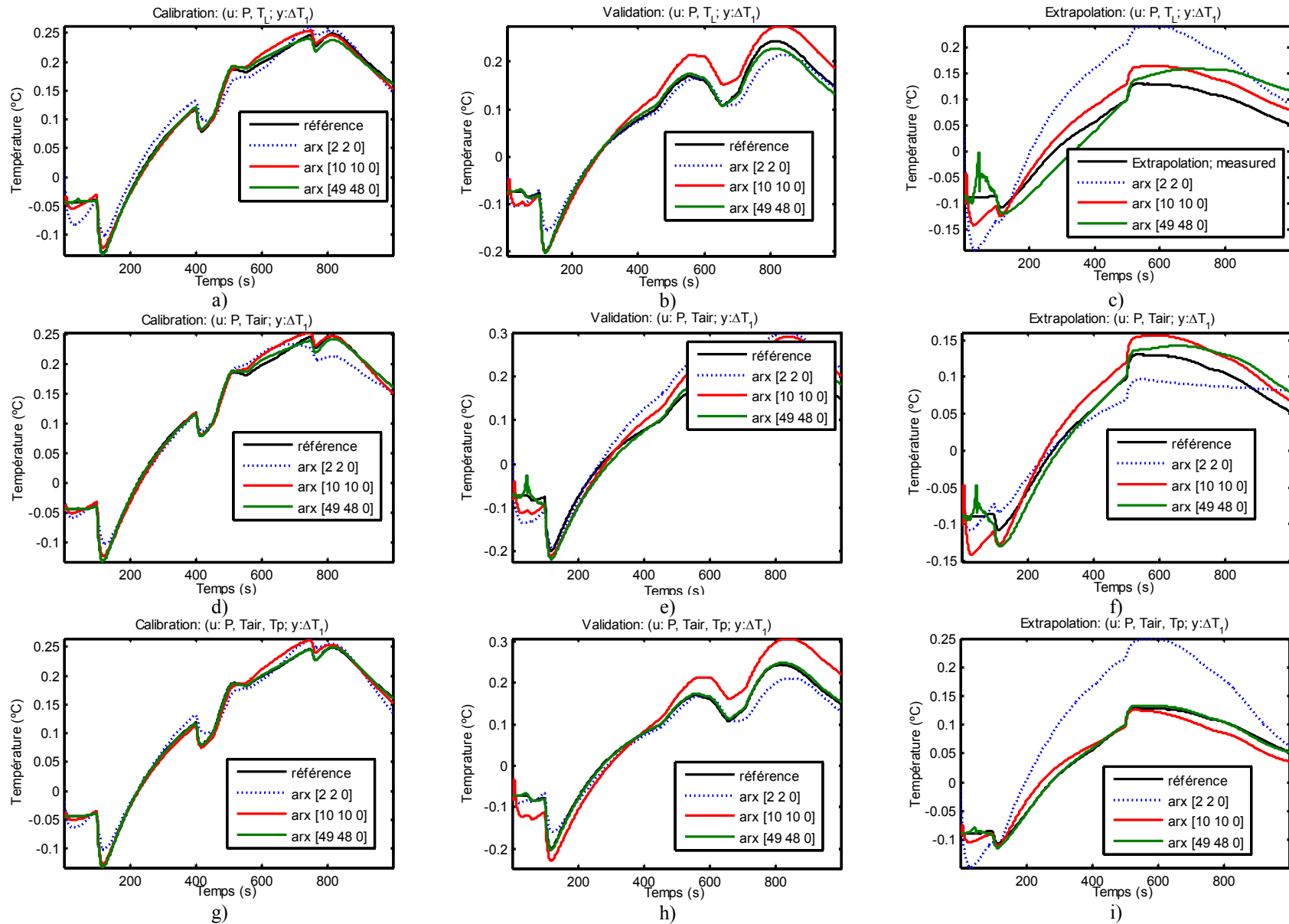


Figure III-B.4 Calibration (a, d, g), Validation (b, e, h) et Extrapolation (c, f, i) dans le cas de la convection forcée.

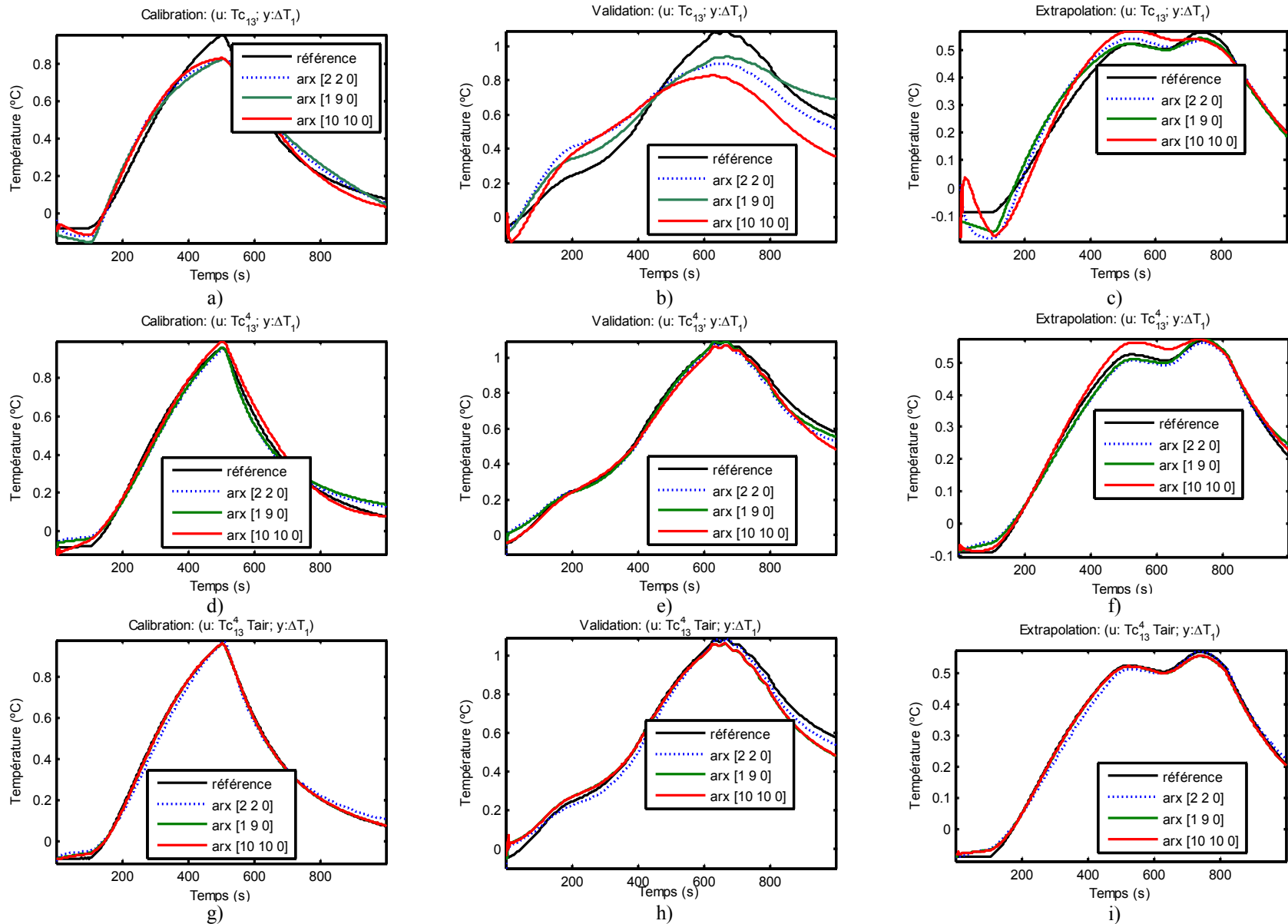


Figure III-B.5 Calibration (a, d, g), Validation (b, e, h) et Extrapolation (c, f, d) pour une seule source de rayonnement.

III-C Résultats de l'application sur des équipements moteur

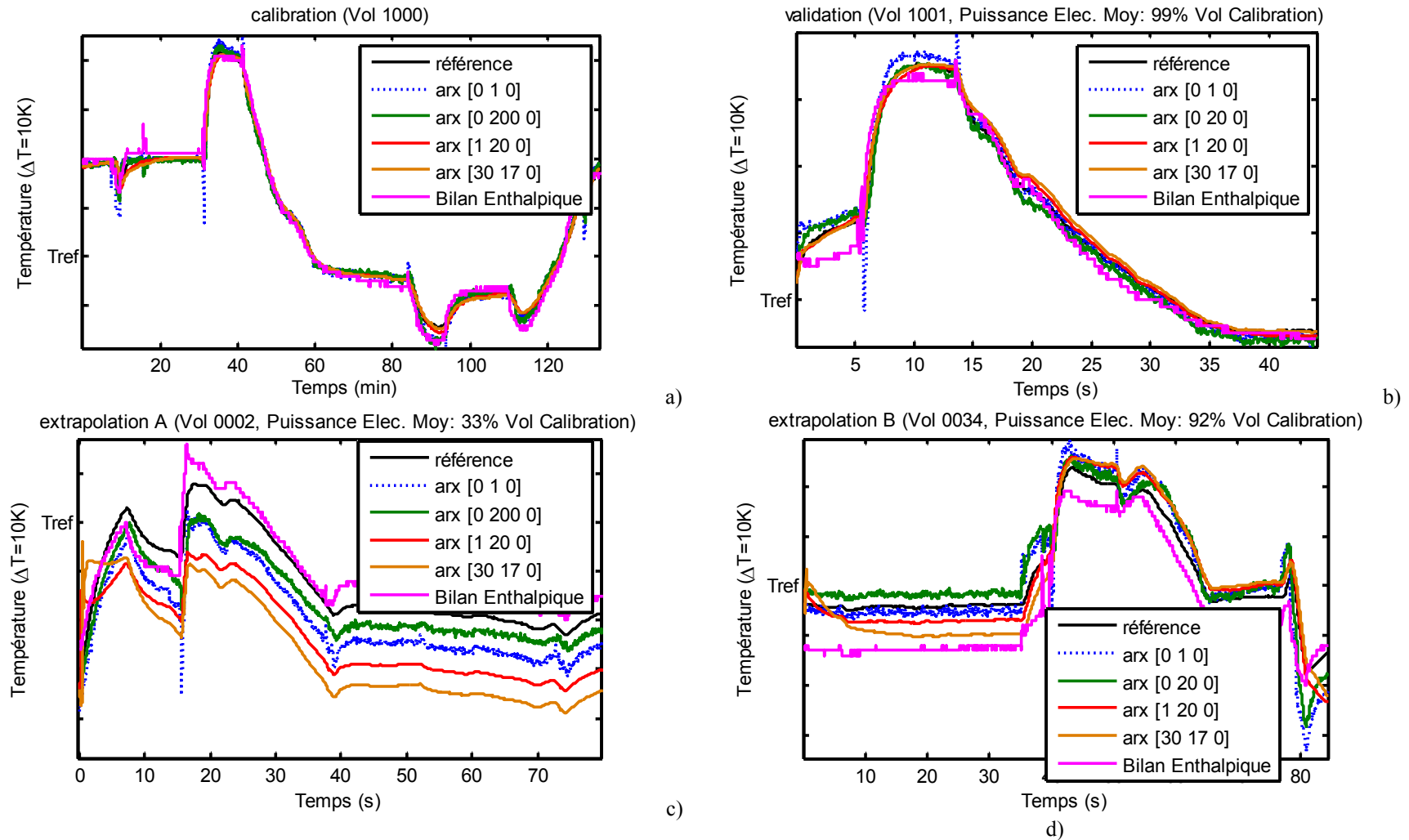


Figure III-C.1 Calibration (a), Validation (b) et Extrapolation (c, d) sur IDG.

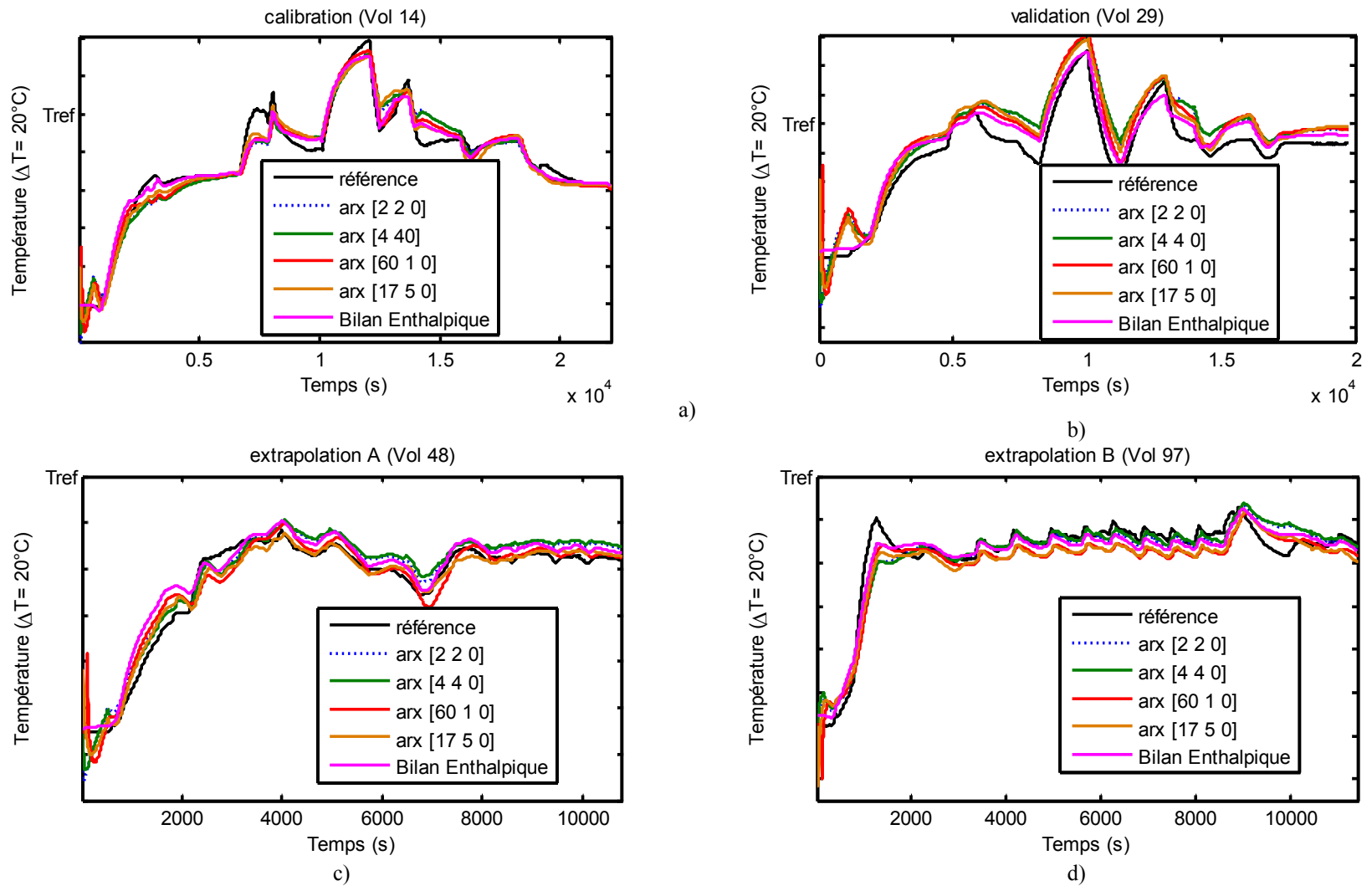


Figure III-C.2 Calibration (a), Validation (b) et Extrapolation (c, d) sur la vanne HPV.

III-D Compléments sur le protocole de lancement de l'expérience.

```
function MyMultiFunction(src,event)
    global Time T_Output U_Output V_Output

    Time=[Time event.TimeStamps];           % Stockage de
    l'intervale temporel
    T_Output=[T_Output,event.Data(1:13)];    % Stockage des
    Thermocouples
    U_Output=[U_Output,event.Data(14:17)];  % Stockage des Tensions
    (Fluxmetres)
    V_Output=[V_Output,event.Data(18:20)];  % Stockage des
    Tensions (Alimentations)
end
```

C1	Flim Chauff. Gauche
C2	Flim Chauff. Droite
C3	Débit Ventilateur
C4	Temp. Lesiter
C5	Moteur Déflecteur
C6	Céramique
C7	Interrupteur Leister

Figure III-D Description de la variable *Consigne*

IV-A Variation de la Méthode 2.

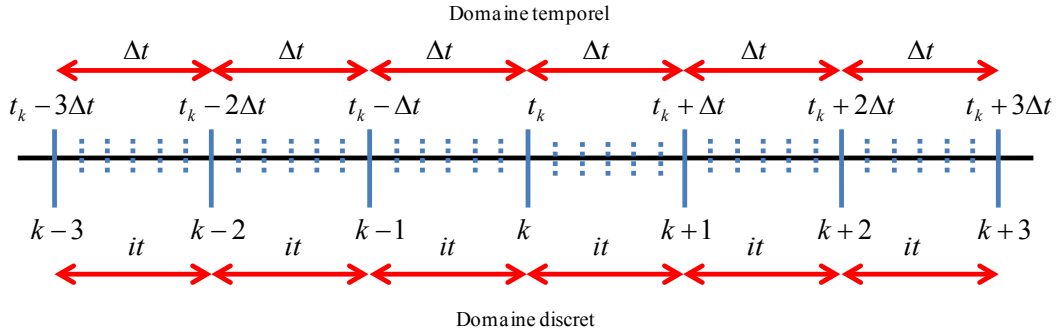


Figure IV-A.1. Estimation du biais sur six intervalles.

Comme il a été énoncé, l'objectif est de pouvoir approcher la fonction $x_r^*(t_k)x_c(t_k)e_{\beta c}$ par un modèle de fermeture sur l'intervalle donné. Il est possible d'augmenter l'ordre du modèle de fermeture. On présente ici les expressions pour un polynôme d'ordre 4.

Il est évident qu'en augmentant l'ordre du polynôme, il est nécessaire de prendre en compte plus de points. Pour un pas d'échantillonnage Δt , sept points seront nécessaires.

Les expressions correspondantes sont alors les suivantes :

$$\begin{bmatrix} \hat{\beta}_{r,k+3}^* - \hat{\beta}_{r,k+2}^* \\ \hat{\beta}_{r,k+2}^* - \hat{\beta}_{r,k+1}^* \\ \hat{\beta}_{r,k+1}^* - \hat{\beta}_{r,k}^* \\ \hat{\beta}_{r,k}^* - \hat{\beta}_{r,k-1}^* \\ \hat{\beta}_{r,k-1}^* - \hat{\beta}_{r,k-2}^* \\ \hat{\beta}_{r,k-2}^* - \hat{\beta}_{r,k-3}^* \end{bmatrix}_{6 \times 6} = \begin{bmatrix} -(\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_{k+3}^{-1} (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_c)_{k+3} \mathbf{e}_{\beta c} + (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_{k+1}^{-1} (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_c)_{k+2} \mathbf{e}_{\beta c} \\ -(\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_{k+2}^{-1} (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_c)_{k+2} \mathbf{e}_{\beta c} + (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_{k+1}^{-1} (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_c)_{k+1} \mathbf{e}_{\beta c} \\ -(\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_{k+1}^{-1} (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_c)_{k+1} \mathbf{e}_{\beta c} + (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_k^{-1} (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_c)_k \mathbf{e}_{\beta c} \\ -(\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_k^{-1} (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_c)_k \mathbf{e}_{\beta c} + (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_{k-1}^{-1} (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_c)_{k-1} \mathbf{e}_{\beta c} \\ -(\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_{k-1}^{-1} (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_c)_{k-1} \mathbf{e}_{\beta c} + (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_{k-2}^{-1} (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_c)_{k-2} \mathbf{e}_{\beta c} \\ -(\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_{k-1}^{-1} (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_c)_{k-2} \mathbf{e}_{\beta c} + (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_r)_{k-2}^{-1} (\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_c)_{k-3} \mathbf{e}_{\beta c} \end{bmatrix}_{6 \times 6} \quad (IV-A-1)$$

En simplifiant les expressions à l'aide des relations (IV-A-2) et (IV-A-3) le système précédent peut se réécrire sous la forme (IV-A-4).

Si on impose le modèle de fermeture d'ordre 4 la norme cumulée des sensibilités devient :

$$\begin{aligned}
RC(t_k + 3\Delta t)e_{\beta c} &= \int_0^{t_k} x_r^*(t)x_c(t)e_{\beta c} dt + \int_{t_k}^{t_k+3\Delta t} (\alpha + \beta t + \gamma t^2 + \theta t^3 + \varphi t^4) dt \\
RC(t_k + 2\Delta t)e_{\beta c} &= \int_0^{t_k} x_r^*(t)x_c(t)e_{\beta c} dt + \int_{t_k}^{t_k+2\Delta t} (\alpha + \beta t + \gamma t^2 + \theta t^3 + \varphi t^4) dt \\
RC(t_k + \Delta t)e_{\beta c} &= \int_0^{t_k} x_r^*(t)x_c(t)e_{\beta c} dt + \int_{t_k}^{t_k+\Delta t} (\alpha + \beta t + \gamma t^2 + \theta t^3 + \varphi t^4) dt \\
RC(t_k - \Delta t)e_{\beta c} &= \int_0^{t_k} x_r^*(t)x_c(t)e_{\beta c} dt + \int_{t_k}^{t_k-\Delta t} (\alpha + \beta t + \gamma t^2 + \theta t^3 + \varphi t^4) dt \\
RC(t_k - 2\Delta t)e_{\beta c} &= \int_0^{t_k} x_r^*(t)x_c(t)e_{\beta c} dt + \int_{t_k}^{t_k-2\Delta t} (\alpha + \beta t + \gamma t^2 + \theta t^3 + \varphi t^4) dt \\
RC(t_k - 3\Delta t)e_{\beta c} &= \int_0^{t_k} x_r^*(t)x_c(t)e_{\beta c} dt + \int_{t_k}^{t_k-3\Delta t} (\alpha + \beta t + \gamma t^2 + \theta t^3 + \varphi t^4) dt
\end{aligned} \tag{IV-A-2}$$

En développant les intégrales, on obtient les expressions présentées en (IV.A-3). Et en les combinant avec la relation (IV-A-1), on obtient le système à inverser donné par les relations (IV-A-5) et (IV.A-6).

$$\begin{bmatrix}
(\mathbf{X}_r^{*T} \mathbf{X}_c)_k \mathbf{e}_{\beta c} \\
it(\alpha + \beta t_x + \gamma t_x^2 + \theta t_x^3 + \varphi t_x^4) \\
it^2(\beta/2 + \gamma t_x + 6/4 \theta t_x^2 + 10/5 \varphi t_x^3) \\
it^3(\gamma/3 + \theta t_x + 10/5 \varphi t_x^2) \\
it^4(\theta/4 + \varphi t_x) \\
it^5 \varphi/5
\end{bmatrix} = \mathbf{D}^{-1} \begin{bmatrix}
\hat{\beta}_{r,k+3}^* - \hat{\beta}_{r,k+2}^* \\
\hat{\beta}_{r,k+2}^* - \hat{\beta}_{r,k+1}^* \\
\hat{\beta}_{r,k+1}^* - \hat{\beta}_{r,k}^* \\
\hat{\beta}_{r,k}^* - \hat{\beta}_{r,k-1}^* \\
\hat{\beta}_{r,k-1}^* - \hat{\beta}_{r,k-2}^* \\
\hat{\beta}_{r,k-2}^* - \hat{\beta}_{r,k-3}^*
\end{bmatrix} \tag{IV-A-6}$$

Le vecteur solution contient alors la valeur de la fonction recherchée $x_r^*(t_k)x_c(t_k)e_{\beta c} = \Delta t(\alpha + \beta t_x + \gamma t_x^2 + \theta t_x^3 + \varphi t_x^4)$ qui nous permet ensuite de remonter au biais :

$$\text{biais} = \frac{-\mathbf{r}(k) + (it(\alpha + \beta t_x + \gamma t_x^2 + \theta t_x^3 + \varphi t_x^4)) / (it\mathbf{X}_r^{*T}(t_k))}{\mathbf{X}_r^{*T}(k)} \tag{IV-A-7}$$

$$\begin{aligned}
RC(t_k + 3\Delta t)e_{\beta c} &= RC(t_k)e_{\beta c} + 3\Delta t(\alpha + \beta t_k + \gamma t_k^2 + \theta t_k^3 + \varphi t_k^4) + 9\Delta t^2\left(\frac{\beta}{2} + \gamma t_k + \frac{6}{4}\theta t_k^2 + \frac{10}{5}\varphi t_k^3\right) + 27\Delta t^3\left(\frac{\gamma}{3} + \theta t_k + \frac{10}{5}\varphi t_k^2\right) + 81\Delta t^4\left(\frac{\theta}{4} + \varphi t_k\right) + 243\Delta t^5\frac{\varphi}{5} \\
RC(t_k + 2\Delta t)e_{\beta c} &= RC(t_k)e_{\beta c} + 2\Delta t(\alpha + \beta t_k + \gamma t_k^2 + \theta t_k^3 + \varphi t_k^4) + 4\Delta t^2\left(\frac{\beta}{2} + \gamma t_k + \frac{6}{4}\theta t_k^2 + \frac{10}{5}\varphi t_k^3\right) + 8\Delta t^3\left(\frac{\gamma}{3} + \theta t_k + \frac{10}{5}\varphi t_k^2\right) + 16\Delta t^4\left(\frac{\theta}{4} + \varphi t_k\right) + 32\Delta t^5\frac{\varphi}{5} \\
RC(t_k + \Delta t)e_{\beta c} &= RC(t_k)e_{\beta c} + \Delta t(\alpha + \beta t_k + \gamma t_k^2 + \theta t_k^3 + \varphi t_k^4) + \Delta t^2\left(\frac{\beta}{2} + \gamma t_k + \frac{6}{4}\theta t_k^2 + \frac{10}{5}\varphi t_k^3\right) + \Delta t^3\left(\frac{\gamma}{3} + \theta t_k + \frac{10}{5}\varphi t_k^2\right) + \Delta t^4\left(\frac{\theta}{4} + \varphi t_k\right) + \Delta t^5\frac{\varphi}{5} \\
RC(t_k - \Delta t)e_{\beta c} &= RC(t_k)e_{\beta c} - \Delta t(\alpha + \beta t_k + \gamma t_k^2 + \theta t_k^3 + \varphi t_k^4) + \Delta t^2\left(\frac{\beta}{2} + \gamma t_k + \frac{6}{4}\theta t_k^2 + \frac{10}{5}\varphi t_k^3\right) - \Delta t^3\left(\frac{\gamma}{3} + \theta t_k + \frac{10}{5}\varphi t_k^2\right) + \Delta t^4\left(\frac{\theta}{4} + \varphi t_k\right) - \Delta t^5\frac{\varphi}{5} \\
RC(t_k - 2\Delta t)e_{\beta c} &= RC(t_k)e_{\beta c} - 2\Delta t(\alpha + \beta t_k + \gamma t_k^2 + \theta t_k^3 + \varphi t_k^4) + 4\Delta t^2\left(\frac{\beta}{2} + \gamma t_k + \frac{6}{4}\theta t_k^2 + \frac{10}{5}\varphi t_k^3\right) - 8\Delta t^3\left(\frac{\gamma}{3} + \theta t_k + \frac{10}{5}\varphi t_k^2\right) + 16\Delta t^4\left(\frac{\theta}{4} + \varphi t_k\right) - 32\Delta t^5\frac{\varphi}{5} \\
RC(t_k - 3\Delta t)e_{\beta c} &= RC(t_k)e_{\beta c} - 3\Delta t(\alpha + \beta t_k + \gamma t_k^2 + \theta t_k^3 + \varphi t_k^4) + 9\Delta t^2\left(\frac{\beta}{2} + \gamma t_k + \frac{6}{4}\theta t_k^2 + \frac{10}{5}\varphi t_k^3\right) - 27\Delta t^3\left(\frac{\gamma}{3} + \theta t_k + \frac{10}{5}\varphi t_k^2\right) + 81\Delta t^4\left(\frac{\theta}{4} + \varphi t_k\right) - 243\Delta t^5\frac{\varphi}{5}
\end{aligned} \tag{IV.A3}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\beta}_r^*(t_k + 3\Delta t) - \hat{\beta}_r^*(t_k + 2\Delta t) \\ \hat{\beta}_r^*(t_k + 2\Delta t) - \hat{\beta}_r^*(t_k + \Delta t) \\ \hat{\beta}_r^*(t_k + \Delta t) - \hat{\beta}_r^*(t_k) \\ \hat{\beta}_r^*(t_k) - \hat{\beta}_r^*(t_k - \Delta t) \\ \hat{\beta}_r^*(t_k - \Delta t) - \hat{\beta}_r^*(t_k - 2\Delta t) \\ \hat{\beta}_r^*(t_k - 2\Delta t) - \hat{\beta}_r^*(t_k - 3\Delta t) \end{bmatrix}_{6 \times 6} = \begin{bmatrix} -RR(t_k + 3\Delta t)^{-1}RC(t_k + 3\Delta t)e_{\beta c} + RR(t_k + 2\Delta t)^{-1}RC(t_k + 2\Delta t)e_{\beta c} \\ -RR(t_k + 2\Delta t)^{-1}RC(t_k + 2\Delta t)e_{\beta c} + RR(t_k + \Delta t)^{-1}RC(t_k + \Delta t)e_{\beta c} \\ -RR(t_k + \Delta t)^{-1}RC(t_k + \Delta t)e_{\beta c} + RR(t_k)^{-1}RC(t_k)e_{\beta c} \\ -RR(t_k)^{-1}RC(t_k)e_{\beta c} + RR(t_k - \Delta t)^{-1}RC(t_k - \Delta t)e_{\beta c} \\ -RR(t_k - \Delta t)^{-1}RC(t_k - \Delta t)e_{\beta c} + RR(t_k + 2\Delta t)^{-1}RC(t_k + 2\Delta t)e_{\beta c} \\ -RR(t_k - 2\Delta t)^{-1}RC(t_k - 2\Delta t)e_{\beta c} + RR(t_k - 3\Delta t)^{-1}RC(t_k - 3\Delta t)e_{\beta c} \end{bmatrix}_{6 \times 6} \tag{IV.A-4}$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} -(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k+3}^{-1} + (\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k+2}^{-1} & -3(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k+3}^{-1} + 2(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k+2}^{-1} & -9(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k+3}^{-1} + 4(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k+2}^{-1} & -27(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k+3}^{-1} + 8(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k+2}^{-1} & -81(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k+3}^{-1} + 16(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k+2}^{-1} & -243(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k+3}^{-1} + 32(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k+2}^{-1} \\ -(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k+2}^{-1} + (\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k+1}^{-1} & -2(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k+2}^{-1} + (\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k+1}^{-1} & -4(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k+2}^{-1} + (\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k+1}^{-1} & -8(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k+2}^{-1} + (\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k+1}^{-1} & -16(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k+2}^{-1} + (\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k+1}^{-1} & -32(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k+2}^{-1} + (\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k+1}^{-1} \\ -(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k+1}^{-1} + (\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_k^{-1} & -(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k+1}^{-1} & -(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k+1}^{-1} & -(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k+1}^{-1} & -(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k+1}^{-1} & -(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k+1}^{-1} \\ -(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_k^{-1} + (\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k-1}^{-1} & -(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k-1}^{-1} & +(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k-1}^{-1} & -(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k-1}^{-1} & +(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k-1}^{-1} & -(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k-1}^{-1} \\ -(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k-1}^{-1} + (\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k-2}^{-1} & (\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k-1}^{-1} + 2(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k-2}^{-1} & -(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k-1}^{-1} + 4(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k-2}^{-1} & (\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k-1}^{-1} - 8(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k-2}^{-1} & -(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k-1}^{-1} + 16(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k-2}^{-1} & (\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k-1}^{-1} - 32(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k-2}^{-1} \\ -(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k-2}^{-1} + (\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k-3}^{-1} & 2(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k-1}^{-1} - 3(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k-2}^{-1} & -4(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k-1}^{-1} + 9(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k-2}^{-1} & 8(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k-1}^{-1} - 27(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k-2}^{-1} & -16(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k-1}^{-1} + 81(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k-2}^{-1} & 32(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k-1}^{-1} - 243(\mathbf{X}_r^* \mathbf{X}_r)_{k-2}^{-1} \end{bmatrix} \tag{IV.A-5}$$

V-A Calcul de la Cohérence

La cohérence est un estimateur d'interactions entre signaux. Normalement, elle est utilisée pour estimer le transfert de puissance entre l'entrée et la sortie d'un système linéaire. De plus, si les systèmes sont ergodiques, il est possible de l'utiliser pour estimer la causalité entre l'entrée et la sortie. La cohérence est définie dans le domaine fréquentiel comme étant le rapport de l'amplitude au carré de l'interspectre $S_{xy}(e^{i\omega})$ des deux signaux et de leurs autospectres $S_x(e^{i\omega}), S_y(e^{i\omega})$:

La cohérence comme la régression linéaire permet d'évaluer les relations linéaires entre les deux signaux mais dans le domaine fréquentiel. Les valeurs de cohérence sont normalisées entre 0 et 1 et indiquent le degré de corrélation linéaire existant entre les signaux.

$$C_{xy}(e^{i\omega}) = \frac{|S_{xy}(e^{i\omega})|^2}{S_x(e^{i\omega})S_y(e^{i\omega})} \quad (\text{V-A-1})$$

L'autocorrélation est un outil mathématique souvent utilisé en traitement du signal, en statistique il s'agit d'un paramètre qui peut être estimé. L'autocorrélation permet de détecter des régularités, des profils répétés dans un signal comme un signal périodique perturbé par beaucoup de bruit, ou bien une fréquence fondamentale d'un signal qui ne contient pas effectivement de fondamentale, plusieurs harmoniques de mêmes amplitudes. De la même façon l'intercorrélacion donne une notion de similarité entre deux signaux. Ces deux notions généralisent les notions classiques de covariance.

En définissant l'autocorrélation d'un signal $x(n)$ comme :

$$R_x(k) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{-N}^N x(n)x^*(n-k) \quad (\text{V-A-2})$$

Son estimateur est donné par l'expression :

$$\hat{R}_x(k) = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_k^{N-1} x(n)x^*(n-k); k = 0, 1, \dots, N-1 \\ \hat{R}_x(-k); k < 0 \\ 0; |k| \leq N \end{cases} \quad (\text{V-A-3})$$

L'estimateur de l'autospectre est la transformée de fourrier de l'autocorrélation :

$$\hat{S}_x(e^{j\omega}) = \sum_{-N+1}^N \hat{R}_x(k) e^{-j\omega k} \quad (\text{V-A-4})$$

Si on décide d'exprimer l'autospectre (aussi appelé periodogramme) en fonction directement du signal, il est conseillé d'utiliser une fonction *fenêtre rectangulaire* W_R qui représente une partie du signal $x(n)$ afin de pouvoir calculer plus facilement la transformé de Fourier. Ceci nous donne la fonction $x_N(n) = w_R(n)x(n)$ avec :

$$x_N(n) = \begin{cases} x(n); 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 \end{cases} \quad (\text{V-A-5})$$

La transformée de Fourier du signal devient alors :

$$X_N(e^{j\omega}) = \sum_{-\infty}^{\infty} x_N(n) e^{-j\omega n} = \sum_0^{N-1} x(n) e^{-j\omega n} \quad (\text{V-A-6})$$

L'estimateur de l'autocorrélation devient $\hat{R}_x(k) = \frac{1}{N} x_N(n) \otimes x_N^*(-k)$ et l'autospectre :

$$\hat{S}_x(e^{j\omega}) = \frac{1}{N} X_N(e^{j\omega}) X_N^*(e^{j\omega}) = \frac{1}{N} |X_N(e^{j\omega})|^2 \quad (\text{V-A-7})$$

Cet estimateur est dit biaisé car si nous calculons son espérance, on arrive a une expression qui dépend de la *fenêtre* de calcul de la transformée de Fourier. Afin de réduire ce biais, d'autres fonctions de type *fenêtre* différentes d'un rectangle sont proposées (Hanning, Hann, Blackman,...). Ce type de fonctions, minimisent le biais de l'estimateur.

De plus, même avec des fenêtres qui réduisent le biais, l'estimateur n'est pas toujours consistant. Pour cette raison Welch a proposé une modification de la méthode de calcul. Il s'agit de calculer la transformée de Fourier par intervalles de longueur L et de réaliser une moyenne de tous les résultats obtenus. On obtient finalement :

$$\hat{S}_x(e^{j\omega}) = \frac{1}{K} \sum_0^{K-1} \hat{S}_x^{(i)}(e^{j\omega}) \quad (\text{V-A-8})$$

Avec :

$$\hat{S}_x^{(i)}(e^{j\omega}) = \frac{1}{UL} \left| \sum_0^{L-1} w(n) x_i(n) e^{-j\omega n} \right|^2; \quad U = \frac{1}{L} \sum_0^{L-1} |w(n)|^2 \quad (\text{V-A-9})$$

**AUTORISATION DE SOUTENANCE
DU DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE LORRAINE**

o0o

VU LES RAPPORTS ETABLIS PAR :

Monsieur AUTRIQUE Laurent, Professeur, LISA-ISTIA Université d'Angers,

Monsieur PETIT Laurent, Professeur, ENSMA Université de Poitiers.

L'Administrateur Provisoire de l'Université de Lorraine, autorise :

Monsieur URIZ JAUREGUI Fermin

à soutenir devant un jury de l'UNIVERSITE DE LORRAINE, une thèse intitulée :

"Mise en place d'une méthodologie pour l'identification de modèles d'extrapolation de température : application aux équipements de nacelles de turboréacteurs"

en vue de l'obtention du titre de :

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE LORRAINE

Intitulé du doctorat : **"Mécanique, Energétique "**

Fait à Vandoeuvre, le **18 Mai 2012**

Pour l'Administrateur Provisoire par délégation,

Le Chargé de Mission,

François LAURENT



MISE EN PLACE D'UNE METHODOLOGIE POUR L'IDENTIFICATION DE MODELES D'EXTRAPOLATION DE TEMPERATURE: *"Application aux équipements de nacelle de turboréacteurs"*

Résumé

Airbus réalise pour chaque avion et pour chaque équipement de nombreux essais, au sol ou en vol et doit garantir qu'en tout point de vol possible, la température de chacun des équipements reste inférieure à la température limite correspondante.

Pour pouvoir valider la température de chaque équipement dans l'enveloppe de vol, il faudrait disposer d'essais réalisés aux frontières. Or, tous les essais en vol sont confrontés aux contraintes climatiques et opérationnelles qui ne permettent pas d'explorer tout le domaine. C'est pourquoi Airbus a besoin d'élaborer des méthodes d'extrapolation de température, de manière à prédire le comportement thermique des matériaux et des équipements dans les pires conditions.

Les techniques proposées sont basées sur la théorie de l'identification de systèmes qui consiste à déterminer des modèles de comportement d'un point de vue heuristique à partir de mesures et considérations physiques. Plus précisément, le présent document valide les modèles ARX comme un outil pour l'identification de la température du système. Les modèles et les techniques sont étudiés, tout d'abord, d'un point de vue de la simulation numérique et après, confrontés face à des tests représentatifs au laboratoire. Les techniques proposées permettent prédire la température des composants avion pour des conditions différentes.

Mots-clés: Problème inverse, Identification de systèmes, Biais de modèle, Modèles autorégressifs ARX, Intégration ventilation et thermique

IMPROVED TEMPERATURE EXTRAPOLATION METHODS FOR POWERPLANT SYSTEMS

Abstract

Airbus must ensure that for all flight conditions that a given aircraft could face, the temperature of each powerplant system must be less than the corresponding critical temperature.

In order to validate the temperature of each device in the flight envelope, tests at the border should be done. Airbus produces for each aircraft component many trials, either in flight or ground. However, all flight tests are faced with climatic and operational constraints which do not permit exploring the whole area. That's why Airbus needs to develop methods of extrapolation of temperature in order to predict the thermal behavior of materials and equipments in the worst conditions.

The proposed techniques are based on the system identification theory which consists on heuristically determining an analytical model using physical insights and measurements. More precisely, this paper validates ARX models as a tool for the identification of the system's temperature. The models and techniques are studied, first, from a numerical simulation point of view and second, based on laboratory representative tests. The proposed techniques allow predicting the temperature of aircraft components at different conditions.

Keywords: Inverse problem, System identification, Model bias, Autoregressive model ARX, Ventilation and thermal integration.