



**HAL**  
open science

# Contribution méthodologique à la synthèse de sources en magnétostatique : application au stockage magnétique d'énergie, et à la lévitation magnétique

Olivier Vincent-Viry

## ► To cite this version:

Olivier Vincent-Viry. Contribution méthodologique à la synthèse de sources en magnétostatique : application au stockage magnétique d'énergie, et à la lévitation magnétique. Autre. Institut National Polytechnique de Lorraine, 2002. Français. NNT : 2002INPL005N . tel-01749871

**HAL Id: tel-01749871**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01749871>**

Submitted on 29 Mar 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

*Institut National Polytechnique de Lorraine I.N.P.L.*

*Ecole doctorale 'Informatique-Automatique-Electronique-Mathématiques' I.A.E.M.*

*Département de formation doctorale 'Electrotechnique-Electronique'*

2002 VINCENT-VIRY G-

## THESE

Présentée en vue de l'obtention du titre de

**Docteur de l'Institut National Polytechnique de Lorraine en Génie  
Electrique**

par **Olivier Vincent-Viry**

**Contribution méthodologique à la synthèse de  
sources en magnétostatique.  
Application au stockage magnétique  
d'énergie, et à la lévitation magnétique.**

Service Commun de la Documentation  
INPL  
Nancy-Brabois

Soutenue le 22 janvier 2002 devant la commission d'examen :

### Membres du jury :

|               |                    |                                                      |
|---------------|--------------------|------------------------------------------------------|
| Président :   | Guy AUBERT         | Professeur, C.N.E.D., Poitiers                       |
| Rapporteurs : | Adel RAZEK         | Directeur de Recherche CNRS, LGEP,<br>Gif sur Yvette |
| Examineurs :  | Daniel CIAZYNSKI   | Docteur es Science, C.E.A. Cadarache                 |
|               | Yves BRUNET        | Professeur, I.N.P.G., Grenoble                       |
|               | Daniel LEROY       | Ingénieur de recherche, C.E.R.N., Genève             |
|               | Alain MAILFERT     | Professeur, I.N.P.L., Nancy                          |
|               | Abderrezak REZZOUG | Professeur, U.H.P., Nancy                            |

G.R.E.E.N.

2, Av. de la Forêt de Haye  
54516 Vandoeuvre-les-Nancy



## *Avant Propos*

*Je remercie en premier lieu M. Alain MAILFERT pour avoir non seulement dirigé mon travail de thèse mais surtout pour avoir éveillé ma curiosité et mon intérêt pour la recherche scientifique. Son enthousiasme communicatif et la richesse de sa réflexion scientifique me furent très précieux pour mener à bien ces travaux.*

*J'exprime mes sincères remerciements à M. Guy AUBERT pour m'avoir fait l'honneur de présider mon jury.*

*Je remercie M. Daniel CIAZYNSKI et M. Adel RAZEK qui ont bien voulu examiner mon travail en qualité de rapporteurs.*

*Je remercie Messieurs Daniel LEROY, Yves BRUNET et Abderrezak REZZOUG pour avoir accepté de faire partie de mon jury.*

*Je remercie tout particulièrement M. Lionel QUETTIER avec qui le travail en équipe fut un plaisir, Messieurs Jean LEVEQUE, Philippe MASSON, Denis NETTER pour les nombreux conseils et discussions enrichissantes, et ainsi que tous les membres de l'équipe supra du GREEN.*

*J'exprime mes profonds remerciements à M. Jean-Luc DUCHATEAU pour m'avoir accueilli au CEA Cadarache durant une semaine et également à M. Denis CHATAIN du CEA Grenoble sans qui la validation expérimentale de mon travail n'aurait pas été possible.*

*Et enfin je tiens à exprimer mes remerciements à tout le personnel du GREEN, et particulièrement Mme Latifa ZOUA, pour leur gentillesse, leur bonne humeur et leur disponibilité.*



---

# SOMMAIRE





## Chapitre I : Cadre général de notre recherche

|                                                                                      |           |
|--------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1. La conception de dispositifs électrotechniques.....</b>                        | <b>4</b>  |
| <i>1.1. Le problème inverse.....</i>                                                 | <i>4</i>  |
| <i>1.2. Méthode usuelle de conception des dispositifs électrotechniques.....</i>     | <i>5</i>  |
| <i>1.3. Conclusion.....</i>                                                          | <i>7</i>  |
| <b>2. Les matériaux abordés dans le cadre de notre recherche.....</b>                | <b>8</b>  |
| <b>2.1. Les matériaux supraconducteurs.....</b>                                      | <b>8</b>  |
| 2.1.1. Quelques rappels sur la supraconductivité                                     |           |
| 2.1.2. Grandeurs critiques dans les supraconducteurs de 2 <sup>ème</sup> espèce      |           |
| 2.1.3. Les supraconducteurs à basse température critique (BTC)                       |           |
| 2.1.4. Les supraconducteurs à haute température critique (HTC)                       |           |
| <b>2.2. Les matériaux ferromagnétiques.....</b>                                      | <b>13</b> |
| 2.2.1. Le ferromagnétisme                                                            |           |
| 2.2.2. Les matériaux ferromagnétiques doux                                           |           |
| <b>3. Les applications.....</b>                                                      | <b>16</b> |
| <b>3.1. Applications de la supraconductivité : dispositifs supraconducteurs.....</b> | <b>16</b> |
| 3.1.1. Electro-aimants de laboratoire à champ magnétique intense                     |           |
| 3.1.2. I.R.M., R.M.N. à haute définition                                             |           |
| 3.1.3. Physique des particules                                                       |           |
| 3.1.4. Fusion nucléaire contrôlée                                                    |           |
| 3.1.5. Autres applications                                                           |           |
| <b>3.2. L'association supraconducteurs/ferromagnétiques doux.....</b>                | <b>19</b> |
| 3.2.1. Usage passif des ferromagnétiques associés à des bobinages supraconducteurs   |           |
| 3.2.2. Usage « actif » des ferromagnétiques                                          |           |
| 3.2.2.1. Augmentation locale du champ magnétique                                     |           |
| 3.2.2.2. Supersat                                                                    |           |
| 3.2.2.3. La séparation magnétique haut champ-haut gradient                           |           |
| <b>3.3. Le stockage magnétique d'énergie.....</b>                                    | <b>22</b> |
| <b>3.4. La micro-gravité.....</b>                                                    | <b>24</b> |
| <b>Conclusion du chapitre I.....</b>                                                 | <b>27</b> |

## **Chapitre 2 : Méthodologie pour la résolution du problème inverse de synthèse de sources**

|                                                                                                         |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>1. Une autre approche du problème de synthèse de source</b> .....                                    | 29 |
| <b>1.1. Limites de la méthode usuelle</b> .....                                                         | 29 |
| <b>1.2. La modélisation de dispositifs par utilisation de densités superficielles de courants</b> ..... | 30 |
| 1.2.1. Modélisation des supraconducteurs                                                                |    |
| 1.2.2. Modélisation des matériaux ferromagnétiques doux                                                 |    |
| 1.2.3. Avantages de la modélisation par densités superficielles de courant                              |    |
| 1.2.4. Compétition matériau ferromagnétique/ supraconducteur                                            |    |
| <b>1.3. Méthode proposée pour la résolution de problème de synthèse de source</b> .....                 | 33 |
| 1.3.1. Principe de la méthode                                                                           |    |
| 1.3.2. Commentaires                                                                                     |    |
| 1.3.2.1. A propos de la première étape                                                                  |    |
| 1.3.2.2. A propos de la seconde étape                                                                   |    |
| <b>2. Outils développés et utilisés dans notre méthode</b> .....                                        | 36 |
| <b>2.1. étape 1</b> .....                                                                               | 36 |
| <b>2.2. étape 2</b> .....                                                                               | 36 |
| 2.2.1. Théorème 1 : distribution isoflux                                                                |    |
| 2.2.2. Théorème 2 : distribution image                                                                  |    |
| 2.2.3. Théorème 3 : distribution harmonique                                                             |    |
| <b>2.3. étape 3</b> .....                                                                               | 43 |
| 2.3.1. Le code de calcul Effi                                                                           |    |
| 2.3.2. Le code de calcul Roxie                                                                          |    |
| <b>Conclusion du chapitre II</b> .....                                                                  | 45 |

## **Chapitre 3 : Structures de bobinages supraconducteurs pour le stockage magnétique d'énergie**

|                                                                                                                                                                                              |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>1. Problématique</b> .....                                                                                                                                                                | 47 |
| <b>1.1. Le stockage magnétique d'énergie</b> .....                                                                                                                                           | 47 |
| 1.1.1. Principe                                                                                                                                                                              |    |
| 1.1.2. Structure d'un SMES                                                                                                                                                                   |    |
| <b>1.2. Objectifs de conception</b> .....                                                                                                                                                    | 49 |
| <b>1.3. Critères de comparaison</b> .....                                                                                                                                                    | 50 |
| 1.3.1. Critère d'homogénéité $\alpha$                                                                                                                                                        |    |
| 1.3.2. Critère $\beta$                                                                                                                                                                       |    |
| 1.3.3. critère d'écrantage $\gamma$                                                                                                                                                          |    |
| <b>2. Etude taxinomique de structures idéales de SMES</b> .....                                                                                                                              | 55 |
| <b>2.1. Configurations classiques de SMES</b> .....                                                                                                                                          | 55 |
| 2.1.1. Valeurs des critères $\alpha$ , $\beta$ et $\gamma$ pour le solénoïde                                                                                                                 |    |
| 2.1.2. Valeurs des critères $\alpha$ , $\beta$ et $\gamma$ pour le tore                                                                                                                      |    |
| 2.1.3. Structures classiques effectives de SMES                                                                                                                                              |    |
| <b>2.2. Structures innovantes de SMES</b> .....                                                                                                                                              | 58 |
| 2.2.1. Applications de notre méthodologie de résolution du problème inverse de synthèse de source au stockage magnétique                                                                     |    |
| 2.2.1.1. Etape 1                                                                                                                                                                             |    |
| 2.2.1.2. Etape 2                                                                                                                                                                             |    |
| 2.2.1.2.1. Le système à domaines orthogonaux                                                                                                                                                 |    |
| 2.2.1.2.2. Les systèmes n-polygones                                                                                                                                                          |    |
| 2.2.2. Structures de S.M.E.S., ne procédant pas de notre méthodologie de résolution du problème inverse                                                                                      |    |
| 2.2.2.1. Le système à deux sphères imbriquées                                                                                                                                                |    |
| 2.2.2.2. Les systèmes n-toriques                                                                                                                                                             |    |
| 2.2.2.3. Le tore plein                                                                                                                                                                       |    |
| <b>2.3. Tableau récapitulatif des valeurs des critères <math>\alpha</math>, <math>\beta</math> et <math>\gamma</math> pour toutes les configurations idéales de bobinages étudiées</b> ..... | 76 |
| <b>2.4. Choix des structures idéales de S.M.E.S. les plus intéressantes, en vue de la modélisation numérique</b> ....                                                                        | 77 |
| <b>3. Modélisation numérique des structures idéales de S.M.E.S. retenues</b> .....                                                                                                           | 79 |
| <b>3.1. Energie magnétique stockée, matériau supraconducteur utilisé</b> .....                                                                                                               | 79 |
| <b>3.2. Dimensionnement des structures</b> .....                                                                                                                                             | 80 |
| <b>3.3. Discrétisation des structures</b> .....                                                                                                                                              | 81 |
| 3.3.1. Discrétisation du système n-polygones, $n = 4$                                                                                                                                        |    |
| 3.3.2. Discrétisation du système à deux sphères imbriquées                                                                                                                                   |    |
| 3.3.3. Discrétisation du système n-torique, $n = 1$                                                                                                                                          |    |
| <b>3.4. Résultats de simulation</b> .....                                                                                                                                                    | 84 |
| 3.4.1. Energie magnétique stockée                                                                                                                                                            |    |
| 3.4.2. Valeur des critères $\alpha$ , $\beta$ et $\gamma$                                                                                                                                    |    |
| 3.4.3. Distributions spatiales d'induction magnétique dans les trois systèmes                                                                                                                |    |
| 3.4.3.1. Système n-polygones, $n = 4$                                                                                                                                                        |    |
| 3.4.3.2. Système à deux sphères imbriquées                                                                                                                                                   |    |
| 3.4.3.3. Système n-torique, $n = 1$                                                                                                                                                          |    |
| 3.4.4. Induction transverse dans les conducteurs                                                                                                                                             |    |
| 3.4.4.1. Système n-polygones, $n = 4$                                                                                                                                                        |    |
| 3.4.4.2. Système à deux sphères imbriquées                                                                                                                                                   |    |
| <b>3.5. Conclusion sur la modélisation numérique des systèmes</b> .....                                                                                                                      | 93 |
| <b>Conclusion du chapitre III</b> .....                                                                                                                                                      | 95 |

## Chapitre 4 : Dispositifs supraconducteurs générant un environnement de micro-gravité

|                                                                                            |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>1. Problématique</b> .....                                                              | 97  |
| <i>1.1. Condition de lévitation</i> .....                                                  | 97  |
| <i>1.2. Stabilité de l'équilibre</i> .....                                                 | 98  |
| 1.2.1. Cas de la symétrie de révolution autour d'un axe z                                  |     |
| 1.2.2. Cas de systèmes invariants par translation selon l'axe z                            |     |
| <i>1.3. Objectifs de conception</i> .....                                                  | 100 |
| 1.3.1. La lévitation de l'eau                                                              |     |
| 1.3.2. La cristallogénèse                                                                  |     |
| <b>2. Dispositifs existants pour la création d'environnement de micro-gravité</b> .....    | 104 |
| <i>2.1. Le solénoïde</i> .....                                                             | 105 |
| <i>2.2. Solénoïdes concentriques et coaxiaux</i> .....                                     | 107 |
| <i>2.3. Inserts ferromagnétiques solénoïdaux</i> .....                                     | 108 |
| <i>2.4. Conclusion</i> .....                                                               | 109 |
| <b>3. Structures idéales de bobinages pour micro-gravité</b> .....                         | 110 |
| <i>3.1. Application de la méthodologie présentée au chapitre II</i> .....                  | 110 |
| 3.1.1. Etape 1                                                                             |     |
| 3.1.2. Etape 2                                                                             |     |
| 3.1.2.1. La structure lenticulaire                                                         |     |
| 3.1.2.2. La structure multipolaire                                                         |     |
| <i>3.2. Autre solution : les structures avec inserts ferromagnétiques</i> .....            | 118 |
| 3.2.1. Principe                                                                            |     |
| 3.2.2. Inserts invariants par translation                                                  |     |
| 3.2.2.1. Structure de l'insert                                                             |     |
| 3.2.2.2. Calcul de l'induction et du gradient de l'induction au carré sur l'axe (Oy)       |     |
| 3.2.2.3. Balayage paramétrique                                                             |     |
| 3.2.2.3.1. Choix des angles $\alpha_i$                                                     |     |
| 3.2.2.3.2. Influence des paramètres $B_0, M_s, R_1, R_2$                                   |     |
| 3.2.3. Inserts solénoïdaux                                                                 |     |
| 3.2.3.1. structure des inserts                                                             |     |
| 3.2.2.2. Calcul de l'induction et du gradient de l'induction au carré sur l'axe (Oz)       |     |
| 3.2.2.3. Balayage paramétrique                                                             |     |
| 3.2.2.3.1. Choix des angles $\theta_i$                                                     |     |
| 3.2.2.3.2. Influence des paramètres $B_0, M_s, R, L$                                       |     |
| 3.2.4. Conclusion sur les structures avec inserts ferromagnétiques                         |     |
| <i>3.3. Conclusions sur les structures idéales de dispositifs pour micro-gravité</i> ..... | 132 |
| <b>4. Modélisation numérique des structures idéales pour micro-gravité</b> .....           | 133 |
| <i>4.1. Structures à inserts ferromagnétiques solénoïdaux</i> .....                        | 133 |
| 4.1.1. Modélisation du système                                                             |     |
| 4.1.2. Calcul numérique de l'induction sur l'axe (Oz)                                      |     |
| <i>4.2. Structure multipolaire</i> .....                                                   | 136 |
| 4.2.1. Objectif                                                                            |     |
| 4.2.2. Processus d'optimisation                                                            |     |
| 4.2.3. Matériaux supraconducteurs utilisés                                                 |     |
| 4.2.4. Résultats de simulation                                                             |     |
| <i>Conclusion du chapitre IV</i> .....                                                     | 140 |

## Chapitre 5 : Résultats expérimentaux

|                                                                       |     |
|-----------------------------------------------------------------------|-----|
| 1. Grandeurs mesurables, méthodes de mesure.....                      | 142 |
| 1.1. Mesure du gradient de $B^2$ par mesure de force.....             | 142 |
| 1.2. Mesure du gradient de $B^2$ par mesure électrique indirecte..... | 142 |
| 1.3. Méthode de mesure retenue.....                                   | 143 |
| 2. Dispositif expérimental.....                                       | 145 |
| 2.1. Inserts ferromagnétiques.....                                    | 145 |
| 2.2. Bobine supraconductrice 10 T du S.B.T. ....                      | 146 |
| 2.3. Sonde à effet Hall.....                                          | 147 |
| 2.4. Assemblage final du dispositif.....                              | 148 |
| 3. Résultats.....                                                     | 149 |
| 3.1. Protocole expérimental.....                                      | 149 |
| 3.2. Résultats de mesure.....                                         | 149 |
| Conclusion du chapitre V.....                                         | 154 |



**INTRODUCTION**  
**GENERALE**





La synthèse de source est la détermination de causes produisant un effet prescrit. C'est un problème fondamental sous-jacent à bon nombre de questions posées par la conception et la réalisation de systèmes électrotechniques.

Les progrès du calcul numérique pendant les trente dernières années ont permis l'application à ce type de problématique de nombreuses méthodes d'optimisation. Les méthodologies de résolution du problème inverse se sont en général focalisées sur l'outil numérique.

Nous nous proposons dans ce travail de compléter les méthodologies existantes de résolution du problème inverse de synthèse de source en magnétostatique par une phase de conception amont purement analytique où les systèmes sont idéalisés.

Les deux champs d'application de notre méthode abordés dans notre recherche sont d'une part le stockage d'énergie par voie magnétique, thématique d'actualité notamment grâce à l'émergence de nouveaux supraconducteurs, et d'autre part la génération d'environnement de micro-gravité, champ de recherche initié au C.R.T.B.T. de Grenoble [I-30] il y a près de 10 ans et aujourd'hui en plein développement. L'application de notre méthodologie à ces deux problématiques nous a permis d'identifier des solutions originales et prometteuses tant pour le stockage magnétique que pour la micro-gravité.

Le premier chapitre de notre travail pose le cadre général de notre recherche : la problématique inverse de synthèse de source. Comme celle-ci est indissociable des matériaux utilisés, leur description comportementale est ensuite abordée. Enfin les différentes applications de ces matériaux, notamment celles envisagées dans notre recherche, sont évoquées.

Le deuxième chapitre, après différentes remarques sur les méthodes habituelles de conception de système électrotechnique et sur la résolution de problèmes de synthèse de source, expose la manière dont nous envisageons de compléter ces méthodes et les différents outils que nous avons été amenés à développer ou à utiliser.

Le troisième chapitre est consacré à l'application de notre méthodologie au problème du stockage d'énergie par voie magnétique (SMES). Une étude taxinomique présente différentes solutions originales à ce problème, solutions classées selon leur pertinence grâce à trois critères de comparaison que nous avons établis ou améliorés.

Le quatrième chapitre concerne l'application de notre méthodologie au problème de la génération d'environnement de micro-gravité. Nous avons ainsi identifié des solutions innovantes, utilisant des bobinages supraconducteurs mais également mêlant ceux-ci à des matériaux ferromagnétiques.

Enfin le cinquième chapitre présente la validation expérimentale de la pertinence d'une structure de bobinage utilisant des inserts ferromagnétiques pour la création d'environnement de micro-gravité.



# PREMIER CHAPITRE

## CADRE GENERAL DE NOTRE RECHERCHE

*Nous allons dans ce premier chapitre présenter le cadre général dans lequel se situe notre recherche.*

*Tout d'abord sera présentée la problématique générale de l'étude, à savoir la résolution de problème inverse pour la conception de dispositifs électrotechniques.*

*Les lois de comportement des matériaux utilisés étant indissociables du problème inverse, nous abordons ensuite les matériaux que nous serons amenés à considérer dans notre travail : les matériaux supraconducteurs et les matériaux ferromagnétiques doux.*

*La dernière partie de ce chapitre est consacrée aux applications de ces matériaux et plus spécialement aux deux applications qui feront l'objet de notre recherche : le stockage d'énergie par voie magnétique et la génération d'environnement de micro-gravité.*



*Dans ce chapitre consacré à la présentation du cadre général dans lequel se situe notre recherche, nous allons commencer par aborder la problématique qui nous intéresse ici : à savoir la conception de dispositifs électrotechniques en magnétostatique.*

## 1. LA CONCEPTION DE DISPOSITIFS ELECTROTECHNIQUES :

### 1.1. Le problème inverse :

Les problèmes rencontrés couramment en ingénierie et en science peuvent donner lieu à deux démarches opposées :

- trouver les effets produit par une cause donnée, ou problème direct. Les problèmes direct en magnétostatique ont fait l'objet de très nombreuses recherches (pour une synthèse et de nombreuses références voir [I-1][I-2]).
- définir la cause qui produit certains effets, ou problème inverse.

A ce dernier groupe appartiennent les problèmes de conception de dispositifs électrotechniques, et plus généralement tous les problèmes visant à reconstruire des informations sur les sources à partir de données particulières, via un modèle mathématique.

Lorsque ces données sont expérimentales, le problème inverse est alors appelé **problème d'identification** ou d'estimation de paramètres.

Les problèmes où ces données sont imposées au concepteur constituent la famille des **problèmes de synthèse**. Ces problèmes peuvent ne pas avoir de solution, ou pas de solution unique. C'est dans cette famille que l'on place en électrotechnique les problèmes de conception optimale, où le but est de concevoir un dispositif ayant un comportement spécifique et/ou des performances optimales.

Les problèmes inverses en électromagnétisme peuvent être classés selon le mode de calcul des champs et selon les techniques mathématiques employées. Ils sont souvent mal posés au point de vue mathématique (au sens de Hadamart [I-1]). La solution, si elle existe, n'est pas forcément unique et peut dépendre des données de manière non stable (non continue). L'utilisation de techniques numériques de régularisation est alors nécessaire ; de très gros progrès ont été fait ces trente dernières années dans cette voie, principalement grâce au développement rapide des puissances de calcul.

Les problèmes inverses qui seront considérés dans notre étude relèvent de la synthèse de source en magnétostatique (reconstruire des sources de courant produisant une distribution de champ magnétique prescrite).

Nous cherchons des sources  $X$  qui vont produire un effet approchant le plus possible de la distribution spatiale d'induction  $B$  désiré.

Si  $A$  est un opérateur représentant la relation fonctionnelle source - effet, cela revient à :

$$\min_{X \in D} \text{imiser } \|AX - B\| \quad (\text{I-1})$$

où D est l'espace de conception des sources (ensemble contenant les valeurs possibles des différents paramètres du dispositif, paramètres limités par exemple par les densités de courant accessibles dans le matériau conducteur utilisé, les contraintes géométriques d'encombrement, les contraintes mécaniques limites...)

Toute source X produisant une approximation suffisamment proche de B représente alors une solution du problème inverse de synthèse de source.

Nous devons également distinguer deux types de problèmes de synthèse de source : synthèse « ordinaire » et synthèse optimale.

La synthèse « ordinaire » est conduite sans utiliser explicitement une approche d'optimisation. La solution approchante obtenue, si elle existe, n'est pas forcément la solution optimale.

On parle de synthèse optimale lorsqu'on utilise une fonction objectif. Ces problèmes de synthèse optimale sont alors classés selon la nature de la fonction objectif. Celle ci peut soit représenter l'écart entre des entités calculées et prescrites (approche type moindre carrés), soit la valeur maximum d'une quantité locale (approche type min – max) ou plus généralement des caractéristiques du système (poids, coût ...)

Dans la plupart des problèmes pratiques, plusieurs critères doivent être satisfait en même temps, on parle alors d'une optimisation multi-critères ou multi-objectifs.

Le problème de synthèse optimale, d'une manière générale peut être formulé comme suit :

$$\min_{X \in D} \{f(X, B(X)) \mid B(X) \in C\} \quad (I-2)$$

où X est le vecteur de design regroupant les paramètres du systèmes (géométrie, courants...)

f est la fonction objectif

B(X) est le vecteur d'état solution du problème direct correspondant à la valeur effective du vecteur design X

C est l'ensemble des contraintes sur le vecteur état B(X)

La résolution de tels problèmes peut s'avérer fort délicate, la fonction f pouvant être ni différentiable ni même convexe. De plus, elle nécessite le calcul du vecteur d'état, ce qui est coûteux en terme de calcul (il peut être non linéaire et/ou de grande dimension).

En pratique, ces problèmes sont résolus itérativement par des méthodes numériques déterministes ou stochastiques.

## **1.2. Méthode usuelle de conception des dispositifs électrotechniques :**

Pour la conception de dispositifs électrotechniques, une fois le cahier des charges établi, la première étape consiste à établir une conception initiale grossière, « sur papier », du système. Ce sont ensuite des méthodes de conception assistées par ordinateur qui prennent le relais [I-1].

La résolution de problèmes de conception optimale nécessite un module de calcul direct (par exemple du champ magnétique) associé à un module d'optimisation chargé de minimiser une fonction objectif préalablement définie. Dans la conception de dispositif assisté par

ordinateur, ces deux modules sont traditionnellement interconnectés de façon à simuler une procédure de type essai-erreur.

Partant d'une structure initial du dispositif, la propriété désirée, par exemple un certaine distribution d'induction magnétique, est analysée par des moyens analytiques, semi-analytiques ou numériques (éléments finis, différences finies ...). On vérifie ainsi si la structure proposée atteint bien l'objectif, sinon, on fait varier certains paramètres du système (géométrie, courants ...), puis on recalcule et ainsi de suite ...

Pour résoudre le problème d'optimisation de la structure, avec les méthodes déterministes, le chemin vers la solution est construit pas-à-pas comme une suite de recherche selon des directions de descente, calculées à chaque itération.

Les méthodes d'optimisation déterministes diffèrent principalement par la méthode utilisée pour trouver les directions de descente : méthode du gradient conjugué, méthode quasi-Newton ... Ceci nécessite des informations sur les dérivées au premier et/ou au deuxième ordre [I-1][I-3].

Lorsque le vecteur d'état  $B(X)$  est soumis à des contraintes, des techniques spéciales sont utilisées comme la méthode du Lagrangien, la méthode de pénalisation ...

Dans les problèmes classiques, la fonction objectif ainsi que les gradients peuvent poser problème, la fonction objectif pouvant être par exemple non convexe. C'est pourquoi les méthodes stochastiques sont assez répandues dans la résolution des problèmes inverses. En effet, un algorithme d'optimisation autorisant des directions de recherche des solutions à la fois montantes et descendantes permet de résoudre beaucoup plus efficacement un problème d'optimisation avec contraintes, surtout si la fonction objectif est non convexe et que l'on cherche un extremum global.

Les méthodes stochastiques sont donc très séduisantes, toutefois le problème de l'efficacité de l'algorithme d'optimisation se pose toujours. Pour les problèmes de faibles dimensions, des techniques explorant systématiquement tout l'espace de conception des sources sont généralement utilisées. Par contre, pour les problèmes à grande dimension ne permettant pas cette approche systématique, les méthodes stochastiques basées sur des processus physiques (algorithme génétique, méthodes neuronales...) peuvent s'avérer être les seules pouvant atteindre une solution.

Cette méthode de conception assisté par ordinateur présente plusieurs inconvénients : outre le fait qu'elle peut s'avérer longue et fastidieuse malgré les progrès incessants du calcul numérique, se pose le problème du choix de la structure initial du dispositif.

En particulier, comment l'établir lorsqu'on cherche par exemple à réaliser un système possédant une fonctionnalité nouvelle ?

Comment être certain que cette configuration initiale n'écarte pas d'emblée des solutions potentielles ?

Ces diverses observations nous ont conduit à formuler une nouvelle démarche de résolution du problème inverse de synthèse de source, démarche qui est présentée dans le chapitre II.

Nous présentons en Annexe 1 différentes techniques mathématiques d'optimisation employées dans la conception assistée par ordinateur: méthodes déterministes et stochastiques pour l'optimisation sans contrainte et méthodes d'optimisation multi-objectifs avec contraintes.

Bon nombre de ces méthodes sont intégrées dans les codes de calcul que nous utiliserons.

### **1.3. Conclusion :**

Nous avons précisé ci-avant dans quel cadre général se situe notre travail, à savoir la résolution de problèmes inverses de synthèse de source en magnétostatique. Pour résoudre ce type de problème, on utilise habituellement des méthodes de conception assistées par ordinateur : association de modules de calcul directs et d'outils d'optimisation.

Ces méthodes usuelles ont toutes comme point de départ une configuration initiale pré-établie du dispositif.

C'est l'établissement de cette structure initiale qui peut s'avérer être problématique, ceci en grande partie à cause du fait qu'il n'existe pas de méthode systématisée permettant de l'établir. Il manque ici un « fil directeur » permettant de définir la configuration initiale du dispositif.

Pour certains problèmes, la structure initiale est imposée après une phase de réflexion « amont », avant la définition d'une distribution de champ magnétique recherchée. C'est par exemple le cas du stockage d'énergie (voir § 3.3) où on peut faire le choix d'une structure de bobinage solénoïdale, puis par résolution de problème inverse, définir des bobines écrans optimales.

La résolution du problème inverse de synthèse de source est fortement liée au type de matériau utilisé pour générer les champs magnétiques. Les lois de comportement de ces matériaux interviennent en particulier dans la démarche de résolution du problème inverse, la connaissance du comportement des dits matériaux est donc un aspect nécessaire.



*Nous avons ci-avant situé la problématique au cœur de notre recherche, à savoir la conception de systèmes électrotechniques. Les lois de comportement des matériaux employés intervenant dans la démarche de résolution du problème inverse de synthèse de source, nous allons maintenant rappeler les caractéristiques principales des matériaux supraconducteurs et ferromagnétiques doux.*

## **2. LES MATERIAUX CONSIDERES DANS LE CADRE DE NOTRE RECHERCHE :**

### **2.1. Les matériaux supraconducteurs :**

De nombreux ouvrages présentent de manière détaillée les matériaux supraconducteurs, nous nous borderons ici à reprendre les principales caractéristiques magnétiques, structurelles de ceux-ci. De plus amples informations pourront être trouvées dans [I-4],[I-5],[I-6].

#### **2.1.1. Quelques rappels sur la supraconductivité :**

La supraconductivité a été découverte en 1911 par K. Onnes et G. Holst alors qu'ils mesuraient la résistivité du mercure à très basse température.

En effet, parmi les caractéristiques d'un supraconducteur, l'une des principales est que sa résistance disparaît en dessous d'une certaine température. Expérimentalement la « résistivité » mesurée est inférieure à  $10^{-25} \Omega\text{m}$ .

L'autre caractéristique principale d'un supraconducteur est de présenter un comportement diamagnétique en dessous de la température correspondant à la chute de la résistivité : c'est l'effet Meissner Ochsenfeld. Pour peu que le champ magnétique ne soit pas trop élevé et, indépendamment de l'histoire du matériau, celui-ci expulse le champ magnétique hors de son volume (diamagnétisme parfait). Pour des valeurs plus élevées du champ appliqué et dans les supraconducteurs de seconde espèce, seuls intéressants pour nous, on observe un diamagnétisme partiel (état mixte, responsable d'effets dissipatifs lors du passage d'un courant suffisant). Pour des valeurs encore plus élevées du champ, le matériau redevient normal.

La troisième caractéristique de l'état supraconducteur est une baisse de l'entropie lors de la transition de l'état normal à l'état supraconducteur, état supraconducteur qui est donc plus ordonné que l'état normal.

Dans l'état normal, les matériaux supraconducteurs présentent une grande résistivité et un comportement non magnétique.

#### **2.1.2. Grandeurs critiques dans les supraconducteurs de 2<sup>ème</sup> espèce:**

L'état supraconducteur est défini par une surface critique dans l'espace (T, H, J). lorsque la température T, le champ magnétique H et la densité de courant J dans le matériau sont inférieures aux grandeurs  $T_c$ ,  $H_c$ , et  $J_c$  définies par cette surface, celui-ci se trouve dans l'état supraconducteur ; sinon il est dans l'état normal ou résistif.

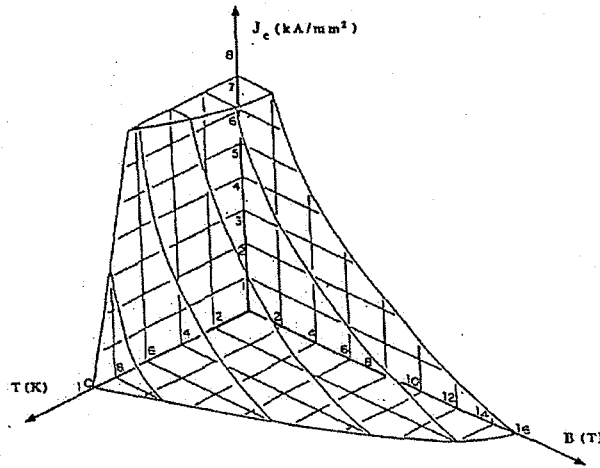


Fig. I.1. Surface critique d'un matériau supraconducteur (NbTi)

$T_c$  et  $H_c$  sont intrinsèques au matériau, alors que  $J_c$  dépend des conditions d'élaboration.

Température critique  $T_c$  : Elle est généralement proche du zéro absolu. Inférieure à 23 K pour les matériaux conventionnels (BTC), elle est de l'ordre de 100K pour les matériaux dits à haute température critique (HTC) qui ont commencé à apparaître en 1987.

La grande difficulté technologique d'utilisation des matériaux supraconducteurs réside bien évidemment dans cette nécessité de travailler à basse ou très basse température en environnement cryogénique.

Champs critiques : Il existe deux types de matériaux supraconducteurs.

Nous ne nous parlerons pas des matériaux supraconducteurs de type I, leur utilisation en électrotechnique étant très limitée à cause de la faiblesse de leur induction critique ( $< 100$  mT).

Les matériaux supraconducteurs de type II sont caractérisés par deux champs critiques  $H_{c1}$  et  $H_{c2}$ , avec  $\mu_0 H_{c2}$  pouvant atteindre plusieurs teslas (voire dizaine de teslas).

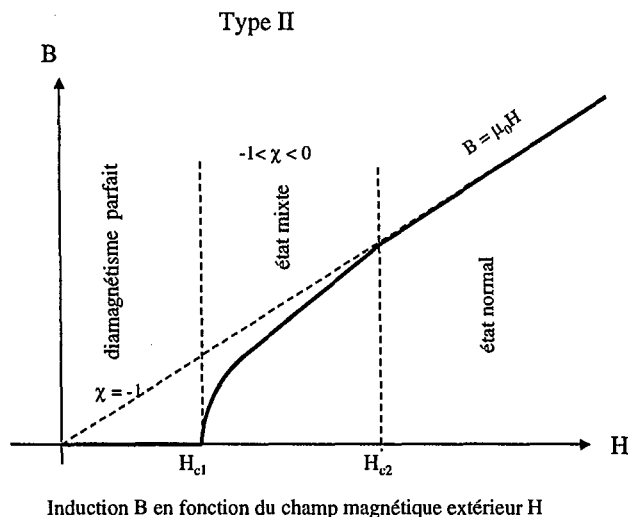


Fig. I.2. Induction magnétique dans les matériaux supraconducteurs de type II

En dessous de  $H_{c1}$ , ils se comportent de la même manière que les supraconducteurs de type I en dessous de  $H_c$  (diamagnétisme parfait).

Par contre, pour un champ compris entre les deux valeurs critiques, le diamagnétisme n'est pas parfait, l'écrantage est partiel : le matériau est dans l'état mixte. L'induction magnétique pénètre alors le supraconducteur par un ensemble de tubes. Ces tubes, ou vortex, orientés parallèlement au champ et dont le nombre et la distance mutuelle dépendent de sa valeur, forment un réseau dans le supraconducteur, chacun d'entre eux portant le même flux magnétique  $\phi_0$  appelé fluxoïde. Le quantum de flux est  $\phi_0 = h/2e$ , où  $h$  est la constante de Planck et  $e$  la charge de l'électron, ce qui montre que la supraconductivité est un effet quantique.

Le cœur de chaque vortex est dans l'état normal, autour se développent des supra-courants qui établissent l'induction dans le cœur.

Densité de courant critique  $J_c$  : elle correspond à la valeur maximale de densité volumique de courant ( $A.m^{-2}$ ) au delà de laquelle une résistivité apparaît.

Dans le cas des supraconducteurs de type II dans l'état mixte, afin d'avoir une densité de courant critique non nulle en champ transverse, il faut bloquer les vortex pour éviter que ceux-ci ne se déplacent et dissipent donc l'énergie. L'ancrage des vortex est possible sur des imperfections microstructurales du matériau (impuretés, défauts, interstices ...). La densité de courant critique est alors celle qui crée une force de Lorentz supérieure aux forces d'ancrage des vortex, permettant donc de les arracher. Comme les vortex interagissent magnétiquement, il n'est pas nécessaire que tous soient ancrés pour obtenir une grande densité de courant critique, l'ancrage de quelques uns suffit à figer et stabiliser le réseau de vortex.

Pour les supraconducteurs à haute température critique (HTC) (qui sont également de type II bien que particuliers), le comportement des vortex et la définition de la densité de courant critique est nettement plus complexe.

Le tableau ci dessous donne quelques valeurs de températures et champ critiques, qui sont des grandeurs intrinsèques au matériau. La densité de courant critique pour un type II dépend fortement des imperfections introduites lors de son élaboration et peut varier sur quatre à cinq ordre de grandeur.

| Type        | Matériau                                                                        | $T_c$ (K) | $\mu_0 H_{c1}$ (T)              | $\mu_0 H_{c2}$ (T) |
|-------------|---------------------------------------------------------------------------------|-----------|---------------------------------|--------------------|
| I           | Hg                                                                              | 4,1       | 0,041<br>(extrapolé à $T = 0$ ) |                    |
| II          | NbTi                                                                            | 9,5       | 0,01                            | 11                 |
|             | Nb <sub>3</sub> Sn                                                              | 18        | 0,017                           | 23                 |
|             | Nb <sub>3</sub> Ge                                                              | 23        | 0,017                           | 35                 |
| II<br>(HTC) | YBa <sub>2</sub> Cu <sub>3</sub> O <sub>7</sub>                                 | 93        |                                 | > 15               |
|             | Bi <sub>2</sub> Sr <sub>2</sub> Ca <sub>2</sub> Cu <sub>3</sub> O <sub>10</sub> | 110       |                                 | > 15               |
|             | HgBa <sub>2</sub> Ca <sub>2</sub> Cu <sub>3</sub> O <sub>8</sub>                | 133,5     |                                 | > 15               |

### 2.1.3. Les supraconducteurs à basse température critique (BTC) :

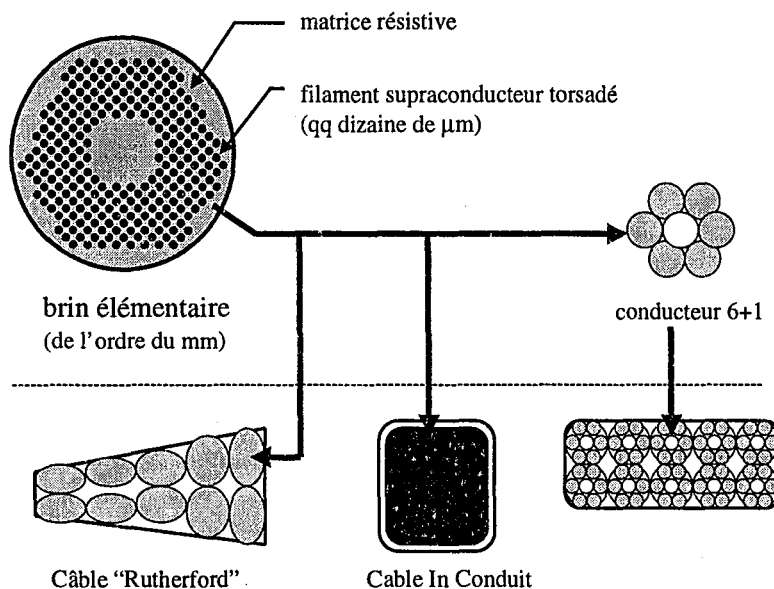
Les matériaux supraconducteurs BTC fonctionnent à des températures très basses (voir ci-dessus). Or, à ces températures, les chaleurs spécifiques des matériaux sont très faibles ; un apport d'énergie même très petit peut donc conduire à la transition du matériau vers l'état normal.

Le matériau supraconducteur est fortement instable du point de vue magnéto-thermique . En effet comme la densité volumique de courant critique décroît très vite avec l'augmentation de la température du matériau, un très léger échauffement peut conduire à un phénomène d'avalanche entraînant la transition vers l'état normal du supraconducteur.

Une des causes de cet apport d'énergie est par ailleurs le déplacement du conducteur dans une induction magnétique. C'est pourquoi la tenue mécanique des supraconducteurs dans un dispositif est un aspect fondamental.

La structure d'un brin supraconducteur magnéto-thermiquement la plus stable malgré les inévitables perturbations est à l'heure actuelle une structure multifilamentaire torsadée.

On assemble ensuite plusieurs brins élémentaires pour parvenir à un câble supraconducteur avec une capacité de transport élevée.



*Fig. I. 3. Structure de brin et câbles supraconducteurs BTC*

Le câble de type Rutherford est utilisé dans les aimants supraconducteurs des collisionneurs de particules (câble NbTi).

Le « Câble In Conduit » consiste en un grand nombre de brins supraconducteurs non isolés et insérés dans une enveloppe métallique où circule le liquide réfrigérant ; ce type de câble est par exemple bien adapté à la fusion nucléaire.

On trouvera en Annexe 2 quelques données sur la fabrication et l'industrialisation des matériaux supraconducteurs BTC, notamment sur le NbTi matériau conventionnel et industriel.

### 2.1.4. Les matériaux supraconducteurs à haute température critique (HTC) :

C'est en 1986 que A. Muller et G. Berdnoz, deux chercheurs suisses d'IBM, ont découvert la supraconductivité dans le composé LaBaCuO à 30 K. Le seuil de la température de l'azote liquide (77 K) a été franchi en janvier 1987 avec le composé YBaCuO ( $T_c \approx 93$  K) découvert par C. W. Chu (Houston) et M. K. Wu (Alabama) [I-4].

Ces nouveaux supraconducteurs à haute température critique ont dès lors fait naître de nombreux espoirs pour les applications de la supraconductivité. En effet, on peut, pour leur refroidissement utiliser une cryogénie non plus basée sur l'hélium mais sur l'azote, ce qui est plus facile techniquement et moins coûteux ( 0,3 Euro le litre d'azote contre 7,6 Euros pour le litre d'hélium).

Cependant les faibles propriétés de transport, la fragilité et la grande complexité de ces nouveaux matériaux supraconducteurs ont quelque peu tempéré ces espoirs.

Les supraconducteurs HTC sont des oxydes intermétalliques à structure fortement anisotrope. Ils possèdent deux directions principales (ab et c)

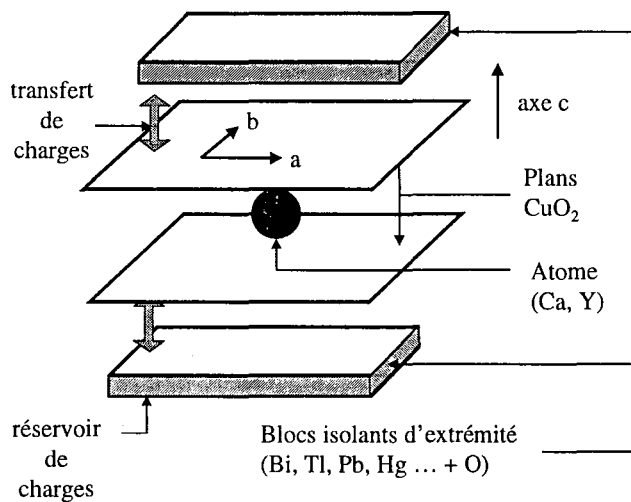


Fig. I. 4. Microstructure simplifiée d'un oxyde supraconducteur

Ils sont pour la plupart constitués d'un empilement de plans CuO<sub>2</sub>, aux niveaux desquels apparaît la supraconductivité. La stoechiométrie, en particulier la teneur en oxygène, joue un rôle fondamental.

Le solide cristallisé est formé de grains accolés entre eux. Dans les supraconducteurs HTC, les propriétés peuvent être assez différents pour un monocristal et un échantillon polycristallin.

Il faut noter que les supraconducteurs HTC sont des matériaux supraconducteurs de type II particuliers : les valeurs des grandeurs critiques sont beaucoup plus difficile à définir que pour les BTC, de plus le piégeage des vortex est également différent à l'intérieur du matériau [I-4] [I-6].

Leur structure très fortement anisotrope se répercute évidemment sur les grandeurs critiques de ces matériaux.

Le champ critique est nettement plus élevé s'il est orienté suivant les plans (ab) (plans dans lesquels circulent très facilement les courants supraconducteurs).

Les densités de courants critiques sont également différentes selon que le courant circule dans les plans ab (cas le plus favorable) ou perpendiculairement (suivant l'axe c).

On peut définir en fait quatre densités de courant critique :  $J_c^c$ ,  $J_c^{ab}$ ,  $J_{ab}^c$ ,  $J_{ab}^{ab}$ . (l'indice correspond à la direction de circulation du courant et l'exposant à celle du champ magnétique).

La forte anisotropie des propriétés de transport des supraconducteurs HTC élaborés sous la forme de conducteurs (en rubans, voir annexe 2) est une caractéristique à prendre en compte lors de la conception d'un dispositif utilisant de tels conducteurs.

On trouvera en Annexe 2 quelques données sur la fabrication et l'industrialisation des matériaux supraconducteurs HTC, qui se présentent sous trois formes : massifs, films minces et rubans.

## **2.2. Les matériaux ferromagnétiques :**

Nous n'aborderons ici que les matériaux ferromagnétiques doux, les différents dispositifs que nous étudierons dans le cadre de ce travail n'utilisant pas d'aimants permanents. De même, le ferromagnétisme ainsi que les différents types de matériaux ferromagnétiques doux seront présentés succinctement. De nombreux ouvrages tels que [I-7], [I-8] pour les aspects théoriques et [I-9], [I-10] pour l'aspect matériau fourniront de plus grandes précisions.

### **2.2.1. Le ferromagnétisme :**

Toute substance matérielle est formée d'un ensemble d'atomes porteurs ou non d'un moment magnétique, sa direction et son module dépendant de la nature et position des atomes voisins, de la température, du champ magnétique appliqué.

Le ferromagnétisme caractérise les substances dans lesquelles des interactions, dites d'échange positives, favorisent le parallélisme des moments magnétiques d'atomes voisins, « comme si » un champ fictif (le « champ moléculaire ») alignait les moments.

Ce n'est qu'en dessous d'une température critique (la température de Curie), que les interactions dominent l'agitation thermique et qu'une aimantation spontanée apparaît en l'absence de champ appliqué, au delà le matériau ferromagnétique présente un comportement paramagnétique.

Malgré l'existence d'une aimantation spontanée, un matériau ferromagnétique de dimensions suffisantes ( $> 3 \cdot 10^{-8}$  m pour le FeCo par exemple) peut présenter un moment magnétique nul (il est dit désaimanté). Ceci résulte du fait que l'intérieur du matériau est divisé en domaines magnétiques (domaines de Weiss). Chaque domaine est spontanément aimanté, mais d'un domaine à l'autre la direction des moments varie de sorte que le moment magnétique total de l'échantillon est nul.

Lorsqu'on applique un champ magnétique, la répartition des domaines change ainsi que l'aimantation.

Au niveau macroscopique, un ferromagnétique est donc un matériau qui acquiert (généralement) une forte aimantation sous l'action d'un champ.

Le comportement du matériau (variation de son aimantation) est caractérisé par un cycle d'hystérésis et une courbe de première aimantation.

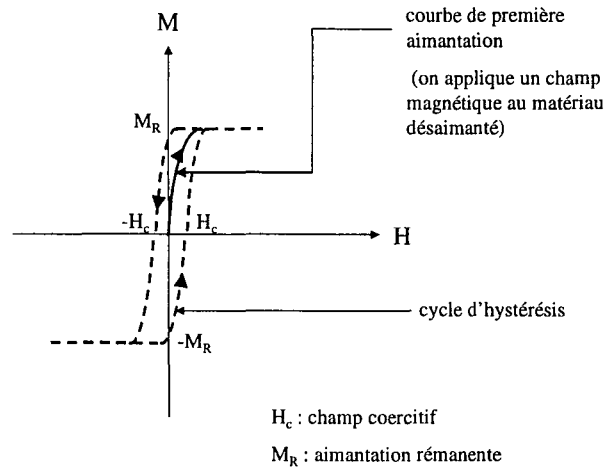


Fig. I. 5. Courbe d'aimantation d'un matériau ferromagnétique doux

Les propriétés intrinsèques d'un matériau ferromagnétique sont sa température de Curie, l'aimantation spontanée et l'anisotropie magnétique.

Un des aspects de l'anisotropie magnétique est que l'aimantation d'une substance cristallisée (cas de la plupart des matériaux ferromagnétiques) s'oriente préférentiellement selon certaines directions cristallographiques.

Ainsi, lorsqu'on applique un champ magnétique au matériau ferromagnétique cristallin, les moments magnétiques s'orientent préférentiellement suivant les axes de faciles aimantation. Nous avons à considérer dans notre étude des matériaux soumis à des champs très intenses, ils seront alors saturés.

A la saturation, tous les moments magnétiques sont alignés sur le champ magnétique extérieur.

Quelque soit le ferromagnétique considéré, quand il est saturé, il possède donc une aimantation égale à l'aimantation de saturation en tout point : il est alors homogène et isotrope du point de vue magnétique.

Par contre la manière de s'approcher de cet état de saturation, sera différente pour chaque matériau et fonction de son anisotropie structurelle.

Une autre propriété essentielle est la coercivité, celle-ci est liée à l'anisotropie magnétique et est une propriété de nature extrinsèque qui dépend fortement de la microstructure du matériau. C'est à partir de la valeur de la coercivité que l'on distingue deux catégories de matériaux ferromagnétiques : les ferromagnétiques doux et les ferromagnétiques durs (aimants permanents).

### 2.2.2. Les matériaux ferromagnétiques doux :

La propriété fondamentale des matériaux ferromagnétiques doux est leur capacité à réagir à un champ magnétique extérieur de faible intensité. Dans ces matériaux en effet, les parois entre les domaines magnétiques (paroi de Bloch) se déplacent très librement de sorte que

l'aimantation macroscopique atteint l'aimantation spontanée pour un champ magnétique interne faible.

On cherche pour ces matériaux un champ coercitif le plus faible possible et une susceptibilité  $M/H$  maximale.

Pour la grande majorité des applications, la température de Curie doit être supérieure à la température ambiante, ce qui implique que les matériaux concernés sont à base d'éléments de transition : Fe, Co, Ni voire Mn. La recherche d'une forte aimantation spontanée tend à privilégier les matériaux à base de Fe ou Co.

Les matériaux doux ont généralement pour fonction de renforcer ou canaliser le flux d'induction provenant de courants électriques, d'aimants ou d'ondes extérieures (blindage), ce qui nécessite les qualités suivantes :

- une aimantation à saturation aussi élevée que possible
- une forte perméabilité (soit initiale, soit maximale, soit rapidement variable ou la plus constante possible le long du cycle d'hystérésis selon les applications).
- une dissipation d'énergie minimale au sein du matériau pour une utilisation en régime dynamique.

On cherche bien évidemment des matériaux avec aussi des caractéristiques mécaniques élevées, façonnables, résistant à l'oxydation et à la corrosion ....

L'emploi de tel ou tel matériau ferromagnétique doux résulte d'un compromis entre ces divers aspects.

Dans les matériaux ferromagnétiques doux pour l'électrotechnique, on trouve les matériaux cristallins à base de fer, les alliages à usages spéciaux (Fe-Ni, Fe-Co, amorphes, nanocristallins) et les ferrites. Ils sont utilisés dans deux grands types d'applications : en électrotechnique (fréquence de 1 à 10 kHz) et en électronique (fréquence de 100 kHz à quelques MHz voire GHz).

Pour les applications considérées dans nos travaux (électrotechnique), on utilise essentiellement les matériaux cristallins à base de fer, les alliages Fe-Co voire les terres rares. Les terres rares, l'holmium en particulier, sont potentiellement très intéressantes étant données leurs exceptionnelles propriétés magnétiques : l'holmium possède par exemple une aimantation à saturation  $\mu_0 M_s$  de 3,87 T pour une température de Curie certes très faible (20 K) mais qui n'est par forcément handicapante au vu des températures de fonctionnement des matériaux supraconducteurs.

On trouvera des présentations succinctes de ces divers matériaux en Annexe 3.

(Nous ne détaillerons pas les caractéristiques des matériaux amorphes, nanocristallins et ferrites et des alliages Fe-Ni.; on pourra pour ces matériaux se reporter à [I-9] et [I-10]).



*Nous avons présenté le cadre général dans lequel se place notre recherche : le problème inverse de synthèse de source, ainsi que les différents matériaux que nous utiliserons dans le cadre de ces travaux : matériaux supraconducteurs et matériaux ferromagnétiques doux. Nous allons maintenant aborder les différents types d'applications de ces matériaux notamment des matériaux supraconducteurs et plus particulièrement celles auxquelles notre recherche est consacrée : le stockage magnétique d'énergie et la micro-gravité.*

### **3. LES APPLICATIONS :**

#### **3.1. Applications de la supraconductivité, dispositifs supraconducteurs :**

La très faible température de fonctionnement des matériaux supraconducteurs (environ – 270°C pour les BTC) pourrait laisser penser qu'aucune application n'est raisonnablement envisageable en dehors de certains laboratoires de recherche.

Cependant, les avantages de certains dispositifs supraconducteurs compensent largement la complexité technologique liée à la cryogénie.

Lorsque la supraconductivité apporte une fonction nouvelle, impossible avec les conducteurs classiques, comme les limiteurs de courants, ou dans le cas des inductions élevées dans des volumes importants, le développement des dispositifs est assez rapide. Par contre pour les applications pour lesquelles les dispositifs électrotechniques habituels remplissent parfaitement leur fonction, la supraconductivité a plus de mal à s'imposer. Par exemple pour les transformateurs, alors même que des structures utilisant un circuit magnétique ferromagnétique et des enroulements primaire et secondaire supraconducteurs entrelacés étaient proposés et expérimentés dès 1963 [I-11], on ne note actuellement aucun développement significatif.

##### **3.1.1. Electro-aimants de laboratoire à champ magnétique intense :**

De nombreux laboratoires de recherches à travers le monde utilisent des bobines supraconductrices destinées par exemple à étudier les propriétés physiques des matériaux sous champ magnétique. La plupart de ces aimants sont produits par des industriels et peuvent être fournis avec cryostat, alimentation et appareillages auxiliaires. Ils couvrent traditionnellement la gamme 0 à 10 T, et peuvent atteindre 20 T grâce à l'utilisation de matériaux supraconducteurs HTC. Pour la production d'inductions magnétiques supérieures, des bobines hybrides sont utilisées (bobines résistives placées à l'intérieur de bobines supraconductrices), qui permettent de dépasser 30 T en induction statique. Le laboratoire des Champs Magnétiques Intenses à Grenoble possède par exemple une bobine hybride produisant une induction de 31,35 T dans un cylindre de 50 mm de diamètre.

Du point de vue topologique, la majorité de ces bobines sont des **solénoïdes**.

### 3.1.2. I.R.M., R.M.N. à haute définition :

Dans les applications de la supraconductivité, la première du point de vue des débouchés commerciaux, est sans conteste le domaine de l'imagerie médicale (Imagerie par Résonance Magnétique I.R.M., spectroscopie par Résonance Magnétique Nucléaire R.M.N.). Ces méthodes d'imagerie, quand elles nécessitent des inductions pouvant aller jusqu'à 20 T dans des volumes relativement importants, avec une excellente stabilité temporelle, ont un cahier des charges fort bien adapté à l'utilisation d'aimants supraconducteurs mais raisonnablement irréalisable avec des matériaux classiques.

Au niveau topologique, les bobines utilisées pour l'imagerie sont des **solénoïdes**.

### 3.1.3. Physique des particules :

La physique des hautes énergies, même s'il est difficile de la considérer comme un marché industriel, constitue un énorme débouché pour les supraconducteurs et a toujours largement contribué au développement des applications de la supraconductivité. Un des projets emblématique de cet état de fait est le L.H.C. (Large Hadron Collider) en cours d'implantation au C.E.R.N. (Centre Européen de Recherche Nucléaire).

Dans cet accélérateur de particules, des aimants supraconducteurs (au NbTi) sont utilisés pour faire « tourner » le faisceau (aimants dipolaires) et le focaliser (aimants quadripolaires et de correction). Les cavités hyperfréquences chargées d'accélérer les particules utilisent également des supraconducteurs (Nb massif ou cuivre revêtu intérieurement de Nb). Le projet L.H.C. a lui seul nécessite près de 1500 tonnes de matériaux supraconducteurs, soit plus de la moitié de la production annuelle mondiale [I-12].

Ces aimants sont, du point de vue topologique, des **aimants linéaires multipolaires**.

Les aimants de détection, permettant de repérer et d'analyser les particules produites lors des collisions dans l'accélérateur, nécessitent également l'emploi de matériaux supraconducteurs étant donné l'importance des volumes à aimanter : projet ATLAS (**tore**), CMS (**solénoïde**).

Layout of the LEP tunnel including future LHC infrastructures.

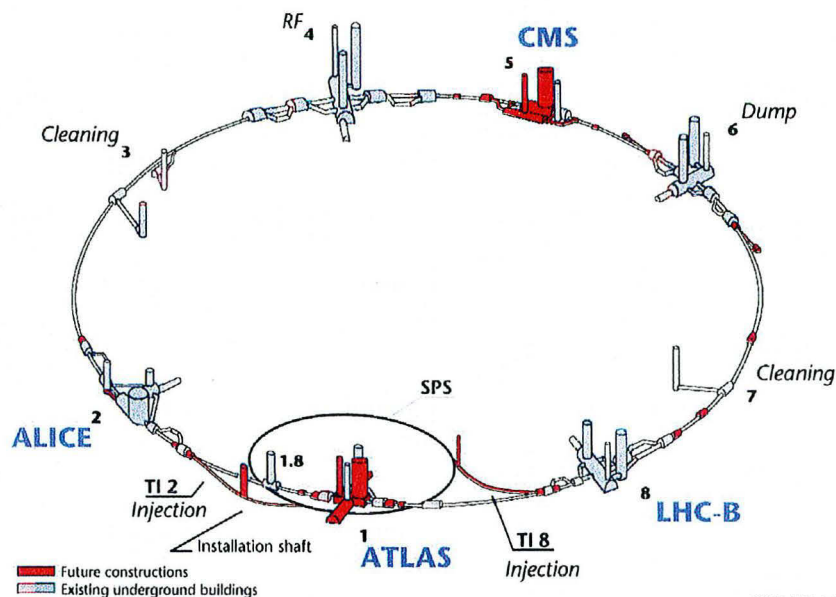


Fig. I. 6. Le projet L.H.C.

### 3.1.4. Fusion nucléaire contrôlée :

Outre la physique des particules, il existe un champ de recherche dans lequel l'emploi de matériaux supraconducteurs est inévitable : la fusion nucléaire à confinement magnétique.

Contrairement à la réaction de fission utilisée dans les centrales nucléaires, il s'agit ici de faire fusionner des noyaux légers pour produire de l'énergie. Cette réaction de fusion a lieu au sein d'un plasma chauffé aux alentours des 100 millions de degrés. Dans les tokamaks, ce plasma est confiné par des champs magnétiques sous forme d'un anneau torique dans une chambre à vide.

En raison de la nécessité d'obtenir des inductions très élevées dans de grands volumes, la solution supraconductrice (totalement, ou partiellement pour Tore Supra, tokamak implanté au CEA Cadarache) est la seule envisageable.

Un programme de recherche international est actuellement en cours (I.T.E.R., International Thermonuclear Experimental Reactor) en vue de démontrer la faisabilité scientifique et technique de la fusion contrôlée. Il s'agit d'un gigantesque tokamak entièrement supraconducteur utilisant des conducteurs Nb<sub>3</sub>Sn et NbTi [I-13].

Au niveau topologique, il s'agit d'un **tore à section en forme de « D »** associé à des **solénoïdes**.

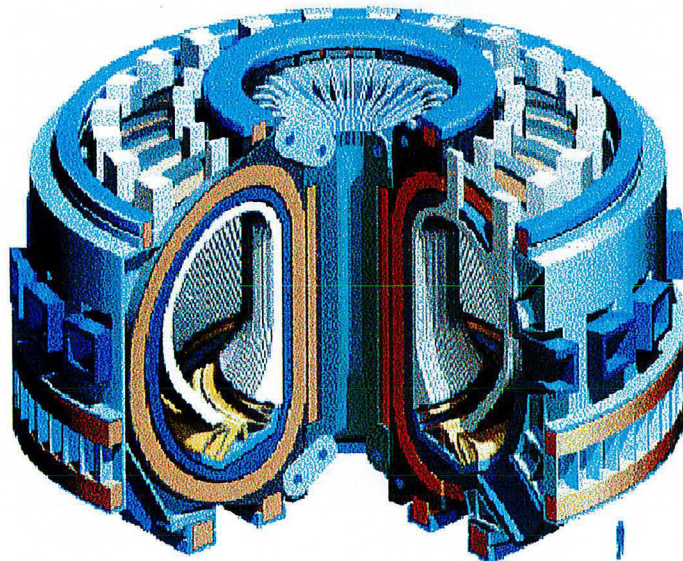


Fig. I. 7. Vue générale d'I.T.E.R. (l'échelle est donnée par la silhouette)

### 3.1.5. Autres applications :

Parmi les autres applications de la supraconductivité (hormis le stockage d'énergie et la micro-gravité abordés plus en détail ci-après), on peut citer :

- Les limiteurs de courant [I-14] : ils utilisent la transition état normal – état supraconducteur par dépassement de la densité de courant critique pour limiter les courants de défaut sur des réseaux par exemple. Ce type de disjoncteur est autonome et a un fonctionnement répétitif (contrairement au fusible).
- Les machines électriques tournantes : moteurs à courant continu homopolaires, cryoalternateurs synchrones à inducteur supraconducteur ou entièrement supraconducteur, moteurs supraconducteurs hybrides (rotor à aimants permanents ou

ferromagnétiques supersaturés, stator induit normal ou supraconducteur) ; l'utilisation de la supraconductivité devant permettre de construire des machines plus petites, légères et avec un meilleur rendement.

- La micro-électronique : applications liées à l'effet Josephson comme les magnétomètres à SQUID (sensibilité :  $10^{-16}$  T), les dispositifs logiques à commutation rapide...
- Les trains à lévitation magnétique.
- La propulsion magnéto-hydro-dynamique.
- Les lignes de transports de courants.
- ...

Ces différentes applications sont largement explorées depuis les années 70.

### **3.2. L'association supraconducteurs / ferromagnétiques doux :**

Dans un grand ensemble d'applications électrotechniques classiques (transformateurs, moteurs) les matériaux ferromagnétiques doux servent de guide au flux magnétique .

Lorsqu'ils sont employés avec des matériaux supraconducteurs, les matériaux ferromagnétiques peuvent être utilisés de manière « passive » (comme blindage ou pour guider les flux comme dans les applications électrotechniques classiques) ou de manière « active » (pour créer des perturbations dans un profil de champ magnétique comme dans la séparation magnétique).

Il convient ici de préciser ce que nous entendons par usage « passif » et « actif » des matériaux ferromagnétiques doux.

L'usage « passif » correspond à une utilisation comme fonction de guidage et de renforcement du flux magnétique.

L'usage « actif » correspond à une fonction trans-structurale de modification de la structure de la distribution de champ magnétique créé par un bobinage (et ne fait donc pas référence à une consommation de puissance). Les ferromagnétiques doux sont déjà utilisés dans cette fonction en électrotechnique classique, on peut citer par exemple la « transpolarité » de certaines machines à réluctance variable [I-15].

#### **3.2.1. Usage « passif » des ferromagnétiques associés à des bobinages supraconducteurs :**

C'est le champ d'application principal. De la même manière que dans les dispositifs électrotechniques utilisant des conducteurs en cuivre, les pièces ferromagnétiques servent de guide au flux magnétique, essentiellement pour confiner le champ magnétique dans un espace limité et ainsi éviter la pollution électromagnétique de l'environnement du dispositif (blindage magnétique). La norme américaine NIH fixe par exemple à 0,5 mT la valeur à ne pas dépasser pour toute personne portant un pacemaker.

On retrouve ce blindage passif utilisant du fer notamment dans les SMES (Superconducting Magnet Energy Storage). Ces systèmes destinés au stockage d'énergie consistent le plus souvent en une simple bobine supraconductrice, une des solutions pour réduire le champ magnétique de fuite peut être d'entourer la bobine par un écran en fer dont la forme et le positionnement sont judicieusement optimisés (blindage passif) [I-16].

Le fer est également utilisé dans les aimants d'accélérateurs comme le L.H.C. (Large Hadron Collider, CERN), là encore il s'agit de confiner le champ magnétique grâce à une culasse en fer.

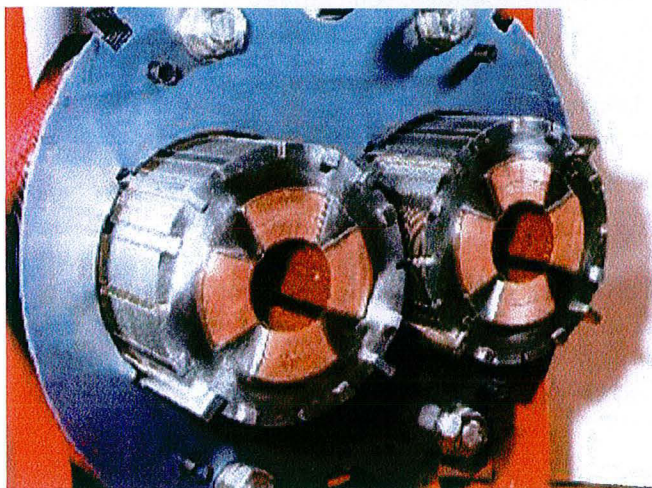


Fig. I. 8. Vue en coupe d'un aimant quadripolaire et de sa culasse ferromagnétique pour collisionneur (L.H.C.)(document CERN)

### 3.2.2. Usage « actif » des ferromagnétiques :

Les matériaux ferromagnétiques doux sont ici utilisés non plus comme guide de flux magnétique mais pour modifier localement le champ magnétique produit par un dispositif supra conducteur.

Généralement le matériau ferromagnétique, baignant dans un champ magnétique intense produit par une bobine supraconductrice, est aimanté à saturation. C'est alors la superposition du champ magnétique créé par la bobine et du champ de réaction créé par le ferromagnétique qui permet d'obtenir un profil de champ magnétique ayant les propriétés désirées.

#### 3.2.2.1. Augmentation locale du champ magnétique :

Au début des années 1980, de nombreuses stations d'essais produisant des inductions de 7 à 8 T existaient, le développement rapide des dispositifs supraconducteurs nécessitait cependant des caractérisations d'échantillons dans des inductions de 9 à 10 T. Un moyen simple, évitant d'avoir recours à l'ajout de bobinages supraconducteurs supplémentaires, fut l'utilisation de matériaux ferromagnétiques doux.

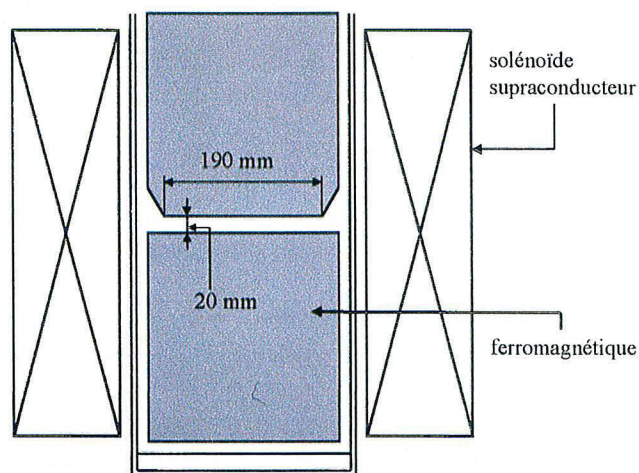


Fig. I. 9. Insert ferromagnétique pour augmentation locale de l'induction [I-17]

En plaçant deux blocs ferromagnétiques, en alliage Fe-25%Co, cylindriques à section circulaire, à l'intérieur d'un solénoïde supraconducteur (Fig. I. 9.), on a pu mesurer dans l'entrefer entre les deux blocs une augmentation de 2 T de l'induction magnétique ; celle ci passant de 7,2 T (solénoïde seul) à 9,2 T (solénoïde + inserts) [I-17].

### **3.2.2.2. Supersat :**

Ce concept d'association « active » ferromagnétique – supraconducteur a été exploré déjà depuis de nombreuses années, l'idée de la machine « Supersat » est née par exemple en 1981 [I-18]. Il s'agit ici de créer un champ magnétique tournant multipolaire en aimantant à saturation, par un champ homopolaire, des pièces ferromagnétiques distribuées périodiquement sur un rotor [I-19].

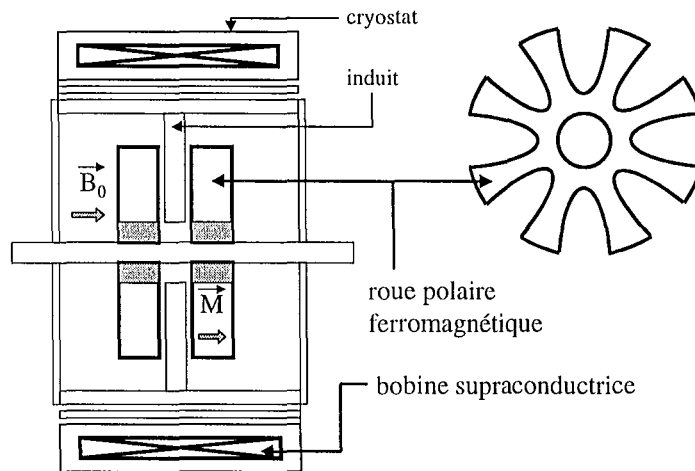


Fig. I. 10. Vue schématique du premier prototype de machine Supersat.

Les essais de deux prototypes de machine Supersat ont montré la viabilité technique d'une telle structure.

Les principaux avantages de ce type de machine sont :

- simplicité du bobinage supraconducteur (une simple bobine solénoïdale)
- un taux de remplissage en cuivre de l'induit sans fer important, ce qui contribue à l'essentiel du gain de puissance électrique de la machine.
- une partie mobile constituée par des roues polaires découpées dans du matériau ferromagnétique doux, donc ayant une très bonne tenue mécanique.

Néanmoins, cette machine n'a pas connu de développement, en raison principalement de la concurrence des solutions à aimants permanents comme le Nd-Fe-B.

### **3.2.2.3. La séparation magnétique haut champ - haut gradient :**

Dans les dispositifs utilisant l'association matériaux ferromagnétiques – supraconducteurs, on peut également citer les séparateurs magnétiques à haut champ – haut gradient (HGMS : High Gradient Magnetic Separation).

Là encore le matériau ferromagnétique est aimanté à saturation par un champ magnétique créé par une bobine supraconductrice et induit des perturbations dans le profil de champ magnétique initial.

Il s'agit plus exactement d'une matrice en mousse de fer (type « tampon Jex ») plongée dans un champ magnétique uniforme. Tous les filaments en fer de la matrice sont saturés magnétiquement et vont créer en leur voisinage immédiat des gradients de champ magnétique au carré considérables : avec un champ extérieur de 5 T et des filaments en fer Armco de 0,1 mm de rayon, on atteint un gradient de plus de 200 000 T<sup>2</sup>/m à la surface du filament. Or la force d'attraction magnétique agissant sur la particule para- ou diamagnétique est donnée par :

$$\vec{F} = \frac{1}{2\mu_0} \chi_d V \text{grad} \vec{B}^2 \quad (\text{I-3})$$

où  $\chi_d$  est la susceptibilité différentielle entre la particule et le fluide porteur  
 $V$  est le volume de la particule  
 $\text{grad} \vec{B}^2$  est le gradient de l'induction magnétique au carré à l'endroit où est localisée la particule (supposé uniforme sur le volume de la particule).

(Dans la suite du texte, le gradient de l'induction magnétique au carré ou gradient de la densité magnétique d'énergie, appelé parfois improprement gradient de champ, sera noté gradient de  $B^2$ ).

Les niveaux de gradient de  $B^2$  obtenus rendent possible le piégeage sur les filaments de la matrice de très petites particules faiblement paramagnétiques [I-20].

Ce type de séparateur a un champ d'utilisation très vaste allant de la valorisation de minerais, la purification de substances comme le kaolin, la dépollution et le traitement des effluents jusqu'à l'analyse de systèmes biologiques [I-21].

Nous avons dans un travail antérieur étudié un tel type de séparateur [I-22] et mis en évidence le phénomène de percolation magnétique se produisant au sein de la matrice d'extraction du séparateur [I-23] : des particules s'échappent de la matrice par des chemins de percolation alors même que celle-ci n'est pas totalement saturée en particules piégées.

Un modèle de capture des particules sur les collecteurs de la matrice a été développé autorisant le tracé des trajectoires des particules ainsi que la visualisation de la saturation progressive de celle-ci.

La forte dépendance entre l'efficacité de la séparation, la configuration géométrique de la matrice et son niveau de saturation a ainsi été mis en évidence. Les résultats obtenus avec le modèle développé montrent clairement que les phénomènes ayant lieu au sein de la matrice d'extraction d'un séparateur magnétique à haut champ-haut gradient sont très complexes à modéliser, cependant des phénomènes élémentaires comme la percolation magnétique ont été identifiés et expliqués par le modèle.

### **3.3. Le stockage magnétique d'énergie :**

Depuis le siècle dernier, qui a amené de nombreux développements révolutionnaires dans le champ de la génération et des applications de l'énergie électrique, l'utilisation de l'énergie électrique a connu une augmentation très rapide, et ceci bien qu'elle ait un inconvénient majeur : ses méthodes de stockage sont relativement limitées.

Les méthodes classiques de stockage de l'énergie électrique, utilisant pour la plupart une énergie intermédiaire (stockage électrochimique, hydraulique, inertiel ...), ont des temps de

réponse relativement longs (de l'ordre de la minute voire jusqu'à plusieurs heures) ou de faibles valeurs d'énergies volumiques (stockage électrostatique).

Le stockage magnétique d'énergie, ou encore S.M.E.S. (Superconducting Magnetic Energy Storage), utilise une bobine supraconductrice court-circuitée pour emmagasiner l'énergie sous forme magnétique.

Du fait de l'absence de résistance du matériau supraconducteur, cette énergie peut-être conservée presque indéfiniment.

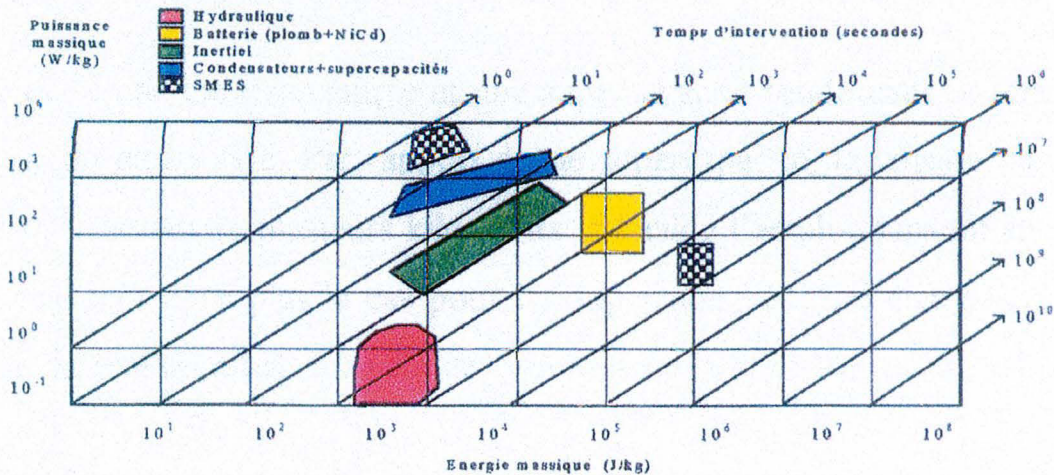


Fig. I.11. Comparaison de différents modes de stockage de l'énergie suivant les critères puissance massique / énergie massique – temps d'intervention [I-24]

La densité volumique d'énergie stockée dans un bobinage sans fer n'est pas très importante ( $B^2/2\mu_0$ ) mais peut être libérée très rapidement, la puissance volumique pouvant par conséquent être très élevée.

Etant donné les exigences croissantes des consommateurs d'électricité (en particulier au niveau industriel) du point de vue de la qualité de l'énergie fournie (sensibilité aux micro-coupures ...) cette potentialité des SMES de délivrer très rapidement de l'énergie est un avantage crucial.

Ce n'est cependant pas le seul avantage. Par rapport aux autres types de stockage, le stockage d'énergie par voie magnétique ne nécessite pas de reconvertir l'énergie, directement accessible sous forme électrique, et permet une cyclabilité flexible et quasiment infinie.

Par contre un environnement cryostatique est nécessaire, et la pollution électromagnétique de l'espace environnant est un aspect à regarder très attentivement ; c'est cependant le coût de ce type de stockage qui constitue le frein principal.

On dénombre actuellement globalement trois types d'applications des S.M.E.S. :

- Nivellement de la consommation de puissance (Large SMES).  
Initialement, les S.M.E.S. furent envisagés dès le début des années 70 pour niveler les pointes journalières de consommation électrique sur les réseaux publics, c'est à dire pour la même niche économique que les autres systèmes de stockage de l'énergie (comme le stockage hydraulique).



Lors des premières études de conception, en pleine crise du pétrole, la tendance mondiale était de tendre vers un scénario dans lequel la majorité de la production d'électricité allait devenir nucléaire. Les premières études portèrent sur la conception de systèmes pouvant stocker 5000 MWh voire plus [I-25].

En plus des problèmes, notamment mécaniques, posés par la taille de tels dispositifs (diamètre de 1 km, hauteur de 20 m), les changements dans la situation énergétique des pays industrialisés ont sonné le glas de ces énormes projets destinés au stockage massif d'énergie.

- Stabilisation des réseaux électriques (Medium SMES implantés aux points stratégiques du réseau).

En raison de la très grande rapidité de leur réponse, les S.M.E.S. peuvent être utiles également pour accroître la stabilité des réseaux de transmission de l'énergie électrique et la qualité de la puissance fournie (Medium SMES). Ils peuvent être ainsi vu comme des F.A.C.T.S. (Flexible AC Transmission Systems) avec en plus la possibilité de fournir ou d'absorber de la puissance à un réseau.

- Compensation de défauts ou source super-continue (Small SMES, implantés à proximité des sites industriels demandeurs).

Cette rapidité de réponse est également exploitée dans des systèmes à plus petite échelle (Micro-SMES ou Small SMES) utilisés pour améliorer la qualité de l'alimentation électrique de sites industriels.

Avec l'avènement de l'informatique, les exigences en terme de qualité de l'alimentation électrique ont considérablement augmenté (sensibilité aux micro-coupures, aux défauts de tension ...), orientant ainsi les applications des SMES vers ce type de problématique.

Nous reviendrons en détail dans le chapitre III sur le stockage magnétique d'énergie, notamment sur la structure des SMES et sur les différents programmes de développement de cette technologie.

### **3.4. La micro-gravité :**

Il s'agit en fait ici de compenser la force d'attraction gravitationnelle par une force magnétique afin d'obtenir la lévitation de différentes substances. On recrée ainsi localement un environnement à gravité zéro ou micro-gravité.

En effet, quand un milieu matériel est soumis à une induction magnétique, chaque élément de son volume acquiert une certaine aimantation.

On peut ainsi classer les corps existants en, globalement, trois grandes catégories selon leur réponse à l'application d'une induction magnétique :

- les substances diamagnétiques, pour lesquelles le moment magnétique de réaction est opposé à l'induction appliquée. Ce phénomène étant intra-atomique ou intra-moléculaire, il est indépendant de la température.
- les substances paramagnétiques, pour lesquelles le moment magnétique de réaction a cette fois ci même sens que l'induction. Le comportement diamagnétique sous-jacent est ici

masqué par le comportement paramagnétique. Cet effet est contrarié par l'agitation thermique. Le moment magnétique résultant dépend donc de la température.

- les substances ferromagnétiques, qui acquièrent, sous l'action d'une induction initiale relativement faible, des moments magnétiques considérables de même sens, sous l'effet de phénomènes coopératifs évoqués précédemment.

L'expression de la force magnétique agissant sur une substance dia- ou paramagnétique (I-3) indique la substance est sollicitée vers les champs plus faibles si elle est diamagnétique ( $\chi < 0$  de l'ordre de  $10^{-5}$  à  $10^{-6}$ ) et vers les champs les plus intenses si elle est paramagnétique ( $\chi > 0$  de l'ordre de  $10^{-3}$  à  $10^{-5}$  à température ambiante). C'est ainsi que dès 1845 Faraday distinguait ces deux types de substances.

On peut faire flotter un corps diamagnétique dans le vide en la plaçant sur l'axe de révolution de l'induction réalisée entre deux pièces polaires taillées selon les formes représentées dans la figure suivante.

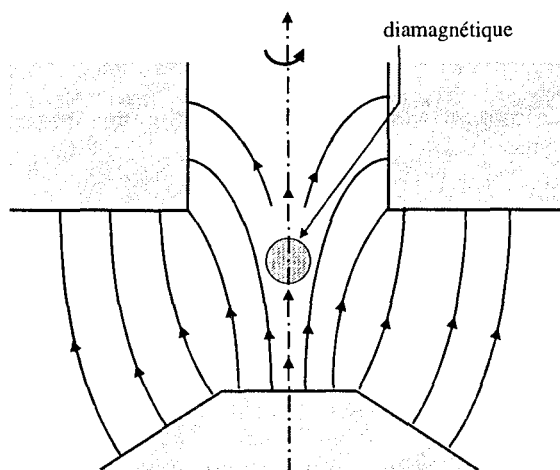


Fig. I. 12. Lévitation d'une substance diamagnétique [I-2]

La force magnétique, dirigée vers le haut, peut équilibrer le poids qui sollicite le corps vers le bas. L'équilibre ainsi obtenu est stable, car si l'objet s'élève la force magnétique diminue et le poids ramène l'objet à la position d'équilibre et inversement si l'objet s'abaisse.

Une substance paramagnétique est au contraire attirée vers les champs intenses, si on retournait le système de la figure pour équilibrer le poids, l'équilibre ne serait pas stable.

Il est donc possible de faire léviter une substance diamagnétique de manière stable en compensant la gravité par des forces magnétiques sous réserve de pouvoir générer un champ de force suffisant.

La micro-gravité, ou lévitation diamagnétique, initiée par E. Beaugnon et R. Tournier (C.R.T.B.T. Grenoble) en 1991 [I-26], est un domaine actuellement en plein développement pour lequel de nouvelles applications potentielles allant de la compréhension de phénomènes fondamentaux à l'élaboration de matériaux, sont découvertes chaque jour.

Tout d'abord, soulignons la différence entre la lévitation diamagnétique et l'environnement gravité zéro obtenu par exemple dans les navettes spatiales. En orbite en effet, la gravité zéro est obtenue uniquement par des effets gravitationnels, c'est à dire que les forces agissent sur

l'ensemble du corps et chacune de ses parties (noyaux et électrons). Par contre, en ce qui concerne la lévitation magnétique, les forces magnétiques, d'origine quantique, agissent sur les électrons et c'est uniquement la grande cohésion des atomes qui fait que les noyaux et donc le reste du corps « suivent » et lèvitent.

Cependant dans un certain nombre d'expériences nécessitant un environnement à gravité zéro, le vol spatial (ou la chute libre) peuvent avantageusement être remplacés par des systèmes utilisant des forces magnétiques, qui permettent une lévitation durant plusieurs heures ou jours à des coûts beaucoup moins élevés.

C'est le cas notamment pour la croissance cristalline de protéines [I-27], domaine de recherche très actif au sein du programme mondial de recherche sur le génome. En effet, annuler les effets de la gravité sur la croissance cristalline des protéines permet d'obtenir des protéines à structure très pure. Une analyse par rayons X doit pouvoir ensuite conduire par exemple à une classification des structures internes de base des protéines qui autorisera alors une meilleure compréhension de leur influence dans l'organisme humain.

La lévitation de différents corps est d'un grand intérêt pour l'élaboration de matériaux sans contact, car sont ainsi évités tous les problèmes de contamination et de réaction entre un récipient et le corps élaboré [I-28].

Le fait de compenser la gravité par des forces magnétiques ouvre également le champ à de nouvelles expériences dans lesquelles l'influence non seulement du champ de forces magnétique mais également de l'induction magnétique (direction, amplitude) sont étudiées.

Une force magnétique suffisante combinée avec une bonne orientation du champ magnétique permet d'extraire ou de sédimenter certaines phases dans les processus de solidifications d'alliages multi-phases [I-29]. Il est possible d'orienter la solidification des cristallites dans les matériaux à grains orientés, ce qui conduit à un matériau texturé. Cette technique a amené par exemple un nouveau processus de texturation de matériaux supraconducteurs HTC.

Les phénomènes de convection dans les fluides sont également fortement étudiés.

Outre la suppression de la convection à l'ébullition en environnement micro-gravité, il est possible de supprimer, augmenter ou diminuer la convection dans les liquides dont la susceptibilité magnétique varie avec la température.

Un champ de force magnétique permet également de contrôler voire de supprimer la convection naturelle dans des fluides non ou faiblement conducteurs comme l'eau par exemple avec la possibilité d'étendre ceci à des oxydes inorganiques, des solvants organiques, des solutions aqueuses supersaturées en protéines ... [I-30]

Ce contrôle de la convection par un champ de forces magnétiques permet par exemple d'augmenter le taux d'oxygène dissous dans de l'eau. Sont mêmes envisagés des systèmes de ventilation dans lesquels le vent est généré par un champ de force magnétiques, ce qui supprime toute partie mécanique mobile [I-31].

La création d'un environnement gravité zéro grâce à la lévitation diamagnétique trouve de très nombreuses et diverses applications dans la compréhension de phénomènes physiques fondamentaux, en mécanique des fluides par exemple :

- étude de l'interface entre deux gouttes d'eau [I-32]
- étude de l'hydrogène liquide près de son point critique [I-33]

Des techniques de mesures de susceptibilités magnétiques de diverses substances utilisent également ce principe [I-34].

### **Conclusion du chapitre I :**

*Nous avons dans ce chapitre défini le cadre général dans lequel se situe notre recherche : la résolution de problème inverse de synthèse de source en magnétostatique.*

*Il s'agit de concevoir des dispositifs susceptibles de générer une distribution spatiale d'induction magnétique préalablement prescrite. Ce type de problème se résout habituellement grâce à des méthodes numériques de calcul et d'optimisation à partir d'une configuration initiale pré-établie du dispositif.*

*Ont ensuite été présentés les différents matériaux utilisés dans notre étude, à savoir les matériaux supraconducteurs et les matériaux ferromagnétiques doux, ainsi que les nombreux champs d'utilisation de ces matériaux.*

*Les deux champs d'application abordés dans notre recherche sont d'une part le stockage d'énergie par voie magnétique et la génération d'environnement de micro-gravité.*

*Le cadre de notre recherche étant maintenant défini, nous allons présenter, dans le chapitre II, la problématique de notre travail : bâtir une méthodologie originale de résolution de problème inverse de synthèse de source incluant la recherche, par des méthodes purement analytique, de la structure initiale.*

*Cette méthodologie sera ensuite appliquée aux deux champs considérés : le stockage magnétique (Chapitre III) et la micro-gravité (Chapitre IV).*

## DEUXIEME CHAPITRE

# METHODOLOGIE POUR LA RESOLUTION DU PROBLEME INVERSE DE SYNTHESE DE SOURCES

*Nous avons dans le premier chapitre précisé le cadre général dans lequel se place notre travail : la résolution de problèmes inverses de synthèse de sources (en magnétostatique). Les matériaux utilisés pour produire les champs magnétiques sont ici des matériaux supraconducteurs associés éventuellement à des matériaux ferromagnétiques doux, les applications visées étant d'une part le stockage magnétique d'énergie et d'autre part la génération d'environnement de micro-gravité.*

*La méthode usuelle de résolution de ces problèmes de conception de dispositifs supraconducteurs a également été présentée.*

*Ce deuxième chapitre rapporte tout d'abord les différentes remarques que nous avons formulé sur cette méthode habituelle, remarques qui nous ont conduit à compléter la méthode de résolution de ce problème inverse.*

*Est donc présentée ensuite la méthode de résolution de problèmes de synthèse de source que nous proposons, méthode en trois étapes, alliant à la fois des processus d'optimisation numérique classiques mais également des études de conception purement analytiques.*

*La dernière partie de ce chapitre est consacré à l'exposé des différents outils utilisés dans notre méthode, soit outils analytiques que nous avons développés, soit outils numériques.*



*Nous allons tout d'abord revenir sur la méthode usuelle de conception de dispositifs supraconducteurs, puis ensuite présenter la méthode que nous proposons, méthode dans laquelle l'étape innovante repose essentiellement sur une modélisation purement analytique des systèmes, où les courants sont modélisés par des densités superficielles.*

## **1. UNE AUTRE APPROCHE DU PROBLEME INVERSE DE SYNTHESE DE SOURCE :**

### **1.1. Limites de la méthode usuelle :**

Comme exposé précédemment, les méthodes habituelles de résolution du problème inverse de synthèse de source pour la conception de systèmes supraconducteurs reposent essentiellement sur l'optimisation numérique. Lorsqu'on cherche comment construire un dispositif produisant un champ magnétique avec telle ou telle propriété, on part d'une conception initiale qu'on améliore progressivement grâce à des outils numériques de calcul de champ et d'optimisation. Cette méthode est efficace et a permis la conception de nombreux systèmes complexes sur les 20 dernières années (Tokamaks, aimants d'accélérateurs ...).

Cependant, l'établissement de la structure initiale du dispositif est une étape qui ne va pas toujours sans poser de problème :

- Lorsque la fonction recherchée est « classique », comme la génération d'un champ magnétique uniforme dans un domaine donné, il est possible de s'appuyer sur les divers dispositifs existants produisant ce type de champ pour bâtir la structure initiale du système. Les contraintes particulières inhérentes à l'application considérée sont ensuite intégrées dans le processus numérique d'optimisation pour finalement obtenir la configuration définitive du dispositif mais peut-on être certain que l'utilisation de dispositifs pré-existant pour bâtir la structure initiale n'écarte pas d'emblée des solutions autres mais pouvant s'avérer intéressantes ?

- Mais c'est surtout lorsque la fonction recherchée est nouvelle, comme une distribution de champ magnétique très particulière, que la recherche de la structure initiale du dispositif à optimiser numériquement est problématique. En effet, étant donné la difficulté de résolution des problèmes inverse de synthèse de source, et malgré la puissance des codes de calcul, rien ne permet d'assurer que partir d'une structure initiale « classique » de bobine (solénoïde, aimant linéaire) permet à coup sûr d'atteindre une solution quelque soit la fonction champ recherchée.

Ces divers questionnements nous ont conduit à formuler et à systématiser une méthode de résolution de problème de synthèse de source incluant la recherche de la structure initiale, Cette méthode reprend bien sûr les processus d'optimisation numérique classiques, mais introduit avant cette phase une étape de conception purement analytique.

Nous verrons dans le chapitre suivant que cette méthode a donné des résultats intéressants pour les problèmes du stockage magnétique d'énergie et de la micro-gravité.

Cette nouvelle étape, purement analytique, dans la résolution de problème de synthèse de source, se plaçant avant l'utilisation d'outils numériques, repose essentiellement sur l'utilisation de densités superficielles de courant pour la modélisation des dispositifs et sur des outils théoriques analytiques que nous avons développés.

## 1.2. La modélisation de dispositifs par utilisation de densités superficielles de courant :

### 1.2.1. Modélisation des supraconducteurs :

Les niveaux d'induction requis dans les dispositifs étudiés dans le cadre de notre travail (plusieurs teslas) ou tout simplement les fonctions recherchées (cas du stockage magnétique) nécessitent l'emploi de matériaux supraconducteurs.

Compte tenu des densités volumiques de courant que l'on peut maintenant atteindre avec des matériaux supraconducteurs (de l'ordre de  $2000 \text{ A/mm}^2$  dans le supraconducteur), dans la quasi totalité des dispositifs supraconducteurs les épaisseurs de bobinage sont inférieures d'au moins un ordre de grandeur par rapport aux dimensions caractéristiques du système :

Par exemple, la bobine solénoïdale centrale dans le réacteur à fusion nucléaire ITER, de hauteur et largeur environ 12 et 4 m, utilisent un conducteur  $\text{Nb}_3\text{Sn}$  de type Cable In Conduit d'un diamètre de 4 cm, sur une épaisseur de bobinage de l'ordre de 40 cm.

Il en est de même dans les S.M.E.S. où les dimensions des volumes aimantés et donc des bobines sont plutôt de l'ordre du mètre et celles des bobinages de l'ordre du centimètre.

L'utilisation de courants superficiels, dans un premier temps, pour modéliser les courants supraconducteurs semble donc raisonnable. Elle est d'ailleurs fortement répandue dans le calcul des champs magnétiques produit par des dispositifs supraconducteurs.

Les accélérateurs de particules ont par contre des dimensions de zones utiles sensiblement égales aux épaisseurs des bobinages supraconducteurs. Nous verrons cependant que la modélisation des courants par des densités purement superficielles dans des structures basées sur ce type de géométrie permet également d'obtenir des résultats intéressants, l'approximation faite étant ensuite « rattrapée » par une modélisation des conducteurs par des densités volumiques de courant et par des processus d'optimisation numérique.

### 1.2.2. Modélisation des matériaux ferromagnétiques doux :

Par la méthode des courants ampériens, un matériau ferromagnétique aimanté peut être modélisé par des densités volumiques  $\vec{J}_a$  et superficielles  $\vec{K}_a$  réparties dans son volume et sur sa surface et telles que, en tout point :

$$\vec{J}_a = \text{rot} \vec{M} \text{ et } \vec{K}_a = \vec{M} \times \vec{n} \quad (\text{II-1})$$

où  $\vec{M}$  est l'aimantation locale dans le matériau considéré et  $\vec{n}$  la normale à la surface du domaine.

(le matériau est alors remplacé par du vide).

Considérons maintenant un domaine D de l'espace, vide de tout courant, dans lequel est établi un champ magnétique  $\vec{H}_d$ .

Si on plonge un matériau ferromagnétique dans le champ  $\vec{H}_d$ , le champ magnétique à l'intérieur de celui sera alors :  $\vec{H} = \vec{H}_d + \vec{H}_a$  où le champ magnétique  $\vec{H}_a$  est dû aux courants ampériens  $\vec{K}_a$  et  $\vec{J}_a$  définis par (II-1).



Pour  $H_d \gg M_s$  (aimantation de saturation du ferromagnétique considéré), l'aimantation du matériau est alors :

$$\vec{M} = M_s \frac{\vec{H}}{\|\vec{H}\|} = M_s \frac{\vec{H}_d + \vec{H}_a}{\|\vec{H}_d + \vec{H}_a\|} \quad (\text{II-2})$$

Pour  $H_d$  suffisamment grand devant  $M_s$  (le matériau ferromagnétique est alors dit supersaturé), nous faisons l'hypothèse que  $H_d \gg H_a$ .

Si le champ magnétique extérieur  $\vec{H}_d$  est à rotationnel nul (par exemple un champ uniforme) alors le matériau ferromagnétique peut être modélisé uniquement grâce à des densités superficielles de courant :

$$\vec{J}_a = \text{rot} \vec{M} \approx M_s \text{rot} \frac{\vec{H}_d}{\|\vec{H}_d\|} = \vec{0} \quad (\text{II-3})$$

$$\vec{K}_a = \vec{M} \times \vec{n} = \vec{M}_s \times \vec{n} \quad (\text{II-4})$$

où  $\vec{M}_s$  est le vecteur ayant pour norme l'aimantation de saturation du matériau et pour direction la direction du champ magnétique uniforme extérieur  $\vec{H}_d$ .

### **1.2.3. Avantages de la modélisation par densités superficielles de courant :**

Nous avons vu que les supraconducteurs, ainsi que les ferromagnétiques supersaturés par un champ magnétique uniforme, peuvent être modélisés en première approximation par des densités de courants purement superficielles.

On obtient alors ce que nous appelons des structures « idéales » de dispositifs où tous les courants sont modélisés par des densités purement superficielles.

Ce type de modélisation possède plusieurs avantages :

Lorsque les surfaces sur lesquelles sont réparties les courants sont suffisamment régulières (surfaces ou portions de surfaces planes, cylindriques, sphériques) et que la densité superficielle de courant est connue (sous forme analytique), il est possible de calculer complètement et de manière entièrement analytique la répartition de champ magnétique produite dans tout l'espace par ces courants superficiels.

Le fait de pouvoir calculer de manière exacte et relativement rapide (comparé à la mise en place de la modélisation numérique de la structure en utilisant des conducteurs « réels ») autorise alors une étude taxinomique des différentes solutions envisageables pour telle ou telle application recherchée.

En outre, le calcul analytique complet donne la relation de dépendance entre le champ magnétique obtenu en tout point de l'espace (dans le dispositif et à l'extérieur) et les différents paramètres du système (dimensions caractéristiques, densités de courants ...) soit la relation fonctionnelle source-effet. Il est alors possible et aisé (car de manière entièrement analytique) de conduire un premier processus d'optimisation sur ces structures idéales au regard de la propriété particulière recherchée pour le dispositif.

### 1.2.4. Compétition matériau ferromagnétique / supraconducteur :

Un matériau conducteur utilisé pour générer un champ magnétique est limité par la densité volumique de courant qu'il peut transporter :  $\vec{j}$  ( $\text{A}\cdot\text{m}^{-2}$ ) ; par contre lorsqu'on utilise un matériaux ferromagnétique supersaturé la valeur limitante est son aimantation de saturation :  $\vec{M}_s$  ( $\text{A}\cdot\text{m}^{-1}$ ).

Calculons le moment dipolaire par unité de longueur (géométrie bidimensionnelle invariante par translation) créé par deux dispositifs de même rayon : un utilisant un supraconducteur et l'autre un matériau ferromagnétique supersaturé (équivalent à un aimant permanent).

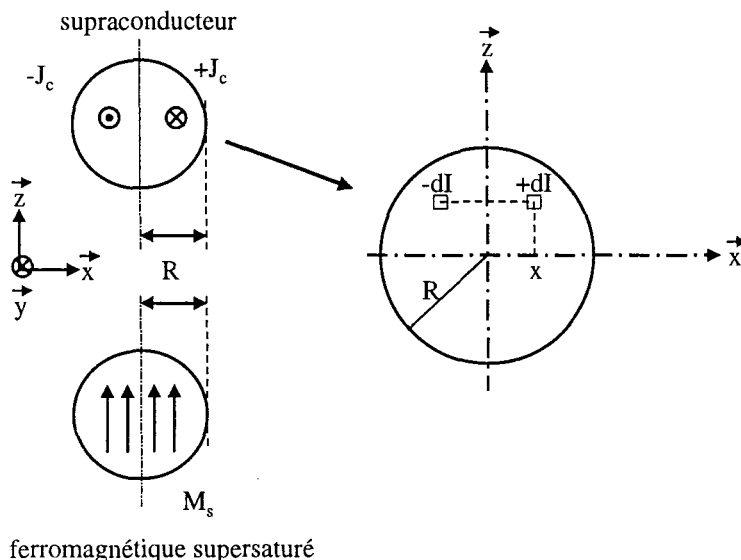


Fig. II.1.

Pour le matériau supraconducteur, le moment dipolaire par unité de longueur suivant y est donné par :

$$d\vec{m}/L = 2J_c x dx \cdot \vec{z} \tag{II-5}$$

d'où :

$$\vec{m}/L = 2J_c \int_{x=0}^R 2 \int_{z=0}^{\sqrt{R^2-x^2}} x dx dz \cdot \vec{z} = \frac{4}{3} J_c R^3 \cdot \vec{z} \tag{II-6}$$

Pour le matériau ferromagnétique supersaturé, le moment dipolaire par unité de longueur suivant y est donné par :

$$\vec{m}/L = M_s \pi R^2 \cdot \vec{z} \tag{II-7}$$

On constate que pour le matériau supraconducteur le moment dipolaire varie avec le cube du rayon alors que pour le ferromagnétique, il varie avec le carré du rayon. Pour une valeur de R suffisamment petite, le moment dipolaire par unité de longueur créé par le matériau ferromagnétique supersaturé sera donc toujours supérieur à celui créé par le matériau supraconducteur.

Dans la configuration géométrique de la figure II.1., la valeur critique du rayon R est :

$$R_c = \frac{3\pi M_s}{4 J_c} \quad (\text{II-8})$$

Ceci donne, pour un supraconducteur NbTi ( $J_c \approx 100 \text{ A/mm}^2$ , 4.2 K, sous 5T : densité critique apparente) et du fer doux ( $\mu_0 M_s = 2,16 \text{ T}$ ) :  $R_c \approx 4 \text{ cm}$ .

Ainsi l'emploi de matériaux ferromagnétiques supersaturés peut permettre de créer des perturbations du champ magnétique supérieures ou même très supérieures à ce que permettent des supraconducteurs dans des volumes équivalents.

Pour créer par exemple un gradient de  $B^2$  équivalent à celui obtenu à la surface du collecteur de la matrice d'extraction du séparateur H.G.M.S. considéré dans le chapitre I, § 3.2.2.3., soit  $200000 \text{ T}^2/\text{m}$ , il faudrait une densité volumique de courant de  $2,7 \cdot 10^{15} \text{ A/mm}^2$  dans un fil de rayon 0,1 mm. Il est inimaginable d'obtenir ces valeurs avec n'importe quel type de conducteur.

### **1.3. Méthode proposée pour la résolution du problème de synthèse de source :**

#### **1.3.1. Principe de la méthode :**

Le problème se pose de la manière suivante : identifier des sources de courant  $\vec{J}$  produisant, dans un espace  $\Omega$  donné, un champ magnétique  $\vec{H}$  vérifiant une ou plusieurs propriétés particulières P.

L'originalité de notre méthode est qu'elle propose, avant l'étape de simulation et d'optimisation numérique du dispositif, une étape de résolution purement analytique du problème inverse de synthèse de source. C'est cette étape qui permettra alors de définir une structure initiale du dispositif (sous forme d'une structure « idéale »), qui sera ensuite simulé et optimisé numériquement.

Ceci suppose tout d'abord la connaissance exacte de la distribution de champ magnétique  $\vec{H}$  que l'on cherche à générer.

La première étape de notre méthode consiste donc à identifier la fonction  $\vec{H}(x, y, z)$  recherchée dans  $\Omega$ , sous forme d'une fonction analytique. Il faut bien entendu qu'elle vérifie les équations de Maxwell mais également les propriétés prescrites P.

Une fois la fonction  $\vec{H}(x, y, z)$  identifiée, il nous faut trouver des structures idéales de bobinages permettant de créer cette distribution de champ magnétique particulière, structures idéales signifiant que tous les courants sont modélisés par des densités purement superficielles.

Cette étape consiste clairement en la résolution analytique d'un problème inverse de synthèse de source. Elle est menée à bien grâce à plusieurs outils théoriques (théorèmes) que nous avons développés et qui seront présentés ci-après.

Nous restreindrons notre méthode aux problèmes bidimensionnels, on cherchera ici une fonction  $\vec{H}(x, y, z)$  indépendante de la variable  $z$ , donc un profil de champ bidimensionnel :  $\vec{H}(x, y) = H_x(x, y)\vec{u}_x + H_y(x, y)\vec{u}_y$ .

Il s'agit ici d'identifier en premier lieu des courants superficiels  $\vec{K}(x, y) = K(x, y)\vec{u}_z$ , puis de remonter éventuellement à partir de ceux-ci à une structure tridimensionnelle du dispositif. Une fois qu'une ou plusieurs structures idéales générant le profil de champ magnétique recherché ont été identifiées, la dernière étape consiste en une discrétisation de ces structures en vue d'une simulation numérique combinée avec une procédure d'optimisation. Les courants sont cette fois modélisés par des densités volumiques.

La méthode que nous proposons s'articule donc autour de trois étapes principales :

**1- Identifier sous forme analytique une distribution de champ magnétique bidimensionnelle vérifiant à la fois les équations de Maxwell et les propriétés recherchées dans le domaine donné.**

**2- Identifier des structures idéales (courants modélisés par des densités purement superficielles) de dispositifs générant la distribution de champ magnétique identifiée dans l'étape 1.**

*On procède ici à une étude taxinomique des différentes solutions envisageables, celles-ci étant classées selon leur pertinence au regard des propriétés recherchées.*

*Lorsque les structures idéales ont un ou plusieurs degrés de liberté, au niveau de leurs caractéristiques géométriques par exemple, un processus d'optimisation (par calcul analytique) permet d'isoler la configuration particulière de la structure assurant les meilleurs performances au regard des propriétés recherchées.*

**3- Discrétiser les structures idéales les plus pertinentes, les courants étant maintenant modélisés par des densités volumiques, pour obtenir des structures « réelles ». Cette discrétisation est conduite de manière à s'approcher au plus près de la structure idéale initiale. On vérifie ensuite (par calcul numérique) que les propriétés de la structure idéale se sont bien transmises à la structure discrétisée. Un nouveau processus d'optimisation (numérique) est alors conduit sur la structure discrétisée afin de parvenir au design final du dispositif.**

*(On peut ici ajouter une quatrième étape qui consisterait en la vérification expérimentale des propriétés du dispositif.)*

### **1.3.2. Commentaires :**

#### **1.3.2.1. A propos de la première étape :**

Il est certains problèmes où les propriétés P recherchées pour la distribution du champ magnétique  $\vec{H}$  ne permettent pas de l'identifier directement le champ sous une forme analytique vérifiant les équations de Maxwell.

Prenons le cas de la génération de champ de force magnétique uniforme, on cherche à identifier un champ magnétique vérifiant dans un volume donné, à la fois :

$$\text{grad}\vec{H}^2 = \vec{C}^{ste} \text{ et } \text{div}\vec{H} = 0, \text{ rot}\vec{H} = 0 \quad (\text{II-9})$$

Dans le cas monodimensionnel la seule solution est  $\vec{C}^{ste} = \vec{0}$ .

Dans un cas tridimensionnel, l'existence et l'identification d'un champ magnétique dont la distribution spatiale vérifie ces propriétés est un problème complexe que nous n'avons pas résolu.

Dans ces cas particuliers, on se donne une tolérance sur la propriété du champ magnétique que l'on cherche à obtenir : on cherchera par exemple un  $\text{grad}(\vec{H}^2)$  uniforme à 1% près dans le domaine fixé : propriété P'.

On cherchera donc ici à identifier un champ magnétique  $\vec{H}$  vérifiant les équations de Maxwell (et donc un champ « réalisable ») et la propriété modifiée P'.

### **1.3.2.2. A propos de la seconde étape :**

Nous avons vu précédemment que dans la première étape de notre méthode, la distribution de champ magnétique que l'on cherchait à identifier devait nécessairement être une distribution de champ bidimensionnelle, avec invariance selon un des axes du repère direct.

En effet, les outils théoriques que nous avons développés pour la résolution de la seconde étape (identification des structures idéales) sont valides uniquement pour ce type de distribution de champ magnétique.

Le problème de l'extension de ces outils à une géométrie tridimensionnelle reste ouvert, en effet il n'y a à priori aucune raison fondamentale pour que notre méthode ne soit pas extensible aux problèmes tridimensionnels.

Cependant, le fait d'utiliser des outils valables en géométrie bidimensionnelle invariante par translation ne restreint pas l'ensemble des solutions à des structures ayant la même invariance.

Nous verrons que cette méthode de résolution analytique de problème inverse de synthèse de source conduit également à des structures idéales présentant une symétrie uniquement par rapport à un ou plusieurs plans (lorsque notamment le profil de champ magnétique recherché est un champ uniforme).

*Sont maintenant présentés ci-dessous les différents outils tant analytiques (théorèmes) que numériques (code de calcul) que nous allons utiliser pour mener à bien les différentes étapes de notre méthode de résolution de problème inverse de synthèse de source.*

## **2. OUTILS DEVELOPPES ET UTILISES DANS NOTRE METHODE :**

### **2.1. Etape 1 :** *1- Identifier sous forme analytique un profil de champ magnétique bidimensionnel vérifiant à la fois les équations de Maxwell et les propriétés recherchées dans le domaine donné.*

Il n'y a pas d'outils particuliers pour conduire cette étape à son terme. La solution pouvant soit consister en une distribution de champ déjà étudiée et présente dans la littérature, soit provenir de l'observation de certains phénomènes physiques dans les milieux magnétiques, soit de calculs directs par essais successifs ...

### **2.2. Etape 2 :** *2- Identifier des structures idéales (courants modélisés par des densités purement superficielles) de dispositifs générant le profil de champ magnétique identifié dans l'étape 1.*

Cette étape constitue le nœud de notre méthode et correspond clairement à la résolution analytique d'un problème inverse de synthèse de source, dans le cas particulier où la distribution de champ magnétique recherchée est une distribution invariante par translation. Cette étape est menée à bien grâce à des outils théoriques analytiques que nous avons développé, sous forme de trois théorèmes qui permettent de remonter, à partir de la connaissance analytique d'un profil de champ magnétique, à l'expression de densités superficielles de courants susceptibles de générer le dit champ.

Ces théorèmes, présentés ci-après, sont valables pour des distributions de champ magnétiques 2-D invariants par translations suivant l'axe  $z$ . Les sources de courants sont distribuées le long de l'axe  $z$  et invariantes pour toute translation le long de cet axe.

Bien que ceci semble restreindre l'ensemble des solutions à des structures produisant un champ 2-D, nous verrons que nous pourrons en déduire des solutions potentielles présentant non pas une invariance selon un axe mais seulement une symétrie par rapport à un plan. L'espace est de plus considéré comme isotrope de perméabilité  $\mu_0$ .

### 2.2.1. Théorème 1 : distribution isoflux

Soit une espace  $\Omega$  dans lequel des sources de courants  $\vec{J}_z$  volumiques ( $A.m^{-2}$ ) produisent une distribution donnée et 2-D de champ magnétique.

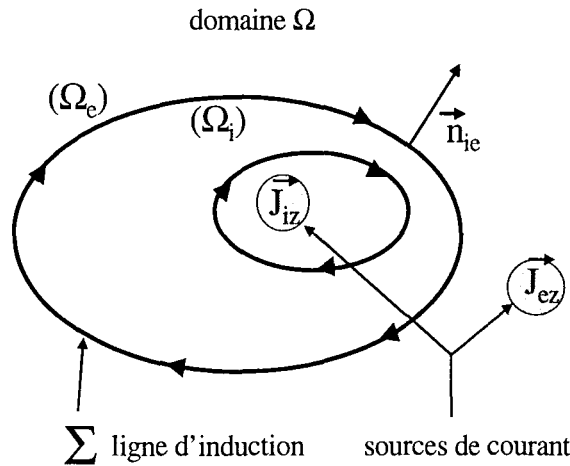


Fig. II. 2

Les lignes d'induction obéissent à  $div\vec{B}=0$ , c'est à dire que l'espace peut être découpé en tube de flux fermés sur eux mêmes (éventuellement à l'infini).

Considérons dans le plan la ligne d'induction  $\Sigma$ . Elle sépare le domaine  $\Omega$  en deux sous domaines  $\Omega_i$  et  $\Omega_e$ . Au moins un de ces deux domaines comporte des points à l'infini.

Comme la distribution de courant ne comporte aucune densité superficielle de courant, en tout point de  $\Sigma$ , on peut écrire :

$$\vec{H}_{ii} - \vec{H}_{ie} = \vec{0} \text{ et } \vec{B}_n = \vec{0} \quad (\text{II-10})$$

(même si la ligne d'induction  $\Sigma$  coupe une région où  $\vec{J} = J_z \vec{u}_z \neq \vec{0}$ ).

Le potentiel vecteur  $\vec{A}$  de la distribution de courant ne possède qu'une composante non nulle  $A_z$ .

La donnée de  $\vec{H}_{ii}$  sur  $\Sigma$  correspond à une condition de Neumann sur la surface  $\Sigma$  pour le potentiel vecteur  $\vec{A}$ . Or celui-ci vérifie l'équation de Poisson dans le domaine  $\Omega_i$  (intérieur de  $\Sigma$ ); la propriété d'unicité des solutions de l'équation de Poisson assure donc que la connaissance de  $\vec{H}_{ii}$  sur  $\Sigma$  détermine la valeur de  $A_z$  dans  $\Omega_i$  de manière unique (à un gradient près).

$\vec{H}$  est donc connu de manière unique en tout point de  $\Omega_i$  à condition de connaître  $\vec{H}_{ii}$  sur  $\Sigma$  et  $\vec{J}_i$  dans  $\Omega_i$ .

On appelle  $\vec{H}_i$  la solution correspondante.

Considérons maintenant une distribution de courant unidirectionnelle identique à  $\vec{J}_i$  dans  $\Omega_i$  et nulle dans  $\Omega_e$ .

Supposons que la ligne d'induction  $\Sigma$  porte une densité de courant superficielle  $\vec{K}_{ie}$  telle que :

$$\vec{H}_{ii} = \vec{K}_{ie} \times \vec{n}_{ie} \quad (\text{II-11})$$

On a d'autre part sur la ligne d'induction  $\Sigma$  :  $B_{ni} = B_{ne} = 0$ .

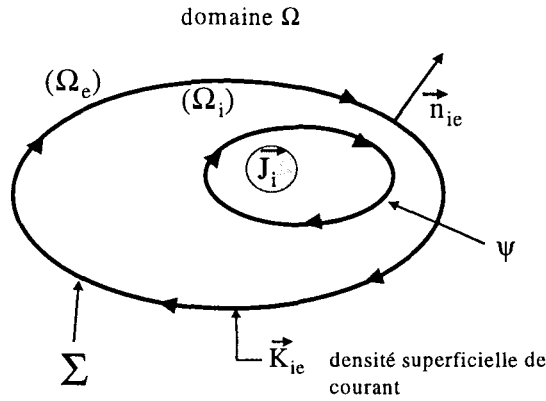


Fig. II. 3.

Le théorème d'unicité des solutions de l'équation de Poisson permet d'écrire :

$$\vec{H} \equiv \vec{H}_i \text{ dans } \Omega_i \quad (\text{II-12})$$

$$\vec{H} \equiv \vec{0} \text{ dans } \Omega_e . \quad (\text{II-13})$$

Nous avons donc pu recréer la distribution de champ magnétique initiale dans  $\Omega_i$  en distribuant des courants superficiels sur une ligne d'induction. Une conséquence intéressante est qu'il n'y a aucun champ magnétique à l'extérieur de  $\Omega_i$  : on peut considérer que  $\vec{K}_{ie}$  écran l'effet de  $\vec{J}_z$  tout en conservant la distribution initiale dans  $\Omega_i$ .

**Remarque :**

Pour des raisons physiques, on suppose qu'on a, dans la configuration de la figure II.2. :

$$\iint_{Sources} (\vec{J}_{ez} + \vec{J}_{iz}) d\vec{s} = 0 \quad (\text{autant de courants aller que de courants retour}) \quad (\text{II-14})$$

On remarque alors que, comme il n'y a aucun champ à l'extérieur de  $\Omega_i$ , on a également :

$$\int_{\Sigma} \vec{K}_{ie} \cdot d\vec{l} \cdot \vec{z} + \iint_{S_i} \vec{J}_z \cdot d\vec{s} = 0 \quad (\text{II-15})$$

Ceci correspond donc bien à une solution « physique ».

D'autre part, le théorème de distribution isoflux peut s'étendre à deux distributions superficielles de courant  $\vec{K}_1$  et  $\vec{K}_2$  réparties sur les lignes d'induction  $\Sigma$  et  $\psi$  (Fig. II.3), on supprime alors les sources  $\vec{J}_i$ .

On isole ainsi le tube de flux compris entre ces deux lignes d'induction.

Pour la détermination des densités superficielles de courants à répartir sur les lignes  $\Sigma$  et  $\psi$  (II-11), le vecteur normal à ces lignes est orienté vers l'extérieur du tube de flux (ce qui assure l'égalité courant aller – courant retour).



**2.2.2. Théorème 2 : distribution image :**

Soit maintenant un domaine  $\Omega$  de l'espace dans lequel existe une distribution 2-D de champ magnétique dont les sources sont à l'extérieur de  $\Omega$  :

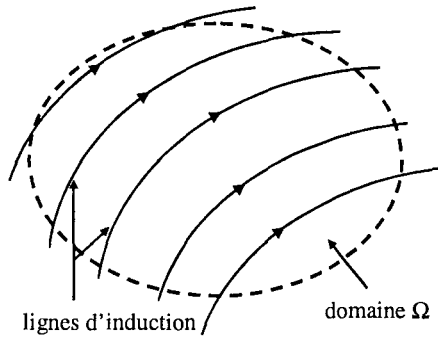


Fig. II. 4.

Isolons maintenant un tube de flux selon le principe établi dans le théorème 1 (en distribuant des densités superficielles de courant  $\vec{K}_{a1}$  et  $\vec{K}_{b1}$  sur les lignes d'induction  $C_{a1}$  et  $C_{b1}$ ), et coupons ce tube par un plan fictif P perpendiculaire à la distribution de champ :

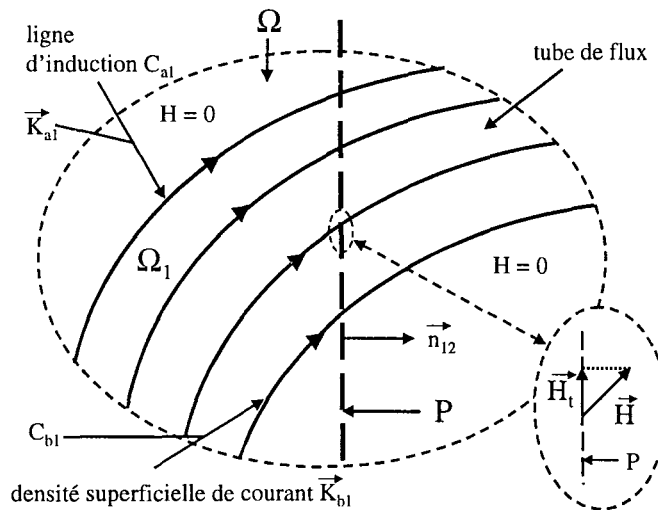


Fig. II. 5.

Soit  $\vec{H}_t$  le champ magnétique tangentiel au plan P dans cette configuration (il a bien sûr la même valeur que celle obtenue en coupant la distribution de la figure II.4. par le même plan fictif P).

Construisons maintenant un domaine  $\Omega_2$  symétrique du domaine  $\Omega_1$  par rapport au plan P avec les densités superficielles de courant  $\vec{K}_{a2}$  et  $\vec{K}_{b2}$  correspondantes distribuées sur les lignes d'induction  $C_{a2}$  et  $C_{b2}$  symétriques des lignes  $C_{a1}$  et  $C_{b1}$  par rapport à P.

Une autre densité superficielle de courant  $\vec{K}$  est distribuée sur le plan P dans le tube de flux, et définie par :

$$\vec{K} = \vec{n}_{12} \times 2\vec{H}_t \tag{II-16}$$

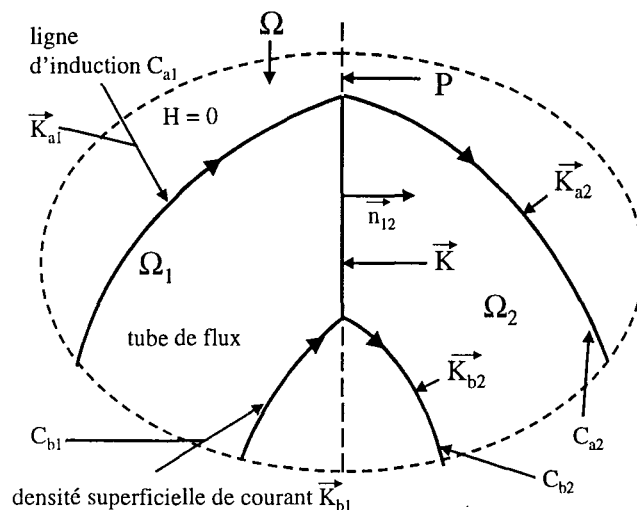


Fig. II. 6.

La fermeture du tube de flux délimité dans  $\Omega_1$  par les lignes d'induction  $C_{a1}$  et  $C_{b1}$  est obtenue à travers son symétrique par rapport au plan P dans le domaine  $\Omega_2$ .

Sur la figure II. 6., seule une partie des domaines  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  est représentée, les tubes de flux délimités par  $C_{a1}$ ,  $C_{b1}$  et  $C_{a2}$ ,  $C_{b2}$  sont symétriques par rapport au plan P et se rejoignent sur ce plan pour assurer la fermeture des lignes d'induction.

Les conditions aux frontières dans les domaines  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  sont donc identiques et les conditions de passage à la traversée du plan P donnent :

$$\text{Fig. II. 5.: } \vec{H}_{t1} - \vec{H}_{t2} = 0 \text{ soit } \vec{H}_{t1} = \vec{H}_{t2} = \vec{H}_t, \quad (\text{II-17})$$

$$\text{Fig. II. 6.: } \vec{n}_{12} \times (\vec{H}_{t2} - \vec{H}_{t1}) = \vec{K} = \vec{n}_{12} \times 2\vec{H}_t \text{ soit } \vec{H}_{t1} = \vec{H}_t \text{ et } \vec{H}_{t2} = -\vec{H}_t, \text{ et } H_{n1} = H_{n2} \quad (\text{II-18})$$

Nous obtenons donc deux domaines  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  avec des distributions de champ magnétiques vérifiant les équations de Maxwell et symétriques par rapport au plan P ; elles ont donc les mêmes propriétés : distributions images.

Ce théorème associé au précédent permet donc de définir les densités superficielles de courants générant deux distributions de champ magnétique symétriques et possédant toute deux la propriété désirée.

### 2.2.3. Théorème 3 : distribution harmonique :

Nous avons vu précédemment qu'une répartition 2-D de champ magnétique (invariance selon l'axe  $z$ ) à l'intérieur d'un domaine  $\Omega$  était entièrement déterminée et de manière unique par la donnée des densités volumiques de courants à l'intérieur de  $\Omega$  et du champ magnétique tangentiel sur la frontière de  $\Omega$  (théorème d'unicité).

Considérons maintenant un domaine  $\Omega$  cylindrique à base circulaire et vide de toute densité volumique de courant, sur la frontière duquel sont repartis des courants surfaciques de densité  $\vec{K}(\theta)$  invariants selon l'axe  $z$ .

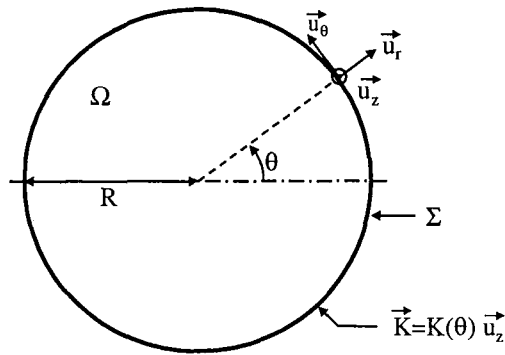


Fig. II. 7.

Tant à l'intérieur de  $\Omega$  qu'à l'extérieur (pas de courants volumiques) le potentiel vecteur  $\vec{A}$  vérifie l'équation de Laplace.

Un calcul classique donne :

$$\vec{A} = A_z(r, \theta) \vec{u}_z \quad (\text{II-19})$$

avec pour  $r \leq R$  :

$$A_{zi} = \frac{\mu_0}{2} \sum_{n=1}^{\infty} r^n (C_n \cos(n\theta) + D_n \sin(n\theta)) \quad (\text{II-20})$$

et pour  $r \geq R$  :

$$A_{ze} = \frac{\mu_0}{2} \sum_{n=1}^{\infty} r^{-n} (E_n \cos(n\theta) + F_n \sin(n\theta)) \quad (\text{II-21})$$

La densité superficielle de courant  $\vec{K}(\theta)$  est périodique de période  $2\pi$  et donc développable en série de Fourier.

Posons :

$$K(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} (\alpha_n \cos(n\theta) + \beta_n \sin(n\theta)) \quad (\text{II-22})$$

(pour que ceci soit réalisable physiquement, le terme  $K_0$  du développement ( $n=0$ ) est forcément nul)

En appliquant les conditions de passage à la traversée de la surface  $\Sigma$  portant la densité de courant  $\vec{K}$ , on obtient alors :

$$A_{zi} = \frac{\mu_0}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r^n}{nR^{n-1}} (\alpha_n \cos(n\theta) + \beta_n \sin(n\theta)) \quad \text{pour } r \leq R \quad (\text{II-23})$$

$$A_{ze} = \frac{\mu_0}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{R^{n+1}}{nr^n} (\alpha_n \cos(n\theta) + \beta_n \sin(n\theta)) \quad \text{pour } r \geq R \quad (\text{II-24})$$

soit pour les composantes tangentielles du champ magnétique à l'intérieur et à l'extérieur de la surface  $\Sigma$  :

$$\vec{H}_{ii} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_{zi}}{\partial r} \Big|_{r=R} \vec{u}_\theta = -\frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (\alpha_n \cos(n\theta) + \beta_n \sin(n\theta)) \vec{u}_\theta \quad (\text{II-25})$$

$$\vec{H}_{ie} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_{ze}}{\partial r} \Big|_{r=R} \vec{u}_\theta = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (\alpha_n \cos(n\theta) + \beta_n \sin(n\theta)) \vec{u}_\theta \quad (\text{II-26})$$

Les composantes tangentielles du champ magnétique à l'intérieur et à l'extérieur de la surface  $\Sigma$  vérifient donc :

$$\vec{H}_{ii} + \vec{H}_{ie} = 0 \quad \text{et} \quad \vec{u}_r \times (\vec{H}_{ie} - \vec{H}_{ii}) = \vec{K} \quad \text{soit} \quad -2\vec{u}_r \times \vec{H}_{ii} = \vec{K} \quad (\text{II-27})$$

Elles sont égales en module mais de sens opposés.

Ceci, ajouté au théorème d'unicité, signifie que pour toute répartition de champ magnétique 2-D, créée par des sources P, dont on connaît la composante tangentielle  $\vec{H}_t$  sur la surface  $\Sigma$  d'un cylindre à base circulaire fictif et sous réserve que les sources P soient à l'extérieur du cylindre, il est possible de recréer à l'intérieur du cylindre la même distribution de champ magnétique en remplaçant les sources P par une densité superficielle de courant  $\vec{K}$  répartie sur la surface  $\Sigma$  et telle qu'en tout point  $\mathbf{K} = 2\mathbf{H}_t$ .

En effet, le champ tangentiel sur la face intérieure de la surface  $\Sigma$  vaudra alors  $\vec{H}_{ii} = \vec{H}_t$ , et comme la distribution de champ magnétique à l'intérieur du cylindre délimité par  $\Sigma$  est déterminée de manière unique par la donnée du champ tangentiel sur  $\Sigma$ , celle ci sera la même que celle produite par les sources P (à l'intérieur du cylindre seulement).

Un des intérêts de cet outil est qu'il permet d'accéder à la source de courant requise sous forme d'une décomposition harmonique : ceci est particulièrement bien adapté à une réalisation par systèmes multipolaires (structures d'aimants de type aimants d'accélérateurs de particules).

**2.3. Etape 3 :**     ***3- Discrétiser les structures idéales les plus pertinentes, les courants étant maintenant modélisés par des densités volumiques, pour obtenir des structures « réelles ».***

Une fois que les structures idéales de dispositif assurant telle ou telle propriété ont été identifiées, il convient de les modéliser de manière plus précise, c'est à dire que les courants sont maintenant modélisés par des densités volumiques. Le calcul de la répartition de champ magnétique créée par un tel ensemble de conducteur nécessite des moyens numériques.

Nous présentons ci-dessous les moyens numériques que nous avons employés dans notre étude.

**2.3.1. Le code de calcul Effi :**

Le code EFFI a été mis au point au Lawrence Livermore Laboratory par S. J. Sackett en 1977. Il a été implanté sur CRAY à Garching. Ensuite, sa version 3 a été transférée sur le réseau du C.E.A. Cadarache pour y être qualifié sur le CRAY de Cadarache puis finalement porté sur station de travail. Il a été cédé au G.R.E.E.N. et a été implanté provisoirement sur une station SGI du L.O.R.I.A. (Laboratoire LOrain de Recherche en Informatique et ses Applications).

Ce code calcule, à partir d'une intégration mixte analytique/numérique de la loi de Biot et Savart, le champ magnétique et le potentiel vecteur créés par un ensemble de bobines à trois dimensions et de géométrie quelconque. Il calcule aussi les forces s'exerçant sur les différentes bobines ainsi que les inductances propres et mutuelles de celles-ci mais ne peut prendre en compte les matériaux magnétiques saturables (comme les culasses en fer).

Enfin, les lignes de champ, les courbes d'isovaleurs de B et d'équipotentiels de la configuration magnétique peuvent être tracées dans un plan quelconque.

Les bobines doivent être représentées par la juxtaposition ou la mise en série d'éléments conducteurs droits ou circulaires de sections rectangulaires pour lesquels on donne la densité volumique de courant transportée.

**2.3.2. Le code de calcul Roxie :**

Roxie est l'abréviation de *Routine for the Optimisation of magnet X-sections Inverse field computation and coil End design* [I-3].

Le code de calcul Roxie, conçu par Stephan Russenschuck, a été initialement créé et développé pour le design des aimants supraconducteurs constituant le LHC (Large Hadron Collider), futur accélérateur de particules du CERN (Centre Européen de Recherche Nucléaire).

Les différents objectifs sous-tendant la mise au point de ce logiciel étaient les suivants :

- concevoir un outil simple d'utilisation pour la conception de bobines supraconductrices en 2-D et 3-D prenant en compte la qualité du champ magnétique produit, la marge de sécurité pour la transition des supraconducteurs vers l'état normal et les courants multipolaires persistants.
- Inclure le programme dans un environnement mathématique pour l'optimisation des champs magnétiques et la résolution de problème inverse.
- Inclure les méthodes appropriées pour la prise en compte de culasses magnétiques sans avoir à mailler les bobines supraconductrices.

- Développer un outil de conception intégré avec des routines graphiques élaborées et des interfaces pour la visualisation et la réalisation de dessins techniques en vue de la fabrication des bobines.

Pour le calcul du champ magnétique, Roxie, contrairement à la plupart des logiciels commercialisés, n'utilise pas une formulation en potentiel vecteur total, qui nécessite un maillage en éléments finis des conducteurs.

Le potentiel vecteur est en fait scindé en deux :  $\vec{A} = \vec{A}_s + \vec{A}_r$ , où  $\vec{A}_r$  est le potentiel vecteur réduit dû à la magnétisation et  $\vec{A}_s$  est le potentiel vecteur dû aux sources de courants dans l'espace libre, qui peut être calculé directement d'après la loi de Biot-Savart.

L'équation différentielle vérifiée par le potentiel réduit ne contient plus explicitement les densités de courant des bobines, celles-ci n'ont donc pas à être maillées par des éléments finis. Une routine BEM-FEM (Boundary Element Method-Finite Element Method) a également été ajoutée dans le code de calcul. Celle-ci décompose le problème physique en une « partie BEM », qui représente l'espace environnant ainsi que les conducteurs, et une « partie FEM » contenant les matériaux magnétiques ; les régions vides de conducteurs et de matériaux magnétiques n'ont donc pas à être maillées.

Les conducteurs sont modélisés comme des câbles de type Rutherford, le champ magnétique est calculé en approximant les conducteurs par des courants linéiques portant le même courant et localisés à la position du brin à l'intérieur du conducteur.

Roxie permet de calculer la droite de charge de chaque conducteur et ainsi la marge de sécurité par rapport à la transition du supraconducteur.

L'inductance propre d'une bobine (ainsi que les différentes mutuelles entre bobines) est déterminée par le calcul du potentiel vecteur puis du flux propre grâce au théorème de Stokes.

Pour le calcul en 3-D du champ magnétique, chaque conducteur est divisé en « briques » contenant les courants linéiques. Le champ magnétique est calculé dans le système de coordonnées local de chaque brique, ce qui permet d'obtenir les forces agissant perpendiculairement ou parallèlement à la surface du conducteur.

Une procédure de calcul du gradient de  $B^2$  a été également intégrée dans le programme, afin d'adapter celui-ci au problème de la micro-gravité abordé au chapitre IV.

Dès le départ, Roxie a été conçu pour intégrer des méthodes mathématiques d'optimisation. Pour les problèmes d'optimisation non linéaires, il n'existe pas de méthode universelle comme la méthode du Simplexe utilisée pour résoudre les problèmes linéaires.

Roxie propose donc plusieurs méthodes pour l'aide à la décision et le traitement des contraintes non linéaires. Celles-ci peuvent être combinées avec des algorithmes d'optimisation (voir Annexe 1).

Tous les champs calculés sont susceptibles d'être adressés comme critères d'optimisation.

Les méthodes d'aides à la décision utilisées incluent la méthode de Kuhn –Tucker, des moindres carrés, de formulation en problème avec contraintes. Les contraintes non linéaires peuvent être traitées soit par la méthode de pénalisation, du lagrangien augmenté.

Les algorithmes d'optimisation disponibles dans Roxie sont :

- Extrem (routine de recherche d'optimum)
- Levenberg-Marquard (méthode du premier ordre, spécialement adaptée à la minimisation d'une fonction objectif type moindre carrés)
- Davidon-Fletcher-Powell (méthode Quasi-Newton bien adaptée à l'estimation de multiplicateurs de Lagrange)
- Algorithmes génétiques

(On pourra se reporter à l'annexe 1 pour de plus amples détails).

### **Conclusion du chapitre II:**

*Nous avons dans ce chapitre présenté notre méthodologie de résolution du problème inverse de synthèse de source en magnétostatique.*

*Cette méthode, articulée en trois étapes, propose, avant l'utilisation de méthodes numériques d'optimisation et de calcul, deux étapes de conception purement analytiques dans lesquelles les sources de courants sont modélisés par des densités purement superficielles ( $\vec{K}$  en  $A.m^{-1}$ ). Pour mener à bien ces différentes étapes, des outils purement analytiques ont été développés sous forme de trois théorèmes : distribution isoflux, distribution image, distribution multipolaire, dans une distribution 2-D de champ magnétique.*

*D'autre part, l'étape 3 nécessite l'utilisation de moyens numériques (code de calcul Effi et Roxie) présentés précédemment.*

*Nous obtenons donc une méthode de résolution du problème inverse de synthèse de source complète et cohérente, permettant de remonter à partir d'une distribution spatiale d'induction à une distribution spatiale de source de courant.*

*Nous allons donc maintenant appliquer cette méthodologie au deux problèmes envisagés dans notre recherche : le stockage d'énergie par voie magnétique (Chapitre III) et la génération d'environnement de micro-gravité (Chapitre IV).*





## TROISIEME CHAPITRE

# STRUCTURES DE BOBINAGES SUPRACONDUCTEURS POUR LE STOCKAGE MAGNETIQUE D'ENERGIE

*Nous avons dans les deux premiers chapitres présenté la problématique générale de notre étude (la résolution de problèmes inverses de synthèse de source) ainsi que la méthode que nous proposons pour résoudre ce type de problème.*

*Ce troisième chapitre aborde le problème du stockage magnétique d'énergie, par utilisation de S.M.E.S. (Superconducting Magnetic Energy Storage).*

*On expose tout d'abord la problématique particulière au stockage magnétique, ainsi que les différents objectifs que l'on cherche à atteindre dans la conception de structure de S.M.E.S. Des critères de comparaison, établis au regard de ces objectifs sont ensuite présentés, critères qui permettront de hiérarchiser les différentes configurations de bobinages selon leur pertinence. Les deuxième et troisième parties de ce chapitre consistent en l'application proprement dite de la méthode exposée au chapitre II : tout d'abord une étude taxinomique des différentes structures idéales de S.M.E.S. envisageables, ensuite une simulation et une optimisation numériques des structures présentant les meilleurs performances.*

*Ce travail s'inscrit dans la continuité de travaux menés au G.R.E.E.N. par Maryse Takorabet [III-1], la problématique avait été initiée par E.D.F. dans le cadre d'un contrat de recherche portant sur la conception de S.M.E.S. susceptibles de stocker une énergie de 20 MJ.*



*La première partie de ce chapitre expose tout d'abord la problématique particulière inhérente au stockage de l'énergie par voie magnétique. Sont ensuite présentés les différents objectifs que l'on cherche à atteindre dans la conception, du point de vue « magnétique », de structures de bobinages supraconducteurs de S.M.E.S., objectifs qui mènent à l'établissement de trois critères de comparaison, présentés ici, permettant de classer les différentes solutions selon leurs performances.*

## **1. PROBLEMATIQUE :**

### **1.1. Le stockage magnétique d'énergie :**

Le formidable accroissement de la consommation énergétique, et particulièrement d'énergie électrique de nos sociétés, a des causes multiples : croissance démographique, progrès techniques, développement des industries ...

Les sources d'énergie électriques étant très localisées du point de vue géographique, et la consommation d'énergie étant fortement fluctuante (selon l'heure, la saison ...), très tôt le problème du stockage de l'énergie a été posé.

Les moyens classiques de stockage de l'énergie électrique utilisent pour la plupart une énergie intermédiaire : énergie potentielle pour le stockage hydraulique dans les barrages, énergie cinétique pour le stockage inertiel, électrochimique pour les accumulateurs (batteries) ... [III-1].

#### **1.1.1. Principe :**

L'avènement de la supraconductivité a ouvert la voie à un nouveau type de stockage de l'énergie électrique : le stockage magnétique.

En effet tout bobinage parcouru par un courant  $I$  génère dans l'espace environnant une densité d'énergie magnétique, qui vaut alors  $B^2/2\mu_0$ . L'énergie magnétique  $W_m$  totale emmagasinée

par la bobine et localisée dans l'espace est donnée par  $W_m = \frac{1}{2}LI^2$  où  $L$  représente l'inductance de la bobine.

Ceci constitue un système de stockage de l'énergie électrique, sous forme d'énergie magnétique. Lorsque la bobine est découplée de la source de courant, toute l'énergie électrique va se dissiper sous forme de chaleur par effet Joule dû à la résistance de la bobine et à la résistance du circuit extérieur.

Ce type de stockage n'est viable qu'en utilisant des matériaux supraconducteurs : comme ils n'offrent aucune résistance au passage du courant, celui-ci va circuler presque indéfiniment dans la bobine fermée sur elle-même, et donc l'énergie stockée sous forme magnétique va elle aussi se conserver.

Un tel type de stockage : SMES (Superconducting magnetic Energy Storage) possède plusieurs avantages :

- l'énergie est directement accessible sous forme électrique
- il y a possibilité de délivrer une puissance volumique très importante, l'énergie stockée pouvant être libérée très rapidement

- la cyclabilité du système est très souple et quasiment infinie

Par contre l'emploi obligatoire de matériaux supraconducteurs nécessite un environnement cryostatique.

### 1.1.2. Structure d'un S.M.E.S. :

On peut décomposer un S.M.E.S. en trois parties :

- L'interface électronique de puissance entre la bobine et le réseau. Pouvant être localisée également dans le cryostat (à basse température), le convertisseur gère la transmission d'énergie entre la bobine (réserve) et le réseau électrique.
- Le cryostat. C'est l'enceinte qui maintient la bobine supraconductrice à sa température de fonctionnement. Pour les supraconducteurs BTC, le fluide réfrigérant est l'hélium liquide (4,2K) toutefois la température peut être abaissée jusqu'à environ 1,5 K dans certains systèmes.
- La bobine supraconductrice.

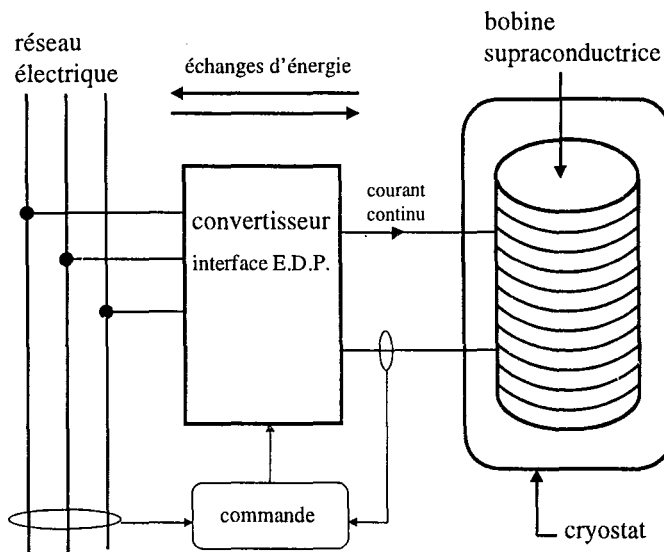


Fig. III. 1. Schéma d'un S.M.E.S. connecté à un réseau électrique

Il existe principalement deux structures géométriques de bobines supraconductrices utilisées dans les S.M.E.S. [III-2]:

- la bobine solénoïdale
- la bobine torique (constituée par la mise en série de bobines plates disposées les unes par rapport aux autres dans l'espace pour former un tore discret)

Pour un solénoïde, l'énergie stockée par unité de longueur du supraconducteur est environ deux fois plus grande que pour un tore. Comme les pertes dans le supraconducteur en régime variable sont proportionnelles à la longueur du câble supraconducteur, les S.M.E.S. utilisant des bobines toriques présentent des pertes nettement plus grandes.

Un problème majeur concernant la géométrie torique est l'importance des forces de Lorentz agissant sur le supraconducteur. Comme dans un solénoïde, les forces radiales sur chaque bobine du tore résultent en une contrainte radiale d'éclatement. Ces bobines sont de plus chacune attirées vers le centre du tore. Ces forces doivent être contrées par une solide

structure mécanique, pour laquelle il convient d'exclure des régions à haut champ les matériaux à grande conductivité électrique pour limiter les pertes par courants de Foucault au moment des charges et décharges. Mais dans le même temps l'emploi de matériaux type fibres plastiques est délicat en raison de leur faibles propriétés mécaniques à basse température.

Si la géométrie torique de la bobine supraconductrice nécessite une forte structure mécanique, son principal avantage est la faiblesse du champ magnétique de fuite par rapport à une géométrie solénoïdale, à énergie stockée identique. Etant donné l'intérêt grandissant pour la compatibilité électromagnétique des systèmes, la géométrie torique devient donc de plus en plus attractive aux yeux des concepteurs de S.M.E.S.

Il est clair toutefois qu'une bobine à géométrie solénoïdale peut être blindée efficacement, soit par blindage passif (culasse en matériau ferromagnétique doux entourant le système) soit par blindage actif (bobine disposée en inverse pour diminuer le champ de fuite).

Cependant, l'écrantage d'un solénoïde annule en général les avantages de ce type de géométrie.

Un autre avantage à mettre au crédit de la géométrie torique, notamment dans le cas de système stockant une grande quantité d'énergie, est sa modularité : chaque bobine plate constitutive du tore est indépendante des autres (possibilité d'un changer une seule en cas de destruction) et de taille raisonnable (comparée à la taille qu'aurait une bobine solénoïdale stockant la même quantité d'énergie).

La plupart des S.M.E.S. existant utilisent des matériaux supraconducteurs NbTi (seul type de matériaux développés aujourd'hui à un niveau industriel) avec pour les systèmes les plus récents et performants des aménagements de courants en supraconducteurs HTC. Il existe actuellement une recherche active dans le domaine des supraconducteurs HTC en vue d'utilisation dans des SMES [III-3].

On trouvera en Annexe 4 une présentation des principaux programmes de développements du stockage magnétique d'énergie, ainsi que quelques exemples de systèmes existants.

## **1.2. Objectifs de conception:**

Lorsqu'on envisage, pour stocker une certaine quantité d'énergie, d'utiliser des S.M.E.S., on s'attache bien évidemment à proposer une structure de bobinage supraconducteur présentant les meilleures performances.

On se fixe généralement comme objectif la minimisation des pertes lors des charges/décharges du système. Il est possible de se donner d'autres critères : la minimisation du coût de réalisation, la maximisation de la vitesse de décharge ...

Nous nous bornerons dans notre travail à une étude purement « magnétique » portant sur des objectifs ayant trait à la distribution d'induction dans le système.

Il s'agit tout d'abord de concevoir un système dans lequel la densité volumique d'énergie stockée est maximale. Sachant que pour le stockage magnétique cette densité d'énergie est donnée par  $\frac{B^2}{2\mu_0}$ , il faut donc chercher une configuration pour laquelle le champ magnétique à l'intérieur du système est en tout point le plus possible voisin de sa valeur maximale (déterminée par les courants circulant dans les matériaux supraconducteurs).

Ceci permet en effet de diminuer l'encombrement du système.

Compte tenu du coût encore relativement élevé des matériaux supraconducteurs par rapport aux conducteurs cuivre classiques, pour une énergie stockée et un matériau supraconducteur donnés, il convient de minimiser la quantité de supraconducteur utilisée. C'est à dire qu'on va chercher à utiliser le supraconducteur de la manière la plus efficace possible afin de minimiser les coûts de fabrication et de fonctionnement.

Le dernier aspect à regarder attentivement est la pollution électromagnétique de l'espace environnant générée par le système, qu'on va chercher à minimiser. En effet lors des charges et décharges du système, la variation de l'induction va induire des pertes par courants de Foucault dans les parties métalliques environnantes ainsi que des pertes dans le cryostat. De plus, avec l'accroissement des exigences en terme de compatibilité électromagnétique entre les différents appareils, la minimisation des champs magnétiques de fuite est aujourd'hui un point clé dans la conception de SMES.

Les remarques précédentes constituent des contraintes à respecter pour le champ magnétique produit par le système de stockage.

Nous avons clairement affaire ici à un problème de magnétostatique inverse : trouver des répartitions de courants (ou configurations de bobinages supraconducteurs) produisant un champ magnétique :

- aussi faible que possible à l'extérieur du système
- aussi homogène et proche de sa valeur maximale que possible à l'intérieur du système
- et garantissant une utilisation optimale du matériau supraconducteur employé.

C'est un problème de synthèse de source.

Nous avons donc bâti trois critères de comparaison qui vont nous permettre, pour chaque configuration de bobinage étudiée, de quantifier ces différents aspects, le but final étant de hiérarchiser les différentes solutions selon leurs performances.

### **1.3. Critères de comparaison :**

La recherche et l'étude de solutions au problème inverse de synthèse de source posé par la conception de dispositifs destinés au stockage d'énergie est une thématique ayant fait l'objet de plusieurs travaux au sein de notre laboratoire.

Le présent travail s'inscrit directement dans la continuité de ceux menés en particulier par M. Takorabet au G.R.E.E.N., consacrés à l'étude de configurations de bobinages supraconducteurs pour le stockage magnétique [III-1].

Dans une première étape de sa recherche M. Takorabet a défini trois critères permettant de comparer les différentes structures de S.M.E.S. entre elles.

Deux de ces critères : les critères  $\alpha$  et  $\gamma$ , sont très explicites ; nous les avons d'ailleurs repris dans notre étude, ils seront explicités dans les paragraphes suivant (§ 1.3.1. et § 1.3.3.). (Seule la définition du volume hors tout d'un dispositif à été modifiée).

Par contre, le critère  $\beta$  établi n'a pas donné entière satisfaction car il ne prend en compte que la quantité de matériau supraconducteur utilisé dans le dispositif et non la densité volumique de courant le parcourant. Nous proposons donc ci-dessous une nouvelle définition de ce critère  $\beta$  dans laquelle cette fois la densité volumique de courant dans le supraconducteur intervient (§1.3.2.).

Concernant les structures innovantes de S.M.E.S., M. Takorabet a présenté le modèle du systèmes à deux sphères imbriquées dont nous reprenons les principales caractéristiques (§ 2.2.2.1.). ainsi qu'une première approche des systèmes n-polygonaux que nous développerons. Les simulations numériques effectuées dans [III-1] ont confirmé la faiblesse de la pollution électromagnétique générée par les système à deux sphères, et par la même que la piste « bobinage sphérique » méritait d'être poursuivie.

**1.3.1. Critère d'homogénéité  $\alpha$  :**

Ce critère reflète la capacité du dispositif à stocker l'énergie magnétique de manière homogène. Il relie l'énergie stockée avec l'espace occupé matériellement.

Pour une induction maximale donnée, ce critère (compris entre 0 et 1) doit être le plus proche possible de 1 pour minimiser le volume requis pour stocker une quantité d'énergie donnée.

Une configuration de bobinage pour laquelle l'induction est nulle à l'extérieur et vaut partout  $B_{max}$  à l'intérieur du système, comme le solénoïde de longueur infinie et d'épaisseur nulle ou le tore plein (voir § 2.2.2.3.) donne  $\alpha = 1$ .

$$\alpha = \frac{W_m / V_h}{B_{max}^2 / 2\mu_0} \tag{III-1}$$

- où  $W_m$  : énergie magnétique stockée dans le système.
- $V_h$  : volume hors tout du système (volume défini par la surface convexe simplement connexe la plus petite enveloppant le système)
- $B_{max}$  : induction maximum obtenue dans le système.

**1.3.2. Critère  $\beta$  :**

Il s'agit ici de définir un critère permettant de classer différentes morphologies de bobines et ceci indépendamment de leur taille ; c'est à dire un critère indépendant du rapport d'homothétie pour une configuration donnée et pouvant rendre compte de l'efficacité avec laquelle le matériau supraconducteur est employé.

Nous raisonnons pour une énergie magnétique stockée  $W_m$  fixée et pour un câble supraconducteur donné (dont on connaît la caractéristique  $J_c(B)$ ).

Hypothèse est faite que le supraconducteur fonctionne sur sa courbe critique, et que l'épaisseur du bobinage supraconducteur ( $e$ ) est faible devant la dimension caractéristique du système ( $R$ ).

On considère de plus qu'il n'y a aucune partie magnétiquement saturable dans le dispositif ( $\mu = \mu_0$  partout).

Soit  $B_{max}$  l'induction maximum obtenue en un point P du dispositif, point défini par la configuration du bobinage et par elle seule ; le point P est nécessairement localisé dans le bobinage supraconducteur.

Dans la limite où  $e \ll R$ , on a :  $B_{max} \# e \cdot J_c$  soit :

$$B_{max} = \delta_1 \cdot \mu_0 \cdot e \cdot J_c \tag{III-2}$$

où  $\delta_1$  est un facteur de forme dépendant uniquement de la géométrie de la configuration de bobinage étudiée.

Par ailleurs :

$$W_m = \frac{1}{2\mu_0} \iiint_{V_m} B^2 \cdot dv \quad \text{soit } W_m \# B_{\max}^2 \cdot V_h \quad \text{on peut donc écrire :}$$

$$W_m = \delta_2 \cdot \frac{B_{\max}^2}{2\mu_0} \cdot R^3 \tag{III-3}$$

où  $\delta_2$  est un facteur de forme dépendant uniquement de la géométrie du bobinage étudié.

Soit  $V_s$  le volume de matériau supraconducteur utilisé dans le dispositif, comme  $e \ll R$ , on a :

$$V_s = \delta_3 \cdot e \cdot R^2 \tag{III-4}$$

où  $\delta_3$  est un facteur de forme dépendant uniquement de la géométrie du bobinage étudié.

La combinaison des équations (III-2) et (III-3) nous donne :

$$W_m = \frac{\delta_2 \delta_1^2}{\delta_3^2} \frac{\mu_0}{2} \frac{J_c^2 \cdot V_s^2}{R} \tag{III-5}$$

L'énergie magnétique stockée dépend donc de facteurs de forme du système, de sa dimension caractéristique et du produit  $J_c \cdot V_s$  que nous appellerons  $Q$  : quotité de matériau supraconducteur.

En extrayant  $R$  de (III-3) et en remplaçant dans (III-5), on obtient finalement :

$$\mu_0^{-1/3} \frac{W_m^{2/3} \cdot B_{\max}^{-1/3}}{Q} = \frac{1}{2^{2/3}} \frac{\delta_2^{2/3} \delta_1}{\delta_2} \tag{III-6}$$

Cette quantité dépend uniquement de facteurs de forme géométrique du système, nous posons donc comme définition du critère  $\beta$  :

$$\boxed{\beta = \mu_0^{-1/3} \frac{W_m^{2/3} \cdot B_{\max}^{-1/3}}{Q}} \tag{III-7}$$

l'expression de  $\beta$  ainsi obtenue est bien indépendante du rapport d'homothétie et fonction uniquement de la géométrie des bobinages de la configuration étudiée. On cherchera en principe à obtenir un  $\beta$  le plus grand possible, garantissant ainsi la meilleure utilisation du matériau supraconducteur dans le dispositif.

Raisonnons maintenant sur une structure de bobinage donnée (donc un critère  $\beta$  fixé) stockant une quantité d'énergie elle aussi fixée ( $W_m$ ), nous avons :

$$\beta = \mu_0^{-1/3} \cdot W_m^{2/3} \frac{1}{V_s} \frac{1}{J_c \cdot B_{\max}^{1/3}} \tag{III-8}$$



d'après (III-8), si on désire minimiser le volume de supraconducteur utilisé dans cette structure, il faut que le produit  $J_c \cdot B_{\max}^{1/3}$  soit le plus grand possible. Or le supraconducteur travaille sur sa courbe critique  $J_c = f(B)$ , le maximum de  $J_c \cdot B_{\max}^{1/3}$  est obtenu au point de la caractéristique vérifiant  $\frac{\partial(f(B) \cdot B^{1/3})}{\partial B} = 0$  soit :

$$J_c = -3 \cdot B \cdot \frac{\partial J_c}{\partial B} \quad \text{(III-9)}$$

l'équation (III-9) permet donc de définir un point de fonctionnement idéal du matériau supraconducteur pour la configuration particulière de bobinage étudiée et la quantité d'énergie stockée.

**Remarque :** définition de la quotité de matériau supraconducteur Q

Dans le calcul du critère  $\beta$  développé ci-dessus, nous avons vu intervenir le produit  $J_c \cdot V_s$  que nous avons baptisé Q : quotité de matériau supraconducteur.

Il convient de préciser cette grandeur, en effet, Q représente la quantité de matériau supraconducteur pondérée par la densité de courant critique qui y circule, c'est une manière de rendre compte de l'efficacité avec laquelle le matériau supraconducteur est employé.

Nous proposons deux définitions équivalentes de Q selon que l'on considère le courant critique comme un courant volumique ou que l'on se place dans l'approximation de courants purement surfaciques :

$$Q = \iiint_{V_s} |J_c| \cdot dv \quad \text{ou} \quad Q = \iint_{S_s} |K_c| \cdot ds \quad \text{(III-10)}$$

où  $J_c$  et  $K_c$  représentent respectivement la densité volumique de courant critique et la densité superficielle de courant critique circulant dans le matériau supraconducteur.  $V_s$  et  $S_s$  représentent respectivement le volume et la surface de matériau supraconducteur.

### 1.3.3. Critère d'écrantage $\gamma$ :

Ce critère caractérise la pollution électromagnétique générée par le système dans l'espace environnant en rendant compte de l'importance du champ de fuite. Le champ de fuite peut par exemple induire des pertes par courants de Foucault dans les parties métalliques avoisinantes lors des charges et décharges du système ; on cherchera donc à minimiser le critère  $\gamma$  pour la structure étudiée.

$$\gamma = \frac{B_{\max}(l = 2R)}{B_{\max}} \quad \text{(III-11)}$$

où R est la dimension caractéristique du dispositif.  
 $B_{\max}(l = 2R)$  est l'induction maximale obtenue à une distance  $l = 2R$  du centre du dispositif.

Il est également possible de définir un critère d'écrantage d'une autre manière comme par exemple [III-4] :

$$\gamma' = \frac{W_{mfuite}}{W_m} \quad (\text{III-12})$$

où  $W_{mfuite}$  représente l'énergie magnétique localisée à l'extérieur d'un contour englobant le système.

Nous préférons cependant la définition (III-11) du critère d'écrantage qui fait appel uniquement à des valeurs locales d'induction produites par le dispositif (les normes de pollution électromagnétique par exemple ont trait aux valeurs de champ « dangereuses » et non à l'énergie).

Nous avons donc définis trois critères de comparaison qui permettent d'optimiser la structure en fonction des performances désirées. Pour cela il convient de bâtir une fonction objectif  $f$  à minimiser,  $f$  étant définie comme :

$$f(\alpha, \beta, \gamma) = A(1 - \alpha) + \frac{B}{\beta} + C\gamma \quad (\text{III-13})$$

où  $A$ ,  $B$  et  $C$  représentent les poids attribués respectivement aux critères  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$ , selon les préférences de l'utilisateur du dispositif.

*Après avoir précisé les critères de comparaisons permettant de classer les diverses configurations de bobinages, nous allons maintenant appliquer la méthode de résolution de problème inverse de synthèse de source présentée au chapitre II. Il s'agit en premier lieu, dans une phase purement analytique, d'identifier des structures idéales de SMES. Avant cela, sont présentées les solutions classiquement utilisées pour le stockage magnétique d'énergie.*

## **2. ETUDE TAXINOMIQUE DE STRUCTURES IDEALES DE SMES :**

Dans toutes les structures étudiées ci-après, les courants supraconducteurs sont modélisés par des densités de courants purement superficielles : ce sont des structures idéales.

Nous calculons ici les valeurs des critères  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  obtenues pour les différents structures idéales étudiées, afin de pouvoir les classer selon leurs performances.

### **2.1. Configurations classiques de S.M.E.S. :**

Les formes géométriques de base de bobines supraconductrices de S.M.E.S. sont à l'heure actuelle le solénoïde et le tore. En pratique la géométrie torique est approchée par un assemblage de bobines plates disposées de manière à former un tore discret.

Nous étendons les travaux de M. Takorabet en reprenant ci-dessous le calcul des critères de comparaison, avec les nouvelles définitions, pour le solénoïde et le tore.

#### **2.1.1. Valeurs des critères $\alpha$ , $\beta$ et $\gamma$ pour le solénoïde :**

Nous considérons ici un solénoïde de longueur finie  $L$  et de rayon  $R$ , portant une densité superficielle de courant  $K = nI$ , où  $n$  représente le nombre de spire par unité de longueur.

En utilisant les définitions des critères  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  exposées précédemment et en approchant l'inductance du solénoïde par :

$$\ell \approx \mu_0 n^2 L^2 R \left( \log\left(\frac{8R}{L}\right) - \frac{1}{2} \right) \quad (\text{III-14})$$

(formule tirée de [III-1])

On obtient alors les expressions suivantes :

$$\alpha = \frac{1}{\pi} \frac{L}{R} \left( \log\left(\frac{8R}{L}\right) - \frac{1}{2} \right) \quad (\text{III-15})$$

(le volume hors tout est pris comme le volume du cylindre défini par le solénoïde, et  $B_{\max} = \mu_0 nI$ ).

$$\beta = \frac{1}{2^{5/3} \pi} \left( \frac{R}{L} \right)^{-1/3} \left( \ln\left(\frac{8R}{L}\right) - \frac{1}{2} \right)^{2/3} \quad (\text{III-16})$$

(la quotité de matériau supraconducteur est  $Q = 2\pi RLNI$  ).

$$\gamma = \frac{1}{2} \left( \frac{3}{\sqrt{4\left(\frac{R}{L}\right)^2 + 9}} - \frac{1}{\sqrt{4\left(\frac{R}{L}\right)^2 + 1}} \right) \quad (\text{III-17})$$

(Le critère  $\gamma$  est ici calculé comme le rapport de l'induction obtenue sur l'axe au milieu du solénoïde avec l'induction sur l'axe à une distance  $L$  du centre du solénoïde, ce qui correspond pratiquement à la définition de  $\gamma$ ).

Les valeurs optimales de ces critères sont :

$$\alpha_{\max} = 0,568 \text{ pour } R/L = 0,56$$

$$\beta_{\max} = 0,1388 \text{ pour } R/L = 1,522$$

le critère  $\gamma$  atteint sa valeur maximale ( $\gamma_{\max} = 0,198$ ) au voisinage de  $R/L = 1$ .

Pour  $R/L = 0,1$  et  $R/L = 10$ , on obtient respectivement  $\gamma = 0,0086$  et  $\gamma = 0,0492$ .

Dans la gamme de paramètre géométrique  $L/R$  que l'on peut qualifier de raisonnable pour la conception du solénoïde, le critère  $\gamma$  est donc supérieur à  $0,0086$ .

### 2.1.2. Valeurs des critères $\alpha$ , $\beta$ et $\gamma$ pour le tore :

Nous considérons ici un tore à section circulaire sur lequel sont bobinées  $N$  spires jointives parcourues par un courant  $I$ . Soit  $b$  : le rayon moyen du tore et  $a$  : le rayon de la section circulaire.

On obtient alors :

$$\alpha = \frac{4\pi \left(1 - \sqrt{1-x^2}\right) (1-x)^2}{x(2+\pi x) + \frac{4}{3}x^3} \quad (\text{III-18})$$

$$\text{où } x = \frac{a}{b} \quad (\text{III-19})$$

le volume hors tout correspond ici au volume intérieur défini par une toile entourant le tore et tendue à l'extrême :

$$V_h = \pi ab(2b + \pi a) + \frac{4}{3}\pi a^3 \quad (\text{III-20})$$

$$\text{et } B_{\max} = \frac{\mu_0 NI}{2\pi(b-a)} \quad (\text{III-21})$$

$$\beta = \frac{1}{2^{4/3} \pi^{2/3}} \frac{\left(1 - \sqrt{1-x^2}\right)^{2/3} (1-x)^{1/3}}{x} \quad (\text{III-22})$$

(la quotité de matériau supraconducteur est  $Q = 2\pi aNI$  ).

Le critère  $\gamma$  s'obtient directement comme  $\gamma = 0$ , en effet la structure torique idéale confine parfaitement le champ magnétique dans son volume.

Les valeurs optimales des critères  $\alpha$  et  $\beta$  sont :

$$\alpha_{\max} = 0,313 \text{ pour } x = 0,257.$$

$$\beta_{\max} = 0,07769 \text{ pour } x = 0,6.$$

### 2.1.3. Structures classiques effectives de S.M.E.S. :

Nous avons vu ci-dessus que la structure solénoïdale idéale, si elle présente de bons critères  $\alpha$  et  $\beta$  comparés à ceux de la structure torique, souffre cependant de présenter une pollution électromagnétique relativement importante.

|                                     | $\alpha$                                     | $\beta$                                       | $\gamma$                                            |
|-------------------------------------|----------------------------------------------|-----------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| <b>Structure solénoïdale idéale</b> | $\alpha_{\max} = 0,568$<br>pour $R/L = 0,56$ | $\beta_{\max} = 0,1388$<br>pour $R/L = 1,522$ | $0,0086 < \gamma < 0,0492$<br>pour $0,1 < L/R < 10$ |
| <b>Structure torique idéale</b>     | $\alpha_{\max} = 0,313$<br>pour $x = 0,257$  | $\beta_{\max} = 0,07769$<br>pour $x = 0,6$    | 0                                                   |

Dans la pratique, la structure torique est réalisée par un assemblage de bobines plates à section circulaire ou non (notamment pour les applications concernant la fusion nucléaire). Ce type de géométrie n'offre que très peu de champ magnétique de fuite, et est donc bien réalisée pratiquement sans modification fondamentale de la structure initiale des bobines.

Par contre, il n'en va pas de même pour la structure solénoïdale, l'importance du champ magnétique de fuite n'est pas compatible avec l'utilisation d'une telle structure, en l'état, pour le stockage magnétique.

Plusieurs solutions existent pour diminuer ce champ magnétique de fuite :

- L'écrantage actif : le principe est d'associer à la bobine principale de stockage une autre, ou plusieurs bobines montées en inverse afin de diminuer la pollution électromagnétique générée. Les dimensions relatives des bobines sont bien entendu judicieusement optimisées. Un exemple en est donnée dans [III-4].
- L'écrantage passif : on blinde le champ magnétique de fuite par une culasse magnétique en fer . L'importance de la quantité de matériau magnétique nécessaire ainsi que les pertes par courant de Foucault en régime variable sont les deux inconvénients majeurs de cette méthode.
- L'association de plusieurs solénoïdes d'axes parallèles montés en inverse : les diverses bobines, disposées en « fagot » sont bobinées à l'envers l'une de l'autre.

La solution pratique la plus répandue dans les systèmes commercialisés est l'écrantage actif. Pour une étude plus détaillée de ces diverses solutions pour améliorer les performances de S.M.E.S. utilisant une bobine de géométrie solénoïdale, on pourra se reporter à [III-1].

## 2.2. Structures innovantes de S.M.E.S. :

Sont présentées ci-après des configurations idéales innovantes de bobinages supraconducteur pour le stockage d'énergie par voie magnétique. Ces structures résultent d'une part de l'application de la méthodologie développée au chapitre II à la problématique du stockage magnétique, et d'autre part d'améliorations plus directes de systèmes existants.

### 2.2.1. Applications de notre méthodologie de résolution du problème inverse de synthèse de source au stockage magnétique :

#### 2.2.1.1. Etape 1 :

La première étape de notre méthode consiste à identifier une distribution de champ magnétique 2-D obéissant aux équations de Maxwell et ayant les propriétés désirées.

Compte tenu des remarques formulées au paragraphe 1.2. de ce chapitre, le profil idéal du champ magnétique dans un S.M.E.S. consisterait en un champ magnétique uniforme et égal à sa valeur maximale (atteinte en un point du système) partout dans le dispositif et nul à l'extérieur. Ceci garantirait en effet un critère  $\alpha$  égal à 1 et un critère  $\gamma$  égal à 0, ce qui sont les valeurs optimales de ces deux critères.

La structure donnant la meilleure efficacité d'utilisation du matériau supraconducteur et nécessitant la quantité minimale de supraconducteur pour stocker une énergie donnée et donc aboutissant au meilleur critère  $\beta$ , est la structure solénoïdale. Or le champ magnétique obéissant à  $\text{div}\vec{B}=0$ , il n'est pas possible de concilier cette structure avec la distribution de champ magnétique garantissant des critères  $\alpha$  et  $\gamma$  optimaux.

Nous voyons ici que les trois critères de comparaison sont en conflit, il s'agit donc de trouver le meilleur compromis possible.

Une piste de recherche résulte d'une analogie : considérons la décomposition en domaines magnétiques d'un échantillon de Fer.

Malgré la présence d'une aimantation spontanée, un ferromagnétique non soumis à un champ magnétique extérieur, peut présenter un moment magnétique globalement nul.

Le fer a une structure cristalline cubique centrée, considérons un échantillon monocristallin de Fer, taillé suivant les axes cristallographiques principaux, et désaimanté [III-5].

Des techniques, comme celle basée sur l'effet Kerr magnéto-optique par exemple, permettent de visualiser la distribution des domaines à la surface de l'échantillon.

Le monocristal se subdivise en domaines magnétiques où l'aimantation est uniforme, séparés par des parois. Dans chacun des domaines, le matériau est aimanté suivant une direction de facile aimantation [100] ou [010].

Dans l'expérience présentée, on n'observe aucun champ magnétique à l'extérieur.

Voici alors ce qu'on observe :

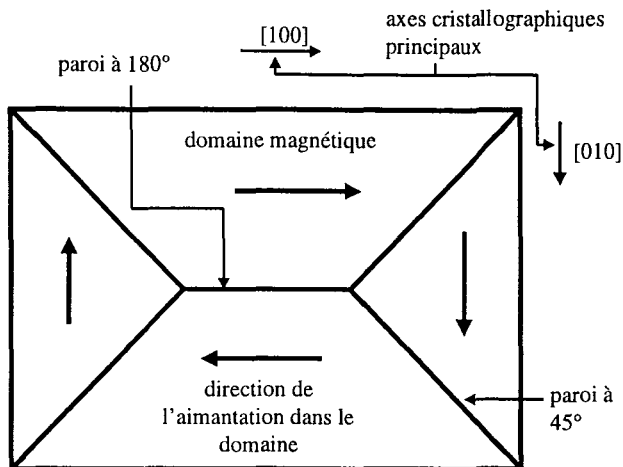


Fig. III.2. domaines magnétiques dans un monocristal de Fer désaimanté taillé selon les axes cristallins principaux.

Etudions maintenant l'analogie de cette répartition en domaines de l'aimantation par la méthode des courants ampériens. Le matériau peut être remplacé par des courants volumiques et surfaciques dont les densités vérifient en tout point du matériau :

$$\vec{J} = \text{rot} \vec{M} \quad \text{et} \quad \vec{K} = \vec{M} \times \vec{n} \quad (\text{III-23})$$

où  $\vec{n}$  représente la normale à la surface sur laquelle est répartie la densité superficielle  $\vec{K}$ , et  $\vec{M}$  l'aimantation dans le matériau..

Les seuls courants non nuls seront ici des courants purement superficiels localisés à l'emplacement des parois car dans chaque domaine l'aimantation est uniforme : le courant volumique correspondant  $\vec{J}$  est donc nul. Nous obtenons finalement la répartition de courant suivante :

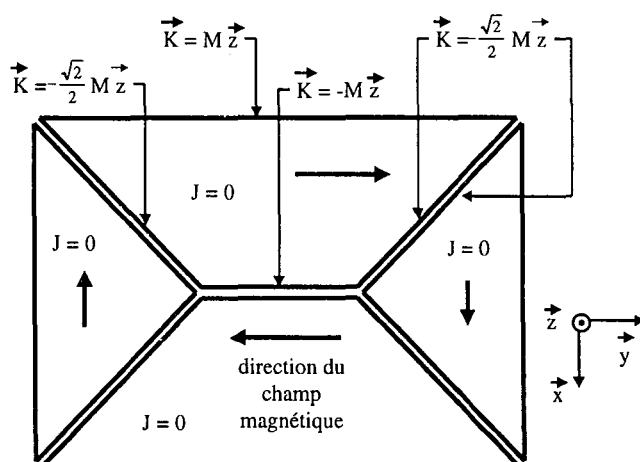


Fig. III.3. distribution de courant ampériens équivalente aux domaines magnétiques

Une telle distribution de courant assure une induction magnétique uniforme dans chacun des quatre domaines et nulle à l'extérieur. Une structure de S.M.E.S. basée sur cette configuration particulière de bobinage peut donc s'avérer fort intéressante.

**2.2.1.2. Etape 2 :**

Il s'agit maintenant de remonter, à partir de la distribution de champ magnétique précédente à une distribution de courants superficiels permettant de générer la dite distribution.

**2.2.1.2.1. Le système à domaines orthogonaux :**

Considérons le système idéal de bobinage suivant :

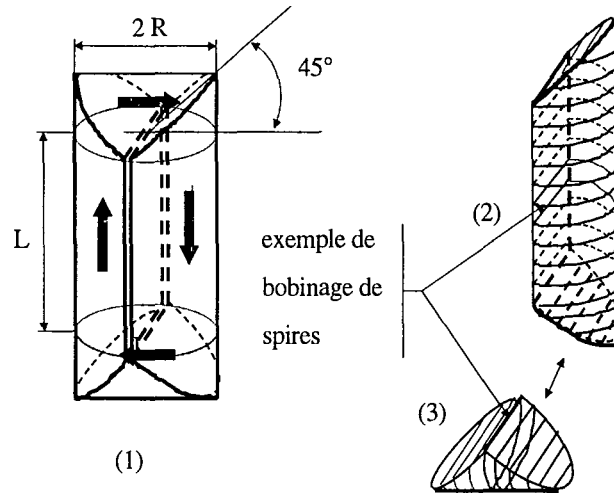


Fig. III.4. structure du système à domaines orthogonaux, section à forme de D

Ce système est composé de quatre parties distinctes mais accolées : deux parties (2) et deux comme (3).

Ces quatre parties sont composées de spires jointives en série mais dont la surface varie (pour les parties du type (3) et les "coins" des parties du type (2) selon le schéma ci-dessus.

On connecte ensuite les quatre morceaux pour obtenir la structure finale (1).

Pour vérifier que ce système donne bien une induction uniforme par domaines à l'intérieur, utilisons une vue en coupe de notre structure :

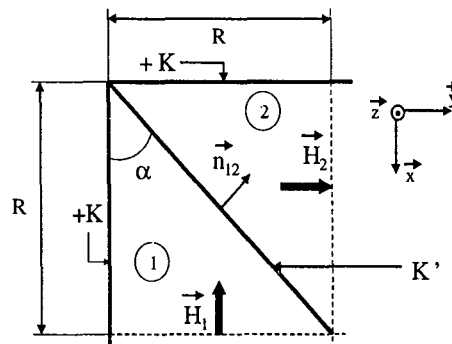


Fig. III.5. vue en coupe du système à domaines orthogonaux idéal



Le théorème des distributions images nous assure que la densité superficielle de courant qu'il faut mettre sur l'interface entre (1) et (2) pour avoir  $H_1 = H_2 = K$  et  $\vec{H}_1 \perp \vec{H}_2$  est donnée par :

$$\vec{K}' = 2\vec{n}_{12} \times \vec{H}_1 = -2\frac{K}{\sqrt{2}}\vec{z} \quad (\text{III-24})$$

Ce qui se traduit par le schéma équivalent suivant :

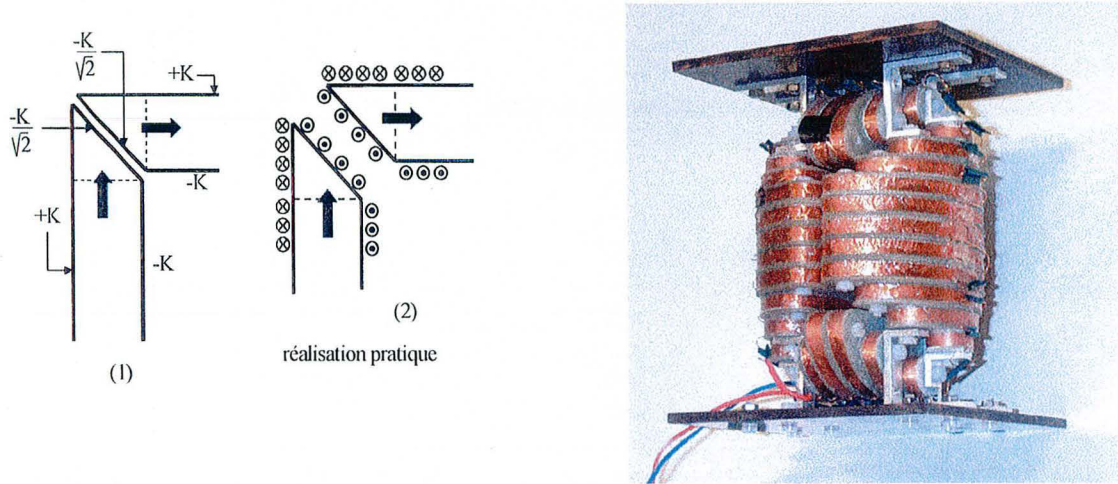


Fig. III. 6. Structure à domaines orthogonaux : densités superficielles de courant et maquette à conducteur cuivre réalisée au G.R.E.E.N.

Ceci correspond bien au schéma de structure proposé dans la Fig. III.3., on voit donc clairement que cette configuration de bobinage conduit à une induction magnétique uniforme par domaines et égale à  $\mu_0 K$  partout à l'intérieur de la structure.

Nous pouvons maintenant déterminer l'énergie magnétique stockée dans cette structure à domaines orthogonaux idéale ainsi que la quantité de matériau supraconducteur  $Q$  et de là les trois critères  $\alpha, \beta, \gamma$ .

Nous considérons deux systèmes de bobinages basés sur ce principe : celui de la Fig. III.3. où la section des bobines à une forme de D, et celui de la figure ci dessous, où la section des bobines est cette fois-ci circulaire.

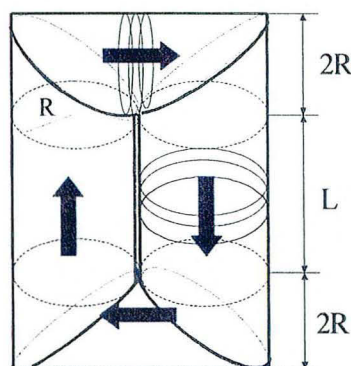


Fig. III. 7. Système à domaines orthogonaux, section circulaire

Pour ces deux structures, le champ magnétique est uniforme et égal à sa valeur maximum dans chacun des quatre domaines, et nul à l'extérieur ; les valeurs du critères  $\gamma$  s'en déduit donc immédiatement :  $\gamma = 0$ .

Pour la structure à domaine orthogonaux, à section de bobines en forme de D, le volume hors tout  $V_h$  (défini par la surface convexe simplement connexe la plus petite enveloppant le système) correspond exactement au volume réel du système, dans lequel la densité d'énergie stockée est uniforme ; le critère  $\alpha$  s'en déduit donc directement :  $\alpha = 1$ .

Reste donc le calcul des critères  $\beta$  pour les deux structures et du critère  $\alpha$  pour le système à domaines orthogonaux avec section de bobines circulaire.

Critère  $\alpha$  pour le système à bobines à sections circulaires :

Comme la densité d'énergie stockée dans ce système est uniforme dans tout son volume, le critère  $\alpha$  sera donné directement par le rapport du volume réel du système sur son volume hors tout.

$$V_{réel} = 2\pi R^2 (L + 4R) \tag{III-25}$$

$$V_h = R^2 \left( L(4 + \pi) + R \left( \frac{16}{3} + 8 + 4\pi \right) \right) \tag{III-26}$$

d'où :

$$\alpha = \frac{2\pi \left( \frac{L}{R} + 4 \right)}{\frac{L}{R} (4 + \pi) + \frac{16}{3} + 8 + 4\pi} \tag{III-27}$$

Les valeurs du critère  $\alpha$  pour ce système, en fonction du facteur géométrique  $L/R$  sont données par la figure ci-dessous :

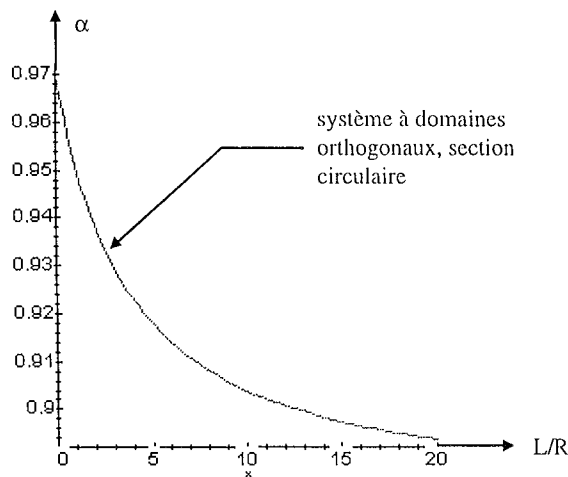


Fig. III. 8. Valeurs du critère  $\alpha$  pour le système à domaines orthogonaux, section de bobines circulaire

Pour le système à domaines orthogonaux et section de bobines circulaire, la valeur maximale de  $\alpha$  est :

$\alpha_{\max} = 0,97$  obtenue pour  $L = 0$ .

La valeur limite de  $\alpha$  quand  $L$  tend vers l'infini est :  $\alpha = 0,88$ .

Critère  $\beta$  pour le système à bobines à sections à forme de D :

$$W_m = \frac{1}{2\mu_0} \iiint_{V_h} B^2 dv = \frac{\mu_0}{2} K^2 V_h = \mu_0 K^2 \frac{\pi R^3}{2} \left( \frac{L}{R} + \frac{16}{3\pi} \right) \quad (\text{III-28})$$

$$Q = \iint_{\text{Stoïte}} |K| ds = 2(K(\pi RL + 2RL + 4 \cdot 2R^2) + K\sqrt{2} \left( 2 \frac{\pi R^2}{\sqrt{2}} \right)) = 2\pi R^2 K \left( \frac{L}{R} \left( 1 + \frac{2}{\pi} \right) + 2 \left( 1 + \frac{4}{\pi} \right) \right) \quad (\text{III-29})$$

$$B_{\max} = \mu_0 K \quad (\text{III-30})$$

d'où :

$$\beta = \frac{1}{2^{5/3} \pi^{1/3}} \frac{\left( \frac{L}{R} + \frac{16}{3\pi} \right)^{2/3}}{\frac{L}{R} \left( 1 + \frac{2}{\pi} \right) + 2 \left( 1 + \frac{4}{\pi} \right)} \quad (\text{III-31})$$

Critère  $\beta$  pour le système à bobines à sections circulaires :

$$W_m = \mu_0 K^2 \pi R^3 \left( \frac{L}{R} + 4 \right) \quad (\text{III-32})$$

$$Q = 4\pi R^2 K \left( \frac{L}{R} + 6 \right) \quad (\text{III-33})$$

$$B_{\max} = \mu_0 K \quad (\text{III-34})$$

d'où :

$$\beta = \frac{1}{4\pi^{1/3}} \frac{\left( \frac{L}{R} + 4 \right)^{2/3}}{\frac{L}{R} + 6} \quad (\text{III-35})$$

Les valeurs du critère  $\beta$  pour les deux systèmes à domaines orthogonaux, en fonction du facteur géométrique  $L/R$  sont données par la figure suivante :

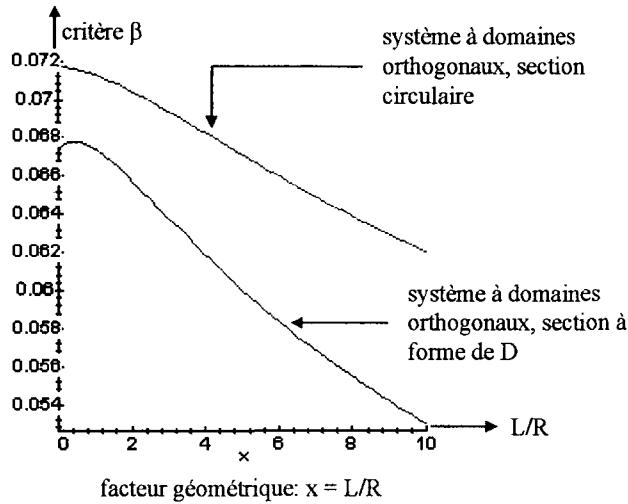


Fig. III.9. Valeurs du critère  $\beta$  pour les systèmes à domaines orthogonaux idéaux

Pour le système à domaines orthogonaux et section de bobines à forme de D, la valeur maximale de  $\beta$  est :

$$\beta_{\max} = 0,0678 \text{ obtenue pour } L/R = 0,46.$$

Pour le système à domaines orthogonaux et section de bobines circulaire, la valeur maximale de  $\beta$  est :

$$\beta_{\max} = 0,0717 \text{ obtenue pour } L = 0.$$

Les valeurs des trois critères de comparaison des deux structures à domaines orthogonaux idéales (section circulaire et en D) sont reprises dans le tableau ci dessous :

|                                                                      | $\alpha$                                  | $\beta$                                         | $\gamma$ |
|----------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|-------------------------------------------------|----------|
| <b>Structure à domaines orthogonaux, section en D (idéale)</b>       | 1                                         | $\beta_{\max} = 0,0678$<br>(pour $L/R = 0,46$ ) | 0        |
| <b>Structure à domaines orthogonaux, section circulaire (idéale)</b> | $\alpha_{\max} = 0,97$<br>(pour $L = 0$ ) | $\beta_{\max} = 0,0717$<br>(pour $L = 0$ )      | 0        |

Ces deux structures idéales de S.M.E.S. ont le double avantage de présenter un critère  $\gamma$  optimal : il n'existe aucun champ magnétique de fuite à l'extérieur. De plus pour le système à domaines orthogonaux à sections de bobine en forme de D, le critère  $\alpha$  est lui aussi optimal.

**2.2.1.2.2. Les systèmes n-polygones [III-1]:**

Dans les structures à domaines orthogonaux, la rotation de la direction du champ magnétique d'un domaine à l'autre résulte du saut de la composante tangentielle du champ magnétique à la traversée d'une nappe de courant.

Lorsque la densité superficielle de courant répartie sur la surface entre deux domaines vérifie  $\vec{K} = \vec{n} \times 2\vec{H}$ , on a ce que nous avons appelé des distributions images (Chapitre II § 2.2.2.).

Dans le cas des systèmes à domaines orthogonaux, les lignes de champ magnétique arrivent sur la surface séparant deux domaines avec une incidence de  $45^\circ$ .

Or le théorème des distributions images assure que, quelque soit l'angle d'incidence des lignes de champ à l'arrivée sur la surface portant la densité superficielle de courant, pour peu que celle-ci vérifie  $\vec{K} = \vec{n} \times 2\vec{H}$ , les lignes de champ repartiront symétriquement par rapport à la surface portant  $\vec{K}$ .

Considérons donc la répartition de courant suivante :

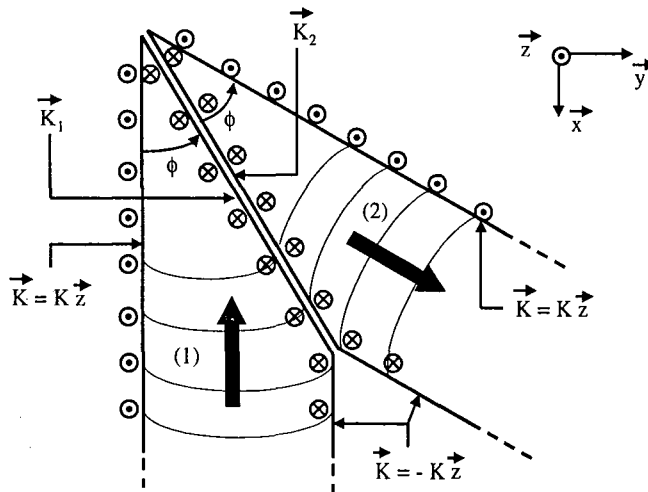


Fig. III. 10. Bobinage supraconducteur, système n-polygones

Nous pouvons calculer immédiatement les densités superficielles de courant équivalentes  $\vec{K}_1$  et  $\vec{K}_2$  :

$$\vec{K}_1 = \vec{K}_2 = -K \cos \phi \cdot \vec{z} \tag{III-36}$$

La densité superficielle  $\vec{K}'$  équivalente à ces deux nappes de courants vaut donc :

$$\vec{K}' = -2K \cos \phi \cdot \vec{z} \tag{III-37}$$

Or le champ tangentiel à la surface séparant les domaines (1) et (2) vaut dans le domaine (1) :

$$\vec{H}_{t1} = -K \cos \phi \cdot \vec{x} \tag{III-38}$$

le théorème des distributions images est bien vérifié, on obtient donc deux domaines (1) et (2) symétriques par rapport au plan les séparant et dans lesquels le champ magnétique est uniforme.

Les configurations de bobinages supraconducteurs suivantes : systèmes n-polygones sont basées sur ce principe.

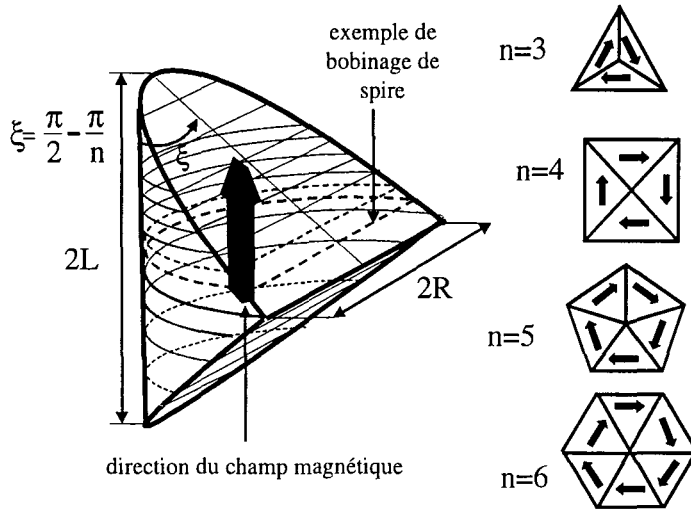


Fig. III. 11. Système  $n$ -polygones, section de bobines à forme de D

Comme dans le cas des systèmes à domaines orthogonaux nous envisageons deux structures selon que la section des bobines est circulaire ou à forme de D.

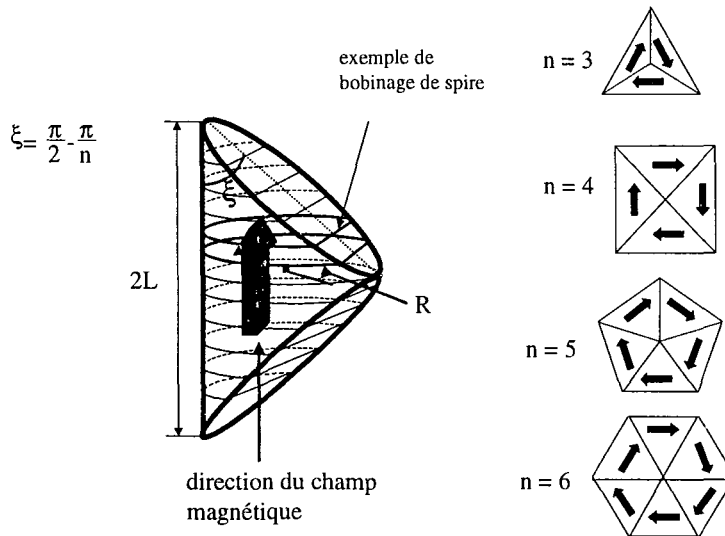


Fig. III. 12. Système  $n$ -polygones, section de bobine circulaire

Ces systèmes présentent une induction uniforme en module partout à l'intérieur de la structure et nulle à l'extérieur.

Pour ces deux structures, le champ magnétique est uniforme et égal à sa valeur maximum dans chacun des domaines, et nul à l'extérieur ; la valeur du critères  $\gamma$  s'en déduit donc immédiatement :  $\gamma = 0$ .

Pour la structure  $n$ -polygones, à section de bobines en forme de D, le volume hors tout  $V_h$  correspond là encore exactement au volume réel du système, dans lequel la densité d'énergie stockée est uniforme ; le critère  $\alpha$  s'en déduit donc directement :  $\alpha = 1$ .

Reste donc le calcul des critères  $\beta$  pour les deux structures et du critère  $\alpha$  pour le système n-polygones à section de bobines circulaire.

Critère  $\alpha$  pour le système à bobines à sections circulaires :

Comme la densité d'énergie stockée dans ce système est uniforme dans tout son volume, le critère  $\alpha$  sera donné directement par le rapport du volume réel du système sur son volume hors tout.

$$V_{réel} = 2n\pi R^3 \tan \frac{\pi}{n} \quad (III-39)$$

où  $n$  représente le nombre de domaines du système n-polygones étudié ( $\tan \frac{\pi}{n} = \frac{L}{R}$ ).

$$V_h = \left( \frac{5}{3} + \frac{\pi}{2} \right) R^3 \tan \frac{\pi}{n} \quad (III-40)$$

d'où :

$$\alpha = \frac{\pi}{\frac{5}{3} + \frac{\pi}{2}} = 0,97$$

la valeur du critère  $\alpha$  ne dépend pas du nombre de domaine de la structure.

Critère  $\beta$  pour le système n-polygones à bobines à sections à forme de D :

$$W_m = \frac{1}{2\mu_0} \iiint_{V_h} B^2 dv = \frac{\mu_0}{2} K^2 V_h = n\mu_0 K^2 \frac{2R^2 L}{3} \quad (III-41)$$

$$Q = \iint_{Stotale} |K| ds = 2nKRL \left( 2 + \frac{\pi}{2} \right) \quad (III-42)$$

$$B_{max} = \mu_0 K \quad (III-43)$$

d'où :

$$\beta = \frac{(n \tan \frac{\pi}{n})^{-1/3}}{3^{2/3} 2^{1/3} (2 + \frac{\pi}{2})} \quad (III-44)$$

Critère  $\beta$  pour le système n-polygones à bobines à sections circulaires :

$$W_m = n \frac{\mu_0}{2} K^2 \pi RL \quad (III-45)$$

où  $n$  représente le nombre de domaines du système n-polygones étudié ( $\tan \frac{\pi}{n} = \frac{L}{2R}$ )

$$Q = 3nK\pi RL \quad (III-46)$$

$$B_{max} = \mu_0 K \quad (III-47)$$

d'où :

$$\beta = \frac{(n \tan \frac{\pi}{n})^{-1/3}}{6\pi^{1/3}} \quad (\text{III-48})$$

Les valeurs du critère  $\beta$  pour ces deux systèmes, en fonction du facteur géométrique  $n$  sont données par la figure ci-dessous :

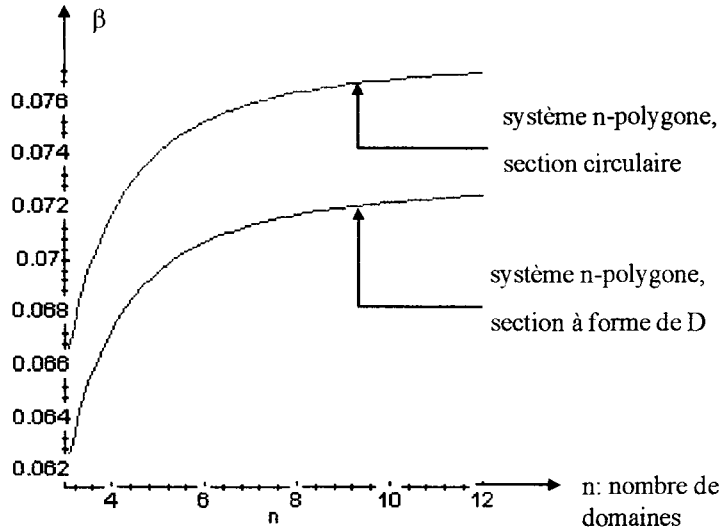


Fig. III. 13. valeurs du critère  $\beta$  pour les systèmes  $n$ -polygones idéaux

Pour le système  $n$ -polygones, bobines à sections en forme de D, la valeur limite du critère  $\beta$ , quand  $n$  tend vers l'infini est :  $\beta = 0,0729$ .

Pour le système  $n$ -polygones, bobines à sections circulaire, la valeur limite du critère  $\beta$ , quand  $n$  tend vers l'infini est :  $\beta = 0,0777$ .

Les valeurs des trois critères de comparaison des deux structures  $n$ -polygones idéales (section circulaire et en D) sont reprises dans le tableau ci dessous :

|                                                          | $\alpha$ | $\beta$                                               | $\gamma$ |
|----------------------------------------------------------|----------|-------------------------------------------------------|----------|
| <b>Structure n-polygone, section en D (idéale)</b>       | 1        | $\beta < 0,0729$<br>( $\beta = 0,0673$ pour $n = 4$ ) | 0        |
| <b>Structure n-polygone, section circulaire (idéale)</b> | 0,97     | $\beta < 0,0777$<br>( $\beta = 0,0717$ pour $n = 4$ ) | 0        |

Ces deux structures idéales de S.M.E.S. présentent les mêmes avantages que les structures à domaines orthogonaux, à savoir aucun champ magnétique de fuite et une densité volumique d'énergie stockée uniforme dans toute la structure.



**2.2.2. Structures de S.M.E.S., ne procédant pas de notre méthodologie de résolution du problème inverse :**

Sont présentées ici des structures idéales de S.M.E.S. innovantes, mais contrairement aux précédentes, qui ne résultent pas de l'application de la méthodologie présentée au chapitre II.

Le système à deux sphères imbriquées, dont on trouve une première approche dans [III-6], a été étudié précédemment au G.R.E.E.N. par M. Takorabet dans [III-1] et [III-7].

Les systèmes n-toriques constituent l'extension de travaux menés en parallèle au G.R.E.E.N. par D. Trassart [III-8].

**2.2.2.1. Le système à deux sphères imbriquées :**

On considère, dans le même système de coordonnées sphériques, deux distributions de courants surfaciques  $\vec{K}_1$  et  $\vec{K}_2$  réparties sur deux sphères concentriques ( $r = a$  et  $r = b$ ).

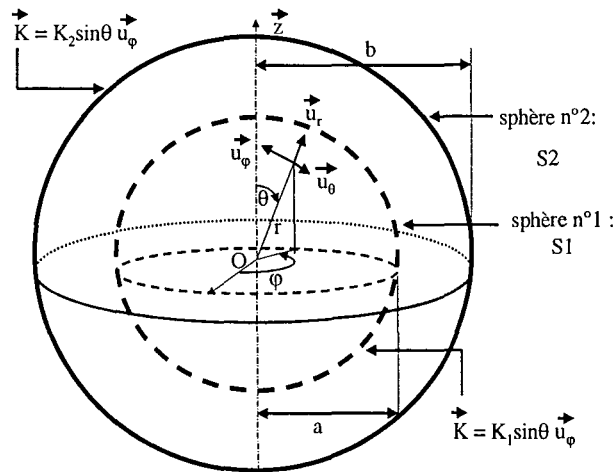


Fig. III.14. Structure idéale du système à deux sphères imbriquées

Une résolution classique de l'équation de Laplace par séparation des variables permet de déterminer le potentiel vecteur et les constantes d'intégrations s'obtiennent par les conditions aux limites et les conditions de passage à la traversée des nappes de courants.

Le calcul montre que l'on peut choisir  $K_1$  et  $K_2$  de telle façon que la pollution magnétique soit nulle à l'extérieur des deux sphères :

$$\text{il suffit de prendre } \frac{K_2}{K_1} = -\frac{a^3}{b^3} \text{ (et alors } \vec{B} = \vec{0} \text{ pour } r \geq b \text{).} \tag{III-49}$$

$$\text{De plus nous choisissons : } \frac{K_2}{K_1} = -1/4 \tag{III-50}$$

Ceci nous permet d'avoir une induction magnétique de norme constante sur la surface extérieure de la sphère n°1 (ainsi on pourra amener le point de fonctionnement au plus près des contraintes critiques sur le fil supraconducteur)[III-1].

On remarque que partout dans la sphère intérieure on a une induction magnétique uniforme dirigée suivant l'axe  $\vec{z}$  et de valeur :

$$|\vec{B}| = B_z = \frac{2}{3} \mu_0 (K_1 + K_2) = \frac{\mu_0}{2} K_1 \quad (\text{III-51})$$

Il faut pour cela déterminer l'énergie magnétique stockée dans un tel système ainsi que la quantité de matériau supraconducteur utilisé (en tenant compte de (III-48) et (III-49)).

$$W_m = \frac{1}{2} \iint_{S_1} \vec{A} \cdot \vec{K} \cdot ds = \frac{\pi}{3} \mu_0 K_1^2 a^3 \quad (\text{III-52})$$

$$Q = \iint_{S_1} |K_1| \cdot ds + \iint_{S_2} |K_2| \cdot ds = \pi^2 \left(1 + \frac{1}{4^{1/3}}\right) a^2 K_1 \quad (\text{III-53})$$

or  $V_h = \frac{4}{3} \pi b^3$  et  $B_{\max} = \frac{\mu_0}{2} K_1$  (III-54)

Avec les définitions des critères  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  données au paragraphe 1.3. de ce chapitre, nous obtenons finalement :

| Système à deux sphères imbriquées | $\alpha$ | $\beta$                                              | $\gamma$ |
|-----------------------------------|----------|------------------------------------------------------|----------|
| (idéal)                           | 0,5      | $\frac{2}{3^{2/3} \pi^{4/3} (1 + 2^{2/3})} = 0,0807$ | 0        |

Cette structure idéale de S.M.E.S. présente l'avantage principal de n'avoir aucun champ magnétique de fuite : critère  $\gamma$  optimal.

**2.2.2.2. Les systèmes n-toriques :**

Ces structures idéales de SMES ne procèdent pas des théorèmes développés au chapitre II mais de remarques faites sur la structure torique de bobinages supraconducteurs, solution très répandue pour le stockage magnétique d'énergie.

En effet, l'avantage principal d'utiliser un ensemble de bobines supraconductrices plates disposées dans l'espace de telle manière à reproduire un tore discret, réside dans la faible pollution électromagnétique générée autour du système.

Cependant un inconvénient important, est que la densité volumique d'énergie emmagasinée dans le système décroît en  $1/r^2$  avec la distance au centre du tore, ce qui nécessite un volume matériel important pour stocker un énergie donnée, comparativement à la solution solénoïdale.

Le principe des systèmes n-toriques est d'ajouter au sein du tore des bobines afin de compenser la décroissance du champ magnétique pour obtenir une densité d'énergie stockée dans le système aussi homogène que possible.

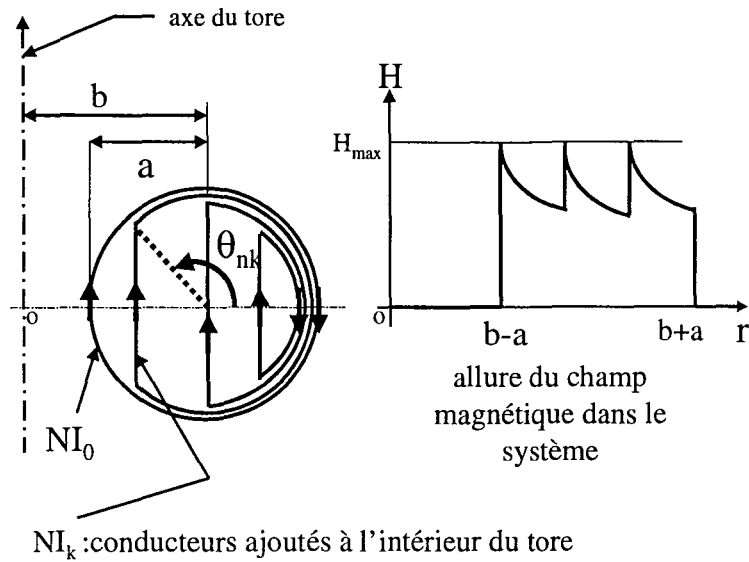


Fig. III.15. Vue en coupe du système n-torique idéal

On ajoute à l'intérieur de la bobine torique extérieure (section circulaire) d'autres bobines toriques dont la section a la forme d'un D plus ou moins ventru.

Ces bobines sont composées de  $N_k$  spires parcourues par un courant  $I_k$ ,  $N_k$  et  $I_k$  (noté  $NI_k$ ) étant déterminés de manière à assurer un champ magnétique le plus homogène possible dans le tore.

$\theta_{nk}$  et  $H_{\max}$  sont définis comme :

$$\theta_{nk} = \frac{k\pi}{n+1} \quad (1 \leq k \leq n) \quad \text{(III-55)}$$

où  $n$  représente le nombre de bobines toriques à section en « D » ajoutées à l'intérieur du système.

$$H_{\max} = \frac{NI_0}{2\pi(b-a)} \quad (b > a) \quad \text{(III-56)}$$

$NI_k$  est donc donné par :

$$\sum_{h=1}^k NI_h = NI_0 \left( \frac{b+a \cos \theta_{nn-k+1}}{b-a} - 1 \right) \quad \text{(III-57)}$$

Calculons maintenant les valeurs des critères  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  pour les systèmes n-toriques :

Le champ magnétique est nul hors du tore extérieur, le critère  $\gamma$  s'en déduit donc directement :  $\gamma = 0$ .

L'énergie emmagasinée dans la structure peut être déterminée de manière entièrement analytique, tout comme la quantité de matériau supraconducteur :

$$W_m(n) = \frac{\mu_0}{2\pi} (NI_0)^2 b \left( H(\theta_{nn}) + \frac{\pi}{2} (1 - \sqrt{1-x^2}) + \sum_{k=1}^{n-1} \left( \frac{1+x \cos \theta_{nn-k+1}}{1-x} \right)^2 (H(\theta_{nn-k}) - H(\theta_{nn-k+1})) \right. \\ \left. + \left( \frac{1+x \cos \theta_{n1}}{1-x} \right)^2 \left( \frac{\pi}{2} (1 - \sqrt{1-x^2}) - H(\theta_{n1}) \right) \right) \quad (\text{pour } n \geq 1) \quad (\text{III-58})$$

$$\text{où } x = \frac{a}{b} \quad (x < 1) \quad (\text{III-59})$$

$$\text{et } H(\theta) = x\sqrt{1-\cos^2 \theta} + \text{Arc sin}(\cos \theta) - \sqrt{1-x^2} \text{Arc tan} \frac{x + \cos \theta}{\sqrt{1-x^2} \sqrt{1-\cos^2 \theta}} \quad (\text{III-60})$$

$$Q(n) = 2NI_0 b x \left( \frac{\pi}{n+1} + \frac{1}{1-x} \sum_{k=1}^n \left( \frac{\pi}{n+1} (1+x \cos \theta_{nn-k+1}) + x(\cos \theta_{nn-k+1} - \cos \theta_{nn-k+2}) \sin \theta_{nn-k+1} \right) \right) \quad (\text{III-61})$$

$$B_{\max} = \mu_0 \frac{NI_0}{2\pi(b-a)} \quad (\text{III-62})$$

d'où finalement :

$$\alpha(n) = \frac{4(1-x)^2}{x(2+\pi x) + \frac{4}{3}x^3} \left( H(\theta_{nn}) + \frac{\pi}{2} (1 - \sqrt{1-x^2}) + \sum_{k=1}^{n-1} \left( \frac{1+x \cos \theta_{nn-k+1}}{1-x} \right)^2 (H(\theta_{nn-k}) - H(\theta_{nn-k+1})) \right. \\ \left. + \left( \frac{1+x \cos \theta_{n1}}{1-x} \right)^2 \left( \frac{\pi}{2} (1 - \sqrt{1-x^2}) - H(\theta_{n1}) \right) \right) \quad (\text{pour } n \geq 1) \quad (\text{III-63})$$

$$\beta(n) = \frac{(1-x)^{1/3}}{x} \frac{1}{2^{4/3} \pi^{1/3}} \left( H(\theta_{nn}) + \frac{\pi}{2} (1 - \sqrt{1-x^2}) + \sum_{k=1}^{n-1} \left( \frac{1+x \cos \theta_{nn-k+1}}{1-x} \right)^2 (H(\theta_{nn-k}) - H(\theta_{nn-k+1})) \right. \\ \left. + \left( \frac{1+x \cos \theta_{n1}}{1-x} \right)^2 \left( \frac{\pi}{2} (1 - \sqrt{1-x^2}) - H(\theta_{n1}) \right) \right)^{2/3} \left( \frac{\pi}{n+1} + \frac{1}{1-x} \sum_{k=1}^n \left( \frac{\pi}{n+1} (1+x \cos \theta_{nn-k+1}) + \right. \right. \\ \left. \left. x^2 \frac{\sin \theta_{nn-k+1}}{x} (\cos \theta_{nn-k+1} - \cos \theta_{nn-k+2}) \right) \right)^{-1} \quad (\text{pour } n \geq 1) \quad (\text{III-64})$$

Les valeurs des critères  $\alpha$  et  $\beta$  pour le système n-torique, en fonction du facteur géométrique n sont données par les figures suivantes :

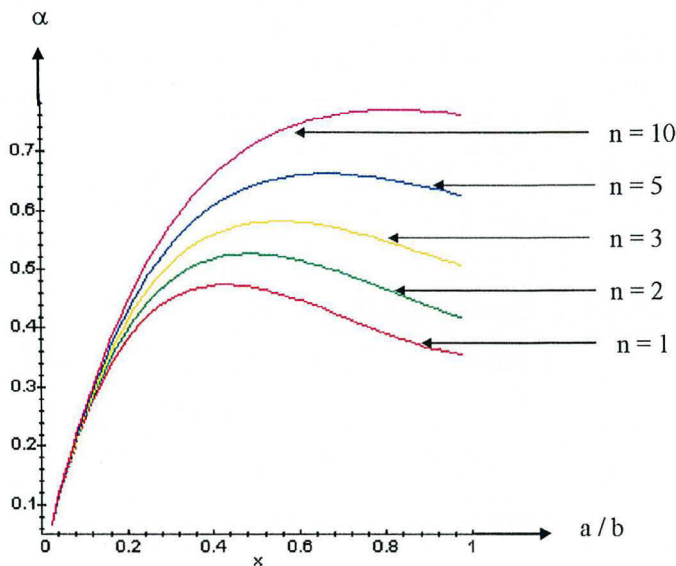


Fig. III. 16. Valeurs du critère  $\alpha$  pour le système n-torique

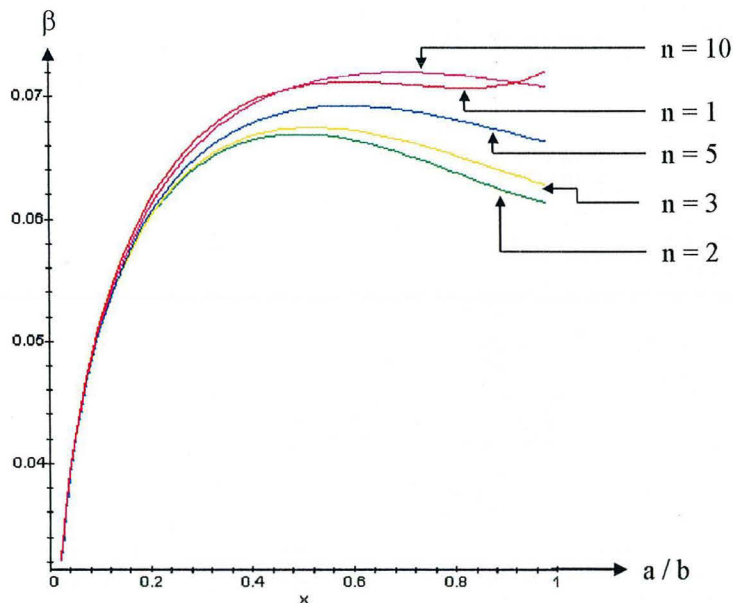


Fig. III. 17. Valeurs du critère  $\beta$  pour le système n-torique

Les valeurs maximales des critères  $\alpha$  et  $\beta$  sont répertoriées dans le tableau ci dessous :

| n  | $\alpha_{\max}$      | $\beta_{\max}$        |
|----|----------------------|-----------------------|
| 1  | 0,472 pour x = 0,428 | 0,0725 pour x = 1     |
| 2  | 0,525 pour x = 0,486 | 0,0669 pour x = 0,491 |
| 3  | 0,580 pour x = 0,554 | 0,0674 pour x = 0,520 |
| 5  | 0,661 pour x = 0,661 | 0,0692 pour x = 0,584 |
| 10 | 0,769 pour x = 0,822 | 0,0719 pour x = 0,695 |

(Pour le système de bobinage torique simple, sans conducteurs ajoutés,  $\alpha_{\max} = 0,313$  pour  $x = 0,257$  et  $\beta_{\max} = 0,0776$  pour  $x = 0,6$ ).

**2.2.2.3. Le tore plein :**

Lorsque, dans les systèmes n-torique, n (nombre de conducteurs ajoutés dans le corps du tore) tend vers l'infini, nous obtenons un système torique dans lequel l'induction est uniforme égale à  $B_{\max}$  à l'intérieur et nulle à l'extérieur : le tore plein.

De même, pour les systèmes n-polygones à sections de bobines circulaire, lorsque n (nombre de domaines du système) tend vers l'infini, on aboutit également au tore plein.

Le tore plein présente le double avantage de n'offrir aucune pollution électromagnétique (critère  $\gamma$  optimal) et un critère  $\alpha$  très proche de la valeur optimale  $\alpha = 1$ . Par contre, on a :

$$\vec{j} = \text{rot} \vec{H}_0 = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{r} \frac{\partial(rH_0)}{\partial r} & \frac{H_0}{r} \end{vmatrix} \quad \text{(III-65)}$$

où  $H_0$  est le champ uniforme à l'intérieur du tore.

Donc la densité de courant volumique dans le tore est nécessairement non nulle pour avoir un champ magnétique uniforme à l'intérieur du tore (et nul à l'extérieur).

**Critère  $\alpha$  pour le système tore plein :**

Comme l'induction est uniforme à l'intérieur du dispositif et égale à  $B_{\max}$ , le critère  $\alpha$  est donné directement par le rapport du volume réel du système sur son volume hors tout:

$$\alpha = \frac{2b\pi^2 a^2}{\pi ab(\pi a + 2b) + \frac{4}{3}\pi a^3} = \frac{2\pi x^2}{x(\pi x + 2) + \frac{4}{3}x^3} \quad \text{(III-66)}$$

où  $a$  est le rayon de la section du tore  
 $b$  le rayon moyen du tore  
 $x = a/b$

D'où :  $\alpha_{\max} = 0,97$  pour  $x=1$ .

Critère  $\beta$  pour le système tore plein :

L'énergie magnétique stockée par le système tore plein est donnée par :

$$W_m = \frac{B_{\max}}{2\mu_0} V_{\text{réel}} \quad (\text{III-67})$$

La quantité de matériau supraconducteur utilisé se calcule par :

$$Q = \iint_{S_s} |K| ds + \iiint_{V_s=V_{\text{réel}}} |J| dv = 2\pi^2 \frac{B_{\max}}{\mu_0} b^2 x(x+2) \quad (\text{III-68})$$

où  $J$  est donné par (III.-65)

D'où :

$$\beta = \frac{\pi^{-2/3} x^{1/3}}{2 x+2} \quad (\text{III-69})$$

On obtient :  $\beta_{\max} = 0,0777$  pour  $x=1$ .

**2.3. Tableau récapitulatif des valeurs des critères  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  pour toutes les configurations idéales de bobinages étudiées :**

Sont répertoriées dans le tableau ci-dessous, les valeurs optimales des différents critères de comparaison  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  de toutes les structures idéales de SMES étudiées :

| Structure idéale de S.M.E.S.                                    | $\alpha_{\max}$                                      | $\beta_{\max}$                                  | $\gamma_{\min}$          |
|-----------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|--------------------------|
| Solénoïde                                                       | 0,568<br>pour R/L = 0,56                             | 0,1383<br>pour R/L = 1,52                       | 0,0086<br>pour R/L > 0,1 |
| Tore                                                            | 0,313<br>pour a/b = 0,257                            | 0,0776<br>pour a/b = 0,6                        | 0                        |
| Système à domaines orthogonaux, section de bobines à forme de D | 1                                                    | $\beta_{\max} = 0,0678$<br>pour L/R = 0,46      | 0                        |
| Système à domaines orthogonaux, section de bobines circulaire   | $\alpha_{\max} = 0,97$<br>pour L = 0                 | $\beta_{\max} = 0,0717$<br>pour L = 0           | 0                        |
| Système n-polygone, section de bobines à forme de D             | 1                                                    | $\beta < 0,0729$<br>$\beta = 0,0673$ pour n = 4 | 0                        |
| Système n-polygone, section de bobines circulaire               | 0,97                                                 | $\beta < 0,0777$<br>$\beta = 0,0717$ pour n = 4 | 0                        |
| Système à deux sphères imbriquées                               | 0,5                                                  | 0,0807                                          | 0                        |
| Système n-torique<br>$1 \leq n \leq 10$                         | $\alpha_{\max} = 0,769$<br>pour n = 10 ; a/b = 0,822 | $\beta_{\max} = 0,0725$<br>pour n = 1 ; a/b = 1 | 0                        |
| Système tore plein                                              | $\alpha_{\max} = 0,97$<br>pour a/b = 1               | $\beta_{\max} = 0,0777$<br>pour a/b = 1         | 0                        |



## **2.4. Choix des structures idéales de S.M.E.S. les plus intéressantes, en vue de la modélisation numérique:**

Nous disposons donc des valeurs des facteurs géométriques ( $a/b$  pour les systèmes n-toriques,  $L/R$  pour les systèmes à domaines orthogonaux et  $n$  pour les systèmes n-polygones) garantissant des critères  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  optimaux pour les différentes configurations idéales de bobinages étudiées.

Après avoir optimisé au regard de nos critères de comparaison les différentes configurations idéales de bobinages, nous pouvons maintenant poursuivre dans notre méthodologie de résolution du problème inverse de synthèse de source.

Il s'agit d'identifier les structures idéales de S.M.E.S. les plus prometteuses et de les modéliser de manière plus précise, notamment en les discrétisant et en modélisant les conducteurs par des densités de courant cette fois ci volumiques. Ceci est effectué grâce au deux codes de calcul Effi et Roxie présentés au chapitre I.

Identifions tout d'abord les structures idéales de S.M.E.S. les plus intéressantes.

On constate tout d'abord, qu'hormis la structure solénoïdale, toutes les structures idéales ci dessus présentent un critère  $\gamma$  optimal ( $\gamma = 0$ ), elles ne génèrent donc aucune pollution électromagnétique de l'espace environnant. Le choix final de telle ou telle structure se fera donc en considérant uniquement les valeurs des deux autres critères  $\alpha$  et  $\beta$  et éventuellement sur des considérations de faisabilité technologique.

Le premier système retenu est le système à deux sphères imbriquées.

En effet, c'est celui qui présente le meilleur critère  $\beta$  ( $\beta = 0,0807$ ), pour un critère  $\alpha$  certes moyen mais acceptable comparé à celui par exemple du solénoïde ou du tore seul.

Le deuxième système retenu est le système n-polygone avec sections de bobines à forme de D et pour  $n = 4$ , qui correspond au système à domaines orthogonaux, sections de bobines à forme de D pour  $L = 0$ .

En effet, cette configuration particulière des bobinages présente un critère  $\alpha$  optimal ( $\alpha = 1$ ) pour un critère  $\beta$  relativement bon ( $\beta = 0,0673$ ).

Le système n-polygone avec sections de bobines circulaire pour  $n = 4$ , présente un meilleur critère  $\beta$  ( $\beta = 0,0717$ ), mais d'une part le critère  $\alpha$  est légèrement moins bon ( $\alpha = 0,97$ ). D'autre part du point de vue de la faisabilité technologique, cette structure nécessite soit un cryostat spécialement dessiné pour minimiser le volume à tenir à froid cryogénique, soit un cryostat à base circulaire suffisamment gros pour contenir la structure mais nécessitant une quantité de fluide cryogénique très importante.

Le système  $n=4$  -polygone à section de bobine à forme de D ayant une enveloppe cylindrique à base circulaire et pouvant donc se glisser dans un cryostat classique tout en minimisant le volume à mettre en froid, c'est ce système que nous retenons.

Le dernier système retenu est le système n-torique avec  $n = 1$ .

En effet ce système présente un bon critère  $\beta$  ( $\beta_{\max} = 0,0725$ ) et un critère  $\alpha$  sensiblement du même ordre que celui du système à deux sphères imbriquées ( $\alpha_{\max} = 0,472$ ).

On aurait pu choisir le système n-torique avec  $n = 10$ , celui ci présentant un critère  $\alpha$  nettement meilleur ( $\alpha_{\max} = 0,769$ ) pour un critère  $\beta$  sensiblement voisin ( $\beta_{\max} = 0,0719$ ).

Cependant là encore du point de vue faisabilité technologique, un tel système demanderait la réalisation d'un trop grand nombre de bobines.

Reste à choisir la valeur du facteur géométrique  $a/b$ , le système  $n=1$  -torique présentant des valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$  optimales pour deux valeurs de  $a/b$  différentes ( $\alpha_{\max} = 0,472$  pour  $a/b = 0,472$  et  $\beta_{\max} = 0,0725$  pour  $a/b = 1$ ).

Nous décidons de privilégier le critère  $\alpha$  qui est le plus faible déjà comparativement aux deux autres structures retenues et choisissons  $a/b = 0,43$  soit  $\alpha = 0,472$  et  $\beta = 0,0700$ , d'autant plus que le critère  $\beta$  n'est pas trop dégradé.

La deuxième étape de notre méthodologie de résolution du problème inverse de synthèse de source, ici appliquée au problème du stockage d'énergie par voie magnétique est donc terminée. Les trois structures idéales de S.M.E.S. retenues sont :

| Structure idéale                                              | $\alpha$ | $\beta$ | $\gamma$ |
|---------------------------------------------------------------|----------|---------|----------|
| Système à deux sphères imbriquées                             | 0,5      | 0,0807  | 0        |
| Système n-polygone, sections de bobines à forme de D, $n = 4$ | 1        | 0,0673  | 0        |
| Système n-torique, $n = 1$ , $a/b = 0,43$                     | 0,472    | 0,0700  | 0        |

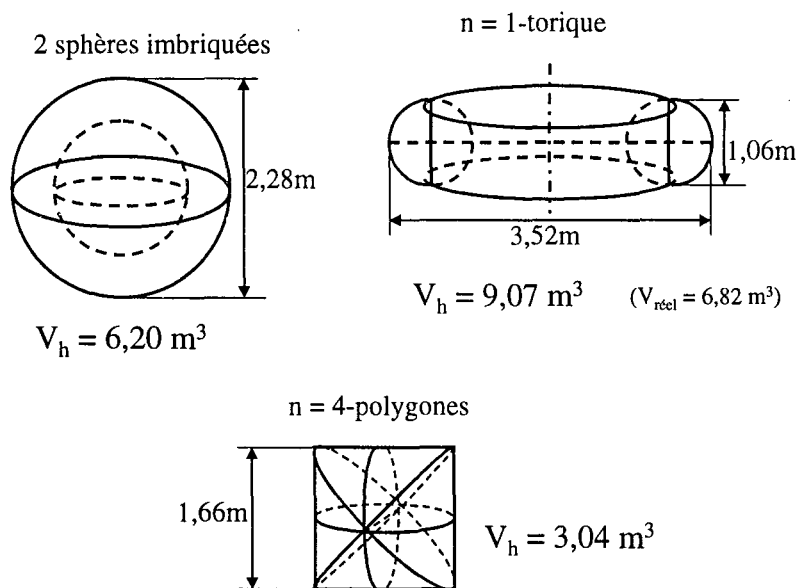


Fig. III. 18. Volumes hors tout comparés des trois structures de S.M.E.S. retenues pour une énergie stockée de 20 MJ ( $B = 4 \text{ T}$ ,  $J = 84 \text{ A/mm}^2$ )

Trois configurations idéales de bobinages de S.M.E.S. ont été retenues. Il s'agit maintenant de passer à la troisième étape de notre méthodologie de résolution du problème inverse de synthèse de source, appliquée ici au problème du stockage magnétique d'énergie. Cette étape consiste d'abord en une modélisation plus réaliste des solutions envisagées, les conducteurs étant modélisés par des densités de courants volumiques, d'après les caractéristiques de matériaux supraconducteurs réels. Cette modélisation numérique a pour but tout d'abord de vérifier les propriétés des structures de S.M.E.S. envisagés, un processus d'optimisation pourra ensuite être conduit afin de proposer une structure finale des différents dispositifs.

### 3. Modélisation numérique des structures idéales de S.M.E.S. retenues :

Les trois structures de S.M.E.S. retenues sont le système n-polygones avec  $n = 4$ , le système à deux sphères imbriquées et le système n-torique avec  $n = 1$ .

#### 3.1. Energie magnétique stockée, matériau supraconducteur utilisé :

Ce travail a été réalisé dans le cadre d'un contrat de recherche avec E.D.F., l'objectif étant le dimensionnement et la modélisation de structures de S.M.E.S. capables de stocker une énergie de 20 MJ sous forme magnétique [III-9].

Le matériau supraconducteur utilisé est un ruban supraconducteur H.T.C., développé par Alcatel, fonctionnant à une température de 20 K (ce qui nécessite un réfrigérateur à vapeur d'hélium et non un bain d'hélium liquide, solution plus onéreuse).

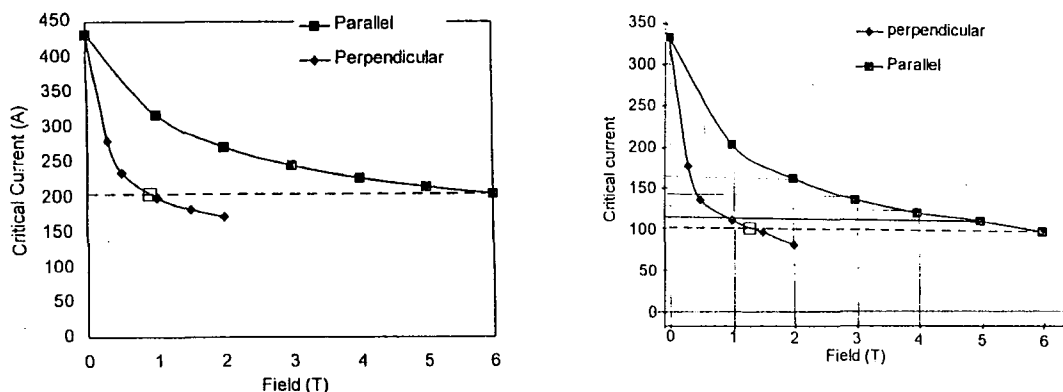


Fig. III. 19. Caractéristique  $I_c(B)$  du supraconducteur à 4K et 20K

Les dimensions caractéristiques du ruban supraconducteur sont les suivantes :

Section du ruban :  $S = 3,6(0,28+0,15) = 1,548 \text{ mm}^2$   
 (0,15 mm représente l'épaisseur de l'isolant).

Rayon de courbure minimal du ruban :  $R_c = 1,5 \text{ cm}$

On choisit de faire travailler le supraconducteur à un courant  $I = 130 \text{ A}$ , ce qui correspond à une densité de courant apparente de  $84 \text{ A/mm}^2$  dans le ruban et devrait assurer une induction de l'ordre de  $4 \text{ T}$  dans les systèmes.

### **3.2. Dimensionnement des structures :**

Nous utilisons ici les expressions liant l'énergie magnétique stockée aux dimensions géométriques et aux densité superficielles de courant pour les trois configurations idéales de bobinages retenues.

Nous en déduisons ainsi, en croisant avec la valeur du courant dans le ruban ( $I = 130 \text{ A}$ ) et ses dimensions, ainsi qu'avec la quantité d'énergie stockée, les dimensions caractéristiques des structures.

Système n-polygone avec  $n = 4$  :

Les expressions (III-41) et (III-43) donnent :

$$W_m = \frac{8}{3} \mu_0 K^2 R^3 \quad \text{(III-70)}$$

$$B_m = \mu_0 K \quad \text{(III-71)}$$

où  $R$  est défini sur la figure III. 11.

$K$  est la densité superficielle de la structure idéale ( $\text{A/m}$ )

l'épaisseur de bobinage est déterminée par (on néglige le foisonnement):

$$e = \frac{KS}{I} \quad \text{(III-72)}$$

où  $S$  est la section du ruban supraconducteur

$I$  le courant le parcourant

Pour  $W_m = 20 \text{ MJ}$  et  $B_m = 4 \text{ T}$  on obtient :

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \mathbf{0,83 \text{ m}} \\ \mathbf{e} &= \mathbf{3,79 \text{ cm}} \end{aligned} \quad \text{(III-73)}$$

Système à deux sphères imbriquées :

De (III-51), (III-52) et (III-71) on déduit avec  $W_m = 20 \text{ MJ}$  et  $B_m = 4 \text{ T}$  :

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_1 &= \mathbf{0,72 \text{ m}} \\ \mathbf{R}_2 &= \mathbf{1,14 \text{ m}} \\ \mathbf{e}_{1\max} &= \mathbf{7,58 \text{ cm}} \\ \mathbf{e}_{2\max} &= \mathbf{1,89 \text{ cm}} \end{aligned} \quad \text{(III-74)}$$

où  $R_1$  et  $R_2$  sont les rayons des sphères intérieures et extérieures (Fig. III. 14)

Les rayons  $R_1$  et  $R_2$  vérifient bien sûr les conditions (III-49) et (III-50) assurant un champ magnétique de fuite nul, et une induction constante sur la sphère intérieure.

Les épaisseurs de bobinages sont données en valeur maximales car, les densités superficielles de courant équivalentes, dans la structure idéale, varient de manière sinusoïdale sur le contour des sphères intérieures et extérieures.

Système n-torique avec  $n = 1$  :

Les expressions (III-58) et (III-62) donnent avec  $W_m = 20$  MJ et  $B_m = 4$  T :

$$\begin{aligned} a &= 0,53 \text{ m} \\ b &= 1,23 \text{ m} \\ NI_0 &= 14,085524 \cdot 10^6 \text{ A} \end{aligned} \tag{III-75}$$

où  $a$  et  $b$  sont définis sur la figure III.15. et vérifient  $a/b = 0,43$ .

Les dimensions caractéristiques des trois systèmes étant maintenant déterminées, nous pouvons passer à la discrétisation proprement dite de ces trois structures en vue de la simulation numérique de leur comportement.

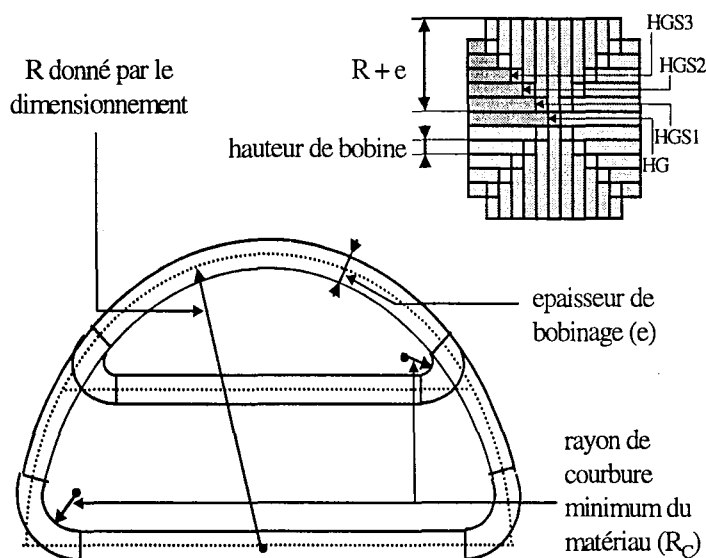
**3.3. Discrétisation des structures :**

La simulation numérique du comportement des trois systèmes est effectuée à l'aide du code de calcul EFFI (voir Chapitre II, § 2.3.1.).

Les bobines doivent être modélisées par la juxtaposition ou la mise en série d'éléments conducteurs droits ou circulaires de sections rectangulaires et portant une densité volumique de courant uniforme sur la section.

**3.3.1. Discrétisation du système n-polygones, avec  $n = 4$  :**

La structure idéale du système n-polygones avec  $n = 4$  (Fig. III. 11.) est approchée par un assemblage de bobines plates de section rectangulaire et à forme de « D » :



*Fig. III. 20. Modélisation des bobines à forme de « D » du système n-polygones ( $n=4$ )*

La valeur du rayon principal  $R$  est donné par le dimensionnement :  $R = 0,83$  m.

L'épaisseur de bobinage est :  $e = 3,79$  cm.

La hauteur de chaque bobine est alors choisie arbitrairement pour obtenir un nombre total de 44 bobines, soit une hauteur de 15,16 cm.

Pour chaque bobine la forme en "D" est approché par la juxtaposition d'un élément conducteur droit et de trois éléments circulaires raccordés tangentiellement de telle manière que les deux profils soient le plus proche possible.

Pour cela, le rayon de courbure des deux plus petits arcs est en fait le rayon de courbure minimum du matériau supraconducteur soit 1,5 cm.

La densité volumique de courant est de  $84 \text{ A/mm}^2$  dans chaque bobine.

### 3.3.2. Discrétisation du système à deux sphères imbriquées :

Chacune des deux sphères du système est modélisée par un empilement de bobines plates circulaires à section rectangulaire dont le rayon suit une variation sinusoïdale :

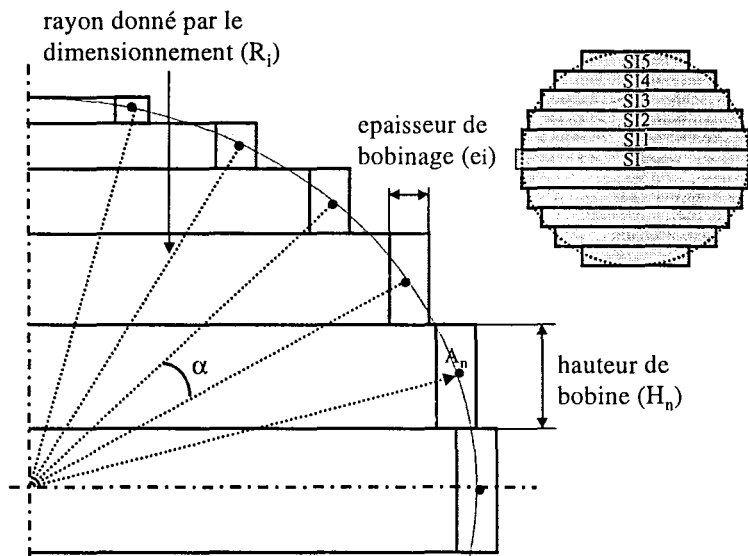


Fig. III. 21. Modélisation du bobinage du système à deux sphères

Seule la sphère intérieure est représentée sur cette figure, mais la sphère extérieure est générée selon les mêmes principes.

Contrairement au cas précédent, la densité superficielle de courant équivalente n'est pas constante sur le pourtour de la sphère (variation sinusoïdale).

Nous avons choisi d'empiler les bobines les unes sur les autres, ce qui dès lors que le rayon de la sphère est donné ( $R_i$  : donné par le dimensionnement), détermine exactement la hauteur  $H_n$  de chaque bobine.

En effet, les centres  $A_n$  des sections des bobines sont repartis régulièrement sur le contour circulaire selon un angle  $\alpha$  ( $\alpha = 15^\circ$  pour la sphère intérieure,  $9^\circ$  pour la sphère extérieure).

La sphère intérieure comporte ainsi 11 bobines et la sphère extérieure 19.

On choisit ensuite la répartition des courants dans chaque bobine de telle manière que :

$$I_n = I_0 \cdot \sin \alpha_n \quad (\text{III-76})$$

où  $I_0$  représente le courant total dans la bobine centrale.

On identifie la somme des courants dans la sphère au courant total de la distribution superficielle soit:

$$\sum_{i=-N}^{i=N} I_n = \int_0^\pi R.K.\sin\theta.d\theta = 2K.R \quad (\text{III-77})$$

Compte tenu de (III-52),  $I_0$  est donc parfaitement déterminé.

Pour des raisons de plus grande faisabilité technologique on choisit la même densité volumique de courant pour toutes les bobines :  $J = 84 \text{ A/mm}^2$ .

Hauteur, courant total et densité volumique de courant étant fixés, on en déduit directement l'épaisseur de bobinage ; celle-ci est quasiment identique pour toutes les bobines de chaque sphère (7,58 cm pour la sphère intérieure et 3,89 cm pour la sphère extérieure) ce qui est normal puisque la hauteur des bobines suit une variation quasiment sinusoïdale.

### 3.3.3. Discrétisation du système n-torique, avec $n = 1$ :

Ce travail de modélisation numérique a été réalisé en grande partie par D. Trassart lors d'un projet de D.E.A. au sein du laboratoire [III-8].

Le système n-torique avec  $n = 1$  est modélisé par la mise en série de 8 bobines circulaires plates et 8 bobines plates à forme de « D », à sections de bobinage rectangulaires, et disposées de manière à former un tore discret :

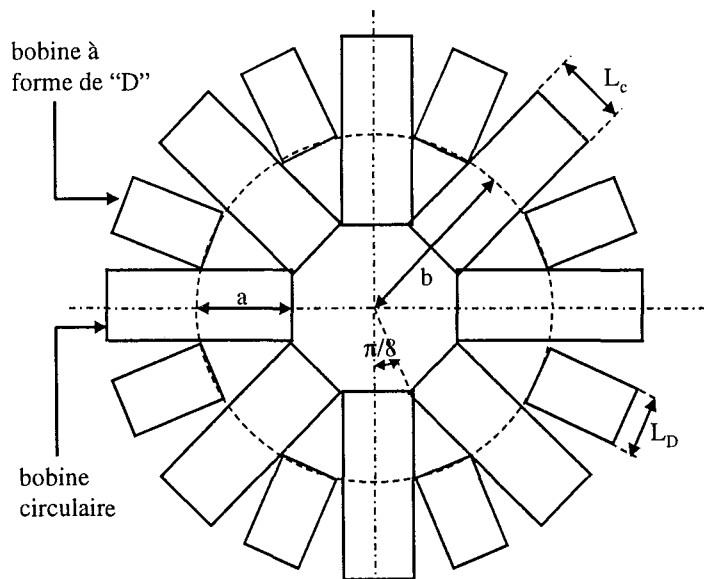


Fig. III. 22. Modélisation du bobinage du système n-torique,  $n = 1$

Les bobines à forme en « D » sont définies, de la même manière que pour le système n-polygones, par le raccordement de trois éléments conducteurs circulaires et un élément conducteur droit.

Le rayon de courbure des coudes du « D » est le rayon minimum de courbure du matériau supraconducteur :  $R_c = 1,5 \text{ cm}$ .

Nous avons choisi  $N = 8$ , ce qui couplé à (III-75) et (III-57) détermine les valeurs de  $I_0$  et  $I_1$ , courants circulants dans les bobines circulaires et à forme de « D ».

On a d'autre part :

$$I_0 = J \cdot L_c \cdot e_c \tag{III-78}$$

$$I_1 = J \cdot L_D \cdot e_D \tag{III-79}$$

où  $J$  est la densité volumique de courant parcourant les bobines :  $J = 84 \text{ A/mm}^2$   
 $L_c$  et  $L_D$  représentent les largeurs des bobines circulaires et à forme de « D »  
 $e_c$  et  $e_D$  sont les épaisseurs de bobinages des bobines circulaires et à forme de « D »

De la figure III. 22., on tire les relations géométriques suivantes :

$$\tan \frac{\pi}{8} = \frac{L_c/2}{(b-a) - e_c/2} = \frac{L_D/2}{b - \frac{b-a}{\cos \pi/8}} \tag{III-80}$$

On obtient finalement :

$$L_c = 0,568 \text{ m}$$

$$e_c = 3,69 \text{ cm}$$

$$L_D = 0,392 \text{ m}$$

$$e_D = 4,03 \text{ cm} \tag{III-81}$$

### **3.4. Résultats de simulation :**

Les trois systèmes ayant été discrétisés, leur comportement est maintenant simulé avec le code de calcul EFFI.

#### **3.4.1. Energie magnétique stockée:**

Le code de calcul EFFI donne la matrice inductance du système de bobine simulé.

Les inductance obtenues sont celles des systèmes de bobinages simulés mais où les bobines sont considérées comme étant faites d'un seul conducteur. Chaque bobine étant en réalité constituée de milliers de spires (leur nombre s'obtient en divisant la section totale du bobinage par la section  $S$  du ruban supraconducteur), il convient de pondérer chaque terme de la matrice inductance par le carré du nombre de spires pour les inductances propres et par le produit des nombres de spires des bobines considérées pour les inductance mutuelles.

L'énergie magnétique stockée dans le système est ensuite obtenue comme le demi produit de l'inductance totale équivalente du système par le carré du courant circulant dans chaque ruban ( $I = 130 \text{ A}$ ).

On obtient alors :

|                                   | Inductance équivalente totale (H) | Energie stockée (MJ) |
|-----------------------------------|-----------------------------------|----------------------|
| Système n-polygones, n = 4        | <b>1973,46</b>                    | <b>16,676</b>        |
| Système à deux sphères imbriquées | <b>2115,95</b>                    | <b>17,880</b>        |
| Système n-torique, n = 1          | <b>2298</b>                       | <b>19,418</b>        |



On constate que l'énergie stockée par les différents systèmes est inférieure à 20 MJ, de :

- 16,6 % pour le système n-polygones,  $n = 4$
- 10,6 % pour le système à deux sphères imbriquées
- 2,9 % pour le système n-torique,  $n = 1$

Le passage de configurations idéales à des structures réelles avec courants volumiques explique cette différence, le dimensionnement ayant été fait pour les structures idéales, la discrétisation induit nécessairement une baisse de performance.

L'énergie stockée variant comme le cube des rayons principaux pour le système n-polygones et le système à deux sphères, afin d'ajuster la quantité d'énergie stockée sur la valeur de 20 MJ, on peut augmenter les dimensions caractéristiques des systèmes :

- $R = 0,88$  m pour le système  $n = 4$  -polygone (au lieu de 0,83 m)
- $R_1 = 0,745$  m pour le système à deux sphères (au lieu de 0,72 m, le rapport  $R_1/R_2$  étant maintenu constant)

### 3.4.2. Valeurs des critères $\alpha$ , $\beta$ et $\gamma$ :

Le code de calcul EFFI donne les valeurs d'induction maximales atteintes dans les structures :

- $B_{max} = 4,71$  T pour le système n-polygones,  $n = 4$
- $B_{max} = 5,25$  T pour le système à deux sphères imbriquées
- $B_{max} = 5$  T pour le système n-torique,  $n = 1$

Ces inductions maximales sont largement supérieures à 4 T, pour un dimensionnement en vue d'une réalisation effective de ces systèmes, il convient donc de prendre une marge de sécurité importante sur le point de fonctionnement du ruban supraconducteur.

D'autre part, une étude approfondie de l'influence de la méthode de discrétisation des systèmes sur les valeurs d'induction maximales obtenues reste à conduire afin d'identifier des systèmes discrets assurant la minimisation de ces champs magnétique de pic.

Les volumes hors tout de chaque systèmes sont calculés avec les même expressions que pour les systèmes idéaux en ajoutant simplement aux rayons les épaisseurs de bobinage.

La quotité de matériau supraconducteur Q est donnée par le produit de  $J = 84$  A/mm<sup>2</sup> par le volume de conducteur, calculé aisément comme le volume de portions de tore à section rectangulaire ou de parallélépipèdes rectangles.

Nous pouvons ainsi déterminer, pour chacune des structures, les valeurs des trois critères de comparaison  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$ , définis par (III-1), (III-7) et (III-11) :

|                                      | Critère $\alpha$        | Critère $\beta$           | Critère $\gamma$      |
|--------------------------------------|-------------------------|---------------------------|-----------------------|
| Système n-polygones,<br>$n = 4$      | <b>0,683</b><br>(1)     | <b>0,0621</b><br>(0,0673) | <b>0,00483</b><br>(0) |
| Système à deux<br>sphères imbriquées | <b>0,321</b><br>(0,5)   | <b>0,0681</b><br>(0,0807) | <b>0,00012</b><br>(0) |
| Système n-torique,<br>$n = 1$        | <b>0,213</b><br>(0,472) | <b>0,0747</b><br>(0,07)   | <b>0,0054</b><br>(0)  |

(sont rappelées entre parenthèses les valeurs des critères pour les mêmes structures mais idéales)

On constate tout d'abord que d'une manière générale les valeurs des critères sont dégradées par rapport aux valeurs obtenues avec les structures idéales.

L'exception est toutefois le système n-torique,  $n = 1$ , qui présente une valeur de  $\beta$  pour le système discrétisé supérieure à celle du système idéal. Ceci s'explique principalement par le fait que la quantité de matériau supraconducteur est plus faible pour le système discret, en effet il n'y a que 8 + 8 bobines plates dans le système discret, alors que dans le système idéal, toute la surface du tore est bobinée.

Le système n-polygone,  $n = 4$ , présente un critère  $\alpha$  respectivement environ deux fois et trois fois plus grand que le système à deux sphères et le système n-torique,  $n = 1$ . Cette configuration de bobinage présente donc la meilleure compacité à énergie magnétique stockée identique.

Les valeurs du critère  $\beta$  sont sensiblement du même ordre pour les systèmes  $n = 4$ -polygones et à deux sphères imbriquées mais inférieurs à la valeur donnée pour le système  $n = 1$ -torique qui présente donc la meilleure efficacité d'utilisation du matériau supraconducteur.

Les valeurs de critères  $\gamma$ , caractérisant la pollution électromagnétique, obtenues sont du même ordre pour les systèmes  $n = 1$ -torique et  $n = 4$ -polygones et environ quarante fois plus faible pour le système à deux sphères qui est de loin le moins polluant du point de vue électromagnétique.

Par comparaison un prototype de tore discret (6 bobines plates) stockant 1 MJ construit à l'Université de Munich donne un critère  $\gamma = 0,0035$  [III-1].

Les structures proposées présentent donc un critère  $\gamma$  du même ordre ou encore inférieur à celui d'une structure torique, structure réputée la plus faiblement polluante parmi les différentes structures de SMES réalisés à l'heure actuelle.

### 3.4.3. Distributions spatiales d'induction magnétiques dans les trois systèmes :

#### 3.4.3.1. Système n-polygones, $n = 4$ :

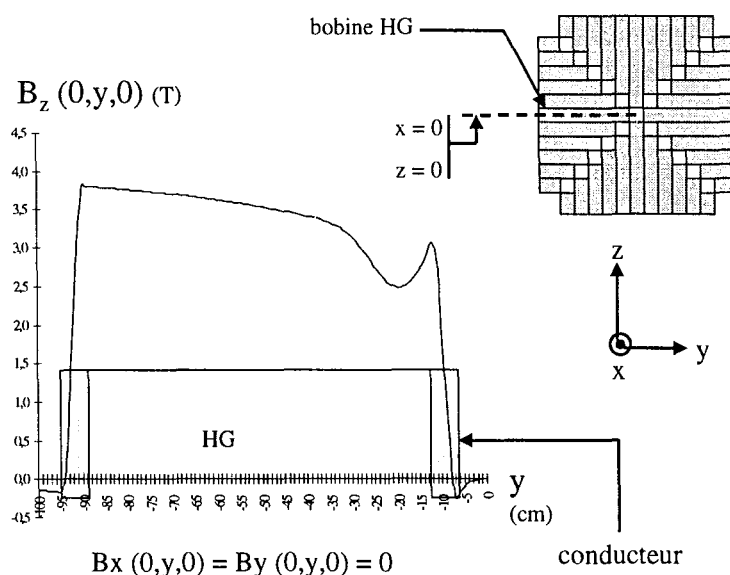


Fig. III. 23. Induction dans le système n-polygones,  $n = 4$   
( $x = z = 0$ )

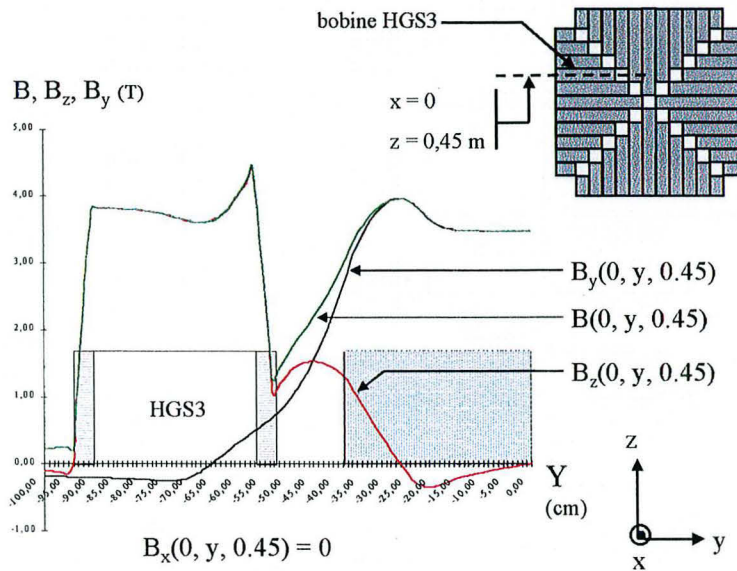


Fig. III. 24. Induction dans le système  $n$ -polygones,  $n = 4$  ( $x = 0, z = 0,45 \text{ m}$ )

On constate que l'induction est relativement uniforme et dirigée suivant l'axe ( $Oz$ ) autour de 4 T à l'intérieur des bobines HG et HGS3 ce qui correspond bien à la distribution théorique d'induction dans la structure.

La rotation de la direction de l'induction (qui passe d'une direction ( $Oz$ ) à une direction ( $Oy$ ) se fait pour l'essentiel dans l'espace vide entre les bobines horizontales et celles disposées perpendiculairement.

L'induction magnétique est donc quasiment uniforme dans les quatre domaines de la structure hormis dans les zones où l'induction commence à changer de direction (cette perturbation est d'autant plus grande que la bobine est étroite mais reste cependant faible quel que soit la bobine considérée).

### 3.4.3.2. Système à deux sphères imbriquées :

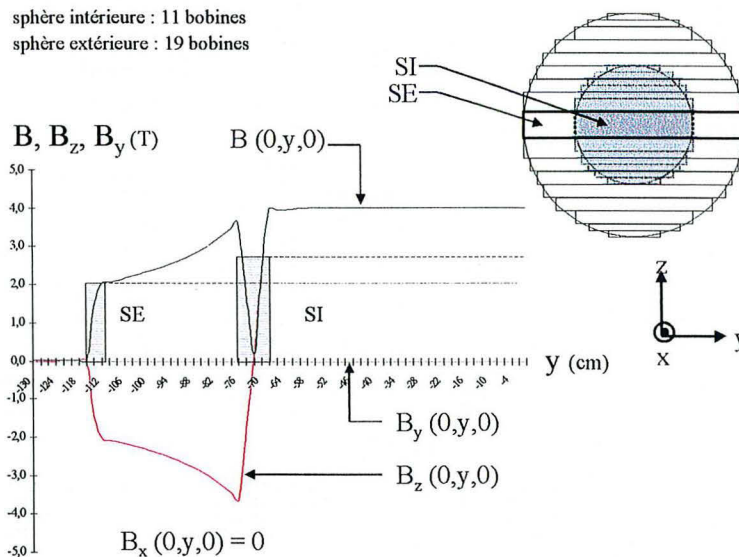


Fig. III. 25. Induction dans le système à deux sphères ( $x = z = 0$ )

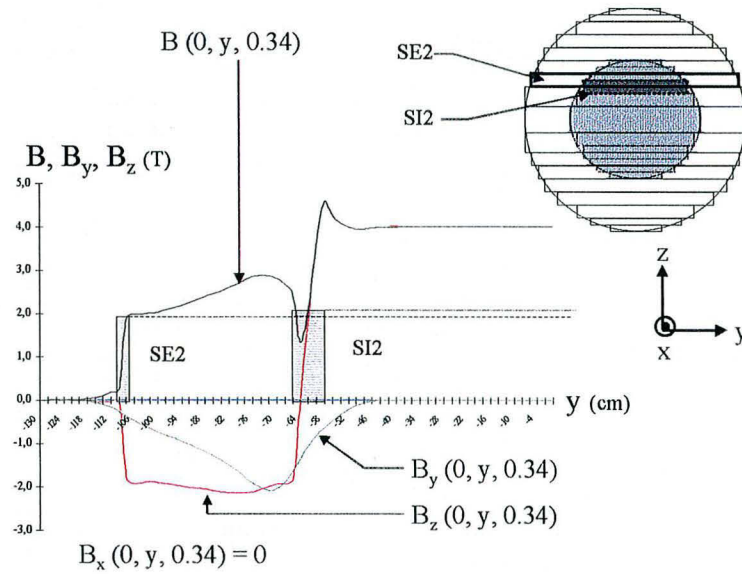


Fig. III. 26. Induction dans le système à deux sphères ( $x = 0, z = 0,34 \text{ m}$ )

On observe que l'induction est quasiment uniforme, dirigée suivant (Oz), dans la sphère intérieure, ce qui correspond à la distribution spatiale d'induction donnée pour le système à deux sphères idéal.

La valeur de l'induction dans la sphère intérieure ( $B = 4 \text{ T}$ ) coïncide bien avec celle prévue lors du dimensionnement.

**3.4.3.3. Système n-torique,  $n = 1$  :**

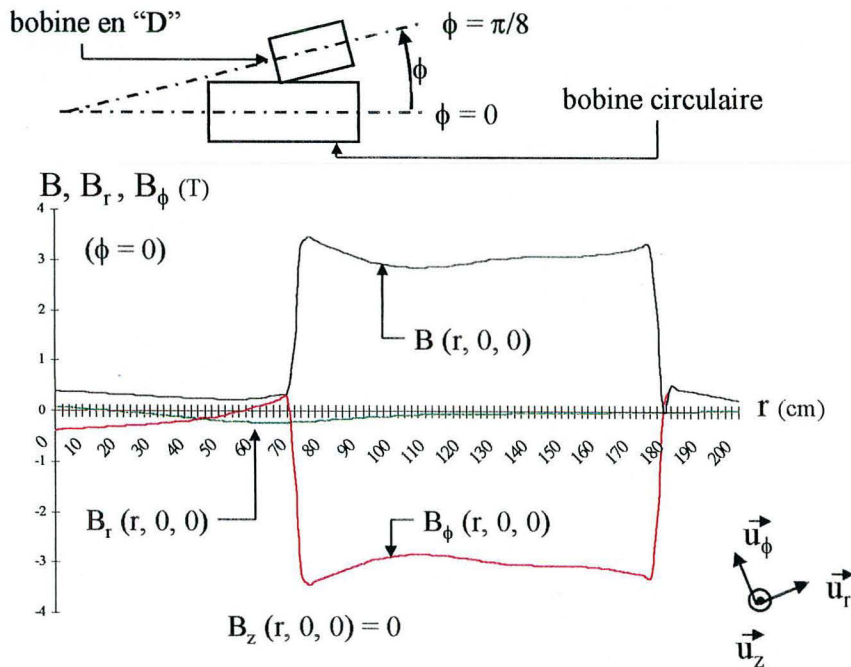


Fig. III. 27. Induction dans le système n-torique,  $n = 1$  ( $\phi = 0, z = 0$ )

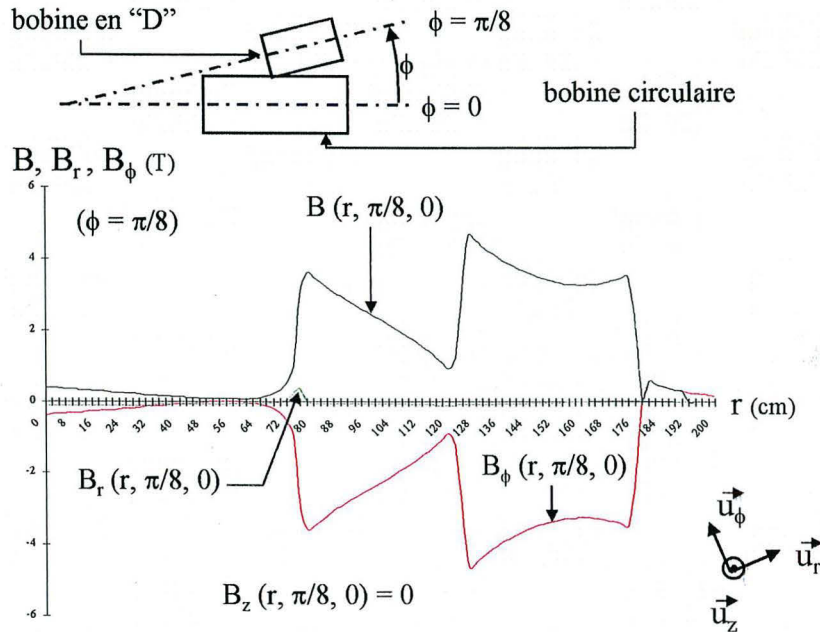


Fig. III. 28. Induction dans le système  $n$ -torique,  $n = 1$  ( $\phi = \pi/8, z = 0$ )

On constate qu'à l'intérieur des bobines circulaires l'induction est relativement homogène autour de 3 T ce qui était l'objectif recherché en ajoutant des bobines à forme de « D » dans la structure.

L'induction dans la structure est presque parfaitement orthoradiale (la composante  $B_r$  est négligeable devant  $B_\phi$ ), ce qui correspond bien à la distribution d'induction donnée par la structure idéale.

#### 3.4.4. Induction transverse dans les conducteurs :

L'anisotropie des propriétés de transports des rubans supraconducteurs HTC est un aspect à prendre en compte lors de la conception de systèmes utilisant de tels conducteurs.

La présence d'une composante transverse (perpendiculaire au plan (ab) voir Chapitre I, § 2.1.4.) de l'induction magnétique dans le supraconducteur dégrade en effet les performances en terme de densité de courant critique : Fig. III. 19.

Nous présentons donc ci-après la visualisation des composantes transverse et parallèles de l'induction dans les rubans supraconducteurs, pour le système  $n = 4$ -polygones et le système à deux sphères imbriquées.

**3.4.4.1. Système n-polygone, n = 4 :**

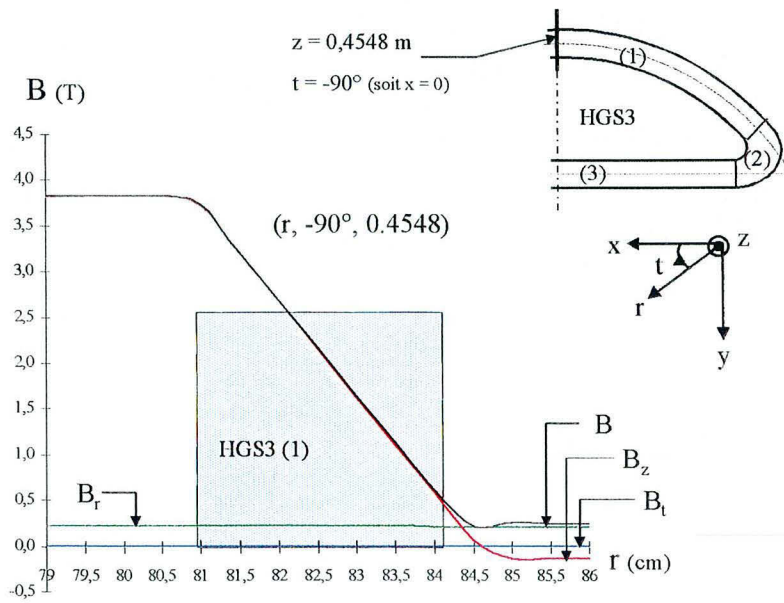


Fig. III. 29. Induction dans le supraconducteur, bobine HGS3, partie 1

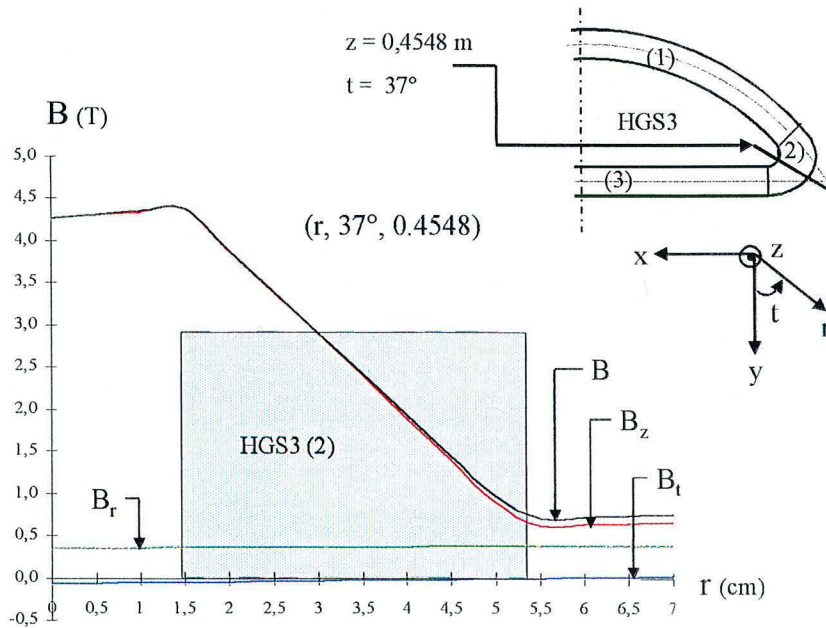


Fig. III. 30. Induction dans le supraconducteur, bobine HGS3, partie 2

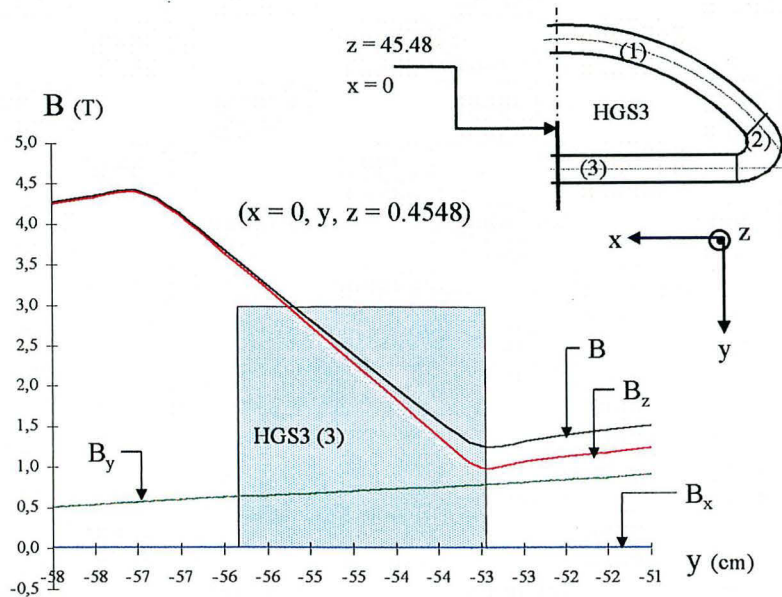


Fig. III. 31. Induction dans le supraconducteur, bobine HGS3, partie 3

On constate que l'induction dans le supraconducteur est dirigée principalement selon l'axe (Oz) et décroît linéairement de la face intérieure de la bobine vers la face extérieure.

Les bobines présentant la plus grande induction transverse sont les bobines les plus proches des « coins » de la structure  $n = 4$ -polygones. La partie de la bobine où l'induction transverse est la plus importante est la partie droite du « D » ou partie (3) (Fig. III. 31.)

Pour la partie (3) de la bobine HGS3, on observe une induction transverse (composante  $B_y$ ) égale à 15% de la composante parallèle ( $B_z$ ) pour une induction de l'ordre de 3,5 T ce qui est une valeur acceptable (Fig. III. 31).

On atteint par contre sur la face externe de la bobine une induction transverse égale à 80% de la composante parallèle mais pour un niveau d'induction inférieure à 1 T.

L'induction transverse dans le supraconducteur est donc importante seulement dans les zones de faible induction dans le ruban supraconducteur, elle ne devrait donc pas dégrader les performances en terme de transport de courant de celui-ci.

La discrétisation du système  $n = 4$ -polygones idéal en un assemblage de bobines plates disposées selon une structure en escalier comme nous l'avons fait (Fig. III. 20), semble donc être un moyen efficace de maintenir un niveau d'induction transverse dans les rubans supraconducteurs suffisamment faible pour ne pas en dégrader les performances.

Ceci rejoint en particulier les conclusions de travaux sur la conception d'aimants utilisant des rubans HTC effectués au Département d'Ingénierie Electrique de l'Université de Hiroshima par S. Nogushi [III-12].

**3.4.4.2. Système à deux sphères imbriquées :**

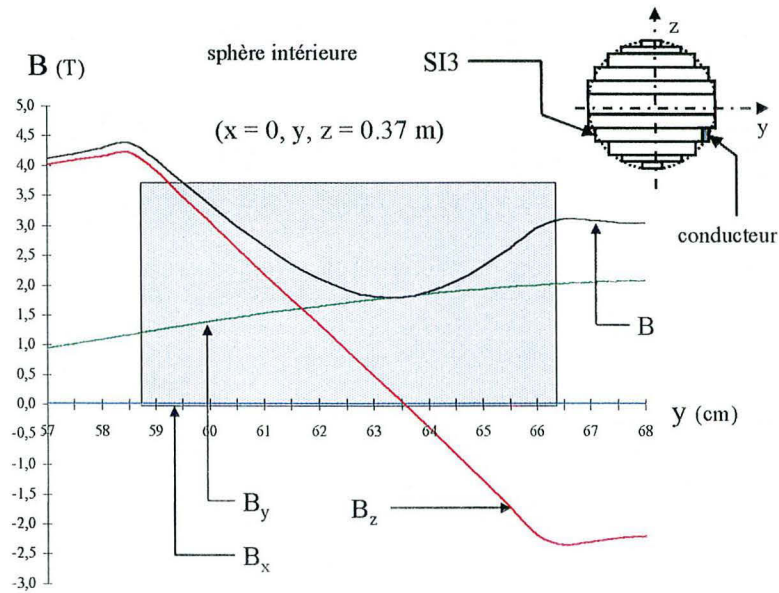


Fig. III. 32. Induction dans le supraconducteur, bobine SI3

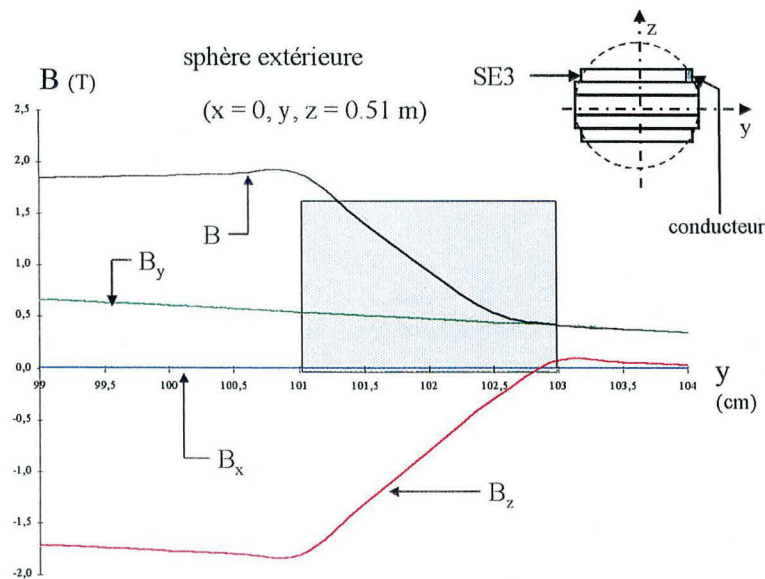


Fig. III. 33. Induction dans le supraconducteur, bobine SE3

Les bobines présentant les plus grandes contraintes en terme d'induction transverse sont les bobines de la sphère intérieure où l'induction est la plus forte (de l'ordre de 4 T en valeur maximale sur l'ensemble des bobines de la sphère intérieure contre 2 T pour celles de la sphère extérieure).

La composante transverse de l'induction dans le supraconducteur atteint 30 % de la composante parallèle sur la face interne de la bobine SI3 de la sphère intérieure, pour une induction de 4,2 T (Fig. III. 32).

Dans le milieu du ruban, l'induction est purement transverse avec une valeur de 1,8 T.



On obtient également une induction purement transverse sur la face extérieure du ruban supraconducteur de la bobine SE3 de la sphère extérieure mais pour un niveau d'induction de l'ordre de 0,5 T.

Ceci est dû à la configuration même du système qui impose un retournement complet du sens de l'induction entre l'intérieur de la sphère interne et l'espace libre entre les deux sphères.

La configuration des bobinages supraconducteur du système à deux sphères imbriquées induit donc de fortes composantes transverses de l'induction dans les rubans supraconducteurs de la sphère intérieure. Ceci risque de dégrader notablement les performances du ruban en terme de transport de courant dans ces bobines.

Le code de calcul EFFI permet également le calcul des forces mécaniques dans les bobinages supraconducteurs. Les forces sur les conducteurs des trois structures : système  $n = 4$ -polygone, système à deux sphères imbriquées et système  $n = 1$ -torique sont présentées en Annexe 4.

### **3.5. Conclusion sur la modélisation numérique des systèmes :**

La simulation numérique du comportement des systèmes  $n = 4$ -polygones, à deux sphères imbriquées et  $n = 1$ -torique confirme les performances attendues avec les systèmes idéaux.

Aux erreurs dues à la discrétisation près, les trois systèmes stockent une énergie magnétique voisine de 20 MJ.

Les distributions spatiales d'induction dans les structures sont en particulier conformes aux prédictions :

- induction pratiquement uniforme dans chacun des quatre domaines du système  $n$ -polygones,  $n = 4$ .
- induction uniforme dans la sphère intérieure du système à deux sphères
- induction pratiquement uniforme et orthoradiale dans le plan des bobines circulaires du système  $n$ -torique,  $n = 1$ .

Nous avons vérifié l'importance de la composante transverse de l'induction magnétique dans les rubans supraconducteurs. Elle demeure à un niveau acceptable pour le système  $n = 4$ -polygones mais est plus critique pour le système à deux sphères.

Enfin les contraintes mécaniques maximales sur les conducteurs sont du même ordre de grandeurs pour les trois systèmes : respectivement  $1,3 \cdot 10^5$ ,  $2,1 \cdot 10^5$  et  $4,04 \cdot 10^5$  N pour le système  $n = 4$ -polygone, le système à deux sphères et le système  $n = 1$ -torique. Ce qui sont des valeurs réalistes du point de vue de la faisabilité technologique.

La structure  $n = 4$ -polygones présente les meilleures performances en terme de compacité à énergie stockée donnée ( $\alpha = 0,683$ ), l'induction magnétique de pic la plus faible (4,71 T) et le plus faible niveau de contrainte mécanique sur le conducteur ( $1,3 \cdot 10^5$  N). Elle présente de plus

un niveau de pollution magnétique très acceptable ( $\gamma = 0,00483$ ) pour un critère  $\beta$  (efficacité de l'utilisation du supraconducteur) proche de celui des deux autres systèmes.

Un processus d'optimisation des performances des trois systèmes simulés peut ensuite être conduit afin d'en accroître encore les performances.

Les objectifs pourraient en être la minimisation de la composante transverse de l'induction dans les conducteurs, la minimisation de la pollution électromagnétique générée.

Les paramètres d'optimisation sont nombreux, parmi eux on peut citer : la position relative des bobines, l'intensité des courants dans les rubans supraconducteurs, le niveau de discrétisation (on peut par exemple étudier l'influence de l'augmentation du nombre de bobines formant les différentes structures)...

### **Conclusion du chapitre III :**

*Nous avons dans ce chapitre appliqué notre méthodologie de résolution du problème inverse de synthèse de source en magnétostatique présentée au chapitre II.*

*Cette méthode nous a permis de construire plusieurs structures idéales de bobinages de SMES innovantes susceptibles de proposer des solutions intéressantes pour le stockage magnétique d'énergie.*

*Elle a également autorisé la formalisation de la conception de ces structures et de celles étudiées par M. Takorabet dans des recherches antérieures menées au G.R.E.E.N.*

*Les différentes configurations idéales de bobinages ont été classées selon leurs performances respectives au regard de trois critères de comparaison que nous avons établi.*

*Une modélisation numérique plus réaliste des systèmes les plus pertinents, utilisant des courant désormais volumiques, a ensuite permis de vérifier que les propriétés des structures idéales se sont transmises aux structures discrètes.*

*La configuration de bobinage du système n-polygones,  $n = 4$ , semble être en particulier une solution potentiellement prometteuse pour le stockage d'énergie par voie magnétique, notamment lorsque la compacité du système et la pollution électromagnétique générée sont des aspects essentiels à garantir.*

*Cette structure semble de plus bien adaptée à l'utilisation de rubans supraconducteurs HTC (faible induction transverse dans les conducteurs). L'utilisation de supraconducteurs HTC pour le stockage magnétique étant un champ de recherche très actif à l'heure actuelle, cette solution peut être une piste à explorer.*

*Une phase ultérieure d'optimisation numérique des ces configurations est susceptible d'en accroître encore les performances.*

*De même, des études complémentaires, tant techniques qu'économiques seront nécessaires pour définir avec précision l'intérêt final de ces structures.*

*Nous espérons cependant, au travers de ce travail, avoir contribué à l'élaboration de nouvelles formes de bobines supraconductrices destinées au stockage magnétique d'énergie, voie encore alternative à l'heure actuelle mais peut être incontournable dans un avenir proche.*



## QUATRIEME CHAPITRE

# DISPOSITIFS SUPRACONDUCTEURS GENERANT UN ENVIRONNEMENT DE MICRO- GRAVITE

*Ce quatrième chapitre aborde le problème de la génération d'environnement de micro-gravité. Là encore nous appliquons notre méthode de résolution du problème inverse de synthèse de source afin de concevoir de nouvelles configurations de bobinages supraconducteurs destinées à la lévitation diamagnétique.*

*Sont exposés tout d'abord la problématique particulière à la génération d'environnement de micro-gravité puis ensuite les différents dispositifs existant à ce jour. Les troisième et quatrième partie de ce chapitre consistent en l'application proprement dite de la méthode exposée au chapitre II : en premier lieu sont étudiées différentes configurations idéales de bobinages susceptibles de répondre aux objectifs, ensuite les structures idéales les plus potentiellement intéressantes sont simulées et optimisées numériquement.*

*Cette thématique de recherche a été initiée par Antoine Dael lors du stage de D.E.A. de Lionel Quettier au département S.T.C.M. du CEA Saclay, en 2000. La thématique a aussi été abordé au sein d'un groupe de travail informel animé par le STCM (A. Dael) depuis le 19/07/2000.*

*Plusieurs des travaux présentés dans ce chapitre, notamment les simulations numériques avec le code de calcul Roxie, sont d'ailleurs issus d'une collaboration étroite avec L. Quettier qui poursuit actuellement une thèse au G.R.E.E.N. sur cette problématique.*



*La première partie de ce chapitre expose tout d'abord la problématique particulière inhérente à la génération d'environnement de micro-gravité en utilisant des forces magnétiques. Sont ensuite présentés les objectifs que l'on cherche à atteindre dans la conception, du point de vue « magnétique », de structures de bobinages supraconducteurs pour la lévitation diamagnétique : condition d'équilibre, stabilité de l'équilibre.*

## **1. PROBLEMATIQUE :**

E. Beaugnon et R. Tournier ont été parmi les premiers à démontrer expérimentalement qu'il était possible, grâce à l'utilisation de matériaux supraconducteurs, d'obtenir la lévitation de diverses substances diamagnétiques (eau, alcool, bois ...) en compensant la gravité par des forces magnétiques [IV-1].

Ces travaux ont trouvé de nombreuses applications dans plusieurs domaines tels que l'élaboration de matériaux sans contact, la cristallogénèse ... (voir chapitre I).

### **1.1. Condition de lévitation :**

Si on introduit un corps isotrope linéaire de perméabilité magnétique  $\mu$  dans une induction magnétique  $\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}_0$  (les sources de  $\vec{H}_0$  sont en dehors du corps), celui-ci s'aimante et acquiert un moment magnétique volumique :

$$\vec{M} = \left( \frac{1}{\mu_0} - \frac{1}{\mu} \right) \vec{B} = \chi \vec{H} . \quad (\text{IV-1})$$

où  $\chi$  est la susceptibilité magnétique de la substance.

Pour une substance dia- ou paramagnétique, la densité volumique de force qui lui est appliquée est :

$$\vec{f} = \frac{1}{2} (\mu - \mu_0) \text{grad}(\vec{H}^2) = \frac{\mu_0}{2} \chi \text{grad}(\vec{H}^2) \quad (\text{IV-2})$$

Or pour les substances dia- ou paramagnétiques,  $\mu$  est très peu différent de  $\mu_0$  :  $\chi$  est de l'ordre de  $-10^{-6}$  (dia-) à  $10^{-3}$  (para-). On peut donc considérer que  $\vec{H}$  est peu différent de  $\vec{H}_0$  produit par les sources.

Si le volume de la substance est suffisamment petit (c'est à dire si  $\text{grad}(\vec{H}_0^2)$  ne varie que très peu dans ce volume), alors la force magnétique agissant sur la substance est :

$$\vec{F} = \frac{\mu_0}{2} \chi V \text{grad}(\vec{H}_0^2) \quad (\text{IV-3})$$

où  $V$  est le volume du corps.

La condition d'équilibre ou condition de lévitation s'écrit donc, pour une substance diamagnétique (nous ne nous intéressons pas à la lévitation de substances paramagnétiques, celle-ci étant par nature instable) :

$$\text{grad}H_0^2 = -2 \frac{\rho g}{|\chi| \mu_0} \quad (\text{IV-4})$$

où  $\rho$  est la masse volumique de la substance  
 $g$  est l'accélération de la pesanteur ( $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ )

## **1.2. Stabilité de l'équilibre :**

Pour obtenir la lévitation d'une substance diamagnétique, il convient de s'assurer de la stabilité de l'équilibre.

Une condition suffisante pour cela est la position d'équilibre corresponde à un minimum de l'énergie totale  $E$  de la substance considérée.

### **1.2.1. Cas de la symétrie de révolution autour d'un axe z [IV-2]:**

Pour un objet lévitant placé sur l'axe de symétrie d'un système de bobinage invariant par rotation (par exemple un solénoïde), l'énergie totale  $E$  de l'objet est donnée par :

$$E(x, y, z) = mgz + \frac{|\chi|}{2\mu_0} B^2(x, y, z) \quad (\text{IV-5})$$

La condition de stabilité de la position d'équilibre *pour un objet vérifiant (IV-4)* se traduit par :

$$\partial_x^2 E > 0 \quad \partial_y^2 E > 0 \quad \partial_z^2 E > 0 \quad (\text{IV-6})$$

soit :

$$\partial_x^2 B^2 > 0 \quad \partial_y^2 B^2 > 0 \quad : \text{stabilité horizontale} \quad (\text{IV-7})$$

$$\partial_z^2 B^2 > 0 \quad : \text{stabilité verticale} \quad (\text{IV-8})$$

A cause de la symétrie de révolution, les deux conditions (IV-7) sont équivalentes.

Nous allons maintenant exprimer les deux équations de stabilité horizontale et verticale en terme de conditions reliant la valeur de l'induction magnétique et ses dérivées sur l'axe de rotation.



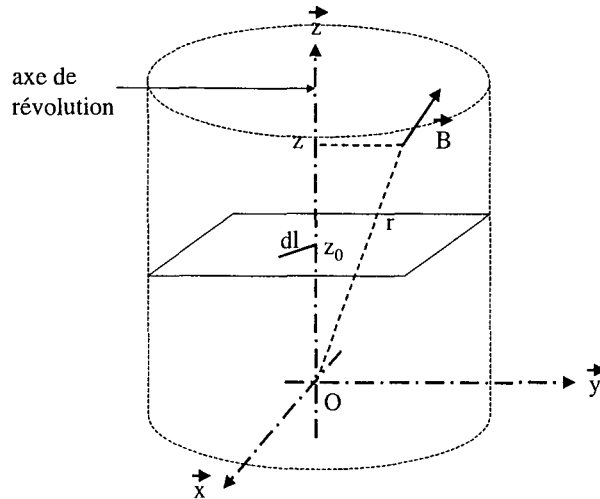


Fig. IV.1.

Comme  $\text{rot}\vec{B} = \vec{0}$  et  $\mu = \mu_0$  dans le domaine considéré, on peut introduire le potentiel scalaire  $\phi$ :

$$\vec{B} = \text{grad}\phi \quad (\text{IV-9})$$

Notons ses dérivées sur l'axe par :

$$\phi_n = \partial_z^n \phi(0,0,z) \quad (\text{IV-10})$$

Le potentiel scalaire  $\phi$  vérifiant l'équation de Laplace, et en raison de la symétrie de révolution autour de l'axe z, on a :

$$\partial_x^2 \phi(0,0,z) = \partial_y^2 \phi(0,0,z) = -\frac{1}{2} \phi_2(z) \quad (\text{IV-11})$$

Pour un petit déplacement  $dl$  à  $z = z_0$  fixé, le potentiel scalaire  $\phi$  peut donc s'écrire au premier ordre [IV-2]:

$$\phi(r) = \phi_0(z) - \frac{1}{4}(x^2 + y^2)\phi_2(z) + \dots \quad (\text{IV-12})$$

Les conditions de stabilité verticale et horizontale (IV-7) et (IV-8) peuvent ainsi s'exprimer en terme de  $\phi_n(z)$  et donc en terme d'induction sur l'axe z :

$$B'^2(z) + B(z)B''(z) > 0 \quad \text{stabilité verticale} \quad (\text{IV-13})$$

$$B'^2(z) - 2B(z)B''(z) > 0 \quad \text{stabilité horizontale} \quad (\text{IV-14})$$

où  $B(z) = B(0,0,z)$  et  $B'(z) = \frac{dB(z)}{dz}$

### 1.2.2. Cas de systèmes invariants par translation selon l'axe z :

On considère ici des systèmes invariants par translation selon l'axe z et de plus admettant le plan  $x = 0$  comme plan de symétrie (Fig IV.2.).

Pour que l'équilibre soit stable, l'objet lévitant vérifiant la condition d'équilibre doit être à un minimum de son énergie totale E où :

$$E(x, y) = mgy + \frac{|\chi|}{2\mu_0} B^2(x, y) \tag{IV-15}$$

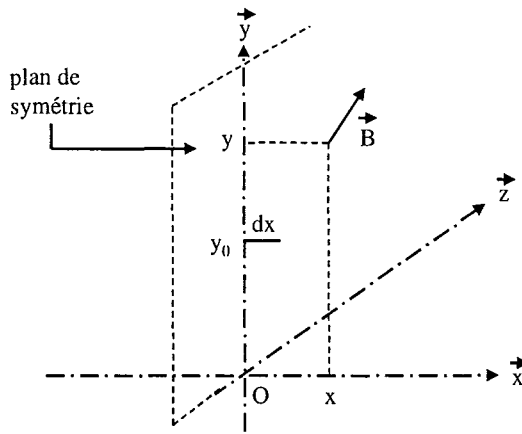
Les conditions de stabilité s'écrivent de la même manière :

$$\partial_x^2 E > 0 \quad \partial_y^2 E > 0 \tag{IV-16}$$

soit :

$$\partial_x^2 B^2 > 0 \quad : \text{ stabilité horizontale} \tag{IV-17}$$

$$\partial_y^2 B^2 > 0 \quad : \text{ stabilité verticale} \tag{IV-18}$$



*Fig. IV.2.*

En appliquant la même méthode que précédemment (on considère un déplacement dx à  $y = y_0$  fixé après avoir introduit le potentiel scalaire  $\phi$ ) les conditions de stabilité (IV-17) et (IV-18) peuvent s'exprimer en terme d'induction B et de ses dérivées sur le plan  $x = 0$  soit:

$$B^2(y) + B(y)B''(y) > 0 \quad \text{stabilité verticale} \tag{IV-19}$$

$$B^2(y) - B(y)B''(y) > 0 \quad \text{stabilité horizontale} \tag{IV-20}$$

### **1.3. Objectifs de conception:**

Lorsque l'on cherche à faire léviter une substance diamagnétique donnée, l'objectif à atteindre est double :

- D'une part il s'agit de générer localement un gradient de  $B^2$  suffisamment grand pour satisfaire la condition de lévitation.
- D'autre part il s'agit d'obtenir un gradient de  $B^2$  aussi uniforme que possible dans la plus grande zone possible. Cette zone est en effet la zone de travail, plus elle est grande plus le volume de la substance à léviter pourra l'être.

La tolérance sur l'uniformité du gradient de  $B^2$  va dépendre de l'application considérée, mais est en général autour de quelques pourcents, deux exemples en sont donnés ci-dessous :

**1.3.1. La lévitation de l'eau :**

Lorsqu'on cherche à faire léviter de l'eau, la condition d'équilibre (IV-4) nous donne la valeur de  $\text{grad}B^2$  à atteindre :

$$\text{grad}B^2 = 2800 \text{ T}^2/\text{m} \tag{IV-21}$$

Avec  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$   
 $\chi = -8,8 \cdot 10^{-6}$

Un raisonnement d'analyse dimensionnelle dû à L. Quettier (communication personnelle) permet de donner à priori une indication sur la valeur de tolérance à respecter sur l'uniformité du champ de force magnétique, en fonction du volume d'eau que l'on souhaite faire léviter.

En effet l'uniformité du champ de force magnétique doit être suffisante dans la zone de travail (définie comme le volume d'eau lévitant) pour permettre au volume d'eau de garder une certaine cohésion.

Si on choisit comme contrainte que le volume d'eau qui lévite doit garder une forme quasi-sphérique, il faut alors que les forces de tensions superficielles à la surface de la goutte d'eau soient prépondérantes par rapport aux forces de gravité résiduelles générées par la non-uniformité du champ de force magnétique.

Ceci correspond à :

$$B_0 < 1 \tag{IV-22}$$

où  $B_0$  est le nombre de Bond défini comme  $B_0 = \frac{\varepsilon \rho g L_0^2}{\gamma}$  [IV-3] (IV-23)

- Avec  $\gamma$  : coefficient de tension superficielle ( $\gamma = 0,0728 \text{ N/m}$  pour l'eau)
- $g$  : accélération de la pesanteur
- $L_0$  : diamètre de la goutte d'eau sphérique
- $\varepsilon$  : paramètre adimensionnel rendant compte de l'effet de micro-gravité ( $\varepsilon = 1$  gravité normale,  $\varepsilon = 0$  apesanteur)

$L_0$  correspond également à la dimension caractéristique de la zone de travail ou zone de lévitation.

La tolérance sur l'uniformité du champ de force magnétique en fonction de la taille de la zone utile est donc donnée par la figure suivante :

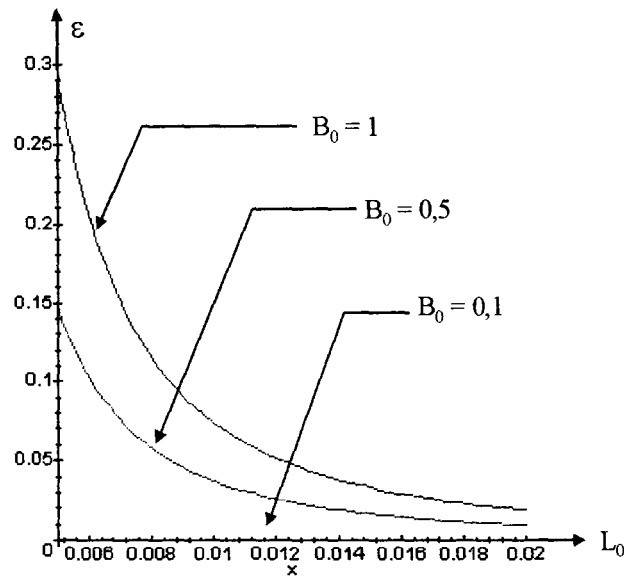


Fig. IV.3. Pourcentage d'uniformité du champ de force en fonction de la taille de zone utile

Pour un diamètre de zone utile de 1 cm, il faut un champ de force magnétique uniforme à environ 3,5 % près dans toute la zone utile pour que la goutte d'eau garde une forme quasi sphérique ( $B_0 = 0,5$ ).

### 1.3.2. La cristallogenèse :

L'analyse 3-D de la structure de protéines par diffractions aux rayons X nécessite des protéines ayant une structure cristalline très pure. Un des moyens de parvenir à cet objectif est de faire croître les protéines dans une solution (généralement aqueuse) en environnement de micro-gravité [IV-4].

En effet l'atténuation de la gravité par des forces magnétiques permet de diminuer notablement la convection naturelle dans la cellule [IV-5], induite par le dégagement de chaleur de la réaction de cristallisation (réaction exothermique), et responsable de la dégradation de la qualité de la structure des cristaux protéiniques.

On cherche dans cette application à atteindre une uniformité de 1% sur la composante de la force magnétique directement opposée à la force de gravité et 2% d'uniformité sur les autres composantes et cela dans une zone la plus grande possible.

L'utilisation de la micro-gravité en cristallogenèse est actuellement un thème de recherche à très forte activité, les phénomènes de convection naturelle au sein des solutions contenant les souches de protéines font notamment l'objet de nombreux travaux de recherche [IV-6][IV-7].

Quelque soit l'application envisagée, il apparaît donc que la création d'environnement de micro-gravité doit répondre à deux objectifs distincts :

- d'une part atteindre la condition d'équilibre (IV-4), la valeur de  $\text{grad}(B^2)$  à atteindre dépendant de la substance à faire léviter.
- d'autre part atteindre dans une zone aussi large que possible (qui sera la zone de travail) un certain pourcentage d'uniformité sur la distribution spatiale de la force magnétique définie par (IV-3). La précision sur l'uniformité dépend ici encore de l'application envisagée.

Ceci est clairement un problème inverse de synthèse de source : trouver une distribution de courant créant dans une région donnée une distribution spatiale d'induction vérifiant les propriétés ci dessus.

*Après avoir présenté la problématique générale de la création d'environnement de micro-gravité, ainsi que les objectifs à atteindre, nous allons maintenant aborder les différentes solutions envisagées et existantes à ce jour pour atteindre ces objectifs.*

## **2. Dispositifs existants pour la création d'environnement de micro-gravité :**

Les premières expériences de lévitation de substances diamagnétiques diverses grâce à des forces magnétiques furent réalisées en 1991 par E. Beaugnon et R. Tournier au Laboratoire des Champs Magnétiques Intenses à Grenoble [IV-1].

Ils utilisèrent pour cela la bobine solénoïdale hybride du L.C.M.I. capable de produire en son centre une induction atteignant 30 T et obtinrent la lévitation de l'eau, de l'éthanol, du graphite ...

Ils ouvrirent par là la voie à de nombreux travaux de recherche tant sur les moyens d'obtenir la lévitation diamagnétique que sur les différentes applications de celle-ci.

Tous les systèmes actuels générant un environnement de micro-gravité par voie magnétique utilisent le même principe et nécessitent l'emploi de matériaux supraconducteurs.

En effet, la faiblesse des susceptibilités magnétiques des substances diamagnétiques nécessite un très fort gradient de la densité d'énergie magnétique pour obtenir la lévitation :

*Quelques gradients de densité d'énergie magnétique nécessaires à la lévitation de certains corps diamagnétiques :*

| Composant | GradB <sup>2</sup> (T <sup>2</sup> /m) |
|-----------|----------------------------------------|
| Bismuth   | 1462                                   |
| Phosphore | 2278                                   |
| Antimoine | 2410                                   |
| Eau (1°C) | 2796                                   |
| Hélium    | 3884                                   |
| Etain     | 6184                                   |
| Argent    | 10842                                  |
| Zinc      | 14008                                  |
| Cuivre    | 22812                                  |

La force magnétique devant s'opposer au poids de chaque corps, ces gradients sont bien évidemment proportionnels au rapport  $\frac{\rho}{\chi}$  de chaque corps (où  $\rho$  est la masse volumique du corps considéré et  $\chi$  sa susceptibilité magnétique).

Ces fortes intensités d'induction magnétique et de gradient de l'induction magnétique ne sont pas raisonnablement accessibles avec des conducteurs classiques et nécessitent l'emploi de bobines supraconductrices.

Pour obtenir une distribution spatiale d'induction permettant la lévitation de corps diamagnétiques, on utilise une propriété particulière de la distribution d'induction magnétique générée par une bobine solénoïdale sur son axe.

L'induction magnétique obéissant à  $\text{div}\vec{B}=0$ , juste en dessous du haut de la bobine, sur l'axe de celle-ci, existe une petite zone dans laquelle les lignes d'induction divergent et où le champ de force magnétique est relativement uniforme.

Au vu des niveaux d'induction nécessaires, c'est tout d'abord dans les laboratoires de champs magnétiques intenses que se sont développées les premières expériences de lévitation diamagnétique, en utilisant les bobines solénoïdales destinées initialement à la production de fortes inductions.

Ce n'est que récemment que des études ont porté sur les possibilités d'optimiser pour la lévitation ces bobines supraconductrices solénoïdales.

Cependant actuellement le principe en est toujours l'utilisation de la zone naturelle de la distribution d'induction d'une bobine solénoïdale où le champ de force magnétique est uniforme.

## 2.1. Le solénoïde :

Tous les dispositifs utilisés actuellement pour générer un environnement de micro-gravité, de la même manière que E. Beaugnon et R. Tournier l'ont fait, utilisent les propriétés particulières du profil de l'induction sur l'axe d'une bobine solénoïdale que nous allons préciser maintenant :

L'induction magnétique sur l'axe d'un solénoïde épais de longueur finie est donnée de manière entièrement analytique par [IV-8] :

$$B_z(z) = \frac{\mu_0 J}{4} \left( (z+c) \ln \frac{(1+\sin \beta_1)(1-\sin \alpha_1)}{(1-\sin \beta_1)(1+\sin \alpha_1)} + \varepsilon |z-c| \ln \frac{(1+\sin \beta_2)(1-\sin \alpha_2)}{(1-\sin \beta_2)(1+\sin \alpha_2)} \right) \quad (\text{IV-24})$$

où  $\varepsilon = +1$  pour  $|z| < c$  et  $\varepsilon = -1$  pour  $|z| > c$

J représente la densité de courant supposée uniforme dans le bobinage du solénoïde  
 $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, c$  sont définis sur la figure IV.4. ci-dessous :

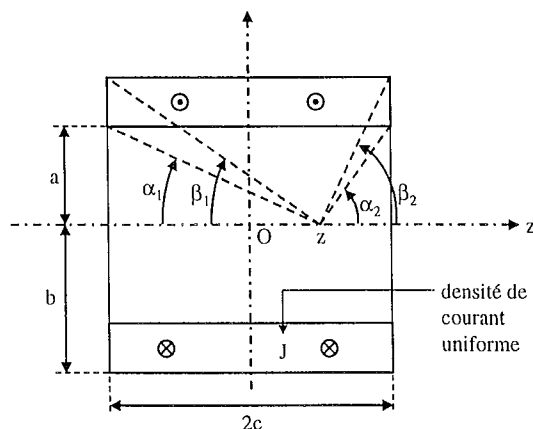


Fig. IV.5. Solénoïde épais de longueur finie

Il est alors possible de calculer le gradient de  $B^2$  sur l'axe de ce solénoïde ainsi que les deux conditions de stabilité horizontale et verticale définies par (IV-13) et (IV-14).

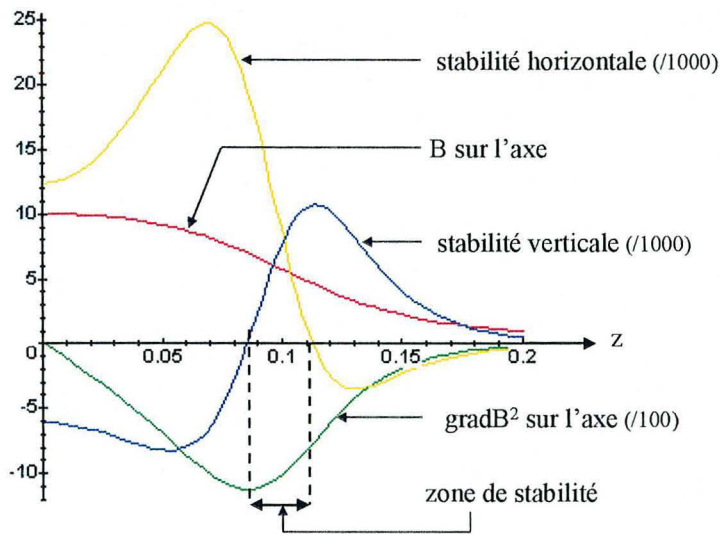


Fig. IV.6. Allure de  $B(z)$ ,  $\text{grad}B^2(z)$  et des conditions de stabilité pour un solénoïde de hauteur  $2c = 20$  cm, de rayon interne  $a = 9$  cm, de rayon externe  $b = 18,4$  cm, de densité de courant dans le bobinage  $J = 102,4$  A/mm<sup>2</sup> produisant au centre une induction de 10 T.

Il existe une zone située à la limite supérieure du solénoïde dans laquelle les deux conditions de stabilité horizontale et verticale sont vérifiées et au voisinage de laquelle le gradient de l'induction magnétique au carré atteint son minimum.

Il est donc possible de définir au sein de cette zone de stabilité une zone de travail de quelques millimètres à l'intérieur de laquelle le gradient de  $B^2$  est relativement uniforme (voisinage du minimum). En ajustant la valeur du courant dans la bobine pour atteindre le niveau de force magnétique désiré, on peut ainsi obtenir la lévitation de diverses substances diamagnétiques.

Etant donné les niveaux d'induction magnétique nécessaire pour pouvoir faire léviter des substances diamagnétiques grâce au champ de force produit par un solénoïde, les expériences en micro-gravité furent menées tout d'abord au sein des laboratoires de champs magnétiques intenses, seuls à posséder des aimants supraconducteurs, résistifs ou hybrides suffisamment puissants.

On peut citer le L.C.M.I. à Grenoble, le National High Magnetic Field Laboratory à Tallahassee, USA ; le High Field Magnet Laboratory à Nijmegen, Hollande, le Tsukuba Magnet Laboratory au Japon ....

Des chercheurs du Nijmegen High Field Magnet Laboratory, en utilisant la bobine Bitter de leur laboratoire, parvinrent par exemple à faire léviter une petite grenouille placée dans un faible volume d'eau (quelques millimètres de diamètre)[IV-2]. L'induction magnétique au centre de la bobine est de l'ordre de 16T pour obtenir un gradient de  $B^2$  suffisant pour faire léviter de l'eau. (la bobine consomme alors 4 MW).



Des aimants furent ensuite conçus et optimisés spécialement pour la création d'environnement de micro-gravité.

Cependant le principe de fonctionnement repose toujours sur l'utilisation de la zone naturelle de force magnétique maximale et relativement uniforme au sortir d'un solénoïde.

Le principal objectif est ici, d'abord d'obtenir des champs de force magnétique importants, mais surtout de générer des champs de force uniformes dans une zone (qui sera alors la zone de travail) beaucoup plus grande.

## 2.2. Solénoïdes concentriques et coaxiaux :

Un prototype associant des bobines supraconductrices solénoïdales coaxiales et concentriques a été réalisé au Tsukuba Magnet Laboratory, Japon [IV-9].

La géométrie des différentes bobines a été optimisée en utilisant des méthodes numériques (méthode du Lagrangien augmenté).

L'aimant est constitué de cinq bobines supraconductrices : deux en NbTi et trois en Nb<sub>3</sub>Sn, connectées en série et fonctionnant à T = 3,8 K.

Il permet d'obtenir dans une zone utile de hauteur et de diamètre de 10 mm une valeur de  $\text{grad}B^2$  de  $860 \text{ T}^2/\text{m}$  avec moins de 1% de variation sur la composante axiale et moins de 2% sur la composante radiale.

L'induction magnétique sur l'axe au centre de la bobine est alors de 17 T.

Pour l'eau pure ce niveau de champ de force magnétique correspond à une réduction de 63% de la gravité.

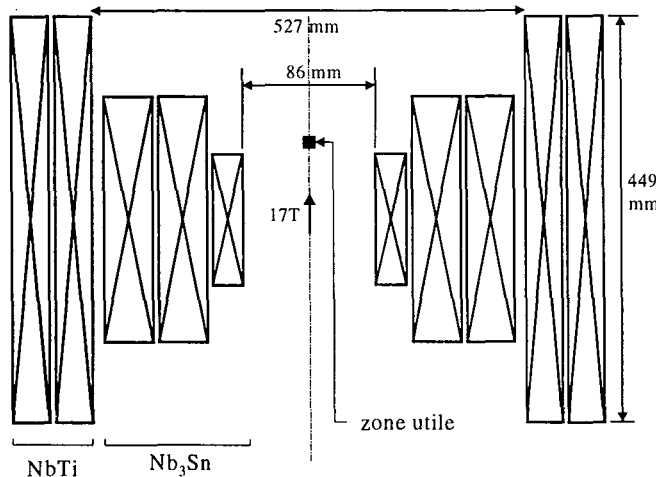


Fig. IV.7. Aimant supraconducteur pour micro-gravité réalisé au Tsukuba Magnet Laboratory [IV-9]

Une étude paramétrique et adimensionnelle a été conduite, au sein du groupe de travail informel « lévitation magnétique » mis en place à l'initiative du STCM du CEA, par G. Aubert [IV-10]. L'étude a montré qu'il pouvait être intéressant d'associer au solénoïde principal un solénoïde bobiné en sens inverse.

### 2.3. Inserts ferromagnétiques solénoïdaux :

Une autre méthode pour accroître la zone d'uniformité du champ de force magnétique a été développée au National High Magnetic Field Laboratory à Tallahassee, USA [IV-11].

Elle s'inspire des méthodes déjà utilisées pour augmenter l'uniformité du champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde.

Un insert ferromagnétique (acier 1018) est ajouté à l'intérieur d'une bobine solénoïdale Bitter capable de générer une induction de 27 T.

Celui-ci est supersaturé par l'induction magnétique produite par la bobine et va alors introduire des perturbations dans la distribution spatiale d'induction produite.

La forme de l'insert, un tube axisymétrique, a été optimisée numériquement : la taille de la zone de relative uniformité (à 1%) du champ de force magnétique sur l'axe a ainsi pu être multipliée par près d'un facteur 10 pour atteindre pratiquement 1 cm. Le gradient de  $B^2$  alors calculé vaut environ  $2860 \text{ T}^2/\text{m}$ .

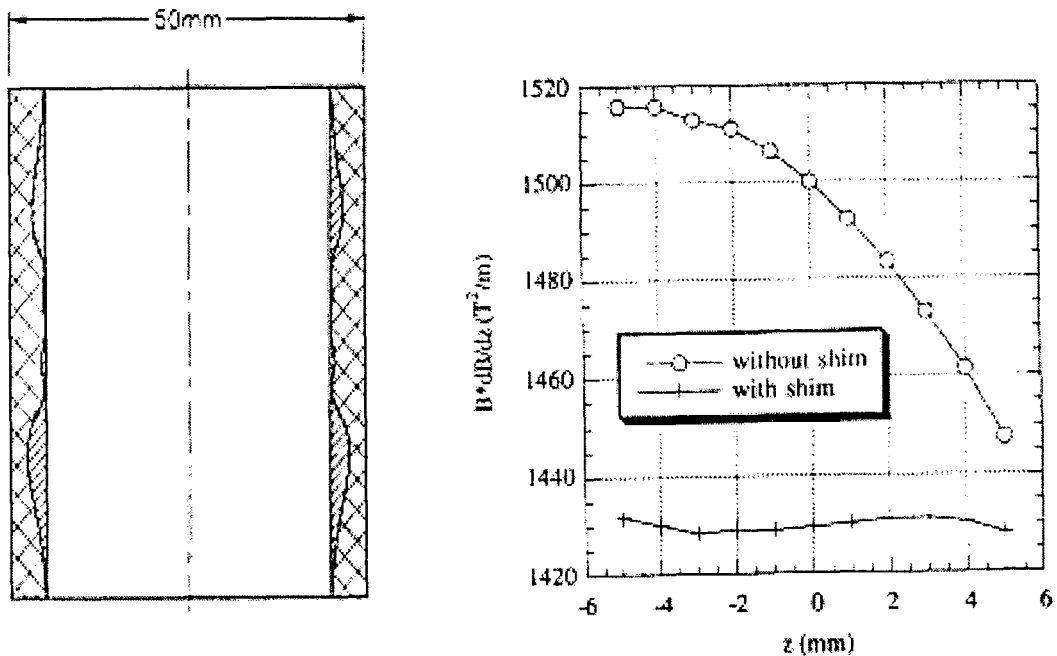


Fig. IV. 8. Insert ferromagnétique pour bobine Bitter du N.H.M.F.L. , profil de  $\text{grad}B^2$  obtenu sur l'axe avec et sans l'insert [IV-11]

## 2.4. Conclusion :

La lévitation de l'eau pure par des forces magnétiques, fondamentale pour les applications de cristallogenèse est un objectif partiellement atteint.

En effet, les seuls dispositifs proposant des niveaux de force magnétiques suffisants sont les bobines Bitter ou hybrides des différents laboratoires de champs intenses. Ces solutions ne sont pas satisfaisantes pour conduire de longs programmes de recherche sur la cristallogenèse par exemple, car ils ont deux inconvénients :

- les aimants conçus initialement pour créer de forts champs magnétique ne proposent qu'une très petite zone où les forces magnétiques sont uniformes à 1% près (de l'ordre du mm).
- leur principal inconvénient est leur énorme consommation de puissance : plusieurs mégawatts, qui rendrait les coûts d'un long programme de recherche prohibitifs.

Parmi, les dispositifs tout supraconducteur (donc ne consommant que très peu de puissance) proposant une zone d'uniformité du gradient de la densité d'énergie à 1% près et de taille suffisante (typiquement de l'ordre du  $\text{cm}^3$ ), aucun n'arrive pour l'instant à atteindre le niveau de force nécessaire à la lévitation de l'eau.

La génération d'un gradient de  $B^2$  de  $2800 \text{ T}^2/\text{m}$  uniforme à 1 % près dans une zone d'au moins  $1 \text{ cm}^3$ , uniquement grâce à des bobines supraconductrices est donc un objectif non encore atteint à l'heure actuelle.

Ceci est clairement un problème inverse de synthèse de source auquel notre méthodologie présentée au chapitre II peut donner des solutions intéressantes.

*Après avoir présenté la problématique posée par la génération d'environnement de micro-gravité, ainsi que les différents dispositifs existant à l'heure actuelle, nous allons maintenant appliquer la méthodologie de résolution du problème inverse de synthèse de source présentée au chapitre II au problème de la lévitation diamagnétique. Il s'agit ici en premier lieu, dans une phase purement analytique, d'identifier des structures idéales de dispositifs (les sources sont modélisées par des densités purement superficielles de courant).*

### **3. Structures idéales de bobinages pour micro-gravité :**

Dans toutes les structures présentées ci-après, les sources du champ magnétique sont modélisées par des densités superficielles de courant  $\vec{k}$  (A.m<sup>-1</sup>).

Nous allons tout d'abord appliquer notre méthodologie de résolution de problème inverse de synthèse de source afin d'identifier des structures idéales potentiellement intéressantes.

Seront ensuite présentées des systèmes, issus d'observations plus directes, offrant également une solutions au problème de la génération de champ de force magnétique uniforme.

#### **3.1. Application de la méthodologie présentée au chapitre II :**

Le problème se pose de la manière suivante : identifier des sources de champ magnétique produisant dans une zone aussi grande que possible un gradient de densité d'énergie aussi élevé et uniforme que possible.

L'objectif peut être par exemple d'atteindre un  $\text{grad}B^2 = 2800 \text{ T}^2/\text{m}$  uniforme à 1 % près dans une zone de  $1\text{cm}^3$ .

##### **3.1.1. Etape 1 :**

La première étape de notre méthodologie consiste à identifier de manière analytique une distribution spatiale d'induction possédant les propriétés désirées et obéissant aux équations de Maxwell.

Considérons une distribution de courant bidimensionnelle, invariante par translation le long d'un axe z.

Nous pouvons alors introduire dans le domaine  $\Omega$ , le potentiel complexe défini comme :

$$W(\underline{z}) = F + iV \quad (\text{IV-25})$$

où  $\underline{z} = x + iy$  coordonnée complexe dans le repère (O,x,y).

$$F = \frac{A_z}{\mu_0} \text{ avec } A_z : \text{seule composante non nulle (invariance par translation selon l'axe z)}$$

du potentiel vecteur.

$$V : \text{potentiel magnétique scalaire tel que } \vec{H} = -\text{grad}V$$

Considérons l'expression suivante du potentiel complexe  $W(z)$  tirée de [IV-8] dont une propriété particulière (explicitée ci-après) va s'avérer fort intéressante:

$$W(z) = -\lambda z^{3/2} \tag{IV-26}$$

En coordonnées cylindriques, le potentiel scalaire  $V$  correspondant est :

$$V = -\lambda r^{3/2} \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \tag{IV-27}$$

Ce qui donne :

$$\vec{H} \begin{cases} \frac{3\lambda}{2} r^{1/2} \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \\ \frac{3\lambda}{2} r^{1/2} \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \\ 0 \end{cases} \quad \text{soit } H^2 = \frac{9}{4} \lambda^2 r \quad (\text{dans le repère cylindrique}). \tag{IV-28}$$

et finalement :

$$\text{grad} \vec{H}^2 \begin{cases} \frac{9}{4} \lambda^2 \\ 0 \\ 0 \end{cases} \tag{IV-29}$$

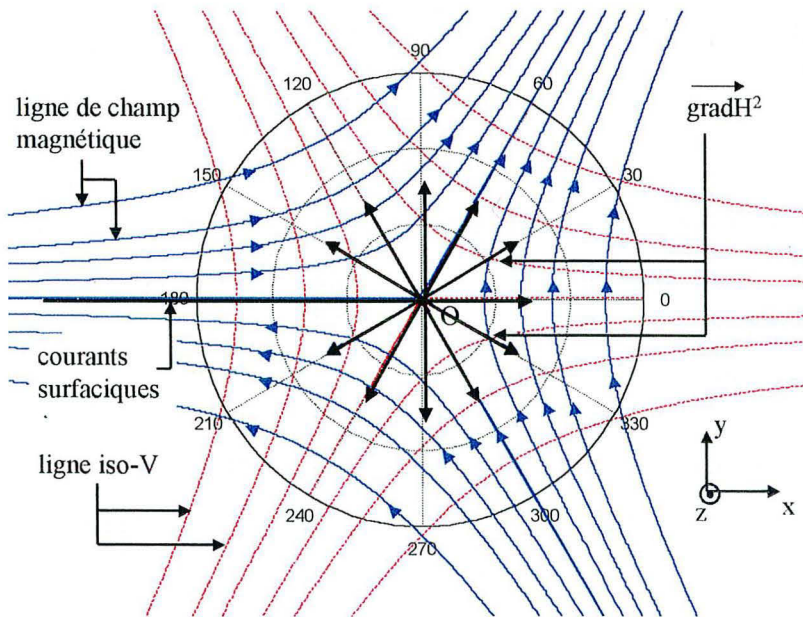


Fig. IV. 9. Distribution spatiale de  $\vec{H}$  et  $\text{grad} \vec{H}^2$  pour  $W(z) = -\lambda z^{3/2}$

On obtient un gradient de  $B^2$  de module constant et purement radial.

Il est donc possible de définir dans cette distribution spatiale de champ magnétique une zone où le gradient de  $B^2$  sera égal à une valeur  $G$  et uniforme à  $x$  % près.

La valeur de G désirée donne  $\lambda$  par :

$$\lambda = \frac{2}{3\mu_0} \sqrt{G} \quad (\text{IV-30})$$

La tolérance sur l'uniformité ( $x$ ) ainsi que le rayon de la zone utile désirée ( $R$ ) définissent un angle  $\delta$  et une distance  $d$  selon la figure suivante :

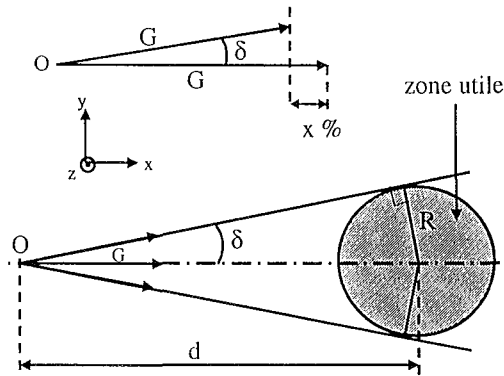


Fig. IV. 10. Uniformité de G, zone de travail

$$\delta = \text{Arc cos}(1 - x) \quad (\text{IV-31})$$

$$d = \frac{R}{\sin \delta} \quad (\text{IV-32})$$

1% d'uniformité ( $x = 0,01$ ) sur la valeur de G donne un angle  $\delta = 8,1^\circ$ .  
Un rayon de 1 cm de zone utile donne alors une distance  $d = 7,097$  cm.

Il faut toutefois noter que toutes les localisations de la zone de travail dans la distribution d'induction donnée par  $w(\underline{z}) = -\lambda \underline{z}^{3/2}$  ne sont pas autorisées.

En particulier cette zone ne doit pas couper le plan  $\begin{cases} y=0 \\ x \leq 0 \end{cases}$ , car sur ce plan est répartie une densité de courant superficielle assurant la discontinuité du champ magnétique à la traversée dudit plan.

Nous avons donc identifier une distribution spatiale bidimensionnelle d'induction vérifiant les propriétés prescrites ; l'étape suivante est l'identification de structures idéales de bobinages permettant de recréer cette distribution.

### 3.1.2. Etape 2 :

#### 3.1.2.1. La structure lenticulaire :

Cette structure procède des deux théorèmes 1 et 2 : distribution isoflux et distribution image, exposés au Chapitre II.

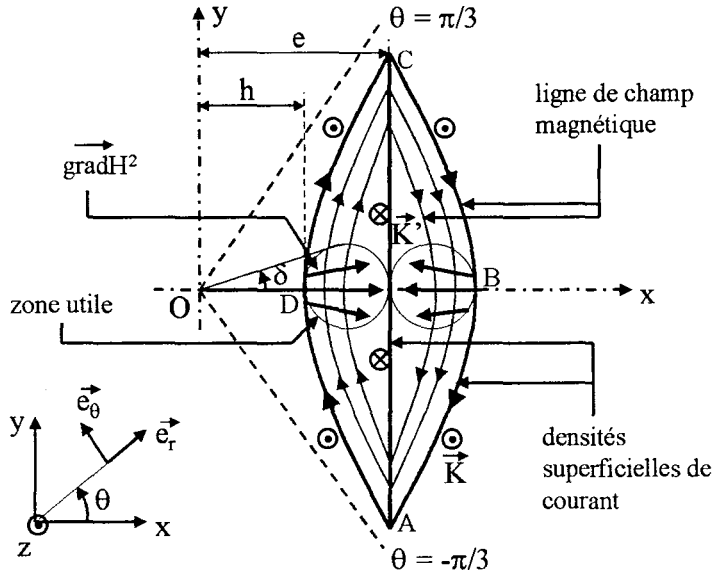


Fig. IV. 11. Vue en coupe de la structure lenticulaire

La distribution des densités superficielles de courant formant la structure lenticulaire est invariante par translation selon l'axe z.

Une densité superficielle  $\vec{K} = K\vec{z}$  est distribuée le long de la ligne de champ (ADC) correspondant à une ligne de champ de la distribution d'induction donnée par  $W(z) = -\lambda z^{3/2}$  avec :

$$K = H = \frac{3\lambda}{2} \sqrt{h} \left( \cos \frac{3\theta}{2} \right)^{-1/3} \quad (\text{IV-33})$$

où H est la valeur du champ magnétique le long de la ligne de champ (ADC) dans la distribution  $W(z) = -\lambda z^{3/2}$

Une autre densité superficielle de courant  $\vec{K}' = K'\vec{z}$  est distribuée sur la surface plane (AC) avec :

$$K' = -2H_t = -3\lambda \sqrt{e} \frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\sqrt{\cos \theta}} \quad (\text{IV-34})$$

où  $H_t$  est la valeur de la composante tangentielle du champ magnétique sur la surface plane (AC) dans la distribution  $W(z) = -\lambda z^{3/2}$

La surface (ABC) est construite comme la symétrique de la surface (ADC) par rapport au plan (AC) et porte la même distribution superficielle de courant que la surface (ADC).

Les théorèmes distributions isoflux et distribution image présentés au Chapitre II nous assurent alors que dans les deux domaines symétriques par rapport au plan (AC) de la structure lenticulaire, on retrouve la distribution spatiale d'induction correspondant à  $W(\underline{z}) = -\lambda \underline{z}^{3/2}$ .

La structure lenticulaire présente donc deux zones utiles à l'intérieur desquelles le gradient de  $B^2$  est uniforme et égal à  $G$  à  $x\%$  près.

A l'intérieur des deux zones utiles, la force magnétique est orientée perpendiculairement par rapport au champ magnétique.

Un avantage de cette configuration de bobinage est qu'elle ne présente aucun champ magnétique de fuite : l'induction magnétique est nulle en tout point extérieur à la structure.

Les densités superficielles de courant  $\vec{K}$  et  $\vec{K}'$  vérifient de plus :

$$\int_{(ADC)} K \cdot dl + \int_{(CBA)} K \cdot dl = \int_{(AC)} K' \cdot dl = 8\sqrt{2}\lambda e^{3/2} \quad (IV-35)$$

La structure lenticulaire correspond donc bien à un système réalisable physiquement. En pratique, elle pourrait être réalisée par un assemblage de bobines plates de type hippodrome ou « racetrack ».

### 3.1.2.2. La structure multipolaire :

Cette structure procède du théorème 3: distribution harmonique, exposé au Chapitre II. Décomposons le potentiel complexe  $W(\underline{z})$  comme suit :

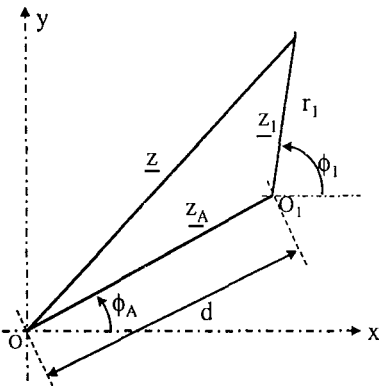


Fig. IV. 12.

$$W(\underline{z}) = -\lambda \underline{z}^{3/2} = -\lambda (\underline{z}_A + \underline{z}_1)^{3/2} = -\lambda \underline{z}_A^{3/2} \left( 1 + \frac{\underline{z}_1}{\underline{z}_A} \right)^{3/2} \quad (IV-36)$$

$$W(\underline{z}) = -\lambda \left( \underline{z}_A^{3/2} + \frac{3}{2} \underline{z}_1 \underline{z}_A^{1/2} + \frac{3}{8} \underline{z}_1^2 \underline{z}_A^{-1/2} - \frac{1}{16} \underline{z}_1^3 \underline{z}_A^{-3/2} + \dots \right) \quad (IV-37)$$



le potentiel scalaire  $V$  (partie imaginaire de  $W$ ) s'écrit donc :

$$V = -\frac{3}{2}\lambda \left( \frac{2}{3}d^{3/2} \sin \frac{3\phi_A}{2} + r_1 \sqrt{d} \sin(\Phi_1 + \frac{\phi_A}{2}) + \dots + \frac{\frac{3}{2} \dots (\frac{3}{2} - n)}{n!} r_1^n d^{3/2-n} \sin(n\phi_1 + \phi_A(\frac{3}{2} - n)) + \dots \right) \quad (\text{IV-38})$$

Considérons maintenant un domaine  $\Omega$  circulaire dans la distribution spatiale d'induction correspondant à  $W(\underline{z}) = -\lambda \underline{z}^{3/2}$ .

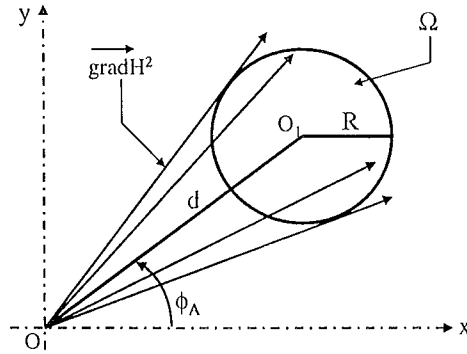


Fig. IV. 13.

$d$  et  $\phi_A$  sont tels que le domaine  $\Omega$  ne coupe pas le demi plan  $\begin{cases} y = 0 \\ x \leq 0 \end{cases}$ .

Le théorème 3 : distribution harmonique, nous assure qu'en disposant sur le contour du domaine  $\Omega$  une densité superficielle de courant  $\vec{K}$  telle qu'en tout point  $K = 2H_t$ , où  $\vec{H}_t$  est le champ tangentiel au même domaine placé dans la distribution d'induction  $W(\underline{z}) = -\lambda \underline{z}^{3/2}$ , on recrée à l'intérieur du domaine  $\Omega$  la même distribution spatiale d'induction avec les mêmes propriétés.

$d$  est calculé de telle manière que le domaine  $\Omega$ , de rayon  $R$ , soit contenu dans un secteur angulaire d'ouverture  $2\delta$ ; ce qui assure alors d'après (IV-31) et (IV-32) que le gradient du champ magnétique au carré est uniforme à  $x\%$  près dans le domaine.

La densité superficielle de courant  $\vec{K}$  à distribuer sur le contour de  $\Omega$  est donnée par :

$$K = 2H_t = 2H_{\phi_1} \text{ avec } H_{\phi_1} = -\frac{1}{r_1} \frac{\partial V}{\partial \phi_1} \Big|_{r_1 = R} \quad (\text{IV-39})$$

Soit :

$$K = \sum_{n=1}^{\infty} A_n R^{n-1} \cos\left(n\phi_1 + \phi_A(\frac{3}{2} - n)\right) \text{ avec } A_n = 2\lambda d^{3/2-n} \frac{\frac{3}{2} \dots (\frac{3}{2} - n + 1)}{(n-1)!} \quad (\text{IV-40})$$

où  $d$  et  $R$  sont liés par (IV-31) et (IV-32).

Pour  $G = 2800 \text{ T}^2/\text{m}$ , avec  $x = 1\%$  d'uniformité dans une zone de rayon  $R = 1 \text{ cm}$ , et  $\phi_A = -\frac{\pi}{3}$  soit un gradient orienté parallèlement au champ magnétique et dans le sens opposé, les cinq premiers harmoniques du développement de la densité superficielle  $K$  sont :

| $n$ | $A_n \text{ (A/m)}$      |                         |
|-----|--------------------------|-------------------------|
| 1   | $2,242259528 \cdot 10^7$ | $\sin(\phi_1 + \pi/6)$  |
| 2   | $1,581548158 \cdot 10^6$ | $\cos(2\phi_1 + \pi/6)$ |
| 3   | 55776.20582              | $\sin(3\phi_1)$         |
| 4   | -3934.101050             | $\sin(4\phi_1 + \pi/3)$ |
| 5   | 346.8582801              | $\cos(5\phi_1 + \pi/6)$ |

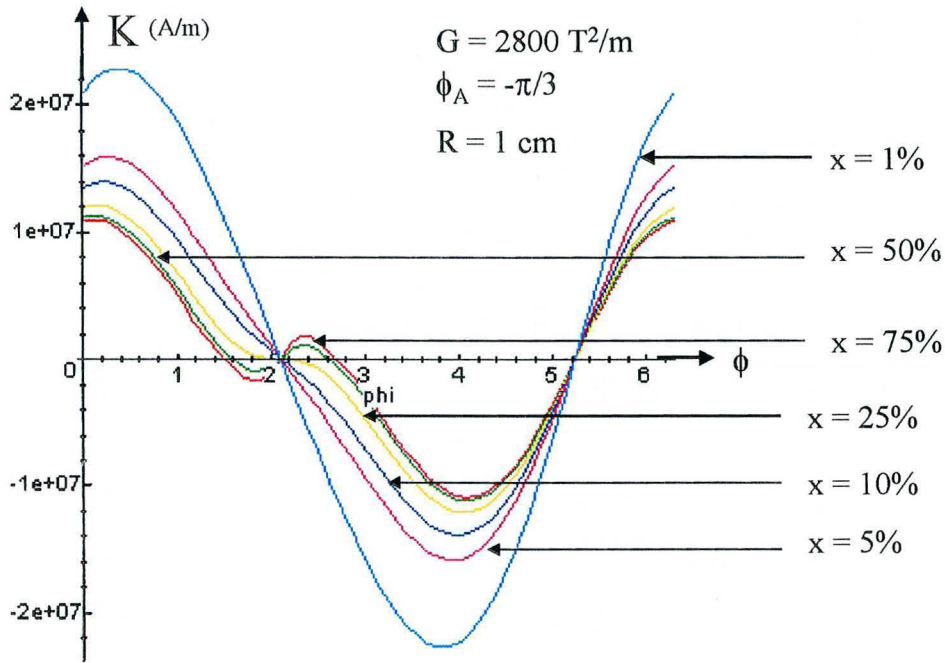


Fig. IV. 14. Densité superficielle  $\vec{K}$

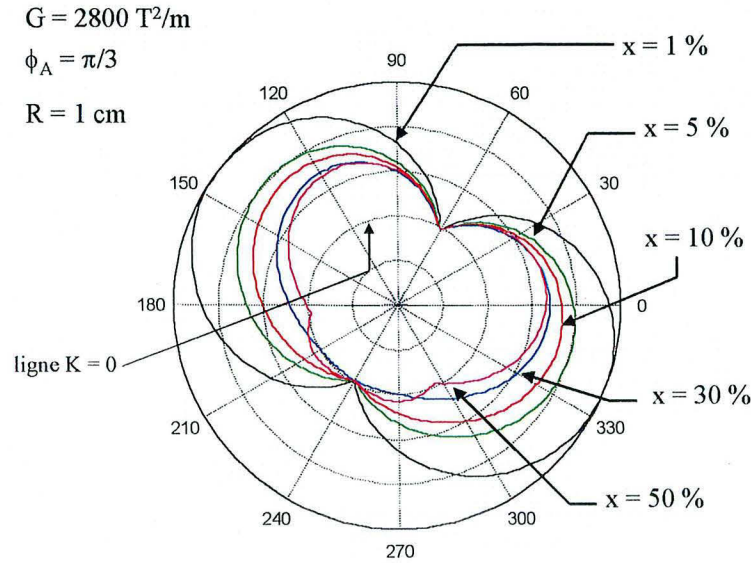


Fig. IV. 15. Valeur absolue de la densité superficielle  $K$ , représentation polaire

On peut aisément vérifier que  $\int_{\phi_1=0}^{2\pi} K \cdot dl = 0$ , la structure multipolaire idéale correspond donc bien à une solution « physiquement » réalisable.

La structure multipolaire idéale permet donc de recréer localement un environnement de micro-gravité dans un domaine donné.

On peut y choisir le niveau de force magnétique et l'uniformité de celle-ci sur le domaine selon l'application envisagée.

Le principal avantage de cette configuration idéale de bobinage est qu'elle autorise le choix du décalage angulaire entre la direction du champ magnétique et la direction de la force magnétique au centre de la zone .

$\phi_a = \frac{\pi}{3}$  donne une force et un champ magnétique parallèles et sens opposés,  $\phi_a = -\frac{\pi}{3}$  donne une force et un champ magnétique parallèles et de même sens,  $\phi_a = 0$  donne un champ et une force magnétique perpendiculaires.

Toutes les positions intermédiaires sont possibles.

On constate également que les coefficients du développement de la densité superficielle  $\vec{K}$  ( $A_n$ ) sont indépendants de la valeur de  $\phi_a$ .

Parmi les termes du développement de  $\vec{k}$ , les trois premiers sont prépondérants.

Pour  $\phi_a = -\frac{\pi}{3}$ , en posant  $\phi = \phi_1 - \frac{\pi}{6}$  (on place l'axe vertical du repère local sur  $\phi_a = -\frac{\pi}{3}$ , pointant vers l'origine) on obtient :

| n | An (A/m)                 |                                                       |
|---|--------------------------|-------------------------------------------------------|
| 1 | $2,242259528 \cdot 10^7$ | $\cos(\phi)$                                          |
| 2 | $1,581548158 \cdot 10^6$ | $\cos\left(2\left(\phi + \frac{\pi}{4}\right)\right)$ |
| 3 | -55776.20582             | $\cos(3\phi)$                                         |

Dans ce cas particulier (force et champ parallèles, de sens opposés) la structure multipolaire idéale se compose donc principalement d'un terme dipolaire, d'un terme quadripolaire déphasé de  $\pi/4$  et d'un terme hexapolaire.

Une structure voisine mais assurant l'uniformité uniquement sur l'axe vertical avait été proposée, à partir d'une approche différente, par L. Quettier et A. Dael [IV-12].

### 3.2. Autre solution : les structures avec inserts ferromagnétiques :

Les structures présentées maintenant ne relèvent pas directement de notre méthodologie de résolution du problème inverse exposée au chapitre II.

Elles proviennent d'observations plus directes des propriétés particulières de la structure multipolaire.

De plus nous avons vu dans le chapitre II, § 1.2.4., que l'emploi de matériaux ferromagnétiques doux supersaturés peut créer en deçà d'une certaine taille critique des perturbations du champ magnétique supérieures à celle obtenues par l'emploi de matériaux supraconducteurs

#### 3.2.1. Principe :

Nous avons vu précédemment que la structure multipolaire avec champ et force magnétiques de même direction et sens opposés ( $\phi_a = -\frac{\pi}{3}$ ) se décompose principalement en un dipôle et un quadripôle déphasé spatialement de  $\frac{\pi}{4}$  ainsi qu'un sextupôle :

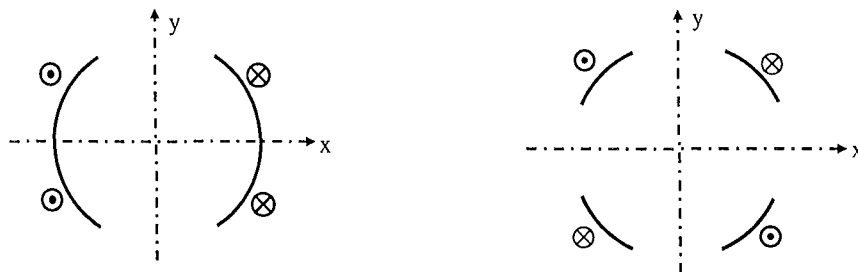


Fig. IV. 16. Sens des courants pour un dipôle et un quadripôle déphasé de  $\frac{\pi}{4}$

Le principe des structures à inserts ferromagnétique va être de supersaturer des pièces ferromagnétiques grâce à un champ magnétique uniforme  $\vec{B}_0$ .

Les pièces ferromagnétiques vont ainsi perturber localement la distribution spatiale de champ magnétique.

Le champ magnétique d'excitation  $\vec{B}_0$  produit une composante dipolaire dans le champ total, de plus en choisissant judicieusement la position et la forme des pièces ferromagnétiques il est possible de créer une perturbation spatiale du champ magnétique de type quadripolaire (puis éventuellement multipolaire d'ordre supérieur); une telle structure doit donc permettre de générer localement un environnement de micro-gravité.

### 3.2.2. Inserts invariants par translation :

#### 3.2.2.1. Structure de l'insert :

Considérons la structure invariante par translation suivante où le positionnement des pièces ferromagnétiques assure une perturbation de type quadripolaire du champ d'excitation selon le principe exposé ci dessus:

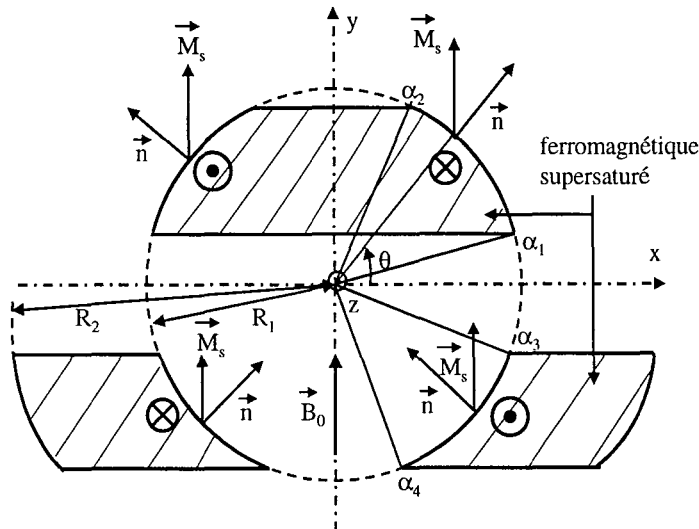


Fig. IV. 17 Insert ferromagnétique invariant par translation

Cette structure est composée de trois pièces ferromagnétiques plongées dans une induction magnétique uniforme  $\vec{B}_0$  produite par des sources extérieures (bobinages supraconducteurs de type dipôle pour accélérateur de particules par exemple).

Elle est antisymétrique par rapport au plan  $x = 0$ .

Le matériau ferromagnétique peut se modéliser par des densités de courant superficielles  $\vec{K}_a$  et volumiques  $\vec{J}_a$ , réparties sur sa surface et dans son volume, et définies par :

$$\vec{K}_a = \vec{M} \times \vec{n} \quad (IV-41)$$

$$\vec{J}_a = \text{rot} \vec{M} \quad (IV-42)$$

où  $\vec{M}$  est l'aimantation du matériau au point considéré.

Si on considère une induction magnétique  $\vec{B}_0$  uniforme dans tout le volume du matériau ferromagnétique et de module  $B_0$  largement supérieur à l'aimantation de saturation du matériau, alors on peut modéliser celui-ci par des densités de courant purement superficielles (voir § 1.2.2. chapitre II).

L'aimantation du matériau est alors supposée uniforme de valeur  $M_s$  et de direction la direction de l'induction extérieure  $\vec{B}_0$ .

### 3.2.2.2. Calcul de l'induction et du gradient de $B^2$ sur l'axe Oy :

Au vu de la figure IV. 17. et de la définition (IV-41) de la densité superficielle  $\vec{K}_a$  équivalente, on observe que celle-ci est non nulle sur les surfaces non perpendiculaires à l'induction  $\vec{B}_0$ , soit les surfaces des trois inserts s'appuyant sur les cylindres de rayon  $R_1$  et  $R_2$  (Fig. IV. 17.).

Cette structure étant antisymétrique par rapport au plan  $x = 0$ , sur ce plan la seule composante non nulle de l'induction est la composante selon l'axe (Oy) et le gradient de  $B^2$  y vérifie :

$$grad B^2(0, y) = 2B(0, y) \left. \frac{\partial B}{\partial y} \right|_{x=0} \quad (IV-43)$$

L'induction magnétique induite par les inserts ferromagnétiques sur l'axe (Oy) est calculé de manière analytique comme suit :

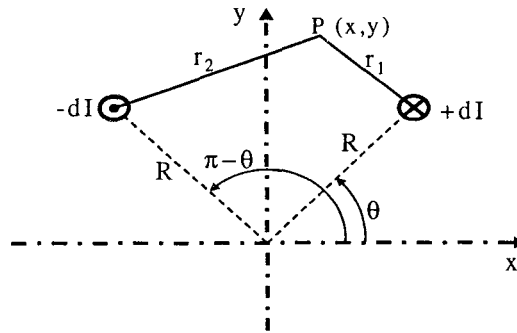


Fig. IV. 18.

$$dA_z(P) = \frac{\mu_0}{2\pi} dI \log\left(\frac{r_1}{r_2}\right) = \frac{\mu_0}{4\pi} dI \log\left(\frac{(x - R \cos \theta)^2 + (y - R \sin \theta)^2}{(x + R \cos \theta)^2 + (y - R \sin \theta)^2}\right) \quad ([IV-8]) \quad (IV-44)$$

où  $A_z$  est la seule composante non nulle du potentiel vecteur  $\vec{A}$ .

D'où :

$$dB(0, y) = - \left. \frac{\partial(dA_z)}{\partial x} \right|_{x=0} \quad (IV-45)$$

En intégrant l'élément de courant  $dI$  sur les contours cylindriques des inserts (seuls endroits où la densité superficielle de courant équivalente est non nulle), on obtient finalement :

$$B(0, y) = B_0 + \frac{\mu_0}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left( \frac{M_s R_1^2 \cos \theta}{R_1^2 \cos^2 \theta + (y - R_1 \sin \theta)^2} U(\theta) \right) d\theta + \frac{\mu_0}{\pi} \int_{-\pi}^0 \left( \frac{M_s R_2^2 \cos \theta}{R_2^2 \cos^2 \theta + (y - R_2 \sin \theta)^2} U'(\theta) \right) d\theta \quad (IV-46)$$

où  $U(\theta)$  et  $U'(\theta)$  sont les fonctions suivantes :

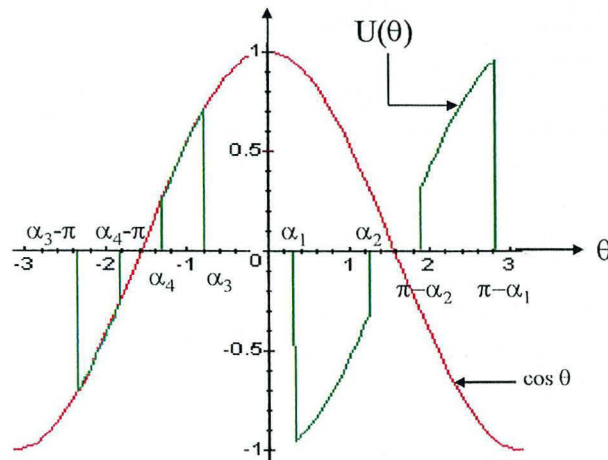


Fig. IV. 19. Fonction  $U(\theta)$

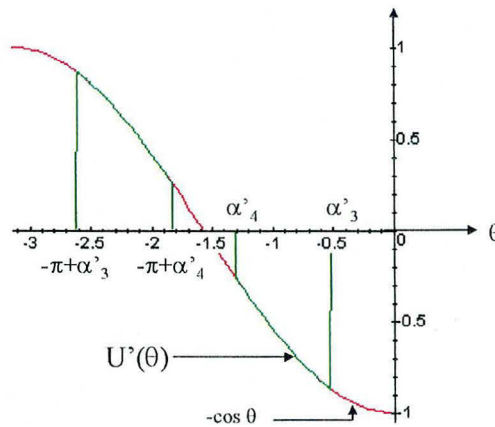


Fig. IV. 20. Fonction  $U'(\theta)$

$$\text{où } \alpha_n' = -\text{Arc sin}\left(\frac{R_1}{R_2} \sin \alpha_n\right) \quad n \in (1,2,3,4) \quad (\text{IV-47})$$

Nous obtenons ainsi une expression entièrement analytique de l'induction résultante totale sur l'axe (Oy), ce qui permet, sur ce même axe, le calcul du gradient de  $B^2$  (IV-43) mais également de vérifier si les équations de stabilité horizontale et verticale (IV-19) (IV-20) sont satisfaites.

$$\text{grad}B^2(0, y) = f(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, B_0, M_s, R_1, R_2, y) \quad (\text{IV-48})$$

où  $M_s$  est l'aimantation de saturation du matériau ferromagnétique  
 $B_0$  est l'induction extérieure dans laquelle est plongée l'insert  
 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, R_1, R_2$  sont les paramètres définissant la géométrie de l'insert  
 (voir Fig. IV. 17)

**3.2.2.3. Balayage paramétrique :**

**3.2.2.3.1. Choix des angles  $\alpha_i$  :**

les plages de variation des angles  $\alpha_i$  sont choisies comme suit :

$$\begin{aligned}
 0 &\leq \alpha_1 \leq \pi/4 \\
 \pi/4 &\leq \alpha_2 \leq \pi/2 \\
 -\pi/4 &\leq \alpha_3 \leq 0 \\
 -\pi/2 &\leq \alpha_4 \leq -\pi/4
 \end{aligned}
 \tag{IV-49}$$

Pour un quadruplet  $(B_0, M_s, R_1, R_2)$  fixé, on balaye les différentes valeurs possibles du quadruplet  $\alpha_i$  ( $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ ).

Sont ensuite retenues les valeurs du quadruplet  $\alpha_i$  assurant en trois points  $(y_1, y_2, y_3)$  fixés arbitrairement sur l'axe (Oy) des valeurs de  $\text{grad}B^2$  maximum (en valeur absolue) et dont la variation sur les trois points  $y_j$  n'excède pas une valeur arbitraire  $\Delta G$ .

|      |                                         |    |                                      |
|------|-----------------------------------------|----|--------------------------------------|
| Pour | $B_0 = 5 \text{ T}$                     | et | $\Delta G = 50 \text{ T}^2/\text{m}$ |
|      | $\mu_0 M_s = 2,16 \text{ T (fer doux)}$ |    | $y_1 = -0,005 \text{ m}$             |
|      | $R_1 = 0,01 \text{ m}$                  |    | $y_2 = -0,003 \text{ m}$             |
|      | $R_2 = 0,05 \text{ m}$                  |    | $y_3 = -0,001 \text{ m}$             |

On obtient :

|                                                         |                                                                                                  |         |
|---------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| $\text{grad}B^2(0, y_1) = -1546,7 \text{ T}^2/\text{m}$ | avec $\alpha_i = \left( \frac{\pi}{8}, \frac{19\pi}{40}, -\frac{\pi}{8}, -\frac{\pi}{2} \right)$ | (IV-50) |
| $\text{grad}B^2(0, y_2) = -1571,2 \text{ T}^2/\text{m}$ |                                                                                                  |         |
| $\text{grad}B^2(0, y_3) = -1522,1 \text{ T}^2/\text{m}$ |                                                                                                  |         |

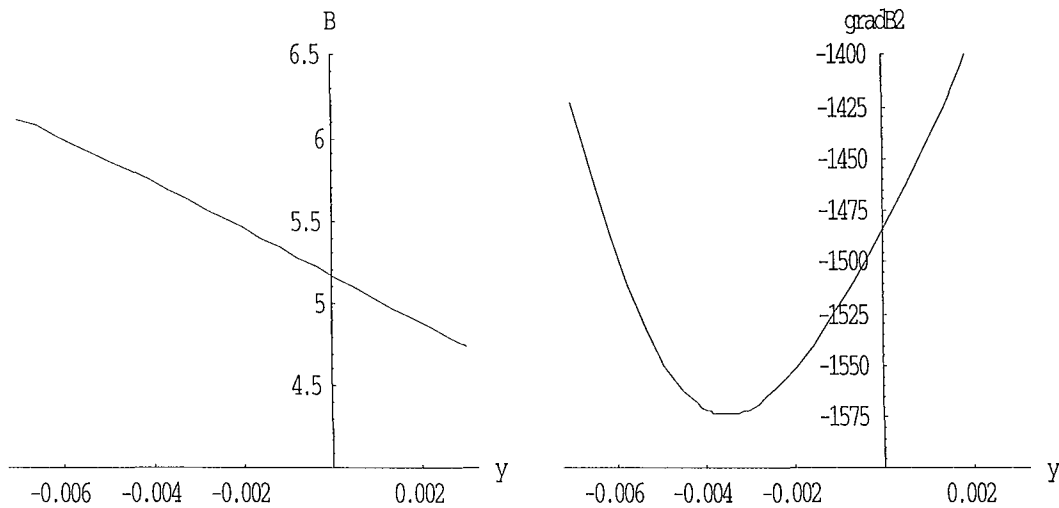
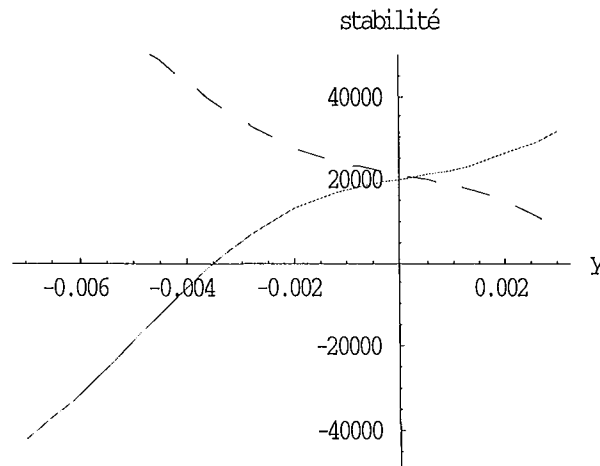


Fig. IV. 20. Allures de  $B$  et  $\text{grad}B^2$  sur l'axe (Oy)



On visualise également la zone de stabilité (conditions de stabilité horizontale et verticale vérifiées simultanément) :



(la zone stable correspond à stabilité > 0 soit  $y > -0,0035$  m)

Fig. IV. 21. Stabilité horizontale (pointillé) et stabilité verticale sur l'axe (Oy).

Exemples de gradients de  $B^2$  obtenus avec d'autres valeurs de  $B_0$  et  $M_s$  :

Pour  $B_0 = 10$  T et  $\Delta G = 100$  T<sup>2</sup>/m  
 $\mu_0 M_s = 2,4$  T (Fe-Co)  $y_1 = -0,005$  m  
 $R_1 = 0,01$  m  $y_2 = -0,003$  m  
 $R_2 = 0,05$  m  $y_3 = -0,001$  m

On obtient :  $\text{grad}B^2(0, y_1) = -3284,9$  T<sup>2</sup>/m  
 $\text{grad}B^2(0, y_2) = -3384,7$  T<sup>2</sup>/m avec  $\alpha_i = \left( \frac{\pi}{10}, \frac{7\pi}{20}, -\frac{\pi}{8}, -\frac{\pi}{2} \right)$  (IV-51)  
 $\text{grad}B^2(0, y_3) = -3292,0$  T<sup>2</sup>/m

Pour  $B_0 = 15$  T et  $\Delta G = 100$  T<sup>2</sup>/m  
 $\mu_0 M_s = 3,87$  T (Holmium)  $y_1 = -0,005$  m  
 $R_1 = 0,01$  m  $y_2 = -0,003$  m  
 $R_2 = 0,05$  m  $y_3 = -0,001$  m

On obtient :  $\text{grad}B^2(0, y_1) = -5467,2$  T<sup>2</sup>/m  
 $\text{grad}B^2(0, y_2) = -5458,4$  T<sup>2</sup>/m avec  $\alpha_i = \left( \frac{\pi}{10}, \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{4}, -\frac{3\pi}{8} \right)$  (IV-52)  
 $\text{grad}B^2(0, y_3) = -5374,4$  T<sup>2</sup>/m

### 3.2.2.3.2. Influence des paramètres $B_0, M_s, R_1, R_2$ :

les différents paramètres du système sont initialement ceux donnés par (IV-51) soit :

$B_0 = 10$  T,  $\mu_0 M_s = 2,4$  T,  $R_1 = 0,01$  m,  $R_2 = 0,05$  m

$$\alpha_i = \left( \frac{\pi}{10}, \frac{7\pi}{20}, -\frac{\pi}{8}, -\frac{\pi}{2} \right)$$

On laisse ensuite tour à tour inchangé trois paramètres du quadruplet ( $B_0$ ,  $M_s$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ) en faisant varier le quatrième et on visualise  $\text{grad}B^2$  sur l'axe ( $Oy$ ) :

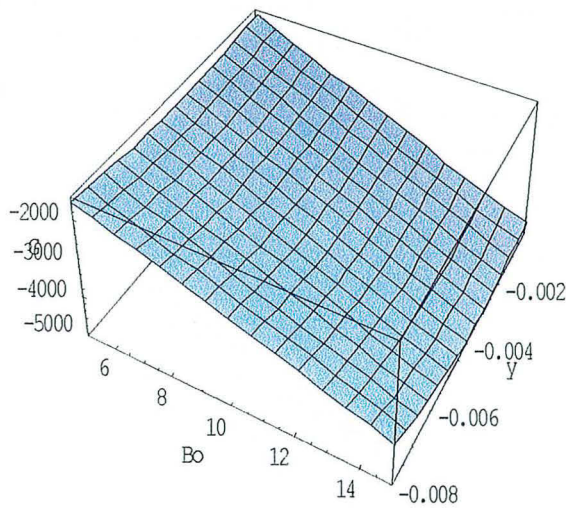


Fig. IV. 22  $\text{grad}B^2 = hb(B_0, y)$

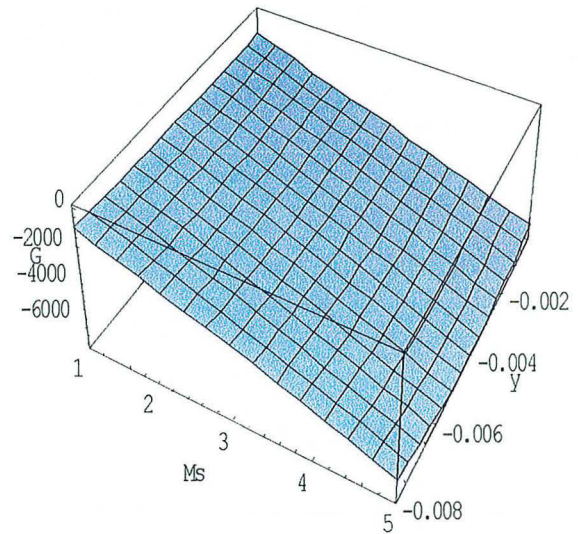


Fig. IV. 23  $\text{grad}B^2 = hm(M_s, y)$

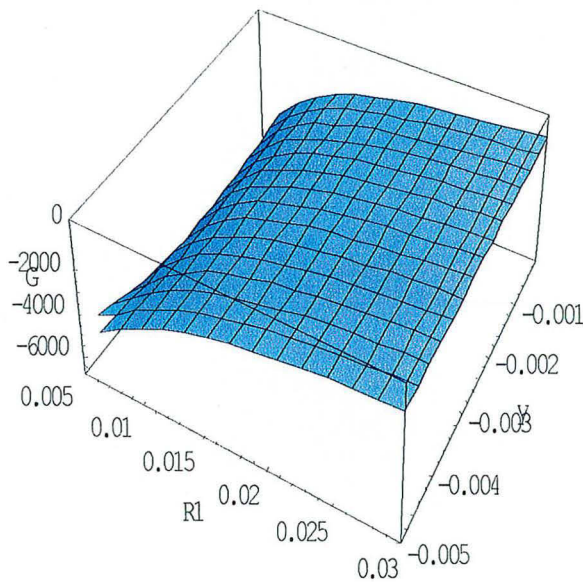


Fig. IV. 24  $\text{grad}B^2 = hr_1(R_1, y)$

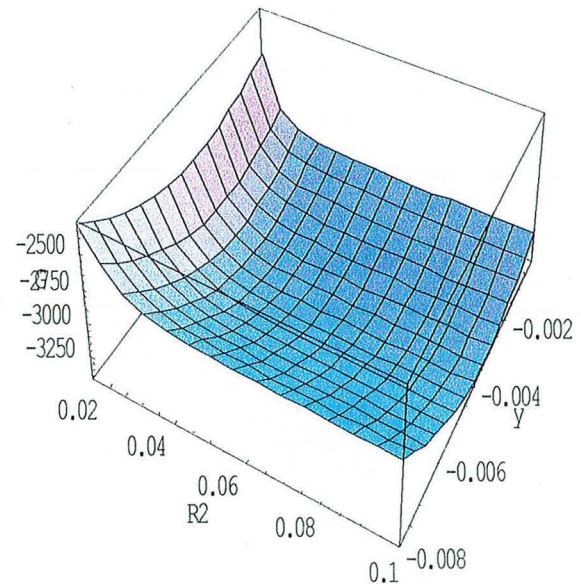


Fig. IV. 25  $\text{grad}B^2 = hr_2(R_2, y)$

On constate que  $|\text{grad}B^2(0, y)|$  augmente quasi linéairement avec  $B_0$  et  $M_s$ .

De même un rayon intérieur  $R_1$  petit augmente très nettement la valeur de  $|\text{grad}B^2(0, y)|$ , l'influence de  $R_2$  est par contre relativement négligeable dès que  $R_2 > 3 R_1$ .

### 3.2.3. Inserts solénoïdaux :

A l'heure actuelle, la grande majorité des bobines destinées à la création d'induction magnétique intenses sont des solénoïdes, il est donc intéressant d'étudier si le concept d'inserts ferromagnétiques supersaturés exposé précédemment (perturbation de type quadripolaire superposée à une excitation de type dipolaire) peut s'étendre à cette géométrie particulière.

#### 3.2.3.1. Structure des inserts :

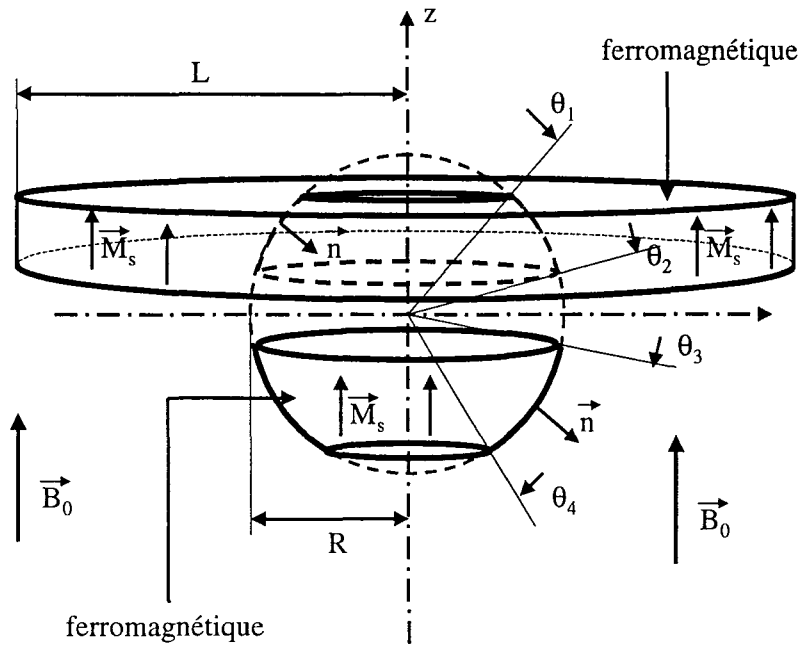


Fig. IV. 25. Inserts ferromagnétiques solénoïdaux

Cette structure est composée de deux inserts invariants par rotation autour de l'axe (Oz) et plongés dans une induction uniforme  $\vec{B}_0$  produite par des sources extérieures (bobinage solénoïdal supraconducteur par exemple).

Comme dans le cas des inserts invariants par translation, pour le calcul magnétique, hypothèse est faite que l'aimantation est uniforme dans les deux inserts ferromagnétiques, de module égal à l'aimantation de saturation  $M_s$  et de direction la direction de l'induction magnétique extérieure  $\vec{B}_0$ .

On modélise ainsi les inserts par des densités de courants purement superficielles.

Celles ci sont non nulles sur les contours sphériques de rayon R des deux inserts et sur le bord vertical extérieur de l'insert supérieur, seuls endroits où  $\vec{M} \times \vec{n} = M_s \vec{z} \times \vec{n} \neq \vec{0}$ .

**3.2.3.2. Calcul de l'induction magnétique et du gradient de  $B^2$  sur l'axe (Oz) :**

La structure étant invariante par rotation autour de l'axe (Oz), sur ce même axe le gradient de  $B^2$  est donné par :

$$\text{grad}B^2(z) = 2B(z) \frac{\partial B(z)}{\partial z} \quad (\text{IV-53})$$

où  $B(z)$  est l'induction magnétique sur l'axe (Oz)

En utilisant l'expression donnant l'induction magnétique sur l'axe d'une spire parcourue par un courant  $dI$  [IV-8] l'induction magnétique sur l'axe (Oz) produite par les densités superficielles de courant localisées sur la découpe sphérique des inserts est calculé comme suit :

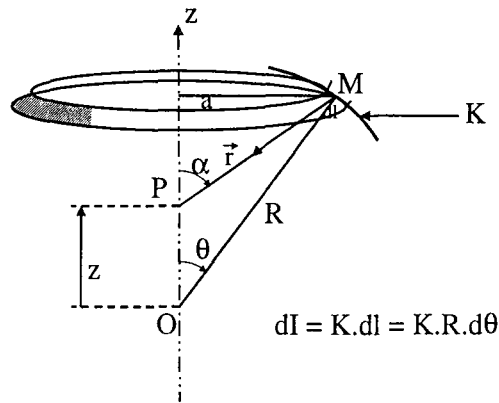


Fig. IV. 26.

Avec  $\vec{K}_a = \vec{M} \times \vec{n}$  soit  $|\vec{K}| = |M_s \sin \theta|$  (IV-54)

$$\sin \alpha = \frac{\sin \theta}{\sqrt{1 + \left(\frac{z}{R}\right)^2 - \frac{2z}{R} \cos \theta}} \quad (\text{IV-55})$$

$$a = R \sin \theta \quad (\text{IV-56})$$

D'où :

$$B_1(z) = \frac{\mu_0}{2} \int_0^\pi \frac{M_s \sin^3 \theta}{\left(1 + \left(\frac{z}{R}\right)^2 - \frac{2z}{R} \cos \theta\right)^{3/2}} V(\theta) d\theta \quad (\text{IV-57})$$

où  $V(\theta)$  est la fonction suivante :

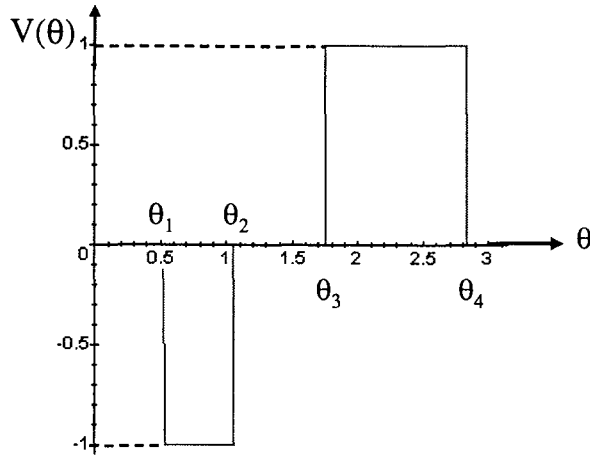


Fig. IV. 27. Fonction  $V(\theta)$

L'induction produite sur l'axe (Oz) par le bord extérieur de l'insert supérieur est donné par : (en utilisant la l'expression du champ sur l'axe d'un solénoïde mince de longueur finie [IV-8]).

$$B_2(z) = \frac{\mu_0 M_s}{2} \left( \frac{R \cos \theta_1 - z}{\sqrt{(R \cos \theta_1 - z)^2 + L^2}} - \frac{R \cos \theta_2 - z}{\sqrt{(R \cos \theta_2 - z)^2 + L^2}} \right) \quad (\text{IV-58})$$

On obtient ainsi une expression analytique de l'induction magnétique sur l'axe (Oz) :

$$B(z) = B_0 + B_1(z) + B_2(z) \quad (\text{IV-59})$$

où  $B_0$  est l'induction magnétique uniforme dans laquelle sont plongés les inserts  
 $B_1$  et  $B_2$  sont définis par les relations (IV-57) et (IV-58)

Nous pouvons ainsi calculer le gradient de  $B^2$  sur l'axe (Oz) par (IV-53) et également vérifier si les conditions de stabilité horizontale et verticale (IV-13) et (IV-14).

$$\text{grad} B^2(z) = f(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, B_0, M_s, R, L, z) \quad (\text{IV-60})$$

où  $M_s$  est l'aimantation de saturation du matériau ferromagnétique  
 $B_0$  est l'induction extérieure dans laquelle est plongée l'insert  
 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, R, L$  sont les paramètres définissant la géométrie de l'insert  
 (voir Fig. IV. 25)

### 3.2.3.3. Balayage paramétrique :

#### 3.2.3.3.1. Choix des angles $\theta_i$ :

Les plages de variation des angles  $\theta_i$  sont choisies comme suit :

$$\begin{aligned} 0 \leq \theta_1 &\leq \pi/4 \\ \pi/4 \leq \theta_2 &\leq \pi/2 \\ \pi/2 \leq \alpha_3 &\leq 3\pi/4 \\ 3\pi/4 \leq \alpha_4 &\leq \pi \end{aligned} \tag{IV-61}$$

Nous appliquons alors la même procédure de balayage paramétrique que dans les cas des inserts invariants par translation.

Pour un quadruplet ( $B_0, M_s, R, L$ ) donné, sont retenues les valeurs du quadruplet  $\theta_i$  assurant en trois points ( $z_1, z_2, z_3$ ) de l'axe ( $Oz$ ) une valeur de  $\text{grad}B^2$  maximale (en valeur absolue) dont la variation sur les trois points  $z_j$  n'excède pas une valeur  $\Delta G$  fixée arbitrairement.

|      |                                         |    |                                      |
|------|-----------------------------------------|----|--------------------------------------|
| Pour | $B_0 = 5 \text{ T}$                     | et | $\Delta G = 50 \text{ T}^2/\text{m}$ |
|      | $\mu_0 M_s = 2,16 \text{ T (fer doux)}$ |    | $z_1 = 0,001 \text{ m}$              |
|      | $R = 0,01 \text{ m}$                    |    | $z_2 = 0,003 \text{ m}$              |
|      | $L = 0,05 \text{ m}$                    |    | $z_3 = 0,005 \text{ m}$              |

On obtient :

|                                                         |                                                                          |         |
|---------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|---------|
| $\text{grad}B^2(0, z_1) = -1299,1 \text{ T}^2/\text{m}$ | avec $\theta_i = \left(0, \frac{3\pi}{10}, \frac{21\pi}{40}, \pi\right)$ | (IV-62) |
| $\text{grad}B^2(0, z_2) = -1337,7 \text{ T}^2/\text{m}$ |                                                                          |         |
| $\text{grad}B^2(0, z_3) = -1331,2 \text{ T}^2/\text{m}$ |                                                                          |         |

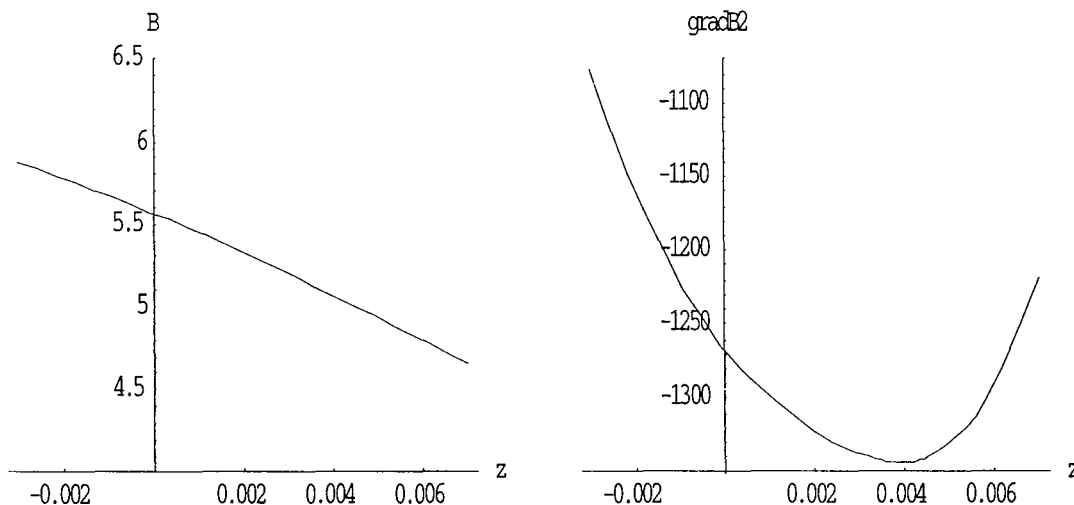


Fig. IV. 28. Allures de  $B$  et  $\text{grad}B^2$  sur l'axe ( $Oz$ )

La zone de stabilité (conditions de stabilité horizontale (IV-13) et verticale (IV-14) vérifiées simultanément) est donnée par la figure suivante :

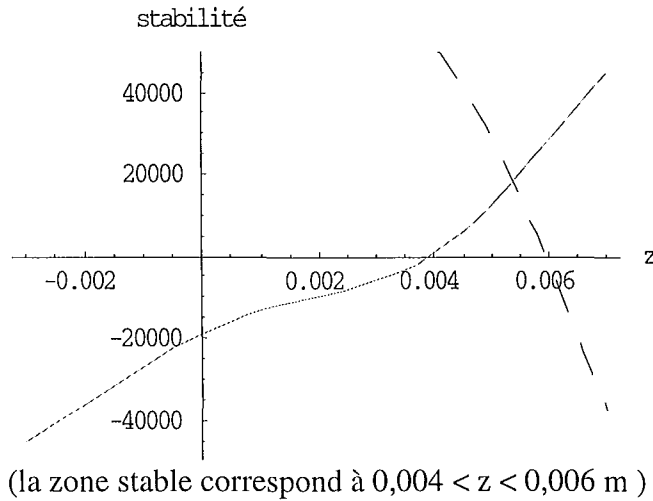


Fig. IV. 29 Stabilité horizontale (pointillé) et verticale sur l'axe (Oz)

Exemples de gradients de  $B^2$  obtenus avec d'autres valeurs de  $B_0$  et  $M_s$  :

Pour  $B_0 = 10$  T et  $\Delta G = 100$  T<sup>2</sup>/m  
 $\mu_0 M_s = 2,4$  T (Fe-Co)  $z_1 = 0,001$  m  
 $R = 0,01$  m  $z_2 = 0,003$  m  
 $L = 0,05$  m  $z_3 = 0,005$  m

On obtient :  $\text{grad}B^2(0, z_1) = -2966,9$  T<sup>2</sup>/m  
 $\text{grad}B^2(0, z_2) = -3066,6$  T<sup>2</sup>/m avec  $\theta_i = \left( \frac{\pi}{20}, \frac{13\pi}{40}, \frac{21\pi}{40}, \pi \right)$  (IV-63)  
 $\text{grad}B^2(0, z_3) = -2981,3$  T<sup>2</sup>/m

Pour  $B_0 = 15$  T et  $\Delta G = 100$  T<sup>2</sup>/m  
 $\mu_0 M_s = 3,87$  T (Holmium)  $z_1 = 0,001$  m  
 $R = 0,01$  m  $z_2 = 0,003$  m  
 $L = 0,05$  m  $z_3 = 0,005$  m

On obtient :  $\text{grad}B^2(0, z_1) = -6445,4$  T<sup>2</sup>/m  
 $\text{grad}B^2(0, z_2) = -6537,0$  T<sup>2</sup>/m avec  $\theta_i = \left( 0, \frac{13\pi}{40}, \frac{23\pi}{40}, \frac{37\pi}{40} \right)$  (IV-64)  
 $\text{grad}B^2(0, z_3) = -6437,4$  T<sup>2</sup>/m

**3.2.3.3.2. Influence des paramètres  $B_0, M_s, R, L$  :**

les différents paramètres du système sont initialement ceux donnés par (IV-63) soit :

$B_0 = 10$  T,  $\mu_0 M_s = 2,4$  T,  $R = 0,01$  m,  $L = 0,05$  m  
 $\theta_i = \left( \frac{\pi}{20}, \frac{13\pi}{40}, \frac{21\pi}{40}, \pi \right)$

Trois paramètres du quadruplet ( $B_0$ ,  $M_s$ ,  $R$ ,  $L$ ) sont laissés tour à tour inchangés tout en faisant varier le quatrième, on visualise  $\text{grad}B^2$  sur l'axe ( $Oz$ ) :

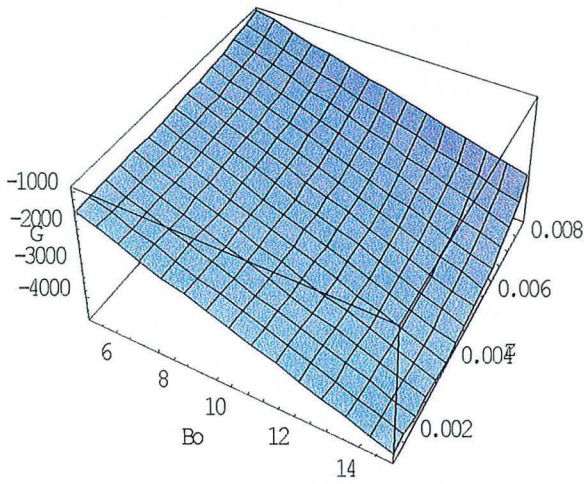


Fig. IV. 30.  $\text{grad}B^2 = hb(B_0, z)$

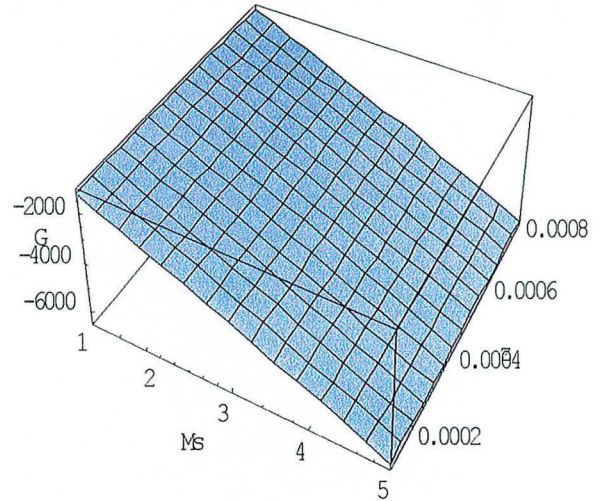


Fig. IV. 31  $\text{grad}B^2 = hm(\mu_0 M_s, z)$

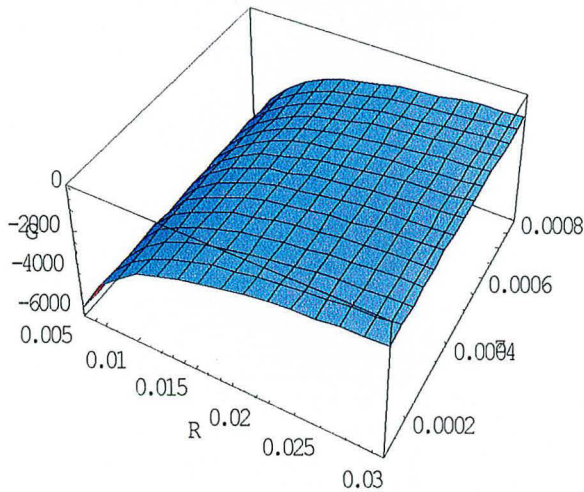


Fig. IV. 32.  $\text{grad}B^2 = hr(B_0, z)$

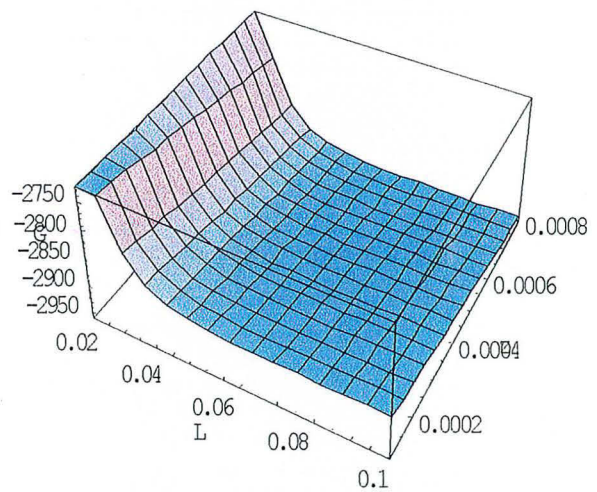


Fig. IV. 33  $\text{grad}B^2 = hl(M_s, z)$

De même que dans le cas des inserts invariants par translation, on constate que  $|\text{grad}B^2(z)|$  augmente quasi linéairement avec  $B_0$  et  $M_s$ .

Un rayon  $R$  petit augmente très notablement la valeur de  $|\text{grad}B^2(z)|$ , l'influence du bord extérieur de l'insert supérieur est relativement négligeable dès que  $L > 3R$ .



### 3.2.4. Conclusion sur les structures avec inserts ferromagnétiques idéales :

Les structures utilisant des inserts ferromagnétiques supersaturés, que se soient celles invariantes par translation ou par rotation, permettent d'obtenir des niveaux de gradient de  $B^2$  potentiellement très intéressants sur l'axe, avec des niveaux d'induction extérieure  $B_0$  acceptables.

Des inserts ferromagnétiques en Fe-Co plongés dans une induction de 10 T permettent ainsi d'obtenir les conditions de lévitation de l'eau ( $2800 \text{ T}^2/\text{m}$ ) dans une zone sur l'axe de l'ordre de quelques millimètres.

Les conditions de stabilité sont également satisfaites, sur des zones légèrement plus petites toutefois.

De même l'uniformité de la distribution spatiale du gradient de  $B^2$  sur l'axe est une contrainte forte dont dépendent très fortement les valeurs des angles définissant la géométrie des inserts, pour un rayon de découpe circulaire ( $R_1$ ) ou sphérique ( $R$ ) donné.

Le calcul de l'uniformité en dehors de l'axe n'est par contre pas accessible sous une forme analytique simple et nécessite d'autres moyens, par exemple numériques.

Pour un objectif en terme de  $\text{grad}B^2$  (valeur et uniformité à atteindre sur une zone de l'axe Oz), une valeur de champ extérieur  $H_0$  et un matériau ferromagnétique ( $M_s$ ) donnés, notre méthode permet de définir, par balayage paramétrique, les distances  $R$ ,  $L$  (ou  $R_1$ ,  $R_2$ ) adéquates ainsi que les valeurs d'angles  $\theta_i$  optimales.

La méthode de balayage paramétrique devra toutefois être améliorée, notamment pour ce qui concerne la détermination de l'uniformité de  $\text{grad}B^2$  calculée pour l'instant sur trois points de l'axe.

Le principal avantage de la structure à inserts solénoïdaux est qu'elle ne nécessite pas la réalisation de bobines supraconductrices conçues spécialement pour la génération d'environnement de micro-gravité.

En effet, en utilisant par exemple une bobine supraconductrice solénoïdale produisant une induction de l'ordre de 5 T (ce qui constitue de nos jours un dispositif relativement anodin), couplée avec un insert en fer doux, on peut atteindre dans un volume d'une vingtaine de  $\text{mm}^3$  un niveau de gradient de  $B^2$  de l'ordre de celui produit naturellement par une bobine solénoïdale produisant une induction de l'ordre de 10T en son centre (§ 2.1.).

L'utilisation d'insert en fer-cobalt, avec un niveau d'induction de l'ordre de 10T, permet d'atteindre les conditions de lévitation de l'eau, chose qui n'est possible à l'heure actuelle qu'en utilisant des bobines hybrides disponibles dans les laboratoires de champs intenses, bobines qui sont de plus très coûteuses en terme de consommation d'énergie.

Il est clair que le handicap principal des inserts ferromagnétiques est lié au volume restreint qui caractérise leur zone de travail.

### **3.3. Conclusions sur les structures idéales de dispositifs pour micro-gravité :**

La méthodologie de résolution du problème inverse de synthèse de source présentée au Chapitre II nous a permis d'identifier deux structures idéales de bobinages susceptibles de générer un environnement de micro-gravité : la structure lenticulaire et la structure multipolaire.

A partir d'observations sur la structure multipolaire idéale et sur la compétition entre ferromagnétique et supraconducteur pour la création de moment magnétique, nous avons également déduits deux structures idéales susceptibles elles aussi de générer un environnement de micro-gravité : les structure avec inserts ferromagnétiques supersaturés (invariance par translation ou par rotation).

La structure lenticulaire idéale a l'avantage de présenter deux zones d'uniformité de la force magnétique et un champ magnétique de fuite nul.

Cependant du point de vue de la réalisation pratique, si l'utilisation de bobines plates de type « hippodrome » paraît envisageable, les niveaux d'induction atteints dans les bobinages des extrémités inférieures et supérieures de la structures (Fig. IV. 11.) laissent présager des difficultés en terme de contraintes de champ critique dans les matériaux supraconducteurs utilisés.

La fermeture des bobines peut également s'avérer un problème délicat notamment en terme d'accès à la zone utile.

La structure multipolaire idéale présente l'avantage d'autoriser le choix du décalage angulaire entre le champ magnétique et le gradient de  $B^2$  au centre de la zone d'uniformité des forces magnétiques.

De plus la densité superficielle de courant à distribuer sur le pourtour de la zone utile (IV-40) est donnée sous la forme d'un développement multipolaire.

Avec le développement des accélérateurs de particules pour la physique des particules (le L.H.C. par exemple voir Chapitre I §3.1.3.), la réalisation pratique d'aimants supraconducteurs multipolaires (dipôle pour la rotation du faisceau, quadripôle pour le centrage, sextupôles de correction ...) est désormais un problème technologique relativement bien maîtrisé.

La structure multipolaire idéale semble donc être très adaptée à une réalisation pratique utilisant la technologie des aimants d'accélérateurs de particules pour laquelle un formalisme de modélisation [IV-13] a été établi et le code de calcul Roxie a spécialement été développé [IV-14].

Les structures idéales avec inserts ferromagnétiques ont pour principal avantage d'utiliser des bobines supraconductrices de structures classiques : solénoïde ou dipôle.

La découpe et l'usinage des inserts ne posant pas de problèmes particuliers, ce type de structures est à priori très intéressant, notamment pour les inserts solénoïdaux pour lesquels on peut utiliser comme source de champ un simple solénoïde supraconducteur, dispositif courant et bon marché.

De plus, les structures avec inserts ferromagnétiques permettent théoriquement d'obtenir des niveaux de gradient de  $B^2$  très importants, voire non encore atteints à l'heure actuelle, avec une induction d'excitation relativement raisonnable.

*Nous allons dans cette partie passer à la troisième étape de notre méthodologie de résolution du problème de synthèse de source, appliquée ici au problème de la génération d'environnement de micro-gravité. Les conducteurs sont maintenant modélisés de manière plus réaliste par des densités volumiques de courant d'après des caractéristiques de conducteurs réels. Un processus d'optimisation sera ensuite mené afin de parvenir à un design final des dispositifs. Les deux structures idéales modélisées numériquement seront la structure multipolaire et la structure à inserts ferromagnétiques solénoïdaux, solutions qui paraissent les plus potentiellement intéressantes.*

## **4. MODELISATION NUMERIQUE DES STRUCTURES IDEALES POUR MICRO-GRAVITE:**

Les modélisations et calculs numériques présentés ci-après sont effectués avec le code de calcul Roxie [IV-12].

### **4.1. Structure à inserts ferromagnétiques solénoïdaux :**

Nous simulons le comportement d'inserts ferromagnétiques sinusoïdaux (géométrie donnée par la figure IV.25.) plongés dans l'induction produite par un solénoïde supraconducteur.

#### **4.1.1. Modélisation du système :**

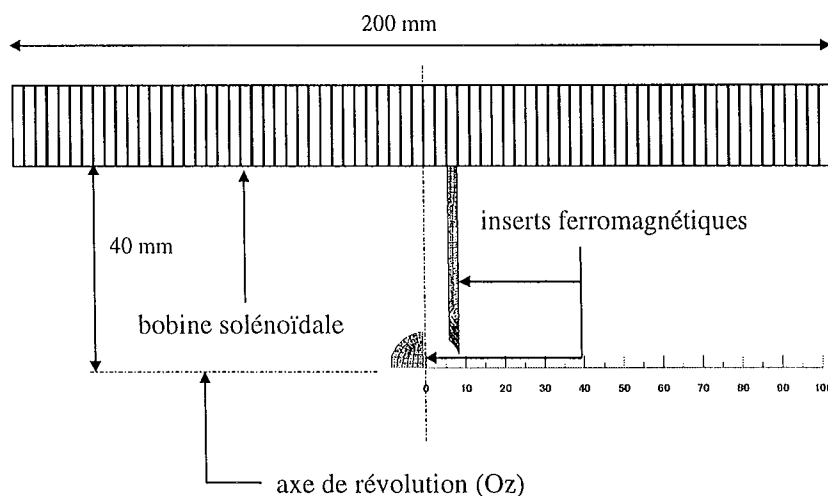


Fig. IV. 34. Modélisation du système à inserts ferromagnétiques solénoïdaux

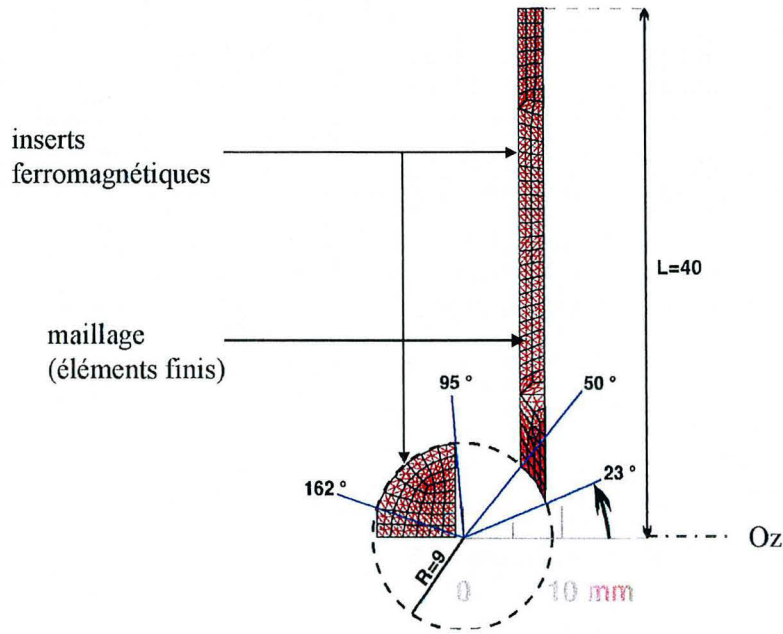


Fig. IV. 35. Modélisation et paramètres géométriques des inserts

Les valeurs d'angles correspondent à des valeurs approchées d'angles optimaux donnés par la méthode du § 3.2.3.3. de ce chapitre, pour  $B_0 = 5 \text{ T}$ ,  $\mu_0 M_s = 2,16 \text{ T}$ ,  $R = 9 \text{ mm}$  et  $L = 4 \text{ cm}$ .

#### 4.1.2. Calcul numérique de l'induction sur l'axe (Oz) :

Le niveau de courant dans la bobine est choisi de telle manière à assurer une induction de 4 T au centre magnétique de la bobine lorsqu'il n'y a pas d'insert ferromagnétique.

On vérifie que l'induction produite par la bobine est quasiment uniforme sur l'axe (Oz) dans la zone où sont localisés les inserts ferromagnétiques.

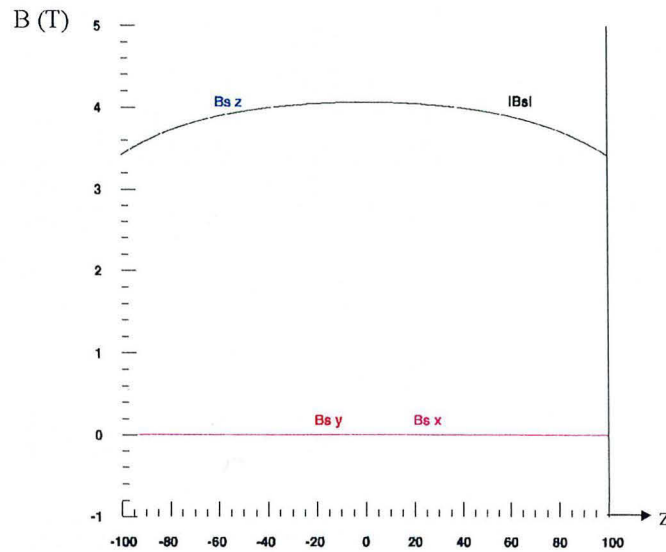


Fig. IV. 36. Induction produite par le solénoïde sur son axe, sans insert ferromagnétique

. Le niveau de saturation dans le matériau ferromagnétique est déterminé à partir de la courbe d'aimantation fournie par le fabricant et injectée comme donnée dans le code de calcul Roxie. Il s'agit d'un fer pur Armco recuit pour lequel le fabricant AK Steel donne une aimantation de saturation  $\mu_0 M_s = 2,16 \text{ T}$ .

La présence de matériau ferromagnétique nécessite l'utilisation d'une routine éléments finis (B.E.M.-F.E.M., voir Chapitre II, § 2.3.2.), qui rend impossible le calcul direct du gradient de  $B^2$  par le code Roxie.

La comparaison entre le modèle analytique et la simulation numérique portera donc sur le profil de l'induction sur l'axe et sur des valeurs moyennes du gradient de  $B^2$ .

Afin d'éviter des problèmes numériques, l'induction est calculée non sur l'axe précisément mais à un rayon de 0,15 mm, la longueur du pas de calcul suivant (Oz) est 0,15 mm.

On obtient :

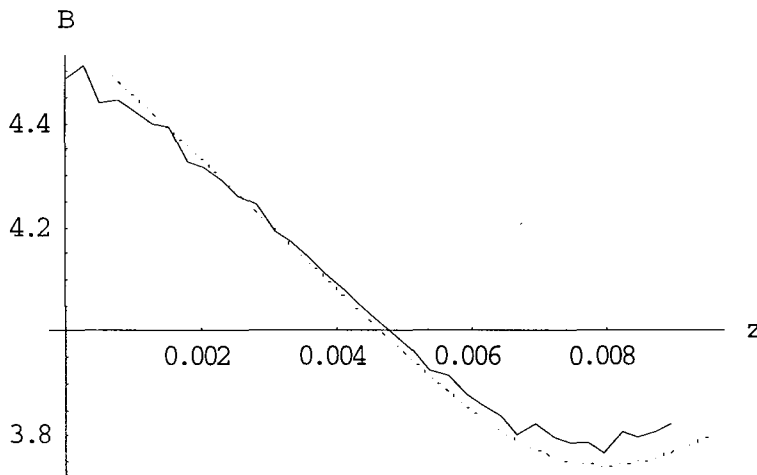


Fig. IV. 37. Induction sur l'axe (Oz) donnée par la modélisation numérique et le modèle analytique (pointillé).

On constate une bonne correspondance entre les deux modélisations.

En calculant une valeur moyenne du gradient de  $B^2$  obtenu numériquement par :

$$\langle \text{grad} B^2 \rangle = 2 \langle B \rangle \frac{\Delta B}{\Delta z} \quad (\text{IV-65})$$

entre  $z = 0,00231$  et  $z = 0,00538$  (zone « propre » de la courbe numérique), on obtient :  $\langle \text{grad} B^2 \rangle = -980 \text{ T}^2/\text{m}$ .

le modèle analytique donne pour  $z = 0,00385$  :  $\text{grad} B^2 = -1039,97 \text{ T}^2/\text{m}$  soit un écart de 5% par rapport à la valeur donnée par la simulation numérique.

La cohérence des résultats obtenus analytiquement et numériquement confirme la pertinence de la modélisation purement analytique du comportement des inserts ferromagnétiques supersaturés.

Un développement de la méthode de calcul numérique sera nécessaire pour autoriser le calcul direct du gradient de  $B^2$  sur l'axe et mais surtout en dehors afin de vérifier son uniformité.

La bonne corrélation entre les modélisations analytiques et numérique confirme les potentialités intéressantes de ce type de structures pour la création d'environnement de micro-gravité.

## 4.2. Structure multipolaire :

La distribution superficielle de courant du système multipolaire idéal est donné dans § 3.1.2.2. de ce chapitre.

### 4.2.1. Objectif :

Nous cherchons ici à atteindre un gradient de  $B^2$  de  $2800 \text{ T}^2/\text{m}$  (lévitation de l'eau), parallèle au champ magnétique mais de sens opposé ( $\phi_a = -\frac{\pi}{3}$ ), dans une zone cylindrique de rayon  $R = 2,5 \text{ mm}$  avec une uniformité de 1% du champ de force dans la zone.

L'allure de la distribution superficielle de courant  $K$  de la structure idéale correspondant à cet objectif est donné par la figure ci-dessous,

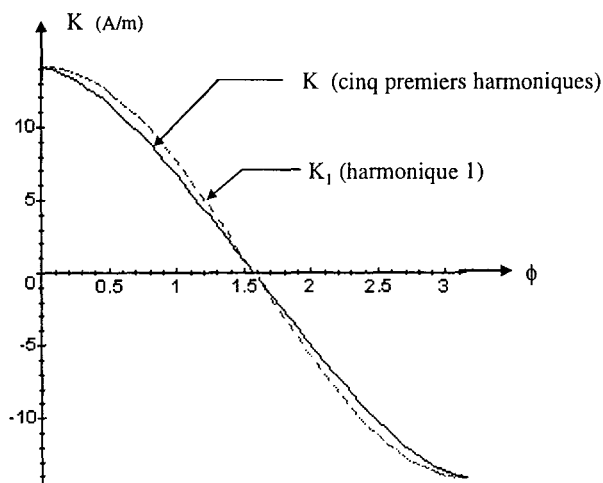


Fig. IV. 38. Densité superficielle  $K$  pour  $G = 2800 \text{ T}^2/\text{m}$ ,  $R = 0,0025 \text{ m}$  et une uniformité de 1% dans la zone

Le premier harmonique du développement multipolaire de  $K$  varie comme  $\cos(\phi)$  (dans le repère local).

On constate que la distribution superficielle de courant  $K$  à répartir sur le cylindre de rayon  $R$  est très voisine d'une distribution en  $\cos(\phi)$ . Or une telle distribution produit à l'intérieur du cylindre un champ magnétique uniforme.

Nous choisissons donc de modéliser, dans un premier temps, la structure multipolaire idéale par une répartition de courants volumiques produisant également un champ uniforme : ceci correspond à un aimant dipolaire de même type que ceux utilisés par exemple dans le L.H.C.

Puis, par un processus d'optimisation à l'aide du code de calcul Roxie, nous modifierons la configuration des bobinages afin d'obtenir une structure s'approchant au plus près de l'objectif exposé précédemment.

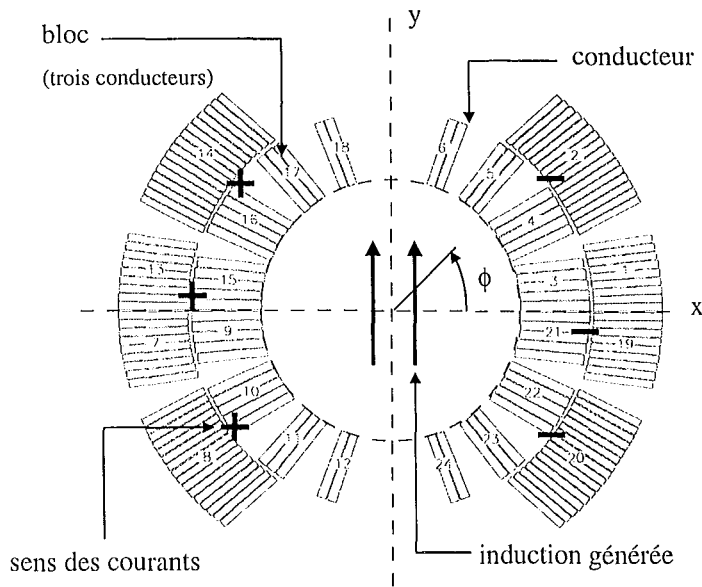


Fig. IV. 39. Bobinage dipolaire pour accélérateur

#### 4.2.2. Processus d'optimisation :

Le code de calcul Roxie autorise le choix de plusieurs algorithmes d'optimisation. Nous utilisons l'algorithme Extrem [IV-12] permettant une optimisation multi-objectifs (méthode de pondération de Kuhn-Tucker) et l'emploi de la méthode du Lagrangien augmenté pour la résolution (voir Annexe 1).

La zone d'étude sur laquelle porte l'optimisation est un carré de 5 mm de côté centré sur l'intersection des axes (Ox) et (Oy). Compte tenu de la symétrie de la structure par rapport à (Oy) le calcul se fait uniquement sur le demi-carré  $x \geq 0$ .

Le processus d'optimisation se décompose en deux étapes :

- 1- maximiser la composante verticale selon (Oy) du gradient de  $B^2$  dans la zone d'étude (rayon R) pour obtenir une nouvelle répartition des conducteurs.
- 2- A partir de cette nouvelle configuration de bobinage, on optimise ensuite avec comme critères :
  - minimisation de la variation de la composante suivant (Ox) de  $\text{grad}B^2$  (poids initial:100)
  - minimisation de la variation de la composante suivant (Oy) de  $\text{grad}B^2$  (poids initial: 10)

A chaque étape du processus, les paramètres géométriques laissés libre sont dans un premier temps le nombre de blocs de conducteurs et, une fois celui-ci déterminé par une première optimisation, dans un deuxième temps la position de chaque conducteur au sein des blocs (inclinaison et position).

### **4.2.3. Matériaux supraconducteurs utilisés :**

Le code Roxie dispose d'une bibliothèque de différents câbles supraconducteurs.

Au vu des niveaux d'induction à atteindre dans le dispositif, nous avons choisi d'utiliser, pour la modélisation, deux câbles Nb<sub>3</sub>Sn à une température de fonctionnement de 1,8 K.

- Câble 1 :  
Le câble (ou conducteur) est à section rectangulaire : 19,8 mm de largeur et 2,65 mm d'épaisseur. Le ratio cuivre/supra est 1,925. La densité de courant critique est de 1520 A/mm<sup>2</sup> à 16,2 T (et 1,8 K).
- Câble 2 :  
Le câble est à section rectangulaire : 17,8 mm de largeur et 2,38 mm d'épaisseur. Le ratio cuivre/supra est 2,25. La densité de courant critique est de 2600 A/mm<sup>2</sup> à 13,8 T (et 1,8 K).

Le rayon interne de bobinage du système est de 15 mm (valeur limite assurant la faisabilité technique).

### **4.2.4. Résultats de simulation :**

Les différentes structures à deux couches de bobinages ne donnant pas les résultats escomptés, nous avons ajouté une troisième couche à l'extérieur.

Le conducteur de la couche interne est le câble 1, celui des deux couches externes est le câble 2.

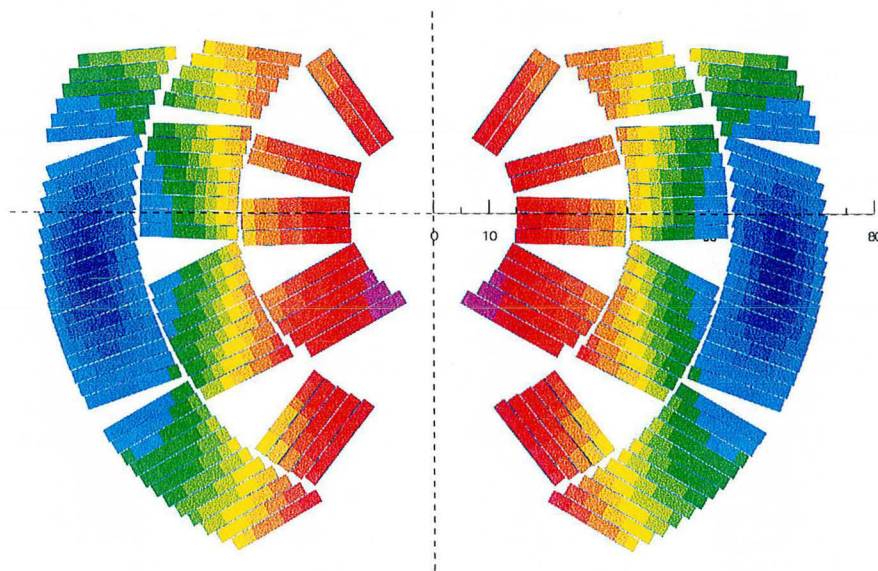


Fig. IV. 40. Configuration des bobinages de la structure multipolaire après optimisation



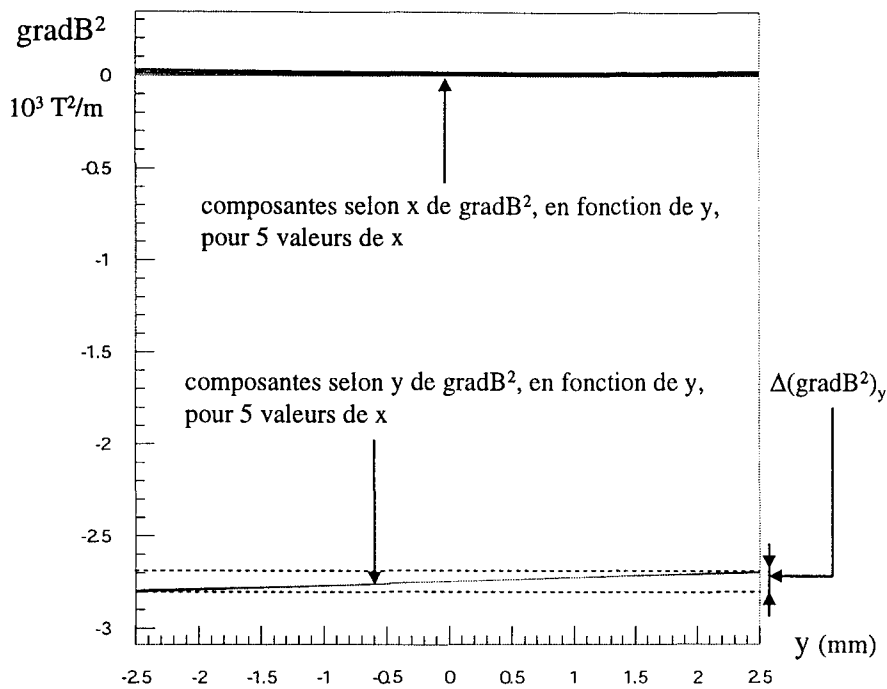


Fig. IV. 41. Valeurs et uniformité des composantes selon (Ox) et (Oy) du gradient de  $B^2$

On observe tout d'abord que la valeur de  $2800 \text{ T}^2/\text{m}$  est atteinte dans la zone, par contre les conducteurs inférieurs de la face interne fonctionnent sur leur courbe critique sans marge de sécurité.

Les composantes selon  $y$  du gradient de  $B^2$  sont identiques pour les 5 valeurs de  $x$  considérées, leur variation sur la zone n'excède pas 4,1% autour de  $2800 \text{ T}^2/\text{m}$ .

La variation maximale de la composante selon  $x$  de  $\text{grad}B^2$  sur la zone est de 2,2%, soit une composante horizontale résiduelle du gradient de  $B^2$  inférieure à  $62 \text{ T}^2/\text{m}$ .

L'objectif de  $2800 \text{ T}^2/\text{m}$  dans une zone circulaire de 2,5 mm de rayon avec une uniformité de 1 % est donc presque atteint.

De nombreuses optimisations sont encore nécessaires pour parvenir à une structure finale du dispositif répondant exactement aux objectifs et réaliste techniquement (notamment du point de vue de la marge de sécurité sur les supraconducteurs).

La modélisation numérique confirme la forte potentialité de la structure multipolaire pour la génération d'environnement de micro-gravité.

Les deux facteurs déterminant le gradient de  $B^2$  que l'on peut obtenir dans la zone utile, avec les performances actuellement atteintes par les matériaux supraconducteurs, sont d'une part le rayon de la zone utile et d'autre part l'uniformité désirée, qui est le véritable facteur limitant.

### Conclusion du Chapitre IV :

*Nous avons dans ce chapitre appliqué notre méthodologie de résolution du problème inverse de synthèse de source au problème de la création d'environnement de micro-gravité.*

*Cette méthode nous a permis d'identifier plusieurs structures idéales innovantes dont la modélisation numérique a confirmé les potentialités très intéressantes.*

*Ces structures peuvent être classées en deux catégories : les systèmes tout supraconducteurs et les systèmes à inserts ferromagnétiques supersaturés.*

*Ces deux types de systèmes permettent d'obtenir des valeurs pics de gradients de  $B^2$  bien supérieures à celles atteintes à l'heure actuelle avec les bobines hybrides solénoïdales.*

*La structure à inserts solénoïdaux avec des inserts en Holmium et une bobine supraconductrice produisant une induction de 15 T permet théoriquement d'atteindre des valeurs de gradient de  $B^2$  localement supérieures à 6000 T<sup>2</sup>/m, contre 2800 à 3000 T<sup>2</sup>/m pour les bobines hybrides qui consomment alors plusieurs MW. Elle est toutefois plutôt destinée à des applications où la taille de zone utile est faible.*

*De même la structure multipolaire permet d'atteindre des valeurs de gradient de  $B^2$  supérieures à 4000 T<sup>2</sup>/m avec une homogénéité de la composante verticale du gradient de  $B^2$  inférieure à 1% en utilisant des câbles supraconducteurs Nb<sub>3</sub>Sn (Lionel Quettier, communication personnelle).*

*Par contre, dès lors que l'uniformité à la fois des composantes horizontales et verticales du gradient de  $B^2$  doit être garantie à quelques pourcents près (de 1 à 5%), les performances des supraconducteurs disponibles actuellement semblent limiter les valeurs de gradient de  $B^2$  accessibles, avec la structure multipolaire, aux alentours de 2800 T<sup>2</sup>/m pour une zone de diamètre environ 5 mm.*

*Nous espérons, au travers de ce travail, avoir contribué à l'émergence de nouvelles pistes de recherches pour la création d'environnement de micro-gravité, domaine actuellement en plein développement.*

*Une recherche sur la détermination et l'optimisation des structures multipolaires est actuellement menée au G.R.E.E.N. par Lionel Quettier.*

*De même, de nombreuses études restent à conduire sur la détermination de l'uniformité du gradient de  $B^2$  produit par les structures à inserts ferromagnétiques, ceci passant par la mise au point d'outils spécifiques de calcul numérique.*

## CINQUIEME CHAPITRE

### RESULTATS EXPERIMENTAUX

*Nous proposons dans ce chapitre de vérifier par l'expérience les propriétés d'une structure à insert ferromagnétique pour la génération d'environnement de micro-gravité.*

*Le Service des Basses Températures du C.E.A. (S.B.T.) (\*) mettant gracieusement à notre disposition une bobine solénoïdale produisant des inductions jusqu'à 10 T, nous vérifierons donc la validité des structures à inserts ferromagnétiques pour la micro-gravité avec un insert solénoïdal.*

*L'objectif est ici de corroborer les résultats donnés par les modélisations analytiques et numérique du Chapitre IV, prédisant la génération d'un important gradient de  $B^2$  sur l'axe du dispositif.*

*Nous présentons dans ce chapitre d'une part la méthode de mesure retenue, le dispositif expérimental mis en place et d'autre part les résultats expérimentaux obtenus.*

(\*) Nous remercions en particulier Denis Chatain du S.B.T. Grenoble. Les expériences décrites ont en outre bénéficié du concours de Lionel Quettier.



## 1. GRANDEURS MESURABLES, METHODES DE MESURES :

L'objectif de l'expérience est de mesurer le gradient de  $B^2$  créé par des inserts solénoïdaux (Chapitre IV, § 3.2.3.) sur leur axe de révolution.

Contrairement à l'induction magnétique, il n'existe pas d'appareillage permettant la mesure directe du gradient de  $B^2$ .

Deux méthodes indirectes autorise l'accès à cette grandeur :

- la mesure de force magnétique
- la mesure indirecte électrique

### 1.1. Mesure du gradient de $B^2$ par mesure de force :

la force magnétique agissant sur une substance diamagnétique est donnée par :

$$\vec{F}_m = -\frac{1}{2\mu_0} V \chi \text{grad} \vec{B}^2 \quad (\text{V-1})$$

Où  $\chi$  est la susceptibilité magnétique de la substance  
V son volume

Comme l'induction magnétique sur l'axe (Oz) est dirigé selon cet axe (axe de révolution), sur l'axe (Oz) la force magnétique est de même direction que la force de gravité.

En suspendant un échantillon diamagnétique ou paramagnétique, dont les caractéristiques (masse, volume, susceptibilité magnétique) sont connues, le long de l'axe (Oz) et en mesurant son poids, à l'aide d'une balance de précision, à mesure qu'il parcourt l'axe (Oz) on peut ainsi accéder à la valeur de la force magnétique et donc au gradient de  $B^2$  sur l'axe [V-1][V-2].

### 1.2. Mesure du gradient de l'induction au carré par mesure électrique indirecte :

Cette méthode de mesure est proposée par J.-I. Fujihira dans [V-2].

Sur l'axe de révolution (Oz) du système (Fig. IV. 25), l'induction magnétique est purement verticale, le gradient de l'induction au carré sur cet axe est donné par :

$$\text{grad} B^2(z) = 2B(z) \frac{dB(z)}{dz} \quad (\text{V-2})$$

On utilise une sonde à effet Hall pour la mesure de l'induction magnétique. En la déplaçant le long de l'axe (Oz) tout en mesurant précisément sa position, on a ainsi accès aux valeurs de  $B(z)$ .

Afin d'augmenter la précision de la mesure du gradient de  $B^2$ , le gradient de  $B$  est déterminé séparément. Pour cela on utilise une petite bobine, en appliquant la loi de Lenz :

$$V = -nS \frac{\partial B_z}{\partial t} = -nS \frac{\partial B_z}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} \quad (V-3)$$

où  $V$  est la f.e.m. induite dans la bobine  
 $n$  le nombre de tours  
 $S$  la surface de la bobine

En lâchant la bobine le long de l'axe vertical ( $Oz$ ) tout en mesurant sa position et la tension  $V$  au cours de la chute, on peut ainsi remonter par (V-3) à la valeur du gradient de l'induction.

En couplant ceci avec les mesures de l'induction sur l'axe, on a ainsi la valeur du gradient de l'induction magnétique au carré sur l'axe.

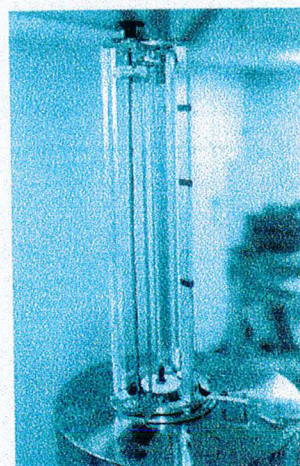
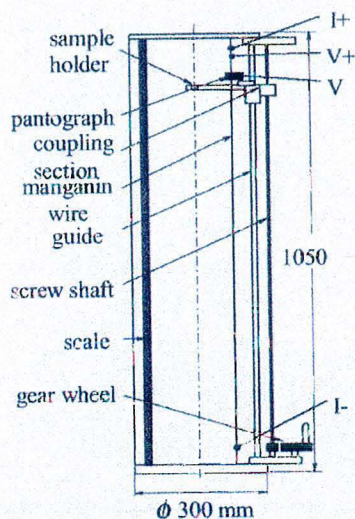


Fig. V. 1. dispositif de mesure réalisé au Tsukuba Magnet Laboratory

### 1.3. Méthode de mesure retenue :

la méthode de mesure du gradient de  $B^2$  par mesure de force est difficilement transposable en l'état dans un environnement baigné d'hélium liquide. Les mouvements fluides peuvent en effet perturber les mesures.

La méthode de mesure par mesure électrique indirecte demande la réalisation d'un dispositif expérimental relativement complexe ainsi qu'un espace disponible pour l'appareillage non négligeable.

De plus un anti-cryostat est nécessaire, c'est pourquoi nous avons écarté cette solution compte tenu des moyens financiers mais surtout des délais dont nous disposons.

Compte tenu de ces observations et dans un souci de faisabilité technologique et de rapidité de mise en place du dispositif expérimental, nous avons choisi d'opter pour une troisième

méthode certes moins précise mais ne nécessitant pas la mise en mouvements de pièces mécaniques.

Nous nous contentons de faire une mesure de l'induction en différents points sur l'axe (Oz) dans la zone d'existence supposée du gradient de  $B^2$  grâce à une sonde à effet Hall spécialement conçue à cet effet et présentée ci-après.

Nous comparerons ensuite les valeurs d'induction obtenues expérimentalement avec celles données par le modèle analytique.

Une bonne corrélation entre les mesures et les modèles sur l'induction magnétique nous permettra ensuite de remonter à une valeur moyenne du gradient de  $B^2$  dans la zone de mesure.

## 2. DISPOSITIF EXPERIMENTAL :

### 2.1. Inserts ferromagnétiques :

nous avons choisi de faire réaliser l'insert ferromagnétique en fer pur Armco pour lequel le fournisseur AK Steel donne une aimantation à saturation  $\mu_0 M_s$  de 2,16 T. Les dimensions géométriques des inserts et leur position relative sont données par la figure suivante:

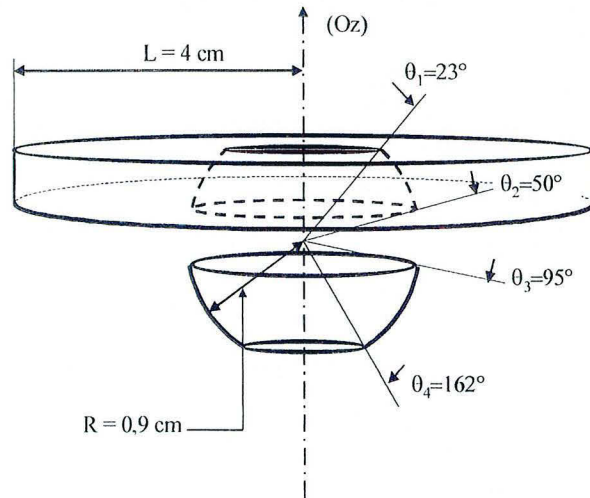


Fig. V. 2. Insert ferromagnétique solénoïdal en fer Armco

Elles correspondent à un optimum calculé par la méthode du chapitre IV (§ 3.2.3.3.) pour  $B_0 = 5$  T,  $\mu_0 M_s = 2.16$  T,  $R = 9$  mm,  $L = 4$  cm et  $(z_1, z_2, z_3) = (0.001, 0.0025, 0.004$  m). Dans un souci de facilité d'usinage des inserts, les valeurs des angles ont toutefois été arrondies aux valeurs de la figure V.2.

Afin de positionner précisément les deux inserts ferromagnétiques l'un par rapport à l'autre, un porte-inserts composé de plusieurs pièces en résine epoxy a été réalisé :

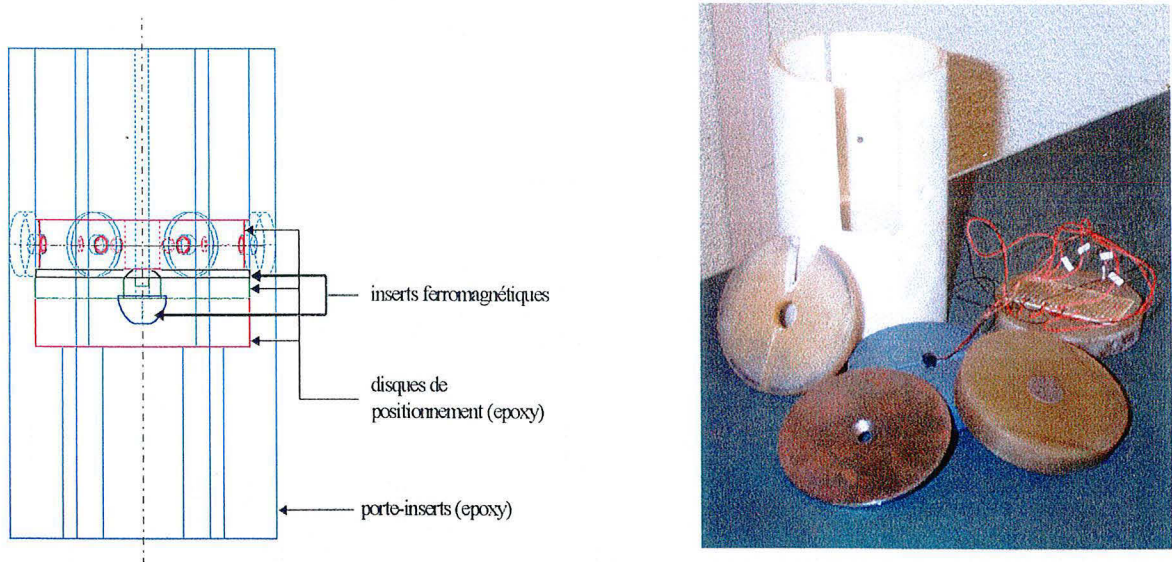


Fig. V.3. Porte-inserts en epoxy



## 2.2. Bobine supraconductrice 10 T du S.B.T. :

La bobine supraconductrice utilisée dans le « trou de champ 10 T » est une bobine à conducteur en NbTi, du type imprégné [V-3]. C'est un solénoïde simple de diamètre utile 90 mm sur une hauteur de 200 mm d'une inductance de 52 H.

Cette bobine est insérée dans un cryostat à bain « Roubeau » autorisant la descente de la bobine à une température de 2,17 K.

L'induction au centre de la bobine atteint 8 T à 4,2 K et 10 T à 2,17 K pour des énergies stockées respectivement de 73 et 114 KJ.

La variation de l'induction magnétique sur l'axe autour du centre magnétique de la bobine est de  $3 \cdot 10^{-2}$  T sur une hauteur de plus ou moins 17 mm autour du centre pour une induction au centre de 10 T.

Compte tenu des dimensions des inserts ferromagnétiques, ceux-ci verront donc une induction magnétique extérieure uniforme à 0,6% sur l'axe.

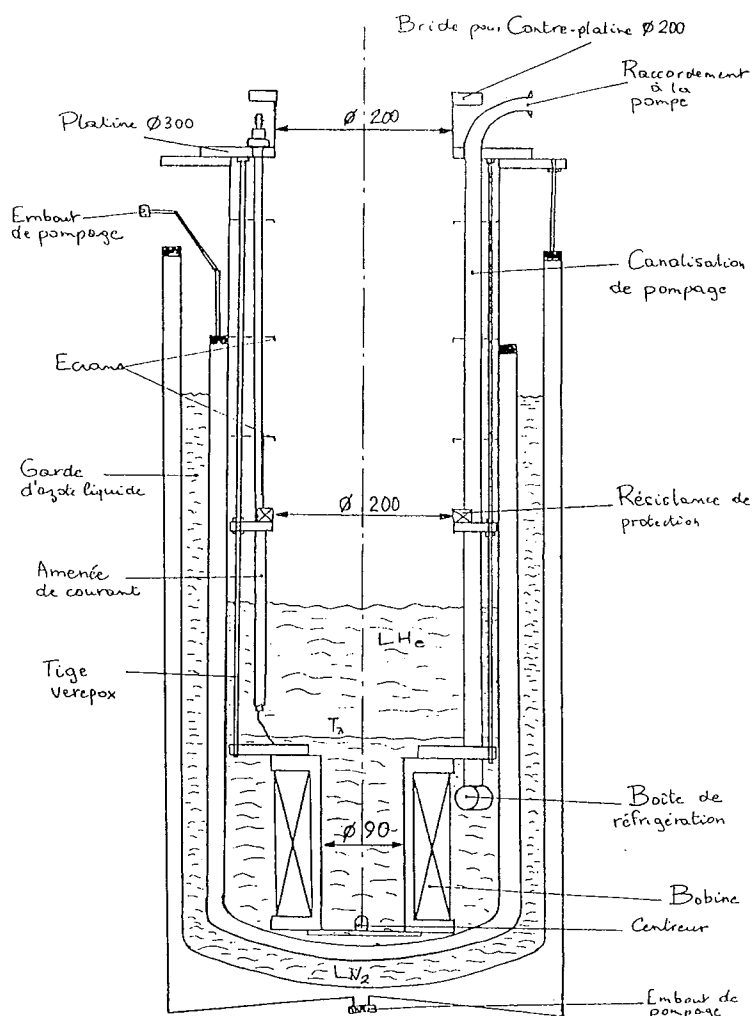


Figure (2) : Cryostat "Trou de Champ 10T"

Fig. V. 4. Bobine 10 T du S.B.T. et son cryostat

### 2.3. Sonde à effet Hall :

Afin de mesurer l'induction magnétique sur l'axe entre les deux inserts ferromagnétique nous avons fait réaliser par Arepoc Ltd une sonde de mesure comportant 5 capteur à effet Hall :

| TYPE: MULTI-V                                                |      | PRODUCT NUMBER: 0101 |      |       |  |
|--------------------------------------------------------------|------|----------------------|------|-------|--|
| PARAMETER                                                    | UNIT | 300 K                | 77 K | 4.2 K |  |
| Nominal control current, $I_n$                               | ma   | 10                   | 10   | 10    |  |
| Maximum control current                                      | mA   | 10                   | 15   | 15    |  |
| Linearity error up to 1 T                                    | %    | < 0.2                |      |       |  |
| Change of sensitivity due to reversing of the magnetic field | %    | < 1                  |      |       |  |

| Hall probe No. | Sensitivity at $I_n$ [mV/T] | Offset at $I_n$ [ $\mu$ V] |      | Input resistance [ $\Omega$ ] |      | Output resistance [ $\Omega$ ] |      |
|----------------|-----------------------------|----------------------------|------|-------------------------------|------|--------------------------------|------|
|                |                             | 300K                       | 77 K | 300 K                         | 77 K | 300 K                          | 77 K |
| #              | 300 K                       | 300K                       | 77 K | 300 K                         | 77 K | 300 K                          | 77 K |
| 1              | 87                          | -85                        | -45  | 48                            | 46.5 | 47                             | 45   |
| 2              | 96.7                        | 20                         | -75  | 54                            | 52   | 54                             | 51   |
| 3              | 91.3                        | -7                         | -3   | 51                            | 48   | 50                             | 47   |
| 4              | 88                          | -20                        | 15   | 46                            | 43   | 47                             | 45   |
| 5              | 98.5                        | -6                         | -72  | 54                            | 53   | 54                             | 51   |

Overall dimensions:  
4.5 x 4.5 x 7 mm

COLOR CODE

Current leads:  
Green, Black

Hall leads:  
Red, Orange

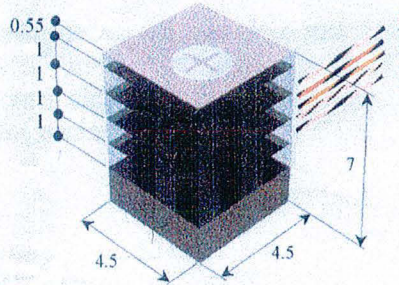


Fig. V. 5. Sonde à effet Hall à 5 capteurs (Arepoc Ltd)

Les différents capteurs, au nombre de cinq, sont centrés sur un axe vertical (croix sur la Fig. V. 5.) et espacés chacun de 1 mm, avec 0,55 mm de distance entre la face externe de la sonde et le premier capteur.

La surface de la partie active de chaque capteur est de l'ordre de 0,01 mm<sup>2</sup> pour une épaisseur inférieure à 50  $\mu$ m.

Les cinq capteurs de la sonde sont alimentés en série par une source de courant supercontinue délivrant 10 mA

La linéarité de la sonde est garantie jusqu'à une induction de 7 T et peut fonctionner à dans un plage de température allant de 1,5 K à 350 K.

Nous avons étalonner la sonde à 4,2 K grâce à la bobine 10 T du S.B.T., on trouvera les courbes d'étalonnage en Annexe 6.

## 2.4. Assemblage final du dispositif :

La sonde de mesure de l'induction est collée sur l'insert ferromagnétique inférieur (quasi demi sphère) et centrée sur son axe. L'espace vide entre la sonde, les inserts ferromagnétiques et la pièce epoxy assurant le positionnement relatif des deux inserts est ensuite rempli de graisse à vide se solidifiant à basse température, empêchant ainsi les mouvements éventuels de la sonde lors de l'expérience.

La sonde à effet Hall est reliée à son alimentation et au voltmètre de précision par des fils en manganin afin de limiter les pertes thermiques dans le cryostat.

Une fois les inserts et la sonde montés dans le porte-inserts, l'ensemble est glissé à l'intérieur de la bobine supraconductrice.

Des cales usinés en PVC, situées de part et d'autre du porte-inserts, permettent de positionner le centre du dispositif sur le centre magnétique de la bobine, assurant ainsi que les deux inserts ferromagnétiques et la sonde sont situés dans la zone d'uniformité à 0,6 % près de l'induction produite par la bobine supraconductrice.

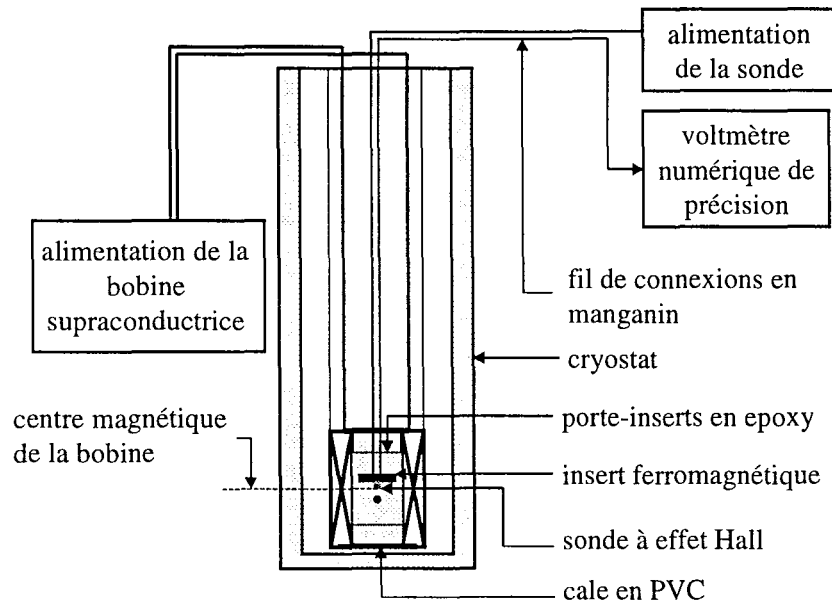


Fig. V. 6. Diagramme d'ensemble du dispositif expérimental

### **3. RESULTATS :**

#### **3.1. Protocole expérimental :**

Une fois les inserts ferromagnétiques et la sonde positionnées dans le porte-inserts, celui-ci est placé dans la bobine supraconductrice.

La bobine est tout ensuite mise en froid : le temps nécessaire est d'environ une journée. Le cryostat est d'abord refroidi à l'azote liquide, puis ensuite rempli d'hélium liquide pour faire descendre la bobine à une température de 4,2 K.

Un des fils de mesure du capteur médian de la sonde s'étant rompu lors du montage du dispositif, la mesure est effectuée sur 4 capteurs au lieu de 5.

On monte ensuite le courant à une vitesse de 0,0506 A/s jusqu'à 5 T puis de 0,0253 A/s jusque 8 T.

les relevés de tensions aux bornes de différents capteurs sont effectués tout les 1 T à partir de 0 jusque 8 T à la montée et à la descente en courant. Pour chaque mesure le courant est maintenu constant le temps que les tensions mesurées se stabilisent.

L'ensemble du dispositif est démonté afin de s'assurer en particulier que la sonde de mesure ne s'est pas déplacée lors de l'expérience.

#### **3.2. Résultats de mesure :**

| Capteur 1<br>(V) | Capteur4<br>(V) | Capteur2<br>(V) | Capteur5<br>(V) | I<br>(A) |
|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------|
| 0,117            | 0,1020          | 0,1009          | 0,0844          | 6,15     |
| 0,2400           | 0,2078          | 0,2054          | 0,1719          | 13,30    |
| 0,3444           | 0,3099          | 0,2979          | 0,2624          | 20,05    |
| 0,4446           | 0,4084          | 0,3867          | 0,3496          | 26,70    |
| 0,5474           | 0,5100          | 0,4782          | 0,4397          | 33,40    |
| 0,6465           | 0,6105          | 0,5683          | 0,5292          | 40,08    |
| 0,7400           | 0,7055          | 0,6538          | 0,614           | 46,80    |
| 0,8371           | 0,8005          | 0,7391          | 0,6974          | 53,50    |
| 0,7410           | 0,7063          | 0,6545          | 0,6147          | 46,85    |
| 0,6470           | 0,6110          | 0,5689          | 0,5297          | 40,15    |
| 0,5476           | 0,5102          | 0,4784          | 0,4399          | 33,40    |
| 0,4449           | 0,4086          | 0,3869          | 0,3499          | 26,70    |
| 0,3447           | 0,3100          | 0,2978          | 0,2623          | 20,05    |
| 0,2411           | 0,2087          | 0,2062          | 0,1727          | 13,30    |
| 0,1174           | 0,1029          | 0,1010          | 0,0844          | 6,15     |

En utilisant les valeurs de sensibilités des différents capteurs déterminés lors de l'étalonnage (voir annexe 5) , on obtient alors :

| I<br>(A)    | Capteur 1<br>B(T) | Capteur 4<br>B(T) | Capteur 2<br>B(T) | Capteur 5<br>B(T) |
|-------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 6,15 (1 T)  | 1,1573            | 1,0162            | 1,1240            | 0,9393            |
| 13,3 (2 T)  | 2,4060            | 2,0914            | 2,3054            | 1,9405            |
| 20,05 (3 T) | 3,4659            | 3,1290            | 3,3518            | 2,9759            |
| 26,7 (4 T)  | 4,4832            | 4,1300            | 4,3563            | 3,9736            |
| 33,4 (5 T)  | 5,5269            | 5,1626            | 5,3914            | 5,0045            |
| 40,08 (6 T) | 6,5329            | 6,1839            | 6,4106            | 6,0286            |
| 46,8 (7 T)  | 7,4822            | 7,1493            | 7,3778            | 6,9988            |
| 53,5 (8 T)  | 8,4680            | 8,1148            | 8,3427            | 7,9530            |
| 46,85       | 7,4923            | 7,1575            | 7,3857            | 7,0068            |
| 40,15       | 6,53807           | 6,1890            | 6,4174            | 6,0343            |
| 33,4        | 5,5289            | 5,1646            | 5,3936            | 5,0068            |
| 26,7        | 4,4862            | 4,1321            | 4,3585            | 3,9771            |
| 20,05       | 3,4690            | 3,1300            | 3,3506            | 2,9748            |
| 13,3        | 2,4172            | 2,1006            | 2,3144            | 1,9496            |
| 6,15        | 1,1614            | 1,0254            | 1,1244            | 0,9393            |

(sont indiquées entre parenthèses à côté des courants I les valeurs d'induction au centre de la bobine, sans les inserts ferromagnétiques, correspondantes aux valeurs du courant I [V-3])

Les différents capteurs sont centrés sur l'axe de révolution du système avec :

- Capteur 1 :  $z = 0,56$  mm
- Capteur 2 :  $z = 1,56$  mm
- Capteur 4 :  $z = 3,56$  mm
- Capteur 5 :  $z = 4,56$  mm

(On ajoute 0,1 mm d'épaisseur de colle pour la mise en place de la sonde).

Au vu des dimensions des parties actives des capteurs, nous supposons que les valeurs d'induction mesurées sont réellement des mesures ponctuelles, nous supposons également que la sonde est parfaitement centrée sur l'axe et alignée sur celui-ci.

Nous pouvons donc comparer les résultats de mesure avec le calcul analytique de l'induction magnétique sur l'axe Oz (Chapitre IV, § 3.2.3.2., (IV-59)).

Pour le calcul de l'induction avec le modèle analytique, l'induction  $B_0$  saturant les inserts ferromagnétiques est prise comme celle obtenue au centre de la bobine mais sans les inserts et parcourue par le même courant I.

On prend comme paramètres définissant l'insert ceux de la figure V.2.

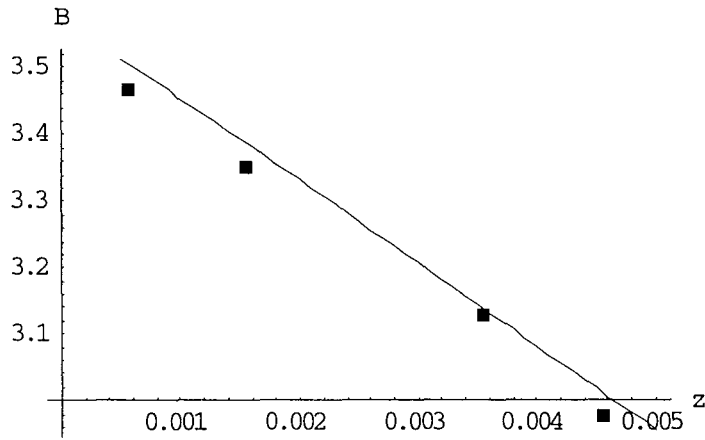


Fig. V.7. Comparaison modélisation analytique- expérimentation ( $B_0 = 3 T$ )

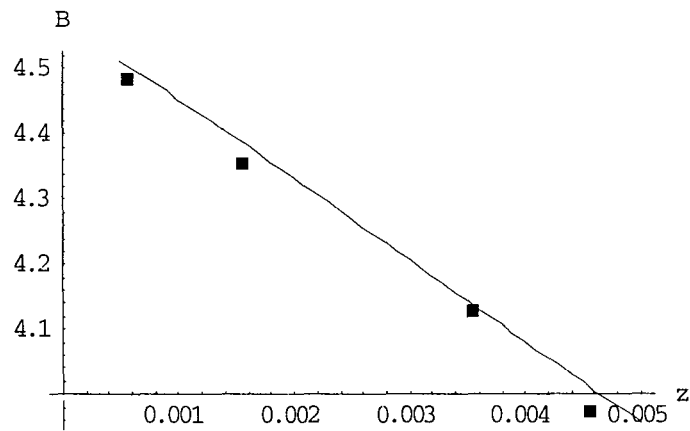


Fig. V.8. Comparaison modélisation analytique- expérimentation ( $B_0 = 4 T$ )

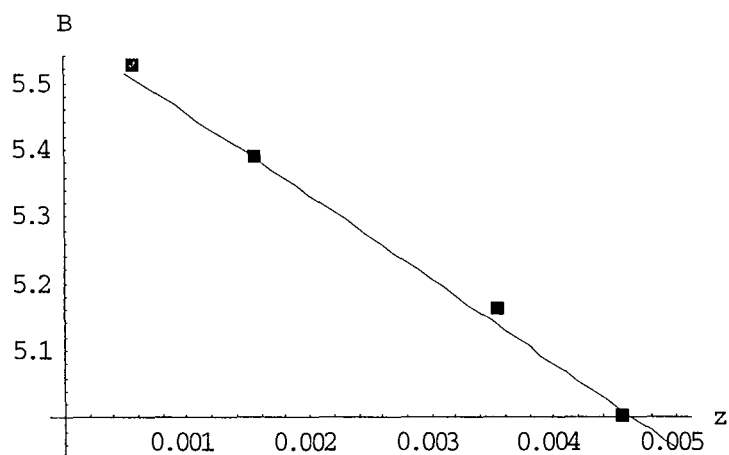


Fig. V.9. Comparaison modélisation analytique- expérimentation ( $B_0 = 5 T$ )

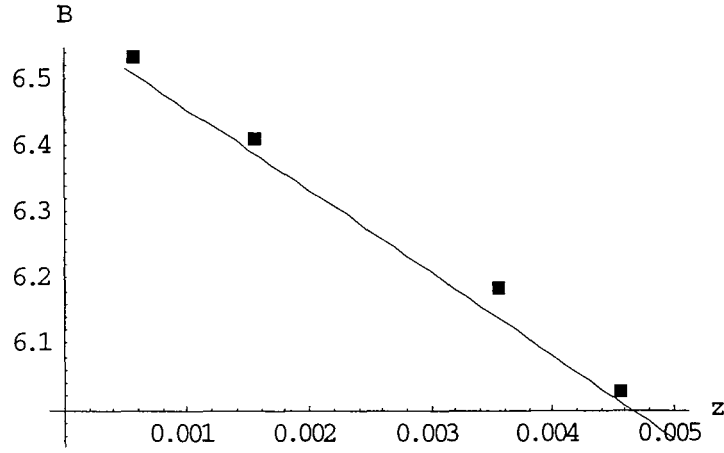


Fig. V.10. Comparaison modélisation analytique- expérimentation ( $B_0 = 6 T$ )

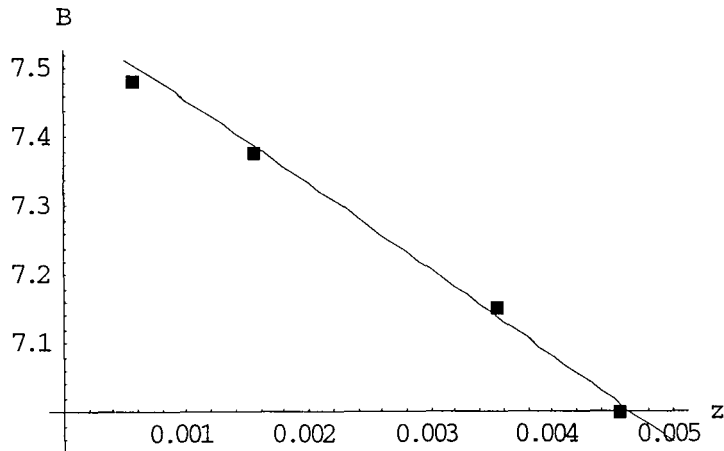


Fig. V.11. Comparaison modélisation analytique- expérimentation ( $B_0 = 7 T$ )

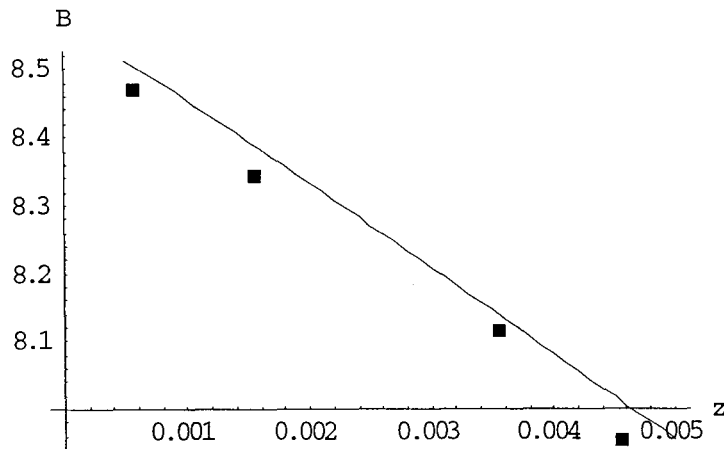


Fig. V.12. Comparaison modélisation analytique- expérimentation ( $B_0 = 8 T$ )

Le tableau ci dessous répertorie les différentes valeurs de l'erreur relative (en pourcentage et en valeur absolue) entre les valeurs d'induction mesurées et les valeurs prédites par le modèle théorique.

| z (m)   | B <sub>0</sub> = 3 T | B <sub>0</sub> = 4 T | B <sub>0</sub> = 5 T | B <sub>0</sub> = 6 T | B <sub>0</sub> = 7 T | B <sub>0</sub> = 8 T |
|---------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| 0,00056 | <b>1,2</b>           | 0,5                  | 0,5                  | 0,4                  | <b>0,3</b>           | 0,5                  |
| 0,00156 | 1,0                  | 0,7                  | 0,1                  | 0,4                  | 0,1                  | 0,5                  |
| 0,00356 | 0,3                  | 0,2                  | <b>0,5</b>           | <b>0,8</b>           | 0,2                  | 0,3                  |
| 0,00456 | 1,2                  | <b>0,9</b>           | 0,1                  | 0,3                  | 0,2                  | <b>0,7</b>           |

(sont marquées en gras les erreurs maximales (%) obtenues pour chaque valeur de B<sub>0</sub>).

Compte tenu des imprécisions de mesures inévitables (sur le positionnement de la sonde et les valeurs d'induction mesurées), on observe une très bonne correspondance entre l'expérience et le modèle analytique sur les valeurs de l'induction au sein de la zone de mesure : l'écart expérience – modèle n'excède en effet pas 1,19 %.

On peut donc espérer que le gradient de B<sup>2</sup> effectivement crée dans la zone entre les deux inserts ferromagnétique correspond à celui prédit par le modèle analytique.

Le modèle analytique donne comme valeurs de gradient de B<sup>2</sup>:

|                      | Gr (z = 0,00056)<br>(T <sup>2</sup> /m) | Gr (z = 0,00156)<br>(T <sup>2</sup> /m) | Gr (z = 0,00356)<br>(T <sup>2</sup> /m) | Gr (z = 0,00456)<br>(T <sup>2</sup> /m) |
|----------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------|
| B <sub>0</sub> = 3 T | -831,046                                | -828,181                                | -796,869                                | -746,114                                |
| B <sub>0</sub> = 4 T | -1067,97                                | -1072,68                                | -1050,9                                 | -993,924                                |
| B <sub>0</sub> = 5 T | -1304,9                                 | -1317,19                                | -1304,93                                | -1241,73                                |
| B <sub>0</sub> = 6 T | -1541,82                                | -1561,69                                | -1558,96                                | -1489,54                                |
| B <sub>0</sub> = 7 T | -1778,75                                | -1806,2                                 | -1812,99                                | -1737,35                                |
| B <sub>0</sub> = 8 T | -2015,68                                | -2050,7                                 | -2067,02                                | -1985,16                                |

En calculant le gradient de B<sup>2</sup> moyen mesuré dans la zone par :

$$\langle \text{grad} B^2 \rangle = 2 \langle B \rangle \frac{\Delta B}{\Delta z} \tag{V-4}$$

où  $\Delta z = 4 \text{ mm}$

On obtient :

| B <sub>0</sub> (T)                                                     | 3       | 4        | 5        | 6     | 7        | 8        |
|------------------------------------------------------------------------|---------|----------|----------|-------|----------|----------|
| $\langle \text{grad} B^2 \rangle$<br>analytique<br>(T <sup>2</sup> /m) | -800,55 | -1046,37 | -1292,19 | -1538 | -1783,82 | -2029,64 |
| $\langle \text{grad} B^2 \rangle$<br>mesuré<br>(T <sup>2</sup> /m)     | -789    | -1077    | -1375    | -1584 | -1750    | -2114    |
| Erreur (%)                                                             | 1,4     | 2,9      | 6,4      | 3     | 1,9      | 4,1      |

Les valeurs moyennes de gradient de l'induction au carré ainsi obtenue sont du même ordre de grandeur que les valeurs données par la modèle analytique (erreur inférieure à 6,5%).



### Conclusion du Chapitre V :

*Cette partie expérimentale confirme la validité du modèle analytique rendant compte du comportement des inserts ferromagnétiques supersaturés par un champ magnétique uniforme. Les structures à inserts ferromagnétiques apparaissent donc comme un moyen relativement simple et puissant pour la création de forts gradient de  $B^2$  dans des petits volumes.*

*Par comparaison, une induction de 8 T associée à deux inserts en fer doux de quelques  $\text{cm}^3$  produisent des niveaux de gradient de  $B^2$  suffisant pour la lévitation de l'acétone, lévitation de l'acétone qui nécessitait dans l'expérience fondatrice de E. Beaugnon et R. Tournier l'utilisation d'une bobine supraconductrice solénoïdale produisant une induction de 23 T en son centre.*

*Des expérimentations sont cependant encore nécessaires pour valider définitivement la pertinence de ces structures, en particulier la mesure devra porter non sur l'induction générée mais bel et bien sur le gradient de l'induction au carré (mesure de force par exemple).*

*Néanmoins cette expérience préliminaire a atteint son objectif : les structures à inserts ferromagnétiques supersaturés peuvent être tenues comme une voie de recherche prometteuse pour la création d'environnement de micro-gravité.*



**CONCLUSION  
GENERALE**



Ce travail expose notre contribution méthodologique à la résolution du problème de synthèse de source en magnétostatique, deux applications sont en particulier prises en compte : le stockage magnétique d'énergie et la création d'environnement de micro-gravité.

La méthodologie proposée complète les méthodes habituelles de conception de systèmes électrotechniques, en intégrant entre la phase de conception initiale « sur papier » et l'optimisation numérique, une phase de conception analytique portant sur des systèmes idéalisés dans lesquels les sources sont modélisées par des densités de courant superficielles. Nous avons pour cela développé des outils théoriques, sous forme de trois théorèmes, permettant de remonter à partir d'une distribution spatiale d'induction à une distribution de courants superficiels.

Les systèmes idéalisés résultant de cette résolution analytique du problème inverse de synthèse de source, sont ensuite discrétisés et modélisés à l'aide d'outils numériques classiquement utilisés dans la conception de systèmes électrotechniques, les sources étant cette fois-ci modélisées par des densités volumiques de courant.

Cette méthode nous a permis, et c'est une preuve de sa pertinence, d'identifier des solutions innovantes et à forte potentialité aux problèmes posés par les applications envisagées.

La première de ces applications est le stockage d'énergie par voie magnétique dans des bobines supraconductrices (S.M.E.S.).

Notre méthodologie a permis une étude taxinomique de structures idéales de bobinages, dont la principale caractéristique est de présenter un champ magnétique de fuite nul. Trois critères de comparaison ont autorisé le classement de ces différentes structures selon leurs performances. Les structures idéales les plus pertinentes ont ensuite été modélisées numériquement afin de vérifier leur faisabilité et la transmission de leurs potentialités aux structures discrétisées équivalentes.

Une configuration particulière de bobinages supraconducteurs a ainsi pu être isolée comme celle présentant les meilleures performances en terme de compacité et de faiblesse de champ de fuite : la structure n-polygone,  $n = 4$  à section de bobines en forme de « D ».

Cette structure a de plus l'avantage de présenter une induction transverse faible dans les conducteurs, ce qui en fait un système bien adapté à une réalisation avec des matériaux supraconducteurs HTC.

La deuxième application envisagée est la création d'environnement de micro-gravité par des forces magnétiques.

Ici encore notre méthodologie nous a permis de retrouver ou d'identifier des solutions idéales originales permettant d'atteindre des niveaux de gradient de  $B^2$  largement hors de portée des systèmes actuels : la structure multipolaire et les systèmes à inserts ferromagnétiques supersaturés. Une phase de modélisation numérique et d'optimisation (pour la structure multipolaire) puis de validation expérimentale (pour un système à inserts solénoïdaux) a confirmé la pertinence de ces solutions.

Le système à inserts solénoïdaux possède l'avantage d'être très peu coûteux en terme de réalisation puisqu'il utilise uniquement une bobine solénoïdale supraconductrice classique (dispositif anodin à l'heure actuelle) et deux pièces ferromagnétiques de quelques  $\text{cm}^3$ .

La structure multipolaire, proposée initialement sous une autre forme par A. Dael, permet d'atteindre de hautes valeurs de gradient de  $B^2$  et d'uniformité dans une zone extensible dans la direction d'invariance du système. De plus lors de la phase de conception du bobinage, on peut choisir le décalage angulaire entre la direction de l'induction magnétique et du gradient de  $B^2$ , chose impossible avec les systèmes solénoïdaux existants.

Nous espérons par ce travail avoir ouvert plusieurs voies de recherche tant dans la méthodologie de résolution du problème inverse de synthèse de source, que dans la conception de systèmes destinés au stockage d'énergie et à la création d'environnement de micro-gravité.

La méthodologie de résolution présentée peut certainement être encore améliorée. En particulier des études pourraient porter sur la discrétisation des systèmes idéaux, notamment dans le cas de systèmes invariants par translation où un formalisme utilisant des grandeurs complexes devrait permettre d'identifier analytiquement des structures où les courants sont modélisés par des densités volumiques.

Au niveau du stockage d'énergie, une phase d'optimisation des structures modélisées numériquement et particulièrement du système n-polygones,  $n = 4$ , doit permettre d'en accroître encore les performances. Le critère coût étant un aspect essentiel dans cette thématique, une étude économique peut également s'avérer nécessaire.

En ce qui concerne les différentes structures proposées pour la micro-gravité, il ne fait aucun doute que les structures multipolaires et à inserts ferromagnétiques sont des voies prometteuses. De nombreuses études restent à mener, tant sur les outils de simulation numérique (notamment pour les systèmes à inserts) que sur les potentialités de ces systèmes.

**REFERENCES  
BIBLIOGRAPHIQUES**





Références bibliographiques – Chapitre I

- [I-1] P. Neittaanmäki, *et al*  
Inverse Problems and optimal Design in Electricity and Magnetism  
Monographs in Electrical and Electronic Engineering – 35  
Oxford Science Publications  
Clarendon Press, 1996
- [I-2] E. Durand  
Magnétostatique  
Editions Masson et C<sup>ie</sup>, 1968
- [I-3] Proceedings of the First International RoXie Users Meeting and Workshop  
CERN, 16-18 March 1998  
Editor : S. Russenschuck
- [I-4] P. Tixador  
Les supraconducteurs  
Editions Hermes, collection Matériaux, 1995  
ISBN 2-86601-505-3
- [I-5] M.N. Wilson  
Superconducting Magnets  
Clarendon Press, Oxford
- [I-6] A. Mailfert  
Matériaux et structures en génie électriques  
Cours de DEA P.R.O.T.E.E. 1997  
Institut National Polytechnique de Lorraine
- [I-7] A. Herpin  
Théorie du magnétisme  
Bibliothèque des Sciences et techniques Nucléaires  
Presses Universitaires de France, 1968
- [I-8] E. du Trémolet de Lacheisserie  
Magnétisme, I- Fondements  
Presses Univesitaires de Grenoble, 1999  
ISBN 2-7061-0831-2
- [I-9] E. du Trémolet de Lacheisserie  
Magnétisme, II- Matériaux et Applications  
Presses Univesitaires de Grenoble, 1999  
ISBN 2-7061-0832-0
- [I-10] D. Givors  
Matériaux à propriétés spécifiques- les matériaux magnétiques  
Rapport C.N.R.S.

- [I-11] A. Mailfert, G. Fournet  
Réalisation d'un transformateur à enroulements supraconducteurs  
C. R. Académie des Sciences, Paris, T. 258, pp 2271-2274, 24 Février 1964
- [I-12] C. Meuris  
Les aimants supraconducteurs pour la physique des particules  
CEA Saclay/DSM/STCM
- [I-13] International Thermonuclear Experimental Reactor (I.T.E.R.)  
<http://www.iter.org>
- [I-14] P. Tixador, *et al*  
Limitation du courant avec des supraconducteurs  
Communication au 6<sup>ème</sup> Journées de Cryogénie et de Supraconductivité, 16-19 Mai 2000, Aussois
- [I-15] A. Mailfert  
Machines à réluctance variable  
Techniques de l'ingénieur, 3, 1986, D-550
- [I-16] A. Formisano, *et al*  
Optimization of the Magnetostatic Field in SMES Devices  
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 33, No. 2, pp 1832-1835, March 1997
- [I-17] P. Genevey, *et al*  
Ferromagnetic Inserts Increasing the Field of a Solenoid  
Journal de Physique, Colloque C1, No. 1, Vol. 45, pp 817-820, Janvier 1984
- [I-18] A. Mailfert  
Machine électrique tournante synchrone  
Brevet ANVAR 81-19620, octobre 1981
- [I-19] A. Rezzoug  
Machine Synchrone à plots ferromagnétiques aimantés à saturation par une bobine supraconductrice. Aspects théoriques et expérimentaux  
Thèse de doctorat de l'I.N.P.L., soutenue le 10/09/1987
- [I-20] G. Gillet, F. Diot  
Evolution technologique dans le domaine du tri magnétique  
Mines Carrières – Les Techniques, vol. 1, pp 4-14, Juin 1996
- [I-21] E. Nava  
Modèle de piégeage de particules ultrafines sous champ magnétique intense  
Thèse de doctorat de l'I.N.P.L., soutenue en octobre 1996
- [I-22] O. Vincent-Viry  
Séparation magnétique de particules  
Rapport D.E.A. P.R.O.T.E.E. (PROcédés et Traitement de l'Energie Electrique),  
I.N.P.L., Juin 1997

- [I-23] O. Vincent-Viry, A. Mailfert, G. Gillet, F. Diot  
Magnetic percolation phenomenon in high field-high gradient separators  
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 36, No. 6, pp 3947-3952, November 2000
- [I-24] M. Takorabet  
Etude de configurations de bobines supraconductrices destinées au stockage d'énergie  
Thèse de doctorat de l'IN.P.L., soutenue le 03 Juillet 1998
- [I-25] C. A. Luongo  
Superconducting Storage Systems : An overview  
IEEE Trans. on Magnetics, vol. 32, n°4, pp 2214-2223, July 1996
- [I-26] E. Beaugnon, R. Tournier  
Levitation of water and organic substances in high static magnetic fields  
Journal de physique III France 1, n°8, pp 1423-1428, Août 1991
- [I-27] N. I. Wakayama, *et al*  
Effect of a magnetic field gradient on the crystallization of hen lysozyme  
Journal of Crystal Growth, n°178, pp 653-656, 1997
- [I-28] M. Hamai, *et al*  
Crystal growth of ammonium chloride in magnetic levitation conditions  
Journal of Crystal Growth, n°209, pp 1013-1017, 2000
- [I-29] E. Beaugnon, *et al*  
Material processing in high static magnetic field.  
A review of an experimental study on levitation, phase separation, convection  
texturation  
Journal de Physique I, February 1993, pp 399-421
- [I-30] J. Qi, *et al*  
Suppression of Natural Convection in Nonconducting and Lowconducting Fluids by  
the Application of a Static Magnetic Field  
Materials transactions, JIM, vol. n°8, pp 970-975, 2000
- [I-31] K. Kitazawa, *et al*  
Prospects of New Magneto-Science, Novel Magnetic Fields Effects on Non-Magnetic  
Substances  
Proceedings of the Symposium on New Magneto Science 1999, pp 147-152
- [I-32] E. Beaugnon, *et al*  
Lévitiation diamagnétique et anomalies de mouillage  
Recueil des communications, 6<sup>ème</sup> Journées de Cryogénie et de Supraconductivité,  
Aussois, Vol. 1, pp 49-55, 2000
- [I-33] R. Wunenburger, *et al*  
Magnetic compensation of gravity forces in (p-) hydrogen near its critical point :  
Application to weightless conditions  
Physical Review E, vol. 62, n° 1, pp 469-476, July 2000

- [I-34] K. Shinohara, *et al*  
Measurement of Magnetic Susceptibilities of Particles in Liquid Phase  
Proceedings of the Symposium on New Magneto Science 1999, pp 316-319

Sites internet :

International Thermonuclear Experimental Reactor (I.T.E.R.)  
<http://www.iter.org>

Large Hadron Collider (L.H.C.)  
[http://public.web.cern.ch/Public/ACCELERATORS/LHCacc\\_fr.html](http://public.web.cern.ch/Public/ACCELERATORS/LHCacc_fr.html)

National Aeronautics and Space Administration (N.A.S.A.) Microgravity Research Program  
<http://microgravity.msfc.nasa.gov/>

Références bibliographiques – Chapitre III

- [III-1] M. Takorabet  
Etude de configurations de bobines supraconductrices destinées au stockage d'énergie  
Thèse de doctorat de l'I.N.P.L., soutenue le 03 Juillet 1998
- [III-2] H. W. Lorenzen, *et al*  
Energy Storage, Small and fast-acting SMES Systems  
Lehrstuhl für Elektrische Maschinen und Geräte  
Technische Universität München
- [III-3] J. Cerulli  
State of the Art of HTS Technology for Large power Applications  
Current Programs and Future Expectations  
American Superconductor Corporation <http://amsuper.com/>
- [III-4] N. Takorabet, B. Laporte  
Optimisation de l'écrantage actif d'un S.M.E.S.  
Revue Internationale du Génie Electrique, Avril 2001, Numélec 2000, pp 65-75
- [III-5] A. Mailfert  
Cours Matériaux et structures du génie électrique : le Ferromagnétisme  
DEA PROCédés et Traitement de l'Energie Electrique, INPL, 1997
- [III-6] M. Favereau  
Cours d'Electrotechnique 2<sup>ème</sup> Année d'Etudes, Tome II  
Ecole Centrale des Arts & Manufactures, 1972
- [III-7] M. Takorabet, A. Mailfert, A. Colteu  
Recherche d'une nouvelle configuration de bobines supraconductrices pour le stockage d'énergie  
European Physical Journal, Applied Physics, vol. 2, pp 79-85, 1998
- [III-8] D. Trassard  
Nouvelles configurations de bobines supraconductrices pour le stockage d'énergie  
Rapport de projet D.E.A. P.R.O.T.E.E., 2000
- [III-9] O. Vincent-Viry, A. Mailfert  
Etude exploratoire de nouvelles configurations de bobines supraconductrices pour stockage d'énergie  
Rapport d'étude, contrat de recherche EDF, Septembre 1999
- [III-10] S. Nogushi, *et al*  
An Optimal Design Method for Superconducting Magnets Using HTS Tape  
Communication présentée à ASC 2000 (4LC02), Virginia Beach, Septembre 2000

*Références bibliographiques – Chapitre IV*

- [IV-1] E. Beaugnon, R. Tournier  
Levitation of water and organic substances in high static magnetic fields  
Journal de physique III France 1, n°8, pp 1423-1428, Août 1991
- [IV-2] M. V. Berry, A. K. Geim  
Of flying frogs and levitrons  
European Journal of Physics, No. 18, pp 307-313, 1997
- [IV-3] E. Guyon, *et al*  
Hydrodynamique physique  
Savoirs actuels, InterEditions/CNRS Editions, 1991
- [IV-4] N. I. Wakayama, *et al*  
Effect of a magnetic field gradient on the crystallization of hen lysozyme  
Journal of Crystal Growth, 178, pp 653-656, 1997
- [IV-5] J. Qi, N. I. Wakayama  
Suppression of Natural Convection in Nonconducting and Lowconducting  
Fluids by the Application of a Static Magnetic Field  
Materials Transactions, JIM, No 8, pp 970-975, 2000
- [IV-6] M. Hamai, *et al*  
Crystal growth of ammonium chloride in magnetic levitation conditions  
Journal of Crystal Growth, 209, pp 1013-1017, 2000
- [IV-7] L. Quettier, O. Vincent-Viry, A. Mailfert, F. P. Juster  
Structures de bobinages supraconducteurs pour croissance cristalline sous  
champ magnétique en environnement de micro-gravité  
Communication à Electrotechnique du Futur 2001 (EF2001), 14-15 Novembre  
2001, Nancy
- [IV-8] E. Durand  
Magnétostatique  
Editions Masson et C<sup>ie</sup>, 1968
- [IV-9] O. Ozaki, *et al*  
Development of Superconducting Magnets for Uniform and High Magnetic  
Force Field Generation  
Communication à MT-17, 24-28 septembre 2001, Genève
- [IV-10] Guy Aubert  
Communication au groupe de travail sur la lévitation magnétique  
STCM, CEA Saclay, 19/07/2000, non publié

- [IV-11] M. D. Bird, Y. M. Eyssa  
Special Purpose High Field Resisitive Magnet  
IEEE Transactions on Applied Superconductivity, vol. 10, No. 1, pp 451-454,  
March 2000
- [IV-12] L. Quettier  
Lévitacion Magnétique  
Rapport de stage DEA PROTEE, Août 2000
- [IV-13] A. Devred  
Review of Superconducting Dipole and Quadrupole Magnets For Particles  
Accelerators  
CEA Saclay, DAPNIA/STCM 99-24, December 1999
- [IV-14] Proceedings of the First International Roxie Users Meeting and Workshop  
CERN, 16-18 March 1998  
Editor : S. Russenschuck

Sites Internet :

High Field Magnet Laboratory, Nijmegen, Hollande  
<http://www.sci.kun.nl/hfml/>

National High Magnetic Field Laboratory, Tallahassee, USA  
<http://www.magnet.fsu.edu/>

Laboratoire des Champs Magnétiques Intenses, Grenoble  
<http://ghmfl.polycnrs-gre.fr/generalfr.htm>

Références bibliographiques – Chapitre V

- [V-1] A. Herpin  
Théorie du magnétisme  
Bibliothèque des Sciences et Techniques Nucléaires, Presses Universitaires de France,  
1968
- [V-2] J.-I. Fujihira, *et al*  
Measurements of Uniform Magnetic Force Field Profiles  
Communication présentée à ASC 2000, 12-17 Septembre 2000, Virginia Beach, USA
- [V-3] M. Brun, *et al*  
« Trou de champ 10 T »  
Note SBT/CT/87-28, Service Basses Températures C.E.A.-C.E.N.G., 1987



**Bibliographie personnelle :**

**1. Communications :**

*O. Vincent-Viry, A. Mailfert, D. Trassart*

Configurations de bobines supraconductrices à faibles fuites pour stockage d'énergie

*Poster*

Sixièmes Journées de Cryogénie et de Supraconductivité, Aussois, 16-19/05/2000

*O. Vincent-Viry, A. Mailfert, A. Colteu*

A. Dael, C. Gourdin, L. Quettier (CEA Saclay)

Micro-gravité : configurations de bobinages créant un champ de forces magnétiques

*Poster*

Sixièmes Journées de Cryogénie et de Supraconductivité, Aussois, 16-19/05/2000, recueil des présentations, vol.2, pp 757-759

(édition : Association française du Froid)

*O. Vincent-Viry, A. Mailfert*

New structures of superconducting coils for energy storage

*Poster*

ICEM 2000, 28-30/08/2000 Helsinki, ICEM 2000 Proceedings, vol. 2, pp. 654-658

(édition : Laboratory of Electromechanics, Helsinki University of Technology)

*O. Vincent-Viry, A. Mailfert, D. Trassart*

New SMES structure analysis

*Poster*

ASC 2000, 2LH08 , 17-23/09/2000 Virginia Beach

*A. Mailfert, O. Vincent-Viry*

2-D inverse problems with applications to micro-gravity and energy storage

*Communication orale*

OIPE 2000, Torino, 25-27/09/2000

*O. Vincent-Viry, A. Mailfert*

Bobines pour stockage d'énergie adaptées aux matériaux supraconducteurs à haute température critique

*Communication orale*

MGE 2000, 13-14/12/2000 Lille, actes du colloque pp. 161-164

(édition : Université des Sciences et Technologie de Lille)

*L. Quettier, O. Vincent-Viry, A. Mailfert, F.P. Juster*

Structures de bobinages supraconducteurs pour croissance cristalline sous champ magnétique en environnement de micro-gravité

*Communication orale*

Electrotechnique du Futur 2001, 14 et 15/11/2001 Nancy, actes du colloque pp 243-247

(édition I.N.P.L. Nancy)

2. Articles de revues :

O. Vincent-Viry, A. Mailfert

G. Gillet, F. Diot (ENSG Nancy)

Magnetic percolation phenomenon in high field-high gradient separators

IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 36, No 6, pp 3947-3952, November 2000

O. Vincent-Viry, A. Mailfert, D. Trassart

New SMES structure analysis

IEEE Transactions on Applied Superconductivity 11, n°1 (proceedings of ASC 2000)

O. Vincent-Viry, A. Mailfert, D. Trassart

Superconducting coils configurations, with low flux leakage, for energy storage

EPJ-Applied Physics, Vol. 13, No 3, pp 201-204, March 2001

O. Vincent-Viry, A. Mailfert, A. Colteu

A. Dael, C. Gourdin, L. Quettier (CEA Saclay)

Micro-gravity: current distributions creating a uniform force field

The European Physical Journal-Applied Physics, Vol. 13, No 2, pp 121-123, February 2001

A. Mailfert, O. Vincent-Viry

2-D inverse problems with applications to micro-gravity and energy storage

COMPEL, Vol. 20, No 3, pp 869-878, 2001

# ANNEXES

Annexe 1 : *Techniques mathématiques d'optimisation*

Annexe 2 : *Fabrication et industrialisation des matériaux supraconducteurs BTC et HTC*

Annexe 3 : *Matériaux ferromagnétiques doux*

Annexe 4 : *Programmes de développement du stockage magnétique d'énergie, exemples de systèmes existants*

Annexe 5 : *Forces dans les bobinages des systèmes :  $n = 4$ -polygones, à deux sphères imbriquées et  $n = 1$  -torique*

Annexe 6 : *Etalonnage de la sonde à effet Hall à cinq capteurs*



## Annexe 1: Techniques mathématiques d'optimisation

### 1. Optimisation sans contrainte :

#### 1.1. Définitions :

Le problème suivant est considéré :

$$\min_{X \in R^n} h(X) \quad (\text{A.1-1})$$

où  $h: R^n \rightarrow R$  est appelée fonction objectif

la condition  $X \in R^n$  exprime le fait qu'il n'y a aucune contrainte imposée sur les variables de design.

Pour une fonction  $h$  à  $n$  variables, les différents types de minimum sont classés comme suit :

- si  $h(X^*) \leq h(X) \quad \forall X \in R^n$  alors  $X^*$  est un minimum global de  $h$  (minimum global strict si l'inégalité est stricte pour tout  $X \neq X^*$ ).
- si  $\exists \lambda > 0$  tq  $h(X^*) \leq h(X + \delta X) \quad \forall \delta X$  tq  $0 < \|\delta X\| \leq \lambda$  alors  $X^*$  est un minimum local de  $h$  (on parle d'un minimum local strict s'il y a inégalité stricte).

La condition nécessaire pour que  $X^*$  soit un minimum local de  $f$  est :

$$- G(X^*) = 0 \quad (\text{condition au premier ordre}) \quad (\text{A.1-2})$$

La condition suffisante pour que  $X^*$  soit un minimum strict est :

$$- \delta X^T H(X^*) \delta X > 0 \quad (\text{hessien défini positif, condition au deuxième ordre}) \quad (\text{A.1-3})$$

où  $G(X)$  et  $H(X)$  représentent respectivement le gradient et le hessien (matrice regroupant les dérivés partielles au deuxième ordre de  $f$ ) de  $f$  au point  $X$ .

#### 1.2. Méthodes déterministes d'optimisation :

Toutes les méthodes présentées ici sont des méthodes itératives.

Soit une fonction objectif  $f$  à  $n$  variables, le nouveau vecteur design estimé  $X_{k+1}$  du minimum est obtenu par :

$$X_{k+1} = X_k + \delta X_k \quad (k = 0, 1, \dots) \quad (\text{A.1-4})$$

où  $\delta X_k$  indique un léger changement dans le vecteur design effectif

$$\delta X_k = \alpha_k p_k \quad (\text{A.1-5})$$

$p_k$  est un vecteur direction de recherche le long duquel on effectue le pas de calcul (avec une longueur de pas  $\alpha_k$ ).

Le calcul de  $\delta X_k$  consiste donc en deux phases : trouver la direction de recherche et calculer la longueur de pas.

Si  $X_k$  n'est pas un minimum, alors il est possible de trouver un point  $X_{k+1}$  tel que :  
 $h(X_{k+1}) < h(X_k)$  (A.1-6)

soit, compte tenu des expressions précédentes et après un développement en série :  
 $h(X_k) + \alpha_k (G^T(X_k)p_k) < h(X_k)$  (A.1-7)

Comme  $\alpha_k > 0$ , on en déduit immédiatement ce qui est appelé la condition de descente :  
 $G^T(X_k)p_k < 0$  (A.1-8)

La direction de recherche peut alors être définie comme n'importe quel vecteur  $p_k$  vérifiant la condition de descente. Ce qui distingue les différentes méthodes d'optimisation les unes des autres est la technique utilisée pour trouver les vecteurs  $p_k$ .

### 1.2.1. Méthode du gradient (ou descente) :

Cette méthode, introduite par Cauchy en 1847 [A.1-1], utilise l'opposé du gradient comme vecteur direction de recherche :

$$p_k = -G(X_k) \quad (A.1-9)$$

Cette méthode fort simple a toutefois quelques inconvénients : rien ne garantit un nombre fini d'itérations, le choix de la longueur de pas n'est pas toujours aisé.

Une modification simple de la méthode du gradient permet de s'affranchir de ces deux inconvénients : c'est la méthode du gradient conjugué due à Fletcher et Reeves [A.1-2], reposant sur une étude du hessien de la fonction Cette méthode garantit un nombre fini d'itérations (et on a une estimation de la longueur de pas).

### 1.2.2. Méthode de Newton :

Le vecteur direction de recherche est ici donné par :

$$H(X_k)\alpha_k p_k = -G(X_k) \quad (A.1-10)$$

cette méthode est efficace mais nécessite que le hessien de la fonction objectif soit non singulier au point considéré.

La méthode de Newton présente également quelques inconvénients : si le hessien est singulier au point considéré, elle ne marche pas du tout.

C'est pourquoi, la méthode de Newton est souvent associé avec une méthode de descente.

### 1.2.3. Méthode Quasi-Newton :

Cette méthode de Newton modifiée repose sur le fait que, lorsque le hessien pose problème, on essaye de l'approcher par une matrice, ou alors d'approcher directement son inverse.

Cette approximation du hessien est effectuée en utilisant des informations des itérations précédentes et par dérivations au premier ordre.

Il existe plusieurs méthodes se différenciant par la technique d'approximation du hessien, on peut citer la méthode Davidon-Fletcher-Powell (DFP), la méthode Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS) [A.1-2].

### **1.3. Méthodes stochastiques d'optimisation :**

Ces méthodes ne sont pas stochastiques au sens classique du mot, cependant elles sont basées sur l'utilisation d'étapes aléatoires pour trouver le minimum d'une fonction objectif. La procédure itérative associée est définie comme :

$$X_{i+1} = X_i + \alpha_i u_i \quad (\text{A.1-11})$$

où  $\alpha_i$  est la longueur de pas et  $u_i$  un vecteur unitaire aléatoire.

Ces méthodes de recherche aléatoires fonctionnent bien même lorsque la fonction objectif est non différentiable et/ou discontinue, et elles ont une probabilité non nulle de trouver le minimum global d'une fonction objectif ayant plusieurs minimum locaux.

Ces méthodes stochastiques peuvent être utilisées pour localiser la région à laquelle appartient probablement le minimum global, ceci fait des techniques d'optimisation plus rapides peuvent être alors employées pour trouver le minimum global au sein de cette région.

Deux exemples de méthodes stochastiques sont décrits brièvement ci dessous : l'algorithme génétique et la méthode du recuit simulé.

#### **1.3.1. Algorithme génétique :**

Les algorithmes génétiques reposent sur les principes de sélection naturelle.

Les principaux éléments d'un algorithme génétique peuvent se résumer comme suit :

- une représentation par chromosomes des solutions du problème
- une population initiale de solutions
- une fonction de sélection (fonction objectif) qui représente l'environnement
- des opérateurs géniques (croisement, mutation, inversion)
- paramètres d'ajustement (taille de la population, probabilité d'appliquer tel ou tel opérateur génique ...)

L'opérateur croisement échange l'information génétique de deux chromosomes parents pour combiner les gènes bénéfiques dans leur progéniture. L'opérateur mutation introduit aléatoirement des gènes bénéfiques dans les chromosomes et l'opérateur inversion change l'emplacement des gènes dans les chromosomes.

Partant d'une population initiale, on examine l'adaptation de chaque individu à l'environnement. Les individus relativement brillants sont sélectionnés pour produire la nouvelle génération en utilisant les opérateurs géniques. Cette nouvelle génération est normalement mieux adaptée à l'environnement que la précédente.

Le processus est répété ainsi de suite jusqu'à atteindre la solution optimale.

#### **1.3.2. Méthode du recuit simulé [A.1-2][A.1-3] :**

Cette méthode est basée sur l'analogie entre la minimisation de la fonction objectif et le lent refroidissement d'un système thermodynamique de particules (par exemple un fluide) conduisant à la minimisation de son état énergétique.

Les solutions du problème d'optimisation correspondent aux états du système physique, la fonction objectif représente l'énergie de cet état et les variables de design les positions des particules.

Partant d'une structure initiale  $\bar{x}$ , de nouveaux vecteurs design  $\bar{x}_i$  sont générés par des déplacements aléatoires le long des directions de chaque coordonnées. Le nouveau point est

accepté si  $\delta f = f(\vec{X}_i) - f(\vec{X}) < 0$  sinon il est accepté avec une probabilité  $p = e^{-\Delta f/T}$  où T est un paramètre de contrôle correspondant à une température.

Pour une haute « température », pratiquement tous les nouveaux essais sont acceptés, alors que si  $T = 0$ , seuls les nouveaux points conduisant à une fonction objectif inférieure sont retenus.

Le principal problème de cette méthode est le choix de la « température » de départ au début du processus de « refroidissement ».

Il existe bien évidemment d'autres méthodes stochastiques telles que la méthode basée sur des stratégies d'évolution, les méthodes neuronales (qui nécessitent des machines parallèles et non plus séquentielles)...

## **1.2. Optimisation avec contraintes, optimisation multi-objectifs :**

La plupart des problèmes pratiques d'optimisation impliquent plusieurs objectifs concurrents devant être pris en compte simultanément (optimisation multi-objectifs) avec de plus bien souvent des contraintes égalités ou inégalités non linéaires sur les variables d'optimisation.

La résolution de ce type de problème repose sur trois éléments : des méthodes d'aide à la décision, des méthodes pour traiter les contraintes non linéaires et des algorithmes d'optimisation pour minimiser la fonction objectif.

### **1.2.1. Optimalité au sens de Paréto :**

Il n'existe pas, en général, pour un problème d'optimisation multi-objectifs, de solution permettant d'atteindre simultanément l'optimum de tous les objectifs. Cependant, pour définir une solution optimale à ce type de problème, nous pouvons appliquer le critère de Paréto, introduit à l'origine pour résoudre des problèmes en économie [A.1-3].

Un vecteur design du dispositif pour lequel l'amélioration d'un des objectifs cause la dégradation d'au moins un autre objectif est un élément de l'ensemble des solutions optimales au sens de Paréto.

Il est clair que cette définition conduit à un ensemble de solutions plutôt qu'à une solution unique.

### **1.2.2. Méthodes d'aides à la décision :**

L'application d'algorithmes d'optimisation requiert une méthode d'aide à la décision afin d'extraire une solution parmi l'ensemble des solutions optimales au sens de Paréto.

Trois de ces méthodes sont données en exemple ci après [A.1-3].

#### **1.2.2.1. Méthode de pondération de Kuhn-Tucker (cas convexe) [A.1-4] :**

Il s'agit ici de pondérer les différentes fonctions objectifs, ce qui conduit au problème d'optimisation suivant :

$$\min imiser : \left\{ u(\vec{f}(\vec{X})) = \sum_{q=1}^k t_q f_q(\vec{X}) \mid \vec{X} \in M \right\} \quad (\text{A.1-12})$$

où les poids  $t_q$  représentent les préférences de l'utilisateur.



Pour les problèmes d'optimisation convexes, il peut être prouvé que l'équation ci dessus admet une solution optimale au sens de Pareto unique.

La difficulté ici réside dans la détermination des poids les plus appropriés, particulièrement quand les différents fonctions objectifs ont des sensibilités et des valeurs numériques différentes.

1.2.2.2. Formulation en problème avec contraintes [A.1-5] :

Il s'agit ici de minimiser un seul des objectifs, les autres étant traités comme des contraintes. Le problème d'optimisation multi-objectifs s'écrit alors :

$$\text{minimiser : } f_i(\vec{X}) \tag{A.1-13}$$

$$\text{sous les contraintes : } f_q(\vec{X}) - r_q \leq 0 \quad \forall q \in [1, k]; q \neq i \tag{A.1-14}$$

$$g_i(\vec{X}) \leq 0 \quad \text{pour } i = 1, 2, \dots, m \tag{A.1-15}$$

$$h_j(\vec{X}) = 0 \quad \text{pour } j = 1, 2, \dots, p \tag{A.1-16}$$

$$X_{ll} \leq X_l \leq X_{lu} \quad \text{pour } l = 1, 2, \dots, n \tag{A.1-17}$$

où  $r_q$  représente la valeur minimum requise, spécifiée par l'utilisateur, pour le q-ième objectif.

En combinant (A.1-14) et (A.1-15) et en omettant (A.1-17), ceci revient à :

$$\text{minimiser : } f_i(\vec{X}) \tag{A.1-18}$$

$$\text{sous les contraintes : } \vec{g}'(\vec{X}) - \vec{c} \leq \vec{0} \quad \vec{g}', \vec{c} \in R^{m+k-1} \tag{A.1-19}$$

$$\vec{h}'(\vec{X}) - \vec{d} = \vec{0} \quad \vec{h}', \vec{d} \in R^p \tag{A.1-20}$$

Grâce au lagrangien L (présenté ci-dessous), on peut démontrer que ce problème admet une solution optimale au sens de Pareto unique, si toutes les contraintes sont actives.

1.2.2.3. Méthode du lagrangien [A.1-6] :

Les conditions nécessaires d'optimalité au point optimal  $\vec{X}^*$  s'écrivent pour le problème précédent (conditions de Kuhn-Tucker) :

$$\nabla_{\vec{X}} L = \nabla_{\vec{X}} f_i(\vec{X}^*) + \vec{\alpha} \nabla_{\vec{X}} \vec{g}'(\vec{X}^*) + \vec{\beta} \nabla_{\vec{X}} \vec{h}'(\vec{X}^*) = \vec{0} \tag{A.1-21}$$

$$\vec{g}'(\vec{X}^*) - \vec{c} = \vec{0} \tag{A.1-22}$$

$$\vec{h}'(\vec{X}^*) - \vec{d} = \vec{0} \tag{A.1-23}$$

$$\vec{\alpha} > \vec{0} \tag{A.1-24}$$

où  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  sont les vecteurs représentant les multiplicateurs de Lagrange.

Le gradient du Lagrangien L doit être nul, et les multiplicateurs de Lagrange des contraintes inégalités actives doivent prendre des valeurs positives, sinon il serait possible de diminuer la valeur d'une contrainte sans détériorer la fonction objectif, ce qui contredit la définition d'un optimum.

Les multiplicateurs de Lagrange sont estimés en résolvant l'équation linéaire (A.1-21) par une approche variationnelle :

$$\min_{\vec{\alpha}, \vec{\beta}} \|\nabla L\| = \min_{\vec{\alpha}, \vec{\beta}} \|\nabla_{\vec{X}} f(\vec{X}^*) + A\vec{\alpha} + B\vec{\beta}\| \quad (\text{A.1-25})$$

où les matrices A et B contiennent les gradients des différentes contraintes.

### 1.2.3. Méthode de résolution :

Une méthode de résolution est de transformer un problème d'optimisation avec contraintes en un problème d'optimisation sans contrainte grâce à une méthode de pénalisation.

L'idée principale sous-tendant cette méthode est d'ajouter un terme de pénalisation à la fonction objectif, terme qui dépend du degré avec lequel une contrainte est violée et qui disparaît si elle est satisfaite.

Le problème d'optimisation du paragraphe défini par (A.1-18, A.1-19, A.1-20) est alors transformé comme :

$$p(\vec{X}) = f_i(\vec{X}) + \sum_k p_k \cdot \max^2(0, g_k(\vec{X}) - c_k) + \sum_j q_j (h_j(\vec{X}) - d_j)^2 \quad (\text{A.1-26})$$

Si le terme de pénalisation n'est pas ajouté à la fonction objectif mais au Lagrangien, le problème avec contraintes défini par (A.1-20, A.1-21, A.1-22) peut être résolu en minimisant le Lagrangien augmenté, défini comme :

$$L_R = f_i(\vec{X}) + \sum_j \beta_j (h_j(\vec{X}) - d_j) + \sum_j q_j (h_j(\vec{X}) - d_j)^2 + \frac{1}{4} \sum_k \frac{1}{p_k} \max^2(0, \alpha_k + 2p_k(g_k(\vec{X}) - c_k) - \alpha_k^2) \quad (\text{A.1-27})$$

Une fois le problème d'optimisation avec contraintes transformé en problème sans contrainte, il peut ensuite être résolu en utilisant les méthodes déterministes ou stochastiques présentées précédemment.

*Références bibliographiques - Annexe 1*

- [A.1-1] A. L. Cauchy  
Exercices d'analyse et de physique mathématique, volume 4  
1847
- [A.1-2] P. Neittaanmäki, *et al*  
Inverse Problems and optimal Design in Electricity and Magnetism  
Monographs in Electrical and Electronic Engineering – 35  
Oxford Science Publications  
Clarendon Press, 1996
- [A.1-3] Proceedings of the First International Roxie Users Meeting and Workshop  
CERN, 16-18 March 1998  
Editor : S. Russenschuck
- [A.1-4] H. W. Kuhn, A. W. Tucker  
Nonlinear programming  
Proceedings of the 2<sup>nd</sup> Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and  
Probability  
University of California, Berkeley, 1951
- [A.1-5] S. A. Marglin  
Objectives of Water-Resource Development in Mass  
Design of Water Resource Systems, Cambridge, 1966
- [A.1-6] D. G. Luenberger  
Introduction to linear and nonlinear programming  
Addison-Wesley, 1973

## Annexe 2 : Fabrication et industrialisation des matériaux supraconducteurs BTC et HTC

### 1. Brins supraconducteurs BTC :

Le matériau supraconducteur BTC conventionnel et industriel est encore de nos jours le NbTi. Environ 2000 tonnes sont produites chaque année (à 150 \$ le kg ou 1 \$ /kA/m)[A.2-1].

Le projet LHC (Large Hadron Collider) en consommera à lui seul environ 1500 tonnes [A.2-2].

Le NbTi étant très ductile, il se prête bien à une structure multifilamentaire. Les filaments sont réalisés par des opérations successives de filage à chaud sous presse, d'étirage et de tréfilage, pour finir par un traitement thermique.

Les centres de piépages des vortex dans le NbTi sont les dislocations résultantes des opérations de filage et tréfilage.

A 4,2 K il est courant d'arriver à des densités de courant dans le supraconducteur de 2500 A/mm<sup>2</sup> sous 5 T et 1100 A/mm<sup>2</sup> sous 8 T.

Le deuxième supraconducteur BTC à un stade industriel est le Nb<sub>3</sub>Sn. Sa production est à l'heure actuelle d'environ 15 tonnes par an (entre 750\$ et 2000\$ le kg)[A.2-1].

Ce retard par rapport au NbTi s'explique principalement par une fabrication beaucoup plus complexe et des propriétés mécaniques nettement moins favorables. Cependant, le Nb<sub>3</sub>Sn est utilisé pour les applications fort champ (> 12 T) pour lesquelles le NbTi ne convient plus.

Les méthodes de fabrication du Nb<sub>3</sub>Sn sont nombreuses (procédé du bronze, de diffusion interne, de tubage à l'étain intérieur ...) mais nécessitent toutes un traitement thermique long à haute température pour réaliser la réaction chimique permettant la formation du composé supraconducteur final.

### 2. Supraconducteurs HTC :

Les supraconducteurs HTC sont élaborés à partir de poudres dont la stoechiométrie est très précise et adaptée. Ils sont ensuite broyés, mélangés puis pressés dans un moule. On calcine ensuite le mélange à haute température sous vide pour éliminer le carbone et les phases parasites. Souvent cette étape est suivie d'un frittage voire d'une texturation pour améliorer la qualité.

Les supraconducteurs HTC se présentent sous trois formes : les matériaux massifs, les conducteurs et les films minces. Dans le cadre des applications que nous serons amenés à considérer, seuls les supraconducteurs HTC élaborés sous forme de conducteurs nous intéressent.

Les composés au bismuth (Bi 2212 et Bi 2223) s'élaborent sous forme de conducteurs de grande longueur avec la technique dite « Powder in Tube ». Des précurseurs (Bi, Ca, Cu ...), dont la stoechiométrie est adaptée, sont comprimés et scellés dans une gaine en argent (permettant l'oxygénation contrôlée du mélange). Le tube est ensuite étiré et laminé pour former un ruban. Ensuite un traitement thermique précis associé aux déformations mécaniques permet d'aligner correctement et naturellement les grains.

A très basse température, ces conducteurs de très bonnes densités de courant critique à très fort champ (meilleurs que les BTC). Par contre leurs propriétés de transport sous champ magnétique s'effondrent au delà de 20 K pour le Bi 2212 et 35 K pour le Bi 2223 (notamment quand le champ est perpendiculaire aux plans ab).

Le Bi 2223 atteint par exemple des densités de courant de l'ordre de  $150 \text{ A/mm}^2$  à 77 K en champ propre (pour une longueur de plus de 200 m).

Il existe également des conducteurs multifilamentaires réalisés avec des composés au bismuth, essentiellement pour améliorer la tenue mécanique.

Une autre technologie pour la fabrication de conducteurs HTC est celle des YbaCuO enduits, dans lesquels la structure bi-axiale est créée dans un substrat sur lequel on fait croître un film épais d'YbaCuO.

Cette technologie est en plein développement mais promet des meilleures performances en terme de densité de courant critique dans la plage de température 30 – 77 K.

Les supraconducteurs HTC, contrairement aux BTC (à cause des sauts de flux), peuvent également être massifs.

Les composés YbaCuO s'élaborent sous forme de pastilles de plusieurs  $\text{cm}^3$ , les grains pouvant atteindre 30 mm de diamètre.

Les composés au bismuth (en particulier les Bi 2212 ) peuvent se mettre sous la forme de tubes frittés de tailles variées.

Enfin on peut les trouver aussi sous forme de films minces, les oxydes supraconducteurs HTC présentent d'excellentes propriétés de transport.

Plusieurs techniques sont possibles : dépôt CVD, texturation laser ....C'est une voie très prometteuse faisant l'objet de nombreux programmes de recherche.

La production mondiale en BSCCO (Bi 2212 et Bi 2223) et YbaCuO atteint environ 15 tonnes par an (principalement des rubans) pour un prix d'environ 5000 \$ le kg (environ 50 \$ kA/m)[A.2-1].

### Références bibliographiques –Annexe 2

- [A.2-1] A. Devred  
quelques chiffres sur la production mondiale de matériaux supraconducteurs  
CEA Saclay/DSM/STCM
- [A.2-2] C. Meuris  
Les aimants supraconducteurs pour la physique des particules  
CEA Saclay/DSM/STCM

### Annexe 3 : Matériaux ferromagnétiques

#### 1. Le fer :

Le fer doux est a priori un matériau de choix. Il possède en effet une aimantation de saturation de 2,16 T à température ambiante, une température de Curie élevée (1043 K) et une structure cristalline de symétrie cubique.

La difficulté principale réside dans l'élimination des impuretés gênant le déplacement des parois. Une métallurgie soignée (affinage poussé, coulée sous vide ...) permet de maîtriser ces problèmes. Un recuit améliore la stabilité dans le temps des propriétés magnétiques.

Lorsqu'on cherche une bonne tenue mécanique, on remplace le fer par des aciers forgés à haute limite élastique contenant des métaux 3d (Mn, Ni, Cr ...). L'ajout de chrome permet d'obtenir des aciers inoxydables ayant sensiblement les mêmes propriétés magnétiques (pour les dispositifs immergés).

#### 2. Les alliages Fe-Si :

Les tôles Fe-Si constituent, avec le fer, la base des matériaux utilisés en génie électrique car elles permettent, dans des conditions économiques intéressantes, de véhiculer des flux magnétiques importants. En effet, par rapport au Fe, le Fe-Si permet de diminuer les pertes en régime variable, bien qu'il y ait une diminution notable de l'aimantation de saturation. On les rencontre dans les différents étages de la production, du transport, de la distribution et de la transformation de l'énergie électrique. On distingue deux principales familles :

- les tôles Fe-3% Si à grains orientés (GO) utilisés par exemple dans les transformateurs dans lesquels le flux garde une direction fixe.
- Les tôles Fe-Si (et Fe) à grains non orientés, destinées par exemple à la construction de machines tournantes

Des tôles enrichies en silicium apparaissent également (tôles Fe-6,5% Si) principalement à cause de l'augmentation des fréquences de fonctionnement des dispositifs électrotechniques.

#### 3. Les alliages Fe-Co :

Leur principal avantage est une aimantation de saturation et une température de Curie élevée ( $\mu_0 M_s \approx 2,4 \text{ T}$ ).

En revanche, une transition de phase se produisant vers 900 – 1000 °C rend difficiles beaucoup de traitements thermiques. De plus leur anisotropie et leur magnétostriction étant fortes, ils présentent des perméabilités moyennes, leur résistivité n'est pas des plus forte et le cobalt est un métal rare et cher.

Tout ceci fait que les alliages Fe-Co, comprenant principalement trois classes (25, 50 et 94% de Co) sont confinés à des applications particulières (pièces polaires d'électroaimants, tôles dans l'électrotechnique embarquée, dispositif fonctionnant à haute température).

#### 4. Les terres rares :

Les terres rares représentent le groupe des lanthanides auquel on ajoute, du fait de propriétés chimiques voisines, l'yttrium (Y) et le scandium (Sc).

Les terres rares séparées sont traditionnellement utilisées en électrotechniques sous formes d'alliages (Sm-Co, Nd-Fe-B) comme aimants permanents en raison de leurs exceptionnelles propriétés de coercivité magnétique.

Les aimants Nd<sub>2</sub>-Fe<sub>14</sub>-B représente par exemple 25 % du marché des aimants permanents, 1 500 t/an dans le monde, ils sont, en particulier, utilisés pour positionner les têtes de lecture des disques durs.

Les propriétés magnétiques des terres rares métalliques pures sont potentiellement très intéressantes : ainsi l'holmium possède le plus haut moment magnétique des terre rares : 10,9 magneton de Bohr.

Cristallisant sous forme hexagonale, l'holmium possède une aimantation de saturation exceptionnelle :  $\mu_0 M_s = 3.87$  T, par contre sa température de Curie très basse ( $\approx 20$  K) rend nécessaire l'utilisation d'un environnement cryogénique.

### Références bibliographiques –Annexe 3

- [A3-1] E. du Trémolet de Lacheisserie  
Magnétisme, II- Matériaux et Applications  
Presses Univesitaires de Grenoble, 1999  
ISBN 2-7061-0832-0
- [A.3-2] D. Givors  
Matériaux à propriétés spécifiques- les matériaux magnétiques  
Rapport C.N.R.S.

**Annexe 4 : Programmes de développement du stockage magnétique d'énergie, exemples de systèmes existants**

Le projet sur le stockage d'énergie par voie magnétique le plus important au monde est sans conteste celui mis en chantier par Babcock et Wilcox (B&W) aux USA [A.4-1].

Ce programme, d'un coup de 50 millions de dollars US, prévoit la construction et l'installation d'un SMES de 500 kWh pour améliorer la stabilité du réseau municipal d'Anchorage (Anchorage Municipal Light and power, AML&P), notamment pendant l'hiver. En effet, les générateurs hydroélectriques situés sur le lac Bradley nécessitent plusieurs minutes pour augmenter leur capacité de production et répondre aux pics de consommation ce qui entraîne des instabilités sur le réseau. Le S.M.E.S. sera donc implanté pour injecter 30 MW sur le réseau pendant moins d'une minute, le temps que les générateurs hydroélectriques haussent leur production. Ce S.M.E.S. est un solénoïde stockant 1800 MJ utilisant un câble supraconducteur NbTi.

Plusieurs compagnies aux USA produisent et commercialisent des micro-SMES, essentiellement destinés à des sites industriels, pour améliorer la qualité de leur alimentation électrique. Ces unités d'un MW stockant quelques MJ sont commercialisées par American Superconductor (ASC), Intermagnetics General Corporation (IGC) et Superconducting, Inc (SI).

L'intégration de système de stockage de l'énergie à un réseau est reconnu depuis longtemps comme un moyen d'optimiser la production et la transmission de l'énergie électrique.

American Superconductor a, par exemple, implanté un système distribué de stockage (D-SMES : Distributed S.M.E.S.) sur le réseau public du Wisconsin (Wisconsin Public Service Corporation, WPS) [A.4-2].

En effet la boucle nord de ce réseau est assez isolée et l'augmentation de la consommation d'électricité sur cette boucle cause de nombreux problèmes d'instabilité de tension. En attendant la construction de nouvelles lignes de transport de l'électricité, 6 micro-SMES (énergie stockée de l'ordre du MJ, utilisant des câbles NbTi) ont été implantés aux points clés du réseau.

Ce système peut injecter très rapidement à la fois de la puissance active et réactive sur le réseau et ainsi répondre indépendamment aux pics de consommation locaux. Cette solution apparaît non seulement comme la plus performante, mais également comme la plus souple d'utilisation et la moins chère.

Au Japon, où traditionnellement on utilise des méthodes de stockage hydraulique, des solutions alternatives ont commencé à être explorées dès les années 70, en raison de la saturation de la capacité de stockage hydraulique [A.4-1].

Le Japan's International Superconductivity technology Center (ISTEC) a conduit de nombreuses études sur ce domaine, notamment sur l'implantation et la construction de Small SMES (100kWh / 20 MJ) utilisant des câbles NbTi Cable In Conduit pour lesquels un aimant prototype torique de taille un demi a récemment été construit et testé par Toshiba.

En Allemagne, les efforts de recherche sur le stockage magnétique les plus significatifs sont menés au Forschungszentrum Karlsruhe (FZK) [A.4-1].

Celui ci construit actuellement un S.M.E.S. de 250 kJ (bobine torique) destiné à compenser les problèmes de flickers dus par exemple au démarrage fréquents des découpeuses dans une



filature. FZK est également impliqué dans l'étude de l'utilisation de S.M.E.S. comme source de puissance impulsionnelle pour alimenter des klystrons.

L'Université Technique de Munich conduit également des programmes de recherche sur les SMES et construit actuellement un SMES à bobine torique de 1,4 MJ utilisant des supraconducteurs BTC.

Au niveau industriel, Siemens, tout comme ABB en Suisse, se consacre uniquement à des études de conception et d'évaluation, mais non à la construction et à la commercialisation de SMES ; leurs études économiques indiquant un coût encore trop élevé par rapport aux autres méthodes de stockage.

Une partie de nos travaux a reçu le soutien d'EDF, dans le cadre d'études exploratoires au sein de programmes européens [A.4-3].

#### Références bibliographiques - Annexe 4

- [A.4-1] D. Iarbalestier, *et al*  
W.T.E.C. Panel Report on Power Applications of superconductivity in Japan and Germany  
(W.T.E.C. : World Technology Evaluation Center)  
<http://itri.loyola.edu/scpa/> , September 1997
- [A.4-2] American Superconductor  
Case Study for Wisconsin Public Service Corporation  
<http://www.amsuper.com/wps.htm>
- [A.4-3] O. Vincent-Viry, A. Mailfert  
Etude exploratoire de nouvelles configurations de bobines supraconductrices pour stockage d'énergie  
Rapport d'étude, contrat de recherche EDF, Septembre 1999

### Annexe 5 : Forces mécaniques dans les bobinages des systèmes : $n = 4$ -polygones, à deux sphères imbriquées et $n = 1$ –torique

Nous présentons ici les forces dans les bobinages des systèmes de stockage magnétique d'énergie simulés numériquement au Chapitre III, § 3.

Le code de calcul EFFI permet de déterminer les forces dans les bobinages.

Ceux doivent cependant être modélisées (pour les calcul des forces uniquement) par la mise en série d'éléments conducteurs parallélépipédiques (ou segment), on obtient alors les composantes de la force magnétique sur chaque segment.

#### 1. Système $n$ -polygones, $n = 4$ :

Les forces sont calculées uniquement sur les 6 bobines primordiales HG, HGS1, ..., HGS5 (Fig. III. 19), les résultats obtenus sont transposables aux autres bobines grâce aux symétrie de la structure.

Les diverses composantes de la force magnétique étant quasiment constantes sur la longueur de la partie (1) (partie droite du « D ») pour chacune des 6 bobines primordiales, nous avons représenté sur la figure ci-dessous les valeurs moyennes des composantes normales ( $F_n$ ) et verticales ( $F_z$ ) de la force pour chaque bobine.

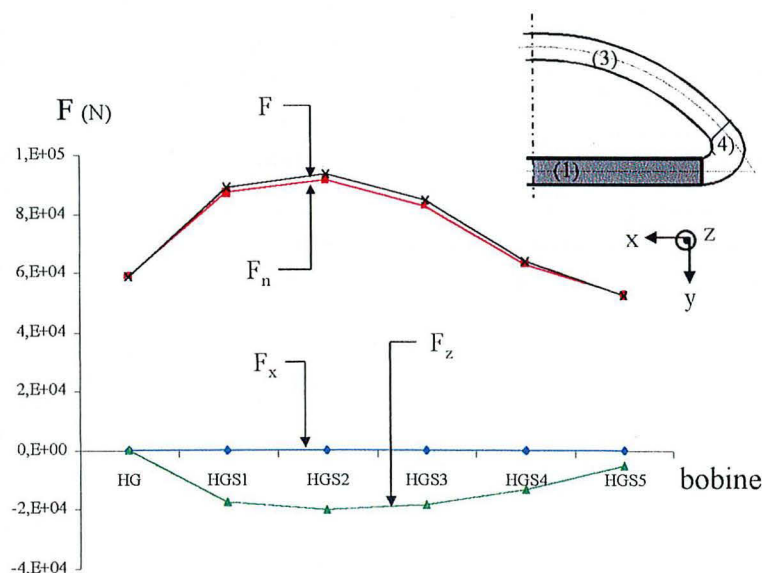


Fig. A.5.1. Force moyenne sur la partie (1) des bobines

On constate que la force magnétique augmente linéairement de  $F_{\min}$  à  $F_{\max}$  le long de la partie (4) (coude du « D »), le sens de parcours étant indiqué sur la figure III. 34..

La figure ci-dessous présente les valeurs minimum et maximum des différentes composantes de la force magnétique sur la partie (4) de chacune des six bobines primordiales.

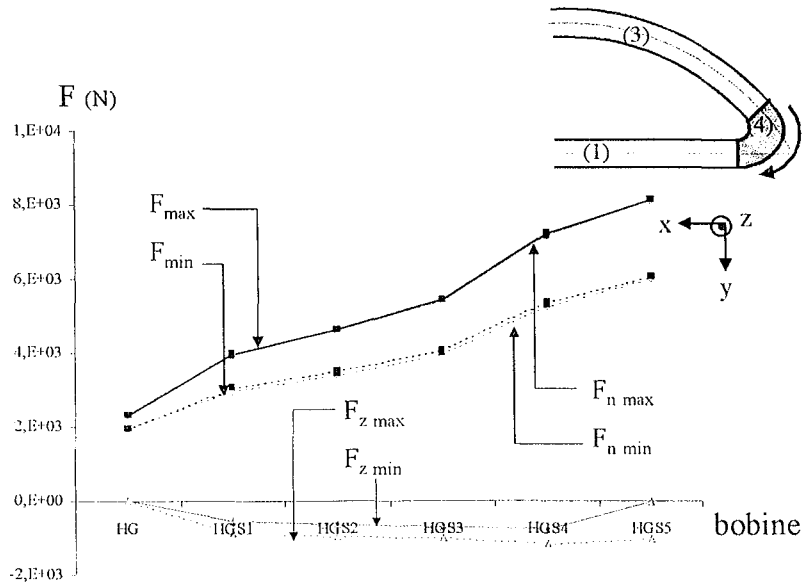


Fig. A.5.2. Force minimum et maximum sur la partie (4) des bobines

Les composantes de la force magnétique sont quasiment constantes (à un léger effet d'extrémité près) sur les différents segments formant la partie (3) des bobines (ventre du « D »). Les valeurs moyennes sur la partie (3) de ces différentes composantes sont données par la figure ci-dessous :

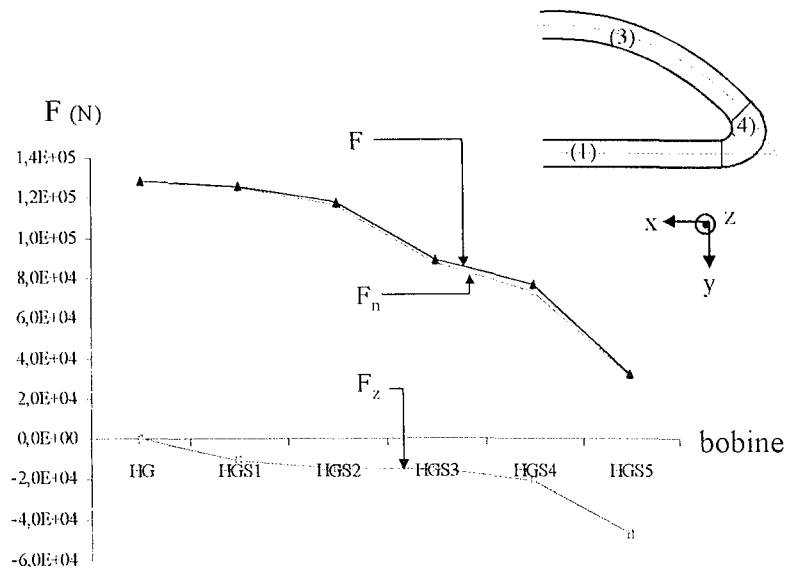


Fig. A.5.3. Force moyenne sur la partie (3) des bobines

Quelque soit la partie de la bobine considérée (ventre du « D », partie droite ou coude du « D ») la force sur le conducteur est quasiment normale : la force magnétique est une force d'éclatement dans le plan de la bobine.

Il existe toutefois une force de compression verticale sur les bobines HGS1 à HGS5 tendant à écraser la structure sur elle même.

Pour les parties (1) et (3), la force normale s'amenuise à mesure que la bobine considérée est proche des « coins » de la structure.

En un point quelconque de la structure, la force magnétique sur le bobinage est inférieure à  $1,3 \cdot 10^5$  N.

## 2. Système à deux sphères imbriquées :

les forces mécaniques sont régulièrement réparties sur tout le bobinage, nous représentons donc la valeur moyenne des différentes composante de la force sur les différents segments formant les bobines.

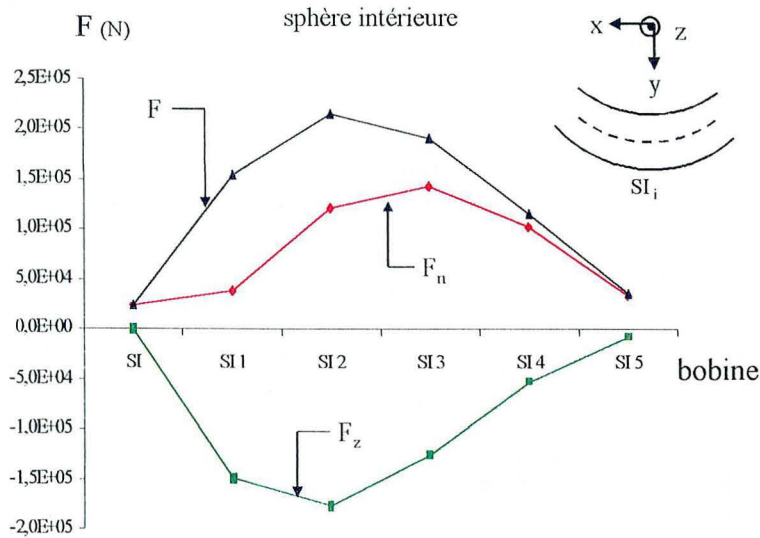


Fig. A.5.4. Force sur les bobines de la sphère intérieure

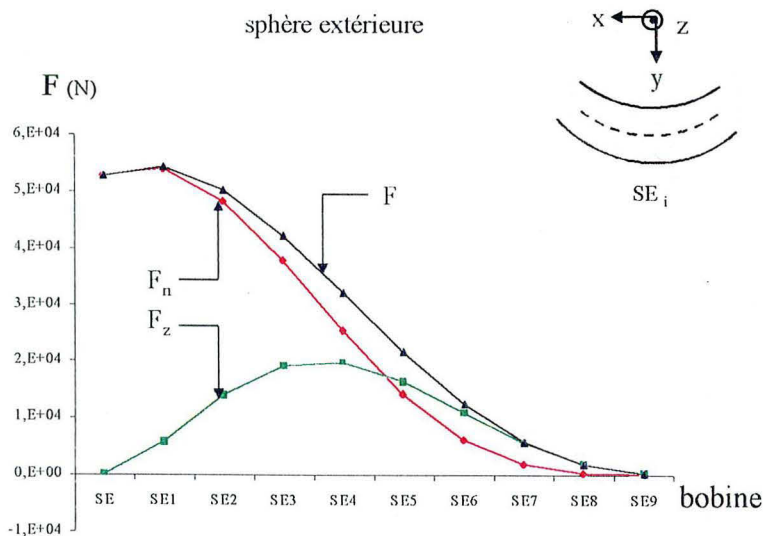


Fig. A.5.5. Force sur les bobines de la sphère extérieure

Les bobines de la sphère intérieure sont soumises à une force d'éclatement radiale et à une force de compression verticale. La force maximale est atteinte sur la bobine SI2 de la sphère intérieure et vaut  $2,1 \cdot 10^5$  N.

Les bobines de la sphère extérieure sont soumises à une force d'éclatement radial et verticale. Les forces décroissent à mesure que la bobine considérée est voisine du sommet de la sphère.

Contrairement aux bobines de la sphère intérieure, la force est principalement une force radiale sauf pour les quatre bobines supérieures SE6, ..., SE9.

Les forces mécaniques sont moins importantes sur la sphère extérieure: inférieures à  $5,5.10^4$  N.

### 3. Système n-torique, n = 1 :

Sont représentées ci dessous les forces mécaniques sur les différents segments formant les bobines circulaires et à forme de « D » composant le système. Compte tenu de la symétrie, on représente les forces mécaniques radiales ( $F_n$ ) et orthoradiales ( $F_o$ ) sur une seule bobine circulaire et une seule bobine à forme de « D ».

La bobine circulaire est composée de 24 segments.

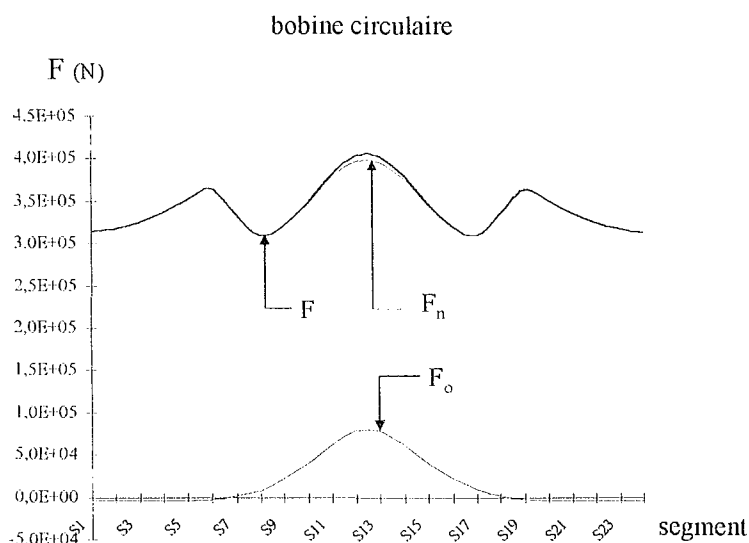


Fig. A.5.6. Force sur les segments formant une bobine circulaire

La force agissant sur les bobinage de la bobine circulaire est relativement homogène sur le pourtour de la bobine avec une élévation des contraintes vers le centre du tore, ce qui correspond à la forte densité d'énergie présente dans cette zone.

La force est principalement une force d'éclatement radiale tendant à faire éclater la bobine.

La force maximale est de  $4,04.10^5$  N sur les segments 12 et 13.

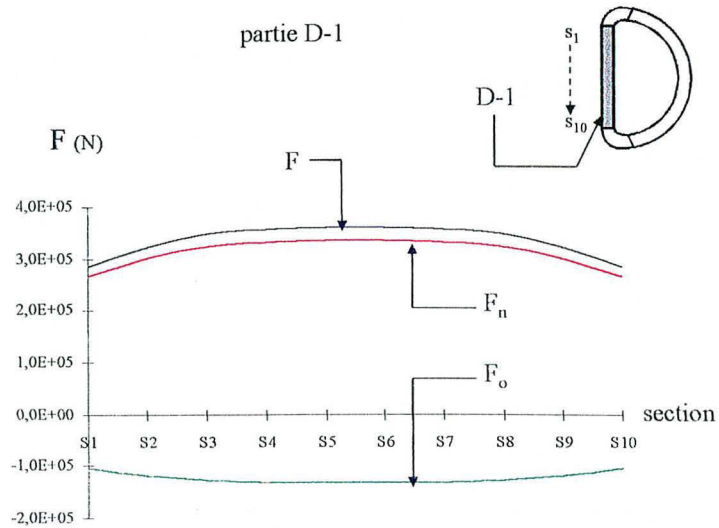


Fig. A.5.7. Force sur la partie droite (D-1) d'une bobine à forme de « D »

La force sur la partie droite de la bobine à forme de « D » est principalement une force d'éclatement radiale et est sensiblement uniforme sur la longueur, le champ magnétique étant en effet constant sur cette longueur. La valeur maximale de la force est de  $3,59 \cdot 10^5$  N, sur les segments 5 et 6.

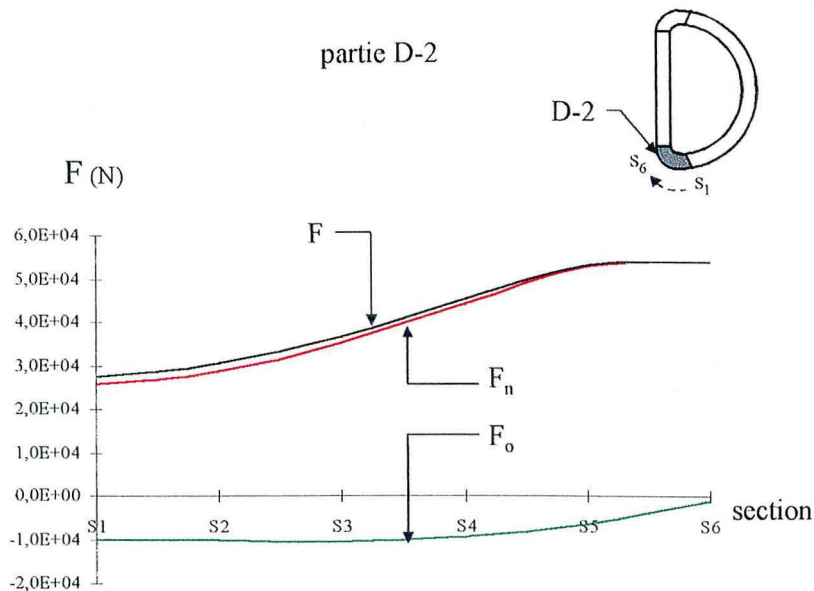


Fig. A.5.8. Force sur la partie D-2 d'une bobine à forme de « D » (coude du « D »)

Là encore la force magnétique sur le bobinage est principalement une force d'éclatement radiale, croissant à mesure que l'on se rapproche de la partie droite du « D ».

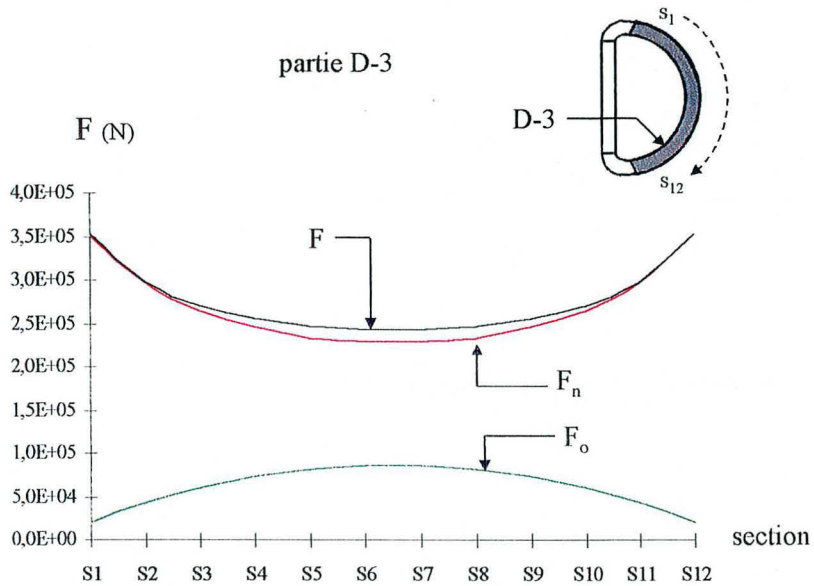


Fig. A.5.9. Force sur la partie D-3 d'une bobine à forme de « D » (ventre du « D »)

La force sur la partie D-3 de la bobine est majoritairement une force d'éclatement radiale. La valeur maximale de la force est de  $3,5 \cdot 10^5$  N sur les segments extrêmes de la partie D-3.

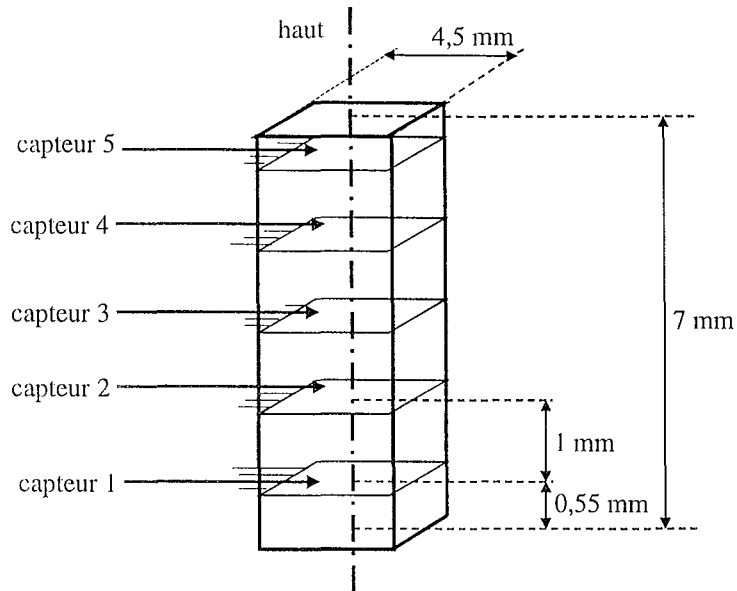
Les forces magnétiques sur les différentes bobines composant le système  $n = 1$ -torique sont principalement des forces d'éclatement radiales. Elles sont régulièrement réparties sur les bobines circulaires avec un pic au voisinage du centre du tore.

Pour les bobines à forme de « D » les forces maximales sont sur la partie droite du « D ».

En un point quelconque de la structure, la force mécanique sur le bobinage est inférieure à  $4,04 \cdot 10^5$  N.

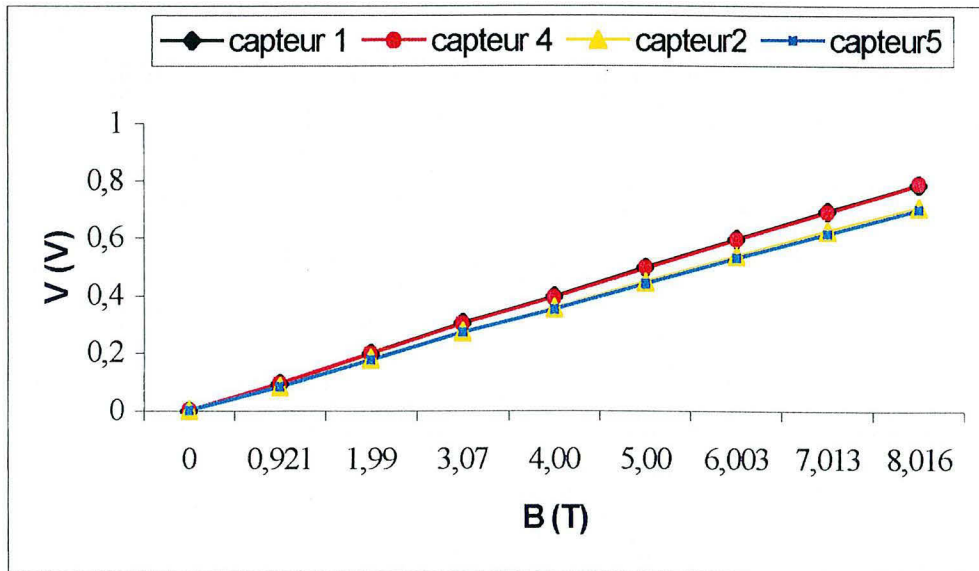




**Annexe 6 : Etalonnage de la sonde à effet Hall à cinq capteurs****1. Schéma de la sonde :****2. Mesures d'étalonnage :**

On positionne la sonde au centre magnétique de la bobine, on mesure la tension donnée par chaque capteur de la sonde en fonction de l'induction de la bobine ( la relation courant d'alimentation  $I$ , induction au centre de la bobine  $B$  est  $B = 0,1497 I$  [V-3]).

| <b>I</b> | <b>B (T)</b> | <b>Capteur 1 (V)</b> | <b>Capteur 3 (V)</b> | <b>Capteur 2 (V)</b> | <b>Capteur 5 (V)</b> |
|----------|--------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| 0        | 0            | 0,000068             | 0,000038             | 0,000132             | 0,00005              |
| 6,15     | 0,921        | 0,093617             | 0,092456             | 0,08297              | 0,082773             |
| 13,3     | 1,99         | 0,19951              | 0,19796              | 0,17773              | 0,17663              |
| 20,5     | 3,07         | 0,30627              | 0,30453              | 0,27335              | 0,27131              |
| 26,7     | 4,00         | 0,39659              | 0,39499              | 0,35464              | 0,35151              |
| 33,4     | 5,00         | 0,49753              | 0,49556              | 0,4445               | 0,44092              |
| 40,1     | 6,003        | 0,59798              | 0,59598              | 0,53475              | 0,53011              |
| 46,85    | 7,013        | 0,69336              | 0,69206              | 0,6221               | 0,61513              |
| 53,55    | 8,016        | 0,78754              | 0,78656              | 0,70659              | 0,69869              |



*Courbes d'étalonnage*

Les différents capteurs ont un fonctionnement parfaitement linéaire jusqu'à 8 T.

On obtient :

|                   |                         |
|-------------------|-------------------------|
| <b>Capteur 1:</b> | $V = 0,0985.B + 0,003$  |
| <b>Capteur 4:</b> | $V = 0,0984.B + 0,002$  |
| <b>Capteur 2:</b> | $V = 0,0884.B + 0,0016$ |
| <b>Capteur 5:</b> | $V = 0,0874.B + 0,0023$ |

**AUTORISATION DE SOUTENANCE DE THESE  
DU DOCTORAT DE L'INSTITUT NATIONAL  
POLYTECHNIQUE DE LORRAINE**

o0o

VU LES RAPPORTS ETABLIS PAR :

**Monsieur CIAZYNSKI Daniel, Docteur es Sciences, CEA Cadarache, Saint Paul les Durance**  
**Monsieur RAZEK Adel, Professeur, SUPELEC, Gyf sur Yvette**

Le Président de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, autorise :

**Monsieur VINCENT-VIRY Olivier**

à soutenir devant un jury de l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE,  
une thèse intitulée :

«**Contribution méthodologique à la synthèse de source en magnétostatique, applications  
au stockage d'énergie et à la lévitation magnétique.**»

en vue de l'obtention du titre de :

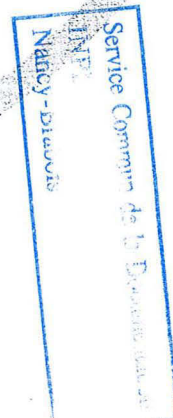
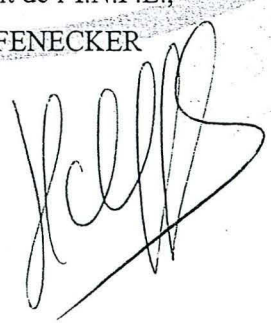
**DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE**

Spécialité : «**GENIE ELECTRIQUE**»

Fait à Vandoeuvre le, 10 janvier 2002

Le Président de l'I.N.P.L.,

**L. SCHUFFENECKER**



NANCY BRABOIS  
2, AVENUE DE LA  
FORET-DE-HAYE  
BOITE POSTALE 3  
F - 5 4 5 0 1  
VANDŒUVRE CEDEX



## Résumé :

La conception de dispositifs électrotechniques en magnétostatique nécessite généralement la résolution de problèmes inverses de synthèse de source : c'est à dire qu'il faut définir des sources produisant une distribution d'induction ayant des propriétés prescrites.

Ce mémoire de thèse présente en premier lieu une méthodologie de résolution du problème inverse de synthèse de source complétant les méthodes usuelles de conception assistée par ordinateur. Cette méthodologie est notamment basée sur une modélisation idéalisée des systèmes (les sources sont modélisées par des densités surfaciques de courant) ainsi que sur l'utilisation d'outils numériques et d'outils théoriques que nous avons développé.

La méthodologie présentée est ensuite appliquée à la conception de systèmes destinés au stockage magnétique d'énergie (SMES) et d'autre part des systèmes créant un environnement de micro-gravité. L'établissement de trois critères de comparaison des performances des SMES ainsi qu'une étude taxinomique de différentes structures de SMES envisageables a permis l'identification de configurations de bobinages supraconducteurs innovantes et potentiellement attractives pour le stockage magnétique d'énergie.

L'application de la méthodologie présentée à la problématique de la création d'environnement de micro-gravité a permis l'identification de plusieurs systèmes, entièrement supraconducteur ou utilisant des inserts ferromagnétiques supersaturés, présentant d'excellentes performances en terme d'intensité et d'uniformité du gradient de  $B^2$ .

La pertinence d'une structure à inserts ferromagnétiques destinée à la micro-gravité a été vérifiée expérimentalement.

## Mots clés :

Problème inverse, synthèse de source, stockage magnétique d'énergie, micro-gravité, configurations de bobinages, supraconducteurs, inserts ferromagnétiques

## Abstract :

The design of eletrotechnological devices in magnetostatics usually needs to solve inverse problems of source synthesis. At first, this thesis presents a methodology for the solution of synthesis inverse problem which completes the traditional computer-aided design method. This methodology relies on an ideal modelling of systems (sources are modelled by surface current densities) as well as on the use of numerical calculation and theoretical tools which we developed.

The methodology is then applied to the design of devices, on the one hand, for magnetic energy storage (SMES), and on the other hand for the generation of micro-gravity environment.

The definition of three criterions for performances comparison of SMES systems, as well as a taxonomical study of different possible SMES structures, leads to the identification of new and promising superconducting coil configurations for magnetic energy storage.

Applied to the problem of creation of micro-gravity environment, the methodology presented leads to the design of systems either using only superconductors or using both superconductors and supersaturated ferromagnetic inserts and presenting high performances in terms of intensity and uniformity of  $\text{grad}B^2$ .

The performances of a system using ferromagnetic inserts for micro-gravity were then checked by an experiment.

## Keywords :

Inverse problem, source synthesis, SMES, micro-gravity, superconductors, coil configurations, ferromagnetic inserts