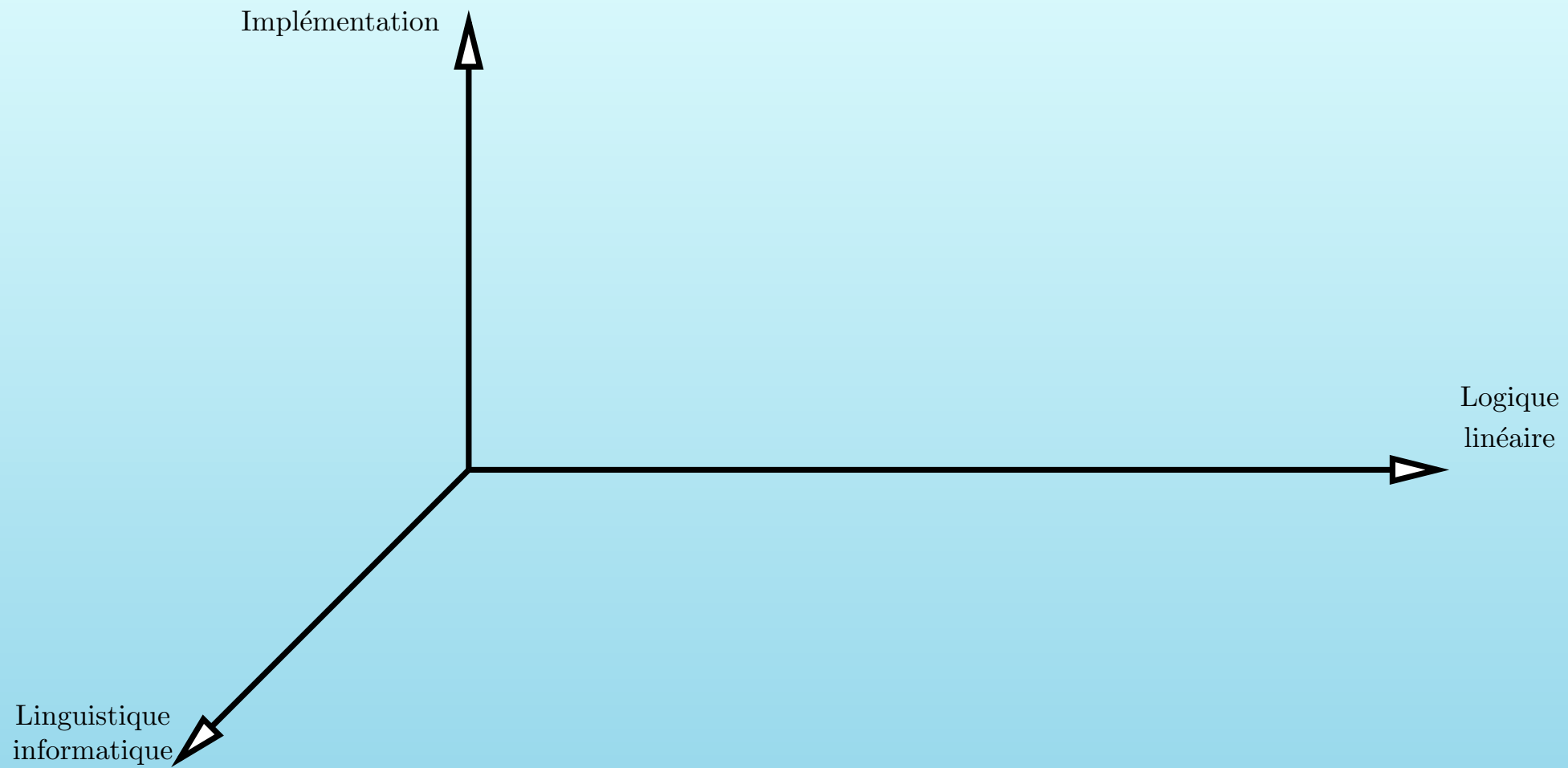
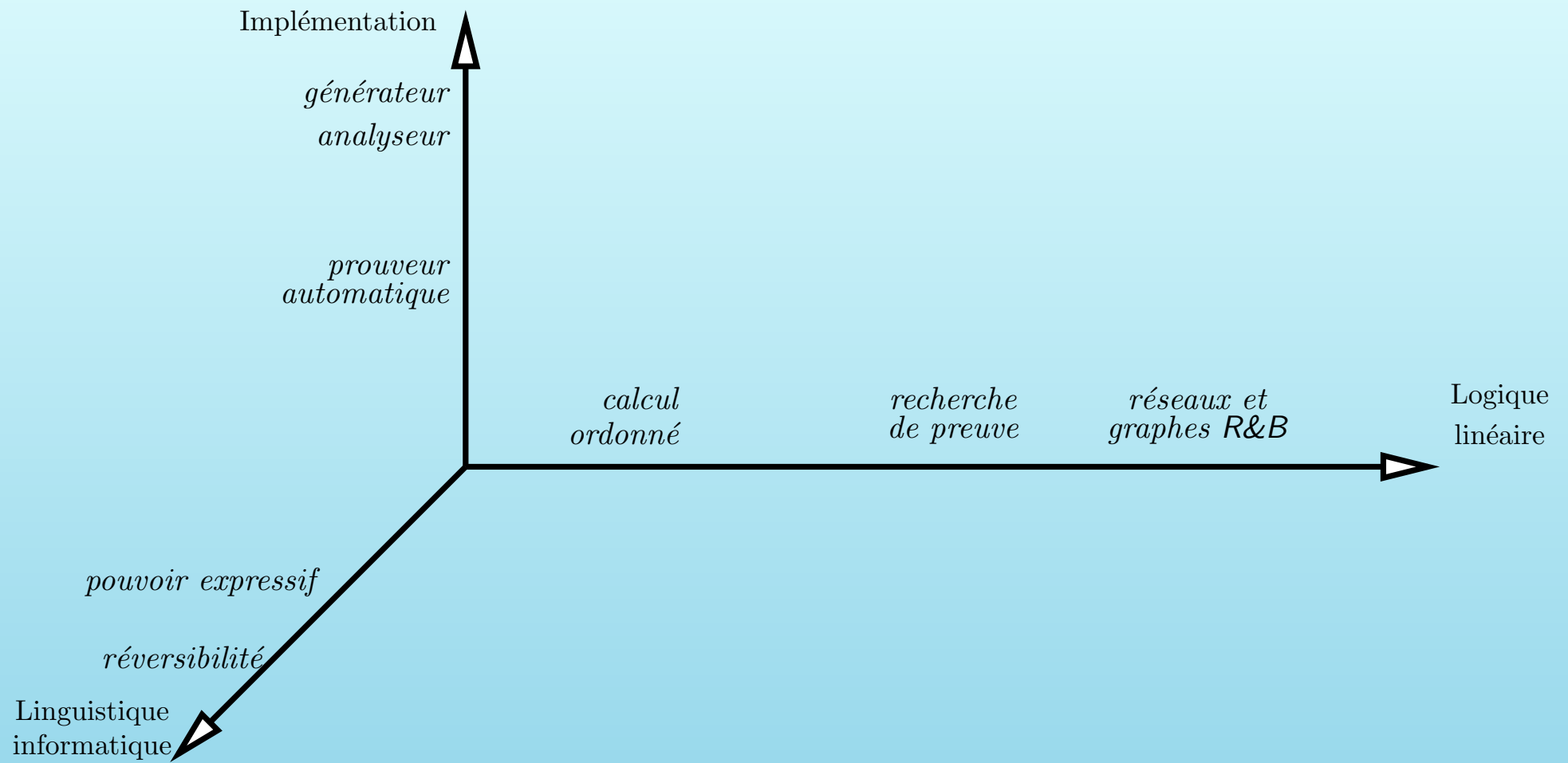


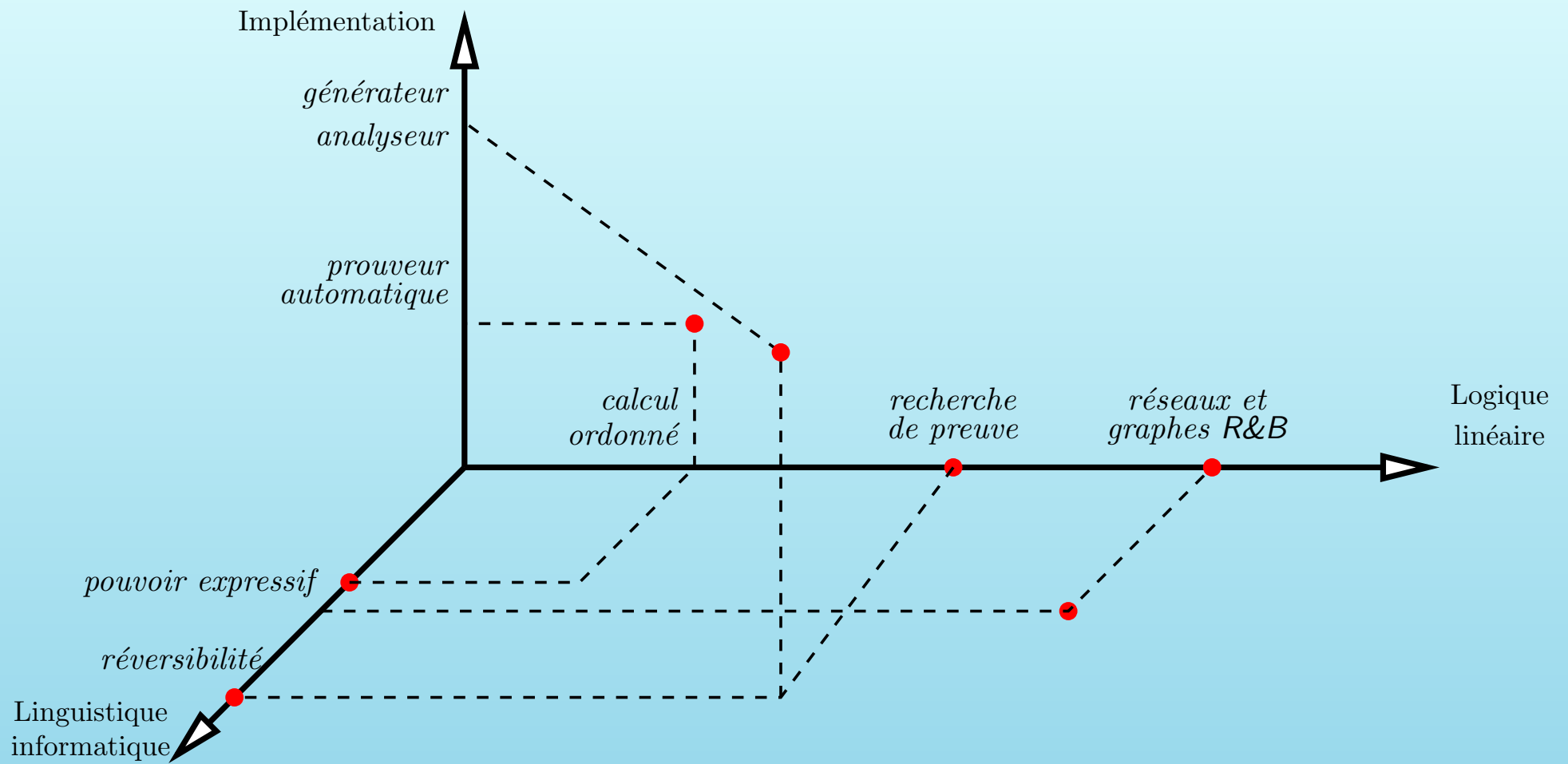
Réseaux de preuve et génération pour les grammaires de types logiques

Sylvain Pogodalla

27 septembre 2001







Plan

1. Principes des grammaires de types logiques
2. Exposé du problème de la génération
3. Éclairage de la théorie de la preuve
4. Reformulation du problème de la génération et solution proposée
5. Conclusion et perspectives

Plan

1. Principes des grammaires de types logiques
 - Les grammaires AB
 - Le calcul de Lambek
 - Analyse syntaxique
 - Analyse sémantique
2. Exposé du problème de la génération
3. Éclairage de la théorie de la preuve
4. Reformulation du problème de la génération et solution proposée
5. Conclusion et perspectives

Plan

1. Principes des grammaires de types logiques
2. Exposé du problème de la génération
3. Éclairage de la théorie de la preuve
4. Reformulation du problème de la génération et solution proposée
5. Conclusion et perspectives

Plan

1. Principes des grammaires de types logiques
2. Exposé du problème de la génération
3. Éclairage de la théorie de la preuve
 - Logique linéaire et calcul de Lambek
 - Réseaux de preuve
 - Analyse syntaxique et sémantique avec les réseaux
 - Liens exponentiels et graphes R&B
4. Reformulation du problème de la génération et solution proposée
5. Conclusion et perspectives

Plan

1. Principes des grammaires de types logiques
2. Exposé du problème de la génération
3. Éclairage de la théorie de la preuve
4. Reformulation du problème de la génération et solution proposée
 - Élimination des coupures et réécriture de graphe
 - Réduction et relation matricielle
 - Recherche de preuve et réalisation syntaxique
 - Algorithme de génération et implantation
5. Conclusion et perspectives

Plan

1. Principes des grammaires de types logiques
2. Exposé du problème de la génération
3. Éclairage de la théorie de la preuve
4. Reformulation du problème de la génération et solution proposée
5. Conclusion et perspectives

Principes des grammaires catégorielles

- Lexique : associe une ou plusieurs formules (**catégories** ou **types** syntaxiques) à un mot

- Dérivation du type S

Le langage est l'ensemble des expressions (concaténation de mots) à partir desquelles le type S se dérive

- Système déductif

- Grammaires AB :
- Règles supplémentaires :
- Calcul de Lambek
- Calcul ordonné
- Grammaires catégorielles multimodales ...

$$\begin{array}{l} X X \backslash Y \longrightarrow Y \quad Y / X X \longrightarrow Y \\ X \backslash Y Y \backslash Z \longrightarrow X \backslash Z \dots \end{array}$$

Le calcul de Lambek

$$\overline{A \vdash_L A}$$

$$\frac{\Gamma \vdash_L A \quad \Delta \vdash_L A \backslash B}{\Gamma, \Delta \vdash_L B} \backslash_e$$

$$\frac{A, \Gamma \vdash_L B}{\Gamma \vdash_L A \backslash B} \backslash_i$$

$$\frac{\Gamma \vdash_L B / A \quad \Delta \vdash_L A}{\Gamma, \Delta \vdash_L B} /_e$$

$$\frac{\Gamma, A \vdash_L B}{\Gamma \vdash_L B / A} /_i$$

Le calcul de Lambek

$$\overline{A \vdash_L A}$$

$$\frac{\Gamma \vdash_L A \quad \Delta \vdash_L A \backslash B}{\Gamma, \Delta \vdash_L B} \backslash_e \qquad \frac{A, \Gamma \vdash_L B}{\Gamma \vdash_L A \backslash B} \backslash_i$$

$$\frac{\Gamma \vdash_L B/A \quad \Delta \vdash_L A}{\Gamma, \Delta \vdash_L B} /_e \qquad \frac{\Gamma, A \vdash_L B}{\Gamma \vdash_L B/A} /_i$$

Analyse syntaxique :

$$\begin{array}{ccc} np, & (np \backslash S)/np & \vdash_L S/np \\ \textit{Corinne} & \textit{contrarie} & \end{array}$$

Le calcul de Lambek

$$\overline{A \vdash_L A}$$

$$\frac{\Gamma \vdash_L A \quad \Delta \vdash_L A \backslash B}{\Gamma, \Delta \vdash_L B} \backslash_e \qquad \frac{A, \Gamma \vdash_L B}{\Gamma \vdash_L A \backslash B} \backslash_i$$

$$\frac{\Gamma \vdash_L B/A \quad \Delta \vdash_L A}{\Gamma, \Delta \vdash_L B} /_e \qquad \frac{\Gamma, A \vdash_L B}{\Gamma \vdash_L B/A} /_i$$

Analyse syntaxique :

$$\frac{np, (np \backslash S)/np, np \vdash_L S}{np, (np \backslash S)/np \vdash_L S/np} /_i$$

Corinne contrarie

Le calcul de Lambek

$$\overline{A \vdash_L A}$$

$$\frac{\Gamma \vdash_L A \quad \Delta \vdash_L A \backslash B}{\Gamma, \Delta \vdash_L B} \backslash_e \qquad \frac{A, \Gamma \vdash_L B}{\Gamma \vdash_L A \backslash B} \backslash_i$$

$$\frac{\Gamma \vdash_L B/A \quad \Delta \vdash_L A}{\Gamma, \Delta \vdash_L B} /_e \qquad \frac{\Gamma, A \vdash_L B}{\Gamma \vdash_L B/A} /_i$$

Analyse syntaxique :

$$\frac{\overline{np \vdash_L np} \quad (np \backslash S) / np, np \vdash_L np \backslash S}{np, (np \backslash S) / np, np \vdash_L S} \backslash_e$$

$$\frac{np, (np \backslash S) / np, np \vdash_L S}{np, (np \backslash S) / np \vdash_L S / np} /_i$$

Corinne contrarie

Le calcul de Lambek

$$\overline{A \vdash_L A}$$

$$\frac{\Gamma \vdash_L A \quad \Delta \vdash_L A \backslash B}{\Gamma, \Delta \vdash_L B} \backslash_e \qquad \frac{A, \Gamma \vdash_L B}{\Gamma \vdash_L A \backslash B} \backslash_i$$

$$\frac{\Gamma \vdash_L B/A \quad \Delta \vdash_L A}{\Gamma, \Delta \vdash_L B} /_e \qquad \frac{\Gamma, A \vdash_L B}{\Gamma \vdash_L B/A} /_i$$

Analyse syntaxique :

$$\frac{\overline{np \vdash_L np} \quad \frac{\overline{(np \backslash S)/np \vdash_L (np \backslash S)/np} \quad \overline{np \vdash_L np}}{(np \backslash S)/np, np \vdash_L np \backslash S} /_e}{np, (np \backslash S)/np, np \vdash_L S} \backslash_e}{np, (np \backslash S)/np \vdash_L S/np} /_i$$

Corinne contrarie

$$\begin{array}{c}
 \frac{}{np/n \vdash_L np/n} \quad \frac{}{n \vdash_L n} \quad \frac{\frac{}{(n \setminus n)/(S/np) \vdash_L (n \setminus n)/(S/np)}}{(n \setminus n)/(S/np), np, (np \setminus S)/np \vdash_L n \setminus n} \quad \frac{\vdots D_1}{np, (np \setminus S)/np \vdash_L S/np}}{\frac{n, (n \setminus n)/(S/np), np, (np \setminus S)/np \vdash_L n}{n, (n \setminus n)/(S/np), np, (np \setminus S)/np \vdash_L n}} \backslash_e /_e \\
 \hline
 \frac{np/n, \quad n, \quad (n \setminus n)/(S/np), \quad np, \quad (np \setminus S)/np \quad \vdash_L \quad np}{le \quad repr\acute{e}sentant \quad que \quad Corinne \quad contraire} /_e
 \end{array}$$

- Extraction des dépendances non bornées
- La notion de constituant disparaît

Sémantique de Montague

- Description sémantique par des λ -termes typés : permet la composition des représentations sémantiques
- Modèle, calcul de la vérité : la représentation sémantique d'une phrase est une formule de la logique des prédicats
- Exemples :
 - **p** constante représentant une entité
 - **dort** constante représentant la fonction caractéristique de l'ensemble des entités qui dorment
 - **dort p**
 - $(\lambda x.(\mathbf{contrarie} \ x)\mathbf{p})$ permet de représenter l'ensemble des entités que Philippe contrarie

- Tableau de correspondance entre les règles de combinaisons syntaxiques et les règles de combinaisons sémantiques

Pour les grammaires de types logiques :

Concaténation \longleftrightarrow Application

Exemple :

$et : (S \setminus S) / S - \lambda P. \lambda Q. Q \wedge P$
Philippe dort et Corinne maugrée : $S - (\mathbf{dort\ p}) \wedge (\mathbf{maugrée\ c})$

Isomorphisme de Curry-Howard

$$\frac{\Gamma \vdash_L A \quad \Delta \vdash_L A \Rightarrow B}{\Gamma, \Delta \vdash_L B} \Rightarrow_e$$

$$\frac{A, \Gamma \vdash_L B}{\Gamma \vdash_L A \Rightarrow B} \Rightarrow_i$$

Isomorphisme de Curry-Howard

$$\frac{\Gamma \vdash_{\perp} A \quad \Delta \vdash_{\perp} A \Rightarrow B}{\Gamma, \Delta \vdash_{\perp} B} \Rightarrow_e \qquad \frac{A, \Gamma \vdash_{\perp} B}{\Gamma \vdash_{\perp} A \Rightarrow B} \Rightarrow_i$$

$$\frac{\Gamma \vdash_{\perp} u : A \quad \Delta \vdash_{\perp} t : A \Rightarrow B}{\Gamma, \Delta \vdash_{\perp} tu : B} \Rightarrow_e \qquad \frac{\Gamma, x : A \vdash_{\perp} t : B}{\Gamma \vdash_{\perp} \lambda x.t : A \Rightarrow B} \Rightarrow_i$$

Isomorphisme de Curry-Howard et calcul de Lambek

$$\overline{x : A \vdash_{\mathbb{L}} x : A}$$

$$\frac{\Gamma \vdash_{\mathbb{L}} u : A \quad \Delta \vdash_{\mathbb{L}} t : A \backslash B}{\Gamma, \Delta \vdash_{\mathbb{L}} tu : B} \backslash_e$$

$$\frac{x : A, \Gamma \vdash_{\mathbb{L}} t : B}{\Gamma \vdash_{\mathbb{L}} \lambda x.t : A \backslash B} \backslash_i$$

$$\frac{\Gamma \vdash_{\mathbb{L}} t : B/A \quad \Delta \vdash_{\mathbb{L}} u : A}{\Gamma, \Delta \vdash_{\mathbb{L}} tu : B} /_e$$

$$\frac{\Gamma, x : A \vdash_{\mathbb{L}} t : B}{\Gamma \vdash_{\mathbb{L}} \lambda x.t : B/A} /_i$$

Isomorphisme de Curry-Howard et calcul de Lambek

$$\overline{x : A \vdash_L x : A}$$

$$\frac{\Gamma \vdash_L u : A \quad \Delta \vdash_L t : A \setminus B}{\Gamma, \Delta \vdash_L tu : B} \setminus_e$$

$$\frac{x : A, \Gamma \vdash_L t : B}{\Gamma \vdash_L \lambda x.t : A \setminus B} \setminus_i$$

$$\frac{\Gamma \vdash_L t : B/A \quad \Delta \vdash_L u : A}{\Gamma, \Delta \vdash_L tu : B} /_e$$

$$\frac{\Gamma, x : A \vdash_L t : B}{\Gamma \vdash_L \lambda x.t : B/A} /_i$$

Analyse sémantique :

Corinne *np* – **c**
maugrée *np \ S* – $\lambda x.$ **maugrée** *x*

$$\frac{\overline{y : np \vdash_L y : np} \quad \overline{z : np \setminus S \vdash_L z : np \setminus S}}{y : np, z : np \setminus S \vdash_L (z y) : S}$$

Corinne maugrée : $S - (z y)[(\lambda x.\mathbf{maugrée} \ x)/z, \mathbf{c}/y] \rightarrow_\beta \mathbf{maugrée} \ \mathbf{c}$

Analyse et génération

Étant donnés

Un lexique (ensemble de triplets $(m, \text{syn}, \text{sém})$)

Une expression $e = m_1 \cdots m_n$

Un sens donné par le terme t_0

Peut-on
trouver

Des items lexicaux
 $(m_1, \text{syn}_1, \text{sém}_1), \dots, (m_n, \text{syn}_n, \text{sém}_n)$ et
une preuve de
 $x_1 : \text{syn}_1, \dots, x_n : \text{syn}_n \vdash t : S$

Des items lexicaux
 $(m_1, \text{syn}_1, \text{sém}_1), \dots, (m_n, \text{syn}_n, \text{sém}_n)$
et une preuve de
 $x_1 : \text{syn}_1, \dots, x_n : \text{syn}_n \vdash t : S$ tels
que $t[\text{sém}_i/x_i] \rightarrow_{\beta} t_0$

Alors

e est interprétée par la forme normale de
 $t[\text{sém}_i/x_i]$

t_0 est exprimé par $m_1 \cdots m_n$

Les difficultés pour la génération :

- Trouver les m_i
- Trouver une preuve, c'est-à-dire un terme t qui se réduit en t_0 (inversion de l'application)

Théorie de la preuve

- Analyse et génération = recherche de preuve
- Calcul de Lambek comme un fragment de la logique linéaire
- Réseaux de preuve
- Syntaxe et sémantique avec les réseaux

Logique linéaire

$$\frac{}{\vdash A, A^\perp} \text{Ax}$$

$$\frac{\vdash \Gamma, A}{\vdash A, \Gamma} \text{EC}$$

$$\frac{\vdash \Gamma, A \quad \vdash B, \Delta}{\vdash \Gamma, A \otimes B, \Delta} \otimes$$

$$\frac{\vdash \Gamma, A \quad \vdash A^\perp, \Delta}{\vdash \Gamma, \Delta} \text{Cut}$$

$$\frac{\vdash \Gamma, A, B}{\vdash \Gamma, B, A} \text{ET}$$

$$\frac{\vdash \Gamma, A, B, \Delta}{\vdash \Gamma, A \wp B, \Delta} \wp$$

- Notion de ressources et sensibilité aux ressources
- Recherche automatique de preuve et **Cut**
- Négation A^\perp involutive ($A = A^{\perp\perp}$)
- Implication linéaire : $A \multimap B = A^\perp \wp B$
- Passage des séquents bilatères $\Gamma, A \vdash \Delta$ aux séquents unilatères $\Gamma \vdash A^\perp, \Delta$
- Fragments considérés (intuitionnistes) : MLL

Logique linéaire

$$\begin{array}{c}
 \frac{}{\vdash A, A^\perp} \text{Ax} \\
 \frac{\vdash \Gamma, A}{\vdash A, \Gamma} \text{EC} \\
 \frac{\vdash \Gamma, A \quad \vdash B, \Delta}{\vdash \Gamma, A \otimes B, \Delta} \otimes \\
 \frac{\vdash \Gamma, A, B}{\vdash \Gamma, B, A} \text{ET} \\
 \frac{\vdash \Gamma, A, B, \Delta}{\vdash \Gamma, A \wp B, \Delta} \wp
 \end{array}$$

- Notion de ressources et sensibilité aux ressources
- Recherche automatique de preuve et **Cut** (élimination des coupures)
- Négation A^\perp involutive ($A = A^{\perp\perp}$)
- Implication linéaire : $A \multimap B = A^\perp \wp B$
- Passage des séquents bilatères $\Gamma, A \vdash \Delta$ aux séquents unilatères $\Gamma \vdash A^\perp, \Delta$
- Fragments considérés (intuitionnistes) : MLL

Logique linéaire

$$\begin{array}{c}
 \frac{}{\vdash A, A^\perp} \text{Ax} \\
 \frac{\vdash \Gamma, A}{\vdash A, \Gamma} \text{EC} \quad \frac{\vdash \Gamma, A \quad \vdash B, \Delta}{\vdash \Gamma, A \otimes B, \Delta} \otimes \quad \frac{\vdash ?\Gamma, A}{\vdash ?\Gamma, !A} ! \quad \frac{\vdash \Gamma}{\vdash ?A, \Gamma} \text{w?} \\
 \frac{\vdash \Gamma, A, B}{\vdash \Gamma, B, A} \text{ET} \quad \frac{\vdash \Gamma, A, B, \Delta}{\vdash \Gamma, A \wp B, \Delta} \wp \quad \frac{\vdash A, \Gamma}{\vdash ?A, \Gamma} \text{d?} \quad \frac{\vdash ?A, ?A, \Gamma}{\vdash ?A, \Gamma} \text{c?}
 \end{array}$$

- Notion de ressources et sensibilité aux ressources
- Recherche automatique de preuve et **Cut** (élimination des coupures)
- Négation A^\perp involutive ($A = A^{\perp\perp}$)
- Implication linéaire : $A \multimap B = A^\perp \wp B$
- Passage des séquents bilatères $\Gamma, A \vdash \Delta$ aux séquents unilatères $\Gamma \vdash A^\perp, \Delta$
- Fragments considérés (intuitionnistes) : MLL, MELL

Logique linéaire

$$\begin{array}{c}
 \frac{}{\vdash A, A^\perp} \text{Ax} \\
 \frac{\vdash \Gamma, A}{\vdash A, \Gamma} \text{EC} \\
 \frac{\vdash \Gamma, A \quad \vdash B, \Delta}{\vdash \Gamma, A \otimes B, \Delta} \otimes \\
 \frac{\vdash \Gamma, A, B, \Delta}{\vdash \Gamma, A \wp B, \Delta} \wp
 \end{array}$$

- Notion de ressources et sensibilité aux ressources
- Recherche automatique de preuve et **Cut** (élimination des coupures)
- Négation A^\perp involutive ($A = A^{\perp\perp}$)
- Implication linéaire : $A \multimap B = A^\perp \wp B$
- Passage des séquents bilatères $\Gamma, A \vdash \Delta$ aux séquents unilatères $\Gamma \vdash A^\perp, \Delta$
- Fragments considérés (intuitionnistes) : MLL, MELL, MCyLL

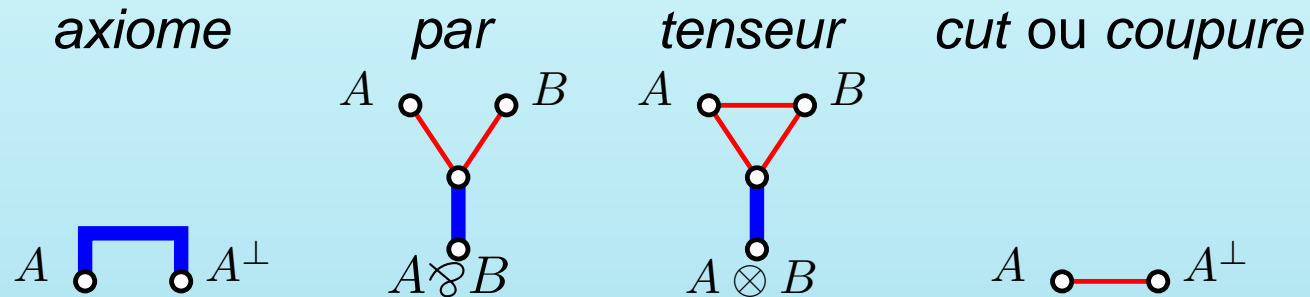
Plusieurs preuves d'un même séquent :

$$\begin{array}{c}
 \vdots \\
 \hline
 \vdash ((A \otimes B) \otimes C) \otimes D, A^\perp, C^\perp, B^\perp, D^\perp \\
 \hline
 \vdash ((A \otimes B) \otimes C) \otimes D, A^\perp \wp C^\perp, B^\perp, D^\perp \wp \\
 \hline
 \vdash ((A \otimes B) \otimes C) \otimes D, A^\perp \wp C^\perp, B^\perp \wp D^\perp \wp
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 \vdots \\
 \hline
 \vdash ((A \otimes B) \otimes C) \otimes D, A^\perp, C^\perp, B^\perp, D^\perp \\
 \hline
 \vdash ((A \otimes B) \otimes C) \otimes D, A^\perp, C^\perp, B^\perp \wp D^\perp \wp \\
 \hline
 \vdash ((A \otimes B) \otimes C) \otimes D, A^\perp \wp C^\perp, B^\perp \wp D^\perp \wp
 \end{array}$$

Ambiguïtés superflues

Réseaux de preuve

Une nouvelle syntaxe :

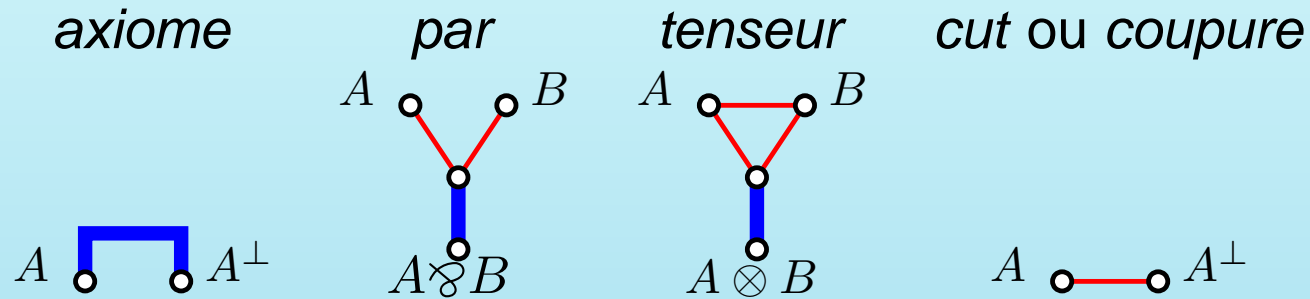


Graphes et séquents :

$$\frac{\frac{\frac{\vdash A, A^\perp \quad \vdash B, B^\perp}{\vdash A^\perp \otimes B^\perp, A, B} \otimes}{\vdash A^\perp \otimes B^\perp, A \wp B} \wp}{\vdash A^\perp \otimes B^\perp, A \wp B} \wp$$

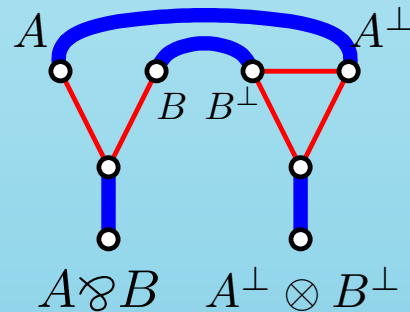
Réseaux de preuve

Une nouvelle syntaxe :



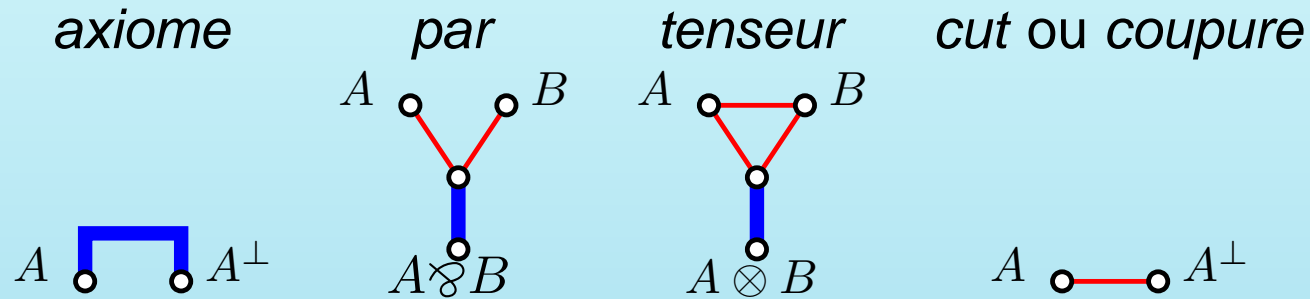
Graphes et séquents :

$$\frac{\frac{\frac{\vdash A, A^\perp \quad \vdash B, B^\perp}{\vdash A^\perp \otimes B^\perp, A, B} \otimes}{\vdash A^\perp \otimes B^\perp, A \wp B} \wp$$

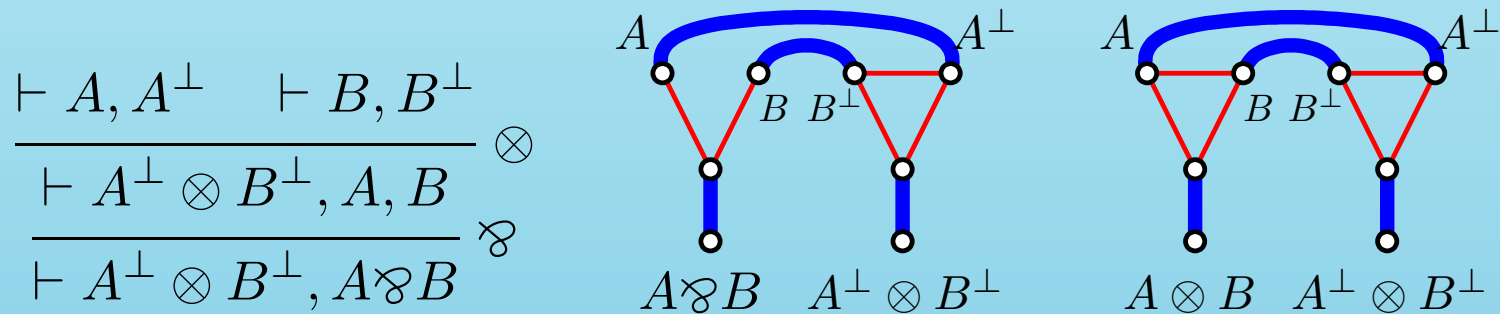


Réseaux de preuve

Une nouvelle syntaxe :

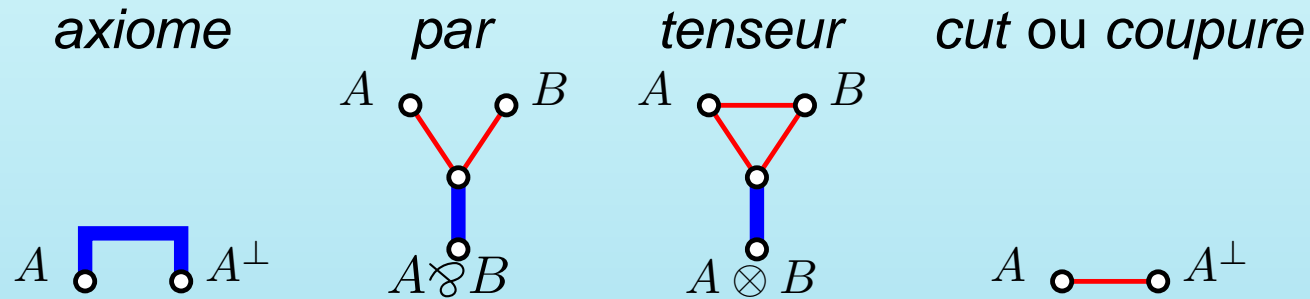


Graphes et séquents :

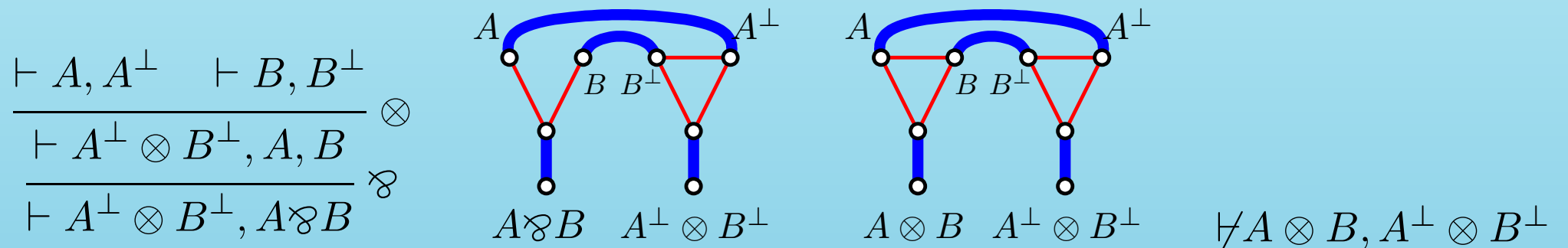


Réseaux de preuve

Une nouvelle syntaxe :



Graphes et séquents :

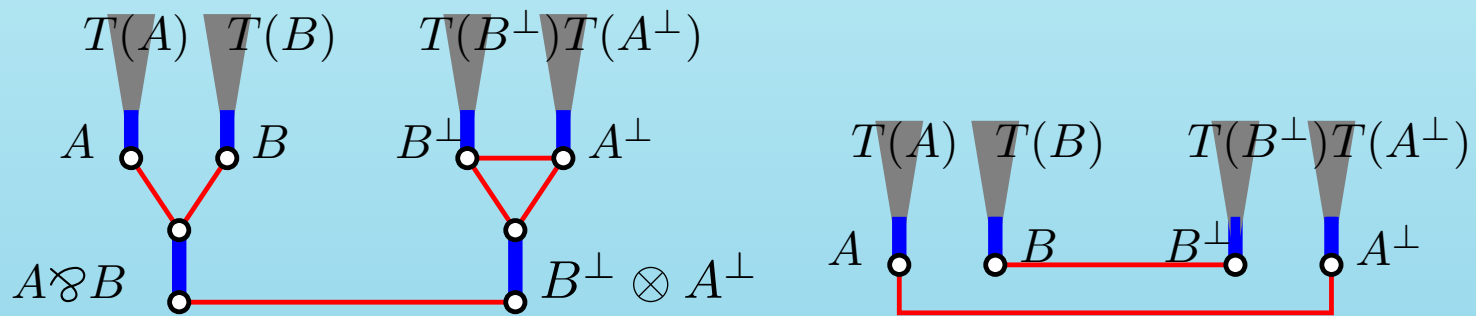
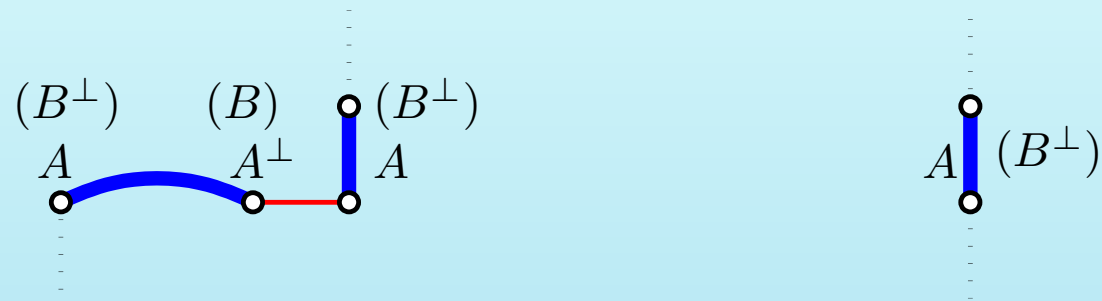


Réseaux de preuve

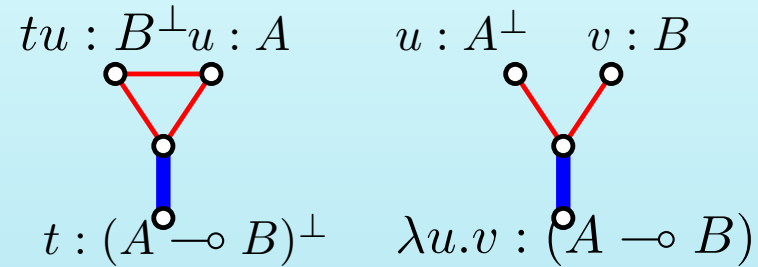
Définition 1 (Réseaux). On appelle **réseaux** les graphes R&B définis à l'aide des liens **axiome**, \wp , \otimes et **coupure**, qui ne **contiennent pas d'æ-cycle** et pour lesquels, pour tout couple de sommets, il existe un æ-chemin entre les sommets.

Théorème 1 (Séquentialisation et admissibilité [Gir87, Ret96]). *Soit Π une structure de preuve avec la conclusion Γ et des coupures sur les formules de Δ . Alors il existe une preuve $\rho^*(\Pi) = \pi(\vdash [\Delta]\Gamma)$ dans le calcul des séquents de MLL si et seulement si Π est un réseau.*

Élimination des coupures



Réseaux et λ -calcul

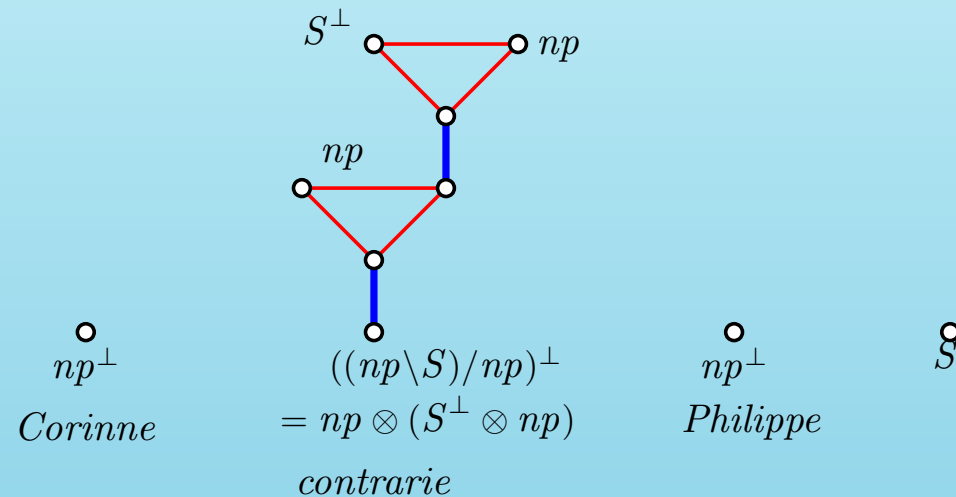


Coupure et élimination : substitution et β -réduction

Analyse syntaxique et réseaux

Exemple de recherche de preuve :

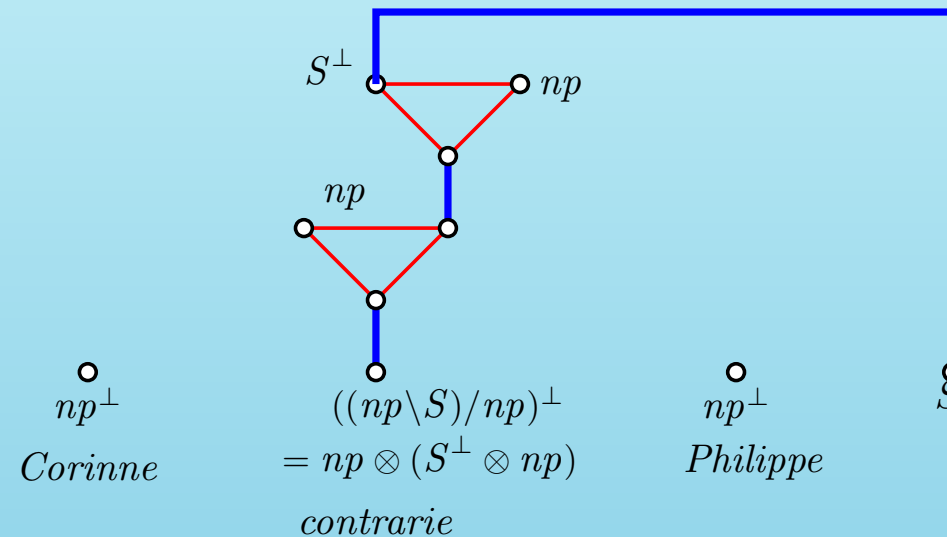
Philippe : np
 Corinne : np
 contrarie : $(np \setminus S) / np$



Analyse syntaxique et réseaux

Exemple de recherche de preuve :

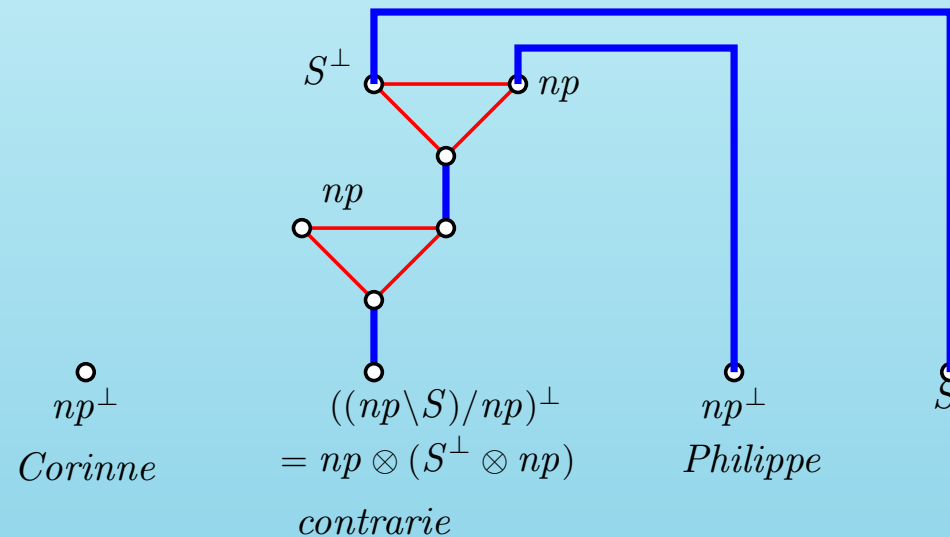
Philippe : np
 Corinne : np
 contrarie : $(np \setminus S) / np$



Analyse syntaxique et réseaux

Exemple de recherche de preuve :

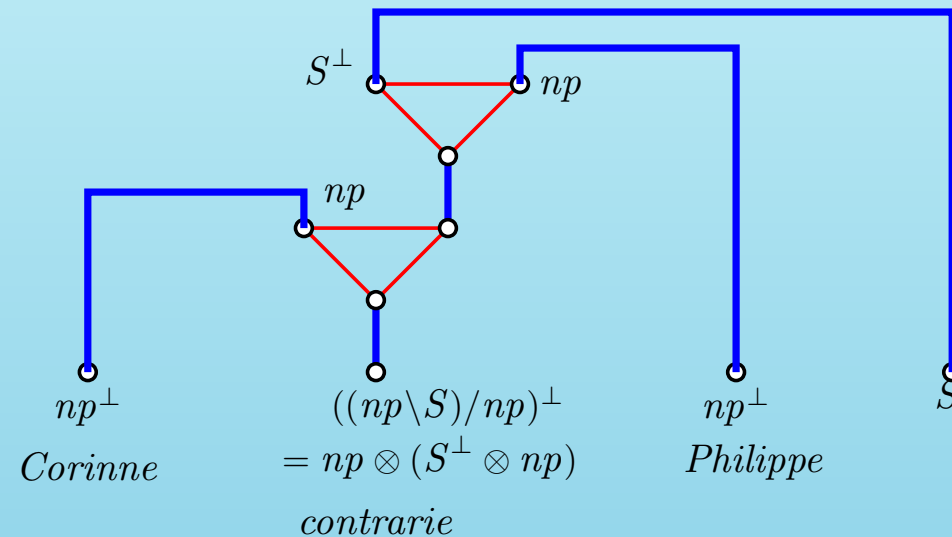
Philippe : np
 Corinne : np
 contrarie : $(np \setminus S) / np$



Analyse syntaxique et réseaux

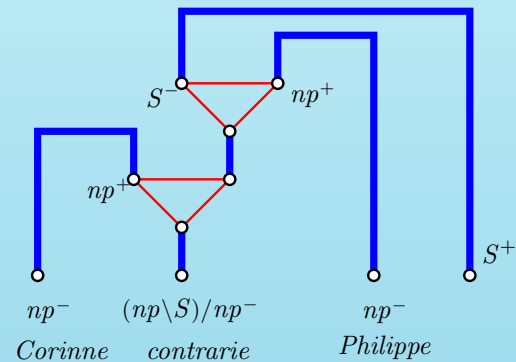
Exemple de recherche de preuve :

Philippe : np
 Corinne : np
 contrarie : $(np \setminus S) / np$



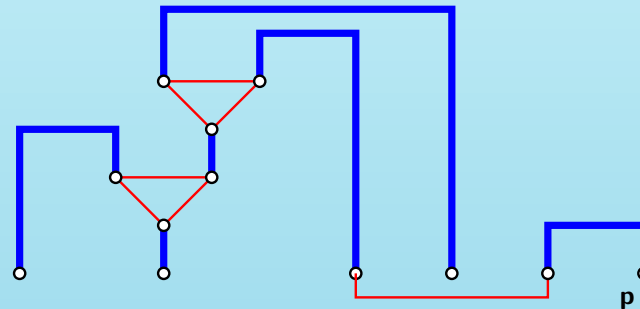
Analyse sémantique et réseaux

- Analyse syntaxique \rightarrow réseaux
- Réseaux \rightarrow λ -terme t
- Analyse sémantique : $t[sém_i/x_i]$
- Substitution = liens coupures
- Réduction = élimination des coupures



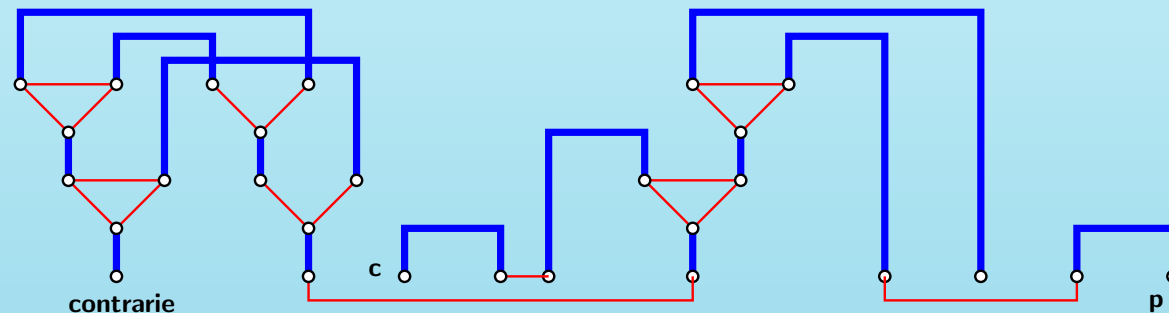
Analyse sémantique et réseaux

- Analyse syntaxique \rightarrow réseaux
- Réseaux \rightarrow λ -terme t
- Analyse sémantique : $t[sém_i/x_i]$
- Substitution = liens coupures
- Réduction = élimination des coupures



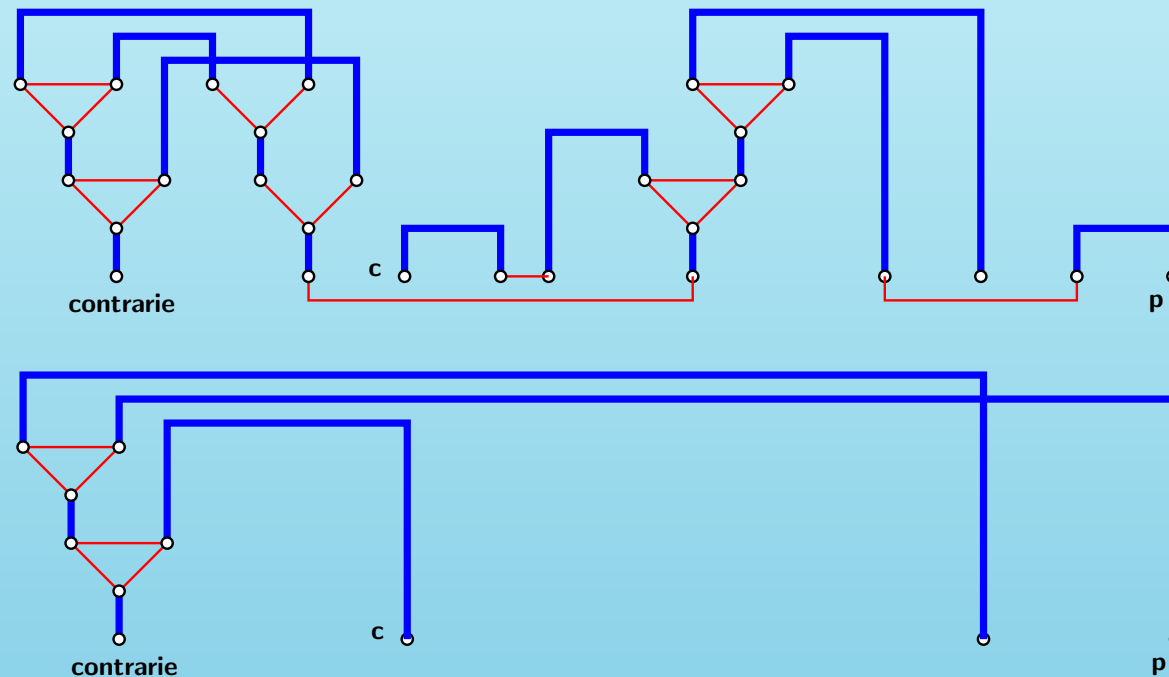
Analyse sémantique et réseaux

- Analyse syntaxique \rightarrow réseaux
- Réseaux \rightarrow λ -terme t
- Analyse sémantique : $t[sém_i/x_i]$
- Substitution = liens coupures
- Réduction = élimination des coupures



Analyse sémantique et réseaux

- Analyse syntaxique \rightarrow réseaux
- Réseaux \rightarrow λ -terme t
- Analyse sémantique : $t[sém_i/x_i]$
- Substitution = liens coupures
- Réduction = élimination des coupures



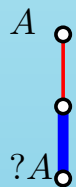
Réseaux avec connecteurs exponentiels

Les connecteurs exponentiels de la logique linéaire :

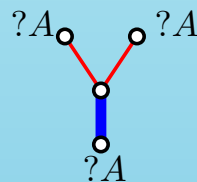
$$\frac{\vdash ?\Gamma, A}{\vdash ?\Gamma, !A} ! \quad \frac{\vdash A, \Gamma}{\vdash ?A, \Gamma} d? \quad \frac{\vdash \Gamma}{\vdash ?A, \Gamma} w? \quad \frac{\vdash ?A, ?A, \Gamma}{\vdash ?A, \Gamma} c?$$

Boîtes et réseaux :

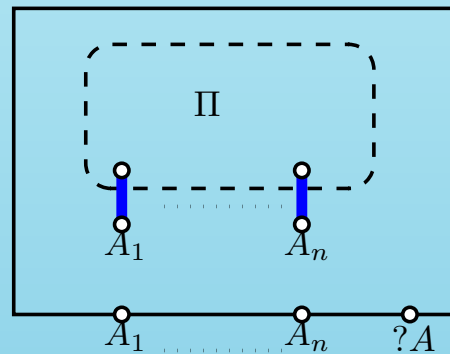
déréliction



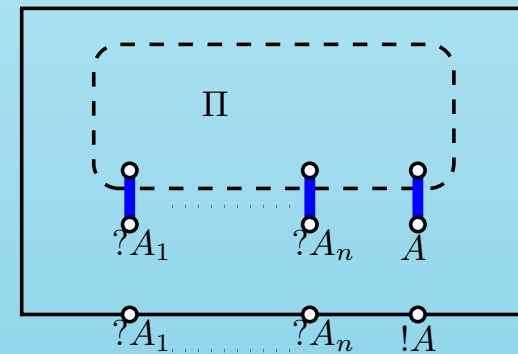
contraction



affaiblissement

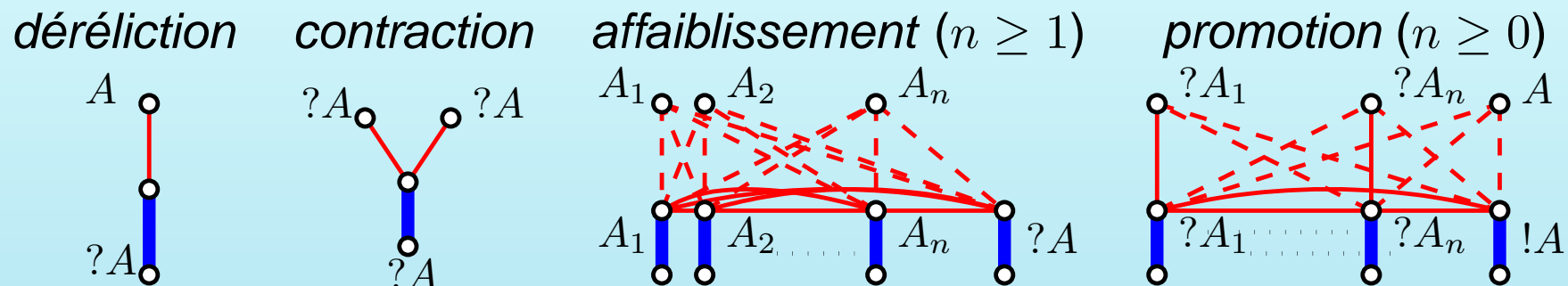


promotion



- Critère inductif (et non plus global) de correction
- Hétérogénéité des représentations pour les graphes R&B
- *petit* : $n/n - \lambda P.\lambda x.(P x) \wedge (\mathbf{petit} x)$

Réseaux avec exponentiels sans boîtes



Définition 2 (Réseaux). Les réseaux de MELL sont des réseaux au sens de MLL, de plus les chemins simples alternants semi-maximaux (resp. maximaux) sont bien (resp. très bien) parenthésés.

Théorème 2 (Admissibilité et séquentialisation). Soit Π une structure de preuve avec la conclusion Γ et des coupures sur les formules de Δ . Alors il existe une preuve $\rho^*(\Pi) = \pi(\vdash [\Delta]\Gamma)$ dans le calcul des séquents de MELL si et seulement si Π est un réseau.

Reformulation et solution proposée

Étant donnés

un lexique (ensemble de triplets $(m, syn, sém)$)

une expression $e = m_1 \cdots m_n$

un sens donné par le **réseau** Π_0

Peut-on
trouver

Des items lexicaux
 $(m_1, syn_1, sém_1), \dots, (m_n, syn_n, sém_n)$ et
un réseau Π de conclusions
 syn_1, \dots, syn_n, S

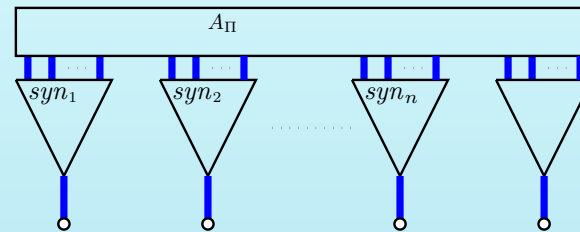
Des items lexicaux
 $(m_1, syn_1, sém_1), \dots, (m_n, syn_n, sém_n)$
et un réseau Π de conclusions
 syn_1, \dots, syn_n, S tels que le réseau
obtenu par addition à Π par des liens
coupure des réseaux $sém_i$ et
élimination de ces liens est Π_0

Alors

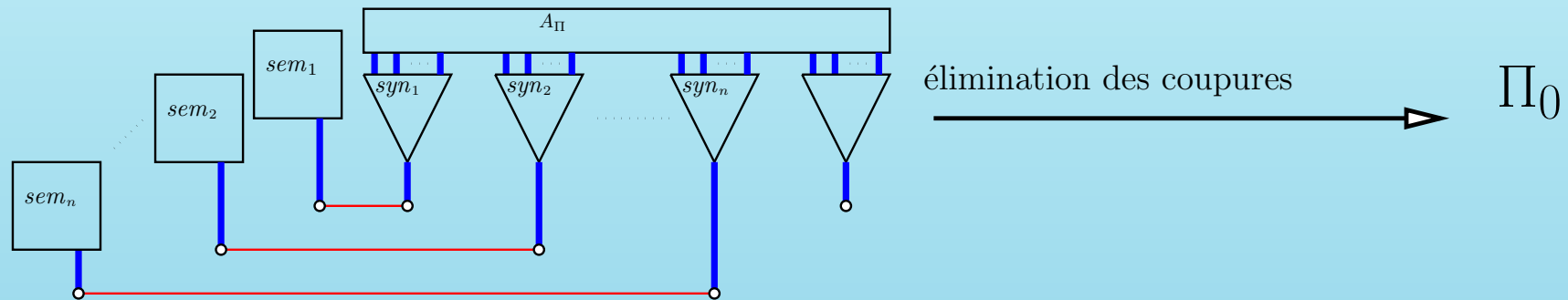
e est interprétée par le réseau obtenu par
addition à Π par des liens coupures des
réseaux $sém_i$ et élimination de ces liens

t_0 est exprimé par $m_1 \cdots m_n$

On cherche à obtenir les $(m_i, syn_i, sém_i)$ et A_Π :



qui vérifient



= Trouver les items lexicaux + recherche de preuve avec cible

Réversibilité

Théorème 3. *Soit un lexique dont la forme sémantique de chaque entrée lexicale :*

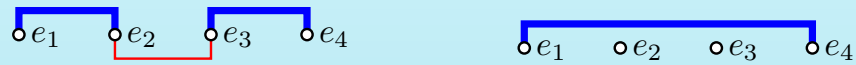
- *Comprend au moins une constante typée ;*
- *Est linéaire.*

Alors le processus complet de génération d'une expression (étant donnée une forme sémantique trouver les expressions syntaxiquement correctes qui la réalise) est décidable.

L'élimination des coupures comme recherche de chemin

Géométrie de l'interaction

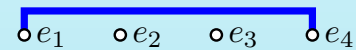
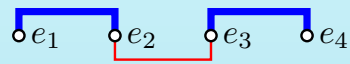
Élimination des coupures entre liens axiomes :



L'élimination des coupures comme recherche de chemin

Géométrie de l'interaction

Élimination des coupures entre liens axiomes :



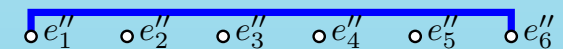
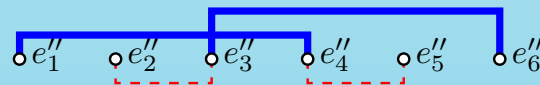
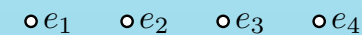
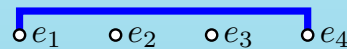
U : matrice d'incidence des liens bleus

σ : matrice d'incidence des liens rouges

Les chemins alternants de longueur 3 : $U\sigma U$

$$U = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

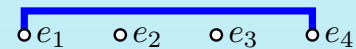
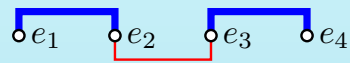
$$\sigma = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



L'élimination des coupures comme recherche de chemin

Géométrie de l'interaction

Élimination des coupures entre liens axiomes :

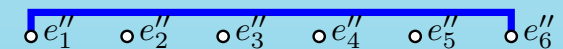
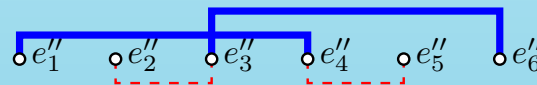
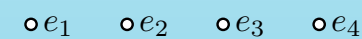
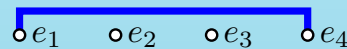
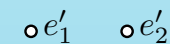


U : matrice d'incidence des liens bleus

σ : matrice d'incidence des liens rouges

Les chemins alternants de longueur 3 : $U\sigma U$

$$U = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \sigma = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



Ceux qui ne sont pas prémisses de coupures :

$$U\sigma U - \sigma^2 U\sigma U - U\sigma U\sigma^2 + \sigma^2 U\sigma U\sigma^2 = (1 - \sigma^2)U\sigma U(1 - \sigma^2)$$

Les chemins alternants de longueur 5 : $U\sigma U\sigma U$

Ceux qui ne sont pas prémisses de coupures :

$$(1 - \sigma^2)U\sigma U\sigma U(1 - \sigma^2)$$

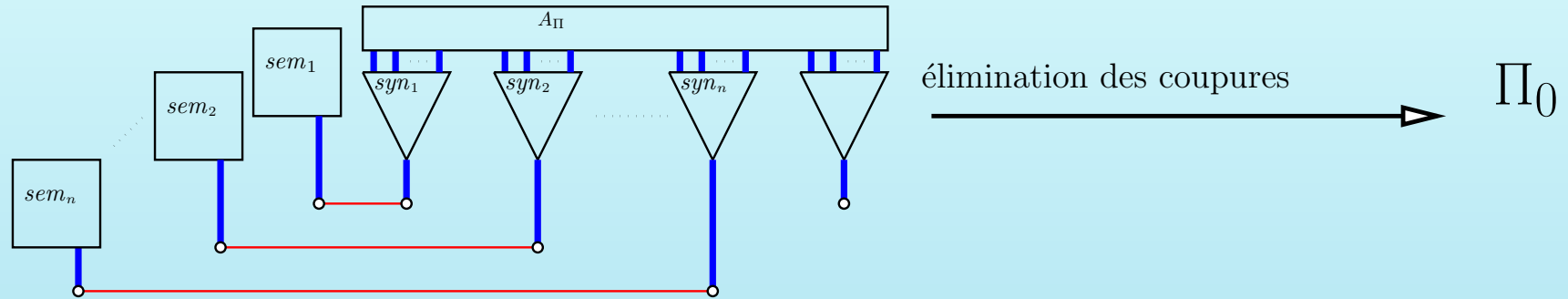
⋮

Ceux de longueur $2n + 1$: $(1 - \sigma^2)U(\sigma U)^n(1 - \sigma^2)$

Restent les chemins donnés par :

$$(1 - \sigma^2)U\left(1 + \sum_{k=1}^{\infty} (\sigma U)^k\right)(1 - \sigma^2) = (1 - \sigma^2)U(1 - \sigma U)^{-1}(1 - \sigma^2)$$

Résolution d'équation



$$\Pi_0 = (1 - \sigma^2)U(1 - \sigma U)^{-1}(1 - \sigma^2)$$

Avec :

$$U = \begin{bmatrix} 0 & U_1 & 0 \\ {}^tU_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X \end{bmatrix} \quad \sigma = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_1 & \sigma_2 \\ 0 & {}^t\sigma_2 & \sigma_4 \end{bmatrix} \quad \Pi_0 = \begin{bmatrix} \Pi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

On a :

$$({}^tU_1\Pi_1 - \sigma_1 {}^tU_1)U_1 = \sigma_2 X(1 - \sigma_4 X)^{-1} {}^t\sigma_2$$

- Si $\sigma_4 = 0$, unique solution calculée en temps polynomial
- Si $\sigma_4 \neq 0$ ensemble de solutions

σ_4 est caractérisée par les formes sémantiques des items lexicaux choisis :

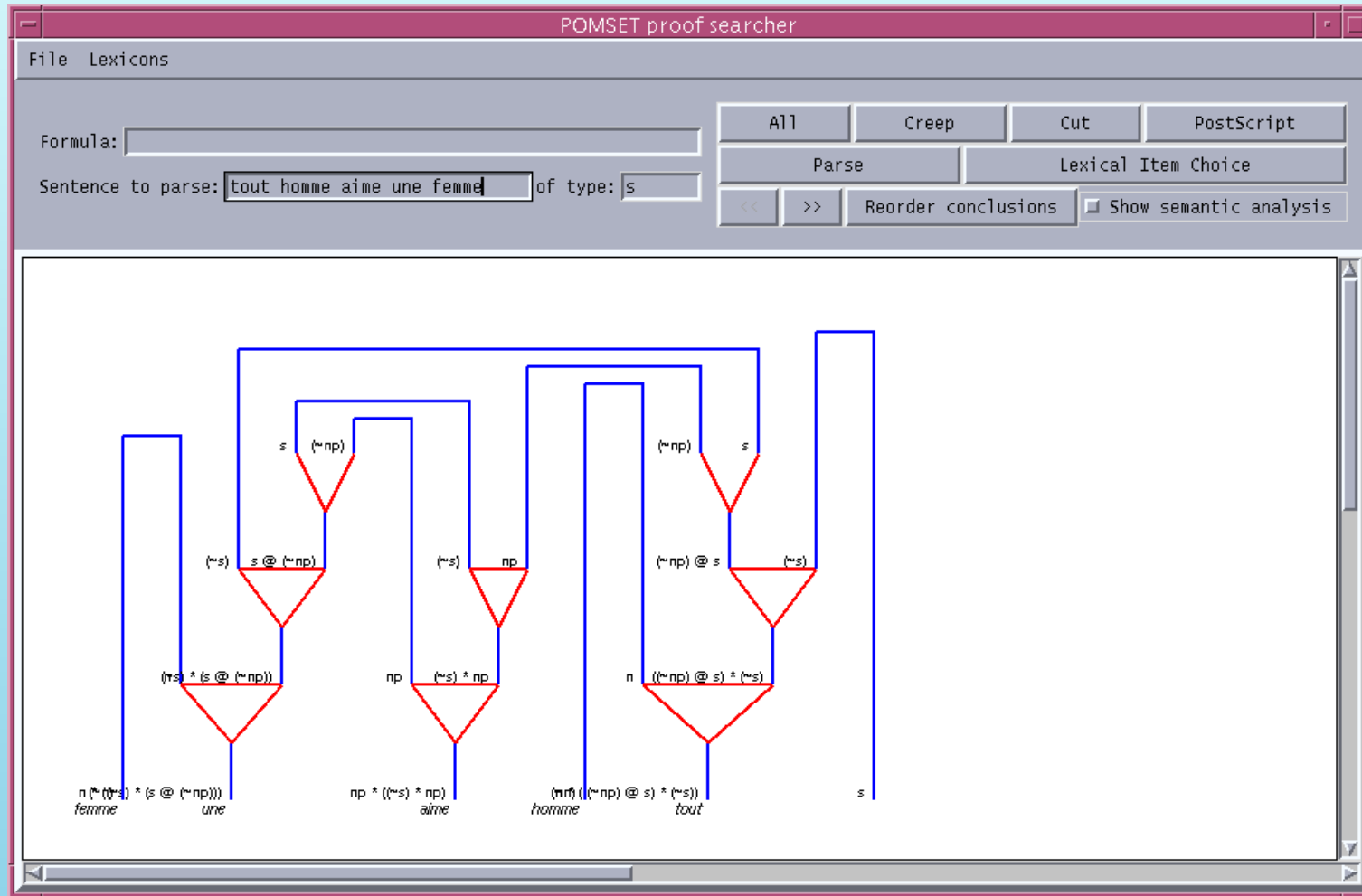
- $\sigma_4 \neq 0$: pour au moins un sous-terme, la tête est une variable
- Pronoms réfléchis (*se* : $\lambda P.\lambda x.(Px)x$), conjonctions (*que* : $\lambda x.x$, *et* : $\lambda P.\lambda Q.\lambda x.Px \wedge Qx$) ...

Algorithme de génération

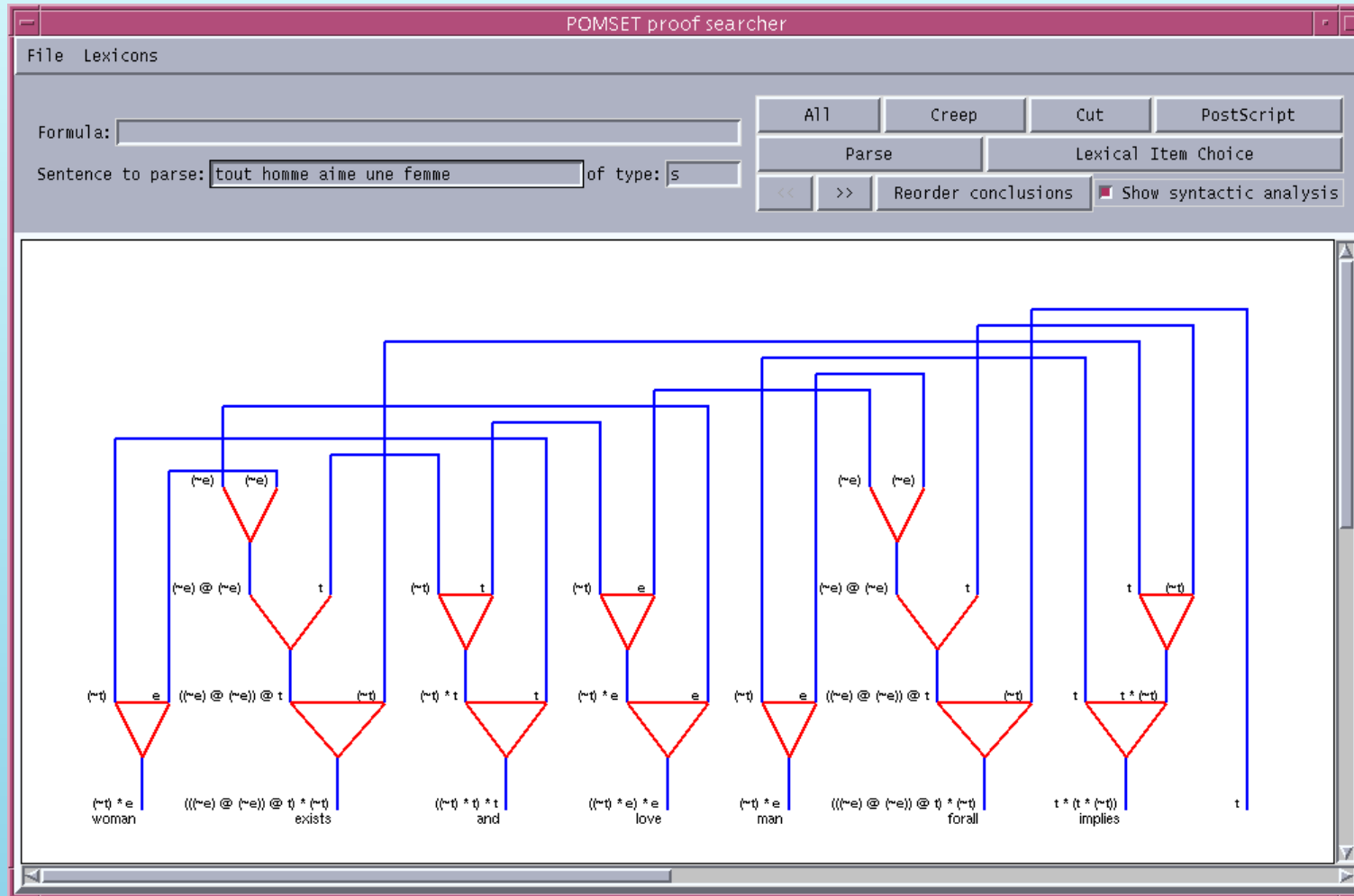
- Choix lexical (basé sur les constantes de Π_0)
- Réalisation syntaxique (résolution de l'équation matricielle)
- Ordonnancement

⇒ Implantation

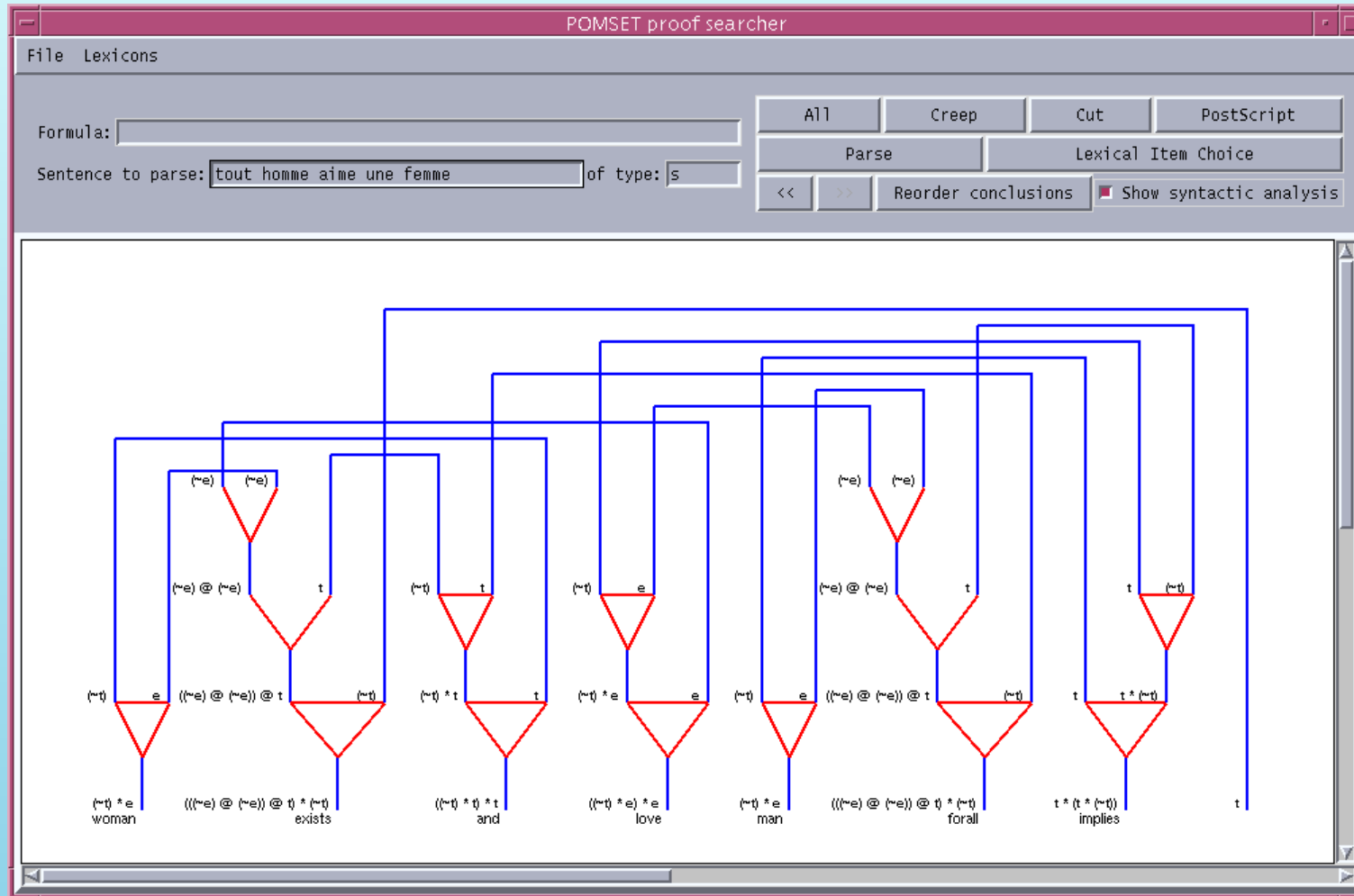
Analyse syntaxique *tout homme aime une femme*



Première analyse sémantique



Deuxième analyse sémantique



Conclusion et perspectives

Conclusion :

- Expression de la non-linéarité avec les réseaux comme graphes R&B
- Réversibilité pour certaines grammaires de types logiques
- Algorithme et implantation
- Caractérisation du pouvoir génératif d'un fragment du calcul ordonné

Perspectives :

- Amélioration du choix lexical (plus que constantes sémantiques)
- Traitement de la non-linéarité pour la génération
- Extension à d'autres fragments (réalisation syntaxique grâce aux propriétés logiques — coupure et élimination — des réseaux)
- Recherche de preuve originale, mais se rapprochant d'autres problèmes (apprentissage, unification de λ -termes)