



**HAL**  
open science

## Modélisation volumique, contraintes et libertés

Nicolas Euler

► **To cite this version:**

Nicolas Euler. Modélisation volumique, contraintes et libertés. Sciences de la Terre. Institut National Polytechnique de Lorraine, 1999. Français. NNT : 1999INPL134N . tel-01749904

**HAL Id: tel-01749904**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01749904>**

Submitted on 29 Mar 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

1360134068

99INPL 1344

Institut National Polytechnique de Lorraine

Ecole Nationale Supérieure de Géologie de Nancy

École Doctorale IAE + M

[T] 1999 EULER, N.

## THÈSE

pour obtenir le grade de

**Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine**

**Discipline: Géosciences**

présentée et soutenue publiquement

par

**Nicolas EULER**

le 10 Décembre 1999

**Titre:**

**Modélisation volumique, Contraintes et libertés**

\_\_\_\_\_  
**Directeur de thèse: Jean-Laurent MALLET**  
\_\_\_\_\_

### Composition du jury

*Rapporteurs :*

Nicolas CHEIMANOFF

Helmut SCHAEBEN

*Examineurs :*

Jean-Daniel BOISSONNAT

Charles H. SWORD Jr.

Jean-Claude PAUL



## Abstract

In the upstream oil and gas industry, 3D earth models are crucial for decision making and various purposes. They help for example to monitor the reservoir (4D seismic). It is rare at present that a full suite of technologies from seismic to reservoir flow simulation is applied in a single study. Each new campaign or new wells may invalidate the 3D earth model. Editing and updating a 3D earth model in a rapid and fully interactive approach is needed more than ever.

Editing a 3D Earth Model raises many different problems. Suppose in a structural model, you realize the upthrown surfaces need less amplitude than you first gave them. If you shift them downward, you will create a gap between them and the normal fault. Somehow, you need to extend the surfaces to fill the gaps. You will also notice «scars» on the fault; these mark the original positions of the fault/surface contacts. We have to remove these needless scars remaining by mending the fault.

Another problem is associated to the computation of intersection between surfaces. Generating an intersection between a horizon and a fault consists in sharing the same geometrical and topological contact along the line of intersection and creating small triangles. From this fact, attempts to run algorithms on poorly surfaces are often unsuccessful unless we enhance the beauty of the mesh near the intersections

## Remerciements

En premier lieu, je voudrais remercier le Professeur Jean-Laurent MALLET pour m'avoir accordé sa confiance, m'avoir accepté dans son équipe et pour avoir dirigé ma thèse. Il m'a permis d'évoluer dans un cadre privilégié, où j'ai vécu des expériences qui ont enrichies énormément mes connaissances professionnelles. Grâce au consortium GOCAD dont il est le fondateur, il m'a été possible de participer à de nombreux congrès internationaux et d'avoir de nombreux contacts de par le monde dans l'industrie pétrolière. Je souhaiterais aussi y associer Jean-Claude DULAC qui a su par son écoute attentive me donner le recul nécessaire dans l'orientation des mes recherches.

J'aimerais également remercier Helmut SCHAEUBEN et Nicolas CHEIMANOFF de m'avoir fait l'honneur d'être rapporteurs de cette thèse, malgré un emploi du temps chargé. Je les remercie particulièrement de l'intérêt qu'ils montrent pour mes travaux.

Je ne saurais oublier d'exprimer ma reconnaissance envers la compagnie CHEVRON pour avoir soutenu et encouragé pendant trois ans les travaux présentés dans ce mémoire. L'équipe «*Earth Modeling Synthesis*» m'a accueilli plusieurs fois par an, ce qui m'a permis de multiplier les expériences enrichissantes. Je tiens à remercier en particulier Michel LOW et Sébastien BOMBARDE de s'intéresser autant à mes développements; leurs commentaires ont été précieux pour améliorer la robustesse et l'adéquation aux problèmes concrets des départements de recherche de l'industrie pétrolière. Et surtout, Chuck SWORD pour m'avoir conseillé dans mes recherches, avoir su y repérer les failles (sans jeux de mots!), pour les nombreux «*remue-méninges*» et pour sa participation à ce jury en tant qu'examinateur. Je tiens également à remercier Amy CHENG pour tous ses judicieux conseils et son infinie patience.

L'équipe que constitue le L.I.A.D. m'a permis de travailler dans d'excellentes conditions, stimulé en permanence par le partage des problèmes (et des solutions!) des uns et des autres. Cette équipe a la particularité d'être soudée et de ne regarder que dans une direction: le succès de GOCAD. Cela signifie que tout travail entrepris dans le cadre de ce projet est avant tout un travail d'équipe. Même si lors d'une thèse un nom est mis en avant sur la couverture d'un rapport, il n'en reste pas moins que c'est une œuvre collective. Cette thèse ne déroge pas à la règle, je remercie donc tous les membres de l'équipe du L.I.A.D. Les collègues de bureau, Stéphane CONREUX et Bruno LEVY, ont dû accepter mes états d'âme et tolérer mes lectures à voix hautes de certains passages de ce document; je m'étonne qu'ils aient supporté cette épreuve particulièrement difficile, et je les remercie pour leur patience.

Comment pourrais-je conclure sans remercier ceux qui se sont acquittés de la corvée que fut la relecture des pages qui suivent. Merci donc à Jean GALLETI, Stéphane CONREUX, Guillaume CAUMON et Olivier GROSSE. Leurs nombreux points d'interrogations ont pu être permis de rendre mon propos plus intelligible!

Enfin, je tiens ici à exprimer ma gratitude à ma femme Isabelle, pour avoir accepté les fréquentes «*disparitions*» de son mari pour de longues missions (plus d'un mois) ainsi que ses nombreuses relectures. Mais surtout, je voudrais la remercier pour le soutien moral qu'elle a pu m'apporter tout au long de mon travail durant ces trois années. Et merci à mon fils Guillaume qui a su éviter de prendre ma thèse comme brouillon pour faire de jolis dessins!

---

# Table des matières

---

<b>Introduction</b> .....	<b>19</b>
<b>1 La modélisation volumique</b> .....	<b>23</b>
<b>1.1 Un modeleur Gocad</b> .....	<b>23</b>
<b>1.2 La modélisation volumique</b> .....	<b>24</b>
<b>1.3 Les techniques de modélisation volumique</b> .....	<b>24</b>
1.3.1 L'approche par balayage avec extrusion de primitives de dimension 2 .....	24
1.3.2 L'approche cellulaire ou énumération spatiale .....	25
1.3.3 L'approche booléenne .....	26
1.3.4 L'approche polyédrale .....	27
1.3.5 L'approche par éléments frontières .....	27
<b>1.4 Le modèle géologique tridimensionnel</b> .....	<b>28</b>
1.4.1 Le «macro-modèle du sous-sol» .....	28
1.4.2 La géométrie et la topologie .....	30
1.4.3 Une configuration topologique non-variété .....	30
1.4.4 Les structures utiles à la construction d'un modèle volumique non-variété .....	30
1.4.4.1 La notion de région .....	30
1.4.4.2 La notion de frontière .....	31
1.4.4.3 La notion de structure radiale .....	32
1.4.4.4 Conclusion .....	33
<b>1.5 Processus de construction automatique d'un modèle géologique tridimensionnel</b> .....	<b>34</b>
1.5.1 Création et polarisation des faces .....	34
1.5.2 Création et tri des structures radiales .....	35
1.5.3 Création des frontières .....	37
1.5.4 Création des régions .....	38
1.5.5 Les causes d'invalidité d'un modèle géologique tri-dimensionnel .....	38
<b>1.6 Les problèmes liés à la modification et à la mise à jour du modèle géologique tri-dimensionnel</b> .....	<b>39</b>
1.6.1 La suppression «des cicatrices» .....	40
1.6.2 «La fermeture des trous» .....	41
1.6.3 La simplification des bords contigus dans un solide .....	42
<b>1.7 Bilan</b> .....	<b>43</b>

<b>2 La suppression des cicatrices</b> .....	<b>45</b>
<b>2.1 Le concept</b> .....	<b>45</b>
2.1.1 Descriptif .....	45
2.1.2 Les données .....	45
2.1.3 Enoncé du problème à résoudre .....	46
2.1.4 Les clauses restrictives .....	47
<b>2.2 La suppression d'un noeud de maillage triangulaire</b> .....	<b>48</b>
2.2.1 Enoncé du problème .....	49
2.2.2 La triangulation d'une courbe fermée subcoplanaire .....	49
2.2.2.1 La gestion des cas simples .....	49
2.2.2.2 La triangulation de DELAUNAY des sommets de la courbe polygonale .....	50
2.2.2.3 La sculpture .....	52
<b>2.3 Les différentes étapes de la suppression des cicatrices</b> .....	<b>52</b>
2.3.1 La notion de «pansement» .....	52
2.3.2 L'association des bords .....	54
2.3.3 La suture .....	55
2.3.4 La suppression de la trace de scission dans le maillage .....	55
<b>2.4 Résultats</b> .....	<b>59</b>
<b>2.5 Bilan</b> .....	<b>62</b>
<b>3 Le découpage contraint de surfaces</b> .....	<b>63</b>
<b>3.1 Le découpage de surfaces triangulées</b> .....	<b>64</b>
3.1.1 Etat de l'art .....	64
3.1.1.1 Les méthodes de subdivision .....	66
3.1.1.2 Les méthodes dites réductrices .....	66
3.1.1.3 Les méthodes analytiques .....	67
3.1.1.4 Les «Marching» méthodes .....	67
3.1.2 Le concept .....	68
3.1.3 La notion de point topologique et de point géométrique .....	70
3.1.4 Les différentes étapes de l'opération de découpage .....	71
3.1.4.1 La subdivision des surfaces .....	71
3.1.4.2 Le calcul d'intersection entre deux triangles .....	71
3.1.4.3 La création des lignes d'intersection .....	73
3.1.4.4 Le regroupement des points .....	74
3.1.4.5 L'intersection des lignes .....	75
3.1.4.6 La retriangulation contrainte des faces .....	76
3.1.4.7 La scission des surfaces le long des lignes d'intersections .....	77
<b>3.2 L'opération de découpage contraint</b> .....	<b>78</b>
3.2.1 Etat de l'art .....	78
3.2.1.1 L'extrapolation .....	79
3.2.1.2 La fermeture des trous .....	79
3.2.1.3 L'utilisation d'un diagramme de VORONOÏ .....	80
3.2.2 Une méthode d'interpolation adaptée aux objets naturels : D.S.I. ....	80
3.2.3 Le concept .....	82
3.2.4 Le calcul continu des lignes d'intersection .....	85
3.2.4.1 La création d'une information topologique pour chaque point d'impact ..	86
3.2.4.2 La recherche d'un chemin pour aller d'un triangle impact donné à un autre .	

3.2.4.3 La génération des segments d'intersection avec leurs informations topologiques .....	90
3.2.5 Gestion des points singuliers et des points de bord .....	90
3.2.5.1 Les points singuliers .....	91
3.2.5.2 Les points de bord .....	96
3.2.5.3 Application à la modélisation surfacique .....	96
3.2.6 Incompatibilité entre le découpage franc et la découpage contraint .....	98
<b>3.3 Les améliorations futures .....</b>	<b>100</b>
3.3.1 Vers un raisonnement ensembliste .....	100
3.3.2 Vers un raisonnement mono-spatial .....	103
<b>3.4 Bilan .....</b>	<b>106</b>
<b>4 La simplification des bords contigus dans un solide .....</b>	<b>107</b>
<b>4.1 Etat de l'art .....</b>	<b>108</b>
4.1.1 La décimation des noeuds ou «Vertex Decimation» .....	108
4.1.2 L'aggrégation des noeuds ou «Vertex Clustering» .....	109
4.1.3 La contraction itérative des arêtes ou «Iterative Edge Contraction» .....	110
4.1.4 Conclusion .....	110
<b>4.2 Le concept .....</b>	<b>111</b>
4.2.1 Les données .....	111
4.2.2 L'énoncé du problème à résoudre .....	111
<b>4.3 L'association des bords .....</b>	<b>111</b>
4.3.1 Données provenant d'un macro-modèle .....	112
4.3.2 Données provenant d'un ensemble de surfaces .....	112
<b>4.4 Le critère de ré-échantillonnage .....</b>	<b>114</b>
<b>4.5 L'opération de ré-échantillonnage .....</b>	<b>115</b>
<b>4.6 La «relaxation» .....</b>	<b>117</b>
<b>4.7 La validité des régions du macro-modèle .....</b>	<b>119</b>
<b>4.8 Applications .....</b>	<b>120</b>
4.8.1 Application sur un modèle synthétique en duplex .....	120
4.8.2 Application sur un modèle de type graben .....	122
4.8.3 Application sur un modèle de type graben avec un jeu de failles complexes .....	123
<b>4.9 Bilan .....</b>	<b>124</b>
<b>5 La gestion des modifications et la mise à jour d'un macro-modèle du sous-sol .....</b>	<b>125</b>
<b>5.1 Les modifications .....</b>	<b>126</b>
5.1.1 Classification .....	126
5.1.1.1 L'ajout, la suppression et la modification de surfaces .....	126
5.1.1.2 La modification des contacts .....	129
5.1.2 Conséquences .....	131
<b>5.2 La gestion des modifications .....</b>	<b>132</b>
5.2.1 Le moteur de gestion des événements .....	132
5.2.2 Un évènement .....	134
<b>5.3 Applications .....</b>	<b>134</b>

---

5.3.1 Le détachement d'une surface .....	134
5.3.2 La suppression des micro-régions.....	135
5.4 Bilan.....	137
<b>Conclusion .....</b>	<b>139</b>
<b>Références bibliographiques .....</b>	<b>143</b>

# Liste des figures

1-1	Modélisation complexe d'une lentille de sel . . . . .	23
1-2	Balayage avec extrusion de primitives de dimension 2 . . . . .	25
1-3	Exemple de modélisation volumique par «arbre octal» . . . . .	25
1-4	Exemple de modélisation volumique par approche booléenne . . . . .	26
1-5	Exemple de modélisation par approche polyédrale . . . . .	27
1-6	Exemple de modélisation volumique par frontières . . . . .	27
1-7	Les neuf relations d'adjacence entre les faces, courbes et points . . . . .	28
1-8	«Macro-modèle du sous-sol» avec attributs sismiques . . . . .	29
1-9	Exemple de configurations non-variétés . . . . .	30
1-10	Polarisation d'une face . . . . .	31
1-11	Exemple de frontières externes et internes . . . . .	32
1-12	Illustration de la structure radiale et de deux cas d'adjacences . . . . .	33
1-13	Découpage d'une face pour respecter la clause de «non-intersection» . . . . .	34
1-14	Importance de l'ordonnance des relations d'adjacence . . . . .	35
1-15	Ordonnancement des «arêtes radiales» . . . . .	36
1-16	Introduction de la relation d'adjacence de type 3 . . . . .	36
1-17	Déplacement d'un observateur aux frontières d'une face orientée . . . . .	37
1-18	Coupe verticale révélant la fuite d'une région dans un modèle . . . . .	38
1-19	L'approche sous forme de «boîte noire» . . . . .	39
1-20	Une couche géologique avec un rejet de faille . . . . .	39
1-21	La couche géologique après repositionnement vertical . . . . .	40
1-22	La suppression des cicatrices sur le plan de faille . . . . .	40
1-23	Le cas «noeud papillon» généré par les méthodes d'extrapolation classique . . . . .	41
1-24	Comblé un trou . . . . .	42
1-25	Un exemple d'amélioration du maillage . . . . .	43
2-1	Vue d'une surface et de sa ligne polygonale de scission . . . . .	46
2-2	Schéma synthétique des principales étapes à réaliser . . . . .	46
2-3	Le danger de la suppression des cicatrices: le chanfreinage . . . . .	47
2-4	La suppression des extrémités de cicatrices après couture . . . . .	48
2-5	La suppression d'un noeud du maillage triangulaire . . . . .	49
2-6	Triangulation d'une ligne polygonale constituée de quatre segments . . . . .	50
2-7	Principales étapes de l'insertion d'un point dans une triangulation de DELAUNAY . . . . .	50
2-8	Apparition d'une arête manquante par basculements de diagonales . . . . .	51
2-9	Exemple illustrant les principales étapes de la sculpture . . . . .	52
2-10	Nécessité de la connaissance d'un triangle «ancêtre» . . . . .	53
2-11	Présentation de l'arbre des descendances . . . . .	53
2-12	Schéma illustrant le couplage de deux arêtes . . . . .	55
2-13	Deux des cas de figures d'une «coupe franche» sur un triangle . . . . .	56
2-14	Cas de type $T0:2$ générés par une opération de coupe franche . . . . .	57
2-15	L'aspect réducteur de la suppression d'un noeud de maillage . . . . .	57
2-16	Aucun appel à la triangulation de DELAUNAY n'est effectué . . . . .	58

2-17	Suppression des cicatrices sur un horizon coupé par un ensemble de failles. . . . .	60
2-18	Suppression des cicatrices sur une coupe transversale . . . . .	61
3-1	Les intersections franches et intersections de contact. . . . .	64
3-2	Quelques singularités . . . . .	65
3-3	Décomposition des courbes d'intersection en blocs . . . . .	67
3-4	Concept du découpage de deux surfaces . . . . .	68
3-5	Les instabilités numériques . . . . .	69
3-6	Le point topologique . . . . .	70
3-7	Les catégories d'intersection possible entre deux triangles. . . . .	72
3-8	Deux plongements topologiques pour un même point géométrique . . . . .	72
3-9	Vérification et normalisation des points topologiques. . . . .	73
3-10	Réduction d'une connection ayant plus de 2 arêtes incidentes. . . . .	74
3-11	Le déplacement en chaîne et l'absence d'un statut «contraint» . . . . .	75
3-12	L'intersection de deux segments . . . . .	76
3-13	Le changement d'espace et la retriangulation . . . . .	77
3-14	La scission des surfaces. . . . .	77
3-15	Le cas «noeud papillon» généré par l'extrapolation classique . . . . .	79
3-16	La fermeture des trous. . . . .	80
3-17	Diagramme de Voronoï et triangulation de Delaunay. . . . .	80
3-18	L'interpolation de type D.S.I . . . . .	81
3-19	Les contraintes «Bord Contre Surface» et «Noeud Borne Contre Bord» . . . . .	82
3-20	La minimisation de la distance au sens des moindres carrés . . . . .	83
3-21	Un contact apparent sans trous . . . . .	83
3-22	La présence de trous . . . . .	84
3-23	Le principe général du découpage contraint . . . . .	84
3-24	Vue détaillée du découpage contraint des surfaces . . . . .	85
3-25	Utilisation du plan P pour calculer les intersections. . . . .	87
3-26	Chemin le plus court au sein d'un graphe de triangles . . . . .	88
3-27	La propagation des fronts d'ondes . . . . .	89
3-28	La génération des segments d'intersection. . . . .	90
3-29	Exemple de point singulier. . . . .	91
3-30	Les points triples et les contraintes . . . . .	92
3-31	Choix définitif de la position géométrique. . . . .	93
3-32	Les lignes d'intersections . . . . .	94
3-33	L'absence de gestion des points triples. . . . .	95
3-34	Jonction en «T» de deux failles au niveau d'un horizon . . . . .	97
3-35	Création de la jonction de type «T», vue de dessus . . . . .	98
3-36	La forme originelle d'un triangle avant et après découpage. . . . .	98
3-37	La co-existence des intersections contraintes et franches. . . . .	99
3-38	Intersection multiple au sein d'un triangle . . . . .	100
3-39	Condition non-suffisante. . . . .	101
3-40	La génération d'un maillage en forme «éventail» . . . . .	103
3-41	Principe de base du découpage (raisonnement mono-spatial) . . . . .	105
4-1	La médiocre qualité des triangles après une opération de découpage . . . . .	107
4-2	Principe de la décimation des noeuds. . . . .	108
4-3	Principe de l'agrégation des noeuds . . . . .	109
4-4	La contraction d'une arête. . . . .	110
4-5	La consistance des bords. . . . .	113
4-6	L'analyse visuelle des bords. . . . .	114
4-7	Le plus petit nombre commun de noeuds représentatifs des bords contigus . . . . .	115
4-8	L'opération de ré-échantillonnage. . . . .	116
4-9	L'impact des noeuds voisin du bord sur le maillage . . . . .	117
4-10	La relaxation d'un noeud voisin du bord. . . . .	118
4-11	La relaxation des noeuds voisin du bord . . . . .	118
4-12	Détermination de la configuration la plus représentative . . . . .	120
4-13	Perturbation locale de l'angle algébrique. . . . .	120
4-14	Le modèle synthétique EAEG-SEG en duplex. . . . .	121
4-15	La simplification sur le modèle synthétique EAEG-SEG . . . . .	121

---

4-16	La simplification d'un macro-modèle de type graben . . . . .	122
4-17	La simplification d'un modèle avec jeu de failles complexes . . . . .	123
4-18	Tétraédrisation d'un modèle volumique ayant subi l'opération de simplification des bords . . . . .	124
5-1	Repositionnement de l'horizon et conséquences. . . . .	125
5-2	La modification des surfaces contenues dans un modèle . . . . .	126
5-3	Le principe de la modification d'un horizon . . . . .	128
5-4	Représentation d'un modèle en mode «Fil de Fer». . . . .	129
5-5	Le passage en mode «Marquage» pour un bord . . . . .	130
5-6	La cohérence géologique du déplacement . . . . .	130
5-7	La présence d'un trou dans un macro-modèle du sous-sol. . . . .	131
5-8	La présence d'une intersection dans un macro-modèle. . . . .	131
5-9	Le moteur de gestion et l'interprétation des évènements . . . . .	133
5-10	La suppression des micro-régions. . . . .	136
5-11	Suppression d'une face dont ses deux polarités sont dans la même frontière externe . . . . .	137
5-12	Enchaînement de différents outils pour caller une surface d'un macro-modèle à des puits . . . . .	138



---

# Introduction

---

## *Projet de recherche*

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été réalisés dans le cadre du projet GOCAD («Geological Objects Computer Aided Design») développé à l'école Nationale Supérieure de Géologie (Institut National Polytechnique de Lorraine) par l'équipe du Professeur Jean-Laurent MALLET.

Le sujet de cette recherche répond à une attente d'un grand nombre de compagnies pétrolières de par le monde qui se sont réunies au sein d'un consortium bâti autour du projet Gocad. La compagnie CHEVRON PETROLEUM TECHNOLOGY COMPANY (États-Unis) a été particulièrement intéressée pour cette recherche et intégrer les résultats des travaux dans le logiciel de modélisation tri-dimensionnelle GOCAD et l'a donc financé.

## *Contexte des travaux*

Dans l'industrie pétrolière, un *macro-modèle* permet une représentation de tous les objets géologiques (horizons, failles, chenaux, puits...) qui interagissent au sein d'un domaine d'étude. Son but est:

- de décrire les différentes relations qui existent entre les objets géologiques (réseaux de failles, surface d'érosion, discontinuités...),
- de subdiviser l'espace de modélisation en sous-volumes clos appelés régions et de pouvoir y attribuer des propriétés comme la perméabilité, la porosité...
- d'attacher aux régions des grilles, de modéliser des propriétés et de réaliser des simulations d'écoulements.

Un *macro-modèle* est donc le fruit d'un long processus pluridisciplinaire qui va permettre en fait de construire une succession de modèles. Ces modèles sont en général au nombre de quatre:

- *le modèle sismique*: Il relève de la géophysique et se construit à partir des données brutes traitées et interprétées issues d'une campagne sismique.
- *le modèle structural*: Il est construit par un géologue et est constitué d'un ensemble de surfaces qui sont identifiées à partir du modèle sismique.
- *le modèle volumique*: Il est construit par un géologue et consiste à subdiviser l'espace de modélisation par des *structures* qui permettent de stocker des propriétés. Le terme *structures* est très général et permet de regrouper toutes les techniques de remplissage de volume telles que les grilles régulières ou la tétraédrisation.
- *le modèle de propriétés*: Il est construit par un «ingénieur-réservoir» et consiste à associer à des structures géologiques des propriétés physiques. C'est à ce niveau que vont être modélisés par exemple, les champs de pressions ou les champs de vitesse

d'écoulement qui vont permettre de faire des simulations, des calculs d'incertitudes afin de connaître au mieux le domaine d'étude.

Le *macro-modèle* influe directement sur la stratégie d'exploitation d'un réservoir de pétrole et a donc un impact économique important. Le *macro-modèle* permet:

- *de mieux appréhender la structure géologique*: Son utilisation facilite la détection d'incohérences éventuelles entre les objets géologique (horizon, faille, diapir...) et permet leur correction.
- *d'accélérer la phase de production*: L'utilisation d'un *macro-modèle* réduit les erreurs de positionnement des forages de production des hydrocarbures (pétrole, gaz).
- *de faciliter la prise de décision*: En effet, l'utilisation d'un *macro-modèle* permet d'avoir une meilleure connaissance (rapide, complète et efficace) du champ pétrolifère et de ses possibilités en terme de rendement, de coûts d'exploitation...

### Objectifs

Les objectifs de notre recherche se situent exclusivement au stade de la modélisation volumique d'un *macro-modèle* et sont au nombre de trois:

1. Le premier objectif concerne *la construction de macro-modèle à partir de surfaces triangulées*. Il est nécessaire d'améliorer le principe de construction d'un *macro-modèle* qui repose sur le calcul d'intersections franches entre des surfaces. En effet, le calcul d'intersections franches entre des surfaces échoue lorsqu'une surface se trouve au contact d'une autre. Or, nous retrouvons ce type de configuration fréquemment en géologie car les données initiales sont souvent imprécises au niveau des contacts faille/faille ou horizon/faille.
2. Le deuxième objectif concerne *la mise à jour d'un macro-modèle lorsqu'il est modifié*. En effet, il est rare de nos jours qu'un ensemble de techniques allant de la sismique à la simulation d'écoulement soit appliqué à l'étude d'un réservoir au même instant. Chaque nouvelle acquisition sismique ou forage peut invalider partiellement ou complètement le *macro-modèle*. Il faut pour cela être capable plus que jamais de mettre à jour un *macro-modèle* en fonctions de modifications sans avoir à reconstruire totalement le *macro-modèle*.
3. Le troisième objectif de ces travaux est beaucoup plus orienté vers l'informatique et concerne *l'implantation des outils* proposées au sein du logiciel GOCAD. Cela consiste à développer un ensemble de bibliothèques de fonctions écrites en langage C++, ainsi que les interfaces utilisateurs afin de pouvoir utiliser les outils d'une manière interactive. Cette étape est en effet très importante, car elle permet de rendre les travaux que nous avons effectués disponibles et facilement utilisables par de nombreuses compagnies participant au consortium.

Des jeux de données réelles ont été fournis par les compagnies CHEVRON et ELF AQUITAINE. Ils ont servi de base de tests tout au long de la mise au point des algorithmes qui seront présentés dans ce mémoire. Pour des raisons de confidentialité, nous n'avons retenu pour ce mémoire que trois jeux de test que sont:

- un modèle surfacique synthétique en duplex,
- un modèle surfacique en forme de fossé d'effondrement avec des contacts faille/faille/horizon spéciales,
- un modèle surfacique en forme de fossé d'effondrement présentant un jeu de failles complexes et denses.

### Présentation du plan

La structure de ce manuscrit est divisée en cinq chapitres:

1. Dans le premier chapitre, nous présentons des notions de *modélisation volumique* ainsi que quelques définitions utiles pour une bonne compréhension des travaux présentés dans ce mémoire. Puis, nous exposons le modèle de WEILER qui a servi de base à

---

notre recherche ainsi que les structures définissant ses volumes. Pour finir, nous identifions les problèmes liés aux *modifications des composants d'un modèle et à sa mise à jour* et nous nous proposerons de les résoudre au cours des chapitres suivants.

2. Le chapitre 2 est consacré à *la suppression des cicatrices*. Cette opération qui est l'opération inverse du découpage consiste non seulement à souder les deux bords d'une coupure mais aussi à «gommer» la cicatrice résultante qui affecte la surface triangulée. D'abord, nous exposerons le concept de cette opération, puis nous détaillerons ses principales étapes qui reposent sur l'étude des symétries du découpage et pour finir, nous présenterons certaines de ses applications.
3. Le troisième chapitre décrit l'ensemble des opérations de découpage de surfaces à maillage triangulaire. Dans un premier temps, nous présenterons l'opération de découpage au sens strict ainsi que les modifications que nous lui avons apportée. Puis, nous décrirons le nouveau concept de *découpage contraint* accompagné des notions de contraintes et d'interpolation de type D.S.I. Et pour finir, nous présenterons deux modes de raisonnement valorisant l'utilisation prioritaire de la topologie au détriment de la géométrie et le travail dans un mono-espace.
4. Le quatrième chapitre concerne le principe de *la simplification des bords contigus* dans un solide. Cette opération consiste à trouver la représentation commune la moins fine mais la plus représentative possible des bords contigus. Dans un premier temps, nous exposerons son concept qui découle d'une observation des bords puis nous détaillerons ses principales étapes basées sur une approche purement topologique. Pour finir, nous appliquerons cet outil à différents jeux de données.
5. Le cinquième chapitre consiste en une synthèse de l'ensemble des opérations décrites au cours des chapitres précédents et en la description d'un *moteur de gestion*. Ce moteur de gestion permet de modifier des composants du modèle et de le mettre à jour. Son but est de centraliser les modifications, de les interpréter et de transmettre leurs conséquences au modèle. La mise à jour du modèle est réalisée en couplant les opérations (de suppression des cicatrices, de découpage contraint et de simplification des bords) entre elles.

Enfin, une conclusion générale dresse un bilan des travaux présentés et ouvre des perspectives de recherches futures.



---

## Chapitre 1 La modélisation volumique

---

Dans ce chapitre, nous présenterons dans un premier temps, le contexte dans lequel ces travaux de recherche ont été réalisés. Puis, nous aborderons les différentes techniques de modélisation volumique couramment utilisées et détaillerons tout particulièrement le modèle géologique tri-dimensionnel. Pour finir, nous exposerons son utilité dans le domaine pétrolier, la nécessité de pouvoir être modifié et mis à jour ainsi que tous les problèmes afférents à ce type d'opérations.

### 1.1 Un modéleur Gocad

Les travaux exposés dans ce mémoire s'inscrivent dans le cadre du projet Gocad («Geological Objects Computer Aided Design»), lancé en 1988 par le professeur Jean-Laurent Mallet de l'école Nationale Supérieure de Géologie de Nancy. L'objectif premier de ce projet était de proposer un ensemble cohérent d'outils mathématiques et logiciels pour la modélisation géométrique tridimensionnelle de surfaces; son succès est dû à une méthode d'interpolation innovante: DSI (cf [Mall89], [Mall92]). De nombreuses applications de cette méthode sur des données réelles ou synthétiques ont démontré son efficacité dans la modélisation d'objets de géométrie très complexe comme, par exemple, des dômes de sel, appelé aussi diapirs, ou bien encore des horizons stratigraphiques et des failles. La lentille de sel ainsi représentée sur la figure 1-1, est issue de trois mois de modélisation intensive. Elle est constituée de 4 surfaces multi-valuées en Z et contenant chacune 40 000 triangles.

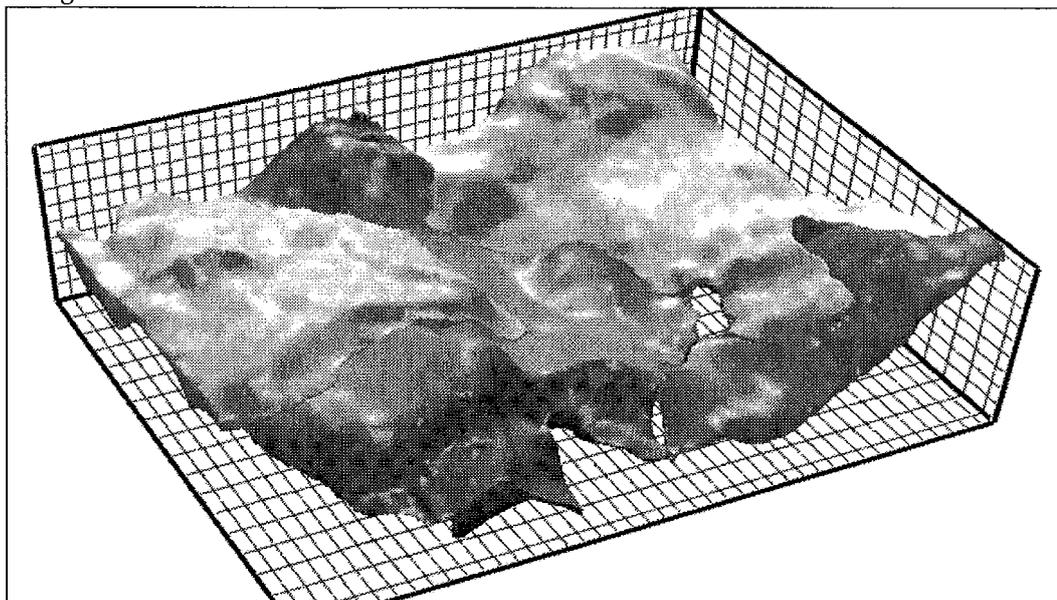


Figure 1-1: Modélisation complexe d'une lentille de sel

Depuis, le projet s'est élargi dans les directions suivantes:

- à la modélisation surfacique est venue s'ajouter la modélisation volumique par l'utilisation des grilles régulières et des grilles géométriquement déformées, dites «stratigraphiques»; de solides tétraédrisés et de modèles basés sur le concept des éléments frontière (voir la section 1.2).
- à la modélisation géométrique, est venue s'ajouter la modélisation des propriétés; à chaque localisation géométrique  $(x, y, z)$  peut être associée une suite de valeurs numériques représentant des propriétés variées: porosité, perméabilité...
- à la modélisation des propriétés, la modélisation surfacique et géométrique est venue s'ajouter de nouveaux outils géostatistiques basés sur des algorithmes conventionnels de simulation comme les simulations séquentielles par indicatrices ou le cokrigage colocalisé...

## 1.2 La modélisation volumique

La modélisation volumique a pour objectif de représenter un objet par des solides distincts, formant ainsi un découpage de l'espace de modélisation (espace à trois dimensions) (cf. [Bra75], [Hof89], [Man88], [Req82], [Req85]). La modélisation volumique a pour but de répondre à une grande variété d'applications comme le calcul de volume, l'appartenance d'un point à un solide...

Les surfaces d'un volume solide doivent être orientées et fermées, de façon à ce qu'il y ait une distinction claire entre l'intérieur et l'extérieur du volume. Requicha (cf [Req80]) établit les propriétés nécessaires et suffisantes que doit avoir un objet pour être un solide:

- un solide doit avoir un intérieur,
- un solide doit occuper une portion finie de l'espace,
- un solide doit avoir une forme invariante quelles que soient sa position et son orientation.

De plus, un modèle volumique contient des détails sur la connexité des divers éléments composant l'objet modélisé, c'est à dire les points, courbes et faces. Ces éléments topologiques doivent obéir aux propriétés suivantes:

**Non-intersection:** Les volumes ne doivent pas s'intersecter, sauf au niveau de leurs frontières. Les faces ne doivent pas s'intersecter, sauf le long de leurs bords. Les courbes ne doivent pas s'intersecter, sauf à leurs extrémités. Les points doivent être distincts. De plus, les courbes ne doivent pas intersecter les faces. Cette restriction est nécessaire pour éviter à des éléments topologiques de pénétrer des faces ou des volumes sans que le système ait la connaissance des structures les représentant.

**Finitude:** Les points ont une position finie dans l'espace, les courbes ont une longueur finie, les faces ont une aire finie, et les volumes fermés ont un volume fini. De plus, toute forme représentable doit l'être avec un nombre fini d'éléments topologiques.

## 1.3 Les techniques de modélisation volumique

Dans les cinq sous-sections qui suivent, nous décrivons brièvement les cinq techniques les plus fréquentes de modélisation volumique (cf [Lamb94], [Mort85] pour une description plus détaillée).

### 1.3.1 L'approche par balayage avec extrusion de primitives de dimension 2

Étant donnée une forme géométrique planaire et un « axe » de balayage (i.e.: une courbe quelconque sur laquelle sont positionnés un point de début et un point de fin de balayage),

un objet tridimensionnel est défini par l'espace décrit par le déplacement de la forme 2D le long de l'axe (voir figure 1-2).

Cette approche fait l'hypothèse implicite de la présence prépondérante dans les objets à modéliser de toutes sortes de « régularités » : plans, sphères et autres coniques, symétries... Cette méthode permet une représentation rapide et efficace des objets tridimensionnels (voir figure 1-2).

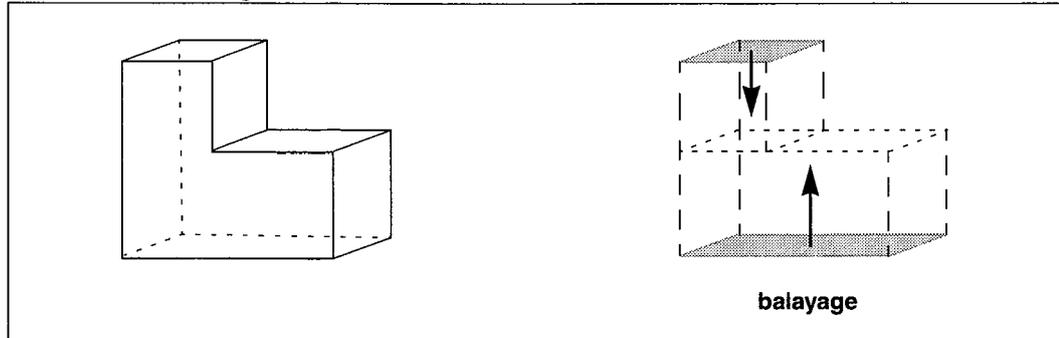


Figure 1-2 : Balayage avec extrusion de primitives de dimension 2

### 1.3.2 L'approche cellulaire ou énumération spatiale

Dans cette méthode, l'objet est contenu dans un tableau de cellules, où chaque cellule peut être occupée ou non. L'exemple le plus utilisé de cette technique de modélisation est l'arbre octal ou « octree » (figure 1-3). D.J. MEAGHER (cf [Meag82]) a développé une méthode de modélisation volumique basée sur l'arbre octal permettant une plus grande rapidité dans la manipulation, l'analyse et la représentation visuelle d'objets solides. Son approche utilise un arbre à huit noeuds pour représenter les solides. Chaque région cubique du modèle initial est divisée en huit régions cubiques, ce qui correspond à un découpage de l'espace par 2, en x, en y et en z.

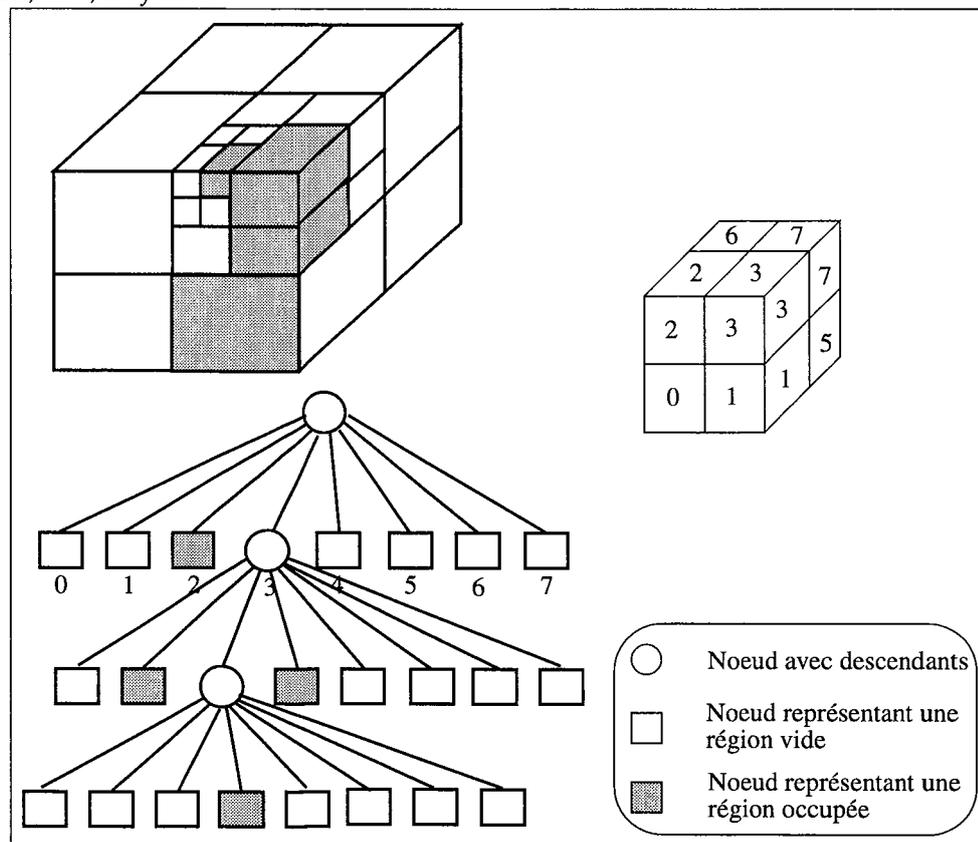


Figure 1-3 : Exemple de modélisation volumique par « arbre octal »

Il existe une autre méthode qui consiste à laminer ou subdiviser l'espace par des plans. Cette technique vient de l'analyse de cas pratiques comme les réseaux de chemins de fer et est connu sous le nom d'arbre réel ou « $\mathcal{R}$ -Tree». Par sa souplesse, cette méthode a suscité un grand intérêt chez les topologistes (cf [Gabo94], [Lev93], [Pau91]).

L'avantage principal de ces techniques est que l'accès à un point se fait de façon très aisée et rapide, par un simple parcours d'arbre. La modélisation cellulaire présente également des inconvénients:

- il n'existe pas de relations explicites entre les diverses parties d'un objet,
- pour obtenir une bonne définition d'un objet, il est nécessaire d'utiliser un grand nombre de petites cellules.

### 1.3.3 L'approche booléenne

L'approche booléenne plus connue sous le nom de «Constructive Solid Geometry», a été introduite pour la première fois à l'Université de Rochester (cf [Req80], [Man88], [Croc87], [Jans87], [Midd85], [Chio83]). Dans cette méthode, un objet est représenté par un arbre binaire dont les noeuds sont des opérateurs booléens et les feuilles des primitives volumétriques simples (voir figure 1-4). Parmi ces éléments de base, on trouve: le bloc, le cylindre, le cône, la sphère, le tore... Les opérateurs booléens sont l'union, l'intersection et la différence mais aussi des transformations géométriques de base comme la translation, la rotation, le changement d'échelle, ...

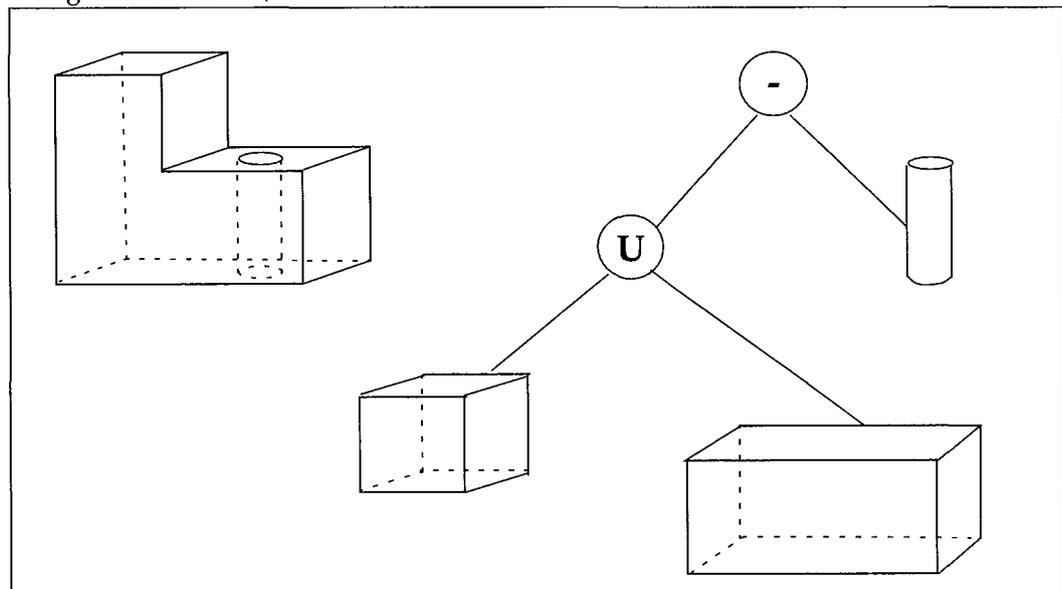


Figure 1-4 : Exemple de modélisation volumique par approche booléenne

La validité d'un modèle volumique construit par la méthode booléenne se vérifie aisément si les primitives utilisées ont été générées par le système, et si les opérateurs sont parmi les trois énumérés précédemment. Dans le cas contraire, c'est à dire si l'utilisateur a créé le modèle à partir de ses propres primitives et/ou opérateurs, c'est à lui de vérifier la validité du modèle. La méthode booléenne permet de générer rapidement une présentation compacte d'un objet complexe. Cependant, des calculs supplémentaires sont nécessaires pour générer les frontières des objets afin de leur attacher diverses propriétés.

Toutes les modélisations présentées ci-dessus, font l'hypothèse implicite de la présence prépondérante dans les objets à modéliser de primitives géométriques comme des plans, des sphères, des axes de symétries...

L'approche la plus raisonnable avec les objets naturels est de ne pas faire ce genre d'hypothèse et d'opter pour une modélisation la plus souple possible. C'est pour cette raison que l'alternative se limite habituellement aux deux modèles suivants :

- volumes décrits par un maillage de polyèdres élémentaires,
- volumes définis par leur frontière.

### 1.3.4 L'approche polyédrale

Un volume est défini par un maillage de polyèdres élémentaires (figure 1-5); ce type de modèle est à distinguer du modèle à énumération spatiale par le type de volumes élémentaires impliqués ; là où le modèle à énumération spatiale utilise une vaste bibliothèque de primitives de base, les maillages de polyèdres ne vont utiliser qu'un type de polyèdre (le choix se limite habituellement au tétraèdre ou à l'hexaèdre), voire deux (exemple : maillage hybride de tétraèdres et d'hexaèdres).

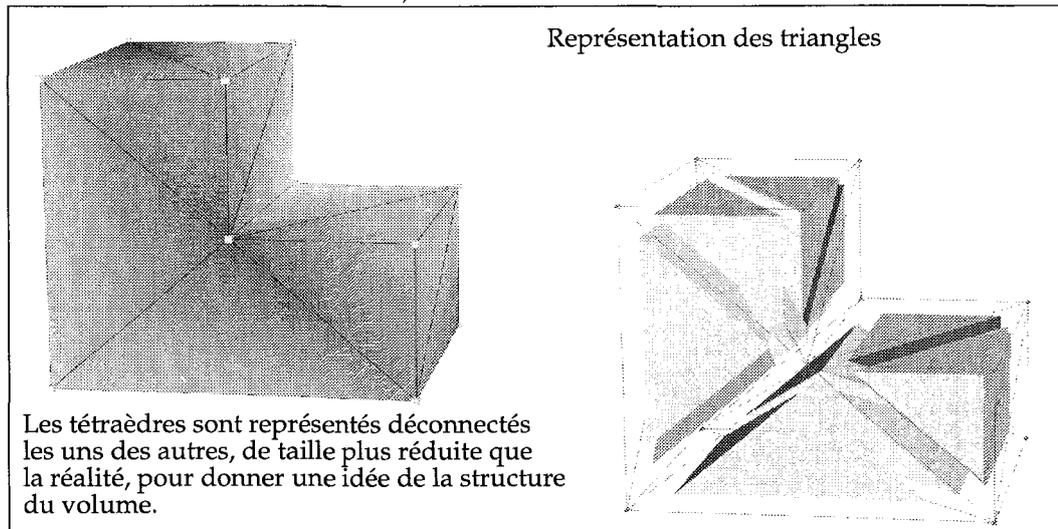


Figure 1-5 : Exemple de modélisation par approche polyédrale

### 1.3.5 L'approche par éléments frontières

Cette méthode est référencée dans la littérature par le terme de «Boundary Representation». C'est en 1973 que le premier système utilisant une représentation par éléments frontières, voit le jour: le système BUILD développé par Braid et Lang à l'Université de Cambridge (cf [Fol90]). Un volume est défini par l'ensemble des faces qui le délimitent (figure 1-6).

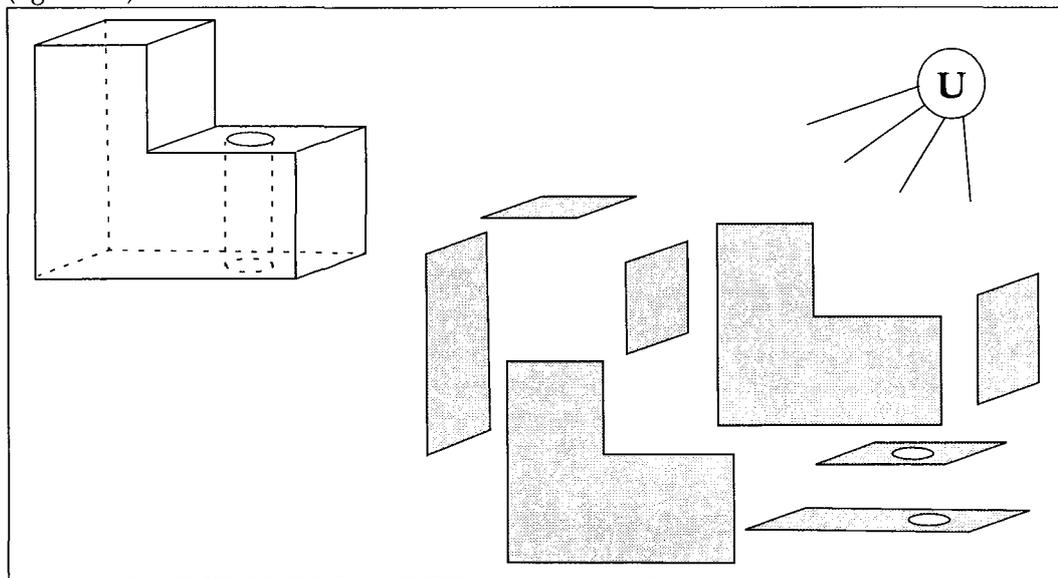


Figure 1-6 : Exemple de modélisation volumique par frontières

La méthode des éléments frontières permet d'obtenir des informations topologiques concernant les interconnexions entre les divers éléments. Il existe neuf types de relation d'adjacence dans un modèle utilisant les éléments topologiques face, courbe et point (figure 1-7).

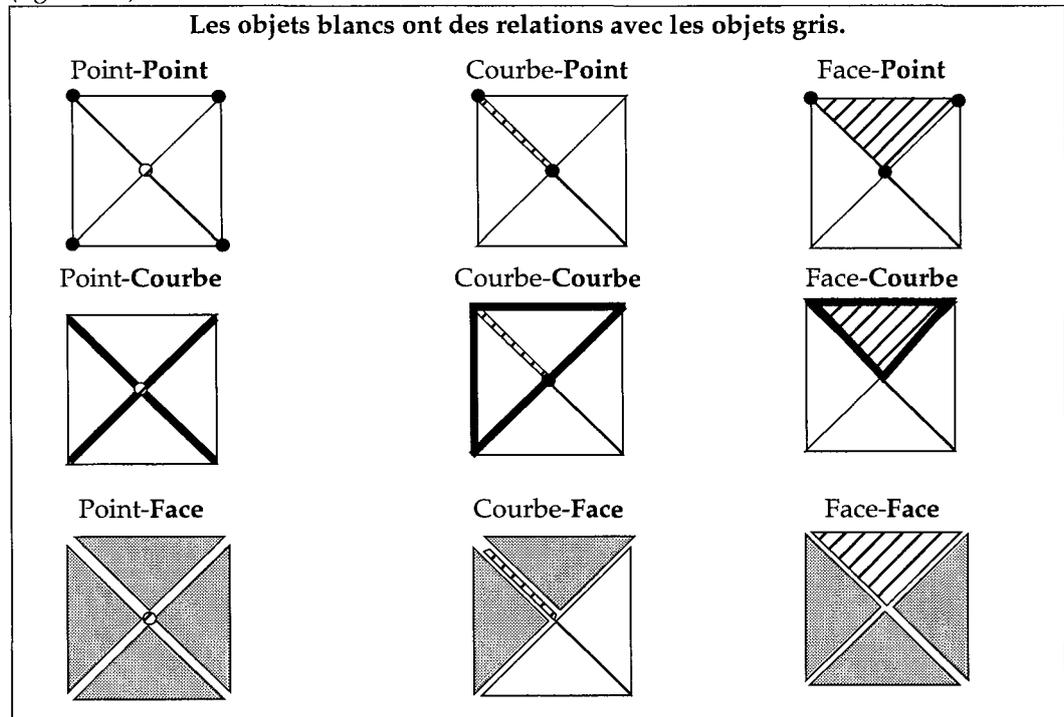


Figure 1-7 : Les neuf relations d'adjacence entre les faces, courbes et points

L'approche par éléments frontières possède les propriétés suivantes:

- l'espace de modélisation dépend de l'ensemble des surfaces pouvant être utilisées. Il n'y a aucune raison de limiter celles-ci aux demi-espaces; donc cette approche peut être utilisée pour représenter un ensemble d'objets plus large que la méthode booléenne.
- La validité de ce type de modèle est difficile à établir. En effet, le critère de validité se divise en deux: les contraintes topologiques et les contraintes géométriques. Alors qu'il est possible de gérer les contraintes topologiques sans grande dépense, il est complexe de forcer la correction géométrique sans pénaliser la vitesse de construction.

## 1.4 Le modèle géologique tridimensionnel

Dans cette section, nous allons présenter le modèle géologique tridimensionnel basé sur l'approche par éléments frontières. Ce modèle est issu des travaux de Kevin Weiler qui fut le premier à proposer une représentation complète de modélisation par frontières d'objets non-variétés : «l'arête radiale» (cf [Weil85], [Weil86], [Weil88]). Après avoir brièvement exposés l'intérêt d'un tel outil dans le domaine du réservoir, nous définirons un certain nombre de notions concernant la topologie, la géométrie et les situations non-variétés. Pour conclure, nous présenterons les structures requises pour construire un modèle géologique tridimensionnel et les heuristiques utilisés.

### 1.4.1 Le «macro-modèle du sous-sol»

Le modèle géologique tridimensionnel ou «macro-modèle du sous-sol» est une représentation de tous les objets géologiques (horizons, failles, chenaux, puits...) qui interagissent au sein d'un domaine d'étude (cf [Gar97]). Son but est :

- de décrire les différentes relations qui existent entre les objets (réseaux de failles, surface d'érosion, discontinuités...). Tous ces objets sont construits à partir des primitives que sont le point, la ligne polygonale et la surface.
- de subdiviser l'espace de modélisation en sous-volumes clos appelés «régions». Une région est définie par **l'ensemble des surfaces intersectées qui la délimite** (respect de la clause de non-intersection définie page 24). Suivant le faciès et l'âge des régions, on peut les regrouper au sein d'une même entité géologique appelée «couche géologique».
- de répondre à un ensemble de requêtes comme l'appartenance d'un point à une région, le calcul du volume d'huiles...

Un «macro-modèle du sous-sol» contient aussi un ensemble de propriétés attachées à une région donnée ou une couche géologique donnée. Ces propriétés peuvent être la porosité, la pression, la température ou des vitesses sismiques (figure 1-8).

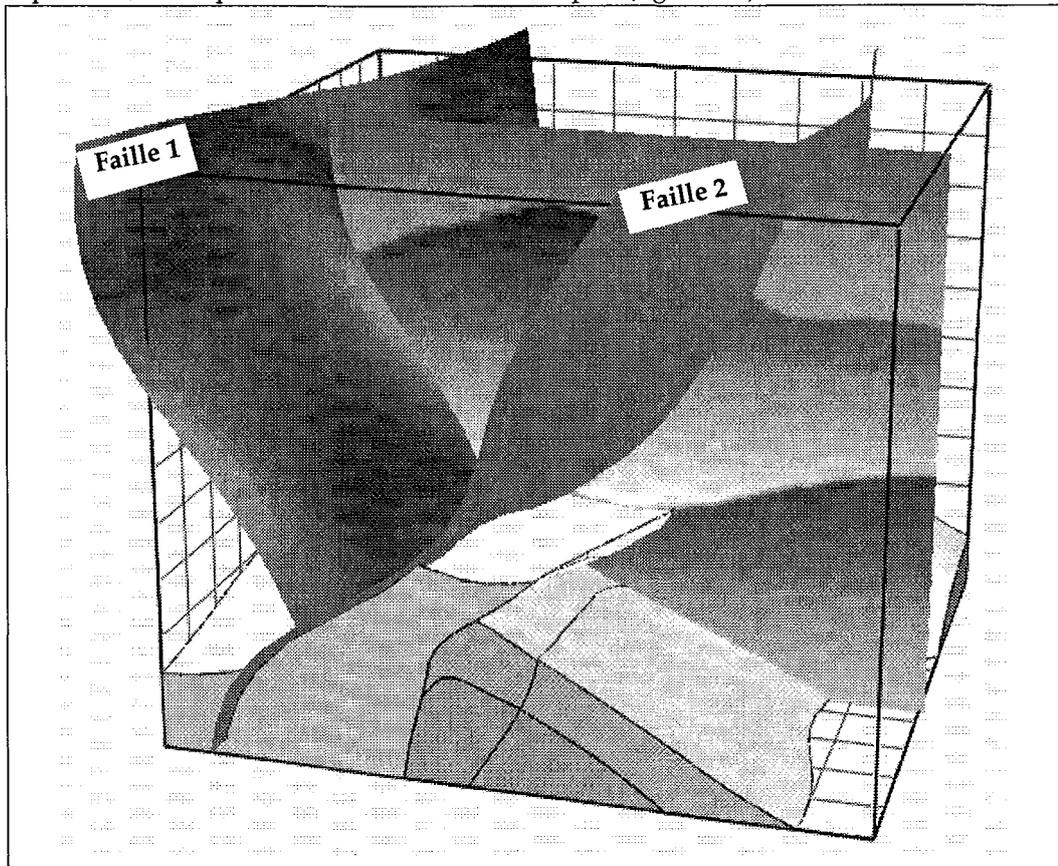


Figure 1-8 : «Macro-modèle du sous-sol» avec attributs sismiques

Le modèle géologique tridimensionnel est un **outil incontournable d'aide à la décision** dans le domaine de l'exploration pétrolière. L'exploitation de nombreux réservoirs de pétrole est réalisée grâce à l'utilisation de puits déviés. Un puits peut se définir comme étant une ligne polygonale contenant un certain nombre d'informations comme la position relative des horizons intersectés, le contact eau-huile... Le calcul du chemin optimal se trouve simplifié grâce à l'information contenue dans un modèle géologique tridimensionnel.

Ce type de modèle permet aussi de vérifier la **cohérence des structures modélisées**. En effet, la plupart des réservoirs de pétrole sont compartimentés par un ensemble de failles et de fractures. Souvent, les données issues de l'interprétation sismique sont imprécises au niveau des contacts entre les failles et les horizons/failles. Ces incertitudes peuvent avoir un impact important sur l'évaluation du volume d'huiles. Le «macro-modèle du sous-sol» permet donc de vérifier la qualité de l'interprétation sismique.

L'utilisation grandissante de la sismique 4D (évolution au cours du temps, de l'exploitation d'un réservoir) permet de mettre en évidence le **long processus pluridisciplinaire** mis en jeu dans le modèle géologique tridimensionnel (acquisition des données, interprétation, caractérisation de réservoir et simulation des écoulements).

### 1.4.2 La géométrie et la topologie

La géométrie est utilisée essentiellement pour représenter les informations relatives à la forme d'un objet ainsi que sa position dans l'espace c'est-à-dire la position de chacun des points qui le composent. On parle alors de plongement de l'objet dans un espace de représentation (par exemple  $R^3$ ).

La topologie est une abstraction, un sous-ensemble cohérent des informations disponibles sur la connectivité des différents composants d'un objet. C'est l'ensemble des propriétés de voisinage d'un objet qui se conserve par déformation continue de l'objet (cf [Mor89]). Dans le contexte de la modélisation géométrique, la topologie se réduit en général aux relations d'adjacence entre des éléments topologiques.

Les informations topologiques structurent les composants d'un objet, et permettent donc une manipulation efficace de ces derniers, notamment pour le passage d'une entité géométrique à une autre.

### 1.4.3 Une configuration topologique non-variété

Dans une représentation géométrique variété (et plus précisément 2-variétés), chaque point d'une surface a un voisinage homéomorphe à un disque 2D. D'une manière plus générale, un objet est n-variété si le voisinage de tout point lui appartenant est homéomorphe à une sphère de dimension n. En d'autres termes, certains modèles ne peuvent être représentés (figure 1-9), comme:

- deux surfaces se joignant en un point unique,
- deux surfaces se joignant le long d'une courbe ouverte ou fermée,
- deux volumes distincts fermés partageant une face comme frontière commune,
- une droite émanant d'un point d'une surface.

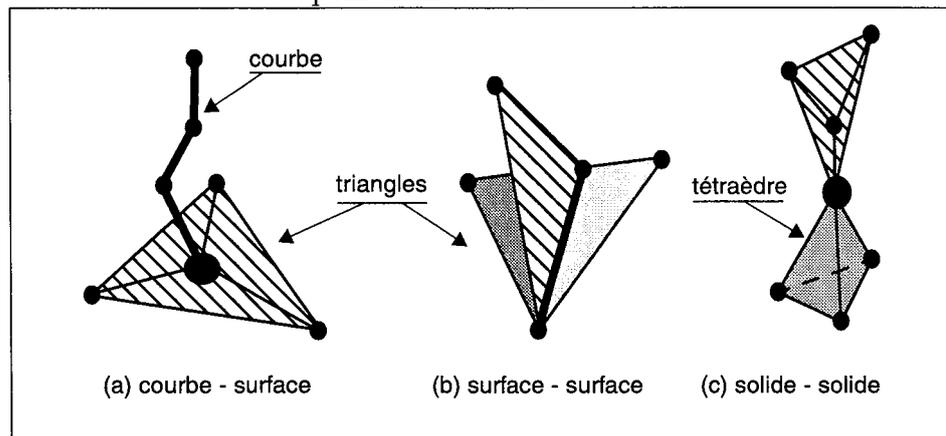


Figure 1-9 : Exemple de configurations non-variétés

### 1.4.4 Les structures utiles à la construction d'un modèle volumique non-variété

#### 1.4.4.1 La notion de région

Une région est un volume fermé de l'espace 3D. Elle est définie par ses frontières. Si une région a plusieurs frontières, alors il en existe toujours une contenant toutes les autres. Cette frontière est dite externe, les autres étant des frontières internes. Une région a

donc une seule frontière externe et peut avoir de 0 à  $n$  frontières internes. En fait, il existe autant de frontières internes que de sous-régions pour une région donnée.

Une région est définie par (figure 1-11):

- son nom,
- un ensemble de frontières,
- une appartenance à une couche géologique.

Il existe toutefois, une région qui ne répond pas à cette définition. Elle correspond à l'Univers (l'espace 3D de modélisation). On imagine bien que cette région n'a pas de frontière externe car l'Univers est par définition sans limite. Cette région spéciale ne comporte en fait que des frontières internes, correspondant aux frontières des régions qui se découpent dans l'Univers.

On doit aussi introduire ici la notion de couche géologique (cf [Wya94]). Une couche géologique est un ensemble de régions partageant certaines propriétés. Celles-ci peuvent être l'âge géologique, la densité des roches, leur perméabilité...

#### 1.4.4.2 La notion de frontière

Nous allons dans un premier temps introduire la notion de face. Une face est un sous-ensemble connexe de simplexes de dimension 2 (triangles) d'une surface. Toutefois dans le cadre de notre travail, nous prendrons en compte deux clauses restrictives supplémentaires à la définition d'une face:

- l'arête d'un triangle ne peut être partagée que par un ou deux triangles au maximum.
- si deux triangles ont seulement en commun un de leurs sommets, alors celui-ci doit être dupliqué.

Une frontière peut être considérée comme un ensemble de faces adjacentes délimitant une région. De plus, une frontière donnée ne peut être la frontière que d'une seule et unique région. On s'aperçoit vite que par sa définition, une face peut délimiter deux régions. Pour ôter cette ambiguïté, on introduit ici la notion fondamentale **d'orientation d'une face** (figure 1-10).

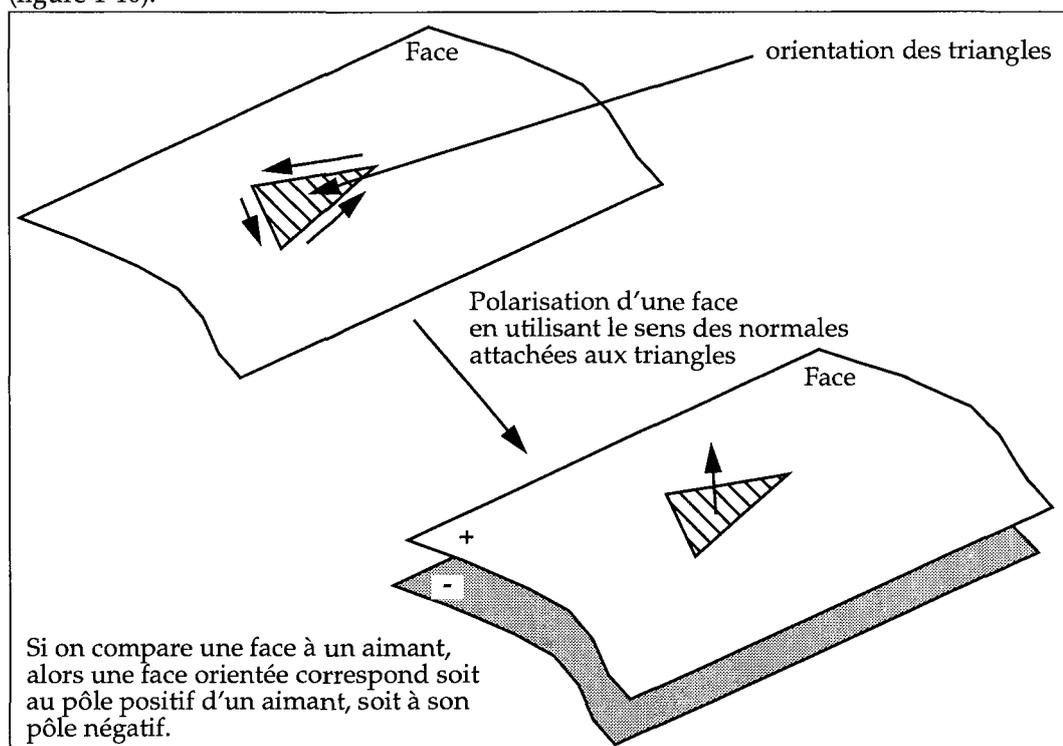


Figure 1-10 : Polarisation d'une face

De fait, une face possède un pôle positif et un pôle négatif. Donc une face orientée positivement ou négativement ne peut appartenir qu'à une et une seule région.

En conséquence, une frontière est un ensemble de faces orientées adjacentes délimitant une région. On distingue deux types de frontières:

- frontière externe (figure 1-11) : Elle correspond à la frontière de la région qui contient toutes les autres frontières de cette même région.
- frontière interne : Elle peut être la frontière d'une sous-région incluse dans cette région (par exemple région 4 sur la figure 1-11) ou les deux-côtés d'une face isolée contenue par cette région (par exemple, les côtés «+» et «-» de la face f5 sur la figure 1-11).

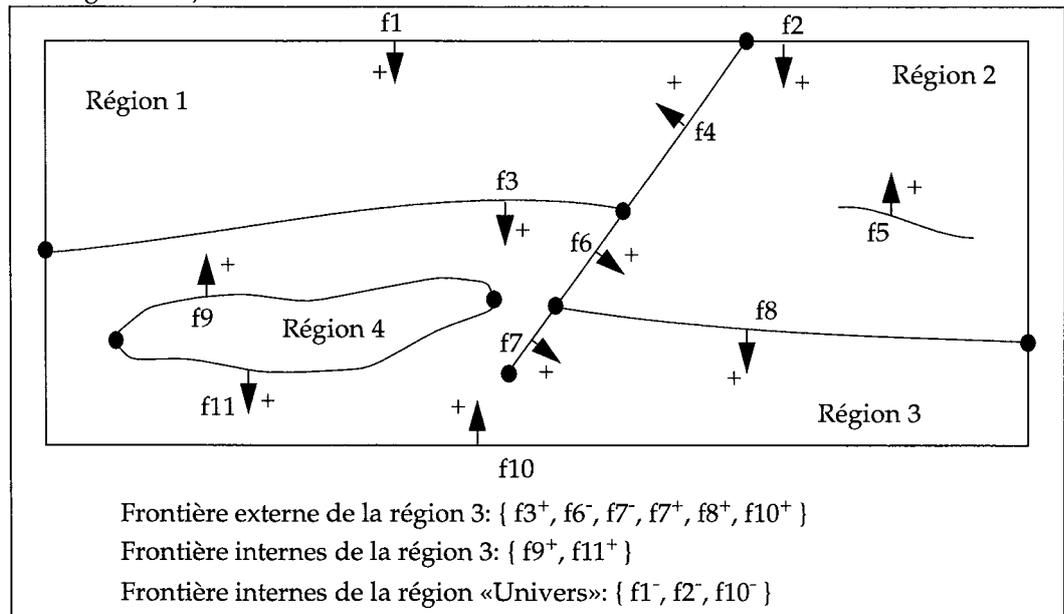


Figure 1-11 : Exemple de frontières externes et internes

Une frontière est définie par:

- son type: externe ou interne,
- l'ensemble des faces **orientées** qui la composent,
- une référence vers la région d'appartenance.

#### 1.4.4.3 La notion de structure radiale

La notion de structure radiale a été introduite par Kevin Weiler [Wei88]. Cette structure permet de représenter de façon **complète** et **non-ambigüe** les relations d'adjacence topologique d'un modèle géométrique non-variété, vérifiant tous les critères d'une bonne modélisation volumique (voir page 24).

Une représentation est dite **complète** si toutes les relations d'adjacence sont dérivables des données de la structure.

Une représentation est dite **non-ambigüe** si, pour un ensemble de données de la représentation, il existe un et un seul ensemble d'informations topologiques pouvant résulter de l'interprétation de la représentation. En d'autres termes, il doit exister une bijection entre la représentation et l'ensemble des informations topologiques.

Cette structure peut être définie par:

- une référence à une face orientée,
- des relations d'adjacence avec d'autres structures radiales qui peuvent être de trois types:

- 1- adjacence de cette structure avec une autre appartenant à une face différente,
- 2- adjacence de cette structure avec une autre appartenant à la même face de polarité opposée,
- 3- adjacence de cette structure avec elle-même.

Comme nous allons le voir dans la section 1.5.2, page 35, les relations d'adjacence sont obtenues grâce à un tri ou ordonnancement des faces autour de leurs arêtes communes. Dans la théorie, les cas d'adjacences de type 1 et 2 (voir figure 1-12) sont suffisants pour représenter l'ensemble des relations d'adjacence définis précédemment. Dans la pratique, dû aux imprécisions numériques [Chaz96], le tri peut être imprécis et générer une erreur d'ordonnancement. Nous avons donc introduit le cas de type 3 qui permet de gérer ces situations à risque (voir figure 1-16, page 36).

Grâce à cette structure, on peut donc passer par exemple de la structure radiale associée à la face polarisée  $face1^+$  à la structure radiale associée à la face polarisée  $face4^-$  par deux chemins différents:

- $\{face1^+; (adjacence1) face2^+; (adjacence2) face2^-; (adjacence1) face3^+; (adjacence2) face3^-; (adjacence1) face4^-\}$
- $\{face1^+; (adjacence2) face1^-; (adjacence1) face4^+; (adjacence2) face4^-\}$

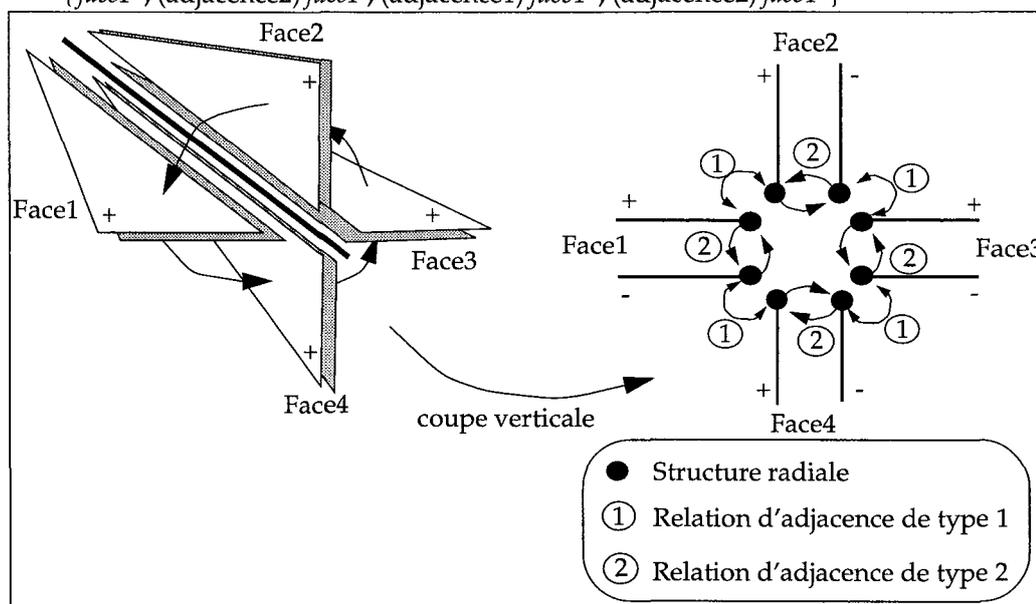


Figure 1-12 : Illustration de la structure radiale et de deux cas d'adjacences

Donc la structure radiale permet de connaître et d'avoir de manière rapide toutes les informations d'adjacence à une face donnée. L'accès aux relations d'adjacence peut se comparer à une **liste doublement chaînée circulaire**.

#### 1.4.4.4 Conclusion

A ce stade, nous connaissons:

- la différence entre la topologie et la géométrie,
- la définition d'une situation non-variété,
- la définition d'une région et des frontières,
- la notion de structure radiale décrivant les adjacences entre une ou plusieurs faces orientées.

Nous disposons donc de tous les éléments nécessaires à la description d'un modèle géologique tridimensionnel. L'étape suivante consiste donc à créer le modèle lui-même en définissant de manière automatique les régions.

## 1.5 Processus de construction automatique d'un modèle géologique tridimensionnel

Dans cette méthode de construction automatique, l'utilisateur doit fournir au système un ensemble de surfaces triangulées composant le modèle de base. Une surface est un ensemble de faces. Une face est un ensemble connexe de triangles. Cette construction automatique peut se décomposer en quatre étapes exposées dans les sous-sections qui suivent.

### 1.5.1 Création et polarisation des faces

Nous avons exposé en page 24, la clause de «non-intersection» nécessaire à la validité d'un modèle volumique. Des objets de «dimension n» ne doivent pas s'intersecter, sauf au niveau de leurs frontières.

Il nous faut donc durant cette étape s'assurer que l'ensemble des faces données ne s'intersectent qu'au niveau de leurs bords. Si des intersections sont détectées et que celles-ci ne correspondent pas aux frontières existantes de l'objet, il nous faut réaliser une césure le long de l'intersection de la face concernée. Cette opération de découpage consiste à générer un contact topologique et géométrique partagé correspondant à la ligne d'intersection entre les deux faces (figure 1-13). Ainsi l'ensemble des faces appartenant à une surface peut avoir une origine naturelle ou être issu du résultat de l'opération de découpage. L'heuristique de découpage sera détaillé un peu plus loin dans le chapitre 3. Il permet simplement le respect de la clause de «non-intersection».

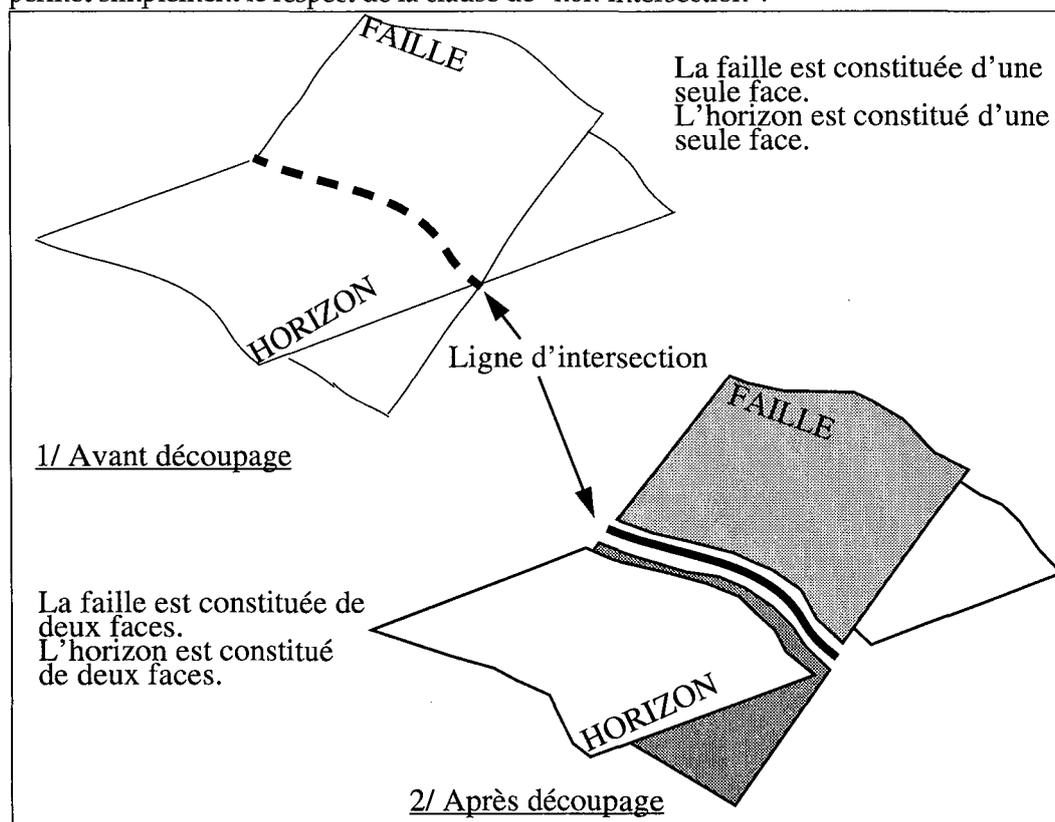


Figure 1-13 : Découpage d'une face pour respecter la clause de «non-intersection»

Une fois l'ensemble des faces découpées et individualisées, il nous faut les polariser. L'orientation d'une face se fait en fonction des triangles qui la composent. Tous les triangles sont supposés avoir leurs vecteurs normaux orientés de façon cohérente. Cette orientation est telle qu'un observateur marchant sur la face voit toutes les normales orientées dans la même direction:

- sens de la normale: côté positif,

- sens opposé au sens de la normale: côté négatif.

En conclusion, à la sortie de cette étape, on obtient un ensemble de faces polarisées respectant la clause de «non-intersection».

### 1.5.2 Création et tri des structures radiales

Comme nous l'avons défini précédemment, une structure radiale contient des renseignements sur les relations d'adjacence. Après avoir polarisé l'ensemble des faces provenant de l'étape précédente, il faut créer les structures radiales.

Une face est un ensemble connecté de triangles issus du résultat de l'opération de découpage, l'ensemble de ces bords constitue des contacts partagés topologiquement et géométriquement avec d'autres faces. Un bord peut se décomposer comme un ensemble d'arêtes appartenant à des triangles de bord. Un triangle de bord est un triangle qui possède au moins une de ses trois arêtes non connectée à un autre triangle. Ainsi, chaque triangle de bord et tout particulièrement chaque arête de bord sera associée à une structure radiale appelée «arête radiale».

L'initialisation des relations d'adjacence pour chaque «arête radiale» se fait de manière implicite puisque chaque intersection générée est partagée topologiquement et géométriquement. Ainsi, en prenant l'ensemble des «arêtes radiales» générées correspondant au domaine de modélisation, il est possible de les classer dans des groupes de même position géométrique dans l'espace.

Pour chaque groupe d'arêtes ayant la même position dans l'espace, il nous faut ordonner les relations d'adjacence. D'après la figure 1-14, la validité des régions et par conséquent la validité du modèle dépend étroitement de l'ordonnance des relations d'adjacence.

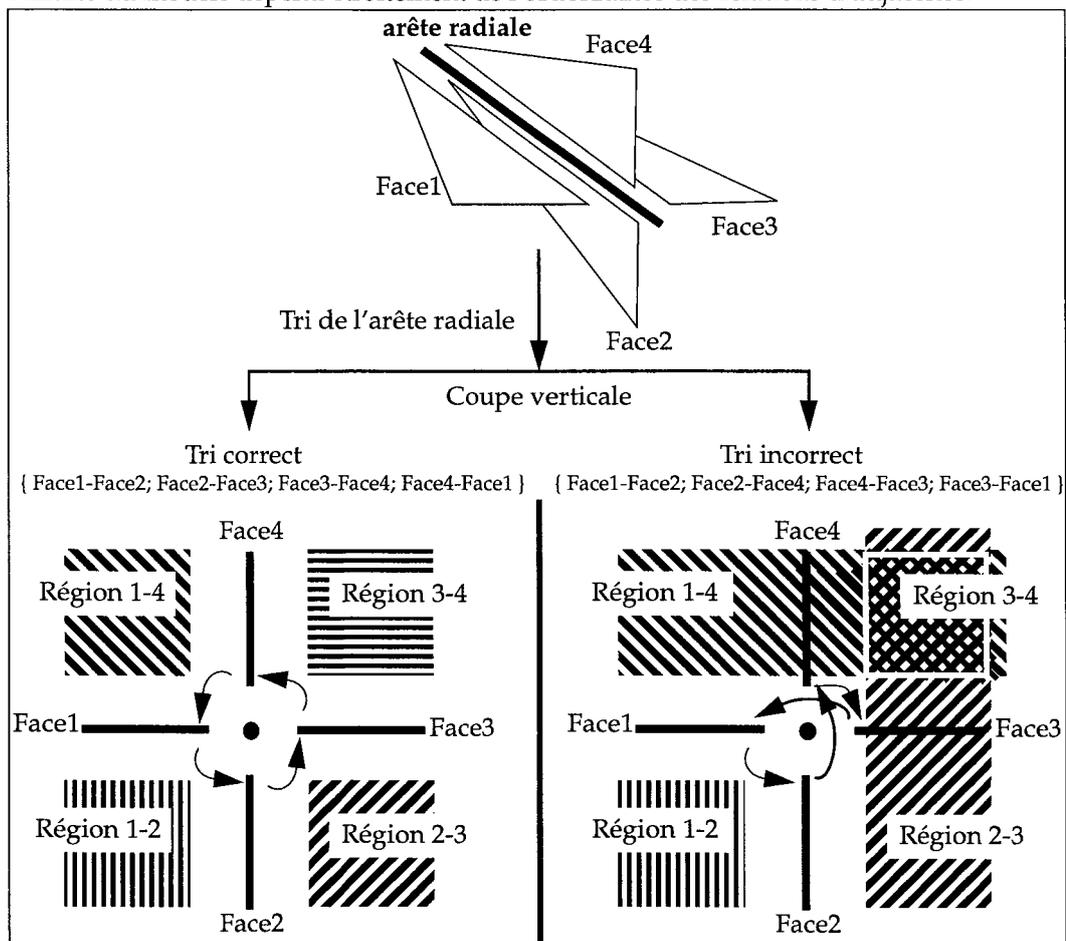


Figure 1-14 : Importance de l'ordonnance des relations d'adjacence

La définition de l'ordre des relations d'adjacence se fait en fonction de l'angle algébrique que chacune des «arêtes radiales» forme avec une «arête radiale» de référence. Comme une «arête radiale» est associée à une arête de bord et donc à un triangle de bord, notre objectif consiste à trier l'ensemble des triangles partageant une même arête en fonction de l'angle algébrique que chacun d'eux forme avec un triangle de référence (figure 1-15).

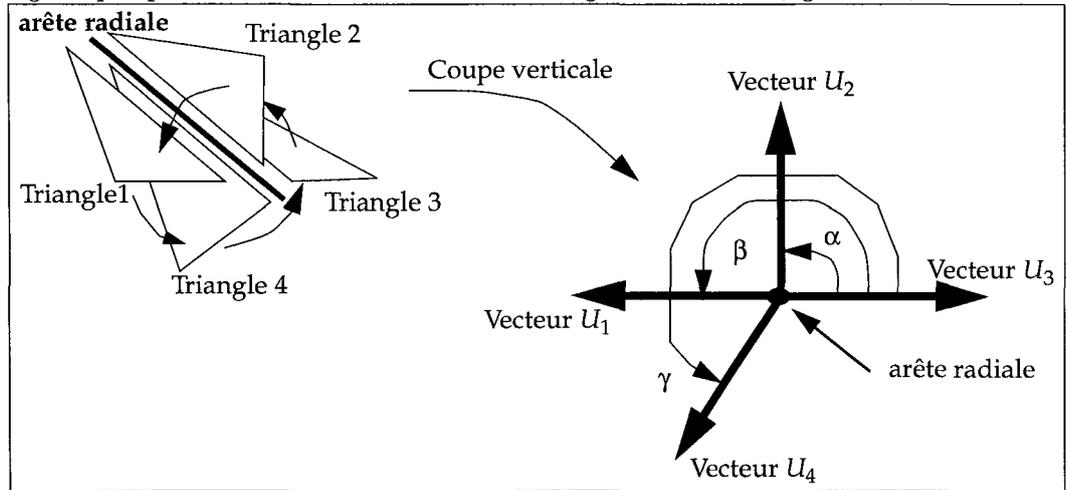


Figure 1-15 : Ordonnement des «arêtes radiales»

Pour calculer l'angle algébrique que forment deux triangles entre eux, il faut calculer un vecteur  $U$  pour chaque triangle. Un vecteur  $U_n$  provient du résultat du produit vectoriel entre la normale au triangle et le vecteur défini par l'arête du bord étudiée. La précision de ce tri dépend donc :

- de la longueur de l'arête de bord étudiée
- de l'aire des triangles

Pour éviter une erreur éventuelle de tri, l'ordonnement n'est pas effectué dans les cas où l'aire d'un des triangles est pratiquement nulle ou que l'arête de bord a une petite longueur. Pour garder en tout bord du modèle la connaissance des relations d'adjacence et pour distinguer les relations d'adjacence ordonnées de celles qui ne le sont pas, on utilise la relation d'adjacence de type 3 introduite dans la section 1.4.4.3. Ainsi, l'accès à des relations d'adjacence non ordonnées peut se comparer à une **liste simplement chaînée circulaire**.

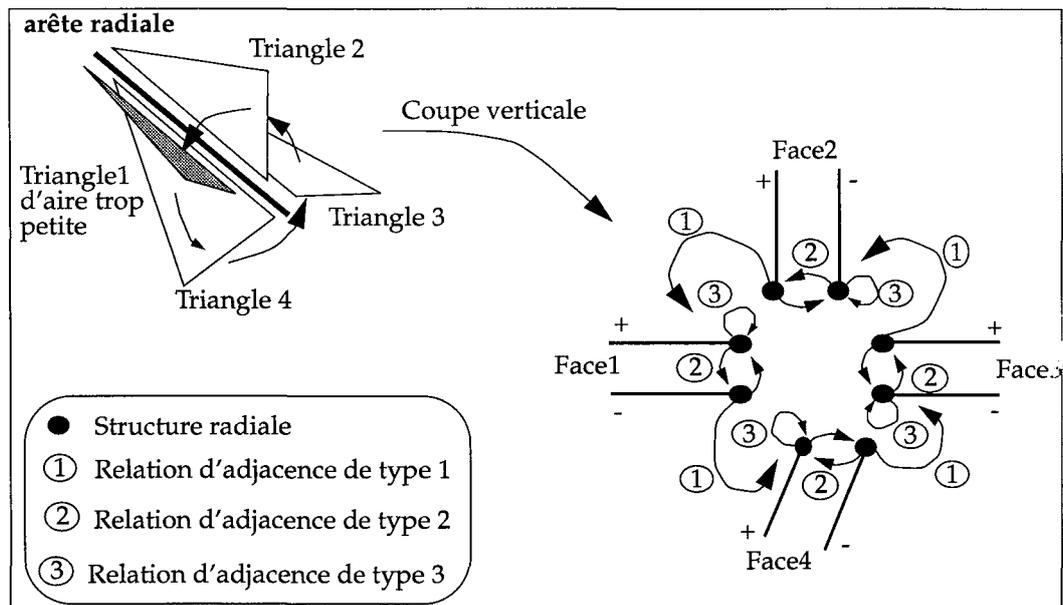


Figure 1-16 : Introduction de la relation d'adjacence de type 3

En conclusion, on obtient à la sortie de cette étape un ensemble d'arêtes radiales décrivant l'ensemble des relations d'adjacence.

### 1.5.3 Création des frontières

D'après la section 1.4.4.2, une frontière est un ensemble de faces orientées adjacentes.

Pour créer une frontière, on choisit de manière aléatoire une face polarisée parmi l'ensemble des faces orientées créées, appartenant au modèle et on lui attribue un observateur. Celui-ci ne peut se déplacer:

- que sur sa face orientée,
- ou utiliser des structures radiales qui jouent le rôle de pont entre deux faces orientées.

Quand l'observateur atteint les frontières de la face et donc de ses bords, il n'a que deux alternatives devant lui (figure 1-17):

- En présence d'une structure radiale possédant une relation d'adjacence de type 1 et aucune relation d'adjacence de type 3, il peut changer de face orientée en enjambant la relation d'adjacence de type 1. Ainsi, si un observateur se trouve sur la face orientée «Face1<sup>+</sup>», il peut se déplacer uniquement sur la face orientée «Face2<sup>+</sup>».
- En présence d'une structure radiale possédant uniquement une relation d'adjacence de type 2 et aucune de type 1, il doit l'enjamber. De cette manière, il passe de sa face orientée à la même face de polarité opposée. Ainsi, si un observateur se trouve sur la face orientée «Face1<sup>+</sup>», il peut se déplacer uniquement sur la même face d'orientation opposée «Face1<sup>-</sup>».
- En présence d'une structure radiale possédant une relation d'adjacence de type 3, l'observateur est contraint de rester sur sa face orientée. Il ne peut utiliser les relations d'adjacence de type 1 pour changer de face car il existe une incertitude au niveau de l'ordonnement.

Seules les relations d'adjacence ordonnées sont utilisées.

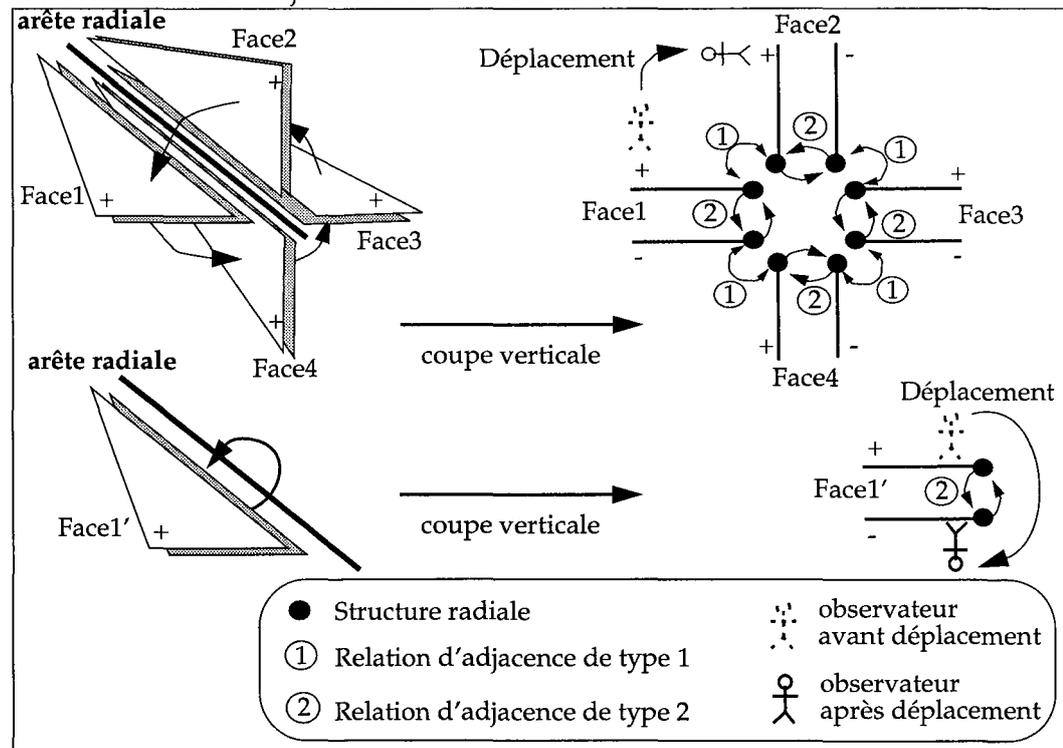


Figure 1-17 : Déplacement d'un observateur aux frontières d'une face orientée

On réitère ce processus, à chaque fois qu'une nouvelle face orientée adjacente est trouvée. A l'issue de cet algorithme, chaque face orientée appartient à un groupe de faces orientées adjacentes qui constitue une frontière.

Il nous faut maintenant qualifier chaque frontière d'externe ou d'interne. Une frontière est qualifiée d'externe si le volume calculé de la frontière est positif. Si le volume de la frontière est négatif alors la frontière sera dite interne. Le volume d'une frontière est calculé en additionnant l'aire de chacune des faces pondérée par son orientation. Ainsi le volume d'une frontière constituée de deux faces orientés  $\{face1^+; face1^-\}$  est un volume nul.

Le résultat de cette étape est un ensemble de frontières internes et externes.

### 1.5.4 Création des régions

Une région contient une frontière externe et 0 à n frontières internes, excepté l'Univers. La création des régions peut se décomposer en trois étapes:

- une région spéciale correspondant à l'Univers est créée,
- une région est créée pour chaque frontière externe,
- on recherche pour une région donnée parmi l'ensemble des régions créées, l'ensemble des frontières internes contenues. Une frontière interne est contenue dans une région si et seulement si son point géométrique  $(x,y,z)$  le plus bas est contenu dans le volume de la région étudiée. La clause de fermeture des régions exposée dans la section 1.4.4.1 permet l'unicité d'appartenance d'un point à une région.

### 1.5.5 Les causes d'invalidité d'un modèle géologique tri-dimensionnel

Il existe principalement deux causes d'invalidité d'un macro-modèle du sous-sol:

- le mauvais ordonnancement d'un groupe d'arêtes radiales: L'impact d'une erreur de tri sur la définition des régions a été présenté dans la section 1.5.2, page 35. Le tri est un algorithme purement géométrique et par conséquent, il est sujet aux imprécisions numériques (cf [Chaz96]). Afin de limiter le plus possible le taux d'apparition de ce type d'erreur, il est préférable dans le doute, d'omettre la notion d'agencement en réalisant des tests sur l'aire des triangles et la longueur des arêtes utilisées.
- la fuite d'une région: Les surfaces données en entrée du modèle géologique sont souvent imprécises au niveau des contacts faille/faille ou faille/horizon. Ces imprécisions proviennent des points digitalisés et des méthodes utilisées pour construire une surface interpolée à partir des ensembles de points. Généralement, ces imprécisions se traduisent sur le modèle par la présence d'une seule région au lieu de deux (figure 1-18). Pour éviter ce type de problème, nous devons attacher une information géologique de voisinage au niveau des contacts faille/faille et horizon/faille. Cette information et son traitement seront présentés dans le chapitre 3.

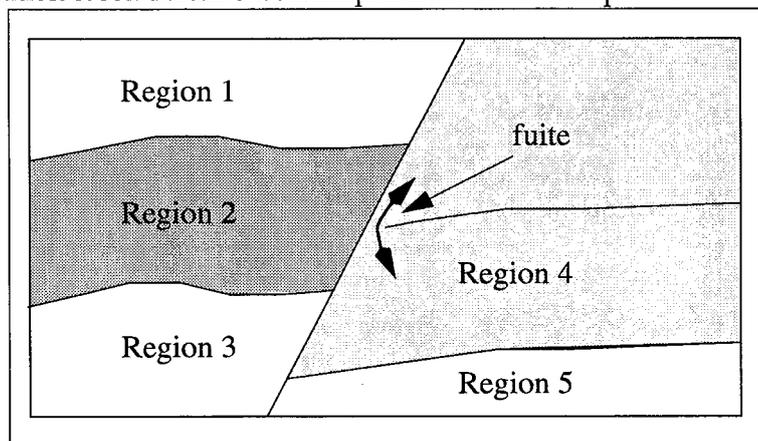


Figure 1-18 : Coupe verticale révélant la fuite d'une région dans un modèle

## 1.6 Les problèmes liés à la modification et à la mise à jour du modèle géologique tri-dimensionnel

Il est rare de nos jours qu'un ensemble de techniques allant de la sismique à la simulation d'écoulement soit appliqué à l'étude d'un réservoir au même instant. Chaque nouvelle acquisition sismique ou forage peut invalider partiellement ou complètement le modèle géologique. Il faut pour cela plus que jamais être capable de mettre à jour un modèle géologique tri-dimensionnel:

- en lui ajoutant de nouvelles informations,
- en modifiant les informations existantes,

sans avoir à reconstruire totalement le modèle depuis le départ. L'approche sous forme de «boîte noire» n'est désormais plus satisfaisante (figure 1-19).

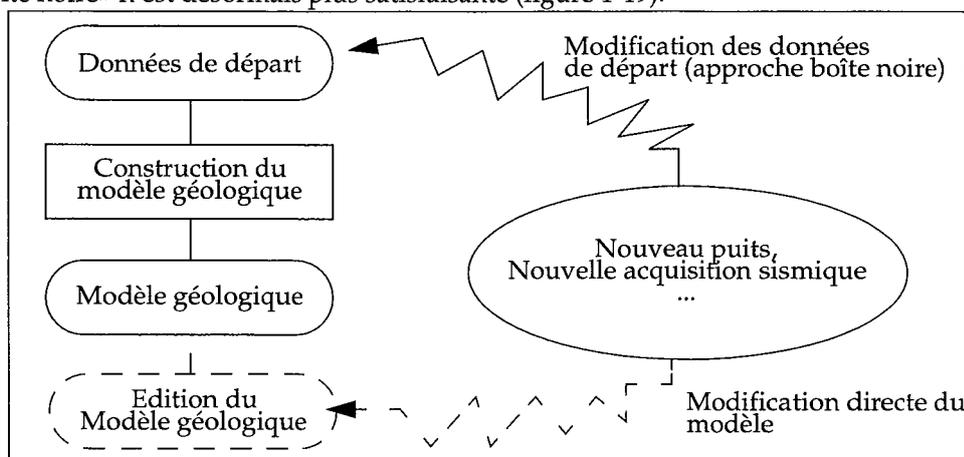


Figure 1-19 : L'approche sous forme de «boîte noire»

Pour illustrer les problèmes liés à la modification et la mise à jour d'un modèle, nous allons prendre un exemple simple constitué d'une faille normale avec rejet et d'une couche géologique (cf [Swo91]) (voir figure 1-21).

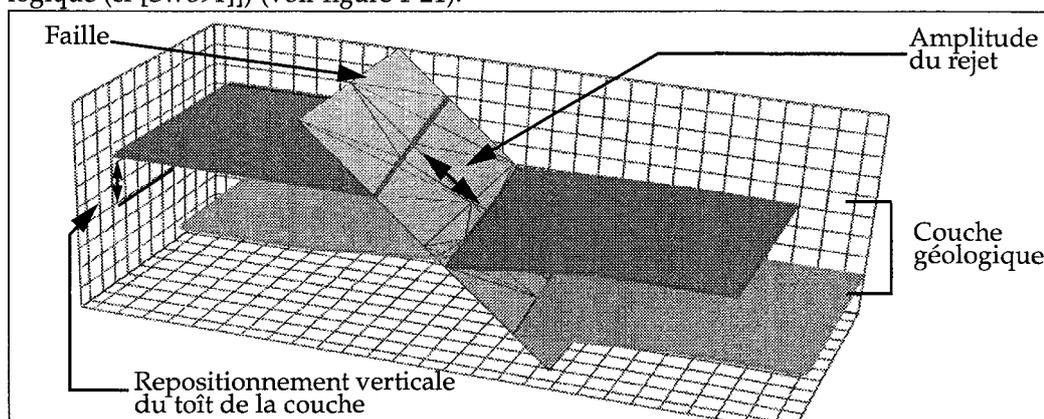


Figure 1-20 : Une couche géologique avec un rejet de faille

Si pour certaines raisons, le structuraliste n'est pas satisfait par l'amplitude du rejet et décide de le réduire en repositionnant verticalement le toit de la couche géologique (voir figure 1-21), alors:

- on peut remarquer après le repositionnement de l'horizon, la présence d'une césure, coupure correspondant à l'ancienne position de l'horizon. Cette césure provient du respect de la clause de non-intersection introduit précédemment dans la section 1.2, page 24. Si une intersection est détectée, il faut la matérialiser en générant un

contact partagé entre l'horizon et la faille. L'algorithme chargé de la détection et de la génération du contact est appelé l'algorithme de découpage.

Ainsi cette césure ou cicatrice, vestige d'un ancien contact ne correspond plus à la réalité et par conséquent n'a plus de raison d'exister. Il nous faut donc la supprimer.

- il génère un fossé entre la faille et l'horizon qu'il faut combler,
- on peut remarquer que l'algorithme de découpage modifie le maillage des surfaces de manière à respecter les lignes d'intersection. Le respect de ces lignes d'intersection entraîne un co-raffinage local important. Cette discrétisation locale abusive et non représentative peut poser problème. Il nous faut donc être capable d'améliorer le maillage à proximité des bords.

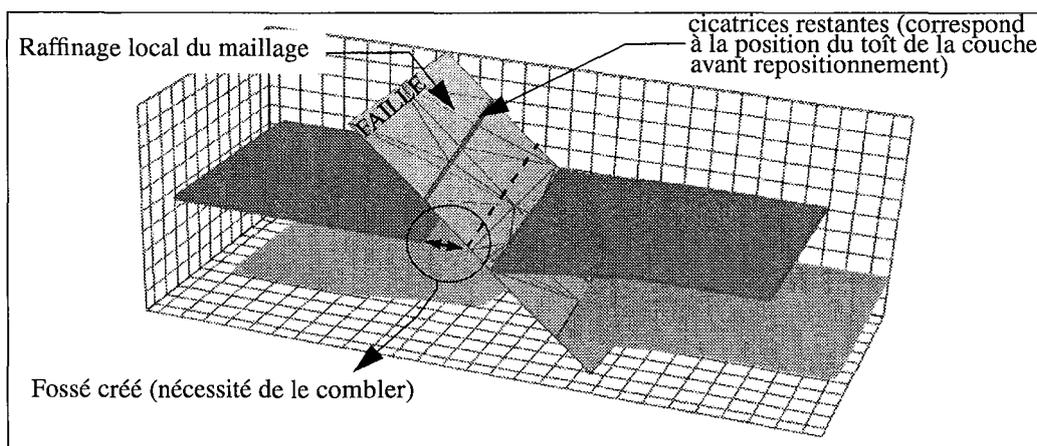


Figure 1-21 : La couche géologique après repositionnement vertical

### 1.6.1 La suppression «des cicatrices»

Si après chaque opération de modification d'un horizon (de manière plus générale, d'une surface), on ne met pas à jour les contacts faille/horizon en supprimant les césures restantes inutiles, alors le modèle géologique contiendra un nombre important de faces triangulaires contraintes de respecter des contacts n'ayant plus de raisons d'être (figure 1-22).

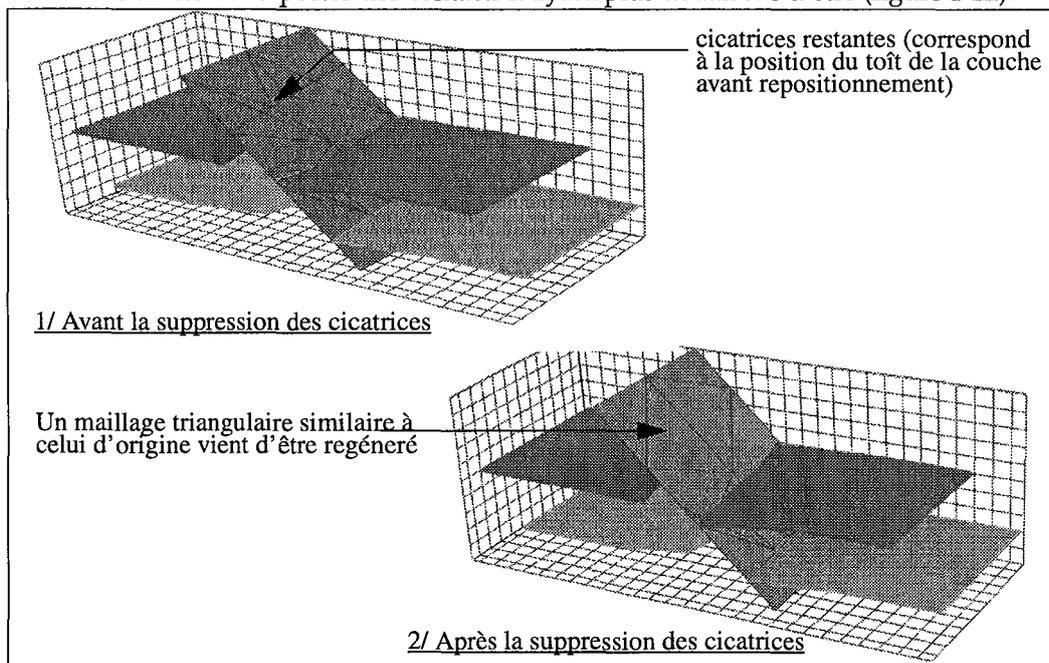


Figure 1-22 : La suppression des cicatrices sur le plan de faille

Une face triangulaire contrainte est une face triangulaire dont le maillage doit respecter un ensemble de lignes polygonales. Chaque segment de la ligne correspond à l'arête d'un triangle. La longueur des segments et leur nombre contraignent la forme et donc la «beauté» des triangles. Un triangle est considéré comme «beau» quand il est équilatéral. De ce fait, la présence en grand nombre de triangles de faible beauté risque de compromettre sérieusement la réalisation de nombreux algorithmes comme la génération de maillages tétraédriques à des fins de simulation d'écoulement.

Le but de la suppression des cicatrices est de régénérer un maillage similaire à celui existant avant l'opération de découpage. Il s'agit de retrouver exactement le même maillage.

### 1.6.2 «La fermeture des trous»

Pour combler le fossé créé par le repositionnement vertical de l'horizon, deux types de techniques sont actuellement utilisées.

La première technique est basée sur le principe de l'**extrapolation**. Le bord de l'horizon est étendu, en respectant le plongement local, dans la direction de la faille afin de générer une intersection franche. Puis, l'utilisateur procède à une opération de découpage pour éliminer tout ce qui se trouve de l'autre côté de la faille. Cette méthode est souvent utilisée pour sceller les régions d'un modèle géologique (cf [Dub97]).

L'extrapolation est limitée (cf [Sup98]) dans de nombreux cas comme une faille se terminant à l'intérieur d'un horizon (figure 1-23). Extrapoler chacun des bords à proximité de la faille génère une nouvelle intersection appelée «noeud papillon». Ce «noeud papillon» invalide le modèle géologique et par conséquent la création des régions. De plus, les intersections générées ne représentent pas une interprétation possible de la réalité.

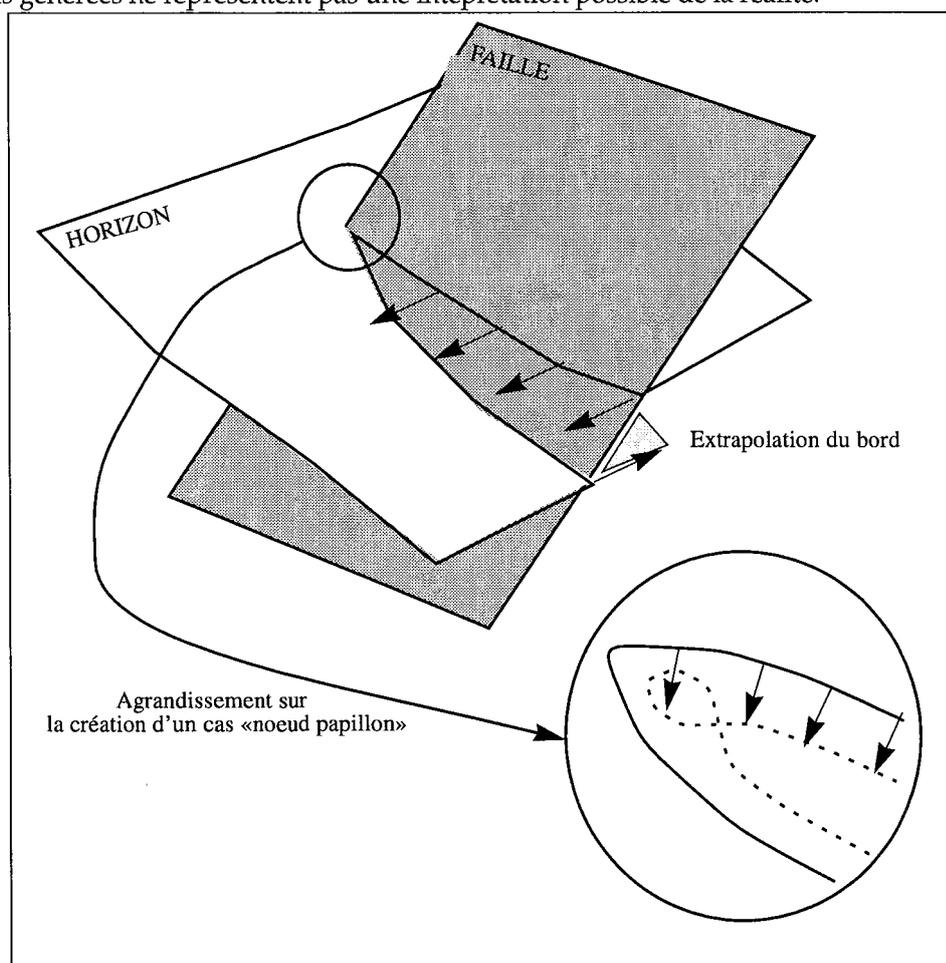


Figure 1-23 : Le cas «noeud papillon» généré par les méthodes d'extrapolation classique

La deuxième technique fréquemment utilisée est connue sous le terme «**comblé les trous**» ou «*Filling the gaps*». Cette technique consiste à fermer un trou en retriangulant ses frontières (cf [Bar94], [Boh92], [Sny92]). L'inconvénient de cette méthode est la création d'un grand nombre de triangles contraints par la forme du trou (figure 1-24). Or en géologie, on recherche toujours à avoir des maillages de bonne qualité afin de pouvoir réaliser des simulations d'écoulements.

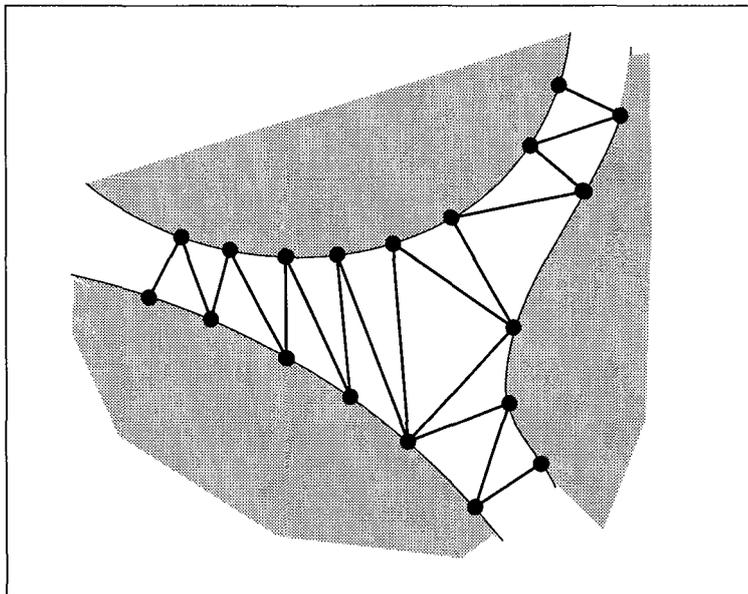


Figure 1-24 : Comblé un trou

Ces deux techniques présentées (l'extrapolation et la fermeture des trous) essaient de combler les trous en se basant sur leurs existences même. Elles ne s'attachent pas aux causes qui ont fait apparaître les trous. De manière générale, combler un trou consiste à réunir les extrémités du trou, et par conséquent à créer un contact entre les bords du trou. Donc, un trou est à l'origine d'un manque d'information d'adjacence ou de voisinage entre un bord donné et une surface.

Notre approche de fermeture des trous est basée sur le principe de la description des contacts couplé à une opération de découpage spécialisée. La description d'un contact consiste à lier le bord d'un horizon à une faille, ce qui permet d'émuler une intersection entre le bord de cet horizon et de la faille. La génération de cette intersection et par conséquent la fermeture du trou se fait grâce à l'opération de découpage qui consiste à générer un contact partagé topologiquement et géométriquement entre l'horizon et la faille.

### 1.6.3 La simplification des bords contigus dans un solide

Le calcul de l'intersection entre une faille et un horizon sert à générer un contact partagé topologiquement et géométriquement. La ligne d'intersection résultante contient simultanément le niveau de raffinement du maillage de l'horizon et de la faille. Il s'agit d'un co-raffinage local des surfaces au niveau des intersections. L'inconvénient d'un tel processus est la génération en nombre important de triangles de médiocre ou mauvaise qualité afin de respecter les contraintes d'intersection (la qualité d'un triangle se juge par son équilatéralité). Le danger inhérent à la discrétisation est le suivant: plus elle est fine et plus les algorithmes géométriques appliqués à ces surfaces seront confrontés à des imprécisions numériques. Afin d'éviter ce type de problème, nous nous proposons d'améliorer le maillage au niveau des intersections de manière à obtenir la discrétisation la moins fine possible mais la plus représentative (figure 1-25). Dans la littérature, ce problème correspond à la simplification de l'enveloppe des surfaces (cf [Hop93], [Hop96], [Coh96]).

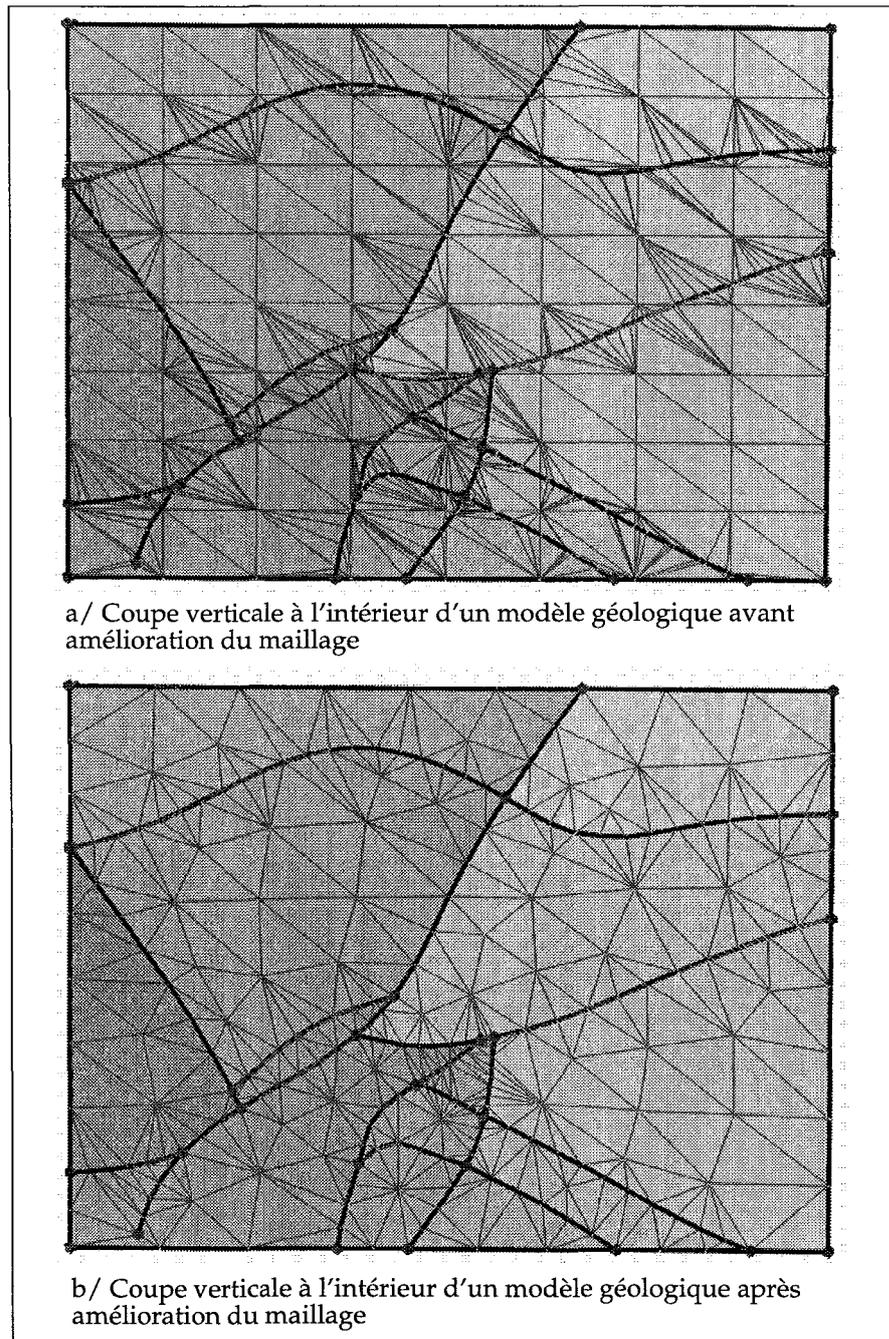


Figure 1-25 : Un exemple d'amélioration du maillage

## 1.7 Bilan

Nous venons d'introduire dans ce chapitre l'ensemble des notions nécessaires à la bonne compréhension de ce mémoire. Après un bref historique de l'ensemble des techniques de modélisation volumique, nous avons décrit l'objet de notre cadre de travail: le modèle géologique tri-dimensionnel basé sur les travaux de WEILER.

Toute nouvelle étude (par exemple, une campagne sismique) réalisée sur un réservoir risque d'invalider partiellement ou complètement le macro-modèle du sous-sol. Par conséquent, notre but est de modifier et de mettre à jour le modèle géologique. Nous avons montré que les modifications partielles ou totales soulèvent trois types de problèmes que nous nous proposons de résoudre au cours des prochains chapitres:

- supprimer les cicatrices (vestiges résultant d'une intersection),
- l'opération de découpage contraint permettant de sceller les trous (un problème de calcul d'intersection),
- améliorer la qualité du maillage triangulaire près des intersections.

Chaque problème sera traité indépendamment et ce n'est que dans le dernier chapitre, que l'ensemble de ces outils seront couplés entre eux pour créer un moteur d'édition innovant et puissant. Nous aborderons à ce moment la notion d'évènement lié à notre gestionnaire d'opérations d'édition et de mise à jour du modèle et mettrons en évidence sa flexibilité par la création de modules (Pour un résumé rapide de l'ensemble de ces outils, cf [Eul98]).

---

## Chapitre 2 La suppression des cicatrices

---

Ce chapitre présente la solution au problème de la suppression des césures, lignes polygonales de scission d'une surface triangulée en plusieurs faces triangulées. Dans un premier temps, nous présentons les données du problème, puis nous énonçons ses hypothèses de départ et ses clauses restrictives. Avant d'exposer les différentes étapes ainsi que les points clefs de notre méthode, nous ferons un bref descriptif de l'opération de suppression d'un noeud appartenant à un maillage triangulaire. Cette opération élémentaire est appelée de nombreuses fois au cours de la suppression des cicatrices et nécessite donc une attention particulière.

### 2.1 Le concept

#### 2.1.1 Descriptif

Comme nous l'avons déjà présenté dans le chapitre 1, les études successives réalisées sur un réservoir peuvent invalider partiellement ou complètement le macro-modèle du sous-sol. Modifier et mettre à jour ce macro-modèle nécessite d'être capable de supprimer les cicatrices générées par une opération de découpage. En effet, afin de respecter la clause de non-intersection introduite par Requicha (voir section 1.2, page 24) et pour que la modélisation volumique soit cohérente, une opération de découpage est réalisée à chaque étape de la construction du macro-modèle du sous-sol.

Dans ce chapitre, notre souci est de présenter cet algorithme de suppression des cicatrices en dehors du cadre de la modélisation volumique et de montrer son caractère générique et son utilité aussi bien dans le domaine de la modélisation surfacique que volumique. Son comportement et son utilisation dans le macro-modèle du sous-sol ne seront présentés que dans le dernier chapitre.

#### 2.1.2 Les données

En données initiales, l'utilisateur doit fournir une surface triangulée. Celle-ci doit présenter des lignes polygonales de scission. Une ligne polygonale de scission est une ligne polygonale de césure dont le contact est partagé topologiquement et géométriquement par les bords des faces triangulées appartenant à la surface (figure 2-1). Autrement dit, **une ligne polygonale de scission est un ensemble de bords de faces triangulées partageant une même géométrie et une même topologie**. Chaque segment de la ligne correspond à l'arête de un ou plusieurs triangles. Parmi cet ensemble de lignes de scission, l'utilisateur doit sélectionner celles qu'il désire supprimer.

Ces lignes polygonales de scission peuvent provenir de l'opération de découpage présentée dans le chapitre 3 ou de toutes autres opérations de modélisation surfacique. Donc toute opération visant à faire partager topologiquement et géométriquement une ligne polygonale à plusieurs bords est appelée «opération de césure».

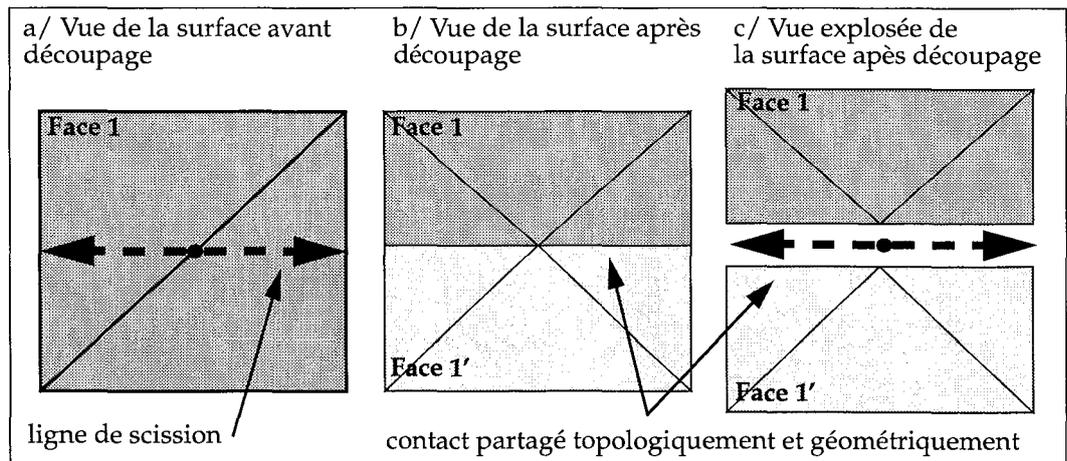


Figure 2-1 : Vue d'une surface et de sa ligne polygonale de scission

### 2.1.3 Enoncé du problème à résoudre

Notre algorithme de suppression des cicatrices correspond à l'opération inverse de la scission d'une surface le long d'une ligne polygonale. Il permet de faire disparaître les contacts géométriques et topologiques générés par les opérations de césure.

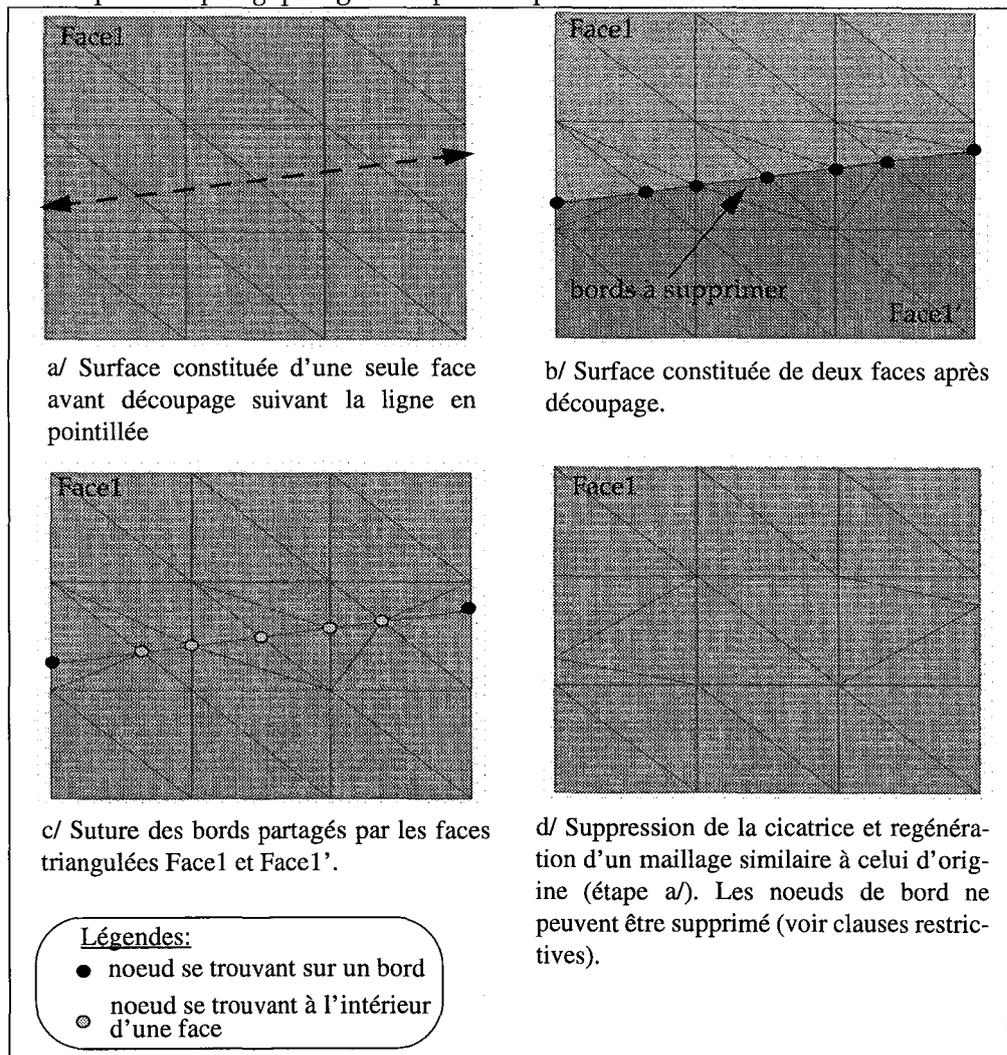


Figure 2-2 : Schéma synthétique des principales étapes à réaliser

La suppression d'une cicatrice consiste à (voir figure 2-2):

1. **souder les bords concernés**, désormais, les bords concernés ont disparu, seule une couture reste, vestige de la déchirure. Pour une meilleure compréhension, on peut comparer cet objectif à la cicatrisation d'une coupure chez un individu.
2. **faire disparaître la trace de la scission dans le maillage**, pour une meilleure compréhension, on peut comparer cet objectif à de la chirurgie plastique réalisée pour gommer l'existence d'une cicatrice.

Il existe une troisième condition qui est fonction de la nature de l'opération de césure. Dans le cas d'une opération de découpage, on veut:

3. **régénérer un maillage triangulaire similaire à celui existant avant le découpage**.

Cette dernière condition se justifie par la nécessité de ne pas garder les informations créées par l'opération de découpage comme l'insertion de nouveaux points ou la création de nouveaux triangles. Ces informations créées qui sont artificielles ne doivent pas être confondues avec des données réelles, c'est pour cette raison qu'elles doivent être supprimées.

#### 2.1.4 Les clauses restrictives

La suppression d'une cicatrice ne peut être réalisée que si les plans locaux définis par chacun des bords sont approximativement les mêmes. En effet, la suture de deux bords n'appartenant pas localement au même plan puis la suppression de la trace de scission entraînerait une modification trop importante de la géométrie de la surface. En prenant comme exemple un cube dont chaque face est indépendante (figure 2-3). Si on décide de supprimer l'ensemble des arêtes de ce cube, alors on obtient un cube tronqué ou octaédre.

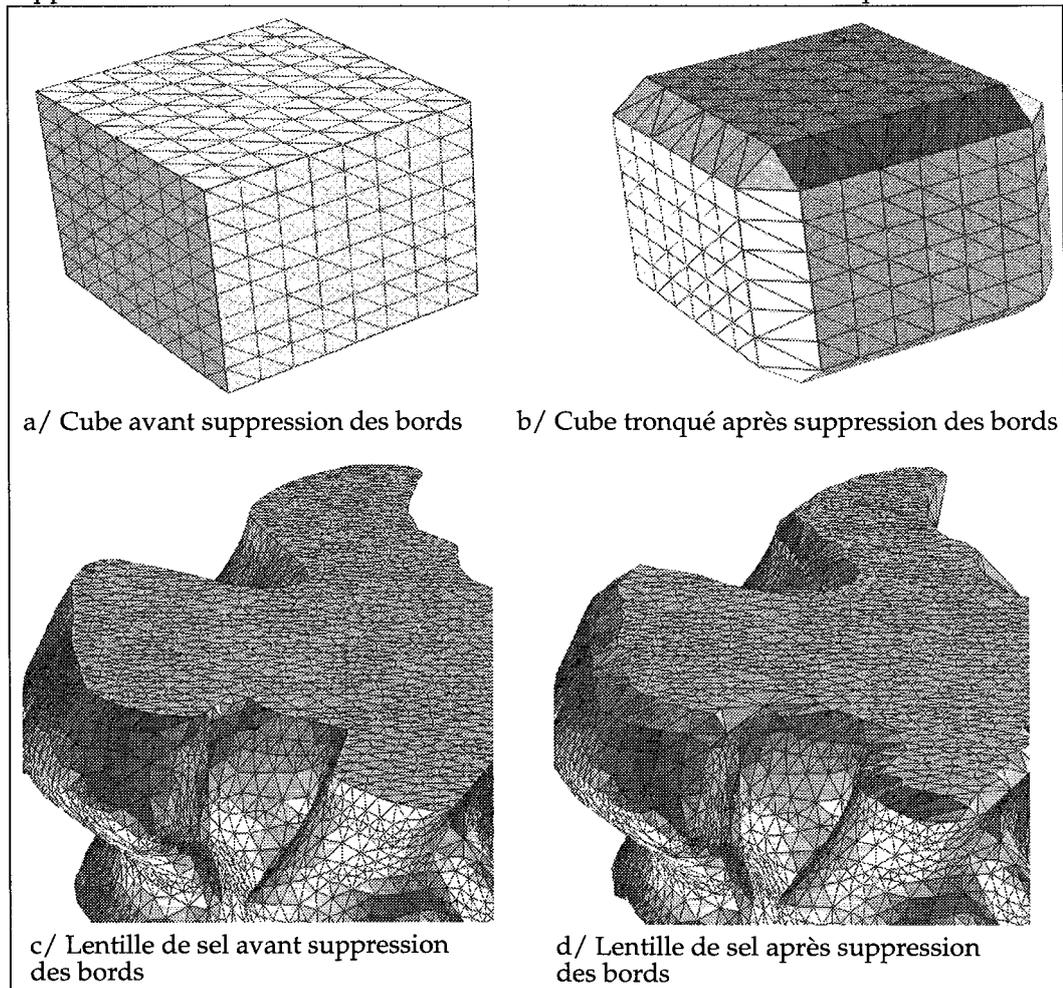


Figure 2-3 : Le danger de la suppression des cicatrices: le chanfreinage

Par conséquent, on ajoute à la condition n°1 cette clause restrictive:

- Si les bords concernés par la suture sont compris approximativement dans le même plan local, alors la suture peut avoir lieu.

Cette opération de suppression des cicatrices est une opération qui s'applique sur un ensemble de surfaces triangulées. Toutefois, il faut ne pas oublier que son utilisation est prévue dans la modification et la mise à jour de modèle volumique non-variété à base d'éléments frontières. Pour ce faire, il faut que les conditions énoncées dans la section 2.1.3 soient compatibles avec les propriétés de la modélisation volumique présentées dans la section 1.2, page 24.

Il existe une contradiction entre la condition n°2 et la propriété de non-intersection du modèle volumique. Cette contradiction se situe au moment où l'on fait disparaître les extrémités de la trace de scission. Une trace de scission est une ligne polygonale qui peut être fermée ou ouverte. Par conséquent, cette trace peut posséder zéro ou deux extrémités. Si ces extrémités après respect de la condition n°1 (couture), continuent d'être sur un bord, alors il ne faut surtout pas les supprimer. Dans le cas de la figure 2-4, les faces 1, 2, 3 et 4 s'intersectent toutes au niveau d'un point unique appelé point singulier d'intersection. Ce point singulier doit être présent sur chaque face afin de respecter la clause de non-intersection. Une éventuelle suppression du point singulier de la face 1 (correspondant à une extrémité de la trace de scission) générerait une intersection et invaliderait donc le modèle volumique.

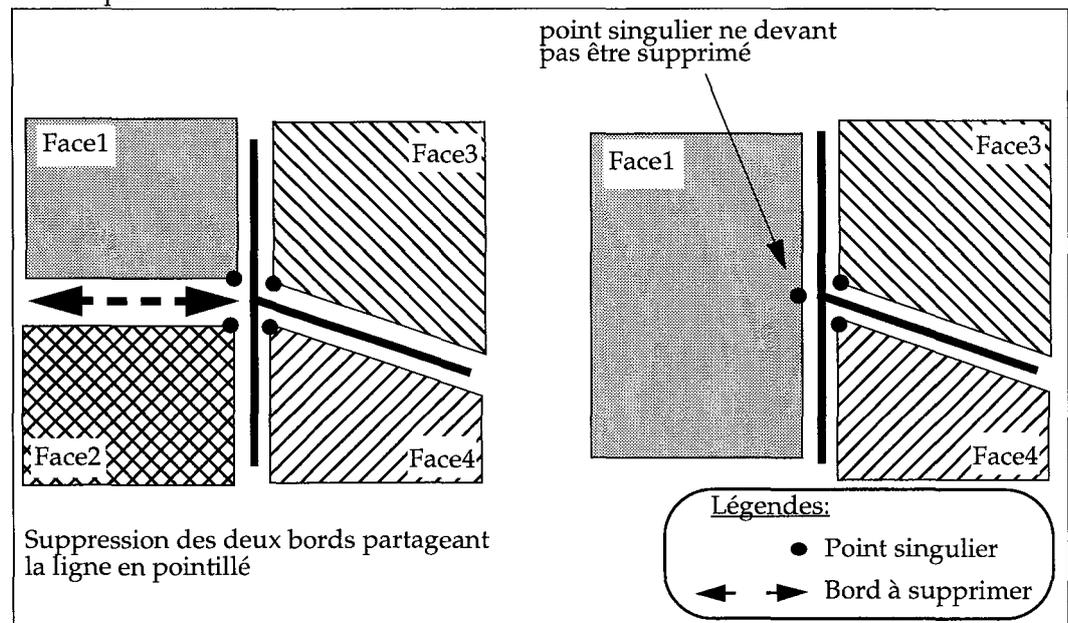


Figure 2-4: La suppression des extrémités de cicatrices après couture

Par conséquent, on doit ajouter à la condition n°2 cette clause restrictive:

- Si une extrémité de la trace de scission après respect de la condition n°1 continue d'appartenir à un bord, alors cette extrémité ne doit pas être supprimée.

## 2.2 La suppression d'un noeud de maillage triangulaire

Avant d'aller plus loin dans notre exposé des principales étapes de la suppression des cicatrices, nous nous proposons de présenter l'algorithme de suppression d'un noeud de maillage triangulaire. Cette algorithme est appelé un grand nombre de fois au cours de l'étape de suppression de la trace de scission.

### 2.2.1 Enoncé du problème

La suppression d'un noeud de maillage triangulaire s'apparente au problème de la construction d'une surface triangulée à partir d'une courbe polygonale fermée (cf. [Con97], [Chaz91]) (figure 2-5).

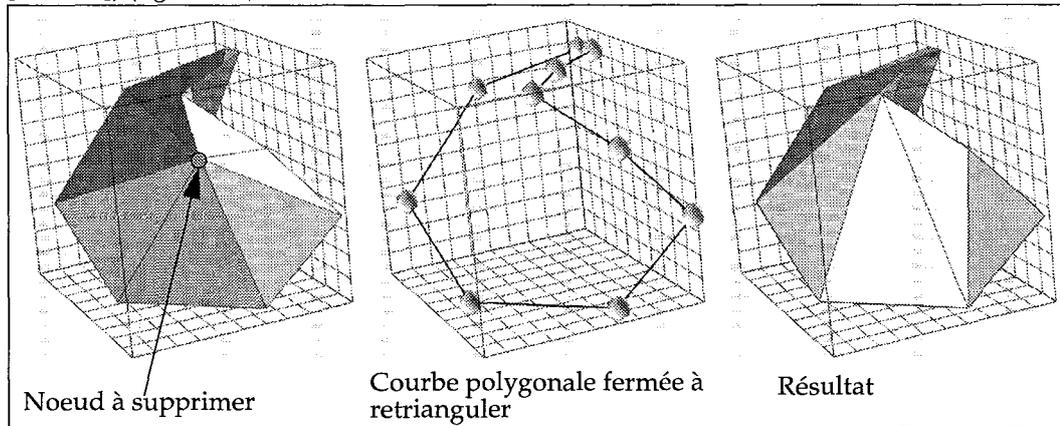


Figure 2-5 : La suppression d'un noeud du maillage triangulaire

La complexité de ce problème dépend essentiellement de l'appartenance de la courbe polygonale à un plan. Comme hypothèse, on considère que dans notre cas, il sera toujours possible de projeter simplement la courbe polygonale dans son plan principal. Par projection simple, il faut entendre «projection d'une courbe dans un plan telle que la courbe projetée ne s'auto-intersecte pas».

Cette hypothèse est justifiée par la clause restrictive émise par rapport à la condition n°1 dans la section 2.1.4. Grâce à cette hypothèse de départ, on peut reformuler l'énoncé du problème de la manière suivante:

**Problème 2.2.1.** *Etant donnée une courbe segmentée fermée et inscrite dans un plan, il nous faut construire une surface triangulée remplissant son intérieur.*

### 2.2.2 La triangulation d'une courbe fermée subcoplaire

Ce problème, plus connu sous l'appellation de *triangulation de polygone*, a été largement étudiée dans la littérature. Il a même été prouvé que la triangulation d'un polygone est un problème plus simple que la triangulation de ses sommets : B. CHAZELLE a proposé un algorithme (cf. [Chaz91]) qui triangule un polygone simple en  $O(n)$ , prouvant par la même occasion que la complexité de ce problème était linéaire.

L'algorithme choisi génère une triangulation de DELAUNAY (cf. [Bois95], [Prep85], [O'Ro94]) des sommets de la courbe polygonale, puis effectue des basculements de diagonales de triangles jusqu'à l'apparition de tous les segments de la courbe en tant qu'arêtes de triangles. Cette approche est présentée par GEORGE *et al.* (cf. [Geor88]). Elle est à rapprocher de la notion de *triangulation de DELAUNAY contrainte* introduite par CHEW (cf. Chew89), même si l'équivalence entre les maillages produits reste à prouver. Le choix de cet algorithme se justifie par le fait qu'il s'appuie sur un algorithme de triangulation dont la *robustesse* a été éprouvée, et qui génère des éléments de bonne qualité.

Dans les quatre sous sections qui suivent, nous abordons les différentes étapes qui permettent de résoudre ce problème.

#### 2.2.2.1 La gestion des cas simples

Cette étape permet de court-circuiter les étapes qui suivent dans les cas de configurations simples qui peuvent être résolues directement comme:

- une ligne polygonale fermée composée uniquement de trois segments. Il existe une solution unique consistant à générer un seul triangle.

- une ligne polygonale fermée composée uniquement de quatre segments. Il existe une solution unique consistant à générer deux triangles qui ont comme arête commune la diagonale opposée la plus courte (figure 2-6).

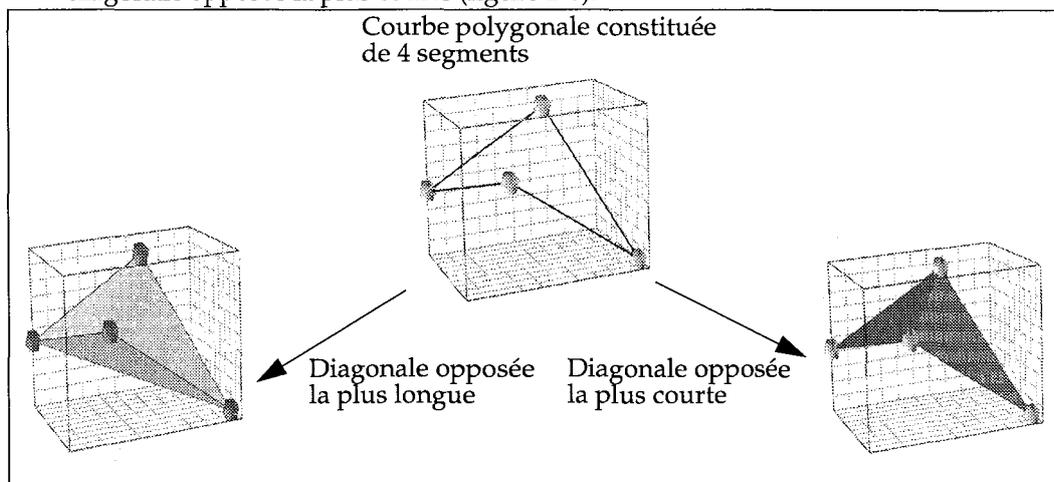


Figure 2-6 : Triangulation d'une ligne polygonale constituée de quatre segments

### 2.2.2.2 La triangulation de DELAUNAY des sommets de la courbe polygonale

- Cette étape est basée sur les travaux de WATSON (cf. [Wats81]) et BOWYER (cf. [Bowy81]). On doit d'abord construire une boîte englobant le domaine d'étude.

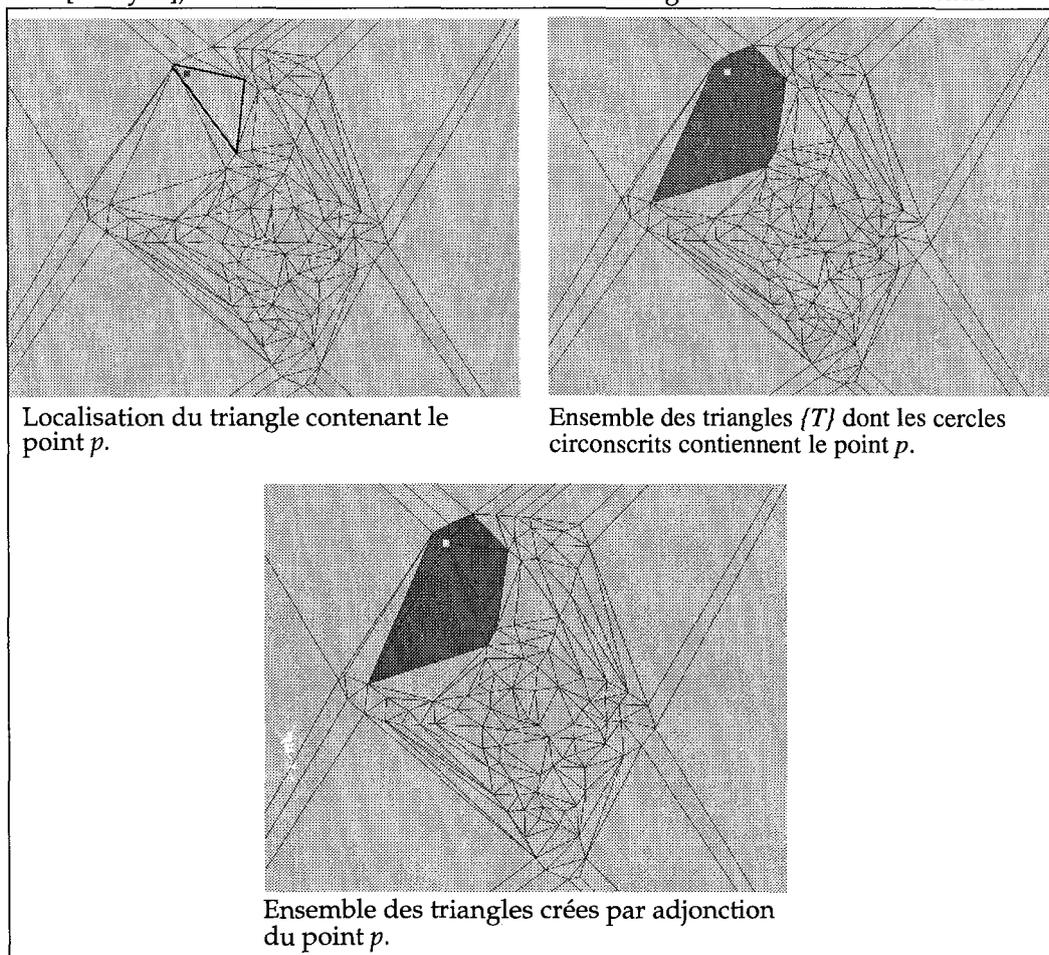


Figure 2-7 : Principales étapes de l'insertion d'un point dans une triangulation de DELAUNAY

A partir de cette boîte englobante triangulée, on doit pour insérer un point  $p$  de la courbe polygonale fermée (figure 2-7):

- localiser le triangle contenant ce point  $p$ .
- rechercher l'ensemble des triangles à éliminer  $\{T\}$  qui contiennent ce point  $p$  dans leurs cercles circonscrits.
- supprimer l'ensemble de triangles  $\{T\}$ . Cette élimination crée une cavité bordée par un polygone étoilé par rapport à  $p$ . Cette propriété est exploitée pour mettre à jour le maillage.
- Création des triangles du polygone étoilé. Le basculement des diagonales des triangles

A l'issue de l'étape de triangulation de DELAUNAY, le domaine d'étude est complètement triangulé. Toutefois, les segments de la courbe polygonale fermée n'apparaissent pas comme arêtes de triangles. Cette étape consiste donc à effectuer un basculement des diagonales de triangles jusqu'à l'apparition de tous les segments de la courbe en tant qu'arêtes de triangles.

Pour ce faire, on va parcourir l'ensemble des segments de la courbe. Tant qu'un segment ne correspond pas à l'arête d'un triangle:

- on regarde le triangle qui est traversé par ce segment [Origine, Extrémité] et qui a pour sommet Origine.
- Si l'arête de ce triangle opposée au sommet Origine intersecte ce segment [Origine, Extrémité], alors il faut basculer la diagonale si cela est possible (i.e.: si les deux triangles affectés par le basculement forment un quadrilatère convexe).

La figure 2-8 reprend les grandes étapes de cette procédure.

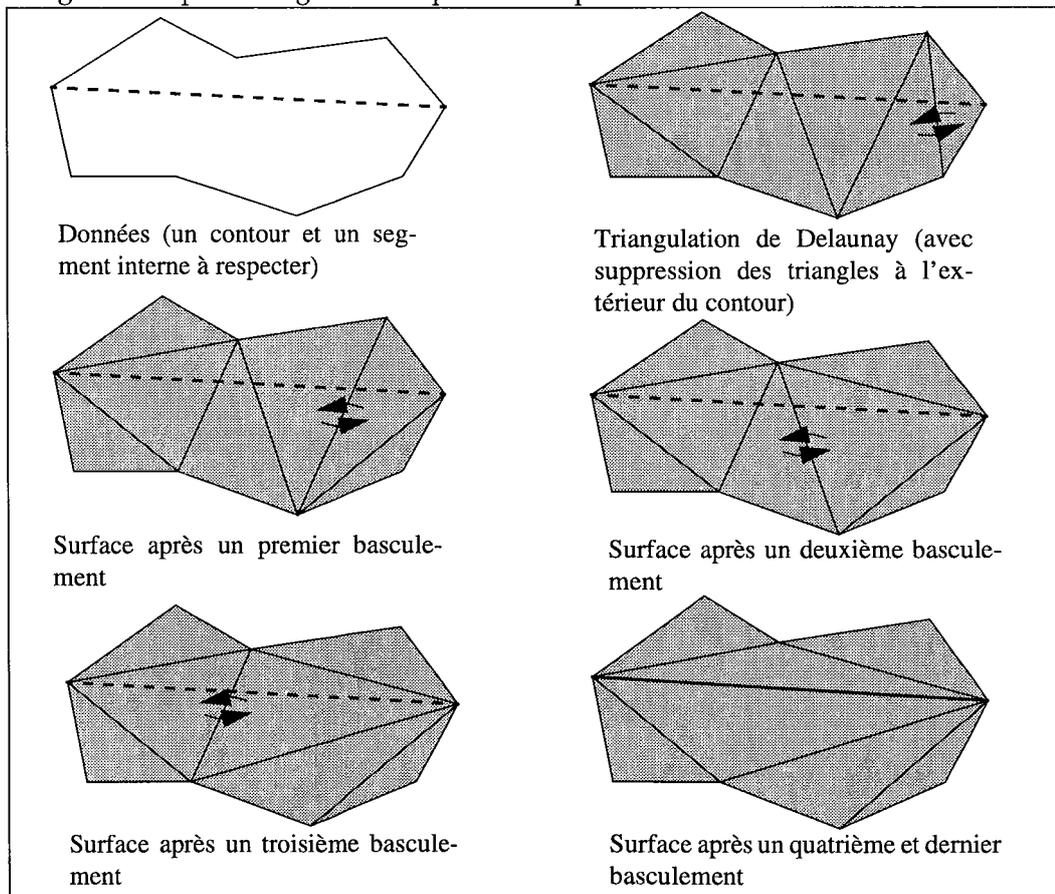


Figure 2-8 : Apparition d'une arête manquante par basculements de diagonales

### 2.2.2.3 La sculpture

A la sortie de l'étape de triangulation de DELAUNAY et du basculement des diagonales, notre domaine d'étude est complètement triangulé. Les arêtes des triangles respectent les segments de la ligne polygonale fermée. Toutefois, on peut faire la distinction entre les triangles se trouvant à l'intérieur ou à l'extérieur de la courbe polygonale fermée. La sculpture consiste donc à supprimer l'ensemble des triangles qui se trouvent à l'extérieur de la courbe polygonale fermée.

Le concept de cette méthode est basé sur le parcours simple des triangles et de leurs voisinages. Chaque triangle parcouru est marqué comme appartenant ou non à l'intérieur de la courbe polygonale fermée (figure 2-9).

Pour ce faire, on sélectionne un triangle  $T$  dont l'arête est un segment de la boîte englobante. De par son appartenance à cette boîte, ce triangle est considéré comme étant à l'extérieur de la courbe polygonale fermée.

A partir de ce triangle  $T$ , on va étudier:

- pour chaque sommet  $S$ , l'arête  $A$  opposée au sommet  $S$ . Si cette arête  $A$  ne correspond pas à un segment de la courbe polygonale, alors on prend le triangle voisin au triangle  $T$  partageant l'arête  $A$  et on le marque comme étant à l'extérieur de la courbe polygonale fermée.

On réitère ce procédé sur chaque nouveau triangle marqué en étudiant ses arêtes. Une fois l'ensemble de triangles marqués, il ne reste plus qu'à les supprimer.

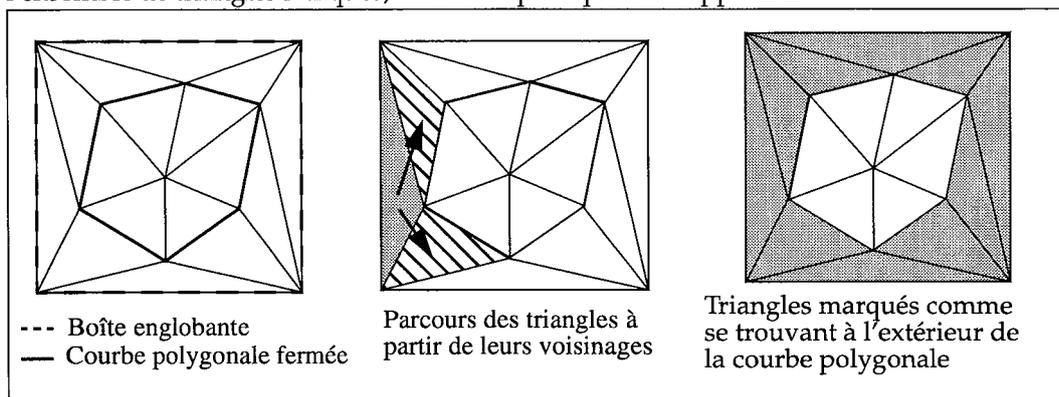


Figure 2-9 : Exemple illustrant les principales étapes de la sculpture

## 2.3 Les différentes étapes de la suppression des cicatrices

Avant de présenter les trois principales étapes de notre algorithme de suppression des cicatrices que sont:

- l'association des bords,
- la suture,
- la suppression de la trace de scission restante,

nous allons exposer notre première approche envisagée, basée sur le concept «des pansements» qui a été abandonné pour sa trop grande spécificité et sa gestion trop lourde.

### 2.3.1 La notion de «pansement»

Cette notion de «pansement» a été créée pour respecter la troisième condition énoncée dans la section 2.1.3, page 46. Être capable de régénérer un maillage triangulaire, correspondant exactement à celui existant avant toute opération de découpage, implique la connaissance de l'origine des triangles.

Pour illustrer cette notion d'origine, on peut prendre comme exemple, une opération de scission appliquée à un triangle. Cette opération scinde celui-ci en de nouveaux triangles. Inverser cette opération et donc supprimer cette cicatrice consiste à régénérer un seul triangle à partir de tous les nouveaux triangles. Cette opération ne peut être faite sans la connaissance explicite de l'existence, à l'origine, d'un triangle «ancêtre» unique (figure 2-10).

Un «pansement» est une structure représentant les trois sommets d'un triangle «ancêtre». Un triangle «ancêtre» est le triangle qui est à l'origine de toute la descendance (cf. [Eul96]). Tout nouveau triangle créé par une opération de scission doit posséder une référence sur son origine et donc sur un pansement (figure 2-11).

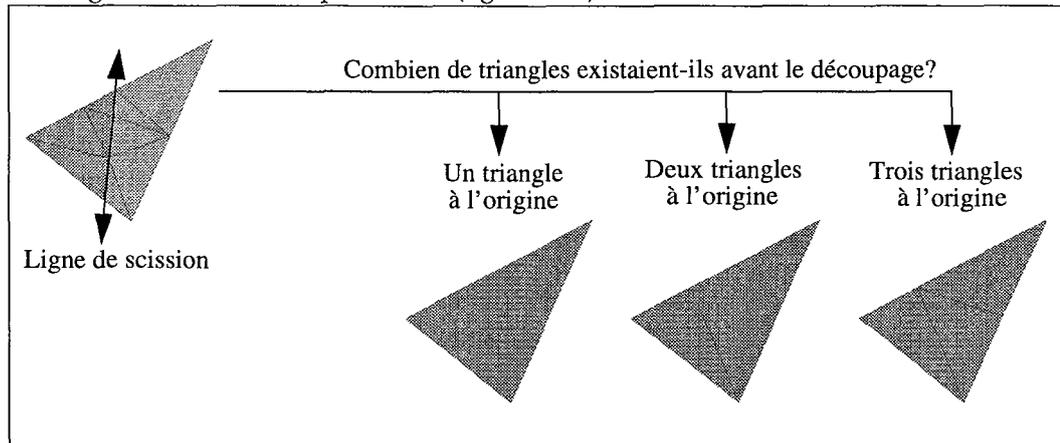


Figure 2-10 : Nécessité de la connaissance d'un triangle «ancêtre»

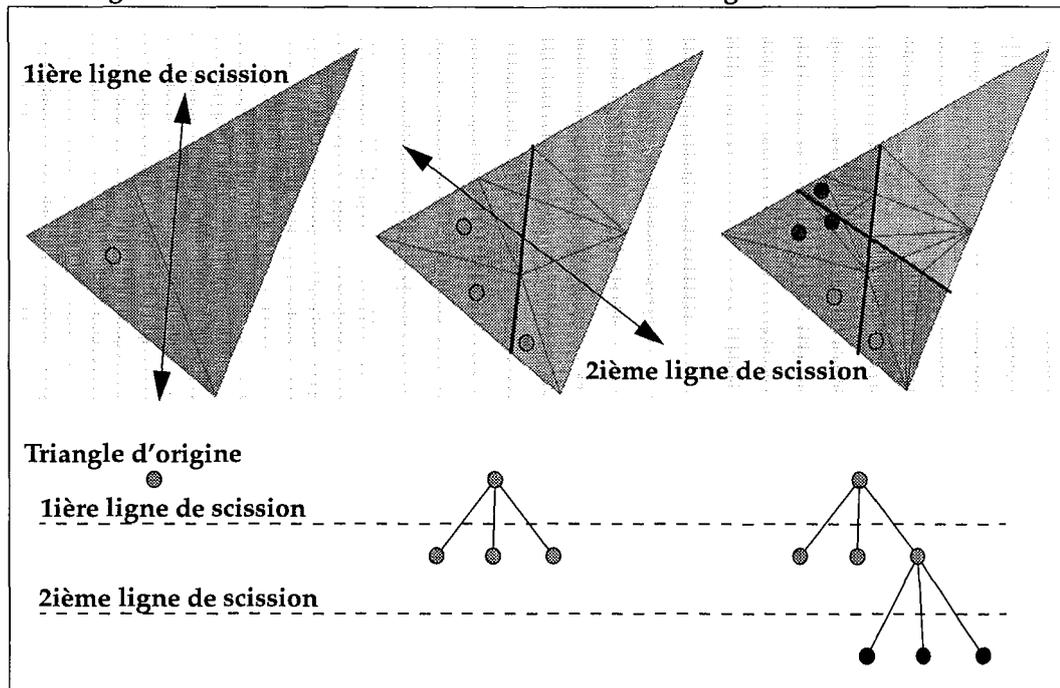


Figure 2-11 : Présentation de l'arbre des descendance

Cette notion de «pansement» correspond à la mise en place d'un arbre des descendance associé au maillage de la surface existante. L'utilisation de cet arbre des descendance pour régénérer un maillage triangulaire similaire à celui existant avant toutes opérations de scission a été abandonné pour deux raisons:

- la difficulté de gestion topologique que les pansements entraînaient. Toute modification du maillage de la surface implique la mise à jour de l'arbre généalogique.

- la restrictivité du champ d'application des «pansements». Cette méthode basée sur la notion de «pansement» est limitée à la suppression des cicatrices provenant d'un découpage.

Après une analyse topologique précise du comportement des opérations de découpage, nous avons développé une seconde approche permettant de respecter la troisième condition de la section 2.1.3, page 46 sans avoir à utiliser un arbre des descendances. Cette approche globale permet dans le cas des opérations de découpage de régénérer un maillage très similaire au maillage originel. Cette nouvelle approche sera présentée dans les sections qui suivent.

### 2.3.2 L'association des bords

L'association des bords est une étape clef indispensable à la phase de suture. Il s'agit de détecter les relations d'adjacences éventuelles des bords entre eux. Son but est d'**associer les bords à suturer, deux à deux**. Cette association des bords deux à deux est induite par l'utilisation d'une topologie 2-variété au niveau des faces triangulaires (voir section 1.4.4.2, page 31). De plus cette association deux à deux doit respecter la clause restrictive associée à la condition n°1 définie dans la section 2.1.4, page 47.

Cette opération peut se décomposer en quatre temps:

- **le tri géométrique de l'ensemble des bords:** On récupère sans distinction l'ensemble des bords de la surface triangulée. Un bord est constitué d'un ensemble d'arêtes dont chacune n'appartient qu'à un et un seul triangle. On réalise un tri géométrique sur l'ensemble des bords et par conséquent sur l'ensemble des arêtes. Ce tri consiste à associer les arêtes par groupe de même position dans l'espace (c'est-à-dire que l'on compare les extrémités des arêtes entre elles).
- **la sélection des groupes d'arêtes sujets à la suppression:** Pour chaque groupe d'arêtes de même position dans l'espace de modélisation, on regarde si ce groupe contient au moins une arête appartenant à une ligne de scission sélectionnée pour la suppression. Si ce n'est pas le cas, on supprime ce groupe d'arêtes. A la fin de cette étape, il ne nous reste que des groupes d'arêtes triées sujets à la suppression.
- **le calcul des angles algébriques au sein d'un groupe d'arêtes:** Pour chaque groupe d'arêtes de même position dans l'espace de modélisation, on calcule les angles algébriques que chacune des arêtes forme avec une arête de référence. Cette arête de référence est une arête choisie sans distinction dans le groupe. Comme une arête est associée à un triangle de bord, notre objectif consiste à calculer les angles algébriques que chacun des triangles forme avec un triangle de référence comme nous l'avons déjà exposé dans la section 1.5.2, page 35. La valeur de ces angles est comprise dans l'intervalle  $[0, 2\pi]$ .
- **l'association deux à deux des arêtes au sein d'un même groupe:** Cette association deux à deux des arêtes ne peut se faire que si les deux arêtes appartiennent approximativement au même plan local (respect de la clause restrictive associée à la condition n°1). L'appartenance à un même plan local de deux arêtes est déterminée en analysant la différence de leurs angles respectifs. Si la valeur absolue de cette différence appartient à l'intervalle  $[\pi - \textit{Epsilon}, \pi + \textit{Epsilon}]$ , alors ces deux arêtes appartiennent au même plan local. *Epsilon* correspond à l'angle  $\pi/2$  divisé par le nombre d'arêtes contenu dans le groupe. Si le groupe contient quatre arêtes, alors *Epsilon* vaut  $\pi/8$  (figure 2-12). Ce test d'appartenance à un intervalle n'est pas suffisant dans les cas où plus de deux arêtes appartiennent à un même plan local (i.e: les triangles 1, 2 et 4 sur la figure 2-12). Dans ces configurations, nous associons les deux arêtes présentant la plus petite différence.

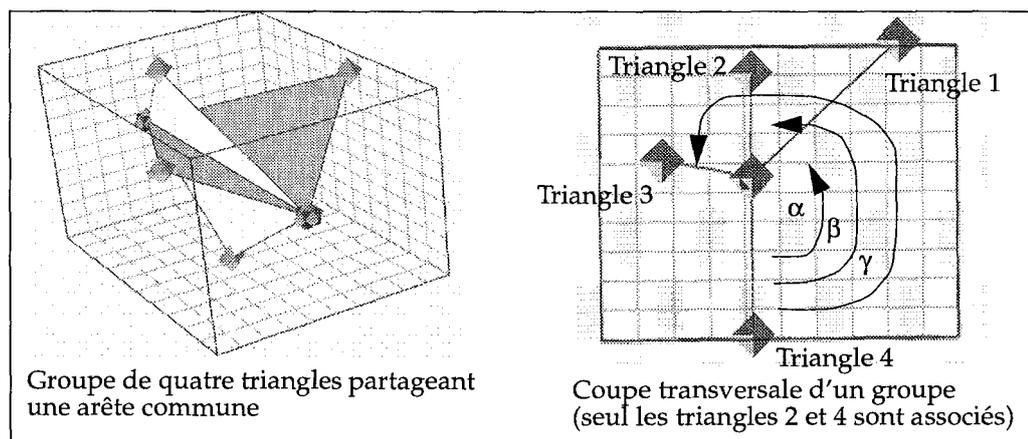


Figure 2-12 : Schéma illustrant le couplage de deux arêtes

### 2.3.3 La suture

La suture est une opération purement topologique. Elle consiste à souder deux bords entre eux en utilisant les couples d'arêtes générés à l'étape précédente. La structure même d'une arête constituée d'une origine et d'une extrémité, nous permet d'obtenir implicitement la connaissance des couples de noeuds.

Cette opération peut se décomposer en deux parties:

- **le remplacement des noeuds:** Pour chaque couple de noeuds  $(N, N_{Ref})$ , on récupère l'ensemble des triangles qui ont pour sommet le noeud  $N$ . Puis on remplace le sommet  $N$  de chacun de ces triangles par le noeud  $N_{Ref}$ . A la fin de cette étape, plus aucun noeud de type  $N$  n'appartient au maillage de la surface. Autrement dit, plus aucun triangle de la surface a pour sommet le noeud  $N$ . Il ne nous reste donc plus qu'à les détruire (leur destruction n'a aucune influence sur le maillage).
- **la mise à jour des faces triangulées:** Le remplacement des noeuds a permis dans certains cas de connecter deux ensembles connexes de triangles entre eux sans notifier les faces correspondantes. Par exemple, deux faces qui sont suturées le long d'un bord commun ne deviennent plus qu'une seule et même face. De fait, certaines faces triangulées se trouvent temporairement dans un état inconsistant et doivent être supprimées.

Cette étape consiste à recréer de nouvelles faces à partir de l'ensemble des triangles  $E_T$  appartenant aux faces modifiées par la suture. On définit un triangle de référence en le prenant au hasard parmi l'ensemble des triangles  $E_T$ . A partir de ce triangle de référence, on recherche son ensemble connexe de triangles  $E_{TC}$  en utilisant un algorithme récursif de voisinage. Une fois son ensemble connexe de triangles  $E_{TC}$  trouvés, on lui associe une nouvelle face. Puis on réitère cette recherche d'ensemble connexe de triangles sur l'ensemble  $E_T - E_{TC}$  tant que celui-ci n'est pas vide. A la fin, on obtient un nouvel ensemble consistant de faces triangulées. Il ne reste plus qu'à détruire les anciennes faces.

### 2.3.4 La suppression de la trace de scission dans le maillage

A l'issue de l'opération précédente, on obtient un ensemble de nouvelles faces triangulées possédant des traces de scission ou cicatrices. Cette opération consiste non seulement à gommer les cicatrices mais aussi à régénérer un maillage similaire à celui existant avant toute opération de césure (voir section 2.1.3, page 46, condition n°3).

Durant l'étape précédente, nous avons remplacé le sommet de tout triangle ayant pour sommet le noeud  $N$  par le noeud  $N_{Ref}$ . Il nous reste maintenant à détruire chacun des noeuds  $N_{Ref}$  afin de gommer les cicatrices. La destruction des noeuds  $N_{Ref}$  est faite en ap-

pendant l'opération de suppression d'un noeud de maillage présentée dans la section 2.2, page 48.

Cette suppression des noeuds  $N_{Ref}$  du maillage se fait suivant un ordre spécifique:

- déterminé en fonction du comportement des opérations de découpage pour respecter la condition n°3,
- pour réduire le nombre d'appels à la triangulation de DELAUNAY quand notre courbe polygonale comporte plus de quatre segments (voir section 2.2.2.1, page 49).

L'analyse du comportement des opérations de découpage a été faite dans un premier temps sur un mécanisme de découpage simplifié. Une opération de découpage simplifiée ou «coupe franche» consiste à couper une surface triangulée en n'insérant que des points d'intersection au niveau des frontières (arêtes et sommets) de triangles et nullement à l'intérieur.

De ce fait, il n'existe que trois cas de figures pour une découpe franche d'un triangle (figure 2-13):

- deux des arêtes du triangle sont coupées, ce triangle est remplacé par trois nouveaux triangles. Nous formalisons ce cas sous la forme  $T_{0:2}$  où T représente le triangle, le premier chiffre représente le nombre de point d'intersection correspondant à un sommet du triangle, et le deuxième chiffre représente le nombre de point d'intersection appartenant à une arête.
- une arête et un sommet du triangle sont coupés ( $T_{1:1}$ ), ce triangle est remplacé par deux nouveaux triangles.
- deux sommet du triangle sont coupés ( $T_{2:0}$ ), ce triangle doit être déconnecté des autres triangles le long de l'arête passant par ces deux sommets. Ce cas ne présente aucun intérêt.

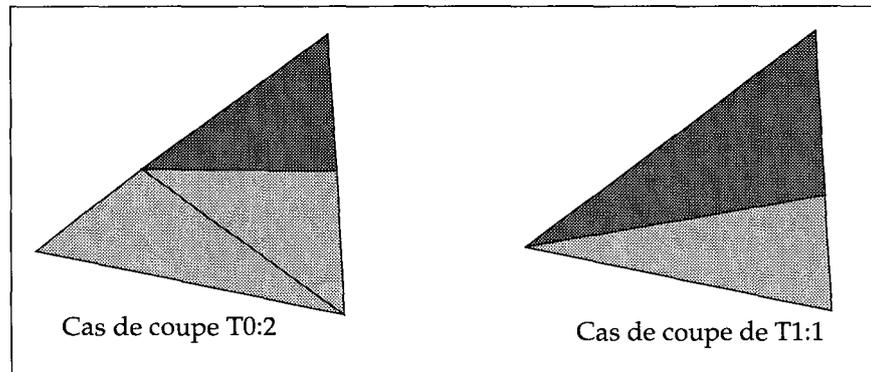


Figure 2-13 : Deux des cas de figures d'une «coupe franche» sur un triangle

De manière générale, pour une face triangulée possédant un grand nombre de triangles (>10 000 triangles), on peut déterminer le nombre approximatif d'arêtes et de triangles en fonction du nombre de noeuds en appliquant les formules suivantes:

- $NbreTriangles = 2xNbreNoeuds$
- $NbreArêtes = 3xNbreNoeuds$

En moyenne, il existe trois fois plus d'arêtes que de noeuds. Ce qui implique que les cas de type  $T_{0:2}$  ont une occurrence trois fois plus importante que les cas  $T_{1:1}$ .

A partir de cette constatation, nous avons focalisé notre attention sur les cas de type  $T_{0:2}$  générés par une opération de coupe franche (figure 2-14). Dans ce type de configuration, un noeud  $N_{ref}$  est le sommet de quatre triangles (noté  $N_{ref4}$ ), cinq triangles (noté  $N_{ref5}$ ) ou six triangles (noté  $N_{ref6}$ ). De plus, nous avons remarqué qu'il ne peut y avoir:

- deux noeuds  $N_{ref6}$  successifs,

- deux noeuds  $N_{ref4}$  successifs.

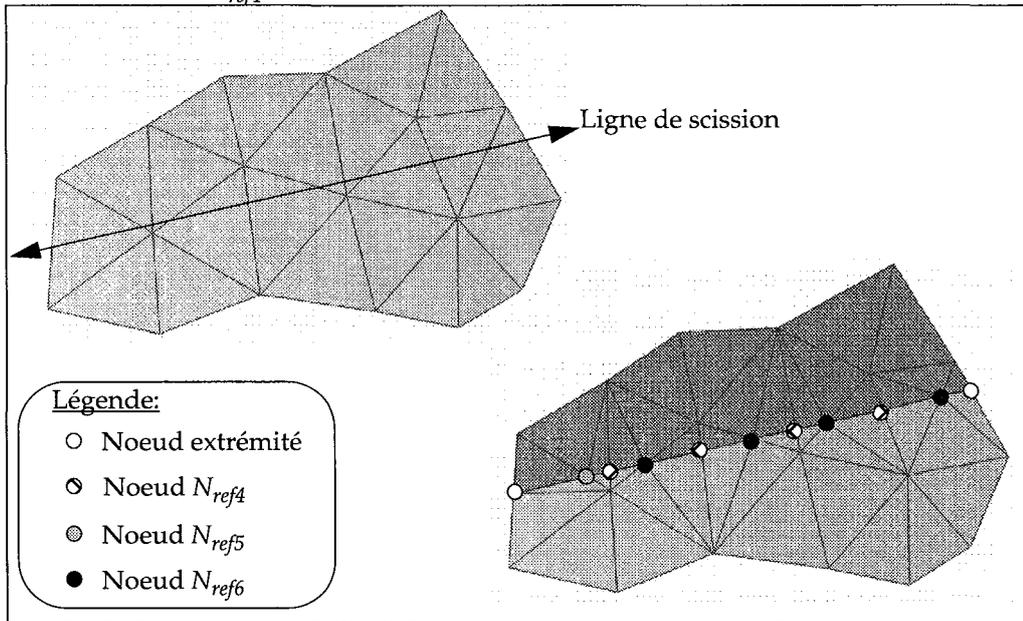


Figure 2-14 : Cas de type  $T_{0,2}$  générés par une opération de coupe franche

A partir de ces observations, nous avons réalisé des séries de test de suppression de coupure sur des surfaces composées d'environ 10 000 triangles afin d'évaluer les proportions de noeuds  $N_{ref4}$ ,  $N_{ref5}$  et  $N_{ref6}$  à supprimer. Il s'avère que :

- 30% des noeuds  $N_{ref}$  sont les sommets de quatre triangles ( $N_{ref4}$ ),
- 40% des noeuds  $N_{ref}$  sont les sommets de cinq triangles ( $N_{ref5}$ ),
- 30% des noeuds  $N_{ref}$  sont les sommets de six triangles ( $N_{ref6}$ ).

A partir de ces constats, nous avons cherché à éliminer prioritairement les noeuds  $N_{ref4}$  et mesurer l'impact sur les noeuds  $N_{ref5}$  et  $N_{ref6}$ . La suppression d'un noeud  $N_{ref4}$  a un effet réducteur sur les noeuds voisins  $N_{ref}$  comme le montre la figure 2-15. Cela réduit toujours de un le nombre de triangles du noeud voisin.

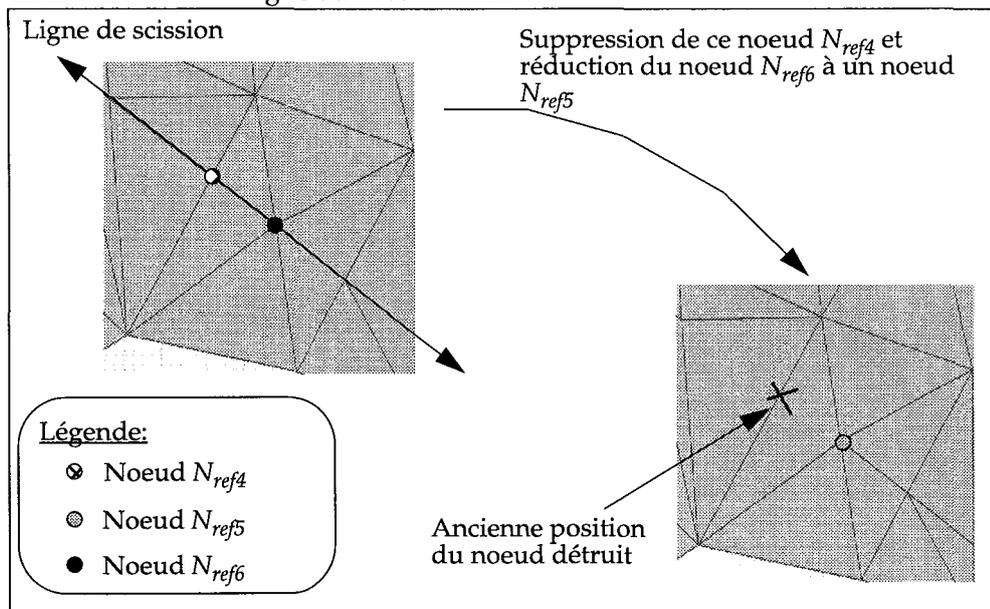


Figure 2-15 : L'aspect réducteur de la suppression d'un noeud de maillage

En partant d'une extrémité d'une ligne de scission et en atteignant son autre extrémité, nous pouvons représenter la suite des noeuds  $N_{ref}$  à supprimer comme une suite mathéma-

tique. En appliquant les règles définies précédemment (il ne peut y avoir deux noeuds  $N_{ref6}$  consécutifs ou deux noeuds  $N_{ref4}$  consécutifs) et en utilisant la propriété de réduction, nous mettons en évidence un certain nombre de configurations qui permettent de ne jamais faire appel à la triangulation de DELAUNAY. Ces configurations sont dites réductrices.

En prenant par exemple une série de noeuds de la forme  $(N_{ref4}N_{ref5}N_{ref5}N_{ref6}N_{ref4}N_{ref6}N_{ref4}N_{ref4})$  et en supprimant systématiquement les noeuds  $N_{ref4}$ , cette série se réduit au cours des itérations de la manière suivante:

1.  $N_{ref4} ; N_{ref5} ; N_{ref5} ; N_{ref6} ; N_{ref4} ; N_{ref6} ; N_{ref4}$
2.  $---- ; N_{ref4} ; N_{ref5} ; N_{ref5} ---- ; N_{ref4} ; ----$
3.  $---- ; ---- ; N_{ref4} ; N_{ref5} ; ---- ; ---- ; ----$
4.  $---- ; ---- ; ---- ; N_{ref4} ; ---- ; ---- ; ----$
5.  $---- ; ---- ; ---- ; ---- ; ---- ; ---- ; ----$

Les configurations dites non réductrices qui font appel à la triangulation de Delaunay sont de la forme:

- $N_{ref5} ; N_{ref5} ; N_{ref5} ; N_{ref5}$
- $N_{ref4} ; N_{ref6} ; N_{ref5} ; N_{ref6} ; N_{ref4}$
- $N_{ref5} ; N_{ref5} ; N_{ref5} ; N_{ref6} ; N_{ref4}$

Il existe dans la littérature des travaux réalisés par PETER SCOTT (cf. [Scot98]) sur l'étude des symétries possibles résultantes de l'intersection entre des groupes de nombres. La topologie nous permet ici de faire apparaître ces groupes ordonnés de nombres.

La figure 2-16 est une configuration réductrice où la suppression prioritaire des noeuds  $N_{ref4}$  permet de ne jamais faire appel à la triangulation de DELAUNAY.

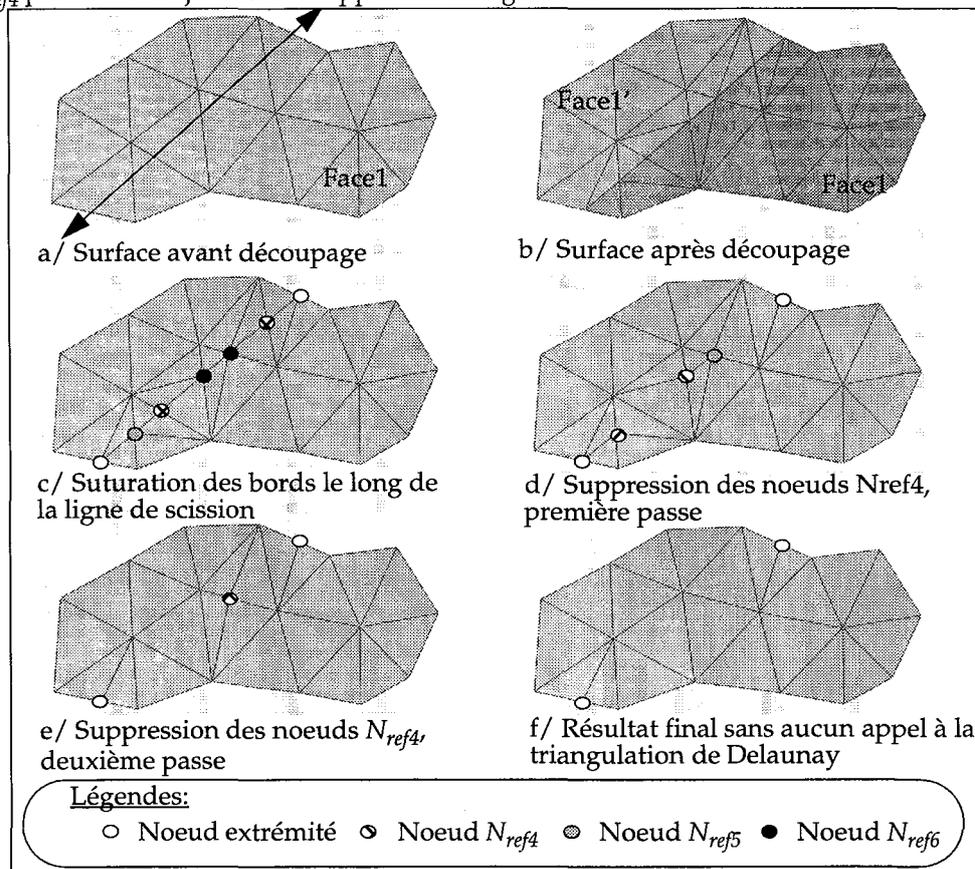


Figure 2-16 : Aucun appel à la triangulation de DELAUNAY n'est effectué

De manière plus générale, une suppression arbitraire de noeuds  $N_{ref}$  entraîne dans 70% des cas un appel à la triangulation de DELAUNAY. En utilisant une suppression prioritaire des noeuds  $N_{ref}$ , le nombre d'appel à la triangulation de DELAUNAY est fortement réduit et ne représente plus que 30% des cas (voir table 2-1). Ce gain de temps est réalisé grâce à un test de connectivité simple et rapide (nombre de triangles ou d'arêtes ayant pour sommet un noeud  $N_{ref}$  inférieur à quatre).

**Table 2-1 : Statistique sur les configurations réductrices et non-réductrices**

Surface	Nombre de triangles	Nombre de noeuds à supprimer	Nombre d'appel à la triangulation de DELAUNAY avec suppression arbitraire des noeuds	Nombre d'appel à la triangulation de DELAUNAY avec suppression prioritaire des noeuds $N_{ref}$
faille avec céures multiples (configuration très réductrice)	11 366	1 704	1 124	166
faille avec céures multiples s'auto-intersectant	12 300	2 842	1 932	849
horizon avec céures multiples s'auto-intersectant	18 786	3 005	2 193	701
diapir avec céures multiples s'auto-intersectant	36 345	5 088	3 459	971

## 2.4 Résultats

Nous présentons dans cette section les résultats obtenus sur deux modèles surfaciques. Le premier modèle présenté dans la figure 2-17 est constitué de deux horizons et de dix failles. Il s'agit de la modélisation d'un fossé d'effondrement. Nous avons sélectionné l'horizon le plus profond et nous avons supprimé étape par étape les lignes de scission occasionnées par les failles. Le maillage triangulaire régénéré après suppression des lignes de scission est très proche du maillage existant avant toute opération de découpage.

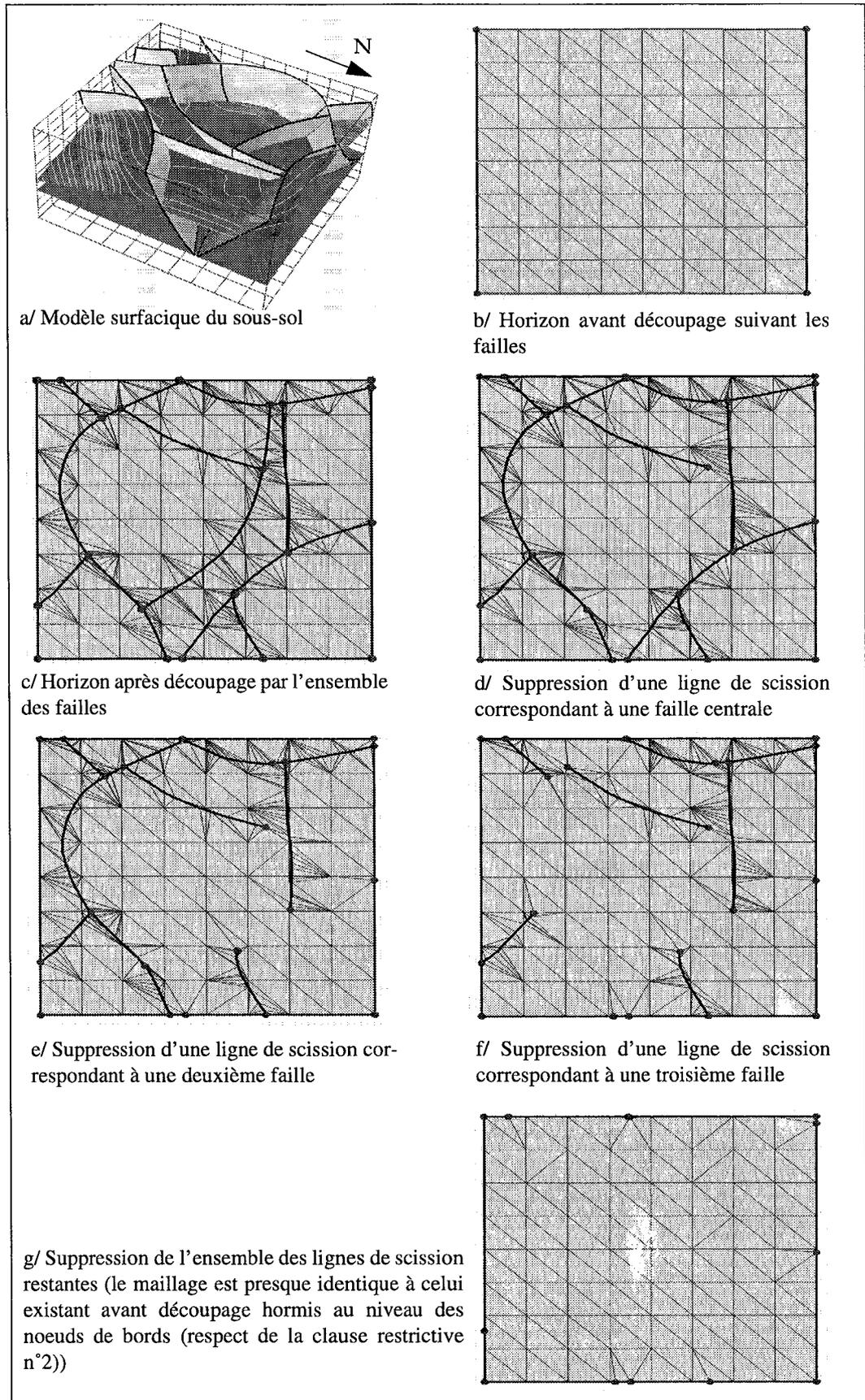
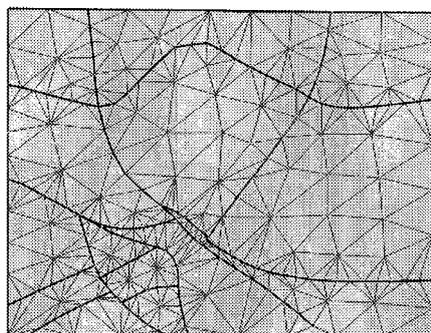
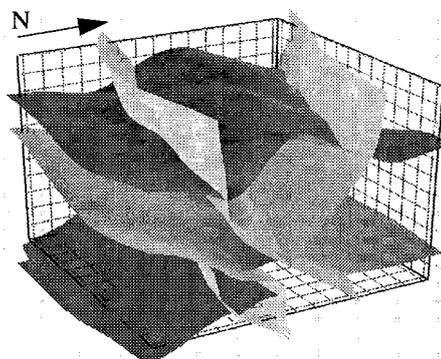


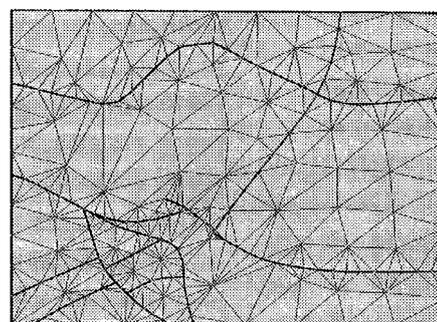
Figure 2-17 : Suppression des cicatrices sur un horizon coupé par un ensemble de failles

Ce deuxième modèle est constitué de quatre horizons et de quatre failles. La figure 2-18 représente une coupe transversale réalisée dans ce modèle. Nous pouvons y constater un effondrement des blocs dans la partie inférieure. Nous avons simulé sur cette coupe transversale la suppression étape par étape des failles.

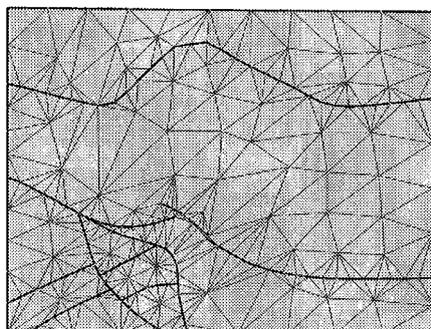
a/ Modèle surfacique constitué de quatre horizons et de quatre failles (modélisation d'un fossé d'effondrement)



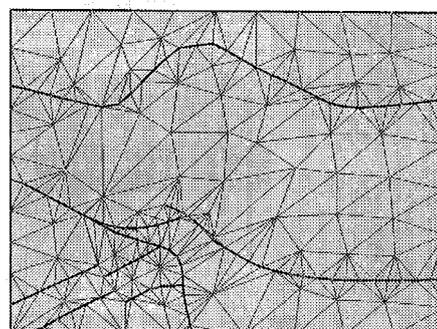
b/ Coupe transversale dans le modèle surfacique



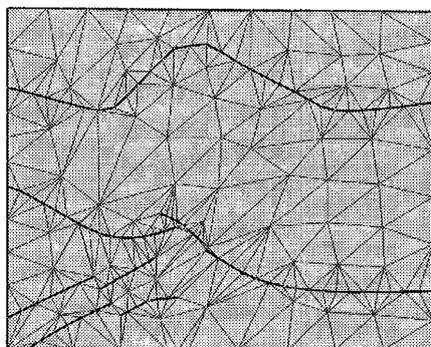
c/ Suppression des cicatrices de l'une des failles



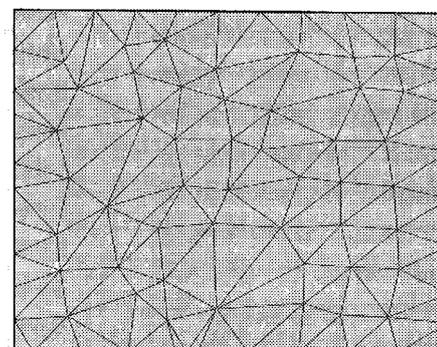
d/ Suppression d'une ligne de scission correspondant à une faille



e/ Suppression d'une troisième ligne de scission correspondant à une faille



f/ Suppression de la dernière ligne de scission correspondant à une faille



g/ Suppression des cicatrices correspondant aux traces des horizons

Figure 2-18 : Suppression des cicatrices sur une coupe transversale

## 2.5 Bilan

Dans ce chapitre, nous venons de présenter l'opération de suppression des cicatrices qui consiste non seulement à suturer les deux bords d'une coupure, mais aussi à gommer la cicatrice restante. Les deux points clefs de notre opération sont:

- l'association des bords deux à deux, respectant une topologie 2-variétés au niveau des faces triangulaires et une clause d'appartenance à un même plan local (afin d'éviter les chanfreinages).
- la suppression des noeuds de maillage effectuée suivant un ordre topologique permettant de réduire le nombre d'appel à la triangulation de *DELAUNAY*.

Après avoir maintes fois fait allusion aux opérations de découpage, nous nous proposons dans le chapitre suivant, d'en étudier les mécanismes et de présenter notre technique de «fermeture des trous».

---

## Chapitre 3 Le découpage contraint de surfaces

---

Nous avons présenté au cours du chapitre 1, une des propriétés fondamentales à l'obtention d'une modélisation volumique, à base d'éléments frontières, cohérente et valide. Il s'agit de la clause de non intersection (cf. [Req80]). Les volumes ne doivent pas s'intersecter sauf le long de leurs frontières. Les courbes ne doivent pas s'intersecter sauf à leurs extrémités. Les points doivent être distincts. De plus, les courbes ne doivent pas intersecter les faces.

Cette clause de non intersection implique donc que la validité et la qualité d'une modélisation volumique dépend entièrement de la résolution des intersections existantes. L'opération chargée de détecter et de matérialiser ces intersections est appelée «opération de découpage».

Ce chapitre se décompose en trois parties:

- La première partie concerne **l'opération de découpage** elle-même. Il s'agit d'un algorithme déjà existant auquel nous avons apporté des modifications. Cette section est organisée en un point sur l'état de l'art, une description du concept et une présentation des différentes étapes et de leurs modifications.
- La deuxième partie concerne **la fermeture des trous**. Il s'agit d'un tout nouvel algorithme basé sur l'opération de découpage permettant de prendre en compte l'information géologique supplémentaire pour générer une intersection. En effet, l'opération de découpage est initialement conçue pour calculer des intersections franches ou strictes entre deux surfaces (voir figure 3-1). Or en géologie, nous nous retrouvons plus souvent dans des situations où l'extrémité d'une surface est au contact d'une autre. Ce qui rend impossible le calcul d'une ligne d'intersection continue entre deux surfaces. Cela est du:

- aux données initiales qui sont souvent imprécises au niveau des contacts faille/faille et horizon/faille. Ces incertitudes peuvent être liées à l'interprétation. Contrairement aux horizons, les failles, sauf cas particulier, ne sont pas directement vues sur la sismique mais sont plutôt repérées par une absence de marqueur. Cette zone sourde, qui encadre une faille, rend difficile l'appréhension des contacts faille/faille ou faille/horizon.

- aux techniques de modélisation utilisées pour créer une surface à partir d'un ensemble de points et de courbes. Ces techniques utilisent un mécanisme de contraintes couplé à l'interpolateur D.S.I. (cf [Mall89], [Mall92]).

Notre algorithme de fermeture des trous est un algorithme de découpage utilisant comme support les contraintes utilisées durant la modélisation. Il pourrait donc s'appeler aussi **algorithme de découpage contraint** (cf [Eul98]). Nous ferons donc dans un premier temps, un point sur l'état de l'art, puis nous introduirons la notion de contraintes et d'interpolation de type D.S.I. Et pour finir, nous présenterons le concept et ses différentes étapes.

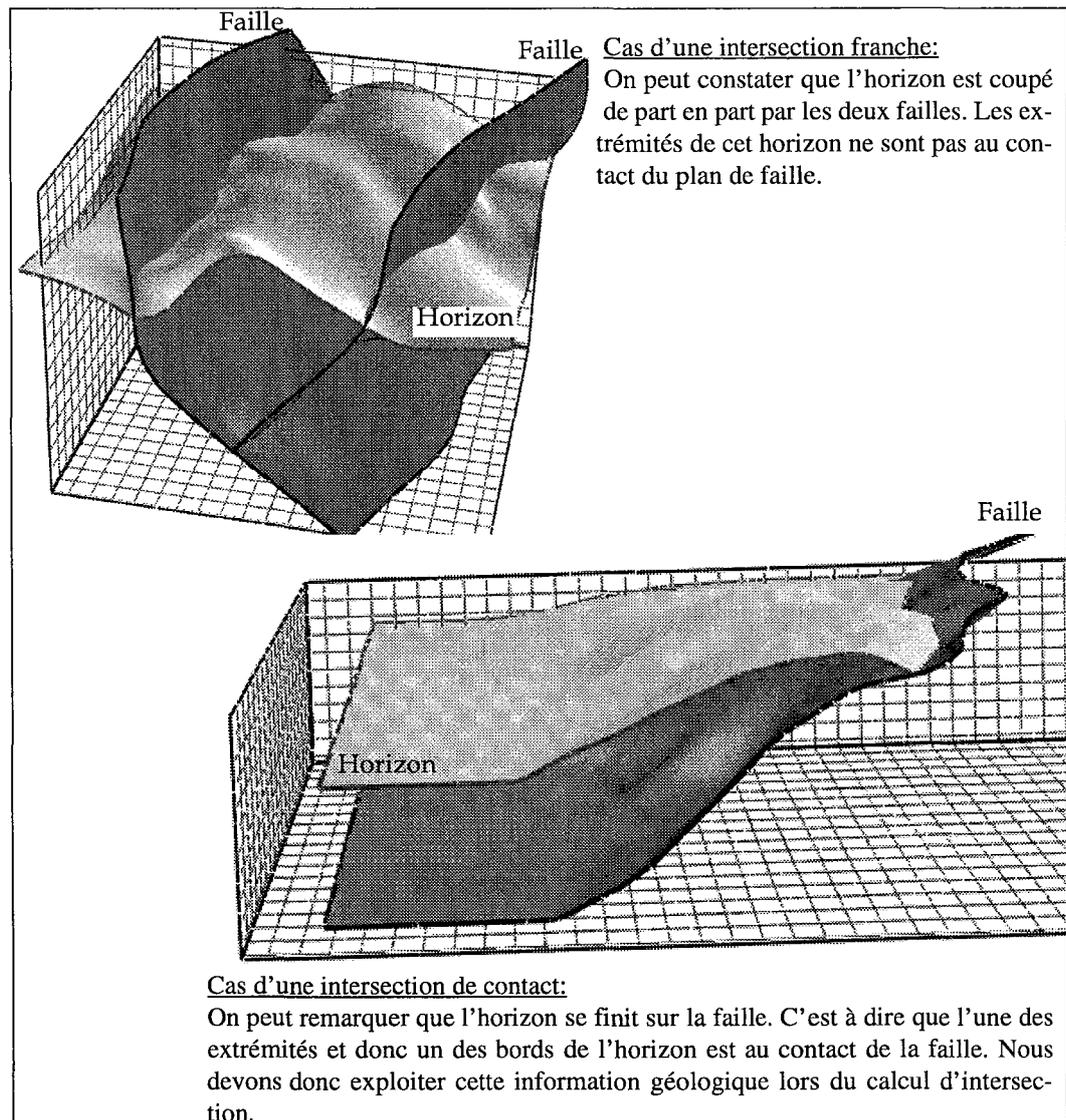


Figure 3-1 : Les intersections franches et intersections de contact

- La troisième partie concerne des **améliorations futures possibles** à développer et à apporter au calcul d'intersection en se basant soit sur un raisonnement ensembliste, soit sur un raisonnement mono-spatial.

## 3.1 Le découpage de surfaces triangulées

### 3.1.1 Etat de l'art

Au cours des dernières années, le calcul des intersections est une opération qui a été fréquemment étudiée car elle touche de nombreux domaines comme la modélisation volumique et la conception assistée par ordinateur (cf [Pat93], [Pra86], [Hof89], [Chau98]). Toutefois, la plupart de ces études porte sur le calcul d'intersection de surfaces décrites par des fonctions paramétriques. Or même si nous travaillons avec des surfaces triangulées, nous pensons qu'il est intéressant pour nous de décrire succinctement les différents algorithmes proposés dans le domaine car ils permettent de cerner la complexité du problème et de mettre en évidence les principaux courants de pensée et de rattacher notre algorithme de découpage à l'un d'entre eux.

Le calcul d'intersection entre deux surfaces est une opération très complexe qui doit prendre en compte des singularités comme (voir figure 3-2):

- l'auto-intersection, c'est à dire qu'une face se recoupe en différents endroits.
- la superposition de deux faces, c'est à dire que localement au niveau de une ou plusieurs régions, les faces se superposent.
- l'intersection de deux faces suivant une ou plusieurs courbes qui peuvent être fermées et/ou ouvertes,
- l'intersection de deux faces suivant un ensemble de points.

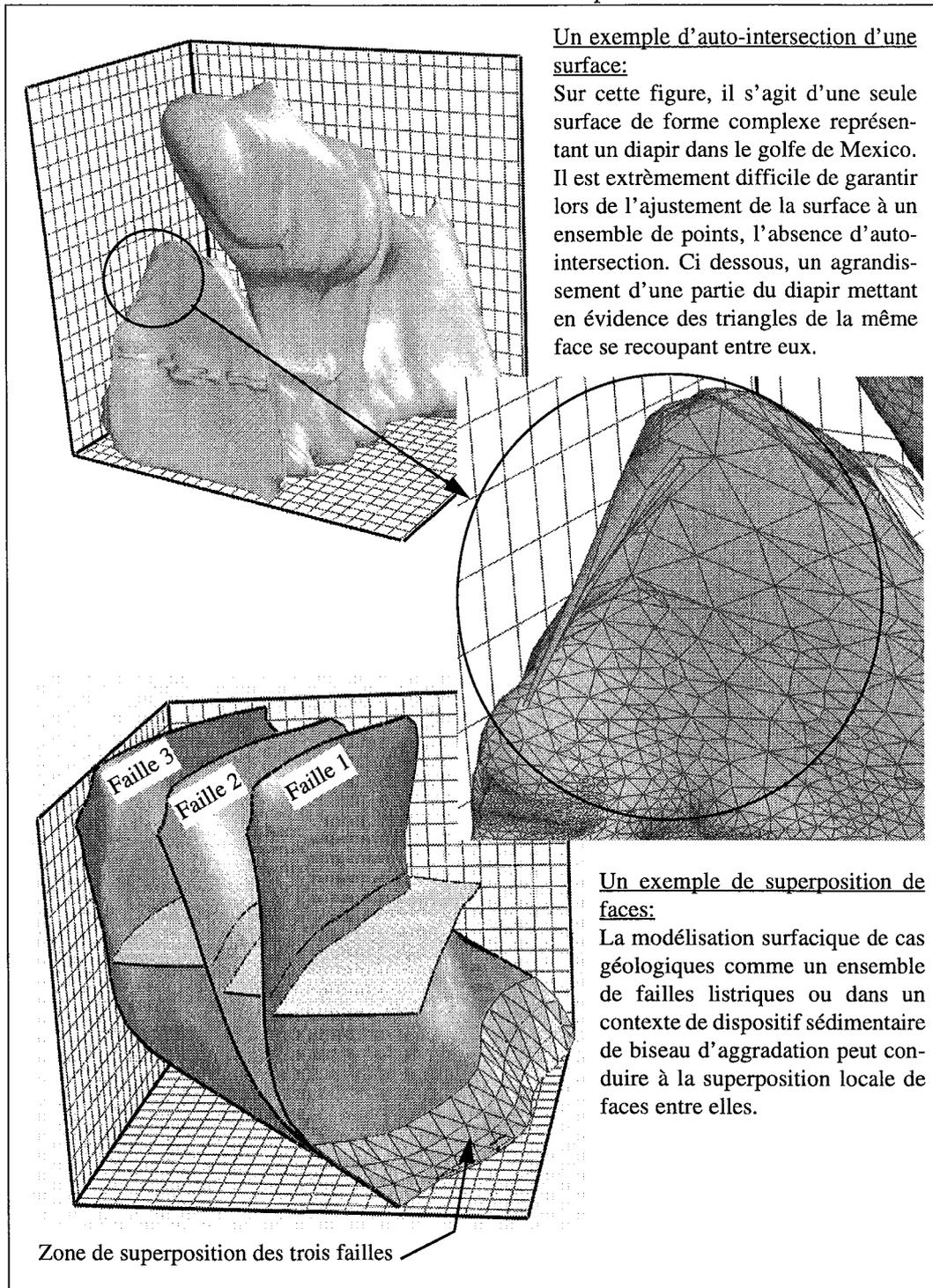


Figure 3-2 : Quelques singularités

En théorie, un bon algorithme de découpage doit être capable de détecter tous les intersections possibles sous forme de courbes et de points et de les insérer dans les surfaces d'une manière optimale. La performance de ces algorithmes se mesure par trois critères (cf [Hof89], [Pra86], [Req92]):

- la robustesse: C'est la capacité d'une opération de découpage à détecter toutes les intersections possibles et à les matérialiser en faisant l'hypothèse d'un monde sans erreur. D'une manière plus empirique, c'est la capacité d'un algorithme à «résister» à différents jeux de données délicats et à terminer quelque soit le cas de figure.
- la précision: Ce critère permet d'évaluer la cohérence du résultat obtenu. Il peut se traduire par trois interrogations:
  - Toutes les intersections ont elles été matérialisées?
  - Existe-t-il toujours des intersections après le découpage?
  - Les intersections générées correspondent elles à la réalité?
- la rapidité: Elle est très importante et à ne pas négliger lors de la résolution des intersections car cette opération est appelée de nombreuses fois au cours de la modélisation surfacique et volumique.

Tous ces critères sont contradictoires entre eux, car la robustesse et la précision d'un algorithme ne peut se faire qu'au détriment de sa rapidité. De fait, toute la difficulté d'une opération de découpage réside dans le juste équilibre et le respect de ces trois critères.

Nous avons regroupé l'ensemble de ces approches en quatre grandes catégories:

- les méthodes de subdivision,
- les méthodes dites réductrices,
- les méthodes analytiques,
- les «Marching» méthodes.

Il existe d'autres algorithmes de découpage utilisant une mixture de ces différentes méthodes. Ils sont référencés dans la littérature comme des méthodes hybrides (cf [Kris94]).

### 3.1.1.1 Les méthodes de subdivision

Le principe général de cette méthode s'apparente au paradigme «Diviser pour mieux régner». Il s'agit de décomposer récursivement un problème en problèmes similaires plus simples. Cette décomposition ne s'arrête que lorsqu'un certain seuil de simplicité est atteint. Une fois cette décomposition terminée, l'intersection correspondante est obtenue en ré-associant tous les bouts de courbes entre eux (cf [Lane80],[Geis83],[Las86]).

La convergence de ce type de méthode n'est pas garantie mais quand elles aboutissent, toutes les intersections sont matérialisées. Il n'en reste plus aucune. Il est toutefois possible d'arrêter à tout moment, en cas de non convergence, la résolution des intersections. La conséquence d'une telle interruption peut être l'oubli de singularités ou même la création de contacts invalides.

D'une manière générale, ces méthodes sont précises mais elles manquent de robustesse.

### 3.1.1.2 Les méthodes dites réductrices

Ces techniques décomposent l'intersection de surfaces en série de problèmes géométriques de dimension inférieure (cf [Ross87]). Le calcul de l'intersection est abordé avec une analyse récursive topologique descendante. C'est à dire, que le calcul d'intersections entre deux surfaces se traduit:

- d'abord par la génération de courbes d'intersection, Il s'agit de détecter les intersections et de générer les courbes correspondantes.
- puis par le calcul d'intersection des courbes entre elles, les courbes générées peuvent s'intersecter voire s'auto-intersecter.

- et pour finir par l'appariement des points, les points générés par l'intersection des courbes doivent être ré-associés aux courbes et aux faces.

La phase d'appariement des points aux courbes puis aux faces est la phase la plus délicate de ce type de méthode. Les conséquences d'un mauvais appariement peuvent provoquer de nouvelles intersections.

D'une manière générale, ces méthodes sont robustes car elles fournissent toujours un résultat. Cependant, elles ne peuvent pas garantir à l'issue de leur exécution la résolution totale de toutes les intersections existantes. Donc, elles sont imprécises et souffrent d'un handicap au niveau de la vitesse d'exécution.

### 3.1.1.3 Les méthodes analytiques

Les méthodes analytiques sont basées sur la représentation explicite des intersections de courbes et sont donc restreintes à des intersections de faible degré (cf. [Sed83], [Sar83]). Une autre alternative possible des méthodes analytiques est l'utilisation de principes géométriques (cf [Pie89]). Dans son article, PIEGL utilise des principes géométriques pour calculer les intersections d'une surface quadratique de manière efficace.

Toutefois, la difficulté de ces méthodes réside dans leur adaptation à des intersections plus générales et la prise en compte des cas d'intersections dégénérés (cf. [Mill91], [She91], [Far89]).

### 3.1.1.4 Les «Marching» méthodes

Il s'agit des méthodes les plus utilisées pour le calcul d'intersection entre deux surfaces (cf [Far86], [Baj88], [Barn90]). Cela s'explique par leur aspect générique et leur simplicité d'implémentation. L'intérêt de ces méthodes c'est qu'elles sont générales et permettent de calculer l'intersection entre différents types de surfaces paramétriques sans trop de restrictions.

L'idée de base des «Marching» méthodes repose sur la formulation analytique de n'importe quelle courbe d'intersection. Cette formulation est rendue possible grâce à une décomposition en blocs des courbes d'intersections en fonction monotone par morceaux (cf [Arn88], [Kris94]) (voir figure 3-3). Chaque bloc pouvant à son tour être représenté par un point de départ et la géométrie locale de la courbe. Cette courbe locale d'intersection peut être représentée de manière explicite par un champ de vecteurs, comme une matrice de résolution de l'équation des deux surfaces ou encore par une courbe de zéro distance des deux surfaces (cf [Hof90], [Krie90], [Che89], [Keys96]).

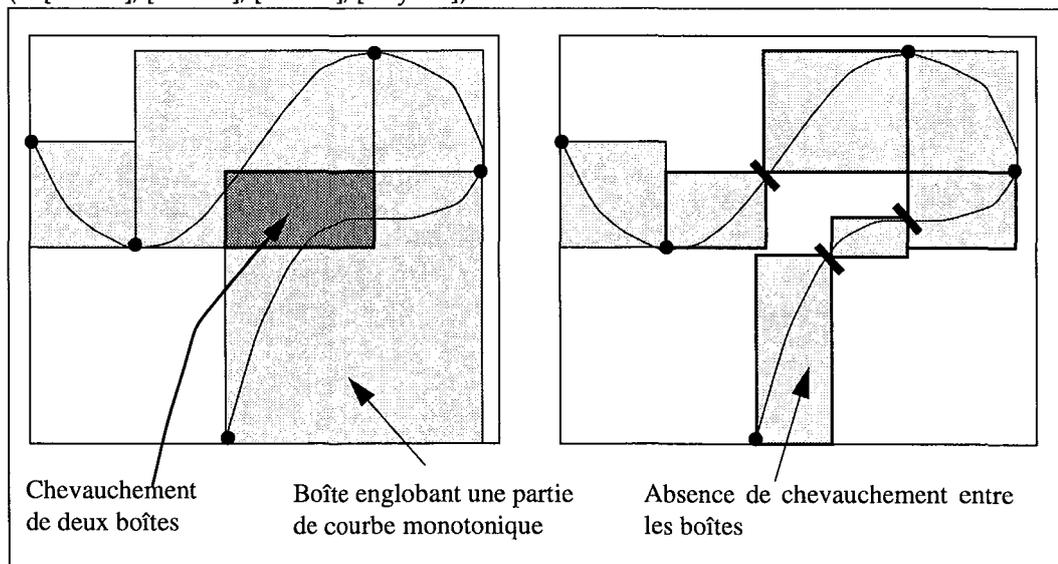


Figure 3-3 : Décomposition des courbes d'intersection en blocs

### 3.1.2 Le concept

L'algorithme de découpage prend en entrée deux ensembles de surfaces triangulées. Le premier ensemble correspond aux surfaces qui vont être modifiées pour insérer les points et les courbes correspondant aux intersections. Cet ensemble est appelé «les surfaces coupées». Le deuxième ensemble de surfaces est utilisé pour générer les intersections. Ces surfaces sont appelées «les surfaces coupantes» et elles ne sont jamais modifiées sauf cas particulier. En effet, une surface peut être une surface coupée et servir en même temps de surface coupante pour d'autres. Dans ce cas, on retrouve la surface une fois dans la liste des surfaces coupées et une fois dans la liste des surfaces coupantes.

L'objet de cet algorithme est de trouver toutes les intersections existantes au sein des surfaces coupées avec les surfaces coupantes et de ne modifier que les surfaces coupées en insérant les points et les courbes d'intersection calculés. Cette insertion doit se faire de manière à ce que la ligne d'intersection soit partagée géométriquement et topologiquement par l'ensemble des surfaces concernées. C'est à dire que la ligne d'intersection générée entre deux surfaces (i.e: une faille et un horizon) contient simultanément le niveau de raffinement du maillage des deux surfaces. Il s'agit donc d'un co-raffinage local des surfaces le long de leur intersection (voir figure 3-4). Ce partage géométrique et topologique de la ligne d'intersection est indispensable pour pouvoir construire ultérieurement des modèles volumiques valides. En effet, la construction d'un modèle volumique valide ne peut se faire que si les frontières des surfaces et donc les bords contigus sont les mêmes.

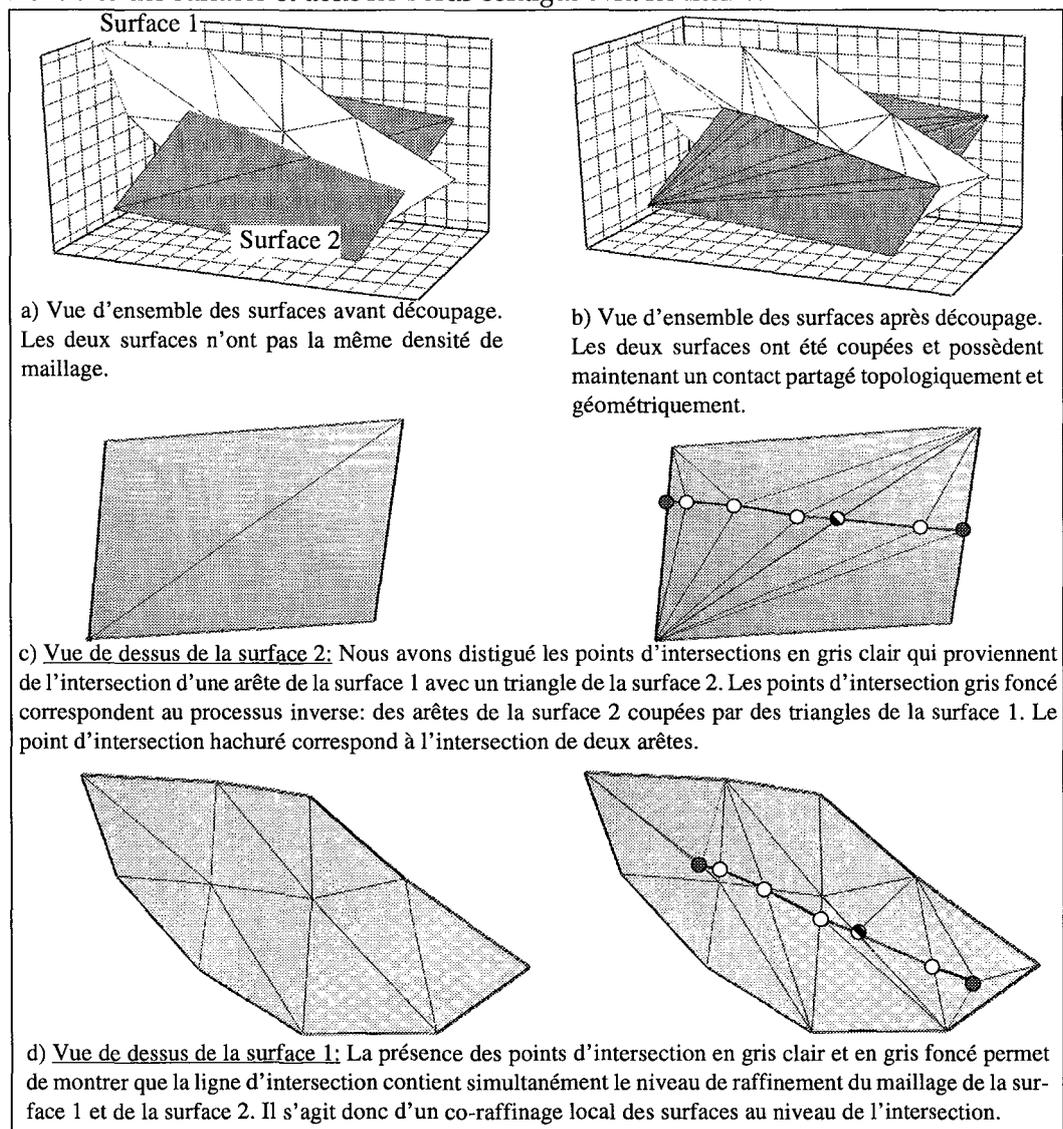


Figure 3-4 : Concept du découpage de deux surfaces

Pour des raisons industrielles, cet algorithme nécessite d'être robuste et de toujours s'arrêter. En revanche, son niveau de précision doit être acceptable. C'est à dire, qu'il doit être **cohérent** dans la création et l'insertion des lignes d'intersections. Comme tout calcul d'intersection dans l'espace arithmétique flottant, nous sommes soumis aux erreurs comme le débordement ou la perte de chiffres significatifs (cf [Chaz96], [Conr97]). Ce qui peut provoquer des incohérences. Plutôt que de travailler dans un monde sans erreur en changeant par exemple d'arithmétique (cf [Kara91], [Avna94]), il a été choisi de travailler en exploitant en priorité les informations topologiques sur les informations géométriques et quand il ne reste plus d'autre choix que d'utiliser les informations géométriques, en favorisant l'utilisation de prédicats géométriques (cf [Yap97]) comme:

- dans le plan, un point est-il d'un côté, de l'autre ou sur une droite orientée?
- dans l'espace, un point est-il d'un côté, de l'autre ou sur un plan orienté?

Toutes ces précautions sont utiles pour que le point géométrique  $(x,y,z)$ , malgré une instabilité numérique, soit en cohérence avec son information topologique associée (voir figure 3-5). Si une incohérence est détectée, l'ajustement du point géométrique doit se faire en vérifiant que la nouvelle position supposée du point est conforme avec:

- son information topologique associée,
- et les informations topologiques correspondant à des groupes de points identiques. Comme nous le verrons un peu plus loin dans la section 3.1.4.2, page 71, tous les points et segments d'intersection sont dupliqués pour pouvoir être plongés dans leurs triangles respectifs.

Dans ce cas, si l'ajustement est conforme, la nouvelle position doit être appliquée à ce point ainsi qu'à l'ensemble des points identiques.

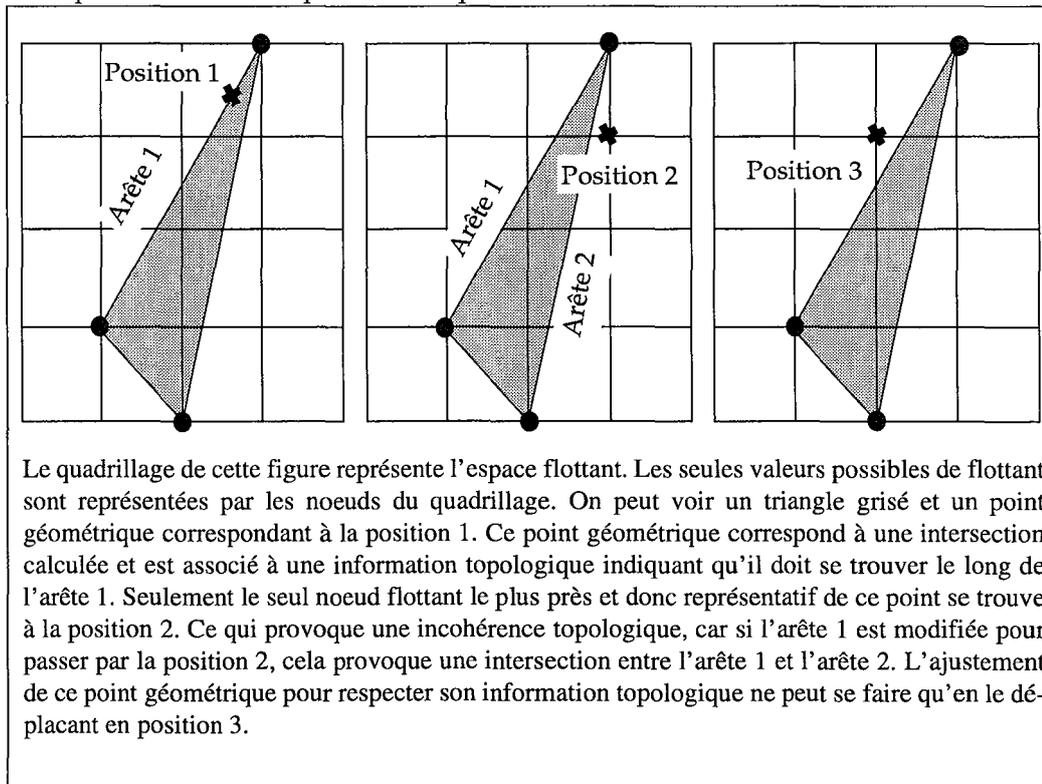


Figure 3-5: Les instabilités numériques

La décomposition de ce problème en des problèmes géométriques de dimension inférieure (calcul d'intersection face/face puis ligne/ligne et pour finir l'insertion des points) rattache cet algorithme à la catégorie des méthodes dite réductrices.

Avant d'aborder la description des différentes étapes, nous allons présenter les notions de point topologique et de point géométrique, qui seront utilisées par la suite aussi bien dans l'algorithme de découpage existant qu'au niveau de notre algorithme de fermeture des trous.

### 3.1.3 La notion de point topologique et de point géométrique

Un point géométrique est issu du calcul d'intersection entre deux triangles. Il correspond donc à une position  $(x,y,z)$  et à un ensemble de propriétés.

Un point topologique correspond au plongement d'un point géométrique dans une structure topologique donnée. En l'occurrence, il s'agit dans le cas présent de triangles. Donc, l'information topologique associée à un point géométrique contient:

- le triangle dans lequel le point géométrique a été calculé et plongé,
- la localisation topologique du point géométrique, il peut se situer sur un sommet du triangle, ou sur une de ses arêtes ou tout simplement à l'intérieur du triangle.

On utilisera par la suite la notation suivante:

$Topo\_point(i,j,k)$  où:

- l'index « $i$ » représente un triangle donné,

- l'index « $j$ » indique pour le triangle « $i$ » si le point géométrique correspond à un de ses sommets. Dans ce cas, l'index « $j$ » peut prendre les valeurs  $\{1,2,3\}$  correspondant à l'indexage des sommets. Si le point géométrique se trouve sur aucun sommet, alors l'index « $j$ » prend la valeur zéro.

- l'index « $k$ » indique pour le triangle « $i$ » si le point géométrique se trouve sur une des arêtes du triangle. Dans ce cas, l'index « $k$ » peut prendre les valeurs  $\{1,2,3\}$  correspondant à l'indexage des arêtes. Si le point géométrique a été calculé comme n'appartenant à aucune arête, alors l'index « $k$ » prend la valeur zéro.

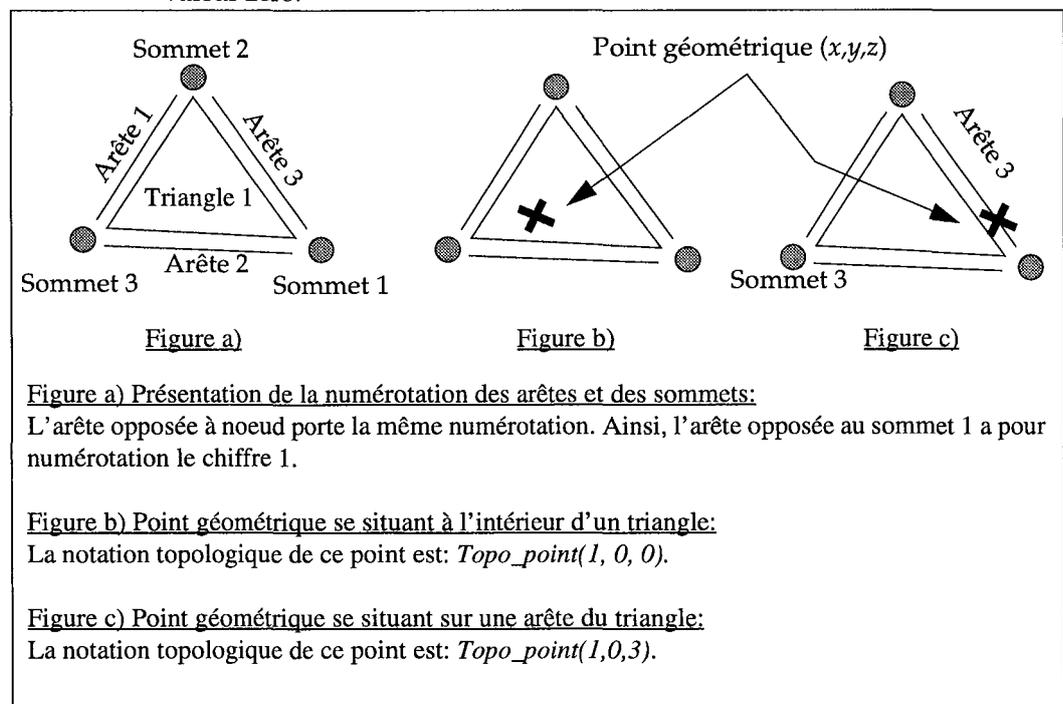


Figure 3-6 : Le point topologique

### 3.1.4 Les différentes étapes de l'opération de découpage

Le découpage de surfaces se décompose en sept grandes parties:

- la subdivision des surfaces,
- le calcul d'intersection entre deux triangles,
- la création des lignes d'intersection,
- le regroupement des points,
- l'intersection des lignes entre elles,
- la retriangulation respective des surfaces afin de respecter les lignes d'intersection calculées,
- la scission des surfaces le long de ces lignes.

#### 3.1.4.1 La subdivision des surfaces

La subdivision des surfaces est nécessaire pour accélérer la recherche des intersections. Elle est basée sur l'utilisation d'un arbre octal (cf [Meag82]) (voir 1.3.2, page 25). Le modèle initial de l'arbre octal correspond à la boîte englobante de l'ensemble des surfaces coupées et des surfaces coupantes. Puis cette boîte initiale va être divisée en huit régions cubiques, ce qui correspond à un découpage de l'espace par deux, en  $x$ , en  $y$  et en  $z$ . Puis, pour chaque région non vide, le processus sera réitéré si:

- la profondeur de l'arbre octal, c'est à dire le nombre de branche ne dépasse pas 5,
- le nombre d'entrées par feuille (ou région) est supérieure à 18. Une entrée correspond à un triangle et à sa face d'appartenance.

Une fois l'arbre octal généré, il ne nous reste plus qu'à parcourir chacune de ses branches et détecter les intersections possibles au sein des branches. Ainsi pour une branche donnée, l'ensemble des entrées vont être parcourus deux fois afin de comparer deux à deux les entrées. Chaque paire d'entrées notée  $(E_0, E_1)$  est ordonnée de manière à ce que l'adresse du triangle de l'entrée  $E_0$  soit toujours inférieure à l'adresse du triangle de l'entrée  $E_1$ . Il s'agit d'une astuce permettant de faire les tests toujours dans le même ordre. Un test ou calcul d'intersection d'une paire n'est réalisé que si les conditions suivantes sont respectées:

- le test n'a pas déjà été effectué,
- la face de l'entrée  $E_0$  est contenue dans l'ensemble des surfaces coupées et la face de l'entrée  $E_1$  est contenue dans l'ensemble des surfaces coupantes,
- la face de l'entrée  $E_0$  et la face de l'entrée  $E_1$  sont les mêmes. Dans ce cas, il s'agit d'une singularité de type auto-intersection.

#### 3.1.4.2 Le calcul d'intersection entre deux triangles

Le calcul d'intersection entre deux triangles repose sur le principe d'une arithmétique flottante à précision adaptable (cf [Shew96]). SHEWCHUK a écrit des opérations d'addition et de multiplication exactes sur des nombres flottants de précision arbitraire, il a utilisé ces opérations arithmétiques pour implanter des routines robustes de calcul de localisation comme la position d'un point par rapport à une ligne.

Il existe trois grandes catégories possibles d'intersection entre deux triangles (voir figure 3-7):

- le point, ce qui signifie que l'un des triangles n'est au contact de l'autre que par le biais d'une de ses extrémités,
- le segment, ce qui signifie que les deux triangles s'intersectent mais ne sont pas contenu dans le même plan,
- un polygone, ce qui signifie que les deux triangles sont co-planaires et s'intersectent.

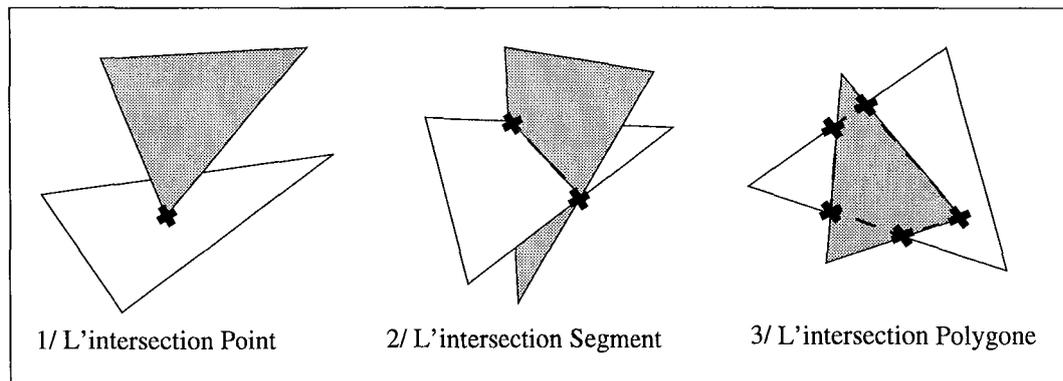


Figure 3-7 : Les catégories d'intersection possible entre deux triangles

L'algorithme de découpage actuel ne gère pas la catégorie d'intersection de type Point. Il ne gère que des couples de points définissant des segments. Ce point est essentiel pour comprendre par la suite pourquoi dans l'algorithme de fermeture des trous, nous utilisons une gestion spécifique des points singuliers (voir section 3-28, page 90).

Un segment d'intersection appartient respectivement à deux triangles et possède pour chacune de ses extrémités deux plongements topologiques différents (voir figure 3-8). Afin de résoudre cette difficulté, un segment est dupliqué pour créer une paire. Ainsi chacun des côtés de la paire sera plongé dans un seul triangle, ce qui permet une unicité de plongement.

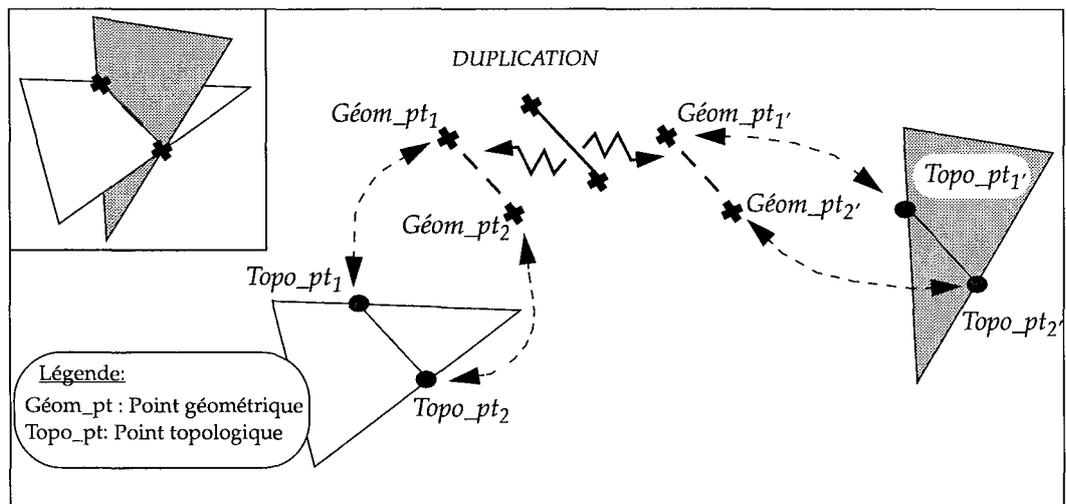


Figure 3-8 : Deux plongements topologiques pour un même point géométrique

Pour mieux comprendre le mécanisme spécifique du calcul d'intersection, nous allons prendre un exemple constitué d'un seul triangle noté  $Trgl_{1,1}$  ( $Trgl_{n,m}$  signifie que le triangle numéroté « $m$ » appartient à la face « $n$ ») coupant deux triangles contigus  $Trgl_{2,1}$  et  $Trgl_{2,2}$  (voir figure 3-9). D'après ce que nous avons vu, deux calculs d'intersection vont être réalisés; l'un entre  $\{Trgl_{1,1}; Trgl_{2,1}\}$  et l'autre avec  $\{Trgl_{1,1}; Trgl_{2,2}\}$ . Leur résultat est la génération de deux segments  $Seg_{2,1}(Trgl_{1,1} \cap Trgl_{2,1})$  et  $Seg_{2,2}(Trgl_{1,1} \cap Trgl_{2,2})$  ( $Seg_{n,m}$  signifie que le segment numéroté « $m$ » est plongé dans la face « $n$ »). Ces deux segments doivent avoir en commun une de leurs extrémités et doivent par le biais du voisinage des deux triangles  $Trgl_{2,1}$  et  $Trgl_{2,2}$  être eux aussi voisins topologiquement au niveau de leur extrémité commune.

En l'absence d'un mécanisme spécifique, tous les calculs d'intersection vont conduire à une duplication des extrémités de segment qui devraient être connectées entre elles. Afin d'éviter cette prolifération, lors de chaque calcul une vérification est effectuée. Celle-ci consiste

à rechercher pour chaque extrémité du segment calculée s'il n'existe pas une autre extrémité possédant la même information topologique et la même position géométrique. Pour ce faire, il faut normaliser les points topologiques. En effet, en se plaçant sur la face 2, le point topologique  $Topo\_pt(1,0,3)$  est différent du point topologique  $Topo\_pt(2,0,1)$ . Pourtant, ils sont équivalents si on les normalise en les exprimant tous deux par rapport au même triangle. Ce triangle de référence est choisi en fonction de son adresse qui doit être la plus petite.

Il est à noter que tout point d'intersection calculé comme se trouvant sur l'arête d'un triangle va être tout le temps calculé deux fois même si le test de vérification permet de ne créer qu'un seul noeud correspondant. Dans le calcul d'intersection entre deux surfaces, cela ne représente pas une perte de *temps machine* trop importante mais si on voulait généraliser ce calcul d'intersection à celui entre deux solides, chaque point d'intersection calculé comme étant sur une arête de tétraèdre serait calculé six fois (car en moyenne une arête de tétraèdre est partagée par six tétraèdres). Ce qui consommerait beaucoup plus de *temps machine*. Pour minimiser cette perte, il serait probablement plus judicieux de prendre par branche de l'arbre octal deux triangles s'intersectant et puis de rechercher la suite de l'intersection par voisinage.

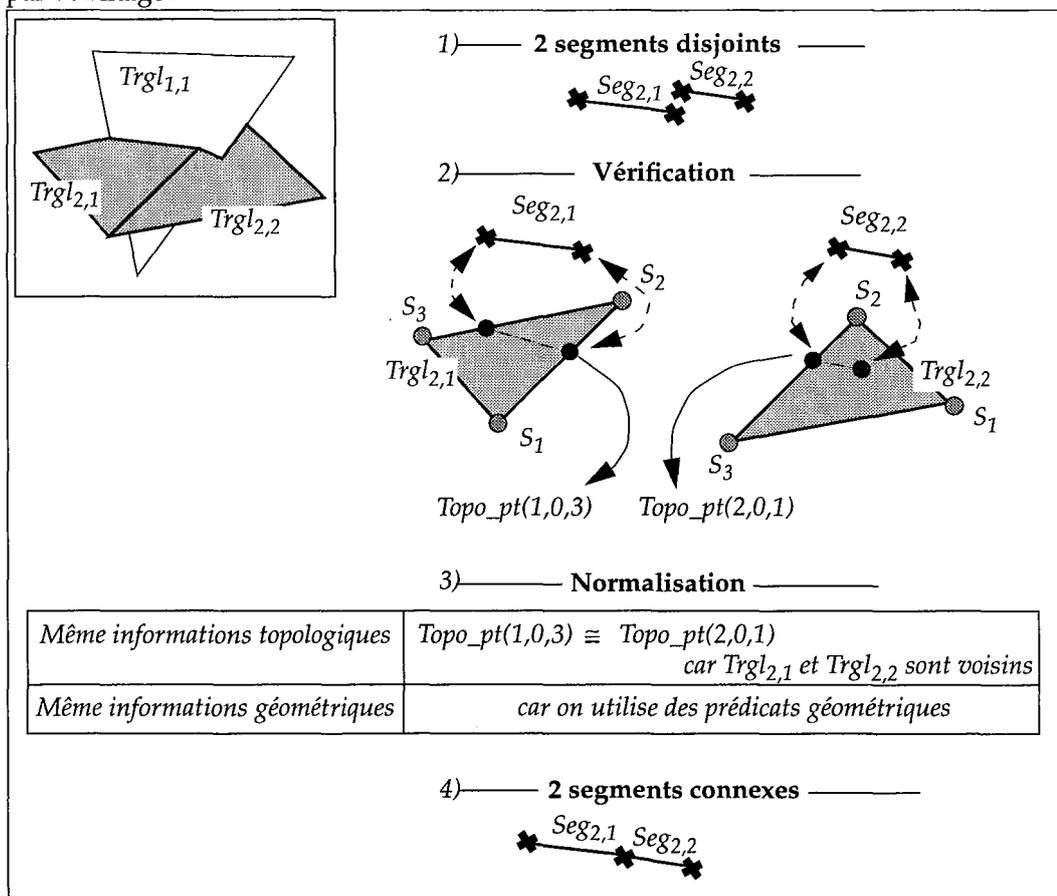


Figure 3-9 : Vérification et normalisation des points topologiques

### 3.1.4.3 La création des lignes d'intersection

Une fois que tous les segments d'intersection sont créés et que le test de vérification a permis d'éviter la prolifération de noeuds dupliqués, il ne reste plus qu'à créer les lignes polygonales par simple parcours de voisinage. Toutefois, il faut d'abord vérifier la validité des connectivités. Il se peut que l'on rencontre un noeud connecté à plus de deux segments. Dans ce cas, on se retrouve dans une situation non-variété 1D non permise (voir section 1.4.3, page 30). Ce type de configuration n'étant pas autorisé, pour les supprimer, il s'agit (voir figure 3-10):

- de dupliquer le noeud  $N$  en  $(n-2)$  exemplaires (où « $n$ » représente le nombre de segments incidents au noeud  $N$ ),

- de remplacer, pour  $(n-2)$  segments, respectivement le noeud  $N$  par un des noeuds exemplaires.

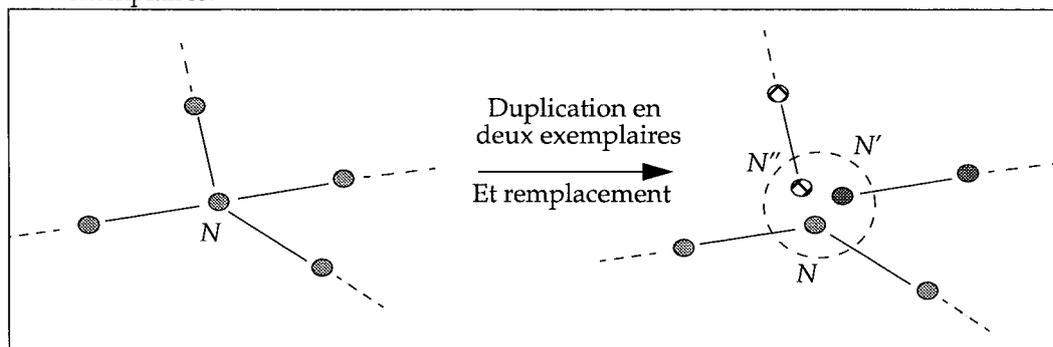


Figure 3-10 : Réduction d'une connection ayant plus de 2 arêtes incidentes

Puis, comme une ligne polygonale est un ensemble connexe de segments, son obtention est implicitement obtenue à partir d'un noeud donné par un simple parcours de voisinage du graphe.

#### 3.1.4.4 Le regroupement des points

On peut considérer jusqu'ici que toutes les étapes réalisées sont cohérentes et procurent un résultat précis. Cette section et la suivante peuvent être soumises à d'éventuelles imprécisions numériques. C'est pour cette raison que nous avons modifié ces deux sections et que nous avons jeté les bases d'un raisonnement ensembliste permettant de n'avoir recours à la géométrie qu'à la dernière limite en exploitant toute la puissance d'une structure simpliciale hiérarchique (cf [Lévy99]). Ce nouveau concept fait l'objet d'une thèse développée par DAZY (cf [Daz01]). Nous présenterons uniquement la base du raisonnement dans la section 3.3.1, page 100.

Le but de cette étape est d'aggréger les points d'intersection qui sont trop proches les uns des autres et de résoudre les erreurs éventuelles dues à des instabilités numériques. Pour ce faire, deux types de données sont utilisées: les points d'intersection et les noeuds du maillage de l'ensemble des surfaces coupées. A chacun des points est attribué un statut qui peut être:

- «*fixe*», si ce point est un noeud de maillage des surfaces ou un point d'intersection associé à une information topologique indiquant qu'il se trouve soit sur une arête, soit sur un sommet. Il s'agit de points invariants, qui ne peuvent être déplacés durant la phase d'aggrégation.

L'utilisation de l'information topologique a permis à cette opération de ne plus utiliser exclusivement la géométrie en négligeant l'information topologique précédemment calculée. Le choix de garder l'opération d'aggrégation indépendante des problèmes de découpage, a impliqué une utilisation sélective de cette information topologique. Il aurait été plus judicieux de moduler le statut «*fixe*» des points se trouvant sur les arêtes comme statut «*contraint*». En effet, ces points ne peuvent bouger que le long de leurs arêtes. Pour les points se trouvant à l'intérieur d'un triangle, ils seront eux aussi contraints à bouger uniquement dans les limites de leur triangle respectif. Ce statut «*contraint*» ne sera possible qu'avec l'utilisation d'une structure simpliciale hiérarchique qui permet une spécialisation des opérations au cas du découpage.

- «*libre*», si ce point est un point d'intersection se trouvant exclusivement à l'intérieur d'un triangle (information topologique du type  $Topo\_pt(n,0,0)$ ).

Le regroupement des points s'effectue en deux étapes:

- la subdivision de l'espace des points en blocs élémentaires: cette étape crée et initialise un arbre octal avec l'ensemble des points d'intersection et noeuds du maillage des surfaces. Ce qui permet d'accélérer la recherche des points de même voisinage.

- L'aggrégation des points par paire: On parcourt chaque branche de l'arbre octal et on regarde si deux à deux les points présentent un statut du type *{Fixe, Libre}* ou du type *{Libre, Libre}* (sachant que les deux points sont ordonnés de manière à ce que le premier point ait toujours son adresse de pointeur inférieure à celle du deuxième point). Dans cette configuration, si le deuxième point est inclus dans la sphère de tolérance du premier, alors il doit être déplacé à la position du premier point.

L'utilisation de l'information topologique a permis de résoudre le problème du déplacement en chaîne qui peut provoquer à terme une incohérence topologique avec la sortie de points initialement calculés comme étant à l'intérieur d'un triangle et se retrouvant maintenant à l'extérieur. Toutefois, l'inconvénient de l'utilisation sélective de la topologie sans le statut «*contraint*» ne permet pas de regrouper deux points très proches appartenant à une même arête de triangle (voir figure 3-11).

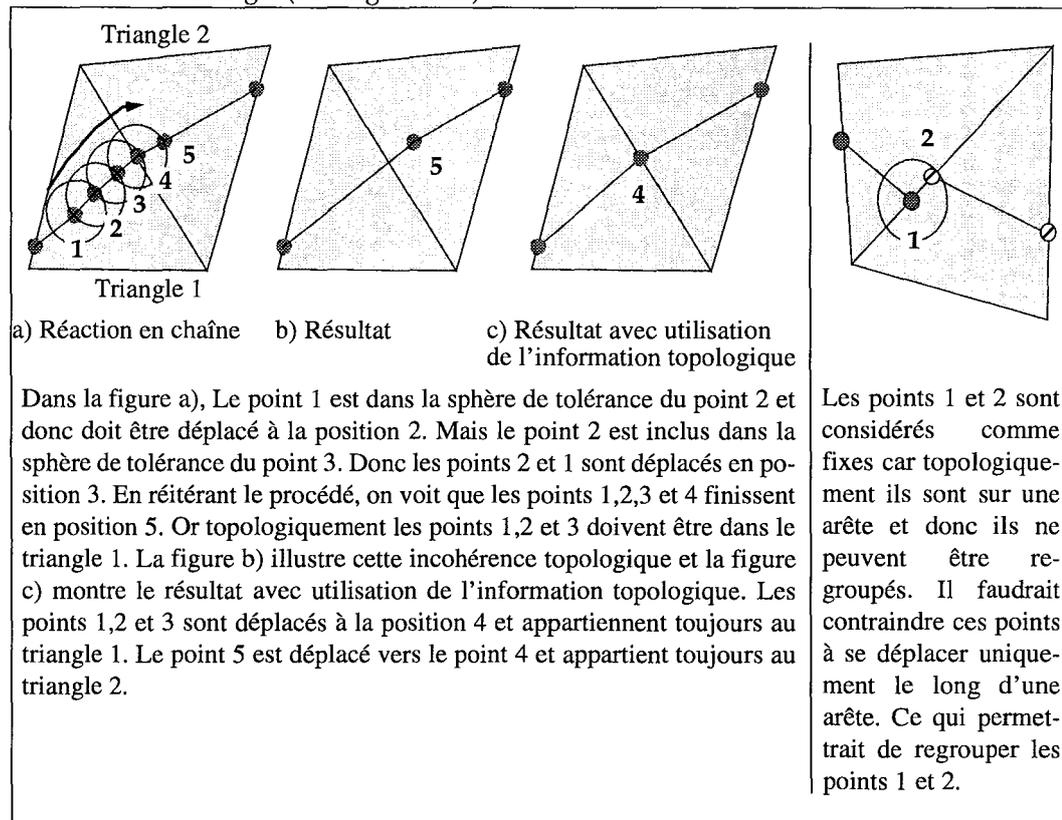


Figure 3-11 : Le déplacement en chaîne et l'absence d'un statut «*contraint*»

### 3.1.4.5 L'intersection des lignes

L'aspect réducteur de l'opération de découpage apparaît durant cette étape qui consiste à répéter la même procédure que précédemment mais cette fois avec des courbes polygonales, il s'agit d'un découpage des courbes polygonales entre elles:

- Détection des intersections entre les courbes avec l'utilisation d'un arbre octal,
- Calcul d'intersection entre deux segments,
- Regroupement des points de proximité proche,
- Mise à jour de l'information topologique pour les surfaces. Pour chaque nouveau point d'intersection calculé entre deux segments, nous avons son plongement au niveau des segments mais pas au niveau des triangles. Il nous faut donc mettre à jour l'information topologique de chaque point d'intersection en consultant le plongement de chaque segment.

L'intersection des lignes est une opération indépendante du découpage. Elle n'utilise donc pas l'information topologique générée lors du calcul d'intersection entre deux triangles et

se base uniquement sur la géométrie avec l'utilisation d'une tolérance. De fait, dans des situations complexes, certains segments sont intersectés de part leur proximité alors que les triangles dans lesquels ils sont plongés ne s'intersectaient pas (voir figure 3-12). Sur cette figure, pour simplifier le cas, nous avons représenté deux segments plongés dans deux triangles différents dans un même plan. Le point 1 du segment 1 intersecte le segment 2 par le biais d'un disque de tolérance (en 3D, il s'agirait d'une sphère de tolérance). Le résultat de cette intersection est le déplacement du point 1 vers le point 2. Il est à noter qu'avant le déplacement les deux triangles ne s'intersectaient pas.

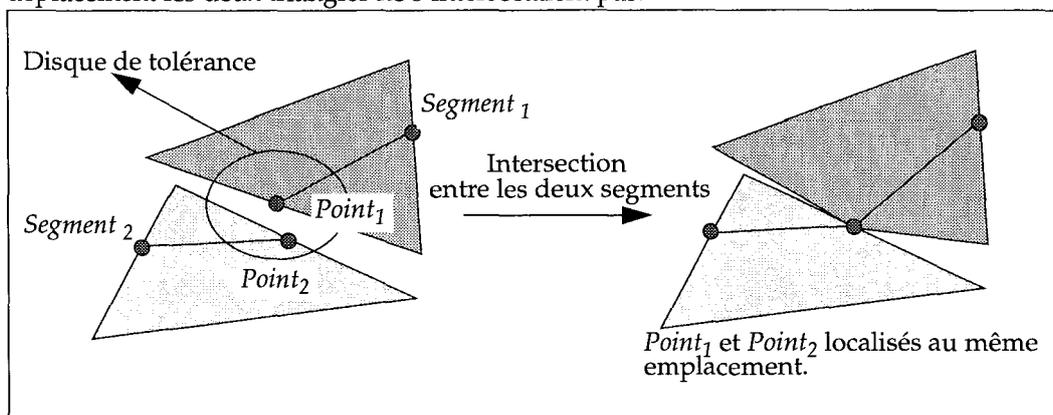


Figure 3-12 : L'intersection de deux segments

#### 3.1.4.6 La retriangulation contrainte des faces

Cette étape consiste pour chaque triangle à insérer les points d'intersection correspondant et à faire apparaître les segments comme arêtes par basculement de diagonales. Nous avons déjà présenté ce mécanisme dans le chapitre précédent (voir section 2.2.2.2, page 50). Il s'agit d'une triangulation contrainte de DELAUNAY. Pour ce faire, on distingue deux catégories de points d'intersection:

- les points se trouvant sur les arêtes ou les sommets du triangle. Tous ces points vont permettre de construire une courbe polygonale fermée.
- les points se trouvant à l'intérieur qui serviront de contraintes pour la triangulation. Les arêtes correspondant aux segments d'intersections apparaîtront par basculement des diagonales.

Le bon déroulement de cette triangulation ne peut se faire que si les deux facteurs suivants sont respectés:

- tous les points d'intersection d'un même triangle sont coplanaires,
- il n'existe plus aucune intersection.

Le plongement des points dans un même triangle ne garantit pas que ces points appartiennent exactement au plan du triangle. Cela se justifie par la présence des imprécisions numériques. Pour les mêmes raisons, il se peut que des intersections soient apparues (voir figure 3-13).

Afin de favoriser le bon déroulement de la triangulation, **une phase de pré-traitement** est réalisée en effectuant un changement d'espace. Ce changement consiste à passer de l'espace réel  $(x,y,z)$  à un espace barycentrique  $(u,v)$  où  $u$  et  $v$  varie entre  $[0,1]$  et  $u+v \leq 1$ . Un point ne répondant pas à ces propriétés est un point qui se retrouve en dehors du triangle. Ce changement d'espace assure la coplanarité des points et la propriété assure l'appartenance de l'ensemble des points à l'espace fermé du triangle.

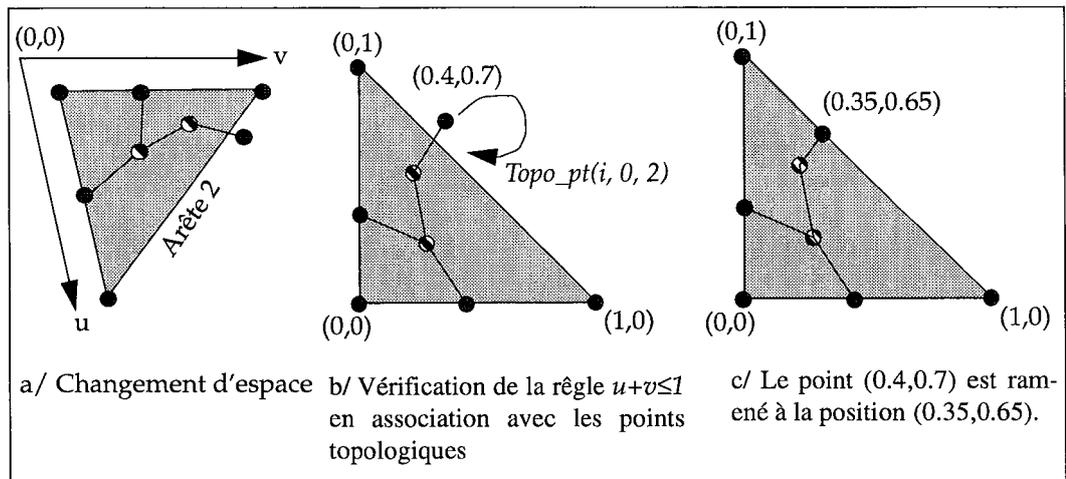


Figure 3-13 : Le changement d'espace et la retriangulation

### 3.1.4.7 La scission des surfaces le long des lignes d'intersections

Le but de cette opération est de scinder les surfaces le long des lignes d'intersection et de mettre à jour les faces. Il s'agit d'une opération purement topologique qui consiste à casser les connectivités le long des arêtes de scission. Une arête de scission est une arête correspondant exactement à un segment d'intersection. Elle est issue du basculement de diagonales.

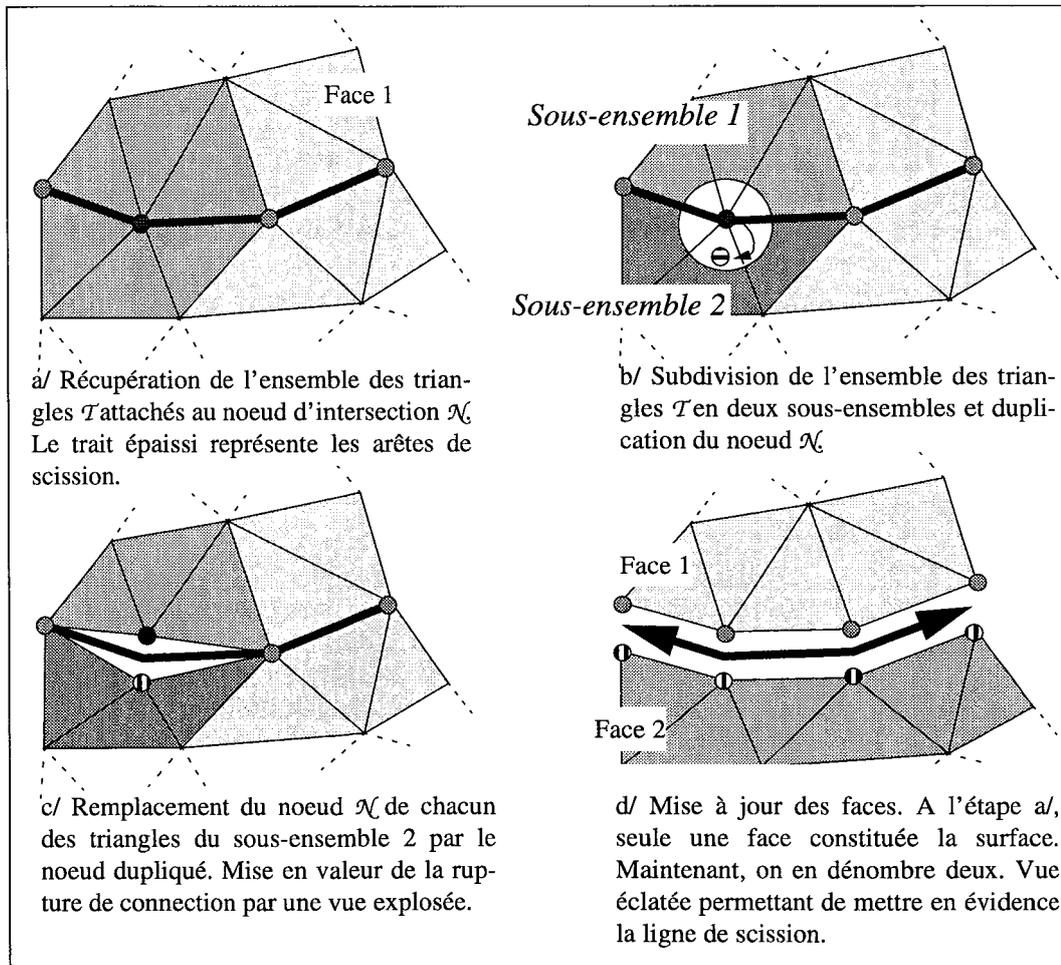


Figure 3-14 : La scission des surfaces

La scission se déroule en quatre phases (voir figure 3-14):

1. Chaque noeud d'intersection inséré est dupliqué en « $n$ » exemplaires où « $n$ » correspond au nombre d'arêtes de scission incidentes à ce noeud minoré de un.
2. Pour chaque noeud d'intersection donné  $\mathcal{N}$ , on récupère l'ensemble des triangles  $\mathcal{T}$  ayant pour sommet ce noeud  $\mathcal{N}$ . Cet ensemble de triangles  $\mathcal{T}$  est à son tour subdivisé en sous-ensembles connexes de triangles délimités soit par deux arêtes de scission successives, soit par une arête de bord et une arête de scission. Cette subdivision des triangles correspond en fait au partage d'un camembert dont le centre correspond au noeud  $\mathcal{N}$  et les lignes de partage aux arêtes de bord ou aux arêtes de scission.
3. Pour chaque sous-ensemble connexe de triangles, on remplace le sommet correspondant au noeud  $\mathcal{N}$  de chacun des triangles par un noeud dupliqué. Ce qui permet de déconnecter ce sous-ensemble connexe de triangles du noeud  $\mathcal{N}$ .
4. La mise à jour des faces permet de créer de nouvelles faces à partir de l'ensemble des triangles  $E_T$  appartenant aux surfaces modifiées par le découpage. On définit un triangle de référence en le prenant au hasard parmi l'ensemble des triangles  $E_T$ . A partir de ce triangle de référence, on recherche son ensemble connexe de triangles  $E_{TC}$  en utilisant un algorithme récursif de voisinage. Une fois son ensemble connexe de triangles  $E_{TC}$  trouvés, on lui associe une nouvelle face. Puis on réitère cette recherche d'ensemble connexe de triangles sur l'ensemble  $E_T \setminus E_{TC}$  tant que celui-ci n'est pas vide. A la fin, on obtient un nouvel ensemble consistant de faces triangulées.

## 3.2 L'opération de découpage contraint

Cette opération de découpage contraint peut être utilisée dans trois cas de figures distincts que sont:

- la génération d'une intersection continue au niveau du contact faille/faille ou horizon/faille: Comme nous l'avons vu dans le paragraphe d'introduction «deuxième partie» page 63, nous avons recours à cette opération de découpage contraint car elle permet de matérialiser un contact continu partagé topologiquement et géométriquement par le biais de la description d'un lien d'adjacence entre un bord de surface et une surface.
- la ré-affectation d'une surface qui a été modifiée à un macro-modèle du sous-sol: Un exemple de cette application a été donné dans la section 1.6.2, page 41. Si le géologue n'est pas satisfait par l'amplitude du rejet d'une faille, il peut décider de modifier l'horizon en le translatant. La conséquence de cette translation est la création d'un fossé entre l'horizon et la faille. Ce fossé peut être comblé en utilisant l'opération de découpage contraint. La ré-affectation d'une surface à un macro-modèle après sa modification sera plus amplement étudiée au cours du dernier chapitre (voir chapitre page 125).
- la fermeture des trous: Le but d'une opération de découpage contraint est de générer un contact partagé topologiquement et géométriquement entre le bord d'une surface et une autre surface ou entre deux bords de surfaces. Les surfaces ne nécessitent pas d'être au contact l'une de l'autre car cette opération de découpage contraint est basée sur la description de liens de voisinage. De fait, un trou peut être fermé si on peut décomposer sa frontière en bords distincts et établir des liens de voisinage entre ces différents bords.

### 3.2.1 Etat de l'art

Différents travaux ont été réalisés dans ce domaine. Nous avons décidé de les classer en trois grandes catégories que sont:

- l'extrapolation,
- la fermeture des trous,

- l'utilisation d'un diagramme de VORONOÏ.

### 3.2.1.1 L'extrapolation

Ces techniques basées sur l'extrapolation (cf [Dub97]) permettent de générer une intersection continue au niveau des contacts faille/faille ou horizon/faille ou bien de sceller des trous existants au niveau de certaines régions d'un macro-modèle du sous-sol. Elles consistent dans un premier temps à étendre l'horizon dans la direction de la faille tout en respectant le plongement local de l'horizon. Cette extension permet de générer une intersection franche entre l'horizon et la faille qui sera matérialisée par la suite par une opération de découpage. Une fois le découpage réalisé, il ne reste plus qu'à supprimer toutes les faces se trouvant de l'autre côté de la faille et qui ne représentent plus aucun intérêt.

Il est à noter que ces méthodes sont limitées (cf [Sup98]) dans de nombreux cas comme une faille se terminant à l'intérieur d'un horizon (figure 3-15). Extrapoler chacun des bords à proximité de la faille génère une nouvelle intersection appelée «noeud papillon». Ce «noeud papillon» invalide le modèle géologique et par conséquent la création des régions. De plus, les intersections générées ne représentent pas une interprétation possible de la réalité.

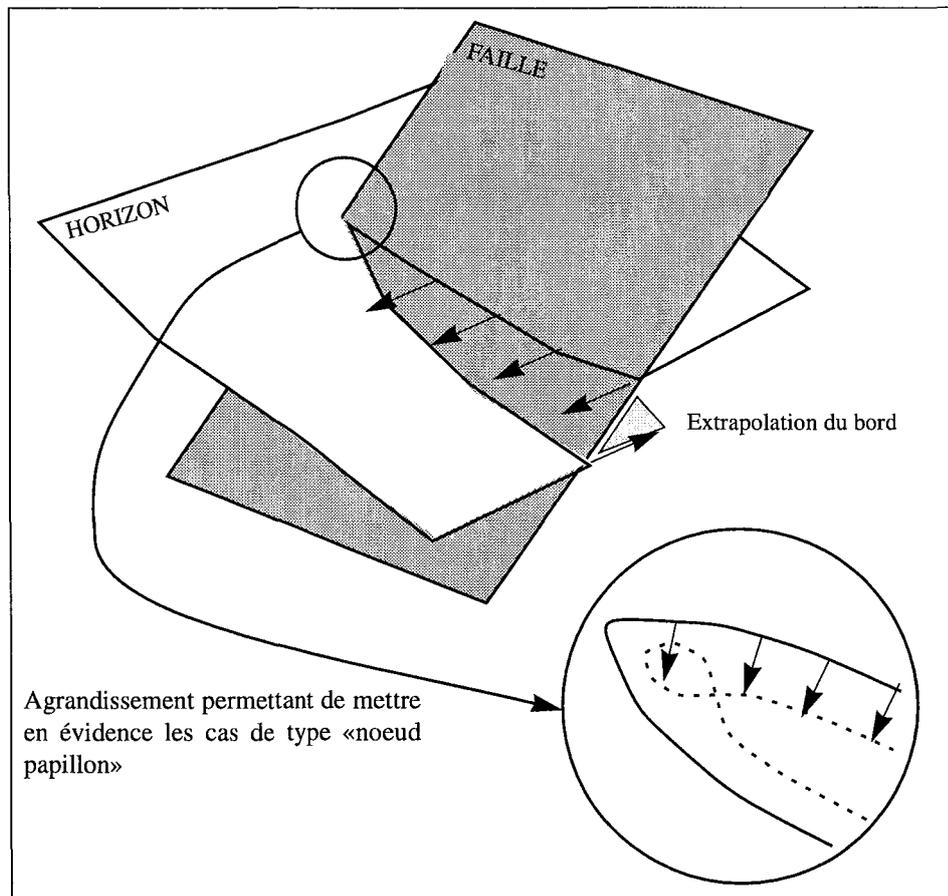


Figure 3-15 : Le cas «noeud papillon» généré par l'extrapolation classique

### 3.2.1.2 La fermeture des trous

Il s'agit d'un problème qui a été très étudié dans la littérature (voir figure 3-16). Ce problème apparaît dès que l'on utilise des objets à base de maillage polyédral (cf [Bar94], [Shen91]). La plupart des méthodes envisagées pour résoudre ce problème n'utilisent que l'information locale et ne vérifient pas la cohérence générale des surfaces ou du modèle volumique résultant. BOHN et WOZNY retriangulent localement les trous de manière itérative et éliminent à chaque itération les noeuds qui forment un angle presque plat avec ses deux

voisins du bord (cf [Boh92]). Similairement, MÄKELÄ et DOLENC utilisent un heuristique basé sur une distance minimale pour détecter et remplir les trous (cf [MÄk93]).

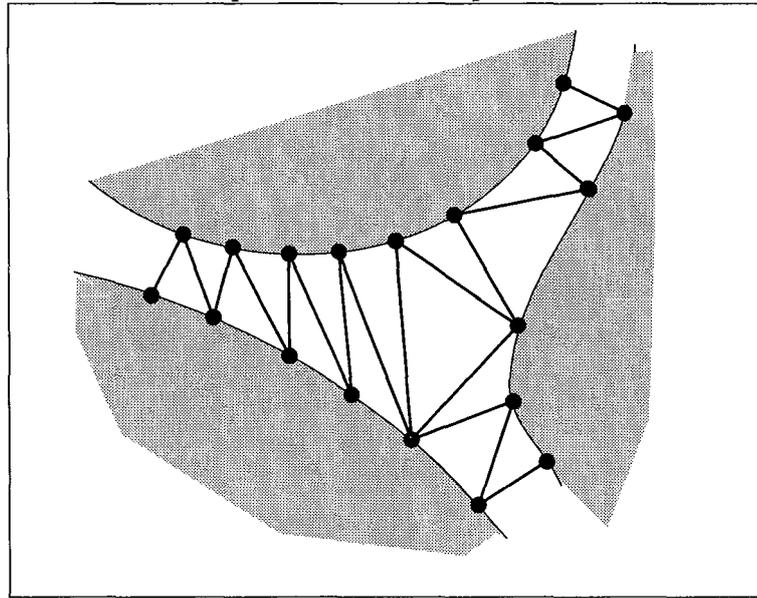


Figure 3-16 : La fermeture des trous

### 3.2.1.3 L'utilisation d'un diagramme de VORONOÏ

Un trou peut se caractériser comme un manque d'information. Boucher un trou revient à assembler les lèvres du trou entre elles. On peut faire un raisonnement similaire pour les régions d'un macro-modèle du sous-sol. En effet, s'il existe une fuite entre deux régions, cela est probablement dû à l'oubli d'une relation d'adjacence voir d'un manque d'information. Pour résoudre ce problème, il existe une solution qui consiste à rechercher les relations de proximité entre les triangles de toutes les surfaces en utilisant un diagramme de VORONOÏ (voir figure 3-17, cf [Bois93], [Bois95], [Bois96]). On peut comparer le comportement de cette méthode à l'utilisation de la mousse expansive pour remplir l'espace d'une cavité.

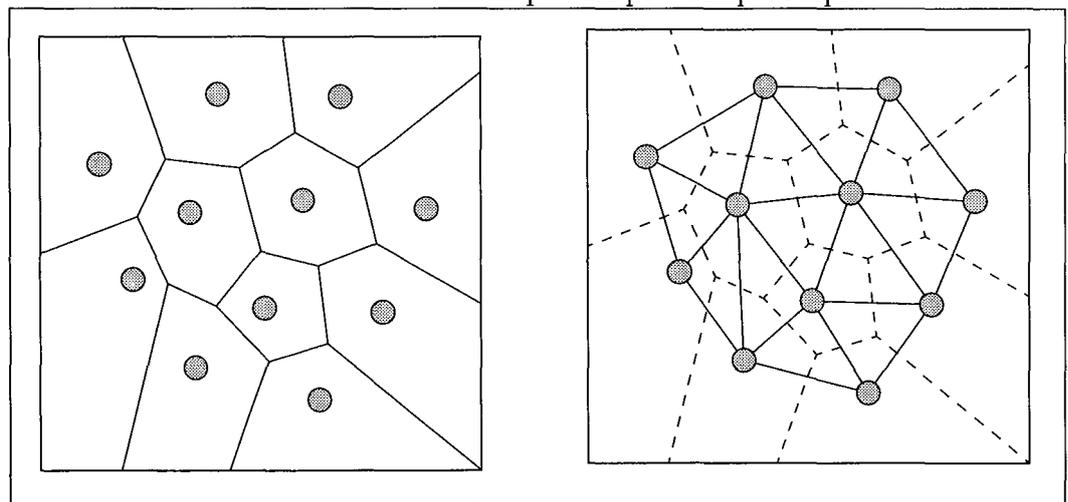


Figure 3-17 : Diagramme de Voronoï et triangulation de Delaunay

### 3.2.2 Une méthode d'interpolation adaptée aux objets naturels : D.S.I.

La méthode d'interpolation D.S.I. (« Discrete Smooth Interpolation »), élaborée à la fin des années 1980 par MALLET (cf. [Mall89] et [Mall92]), est le cœur mathématique du projet Gocad. Elle se caractérise principalement par:

- *son aspect discret*. Plutôt que de proposer, comme les méthodes classiques d'interpolation, des valeurs  $z(x, y)$  interpolées sur la base d'un ensemble de  $n$  valeurs  $z_i$  connues en  $n$  positions  $(x_i, y_i)$ , elle va interpoler les valeurs  $(x, y, z)$  des nœuds libres d'un graphe spatial à partir des valeurs  $(x, y, z)$  connues sur des nœuds dits de contrôle de ce même graphe.

Grâce à cet aspect discret, D.S.I. est particulièrement bien adaptée aux interpolations sur un maillage, qu'il s'agisse d'un complexe simplicial ou d'une grille régulière ; de plus, cette méthode peut travailler sur des maillages surfaciques, dans l'espace, et multi-valués en  $z$ .

À noter que D.S.I. peut, malgré sa présentation discrète, servir à la modélisation d'objets géométriques continus. Elle sera utilisée alors pour « régler » le maillage de contrôle d'éléments qui ne seront plus linéaires.

- *sa capacité à prendre en compte des contraintes hétérogènes*. Une interpolation de type D.S.I. est contrôlée par deux types de contraintes : les contraintes de l'interpolation pure, prioritaires, posées par la présence de nœuds de contrôle ; et des contraintes diverses et variées, qui seront respectées au sens des moindres carrés si elles sont contradictoires, comme l'attraction d'un point par un autre, le maintien d'un vecteur entre deux points « libres », le maintien du bord d'une surface sur une autre surface... La figure 3-18 illustre ce type de contraintes hétérogènes sur un cas synthétique simple correspondant à la modélisation d'une bulle de sel.

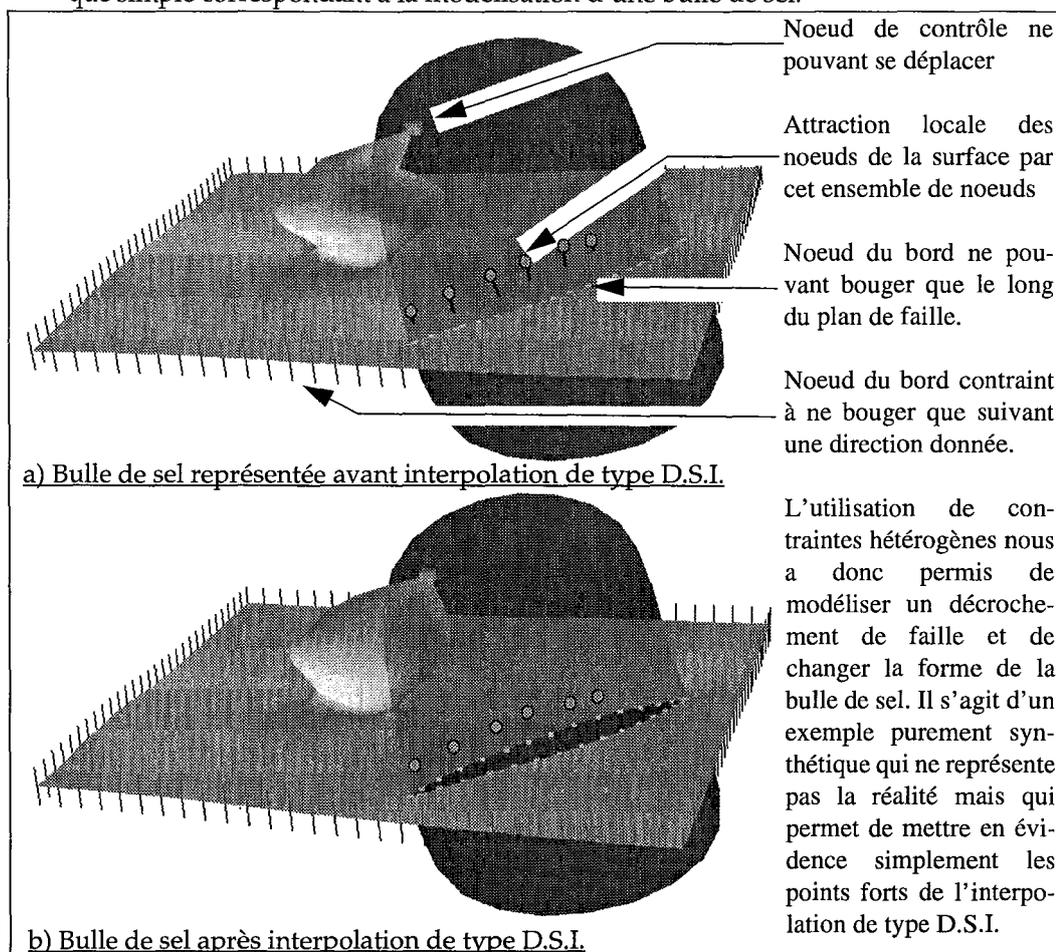


Figure 3-18 : L'interpolation de type D.S.I

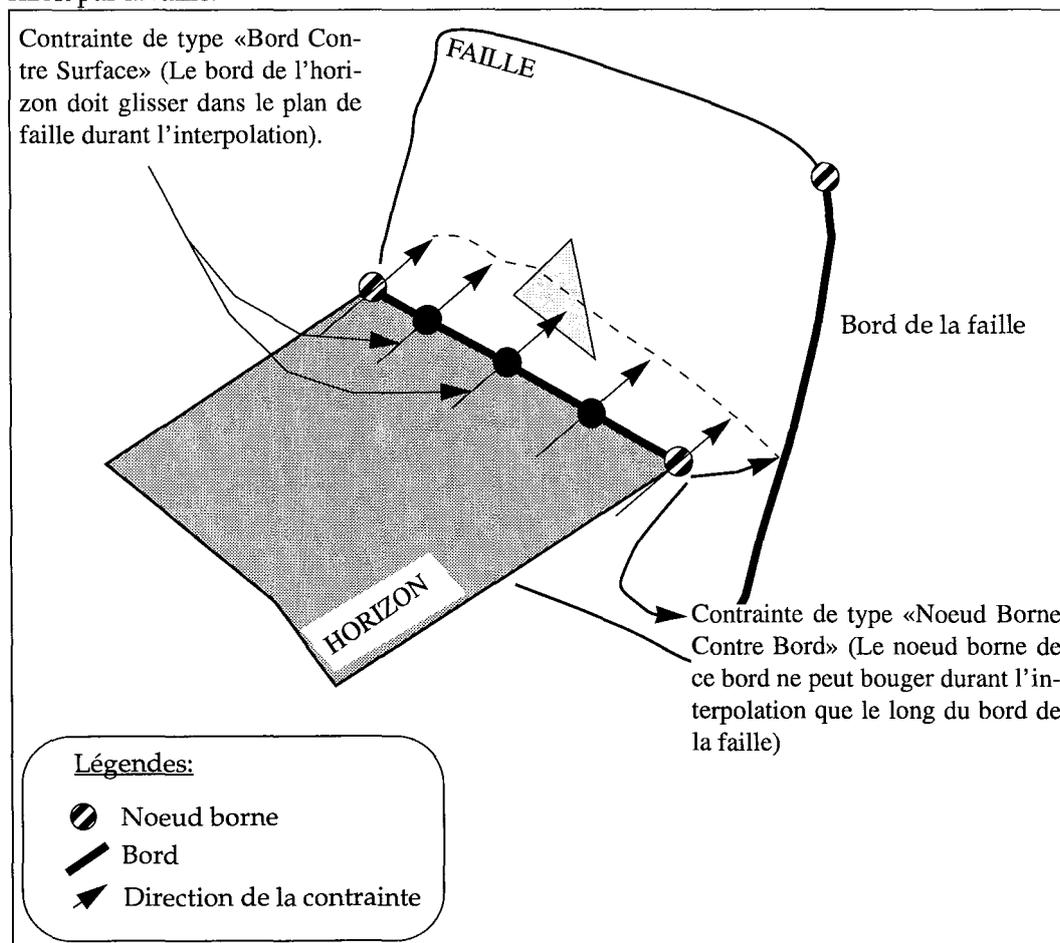
Pour de plus amples informations et pour avoir une comparaison de D.S.I. avec d'autres outils mathématiques, le mémoire de thèse de P. SAMSON sera intéressant à lire (cf. [Sams96]) ; le mémoire de thèse de R. COGNOT (cf. [Cogn96]) est quant à lui entièrement consacré aux problèmes posés par l'implantation et l'optimisation de D.S.I.

### 3.2.3 Le concept

Nous avons tenu à introduire dans la section précédente la notion d'interpolation de type D.S.I. car elle a conditionné le concept du découpage contraint. Plus précisément, ce sont certaines des contraintes hétérogènes utilisées durant l'interpolation pour modéliser des contacts faille/faille ou horizon/faille qui nous intéressent tout particulièrement. Ces contraintes sont de deux types (voir figure 3-19):

- les contraintes dites «Bord Contre Surface»: Le bord d'une surface ne peut bouger que dans le plan d'une autre surface. Autrement dit, ce bord de surface est contraint à glisser dans le plan de l'autre surface durant l'interpolation. Cette contrainte permet donc de matérialiser le contact existant entre deux objets géologiques.
- les contraintes dites «Noeud Borne Contre Bord»: Un bord est délimité par ses deux noeuds extrêmes appelés «noeuds bornes». Ainsi, cette contrainte force un noeud borne à ne bouger que le long du bord d'une autre surface. Autrement dit, ce noeud borne est contraint de glisser sur la ligne de bord de l'autre surface durant l'interpolation. Cette contrainte permet donc de contrôler l'extension de ce bord. Elle est très utile dans les cas où une faille se termine à l'intérieur d'un horizon (voir figure 3-15).

Sur la figure 3-19, nous avons représenté le bord de l'horizon avec ses contraintes avant interpolation pour mettre en évidence les directions d'attraction des points du bord de l'horizon par la faille.



**Figure 3-19 : Les contraintes «Bord Contre Surface» et «Noeud Borne Contre Bord»**

Ces deux contraintes contiennent comme information une direction de projection permettant d'obtenir un point d'impact issu de l'intersection entre la direction de projection et un des triangles de la faille. Grâce à cette information, durant une interpolation, la distance

existant entre le noeud du bord de l'horizon et son point d'impact sur la faille est minimisée au sens des moindres carrés (voir figure 3-20).

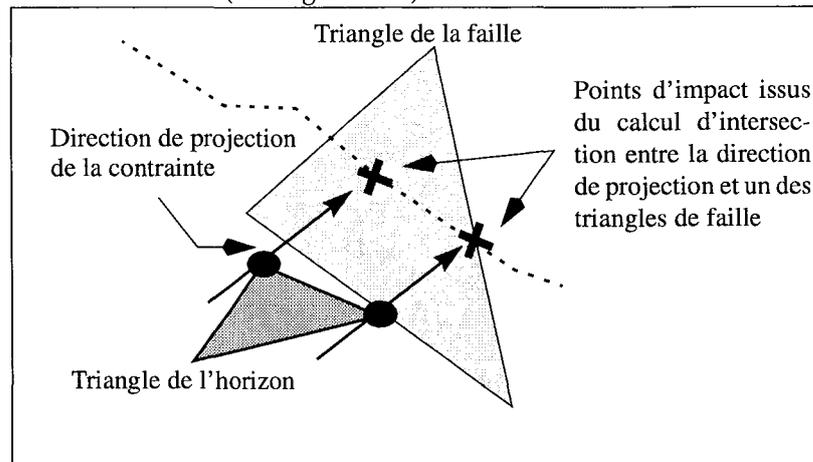


Figure 3-20 : La minimisation de la distance au sens des moindres carrés

Nous présentons maintenant dans la figure 3-22, un horizon au contact d'une faille avant et après interpolation. On peut remarquer qu'après interpolation, il semble que l'horizon soit au contact de la faille et qu'il n'existe plus aucun trou. Ce qui implique que l'on puisse construire le modèle volumique associé sans qu'il y ait de fuites. Et bien ce n'est pas le cas, le fait que les noeuds de l'horizon soient projetés dans le plan de la faille ne garantit pas l'absence de trous. En effet, il existera toujours au moins deux points d'impact consécutifs qui n'appartiennent pas au même triangle. Et donc, si ces deux triangles forment entre eux un angle concave alors un trou est créé, et si l'angle est convexe alors une intersection est générée (voir figure 3-22).

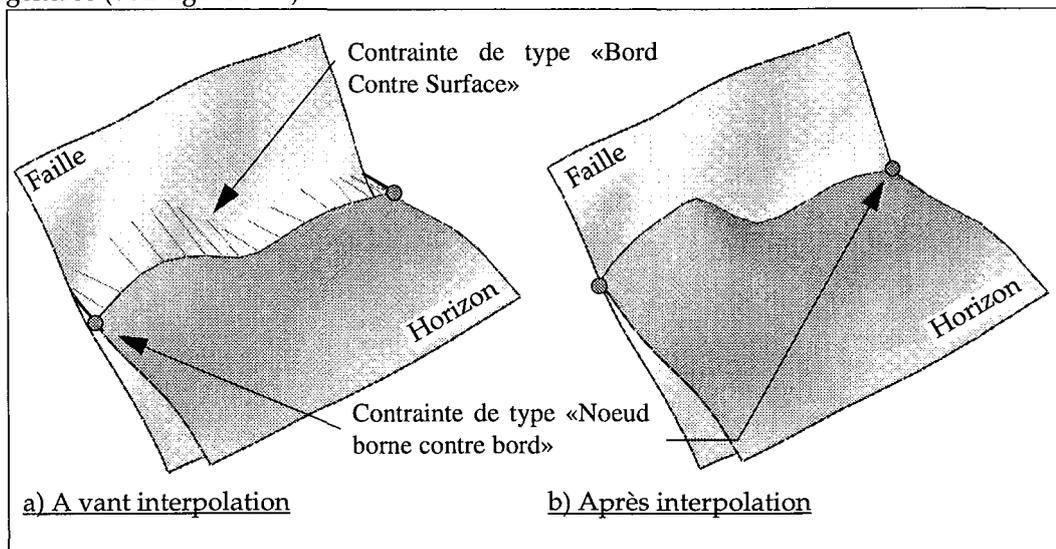


Figure 3-21 : Un contact apparent sans trous

De fait, lors de la construction d'un macro-modèle du sous-sol, l'opération de découpage générera une ligne d'intersection discontinue alors qu'elle devrait être continue (les discontinuités correspondant aux trous). Afin de remédier à ce problème, nous avons développé l'opération de découpage contraint. Elle consiste à utiliser de manière préférentielle l'information des contraintes «Bord Contre Surface» et «Noeud Borne Contre Bord» quand elle existe pour générer une intersection continue. En l'absence de ces contraintes, on aura recours au calcul d'intersection franche. La co-existence entre la génération d'intersection avec contraintes et la génération d'intersection franche sera étudiée un peu plus loin dans une section indépendante car elle ne se fait pas de manière aisée.

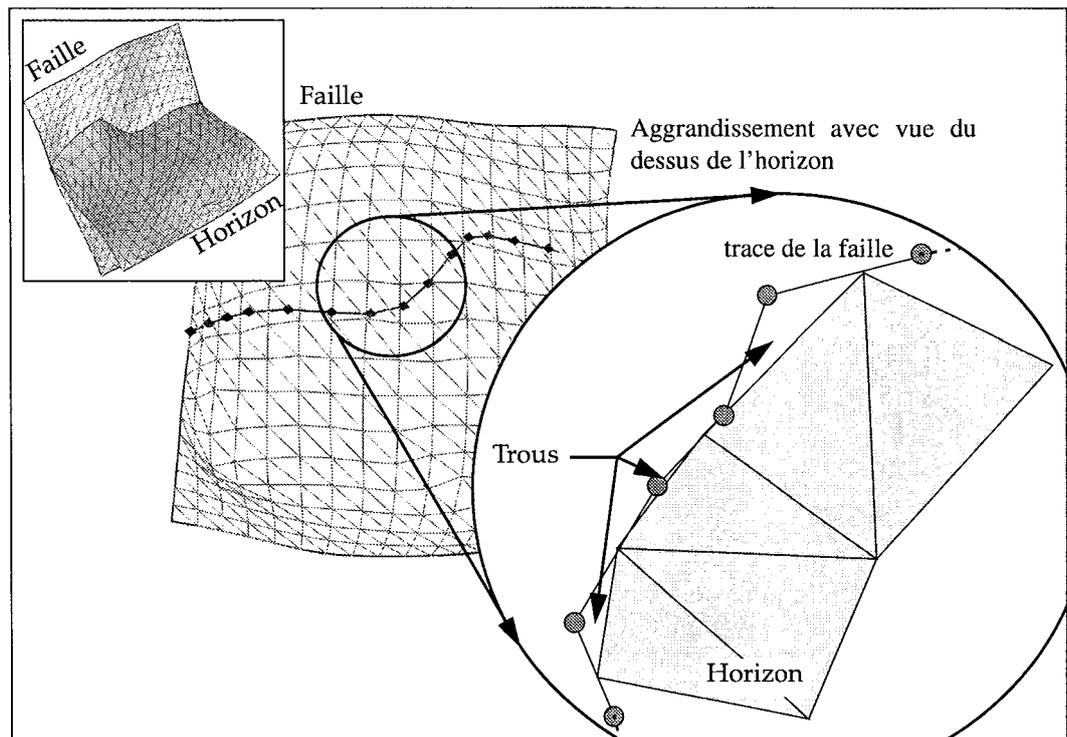


Figure 3-22 : La présence de trous

En conclusion, le concept du découpage contraint doit avoir les mêmes propriétés que le découpage d'intersection franche, c'est à dire générer un contact qui soit partagé topologiquement et géométriquement par l'ensemble des surfaces. La principale différence se fait dans **l'utilisation des contraintes pour obtenir une ligne d'intersection continue** (voir figure 3-23 et figure 3-24). Le déroulement de cet algorithme est similaire dans ses grandes lignes à l'opération de découpage d'intersection franche. Dans l'exposé qui suit, nous n'allons soulever que les principales différences et détailler trois phases qui nous semblent être les phases clés de notre algorithme:

- le calcul continu des lignes d'intersection,
- la gestion des points singuliers et des points de bords,
- l'incompatibilité entre le découpage d'intersection franche et le découpage contraint.

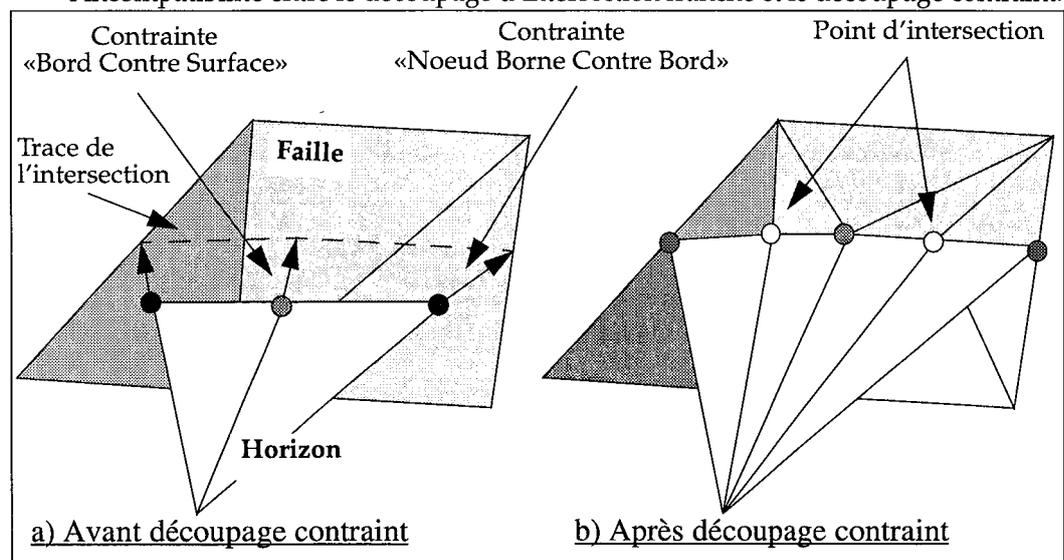


Figure 3-23 : Le principe général du découpage contraint

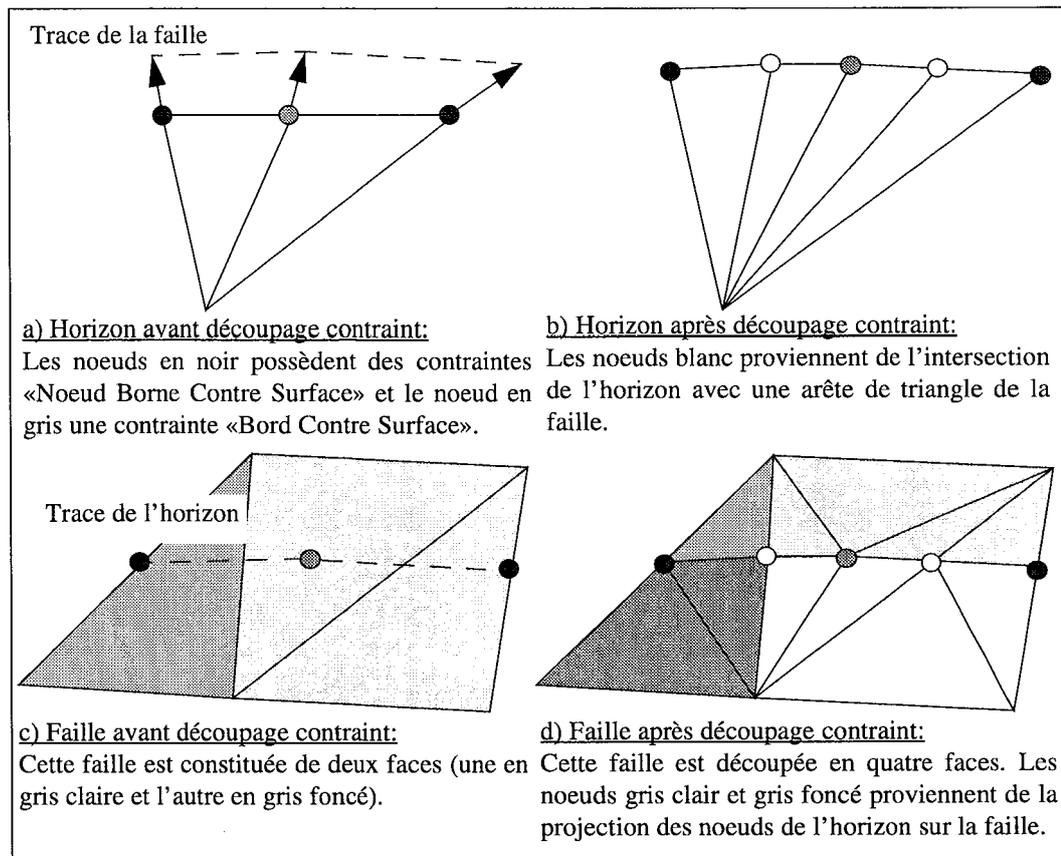


Figure 3-24 : Vue détaillée du découpage contraint des surfaces

### 3.2.4 Le calcul continu des lignes d'intersection

Ce calcul se fait sans avoir recours à l'utilisation d'un arbre octal. Nous allons à partir de deux noeuds consécutifs du bord d'une surface, utiliser l'information de leurs contraintes pour générer l'intersection. Comme nous l'avons vu précédemment, l'information d'une contrainte pour chaque noeud se décompose en un triangle d'impact et un point d'impact. On peut ainsi reformuler le problème du calcul continu des lignes d'intersection sous la forme de **la recherche du chemin de triangles pour aller d'un point d'impact à un autre**.

Comme pour l'opération de découpage, nous avons un ensemble de surfaces coupées et un ensemble de surfaces coupantes. Toutefois dans ce cas, toutes les surfaces coupées sont des surfaces coupantes. C'est à dire que toutes les surfaces seront modifiées, ce qui permet de garantir la fermeture des trous.

Nous allons itérer sur tous les bords de l'ensemble des surfaces et ne retenir que ceux qui possèdent des contraintes du type «Bord Contre Surface». Pour chacun des bords retenus, nous parcourons l'ensemble de ses arêtes respectives et recherchons pour chaque arête le chemin de triangles pour aller d'un point d'impact à un autre afin de générer la ligne d'intersection.

Ce calcul continu de la ligne d'intersection à partir d'une arête de bord donnée, se décompose en trois étapes:

- la création d'une information topologique pour chaque point d'impact: comme pour l'opération de découpage, il nous faut à partir des points d'impact et des triangles d'impact issus des contraintes, générer l'information topologique correspondante.
- la recherche d'un chemin pour aller d'un triangle d'impact à un autre: Avant de pouvoir calculer et générer les segments d'intersection, il nous faut trouver un chemin nous permettant à partir d'un triangle donné d'en atteindre un autre. En l'absence de

chemin, l'étape suivante est court-circuitée car il n'est pas possible de générer une intersection continue.

- la génération des segments d'intersection: Le calcul des segments d'intersection se fait à partir du chemin de triangles.

#### 3.2.4.1 La création d'une information topologique pour chaque point d'impact

Comme nous l'avons vu précédemment, il faut que l'information soit dupliquée afin que l'on ait une unicité de plongements (voir section 3.1.4.2, page 71). Par conséquent, le point d'impact est dupliqué afin d'être plongé dans chacune de ses surfaces respectives. La surface d'impact est appelée le «contrôleur» (car cette surface par le biais des contraintes «Bord Contre Surface» contrôle le glissement du bord). Et par analogie, l'autre surface sera dénommée la «surface contrôlée».

L'information topologique du point d'impact plongé dans la surface contrôlée est toujours de la forme  $Topo\_point(i, j, 0)$  avec  $j \in \{1, 2, 3\}$ . C'est à dire que le point d'impact de la surface contrôlée correspond toujours à un sommet de triangle. Ce qui s'explique car le point d'impact est issu de la projection d'une des extrémités d'arête de bord et donc d'un sommet de triangle de la surface contrôlée sur la surface contrôleur. Il est à noter que la position géométrique du point d'impact est sensiblement différente de la position géométrique du sommet de triangle car l'interpolation de type D.S.I. a minimisé la distance les séparant au sens des moindres carrés.

L'information topologique du point d'impact dupliqué plongé dans la surface contrôleur peut avoir n'importe quelle forme. Pour déterminer si ce point est à l'intérieur d'un triangle, sur une arête ou sur un sommet, nous utilisons un disque de tolérance centré sur ce point d'impact. Par ordre de priorité, nous recherchons si ce disque contient un des sommets du triangle d'impact. Si c'est le cas, il ne reste qu'à générer un point topologique du type  $Topo\_point(i, j, 0)$  avec  $j \in \{1, 2, 3\}$ . Si aucun sommet n'est contenu dans le disque de tolérance, nous recherchons si une arête du triangle d'impact intersecte ce disque. Dans cette hypothèse, nous générons un point topologique du type  $Topo\_point(i, 0, k)$  avec  $k \in \{1, 2, 3\}$ . Si ce point d'impact ne répond à aucune des deux hypothèses, alors il se trouve forcément à l'intérieur du triangle.

Ce test peut être écourté quand ce point d'impact provient d'une contrainte de type «Noeud Borne Contre Bord». Cette contrainte contient une information supplémentaire essentielle, le noeud borne doit glisser le long du bord de la surface contrôleur. Ce qui implique que le point d'impact plongé dans la surface contrôleur est forcément sur une arête de bord. Il reste toutefois à vérifier si ce point d'impact ne se trouve pas sur une des extrémités de l'arête.

#### 3.2.4.2 La recherche d'un chemin pour aller d'un triangle impact donné à un autre

Cette étape consiste à trouver un chemin de triangles permettant d'aller d'un triangle impact  $TrglImpact_1$  donné à un autre triangle impact  $TrglImpact_2$  en utilisant les connectivités de la surface contrôleur et en vérifiant à tout moment que les triangles de ce chemin soient bien intersectés par un plan  $\mathcal{P}$

D'abord, nous allons présenter le premier mode de calcul envisagé pour définir ce plan  $\mathcal{P}$  et les raisons pour lesquelles nous l'avons abandonné au profit d'un deuxième mode de calcul plus cohérent.

Le premier mode de calcul envisagé pour définir ce plan  $\mathcal{P}$  est basé sur le **pendage local de la surface contrôlée**. C'est à dire que les trois points définissant ce plan  $\mathcal{P}$  correspondent aux sommets du triangle associé à l'arête de bord étudiée de la surface contrôlée. Ce mode de calcul a été abandonné pour deux raisons essentielles (voir figure 3-25):

- le pendage local de la surface contrôlée change de manière trop brusque d'une arête de bord à une autre. En fait, l'utilisation des contraintes nous permet d'obtenir un contact apparent sans trous. Ce contact apparent est constitué de trous et d'intersections. L'utilisation du pendage local au niveau des intersections génère une ligne

d'intersection morcelée et brisée. La ligne polygonale n'est pas tendue entre les deux extrémités de l'arête du bord.

- dans les configurations de type «concave», l'utilisation du pendage local de la surface contrôlée génère une ligne d'intersection qui pénètre à l'intérieur de la concavité. La forme résultante de la ligne d'intersection peut être comparée au «V» formé par les courbes de niveaux sur une carte géologique au sein d'entités de type synclinal. L'inconvénient des configurations de type «concave» est que si le pendage local est trop fort, il se peut qu'il ne soit pas possible de trouver un chemin et donc dans ce cas de calculer une ligne d'intersection alors que l'on a deux triangles d'impact. Il s'agit du cas e) de la figure 3-25.

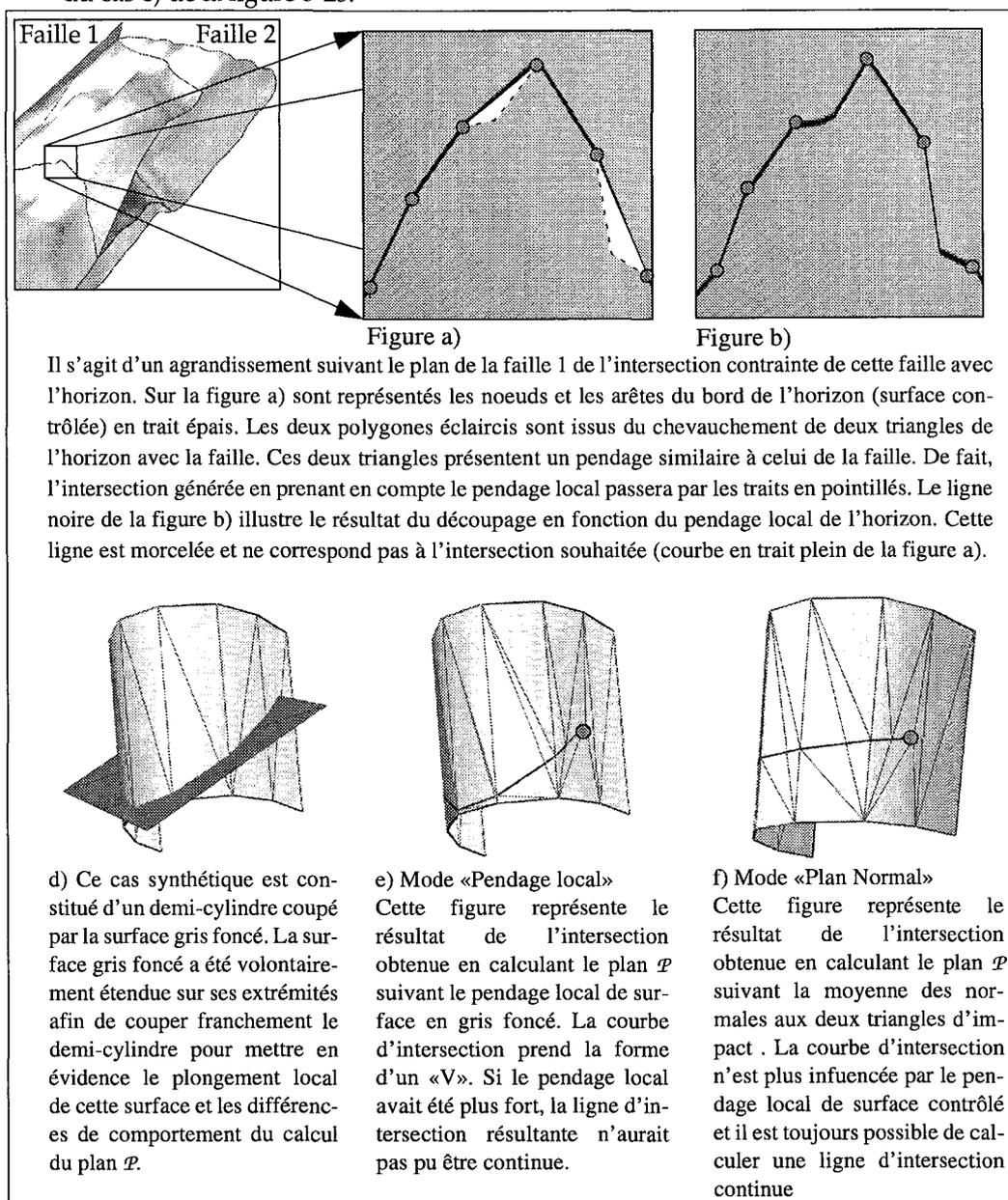


Figure 3-25 : Utilisation du plan  $\mathcal{P}$  pour calculer les intersections

Pour résoudre ces problèmes, nous avons envisagé un deuxième mode de calcul pour définir le plan  $\mathcal{P}$ . Celui-ci est basé sur l'étude des normales locales à la surface contrôlée. Il est défini par:

- une origine correspondant à une des extrémités de l'arête de bord étudiée de la surface contrôlée,

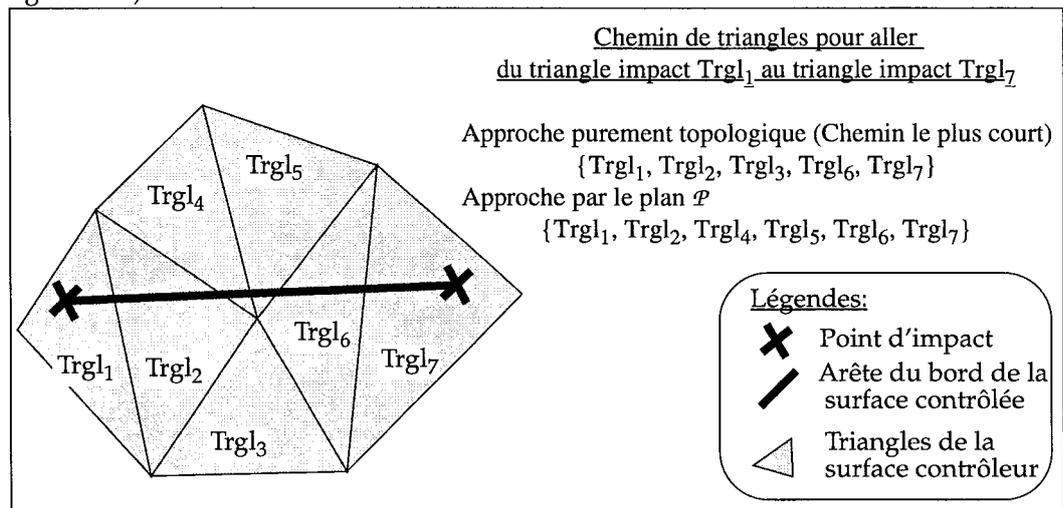
- un premier vecteur correspondant à l'arête de bord étudiée de la surface contrôlée,
- un deuxième vecteur correspondant à la somme des normales aux triangles d'impacts  $TrglImpact_1$  et  $TrglImpact_2$  divisée par deux.

$$\vec{V} = \frac{\overrightarrow{NormaleTrglImpact_1} + \overrightarrow{NormaleTrglImpact_2}}{2}$$

Ce deuxième mode de calcul permet de calculer le chemin le plus court pour aller d'un point d'impact à un autre. Cela revient à tendre un fil entre les deux points d'impact et à le projeter suivant la normale locale à la surface. L'utilisation de la moyenne des normales aux deux triangles d'impact permet (voir figure 3-25):

- de toujours trouver une intersection même si le pendage local de la surface contrôlée est trop important dans les configurations de type «concave»,
- d'atténuer le morçèlement de la ligne d'intersection. La ligne d'intersection est tendue entre les deux points d'impact.

Nous avons recours à l'utilisation du plan  $\mathcal{P}$  pour trouver le chemin de triangles pour aller d'un triangle d'impact donné vers un autre car une approche purement topologique n'était pas satisfaisante. En effet, le chemin le plus court pour aller d'un triangle d'impact à un autre dans un graphe de triangles ne correspond pas forcément à l'intersection désirée (voir figure 3-26).



**Figure 3-26 : Chemin le plus court au sein d'un graphe de triangles**

Cet algorithme de recherche du chemin pour aller d'un triangle d'impact à un autre est basé sur un mécanisme dichotomique de front de propagation et sur l'utilisation d'un prédicat géométrique pour déterminer la position d'un point par rapport à un plan. Ce prédicat est basé sur le principe d'une arithmétique flottante à précision adaptable (cf [Shew96]).

Cet algorithme se décompose en trois phases (voir figure 3-27):

- l'initiation de deux fronts d'ondes: Un front d'onde est créé pour chaque triangle impact ( $TrglImpact_1$  et  $TrglImpact_2$ ). Ainsi, un front d'onde à l'état initial ne comporte qu'un seul triangle mais au cours de la récursivité, il peut en contenir plus d'un.
- la propagation des deux fronts d'ondes: Pour propager un front d'onde, nous utilisons le voisinage des triangles entre eux. Ce voisinage peut être défini soit par deux triangles connexes ayant une arête en commun, soit par deux triangles non connexes mais partageant géométriquement une de leur arête. Cette notion de voisinage est très importante. Les deux triangles d'impact  $TrglImpact_1$  et  $TrglImpact_2$  doivent appartenir à la même surface mais pas forcément à la même face. Toutefois, pour être capable à partir du triangle  $TrglImpact_1$  de rejoindre le triangle  $TrglImpact_2$ , il faut que les

contacts entre faces soient partagés topologiquement et géométriquement de manière à être capable de passer d'un triangle du bord d'une face donnée au triangle de la face voisine.

Ainsi, pour chaque triangle  $\mathcal{T}$  du front d'onde, on regarde si, au niveau de chacune de ses arêtes un triangle voisin existe et si l'on peut passer sur celui-ci. Cette propagation ne peut se faire que si l'arête partagée, par le triangle  $\mathcal{T}$  et le triangle voisin, a ses deux extrémités qui sont de part et d'autre du plan  $\mathcal{P}$ . Si une des extrémités de l'arête partagée appartient au plan  $\mathcal{P}$  alors le front d'onde se propage à l'ensemble des triangles ayant un sommet à la même position géométrique que l'extrémité de l'arête contenu dans ce plan  $\mathcal{P}$ .

- la vérification de la non-interférence des deux fronts d'ondes: A tout moment lors de la propagation, les deux fronts d'ondes peuvent se rencontrer. Lorsqu'une interférence est détectée, c'est à dire que l'intersection entre les deux fronts d'ondes est non nulle, alors on obtient un des triangles du chemin. Dans ce cas, on cesse la propagation des deux fronts d'ondes et recommence deux nouvelles recherches de chemin:

- pour aller du triangle  $TrgImpact_1$  vers le triangle issu de l'intersection entre les deux fronts d'ondes,
- pour aller du triangle  $TrgImpact_2$  vers le triangle issu de l'intersection entre les deux fronts d'ondes.

Cette dernière étape constitue l'aspect dichotomique de l'algorithme. Il s'arrête lorsque les deux fronts d'ondes sont les mêmes. Au final, l'intersection successive des différents fronts d'ondes nous a permis d'obtenir l'ensemble des triangles du chemin.

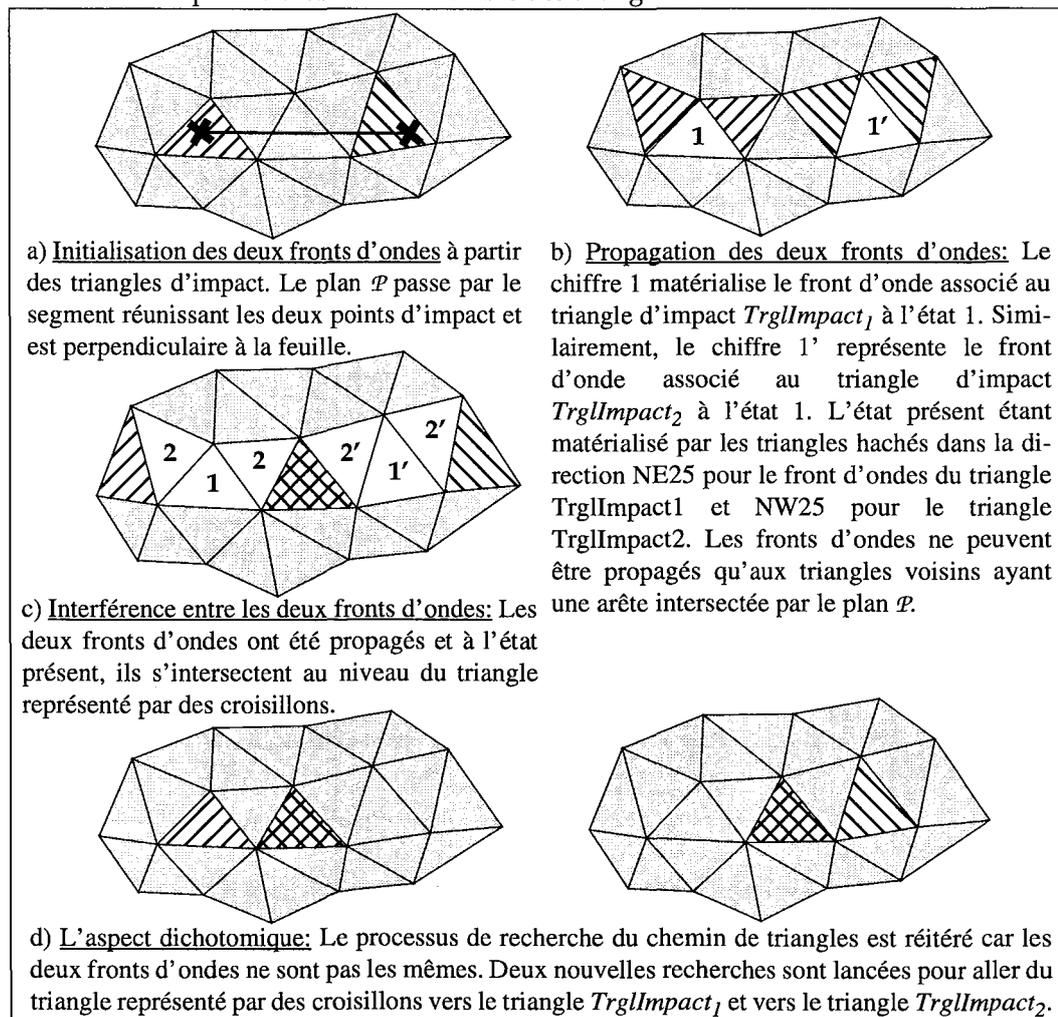


Figure 3-27 : La propagation des fronts d'ondes

### 3.2.4.3 La génération des segments d'intersection avec leurs informations topologiques

L'obtention d'un chemin de triangles non vide permet de garantir l'existence d'une intersection. Il ne reste donc plus qu'à générer l'intersection du chemin de triangles avec le plan  $\mathcal{P}$  précédemment défini. Contrairement à l'opération de découpage, où un point d'intersection au niveau d'une arête était calculé deux fois (voir section 3.1.4.2, page 71), cette étape ne calcule qu'une seule fois un point d'intersection. On peut mieux comprendre ce mécanisme en prenant un exemple simple illustré dans la figure 3-28. On doit générer une ligne d'intersection qui doit aller du point d'impact 1 pour aboutir au point d'impact 2. Dès le début se pose le problème de l'orientation du départ « Dans quel sens doit-on couper le triangle d'impact  $TrglImpact_1$  pour se rapprocher du triangle d'impact  $TrglImpact_2$  ? » Pour résoudre cette ambiguïté, il suffit d'utiliser le chemin de triangles précédemment calculé. En partant du point d'impact 1, on regarde si le triangle voisin suivant une des arêtes du triangle d'impact  $TrglImpact_1$  est contenu dans le chemin de triangle. Si c'est le cas, on calcule l'intersection de cette arête du triangle d'impact 1 avec le plan  $\mathcal{P}$  et on génère un segment passant par cette intersection et le point d'impact 1. Puis, on réitère ce procédé en se déplaçant sur le triangle voisin en prenant cette fois-ci comme nouveau point d'impact le point d'intersection précédemment calculé et comme triangle d'impact le triangle voisin. Lorsque l'on atteint le point d'impact 2, on a créé l'ensemble des segments correspondant à l'intersection contrainte de l'arête du bord de la surface contrôlée.

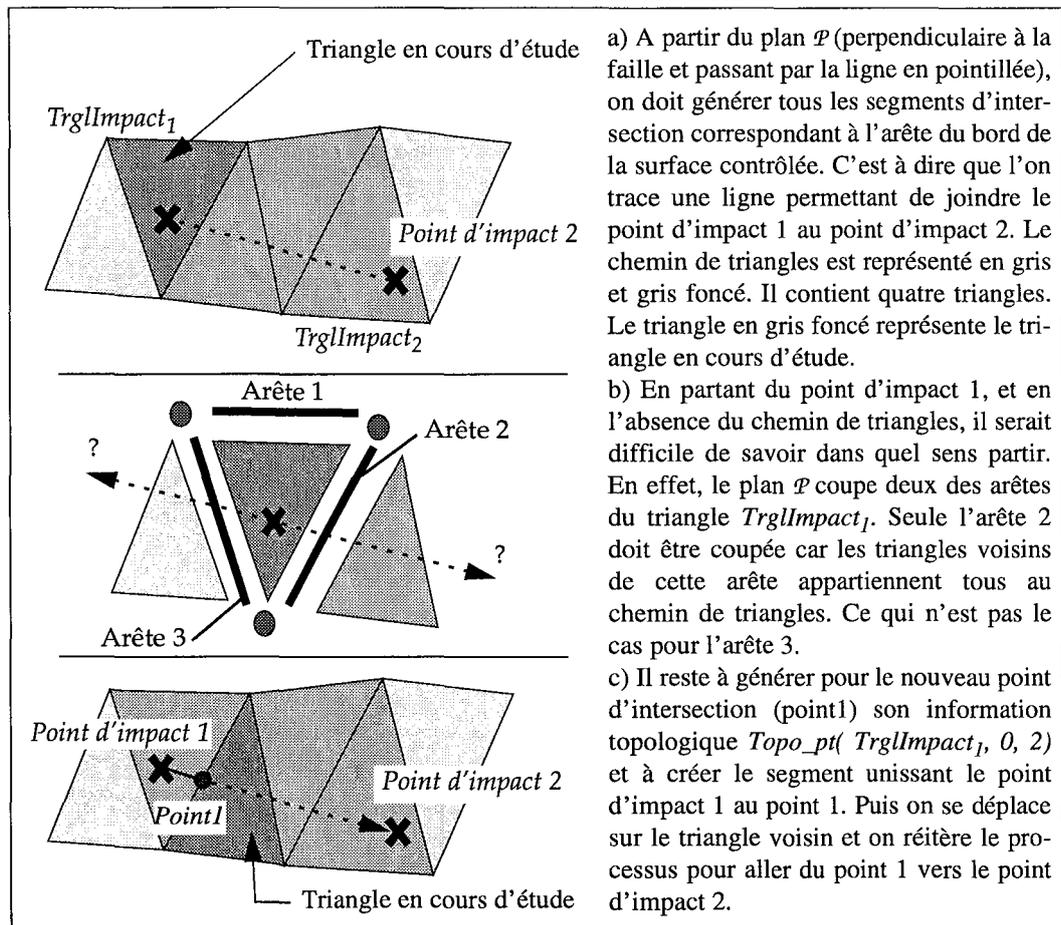


Figure 3-28 : La génération des segments d'intersection

### 3.2.5 Gestion des points singuliers et des points de bord

Dans cette section, nous allons dans un premier temps introduire la notion de points singuliers et présenter le système de gestion qui leur est associé. Puis dans un deuxième temps, nous définirons ce que l'on appelle un point de bord et détaillerons le mécanisme de leur prise en charge. Pour terminer, nous présenterons une application de l'utilisation

des contraintes pour gérer la création des points triples dans la modélisation surfacique d'un horizon avec un réseau de failles.

### 3.2.5.1 Les points singuliers

Un **point singulier** provient de l'intersection d'au moins trois triangles en un seul et unique point. Quand seuls trois triangles s'intersectent, ce point singulier est appelé un **point triple**. Il est pratiquement impossible de détecter un point singulier au cours des premières étapes de l'opération de découpage d'intersection franche. En effet, les calculs d'intersection entre triangles se faisant deux à deux, un point singulier ne peut être matérialisé qu'au cours de la recherche d'intersection entre les lignes et l'opération de regroupement de points. De fait, le regroupement de points singuliers permet de ne créer qu'un seul point singulier de niveau plus élevé. Le non-regroupement de points singuliers se caractérise par des amas de points singuliers de plus bas niveau, c'est à dire de points singuliers triples. Ce qui provoque localement la création d'une triangulation de très mauvaise qualité (présence de triangles d'aire quasiment nulle) (voir figure 3-29).

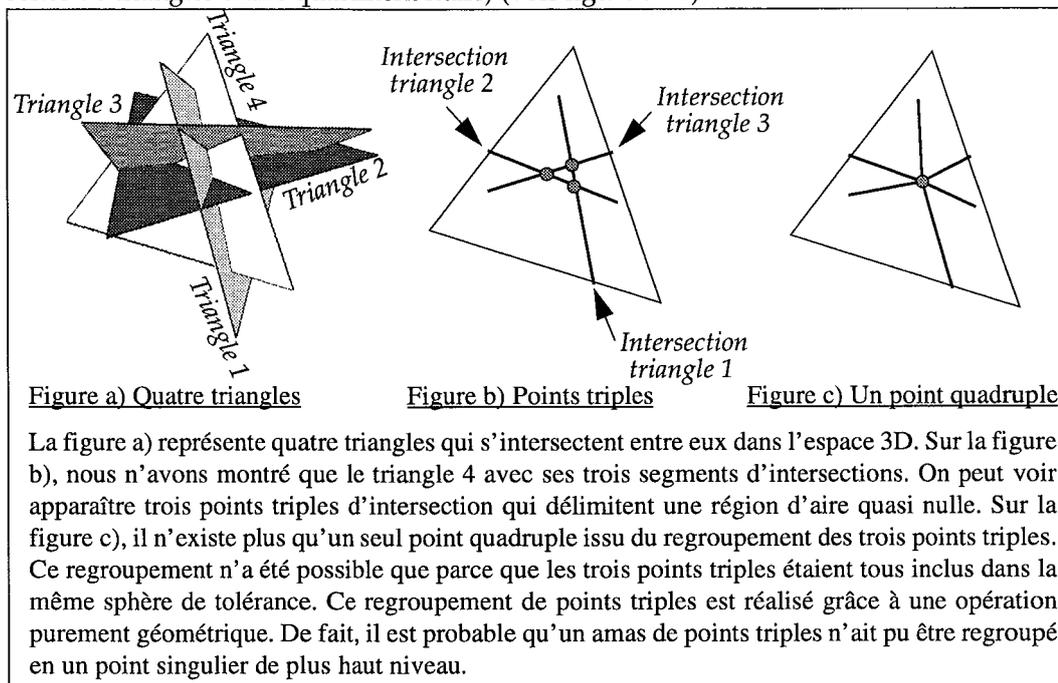


Figure 3-29 : Exemple de point singulier

L'utilisation des contraintes dans le découpage modifie complètement la gestion des points singuliers, et tout particulièrement la gestion des points triples. En effet, le couplage d'une contrainte de type «Noeud Borne Contre Bord» avec une contrainte de type «Bord Contre Surface» nous renseigne sur l'existence d'un point triple avant même le calcul d'intersection entre les lignes. Il faut donc garantir la création des points triples au niveau de ces noeuds borne et s'assurer de la cohérence du contact des lignes d'intersection entre elles. D'après la figure 3-30, la bonne création du point triple dépend du choix de la projection du noeud borne sur les différentes failles et de la cohérence de la jonction entre les lignes d'intersections correspondant à l'intersection du bord 1 avec la faille 1 et du bord 2 avec la faille 2.

Cette gestion de l'intersection contrainte d'un noeud borne soulève deux problèmes:

- le choix du point d'impact et de son information topologique correspondante,
- la création du point triple et la cohérence de la jonction.

#### a) Le choix du point d'impact et de son information topologique correspondante

Un noeud borne correspond à l'extrémité d'un bord. Il réalise donc la jonction entre deux bords connexes. Il est donc possible que chacun des deux bords soit associé à une contrainte

de type «Bord Contre Surface». Dans ce cas, le noeud borne aura deux directions de projection possibles (la figure 3-30 illustre déjà ce cas):

- l'une correspondant à la direction *Direction1* de projection du premier bord sur la surface contrôleur *Faille1*.
- et l'autre correspondant à la direction *Direction2* de projection du deuxième bord sur l'autre surface contrôleur *Faille2*.

De plus, il existe une troisième direction *Direction3* de projection correspondant à la contrainte de type «Noeud Borne Contre Bord *Faille2*». De fait, ce noeud borne doit glisser le long du bord de la surface contrôleur *Faille2*.

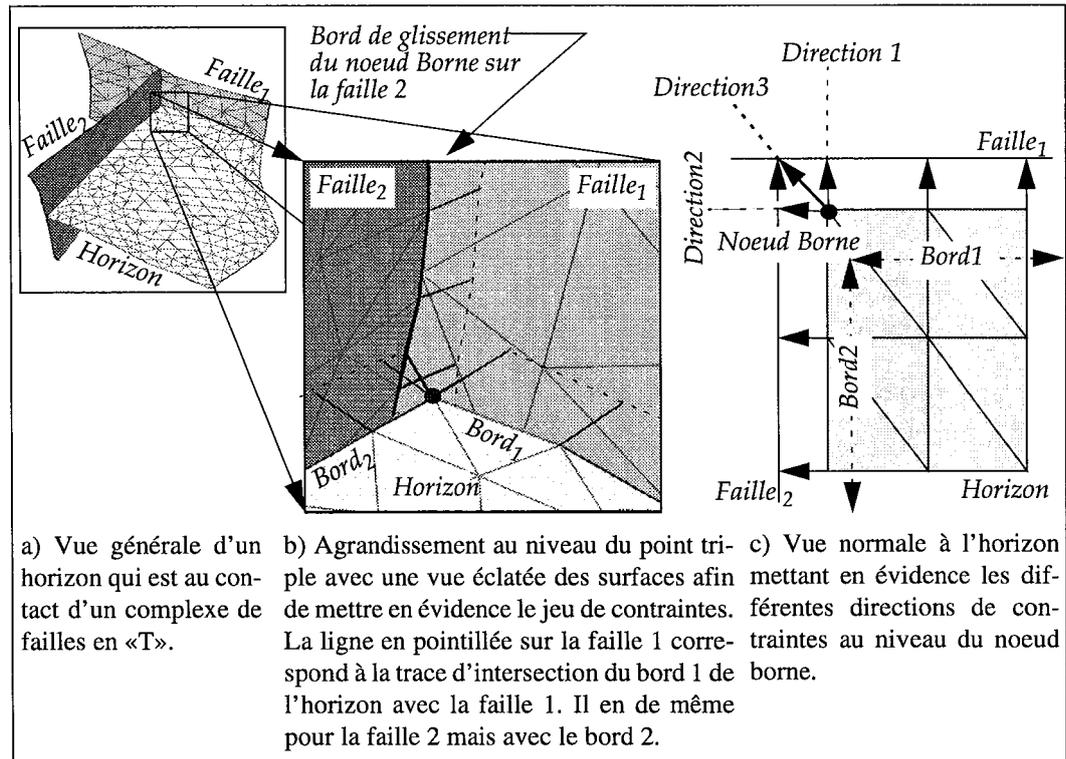


Figure 3-30 : Les points triples et les contraintes

Ainsi, il est fréquent d'obtenir jusqu'à trois points d'impact différents pour un même noeud borne. Le **choix définitif de la position géométrique** de ce noeud borne ne peut se faire qu'en prenant en compte l'information des contraintes dans un ordre spécifique. Il est indispensable de déterminer cette position dès le début car elle conditionne la définition du plan  $P$  qui sert à générer les lignes d'intersections pour chaque arête du bord.

Une première estimation de cette position géométrique se fait toujours en utilisant le point d'impact de la contrainte de type «Noeud Borne Contre Bord». Cette position géométrique correspond à la position  $Pos_1$  de la figure 3-31.

Dans un deuxième temps, on va affiner cette position  $Pos_1$  en analysant le bord de la surface contrôleur *Faille2* dans lequel le noeud borne est plongé. Si ce bord n'est pas associé à une contrainte de type «Bord Contre Surface», alors la position  $Pos_1$  est la position géométrique définitive du noeud borne. Dans le cas contraire, il va nous falloir affiner la position  $Pos_1$  car le bord de la surface *Faille2* doit être lui aussi découpé en fonction de ses contraintes. Or comme nous l'avons vu dans la section 3.2.4, page 85, au cours de l'opération de découpage, chaque arête du bord de la surface *Faille2* est scindée en une succession de segments correspondant à l'intersection de son plan  $P$  avec son chemin de triangles de la surface contrôleur *Faille1*. De fait, le point géométrique correspondant à la position  $Pos_1$  qui était

initialement calculée comme étant sur une des arêtes du bord de la surface  $Faille_2$  ne l'est plus. Pour mettre à jour cette position  $Pos_1$ ,

1. On récupère l'arête du bord de la surface  $Faille_2$  dans laquelle est plongé le noeud borne.
2. À partir de cette arête, on consulte chacune de ses deux extrémités et on récupère grâce à la contrainte du bord de la surface  $Faille_2$  contre la surface  $Faille_1$ , les triangles d'impact et points d'impact correspondant.
3. On recherche, le chemin de triangles permettant de joindre les deux triangles d'impact de la surface  $Faille_1$ .
4. On consulte ce chemin de triangles et on regarde lequel des triangles est intersecté par la ligne  $\mathcal{L}$ . Cette ligne  $\mathcal{L}$  se définit par une origine qui correspond à la position  $Pos_1$  et un vecteur qui est calculé comme la somme des deux vecteurs normaux aux triangles d'impact divisés par deux:

$$\vec{V} = \frac{(\overrightarrow{NormaleTrgImpact_1Faille_1} + \overrightarrow{NormaleTrgImpact_2Faille_1})}{2}$$

5. Une fois que l'on a obtenu le triangle intersecté par la ligne  $\mathcal{L}$ , la nouvelle position affinée du noeud borne correspond à l'intersection de ce triangle avec la ligne  $\mathcal{L}$ . Il s'agit de la position  $Pos_2$ .

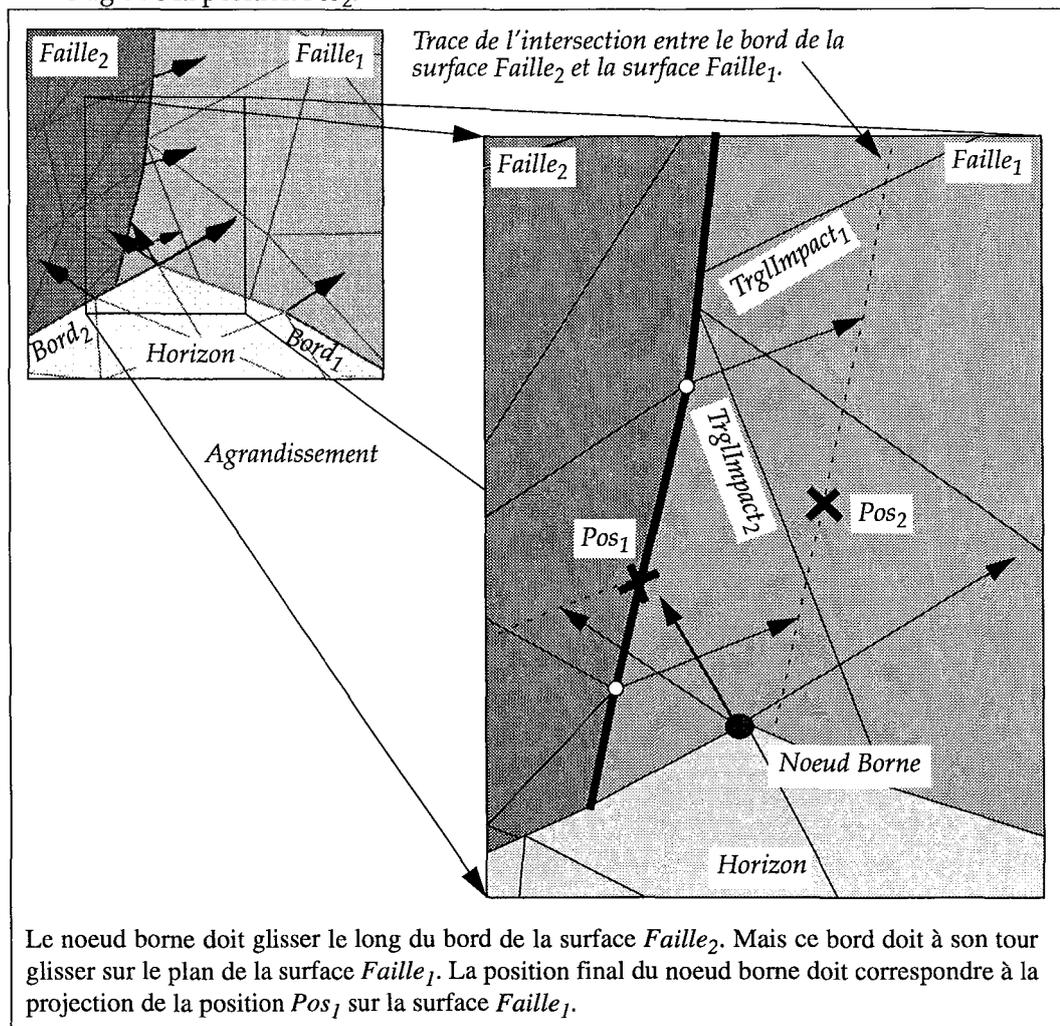


Figure 3-31 : Choix définitif de la position géométrique

Il reste maintenant la mise à jour de l'information topologique correspondante à chacune des surfaces:

- Pour l'horizon, la création du point topologique associé au noeud borne est évidente. Il s'agit déjà d'un sommet de triangle.
- Pour la surface  $Faille_2$ , la création du point topologique s'obtient directement grâce à l'information de la contrainte «Noeud Borne Contre Bord». Le point géométrique se situe sur une arête de bord de triangle (Pour de plus amples détails sur la génération exacte du point topologique, voir section 3.2.4.1, page 86).
- Pour la surface  $Faille_1$ , la création du point topologique n'est pas évidente. L'information topologique n'est obtenue qu'au cours de l'affinage de la position  $Pos_1$  du mécanisme précédent. Il s'agit du triangle intersecté par la ligne  $\mathcal{L}$ . A partir de ce triangle, on recherche si la position  $Pos_2$  se trouve sur un sommet du triangle, une arête ou tout simplement à l'intérieur.

### b) La création du point triple et la cohérence de la jonction

L'étude successive des bords associés à des contraintes implique que les lignes d'intersections seront générées indépendamment les unes des autres. Ainsi, d'après l'exemple de la figure 3-32, trois lignes d'intersections ont été générées:

- l'une correspond au bord  $Bord_1$  de l'horizon avec la surface  $Faille_1$ , elle est notée  $Ligne(Horizon-Faille_1)$ .
- l'autre correspond au bord  $Bord_2$  de l'horizon avec la surface  $Faille_2$ , elle est notée  $Ligne(Horizon-Faille_2)$ .
- la dernière correspond au bord la surface  $Faille_2$  avec la surface  $Faille_1$ , elle est notée  $Ligne(Faille_2-Faille_1)$ .

On peut remarquer qu'il existe un noeud extrémité d'un segment de la ligne d'intersection  $Ligne(Horizon-Faille_1)$  correspondant à la position finale d'impact du noeud borne de l'horizon. Il en est de même pour la ligne d'intersection  $Ligne(Horizon-Faille_2)$ . Quant à la ligne d'intersection  $Ligne(Faille_2-Faille_1)$ , il n'existe aucun noeud correspondant à la position finale d'impact  $Pos_2$  du noeud borne de l'horizon. Cela s'explique par le fait que le bord de la surface  $Faille_2$  qui est contraint sur la surface  $Faille_1$ , ne possède pas à l'origine de noeud qui puisse être projeté exactement à la position finale d'impact  $Pos_2$  du noeud borne de l'horizon. Cependant, l'utilisation de la contrainte de type «Noeud Borne Contre Bord» implique la présence d'un point triple sur les trois lignes d'intersection.

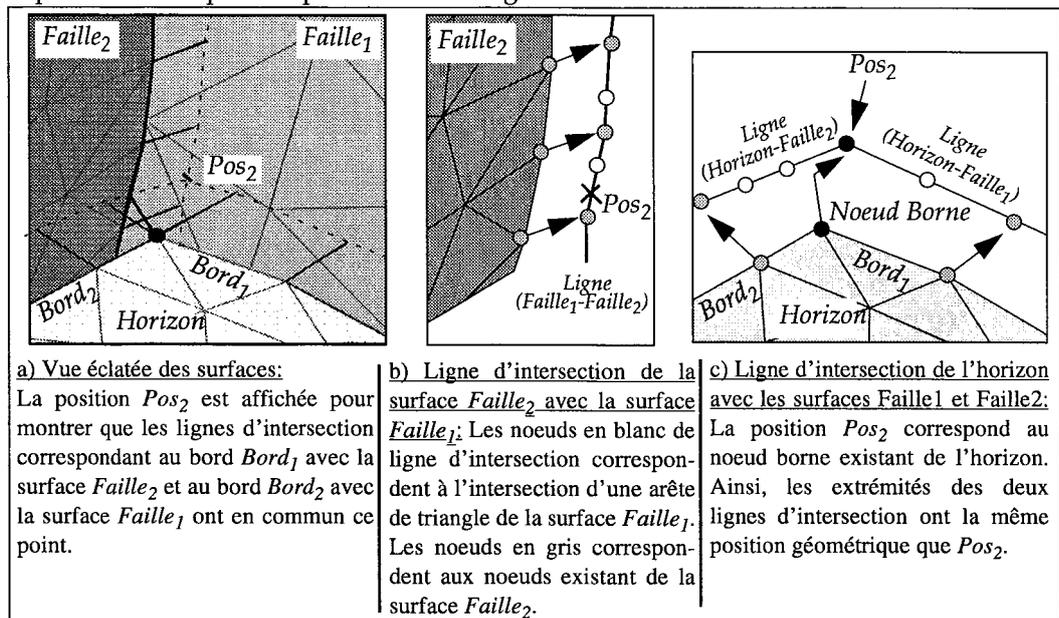


Figure 3-32 : Les lignes d'intersections

Pour matérialiser ce point triple, on pourrait faire appel à l'étape du découpage des lignes d'intersection couplée à l'étape de regroupement des points qui est basée sur l'utilisation d'une sphère de tolérance. Cet appel qui ne prend pas en compte l'information de la contrainte de type «Noeud Borne Contre Bord» dépend étroitement du rayon de cette sphère de tolérance utilisé. Il existe trois solutions possibles (voir figure 3-33):

- aucune intersection franche n'est détectée et créée (les deux lignes ne sont pas au contact l'une de l'autre),
- une intersection franche est détectée, un nouveau noeud est inséré mais il ne correspond pas à l'extrémité de la ligne *Ligne(Horizon-Faille<sub>1</sub>)*.
- une intersection entre un des segments de la ligne d'intersection *Ligne(Faille<sub>2</sub>-Faille<sub>1</sub>)* et l'extrémité de la ligne *Ligne(Horizon-Faille<sub>1</sub>)* est détectée puis créée.

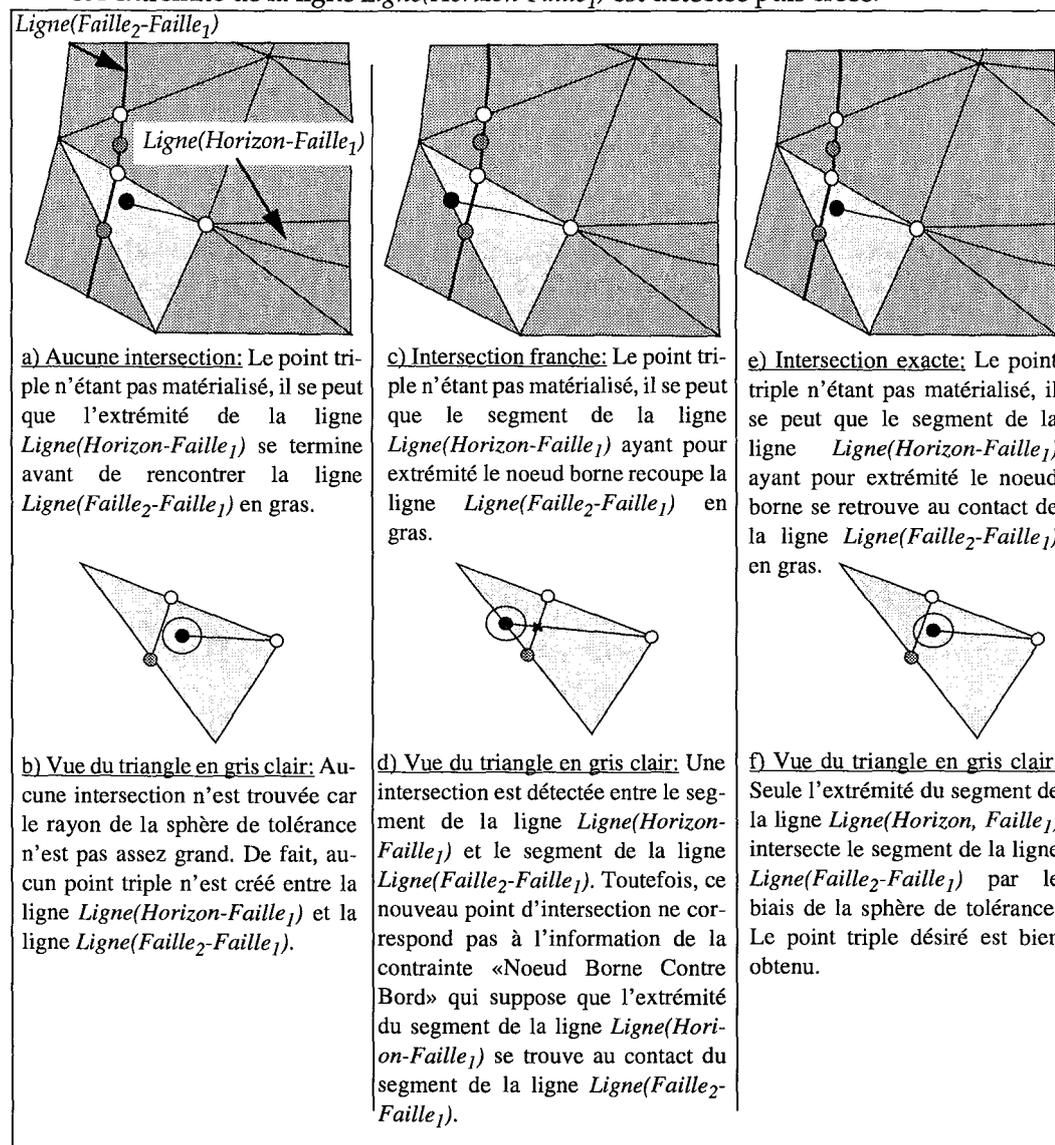


Figure 3-33 : L'absence de gestion des points triples

Plutôt que de prendre ces risques, nous avons préféré avant le découpage des lignes d'intersection, nous assurer de la présence de ces points triples. Pour ce faire,

1. nous recherchons par le biais des relations topologiques quel segment de la ligne d'intersection *Ligne(Faille<sub>2</sub>-Faille<sub>1</sub>)* devrait contenir la position finale d'impact du noeud borne.

2. nous scindons ce segment de ligne d'intersection  $Ligne(Faille_2-Faille_1)$  en y insérant le noeud extrême de la ligne d'intersection  $Ligne(Horizon-Faille_1)$  correspondant au noeud borne de l'horizon.

### 3.2.5.2 Les points de bord

Avant de présenter la notion de noeud de bord, nous devons introduire la notion de *bord orphelin* et de *bord parent*. Un bord est dit *orphelin* quand il n'existe aucun autre bord qui peut lui être associé par un simple tri géométrique. A l'inverse, un bord est dit *parent* lorsque l'on peut lui associer géométriquement d'autres bords. Ces bords *parents* sont généralement créés pas les opérations de découpage.

Un **point de bord** provient de l'utilisation de la contrainte de type «Noeud Borne Contre Bord». Mais dans ce cas, le noeud borne doit glisser sur un bord *parent*. L'opération de découpage contraint va donc modifier ce bord *parent* en le scindant en deux au niveau de l'impact du noeud borne. Cependant, les autres bords *parents* correspondant à ce bord ne seront pas mis à jour car le découpage a été conçu pour prendre en compte uniquement des cas d'intersections entre deux triangles de type segment ou polygone mais pas de type point (voir figure 3-7, page 72). C'est pour cette raison que nous avons dû développer une gestion spécifique de ces points de bord.

Pour ce faire, au cours de l'opération de découpage contraint, nous recherchons toutes les relations d'adjacence existant entre les arêtes de bord de l'ensemble des surfaces coupées. Ces relations sont obtenues par un tri géométrique dans l'espace de l'ensemble des arêtes de bord des surfaces coupées (voir section 2.3.2, page 54). Ces relations nous permettent par la suite d'obtenir de manière rapide, pour un triangle de bord donné l'ensemble de ses triangles voisins (qui n'appartiennent pas forcément au même graphe) suivant une arête du bord donnée.

Pour chaque triangle voisin, on regarde s'il n'existe pas déjà un point topologique de type  $Topo\_point(triangle \in \{Triangles\ Voisins\}, 0, i)$  avec  $i$  correspondant à l'indice de l'arête du bord donnée. Si aucun point topologique n'est trouvé, il ne reste plus qu'à créer et à insérer le point d'intersection correspondant à la position finale du noeud borne. Dans le cas contraire, il nous faut vérifier si le ou les points géométriques associés à ce point topologique ont la même position que celle du noeud borne. Si ce n'est pas le cas, il ne reste plus qu'à créer et à insérer le point d'intersection correspondant.

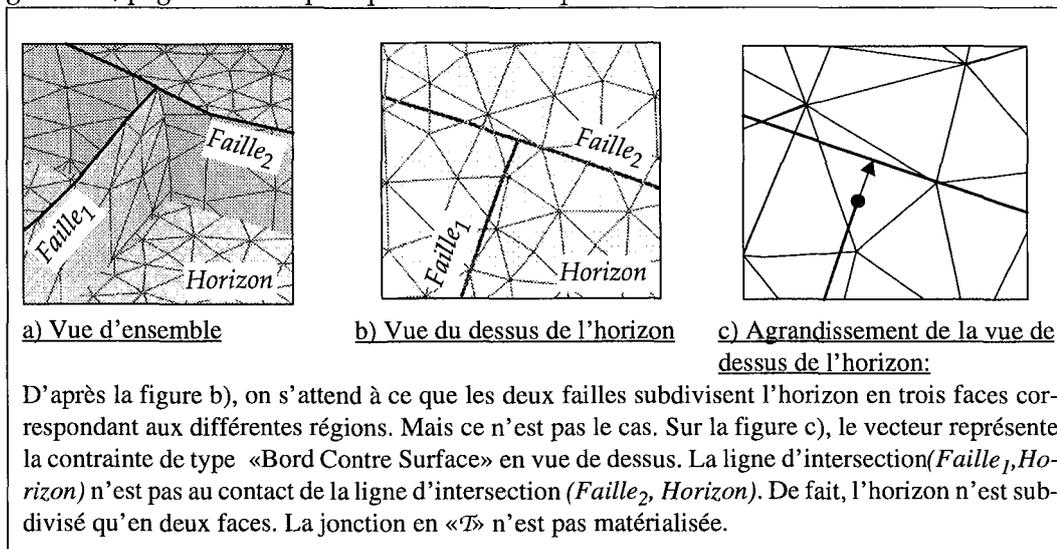
### 3.2.5.3 Application à la modélisation surfacique

Dans cette section, nous présentons une application spécifique de la gestion des points triples à la modélisation surfacique. Comme données initiales, on possède un réseau de failles et un ensemble de points correspondant aux données brutes de l'horizon. La modélisation surfacique d'un horizon consiste:

- à créer une surface à partir de la triangulation de DELAUNAY de l'enveloppe convexe des points,
- à couper la surface par le réseau de failles,
- à interpoler la surface en prenant en compte un ensemble de contraintes. Parmi celles-ci, on peut noter l'attraction de la surface par les points originaux et le glissement des bords issus du découpage le long des plans de failles. Le but de l'interpolation est d'obtenir une surface qui s'approche au mieux des données initiales et qui respecte le réseau de failles.

Un réseau de failles est un ensemble de surfaces de type «faille» qui ont été modélisées et qui possèdent une description des relations d'adjacence existant entre elles (failles secondaires, principales, description du contact entre failles...). Ces relations d'adjacence peuvent être transcrites sous la forme de contraintes «Bord Contre Surface». En conséquence, le contact entre ces failles n'est pas parfait, il est constitué d'une série d'intersections et de trous (voir figure 3-21, page 83). De fait d'après la figure 3-34, la surface  $Faille_1$  est au contact de la surface  $Faille_2$  sans que toutefois ce contact soit parfait. L'opération de découpage franc va générer deux lignes d'intersection  $Ligne(Horizon, Faille_1)$  et  $Ligne(Horizon, Faille_2)$ .

Il est fort peu probable que ces deux lignes soient connectées entre elles pour former une intersection en forme de « $\mathcal{T}$ ». Tout dépend de la tolérance utilisée lors de l'opération de découpage des lignes d'intersection. Cette situation est analogue à celle présentée dans la figure 3-33, page 95 mise à part que l'horizon ne possède aucune contrainte sur les failles.



**Figure 3-34 : Jonction en « $\mathcal{T}$ » de deux failles au niveau d'un horizon**

Pour faire apparaître cette jonction en « $\mathcal{T}$ » qui correspond à un point triple, il faut analyser les extrémités des lignes d'intersection avant l'étape de découpage des lignes d'intersection et l'étape du regroupement des points. Grâce à la structure de données utilisée, on est capable à tout moment de savoir quels sont les deux triangles responsables de la création d'un segment d'intersection donné. On est aussi capable pour chaque point d'intersection d'avoir son plongement dans un des deux triangles donnés. Ainsi, dans le cas d'une intersection en « $\mathcal{T}$ » au niveau d'un horizon, il suffit d'analyser l'extrémité des lignes d'intersection de l'horizon avec le réseau de failles et de rechercher si cette extrémité est plongée sur une arête de bord d'une des surfaces du réseau de failles. Dans cette éventualité, il faut regarder si l'arête du bord et donc le bord de cette faille est contraint par une autre faille (présence d'une contrainte de type «Bord Contre Surface»).

Dans cette situation, nous savons qu'il existe un point triple et qu'il faut le matérialiser. Pour ce faire, d'après la figure 3-35, on part du triangle de l'horizon contenant l'extrémité de la ligne d'intersection  $Ligne(Horizon, Faille_1)$  qui nécessite d'être étendue au contact de la surface  $Faille_2$ . Ce triangle est noté  $TrglDébut$ . On cherche au voisinage du triangle  $TrglDébut$  à localiser un triangle de l'horizon noté  $TrglFin$  qui contienne des segments correspondant à la ligne d'intersection  $Ligne(Horizon, Faille_2)$ . Cette recherche au voisinage du triangle  $TrglDébut$  est affinée en fonction de la direction du segment connecté à l'extrémité de la ligne d'intersection  $Ligne(Horizon, Faille_1)$ . Nous avons donc à ce stade de l'algorithme, le triangle  $TrglDébut$  et le triangle  $TrglFin$  ainsi que le segment connecté à l'extrémité de la ligne d'intersection  $Ligne(Horizon, Faille_1)$  et le point 1. Il ne manque plus qu'à déterminer la position géométrique d'un point au niveau des segments de la ligne d'intersection  $Ligne(Horizon, Faille_2)$  du triangle  $TrglFin$  pour pouvoir utiliser le procédé du calcul continu de la ligne d'intersection (voir section 3.2.4, page 85). Ce point noté  $Point 2$  est issu de l'intersection du plan  $\mathcal{P}$  défini à partir des deux triangles  $TrglDébut$  et  $TrglFin$  avec un des segments de la ligne d'intersection  $Ligne(Horizon, Faille_2)$  plongé dans le triangle  $TrglFin$ . Il est possible maintenant d'appliquer le calcul continu de la ligne d'intersection entre le point  $Point 1$  plongé dans le triangle  $TrglDébut$  et le point  $Point 2$  plongé dans le triangle  $TrglFin$ .

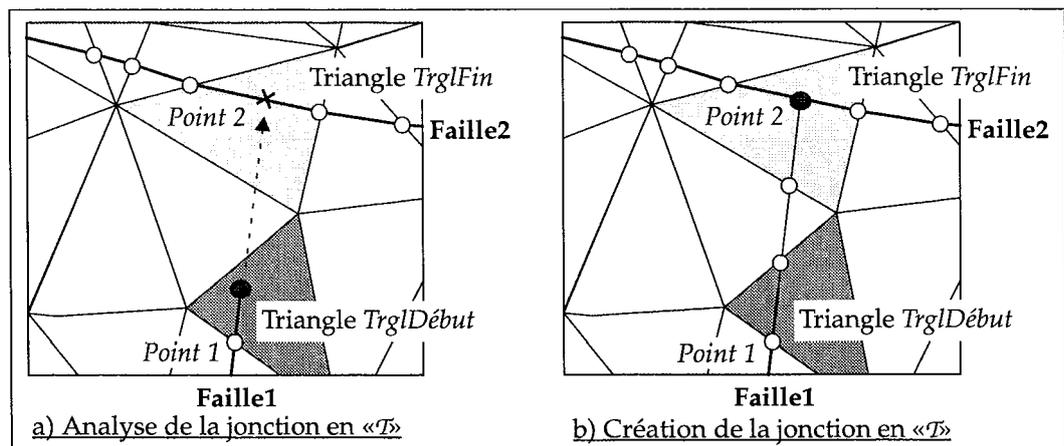


Figure 3-35 : Création de la jonction de type «T», vue de dessus

### 3.2.6 Incompatibilité entre le découpage franc et le découpage contraint

Nous avons présenté jusqu'ici deux modes de découpage différents:

- **le découpage franc:** Il consiste à détecter et générer les intersections franches existantes entre les triangles. On entend par intersection franche, un triangle qui coupe de part en part un autre triangle ou qui possède une ou plusieurs de ses arêtes qui se trouve exactement dans le plan de l'autre triangle. Chaque triangle coupé est scindé en plusieurs triangles afin de faire apparaître un contact partagé topologiquement et géométriquement au niveau de l'intersection entre les deux triangles. On peut remarquer que la forme de l'enveloppe convexe des nouveaux triangles créés correspond exactement à la forme du triangle les contenant avant découpage (voir figure 3-36).
- **le découpage contraint:** Il consiste à utiliser l'information des contraintes de type «Bord Contre Surface» et «Noeud Borne Contre Bord» pour générer une intersection continue entre deux surfaces qui sont au contact l'une de l'autre. Il s'agit donc d'une émulation de l'intersection. Le découpage contraint change la forme des triangles de bord des surfaces contrôlées. En effet, un triangle du bord est déformé de manière à remplir tous les interstices existant entre lui et la surface contrôleur. De fait, la forme de l'enveloppe convexe de tous les triangles créés correspondant à ce triangle de bord (voir figure 3-36, schéma 8), ne s'inscrit plus du tout dans le triangle originel (voir figure 3-36, schéma 6).

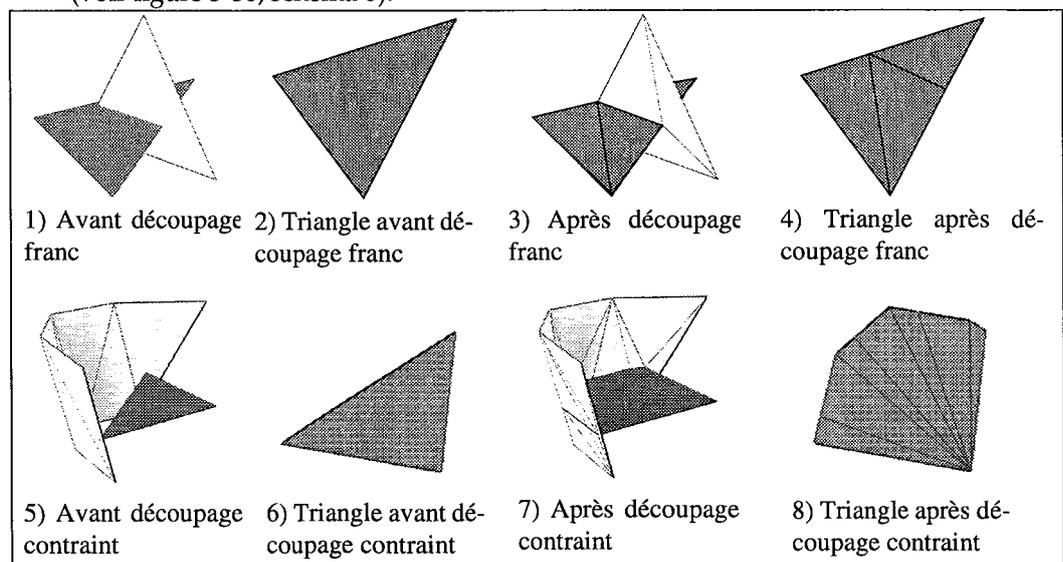


Figure 3-36 : La forme originelle d'un triangle avant et après découpage

Comme nous l'avons présenté au cours des sections précédentes, l'algorithme du découpage contraint possède de nombreuses étapes en commun avec l'algorithme du découpage franc. Ce qui nous a amené à essayer de factoriser ces étapes communes et à regrouper les deux modes de calcul d'intersection dans la même phase. Ce qui permettrait de ne faire appel qu'une seule fois:

- au découpage des lignes d'intersections,
- au regroupement des points,
- à la scission des surfaces le long des lignes d'intersections.

Le fait que le découpage contraint modifie la forme des triangles de bord des surfaces contrôlées, rend difficile son utilisation en simultané avec le découpage des intersections franches. En effet, il n'est pas rare d'avoir au niveau d'un bord contraint la présence d'une intersection franche. Cette présence d'une intersection franche s'explique par le plongement des triangles contraints qui peut être pratiquement le même que celui de la surface contrôleur. Ce type de configuration apparaît souvent lorsque l'on modélise un ensemble de failles listriques ou de biseaux stratigraphiques. L'étude des différents plongements des lignes d'intersection issues du calcul en mode franc sur les triangles proches du bord, nous a permis d'isoler différents cas de figures. Si une ligne d'intersection provenant du mode de calcul franc est plongée (voir figure 3-37):

- uniquement sur des triangles non affectés par une ligne d'intersection de type contraint. C'est à dire que tous ces triangles ne possèdent pas de segments d'intersection de type contraint. Dans ce cas, le découpage contraint n'a aucune influence sur cette ligne d'intersection franche.
- uniquement sur des triangles affectés par une ligne d'intersection de type contraint. Dans cette situation, la modification de la forme et du plongement des triangles du bord par le découpage contraint fait disparaître cette ligne d'intersection issue du mode de calcul franc. Il s'agit de l'agrandissement de la zone<sub>1</sub> de la figure 3-37.
- sur des triangles qui sont affectés et non-affectés par une ligne d'intersection de type contraint. Cette configuration représente une fusion des deux précédentes. Dans ce cas, la partie de la ligne d'intersection résidant sur des triangles non-affectés sera inchangée (partie hachurée de la zone<sub>2</sub>). L'autre partie de la ligne se trouvant sur des triangles affectés sera modifiée mais ne disparaîtra pas (partie grisée de la zone<sub>2</sub>).

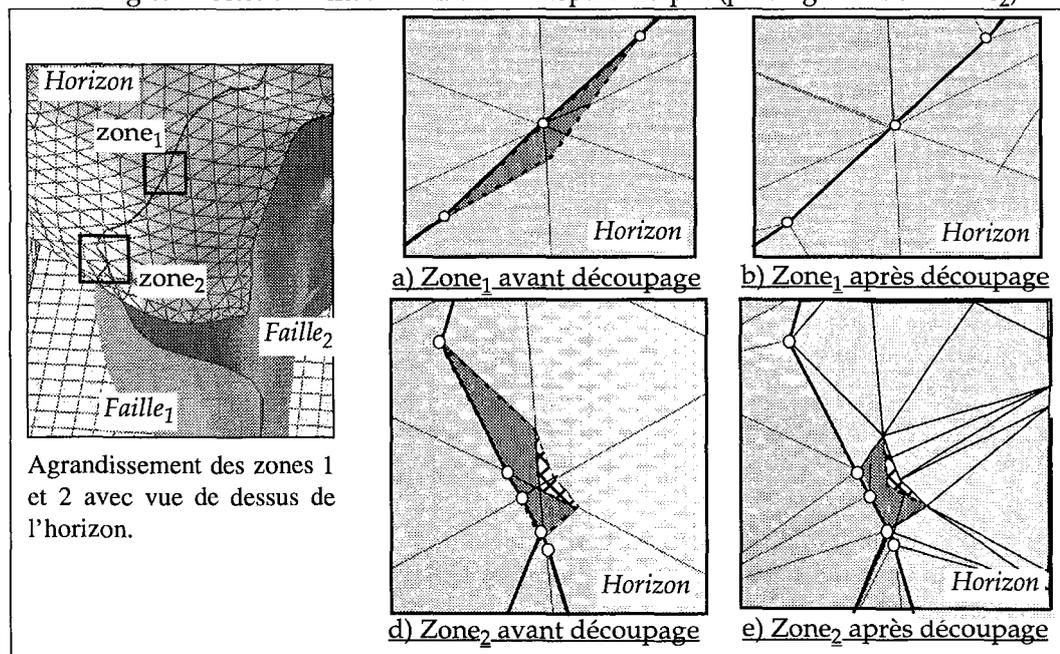


Figure 3-37 : La co-existence des intersections contraintes et franches

Nous avons donc du abandonner le projet de factorisation des deux modes de calcul au profit d'un enchaînement du découpage contraint avec le découpage franc. Dans un premier temps, on gère toutes les intersections de type contraint en:

- les détectant,
- les matérialisant,
- scindant la surface le long des ces lignes d'intersection.

Puis, on réitère le procédé pour les intersections de type franc.

### 3.3 Les améliorations futures

Dans cette section, nous présentons deux idées correspondant à des améliorations futures possibles pour le découpage d'intersection franche et le découpage contraint.

#### 3.3.1 Vers un raisonnement ensembliste

Cette première idée provient de la non-utilisation et de la non-valorisation de l'information topologique générée au cours de l'étape du calcul d'intersection entre deux triangles. De fait, les étapes du calcul d'intersection des lignes entre elles et du regroupement des points sont instables et peuvent créer des incohérences entre l'information géométrique et l'information topologique.

Afin de remédier à ces problèmes, nous avons pensé à ce nouveau raisonnement qui consiste à exploiter au mieux l'information topologique lors du découpage. Pour ce faire, nous devons être capable d'accéder à cette information à tout moment et de la manière optimale. Ce qui correspond à la mise en place d'une nouvelle structure simpliciale hiérarchique qui fait l'objet d'une thèse développée par Dazy (cf [Daz01]).

Nous n'allons présenter ici que les bases de ce raisonnement ensembliste qui est régi par un ensemble d'opérations combinatoires. Par souci de clarté, nous n'avons représenté sur la figure 3-38 qu'un seul triangle noté  $T_0$  avec l'ensemble de ses segments d'intersection correspondant à l'intersection des triangles  $T_1, T_2, \dots, T_8$  avec  $T_0$ . Chaque segment est noté  $Seg_{0,i}$  avec  $i \in [1,8]$ . L'indice  $i$  représente l'indice du triangle coupant  $T_i$ .

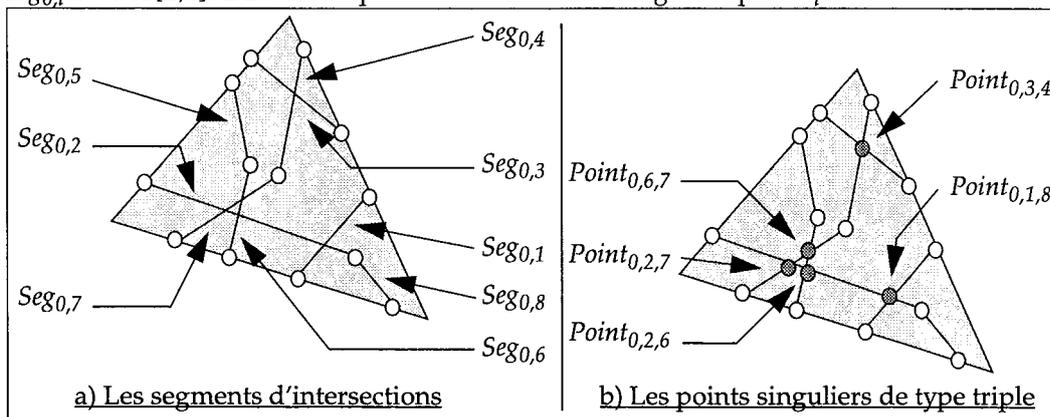


Figure 3-38 : Intersection multiple au sein d'un triangle

Pour un triangle  $T_i$  donné, on note l'ensemble des triangles l'intersectant  $\mathcal{E}(T_i)$ :

$$\mathcal{E}(T_i) = \{ T_j / T_j \cap T_i \neq \emptyset \}$$

Ainsi d'après la figure 3-38, on a pour chaque triangle, l'ensemble des triangles l'intersectant suivant:

$$\mathcal{E}(T_0) = \{ T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, T_7, T_8 \}$$

$$\mathcal{E}(T_1) = \{ T_0, T_2 \}$$

$$\mathcal{E}(T_2) = \{ T_0, T_1, T_6, T_7 \}$$

$$\mathcal{E}(T_3) = \{ T_0, T_4 \}$$

$$\mathcal{E}(T_4) = \{ T_0, T_3 \}$$

$$\mathcal{E}(T_5) = \{ T_0 \}$$

$$\mathcal{E}(T_6) = \{ T_0, T_2, T_7 \}$$

$$\mathcal{E}(T_7) = \{ T_0, T_2, T_6 \}$$

$$\mathcal{E}(T_8) = \{ T_0 \}$$

A partir de tous ces ensembles, nous allons définir des conditions **nécessaires** mais **non suffisantes** pour détecter la présence de points singuliers sans avoir à calculer géométriquement les intersections existantes entre chacun des triangles. De fait, ces conditions ne seront pas soumises au problème de tolérance et exploiteront toute l'information topologique à notre disposition. La non-suffisance de ces conditions est exprimée dans la figure 3-39.

La condition permettant de garantir l'absence de point singulier au niveau de  $T_i$  peut s'exprimer sous la forme suivante (cette condition est nécessaire et suffisante):

$$\exists T_j, T_k / \mathcal{E}(T_j) = \{T_i\}$$

La condition permettant de détecter un point singulier de type **triple** au niveau de  $T_i$  peut s'exprimer sous la forme suivante (cette condition est nécessaire mais non suffisante):

$$\exists T_j, T_k, T_l / T_i \in \mathcal{E}(T_j), T_i \in \mathcal{E}(T_k), T_j \in \mathcal{E}(T_l), T_j \in \mathcal{E}(T_k), T_k \in \mathcal{E}(T_l), T_k \in \mathcal{E}(T_j)$$

La condition permettant de détecter un point singulier de type **quadruple** au niveau de  $T_i$  peut s'exprimer sous la forme suivante (cette condition est nécessaire mais non suffisante):

$$\exists T_j, T_k, T_l, T_m / T_i \in \mathcal{E}(T_j), T_i \in \mathcal{E}(T_k), T_i \in \mathcal{E}(T_l), T_j \in \mathcal{E}(T_m), T_j \in \mathcal{E}(T_k), T_j \in \mathcal{E}(T_l), T_k \in \mathcal{E}(T_m), T_k \in \mathcal{E}(T_l), T_l \in \mathcal{E}(T_j), T_l \in \mathcal{E}(T_k)$$

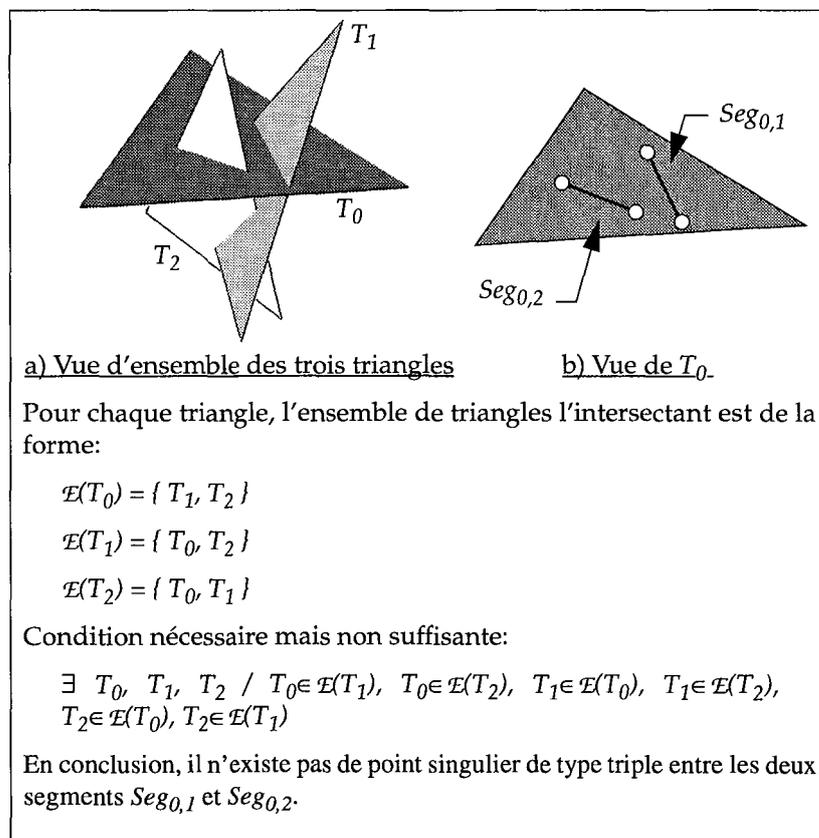


Figure 3-39 : Condition non-suffisante

Ainsi, en reprenant l'exemple de la figure 3-38 et en y appliquant ces conditions, nous pouvons en déduire pour  $T_0$ :

- que les segments  $Seg_{0,5}$  et  $Seg_{0,8}$  n'intersectent aucun autre segment car:  
 $\exists T_0, T_5 / \mathcal{E}(T_5) = \{T_0\}$  et  $\exists T_0, T_8 / \mathcal{E}(T_8) = \{T_0\}$
- qu'il existe un point singulier de type triple possible entre  $(Seg_{0,3}; Seg_{0,4})$  car:  
 $\exists T_0, T_3, T_4 / T_0 \in \mathcal{E}(T_3), T_0 \in \mathcal{E}(T_4), T_3 \in \mathcal{E}(T_0), T_3 \in \mathcal{E}(T_4), T_4 \in \mathcal{E}(T_0), T_4 \in \mathcal{E}(T_3)$
- qu'il existe un point singulier de type triple possible entre  $(Seg_{0,1}; Seg_{0,2})$  car:  
 $\exists T_0, T_1, T_2 / T_0 \in \mathcal{E}(T_1), T_0 \in \mathcal{E}(T_2), T_1 \in \mathcal{E}(T_0), T_1 \in \mathcal{E}(T_2), T_2 \in \mathcal{E}(T_0), T_2 \in \mathcal{E}(T_1)$
- qu'il existe un point singulier de type quadruple possible entre  $(Seg_{0,2}; Seg_{0,6}; Seg_{0,7})$  ou trois points singuliers de type triple entre  $(Seg_{0,2}; Seg_{0,6}), (Seg_{0,2}; Seg_{0,7})$  et  $(Seg_{0,6}; Seg_{0,7})$  car:  
 $\exists T_0, T_2, T_6, T_7 / T_0 \in \mathcal{E}(T_2), T_0 \in \mathcal{E}(T_6), T_0 \in \mathcal{E}(T_7), T_2 \in \mathcal{E}(T_0), T_2 \in \mathcal{E}(T_6), T_2 \in \mathcal{E}(T_7),$   
 $T_6 \in \mathcal{E}(T_0), T_6 \in \mathcal{E}(T_2), T_6 \in \mathcal{E}(T_7), T_7 \in \mathcal{E}(T_0), T_7 \in \mathcal{E}(T_2), T_7 \in \mathcal{E}(T_6)$   
ou  
{  
 $\exists T_0, T_2, T_6 / T_0 \in \mathcal{E}(T_2), T_0 \in \mathcal{E}(T_6), T_2 \in \mathcal{E}(T_0), T_2 \in \mathcal{E}(T_6), T_6 \in \mathcal{E}(T_0), T_6 \in \mathcal{E}(T_2)$  et  
 $\exists T_0, T_6, T_7 / T_0 \in \mathcal{E}(T_6), T_0 \in \mathcal{E}(T_7), T_6 \in \mathcal{E}(T_0), T_6 \in \mathcal{E}(T_7), T_7 \in \mathcal{E}(T_0), T_7 \in \mathcal{E}(T_6)$  et  
 $\exists T_2, T_6, T_7 / T_2 \in \mathcal{E}(T_6), T_2 \in \mathcal{E}(T_7), T_6 \in \mathcal{E}(T_2), T_6 \in \mathcal{E}(T_7), T_7 \in \mathcal{E}(T_2), T_7 \in \mathcal{E}(T_6)$   
}  
}

L'utilisation de l'information topologique par le biais de ces conditions permet de ne plus avoir recours à une tolérance pour savoir si deux segments s'intersectent ou pas. Les couples de segments obtenus par cette combinatoire peuvent:

- ne pas s'intersecter du tout. Il s'agit du cas de figure illustré dans la figure 3-39.
- ne s'intersecter que d'une manière **franche**.

Ainsi est-il possible maintenant de calculer l'intersection entre deux segments plongés dans le même triangle en utilisant le principe d'une **arithmétique flottante à précision adaptable** (cf [Shew96]). De plus, il est à noter que seuls les couples de segments obtenus par ces règles combinatoires sont intersectés. Ce qui implique que nous n'avons plus besoin d'avoir recours à un arbre octal pour localiser rapidement les intersections entre segments.

Ainsi, pour chaque couple de segments obtenu, nous allons créer un point singulier de type triple. D'après l'exemple de la figure 3-38, on a créé:

- un point  $Point_{0,3,4}$  entre les segments  $Seg_{0,3}$  et  $Seg_{0,4}$ ,
- un point  $Point_{0,1,2}$  entre les segments  $Seg_{0,1}$  et  $Seg_{0,2}$ ,
- un point  $Point_{0,2,6}$  entre les segments  $Seg_{0,2}$  et  $Seg_{0,6}$ ,
- un point  $Point_{0,2,7}$  entre les segments  $Seg_{0,2}$  et  $Seg_{0,7}$ ,
- un point  $Point_{0,6,7}$  entre les segments  $Seg_{0,6}$  et  $Seg_{0,7}$ .

Après avoir créé tous les points triples, il reste à savoir lesquels peuvent être **regroupés pour former un point singulier de dimension supérieure**. Ce regroupement ne peut se faire qu'en ayant recours à une tolérance qui peut être fonction du rapport entre l'aire délimitée par les points triples à regrouper et l'aire du triangle dans lesquels ces points triples sont plongés.

Ainsi d'après l'exemple de la figure 3-38, il est possible qu'un point quadruple existe entre les segments  $Seg_{0,2}, Seg_{0,6}, Seg_{0,7}$ . L'analyse du rapport de l'aire inscrite dans le polygone

des points  $Point_{0,2,6}$ ,  $Point_{0,2,7}$  et  $Point_{0,6,7}$  sur l'aire du triangle  $T_0$  va nous permettre de savoir si on peut les regrouper en un seul point singulier de type quadruple.

En résumé, ce nouveau raisonnement permet de n'avoir recours à l'utilisation de tolérance qu'au plus bas niveau, c'est à dire au niveau du regroupement de points triples en point singulier de dimension supérieure. Il ne crée plus de points qui soient en désaccord avec l'information topologique et ne fait plus appel à un arbre octal pour rechercher les intersections possibles entre segments. Son but est d'améliorer grandement la robustesse du découpage franc ou contraint. Ce principe du raisonnement ensembliste s'apparente aux travaux réalisés par SCOTT, COHEN ou HOUGHTON (cf. [Scot98], [Coh72], [Houg74]).

### 3.3.2 Vers un raisonnement mono-spatial

Cette deuxième idée provient des problèmes de re-triangulation rencontrés au cours du découpage. Afin de résoudre ces problèmes (incohérence de l'information géométrique avec l'information topologique), les triangles sont re-triangulés un par un (voir section 3.1.4.6, page 76).

L'avantage d'une re-triangulation simplexe par simplexe permet de pouvoir changer de repère dans l'espace et d'utiliser les coordonnées barycentriques spécifiques à chaque triangle. Ainsi, l'utilisation couplée des coordonnées barycentriques avec l'utilisation de l'information topologique permet de garantir dans la plupart des cas le succès de la triangulation contrainte de DELAUNAY.

Toutefois, l'inconvénient d'une telle solution est l'**impossibilité de simplifier les lignes d'intersection** (cf [Cavi96]). En effet, après découpage, les nouveaux triangles créés sont souvent de médiocre qualité. Cela s'explique, par exemple, par la création de structure de type «éventail» quand les deux surfaces coupées ne présentent pas la même densité de maillage (voir figure 3-40). Ce maillage de mauvaise qualité peut compromettre le bon déroulement de nombreux algorithmes comme la construction de modèle volumique ou la modélisation surfacique.

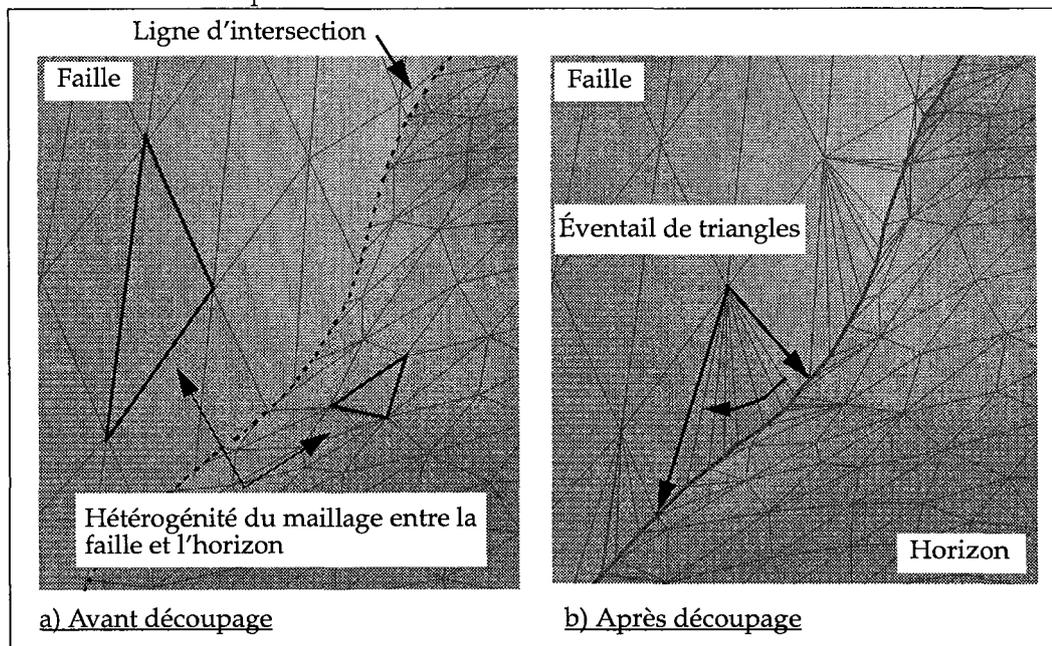


Figure 3-40 : La génération d'un maillage en forme «éventail»

Pour remédier à ce problème, nous n'avons pas trouvé de solution qui puisse à la fois détecter des intersections, créer les lignes correspondantes, les simplifier et les insérer dans le maillage des surfaces coupées. C'est pour cette raison que nous avons préféré développer un algorithme indépendant spécialisé dans l'amélioration du maillage des bords issus du découpage. Il s'agit de l'opération de simplification des bords contigus dans un solide qui sera présentée au cours du chapitre suivant (voir chapitre 4, page 107).

Toutefois, dans le cas de la modélisation surfacique, il existe peut être une solution envisageable basée sur un raisonnement mono-spatial. Ce raisonnement est dit mono-spatial car:

- il ne génère pas de structure de type «lignes d'intersection», c'est à dire qu'il n'a pas recours à l'utilisation d'espace topologique de dimension inférieure.
- il n'utilise pas la re-triangulation contrainte de type DELAUNAY pour chaque triangle coupé. Par conséquent, aucun changement de repère dans l'espace en fonction des coordonnées barycentriques n'est réalisé.

Une méthode basée sur ce raisonnement consiste à travailler directement sur la surface coupée en ayant recours uniquement à des opérations topologiques de plus bas niveau comme l'insertion d'un point à l'intérieur d'un triangle, le déplacement d'un noeud de la surface et le basculement de diagonales. Une telle méthode ne s'apparente plus aux méthodes dites réductrices mais aux méthodes dites de subdivision. C'est à dire, que son fonctionnement est itératif. Dès qu'une intersection est détectée entre des triangles, il faut la matérialiser immédiatement. Ainsi pour chaque couple de surfaces étudiées, on peut décomposer cette méthode en cinq phases que sont:

1. La détection des intersections au niveau du couple de surfaces étudiées: Il s'agit du même fonctionnement qu'à la section 3.1.4.1, page 71. Cette étape a recours à l'utilisation d'un arbre octal pour accélérer la recherche des intersections. A la différence près, que cette fois-ci, on ne recherche pas les intersections de l'ensemble des surfaces entre elles mais juste d'un couple de surfaces (la surface coupée et la surface coupante).
2. L'insertion des noeuds par triangle intersecté de la surface coupée: Le but de cette étape est d'insérer le minimum possible de points d'intersection dans le maillage de la surface coupée de manière à le contraindre le moins possible et à obtenir des triangles de bonne qualité. Suivant le type de triangle, l'insertion de noeuds ne s'effectuera pas de la même façon. Si le triangle étudié est un triangle de bord alors on doit insérer uniquement les noeuds d'intersection se trouvant sur une arête de bord. Pour tous les autres triangles intersectés, on va insérer un nouveau noeud en leurs barycentres si l'intersection ne se trouve pas à proximité d'un de leurs sommets. Dans le cas contraire, le sommet proche de l'intersection devient un noeud inséré à part entière. On considère donc comme noeud inséré aussi bien des noeuds réellement insérés au niveau du barycentre des triangles ou des arêtes de bord que des noeuds déjà existant correspondant au sommet de triangles (voir la figure 3-41 d).
3. Le déplacement des noeuds insérés: Durant cette étape, chaque noeud inséré va être déplacé pour se retrouver au niveau de l'intersection étudiée (voir figure 3-41 e). Ce déplacement ne peut se faire que suivant certaines règles:
  - Si le noeud inséré ne possède que trois arêtes incidentes, et que seulement une arête est intersectée par la surface coupante, alors ce noeud est déplacé au niveau de cette intersection (voir agrandissement de la figure 3-41 e).
  - Si le noeud inséré ne possède que trois arêtes incidentes, et que deux de ces arêtes sont intersectées par la surface coupante, alors ce noeud est déplacé au niveau de l'intersection résultante entre la surface coupante et la droite initialisée à partir de l'arête non coupée.
  - Si le noeud inséré possède plus de trois arêtes incidentes, alors il est projeté suivant son plan local sur la surface coupante.
4. le basculement des diagonales pour faire apparaître des arêtes de triangles comme segments d'intersection: Le but de cette étape est de joindre deux noeuds insérés par une seule arête de triangle. Pour ce faire, on bascule les diagonales entre deux triangles ayant chacun pour sommet un noeud inséré (voir figure 3-41 f et g).
5. la scission de la surface coupée le long des intersections: Il s'agit du même fonctionnement qu'à la section 3.1.4.7, page 77. La surface est scindée le long des arêtes d'intersection.

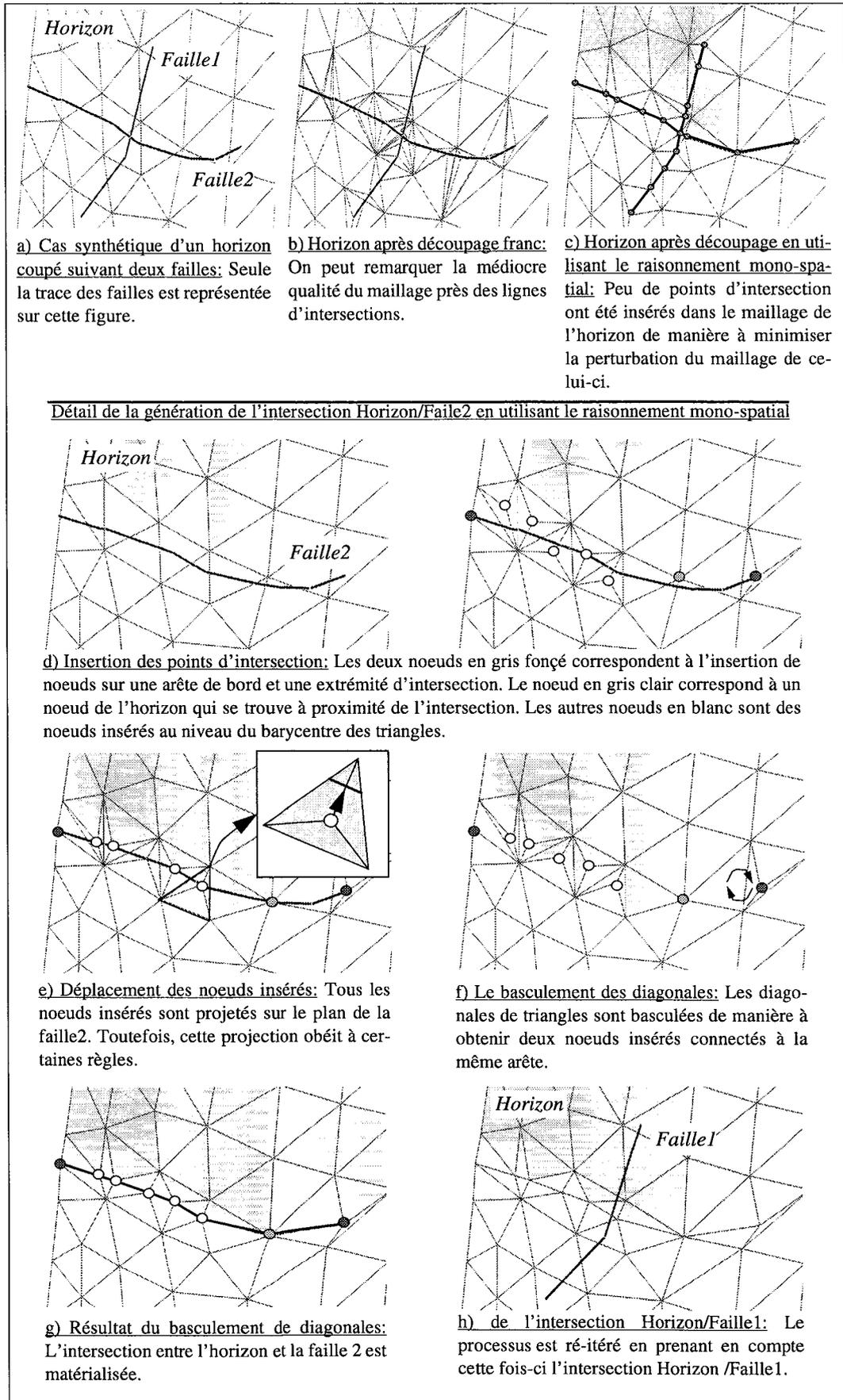


Figure 3-41 : Principe de base du découpage (raisonnement mono-spatial)

### 3.4 Bilan

Dans ce chapitre, nous avons d'abord présenté l'opération de découpage franc. Cette opération consiste à détecter toutes les intersections franches existantes entre surfaces et à les matérialiser de manière à ce que les contacts générés soient partagés topologiquement et géométriquement par l'ensemble de ces surfaces. L'analyse du découpage franc nous a permis de mettre en évidence:

- ses faiblesses qui résident dans une valorisation imparfaite de l'information topologique pour lutter contre les problèmes d'instabilité numérique. L'information topologique créée au cours de la phase de calcul d'intersection entre les triangles n'est pas exploitée dans les phases de découpage de lignes et du regroupement des points. Les points singuliers sont obtenus uniquement à partir de la géométrie.
- et ses limites à générer une intersection continue lorsque deux failles sont au contact l'une de l'autre ou lorsqu'un horizon est au contact d'une faille. En fait, le contact apparent entre deux objets géologiques est constitué d'une succession de trous et d'intersections.

Pour remédier à ces différents inconvénients, nous avons:

- mis en place un raisonnement qui utilise de manière prioritaire l'information topologique. Ce **raisonnement ensembliste** permet de n'avoir recours à la géométrie et à l'utilisation d'une sphère de tolérance qu'au niveau du regroupement des points triples en un point singulier de plus haut niveau.
- développé une nouvelle opération de découpage qui prend en compte la gestion des contact de type faille/faille ou horizon/faille et qui présente exactement les mêmes propriétés que le découpage franc. Il s'agit du **découpage contraint**. Il permet d'émuler une intersection à partir d'une information d'adjacence.

Pour finir, nous sommes capables grâce à ces deux opérations de découpage (franc et contraint) de construire différents modèles géologiques du sous-sol sans avoir recours aux techniques d'extrapolation ou de fermetures des trous. Tous les macro-modèles du sous-sol présentés dans cette thèse sont construits grâce à la co-existence de ces deux opérations.

Dans le chapitre suivant, nous allons exposer la solution envisagée pour améliorer la qualité du maillage issu des opérations de découpage.

## La simplification des bords contigus dans un solide

La modélisation volumique a pour but de représenter un objet par des solides distincts formant ainsi un découpage de l'espace de modélisation (espace 3D). Requicha [Req80] a établi les propriétés nécessaires et suffisantes que doit avoir un objet pour être un solide (voir section 1.2, page 24). Parmi ces propriétés, la clause de non-intersection nécessite un intérêt particulier. Les volumes ne doivent pas s'intersecter sauf le long de leurs frontières. Les courbes ne doivent pas s'intersecter sauf à leurs extrémités. Les points doivent être distincts. De plus, les courbes ne doivent pas intersecter les faces.

Ainsi, durant la phase de construction d'un solide, si des intersections sont détectées, elles doivent être réalisées par une opération de découpage (voir chapitre 3). Une opération de découpage consiste à générer une intersection entre un horizon et une faille en créant un contact partagé topologiquement et géométriquement. Nous avons montré dans le chapitre précédent, que la ligne d'intersection résultante contient simultanément le niveau de raffinement du maillage de l'horizon et de la faille. Il s'agit d'un co-raffinage local des surfaces au niveau des intersections. L'inconvénient d'un tel processus est la génération en nombre important de triangles de médiocre ou mauvaise qualité afin de respecter les contraintes d'intersection (figure 4-1).

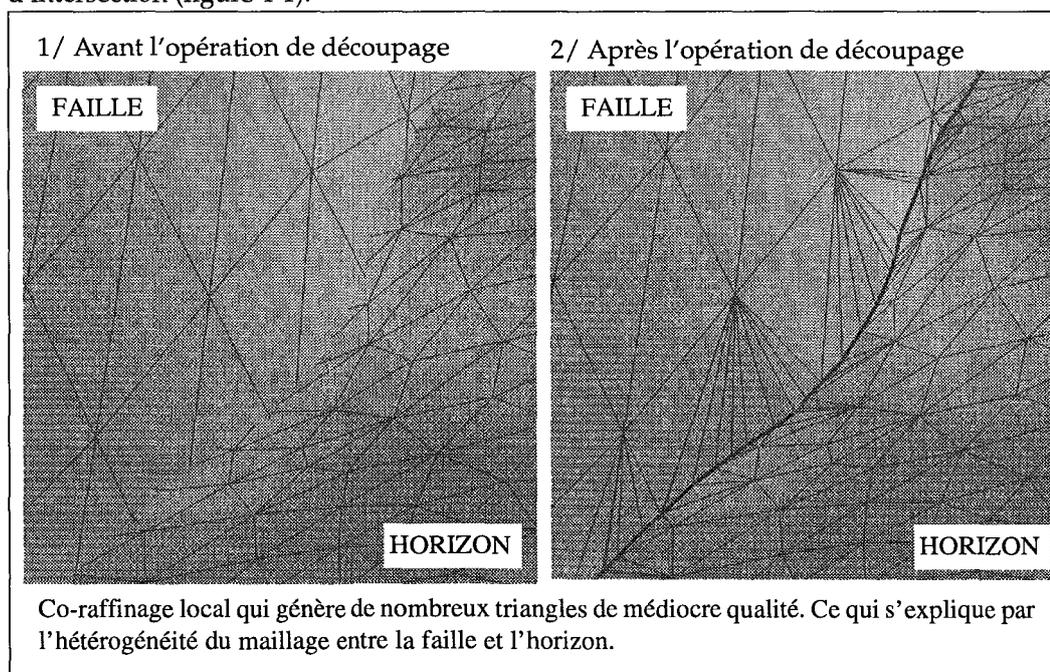


Figure 4-1 : La médiocre qualité des triangles après une opération de découpage

Le nombre important de triangles de médiocre ou de mauvaise qualité générés par l'opération de découpage risque de compromettre fortement le bon déroulement d'algorithmes comme la génération de maillage tétraédrique ([Beuk98]).

La simplification des bords contigus dans un solide est une solution à ce problème. Cette opération consiste à trouver la discrétisation la moins fine possible (minimiser le nombre de segments nécessaires pour représenter au mieux les bords contigus) mais la plus proche de la réalité (minimiser l'erreur entre le bord original et le bord simplifié).

Dans un premier temps, nous allons faire le point sur l'état de l'art. Puis, nous allons présenter le critère de ré-échantillonnage utilisé après avoir énoncé le problème et ses impératifs. Pour finir, nous étudierons en détail les deux étapes importantes de notre opération que sont l'opération de ré-échantillonnage et la relaxation des noeuds voisins du bord. Le caractère simplificateur ou réducteur de notre outil peut rendre non-valide la définition des régions du modèle volumique. Ses conséquences sur l'invalidité des régions nécessitent une attention particulière.

## 4.1 Etat de l'art

La simplification des bords contigus dans un solide peut s'apparenter au problème de la simplification des surfaces et donc le problème plus général de la modélisation multi-résolution. Au cours de ces dernières années, plusieurs algorithmes différents ont été proposés. Nous pouvons regrouper ces algorithmes en trois grandes catégories que sont :

- la décimation des noeuds ou «Vertex Decimation»,
- le regroupement des noeuds ou «Vertex Clustering»,
- la contraction itérative des arêtes ou «Iterative Edge Contraction».

### 4.1.1 La décimation des noeuds ou «Vertex Decimation»

SCHROEDER et AL. [Schr92] ont proposé une méthode itérative basée sur le principe de la suppression d'un noeud de maillage (voir section 2.2, page 48). Cet outil sélectionne des noeuds pour la suppression. Puis, pour chacun de ces noeuds, il détruit les triangles attachés et retriangule le trou résultant. SOUCY et LAURENDEAU [Souc96] décrivent un algorithme plus sophistiqué qui réalise une classification des noeuds avant de décimer les noeuds eux-mêmes.

D'une manière plus générale, toutes ces méthodes reposent sur deux concepts (figure 4-2):

- un concept de classification ou d'éligibilité des noeuds pour la décimation,
- un concept de retriangulation des trous résultants de la décimation.

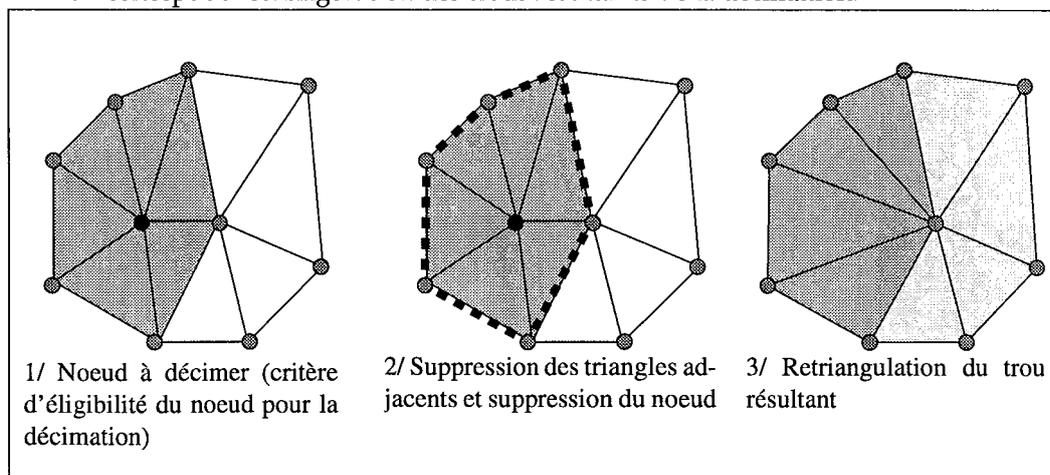


Figure 4-2 : Principe de la décimation des noeuds

### 4.1.2 L'agrégation des noeuds ou «Vertex Clustering»

L'algorithme décrit par ROSSIGNAC et BORREL [Ross93] fonctionne avec des polygones quelconques et ne nécessite pas forcément l'utilisation de surfaces triangulées.

Cet algorithme peut se décomposer en trois étapes (figure 4-3):

1. La subdivision de la boîte englobante: La boîte englobant la surface à simplifier est partitionnée. Cette boîte englobante est subdivisée en plusieurs cellules cubiques suivant un paramètre donné, de manière à créer une grille régulière. Cette étape peut être optimisée par l'utilisation d'arbre octal (voir section 1.3.2, page 25) [Lueb97]].
2. L'agrégation des noeuds: Les noeuds du maillage sont regroupés suivant leur appartenance à une cellule. Puis, chaque noeud d'un groupe appartenant à une cellule est translaté vers le centre de gravité de ce groupe.
3. La suppression des noeuds par remplacement: Un noeud de référence est choisi arbitrairement dans chaque groupe. Puis, le sommet de chaque polygone ayant pour noeud un de ceux du groupe est remplacé par le noeud de référence. De cette manière, tous les noeuds du groupe sauf le noeud de référence sont déconnectés du maillage et peuvent être supprimés sans créer de trous.

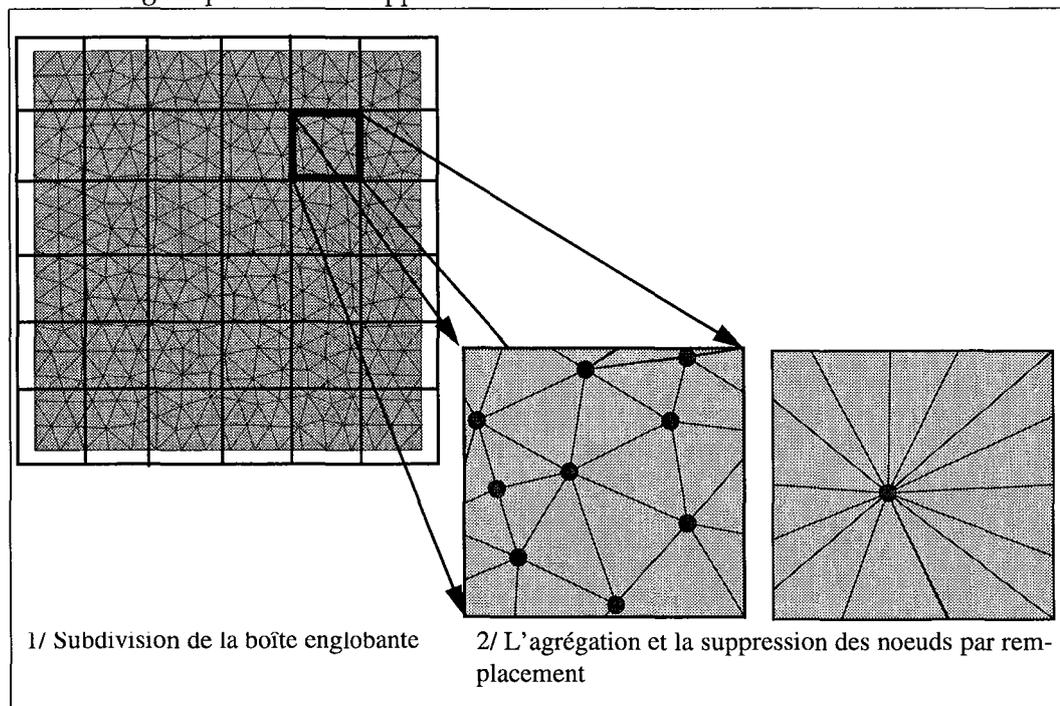


Figure 4-3 : Principe de l'agrégation des noeuds

Ce type de méthode présente deux avantages:

- l'obtention très rapide d'une approximation possible de la surface. La qualité de cette approximation dépend du degré de raffinement de la grille.
- l'utilisation d'opérations topologiques de base permettant d'éviter des appels à des opérations coûteuses telles que la retriangulation.

Toutefois, un de ses inconvénients est la difficulté à maîtriser les modifications topologiques et donc la qualité de l'approximation. C'est pour cette raison que nous n'avons pas retenu ce concept de regroupement des noeuds.

Il est à noter toutefois qu'il existe des méthodes mixtes utilisant les concepts de l'agrégation et de la contraction ([Gar195], [Gar198]).

### 4.1.3 La contraction itérative des arêtes ou «Iterative Edge Contraction»

Plusieurs algorithmes de simplification d'une surface par contraction des arêtes ont été publiés (figure 4-4). Leurs différences essentielles résident dans le choix des arêtes à contracter. Des exemples connus de ces algorithmes sont ceux de HOPPE ([Hopp93], [Hopp96]), de RONFARD ET ROSSIGNAC [Ronf96] et de GUÉZIEC [Guéz95].

Ces algorithmes peuvent être décomposés en trois étapes:

1. La sélection d'une arête à contracter,
2. La réduction d'une arête en un seul point correspondant à son centre de gravité,
3. La suppression des deux triangles partageant l'arête contractée.

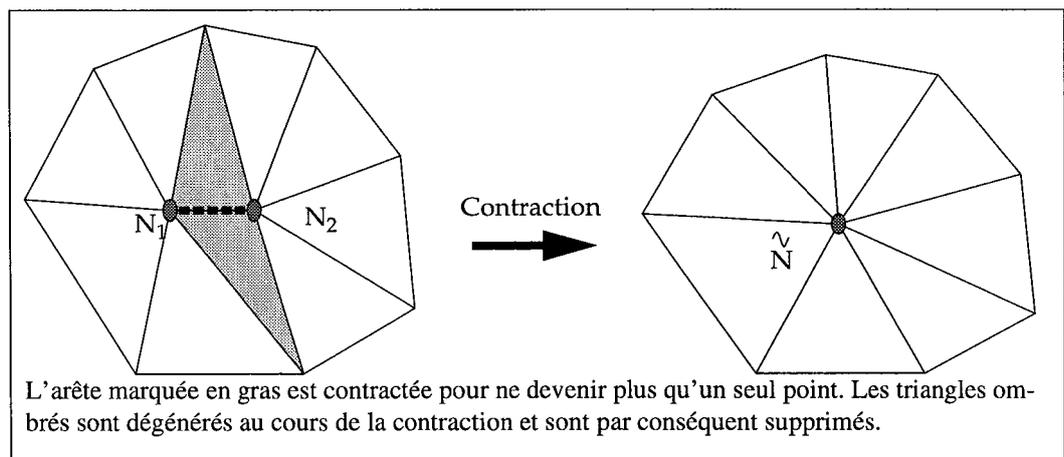


Figure 4-4 : La contraction d'une arête

L'ensemble de ces algorithmes semblent avoir été conçu pour l'utilisation de surfaces 2-variétés orientables. Il est toutefois possible d'utiliser la contraction des arêtes pour des surfaces non-variété. Dans ce cas, la contraction successive des arêtes peut permettre de fermer les trous d'une surface (cf.[Coh96]).

L'intérêt de cette méthode est de ne jamais faire appel à une opération de retriangulation. Seules des opérations topologiques de base sont utilisées comme la suppression de triangles plats (un triangle plat est un triangle possédant au moins deux de ses sommets à la même position).

Le choix de la contraction d'une arête se fait à partir d'un critère géométrique. Par exemple, si l'arête a une longueur inférieure à une distance donnée alors elle peut être contractée. Nous n'avons pas retenu cette méthode de simplification pour cette raison.

### 4.1.4 Conclusion

Toutes ces méthodes permettent de mettre en évidence les deux étapes clefs de la simplification que nous retrouverons dans notre algorithme:

- la classification des noeuds du maillage ou leur éligibilité pour la suppression. Cette éligibilité est déterminée la plupart du temps par un critère géométrique mais celui-ci peut être topologique.
- la suppression d'un noeud et ses conséquences. Deux types de solution sont envisageables (la retriangulation du trou résultant ou l'agrégation/contraction couplée à des opérations topologiques de base).

## 4.2 Le concept

Dans les sous-sections qui suivent, nous allons présenter les données initiales, puis l'énoncé du problème à résoudre et pour finir les différentes étapes de notre algorithme:

- l'association des bords,
- le ré-échantillonnage qui consiste à partir d'un critère déterminé topologiquement à simplifier le bord.
- la «relaxation» des noeuds voisins du bord qui consiste à assouplir la rigidité du maillage près des bords et permet d'obtenir des triangles de meilleurs qualité.

### 4.2.1 Les données

Les données initiales peuvent être de deux types:

- un ensemble de surfaces triangulées ayant en commun un certain nombre de bords. Ces bords doivent être partagés géométriquement et topologiquement. Un bord peut se décomposer comme un ensemble connexe d'arêtes de bord délimitées par deux noeuds appelés bornes ou extrémités. Une arête de bord est une arête connectée à un et un seul triangle. Elle n'appartient qu'à un seul triangle.
- un modèle volumique de type «macro-modèle du sous-sol». Les bords contigus du modèle sont partagés géométriquement et topologiquement car ils sont issus d'une opération de découpage.

### 4.2.2 L'énoncé du problème à résoudre

Notre algorithme de simplification des bords contigus dans un solide consiste à trouver la discrétisation la moins fine possible mais la plus représentative des bords. Cela se traduit par la minimisation du nombre de segments nécessaires à la minimisation de l'écart existant entre le bord avant simplification et le bord simplifié. Autrement dit, il s'agit de trouver **la plus petite représentation commune de l'ensemble des bords**.

La simplification des bords contigus dans un solide doit répondre aux requis suivants:

- L'utilisation de cet outil ne doit nécessiter aucun paramétrage, il doit être complètement automatique.
- Sur un même jeu de données, cet outil doit toujours fournir le même résultat.
- La définition des bords doit rester inchangée, seule la forme des bords change. Un bord se définit par un ensemble de noeuds du bord connectés entre eux et délimités par une borne inférieure et une borne supérieure appelés noeuds du bord extrêmes ou encore noeuds bornes. Autrement dit, les noeuds bornes doivent toujours rester inchangés.
- La validité des régions du solide doit être conservée à l'issue de la simplification.
- La qualité du maillage près des bords contigus doit être nettement améliorée afin de permettre le bon déroulement d'algorithmes comme la génération de maillage tétraédrique pour des simulations d'écoulement.

## 4.3 L'association des bords

L'association des bords s'effectue de deux manières différentes suivant que les données initiales proviennent d'un macro-modèle ou d'un ensemble de surfaces. Quel que soit le type de données, l'association des bords permet d'aboutir à la création d'une structure radiale appelée bord radial. Un bord radial permet de décrire toutes les relations d'adjacences qui existent entre des bords. En d'autre terme, un bord radial est un groupe de bords équivalents géométriquement et topologiquement. Au contraire de l'arête radiale (voir section

1.5.2, page 35), le bord radial ne contient aucune information concernant l'ordonnement relatif des bords entre eux.

### 4.3.1 Données provenant d'un macro-modèle

Un macro-modèle du sous-sol contient déjà une description de l'ensemble des relations d'adjacence des arêtes du bord grâce à la notion d'arête radiale présentée dans la section 1.5.2, page 35. Les bords définis dans le macro-modèle sont considérés comme valides car ils sont issus d'un mécanisme de mise à jour automatique basé sur la notion de bord contigu. Ce mécanisme sera présenté au cours du dernier chapitre de cette thèse en tant qu'exemple d'application du gestionnaire d'opération d'édition d'un modèle tridimensionnel. Toutefois son concept est présenté dans la section ci-après.

La création des bords radiaux est un processus itératif. Dans un premier temps, nous prenons l'ensemble des bords de surface du modèle et nous retirons arbitrairement de cet ensemble un des bords.

A partir de ce bord retiré arbitrairement, nous déterminons ses bords contigus:

- en prenant une de ses arêtes,
- en recherchant l'arête radiale correspondante,
- et en la consultant. La consultation d'une arête radiale permet d'obtenir l'ensemble des arêtes adjacentes. A partir de ces arêtes adjacentes, il nous faut retrouver les bords correspondants en réalisant des tests d'appartenance.

Une fois que nous avons obtenu un ensemble de bords contigus et que cet ensemble contient au moins deux bords, il ne nous reste plus qu'à créer le bord radial correspondant et ré-itérer cette opération tant que l'ensemble des bords de surface n'est pas vide.

### 4.3.2 Données provenant d'un ensemble de surfaces

Ce type de données ne nous fournit aucune information sur les relations d'adjacence des bords entre eux. De plus, nous ne pouvons pas considérer les bords des surfaces données comme étant bien définis. Un bord est dit bien défini si et seulement s'il n'existe pas de sous-ensemble de ce bord équivalent à un autre bord (voir figure 4-5).

L'algorithme qui consiste à rechercher les relations d'adjacence et à homogénéiser les bords, se décompose en quatre étapes:

- Le tri géométrique des arêtes du bord: Ce tri géométrique consiste à comparer les extrémités de chaque arête du bord entre elles et à les associer au sein d'un même groupe lorsqu'elles sont similaires. A la fin de cet étape, nous obtenons des groupes de même position dans l'espace. Seuls les groupes possédant au moins deux arêtes sont gardés.
- L'association des groupes par voisinage: Un groupe d'arêtes équivalentes peut être sommé à un autre groupe si et seulement si les deux groupes contiennent le même nombre d'arêtes et chaque arête d'un groupe est connexe à une seule arête de l'autre groupe. A la fin de cet étape, nous avons des groupes connexes d'arêtes de même position dans l'espace.
- La création des bords bien définis: Pour chaque groupe connexe, nous récupérons par simple parcours, les noeuds extrêmes qui vont nous permettre de définir les bords associés. Tout noeud se trouvant sur le bord possède deux arêtes du bord incidentes. Si seulement une seule arête est contenue dans le groupe connexe alors il s'agit d'un noeud extrême ou encore d'un noeud borne.
- La création des bords radiaux: Un bord radial est créé et associé pour chaque groupe de bords contigus correspondant à un groupe connexe d'arêtes de même position dans l'espace.

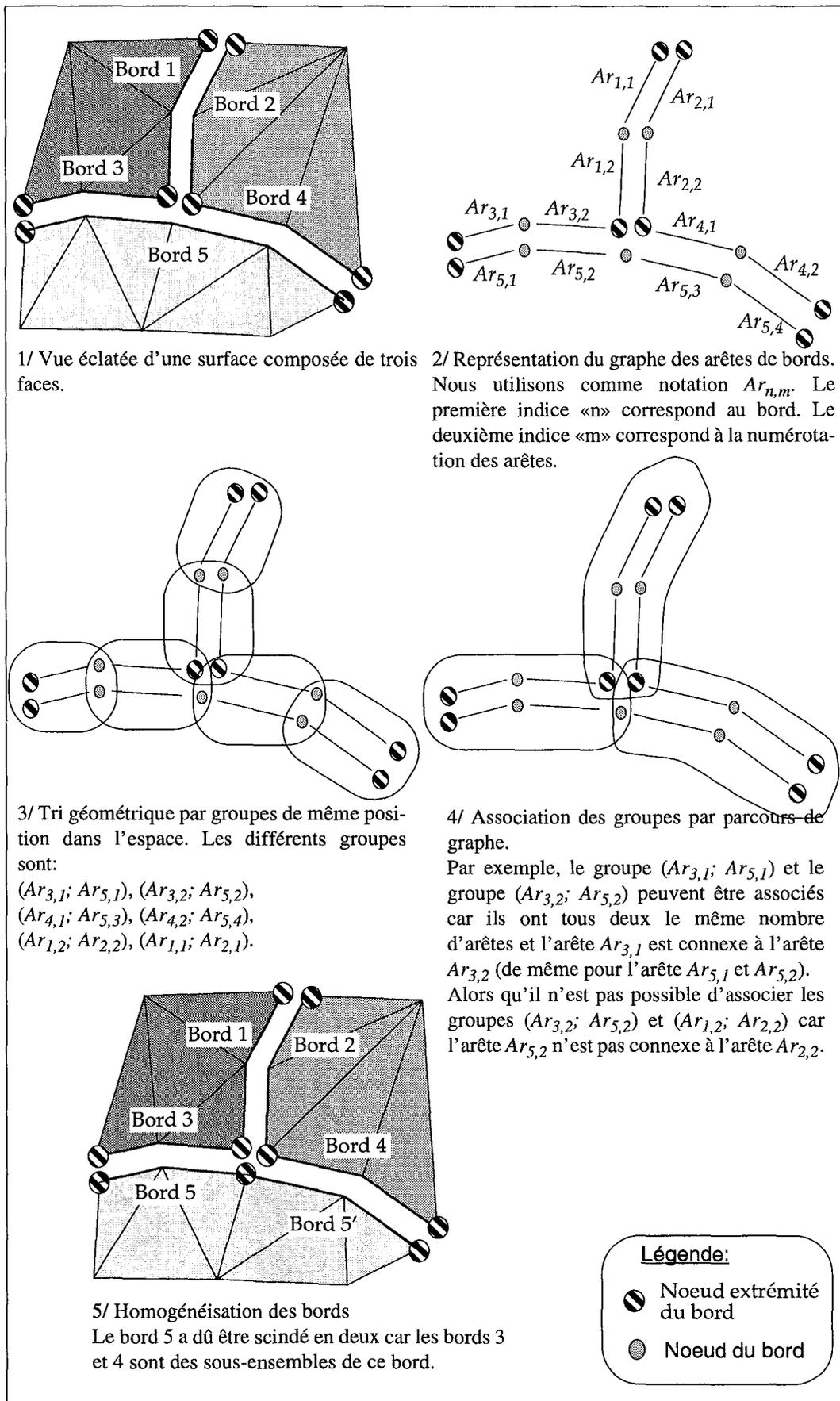


Figure 4-5 : La consistance des bords

## 4.4 Le critère de ré-échantillonnage

Le critère de ré-échantillonnage correspond au plus petit nombre de noeuds représentatifs des bords contigus. Il est utilisé durant la phase de ré-échantillonnage pour faire la distinction entre les noeuds du bord à supprimer et les noeuds du bord à garder.

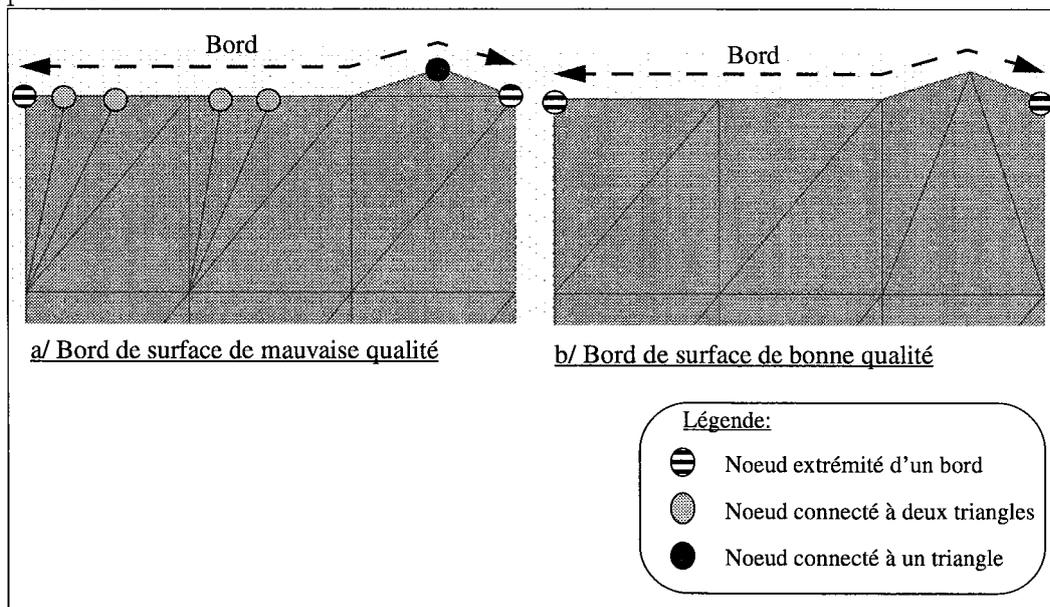
La représentativité d'un noeud pourrait être déterminée par des règles géométriques (par exemple, si deux noeuds de bord sont dans la même sphère d'influence alors ils peuvent être contractés en un seul noeud). L'inconvénient de ces règles géométriques est qu'elles sont fonction de la densification du maillage des surfaces. Par conséquent, elles sont relatives au maillage et impliquent un paramétrage. Afin d'éviter tout paramétrage, nous avons opté pour l'utilisation de règles topologiques. Ces règles topologiques proviennent de l'analyse visuelle des bords (voir figure 4-6).

D'après la figure 4-6, un bord est jugé de bonne qualité si l'ensemble de ses noeuds, hormis ceux des extrémités, sont les sommets de trois triangles minimum. A partir de cette observation, un noeud du bord est dit représentatif s'il est connecté au moins à trois triangles.

Par opposition, un noeud du bord est dit non représentatif si:

- il est connecté uniquement à deux triangles. Dans ce cas, trois arêtes sont incidentes à ce noeud.
- il n'est le sommet que d'un seul triangle. Dans ce cas, seules deux arêtes sont incidentes à ce noeud.

Afin de ne pas modifier la définition intrinsèque des bords, nous devons introduire une troisième règle topologique qui consiste à élire un noeud borne comme étant toujours représentatif.



**Figure 4-6 : L'analyse visuelle des bords**

La figure 4-7 permet d'illustrer le critère de ré-échantillonnage. La vue éclatée met en évidence les noeuds représentatifs de chacun des bords. Le nombre de noeuds représentatifs est pour:

- le bord supérieur de 5 (soit deux noeuds bornes et trois noeuds du bord),
- le bord inférieur de 6 (soit deux noeuds bornes et quatre noeuds du bord).

Le critère de ré-échantillonnage correspond au plus petit nombre commun de noeuds représentatifs des bords contigus. Dans ce cas, le critère prend la valeur de 5.

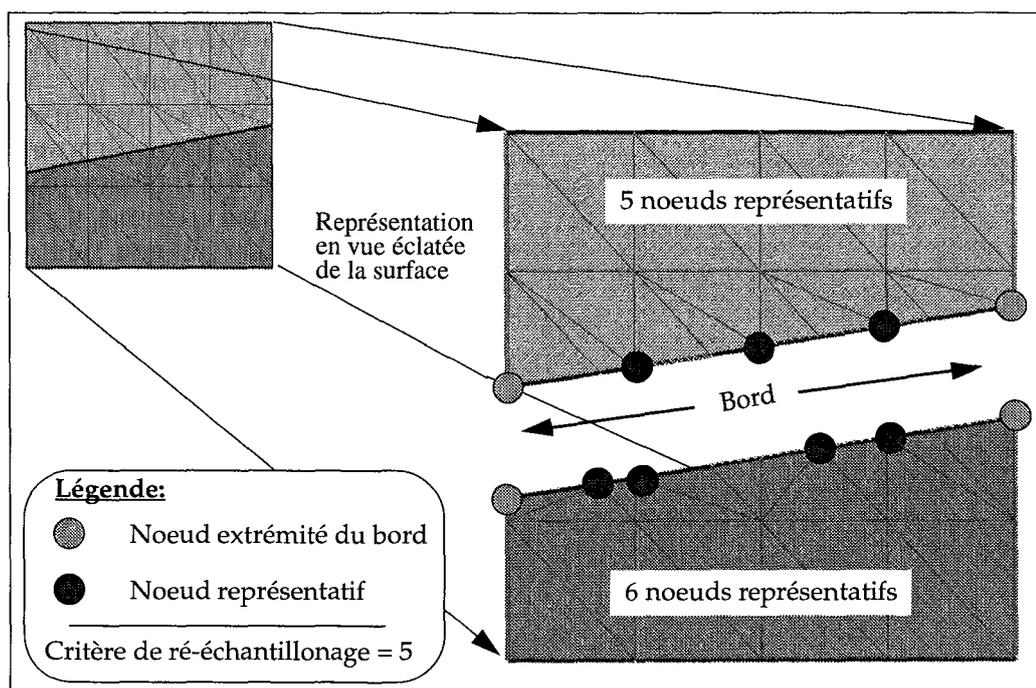


Figure 4-7 : Le plus petit nombre commun de noeuds représentatifs des bords contigus

## 4.5 L'opération de ré-échantillonnage

Cette opération consiste grâce au critère de ré-échantillonnage à simplifier les bords contigus. Cette simplification peut se décomposer en quatre étapes (voir figure 4-8):

1. Sélection d'un bord de référence: Pour chaque groupe de bords contigus, nous choisissons arbitrairement comme référence un bord au sein du groupe. Un groupe de bords contigus est un groupe de bord partageant la même géométrie et la même topologie.
2. Calcul de la longueur type ou référence d'une arête: Nous calculons la longueur du bord de référence en additionnant successivement la longueur de chacune de ses arêtes. Puis, la longueur totale du bord est divisée par le critère de ré-échantillonnage afin d'obtenir la longueur de référence d'une arête.

Ce critère de ré-échantillonnage est minoré de un si le bord est un bord ouvert. Un bord est dit ouvert quand ses deux noeuds bornes sont différents l'un de l'autre. Dans la figure 4-7, le critère de ré-échantillonnage doit être minoré de un car le bord est ouvert. Le critère minoré vaut donc quatre.

Ainsi, ce critère de ré-échantillonnage minoré représente le nombre d'arêtes que doit contenir le bord. Toutefois, ce critère ne peut être inférieur à 2. Nous avons ajouté cette clause restrictive suite aux contraintes de notre cadre de travail. En effet, les règles topologiques du modèleur n'autorisent pas l'existence de bord, intérieur à une surface, constitué uniquement d'une seule arête.

3. L'insertion des nouveaux noeuds: Pour chaque bord du groupe, nous nous déplaçons le long de ses arêtes. A chaque fois que la distance parcourue devient supérieure ou égale à la longueur de référence, nous insérons un nouveau noeud sur l'arête en cours. Cette opération d'insertion d'un nouveau noeud est une opération topologique de bas niveau. Elle consiste à scinder une arête de bord en deux, suivant une position géométrique donnée. Ainsi le triangle concerné par cette arête se retrouve lui-aussi scindé en deux.

Il est à noter que l'insertion des nouveaux noeuds s'effectue à un intervalle régulier le long du bord. Cette répartition homogène des nouveaux noeuds est conforme tant que le maillage près des bords des surfaces concernées est lui aussi homogène. C'est à dire que tous les triangles du bord présentent approximativement la même aire. Afin de remédier à cet inconvénient et en cas de maillage localement hétérogène, nous avons envisagé de moduler la longueur type de l'arête (calculé durant l'étape 2) en fonction de la densité ou la répartition des arêtes existantes. En fait, cette modulation ne présente guère d'intérêt car elle devrait prendre en compte les hétérogénéités de l'ensemble des bords contigus, c'est à dire que l'ensemble des bords devraient présenter une hétérogénéité locale commune. Ce qui est très rarement le cas en géologie.

4. La suppression des anciens noeuds: Durant cette étape, tous les anciens noeuds ou noeuds ne correspondant pas à la position d'un nouveau noeud sont supprimés. Cette opération de suppression est complètement différente de celle présentée dans la section 2.2, page 48. Il ne s'agit pas d'une simple suppression du noeud avec retriangulation du trou résultant. En fait, il s'agit d'une méthode d'agrégation/contraction du noeud avec suppression des triangles plats résultants.

Dans un premier temps, le sommet de chaque triangle ayant comme noeud un ancien noeud, est remplacé par le nouveau noeud le plus proche. Cette première opération topologique permet de déconnecter les anciens noeuds du graphe. Leur suppression n'a plus de conséquences sur les triangles. Il s'agit tout simplement d'une désallocation mémoire du pointeur.

Dans un deuxième temps, nous devons supprimer tous les triangles plats résultants. Ces triangles plats sont facilement repérables car ils possèdent aux moins deux de leurs sommets identiques. La suppression des triangles plats se fait tout simplement en les enlevant de leur face et en les détruisant. Il s'agit là encore d'une opération topologique de bas niveau.

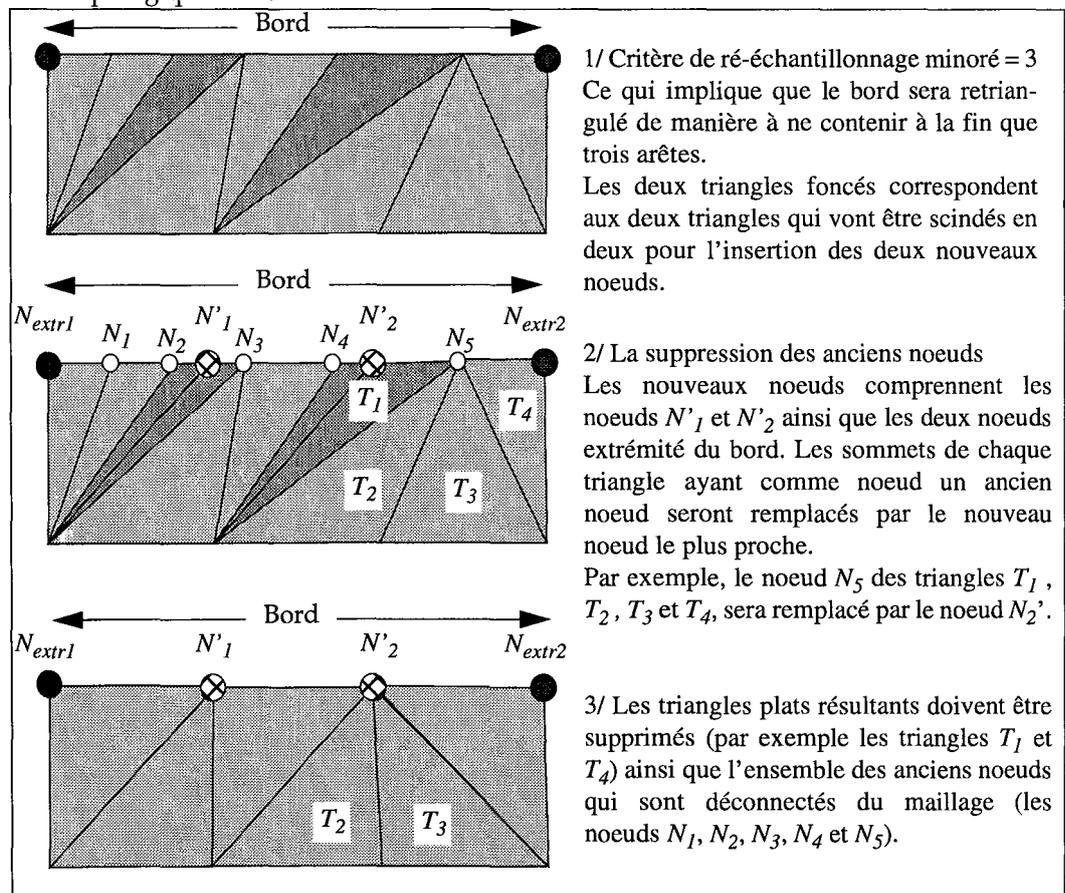


Figure 4-8 : L'opération de ré-échantillonnage

Nous avons préféré avoir recours à l'utilisation d'opérations topologiques de bas niveau afin d'éviter d'avoir à faire appel à des algorithmes plus complexes permettant de retriangler les trous résultants de la suppression des anciens noeuds du bord (voir section 2.2, page 48).

## 4.6 La «relaxation»

Avant d'aller plus loin, nous devons introduire la notion de noeud voisin du bord. Un noeud voisin du bord est un noeud qui est incident par arc direct à un noeud du bord. C'est à dire qu'il existe une arête de triangle qui réunit le noeud du bord au noeud voisin du bord (voir figure 4-9). Autrement dit, l'ensemble des noeuds voisins d'un bord se trouve toujours à une auréole de triangles de ce bord.

La simplification des bords n'est pas suffisante pour obtenir un maillage de bonne qualité. En effet, quelque soit la longueur référence de l'arête, si les noeuds voisins du bord simplifié sont trop proche de celui-ci, alors ils vont contraindre localement la forme des triangles et par conséquent leur qualité. Les triangles risquent d'être longs et fins ou d'aire quasi-nulle (voir figure 4-9).

Afin d'améliorer la qualité du maillage près des bords et donc d'obtenir des triangles équilatéraux, il nous faut reculer les noeuds voisins du bord qui sont trop proches vers l'intérieur de la surface. Le but de cette opération est d'assouplir le maillage à proximité du bord. Pour ce faire, nous proposons une approche qui consiste à recentrer chaque noeud voisin  $N_{voisin}$  par rapport au centre de gravité de l'ensemble des triangles qui ont pour sommet ce noeud  $N_{voisin}$ .

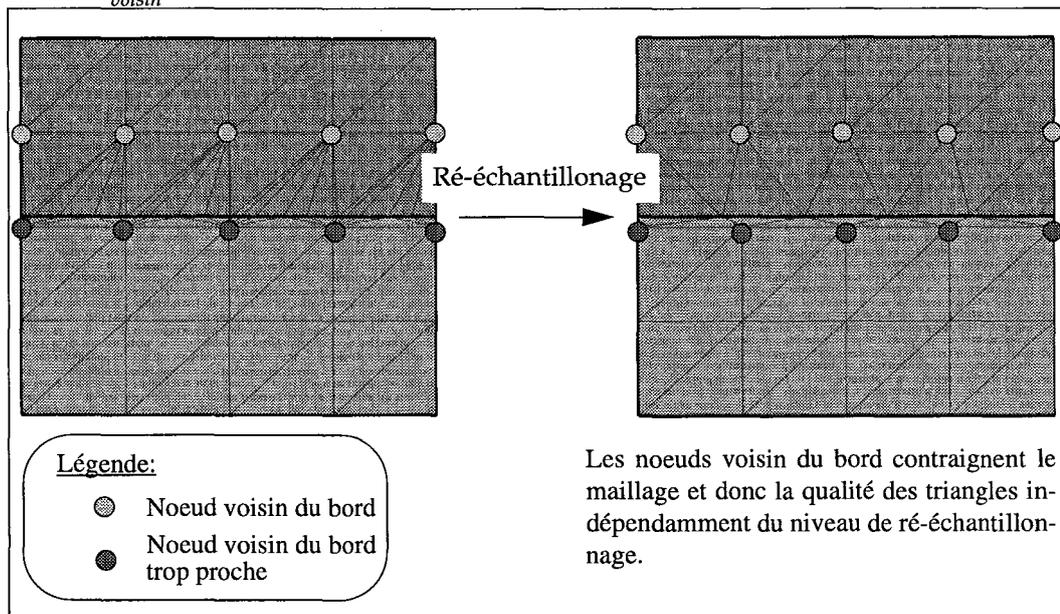


Figure 4-9 : L'impact des noeuds voisin du bord sur le maillage

Cette approche (voir figure 4-10) consiste dans un premier temps à calculer l'aire globale  $A_{global}$  de l'ensemble des triangles ayant pour sommet le noeud  $N_{voisin}$ . Dans un deuxième temps, nous calculons la nouvelle position du noeud  $N_{voisin}$  en additionnant les centres de gravité des triangles ayant pour sommet ce noeud pondéré par le ratio correspondant à l'aire relative de ce triangle ramené sur l'aire globale.

En résumé,

$$NouvellePosition = \sum_{triangles\ connectes\ à\ N_{voisin}} BarycentreTriangle \times \frac{AireTriangle}{AireTotaleTriangles}$$

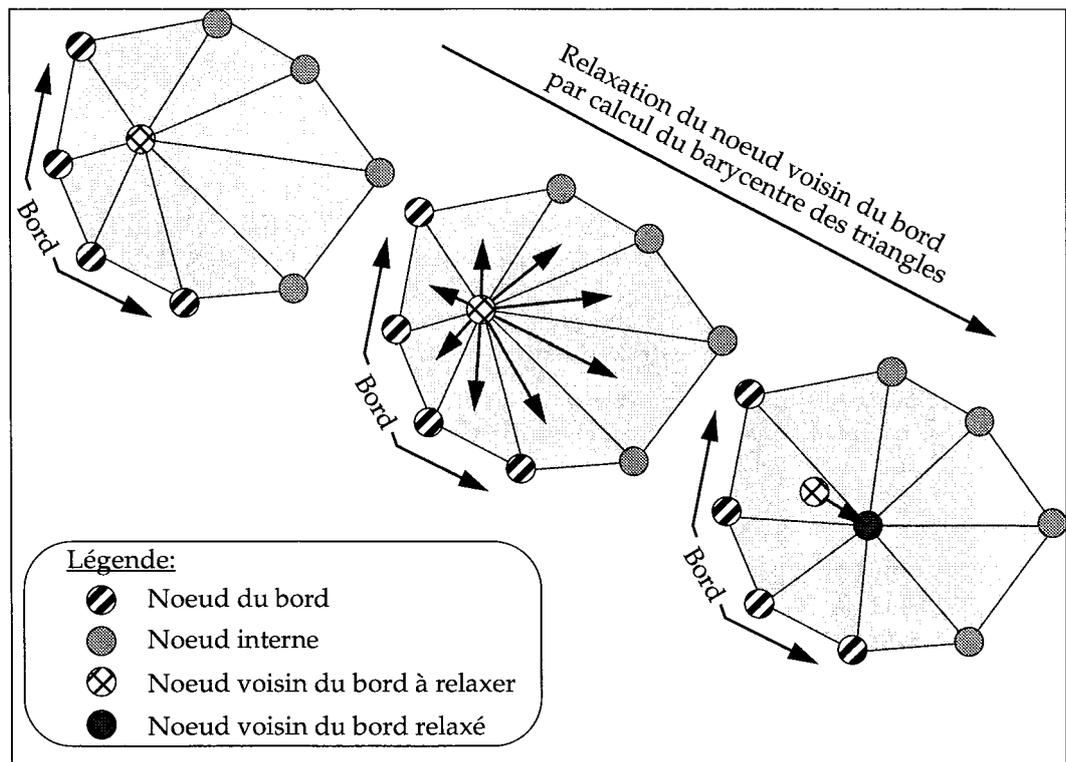


Figure 4-10 : La relaxation d'un noeud voisin du bord

La conséquence de cette opération de «relaxation» des noeuds voisins du bord est de modifier localement la géométrie des surfaces modélisées. Cette modification locale n'a aucune conséquence sur la qualité de la modélisation car les données sont toujours imprécises au niveau du contact faille/faille ou horizon/faille.

Nous devons émettre une restriction à cette opération de relaxation. Elle ne peut être applicable à l'ensemble des noeuds voisins du bord. Si par hasard, un noeud voisin d'un bord donné est lui même le noeud d'un bord alors sa relaxation rendra non-valide le modèle tridimensionnel. En effet, comme ce noeud appartient au bord d'une surface, le relaxer revient à modifier une des frontières du modèle sans mettre à jour l'ensemble des noeuds adjacents et donc l'ensemble des frontières contigues (voir figure 4-11). La conséquence d'une relaxation indifférenciée est l'apparition de fuite entre les régions.

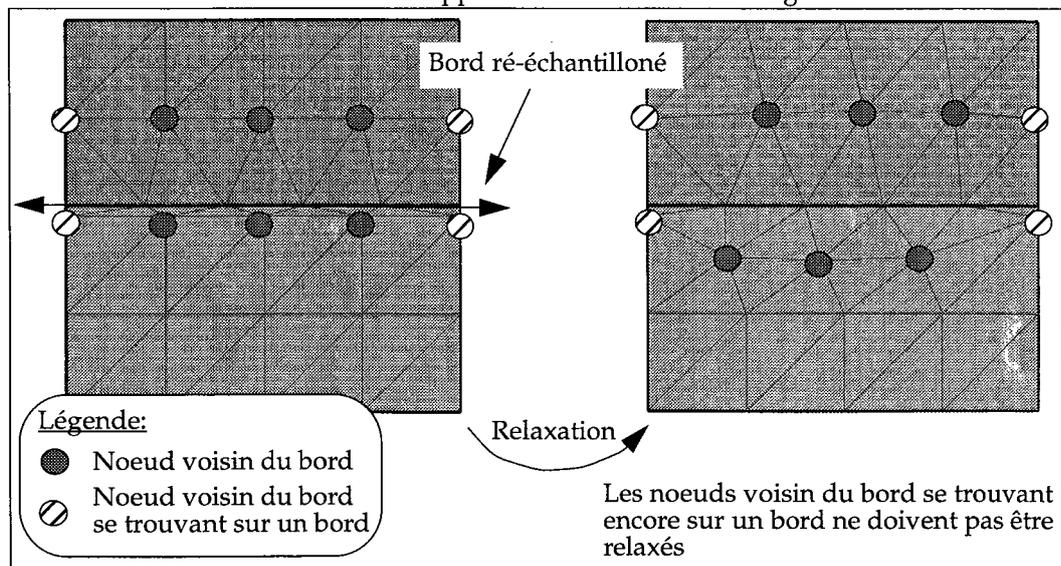


Figure 4-11 : La relaxation des noeuds voisin du bord

En conséquence, notre clause restrictive s'énonce de la manière suivante:

- la relaxation d'un noeud voisin du bord peut être effectuée uniquement si ce noeud n'est pas lui-même sur un bord.

## 4.7 La validité des régions du macro-modèle

Il est difficile de garder les régions et les couches géologiques du modèle valides à l'issue de notre algorithme. En effet, l'étape de «relaxation» peut provoquer pour certains noeuds voisins du bord une modification locale du plongement. Cette modification peut avoir un impact sur l'ordonnement des arêtes radiales qui se trouvent à proximité de ces noeuds. Cela arrive essentiellement quand les faces sont localement très proches les unes des autres, voir même quand elles se chevauchent. On est face à ce cas quand le géologue modélise un réseau de failles listriques, un biseau d'aggradation, de progradation ou sommital au niveau d'un dispositif sédimentaire.

Donc, cette modification induit une inversion locale de l'ordonnement des arêtes radiales (voir section 1.5.5, page 38). Ce qui a pour effet de générer une intersection locale entre les surfaces. Une première solution envisageable pour résoudre ce problème serait la résolution de cette intersection en faisant appel à une opération de découpage. Cette opération ne permet pas de prévenir les inversions mais juste de résoudre le problème. Les conséquences sont:

- la perte de l'information associée aux régions et aux couches géologiques,
- une perte de temps considérable car le modèle doit être entièrement reconstruit et une opération de découpage doit être exécutée sur des surfaces qui ont déjà été découpées, ce qui peut être une source d'erreur supplémentaire.
- l'absence de garantie d'obtention de toutes les régions escomptées.

Nous avons donc décidé d'envisager une autre solution qui consiste à réaliser une «photo» de l'état de l'ordonnement avant simplification des bords et de vérifier l'adéquation de l'état final avec cette photo.

Ce traitement se décompose en deux parties:

1. Détermination de la configuration la plus représentative: une photo de l'état initial est réalisée pour chaque bord radial avant simplification. Cette photo consiste en une liste ordonnée de faces. Ces faces proviennent de l'analyse réalisée sur l'ensemble des arêtes radiales correspondant à ce bord. Le but de cet analyse, dans un premier temps, est d'enlever toutes les arêtes radiales non-valides. Ces arêtes non-valides s'identifient par la présence d'une relation d'adjacence de type 3 (voir section 1.5.2, page 35). Et pour finir, à partir des arêtes radiales restantes, nous analysons et retraits les configurations rencontrées et ne retenons que celles qui ont l'occurrence la plus élevée. D'après la figure 4-12, nous rencontrons deux types de configurations possibles:

- Première configuration: { *Face*<sub>1</sub>; *Face*<sub>2</sub>; *Face*<sub>3</sub>}. On retrouve cette configuration trois fois le long du bord radial.
- Deuxième configuration: { *Face*<sub>1</sub>; *Face*<sub>3</sub>; *Face*<sub>2</sub>}. Cette configuration ne se retrouve qu'une seule fois.

La première configuration est donc retenue comme photo représentative de l'état avant simplification.

2. Adéquation de l'état final avec la photo: Une fois la simplification effectuée, il ne nous reste plus qu'à vérifier si les bords présentent les mêmes relations d'adjacence que l'état initial. Pour ce faire, nous comparons la configuration de chaque groupe d'arêtes de même position du bord radial par rapport à la configuration initiale. Si cette configuration courante est non-valide (ce qui correspond à une relation d'adjacence de type 3) ou si cette configuration est en adéquation avec l'état initial alors on passe au groupe d'arêtes suivant. Dans le cas contraire, nous perturbons localement

l'angle algébrique que forment les arêtes par rapport à une arête de référence afin d'être en adéquation avec la solution initiale (voir section 1.5.2, page 35 et voir figure 4-13).

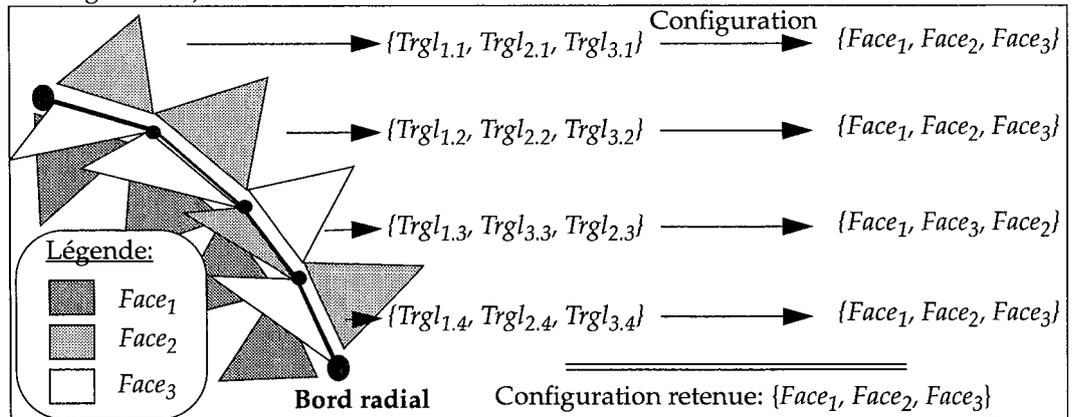


Figure 4-12 : Détermination de la configuration la plus représentative

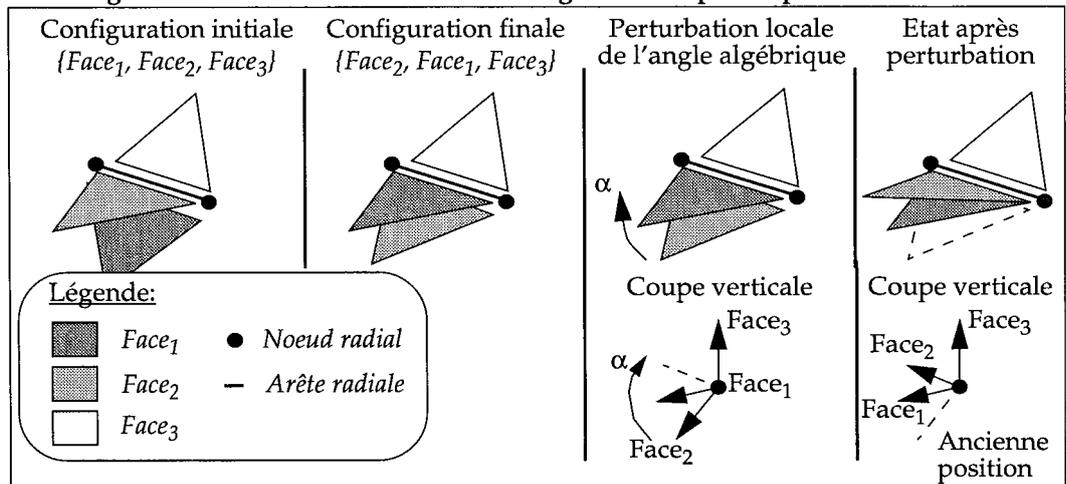


Figure 4-13 : Perturbation locale de l'angle algébrique

Nous pourrions envisager la solution à ce problème comme un algorithme indépendant de la simplification des bords, permettant d'homogénéiser la configuration d'ordonnement des arêtes radiales le long d'un bord. L'utilisateur sélectionnerait un bord et fournirait la configuration souhaitée. Il suffirait après de coupler la simplification des bords avec le traitement des erreurs d'ordonnement dans le gestionnaire d'opérations d'édition du modèle tridimensionnel (voir chapitre suivant).

## 4.8 Applications

Nous avons testé notre algorithme sur trois jeux de données différents. Pour chacun de ces modèles, nous allons exposer leur spécificité et les résultats obtenus.

### 4.8.1 Application sur un modèle synthétique en duplex

Ce modèle synthétique est issu du projet de modélisation SEG/EAEG [Amin94] (en partie supporté par des compagnies européennes) qui consiste à fournir à l'exploration pétrolière et aux universités des jeux de données synthétiques correspondant à un standard et représentant des cas de figures réels.

Par souci de clarté, nous n'avons modélisé que quatre horizons et trois failles. Les trois failles scindent le modèle en trois blocs. Deux des failles sont sub-parallèles et ont induit un effondrement progressif des blocs. La troisième faille est le résultat d'un jeu de contraintes qui ont fait apparaître une structure de type duplex (voir figure 4-14).

La difficulté de ce jeu de données pour la simplification des bords contigus réside dans les zones de forte courbure. Pour isoler ces zones, nous avons réalisé une coupe bidimensionnelle sur la partie Sud du modèle. On peut voir la différence nette de qualité du maillage près des bords avant et après simplification (voir figure 4-15).

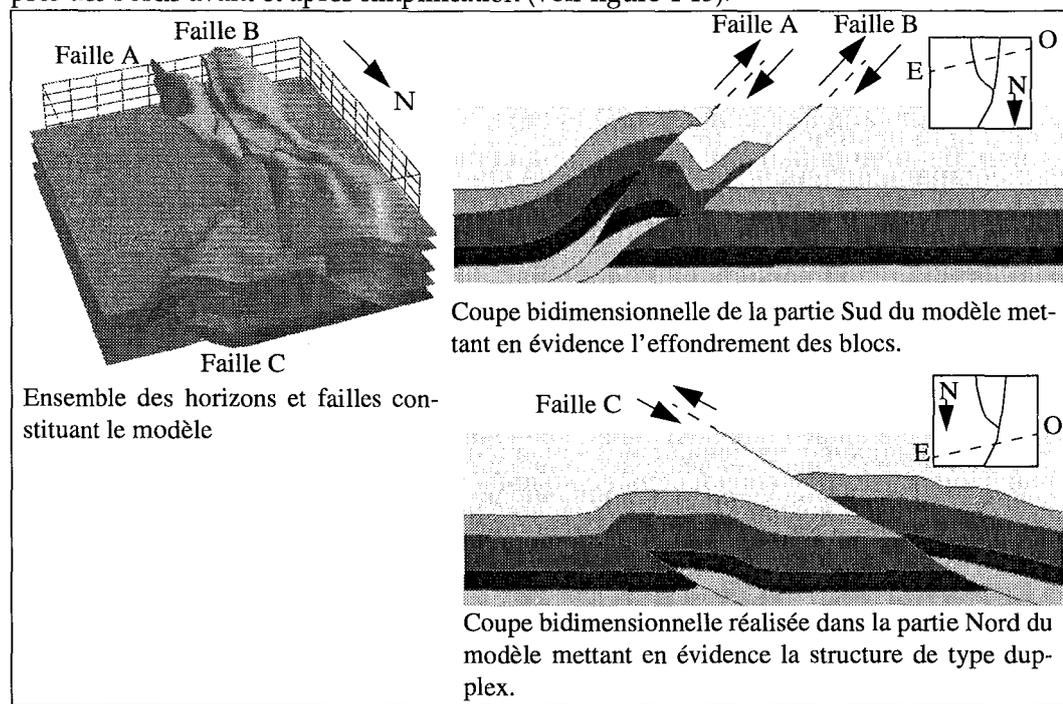


Figure 4-14 : Le modèle synthétique EAEG-SEG en duplex

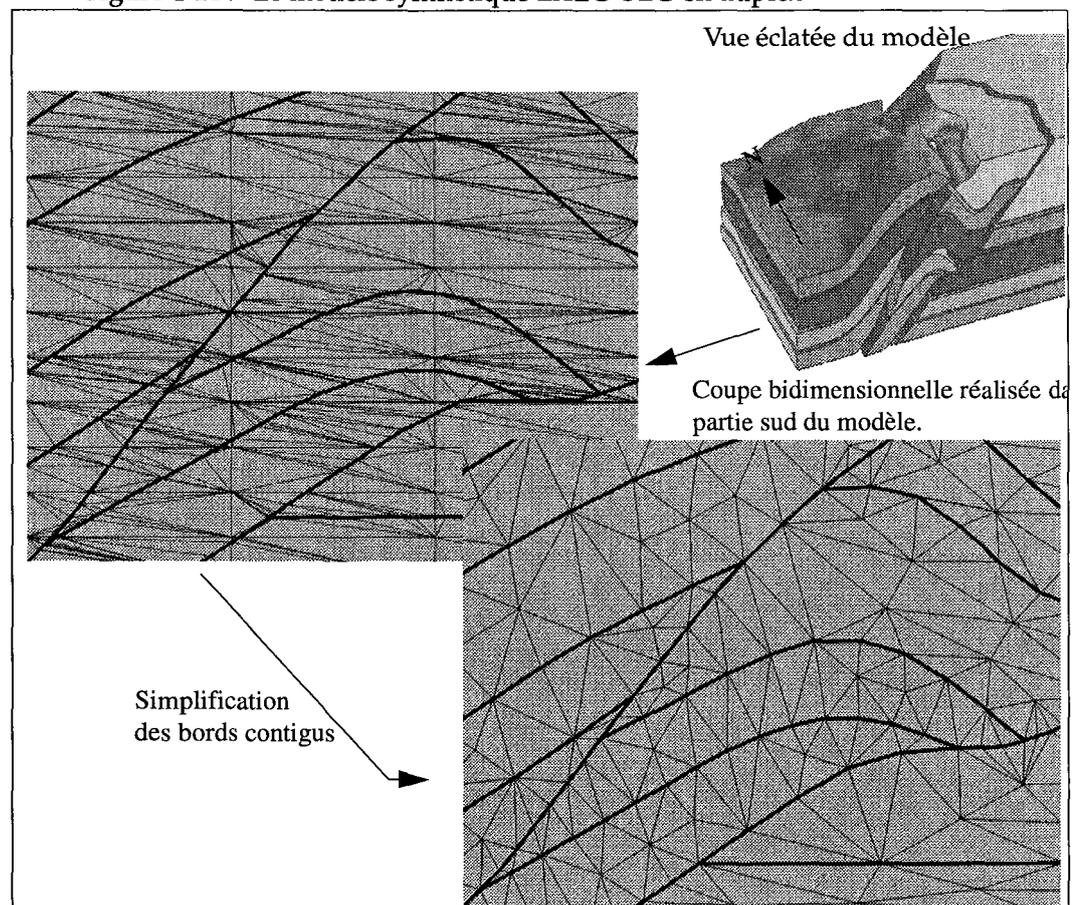


Figure 4-15 : La simplification sur le modèle synthétique EAEG-SEG

### 4.8.2 Application sur un modèle de type graben

Ce modèle provient de données réelles fournies par la société ELF AQUITAINE. Il est constitué de quatre failles et quatre horizons. L'intérêt de ce modèle réside dans la présence:

- de multiples lignes d'intersection qui contraignent fortement l'aspect du maillage,
- la disparition de deux failles au niveau d'un horizon. Ce qui crée localement de petites régions de volume quasi-nul.

La figure 4-16 représente une faille en mode plan et une coupe bidimensionnelle réalisée dans la partie Ouest du modèle tridimensionnel du sous-sol. Ces deux surfaces présentent un co-raffinage abusif au niveau des intersections générées. On peut apprécier la nette amélioration du maillage après simplification.

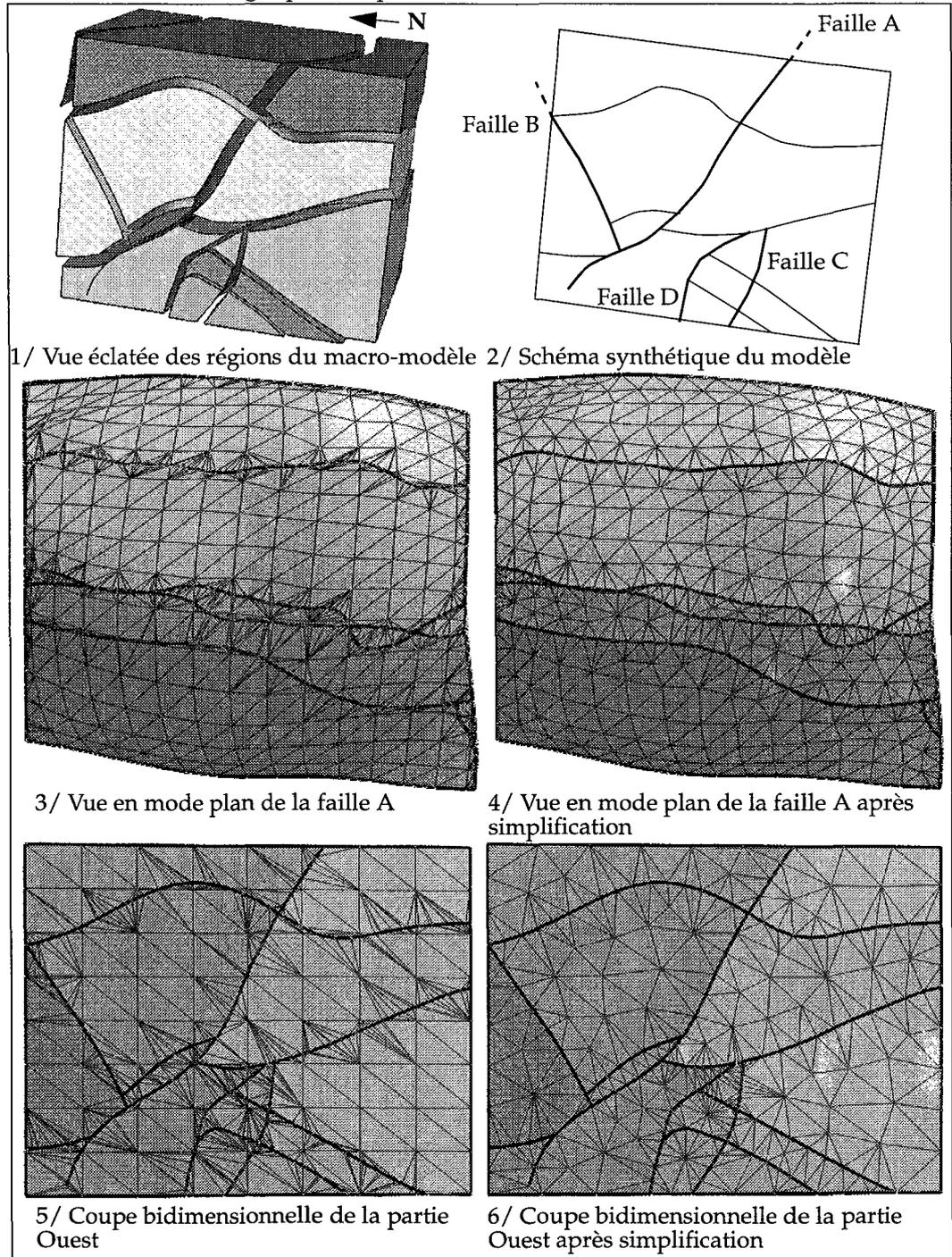


Figure 4-16 : La simplification d'un macro-modèle de type graben

### 4.8.3 Application sur un modèle de type graben avec un jeu de failles complexes

Ce macro-modèle du sous-sol provient d'un jeu de données fourni par la société ELF AQUITAINE. Il est constitué de dix failles et deux horizons. Ce modèle présente deux singularités intéressantes:

- un point multiple de convergence des failles,
- un réseau de failles bien développé qui a favorisé un effondrement par paliers successifs des blocs. En conséquence, le maillage des failles se retrouve contraint par les nombreux contacts horizon/faille.

La figure 4-17 représente en mode plan une des failles qui converge vers le point multiple et un horizon en vue du dessus. On peut apprécier le comportement de la simplification des bords quand il n'existe aucun noeud voisin du bord entre deux lignes d'intersection.

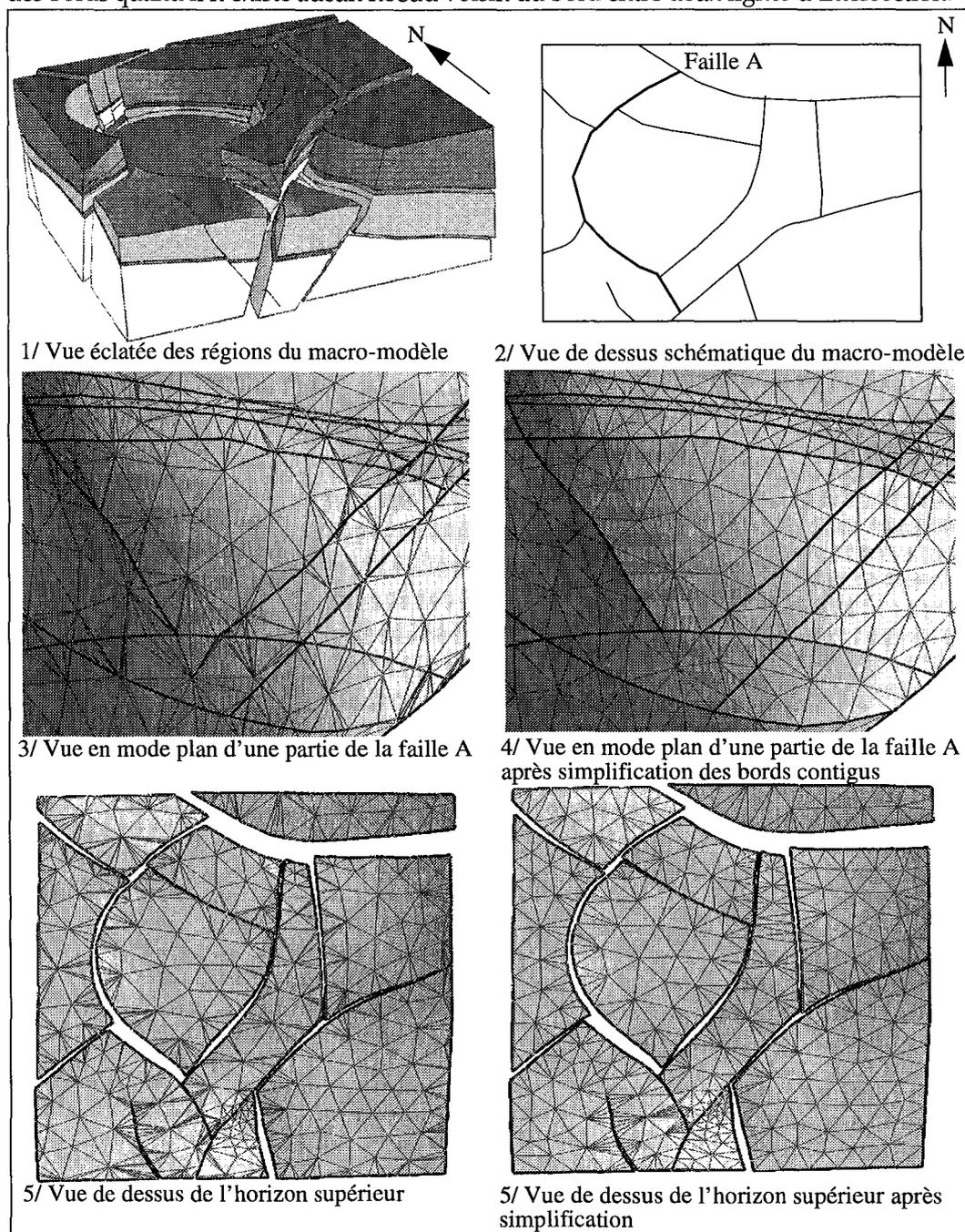


Figure 4-17 : La simplification d'un modèle avec jeu de failles complexes

## 4.9 Bilan

Dans ce chapitre, nous venons de présenter l'opération de simplification des bords contigus dans un solide. Cette opération consiste non seulement à ré-échantillonner les bords mais aussi à assouplir le maillage à proximité des bords. Toute l'originalité de cette méthode réside en trois points essentiels:

- **l'absence de paramétrage.** Il ne s'agit pas d'un algorithme de simplification fonction de la courbure des bords ou de la densité des arêtes, voir de la minimisation de l'erreur existant entre le bord initial et le bord transformé mais fonction de la topologie. De fait, l'utilisateur n'a pas à s'embarasser à configurer différents paramètres.
- **l'utilisation d'un critère de ré-échantillonnage à base topologique** procure à notre algorithme un comportement déterministe et itératif. Pour un même jeu de données, le résultat reste toujours le même. A l'issue de notre algorithme, il peut toujours exister des noeuds du bord connectés uniquement à un ou deux triangles. Si l'existence de ces noeuds ne se justifie pas par un des bords contigus, nous pouvons exécuter une fois de plus notre algorithme. En général, nous obtenons la plus petite représentation commune possible au bout de deux à trois itérations.
- **la relaxation des noeuds voisins du bord** qui permet d'assouplir le maillage près des bords et d'améliorer de manière drastique la qualité des triangles.

Après avoir exposé successivement et indépendamment les trois opérations essentielles à la mise à jour d'un modèle tridimensionnel du sous-sol, il nous reste maintenant à présenter:

- le moteur de gestion des opérations d'édition et de mise à jour ainsi que les événements associés,
- l'enchaînement de différents outils (comme la suppression des cicatrices, la simplification des bords contigus ainsi que le co-raffinage de surfaces) pour en créer de plus puissants.

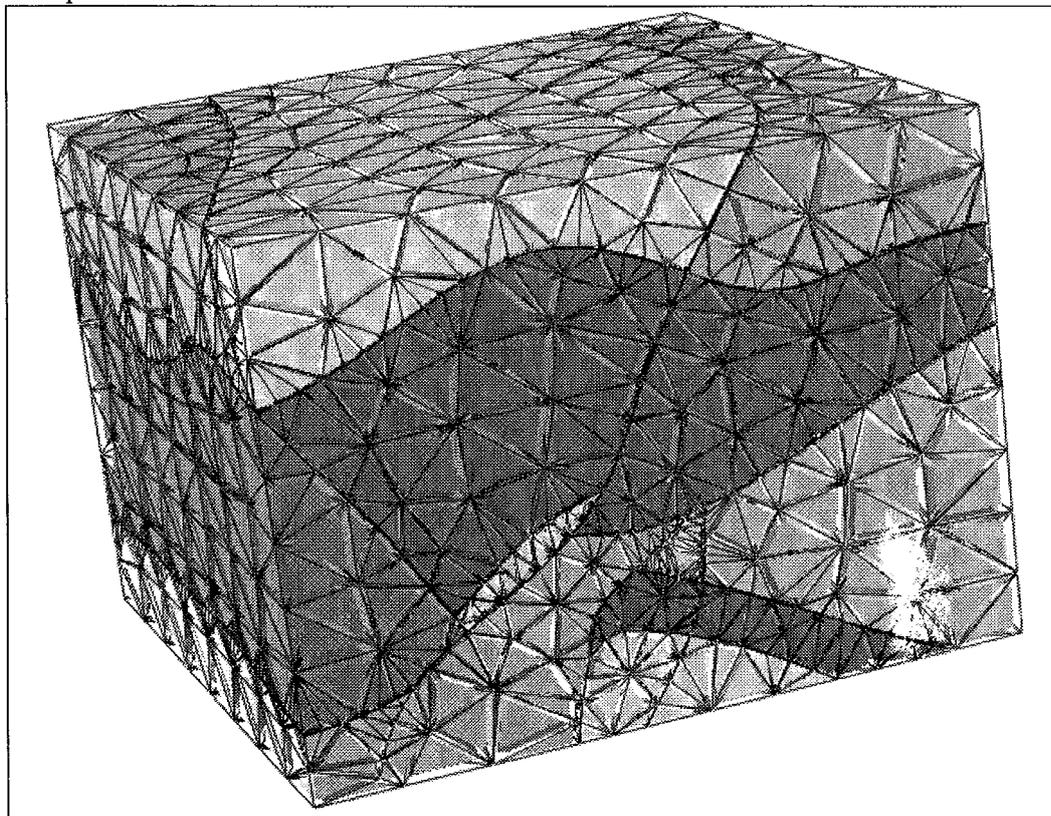


Figure 4-18 : Tétraédrisation d'un modèle volumique ayant subi l'opération de simplification des bords contigus

## Chapitre 5 La gestion des modifications et la mise à jour d'un macro-modèle du sous-sol

Au cours des chapitres précédents, nous avons présenté différents outils permettant:

- de supprimer les lignes de scission,
- de découper des surfaces en exploitant l'information des contraintes géologiques,
- de simplifier les bords contigus d'un solide.

Tous ces outils ont été introduits indépendamment les uns des autres et sans relation directe avec un macro-modèle du sous-sol. Et pourtant, ils sont indispensables à la modification et à la mise à jour de celui-ci comme nous l'avons montré dans la section 1.6, page 39. Nous illustrons cette nécessité par un exemple simple composé de deux horizons et d'une faille normale (voir figure 5-1). Si le structuraliste n'est pas satisfait par l'amplitude du rejet de la faille modélisée, il peut décider de translater l'horizon vers le bas. Cette modification simple de la surface invalide le macro-modèle du sous-sol et nécessite donc sa mise à jour qui correspond:

- à la suppression des cicatrices: Ces lignes de scission correspondent à l'ancienne position de l'horizon. Elles proviennent de l'opération de découpage qui accompagne toute construction de macro-modèle du sous-sol et qui est indispensable à l'obtention d'un macro-modèle du sous-sol valide par respect de la clause de non-intersection introduite par Requicha (cf. [Req81]).
- à la reconstruction du macro-modèle qui doit prendre en compte le repositionnement de l'horizon: La translation de l'horizon vers le bas a entraîné la création d'un trou car la faille est normale. Toutefois, on sait que cet horizon doit être au contact de la faille. En couplant cette information à une opération de découpage contraint, on devrait être à même de combler ce fossé et de régénérer le contact horizon/faille.

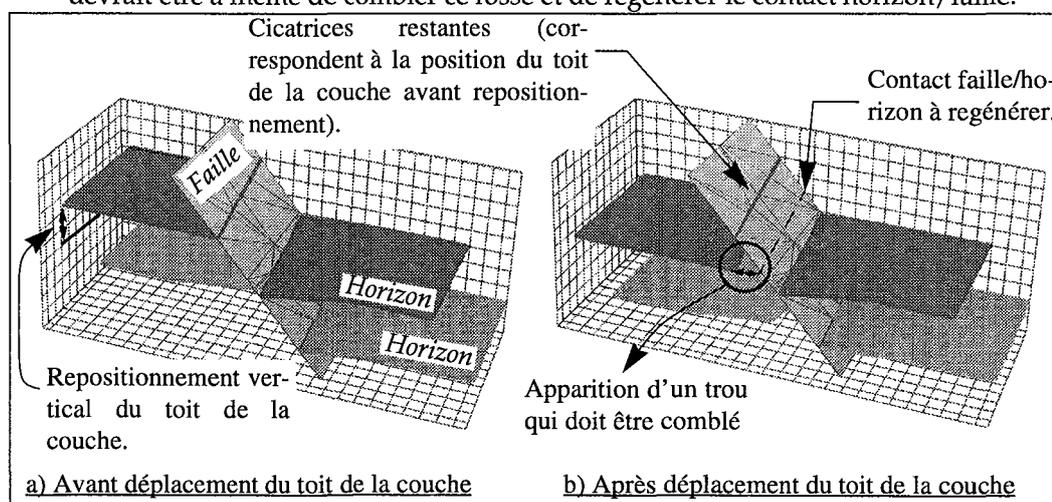


Figure 5-1 : Repositionnement de l'horizon et conséquences

Nous nous proposons, dans un premier temps, d'introduire les principales classes de modifications possibles ainsi que les conséquences que peuvent avoir chacune d'elles sur la validité d'un modèle géologique tridimensionnel. Dans un deuxième temps, nous présenterons le principe du moteur de gestion permettant de prendre en compte ces modifications et de mettre à jour un macro-modèle du sous-sol ainsi que la notion d'évènement. Pour finir, nous exposerons le déroulement de certaines opérations qui font inter-agir plusieurs évènements entre eux.

## 5.1 Les modifications

### 5.1.1 Classification

La puissance d'un macro-modèle du sous-sol réside dans la description de l'ensemble des relations d'adjacence existant entre les surfaces. Il est donc nécessaire de distinguer les opérations visant à modifier, ajouter ou supprimer des surfaces, des opérations visant exclusivement à modifier les relations d'adjacence.

#### 5.1.1.1 L'ajout, la suppression et la modification de surfaces

Cette classe regroupe l'ensemble des opérations qui visent à (voir figure 5-2):

- ajouter une nouvelle surface au modèle: Il est fréquent d'avoir recours à un mode de construction itératif du macro-modèle du sous-sol. Les surfaces sont rajoutées les unes après les autres dans le modèle et après chaque ajout, le géologue vérifie avoir bien obtenu la partition de l'espace souhaitée.
- supprimer une surface du modèle: La suppression d'une surface ou d'une face est indispensable à l'obtention d'une bonne modélisation volumique. Souvent, pour faciliter la modélisation surfacique d'un horizon, on ne prend pas en compte la présence d'un dôme de sel qui, par son caractère intrusif, traverse cet horizon. Ce n'est qu'après la construction du macro-modèle du sous-sol, que l'on supprime la face de l'horizon se trouvant à l'intérieur de ce dôme de sel et qui n'a donc aucune raison géologique d'être.
- changer la forme d'une surface: Il s'agit le plus souvent de transformations globales qui consistent par exemple:
  - à caller un horizon en fonction de plusieurs marqueurs de puits,
  - à affiner la forme d'un horizon, l'horizon étant attiré par un semis de points provenant d'une nouvelle sismique possédant une meilleure définition.

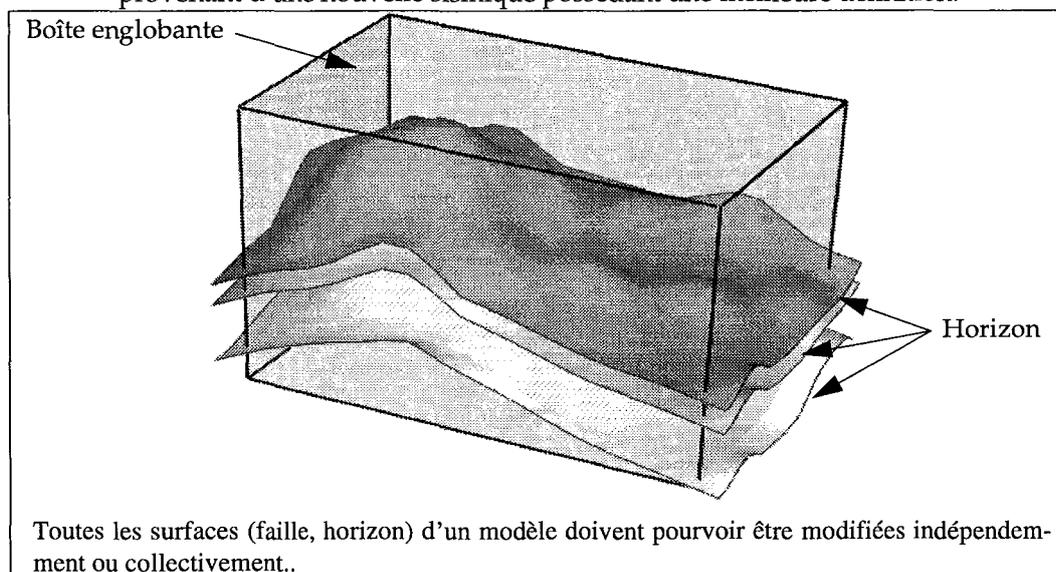


Figure 5-2 : La modification des surfaces contenues dans un modèle

Il est difficile de réaliser ce type de modification en temps réel car elle affecte en général plusieurs régions d'un modèle à la fois. De plus, il faut être capable après chaque transformation d'une surface, de détecter toutes les nouvelles intersections générées et de les matérialiser. Or comme nous l'avons vu au cours de la section 3.1.1, page 64, l'efficacité d'un tel processus ne peut se faire qu'au détriment de la vitesse d'exécution. C'est pour cette raison que nous avons envisagé la réalisation de ces modifications en deux étapes distinctes qui correspondent à deux modes (voir figure 5-3):

- **un mode «Marquage»:** Il permet de **détacher une surface d'un macro-modèle** en transférant les informations d'adjacence relatives du modèle à cette surface sur elle-même. Ce mode présente trois avantages:
  - une représentation simplifiée des bords de la surface détachée: La surface étant détachée, il n'existe plus aucune raison de conserver le contact partagé topologiquement et géométriquement au niveau des bords de cette surface avec les autres. De fait, seul les noeuds du bord qui n'ont pas été insérés par une opération de découpage sont conservés.
  - l'indépendance de la surface détachée par rapport au modèle: les modifications réalisées sur la surface détachée n'ont aucune incidence sur le modèle. Seule la surface est affectée par ces modifications.
  - l'utilisation des opérations de modification des objets géologiques de type «surface»: Il est possible d'appliquer à cette surface les outils de modifications déjà existants pour les objets de type «surface». On peut citer par exemple, l'interpolation de type D.S.I. couplée à des contraintes hétérogènes comme l'attraction de la surface par un nouveau semis de points.

Le transfert des relations d'adjacence relatives du modèle à la surface sur celle-ci est réalisé par l'installation de contraintes de type «Bord Contre Surface» et «Noeud Borne Contre Bord» (voir la section 3.2.3, page 82 pour de plus amples détails). L'utilisation de ces contraintes permet de préserver la notion de contact géologique sans toutefois que la surface fasse partie du modèle et soit considérée comme une surface frontière. Autrement dit, les bords de la surface détachée se retrouvent *faiblement plongés* dans les surfaces voisines et peuvent ainsi glisser le long de leurs plans. Le contact existant entre les bords de la surface détachée et les surfaces voisines n'est pas partagé topologiquement et géométriquement (une arête de bord de la surface détachée n'est pas forcément plongée dans le même triangle). Le mécanisme de la mise en place automatique des contraintes sera détaillée dans la section 5.3.1, page 134.

- **un mode «Collage»:** Ce mode permet de **ré-incorporer une surface détachée dans le modèle par le biais du jeux de contraintes**. Ce rattachement est réalisé par l'opération de découpage contraint qui exploite les contraintes en place sur la surface détachée. Le découpage contraint et tout spécialement l'étape de calcul continue de la ligne d'intersection (voir section 3.2.4, page 85), transforme un plongement *faible* du bord dans une autre surface en un plongement *fort*. C'est à dire que chaque arête du bord est plongé uniquement dans un seul et même triangle. Il s'agit d'un mécanisme permettant de renforcer un plongement allégé.

Il est important de retenir cette notion de plongement *faible* et de plongement *fort* car elle est à la base du mécanisme de mise à jour de macro-modèle du sous-sol. En approfondissant l'analyse de ce mécanisme, on peut s'apercevoir que le mode «Marquage» ne se préoccupe pas de la suppression des cicatrices correspondant à l'ancienne position de la surface modifiée. En effet, les cicatrices n'apparaissent pas uniquement avec la modification d'un horizon, elles apparaissent aussi lorsqu'une surface ou une face est supprimée. De fait, la gestion de la suppression des cicatrices doit être réalisée directement à l'intérieur du moteur de gestion au même titre que les opérations de découpage. L'enchaînement des différentes opérations (suppression des cicatrices, découpage contraint...) sera détaillé dans la section 5.2.1, page 132 introduisant la notion du moteur de gestion.

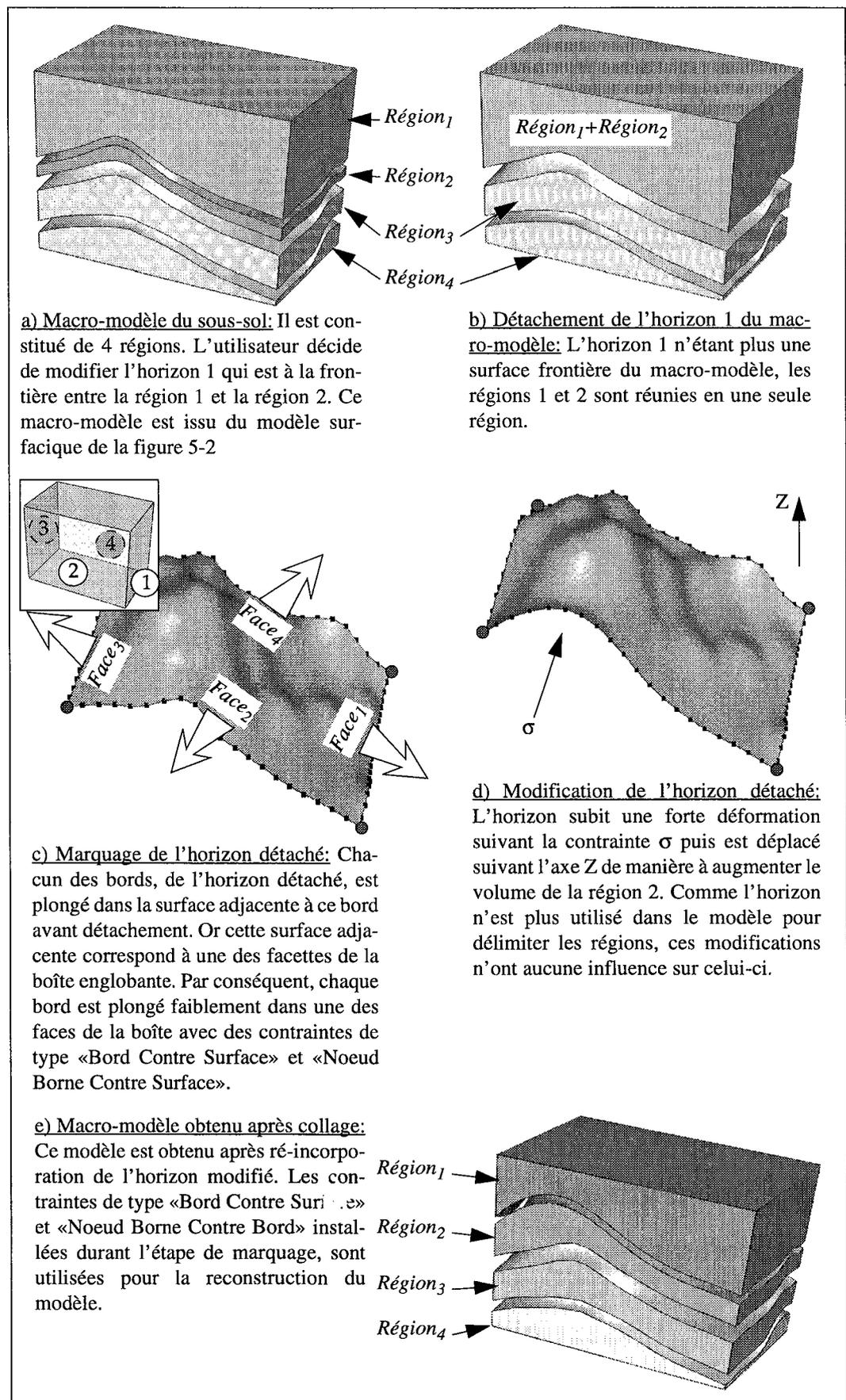


Figure 5-3 : Le principe de la modification d'un horizon

### 5.1.1.2 La modification des contacts

Cette classe regroupe l'ensemble des opérations qui visent uniquement à modifier les bords des surfaces existantes et par conséquent à changer les relations d'adjacence. Il s'agit le plus souvent de transformations locales qui consistent par exemple:

- à faire glisser un bord le long d'un plan de faille afin de respecter les informations chrono-stratigraphiques (cohérence dans la juxtaposition des âges...).
- à amplifier ou diminuer un rejet de faille afin de respecter les données observées sur le terrain.

Toutes ces relations d'adjacence entre surfaces sont décrites à l'aide des primitives géométriques que sont la ligne et le point. Il est donc possible de réaliser ces transformations en faisant appel directement aux opérations existantes de modification des lignes (voir figure 5-4).

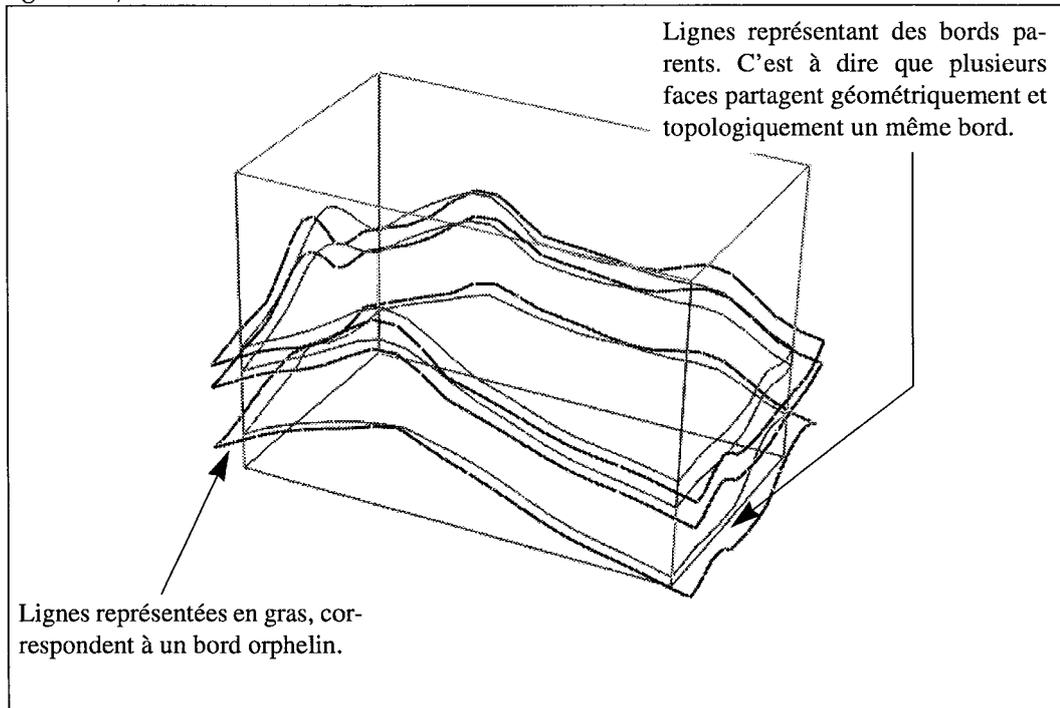


Figure 5-4 : Représentation d'un modèle en mode «Fil de Fer»

Toute la difficulté d'une telle transformation locale réside dans sa rapidité d'exécution. Ces modifications doivent pouvoir être effectuées en temps réel. Pour ce faire, il faut être capable de glisser le bord d'une surface le long d'une autre surface de manière quasi-instantanée.

Nous avons uniquement jeté les bases d'un principe permettant de faire glisser un bord d'une surface le long d'une autre. Ce principe repose sur la notion de plongement faible et de plongement fort introduite dans la section précédente. Nous allons brièvement énoncer ses trois étapes principales:

- le passage en mode «Marquage»: Dans un premier temps, le bord modifié ou la partie de bord modifiée est détaché du modèle. C'est à dire, que le contact entre ce bord et les surfaces concernées du modèle n'est plus partagé topologiquement et géométriquement. Dans un deuxième temps, on crée à partir de ce bord détaché une courbe polygonale et on la lui associe. Le but de cette association est de maintenir les noeuds du bord détaché sur la courbe polygonale. Pour finir, les relations d'adjacence relative au bord détaché sont transférées sur la courbe polygonale grâce à différentes contraintes. Le but de ces contraintes est de maintenir la ligne au contact des surfaces adjacentes au bord détaché. La courbe polygonale se retrouve donc faiblement plongée dans les surfaces adjacentes au bord détaché (voir figure 5-5).

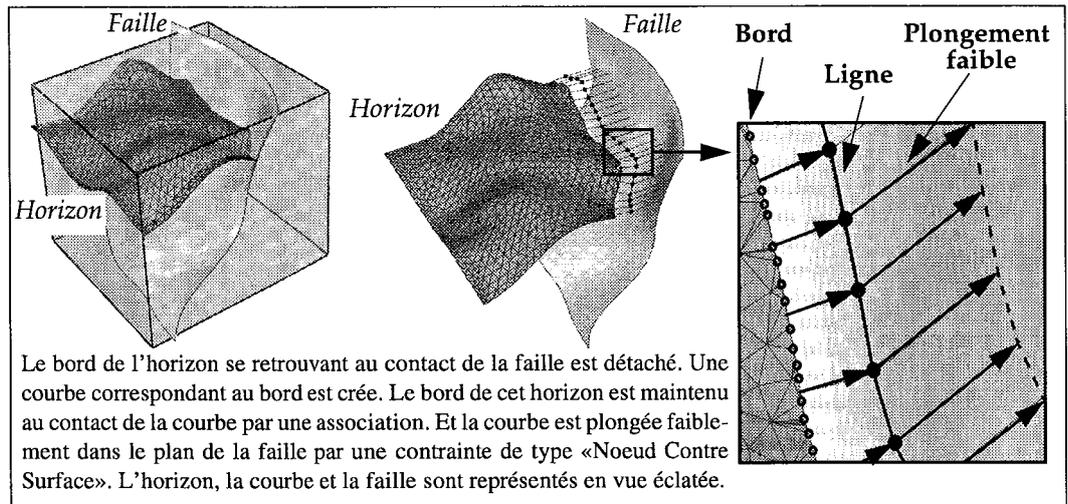


Figure 5-5 : Le passage en mode «Marquage» pour un bord

- la modification de la ligne:** On peut avoir recours durant cette étape à l'ensemble des opérations de modification disponibles pour les objets géologiques de type «ligne». Comme la ligne n'appartient pas au modèle, toute modification de celle-ci n'a aucune incidence sur la définition des régions du modèle. Il s'agit en réalité de l'étape la plus difficile et la plus critique car il faut vérifier en permanence la cohérence géologique du déplacement. Pour illustrer cette notion de cohérence géologique du déplacement, nous allons prendre un exemple constitué d'une ligne que l'on veut faire glisser le long d'un plan de faille (voir figure 5-6). Cette faille est une faille majeure. On peut remarquer sur cette faille, la trace de différents horizons et la présence d'une bulle de sel. Cette bulle de sel a profité de la présence de cette faille majeure pour migrer. De fait, la bulle de sel se retrouve à son contact. Lors de son déplacement, la ligne peut rencontrer par exemple, la trace de la bulle de sel. La nature intrusive de la bulle de sel, implique qu'il est impossible pour la ligne de pénétrer à l'intérieur de celle-ci. C'est pour ce type de raison que lors du déplacement de la ligne, il faut vérifier à tout moment si les propriétés géologiques de cette ligne lui donne droit de traverser une structure géologique possédant des propriétés différentes.
- le passage en mode «Collage»:** L'association du bord détaché avec la courbe polygonale a permis tout au long de la modification de la courbe de garder ce bord détaché à son contact. Le but de cette étape est donc de transformer le plongement faible de la courbe dans les surfaces adjacentes au bord détaché, en plongement fort. Une fois, la courbe plongée fortement, chacun de ses noeuds va être inséré au niveau du bord détaché et au niveau des surfaces adjacentes au bord détaché.

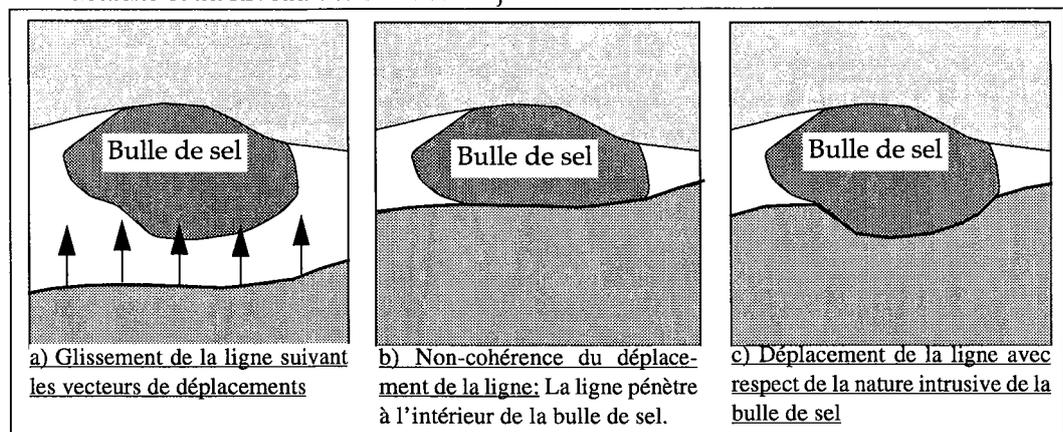


Figure 5-6 : La cohérence géologique du déplacement

### 5.1.2 Conséquences

Toutes ces modifications peuvent avoir principalement deux types de conséquences que sont:

- la création de trous: Les trous ont toujours une incidence directe sur la répartition des régions d'un macro-modèle du sous-sol. La présence d'un trou se traduit par l'obtention d'une seule région au lieu de deux et correspond à une fuite. Il existe des moyens permettant de détecter les trous et de les combler. Cependant, ces méthodes sont coûteuses (pour un descriptif de ces différentes méthodes, voir la section 3.2.1, page 78). On peut citer par exemple une condition nécessaire et suffisante qui permette de savoir si une face ne possède aucun trou. Cette condition peut s'exprimer sous la forme: si une région contient une face F orientée et que cette région ne contient pas la face F orientée de polarité opposée, alors cette face F ne possède aucun trou.

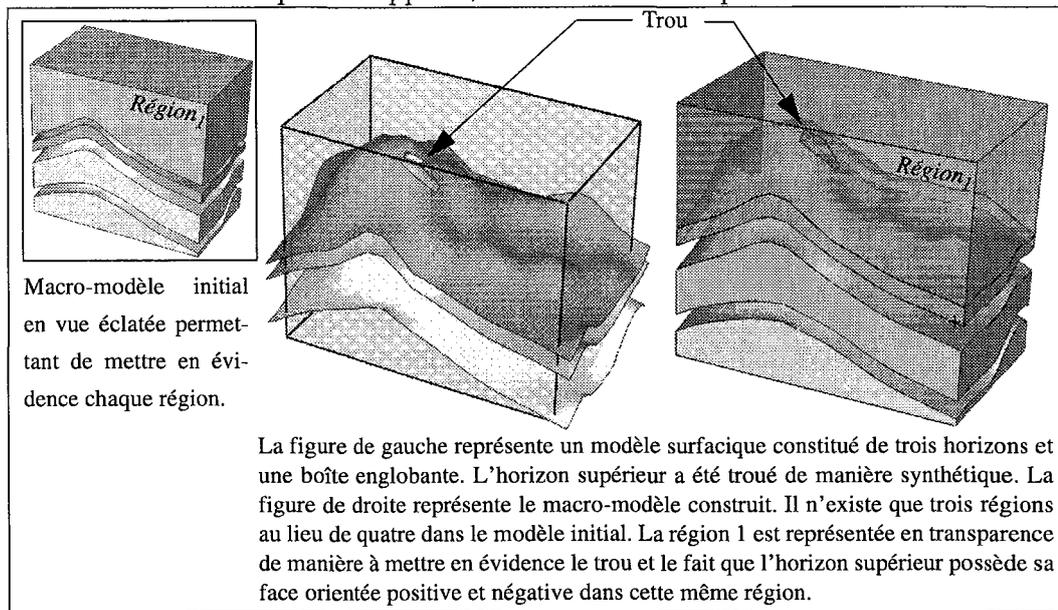


Figure 5-7 : La présence d'un trou dans un macro-modèle du sous-sol

- la création d'intersections: Le découpage d'une intersection lors de la construction d'un macro-modèle du sous-sol se traduit souvent par l'apparition de nouvelles régions au contact de la surface modifiée.

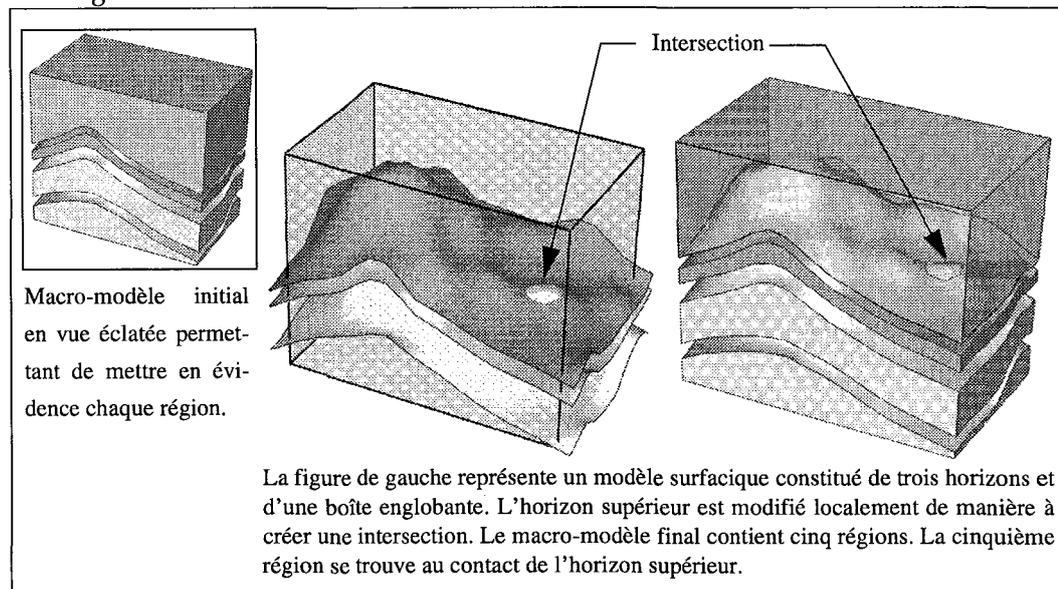


Figure 5-8 : La présence d'une intersection dans un macro-modèle

## 5.2 La gestion des modifications

### 5.2.1 Le moteur de gestion des évènements

Chaque macro-modèle du sous-sol est associé à un moteur de gestion. Le but de ce moteur de gestion est d'interpréter des évènements et de mettre à jour en conséquence ce macro-modèle. Il est donc possible d'avoir plusieurs évènements en même temps, qui peuvent inter-agir entre eux. Un évènement correspond à une action qui vise à modifier un des objets du macro-modèle du sous-sol ou le macro-modèle lui-même.

Un moteur de gestion est défini par:

- le macro-modèle qui lui est associé,
- un ensemble d'évènements.

La mise à jour du macro-modèle par le moteur de gestion se décompose en cinq étapes (voir figure 5-9):

- la prise en compte des évènements: Cette phase est indispensable pour vérifier la conformité de chacun des évènements. C'est à dire, que l'on vérifie si un évènement affecte bien le macro-modèle associé au moteur de gestion et si cet évènement n'existe pas déjà afin d'éviter toute duplication. Le but de cette phase est de permettre à chaque évènement de récupérer l'information dont il a besoin et de permettre aux évènements d'inter-agir entre eux. En effet, il est fréquent qu'un évènement engendre de nouveaux évènements comme une action peut être décomposée en sous-actions. Par exemple, un utilisateur décide de supprimer une à une toutes les faces d'une surface. Chaque suppression de face génère un évènement de ce type. Le rôle de cette phase est de:
  - vérifier que l'utilisateur n'a pas cherché deux fois à supprimer la même face,
  - détacher cette face du modèle afin qu'elle ne soit pas prise en compte lors de la phase de reconstruction du modèle,
  - dissocier la face de sa surface. Si la surface ne contient plus aucune face, alors il faut générer un nouvel évènement de type «Suppression de Surface».
- l'interprétation des évènements: Le rôle de cette phase est de réaliser chacun des évènements. C'est à dire qu'un évènement est exécuté et ses conséquences sont transmises au moteur de gestion. Une fois celles-ci cumulées, le moteur de gestion les transmet à son tour au modèle. Par exemple, le moteur de gestion contient un évènement du type «Suppression Surface». L'interprétation de cet évènement:
  - informe le moteur de gestion qu'une surface est supprimée dans le modèle (les cicatrices de cette surface sur les autres contenues dans le modèle doivent être supprimées),
  - détruit la surface.

A l'issue de cette phase, le macro-modèle du sous-sol se retrouve dans un état instable. Toutes les conséquences des évènements ont été transmises au modèle et il est nécessaire de mettre à jour le modèle. La mise à jour du modèle correspond aux deux phases suivantes que sont la suppression des cicatrices et la reconstruction du modèle.

- la suppression des cicatrices: Cette opération présentée dans le chapitre 2, page 45 réalise exactement l'opération inverse de celle du découpage. Il est donc nécessaire d'avoir recours à cette opération à chaque fois qu'une surface ou une face est détachée ou supprimée dans le modèle.

L'opération de suppression des cicatrices aurait pu être réalisée directement lors de l'interprétation de l'évènement. Mais cela se serait traduit par de multiples suppressions. Par exemple, l'interprétation de deux évènements de type «Suppression Surface» peut entraîner la suppression de deux cicatrices qui affectent la même surface

en deux étapes différentes alors qu'il aurait été plus judicieux de les supprimer toutes les deux au même moment. De fait, la centralisation au niveau du moteur de gestion, de l'ensemble des conséquences dues aux événements, permet de supprimer l'ensemble des cicatrices en une seule fois.

- **la reconstruction du modèle:** Cette phase de reconstruction du modèle peut se dérouler de deux manières différentes en fonction de l'ajout ou non de surfaces. En cas d'ajout ou de ré-incorporation d'une surface, la reconstruction du modèle est toujours accompagnée d'une opération de découpage contraint suivant la procédure décrite dans la section 1.5, page 34. Dans le cas contraire, le modèle est reconstruit sans découpage en repolarisant les faces, en les ré-associant par un tri radial, en créant les frontières et pour finir les régions. Durant chaque reconstruction due à un ajout, toutes les surfaces ne sont pas re-découpées. Seules les surfaces affectées par cet ajout sont coupées.

Cette phase correspond au transfert des conséquences.

- **la mise à jour des événements:** Cette phase est indispensable pour mettre à jour les événements. L'action de certains événements ne peut se réaliser que sur un modèle reconstruit. On peut citer comme exemple, un événement consistant à définir de manière cohérente les bords des faces en fonction des bords radiaux du modèle. Cet événement utilise le principe d'homogénéisation des bords présenté dans la section 4.3.2, page 112. Cet événement ne peut pas être réalisé au cours de la phase d'interprétation car il est possible que d'autres événements comme la suppression d'une surface ou d'une face, modifient les voisinages du modèle. De fait, l'homogénéisation des bords du modèle ne peut se faire qu'après les deux phases de suppression des cicatrices et de reconstruction du modèle.

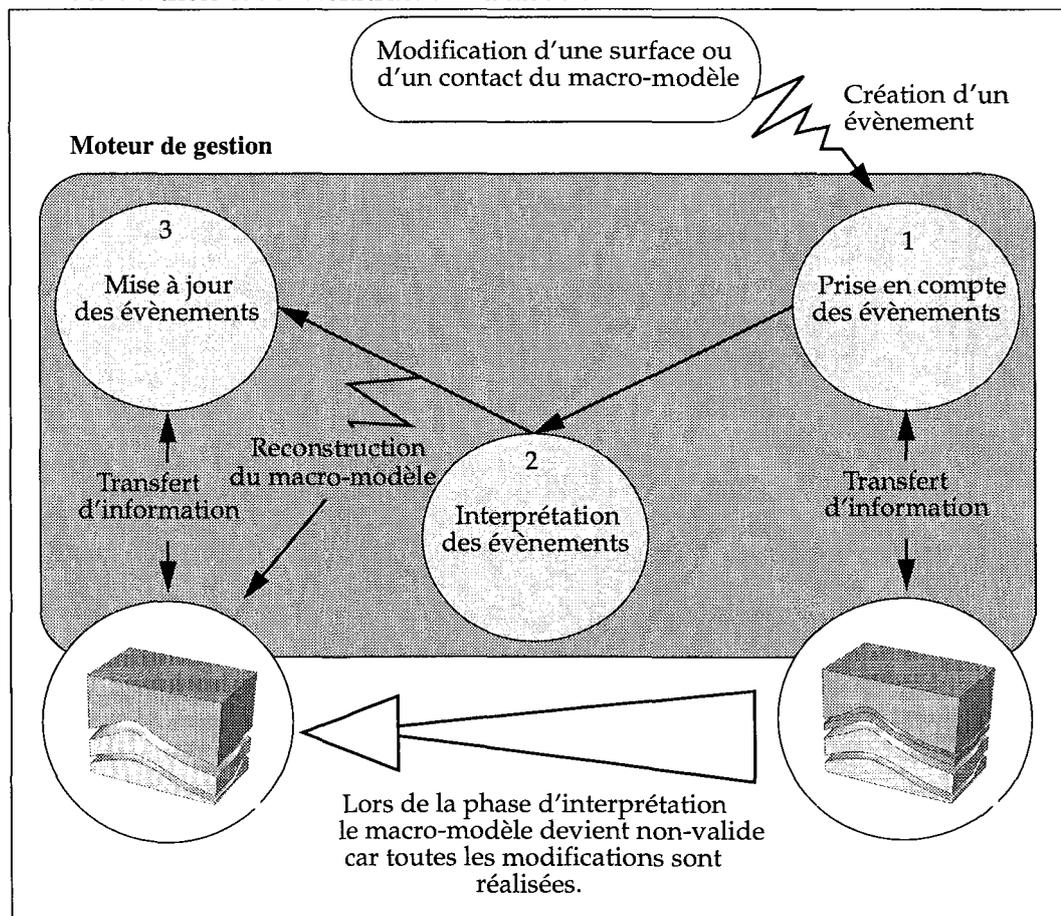


Figure 5-9 : Le moteur de gestion et l'interprétation des événements

## 5.2.2 Un évènement

Un évènement est généré pour chaque action visant à modifier:

- une surface du macro-modèle du sous-sol,
- un contact du macro-modèle du sous-sol.

Comme nous l'avons vu précédemment, un évènement est interprété en trois temps par le moteur de gestion (voir figure 5-9):

- la phase de prise en compte des évènements,
- la phase d'interprétation des évènements,
- la phase de mise à jour des évènements. De la même manière qu'une action n'est pas forcément élémentaire et peut correspondre à un ensemble de sous-actions, un évènement peut engendrer de nouveaux évènements.

La génération de nouveaux évènements peut se faire au cours de n'importe laquelle des trois phases. Toutefois, il existe certaines règles à respecter:

1. **tout nouvel évènement ajouté au moteur de gestion ne pourra être interprété que par la phase durant laquelle il a été ajouté et les phases ultérieures.** Par exemple, si un évènement  $\mathcal{E}$  est engendré et ajouté au cours de la phase d'interprétation alors celui-ci ne pourra être interprété que par les phases d'interprétation et de mise à jour. Dans ce cas précis, la phase de prise en compte ne sera jamais appliquée à cet évènement.
2. **un évènement est toujours associé à une clef ou encore un index de priorité.** Cet index permet de classer les évènements entre eux et d'établir des ordres de priorité. L'ensemble des évènements du moteur de gestion est en fait une liste ordonnée par index de priorité décroissant. Ainsi, l'évènement possédant l'index de priorité le plus élevé se retrouve en tête de liste. Il est à noter qu'il peut exister plusieurs évènements possédant le même index de priorité dans la liste ordonnée. En cas d'ajout d'un évènement supplémentaire de même index, son insertion se fait juste derrière le dernier évènement de même index de la liste.
3. **un évènement ne peut engendrer que des évènements ayant le même index de priorité ou un index de priorité inférieur.** Cette règle essentielle permet au moteur de gestion de prendre en compte les évènements nouvellement ajoutés durant la même phase. Elle permet le respect des règles 1 et 2.

## 5.3 Applications

Nous n'avons retenu ici que deux applications illustrant le concept des évènements. Il s'agit du détachement d'une surface d'un macro-modèle et de la suppression des micro-régions. Nous avons donc créé un évènement spécifique pour chaque application.

### 5.3.1 Le détachement d'une surface

Cette opération qui détache une surface d'un macro-modèle correspond à l'étape du mode «Marquage» permettant la modification d'une surface (voir page 127). Cette opération consiste à:

- détacher une surface du macro-modèle du sous-sol, il s'agit d'une étape simple qui désactive le lien d'appartenance d'une surface à un macro-modèle. Cette étape est interprétée et donc effectuée par le moteur de gestion au cours de la phase de prise en compte des évènements.
- supprimer toutes les cicatrices existantes sur cette surface détachée et simplifier ses bords, nous avons déjà présenté le principe de la suppression des cicatrices au cours du chapitre 2, page 45, et le principe de la simplification des bords au cours du chapitre 4, page 107. Cette étape est effectuée par le moteur de gestion au cours de la phase

d'interprétation. Elle correspond à la suppression des cicatrices occasionnées par les surfaces du macro-modèle sur la surface détachée et est à distinguer de la phase de suppression des cicatrices.

- transférer les relations d'adjacence du modèle relative à cette surface par l'installation de contraintes de type «Bord Contre Surface» et «Noeud Borne Contre Bord». Le transfert des relations d'adjacence et l'installation des contraintes au niveau de la surface sont réalisés par le moteur de gestion au niveau des deux phases de prise en compte des événements et de mise à jour des événements.

La phase de prise en compte permet de transférer directement à l'évènement les relations d'adjacence du modèle relatives à cette surface et de les stocker sous la forme de contacts simplifiés. Un contact simplifié correspond à un bord radial et par conséquent il contient:

- les positions géométriques de l'extrémité début et fin du bord,
- une référence sur la surface voisine qui jouera le rôle de surface contrôleur lors de l'installation des contraintes.

Il est nécessaire de ne stocker que les positions géométriques des deux extrémités du bord plutôt qu'une référence sur le bord car entre la phase de prise en compte de l'évènement et la phase de mise à jour de l'évènement intervient la phase d'interprétation. Or au cours de cette phase, la surface est complètement modifiée puisque toutes ses cicatrices sont supprimées et ses bords restants sont simplifiés. De fait, tous les bords correspondant à des cicatrices ont disparu.

La phase de mise à jour réalise l'installation des contraintes de type «Bord Contre Surface» et «Noeud Borne Contre Bord». Dans un premier temps, on recherche un bord dont les extrémités sont à la même position géométrique que celle d'un contact simplifié. Si c'est bien le cas, il ne reste plus qu'à créer une contrainte de type «Bord Contre Surface» entre ce bord et la surface référencée par le contact simplifié.

Les opérations de découpage et de suppression des cicatrices modifiant la répartition des bords, il est impossible de stocker l'information nécessaire à l'installation d'une contrainte de type «Noeud Borne Contre Bord» au cours de la phase de prise en compte des événements. C'est pour cette raison que nous devons être capable de créer les contraintes de type «Noeud Borne Contre Bord» directement à partir des contraintes de type «Bord Contre Surface». Pour un noeud borne donné, nous allons récupérer l'ensemble des contraintes existantes du type «Bord Contre Surface» (voir section 3.2.3, page 82). A partir de l'information contenue dans chacune de ces contraintes, nous regardons s'il existe des triangles de bord à moins d'une auréole des triangles d'impact. Dans cette éventualité, il suffit à partir des triangles du bord de récupérer les bords associés et de créer les contraintes de type «Noeud Borne Contre Bord» correspondantes.

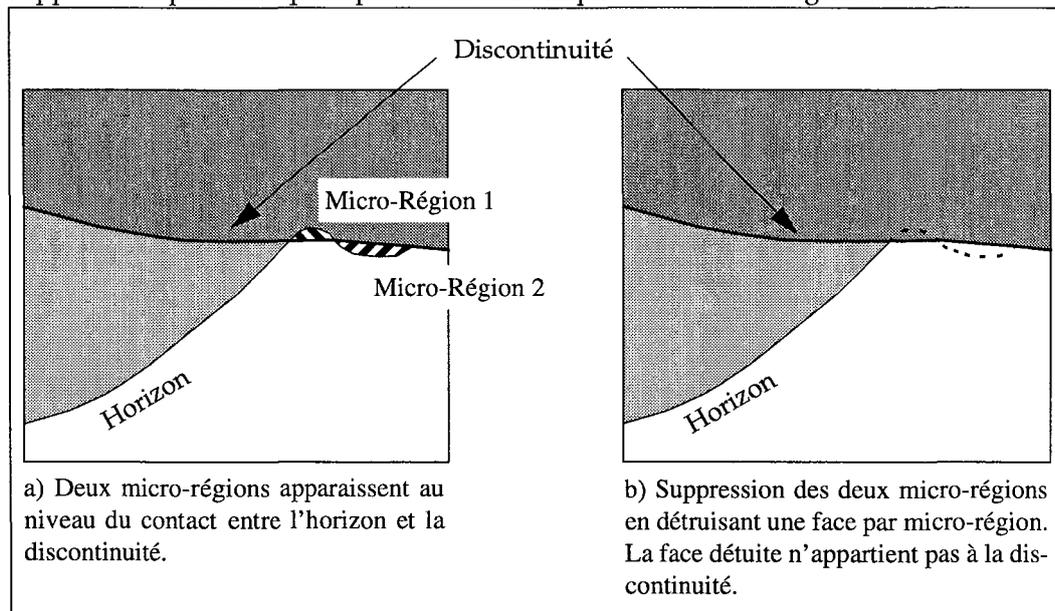
En résumé, cette application permet d'illustrer:

- la complexité de gestion des événements, due au mécanisme de reconstruction d'un modèle. En effet, les opérations de découpage et de suppression des cicatrices entraînent à tout moment la destruction et la création de faces et de bords.
- la nécessité d'un traitement en trois phases par le moteur de gestion des événements. Ces trois phases correspondent à un pré-traitement, un traitement et un post-traitement.

### 5.3.2 La suppression des micro-régions

Le but de cette opération est de détecter toutes les régions d'un macro-modèle possédant un volume inférieur à une certaine valeur et de les supprimer. Il est fréquent en effet d'obtenir à l'issue de la construction d'un macro-modèle de nombreuses micro-régions qui ne correspondent pas à la réalité. Ces configurations apparaissent essentiellement en présence de failles listriques ou de biseaux stratigraphiques comme sur la figure 5-10.

Comme nous l'avons vu dans la section 1.4.4.1, page 30, une région a une seule frontière externe et peut avoir de 0 à  $n$  frontières internes. Pour la suppression d'une micro-région, nous allons nous intéresser uniquement à sa frontière externe. Il est à noter qu'une frontière externe est constituée d'un ensemble de faces polarisées et qu'une face délimite toujours deux régions. Grâce à ces deux propriétés, la suppression d'une micro-région s'accompagne toujours de la suppression d'une des faces de sa frontière externe. En effet, la suppression d'une face permet de connecter les régions qui se trouvent de part et d'autre de la face supprimée et par conséquent permet de faire disparaître la micro-région désirée.



**Figure 5-10 : La suppression des micro-régions**

La suppression d'une des faces de la frontière externe d'une micro-région ne s'effectue pas de manière arbitraire mais obéit à certaines règles. Ces règles sont fonction de la nature géologique de la face et de son âge stratigraphique:

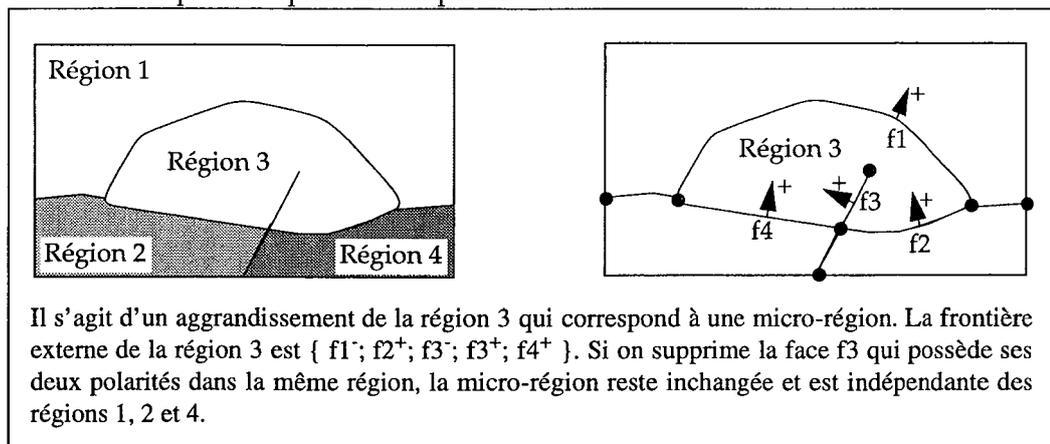
1. Seule une face qui ne fait pas partie de la boîte englobante peut être supprimée. «L'étanchéité» de la boîte englobante doit être conservée.
2. Il est préférable de supprimer une face qui ne soit pas intrusive ou qui n'appartienne pas à une discontinuité. Il s'agit du cas de la micro-région 2 de la figure 5-10.
3. Il est préférable de supprimer une face qui appartienne à un horizon plutôt qu'à une faille.
4. S'il existe une face  $F$  plus jeune stratigraphiquement et plus profonde que la face qui se trouve au toit de la micro-région, et si cette face  $F$  est une discontinuité, alors la face se trouvant au toit de la micro-région est supprimée (il s'agit du cas de la micro-région 1 de la figure 5-10). Dans le cas contraire, la face  $F$  est supprimée.

La complexité des structures géologiques peut impliquer que ces règles ne puissent être appliquées et généralisables à n'importe quel type de micro-région. Dans cette situation, il ne reste pas d'autres choix que de supprimer une des faces de manière arbitraire.

Il faut cependant veiller à ne pas supprimer une face dont les deux polarités sont contenues dans la même frontière externe. En effet, la suppression de ce type de face ne provoque pas la disparition de la micro-région (voir figure 5-11).

La suppression d'une face s'effectue en créant un événement de type «Suppression d'une face». Le but de cet événement est juste d'enlever la face du macro-modèle pour pouvoir la détruire. Contrairement aux opérations de détachement d'une face, cette opération ne nécessite aucune simplification des bords de la face à supprimer et aucun transfert des informations d'adjacence contenues dans le macro-modèle. Seules les cicatrices laissées par cette face dans le macro-modèle sont à supprimer. C'est pour cette raison que cet événement doit

être engendré avant la phase de suppression des cicatrices du moteur de gestion, c'est à dire au cours de la phase de prise en compte des évènements.



**Figure 5-11 : Suppression d'une face dont ses deux polarités sont dans la même frontière externe**

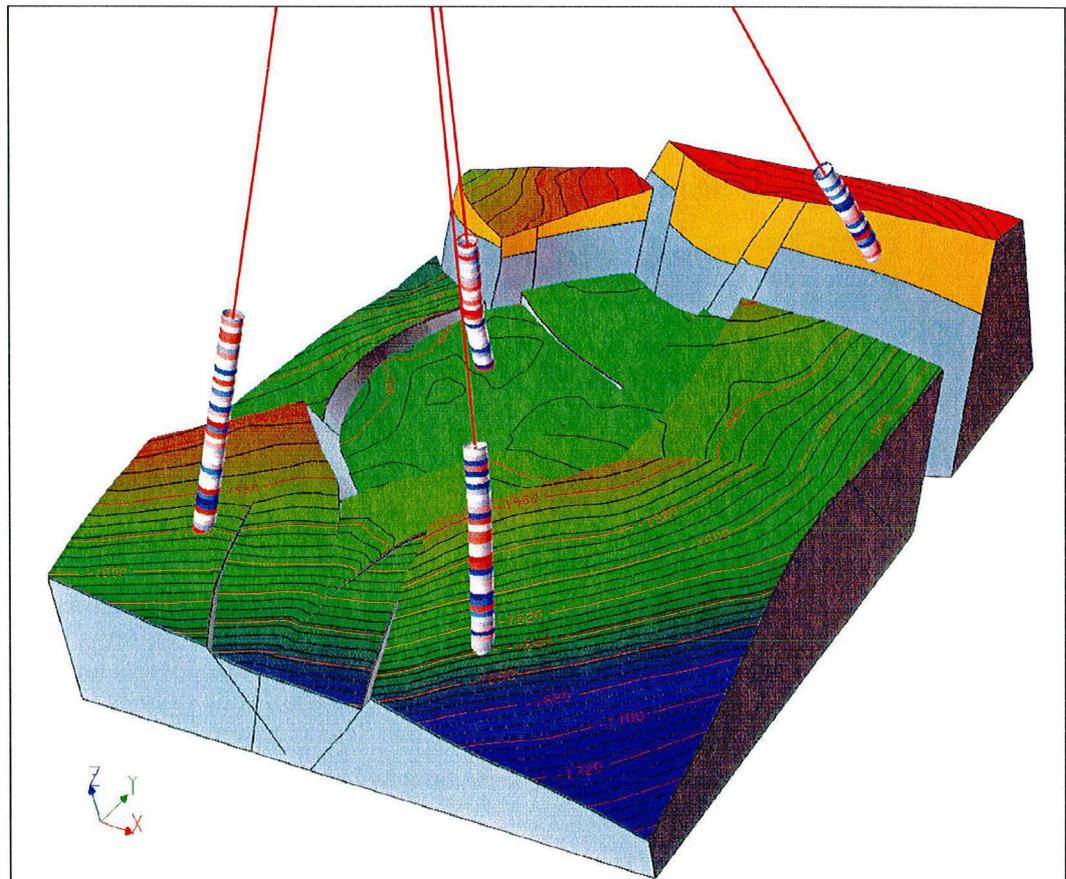
En résumé, cette application permet d'illustrer la notion d'évènement et de sous-événements. Un évènement de type «Suppression de micro-régions» entraîne la création d'évènements de type «Suppression d'une micro-région» qui entraînent à leur tour la création d'évènements du type «Suppression d'une face». L'index de priorité (noté  $IP$ ) de chacun de ces évènements décroît en fonction du sens de la phrase suivante:

$$IP(\text{Suppression-Micro-Régions}) > IP(\text{Suppression-Micro-Région}) > IP(\text{Suppression-Face})$$

## 5.4 Bilan

Dans ce chapitre, nous venons de présenter la mise à jour d'un macro-modèle du sous-sol fonction des modifications effectuées sur ses contacts ou ses surfaces. La prise en compte des modifications et le transfert de leurs conséquences sur un macro-modèle du sous-sol n'a pu se faire que par le biais:

- d'une gestion spécifique des modifications qui réside dans l'utilisation d'un mode «Marquage» et d'un mode «Collage». Ces deux modes permettent de passer d'un **plongement faible à un plongement fort et vice-versa** quelque soit la nature de la modification (surfacique ou de contact). De fait, ce changement de plongement permet d'avoir recours aux opérations de modifications des surfaces, lignes et points déjà existant et permet par là même **d'éviter une redéfinition de ces opérations à l'usage unique du macro-modèle.**
- d'un moteur de gestion et de l'utilisation d'évènement. L'interprétation par le moteur de gestion en trois phases des évènements (prise en compte, interprétation et mise à jour) qui sont couplées à deux phases de reconstruction du macro-modèle (suppression des cicatrices et reconstruction basée sur le principe du découpage contraint) procure une grande souplesse à ce moteur. Cette souplesse correspond à la possibilité d'enchaîner plusieurs modifications entre elles afin de créer des outils encore plus puissants (voir figure 5-12).



### ◆ Procédure de calage d'une surface d'un macro-modèle à des puits ◆

#### **1/ La surface est détachée du macro-modèle par le biais d'un évènement du type «Détacher Surface»:**

Cet évènement permet de transférer les informations d'adjacence contenues dans le macro-modèle à la surface. Ce transfert s'effectue en passant d'un plongement *fort* à un plongement *faible* par le biais de l'installation des contraintes de type «Bord Contre Surface» et «Noeud Borne Contre Bord». Toutes les cicatrices générées par les surfaces du macro-modèle sur la surface détachée sont supprimées. Il en est de même pour les cicatrices occasionnées par la surface détachée sur les surfaces du macro-modèle. Le macro-modèle est ensuite reconstruit.

#### **2/ Calage de la surface aux puits:**

Le calage n'a aucune influence sur le macro-modèle puisque la surface est indépendante du macro-modèle. De fait, on peut utiliser les opérations conventionnelles de modification d'une surface sans aucun risque.

#### **3/ Ré-insertion de la surface calée dans le macro-modèle:**

La surface est rattachée au macro-modèle par le biais d'un évènement du type «Ajout Surface». Lors de la re-construction du modèle, le découpage contraint permettra de plonger fortement la surface calée, rattachée au modèle. L'opération de découpage contraint exploite l'information des contraintes qui ont été créées lors de l'étape 1 de cette procédure.

#### **4/ Simplification des bords contigus dans le macro-modèle:**

Afin de faciliter l'utilisation d'algorithmes ultérieurs comme la tétraédrisation, il est conseillé de simplifier les bords contigus dans le macro-modèle afin d'améliorer la qualité du maillage.

Figure 5-12 : Enchaînement de différents outils pour caler une surface d'un macro-modèle à des puits

# Conclusion

Les travaux présentés dans ce mémoire s'inscrivent dans le cadre de la modélisation volumique d'un macro-modèle. Ces travaux consistent à développer, à implanter et à tester une méthode de construction d'un macro-modèle à partir de surfaces triangulées, ainsi qu'un moteur de gestion qui analyse, interprète des modifications et met en conséquence à jour le macro-modèle associé. L'objectif principal de cette recherche était donc d'établir un enchaînement d'opérations élémentaires qui permette de ne plus avoir à travailler sur un macro-modèle comme dans une boîte noire. C'est à dire, de ne plus être obligé de modifier uniquement les données en amont ou en aval du macro-modèle mais aussi de pouvoir modifier les données à l'intérieur de ce macro-modèle. De fait, cet objectif principal correspondait au passage d'un *macro-modèle statique* à un *macro-modèle dynamique*.

## Methodologie

Ce passage d'un mode statique à un mode dynamique a été réalisé en deux parties.

La première partie de notre travail a été consacrée aux développements d'opérations élémentaires. Chaque opération élémentaire qui a été implantée et testée indépendamment des unes des autres, constitue un rouage essentiel du moteur de gestion. Parmi celles-ci :

- la suppression des cicatrices: Son principe consiste non seulement à suturer les deux bords d'une coupure mais aussi à gommer la cicatrice résultante qui affecte le maillage triangulaire de la surface. Cette opération qui peut sembler être sans lien direct avec un macro-modèle est en fait indispensable car elle permet d'annuler les conséquences d'une opération de découpage. Or comme nous l'avons vu dans ce mémoire, les opérations de découpage sont utilisées lors de toute construction de macro-modèle afin de respecter la clause de non-intersection introduite par Requicha (cf. [Req80]). Le point fort de cette méthode est sa capacité à régénérer un maillage similaire à celui existant avant le découpage sans avoir à faire appel à un *arbre des descendances* et en se basant uniquement sur une *analyse topologique fine des symétries générées par les opérations de découpage*.
- le découpage contraint: Son principe consiste à détecter et à «matérialiser» toutes les intersections existantes entre des surfaces triangulées. On entend par matérialisation le fait:
  - de détecter les intersections,
  - de générer des courbes polygonales correspondant aux intersections,
  - d'insérer ces courbes polygonales dans le maillage d'une surface,
  - de ceindre la surface le long de ces courbes polygonales de manière à faire apparaître les intersections en tant que frontières de la surface.

Cet algorithme est limité au calcul d'intersection franche entre deux surfaces. Or comme en géologie, on se retrouve fréquemment dans un cas de figure où une surface se termine au contact d'une autre (on peut citer, par exemple, des biseaux strati-

graphiques, des failles listriques...), nous avons été amenés à développer un nouvel algorithme: «le découpage contraint». Son but est de calculer une ligne d'intersection continue au niveau du contact entre deux surfaces. Ce calcul d'une ligne d'intersection continue a été réalisé en exploitant l'information contenue dans des contraintes de type «Bord Contre Surface» ou «Noeud Borne Contre Bord». Ces contraintes qui sont utilisées lors de la modélisation surfacique, permettent de décrire les relations de contact existant entre les failles et les horizons. Le point fort de cette méthode est donc *l'émulation d'une intersection à partir de la description d'un contact géologique* et l'utilisation de manière prépondérante de *l'information topologique* au détriment de l'information géométrique.

- *la simplification des bords contigus dans un solide*: Son principe consiste à trouver la représentation commune la moins fine possible mais la plus représentative possible des bords contigus. Le comportement des opérations de découpage qui réalisent en fait un co-raffinage local des surfaces au niveau des lignes d'intersection, nous a amené à développer cette opération afin d'améliorer la qualité du maillage. En effet, comme la ligne d'intersection résultante contient simultanément le niveau de raffinement du maillage de l'horizon et de la faille, les conséquences de l'opération de découpage sont la création en grand nombre de triangles de médiocre et mauvaise qualité. L'analyse visuelle des bords jugés comme représentatifs par l'utilisateur, nous a permis de définir d'une manière purement topologique un critère de ré-échantillonnage permettant de simplifier les bords. Ce critère de ré-échantillonnage correspond au plus petit nombre commun de noeuds représentatifs des bords contigus. Ainsi, toute l'originalité de cet outil réside dans l'utilisation de ce *critère de ré-échantillonnage couplé à une phase de relaxation* qui permet d'assouplir le maillage près des bords.

La deuxième partie de notre travail a été consacrée au développement du moteur de gestion et par conséquent à l'assemblage des différentes opérations réalisées au cours de la première partie de notre travail. La prise en compte de modifications des objets appartenant à un macro-modèle et sa mise à jour n'a pu être réalisé que par le biais:

- *d'une gestion spécifique des modifications* qui réside sur l'utilisation d'un mode «Marquage» et d'un mode «Collage». Ces deux modes permettent de passer d'un *plongement faible à un plongement fort et vice-versa* quelque soit la nature de la modification (surfacique ou de contact). De fait, ce changement de plongement permet d'avoir recours aux opérations de modifications des surfaces, lignes et points déjà existants et permet par là même *d'éviter une redéfinition de ces opérations à l'usage unique du macro-modèle*.
- *d'un moteur de gestion et de l'utilisation d'évènement*. L'interprétation du moteur de gestion en trois phases des *évènements* (prise en compte, interprétation et mise à jour) qui sont couplés à deux phases de *reconstruction* du macro-modèle (suppression des cicatrices et reconstruction basée sur le principe du découpage contraint) procure une grande souplesse à ce moteur. Cette souplesse correspond à la possibilité d'enchaîner plusieurs modifications entre elles afin de créer des outils encore plus puissants comme le calage d'une surface d'un modèle à des marqueurs de puits.

#### *Perspectives*

Tout au long de ce mémoire, nous avons soulevé des perspectives de recherche possible. Parmi celles-ci, on peut distinguer trois grandes orientations:

- *l'étude des symétries possibles résultantes de l'intersection entre des groupes de nombres*: Cette orientation permettrait de mieux appréhender le comportement des opérations de découpage et de les formaliser mathématiquement. Grâce à ce formalisme, nous pourrions être capable de définir un ensemble de règles et de lemmes sur les groupes permettant de développer et implanter un raisonnement ensembliste dans le cadre des opérations de découpage et de généraliser ces principes au découpage de simplexes de dimension plus élevée (par exemple, découpage de deux solides tétraédrisés).

- *le développement d'une structure simpliciale hiérarchique*: qui fait l'objet d'une thèse développée par Dazy (cf [Daz01]), permettrait d'accéder à tout moment d'une manière optimale à l'information topologique nécessaire au bon déroulement d'une opération de découpage. Cette structure permettrait d'éviter de nombreuses ambiguïtés en valorisant dans un premier temps l'information topologique, puis l'utilisation de prédicats et de n'avoir recours qu'en dernière extrémité à l'utilisation de la géométrie avec tolérance.
- *la co-existence d'un macro-modèle dit souple avec un macro-modèle dur*: Rendre possible la modification d'une surface ou d'un contact du macro-modèle n'a pu être réalisable que par le développement de deux modes (un mode de plongement fort et un mode de plongement faible) couplés à une batterie d'opérations comme le découpage et la suppression des cicatrices. Toutes ces opérations ralentissant la vitesse de construction d'un macro-modèle et la mise à jour de celui-ci en fonction de modifications, nous avons pensé qu'il serait probablement plus judicieux de construire un macro-modèle allégé qui éviterait le recours aux opérations de découpage et de suppression des cicatrices, construit uniquement à partir de plongement faible. La construction d'un macro-modèle souple devrait pouvoir être réalisée en associant à chaque surface un modèle à base d'éléments frontières de dimension inférieure. Ainsi, si l'utilisateur était satisfait par son macro-modèle souple, alors il pourrait décider de le transformer en un macro-modèle dur où tous les contacts seraient partagés topologiquement et géométriquement.



---

## Références bibliographiques

---

- [Arn88] S. Arnborg and H. Feng. Algebraic decomposition of regular curves. *Journal of Symbolic Computation*, 5:131-140, 1988.
- [Amin94] F. Aminzadeh, N. Burkhard, N. Nicoletis, F. Rocca, K. Wyatt, SEG-EAEG 3D modeling project, second update, the leading edge, September 1994.
- [Avna94] F. Avnaim, J.-D. Boissonnat, O. Devillers, F. Preparata et M. Yvinec. Evaluating signs of determinants using single-precision arithmetic. Research Report 2306, INRIA, BP93, 06902 Sophia-Antipolis, France, 1994.
- [Baj88] C.L. Bajaj, C.M. Hoffmann, J.E.H. Hopcroft, and R.E. Lynch. Tracing surface intersections. *Computer Aided Geometric Design*, 5:285-307, 1988.
- [Bar94] G. Barequet and M. Sharir. Filling Gaps in the Boundary of a Polyhedron. Technical Report, Department of Computer Science, Tel Aviv University, 1994.
- [Barn90] R.E. Barnhill and S.N. Kersey. A marching method for parametric surface/surface intersection. *Computer Aided Geometric Design*, 7:257-280, 1990.
- [Beuk98] P. de Beukelaar, P. Plasterie and P.C.H. Veeken. 3D subsurface model building and depth conversion using a tetrahedral ray-tracing method. EAEG First Break, October 1998.
- [Bra75] I. Braid. The synthesis of solid bounded by many faces. *Comm. ACM*, 18:209-216, 1975
- [Boh92] J.H. Bohn and M.J. Wozny. Automatic CAD-model repair: shell-closure, Proc. Symp. on Solid Freeform Fabrication, Dept of Mech. Eng., University of Texas at Austin, 86-94, 1992.
- [Bois93] J.-D. Boissonnat et M. Teillaud. On the randomized construction of the Delaunay tree. *Theoret. Comput. Sci.*, 112:339-354, 1993.
- [Bois95] J.-D. Boissonnat et M. Yvinec. *Géométrie algorithmique*. Ediscience internationale, Paris, 1995.
- [Bois96] J.-D. Boissonnat et S. Nullans. Reconstruction of geological structures from heterogeneous and sparse data. Research Report 3069, INRIA, BP93, 06902 Sophia-Antipolis, France, 1996.
- [Bow81] A. Bowyer. Computing Dirichlet tessellations. *Comput. J.*, 24:162-166, 1981.
- [Cavi96] X. Cavin. Intersection de surfaces triangulées: amélioration du maillage. Mémoire de D.E.A., Centre de Recherche en informatique de Nancy, 1996.
- [Chau98] F. Chauvet, H. Ould, Ahmedou et J.M. Proth. Cutting Problem: a fast algorithm for computing a near optimal solution. Rapport de recherche INRIA Lorraine. RR-3421. Mai 1998.
- [Chaz91] B. Chazelle. Triangulating a simple polygon in linear time. *Discrete Comput. Geom.*, 6:485-524, 1991.
- [Chaz96] B. Chazelle et al. Application challenges to computational geometry: CG impact task force report. Technical report TR-521-96, Princeton Univ., April 1996.
- [Che89] K.P. Cheng. Using plane vectors fields to obtain all the intersections curves of two general surfaces. In *theory and Practice of Geometric Modeling*, pages 187-204, 1989.

- [Chew89] L. P. Chew. Constrained Delaunay triangulations. *Algorithmica*, 4:97–108, 1989.
- [Chio83] H. Chiokura and F. Kimura. Design of Solids with Free Form Surfaces. *Computer Graphics SIGGRAPH*, 17(3):289-296, July 1983.
- [Cogn96] R. Cognot. *La méthode D.S.I. : Optimisation, Implémentation et Applications*. Thèse de doctorat de 3ème cycle, Institut National Polytechnique de Lorraine, Nancy, France, 1996.
- [Coh96] J. Cohen, A. Varshney, D. Manocha, G. Turk, H. Weber, P. Agarwal, F. Brooks, and W. Wright. Simplification envelopes. In *SIGGRAPH'96 Proc.*, pp 119-128, Aug. 1996.
- [Cohe72] D.E. Cohen. Groups of cohomological dimension one, *Lecture Notes in Math.* 245, Springer-Verlag, Berlin, 1972.
- [Conr97] J. Conraud. Génération de maillages de simplexes pour la modélisation d'objets naturels. Thèse de doctorat de 3ième cycle, Institut National Polytechnique de Lorraine, Juin 1997
- [Croc87] G.A. Crocker and W.F. Rainke. Boundary evaluation of non-convex primitives to produce parametric trimmed surfaces. *Computer Graphics SIGGRAPH* - 21(4):129-136, July 1987.
- [Daz01] M. Dazy. Modèles simpliciaux hiérarchiques et problèmes d'intersections (titre provisoire). Thèse de Doctorat de 3ième cycle. Institut National Polytechnique de Lorraine. 1999
- [Dub97] O. Dubrulle, C. Basire, S. Bombarde, Ph. Samson, D. Segonds and J. Wonham. Reservoir Geology Using 3-D Modelling Tools. *Society of Petroleum Engineer* 38659. October 1997.
- [Eul96] N. Euler. Edition Rapide du Modèle de Weiler. Mémoire de DEA Géosciences, Institut National Polytechnique de Lorraine, Nancy, France, 1996
- [Eul98] N. Euler, C.H. Sword and J.C. Dulac. A new tool to seal a 3D Earth Model: a cut with constraints. *Society of Exploration Geophysicists*. New Orleans. September 1998.
- [Eul99] N. Euler, C.H. Sword and J.C. Dulac. Editing and rapidly updating a 3D Earth Model. *Society of Exploration Geophysicists*. Houston. October 1999.
- [Far86] R.T. Farouki. The characterization of parametric surface sections. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, 33:209-236, 1986.
- [Far89] R.T. Farouki, C.A. Neff, and M. O'Connor. Automatic parsing of degenerate quadric surface intersections. *ACM Transactions on Graphics*, 8:174-203, 1989.
- [Fol90] J.J. Foley, A. Van Dam, S.K. Feiner et J.F. Hughes. *Computer graphics - Principles and Practice*. Second Edition, Addison-Wesley Publishing Company, 1990.
- [Gabo94] D. Gaboriau, G. Levitt, and F. Paulin, Pseudogroups of isometries of  $\mathbb{R}$  and Rips' theorem on free actions on  $\mathbb{R}$ -Trees, *Israel J. Math.* 87, 403-428, 1994
- [Gar97] S. Garrett, S. Griesbach, D. Johnson, D. Jones, M. Lo, W. Orr and C. Sword. Earth model synthesis. *EAEG First Break* 15.1. January 1997.
- [Garl95] M. Garland and P. S. Heckbert. Fast Polygonal Approximation of Terrains and Height Fields. *Carnegie Mellon University*. 1995. (CMU-CS-95-181)
- [Garl98] M. Garland and P. S. Heckbert. *Surface Simplification Using Quadric Error Metrics*. Carnegie Mellon University. 1998
- [Geis83] A. Geisow. *Surface Interrogations*. PhD Thesis, School of Computing Studies and Accountancy, University of East Anglia, 1983.
- [Geor88] P.-L. George, F. Hecht et E. Saltel. *Tétraédrisation automatique et respect de la frontière*. Rapport de recherche 835, I.N.R.I.A., Avril 1988.
- [Guéz95] A. Guézic. Surface simplification with variable tolerance. In *Second Annual Intl. Symp. on Medical Robotics and Computer Assisted Surgery (MRCAS'95)*, pp 132-139, November 1995.
- [Hof89] C.M. Hoffmann. *Geometric and solid modeling*. Morgan Kaufmann, San Mateo, California, 1989.

- [Hopp93] H. Hoppe, Tony DeRose, Tom Duchamp, John McDonald, and Werner Stuezel. Mesh optimization. In SIGGRAPH'93 Proc., pp 19-26, Août 1993.
- [Hopp96] H. Hoppe. Progressive meshes. In SIGGRAPH'96 Proc., pp 99-108, Août 1996.
- [Hou74] C.H. Houghton. Ends of locally compact groups and their quotient spaces. *J. Aust. Math. Soc.* 17: 274-284, 1974.
- [Jans87] F.W. Jansen. Solid Modeling with Faceted Primitives. PhD thesis, Delft University of Technology, Netherlands, September 1987.
- [Kara91] M. Karasick, D. Lieber and L. R. Nackman. Efficient Delaunay triangulations using rational arithmetic. *ACM Trans. Graph.*, 10:71-91, 1991.
- [Keys96] J. Keyser, S. Krishnan and D. Manocha. Efficient B-rep Generation of Low Degree Sculptured Solids using exact arithmetic. Department of Computer Science. University of North Carolina. 1996.
- [Krie90] G.A. Kriezis, N.M. Patrikalakis, and F.E. Wolter. Topological and differential equation methods for surface intersections. *Computer Aided Design*, 24(1):41-55, 1990.
- [Kris94] S. Krishnan and D. Manocha. An efficient Surface Intersection Algorithm based on lower Dimensional Formulation. Dep. of Computer Science. University of North Carolina. November 1994.
- [Lamb94] K. Lamboglia. Modélisation volumique de surfaces non-manifold. Thèse de doctorat de 3ème cycle, Institut National Polytechnique de Lorraine, Nancy, France, 1994
- [Lane80] J.M. Lane and R.F. Riesenfeld. A theoretical development for the computer generation and display of piecewise polynomial surfaces. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2(1):150-159, 1980.
- [Las86] D. Lasser. Intersection of parametric surfaces in the Bernstein-Bezier representation. *Computer-Aided Design*, 18(4):186-192, 1986.
- [Lev93] G. Levitt, Constructing free actions on R-Trees, *Duke Math. J.*69: 615-633, 1993.
- [Levy99] B. Lévy. Topologie Algorithmique: Combinatoire et Plongement. Thèse de Doctorat de 3ième cycle. Institut National Polytechnique de Lorraine. 1999
- [Lueb97] D. Luebke and C. Erikson. View-dependent simplification of arbitrary polygonal environments. In SIGGRAPH'97 Proc., August 1997.
- [Mäk93] I. Mäkelä and A. Dolenc. Some efficient procedures for correcting triangulated models. Proc. Symp. On solid Freeform Fabrication. Departement of Mech. Eng., University of Texas at Austin. 1993
- [Mall89] J.-L. Mallet. Discrete smooth interpolation. *ACM Transactions on Graphics*, 8(2):121-144, April 1989.
- [Mall92] J.-L. Mallet. Discrete smooth interpolation in geometric modelling. *CAD*, 24(4):178-192, April 1992.
- [Man88] N. Mäntylä. An introduction to Solid Modeling. Computer Science Press, Rockville, Maryland 20850, 1998
- [Meag82] D. Meagher. Geometric modeling using octree encoding. *Comput. Graph. Image Process.*, 19:129-147, 1982.
- [Mill91] J. Miller and R. Goldman. Combining algebraic rigor with geometric robustness for the detection and calculation of conic sections in the intersection of two quadric surfaces. Proceedings of ACM Solid Modeling, pages 221-233, 1991.
- [Midd85] A. Middleditch and K. Sears. Blend Surfaces for set Theoretic Volume Modelling Systems. *Computer Graphics SIGGRAPH*, 19(3):161-170, 1985
- [Mort85] M. E. Mortenson. *Geometric Modeling*, chapter 10. Solid Model Construction, pages 431-480. John Wiley & Sons, 1985.

- [Mort89] M.E. Mortenson. Computer graphics. An introduction to the Mathematics and Geometry. Industrial Press Inc., 1989.
- [O'Ro94] J. O'Rourke. *Computational Geometry in C*. Cambridge University Press, 1994.
- [Pat93] N.M. Patrikalakis. Surface-to-surface intersections. *IEEE Computer graphics and Applications*, 13(1):89-95, 1993.
- [Pau91] F. Paulin, Outer automorphisms of hyperbolic groups and small actions on R-Trees, *Arboreal Group Theory* (R.C. Alperin, ed.), MSRI Publ., vol. 19, Springer-Verlag, pp. 331-343, 1991.
- [Pie89] L. Piegl. Geometric method of intersecting natural quadrics represented in trimmed surface form. *Computer Aided Design*, 21(4):201-212, 1989.
- [Pra86] M.J. Pratt. Surface/surface intersection problems. In J.A. Gregory, editor, *The Mathematics of surfaces II*, pages 117-142, Oxford, 1986. Clarendon Press.
- [Prep85] F. P. Preparata and M. I. Shamos. *Computational Geometry: An Introduction*. Springer-Verlag, New York, NY, 1985.
- [Req80] A.A.G. Requicha, Representations for Rigid Solids: Theory, Methods and Systems. *ACM Computing Surveys*, December 1980
- [Req82] A.A.G. Requicha and H.B. Voelcker. Solid modeling: a historical summary and contemporary assessment. *IEEE Computer graphics and Applications*, 2(2):9-24, March 1992
- [Req85] A.A.G. Requicha and H.B. Voelcker. Boolean operations in solid modeling: boundary evaluation and merging algorithms. *Proceedings of the IEEE*, 73(1), 1985
- [Req92] A.A.G. Requicha and J.R. Rossignac. Solid modeling and beyond. *IEEE Computer Graphics And Applications*, pages 31-44, September 1992.
- [Ronf96] R. Ronfard and J. Rossignac. Full-range approximation of triangulated polyhedra. *Computer Graphics Forum*, 15(3), August 1996. Proc. Eurographics'1996.
- [Ross87] J.R. Rossignac and A.A.G. Requicha. Piecewise-circular curves for geometric modeling. *IBM Journal of research and Development*, 31(3):296-313, 1987.
- [Ross93] J. Rossignac and P. Borrel. Multi-resolution 3D approximations for rendering complex scenes. In B. Falcidieno and T. Kunii, editors, *Modeling in Computer Graphics: Methods and Applications*, pages 455-465, 1993.
- [Sams96] P. Samson. Équilibrage de structures géologiques 3D dans le cadre du projet *gOcad*. Thèse de doctorat de 3ème cycle, Institut National Polytechnique de Lorraine, Nancy, France, 1996.
- [Sar83] R.F. Sarraga. Algebraic methods for intersection. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, 22:222-238, 1983.
- [Scot98] P. Scott. The symmetry of Intersection Numbers in Group Theory. University of Michigan. 20F32. 1998.
- [Sed83] T.W. Sederberg. Implicit and Parametric curves and surfaces. PhD thesis, Purdue University, 1983.
- [She91] C. Shene and J. Johnstone. On the planar intersection of natural quadrics. *Proceedings of ACM Solid Modeling*, pages 234-244, 1991.
- [Shen91] X. Sheng and U. Tucholke. On triangulating surface for SLA. *Proc. 2nd Int. Conf. on Rapid Prototyping*. Dayton, OH, 236-239. 1991.
- [Schr92] W. J. Schroeder, J. A. Zarge, and William E. Lorensen. Decimation of triangles meshes. *Computer Graphics (SIGGRAPH'92 Proc.)*, 26(2):65-70, July 1992
- [Sny92] W.E. Snyder, R. Groshong, M. Hsiao, K.L. Boone and T. Hudacko. Closing gaps in edges and surfaces, *Image and Vision Computing* 10(8), 523-531, 1992.

- 
- [Scot98] P. Scott. The Symmetry of Intersection Numbers in Group Theory. *Journal of the American Mathematical Society*. March 1998.
- [Shew96] J. R. Shewchuk. Adaptive precision floating-point arithmetic and fast robust geometric predicates. Technical report, School of Computer Science, Carnegie Mellon University, 1996.
- [Souc96] M. Soucy and D. Laurendeau. Multiresolution surface modeling based on hierarchical triangulation. *Computer Vision and Image Understanding*, 63(1):1-14, 1996
- [Sup98] J. Suppe. The future of 3D modeling in structural geology. 3D modeling of Natural Objects: A challenge for 2000's. Nancy 1998.
- [Swo91] C.H. Sword, Building flexible interactive Geologic Models. Proceedings, Society of Exploration Geophysicists Houston, November 1991.
- [Vale96] T. Valentin, J-C. Dulac et D. DeBaun. Development parallel tree. gOcad technical document, June 1996.
- [Wats81] D. F. Watson. Computing the  $n$ -dimensional Delaunay tessellation with applications to Voronoi polytopes. *Comput. J.*, 24(2):167-172, 1981.
- [Weil85] K. Weiler. Edge Based Data Structures for Solid Modeling. Proceedings, Graphics Interface, Ottawa, May 1984.
- [Weil86] K. Weiler. Topological Structure for Geometric Modeling. PhD Thesis, Rensselaer Polytechnic Institute, August 1986.
- [Weil88] K. Weiler. The radial-edge structure: A topological representation for non-manifold geometric boundary representations. In *Geometric Modelling for CAD Applications*, pages 3-36. North Holland, 1988.
- [Wya94] K.D. Wyatt, S.B. Wyatt, S.K. Towe, J.E. Layton, D.H. Von Seggern and Brockmeier. Building velocity-depth models for 3-D depth migration. *The leading Edge*, 13, 862-866, 1994.
- [Yap97] C. K. Yap. Towards exact geometric computation. *Computational Geometry*, 7:3-23, 1997.



**AUTORISATION DE SOUTENANCE DE THESE  
DU DOCTORAT DE L'INSTITUT NATIONAL  
POLYTECHNIQUE DE LORRAINE**

o0o

VU LES RAPPORTS ETABLIS PAR :  
**Monsieur SCHAEBEN Helmut, Professeur, Freiberg – Allemagne**  
**Monsieur CHEIMANOFF Nicolas, Directeur, CGES, Fontainebleau**

Le Président de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, autorise :

**Monsieur EULER Nicolas**

à soutenir devant un jury de l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE,  
une thèse intitulée :

**"Modélisation volumique, Contraintes et libertés".**

en vue de l'obtention du titre de

**DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE**

Spécialité : **"GEOSCIENCES"**

NANCY BRABOIS  
2, AVENUE DE LA  
FORET-DE-HAYE  
BOITE POSTALE 3  
F - 5 4 5 0 1  
VANDOEUVRE CEDEX

Fait à Vandoeuvre le, 07 décembre 1999

Le Président de l'I.N.P.L.,

J. HARDY



*Service Commun de la Documentation*  
*INPL*  
*Nancy-Brabois*



## Résumé

Dans l'industrie pétrolière, un *macro-modèle* permet une représentation des objets géologiques (horizons, failles...) qui interagissent au sein d'un domaine d'étude. Son but est de permettre une meilleure appréhension de la structure géologique, d'accélérer la phase de production d'hydrocarbures et de faciliter la prise de décision.

Il est rare aujourd'hui qu'un ensemble de techniques allant de la sismique à la simulation d'écoulement soit appliqué conjointement à l'étude d'un réservoir. Chaque nouvelle acquisition sismique ou forage peut invalider partiellement ou totalement le macro-modèle. Cela nécessite impérativement la capacité de mettre à jour un macro-modèle du sous-sol en lui ajoutant de nouvelles informations et en modifiant celles existantes.

Différents outils originaux sont proposés afin de modifier et mettre à jour un macro-modèle basé sur l'approche des éléments frontières. Ces opérations, indépendantes les unes des autres, permettent de modifier des surfaces triangulées et sont:

1. **La suppression des cicatrices.** Cette opération consiste non seulement à souder deux bords d'une coupure mais aussi à «gommer» la cicatrice résultante affectant la surface triangulée.
2. **Les opérations de découpage** permettant de matérialiser les intersections franches ainsi que les intersections de contact par jeu de contraintes.
3. **La simplification des bords contigus** dans un solide. Cela consiste à trouver la représentation commune la moins fine mais la plus représentative possible des bords contigus.

Enfin, l'enchaînement de ces opérations permet d'obtenir un moteur de gestion novateur et puissant.

