



**HAL**  
open science

# Contribution à l'optimisation thermodynamique et économique des machines à cycle inversé à deux et trois réservoirs de chaleur

Lavinia Grosu

► **To cite this version:**

Lavinia Grosu. Contribution à l'optimisation thermodynamique et économique des machines à cycle inversé à deux et trois réservoirs de chaleur. Sciences de l'ingénieur [physics]. Institut National Polytechnique de Lorraine, 2000. Français. NNT : 2000INPL086N . tel-01749935

**HAL Id: tel-01749935**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01749935v1>**

Submitted on 29 Mar 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

1360255288

00 INPL 086 N



LABORATOIRE D'ENERGETIQUE ET DE MECANIQUE  
THEORIQUE ET APPLIQUE

UMR 7563

Institut National Polytechnique de Lorraine  
Université Polytechnique de Bucarest

[M] 2000 GROSU, L.

## THESE

présentée en vue de  
l'obtention du titre de

DOCTEUR

de

l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE  
Ecole Doctorale : PROMEMA

par

Service Commun de la Documentation

INPL

Lavinia GROSU Nancy-Brabois

# CONTRIBUTION A L'OPTIMISATION THERMODYNAMIQUE ET ECONOMIQUE DES MACHINES A CYCLE INVERSE A DEUX ET TROIS RESERVOIRS DE CHALEUR

soutenue le 19 octobre 2000 devant le jury composé de :

Président du jury : Prof. B. SPINNER

Professeur, l'Université de Perpignan

Rapporteurs : Prof. A. BEJAN  
Prof. F. CHIRIAC

Professeur, Duke University, USA  
Professeur, Université de Constructions Bucarest

Examineurs : M. FEIDT  
R. BENELMIR  
V. RADCENCO  
A. DOBROVICESCU  
G. MATRICALI  
J.P. LAVAL

Professeur, Université Henri Poincaré Nancy I  
Maître de Conférences, Université Henri Poincaré Nancy I  
Professeur, Université Polytechnique de Bucarest  
Professeur, Université Polytechnique de Bucarest  
Maître de Conférences, ADEME  
Maître de Conférences, I.N.P. Toulouse



*Dedic aceasta lucrare de doctorat  
parintilor, sotului si fiicei mele Ana-Maria*



Ce travail, effectué au sein du Groupe d'Etudes des Systèmes et Procédés Energétiques, du Laboratoire d'Energétique et de Mécanique Théorique et Appliquée, dans le cadre d'une thèse en co-tutelle entre l'Institut National Polytechnique de Lorraine et l'Université Polytechnique de Bucarest, n'aurait pu être mené à bien sans l'accord, l'aide et le soutien de nombreuses personnes. Je remercie :

Mes co-directeurs de thèse :

Monsieur V. RADCENCO, professeur à l'Université Polytechnique de Bucarest, pour m'avoir transmis la passion de la thermodynamique et surtout pour les idées qu'il a su me faire partager. Les discussions que nous avons pu avoir ont été particulièrement riches.

Monsieur M. FEIDT, professeur à l'Université Henri Poincaré, pour m'avoir accueilli au sein du groupe de recherche GESPE et ainsi fourni le cadre nécessaire à la réalisation de cette thèse. Je tiens à lui témoigner ma reconnaissance pour m'avoir fait part de son expérience professionnelle, pour son soutien et pour ses compétences en matière d'encadrement.

Monsieur R. BENELMIR, Maître de Conférences à l'Université Henri Poincaré. Je tiens au travers de ces quelques lignes à le remercier pour m'avoir fait découvrir et aimer la thermoéconomie, m'avoir encourager et pour ses bons conseils qui m'ont été profitables.

Monsieur A. DOBROVICESCU, Professeur à l'Université Polytechnique de Bucarest, pour avoir rapporté sur mon travail et pour ses encouragements au long de mes études.

ainsi que les membres du jury de thèse :

Monsieur B. SPINNER, Professeur à l'Université de Perpignan, qui m'a fait l'honneur de présider ce jury de thèse.

Messieurs A. BEJAN, Professeur à Duke University et F. CHIRIAC, Professeur à l'Université de Construction Bucarest, pour avoir bien voulu rapporter sur ce travail ; qu'ils trouvent ici l'expression de mes remerciements.

Monsieur J.P. LAVAL, Maître de Conférences à l'INP Toulouse, pour le soutien financier durant le DEA. Je lui témoigne mes sincères remerciements pour m'avoir ouvert la première porte vers le troisième cycle.

Monsieur G. MATRICALI, Maître de Conférences à l'ADEME, pour l'intérêt qu'il a témoigné à l'égard de nos travaux et pour sa contribution à l'obtention de l'aide financière auprès de l'ADEME .

J'exprime ma gratitude à l'Ambassade de France en Roumanie et à l'Agence de Développement et de Maîtrise de l'Energie (ADEME) pour le soutien financier durant la thèse.

Enfin, je remercie tous mes collègues de laboratoire ainsi que les membres du personnel technique et administratif avec lesquels j'ai eu des contacts très amicaux.





## TABLE DES MATIERES

<b>1</b>	<b>INTRODUCTION</b> .....	<b>3</b>
1.1	INTRODUCTION SUR LES FLUIDES FRIGORIFIQUES .....	3
1.2	INTRODUCTION SUR LES MACHINES THERMIQUES A CYCLE INVERSEE <del>ERREUR! SIGNET</del> NON DÉFINI.	
1.2.1	<i>Machines à compression mécanique de vapeur (CMV)</i> .....	6
1.2.2	<i>Machines à absorption</i> .....	7
1.2.3	<i>Machines hybrides (à compression / absorption)</i> .....	8
1.3	INTRODUCTION DES NOTIONS EXERGÉTIQUES .....	11
1.4	INTRODUCTION SUR L'OPTIMISATION DES SYSTEMES ÉNERGÉTIQUES .....	14
1.5	PROPOSITIONS DU PRESENT TRAVAIL .....	15
<b>2</b>	<b>THERMODYNAMIQUE EN TEMPS FINI DU CYCLE INVERSE</b> .....	<b>23</b>
2.1	INTRODUCTION .....	23
2.2	THEORIE GENERALISEE DES CYCLES INVERSES ENDOIRREVERSIBLES ET EXOIRREVERSIBLES SELON LA THERMODYNAMIQUE EN TEMPS FINI .....	24
2.2.1	<i>MACHINE A FROID</i> .....	26
2.2.2	<i>POMPE A CHALEUR</i> .....	28
2.3	THERMODYNAMIQUE EN TEMPS FINI DU CYCLE INVERSE <u>IDEAL</u> , ENDOREVERSIBLE MAIS EXOIRREVERSIBLE .....	29
2.3.1	<i>Machine à froid</i> .....	29
2.3.2	<i>Pompe à chaleur</i> .....	38
2.4	THERMODYNAMIQUE EN TEMPS FINI DU CYCLE FRIGORIFIQUE <u>REEL</u> A COMPRESSION MECANIQUE DE VAPEUR .....	47
2.4.1	<i>Création d'entropie dans le processus de détente</i> .....	48
2.4.2	<i>Création d'entropie dans la compression mécanique de vapeur</i> .....	49
2.4.3	<i>Création d'entropie dans le condenseur</i> .....	50
2.4.4	<i>Création d'entropie dans l'évaporateur</i> .....	51
2.4.5	<i>Etude d'existence d'un optimum de fonctionnement d'une machine à production de froid, pour trois fluides frigorigènes : R22, R134a, R717 (NH3)</i> .....	53
2.4.6	<i>Comparaison de trois fluides frigorigènes (R22, R134a, R717)</i> .....	61
2.5	THERMODYNAMIQUE EN TEMPS FINI DE LA POMPE A CHALEUR <u>REELE</u> A COMPRESSION MECANIQUE DE VAPEUR .....	65
2.5.1	<i>Etude d'existence d'un optimum de fonctionnement d'une pompe à chaleur, pour trois fluides frigorigènes : R22, R134a, R717 (NH3)</i> .....	69
2.5.2	<i>Comparaison de trois fluides frigorigènes (R22, R134a, R717). Application habitat d'un contrat industriel.</i> .....	77
2.5.3	<i>Etude de sensibilité aux paramètres</i> .....	79
2.6	ETUDE DES PERTES DE CHARGE DANS LES SOUPAPES D'ASPIRATION ET DE REFOULEMENT DU COMPRESSEUR A PISTON SELON LA THERMODYNAMIQUE EN TEMPS FINI .....	82
2.7	CONCLUSION DU CHAPITRE 2 .....	90
<b>3</b>	<b>OPTIMISATION THERMOECONOMIQUE</b> .....	<b>97</b>
3.1	INTRODUCTION .....	97
3.2	METHODOLOGIES DE LA THERMOECONOMIE .....	98
3.2.1	<i>Méthode d'isolement</i> .....	99
3.2.2	<i>Méthode de décomposition</i> .....	100
3.2.3	<i>Optimisation thermoeconomique d'une installation frigorifique basée sur la « Théorie des Coûts exergetiques »</i> .....	105
3.2.4	<i>Méthode LIFO (Last-In-First-Out)</i> .....	110
3.2.5	<i>Méthode d'optimisation en exergo-économie en temps fini</i> .....	114

3.2.6	<i>Méthode d'optimisation basée sur la minimisation de la « perte de valeur »</i> .....	118
3.2.7	<i>Méthode d'optimisation par calcul variationnel</i> .....	122
3.3	<b>CORRELATIONS ECONOMIQUES</b> .....	127
3.3.1	<i>Données techniques</i> .....	128
3.3.2	<i>Corrélations technico-économiques</i> .....	130
3.3.3	<i>Corrélations exergo-économiques</i> .....	143
3.4	<b>ILLUSTRATIONS POUR LES MACHINES A FROID A COMPRESSION MECANIQUE DE VAPEUR</b> .....	158
3.4.1	<i>Méthode généralisée du gradient réduit</i> .....	158
3.4.2	<i>Méthode de décomposition</i> .....	167
3.5	<b>ETUDE DES PERFORMANCES DES MACHINES DE PRODUCTION DE FROID</b> .....	170
3.6	<b>COMPARAISON DES RESULTATS OBTENUS SELON LA THERMODYNAMIQUE EN TEMPS FINI ET SELON LA THERMOECONOMIE</b> .....	172
3.7	<b>CONCLUSION DU CHAPITRE 3</b> .....	174
4.	<b>MODELES DE MACHINES TRITHERMES SELON LA THERMODYNAMIQUE EN TEMPS FINI</b> .....	179
4.1.	<b>SCHEMA ENERGETIQUE DES MACHINES A CYCLE INVERSE A TROIS RESERVOIRS</b> .....	179
4.2.	<b>MODELE GENERAL</b> .....	182
4.2.1.	<i>Equations disponibles et hypothèses du modèle</i> .....	182
4.2.2.	<i>Adimensionnement du système d'équations. Relations entre le coefficient de performance et les paramètres adimensionnés</i> .....	187
4.3.	<b>ETUDE DE SENSIBILITE : VARIATION DU COP EN FONCTION DES PARAMETRES ADIMENSIONNES. VALIDATION DES RESULTATS</b> .....	192
4.4.	<b>OPTIMISATION DU COEFFICIENT DE PERFORMANCE DES MACHINES TRITHERMES AVEC CONTRAINTE SUR LA CONDUCTANCE TOTALE</b> .....	197
4.4.1.	<i>Machines à froid et pompes à chaleur</i> .....	198
4.4.2.	<i>Thermotransformateurs</i> .....	201
4.5.	<b>OPTIMISATION DU COÛT DE LA FONCTION COMPRESSION POUR LES MACHINES A COMPRESSION MECANIQUE DE VAPEUR, AVEC CONTRAINTE SUR LA SURFACE TOTALE</b> .....	204
4.5.1.	<i>Machines à froid</i> .....	205
4.5.2.	<i>Pompes à chaleur</i> .....	212
4.6.	<b>CONCLUSION DU CHAPITRE 4</b> .....	216
	<b>CONCLUSION GENERALE</b> .....	219

## *Quelques définitions utiles*

- **Transformation thermodynamique réversible** : transformation qui conserve l'entropie (dénommée également transformation parfaite, idéale). C'est une transformation inaccessible en pratique puisqu'elle nécessite une évolution selon une succession d'états d'équilibre (transformation quasi-statique), donc elle s'effectue en un temps infini.
- **Transformation thermodynamique irréversible** : transformation réelle, entraînant la création d'entropie.
- **Irréversibilités externes** : des irréversibilités qui se produisent sur la frontière du système étudié. Dans le cas des systèmes à cycle inverse ces irréversibilités sont surtout thermiques et apparaissent au transfert de chaleur au niveau des échangeurs, due aux gradients de température.
- **Irréversibilités internes** : des irréversibilités qui se produisent dans la masse du système thermodynamique étudié. Dans le cas des machines à cycles inverse ces irréversibilités sont surtout mécaniques (dans le compresseur et le détendeur) due au gradients de pression et au frottement interne du fluide frigorigère.
- **Coefficient de performance de Carnot** : le coefficient de performance limite d'un système énergétique fonctionnant dans des conditions de réversibilité.
- **Coefficient de performance réel** : le rapport entre l'effet utile désiré et la dépense énergétique.
- **Rendement exergetique** : le rapport entre le coefficient de performance réel et le coefficient de performance de Carnot. C'est une mesure des écarts à la réversibilité, le système étant d'autant plus parfait que ce rendement se rapproche de 100%.
- **Cycle endoréversible** : un cycle sans irréversibilités internes, dont les seuls irréversibilités se produisent aux contacts thermiques avec les réservoirs.
- **Cycle endoirréversible et exoirréversible** : un cycle réel qui présente des irréversibilités internes et externes.



*Chapitre 1*

**INTRODUCTION**



**Nomenclature du Chapitre 1**

$T_{PC}$  : température du puits chaud [K]

$T_{SF}$  : température de la source froide [K]

$Q_{EV}$  : quantité de chaleur soutiré à la source froide [J]

$Q_{CD}$  : quantité de chaleur cédée au puits chaud [J]

$E_x$  : exergie [J]

$T_H$  : température du fluide interne au niveau du réservoir chaud [K]

$T_I$  : température du fluide interne au niveau du réservoir intermédiaire [K]

$T_C$  : température du fluide interne au niveau du réservoir froid [K]

$T_{SH}$  : température du réservoir de haute température [K]

$T_{SI}$  : température du réservoir de température intermédiaire [K]

$T_{SF}$  : température du réservoir de température froide [K]

$T_a$  : température ambiante [K]

$\dot{Q}_H$  : flux de chaleur échangée au niveau du réservoir à haute température [W]

$\dot{Q}_I$  : flux de chaleur échangée au niveau du réservoir à température intermédiaire [W]

$\dot{Q}_F$  : flux de chaleur échangée au niveau du réservoir à température froide [W]

$\dot{W}_p$  : puissance mécanique de la pompe utilisée pour le mouvement du fluide interne [W]

$\dot{W}_c$  : puissance mécanique du compresseur utilisée pour le mouvement du fluide interne [W]





# 1 INTRODUCTION

Dans un marché ouvert toujours plus exigeant, les contraintes d'économie d'énergie, d'influence sur l'effet de serre et sur la destruction de la couche d'ozone, de qualité globale et de prix, imposent une recherche et un développement aux constructeurs en adéquation avec les normes reconnues et pour une meilleure satisfaction des clients.

Les diverses études développées dans ce travail portent principalement sur les problèmes actuels liés à l'utilisation rationnelle de l'énergie et à la préservation de l'environnement, dans le domaine de la production de froid et de chaleur, qui imposent des contraintes sur la conception et le fonctionnement des systèmes énergétiques. Ces contraintes sont d'ordre thermodynamique (minimisation des irréversibilités en limitant les pincements aux échangeurs, les pertes de charge, les surchauffes, etc.), technologiques (limitation de la charge afin de réduire les pertes de réfrigérant, de la température de refoulement du compresseur, de façon non exhaustive) et économiques (ce facteur est par ailleurs le premier facteur pris en considération par les fabricants).

Un projet de conception ou un plan de fonctionnement d'un système énergétique ne peuvent pas être conçus sur une vérification séquentielle des conditions thermodynamiques, technologiques ou économiques, car ces trois considérations sont intimement liées et couplées entre elles. Il s'impose donc une optimisation thermoéconomique.

Mais l'optimisation thermoéconomique des systèmes énergétiques ne peut se prétendre d'être complète sans la prise en considération des contraintes environnementales. L'introduction de ces dernières contraintes est plus récente, cela est due à la prise de conscience sur les problèmes liés à l'environnement par la communauté européenne.

## 1.1 INTRODUCTION SUR LES FLUIDES FRIGORIFIQUES

La mise en évidence de l'impact des fluides frigorigènes *ChloroFluoroCarbures* (CFC) et *HydroChloroFluoroCarbures* (HCFC) sur la couche d'ozone et leur implication très forte

dans le processus d'effet de serre ont conduit les gouvernements à prendre des mesures visant à limiter puis interdire les substances chlorées impliquées. Les *CFC* sont utilisés depuis que les premières installations frigorifiques fonctionnent. Les *HCFC* sont plus récents, mais leur utilisation est aussi très large. Afin de les remplacer, l'industrie chimique a proposé les *HydroFluoroCarbures (HFC)*, qui sont aujourd'hui les substituts privilégiés à tous les fluides contenant du chlore.

Après la signature du protocole de Montréal (1987), la production et l'importation des *CFC* sont interdites depuis janvier 1995 alors que les *HCFC* se voient contingentés depuis 1996 pour être interdits en 2014 dans l'Union Européenne et 2030 au niveau mondial.

Dans ce contexte réglementaire, le *HCFC22* est actuellement le frigorigène le plus largement employé dans les groupes frigorifiques et les pompes à chaleur. Sur les 8000 tonnes de fluide frigorifique halogénés vendus en France en 1996, 70% correspondaient à du *R22*, 15% à des *HFC* et les 15% restant à des *CFC*. Autant dire que le marché français est principalement un marché de *R22*. Le stock de frigorigène implanté sur le parc d'équipements de production du froid en France s'élève à 33000 tonnes, dont environ 40% de *R22* et environ 10% d'ammoniac. Les fluides de substitution sont principalement *R404A*, *R507* et *R134a*. Enfin, l'ammoniac semble voir le jour en réfrigération commerciale (autour de 25% des installations neuves).

Bien que les *HFC* présentent des caractéristiques très similaires aux *CFC* et *HCFC*, la substitution d'un fluide par un autre ne peut pas être réalisée directement : les niveaux de pression, les systèmes de compression et de détente, les échangeurs de chaleur présents dans les installations ainsi que le type d'huile doivent être adaptés à ces nouveaux fluides. La substitution des produits chlorés a entraîné une forte demande de recherches, de la part des industriels.

Dans ce travail on utilise principalement le *R22* pour les applications numérique de nos modèles physiques, sachant que c'est seulement une option faite au cours des codes de calcul. Pour les machines frigorifiques et les pompes à chaleur réelles (avec des pertes internes et externes) on fait une comparaison entre trois fluides très utilisés aujourd'hui sur le plan mondial, *R22*, *R134a*, et *R717 (NH3)*, afin d'observer leurs influences sur la performance de la machine.

## 1.2 INTRODUCTION SUR LES MACHINES THERMIQUES A CYCLE INVERSE

On désigne sous le nom de *machine thermique à cycle inverse* des systèmes ayant pour objet de réaliser le transfert de chaleur d'un milieu à température relativement basse (dénommé source froide) à un milieu à température plus élevée (dénommé puits chaud), grâce à la fourniture d'une énergie noble ou thermique.

Les machines frigorifiques et les pompes à chaleur sont du point de vue thermodynamique, des machines thermiques à cycle inverse. Etant donné un puits chaud à température  $T_{PC}$  et une source froide à température  $T_{SF}$  ( $T_{SF} < T_{PC}$ ) on fait décrire au fluide frigorifique un cycle fermé au cours duquel il soutire à la source froide une quantité de chaleur  $Q_{EV}$ , puis cède au puits chaud une quantité de chaleur  $Q_{CD}$ . Le transfert de chaleur d'une source froide à un puits chaud étant impossible sans un apport énergétique extérieur, le fonctionnement d'une machine à cycle inverse impliquera donc la présence d'une source extérieure d'énergie noble ou thermique. L'objectif visé par les machines frigorifiques est de refroidir un milieu à une température inférieure à l'ambiance en extrayant de façon continue les calories au milieu à refroidir et en les transférant à un milieu extérieur (l'énergie utile étant  $Q_{EV}$ ), tandis que l'objectif visé par les pompes à chaleur est de réchauffer un milieu à une température supérieure à l'ambiance en prélevant des calories à un milieu extérieur (l'énergie utile étant  $Q_{CD}$ ).

Selon la façon dont s'effectue la circulation du fluide on distingue essentiellement :

- les installations à **compression** qui utilise un appareil mécanique (compresseur)
- les installations à **absorption** dans lesquelles la circulation s'effectue en majorité sans appareil mécanique, par absorption du réfrigérant dans un liquide d'où il est ensuite régénéré par la chaleur dans une autre partie du circuit
- les installations **hybrides** ( à compression / absorption) qui représentent un couplage des deux précédentes.

### 1.2.1 Machines à compression mécanique de vapeur (CMV)

Le schéma de principe d'une machine élémentaire à compression mécanique de vapeur et changement de phase est le suivant:

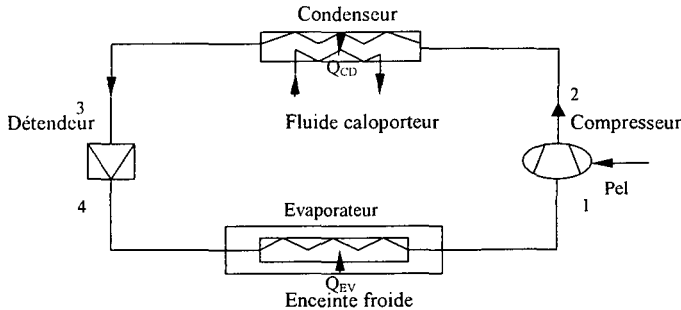


Figure 1.1: Schéma de principe d'une machine à compression mécanique de vapeur

Le fonctionnement de la machine à compression mécanique de vapeur est basé sur le cycle Carnot inverse, la compression du fluide frigorigène se réalisant par une voie mécanique. C'est le compresseur qui crée une différence de pression entre l'évaporateur et le condenseur et c'est le détendeur qui ramène à la basse pression. On obtient une température d'évaporation du fluide frigorigène plus basse que la température du fluide caloporteur à l'évaporateur, d'où l'échange de chaleur du fluide caloporteur vers le fluide frigorigène et une température de condensation du fluide frigorigène supérieure à la température du fluide caloporteur au condenseur, d'où l'échange de chaleur du fluide frigorigène vers le fluide caloporteur.

Le compresseur aspire en 1 à l'état de vapeur sèche le fluide frigorigène et le comprime en augmentant la pression et la température. En 2, la vapeur comprimée pénètre dans un échangeur de chaleur (le condenseur) où elle se condense en abandonnant sa chaleur latente  $Q_{CD}$ . Le condensat sous pression, détendu de 3 à 4 dans le détendeur est envoyé en état de mélange diphasique dans le deuxième échangeur de chaleur de l'installation (l'évaporateur), où il prélève la chaleur  $Q_{EV}$  et il s'évapore.

## 1.2.2 Machines à absorption

Dans ces machines la compression du fluide frigorigère évaporé, en vue de sa recondensation, s'effectue par un procédé thermique, donc par la dépense d'une certaine quantité de chaleur à plus haute température que l'ambiance au lieu de dépenser de l'énergie mécanique comme dans le cas des installations frigorigères à compression de vapeur.

Dans le cas précédent, l'entraînement du fluide, donc son transfert de la basse pression à la haute pression est assuré classiquement par un compresseur mécanique, mû par un moteur électrique ou à gaz. Dans un cycle à absorption, ce transfert est assuré par un liquide qui est capable d'absorber les vapeurs frigorigères à basse pression et de les restituer à haute pression par simple chauffage et ébullition, comme dans une bouilloire. Le fonctionnement de la machine à absorption est basé aussi sur le cycle Carnot inverse, la compression du fluide frigorigère se réalisant par une voie thermochimique, en utilisant un mélange binaire (fluide frigorigère + absorbant). Le principe de fonctionnement de la machine à absorption repose donc sur la propriété de certains solvants d'absorber de très grandes quantités d'une vapeur appropriée et de restituer cette vapeur lorsque l'on chauffe la solution riche ainsi formée.

En fonctionnement type machine à froid, l'effet utile est recueilli au niveau de l'évaporateur tandis qu'en fonctionnement type pompe à chaleur, l'effet utile est recueilli pour partie au niveau du condenseur et pour partie au niveau de l'absorbant.

Le type de machine décrit fait intervenir comme pour les machines à compression mécanique de vapeur deux niveaux de pression : haute pression et basse pression, mais trois niveaux de température ( $T_{SH} > T_{SI} > T_{SF}$ ).

Les avantages des machines à absorption résident dans la contribution au respect de l'environnement, la fiabilité et le silence de fonctionnement car les seules pièces en mouvement sont celles de la pompe de solution.

Le schéma de principe de la machine à absorption est présenté dans la figure ci-dessous :

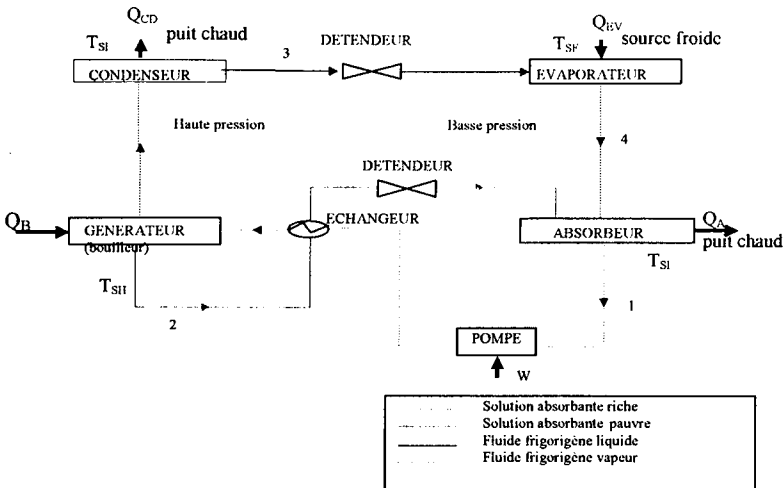


Figure 1.2 : Schéma de principe d'une machine à absorption

### 1.2.3 Machines hybrides (à compression / absorption)

Comme pour les machines à absorption, le principe de fonctionnement de la machine hybride repose sur la propriété que possède certains solvants d'absorber de très grandes quantités d'une vapeur appropriée et de restituer cette vapeur lorsque l'on chauffe la solution riche ainsi formée.

Le schéma de principe d'une machine à compression / absorption est présenté dans la figure suivante :

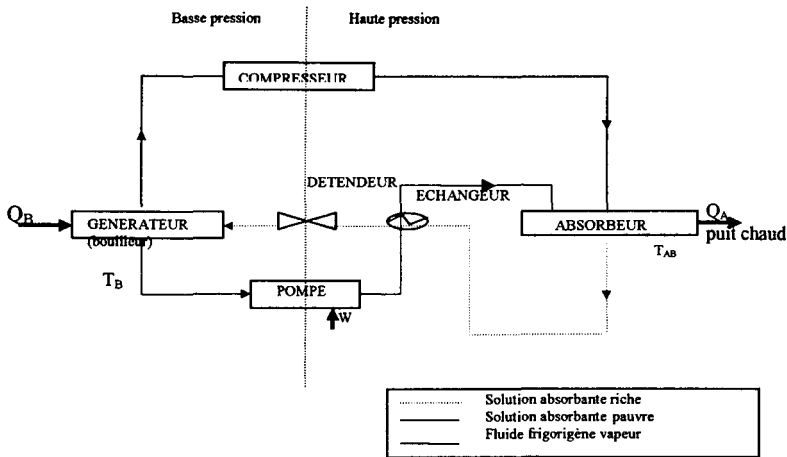


Figure 1.3 : Schéma de principe d'une machine hybride

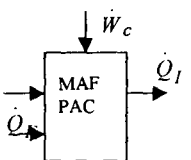
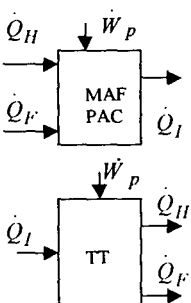
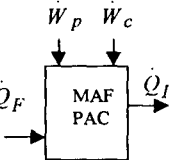
Une machine à compression / absorption comporte trois organes principaux : l'**absorbeur** qui reçoit le solvant appauvri en fluide frigorigène provenant du générateur et la vapeur de frigorigène provenant du compresseur pour former la solution riche libérant de la chaleur ; le **générateur** (bouilleur) dans lequel grâce à un apport de chaleur la vapeur de fluide frigorigène est séparée du solvant ; le **compresseur**, qui comprime la vapeur issue du générateur et l'envoie sous pression vers l'absorbeur.

Ce type de machine fait intervenir toujours deux niveaux de pression et deux niveaux de température, comme la machine à compression mécanique de vapeur. L'effet utile est récupéré au niveau de l'absorbeur (pompe à chaleur à absorption / compression) où au niveau du générateur (machine frigorigène à compression / absorption).

Dans le tableau qui suit on centralise les expressions des coefficients de performance théorique ou de Carnot, des coefficients de performance réels et des rendements exergetiques pour les trois types de machines thermiques à cycle inverse : à compression mécanique de vapeur, à absorption et à compression / absorption, pour les deux cas, voire trois, fonction de l'effet utile considéré : machine à froid, pompe à chaleur et thermotransformateur. On doit noter que dans les relations présentées dans ce tableau on considère tout flux de chaleur ou de

travail entrant dans le système comme positif et tout flux de chaleur ou de travail sortant du système comme négatif.

**Tableau 1 : Expression des coefficients de performance et des rendements exergetiques pour les trois types de machine thermique à cycle inverse<sup>1</sup>.**

Type de machine	COP <sub>théorique</sub>	COP <sub>réel</sub>	Efficacité de la machine (COP <sub>réel</sub> / COP <sub>théorique</sub> )
Machine à compression mécanique de vapeur 	$COP_{théorique\_PAC} = \frac{T_{SI}}{T_{SI} - T_{SF}}$	$COP_{PAC} = \frac{-\dot{Q}_l}{\dot{W}_c}$	$\eta_{PAC} = \frac{-\dot{Q}_l T_{SI} - T_{SF}}{\dot{W}_c T_{SI}}$
	$COP_{théorique\_MAF} = \frac{T_{SF}}{T_{SI} - T_{SF}}$	$COP_{MAF} = \frac{\dot{Q}_F}{\dot{W}_c}$	$\eta_{MAF} = \frac{\dot{Q}_F T_{SI} - T_{SF}}{\dot{W}_c T_{SF}}$
Machine à absorption 	$COP_{théorique\_PAC} = \frac{T_{SH} - T_{SI}}{T_{SH}} \frac{T_{SI}}{T_{SI} - T_{SF}}$	$COP_{PAC} = \frac{-\dot{Q}_l}{\dot{W}_p + \dot{Q}_H}$	$\eta_{PAC} = \frac{-\dot{Q}_l T_{SH} (T_{SI} - T_{SF})}{\dot{W}_p + \dot{Q}_H T_{SI} (T_{SH} - T_{SI})}$
	$COP_{théorique\_MAF} = \frac{T_{SH} - T_{SI}}{T_{SH}} \frac{T_{SF}}{T_{SI} - T_{SF}}$	$COP_{MAF} = \frac{\dot{Q}_F}{\dot{W}_p + \dot{Q}_H}$	$\eta_{MAF} = \frac{\dot{Q}_F T_{SH} (T_{SI} - T_{SF})}{\dot{W}_p + \dot{Q}_H T_{SF} (T_{SH} - T_{SI})}$
	$COP_{théorique\_TT} = \frac{T_{SI} - T_{SF}}{T_{SI}} \frac{T_{SH}}{T_{SI} - T_{SF}}$	$COP_{TT} = \frac{-\dot{Q}_H}{\dot{W}_p + \dot{Q}_l}$	$\eta_{TT} = \frac{-\dot{Q}_H T_{SI} (T_{SI} - T_{SH})}{\dot{W}_p + \dot{Q}_l T_{SH} (T_{SI} - T_{SF})}$
Machine hybride 	$COP_{théorique\_PAC} = \frac{T_{SI}}{T_{SI} - T_{SF}}$	$COP_{PAC} = \frac{-\dot{Q}_l}{\dot{W}_p + \dot{W}_c}$	$\eta_{PAC} = \frac{-\dot{Q}_l T_{SI} - T_{SF}}{\dot{W}_p + \dot{W}_c T_{SI}}$
	$COP_{théorique\_MAF} = \frac{T_{SF}}{T_{SI} - T_{SF}}$	$COP_{MAF} = \frac{\dot{Q}_F}{\dot{W}_p + \dot{W}_c}$	$\eta_{MAF} = \frac{\dot{Q}_F T_{SI} - T_{SF}}{\dot{W}_p + \dot{W}_c T_{SF}}$

<sup>1</sup> Convention de signes : tout flux entrant dans le système est positif tandis que tout flux sortant du système est négatif.



### 1.3 INTRODUCTION DES NOTIONS EXERGETIQUES

La mesure de l'état de désordre d'une énergie est l'entropie. Plus on apporte du « désordre » par une transformation quelconque plus l'entropie augmente et donc il y a lieu une création d'entropie. Afin de pouvoir comparer les énergies désordonnées (chaleur) vu qu'elles diffèrent en qualité c'est à dire en potentiel de transformation en énergie noble ou ordonnées (énergie électrique ou mécanique), il est nécessaire d'avoir une mesure de la qualité de l'énergie. Cette mesure est appelée **exergie**. Pour les énergies nobles, l'exergie est égale à l'énergie tandis que pour les énergies désordonnées, l'exergie est inférieure à l'énergie, la partie complémentaire étant appelée **anergie**. Ainsi :  $Energie = Exergie + Anergie$ . Pour des raisons pratiques liées à la notion de production principale associée à un composant d'un système, nous serons amenés à utiliser la notion de **néguentropie** qui correspond simplement à l'opposé de l'anergie telle que :  $Energie = Exergie - Néguentropie$

Le fonctionnement de tout système réel s'effectue en présence d'irréversibilités. Ces irréversibilités se traduisent par une perte d'énergie noble, donc il est de la plus haute importance pour l'ingénieur de localiser, chiffrer ces pertes d'énergie noble de façon à pouvoir améliorer le fonctionnement du système.

Lorsque par l'emploi du bilan d'énergie, issu du premier principe, on se contente d'examiner les quantités de travail et de chaleur mises en jeu dans un processus industriel, il s'avère difficile d'estimer l'influence de chaque opération sur le résultat final et, par conséquent, de hiérarchiser les voies d'améliorations possibles.

Dans ce but, l'exergie est couramment employée dans les processus d'optimisation car elle permet de voir des dégradations effectives que les quantités de chaleur reçues ou cédées subissent au cours des différents transferts et elle permet également de cerner les pertes en terme de travail liées à l'utilisation réelle des différentes parties constituantes d'une installation industrielle. Ainsi, le deuxième principe de la thermodynamique introduit par l'intermédiaire des concepts d'entropie et d'exergie la différence qualitative des différentes formes d'énergie en fonction du degré de conversion d'une forme quelconque d'énergie en énergie ordonnée.

Définition de l'exergie

- L'exergie est la fraction maximale d'une forme d'énergie transformable en énergie noble (ordonnée).

ou bien,

- L'exergie est le travail maximum qui peut être extrait d'un système combiné (masse de contrôle + environnement) lorsque la masse de contrôle passe d'un état donné à l'état d'équilibre thermique et mécanique avec l'environnement.

Propriétés de l'exergie :

- Pour tous les états l'exergie est une quantité positive (ou nulle)
- L'exergie est une grandeur extensive : sa valeur dépend explicitement du choix de l'état de référence
- L'exergie est détruite par les irréversibilités ; la destruction de l'exergie est proportionnelle à la création d'entropie due aux irréversibilités
- Selon la thermodynamique statistique, l'exergie donne la mesure la plus générale du non-équilibre du système avec l'environnement

Il existe plusieurs types d'exergie :

- *exergie associée à la matière :*

- *exergie chimique* qui intervient surtout dans les réactions chimiques, telle que la combustion

- *exergie physique*

- *exergie thermique* pour le cas d'un gradient de température
- *exergie mécanique* pour le cas d'un gradient de pression

- *flux d'exergie associée à un flux de chaleur*

Les transferts de chaleur jouant un rôle capital dans les procédés énergétiques, on développe dans ce travail l'expression du flux d'exergie associé à un flux de chaleur et on présente l'exergie physique qui intervient dans les transformations telles que la compression et la détente.

Le flux d'exergie associé à un flux de chaleur à température  $T$  correspond au travail optimal disponible ou requis par une machine réversible fonctionnant entre un réservoir de chaleur à température  $T$  et le milieu ambiant à température  $T_a$ . Lors d'un transfert de chaleur  $Q$  à température  $T$  si  $T > T_a$  (Figure 1.4 ; cas II) le flux d'exergie correspond au travail maximum productible par le cycle direct :  $-W_{max} = Q\eta_c$  avec  $\eta_c = 1 - \frac{T_a}{T}$  le rendement du cycle Carnot direct.

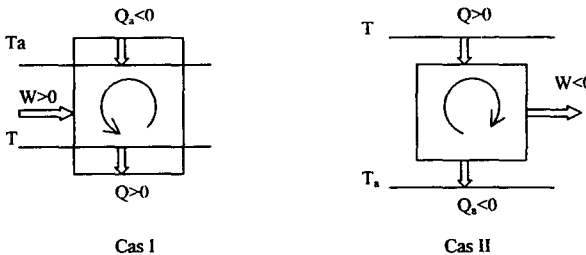


Figure 1.4 : Schéma d'une machine réversible fonctionnant entre un réservoir de chaleur à température  $T$  et le milieu ambiant à température  $T_a$  pour le cas I :  $T < T_a$  (cycle inverse) et le cas II :  $T > T_a$  (cycle direct)

Si  $T < T_a$  (Figure 1.4 ; cas I), le flux d'exergie correspond au travail minimum requis par le cycle inverse :  $W_{min} = \frac{Q}{COP_C}$  avec  $COP_C = \frac{T}{T_a - T}$  le coefficient de performance du cycle Carnot inverse. L'exergie d'une chaleur  $Q$  à température  $T$  peut être écrite ainsi de la manière suivante<sup>2</sup> :  $|Ex| = W_{opt} = -\left(1 - \frac{T_a}{T}\right)Q$ .

**Remarque** : l'exergie d'un fluide d'une température inférieure à la température ambiante augmente si on lui enlève de la chaleur ; l'exergie d'un fluide d'une température supérieure à la température ambiante augmente si on lui apporte de la chaleur.

<sup>2</sup> considérant la convention de signes pour laquelle une chaleur (ou un travail) reçue par le système thermodynamique étudié est positive et une chaleur (ou un travail) cédée est négative.

## 1.4 INTRODUCTION SUR L'OPTIMISATION DES SYSTEMES ENERGETIQUES

L'optimisation d'un système ou d'un procédé nécessite d'établir un modèle, c'est-à-dire une représentation du système par un ensemble d'équations ou par un montage expérimental permettant l'étude des conditions de fonctionnement et conduisant à l'établissement de lois prévisionnelles.

La simulation des composants ou de systèmes constitue par ailleurs une étape préliminaire pour tester les performances sur une plage étendue de conditions opératoires. Un système optimum pour les conditions nominales de fonctionnement n'est pas forcément optimum sur toute la plage de fonctionnement possible. La simulation permettra de faire des études de sensibilité par rapport à divers paramètres ou variables du modèle.

La résolution d'un problème d'optimisation suppose en préalable de choisir le critère d'optimisation par rapport auquel on veut effectuer l'étude. Il faut donc établir une fonction objectif :

$$y = y(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1.1)$$

Cette fonction est exprimée à partir d'un vecteur  $\{x_i\}$  faisant intervenir  $n$  variables. L'optimum recherché est soit un maximum de  $y$  soit un minimum de  $y$ . Si les  $n$  variables sont indépendantes alors l'optimisation entreprise est une optimisation sans contrainte. Dans les cas courants, par contre, les variables mises en œuvre ne sont pas indépendantes et les liaisons qui existent entre elles peuvent se traduire par deux types de contraintes :

- *contraintes d'égalités* sous la forme d'un ensemble de fonctions égales chacune à zéro ;
- *contraintes d'inégalités* qui traduisent des limitations physiques ou technologiques apparaissant dans le système.

Dans les problèmes qui seront traités par la suite ce sont les valeurs techniques et économiques qui seront optimisées, car dans les problèmes industriels courants il y a compétition entre les deux. Malheureusement, le plus souvent le critère économique présente une importance considérable dans le domaine industriel et le plus souvent on est amené à faire un compromis entre l'optimum technique et l'optimum économique d'un système.

une importance considérable dans le domaine industriel et le plus souvent on est amené à faire un compromis entre l'optimum technique et l'optimum économique d'un système.

### 1.5 PROPOSITIONS DU PRESENT TRAVAIL

Un système énergétique peut être étudié du point de vue énergétique, le bilan énergétique rendant compte des quantités d'énergie fournies ou reçues par le système. L'intérêt de mener une **analyse exergetique** en parallèle avec une **analyse énergétique** est due au fait que les pertes exergetiques sont irrécupérables (puisque l'exergie est détruite au cours d'une transformation irréversible), contrairement aux pertes énergétiques qui peuvent être récupérables (par exemple la valorisation d'un flux de chaleur rejeté à l'extérieur). La corrélation entre l'entropie et l'exergie est évidente : la création d'entropie au cours des diverses transformations thermodynamiques réelles, due aux irréversibilités internes et externes se caractérise par des pertes d'exergie qui impliquent la diminution de la capacité du système de produire du travail. Dans le cadre de l'**analyse entropique**, la performance d'un composant du système à étudier est évalué en comparant les pertes de capacité de travail mécanique du composant avec la capacité de travail mécanique du système entier. Dans le cadre de l'analyse exergetique, l'efficacité de fonctionnement de chaque composant est appréciée en comparant la capacité de travail mécanique du fluide cyclé à l'entrée et à la sortie du composant. L'avantage de la méthode exergetique par rapport à celle entropique est qu'elle permet l'étude de la performance thermodynamique d'un composant du système sans devoir apprécier auparavant la capacité de travail mécanique du système entier, ce qui simplifie les calculs. Un des facteurs les plus importants affectant la conception d'un système est son coût global, une **analyse économique** s'impose, donc. Dans ce travail on s'intéresse au coût global d'un système énergétique défini comme la somme entre les coûts d'investissement des composants du système, le coût de fonctionnement et le coût de maintenance.

La simulation et l'optimisation des systèmes énergétiques sont envisagées afin de prévoir une utilisation rationnelle de l'énergie et d'envisager des systèmes plus performants ou bien des systèmes moins coûteux, les études des systèmes énergétiques théoriques et réels présentées étant en relation étroite avec des partenaires du secteur industriel.

Dans le **deuxième chapitre** de ce mémoire des modèles thermodynamiques selon la thermodynamique en temps fini ont été développés, en commençant avec une théorie généralisée des cycles inverses à deux sources endoirréversibles et exoirréversibles, avec des considérations exergetiques. On fait apparaître les pondérations de chaque perte (interne et externe) par rapport à la puissance nécessaire au compresseur.

Le cycle de Carnot inverse (endoréversible mais exoirréversible) est étudié dans un premier temps, en négligeant les irréversibilités internes et en considérant seulement les irréversibilités dues aux pincements au niveau des réservoirs. L'étude est faite pour les deux cas possibles : machines à froid ou pompes à chaleur. Dans l'industrie dans la plupart des cas on demande, selon la machine, une certaine production de froid ou de chaleur. Le problème qui se pose est de maximiser la performance de la machine qui se traduit par maximiser le coefficient de performance ( $COP = \text{effet utile} / \text{consommation énergétique}$ ). On obtient une équipartition des conductances entre les deux échangeurs de chaleur pour un effet utile, températures des réservoirs et une conductance totale imposée. Le même résultat est obtenu si on minimise les pertes au niveau de la source froide et du puits chaud, le minimum des pertes étant quantifié par la variation minimale d'entropie du système, due aux pincements de température.

Le cycle frigorifique et la pompe à chaleur réels sont étudiés ensuite. Les pertes qui apparaissent dans chaque composant de l'installation sont représentées graphiquement en diagramme (T-s) pour les deux types de machine. Par rapport au cas précédent on tient compte aussi des irréversibilités internes qui apparaissent au cours de la compression et de la détente. On détermine ces pertes et on étudie leur impact sur la puissance demandée au compresseur. Un programme d'optimisation est développé, avec comme fonction objectif ou la maximisation du coefficient de performance ou la minimisation des pertes internes et externes. Le rendement exergetique est déterminé par deux voies : le rapport entre le COP réel et le COP Carnot ou en utilisant les pondérations des pertes internes et externes sur la puissance du compresseur. L'optimisation est faite pour trois fluides frigorifiques : R22, R134a et R717, afin d'observer leurs influences sur la performance de la machine et sur les pertes internes et externes qui apparaissent au cours du fonctionnement réel.

**Le troisième chapitre** commence par une analyse technico-économique et exergo-économique de quelques compresseurs, condenseurs et évaporateurs dans le domaine du froid.

Des corrélations technico-économiques et exergo-économiques sont établis afin de faciliter l'estimation des prix des composants en fonction des paramètres techniques, respectivement exergétiques. L'analyse de l'évolution du coût d'investissement réel en fonction de la puissance et de la production exergétique met en évidence le fait que les fabricants considèrent comme paramètre primordial la puissance d'un certain composant pour établir leurs tarifs. Un code de calcul technico-économique a été développé en deux étapes. Dans la première étape on choisit la plus favorable configuration d'installation frigorifique (type d'évaporateur et de condenseur), pour un type de compresseur donné. On caractérise les points thermodynamiques du cycle de fonctionnement et le coût total d'investissement de la machine. Dans la deuxième étape de la simulation on utilise les corrélations coût - paramètres techniques pour estimer le coût global de l'installation. Ainsi, on présente une évaluation du coût d'investissement par une méthode non seulement discrète mais aussi continue. Les productions exergétiques et les taux de dissipations pour chaque composant sont calculés. Une optimisation du coût total de l'installation frigorifique (défini comme la somme entre le coût total d'investissement, le coût de maintenance et le coût de fonctionnement) suit cette double simulation. On utilise la méthode générale du gradient réduit, une méthode directe qui résout les problèmes d'optimisation non-linéaires avec contraintes d'égalité et d'inégalité, obtenant les valeurs de la fonction objectif et des fonctions de contraintes pour un ensemble de variables indépendantes donné.

La difficulté principale rencontrée lors de ces études réside dans la collecte des données technico-économiques des divers fabricants et dans le couplage des différents composants de la machine. Dans le code de calcul, le choix du type de fluide frigorifique à utiliser est libre, les exemples numériques et les études de sensibilité étant faites pour R22 et R134a.

Dans le **quatrième chapitre** on présente des modèles des machines à cycle inverse trithérms (à trois réservoirs de chaleur) selon la thermodynamique en temps fini, les machines dithérms étant présentées comme des cas limites des premières.

L'incidence sur les définitions du coefficient de performance est présentée par le biais des trois modélisations, selon trois adimensionnements possibles, rapportant au réservoir chaud, intermédiaire ou froid, pour les trois types de machine précités. Une étude de sensibilité est faite pour chaque modèle : variation du COP en fonction des paramètres adimensionnés correspondants. Les calculs pour chaque type de machine sont faits pour deux

cas possibles : endoréversible et exoirréversible (sans création d'entropie interne) ou endoirréversible et exoirréversible (avec création d'entropie interne et externe). L'influence de la loi de transfert de chaleur est soulignée.

L'existence des pincements de température optimaux, au niveau des trois réservoirs de chaleur, qui maximiseraient le coefficient de performance, est étudiée pour chaque type de machine : machine à froid, pompe à chaleur ou thermotransformateur. L'étude est faite avec une contrainte sur la conductance totale de la machine.

Le passage à la thermoéconomie est fait par une optimisation des machines à cycle inverse à compression mécanique de vapeur, tenant compte des considérations économiques. La distribution optimale de la surface entre les échangeurs de chaleur du système est étudiée pour un coût de la fonction compression (coût de fonctionnement + coût d'investissement du compresseur) minimal. Le problème d'optimisation est résolu pour deux cas possibles : machine à froid ou pompe à chaleur. C'est une application de l'approche directe pour minimiser le coût de la fonction compression, selon la thermodynamique en temps fini, qui a le but de souligner l'importance de l'influence de la distribution de surface sur le fonctionnement du système énergétique.



*Chapitre 2*

**THERMODYNAMIQUE EN TEMPS FINI DU  
CYCLE INVERSE A DEUX RESERVOIRS**



## Nomenclature du Chapitre 2

$T_{ms}$  : température moyenne supérieure du fluide pendant le transfert de chaleur [K]

$T_{mi}$  : température moyenne inférieure du fluide pendant le transfert de chaleur [K]

$T_m$  : température moyenne [K]

$T_a$  : température ambiante [K]

$T_{PC}$  : température du puits chaud [K]

$T_{SF}$  : température de la source froide [K]

$T_{CD}$  : température de condensation [K]

$T_{EV}$  : température d'évaporation [K]

$\Delta T$  : pincement de température [K]

$\dot{Q}$  : flux de chaleur [W]

$\dot{W}_{\min_C}$  : puissance minimale de Carnot [W]

$\dot{W}^{\min}$  : puissance minimale demandée au compresseur [W]

$\dot{W}_{\min_C}^{\min}$  : minimum minimorum de la puissance virtuelle de Carnot [W]

$\dot{W}$  : puissance reçue par le système [W]

$K$  : conductance totale de la machine [W/K]

$K_{EV}$  : conductance de l'évaporateur [W/K]

$K_{CD}$  : conductance du condenseur [W/K]

$\dot{E}$  : flux d'énergie [W]

$\dot{S}$  : flux d'entropie [W/K]

$\dot{S}_{irr_i}$  : flux d'entropie interne créé [W/K]

$\dot{S}_{irr_e}$  : flux d'entropie créé du au pincement de température au niveau des échangeurs [W/K]

$\dot{S}_{\Delta T_{PC}}$  : flux de création d'entropie due au pincement  $\Delta T_{PC}$  [W/K]

$\dot{S}_{\Delta T_{SF}}$  : flux de création d'entropie due au pincement  $\Delta T_{SF}$  [W/K]

$\dot{S}_{\Delta T_{cd}}$  : flux de création d'entropie due au pincement  $\Delta T_{CD}$  [W/K]

$\dot{S}_{\Delta T_{ev}}$  : flux de création d'entropie due au pincement  $\Delta T_{EV}$  [W/K]

$\dot{S}_{SF}$  : flux d'entropie prélevé à la source froide [W/K]

$\dot{S}_{EV}$  : flux d'entropie prélevé par le fluide frigorigène au niveau de l'évaporateur [W/K]

$\dot{S}_{CD}$  : flux d'entropie cédé par le fluide frigorigène au niveau du condenseur [W/K]

$\dot{S}_{PC}$  : flux d'entropie prélevé par le fluide caloporteur au puits chaud [W/K]

$\dot{\Pi}$  : flux de pertes [W]

$\dot{\Pi}_{irr\_e}$  : flux des pertes dues aux irréversibilités externes [W]

$\bar{\pi}$  : pondération des pertes par rapport à la puissance demandée [-]

$COP_{MAF\_C}$  : coefficient de performance de Carnot pour les machines à froid [-]

$COP_{PAC\_C}$  : coefficient de performance de Carnot pour les pompes à chaleur [-]

$COP_{MAF\_irr}$  : coefficient de performance des machines à froid réelles [-]

$COP_{PAC\_irr}$  : coefficient de performance des pompes à chaleur réelles [-]

$\eta_{ex}$  : rendement exergetique

$s_i$  : entropie spécifique du frigorigène dans le point  $i$  du cycle [kJ/kgK]

$\Delta s_{irr\_cp}$  : variation d'entropie spécifique dans le compresseur [kJ/kgK]

$\Delta s_{irr\_di}$  : variation d'entropie spécifique dans le détendeur [kJ/kgK]

$\Delta s_{\Delta T_m}$  : variation d'entropie spécifique due à  $\Delta T_m$  [kJ/kgK]

$\Delta s_{\Delta T_{Ev}}$  : variation d'entropie spécifique due à  $\Delta T_{EV}$  [kJ/kgK]

$\Delta s_{cd}$  : variation d'entropie spécifique dans le condenseur [kJ/kgK]

$\Delta s_{q_0\_T_{Ev}}$  : augmentation d'entropie du frigorigène dans le processus d'évaporation [kJ/kgK]

$\Delta s_{q_0\_T_{sf}}$  : diminution d'entropie de l'enceinte froide [kJ/kgK]

$h_i$  : enthalpie du frigorigène dans le point  $i$  du cycle [kJ/kg]

$lv^{Ti}$  : chaleur latente à la température  $T_i$  [kJ/kg]

$c_l$  : chaleur spécifique du frigorigène en état liquide [kJ/kgK]

$c_p$  : chaleur spécifique du frigorigène à pression constante [kJ/kgK]

$l_s$  : travail mécanique technique réversible [kJ]

$l_{irr}$  : travail mécanique technique irréversible [kJ]  
 $\beta$  : taux de compression [-]  
 $\gamma$  : exposant isentropique [-]  
 $\eta_C$  : rendement isentropique ou interne du compresseur [-]  
 $p$  : pression [bar]  
 $q_{cd}$  : chaleur spécifique transférée au niveau du condenseur [kJ/kg]  
 $q_0$  : production frigorifique spécifique [kJ/kg]  
 $\pi_{irr\_dt}$  : pertes dues aux irréversibilités au détendeur [kJ/kg]  
 $\pi_{irr\_cp}$  : pertes dues aux irréversibilités au compresseur [kJ/kg]  
 $\pi_{\Delta T_m}$  : pertes dues aux irréversibilités à  $\Delta T_m$  [kJ/kg]  
 $\pi_{\Delta T_{EV}}$  : pertes dues aux irréversibilités à  $\Delta T_{EV}$  [kJ/kg]  
 $\Delta p$  : gradient de pression [bar]  
 $\dot{m}$  : débit du fluide frigorigène [kg/s]  
 $A_{AS}$  : aire offerte par la soupape d'aspiration [m<sup>2</sup>]  
 $A_{RF}$  : aire offerte par la soupape de refoulement [m<sup>2</sup>]  
 $V_0$  : volume de l'espace mort du cylindre [m<sup>3</sup>]  
 $V_S$  : volume de la course du piston [m<sup>3</sup>]  
 $\dot{V}_h$  : cylindrée horaire [m<sup>3</sup>/h]  
 $\eta_V$  : rendement volumétrique  
 $K_{es}$  : consommation spécifique [J/m<sup>3</sup>]

Indices :     *PC* : puits chaud     *SF* : source froide  
               *CD* : condenseur    *EV* : évaporateur  
               *AS* : aspiration        *RF* : refoulement



## 2 THERMODYNAMIQUE EN TEMPS FINI DU CYCLE INVERSE

### 2.1 INTRODUCTION

La thermodynamique en temps fini représente la thermodynamique des systèmes énergétiques réels, qui présentent des irréversibilités externes, au contact avec les réservoirs de chaleur. En effet, si on considère le cycle idéal, réversible (de Carnot), l'absence d'irréversibilités externes implique des pincements de température (différence absolue entre la température du réservoir et la température du fluide cyclé) nuls et pour assurer des flux de chaleur non-nuls on devrait prévoir des surfaces d'échange de chaleur infinies, ou bien des temps de contact avec les réservoirs infinis. La puissance de la machine est dénommée virtuelle puisqu'elle n'existe pas réellement. L'idée de la réversibilité totale de l'interaction entre le système et les réservoirs ne peut pas être acceptée en pratique et on doit considérer des différences finies de température dans les processus de transfert de chaleur, qui impliquent, conformément à la loi de transfert de chaleur linéaire, des surfaces finies pour des coefficients globaux de transfert de chaleur finis ou des temps de contact finis entre le fluide interne et les réservoirs.

Les précurseurs de la thermodynamique en temps fini ont été P. Chambadal (1957) [1] et I. Novikov (1958) [2] qui ont étudié les systèmes thermoénergétiques nucléaires endo et exo-irréversibles (irréversibilités internes et externes). Dans ce contexte, pour des irréversibilités internes négligeables, il apparaît pour la première fois l'expression du rendement optimum correspondant à une puissance développée maximale :  $\eta_{opt} = 1 - \sqrt{\frac{T_0}{T}}$  où  $T_0$  est la température du réservoir froid et  $T$  représente la température du réservoir chaud.

Ultérieurement, F.L. Curzon et B. Ahlborn [3] ont introduit la grandeur « temps » dans l'analyse thermodynamique et ils ont pris en considération les processus de transfert de chaleur à différence finie de température, en élaborant une nouvelle méthode d'analyse thermodynamique : « Thermodynamique (Dissipative) en Temps Fini ». Ils ont appliqué la thermodynamique en temps fini au cycle thermodynamique idéal (de Carnot). Après la maximisation de la puissance fournie, ils dérivent l'expression par rapport à l'efficacité,

dénommée efficacité thermodynamique en temps fini, différente de celle bien connue de Carnot.

Depuis la Thermodynamique en Temps Fini représente une source de nombreuses publications qui présentent des modèles de plus en plus complexes [4] - [15]. La thermodynamique en temps fini a été appliquée à de nombreux types de cycles thermiques (Carnot, Brayton, Stirling, Ericsson, Otto, Diesel) et plus récemment à des machines à froid, pompes à chaleur et transformateurs thermiques.

Depuis que l'on a introduit en 1975 la notion de cycle thermodynamique en temps fini, de nombreux auteurs ont étudié l'irréversibilité dans les cycles. Les fonctions objectives en thermodynamique en temps fini sont souvent purement thermodynamiques (puissance, efficacité, production entropique, puissance calorifique, *COP*, pertes exergétiques, etc).

## 2.2 THEORIE GENERALISEE DES CYCLES INVERSES ENDOIRREVERSIBLES ET EXOIRREVERSIBLES SELON LA THERMODYNAMIQUE EN TEMPS FINI

Les cycles inverses à deux thermostats peuvent être représentés, d'une manière générale, par une boucle fermée, qui peut « cacher » différentes transformations du fluide frigorifique en fonction du type de la machine (Figure 2.1).

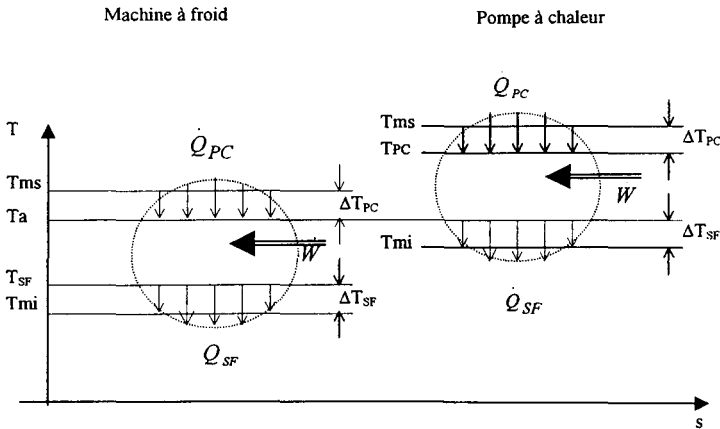


Figure 2.1 : Représentation généralisée des cycles inverses



Dans ce schéma on fait apparaître des températures moyennes du fluide frigorigène pendant le transfert de chaleur au niveau des réservoirs ( $T_{ms}$  : température moyenne supérieure et  $T_{mi}$  : température moyenne inférieure). Durant le cycle de fonctionnement, le frigorigène reçoit le flux de chaleur  $\dot{Q}_{SF}$  de la source froide et cède au puits chaud le flux de chaleur  $\dot{Q}_{PC}$ . Puisque la température du puits chaud ( $T_{PC}$ ) est supérieure à la température de la source froide ( $T_{SF}$ ), le système doit recevoir une puissance  $\dot{W}$  de l'extérieur.

Le cycle étant fermé, le bilan énergétique peut être écrit comme suit :

$$\sum \dot{E} = 0, \text{ avec } \dot{E} : \text{flux d'énergie} \quad (2.1)$$

où bien si on raison en norme :  $\dot{W} = \dot{Q}_{PC} - \dot{Q}_{SF}$ .

Le bilan entropique sera

$$\sum \dot{S} = 0, \text{ avec } \dot{S} : \text{flux d'entropie} \quad (2.2)$$

où bien

$$\dot{S}_{CD} - \dot{S}_{EV} = \dot{S}_{irr\_i} \quad (2.3)$$

c'est-à-dire la différence entre le flux d'entropie qui sort du système ( $\dot{S}_{PC}$ ) et le flux d'entropie qui entre dans le système ( $\dot{S}_{SF}$ ) représente la création d'entropie interne créé ( $\dot{S}_{irr\_i}$ ).

L'équation précédente peut être écrite aussi sous la forme :

$$\frac{\dot{Q}_{PC}}{T_{ms}} - \frac{\dot{Q}_{SF}}{T_{mi}} = \dot{S}_{irr\_i} \quad (2.4)$$

Au niveau des réservoirs il y a des pertes dues aux pincements de température, telle que le flux d'entropie prélevé par le puits chaud est plus grand que celui cédée par le fluide frigorigène au niveau de ce puits ; inversement, au niveau de la source froide, le flux

d'entropie reçu par le fluide frigorigifique est supérieur à celui prélevé à la chambre froide. La différence des deux représentant les flux de création d'entropie dues à  $\Delta T_{PC}$  respectivement  $\Delta T_{SF}$ .

$$\frac{\dot{Q}_{PC}}{T_{PC}} - \frac{\dot{Q}_{PC}}{T_{ms}} = \dot{S}_{\Delta T_{pc}} \quad (2.5)$$

$$\frac{\dot{Q}_{SF}}{T_{mi}} - \frac{\dot{Q}_{SF}}{T_{SF}} = \dot{S}_{\Delta T_{sf}} \quad (2.6)$$

Si on combine les équations (2.4), (2.5) et (2.6) on obtient ce qui est évident, que la somme des flux de création d'entropie interne et externe  $\left( \sum \dot{S}_{irr\_i,e} \right)$  représente la différence entre le flux d'entropie reçu par le puits chaud et le flux d'entropie prélevé à la source froide :

$$\frac{\dot{Q}_{SP}}{T_{PC}} - \frac{\dot{Q}_{SF}}{T_{SF}} = \dot{S}_{irr\_i} + \dot{S}_{\Delta T_{pc}} + \dot{S}_{\Delta T_{sf}} = \sum \dot{S}_{irr\_i,e} \quad (2.7)$$

### 2.2.1 MACHINE A FROID

Pour les machines à froid dans la plus part des cas, le puits chaud est le milieu ambiant et donc  $T_{PC} = T_a$ . Si on multiplie l'équation (2.7) par la température ambiante ( $T_a$ ), on obtient dans le terme de droite la somme des pertes, internes et externes, conformément au théorème de Gouy-Stodola :

$$\sum \dot{\Pi}_{irr\_i,e} = T_a \sum \dot{S}_{irr\_i,e} \quad (2.8)$$

Donc,

$$\dot{Q}_{PC} - \frac{T_{PC}}{T_{SF}} \dot{Q}_{SF} = \sum \dot{\Pi}_{irr\_i,e} \quad (2.9)$$

Le bilan énergétique (2.1) devient :

$$\dot{W} = \left( \frac{T_{PC}}{T_{SF}} - 1 \right) \dot{Q}_{SF} + \sum \dot{\Pi}_{irr\_i,e} = \frac{\dot{Q}_{SF}}{COP_{MAF\_C}} + \sum \dot{\Pi}_{irr\_i,e} \quad (2.10)$$

$$\text{avec } COP_{MAF\_C} = \frac{T_{SF}}{T_{PC} - T_{SF}}$$

Il résulte, 
$$\dot{W} = \dot{W}_{min_c} + \sum \dot{\Pi}_{irr\_i,e} \quad (2.11)$$

ce qui veut dire que la puissance nécessaire au compresseur pour obtenir une certaine production frigorifique est la somme entre la puissance minimale, virtuelle, obtenue par un cycle Carnot fonctionnant entre les mêmes températures des réservoirs et la somme des pertes internes et externes qui apparaissent lors du fonctionnement réel de la machine. Cette puissance est appelé virtuelle puisqu'il n'existe pas réellement une machine qui donne cette puissance : ceci supposerait l'absence des irréversibilités externes au contact avec les réservoirs de chaleur, donc un pincement de température nul, d'où un flux de chaleur nul donc une puissance nulle ! Cette machine aurait besoin d'une surface d'échange de chaleur infinie où bien un temps de contact infini. L'étude du fonctionnement réel d'une machine à cycle inverse suppose la prise en compte de ces pertes, donc une analyse thermodynamique en temps de contact fini du cycle inverse.

Si on minimise ces pertes, alors on remarque l'apparition d'un minimum minimum de la puissance virtuelle de Carnot, la somme entre cette puissance et les pertes minimales donnant une puissance minimale demandée au compresseur.

$$\dot{W}^{\min} = \dot{W}_{min_c}^{\min} + \sum \dot{\Pi}_{irr\_i,e}^{\min} \quad (2.12)$$

Le rendement exergetique peut être exprimé par le rapport entre la puissance du cycle réversible Carnot et la puissance du cycle réel :

$$\eta_{ex} = \frac{COP}{COP_{MAF\_C}} = \frac{\dot{W}_{min_c}}{\dot{W}} = 1 - \frac{\sum \dot{\Pi}_{irr\_i,e}}{\dot{W}} \quad (2.13)$$

Ainsi on fait apparaître les pondérations de chaque perte sur la puissance nécessaire au compresseur, c'est-à-dire l'influence de chaque perte interne où externe qui apparaît dans le système sur la demande en puissance.

$$\eta_{ex} = 1 - \sum \bar{\pi}_{irr\_i,e} \quad (2.14)$$

$$\text{avec } \bar{\pi}_{irr\_i,e} = \frac{\dot{\Pi}_{irr\_i,e}}{\dot{W}}$$

Dans le cas des processus réels, irréversibles, il est évident que  $\eta_{ex} < 1$ . A la limite, dans le cas idéal des processus réversibles  $\eta_{ex} = 1$ . Dans ces conditions on peut formuler le deuxième principe de la thermodynamique de la manière suivante : l'exergie d'un système thermodynamique isolé, reste constante si tous les processus du système sont réversibles et diminue si au moins un des processus est irréversible.

### 2.2.2 POMPE A CHALEUR

Les pompes à chaleur non seulement relève le potentiel thermique de la chaleur dont on dispose mais aussi, du fait de la conservation de l'énergie, on dispose au puits chaud d'une quantité de chaleur supérieure à celle qui a été prélevée à la source froide. D'où l'intérêt pour ce type de machine aussi bien dans le domaine de l'habitat que dans le domaine industriel.

Pour les pompes à chaleur c'est la source froide qui est considérée le plus souvent comme milieu ambiant, donc  $T_{SF} = Ta$ . Alors l'équation (2.7) devient, après multiplication avec la température ambiante ( $Ta$ ) :

$$\frac{T_{SF}}{T_{PC}} \dot{Q}_{PC} - \dot{Q}_{SF} = Ta \sum \dot{\Pi}_{irr\_i,e} \quad (2.15)$$

et la puissance nécessaire au compresseur pourra s'écrire, en utilisant le bilan énergétique (2.1) et l'équation (2.15) de la manière suivante :

$$\dot{W} = \dot{Q}_{PC} - \dot{Q}_{SF} = \left(1 - \frac{T_{SF}}{T_{PC}}\right) \dot{Q}_{PC} + \sum \dot{\Pi}_{irr\_i,e} \quad (2.16)$$

Etant donné que le coefficient de performance des pompes à chaleur réversibles de type

Carnot est  $COP_{PAC-C} = \frac{T_{PC}}{T_{PC} - T_{SF}} = \frac{\dot{Q}_{PC}}{\dot{W}}$ , on obtient :

$$\dot{W} = \dot{W}_{\min_c} + \sum \dot{\Pi}_{irr_{i,e}} \quad (2.17)$$

même équation que pour les machines à production de froid.

### 2.3 THERMODYNAMIQUE EN TEMPS FINI DU CYCLE INVERSE IDEAL, ENDOREVERSIBLE MAIS EXOIRREVERSIBLE

#### 2.3.1 Machine à froid

Dans ce sous-chapitre on traite le cycle idéal, endoréversible mais exoirréversible<sup>1</sup>, c'est à dire on néglige les irréversibilités internes (création d'entropie interne) et on considère seulement les irréversibilités dues aux pincements au niveau des réservoirs. Le fonctionnement de la machine est représenté en diagramme T-s, dans la figure suivante :

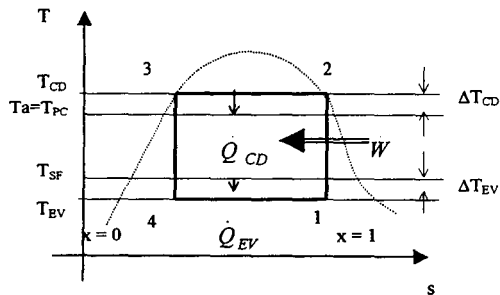


Figure 2.2 : Diagramme T-s pour les machines à froid de type Carnot

Les bilans d'énergie et d'entropie, en norme, s'écrivent de la manière suivante :

$$\dot{W} = \dot{Q}_{CD} - \dot{Q}_{EV} \quad (2.18)$$

$$\frac{\dot{Q}_{CD}}{T_{CD}} = \frac{\dot{Q}_{EV}}{T_{EV}} \quad (2.19)$$

<sup>1</sup> Cette notion a été introduite par prof. V. RADCENCO

où  $\dot{W}$  : puissance nécessaire au compresseur [W]

$\dot{Q}_{CD}$  : flux de chaleur évacué au puits chaud [W]

$\dot{Q}_{EV}$  : flux de chaleur prélevé à la chambre froide [W]

$T_{CD}$  : température du fluide frigorigène au niveau du condenseur [K]

$T_{EV}$  : température du fluide frigorigène au niveau de l'évaporateur [K]

Considérant des lois de transfert de chaleur de type linéaire pour les deux réservoirs, les deux flux de chaleur peuvent s'exprimer en fonction des conductances et des pincements de température :

$$\dot{Q}_{EV} = K_{EV} \Delta T_{EV} = K_{EV} (T_{SF} - T_{EV}) \quad (2.20)$$

$$\dot{Q}_{CD} = K_{CD} \Delta T_{CD} = K_{CD} (T_{CD} - T_{PC}) \quad (2.21)$$

Notons  $\theta_{EV} = \frac{\Delta T_{EV}}{T_{SF}}$  et  $\theta_{CD} = \frac{\Delta T_{CD}}{T_{PC}}$  (2.22)

Dans l'industrie, dans la plupart des cas on se trouve dans la situation où on demande à l'installation frigorigène une certaine production de froid c'est-à-dire un certain flux de chaleur au niveau de l'évaporateur. Le problème qui se pose est de maximiser la performance de la machine ce qui se traduit par maximiser le coefficient de performance ( $COP =$  production frigorigène / puissance consommée). C'est un problème d'optimisation à résoudre, avec :

*paramètres* :  $\dot{Q}_{EV}$ ,  $K$ ,  $T_{SF}$ ,  $T_{PC}$ ,

où  $K = K_{EV} + K_{CD}$  est la conductance totale de la machine.

*variables* : *indépendantes* :  $\theta_{EV}$ ,  $\theta_{CD}$

*dépendantes* :  $K_{EV}$ ,  $K_{CD}$

Le problème est plus facile à résoudre si on transforme tous les paramètres dimensionnés en paramètres adimensionnés. Ces derniers sont notés en utilisant les mêmes symboles mais surlignés.

paramètres adimensionnés :  $\bar{Q}_{EV} = \frac{\dot{Q}_{EV}}{T_{SF}K} = \bar{S}_{SF}$ ,

variables dépendantes adimensionnés :  $\bar{K}_{EV} = \frac{K_{EV}}{K}$ ,  $\bar{K}_{CD} = \frac{K_{CD}}{K}$

$$\dot{Q}_{EV} = K_{EV}\Delta T_{EV} = \frac{K_{EV}}{K}KT_{SF}\frac{\Delta T_{EV}}{T_{SF}} = \bar{K}_{EV}\theta_{EV}KT_{SF} \quad (2.23)$$

Il résulte donc,

$$\bar{Q}_{EV} = \frac{\dot{Q}_{EV}}{T_{SF}K} = \frac{\dot{S}_{SF}}{K} = \bar{S}_{SF} = \bar{K}_{EV}\theta_{EV} \quad (2.24)$$

où  $\dot{S}_{SF}$  : flux d'entropie prélevé à la source froide [W/K]

$\bar{S}_{SF}$  : flux d'entropie prélevé à la source froide adimensionné [-]

Comme  $\dot{Q}_{EV} = ct$ , il résulte donc  $\bar{K}_{EV}\theta_{EV} = ct$ , relation qui s'exprime graphiquement par la figure suivante :

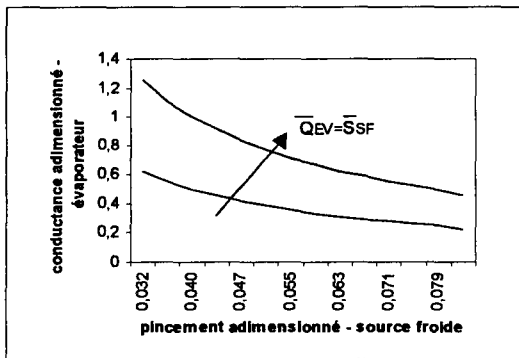


Figure 2.3 : Evolution de la conductance adimensionnée de l'évaporateur en fonction du pincement adimensionné à l'évaporateur pour ( $T_{SF} = -20^{\circ}\text{C}$  et  $K=20\text{W/K}$ )

Partant du bilan énergétique, on peut expliciter la puissance nécessaire adimensionnée.

$$\dot{W} = \dot{Q}_{CD} - \dot{Q}_{EV} = K_{CD}\Delta T_{CD} - \dot{Q}_{EV} = \frac{K_{CD}}{K}KT_{SF}\frac{T_{PC}}{T_{SF}}\frac{\Delta T_{CD}}{T_{PC}} = \bar{K}_{CD}KT_{SF}\tau\theta_{CD} - \dot{Q}_{EV} \quad (2.25)$$

donc, si on divise par  $KT_{SF}$ ,

$$\bar{W} = \frac{\dot{W}}{KT_{SF}} = \bar{K}_{CD} \theta_{CD} \tau - \bar{Q}_{EV} \quad (2.26)$$

où  $\tau = T_{PC} / T_{SF}$  est constant et  $\bar{K}_{EV} + \bar{K}_{CD} = 1$

$$\bar{W} = (1 - \bar{K}_{EV}) \theta_{CD} \tau - \bar{Q}_{EV} \quad (2.27)$$

En utilisant la relation (2.7) la puissance adimensionnée du compresseur devient :

$$\bar{W} = \left( 1 - \frac{\bar{Q}_{EV}}{\theta_{EV}} \right) \theta_{CD} \tau - \bar{Q}_{EV} \quad (2.28)$$

Le bilan entropique nous donne une relation entre les deux variables indépendantes, telle que :

$$\theta_{CD} = \frac{\bar{Q}_{EV} \theta_{EV}}{\theta_{EV} - \theta_{EV}^2 - \bar{Q}_{EV}} \quad (2.29)$$

$$\text{Ainsi, } \bar{W} = \bar{Q}_{EV} \left( \frac{\theta_{EV} - \bar{Q}_{EV}}{\theta_{EV} - \theta_{EV}^2 - \bar{Q}_{EV}} \tau - 1 \right) \quad (2.30)$$

Le maximum du coefficient de performance est obtenue pour un minimum de puissance consommée puisque la production de froid est imposée et donc reste invariante.

$$\text{Notons } \psi(\theta_{EV}) = \frac{\theta_{EV} - \bar{Q}_{EV}}{\theta_{EV} - \theta_{EV}^2 - \bar{Q}_{EV}} > 1 \quad (2.31)$$

$$\text{Il résulte } COP_{MAF-irr} = \frac{\bar{Q}_{EV}}{\bar{W}} = \frac{1}{\psi(\theta_{EV}) \tau - 1} \quad (COP_{MAF-C} = \frac{T_{SF}}{T_{PC} - T_{SF}} = \frac{1}{\tau - 1}) \quad (2.32)$$



le coefficient de performance pour une machine présentant des irréversibilités externes ( $COP_{maf\_irr}$ ) étant inférieur au coefficient de performance pour le cycle réversible Carnot fonctionnant entre les mêmes températures des réservoirs ( $COP_{MAF\_C}$ ).

En annulant la dérivée première de  $\psi(\theta_{EV})$  on obtient comme solution optimale de  $\theta_{EV}$  :

$$\theta_{EV}^{opt} = 2\bar{Q}_{EV} = 2\bar{S}_{EV} \quad (2.33)$$

et

$$\theta_{CD}^{opt} = \frac{\bar{Q}_{EV} \theta_{EV}}{\theta_{EV} - \theta_{EV}^2 - \bar{Q}_{EV}} = \frac{2\bar{Q}_{EV}}{1 - 4\bar{Q}_{EV}} \quad (2.34)$$

Le maximum de coefficient de performance atteint pour les conditions qu'on a présenté ci-dessus est :

$$COP_{MAF\_irr}^{max} = \frac{1}{\psi_{max}\tau - 1} = \frac{1}{\frac{\tau}{1 - 4\bar{Q}_{EV}} - 1} \quad (2.35)$$

obtenu pour une puissance au compresseur minimum

$$\bar{W}^{min} = \bar{Q}_{EV} \left( \frac{\tau}{1 - 4\bar{Q}_{EV}} - 1 \right) \quad (2.36)$$

La répartition des conductances est obtenue en utilisant de nouveau la relation (2.7) :

$$\bar{K}_{EV}^{opt} = \frac{\bar{Q}_{EV}}{\theta_{EV}^{opt}} = \frac{1}{2}, \quad \bar{K}_{CD}^{opt} = 1 - \bar{K}_{EV}^{opt} = \frac{1}{2} \quad (2.37)$$

On obtient, donc, une répartition des conductances entre les deux échangeurs de chaleur de l'installation frigorifique, pour une production de froid, températures des réservoirs et une conductance totale imposées.

Le même résultat est obtenu si on minimise les pertes au niveau de la source froide et du puits chaud. Le minimum des pertes est quantifié par la variation minimale d'entropie du système frigorifique, due aux pincements de température au niveau des réservoirs.

La création d'entropie due à  $\Delta T_{EV}$ , dans le processus de transfert de chaleur à l'évaporateur, représente la différence entre le flux d'entropie reçu par le fluide frigorifique à la température d'évaporation et le flux d'entropie prélevé à la chambre froide :

$$\dot{S}_{\Delta T_{EV}} = \dot{S}_{EV} - \dot{S}_{SF} = \left( \frac{1}{T_{EV}} - \frac{1}{T_{SF}} \right) \dot{Q}_{EV} = \dot{S}_{EV} \left( \frac{\theta_{EV}}{1 - \theta_{EV}} \right) \quad (2.38)$$

De la même manière la création d'entropie due à  $\Delta T_{CD}$ , est la différence entre le flux d'entropie reçu par le fluide caloporteur au niveau du condenseur, où l'ambiante, et le flux d'entropie cédé par le fluide frigorifique à la température de condensation :

$$\dot{S}_{\Delta T_{CD}} = \dot{S}_{PC} - \dot{S}_{CD} = \left( \frac{1}{T_{PC}} - \frac{1}{T_{CD}} \right) \dot{Q}_{CD} \quad (2.39)$$

La variation d'entropie du système due à ces différences de températures sera la somme des variations d'entropie au niveau de chaque échangeur de chaleur :

$$\dot{S}_{irr-e} = \left( \frac{1}{T_{EV}} - \frac{1}{T_{SF}} \right) \dot{Q}_{EV} + \left( \frac{1}{T_{PC}} - \frac{1}{T_{CD}} \right) \dot{Q}_{CD} \quad (2.40)$$

Après quelques calculs, utilisant les expressions des pincements adimensionnés (2.22) et le bilan d'entropie (2.19), on obtient, en adimensionnant :

$$\bar{S}_{irr-e} = \frac{\Delta \dot{S}_{irr-e}}{K} = \bar{Q}_{EV} \frac{\theta_{EV}}{1 - \theta_{EV}} + \bar{Q}_{EV} \frac{\theta_{CD}}{1 - \theta_{EV}} = \frac{\bar{Q}_{EV}}{1 - \theta_{EV}} (\theta_{EV} + \theta_{CD}) \quad (2.41)$$

où  $\theta_{CD}$  et  $\theta_{EV}$  sont liés par la relation (2.29).

Si la fonction Objectif est cette fois ci la relation (2.41), alors en annulant la dérivée première de  $\bar{S}_{irr\_e}$ ,  $\left( \frac{d\bar{S}_{irr\_e}}{d\theta_{EV}} = 0 \right)$  on obtient les valeurs optimales des pincements de température au niveau des réservoirs. On remarque que, évidemment, le maximum de coefficient de performance correspond au minimum de génération d'entropie dans le système, les paramètres de fonctionnement optimum étant les mêmes.

Le rendement exergetique de la machine peut être déterminé par le rapport entre le  $COP$  exoïrreversible maximum et le  $COP$  réversible d'une machine de Carnot fonctionnant entre les mêmes températures des réservoirs :

$$\eta_{ex}^{\max} = \frac{COP_{exoirr}^{\max}}{COP_{MAF\_C}} = \frac{(1 - 4\bar{Q}_{EV})(\tau - 1)}{(4\bar{Q}_{EV} + \tau - 1)} \quad (2.42)$$

mais aussi en utilisant les pondérations des pertes par rapport à la puissance nécessaire au compresseur. Pour exprimer ces pondérations on utilise le théorème de Gouy-Stodola qui dit que le flux des pertes due aux irréversibilités dans un système ( $\dot{\Pi}_{irr\_e}$ ) représente le produit entre la température ambiante ( $T_a$ ) et le flux de création d'entropie dans le système :

$$\dot{\Pi}_{irr\_e} = T_a \dot{S}_{irr\_e} \quad (2.43)$$

Si on considère que la température du puits chaud est la température ambiante, après adimensionnement, on obtient :

$$\bar{\Pi}_{irr\_e} = \frac{\dot{\Pi}_{irr\_e}}{KT_{SF}} = \frac{T_{PC} \dot{S}_{irr\_e}}{KT_{SF}} = \tau \bar{S}_{irr\_e} = \tau \left( \bar{S}_{\Delta T_{cd}} + \bar{S}_{\Delta T_{ev}} \right) \quad (2.44)$$

où  $\bar{S}_{\Delta T_{ev}} = \frac{\bar{Q}_{EV}}{1 - \theta_{EV}} \theta_{EV}$  et  $\bar{S}_{\Delta T_{cd}} = \frac{\bar{Q}_{EV}}{1 - \theta_{EV}} \theta_{CD}$  représentent les entropies créées, adimensionnées (voir la relation (2.41)).

L'équation (2.44) peut être écrite aussi de la manière suivante :

$$\bar{\Pi}_{irr\_e} = \bar{\Pi}_{\Delta T_{EV}} + \bar{\Pi}_{\Delta T_{CD}} \quad (2.45)$$

avec  $\bar{\Pi}_{\Delta T_{EV}} = \tau \bar{S}_{\Delta T_{EV}}$  et  $\bar{\Pi}_{\Delta T_{CD}} = \tau \bar{S}_{\Delta T_{CD}}$

Ainsi le rendement exergetique peut être écrit sous la forme :

$$\eta_{ex} = 1 - \sum_j \bar{\pi}_j = 1 - \bar{\pi}_{\Delta T_{EV}} - \bar{\pi}_{\Delta T_{CD}} \quad (2.46)$$

où  $\bar{\pi}_{\Delta T_{EV}} = \frac{\bar{\Pi}_{\Delta T_{EV}}}{\bar{W}}$  et  $\bar{\pi}_{\Delta T_{CD}} = \frac{\bar{\Pi}_{\Delta T_{CD}}}{\bar{W}}$  sont les pondérations des pertes par rapport à la puissance nécessaire.

Après calcul, on obtient de nouveau l'expression (2.42) :

$$\eta_{ex}^{max} = \frac{(1 - 4\bar{Q}_{EV})(\tau - 1)}{(4\bar{Q}_{EV} + \tau - 1)}$$

Un exemple numérique est présenté dans le tableau ci-dessous, avec les paramètres dans la colonne gauche et les variables dans la colonne droite.

**Tableau 2.1: Application numérique pour les machines à froid endoréversibles**

$\dot{Q}_{EV} = 100 \text{ kW}$	$\theta_{EV}^{opt} = 0.0395$
$K = 20 \text{ kW/K}$	$\Delta T_{EV}^{opt} = 10 \text{ K}$
$T_{SF} = 253.15 \text{ K}$	$\theta_{CD}^{opt} = 0.04289$
$T_{PC} = 295.15$	$\Delta T_{CD}^{opt} = 12.65 \text{ K}$
	$\bar{W}_{min} = 0.00525$
	$\bar{W}_{min} = 26.59 \text{ kW}$
	$COP_{max} = 3.76$

L'influence du pincement de température au niveau de la source froide sur la puissance demandée au compresseur et donc sur le coefficient de performance, ainsi que sur les pondérations des pertes sur la puissance est montrée dans les figures suivantes :

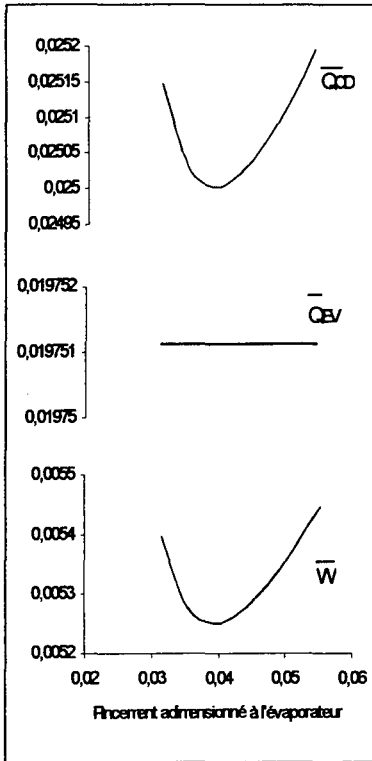


Figure 2.4 : Variation des puissances adimensionnées en fonction de  $\theta_{EV}$

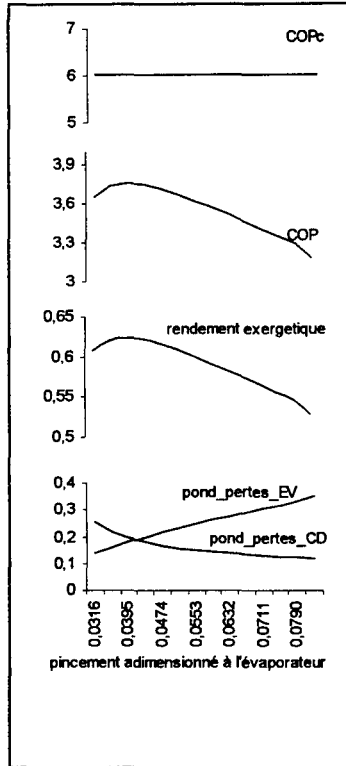


Figure 2.5 : Variation des coefficients de performance, rendement exergetique et des pondérations des pertes sur la puissance demandée au compresseur

Ces deux graphiques prouvent bien l'existence d'un optimum de fonctionnement de la machine frigorifique, optimum qui donne, pour les paramètres choisis, un minimum de la dépense énergétique (au compresseur), un maximum du coefficient de performance, et donc du rendement exergetique puisque les températures des réservoirs sont connues. Les pondérations des pertes externes varient avec le pincement de température à l'évaporateur :

direct proportionnel pour les pertes à l'évaporateur et inverse proportionnel pour les pertes au condenseur et ceci puisque la conductance totale est fixe et donc l'augmentation du pincement à l'évaporateur correspond à la diminution du pincement au condenseur.

### 2.3.2 Pompe à chaleur

Le cycle de fonctionnement de la pompe à chaleur de type Carnot se représente dans le diagramme T-s comme la machine à froid, seulement que cette fois ci le niveau de température ambiante est à la source froide, sachant que le but de ce type de machine est de récupérer un certain flux de chaleur au puits chaud.

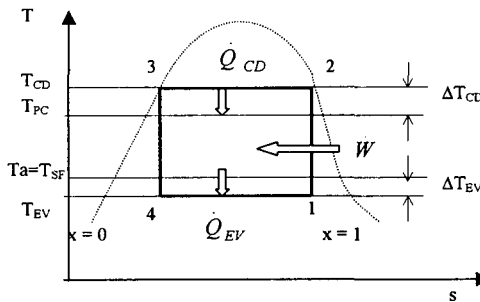


Figure 2.6 : Diagramme T-s pour les pompes à chaleur idéales (Carnot)

Les équations de départ du modèle développé pour les pompes à chaleur sont les mêmes que celles utilisées pour les machines à froid (2.18), (2.19), (2.20) et (2.21) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{W} = \dot{Q}_{CD} - \dot{Q}_{EV} \\ \frac{\dot{Q}_{CD}}{T_{CD}} = \frac{\dot{Q}_{EV}}{T_{EV}} \\ \dot{Q}_{EV} = K_{EV}(T_{SF} - T_{EV}) \\ \dot{Q}_{CD} = K_{CD}\Delta T_{CD} = K_{CD}(T_{CD} - T_{PC}) \\ K = K_{EV} + K_{CD} \end{array} \right.$$

Notons  $\theta_{EV} = \frac{\Delta T_{EV}}{T_{SF}}$  et  $\theta_{CD} = \frac{\Delta T_{CD}}{T_{PC}}$  comme pour la machine à froid idéale (2.22).

Le problème qui se pose cette fois ci est de maximiser la performance de la pompe à chaleur idéale (endoreversible) qui se traduit par maximiser le coefficient de performance ( $COP =$  production calorifique / puissance consommée). C'est un problème d'optimisation à résoudre, avec :

paramètres :  $\dot{Q}_{CD}, K, T_{SF}, T_{PC}$ ,

et

variables : indépendantes :  $\theta_{EV} = \frac{\Delta T_{EV}}{T_{SF}}$ ,  $\theta_{CD} = \frac{\Delta T_{CD}}{T_{PC}}$

dépendantes :  $K_{EV}, K_{CD}$

Après adimensionnement on obtient :

paramètres adimensionnés :  $\bar{Q}_{CD} = \frac{\dot{Q}_{CD}}{T_{PC}K} = \frac{\dot{S}_{PC}}{K} = \bar{S}_{PC}$ ,

variables dépendantes adimensionnés :  $\bar{K}_{EV} = \frac{K_{EV}}{K}$ ,  $\bar{K}_{CD} = \frac{K_{CD}}{K}$

$$\dot{Q}_{CD} = K_{CD}\Delta T_{CD} = \frac{K_{CD}}{K}KT_{PC}\frac{\Delta T_{CD}}{T_{PC}} = \bar{K}_{CD}\theta_{CD}KT_{PC} \quad (2.47)$$

En divisant par  $KT_{PC}$  il résulte le paramètre adimensionné :

$$\bar{Q}_{CD} = \frac{\dot{Q}_{CD}}{T_{PC}K} = \frac{\dot{S}_{PC}}{K} = \bar{S}_{PC} = \bar{K}_{CD}\theta_{CD} \quad (2.48)$$

Comme  $\dot{Q}_{CD} = ct$ , il résulte donc  $\bar{K}_{CD}\theta_{CD} = ct$ , relation qui s'exprime graphiquement par la figure suivante :

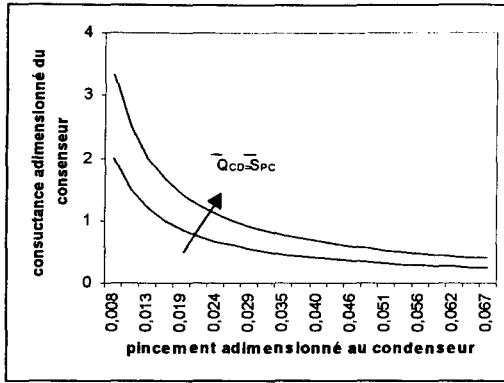


Figure 2.7 : Evolution de la conductance adimensionnée du condenseur en fonction du pincement adimensionné au condenseur ( $T_{PC}=100^{\circ}\text{C}$  et  $K = 50\text{W/K}$ )

La puissance nécessaire au compresseur, adimensionnée peut être exprimée, partant du bilan énergétique :

$$\dot{W} = \dot{Q}_{CD} - \dot{Q}_{EV} = \dot{Q}_{CD} - K_{EV} \Delta T_{EV} = \dot{Q}_{CD} - \frac{K_{EV}}{K} K T_{PC} \frac{T_{SF}}{T_{PC}} \frac{\Delta T_{EV}}{T_{SF}} = \dot{Q}_{EV} - \bar{K}_{EV} K T_{PC} \tau' \theta_{EV} \quad (2.49)$$

donc, si on divise par  $K T_{PC}$ ,

$$\bar{W} = \frac{\dot{W}}{K T_{PC}} = \bar{Q}_{CD} - (1 - \bar{K}_{CD}) \theta_{EV} \tau' \quad (2.50)$$

où  $\tau'$  est cette fois ci le rapport  $T_{SF}/T_{PC}$ , donc  $\tau' = \frac{1}{\tau}$  et  $\bar{K}_{EV} + \bar{K}_{CD} = 1$

En utilisant la relation (2.48) la puissance adimensionnée du compresseur devient :

$$\bar{W} = \bar{Q}_{CD} - \left( 1 - \frac{\bar{Q}_{CD}}{\theta_{CD}} \right) \theta_{EV} \tau' \quad (2.51)$$

Le bilan entropique  $\left( \dot{S}_{CD} = \dot{S}_{EV} \right)$  abouti à une relation entre les deux variables indépendantes, telle que :



$$\theta_{EV} = \frac{\bar{Q}_{CD} \theta_{CD}}{\theta_{CD} + \theta_{CD}^2 - \bar{Q}_{CD}} \quad (2.52)$$

Ainsi, 
$$\bar{W} = \bar{Q}_{CD} \left( 1 - \frac{\theta_{CD} - \bar{Q}_{CD}}{\theta_{CD} + \theta_{CD}^2 - \bar{Q}_{CD}} \tau' \right) \quad (2.53)$$

Puisque la production de chaleur est imposée, c'est le minimum de puissance consommée qui va mener à un maximum de coefficient de performance.

Si on note 
$$\psi(\theta_{CD}) = \frac{\theta_{CD} - \bar{Q}_{CD}}{\theta_{CD} + \theta_{CD}^2 - \bar{Q}_{CD}} < 1 \quad (2.54)$$

Il résulte

$$COP_{PAC\_irr} = \frac{\bar{Q}_{CD}}{\bar{W}} = \frac{1}{1 - \psi(\theta_{CD})\tau'} < COP_{PAC\_C} = \frac{T_{PC}}{T_{PC} - T_{SF}} = \frac{1}{1 - \tau'} \quad (2.55)$$

le coefficient de performance pour une machine présentant des irréversibilités externes ( $COP_{PAC\_irr}$ ) étant inférieur au coefficient de performance pour le cycle réversible Carnot fonctionnant entre les mêmes températures des réservoirs ( $COP_{PAC\_C}$ ).

La dérivée première de  $\psi(\theta_{CD})$  :

$$\frac{d\psi}{d\theta_{CD}} = \frac{\theta_{CD} (2\bar{Q}_{CD} - \theta_{CD})}{(\theta_{CD} + \theta_{CD}^2 - \bar{Q}_{CD})^2} = 0 \quad (2.56)$$

conduit à l'expression du pincement adimensionné optimale du condenseur :

$$\boxed{\theta_{CD}^{opt} = 2\bar{Q}_{CD} = 2\bar{S}_{PC}} \quad (2.57)$$

et de l'évaporateur

$$\theta_{EV}^{opt} = \frac{2\bar{Q}_{CD}}{1 + 4\bar{Q}_{CD}} \quad (2.58)$$

Il en résulte les pincements de température de la forme suivante :

$$\Delta T_{CD}^{opt} = \frac{2\dot{Q}_{CD}}{K} \quad \text{et} \quad \Delta T_{EV}^{opt} = \frac{2\dot{Q}_{CD}T_{SF}}{KT_{PC} + 4\dot{Q}_{CD}} \quad (2.59)$$

Le maximum de coefficient de performance atteint pour les conditions qu'on a présenté ci-dessus est :

$$COP_{PAC\_irr}^{\max} = \frac{1}{1 - \psi_{\max}(\theta_{CD})\tau} = \frac{1 + 4\bar{Q}_{CD}}{1 + 4\bar{Q}_{CD} - \tau'} \quad (2.60)$$

obtenu pour une puissance au compresseur minimum

$$\dot{W}^{\min} = \dot{Q}_{CD} \left( 1 - \frac{\tau'}{1 + 4\bar{Q}_{CD}} \right) \quad (2.61)$$

La répartition des conductances est obtenue en utilisant de nouveau la relation (2.48) :

$$\bar{K}_{CD}^{opt} = \frac{\bar{Q}_{CD}}{\theta_{CD}^{opt}} = \frac{1}{2}, \quad \bar{K}_{EV}^{opt} = 1 - \bar{K}_{CD}^{opt} = \frac{1}{2} \quad (2.62)$$

On obtient, comme pour le cas antérieur des machines à froid, une équipartition des conductances entre les deux échangeurs de chaleur de la machine, pour une production de chaleur, températures des réservoirs et une conductance totale imposées.

Ce résultat est obtenu de même si on minimise les pertes au niveau de la source froide et du puits chaud, quantifié par la variation minimale d'entropie du système frigorifique, due aux pincements de température au niveau des réservoirs.

La création d'entropie due à  $\Delta T_{EV}$ , dans le processus de transfert de chaleur à l'évaporateur, c'est à dire la différence entre flux d'entropie reçu par le fluide frigorifique à la température d'évaporation et le flux d'entropie prélevé à la chambre froide, est:

$$\dot{S}_{\Delta T_{EV}} = \dot{S}_{EV} - \dot{S}_{SF} = \left( \frac{1}{T_{EV}} - \frac{1}{T_{SF}} \right) \dot{Q}_{EV} = \frac{T_{SF} - T_{EV}}{T_{SF} T_{EV}} \dot{Q}_{EV} = \theta_{EV} \frac{\dot{Q}_{EV}}{T_{EV}} \quad (2.63)$$

De la même manière la création d'entropie due à  $\Delta T_{CD}$ , c'est à dire la différence entre le flux d'entropie reçu par le fluide caloporteur au niveau du condenseur, où l'ambiante, et le flux d'entropie cédé par le fluide frigorifique à la température de condensation, s'exprime:

$$\dot{S}_{\Delta T_{CD}} = \dot{S}_{PC} - \dot{S}_{CD} = \left( \frac{1}{T_{PC}} - \frac{1}{T_{CD}} \right) \dot{Q}_{CD} = \frac{T_{CD} - T_{PC}}{T_{PC} T_{CD}} \dot{Q}_{CD} = \theta_{CD} \frac{\dot{Q}_{CD}}{T_{CD}} \quad (2.64)$$

La variation d'entropie du système due à ces différences de température sera, donc :

$$\bar{S}_{irr\_e} = \frac{\dot{S}_{irr\_e}}{K} = \frac{\dot{S}_{\Delta T_{EV}} + \dot{S}_{\Delta T_{CD}}}{K} = \frac{\bar{Q}_{CD}}{1 + \theta_{CD}} (\theta_{EV} + \theta_{CD}) \quad (2.65)$$

sachant que  $\frac{\dot{Q}_{CD}}{T_{CD}} = \frac{\dot{Q}_{EV}}{T_{EV}}$

Si la fonction objectif est cette fois ci la relation (2.65), alors en annulant la dérivée première de  $\bar{S}_{irr\_e}$ ,  $\left( \frac{d \bar{S}_{irr\_e}}{d \theta_{CD}} = 0 \right)$  on obtient les expressions optimales des pincements de température au niveau des réservoirs qui sont celles obtenues en considérant comme fonction Objectif le coefficient de performance (2.57) et (2.58). Le maximum de coefficient de performance correspond donc, comme pour le cas des machines à froid, au minimum de génération d'entropie dans système.

L'expression du rendement exergetique est déterminée une première fois par le rapport entre le  $COP$  exoirréversible et le  $COP$  réversible d'une machine Carnot fonctionnant entre les mêmes températures des réservoirs :

$$\eta_{ex}^{\max} = \frac{COP_{PAC}^{\max} = irr}{COP_{PAC\_C}} = \frac{(1 + 4\bar{Q}_{CD})(1 - \tau')}{4\bar{Q}_{CD} - \tau' + 1} \quad (2.66)$$

et dans un deuxième temps par le biais des pondérations des pertes par rapport à la puissance nécessaire au compresseur. On utilise toujours le théorème de Gouy-Stodola pour exprimer ces pondérations, avec l'observation que cette fois pour les pompes à chaleur on considère la température ambiante au niveau de la source froide :

$$\dot{\Pi}_{irr\_e} = T_a \dot{S}_{irr\_e} \quad (2.67)$$

Après adimensionnement, on obtient :

$$\dot{\Pi}_{irr\_e} = \frac{\dot{\Pi}_{irr\_e}}{KT_{PC}} = \frac{T_{SF} \dot{S}_{irr\_e}}{KT_{PC}} = \tau' \bar{S}_{irr\_e} = \tau' (\bar{S}_{\Delta T_{CD}} + \bar{S}_{\Delta T_{EV}}) \quad (2.68)$$

où  $\bar{S}_{\Delta T_{CE}} = \bar{Q}_{CD} \frac{\theta_{CD}}{1 + \theta_{CD}}$  et  $\bar{S}_{\Delta T_{EV}} = \left(1 - \frac{\bar{Q}_{CD}}{\theta_{CD}}\right) \frac{\theta_{EV}^2}{1 + \theta_{EV}}$  représentent les entropies créées,

adimensionnées (voir la relation (2.65)).

L'équation (2.68) peut être écrite aussi de la manière suivante :

$$\dot{\Pi}_{irr\_e} = \bar{\Pi}_{\Delta T_{EV}} + \bar{\Pi}_{\Delta T_{CD}} \quad (2.69)$$

avec  $\bar{\Pi}_{\Delta T_{EV}} = \tau' \bar{S}_{\Delta T_{EV}}$  et  $\bar{\Pi}_{\Delta T_{CD}} = \tau' \bar{S}_{\Delta T_{CD}}$

Ainsi le rendement exergetique peut être écrit sous la forme :

$$\eta_{ex} = 1 - \sum_j \bar{\pi}_j = 1 - \bar{\pi}_{\Delta T_{EV}} - \bar{\pi}_{\Delta T_{CD}} \quad (2.70)$$

avec  $\bar{\pi}_{\Delta T_{EV}} = \frac{\bar{\Pi}_{\Delta T_{EV}}}{\bar{W}}$  et  $\bar{\pi}_{\Delta T_{CD}} = \frac{\bar{\Pi}_{\Delta T_{CD}}}{\bar{W}}$  : pondérations des pertes par rapport à la puissance nécessaire.

Après calcul, on obtient de nouveau l'expression (2.66) :

$$\eta_{ex}^{max} = \frac{\left(1 + 4\bar{Q}_{CD}\right)(1 - \tau')}{\left(4\bar{Q}_{CD} - \tau' + 1\right)}$$

Un exemple numérique est présenté dans le tableau ci-dessous, avec les paramètres dans la colonne gauche et les variables dans la colonne droite.

**Tableau 2.2 : Application numérique pour les pompes à chaleur endoréversibles**

$\dot{Q}_{CD} = 300 \text{ kW}$	$\dot{Q}_{EV} = 226.86 \text{ kW}$
$K = 70 \text{ kW/K}$	$\theta_{EV}^{opt} = 0.02196$
$T_{SF} = 295.15 \text{ K}$	$\Delta T_{EV}^{opt} = 6.48 \text{ K}$
$T_{PC} = 373.15$	$\theta_{CD}^{opt} = 0.01339$
	$\Delta T_{CD}^{opt} = 8.57 \text{ K}$
	$\eta_{ex}^{opt} = 0.85$
	$\dot{W}_{min}^{opt} = 73.13 \text{ kW}$
	$\bar{\Pi}_{\Delta T_{EV}}^{opt} = 5.09 \text{ kW}$
	$\bar{\Pi}_{\Delta T_{CD}}^{opt} = 5.32 \text{ kW}$
	$COP_{max} = 4.10$

L'influence du pincement de température au niveau du puits chaud sur la puissance demandée au compresseur et donc sur le coefficient de performance, ainsi que sur les pondérations des pertes sur la puissance est montrée dans les figures suivantes :

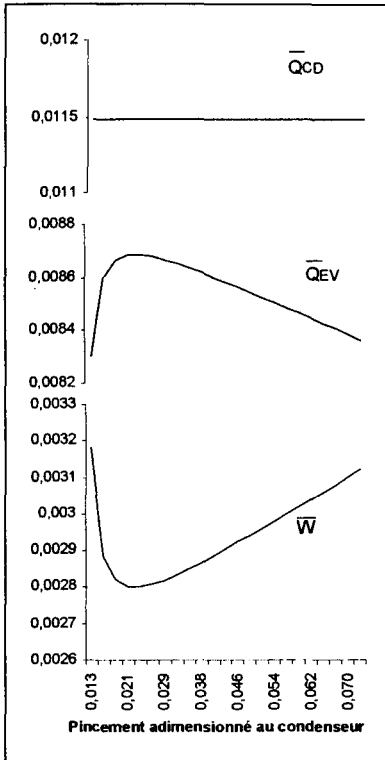


Figure 2.8 : Variation des puissances adimensionnées en fonction de  $\theta_{CD}$

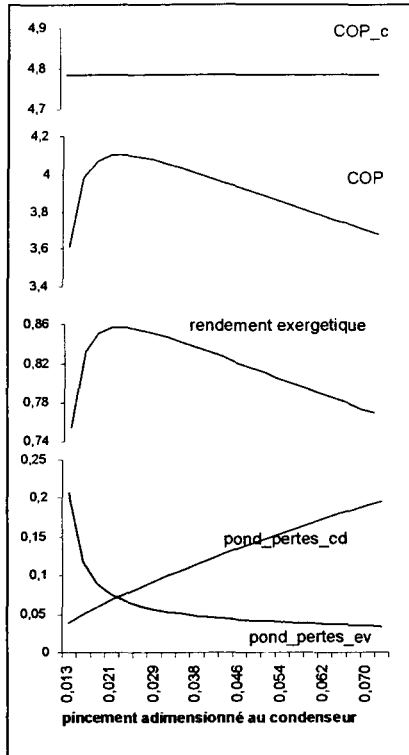


Figure 2.9 : Variation des coefficients de performance, rendement exergetique et des pondérations des pertes sur la puissance demandée au compresseur

Dans les deux graphiques précédents on remarque bien l'existence d'un maximum du coefficient de performance de la pompe à chaleur considérée, qui correspond à un minimum de puissance au compresseur et à un maximum du rendement exergetique, étant donné que le flux de chaleur au condenseur est imposé ainsi que les températures des réservoirs. Plus l'écart de température entre le fluide frigorigène et le fluide caloporteur au niveau du condenseur est important, plus la pondération des pertes au condenseur sur la dépense énergétique est importante. Puisque la conductance totale est considérée un paramètre, le pincement à l'évaporateur diminue avec l'augmentation du pincement au condenseur. Alors on s'explique pourquoi la diminution de la pondération des pertes à l'évaporateur.

### 2.4 THERMODYNAMIQUE EN TEMPS FINI DU CYCLE FRIGORIFIQUE REEL A COMPRESSION MECANIQUE DE VAPEUR

Par un cycle frigorifique réel on entend un cycle de fonctionnement d'une machine à froid présentant tant des irréversibilités externes, au niveau des échangeurs de chaleur, dues aux pincements de température entre le fluide frigorigène et le fluide caloporteur et des irréversibilités internes (création d'entropie interne), dans le compresseur et dans le détendeur dues aux pertes de pression, au frottement aux parois (exo et endoirréversible).

On reprend le diagramme T-s pour représenter les transformations que le fluide frigorigène subit au cours du fonctionnement d'une machine frigorifique et pour représenter graphiquement les pertes qui apparaissent dans chaque composant de l'installation.

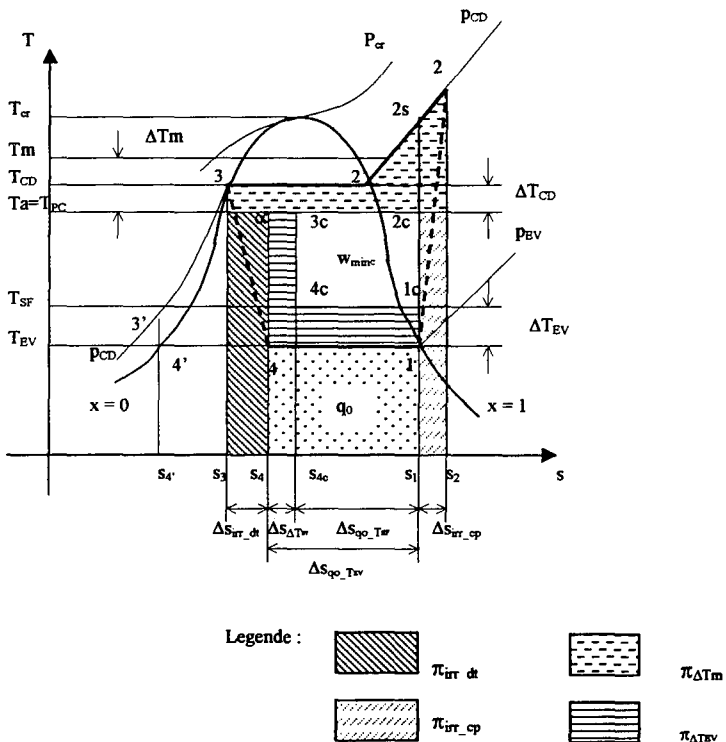


Figure 2.10 : Représentation graphique des pertes énergétiques internes et externes pour la machine à froid ditherme

Par rapport au cycle Carnot étudié précédemment, endoréversible mais exoirréversible, la machine réelle présente aussi des irréversibilités internes, qui apparaissent au cours de la compression et de la détente. On va déterminer ces pertes internes afin d'étudier leurs impacts sur la puissance demandée au compresseur.

#### 2.4.1 Création d'entropie dans le processus de détente

L'entropie créée durant le processus de détente peut être exprimée par la différence entre l'entropie du fluide frigorigère caractérisant l'état final du processus et l'entropie du fluide avant la détente. Ainsi :

$$\Delta s_{irr\_dt} = s_4 - s_3 \quad (2.71)$$

$s_4$  peut être exprimé en utilisant la définition du titre

$$x = \frac{h_3 - h_{4'}}{h_1 - h_{4'}} = \frac{s_4 - s_{4'}}{s_1 - s_{4'}} \quad (2.72)$$

sachant que la chaleur latente à la température d'évaporation est :

$$l_v^{T_{ev}} = h_1 - h_{4'} = T_{EV}(s_1 - s_{4'}) \quad (2.73)$$

On obtient, donc,

$$\Delta s_{irr\_dt} = \frac{h_3 - h_{4'}}{T_{EV}} - (s_3 - s_{4'}) \quad (2.74)$$

Hypothèse géométrique : l'isobare dans le domaine liquide du diagramme T-s est très proche de la courbe de saturation liquide, tel que on peut considérer que l'aire (3'3s<sub>3</sub>s<sub>4</sub>) = l'aire(4'3s<sub>3</sub>s<sub>4</sub>).



Ainsi, étant dans le domaine liquide et en considérant la chaleur spécifique (massique) du frigorigène en état liquide invariante avec la température, on a :

$$h_3 - h_4' \approx c_l (T_{CD} - T_{EV}) \quad (2.75)$$

et

$$s_3 - s_4' \approx c_l \ln \frac{T_{CD}}{T_{EV}} \quad (2.76)$$

Donc,

$$\Delta s_{irr\_dt} \equiv c_l \left( \frac{T_{CD}}{T_{EV}} - 1 - \ln \frac{T_{CD}}{T_{EV}} \right) \quad [\text{kJ/kgK}] \quad (2.77)$$

Conformément au théorème de Gouy-Stodola, les pertes dues aux irréversibilités qui apparaissent dans le détendeur seront :

$$\pi_{irr\_dt} = T_a \Delta s_{irr\_dt} = c_l T_a \left( \frac{T_{CD}}{T_{EV}} - 1 - \ln \frac{T_{CD}}{T_{EV}} \right) \quad [\text{kJ/kg}] \quad (2.78)$$

Graphiquement, ces pertes peuvent être représentées par le rectangle vert, si on considère que la température du puits chaud est la température ambiante.

#### 2.4.2 Création d'entropie dans la compression mécanique de vapeur

La compression réelle est un processus adiabatique irréversible, l'entropie du frigorigène caractérisant l'état 2 du cycle de fonctionnement étant supérieure à l'entropie au point 1. Le rendement isentropique ou interne du compresseur définit combien on est proche du fonctionnement idéal, réversible. Ce rendement représente le rapport entre le travail mécanique technique réversible et le travail technique irréversible.

$$\eta_c = \frac{l_{ts}}{l_{irr}} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} = \frac{T_{2s} - T_1}{T_2 - T_1} \quad (2.79)$$

considérant le frigorigène comme gaz parfait et la chaleur spécifique du frigorigène à pression constante invariante avec la température.

Le rapport  $T_{2s}/T_1$  peut être exprimé en fonction du taux de compression et de l'exposant adiabatique, pour la compression réversible :

$$\frac{T_{2s}}{T_1} = \left( \frac{P_{CD}}{P_{EV}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (2.80)$$

Il résulte,

$$T_2 = T_1 \left( 1 + \frac{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\eta_c} \right) \quad (2.81)$$

Etant dans le domaine de vapeur surchauffée, la différence d'entropie entre la sortie et l'entrée du compresseur sera :

$$\Delta s_{irr\_cp} = s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_{CD}}{P_{EV}} \quad [\text{kJ/kgK}] \quad (2.82)$$

Mais  $s_1 = s_{2s}$ , donc cette création d'entropie est aussi

$$\Delta s_{irr\_cp} = s_2 - s_{2s} = c_p \ln \left( \frac{T_2}{T_{2s}} \right) \quad (2.83)$$

Les pertes internes dues aux irréversibilités dans la compression seront, donc

$$\boxed{\pi_{irr\_cp} = T_a c_p \ln \left( \frac{T_2}{T_{2s}} \right)} \quad [\text{kJ/kg}] \quad (2.84)$$

Graphiquement ces pertes peuvent être représentés par le rectangle bleu si on considère comme pour la détente, le puits chaud étant l'ambiance.

### 2.4.3 Création d'entropie dans le condenseur

Le processus qui a lieu dans le condenseur comporte le refroidissement de  $T_2$  à  $T_{CD}$  et la condensation proprement dite (cas sans sous-refroidissement). Pour exprimer la création

d'entropie durant ce processus on est amené à considérer une température moyenne située entre  $T_2$  et  $T_{CD}$ , telle que

$$T_m = \frac{|q_{cd}|}{|\Delta s_{cd}|} \quad (2.85)$$

En faite, la création d'entropie dans le condenseur est due au pincement de température entre cette température moyenne et la température du puits chaud.

Ainsi, comme on a présenté dans la théorie généralisée,

$$|\Delta s_{\Delta T_m}| = |q_{cd}| \left( \frac{1}{T_{PC}} - \frac{1}{T_m} \right) = |q_{cd}| \frac{\Delta T_m}{T_{PC} T_m} \quad (2.86)$$

Donc les pertes correspondant au condenseur peuvent être exprimées de la manière suivante :

$$\pi_{\Delta T_m} = T_{PC} |\Delta s_{\Delta T_m}| = |q_{cd}| \left( 1 - \frac{T_{PC}}{T_m} \right) = |q_{cd}| \left( 1 - T_{PC} \frac{\Delta s_{cd}}{|q_{cd}|} \right) = |q_{cd}| - T_{PC} |\Delta s_{cd}| \quad [\text{kJ/kg}] \quad (2.87)$$

La relation précédente représente ces pertes comme une exergie, sachant que toute énergie est la somme entre une exergie et une anergie. Cette exergie apparaît comme une perte due à l'écart de température entre le fluide frigorigéne et le fluide caloporteur au condenseur, puisqu'elle n'est pas utilisée. C'est simple de remarquer dans le diagramme  $T-s$  que la représentation graphique de ces pertes est symbolisée par la portion orange.

#### 2.4.4 Création d'entropie dans l'évaporateur

La création d'entropie spécifique due au pincement de température entre  $T_{SF}$  et  $T_{EV}$  représente la différence entre l'augmentation d'entropie du fluide frigorigéne dans le processus d'évaporation ( $\Delta s_{q_0\_T_{EV}}$ ) et la diminution d'entropie de l'enceinte à refroidir ( $\Delta s_{q_0\_T_{SF}}$ ).

$$\Delta s_{\Delta T_{EV}} = \frac{q_0}{T_{EV}} - \frac{q_0}{T_{SF}} = \Delta s_{q_0\_T_{EV}} - |\Delta s_{q_0\_T_{SF}}| \quad (2.88)$$

La production frigorifique spécifique peut être exprimée par

$$q_0 = T_{EV} \Delta s_{q_0 - T_{EV}} = T_{SF} \Delta s_{q_0 - T_{SF}} \quad (2.89)$$

Ainsi, sur le diagramme  $T-s$  on remarque que l'aire(14s4s1) = l'aire(1c4c4cs1) et les pertes qui ont l'expression :

$$\pi_{\Delta T_{EV}} = T_a \Delta s_{\Delta T_{EV}} = T_a q_0 \left( \frac{1}{T_{EV}} - \frac{1}{T_{SF}} \right) \quad [\text{kJ/kg}] \quad (2.90)$$

peuvent être représentées sur le même diagramme par le rectangle (3c4s4c) ou bien par la partie de couleur violette.

**Conclusion partielle** : cette représentation graphique sur diagramme  $T-s$  nous ramène à l'étude généralisée développée précédemment. Si on soustrait à  $q_{cd} = \text{aire}(23s3s2)$ ,  $q_0 = \text{aire}(14s4s1)$  et les quatres pertes déterminées ci-dessus, on obtient à l'intérieur l'aire du cycle Carnot équivalent qui fonctionnerait entre  $T_{FC}$  et  $T_{SF}$  c'est-à-dire le travail minimum nécessaire à ce cycle ( $w_{minC}$ ) pour obtenir la production frigorifique  $q_0$ . On est ramené à l'équation :

$$W = |q_{cd}| - q_0 = w_{minC} + \sum \pi_{irr\_ie} \quad (2.91)$$

où  $\sum \pi_{irr\_ie} = \pi_{irr\_dt} + \pi_{irr\_cp} + \pi_{\Delta Tm} + \pi_{\Delta T_{EV}}$ , représente la somme des pertes internes et externes.

Cette méthode de représentation graphique des bilans d'exergie dans la machine frigorifique, a l'avantage d'apporter une comparaison visuelle directe des pertes d'exergie dans les divers éléments qui constituent chaque machine.

**2.4.5 Etude d'existence d'un optimum de fonctionnement d'une machine à production de froid, pour trois fluides frigorigères : R22, R134a, R717 (NH3)**

Etant donné que le cycle de fonctionnement d'une machine frigorifique réelle est fermé, on peut réécrire les deux bilans, énergétique et entropique :

$$\begin{cases} \sum \dot{E} = 0 \\ \sum \dot{S} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{W} = \dot{Q}_{CD} - \dot{Q}_{EV} \\ \dot{S}_{CD} - \dot{S}_{EV} = \sum \dot{S}_{irr\_i} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{W} = \dot{Q}_{CD} - \dot{Q}_{EV} \\ \frac{\dot{Q}_{CD}}{T_m} - \frac{\dot{Q}_{EV}}{T_{EV}} = \dot{S}_{irr\_dt} + \dot{S}_{irr\_cp} \end{cases} \quad (2.92)$$

On considère toujours des lois de transfert de chaleur au niveau des deux échangeurs du système du type linéaire :

$$\begin{cases} \dot{Q}_{CD} = K_{CD} \Delta T_m = K_{CD} (T_m - T_{PC}) \\ \dot{Q}_{EV} = K_{EV} \Delta T_{EV} = K_{EV} (T_{SF} - T_{EV}) \end{cases} \quad (2.93)$$

$T_m$  étant la température moyenne entropique définie en (2.85)

Les données de départ sont les mêmes que pour le cas idéal :

$$\dot{Q}_{EV}, K=K_{CD} + K_{EV}, T_{SF}, T_{PC}$$

Après adimensionnement, la première équation du système (2.93) devient :

$$\dot{Q}_{CD} = K_{CD} \Delta T_m = K \frac{K_{CD}}{K} T_{PC} \frac{\Delta T_m}{T_{PC}} = K \bar{K}_{CD} T_{SF} \frac{T_{PC}}{T_{SF}} \theta_m \quad (2.94)$$

ainsi 
$$\bar{Q}_{CD} = \bar{K}_{CD} \tau \theta_m = \left( 1 - \bar{K}_{EV} \right) \tau \theta_m \quad (2.95)$$

où 
$$\bar{Q}_{CD} = \frac{\dot{Q}_{CD}}{K T_{SF}}, \bar{K}_{CD} = \frac{K_{CD}}{K}, \tau = \frac{T_{PC}}{T_{SF}}, \theta_m = \frac{\Delta T_m}{T_{PC}}, \bar{K}_{EV} = \frac{K_{EV}}{K}$$

et 
$$\bar{K}_{EV} + \bar{K}_{CD} = \frac{K_{EV}}{K} + \frac{K_{CD}}{K} = 1.$$

La deuxième équation de ce système (2.93)(2.93) peut être exprimée de la manière suivante :

$$\dot{Q}_{EV} = K_{EV} \Delta T_{EV} = K \frac{K_{EV}}{K} T_{SF} \frac{\Delta T_{EV}}{T_{SF}} = K T_{SF} \bar{K}_{EV} \theta_{EV} \quad (2.96)$$

donc 
$$\bar{Q}_{EV} = \bar{K}_{EV} \theta_{EV} = cte \quad (2.97)$$

où 
$$\bar{Q}_{EV} = \frac{\dot{Q}_{EV}}{K T_{SF}}, \theta_{EV} = \frac{\Delta T_{EV}}{T_{SF}}.$$

Si on combine les deux équations (2.95) et (2.97) on obtient :

$$\bar{Q}_{CD} = \tau \left( 1 - \frac{\bar{Q}_{EV}}{\theta_{EV}} \right) \theta_m \quad (2.98)$$

La puissance adimensionnée peut être exprimé partant du bilan énergétique :

$$\bar{W} = \frac{W}{K T_{SF}} = \bar{Q}_{CD} - \bar{Q}_{EV} = \tau \left( 1 - \frac{\bar{Q}_{EV}}{\theta_{EV}} \right) \theta_m - \bar{Q}_{EV} \quad (2.99)$$

Le bilan entropique : 
$$\frac{\bar{Q}_{CD}}{T_m} - \frac{\bar{Q}_{EV}}{T_{EV}} = \frac{\sum \dot{S}_{irr-i}}{K T_{SF}} \quad (2.100)$$

permet d'obtenir une expression de  $\theta_m$  en fonction des pertes internes adimensionnées :

$$\sum \bar{\Pi}_{irr-i} = \frac{\sum \dot{\Pi}_{irr-i}}{K T_{SF}} = \frac{T_a \sum \dot{S}_{irr-i}}{K T_{SF}} \quad (2.101)$$

En utilisant les équations (2.98), (2.100) et (2.101) on obtient :

$$\theta_m = \frac{1}{1 - \frac{\bar{Q}_{EV}}{\theta_{EV}}} - 1 \quad (2.102)$$

$$\frac{\bar{Q}_{EV}}{1 - \theta_{EV}} + \frac{1}{\tau} \sum \bar{\Pi}_{irr\_i}$$

Par ailleurs,  $\theta_m$  peut être exprimé aussi en partant de la définition de  $T_m$  :

$$T_m = \frac{|q_{CD}|}{|\Delta s_{CD}|} = \frac{h_2 - h_3}{s_2 - s_3} = \frac{h_2 - h_2' + h_2' - h_3}{s_2 - s_2' + s_2' - s_3} = \frac{cp(T_2 - T_{CD}) + lv^{T_{co}}}{cp \ln \frac{T_2}{T_{CD}} + \frac{lv^{T_{co}}}{T_{CD}}} \quad (2.103)$$

Ainsi

$$\theta_m = \frac{\Delta T_m}{T_{PC}} = \frac{T_m - T_{PC}}{T_{PC}} = \frac{T_{CD}}{T_{PC}} \frac{\frac{T_2}{T_{CD}} - 1 + \frac{lv^{T_{co}}}{c_p T_{CD}}}{\ln \frac{T_2}{T_{CD}} + \frac{lv^{T_{co}}}{c_p T_{CD}}} - 1 \quad (2.104)$$

Les deux relations (2.102) et (2.104) doivent donner les mêmes valeurs pour le pincement adimensionné au condenseur  $\theta_m$ . Avant tout il faudrait expliciter les pertes internes adimensionnées, la température de refoulement du compresseur  $T_2$  et la chaleur latente de vaporisation en fonction de la température de condensation et du pincement adimensionné à l'évaporateur qui sont des variables. Ceci permettra d'obtenir numériquement la température de condensation et le pincement adimensionné à l'évaporateur.

La création d'entropie dans le détendeur est exprimée en (2.77) et celle dans le compresseur en (2.83), en kJ/kgK.

$$\Delta s_{irr\_dt} = c_l \left( \frac{T_{CD}}{T_{SF}(1 - \theta_{EV})} - 1 - \ln \frac{T_{CD}}{T_{SF}(1 - \theta_{EV})} \right) \text{ et } \Delta s_{irr\_cp} = c_p \ln \frac{T_2}{T_{2s}} \quad (2.105)$$

puisque  $T_{CD}$  et  $\theta_{EV}$  sont liés par la relation

$$T_{EV} = T_{SF} - \Delta T_{EV} = T_{SF} \left( 1 - \frac{\Delta T_{EV}}{T_{SF}} \right) = T_{SF} (1 - \theta_{EV}) \quad (2.106)$$

On utilise l'expression du débit massique ( $m$ ) pour faire le passage de ces unités de mesure (kJ/kgK) à W/K. L'équation (2.101) peut être écrite ainsi sous la forme :

$$\sum \bar{\Pi}_{irr\_i} = \frac{T_{PC} m \sum \Delta s_{irr\_i}}{KT_{SF}} = \frac{T_{PC} \dot{Q}_{EV}}{q_0 KT_{SF}} \sum \Delta s_{irr\_i} = \frac{T_{PC}}{q_0} \bar{Q}_{EV} (\Delta s_{irr\_dt} + \Delta s_{irr\_cp}) \quad (2.107)$$

où  $q_0$  représente la production frigorifique spécifique :

$$q_0 = h_1 - h_4 = h_1 - h_4 + h_4 - h_3 = lv^{T_{sv}} - c_l(T_{CD} - T_{EV}) = f(\theta_{EV}, T_{CD}) \quad (2.108)$$

La chaleur latente en [kJ/kg] de vaporisation dépend de la température [K] selon les corrélations présentées dans le tableau ci-dessous, déterminées pour chaque type de fluide considéré et pour l'intervalle de température [-40, 0]°C pour l'évaporation et [10, 50]°C pour la condensation.

**Tableau 2.3 : Corrélations chaleur latente = f(température de saturation) pour R22, R134a, R717**

R22	R134a	R717 (NH3)
$lv^{T_{sv}} = 395.4724 - 0.6960T_{EV}$	$lv^{T_{sv}} = 372.4457 - 0.6415T_{EV}$	$lv^{T_{sv}} = 2123.1811 - 3.1575T_{EV}$
$lv^{T_{cd}} = 496.9574 - 1.0595T_{CD}$	$lv^{T_{cd}} = 460.5253 - 0.9572T_{CD}$	$lv^{T_{cd}} = 2411.7456 - 4.1922T_{CD}$

La température du fluide frigorigère à la sortie du compresseur peut être déterminée en utilisant la définition du rendement isentropique qui peut être écrit sous la forme :

$$\eta_c = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} = \frac{T_{2s} - T_1}{T_2 - T_1} = \frac{\frac{T_{2s}}{T_{EV}} - 1}{\frac{T_2}{T_{EV}} - 1} \approx \frac{T_{EV}}{T_{CD}} \quad (2.109)$$

L'approximation ci-dessus représente une manière d'exprimer la dépendance du rendement isentropique du rapport de compression. Sachant que pour la compression isentropique on a :

$$\frac{T_{2s}}{T_{EV}} = \left( \frac{P_{CD}}{P_{EV}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (2.110)$$



il résulte : 
$$\frac{T_{EV}}{T_{CD}} = \frac{\left(\frac{p_{CD}}{p_{EV}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\frac{T_2}{T_{EV}} - 1} \quad (2.111)$$

d'où 
$$T_2 = T_{CD} \left[ \left(\frac{p_{CD}}{p_{EV}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] + T_{SF}(1 - \theta_{EV}) \quad (2.112)$$

Les rapports des pressions (taux de compression) sont liés des températures de saturation correspondantes par des corrélations qu'on détermine pour chaque fluide étudié, pour l'intervalle de température [-40, 0]°C pour l'évaporation et [10, 50]°C pour la condensation, comme on voit dans le tableau ci-dessous.

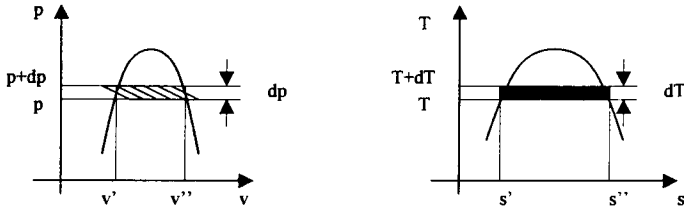
**Tableau 2.4 : Corrélations pression = f(température de saturation) pour R22, R134a, R717**

R22	$\ln \frac{p_{EV}}{p_N} = 994.367786 \left( \frac{1}{T_{SN}} - \frac{1}{T_{EV}} \right) + 5.887583 \ln \frac{T_{EV}}{T_{SN}}$
	$\ln \frac{p_{CD}}{p_N} = 2850.045732 \left( \frac{1}{T_{SN}} - \frac{1}{T_{CD}} \right) - 1.495164 \ln \frac{T_{CD}}{T_{SN}}$
R134a	$\ln \frac{p_{EV}}{p_N} = 4604.639070 \left( \frac{1}{T_{SN}} - \frac{1}{T_{EV}} \right) - 7.301858 \ln \frac{T_{EV}}{T_{SN}}$
	$\ln \frac{p_{CD}}{p_N} = 3112.687171 \left( \frac{1}{T_{SN}} - \frac{1}{T_{CD}} \right) - 1.545669 \ln \frac{T_{CD}}{T_{SN}}$
R717 (NH <sub>3</sub> )	$\ln \frac{p_{EV}}{p_N} = 4789.913997 \left( \frac{1}{T_{SN}} - \frac{1}{T_{EV}} \right) - 7.696201 \ln \frac{T_{EV}}{T_{SN}}$
	$\ln \frac{p_{CD}}{p_N} = 3297.874886 \left( \frac{1}{T_{SN}} - \frac{1}{T_{CD}} \right) - 1.862039 \ln \frac{T_{CD}}{T_{SN}}$

Dans ce tableau  $p_N$  représente la pression atmosphérique (1.023 bars) et  $T_{SN}$  la température d'ébullition du frigorigène à la pression atmosphérique (232.35 K pour R22, 246.75 K pour R134a et 239.65 K pour R717).

Le type de corrélations présentées dans le tableau ci-dessus n'est pas choisi par hasard, mais il est obtenu par l'utilisation des diagrammes  $p-v$  et  $T-s$  pour expliciter le travail

maximum de Carnot d'un moteur thermique travaillant dans un intervalle infinitésimal de température et pression.



**Figure 2.11 : Représentation d'un cycle de Carnot fonctionnant dans un intervalle infinitésimal de température et pression**

Vu les deux diagrammes précédents, le travail maximum de Carnot peut être exprimé comme suit :

$$\delta_{\max_c} = (v'' - v') dp = (s'' - s') dT \tag{2.113}$$

d'où  $\frac{dp}{dT} = \frac{s'' - s'}{v'' - v'}$ . Mais  $s'' - s' = \frac{lv^T}{T}$ ,  $v' \ll v''$  et  $v'' \approx \frac{RT}{p}$ , donc  $\frac{dp}{dT} = \frac{lv^T}{Tv''} = \frac{lv^T}{T} \frac{p}{RT}$ .

Il résulte  $\frac{dp}{p} = \frac{dT}{T^2} \frac{lv^T}{R} = \frac{dT}{T^2} \frac{a - bT}{R}$ , avec  $a$  et  $b$  constantes lues dans le

Tableau 2.3 d'où  $\ln p = ct - \frac{a}{RT} - \frac{b}{R} \ln T = ct - \frac{A}{T} - B \ln T$ . Pour la pression atmosphérique  $p_N$

, on aura :

$\ln p_N = ct - \frac{A}{T_{SN}} - B \ln T_{SN}$  et si on combine les deux relations précédentes, on obtient le type

de corrélations présentées dans le tableau antérieur :

$$\ln \frac{p}{p_N} = A \left( \frac{1}{T_{SN}} - \frac{1}{T} \right) - B \ln \frac{T}{T_{SN}} \tag{2.114}$$

où  $A$  et  $B$  sont des constantes caractéristiques de chaque fluide frigorigène et  $T_{SN}$  la température d'ébullition du fluide frigorigène à la pression atmosphérique.

Finalement, il résulte que les pertes internes de la machine sont une fonction du pincement adimensionné à l'évaporateur et de la température de condensation

( $\sum \bar{\pi}_{irr\_i} = \text{fonction}(\theta_{EV}, T_{CD})$ ). Ceci permet d'obtenir numériquement la température de condensation et le pincement adimensionné à l'évaporateur, à partir des équations (2.102) et (2.104). Ainsi on est capable de déterminer aussi le pincement au condenseur,  $\theta_m$ , le flux de chaleur évacué au condenseur (2.98), la puissance nécessaire au compresseur (2.99), le coefficient de performance théorique (de Carnot)  $COP_{MAF\_C} = \frac{T_{SF}}{T_{PC} - T_{SF}}$ , le coefficient de

performance réel de la machine  $COP_{MAF\_irr} = \frac{\dot{Q}_{EV}}{\dot{W}} = \frac{\bar{Q}_{EV}}{\bar{W}}$ , le rendement exergetique

$$\eta_{ex} = \frac{COP_{MAF\_irr}}{COP_{MAF\_C}}$$

Les pondérations des pertes sur la dépense énergétique peuvent être calculés comme suit :

➤ pondération de pertes dans la détente

$$\bar{\pi}_{irr\_dt} = \frac{\text{pertes dans la détente [kJ / kg]}}{\text{travail spécifique [kJ / kg]}} = \frac{\pi_{irr\_dt}}{w} \quad (2.115)$$

avec 
$$w = \frac{W}{\dot{m}} = \frac{W}{\dot{Q}_{EV} / q_0} = \frac{q_0}{COP_{MAF\_irr}} [\text{kJ / kg}]. \quad (2.116)$$

Donc

$$\bar{\pi}_{irr\_dt} = COP_{MAF\_irr} \frac{T_{PC} C_l}{q_0} \left( \frac{T_{CD}}{T_{EV}} - 1 - \ln \frac{T_{CD}}{T_{EV}} \right) \quad [-] \quad (2.117)$$

➤ pondération de pertes dans la compression

$$\bar{\pi}_{irr\_cp} = \frac{\text{pertes dans la compression. [kJ / kg]}}{\text{travail spécifique}} = \frac{\pi_{irr\_cp}}{w} \quad (2.118)$$

En utilisant l'expression des pertes internes dues aux irréversibilités dans la compression mécanique de vapeur sous la forme (2.84) et les relations (2.78) et (2.106), on obtient :

$$\bar{\pi}_{irr\_cp} = \frac{COP}{q_0} T_{PC} C_p \ln \frac{T_2}{T_{SF}(1-\theta_{EV})\beta^\gamma} \quad [-] \quad (2.119)$$

➤ pondération de pertes dans la condensation

Partant de l'équation (2.87), les pertes dues au pincement de température au condenseur peuvent être exprimées sous la forme suivante :

$$\pi_{irr\_ \Delta T_m} = |q_{CD}| \left( 1 - \frac{T_{PC}}{T_m} \right) = |q_{CD}| \left( 1 - \frac{T_{PC}}{T_{PC} + \Delta T_m} \right) = |q_{CD}| \left( 1 - \frac{1}{1 + \theta_m} \right) = (w + q_0) \frac{\theta_m}{1 + \theta_m} \quad (2.120)$$

Ainsi, la pondération des pertes sur la dépense énergétique sera :

$$\bar{\pi}_{irr\_ \Delta T_m} = \frac{\pi_{irr\_ \Delta T_m}}{w} = \frac{(w + q_0)}{w} \frac{\theta_m}{1 + \theta_m} = \left( 1 + COP_{MAF\_irr} \right) \frac{\theta_m}{1 + \theta_m} \quad [-] \quad (2.121)$$

➤ pondération de pertes dans l'évaporation

Dans l'évaporateur, les pertes dues au pincement de température  $\Delta T_{EV}$  peuvent s'exprimer, partant de la relation (2.90), de la manière suivante :

$$\pi_{irr\_ \Delta T_{EV}} = T_{PC} q_0 \left( \frac{1}{T_{EV}} - \frac{1}{T_{SF}} \right) = T_{PC} q_0 \left( \frac{1}{T_{SF}(1-\theta_{EV})} - \frac{1}{T_{SF}} \right) = \tau q_0 \frac{\theta_{EV}}{1 - \theta_{EV}} \quad (2.122)$$

Rapportant ces pertes à la puissance spécifique, on obtient la pondération de pertes dans l'évaporateur :

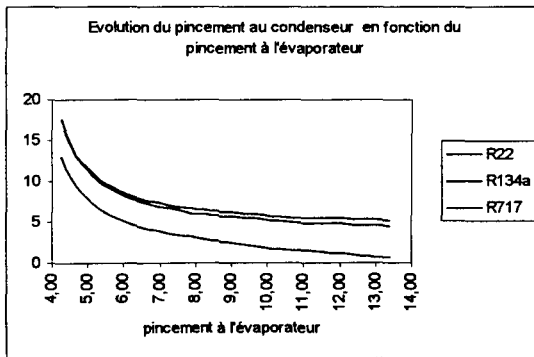
$$\pi_{irr\_ \Delta T_{ev}} = \tau COP_{MAF\_ irr} \frac{\theta_{EV}}{1 - \theta_{EV}} \quad [-] \quad (2.123)$$

**2.4.6 Comparaison de trois fluides frigorigènes (R22, R134a, R717)**

Les calculs antérieurs sont faits pour trois fluides frigorigènes. On va comparer dans la suite R22, R134a et R717, leurs influences sur la performance de la machine frigorigène, sachant que chaque fois que le fluide frigorigène est changé une série de modifications dans l'installation sont nécessaires. Le choix des fluides à comparer est fait tenant compte des tendances actuelles dans le marché mondial, Le R22 étant encore le frigorigène le plus utilisé par les installateurs, le R134a étant un fluide écologique et l'ammoniac qui commence à voir un intérêt sur le marché.

Les données de départ pour cette étude sont : le flux de chaleur à évacuer de la chambre à refroidir,  $\dot{Q}_{EV} = 100 \text{ kW}$ , la conductance totale,  $K = K_{CD} + K_{EV} = 30 \text{ kW/K}$ , la température de la source froide,  $T_{SF} = 268.15\text{K}$  et la température du puits chaud  $T_{PC} = 291.15\text{K}$ .

Puisque la conductance totale est considérée comme un paramètre, la liaison entre le pincement à l'évaporateur et celui au condenseur est évidente : une augmentation du pincement à un échangeur implique une diminution du pincement à l'autre échangeur de chaleur.



**Figure 2.12 : Evolution du pincement au condenseur en fonction du pincement à l'évaporateur**

Ainsi, tous nos graphiques seront présentés en considérant comme abscisse le pincement à l'évaporateur, une conclusion sur l'influence du pincement au condenseur sur les différents paramètres étant immédiat. On remarque la présence d'un minimum de la dépense énergétique (puissance nécessaire au compresseur) qui correspond au maximum de coefficient de performance et au maximum de rendement exergetique pour chaque fluide frigorigène. Ce point optimum de fonctionnement de la machine à froid est différent pour chaque fluide, comme on le remarque dans le tableau suivant :

**Tableau 2.5 : Point de fonctionnement optimum pour trois frigorigènes**

	R134a	R22	R717
$\Delta T_{Ev}[K]$	6.43	6.70	6.97
$\Delta T_m[K]$	7.94	7.89	7.48
$\dot{W}$ [kW]	14.94	19.09	17.19
$COP_{MAF\_irr}$	6.69	5.23	5.81
$\eta_{ex}$	0.574	0.449	0.4987
$\bar{\pi}_{irr\_dt}$ [%]	2.1	10.93	5.51
$\bar{\pi}_{irr\_cp}$ [%]	2.42	13.2	10.76
$\bar{\pi}_{irr\_ \Delta T_m}$ [%]	20.4	16.46	17.08
$\bar{\pi}_{irr\_ \Delta T_{Ev}}$ [%]	17.86	14.57	16.85
$\beta$	3.572	3.221	3.358

L'existence d'un optimum de fonctionnement est mieux remarquée dans les deux figures suivantes :

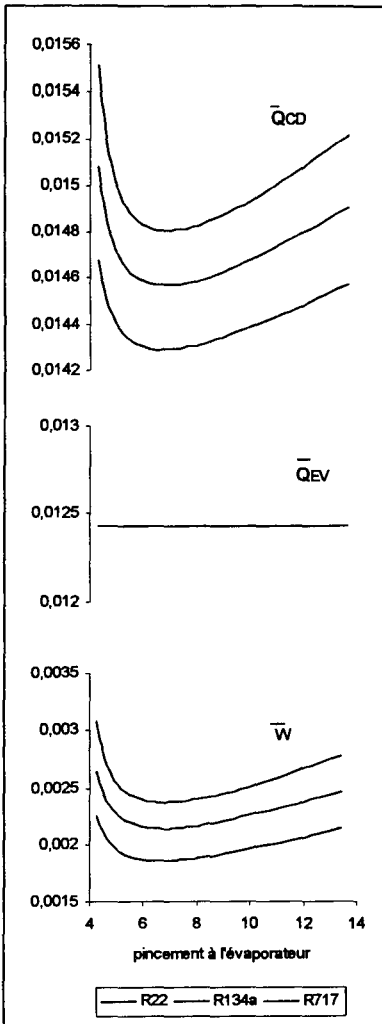


Figure 2.13 : Evolution des flux adimensionnés en fonction du pincement à l'évaporateur

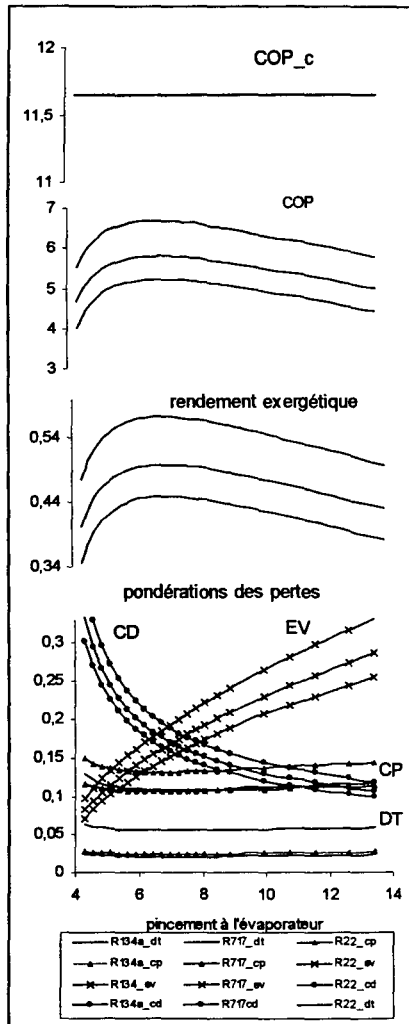


Figure 2.14 : Evolution des coefficients de performance et des pondérations des pertes en fonction du pincement à l'évaporateur

Dans la Figure 2.13 on remarque bien le minimum de puissance nécessaire au compresseur pour évacuer de façon continue le flux de chaleur imposé de la chambre froide, qui correspond au minimum de flux évacué au niveau du condenseur. Dans la Figure 2.14 on

présente l'évolution du coefficient de performance réel qui présente un maximum correspondant au minimum de dépense énergétique. Puisque les températures des réservoirs sont imposées, le coefficient de performance théorique (de Carnot) sera constant. Ainsi, le rendement exergetique sera maximum pour la même valeur du pincement à l'évaporateur. Les pondérations des pertes au compresseur et au détendeur ont un minimum qui ne correspond pas forcément au minimum de puissance consommée au compresseur. C'est évident que les pertes d'un échangeur de chaleur augmentent avec le pincement de température. Ainsi, plus le pincement à l'évaporateur est important, plus la pondération des pertes dues à cet écart de température est importante (Figure 2.15). La pondération des pertes au condenseur diminue avec l'augmentation du pincement à l'évaporateur, puisque  $K=ct$  (Figure 2.15). En ce qui concerne les pertes internes, pour le même fluide, les pertes dans le compresseur sont toujours supérieures aux pertes dans le détendeur.

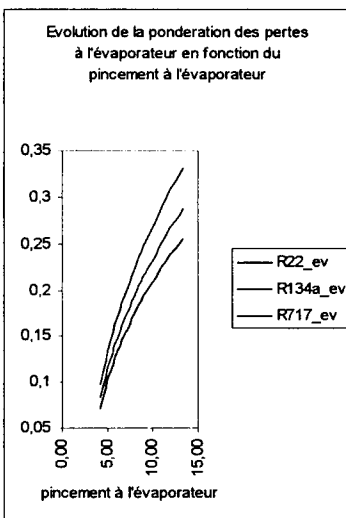


Figure 2.15 : Evolution des pondérations des pertes à l'évaporateur en fonction du pincement à l'évaporateur

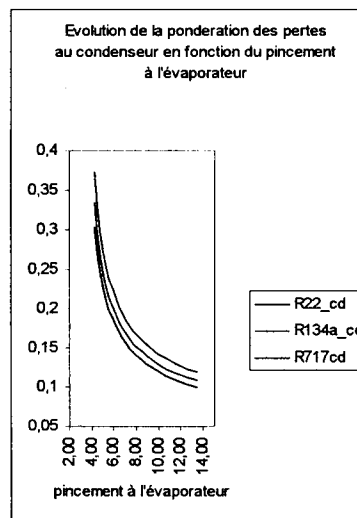


Figure 2.16 : Evolution des pondérations des pertes au condenseur en fonction du pincement à l'évaporateur

Si on compare les trois frigorigènes, le fluide qui donne un maximum de coefficient de performance est le fréon *134a*. Ce frigorigène n'est pas seulement un frigorigène qui respecte l'environnement mais il permet d'obtenir l'effet utile avec un minimum de consommation au compresseur. Coté pertes internes il est aussi le plus intéressant, par contre il présente aux

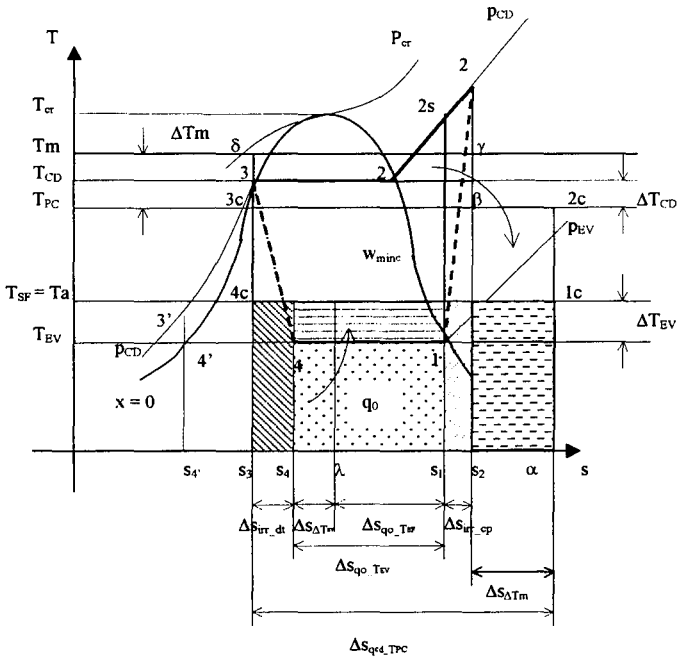


échangeurs de chaleur les pertes les plus significatives. L'ammoniac est toujours le fluide intermédiaire, il est un compromis entre les deux, tandis que le fréon 22 permet d'avoir à la machines des pertes externes au niveau des réservoirs inférieures mais des pertes internes importantes.

### **2.5 THERMODYNAMIQUE EN TEMPS FINI DE LA POMPE A CHALEUR REELE A COMPRESSION MECANIQUE DE VAPEUR**

Comme pour le cycle frigorifique réel, le cycle de fonctionnement d'une pompe à chaleur présente tant des irréversibilités externes, au niveau des échangeurs de chaleur, dues aux pincements de température entre le fluide frigorifique et le fluide caloporteur et des irréversibilités internes (exoirréversible et endoirréversible).

Par rapport au cycle Carnot, endoréversible mais exoirréversible, la pompe à chaleur réelle présente aussi des irréversibilités internes, qui apparaissent au cours de la compression et de la détente. Si on représente graphiquement en diagramme T-s les pertes qui apparaissent dans chaque composant de la pompe à chaleur réelle (différentes par rapport à la machine frigorifique réelle puisque la température ambiante est maintenant au niveau de la source froide), on remarque à l'intérieur du diagramme la surface d'un cycle de Carnot inverse qui donnerait le travail minimum (cas endo et exoréversible) et qui fonctionnerait entre les mêmes températures des réservoirs.



Legende :



Figure 2.17 : Représentation graphique des pertes énergétiques internes et externes pour la pompe à chaleur réelle à deux réservoirs de chaleur

La création d'entropie dans le processus de détente est la même que celle exprimée pour le cycle frigorifique réel :

$$\Delta s_{irr\_dt} \equiv c_l \left( \frac{T_{CD}}{T_{EV}} - 1 - \ln \frac{T_{CD}}{T_{EV}} \right) \quad [\text{kJ/kgK}] \quad (2.124)$$

Par contre, comme la température ambiante est maintenant au niveau de la source froide, les pertes dues aux irréversibilités qui apparaissent dans le détendeur seront conformément au théorème de Gouy-Stodola :

$$\pi_{irr\_dt} = T_a \Delta s_{irr\_dt} = c_p T_{SF} \left( \frac{T_{CD}}{T_{EV}} - 1 - \ln \frac{T_{CD}}{T_{EV}} \right) \quad [\text{kJ/kg}] \quad (2.125)$$

surface de couleur verte dans le diagramme T-s représenté en Figure 2.17.

En ce qui concerne la compression réelle irréversible, si on regarde le même diagramme (T-s), la création d'entropie sera :

$$\Delta s_{irr\_cp} = s_2 - s_{2s} = c_p \ln \left( \frac{T_2}{T_{2s}} \right) \quad (2.126)$$

Les pertes internes dues aux irréversibilités dans la compression seront, donc

$$\pi_{irr\_cp} = T_{SF} \Delta s_{irr\_cp} = T_{SF} c_p \ln \left( \frac{T_2}{T_{2s}} \right) \quad [\text{kJ/kg}] \quad (2.127)$$

surface orange dans la Figure 2.17.

La création d'entropie dans le condenseur, due au pincement de température entre la température moyenne entropique, définie dans le paragraphe précédent et la température du puits chaud a l'expression :

$$|\Delta s_{\Delta T_m}| = |q_{cd}| \left( \frac{1}{T_{PC}} - \frac{1}{T_m} \right) = |q_{cd}| \frac{\Delta T_m}{T_{PC} T_m} \quad (2.128)$$

Les pertes correspondant à ces irréversibilités seront exprimées de la manière suivante :

$$\pi_{\Delta T_m} = T_{SF} |\Delta s_{\Delta T_m}| = \tau' |q_{cd}| \left( 1 - \frac{T_{FC}}{T_m} \right) \quad [\text{kJ/kg}] \quad (2.129)$$

La représentation graphique de ces pertes est plus complexe, elle nécessite quelques « constructions géométriques auxiliaires » : on représente à droite du point  $s_2$  le segment  $s_2\alpha$  qui représente la création d'entropie dues aux irréversibilités au condenseur. Cette « construction géométrique auxiliaire » est faite puisque la variation d'entropie du fluide caloporteur au condenseur qui est la somme de la variation d'entropie du fluide frigorigé dans le condenseur et la création d'entropie due au pincement de température  $\Delta T_m$  pourrait ainsi être représentée par le segment  $s_3\alpha$ . Donc la chaleur en kJ échangée au condenseur peut être représentée à la fois par la surface du carré ( $s_3, s_2\gamma\delta$ ) puisque  $|q_{cd}| = T_m |\Delta s_{cd}| = T_m |s_3 - s_2|$  (température moyenne multipliée par la variation d'entropie du fluide frigorigé à l'intérieur du condenseur), et par la surface du carré ( $s_3\alpha 2c3c$ ) puisque  $|q_{cd}| = T_{PC} |\Delta s_{q_{cd}-T_{PC}}|$  (température du puits chaud multiplié par la variation d'entropie du fluide caloporteur au niveau du condenseur). Donc la surface ( $3c\beta\gamma\delta$ ) est égale à la surface ( $s_2\alpha 2c\beta$ ).

La création d'entropie spécifique due au pincement de température entre  $T_{SF}$  et  $T_{EV}$  représente

$$\Delta s_{\Delta T_{EV}} = \frac{q_0}{T_{EV}} - \frac{q_0}{T_{SF}} = q_0 \left( \frac{1}{T_{EV}} - \frac{1}{T_{SF}} \right) \quad (2.130)$$

avec les pertes correspondantes :

$$\pi_{\Delta T_{EV}} = T_a \Delta s_{\Delta T_{EV}} = T_{SF} q_0 \left( \frac{1}{T_{EV}} - \frac{1}{T_{SF}} \right) \quad [\text{kJ/kg}] \quad (2.131)$$

La création d'entropie due au pincement de température  $\Delta T_{EV}$  peut être représentée par le segment  $s_4\lambda$ . Ainsi la chaleur en kJ échangée au niveau de l'évaporateur peut être représentée graphiquement par deux surfaces, égales puisque  $q_0 = T_{SF} \Delta s_{q_0-T_{SF}} = T_{EV} \Delta s_{q_0-T_{EV}}$ . C'est donc facile à remarquer en diagramme T-s que les pertes dues au pincement de température à l'évaporateur  $\Delta T_{EV}$  peuvent être représentées par la surface de couleur violette.

En conclusion, comme pour la machine à production de froid, on observe en diagramme T-s que si on soustrait de la chaleur échangée au condenseur, la chaleur récupérée à l'évaporateur plus les pertes externes (dues aux différences finies de température) et les pertes internes (dans le détendeur et le compresseur), on obtient la puissance minimale apparente, donc la surface du cycle Carnot réversible qui fonctionnerait entre les mêmes températures des réservoirs.

On remarque que tant pour les irréversibilités externes et pour celles internes, la différence entre les expressions des pertes pour les machines à froid et pour les pompes à chaleur réside dans le niveau de la température ambiante (associée au puits chaud pour les machines à froid et à la source froide pour les pompes à chaleur).

**2.5.1 Etude d'existence d'un optimum de fonctionnement d'une pompe à chaleur, pour trois fluides frigorigènes : R22, R134a, R717 (NH3)**

Le cycle de fonctionnement d'une pompe à chaleur réelle est comme pour une machine frigorigène réelle fermé. On peut réécrire les deux bilans, énergétique et entropique sous la forme :

$$\begin{cases} \sum \dot{E} = 0 \\ \sum \dot{S} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{W} = \dot{Q}_{CD} - \dot{Q}_{EV} \\ \dot{S}_{CD} - \dot{S}_{EV} = \sum \dot{S}_{irr\_i} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{W} = \dot{Q}_{CD} - \dot{Q}_{EV} \\ \frac{\dot{Q}_{CD}}{T_m} - \frac{\dot{Q}_{EV}}{T_{EV}} = \dot{S}_{irr\_dt} + \dot{S}_{irr\_cp} \end{cases} \quad (2.132)$$

On considère toujours des lois de transfert de chaleur au niveau des deux échangeurs du système du type linéaire :

$$\begin{cases} \dot{Q}_{CD} = K_{CD} \Delta T_m = K_{CD} (T_m - T_{PC}) \\ \dot{Q}_{EV} = K_{EV} \Delta T_{EV} = K_{EV} (T_{SF} - T_{EV}) \end{cases} \quad (2.133)$$

$T_m$  étant la température moyenne entropique définie en (2.85).

On étudie l'existence d'un optimum de fonctionnement de la pompe à chaleur pour les

**paramètres** :  $\dot{Q}_{CD}$ ,  $K=K_{CD} + K_{EV}$ ,  $T_{SF}$ ,  $T_{PC}$  et les **variables** :  $\theta_m = \frac{\Delta T_m}{T_{PC}}$  et  $\theta_{EV} = \frac{\Delta T_{EV}}{T_{SF}}$

Pour réduire le nombre des paramètres, on procède à l'adimensionnement du système d'équations. Ainsi, la première équation du système (2.133) devient :

$$\dot{Q}_{CD} = K_{CD}\Delta T_m = K \frac{K_{CD}}{K} T_{PC} \frac{\Delta T_m}{T_{PC}} = K \bar{K}_{CD} T_{PC} \theta_m \quad (2.134)$$

ou bien

$$\boxed{\bar{Q}_{CD} = \bar{K}_{CD} \theta_m = ct} \quad (2.135)$$

avec  $\bar{Q}_{CD} = \frac{\dot{Q}_{CD}}{KT_{PC}}$ ,  $\bar{K}_{CD} = \frac{K_{CD}}{K}$ ,  $\bar{K}_{EV} = \frac{K_{EV}}{K}$

et  $\bar{K}_{EV} + \bar{K}_{CD} = \frac{K_{EV}}{K} + \frac{K_{CD}}{K} = 1$ .

La deuxième équation de ce système (2.133) est changée par :

$$\dot{Q}_{EV} = K_{EV}\Delta T_{EV} = K \frac{K_{EV}}{K} T_{PC} \frac{T_{SF}}{T_{PC}} \frac{\Delta T_{EV}}{T_{SF}} = K \bar{K}_{EV} \tau' T_{PC} \theta_{EV} \quad (2.136)$$

donc

$$\boxed{\bar{Q}_{EV} = \bar{K}_{EV} \tau' \theta_{EV}} \quad (2.137)$$

où  $\bar{Q}_{EV} = \frac{\dot{Q}_{EV}}{KT_{PC}}$ ,  $\tau' = \frac{T_{SF}}{T_{PC}}$ .

Si on combine les deux équations (2.135) et (2.137), on obtient :

$$\bar{Q}_{EV} = \tau' \left( 1 - \frac{\bar{Q}_{CD}}{\theta_m} \right) \theta_{EV} \quad (2.138)$$

Il résulte le bilan énergétique sous la forme :

$$\bar{W} = \frac{W}{KT_{PC}} = \bar{Q}_{CD} - \bar{Q}_{EV} = \bar{Q}_{CD} - \tau' \left( 1 - \frac{\bar{Q}_{CD}}{\theta_m} \right) \theta_{EV} \quad (2.139)$$

Le bilan entropique :

$$\frac{\bar{Q}_{CD}}{T_m} - \frac{\bar{Q}_{EV}}{T_{EV}} = \frac{\sum \dot{S}_{irr-i}}{KT_{PC}} \quad (2.140)$$

permet d'obtenir une expression de liaison entre  $\theta_m$ ,  $\theta_{EV}$  et les pertes internes adimensionnées :

$$\sum \bar{\Pi}_{irr-i} = \frac{\sum \dot{\Pi}_{irr-i}}{KT_{PC}} = \frac{Ta \sum \dot{S}_{irr-i}}{KT_{PC}} \quad (2.141)$$

$$\frac{\bar{Q}_{CD}}{T_{PC} + \Delta T_m} - \frac{\tau' \left( 1 - \frac{\bar{Q}_{CD}}{\theta_m} \right) \theta_{EV}}{T_{SF} - \Delta T_{EV}} = \frac{1}{KT_{PC}} \sum \dot{S}_{irr-i} \quad (2.142)$$

où bien

$$\frac{\bar{Q}_{CD}}{T_{PC}(1 + \theta_m)} - \frac{\tau' \left( 1 - \frac{\bar{Q}_{CD}}{\theta_m} \right) \theta_{EV}}{T_{SF}(1 - \theta_{EV})} = \frac{1}{KT_{PC}} \sum \dot{S}_{irr-i} \quad (2.143)$$

Après simplification,

$$\frac{\bar{Q}_{CD}}{1 + \theta_m} - \frac{\theta_{EV} \left( 1 - \frac{\bar{Q}_{CD}}{\theta_m} \right)}{1 - \theta_{EV}} = \frac{T_{SF} \sum \dot{S}_{irr-i}}{KT_{SF}} = \frac{\sum \dot{\Pi}_{irr-i} T_{PC}}{KT_{PC} T_{SF}} = \frac{\sum \bar{\Pi}_{irr-i}}{\tau'} \quad (2.144)$$

D'où

$$\theta_{EV} = \frac{1}{1 - \frac{\bar{Q}_{CD}}{\theta_m} + 1 + \frac{\bar{Q}_{CD}}{1 + \theta_m} - \frac{1}{\tau} \sum \bar{\Pi}_{irr-i}} \quad (2.145)$$

L'expression (2.145) représente une première relation de liaison entre  $\theta_m$  et  $\theta_{EV}$ , sachant que la somme des pertes internes adimensionnées est une fonction de  $T_{CD}$  et  $\theta_{EV}$  :

$$\sum \bar{\Pi}_{irr-i} = \frac{T_{SF} \sum \dot{S}_{irr-i}}{KT_{PC}} = \frac{T_{SF} \dot{m} \sum \Delta s_{irr-i}}{KT_{PC}} = \frac{T_{SF} \bar{Q}_{CD}}{|q_{CD}|KT_{PC}} \sum \Delta s_{irr-i} = \frac{T_{SF}}{|q_{CD}|} \bar{Q}_{CD} \sum \Delta s_{irr-i} \quad (2.146)$$

où  $|q_{CD}| = h_2 - h_3 = h_2 - h_2' + h_2' - h_3 = cp(T_2 - T_{CD}) + lv^{T_{CD}}$  représente la chaleur spécifique échangé au niveau du condenseur entre le fluide frigorigène et le fluide caloporteur et

$\dot{m} = \frac{\bar{Q}_{CD}}{|q_{CD}|}$  représente le débit de frigorigène.

Il résulte donc,

$$\sum \bar{\Pi}_{irr-i} = \frac{T_{SF} \bar{Q}_{CD} (\Delta s_{irr-dt} + \Delta s_{irr-cp})}{lv^{T_{CD}} + cp(T_2 - T_{CD})} \quad (2.147)$$

avec les variations d'entropie dans le détendeur

$$\Delta s_{irr-dt} = cl \left( \frac{T_{CD}}{T_{EV}} - 1 - \ln \frac{T_{CD}}{T_{EV}} \right) = cl \left( \frac{T_{CD}}{T_{SF}(1-\theta_{EV})} - 1 - \ln \frac{T_{CD}}{T_{SF}(1-\theta_{EV})} \right) \quad (2.148)$$

puisque

$$T_{EV} = T_{SF} - \Delta T_{EV} = T_{SF} \left( 1 - \frac{\Delta T_{EV}}{T_{SF}} \right) = T_{SF} (1 - \theta_{EV}) \quad (2.149)$$

et dans le compresseur

$$\Delta s_{irr-cp} = cp \ln \frac{T_2}{T_2s} \quad (2.150)$$



Les deux températures de sortie du compresseur  $T_2$  (cas réel) et  $T_{2s}$  (cas idéal) peuvent être exprimées en fonction de  $T_{CD}$  et  $\theta_{EV}$  comme on le démontre dans la suite, partant de la définition du rendement isentropique

$$\eta_c = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} = \frac{T_{2s} - T_1}{T_2 - T_1} \cong \frac{T_{EV}}{T_{CD}} \quad (2.151)$$

Mais pour le processus 1-2s on a  $\frac{T_{2s}}{T_{EV}} = \left(\frac{P_{CD}}{P_{EV}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$  et le taux de compression est :

$$\beta = \frac{P_{CD}}{P_{EV}} = \frac{P_{CD}/P_N}{P_{EV}/P_N} = \frac{\exp\left(A_{CD}\left(\frac{1}{T_{SN}} - \frac{1}{T_{CD}}\right) - B_{CD} \ln \frac{T_{CD}}{T_{SN}}\right)}{\exp\left(A_{EV}\left(\frac{1}{T_{SN}} - \frac{1}{T_{EV}}\right) - B_{EV} \ln \frac{T_{EV}}{T_{SN}}\right)} \quad (2.152)$$

où  $A_{EV}$ ,  $B_{EV}$ ,  $A_{CD}$ ,  $B_{CD}$  sont des coefficients déterminés de la même manière que pour les machines à froid et qu'on présente dans le tableau suivant pour chaque fluide étudié, pour l'intervalle de température [10, 50]°C pour l'évaporation et [60, 80]°C pour la condensation, comme on voit dans le tableau ci-dessous :

**Tableau 2.6 : Corrélations pression = f(température de saturation) pour R22, R134a, R717**

R22	$\ln \frac{P_{CD}}{P_N} = 2481.065274 \left(\frac{1}{T_{SN}} - \frac{1}{T_{CD}}\right) - 0.1785611 \ln \frac{T_{CD}}{T_{SN}}$
	$\ln \frac{P_{EV}}{P_N} = 2850.045732 \left(\frac{1}{T_{SN}} - \frac{1}{T_{EV}}\right) - 1.495164 \ln \frac{T_{EV}}{T_{SN}}$
R134a	$\ln \frac{P_{CD}}{P_N} = 2793.796605 \left(\frac{1}{T_{SN}} - \frac{1}{T_{CD}}\right) - 0.456211 \ln \frac{T_{CD}}{T_{SN}}$
	$\ln \frac{P_{EV}}{P_N} = 3112.687171 \left(\frac{1}{T_{SN}} - \frac{1}{T_{EV}}\right) - 1.545669 \ln \frac{T_{EV}}{T_{SN}}$
R717 (NH <sub>3</sub> )	$\ln \frac{P_{CD}}{P_N} = 3051.619355 \left(\frac{1}{T_{SN}} - \frac{1}{T_{CD}}\right) - 1.010971 \ln \frac{T_{CD}}{T_{SN}}$
	$\ln \frac{P_{EV}}{P_N} = 3297.874886 \left(\frac{1}{T_{SN}} - \frac{1}{T_{EV}}\right) - 1.862039 \ln \frac{T_{EV}}{T_{SN}}$

où  $p_N$  représente la pression atmosphérique (1.023 bar) et  $T_{SN}$  la température d'ébullition du frigorigène à la pression atmosphérique (232.35 K pour R22, 246.75 K pour R134a et 239.65 K pour R717).

d'où

$$T_2 = T_{CD} \left[ \left( \frac{p_{CD}}{p_{EV}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] + T_{SF}(1 - \theta_{EV}) \quad (2.153)$$

donc,

$$\Delta s_{irr\_cp} = cp \ln \frac{T_2}{T_{EV} \beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = cp \ln \frac{T_{CD} \left[ \left( \frac{p_{CD}}{p_{EV}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] + T_{SF}(1 - \theta_{EV})}{T_{SF}(1 - \theta_{EV}) \beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \quad (2.154)$$

Une deuxième expression qui lie  $\theta_m$  et  $\theta_{EV}$  est obtenue en partant de la définition de  $T_m$  :

$$T_m = \frac{|q_{CD}|}{|\Delta s_{CD}|} = \frac{h_2 - h_3}{s_2 - s_3} = \frac{h_2 - h_2' + h_2' - h_3}{s_2 - s_2' + s_2' - s_3} = \frac{cp(T_2 - T_{CD}) + lv^{T_{cd}}}{cp \cdot \ln \frac{T_2}{T_{CD}} + \frac{lv^{T_{cd}}}{T_{CD}}} \quad (2.155)$$

Ainsi

$$\theta_m = \frac{\Delta T_m}{T_{PC}} = \frac{T_m - T_{PC}}{T_{PC}} = \frac{T_{CD}}{T_{PC}} \frac{\frac{T_2}{T_{CD}} - 1 + \frac{lv^{T_{cd}}}{c_p T_{CD}}}{\ln \frac{T_2}{T_{CD}} + \frac{lv^{T_{cd}}}{c_p T_{CD}}} - 1 \quad (2.156)$$

La chaleur latente en [kJ/kg] de vaporisation dépend de la température [K] selon les corrélations présentées dans le tableau ci-dessous, déterminées pour chaque type de fluide considéré et pour l'intervalle de température [10, 50]°C pour l'évaporation et [60, 80]°C pour la condensation.

Tableau 2.7 : Corrélations chaleur latente = f(température de saturation) pour R22, R134a, R717

R22	R134a	R717 (NH3)
$lv^{T_{cd}} = 773.6416 - 1.9005T_{CD}$	$lv^{T_{cd}} = 654.6062 - 1.5480T_{CD}$	$lv^{T_{cd}} = 2926.2006 - 5.7605T_{CD}$
$lv^{T_{ev}} = 496.9574 - 1.0595T_{EV}$	$lv^{T_{ev}} = 460.5253 - 0.9572T_{EV}$	$lv^{T_{ev}} = 2411.7456 - 4.1922T_{EV}$

Finalement, les deux équations (2.145) et (2.156) nous permettent d'obtenir numériquement la température de condensation et le pincement adimensionné à l'évaporateur, en faisant varier le pincement adimensionné au condenseur. Ainsi on est capable de déterminer le flux de chaleur à l'évaporateur, la puissance nécessaire au compresseur, le coefficient de performance théorique (de Carnot)  $COP_{PAC-C} = \frac{T_{PC}}{T_{PC} - T_{SF}}$ , le

coefficient de performance réel de la machine  $COP_{PAC-irr} = \frac{\dot{Q}_{CD}}{\dot{W}} = \frac{\bar{Q}_{CD}}{\bar{W}}$ , le rendement

exergétique  $\eta_{ex} = \frac{COP_{PAC-irr}}{COP_{PAC-C}}$  et remarquer l'existence d'un point optimum de fonctionnement de la pompe à chaleur.

Le travail spécifique nécessaire pour comprimer l'unité de débit peut être exprimé pour la pompe à chaleur sous la forme

$$w = \frac{\dot{W}}{\dot{m}} = \frac{\dot{W}}{\dot{Q}_{CD} / |q_{CD}|} = \frac{|q_{CD}|}{COP_{PAC-irr}} [kJ / kg]. \quad (2.157)$$

Ainsi les pondérations des pertes sur la dépense énergétique seront :

➤ pondération de pertes dans la détente

$$\bar{\pi}_{irr\_dt} = \frac{\text{pertes dans la détente} [kJ / kg]}{\text{travail spécifique} [kJ / kg]} = \frac{\pi_{irr\_dt}}{w} \quad (2.158)$$

Donc

$$\bar{\pi}_{irr\_dt} = COP_{PAC-irr} \frac{T_{SFC1}}{|q_{CD}|} \left( \frac{T_{CD}}{T_{EV}} - 1 - \ln \frac{T_{CD}}{T_{EV}} \right) \quad [-] \quad (2.159)$$

➤ pondération de pertes dans la compression

$$\bar{\pi}_{irr\_cp} = \frac{\text{pertes dans la compression. [kJ / kg]}}{\text{travail spécifique}} = \frac{\pi_{irr\_cp}}{w} \quad (2.160)$$

où bien

$$\bar{\pi}_{irr\_cp} = \frac{COP}{|q_{CD}|} T_{SF} c_p \ln \frac{T_2}{T_{SF} (1 - \theta_{EV}) \beta^\gamma} \quad [-] \quad (2.161)$$

➤ pondération de pertes dans la condensation

Les pertes dues au pincement de température au condenseur peuvent être exprimées sous la forme suivante :

$$\pi_{irr\_ \Delta T_m} = T_{SF} |q_{CD}| \left( \frac{1}{T_{PC}} - \frac{1}{T_m} \right) = \tau' |q_{CD}| \left( 1 - \frac{T_{PC}}{T_{PC} + \Delta T_m} \right) = \tau' |q_{CD}| \left( 1 - \frac{1}{1 + \theta_m} \right) = \tau' |q_{CD}| \frac{\theta_m}{1 + \theta_m} \quad (2.162)$$

Ainsi, la pondération des pertes sur la dépense énergétique sera :

$$\bar{\pi}_{irr\_ \Delta T_m} = \frac{\pi_{irr\_ \Delta T_m}}{w} = \frac{\tau' |q_{CD}|}{w} \frac{\theta_m}{1 + \theta_m} = \tau' COP_{PAC\_irr} \frac{\theta_m}{1 + \theta_m} \quad [-] \quad (2.163)$$

➤ pondération de pertes dans l'évaporation

Dans l'évaporateur, les pertes dues au pincement de température  $\Delta T_{EV}$  peuvent s'exprimer de la manière suivante :

$$\pi_{irr\_ \Delta T_{EV}} = T_{SF} q_0 \left( \frac{1}{T_{EV}} - \frac{1}{T_{SF}} \right) = T_{SF} q_0 \left( \frac{1}{T_{SF} (1 - \theta_{EV})} - \frac{1}{T_{SF}} \right) = q_0 \frac{\theta_{EV}}{1 - \theta_{EV}} \quad (2.164)$$

Rapportant ces pertes à la puissance spécifique, on obtient la pondération de pertes dans l'évaporateur :

$$\bar{\pi}_{irr\_ \Delta T_{EV}} = \frac{q_0}{w} \frac{\theta_{EV}}{1 - \theta_{EV}} = \frac{|q_{CD}| - w}{w} \frac{\theta_{EV}}{1 - \theta_{EV}} = (COP_{PAC\_irr} - 1) \frac{\theta_{EV}}{1 - \theta_{EV}} \quad [-] \quad (2.165)$$

### 2.5.2 Comparaison de trois fluides frigorigènes (R22, R134a, R717). Application habitat d'un contrat industriel

Une comparaison des performances de la pompe à chaleur réelle est menée pour les trois fluides frigorigènes étudiés précédemment, pour la machine frigorigère réelle : R134a, R717, R22. Cette étude représente une application habitat dans le cadre d'un contrat européen, industriel, les résultats étant donc utilisés par la suite de ce contrat. Les données de départ sont : le flux de chaleur au condenseur,  $\dot{Q}_{CD} = 150\text{kW}$ , la conductance totale,  $K=K_{CD} + K_{EV} = 30\text{kW/K}$ , la température de la source froide,  $T_{SF} = 283.15\text{K}$  et la température du puits chaud  $T_{PC} = 333.15\text{K}$ .

L'existence d'un optimum pour chaque fluide frigorigère est mis en évidence : minimum de la dépense énergétique (puissance nécessaire au compresseur) qui correspond au maximum de coefficient de performance et au maximum de rendement exergetique . Ce point optimum de fonctionnement de la pompe à chaleur est différent pour chaque fluide, comme on le remarque dans le tableau suivant :

**Tableau 2.8 : Point de fonctionnement optimum pour trois frigorigènes**

	R134a	R22	R717
$\Delta T_{EV}[\text{K}]$	7.5	7.78	7.92
$\Delta T_m[\text{K}]$	8.85	8.94	9.49
$\dot{W} [\text{W}]$	51961.4	46999.5	37365.45
$COP_{PAC\_irr}$	2.88	3.19	4.014
$\eta_{ex}$	0.43	0.47	0.6
$\bar{\pi}_{irr\_dt} [\%]$	0.225	0.191	0.081
$\bar{\pi}_{irr\_cp} [\%]$	0.2267	0.197	0.13
$\bar{\pi}_{irr\_dT_m} [\%]$	0.051	0.061	0.086
$\bar{\pi}_{irr\_dT_{SF}} [\%]$	0.063	0.071	0.094
$\beta$	6.36	5.22	5.48

Dans les deux figures suivantes on met en évidence l'existence d'un optimum de fonctionnement économique du point de vue du  $COP$  de la pompe à chaleur réelle.

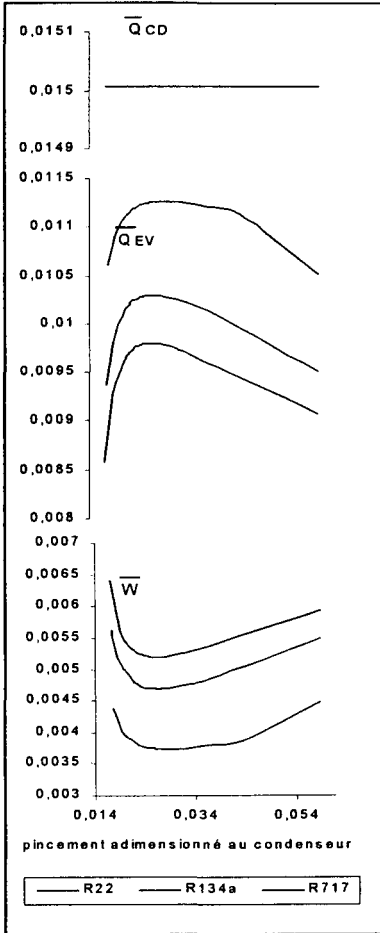


Figure 2.18: Evolution des flux adimensionnés en fonction du pincement au condenseur

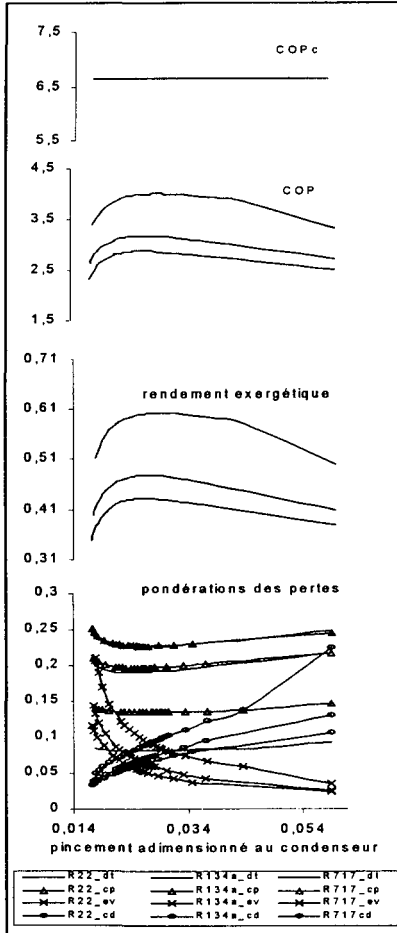


Figure 2.19: Evolution des coefficients de performance et des pondérations des pertes en fonction du pincement au condenseur

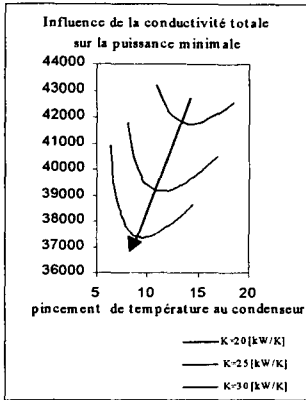
Dans la Figure 2.18 on remarque bien le minimum de puissance nécessaire au compresseur pour assurer de façon continu le flux de chaleur au puits chaud, qui correspond à un maximum de flux de chaleur à l'évaporateur. L'évolution du coefficient de performance réel qui présente un maximum correspondant au minimum de dépense énergétique est présentée dans la deuxième figure. Le rendement exergetique sera maximum pour la même valeur du pincement à l'évaporateur puisque le COP de Carnot est constant (températures des réservoirs constantes). Les pondérations des pertes au compresseur et au détendeur ont un minimum comme pour la machine à froid qui ne correspond pas forcément au minimum de la puissance consommée au compresseur. On voit que pour le même fluide, les pertes dans le compresseur sont toujours sensiblement supérieures aux pertes dans le détendeur, conclusion identique donc comme pour la machine à froid.

Quant aux échangeurs de chaleur, plus le pincement au condenseur est important, plus la pondération des pertes dues à cet écart de température est importante et la pondération des pertes dues au pincement à l'évaporateur diminue.

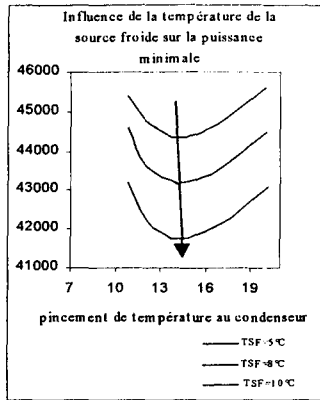
Si on compare les trois frigorigènes, cette fois ci, le fluide qui donne un maximum de coefficient de performance est l'ammoniac. Le fluide intermédiaire est le fréon R22, tandis que le fréon R134a permet d'avoir à la machines des pertes externes au niveau des réservoirs inférieures mais des pertes internes importantes qui donne un coefficient de performance inférieur aux deux fluides Ceci peut être expliqué par les niveaux des températures de fonctionnement du cycle supérieures à celles de la machine à froid qui implique des valeurs de la chaleur latente de vaporisation supérieures pour l'ammoniac. Pour l'ammoniac les pertes internes sont les plus basses. A l'opposé de la machine à froid, pour la pompe à chaleur, pour le même fluide frigorigène, les pertes internes sont plus importantes que les pertes dues aux irréversibilités au contact avec les réservoirs de chaleur.

### 2.5.3 Etude de sensibilité aux paramètres

L'amélioration de la qualité du transfert de chaleur qui se traduit par l'augmentation de la conductance totale demande une puissance au compresseur de plus en plus faible. Ceci est remarqué dans la Figure 2.20.



**Figure 2.20: Influence de la conductivité totale sur le point optimum**



**Figure 2.21 : Influence de la température de la source froide sur le point optimum**

Le point optimum est déplacé vers la gauche, le pincement de température au condenseur sera donc inférieur. L'étude de sensibilité est effectuée pour l'ammoniac pour les données suivantes :  $\dot{Q}_{CD} = 150\text{ kW}$ ,  $T_{SF} = 283.15\text{ K}$  et  $T_{PC} = 333.15\text{ K}$ . Dans ce graphique on voit bien que à gauche du point optimum on a une croissance brusque de la puissance demandée au compresseur. Le pincement de température diminue, donc les irréversibilités au condenseur diminuent (on gagne en exergie), mais on perd en puissance au compresseur. Donc ce n'est pas intéressant de gagner en exergie au condenseur, parce qu'on perd en coût de fonctionnement et d'investissement au compresseur. Par contre à droite du point optimum, l'évolution de la puissance est plus lente, donc il devient intéressant d'augmenter le pincement de température au condenseur et donc de perdre en exergie au condenseur parce que la puissance nécessaire ne s'éloigne pas beaucoup du point minimum.

L'influence de la température de la source froide sur les pincements optimaux au niveau des échangeurs n'est pas significative. Ceci est remarqué dans la Figure 2.21. Néanmoins il y a une augmentation du pincement au condenseur avec la diminution de la température de la source froide, si la température du puits chaud est gardée constante. Evidemment, si la source froide est de plus en plus élevée le minimum du travail demandé au compresseur pour assurer une certaine température au puits chaud diminue. Cette étude de sensibilité est effectuée



également pour l'ammoniac et pour les données suivantes :  $\dot{Q}_{CD} = 150\text{kW}$ ,  $K=20\text{kW/K}$  et  $T_{PC} = 333.15\text{K}$ .

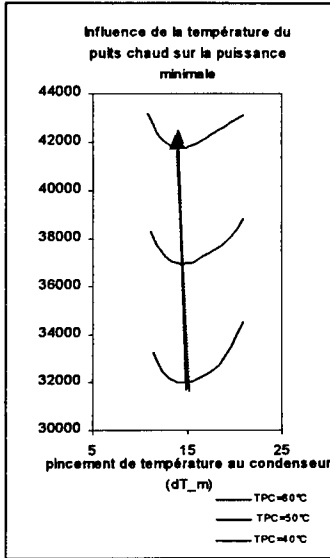


Figure 2.22 : Influence de la température du puits chaud sur le point optimum

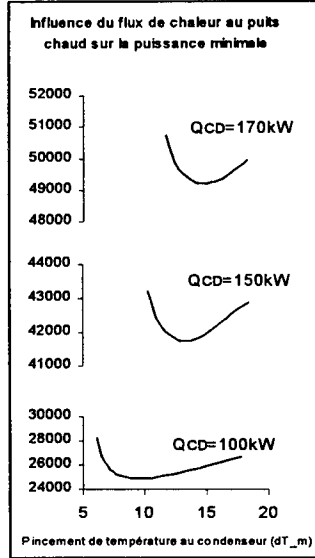


Figure 2.23: Influence du flux de chaleur au puits chaud sur le point optimum

L'étude de sensibilité du point optimum à la température du puits chaud (Figure 2.22) relève le fait que la variation de cette température n'influe que très peu sur la valeur des pincements de température optimaux (déplacement non-significatif vers la gauche). Par contre, la valeur de la puissance minimale nécessaire sera supérieure pour une température au puits chaud supérieure. Cette étude est faite pour  $\dot{Q}_{CD} = 150\text{kW}$ ,  $K=20\text{kW/K}$  et  $T_{SF} = 283.15\text{K}$ .

Etant donné que la conductance totale est constante, le pincement de température est proportionnel avec le flux de chaleur selon la loi de transfert de chaleur linéaire d'où le déplacement vers la droite dans la Figure 2.23 du point optimum avec l'augmentation du flux de chaleur au condenseur. Evidemment une puissance supérieure est demandée au

compresseur pour assurer un flux de chaleur supérieur au condenseur. Cette étude est effectuée pour  $K=20\text{kW/K}$ ,  $T_{PC}=333.15\text{K}$  et  $T_{SF}= 283.15\text{K}$ .

## 2.6 ETUDE DES PERTES DE CHARGE DANS LES SOUPAPES D'ASPIRATION ET DE REFOULEMENT DU COMPRESSEUR A PISTON SELON LA THERMODYNAMIQUE EN TEMPS FINI

Dans les sous-chapitres antérieurs on a déterminé les pincements de température optimums pour une puissance minimale nécessaire au compresseur pour la machine à froid et la pompe à chaleur idéales et réelles, en conditions restrictives de conductance totale.

On étudie dans la suite le compresseur à piston selon la thermodynamique en temps fini ce qui signifie la considération des dissipations de pression dans le système de distribution (soupape d'aspiration + soupape de refoulement). On détermine l'optimum de ces pertes de pression qui correspondent au minimum de puissance obtenue précédemment (paragraphe 2.4) pour la machine frigorifique à compression mécanique de vapeur, sachant que la création d'entropie interne dans le compresseur est due en grande partie aux gradients de pression dans la soupape d'aspiration et celle de refoulement.

L'évolution réelle du fluide dans le compresseur à piston est montrée dans le diagramme T-s (Figure 2.24).

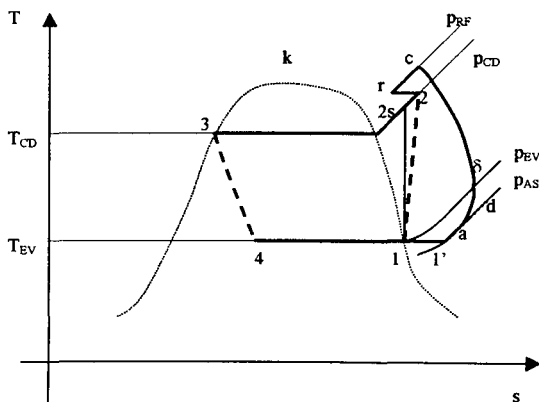


Figure 2.24 : Schéma d'évolution du frigorigène dans le compresseur à piston

En négligeant l'échange de chaleur avec les parois des soupapes, on remarque les transformations suivantes :

$l - l'$  : détente irréversible isotherme du gaz dans la soupape d'aspiration, de  $p_{EV}$  à  $p_{AS}$ .

$l' - a$  : augmentation de température isobare du frigorigène suite à l'échange de chaleur avec les gaz résiduels du cylindre (qui suivent la transformation  $d - a$ )

$a$  : fin de l'aspiration

$a - \delta$  : échange de chaleur entre le frigorigène et les parois du cylindre, suite à quoi la température du frigorigène augmente (ce dernier reçoit de la chaleur, donc l'entropie augmente)

$\delta - c$  : compression proprement dite : augmentation de pression et de température des gaz (le frigorigène cède de la chaleur aux parois du cylindre, d'où diminution de l'entropie)

$c$  : fin de la compression

$c - r$  : échange de chaleur entre le frigorigène et le couvercle du cylindre (le gaz cède toujours un flux d'entropie)

$r - 2$  : refoulement des gaz, détente irréversible, isotherme, du gaz dans la soupape de refoulement de  $p_{RF}$  à  $p_{CD}$ .

L'écoulement des vapeurs de frigorigène à travers les soupapes du cylindre du compresseur à piston est laminaire à l'ouverture et à la fermeture de la soupape (situation où le débit  $\dot{m}$  varie linéairement avec le gradient de pression  $\Delta p$ ) et turbulent lorsque la section offerte par l'ouverture de la soupape est autour de sa valeur maximale (situation où  $\dot{m}$  est

proportionnel avec  $\Delta p^{\frac{1}{2}}$  [11].

Dans la suite on considère que la soupape se comporte comme une résistance gazo-dynamique turbulente, telle que la perte de pression a la forme suivante :

$$\Delta p = \xi \frac{\rho w^2}{2} \quad (2.166)$$

avec  $\xi$  : le coefficient de résistance locale de la soupape [-]

$\rho$  : la densité du gaz à l'amont de la résistance gazo-dynamique [ $\text{kg/m}^3$ ]

w : la vitesse du gaz à travers la section de la soupape [m/s]

d'où

$$w = \sqrt{\frac{2 \Delta p}{\xi \rho}} \quad (2.167)$$

Considérant l'équation de la continuité  $\dot{m} = Aw\rho$  pour les deux soupapes du cylindre, on obtient :

➤ pour la soupape d'aspiration :

$$\dot{m}_{AS} = A_{AS} \sqrt{\frac{2 \Delta p_{AS}}{\xi_{AS} \rho_{EV}}} \rho_{EV} = A_{AS} \sqrt{\frac{2}{\xi_{AS}}} \rho_{EV} \sqrt{\Delta p_{AS}} = A_{AS} \sqrt{\frac{2}{\xi_{AS}}} \sqrt{\frac{p_{EV}}{r T_{EV}}} \sqrt{\Delta p_{AS}} \quad (2.168)$$

sous l'hypothèse que le fluide frigorigaue en état de vapeur sèche se comporte comme un gaz parfait, donc  $p_{EV} = \rho_{EV} r T_{EV}$ , avec  $r$  constante molaire des gaz (= Constante universelle des gaz parfaites / Masse molaire des gaz) [J/kgK].

Il résulte

$$\dot{m}_{AS} = \left( A_{AS} \sqrt{\frac{2}{\xi_{AS}}} \right) \frac{p_{EV}}{\sqrt{r T_{EV}}} \sqrt{\psi_{AS}} \quad (2.169)$$

où on a noté par  $\psi_{AS}$  le coefficient de la perte relative de la pression dans la soupape d'aspiration.

$$\psi_{AS} = \frac{\Delta p_{AS}}{p_{EV}} \quad (2.170)$$

➤ pour la soupape de refoulement :

$$\dot{m}_{RF} = A_{RF} \sqrt{\frac{2 \Delta p_{RF}}{\xi_{RF} \rho_{RF}}} \rho_{RF} = A_{RF} \sqrt{\frac{2}{\xi_{RF}}} \rho_{RF} \sqrt{\Delta p_{RF}} = A_{RF} \sqrt{\frac{2}{\xi_{RF}}} \sqrt{\frac{p_{RF}}{r T_{RF}}} \sqrt{\Delta p_{RF}} \quad (2.171)$$

où bien si on note par  $\psi_{RF} = \frac{\Delta p_{RF}}{p_{CD}}$  le coefficient de la perte relative de la pression dans la soupape de refoulement :

$$\dot{m}_{RF} = \left( A_{RF} \sqrt{\frac{2}{\xi_{RF}}} \right) \frac{\sqrt{p_{RF} p_{CD}}}{\sqrt{r T_{RF}}} \sqrt{\psi_{RF}} \quad (2.172)$$

Mais  $p_{RF} = p_{CD} + \Delta p_{RF} = p_{CD}(1 + \psi_{RF})$ , d'où

$$\dot{m}_{RF} = \left( A_{RF} \sqrt{\frac{2}{\xi_{RF}}} \right) \frac{p_{CD}}{\sqrt{r T_{RF}}} \sqrt{(1 + \psi_{RF}) \psi_{RF}} \quad (2.173)$$

Si on fait l'approximation :  $(1 + \psi_{RF}) \psi_{RF} \approx \psi_{RF}$ , il résulte :

$$\dot{m}_{RF} = \left( A_{RF} \sqrt{\frac{2}{\xi_{RF}}} \right) \frac{p_{CD}}{\sqrt{r T_2}} \sqrt{\psi_{RF}} \quad (2.174)$$

sachant que la température  $T_2$  est donné par la relation  $T_2 = T_{EV} \left( 1 + \frac{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\eta_C} \right)$

avec  $\beta = \frac{p_{CD}}{p_{EV}}$  le taux de compression et  $\eta_C$  le rendement isentropique du compresseur.

Dans des conditions d'étanchéité parfaite, le débit de gaz à l'aspiration sera égal au débit de gaz au refoulement. En égalant les équations (2.169) et (2.174) on obtient une relation entre les coefficients de pertes relatives de pression dans les soupapes :

$$\psi_{RF} = \psi_{AS} \left( \frac{\bar{A}_{AS}}{1 - \bar{A}_{AS}} \right)^2 \frac{1 - \bar{\xi}_{AS}}{\bar{\xi}_{AS}} \frac{1}{\beta^2} \left[ 1 + \frac{T_{CD}}{T_{EV}} \left( \beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right) \right] \quad (2.175)$$

où  $\bar{A}_{AS} = \frac{A_{AS}}{A_{AS} + A_{RF}}$  et  $\bar{\xi}_{AS} = \frac{\xi_{AS}}{\xi_{AS} + \xi_{RF}}$ .

La puissance mécanique qu'on minimise dans le paragraphe 2.4.5 est donnée par la relation suivante :

$$\dot{W} = W_C i z \frac{n}{60} \quad (2.176)$$

où  $W_C$  représente le travail mécanique technique nécessaire pour réaliser un cycle du diagramme du compresseur (surface hachurée),  $z$  le nombre des compresseurs,  $i$  le nombre de cylindres d'un compresseur et  $n$  est la rotation du compresseur [rot/min] :

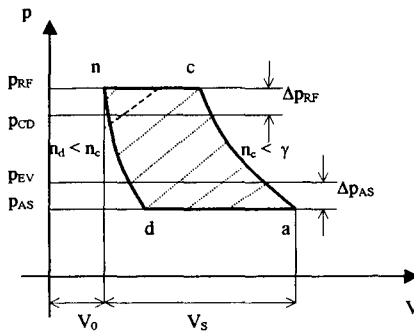


Figure 2.25 : Diagramme de fonctionnement du compresseur

Le travail mécanique technique peut être exprimé comme le produit entre la pression moyenne du diagramme du compresseur ( $p_m$ ) et le volume décrit par la course du piston ( $V_s$ ) (Figure 2.25). La pression moyenne peut s'écrire sous forme adimensionnée de la manière suivante [11] :

$$\bar{p}_m = \frac{p_m}{p_{EV}} = \frac{W_C}{p_{EV} V_S} = (1 - \psi_{AS})(1 + \varepsilon_0) \left[ \frac{n_c}{n_c - 1} \left( \beta_C^{\frac{n_c}{n_c - 1}} - 1 \right) - \frac{\varepsilon_0}{1 + \varepsilon_0} \frac{n_d}{n_d - 1} \beta_C^{\frac{n_d}{n_d - 1}} \left( \beta_C^{\frac{n_d}{n_d - 1}} - 1 \right) \right] \quad (2.177)$$

où  $\varepsilon_0$  est le coefficient de l'espace mort (= volume de l'espace mort ( $V_0$ )/ volume de la course du piston ( $V_s$ )),  $n_c$  et  $n_d$  sont les exposants polytropiques de la compression ( $a - c$ )

respectivement de la détente ( $n - d$ ) et  $\beta_C$  représente le rapport d'augmentation de pression dans le cylindre :

$$\beta_C = \frac{P_{RF}}{P_{AS}} = \frac{P_{CD} + \Delta P_{RF}}{P_{EV} - \Delta P_{AS}} = \frac{P_{CD}}{P_{EV}} \frac{1 + \psi_{RF}}{1 - \psi_{AS}} = \beta \psi, \text{ où on a noté } \psi = \frac{1 + \psi_{RF}}{1 - \psi_{AS}}$$

Le volume correspondant à la course du piston peut être exprimé en fonction de la cylindrée horaire ( $\dot{V}_h$  [m<sup>3</sup>/h]) comme ci-dessous :

$$V_S = \frac{\dot{V}_h}{60} \frac{1}{i z n} \quad (2.178)$$

sachant que  $\eta_V = \frac{\dot{V}_{EV}}{\dot{V}_h}$  où  $\eta_V$  est le coefficient de débit ou le rendement volumétrique, donc,

$\dot{V}_h = \frac{\dot{V}_{EV}}{\eta_V}$ . Il résulte

$$\dot{W}_C = p_m V_S = \bar{p}_m P_{EV} \frac{\dot{V}_{EV}}{\eta_V} \frac{1}{60 i z n} \quad (2.179)$$

donc  $\dot{W} = W_C i z \frac{n}{60} = \bar{p}_m P_{EV} \frac{\dot{V}_{EV}}{3600 \eta_V}$  ou bien  $\dot{W} = \bar{p}_m P_{EV} \frac{\dot{V}_{EV}}{\eta_V}$  avec cette fois-ci  $\dot{V}_{EV}$  en m<sup>3</sup>/s.

Par conséquent, la consommation spécifique d'énergie du compresseur sera :

$$K_{en} = \frac{\dot{W}}{\dot{V}_{EV}} = P_{EV} \frac{\bar{p}_m}{\eta_V} \quad (2.180)$$

où  $\bar{p}_m$  a l'expression (2.177) et  $\eta_V$  peut être exprimé par la relation suivante [11] :

$$\eta_V = (1 - \psi_{AS}) \left[ 1 - \varepsilon_0 \left( \beta_C^{\frac{1}{\beta_C}} - 1 \right) \right] \quad (2.181)$$

Par ailleurs, la consommation spécifique d'énergie peut être exprimée en partant des données obtenues au paragraphe 2.4.5 :

$$K_{en} = \frac{\dot{W}}{\dot{V}_{EV}} = \frac{\overline{W}KT_{SF}}{\dot{m}/\rho_{EV}} = \frac{\overline{W}KT_{SF}}{\dot{Q}_{EV}/q_0} \rho_{EV} = \frac{\overline{W}}{\dot{Q}_{EV}} q_0 \rho_{EV} = \frac{1}{COP_{MAF\_irr}} q_0 \frac{\rho_{EV}}{rT_{EV}}$$

(2.182)

Pour le cas optimum (coefficient de performance maximum, qui correspond à une puissance demandée au compresseur minimum), on détermine numériquement les coefficients de pertes relatives de pression dans les soupapes du compresseur qui correspondent à cet optimum. Pour ce faire on utilise les équations (2.182), (2.181), (2.180), (2.177) et (2.175).

Un exemple numérique est présenté dans le tableau suivant :

**Tableau 2.9 : Exemple numérique d'étude en thermodynamique en temps fini du compresseur à piston**

<i>Données initiales</i>	<i>Résultats optimisation système</i>	<i>Résultats optimisation compresseur</i>
$\dot{Q}_{EV} = 100\text{kW}$	$\Delta T_{EV} = 6.97\text{ K}$	$\psi_{AS} = 0.08$
$K = 30\text{kW/K}$	$\Delta T_m = 7.48\text{ K}$	$\psi_{RF} = 0.03$
$T_{SF} = 268.15\text{ K}$	$\beta = 3.36$	$\beta_C = 3.79$
$T_{PC} = 291.15\text{ K}$	$\dot{W}^{\min} = 17.19\text{ kW}$	$p_m = 1.206\text{ bars}$
	$COP_{MAF\_irr}^{\max} = 5.81$	$\eta_v = 0.78$
	$\dot{\Pi}_{cp} = 1.85\text{ kW}$	$\dot{\Pi}_{soupapes} = 1.25\text{ kW}$
	$\Delta s_{cp} = 0.07\text{kJ/kgK}$	$\Delta s_{soupapes} = 0.05\text{ kJ/kgK}$

Dans le Tableau 2.9 on présente en première colonne les données initiales de l'optimisation, en deuxième colonne les valeurs optimales des pincements de température au niveaux des échangeurs de chaleur, le flux des pertes internes au compresseur ( $\dot{\Pi}_{cp}$ ), la création d'entropie durant la compression réelle ( $\Delta s_{cp}$ ), la puissance minimale nécessaire au compresseur ( $\dot{W}^{\min}$ ) et le coefficient de performance maximum de la machine frigorifique, et en troisième colonne les résultats de l'étude selon la thermodynamique en temps fini du compresseur à piston.



Pour l'exemple numérique présenté on a considéré l'ammoniac comme fluide frigorigène et les paramètres présentés dans le tableau ci-dessous :

**Tableau 2.10 : Hypothèses pour l'application numérique**

$\gamma = 1.3$
$n_c = 1.2$
$n_d = 1.1$
$\epsilon_0 = 5\%$
$\bar{A}_{AS} = 0.6$
$\bar{\xi}_{AS} = 0.4$

Ces résultats sont très intéressants puisque les valeurs optimales des dissipations de pression dans les soupapes du cylindre du compresseur obtenues se situent autour des valeurs usuelles utilisées pour le dimensionnement des compresseurs et correspondent aux valeurs obtenues pour une consommation spécifique d'énergie nécessaire minimale, cas étudié dans un autre travail [11]. Il faut noter que le même niveau des valeurs est obtenue pour trois cas de figure considérés pendant le fonctionnement des soupapes :

- débit  $\dot{m}$  de frigorigène direct proportionnel au gradient de pression  $\Delta p$  (écoulement laminaire) ;
- débit  $\dot{m}$  proportionnel avec  $\Delta p^{\frac{1}{2}}$  (écoulement turbulent) ;
- débit  $\dot{m}$  proportionnel avec  $\Delta p^{0.75}$ .

Il est évident qu'une augmentation des gradients de pressions aux soupapes du cylindre implique des irréversibilités et implicitement une création d'entropie interne au compresseur plus importantes (Figure 2.26).

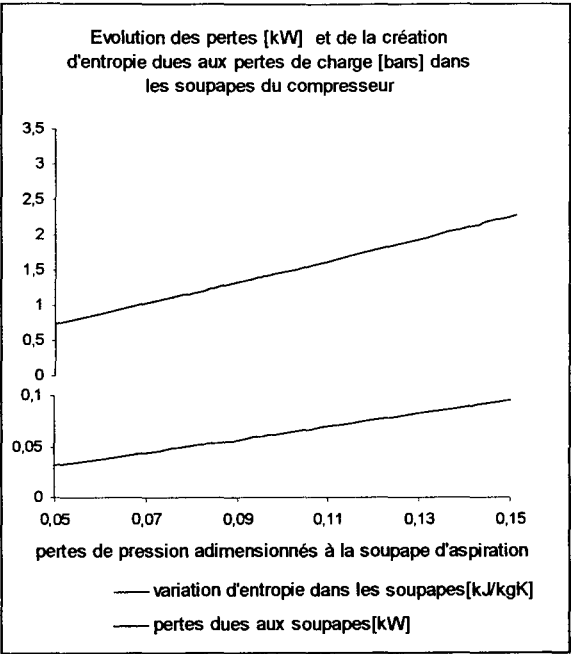


Figure 2.26 : Evolution des pertes et de la variation d'entropie dans les soupapes du cylindre en fonction des pertes de pression adimensionnées

2.7 CONCLUSION DU CHAPITRE 2

Dans ce chapitre on a utilisé le concept de thermodynamique en temps fini pour étudier les machines à froid et les pompes à chaleur, idéales et réelles, à compression mécanique de vapeur. On développe des modèles thermodynamiques en commençant avec une théorie généralisée des cycles inverses à deux sources endoirréversibles et exoirréversibles, avec des considérations exergetiques.

Les cycles idéaux de Carnot (endoreversible mais exoirréversible) sont étudiés en premier temps afin de souligner l'importance de l'existence des pincements de température au niveau des réservoirs pour le fonctionnement d'un système énergétique ; leurs valeurs

optimales sont déterminées pour un maximum du coefficient de performance du système. Il s'avère que tant pour la machine à froid et la pompe à chaleur ce maximum de COP correspond au minimum de création d'entropie, donc au minimum d'irréversibilités externes, au contact avec les réservoirs. Pour cet optimum la conductance totale (qui apparaît comme une contrainte) doit être répartie de manière égale entre les deux échangeurs du système, pour une production de froid (ou de chaleur) et températures des réservoirs imposées.

Le cycle frigorifique et la pompe à chaleur réelles sont étudiés ensuite. La création d'entropie due aux irréversibilités internes qui apparaissent au cours de la compression et de la détente est mise en évidence. On détermine les pertes exergetiques correspondantes et on étudie leur impact sur la puissance demandée au compresseur. Les pertes qui apparaissent dans chaque composant de l'installation sont représentées graphiquement en diagramme (T-s) pour les deux types de machine afin d'apporter une comparaison visuelle directe des pertes d'exergie dans les divers composants. Un programme d'optimisation est développé, avec comme fonction Objectif ou la maximisation du coefficient de performance ou la minimisation des pertes internes et externes.

Une comparaison de trois fluides frigorifiques : R22, R134a et R717 nous conduit à faire la remarque que, selon le type de machine, l'objectif et les niveaux de température considérés, les conclusions sont différentes. Ainsi pour la machine à froid c'est le fréon *R134a* qui est le plus intéressant, puisqu'il garanti le coefficient de performance le plus élevé et les pertes internes les plus basses ; par contre il présente aux échangeurs de chaleur les pertes les plus significatives. L'ammoniac est toujours le fluide intermédiaire, il est un compromis entre les deux, tandis que le fréon *R22* permet d'avoir à la machine des pertes externes au niveau des réservoirs inférieures mais des pertes internes importantes. Pour la pompe à chaleur, le fluide qui donne un maximum de coefficient de performance est, cette fois ci, l'ammoniac. On montre ainsi que ce fluide « naturel » qui figure actuellement parmi les candidats au remplacement des CFC est un fluide intéressant sur le plan thermodynamique. Le fluide intermédiaire est le fréon *R22*, tandis que le fréon *R134a* permet d'avoir à la machines des pertes externes au niveau des réservoirs inférieures mais des pertes internes importantes. Le choix du frigorigène dépend, donc, de la fonction de la machine et de la gamme de températures au réservoirs de chaleur, de façon non- exhaustive.

L'étude de l'influence des écarts de température entre les réservoirs et le fluide frigorigère sur la performance de la machine rend compte du fait que selon le type de la machine, il vaut mieux gagner en exergie au condenseur (pour la machine à froid) ou à l'évaporateur (pour la pompe à chaleur). Pour les machines à froid, un gain obtenu en diminuant le pincement de température à l'évaporateur pénalise la puissance nécessaire au compresseur (augmentation brusque de la puissance - partie située à gauche du point optimum Figure 2.13). Il est donc plus convenable de se situer dans la partie droite de ce graphique où la valeur de la puissance est proche de sa valeur minimale, où les pertes à l'évaporateur sont plus importantes mais où, par contre, on gagne en exergie au condenseur en diminuant les pertes au condenseur. Si on raisonne de la même manière on conclut que, pour les pompes à chaleur il vaut mieux perdre en exergie au condenseur (par l'augmentation du pincement de température) et donc gagner en exergie à l'évaporateur (Figure 2.18) puisque la puissance du compresseur reste au voisinage du point minimum (partie située à droite du point optimum de la Figure 2.18).

Pour compléter l'analyse précédente, nous avons procédé à une étude selon la thermodynamique en temps fini du compresseur à piston, ce qui suppose la prise en considération des gradients de pression au niveau des soupapes du cylindre du compresseur. Cette étude est intéressante puisque la création d'entropie interne dans le compresseur est due en grande partie à ces gradients de pression et c'est important de déterminer leurs valeurs afin de savoir comment limiter les pertes exergétiques internes. Les résultats obtenus pour une application numérique utilisant l'ammoniac comme fluide frigorigère sont très intéressants puisque les valeurs optimales des dissipations obtenues se situent autour des valeurs usuelles utilisées pour le dimensionnement des compresseurs et coïncident avec les valeurs obtenues pour une consommation spécifique d'énergie nécessaire minimale.

*Chapitre 3*

OPTIMISATION THERMOECONOMIQUE



### Nomenclature du Chapitre 3

- $\dot{E}x_p^i$  : flux de production exergetique du composant  $i$  [kW]  
 $\dot{E}x_R^i$  : flux de ressource exergetique du composant  $i$  [kW]  
 $\dot{E}x_D^i$  : flux d'exergie dissipée du composant  $i$  [kW]  
 $\dot{E}x_i$  : flux d'exergie dans le point  $i$  [kW]  
 $\dot{N}e_i$  : flux de négentropie dans le point  $i$  [kW]  
 $Ex_i$  : exergie spécifique dans le point  $i$  [kJ/kg]  
 $Ne_i$  : négentropie spécifique dans le point  $i$  du cycle [kJ/kg]  
 $\lambda_i$  : coût unitaire exergo-économique du flux  $i$  [FF/kW]  
 $\xi^i$  : taux de dissipation (ou facteur de dégradation) du composant  $i$   
 $\eta_{ex}^i$  : rendement exergetique du composant  $i$   
 $\pi_i$  : coût économique du flux  $i$  [FF]  
 $\zeta_i$  : coût unitaire exergetique du flux  $i$  [-]  
 $FM_i$  : flux monétaire associé au point  $i$  du cycle de fonctionnement [FF/s]  
 $c_{P,i}$  : coût unitaire d'exergie produite [FF/kg]  
 $C$  : coût économique [FF]  
 $ci_{CP}$  : coût d'investissement du compresseur [FF]  
 $ci_{CD}$  : coût d'investissement du condenseur [FF]  
 $ci_{EV}$  : coût d'investissement de l'évaporateur [FF]  
 $ci_t$  : coût d'investissement total [FF]  
 $c_m$  : coût de maintenance [FF]  
 $c_f$  : coût de fonctionnement [FF]  
 $c_g$  : coût global de l'installation [FF]  
 $c_{el}$  : coût de l'électricité [FF/kWh]  
 $\bar{\Pi}$  : taux de profit [FF/s]  
 $Q$  : chaleur échangée [kJ]  
 $\dot{Q}$  : flux de chaleur échangé [kW]  
 $S$  : surface d'échange de chaleur [m<sup>2</sup>]  
 $\alpha, \beta$  : conductances [kW/K]  
 $\eta_C$  : rendement du cycle de Carnot

$\eta_{ex}$  : rendement exergetique

$COP_{MAF,irr}$  : coefficient de performance de la machine à froid réelle

$COP_{MAF,C}$  : coefficient de performance de la machine à froid idéale de Carnot

$T_H$  : température haute du fluide frigorigéne [K]

$T_B$  : température basse du fluide frigorigéne [K]

$T_{PC}$  : température du puits chaud [K]

$T_{SF}$  : température de la source froide [K]

$T_{CD}$  : température de condensation [K]

$T_{EV}$  : température d'évaporation [K]

$T_a$  : température ambiante [K]

$\Delta T$  : pincement de température [K]

$p_i$  : pression dans le point  $i$  du cycle [bar]

$\Delta p$  : gradient de pression [bar]

$v_i$  : volume spécifique dans le point  $i$  du cycle [ $m^3/kg$ ]

$h_i$  : enthalpie dans le point  $i$  du cycle [kJ/kg]

$\Delta h^i$  : variation d'enthalpie dans le composant  $i$  [kJ/kg]

$s_i$  : entropie dans le point  $i$  du cycle [kJ/kgK]

$\Delta s^i$  : variation d'entropie dans le composant  $i$  [kJ/kgK]

$T_i$  : température dans le point  $i$  du cycle [K]

$\dot{m}_{ff}$  : débit massique du fluide frigorigéne [kg/s]

$\dot{m}_{fc}$  : débit massique du fluide caloporteur [kg/s]

$\dot{V}$  : cylindrée horaire (volume balayé) [ $m^3/h$ ]

$cyl$  : cylindrée du compresseur à piston [ $cm^3$ ]

$\dot{W}$  : puissance du compresseur [W]

$D_i$  : débit du fluide caloporteur au niveau de l'échangeur  $i$  [ $m^3/h$  ou  $m^3/s$ ]

$i_{CD}$  : type de condenseur

$i_{CP}$  : type de compresseur

$i_{EV}$  : type d'évaporateur

$c_{ff}$  : chaleur spécifique du fluide frigorigéne [kJ/kgK]

$c_{fc}$  : chaleur spécifique du fluide caloporteur [kJ/kgK]

$lv^{T_i}$  : chaleur latente à la température  $T_i$  [kJ/kg]



Indices :

<i>P</i> : produit	<i>CP</i> : compresseur
<i>R</i> : ressource	<i>EV</i> : évaporateur
<i>D</i> : dissipée	<i>CD</i> : condenseur
<i>PC</i> : puits chaud	<i>SF</i> : source froide
<i>ff</i> : fluide frigorigène	<i>fc</i> : fluide caloporteur



## 3 OPTIMISATION THERMOECONOMIQUE

### 3.1 INTRODUCTION

Il n'est pas toujours possible d'optimiser les installations thermiques par des techniques mathématiques ou numériques, car on ne dispose pas forcément d'un modèle complet de l'installation, les difficultés mathématiques étant considérables, même pour les systèmes sans complexité particulière. L'optimisation thermoéconomique peut être considérée comme une alternative validée, le principal avantage étant sa capacité de pouvoir être appliquée aux cas pratiques.

La thermoéconomie débuté dans les années '50 par les études de Tribus [16] et [17], Evans [18] -[20], El-Sayed [21], Gaggioli [22], a été développée spécialement par les travaux de Frangopoulos [23] et [24], von Spakovsky [25] et [26], Benelmir[27] - [31], Valero [32] - [37], Tsatsaronis [38] et [42], Moran [43] et autres dans les années '80 et '90. Le but était de combiner l'analyse thermodynamique avec des facteurs économiques afin d'optimiser les systèmes énergétiques.

L'exergoéconomie est définie par Tsatsaronis comme une partie de la thermoéconomie, qui caractérise les interactions entre les variables exergetiques et économiques. L'idée de coupler les termes exergie et coût a été attribuée à Keenan [44] et développée par les auteurs cités plus haut sous le titre de « thermoéconomie ».

En thermoéconomie, l'objectif est soit la minimisation du coût total du système, soit la maximisation du profit rapporté par le produit de ce système. On peut résoudre ce problème dans un sens ou dans l'autre. Si l'objet est la minimisation du coût total, la fonction Objectif sera égale au coût global (capitaux, coûts opérationnels, coûts de maintenance, etc.) plus les coûts d'achat des ressources nécessaires.

L'analyse thermoéconomique, à travers plusieurs procédures, résout les problèmes pratiques que les ingénieurs ont en charge (conception et fonctionnement des systèmes

thermiques complexes) et qui n'ont pas de solution avec une analyse énergétique conventionnelle basée seulement sur le premier principe de la thermodynamique, comme par exemple le calcul des coûts de tous les flux du système ou l'optimisation thermoéconomique locale d'un composant. Le terme d'analyse thermoéconomique est utilisé pour exprimer la coexistence et/ou la combinaison entre le premier principe de la thermodynamique et l'analyse économique. Pour résoudre ces problèmes toutes les méthodologies ont besoin de définir une fonction ou un produit pour chaque composant du système.

Toute méthodologie thermoéconomique contient deux parties distinctes : 1) La création d'un modèle mathématique qui représente l'aspect thermodynamique et économique du système et 2) L'utilisation d'un algorithme pour résoudre le modèle pour trouver l'optimum. Il existe déjà dans la littérature plusieurs algorithmes de calcul partant du plus simple (à une variable), jusqu'aux plus sophistiqués, telle que par exemple la Méthode Généralisée du Gradient Réduit GRG [45].

On développe le modèle thermoéconomique à partir de la fonction Objectif du problème, sa structure étant déterminée par la méthode de formuler les contraintes. Une fois le modèle développé, la décision sur le choix de l'algorithme d'optimisation doit être prise : approche directe, approche par Lagrangien, approche de décomposition ou de décentralisation.

Dans l'approche directe, l'algorithme est appliqué au système d'équations (fonction Objectif + contraintes). L'approche par Lagrangien utilise évidemment le Lagrangien associé à la fonction Objectif et aux contraintes. Par l'approche de décomposition ou de décentralisation, le modèle thermoéconomique est subdivisé en sous-groupes optimisés séparément.

On va présenter dans la suite quelques théories thermoéconomiques déjà utilisées.

### **3.2 METHODOLOGIES DE LA THERMOECONOMIE**

Tout algorithme de simulation et d'optimisation peut être structuré d'une manière générale par le schéma suivant, qui représente une manière d'exprimer les liaisons entre les différents composants ou modules (1 – 4) d'un système énergétique.

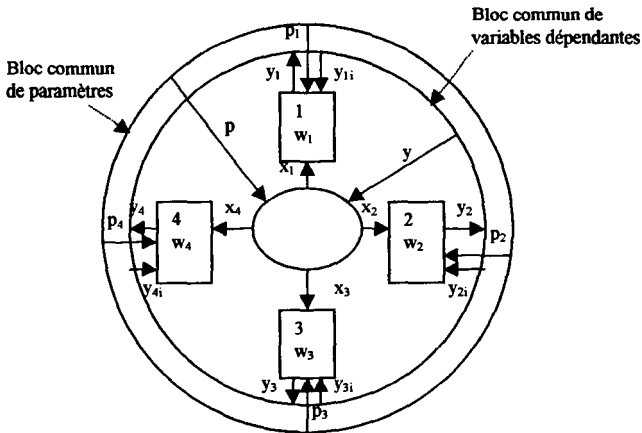


Figure 3.1 : Structure du programme de simulation et optimisation

Ce schéma permet de visualiser l'interaction entre les différentes parties d'un système énergétique, par l'intermédiaire de  $x_r$  : l'ensemble des variables indépendantes (de décision) du module  $r$ ,  $y_{ri}$  : l'ensemble de variables dépendantes entrantes dans le module  $r$  (« venant » des autres modules),  $y_r$  : l'ensemble de variables dépendantes sortantes du module  $r$ , utilisées pour la simulation des autres modules,  $p$  : l'ensemble des paramètres communs,  $w_r$  : l'ensemble de variables dépendantes qui apparaissent seulement dans la simulation du module  $r$ .

### 3.2.1 Méthode d'isolement

Cette méthode a été introduite en 1970 par El-Sayed et Evans [21] et développée par la suite par plusieurs auteurs dont plus récemment Benelmir et Lallemand [28] en 1992 qui l'ont appliquée à l'optimisation thermoéconomique des machines frigorifiques et pompes à chaleur à compression mécanique de vapeur.

Cette méthode utilise le **principe de décentralisation** qui permet d'optimiser un système par l'optimisation de chaque unité en introduisant des contraintes. On associe à la fonction Objectif les contraintes de décentralisation. Si ces contraintes sont bien formulées, le Lagrangien du système peut être exprimé par une série de sous-Lagrangiens, propres à chaque unité du système et qui vérifient les conditions de Kuhn-Tucker. Ainsi, le problème

d'optimisation du système est transformé en un problème de sous-optimisation de ses composants dans le cadre de la recherche d'un optimum global.

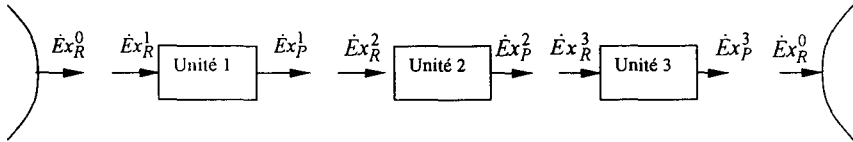


Figure 3.2 : Schéma exergétique d'un procédé énergétique

Dans la Figure 3.2 on présente une schéma exergétique d'un système énergétique étudié selon le principe de décentralisation. Chaque unité ( $i$ ) du système est caractérisée par un produit exergétique ( $\dot{E}x_P^i$ ), et une ressource exergétique ( $\dot{E}x_R^i$ ), les contraintes de décentralisation s'écrivant comme suit :

$$\dot{E}x_P^0 = \dot{E}x_R^1$$

$$\dot{E}x_P^1 = \dot{E}x_R^2$$

$$\dot{E}x_P^2 = \dot{E}x_R^3$$

$$\dot{E}x_P^3 = \dot{E}x_R^0$$

L'avantage de cette méthode est qu'elle est applicable à tout système énergétique qu'elle que soit sa complexité. Cependant, elle exige une attention particulière pour l'établissement et la formulation des contraintes de décentralisation.

### 3.2.2 Méthode de décomposition

L'idée d'isolement a été développée et modifiée par la suite par plusieurs auteurs sous le nom de méthode de décomposition : Frangopoulos en 1983 [23] et [24], von Spakovsky en 1986 [25] et Benelmir en 1989 [27]. Cette méthode est basée sur l'analyse fonctionnelle, développée par Frangopoulos [23] sous le nom TFA (Analyse fonctionnelle pour la Thermoéconomie) et par von Spakovsky [25] et Benelmir [27] sous le nom EFA (Analyse Fonctionnelle pour l'Ingénierie).

Le système est analysé en utilisant comme outil principal un schéma dénommé « diagramme fonctionnel », qui représente les unités du système et les interactions (ressources et produits d'exergie et/ou d'anergie) entre ces unités et entre le système et le milieu extérieur.

Dans le concept de l'analyse fonctionnelle, un composant a comme fonction de produire de l'exergie ou de l'anergie (ou de la néguentropie). En contrepartie, il reçoit ou consomme de l'exergie ou de l'anergie (ou de la néguentropie).

On définit trois boucles caractérisant le fluide thermodynamique du point de vue de chacune des trois grandeurs exergetiques considérées : exergie, anergie, néguentropie. Les boucles anergétique et néguentropique jouent physiquement le même rôle (en général on ne considère que l'une ou l'autre pour la représentation fonctionnelle).

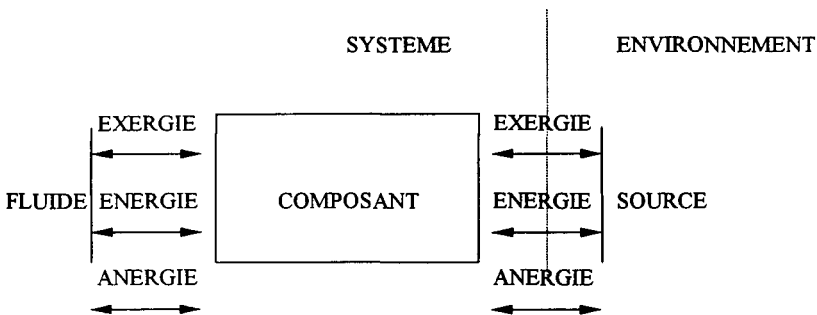


Figure 3.3 : Echanges énergétiques et exergetiques entre le fluide thermodynamique et le milieu extérieur par l'intermédiaire d'un composant.

Cette méthode permet d'aboutir à l'établissement d'un coût unitaire [FF/kW] pour chaque flux d'exergie ou anergie ( $\lambda$ ) et d'un taux de dissipation d'exergie ( $\xi$ ) optimal pour chaque composant du système énergétique. L'ensemble des facteurs de dégradation d'exergie constitue la variable fondamentale pour la conception du système. Des solutions économiques pour chaque composant sont trouvées en minimisant les coûts unitaires des produits correspondants. Le résultat obtenu est une série des coûts unitaires optimaux, définissant les

interactions économiques entre les composants du système, ainsi que les taux de dissipations optimaux utilisés comme base pour la conception ou la recherche thermodynamique optimal du cycle.

### PROCEDURE DE CALCUL :

1. Etablissement des relations exergetiques et économiques pour chaque composant ;
2. Détermination de l'expression analytique du coût unitaire du produit en fonction du produit, du taux de dissipation et des coûts unitaires des ressources ;
3. Détermination analytique de l'optimum de ce coût unitaire ;
4. Recherche numérique de l'optimum thermoéconomique du système ;
5. Conception du système sous les contraintes physiques fixées par les limites thermodynamiques et technologiques.

Pour un composant quelconque du système énergétique, le bilan exergetique s'écrit de la manière suivante :

$$\dot{E}x_R^i = \dot{E}x_D^i + \dot{E}x_P^i \quad (3.1)$$

La performance du composant peut être analysée par l'intermédiaire du rendement exergetique du composant défini comme le rapport :

$$\eta_{ex}^i = \frac{\dot{E}x_P^i}{\dot{E}x_R^i} \quad (3.2)$$

ou bien par l'intermédiaire du taux de dissipation défini comme le rapport :

$$\zeta^i = \frac{\dot{E}x_D^i}{\dot{E}x_P^i} \quad (3.3)$$

Ces deux facteurs représentent des grandeurs thermodynamiques qui font la passerelle entre la thermodynamique et l'économie.



Si on associe à chaque flux un coût unitaire exergo-économique, alors le bilan économique sera :

$$\lambda_P \dot{E}x_P^i = \lambda_R \dot{E}x_R^i + \lambda_D \dot{E}x_D^i + ci_i \quad (3.4)$$

avec  $ci_i$  : coût d'investissement du composant  $i$

Des fois, sous le point de vue de l'Analyse Fonctionnelle, il est nécessaire de considérer un composant comme un groupe de sous-systèmes ou l'exergie comme combinaison de plusieurs types d'exergie, par exemple l'exergie thermique, mécanique ou chimique ou même incluant des flux fictifs (néguentropie) sans existence physique.

#### Application au cycle inverse à deux réservoirs :

Les rôles exergetiques des composants d'une installation frigorifique à compression de vapeur sont les suivants :

- **compresseur :** Le compresseur a pour rôle essentiel de fournir de l'exergie au fluide frigorifique. Pour cela, il reçoit de l'exergie du milieu extérieur sous forme d'énergie mécanique ou électrique. Du aux irréversibilités il consomme de l'exergie, donc produit de l'anergie (ou consomme de la néguentropie).
- **évaporateur :** L'évaporateur est un producteur d'exergie pour la source froide. Il reçoit pour cela, du fluide frigorigène, de l'exergie en quantité supérieure. Il consomme donc de la néguentropie.
- **condenseur :** Le condenseur est le composant chargé d'évacuer l'anergie du système (qui se traduit par une fourniture de néguentropie au fluide frigorigène). C'est donc un producteur de néguentropie.
- **détendeur :** Le détendeur n'a pas de fonction productrice. Il n'entre pas dans l'optimisation puisqu'il dégrade l'énergie et absorbe la même quantité d'exergie et de néguentropie.

La représentation schématique de ces diverses fonctions de chacun des composants vis à vis du fluide frigorigène ou du milieu extérieur fait l'objet de la figure ci dessous, dénommé diagramme fonctionnel [29] :

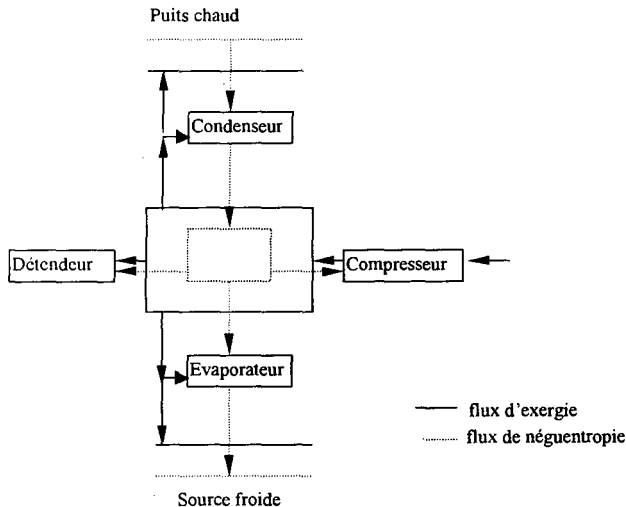


Figure 3.4 : Schéma fonctionnel d'une machine à cycle inverse à deux réservoirs

Dans la Figure 3.4 les interactions d'exergie et d'nergie apparaissent autour de deux boucles parallèles d'exergie et de néguentropie du fluide frigorigène. Les fluides caloporteurs aux échangeurs seront représentés aussi par un courant d'exergie et de néguentropie.

L'avantage de cette méthode de décomposition est qu'elle est simple à appliquer dans le principe et qu'elle fournit des résultats satisfaisants. Si le système thermique est très complexe alors il peut être considéré composé des modules, sachant qu'un module peut être composé de plusieurs composants. Cela facilite la solution, en faisant diminuer le nombre d'itérations entre les composants.

### 3.2.3 Optimisation thermoéconomique d'une installation frigorifique basée sur la « Théorie des Coûts exergétiques »

La Théorie des Coûts Exergétiques a été élaborée par Valero et al en 1986 [32], qui introduisent le concept de *coût exergétique* (en kW) et appliquent l'exergo-économie aux centrales électriques. Valero définit le coût exergétique d'un flux physique comme l'exergie nécessaire pour produire ce flux. La théorie des coûts exergétiques permet le calcul des coûts des flux internes et des produits présents dans le diagramme fonctionnel du système à analyser, retrouvé dans cette théorie sous la dénomination de *structure productive*. Vu l'introduction des coûts exergétiques qui représente en fait des valeurs exergétiques en kW, les coûts d'investissement, de fonctionnement ou de maintenance en FF, seront dénommés par la suite des coûts économiques.

Les coûts exergétiques donnent un aspect économique sur les interactions entre les sous-systèmes et amènent à la formulation et la résolution du problème d'optimisation locale. Le problème d'optimisation globale du système peut être réduit aussi, comme dans les cas précédents, à une suite d'optimisations des sous-systèmes.

Les flux du schéma sont les ressources et les produits de chaque sous-système. Chaque composant « réel » a un flux sortant (produit) et un flux entrant (ressource, le coût d'investissement peut être aussi un flux entrant du composant). La ressource d'un composant peut être obtenue d'un produit d'un autre composant et le produit d'un composant représente les ressources de plusieurs sous-systèmes, par l'introduction de points fictifs (jonctions et points de branchements).

Plusieurs applications de cette théorie ont été développées dans les dernières années. Une application sur des systèmes de réfrigération et pompes à chaleur a été effectuée plus récemment (en 1994) par M. Dentice d'Accadia [46] et [47], dans le but de réduire leurs coûts globaux de fonctionnement et d'amortissement. Il considère la *structure productive* de l'installation (Figure 3.5) qui définit une certaine production pour chaque sous-système de la machine en attribuant un certain rôle, comme ressource, produit ou résidu pour chaque flux entrant ou sortant du sous-système.

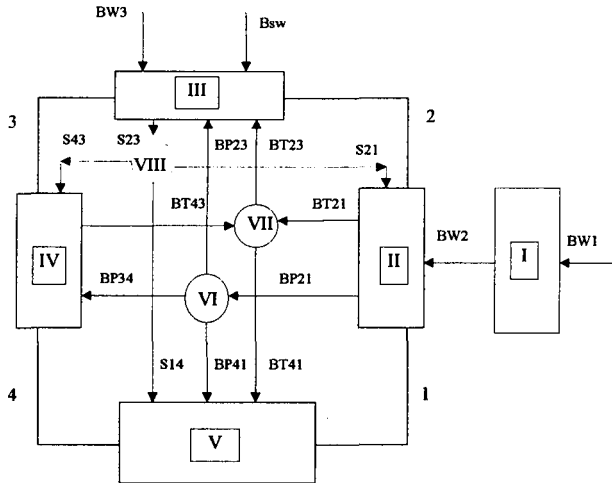


Figure 3.5 :Structure productive de l'installation frigorifique à compression de vapeur

Dans la figure ci-dessus les unités de I à V sont des composantes réelles de l'installation (moteur électrique, compresseur, sous-système de réjection de la chaleur à l'extérieur, détendeur, respectivement évaporateur), tandis que VI, VII et VIII représentent des points fictifs qui lient les composants de pression de l'exergie, les composants de température de l'exergie et respectivement les néguentropies des unités du système. L'exergie physique du fluide frigorifique à température  $T$  et pression  $P$  est divisée en deux parties : exergie thermique et exergie de pression. Ainsi, les flux qui apparaissent dans la structure productive sont :

$BW_i$  = flux d'exergie relative au travail mécanique ou électrique pour le composant  $i$  [kW]

$BP_{ij}$  = composant de pression du flux d'exergie entre les points  $i$  et  $j$  [kW]

$BT_{ij}$  = composant de température du flux d'exergie entre les points  $i$  et  $j$  [kW]

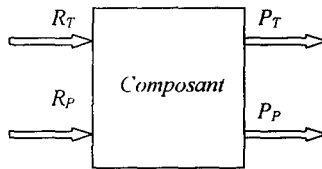
$S_{ij}$  = flux de néguentropie entre les points  $i$  et  $j$  [kW]

On sait que le compresseur a comme rôle d'augmenter l'exergie du fluide frigorigène et l'évaporateur de réduire la température du fluide caloporteur (eau pour cette application), augmentant son exergie. Les flux *BP41*, *BT41* et *S14* sont des ressources pour l'évaporateur, son produit étant l'augmentation d'exergie de l'eau à refroidir *BB*, qui représente aussi le produit de l'installation. Pour analyser le sous-système de réjection de la chaleur à l'environnement, la néguentropie est considérée comme le produit du système. Les ressources reçues par le condenseur pour produire la néguentropie *S23* sont *BP23*, *BT23* et bien sûr *BW3* (le travail électrique de la circulation de la pompe) et *Bsw* (l'exergie de l'eau de la tour de refroidissement). Le détendeur est un composant dissipatif mais il peut avoir le rôle d'accroître la partie thermique de l'exergie, par chute de pression afin de rendre possible l'effet désiré à l'évaporateur. Il utilise les flux *BP34* et *S43* pour augmenter ce composant de l'exergie du réfrigérant. Dans le point fictif VI, l'augmentation de l'exergie de pression est divisée en 3 flux correspondant à la diminution de pression due aux pertes dans le condenseur, l'évaporateur et le détendeur. Les trois flux sont considérés comme ressources pour les trois unités de la machine. La partie thermique de l'exergie *BT21*, considérée comme produit pour le compresseur (tout comme *BP21*) et *BT43*, considéré comme produit pour le détendeur, sont considérés comme ressources pour le point VII, alors que *BT23* et *BT41* sont considérés comme produits pour ce point.

Le condenseur implique une diminution de l'exergie du réfrigérant et il n'a pas d'autre produit du point de vue exergetique, seulement l'augmentation de l'exergie de l'air dans la tour de refroidissement, qui ne peut pas être considérée comme un but du processus. Bien sûr le flux de néguentropie n'a aucune signification opérationnelle réelle du système; il n'apparaît pas dans les bilans énergétiques et exergetique mais il devient utile pour lui attribuer le coût des ressources du système de condensation pour le distribuer après aux autres composants du système par l'intermédiaire des flux *S21*, *S43*, *S14*. Par exemple pour le compresseur, les coûts exergetiques et économiques de ses produits (*BP21* + *BT21*) seront influencés aussi par le condenseur par l'intermédiaire du flux de néguentropie *S21*.

En utilisant la Théorie des Coûts Exergetiques, une fois l'état du système déterminé, on peut obtenir les coûts exergetiques de tous les flux qui apparaissent dans cette structure. Le *coût exergetique*  $B'$  [kW] d'un flux exergetique *B* est défini comme la valeur de la ressource exergetique reçue pour obtenir ce flux et le *coût économique*  $\pi$  [FF] du même flux exergetique *B* comme la valeur de la ressource économique reçue pour obtenir ce flux.

La particularité de cette méthode est que le rendement exergetique d'un composant est considéré égal au rendement exergetique si on raisonne en flux d'exergie de pression et égal au rendement exergetique si on raisonne en flux d'exergie thermique. Autrement dit si la ressource d'un composant est considéré divisé en deux flux : ressource exergetique de pression et ressource exergetique thermique et le produit du même composant considéré divisé en : produit exergetique de pression et produit exergetique thermique, comme dans le schéma suivant :



alors si  $\eta_{ex} = \frac{P_T + P_P}{R_T + R_P}$ ,  $\eta_{ex/T} = \frac{P_T}{R_T}$  et  $\eta_{ex/P} = \frac{P_P}{R_P}$ , l'égalité suivante est supposée :

$$\boxed{\eta_{ex} = \eta_{ex/T} = \eta_{ex/P}} \quad (3.5)$$

Un coût unitaire exergetique d'un flux exergetique est défini, comme le rapport entre le coût exergetique (la ressource) et le flux lui-même. Alors l'hypothèse faite par cette méthode est que les coûts unitaires exergetiques des flux exergetiques sortant d'un composant où point fictif sont égaux.

A titre d'exemple, on écrit dans la suite les bilans des coûts exergetiques et des coûts économiques pour le compresseur (unité II) :

➤ Le bilan des coûts exergetiques est :

$$BP2I + BT2I = BW2 + S2I \quad (3.6)$$

sachant que, les deux produits  $BP2I$  et  $BT2I$  ont le même coût unitaire exergetique :

$$\frac{BP21^*}{BP21} = \frac{BT21^*}{BT21} \Leftrightarrow \zeta_{BP21} = \zeta_{BT21} \quad (3.7)$$

où  $\zeta_{BP21}$  = coût unitaire exergetique du flux BP21 [-]

$\zeta_{BT21}$  = coût unitaire exergetique du flux BT21 [-]

► Le bilan des coûts économiques :

$$\pi_{BP21} + \pi_{BT21} = \pi_{BW2} + \pi_{S21} + ci_{CP} \quad (3.8)$$

où  $\pi_i$  : coût économique du flux  $i$  [FF]

$ci_{CP}$  : coût économique (d'investissement) du compresseur [FF]

sachant que les coûts exergo-économiques unitaires des produits  $BP21$  et  $BT21$  sont égaux :

$$\frac{\pi_{BP21}}{BP21} = \frac{\pi_{BT21}}{BT21} \Leftrightarrow \lambda_{BP21} = \lambda_{BT21} \quad (3.9)$$

où  $\lambda_{BP21}$  = coût unitaire exergo-économique du flux BP21 [FF/kW]

$\lambda_{BT21}$  = coût unitaire exergo-économique du flux BT21 [FF/kW]

L'influence sur la ressource d'un dysfonctionnement introduit dans le système a été étudié en [47]. L'analyse exergo-économique est faite en deux étapes : la première calcule les irréversibilités locales dans chaque composant et plus particulièrement les irréversibilités attribuées au dysfonctionnement ; à la deuxième étape, en calculant les coûts exergetiques des flux physiques qui apparaissent dans la structure, il est possible de calculer approximativement la diminution de la ressource en éliminant chaque dysfonctionnement.

Selon Wall [50], 1991, il n'y a pas de méthode générale pour trouver le minimum global dû à la forte non-linéarité du problème mathématique. Un programme informatique qui pourrait trouver l'optimum du système s'avère nécessaire. Une alternative c'est d'utiliser la méthodologie approximative présentée ci-dessus, qui prend chaque unité du système à part et détermine la valeur des variables de décision qui minimisent le coût exergo-économique du

produit  $P_i$ , pour des valeurs constantes du produit et du coût exergo-économique de la ressource  $R_i$ .

Lozano *et al.* montrent en 1993 [48] que pour une structure productive, sous l'hypothèse que les variables à optimiser sont locales, telles qu'elles n'affectent que l'unité qui les concerne, le coût économique total du produit final peut être minimisé par une méthode d'**optimisation locale** de chaque unité du système, chacune considérée comme si elle était indépendante par rapport aux autres. En particulier, l'optimisation peut être réalisée en déterminant pour chaque sous-système, le minimum du coût exergo-économique de ses produits, en fonction des variables locales.

Luz-Silveira *et al.* [51], 1996, ont utilisé cette méthode pour l'analyse thermoéconomique d'un système de cogénération, utilisant le même type de structure productive avec branches et jonctions que d'Accadia.

### 3.2.4 Méthode LIFO (Last-In-First-Out)

Tsatsaronis a développé en 1990 une approche d'étude exergétique en définissant les coûts unitaires des produits exergétiques des composants d'un système énergétique  $c_{P_i}$  (en FF/kJ) par le rapport entre la différence entre les coûts [FF/s] des flux entrée /sortie du composant et la différence de ces flux [kW] [39], [40], [42].

Tous les calculs sont faits en termes de flux monétaires  $FM_i$  (en FF/s) associés à chaque point du système. Le coût d'investissement est remplacé dans cette étude par le coût unitaire de l'exergie produite pour un composant. Il applique cette approche à un système à turbine à gaz.

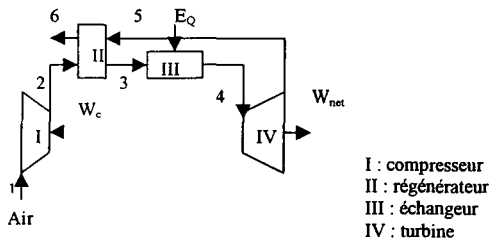


Figure 3.6 : Système à turbine à gaz simplifié avec régénérateur



Dans le tableau suivant on présente les bilans économiques et les coûts unitaire des exergies produites, pour tous les composants du système.

**Tableau 3.1 : Bilans économiques et coûts unitaires des exergies produites pour chaque composant**

Composant	Bilan économique [FF/s]	Coût de l'unité d'exergie produite [FF/kJ]
Compresseur	$FM_2 - FM_1 = c_w \dot{W}_C$	$c_{P,I} = \frac{FM_2 - FM_1}{\dot{E}x_2 - \dot{E}x_1}$
Régénérateur	$FM_3 - FM_2 = FM_5 - FM_6$	$c_{P,II} = \frac{FM_3 - FM_2}{\dot{E}x_3 - \dot{E}x_2}$
Échangeur	$FM_4 - FM_3 = c_Q \dot{E}x_Q$	$c_{P,III} = \frac{FM_4 - FM_3}{\dot{E}x_4 - \dot{E}x_3}$
Turbine	$FM_4 - FM_5 = c_w (\dot{W}_C + \dot{W}_{net})$	$c_{P,IV} = c_w$

Dans ce tableau  $c_w$  représente le coût unitaire de fonctionnement du compresseur [FF/kJ],  $\dot{W}_C$  et  $\dot{W}_{net}$  la puissance du compresseur, respectivement transmise par la turbine [W],  $c_Q$  le coût unitaire de la chaleur [FF/kJ] et  $\dot{E}x_Q$  le flux d'exergie de la chaleur échangée au niveau de l'échangeur (III), [kW].

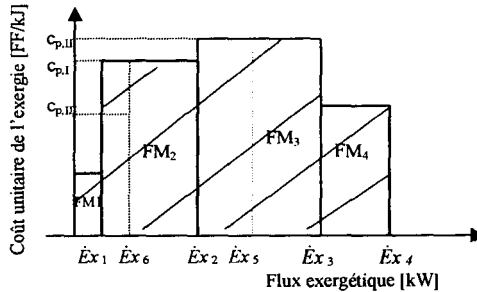
Dans le compresseur, l'exergie de l'air augmente de zéro à  $\dot{E}x_2$ , dans le régénérateur l'exergie augmente de  $\dot{E}x_2$  à  $\dot{E}x_3$ , dans l'échangeur de  $\dot{E}x_3$  à  $\dot{E}x_4$ . Les valeurs des coûts unitaires exergétique des produits pour chaque composant du système sont en général différentes. L'exergie de l'air augmente de l'état 1 jusqu'à l'état 4 à travers les états 2 et 3.

Le flux monétaire de l'état 4 est donné, par la somme :

$$FM_4 = FM_1 + c_{p,I} (\dot{E}x_2 - \dot{E}x_1) + c_{p,II} (\dot{E}x_3 - \dot{E}x_2) + c_{p,III} (\dot{E}x_4 - \dot{E}x_3) \quad [\text{FF/s}] \quad (3.10)$$

Pour écrire les expression des flux monétaires des points 5 et 6 on utilise le nouveau principe : *Last-In-First-Out*. Ce nouveau concept d'analyse exergétique présenté est basé sur l'idée suivante : pour chaque point du système on suit successivement et schématiquement toutes les additions et les extractions de l'exergie au/du point. Chaque fois que l'exergie est

additionnée, on ajoute un coût moyen auquel le processus déroule. Lorsque de l'exergie est enlevée, un flux monétaire est enlevé du point en question. Cette méthode suppose que l'exergie unitaire ajoutée en dernier est enlevée en premier (principe *LIFO*). Ainsi une exergie unitaire est enlevée d'un point du système au même coût auquel elle a été ajoutée antérieurement au même point. Ce principe est mieux suivi dans la Figure 3.7.



**Figure 3.7 : Coût unitaire d'exergie produite en fonction de l'exergie physique d'un système à turbine à gaz**

Le flux monétaire est calculé de manière cumulée et fonction de la valeur ajoutée lors d'un apport exergetique dans un composant. Chaque fois qu'on ajoute un flux exergetique dans un composant, le flux monétaire à la sortie du composant augmente, ceci étant représenté graphiquement en Figure 3.7 par un ajout d'un rectangle (bleu pour  $FM_2$ , vert pour  $FM_3$  et violet pour  $FM_4$ ). Finalement le flux monétaire  $FM_4$  sera représenté par la surface hachurée.

Les flux monétaires dans les états 5 et 6 sont calculés directement par les équations suivantes, comme il est montré dans la figure ci-dessous.

$$FM_5 = FM_4 - c_{p,II} (\dot{E}x_3 - \dot{E}x_5) - c_{p,III} (\dot{E}x_4 - \dot{E}x_3) \quad (3.11)$$

$$FM_6 = FM_5 - c_{p,II} (\dot{E}x_5 - \dot{E}x_2) - c_{p,I} (\dot{E}x_2 - \dot{E}x_6) \quad (3.12)$$

C'est pour la représentation graphique de ces deux flux monétaires que le principe LIFO intervient.

Ainsi les coûts unitaires des exergies produites pour chaque composant du système et les flux monétaires sont calculés. Les résultats obtenus en utilisant ce système d'équations sont généralement différents de ceux obtenus en utilisant seulement les bilans économiques. En comparaison avec les méthodes antérieures, cette approche, augmente la taille du système d'équations à résoudre pour le calcul des flux monétaires parce que de nouvelles inconnues, comme  $c_{p,I}$ ,  $c_{p,II}$ ,  $c_{p,III}$ ,  $c_{p,IV}$  et  $FM_i$  ( $i = 1$  à  $6$ ) apparaissent.

L'utilisation d'un seul type de flux exergetique (exergie physique) est avantageuse du point de vue mathématique et pour l'introduction du concept d'exergo-économie. Si on veut donner plus d'informations sur les parties d'exergie, avec leurs coûts, utilisées pour chaque processus, on considère le flux d'exergie divisé en plusieurs composantes : exergie thermique, exergie mécanique, exergie chimique et on attribue un coût à chaque composante de l'exergie. Cette fois ci tous les calculs se font en terme de flux monétaires associés à chaque exergie, et coûts d'exergie unitaire produite.

Le principe LIFO suggère les règles suivantes [42] :

- le flux monétaire associé à une forme d'exergie enlevée d'un composant du système énergétique est égal au coût auquel cette exergie a été ajoutée au composant. On retrouve le même principe que celui formulé par Valero (1986) [32], qui attribuait les mêmes coûts unitaires exergetiques aux flux sortant et entrant d'un sous-système.
- Les coûts unitaires des différentes parties de l'exergie produite : mécanique, thermique, chimique, d'un sous-système sont égaux. Ici aussi on retrouve la proposition faite par Valero dans la Théorie des Coûts Exergetiques : les coûts unitaires des produits d'un composant du système sont égaux (parties de pression et thermique de l'exergie du produit)

L'Analyse Fonctionnelle présente des règles pour la description graphique des interactions entre les ressources et les produits des composants du système, dans le diagramme fonctionnel. *LIFO* donne de nouvelles règles pour la représentation graphique : le processus productif est décrit comme une séquence d'additions et de prélèvements des exergies. Ce principe est directement lié au développement physique du processus.

### 3.2.5 Méthode d'optimisation en exergo-économie en temps fini

Lingen CHEN, Fengrui SUN, et Chih Wu ont combiné la thermodynamique en temps fini et l'exergo-économie (1997) pour former une méthode d'analyse dénommée : exergo-économie en temps fini [52]. La particularité de cette analyse est qu'on optimise cette fois-ci le taux de profit et l'efficacité du système énergétique au lieu de la puissance récupérée et l'efficacité comme pour la thermodynamique en temps fini classique. Ils expriment la limite de performance pour un profit maximum d'un moteur thermique de type Carnot, basé sur une loi de transfert de chaleur de type Newton [52], ou d'une pompe à chaleur endoréversible basée sur une loi de transfert de chaleur de type général [53].

#### Application au moteur thermique

En appliquant une loi de transfert de chaleur de type Newton pour la source froide et le puits chaud, on écrit pour le moteur thermique Carnot, endoréversible :

$$Q_{PC} = \alpha (T_{PC} - T_H) t_{PC} < 0 \quad (3.13)$$

$$Q_{SF} = \beta (T_B - T_{SF}) t_{SF} < 0 \quad (3.14)$$

- où
- $Q_{PC}$  = chaleur échangé au niveau du puits chaud [kJ]
  - $Q_{SF}$  = chaleur échangé au niveau de la source froide [kJ]
  - $\alpha, \beta$  = conductances [kW/K]
  - $t_{PC}$  = durée de transfert thermique entre  $T_{PC}$  et  $T_H$  [s]
  - $t_{SF}$  = durée de transfert thermique entre  $T_{SF}$  et  $T_B$  [s]
  - $T_H$  = température haute du fluide frigorigène [K]
  - $T_B$  = température basse du fluide frigorigène [K]
  - $T_{SF}$  = température de la source froide [K]
  - $T_{PC}$  = température du puits chaud [K]

La durée des deux transformations isentropiques (compression et détente) est négligée devant les autres durées, ainsi la durée du cycle entier est :  $T = t_{PC} + t_{sf}$ . En appliquant les deux principes de la thermodynamique pour le moteur thermique de Carnot, et l'expression de

l'exergie de la chaleur, l'apport exergetique dans la machine est deduit de la maniere suivante :

$$W_{rev} = Q_{PC} \left( 1 - \frac{T_a}{T_{PC}} \right) - Q_{SF} \left( 1 - \frac{T_a}{T_{SF}} \right) \quad (3.15)$$

où  $T_a$  est la temperature de l'environnement ( $T_{PC} > T_{SF} > T_a$ ). Si  $\Phi_1$  est le cout unitaire de l'apport d'exergie et  $\Phi_2$  le cout unitaire du travail fourni,  $W$ , alors le taux de profit par unite de temps est :

$$\dot{\Pi} = \frac{\Phi_2 W - \Phi_1 W_{rev}}{t_{PC} + t_{SF}} \quad (3.16)$$

La fonction Objectif est  $\dot{\Pi}$ , avec comme parametres :  $T_{PC}$ ,  $T_{SF}$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\eta_C$ ,  $\phi_1$ ,  $\phi_2$ , comme variable independante  $T_H$  et variable dependante  $T_B$ . En faisant  $\partial \Pi / \partial T_H$  et en egalant a zero, on obtient la relation optimale entre le taux de profit et le rendement thermique du moteur :

$$\dot{\Pi}_m = \alpha \Phi_2 \left[ T_{PC} - \frac{T_{SF}}{1 - \eta_C} \right] \frac{[f_1 - f_2(1 - \eta_C)]}{\left( 1 + \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} \right)^2} \quad (3.17)$$

où

$$f_1 = 1 - \left( 1 - \frac{T_a}{T_{PC}} \right) \frac{\Phi_1}{\Phi_2} \quad (3.18)$$

$$f_2 = 1 - \left( 1 - \frac{T_a}{T_{SF}} \right) \frac{\Phi_1}{\Phi_2} \quad (3.19)$$

Maximisant ce profit  $\Pi_m$  par rapport a  $\eta_C$  ( $\partial \Pi_m / \partial \eta_C = 0$ ), on obtient :

$$\Pi_{\max} = \alpha \Phi_2 \frac{[\sqrt{T_{PC} f_1} - \sqrt{T_{SF} f_2}]^2}{\left( 1 + \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} \right)^2} \quad (3.20)$$

et

$$\eta_m = 1 - \sqrt{\frac{T_{SF}}{T_{PC}}} \sqrt{\frac{f_1}{f_2}} \quad (3.21)$$

Cette dernière équation montre que le rendement correspondant à un profit maximum est dépendant des rapports des coûts  $\Phi_1/\Phi_2$  et des températures  $T_a$ ,  $T_{PC}$ ,  $T_{SF}$ .

$$\text{Si } \Phi_2 \gg \Phi_1 \Rightarrow \Phi_1/\Phi_2 \rightarrow 0 \Rightarrow \eta_m \rightarrow 1 - (T_{SF}/T_{PC})^{1/2} = \eta_{Curzon-Ahlborn} [3]$$

$$\Phi_2 \rightarrow \Phi_1 \Rightarrow \Phi_1/\Phi_2 \rightarrow 1 \Rightarrow \eta_m \rightarrow 1 - (T_{SF}/T_{PC}) = \eta_{Carnot}$$

$\eta_m$  représente la limite de rendement exergo-économique en temps fini et en général il est différent des deux valeurs particulières.

### Application à la pompe à chaleur

La même méthode a été appliquée à une pompe à chaleur endoréversible [53], en utilisant des lois de transfert de chaleur du type général :

$$Q_{PC} = \alpha(T_{PC}^n - T_H^n)t_{PC} \quad (3.22)$$

$$Q_{SF} = \beta(T_{SF}^n - T_B^n)t_{SF} \quad (3.23)$$

L'exergie fournie s'écrit :

$$Ex = Q_{PC} \left( 1 - \frac{T_a}{T_{PC}} \right) - Q_{SF} \left( 1 - \frac{T_a}{T_{SF}} \right) \quad (3.24)$$

et comme le travail reçu par la machine est  $W = Q_{PC} - Q_{SF}$ , il résulte le taux de profit de la forme :

$$\dot{\Pi} = \frac{Ex\Phi_2 - W\Phi_1}{t_{PC} + t_{SF}} \quad (3.25)$$

où  $\Phi_1$  et  $\Phi_2$  représentent cette fois-ci le coût du travail reçu par la pompe respectivement le coût de l'exergie fournie par la pompe.

Utilisant les mêmes démarches que pour le cas précédent, on obtient la relation optimum fondamentale de l'exergo-économie en temps fini pour une pompe à chaleur :

$$\dot{\Pi}_m = \alpha \Phi_2 \frac{(T_{SF}^n - T_{PC}^n Z_3^n) * (Z_2 Z_3 - Z_1)}{\left[ Z_3 \left( \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} + Z_3^{(n-1)/2} \right) \right]^2} \quad (3.26)$$

où

$$Z_1 = \frac{\Phi_1}{\Phi_2} + \frac{T_a}{T_{PC}} - 1 \quad (3.27)$$

$$Z_2 = \frac{\Phi_1}{\Phi_2} + \frac{T_a}{T_{SF}} - 1 \quad (3.28)$$

$$Z_3 = 1 - COP^{-1} \quad (3.29)$$

Cette relation donne le profit optimal pour un  $COP$  donné et le  $COP$  optimal pour un certain profit. Il existe un profit maximum pour la pompe à chaleur pour  $\partial \dot{\Pi}_m / \partial COP = 0$  et pour que la machine soit rentable il faut que  $\Phi_1 / \Phi_2$  soit compris entre 0 et 1. La valeur du  $COP$  qui maximise le profit est différente de  $COP_C$  (coefficient de performance maximale pour la pompe à chaleur de type idéale de Carnot) et de  $COP$  en thermodynamique en temps fini (coefficient de performance de la pompe à chaleur endoréversible, pour un flux de chaleur maximum) et s'appelle limite de performance exergo-économique en temps fini.

Pour les trois cas particuliers :  $n = 1$  (loi de Newton),  $n = -1$  (loi phénoménologique linéaire) et  $n = 4$  (loi radiative) [53], l'optimisation exergo-économique converge vers une limite. Quand la marge de profit entre le coût du travail fourni à la pompe et le prix de la chaleur produite par la machine est petite ( $\Phi_1 / \Phi_2 \rightarrow 1$ ), l'opération la plus rentable se situe proche de l'opération ayant le moins de pertes exergetiques (transformation réversible). Par contre, quand le prix du travail est faible devant le prix de vente de l'énergie produite, le maximum de profit est proche de l'opération qui fournit le plus de puissance calorifique. Pour

des  $\Phi_1/\Phi_2$  intermédiaires, on peut atteindre un profit optimal pour un  $COP$  désiré en faisant varier le rapport du prix de la sortie et l'entrée  $\Phi_1/\Phi_2$ .

### 3.2.6 Méthode d'optimisation basée sur la minimisation de la « perte de valeur »

Le Goff a proposé en 1998 une méthode générale d'optimisation des thermofrigopompes, qui consiste à minimiser la « perte de valeur » de l'opération, cette valeur pouvant être définie par référence à plusieurs barèmes exergetiques, économiques ou écologiques différents [54].

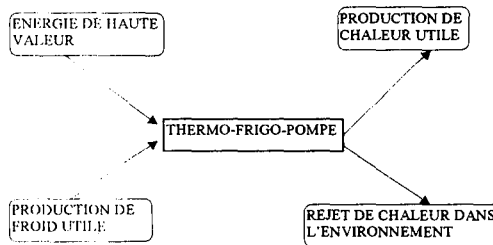


Figure 3.8 : Schéma général d'une thermofrigopompe

Considérant le schéma général de toutes les thermopompes, représenté dans la figure ci dessus, où  $Q_c$  est la chaleur utile,  $Q_f$  le froid utile,  $E_h$  l'apport d'énergie (mécanique ou thermique) et  $Q_r$  la chaleur rejetée dans l'environnement, le bilan global d'énergie s'écrit :

$$E_h + Q_f = Q_c + Q_r \quad (3.30)$$

Si on donne à un joule de chacune de ces énergies une « valeur »  $v$ , le bilan de valeur s'écrit :

$$Q_c v_c + Q_f v_f + Q_r v_r = E_h v_h + \Delta v \quad (3.31)$$



où  $\Delta v$  est l'augmentation de la valeur due à cette opération, c'est-à-dire son bénéfice énergétique.

Pour caractériser la qualité de fonctionnement des diverses machines et surtout pour permettre de les comparer entre elles, Le Goff définit un « **coefficient de valorisation énergétique** », soit :

$$COV = \frac{\text{Somme des valeurs utiles produites}}{\text{Valeur consommée}} \quad (3.32)$$

d'où :

$$COV = \frac{Q_c v_c + Q_f v_f}{E_h v_h} = 1 + \frac{\Delta v - Q_r v_r}{E_h v_h} \quad (3.33)$$

Ce coefficient est une combinaison linéaire des deux coefficients de performance pour la production de chaud et de froid ( $COP_c = Q_c / E_h$ ,  $COP_f = Q_f / E_h$ ) :

$$COV = \frac{v_c}{v_h} COP_c + \frac{v_f}{v_h} COP_f \quad (3.34)$$

Il existe plusieurs **barèmes de valeurs** envisageables :

- Barème à toutes valeurs égales qui consiste à donner à toutes les énergies la même valeur

$$v_c = v_f = v_h = v_r = 1 \quad (3.35)$$

On retrouve le concept de « Coefficient de performance »

$$COV = COP = (Q_c + Q_f) / E_h \quad (3.36)$$

ce qui signifie encore que l'on donne la même valeur à un joule d'électricité à un joule de chaleur à +80°C et à un joule de fraîcheur à 0°C

- Barème à deux valeurs qui consiste à donner à tout joule d'énergie noble (mécanique ou électrique) la valeur 1, et une valeur plus faible à tout joule d'énergie thermique, quelque soit sa température, étant donné que l'énergie thermique est une énergie désordonnée.

- Barème à valeur de CARNOT qui traduit le fait que la chaleur ait d'autant plus de valeur qu'elle est disponible à plus haute température. On considère une fonction croissante  $v(T)$  pour exprimer cette valeur. Il est commode de prendre, pour cette fonction, le facteur de Carnot :  $v_t = 1 - T_0/T$ , où  $T_0$  est une température arbitraire de référence généralement prise égale à la température de l'environnement. La valeur d'une énergie thermique,  $Q$  est alors donnée par son contenu exergetique :  $Ex_Q = Q (1 - T_0 / T)$ . Dans ce barème, le facteur de Carnot  $v_f$  devient négatif, pour les termes de production de froid.
- Barèmes à base économique : qui prennent en compte la valeur monétaire de chaque énergie, soit sur le marché national, soit en devises sur le marché international.
- Barèmes à base écologique : ce sont ceux où la valeur de chaque grandeur consommée dépend de sa rareté au niveau planétaire. Ainsi on donne la valeur nulle à l'énergie solaire directe et à ces dérivées (hydraulique, éolienne, thermique des mers, etc...) et une valeur non-nulle à toutes les énergies non-renouvelables, c'est-à-dire au capital énergétique limité (pétrole, charbon, gaz).
- Barèmes environnementaux : ils prennent en compte la pollution de l'environnement produite par chaque type d'énergie. La valeur de chaque énergie est, par exemple, inversement proportionnelle à son taux relatif de pollution.

Chaque projet de thermofrigopompe pourra être optimisé, par maximisation de l'un de ces coefficients de valorisation. Par contre, ces divers optimums sont fortement différents.

Le choix de la valeur optimale de chaque paramètre dépend généralement du meilleur compromis entre un terme croissant et un terme décroissant. Par exemple, l'épaisseur optimale d'un calorifuge dépend du compromis entre le coût même de ce calorifuge, fonction croissante de cette épaisseur et le coût des pertes thermiques, fonction décroissante de cette épaisseur.

Ces coûts peuvent presque toujours être exprimés par des fonctions puissance des paramètres de décision. Ainsi le coût total  $C_i$  d'une opération est la somme d'un terme croissant (pro-énergétique) et d'un terme décroissant (anti-énergétique), caractérisés par les exposants respectifs «  $p$  » et «  $a$  » :

$$C_i = k_p v_p x^p + k_a v_a x^{-a} \quad (3.37)$$

où  $v_p$  et  $v_a$  dépendent du barème de valeurs choisi.

En annulant la dérivée de  $C_i$  par rapport au paramètre  $x$ , on aboutit à l'expression suivante :

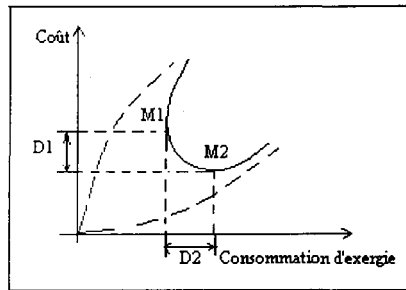
$$[\text{terme pro-énergétique} / \text{terme anti-énergétique}]_{\text{opt}} = [k_p v_p x^p / k_a v_a x^{-a}]_{\text{opt}} = a / p$$

On constate qu'à l'optimum, le rapport de ces deux termes ne dépend que des deux exposants. Il est indépendant du barème des valeurs utilisé.

Ce théorème, appelé théorème des coûts partiels à rapport constant, a des applications nombreuses, non seulement pour la comparaison des optimums énergétiques, économique et écologique, mais aussi dans les décisions d'ingénierie classique. Comme par exemple le cas d'un convertisseur d'énergie quelconque qui a été optimisé dans les conditions économiques françaises, que l'on veut transposer aux conditions économiques d'un pays du Moyen-Orient, où l'énergie est beaucoup moins chère mais où les équipements importés coûtent plus cher qu'en France. La valeur optimale de  $x$  sera très différente dans ces deux cas, mais le rapport des composantes pro et anti-énergétique gardera la même valeur :  $a / p$

Pour le cas particulier où ces deux exposants sont égaux :  $a = p$ , on retrouve une équipartition des productions d'entropie et donc des consommations d'exergie, pour minimiser les irréversibilités dans le processus de transfert, on retrouve le théorème démontré par TONDEUR et KVAALEN [55].

Cette méthode permet par exemple, de déterminer le surcoût monétaire pour minimiser la consommation d'exergie, ou encore la surconsommation d'exergie pour être au minimum économique [56].



*Légende :*

$D1$  = Surcoût monétaire pour minimiser la consommation d'exergie

$M1$  = Minimum de consommation d'exergie

$D2$  = Surconsommation d'exergie pour minimiser le coût monétaire

$M2$  = Minimum de coût monétaire

**Figure 3.9 : Caractéristique énergie / coût (CAREC)**

Cette méthode de modélisation permet de comparer, en valeurs relatives, les optimums selon divers barèmes de valeur, choisis à priori. La détermination des valeurs absolues de ces optimums est facile dans le cas des barèmes énergétique et économique qui sont bien définis. Par contre, elle est plus délicate dans le cas des barèmes écologiques et environnementaux, qui comportent encore une partie importante de choix subjectifs.

### **3.2.7 Méthode d'optimisation par calcul variationnel**

Ziegler a développé en 1998 des relations en termes économiques entre les échangeurs de chaleur d'une machine thermique endoréversible [57]. Ces relations sont utilisées pour la distribution de la surface d'échange de chaleur des différents échangeurs qui dépend du coût spécifique, des coefficients de transfert de chaleur et du flux de chaleur au niveau de chaque échangeur, afin d'optimiser la performance de la machine.

Partant de l'expression du flux de chaleur échangé dans l'échangeur  $i$  :

$$|\dot{Q}_i| = k_i A_i \Delta T_i \quad (3.38)$$

avec  $k_i$  : le coefficient de transfert de chaleur [ $\text{kW/m}^2\text{K}$ ]

$A_i$  : l'aire de la surface d'échange de chaleur [ $\text{m}^2$ ]

$\Delta T_i$  : la différence de température entre le réservoir et le fluide interne [ $\text{K}$ ]

on introduit le coût d'investissement spécifique  $j$  [ $\text{FF/m}^2$ ] pour chaque échangeur pour exprimer le coût total de la surface d'échange de chaleur,  $J$  [ $\text{FF}$ ] :

$$J = \sum_i j_i A_i \quad (3.39)$$

Ce coût doit être minimisé pour un flux de chaleur connu  $Q$ , sachant que selon le bilan entropique on a :

$$\sum_i \frac{\dot{Q}_i}{T_{Ri}} + \sum_i \dot{S}_i = 0 \quad (3.40)$$

où  $T_{Ri}$  représente la température du réservoir de chaleur au niveau de l'échangeur  $i$  et  $\sum \dot{S}_i$  est la somme des flux d'entropie créés dans les échangeurs :

$$\dot{S}_i = |\dot{Q}_i| \left| \frac{1}{T_i} - \frac{1}{T_{Ri}} \right| \quad (3.41)$$

$T_i$  étant la température du fluide interne au niveau de l'échangeur  $i$ .

Afin de minimiser le coût total spécifique,

$$j = \frac{J}{\dot{Q}} \quad (3.42)$$

avec  $\dot{Q}$  : flux de chaleur normalisé, une relation entre les surfaces des échangeurs, est établie en utilisant le calcul variationnel :

$$\frac{A_i}{A_{i+1}} = \frac{T_{Ri+1}}{T_{Ri}} \sqrt{\frac{j_{i+1} k_{i+1}}{j_i k_i}} \quad (3.43)$$

La surface d'échange de chaleur doit être distribuée pour une conception optimale tel que les différences de température au niveau des échangeurs suivent la relation suivante :

$$\frac{\Delta T_i}{\Delta T_{i+1}} = \frac{T_{Ri}}{T_{Ri+1}} \sqrt{\frac{j_i k_{i+1}}{j_{i+1} k_i}} \quad (3.44)$$

La surface optimale est déduite :

$$a_i = \frac{1}{T_{Ri}} \sqrt{\frac{1}{j_i k_i}} \frac{\sum_i \frac{|\dot{Q}_i|}{\dot{Q} T_{Ri}} \sqrt{\frac{j_i}{k_i}}}{\sum_i \frac{\dot{Q}_i}{\dot{Q} T_{Ri}}} \quad (3.45)$$

Le coût total spécifique de la surface peut être déduit alors :

$$j = \frac{\left[ \sum_i \frac{|\dot{Q}_i|}{\dot{Q} T_{Ri}} \sqrt{\frac{j_i}{k_i}} \right]^2}{\sum_i \frac{|\dot{Q}_i|}{\dot{Q} T_{Ri}}} \quad (3.46)$$

Ces relations sont valables pour tout type d'échangeurs. Comme application Ziegler a choisi un cycle thermodynamique travaillant entre 3 niveaux de températures,  $t_0 = 9^\circ\text{C}$ ,  $t_1 = 31^\circ\text{C}$ ,  $t_2 = 120^\circ\text{C}$  [57]. Les calculs sont faits pour  $j_i = 100 \text{ EURO/m}^3$  et  $k_i = 1 \text{ kW/m}^2\text{K}$ . La courbe « conception » ( $COP =$  fonction (coût de la surface d'échange de chaleur)) a l'allure suivante :

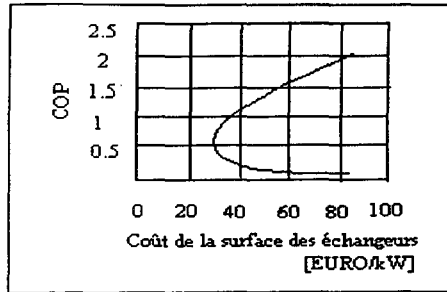


Figure 3.10 : « Courbe conception » d'une machine thermique endoréversible

Dans la Figure 3.10 on remarque qu'à une certaine surface de transfert de chaleur correspondent deux valeurs de  $COP$ , la valeur élevée étant celle désirée par les fabricants. Par exemple si le coût d'investissement de la surface est de 35 Euro/kW, le  $COP$  peut être 1.1 pour une distribution optimale mais il peut être aussi 0.2 si on choisit la mauvaise distribution. Cette courbe donne pour les deux branches de la courbe, le coût minimal pour un  $COP$  donné. Pour une surface minimale installée, la machine fonctionne avec un coefficient de performance moyen entre sa valeur maximale et minimale ( $COP = 0.5$ ). Si le coût d'investissement augmente de 20%, la performance double.

La conception optimale est donc définie ici comme la conception d'un cycle endoréversible qui transfère une quantité de chaleur avec les réservoirs extérieurs utilisant la moindre surface d'échange de chaleur et la meilleure distribution de cette surface entre les différents échangeurs.

Une étude de sensibilité des relations obtenues précédemment et de la « courbe conception » a été faite en 1999 [58]. Il a été montré la puissante influence de la température au niveau de la source chaude sur l'allure de la « courbe conception ». Pour une température supérieure on peut avoir un  $COP$  plus élevé et l'équipement tend à être bon marché. Il a été étudié aussi la sensibilité de la courbe par rapport au coût spécifique des trois échangeurs de chaleur. Le résultat est évident : une augmentation du coût spécifique de la surface de la source chaude (au niveau du bouilleur) par rapport à celui de la source froide (au niveau de l'évaporateur) implique un coût minimal plus élevé et l'inverse : une augmentation du coût

spécifique de la source froide par rapport à celui de la source chaude implique un coût minimal plus bas.

La méthode présentée par Ziegler représente un moyen simple et rapide d'estimation du coût total d'une machine thermique et permet de comparer plusieurs cycles sous différentes conditions et pour une application spécifique. En même temps elle représente une vue sur le potentiel en performance pour des nouveaux cycles ou des nouveaux fluides. Néanmoins cette méthode d'optimisation rencontre quelques difficultés parce que la surface totale des échangeurs et donc leur coût ne peut être déterminé que si les coefficients de transfert de chaleur sont connus. Il faut dire aussi que le coût de la machine n'est pas donné seulement par la surface des échangeurs.

**Conclusion partielle :** Durant les dernières années des nombreuses méthodologies thermoéconomiques ont été développés, toutes ayant en commun l'utilisation du deuxième principe de la thermodynamique pour le calcul des coûts. La différence consiste surtout dans la répartition / attribution des différents coûts et dans la formulation des équations auxiliaires nécessaires pour le calcul de ces coûts.

Ainsi, selon la méthode d'isolement et la méthode de décomposition on associe à chaque flux exergetique un coût unitaire en FF/kW et c'est le coût unitaire du produit exergetique de chaque composant qui est optimisé. La qualité des composants du système énergétique est analysée à travers deux grandeurs, le taux de dissipation (= exergerie dissipée / exergerie produite) et le rendement exergetique (= exergerie produite / exergerie reçue). La Théorie des coûts exergetiques introduit la notion de coût exergetique en kW associé a chaque flux d'exergerie. Un coût unitaire exergetique [-] d'un flux exergetique est défini, cette fois ci, comme le rapport entre le coût exergetique (la ressource) et le flux lui-même (l'équivalent de l'inverse du rendement exergetique). L'hypothèse faite par cette méthode est que les coûts unitaires exergetiques des flux exergetiques sortant d'un composant où point fictif sont égaux ; ou bien, le rendement exergetique d'un composant est égal aux rendements exergetiques partiels, écrits pour chaque composant du flux d'exergerie physique (si l'exergerie physique est divisée en exergerie thermique et exergerie de pression). Selon la méthode LIFO on optimise le flux monétaire en FF/s qui est calculé en chaque point du cycle de manière cumulé en fonction de la valeur ajoutée lors d'un apport exergetique dans un composant. Chaque fois qu'on ajoute un flux exergetique dans un composant, le flux monétaire à la sortie du



composant augmente. L'*exergoéconomie en temps fini* c'est une combinaison de la thermodynamique en temps fini et l'exergo-économie. La fonction Objectif est cette fois ci le taux de profit du cycle par unité de temps en FF/s. Selon l'optimisation basée sur la *minimisation de la « perte de valeur »*, on associe à chaque énergie une valeur définie selon plusieurs barèmes. La différence par rapport aux autres méthodes consiste dans le fait que cette fois ci on travaille en terme d'énergies et seulement le barème à valeur de Carnot introduit les considérations exergetiques. Le *calcul variationnel* a été utilisé pour déterminer des relations entre les surfaces d'échange de chaleur des différents échangeurs du système énergétique. La distribution de surface optimale est établit pour un coût d'investissement des échangeurs minimal, un coût d'investissement spécifique en FF/m<sup>2</sup> étant considéré pour chaque échangeur.

En analysant toutes ces méthodes thermoéconomiques existantes dans la littérature nous constatons que les corrélations économiques restent assez limités, notre attention étant retenue par cet aspect. On propose dans ce travail des corrélations technico-économiques et exergo-économiques afin de pouvoir faciliter le développement de la méthode Généralisé du Gradient Réduit (GRG) et de la méthode de décomposition, des illustrations pour la machine frigorifique à compression mécanique de vapeur étant présentés.

### 3.3 CORRELATIONS ECONOMIQUES

Les coûts d'investissement peuvent être estimés à partir d'ouvrages spécialisés [59] - [64] où ils sont généralement présentés sous forme d'abaques ou de tableaux. Souvent ces abaques représentent le coût en fonction d'une variable ou d'un groupe de variables. Ces coûts sont corrigés ensuite par des facteurs qui prennent en compte l'influence de paramètres comme par exemple la pression, la température, le matériau ou bien la fabrication, l'assemblage, le transport, etc.

Nous avons entrepris de réunir des données technico-économiques des composants utilisés dans les machines frigorifiques (compresseurs, condenseurs, évaporateurs) afin de développer des corrélations technico-économiques, puis exergo-économiques. Cette tâche n'est pas facile puisque souvent les données sont discrètes et les interpolations ou extrapolations ne sont pas concluantes dû à la non-linéarité du coût en fonction des paramètres utilisés par le fabricant.

### 3.3.1 Données techniques

L'analyse de documentation technique proposée par les fabricants met en évidence que les tarifs sont dépendants d'assez nombreux paramètres techniques caractéristiques (puissance, volume balayé, surface de transfert, débit du fluide caloporteur, nombre de ventilateurs, etc.) et dans un premier temps, il est nécessaire de rechercher les paramètres prépondérants [65] - [70].

#### ➤ Compresseur :

Pour les compresseurs le prix dépend du type du compresseur, de la puissance et du volume balayé tandis que pour les motocompresseurs le prix est donné en fonction du type, de la puissance et du débit du fluide caloporteur au niveau du condenseur.

Prix compresseur = f (type, puissance, volume balayé).

Prix motocompresseur = f (type, puissance, débit du fluide caloporteur au niveau du condenseur)

Les données techniques sont représentées sous forme de tableaux comme dans l'exemple suivant :

Tableau 3.2 : Données techniques pour compresseurs semi-hermétiques [65]

TYPE	PUISSANCE [CV ]/[ kW]	VOLUME BALAYÉ [m <sup>3</sup> /h]	PRIX H.T. [FF]
1	22 / 16	63.5	26 053
2	25 / 18.5	73.6	28 304
3	30 / 22	84.5	29 478
4	33 / 21	95.3	33 426
5	35 / 26	110.5	34 369
6	40 / 30	126.8	39 097
7	50 / 37	151.6	42 596

Pour cet exemple, à chaque type de compresseur correspondent une température d'évaporation et une température de condensation. La température d'aspiration au compresseur est fixe (25°C pour cet exemple).

➤ **Evaporateur :**

Pour les évaporateurs le prix dépend du type de l'évaporateur, de la puissance, de la surface d'échange, du débit du fluide caloporteur au niveau de l'évaporateur, du nombre des ventilateurs et du pas des ailettes.

Prix évaporateur = fonction ( type, puissance, surface, débit, nb. ventilateurs, pas des ailettes)

Par exemple, pour les évaporateurs cubiques soufflants on a les données suivantes :

**Tableau 3.3 : Données technique pour les évaporateurs cubiques soufflants [66]**

TYPE	PUISSANCE [kW]	PAS [mm]	SURFACE [m <sup>2</sup> ]	DEBIT [m <sup>3</sup> /s]	VENTILATEURS		PRIX H.T. [FF]
					Nb	φ [mm]	
1	0.85	5	3.64	0,19	1	230	1143
2	1.1	5	4.7	0,18	1	230	1215
3	1.7	5	7.3	0,38	2	230	1823
4	2.2	5	9.4	0,37	2	230	1926
5	2.6	5	11.3	0,57	3	230	2492
6	3.3	5	14.1	0,55	3	230	2643
7	4.3	5	18.7	0,74	4	230	3505
8	5.5	5	23.6	0,92	5	230	4417

Pour cet exemple, pour tous les types d'évaporateurs le pincement maximum est de 8°C

➤ **Condenseur :**

Le prix d'un condenseur est donné en fonction du type de condenseur, de la puissance, de la surface d'échange, du débit du fluide caloporteur et du nombre des ventilateurs.

Prix = fonction (type, puissance, surface, débit du fluide caloporteur, nb. ventilateurs)

A titre d'exemple pour les condenseurs à air hélicoïdes, soufflage horizontal, 1 ventilateur, le tableau des données techniques a l'allure suivante :

**Tableau 3.4: Données techniques pour les condenseurs à air hélicoïdes [66]**

TYPE	Nb VENT.	PUISSANCE [kW]	SURFACE [m <sup>2</sup> ]	DEBIT [m <sup>3</sup> /s]	PRIX H.T. [FF]
1	1	10.3	21.2	0,89	5333
2	1	11.8	28.2	0,83	5774
3	1	20.2	41.2	1,74	6929
4	1	24.2	54.9	1,67	7322
5	1	27.8	56.6	2,35	9804
6	1	31.7	75.5	2,19	10 811
7	1	38.9	79.6	3,33	14 025
8	1	44.8	106.1	3,06	15 343
9	1	54.5	106.1	4,64	16 224
10	1	62.7	141.7	4,36	18 255

Comme donnée imposée par les fabricants on a le pincement maximum égal à 15 K.

**3.3.2 Corrélations technico-économiques**

Pour établir les corrélations entre le coût d'un certain composant de l'installation frigorifique et les paramètres techniques caractéristiques on utilise la régression linéaire ou non-linéaire. L'ensemble des résultats obtenus figure dans la communication cité ci après

[71]. On présente dans la suite les corrélations obtenues pour quelques types de composants de l'installation frigorifique.

➤ **Compresseur :**

Pour chaque tableau correspondant à un certain type de compresseur on établit une fonction de la forme suivante :

$$\text{Coût compresseur} = a (\text{Puissance})^b (\text{Volume balayé})^c$$

En déterminant les coefficients  $a$ ,  $b$  et  $c$  on est capable d'exprimer par une approche analytique le prix d'un certain type de compresseur, en connaissant les caractéristiques techniques.

**Compresseurs semi-hermétiques - Motoversion 1**

*Domaine d'utilisation de la corrélation :*

$$\dot{W} : (16 - 37) \text{ kW}$$

$$\dot{V}_h : (63.5 - 151.6) \text{ m}^3/\text{h}$$

$$C = 1810,15 \dot{W}^{-0,18} \dot{V}_h^{0,76} \quad (3.47)$$

**Compresseurs semi-hermétiques - Motoversion 2**

*Domaine d'utilisation de la corrélation :*

$$\dot{W} : (9.5 - 30) \text{ kW}$$

$$\dot{V}_h : (63.5 - 151.6) \text{ m}^3/\text{h}$$

$$C = 17717,8 \dot{W}^{0,798} \dot{V}_h^{-0,37} \quad (3.48)$$

**Compresseurs semi-hermétiques - Tandem 1**

*Domaine d'utilisation de la corrélation :*

$$\dot{W} : (37 - 75) \text{ kW}$$

$$\dot{V}_h : (147.2 - 303.2) \text{ m}^3/\text{h}$$

$$C = 3688,16 \dot{W}^{0,49} \dot{V}_h^{-0,19} \quad (3.49)$$

### **Compresseurs semi-hermétiques - Tandem 2**

*Domaine d'utilisation de la corrélation :*

$$\dot{W} : (22 - 44) \text{ kW}$$

$$\dot{V}_h : (147.2 - 253) \text{ m}^3/\text{h}$$

$$C = 8025,56 \dot{W}^{0,29} \dot{V}_h^{0,19} \quad (3.50)$$

**Remarque :**

$$1810,15 < a < 17717,8$$

$$-0,18 < b < 0,798$$

$$-0,37 < c < 0,76$$

### **Groupes compresseurs hermétiques MP-HP, monophasé**

*Domaine d'utilisation de la corrélation :*

$$\dot{W} : (147.2 - 828) \text{ W}$$

$$C = 89,85 \dot{W}^{0,55} \quad (3.51)$$

### **Groupes compresseurs hermétiques BP, monophasé**

*Domaine d'utilisation de la corrélation :*

$$\dot{W} : (276 - 1104) \text{ W}$$

$$C = 246,99 \dot{W}^{0,388} \quad (3.52)$$

**Groupes compresseurs hermétiques MP-HP, triphasé***Domaine d'utilisation de la corrélation :*

$$\dot{W} : (368 - 4416) \text{ W}$$

$$C = 59,81 \dot{W}^{0,63} \quad (3.53)$$

**Compresseurs hermétiques MP-HP***Domaine d'utilisation de la corrélation :*

$$\dot{W} : (142,2 - 4416) \text{ W}$$

$$C = 91,38 \dot{W}^{0,4648} \quad (3.54)$$

**Compresseurs hermétiques BP***Domaine d'utilisation de la corrélation :*

$$\dot{W} : (184 - 1840) \text{ W}$$

$$C = 89,26 \dot{W}^{0,47} \quad (3.55)$$

**Conclusion partielle :**

$$59,810 < a < 246,99$$

$$0,388 < b < 0,63$$

**Motocompresseurs à piston semi-hermétiques, condensation à eau, R22***Domaine d'utilisation de la corrélation :*

$$\dot{W} : (0,7 - 7,5) \text{ kW}$$

$$C = 4707,53 \dot{W}^{0,7599} \quad (3.56)$$

### Motocompresseurs à piston semi-hermétiques, condensation à air

Domaine d'utilisation de la corrélation :

$$\dot{W} : (0.7 - 16) \text{ kW}$$

$$\dot{V}_{air} : (1770 - 15000) \text{ m}^3/\text{h}$$

$$C = 3134,53 \dot{W}^{0,49} \dot{V}_{air}^{0,139} \quad (3.57)$$

où  $\dot{V}_{air}$  = débit de l'air extérieur au condenseur

**Remarque :**  $3134,53 < a < 4707,53$   
 $0,49 < b < 0,7599$

#### ➤ Evaporateur :

La fonction établie pour les évaporateurs a la forme suivante :

$\text{Coût évaporateur} = a (\text{Puissance})^b (\text{Surface de transfert})^c (\text{Débit fluide caloporteur})^d$
--

### Evaporateurs cubiques soufflants

Domaine d'utilisation de la corrélation :

$$\dot{Q} : (0.85 - 5.5) \text{ kW}$$

$$S : (3.64 - 23.6) \text{ m}^2$$

$$D : (0.19 - 0.92) \text{ m}^3/\text{s}$$

$$C = 48368,5 \dot{Q}^{2,39} S^{-2,04} D^{0,52} \quad (3.58)$$

### Evaporateurs cubiques aspirants, pas des ailettes 4.3 mm

Domaine d'utilisation de la corrélation :



$$\dot{Q} : (2.23 - 15.18) \text{ kW}$$

$$S : (15.80 - 112.9) \text{ m}^2$$

$$D : (0.46 - 2.83) \text{ m}^3/\text{s}$$

$$C = 837,82 \dot{Q}^{-0,57} S^{0,71} D^{0,73}$$

(3.59)

### Evaporateurs cubiques aspirants, pas des ailettes 6 mm

Domaine d'utilisation de la corrélation :

$$\dot{Q} : (1.83 - 15.3) \text{ kW}$$

$$S : (12.5 - 84.2) \text{ m}^2$$

$$D : (0.49 - 2.97) \text{ m}^3/\text{s}$$

$$C = \dot{Q}^{-1,08} S^3 D^{-1}$$

(3.60)

### Evaporateurs double flux, pas des ailettes 3/6 mm

Domaine d'utilisation de la corrélation :

$$\dot{Q} : (2.5 - 14.7) \text{ kW}$$

$$S : (19.2 - 115) \text{ m}^2$$

$$D : (0.38 - 2.29) \text{ m}^3/\text{s}$$

$$C = \dot{Q}^{3,98} S^{0,28} D^{-3,35}$$

(3.61)

### Evaporateurs double flux, pas des ailettes 7 mm

Domaine d'utilisation de la corrélation :

$$\dot{Q} : (2.1 - 12.4) \text{ kW}$$

$$S : (11.8 - 70.6) \text{ m}^2$$

$$D : (0.43 - 2.58) \text{ m}^3/\text{s}$$

$$C = \dot{Q}^{2,1} S^{1,54} D^{-2,75} \quad (3.62)$$

### Evaporateurs plafonniers simple flux, pas des ailettes 4.2 mm

*Domaine d'utilisation de la corrélation :*

$$\dot{Q} : (0.58 - 1.4) \text{ kW}$$

$$S : (2 - 5.3) \text{ m}^2$$

$$D : (0.15 - 0.27) \text{ m}^3/\text{s}$$

$$C = 541,43 \dot{Q}^{-1,108} S^{1,408} D^{0,48} \quad (3.63)$$

### Evaporateurs cubiques, pas des ailettes 4.5/8.5 mm

*Domaine d'utilisation de la corrélation :*

$$\dot{Q} : (3.81 - 90.2) \text{ kW}$$

$$S : (82 - 527) \text{ m}^2$$

$$D : (2.22 - 11.10) \text{ m}^3/\text{s}$$

$$C = 1797,2 \dot{Q}^{-0,33} S^{0,48} D^{0,65} \quad (3.64)$$

### Evaporateurs cubiques, pas des ailettes 8.5 mm

*Domaine d'utilisation de la corrélation :*

$$\dot{Q} : (11.1 - 73.2) \text{ kW}$$

$$S : (53 - 355) \text{ m}^2$$

$$D : (2.33 - 12.06) \text{ m}^3/\text{s}$$

$$C = 1839,2 \dot{Q}^{-0,48} S^{0,58} D^{0,708} \quad (3.65)$$

**Remarque :**

$$541.43 < a < 1839.2$$

$$-1.11 < b < -0.33$$

$$0.48 < c < 1.41$$

$$0.48 < d < 0.73$$

➤ **Condenseur :**

Les démarches pour les condenseurs sont analogues à ceux pour les évaporateurs, l'expression du coût étant :

$$\text{Prix condenseur} = a (\text{Puissance})^b (\text{Surface de transfert})^c (\text{Débit fluide caloporteur})^d$$

**Condenseurs à air hélicoïdes, 1 circuit, 1 rangée de ventilateurs, soufflage horizontal, 1 ventilateur**

*Domaine d'utilisation de la corrélation :*

$$\dot{Q} : (10.3 - 62.7) \text{ kW}$$

$$S : (21.2 - 141.7) \text{ m}^2$$

$$D : (0.89 - 4.36) \text{ m}^3/\text{s}$$

$$C = 11514.4 \dot{Q}^{-3.804} S^{2.67} D^{2.015} \quad (3.66)$$

**Condenseurs à air hélicoïdes, 1 circuit, 1 rangée de ventilateurs, soufflage horizontal, 2 ventilateurs**

*Domaine d'utilisation de la corrélation :*

$$\dot{Q} : (21.1 - 124.6) \text{ kW}$$

$$S : (42.5 - 283.4) \text{ m}^2$$

$$D : (1.77 - 8.72) \text{ m}^3/\text{s}$$

$$C = 2433.26 \dot{Q}^{-0.16} S^{0.36} D^{0.62} \quad (3.67)$$

**Condenseurs à air hélicoïdes, 1 circuit, 1 rangée de ventilateurs, soufflage horizontal, 3 ventilateurs**

*Domaine d'utilisation de la corrélation:*

$$\dot{Q} : ( 31,4 - 69,5 ) \text{ kW}$$

$$S : ( 63,8 - 165,7 ) \text{ m}^2$$

$$D : ( 2.66 - 5.03 ) \text{ m}^3/\text{s}$$

$$C = 11737,6 \dot{Q}^{-2,02} S^{1,45} D^{1,04} \quad (3.68)$$

**Condenseurs à air hélicoïdes, 1 circuit, 1 rangée de ventilateurs, soufflage horizontal, 3 ventilateurs**

*Domaine d'utilisation de la corrélation:*

$$\dot{Q} : ( 85,4 - 186,3 ) \text{ kW}$$

$$S : ( 170 - 425,1 ) \text{ m}^2$$

$$D : ( 7.06 - 13.08 ) \text{ m}^3/\text{s}$$

$$C = 342,02 \dot{Q}^{0,52} S^{0,39} D^{-0,03} \quad (3.69)$$

**Condenseurs à air hélicoïdes, soufflage horizontal, sans pieds**

*Domaine d'utilisation de la corrélation :*

$$\dot{Q} : (7.1 - 193.3) \text{ kW}$$

$$S : (19.9 - 794.5) \text{ m}^2$$

$$D : (1.46 - 17.78) \text{ m}^3/\text{s}$$

$$C = 489,02 \dot{Q}^{0,91} S^{-0,05} D^{0,08} \quad (3.70)$$

**Condenseur à air hélicoïdes, soufflage vertical, sans pieds**

*Domaine d'utilisation de la corrélation:*

$$\dot{Q} : ( 8 - 32,4 ) \text{ kW}$$

$$S : ( 26.5 - 132,4 ) \text{ m}^2$$

$$D : ( 1.14 - 4.33 ) \text{ m}^3/\text{s}$$

$$C = 1328,6 \dot{Q}^{0,368} S^{0,076} D^{0,41} \quad (3.71)$$

### Condenseurs à air hélicoïdes, soufflage vertical, sans pieds

*Domaine d'utilisation de la corrélation:*

$$\dot{Q} : ( 40 - 160 ) \text{ kW}$$

$$S : ( 198,6 - 794,5 ) \text{ m}^2$$

$$D : ( 4 - 15.11 ) \text{ m}^3/\text{s}$$

$$C = 314,14 \dot{Q}^{0,65} S^{0,25} D^{0,09} \quad (3.72)$$

### Condenseurs à air RGC

*Domaine d'utilisation de la corrélation:*

$$\dot{Q} : ( 50 - 830 ) \text{ kW}$$

$$S : ( 100 - 1642 ) \text{ m}^2$$

$$D : ( 3.12 - 54.5 ) \text{ m}^3/\text{s}$$

$$C = 1557 * 10^3 \dot{Q}^{0,14} S^{2,43} (D * 3600)^{-1,74} \quad (3.73)$$

**Remarques :**

1. L'étude est formellement semblable aux évaporateurs, mais parfois il est nécessaire d'ajuster sur des domaines partiels pour des raisons de forte non-linéarité.
2. L'intervalle de variation du paramètre « a » est très vaste:

$$314,14 < a < 11737$$

3. Pour les condenseurs à air hélicoïdes, soufflage horizontal, sans pieds :  $b \approx 1$ ,  $c \approx -0,06$ ,  $d \approx 0,09$ , ce qui se traduit par une variation presque linéaire du coût en fonction de la puissance

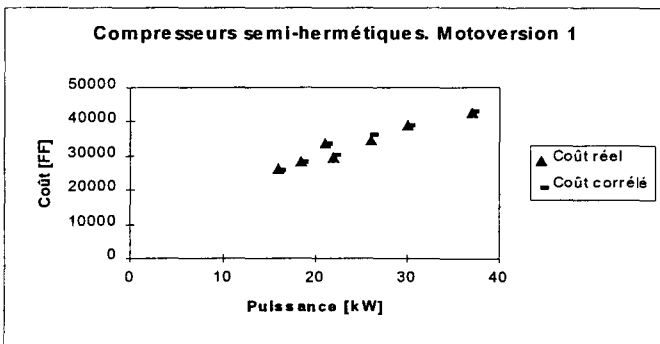
et une influence très faible de la surface et du débit du fluide caloporteur sur l'établissement des coûts. En calculant l'erreur relative on s'aperçoit qu'elle prend des valeurs autour de 0% ce qui signifie une très bonne estimation du coût réel du composant. On peut mieux comparer les deux valeurs (le prix réel et le prix calculé avec la corrélation) sur la représentation graphique : Coût = fonction (paramètres) Figure 3.11, présentée ci-dessous pour le cas des compresseurs semi-hermétiques:

**Tableau 3.5 : Calcul des erreurs relatives pour les compresseurs semi-hermétiques Motoversion 1**

Type	Puissance [kW]	Vol. balaye [m3/h]	Coût réel	Coût corrélé	Écart	Erreur rel. [%]
1	16	63,5	26053	25768,02	284,98	1,09
2	18,5	73,6	28304	28083,47	220,53	0,78
3	22	84,5	29479	30233,58	-754,58	-2,56
4	21	95,3	33426	33406,09	19,91	0,06
5	26	110,5	34369	35972,84	-1603,84	-4,67
6	30	126,8	39097	38922,74	174,26	0,45
7	37	151,6	42596	42930,87	-334,87	-0,79

Dans le Tableau 3.5 on a utilisé comme corrélation technico-économique :

$$C = 1810.15 \dot{W}^{-0.18} \dot{V}_h^{0.76}$$



**Figure 3.11: Evolution des coûts (réel et corrélé) en fonction de la puissance pour les compresseurs semi-hermétiques, motoversion 1.**

Dans certains cas, on ne peut pas obtenir une bonne corrélation pour le domaine entier. C'est le cas des domaines trop grands et pour résoudre le problème on le divise en sous-domaines. Ainsi on détermine des corrélations caractéristiques à chaque sous-domaine. Par exemple pour les condenseurs à air hélicoïdes on obtient une corrélation qui n'estime pas bien la deuxième partie du domaine Figure 3.12 :

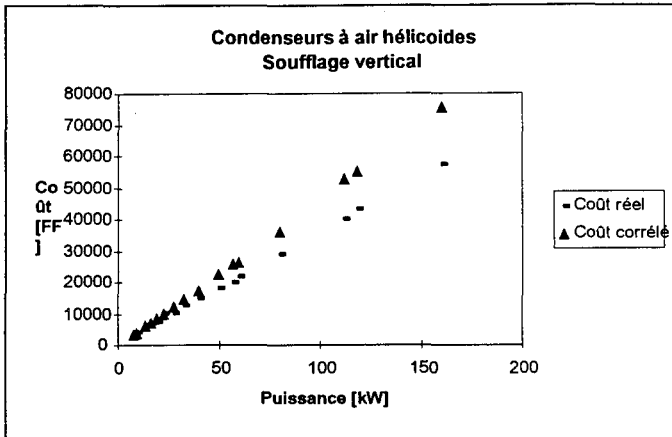


Figure 3.12: Evolution des coûts (réel et corrélé) en fonction de la puissance calorifique pour les condenseurs à air hélicoïdes, soufflage vertical.

L'intervalle initial est divisé ainsi en deux intervalles. Les résultats donnés par les deux nouvelles corrélations sont très proches des coûts réels proposés par les entreprises et elles sont nettement meilleures que la corrélation pour le domaine entier. Les résultats obtenus sont présentés dans la Figure 3.13 et la Figure 3.14:

- Premier intervalle :  $\dot{Q}$  : (8 ; 32.4) kW  
 $S$  : (26.5 ; 132.4) m<sup>2</sup>  
 $D$  : (1.46 - 17.78) m<sup>3</sup>/s

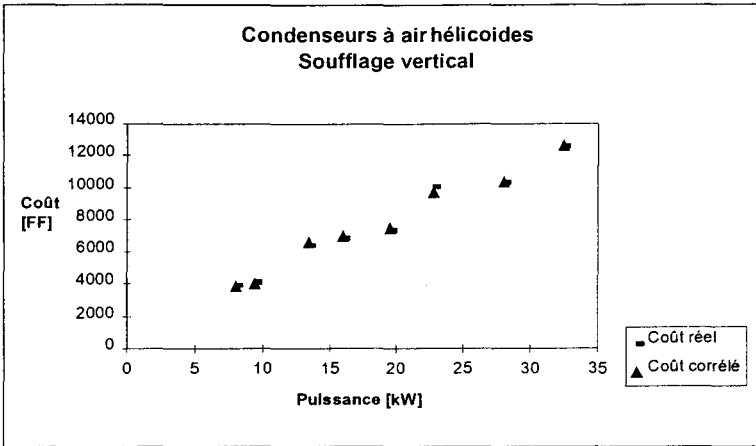


Figure 3.13: Evolution des coûts (réel et corrélé) en fonction de la puissance calorifique pour les condenseurs à air hélicoïdes, soufflage vertical, 1-er intervalle de données

Deuxième intervalle :  $\dot{Q} : (40 - 160) \text{ kW}$   
 $S : (198,6 - 794,5) \text{ m}^2$   
 $D : (4 - 15,11) \text{ m}^3/\text{s}$

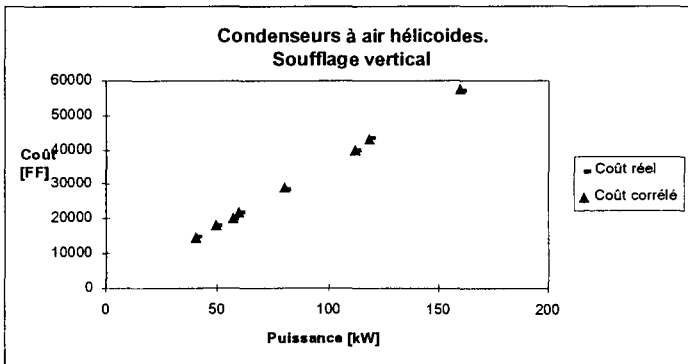


Figure 3.14: Evolution des coûts (réel et corrélé) en fonction de la puissance calorifique pour les condenseurs à air hélicoïdes, soufflage vertical, 2-ème intervalle de données



### 3.3.3 Corrélations exergo-économiques

#### 3.3.3.1 Nécessité d'introduction des corrélations exergo-économiques

Les corrélations exergo-économiques sont des corrélations qui lient le coût d'un composant et les paramètres exergetiques qui interviennent dans la représentation exergetique du composant, de la forme: Coût = fonction (production exergetique, taux de dissipation).

Le développement de ce type de corrélations devient intéressant pour la facilitation du calcul d'optimisation de l'installation frigorifique selon la méthode de décomposition, basée sur l'Analyse Fonctionnelle présenté au paragraphe 3.2.2. Si on reprend le bilan économique écrit pour un composant  $i$  de l'installation, sous la forme :

$$\lambda_P \dot{E}x_P^i = \lambda_R \dot{E}x_R^i + \lambda_D \dot{E}x_D^i + ci\_i \quad (3.74)$$

on cherche à exprimer une relation entre le coût d'investissement  $ci\_i$ , l'exergie produite  $\dot{E}x_P^i$  et le taux de dissipation  $\xi^i$ , de la forme suivante:

$$ci\_i = a \frac{\dot{E}x_P^i}{\xi^{ib}} \quad [\text{FF}] \quad (3.75)$$

où les coefficients  $a$  et  $b$  sont déterminés en utilisant une méthode de régression. On ajuste ce type de relation entre le coût d'investissement, l'exergie et le taux de dissipation afin de simplifier l'expression du coût unitaire exergo-économique, mais d'autres formes peuvent exister bien évidemment.

Ainsi le bilan économique du composant  $i$  devient:

$$\lambda_P \dot{E}x_P^i = \lambda_R \dot{E}x_R^i + \lambda_D \dot{E}x_D^i + \frac{a}{\xi^{ib}} \dot{E}x_P^i \quad (3.76)$$

En utilisant la définition du taux de dissipation (3.3) et en divisant les deux membres de l'égalité par  $\xi^i$ , on arrive à exprimer le coût unitaire du produit en fonction du taux de dissipation comme suit:

$$\lambda_P = \lambda_R \left(1 + \xi^i\right) + \lambda_D \xi^i + \frac{a}{\xi^{i^b}} \quad (3.77)$$

ou

$$\lambda_P = \lambda_R + (\lambda_R + \lambda_D) \xi^i + \frac{a}{\xi^{i^b}} \quad (3.78)$$

On note :

$$\lambda_{RD} = \lambda_R + \lambda_D \quad (3.79)$$

Donc :

$$\lambda_P = \lambda_R + \lambda_{RD} \xi^i + \frac{a}{\xi^{i^b}} \quad (3.80)$$

Le coût unitaire du produit est ainsi exprimé seulement en fonction du taux de dissipation puisque pour un composant les coûts unitaires de ses ressources exergétiques sont fixés. On ne peut contrôler que son coût de production, c'est-à-dire le coût unitaire de l'exergie produite. Il existe un minimum relatif à ce dernier que l'on peut exprimer de manière analytique en recherchant le zéro de la dérivée première de cette fonction monovariante.

$$\left( \frac{\partial \lambda_P}{\partial \xi^i} \right) = \lambda_{RD} - ab \xi^{i-(1+b)} = 0 \quad (3.81)$$

La fonction  $\lambda_P$  doit aussi vérifier la condition de convexité :

$$\frac{\partial^2 \lambda_P}{\partial \xi^{i^2}} \geq 0 \quad (3.82)$$

d'où le rapport de dissipation optimum  $\xi^{i\text{opt}}$  donné par :

$$\xi^{i\text{opt}} = \left( \frac{ab}{\lambda_{RD}} \right)^{\frac{1}{1+b}} \quad (3.83)$$

qui implique un coût unitaire minimum :

$$\lambda_P^{\text{min}} = \lambda_R + \xi^{i\text{opt}} (\lambda_R + \lambda_D) \left( 1 + \frac{1}{b} \right) \quad (3.84)$$

La dérivée seconde du coût unitaire est :

$$\frac{d^2 \lambda_P}{d\xi^{i^2}} = \frac{ab(b+1)}{\xi^{i^{b+2}}} \quad (3.85)$$

le signe étant positif, le coût unitaire optimisé sera bien un minimum.

Les coûts unitaires du réseau d'exergie et d'anergie (Figure 3.4) peuvent être calculés en se basant sur la relation (3.84) qui sera appliquée à chaque composant du système : le compresseur, le condenseur, l'évaporateur, sauf le détendeur qui en général n'a pas de fonction. La démarche est itérative car les coûts unitaires sont couplés entre eux comme cité plus haut.

### 3.3.3.2 Etablissement des corrélations exergo-économiques pour les compresseurs

**Données initiales** pour chaque type de compresseur :

- ✓ Type de fluide frigorigène
- ✓ Puissance indiquée
- ✓ Volume balayé
- ✓ Température d'évaporation,
- ✓ Température de condensation,
- ✓ Température du fluide frigorigène à l'entrée du compresseur.
- ✓ Coût réel

Pour déterminer les paramètres à l'entrée et à la sortie du compresseur, on utilise un logiciel de calcul des propriétés des fluides. En faisant l'hypothèse que la surchauffe se déroule à pression constante, la pression à la sortie de l'évaporateur sera la même à l'entrée du compresseur. Pour l'état de saturation au ni

veau de l'évaporateur on connaît la température. Ainsi on peut déterminer la pression  $p_7 = p_1 = p_2$ , voir la figure ci - dessous:

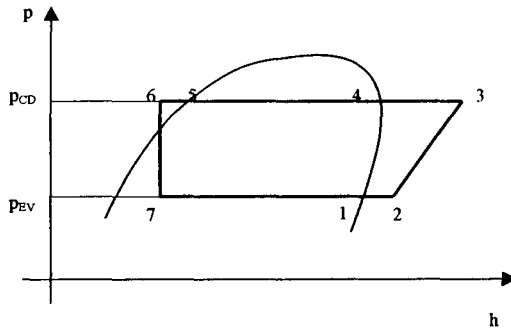


Figure 3.15 :Cycle approché d'une installation frigorifique

Pour l'état de vapeur surchauffée 2 en connaissant la température et la pression on calcule les autres paramètres: volume spécifique  $v_2$ , enthalpie  $h_2$ , entropie  $s_2$ . Le débit massique du fluide frigorigène sera:

$$\dot{m}_{ff} = \frac{\text{Volume balayé}}{v_2 \cdot 3600} \quad [\text{kg/s}] \quad (3.86)$$

Puisque l'enthalpie à la sortie du compresseur est :

$$h_3 = \frac{\dot{W}}{\dot{m}} + h_2 \quad (3.87)$$

la production exergetique de ce composant s'écrit de la manière suivante :

$$\dot{Ex}_P^{CP} = \dot{m}_{ff} (\Delta h^{CP} - T_a \cdot \Delta s^{CP}) \quad (3.88)$$

avec  $\Delta h^{CP} = h_3 - h_2$ ,  $\Delta s^{CP} = s_3 - s_2$  et  $T_a$  la température ambiante, et le taux de dissipation :

$$\xi^{CP} = \frac{T_a \cdot \Delta s^{CP}}{\Delta h^{CP} - T_a \cdot \Delta s^{CP}} \quad (3.89)$$

Ainsi pour chaque type de compresseur on peut calculer la production exergetique et le taux de dissipation. En utilisant la même documentation technique que celle utilisée pour l'obtention des corrélations technico-économiques, on obtient les corrélations du type:

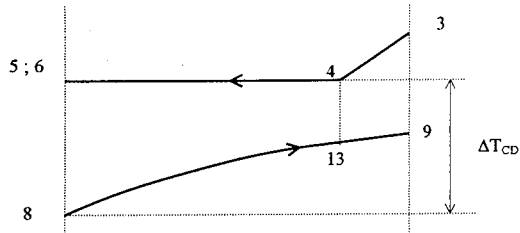
$$ci_{CP} = a \frac{\dot{E}x_P^{CP}}{\xi^{CPb}} \quad (3.90)$$

### Etablissement des corrélations exergo-économiques pour les condenseurs

**Données initiales** pour chaque type de condenseur :

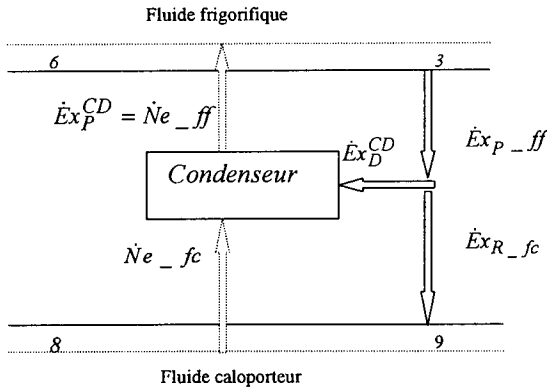
- ✓ Type du fluide frigorigène et du fluide caloporteur
- ✓ Puissance calorifique,
- ✓ Débit d'air,
- ✓ Surface d'échange de chaleur
- ✓ Pincement de température
- ✓ Température ambiante
- ✓ Température de refoulement du compresseur
- ✓ Pas de sous-refroidissement
- ✓ Coût réel

Au niveau du condenseur l'échange de chaleur se fait entre le fluide frigorigène et le fluide caloporteur. Le fluide caloporteur au niveau du condenseur entre avec la température  $T_8$  et sort avec la température  $T_9$ . Le pincement de température donnée par les fabricants est  $\Delta T_{CD}$ , voir la figure suivante :



**Figure 3.16 : Transfert de chaleur entre le fluide frigorigène et le fluide caloporteur au condenseur**

Les paramètres thermodynamiques qui caractérisent les états 3, 6, 8, 9 du cycle de fonctionnement de la machine sont calculés à partir de données initiales, en suivant la Figure 3.16 et la Figure 3.17.



**Figure 3.17 : Diagramme fonctionnel du condenseur**

Le condenseur est le composant chargé de fournir de la néguentropie au fluide frigorigène. C'est donc un producteur de négentropie qui consomme de l'exergie, à cause des irréversibilités dues au pincement de température entre le fluide frigorigène et le fluide caloporteur. Dans l'expression du coût du condenseur c'est donc la production de négentropie qui remplace la production d'exergie.

Les paramètres exergetiques sont définies ci-dessous :

$$\text{Flux d'exergie cédé par le fluide frigorigère : } \dot{E}x_{P\_ff} = \dot{m}_{ff} |Ex_6 - Ex_3|$$

$$\text{Flux d'exergie reçu par le fluide caloporteur : } \dot{E}x_{R\_fc} = \dot{m}_{fc} (Ex_9 - Ex_8)$$

$$\text{Flux de néguentropie reçue par le fluide frigorigère: } \dot{N}e_{\_ff} = \dot{m}_{ff} (Ne_6 - Ne_3)$$

$$\text{Flux de néguentropie cédée par le fluide caloporteur: } \dot{N}e_{\_fc} = \dot{m}_{fc} |Ne_9 - Ne_8|$$

$$\text{Flux d'exergie dissipée: } \dot{E}x_D^{CD} = |\dot{E}x_{P\_ff} - \dot{E}x_{R\_fc}|$$

$$\text{Production néguentropique: } \dot{E}x_P^{CD} = \dot{N}e_{\_ff} = - \dot{m}_{ff} T_a (s_6 - s_3)$$

Le flux d'exergie reçu par le fluide caloporteur peut être développé de la manière suivante :

$$\dot{E}x_{R\_fc} = \dot{m}_{fc} (Ex_9 - Ex_8) = \dot{m}_{fc} (\Delta h - T_a \Delta s) = \dot{m}_{fc} c_{fc} (T_8 - T_9) - T_a \dot{m}_{fc} c_{fc} \ln \frac{T_8}{T_9} \quad (3.91)$$

la température finale du fluide caloporteur étant déterminée en utilisant l'expression du flux de chaleur, côté fluide caloporteur :

$$T_9 = T_8 + \frac{\dot{Q}_{CD}}{\dot{m}_{fc} c_{fc}} \quad (3.92)$$

De la même manière le flux d'exergie produite par le fluide frigorigère sera :

$$\dot{E}x_{P\_ff} = \dot{m}_{ff} (h_3 - h_6 - T_a (s_3 - s_6)) \quad (3.93)$$

le débit de fluide frigorigère étant calculé en utilisant l'expression du flux de chaleur, côté fluide frigorigère :

$$\dot{m}_{ff} = \frac{\dot{Q}_{CD}}{lv^{T_{co}} + c_{ff} (T_3 - T_4)} \quad (3.94)$$

Il résulte donc l'expression du flux d'exergie dissipé :

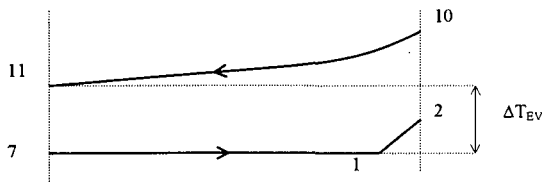
$$\dot{Ex}_D^{CD} = |\dot{Ex}_P_{ff} - \dot{Ex}_R_{fc}| \quad (3.95)$$

**Etablissement des corrélations exergo-économiques pour évaporateurs**

**Données initiales** pour chaque type d'évaporateur :

- ✓ Type du fluide frigorigène et du fluide caloporteur
- ✓ Capacité frigorifique
- ✓ Débit du fluide caloporteur
- ✓ Surface d'échange de chaleur
- ✓ Pincement de température
- ✓ Température dans la chambre froide
- ✓ Température d'aspiration du compresseur
- ✓ Température de condensation
- ✓ Coût réel

Au niveau de l'évaporateur le fluide caloporteur entre avec la température  $T_{10}$  et sort avec une température inférieure  $T_{11}$ . Le pincement de température donnée par les fabricants est  $\Delta T_{EV}$ , comme indique la figure suivante :



**Figure 3.18 : Transfert de chaleur entre le fluide frigorigène et le fluide caloporteur à l'évaporateur**

L'évaporateur et un producteur d'exergie pour la source froide. Il reçoit pour cela, du fluide frigorigène, de l'exergie en quantité supérieure. Il consomme donc de la



néguentropie. Les flux d'exergie et de néguentropie au niveau de l'évaporateur sont représentés dans le diagramme fonctionnel représenté ci-dessous :

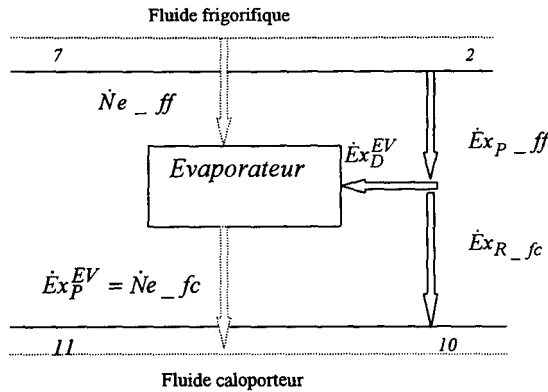


Figure 3.19 : Diagramme fonctionnel de l'évaporateur

Les paramètres exergetiques sont définies ci-dessous :

Flux d'exergie cédé par le fluide frigorigène :  $\dot{E}x_{P\_ff} = \dot{m}_{ff} |Ex_2 - Ex_7|$

Flux d'exergie reçu par le fluide caloporteur :  $\dot{E}x_{R\_fc} = \dot{m}_{fc} (Ex_{11} - Ex_{10})$

Flux de néguentropie cédé par le fluide frigorigène :  $\dot{N}e_{ff} = \dot{m}_{ff} |Ne_2 - Ne_7|$

Flux de néguentropie reçu par le fluide caloporteur :  $\dot{N}e_{fc} = \dot{m}_{fc} (Ne_{11} - Ne_{10})$

Exergie dissipée :  $\dot{E}x_D^{EV} = |\dot{E}x_{P\_ff} - \dot{E}x_{R\_fc}|$

L'évaporateur a le rôle d'enlever de la chaleur au fluide caloporteur afin de garder une température basse dans la chambre froide. Sachant que l'exergie d'un fluide augmente si on diminue sa température (pour les températures inférieures à la température ambiante), la fonction de l'évaporateur est donc d'apporter de l'exergie ou bien d'enlever de l'anergie du fluide caloporteur. Ceci se traduit par un apport de néguentropie au fluide caloporteur. Par conséquence, l'exergie produite est remplacée dans la corrélation exergo-économique par la production néguentropique :

$$\dot{E}x_P^{EV} = \dot{N}e_{fc} \quad (3.96)$$

qui représente :

$$\dot{E}x_P^{EV} = - \dot{m}_{fc} T_a (s_{11} - s_{10}) = - \dot{m}_{fc} c_{fc} T_a \ln \frac{T_{11}}{T_{10}} \quad (3.97)$$

la température initiale du fluide caloporteur étant déterminée en utilisant l'expression du flux de chaleur, côté fluide caloporteur :

$$T_{10} = T_{11} + \frac{\dot{Q}_{EV}}{\dot{m}_{fc} c_{fc}} \quad (3.98)$$

Le flux d'exergie reçu par le fluide caloporteur peut être écrit de la manière suivante :

$$\dot{E}x_{R\_fc} = \dot{m}_{fc} c_{fc} [T_{11} - T_{10} - T_a \ln \frac{T_{11}}{T_{10}}] \quad (3.99)$$

De la même manière, le flux d'exergie cédé par le fluide frigorigère sera :

$$\dot{E}x_{P\_ff} = \dot{m}_{ff} (h_2 - h_7 - T_a (s_2 - s_7)) \quad (3.100)$$

le débit de fluide frigorigère étant calculé en utilisant l'expression du flux de chaleur, côté fluide frigorigère :

$$\dot{m}_{ff} = \frac{\dot{Q}_{EV}}{h_2 - h_7} \quad (3.101)$$

Ainsi le flux d'exergie dissipé peut être calculé :

$$\dot{E}x_D^{EV} = |\dot{E}x_{P\_ff} - \dot{E}x_{R\_fc}| \quad (3.102)$$

Quelques exemples de corrélations exergo-économiques

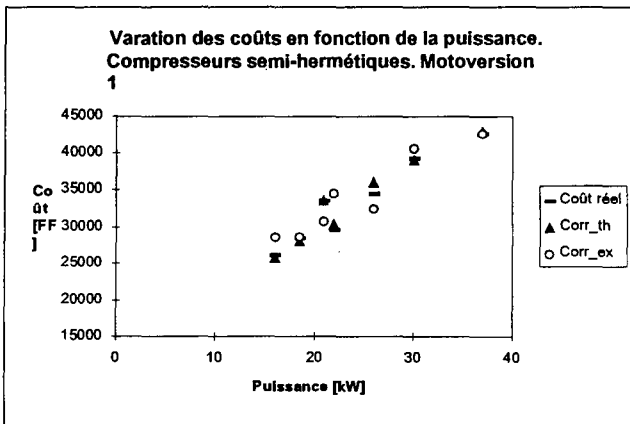
**Compresseurs semi-hermétiques, motoversion 1**

**Données initiales :**

- ✓ Type de fluide frigorigène R22
- ✓ Température d'évaporation égale à 7.5°C
- ✓ Température de condensation égale à 45 °C
- ✓ Température du fluide frigorigène à l'entrée du compresseur égale à 25 °C
- ✓ La puissance indiquée et le volume balayé dépendent du type de compresseur.

En suivant les démarches présentés ci-dessus, pour les compresseurs semi-hermétiques, la corrélation exergo-économique obtenue est la suivante :

$$ci_{_CP} = 42221.28 \frac{\dot{Ex}_P^{CP}}{\xi_{CP}^{0.83}} \tag{3.103}$$



**Figure 3.20 :Variation des coûts réels et corrélés en fonction de la puissance pour les compresseurs semi-hermétiques, motoversion 1**

Dans la Figure 3.20 on représente l'évolution des coûts réels et corrélés selon la corrélation technico-économique et la corrélation exergo-économique en fonction de la puissance du compresseur, afin de pouvoir visualiser les erreurs relatives des deux corrélations par rapport aux coûts réels.

Le calcul des erreurs relatives montre que celles données par la corrélation exergo-économique appartient à l'intervalle (0.07 ; 16.6) [%] et que celles donnés par la corrélation technico-économique varie dans l'intervalle (0.05 ; 4.6) [%].

### Condenseurs à air RGC

#### *Données initiales :*

- ✓ fluide frigorigène R22 et fluide caloporteur air
- ✓ la température de condensation égale à 47 °C
- ✓ le pincement de température (= température de condensation - température d'entrée d'air) égale à 15 °C
- ✓ température ambiante (température d'entrée d'air) égale à 32 °C
- ✓ température de refoulement du compresseur de 110°C
- ✓ La puissance calorifique, le débit d'air et la surface d'échange de chaleur dépendent du type de condenseur.

Dans cet exemple le coût est lié aux paramètres exergétiques par la corrélation suivante :

$$ci_{CD} = 557.52 \frac{\dot{Ex}_P^{CD}}{\xi^{CD-0.29}} \quad (3.104)$$

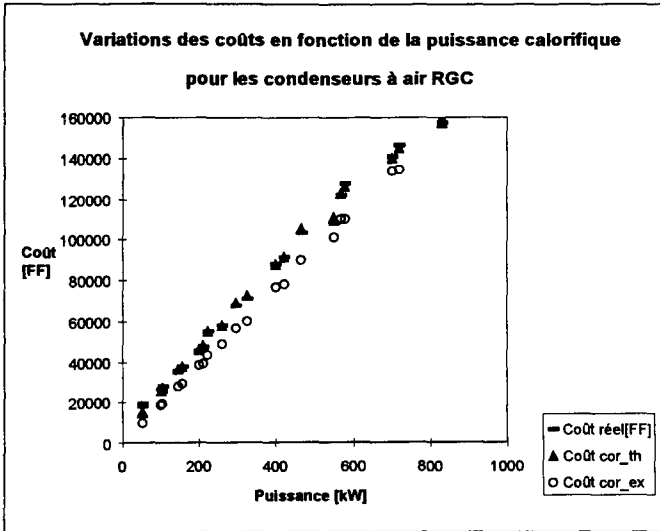


Figure 3.21 : Variation des coûts réels et corrélés en fonction de la puissance calorifique pour les condenseurs à air RGC

L'erreur relative de la corrélation exergo-économique appartient à l'intervalle (0.3 ; 30) [%] sachant que l'erreur relative de la corrélation technico-économique varie dans l'intervalle (0.006 ; 3.37) [%]. Cette différence peut être visualisée dans la Figure 3.21.

### Evaporateurs cubiques soufflantes

#### Données initiales :

- ✓ fluide frigorigène R22 et fluide caloporteur air
- ✓ la température dans la chambre froide (température de sortie de l'air) égale à 2 °C
- ✓ le pincement de température (=température de sortie de l'air - température d'évaporation) égal à 8 °C
- ✓ température d'aspiration dans le compresseur égale à 25 °C

Le coût, la production exergétique et la taux de dissipation au niveau de ce composant de la machine sont liés par la corrélation exergo-économique suivante :

$$ci_{EV} = 1.06 e-06 \frac{\dot{E}x_P^{EV}}{\xi^{EV7.24}} \quad (3.105)$$

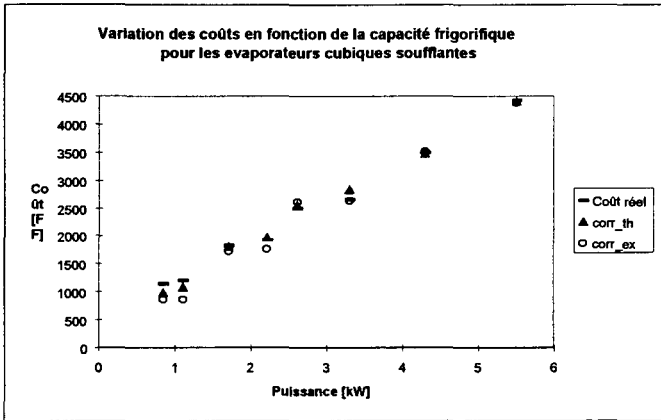


Figure 3.22 : Variation des coûts réels et corrélés en fonction de la puissance frigorifique pour les évaporateurs cubiques soufflantes

L'erreur relative de la corrélation exergo-économique appartient à l'intervalle (0.5 ; 29.3) [%] sachant que l'erreur relative de la corrélation technico-économique varie dans l'intervalle (0.5 ; 13) [%] (voir Figure 3.22)

### REMARQUES

1. Si on analyse l'évolution du coût réel en fonction de la puissance et de la production exergétique (Figure 3.23), on remarque une forte non-linéarité du coût en fonction du paramètre exergétique. Ceci nous amène à faire l'affirmation que les fabricants pour établir leurs tarifs considèrent la puissance comme paramètre principal.

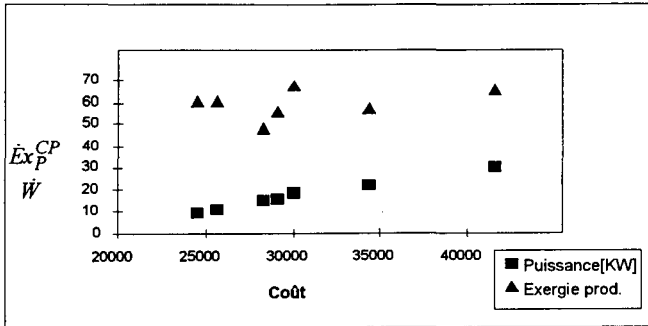


Figure 3.23 : Variation de la puissance et de la production d'exergie en fonction du coût réel du compresseur.

2. L'étude de sensibilité sur une plage réduite, pour un compresseur, met en évidence qu'une variation de 1 % de l'exergie induit une variation de 1 % du coût du compresseur, tandis qu'une variation de 1 % du taux de dissipation induit une variation de 0.17 % du coût du compresseur. Donc l'influence de l'exergie est plus significative que celle du taux de dissipation sur le coût.

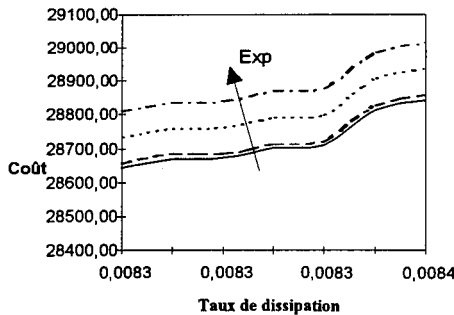


Figure 3.24 : Variation du coût en fonction du taux de dissipation.

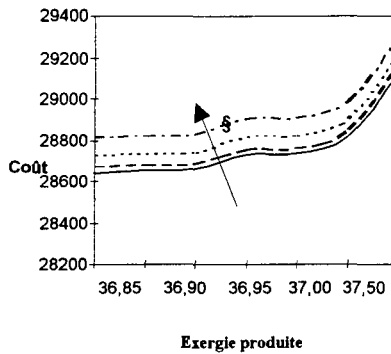


Figure 3.25 : Variation du coût en fonction de l'exergie produite

3. Si on analyse les calculs des erreurs relatives données par les corrélations technico-économiques et celles exergo-économiques on conclut que le coût d'un composant est mieux estimé par une corrélation qui tient compte des paramètres techniques que celle qui lie le coût et les paramètres exergetiques. Ceci transparait dans les figures qui représentent les variations des coûts réels et corrélés en fonction de la puissance.

### 3.4 ILLUSTRATIONS POUR LES MACHINES A FROID A COMPRESSION MECANIQUE DE VAPEUR

#### 3.4.1 Méthode généralisée du gradient réduit

##### 3.4.1.1 Simulation technico-économique

Le code de calcul technico-économique (annexe 1) réalisé en langage Fortran est développé en deux étapes. Dans la première étape on choisit la plus favorable configuration de l'installation frigorifique pour un type de compresseur donné. On caractérise les points thermodynamiques du cycle de fonctionnement et le coût total d'investissement de la machine. Dans la deuxième étape de la simulation, on utilise les corrélations coût-paramètres pour estimer le coût total de la machine. Ainsi, on présente une estimation du coût d'investissement par une méthode non seulement discrète mais aussi continue.



***A. Première étape de simulation technico-économique***

On considère comme données technico-économiques initiales les tableaux suivants :

**Tableau 3.6 : Données pour compresseurs hermétique (voltage : 220V - 240V)**

Type	cyl [cm <sup>3</sup> ]	$\dot{Q}_{EV}$ [W]	$\dot{W}$ [W]	$ci_{CP}$ [FF]
1	10.3	835	475	1390
2	12.9	1070	553	1420
3	15.3	1325	612	2140
4	20.6	1670	950	2350
5	25.8	2140	1107	2470
6	30.6	2650	1225	2540

**Tableau 3.7 : Données pour évaporateurs à air**

Type	$\dot{Q}_{EV}$ [W]	$D_{EV}$ [m <sup>3</sup> /h]	$ci_{EV}$ [FF]
1	850	685	1143
2	1100	665	1215
3	1700	1370	1823
4	2200	1330	1926
5	2600	2055	2492
6	3300	1995	2643
7	4300	2660	3505
8	5500	3325	4417

**Tableau 3.8 : Données pour condenseurs à eau, à tubes concentriques**

Type	$\dot{Q}_{CD}$ [W]	$D_{CD}$ [m <sup>3</sup> /h]	$ci_{EV}$ [FF]
1	3500	0.6	1222
2	5000	0.6	1453
3	9000	1.0	1926
4	14000	1.4	3103
5	20000	2.0	4931

**Données initiales**

- ✓ types du fluide frigorigène (R22) et des fluides caloporteurs au niveau de l'évaporateur (air) et du condenseur (eau)

- ✓ données technico-économiques (Tableau 3.6, Tableau 3.7 et Tableau 3.8)
- ✓ température d'évaporation
- ✓ température de condensation
- ✓ température d'aspiration du compresseur
- ✓ vitesse de rotation du compresseur

Les algorithmes de calcul thermoéconomique et thermodynamique sont représentés dans les figures qui suivent :

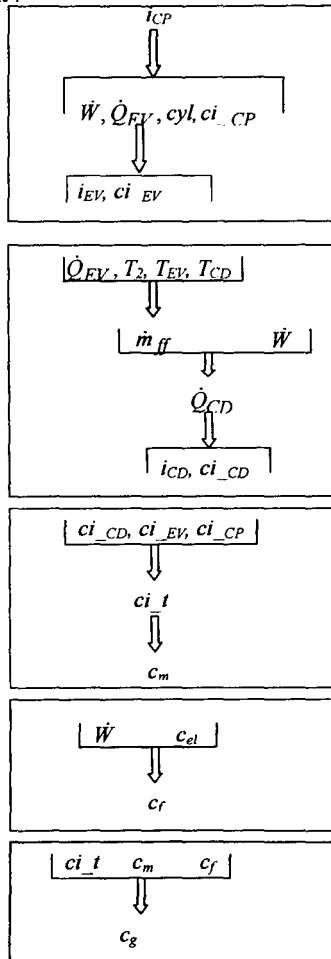


Figure 3.26 : Algorithme de calcul technico-économique

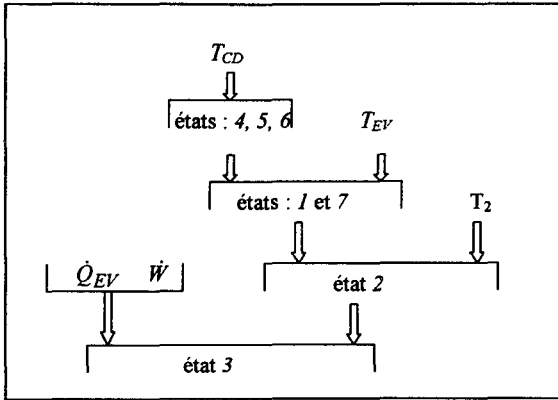


Figure 3.27 : Algorithme pour le calcul thermodynamique

Dans les figures précédentes le texte en rouge désigne les paramètres connus. Par « état  $i$  » on comprend les propriétés thermodynamiques du fluide frigorigène au point  $i$  du cycle de fonctionnement.

Pour un certain type de compresseur,  $i_{CP}$ , le code de calcul technico-économique détermine les données technico-économique suivantes : la puissance électrique consommée,  $\dot{W}$ , la puissance frigorifique correspondante,  $\dot{Q}_{EV}$ , la cylindrée,  $cyl$  et le coût d'investissement du compresseur,  $ci_{CP}$ .

Le type d'évaporateur,  $i_{EV}$  est choisi pour la capacité frigorifique déterminée plus haut ; le coût d'investissement,  $ci_{EV}$  est lu par la suite.

Finalement, en utilisant le bilan d'énergie du cycle thermodynamique, on définit le flux de chaleur au niveau du condenseur,  $\dot{Q}_{CD}$ , qui donne le type de condenseur,  $i_{CD}$ , et le coût d'investissement,  $ci_{CD}$ , à l'aide des données technico-économiques pour les condenseurs.

Ainsi le coût total d'investissement de l'installation frigorifique est calculé. On néglige le coût d'investissement du détendeur, étant beaucoup plus petit par rapport aux autres composants. L'étude d'une installation de cogénération amène à une estimation du coût de maintenance à 25 % du coût d'investissement ; sous cette hypothèse le coût de la

maintenance est implicitement déterminé. Le coût de fonctionnement est une fonction de la puissance électrique consommée au compresseur et du coût unitaire de l'électricité qu'on considère invariant. Dans ce calcul on ne tient pas compte de la répartition du coût global sur une période de recouvrement, donc du taux d'actualisation et du temps de retour, tous les coûts étant considérés en FF.

Ce programme de simulation détermine pour un type de compresseur donné, utilisant les paramètres définis ci-dessus, les types d'évaporateur et de condenseur correspondants, ainsi que les points thermodynamiques du cycle de fonctionnement et le coût global de l'installation.

Les résultats obtenus pour un cas concret sont présentés dans le tableau qui suit.

Tableau 3.9 : Résultats de la simulation technico – économique

Point	$T [^{\circ}C]$	$p$ [bars]	$h$ [kJ/kg]	$s$ [kJ/kgK]
1	-6	4.07	281.29	1.09
2	32	4.07	308.02	1.18
3	131	17.28	372.08	1.23
4	45	17.28	295.59	1.02
5	45	17.28	134.67	0.517
6	45	17.28	134.67	0.517
7	-6	4.07	134.37	0.542
$\dot{W}$ [W]	612			
$\dot{Q}_{EV}$ [W]	1325			
$\dot{Q}_{CD}$ [W]	1814			
$m_{ff}$ [kg/s]	7.6e-3			
$\eta_{r-p}$	0.7			
$ci_t$ [FF]	4577			

Cette méthode amène, donc à une estimation des conditions de fonctionnement de la machine et du coût global, à partir d'un type donné de compresseur : c'est une méthode restrictive mais très pratique pour une évaluation rapide d'un certain fonctionnement. Les résultats présentés ci dessus ont fait l'objet d'une publication

## REMARQUES

1. les calculs sont faits pour une efficacité globale du compresseur de 80 %.
2. la température du fluide frigorigène à la sortie du compresseur est environ 110°C si on tient compte du refroidissement interne
3. le sous-refroidissement est considéré nul
4. on néglige le coût d'investissement pour les composants auxiliaires et non significatifs comme le détendeur, le séparateur d'huile, etc.

### *B. Deuxième étape de simulation technico-économique*

Cette deuxième partie de simulation utilise cette fois ci les données suivantes :

- ✓ température de la source froide,
- ✓ température du puits chaud,
- ✓ la capacité frigorifique

avec des contraintes d'inégalité sur les variables suivantes:

- ✓ pincement de température au niveau de l'évaporateur
- ✓ pincement de température au niveau du condenseur
- ✓ température d'aspiration du compresseur

Dans cette deuxième étape de simulation le coût total d'investissement n'est plus extrait des tableaux de données technico-économique, correspondant au type de composant, mais évalué par l'intermédiaire des corrélations développés dans le paragraphe 3.3.2. Cette méthode de calcul représente une évaluation du coût d'investissement d'une manière continue et pas seulement pour des paramètres discrètes.

Les corrélations utilisés sont

- pour le compresseur :

$$ci_{CP} = 9.27 \cdot 10^{-8} \text{ cyl}^{(-4.85)} \dot{Q}_{EV}^{33} \dot{W}^2$$

avec :

$$10.3 < \text{cyl} < 30.6 \quad [\text{cm}^3]$$

$$835 < \dot{Q}_{EV} < 2650 \quad [\text{W}]$$

$$475 < \dot{W} < 1225 \quad [\text{W}]$$

➤ pour le condenseur :

$$ci_{CD} = 2.4 \cdot 10^5 \dot{Q}_{CD}^{-0.53} D_{CD}^{1.96}$$

avec :

$$3500 < \dot{Q}_{CD} < 20000 \quad [\text{W}]$$

$$0.6 < D_{CD} < 2 \quad [\text{m}^3/\text{h}]$$

➤ pour l'évaporateur :

$$ci_{EV} = 2.94 \dot{Q}_{EV}^{0.44} D_{EV}^{0.42}$$

avec :

$$850 < \dot{Q}_{EV} < 5500 \quad [\text{W}]$$

$$685 < D_{EV} < 3325 \quad [\text{m}^3/\text{h}]$$

### 3.4.1.2 Optimisation technico-économique

La fonction Objectif du problème d'optimisation est le coût global de l'installation frigorifique, défini comme la somme entre le coût total d'investissement, le coût de maintenance et le coût de fonctionnement.

$$c_g = ci_t + c_f + c_m \quad (3.106)$$

où on suppose :

$$c_m = 0.25 \text{ ci}_t \quad (3.107)$$

$$c_f = c_{ei} \frac{\dot{W}}{1000} N_h \quad (3.108)$$

avec  $c_{ei}$  le coût de l'électricité ( $c_{ei} = 0.56$  F/kWh) et  $N_h$  la durée de vie ( $N_h = 8000$  heures)

### Les données de départ

- ✓ les types de fluide frigorigère ( $R22$ ), de la source froide (air) et du puits chaud (eau)
- ✓ la température de la source froide (température de l'air à la sortie de l'évaporateur)
- ✓ la température du puits chaud (température d'entrée du fluide de refroidissement au condenseur)
- ✓ la puissance frigorigère

### Les contraintes

- ✓ sur le pincement de température au niveau de l'évaporateur (inférieur à 8 K)
- ✓ sur la variation de température du fluide caloporteur au niveau de l'évaporateur (inférieur à 5 K)
- ✓ sur le pincement de température au niveau du condenseur (inférieur à 10 K)
- ✓ sur la température d'aspiration au compresseur (inférieur à 32 °C)

Les valeurs prises pour les contraintes sont obtenues à partir des brochures données par les fabricants.

La recherche de l'optimum est conduite en utilisant la méthode d'optimisation développée par L.S.Lasdon et A.D.Waren [45]. Ils résolvent les problèmes non-linéaires par la méthode du Gradient Réduit (GRG2). C'est un programme Fortran qui résout les problèmes d'optimisation non-linéaires avec contraintes d'égalité et d'inégalité, obtenant les valeurs de la fonction Objectif et des fonctions de contrainte pour un ensemble de variables indépendantes donné, en spécifiant les valeurs inférieure et supérieure des variables indépendantes et des fonctions de contrainte. Ce programme est utilisé comme une

subroutine, appelée par le programme principal du code de calcul présenté antérieurement. Un bon choix du point initial est très important pour la recherche de l'optimum.

Le programme de calcul (annexe 1) de la solution numérique du problème d'optimisation contient les parties suivantes :

1. Programme principal : il lit les valeurs des paramètres, les valeurs initiales des variables indépendantes et les limites inférieure et supérieure des fonctions de contrainte. Après il appelle l'algorithme d'optimisation ;
2. Fonction : pour tout ensemble de valeurs des variables indépendantes, cette subroutine évalue les variables dépendantes et la fonction Objectif. Elle est appelée par l'algorithme d'optimisation ;
3. Subroutine de contraintes : elle détermine les valeurs des fonctions de contrainte d'inégalité. Elle est appelée par l'algorithme d'optimisation.
4. Algorithme d'optimisation : il cherche l'optimum à partir d'un point initial donné. Il imprime les résultats intermédiaires et finaux ainsi que des messages concernant la convergence, nombre d'évaluation.

A titre d'exemple, on présente les résultats de l'optimisation (Tableau 3.10) pour les paramètres fixes suivants :

$$\dot{Q}_{EV} = 2500 \text{ W}$$

$$T_{SF} = 2 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$T_{PC} = 35 \text{ }^\circ\text{C}$$

**Tableau 3.10 : Résultats de l'optimisation**

$\Delta T_{EV}$	7
$\Delta T_{CD}$	8.4
$T_2$ [°C]	27
$c_g^{\min}$ [FF]	12670
$COP_{MAF\_irr}$	2.04
$COP_{MAF\_C}$	5.54
$\eta_{ex}$ [%]	37



### 3.4.2 Méthode de décomposition

Utilisant les corrélations exergo-économiques développées au paragraphe 3.3.3, la méthode de décomposition a été appliquée à une machine frigorifique à compression mécanique de vapeur pour les données initiales suivantes :

- puissance frigorifique : 20kW
- fluide caloporteur aux échangeurs : air
- fluide frigorifique : R22
- température d'entrée du fluide caloporteur au condenseur : 20°C
- température de sortie du fluide caloporteur à l'évaporateur : 5°C
- efficacité des échangeurs : 80%
- rendement isentropique du compresseur : 80%
- coût unitaire de l'énergie électrique : 0.67 FF/kWh

La méthode de décomposition représente une suite d'optimisations locales, des coûts unitaires de la production d'exergie ou de néguentropie pour chaque composant de la machine à froid. La particularité de cette méthode réside dans le fait qu'elle impose un coût unitaire uniforme pour le réseau d'exergie et d'anergie ; ainsi le coût unitaire du flux d'exergie ou d'anergie transféré par le fluide frigorifique sera le même pour tous les composants du système.

Le bilan économique pour chaque composant s'écrit de la manière suivante :

$$\lambda_P \dot{E}x_P^i = \lambda_R \dot{E}x_R^i + \lambda_D \dot{E}x_D^i + ci\_i \quad (3.109)$$

sachant que le coût d'investissement de chaque composant (compresseur, évaporateur et condenseur) peut être estimé par le biais des corrélations exergo-économiques développées au paragraphe 3.3.3.2 :

$$ci\_i = a \frac{\dot{E}x_P^i}{\xi^{i,b}} \text{ [FF]} \quad (3.110)$$

Pour le cas du compresseur, le flux d'exergie dégradée correspond au flux d'anergie produite, le coût unitaire associé à ce flux étant donc le coût unitaire du réseau d'anergie du fluide frigorifique. Le coût unitaire de la ressource est celui de l'électricité et le coût unitaire

du produit est le coût unitaire de l'exergie fournie au fluide frigorigène entre l'aspiration et le refoulement du compresseur.

Pour le cas du condenseur, le flux d'exergie dégradée correspond aussi au flux d'anergie produite lors du transfert de chaleur dans cet échangeur. Le coût unitaire associé à ce flux d'exergie dégradée (soit la différence entre les flux d'exergie correspondants au fluide caloporteur et au fluide frigorigène) sera le coût unitaire du réseau d'exergie du fluide frigorigène. Le coût unitaire de la ressource est celui de l'anergie du milieu extérieur auquel on attribue une valeur faible (0.01FF/kWh). Le coût unitaire du produit est celui de l'anergie soustraite au fluide frigorigène.

Pour le cas de l'évaporateur, le flux d'exergie dégradée correspond aussi au flux d'anergie produite lors du transfert de chaleur dans ce composant. Le coût unitaire associé au flux d'exergie dégradée (différence entre les flux d'exergie correspondants au fluide caloporteur et au fluide frigorigène) sera comme pour le condenseur le coût unitaire du réseau d'exergie du fluide frigorigène. Le coût unitaire de la ressource est celui du réseau d'anergie du fluide frigorigène. Le coût unitaire du produit est celui de l'anergie soustraite au fluide caloporteur froid.

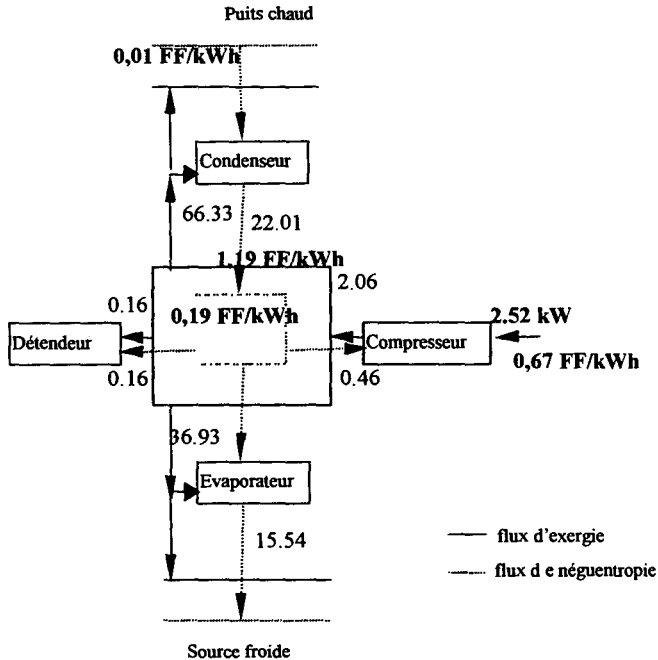
La suite des dérivées premières des coûts unitaires des produits exergetiques pour les trois composants principaux de la machine à froid et pour les données initiales précitées, mène aux résultats présentés dans le Tableau 3.11 :

**Tableau 3.11 : Application numérique de la méthode de décomposition au machines à froid**

Composant	Puissance [kW]	Production exergetique [kW]	Dégradation d'exergie [kW]	Coût unitaire du produit [FF/kWh]	Taux de dissipation
Compresseur	$\dot{W} = 2.52$	$\dot{E}x_P^{CP} = 2.06$	$\dot{E}x_D^{CP} = 0.46$	$\lambda_P^{CP} = 1.19$	$\xi = 0.22$
Condenseur	$\dot{Q}_{CD} = 22.52$	$\dot{E}x_P^{CD} = 22.01$	$\dot{E}x_D^{CD} = 66.33$	$\lambda_P^{CD} = 0.19$	$\xi = 3.01$
Evaporateur	$\dot{Q}_{EV} = 20$	$\dot{E}x_P^{EV} = 15.54$	$\dot{E}x_D^{EV} = 36.93$	$\lambda_P^{EV} = 0.49$	$\xi = 2.37$

ou bien sur le diagramme fonctionnelle suivante où on présente les principaux composants de la machine à froid (compresseur, condenseur, évaporateur et détendeur) liés par deux boucles : d'exergie et de néguentropie.

### Résultats (diagramme fonctionnel) :



**coût d'investissement optimum : 18021 FF**

**Conclusion partielle :** En utilisant cette méthode simplifiée par le biais des corrélations exergo-économiques, une optimisation économique globale des systèmes énergétiques est possible par une multitude des optimisations locales, de chaque composant. A travers les résultats obtenues selon la méthode de décomposition, on remarque un fois de plus que les pertes exergétiques sont beaucoup plus significatives que les pertes internes au compresseur, conclusion partielle obtenue par l'analyse entropique menée au chapitre 2. Le taux de dissipation du détendeur est considéré infini, vu la fonction nulle de ce composant, du point de vue exergétique. Ainsi, la valeur du flux d'exergie est déterminé dans chaque point du cycle, ainsi que le coût unitaire qui lui est associé ce qui permet d'envisager des modifications du système afin de pouvoir améliorer le fonctionnement.

### 3.5 ETUDE DES PERFORMANCES DES MACHINES DE PRODUCTION DE FROID

La variation du rendement exergetique en fonction de la capacité frigorifique, de la température d'évaporation et de la température de condensation est étudiée, pour le type MT 18 JA de compresseur et pour les données suivantes :

- ✓ réfrigérant utilisé : R22
- ✓ sous-refroidissement : 8.3°C
- ✓ surchauffe : 11°C

Pour une température de condensation constante (40°C) on analyse le fonctionnement de la machine pour plusieurs températures d'évaporation et on détermine l'efficacité exergetique correspondante à chaque cas de figure.

Tableau 3.12 : Calcul de l'efficacité exergetique pour plusieurs températures d'évaporation

$T_{Ev}$ [°C]	Puiss. frigo[kW]	Puiss. comp[kW]	$COP_{MAF BT}$	$COP_{MAF C}$	$\eta_{ex}$ [%]
-20	1,05	0,75	1,400	4,219	33,18
-15	1,40	0,85	1,647	4,694	35,09
-10	1,94	0,95	2,042	5,263	38,80
-5	2,65	1,05	2,524	5,959	42,35
0	3,50	1,10	3,182	6,829	46,59
5	4,50	1,20	3,750	7,947	47,19
10	5,65	1,25	4,520	9,438	47,89

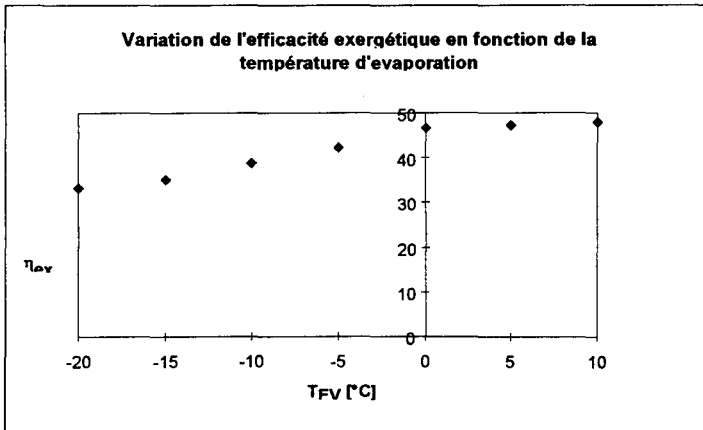


Figure 3.28 : Variation de l'efficacité exergetique en fonction de la température d'évaporation

L'influence de la température d'évaporation sur le rendement exergetique est visualisé dans la Figure 3.28. L'augmentation de l'efficacité exergetique de la machine avec la température d'évaporation s'explique par l'influence majeure de la puissance frigorifique, qui augmente avec l'augmentation de la température d'évaporation, sur la valeur de l'efficacité exergetique Figure 3.29.

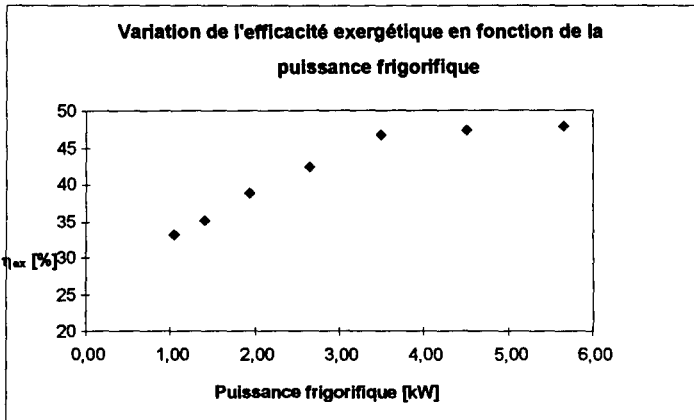


Figure 3.29 : Variation de l'efficacité exergetique en fonction de la puissance frigorifique

Si on regarde l'allure du graphique précédent (Figure 3.29) on remarque une pente assez importante entre les valeurs 30 et 45% de l'efficacité exergetique et une faible augmentation de la valeur de cette efficacité à partir de 45 %. Naturellement la machine est plus performante pour une puissance frigorifique plus importante.

La même chose est conclue en faisant le calcul pour trois types de compresseurs, pour les hypothèses suivantes :

- ✓ fluide frigorigène : *R134a*
- ✓ température de condensation : 55°C
- ✓ température d'aspiration du compresseur : 32 °C
- ✓ température ambiante : 32 °C
- ✓ pas de sous-refroidissement
- ✓ température de refoulement du compresseur : 110°C

Le calcul est effectué pour trois températures d'évaporation :  $-25\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $5\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Dans la figure qui suit, chaque couleur représente un type de compresseur.

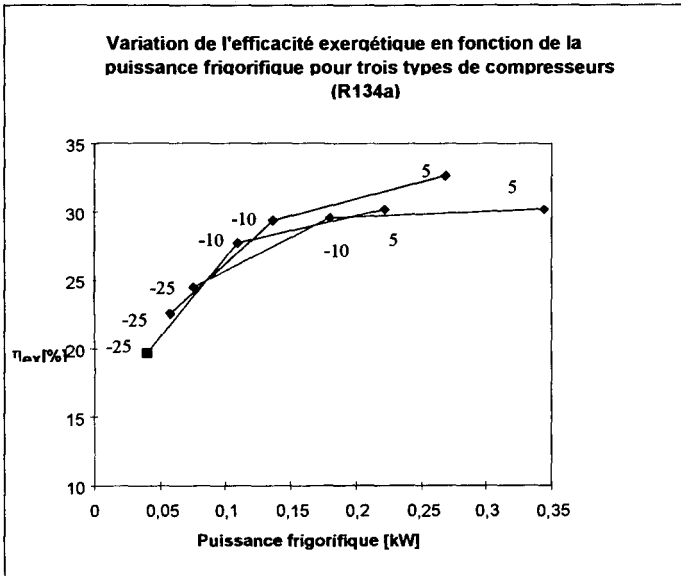


Figure 3.30 : Variation de l'efficacité exergetique en fonctions de la puissance frigorifique pour trois types de compresseurs

### 3.6 COMPARAISON DES RESULTATS OBTENUS SELON LA THERMODYNAMIQUE EN TEMPS FINI ET SELON LA THERMOECONOMIE

Dans le deuxième chapitre de ce mémoire on a étudié les cycles inverses selon la thermodynamique en temps fini. Dans ce chapitre ces mêmes systèmes ont été étudiés selon la thermoéconomie. Une comparaison des résultats obtenus par les deux approches est menée pour une machine à froid qui utilise R22 comme fluide frigorigène, ayant comme données de départ :  $\dot{Q}_{EV} = 100\text{ kW}$ ,  $K = 30\text{ kW/K}$ ,  $T_{SF} = 268.15\text{ K}$ ,  $T_{PC} = 291.15\text{ K}$ . Pour cette machine, un point optimum thermodynamique (maximum de COP) est obtenu pour un pincement à l'évaporateur de  $6,7\text{ K}$  (figure 3.31, partie gauche) ; un point optimum économique (minimum du coût global) est obtenu en utilisant des corrélations technico-économiques développées dans ce chapitre, pour un pincement à l'évaporateur de  $7,5\text{ K}$ . On remarque que ces deux points optimums sont différents et dans la plupart des cas pratiques on est amené à faire un

compromis entre les deux. Cette étude nous conduit à faire la remarque qu'un gain en exergie à l'évaporateur en diminuant le pincement de température à l'évaporateur pénalise le coût global, vu l'allure du graphique à gauche du point optimum. Donc il est plus convenable se situer à droite du point optimum économique où le coût globale est proche du coût minimum, où on perd en exergie à l'évaporateur en augmentant le pincement à l'évaporateur mais où, par contre, on gagne en exergie au condenseur.

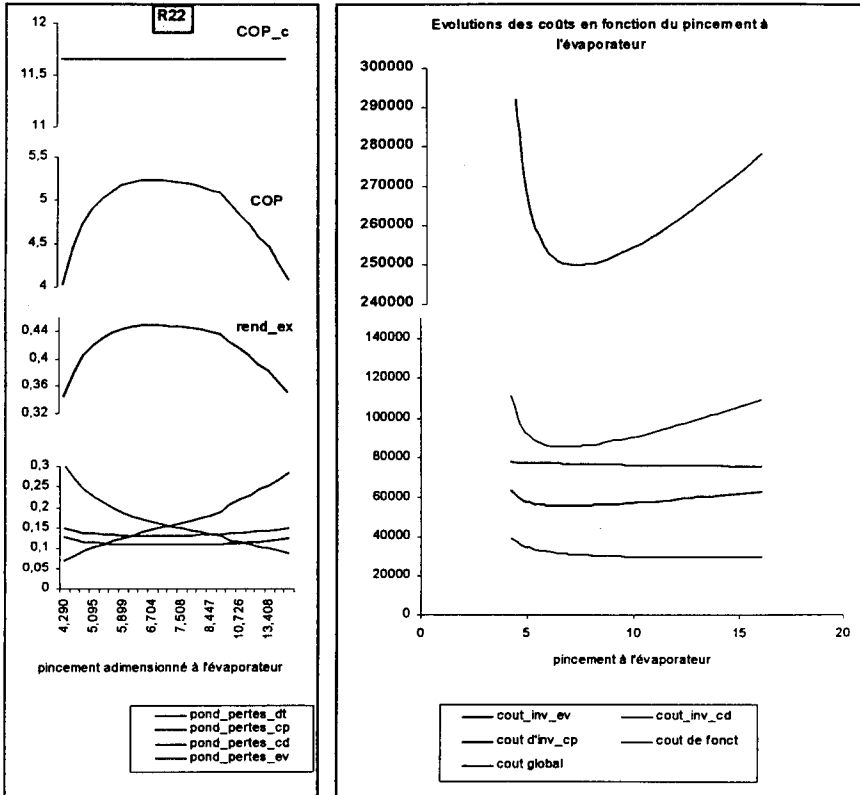


Figure 3.31 : Comparaison des résultats selon la TTF et selon la TE

### 3.7 CONCLUSION DU CHAPITRE 3

Pour beaucoup d'investisseurs, le critère principal de choix des équipements pour la conception d'un projet industriel ou urbain est la puissance, la présence des irréversibilités (phénomènes responsables de la production d'entropie) restant un point mal maîtrisé par les bureaux d'études. Malgré tout, ces irréversibilités ont un impact direct sur le coût global de l'installation vu que le coût de fonctionnement est fortement dépendant de la production d'entropie dans le système. La considération des irréversibilités est encore au stade expérimental car elle n'est pratiquement pas adoptée par les bureaux d'études.

Un des points les plus compliqués pour les modèles présentés dans ce chapitre a été la quête des données technico-économiques et spécialement le couplage des différents composants de la machine.

L'établissement de corrélations exergo-économiques est plus délicat et problématique que pour les corrélations technico-économiques, due à la forte fluctuation de la production d'exergie en fonction du coût. Mais l'intérêt reste évident en prolongement des études exergétiques (méthode de décomposition). Le type de corrélations proposées rend bien compte des influences de la production d'exergie, facteur prépondérant, mais aussi du taux de dissipation (rendant compte des irréversibilités) qui a toutefois une importance moindre (c'est ce qu'a révélé l'étude de sensibilité réalisée).

Il est très important d'établir une corrélation qui estime bien le coût pour un intervalle de paramètres donné. Pour obtenir une meilleure précision, on est amené dans des certains cas à diviser l'intervalle de variation des paramètres en sous-intervalles.

Les grandeurs techniques utilisées en matière de produits et de ressources sont des grandeurs exergétiques, ce qui permet de tenir compte à la fois de la quantité d'énergie transformée ou transmise et de la potentialité de l'énergie mise en jeu à produire un travail.

Le code de calcul présenté en annexe 1, représente une évaluation du coût d'investissement pour des paramètres discrètes (en utilisant les tableaux technico-économiques) et d'une manière continue par l'utilisation des corrélations technico-



économique. Cette méthode de calcul amène à une estimation des conditions de fonctionnement d'une machine à froid et du coût global, à partir 1) d'un type donné de compresseur : méthode plutôt restrictive mais très pratique pour une évaluation rapide d'un certain fonctionnement ; 2) d'une puissance frigorifique imposée (méthode mieux adaptée à la pratique qui utilise les corrélations technico-économiques afin d'estimer le coût total d'investissement). Le deuxième programme de simulation est utilisé pour l'optimisation du coût global de l'installation frigorifique. Pour ce faire, on utilise une méthode directe qui permet la résolution des problèmes non-linéaires par la méthode du Gradient Réduit (GRG2).

Une application numérique de la méthode de décomposition à la machine à froid à compression mécanique de vapeur est illustrée afin de souligné l'importance de l'établissement des corrélations exergo-économiques. Cette fois-ci ce sont les coûts unitaires des produits des différents composant de la machine qui sont minimisés, l'optimisation globale étant remplacée par une suite d'optimisations locales.

On présente donc dans ce chapitre une contribution à l'optimisation thermoéconomique des machines frigorifiques à compression mécanique de vapeur : des méthodes permettant l'évaluation des irréversibilités dans les systèmes énergétiques, en particulier les systèmes frigorifiques et des méthodes économiques pour l'évaluation des coûts d'investissement. Les études thermoéconomiques existantes dans la littérature scientifique sont nombreuses mais les approches sont différentes surtout selon dans la répartition / attribution des différents coûts et dans la formulation des équations auxiliaires nécessaires pour le calcul de ces coûts. On prouve l'existence d'un minimum pour le coût global qui est différent du maximum de performance de la machine ; dans la plupart des cas on est amené à un compromis entre les deux optimum.



*Chapitre 4*

MODELES DE MACHINES TRITHERMES SELON  
LA THERMODYNAMIQUE EN TEMPS FINI



### Nomenclature du chapitre 4

$\dot{W}$  : puissance mécanique utilisée pour le mouvement du fluide interne [W]

$\dot{Q}_H$  : flux de chaleur échangée au niveau du réservoir chaud [W]

$\dot{Q}_I$  : flux de chaleur échangée au niveau du réservoir intermédiaire[W]

$\dot{Q}_F$  : flux de chaleur échangée au niveau du réservoir froid [W]

$Q_X$  : chaleur échangée au niveau de l'échangeur X [J]

$T_H$  : température du fluide interne au niveau du réservoir de haute température [K]

$T_I$  : température du fluide interne au niveau du réservoir de température intermédiaire[K]

$T_F$  : température du fluide interne au niveau du réservoir de température froid [K]

$T_{SH}$  : température du réservoir chaud [K]

$T_{SI}$  : température du réservoir intermédiaire [K]

$T_{SF}$  : température du réservoir froid [K]

$\dot{S}$  : création d'entropie interne durant le cycle [W/K]

COP : coefficient de performance des machines à froid [-]

COP' coefficient de performance des pompes à chaleur[-]

COP'' : coefficient de performance des thermotransformateurs [-]

$K_X$  : conductance de l'échangeur X [W/K]

$k_X$  : coefficient global de transfert de chaleur à l'échangeur X [W/m<sup>2</sup>K]

$A$  : surface finie d'échange de chaleur [m<sup>2</sup>]

$\tau$  : durée finie de transfert de chaleur [s]

$X$  : pincement de température [K]

$A_F$  : surface d'échange de chaleur de l'évaporateur [m<sup>2</sup>]

$A_C$  : surface d'échange de chaleur du condenseur [m<sup>2</sup>]

$c_f$  : coût de fonctionnement [FF]

$ci_{CP}$  : coût d'investissement du compresseur [FF]

$ct_{CP}$  : coût global du compresseur [FF]

$c_g$  : coût global de l'installation [FF]

$k_C$  : coefficient de transfert de chaleur au niveau du condenseur [kW/m<sup>2</sup>K]

$k_F$  : coefficient de transfert de chaleur au niveau de l'évaporateur [kW/m<sup>2</sup>K]

$N$  : durée de vie [h]

$T_{CD}$  : température du fluide frigorigène au niveau du condenseur [K]

$T_{EV}$  : température du fluide frigorigène au niveau de l'évaporateur [K]

$T_{PC}$  : température du puits chaud [K]

$T_{SF}$  : température de la source froide [K]

$\dot{Q}_{CD}$  : flux de chaleur au niveau du condenseur [kW]

$\dot{Q}_{EV}$  : flux de chaleur au niveau de l'évaporateur [kW]

$\dot{S}$  : flux d'entropie créée, due aux irréversibilités internes de la machine [kW/K]

$\nu$  : coût d'investissement total des échangeurs [FF]

$\nu_C$  : coût unitaire de surface du condenseur [FF/m<sup>2</sup>]

$\nu_E$  : coût unitaire de surface de l'évaporateur [FF/m<sup>2</sup>]

$\nu_w$  : coût unitaire de l'électricité [FF/kWh]

$\dot{W}$  : puissance du compresseur [kW]

Indices :

$H$ : réservoir à haute température	$abs$ : absorbeur
$I$ : réservoir à température intermédiaire	$cond$ : condenseur
$F$ : réservoir à température froide	$T$ : total
$rev$ : sans irréversibilités internes	
$irr$ : avec irréversibilités internes et externes	

## 4. MODELES DE MACHINES TRITHERMES SELON LA THERMODYNAMIQUE EN TEMPS FINI

Dans le chapitre 2 on a étudié les machines à cycle inverse à deux réservoirs de chaleur. On montre l'existence d'un optimum de fonctionnement des machines à froid et pompes à chaleur théoriques et réelles pour minimiser les irréversibilités internes et externes. Dans le troisième chapitre on prouve l'existence d'un minimum du coût global des machines à deux réservoirs, différent du maximum de performance de la machine. Dans ce chapitre on étudie du point de vue thermodynamique et économique les machines trithermes (à trois réservoirs de chaleur), les machines dithermes étant représentées comme des cas limites des premières.

### 4.1. SCHEMA ENERGETIQUE DES MACHINES A CYCLE INVERSE A TROIS RESERVOIRS

Les machines à cycle inverse trithermes, considérées comme des « boîtes noires » auxquelles on associe des flux entrants et des flux sortants du système, peuvent être schématisées de la manière suivante :

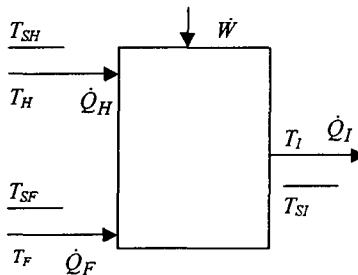


Figure 4.1 : Schéma énergétique des machines à froid et pompes à chaleur

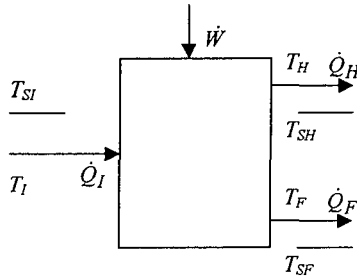


Figure 4.2 : Schéma énergétique des transformateurs thermiques

La modélisation abordée dans ce chapitre, considérera que les sources et puits sont des thermostats (capacités thermiques infinies,  $T_{SH} = \text{cte}$ ,  $T_{SI} = \text{cte}$ ,  $T_{SF} = \text{cte}$ , avec  $T_{SH} > T_{SI} > T_{SC}$ ), pour illustrer plus simplement l'influence de certains paramètres sur la performance de la machine. Le modèle lorsque les contacts thermiques s'effectuent avec des capacités thermiques finies a été développé dans un travail antérieur [5] et [6]. On suppose aussi que les températures du fluide interne au niveau des trois réservoirs sont constantes :  $T_H = \text{cte}$ ,  $T_I = \text{cte}$ ,  $T_C = \text{cte}$ .

Dans les deux schémas précédents (Figure 4.1 et Figure 4.2)  $\dot{Q}_H$ ,  $\dot{Q}_I$  et  $\dot{Q}_F$  représentent les flux de chaleur au niveau des trois sources où puits (sur les schémas on indique les niveaux de température correspondant à chaque thermostat) ;  $\dot{W}$  représente la puissance mécanique nécessaire pour le mouvement du fluide interne : pour les machines à absorption  $\dot{W} = \dot{W}_{pompe}$ , pour les machines à compression mécanique de vapeur  $\dot{W} = \dot{W}_{compresseur}$ , tandis que pour les machines à compression absorption  $\dot{W} = \dot{W}_{pompe} + \dot{W}_{compresseur}$ . Les machines à deux sources représentent des cas particuliers correspondant à celles présentées antérieurement.

L'évolution du fluide frigorigène au cours du fonctionnement des machines trithermes peut être représentée par deux cycles liés entre eux : un cycle direct un cycle indirect (le cycle direct entraînerait le cycle indirect), représentés dans la Figure 4.3 pour les machines à froid (effet utile au niveau du réservoir de température froide) et les pompes à chaleur (effet utile au



niveau du réservoir de température intermédiaire) et dans la Figure 4.4 pour les thermotransformateurs (effet utile au niveau du réservoir de haute température).

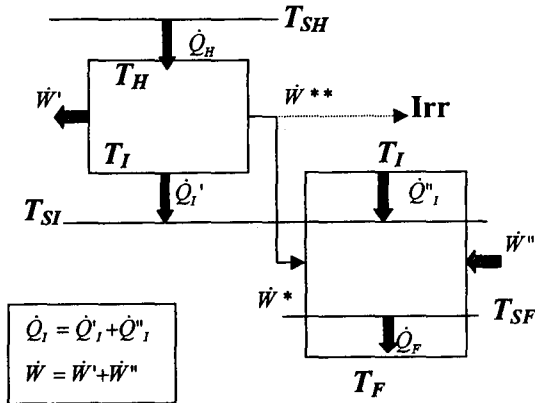


Figure 4.3 Représentation thermodynamique des machines à froid et pompes à chaleur à trois réservoirs de chaleur

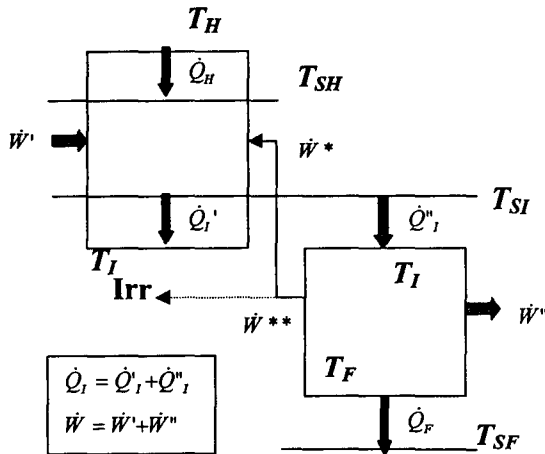


Figure 4.4 : Représentation thermodynamique des thermotransformateurs

## 4.2. MODELE GENERAL

### 4.2.1. Equations disponibles et hypothèses du modèle

#### Bilan énergétique et entropique

Le premier principe de la thermodynamique permet d'écrire la conservation du flux d'énergie échangé par le système thermodynamique qui est le fluide cyclé par la machine (4.1).

$$\dot{W} + \dot{Q}_H + \dot{Q}_I + \dot{Q}_F = 0 \quad (4.1)$$

Le bilan entropique est exprimé en (4.2).

$$\frac{\dot{Q}_H}{T_H} + \frac{\dot{Q}_I}{T_I} + \frac{\dot{Q}_F}{T_F} + \dot{S} = 0 \quad (4.2)$$

La création d'entropie à l'intérieur du système durant le cycle,  $\dot{S}$ , est une quantité positive pour le cas endoïrreversible et égale à zéro pour le cas endoréversible. Pour l'étude des machines non-stationnaires les équations précédentes seront écrites en termes d'énergies.

#### Expressions du coefficient de performance

Le COP est généralement défini comme le rapport entre l'effet utile et le coût énergétique. Si on applique cette définition aux trois types de machines considérés on obtient les expressions suivantes :

➤ pour les machines à froid :

$$COP = \frac{\dot{Q}_F}{\dot{Q}_H + \dot{W}} \quad (4.3)$$

➤ pour les pompes à chaleur :

$$COP^p = -\frac{\dot{Q}_I}{\dot{Q}_H + \dot{W}} \quad (4.4)$$

➤ pour les transformateurs de chaleur :

$$COP^t = -\frac{\dot{Q}_H}{\dot{Q}_I + \dot{W}} \quad (4.5)$$

*Remarques :*

- $COP$ ,  $COP^p$ ,  $COP^t$  sont toujours positifs;
- $COP^p = COP + 1 > 1$  (relation obtenue à partir de la relation (4.1));
- $COP^t = \frac{1}{COP^p}$  (pour le cas sans énergie mécanique)

### ***Cas d'une machine endoréversible***

Une machine pour laquelle les irréversibilités du cycle sont attribués seulement à l'échange de chaleur avec les réservoirs extérieurs, est appelé endoréversible (selon Bejan (1998) et Curzon et Ahlborn (1975)). En ce cas, donc, on n'a pas de création d'entropie interne,  $\dot{S} = 0$ . En utilisant les équations (4.1) - (4.5) on obtient les équations qui expriment les coefficients de performances pour les machines à froid, pompes à chaleur et respectivement transformateurs thermiques en fonction des flux de chaleur échangés au niveau des thermostats, de l'énergie mécanique et des températures internes du fluide frigorigène.

$$COP_{rev} = \frac{\frac{1}{T_I} - \frac{1}{T_H}}{\frac{1}{T_F} - \frac{1}{T_I}} \left[ 1 + \frac{\dot{W}}{\dot{W} + \dot{Q}_H} \frac{T_I}{T_H - T_I} \right] \quad (4.6)$$

$$COP^p_{rev} = \frac{\frac{1}{T_F} - \frac{1}{T_H}}{\frac{1}{T_F} - \frac{1}{T_I}} \left[ 1 + \frac{\dot{W}}{\dot{W} + \dot{Q}_H} \frac{T_F}{T_H - T_F} \right] \quad (4.7)$$

$$COP''_{rev} = \frac{\frac{1}{T_F} - \frac{1}{T_I}}{\frac{1}{T_F} - \frac{1}{T_H}} \left[ 1 + \frac{\dot{W}}{\dot{W} + \dot{Q}_I} \frac{T_F}{T_I - T_F} \right] \quad (4.8)$$

On doit noter que si on néglige la contribution de  $\dot{W}$ , les relations (4.6), (4.7), (4.8) correspondent aux relations bien connues des machines trithermes, pour le cas endoréversible. Pour les machines qui nécessitent une puissance mécanique, les relations proposées indiquent comment corriger les résultats. Il apparaît que les corrections dépendent de la chaleur injectée dans le système ( $\dot{Q}_H$  respectivement  $\dot{Q}_I$ ) et des niveaux intérieurs de température ( $T_H$ ,  $T_I$ ,  $T_F$ ).

### Cas d'une machine endoirréversible et exoirréversible

C'est le cas le plus général à analyser, la création d'entropie interne  $\dot{S}$  est différente de zéro et peut être en théorie exprimée en utilisant l'analyse entropique du système. Les expressions des coefficients de performances pour les machines à froid, les pompes à chaleur et respectivement les transformateurs thermiques sont les suivantes :

$$COP_{irr} = \frac{\frac{1}{T_I} - \frac{1}{T_H}}{\frac{1}{T_F} - \frac{1}{T_I}} \left[ 1 + \frac{\dot{W} - T_H \dot{S}}{\dot{W} + \dot{Q}_H} \frac{T_I}{T_H - T_I} \right] \quad (4.9)$$

$$COP''_{irr} = \frac{\frac{1}{T_F} - \frac{1}{T_H}}{\frac{1}{T_F} - \frac{1}{T_I}} \left[ 1 + \frac{\dot{W} - T_H \dot{S}}{\dot{W} + \dot{Q}_H} \frac{T_F}{T_H - T_F} \right] \quad (4.10)$$

$$COP'''_{irr} = \frac{\frac{1}{T_F} - \frac{1}{T_I}}{\frac{1}{T_F} - \frac{1}{T_H}} \left[ 1 + \frac{\dot{W} - T_I \dot{S}}{\dot{W} + \dot{Q}_I} \frac{T_F}{T_I - T_F} \right] \quad (4.11)$$

On remarque que dans les trois expressions ci-dessus, les irréversibilités internes du système ont une action opposée à  $\dot{W}$  sur le facteur de correction. On observe aussi que la température associée à  $\dot{S}$  est la température du frigorigène au niveau du réservoir

correspondant à la dépense énergétique (différente selon le type de machine :  $T_H$  pour les machines à froid et pompes à chaleur et  $T_I$  pour les transformateurs thermiques).

### Lois de transfert de chaleur. L'influence du type de loi de transfert

#### ➤ Loi linéaire de transfert de chaleur

La littérature actuelle existante montre que la loi de transfert de chaleur la plus utilisée est celle de NEWTON, loi linéaire exprimée de la manière suivante :

$$Q_X = K_X \tau_X (T_{SX} - T_X) \quad (4.12)$$

si le système fonctionne dans un mode discontinu,  $Q_X$  étant la quantité de chaleur échangée au niveau du réservoir  $X$  [Joule];  $K_X$  représente la conductance de l'échangeur  $X$  [W/K] et  $\tau_X$  la durée finie du transfert correspondant [s] ( $X$  peut être  $F$ ,  $I$  ou  $H$ ).

Si le système étudié est stationnaire, cette loi est exprimée en terme de flux de chaleur ( $\dot{Q}_X$  en watt) et a l'expression suivante :

$$\dot{Q}_X = k_X A_X (T_{SX} - T_X) \quad (4.13)$$

où  $K_X$  représente dans ce cas le coefficient global de transfert de chaleur [W/m<sup>2</sup>K] et  $A_X$  la surface finie d'échange de chaleur [m<sup>2</sup>].

Si  $T_{SI} > T_I$  la chaleur est reçue par le système, donc positive, tandis que si  $T_I > T_{SI}$  la chaleur est fournie par le système, donc négative.

#### ➤ Loi de transfert de chaleur radiative généralisée

Le transfert de chaleur radiatif est caractérisé par la loi suivante :

$$Q_X = K_X \tau_X (T_{SX}^4 - T_X^4) \quad (4.14)$$

en terme d'énergie où bien

$$\dot{Q}_X = k_X A_X (T_{sX}^4 - T_X^4) \quad (4.15)$$

en terme de flux de chaleur.

Cette loi peut être généralisée sous la forme suivante :

$$Q_X = K_X \tau_X (T_{sX}^n - T_X^n) \quad \text{ou} \quad \dot{Q}_X = k_X A_X (T_{sX}^n - T_X^n) \quad (4.16)$$

La convention de signe présentée antérieurement reste toujours valable. Cette loi est couramment utilisée dans la littérature, plus particulièrement avec  $n = -1$ , correspondent à la loi de transfert de chaleur phénoménologique thermodynamique.

#### ➤ Loi de transfert de chaleur convective généralisée

Une généralisation des résultats précédents pour un transfert plus commun peut être développer sous une loi exprimée sous la forme suivante :

$$Q_X = K_X \tau_X (T_{sX} - T_X)^n \quad \text{ou} \quad \dot{Q}_X = k_X A_X (T_{sX} - T_X)^n \quad (4.17)$$

Cette loi est utilisé par exemple pour le transfert convectif naturel et pour le transfert de chaleur dans les bouilleurs (avec respectivement  $n = 1.25$  et  $n = 3$ ).

Les deux lois précédentes (4.16) et (4.17) restituent le cas le plus commun et le plus étudié, pour le cas limite  $n = 1$  (correspondant à la loi de NEWTON). Une attention particulière est nécessaire pour la validation de cette généralisation afin de respecter la convention des signes considérée. Ainsi pour tout  $n$ , paire ou impaire, la loi antérieure (4.17) peut être écrite en terme d'énergies sous la forme :

$$Q_X = [\text{sgn}(T_{sX} - T_X)]^{(n+1)} K_X \tau_X (T_{sX} - T_X)^n \quad (4.18)$$

#### 4.2.2. Adimensionnement du système d'équations. Relations entre le coefficient de performance et les paramètres adimensionnés

Le choix du type de loi de transfert de chaleur est important, son influence sur le model physique et l'adimensionnement du système d'équations étant évidente. Afin de simplifier les calcul on considère dans la suite une loi linéaire de transfert de chaleur (loi de Newton) pour les trois thermostats:

$$Q_H = K_H \tau_H (T_{SH} - T_H) \quad (4.19)$$

$$Q_I = K_I \tau_I (T_{SI} - T_I) \quad (4.20)$$

$$Q_F = K_F \tau_F (T_{SF} - T_F) \quad (4.21)$$

Les conductances de transfert de chaleur des échangeurs intermédiaires (condenseur et absorbeur) sont considérés identiques ( $K_{abs} = K_{cond} = K_I$ ). Les températures des réservoirs intermédiaires (condenseur et absorbeur) et les températures internes du fluide frigorigène au niveau des deux réservoirs intermédiaires sont considérées aussi identiques ( $T_{Sabs} = T_{Scond} = T_{SI}$  et  $T_{abs} = T_{cond} = T_I$ ). La durée de contact  $\tau_I$  et la chaleur échangée  $Q_I$  sont les sommes des deux quantités correspondantes au condenseur et à l'absorbeur :

$$Q_I = Q_{cond} + Q_{abs} \quad (4.22)$$

$$\tau_I = \tau_{cond} + \tau_{abs} \quad (4.23)$$

En utilisant les lois de transfert de chaleur (4.19), (4.20), (4.21), on obtient les expressions suivantes pour les températures internes du fluide frigorigène:

$$T_X = T_{SX} - \frac{Q_X}{K_X \tau_X}, \quad \text{avec } X = H, I \text{ ou } F \quad (4.24)$$

ou bien en terme de flux de chaleur

$$T_X = T_{SX} - \frac{\dot{Q}_X}{K_X} \quad \text{avec } X = H, I \text{ ou } F \quad (4.25)$$

Ainsi, le deuxième principe de la thermodynamique devient :

$$\frac{\dot{Q}_H}{T_H - \frac{\dot{Q}_H}{K_H}} + \frac{\dot{Q}_I}{T_I - \frac{\dot{Q}_I}{K_I}} + \frac{\dot{Q}_F}{T_F - \frac{\dot{Q}_F}{K_F}} + \dot{S} = 0 \quad (4.26)$$

En utilisant les équations (4.1) et (4.26), et les expressions des coefficients de performance pour les trois cas considérés (4.3), (4.4) et (4.5) on obtient les systèmes d'équations suivantes à résoudre :

> pour les machines à froid

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\dot{Q}_H}{T_{SH} - \frac{\dot{Q}_H}{K_H}} + \frac{\dot{Q}_F}{T_{SF} - \frac{\dot{Q}_F}{K_F}} + \frac{\dot{Q}_I}{T_{SI} - \frac{\dot{Q}_I}{K_I}} + \dot{S} = 0 \\ \dot{Q}_H + \dot{Q}_F + \dot{Q}_I + \dot{W} = 0 \\ COP = \frac{\dot{Q}_F}{\dot{Q}_H + \dot{W}} \end{array} \right.$$

> pour les pompes à chaleur

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\dot{Q}_H}{T_{SH} - \frac{\dot{Q}_H}{K_H}} + \frac{\dot{Q}_F}{T_{SF} - \frac{\dot{Q}_F}{K_F}} + \frac{\dot{Q}_I}{T_{SI} - \frac{\dot{Q}_I}{K_I}} + \dot{S} = 0 \\ \dot{Q}_H + \dot{Q}_F + \dot{Q}_I + \dot{W} = 0 \\ COP = -\frac{\dot{Q}_I}{\dot{Q}_H + \dot{W}} \end{array} \right.$$

> pour les thermotransformateurs

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\dot{Q}_H}{T_{SH} - \frac{\dot{Q}_H}{K_H}} + \frac{\dot{Q}_F}{T_{SF} - \frac{\dot{Q}_F}{K_F}} + \frac{\dot{Q}_I}{T_{SI} - \frac{\dot{Q}_I}{K_I}} + \dot{S} = 0 \\ \dot{Q}_H + \dot{Q}_F + \dot{Q}_I + \dot{W} = 0 \\ COP'' = \frac{\dot{Q}_H}{\dot{Q}_I + \dot{W}} \end{array} \right.$$

On présente trois modélisations possibles, selon trois adimensionnements différents, une première faite par rapport au réservoir de haute température, une deuxième rapportée au



réservoir de température froide et une troisième rapportée au réservoir de température intermédiaire.

**Modèle rapporté au réservoir de haute température**

Ce type de modélisation est intéressant pour les thermotransformateurs au cas où l'effet utile est imposé et pour les machines à froid et les pompes à chaleur si on connaît la dépense énergétique. Après cet adimensionnement, par rapport au réservoir de haute température (indice  $H$ ), les relations liant le coefficient de performance ( $COP$ ) aux paramètres adimensionnés obtenues, sont présentées dans le Tableau 4.1.

**Tableau 4.1: Relations entre le coefficient de performance et les paramètres adimensionnés pour le modèle rapporté au réservoir de haute température**

<b>Machines à froid</b>	$\frac{\bar{T}_{SH}^H}{\bar{T}_{SH}^H - 1} + \frac{COP (1 + \bar{W}^H)}{\bar{T}_{SF}^H - COP \frac{1 + \bar{W}^H}{\bar{K}_F^H * \bar{T}_{SH}^H}} - \frac{(COP + 1) (1 + \bar{W}^H)}{\bar{T}_{SI}^H + (COP + 1) \frac{1 + \bar{W}^H}{\bar{K}_I^H \bar{T}_{SH}^H}} + \bar{S}^H = 0$
<b>Pompes à chaleur</b>	$\frac{\bar{T}_{SH}^H}{\bar{T}_{SH}^H - 1} + \frac{(COP - 1) (1 + \bar{W}^H)}{\bar{T}_{SF}^H - (COP - 1) \frac{1 + \bar{W}^H}{\bar{K}_F^H * \bar{T}_{SH}^H}} - \frac{COP (1 + \bar{W}^H)}{\bar{T}_{SI}^H + COP \frac{1 + \bar{W}^H}{\bar{K}_I^H \bar{T}_{SH}^H}} + \bar{S}^H = 0$
<b>Thermotransformateurs</b>	$\frac{\bar{T}_{SH}^H}{\bar{T}_{SH}^H - 1} + \frac{\frac{1}{COP} - 1}{\bar{T}_{SF}^H - \frac{(\frac{1}{COP} - 1)}{\bar{K}_F^H \bar{T}_{SH}^H}} - \frac{\frac{1}{COP} + \bar{W}^H}{\bar{T}_{SI}^H + \frac{(\frac{1}{COP} + \bar{W}^H)}{\bar{K}_I^H \bar{T}_{SH}^H}} + \bar{S}^H = 0$

Dans ce cas les paramètres adimensionnés sont :

$$\bar{K}_F^H = \frac{K_F}{K_H} ; \bar{K}_I^H = \frac{K_I}{K_H} ;$$

$$\bar{T}_{SF}^H = \frac{T_{SF}}{T_{SH}} ; \bar{T}_{SI}^H = \frac{T_{SI}}{T_{SH}} ; \bar{T}_{SH}^H = \frac{K_H T_{SH}}{\dot{Q}_H} ;$$

$$\bar{W}^H = \frac{\dot{W}}{\dot{Q}_H} ; \bar{S}^H = \frac{\dot{S} T_{SH}}{\dot{Q}_H}$$

**Modèle rapporté au réservoir de température froide**

Une deuxième modélisation peut être faite selon un deuxième adimensionnement possible, rapportant au réservoir froid (indice  $F$ ). Les relations qui lient les coefficients de performance aux paramètres adimensionnés sont cette fois-ci les suivantes :

**Tableau 4.2 : Relations entre le coefficient de performance et les paramètres adimensionnés pour le modèle rapporté au réservoir de température froide**

<b>Machines à froid</b>	$\frac{\bar{T}_{SF}^F}{\bar{T}_{SF}^F - 1} + \frac{1 - \bar{W}^F}{COP} - \frac{1}{COP + 1} + \bar{S}^F = 0$ $\bar{T}_{SH}^F - \frac{1 - \bar{W}^F}{\bar{K}_H^F \bar{T}_{SF}^F} \quad \bar{T}_{SI}^F + \frac{1}{\bar{K}_I^F \bar{T}_{SF}^F} + 1$
<b>Pompes à chaleur</b>	$\frac{\bar{T}_{SF}^F}{\bar{T}_{SF}^F - 1} + \frac{-1 - \bar{W}^F}{1 - COP} + \frac{COP}{1 - COP} + \bar{S}^F = 0$ $\bar{T}_{SH}^F + \frac{1}{1 - COP} + \bar{W}^F \quad \bar{T}_{SI}^F - \frac{COP}{1 - COP} \frac{1}{\bar{K}_I^F \bar{T}_{SF}^F}$
<b>Thermotransformateurs</b>	$\frac{\bar{T}_{SF}^F}{\bar{T}_{SF}^F - 1} + \frac{COP}{\bar{T}_{SH}^F - \frac{1 - COP}{\bar{K}_H^F \bar{T}_{SF}^F}} - \frac{1}{\bar{T}_{SI}^F + \left( \frac{1}{1 - COP} + \bar{W}^F \right) \frac{1}{\bar{K}_I^F \bar{T}_{SF}^F}} + \bar{S}^F = 0$

Avec les paramètres adimensionnés :

$$\bar{K}_H^F = \frac{K_H}{K_F}; \quad \bar{K}_I^F = \frac{K_I}{K_F};$$

$$\bar{T}_{SH}^F = \frac{T_{SH}}{T_{SF}}; \quad \bar{T}_{SI}^F = \frac{T_{SI}}{T_{SF}}; \quad \bar{T}_{SF}^F = \frac{K_F T_{SF}}{\dot{Q}_F};$$

$$\bar{W}^F = \frac{\dot{W}}{\dot{Q}_F}; \quad \bar{S}^F = \frac{\dot{S} T_{SF}}{\dot{Q}_F}$$

Ce modèle peut être exploité surtout pour les machine à froid, où plus souvent on demande une certaine production de froid.

**Modèle rapporté au réservoir de température intermédiaire**

Cette troisième modélisation s'impose, principalement pour le cas des pompes à chaleur pour lesquelles l'effet utile est au niveau du réservoir intermédiaire et pour les thermotransformateurs pour lesquels la dépense énergétique se situe au niveau du réservoir de température intermédiaire. Les relations qui lient les coefficients de performance aux paramètres adimensionnés sont dans ce cas présentés dans le Tableau 4.3 :

**Tableau 4.3 : Relations entre le coefficient de performance et les paramètres adimensionnés pour le modèle rapporté au réservoir de température intermédiaire**

<p><b>Machines à froid</b></p>	$\frac{\bar{T}_{SI}^I}{\bar{T}_{SI}^I - 1} + \frac{-\frac{1}{1+COP} - \bar{W}^I}{\bar{T}_{SH}^I + \frac{1}{\bar{K}_H^I \bar{T}_{SI}^I}} - \frac{\frac{COP}{1+COP}}{\bar{T}_{SF}^I + \frac{1}{\bar{K}_F^I \bar{T}_{SI}^I}} + \bar{S}^I = 0$
<p><b>Pompes à chaleur</b></p>	$\frac{\bar{T}_{SI}^I}{\bar{T}_{SI}^I - 1} + \frac{-\frac{1}{COP} - \bar{W}^I}{\bar{T}_{SH}^I + \frac{1}{\bar{K}_H^I \bar{T}_{SI}^I}} + \frac{\frac{1}{COP} - 1}{\bar{T}_{SF}^I - \left(\frac{1}{COP} - 1\right) \frac{1}{\bar{K}_F^I \bar{T}_{SI}^I}} + \bar{S}^I = 0$
<p><b>Thermotransformateurs</b></p>	$\frac{\bar{T}_{SI}^I}{\bar{T}_{SI}^I - 1} - \frac{COP(1 + \bar{W}^I)}{\bar{T}_{SH}^I + COP(1 + \bar{W}^I) \frac{1}{\bar{K}_H^I \bar{T}_{SI}^I}} + \frac{(COP - 1)(1 + \bar{W}^I)}{\bar{T}_{SF}^I - \frac{(COP - 1)(1 + \bar{W}^I)}{\bar{K}_F^I \bar{T}_{SI}^I}} + \bar{S}^I = 0$

Avec les paramètres adimensionnés :

$$\bar{K}_H^I = \frac{K_H}{K_I} ; \bar{K}_F^I = \frac{K_F}{K_I}$$

$$\bar{T}_{SH}^I = \frac{T_{SH}}{T_{SI}} ; \bar{T}_{SF}^I = \frac{T_{SF}}{T_{SI}} ; \bar{T}_{SI}^I = \frac{K_I T_{SI}}{\dot{Q}_I}$$

$$\bar{W}^I = \frac{\dot{W}}{\dot{Q}_I} ; \bar{S}^I = \frac{\dot{S} T_{SI}}{\dot{Q}_I}$$

**Remarque :** Pour les trois modèles présentés antérieurement, le cas endoréversible représente une particularisation des cas endoirréversible et exoirréversible ; les relations qui lient les coefficients de performance aux paramètres adimensionnés sont celles présentées en Tableau 4.1, Tableau 4.2, Tableau 4.3.

### 4.3. ETUDE DE SENSIBILITE : VARIATION DU COP EN FONCTION DES PARAMETRES ADIMENSIONNES. VALIDATION DES RESULTATS

L'importance des relations développées plus haut est mise en évidence par l'étude de sensibilité qui suit. La performance des systèmes énergétiques, traduit ici par la grandeur du coefficient de performance, peut être améliorée en « jouant » sur les paramètres adimensionnés, leur influence étant soulignée dans les figures présentées dans la suite. L'étude de sensibilité est faite pour des données techniques obtenues des différents fabricants. Ainsi le rapport de conductances varie entre  $\frac{1}{2}$  et 2, la température froide entre  $-40^{\circ}\text{C}$  et  $10^{\circ}\text{C}$ , la température intermédiaire entre  $18^{\circ}\text{C}$  et  $32^{\circ}\text{C}$  et la température haute entre  $100^{\circ}\text{C}$  et  $300^{\circ}\text{C}$ . Il faut tenir compte que pour les transformateurs thermiques les signes des paramètres  $\bar{T}_{SH}^H$ ,  $\bar{W}^H$ ,  $\bar{S}^H$  respectivement  $\bar{T}_{SF}^F$ ,  $\bar{W}^F$ ,  $\bar{S}^F$  et  $\bar{T}_{SI}^I$ ,  $\bar{W}^I$ ,  $\bar{S}^I$ , sont opposés à ceux des pompes à chaleur et des machines à froid. C'est pour cela que dans la suite on représente sur les mêmes graphiques les machines à froid et les pompes à chaleur l'ordre de grandeur des paramètres adimensionnés étant le même. Les transformateurs thermiques sont présentés séparément.

L'étude de sensibilité a qualitativement les mêmes résultats pour les trois modèles présentés, raison pour laquelle on présente dans ce mémoire les évolutions du coefficient de performance en fonction des paramètres adimensionnés selon un seul modèle, rapporté au réservoir de haute température. Une étude de sensibilité selon le modèle rapporté au réservoir de température intermédiaire est présentée en annexe 2.

Tableau 4.4, Tableau 4.5 et Tableau 4.6 présentent les paramètres fixés, les points centraux et les intervalles de variation des variables et les paramètres adimensionnés utilisés dans cette étude.

**Tableau 4.4 : Paramètres fixés utilisés pour l'étude de sensibilité**

	Machines à froid et pompes à chaleur	Thermotransformateurs
$T_{SH}$ (K)	348	333.15
$\dot{Q}_H$ (W)	9000	-5000
$K_H$ (W/K)	400	2000

**Tableau 4.5 Valeurs centrales des variables utilisées pour l'étude de sensibilité**

	Machines à froid et pompes à chaleur	Thermotransformateurs
$T_{SI}$ (K)	291	305.15
$T_{SF}$ (K)	278	278.15
$\dot{W}$ (W)	50	50
$K_I$ (W/K)	400	2000
$K_F$ (W/K)	400	2000
$\dot{S}$ (W/K)	0.5	0.5

**Tableau 4.6 : Paramètres adimensionnés utilisés pour l'étude de sensibilité**

	Machines à froid et pompes à chaleur		Thermotransformateurs	
	point central	intervalle de variation	point central	intervalle de variation
$\bar{K}_F^H$	1	0.5 – 2.0	1	1 – 2
$\bar{K}_I^H$	1	0.7 – 2.0	1	0.8 – 2
$\bar{T}_{SF}^H$	0.79	0.35 – 0.7	0.83	0.3 – 0.84
$\bar{T}_{SI}^H$	0.83	0.8 – 0.86	0.92	0.92 – 0.99
$\bar{W}^H$	0.0055	0.001 – 0.5	-0.01	(-0.01) – (-0.1)
$\bar{S}^H$	0.02	0.001 – 0.045	-0.033	(-0.001) – (-0.033)

Il est évident que le coefficient de performance pour tout type de machine augmente avec  $\bar{K}_F^H$  et  $\bar{K}_I^H$  (amélioration de la qualité du transfert de chaleur) et  $\bar{W}^H$  (vus les relations (4.6), (4.7), (4.8) et il diminue avec la création d'entropie interne adimensionnée  $\bar{S}^H$  (voir

Figure 4.5, Figure 4.6, Figure 4.7 et Figure 4.8 pour les thermotransformateurs et Figures 4.9, Figure 4.10, Figure 4.11 et Figure 4.12 pour les machines à froid et les pompes à chaleur).

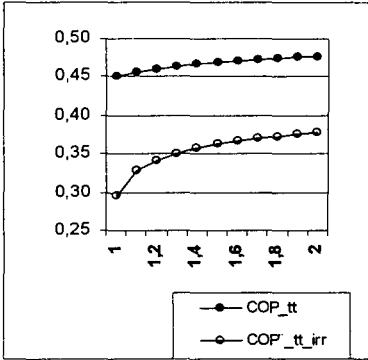


Figure 4.5 : Evolution du COP en fonction de  $K_F^H$  pour les thermotransformateurs

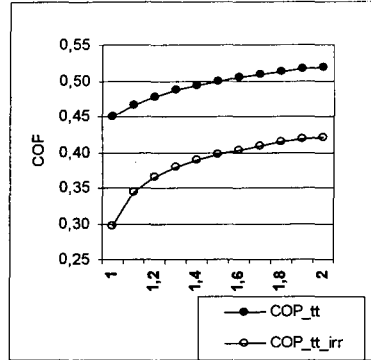


Figure 4.6 : Evolution du COP en fonction de  $K_I^H$  pour les thermotransformateurs

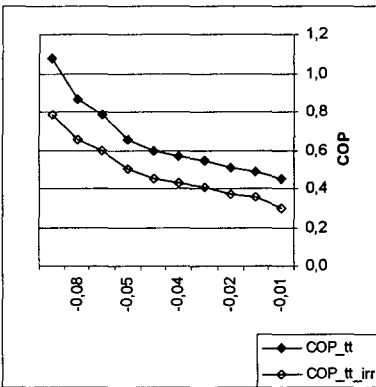


Figure 4.7 : Evolution du COP en fonction de  $W^H$  pour les thermotransformateurs

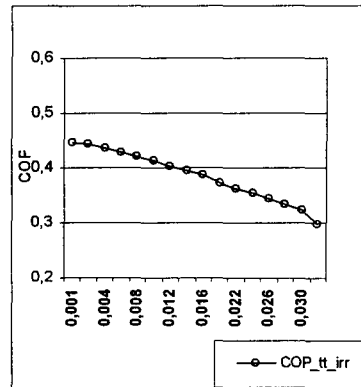


Figure 4.8 : Evolution du COP en fonction de  $S^H$  pour les thermotransformateurs

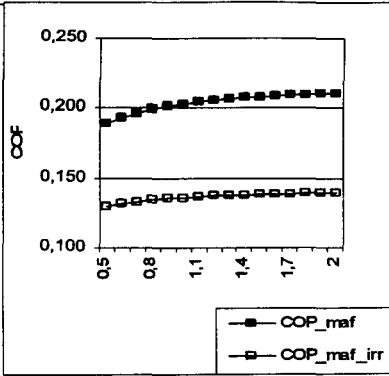


Figure 4.9 : Evolution du COP en fonction de  $\bar{K}_F^H$  pour les machines à froid

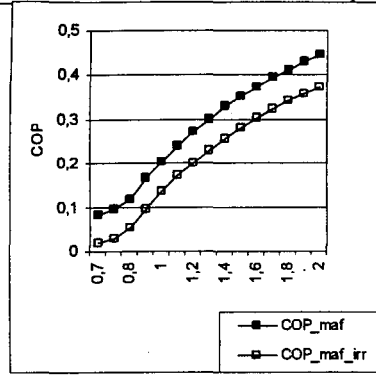


Figure 4.10 : Evolution du COP en fonction de  $\bar{K}_H^H$  pour les machines à froid

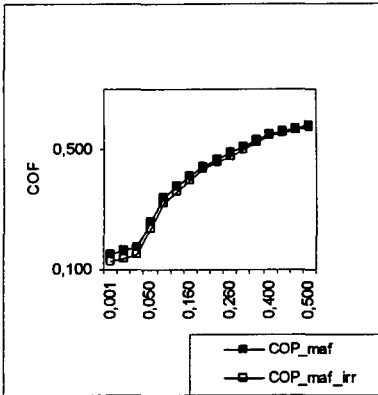


Figure 4.11 : Evolution du COP en fonction de  $\bar{W}^H$  pour les machines à froid

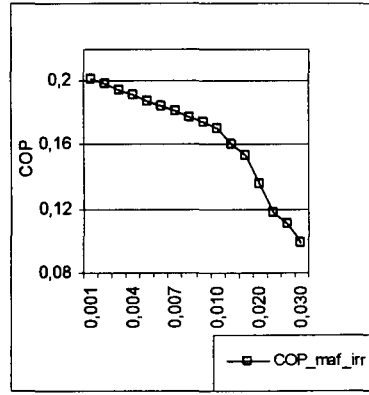


Figure 4.12 : Evolution du COP en fonction de  $\bar{S}^H$  pour les machines à froid

Cependant, lorsque le COP diminue avec  $\bar{T}_{SF}^H$  et augmente avec  $\bar{T}_{SH}^H$  pour les machines à froid (Figure 4.13 et Figure 4.14) on observe l'inverse pour les thermotransformateurs (Figure 4.15 et Figure 4.16). Ces derniers paramètres font apparaître les rapports des températures des réservoirs et cette influence opposée s'explique par le fait que la dépense énergétique n'est pas au même réservoir pour les trois types de machine. Evidemment, la variation de température des réservoirs n'influence pas de la même façon la performance de la machine, qu'elle soit machine à froid, pompe à chaleur ou thermotransformateur.

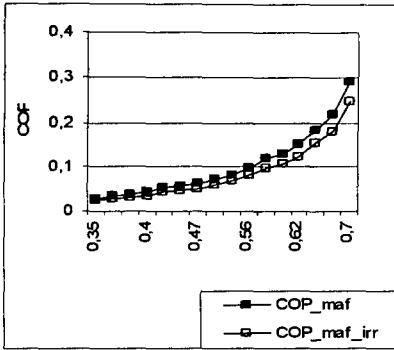


Figure 4.13 : Evolution du COP en fonction de  $\bar{T}_{SF}^H$  pour les machines à froid

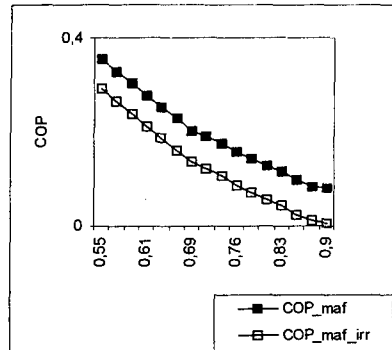


Figure 4.14 : Evolution du COP en fonction de  $\bar{T}_{Sl}^H$  pour les machines à froid

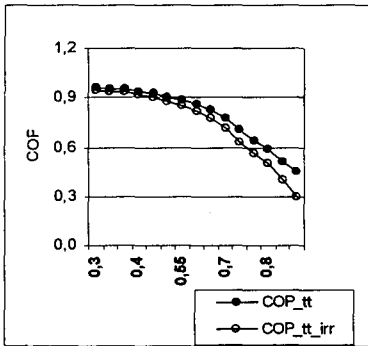


Figure 4.15 : Evolution du COP en fonction de  $\bar{T}_{SF}^H$  pour les thermostats

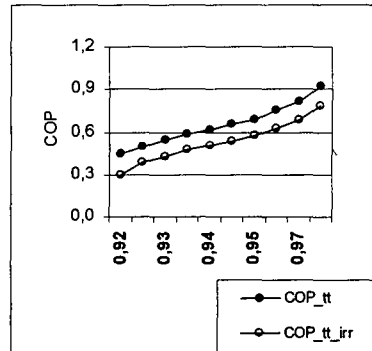


Figure 4.16 : Evolution du COP en fonction de  $\bar{T}_{Sl}^H$  pour les thermostats

On valide nos relations en vérifiant que le COP des pompes à chaleur est le COP des machines à froid augmenté d'une unité :

$$COP' = -\frac{\dot{Q}_I}{\dot{Q}_H + \dot{W}} = \frac{\dot{Q}_F + \dot{Q}_H + \dot{W}}{\dot{Q}_H + \dot{W}} = \frac{\dot{Q}_F}{\dot{Q}_H + \dot{W}} + 1 = COP + 1 \quad (4.27)$$

C'est important de faire cette étude avec des paramètres adimensionnés afin de pouvoir l'utiliser pour toutes les valeurs (unités de mesure) des paramètres techniques et pour d'autres cas particuliers qu'on pourrait rencontrer dans l'industrie. Par exemple, dans les Figure 4.14 et Figure 4.16, pour une température  $T_{SH}$  fixe on observe que le COP peut être amélioré par



la diminution de la température du réservoir intermédiaire pour les machines à froid et les pompes à chaleur et respectivement par l'augmentation de cette température pour les thermostroformateurs.

Il est évident que la performance de la machine endoréversible soit supérieure à celle endoirréversible et exoirréversible. On remarque dans la Figure 4.8 et la Figure 4.12 que les irréversibilités dans le système font diminuer les coefficients de performance.

#### **4.4. OPTIMISATION DU COEFFICIENT DE PERFORMANCE DES MACHINES TRITHERMES AVEC CONTRAINTE SUR LA CONDUCTANCE TOTALE**

Dans ce sous-chapitre on étudie l'existence des optimums des pincements de température au niveau des trois échangeurs de chaleur, pour les trois types de machine considérés, pour des coefficients de performance maximums. Comme pour les machines à deux réservoirs de chaleur, l'étude est faite avec une contrainte sur la conductance totale du système.

**PARAMETRES :**  $T_{SH}, T_{SI}, T_{SF}, \dot{W}, \dot{S}, K_T$

**VARIABLES :**  $X_H = T_{SH} - T_H$

$X_I = T_{SI} - T_I$

$X_F = T_{SF} - T_F$

Si on utilise les équations (4.1) et (4.2) les lois de transfert de chaleur (4.19), (4.20) et (4.21) et la contrainte sur la conductance totale du système (4.28) :

$$K_H + K_I + K_F = K_T \quad (4.28)$$

on obtient un système d'équation qui permet d'obtenir les conductances des trois échangeurs en fonction des paramètres et des trois pincements de température.

$$K_H = \frac{K_T X_I X_F \left( \frac{1}{T_{SF} - X_F} - \frac{1}{T_{SI} - X_I} \right) + X_F \left( \frac{\dot{W}}{T_{SF} - X_F} - \dot{S} \right) - X_I \left( \frac{\dot{W}}{T_{SI} - X_I} - \dot{S} \right)}{X_I X_F \left( \frac{1}{T_{SF} - X_F} - \frac{1}{T_{SI} - X_I} \right) + X_H X_I \left( \frac{1}{T_{SI} - X_I} - \frac{1}{T_{SH} - X_H} \right) + X_F X_H \left( \frac{1}{T_{SH} - X_H} - \frac{1}{T_{SF} - X_F} \right)} \quad (4.29)$$

$$K_I = \frac{K_T X_H X_F \left( \frac{1}{T_{SH} - X_H} - \frac{1}{T_{SF} - X_F} \right) + X_H \left( \frac{\dot{W}}{T_{SH} - X_H} - \dot{S} \right) - X_F \left( \frac{\dot{W}}{T_{SF} - X_F} - \dot{S} \right)}{X_I X_F \left( \frac{1}{T_{SF} - X_F} - \frac{1}{T_{SI} - X_I} \right) + X_H X_I \left( \frac{1}{T_{SI} - X_I} - \frac{1}{T_{SH} - X_H} \right) + X_F X_H \left( \frac{1}{T_{SH} - X_H} - \frac{1}{T_{SF} - X_F} \right)} \quad (4.30)$$

$$K_C = \frac{K_T X_I X_H \left( \frac{1}{T_{SI} - X_I} - \frac{1}{T_{SH} - X_H} \right) + X_I \left( \frac{\dot{W}}{T_{SI} - X_I} - \dot{S} \right) - X_H \left( \frac{\dot{W}}{T_{SH} - X_H} - \dot{S} \right)}{X_I X_F \left( \frac{1}{T_{SF} - X_F} - \frac{1}{T_{SI} - X_I} \right) + X_H X_I \left( \frac{1}{T_{SI} - X_I} - \frac{1}{T_{SH} - X_H} \right) + X_F X_H \left( \frac{1}{T_{SH} - X_H} - \frac{1}{T_{SF} - X_F} \right)} \quad (4.31)$$

#### 4.4.1. Machines à froid et pompes à chaleur

Les expressions des coefficients de performance qui représentent les fonctions Objectif sont les suivantes :

➤ pour les machines à froid :

$$\text{COP} = \frac{\dot{Q}_C}{\dot{Q}_H + \dot{W}} = \frac{K_T \left( \frac{1}{T_{SI} - X_I} - \frac{1}{T_{SH} - X_H} \right) + \frac{1}{X_H} \left( \frac{\dot{W}}{T_{SI} - X_I} - \dot{S} \right) - \frac{1}{X_I} \left( \frac{\dot{W}}{T_{SH} - X_H} - \dot{S} \right)}{K_T \left( \frac{1}{T_{SF} - X_F} - \frac{1}{T_{SI} - X_I} \right) + \frac{\dot{W}}{X_H} \left( \frac{1}{T_{SF} - X_F} - \frac{1}{T_{SI} - X_I} \right) + \frac{1}{X_I} \left( \frac{\dot{W}}{T_{SH} - X_H} - \dot{S} \right) - \frac{1}{X_F} \left( \frac{\dot{W}}{T_{SH} - X_H} - \dot{S} \right)} \quad (4.32)$$

➤ pour les pompes à chaleur :

$$\text{COP}' = \frac{\dot{Q}_H}{\dot{Q}_H + \dot{W}} = \frac{K_T \left( \frac{1}{T_{SF} - X_F} - \frac{1}{T_{SH} - X_H} \right) + \frac{1}{X_H} \left( \frac{\dot{W}}{T_{SF} - X_F} - \dot{S} \right) - \frac{1}{X_F} \left( \frac{\dot{W}}{T_{SH} - X_H} - \dot{S} \right)}{K_T \left( \frac{1}{T_{SF} - X_F} - \frac{1}{T_{SI} - X_I} \right) + \frac{\dot{W}}{X_H} \left( \frac{1}{T_{SF} - X_F} - \frac{1}{T_{SI} - X_I} \right) + \frac{1}{X_I} \left( \frac{\dot{W}}{T_{SH} - X_H} - \dot{S} \right) - \frac{1}{X_F} \left( \frac{\dot{W}}{T_{SH} - X_H} - \dot{S} \right)} \quad (4.33)$$

Afin d'obtenir l'optimum analytique des pincements de température aux échangeurs, on cherche une solution des relations suivantes :

$$\frac{dCOP}{dX_H} = 0 ; \frac{dCOP}{dX_F} = 0 ; \frac{dCOP}{dX_I} = 0 \quad (4.34)$$

$$\frac{dCOP^*}{dX_H} = 0 ; \frac{dCOP^*}{dX_F} = 0 ; \frac{dCOP^*}{dX_I} = 0 \quad (4.35)$$

Vue la relation entre les coefficients de performance des machines à froid et pompes à chaleur (4.27), les équations précédentes (4.34) et (4.35), mènent au système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \frac{1}{X_H^2} \left( \frac{\dot{W}}{T_{SH} - X_H} - \dot{S} \right) + \frac{1}{X_H} \frac{\dot{W}}{(T_{SH} - X_H)^2} + \frac{K_T}{(T_{SH} - X_H)^2} = 0 \\ \frac{1}{X_F^2} \left( \frac{\dot{W}}{T_{SH} - X_H} - \dot{S} \right) + \frac{1}{X_H} \frac{\dot{W}}{(T_{SF} - X_F)^2} + \frac{K_T}{(T_{SF} - X_F)^2} = 0 \\ \frac{1}{X_I^2} \left( \frac{w}{T_{SH} - X_H} - \dot{S} \right) + \frac{1}{X_H} \frac{\dot{W}}{(T_{SI} - X_I)^2} + \frac{K_T}{(T_{SI} - X_I)^2} = 0 \end{cases}$$

Les pincements optimaux au niveau des trois échangeurs de chaleur du système représentent les solutions du système d'équations antérieur. Il y a une seule solution physique de ce système :

$$\left\{ \begin{aligned} X_I &= -\frac{T_{SI}}{K_T - \sqrt{\frac{Y_H}{T_{SH}}}} \\ &\quad 1 - \frac{\dot{S} - \sqrt{\frac{Y_H}{T_{SH}}}}{\sqrt{\frac{Y_H}{T_{SH}}}} \\ X_H &= \frac{\sqrt{\frac{Y_H}{T_{SH}}} - \dot{S}}{K_T - \dot{S}} T_{SH} \\ X_F &= -\frac{T_{SF}}{K_T - \sqrt{\frac{Y_H}{T_{SH}}}} \\ &\quad 1 + \frac{\dot{S} - \sqrt{\frac{Y_H}{T_{SH}}}}{\sqrt{\frac{Y_H}{T_{SH}}}} \end{aligned} \right.$$

où  $Y_H = \dot{W} \dot{S} - \dot{W} K_T + K_T \dot{S} T_{SH}$

Une application numérique de ce modèle est présentée dans le tableau suivant :

**Tableau 4.7 : Application numérique pour les machines à froid et les pompes à chaleur**

$T_{SF}$	278	K
$T_{SH}$	348	K
$T_{SI}$	291	K
$\dot{W}$	50	W
$\dot{S}$	0,35	W/K
$K_T$	1200	W/K
$X_H$	4,46	K
$X_I$	-3,83	K
$X_F$	3,57	K
$K_H$	284,1	W/K
$K_I$	621,2	W/K
$K_F$	294,7	W/K
$COP'$	2,162	
$COP$	1,162	

Les deux expressions des coefficients de performance pour les deux cas de machine sont différentes mais le point optimum est donné par les mêmes pincements. Le coefficient

de performance est évidemment différent pour les deux cas, la différence étant l'unité. Ainsi, la même machine donne un maximum du coefficient de performance, de 2.162 si l'effet utile est au réservoir chaud et de 1.162 si l'effet utile est au niveau du réservoir froid, dans les conditions présentées dans le Tableau 4.7.

Une étude de sensibilité de l'optimum par rapport à la création d'entropie interne montre que les différences de température aux échangeurs de chaleur augmentent avec les irréversibilités dans la machine, comme dans la figure suivante.

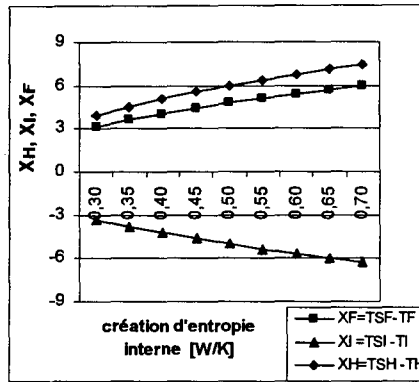


Figure 4.17: Evolution des pincements optimaux en fonction de la création d'entropie pour les machines à froid et les pompes à chaleur

#### 4.4.2. THERMOTRANSFORMATEURS

Pour les thermotransformateurs la fonction Objectif est donnée par l'équation (4.36) :

$$COP^* = -\frac{\dot{Q}_H}{\dot{Q}_I + \dot{W}} = \frac{K_T \left( \frac{1}{T_{SI} - X_I} - \frac{1}{T_{SP} - X_F} \right) + \frac{1}{X_F} \left( \frac{\dot{W}}{T_{SI} - X_I} - \dot{S} \right) - \frac{1}{X_I} \left( \frac{\dot{W}}{T_{SP} - X_F} - \dot{S} \right)}{K_T \left( \frac{1}{T_{SH} - X_H} - \frac{1}{T_{SP} - X_F} \right) + \frac{1}{X_I} \left( \frac{1}{T_{SH} - X_H} - \frac{1}{T_{SP} - X_F} \right) + \frac{1}{X_F} \left( \frac{\dot{W}}{T_{SI} - X_I} - \dot{S} \right) - \frac{1}{X_H} \left( \frac{\dot{W}}{T_{SI} - X_I} - \dot{S} \right)}$$

(4.36)

Le système d'équations obtenu en suivant les mêmes démarches qu'au cas des machines à froid et pompes à chaleur, est :

$$\begin{cases} \frac{1}{X_H^2} \left( \frac{\dot{W}}{T_{SI} - X_I} - \dot{S} \right) + \frac{1}{X_I} \frac{\dot{W}}{(T_{SH} - X_H)^2} + \frac{K_T}{(T_{SH} - X_H)^2} = 0 \\ \frac{1}{X_F^2} \left( \frac{\dot{W}}{T_{SI} - X_I} - \dot{S} \right) + \frac{1}{X_I} \frac{\dot{W}}{(T_{SF} - X_F)^2} + \frac{K_T}{(T_{SF} - X_F)^2} = 0 \\ \frac{1}{X_I^2} \left( \frac{\dot{W}}{T_{SI} - X_I} - \dot{S} \right) + \frac{1}{X_I} \frac{\dot{W}}{(T_{SI} - X_I)^2} + \frac{K_T}{(T_{SI} - X_I)^2} = 0 \end{cases}$$

avec la solution physique suivante :

$$\begin{cases} X_H = \frac{T_{SH}}{K_T + \sqrt{\frac{Y_I}{T_{SI}}}} \\ \quad 1 - \frac{\dot{S} + \sqrt{\frac{Y_I}{T_{SI}}}}{\dot{S} - \sqrt{\frac{Y_I}{T_{SI}}}} \\ X_I = \frac{\dot{S} - \sqrt{\frac{Y_I}{T_{SI}}}}{\dot{S} - K_T} T_{SI} \\ X_F = \frac{T_{SF}}{K_T + \sqrt{\frac{Y_I}{T_{SI}}}} \\ \quad 1 - \frac{\dot{S} + \sqrt{\frac{Y_I}{T_{SI}}}}{\dot{S} - \sqrt{\frac{Y_I}{T_{SI}}}} \end{cases}$$

où  $Y_I = \dot{W} \dot{S} - \dot{W} K_T + K_T \dot{S} T_{SI}$

On remarque l'analogie entre le système précédent et celui correspondant aux machines à froid et pompes à chaleur. La différence est due au fait que dans le cas des thermostroformateurs l'énergie reçue par le système est au niveau du réservoir intermédiaire et non plus au niveau du réservoir de haute température, comme pour les machines à froid et les pompes à chaleur.

Une application numérique est présentée dans le Tableau 4.8 :

Tableau 4.8 : Application numérique pour les thermotransformateurs

$T_{SF}$	278	K
$T_{SH}$	348	K
$T_{SI}$	291	K
$\dot{W}$	50	W
$\dot{S}$	0,35	W/K
$K_T$	1200	W/K
$X_H$	-4,24	K
$X_F$	-3,39	K
$X_I$	3,46	K
$K_H$	290,6	W/K
$K_I$	614,2	W/K
$K_F$	295,3	W/K
$COP'$	0,45	

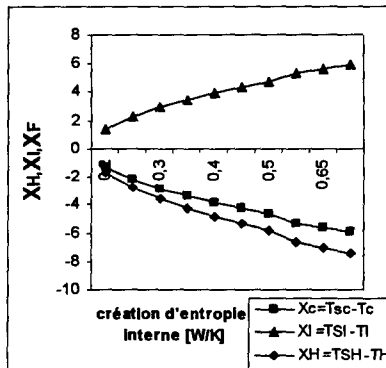


Figure 4.18: Evolution des pincements optimaux en fonction de la création d'entropie interne pour les thermotransformateurs

Dans la Figure 4.18 on présente l'influence des irréversibilités internes sur le point optimum. On remarque donc que le degrés d'imperfection des transformations internes du fluide frigorigaue a une influence non-négligeable sur le degré d'imperfection des transferts thermiques aux échangeurs par l'augmentation des pincements de température.

**Conclusion partielle :**

Une solution existe, pour chaque type de machine, seulement si la création d'entropie interne vérifie les conditions suivante :  $\dot{S} > \frac{\dot{W}}{T_{SH} - X_H}$ , pour les machines à froid et les pompes à chaleur et  $\dot{S} > \frac{\dot{W}}{T_{SI} - X_I}$ , pour les thermotransformateurs. L'existence de ces seuils de la création d'entropie pourrait être expliquée par la dissipation de la puissance mécanique nécessaire pour le mouvement du fluide interne.

L'optimisation du coefficient de performance donne les mêmes résultats pour les machines à froid et les pompes à chaleur : les expressions des deux coefficients de performance sont différentes, mais le point optimum est donné par les mêmes pincements de température, en absence de contrainte sur le flux de chaleur. Pour les thermotransformateurs c'est différent, parce que l'énergie reçue par le système est au niveau du réservoir intermédiaire et non plus au niveau de la source chaude comme pour les machines à froid et les pompes à chaleur et parce que le signe des pincement  $X_H, X_I, X_F$  est opposé à ceux des machines à froid et pompes à chaleur.

#### ***4.5. OPTIMISATION DU COÛT DE LA FONCTION COMPRESSION POUR LES MACHINES A COMPRESSION MECANIQUE DE VAPEUR, AVEC CONTRAINTE SUR LA SURFACE TOTALE***

On a vu au paragraphe 4.4 qu'un optimum de fonctionnement existe pour certaines expressions des pincements de température au niveau des réservoirs de chaleur. L'étude de l'existence d'un optimum économique s'avère intéressant : on étudie dans la suite l'existence d'un minimum du coût de fonctionnement, sachant que les pertes exergetiques durant le fonctionnement ont un impact sur ce coût. On commence cette étude pour les machines dithèrmes, qui représentent des cas limites dans l'approche présentée antérieurement, afin de prouver l'existence de cet optimum pour un cas simple et de continuer par la suite pour le cas des machines trithèrmes. On fait l'hypothèse que l'influence des pertes exergetiques internes sur le coût de fonctionnement est négligeable par rapport aux pertes exergetiques externes, raison pour lequel  $\dot{S}$  apparaît comme un paramètre fixe.



#### 4.5.1. Machines à froid

Si on fixe la surface totale d'échange de chaleur, la question qui se pose est comment distribuer cette surface de manière optimale entre les échangeurs de chaleur de la machine à froid ditherme, pour assurer un coût de fonctionnement minimum.

On effectue cette étude partant d'un travail précédent [15], où il a été étudié essentiellement la répartition optimale des investissements des échangeurs, en considérant des valeurs unitaires des surfaces ; la valeur totale des deux échangeurs (évaporateur et condenseur) d'une machine à froid simple peut alors être exprimée sous la forme :

$$v = v_{CD} A_{CD} + v_{EV} A_{EV} \quad (4.37)$$

sous l'hypothèse que la surface est le facteur primordial qui donne le coût de l'échangeur.

Pour le cas particulier où  $v_{EV} = v_{CD}$ , le minimum de la valeur des échangeurs ne dépend pas de la répartition de la surface, qui apparaît comme une contrainte :

$$A_T = A_{EV} + A_{CD} \quad (4.38)$$

Par contre le coût global de l'installation qui est égal au coût d'investissement plus le coût de fonctionnement dépendra de cette répartition, son expression étant :

$$c_g = v_{CD} A_{CD} + v_{EV} A_{EV} + v_w \dot{W} N + ci_{CP} \quad (4.39)$$

Ayant antérieurement analysé l'optimisation du coût d'investissement des échangeurs [15], on propose ici d'optimiser le coût global de la fonction compression.

Vu la relation (4.39), un minimum du coût de la fonction compression est obtenu pour un minimum de puissance demandée au compresseur. La fonction Objectif dans ce cas est la relation (4.40) :

$$\dot{W} = -k_{EV} A_{EV} (T_{SF} - T_{EV}) - k_{EV} A_{EV} (T_{PC} - T_{CD}) \quad (4.40)$$

sous l'hypothèse que les lois de transfert de chaleur au niveau de la source et du puits sont de type Newton.

Le bilan énergétique, entropique, les lois de transfert de chaleur au niveau du condenseur et de l'évaporateur et la contrainte sur la surface totale forment le système d'équations suivant, qui représente le point de départ de cette étude.

$$\begin{cases} \dot{Q}_{EV} + \dot{Q}_{CD} + \dot{W} = 0 \\ \dot{Q}_{EV} = k_{EV} A_{EV} (T_{SF} - T_{EV}) \\ \dot{Q}_{CD} = k_{CD} A_{CD} (T_{PC} - T_{CD}) \\ \frac{\dot{Q}_{EV}}{T_{EV}} + \frac{\dot{Q}_{CD}}{T_{CD}} + \dot{S} = 0 \\ A_T = A_{CD} + A_{EV} \end{cases}$$

**Paramètres :**  $\dot{Q}_{EV}$ ,  $A_T$ ,  $T_{PC}$ ,  $T_{SF}$ ,  $k_{EV}$ ,  $k_{CD}$ ,  $\dot{S}$

**Variables :**  $A_{CD}$ ,  $A_{EV}$ ,  $T_{CD}$ ,  $T_{EV}$

Après adimensionnement la **fonction Objectif** aura la forme :

$$\bar{W} = -\bar{Q}_{EV} + \bar{K} \bar{T} \frac{a}{1+a} \frac{\bar{S} + \frac{\bar{Q}_{EV}}{1-\bar{Q}_{EV}(1+a)}}{\frac{\bar{K} a}{1+a} - \bar{S} - \frac{\bar{Q}_{EV}}{1-\bar{Q}_{EV}(1+a)}} \quad (4.41)$$

avec  $\bar{W} = \frac{\dot{W}}{k_{EV} A_T T_{SF}}$

**paramètres adimensionnés :**  $\bar{Q}_{EV} = \frac{\dot{Q}_{EV}}{k_{EV} A_T T_{SF}}$ ,  $\bar{K} = \frac{k_{CD}}{k_{EV}}$ ,  $\bar{S} = \frac{\dot{S}}{k_{EV} A_T}$ ,  $\bar{T} = \frac{T_{PC}}{T_{SF}}$

et

**variable adimensionnée**  $a = \frac{A_{CD}}{A_{EV}}$

En annulant la dérivée première de (4.41) par rapport à  $a$ , on obtient la solution analytique suivante :

$$a^{opt} = \frac{\bar{S} + (1 - \bar{S}) \bar{Q}_{EV}}{\bar{Q}_{EV} (\sqrt{\bar{K}} + \bar{S})} \quad (4.42)$$

avec l'expression de la puissance minimale correspondante.

$$\bar{W}^{\min} = -\bar{Q}_{EV} - \bar{K} \bar{T} \frac{\bar{S} + (1 - \bar{S}) \bar{Q}_{EV}}{\bar{Q}_F (\sqrt{\bar{K}} + 1)^2 + \bar{S} - \bar{K}} \quad (4.43)$$

Dans Tableau 4.9 on présente un exemple numérique, du modèle présenté ci-dessus, pour une puissance frigorifique de 8000W. C'est un cas particulier qu'on considère, endoréversible, avec les coefficients de transfert de chaleur des deux échangeurs égaux, une surface totale d'échange de  $2\text{m}^2$  et pour le coût de l'électricité invariant égal à 0.56 FF par kWh.

Tableau 4.9: Exemple numérique

Hypothèses : Résultats :

$\bar{T} = 1.07$	$\alpha^{opt} = 1$
$\bar{S} = 0$	$T_{PC}/T_{CD} = 0.9854$
$\bar{K} = 1$	$T_{CD} = 28^{\circ}\text{C}$
$T_{PC} = 24.46^{\circ}\text{C}$	$T_{SF}/T_{EV} = 1.0145$
$T_{SF} = 5^{\circ}\text{C}$	$T_{EV} = 1.02^{\circ}\text{C}$
$k_{EV} = k_{CD} = 2000 \text{ W/m}^2\text{K}$	$\dot{W}_{min} = 811.28 \text{ W}$
$A_T = 2\text{m}^2$	$c_f = 3634.44 \text{ FF}$
$v_w = 0.56 \text{ F/kWh}$	$ci_{CP} = 2079,56\text{FF}$
$N = 8000 \text{ h}$	$ct_{CP} = 5714 \text{ FF}$
$v_c = v_F = 3800 \text{ FF/m}^2$	$c_g = 13314 \text{ FF}$

Les résultats de l'optimisation sont présentés dans la partie droite du tableau. On obtient une distribution égale de surface, donc une équipartition de la surface entre le condenseur et l'évaporateur, pour ce cas particulier, ce qui confirme les résultats obtenues au paragraphe 2.3.1., lors de l'étude de la machine à froid endoréversible. Les autres paramètres sont calculés ensuite (température du fluide frigorigène au niveau de la source et du puits), puis la puissance nécessaire au compresseur, avec le coût de fonctionnement optimisé. Le coût d'investissement du compresseur est estimé en utilisant une corrélation obtenue dans le chapitre 3, en faisant l'hypothèse que le compresseur utilisé est hermétique, basse pression :

$$ci_{CP} = 89.26 \dot{W}^{0.47} \quad (4.44)$$

Le coût global de l'installation est déterminé pour des valeurs des surfaces des échangeurs égaux ( $=3800\text{FF}/\text{m}^2$ ).

Un autre exemple numérique est présenté dans le Tableau 4.10, avec les paramètres dans la première colonne, les paramètres adimensionnés dans la deuxième le colonne et les résultats dans la troisième. Cette fois on propose un exemple réel, avec une certaine création d'entropie dans le système et des coefficients de transfert de chaleur différents pour les deux échangeurs. Le rapport des surfaces optimal obtenu est 4.55. Le coût d'investissement du compresseur est calculé en utilisant la même corrélation technico-économique que pour le cas précédent (4.44) et le coût total du système, en considérant des valeurs différentes pour les échangeurs de chaleur.

**Tableau 4.10: Application numérique**

$\dot{Q}_{EV} = 500\text{W}$	$\bar{Q}_{EV} = 0.00045$	$a^{\text{opt}} = 4.55$
$T_{SF} = 5^\circ\text{C}$	$\bar{T} = 1.05$	$\bar{W} = 0.0011$
$T_{PC} = 18^\circ\text{C}$	$\bar{K} = 0.5$	$\bar{W} = 1195.28\text{ W}$
$k_F = 2000\text{ W}/\text{m}^2\text{K}$	$\bar{S} = 0.001$	$ci_{CP} = 5354.84\text{ FF}$
$k_C = 1000\text{ W}/\text{m}^2\text{K}$		$ci_{CP} = 2494.98\text{ FF}$
$A = 2\text{m}^2$		$ct_{CP} = 7849.82\text{ FF}$
$\dot{S} = 4\text{W}/\text{K}$		$cg = 15701.92\text{ FF}$

Hypothèses :  $v_C = 3800\text{ FF}/\text{m}^2$   
 $v_F = 4500\text{ FF}/\text{m}^2$   
 $v_w = 0.56\text{FF}/\text{kWh}$   
 $N = 8000\text{h}$

Une étude de sensibilité du point optimal aux paramètres adimensionnés est présentée dans les figures suivantes.

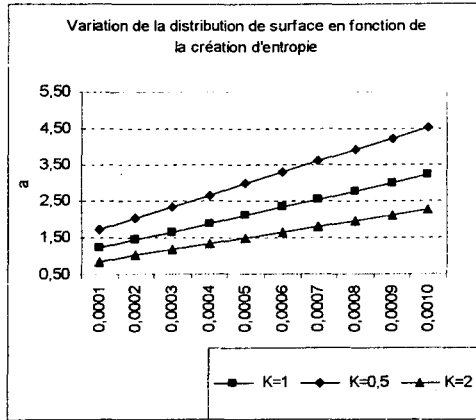


Figure 4.19 Variation de la distribution optimale de surface en fonction de  $S$

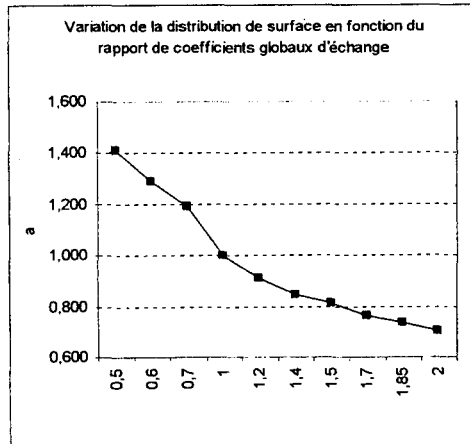


Figure 4.20 : Variation de la distribution optimale de surface en fonction de  $K$  pour  $S = 0$

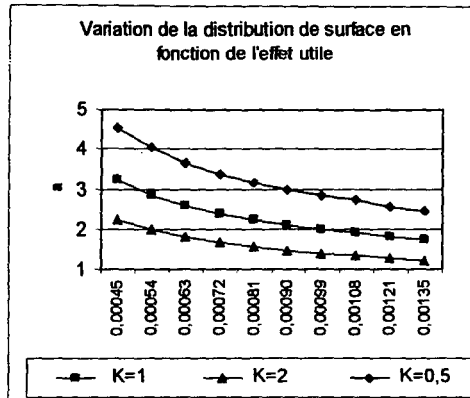


Figure 4.21 : Variation de la distribution optimale de surface en fonction de  $\bar{Q}_F$  pour  $\bar{S} = 0.001$  et  $\bar{T} = 1.05$

**Conclusion partielle :** Comme  $\dot{Q}_{Ev}$  est fixé, une augmentation de la création d'entropie ( $\dot{S}$ ) implique une augmentation de  $\dot{Q}_{CD}$  et donc une augmentation de  $a$  (Figure 4.19) ; pour des irréversibilités négligeables on se rapproche du point de distribution égale de la surface entre l'évaporateur et le condenseur si  $\bar{K} = 1$ . Ceci on le distingue mieux dans la Figure 4.20.

On constate aussi que pour  $\bar{K} > 1$ ,  $a < 1$  (un coefficient de transfert de chaleur inférieur demande une surface d'échange de chaleur supérieure) et l'inverse ; pour un système idéal ( $\dot{S} = 0$ ), pour des coefficients de transfert de chaleur égaux des deux échangeurs du système (évaporateur et compresseur)  $\bar{K} = 1$ , la distribution de surface optimale est tel que  $a = 1$ . Donc une équipartition de surface de transfert de chaleur entre l'évaporateur et le condenseur implique un coût de fonctionnement du système minimum ; l'influence de la production du froid sur la distribution de surface entre les échangeurs est observée dans la Figure 4.21. La surface est distribuée proportionnellement avec les flux de chaleur au niveau de la source et du puits.

#### 4.5.2. Pompes à chaleur

L'importance de l'étude de la distribution de surface pour un coût optimal est mise en valeur également si le problème est résolu pour un effet utile au niveau du puits chaud.

On part des mêmes équations que le cas étudié précédemment, en considérant toujours des lois de transfert de type linéaire, et la contrainte sur la surface totale des échangeurs.

$$\begin{cases} \dot{Q}_{EV} + \dot{Q}_{CD} + \dot{W} = 0 \\ \dot{Q}_{EV} = k_{EV} A_{EV} (T_{SF} - T_{EV}) \\ \dot{Q}_{CD} = k_{CD} A_{CD} (T_{PC} - T_{CD}) \\ \frac{\dot{Q}_{EV}}{T_{EV}} + \frac{\dot{Q}_{CD}}{T_{CD}} + \dot{S} = 0 \\ A_T = A_{CD} + A_{EV} \end{cases}$$

Parmi les paramètres on trouve cette fois ci le flux de chaleur au niveau du condenseur de l'installation.

**Paramètres :**  $\dot{Q}_{CD}$ ,  $A_T$ ,  $T_{PC}$ ,  $T_{SF}$ ,  $k_{EV}$ ,  $k_{CD}$ ,  $\dot{S}$

**Variables :**  $A_{CD}$ ,  $A_{EV}$ ,  $T_{CD}$ ,  $T_{EV}$

Après adimensionnement la **fonction Objectif** aura la forme :

$$\bar{W} = -\bar{Q}_{CD} + \bar{K} \bar{T} \frac{a}{1+a} \frac{\bar{S} + \frac{\bar{Q}_{CD}}{1 - \bar{Q}_{CD}(1+a)}}{\frac{\bar{K} a}{1+a} - \bar{S} - \frac{\bar{Q}_{CD}}{1 - \bar{Q}_{CD}(1+a)}} \quad (4.45)$$

avec  $\bar{W} = \frac{\dot{W}}{k_{CD} A_T T_{PC}}$

les paramètres adimensionnés :  $\bar{Q}_{CD} = \frac{\dot{Q}_{CD}}{k_{CD} A_T T_{PC}}$ ,  $\bar{K} = \frac{k_{EV}}{k_{CD}}$ ,  $\bar{S} = \frac{\dot{S}}{k_{CD} A_T}$ ,  $\bar{T} = \frac{T_{SF}}{T_{PC}}$



et la variable adimensionnée  $a = A_{EV}/A_{CD}$

On obtient la solution suivante :

$$a^{opt} = \frac{\bar{s} + (1 - \bar{s}) \bar{Q}_{CD}}{\bar{Q}_{CD} (\sqrt{\bar{K}} + \bar{s})} \quad (4.46)$$

avec l'expression de la puissance minimale correspondante :

$$\bar{W}^{min} = -\bar{Q}_{CD} - \bar{K} \bar{T} \frac{\bar{s} + (1 - \bar{s}) \bar{Q}_{CD}}{\bar{Q}_{CD} (\sqrt{\bar{K}} + 1)^2 + \bar{s} - \bar{K}} \quad (4.47)$$

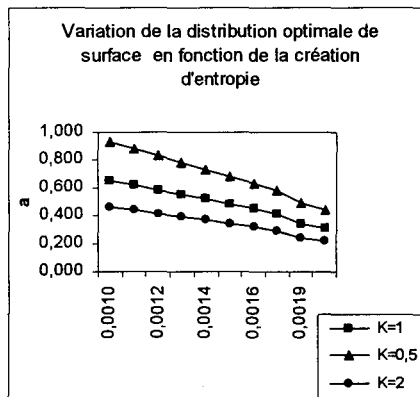
Un exemple numérique est présenté dans le Tableau 4.11, avec les paramètres dans la première colonne, les paramètres adimensionnés dans la deuxième colonne et les résultats dans la troisième colonne. On propose le même exemple que dans le paragraphe précédent, avec la même création d'entropie dans le système et des coefficients de transfert de chaleur différents pour les deux échangeurs ; en imposant cette fois-ci  $\dot{Q}_{CD}$ . Le rapport optimal des surfaces d'échange obtenu est le même. Le coût d'investissement du compresseur est calculé en utilisant la même corrélation technico-économique que pour le cas précédent (4.44) et le coût total du système, en considérant des valeurs différentes pour les échangeurs de chaleur.

**Tableau 4.11 : Application numérique**

$\dot{Q}_{CD} = -1695\text{W}$	$\bar{Q}_{EV} = -0.00291$	$a^{opt} = 0.22$
$T_{SF} = 5\text{ }^\circ\text{C}$	$\bar{T} = 0.96$	$\bar{W} = 0.00205$
$T_{PC} = 18\text{ }^\circ\text{C}$	$\bar{K} = 2$	$\dot{W} = 1195.28\text{ W}$
$k_F = 2000\text{ W/m}^2\text{K}$	$\bar{S} = 0.002$	cf_cp = 5352.01 FF
$K_C = 1000\text{ W/m}^2\text{K}$		ci_cp = 2494.36 FF
$A_T = 2\text{m}^2$		ct_cp = 7846.37 FF
$\dot{S} = 4\text{W/K}$		cg = 15701.92 FF

Hypothèses :  $v_{CD} = 3800\text{ FF/m}^2$   
 $v_{EV} = 4500\text{ FF/m}^2$   
 $v_{el} = 0.56\text{ FF/kWh}$   
 $N = 8000\text{h}$

Une étude de sensibilité du point optimale aux paramètres adimensionnés est présentée dans les figures suivantes.



**Figure 4.22 : Variation de la distribution optimale de surface en fonction de  $\bar{S}$  pour  $\bar{T} = 0.96$**

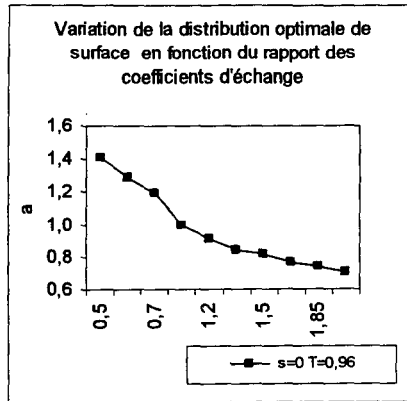


Figure 4.23 : Variation de la distribution optimale de surface en fonction de  $\bar{K}$

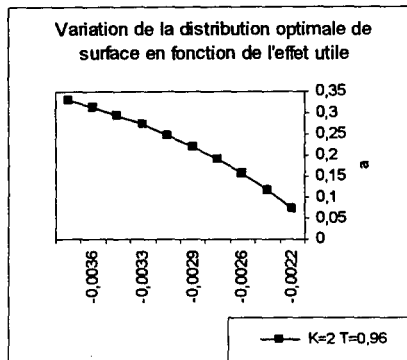


Figure 4.24 : Variation de la distribution optimale de surface en fonction de  $\bar{Q}_{CD}$

**Conclusion partielle :** Cette étude de sensibilité mène aux mêmes conclusions présentés pour les machines à froid : l'influence des paramètres est la même, la machine étant la même, la différence constant dans la manière dont on définit l'effet utile ; ainsi, comme  $\bar{Q}_{CD}$  est fixé, une augmentation de la création d'entropie ( $\dot{S}$ ) implique une augmentation de  $A_{CD}$  par rapport à  $A_{EV}$  (Figure 4.22). Pour des irréversibilités négligeables on se rapproche du point de distribution égale de la surface entre l'évaporateur et le condenseur (Figure 4.23) pour  $\bar{K}=1$ . L'influence de la production calorifique sur la distribution de surface entre les échangeurs est observée dans la Figure 4.24. La surface est distribuée proportionnellement avec les flux de chaleur au niveau de la source et du puits.

On a présenté dans ce sous-chapitre une application de l'approche direct pour minimiser le coût de la fonction compression, selon la thermodynamique en temps fini. C'est une méthode classique d'optimisation qui a le but de souligner l'importance de l'influence de la distribution de surface sur le fonctionnement du système énergétique. Il serait intéressant de continuer ces études par une optimisation du coût global = coûts d'investissement + coût de fonctionnement.

#### **4.6. CONCLUSION DU CHAPITRE 4**

Dans ce chapitre on a étudié du point de vue thermodynamique et économique les machines trithermes (à trois réservoirs de chaleur), les machines dithermes étant représentées comme des cas limites des premières.

On présente trois modèles des machines trithermes, selon trois adimensionnements possibles, rapportés aux réservoirs de température haute, intermédiaire ou froide ; des relations qui lient les coefficients de performance aux paramètres adimensionnés sont développées pour le cas endoirréversible et exoirréversible, le cas endoréversible représentant une particularisation du premier. L'importance de ces relations est mise en évidence par l'étude de sensibilité présentée. La performance des systèmes énergétiques, traduit dans ce mémoire par la grandeur du coefficient de performance, peut être améliorée en « jouant » sur les paramètres adimensionnés, leur influence étant soulignée dans les graphiques présentés.

On étudie ensuite, selon la thermodynamique en temps fini, l'existence des optimums des pincements de température au niveau des trois échangeurs de chaleur, pour les trois types de machine considérés, pour des coefficients de performance maximums. Comme pour les machines à deux réservoirs de chaleur, l'étude est faite avec une contrainte sur la conductance totale du système. L'optimisation du coefficient de performance donne les mêmes résultats pour les machines à froid et les pompes à chaleur : les expressions des deux coefficients de performance sont différentes, mais le point optimum est donné par les mêmes pincements de température, en absence de contrainte sur le flux de chaleur. Pour les thermotransformateurs c'est différent, parce que l'énergie reçue par le système est au niveau du réservoir intermédiaire et non plus au niveau de la source chaude comme pour les machines à froid et les pompes à chaleur et parce que le signe des pincement  $X_H$ ,  $X_I$ ,  $X_F$  est opposé à ceux des machines à froid et pompes à chaleur.

L'existence d'un optimum thermodynamique de fonctionnement étant prouvée, en développant des relations analytiques des pincements de température optimaux, il s'est avéré intéressant l'étude de l'existence d'un optimum économique : on a étudié ensuite l'existence d'un minimum du coût de fonctionnement, puisque les pertes exergetiques durant le fonctionnement ont un impact direct sur ce coût. Cette étude est commencée seulement pour les machines dithèrmes, qui représentent des cas limites dans l'approche présentée antérieurement. On prouve l'existence d'un optimum économique pour le cas simple des machines à froid et pompes à chaleur à compression mécanique de vapeur en mettant en perspective l'étude économique des machines trithèrmes. L'hypothèse qu'on fait c'est que l'influence des pertes exergetiques internes sur le coût de fonctionnement soit négligeable par rapport aux pertes exergetiques externes, raison pour lequel  $\delta$  apparaît comme un paramètre fixe.

La question qu'on s'est posée est comment distribuer la surface totale d'échange de manière optimale entre les échangeurs de chaleur de la machine dithërme (machine à froid ou pompe à chaleur), pour assurer un coût de fonctionnement minimum. Pour le cas particulier : coefficient globaux d'échange de chaleur égaux, on obtient une équipartition de la surface entre le condenseur et l'évaporateur, ce qui confirme les résultats obtenues au paragraphe 2.3.1.

On a présenté dans le sous-chapitre 4.5 une application de l'approche direct pour minimiser le coût de la fonction compression, selon la thermodynamique en temps fini. C'est une méthode classique d'optimisation qui a le but de souligner l'importance de l'influence de la distribution de surface sur le fonctionnement du système énergétique. Il serait, donc, intéressant de continuer ces études par une optimisation du coût global = coûts d'investissement + coût de fonctionnement pour les machines à trois réservoirs de chaleur.



*CONCLUSION*





Ce travail représente une contribution à l'optimisation thermodynamique et économique des cycles inverses. Le système énergétique est étudié du point de vue énergétique, entropique, exergetique ou économique, la simulation et l'optimisation étant envisagées afin de prévoir une utilisation rationnelle de l'énergie, des systèmes plus performants ou bien des systèmes moins coûteux. Les études des systèmes énergétiques théoriques et réels présentées sont en relation étroite avec des partenaires du secteur industriel. Les irréversibilités internes et externes sont déterminés afin de convaincre le lecteur de l'impact qu'ils ont sur le coût de fonctionnement du système.

Dans le **premier chapitre** après une introduction succincte sur le fonctionnement des systèmes énergétiques, les notions relativement nouvelles qui concernent l'analyse exergetique, et sur l'optimisation des systèmes et procédés énergétiques, l'intérêt du présent travail est mis en évidence.

Dans le **deuxième chapitre** de ce mémoire des modèles thermodynamiques des machines à cycle inverse à compression mécanique de vapeur endoréversibles et endo et exoirréversibles ont été développés, selon la thermodynamique en temps fini. La performance de la machine est analysée et optimisée dans ce chapitre par la maximisation du coefficient de performance ( $COP = \text{effet utile} / \text{consommation énergétique}$ ) ou du rendement exergetique qui correspond à la minimisation des irréversibilités internes et externes de la machine. L'existence d'un optimum de fonctionnement des machines à froid et pompes à chaleur théoriques et réelles est prouvée. Une représentation graphique de l'impact des pertes qui apparaissent dans chaque composant de l'installation sur la puissance demandée au compresseur est présentée en diagramme (T-s) pour les deux types de machine. L'optimisation est faite pour trois fluides frigorigères : R22, R134a et R717, afin d'observer leurs influences sur la performance de la machine et sur les pertes internes et externes qui apparaissent au cours du fonctionnement réel. Cette étude nous conduit à faire la remarque que, selon le type et les conditions de fonctionnement de la machine les conclusions sont différentes, quant aux fluides. La prise en considération des gradients de pression au niveau des soupapes du cylindre du compresseur a été nécessaire pour un calcul complet de conception et fonctionnement de la machine, étant donné que la création d'entropie interne dans le compresseur est due en grande partie à ces gradients de pression. Les résultats obtenus pour une application numérique utilisant l'ammoniac comme fluide frigorigère sont très

intéressants puisque les valeurs optimales des dissipations obtenues se situent autour des valeurs usuelles utilisées pour le dimensionnement des compresseurs et coïncident avec les valeurs obtenues pour une consommation spécifique d'énergie nécessaire minimale.

**Le troisième chapitre** est consacré à l'analyse technico-économique et exergo-économique des machines à froid à compression mécanique de vapeur. Des corrélations technico-économiques et exergo-économiques sont établies afin de faciliter l'estimation des prix des composants en fonction des paramètres techniques, respectivement exergétiques. Deux illustrations sont présentées : 1) une optimisation du coût total de l'installation frigorifique (défini comme la somme entre le coût total d'investissement, le coût de maintenance et le coût de fonctionnement) selon la méthode générale du gradient réduit : l'existence d'un minimum du coût global des machines à deux réservoirs, différent du maximum de performance de la machine est prouvée et 2) une application numérique de la méthode de décomposition illustrée afin de souligner l'importance de l'établissement des corrélations exergo-économiques. Cette fois-ci ce sont les coûts unitaires des produits des différentes composantes de la machine qui sont minimisés, l'optimisation globale étant remplacée par une suite d'optimisations locales.

Dans **le quatrième chapitre** on présente des modèles thermodynamiques et économiques des machines à cycle inverse trithèrnes (à trois réservoirs de chaleur), selon la thermodynamique en temps fini. On développe trois modèles, selon trois adimensionnements possibles, rapportés aux réservoirs de température haute, intermédiaire ou froide ; des relations qui lient les coefficients de performance aux paramètres adimensionnés sont établies pour le cas endoïrreversible et exoïrreversible, le cas endoreversible représentant une particularisation du premier. L'existence des pincements de température optimaux, au niveau des trois réservoirs de chaleur, qui maximisent le coefficient de performance, est étudiée pour trois types de machine : machine à froid, pompe à chaleur ou thermostroformateur. L'étude thermoéconomique est commencée seulement dans ce chapitre par une optimisation des machines à cycle inverse à compression mécanique de vapeur qui représentent un cas limite dans les modèles présentés ici. La distribution optimale de la surface entre les échangeurs de chaleur du système est étudiée pour un coût de la fonction compression (coût de fonctionnement + coût d'investissement du compresseur) minimal. Vu que le coût de fonctionnement est fortement dépendant de la production d'entropie dans le système, cette minimisation économique correspond à une minimisation des irréversibilités de la machine.

C'est une application de l'approche directe pour minimiser le coût de la fonction compression, selon la thermodynamique en temps fini, qui a le but de souligner l'importance de l'influence de la distribution de surface sur le fonctionnement du système énergétique. Il est envisagé de continuer ces études par une optimisation du coût global = coûts d'investissement + coût de fonctionnement pour les machines à trois réservoirs de chaleur.

Les travaux de recherche présentés dans ce mémoire se situent, donc, dans un domaine d'actualité, qui s'inscrit dans le cadre d'utilisation rationnelle de l'énergie dans le domaine de la production de froid et de chaleur, de la protection de l'environnement, qui intéresse particulièrement en France l'Agence de Développement et de Maîtrise de l'Energie (ADEME) et l'Association pour le Développement des Pompes à chaleur et Machines à froid (ADPM).



## BIBLIOGRAPHIE

- [1] **CHAMBADAL P.**, «Les centrales nucléaires», ed. Armand Colin, Paris, 1957
- [2] **NOVIKOV I.I.**, «The efficiency of atomic stations», Journal Nuclear Energy, vol. 7, pp. 125-128, 1958
- [3] **CURZON F.L., AHLBORN B.**, « Efficiency of a Carnot engine at maximum power output », American Journal of Physics, Vol. 43, No.1, pp. 22-24, 1975
- [4] **BLANCHARD C.H.**, «Coefficient of performance for finite speed heat pumps», J. Appl. Phys., no. 51, pp2471-2472, 1980
- [5] **FEIDT M.**, «Un outil d'aide à la conception des machines à froid et pompes à chaleur», Journée SFT, Marseille, France, 1986
- [6] **FEIDT M.**, «Thermodynamique et optimisation énergétique des systèmes et procédés», Technique et Documentation, Paris, 1987
- [7] **BEJAN A.**, «Entropy Generation through Heat and Fluid Flow», Wiley Inrescience, New York, 1982
- [8] **BEJAN A.**, «Advanced engineering thermodynamics», Wiley Inrescience, New York, 1988
- [9] **SIENIUTYCZ S., SALOMON P.**, «Finite Time Thermodynamics and Thermoconomics, Advances in Thermodynamics», vol. 4, Taylor & Francis Inc., New York, 1990
- [10] **PETRESCU S. and al.**, «The study for optimization of Carnot cycle which develop with finite speed», Proc. of the Inter. Sympos. ECOS'93, Krakow, Poland, 1993

- [11] **RADCENCO V. T.** , «Generalized thermodynamics», Ed. Tehnica, Bucarest, 1994
- [12] **WU C and al.**, « General performance characteristics of finite speed Carnot refrigerator », *Appl. Therm. Eng.*, No. 16, pp. 299-303, 1996
- [13] **SUN F. and al.**, «Optimal performance of an endoreversible Carnot heat pump», *Energy Convers. Mgmt*, No 38, pp. 1439-1443, 1997
- [14] **GORDON J.M. and al.**, « Optimizing chiller operation based on finite time thermodynamics : universal modeling experimental confirmation » , *Int. J.Refrig.*, No. 20, pp. 191-200, 1997
- [15] **FEIDT M.L.**, « Thermodynamics and Optimization of Reverse Cycle Machines », *Thermodynamic Optimization of Complex Energy Systems*, A. Bejan and E. Mamut eds, pp. 385-401, 1999
- [16] **TRIBUS M.**, « Thermodynamic and economic Consideration in the Preparation of Fresh Water from Sea Water », Department of Engineering Report No. 56-16, University of California at Los Angeles, 1956
- [17] **TRIBUS M., EVANS R.B.**, « Thermoeconomics », Department of Engineering report No. 62-63, University of California at Los Angeles ,1962
- [18] **EVANS R.B.**, « Thermodynamic Availability as a Resource and Tool for System Optimization (1958) », Appendix II of the report by M. TRIBUS et al. « Thermodynamic and economic Consideration in the Preparation of Fresh Water from Sea Water », revised September 1960, Department of Engineering revised Report No. 59-34, University of California at Los Angeles ,1960
- [19] **EVANS R.B.**, « A Contribution to the Theory of Thermo-Economics », Master's thesis, Department of Engineering, University of California at Los angeles, also published in 1962as Report No. 62-36 of the UCLA Departement of Engineering, December 1961

[20] **EVANS R.B.**, «A proof that essergy is the only consistent measure of potential work», Ph. D. thesis, Dartmouth College, June 1969

[21] **EL-SAYED Y.M., EVANS R.B.**, « Thermoeconomics and the Design of Heat System », Journal of Engineering of Power 92,trans. ASME, pp. 27-34, 27 January 1970

[22] **GAGGIOLI R.A.**, «The concept of thermodynamic friction, thermal available energy, chemical available energy and thermal energy», Chemical Engineering Society, 17, pp. 523 – 530, 1962

[23] **FRANGOPOULOS C.A.**, « Thermoeconomic Functional Analysis : A Method for the Optimal Design or Improvement of Complex Thermal Systems » Ph. D. Thesis, Georgia Institute of Technology, 1983

[24] **FRANGOPOULOS C.**, « Application of the Thermoeconomic Functional Approach to the CGAM Problem », Energy, Vol. 19, No. 3, pp. 323 – 342, 1994

[25] **Von SPAKOVSKY M.R.**, « A practical generalized analysis approach to the optimal thermoeconomic design and improvement of real-world thermal systems », Ph. D. Thesis, Georgia Institute of Technology, 1986

[26] **Von SPAKOVSKY M.**, « Application of the Engineering Functional Analysis to the Analysis and Optimization of the CGAM Problem », Energy, Vol. 19, No. 3, pp. 343 – 346, 1994

[27] **BENELMIR R.**, «Second law analysis of a cogeneration cycle», Ph. D. thesis, Georgia Institute of Technology, Atlanta, August 1989

[28] **BENELMIR R., LALLEMAND A.**, « Optimisation thermoéconomique des machines frigorifiques et pompes à chaleur », Société Française des Thermiciens, Journée d'étude du 8 avril 1992

[29] **BENELMIR R., GOULHIANE A.**, « Comparaison de deux approches d'optimisation. Application à une thermopompe », Rev. Gén. Therm., vol 35, no 418-419, nov / déc, pag 667-671, 1996

- [30] **BENELMIR R., LALLEMAND M., LALLEMAND A., Von SPAKOVSKY M.** « Exergetic and economic optimization of a heat pump cycle », International Journal of Energy Environment Economics, Vol.5, Number 2, pp. 135-149, 1997
- [31] **BENELMIR R.**, « Habilitation à Diriger des Recherches », Université Henry Poincaré Nancy I, 1998
- [32] **VALERO A., LAZANO M.A., MUNOZ M.**, « A general theory of exergy saving. Part I : on the exergetic cost, Part II : on the thermoeconomic cost and Part III : energy saving and thermoeconomics. In Computer-Aided Engineering of Energy System », Vol. 3-Second Law Analysis and modeling., ed R.A. Gaggioli, ASME, New York, pp.1-22., 1986
- [33] **VALERO A., TORRES C.**, « On causality in organized energy systems ». Part I : Symbolic Exergonomics. International Symposium : A future for energy. Florence. Italy. Stecco, Moran eds. Pergamon Press. Pp. 393-401, 1990
- [34] **VALERO A., LOZANO M.A., TORRES C., SERRA L.**, « A general theory of thermoeconomics I,II », International Symposium : ECOS'92. Zaragoza, Spain.(ASME book I00331). ASME New York. Pp. 137-154, 1992
- [35] **VALERO A., LOZANO M., SERRA L., TSATSARONIS G., PISA J., FRANGOPOULOS C., Von SPAKOVSKY M.**, « CGAM Problem : Definition and Conventional Solution », Energy, Vol.19, No. 3, pp. 279 – 286, 1994
- [36] **TORRES C., SERRA L., VALERO A., LOZANO M.A.**, « The productive Structure and Thermoeconomic Theories of System Optimization », AES-Vol.36, Proceedings of the ASME Advanced Energy Systems Division ASME, pp. 429-436,1996
- [37] **ERLACH B., SERRA L., VALERO A.**, « Structural Theory as standard for Thermoeconomics », Proc. ECOS'98, Nancy, France, Vol. 1, pp. 299 – 312, 1998
- [38] **TSATSARONIS G., PISA J., LIN L.**, « The effect of assumptions on the detailed exergoeconomic analysis of a steam power plant design configuration » International Symposium : A future for energy. Florence, Italy, Stecco, Moran Eds. Pergamon Press, pp. 771-792., 1990



[39] **TSATSARONIS G., LIN L.**, « On Exergy Costing In Exergoeconomics », in Computer-Aided Energy - Systems Analysis, ASME, AES, Vol. 21, pp. 1-12, New York, 1990

[40] **TSATSARONIS G., LIN L., PISA J.**, « Exergy Costing in Exergoeconomics », Journal of Energy resources Technology, Vol. 115, pp. 9-16, mars 1993

[41] **TSATSARONIS G., PISA J.**, « Exergoeconomic Evaluation and Optimization of Energy Systems – Application to the CGAM Problem », Energy, Vol. 19, No. 3, pp. 287 – 321, 1994

[42] **LAZZARETTO A., TSATSARONIS G.**, « A General Process–Based Methodology for Exergy Costing », AES, Vol. 36, Proceedings of ASME, Advanced Energy Systems Division, ASME, 1996

[43] **MORAN M.**, « Availability Analysis », A guide to efficient energy use, Prentice – Hall, Englewood Cliffs, 1982

[44] **KEENAN J.H.**, « A steam Chart for Second Law Analysis », Transactions of the ASME, 54, pp. 195-204, 1932

[45] **LASDON L.S., WAREN A.D.**, « GRG2User's Guide », Department of General Business, School of Business Administration, University of Texas at Austin, Austin, Texas 78712, USA, 1986

[46] **D'ACCADIA M.D.**, « Thermoeconomic optimization of refrigeration plant », Int. J. Refrig., 21, No.1, pp. 42-54, 1998

[47] **D'ACCADIA M. D., SASSO M. and SIBILIO S.**, « Heat Pump evaluation and diagnosis by exergoeconomics variables », Proc. ECOS, Nancy, France, Vol.I, pp. 315-321, 1998

[48] **LOZANO M.A., VALERO A., SERRA L.**, « Theory of exergetic cost and thermoeconomic optimization », In Proc. Energy System and Ecology, ed. J. Szargut and G. Tsatsaronis, Cracow, Poland, 1993

[49] **LOZANO M.A., VALERO A., SERRA L.**, « Local Optimization of Energy Systems », AES, Vol. 36, Proceedings of the ASME Advanced Energy Systems Division, ASME, 1996

[50] **WALL G.**, « Optimization of refrigeration machinery », Int.J. Refrig., 14, pp. 336-340, 1991

[51] **LUZ-SILVEIRA J., BALESTIERI J.A.P., SANTOS A.H.M., ALMEIDA R.A.**, « Thermo-economic Analysis : A criterion for the Selection of Cogeneration System », AES – Vol. 36, Proceedings of the ASME, Advanced Energy Systems Division, pp.235-240, 1996

[52] **CHEN L., SUN F., CHIN W.**, « Exergoeconomic performance bound and optimisation criteria for heat engines », International Journal of Ambient Energy, Volume 18, Number 4, pp. 216-218, 1997

[53] **WU C., CHEN L., SUN F.**, « Effect of heat transfer law on finite time exergoeconomic performance of Carnot heat pump », Energy Convers. Mgmt, Vol. 39, No. 7, pp. 579-558, 1998

[54] **LE GOFF P.**, « Optimisation exergetique, économique ou écologique des thermo-frigo-pompes », communication scientifique au Congrès européen « Eurotherm N°59 », pp. 3 - 10 , 1998

[55] **TONDEUR D. et KVAALEN E.**, « Equipartition of entropy production Industrial and Engineering Chemistry », Vol. 26, pp 50-56, 1987

[56] **LE GOFF P.**, « Optimisation économique ou énergétique ou écologique des procédées industriels », 4<sup>ème</sup> Congrès International de Génie Industriel. Marseille ,Vol. 2, pp 31-41, 1993

[57] **ZIEGLER F.**, « Design optimization of endo-reversible heat transformation cycles », Proc. Congrès International ECOS'98, Nancy, Vol. I, pp. 573-579, 1998

[58] **ZIEGLER F.**, « Discussion of optimized design of endo-reversible heat transformation cycles », ISHPC'99, Proc.of the Int. Sorption Heat Pump Conf., Munich, Germany, March 24-26, pp. 459-464, 1999

[59] **PETERS M.S., MERHAUS K.D.**, «Plant Design and Economics for Chemical Engineers», 4<sup>th</sup> ed., Mx Graw Hill, New York, 1991

[60] **GARETT D.E.**, «Chemical Engineering Economics», Van Nostrand Reinhold, New York, 1989

[61] **BAASEL W.D.**, «Preliminary Chemical Engineering Plant Design», 2<sup>nd</sup> ed., Van Nostrand Reinhold, New York, 1990

[62] **GUTHRIE K.M.**, «Process Plant Estimating, Evaluating and Control», Craftsman, Solana Beach, CA, USA, 1974

[63] **CHAUVEL A.**, et al., « Manuel d'Evaluation Economique des Procédés », Edition Technip, Paris, 1976

[64] **CHATELAIN C., DUCROCQ J. C., MIGNARD B, COEYTAUX M.**, «Optimisation technico-economique des processus énergétiques ». Technique de l'Ingénieur, Génie énergétique, B 1282, page 1 - 24, Paris 1996

[65] **EFRI S.A.**, Bitzer, « Catalogue tarifs - compresseurs », 1992

[66] **GEA Ergé-Spirale et Soramat S.A.**, « Catalogue tarifs -échangeurs », 1997

[67] **DANFOSS MANEUROP**, « Catalogue tarifs - compresseurs hermétiques toutes applications», 1997

[68] **CARRIER**, Climatisation & Développement, « Catalogue tarifs », 1997

[69] **CIAT**, Climatisation & Développement, « Catalogue tarifs », 1998

[70] **EURODIFROID**, « Catalogue tarifs - refroidisseurs, échangeurs », 1999

[71] **GROSU L., BENELMIR R., FEIDT M.L.**, « Contribution à l'étude exergo-économique des systèmes de réfrigération », Communication invitée à la 4<sup>ème</sup>

Conférence BIRAC'97 : Efficacité, Confort, Economie d'énergie et Protection de l'environnement, Bucarest, Roumanie, pp. 8-15, 1997

[72] **GROSU L., BENELMIR R., FEIDT M.**, « Technico-economic simulation and optimization of a compression refrigerating machine », Energy Conversion & Management Journal (E.C.M.J.), n° 40, pp. 1651-1660, 1999

[73] **BENELMIR R. , FEIDT M.**, Thermoeconomics and finite size thermodynamics for the optimization of heat pump., ECOS'96, Stockholm, proceedings page 99 – 103 , 1996.

[74] **FEIDT M.**, « Thermodynamics and Optimization of Reverse Cycle Machines », Thermodynamic Optimization of Complex Energy Systems, A. Bejan and E. Mamut eds., pp. 385-401, 1999

[75] **GROSU L., FEIDT M., BENELMIR R., RADCENCO V., DOBROVICESCU A.**, « Synthèse et perspectives des travaux relatifs à l'étude thermo-économique des machines à cycles inverses », ENTROPIE, n° 224/225, pp. 11 – 18, 2000

[76] **SOKOLOV E. I., BRODIANSKII V. M.**, « Les bases de l'énergétique des transfères de chaleur et des processus de production de froid », Ed. Energhia, Moscova, 1968

[77] **BAEHR H. D.**, « Technische Thermodynamik », VEB Verlag Heidelberg, Berlin, New York

## **ANNEXE 1**

*Code de calcul pour la simulation et  
l'optimisation thermoéconomique*



\$debug

```
program main
implicit double precision (a-h,k-z)

c d,claration des donn,es et variables communes:
common / bloc3 / T(14),P(14),v(14),h(14),s(14),x7
common / crit / R(20),TC(20),PC(20),RC(20)
common / fab / ev(4,8), cd(3,5), cp(4,6)
common / pri / qm_ff,P_cp,P_cd,P_ev,cyl,rv_cp,
+          ci_t,tarif

i_cp = 6

call data

call comp (i_cp)
call evap (i_ev)
call cond (i_cd)

ci_t = cp(4,i_cp) + ev(4,i_ev) + cd(3,i_cd)
Tarif = ci_t / cp(3,i_cp)

call prin (i_cp,i_cd,i_ev)

stop
end
```

Sdebug

```
c          ***** evaporator *****

      subroutine evap (i_ev)
      implicit double precision (a-h,k-z)
      double precision u(14)

c d,claration des variables et donn,es communes:
      common / bloc3 / T(14),P(14),v(14),h(14),s(14),x7
      common / crit / R(20),TC(20),PC(20),RC(20)
      common / fab / ev(4,8), cd(3,5), cp(4,6)
      common / pri / qm_ff,P_cp,P_cd,P_ev,cyl,rv_cp,
+          ci_t,tarif

c          Donnes technico-economiques pour les ,vaporateurs aspirants

c          data (ev(i,1),i=1,4) / 1830.,12.5,1760.,2384. /
c          data (ev(i,2),i=1,4) / 2780.,18.8,2640.,3097. /
c          data (ev(i,3),i=1,4) / 3680.,25.,3520.,3815. /
c          data (ev(i,4),i=1,4) / 5100.,28.,3580.,3988. /
c          data (ev(i,5),i=1,4) / 7700.,42.2,5360.,5614. /
c          data (ev(i,6),i=1,4) / 10100.,56.3,7150.,7062. /
c          data (ev(i,7),i=1,4) / 12800.,70.2,8930.,8982. /
c          data (ev(i,8),i=1,4) / 15300.,84.2,10700.,10615. /

c          Donnes technico-economiques pour les ,vaporateurs soufflants

      data (ev(i,1),i=1,4) / 850.,3.64,685.,1143. /
      data (ev(i,2),i=1,4) / 1100.,4.7,665.,1215. /
      data (ev(i,3),i=1,4) / 1700.,7.3,1370,1823. /
      data (ev(i,4),i=1,4) / 2200.,9.4,1330.,1926. /
      data (ev(i,5),i=1,4) / 2600.,11.3,2055.,2492. /
      data (ev(i,6),i=1,4) / 3300.,14.1,1995.,2643. /
      data (ev(i,7),i=1,4) / 4300.,18.7,2660.,3505. /
      data (ev(i,8),i=1,4) / 5500.,23.6,3325.,4417. /

      if (P_ev .lt. ev(1,1)) then
        i_ev = 1
        goto 20
      else
        if (P_ev .gt. ev(1,8)) then
          i_ev = 8
          goto 20
        endif
      endif

      do 10 i=1,8
        if ((P_ev .lt. ev(1,i+1)) .and. (P_ev .gt. ev(1,i))) then
          DP_ev1 = P_ev - ev(1,i)
          DP_ev2 = ev(1,i+1) - P_ev
          if (DP_ev1 .gt. DP_ev2) then
            i_ev = i+1
          else
            i_ev = i
          endif
        endif
      do 20
      endif
10 continue
```



20 continue

isub = 5

isubev = 13

T\_chf = 2. + 273.15

DT\_ev = 8.

T(7) = T\_chf - DT\_ev

T\_cd = 45. + 273.15

T(4) = T\_cd

T\_asp = 32. + 273.15

T(2) = T\_asp

call sat1(isub,T(7),P(7),v(12),h(12),s(12),v(1),h(1),s(1))

T(12) = T(7)

P(12) = P(7)

P(1) = P(12)

T(1) = T(7)

call sat1(isub,T(4),P(4),v(5),h(5),s(5),v(4),h(4),s(4))

h(7) = h(5)

x7 = (h(7) - h(12)) / (h(1) - h(12))

s(7) = s(12) + x7 \* (s(1) - s(12))

v(7) = v(12) + x7 \* (v(1) - v(12))

P(2) = P(1)

v(2) = r(isub) \* T(2) / P(2)

call prope(isub,2,T(2),P(2),v(2),u(2),h(2),s(2))

return

end

```

c          ***** condenseur *****

subroutine cond (i_cd)
implicit double precision (a-h,k-z)
double precision u(14)

c d,claration des variables et donn,es communes:
common / bloc3 / T(14),P(14),v(14),h(14),s(14),x7
common / crit / R(20),TC(20),PC(20),RC(20)
common / fab / ev(4,8), cd(3,5), cp(4,6)
common / pri / qm_ff,P_cp,P_cd,P_ev,cyl,rv_cp,
+          ci_t,tarif

c          Donnes technico-economiques pour les condenseurs

c          data (cd(i,1),i=1,4) / 50000.,12250.,100.,18240. /
c          data (cd(i,2),i=1,4) / 52000.,11250.,95.,19220. /
c          data (cd(i,3),i=1,4) / 100000.,24500.,199.,26660. /
c          data (cd(i,4),i=1,4) / 105000.,22500.,190.,27890. /
c          data (cd(i,5),i=1,4) / 145000.,36750.,299.,35640. /
c          data (cd(i,6),i=1,4) / 155000.,33750.,285.,37320. /
c          data (cd(i,7),i=1,4) / 200000.,49000.,399.,45540. /
c          data (cd(i,8),i=1,4) / 210000.,45000.,380.,47400. /
c          data (cd(i,9),i=1,4) / 220000.,61250.,499.,55230. /
c          data (cd(i,10),i=1,4) / 260000.,56250.,475.,57510. /
c          data (cd(i,11),i=1,4) / 295000.,73500.,616.,67650. /
c          data (cd(i,12),i=1,4) / 325000.,67500.,586.,71180. /
c          data (cd(i,13),i=1,4) / 400000.,98000.,821.,87490. /
c          data (cd(i,14),i=1,4) / 420000.,90000.,781.,91340. /
c          data (cd(i,15),i=1,4) / 465000.,122500.,1026.,102920. /
c          data (cd(i,16),i=1,4) / 550000.,112500.,977.,107670. /
c          data (cd(i,17),i=1,4) / 570000.,147000.,1232.,122030. /
c          data (cd(i,18),i=1,4) / 580000.,135000.,1172.,127050. /
c          data (cd(i,19),i=1,4) / 700000.,171500.,1437.,140270. /
c          data (cd(i,20),i=1,4) / 720000.,157500.,1368.,146080. /
c          data (cd(i,21),i=1,4) / 830000.,196000.,1642.,157070. /

data (cd(i,1),i=1,3) / 3500.,0.6,1222. /
data (cd(i,2),i=1,3) / 5000.,0.6,1453. /
data (cd(i,3),i=1,3) / 9000.,1.,1926. /
data (cd(i,4),i=1,3) / 14000.,1.4,3103. /
data (cd(i,5),i=1,3) / 20000.,2.,4931. /

if (P_cd .lt. cd(1,1)) then
  i_cd = 1
  goto 20
else
  if (P_cd .gt. cd(1,5)) then
    i_cd = 5
    goto 20
  endif
endif

do 10 i=1,5
  if ((P_cd .lt. cd(1,i+1)) .and. (P_cd .gt. cd(1,i))) then
    DP_cd1 = P_cd - cd(1,i)
    DP_cd2 = cd(1,i+1) - P_cd
  
```

```

        if (DP_cd1 .gt. DP_cd2) then
            i_cd = i+1
        else
            i_cd = i
        endif
        goto 20
    endif
10  continue

20  continue

    isub = 5
    isubev = 12

    T(4) = 45.+ 273.15

c  d,termination des points 4, 5 :
    call sat1 (isub,T(4),P(4),v(5),h(5),s(5),v(4),h(4),s(4))
    P(5) = P(4)
    T(5) = T(4)
    P(6) = P(5)
    T(6) = T(5)
    h(6) = h(5)
    s(6) = s(5)

c  d,termination de la pression de refoulement du compresseur:
    P(3) = P(4)

    return
end

```

debug

\*\*\*\*\* compressor \*\*\*\*\*

```
subroutine comp (i_cp)
  implicit double precision (a-h,k-z)
```

d,claration des donn,es et variables communes:

```
common / bloc3 / T(14),P(14),v(14),h(14),s(14),x7
common / crit / R(20),TC(20),PC(20),RC(20)
common / fab / ev(4,8), cd(3,5), cp(4,6)
common / pri / qm_ff,P_cp,P_cd,P_ev,cyl,rv_cp,
+          ci_t,tarif
```

double precision u(14)

```
data (cp(1,1),i=1,4) / 10.3,835.,475.,1390. /
data (cp(1,2),i=1,4) / 12.9,1070.,553.,1420. /
data (cp(1,3),i=1,4) / 15.3,1325.,612.,2140. /
data (cp(1,4),i=1,4) / 20.6,1670.,950.,2350. /
data (cp(1,5),i=1,4) / 25.8,2140.,1107.,2470. /
data (cp(1,6),i=1,4) / 30.6,2650.,1225.,2540. /
```

```
write(*,*) ' eff_cp:'
read(*,*) eta_cp
```

```
isub = 5
T_ev = -6. + 273.15
T_cd = 45. + 273.15
T_asp = 32. + 273.15
```

```
T(1) = T_ev
T(2) = T_asp
T(4) = T_cd
```

```
P_ev = cp(2,i_cp)
P_cp = cp(3,i_cp)
```

```
cyl = cp(1,i_cp)
rpm = 2950./60.
```

c d,termination du point: 2

```
call satu (isub,1,T(1),P(2),dPdT)
v(2) = r(isub) * T(2) / P(2)
call prope(isub,2,T(2),P(2),v(2),u(2),h(2),s(2))
```

c d,termination des points 7 et 3 :

```
call sat1 (isub,T(4),P(4),v(5),h(5),s(5),v(4),h(4),s(4))
T(5)=T(4)
P(5)=P(4)
```

```
h(7) = h(5)
```

```
dh_ev = h(2) - h(7)
qm_ff = P_ev / dh_ev
```

```
Pi_cp = eta_cp * P_cp
dh_cp = Pi_cp/qm_ff
h(3) = h(2) + dh_cp
P(3)=P(4)
```

```
T(3) = T(2) + 50.  
v(3) = r(isub) * T(3) / P(3)  
call prope (isub,9,T(3),P(3),v(3),u(3),h(3),s(3))
```

```
C d,termination de la puissance dissipée au condenseur:
```

```
P_cd = qm_ff * (h(3) - h(5))
```

```
qv_cp = qm_ff * v(2)
```

```
qv_cpth = cyl*1e-6 * rpm
```

```
rv_cp = qv_cp / qv_cpth
```

```
return
```

```
end
```

Sdebug

```
subroutine prin (i_cp,i_cd,i_ev)
implicit double precision (a-h,k-z)
```

c d,claration des donn,es et variables communes:

```
common / bloc3 / T(14),P(14),v(14),h(14),s(14),x7
common / crit / R(20),TC(20),PC(20),RC(20)
common / fab / ev(4,8), cd(3,5), cp(4,6)
common / pri / qm_ff,P_cp,P_cd,P_ev,cyl,rv_cp,
+          ci_t,tarif
```

```
open (1,file='res.xls')
```

```
write(1,*) 'cyl m3', 'P_ev W', 'P_cp W', 'P_cd W'
write(1,*) sngl(cyl),sngl(P_ev),sngl(P_cp),sngl(P_cd)
```

```
write(1,*) 'T °C', 'P bars', 'h kJ/kg', 's kJ/kgK'
write(1,*) (1,sngl(T(i)-273.15),sngl(p(i)*1.d-5),sngl(h(i)*1.d-3),
+ sngl(s(i)*1.d-3),i=1,7)
```

```
write(1,*) 'i_cp,i_cd,i_ev'
write(1,*) i_cp,i_cd,i_ev
```

```
write(1,*) 'qm_ff,rv_cp'
write(1,*) qm_ff,rv_cp
```

```
write(1,*) 'ci_cp,ci_ev,ci_cd,ci_t,tarif'
write(1,*) sngl(cp(4,i_cp)),sngl(ev(4,i_ev)),sngl(cd(3,i_cd)),
+ sngl(ci_t),sngl(tarif)
```

c 10 format(f6.2,2x,f5.2,2x,f6.2,2x,f8.2)

c 11 format(i2,f4.2,2x,f5.2,2x,f8.2,2x,f8.2)

c 12 format(f2.0)

c 13 format(f8.2,2x,f3.2)

c 14 format(f8.2,2x,f8.0,2x,f8.0,2x,f8.0,2x,f5.2)

```
return
end
```

\$debug

```
program main

implicit double precision (a-h,o-z)
common / fab / cp(4,6),cd(3,5),ev(4,8)
common / bloc3 / T(14),P(14),v(14),h(14),s(14),x7
common / crit / R(20),TC(20),PC(20),RC(20)

c parametres : Tfc_ev , Tfc_cd , P_ev
c variables : DT_ev(=Tfc_ev-T_ev) , DT_cd(=T_cd-Tfc_cd) ,
c             T_asp

data Tfc_ev , Tfc_cd , P_ev / 2. , 35. , 1500. /
data eta_cp , isub / 0.80 , 5 /

call data

Tfc_ev = Tfc_ev + 273.15
Tfc_cd = Tfc_cd + 273.15

write(*,*)'DT_ev'
read(*,*) DT_ev
write(*,*)'DT_cd'
read(*,*) DT_cd
write(*,*)'T_asp'
read(*,*) T_asp
T_asp = T_asp + 273.15

c d,claration des donn,es et variables communes:
data (cp(i,1),i=1,4) / 10.3,835.,475.,1390. /
data (cp(i,2),i=1,4) / 12.9,1070.,553.,1420. /
data (cp(i,3),i=1,4) / 15.3,1325.,612.,2140. /
data (cp(i,4),i=1,4) / 20.6,1670.,950.,2350. /
data (cp(i,5),i=1,4) / 25.8,2140.,1107.,2470. /
data (cp(i,6),i=1,4) / 30.6,2650.,1225.,2540. /

data (ev(i,1),i=1,4) / 850.,3.64,685.,1143. /
data (ev(i,2),i=1,4) / 1100.,4.7,665.,1215. /
data (ev(i,3),i=1,4) / 1700.,7.3,1370,1823. /
data (ev(i,4),i=1,4) / 2200.,9.4,1330.,1926. /
data (ev(i,5),i=1,4) / 2600.,11.3,2055.,2492. /
data (ev(i,6),i=1,4) / 3300.,14.1,1995.,2643. /
data (ev(i,7),i=1,4) / 4300.,18.7,2660.,3505. /
data (ev(i,8),i=1,4) / 5500.,23.6,3325.,4417. /

data (cd(i,1),i=1,3) / 3500.,0.6,1222. /
data (cd(i,2),i=1,3) / 5000.,0.6,1453. /
data (cd(i,3),i=1,3) / 9000.,1.,1926. /
data (cd(i,4),i=1,3) / 14000.,1.4,3103. /
data (cd(i,5),i=1,3) / 20000.,2.,4931. /

T_ev = Tfc_ev - DT_ev
T_cd = Tfc_cd + DT_cd

T(4) = T_cd
call sat1 (isub,T(4),P(4),v(5),h(5),s(5),v(4),h(4),s(4))
P(5) = P(4)
T(5) = T(4)

T(7) = T_ev
```

```

call sat1(isub,T(7),P(7),v(12),h(12),s(12),v(1),h(1),s(1))
T(12) = T(7)
P(12) = P(7)
P(1) = P(12)
h(7) = h(5)
x7 = (h(7) - h(12)) / (h(1) - h(12))
s(7) = s(12) + x7 * (s(1) - s(12))
v(7) = v(12) + x7 * (v(1) - v(12))

T(2) = T_asp
P(2) = P(1)
v(2) = r(isub) * T(2) / P(2)
call prope(isub,2,T(2),P(2),v(2),ux,h(2),s(2))

Dh_ev = h(2) - h(7)
qm_ff = P_ev / Dh_ev

if (P_ev .lt. cp(2,1)) then
  i_cp = 1
  P_cp = cp(3,1)
  goto 20
else
  if (P_ev .gt. cp(2,6)) then
    i_cp = 6
    P_cp = cp(3,6)
    goto 20
  endif
endif

do 10 i=1,6
  if ((P_ev .lt. cp(2,i+1)) .and. (P_ev .gt. cp(2,i))) then
    DP_ev1 = P_ev - cp(2,i)
    DP_ev2 = cp(2,i+1) - P_ev
    if (DP_ev1 .gt. DP_ev2) then
      i_cp = i+1
      P_cp = cp(3,i+1)
    else
      i_cp = i
      P_cp = cp(3,i)
    endif
    goto 20
  endif
10 continue

20 continue

  P(3) = P(4)
  Pi_cp = eta_cp * P_cp
  dh_cp = Pi_cp/qm_ff
  h(3) = h(2) + dh_cp
  P(3)=P(4)
  T(3) = T(2) + 50.
  v(3) = r(isub) * T(3) / P(3)
  call prope (isub,9,T(3),P(3),v(3),ux,h(3),s(3))

  P_cd = P_ev + P_cp

  cyl = cp(1,i_cp)

if (P_ev .lt. ev(1,1)) then
  i_ev = 1

```



```

qvfc_ev=ev(3,i_ev)
goto 40
else
if (P_ev .gt. ev(1,8)) then
i_ev = 8
qvfc_ev=ev(3,i_ev)
goto 40
endif
endif

do 30 i=1,8
if ((P_ev .lt. ev(1,i+1)) .and. (P_ev .gt. ev(1,i))) then
DP_ev1 = P_ev - ev(1,i)
DP_ev2 = ev(1,i+1) - P_ev
if (DP_ev1 .gt. DP_ev2) then
i_ev = i+1
qvfc_ev=ev(3,i_ev)
else
i_ev = i
qvfc_ev=ev(3,i_ev)
endif
goto 40
endif
30 continue

40 continue

if (P_cd .lt. cd(1,1)) then
i_cd = 1
qvfc_cd = cd(2,i_cd)
goto 60
else
if (P_cd .gt. cd(1,5)) then
i_cd = 5
qvfc_cd = cd(2,i_cd)
goto 60
endif
endif

do 50 i=1,5
if ((P_cd .lt. cd(1,i+1)) .and. (P_cd .gt. cd(1,i))) then
DP_cd1 = P_cd - cd(1,i)
DP_cd2 = cd(1,i+1) - P_cd
if (DP_cd1 .gt. DP_cd2) then
i_cd = i+1
qvfc_cd = cd(2,i_cd)
else
i_cd = i
qvfc_cd = cd(2,i_cd)
endif
goto 60
endif
50 continue

60 continue

DTfc_cd = (P_cd * 3.6) / (4.18 * qvfc_cd)
DTfc_ev = (P_ev * 3600.) / qvfc_cd

+ ci_cp = 9.27d-8 * (cyl)**(-4.8465) * P_ev**(3.33112)
+ P_cp**(2.01902)

```

```
ci_cd = 240793.84 * P_cd**(-0.530314) *  
+ (qvfc_cd)**(1.96719)  
ci_ev = 2.9427993 * P_ev**0.44590882 *  
+ (qvfc_ev)**0.42833484  
  
write(*,*)'ci_cp,ci_cd,ci_ev'  
write(*,*) ci_cp,ci_cd,ci_ev  
stop  
end
```

**ANNEXE 2**

*Etude de sensibilité : Modèle rapporté au  
réservoir de température intermédiaire*



## Modèle rapporté au réservoir de température intermédiaire

### ► *thermotransformateurs*

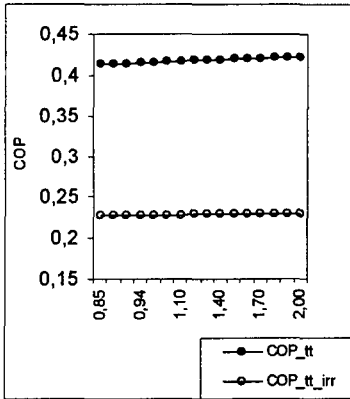


Figure A.1. : Evolution du COP en fonction de  $\bar{K}_H^I$  pour les thermotransformateurs

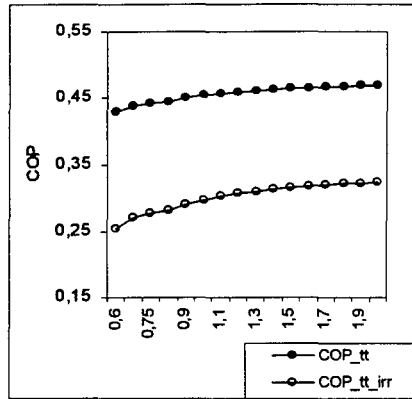


Figure A.2. : Evolution du COP en fonction de  $\bar{K}_F^I$  pour les thermotransformateurs

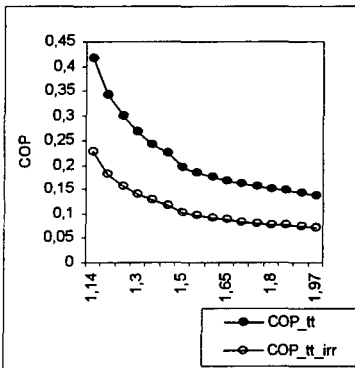


Figure A.3. : Evolution du COP en fonction de  $\bar{T}_{SH}^I$  pour les thermotransformateurs

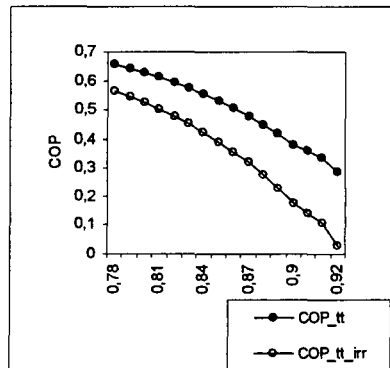


Figure A.4. : Evolution du COP en fonction de  $\bar{T}_{SF}^I$  pour les thermotransformateurs

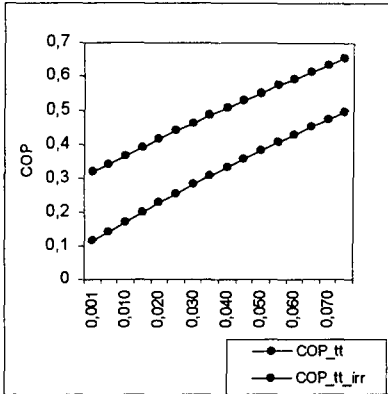


Figure A.5. : Evolution du COP en fonction de  $\bar{W}^I$  pour les thermostats

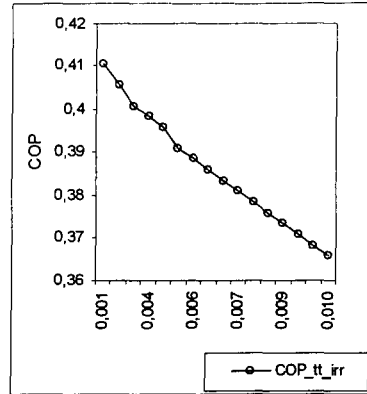


Figure A.6. : Evolution du COP en fonction de  $\bar{S}^I$  pour les thermostats

### Valeurs centrales des paramètres adimensionnés

$\bar{K}_H^I$	1
$\bar{K}_F^I$	0.5
$\bar{T}_{SH}^I$	1.14
$\bar{T}_{SF}^I$	0.89
$\bar{T}_{SI}^I$	48.8
$\bar{W}^I$	0.02
$\bar{S}^I$	0.036

### Paramètres fixes :

$T_{SI}$  : 305 K  
 $\dot{Q}_I$  = 2500 W  
 $K_I$  = 400 W/K

➤ machines à froid et pompes à chaleur

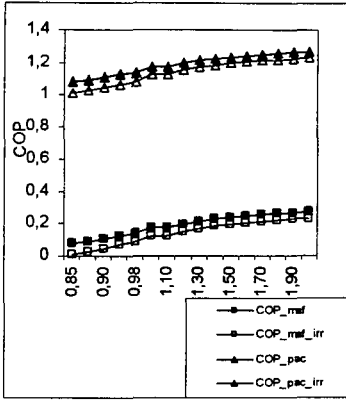


Figure A.7 : Evolution du COP en fonction de  $\bar{K}_F^I$  pour les machines à froid et les pompes à chaleur

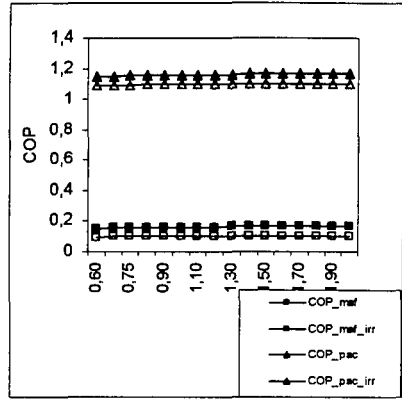


Figure A.8 : Evolution du COP en fonction de  $\bar{K}_F^I$  pour les machines à froid et les pompes à chaleur

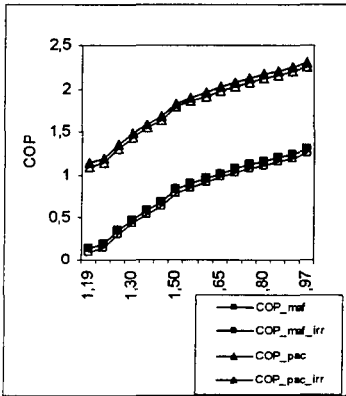


Figure A.9 : Evolution du COP en fonction de  $\bar{T}_{SH}^I$  pour les machines à froid et les pompes à chaleur

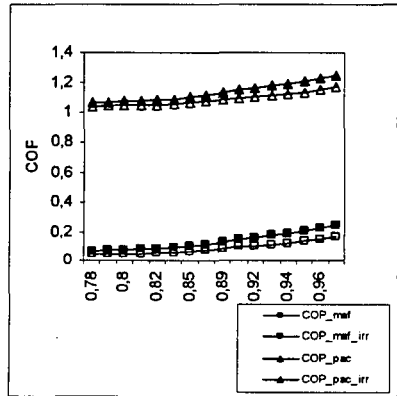


Figure A.10 : Evolution du COP en fonction de  $\bar{T}_{SF}^I$  pour les machines à froid et les pompes à chaleur

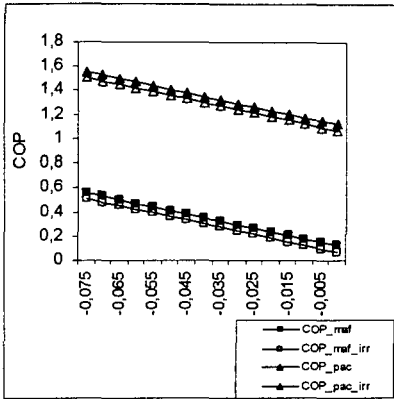


Figure A.13. : Evolution du COP en fonction de  $\bar{W}^1$  pour les machines à froid et les pompes à chaleur

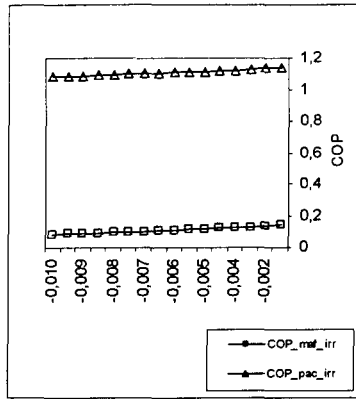


Figure A.12. : Evolution du COP en fonction de  $\bar{S}^1$  pour les machines à froid et pompes à chaleur

### Valeurs centrales des paramètres adimensionnés

$\bar{K}_H^1$	1
$\bar{K}_F^1$	0.5
$\bar{T}_{SH}^1$	1.19
$\bar{T}_{SF}^1$	0.904
$\bar{T}_{SI}^1$	-11.77
$\bar{W}^1$	-0.005
$\bar{S}^1$	-0.008

### Paramètres fixes :

$T_{SI} : 291K$   
 $\dot{Q}_I = -9885W$   
 $K_I = 400 W/K$



## RESUME

Ce travail représente les résultats de l'auteur obtenus dans le cadre de l'étude doctorale concernant l'optimisation thermodynamique et économique des machines thermiques à cycle inverse à deux et trois réservoirs de chaleur.

Dans la première partie du mémoire on présente des modèles thermodynamiques des machines à froid et pompes à chaleur à deux réservoirs (endoreversibles ou irréversibles), en utilisant la thermodynamique en temps fini. On maximise le coefficient de performance et implicitement le rendement exergetique, ce qui correspond au minimum de création d'entropie interne et externe. L'existence d'un point optimum de fonctionnement est prouvée. L'optimisation est développée pour trois types de réfrigérants : R22, R134a et R717, afin d'analyser leur influence sur la performance de la machine et sur les pertes qui apparaissent durant le fonctionnement réel. L'étude du compresseur à piston selon la thermodynamique en temps fini a été nécessaire pour un calcul complet de conception et de fonctionnement des machines thermiques. L'application numérique pour l'ammoniac s'est avérée très intéressante puisque les résultats obtenus coïncident aux valeurs correspondantes à une consommation énergétique minimale obtenue lors d'une étude antérieure.

Dans le chapitre 3, les machines à production de froid à compression mécanique de vapeur sont analysées du point de vue thermoéconomique. Un code de calcul est présenté en deux étapes : dans la première on établit la configuration technologique de la machine, partant d'un type de compresseur, on caractérise les points thermodynamiques du cycle de fonctionnement et on détermine le coût globale de la machine ; dans la deuxième étape on utilise des corrélations technico-économiques pour l'estimation des coûts d'investissement des différents composants de la machine à froid. Ainsi on présente une évaluation continue des coûts et non plus discrète comme dans la première étape du code de calcul. Une application numérique de l'optimisation thermoéconomique est présentée pour une machine à froid à compression mécanique de vapeur de petite taille, en utilisant la Méthode Généralisée du Gradient Réduit. Afin d'améliorer le rendement exergetique de la machine, une autre méthode d'optimisation thermoéconomique est développée : la méthode de décomposition qui permet l'optimisation du système globale par une suite d'optimisations locales et qui utilise des corrélations exergo-économiques pour l'estimation des différents coûts. Il faut souligner la difficulté de l'obtention et de couplage des documents technico-économiques et du développement des corrélations coût - paramètres techniques ou bien exergetiques.

Dans la dernière partie de ce mémoire, l'auteur propose une présentation générale des machines trithermes : machines à froid, pompes à chaleur et thermotransformateurs, selon la thermodynamique en temps fini. Trois modélisations sont développées, selon trois adimensionnements possibles, rapportés au réservoir de haute température, de température intermédiaire ou de basse température. Une étude de sensibilité du coefficient de performance en fonction des variables adimensionnées est menée afin de savoir où et comment changer ces variables pour améliorer la performance de la machine. Chaque type de machine est analysé pour deux cas possibles : endoreversible (sans création d'entropie interne) et endo et exoirréversible (avec création d'entropie interne et externe). On développe ensuite des expressions analytiques des pincements optimaux de température au niveau des réservoirs qui correspondent au maximum du coefficient de performance des machines à froid, pompes à chaleur et thermotransformateurs. On considère une contrainte conservatrice sur la conductance totale du système ce qui correspond du point de vue qualitatif à la contrainte conservatrice sur la surface totale d'échange de chaleur ou sur le temps de contact au niveau des réservoirs. L'analyse thermoéconomique des machines trithermes est seulement commencée dans cette étude par l'analyse du cas plus simple des machines dithermes qui représentent des cas limites des modèles présentés. Ces considérations seront utilisées pour une optimisation thermoéconomique des machines trithermes, basée sur la minimisation des irréversibilités internes et externes étant donné que ces irréversibilités ont un impact direct sur le coût de fonctionnement.



## REZUMAT

Aceasta lucrare reprezinta rezultatele autorului obtinute in cadrul studiului doctoral cu privire la optimizarea termodinamica si economica a ciclurilor inverse cu doua sau trei surse de caldura.

In prima parte a memoriului sunt prezentate modele termodinamice a masinilor cu doua surse de caldura (endoreversibile sau ireversibile) utilizand termodinamica in timp finit. Se maximizeaza coeficientul de performanta si in acelasi timp randamentul exergetic al masinii, ceea ce corespunde minimizarii generarii de entropie interna si externa. Existenta unui punct optim de functionare al instalatiilor frigorifice si al pompelor de caldura ideale si reale este subliniata. Optimizarea este dezvoltata pentru trei agenti frigorifici : R22, R134a si R717, pentru a analiza influenta lor asupra performantei masinii si asupra pierderilor interne si externe care apar in ciclul de functionare reala. Analiza compresorului cu piston din unghiul termodinamicii in timp finit a fost necesara pentru un calcul complet de conceptie si de functionare ale masinii termice. Aplicatia numerica prezentata pentru amoniac este foarte interesanta dat fiind ca rezultatele obtinute coincid cu valorile corespunzatoare unui consum de energie minim obtinute intr-o analiza anterioara.

Asa cum este aratat in capitolul 3, optimizarea termoeconomica este prezentata pentru instalatiile frigorifice cu compresie mecanica de vapori. Un program de simulare este prezentat in doua etape : in prima parte se alege cea mai favorabila configuratie tehnologica a instalatiei plecand de la un tip de compresor, se caracterizeaza punctele termodinamice ale ciclului de functionare si se determina costul de investitie al masinii ; in cea de-a doua parte a programului de simulare se stabilesc si se utilizeaza corelatii tehnico-economice pentru estimarea costurilor de investitie a diferitelor componente ale instalatiei frigorifice. Astfel se prezinta o evaluare continua si nu numai discreta a diferitelor costuri. Un exemplu numeric de optimizare este prezentat pentru cazul unei instalatii frigorifice de talie mica, utilizand Metoda Generalizata a Gradientilor Redusi. Pentru ameliorarea randamentului exergetic al masinii se utilizeaza o alta metoda de optimizare termoeconomica : metoda de descompunere in care se optimizeaza sistemul global printr-o suita de optimizari locale si in care se folosesc corelatii exergo-economice pentru estimarea costurilor. Trebuie subliniata dificultatea obtinerii si cuplarii diferitelor documente tehnico-economice si dezvoltarii corelatiilor cost-parametrii tehnici sau exergetici.

In ultima parte a acestei lucrari autorul propune o descriere unificata a masinilor termice prevazute cu trei surse de caldura : instalatii frigorifice, pompe de caldura si termostransformatoare, utilizand conceptul de termodinamica in timp finit. Trei modele sunt prezentate corespunzator a trei adimensionari posibile, raportate la sursa de caldura de temperatura scazuta, intermediara sau inalta. Un studiu de sensibilitate al coeficientului de performanta in functie de variabilele adimensionale este dezvoltat pentru a verifica sensul fizic al relatiilor analitice stabilite. Fiecare tip de masina este analizat pentru doua cazuri posibile : masina endoreversibila (fara generare de entropie interna) si masina endo si exo-ireversibila (cu generare de entropie interna si externa). Se dezvolta in continuare expresii analitice ale diferentelor finite optime de temperatura la nivelul celor trei surse de caldura, care corespund maximumului de coeficient de performanta al instalatiilor frigorifice, pompelor de caldura si termostransformatoarelor. Se considera o constrangere conservativa asupra conductantei totale a sistemului ceea ce corespunde din punct de vedere calitativ cu o constrangere conservativa asupra suprafetei totale sau asupra duratei contactului termic la nivelul surselor. Analiza termoeconomica a masinilor termice prevazute cu trei surse de caldura este inceputa numai in aceasta lucrare, pentru cazul mai simplu a doua surse de caldura ce reprezinta un caz limita a modelelor prezentate. Aceste consideratii vor fi utilizate pentru o optimizare a costului global al masinilor prevazute cu trei surse de caldura, bazata pe minimizarea ireversibilitatilor, dat fiind ca acestea au un impact direct asupra costului de functionare.



**AUTORISATION DE SOUTENANCE DE THESE  
DU DOCTORAT DE L'INSTITUT NATIONAL  
POLYTECHNIQUE DE LORRAINE**

000

VU LES RAPPORTS ETABLIS PAR  
Monsieur DEJAU, Professeur, Duke University Durham (USA),  
Monsieur CHIRIAC, Professeur, Université de Bucarest (Roumanie)

Le Président de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, autorise :

**Madame ORHEL épouse GROSU Mariana Lavinia**

à soutenir devant un jury de l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE,  
une thèse intitulée :

**"Contribution à l'optimisation thermodynamique et économique des machines à cycle  
inverse à deux et trois réservoirs de chaleur"**

NANCY BRABOIS  
2, AVENUE DE LA  
FORET-DE-HAYE  
BOITE POSTALE 3  
F - 5 4 5 0 1  
VANDOEUVRE CEDEX

en vue de l'obtention du titre de

**DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE**

Spécialité : **"MECANIQUE & ENERGETIQUE"**

Fait à Vandoeuvre, le 15 septembre 2000

Le Président de l'I.N.P.L.

J. HARDY





## ABSTRACT

This study is among the several works conducted by the author with regard to thermodynamic and economic optimization of inverse cycle machines with two and three heat reservoirs.

In the first part of this memoir we present thermodynamic models of inverse cycle machines with two reservoirs (endoreversible or irreversible) using a finite time thermodynamic approach. One maximizes the performance coefficient or the exergetic efficiency of the machine, which correspond to the minimization of the internal and external irreversibilities of the machine. One proves the existence of an operating optimum of theoretical and real refrigerating machines and heat pumps. Optimization is made for three fluids: R22, R134a and R717, in order to observe their influence on the performance and on the internal and external losses which appear in the cycle. Taking into account of pressure gradient was necessary for a complete calculus of the design of the machine. The numerical results for ammonia is very interesting because they coincide with the values obtained for a minimal specific energy consumption.

As it is shown in the chapter 3, thermoeconomical optimization is presented for vapor compression machines. Simulations code are developed in two steps. In the first part one chooses the most favourable configuration of the refrigerating machine for a given compressor type. Then, one characterizes the thermodynamic states of the cycle. For that purpose, it is necessary to set some parameters required by the machine. Hence, the total investment cost of the refrigerating machine is determined. In the second step, by means of the cost correlations it is possible to estimate, with a very good approximation, the total cost of the machine. Therefore, we present an evaluation of investment costs for continuous and not only discrete key parameters. A numerical optimization example is presented for the case of a simple vapor compression refrigerating machine, using the General Method of Reduced Gradient. The second illustration presented represent a numerical application of the decomposition method in order to enlighten the exergoeconomic correlations importance. The most difficult part is the gathering of technico-economical data, coupling the different components of the machine and the development of cost correlations.

The authors propose in the last part of this report unified description of machines operating with three reservoirs: refrigerating machines, heat pumps, thermotransformers, using a finite time thermodynamic approach. Three reduced variables formulations are presented, with respect to the low, intermediate and high temperature reservoirs. A sensitivity study is made for the performance coefficient in function of reduced variables, in order to verify physical sense of the analytical relations. The calculations for each machine type are conducted for two possible cases: endoreversible machine (without internal entropy creation) and endo and exo irreversible machine (with entropy creation). We develop, after, analytical expressions of the optimum pinches at the three reservoirs for a maximum performance coefficient for refrigerating machines, heat pumps and thermotransformers. We consider a conservative constraint on the total conductance of the system that is similar, on the qualitative aspect, to a conservative constraint on the total area or on the time duration of the contact on the reservoirs. The thermoeconomic analysis is beginning only in this work, for the two reservoirs case, that represent a limit case of the models presented. The tool presented in this work will be used for an optimization of global cost of the three reservoirs machines, based on irreversibilities and cost minimization, since irreversibilities have a direct impact on the operating cost.