



**HAL**  
open science

# Études thermomécaniques expérimentales de suspensions ” solide-liquide ” newtoniennes et non newtoniennes en écoulement dans une conduite horizontale

Fanou Zinsou Benoît Fagla

► **To cite this version:**

Fanou Zinsou Benoît Fagla. Études thermomécaniques expérimentales de suspensions ” solide-liquide ” newtoniennes et non newtoniennes en écoulement dans une conduite horizontale. Autre [cond-mat.other]. Institut National Polytechnique de Lorraine, 2002. Français. NNT : 2002INPL110N . tel-01750249

**HAL Id: tel-01750249**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01750249>**

Submitted on 29 Mar 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>



# THESE

Présentée pour l'obtention du grade de

**Docteur de l'Institut National Polytechnique de la Lorraine**

Spécialité : **MECANIQUE** et **ENERGETIQUE**

Par

**Benoît Fanou Zinsou FAGLA**

**Etudes thermomécaniques expérimentales de suspensions "solide-liquide" newtoniennes et non newtoniennes en écoulement dans une conduite horizontale**

Soutenue publiquement le 20 Décembre 2002 à 14<sup>H</sup>30 dans la salle de Conférences de INPL devant la Commission d'Examen :

**Rapporteurs :**

**M. J.-F. MAINGONNAT** Directeur de Recherche INRA, LGPTA Villeneuve D'Asq

**M. O. SCRIVENER\*** Directeur de Recherche CNRS, Strasbourg

**Examineurs :**

**M. M LEBOUCHE\*\*** Professeur, Université Henri Poincaré - Nancy I

**M. M. GRADECK** Maître de Conférences, Université Henri Poincaré - Nancy I

**M. C. BARAVIAN** Maître de Conférences, Université Henri Poincaré - Nancy I

\* Président de Jury

\*\* Directeur de thèse



<b><u>NOMENCLATURE</u></b>	<b>9</b>
<b>INTRODUCTION GENERALE</b>	<b>15</b>
<b>CHAPITRE I. ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE</b>	<b>19</b>
<b>I.1 ETUDE DYNAMIQUE DES SUSPENSIONS</b>	<b>19</b>
<b>I. 1.1 Dynamique des suspensions</b>	<b>19</b>
I.1. 1. 1 Définitions et généralités	21
I.1. 1. 2 Bilan de force et analyse dimensionnelle	23
<b>I.1. 2 Viscosité d'une suspension de particules-modèle de sphères dures (non déformables)</b>	<b>29</b>
I. 2 1 Système très dilué ( $\phi \leq 0,5\%$ )	30
I.1. 2. 2 Suspensions diluées ( $\phi \leq 2\%$ )	32
I.1. 2. 3 Suspension à concentrations modérées	33
I.1. 2. 4 Suspension à concentrations élevées	34
I.1. 2. 5 Introduction de la notion de la viscosité effective	37
<b>I.1. 3 Ecoulement des fluides newtoniens et non newtoniens en conduite cylindrique</b>	<b>38</b>
I.1. 3. 1 Longueur d'établissement dynamique	38
I.1. 3. 2 Les régimes d'écoulement des suspensions	42
I.1. 3. 2 Phénomène de glissement des particules en suspensions dans un écoulement	43
I.1. 3. 3 Ecoulement laminaire établi des suspensions	43
I.1. 3. 4 Ecoulement en régimes transitoire et turbulent en conduite cylindrique	46
<b>I.1. 4 Profil de concentration</b>	<b>48</b>
<b>I.1. 5 Effet de la sédimentation</b>	<b>51</b>
<b>I.1. 6 Profils de vitesse en conduite cylindrique</b>	<b>52</b>
I.1. 6. 1 Profils de vitesse pour un fluide monophasique	52
I.1. 6. 2 Profils de vitesse d'une suspension et du taux de fluctuations	53
<b>I.2 ETUDE THERMIQUE DES ECOULEMENTS DE SUSPENSIONS</b>	<b>58</b>
<b>I.2. 1 Généralités et définitions</b>	<b>58</b>
<b>I.2. 2 Grandeurs adimensionnelles fondamentales en transfert de chaleur</b>	<b>59</b>
I.2. 2. 1 Equation régissant le transfert de chaleur dans un écoulement laminaire en conduite	62
I.2. 2. 2 Conditions de chauffage	63
I.2. 2. 3 Résolution de l'équation de l'énergie.	63
I.2. 2. 4 Etude thermique en régime turbulent	71
<b>I.2. 3 Transfert de la chaleur dans un écoulement de suspensions solide-liquide</b>	<b>72</b>
I.2. 3. 1. Calcul de l'épaisseur de la couche limite thermique dans une suspension en écoulement	73
I.2. 3. 2. Les lois de transfert de chaleur d'une suspension dans un tube	74
I.2. 3. 3. Le transfert de chaleur entre un fluide et une particule	74
I.2. 3. 4 Le transfert de chaleur dans des suspensions	77
<b>Conclusions</b>	<b>84</b>
<b>CHAPITRE II DISPOSITIFS EXPERIMENTAUX ET TECHNIQUES DE MESURES</b>	<b>87</b>
<b>II-1. DISPOSITIF EXPERIMENTAL</b>	<b>87</b>
II. 1. 1 Description générale du dispositif expérimental	87
II. 1. 2 Les tubes et les veines d'expérience	89
II. 1. 3 Mesure des grandeurs électriques et calculs préliminaires	89
<b>II-2 MATERIELS ET METHODES</b>	<b>91</b>
II. 2. 1 Mesures rhéologiques	91
II. 2. 2 Fluides et mélanges	94
* Production des sphères d'alginate et problèmes d'écoulements de la phase solide	102
<b>II. 3 TECHNIQUES DE MESURE</b>	<b>104</b>

II. 3. 1 Mesures des débits	104
II. 3. 2. Mesures de pression	105
II. 3. 3. Dispositif de chauffage et mesure de température	106
II. 3. 4. Mesures des vitesses	107
<b>CHAPITRE III RESULTATS EXPERIMENTAUX ET INTERPRETATIONS DE L'ETUDE DYNAMIQUE DES SUSPENSIONS</b>	<b>119</b>
<b>III. 1 QUALIFICATION DE L'INSTALLATION</b>	<b>119</b>
III. 1. 1 Par l'étude de pertes de charge dans une solution de glucose en écoulement isotherme	119
III. 1. 2 Par étude de profils de vitesse et du taux de fluctuations de vitesse de l'écoulement du glucose	120
<b>III. 2 ETUDE DES PERTES DE CHARGE DANS LES SUSPENSIONS EN ECOULEMENT ISOTHERME</b>	<b>121</b>
III. 2. 1 Pertes de charge dans les suspensions à base de fluides newtoniens : eau et solution de glucose	121
III. 2. 2 Pertes de charge dans les suspensions à base d'un fluide non newtonien : la carboxyméthylcellulose (C.M.C.)	134
<b>III. 3 ETUDE DE PERTES DE CHARGE DANS LES SUSPENSIONS EN ECOULEMENT ANISOTHERME</b>	<b>139</b>
III. 3. 1 Pertes de charge des suspensions à base du sirop de glucose	139
III. 3. 2 Pertes de charge des suspensions à base de la (C.M.C.)	141
<b>III. 4 ETUDE DES PROFILS DE VITESSE</b>	<b>143</b>
III. 4. 1 Situation isotherme	143
III. 4. 2 Situation anisotherme	157
<b>Conclusions</b>	<b>167</b>
<b>CHAPITRE IV : INTERPRETATIONS DES RESULTATS EXPERIMENTAUX EN TRANSFERT THERMIQUE DANS LES ECOULEMENTS DE SUSPENSIONS</b>	<b>171</b>
<b>IV. 1 Généralités et définitions</b>	<b>171</b>
<b>IV. 2 Analyse des profils longitudinaux et radiaux de température</b>	<b>172</b>
IV.2.1 Profils longitudinaux	172
IV.2.2 Profils radiaux de température	175
<b>IV. 3 Lois de transfert</b>	<b>177</b>
<b>IV. 4 Etude du chauffage des suspensions</b>	<b>180</b>
IV. 4 1 Chauffage de l'écoulement monophasique en régimes laminaire et turbulent – fluide porteur newtonien	180
IV. 2 Chauffage de l'écoulement diphasique en régimes laminaire et turbulent – fluide porteur newtonien	185
IV. 3 Chauffage de l'écoulement monophasique- fluide porteur non newtonien	192
IV. 2. 4 Chauffage de l'écoulement diphasique- fluide porteur non newtonien	195
<b>Conclusion sur le transfert de chaleur dans les suspensions</b>	<b>197</b>
<b>CONCLUSIONS GENERALES</b>	<b>201</b>
<b>Annexe 1</b>	<b>205</b>
<b>Annexe 2</b>	<b>209</b>
<b>Annexe 3</b>	<b>221</b>
<b>Annexe 4</b>	<b>229</b>
<b>Annexe 5</b>	<b>233</b>
<b>Annexe 6</b>	<b>235</b>
<b>Références bibliographiques</b>	<b>240</b>





# MEMOIRE



## Mémoire

En mémoire de ma feuë mère **Adélomoun** et de mon feu père **Fagla Zinsou** qui, dès ma douce enfance, m'avaient fait confiance...

Je leur dédie ce diplôme de doctorat en ayant pour eux une pensée très émue en ce jour...

A ma chère épouse **Balbine** !...

Toi et moi, ensemble, nous avons pris la bonne décision ...

Je te dédie ce diplôme de doctorat en signe de ma profonde gratitude pour les sacrifices...

Trouve ici l'expression de mes sentiments affectifs renouvelés.

A mes enfants **S. E. Eméric, A. L. Audrey** et **A. D. Dohny** !

Vous étiez encore petits quand je suis partis...

Sachez que j'ai particulièrement apprécié le soutien moral et psychologique que m'avez apporté...

Je vous dédie ce diplôme de doctorat en signe de reconnaissance et d'amour.

A vous tous, membres de la famille **FAGLA GOUGBONOU** restés à Womey/Togoudo au Bénin, je dis merci pour vos soutiens de tous genres...

A vous **H. Boniface, Emmanuel, Marie, Lydie, Rosalie** et **Victoire** sans oublier ma **belle mère** et la famille **AMOUSSOU** restés à Cotonou au Bénin, j'exprime toute ma gratitude pour vos différents soutiens...

A vous mes amis **Moumouni, Abou** et **G. Michel** et à tous les amis de Finagnon ; je dis merci pour vos différentes prières...

Aux familles amies à savoir **TEISSERENC, MONTSION MICHEL, NICOLAS, DE PIZZOL, HAEUSSLER**, et **FLORENTIN**, je dis merci pour leurs différents soutiens...



## Remerciements

Le présent travail a été effectué au Laboratoire d'Energétique et de Mécanique Théorique et Appliquée (LEMETA) sous la direction de M. M. **LEBOUCHÉ**, professeur à l'Université Henri Poincaré-Nancy I. Il m'a fait bénéficier de sa grande rigueur, de ses hautes compétences scientifiques, de son soutien constant, de ses nombreux encouragements, de ses critiques judicieuses tout au long de ce travail à travers de très précieux conseils. Je tiens à lui exprimer ici, ma profonde gratitude.

J'exprime mes vifs remerciements à M. M. **GRADECK**, maître de Conférences à l'Université Henri Poincaré-Nancy I, qui a largement contribué à la réalisation de cette thèse en m'apportant une aide constante et efficace. Qu'il sache que j'ai particulièrement apprécié sa disponibilité permanente.

Je remercie très sincèrement, M. C. **BARAVIAN**, maître de Conférences à l'Université Henri Poincaré-Nancy I. qui a suivi de très près l'évolution de cette étude en m'apportant son aide tout au long de ces années de thèse.

J'assure de ma profonde reconnaissance M. O. **SCRIVENER**, Directeur de Recherche CNRS à Strasbourg qui a gentiment accepté de cumuler les fonctions de président du jury et de rapporteur.

M. J.F. **MAINGONNAT**, Directeur de Recherche INRA, a accepté de participer au jugement de ce travail et d'en être le rapporteur. Qu'il trouve ici, l'expression de mes plus vifs remerciements.

Je tiens à remercier également tous les membres de l'équipe du professeur. **LEBOUCHÉ** en particulier M. P. **VALLETTE**, professeur à l'Université Henri Poincaré-Nancy I et M. C. **NOUAR**, chargé de recherche CNRS, pour leurs conseils qu'ils n'ont cessé de me prodiguer.

Ma gratitude s'adresse à Mme A.M. **LOUIS-DAM** secrétaire de l'équipe dont la sympathie et la gentillesse m'ont offert des conditions idéales pour la réalisation d'un bon travail.

Je remercie également tous les membres du laboratoire et plus particulièrement l'ensemble des techniciens et des chercheurs du L.E.M.T.A. ayant contribué à la conclusion de cette thèse.

J'assure de ma gratitude le Directeur du Collège Polytechnique Universitaire (CPU) Université d'Abomey-Calavi, (Bénin) pour ses encouragements à la conclusion de cette étude.

Enfin je n'oublie pas mes collègues du Collège Polytechnique Universitaire CPU, et plus particulièrement MM. A. **ANJORIN** et C. **AWANTO** dont les soutiens moraux ne m'ont pas fait défaut au cours de la réalisation de ce travail.







## INTRODUCTION GENERALE

Les industriels du secteur agro-alimentaire font preuve d'imagination pour proposer de plus en plus de produits nouveaux aux consommateurs. Ceci pose sans cesse de nouveaux problèmes à résoudre notamment pour garantir des propriétés organo-leptiques et stériles de ces produits destinés à une consommation à grande échelle.

Ces nouveaux produits (desserts lactés, sauces, soupes, plats cuisinés,...) ont souvent un comportement rhéologique complexe, non newtonien. De plus, ces fluides sont de plus en plus souvent chargés en particules solides (yoghourts avec des morceaux de fruits, confitures,...) qui modifient complètement l'hydrodynamique et la thermique de l'écoulement du fluide porteur.

Tous les fluides et mélanges produits par les industries agro-alimentaires présentent des propriétés rhéologiques complexes, éventuellement dépendantes du temps. La connaissance de ces propriétés est primordiale afin de modéliser, avec précision, toutes les phases d'un procédé pendant lequel le produit va subir de multiples transformations physico-chimiques lors des phases de transport, de réchauffage, de refroidissement et de conditionnement. Dans le cas des fluides très visqueux ou à seuil, chargés en particules ou non, le transfert thermique s'effectue essentiellement par conduction de la paroi de l'échangeur vers le cœur de l'écoulement. Ce mode de transfert accentue les temps de séjour et peut conduire à des dénaturations du produit dans la zone pariétale (encrassement en paroi, brûlage) sans garantir l'aseptisation complète du fluide et des particules.

Il existe déjà des procédés permettant un brassage correct des fluides très visqueux (échangeurs à surface raclée, échangeurs chaotiques). L'emploi d'échangeurs à plaques est délicat voire impossible dans le cas des suspensions solides - liquides car ils peuvent occasionner une dénaturation des particules et leur diamètre hydraulique est trop faible pour permettre le passage de la suspension.

Les mécanismes de transfert entre le liquide chargé et la paroi, entre le liquide et les particules sont encore des problèmes mal maîtrisés. Les enjeux importants qu'ils suscitent, méritent des études théoriques et expérimentales afin de pallier ce manque de connaissance. Les facteurs influant sur le transport et le transfert de chaleur des liquides chargés ont été identifiés. Il s'agit de la taille des particules, de la concentration en particules, du régime d'écoulement de la suspension, des caractéristiques rhéologiques des fluides porteurs, du diamètre hydraulique et du rapport de densité fluide-particule.

Des études sur le transport hydraulique de particules solides permettent maintenant de bien appréhender le problème de la perte de charge, en tube horizontal, qui est fortement lié au régime d'écoulement diphasique: Chhabra (1990), Cheng, (1970), Kemblowski et Kolodziejcki (1973), Takahashi (1978). Durand (1953) ainsi que Kyokai (1981) et Ayukawa (1970) ont mis en évidence quatre principaux régimes d'écoulement (symétrique, asymétrique, en lit circulant et en lit stationnaire) qui sont essentiellement fonctions de la vitesse moyenne de la suspension et de la vitesse limite de chute des particules.

Dans le cadre d'une action de recherche européenne, les travaux récents entrepris au L.E.M.T.A. par Hoareau (1996) sur les suspensions solide-liquide ont permis la

caractérisation de la perte de charge d'un mélange diphasique (liquide rhéofluidifiant et sphères solides) en fonction de la concentration. Ceux-ci ont montré l'influence positive des sphères sur le transfert de chaleur. Mais à ce jour, l'influence de la phase solide sur l'écoulement n'est toujours pas très bien connue et pourtant c'est elle qui détermine la rhéologie du mélange et la perte de charge. Les nouvelles techniques d'investigation, en particulier, la vélocimétrie à effet Doppler, s'est révélée extrêmement précieuse pour étudier la dynamique des particules en écoulement (Antoine et Lebouché 1998). La détermination du coefficient de transfert de chaleur à la paroi est insuffisante. Il est aussi nécessaire d'apporter des réponses au transfert de chaleur entre les particules et le fluide porteur.

Dans le cadre de la présente thèse, nous nous intéresserons au cas d'une suspension solide-liquide en écoulement dans un tube horizontal.

Dans un premier chapitre bibliographique, nous faisons un état des connaissances sur la dynamique des suspensions ainsi que sur le transfert de chaleur.

Le second chapitre sera consacré à la description de l'installation expérimentale et de toutes les techniques utilisées.

Les résultats expérimentaux concernant l'écoulement des suspensions dans un tube horizontal seront exposés dans un troisième chapitre. Nous traiterons le cas de l'écoulement isotherme et le cas de l'écoulement anisotherme.

Enfin, le quatrième chapitre traitera du transfert de chaleur. Nous mettrons en évidence l'influence positive des particules sur le coefficient de transfert paroi/suspensions et nous démontrerons le mécanisme particulier de ces échanges thermiques paroi/suspensions.

Notre thèse s'intitule donc :

**Etudes thermomécaniques expérimentales de suspensions "solide-liquide" newtoniennes et non newtoniennes en écoulement dans une conduite horizontale.**





# CHAPITRE I

## ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE



## CHAPITRE I. ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

### I.1 ETUDE DYNAMIQUE DES SUSPENSIONS

Notre étude bibliographique sur l'écoulement des suspensions solide-liquide sera subdivisée en deux parties. La première partie portera sur la dynamique des suspensions, la deuxième partie sur le transfert thermique.

Dans la première partie nous analyserons la dynamique des suspensions en insistant sur tous les paramètres qui influent sur leur écoulement et conduisent à l'établissement de différents régimes. Nous introduirons ensuite la notion de milieu effectif. Ceci nous amènera à décrire la répartition de la concentration des particules en écoulement.

La deuxième partie sera consacrée au transfert thermique. Nous étudierons, d'abord, les grandeurs adimensionnelles pour l'étude du transfert thermique. Le cas particulier du transfert de chaleur entre un liquide et une particule sera aussi abordé dans cette partie.

#### I. 1.1 Dynamique des suspensions

Rappelons que la rhéologie est l'étude de la relation existante entre la contrainte et la déformation ou la vitesse de déformation. A ce stade, nous allons rappeler quelques notions essentielles pour situer le cas des suspensions solide-liquide.

##### **Notion de liquide**

Le caractère fluide qui qualifie un type de comportement mécanique du matériau considéré ne doit pas être confondu avec l'état physique (notamment liquide ou solide) du matériau.

##### Solide

En première approximation, le comportement de matériaux relativement simples peut être associé à leur état physique. Les matériaux à l'état solide sont des corps élastiques qui sous l'action d'une force suffisamment faible subissent de petites déformations puis reprennent leur forme initiale (position d'équilibre) lorsqu'on relâche cette force. Les atomes ou molécules sont piégés dans une structure à grande échelle, dans une grande cohésion. Le mouvement des atomes (ou molécules) est localisé au voisinage des positions d'équilibre.

##### Gaz

Chaque particule (atome ou molécule) d'un gaz est animée de mouvements erratiques résultant de l'agitation thermique qui l'amène à parcourir une grande distance dans une direction donnée avant d'entrer en collision avec une autre particule. C'est un matériau dont les propriétés physiques dépendent des chocs occasionnels entre atomes. Les atomes sont quasi-libres de se mouvoir indépendamment les uns des autres.

##### **Liquide :**

La matière à l'état liquide possède des caractéristiques intermédiaires. Bien que les molécules ou atomes soient maintenus les uns contre les autres en général par le biais des forces de Van der Waals, il n'existe pas d'agencement ordonné à grande échelle. En revanche, les éléments du liquide sont animés de mouvements erratiques résultant de l'agitation thermique. Ces mouvements sont loin d'avoir une amplitude comparable à celle des éléments

d'un gaz. Mais ils permettent au moins à chaque élément du liquide de s'éloigner progressivement de sa position initiale en absence d'un mouvement moyen du liquide. Il en résulte que le liquide ne possède pas de configuration privilégiée de ses éléments notamment vis-à-vis de ses propriétés mécaniques.

Au sens de la physique, les fluides sont des milieux discontinus constitués par des assemblages d'atomes ou de molécules en mouvement relatif continu.

Au sens de la mécanique des fluides, on les considère comme des milieux continus doués de mobilité.

Les fluides peuvent être classés selon leur comportement rhéologique. La classification des fluides s'effectue en fonction de la relation dite loi de comportement qui existe entre le tenseur des contraintes  $\overline{\tau}$  et le tenseur des taux de déformations.

Les fluides réels ou visqueux ont été classés en trois groupes selon leurs caractéristiques rhéologiques par Metzner (1965) et Skelland (1967) ; nous avons :

- (1) les fluides purement visqueux
- (2) les fluides viscoélastiques (du type Maxwell)
- (3) les fluides dépendant du temps

Les fluides purement visqueux se subdivisent en deux groupes: les fluides simples ou newtoniens, et les fluides non newtoniens qualifiés de complexes.

#### **Notion de temps caractéristique d'un matériau**

Le nombre Deborah est le rapport du temps caractéristique du matériau sur le temps d'observation expérimental.

Le matériau est un solide quand le nombre de Deborah tend vers infini.

Le matériau est un liquide quand le nombre de Deborah tend vers zéro.

#### **Notion de contrainte caractéristique**

Pour mieux apprécier la contrainte caractéristique, il nous faut introduire la notion de nombre de Péclet dynamique.

Le nombre de Péclet dynamique est le rapport de l'énergie mécanique sur l'énergie propre du matériau. Ce nombre est nécessaire pour arriver à faire sortir un élément de l'état d'équilibre.

La propriété rhéologique est une fonction du nombre Deborah, du nombre de Péclet dynamique et d'un autre paramètre qui dépend de la propriété étudiée.

Pour mieux comprendre l'influence de chacun de ces paramètres sur le comportement des suspensions, nous essayerons de les définir.

### I.1. 1. 1 Définitions et généralités

#### Suspensions

Selon Fortier (1967), une suspension est une des formes de la dispersion. Une dispersion est un mélange de deux phases distinctes dans laquelle une des phases est assimilable à un fluide continu. Nous l'appellerons la phase fluide. L'autre phase est discontinue et répartie sous forme d'éléments de volume distincts, appelée la phase dispersée. La phase fluide peut être un liquide ou un gaz.

Selon la définition de Coussot, (1999), et au sens strict du terme, une suspension est le mélange d'un liquide et d'inclusions solides. On peut élargir cette définition aux mélanges d'une phase fluide et d'inclusions quelconques non miscibles avec le fluide continu.

Une classification suivant la taille des particules solides permet de prévoir le régime d'écoulement des suspensions. Les différents mélanges solide/fluide qu'on peut rencontrer sont les suivants :

- *dispersion fine* : ce sont de petites particules solides plus ou moins uniformément dispersées dans une phase fluide continue.

Le régime d'écoulement peut être laminaire ou turbulent

- *dispersion grossière*: ce sont de grosses particules solides dispersées dans une phase liquide continue,

- *macromélange*: c'est un mélange en écoulement très turbulent dans lequel aucune phase n'est continue,

- *stratifié*: c'est un écoulement diphasique constitué de deux phases pratiquement continues et séparées par une interface identifiable. (Tableau I-1).

Le régime d'écoulement dépend fortement des interactions fluide-particules, particules-particules et particules-paroi.

Pour la suite de notre thèse, nous appellerons:

<i>le fluide continu,</i>	- <i>le fluide suspendant ou fluide porteur ;</i>
<i>la phase dispersée,</i>	- <i>les particules, ou sphères dures ;</i>
<i>le mélange,</i>	- <i>la suspension.</i>

PHASE SIMPLE	PHASES MULTIPLES				
	(gaz liquide, liquide liquide, gaz solide, liquide solide)				
	Dispersion fine	Dispersion demi-fine	Dispersion grossière	Macromélange	Stratifié
Homogénéité vraie	PSEUDO HOMOGENE		HETEROGENE		
Laminaire Turbulent	Laminaire Turbulent		Turbulent seulement	<.....Régimes d'écoulement des suspensions.....>	
<..... écoulement équivalent à une phase unique.....>			<.....écoulement en phases séparées.....>		

**Tableau I-1** : Définitions des différents mélanges [tirée de la thèse de Hoareau (1996)].

### Masse volumique du mélange

L'ajout de particules solides dans un liquide agit sur la masse volumique du mélange dont l'expression est :

$$\rho_m = \frac{1}{\sum \frac{C_{mi}}{\rho_i}} = \sum \phi_i \rho_i \quad (I-1)$$

où  $C_{mi}$  est la concentration massique de la phase i

$\phi_i$  est la concentration volumique de la phase i

$\rho_i$  est la masse volumique de la phase i

Cette formule s'applique aux mélanges considérés comme pseudohomogènes. Il est clair que la masse volumique va influencer le nombre de Reynolds de la particule et la vitesse limite de chute par le terme  $(\rho_p - \rho_f)$ .

Avec  $\rho_p$  : masse volumique de la particule

$\rho_f$  : masse volumique du fluide

### Concentration volumique en particules ou fraction volumique de particules

La concentration volumique en particules ou fraction volumique de particules est le rapport du volume occupé par les particules sur le volume total du mélange. Nous la notons  $\Phi$ .

$$\Phi = \frac{\text{volume occupé par les particules}}{\text{volume total}}$$

## Sphéricité

La connaissance de la forme géométrique de la particule et de son orientation dans l'écoulement est un élément important pour une analyse approfondie des suspensions. Parmi les différents rapports de forme, la sphéricité est la plus souvent employée (Brown et al, 1950).

Le coefficient de sphéricité  $\Psi$  est égal à la surface du volume sphérique équivalent au volume de particule rapporté à la surface de la particule. Pour les particules de formes irrégulières, Brown et al (1950) ont mis en évidence le coefficient de sphéricité sous une autre forme:

$$\Psi = \frac{d_m}{n_s \cdot d_s} \quad (\text{I- 2})$$

où  $d_m$  est la taille moyenne des particules  
 $d_s$  : le diamètre d'une sphère ayant le même volume que la particule,  
 $n_s$  : la surface par unité de masse des particules rapportée à celle des sphères de diamètre  $d_s$

Pour une particule parfaitement sphérique,  $\Psi$  est égale à 1.

Ces différents paramètres interviennent dans le transport des suspensions isothermes ou non et contribuent à la compréhension des mécanismes qui sous-tendent l'écoulement des suspensions. Par conséquent, il est bon de rappeler le bilan des différentes forces qui favorisent cet écoulement.

### I.1 .1. 2 Bilan de force et analyse dimensionnelle

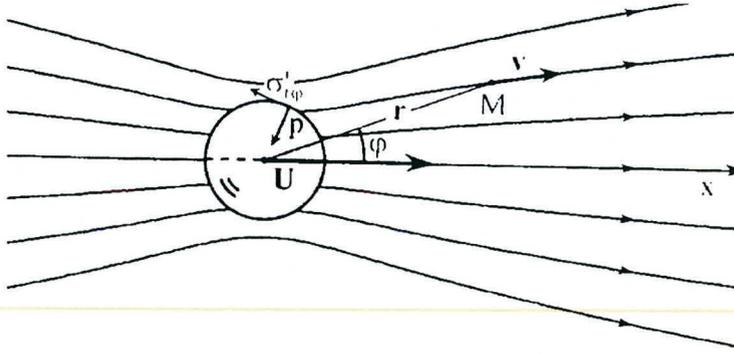
#### \* Forces hydrodynamiques

Sur une sphère en mouvement dans un fluide s'exerce une force due à la contrainte visqueuse et aux efforts de la pression. Dans le cas d'un fluide infini, où le nombre de Reynolds de la particule est faible devant l'unité (écoulement de Stokes), les composantes du champ des vitesses et de la pression sont (en coordonnées sphériques) :

$$v_r = u_p \cos\varphi \left( \frac{3R}{2r} + \frac{R^3}{2r^3} \right) \quad (\text{I- 3})$$

$$v_\varphi = -u_p \sin\varphi \left( \frac{3R}{4r} + \frac{R^3}{4r^3} \right) \quad (\text{I- 4})$$

$$p = \frac{3}{2} u_p R \frac{\cos\varphi}{r^2} \quad (\text{I- 5})$$



**Fig. I-1** : Lignes de courant de l'écoulement autour d'une sphère se déplaçant à une vitesse constante  $U$  dans un fluide au repos (Guyon et al 2001).

Dans ce cas, les contraintes normale et tangentielle s'écrivent respectivement :

$$\sigma_{rr} = \left[ -p + 2\eta \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) \right]_{r=R} = \frac{3\eta U \cos\varphi}{2R} \quad (\text{I-6})$$

$$\sigma_{r\varphi} = \eta \left[ \left( \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} + \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} - \frac{v_\varphi}{r} \right) \right]_{r=R} = \frac{3\eta U \sin\varphi}{2R} \quad (\text{I-7})$$

La force résultante par unité de surface en tout point de la sphère s'écrit donc

$$\frac{dF}{dS} = \sigma \cdot n = \sigma_{rr} e_r + \sigma_{r\varphi} e_\varphi = \frac{3\eta u_p}{2R} \quad (\text{I-8})$$

Cette force est opposée à  $u_p$  car les composantes radiale  $\Psi = \frac{dm}{ns \cdot ds}$  (I-2) et orthoradiale de  $u_p$  sont respectivement  $(u_p \cos\varphi)$  et  $(-u_p \sin\varphi)$ . On en déduit la force de traînée totale : c'est la formule de Stokes de la forme :

$$F = \frac{dF}{dS} 4\pi R^2 = -6\pi\eta R u_p \quad (\text{I-9})$$

Elle est vérifiée jusqu'à un nombre de Reynolds de l'ordre de l'unité (alors qu'elle a été établie sous l'hypothèse plus restrictive de  $Re \ll 1$ ). C'est l'équation de mouvement de Stokes.

Dans le cas général, la traînée s'exprime sous la forme :

$$F = C_D \frac{\rho \cdot u_{p\infty}^2}{2} \frac{\pi d^2}{4} \quad (\text{I- 10})$$

où  $C_D$  est le coefficient de traînée  
 $u_{p\infty}$  : vitesse de la particule ( ou vitesse limite de chute dans le cas d'un fluide au repos).

Après un temps d'accélération, la particule atteint une vitesse dite *vitesse limite de chute*  $u_{p\infty}$ . C'est cette vitesse qui permet de définir le nombre de Reynolds propre à la particule. Les valeurs de ce nombre de Reynolds de particule définissent le régime dynamique de l'écoulement.

Le régime d'écoulement d'une particule est laminaire si :

$$Re_p = \frac{\rho \cdot u_{p\infty} d}{\eta_0} < 1 \quad (\text{I- 11})$$

où.  $Re_p$  : nombre de Reynolds des particules,  
 $\eta_0$  : la viscosité de la phase fluide

Le régime sera transitoire si  $1 < Re_p < 1000$ .

Il est aussi nécessaire d'analyser le coefficient de traînée des particules dans le cas d'un fluide étendu.

La sédimentation des particules sphériques dans un fluide étendu à l'infini est influencée, d'une part, par les parois planes ou cylindriques de la conduite et d'autre part, par les effets mutuels de deux sphères identiques.

Le coefficient de traînée, calculé à partir de la force de Stokes, est donnée par l'expression :

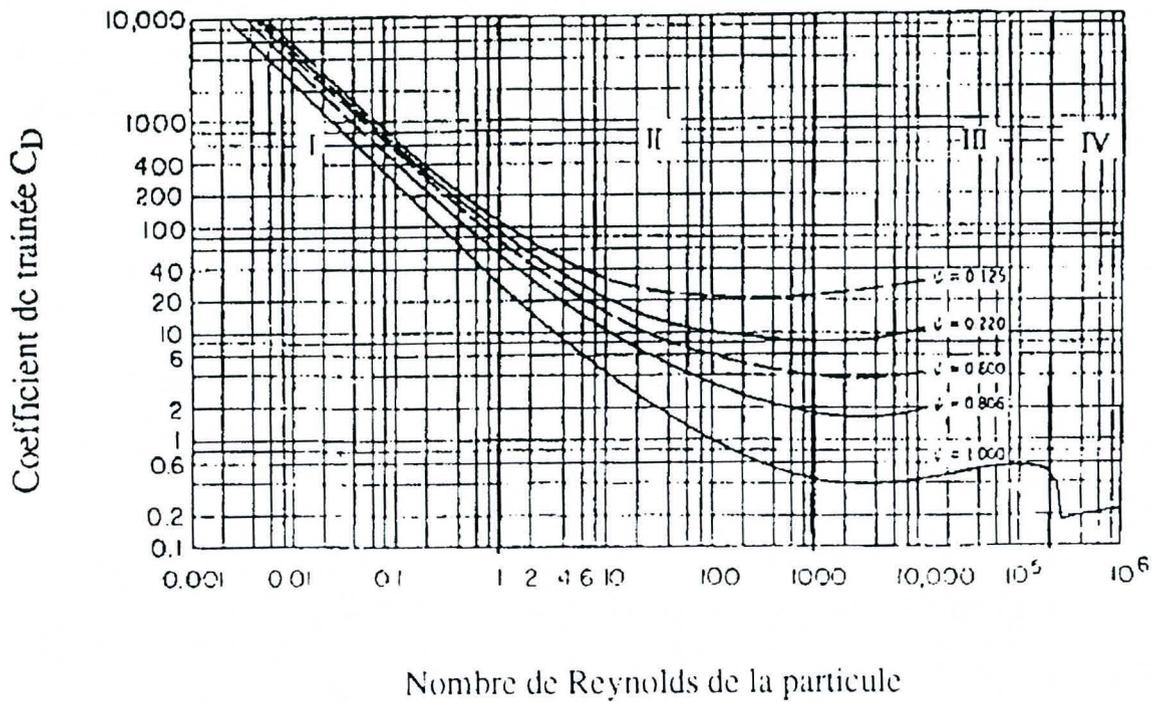
$$C_D = \frac{F}{\left(\pi R^2\right) \frac{1}{2} \rho U^2} = \frac{24}{Re} \quad (\text{I- 12})$$

Pour un liquide newtonien, il existe des expressions empiriques de la vitesse limite de chute pour chaque régime. Retenons qu'elle dépend de trois paramètres fondamentaux :

- la différence entre les masses volumiques
- le diamètre des particules
- la viscosité du liquide

Le coefficient de traînée ne dépend que du nombre de Reynolds de la particule. Pour une particule sphérique, nous récapitulons les expressions du coefficient de traînée et de la force de traînée dans les tableaux I-2 et I. 3.

Hoareau (1996) nous propose une revue des corrélations du coefficient de traînée valable pour des nombres de Reynolds inférieurs à 300 000. Le tableau I. 3 rassemble ces résultats issus d'études expérimentales et numériques avec indication des régimes dynamiques correspondants.



**Fig. I-2:** Influence du nombre de Reynolds sur le coefficient de traînée.

$Re_p = \frac{\rho \cdot U_\infty d}{\eta}$	$C_D$	$F_D$
$Re_p < 1$	$C_D = \frac{24}{Re_p}$	$F_D = 3\pi d \eta U_\infty$ (Stokes)
$1 < Re_p < 1000$	$C_D = 30 \cdot Re_p^{-0,625}$	
$1000 < Re_p < 2 \cdot 10^5$	$C_D = 0,44$	$F_D = 0,44 \frac{\rho U_\infty^2 \pi d^2}{4}$ (Newton)
$Re_p > 2 \cdot 10^5$	$C_D = 0,2$	

**Tableau I-2 :** Différents coefficients et forces de traînée pour différents régimes d'écoulement.

Auteurs	Expression	Domaine d'application
Stokes	$C_D = \frac{24}{Re}$	$Re < 0,3$
Perry et Chilton	$C_D = \frac{18,5}{Re^{0,6}}$	$0,3 < Re < 1000$
Newton	$C_D = 0,44$	$1000 < Re < 200\ 000$
Oseen	$C_D = \frac{24}{Re} \left( 1 + \frac{3}{16} Re \right)$	$Re < 1$
Massey	$C_D = \frac{24}{Re} \left( 1 + \frac{3}{16} Re \right)^{1/2}$	$Re \leq 1$
Schiller et Naumann	$C_D = \frac{24}{Re} \frac{3,6}{Re^{0,313}}$	$0,1 < Re < 1\ 000$
Al Salim et Geldart	$\frac{576}{Re^2} = \frac{3,318 \cdot 10^5}{(C_D Re^2)^2} + \frac{2,954 \cdot 10^4}{(C_D Re^2)^{1,5928}} + \left[ \frac{9,479 \cdot 10^{11}}{(C_D Re^2)^{4,1949}} + \frac{8,44 \cdot 10^{10}}{(C_D Re^2)^{3,7877}} \right]^{0,313}$	$0,1 < Re < 1000$
Flemmer et Banks	$C_D = \frac{24}{Re} 10^E$ avec $E = 0,261 Re^{0,369} - 0,105 Re^{0,431} \frac{0,124}{1 + (\log_{10} Re)^2}$	$Re < 3 \cdot 10^5$

**Tableau I-3:** Différentes corrélations du coefficient de traînée (Hoareau, 1996) .

Chhabra (1990) a étudié l'influence du caractère non newtonien d'un liquide pseudoplastique ( $\tau_p = K\dot{\gamma}^n$ ) sur le coefficient de traînée d'une sphère. Il a comparé les résultats expérimentaux parus dans la littérature avec les relations valables dans le cas newtonien donnant l'évolution du coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds. Cette comparaison a montré que, pour  $1 < Re < 10^3$  et  $0,535 < n < 1$ , il n'y a pas d'influence du caractère pseudoplastique sur le coefficient de traînée.

Dans le cas d'une suspension diluée, le comportement d'une seule sphère solide placée dans un fluide newtonien est bien connu. Elle coule après un petit moment d'accélération avec une vitesse finale de dépôt  $u_p$ . Pour une grande étendue de fluides, la vitesse finale est calculée à partir des caractéristiques physiques de la particule solide et du fluide selon l'équation :

$$u_p = \left[ \frac{4d(\rho_p - \rho_f)g}{3C_D\rho_f} \right]^{0,5} \quad (I-13)$$

avec  $d$ , diamètre de la conduite  
 $\rho_p$ , masse volumique de la particule solide  
 $\rho_f$ , masse volumique du fluide porteur  
 $g$ , gravité  
 $C_D$ , coefficient de traînée de Dallavalle

$$C_D = \left[ 0,63 + \frac{4,8}{Re_\infty^{0,5}} \right]^2 \quad (I-14)$$

avec  $Re_\infty$ , nombre de Reynolds calculé sur la base de la vitesse terminale.

Les particules de très petites tailles (dimensions caractéristiques inférieures ou égales  $1\mu\text{m}$ ) en suspensions subissent des mouvements aléatoires appelés browniens.

### \* Mouvement Brownien des particules

Un mouvement Brownien caractérise l'ensemble des mouvements aléatoires qui tendent à éloigner de leur position initiale les solides en suspensions dans un fluide quel que soit l'écoulement macroscopique imposé à la suspension.

Nous définirons ce mouvement en nous appuyant sur les facteurs suivants :

- parcours moyen de particules après un temps  $t = N \cdot \tau = \bar{R}_N$
- coefficient de diffusion associé au mouvement Brownien,  $D$
- distribution de Boltzmann,  $N$
- flux diffusif de particules,  $J_{diff}$ .
- flux convectif,  $J_{conv}$ .

Pour une force de traînée ( $F_{trainée.}$ ), nous avons la mobilité  $\mu = \frac{1}{6\pi\eta R}$  et le coefficient de diffusion est donné par l'expression :

$$D = \frac{kT}{6\pi\eta R} \quad (\text{Landeau et al, 1971}) \quad (\text{I- 15})$$

où  $kT$  représente l'énergie thermique Brownienne.

Les détails du calcul du coefficient de diffusion peuvent être consultés en Annexe I.

### I. 1. 2. 3 Nombre de Péclet hydrodynamique

Le nombre de Péclet hydrodynamique (I-15) est le rapport du flux convectif de masse sur le flux diffusif de masse.

$$Pe \sim \frac{f_{part.} U}{f_{part.} \frac{D}{R}} \sim \frac{RU}{D} \quad (\text{I- 16})$$

$$Pe_{Hydr.} \sim \frac{\eta U R^2}{kT} \quad (\text{I- 17})$$

#### \* Nombre de Déborah

Rappelons que le temps caractéristique de diffusion est proportionnel au rapport du carré de la dimension caractéristique au coefficient diffusif :

$$t_c \sim \frac{R^2}{D} \quad (\text{I- 18})$$

Le nombre de Déborah est le rapport du temps caractéristique sur le temps d'expérimentation soit :

$$De \sim \frac{t_c}{t_{exp.}} = \frac{R^2/D}{t_{exp.}} \sim \frac{\eta R^3}{kT} \quad (\text{I- 19})$$

Ces différents paramètres nous permettront d'accéder à la notion de viscosité d'une suspension.

### I.1. 2 Viscosité d'une suspension de particules-modèle de sphères dures (non déformables)

La viscosité de la suspension est plus ou moins élevée selon que la suspension est très diluée, diluée, à concentration modérée ou concentrée.

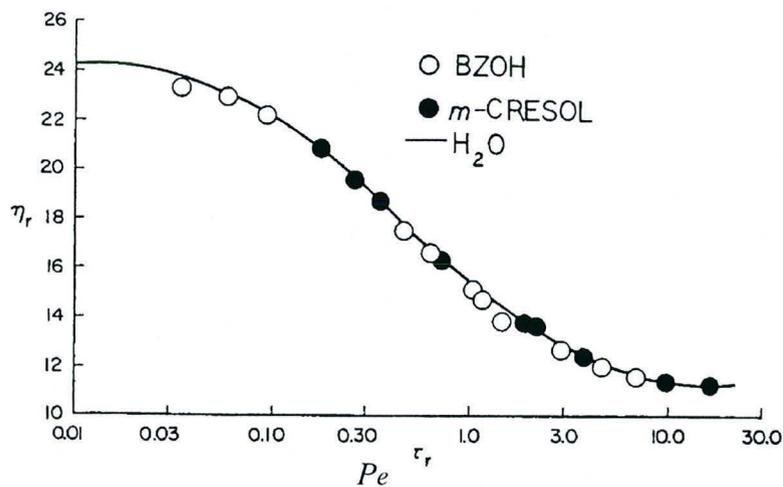
Quand les particules ne sédimentent pas, c'est qu'elles ont toute la même densité (isodensité) ou qu'elles sont soumises au mouvement brownien, qui les maintient en suspension.

La viscosité  $\eta$  dépend de  $\phi$ , du nombre de  $Pe$ , du nombre de  $De$  et de la viscosité de la phase suspendante.

Ainsi pour la première fois, une analyse dimensionnelle a été appliquée au cas le plus simple par Krieger (1963). L'auteur a utilisé des suspensions de petites sphères dures monodisperses de rayon  $a$ , suspendues dans un fluide newtonien, de viscosité  $\eta_F$ , de même masse spécifique que les particules solides avec uniquement *des interactions hydrodynamiques*. Il a montré que la viscosité relative  $\eta_r$  devrait avoir la forme générale suivante :

$$\eta_r = \frac{\eta}{\eta_0} = \eta_r(\phi, Pe, De) \quad (I-20)$$

En régime permanent (i.e. cisaillement constant),  $De$  tend vers 0 et l'équation (I-20) est réduite à  $\eta_r = \frac{\eta}{\eta_0} = \eta_r(\phi, Pe)$  qui peut être représentée, (à  $\phi = Cte$ ) par la courbe maîtresse  $\eta_r = \frac{\eta}{\eta_0} = \eta_r(\phi)$  de la figure I-4.



**Fig. I-4** : Courbe maîtresse  $\eta_r = f(Pe)$  à partir des analyses dimensionnelles (Krieger, 1972)

### I. 2 1 Système très dilué ( $\phi \leq 0,5\%$ )

Pour des concentrations inférieures à 0,5% en particules, nous remarquons, dans un premier temps, que la viscosité relative est linéairement dépendante de la concentration volumique  $\phi$ . Ensuite et très rapidement, on s'éloigne de cette loi linéaire et la viscosité croît

à l'infini lorsque l'on se rapproche d'une concentration volumique limite dite fraction volumique d'empilement maximal (Fig. I. 5).

Pour un fluide porteur newtonien et pour des suspensions faiblement chargées, Einstein (1905) a proposé une relation simple liant la viscosité du fluide porteur à la viscosité du mélange (fluide-particules) (Fig. I-5) :

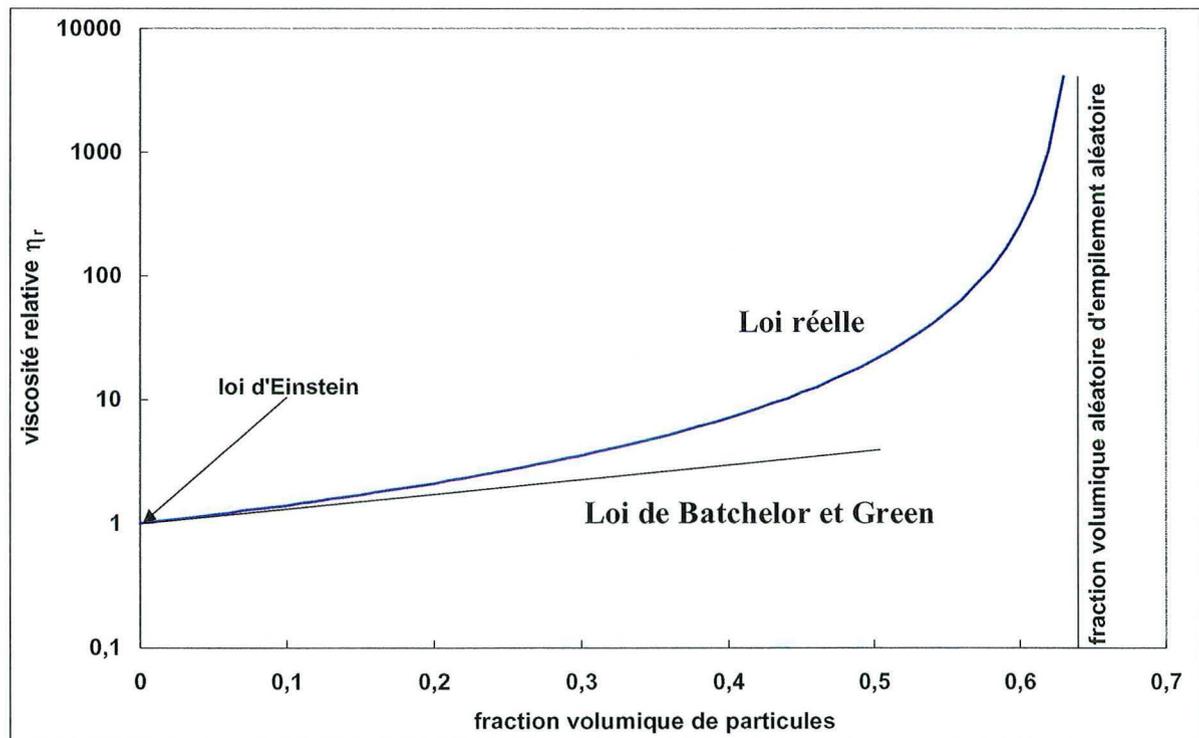
$$\eta_{susp} = \eta_0 (1 + 2,5 \cdot \phi) \quad (I-21)$$

où  $\eta_0$  est la viscosité du fluide porteur et  $\phi$  la fraction volumique de particules.

Dans ce cas, les particules sont suffisamment éloignées les unes des autres pour que l'on puisse estimer le champ des vitesses du fluide porteur autour de chaque particule. Les interactions hydrodynamiques entre les particules sont négligeables pour les faibles concentrations.

#### Remarques :

- $\eta_{susp}$  ne dépend ni de  $De$  (nombre de Déborah), ni de  $Pe_{hydrod}$ .
- $\eta_{susp}$  ne dépend pas du caractère brownien (ou non) des particules.
- La distance sur laquelle est perturbé l'écoulement est de l'ordre de la particule.



**Fig. I-5** : Exemple de variation de la viscosité avec la fraction volumique.

### I.1. 2. 2 Suspensions diluées ( $\phi \leq 2\%$ )

Les interactions hydrodynamiques de paires de particules ne sont pas négligeables. Par contre celles de triplets de particules sont négligeables.

Batchelor et Green [1972] ont déterminé la viscosité de la suspension (cf. Fig. I-7) :

$$\eta_{susp} = \eta_0 (1 + 2,5 \cdot \phi + 5,2 \phi^2) \quad (I-22)$$

Si le coefficient 5.2 est remplacé par 6,5 alors cette formule est valable dans le cas des mouvements browniens car il y a une apparition d'une petite influence de  $Pe$  qui dépend du coefficient de diffusion d'où :

$$\eta_{susp} = \eta_0 (1 + 2,5 \cdot \phi + 6,2 \phi^2) \quad (I-23)$$

Batchelor et Green [1959] ont établi une formule théorique donnant la viscosité d'une suspension pour des concentrations inférieures à 10% environ : un terme du second ordre ( $7,6 \phi^2$ ) qui doit être ajouté à la formule d'Einstein. (qui est aussi valable pour la viscosité, simplement proportionnelle à la viscosité en cisaillement simple pour un fluide newtonien. Ce qui donne :

$$\eta = \eta_0 (1 + 2,5 \phi + 7,6 \phi^2) \quad (I-24)$$

Notons aussi que toutes ces relations sont données pour des particules de tailles extrêmement faibles. Il est intéressant de vérifier si elles le demeurent dans notre cas où le rapport d'aspect est grand.

Pour un système dilué, le bon paramètre de contrôle mécanique est le gradient de vitesse. Rappelons que le nombre de Péclet hydrodynamique est de la forme :

$$Pe_{Hydrod.} \sim \eta_0 \frac{UR^2}{k_{Brown.} T} \quad (I-25)$$

Si nous prenons le gradient de vitesse construit sur une particule (avec  $\dot{\gamma} \sim \frac{U}{R}$ ), alors nous aurons :

$$Pe_{Hydrod.} \sim \eta_0 \frac{\dot{\gamma} R^3}{k_{Brown.} T} \quad (I-26)$$

### I.1. 2. 3 Suspension à concentrations modérées

Le calcul de la viscosité d'une suspension pour une concentration supérieure à quelques pour cent pose d'énormes problèmes car des interactions hydrodynamiques se développent effectivement : les perturbations du champ des vitesses induites par la présence d'une particule ne sont plus négligeables aux environs des particules voisines. Le champ des vitesses au sein du fluide peut donc être très complexe. De nombreuses approches, théoriques, semi-empiriques ou empiriques ont été proposées pour estimer la viscosité d'une suspension de particules rigides lorsque  $\phi$  est supérieure à quelques pour cent selon Kamal et al (1985), Utracki (1988) et Metzner (1985). La plupart des formules obtenues prédisent des valeurs de viscosité assez proches et ont deux caractéristiques principales :

- elles sont identiques à la formule d'Einstein lorsque  $\phi$  tend vers zéro, éventuellement moyennant quelques hypothèses concernant la valeur de la concentration d'entassement maximal ( $\phi_m$ ) utilisée dans le modèle.
- elles prédisent, comme le confirment en première approximation les observations expérimentales, que la viscosité tend vers l'infini lorsque la concentration tend vers une concentration critique qui est souvent assimilée à  $\phi_m$ , mais qui s'avère être seulement une concentration de référence pour des suspensions de particules de formes quelconques.

Thomas (1965) a proposé une expression de la viscosité relative de particules fines en solution dans l'eau :

$$\eta_r = \frac{\eta_m}{\eta_0} = 1 + 2,5\phi + 10,05\phi^2 + 0,00273e^{16,6\phi} \quad (I- 27)$$

Cette corrélation a été appliquée à plusieurs écoulements tels que les mélanges en eau-charbon ou eau-billes de verre. La formule de Thomas n'est valable que si les particules sont non interactives. La taille des particules n'affecte pas la relation qui ne dépend que de la fraction volumique de particules.

L'expression de la viscosité du mélange (Coussot, 1999) est donnée par l'expression empirique suivante :

$$\frac{\mu_m}{\mu_0} = \left( 1 + \frac{2,5 \cdot \phi}{2 \left( 1 - \frac{\phi}{0,605} \right)} \right)^2 \quad (I- 28)$$

Pour des concentrations supérieures à 60 %, il a été difficile de mesurer la viscosité du mélange car elle tend vers l'infini pour  $\phi = 0,605$ .

Des formules semi-empiriques ont été proposées par Chong et al. (1971). Elles ont été établies par calage des résultats obtenus avec un grand nombre de suspensions monodisperses et polydisperses de la forme :

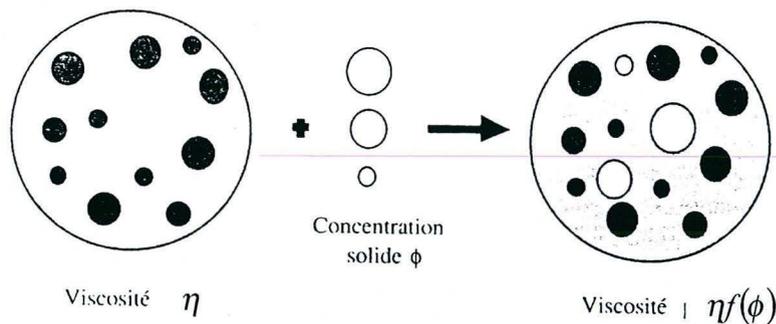
$$\eta = \left( 1 + \frac{3}{4} \frac{\phi}{(\phi_m - \phi)} \right)^2 \quad (\text{I-29})$$

On retrouve la formule d'Einstein lorsque  $\phi \rightarrow 0$  si on prend  $\phi_m = 0,605$ , ce qui correspond à peu près à la concentration solide d'un empilement désordonné de sphères.

Une autre approche s'appuie sur l'hypothèse selon laquelle chaque particule « voit » autour d'elle un fluide homogène dont la viscosité ne dépend que de la concentration en particules et de la viscosité du fluide interstitiel (Fig. I-6).

Ceci est une approximation puisque les particules proches de cette particule ont une plus grande influence que les particules éloignées. Dans ces conditions on recherche la viscosité de la suspensions sous la forme (I-40):

$$\eta_r = \frac{\eta_m}{\eta_0} = f(\phi) \quad (\text{I-30})$$



**Fig. I-6** : Schéma de principe des hypothèses à la base du calcul de Krieger et Dougherty: la viscosité d'une suspension peut être calculée en supposant qu'on ajoute successivement des particules dans une suspension qui peut être considérée comme un fluide homogène.

#### I.1. 2. 4 Suspension à concentrations élevées

Dans ce cas il n'y a pas une théorie élaborée. Les interactions hydrodynamiques multiples ne sont plus négligeables.

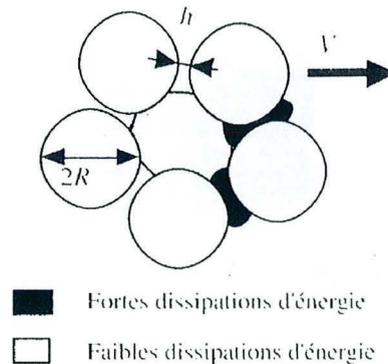
Lorsque le liquide est saturé en particules, il se comporte comme un solide d'où la viscosité de la suspension qui tend vers l'infini (Fig. I-7a).

Lorsqu'on fait subir une force à un amas de particules désordonné le volume augmente car le fluide qui était à la surface est aspiré et le comportement du mélange s'apparente à un

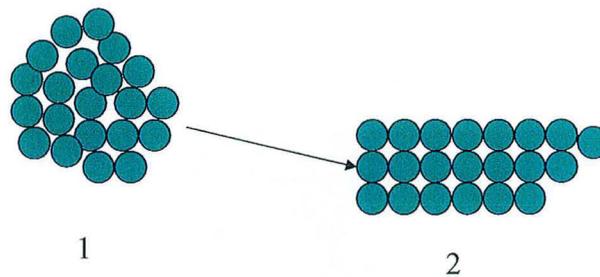
solide (viscosité qui tend vers l'infini). Si on cesse toute action sur l'amas, les particules se remettent dans leur état d'équilibre et on obtient à nouveau un fluide.

Ensuite, si on enlève la contrainte appliquée en (1) (Fig. I-7b), le système est à nouveau hors d'équilibre de solide.

La fraction volumique obtenue expérimentalement lors d'un empilement de sphère aléatoire est de 0,637. Celle de l'empilement le plus compact qui puisse être obtenu, est de 0,72.



**Fig. I-7a** : localisation de deux types de volume fluide au sein d'une suspension, donnant lieu à des dissipations d'énergie très différentes lorsque la fraction volumique en particules tend vers la concentration d'entassement maximal.



**Fig. I-7b** : Diverses configurations des particules sphériques dans un arrangement précis

### \*différents types d'arrangements d'empilement des sphères

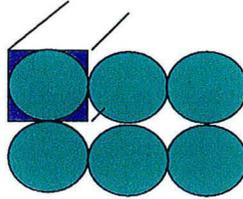
Nous pouvons analyser quelques types d'arrangements d'empilement des sphères : l'empilement cubique, l'empilement cubique à face centrée et l'empilement cubique centré

### - Empilement cubique

La fraction volumique dans le cas de l'empilement cubique est donnée par l'expression :

$$\phi = \frac{4/3(\pi a^3)}{8a^3} = \frac{\pi}{6} \approx 0,52 \quad (\text{I- 31})$$

Pour  $\phi \leq 0,52$  le système ne peut pas être solide car les particules peuvent bouger les unes par rapport aux autres (Fig. I-5).



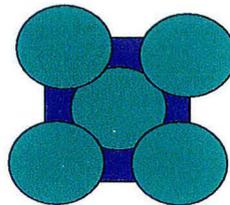
**Fig. I-8 :** Empilement cubique des sphères dures.

### - Empilement cubique à face centrée

La fraction volumique dans le cas de l'empilement cubique à face centrée est donnée par l'expression :

$$\phi_{CFC} = \frac{(8 \cdot \frac{1}{8} + 6 \cdot \frac{1}{2}) \frac{4}{3} \pi a^3}{(2\sqrt{2} \cdot a)^3} \approx 0,74 \quad (\text{I- 32})$$

**Remarque :** Même si on cherche expérimentalement l'empilement le plus compact, il y a toujours des imperfections d'où  $0,74 > 0,72$ .



**Fig. I-9 :** Empilement cubique à face centrée des sphères dures

### - Empilement cubique centré

La fraction volumique dans le cas de l'empilement cubique centré est donnée par l'expression :

$$\phi_{CC} = \frac{(8 \cdot \frac{1}{8} + 1) \frac{4}{3} \pi a^3}{(4/\sqrt{3})^3 a^3} \approx 0,68 \quad (\text{I- 33})$$

**Remarque :** Dans un système concentré, le bon paramètre mécanique est la contrainte

$$Pe_{Hydrod.} \sim \eta_{suspension} \frac{\dot{\gamma} \cdot R^3}{k_{Brown} \cdot T} \quad (I-34)$$

avec  $\eta_{suspension} \dot{\gamma} = \sigma$

Ainsi dans un cas concentré, le nombre de Péclet hydrodynamique est donné par l'expression :

$$Pe_{Hydrod.} \sim \frac{\sigma}{\sigma_c} \quad \text{Avec} \quad \sigma_c = \frac{kT}{R^3}$$

### I.1. 2. 5 Introduction de la notion de la viscosité effective

Pour des dépendances  $\eta(\phi)$ , Krieger et Dougherty (1972), ont donné une solution correcte de l'approche théorique de Mooney (1951).

Dans une forme générale, cette solution peut être écrite de la manière suivante :

$$\eta_r = \left[ 1 - \frac{\phi}{\phi_m} \right]^{-q} \quad (I-35)$$

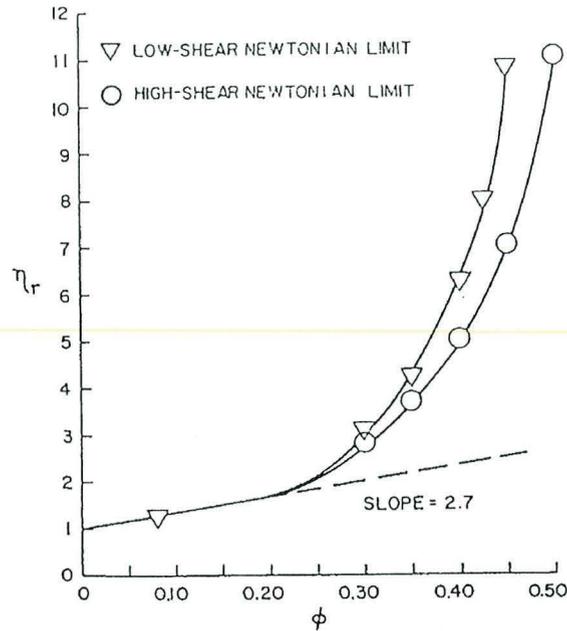
où  $q = [\eta] \phi_m$  est le produit de  $\phi_m$ . (la fraction volumique maximum, appelée encore fraction d'empilement maximum des particules) par la viscosité intrinsèque du fluide seul. La limite d'Einstein dans des milieux très dilués pour des suspensions de sphères donne  $\eta = 2,5 \text{ Pa.s}$

En résumé, la relation de Krieger (1963) est de la forme :

$$\eta_{r0} = \left( 1 + \frac{\phi}{0,57} \right)^{1,52} \quad \text{pour } Pe \rightarrow 0 \quad \eta_{r\infty} = \left( 1 + \frac{\phi}{0,68} \right)^{1,82} \quad Pe \rightarrow \infty \quad (I-36)$$

Le modèle de Quemada (1998) est de la forme :

$$\eta_{r0} = \left( 1 + \frac{\phi}{0,63} \right)^{-2} \quad Pe \rightarrow 0 \quad \eta_{r\infty} = \left( 1 + \frac{\phi}{0,72} \right)^{-2} \quad Pe \rightarrow \infty \quad (I-37)$$



**Fig. I-10** : Modèle de Krieger (1972 ?) (éq. I-34) utilisé pour les suspensions concentrées.

### I.1. 3 Ecoulement des fluides newtoniens et non newtoniens en conduite cylindrique

Les écoulements en conduite cylindrique sont régis par les équations classiques de Navier-Stokes.

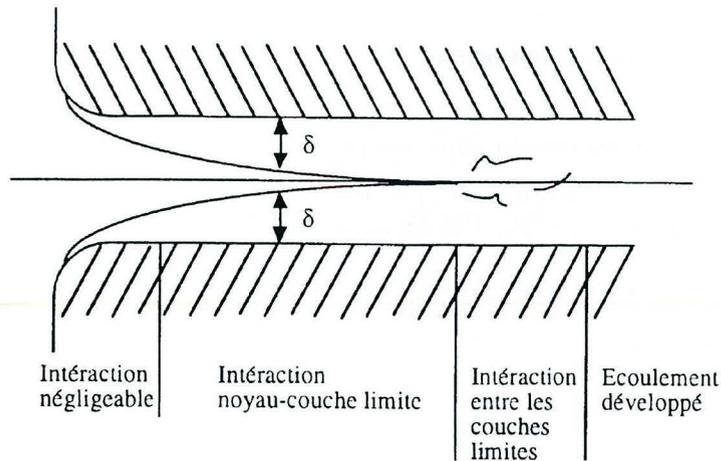
#### I.1. 3. 1 Longueur d'établissement dynamique

A partir de l'entrée d'une conduite, on distingue différentes régions identifiables qui permettent d'apprécier la longueur d'établissement de la conduite :

- la région d'interaction négligeable,
- la région d'interaction noyau-couche limite,
- la région d'interaction entre les couches limites et
- la région d'écoulement développé.

Le concept de couche limite dynamique a été énoncé par Prandtl. Des travaux expérimentaux s'appliquant aux fluides newtoniens et non-newtoniens donnent l'expression de la longueur d'établissement ( $Z_E$ ) dans une conduite de diamètre  $D$

$$\frac{Z_E}{D} = \phi(\text{Re}) \quad (\text{I- 38})$$



**Fig. I-11** : La longueur d'établissement et la couche limite dynamique.

#### \* Cas newtonien

En régime laminaire, pour un fluide newtonien en tube, Mc Comas (1967) a calculé l'expression :

$$\frac{Z_E}{D} = 0,026 \text{Re}. \quad (\text{I- 39})$$

D'autres travaux de Mc Comas modifient le coefficient et le situent entre 0,03 et 0,035. On utilise usuellement l'expression :

$$\frac{Z_E}{D} = 0,028 \text{Re}. \quad (\text{I- 40})$$

En régime turbulent, les travaux expérimentaux de Knudsen et Katz (1958) semblent montrer l'établissement du régime pour :  $\frac{Z_E}{D} \geq 50$ . On note une longueur d'établissement indépendante du nombre de Reynolds.

### \* Cas non-newtonien

Pour un fluide non newtonien du type pseudo-plastique (de loi  $\tau = K\dot{\gamma}^n$ ), Collins et Schowalter (1963) ont étudié l'évolution des profils de vitesse dans la zone d'établissement du régime dynamique. Ils définissent  $Z_D$  l'abscisse à laquelle la vitesse axiale atteint 98% de sa valeur établie et ont exprimé la grandeur  $\frac{2Z_D}{DRe'}$  en fonction de l'indice de structure  $n$  et ils proposent l'expression suivante :

$$Cf = \frac{2\Delta P}{\rho U_m^2} = \frac{2^{n+2} \left( \frac{1+3n}{n} \right)^n}{Re'} \left( \frac{2Z_D}{D} \right) + Cte \quad (I-41)$$

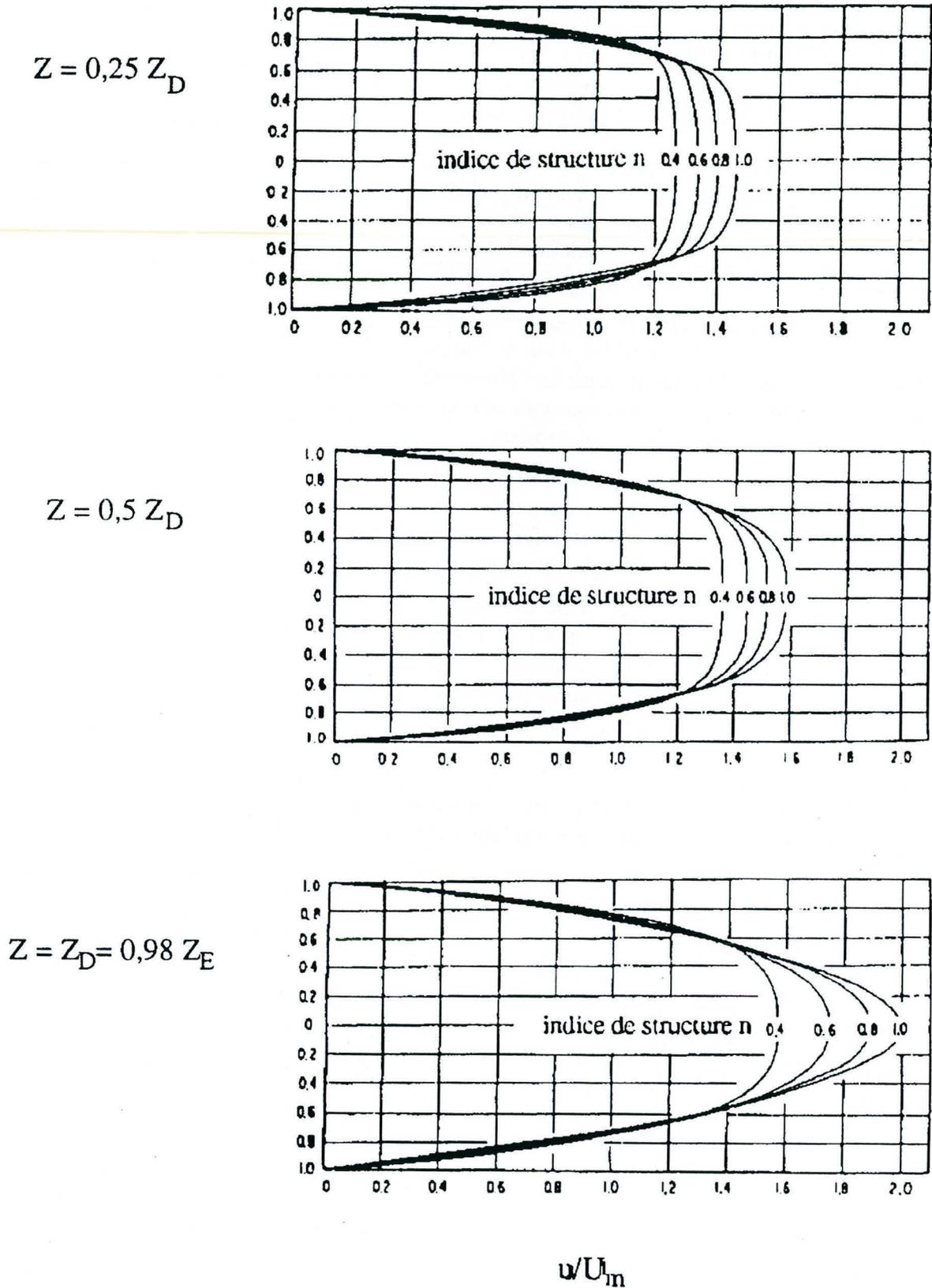
avec  $Re'$  nombre de Reynolds généralisé,  
 $U_m$ , la vitesse moyenne de l'écoulement.

La longueur d'établissement est reliée au coefficient de frottement. La constante inclue l'effet d'accélération au centre du tube dû à l'influence de la paroi sur la vitesse. La figure I. 12 donne des valeurs de celle-ci en fonction de l'indice de structure  $n$ . Deux courbes apparaissent, l'une donnant une correction complète et l'autre ne prenant en compte que la correction d'énergie cinétique. Des résultats expérimentaux ont confirmé cette expression pour le *carbopol* et la *carboxyméthylcellulose*.

Matras et Nowak (1983) ont calculé analytiquement la longueur d'établissement de fluides pseudoplastiques dans le cas du tube :

$$Z_E/D = 0,0865 \left[ \frac{2(n+1)}{3n+1} \right]^{-2} Re' \quad (\text{si } Re' > 500) \quad (I-42)$$

En régime turbulent, Yoo (1974) a donné une longueur d'établissement  $Z_E = 40.D$  pour les fluides pseudo-plastiques.



**Fig. I-12** : Longueur d'établissement du régime. Evolution des profils de vitesse en fonction de l'indice de structure  $n$ .

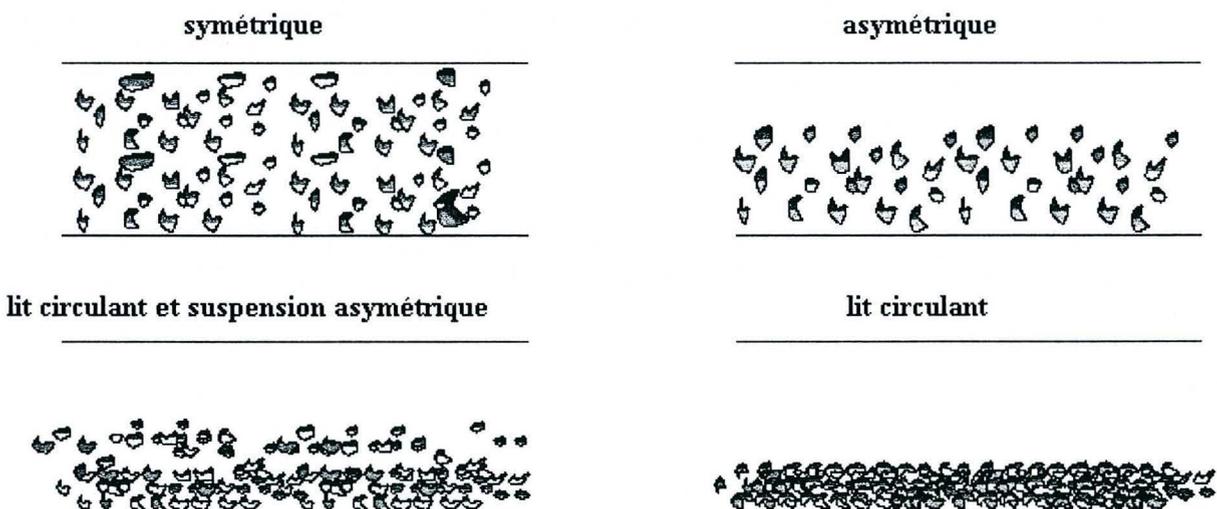
### I.1. 3. 2 Les régimes d'écoulement des suspensions

#### \*Régimes d'écoulement

Dans le cas d'écoulement solide-liquide en conduite cylindrique horizontale, il existe quatre régimes d'écoulement :

- *suspension symétrique* : Si la vitesse de mélange décroît, les forces hydrodynamiques ne maintiennent plus la phase solide en suspension; le profil de concentration se déforme, les particules se trouvent en plus grand nombre dans la partie inférieure de la conduite. Ce régime est valable tant que des particules s'écoulent dans la partie supérieure de la conduite
- *suspension asymétrique* : Pour des vitesses élevées, les dispersions fines ou grossières sont suspendues dans le fluide porteur. La répartition des particules autorise un glissement entre les phases solide et liquide. Il n'est pas nécessaire d'atteindre le régime turbulent pour obtenir l'écoulement : celui-ci dépend surtout de la vitesse limite de chute des particules
- *lit circulant et suspension asymétrique* : A une vitesse inférieure à celle permettant le maintien des particules en suspension, un lit se forme dans le fond de la conduite. Ce lit s'écoule à une vitesse inférieure à celle de la phase liquide. L'interface est constituée des "couches " de particules
- *lit stationnaire* : Si le débit du mélange décroît, les particules vont sédimenter et rester immobiles, le lit est dit stationnaire. La section de passage du fluide diminuant, sa vitesse se maintient. Si la vitesse du mélange diminue encore, la pression nécessaire pour assurer l'écoulement augmente brutalement. Dans le cas où cette pression minimale ne serait pas fournie, l'écoulement est bloqué

Davis et Acrivos (1985), dans leurs travaux, ont montré qu'à faible nombre de Reynolds, l'influence des particules environnantes est proportionnelle à la fraction volumique des particules.



**Fig. I-13** : Différents régimes d'écoulement de suspensions

### I.1. 3. 2 Phénomène de glissement des particules en suspensions dans un écoulement

Antoine et al (1998) ont étudié le glissement de particules par rapport au fluide porteur. Ils ont utilisé des grosses particules en suspensions dans un fluide porteur non newtonien en mettant en évidence le glissement entre les deux phases. La phase solide dans un écoulement chargé modifie l'allure des profils de vitesse ; la vitesse mesurée reflète à la fois celle des particules freinées par les chocs particules /particules et particules/paroi. Ils ont soumis un mélange pseudo-plastique de carboxyméthylcellulose (C.M.C), à une fraction massique de 1,5%, à un fort gradient de vitesse. Ils ont observé que les particules transportées sont entraînées par un mouvement de rotation propre. Par frottement visqueux, ce mouvement va ralentir la progression de la suspension au sein de l'écoulement. Ce qui leur a permis de distinguer le champ de vitesses du fluide de celui des particules transportées.

En analysant un régime d'écoulement en lit circulant, ( $Re' = 4$ ), ils ont montré que l'évolution des vitesses de glissement est croissante avec une diminution significative au niveau de la jonction entre deux couches de particules superposées dans le fond de la conduite, avec absence de particules dans la partie supérieure. Mais en régime d'écoulement hétérogène ( $Re' = 20$ ), les vitesses de glissement augmentent au fur et à mesure que l'on s'éloigne du bas de la conduite.

Dans un régime d'écoulement quasi-homogène, ( $Re' = 589$ ), les vitesses mesurées restent inférieures à celles mesurées pour le fluide interstitiel. Les vitesses de glissement sont maximales près des parois où le cisaillement est important et elles sont nominales au centre de la conduite.

### I.1. 3. 3 Ecoulement laminaire établi des suspensions

Dans ce cas, la relation liant la chute de pression  $\Delta\hat{p}$  à la contrainte pariétale  $\tau_p$  s'écrit :

$$\tau_p = \frac{\Delta\hat{p} \cdot D}{4 \cdot L} \quad \text{avec } \hat{p} = p + \rho gz$$

De l'expression du débit dans le tube et du gradient de vitesse

$$Q_v = 2\pi \int_0^R r u(r) dr \quad \dot{\gamma} = -\frac{du}{dr} = f\left(\tau_p, \frac{r}{R}\right) \quad (I-43)$$

Nous obtenons l'équation de Rabinowitch-Mooney :

$$\frac{Q_v}{\pi R^3} = \frac{8 \cdot Q_v}{\pi D^3} = \frac{1}{\tau_p^3} \int_0^{\tau_p} \tau^2 f(\tau) d\tau \quad (I-44)$$

La loi de comportement nous permettra après intégration de relier la perte de pression au débit, tout particulièrement dans le cas d'un écoulement de suspensions dans le tube :

$$\frac{\Delta\hat{p}.D}{4.L} = f\left(\frac{Q_v}{\pi R^3}\right) = f\left(\frac{8.Q_v}{\pi D^3}\right) \quad (I-45)$$

Pour les fluides newtoniens, l'équation de Poiseuille établit la relation entre le débit et la perte de charge en ligne. Elle se présente sous la forme :

$$Q_v = \frac{\pi D^3 \tau_p}{32\mu} = \frac{\pi D^4 \Delta\hat{p}}{128\mu L} \quad (I-46)$$

En définissant la vitesse débitante et le facteur de frottement respectivement par :

$$U_d = \frac{4Q_v}{\pi D^2} \quad \text{et} \quad Cf = \frac{\tau_p}{\rho \frac{U_d^2}{2}} \quad (I-47)$$

L'équation de Poiseuille donne :

$$Cf = \frac{16}{Re} \quad (I-48)$$

Pour les fluides dont le comportement est pseudoplastique, les relations suivantes s'appliquent aussi bien aux liquides qu'aux suspensions. En prenant la loi de comportement  $\tau = K\dot{\gamma}^n$  et en appliquant la relation de Rabinowitch-Mooney, nous obtenons :

$$\frac{8.Q_v}{\pi D^3} = \frac{n}{3n+1} \left( \frac{\tau_p}{K} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (I-49)$$

d'où

$$\Delta p = 4KL \left( \frac{6n+2}{n} \right)^n \left( \frac{\bar{U}^n}{D^{n+1}} \right) \quad (I-50)$$

$$\text{et } \tau_p = K \left( \frac{3n+1}{4n} \right) \left( \frac{8U_d}{D} \right)^n \quad (I-51)$$

Ces relations sont aussi applicables aux suspensions, ce qui nous permettra, par la mesure de la perte de charge en ligne, d'accéder à la contrainte pariétale et de définir les paramètres rhéologiques de la suspension.

Le coefficient de frottement peut se mettre sous la forme :

$$Cf = \frac{16}{Re'} \quad (I-52)$$

où  $Re'$  est le nombre de Reynolds généralisé de Metzner et Reed.

$$\text{Re}' = \frac{\rho U_d^{2-n} D^n}{\left[ \left( \frac{3n+1}{4n} \right)^n \cdot 8^{n-1} \right]} \quad (\text{I- 53})$$

L'avantage de cette définition est d'apporter une loi universelle de frottement  $C_f = \frac{16}{\text{Re}'}$  en régime laminaire ; elle est, par conséquent, très utilisée.

A ce nombre de Reynolds, on associe le nombre de Prandtl suivant :

$$\text{Pr}' = \text{Pr} \cdot \left( \frac{3n+1}{4n} \right)^n \cdot 8^{n-1} \quad (\text{I- 54})$$

Certains auteurs pour l'étude du régime turbulent, utilisent les nombres de Reynolds et de Prandtl apparents, basés sur la viscosité apparente à la paroi  $\eta_a$  :

$$\text{Re}_a = \rho U_d \frac{D}{\eta_a} \quad \text{Pr}_a = C_p \frac{\eta_a}{\lambda} \quad (\text{I- 55})$$

Pour un écoulement en tube cylindrique, Cho et Hartnett (1985) ont donné plusieurs définitions du nombre de Reynolds. Nous avons rassemblé les plus usuels dans le tableau [I-4] suivant défini comme suit.

Les définitions correspondantes sont :

- 1- cas newtonien,
- 2- nombre de Reynolds généralisé de Metzner et Reed
- 3- nombre de Reynolds basé sur une viscosité pariétale
- 4- nombre de Reynolds basé sur la viscosité du fluide porteur
- 5- nombre de Reynolds basé sur la viscosité effective

Pour le cas non newtonien, nous utilisons le nombre de Reynolds généralisé défini par Metzner et Reed.

Définitions	Contrainte pariétale	Nombre de Reynolds
1	$\tau_p = \eta \frac{8\bar{U}}{D}$	$Re = \frac{\rho \bar{U} D}{\eta}$
2	$\tau_p = K \left( \frac{8\bar{U}}{D} \right)^n$	$Re' = \frac{\rho \bar{U}^{2-n} D^n}{8^{n-1} K \left( \frac{3n+1}{4n} \right)^n}$
3	$\tau_p = \eta_a \dot{\gamma}_p$ $\dot{\gamma}_p = \left( \frac{3n+1}{4n} \right) \left( \frac{8\bar{U}}{D} \right)$	$Re_a = \frac{\rho \bar{U} D}{\eta_a}$
4	$\tau_p = \eta_{eff} \frac{8\bar{U}}{D}$	$Re_{eff} = \frac{\rho \bar{U} D}{\eta_{eff}}$

**Tableau I-4** : Différentes définitions du nombre de Reynolds

### I.1. 3. 4 Ecoulement en régimes transitoire et turbulent en conduite cylindrique

Dans les cas les plus courants, le régime transitoire marquant la fin du régime laminaire et le début du régime turbulent apparaît pour des nombres de Reynolds de l'ordre de 2100. Dans des cas bien précis (en évitant toute perturbation), Reynolds a montré expérimentalement que la transition peut être retardée et apparaître pour des nombres de Reynolds de l'ordre de 70000.

Lorsqu'on augmente progressivement la vitesse de l'écoulement d'un fluide, on constate que les fluctuations au cours du temps de la valeur locale de différentes variables autour d'une valeur moyenne deviennent de plus en plus importantes jusqu'à devenir prédominantes : c'est la turbulence. Les vitesses locales fluctuant dans toutes les directions autour de la vitesse moyenne, ce phénomène accélère la diffusion au sein du fluide. Cette diffusion évolue plus rapidement dans les directions perpendiculaires à celle de la vitesse moyenne du fluide. La turbulence se produit lorsque l'inertie des éléments du fluide est trop grande devant les dissipations visqueuses liées au mouvement moyen. La vitesse instantanée en un point donné s'exprime sous la forme :

$$u = \bar{u} + u' \tag{I- 56}$$

$$v = \bar{v} + v' \tag{I- 57}$$

$$T = \bar{T} + T'' \tag{I- 58}$$

où  $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$  et  $\bar{T}$  sont les valeurs moyennes (dans le temps) des vitesses et de la température et  $u'$ ,  $v'$  et  $T''$  leurs valeurs fluctuantes.

On admet que  $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$  et  $\bar{T}$  sont les valeurs mesurées par l'expérimentateur si l'enregistrement a une durée finie, supérieure à celle nécessaire pour que la moyenne de la variable sur cette durée soit très proche de la moyenne au bout d'un temps très long, et inférieure à celle au-delà de laquelle les évolutions temporelles significatives de l'écoulement se produisent. Par substitution et moyenne, on remplace les équations de continuité, du mouvement de la chaleur par leur décomposition en un terme moyen et une fluctuation.

Armand (1972) a fait une étude expérimentale de suspensions de microbilles de verre de 120  $\mu$  et 480  $\mu$  de diamètre moyen, dans un écoulement turbulent d'air à une concentration  $\frac{q_s}{q_f}$  de l'ordre de 0,05 (avec  $q_s$  et  $q_f$  respectivement le débit massique de la suspension et du fluide porteur). La masse volumique et la chaleur massique de ces billes aux environs de 100°C des verres sont respectivement de 3,02 g/cm<sup>3</sup> et de 0,20cal/g°C.

Un dispositif photographique a permis d'enregistrer les trajectoires des particules et d'en déduire les vitesses locales à partir de plusieurs essais. Les trajectoires des particules sont apparues rectilignes et la répartition des vitesses pratiquement uniforme. Il a déterminé les vitesses de particules en faisant l'hypothèse qu'elles sont indépendantes de la cote  $z$  et de l'ordonnée  $y$  sur un axe transversal. Il a calculé en projection sur  $0x$  et  $0z$  l'écart quadratique moyen de la vitesse des particules par rapport à la moyenne. Soit  $u_s$  et  $v_s$  les projections du vecteur vitesse d'une particule sur  $0x$  et  $0z$ , il pose :

$$u_s = U_s + u'_s \quad (I-59)$$

et d'après l'ensemble de relevés, les expressions :

$\sqrt{\left(\frac{u_s^2}{U_s^2}\right)}$  et  $\sqrt{\left(\frac{v_s^2}{U_s^2}\right)}$  apparaissent indépendantes de  $U_f$  (avec  $U_f$ , vitesse moyenne du fluide).

$$\sqrt{\left(\frac{u_s^2}{U_s^2}\right)} \approx 9\% \text{ pour les particules de } 480\mu \text{ (et } \approx 7\% \text{ pour les particules de } 120\mu)$$

$$\sqrt{\left(\frac{v_s^2}{U_s^2}\right)} \approx 8\% \text{ pour les particules de } 480\mu \text{ (et } \approx 4\% \text{ pour les particules de } 120\mu).$$

La vitesse moyenne des particules dans la section d'essai en fonction de la vitesse débitante de l'air (Fig I-1a). Il interprète ces résultats s'interprètent en partant des hypothèses selon lesquelles  $\frac{\rho_s}{\rho_f} \gg 1$ ,  $\frac{\lambda_s}{\lambda_f} \gg 1$ ,  $U_f = Cte$  et  $[\rho_f] = Cte$ .

Avec  $\rho_s$  et  $\rho_f$  - respectivement masse volumique de la suspension et celle du fluide porteur

$\lambda_s$  et  $\lambda_f$  respectivement conductivité thermique de la suspension et celle du fluide porteur.

$U_{st}(x)$ , vitesse de particule uniquement soumise à la traînée

$U_s$ , vitesse moyenne de particule

$U_{st}^+(x)$ , grandeur adimensionnelle de la vitesse de traînée de particule à l'abscisse  $x$

En partant de la loi de vitesse  $U_{st}(x)$  d'une particule uniquement soumise à la traînée obtenue par Douchez (1965) selon l'expression suivante :

$$U_{st}^+(x) = \frac{U_{st}(x)}{U_f} \quad (\text{I- 60})$$

(Cf. *Annexe 1*)

#### I.1. 4 Profil de concentration

Mills et Snabre (1995) ont donné l'expression de la viscosité apparente de cisaillement des suspensions de sphères dures en considérant un volume élémentaire contenant un fluide (de densité  $\rho_f$ ) et de sphères dures (de densité  $\rho_p$ ) dans des interactions purement hydrodynamiques, et en partant de l'expression du champ de vitesse moyennée du volume  $V$  :

$$V = \phi V_p + (1-\phi) V_f \quad (\text{I- 61})$$

où  $V_p$ ,  $V_f$ , respectivement la vitesse moyennée du volume des particules et du fluide porteur

$\phi$ , fraction volumique en particules

La suspension étant incompressible ( $\text{div}V = 0$ ), le champ de vitesse est dirigé par l'équation de mouvement suivante :

$$\langle \rho \rangle d_t V = -\text{grad}p + \text{div}\tau + F \quad (\text{I- 62})$$

avec  $p$ , pression ;  $d_t$ , terme de dérivation ;  $F$ , force externe par unité de volume

$\langle \rho \rangle$ , densité de la suspension (avec  $\langle \rho \rangle = \phi \rho_p + (1-\phi) \rho_f$ ).

avec  $p$ , pression ;  $d_t$ , terme de dérivation ;  $F$ , force externe par unité de volume

$\langle \rho \rangle$ , densité de la suspension (avec  $\langle \rho \rangle = \phi \rho_p + (1-\phi) \rho_f$ ).

(Cf *Annexe 2*)

D'autres auteurs tels que Ayukawa (1970) et Kyokai (1981) ont travaillé sur des suspensions de grosses particules enfin d'en analyser la particularité de leur dimension caractéristique sur la dynamique et sur la thermique de l'écoulement de la suspension. Dans la méthode usuelle de recherche de la perte de charge dans un écoulement diphasique, les caractères essentiels peuvent ne pas être révélés parce que cachés derrière les différents facteurs empiriques se trouvant dans les formules. Des modèles détaillés de ce genre d'écoulement devraient être analysés afin de révéler la nature essentielle et d'atteindre des conclusions avec une large validité. Ce problème est apparu au moment de mesurer le profil

de vitesse, d'obtenir la distribution de concentration et du caractère de la turbulence dans la conduite selon les travaux de Ayukawa (1969) et de Silin et al (1969).

Ayukawa (1970), a fait une analyse phénoménologique du profil de vitesse en considérant les interactions entre les particules et le fluide, la formule du profil de vitesse, en relation avec la distribution de la concentration à partir de simples hypothèses de la diffusion tourbillonnaire. L'auteur a fait des recherches expérimentales sur le profil de vitesse, sur la distribution de la concentration des particules et la perte de charge d'un écoulement diphasique dans une conduite horizontale droite transparente faite de plaque de vinyle de section carrée de 40 mm de côté. Les différentes mesures effectuées sur cet écoulement l'ont été dans la zone pleinement développée de profil de vitesse stationnaire. L'auteur a utilisé de l'eau comme fluide interstitiel et de perles de polycarbonate de masse volumique égale à  $1165 \text{ kg/m}^3$ . Ces perles sont de dimension presque uniforme. Leur taille caractéristique est estimée à 3,06 mm : La vitesse du fluide a été mesurée à l'aide du tube de Pitot de 1mm de diamètre.

Kyokai (1981) a orienté ses recherches sur des suspensions de grosses particules. Il a travaillé sur une conduite de forme U, horizontale faite de chlorite de vinyle et de plastique de méthacryl de 50 mm et de 100 mm de diamètre et d'environ 14 m de longueur. La partie en méthacryl est d'environ de 3 à 4 m, de forme carrée et transparente. Une partie de la conduite de 1 m de long de forme circulaire permet d'observer facilement le mouvement des particules. L'auteur a utilisé quatre sortes de sphères plastiques de masse volumique allant de  $1440 \text{ kg/m}^3$  à  $1050 \text{ kg/m}^3$  et de ratio de diamètre de la sphère par rapport à la conduite compris entre 0,12 à 0,38 ; ce qui est similaire au ratio usuellement pratiqué dans le transport hydraulique de grosses particules. Les diamètres des sphères varient de 6 mm à 38 mm augmentant à raison de 2 mm. L'eau est utilisée comme fluide interstitiel et sa vitesse moyenne est contrôlée entre 0,4 à 2,4 m/s à intervalles réguliers de 0,2 m/s à l'aide d'une soupape. L'auteur a montré que le ratio ( $u_p/u_e$ ) des vitesses moyennes dépend principalement du nombre de Froude ( $Fr$ ) calculé sur la base de la vitesse des sphères par rapport à l'écoulement de l'eau, et de du ratio des diamètres à faibles concentrations de sphères dans la conduite comme c'est exprimé par l'équation :

$$\frac{u_p}{u_e} = 1 - \exp\left[-a \left(\frac{d}{D}\right) (Fr + b)\right] \quad (\text{I- 63})$$

où  $a$  et  $b$  sont des constantes obtenues expérimentalement  
 $u_e$  et  $u_p$  sont respectivement les vitesses de l'eau et des particules.

La forme générale du nombre de Froude est donnée par l'expression suivante :

$$Fr = \frac{\rho u^2}{\rho g D} = \frac{u^2}{Dg}, \quad (\text{I- 64})$$

Ce nombre représente le rapport des forces d'inertie aux forces de pesanteur. Le nombre de Froude des particules est donné par l'expression (I-60) modifié par le correctif  $\left(\frac{\dot{\gamma}_p}{\dot{\gamma}_e}\right)^{-1}$

soit

$$Fr = \left[ \frac{u_e}{\sqrt{gd \left( \frac{\dot{\gamma}_p}{\dot{\gamma}_e} \right)}} \right]^2 \quad (I-65)$$

L'auteur a mis en évidence la distribution verticale de la concentration des sphères dans la conduite

A faibles concentrations en particules, les modèles d'écoulement qui apparaîtront dans un écoulement de suspension particules/eau peuvent être prédits si le ratio  $d/D$  et le nombre de Froude sont connus.

Les variations de la vitesse angulaire d'une seule sphère ( $\omega$ ) et le déplacement de la sphère par rotation de sphère ( $\sigma = \frac{l}{\pi d}$  et  $l$  - la distance parcourue par une sphère durant sa rotation) dans de nuages de particules, à faibles concentrations, augmentent remarquablement avec des valeurs au-dessus des valeurs critiques du produit du nombre de Froude et du ratio  $\frac{u_p}{u_e}$ .

L'auteur a montré que la diffusivité verticale ( $\xi$ ) devient plus petite pour des valeurs de  $|\dot{\gamma}|$  plus grandes en accord avec les études théoriques et expérimentales de Barnard et Binnie (1963), et qu'il y a une légère tendance montrant que le coefficient de dispersion longitudinale ( $k_d$ ) diminue quand le ratio de vitesse  $\dot{\gamma} = \left( \frac{V_{term.}}{u_e} \right)$  augmente (avec  $V_{term.}$ , la vitesse terminale des sphères).

Kyokai (1981), a surtout analysé la dépendance, principalement du nombre de Froude ( $Fr$ ) et du ratio  $d/D$  de la sphère par rapport au diamètre de la et le ratio des vitesses moyennes ( $\frac{u_p}{u_e}$ ) de la sphère par rapport à l'eau.

Il a mis en évidence la distribution verticale de la concentration de particules dans la conduite, et a montré que les trajectoires des sphères prises séparément dans des nuages de particules à faibles concentrations sont approximées par des droites, et qu'il y a une légère tendance pour le coefficient de dispersion ( $K$ ) qui diminue avec la l'augmentation du ratio de vitesse ( $\gamma$ ).

D'autres auteurs tels que Round et al (1970) ont travaillé sur des particules de plastique d'acrylique de 13 à 38 mm de diamètre avec un ratio  $d/D$  variant de 0,49 à 0,84 en suspensions dans l'eau pour un nombre de Reynolds compris entre  $10^4$  et  $10^5$ . Il a mesuré les pertes de charges dans le cas de l'écoulement des suspensions dans lesquelles les particules se sont organisées sous formes de trains de sphères de longueur finie. Ces données obtenues sur les pertes de charge sont associées à l'écoulement stationnaire de l'eau dans une conduite remplie de trains de sphères excentrées. Ces données sont présentées sous forme de ratios de gradient de pression dans l'écoulement des sphères au gradient de pression dans l'écoulement sans sphères et de celui des diamètres  $d/D$ . De plus il a montré que, pour des vitesses légèrement au-delà du seuil, les exigences des calculs d'énergies par unité de débit massique

indiquent que le minimum d'énergie se produit à  $d/D = 0,3$  à  $0,4$ . Ces calculs indiquent aussi que les énergies minimales sont aussi dépendantes du nombre de Reynolds avec lequel elles évoluent proportionnellement.

### I.1. 5 Effet de la sédimentation

La trajectoire d'une particule isolée peut être prédite en intégrant le bilan des forces agissant sur celle-ci. En écriture Lagrangienne et en coordonnées cartésiennes, nous avons (dans la direction x) :

$$\frac{du_p}{dt} = F_D(u_f - u_p) + g_x \frac{(\rho_p - \rho_f)}{\rho_p} + F_x \quad (I-66)$$

$F_D(u_f - u_p)$  est la traînée par unité de masse de particule,

$g_x(\rho_p - \rho_f)/\rho_p$  est la force de sédimentation,

$u_f$  est la vitesse du fluide et  $u_p$  celle de la particule,

$\rho_f$  et  $\rho_p$  sont respectivement les masses volumiques du fluide et de la particule.

$F_x$  autres forces ( force de lift, forces de répulsion de Born, forces attractives de van der Waals, forces électrostatiques, forces électromagnétiques,...).

#### ***Influence de la concentration en particules sur la vitesse limite de chute***

Au fur et à mesure que la fraction volumique de particules solides augmente, les interactions particule-particule deviennent prééminentes sur l'écoulement. Ces interactions qui ne sont pas nécessairement des chocs entre particules ont généralement pour effet de diminuer la valeur de la vitesse limite de chute

A une concentration volumique de 2 à 3%, les interactions particule-particule influent déjà sur l'écoulement.

A 10% de concentration, le rapport  $x/d=2$  est tel que les interactions interfèrent avec l'hydrodynamique de l'écoulement, pour x :distance entre deux particules (centre à centre) et pour d diamètre de la particule.

L'influence de la concentration en solide sur la vitesse limite de chute a été étudiée par plusieurs auteurs autant en régime laminaire que turbulent.

En régime laminaire, Famularo et Happe (1965) donnent une expression de la vitesse limite de chute en fonction de la concentration volumique de sphère :

$$\frac{u_{\infty,\phi}}{u_{\infty,0}} = \frac{1}{(1 + 2,8.C_1.C_2.\phi^{1/3})} \quad (I-67)$$

avec  $u_{\infty,0}$  la vitesse limite de chute d'une sphère non isolée,

$u_{\infty,\phi}$  la vitesse limite de chute de la suspension à la fraction volumique  $\phi$ ,

- $C_1$  coefficient de résistance dépendant de la distance  $x$  de centre à centre des particules de dimension  $d$  (elle dépend aussi de la fraction volumique),  
 $C_2$  constante qui est égale à  $1,3 \pm 0,24$ .

$\frac{x}{d}$	$C_1$
0	1
0,266	0,836
0,648	0,702
1	0,645

**Tableau I-5**

En régime turbulent, les collisions entre sphères agissent comme accélérateur ou décélérateur. Le nombre et l'effet des collisions augmentent avec la concentration. Lorsque les collisions prédominent sur les interactions fluide-particules, les sphères sédimentent en masse. Thomas (1965) a proposé une relation empirique qui permet la prédiction de ce phénomène extrêmement gênant car on peut obstruer très rapidement les conduites :

$$0,08 < \frac{U_{\infty, \phi}}{U_{\infty, \phi=0}} < 1 \quad (\text{I- 68})$$

Le rapport  $\frac{U_{\infty, \phi}}{U_{\infty, 0}}$  est calculé à l'aide de la relation suivante :

$$2,303 \cdot \log \left( \frac{U_{\infty, \phi}}{U_{\infty, \phi=0}} \right) = -5,9 \cdot \phi \quad (\text{I- 69})$$

$U_{\infty, \phi}$ , vitesse limite de chute pour une suspension à fraction volumique  $\phi$

$U_{\infty, \phi=0}$ , vitesse de chute pour un milieu monophasique.

## I.1. 6 Profils de vitesse en conduite cylindrique

### I.1. 6. 1 Profils de vitesse pour un fluide monophasique

En amont de la conduite, nous supposons que le régime dynamique isotherme établi ( $\frac{\partial u}{\partial z} = 0$ ,  $v = 0$ ,  $T = \text{constante}$ ). La résolution de l'équation de mouvement donne l'expression de ce profil de vitesse :

#### cas du fluide newtonien

Le profil est parabolique de la forme :  $\frac{u}{U_d} = 1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2$ , et le gradient de pression est de la

$$\text{forme : } \frac{\Delta P}{L} = \eta \cdot 8 \cdot \frac{U_d}{R^2}.$$

**cas du fluide non newtonien (loi de puissance)**

Le profil est donné par  $\frac{u}{U_d} = \left(\frac{3n+1}{n+1}\right) \cdot \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^{n+1}\right)$  et le gradient de pression est de la forme :

$$\frac{\Delta P}{L} = 2 \frac{K}{R} \cdot \left(\frac{3n+1}{n}\right)^n \left(\frac{U_d}{R^2}\right)^n$$

**I.1. 6. 2 Profils de vitesse d'une suspension et du taux de fluctuations****Profils de vitesse d'une suspension**

Les profils de vitesse permettent de décrire les régimes d'écoulement de mélanges. Il n'existe pas de corrélation décrivant un profil de vitesse, mais des méthodes valables pour un mélange donné ont été proposées pour des suspensions eau-solide.

Newwitt et al ont étudié des mélanges d'eau et de sable ou de gravier en régime de suspension asymétrique et en régime turbulent pour un écoulement horizontal. Ils ont corrélé le déplacement du point de vitesse maximale d'un profil :

$$r' \frac{D}{2} = 15,2 \left( \phi \frac{\tau_P}{\rho_{eau}} \right) \quad \text{I- 70}$$

$r'$  : c'est la distance entre le point bas du tube et le point de vitesse maximale.

Les auteurs en déduisent le profil de vitesse sous ce maximum :

$$(1-R^*) \frac{\tau_P}{\rho_{eau}} = (0,1176 - 0,0538 \cdot \log \phi) \left( 1 - \frac{y}{y'} \right) \quad \text{(I- 71)}$$

$$R^* = \frac{\left( \frac{U_y}{U_{y\max}} \right)_{\text{mélange}}}{\left( \frac{U_y}{U_{y\max}} \right)_{\text{écoulement}}} \quad \text{(I- 72)}$$

De plus, les auteurs ont recherché des corrélations empiriques pour décrire des profils de concentration de gros grain de sable et de gravier, et de sable fin dans l'eau.

Pour le gravier et le sable gris, la corrélation suivante s'applique à la partie supérieure du tube :

$$\frac{1}{\phi_{local}} \frac{d\phi_{local}}{dy} = -1,66 \frac{U_{\infty}}{u_l} \frac{C_D^{1/2}}{d} \quad \text{(I- 73)}$$

$\phi_{local}$	fraction volumique local du solide
$y$	distance du fond de la conduite
$d$	diamètre de la particule
$C_D$	coefficient de traînée du de la particule.
$u_l$	vitesse limite de chute

Après avoir analysé dans la première partie de ce chapitre I, l'aspect dynamique de l'écoulement des suspensions dans une conduite cylindrique horizontale, nous nous

intéressons maintenant au transfert thermique dans une suspension et plus particulièrement à l'influence des particules et leur concentration sur le transfert de chaleur.

## Taux de fluctuations

### Cas des fluides newtoniens

Rappelons que la vitesse de frottement :  $u^* = \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho}}$ , vient de l'hypothèse de Prandtl, en supposant qu'il existe, proche de la paroi, une sous-couche laminaire où la contrainte est uniforme ( $\tau = \tau_p$ ).

Rappelons que  $u^* = U_d \sqrt{\frac{Cf}{2}}$  et on pose  $y = R-r$ .

Les différents termes des équations précédentes sont adimensionnés de la manière suivante :

$$u^+ = \frac{\bar{u}}{u^*} \qquad v^+ = \frac{\bar{v}}{v^*} \qquad y^+ = \frac{y}{\nu^*}$$

$$\text{Dans le cas d'un flux pariétal de chaleur constant : } T^+ = \frac{T - T_e}{\left(\frac{\phi_p}{\rho C_p u^*}\right)}$$

En se plaçant suffisamment loin des parois, on peut faire l'hypothèse d'une isotropie parfaite, il vient :  $\overline{u'v'} = \overline{u'^2} = \overline{v'^2}$

Dans la littérature, on rencontre de différents modèles à couches dynamiques relatifs aux écoulements turbulents newtoniens.

Von Karman (1931) utilise un modèle à trois couches : une zone près de la paroi où les effets visqueux sont prépondérants, une zone au cœur de l'écoulement où les effets de turbulence sont prépondérants, et enfin une zone intermédiaire où les effets visqueux et turbulents sont du même ordre de grandeur. Il donne :

Zone 1 : une sous couche laminaire :	$0 \leq y^+ \leq 5$	$u^+ = y^+$
Zone 2 : une couche intermédiaire :	$5 \leq y^+ \leq 30$	$u^+ = 5 \text{ Log } y^+ - 3,05$
Zone 3 : le noyau turbulent :	$y^+ \geq 30$	$u^+ = 2,5 \text{ Log } y^+ + 5,5$

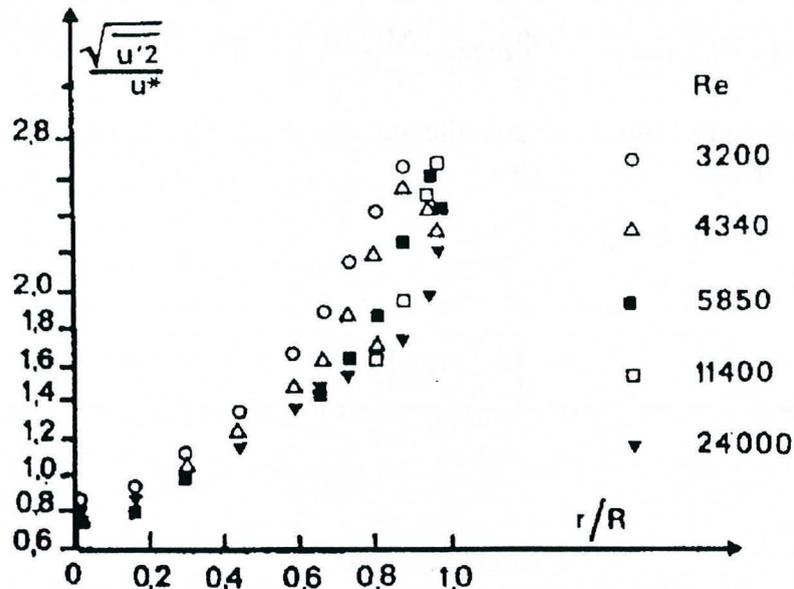
Ces trois zones ont été mises en évidence au moyen de l'anémomètre à laser. La carte des vitesses se trouve vérifiée par l'expérience pour des valeurs du nombre de Reynolds élevé.

Pennell et al (1972) ont étudié des écoulements newtoniens en régime de turbulence faible. Ils ont montré que pour des valeurs de nombres de Reynolds inférieures à 10 000, les profils de vitesse s'écartent de ceux donnés par Von Karman.

Dans la zone 3, la contribution visqueuse dans l'évolution de la contrainte n'est plus négligeable. Il semblerait donc que la zone 2 soit plus large.

Ces auteurs ont appuyé leurs remarques en traçant l'intensité de turbulence  $Tu(r) = \frac{\sqrt{u'^2}}{u^*}(r)$  pour différents nombres de Reynolds. Lorsque ce nombre augmente, le taux de fluctuations au centre de l'écoulement diminue. Ceci est en accord avec les résultats de Laufer (1954).

Mais lorsque l'on s'éloigne de l'axe, les valeurs de  $\frac{\sqrt{u'^2}}{u^*}(r)$  sont beaucoup plus dispersées avec le nombre de Reynolds. Ceci est bien illustré sur la figure I-15.



**Fig. I-15** : Taux de fluctuation de vitesses dans une dispersion importante au voisinage de la paroi.

### Cas non newtoniens

#### - Fluides pseudoplastiques

Dans le cas des liquides newtoniens, nous avons l'expression de la distance adimensionnelle à la paroi :  $y^+ = \rho u^* \frac{y}{\eta}$ .

On peut rechercher la notation adaptée au cas des liquides pseudoplastiques. En reprenant les hypothèses de Prandtl. Dans la sous couche laminaire, la viscosité apparente ( $\eta_a = \frac{\tau_p}{\dot{\gamma}_p}$ ) est substituée à la viscosité newtonienne.

En partant de la loi de comportement pseudoplastique :  $\tau_p = K \dot{\gamma}_p^n$  et la définition  $\tau_p = \rho u^{*2}$  dans la sous couche laminaire, on obtient :

$$\frac{\rho u^* y}{\eta_a} = \left[ \frac{\rho u^{*2-n} y^n}{K} \right]^{1/n} = (y_n^+)^{1/n}$$

La variable  $y_n^+$  a été utilisée pour établir les profils de vitesse.

Dodge et Metzner proposent un modèle à deux couches :

- sous-couche laminaire :  $u^+ = y_n^+$
- le noyau turbulent :  $u^+ = \frac{5,66}{n^{0,75}} \log y_n^+ - \frac{5,66}{n^{1/2}} + \frac{3,475}{n^{0,75}} + \left[ 1,96 + 0,815n - 1,628n \log \left( \frac{3n+1}{4n} \right) \right]$

Bogue et Metzner (1963) ont travaillé sur des suspensions d'argile et de carbopol. Ils utilisent aussi un modèle à deux couches :

- sous couche laminaire  $u^+ = y_n^+$
- noyau turbulent :

$$u^+ = 5,5 + \log y_n^{+1/n} + 0,05 \frac{\sqrt{2}}{C_f} \exp \left[ \frac{\left( \frac{y}{R} - 0,8 \right)}{0,15} \right] + I(n, Re')$$

avec  $Re' = \left( \frac{\rho u^{2-n} D}{K} \right)^n$ , le nombre de Reynolds généralisé.

**- Fluides viscoélastiques**

De nombreux résultats existent pour les fluides viscoélastiques réducteurs de frottement en raison des applications pratiques. Il est à noter que pour ce genre de produits, le facteur de frottement a été plus particulièrement étudié par Virk (1970) Hartnett et Tung (1977) et Cho et Hartnett (1980).

D'un point de vue théorique, des tentatives de prévision des profils de vitesse ont été effectués et que l'on peut résumer en plusieurs modèles dont les deux suivants :

**\*le modèle de longueur de mélange de Prandtl**

On rappelle que pour un fluide newtonien, la longueur de mélange  $l$ , qui permet de relier l'agitation turbulente au gradient de vitesse local ( $l = \frac{u'}{du/dy}$ ), prend la forme

polynomiale  $l = 0,4y + k_1 y^2 + k_2 y^3 + \dots$

Virk et al (1970) en ont déduit la carte des vitesses suivantes :

$$\begin{array}{ll} u^+ = y^+ & y^+ < 11,6 \\ u^+ = 11,7 \log y^+ - 17 & y^+ > 11,6 \end{array}$$

Cette carte des vitesses qui est une configuration asymptotique pour la réduction de frottement maximale signifie que toute la zone hors de la sous couche visqueuse en paroi devient une zone élastique ;

### \*le modèle de Wasan et al (1963)

Ce modèle de diffusivité turbulente développé pour les fluides newtoniens a été étendu par Kwack et Hartnett (1984) aux fluides viscoélastiques :

$$u^+ = y^+ + C_1 y^{+4} + C_2 y^{+5} \quad y^+ < y_C^+$$

$$\frac{\varepsilon_M}{V} = \frac{-4C_1 y^{+3} - 5C_2 y^{+4}}{1 + 4C_1 y^{+3} + 5C_2 y^{+4}}$$

$u^+ = A_C \cdot \log y^+ + B_C \quad y^+ > y_C^+$  avec B, une fonction de l'élasticité du fluide.

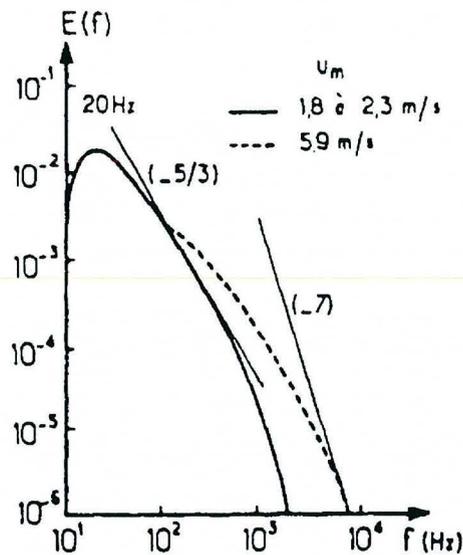
### Etude spectrale

La densité spectrale de puissance se définit par :  $u'^2 = \varphi(f) df$  avec  $F$  la fréquence.

Cette densité spectrale de puissance nous renseigne sur les types de tourbillons présents au sein de l'écoulement.

Sur la figure (I-16), Patterson et Zakin (1967) ont montré la densité spectrale de puissance d'un écoulement de toluène en conduite à différentes vitesses. On y voit des pentes caractéristiques telles que  $(-\frac{5}{3})$  et  $(-7)$  et un maximum à  $f = 20\text{Hz}$ .

Ces pentes représentent la répartition d'énergie suivant le type d'agrégats présents au sein de l'écoulement. D'après Kolmogoroff,  $\varphi(f) \propto \varepsilon^{2/3} f^{-5/3}$  ( $\varepsilon$  est la puissance mécanique dissipée par unité de masse) représente la frontière entre les tourbillons porteurs d'énergie et les agrégats dissipateurs. Ces agrégats dissipateurs ont été caractérisés par Eisenberg :  $\varphi(f) \propto \varepsilon \eta^{-4} f^{-7}$ .



**Fig. I-16** : Densité spectrale de puissance d'un produit newtonien en écoulement en écoulement dans une conduite.

## I.2 ETUDE THERMIQUE DES ECOULEMENTS DE SUSPENSIONS

Les problèmes liés aux procédés industriels de stérilisation en continu ont nécessité des recherches sur les mécanismes de transfert entre un liquide chargé en particules et une paroi chauffée.

Pour qualifier l'échange de chaleur entre le liquide et les particules, une étude de l'évolution au cœur de l'une des particules, fixe ou mobile, permet d'établir des lois de transfert thermique.

L'analogie entre transfert de quantité de mouvement et transfert de chaleur est à l'origine des travaux effectués pour déterminer les coefficients de transfert de chaleur dans les écoulements laminaires et turbulents des fluides newtoniens et non newtoniens.

Ceci exige de nous de faire une étude thermique approfondie sur les suspensions.

### I.2. 1 Généralités et définitions

Lorsqu'un fluide isotherme est en écoulement, il met en jeu des forces de pression et de frottement.

Dans le cas d'un écoulement anisotherme, le mouvement s'accompagne d'un transfert de chaleur ; il s'agit alors de convection thermique ou thermoconvection. La diversité des situations thermoconvectives est beaucoup plus grande qu'en mécanique des fluides isothermes.

En effet, aux catégories d'écoulements classiques tels que les écoulements internes (écoulements en canalisation), les écoulements externes (les conditions aux limites sont rejetées à l'infini, ex d'une plaque plane...), les écoulements laminaires et les écoulements turbulents, on doit superposer une différenciation qui porte sur les causes de l'écoulement et qui se répercute sur sa structure :

- si le mouvement du fluide a une origine mécanique (pompe, ventilateur, gradient naturel de pression) alors la convection est dite *convection forcée*,
- il peut advenir aussi que les gradients de masse volumique générés dans le fluide par les gradients de température sont suffisants pour que l'action du champ de pesanteur donne naissance à un mouvement ; celui-ci a donc une origine thermique, et on parle alors de la *convection libre* ou *convection naturelle*,
- lorsque les causes mécaniques et thermiques coexistent, on est en régime de *convection mixte*.

Du point de vue pratique, le plus important en thermoconvection est le calcul des flux de chaleur qui transitent entre les fluides et les parois solides. A cet égard, l'existence de la couche limite dynamique et, en particulier, la condition de vitesse nulle à la paroi (pour une surface imperméable) font qu'au voisinage de celle-ci, c'est la conduction qui est dominante, l'advection prenant progressivement le relais quand on s'en écarte.

## I.2. 2 Grandeurs adimensionnelles fondamentales en transfert de chaleur

En écoulement isotherme ou en présence de transfert thermique concernant des fluides non newtoniens circulant en conduite cylindrique, plusieurs grandeurs adimensionnelles sont fondamentales. Le nombre de Reynolds caractérise la dynamique de l'écoulement ou tout simplement le régime ; le nombre de Prandtl compare les diffusivités de quantité de mouvement et de chaleur du fluide en écoulement.

### \*Nombre de Nusselt

Le nombre de Nusselt est une caractéristique thermique. Il a pour expression :

$$Nu = h \cdot \frac{D}{\lambda} = \frac{\varphi_p}{T_p - T_m} \cdot \frac{D}{\lambda} \quad (I- 74)$$

$\varphi_p$ , la densité de flux de chaleur à la paroi. Elle se calcule à partir de la loi de Fourier :

$$\varphi_p = -\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R} \quad (I- 75)$$

- $\lambda$  désigne la conductivité thermique du fluide
- $T_p$  température à la paroi
- $D$ , diamètre de la conduite
- $h$ , coefficient d'échange thermique
- $T_m$ , température du mélange

### \*Température de mélange

La température de mélange est la température moyenne du fluide dans une section donnée. Dans notre cas (densité de flux de chaleur imposée), elle sera obtenue à partir d'un bilan thermique :

$$T_m(z) = T_e + \frac{\pi \cdot D \cdot \varphi_p \cdot z}{\dot{M} \cdot C_p} \quad (\text{I- 76})$$

avec  $C_p$  : la chaleur spécifique du fluide  
 $T_e$  : température à l'entrée de la conduite

Les propriétés thermophysiques du fluide seront prises à la température moyenne du mélange:

$$T_{moyenne} = \frac{1}{2}(T_p - T_m) \quad (\text{I- 77})$$

### \*Coefficient d'échange thermique

$$h = \frac{\varphi_p}{T_p - T_\infty} \quad (\text{I- 78})$$

### \*Nombre de Péclet thermique

L'équation de la chaleur sous sa forme adimensionnelle fait apparaître le nombre de Péclet. C'est le produit du nombre de Reynolds avec le nombre Prandtl :

$$Pe_{thermique} = Re \cdot Pr \quad (\text{I- 79})$$

### \*Nombre de Prandtl

Le nombre de Prandtl compare les diffusivités de quantité de mouvement et de chaleur.

Fluide newtonien:

$$Pr = C_p \frac{\mu}{\lambda} \quad (\text{I- 80})$$

Fluide pseudoplastique

$$Pr = C_p \left( \frac{Ud}{D} \right)^{n-1} \frac{K}{\lambda} \quad (\text{I- 81})$$

Au nombre de Reynolds est associé le nombre de Prandtl suivant:

$$Pr' = Pr \cdot \left( \frac{3n+1}{4n} \right)^n 8^{n-1} \quad (\text{I- 82})$$

### \*Nombre de Prandtl apparent

Pour l'étude du régime turbulent, certains auteurs utilisent les nombres de Reynolds et de Prandtl apparents, basés sur la viscosité apparente à la paroi  $\eta_a$  :

$$Re_a = \frac{\rho \cdot U_d \cdot D}{\eta_a} \quad \text{et} \quad Pr_a = \frac{C_p \cdot \eta_a}{\lambda} \quad (\text{I- 83})$$

**\*Nombre de Biot**

Le nombre de Biot compare la convection à la conduction thermique lors des échanges entre le fluide et la sphère dure :

$$Bi = \frac{h \cdot d}{\lambda_p} = \frac{h \cdot \Delta T}{(\lambda_p \cdot \Delta T / d)} \quad (I- 84)$$

avec  $h$  coefficient de convection thermique ou d'échange.  
 $\lambda_p$  conductivité de la particule.

**\*Nombre de Graetz**

Il est défini par sa valeur locale ou sa valeur moyenne.

- valeur locale :

$$Gz = \frac{\dot{M} C_p}{\lambda_z} = \frac{\pi \text{RePr}}{4 \ z/D} \quad (I- 85)$$

- valeur moyenne :

$$Gz = \frac{\dot{M} C_p}{\lambda_L} = \frac{\pi \text{RePr}}{4 \ L/D} \quad (I- 86)$$

avec  $L$  longueur de la veine d'expérience  
 $\dot{M}$  débit massique.

**\*Nombre de Cameron**

Le nombre de Cameron représente une distance réduite inversement proportionnelle au nombre de Graetz :

$$X^+ = \frac{2 \left( \frac{z}{D_h} \right)}{\text{RePr}} = \frac{\pi}{2 Gz} \quad (I- 87)$$

Dans l'expression du nombre de Cameron ( $X^+$ ) le nombre de Péclet thermique ( $Pe = \text{RePr}$ ) intervient.

Des études antérieures montrent que l'utilisation du nombre de Cameron prend bien en compte l'influence du nombre de Reynolds et du nombre de Prandtl  $Pr$ .

**\*Nombre de Stanton local**

$$St_L = \frac{\varphi_p}{\rho C_p U_\infty |T_\infty - T_p|} \text{ équivalent à } \frac{1}{Pe_{thermique}} \quad (I- 88)$$

Si l'on préfère utiliser le coefficient d'échange local  $h_L$  tel qu'en valeur absolue on a :

$$\varphi_p = h_L |T_\infty - T_p| \quad (I- 89)$$

alors le nombre de Stanton peut s'écrire encore :

$$St_L = \frac{h_L}{\rho C_p U_\infty} \quad (I- 90)$$

Le coefficient de frottement et le nombre de Stanton sont très utilisés en pratique pour exprimer analytiquement les lois de la convection thermique car ils contiennent des grandeurs  $\tau_p$  et  $\varphi_p$  qui sont prioritairement intéressants pour l'expérimentation. Mais par contre on ne se sert guère des équations adimensionnées dans lesquelles ils figurent, pour la bonne raison que  $\tau_p$  et  $\varphi_p$  font généralement partie des termes à calculer et que par conséquent  $C_f$  et  $S_t$  jouent à la fois le rôle de paramètres caractéristiques et d'inconnues ; ce qui n'est pas commode.

Rappelons que l'on remplace encore souvent  $S_t$  par "le nombre de Nusselt" local :

$$Nu_L = \frac{hL}{\lambda} = \frac{\varphi_p L}{\lambda |T_\infty - T_p|} = St_L \cdot Pe_L \quad (I- 91)$$

L'analogie entre transfert de quantité de mouvement et transfert de chaleur est à l'origine des travaux effectués par Metzner et Friend (1959) pour déterminer les coefficients de transfert de chaleur dans des écoulements turbulents de fluides non newtoniens. Ils ont calculé le nombre de Stanton selon les hypothèses suivantes : densité de flux de chaleur constante, distribution radiale du flux linéaire ( $\frac{\varphi}{\varphi_p} = 1 - \frac{y}{R}$ ) (c'est à dire les diffusivités turbulentes de chaleur et de quantité de mouvement identiques pour des fluides purement visqueux non newtoniens) et un nombre de Prandtl élevé :

$$\frac{Nu}{RePr} = \frac{C_f / 2}{1,2 + 11,8 (\text{Pr}_p - 1) \text{Pr}_p^{-1/3} \sqrt{C_f / 2}} \quad (I- 92)$$

valable pour  $\text{Pr} Re^2 C_f > 5.10^5$

### 1.2. 2. 1 Equation régissant le transfert de chaleur dans un écoulement laminaire en conduite

Le transfert de chaleur dans une conduite cylindrique horizontale est régi par l'équation de l'énergie de la forme :

$$\frac{DC_p T}{Dt} = \text{div} \lambda \overrightarrow{\text{grad} T} - p \text{div} \vec{u} + \tau : \overrightarrow{\text{gradu}} \quad (I- 93)$$

Pour un fluide incompressible et avec les hypothèses suivantes :

- écoulement permanent, axisymétrique

- conduction de chaleur axiale négligeable
- existence d'un régime de couche limite

Les composantes de l'équation, dans le cas d'un écoulement laminaire sont données par :

$$\text{pour le cas laminaire} \quad \rho C_p \left( u \frac{\partial T}{\partial z} + v \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \tau \left( \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (I- 94)$$

$$\text{pour le cas turbulent} \quad \rho C_p \left( \bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} + \bar{v} \frac{\partial \bar{T}}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \left( \frac{\lambda \partial \bar{T}}{\partial r} - \rho C_p \bar{T}' v' \right) \right) + A_d \quad (I- 95)$$

$A_d$ , somme d'un terme de dissipation visqueuse laminaire et d'un terme de dissipation turbulente.

### I.2. 2. 2 Conditions de chauffage

En ce qui concerne le chauffage, deux types de conditions aux limites sont envisageables : température de paroi constante et densité pariétale de flux de chaleur constante.

*Température de paroi constante* : la loi de Fourier permet de calculer la densité pariétale de flux de chaleur  $\phi_p$  et par suite le nombre de Nusselt local qui caractérise le transfert de chaleur local. On utilise les conditions limites suivantes :

- Sur la paroi  $T_{(r=R)} = T_p$  température de paroi constante
- En amont  $T_{(z=0)} = T_e$
- Sur l'axe de symétrie  $\left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{(r=0)} = 0$ .

*Densité pariétale de flux de chaleur constante* : la loi de Fourier permet de calculer la température à la paroi  $T_p$  d'où le calcul de Nusselt local. On utilise les conditions limites suivantes

- $\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{(r=R)} = \phi_p$  densité de flux de chaleur pariétal constante

Dans le cas de la densité d'un flux pariétal de chaleur constant et en régime turbulent :

$$T^+ = \frac{T - T_e}{\left( \frac{\phi_p}{\rho C_p u^*} \right)}$$

### I.2. 2. 3 Résolution de l'équation de l'énergie.

Donnons brièvement les résultats importants pour l'écoulement isotherme établi :  $v=0$ , et  $T = \text{constante}$ .

Le but de la résolution des équations en écoulement anisotherme est la détermination du coefficient d'échange thermique par convection ou coefficient de convection  $h$  ou la grandeur adimensionnelle, le nombre de Nusselt.

En effet, Le transfert de chaleur convectif correspond à l'échange d'énergie entre une surface matérielle et un fluide adjacent en écoulement. L'équation de base utilisée, pour quantifier ce processus, a été initialement posée par Newton (1701) :  $\varphi_p = h\Delta T$ .

$\varphi_p$  représente la densité de flux de chaleur,  $h$  représente le coefficient de transfert de chaleur convectif par unité de surface donc la quantité de chaleur échangée entre la paroi et le fluide : c'est le rapport de la quantité de chaleur échangée par convection à la quantité de chaleur échangée par conduction et  $\Delta T$  représente l'écart de température entre le fluide et la surface d'échange

Pour un régime dynamique établi, avec des propriétés physiques constantes, la seule équation à résoudre est celle de la chaleur en négligeant la dissipation visqueuse :

$$\rho C_p u \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\lambda}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (I- 96)$$

Ce problème peut être résolu en prenant pour hypothèse soit la température pariétale  $T_p$  constante soit la densité de flux de chaleur pariétale  $\varphi_p$  constante.

Graetz (1883) a résolu cette équation en utilisant une méthode de séparation des variables :

$$T(r,z) = q(r)g(z) \quad (I- 97)$$

### I.2. 2. 3. 1 Cas du régime thermique établi

#### \*Cas newtonien

La résolution par Graetz (1883) de l'équation de la chaleur en tenant compte du profil de vitesses parabolique dans la zone pariétale, siège du transfert de chaleur, permet de trouver un nombre de Nusselt asymptotique  $Nu_\infty$  :

- $T_p = \text{constante}$  ;  $Nu_\infty = 3,66$
- $\varphi_p = \text{constante}$  ;  $Nu_\infty = 4,36$

#### \*Cas non newtonien

La plupart des auteurs proposent une solution du type Graetz dans laquelle le caractère non newtonien est pris en compte dans le profil des vitesses. Pour un fluide pseudoplastique, Lyche et Bird (1956) proposent :

- $T_p = \text{constante}$  ;  $Nu_\infty = 3,949$  avec  $n = 1/2$   
 $Nu_\infty = 4,175$  avec  $n = 1/3$

$$- \varphi_p = \text{constante} ; Nu_\infty = \frac{8(5n+1)(3n+1)}{31n}$$

Plus tard, Bird et al. (1977) ont proposé :

$$- \varphi_p = \text{constante} ; Nu_\infty = \frac{8(5n+1)(3n+1)}{31n^2 + 12n + 1}$$

Remarquons que pour  $n = 1$  (cas newtonien), on retrouve la valeur donnée par Graetz.

### I.2. 2. 3. 2 Cas du régime thermique non établi

Le régime thermique non établi est le cas le plus fréquemment rencontré dans la pratique, compte tenu du fait que la longueur d'établissement d'un régime thermique est importante.

En réalité, l'hypothèse du régime thermique établi n'est généralement pas possible car les fluides rencontrés présentent de fortes valeurs de nombre de Prandtl. Ce qui fait que la couche limite thermique reste très fine. Dans ce cas, on considère le nombre de Nusselt local.

#### \*Cas de fluide newtonien non thermodépendant

Le régime thermique non établi est certainement le cas le plus rencontré. En effet, pour des fluides visqueux caractérisés par un nombre de Péclet très élevé, la longueur d'établissement du régime thermique est très importante.

Il est alors préférable de donner le nombre de Nusselt local. Par ailleurs un certain nombre d'expressions locales des nombres de Nusselt est disponible dans la littérature. Cependant la plupart de ces expressions sont déduites de la série obtenue pour la première fois par Graetz, soit :

$$Nu = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} G_n e^{-\lambda_n^2 X^{+1/2}}}{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{G_n}{\lambda_n^2} e^{-\lambda_n^2 X^{+1/2}}} \quad (I-98)$$

$\lambda_n$ , valeur propre et  $G_n$ , fonction propre.

D'une manière générale, les dix premières valeurs de  $(\lambda_n, G_n)$  sont suffisantes pour calculer le nombre de Nusselt local quelle que soit la condition thermique à la paroi. A l'exception des faibles valeurs de  $X^+$ , la série de Graetz donne généralement une convergence rapide. Ainsi pour les grandes valeurs du nombre de Cameron ( $X^+ > 0,1$ ), le premier terme joue un rôle prédominant, celui-ci donnant le résultat asymptotique, alors que pour les faibles valeurs du nombre de Cameron ( $X^+ < 4.10^{-3}$ ) la série converge lentement.

On représente alors le nombre de Nusselt local  $Nu$  en fonction du nombre de Cameron. ( $X^+$ ).

### \*Cas du fluide newtonien

Dans un premier temps, et selon une approximation, Lévêque (1928) ainsi que Bird et al. (1977) ont fait l'hypothèse d'une évolution linéaire de la vitesse dans la zone de transfert (proche de la paroi). Lévêque obtient l'expression du nombre de Nusselt moyen :

$$Nu_m = 1,75 \cdot Gz^{1/3} \quad (I- 99)$$

$Gz$ , le nombre Graetz.

### \*Résolution dans le cas d'un profil parabolique

Sellars et al. (1956) et Siegel et al. (1958) ont résolu le problème dans les deux cas (température de paroi constante et densité de flux de chaleur pariétale constante) en tenant compte du caractère parabolique du profil des vitesses par la méthode de séparation des variables. La température est donnée sous forme de série. A température de paroi constante et par le calcul, Sellars propose :

$$Nu(z) = 1,357 \left( \frac{z}{R \cdot RePr} \right)^{1/3} - 1,7 = 1,357 (X^+)^{1/3} - 1,7 \quad (I- 100)$$

Cette équation est résolue en supposant que la température du mélange est proche de celle du noyau pour les petites valeurs du nombre de Cameron ( $X^+ < 4 \cdot 10^{-3}$ ).

D'autres valeurs locales du nombre de Nusselt ont été calculées à l'aide de méthodes de calcul numérique aux différences finies par Kays (1955), et par des méthodes asymptotiques Sellars et al (1956) et Eckert et Drake (1972) :

Si la densité de flux pariétale ( $\phi_p$ ) est constante, alors

$$Nu(z) = 1,41 Gz^{1/3} \quad \text{pour } Gz > 25\pi, \quad (I- 101)$$

Si la température pariétale ( $T_p$ ) est constante, alors

$$Nu(z) = 1,16 Gz^{1/3} \quad \text{pour } Gz > 33\pi, \quad (I- 102)$$

### \*Cas d'un fluide non newtonien

Nous retrouvons les facteurs constants du cas newtonien multiplié par le terme  $(3n+1)/4n$ . Ceci vient du rapport des gradients pariétaux de vitesse newtonien et non newtonien.

$$\dot{\gamma}_{P(\text{non.newtonien})} = \frac{3n+1}{4n} \left( \frac{8U_d}{D} \right) = \frac{3n+1}{4n} \dot{\gamma}_{P(\text{newtonien})} \quad (I- 103)$$

Pigford (1955) trouve une expression du nombre de Nusselt moyen basé sur la solution de Lévêque (1928) :

$$Nu_m = 1,75 \left( \frac{3n+1}{4n} \right)^{\frac{1}{3}} Gz^{\frac{1}{3}} \quad (I-104)$$

Bird et al (1959) ont appliqué la méthode de Lévêque aux fluides pseudoplastiques dans les deux cas ( $T_p = \text{constante}$  et  $\phi_p = \text{constante}$ )

-  $\phi_p = \text{constante}$

$$Nu(z) = 1,41 \left( \frac{3n+1}{4n} \right)^{\frac{1}{3}} Gz^{\frac{1}{3}} \quad \text{avec } Gz > 25\pi \quad (I-105)$$

-  $T_p = \text{constante}$

$$Nu(z) = 1,16 \left( \frac{3n+1}{4n} \right)^{\frac{1}{3}} Gz^{\frac{1}{3}} \quad \text{avec } Gz > 33\pi \quad (I-106)$$

En régime hydrodynamique non établi et pour le cas newtonien Kays (1955) a utilisé une technique aux différences finies basée sur le profil de vitesse de Langhaar (1942) pour obtenir des valeurs du nombre de Nusselt local supérieures de 20 à 70% à celle trouvées pour l'écoulement établi et ce pour des nombres de Graetz  $> 80$ .

### 1.2. 2. 3. 3 En régime hydrodynamique établi

#### \*Cas d'un fluide newtonien

*Sieder et Tate (1936) reprennent la solution de Lévêque en ajoutant un facteur correctif de viscosité séparant les effets en paroi et les effets au cœur du fluide.*

$$Num = 1,75 \cdot Gz^{1/3} \left( \frac{\mu_m}{\mu_p} \right)^{0,14} \quad (I-107)$$

#### \*Cas d'un fluide non newtonien

Dans ce cas, les caractéristiques rhéologiques du fluide peuvent être très dépendantes de la température. Cette évolution rhéologique influe sur le gradient pariétal de vitesse ; elle agit donc sur le profil de température de la zone du mélange. Scirocco (1985) a repris l'expression introduite par Joshi et Bergles (1982) qui traduit la thermodépendance de la consistance à flux de chaleur imposée.

$$\frac{-\frac{\partial K}{\partial T} \phi_p D}{K} = \frac{b \phi_p D}{2\lambda} \quad (I-108)$$

et a cherché une expression du nombre de Nusselt local en fonction du nombre de Cameron, ( $X^+$ )

$$Nu(z) = \varepsilon \cdot \left( \frac{b\varphi_p D}{2\lambda} \right)^{\alpha_1} (X^+)^{\alpha_2} \quad (I-109)$$

où  $\varepsilon, \alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont des constantes.

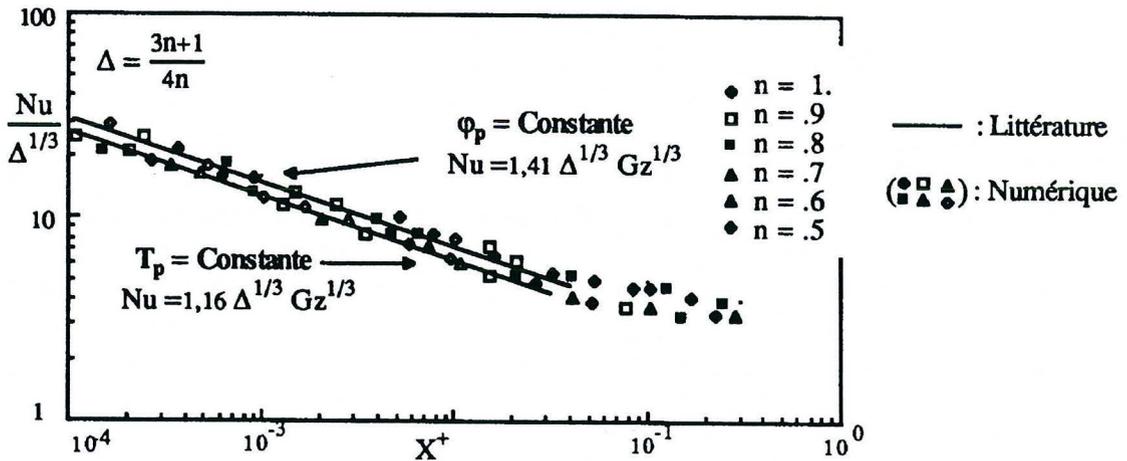
A partir de nombreux résultats expérimentaux, l'auteur a proposé pour une solution de carboxyméthylcellulose (C.M.C.):

$$Nu(z) = 1,369 \left( \frac{b\varphi_p D}{2\lambda} \right)^{0,177} (X^+)^{-0,319} \quad (I-110)$$

Plusieurs auteurs ont proposé des corrélations empiriques sur le transfert thermique ; c'est le cas des corrélations Skelland (1967), Cho et Hartnett (1982) et Antonini (1984).

El Ouardighi (1990), dans une étude numérique et expérimentale de l'écoulement et du transfert de chaleur pour des fluides non newtoniens thermodépendants en conduites industrielles, a montré que le facteur pseudoplasticité à la puissance 1/3 soit ( $\Delta^{1/3}$ ) prend bien en compte l'effet de la pseudoplasticité.

Ainsi, pour,  $\varphi_p = \text{constante}$ , l'auteur a utilisé la formule suivante  $Nu = 1,41 \cdot \Delta^{1/3} \cdot Gz^{1/3}$  pour différentes valeurs de l'indice de structure, il représente le nombre de Nusselt local réduit  $\left( \frac{Nu}{\Delta^{1/3}} \right)$  en fonction du nombre de Cameron ( $X^+$ ).



**Fig. I. 15** : Evolution du nombre de Nusselt réduit en fonction du nombre de Cameron

On remarque alors, que les courbes correspondant à différentes valeurs de l'indice de structure se regroupent en une seule. L'auteur a ainsi montré que  $\Delta^{1/3}$  corrèle bien l'effet de la pseudoplasticité.

La formule fondamentale est celle de Pigford (1955) :

$$Nu_m = 1,75 GZ^{1/3} \left( \frac{3n+1}{4n} \right)^{1/3} \quad (I-111)$$

Un certain nombre de facteurs correctifs sont appliqués, pour tenir compte des variations de propriétés rhéologiques du fluide avec la température. La plupart des auteurs corrigent le nombre de Nusselt par un facteur de viscosité du type Sieder et Tate (1936) :

$$F_c = \left( \frac{K_m}{K_p} \right)^t, \quad (I-112)$$

Metzner et al (1959) ont établi l'expression suivante :

$$F_s = \left[ \frac{K_m}{K_p} \right]^{0,14} \quad (I-113)$$

Pavlovska et Popovska (1975) l'ont déterminé d'une autre manière en tenant compte du nombre de Graetz :

$$F_s = 1 + 0,3 \text{Log} F_s + 0,0345 (\text{Log} F_s)^2 \quad (I-114)$$

avec  $F_s = (1 - \xi) \left( \frac{GZ}{1,6} \right)^\xi$

et  $\xi = 0,177 \cdot \text{Log} \left( \frac{\eta_e}{\eta_p} \right) - 0,007 \left[ \text{Log} \left( \frac{\eta_e}{\eta_p} \right) \right]^2$  avec  $\eta_e$  et  $\eta_p$  respectivement la viscosité de l'eau et celle de la particule.

Pour les écoulements perturbés par la convection naturelle, Metzner et Glück (1960) et Olivier et Jenson (1964) ont fait intervenir le nombre de Grashof pour déterminer le nombre de Nusselt moyen. Selon Metzner et Glück (1960)

$$Nu_m = 1,75 \left[ \frac{3n+1}{4n} \right]^{1/3} \left[ GZ + 12,6 \left( Gr_p \cdot Pr_p \cdot \frac{D}{L} \right)^{0,4} \right]^{1/3} \left[ \frac{K_m}{K_p} \right]^{0,14} \quad (I-115)$$

Dans le cas d'une densité de flux de chaleur constante, le nombre de Nusselt local est généralement évalué plutôt que le nombre de Nusselt moyen.

Citons trois corrélations :

Mizushina (1967) : 
$$Nu_z = 1,75 \left[ \frac{3n+1}{4n} \right]^{1/3} \cdot GZ^{1/3} \left( \frac{K_m}{K_p} \right)^{0,1} n^{0,7} \quad (I-116)$$

Bassett et Welty (1975) :

$$Nu_z = 1,85 \cdot Gz \left[ \frac{1 - 0,03}{\Delta_p^n} \right] \quad (I-117)$$

avec  $\Delta_p = \left( \frac{3n_p + 1}{4n_p} \right)$

Mahalingham et al (1975) :

$$Nu_m = 1,46 \cdot \left[ \frac{3n+1}{4n} \right]^{1/3} \cdot [Gz + 0,0083 \cdot (Gr_p \cdot Pr_p)^{0,75}]^{1/3} \cdot \left[ \frac{K_m}{K_p} \right]^{0,14} \quad (I-118)$$

**Cas  $\varphi_p = \text{constante}$**

Pour une analyse fine du transfert thermique, Joshi et Bergles (1982) ont calculé numériquement le nombre de Nusselt local en faisant intervenir la grandeur adimensionnelle :

$$\frac{-\partial K}{\partial T} \cdot \frac{\varphi_p \cdot D}{K \cdot 2 \cdot \lambda}$$

où  $\frac{-\partial K}{K \partial T}$  traduit les variations de la consistance du fluide avec la température, la cause étant une densité de flux de chaleur imposée  $\varphi_p$

$$Nu(z) = 4,36 \left[ 1 + (0,376(X_+)^{-0,33})^6 \right]^{1/6} \left( \frac{3n+1}{4n} \right)^{1/3} \frac{Y_2}{\left[ \left( \frac{Y_2}{Y_1} \right)^{30} + 1 \right]^{1/30}} \quad (I-119)$$

$Y_1$  et  $Y_2$  sont des paramètres qui tiennent compte de la thermodépendance du fluide

avec  $Y_2 = 1 + (0,1239 - 0,0542n) \cdot \left( \frac{-\partial K}{K \partial T} \cdot \frac{\varphi_p \cdot D}{2 \cdot \lambda} \right) - (0,01013 - 0,0068n) \cdot \left( \frac{-\partial K}{K \partial T} \cdot \frac{\varphi_p \cdot D}{2 \cdot \lambda} \right)^2$

et  $Y_1 = \left( \frac{K_m}{K_p} \right)^{(0,58 - 0,14 \cdot n)}$

D'après Joshi et Bergles, cette relation n'est valable que si le coefficient de thermodépendance  $\frac{-\partial K}{K \partial T} \cdot \frac{\varphi_p \cdot D}{2 \cdot \lambda}$  est inférieur à 6.

**Cas  $T_p = \text{constante}$**  : le nombre de Nusselt global trouvé est donné par l'expression:

$$Nu(z) = 3,66 \left[ 1 + (0,391 Gz^{0,34})^3 \right]^{1/3} \left( \frac{3n+1}{4n} \right)^{1/3} \left( \frac{K_m}{K_p} \right)^{0,11} \left[ 1 + \left( Y_1' \left( \frac{K_m}{K_p} \right)^{Y_2'} \right)^{15} \right]^{1/15} \quad (I-120)$$

$Y_1'$  et  $Y_2'$  sont des paramètres qui tiennent compte de la thermodépendance du fluide

avec  $Y_1' = (0,423 + 0,643n) \exp\left[-(0,69 - 0,1n) - \left(\frac{\partial K}{K \partial T}\right)(T_p - T_e)\right]$   
 et  $Y_2' = (2,831 - 4,103n + 1,933n^2) \exp\left[-(0,215 - 0,22n) - \left(\frac{\partial K}{K \partial T}\right)(T_p - T_e)\right]$

Cette relation vérifiée pour un fluide pseudoplastique du type hydroxyéthylcellulose : (H.E.C) est valable sur le domaine  $\left[-\frac{\partial K}{K \partial T}(T_p - T_e) \leq 3,6\right]$  et  $\left(\frac{K_m}{K_p}\right) \leq 30$  et donne des résultats proches des valeurs expérimentales à 6% près dans 90% des cas.

## 1.2. 2. 4 Etude thermique en régime turbulent

L'analogie entre transfert de chaleur et transfert de quantité de mouvement a permis l'évaluation des coefficients de transfert de chaleur dans des écoulements turbulents de fluides newtoniens et non newtoniens.

### 1.2. 2. 4. 1 Cas des fluides newtoniens

Nous donnons ici les principaux résultats relatifs au transfert thermique dans un tube. En régime turbulent, Chilton et Colburn (1934) ont corrélé des résultats expérimentaux et ont utilisé un facteur qui porte leurs noms :

$$j_T = \frac{C_f}{2} = St_T Pr^{\frac{2}{3}} = 0,023 Re^{-0,2} \quad (I- 121)$$

Le nombre de Nusselt est donné par :

$$Nu = 0,023 \cdot Re^{0,8} Pr^{1/3} \quad (I- 122)$$

avec  $Re > 10^4$  ;  $0,7 < Pr < 16700$  pour  $T_p = \text{constante}$

le nombre de Stanton décrit plus haut est donné par l'expression :

$$St = Nu/RePr \quad (I- 123)$$

$St_{(t)}$  nombre de Stanton dans le cas d'un régime turbulent.

En régime transitoire, Hausen (1943) a proposé:

$$St_{(t)} Pr^{1/3} = 0,116 \frac{1}{Re} (Re^{2/3} - 125) \left(1 + \left(\frac{D}{L}\right)^{2/3}\right) \text{ à } T_p = \text{constante} \quad (I- 124)$$

### I.2. 2. 4. 2 Cas des fluides non newtoniens

Metzner et Friend (1959) ont proposé une corrélation basée sur le facteur de frottement. Pour les fluides pseudoplastiques :

$$St_T = \frac{Nu}{Pe} = \frac{Nu}{RePr} = \frac{Cf/2}{1,2 + 11,8 \left( \frac{Cf}{2} \right)^{1/2} (Pr_p' - 1) Pr_p'^{-0,33}} \quad (I-125)$$

Cette relation est valable tant que  $Pr.Re^2.Cf > 5.10^5$

$Pr_p'$  nombre de Prandtl de Metzner et Reed calculé à la paroi.

Clapp (1961) a corrélé des résultats expérimentaux obtenus avec du carbopol ayant un comportement rhéologique pseudoplastique tel que  $0,698 \leq n \leq 0,786$ . Il a obtenu les relations suivantes:

$$Nu = 0,0041 Re^{0,99} Pr^{0,4} \quad (I-126)$$

ou plus généralement :

$$Nu = 0,023(9350)^{0,8(1-n)} Re^{0,8/n} Pr^{0,4} \quad (I-127)$$

Toutes ces différentes relations sont utilisées dans le cas d'écoulements monophasiques. L'introduction des particules sphériques dans un écoulement en conduite circulaire va perturber les champs dynamique et thermique.

### I.2. 3 Transfert de la chaleur dans un écoulement de suspensions solide-liquide

Le mécanisme de transfert de chaleur dans les écoulements chargés sont régis par plusieurs types d'échanges. Il y a les échanges de chaleurs particule/fluide, particule/particule, particule/paroi et fluide/paroi :

#### Echange de chaleur particule/fluide

L'échange de chaleur particule/fluide est donné par l'expression :

$$Nu = 2 + f(Re_{particule}, Pr)$$

avec  $Re_{part.}$  est le nombre de Reynolds calculé en connaissant la vitesse de glissement de la particule au sein du fluide.

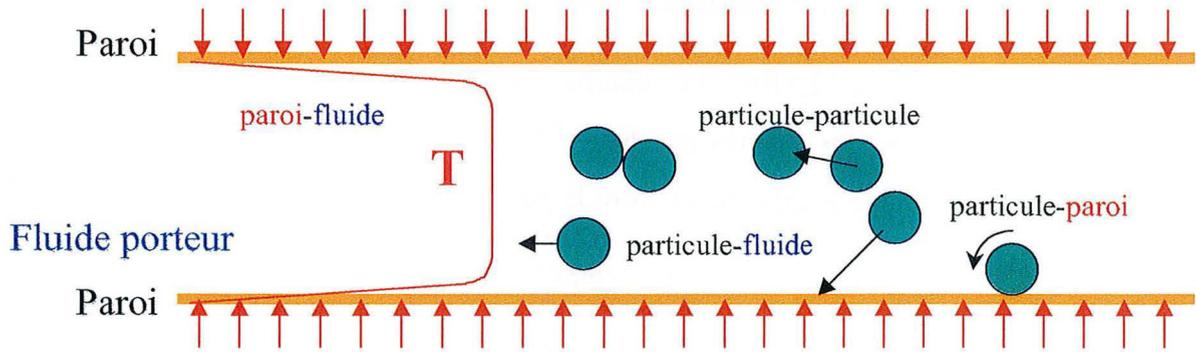
#### Echange de chaleur particule/particule

En général l'échange de chaleur particule/particule est négligeable aux faibles concentrations

**Echange de chaleur paroi/fluide et paroi/particule**

Ces deux types d'échanges ne sont pas discernables l'un de l'autre ; Ils sont ensemble pris en compte par une mesure de température pariétale sur la base d'un bilan thermique.

Pour qualifier l'échange de chaleur entre le fluide et les particules, une étude de l'évolution au cœur de l'une des particules, fixe ou mobile, permet d'établir les lois de transfert.



**Chauffage à flux constant, imposé électriquement.**

**Fig. I. 16 :** Mécanismes des différents types d'échanges de chaleur dans un écoulement chargé.

**I.2. 3. 1. Calcul de l'épaisseur de la couche limite thermique dans une suspension en écoulement**

Pour mieux apprécier le phénomène du transfert thermique dans une suspension de particule, il est nécessaire de vérifier comment se développe la couche limite thermique au sein de la suspension. Pour ce faire nous allons nous servir de l'équation du bilan thermique.

La température du mélange est donnée par l'expression :  $T_m(z) = T_e + \frac{\varphi_p}{M.C_p}$

La densité de flux de chaleur est donnée par l'expression  $\varphi(z) = h(z)(T_p - T_\infty)$  et qui peut être aussi de la forme :

$$\varphi(z) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} = -\lambda_{fluide} \frac{T_p - T_\infty}{\delta}$$

La densité de flux de chaleur fournie par la paroi est donnée par :

$$\varphi(z) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} = -\lambda_{paroi} \frac{T_p - T_\infty}{\delta} = \varphi_{connue}$$

Rappelons que :  $Nu = \frac{h(z)\delta}{\lambda_{fluide}}$

$$\text{Ainsi } Nu = \frac{hD}{\lambda_{\text{fluide}}} = \frac{\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right) D}{T_p - T_\infty} \text{ or } \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0} = \frac{T_p - T_\infty}{\delta}$$

$$\text{D'où } Nu(z) \approx \frac{D}{\delta(z)} \rightarrow \delta(z) \approx \frac{D}{Nu} \quad (\text{I-128})$$

### I.2.3.2. Les lois de transfert de chaleur d'une suspension dans un tube

A l'aide d'un tube vertical dans lequel s'écoulent des suspensions de sphères de résine ou de verre dans l'eau, Kono et al (1979) ont établi des lois de transfert. Les rapports de diamètres ( $d/D$ ) varient de  $7,910^{-3}$  à  $12,510^{-3}$ . Les nombres de Reynolds sont définis pour le mélange par  $Re = \frac{\rho_m U_d D}{\eta_L}$  et pour les sphères par  $Re_p = \frac{\rho_p U_p d}{\eta_L}$  où  $U_p$  est la vitesse moyenne des sphères prenant en compte le glissement entre la phase liquide et la phase solide. Le nombre de Nusselt est calculé pour le mélange:  $Nu = h.D/\lambda$  en faisant l'hypothèse que les sphères et le fluide sont à la même température. Les températures sont mesurées à la paroi par des thermocouples. Le réchauffage du mélange est assuré par un dispositif de circulation d'eau chaude donnant une température de paroi constante. Kono prend en compte la correction de viscosité par le facteur  $\left(\frac{\eta_p}{\eta_m}\right)$ .

Pour des nombres de Reynolds compris entre  $6.10^2$  et  $2.10^4$ , les influences des rapports  $d/D$ , de la masse volumique et de la fraction volumique de sphères sont mises en évidence. Kono propose une relation précise à 30% près dans les conditions suivantes :

$$\begin{aligned} 0,35 \leq d \leq 1 \text{ mm.} \\ 600 \leq Re \leq 10.000 \\ 13.10^2 \leq \rho_p \leq 2500 \text{ kg/m}^3 \\ 8 \leq D \leq 19 \text{ mm} \\ 1 \leq \phi \leq 10\% \end{aligned}$$

$$\log \left[ Nu Pr^{\frac{1}{3}} \left( \frac{\eta_p}{\eta_m} \right)^{-0,14} \right] = [0,5 + 0,3 \cdot 10^{-24\phi}] \frac{1,6}{Re_p^{0,2}} \left( \frac{\rho_p}{\rho_{eau}} \right)^{0,2} \cdot \log Re + \log \left[ 0,021 \cdot [(1 - 10^{-10\phi}) (Re_p + 20) - 3] \left[ 1 - \frac{d}{D} \left( \frac{\rho_p}{\rho_{eau}} \right) \right] \right] \quad (\text{I-129})$$

Dans cette relation, le mélange est étudié comme un fluide monophasique de caractéristiques rhéologiques propres. L'échange de chaleur entre la phase fluide et la phase dispersée n'apparaît pas c'est-à-dire qu'on ne quantifie pas le transfert entre le fluide et les particules.

### I.2.3.3. Le transfert de chaleur entre un fluide et une particule

Baucoup de recherches liées à la stérilisation en continu ont permis d'établir des relations de transfert de chaleur entre une particule immobile ou en mouvement et un fluide

porteur. Ces relations utilisent un nombre adimensionnel (le nombre de Biot) comparant la convection à la conduction thermique lors des échanges entre le fluide et la sphère dure.

Si une sphère baigne dans un milieu au repos, le nombre de Nusselt trouvé analytiquement prend la valeur suivante :  $Nu = 2$ : c'est la convection pure.

Les corrélations du nombre de Nusselt établies en convection forcée seront la somme de la valeur de la conduction pure et d'une expression intégrant les nombres de Reynolds, de Prandtl et le rapport  $d/D$  soit :

$$Nu = 2 + f(Re_p, Pr, d/D) \quad (I-130)$$

Chandarama et Gavin (1989) ont immobilisé des cubes de silicone et ont fait couler de l'eau et une solution amidonnée de nature non newtonienne. Les vitesses du fluide sont choisies faibles pour représenter les vitesses de glissement entre les particules et le fluide. Le fluide chauffé à la température de  $129,4^\circ\text{C}$  est envoyé sur les cubes. La réponse d'un thermocouple placé au centre des cubes donne l'évolution de la température en fonction du temps. Les corrélations obtenues sont différentes dans le cas newtonien et non newtonien :

$$Nu = 2 + 3,33 \cdot 10^{-2} Re^{1,08} \quad \text{pour l'eau} \quad (I-131)$$

avec  $287,29 < Re < 880,76$ .

$$Nu = 2 + 2,82 \cdot 10^{-2} Re'^{1,6} Pr'^{0,89} \quad \text{pour l'amidon} \quad (I-132)$$

avec  $1,23 \leq Re' \leq 27,38$  et  $9,47 \leq Pr' \leq 376,18$ .

Sastry et al (1990) ont utilisé une sphère reliée à un thermocouple se déplaçant au sein d'un écoulement d'eau à  $45^\circ\text{C}$ . Les auteurs ont fait varier différents paramètres pour montrer leur influence tels que le rapport  $d/D$ , la masse volumique des sphères et le débit du fluide monophasique. La mesure des vitesses du fluide monophasique et des particules a permis de contrôler la vitesse de glissement. La comparaison du coefficient de transfert de chaleur par convection  $h$  avec les études précédentes, a montré un accroissement de  $h$  par rapport à l'étude de Lee et Singh (1990) et un recouvrement partiel des valeurs de Sastry et al (1990), de Heppell (1985) et de Stoforos et al (1991).

Dans le cas où l'on tient compte du glissement fluide-particule, les corrélations de la littérature utilisées à titre de comparaison avec les résultats de cette étude sont présentées dans le tableau I-6

Il a noté que près de la région de contact, la conduction à travers la particule est plus significative que l'augmentation de la convection. Selon les résultats obtenus par Kiviany (1988), le transfert de chaleur par conduction des particules en verre est presque trois fois plus grand que l'augmentation par convection alors que pour les particules en cuivre, la conduction est deux fois plus importante.

L'influence de la particule, qui passe près de la paroi, sur le transfert par convection est plus prononcé, spécialement en amont de la région de contact. Cette étude numérique a montré, pour les particules entrant en collisions avec la paroi, que celles qui sont conductrices favorisent beaucoup le transfert de chaleur par contact et que la conduction et la convection dans le cas des particules peu conductrices sont presque les mêmes. Par exemple pour les particules en verre, les contributions de la convection et de la conduction sont presque les mêmes

Kaviani (1988) a montré l'influence de la particule sur le transfert convectif de la chaleur à la paroi de la conduite (particule/paroi), puis sur le transfert de chaleur par conduction associée à la collision des particules avec la paroi en considérant des particules à diffusivités thermiques faibles ou élevées.

Les résultats qu'il a obtenus montrent que, pour les particules à diffusivités thermiques élevées, le transfert par conduction est dominant et les particules atteignent presque l'équilibre thermique local avec le fluide. Par conséquent ces particules recouvrent rapidement la chaleur perdue au cours de l'impact.

En général, le coefficient d'échange thermique peut être subdivisé en plusieurs composantes telles que :

$$h_l = h_{sp} + h_{fi} = h_{sp} + h_{pl} + h_{pf} \quad (I-134)$$

avec

- $h_l$  : coefficient d'échange dans le lit circulant
- $h_{fi}$  : coefficient d'échange de chaleur dans le fluide interstitiel
- $h_{sp}$  : coefficient d'échange de chaleur dans la suspension
- $h_{pl}$  : coefficient d'échange de chaleur des particules au lit circulant
- $h_{pf}$  : coefficient d'échange de chaleur de la particule au fluide.

Nous ajoutons pour terminer que les changements de géométrie sont présents dans tous les procédés industriels. Nous les retrouvons au niveau des raccords de tuyauterie (vannes, bacs, raccords de pompe, les coudes, les T, les tuyères, et d'autres singularités) De tels changements de géométrie perturbent fortement l'écoulement en aval de la singularité mais sont généralement bénéfiques pour le transfert de chaleur.

Plusieurs études en mécanique des fluides et en thermique sur les suspensions en écoulement ont été faites en prenant en compte le transfert thermique entre particules, grâce à des modèles phénoménologiques continus.

Ramasubramanian et Pandey (1995) ont utilisé un vase cylindrique à fond plat et en acier dont le diamètre intérieur est de 300 mm et de 450 mm de hauteur chauffée à la puissance de 4 kW, et des particules faites de poudre de magnésium suivi d'une couche de

touffe de laine et aussi du sable et des échantillons de charbon en poudre. Ces particules sont collectées dans le but de minimiser l'effet de la taille des particules pendant les études du transfert de chaleur dans les suspensions. Le sable et le charbon sont dispersés séparément dans le fluide porteur (l'eau) avec une échelle de concentration variant de 1,4% et 1,45% et de dimensions comprises entre -295 à 211 $\mu$ m.

Pandey (1978), dans une étude précédente, a analysé l'effet de la vitesse de l'agitateur sur le transfert de chaleur dans des suspensions sable/eau et charbon/eau. Il a montré que le coefficient de transfert de chaleur augmente avec la croissance de la vitesse de l'agitation pour deux suspensions sable/eau et charbon/eau. Il a mis, ainsi en évidence, qu'une grande vitesse d'agitation intensifie la turbulence, et qu'une turbulence est à la base de l'augmentation du transfert thermique. Ceci contribue au fait que la vitesse élevée intensifie la turbulence à l'intérieur de l'équipement chauffant qui conduit au transfert effectif de la chaleur.

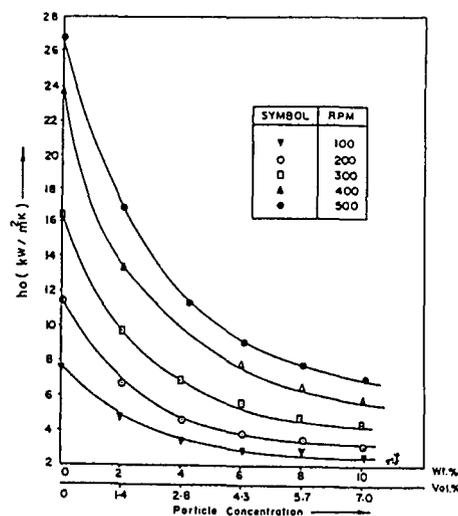
L'analyse des données suggère une relation en loi de puissance entre les nombres de Nusselt et de Reynolds d'où

$$Nu = B.(Re)^n \quad (I-135)$$

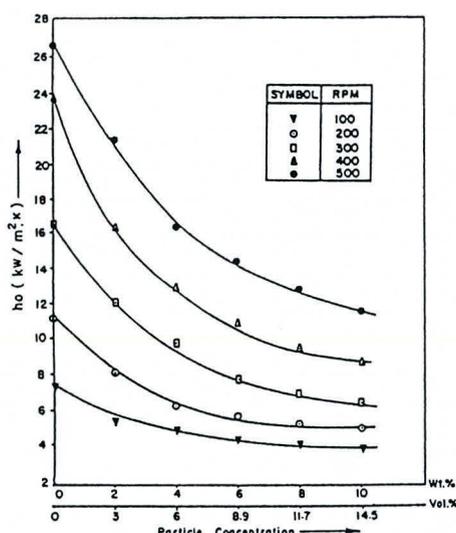
avec  $n = 0,7$  pour les deux suspensions

B varie avec les propriétés physico-chimiques du liquide porteur et reste constant uniquement pour une composition donnée de particules solides en suspensions (figures I-18 et I-19)

Les auteurs, ont surtout voulu montrer l'effet de la concentration de particules sur le transfert thermique. Ainsi, ils ont mis en évidence l'influence de la conductivité thermique, la taille des particules et la concentration des suspensions sont les paramètres les plus importants qui gouvernent le rôle des particules pendant le transfert thermique dans les suspensions. Plus loin, la vitesse de particule et la population de particule dans n'importe quelle partie du vase, dépend de la taille de la particule, de la densité, de la concentration et de la profondeur de l'agitateur et la vitesse de l'agitation de la suspension.



**Fig. I. 18 :** Influence de la concentration de particule sur le coefficient de transfert de chaleur pour des suspensions sable-eau.



**Fig. I. 19 :** Influence de la concentration de particule sur le coefficient de transfert de chaleur pour des suspensions charbon-eau.

Bird et al (1960) ont observé que le transfert de chaleur diminue avec la croissance de la concentration des particules solides dans les suspensions en isovitesse. Ils représentent cette variation du coefficient de transfert de chaleur avec la concentration en particules respectivement des suspensions sable/eau et charbon/eau.

Ces résultats sont conformes à ceux obtenus par Cummings et West (1950) et Frantisak et al (1968) mais contredisent ceux obtenus par Shah et Rao (1969) et Trivedi et al (1975). Shah et Rao (1969) et Trivedi et al (1975) ont conclu à une forte dépendance de la densité de flux de chaleur de la conductivité thermique des particules solides dans les suspensions. Du fait que la conductivité et la capacité thermiques des particules de sable et de charbon sont plus faibles que celles du fluide porteur, une augmentation de la concentration en particules fait décroître la conductivité thermique et la capacité calorifique de la suspension.

Les auteurs ont étudié le transfert de chaleur dans un vase agité et ont montré qu'une augmentation de la densité de flux de chaleur accroît la concentration en particules solides dans la suspension.

Dans leurs travaux sur l'agitation et le transfert de chaleur dans des suspensions, Cummings et West (1950) ont, pour la première fois, observé une diminution du taux de transfert de chaleur par rapport aux fluides monophasiques.

Engel et Hougen (1963) ont étudié des suspensions d'acétate d'isoamyl hydrolysé dilué dans un grand volume d'eau où la réaction chimique se déroule sous l'effet d'un catalyseur d'une résine d'échange d'ion acide maintenu en suspension par un agitateur rapide. La résistance globale à l'hydrolyse est considérée comme la somme de la résistance du liquide autour des particules catalytiques et le catalyseur lui-même est influencé par le degré d'agitation uniquement pour les particules de diamètre supérieur à  $100\mu\text{m}$ . La résistance globale augmentait aussi pour des vitesses excédant 600 tours par minute. Ces suspensions sont soumises à un mouvement d'agitation.

Néanmoins Sohn et Cheng (1981) et Chung et Leal (1982) ont observé une augmentation significative de la conductivité thermique effective dans un écoulement de Couette en rotation à faible nombre de Reynolds de deux suspensions diphasiques à faibles concentrations en particules.

En effet Sohn et Cheng (1981) ont utilisé, des grains sphériques de polyéthylène à forte densité dans un mélange d'huile de silicone et du pétrole et des particules de polystyrène dans un mélange d'huile de silicone et de fréon-113 et ils ont observé une augmentation de la conductivité thermique effective dans un écoulement de cisaillement de deux suspensions, conséquence d'une microconvection.

Les études de cette microconvection ne peuvent pas être séparées des autres effets dans le cas du transfert de chaleur dans un mélange diphasique. De plus, la viscosité de la suspension augmenterait avec l'accroissement de la concentration en solides et la perte de vitesse de particules due aux collisions entre particules et leur agglomération. Tout changement de ces paramètres causerait une diminution du nombre de Reynolds et compenserait les effets de la turbulence créée par l'agitation.

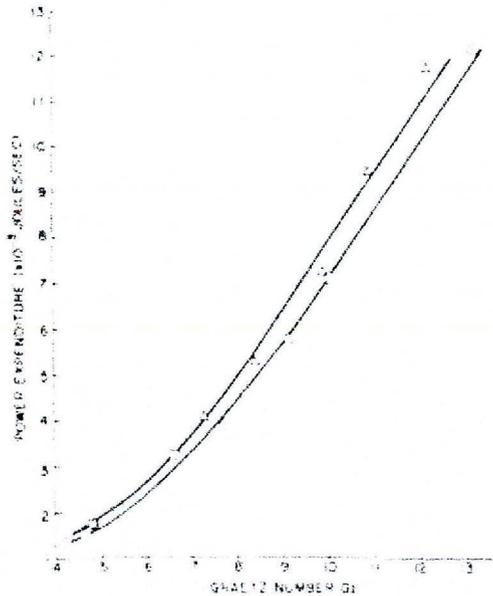
Ahuja (1982) par une série d'expériences, a montré l'existence de l'augmentation du transfert de chaleur dans un écoulement laminaire de suspensions. L'origine de cette augmentation réside dans le cisaillement induit par les rotations des particules en suspensions et par le fait que la suspension devient plus visqueuse que le fluide suspendant pris seul.

Pour cela, l'auteur disposait comme fluide suspendant de la solution de chlorure de sodium concentrée à 5,5% et à 5,2% en poids et des sphères de polystyrène de diamètre  $2.a=100\mu\text{m}$  en suspension qui s'écoule dans une conduite de longueur  $L = 0,552 \text{ m}$  et de  $0,001 \text{ m}$  de diamètre et à 4,64% de fraction volumique.

A la concentration de 5,5% de NaCl, il obtint  $Re = 382 \div 1204$ , et à 5,2% de NaCl, il atteint  $Re=379 \div 960$ .

Les effets de la dimension des particules, de la fraction volumique, des dimensions de la conduite, de la diffusivité du fluide suspendant et le débit sur le transfert de chaleur ont été explorés et ont été reconnus comme des paramètres importants qui influent sur l'écoulement. Les données du transfert thermique ont été présentées dans le but de faire le design thermique d'un échangeur de chaleur. Relatif au transfert de chaleur dans un fluide suspendant, le nombre de Nusselt est augmenté de 82% pour une particule de  $100\mu\text{m}$  de diamètre de 4,64% de fraction volumique en suspension pour un nombre de Graetz égal à 15.

L'efficacité de l'échangeur est augmentée de 25% pendant que la dépense d'énergie pour la propulsion de la suspension n'est augmentée que de 8%. (Fig. I-20)



**Fig.I-20** : Courbes de dépense de la puissance en fonction du nombre de Graetz

Récemment Hoareau (1996) a travaillé sur des suspensions de particules de grandes dimensions de rapport d'aspect soit  $\frac{d}{D}=0,15$ . Il a surtout mis l'accent sur l'écoulement des suspensions dans une géométrie complexe.

Dans la singularité étudiée, le comportement des sphères est directement influencé par la présence de zones de recirculation en aval de l'élargissement brusque. Il a montré que la singularité assure le brassage du mélange en favorisant, du coup, le transfert de chaleur entre la paroi et le mélange. Il a constaté que l'accélération du bouchon dû au convergent, limite le temps de séjour de certaines particules dans la zone de chauffage.

En dynamique, l'auteur a constaté que :

- dans le cas de l'eau en écoulement turbulent ( $Re > 20000$ ), une diminution de la valeur du gradient pariétal de vitesse diphasique par rapport à sa valeur monophasique dans le tube et dans la géométrie complexe,
- l'influence des particules sur le gradient pariétal de vitesse est plus grande dans la géométrie complexe que dans le tube.

En thermique, Hoareau (1996) a montré que :

- il y a accroissement de l'échange thermique en présence de particules par rapport à ce qui existe dans le cas monophasique,
- pour les plus fortes concentrations de solide, il y a la possibilité d'encombrement ou d'encrassement dans le coin de l'élargissement brusque, se soldant par une baisse de transfert de chaleur,
- il y a une diminution du transfert de chaleur dans le diphasique pour une solution très diluée de Tylose chargée à 50% en particules,
- l'effet de saturation limite l'échange entre le mélange et la paroi,
- le siège d'une grande turbulence favorise l'augmentation nette du nombre de Nusselt et le transfert de chaleur dans une zone de recirculation en développement ne présente pas

d'augmentation nette du nombre de Nusselt au point de recollement par rapport au reste de la conduite.

Hoareau a conclu que le nombre de Nusselt maximum a lieu dans le convergent et enfin, il a établi une expression du nombre de Nusselt maximum en fonction du nombre de Reynolds généralisé, à savoir :

$$Nu_{\max} = 2 \cdot Nu^{0,6} \quad (I- 136)$$

Une étude a été menée sur la dégradation de suspensions de grosses particules fragiles lors du traitement thermique en continu et en cuves mécaniquement agitées (Belaubre 2000).

L'auteur a mis au point une suspension modèle et des tests spécifiques permettant de quantifier la fermeté des particules (tests de compression extrusion et de pénétration).

Il a aussi montré que le traitement en continu semble beaucoup plus efficace que celui en systèmes mécaniquement agités.

## Conclusions

### *Remarques générales*

Concernant la rhéologie des suspensions, nous remarquons que tous les modèles proposés sont validés pour des suspensions de particules de tailles micrométriques. Ces modèles ne sont pas validés pour des suspensions dont les dimensions caractéristiques sont grandes en regard de la dimension du tube d'écoulement.

Concernant l'écoulement des suspensions, l'analyse bibliographique montre toute la difficulté de donner un modèle simple de pertes de charge car de trop nombreux paramètres sont à prendre en considération :

- rhéologie du fluide porteur
- concentration en phase solide
- rapport de densité
- rapport d'aspect
- vitesse d'écoulement,

Cette complexité se reflète évidemment sur les lois de transfert thermique. Car là encore, la nécessité de prendre en compte tous les paramètres ayant quelque influence sur le coefficient de transfert ont conduit à des corrélations soit très complexe soit trop simplistes donnant dans les deux cas des écarts importants avec les résultats expérimentaux.

### *Nos objectifs sont les suivants :*

Il nous semble intéressant de vérifier si les modèles rhéologiques donnés pour des suspensions de particules microscopiques peuvent s'appliquer à nos suspensions de « grosses » particules.

Les mesures rhéologiques ne pouvant pas être faites sur les rhéomètres classiques, nous ferons les mesures en écoulement de Poiseuille laminaire.

Nous compléterons celles-ci par une analyse de la dynamique de ces écoulements chargés à partir de mesures de profils de vitesses effectués à l'aide de la VLD (vélocimétrie laser à effet Doppler) et UVP (vélocimétrie ultrasonore).

Enfin, nous effectuerons une étude thermique des écoulements de suspensions aux vues des conclusions que nous aurons dégagées à l'issue des études rhéologique et dynamique.





**CHAPITRE II**  
**DISPOSITIFS EXPERIMENTAUX**  
**ET TECHNIQUES**  
**DE MESURES**



## CHAPITRE II DISPOSITIFS EXPERIMENTAUX ET TECHNIQUES DE MESURES

Dans ce chapitre, nous ferons une description générale du dispositif expérimental. Ensuite nous présenterons les matériels (fluides et particules) et techniques utilisés ainsi que leur mise en œuvre. Nous insisterons particulièrement sur les différentes modélisations rhéologiques des fluides porteurs.

### II-1. DISPOSITIF EXPERIMENTAL

#### II. 1. 1 Description générale du dispositif expérimental

Le montage expérimental schématisé sur la figure (II-1) est essentiellement constitué d'une boucle d'essais et d'une veine d'expérience.

Le montage est composé d'un groupe motopompe, d'un échangeur tubulaire en graphite, d'un bac en amont, d'un tube de PVC (chlorure de polyvinyle) placé en aval du bac en amont, d'un tube de PMMA (polyméthacrylate de méthyle) transparent, d'une veine de mesure, d'une conduite de dérivation, d'un débitmètre électromagnétique et d'un bac aval.

La présence d'une phase de particules solides sensible aux contraintes mécaniques a déterminé le choix du groupe motopompe. Celui que nous avons utilisé, est suffisamment puissant pour permettre l'écoulement des produits très visqueux à des débits approchant les 12 m<sup>3</sup>/h (vitesse débitante  $U_d = 4,6$  m/s).. C'est une pompe centrifuge à roue semi-ouverte et à rotor hélicoïdal afin de ne pas dégrader trop vite la phase solide.

En sortie de pompe, le mélange aspiré du bac aval est refoulé dans un échangeur tubulaire en graphite, destiné à réguler la température du mélange. La température d'entrée de la suspension dans la veine d'essais est maintenue constante avec une précision de 0,2°C.

Ensuite, le mélange arrive dans un bac amont destiné à amortir les pulsations dans l'écoulement induites par la pompe à homogénéiser le mélange liquide-solide et la température.

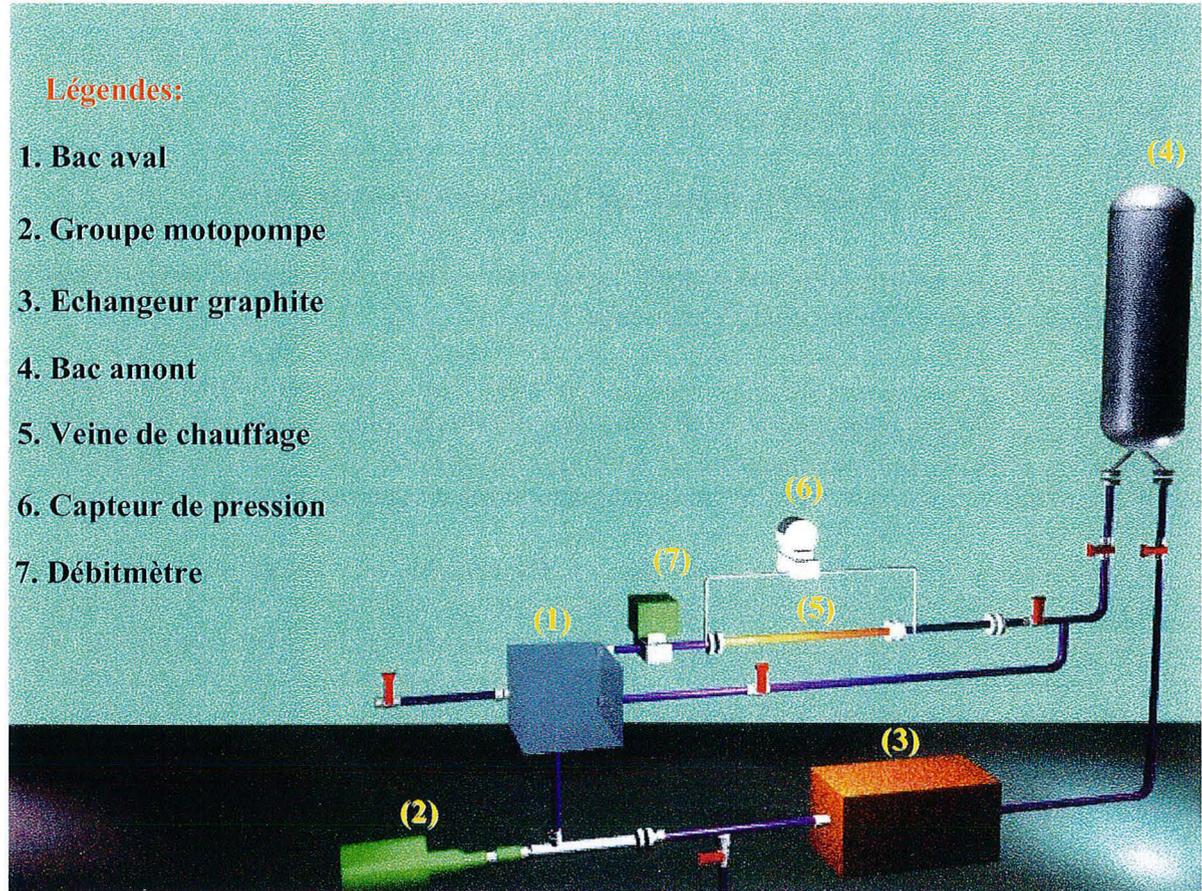
Un tube de chlorure de polyvinyle (P.V.C.) d'une longueur de 34,54 diamètres (soit 1,05 m), et un autre tube transparent de polyméthacrylate de méthyle (P.M.M.A.) d'une longueur de 39,87 diamètres (soit 1,212 m), disposés successivement en série et de même diamètre (0,0304 m), permettent d'obtenir l'établissement dynamique de l'écoulement. Ils sont suivis de la veine d'expérience qui est aussi en P.M.M.A.. Une conduite de dérivation relie la sortie du bac amont au bac aval ; elle permet d'adapter le débit du mélange aux conditions de manipulation désirées

En sortie de la zone de mesures, un débitmètre électromagnétique, constitué d'un élément cylindrique en Téflon et de deux électrodes de platine, mesure le débit en temps réel.

Un bac en aval, placé en sortie de la veine d'expérience et de la conduite de dérivation, a pour but de tranquilliser l'écoulement, d'assurer une charge minimale sur la pompe et d'introduire les phases solide et liquide dans la conduite.

Des prises de pression à l'entrée et à la sortie de la veine d'essais permettent la mesure des pertes de charge à l'aide d'un capteur de pression différentiel.

Les principales caractéristiques de la boucle d'essais sont résumées dans le tableau II-1.



**Fig. II-1** : Schéma de la boucle d'essais.

Diamètre intérieur de la conduite	$D = 0,0304 \text{ m}$
Longueur totale de la veine de mesures	$L_D = 73,2 D$
Longueur chauffée	$L_{Th} = 71 D$
Débit	$Q_v = 0 \div 12 \text{ m}^3/\text{h}$
Vitesse débitante	$U_d = 0 \div 3,84 \text{ m/s}$
Puissance dissipée	$P = 0 \div 3 \text{ kW}$
Densité de flux de chaleur	$\varphi = 15\,000 \text{ W/m}^2$
Nombre de prises de pression	6
Nombre de prises de thermocouples en paroi	66
Surface latérale de la partie chauffante	$S_{latérale} = 0,21 \text{ m}^2$

**Tableau II-1** : Caractéristiques de la boucle d'essais.

### II. 1. 2 Les tubes et les veines d'expérience

Pour effectuer la mesure de la perte de charge dans une conduite, nous avons utilisé un tube de P. M. M. A.. Deux prises de pression placées à chaque extrémité du tube P. M. M. A. permettent d'effectuer la mesure de perte de charge sur une longueur de 2,225.m. Les tubes sont adaptés à la mise en œuvre de diverses techniques de mesures telles que l'utilisation de la vélocimétrie ultrasonore à effet Doppler et la vélocimétrie laser à effet Doppler (LDA).

Pour les essais en situation anisotherme, on utilise une veine d'essais en cuivre (longueur totale, 2,16 m) autour de laquelle un fil chauffant (Thermocoax) est bobiné. Cette veine permet un chauffage électrique pariétal à densité de flux constante (Puissance maximale : 4126 W);55 thermocouples insérés dans la paroi permettent de mesurer la température pariétale locale le long du tube en cuivre.

Les températures mesurées sont enregistrées avec une centrale d'acquisition des données du type AOIP SA 70, pilotée à l'aide d'un P.C. muni d'un logiciel d'exploitation "AOIP Instrumentation".

### II. 1. 3 Mesure des grandeurs électriques et calculs préliminaires

Afin d'établir des bilans thermiques ou d'accéder à certains paramètres adimensionnels caractérisant les échanges thermiques, tel que le nombre de Nusselt, il faut également mesurer diverses grandeurs électriques. Ainsi on a la possibilité de mesurer :

- la puissance électrique en sortie de l'autotransformateur, c'est à dire la puissance de chauffage disponible, notée P, elle est de 4126 Watt au maximum.
- la tension électrique U aux bornes du groupe de résistance chauffante enroulée autour de la conduite cylindrique.

\* Calcul de la puissance de chauffage et incertitudes

Pour ce circuit électrique nous obtenons la relation liant cette puissance aux grandeurs électriques mesurées :

$$P=UI\sqrt{3}\cos\varphi \quad (\text{II-1})$$

L'incertitude relative sur la puissance est  $\frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta I}{I}$  avec  $\frac{\Delta U}{U} = 1,01\%$  (donnée du constructeur) et  $\frac{\Delta I}{I} \approx 0,49\%$  (donnée du constructeur). Ainsi l'incertitude relative sur la puissance est alors de  $\frac{\Delta P}{P} \approx 1,5\%$

\*Calcul des densités de flux de chaleur et incertitude

Nous devons effectivement estimer la densité de flux  $\varphi$  imposée sur le cylindre, car ces grandeurs figurent dans l'expression du nombre de Nusselt. Les expressions de  $\varphi$  sont obtenues à partir des relations classiques utilisées :

$$\varphi = \frac{P}{S_{\text{latérale}}} = \frac{P}{\pi \cdot D \cdot l_{\text{therm.}}} \quad (\text{II-2})$$

$$\text{Ainsi } \frac{\Delta \varphi}{\varphi} = \frac{\Delta P}{P} \approx 1,5 \%$$

avec

- $l_{\text{therm.}}$ , la longueur de la partie chauffante du tube en cuivre
- P, puissance de chauffage transmise au tube en cuivre
- D, diamètre de la conduite

\* détermination du coefficient d'échange et incertitudes

Rappelons la définition du nombre de Nusselt local  $\text{Nu}(z)$  :

$$\text{Nu}(z) = \frac{\varphi}{T_p(z) - T_m(z)} \frac{D}{\lambda} \quad (\text{II-3})$$

La température de mélange  $T_m$ , à une position axiale  $z$  donnée, est obtenue à l'aide d'un bilan thermique, en négligeant les pertes calorifiques vers l'extérieur :

$$T_m(z) = \frac{2 \cdot \pi \cdot z \cdot \varphi \cdot R}{\rho \cdot Q_v \cdot C_p} + T_e \quad (\text{II-4})$$

avec ( $T_e$ , température d'entrée).

L'erreur majorée sur la valeur du nombre de Nusselt provient essentiellement de celles commises sur le calcul de  $\varphi$ , ainsi que sur les mesures du débit  $Q_v$  et des températures  $T_{P1}$  et  $T_e$ . Nous obtenons alors une incertitude relative donnée par :

$$\frac{\Delta Nu}{Nu} \approx \frac{\Delta \varphi}{\varphi} \left[ 1 + \left( \frac{T_m(z) - T_e}{T_p(z) - T_m(z)} \right) \right] + \frac{\Delta T_p}{T_p(z) - T_m(z)} + \frac{\Delta T_e}{T_p(z) - T_m(z)} + \left( \frac{T_m(z) - T_e}{T_p(z) - T_m(z)} \right) \frac{\Delta Q_v}{Q_v}$$

Il apparaît clairement que les deux principales sources d'erreur sur la détermination du nombre de Nusselt sont les coefficients  $\frac{\Delta T_p}{T_p(z) - T_m(z)}$  et  $\frac{\Delta T_e}{T_p(z) - T_m(z)}$ . En effet, nous avons estimé l'incertitude absolue sur les températures de paroi à environ 0,2°C (et environ 0,2°C pour la température d'entrée du fluide).

Par conséquent, à l'entrée de la zone chauffée (où  $T_p \approx T_m$ ),  $\frac{\Delta T_p}{T_p(z) - T_m(z)}$  peut atteindre une valeur de :

$$\frac{\Delta T_p}{T_p(z) - T_m(z)} = \frac{0,1}{8,076} 100 = 1,25 \%$$

et 
$$\frac{\Delta T_e}{T_p(z) - T_m(z)} = \frac{0,1}{8,076} 100 = 1,25 \%$$

avec 
$$\frac{T_m(z) - T_e}{T_p(z) - T_m(z)} = 0,022\%$$

pour une puissance de chauffage limitée à 4,126 kW (ce qui est notre cas) l'incertitude relative globale est donnée par:

$$\frac{\Delta Nu}{Nu} = 2,79\%$$

A la sortie cette incertitude n'est que de 1,29%

## II-2 MATERIELS ET METHODES

### II. 2. 1 Mesures rhéologiques

Pour étudier les lois d'écoulement et le transfert thermique d'un fluide quel qu'il soit, il est important de connaître au préalable ses propriétés rhéologiques. Cette connaissance se fait par l'intermédiaire d'un certain nombre d'appareils de mesures rhéologiques utilisant différentes méthodes. Nous n'avons utilisé que le viscosimètre rotatif du type plan-cône (écoulement entre un disque et un cône), est un type de rhéomètre qui présente des avantages comparables à ceux de la fig. II-2 et dont nous nous sommes servi pour la caractérisation rhéologique de nos produits.

Le principe de mesure de ce dernier appareil est fondé également sur l'approximation du petit entrefer. Il présente les avantages suivants :

- on peut considérer avec une très bonne précision que la contrainte et la vitesse de déformation (taux de cisaillement) sont constantes en tout point de l'échantillon, dans la mesure où l'angle cône-plateau est inférieur à 5°,
- il permet d'atteindre des vitesses de cisaillement élevées,

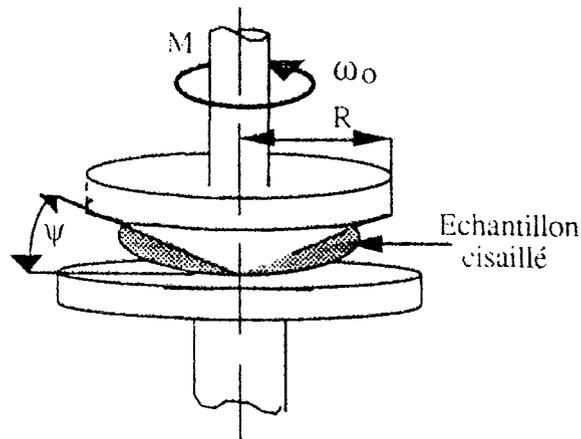
- il est particulièrement adapté à l'étude des substances dont l'écoulement, à un instant donné, dépend de l'histoire mécanique antérieure (liquides thixotropes, rhéopectiques, etc.) et des substances présentant un seuil d'écoulement (couple imposé),
- la mesure ne requiert qu'un très faible volume d'échantillon.

Il est à noter que les viscosimètres rotatifs peuvent se distinguer les uns des autres selon qu'ils fonctionnent à vitesse de rotation ou à couple imposé.

Dans ce qui suit nous donnons le principe de fonctionnement ainsi qu'une description détaillée du rhéomètre que nous avons utilisé pour nos essais thermorhéologiques.

\* Principe de fonctionnement du rhéomètre rotatif de type plan-cône.

La substance étudiée est emprisonnée entre un plateau et un cône de révolution, de rayon  $R$ , dont l'axe est perpendiculaire au plan du plateau et dont le sommet est situé sur le plateau (Fig. II. 2). L'angle  $\psi$  que fait la génératrice du cône avec le plateau est petit : il est toujours inférieur à  $5^\circ$  et peut descendre jusqu'à  $0,3^\circ$ .



**Fig. II-2 :** Schéma du rhéomètre rotatif plan-cône.

On peut imposer au cône :

- soit un couple de rotation connu  $M$  ; on mesure alors la vitesse angulaire  $\omega_0$  correspondante.
- Soit une vitesse angulaire de rotation  $\omega_0$  donnée ; on mesure alors le couple de rotation  $M$  correspondant.

Comme pour le viscosimètre de couette, la détermination du comportement du fluide nécessite la connaissance de la loi de répartition de la vitesse angulaire et vice versa. Nous ne savons pas, à priori, comment résoudre ce problème. Toutefois on peut remédier à cette difficulté en se plaçant dans le cas du petit entrefer. On démontre ainsi que pour des angles cône-plateau très petits, ( $\psi \leq 5^\circ$ ), on peut considérer avec une très bonne approximation que la contrainte  $\tau$  et la vitesse de cisaillement  $\dot{\gamma}$  sont constantes dans tout l'espace occupé par l'échantillon entre le cône et le plateau et qu'elles s'expriment par les relations :

$$\tau = \frac{3M}{2\pi R^3} \quad (\text{II-5})$$

$$\text{et } \dot{\gamma} = \frac{\omega_0}{\tan(\psi)} \approx \frac{\omega_0}{\psi} \quad (\text{II-6})$$

Les relations (II-10) et (II-11) permettent de déterminer aisément, par la mesure de  $M$  et  $\omega_0$  ( $\psi$  et  $R$  spécifiés par le constructeur), les valeurs de  $\tau$  et de  $\dot{\gamma}$  correspondantes. En faisant varier  $M$  ou  $\omega_0$ , il est facile d'en déduire la courbe d'écoulement  $\tau = f(\dot{\gamma})$ .

#### \*Rhéomètre utilisé

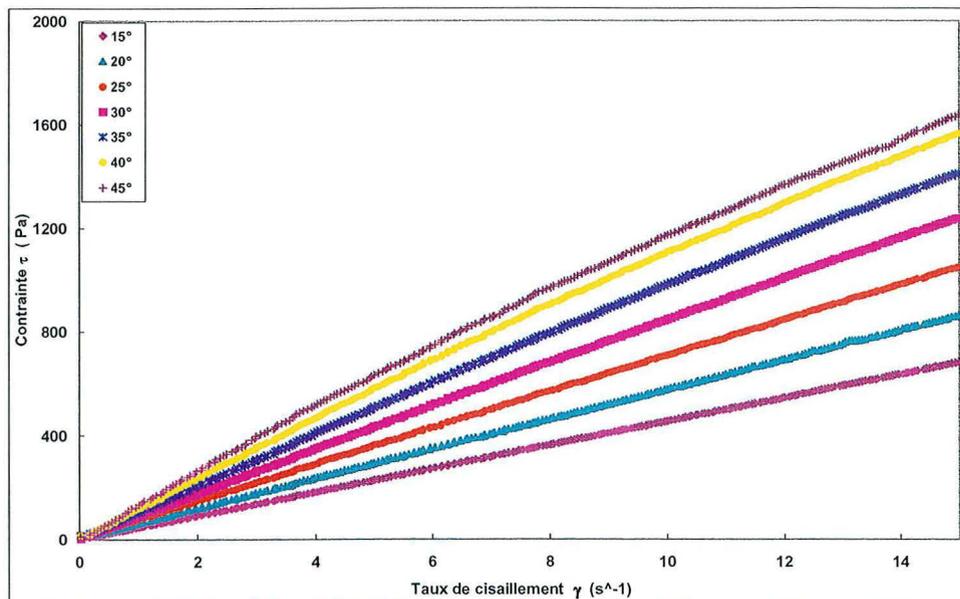
Les caractéristiques rhéologiques des fluides étudiées ont été déterminées à l'aide d'un rhéomètre à contrainte imposée.

Le fluide est placé entre un plateau fixe et un cône de révolution, de rayon  $R$ , dont l'axe est perpendiculaire au plan du plateau et dont le sommet est situé sur le plateau. Nous avons utilisé un cône en acier inoxydable (qui possède un faible coefficient d'expansion thermique) de rayon  $R = 0,03\text{m}$  et d'angle  $\alpha = 2,1^\circ$  et un cône acrylique de rayon  $0,03\text{m}$ , de  $48,4\mu\text{m}$  de troncature avec un angle  $\alpha = 1,58^\circ$ .

L'ensemble des essais a été réalisé à contrainte imposée, sur le rhéomètre AR 1000 Rheolyst (Texas Instruments modèle AR 1 000 ST-B) équipé d'outillage cône-plan piloté par un PC Elonex 5 200 x. Le P. C. est muni d'un logiciel de pilotage et un autre logiciel destiner à analyser les résultats. Cet appareil permet d'effectuer des essais d'écoulement, de fluage et d'oscillation.

En communiquant au cône une vitesse de rotation constante  $\omega$ , nous obtenons un cisaillement constant en tout point de l'échantillon avec  $\dot{\gamma}$  variant de 0 à  $500\text{ s}^{-1}$  ( $\dot{\gamma} = \frac{\omega}{\alpha}$ ).

Les résultats sont transmis à un ordinateur PC qui les stocke et sont ensuite analysés.



**Fig. II-2a** : Rhéogramme de la sirode glucose à 80%

## II. 2. 2 Fluides et mélanges

Au cours de notre étude, nous avons utilisé trois types de fluides : de l'eau, du sirop de glucose, et du carboxyméthylcellulose (C. M. C.) comme fluides porteurs dans le cas des mélanges.

### \*Fluides newtoniens

#### \*Propriétés physiques de l'eau

Elles varient faiblement en fonction de la température. La masse volumique diminue avec l'augmentation de la température, la chaleur spécifique croît avec l'augmentation de la température et la conductivité thermique augmente avec la croissance de la température (tableau II-2).

#### \* Propriétés rhéologiques de l'eau

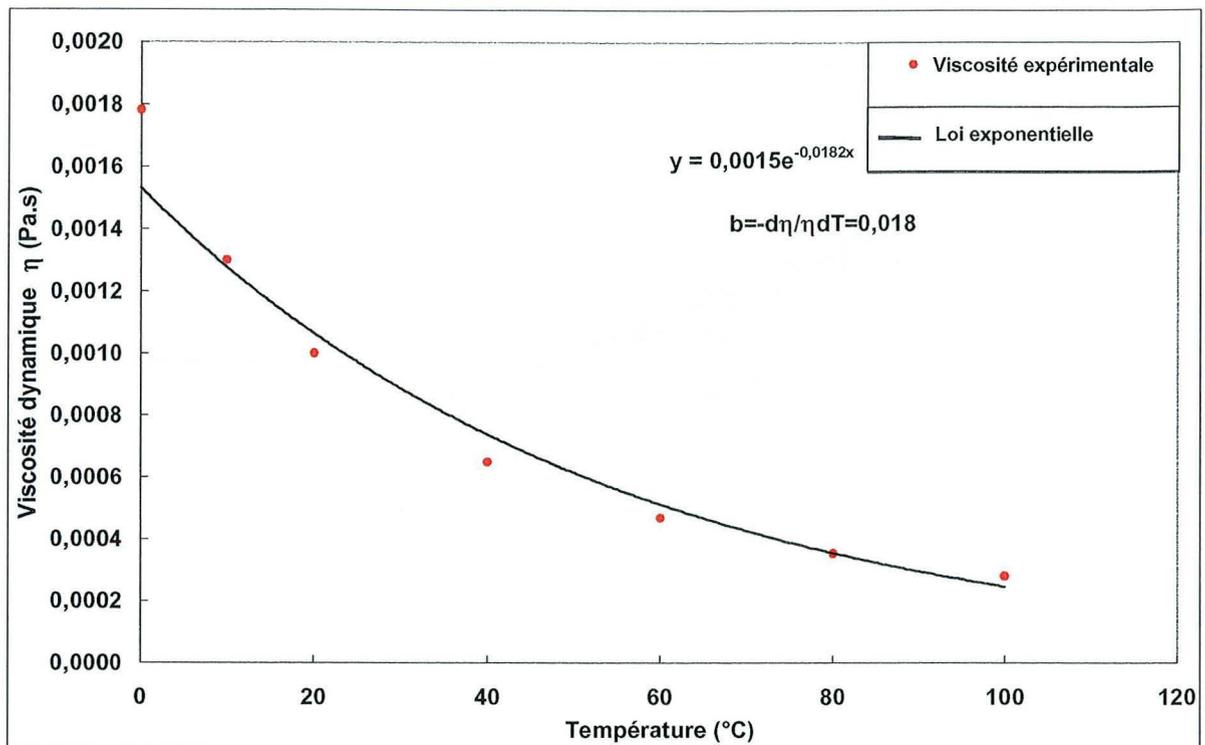
La viscosité dynamique est constante quel que soit le taux de cisaillement auquel elle est soumise.

#### \* Effets de la température sur les paramètres rhéologiques de l'eau

La viscosité dynamique  $\mu$  baisse avec l'augmentation de la température (Fig. II-3).

Température (°C)	Chaleur spécifique $C_P$ ( $J/kg.K$ )	Conductivité $\lambda$ ( $W/m.K$ )
20	4182	0,597
60	4184	0,651
80	4196	0,668
100	4216	0,68

**Tableau II-2** :Propriétés physiques.



**Fig. II-3** : Evolution de la viscosité de l'eau en fonction de la température.

#### \*Sirop de glucose

#### \* Propriétés physiques

Le sirop de glucose fabriqué à partir de blé, a une masse volumique de  $1437,1 \text{ kg/m}^3$  ; il a une viscosité constante de  $24,63 \text{ Pa.s}$  à  $20^\circ\text{C}$  ; c'est un fluide newtonien très visqueux et thermodépendant avec une conductivité thermique ( $\lambda$ ) égale à  $0,404 \text{ W/m.}^\circ\text{C}$  (données fournies par le fabricant) (Fig. II. 4). Sa viscosité étant élevée, nous l'avons dilué à différentes concentrations.

#### \* Préparation de la solution de sirop de glucose

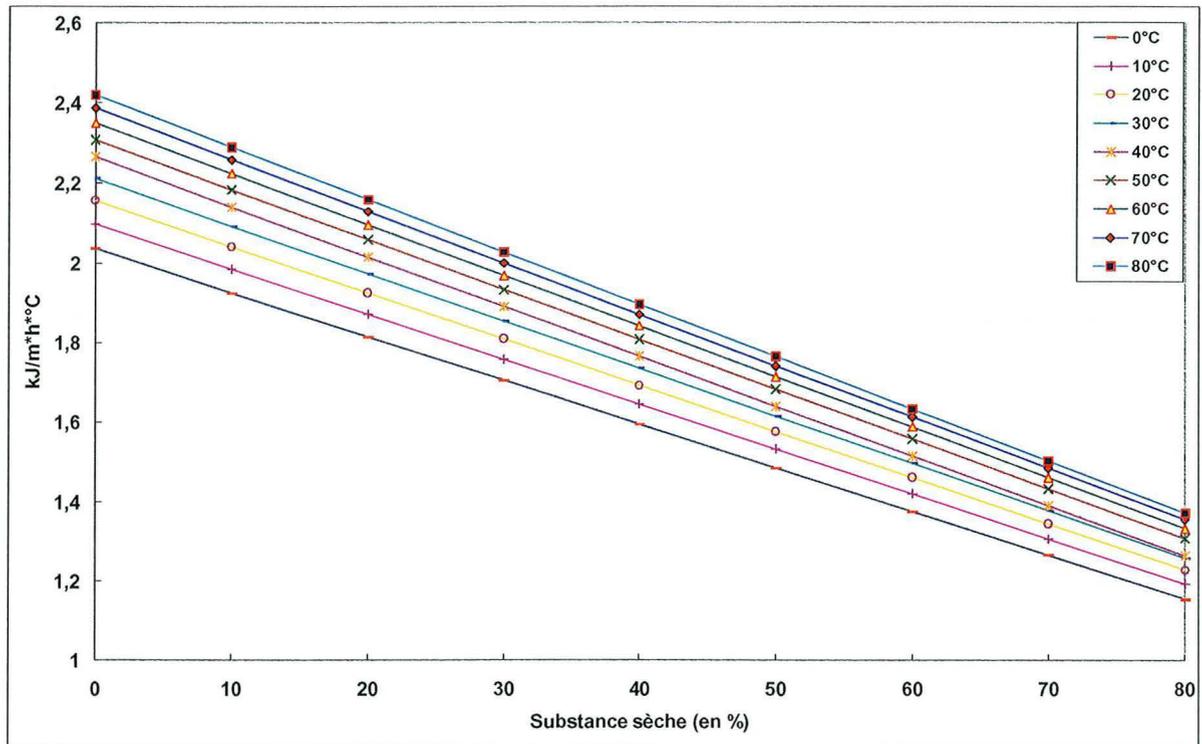
Nous avons dilué du sirop de glucose dans de l'eau, respectivement à 11 %, 20 % et 35 % en volume. Les différents essais que nous avons faits nous ont permis de constater que la solution de glucose à 89 % a une viscosité élevée et ne correspond pas à celle que nous recherchons alors qu'à 65 %, elle est trop diluée.

Après plusieurs tests, nous avons choisi la solution de glucose à 80% dont la masse volumique est de  $1141,3 \text{ kg/m}^3$ . Cette solution a un comportement newtonien avec une viscosité allant jusqu'à  $0,069 \text{ Pa.s}$ . à la température de  $20^\circ\text{C}$ . (Fig. II-5)

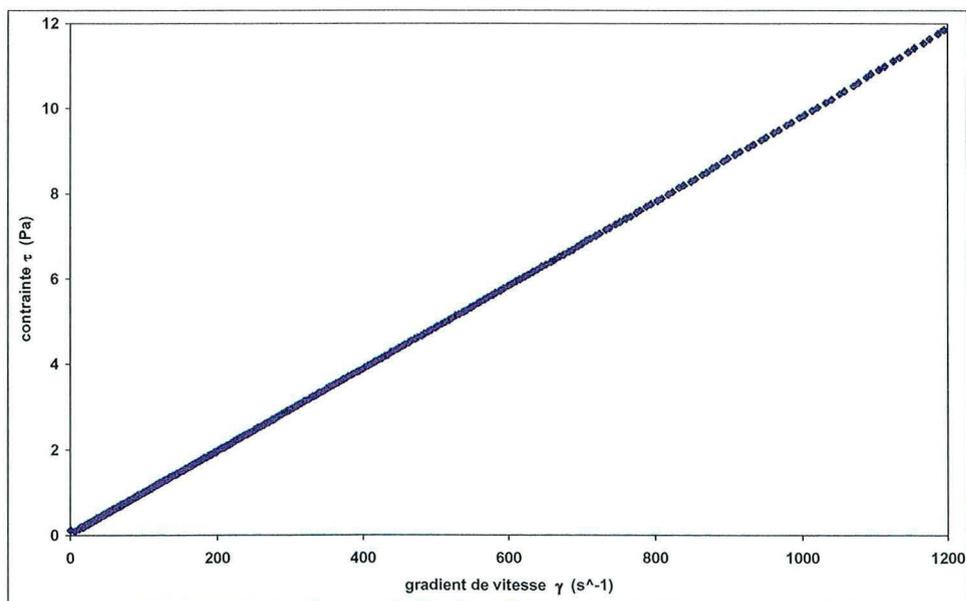
Pour préserver la solution contre la dégradation bactérienne, nous y avons ajouté quelques gouttes de solution de formaldéhyde à 150 litres de solution de glucose.

#### \* Effets de la température sur la viscosité

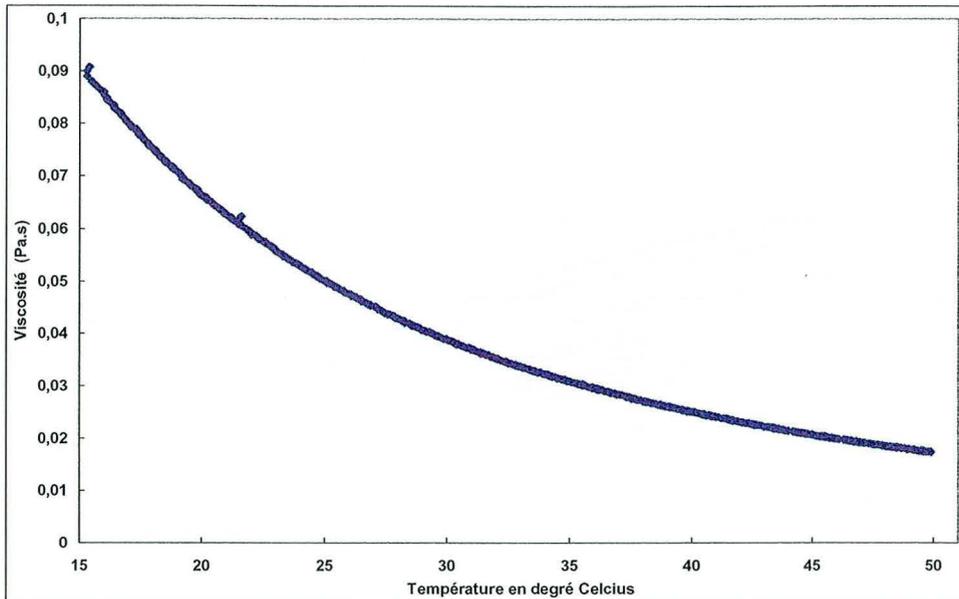
La viscosité dynamique de la solution du sirop de glucose varie en fonction de la température. Elle est fortement thermodépendante (Fig. II. 6).



**Fig. II-4** : Conductivité thermique des solutions de dextrose ( $\text{kJ} / \text{h} * \text{m} * ^\circ\text{C}$ ) en fonction de la substance sèche.



**Fig II-5** : Evolution de la viscosité dynamique du sirop de glucose en fonction du gradient de vitesse à la température de 20°C.



**Fig II-6 :** Evolution de la viscosité de la solution du sirop de glucose en fonction de la température.

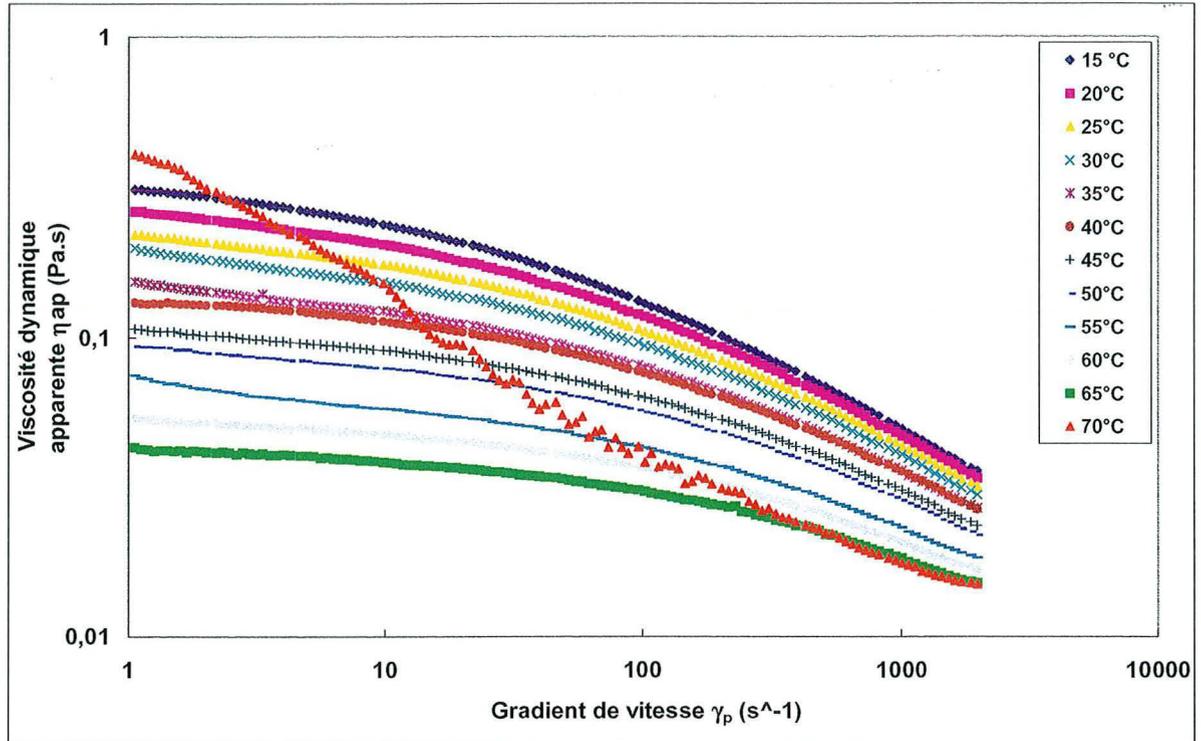
#### **\*Fluide non newtonien - cas de la solution du carboxyméthylcellulose (C.M.C.)**

La carboxyméthylcellulose a un comportement non-newtonien. C'est un éther cellulosique qui s'obtient sous forme de sel de sodium en faisant agir le monochloracétate de sodium sur la sodiocellulose. La carboxyméthylcellulose à bas degré de substitution est soluble dans l'eau. Ce fluide est, en fait, une suspension colloïdale formée de très fines particules. Pour s'affranchir des dégradations bactériennes, nous y avons ajouté quelques grammes de sulfate de cuivre. Le fluide est transparent et permet l'utilisation de la LDA.

Quelques auteurs tels que Shaver et al (1959), Ernst (1965) et Bassett et al (1975) ont utilisé la C.M.C. du fait de sa nature pseudoplastique, non réducteur de frottement pour des concentrations suffisantes (supérieures à 0,05 %).

Nous avons préalablement effectué plusieurs essais en concentrations pour en arriver à un choix définitif. Nous avons étudié systématiquement l'influence de la concentration et de la température sur la rhéologie des différentes solutions.

Nous avons effectué quelques essais en circulation qui ont montré que le fluide subissait des dégradations par traitement thermomécanique. Le fluide est dégradé quand il est soumis à une température de plus de 65°C (Fig :II. 7). Ce fluide dégradé se présente sous forme de précipité.



**Fig. II-7 :** Evolution de la viscosité dynamique apparente de la solution de C.M.C. à différentes températures et mise en évidence de la dégradation du produit à une température supérieure à 65°C.

#### \* Propriétés physiques de la CMC

Pour les fluides complexes, la plupart des auteurs admettent que la masse volumique et la chaleur spécifique sont identiques à celles de l'eau. Christiansen et Graig (1962) en ont vérifié pour la carboxyméthylcellulose. Nous avons effectué une mesure de la masse volumique à la température ambiante du fluide modèle et avons trouvé  $\rho = 888,25 \text{ kg/m}^3$  et c'est cette valeur que nous avons adoptée par la suite. Nous avons aussi adopté la chaleur spécifique de l'eau pour la solution de C.M.C. (Scirocco ; 1985). Ainsi la chaleur spécifique du C.M.C est de :

$$C_p(20^\circ\text{C})=4180 \text{ J. kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \quad , \quad C_p(60^\circ\text{C})=4184 \text{ J. kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}.$$

#### Conductivité thermique $\lambda$

Christiansen et Graig (1962) ont trouvé que ce paramètre fondamental pour l'étude thermique, est pour le C.M.C. le même que celui de l'eau avec une précision de 1 à 3 %. Bellet et al (1975) ont élaboré une cellule à cylindres coaxiaux qui permet la détermination de  $\lambda$  lors que le régime thermique est établi, celle de  $\rho C_p$  lorsque le régime est transitoire. Ils ont constaté que  $\lambda$  décroît de manière notable, à température fixée, quand la concentration en C.M.C. croît. L'évolution de  $\lambda$  avec la température est la même que celle obtenue pour de l'eau.

Lee, Cho et Hartnett (1981) ont effectué des mesures systématiques de conductivité thermique de solutions non newtoniennes. Ils ont obtenu que pour des concentrations de produits inférieurs à 1%,  $\lambda$  est identique à la valeur de l'eau avec une précision de 5%.

Antonini, Pain et Napitupulu (1984) ont mis au point une sonde de mesure in situ de la conductivité thermique et ont obtenu des résultats qui concordent avec ceux de Lee et al (1981).

Au vu de ces différents résultats, nous avons adopté pour notre étude la valeur de la conductivité de l'eau pour la solution de carboxyméthylcellulose, quelque soit sa concentration, ce qui nous paraît une approximation très acceptable dans l'état actuel des connaissances.

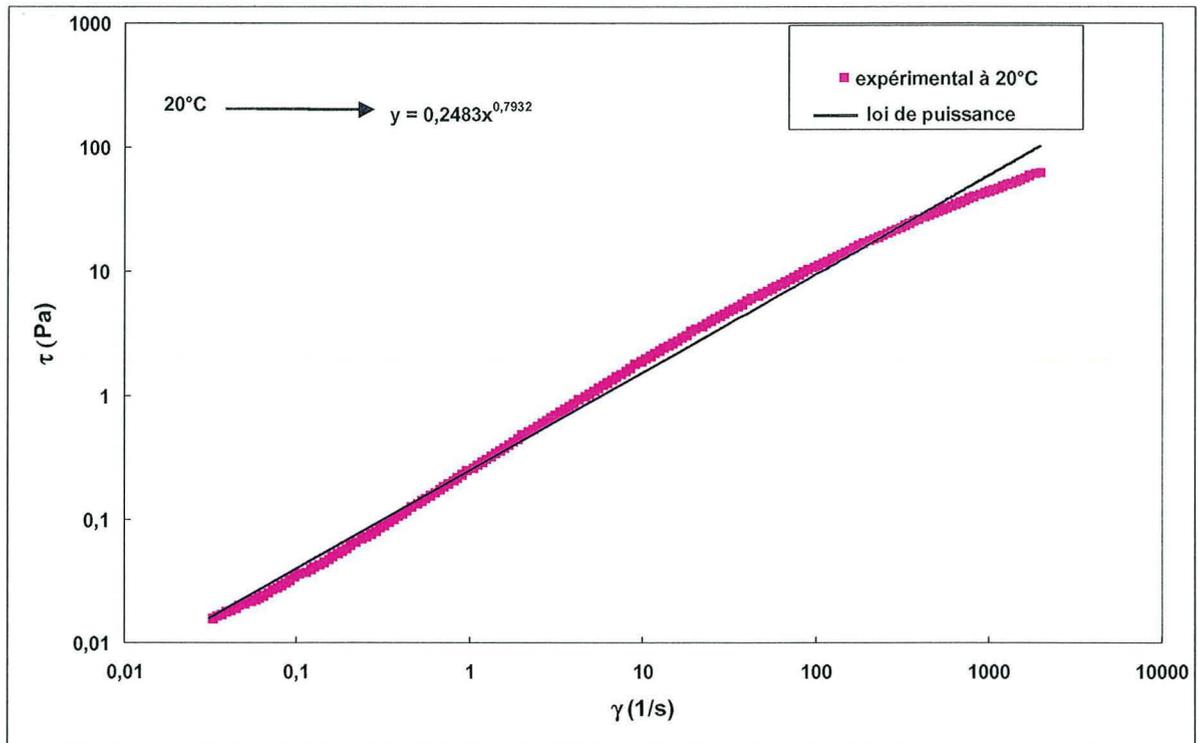
#### \* Modélisation en loi de puissance

La loi de puissance est satisfaite pour  $0,1 \text{ s}^{-1} < \dot{\gamma} < 30 \text{ s}^{-1}$ . Elle présente un comportement pseudoplastique de la forme  $\tau = K\dot{\gamma}^n$ . Nous avons analysé la solution de C.M.C. en procédant à des modélisations sur deux gammes de cisaillement.

La caractérisation du fluide nous a permis de constater que l'exposant de la loi de comportement est globalement constant car il y a orientation des molécules dans le sens du cisaillement. Mais cet exposant évolue un peu, sans doute sous l'effet du désenchevêtrement des chaînes moléculaires. Il est, malgré tout, difficile d'analyser ce phénomène que l'on pourrait appeler de rupture de pente. Il est à noter que Shaver et Merrill (1959) ont constaté cette anomalie et ont pensé qu'il s'agissait d'une modification de la structure moléculaire sous l'action d'un fort cisaillement (Fig. II. 8).

Les différentes analyses que nous avons faites à travers ces divers résultats permettent de confirmer que notre produit est bien un fluide complexe, de comportement non newtonien régi par la loi de puissance appelé fluide pseudo-plastique :

$$\tau = K\dot{\gamma}^n \quad (\text{II.7})$$



**Fig. II-8** : Exemple de Rhéogrammes pour la solution de C.M.C. à 0,5 % à 20°C.

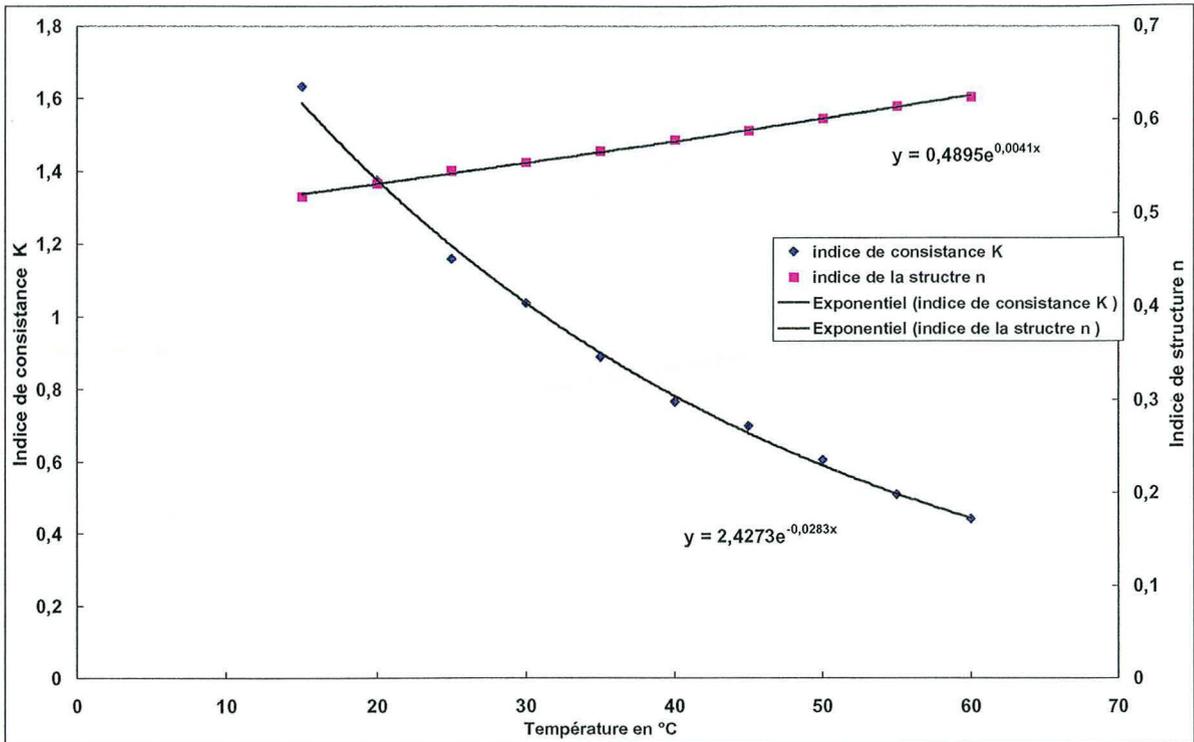
Effet de la température sur les paramètres rhéologiques

Nous avons pu corréler les résultats sous la forme  $K = a e^{-bT}$  et  $n = a' e^{b'T}$  (Fig. II. 9).  
 Dans notre cas (C.M.C. 0,5%) :

$$K = 2,4273 \cdot e^{-0,028T}, \quad n = 0,4895 \cdot e^{0,0041T}$$

**Remarque**

Il est à noter, que selon la préparation du produit, les lois de variations  $K(T)$  et  $n(T)$  peuvent être légèrement différentes. Il est donc nécessaire de déterminer ces lois chaque fois que nous préparons un nouveau produit. A chaque expérimentation, il est nécessaire d'effectuer de nouveaux les rhéogrammes pour tenir compte de l'évolution du produit.



**Fig. II-9 :** Evolution des indices rhéologiques en fonction de la température pour la solution de C. M. C. à 0,5 %.

Nous avons aussi procédé à une nouvelle modélisation afin de prendre en compte le caractère newtonien de la C.M.C. à faibles cisaillements.

\* Modélisation complète du rhéogramme :

Le rhéogramme de notre CMC montre que le modèle d'Ostwald ne peut pas être validé sur toute la plage de gradient de vitesse de cisaillement. Nous proposons de modéliser le comportement rhéologique de notre CMC en la considérant comme une suspension (Cf Chapitre I.4).

*(Les détails du calcul sont précisés en Annexe 4)*

$$\eta = \frac{\eta_0}{\left[1 + (t_c \cdot \dot{\gamma}_p)^{0,5}\right]} \quad (\text{II-8})$$

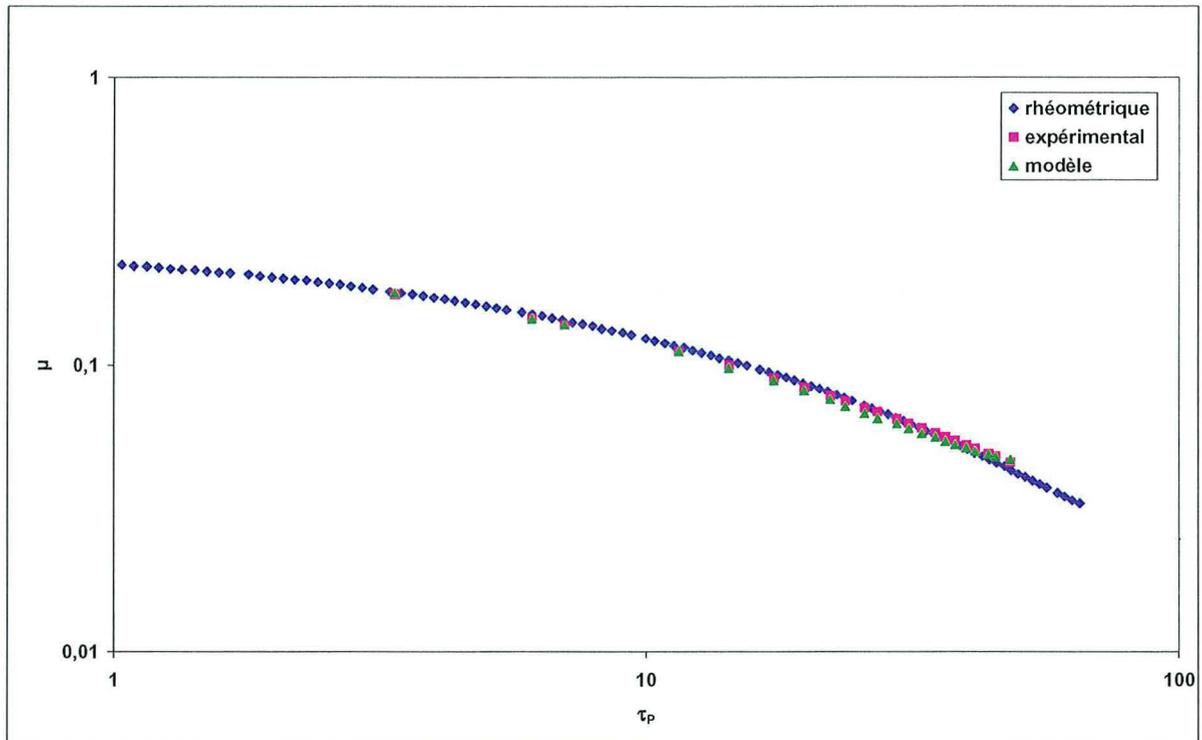
à 20°C, nous avons  $\eta_0 = 0,3149$  Pa.s.

$$\eta = \frac{0,3149}{\left[1 + (t_c \cdot \dot{\gamma}_p)^{0,5}\right]} \quad (\text{II-9})$$

avec  $\dot{\gamma}_p$  : taux de cisaillement à la paroi.

$t_c = \frac{1}{\dot{\gamma}_c}$  : temps caractéristique de déplacement d'une particule

Ce modèle est en bon accord avec les mesures (écart de 0,04%) (Fig. II. 10).



**Fig. II-10 :** Comparaison des valeurs de la viscosité de la C.M.C. déterminée à l'aide de la rhéométrie, du modèle et celles obtenues expérimentalement à 20°C (mesure de pertes de charge).

### \* Production des sphères d'alginate et problèmes d'écoulements de la phase solide

La phase solide est constituée de sphères dures d'alginate d'un diamètre moyen de l'ordre de 4,4 mm.

Elles sont obtenues en faisant tomber, goutte à goutte, une solution liquide d'alginate dans un bain de chlorure de calcium où les sphères formées pendant leur chute polymérisent une fois en contact avec la solution.

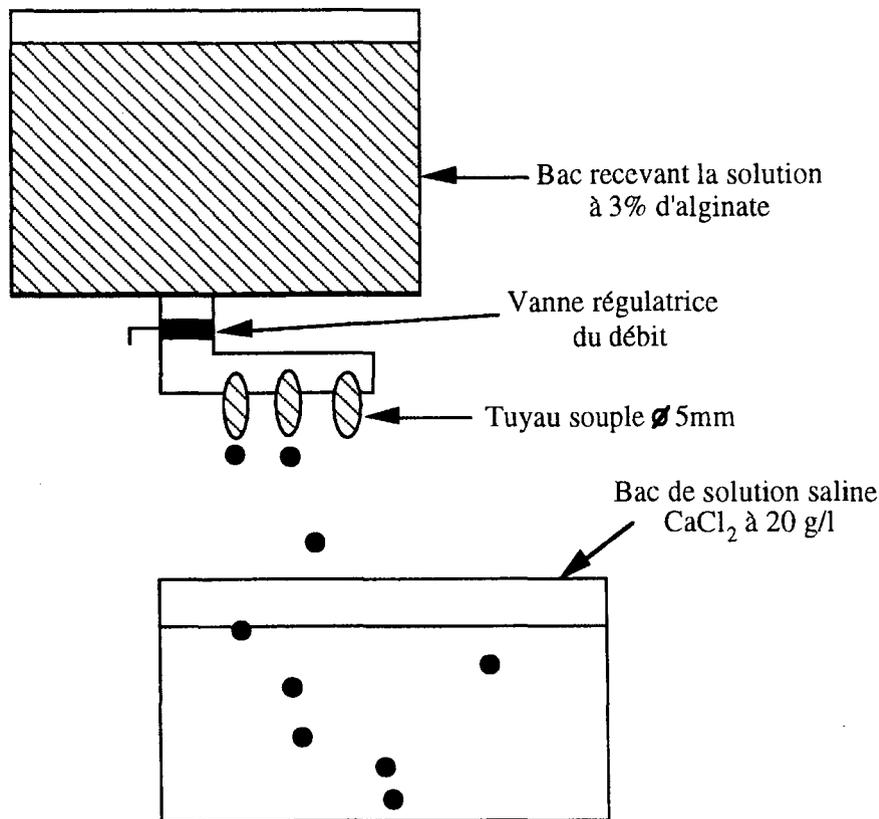
#### \*Production des sphères d'alginate

La méthode de fabrication des sphères d'alginate a été communiquée par le CERIA de Bruxelles. Les travaux de Hoareau (1996) nous ont permis de connaître la méthode de fabrication des sphères d'alginate.

Une solution à 3% d'alginate (Protanal L F 10/60 ou Protanal S F 120) soit 600 grammes de Protanal pour 20 litres d'eau permutée. La solution a été brassée jusqu'à homogénéisation complète. Un dispositif permet de faire couler cette solution gouttes à gouttes dans un bac contenant une solution de chlorure de calcium ( $\text{CaCl}_2$ ) à raison de 20 grammes par litres.

La goutte, prenant la forme d'une sphère pendant la chute libre, polymérise en surface au contact de la solution saline. Il faut environ 1 heure pour assurer une complète polymérisation des sphères mais leur tenue mécanique est d'autant meilleure que le temps passé dans la solution est long.

Les écoulements de mélange dans la boucle d'essais nous ont imposé une production importante de billes d'alginate (Fig. II-11).



**Fig. II-11** : Production de sphère d'alginate (Hoareau, 1996).

#### \*Problèmes d'écoulements du mélange

Les premiers essais ont fait apparaître des difficultés liées à l'écoulement des sphères (de masse volumique égale  $1052,2 \text{ kg/m}^3$ ). Cette masse volumique étant légèrement supérieure à la masse volumique du fluide porteur, elle a pour conséquence la possibilité d'une sédimentation à faibles débits. Le bac aval de la boucle d'essais est le siège d'une accumulation de solide entraînant une modification de la concentration en sphères ; ceci peut modifier les propriétés rhéologiques du mélange. Pour pallier ce phénomène, nous avons réalisé chaque série d'essais à débit constant.

La tenue mécanique des billes d'alginate ne permettait qu'une présence de quelques heures dans l'écoulement avant leur dégradation complète. Une fois dégradée, les fragments de billes ont ensuite un comportement propre transformant le mélange en mélange de sphères de différentes dimensions.

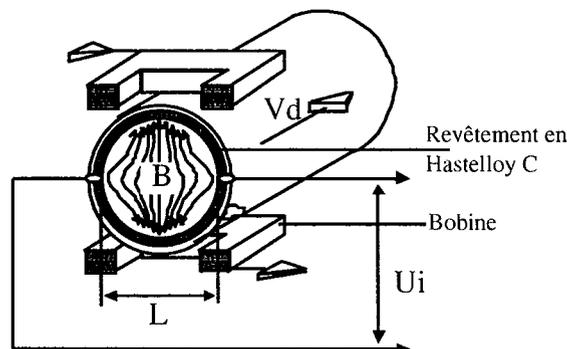
Le passage dans l'échangeur de chaleur a révélé des difficultés d'écoulement liées à la sédimentation à un débit donné, dépendant de la viscosité du fluide et de la concentration en sphères : l'écoulement se bloque par accumulation avec la formation de bouchon au cœur de l'écoulement. Les essais ont permis de connaître les limites de blocage des mélanges.

## II. 3 TECHNIQUES DE MESURE

### II. 3. 1 Mesures des débits

Le débitmètre donne une mesure indépendante du profil de vitesse, introduit de faibles pertes de charge et n'est influencé ni par la température et la pression ni par la viscosité du fluide. Les sphères d'alginate étant conductrices, la mesure n'en est pas affectée grâce à la mise à la masse de la partie métallique de la conduite. La littérature cite des variations de débit au cours du temps dans les écoulements solide-liquide.

L'intérieur du cylindre de mesure est recouvert de Téflon et les électrodes sont en alliage hastelloy C protégeant le débitmètre des agressions de la solution. Le débitmètre a une précision de 1%.



**Fig. II-12** : Schéma de principe de fonctionnement du débitmètre électromagnétique.

Le débitmètre électromagnétique donne une mesure basée sur la loi de Faraday. Un liquide conducteur traversant perpendiculairement un champ magnétique induit une tension  $U_i$  sur les électrodes de mesures (Fig. II.12).

$$U_i = B \cdot L_{el} \cdot V_d \quad (II.-10)$$

- $B$  champ magnétique,  
 $L_{el}$  , distance entre les électrodes,  
 $V_d$  vitesse débitante du fluide conducteur (ou du mélange),

Le débitmètre est livré étalonné ; cependant, dans un souci d'évaluer l'erreur commise sur la mesure, en particulier pour les faibles débits, nous avons contrôlé l'étalonnage. Nos résultats sont les suivants :

$$Q_v \leq 0,1 \frac{m^3}{h} , \quad \frac{\Delta Q_v}{Q_v} \approx 10\%$$

$$0,1 \frac{m^3}{h} \leq Q_v \leq 1 \frac{m^3}{h} , \quad \Delta Q_v \approx 0,012 \frac{m^3}{h}$$

$$Q_v \geq 1 \frac{m^3}{h} , \quad \frac{\Delta Q_v}{Q_v} < 1\%$$

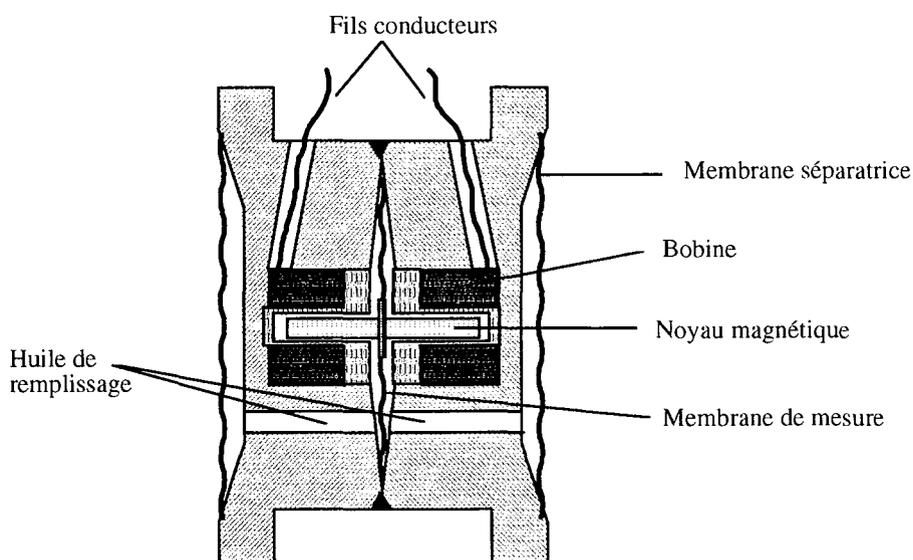
et aux débits élevés, la précision peut être de 0,5% environ.

### II. 3. 2. Mesures de pression

Les mesures des différences de pression entre les prises, situées de part et d'autre du tube P. M. M. A., ont été obtenues avec des capteurs de pression différentielle à inductance variable. L'élément sensible de la cellule de mesure est constitué d'une membrane solidaire d'un noyau magnétique se déplaçant dans l'entrefer de deux bobines (Fig. II-13). La différence de pression appliquée sur les deux membranes séparatrices est transmise à la membrane de mesure par l'intermédiaire d'un liquide de remplissage. Le déplacement du noyau modifie l'inductance mutuelle de deux bobines et le potentiel du point milieu de ces deux inductances.

Cette variation de potentiel est traitée puis amplifiée. Une sonde thermique permet de compenser d'éventuels effets dus à la température. Le signal de sortie, un courant 4 à 20 milliampères, est lu sur un multimètre à affichage digital ou transformé en signal 2 à 10 V afin d'être enregistré directement sur un P.C. d'acquisition.

Nous avons utilisé un capteur, d'étendue de mesure allant jusqu'à 1000 mbars, pouvant être réglé sur des plages de 1/4 à 1/1 de la différence de pression maximale avec une précision de mesure de l'ordre de 0,15%. L'étalonnage a été réalisé avec des colonnes d'eau.



**Fig. II-13** : Capteur de pression différentielle à inductance variable.



La totalité de ces thermocouples (55) insérés dans la paroi, est reliée à une centrale d'acquisition.

D'autres thermocouples mobiles sont disposés perpendiculairement à l'axe de la conduite de manière à déterminer profil radial l'évolution de la température.

Un thermocouple placé à l'entrée de la veine d'expérience permet de contrôler si la température est maintenue constante à l'entrée (20° C).

### II. 3. 4. Mesures des vitesses

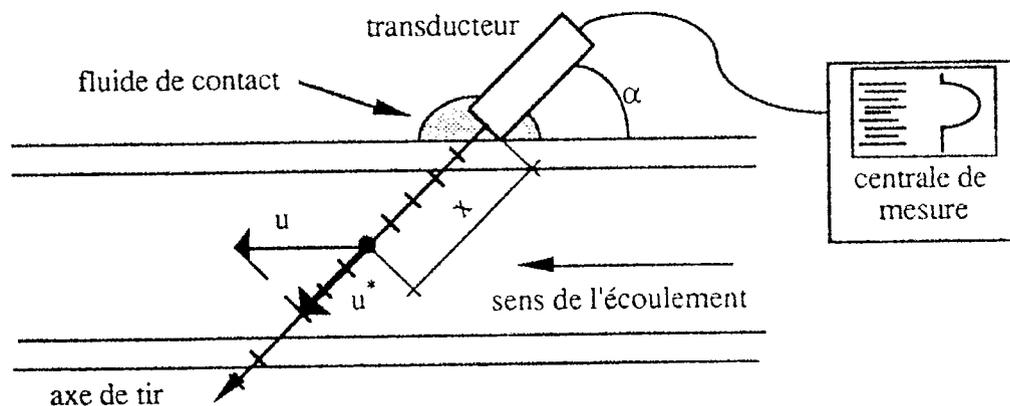
\*Détermination des profils de vitesse par vélocimétrie ultrasonore (UVP)

Afin d'étudier les profils de vitesse en régime stationnaire mais aussi leurs évolutions au cours du temps, nous avons mis en œuvre la vélocimétrie ultrasonore. Le principe utilise l'effet Doppler pulsé, qui transforme la vitesse locale de l'écoulement en une variation de la fréquence d'écho ultrasonore. Par analyse des fréquences Doppler au cours du temps, nous obtenons les profils instantanés de vitesses.

#### \*Principe de la mesure

La sonde ultrasonore que nous utilisons est un cristal piézo-électrique excité par une tension alternative. Celle-ci met en vibration le cristal qui produit une onde sonore. Cette onde se propage à une vitesse fonction du milieu qu'elle traverse. Lorsqu'elle rencontre un obstacle porté par l'écoulement, l'onde est réfléchie, il est alors possible de déterminer la position de l'obstacle (Fig. II. 15), d'où la première relation nécessaire à l'étude des ultrason :

$$x = c^* \cdot \frac{t_{vol}}{2} \quad (II.-11)$$



**Fig. II-15** : Mesure par vélocimétrie ultra-sonore.

La distance  $x$  parcourue par l'onde est une fonction de la célérité  $c^*$  de cette onde dans le milieu considéré et du temps de vol  $t_{vol}$  entre l'émission de celle-ci et la réception de l'écho. Soit une onde de fréquence  $f_0$  émise en direction d'un obstacle en mouvement. Soit

$f_{pulsation}$ (Hz)	7812	3906	1953	976
$x_{max}$ (mm)	94,7	189,5	378,9	757,8
$\Delta t_{max}$ ( $\mu s$ )	0,5	1	2	4
$\Delta x$ (mm)	0,74	1,48	2,96	5,98
$u_{max}^*$ (mm/s)	722	362	181	91
Résolution Vitesse (mm/s)	5,64	2,83	1,41	0,71

**Tableau II-3** : Différents paramètres en fonction de la fréquence de pulsation.

La résolution en vitesse est purement informatique. En effet, afin de coder les résultats à l'aide de caractères ASCII, le format des résultats doit être compris entre 1 et 256, ceci pour la plage de vitesse  $-u_{max}^*$  ;  $+u_{max}^*$ . Donc la résolution en vitesse est  $\frac{u_{max}^*}{128}$

Le choix de la fréquence de pulsation et de la période d'échantillonnage tant fait, nous pouvons calculer le temps e vol total entre le transducteur et le point de mesure. Pour le n ième point le temps de vol (aller-retour) est :

$$t_{vol}=2.n.\Delta t \quad (II.-21)$$

La position du point de mesure est donnée par la relation :

$$x=\frac{c \cdot t_{vol}}{2}=n.c \cdot \Delta t \quad (II.-22)$$

Il nous reste à déterminer l'épaisseur du volume de mesure, celle-ci est fixe : c'est la distance minimale entre 2 points de mesure soit 0,74 dans l'eau. Le volume de mesure, dans lequel la vitesse est mesurée, est de dimension finie. Chaque particule qui traverse le faisceau ultra sonore rétro-diffuse l'onde pendant un temps très court. La durée de la rétro-diffusion dépend de l'angle d'incidence et de la vitesse de particule. Cette onde contribue à la modulation du signal d'écho et à la définition d'un spectre de fréquence Doppler. C'est à partir de ce spectre de fréquence que la vitesse moyenne à l'intérieur du volume de mesure est calculée.

Pour obtenir un profil de vitesse, le vélocimètre fait 128 mesures par point et fait une moyenne. La durée totale de l'acquisition et du traitement est de l'ordre de 100ms, ceci nous donne la possibilité d'observer l'évolution des profils de vitesse dans le temps lorsque le temps caractéristique est supérieur à celui d'acquisition du signal. Un fichier complet est composé de 1024 profils de vitesse ; chaque profil est lui-même composé de 128 points expérimentaux.

#### \*Transducteur vélocimétrique

Le transducteur (comme décrit plus haut) est l'organe qui émet l'onde ultrasonore, mais aussi qui reçoit le signal d'écho.

Cette onde est générée par un cristal piézo-électrique excité par une tension alternative de fréquence  $f_0$ . Cette tension met en vibration le cristal qui produit une onde ultrasonore. Cette onde se propage dans le milieu adjacent sous la forme d'un faisceau. Ce faisceau est composé de deux zones (Fig. II-15c).

La première zone (ou zone de Fresnel  $L_n$ ), est cylindrique de diamètre égal à celui de la sonde ; sa longueur est donnée par la relation (II.-24) dans laquelle  $R$  est le rayon de la sonde,  $\lambda_{\text{onde}}$  la longueur d'onde dans le milieu considéré ( $\lambda_{\text{onde}} = \frac{c^*}{f_0}$ ). Dans notre cas c'est du sirop de glucose.

$$L_n = \frac{R^2}{\lambda_{\text{onde}}} \quad (\text{II.-23})$$

La seconde zone (zone de Fraunhofer) est conique ; le demi angle du cône  $\theta$  est donné par la relation :

$$\sin(\theta) = 0,61 \frac{\lambda_{\text{onde}}}{R} \quad (\text{II.-24})$$

Le transducteur que nous utilisons est composé d'une sonde de 2,5 mm de rayon excitée par une tension sinusoïdale de fréquence 4 MHz. Dans l'eau, la vitesse des ultrasons est de 1480 mm/s. La zone de Fresnel est alors de longueur  $L_n = 16,9$  mm, le cône de la zone de Fraunhofer a un demi angle  $\theta$  de  $5,18^\circ$ . Si l'onde traverse un milieu qui n'est pas de l'eau (le P. M. M. A. par exemple) les valeurs de  $L_n$  et  $\theta$  sont modifiés.

Nous remarquons que l'angle du cône augmente si le diamètre de la sonde diminue (équation II-25) ; il existe donc un compromis entre le diamètre de la sonde et l'angle du cône pour ne pas avoir des volumes de mesure trop importants.

Les ondes ultrasonores obéissent aux lois de l'optique géométrique, en ce qui concerne la réflexion, la transmission et la réfraction. C'est la loi de Snell-Descartes (équation II.-28) qui nous permet de définir le parcours des ondes.

$$\frac{\sin(\alpha_i)}{c_1^*} = \frac{\sin(\alpha_r)}{c_2^*} \quad (\text{II.-25})$$

Dans cette relation,  $\alpha_i$  et  $\alpha_r$  sont respectivement les angles d'incidence et de réfraction de l'onde,  $c_1^*$  et  $c_2^*$  les célérités dans les milieux 1 et 2 (Fig. II-16)

Dans notre cas précis, Quand nous plongeons le transducteur dans l'eau l'oscilloscope marque 4 unités. Après l'avoir nettoyé, nous le plongeons dans la solution de sirop de glucose l'oscilloscope marque 5,2 unités. Connaissant la vitesse du son dans l'eau (soit 1480 m/s) et par une règle de trois, nous avons obtenu la vitesse du son dans notre solution qui est de 1710 m/s

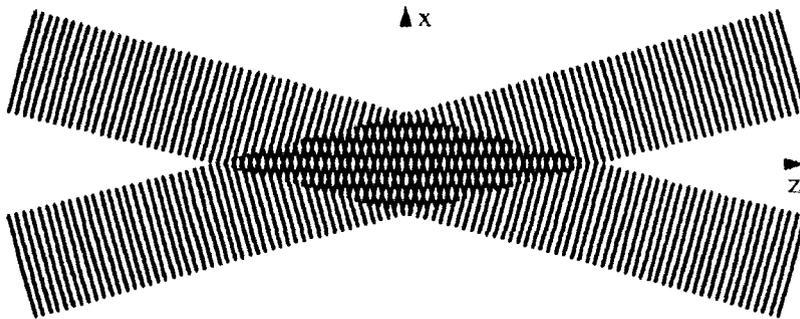
Si les faisceaux se croisent au moment d'un train d'ondes, les fronts d'onde sont approximativement plats si bien que l'interférence produit des plans parallèles consécutifs illuminés et éteints. Ce volume de mesure referme la particule dont on veut déterminer la vitesse (Fig. II-20). La particule qui traverse le volume de mesure est alternativement éclairée et éteinte, lors de son passage à travers le système de franges. Les interférences planes (Fig. II. 20) sont connues sous formes de franges et la distance  $\delta_f$  entre elles dépend de la longueur d'onde et l'angle entre les rayons incidents

$$\delta_f = \frac{\lambda}{2 \cdot \sin(\theta/2)}$$

et la fréquence de scintillation est de :

$$f_D = \frac{u}{\delta_f} = \frac{2 \cdot \sin(\theta/2)}{\lambda} \cdot u \quad (\text{II.-27})$$

Elle correspond aussi à la fréquence de battement des ondes incidente et diffusée. Cette fréquence est enregistrée par un photodétecteur ou photomultiplicateur ; on peut alors accéder à  $u$  qui est la composante de la vitesse de la particule, perpendiculaire à la bissectrice extérieure de l'angle  $\theta$ . En absence de glissement, la vitesse de la particule s'identifie à la vitesse locale de l'écoulement porteur.



**Fig. II-20** : Réseau d'interfrange ; franges à partir d'où deux rayons lumineux cohérents du laser se croisent Dantec (2000).

Les paramètres d'utilisation du laser sont les suivants :

Espacement des faisceaux laser : 72 mm,

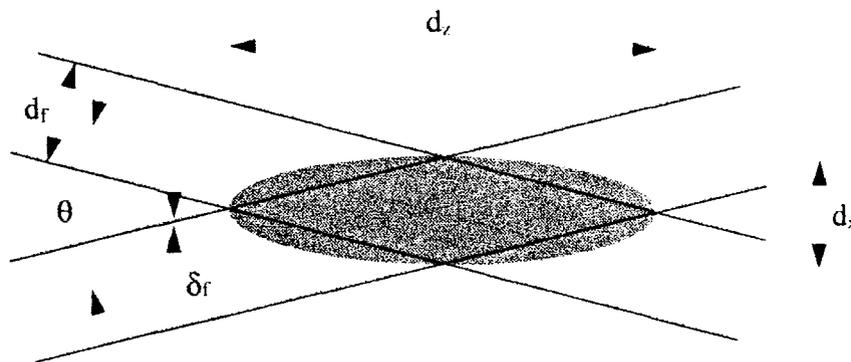
Distance focale : 3,10 mm,

Diamètre des faisceaux : 1,68 mm.

La taille du volume de mesure peut être calculé à partir du diamètre du rayon lumineux  $d_f$  des rayons lumineux de laser focalisé et l'angle  $\theta$  entre eux (Fig.II-25) avec :

$$d_x = \frac{d_f}{\cos(\theta/2)}, \quad d_y = d_f, \quad d_z = \frac{d_f}{\sin(\theta/2)} \quad (\text{II.-28})$$

où  $d_x$  est la hauteur du volume de mesure,  
 $d_y$  est la largeur du volume de mesure,  
 $d_z$  est la longueur du volume de mesure.



**Fig. II-21** : Volume de mesure

Pour plus de détail concernant les calculs de ces différentes grandeurs, nous convions le lecteur à se reporter à l'ouvrage Dantec 2000.

#### \*Fonctionnement en rétrodiffusion

Le système L. D. A. (Laser Doppler Anemometry : vélocimétrie à effet Doppler) que nous avons utilisé, travaille en rétrodiffusion. Le photomultiplicateur, ou récepteur qui enregistre le passage de la particule au niveau des interfranges est inclus dans le système laser.

Ce système empêche de nombreux problèmes d'altération de chemin optique qui doit rester le même pour les deux faisceaux. Les particules, en traversant le système de franges du volume de mesure, émettent un signal lumineux reçu par le photomultiplicateur au travers d'un trou de 0,1 mm de diamètre. Le signal lumineux est alors transformé en intensité électrique qui est envoyé à la chaîne vélocimétrique pour analyse et traitement.

#### \*Chaîne de vélocimétrie

La source lumineuse est un laser Hélium-Néon d'une longueur d'onde  $\lambda = 632,8$  nm et d'une puissance de 10 mWatt.

La lentille convergente a une distance focale de 160 mm. Le photomultiplicateur délivre un signal électrique à la chaîne de traitement du signal Doppler.

Le suiveur de fréquence reconstitue le signal et donne la valeur de la vitesse moyenne des particules traversant le volume de mesure. Le temps d'intégration de la vitesse varie de 1 à  $10^4$  s ; il est ajusté en fonction des fluctuations du signal de vitesse. Une sortie analogique reliée à un oscilloscope et à un ordinateur a permis de visualiser directement le signal de vitesse et de connaître les grandeurs caractéristiques de celui-ci. Elle permet aussi d'accéder à la vitesse moyenne et à sa fluctuation ( $\bar{u}$  et  $\sqrt{u'^2}$ )

#### \*Mise en œuvre de la méthode

Le système de mesure de L. D. A. est couplé à l'utilisation d'un banc sur lequel est fixé le laser et qui se déplace perpendiculairement à l'axe d'écoulement du mélange. Le déplacement de la tête de la L. D. A. est alors d'une précision optimale, inférieure à  $1 \mu m$ .

Nous mesurons la vitesse locale axiale en tout point de l'écoulement. Pour connaître avec précision la position du point de mesure, il faut que l'angle de convergence des rayons à l'extérieur de la veine cylindrique reste constant lors des déplacements de l'ensemble optique. Pour cela, il suffit que le plan formé par deux faisceaux soit dans le plan axial de la veine ; Les manipulations ont été menées dans le plan horizontal. Les déplacements de l'optique laser et du volume de mesure dans l'écoulement sont alors proportionnels ; nous avons estimé que la position du point de mesure est connue à 0,5 mm près soit au maximum à 2,14% près.





**CHAPITRE III**  
**ANALYSE DES RESULTATS**  
**EXPERIMENTAUX EN DYNAMIQUE**



## CHAPITRE III RESULTATS EXPERIMENTAUX ET INTERPRETATIONS DE L'ETUDE DYNAMIQUE DES SUSPENSIONS

Dans ce chapitre, nous exposerons les résultats expérimentaux concernant l'écoulement de suspensions des sphères dures en situation isotherme et non isotherme dans plusieurs fluides porteurs tels que l'eau et le sirop de glucose pour les fluides newtoniens et la carboxymethylcellulose (C.M.C.), non newtonienne.

Nous avons, d'abord étudié, en situation isotherme, les pertes de charge pour chacun des fluides porteurs en écoulement monophasique et celles des suspensions (diamètres des particules 4,4 mm) à divers régimes. Puis nous avons tracé des profils de vitesse et de de taux de fluctuations de vitesse en régime turbulent. Ensuite, nous avons procédé de la même manière pour les écoulements anisothermes.

### III. 1 QUALIFICATION DE L'INSTALLATION

#### III. 1. 1 Par l'étude de pertes de charge dans une solution de glucose en écoulement isotherme

Des expériences sont effectuées sur l'écoulement isotherme d'une solution de sirop de glucose monophasique en conduite cylindrique (régimes laminaire et turbulent).

Nous avons tracé, d'une part, la courbe du coefficient de frottement en différents régimes d'écoulement (Fig. III-1) et d'autre part, les profils de vitesse et de taux de fluctuations des vitesses (Fig. III-2).

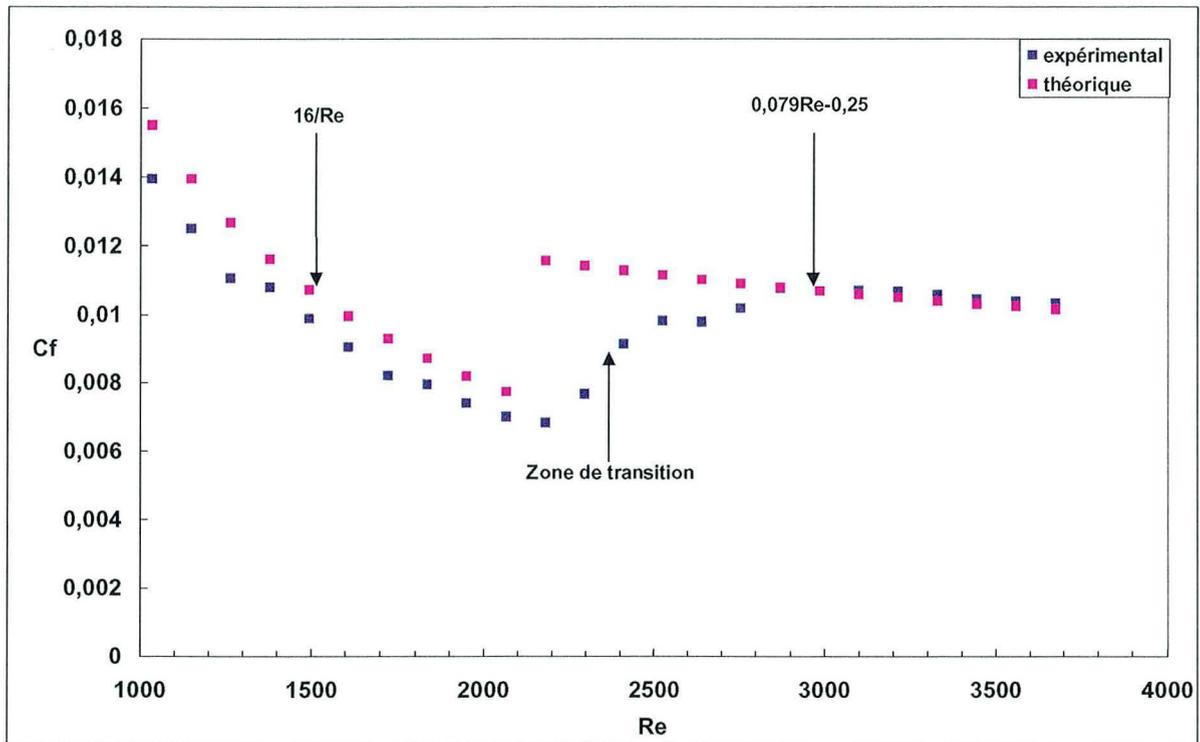
Nous avons mesuré la perte de charge longitudinale du fluide en régime établi, isotherme, laminaire et turbulent (Fig. III-1) et vérifié si nos mesures sont conformes à la théorie.

Nous avons pu observer que pour  $1000 \leq Re \leq 2200$ , l'écoulement est laminaire et le coefficient de frottement ( $C_f$ ) diminue au fur et à mesure que le nombre de Reynolds augmente :

- à  $Re \approx 1000$ , le coefficient de frottement en régime laminaire est de  $C_f \approx 0,016$  ;
- à  $Re \approx 2200$ , ce coefficient de frottement en régime laminaire n'est que de  $C_f \approx 0,007$ .

Pour un nombre de Reynolds compris entre 2200 et 2700, on atteint le régime transitoire. Le régime turbulent est observé à un nombre de Reynolds  $Re \approx 2800$  (régime turbulent non encore développé) et pour un nombre de Reynolds  $Re \geq 3000$ , la turbulence est développée.

Les valeurs expérimentales sont légèrement inférieures aux valeurs théoriques. L'écart constaté est probablement dû à une modification de la viscosité du fluide à la paroi ; c'est-à-dire l'échauffement est causé par la dissipation visqueuse ; c'est un phénomène connu pour ce type de fluide (Fig. III-1).



**Fig. III-1 :** Evolution du coefficient de frottement en fonction du nombre de Reynolds dans un milieu monophasique de solution de glucose en écoulement isotherme.

### **\*Protocole de caractérisation du sirop de glucose**

Nous caractérisons deux échantillons de solution de glucose (à  $T = 20^\circ\text{C}$ ) en faisant un essai de cisaillement par pallier de 10 mm en montée et en descente. La géométrie utilisée est le cône-plan avec un cône acrylique de 6,1 cm.

Nous effectuons deux prélèvements, un prélèvement avant toute manipulation et un autre après toute manipulation.

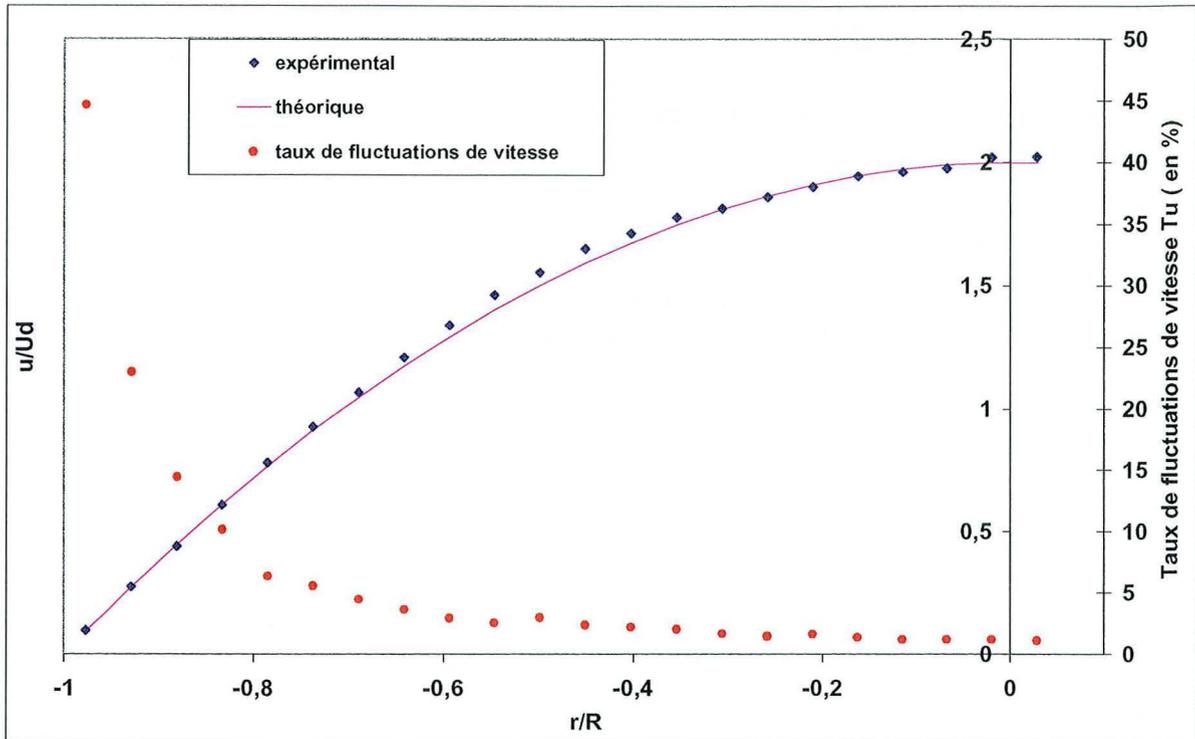
### **III. 1. 2 Par étude de profils de vitesse et du taux de fluctuations de vitesse de l'écoulement du glucose**

#### ***\*Profil de vitesse***

Pour l'analyse des profils de vitesse, nous avons utilisé la vélocimétrie à effet Doppler. Une étude du profil de vitesse du glucose (de masse volumique  $1200\text{kg/m}^3$  et de viscosité dynamique  $\eta_0 = 0,36 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ) en écoulement laminaire ( $Re = 58$ ) isotherme a été effectuée. La courbe expérimentale obtenue est en accord avec la courbe théorique calculée à partir de la répartition de vitesse :  $u = U_d \left( 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right)$  (Fig. III-2). La forme parabolique de la courbe nous permet de dire que l'écoulement est laminaire établi.

#### ***\*Profil du taux de fluctuations de vitesse***

Les taux de fluctuations sont faibles sur l'axe ( $\approx 2\%$ ) au cœur de l'écoulement (existence de fluctuation résiduelle) puis augmentent lorsqu'on se rapproche de la paroi pour atteindre 45% (Fig. III-2). Le volume de mesure étant tronqué à la paroi, nous n'avons pas pu mesurer de façon fiable les taux de fluctuations de vitesse pour un rayon adimensionnel  $r/R > 0,03$ . Ces résultats sont conformes à un régime laminaire.



**Fig. III-2** : Evolution du profil de vitesse du sirop de glucose (en écoulement laminaire) avec un débit de  $0,26\text{m}^3/\text{h}$ .

## III. 2 ETUDE DES PERTES DE CHARGE DANS LES SUSPENSIONS EN ECOULEMENT ISOTHERME

### III. 2. 1 Pertes de charge dans les suspensions à base de fluides newtoniens : eau et solution de glucose

Nous avons travaillé avec plusieurs concentrations (1%, 3%, 5%, 10%, et 15%) en particules sphériques en suspensions monodisperses dans la solution de sirop de glucose.

*\*hypothèse du fluide « homogène »*

Si la suspension (mélange diphasique) se comporte comme un **fluide homogène newtonien équivalent** (dans le cas d'un fluide porteur newtonien), on peut déduire la viscosité apparente de la suspension à partir des mesures de débit et de perte de charge, pour un écoulement en conduite. Le gradient longitudinal de pression ( $\Delta P/L$ ) est relié à la contrainte pariétale par la loi linéaire III-1 :

$$\tau_p = \frac{\Delta P}{L} \cdot \frac{D}{4} \quad (\text{III-1})$$

et

$$\tau_p = \eta_{ap} \dot{\gamma}_p = \eta_{ap} \left( \frac{8U_d}{D} \right) \quad (\text{III-2})$$

$\eta_{ap}$  est la viscosité apparente du mélange.

On définit alors la viscosité équivalente relative,

$$\eta_r = \frac{\eta_{ap}}{\eta_0} \quad (\text{III-3})$$

où  $\eta_0$  est la viscosité du fluide porteur.

#### Commentaires :

Nous avons étudié la viscosité équivalente des suspensions pour plusieurs fractions volumiques en particules. L'évolution de la viscosité en fonction de la vitesse débitante. Nous constatons que quelle que soit la fraction volumique, nous observons une dépendance quasi linéaire entre cette viscosité équivalente et la vitesse débitante pour chaque fraction volumique et qu'il n'y a pas unicité de loi (Fig. III-3).

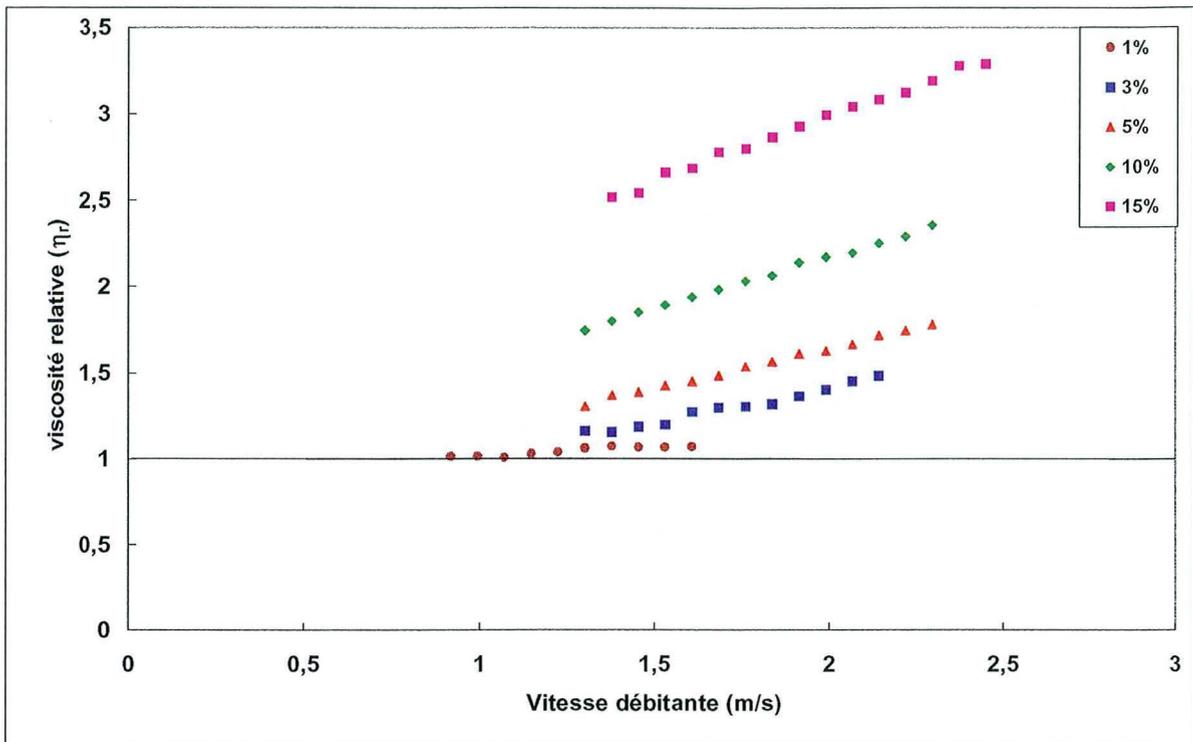
La viscosité relative croît avec la fraction volumique de particules. Pour une fraction volumique supérieure ou égale à 3 %, les courbes ont presque la même pente ; elles sont alors régies par la même loi non linéaire (à l'exception de la plus faible fraction volumique, soit 1%, pour laquelle la viscosité relative est proche de 1).

A faible fraction volumique ( $\phi=1\%$  avec la pente  $\approx 1$ ), la loi est presque linéaire et dans ce cas, la viscosité apparente peut être assimilée à la viscosité du fluide porteur (Fig. III-3).

Le mélange se comporte comme un fluide apparemment rhéoépaississant. En fait cette variation de la viscosité relative  $\eta_r$  est une conséquence des variations de la fraction volumique lorsque la vitesse change.

Nous considérons en première approximation que la viscosité reste cependant constante pour une fraction volumique. Nous obtenons une viscosité en fonction de la fraction volumique

Cette variation de la fraction volumique des particules avec le débit est due à un effet de sédimentation, en particulier, dans les zones de singularité (ou zones mortes) de l'installation et dans le bac aval.



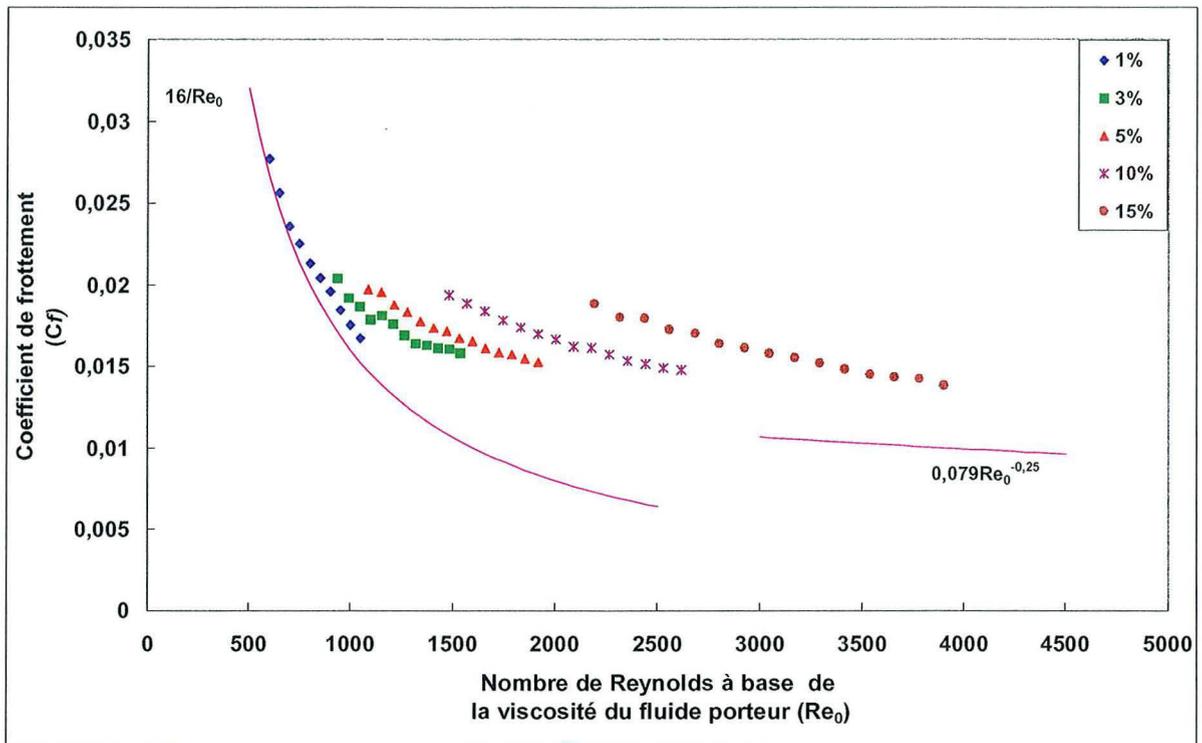
**Fig. III-3** : Mise en évidence du caractère rhéoépaississant apparent de la suspension.

### \*Hypothèse

Si nous représentons l'évolution du coefficient de frottement en fonction du nombre de Reynolds calculé avec de la viscosité du fluide porteur, nous constatons qu'il n'y a pas unicité de la loi de frottement (Fig. III-4).

Pour une fraction volumique en particules solides  $\phi=1$  %, l'évolution est presque en accord avec la courbe maîtresse ( $16/Re_0$ ) avec un écart de 0,17% ; mais l'augmentation de la fraction volumique fait croître considérablement le coefficient de frottement (Fig. III-4). L'introduction des particules dans l'écoulement influe sur le comportement du mélange.

Le nombre de Reynolds calculé à partir de la viscosité monophasique n'est pas le bon paramètre pour décrire la perte de charge dans des suspensions monodisperses de particules de sphères dures (Fig. III-4).



**Fig. III-4** : Evolution du coefficient de frottement en fonction du nombre de Reynolds ( $Re_0$ ) déterminé à l'aide de la viscosité du fluide porteur ( $\eta_0$ ) en écoulement isotherme laminaire et turbulent.

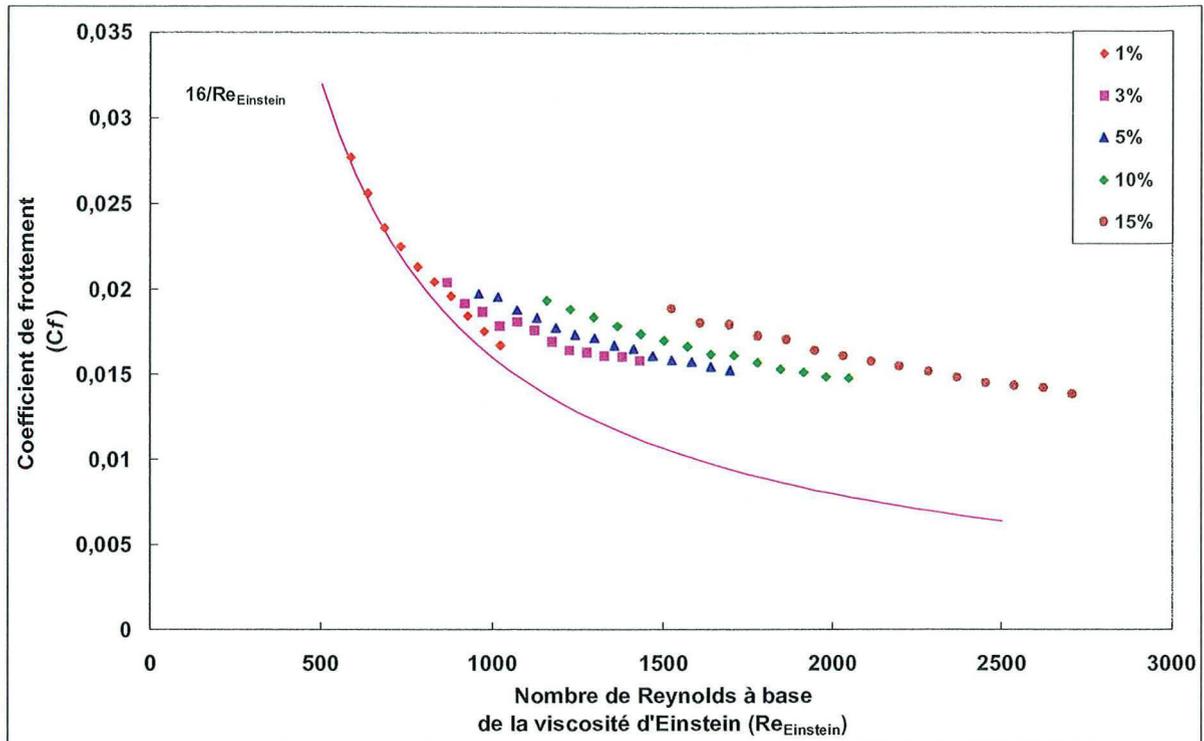
*\*Hypothèses de la concentration d'Einstein*

Les mêmes essais sur des écoulements laminaires de suspensions, ont été effectués avec la loi d'Einstein (1905) afin de vérifier l'évolution du coefficient de frottement en fonction du nombre de Reynolds calculé selon la loi d'Einstein.

La loi d'Einstein est:

$$\eta_{susp} = \eta_0(1 + 2,5\phi) \text{ (cf. Chap.I)}$$

Nous constatons qu'il y a une légère amélioration mais non suffisante ; car la suspension n'est pas suffisamment diluée ( $\phi = 1\%$  alors que la loi d'Einstein n'est valable que pour une fraction volumique  $\phi \leq 0,5$ ) (Fig. III-5).



**Fig. III-5 :** Evolution du coefficient de frottement des suspensions monodisperses en écoulement isotherme en fonction de  $Re_{Einstein}$  déterminé à l'aide de la viscosité d'Einstein en régime laminaire.

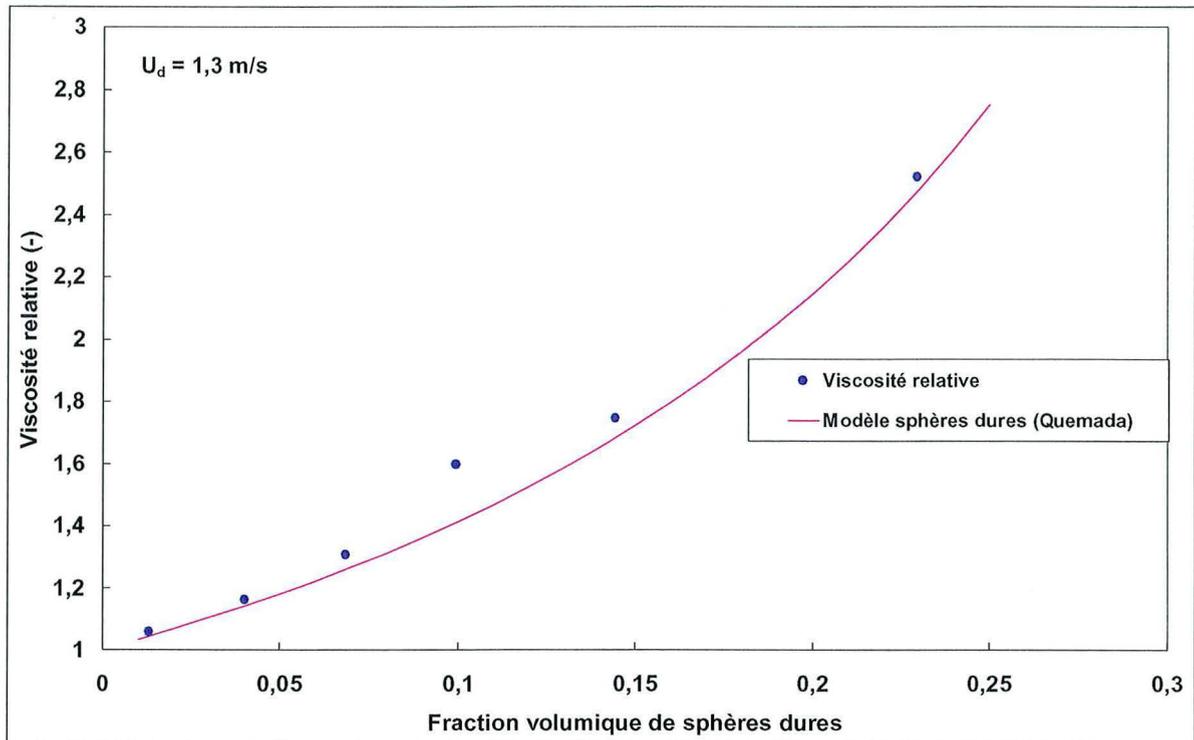
*\*Hypothèse du milieu « effectif »*

Nous faisons, maintenant, l'hypothèse que la suspension se comporte comme un fluide effectif, c'est-à-dire une suspension de sphères dures considérée comme un milieu continu. Une viscosité effective est alors déterminée en fonction de la viscosité du fluide suspensé  $\eta_0$ , de la fraction volumique de particules  $\phi$  et de la fraction d'empilement maximale  $\phi_p \approx 0,64$ . C'est la loi de Quemada :

$$\eta_{eff} = \eta_0 \left( 1 - \frac{\phi}{\phi_p} \right)^{-2} \quad (\text{cf. chap I})$$

Nous avons procédé à la comparaison de la loi de Quemada à la viscosité obtenue par la loi de Poiseuille dans le cas de l'écoulement des suspensions à la vitesse débitante constante de 1,3 m/s. Les résultats nous ont montré un écart de 0,54%.

Nous avons représenté sur la Fig. III-6, l'évolution de la viscosité relative ( $\eta_r = \frac{\eta_{ap}}{\eta_0}$ ) en fonction de la fraction volumique de particules solides pour une vitesse débitante de 1,3 m/s. La loi de Quemada est en accord avec celle de Poiseuille. La comparaison avec des données expérimentales du modèle de Quemada (1998) est tout à fait satisfaisante et semble valider l'approche du milieu *effectif*.



**Fig. III-6 :** Mise en évidence de l'approche du milieu effectif dans un écoulement de suspensions isothermes : La loi de Quemada est en accord avec la variation de viscosité par la loi de Poiseuille.

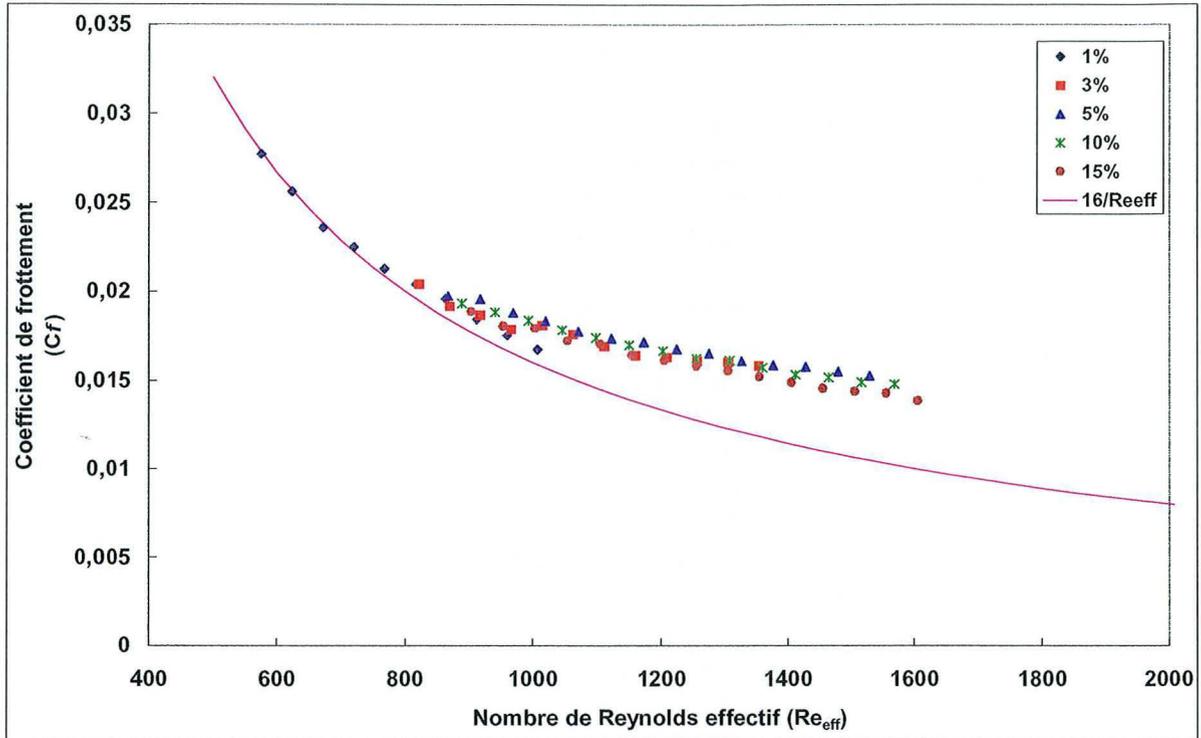
#### Pertes de charge en écoulement laminaire isotherme des suspensions

Grâce à la notion de viscosité effective, nous montrons qu'il est possible de retrouver la loi générale de frottement en régime laminaire où le nombre de Reynolds effectif de l'équation ci-dessous est calculé en tenant compte de la viscosité effective  $\eta_{eff}$  du mélange.

$$C_f = \frac{16}{Re_{eff}}$$

Les résultats expérimentaux sont comparés au modèle théorique (Fig III-7). Il y a une loi unique qui régit les courbes de différentes fractions volumiques en particules solides. La cohérence des résultats est bonne. On constate, cependant que la transition intervient à  $Re_{eff} \approx 800$  (pour toutes les concentrations à l'exception de 1%). Il semblerait que la transition du régime laminaire au régime turbulent s'opère plus tôt, de manière précoce pour les fluides chargés. Nous pouvons conclure que les particules en suspensions déstabilisent l'écoulement sans induire cependant une transition à l'échelle de l'écoulement global.

Notons que c'est à partir de 2% que les interactions hydrodynamiques multiples sont à prendre en compte pour décrire la dissipation visqueuse (*limite de Batchelor, cf. § I. 2. 2 biblio.*).



**Fig. III-7** : Evolution du coefficient de frottement des suspensions isothermes en fonction du nombre de Reynolds ( $Re_{eff}$ ) déterminé à l'aide de la viscosité effective en régime laminaire.

#### Pertes de charge en régimes laminaire - turbulent dans une suspension

Nous nous proposons de faire deux hypothèses pour étudier, en régimes laminaire et turbulent, les pertes de charge des suspensions de particules solides en écoulement isotherme.

##### *\*Première Hypothèse*

Nous supposons que le mélange est considéré comme un milieu homogène  $\eta_{app.} = \eta_0$ .

Dans ce cas, nous avons analysé l'évolution du coefficient de frottement d'une suspension de particules en écoulement isotherme en fonction du nombre de Reynolds obtenu à partir de la viscosité  $\eta_0$  pour un régime aussi bien laminaire que turbulent (Fig. III-8). Nous n'arrivons pas à une unicité de lois de frottement.

Pour  $Re_0=900$ , le coefficient de frottement pour la courbe de 3%, est de 0,019 alors qu'il n'est que de 0,017 pour 1%. Nous faisons le même constat en comparant les coefficients de frottement des deux fractions volumiques suivantes : 5% et 10% nous obtenons respectivement,  $C_f$  (à 5%) = 0,016 et  $C_f$  (à 10%) = 0,019 pour un nombre de Reynolds constant égal à 1900.

En faisant la même comparaison avec les coefficients de frottement des fractions volumiques les plus élevées étudiées, nous avons, pour  $Re_0=2500$  dans la zone de transition,  $C_f$  (à 10%) = 0,015 et  $C_f$  (à 15%) = 0,018. (Fig. III-8).

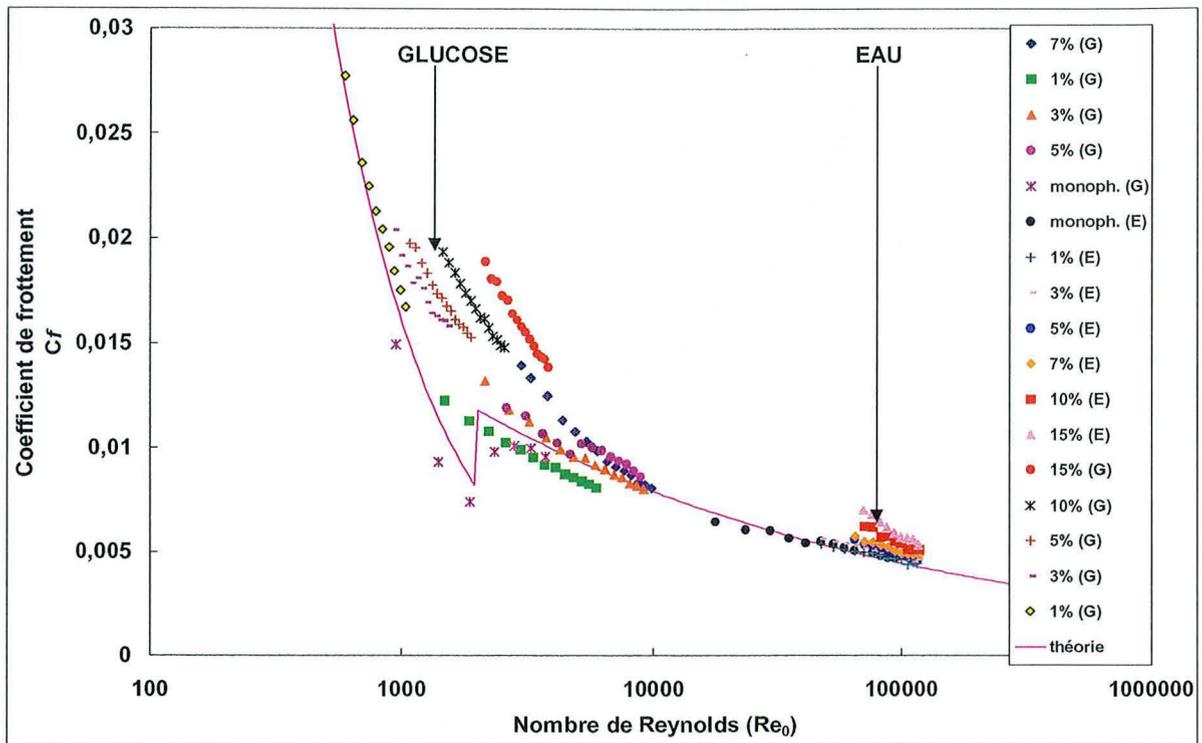
Ces différents résultats nous amènent à dire que l'évolution du coefficient de frottement croît avec la fraction volumique. Ce qui est en adéquation avec les travaux antérieurement menés par d'autres auteurs sur des suspensions de particules fines ( $C_f$  à l'étude bibliographique).

En comparant des résultats des figures (III-8) et (III-9), nous avons mis en évidence que le passage du régime laminaire au régime turbulent s'est fait de manière progressive, sans à coup. La transition n'est pas observée mais plutôt absente. Cette absence serait due aux instabilités hydrodynamiques liées à la présence des particules.

La deuxième hypothèse du milieu effectif de la loi de Quemada des sphères dures semble valide et nous constatons que le coefficient de frottement est inférieur pour un milieu effectif par rapport à l'hypothèse du milieu homogène pour un nombre de Reynolds constant.

Nous avons aussi vérifié l'hypothèse du milieu effectif en utilisant l'eau comme le fluide porteur à différentes fractions volumiques en particules solides. Du point de vue expérimental, il nous était impossible de faire cette vérification en régime laminaire du fait qu'une vitesse d'écoulement du mélange en dessous de 1,34 m/s pour une fraction volumique de 1 % en particules et 2,1 m/s pour une fraction volumique de 15 % de particules, entraînerait un bouchon dans l'installation. Nous avons donc dû travailler en régime turbulent. Les résultats obtenus montrent que l'hypothèse du milieu effectif est confirmée aussi bien pour la solution de sirop de glucose que pour l'eau (figures III-8 et III-9).

Nous constatons que le comportement de l'écoulement isotherme de la suspension, semble plutôt lié à la concentration en particules qui se rapproche de la courbe maîtresse.



**Fig. III-8:** Evolution du coefficient de frottement des suspensions en fonction du nombre de Reynolds déterminé à l'aide de la viscosité du fluide porteur  $\eta_0$  pour différentes fractions volumiques en particules en régimes laminaire et turbulent isothermes (fluides porteurs : sirop de solution de glucose à 80% et l'eau).

**Légende :** G, glucose  
 E, eau  
 monoph.(G), solution de sirop de glucose en écoulement monophasique,  
 monoph. (E), eau en écoulement monophasique,

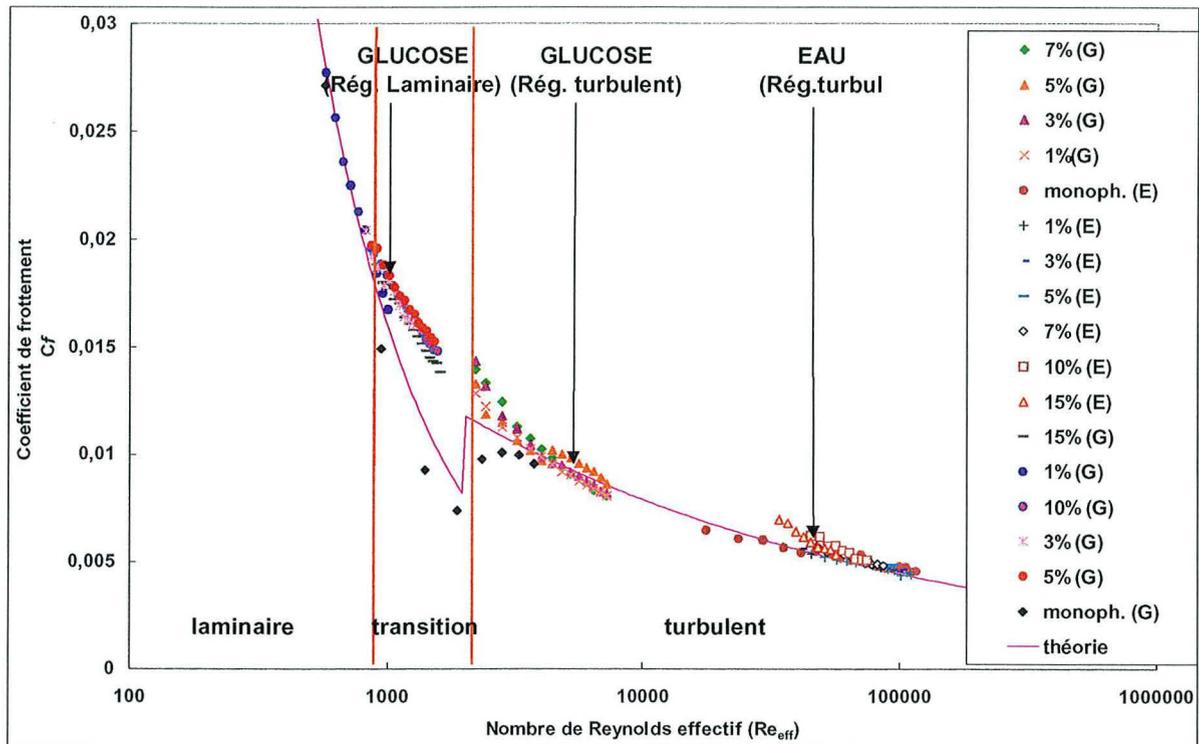
## Deuxième Hypothèse

Nous supposons que le mélange est considéré comme un milieu effectif  $\eta_{app.} = \eta_{eff.}$

Cette fois-ci, nous avons représenté l'évolution du coefficient de frottement d'une suspension de particules en écoulement isotherme en fonction du nombre de Reynolds obtenu à partir de la viscosité  $\eta_{eff.}$  pour un régime aussi bien laminaire que turbulent (Fig. III-9).

Nous obtenons pratiquement une unicité de lois de frottement. Pour  $Re_{eff} \approx 900$ , le coefficient de frottement pour la courbe de 3%, est d'environ le même que pour 1% soit 0,002. Nous faisons le même constat en comparant les coefficients de frottement des deux fractions volumiques suivantes : 5% et 10% et nous obtenons  $Cf$  (à 5%)  $\approx Cf$  (à 10%)  $\approx 0,015$  pour un nombre de Reynolds constant d'environ 1900.

En faisant la même comparaison avec les coefficients de frottement des concentrations les plus élevées étudiées, nous avons pour  $Re_{eff} = 2500$  dans la zone de transition,  $Cf_{10\%} \approx Cf_{15\%} \approx 0,014$  (Fig. III-8).



**Fig. III-9:** Evolution du coefficient de frottement des suspensions en fonction du nombre de Reynolds déterminé à l'aide de la viscosité effective  $\eta_{eff}$  pour différentes fractions volumiques en particules en régimes laminaire et turbulent isothermes

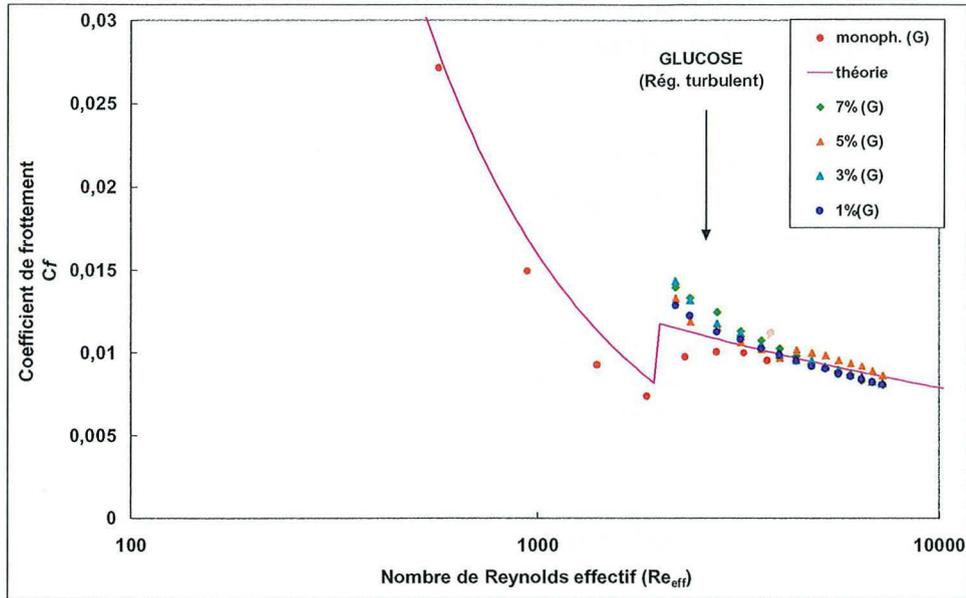
Légende : G, sirop de glucose,  
E, l'eau,  
monoph.(G), sirop de glucose en écoulement monophasique,  
monoph. (E), eau en écoulement monophasique,

Les résultats obtenus aussi bien avec la solution de glucose qu'avec l'eau semblent alors valider l'hypothèse des suspensions de sphères dures de Quemada, quelque soit le fluide porteur (newtonien) utilisé et le régime d'écoulement.

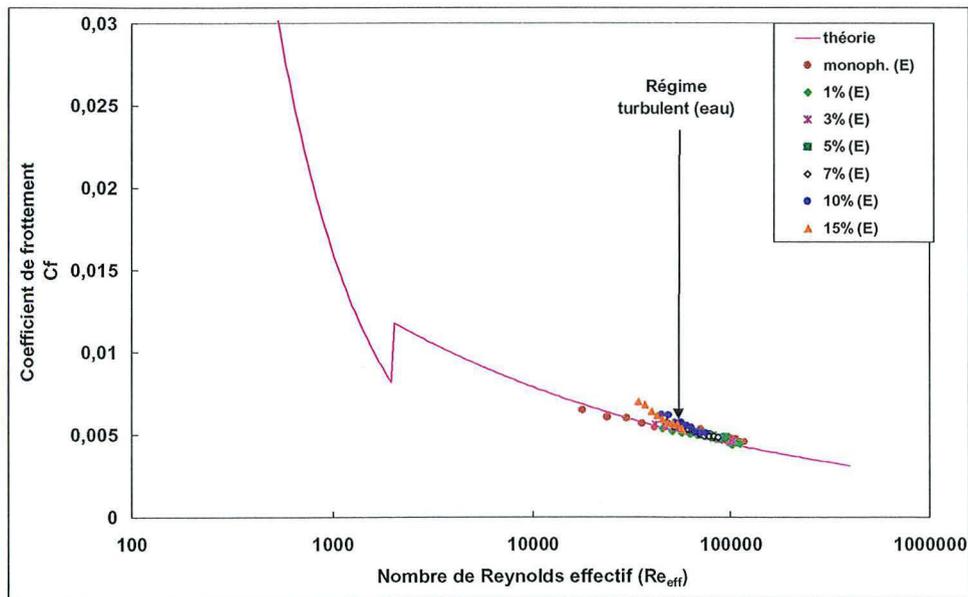
Toutes les lois de coefficient de frottement (quelque soit le régime) superposent la loi de Poiseuille ( $\frac{16}{Re_{eff}}$ ) pour le régime laminaire et la loi de Blasius ( $0,079 Re_{eff}^{-0,25}$ ) pour le régime turbulent ; ce qui nous permet de dire qu'il y a aussi unicité de loi de coefficient de frottement. L'augmentation du coefficient de frottement est proportionnelle à la fraction volumique (Fig. III-9).

Nous remarquons qu'il y a une perte d'énergie liée au gradient de vitesse près de la paroi. Ceci est dû à l'échauffement et à la diminution de la viscosité apparente donc de la contrainte.

L'écoulement en régime turbulent des suspensions à différentes fractions volumiques avec des fluides porteur tel que la solution de glucose (Fig. III-9a) et de l'eau (Fig. III-9b)



**Fig. III-9a** : Etude du coefficient de frottement des suspensions en écoulement turbulent dans le glucose, à différentes fractions volumiques (0%, 1%, 3%, 5%, 7%) en fonction du nombre de Reynolds du fluide porteur corrigé avec le modèle de sphères dures de Quemada ;(G), mis pour le glucose comme fluide porteur.



**Fig. III-9b** : Etude du coefficient de frottement des suspensions en écoulement turbulent dans l'eau, à différentes fractions volumiques (mono., 1%, 5%, 7%, 10% et 15%) en fonction du nombre de Reynolds du fluide porteur corrigé avec le modèle de sphères dures de Quemada ;(E), mis pour l'eau comme fluide porteur.

#### Perte de charge dans les suspensions polydisperses

Les suspensions polydisperses sont des suspensions dont la phase dispersée n'est pas uniformément de même taille.

Nous avons analysé le comportement des suspensions polydisperses composées pour moitié, de sphères dures de 4,4 mm de diamètre et pour l'autre moitié de sphères dures de 5,7 mm de diamètre.

Nous avons procédé à l'étude de l'écoulement d'une telle suspension en faisant les deux hypothèses précédentes de fluide homogène et du milieu effectif. Nous avons introduit des particules de quatre fractions volumiques en particules différentes (1%, 3%, 5% et 10%) dans le bac aval de l'installation.

L'étude de l'écoulement isotherme pour chaque fraction volumique nous a permis de déterminer le coefficient de frottement. A l'instar des suspensions monodisperses, l'hypothèse du milieu effectif ( $\eta_{app.} = \eta_{eff.}$ ) est validée par la loi de Quemada dans le cas des suspensions polydisperses de grosses sphères dures.

Nous constatons une nette amélioration par rapport à l'hypothèse du milieu homogène ( $\eta_{app.} = \eta_0$ ). Cette amélioration est mise en évidence par comparaison des résultats des figures III-10 et III-11.

Le modèle de fluide effectif rend bien compte des dissipations d'énergie par frottement (chocs particules-particules, ou frottement particules-fluide lié à la rotation, et au glissement par translation) et par transfert de vorticité.

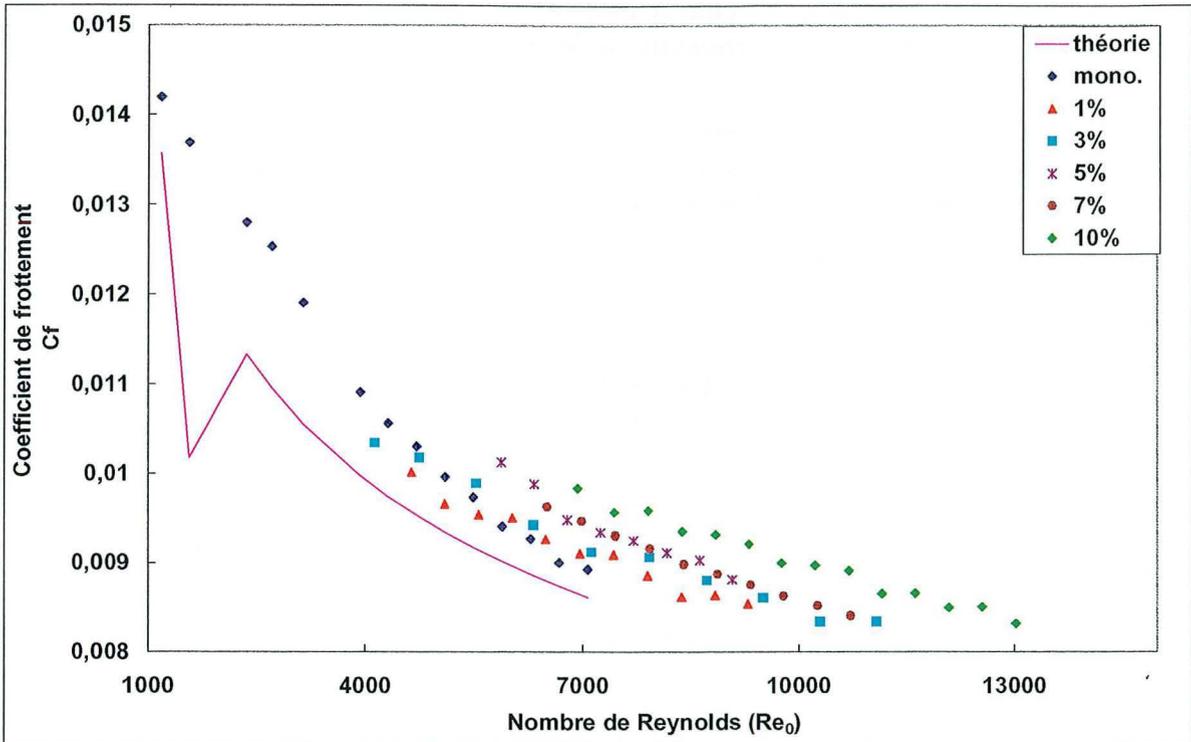
En observant les résultats obtenus nous constatons que, par exemple :

- pour un nombre de Reynolds monophasique égal à 7000 (calculé à l'aide de la viscosité du fluide porteur ( $\eta_0$ )), à la fraction volumique  $\phi \approx 1\%$ , le coefficient de frottement ( $C_f$ ) est peu diff rent de 0,009 et pour 10%,  $C_f \approx 0,0099$ ,
- pour une même valeur nombre de Reynolds effectif égal à 7000 (calculé à l'aide de la viscosité effective de la suspension ( $\eta_{eff}$ )), à la fraction volumique  $\phi \approx 1\%$ , le coefficient de frottement ( $C_f$ ) est peu diff rent de 0,009 et pour 10%,  $C_f \approx 0,0088$ .

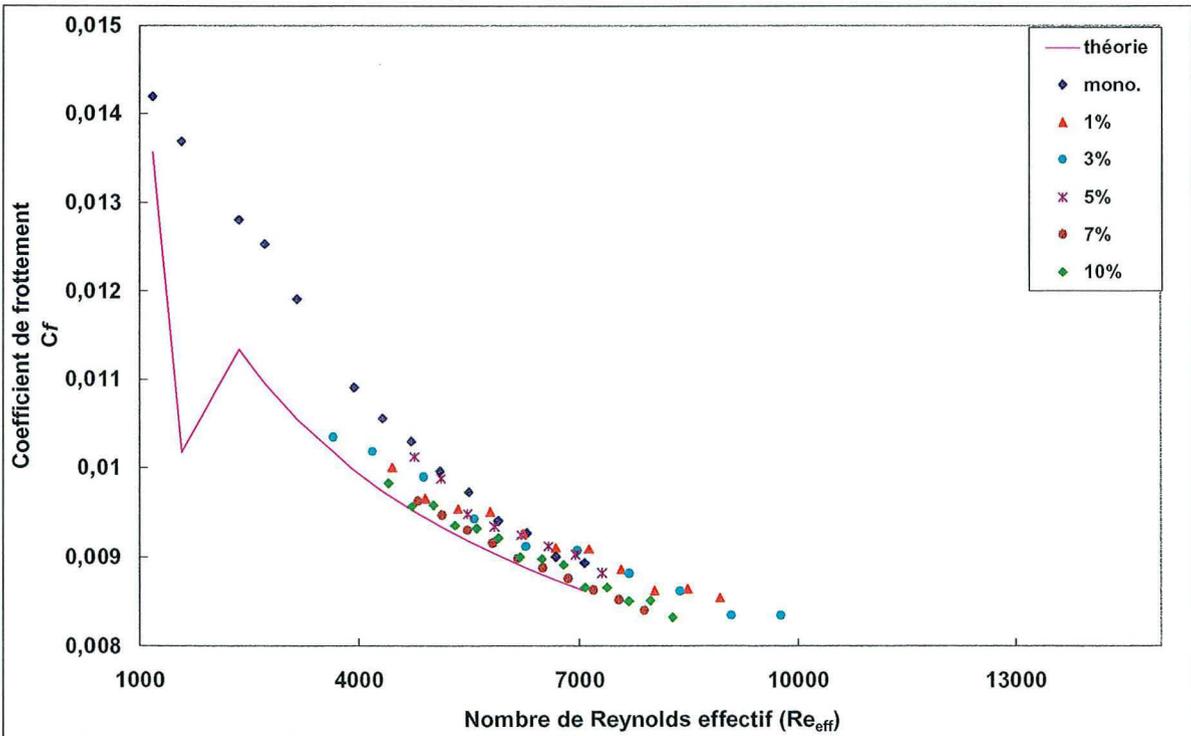
### **Commentaires**

En fixant une valeur du nombre de Reynolds à 7000, nous remarquons qu'à 1%, (faible fraction volumique), le coefficient de frottement est à peu près le même (quelle que soit la viscosité utilisée) ; par contre le coefficient de frottement à 10% est plus élevé dans le cas de l'utilisation de la viscosité du fluide porteur que dans le cas de la viscosité effective. Cette diminution de coefficient de frottement montre la dissipation d'énergie par frottement.

Les résultats que nous observons sur les figures III-10 et III-11 nous amènent à conclure que les courbes des différentes fractions volumiques se rapprochent de la courbe maître. Ceci nous permet de dire qu'il y a unicité sensible des lois de frottement. Ces résultats, montrent que le modèle de sphères dures de Quemada est aussi applicable à l'écoulement isotherme d'une suspension polydisperse (particules de dimensions 4,4 mm et 5,72 mm) en régime laminaire et turbulent.



**Fig. III-10** : Evolution du coefficient de frottement dans un écoulement de suspensions polydisperses isothermes en fonction du nombre de Reynolds issu de la viscosité ( $\eta_0$ ) du fluide porteur (solution de sirop de glucose).



**Fig. III-11** : Evolution du coefficient de frottement dans une suspension polydisperse isotherme en fonction du nombre de Reynolds calculé à l'aide de la viscosité ( $\eta_{eff}$ ) d'un milieu effectif.

### III. 1. 2 Pertes de charge dans les suspensions à base d'un fluide non newtonien : la carboxyméthylcellulose (C.M.C)

Dans cette partie, nous étudions les pertes de charge des suspensions (fluide porteur C.M.C.). Nous nous proposons d'étudier l'influence des particules sur la perte de charge et de donner des corrélations pour les différents cas étudiés.

#### Rappel :

Pour la solution de carboxyméthylcellulose en solution utilisée, l'étude rhéométrique nous a amené à choisir le modèle de comportement suivant :

$$\eta = \frac{\eta_0}{(1 + (t_c \dot{\gamma}_p)^{p,5})} \quad (\text{III-4})$$

avec la viscosité à « cisaillement nul à 20°C »  $\eta_0 = 0,3149$  Pa.s.

Nous avons procédé à l'étude expérimentale du coefficient de frottement pour chacune des lois de comportement considérées (modèle d'Ostwald et modèle élaboré). Cette étude est menée à la température d'entrée constante de 20° C.

Les résultats de ces analyses nous ont permis de constater que la théorie d'Ostwald est en adéquation avec les résultats expérimentaux avec un écart de 7,22 %. Cependant, le modèle d'Ostwald est difficilement transposable au cas des suspensions ;. En revanche, avec le modèle que nous avons élaboré, la modification de viscosité par ajout de particule solide est prise en compte par le terme supplémentaire  $\left(1 - \frac{\Phi}{\Phi_p}\right)^{-2}$ . C'est donc ce modèle que nous utiliserons pour la suite de nos travaux.

#### III. 1. 2. 1 Perte de charge en écoulement laminaire et isotherme des suspensions

Nous étudions la C.M.C. et les suspensions en écoulement *isotherme* laminaire et turbulent Nous analysons la perte de charge de la carboxyméthylcellulose (C.M.C.) monophasique en écoulement isotherme laminaire et turbulent.

##### **\*Cas laminaire isotherme**

Le coefficient de frottement est obtenu en déterminant du nombre de Reynolds puis en appliquant la formule de Poiseuille.

$$\eta = \frac{0,3149}{1 + (0,032 \cdot \dot{\gamma}_p)^{0,5}}$$

Ainsi le coefficient de frottement dans un écoulement laminaire isotherme de la solution de C. M. C. répond à la loi laminaire de la forme :

### \*Cas de l'écoulement turbulent isotherme

La loi turbulente de Blasius nous a permis de déterminer le coefficient de frottement pour un écoulement turbulent.

$$Cf=0,079.Re^{-0,25}$$

### III. 1. 2. 2 Perte de charge des suspensions monodisperses

\*Hypothèse du milieu homogène applicable aux suspensions monodisperses

$$(\eta_{mélange}=\eta_0)$$

Nous avons ensuite procédé à l'étude de l'écoulement des particules sphériques solides ( $d = 4,4 \text{ mm}$ ) en suspensions monodisperses dans la C.M.C. pour plusieurs fractions volumiques (0%, 1%, 5%, 7%). La détermination du coefficient de frottement est faite dans les deux cas suivants :

Premièrement, nous avons calculé le coefficient de frottement en tenant compte du nombre de Reynolds calculé sur la base de la viscosité apparente du fluide porteur (Fig. III-12).

Dans un deuxième temps, nous avons fait ensuite le même calcul, mais en prenant le nombre de Reynolds issue de la viscosité modifiée par le facteur de correction du modèle de Quemada.

Dans le premier cas, nous constatons qu'il n'y a pas une loi unique, indépendamment de la fraction volumique. Nous avons aussi remarqué que l'introduction du modèle de Quemada (en considérant les suspensions comme un milieu effectif) a apporté une différence sensible. Mais il y a un décalage au niveau de la fraction volumique à 5% que nous n'expliquons pas. (Fig. III-14).

Il y a lieu de prendre en compte que les suspensions avec les particules sphériques solides ( $d = 4,4 \text{ mm}$ ) ne seraient rien d'autre que des suspensions binomiales avec des particules de deux tailles différentes (la taille moléculaire de la particule fine a été calculée au chapitre II). Le fait que les fines particules (par rapport aux grosses particules) se comporteraient comme de billes de roulement sur lesquelles les grosses particules glissent nous laisse penser que ce phénomène pourrait agir sur les interactions particules / particules et influencer sur la perte de charge dans ces suspensions

Mais si nous considérons une première approximation selon laquelle la différence de taille est si grande ( $4,4 \text{ mm} \gg 5,0293.E-08 \text{ m}$ ) alors nous considérons la CMC comme un fluide homogène.

En observant les résultats obtenus, nous remarquons que le coefficient de frottement de la CMC monophasique isotherme ( $C_{f_{mono}}$ ) superpose les résultats de la suspension à 1% et les deux courbes sont très légèrement décalées de la courbe maîtresse. Ceci serait dû à un échauffement causé par la dissipation visqueuse du fluide porteur (Fig. III-12).

Par contre les courbes des suspensions à 5% et à 7% en particules s'écartent de la courbe maîtresse ; l'écart à 7% est plus accentué que celui à 5% porteur.

***La présence des particules dans le mélange est à la base de ces écarts constatés (Fig. III-12)***

\*Hypothèse du milieu effectif aux suspensions monodisperses des suspensions

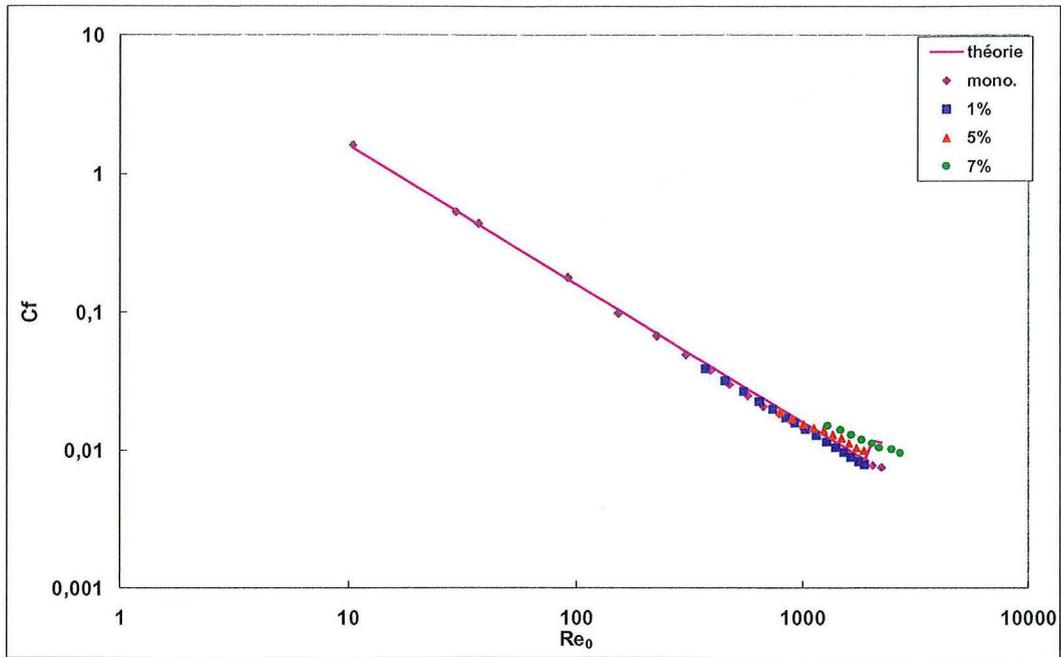
$$(\eta_{mélange} = \eta_{eff})$$

A l'instar des fluides newtoniens, nous avons aussi vérifié s'il est possible d'appliquer la notion de milieu effectif à des suspensions de grosses particules dont le fluide porteur est non newtonien.

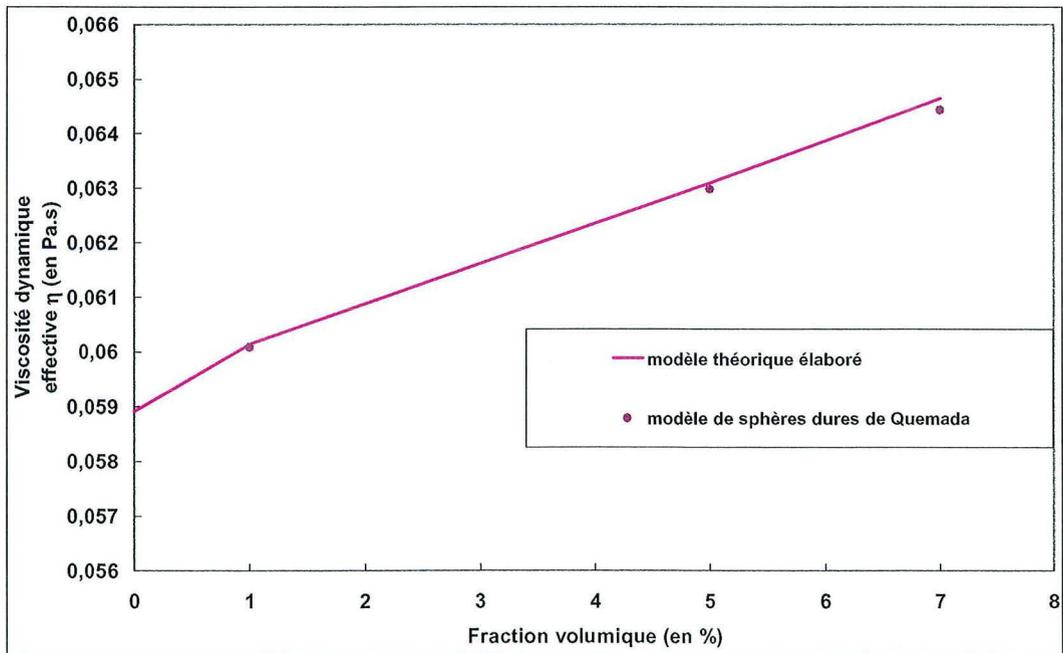
Etude de la viscosité des suspensions en écoulement isotherme

Nous nous sommes intéressés à la variation de la viscosité en fonction des fractions volumiques de particules dans les suspensions en écoulement isotherme.

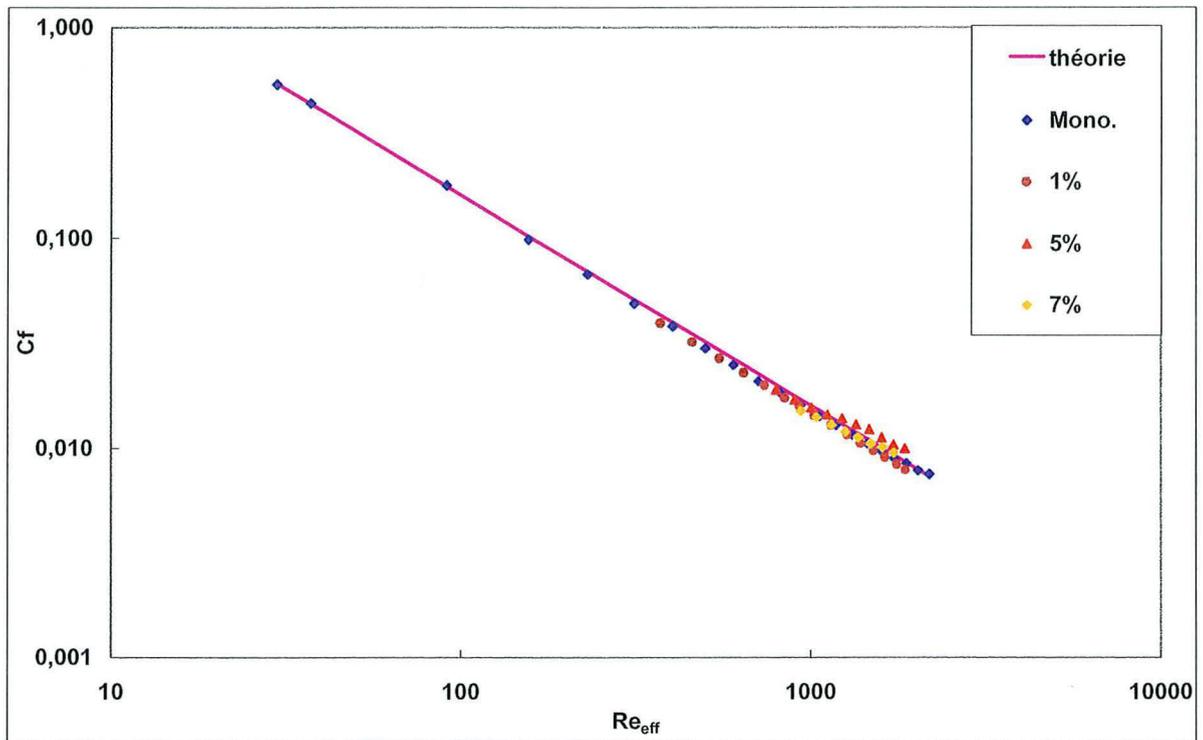
Nous avons calculé la viscosité effective issue du modèle de sphères dures de Quemada et comparée à la viscosité calculée à partir des données expérimentales. Les résultats obtenus nous permettent de dire qu'il y a un bon accord entre le modèle de sphères dures de Quemada et le modèle que nous avons élaboré à la vitesse débitante constante de 2,49 m/s. (Fig. III-13 et III-14).



**Fig. III-12** : Evolution du coefficient de frottement des suspensions dans la C.M.C. à différentes fractions volumiques en fonction du nombre de Reynolds du fluide porteur ( $Re_0$ ) calculé sur la base de la viscosité apparente du fluide porteur  $\eta_0$ .



**Fig. III-13** : Comparaison de la viscosité calculée à partir des données expérimentales et le modèle de sphères dures de Quemada à la vitesse constante de 2,49m/s.

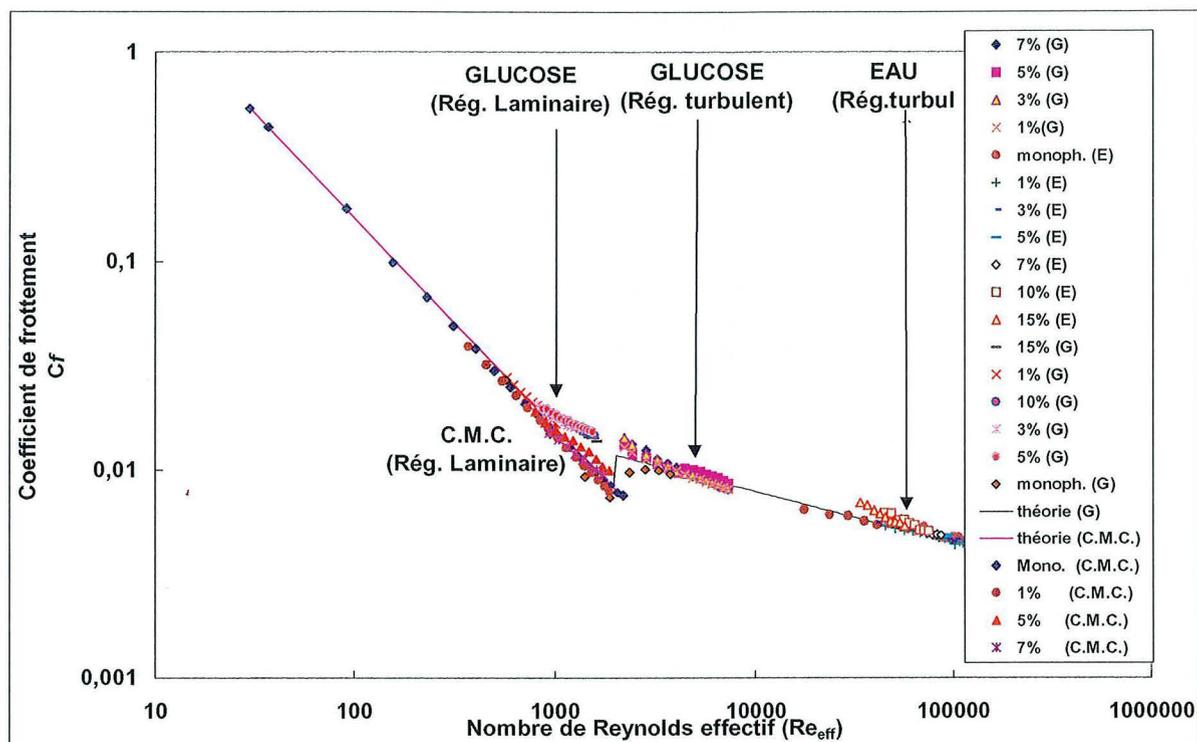


**Fig. III-14** : Détermination du coefficient de frottement des particules en suspensions dans la CMC à différentes fractions volumiques (0%, 1%, 5%, 7%) en fonction du nombre de Reynolds du fluide porteur corrigé avec le modèle de Quemada.

### III. 1. 2. 3 Etude comparée de la perte de charge des suspensions en écoulement isotherme pour l'eau, la solution de glucose et de la CMC

Nous avons procédé à une étude comparée de la perte de charge dans des suspensions avec trois différents fluides porteurs (l'eau, la solution de glucose et la C.M.C.. Les résultats obtenus ont montré qu'en régime laminaire et vitesse constante, le coefficient de frottement est plus élevé en glucose qu'en C.M.C. De même, nous constatons que toutes les lois du coefficient de frottement superposent la courbe maîtresse quelque soit le fluide porteur utilisé (Fig. III-15).

*L'étude comparée de la perte de charge de différentes suspensions nous amène à conclure que le modèle de sphères dures de Quemada est applicable aux sphères de grandes dimensions quelque soit la rhéologie du fluide porteur.*



**Fig. III-15** : Etude comparée du coefficient de frottement des suspensions en écoulement dans l'eau, la solution de glucose et de la C.M.C. à différentes fractions volumiques (mono., 1%, 5%, 7%, 10% et 15%) en fonction du nombre de Reynolds du fluide porteur corrigé avec le modèle de sphères dures de Quemada

Légende suivante : (E) : eau comme fluide porteur ;(G) : glucose comme fluide porteur (C.M.C.), CMC comme fluide porteur.

### III. 3 ETUDE DE PERTES DE CHARGE DANS LES SUSPENSIONS EN ECOULEMENT ANISOTHERME

#### III. 3. 1 Pertes de charge des suspensions à base du sirop de glucose

Pertes de charge dans les suspensions monodisperses

Nous avons procédé au chauffage des suspensions monodisperses par la paroi du tube, à densité de flux de chaleur constante ( $\varphi_{constante} = 15000 \text{ W/m}^2$  et à vitesse constante ( $U_d = 1,45 \text{ m/s}$ ) pour cinq fractions volumiques différentes (1%, 3%, 5%, 7%, 10%) et aussi pour le cas monophasique. Cette étude est destinée à évaluer l'influence de la thermodépendance sur le comportement des suspensions de sphères dures en écoulement anisotherme.

#### \*Gradient de pression

En présence de chauffage pariétal, les fluides thermodépendants vont présenter une diminution de viscosité à la paroi ; la résistance de l'écoulement est alors plus faible et il en résulte une perte de charge inférieure à celle du fluide non thermodépendant.

L'analyse des résultats obtenus montre que le coefficient de frottement dans le cas isotherme est toujours supérieur à celui obtenu dans le cas d'un écoulement non isotherme. En d'autres termes, le rapport du gradient de pression mesuré expérimentalement au gradient de pression dans le cas isotherme (ou cas du fluide non thermodépendant) est inférieur à 1.

$$\frac{\frac{dp}{dx}}{\left(\frac{dp}{dx}\right)_{iso}} < 1$$

Nous pouvons, dès lors, nous poser la question suivante : comment relier les coefficients de frottement en situation de chauffage et en isotherme en prenant en compte tous les paramètres (intensité du chauffage, débit, thermodépendance du liquide, la position axiale...).

Comme dans le cas isotherme, on définit le coefficient de frottement local anisotherme par :

$$Cf = \frac{|\tau_p|}{\frac{1}{2}\rho U_d^2} = \frac{D}{2\rho U_d^2} \left( \frac{dp}{dx} \right)$$

$\tau_p$  étant la contrainte à la paroi à l'abscisse considérée (Cf. Fig. III-16).

Le coefficient  $Cf$  est normalisé par le coefficient de frottement isotherme  $Cf_{iso}$  ( $Cf^* = \frac{Cf}{Cf_{iso}}$ ). On représente alors l'évolution du rapport  $\frac{Cf}{Cf_{iso}}$  en fonction du nombre de Cameron  $X^+$  (rappelons que  $X^+ = 2z/D \cdot RePr$ ).

**Question** : Pourquoi le coefficient de frottement  $Cf^*$  de l'écoulement monophasique anisotherme est-il plus élevé que dans le cas des suspensions ?

Lors de l'écoulement anisotherme des suspensions, nous supposons que les particules, dans leur déplacement par agitation du cœur de l'écoulement (le cœur étant toujours moins chauffé) vers la paroi, apporte du fluide "froid" à la paroi ; cet effet limitant ainsi la chute de la viscosité due au chauffage pariétal. Cela explique que  $Cf^*$  monophasique est plus élevé que  $Cf^*$  diphasique (Fig. III-16).

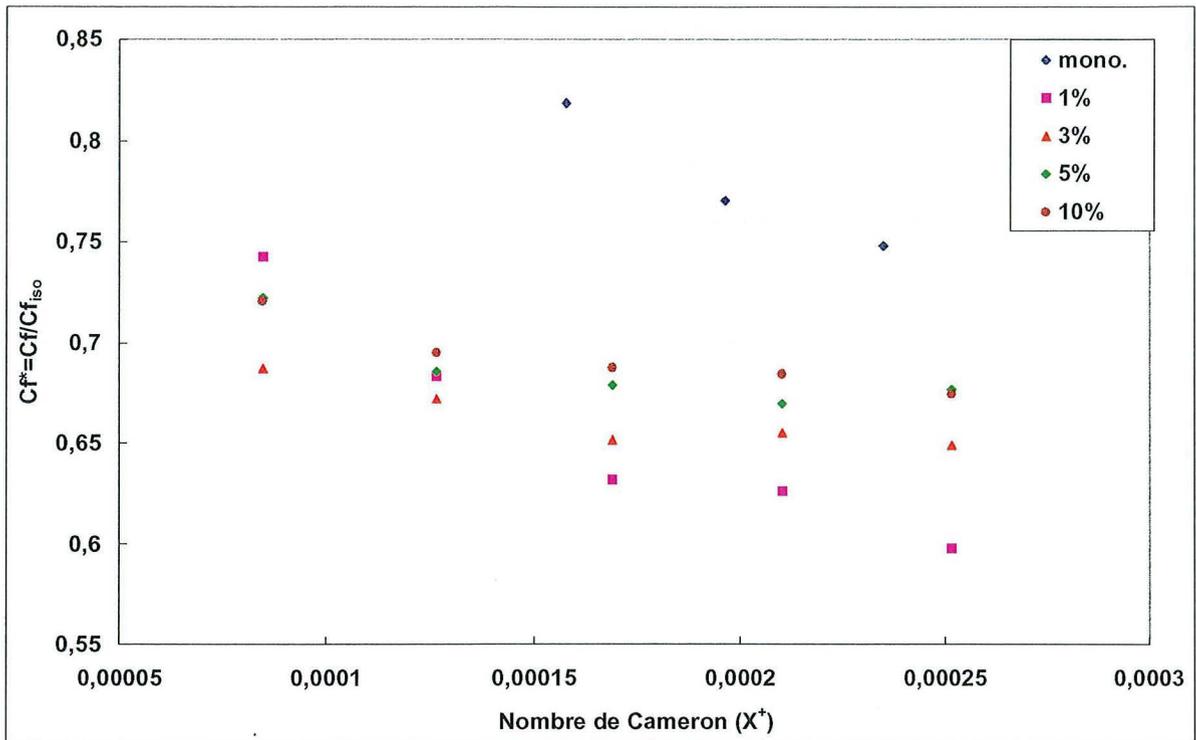
*La solution de glucose en écoulement monophasique ( $\phi = 0\%$ )* : le frottement est lié au gradient de vitesse pariétal et à la valeur de la viscosité.

Si la température monte, la viscosité diminue et le frottement chute. Ce qui fait que le coefficient de frottement adimensionnel  $Cf^* < 1$  et diminue lorsque la couche limite s'épaissit et le fluide s'échauffe.

*Suspension à  $\phi = 1\%$  en écoulement* : le frottement est lié au gradient de vitesse pariétal mais aussi au frottement du fluide sur les particules qui diminue lorsque la température monte donc la viscosité diminue. L'effet thermique est plus marqué et croît si le nombre de Cameron ( $X^+$ ) augmente ; donc quand la couche limite se développe.

*Suspensions à  $\phi = 3\%, 5\%, 10\%$  en écoulement* : un terme de dissipation d'énergie apparaît. Les interactions entre particules sont prépondérants et dépendent moins de la

température d'où le coefficient  $Cf^*$  est plus élevé et dépend moins du développement de la couche limite, donc dépend moins du nombre de Cameron ( $X^+$ ) (Fig. III-16).



**Fig. III-16** : Evolution du coefficient de frottement des suspensions anisothermes, à base de glucose, en fonction du nombre de Cameron -  $Re=2118$  ( $Ud=1,45$  m/s) -  $\varphi=15\,000$  W/m<sup>2</sup>

### III. 3. 2 Pertes de charge des suspensions à base de la (C.M.C.)

Nous avons procédé au chauffage des suspensions monodisperses à la densité de flux de chaleur constante ( $\varphi_{constante}=1000$  W/m<sup>2</sup> et à vitesse constante ( $Ud_{const.}=2,10$  m/s) à deux fractions volumiques différentes (1%, 5%,) et en monophasique. Cette étude est destinée à évaluer l'influence de la chaleur et des paramètres de la thermodépendance sur le comportement des suspensions de sphères dures en écoulement anisotherme dans la CMC.

#### \*Coefficient de frottement

La CMC étant thermodépendante, quand elle est chauffée à vitesse constante ( $Ud=2,10$  m/s) et à densité de flux constante ( $\varphi=1000$  W/m<sup>2</sup>) à l'instar de la solution de glucose, elle présente une diminution de la viscosité du mélange près de la paroi.

Au fur et à mesure que la fraction volumique augmente, le coefficient de frottement normalisé baisse. Cette baisse est très sensible entre 1% et 5% (Fig. III-17).

Les résultats obtenus montre que dans le cas de la CMC, le coefficient de frottement en isotherme est supérieur à celui obtenu dans le cas du chauffage. Le rapport du gradient de pression au gradient de pression dans le cas isotherme est inférieur à 1.

Le coefficient de frottement  $Cf^*$  varie légèrement depuis l'entrée de la veine de chauffage jusqu'à sa sortie indépendamment de la concentration de la suspension.

En monophasique, à l'entrée de la veine  $Cf^* \approx 0,8$  et à sa sortie  $Cf^* \approx 0,75$ . (Fig. III-17).

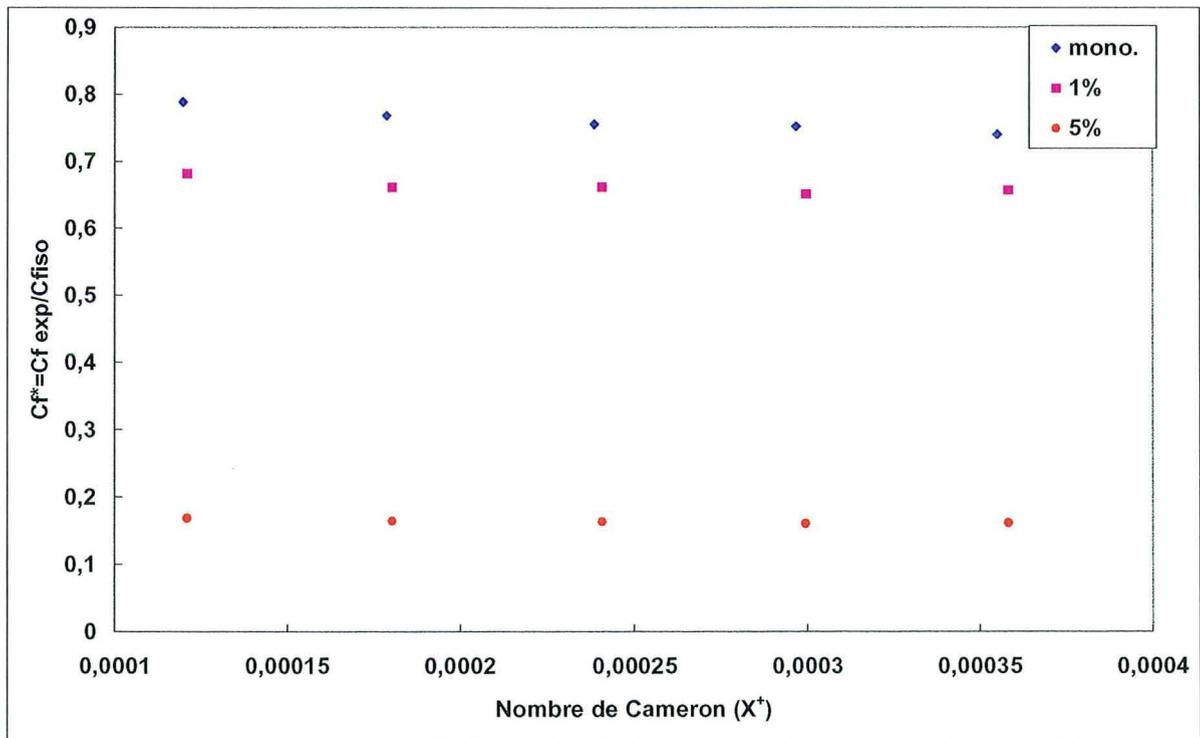
A  $\phi=1\%$ , à l'entrée de la veine  $Cf^* \approx 0,7$  et à sa sortie  $Cf^* \approx 0,68$

A  $\phi=5\%$ , à l'entrée de la veine  $Cf^* \approx 0,18$  et à sa sortie  $Cf^* \approx 0,18$

**Remarque :** Ce coefficient est resté invariable de l'entrée à la sortie de la veine de chauffage pour la fraction volumique à 5%.

Le coefficient de frottement en écoulement monophasique anisotherme est plus élevé que dans le cas des suspensions à 1% ou à 5%. Ce coefficient diminue avec l'accroissement de la fraction volumique en particules. Ceci est dû aux interactions entre particules à l'origine de la dissipation d'énergie, à l'instar des suspensions à base de la solution de sirop de glucose.

*Nous pouvons conclure que la présence des particules dans une suspension à base de CMC, fait diminuer fortement le coefficient de frottement normalisé.*



**Fig. III-17 :** Evolution du coefficient de frottement des suspensions anisothermes, à base de CMC, en fonction du nombre de Cameron -  $Ud=2,10$  m/s -  $\phi=1000$  W/m<sup>2</sup>.

### III. 4 ETUDE DES PROFILS DE VITESSE

#### III. 4. 1 Situation isotherme

##### III. 4. 1. 1 Etude des profils de vitesses dans les suspensions (fluide porteur : sirop de glucose)

\*Influence des particules sur les profils de vitesses

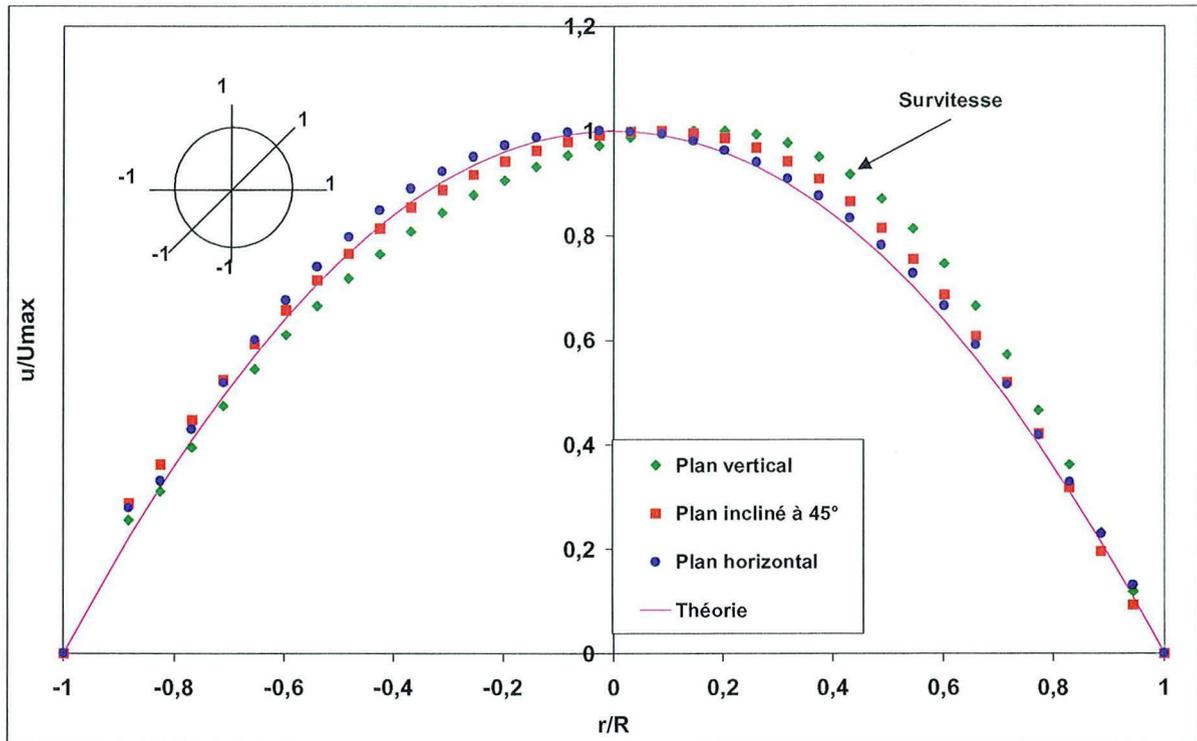
Pour examiner l'influence des particules sur l'écoulement du mélange, nous avons utilisé la mesure des profils de vitesses par méthode ultrasonore (UVP). Plusieurs mesures ont été effectuées dans des positions différentes (plan vertical, plan incliné à 45° et plan horizontal) afin d'apprécier la répartition des particules solides dans les suspensions en écoulement. L'allure parabolique des profils de vitesse obtenus confirme le régime laminaire de l'écoulement. Ces vérifications sont faites avec un débit constant de  $8,9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$  (soit à la vitesse  $U_d=1,2 \text{ m/s}$ ) à des fractions volumiques de 1% et de 10% de sphères dures.

Le profil de vitesse dans le plan vertical est dissymétrique et présente une survitesse dans la partie supérieure où les particules sont en concentration moins élevée (ceci est dû à la sédimentation), alors que celui mesuré dans le plan horizontal est symétrique (Fig. III-18).

Sur la base de cette répartition non homogène des particules dans l'écoulement, nous faisons l'hypothèse qu'elle serait, peut être, à l'origine de la variation spatiale de la viscosité apparente dans les suspensions, qui induit la dissymétrie du profil de vitesse.

Selon le plan de mesure adopté, nous remarquons une variation continue de la survitesse constatée plus haut (Fig. III-18).

*D'où il nous est cohérent de dire que la répartition de grosses sphères dures en suspensions, dans une solution de sirop de glucose en écoulement, n'est pas régulière. Ces suspensions sont non homogènes.*



**Fig. III-18** : Exemples de profils de vitesse normalisés obtenus pour une suspension isotherme à fraction volumique en particules de 1% dans une solution de sirop de glucose (U.V.P.).

#### \*Comparaisons des profils de vitesses dans les suspensions

La même étude est faite pour vérifier l'influence de différentes fractions volumiques (de 1% à 10%) sur les profils de vitesses des suspensions. Les mesures ont été effectuées dans les plans vertical, incliné à 45° et horizontal.

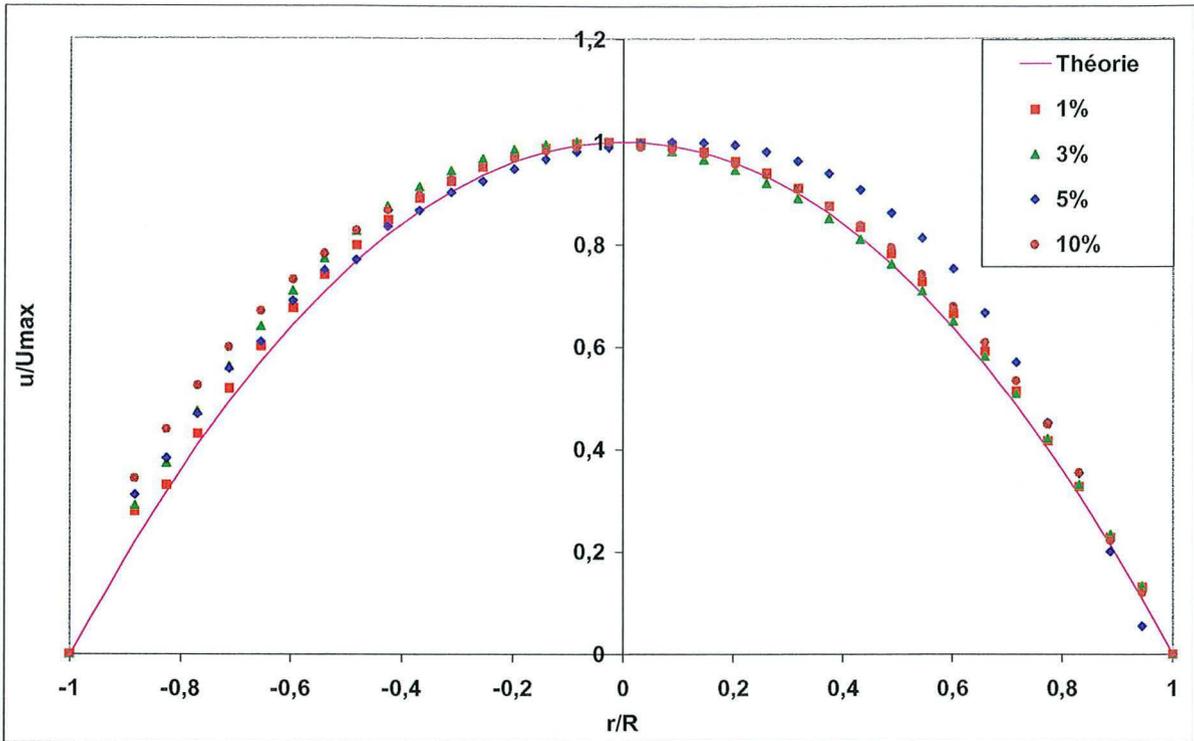
Prenons comme référence le cas des profils de vitesses de la suspension de fraction volumique à 5% (Fig. III-19a et III-19d).

Dans le plan horizontal nous remarquons, non loin de l'axe de conduite, un gradient de vitesse très sensible (à 5%) par rapport aux autres courbes (Fig. III-19a).

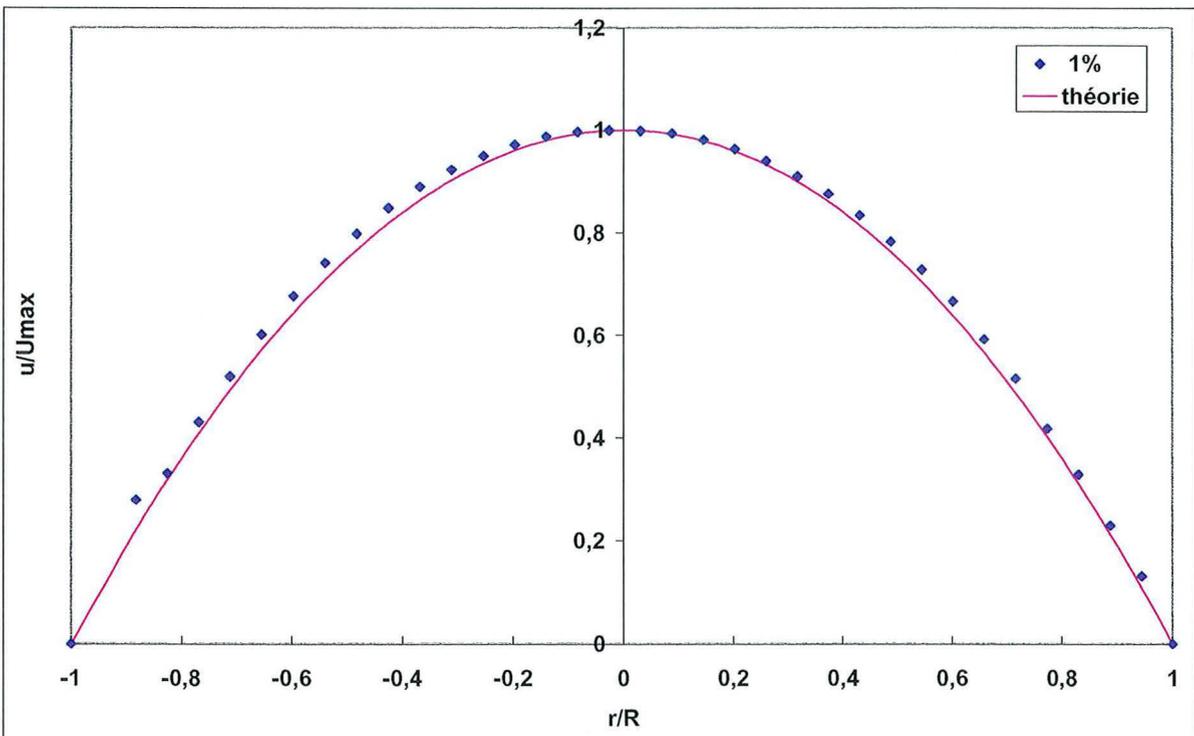
Dans le plan vertical nous constatons que c'est la courbe (à 1%) qui connaît un grand décalage (gradient de vitesse très sensible) par rapport aux autres courbes il existe toujours (Fig. III-20a et III-20b). C'est le même constat qui est fait au sujet de la répartition dans une suspension à 1%.

En observant les figures III-19a, -19b, -19c, -19d, -19e et les figures III-20a, -20b, -20c, -20d, -20e, nous constatons que les particules ne sont pas réparties de manière régulière dans l'écoulement, d'où la conclusion suivante.

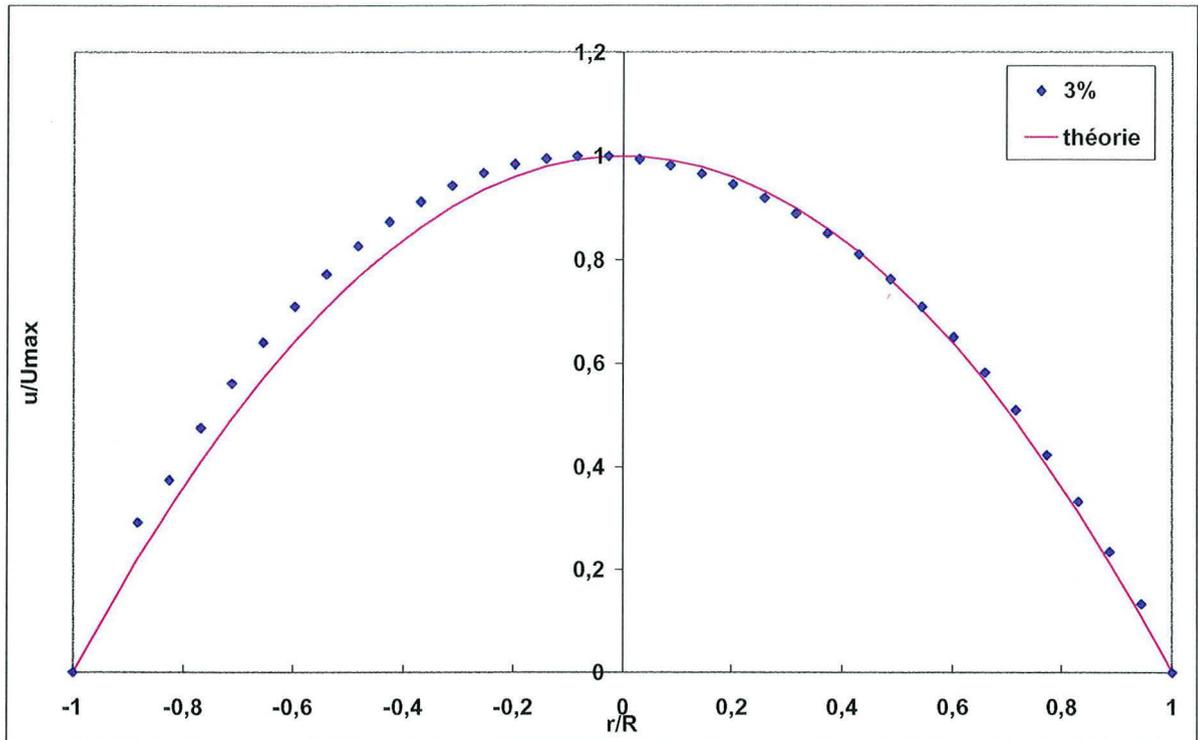
*Ceci nous amène à conclure que la répartition des particules dans la conduite n'est pas faite de manière homogène et ce indépendamment de la valeur de la fraction volumique. Cette situation pourrait être à la base de la variation de la viscosité apparente du mélange au cours de l'écoulement.*



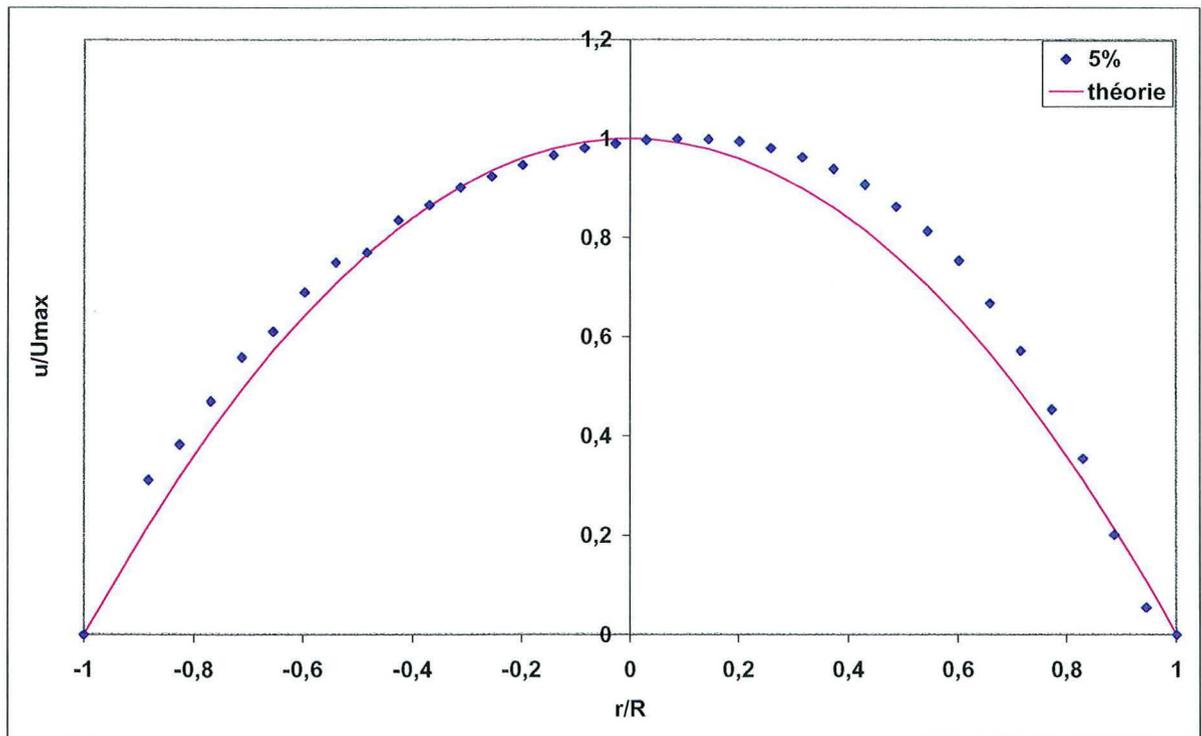
**Fig. III-19a** : Etude comparative des profils de vitesses normalisés des suspensions isothermes à différentes fractions volumiques en particules solides de  $\phi = 1\%$  à  $10\%$  et mesurés dans le plan horizontal (U.V.P.).



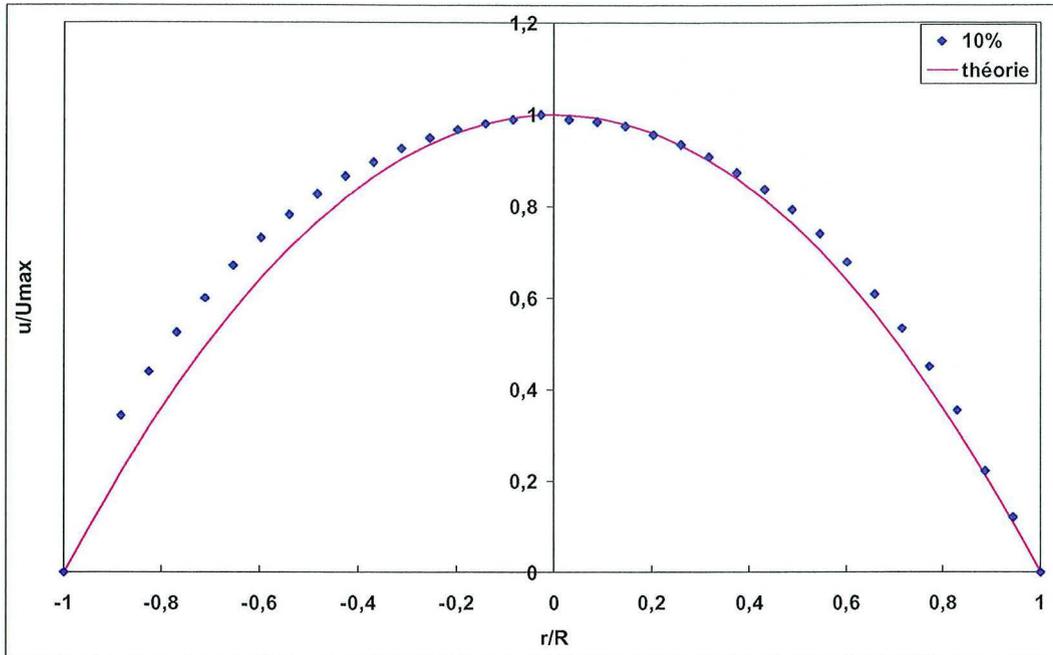
**Fig. III-19b** : Etude comparative des profils de vitesses normalisés théorique et expérimental d'une suspension isotherme à  $\phi = 1\%$  mesurés dans le plan horizontal (U.V.P.).



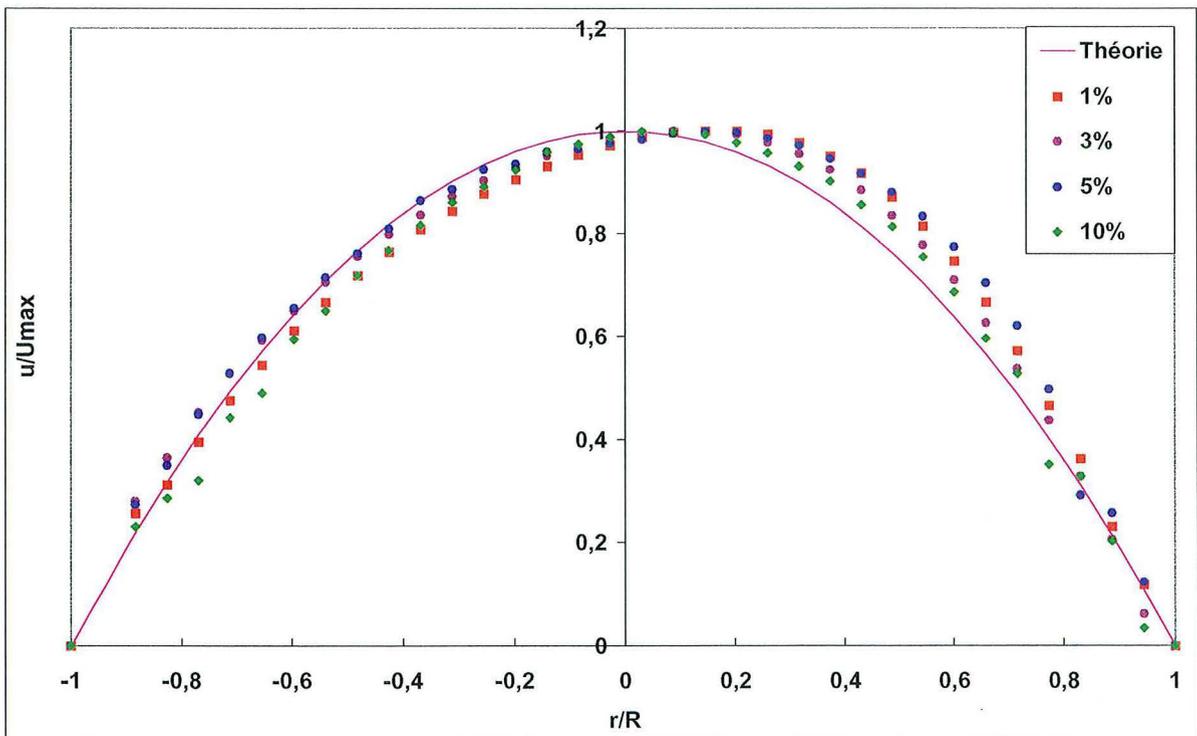
**Fig. III-19c** : Etude comparative des profils de vitesses normalisés théorique et expérimental d'une suspension isotherme à  $\phi = 3\%$  mesurés dans le plan horizontal (U.V.P.).



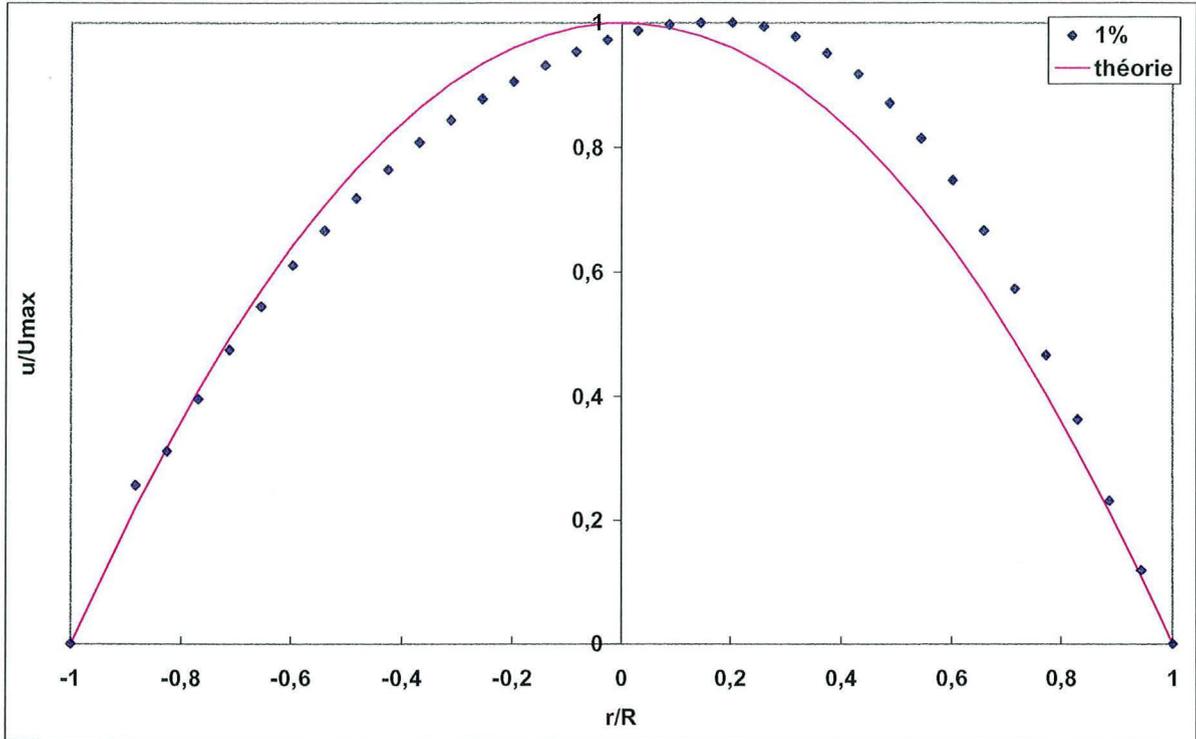
**Fig. III-19d** Etude comparative des profils de vitesses normalisés théorique et expérimental d'une suspension isotherme à  $\phi = 5\%$  mesuré dans le plan horizontal (U.V.P.).



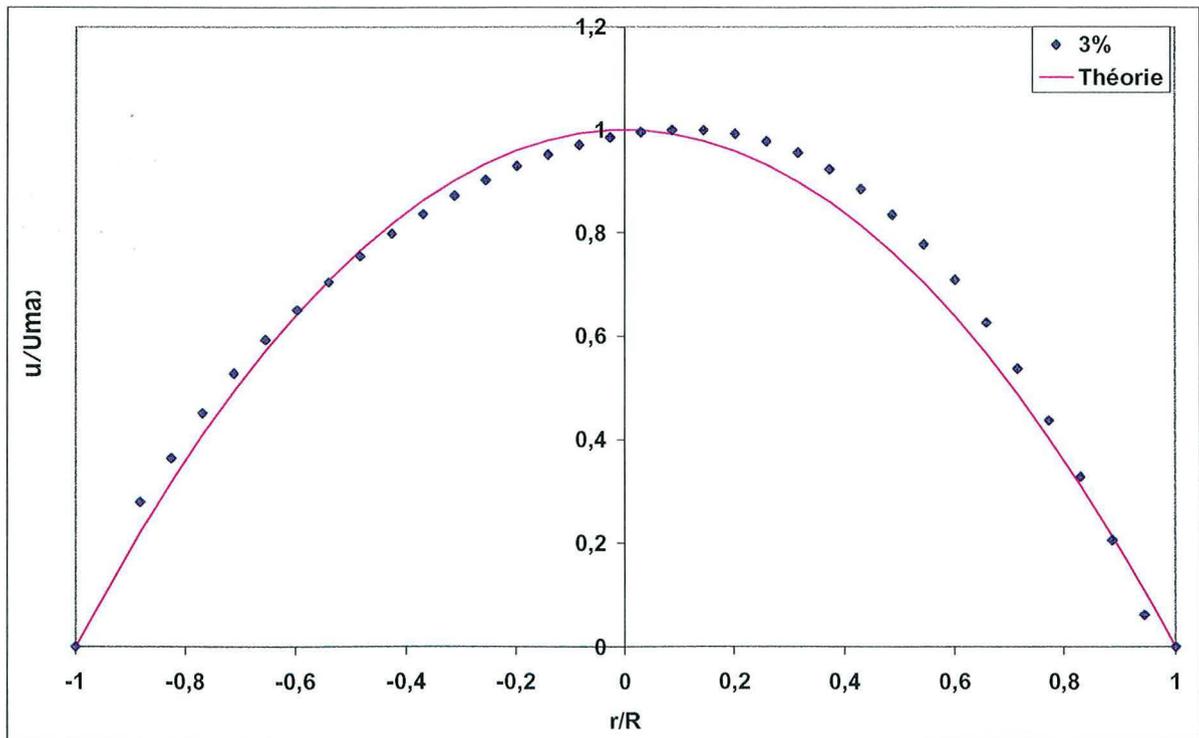
**Fig. III-19e** : Etude comparative des profils de vitesses normalisés théorique et expérimental d'une suspension isotherme à  $\phi = 10\%$  mesurés dans le plan horizontal (U.V.P.).



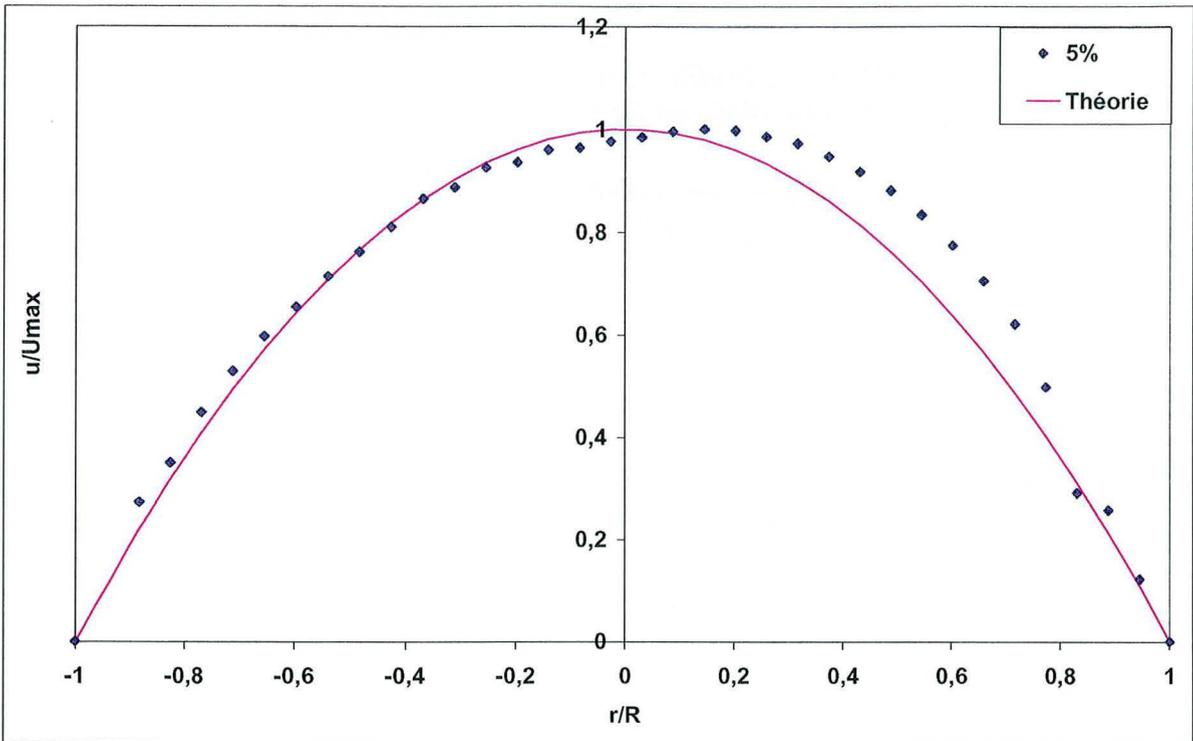
**Fig. III-20a** : Etude comparative des profils de vitesses normalisés des suspensions isothermes à différentes fractions volumiques en particules solides de  $\phi = 1\%$  à  $10\%$  et mesurés dans le plan vertical (U.V.P.)



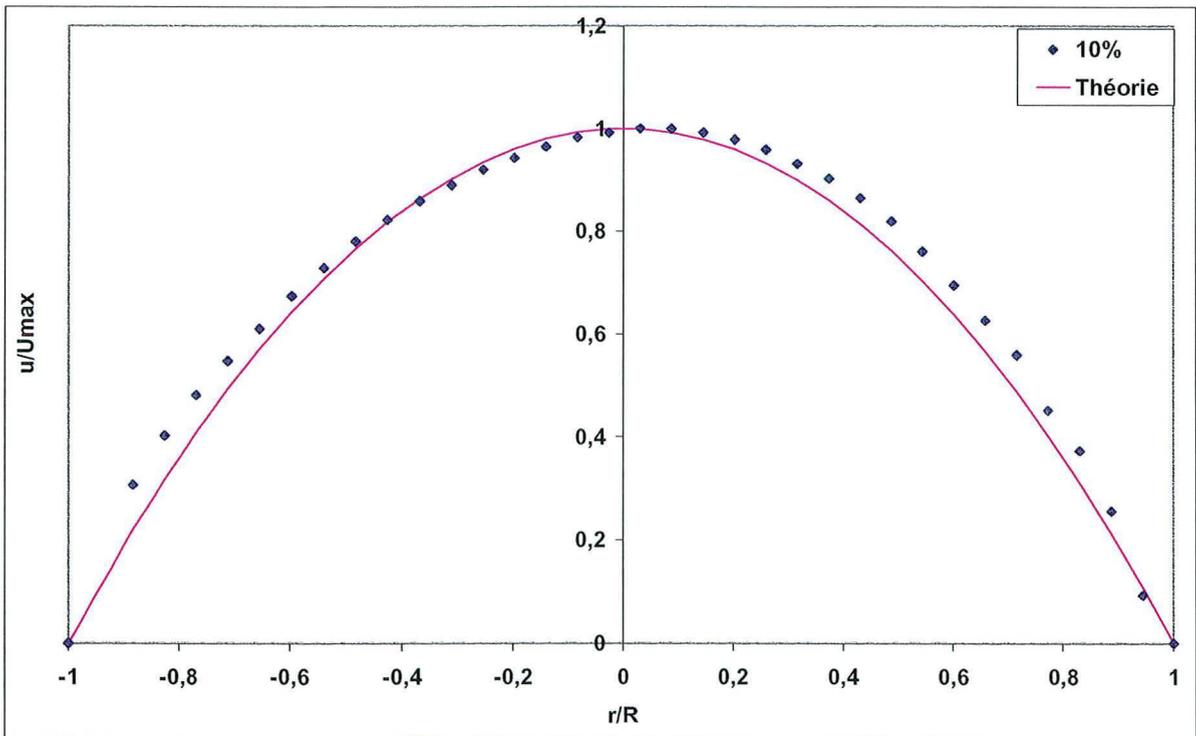
**Fig. III-20b** : Etude comparative des profils de vitesses normalisés théorique et expérimental d'une suspension isotherme à  $\phi = 1\%$  mesurés dans le plan vertical (U.V.P.).



**Fig. III-20c** : Etude comparative des profils de vitesses normalisés théorique et expérimental d'une suspension isotherme à  $\phi = 1\%$  mesurés dans le plan vertical (U.V.P.).



**Fig. III-20d:** Etude comparative des profils de vitesses normalisés théorique et expérimental d'une suspension isotherme à  $\phi = 5\%$  mesurés dans le plan vertical (U.V.P.).



**Fig. III-20e :** Etude comparative des profils de vitesses normalisés théorique et expérimental d'une suspension isotherme à  $\phi = 10\%$  mesurés dans le plan vertical (U.V.P.).

### III. 4. 1. 2 Profils de concentration – évolution de la viscosité dans les suspensions en écoulement

Les profils de concentrations sont calculés pour chaque cas en utilisant l'équation de Navier – Stokes en régime dynamique établi soit :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} (v(y, z) \frac{\partial u}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (v(y, z) \frac{\partial u}{\partial z}) = 0 \quad \begin{array}{c} z \\ \uparrow \\ \text{---} \\ \rightarrow y \end{array} \quad \text{(III-5)}$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \eta \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta \frac{\partial u}{\partial z} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \text{à } y = 0 \Rightarrow \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial z} \cdot \frac{\partial u}{\partial z} + \eta \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$$

En négligeant le terme  $\frac{\partial \eta}{\partial z} \cdot \frac{\partial u}{\partial z}$ , nous avons :

$$\boxed{\frac{\partial p}{\partial x} + \eta \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0}$$

#### Hypothèse importante

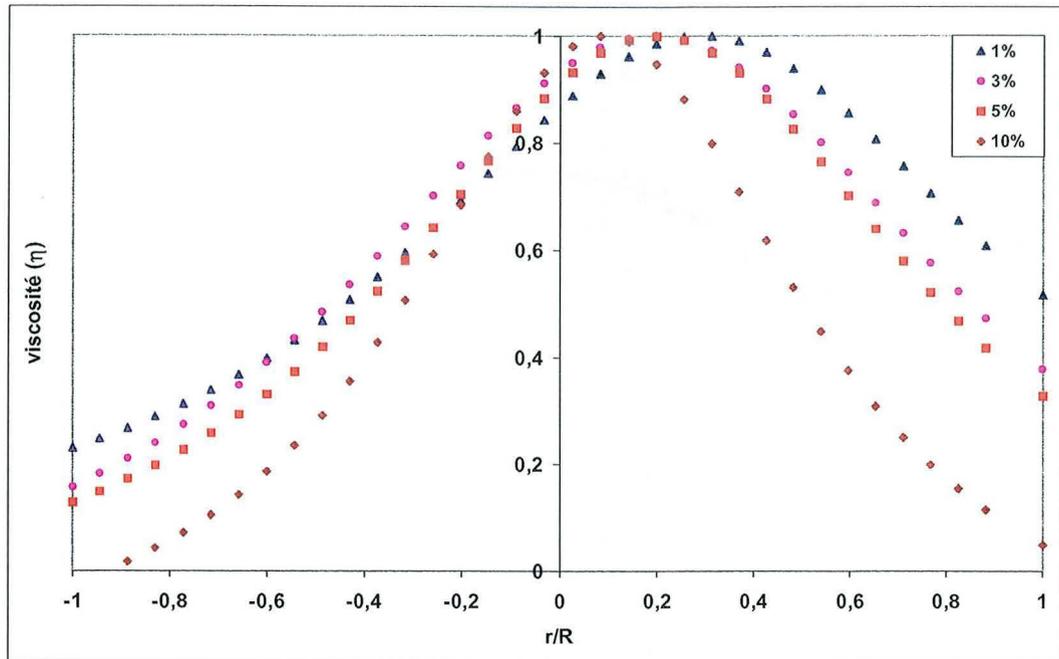
*Le profil de vitesse étant symétrique dans le plan horizontal, nous faisons l'hypothèse que la viscosité effective est constante ( $\eta_{eff}$ ) dans chaque plan horizontal.*

L'équation (III-5) devient :

$$\boxed{\frac{\partial p}{\partial x} + \eta \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0} \quad \text{(III-6)}$$

Nous résolvons cette équation en fonction de la fonction  $u(y, z)$  est approchée par une fonction polynomiale (Fig. III-22 et Fig. III-25).

Au niveau de la paroi inférieure, la viscosité varie en fonction de la fraction volumique ; elle est très faible à 10%, et élevée à 1% et augmente avec la fraction volumique (Fig. III-21). Au centre de la conduite, la viscosité semble indépendante de la fraction volumique aux environs du centre de la conduite et devient maximale, dans la partie supérieure juste un peu au dessus du centre de la conduite.



**Fig. III-21** : Profil de viscosité des suspensions à base de la solution de sirop de glucose (évolution de la viscosité en fonction du rayon adimensionnel de la conduite)

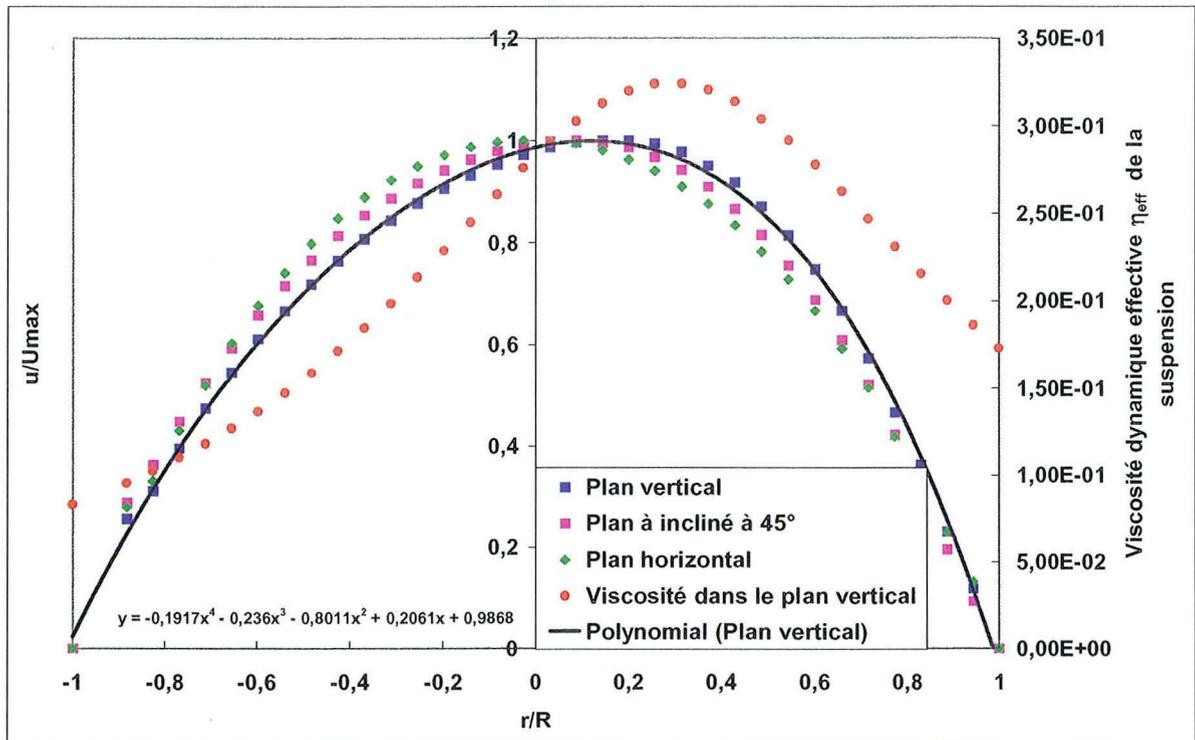
**\*Variation de la concentration en particules et son influence sur la viscosité dans les suspensions (suspensions non homogènes)**

L'évolution de la viscosité est étroitement liée à la variation de la concentration locale des particules dans l'écoulement et pour mieux apprécier cette évolution (donc cette concentration qui varie au cours de l'écoulement isotherme de la suspension), nous avons mené l'étude pour différentes fractions volumiques de particules solides (figures III-22 à III-25) en analysant la variation de la viscosité dans les suspensions à différentes fractions volumiques ( $\phi=1\%$ ,  $\phi=3\%$ ,  $\phi=5\%$  et  $\phi=10\%$ ).

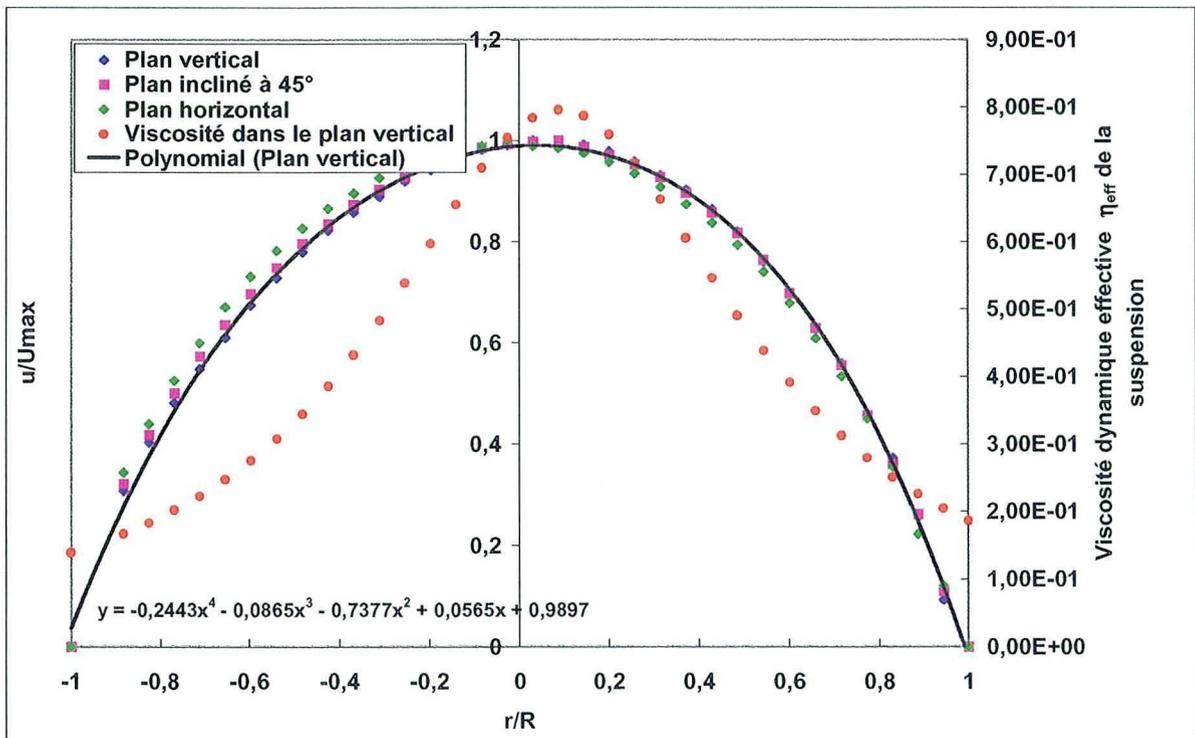
En observant les résultats obtenus (Fig. III-22 et III-25) pour chacune des fractions volumiques, nous constatons qu'à :

- $\phi=1\%$ , il y a une surviscosité dans le plan vertical de mesure avec une viscosité maximum légèrement au dessus de l'axe central de la conduite. Ce qui nous permet de dire qu'il y a concentration de particule à ce niveau de la conduite pendant qu'elle l'est moindre aux environs de la paroi ;
- $\phi=10\%$ , la répartition de la concentration est plus symétrique par rapport à l'axe. D'autre part les profils de vitesse sont proches dans les différents plans (les chocs interparticules limitent les effets de la stratification mais le regroupement des particules au voisinage de l'axe demeure).

Les chocs interparticules homogénéisent le milieu. Ces résultats rappellent ceux obtenus par Mills et Snabre (1995) et de Fan et al (2002). Les cas des fractions volumiques à  $\phi=3\%$  et à  $\phi=5\%$  peuvent être observés (*en Annexe 5*).



**Fig. III-22** : Profils de vitesses normalisés et de viscosité de la suspension isotherme à la fraction volumique en particules de  $\phi = 1\%$  (U.V.P.).



**Fig. III-25** : Profils de vitesses normalisés et de viscosité de la suspension isotherme à la fraction volumique en particules de  $\phi = 10\%$  (U.V.P.).

## Conclusion

*Pour les fractions volumiques de 1%, 3%, 5% la répartition des particules n'est pas régulière dans la conduite. Au fur et à mesure que la fraction volumique augmente, la variation de la concentration des particules est mieux répartie dans le milieu pour la fraction volumique à 10 %. Quelle que soit la fraction volumique, les particules solides ont tendance à émigrer vers les environs de l'axe de la conduite*

*Nous avons observé la variation de la viscosité de la suspension aux environs de l'axe et plus précisément en sa partie immédiatement supérieure, en constatant une forte viscosité qui a tendance à diminuer au fur et à mesure que nous approchons de la paroi dans la plupart des cas étudiés. Ceci nous a permis de conclure que les particules émigrent de la paroi vers le centre de la conduite lors de l'écoulement du mélange.*

*L'examen des profils de vitesse obtenus par vélocimétrie ultrasonore montre clairement un effet de sédimentation des particules (Fig. III-18). Le profil de vitesse dans le plan vertical est dissymétrique et présente une survitesse dans la partie supérieure où les particules sont en concentration plus faible, alors que le profil obtenu dans le plan horizontal est symétrique. Ces figures semblent montrer de façon nette le caractère hétérogène de nos suspensions en écoulement isotherme. Mais ce caractère hétérogène n'est pas pris en compte dans l'approche globale effective validée par les résultats obtenus et décrits sur la figure III-9.*

### Remarque

*Dans l'approche globale et en première approximation, nous n'avons pas pris en compte l'effet de la sédimentation.*

### **III. 4. 1. 3. Etude de profil de vitesse dans les suspensions en écoulement isotherme en régime turbulent (fluide porteur : eau )**

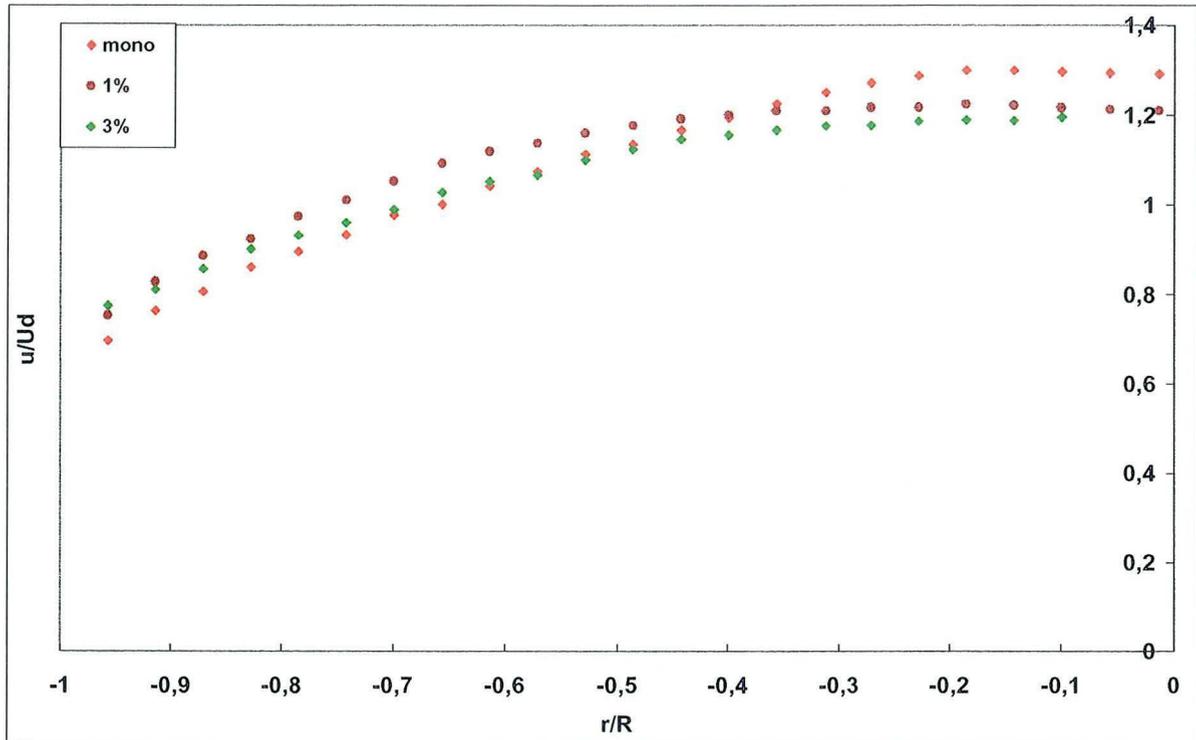
\*Cas de suspensions monodisperses

Nous avons étudié les suspensions monodisperses (:mono, 1%, 3%) avec pour fluide porteur l'eau à la vitesse débitante  $U_d = 2,22$  m/s avec un nombre de Reynolds  $Re = 66491$  (en régime turbulent).

Les résultats, ont montré qu'au fur et à mesure que la fraction volumique de particules croît, il y a une survitesse aux environs de la paroi.

Cette valeur de la viscosité apparente, elle-même, est liée à une faible concentration. Cette concentration est plus élevée au centre de la conduite (courbe légèrement aplatie) au centre ; ce que nous avons observé avec la solution de glucose comme fluide porteur en régime laminaire (Fig. III-26).

L'eau pure et les suspensions à 1% et à 3%, en écoulement isotherme, ont leur profil de vitesse s'aplatir sur l'axe de la conduite. A l'origine de cette observation est le phénomène de la diffusivité turbulente.



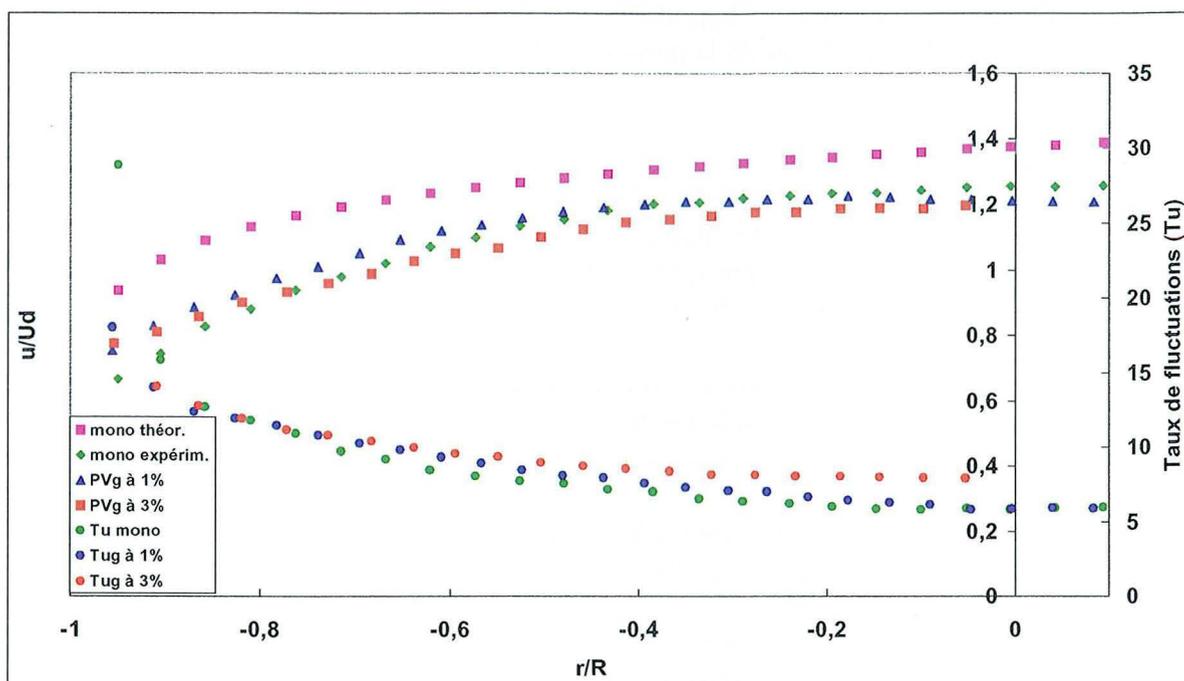
**Fig. III-26** : Evolution comparative des profils de vitesses des suspensions en écoulement isotherme à différentes fractions volumiques. ( $d \approx 5,72$ .mm).

\*Profil de vitesse et profil de taux de turbulence

L'étude de profils de vitesse en régime turbulent montre l'aplatissement des profils de vitesse au centre aussi bien pour un écoulement de l'eau pure que pour les mélanges concentrés à 1 % et à 3%. A l'origine de ce phénomène d'aplatissement il y a le fait que la concentration est élevée en particules d'où augmentation de la viscosité au centre de la conduite. Le phénomène s'accroît au fur et à mesure que la fraction volumique croît.

Le profil du taux de fluctuations, montre bien que nous sommes en régime turbulent. Les écoulements de l'eau pure et des suspensions à 1%, ont pratiquement le même taux de fluctuations ( $Tu \approx 6\%$ ). Ceci s'explique par le fait que le fluide est faiblement chargé (suspensions diluées). Mais à 3% le taux est monté à  $Tu \approx 8\%$  car il y a accroissement du taux de fluctuations si la concentration augmente.

Aux environs de la paroi, les trois écoulements ont leurs taux de fluctuations confondues ( $Tu \approx 27\%$ ). Ce phénomène peut s'expliquer par le fait que les environs immédiats de la paroi ne sont pas pourvus de particule comme au centre de la conduite. C'est la confirmation de la migration des particules vers le cœur de l'écoulement (Fig. III-27).



**Fig. III-27** : Evolution comparative des profils de vitesses et des profils de taux de fluctuations des suspensions dans l'eau à différentes fractions volumiques en écoulement isotherme. ( $d \approx 5,72\text{mm}$ ).

#### III. 4. 1. 4. Etude des profils de vitesses dans des suspensions en écoulement isotherme en régime laminaire (fluide porteur : CMC)

Nous avons mené l'étude sur les profils de vitesses de la CMC et des suspensions.

\*Profils de vitesse de la CMC monophasique

Dans cette partie nous nous intéressons à l'étude des profils de vitesses de la CMC monophasique et des suspensions en écoulement avec la mise en évidence de l'influence des particules solides sur le profil de vitesses.

Le profil de vitesses dans un écoulement laminaire de suspensions dans un tube horizontal a une forme parabolique du type Poiseuille (figure III-28).

Profils de vitesses en situation isotherme

Pour analyser l'impact des particules solides sur le profil de vitesses, nous avons travaillé avec des suspensions à 1% et à 5% de particules solides dans une solution de la C. M. C.

Nous constatons qu'il y a une survitesse au niveau de la paroi et que cette survitesse est proportionnelle à la fraction volumique à l'instar du cas de la solution de glucose et de l'eau. (et Fig. III-28)

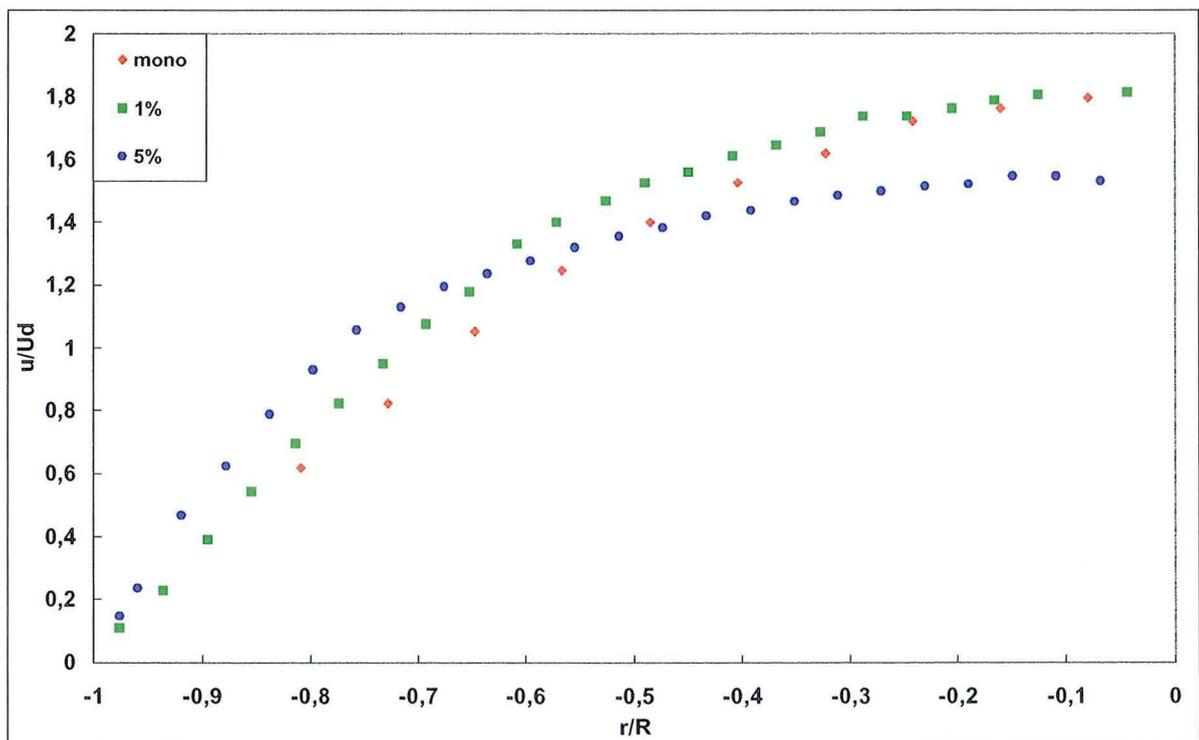
Cette hypothèse nous fait dire qu'il y a accumulation des particules au centre de la conduite, accumulation qui s'accroît au fur et à mesure que la fraction volumique augmente.

Ce qui confirme, une fois encore l'hypothèse de Chong et al (1971) et valide nos résultats. L'absence de particules au niveau de la paroi est à la base de ce gradient de vitesse constatée (Fig. III-28).

En effet le gradient de vitesse (en allant du centre vers la paroi) que nous observons au niveau de la fraction volumique de 1% en particules par rapport au cas monophasique est probablement lié à la présence des particules. Vers le centre de la conduite, il y a une superposition de la courbe monophasique avec la courbe à 1% et un début d'aplatissement que nous pouvons soupçonner (Fig. III-28).

La suspension à 5% vient confirmer notre soupçon à savoir que le gradient de vitesse est plus sensible près la paroi et un aplatissement évident de la courbe à 5% au centre de la conduite. Ce qui nous amène à dire que la viscosité du mélange s'est accrue au centre de la conduite (les gradients de concentrations de particules y sont forts), et le gradient de vitesse constaté près de la paroi peut être expliqué par la quasi absence de particules près de la paroi (donc faible viscosité du mélange) (Fig. III-28).

*Une fois encore et à l'instar des suspensions à phase suspendante de glucose ou en eau, les particules en suspensions dans la CMC migrent vers le centre de la conduite. Cette migration est à la base de la variation de la viscosité constatée et calculée dans le cas des fluides newtoniens.*



**Fig. III. 28 :** Evolution des profils de vitesses des suspensions en écoulement isotherme à différentes fractions volumiques et en monophasique à l'aide de LDA.

### III. 4. 2 Situation anisotherme

#### III. 4. 2. 1 Etude du chauffage sur le profil de vitesse des suspensions à base du glucose

L'étude de l'influence des particules sur le profil de vitesse des suspensions en écoulement est faite ; nous la complétons avec une analyse de l'influence simultanée des particules et de la chaleur sur le profil de vitesse.

##### Profil de vitesses en situation anisotherme et le taux de fluctuations des vitesses

###### **\*Profils de vitesses**

Nos premières observations ont montré que le profil de vitesse expérimentale isotherme est en accord avec le profil de vitesse théorique. Dès que nous chauffons à la densité de 5000 W/m<sup>2</sup> nous constatons l'apparition de gradient de vitesse par rapport au profil isotherme, au niveau de la paroi ; une variation de vitesse qui devient importante quand nous augmentons la densité de flux de chaleur portée à 10000 W/m<sup>2</sup>. Cette variation de vitesse s'explique parfaitement par le phénomène de la fluidification liée à la diminution de la viscosité à la paroi car la température à la paroi est plus élevée que dans le fluide (lieu de forts gradients de température) (Fig. III-29).

Au même moment, les profils de vitesses à 5000 W/m<sup>2</sup> et à 10000 W/m<sup>2</sup> s'aplatissent au centre de la conduite ; ce qui peut être interprété comme l'influence de la chaleur sur l'écoulement. En effet le glucose étant thermodépendant sa conductivité thermique varie plus ou moins avec la température. La propriété  $\eta(T)$  entraîne un couplage entre les champs de vitesse et de température et ceci quelle que soit la géométrie.

Dans les canalisations, la thermodépendance a souvent pour effet d'interdire l'existence d'un régime établi *stricto sensu*.. La température du glucose n'est pas constante le long de l'écoulement. Les variations de viscosité qui en résultent, ont alors pour conséquence une modification progressive du profil de vitesses.

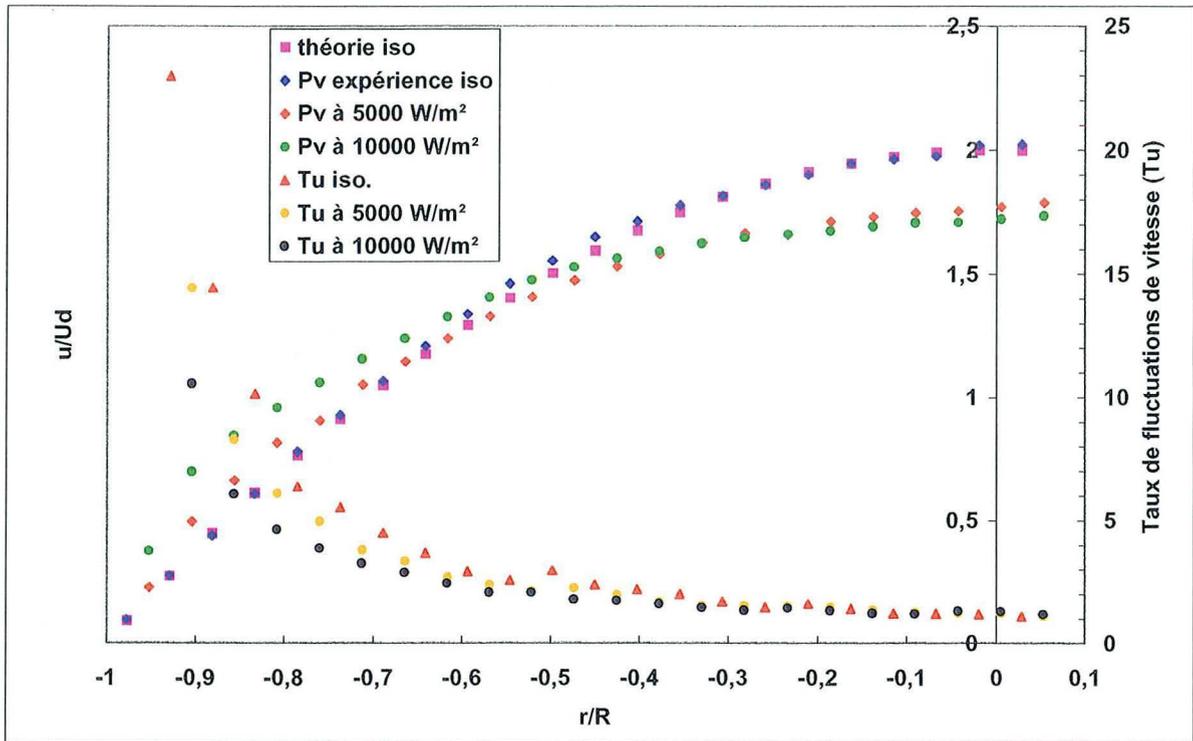
Nous constatons que, à débit constant, le gradient de vitesse à la paroi est plus important quand le fluide est chauffé ; c'est le cas de la courbe à 10 000 W/m<sup>2</sup> par rapport à la courbe à 5000 W/m<sup>2</sup> et la courbe à 5 000 W/m<sup>2</sup> par rapport à la courbe isotherme), ceci est compensé par une diminution de la vitesse dans la partie centrale imposée par la conservation du débit (Fig. III-29).

###### **\*Profil de taux de fluctuations de vitesse**

Les valeurs des taux de fluctuations mesurées en aval de la zone chauffée ont été comparées à celles du régime laminaire isotherme pour des valeurs du nombre de Reynolds allant jusqu'à 58 (Fig. III-29).

Nous mettons en évidence que, même dans la région de forts gradients thermiques, le régime turbulent n'est pas atteint et qu'aucune instabilité n'apparaît. Cependant, il est à remarquer un accroissement du niveau de fluctuations avec le nombre de Reynolds aux

environs de la paroi. *eci nous amène à dire qu'il n'y a pas de fluctuations au cœur de l'écoulement.*



**Fig. III-29** : Profils de vitesses et de taux de fluctuation de vitesses de l'écoulement anisotherme d'une solution de glucose à différentes densités de flux de chaleur (isotherme, 5000 W/m<sup>2</sup> et 10000 W/m<sup>2</sup>) (Re = 58).

### III. 4. 2. 2 Etude de profil de vitesses dans les suspensions anisothermes à base de glucose et des taux de fluctuations de vitesses

Effectuons l'étude des profils de vitesses dans les suspensions en écoulement laminaire anisotherme et ainsi que celle des taux de fluctuation des vitesses.

#### \*Profils de vitesses en régime laminaire

Nos observations ont montré qu'il y a un décalage entre le profil de suspension à 1% isotherme et le profil de vitesse monophasique isotherme.

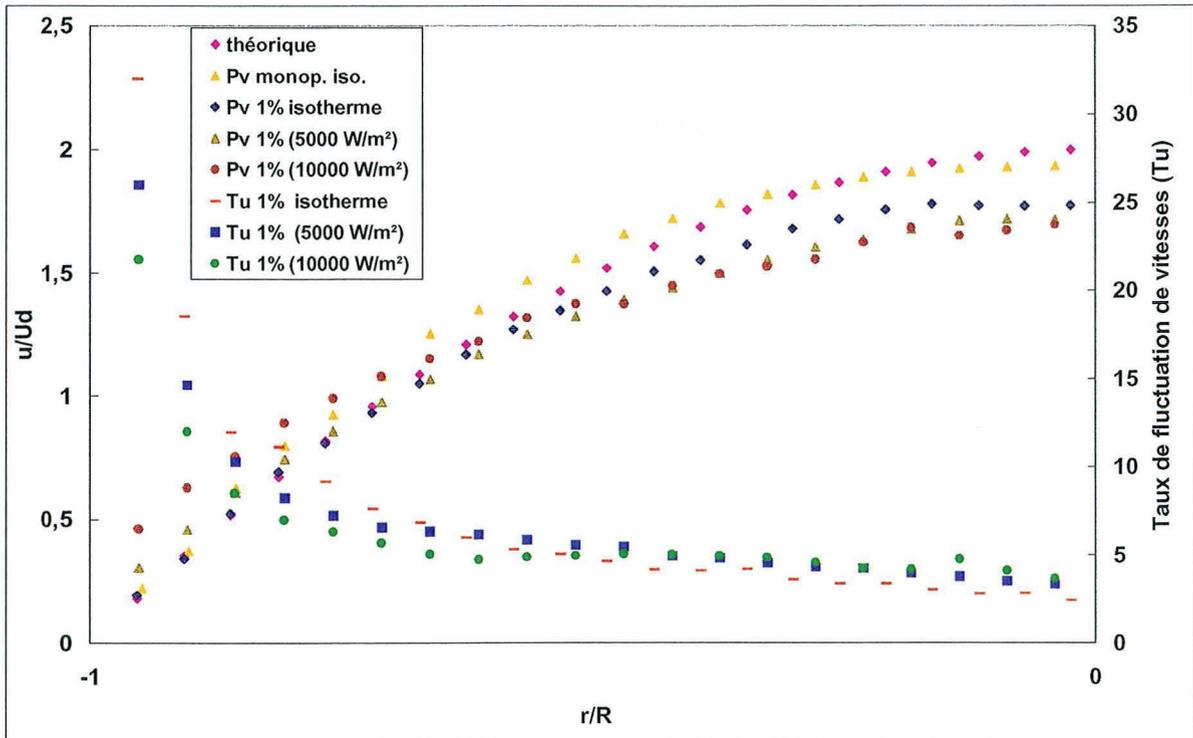
Il y a isovitesse entre ces deux profils au niveau de la paroi (Fig. III-30). Cette vitesse diminue au fur et à mesure que l'on tend vers le centre de la conduite ; la faible vitesse constatée au niveau du profil au centre implique une certaine concentration de sphères d'où localement le mélange est plus visqueux.

Dès que nous chauffons à la densité de 5000 W/m<sup>2</sup> nous constatons l'apparition d'une légère survitesse par rapport au profil isotherme et suffisamment sensible par rapport profil monophasique au niveau de la paroi. Cette survitesse prend d'ampleur quand nous augmentons la densité de flux de chaleur que nous avons portée à 10000 W/m<sup>2</sup>. Cette survitesse s'explique alors par le phénomène de la fluidification liée à la diminution de la viscosité à la paroi indiquée ci-dessus.

### \*Profils des taux de fluctuations de vitesses

Les valeurs des taux de fluctuations mesurées en aval de la zone chauffée ont été comparées à celles du régime laminaire isotherme pour des valeurs du nombre de Reynolds allant jusqu'à 552 (Fig. III-30).

*Ainsi dans la région de forts gradients thermiques, le régime turbulent n'est pas atteint et aucune instabilité n'apparaît.*



**Fig. III-30** : Profils de vitesses et taux de fluctuations de vitesses d'une suspension à 1% à différentes densités de flux de chaleur dans un fluide porteur de glucose ( $Re=552$ ).

### III. 4. 2. 3 Etude de profil de vitesses dans des suspensions en écoulement turbulent anisotherme et des taux de fluctuations des vitesses

#### \*Profils de vitesses en régime turbulent

Dans ce cas de profil de vitesses nous aboutissons aux mêmes résultats, même si la fraction volumique est montée à 3% à savoir fluidification au niveau de la paroi et concentration élevée de particules au centre de la conduite. Quant au taux de fluctuations de vitesse, elles sont assez élevées pour atteindre le régime turbulent (Fig. III-31).

Influence accumulée des particules et de la thermodépendance du fluide porteur.

En effet les résultats du profil de vitesse à la fraction volumique de 3% isotherme, montre une courbe aplatie au centre de la conduite (zone d'accumulation des particules d'où

viscosité élevée : champ de vitesses modifié) : c'est l'influence des particules sur le champ de vitesse (Fig. III-31).

En observant le profil de vitesse à 3% chauffé, nous remarquons que la courbe s'est aplatie davantage au centre (effet des particules) et les gradients de vitesse qui en est issus près de la paroi montre l'effet de la chaleur (fluidification du mélange à la paroi) (Fig. III-31).

*Ainsi nous pouvons dire qu'il y a un effet accumulé de la chaleur et de la présence des particules qui modifie sensiblement le profil de vitesses.*

#### \*Profils du taux de fluctuations de vitesse en régime turbulent

Le taux de fluctuations de vitesses en isotherme est de l'ordre de 11% alors que chauffé, il n'en est que de l'ordre de 7% au centre de la conduite (Fig. III-31). Près de la paroi, le taux est devenu le même ( $Tu \approx 33\%$ ) pour les deux profils.

**Question** : Pourquoi chauffé, le profil chute-t-il de 11% à 7% au centre de la conduite ?

*-Nous dirions qu'il a dû y avoir un effet global du transfert de chaleur sur l'ensemble du mélange, mais qui affecte très peu le centre de la conduite.*

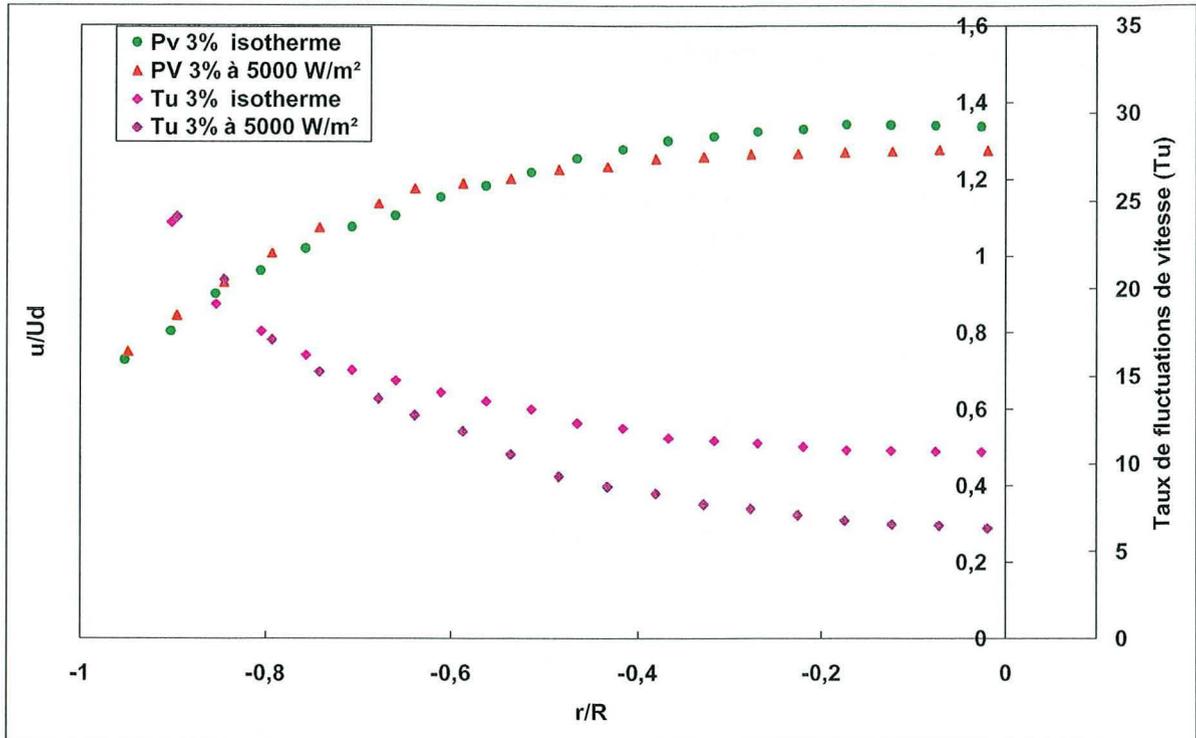
**Question** : Pourquoi le profil a-t-il le même taux de fluctuations (aussi bien en isotherme que chauffé soit  $17\% \leq Tu \leq 33\%$ ) près de la paroi de la conduite ?

*-Les effets combinés de l'absence des particules près la paroi et de gradients de température élevés près de la paroi, sont probablement, à l'origine de ce phénomène.*

#### **Conclusion**

Ces différentes observations nous amènent à conclure que :

- le phénomène de migration des particules est une fois encore confirmé ;
- la présence des particules modifie le champ de vitesse aussi bien au centre qu'aux environs de la paroi de la conduite (aplatissement du profil au centre et apparition de sensibles gradients de vitesses près de la paroi) ;
- Chauffé, il y a fluidification du mélange près de la paroi (gradients de vitesse élevés aux environs de la paroi et une augmentation de la viscosité (i.e. agglutination des particules au centre qui accentue un temps soit peu l'aplatissement du profil). ;
- D'où l'effet de couplage de la présence des particules et le transfert de chaleur dans une suspension de grosses sphères



**Fig. III-31 :** Profils de vitesses et taux de fluctuations de vitesses d'une suspension à 3% à différentes densités de flux de chaleur dans un fluide porteur de glucose ( $Re = 5383$ ).

### III. 4. 2. 2 Profils de vitesses dans les suspensions monodisperses en écoulement anisotherme à base de carboxyméthylcellulose

\*Profils de vitesses de la CMC pure en écoulement

L'analyse de l'écoulement anisotherme de la cmc monophasique et des suspensions est nécessaire afin de comprendre l'influence simultanée des particules et de chaleur sur le profil de vitesses.

Les résultats ont montré qu'aux environs de la paroi, il y a des gradients de vitesses qui sont apparus par rapport à la loi isotherme. Cette survitesse est liée à la **fluidification** du fluide soumis aux forts gradients thermiques à la paroi. Ce phénomène s'accroît avec l'augmentation de la densité de flux de chaleur. Il y a une légère variation de la vitesse selon la contrainte thermique imposée. Ceci n'étant pas très visible, nous le ferons confirmer plus tard par d'autres manipulations (Fig. III-32).

Cette fois-ci, nous procédons à la mesure du profil de vitesse et du profil du taux de turbulence. Selon les résultats obtenus nous observons qu'à la densité de flux de chaleur de  $10000 \text{ W/m}^2$ , le gradient de vitesse est plus fort que dans le cas de  $5000 \text{ W/m}^2$ .

Ce gradient de vitesse est normalement observé près de la paroi en comparaison avec le cas isotherme (Fig. III-33).

Pour une contrainte thermique à  $5000 \text{ W/m}^2$ , la viscosité est plus élevée au centre et le gradient de température élevée à la paroi y génère un gradient de vitesse. Ce phénomène est

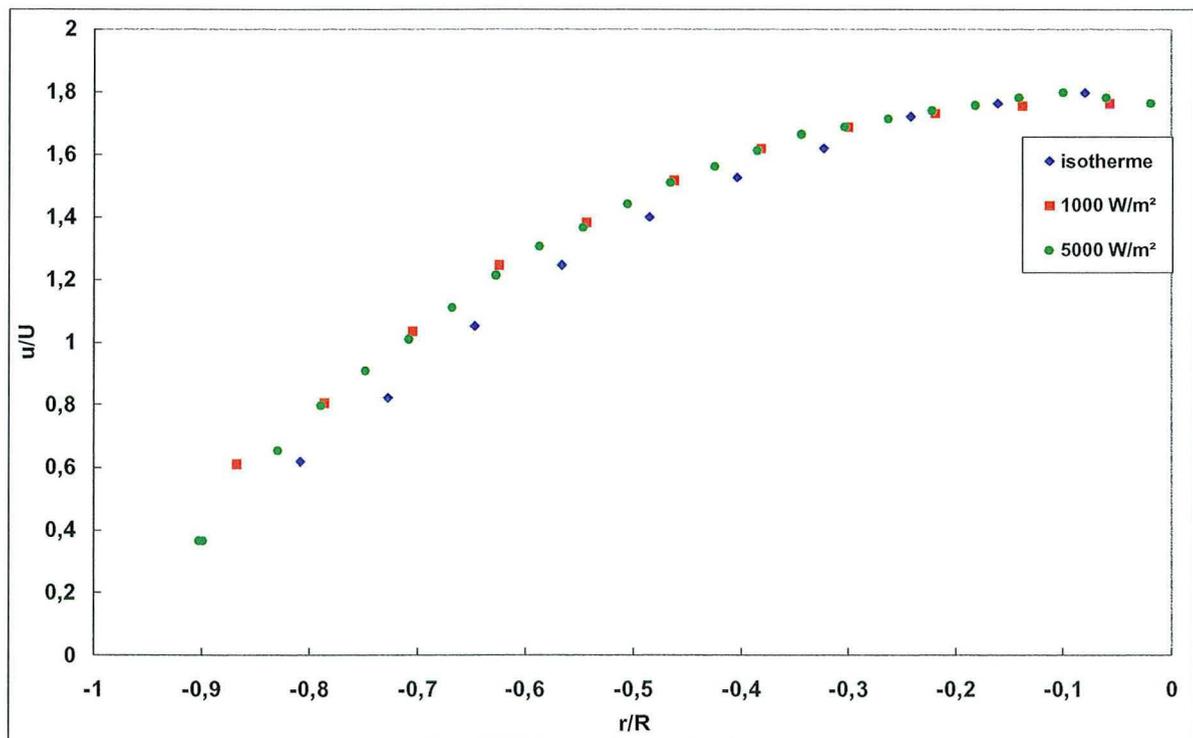
accentué avec la puissance de  $10000 \text{ W/m}^2$ . L'aplatissement subséquent des profils de vitesses qui s'en est suivi confirme notre hypothèse (Fig. III-33).

#### \*Taux de fluctuations de vitesses

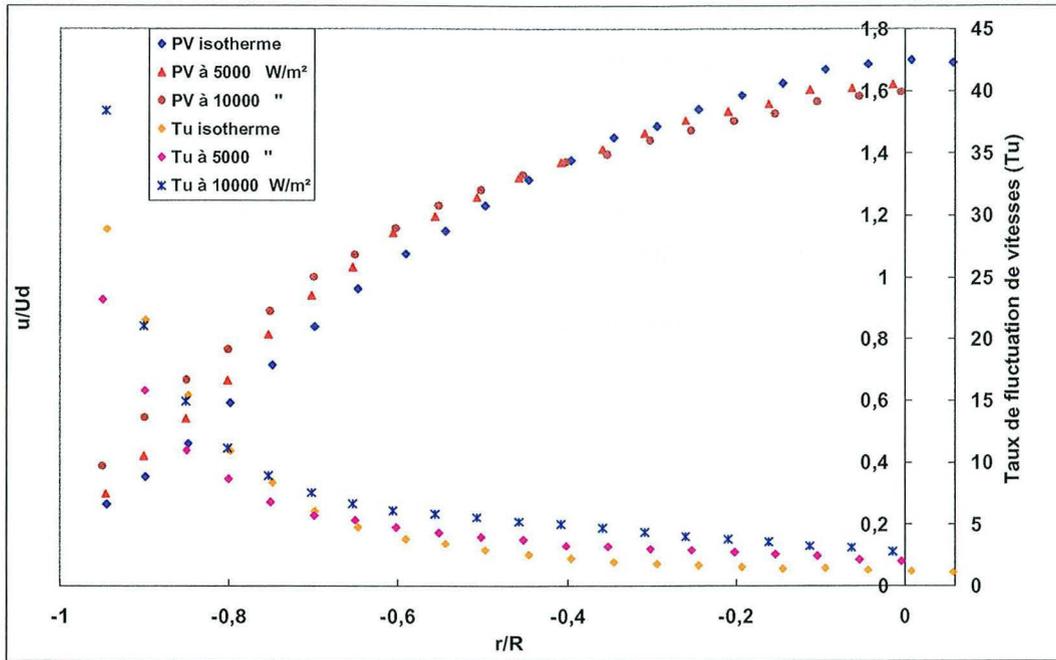
Quelle que soit la puissance imposée (isotherme,  $5000 \text{ W/m}^2$  et  $10000 \text{ W/m}^2$ ), le taux de turbulence varie de 1% à 2,5% (au centre de la conduite) à 38,5% près de la paroi. Ceci valide l'élévation du gradient thermique près de la paroi (Fig. III-33).

#### Conclusion

*A l'instar de la solution de glucose et de l'eau, le profil de vitesses de la cmc en écoulement anisotherme s'aplatit légèrement au centre de la conduite (zone relativement plus visqueuse) et génère une survitesse au niveau de la paroi (zone relativement moins visqueuse). Ces deux phénomènes sont intimement liés et sont dus aux effets de la thermodépendance*



**Fig. III-32 :** Profils de vitesse de l'écoulement monophasique de la cmc chauffée à différentes densités de flux de chaleur (à  $1000 \text{ W/m}^2$  et  $5000 \text{ W/m}^2$ ).



**Fig. III-33** Etudes comparées profils de vitesses et de taux de fluctuations de la cmc monophasique en écoulement chauffé à différentes densités de flux de chaleur (à 5000 W/m<sup>2</sup> et 10000 W/m<sup>2</sup>).

### Écoulement des suspensions concentrées à 1% et à 5% en situation anisotherme

#### Cas de la suspension à $\phi=1\%$

Nous étudions les profils de vitesses et de taux de fluctuations de vitesses des suspensions en écoulement anisotherme à différentes densités de flux de chaleur.

#### **\*Profil de vitesses**

Il y a la fluidification près de la paroi d'où l'apparition de gradients de vitesses pour les écoulements chauffés à 1000 W/m<sup>2</sup> et à 5000 W/m<sup>2</sup> par rapport au profil isotherme. Il y a la courbe de 5000 W/m<sup>2</sup> qui est plus aplatie que celle de 1000 W/m<sup>2</sup> et cette dernière est plus aplatie que dans le cas du profil isotherme (au centre de la conduite). Le profil à 5000 W/m<sup>2</sup> fait apparaître une petite zone sensiblement plus visqueuse au centre de la paroi (Fig. III-34).

Ces observations nous permettent de dire que cette modification du profil de vitesse serait probablement due à l'effet conjugué de gradients de concentrations de particules et de gradients de viscosité du fluide porteur (au centre de la conduite) par rapport au double phénomène qui a lieu près de la paroi (à savoir les gradients de température élevés et absence probable des particules aux abords immédiats de la paroi).

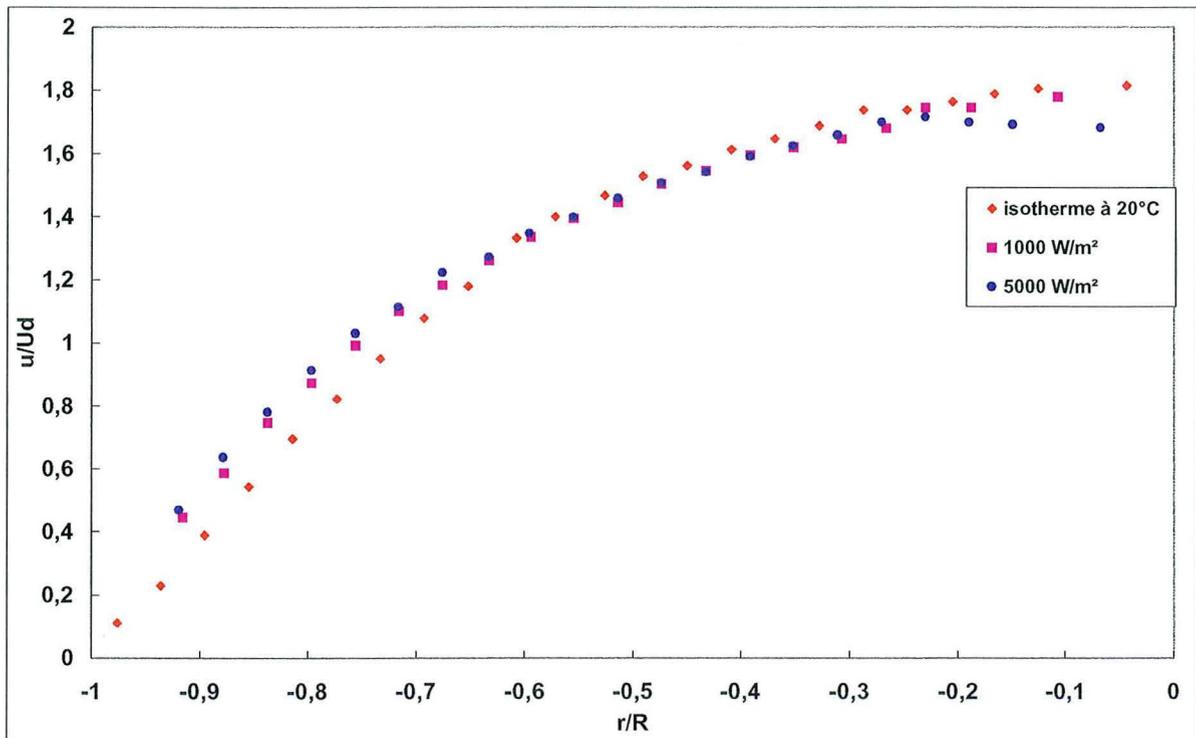
#### **\*Profils de taux de fluctuations de vitesses**

Le taux de fluctuations de vitesses en écoulement anisotherme est pratiquement de même valeur pour les deux densités de flux de chaleur à 5000 W/m<sup>2</sup> et à 10 000 W/m<sup>2</sup> soit

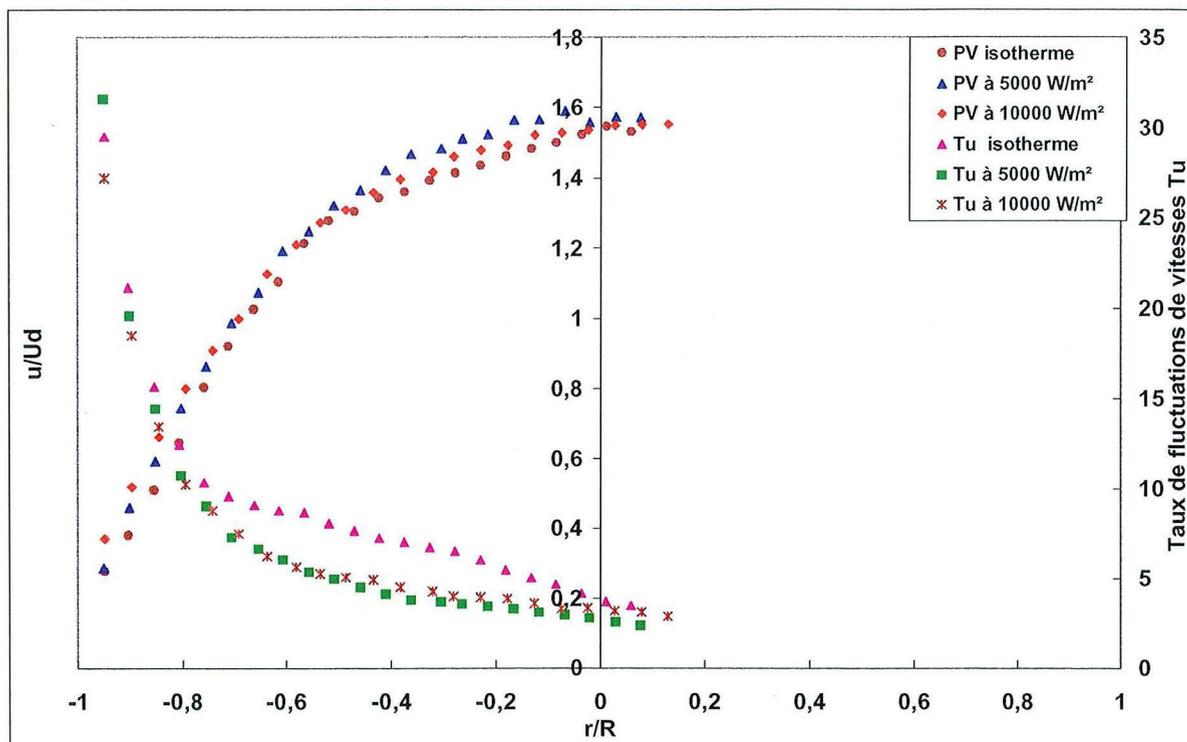
$Tu \approx 2,5\%$  au centre de la conduite et  $Tu \approx 32,5\%$  près de la paroi ; la fluidification près de la paroi n'a pas généré de gradients de vitesses élevés près de la paroi (Fig. III-35).

**La fraction volumique :  $\phi = 5\%$**

Dans ce cas précis, nous avons imposé des densités de flux de chaleur de  $1000 \text{ W/m}^2$  et de  $5000 \text{ W/m}^2$  et nous avons constaté les mêmes phénomènes de gradients de température avec augmentation de gradients de vitesses près de la paroi (ce qui signifie absence de particules) et la conjugaison des phénomènes cumulés de gradients de concentrations en particules et variation de la viscosité au centre de la conduite (Fig. III-36).



**Fig. III-34** Profils de vitesses des écoulements de suspensions concentrées à 1% de sphères dures et chauffées à différentes densités de flux de chaleur (à  $1000 \text{ W/m}^2$  et  $5000 \text{ W/m}^2$ ).



**Fig. III-35** : Profils de vitesses et taux de fluctuations de vitesses dans les suspensions à 1% de fraction volumique de particules chauffées à différentes densités de flux de chaleur.

### Etudes comparées

#### *\*Objectif*

Le but de cette étude est de découpler la modification du profil de vitesses qui serait dû à la fois au gradient de concentrations en particules et aussi au très faible (voire nul) gradient de température au centre de la conduite et la modification causée par le gradient de température élevé et l'absence de particules près de la paroi.

Quand nous observons les résultats de la figure III-37, nous constatons que les profils de vitesses de la cmc et d'une suspension à faible concentration de sphères dures (1%) sont pratiquement confondus quelque soit la densité de flux de chaleur à laquelle ils sont soumis alors que le profil de vitesses des suspensions à 5% font apparaître des gradients de vitesses évidents évidente aux environs de la paroi (liés alors à la faible concentration de sphères dures), avec une forte concentration en sphères dures au centre de la conduite, c'est-à-dire une zone d'augmentation de la viscosité de la suspension.

*A l'aide de cette figure III-37 nous avons mis en évidence que quelle que soit la densité de flux de chaleur imposée, il y a toujours le phénomène de migration des particules vers le centre de la conduite et qui génère un fort gradient de concentrations en particules. Ce qui cause la variation de la viscosité au sein du mélange.*









# **CHAPITRE IV**

## **ANALYSE DES RESULTATS**

### **EXPERIMENTAUX EN THERMIQUE**



## CHAPITRE IV : INTERPRETATIONS DES RESULTATS EXPERIMENTAUX EN TRANSFERT THERMIQUE DANS LES ECOULEMENTS DE SUSPENSIONS

L'objet de ce chapitre est de déterminer les lois de transfert thermique entre le fluide (ou la suspension) et la paroi, pour les différents régimes d'écoulement. Nous procédons ici à l'étude expérimentale de transfert de chaleur dans un écoulement de suspensions avec des fluides porteurs newtoniens (sirop de glucose et eau) et des fluides porteurs non-newtoniens (solutions de CMC). Cette étude nous permettra de mettre en évidence l'influence des particules sur la convection.

### IV. 1 Généralités et définitions

#### \* Equation de l'énergie

La détermination du coefficient d'échange  $h$  suppose la connaissance des champs dynamique et thermique, et donc, la résolution des trois équations (de continuité, de mouvement et de chaleur). En faisant l'hypothèse de propriétés physiques constantes, on peut découpler les équations et entrer le champ de vitesse isotherme dans l'équation de l'énergie.

Graetz (1883) a résolu cette équation dans le cas newtonien en négligeant la dissipation visqueuse et la diffusion radiale (problème de Graetz). Il reste :

$$\rho C_{pu} \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\lambda}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (\text{Cf. Chapitre I. § II. 2.3})$$

Il convient de rappeler les nombres adimensionnels et les variables qui interviennent dans la détermination des lois de transfert.

#### \* Nombre de Nusselt local

Le nombre de Nusselt local est défini par :

$$Nu(z) = \frac{h(z) \cdot D}{\lambda} = \frac{\varphi_p \cdot D}{[T_p(z) - T_m(z)] \cdot \lambda} \quad (\text{IV-1})$$

#### \* Température du mélange

**La température du mélange solide/liquide  $T_m(z)$  est obtenue à partir du bilan d'un élément chauffé sur la longueur  $z$  :**

$$T_m(z) = T_e + \frac{\pi \cdot D \cdot \varphi_p \cdot z}{\dot{M} \cdot C_p} \quad (IV-2)$$

\*nombre de Cameron

**La position axiale  $z$  est souvent présentée sous forme adimensionnelle. Le nombre de Cameron ( $X^+$ ) est défini :**

$$X^+ = \frac{2(z/D)}{Re \cdot Pr} \quad (IV-3)$$

**Le nombre de Cameron est inversement proportionnel au nombre de Graetz ( $Gz$ )**

$$Gz = \frac{\pi Re Pr}{4z/D}$$

## IV. 2 Analyse des profils longitudinaux et radiaux de température

Nous présentons dans cette partie l'analyse des profils longitudinaux de températures mesurées à la paroi chauffée pour les suspensions newtoniennes et les suspensions non-newtoniennes. Les profils radiaux de température, mesurés en sortie de la zone chauffée, seront aussi analysés.

### IV.2.1 Profils longitudinaux

La répartition des thermocouples le long du tube chauffé nous permettent d'obtenir des profils de la température de paroi tels que ceux présentés Fig. IV.1, Fig. IV.2, et Fig. IV.3. Les suspensions considérées sont des suspensions newtoniennes (eau ou glucose + particules) et non-newtoniennes (solution de CMC + particules).

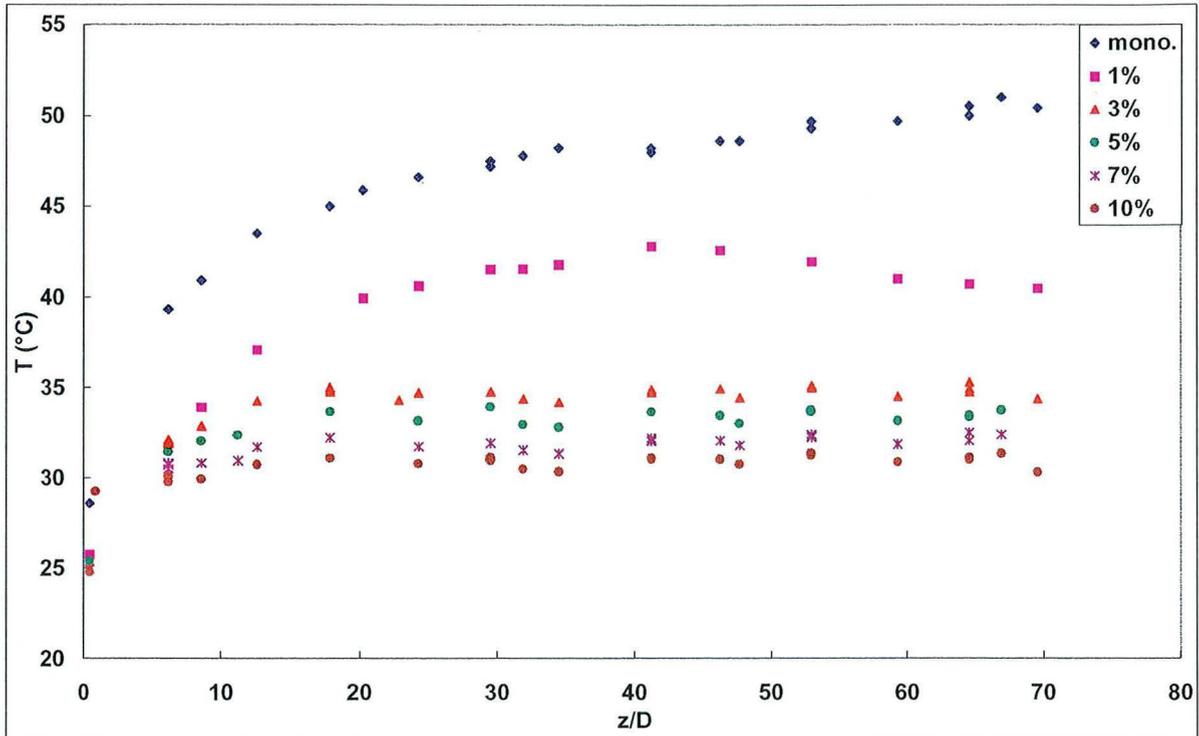
Ces relevés expérimentaux confirment les résultats bien connus relatif à la théorie des couches limites. En effet, pour les faibles valeurs de  $z/D$ , nous observons une augmentation rapide de la température, suivie d'un accroissement moins marqué. Ces évolutions correspondent bien à la naissance et au développement d'une couche limite thermique.

De plus, nous pouvons remarquer que :

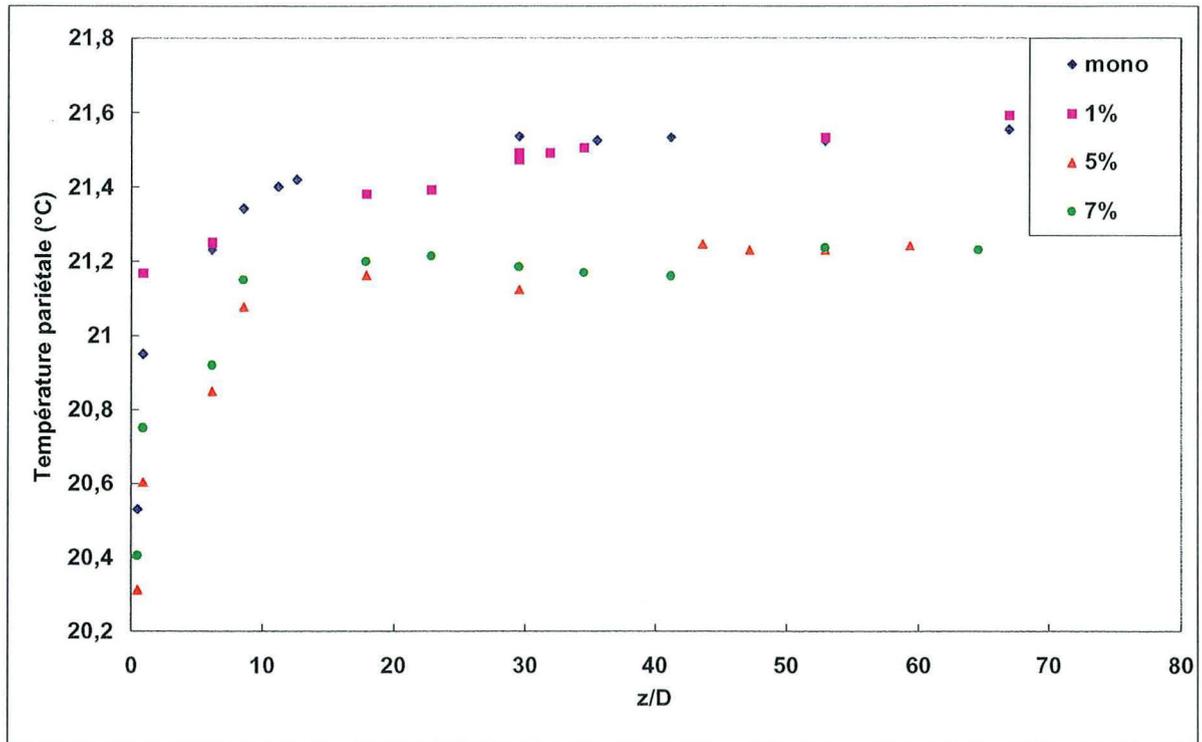
- Pour un même nombre de Reynolds  $Re = 2007$ , la température pariétale est toujours plus élevée dans le cas monophasique que dans le cas des suspensions ( $T_e = 20^\circ\text{C}$  ; vitesse débitante constante).
- La température pariétale diminue à mesure que la fraction volumique des particules augmente (Fig.IV-1, Fig.IV-2 et Fig.IV-3).

- La température pariétale atteint une limite constante dans les cas de l'écoulement turbulent pleinement développé (Fig.IV-2) et dans tous les cas de suspensions dont la concentration est supérieure à 1%.

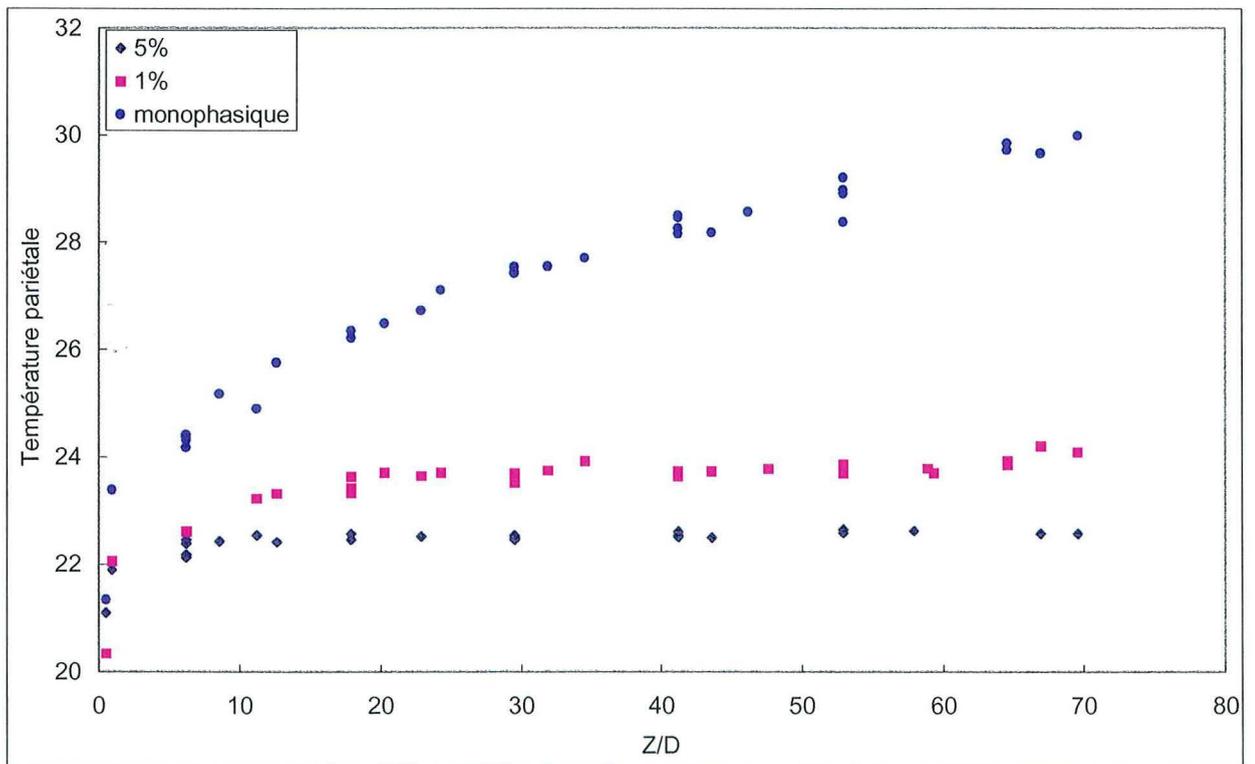
Il est clair que les effets convectifs des particules (perturbation de la couche limite) conduit à un accroissement du coefficient d'échange donc à une diminution de la température pariétale et à un établissement plus rapide du régime thermique connu pour la turbulence.



**Fig. IV-1** : Evolution longitudinale de la température de paroi - sirop de glucose  
 $U_d = 1,38$  m/s ;  $\phi_p = 15000$  W/m<sup>2</sup> et  $Re = 2007$



**Fig. IV-2:** Evolution longitudinale de la température de paroi – eau  
 $U_d = 3,25$  m/s,  $\varphi_p = 15000$  W/m<sup>2</sup> et  $Re = 98890$



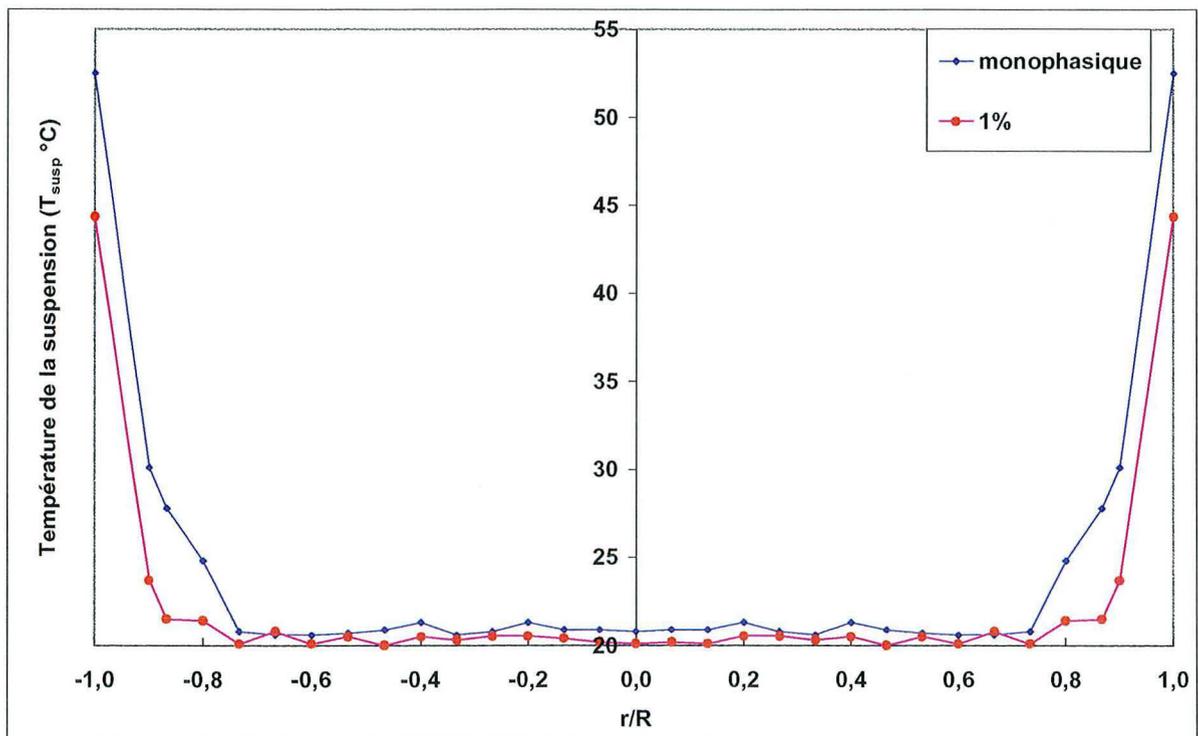
**Fig. IV-3:** Evolution longitudinale de la température de paroi – CMC  
 $U_d = 2,11$  m/s,  $\varphi_p = 5000$  W/m<sup>2</sup>

### IV.2.2 Profils radiaux de température

Sur la Fig.IV-4, nous donnons l'évolution de la température radiale dans le cas monophasique (eau) et dans le cas diphasique (suspension à 1%). La température proche de la paroi, siège du transfert thermique, est élevée ; elle chute rapidement (couche limite thermique) pour atteindre une valeur proche de la température d'entrée (20°C) au cœur de l'écoulement.

Dans ces deux cas, la couche limite reste mince et le cœur de l'écoulement n'est pratiquement pas chauffé.

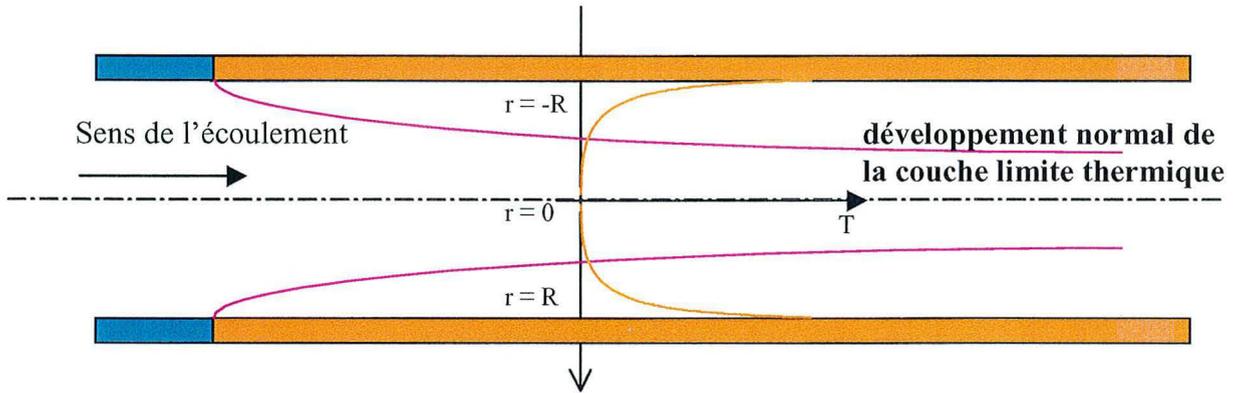
La présence des particules, même en faible fraction volumique, conduit à une diminution sensible de l'épaisseur de la couche limite thermique.



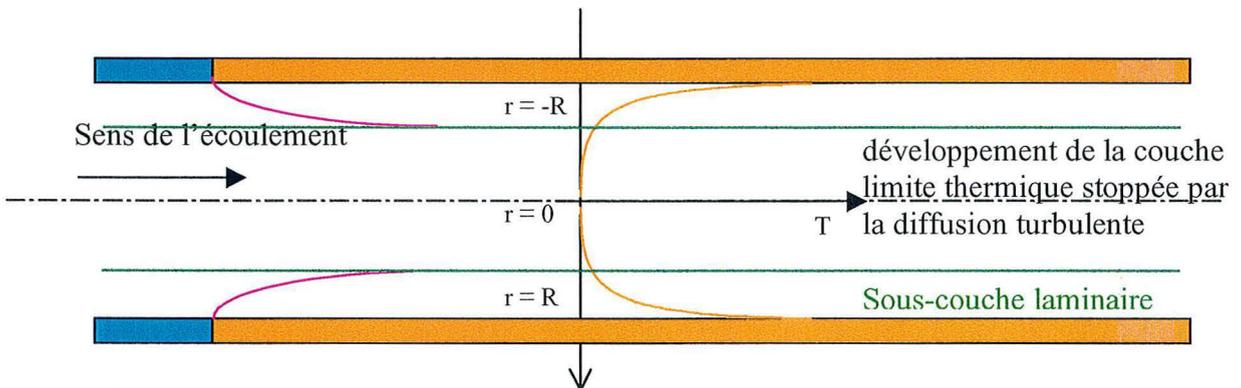
**Fig. IV-4 :** Distribution de température radiale en sortie de zone chauffée sirop de glucose et suspension à 1% -  $U_d = 1,5$  m/s,  $\phi_p = 10\ 000$  W/m<sup>2</sup> et  $z/d = 71$

**En conclusion**, dans le cas monophasique, les résultats expérimentaux confirment bien que :

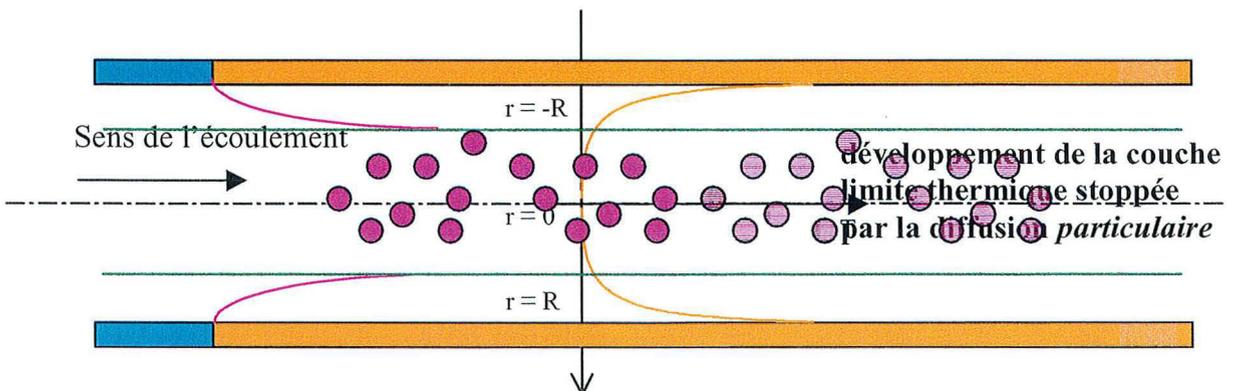
- dans le cas laminaire monophasique (Fig.IV-1), la couche limite thermique se développe normalement



- dans le cas turbulent monophasique (Fig.IV-2), la couche limite thermique se développe normalement tant que la dimension de celle-ci la confine dans la sous-couche laminaire où les effets de la diffusion turbulente ne se font pas sentir. Ensuite, dès que celle-ci atteint le noyau turbulent, sa croissance est brutalement limitée.



- dans le cas diphasique (Fig.IV-1), nous observons un comportement similaire au cas turbulent (sauf pour la concentration 1%). Nous en déduisons que l'effet de convection due au mouvement et à l'agitation des particules (interactions particules-fluide prépondérantes pour des concentrations  $< 2\%$ ) est déjà sensible. Dès que la concentration augmente, on observe un comportement similaire au cas turbulent pleinement développé : le développement de la couche limite est interrompue par les effets d'agitation *particulaire* (interactions particules-fluide). (Fig.IV-1 : 3%, 5% , 7% et 10% ; Fig.IV-2 : 5% et 7%).



### IV. 3 Lois de transfert

Dans ce chapitre, nous récapitulons les lois de transfert thermique auxquelles nous allons comparer nos résultats expérimentaux. A la vue de ce qui précède et en nous appuyant sur les travaux antérieurs, il nous semble judicieux de prendre comme référence les lois suivantes.

*En régime thermique non établi pour un fluide newtonien et dans le cas d'un chauffage à densité de flux constante imposée, le nombre de Nusselt local est donné par Graetz (1885):*

$$Nu(z) = Cte. (X^+)^{-1/3} \quad (IV-4)$$

avec

Des solutions analytiques ont été proposées pour le transfert de chaleur d'un fluide newtonien non thermodépendant. Les travaux menés par Scirocco (1985) ont permis d'obtenir :

$$Nu_n(z) = \varepsilon. (X^+)^{-1/3}$$

$$\text{avec } \varepsilon = 1,64 \left[ \frac{b \cdot \varphi_p \cdot D}{2\lambda} \right]^{0.14}$$

En tenant compte de l'effet de la pseudo-plasticité pour un fluide d'Ostwald on a une nouvelle modification de la loi d'échange.

$$Nu_n(z) = \xi (X^+)^{-1/3}$$

$$\xi = \varepsilon \Delta^{1/3}$$

$\Delta$  est le rapport du gradient pariétal de vitesse pour le fluide non newtonien à celui obtenu pour le fluide newtonien.

En effet, résultat classique, le coefficient d'échange est proportionnel à la puissance 1/3 du gradient pariétal de vitesse.

$\Delta = (3n+1)/4n$  pour un écoulement en conduite cylindrique .

Cette corrélation est surtout valable pour des faibles valeurs du nombre de Cameron ( $X^+ < 10^{-3}$ ) dans la zone d'établissement du régime thermique.

*\*Retour sur le cas d'un fluide thermodépendant*

Dans le cas d'un fluide thermodépendant (cas du sirop de glucose et de la CMC), la thermodépendance est prise en compte par le coefficient  $\varepsilon$  :

$$\varepsilon = \left[ \left( -\frac{1}{\eta} \frac{d\eta}{dT} \right) \frac{\varphi_p \cdot D}{2 \cdot \lambda} \right]^\alpha = \left[ \frac{b \cdot \varphi_p \cdot D}{2 \cdot \lambda} \right]^\alpha \quad (\text{IV-5})$$

(Cf. Chapitre I. § II. 2. 3. 3)

Dans la formule (IV-5), le terme  $b = \left[ -\frac{\partial \eta}{\eta \partial T} \right]$  traduit la thermodépendance du fluide porteur.

Il est très important de connaître précisément ce paramètre thermorhéologique du fluide.

La valeur de  $b$  pour chacun des fluides utilisé est le suivant :

$b \approx 0,019$  pour l'eau

$b \approx 0,039$  pour le sirop de glucose

$b \approx 0,043$  pour la C.M.C.

Ces valeurs sont obtenues à partir de la caractérisation thermorhéologique du fluide effectuée sur un rhéomètre à contrainte imposée.

Nature du fluide utilisé	Terme de la thermodépendance <b>b</b>
Glucose	0,039
Eau	0,019
CMC	0,043

**Tableau IV-1** : Détermination de la valeur de la constante  $b$

Rappelons que pour des suspensions dont le fluide porteur est newtonien en écoulement laminaire, nous avons utilisé la loi établie par Lévêque (1928), El Ouarghidi (1990), Moudachirou (1992) et Laï (1998). Ainsi, en régime thermique non-établi, et dans le cas d'une couche limite thermique croissante pour un fluide newtonien ou effectif, nous obtenons :

$$Nu(z)=1,64 \cdot \left[ \left( \frac{d\eta}{\eta dT} \right) \frac{\varphi_p \cdot D}{2 \cdot \lambda} \right]^{0,14} \cdot (X^+)^{-\frac{1}{3}} \quad (\text{IV-6})$$

La loi de transfert thermique, dans une suspension à base de la solution de glucose, est donnée par la relation (IV-7a) suivante :

$$Nu(z) = 1,04 \left[ \frac{\varphi_p \cdot D}{2 \cdot \lambda} \right]^{0,14} \cdot (X^+)^{-\frac{1}{3}} \quad (\text{IV-7a})$$

La loi de transfert thermique, dans une suspension à base d'eau, est donnée par la relation (IV-7b) suivante :

$$Nu(z) = 0,94 \cdot \left[ \frac{\varphi_p \cdot D}{2 \cdot \lambda} \right]^{0,14} \cdot (X^+)^{-\frac{1}{3}} \quad (\text{IV-7b})$$

#### \*Transfert thermique global

Pour la détermination d'un coefficient d'échange moyen sur la longueur chauffée, les relations suivantes ont été utilisées :

##### Cas d'un régime laminaire :

Nous avons utilisé la corrélation de Kays (1955) pour déterminer la valeur moyenne spatiale du nombre de Nusselt.

$$\varphi \text{ constante} \quad Nu_{moyen} = 1,41 \cdot Gz_L^{1/3} \quad \text{pour} \quad Gz_L > 25\pi \quad (\text{IV-8})$$

##### Cas d'un régime turbulent :

Pour l'écoulement des suspensions newtoniennes en régime turbulent, dans le cas de conduites cylindriques lisses avec  $Pr_{eff} = 0,5$ , (ce qui est notre cas), on utilise couramment la corrélation (Colburn, 1933), (Viollet, 1997) et (Midoux, 1985) qui prend en compte le nombre de Reynolds effectif  $Re_{eff}$  et le nombre de Prandtl effectif ( $Pr_{eff}$ ) de la suspension,

$$Nu_{moyen} = 0,023.Re_{eff}^{0,8}.Pr_{eff}^{1/3} \quad (IV-9)$$

#### IV. 4 Etude du chauffage des suspensions

Nous faisons l'étude du transfert thermique dans l'écoulement des suspensions de sphères dures afin d'en déduire l'influence sur les mécanismes du transfert thermique. Nous commencerons par les résultats concernant le sirop de glucose, le fluide le plus visqueux, donc des nombres de Reynolds plutôt faibles. Ensuite, nous donnerons les résultats relatif à l'eau (monophasique et suspensions). Nous terminerons par le cas du fluide non-newtonien.

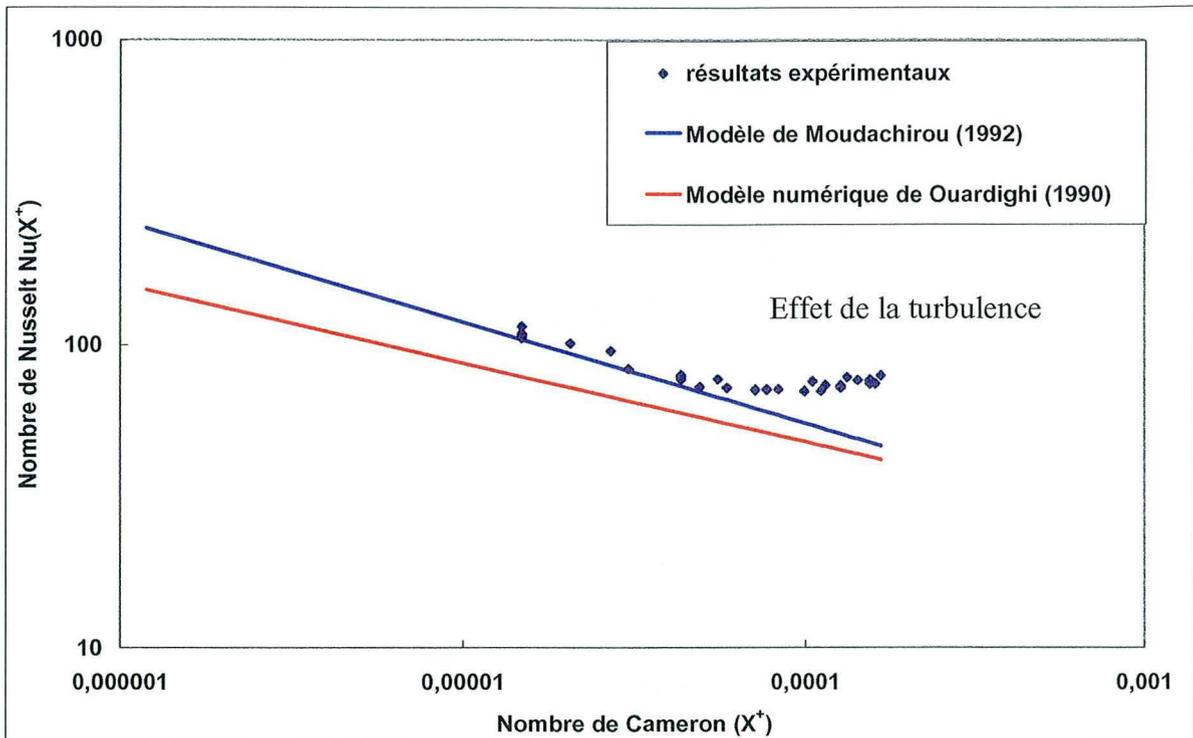
##### IV. 4 1 Chauffage de l'écoulement monophasique en régimes laminaire et turbulent – fluide porteur newtonien

###### \*Choix du modèle pour l'écoulement monophasique

Rappelons que El Ouardighi (1990) a obtenu numériquement pour les fluides newtoniens :

$$Nu(X^+) = 2,8 \left( \frac{b.\varphi_p.D}{2\lambda} \right)^{0,14} (X^+)^{-0,26}$$

Les résultats expérimentaux que nous avons obtenus sont en accord avec le modèle que nous avons choisi (Moudachirou, 1992). Ces résultats présentent un grand écart avec le modèle de El Ouardighi. Cette observation nous a permis de choisir le modèle de Moudachirou pour la suite de nos travaux.

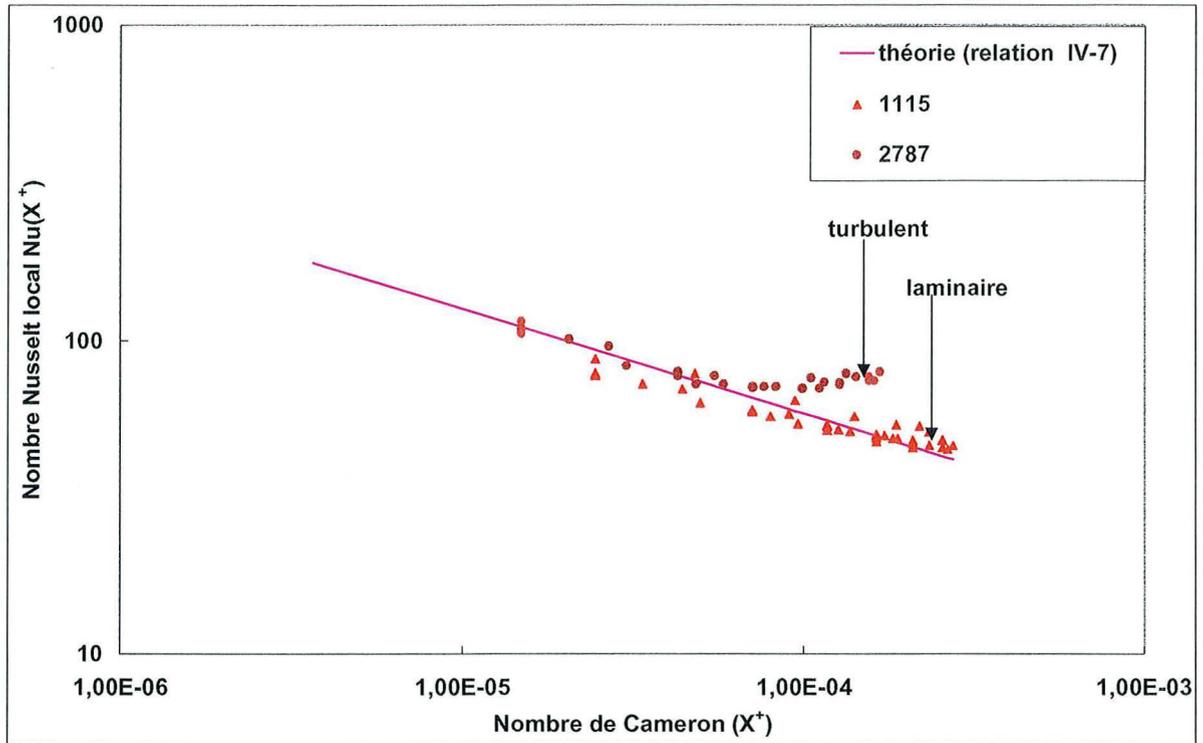


**Fig. IV-5 :** Confrontations des modèles de Moudachirou (1992) et de El Ouardighi (1990).  
sirop de glucose (monophasique) -  $U_d=1,91$  m/s ( $Re = 2787$ ) et  $\varphi_p = 15\,000$  W/m<sup>2</sup>

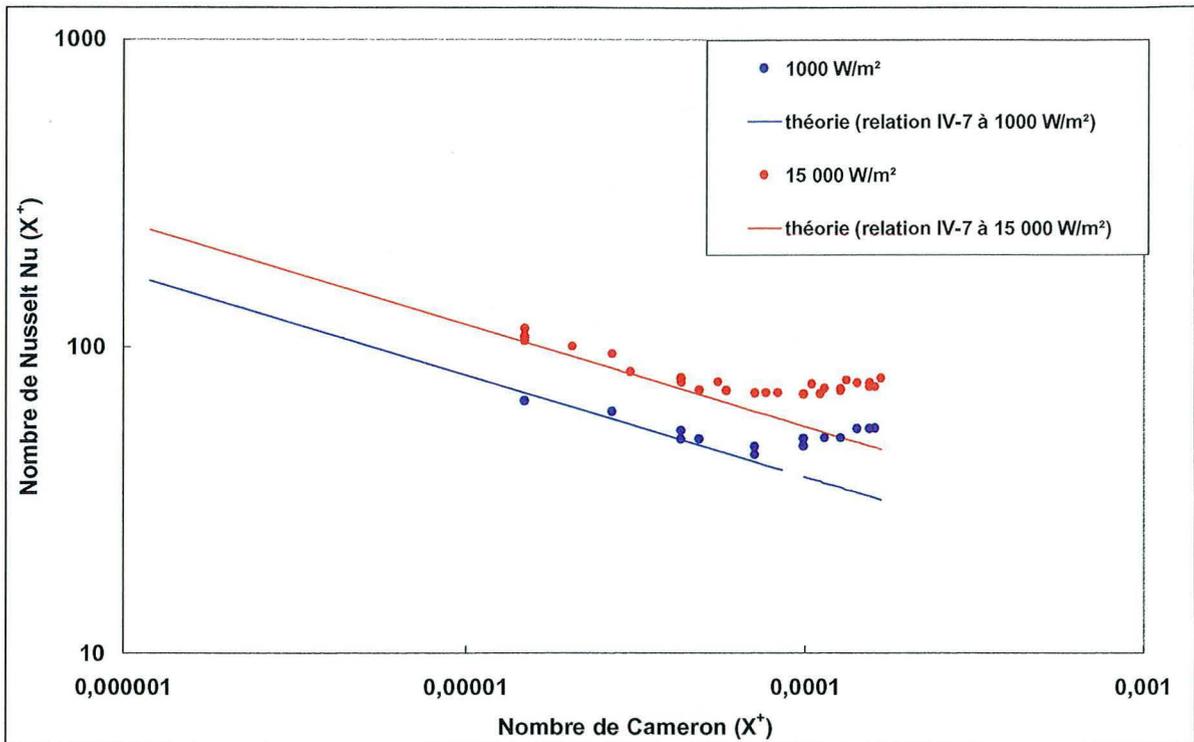
**\* cas de l'écoulement laminaire et transition vers la turbulence**

Sur la Fig.IV-6, nous présentons les résultats relatif au fluide newtonien monophasique en écoulement laminaire ( $Re = 1115$ ) et en écoulement de transition ( $Re = 2787$ ). Les résultats obtenus nous permettent de dire que l'évolution expérimentale du nombre de Nusselt local en fonction du nombre de Cameron sont en accord avec la loi théorique laminaire (équation IV-7). Dans le cas où  $Re = 2787$ , nous observons une transition : en effet, pour les plus faibles valeurs de  $X^+ < 8 \cdot 10^{-5}$ , le nombre de Nusselt suit la loi théorique tant que la couche limite n'atteint pas le noyau turbulent. Lorsque celle-ci l'atteint, le nombre de Nusselt reste constant ; le régime thermique est établi et le nombre de Nusselt ne varie plus en fonction de  $X^+$  (il variera en fonction du nombre de Reynolds constant).

Sur la Fig.IV-7, les résultats expérimentaux pour deux densité de puissances différentes sont confrontés au modèle (équation IV-7). On observe là encore l'établissement du régime thermique mais aussi l'influence de la thermodépendance du fluide.



**Fig. IV-6** : Evolution du nombre de Nusselt local en fonction du nombre de Cameron à différents régimes - sirop de glucose -  $\phi_p = 15.000 \text{ W/m}^2$ .



**Fig. IV-7 :** Evolution du nombre de Nusselt local en fonction du nombre de Cameron à différentes densités de flux de chaleur.  $U_d = 1,91$  m/s ( $Re = 2787$ ) -  $\phi_p = 1.000$  W/m<sup>2</sup> et  $\phi_p = 15.000$  W/m<sup>2</sup>

#### \* cas de l'écoulement turbulent

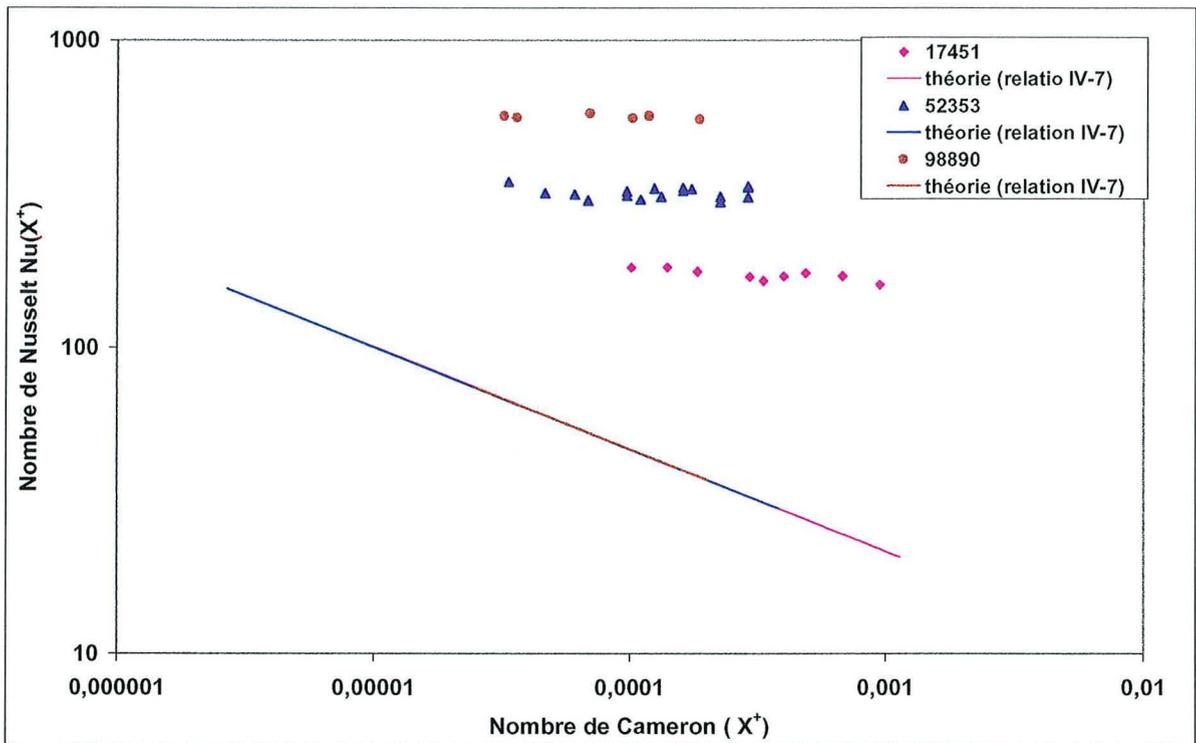
Pour obtenir un régime turbulent développé, nous avons utilisé l'eau comme fluide porteur. Les résultats que nous présentons donnent l'évolution du nombre de Nusselt local en fonction du nombre de Cameron. Nous constatons que le nombre de Nusselt augmente avec le débit et le régime thermique est constamment établi (Fig. IV-8).

Pour différentes densités de flux de chaleur, évoluant entre 5000 W/m<sup>2</sup> et 15000 W/m<sup>2</sup>, et pour une vitesse débitante constante ( $U_d = 3,25$  m/s,  $Re = 98890$ ) le régime thermique est établi et le nombre de Nusselt est constant ( $Nu = 850$ ).

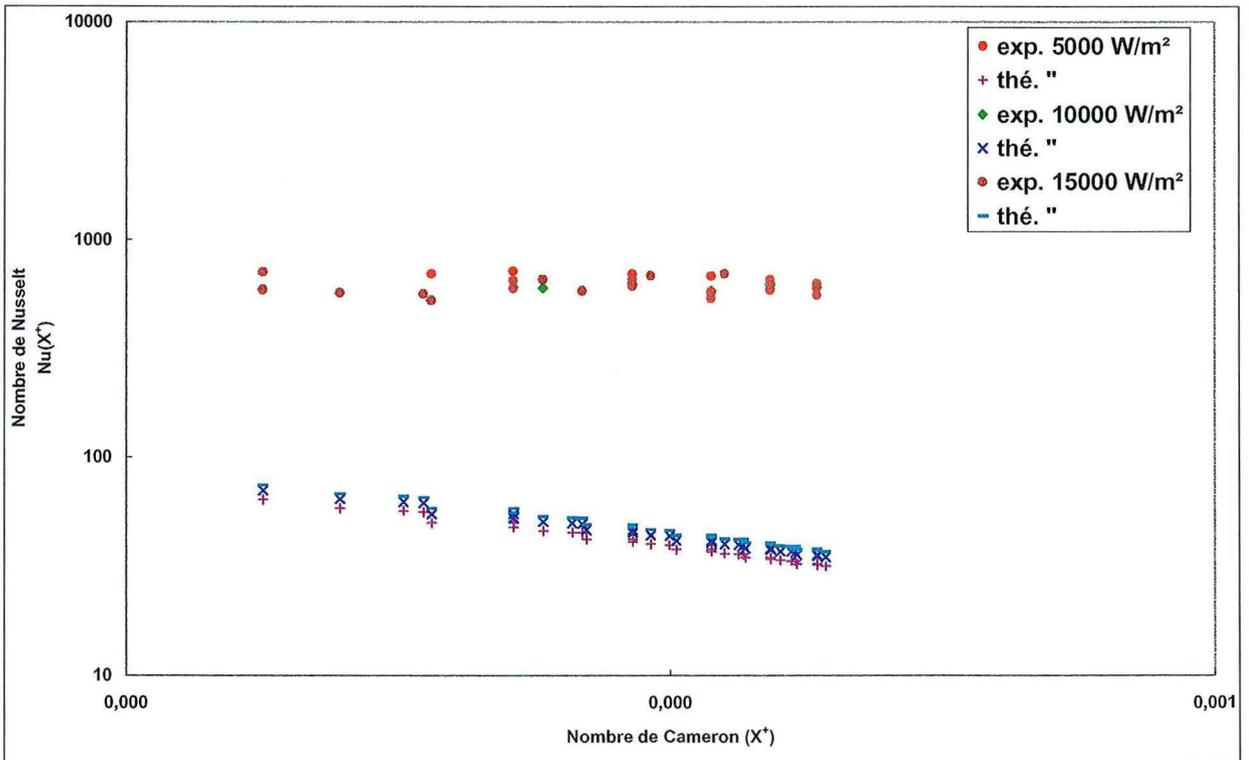
Sur le figure IV-8, nous avons tracé la courbe d'évolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Cameron ( $X^+$ ) à différents nombres de Reynolds ; nous constatons que le régime thermique est établi pour ces différents  $Re$ . Ce qui s'explique par le fait que le développement de la couche limite thermique est bloqué par le noyau turbulent. En conséquence la relation de Moudachirou n'est pas applicable dans le cas de régime turbulent.

Sur la figures IV-9, nous avons tracé la courbe d'évolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Cameron ( $X^+$ ) à différentes densités de flux de chaleur.

Nous constatons que le régime thermique est établi et que pour ces différentes densités de flux de chaleur le nombre de Nusselt reste constant. Le développement de la couche limite thermique est bloqué par le noyau turbulent.



**Fig. IV-8 :** Evolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Cameron ( $X^+$ )  
Eau -  $\phi_p = 15000 \text{ W/m}^2$ .



**Fig. IV-9:** Evolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Cameron  
écoulement de l'eau seule, chauffée à différentes densités de flux de chaleur.

## IV. 2 Chauffage de l'écoulement diphasique en régimes laminaire et turbulent – fluide porteur newtonien

### \* influence du débit

Pour étudier l'effet simultané de la concentration en particules et du débit sur le transfert de chaleur, nous avons testé plusieurs mélanges de particules à différentes fractions volumiques (1%, 3%, 5% 7% et 10%) que nous avons chauffés successivement à 1000 W/m<sup>2</sup> et à 15000 W/m<sup>2</sup> pour vérifier que les effets de thermodépendance sont encore significatifs.

Sur les Fig.IV-10 et IV-11, nous présentons des résultats relatif à une suspension à 1% (faible concentration) que nous chauffons à différentes densités de flux de chaleur. A faible fraction volumique (1%), le régime thermique est d'abord non établi à faible nombre de Cameron puis s'établit d'autant plus rapidement que le débit augmente (fig. IV-10 et fig. IV-11).

On constate qu'en présence de particules (à 1%), le régime thermique turbulent est observé dès  $Re = 1023$  ( $X^+ > 5.10^{-4}$ ) et qu'il est obtenu de manière de plus en plus précoce (valeurs de  $X^+$  plus faibles) lorsque le nombre de Reynolds croît. Pour  $Re=2456$  et  $3070$ , la valeur critique de  $X^+$  est la même.

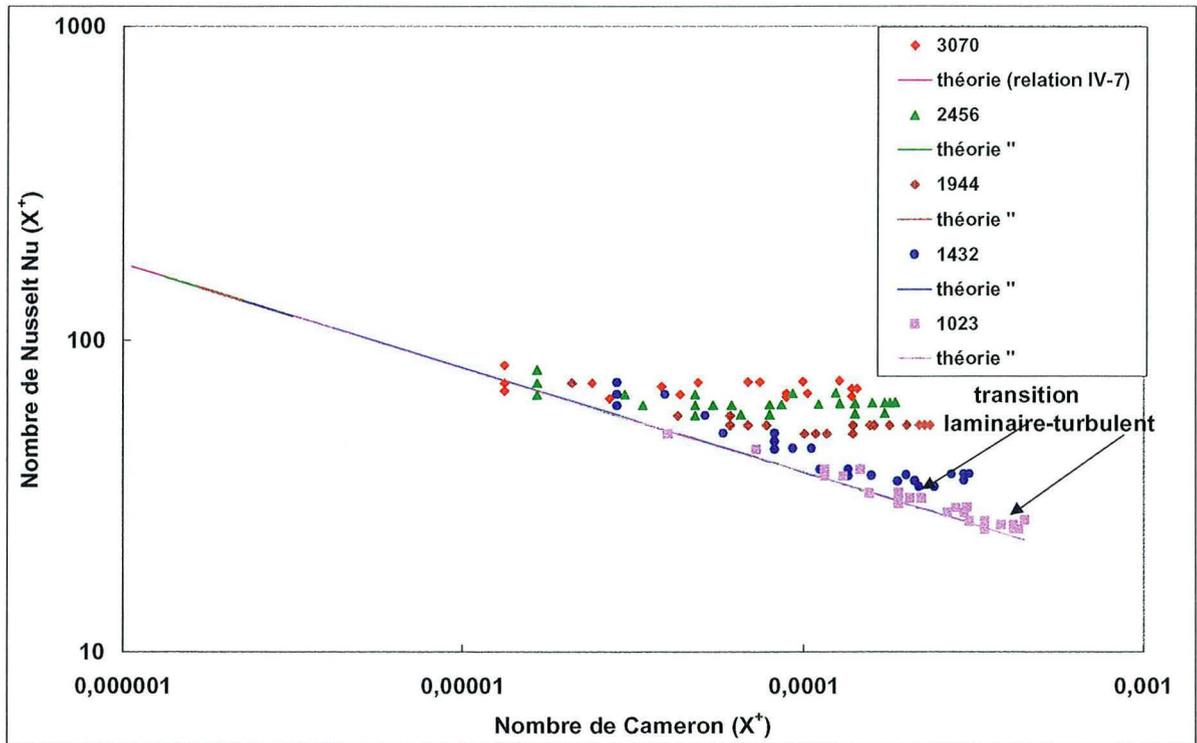
- Pour une densité de flux égale à 1000 W/m<sup>2</sup>, nous constatons que le régime thermique n'est pas établi à  $X^+ > 10^{-4}$  en régime laminaire ( $Re_{eff} = 1023$ ) alors qu'en régime turbulent ( $Re_{eff} = 3070$ ) le régime thermique est établi à faible nombre de Cameron (soit  $X^+ \leq 10^{-5}$ ) (fig. IV-10).

- Pour une densité de flux égale à 15000 W/m<sup>2</sup>, le régime thermique n'est pas établi à  $X^+ > 10^{-4}$  pour le régime laminaire ( $Re_{eff} \leq 1459$ ) alors que pour le régime turbulent ( $Re_{eff} = 3127$ ) le régime thermique est non établi à faible nombre de Cameron ( $X^+ < 10^{-5}$ ). Il s'établit ensuite à partir de ( $X^+ \geq 4.10^{-5}$ ). (fig. IV-11).

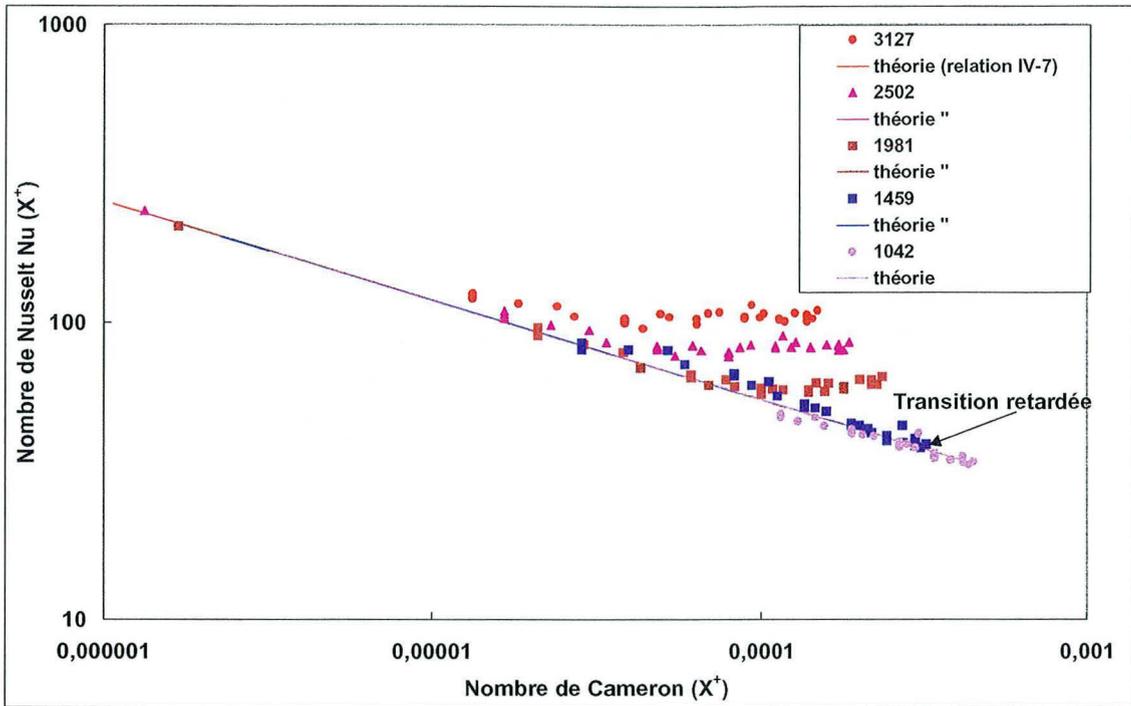
Sur les Fig.IV-12 et IV-13, nous présentons des résultats relatif à une suspension à 3% Nous constatons que le régime thermique s'établit à faible nombre de Cameron pour les nombres de Reynolds les plus élevés (Fig. IV-12 et IV-13). Ceci est observé au fur et à mesure que nous augmentons le débit de l'écoulement

Dans le cas où  $\varphi=15000$  W/m<sup>2</sup>, les résultats sont légèrement différents : la transition n'est pas visible pour  $Re=1042$  et  $1059$ , mais elle est de plus en plus précoce en  $X^+$  lorsque le nombre de Reynolds croît

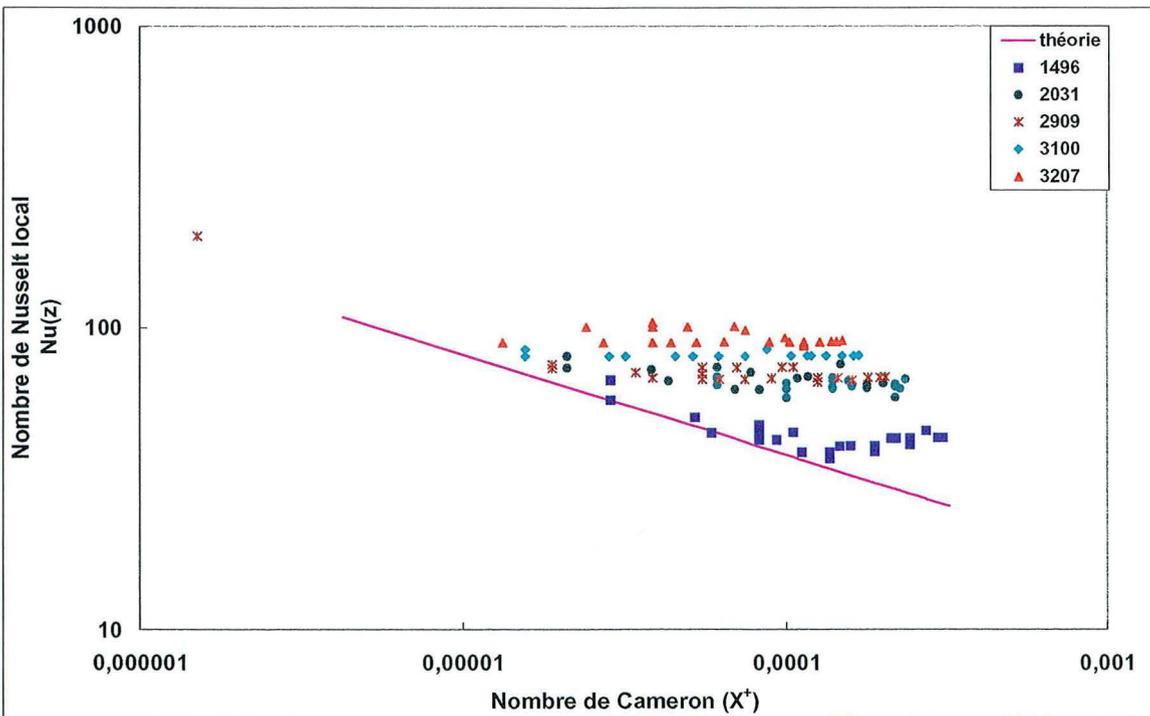
Nous faisons les mêmes observations pour les autres suspensions à 5%, 7% et 10% (Cf. annexe 5)



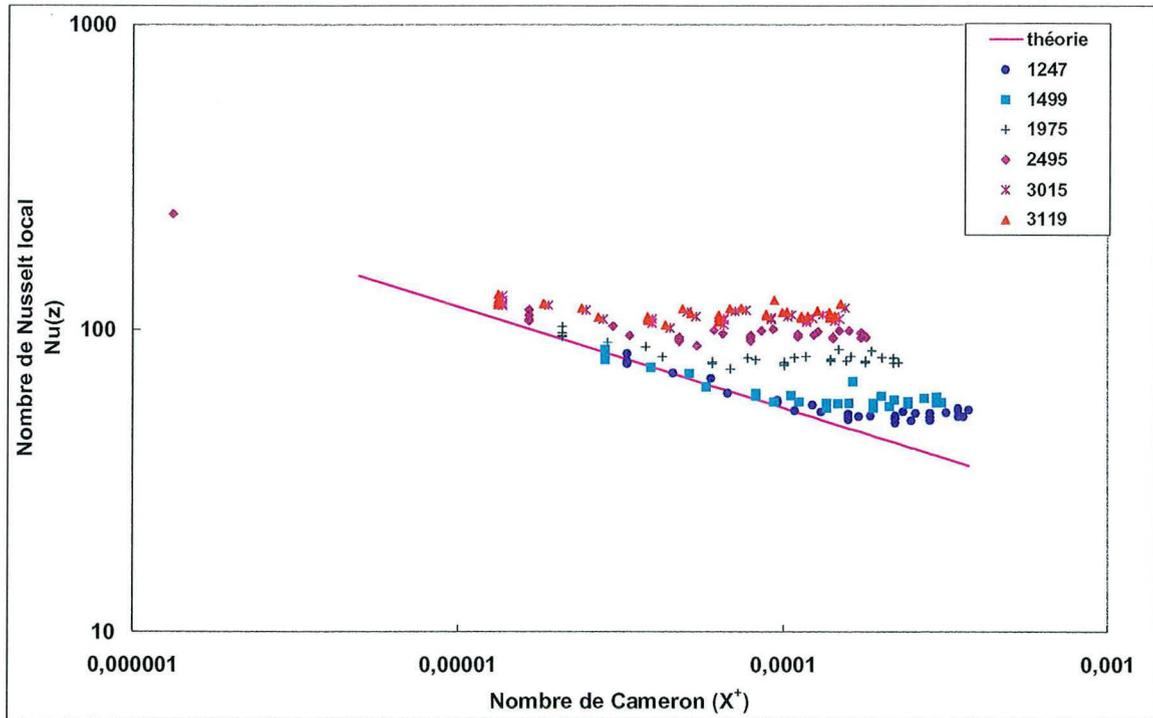
**Fig. IV-10 :** Evolution du nombre de Nusselt local en fonction du nombre de Cameron .  
 écoulement de suspensions à différents nombre de Reynolds.  $\phi_p = 1000 \text{ W/m}^2$  - fraction  
 volumique = 1%



**Fig. IV-11:** Evolution du nombre de Nusselt local en fonction du nombre de Cameron .  
 écoulement de suspensions à différents nombre de Reynolds.  $\phi_p = 15000 \text{ W/m}^2$  - fraction  
 volumique = 1%



**Fig. IV-12:** Evolution du nombre de Nusselt local en fonction du nombre de Cameron  
 écoulement de suspensions à différents nombre de Reynolds  
 $\phi_p = 1000 \text{ W/m}^2$  - fraction volumique = 3%



**Fig. IV-13:** Evolution du nombre de Nusselt local en fonction du nombre de Cameron écoulement de suspensions à différents nombre de Reynolds  
 $\varphi_p = 15000 \text{ W/m}^2$  - fraction volumique = 3%

Nos observations montrent que le régime thermique s'établit d'autant plus rapidement (en amont) que le nombre de Reynolds est élevé. A ce stade, nous pouvons dire que l'augmentation de la concentration en particule n'a pour effet que d'augmenter le nombre de Nusselt. On ne constate pas d'effet marqué d'une transition de régime thermique due à l'augmentation de la concentration en particules.

En régime thermique établi, sur la fig. IV-14, nous avons comparé l'évolution du nombre de Nusselt moyen (régime thermique établi) en fonction du nombre de Reynolds (basé sur la viscosité effective) pour différentes concentrations. Nous constatons bien que le nombre de Nusselt varie en fonction du nombre de Reynolds effectif. En outre, l'effet de la concentration est marqué.

Rappelons que la concentration en particules est une fonction de la position radiale. En théorie (Chong, 1971), la concentration est plus élevée au centre de la conduite. A la paroi, une couche quasi-libre de particules (couche « monophasique ») existe. Ceci a été démontré dans le chapitre III. S'appuyant sur cette constatation, nous avons représenté (fig. IV-15) l'évolution du nombre de Nusselt moyen (régime thermique établi) en fonction du nombre de Reynolds monophasique, c'est à dire calculé sur la base de la viscosité du fluide porteur. Ces courbes montrent que quelle que soit la concentration en particules, le nombre de Nusselt moyen est relativement cohérent avec la prédiction.

Ces résultats mettent nettement en évidence, une nouvelle fois, l'organisation de la suspension au niveau de la paroi ; le fluide porteur s'organise en anneau monophasique qui entoure la zone des particules au centre du tube ; le développement de la couche limite thermique est donc perturbé par la présence des particules, lorsqu'elle s'épaissit suffisamment pour atteindre la zone diphasique centrale.

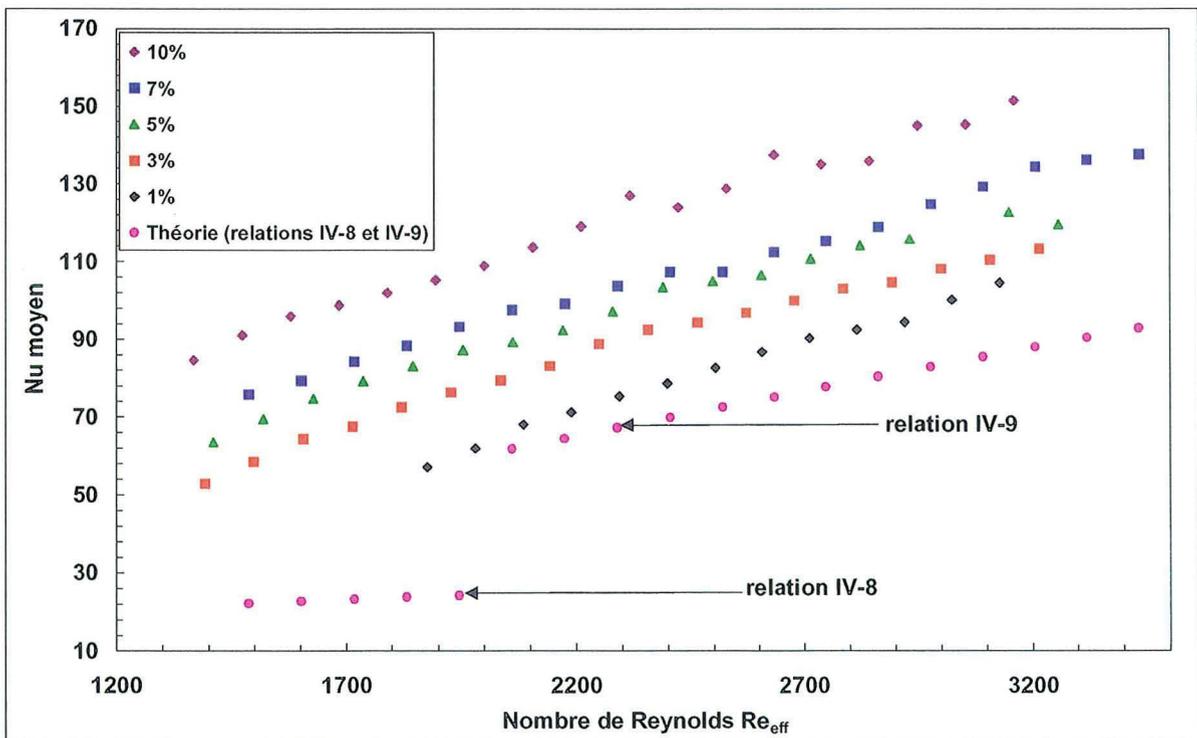
Cette observation nous permet d'évaluer l'évolution du nombre de Nusselt moyen en fonction de Reynolds basé sur la viscosité du fluide porteur.

L'organisation même de l'écoulement chargé qui induit la migration des particules vers le centre de la conduite est néfaste puisqu'il fait émigrer les particules vers la zone froide où la stérilisation sera difficile.

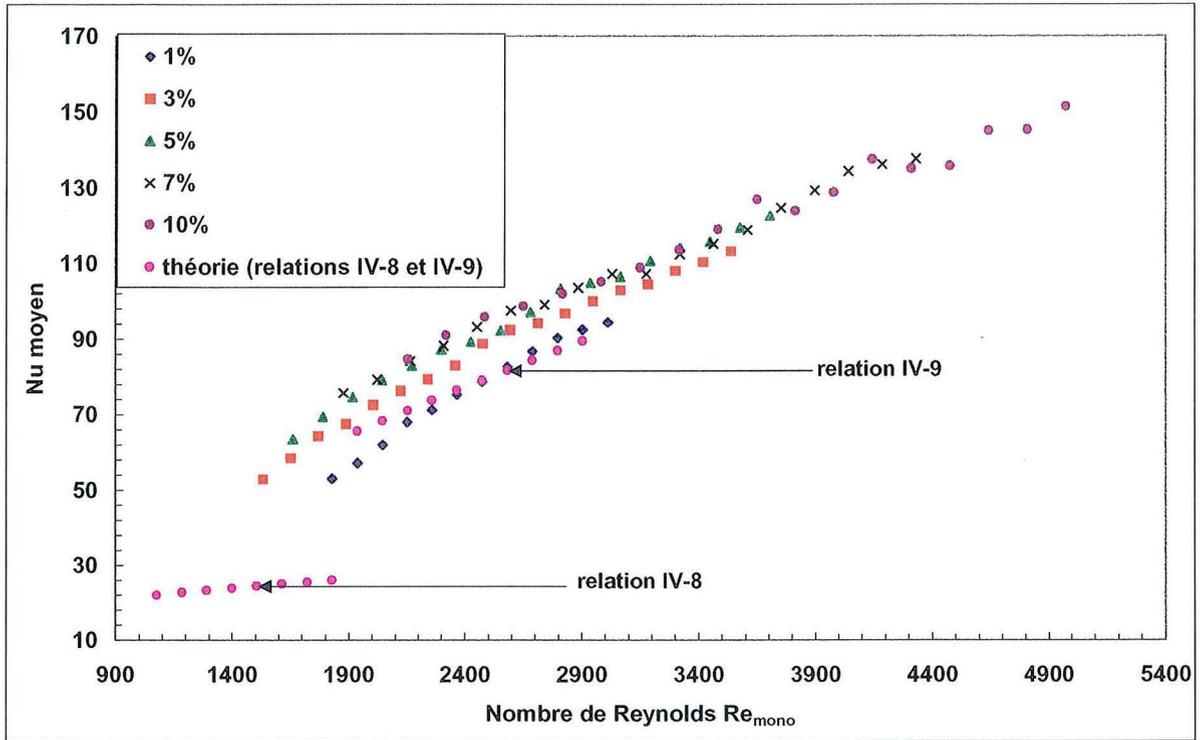
\* Influence de la concentration en particules

Sur la fig.IV-16, nous donnons l'évolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Cameron pour plusieurs concentrations. Nous constatons que lorsque la fraction volumique des particules solides croît, la transition laminaire-turbulent s'effectue pour des valeurs de  $(X^+)$  de plus en plus faibles donc pour des valeurs de  $Re_{eff}$  de plus en plus grandes.

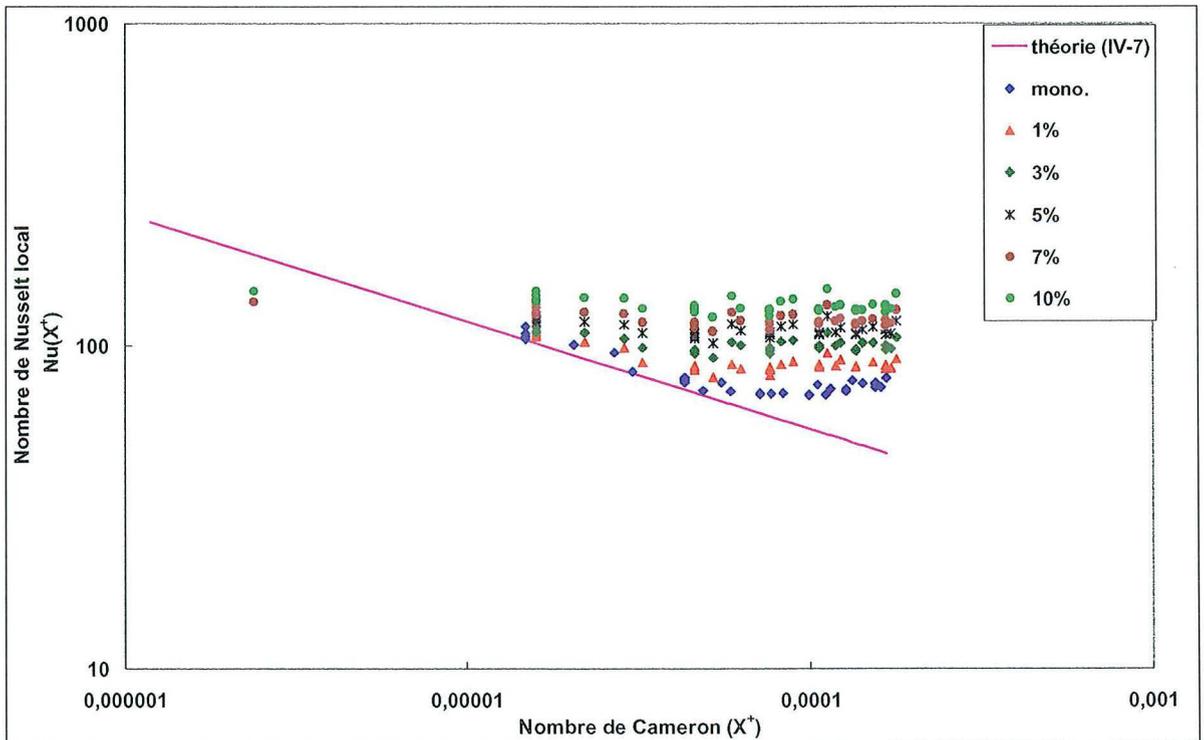
Sur la fig.IV-17, nous avons tracé l'évolution du nombre de Nusselt pour  $X^+ = 10^{-4}$  ( $U_d = 1,91$  m/s). Nous constatons une croissance régulière du nombre de Nusselt avec la concentration volumique.



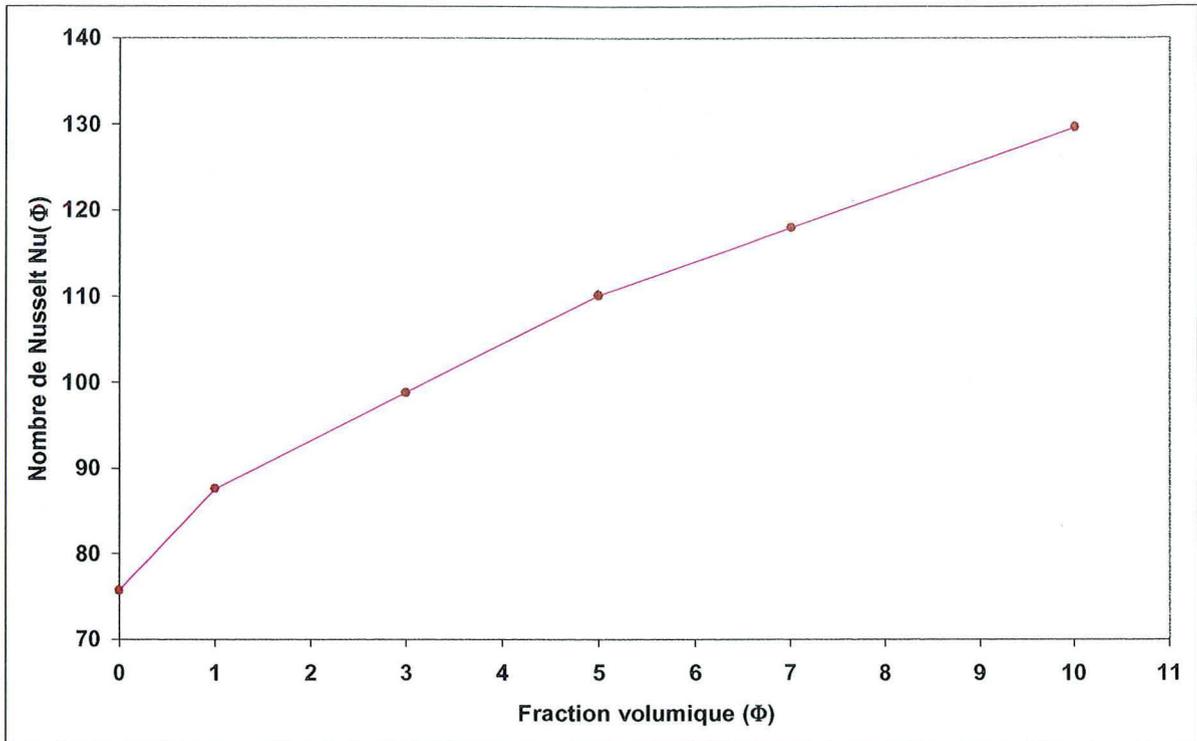
**Fig. IV-14:** Evolution du nombre de Nusselt moyen (régime thermique établi) en fonction du nombre de Reynolds effectif pour différentes fractions volumiques -  $\phi_p = 15.000$  W/m<sup>2</sup>



**Fig. IV-15** : Evolution du nombre de Nusselt moyen (régime thermique établi) en fonction du nombre de Reynolds monophasique pour différentes fractions volumiques -  $\phi_p = 15.000 \text{ W/m}^2$ .



**Fig. IV-16** : Evolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Cameron ( $X^+$ ) pour différentes fractions volumiques de sphères dures -  $\phi_p = 15000 \text{ W/m}^2$  et  $U_d = 1,91 \text{ m/s}$

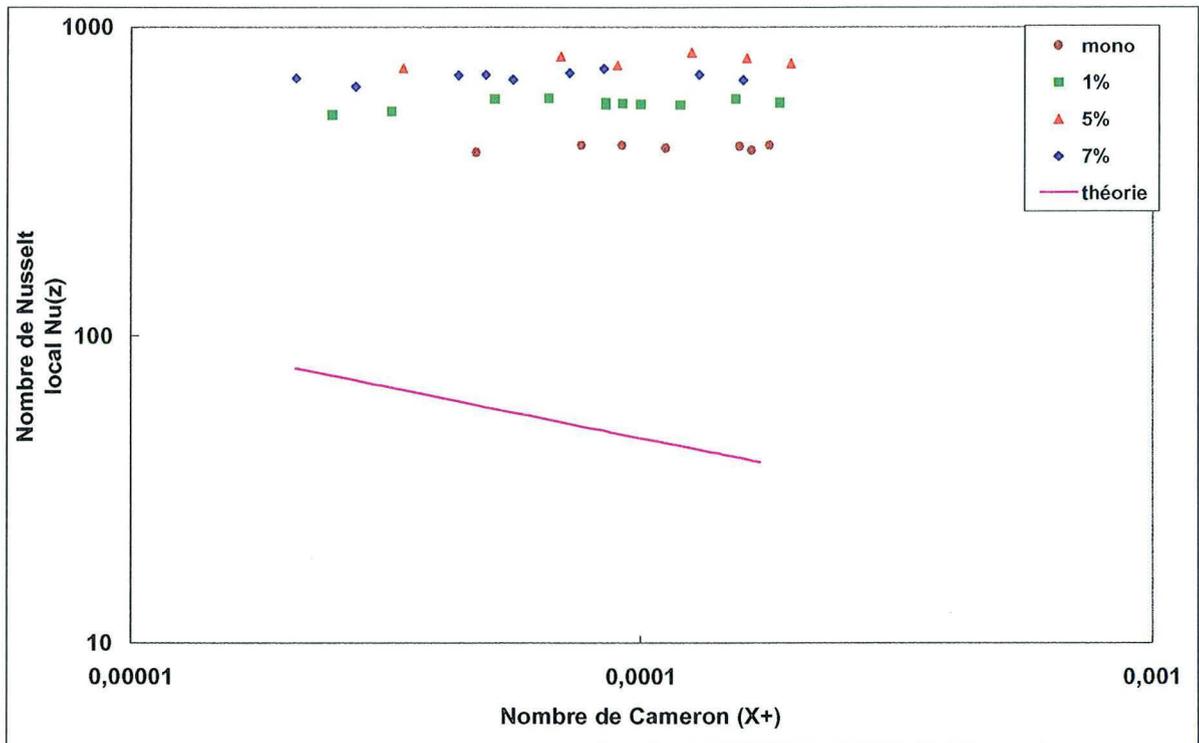


**FigIV-17** : Evolution du nombre de Nusselt en fonction de la fraction volumique avec un nombre de Cameron constant (soit  $X^+ \approx 10^{-4}$ ) et à vitesse constante  $Ud=1,91$  m/s.

**Cas des nombres de Reynolds élevés** : C'est le cas du transfert de chaleur dans les suspensions à base d'eau.

Dans ce cas, même si la turbulence est pleinement développée, nous constatons tout de même un effet notoire de la concentration en particules (Fig. IV-18).

Au champ turbulent naturel s'ajoute l'effet convectif des particules qui perturbent le champ thermique, probablement jusqu'au voisinage de la paroi.



**Fig. IV-18:** Evolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Cameron pour différentes fractions volumiques –  $\phi_p = 15000 \text{ W/m}^2$  et  $Re_{eff} = 85608$

### IV. 3 Chauffage de l'écoulement monophasique- fluide porteur non newtonien

#### \*Choix du modèle pour l'écoulement monophasique

Sur la fig.IV-19, Nous comparons les modèles de Scirocco (1985), de El Ouardighi (1990) et de Moudachirou (1992) avec nos résultats expérimentaux (écoulement monophasique de la CMC).

Modèle de Scirocco (1985) :

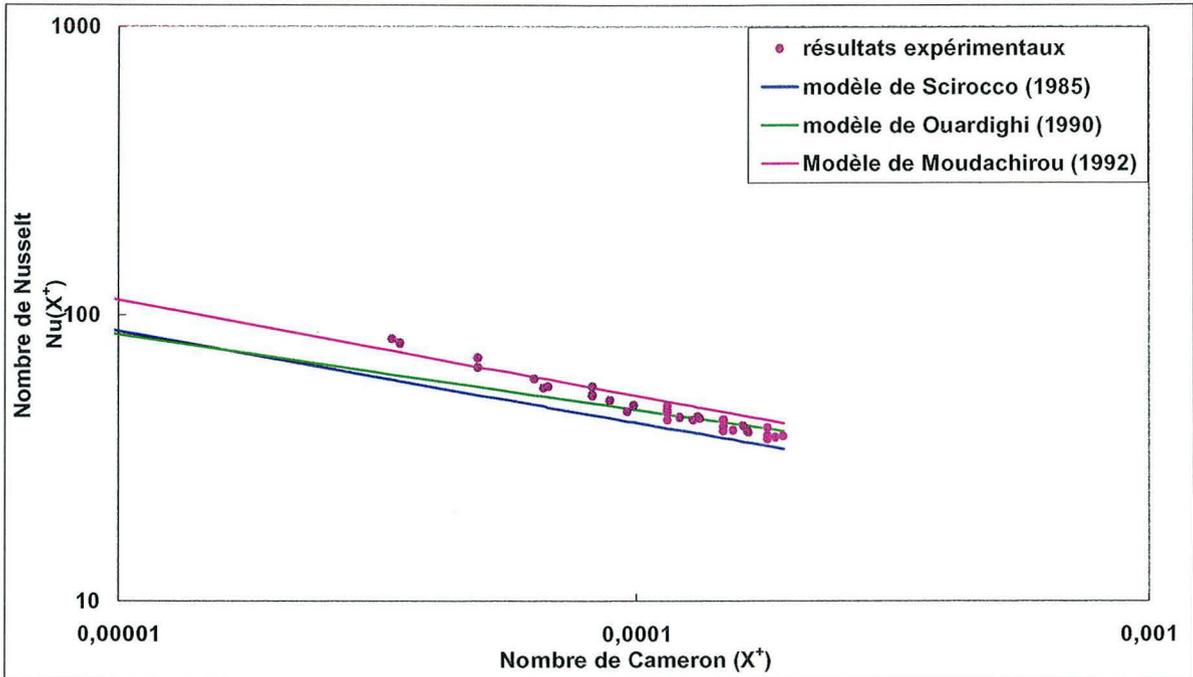
$$Nu(X^+) = 1,369 \left( \frac{b\phi_p D}{2\lambda} \right)^{0,177} (X^+)^{-0,319}$$

Modèle de El Ouardighi pour les fluides pseudoplastiques (1990) :

$$Nu(X^+) = 2,6 \left( \frac{b\phi_p D}{2\lambda} \right)^{0,177} (X^+)^{-0,26}$$

Modèle Moudachirou (1992) :

$$Nu(X^+) = 1,64 \left( \frac{b\varphi_p D}{2\lambda} \right)^{0,14} (X^+)^{-1/3}$$



**Fig. IV-19** : Etude comparative des modèles de Scirocco (1985), de El Ouardighi (1990) et de Moudachirou (1992) -  $\varphi_p = 15\,000\text{ W/m}^2$ ,  $U_d = 3,83\text{ m/s}$  ( $Re = 876$ )

Dans le tableau IV-2, nous donnons les écarts relatifs moyens entre nos résultats expérimentaux et les différents modèles. Nous constatons que le modèle qui répond le mieux à notre étude est celui de Moudachirou (1992).

modèle	A $X^+$ faible	A $X^+$ élevé
Moudachirou(1992)	9,84%	6,66%
Ouardighi (1990)	32,90%	3%
Scirocco (1985)	38,42%	15,57%

**Tableau IV-2** : Détermination des écarts entre les modèles essayés et les résultats expérimentaux

Nous conserverons le modèle suivant pour la suite de nos travaux soit :

$$\boxed{Nu_{n,n} = 1,06 \cdot (X^+)^{-1/3}} \quad (IV-10)$$

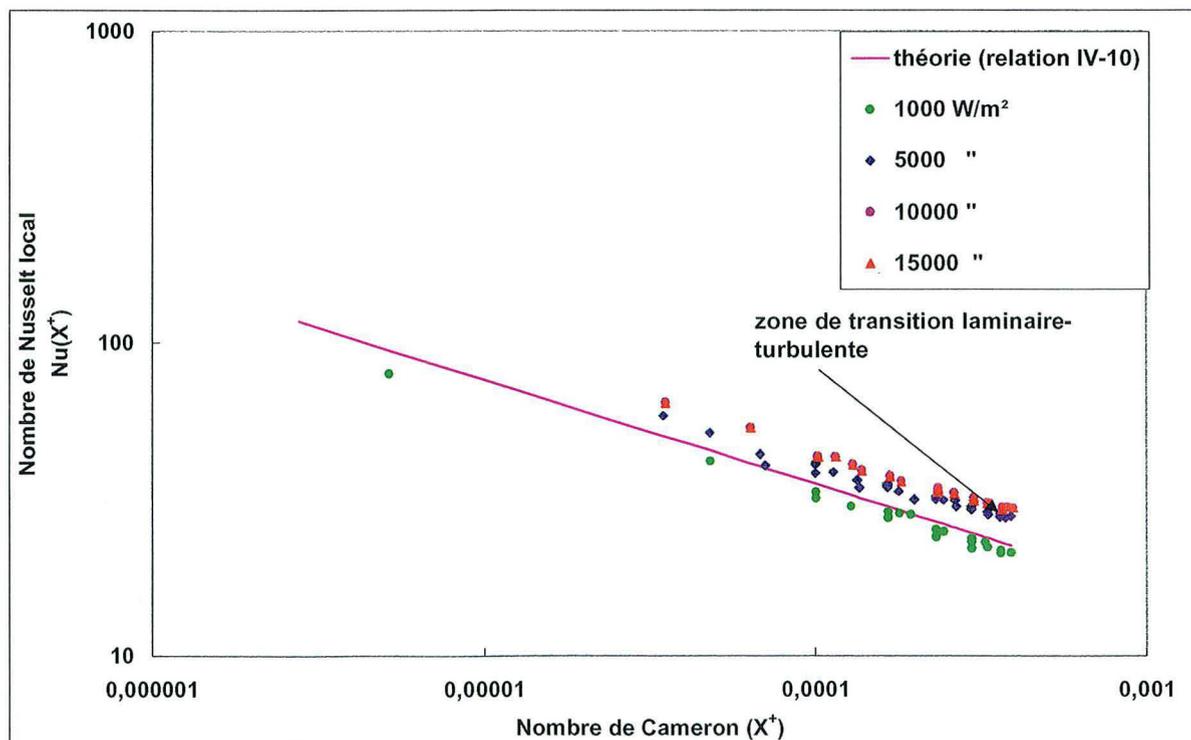
### \*effet de la thermodépendance du fluide

Sur la fig.IV-20, nous avons tracé l'évolution du nombre de Nusselt locale pour plusieurs densité de flux de chaleur. Nous constatons classiquement les effets de la thermodépendance du fluide par une translation des courbes. Plus la densité de flux est élevée, plus le nombre de Nusselt est grand.

Nous constatons aussi que le régime thermique reste non établi quelle que soit la puissance utilisée. A l'exception de la densité de flux de chaleur égale à 1000 W/m<sup>2</sup>, les résultats amorcent un début d'établissement pour  $X^+ \geq 0,007$ . (Fig. IV-20).

A l'instar du glucose, les résultats expérimentaux issus du chauffage de la CMC en régime laminaire est en adéquation avec le modèle choisi. L'effet de la thermodépendance est visible.

**Remarque :** Nous n'avons pas pu atteindre la turbulence développée. Ceci est lié à la consistance du produit étudié.

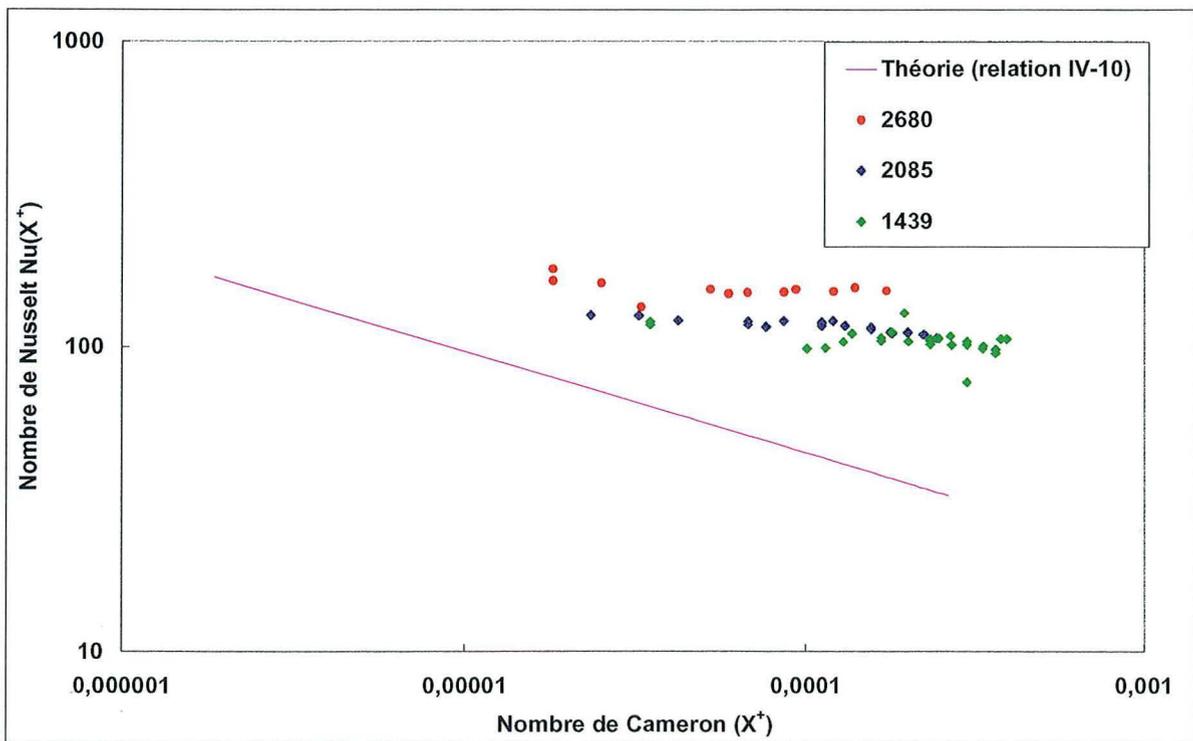


**Fig. IV-20** Evolution de la CMC en écoulement monophasique en fonction du nombre de Cameron pour différentes densités de flux de chaleur - Re = 1126.

#### IV. 2. 4 Chauffage de l'écoulement diphasique- fluide porteur non newtonien

##### \* influence du débit

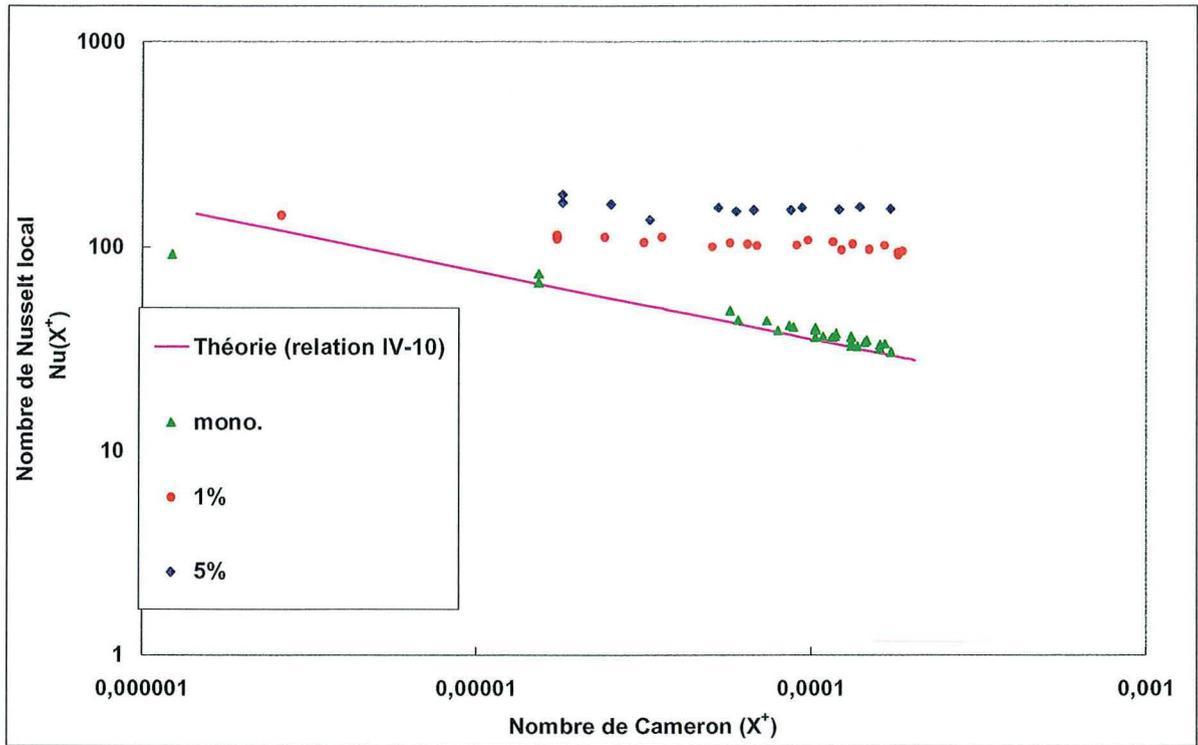
Sur la fig.IV-21, nous donnons l'évolution du nombre de Nusselt local en fonction du nombre de Cameron pour différentes valeurs de débits pour une concentration volumique donnée (5%). Nous constatons que plus le débit est élevé (nombre de Reynolds croissant), plus le nombre de Nusselt augmente. Nous avons procédé à l'étude du transfert de chaleur dans une solution chargée de particules à différentes fractions volumiques (1 %, et 5 %).



**Fig. IV-21:** Evolution du nombre de Nusselt local en fonction du nombre de Cameron pour différentes valeurs de débit (Reynolds basé sur la viscosité apparente)  
CMC chargée à 5% -  $\varphi_p = 5\ 000\ \text{W/m}^2$

##### \* influence de la concentration

Nous constatons que l'ajout de particules influence nettement le transfert de chaleur. Comme dans le cas du fluide newtonien, le régime thermique semble s'établir très rapidement. Le nombre de Nusselt est quasi-constant pour toutes les concentrations étudiées ; il augmente à mesure que la concentration augmente (fig.IV-22).



**Fig. IV-22** Evolution du nombre de Nusselt local en fonction du nombre de Cameron pour différentes fractions volumiques –  $\varphi_p = 5000 \text{ W/m}^2$ ,  $U_d = 3,44 \text{ m/s}$ .

### **Conclusion sur le transfert de chaleur dans les suspensions**

L'étude des écoulements de suspensions en situation de chauffage a montré l'intérêt de notre approche. Nous avons montré que l'approche « milieu effectif » n'est pas applicable au transfert thermique dans les suspensions.

Nous avons mis en évidence que :

- le transfert thermique est meilleur dans un régime turbulent que dans un régime laminaire,
- Le transfert thermique est influencé par les particules,
- le régime thermique s'établit plus proche de l'entrée de la veine chauffée avec l'augmentation de concentration en particules,
- Selon la nature du fluide porteur le régime thermique reste non établi avec un régime dynamique laminaire







# CONCLUSION



## CONCLUSIONS GENERALES

Les objectifs de ce travail de thèse étaient d'analyser finement l'écoulement en conduite horizontale de suspensions de grosses particules en situation isotherme et en situation de chauffage et d'apporter des éléments de réponse sur le couplage existant entre le champ dynamique et thermique. Rappelons que notre travail a été essentiellement expérimental et a nécessité la mise en œuvre de nombreuses techniques de mesure (Vélocimétrie Laser à effet Doppler ; Vélocimétrie Ultrasonore à effet Doppler ; rhéométrie,...).

**Concernant l'analyse du champ dynamique**, les principaux résultats obtenus montrent :

- la validité du modèle de « milieu effectif » pour l'analyse des pertes de charges aussi bien pour un fluide porteur newtonien que pour un fluide porteur non-newtonien.
- De plus, nous avons constaté que la transition du régime laminaire au régime turbulent s'effectue de façon progressive pour le fluide porteur newtonien, on quitte la loi laminaire classique pour rejoindre la loi en régime turbulent sans passer par un régime transitoire bien marqué. Ceci est dû aux effets des interactions hydrodynamiques particules-particules et particules-parois qui dissipent plus d'énergie : les courbes s'écartent du régime laminaire pour un nombre de Reynolds de l'ordre de 1000 et tendent continûment vers le régime turbulent sans qu'un changement brutal de régime apparaisse.
- Pour un fluide porteur non-newtonien (solution de CMC à 5%), la transition entre le régime laminaire et le régime turbulent est retardée. En effet pour un matériau rhéofluidifiant comme la CMC, le gradient de vitesse élevé près des parois lié à un aplatissement du profil de vitesse au centre de la conduite concentre les dissipations visqueuses aux parois, ce qui limite relativement les dissipations hydrodynamiques supplémentaires associée à la présence des particules. En situation non-isotherme (chauffage pariétal), les effets sont plus marqués.

**Concernant l'analyse du champ thermique**, les principaux résultats obtenus montrent que :

- dans tous les cas, l'ajout de particules est bénéfique pour le transfert paroi-fluide et que la transition entre le régime laminaire et turbulent est d'autant plus précoce que la concentration en particule est élevée.
- Cependant, l'analyse du champ dynamique montre que l'organisation générale des suspensions en un anneau fluide en proche paroi et un « bouchon solide » à cœur de l'écoulement conduit à pondérer ces résultats. Les particules, bien qu'ayant tendance à favoriser le transfert thermique par transport de vorticité (amélioration du mélange), limitent l'étendue radiale de la couche limite thermique en déstabilisant l'écoulement. Ceci se traduit par un nombre de Nusselt devenant constant à une position axiale donnée. Le transfert thermique est alors assuré uniquement par diffusion vers le cœur du fluide.

- Les lois de transfert données pour les fluides visqueux (newtoniens et non-newtoniens) et issues de la littérature sont valides pour nos mélanges. En l'occurrence, la loi de Moudachirou (1992) est valide dans le cas laminaire ; la corrélation de Chilton-Colburn l'est dans le cas turbulent.

Cette étude montre bien les limites de la stérilisation des fluides alimentaires en présence de particules et pose le problème de la stérilisation en continu. Loin d'être achevée, elle a permis de mieux comprendre le transfert thermique et le couplage mécanique dans l'écoulement des fluides complexes et **elle ouvre un champ d'investigation sur l'influence de la thermorhéologie sur le champ dynamique des vitesses et la répartition du champ thermique**. En particulier, cette étude doit être complétée ultérieurement :

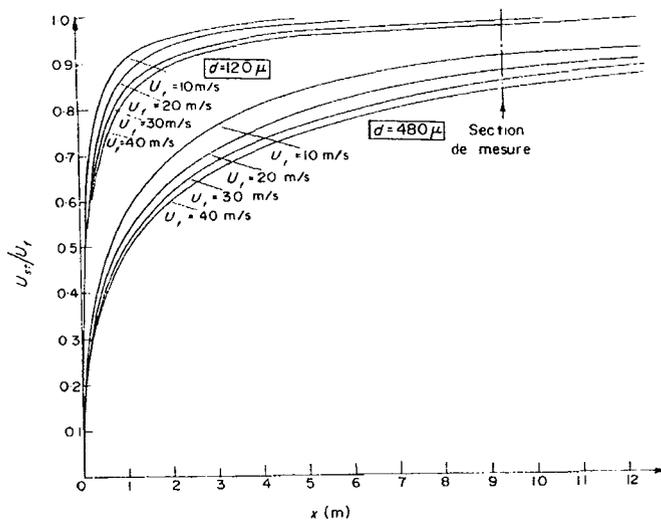
- pour des suspensions de particules de tailles variées et à différentes concentrations et de fluides suspendants présentant une thermorhéologie différente.
- en mettant l'accent sur le réchauffage d'une particule isolée au sein d'une suspension en écoulement.

Bien que nous n'ayons pas fait état de l'influence des transformations physico-chimiques qui interviennent lors de la stérilisation de produits « réels » et qui doivent avoir une importance considérable sur les pertes de charge et le transfert thermique, notre étude a mis en évidence les paramètres de contrôle pertinents pour décrire ce type d'écoulement.

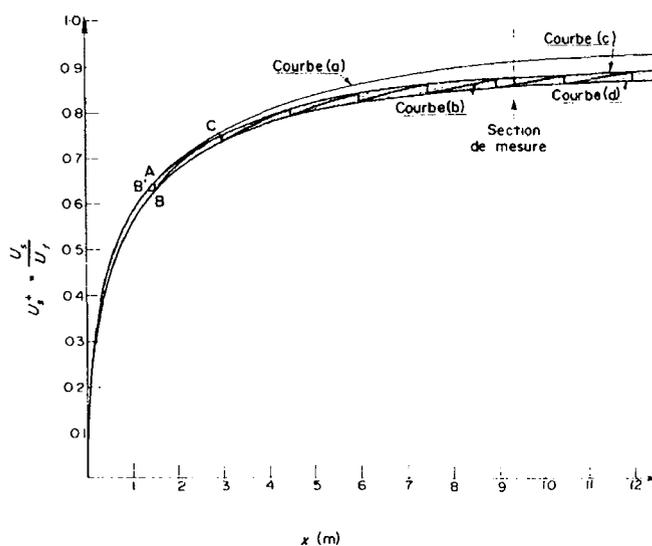




# Annexes



**Fig. I-2a** : Variation de la vitesse des particules le long de l'axe de tube. Courbes théoriques. Particules uniquement soumises à la traînée.



**Fig. I-3a** : Influence des chocs contre la paroi sur la vitesse des particules ( $d = 480\mu$ ,  $U_f = 10\text{m/s}$ ,  $tg \approx 0,06$ )

Courbe (a) : particules uniquement soumises à la traînée.

Courbe(b) : particules soumises à la traînée et au choc avec le premier choc en A.

Courbes (c) et (d) : enveloppe de la courbe(b) quand A se déplace sur (a) ( $0 < x_M < 1,5$  m).

La loi de vitesse  $U_{sf}(x)$  d'une particule uniquement soumise à la traînée est donnée par Douchez (1965).

Il en résulte (Fig. Ia 1) un réseau de courbes

$$U_{st}^+(x) = \frac{U_{st}(x)}{U_f} \quad (\text{a1-2})$$

d'où l'on tire la courbe  $U_{st}^+(x_M) = f(U_f)$  (fig. I-1a, courbe, en trait continu) avec  $x_M = 9,40$  m, abscisse de l'axe médian du plan de mesure.

L'auteur a ensuite montré l'influence des chocs sur la paroi : la courbe (a) de la figure I-3a est la courbe de vitesse d'une particule uniquement soumise à la traînée. D'après l'observation des photographies, une particule de  $480\mu$  heurte la paroi en moyenne tous les 1,5 m. Il résulte de chaque choc une perte de vitesse de l'ordre de 2% la courbe en dent scie (b) est celle d'une particule dont les chocs sur la paroi sont distants de 1,5 m et don t le premier choc a lieu à l'abscisse  $x = 1,5$  m (les arcs de (b) se déduisent de (a) par une translation parallèle à  $0x$ ).

Les courbes (c) et (d) constituent l'enveloppe de (b) quand l'abscisse du premier choc varie entre 0 et 1,5 m. La courbe moyenne  $U_{s(t+c)}^+(x)$  de vitesse des particules soumise à la traînée et aux chocs sur la paroi se situe approximativement au milieu de (c) et (d). Les valeurs  $U_{s(t+c)}^+(x_M)$  relevée sur les différentes courbes permettent de construire par point  $U_{s(t+c)}^+(x_M) = f(U_f)$  (Fig. I-1a). Ces courbes donnent pour deux types de particules une bonne corrélation des points expérimentaux.

Enfin la vitesse limite des particules, pour une vitesse de l'air donnée, a été calculée en écrivant qu'entre deux chocs successifs d'une particule sur la paroi, le travail de la force de traînée est égal à la perte d'énergie cinétique au cours d'un choc (Uematu et al, 1961).



## Annexe2

Dans un écoulement stationnaire à faible nombre de Reynolds, les membres e gauche de la relation (I- 62) peut être négligée. Dans un écoulement à cisaillement simple, la relation entre le tenseur de contrainte visqueuse et le tenseur taux de déformation se réduit à :

$$\tau = \eta_a(\phi, \gamma^0) \gamma^0 \quad (2a-1)$$

où  $\eta_a(\phi, \gamma^0)$  est la viscosité apparente de la suspension ;  $\gamma^0$ , taux de cisaillement.

Dans des études menées précédemment par Mills (1985 et 1988), une relation entre la viscosité  $\eta_a(\phi, \gamma^0)$  et la distance moyenne  $d(\phi)$  entre particules (rayon a) est établie. La dissipation visqueuse peut être exprimée comme le carré du ratio de la variation  $\delta_{vf}$  de la vitesse moyenne du fluide entre particules (à l'échelle de  $\gamma^0 a$ ) et la dimension caractéristique  $d$  de l'écoulement entre les particules :

$$d, D = \eta_a(\phi) \gamma^{02} = \eta_0 \left\langle \frac{\gamma^0}{d} \right\rangle^2 (1-\phi) \quad (2a-2)$$

Dans un régime concentré ( $\phi > 0,2$ ), la viscosité apparente de cisaillement est plutôt en accord avec l'expression Mills (1985 et 1988) a proposée antérieurement, à savoir :

$$\eta_a(\phi) = \eta_0 \frac{(1-\phi)}{\left(1 - \frac{\phi}{\phi^*}\right)^2} \quad (2a-3)$$

Cette migration de particules induit un cisaillement. En effet en s'appuyant sur les travaux de Gences (1979), Mills et Snabre (1995) ont effectué des recherches sur le cas de grappes infinies de particules en écoulement avec une fraction volumique de particules correspondant au seuil de la percolation soit  $\phi \approx 0,2$ . Ils ont montré, dans un régime concentré ( $\phi > \phi_c > \beta \phi_{per}$  avec  $\beta > 1$ ), de fortes interactions de lubrifications entre les particules qui résultent ainsi de la transmission des contraintes visqueuses à travers un réseau transitoire connecté de sphères.

Dans les conditions d'un cisaillement uniforme, la durée de survie d'une grappe infinie étant plus petite que le temps caractéristique de l'écoulement  $\frac{1}{\dot{\gamma}_0}$  l'auteur a montré que la viscosité apparente de cisaillement et la dérivée  $\frac{\partial \eta_a}{\partial \phi}$  sont des fonctions de la fraction volumique. Néanmoins, une discontinuité a pu apparaître au dessus du seuil de la filtration pour la dépendance du flux diffusif.

Ainsi au-dessus de la fraction volumique critique  $\phi_c$ , ils ont considéré un tenseur de contrainte  $\sigma_p$  associé à des particules qui interagissent et ils ont introduit deux champs de vitesse sur la base des travaux de Noetinger (1989) et de Nozières (1987). Le premier champ de vitesse  $V$  décrit le mouvement des particules et du fluide comme un milieu effectif incompressible et la seconde vitesse  $V_p$  donne la vitesse moyenne locale pour les particules flottantes. A faible nombre de Reynolds, l'équation vectorielle du mouvement pour le milieu effectif et les particules fixes de rayon  $(a)$  s'écrivent sous la forme :

$$0 = -\text{grad}p + \text{div}\tau \text{ avec } \text{div}V = 0 \quad (2a-4)$$

$$0 = -\phi \text{grad}p + \text{div}\sigma_p \eta_0 \eta_a^* \frac{V_p - V}{a^2} \quad (2a-5)$$

où le dernier terme  $(\sigma_p \eta_0 \eta_a^* \frac{V_p - V}{a^2})$  est la force de friction externe exercée sur des particules (vitesse moyenne  $V_p$ ) par la suspension considérée comme milieu effectif avec la vitesse moyenne  $V$ .  $\mu^*(\phi)$  est la fonction adimensionnelle prenant en compte de toutes les interactions les corps.

Les interactions hydrodynamiques entre deux particules étant connues pour sa réversibilité dans un écoulement de Stokes, il était nécessaire d'avoir une source d'irréversibilité pour produire un net déplacement latéral des particules à travers les collisions entre deux corps. L'état de rugosité de la particule proposée par Leighton et al (1987) peut être le facteur de la sources d'irréversibilité comme l'a souligné Koh et al (1994) ; le contact serré entre les particules peut aussi conduire à des trajectoires chaotiques et à des interactions irréversibles pendant la collision entre deux particules. Dans un écoulement limite, chaque particule de la phase solide décrite par l'équation (2a-5) permet d'expérimenter les forces transversales, soit transmises de la paroi à travers un réseau connecté sur une corrélation de la distance  $\xi$  (Bossis, et al 1991), soit dues à la contrainte de cisaillement  $\tau$  dans le milieu effectif décrit par l'équation (2a-4). Le taux de cisaillement et la géométrie de l'écoulement tous deux peuvent influencer la corrélation de la longueur  $\xi$ . Dans le cas d'un champ de cisaillement uniforme, la longueur  $\xi$  est, aux environs, de la distance moyenne entre deux particules. D'un autre côté un profil de vitesse plat au cœur d'un écoulement de Poiseuille augmente la corrélation de la longueur qui est alors à la même distance du centre de la conduite. Dans un régime très dilué et en absence de processus irréversibles, le temps de la force moyenne transversale est égal à zéro.

Mills et al, (1995) ont proposé un modèle basé les forces de lubrification reliant le tenseur de contrainte  $\sigma_p$  au tenseur de contrainte visqueuse  $\tau$  dans la suspension. Les flux diffusifs des particules résultent de l'énergie moyenne reçue par les particules en collision dans l'écoulement de cisaillement. Pendant cette collision les micro-écoulements entre particules font augmenter les forces de traînée de lubrification parallèlement et perpendiculairement au plans de cisaillement. La force de traînée hydrodynamique entre les sphères en collisions sont en accord avec la composante de la contrainte de cisaillement le long des surfaces cisailant.

La force de traînée de lubrification, à moyen terme,  $F_h$  expérimentée sur une particule de rayon  $(a)$  pendant la collision est alors proportionnelle à la force de contrainte de cisaillement due au milieu effectif des particules environnantes et inversement proportionnelle à la distance adimensionnelle  $(\frac{a}{d})$  entre les particules proches [Honig et al, 1971] :

$$F_h \approx \tau a^2 \frac{a}{d} \text{ pour } \frac{a}{d} \ll 1 \quad (2a-6)$$

La contrainte de cisaillement moyenne  $\sigma_p$  résultant des collisions irréversibles des particules peut être obtenue en faisant le produit de la force de lubrification à moyen terme  $F_h$  avec le nombre moyen des particules par unité de surface dans un plan de cisaillement  $N \approx \frac{\phi}{a^2}$  soit :

$$\sigma_p \approx N F_h \approx \tau \phi \frac{a}{d} \quad (2a-7)$$

L'équation (2a-2) donne une relation entre la viscosité effective de cisaillement et la distance à moyen terme entre les particules :

$$\eta_a(\phi, d) \approx \eta_0 (1-\phi) \left(\frac{a}{d}\right)^2 \quad (2a-8)$$

En procédant par substitution de l'équation (2a-8) dans (2a-7), ils ont obtenu une estimation pour le tenseur de contrainte moyen dans un régime concentré :

$$\sigma_p \approx \tau \left(\frac{\eta_a}{\eta_0}\right)^{1/2} \frac{\phi}{(1-\phi)^{1/2}} \quad (2a-9)$$

Dans un régime dilué ils n'ont plus utilisé le concept de milieu effectif en recherchant la dérivée du tenseur de contrainte moyen qui est alors en accord avec l'expression  $\sigma_p \approx \phi^3 \tau$  de Leighton et al (1987).

La composante y de l'équation vectorielle du mouvement (2a-5) le long de la direction perpendiculaire aux plans cisailant dans un écoulement rampant est donnée par l'expression :

$$0 = -\phi \eta_0 \eta^*(\phi) \frac{V_P}{a^2} + \partial_y \sigma_{yy} + \partial_x \sigma_{xy} + \partial_z \sigma_{zy} \quad (2a-10)$$

Les deux derniers termes de l'équation (2a-10) (à savoir  $\partial_x \sigma_{xy} + \partial_z \sigma_{zy}$ ) disparaissent si les composantes du tenseur de contrainte sont constantes le long des plans cisailant.

Ils ont finalement obtenu pour des flux diffusifs transversaux des particules de la forme :

$$J = \phi V_p = \frac{a^2}{\eta_0 \eta^*} \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\phi \eta_r^{1/2} \tau}{(1-\phi)^{1/2}} \right] \quad (2a-11)$$

où  $\eta_r(\phi)$  est la viscosité effective relative de cisaillement.

Il s'en suit que de l'équation (2a-11), le flux diffusif transversal de particules n'est pas dépendant de la viscosité du fluide libre suspendant en accord avec les résultats expérimentaux de Abbot et al (1991).

*La dépendance du flux diffusif du carré du rayon du particule conduirait à de forts effets de ségrégation dans les écoulements de suspensions concentrées hautement polydisperses ou dans un milieu granulaire considéré comme fluide.*

En partant de l'équation de diffusion dans une structure de référence eulerienne :

$$D_t \phi + \text{div} J = 0 \quad (2a-12)$$

$$\text{avec } J = \phi V_p = \frac{a^2}{\eta_0 \eta^*} \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\phi \eta_r^{1/2} \tau}{(1-\phi)^{1/2}} \right] \quad (2a-13)$$

où  $\eta_r(\phi)$  est la viscosité effective relative de cisaillement.

et en tenant compte du fait que  $v_{grad}$  est égal à zéro et que l'équation de diffusion prenant la forme:

$$\partial_t \phi + \text{div} J = 0 \quad (2a-14)$$

Mills et Snabre (1995) ont remarqué que, dans un écoulement entre des plaques planes parallèles et le mouvement relatif il n'y a pas de migration prévue par le modèle comme observé expérimentalement. Dans les conditions d'écoulements viscosimétriques stationnaires, la condition d'un équilibre de profils de concentration implique que le flux diffusif transversal est partout nul dans le l'écoulement soit :

$$J = \frac{a^2}{\eta_0 \eta^*} \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\phi \eta_r^{1/2} \tau}{(1-\phi)^{1/2}} \right] = 0 \quad (2a-15)$$

En intégrant l'équation (2a-15) suivant y, avec la constante d'intégration fixée par les conditions aux limites, elle donne alors le profil de concentration en équilibre dans l'écoulement à travers la section:

$$\frac{\phi}{(1-\phi)^{1/2}} \mu_r^{1/2} \tau = \frac{\phi_w}{(1-\phi_w)^{1/2}} \eta_{rw}^{1/2} \tau_w \quad (2a-16)$$

avec l'indice w mis pour paroi.

Mills et Snabre (1995) ont utilisé l'expression de la viscosité apparente de la suspension qu'il a mise au point antérieurement soit :

$$\eta_a(\phi) = \eta_0 \frac{(1-\phi)}{\left(1 - \frac{\phi}{\phi^*}\right)^2} \quad (2a-16x)$$

et qu'ils ont appliquée à l'équation vectorielle du mouvement en coordonnées cylindriques:

$$\frac{1}{r} \partial_r (r \tau_{rz}) = d_z p = p \quad (2a-17)$$

où  $d_z p$  est la composante z du gradient de pression qui conduit l'écoulement. et  $\eta_0$  viscosité du fluide porteur.

L'intégration de l'équation (2a-1) sur la variable spatiale r donne :

$$\tau_{rz} = \frac{Pr}{2} \quad (2a-18)$$

Les auteurs ont obtenu un flux diffusif transversal des particules dans un écoulement à travers la section dont l'expression est :

$$J_r = \phi V_p = -\frac{a^2}{\eta_0 \eta^*} \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (r \sigma_{rr}) - \sigma_{\theta\theta} / r \right] \quad (2a-19)$$

avec  $\phi^*$ , fraction volumique critique relative au seuil de transition entre l'état fluide et l'état solide de la particule.

$$\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} = \frac{\phi}{(1-\phi)^{1/2}} \eta_r^{1/2} \tau_{rz} \quad (2a-20)$$

Pour un écoulement permanent,  $J_r = 0$ , une intégration sur r et une constante d'intégration fixée par les conditions aux limites, ils ont un profil de concentration en équilibre dans l'écoulement à travers la section :

$$\frac{\phi(r)}{(1-\phi(r))^{1/2}} \eta_r^{1/2} \frac{Pr}{2} = \frac{\phi_w}{(1-\phi_w)^{1/2}} \eta_{rw}^{1/2} \frac{Pr_w}{2} \quad (2a-21)$$

où  $\eta$  est mis pour la paroi du tube ( $r=R_w$  avec  $\phi(R_w)$ ).

$\phi(r)$ , fraction volumique en particules en fonction du rayon  $r$  dans un écoulement de Poiseuille,

$\phi(R_w)$ , fraction volumique en particules aux environs de la paroi,

$\eta_r(\phi)$ , viscosité effective relative

$\eta_r$ , viscosité relative

$\eta_{rw}$ , Viscosité relative à la paroi.

Ils ont obtenu alors la fraction volumique de particules en équilibre  $\phi(r)$  dans un écoulement de Poiseuille :

$$\frac{\phi(r)}{(1-\phi(r)/\phi^*)R_w} = \frac{\phi_w}{(1-\phi_w/\phi^*)} = A \quad (2a-22)$$

ce qui donne finalement :

$$\frac{\phi(r)}{\phi^*} = \frac{1}{1 + \frac{\phi^*}{A} \left( \frac{r}{R_w} \right)} \quad (2a-23)$$

pour  $0 \leq r \leq R_w$  et  $\phi > \phi_c$

$$\text{avec } A = \frac{\phi_w}{(1-\phi_w/\phi^*)} \quad \int_0^{R_w} \phi(r) r dr = \phi \frac{R_w^2}{2}, \quad \text{et } \phi_w = \phi(R_w)$$

Dans une coordonnée cylindrique, le flux diffusif transversal des particules dans un écoulement à travers la section est donnée par :

$$J_r = \phi V_P = \frac{a^2}{\eta_0 \eta^* r} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (r \sigma_{rr}) - \sigma_{\theta\theta} / r \right] \quad (2a-24)$$

$$\text{avec } \sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} = \frac{\phi}{(1-\phi)^{1/2}} \eta_r^{1/2} \tau_{rz} \quad (2a-25)$$

Avec un écoulement permanent,  $J_r = 0$ , une intégration sur  $r$  et une constante d'intégration fixée par les conditions aux limites, ils ont un profile de concentration en équilibre dans l'écoulement à travers la section :

$$\frac{\phi(r)}{(1-\phi(r))^{1/2} \eta_r^{1/2}} \frac{Pr}{2} = \frac{\phi_w}{(1-\phi_w)^{1/2} \eta_{rw}^{1/2}} \frac{PR_w}{2} \quad (2a-26)$$

où  $\eta$  est mis pour la paroi extérieure du tube ( $r=R_w$  avec  $\phi(R_w)$ ).

En substituant l'équation (I- 62) dans la relation (2a-16x) de la viscosité relative de cisaillement, ils ont obtenu alors la fraction volumique de particules en équilibre  $\phi(r)$  dans un écoulement de Poiseuille :

$$\frac{\phi(r)}{(1-\phi(r)/\phi^*)R_w} = \frac{\phi_w}{(1-\phi_w/\phi^*)} = A \quad (2a-27)$$

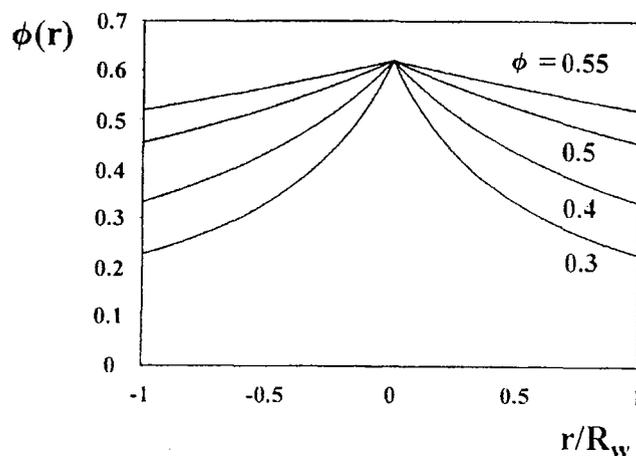
ce qui donne finalement :

$$\frac{\phi(r)}{\phi^*} = \frac{1}{1 + \frac{\phi^*}{A} \left( \frac{r}{R_w} \right)^2} \quad (2a-28)$$

pour  $0 \geq r \geq R_w$  et  $\phi > \phi_C$

$$\text{avec } A = \frac{\phi_w}{(1-\phi_w/\phi^*)}, \quad \int_0^{R_w} \phi(r) r dr = \phi \frac{R_w^2}{2}, \quad \text{et } \phi_w = \phi(R_w).$$

Le profil de la fraction volumique atteint un maximum  $\phi^*$  à  $r=0$  qui reflète la migration de particule vers le centre de la conduite (Fig.I-13(a)). Ils ont noté que la valeur d'encombrement est atteinte après un temps infini si le taux de cisaillement et le flux diffusif transversal tendent vers zéro près de l'axe de conduite  $r=0$ .



**Fig.I-13(a)** : Equilibre des profils de concentration  $\phi(r)$  le long d'un axe radial perpendiculaire au champ de vitesse dans un écoulement de Poiseuille pour de fraction

volumique moyenne variable dans la conduite avec le diamètre  $R_p$ . La courbe en ligne pleine est obtenue à partir de l'équation (2a-28) avec  $\phi^* = 0,62$ .

L'expression est similaire à la relation obtenue à travers une approche semi-empirique par Phillips et al (1992). Néanmoins le profil de concentration met en relief un pic près de l'écoulement central (Fig.I-13(a)) qui montre les limites du présent modèle dans des régions de faible taux de cisaillement d'écoulements non-uniformes. Une coupe pointue apparaît aussi dans le cas d'un écoulement plan de Poiseuille entre deux plans parallèle séparés par la distance  $2H$  :

$$\frac{\phi(y)}{\phi^*} = \frac{1}{1 + \frac{\phi^* y}{A H}} \quad (2a-29)$$

pour  $0 \leq y \leq H$  et  $\phi > \phi_C$  avec  $A = \frac{\phi_w}{(1 - \phi_w/\phi^*)}$ ,  $\int_0^H \phi(y) dy = \phi H$  et  $\phi_w = \phi(H)$

Les auteurs ont introduit un tenseur de contrainte non local associé au réseau transitoire de particules pour des fractions volumiques au dessus du seuil de la percolation. Les composantes du tenseur de contrainte sont dérivés d'une relation établie précédemment reliant la viscosité apparente à la distance moyenne entre les particules. En effet, comme c'est noté plus haut, les auteurs ont espéré que la formation d'une grappe transitoire infinie au dessus du seuil d'infiltration  $\phi_{per} \approx 0,2$  [Gences, 1979]. Dans un régime concentré, les fortes interactions de lubrification entre des particules résultent ainsi dans la transmission de la contrainte à travers un réseau transitoire connecté de sphères sur une corrélation longueur  $\xi$ .

La dépendance de la fraction volumique de la viscosité de cisaillement dans un écoulement de Couette ne montre pas de discontinuité si le temps de survie de la structure transitoire sur une longueur  $\xi$  reste courte comparée au temps de diffusion tourbillonnaire sur la même longueur.

D'un autre côté le taux de cisaillement au centre plan dans un écoulement plan de Poiseuille est toujours zéro et par conséquent la durée de survie d'une grappe peut être plus long que le temps de diffusion tourbillonnaire. Ainsi au dessus de  $\phi_{per}$ , ils ont considéré un tenseur de contrainte non local  $\sigma^*_p$  dans la région centrale de l'écoulement.

Pour un écoulement plan de Poiseuille, la composante z de l'équation vectorielle de mouvement dans un système de coordonnées cartésiennes :

$$\partial_y(\tau_{yz}) = dz p = p \quad (2a-30)$$

où  $dz p$  est la composante z du gradient de pression qui mène l'écoulement entre les deux plans infinis  $y = \pm H$ . En intégrant l'équation (2a-30) sur la variable spatiale y donne :

$$\tau_{yz} = Py \quad (2a-31)$$

Ils ont déterminé le tenseur de contrainte  $\sigma_p$  associé aux particules en supposant que les collisions entre particules dans chaque plan de cisaillement distribue sur l'espace de manière isotrope, une part du tenseur de cisaillement tangentiel moyen. Ce processus induit une contrainte de cisaillement normal  $\sigma_{yy}$ . La contrainte normale non locale  $\sigma^*_{yy}$  est obtenue en intégrant sur une corrélation de la longueur  $y$  de la force de cisaillement transmise le long de la chaîne de particules normale au plan cisailant :

$$\sigma^*_{yy} \approx -a \frac{\phi}{1 - \phi/\phi^*} \int_0^{y/a} \tau_{yz} a \left( \frac{y}{a} \right) = \frac{\phi}{1 - \phi/\phi^*} \cdot \frac{Py^2}{2a} \quad (2a-32)$$

En partant de flux diffusif transversal :

$$Jr = \phi v_p = -\frac{a^2}{\eta_0 \eta^*} \frac{\partial}{\partial y} \sigma^*_{yy}, \quad (2a-33)$$

et en intégrant sur  $y$  dans les conditions de régime permanent ( $Jr=0$  avec la constante d'intégration fixée par les condition aux limites), ils ont trouvé :

$$\frac{\phi(y)}{(1 - \phi(y)/\phi^*)} \left( \frac{y}{H} \right)^\alpha = \frac{\phi_w}{(1 - \phi_w/\phi^*)} = A \quad (2a-34)$$

avec  $\alpha=2$  pour  $0 \leq y \leq \xi$  et  $\alpha=1$  pour  $\xi \leq y \leq H$

alors ils ont obtenu une estimation pour le profil de concentration en équilibre qui ne montre pas une coupe dans la région centre de l'écoulement :

$$\frac{\phi(y)}{\phi^*} = \frac{1}{1 + \frac{\phi^*}{A} \left( \frac{y}{H} \right)^\alpha} \quad (2a-35)$$

pour  $0 \leq y \leq H$  et  $\phi > \phi_c$

avec  $A = \frac{\phi_w}{(1 - \phi_w/\phi^*)}$ ,  $\int_0^H \phi(y) dy = \phi H$  et  $\phi_w = \phi(H)$ .

Les résultats expérimentaux obtenus par Koh et al (1994) concernant l'écoulement de suspensions concentrées ( $\phi=0,3$ ) dans une conduite rectangulaire montre vraiment des

concentrations  $\phi(y=0) \approx 0,62$  non loin du centre plan tout près de la fraction volumique d'encombrement aléatoire  $\phi^* \approx 0,62$  et un profil de vitesse très obtus. En fait le profil de vitesse devient obtus à partir de la forme parabolique de la fraction volumique en particule  $\phi > 0,2$  au dessus du seuil de l'infiltration. [Vadas et al, 1976]. Un glissement de vitesse relativement important entre les particules et le fluide pour cette étude expérimentale particulière montre que la corrélation de la longueur  $\xi$  est du même ordre que la conduite. Dans l'hypothèse de  $\xi = H$ , ils ont ainsi comparé, dans la Fig. I-13(b), les données expérimentales de Koh et al (1994) au profil de concentration théorique en utilisant la fraction volumique moyenne  $\phi$  introduit dans le modèle :

$$\frac{\phi(y)}{\phi^*} = \frac{1}{1 + \frac{\phi^*}{A} \left( \frac{y}{H} \right)^2} \quad (2a-36)$$

pour  $0 \leq y \leq H$  et  $\phi > \phi_C$

$$\text{avec } A = \frac{\phi_w}{\left(1 - \frac{\phi_w}{\phi^*}\right)}, \quad \int_0^H \phi(y) dy = \phi H, \quad \text{et} \quad \phi_w = \phi(H).$$

La relation (2a-36) dérivée d'un tenseur de contrainte non local fournit une bonne description de la migration de particule dans un écoulement plan de Poiseuille sans aucun paramètre ajustable.

Dans le cas d'un écoulement de Poiseuille dans une conduite de section circulaire, le flux diffusif exprimé dans un système de coordonnées cylindriques obéit à une relation similaire sans coupe près du centre sur l'axe ( $r=0$ ) de la conduite (Fig. I-13(a)) :

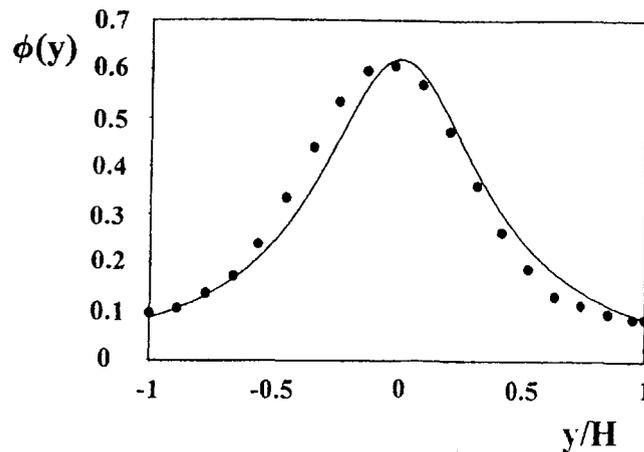
$$\frac{\phi(r)}{\phi^*} = \frac{1}{1 + \frac{\phi^*}{A} \left( \frac{r}{R_w} \right)^2} \quad (2a-37)$$

pour  $0 \leq r \leq R_w$  et  $\phi > \phi_C$

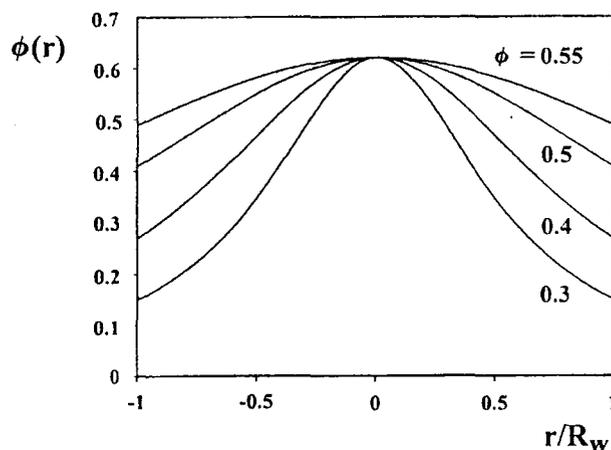
$$\text{avec } A = \frac{\phi_w}{\left(1 - \frac{\phi_w}{\phi^*}\right)}, \quad \int_0^{R_w} \phi(r) r dr = \phi \frac{R_w^2}{2} \quad \text{et} \quad \phi_w = \phi(R_w) \quad (2a-38)$$

Le profil de la fraction volumique atteint un maximum  $\phi^*$  à  $r=0$  qui reflète la migration de particule vers le centre de la conduite (Fig. I-13(c)). Ils ont noté que la valeur d'encombrement

est atteinte après un temps infini si le taux de cisaillement et le flux diffusif transversal tendent vers zéro près de l'axe de conduite  $r=0$ .



**Fig. I-13 (b)** : Comparaison du profil de concentration théorique  $\phi(y)$  le long d'un axe perpendiculaire au champ de vitesse dans un écoulement plan de Poiseuille avec les résultats expérimentaux de Koh et al, (1994) pour une fraction volumique de particule  $\phi=0,3$  (•). La ligne pleine est obtenue de l'équation (2a-37) avec  $\phi^*=0,62$  en utilisant la fraction volumique moyenne expérimentale  $\phi$  comme modèle de départ.



**Fig. I-13(c)** : Equilibre théorique des profils de concentration  $\phi(r)$  le long d'un axe radial perpendiculaire au champ de vitesse dans un écoulement de Poiseuille à travers une section circulaire à des fractions volumiques moyennes variables de particules dans une conduite de diamètre  $R_w$ . La ligne pleine est obtenue à partir de l'équation (2a-38) avec  $\phi^*=0,62$ .



## Annexe 3

Certains auteurs ont travaillé sur des suspensions en faisant un choix de modèle précis. En effet on trouve deux types de modèles à savoir :

- la gamme de modèles désignés comme équilibre des modèles de suspensions. Dans ce cas, la contrainte dans la phase solide est décrite par une équation constitutive et le transport des particules est mené par des gradients de cette contrainte.

- la gamme de modèles désignés sous forme de flux diffusifs. Le mouvement des particules dans la suspension est décrit à travers une équation de diffusion basée sur le débit et sur des gradients de viscosité effective.

Pour instrumenter ces deux types de modèles, il manque une description complète de l'anisotropie des interactions de particules. C'est pour cela que la prédiction de la concentration de particules dans des écoulements de torsion dans de géométrie de plans parallèles ou de cône-plan n'est pas en adéquation avec les données expérimentales indépendamment de la gamme de modèles choisie.

Fang et al (2002) ont travaillé sur les suspensions en mettant l'accent sur le transport de particules en suspensions par écoulement. Ils ont montré que les différences de contrainte normale pour la formulation de suspension en équilibre sont modélisées en utilisant le tenseur diagonal de flux invariant.

Par analogie le modèle de flux diffusif a été reformé en utilisant le même tenseur qui permet de séparer l'échelle des arguments pour une amplitude de flux diffusif afin d'être utilisé dans trois directions principales de l'écoulement. Les auteurs sont partis du modèle de suspension transitoire en équilibre

En effet le modèle de différences de la contrainte normale basé sur le tenseur flux directionnel est utilisé pour le modèle de suspension en équilibre. Les trois directions principales de ce tenseur écoulement sont les trois axes pour les écoulements généraux de cisaillement développés par Bird et al en 1977. Actuellement le modèle de la différence de contrainte normale est similaire à celui proposé par Morris et Boulay (1999) à l'exception du fait qu'aucun des éléments diagonaux du tenseur de direction n'est indépendant.

Par analogie au modèle de suspension en équilibre, le tenseur directionnel est utilisé dans les deux termes de flux dans le modèle de flux diffusif. La justification pour ce tenseur directionnel est que la fréquence des interactions entre particules varie dans de différentes directions de l'écoulement. Ainsi différents taux de diffusion peuvent être modélisé dans le plan de cisaillement et dans la direction qui lui est normal. Ce comportement non isotope corrige les déficiences du modèle de flux diffusif dans de géométries planes ou de cône plan.

L'intérêt de cette étude est que les trois principales directions pour les tenseurs directionnels d'écoulement alignés introduits pour les deux types de modèles modifiés (à savoir modèles modifiés de suspension en équilibre ou les modèles modifiés de flux diffusifs) n'existent que seulement pour des écoulements de cisaillements pures (monophasiques), stricto sensu.

Le modèle de suspension en équilibre provient de la considération des équations bilan pour les deux suspensions comme une entité et pour la phase dispersée ( Nott et Brady, 1994). Les lois de conservation de masse et de mouvement pour des suspensions incompressibles de particules flottantes peuvent être obtenus en moyennant ces quantités sur toutes les phases afin d'aboutir à :

$$\nabla \langle u \rangle = 0 \quad (3a-1)$$

$$\frac{D \langle \rho u \rangle}{Dt} = \langle b \rangle + \nabla \langle \Sigma \rangle \quad (3a-2)$$

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \langle u \rangle \cdot \nabla, \text{ (terme de dérivation)} \quad (3a-3)$$

où  $\langle u \rangle$ , volume de la vitesse de suspension moyennée

$\langle \Sigma \rangle$ , contrainte de suspension de la phase fluide et de la phase dispersée. (Batchelor, 1970).

$$\langle \Sigma \rangle = -\langle p \rangle_f I + 2\eta_s \langle e \rangle + \langle \Sigma \rangle_p \quad (3a-4)$$

où  $\langle p \rangle_f$ , pression moyennée dans le fluide,

$\eta_s$ , viscosité du fluide porteur

$\langle e \rangle$ , taux de tenseur d'effort au cœur de l'écoulement.

L'évolution de la concentration en particule est menée par la loi de conservation de masse de la phase solide de la forme :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \phi \langle u \rangle_p = 0 \quad (3a-5)$$

avec  $\langle u \rangle_p$ , vitesse moyenne de la phase dispersée.

La différence entre la vitesse moyennée de suspension  $\langle u \rangle$  et la vitesse moyennée de particule est reliée à la force de traînée exercée sur les particules  $\langle F \rangle_p$ . A faible nombre de Reynolds de particule, cette relation est linéaire de la forme :

$$\langle u \rangle - \langle u \rangle_p = M(\eta_s, a, \phi) \langle F \rangle_p \quad (3a-6)$$

où  $M(\eta_s, a, \phi)$  est un coefficient qui prend en compte pour une mobilité cachée d'une particule causée par les particules environnantes en supposant la mobilité isotrope.

En combinant les équ.(5z) avec (6z), une équation de conservation peut être écrite comme :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \langle u \rangle \cdot \nabla \phi = \nabla \cdot N, \quad (3a-7)$$

où le flux de particule (relatif à la vitesse moyenne de suspension) est donnée par :

$$N = \phi M(\eta_s, a, \phi) \langle F \rangle_p \quad (3a-8)$$

La force de traînée d'une particule moyenne peut être obtenue en considérant le bilan du mouvement pour la phase solide :

pour le mouvement moyen d'une particule avec

$$\rho_p \phi \frac{D_p \langle u \rangle_p}{Dt} = \langle b \rangle_p + \langle F \rangle_p + \nabla \langle \Sigma \rangle_p \quad (3a-9)$$

Ici le terme de dérivation est pour le mouvement moyen d'une particule,  $\langle \Sigma \rangle_p$ , contrainte d'une particule

$\langle b \rangle_p$ , le poids d'une particule qui est égale à zéro pour les particules flottantes.

Dans plusieurs écoulements de suspensions, le nombre de Reynolds est basée sur le mouvement de particule est négligemment petit typiquement de l'ordre de  $10^{-4}$ . Si le mouvement est à macro - échelle, - échelle de la géométrie de mécanisme- est aussi de faible nombre de Reynolds, qui est vérifié pour les cas considérés ici alors le terme de gauche de 9z peut être négligé et la force de traînée peut être résolue pour :

$$\langle F \rangle_p = -\langle b \rangle_p - \nabla \langle \Sigma \rangle_p, \quad (3a-10)$$

qui montre que le flux de particule N est conduit par les poids ( $\langle b \rangle_p$ ) et les gradients de contrainte ( $\nabla \langle \Sigma \rangle_p$ ).

Plusieurs approches ont été utilisées pour modéliser la contrainte de la phase dispersée. Ici Fang et al (2002) ont utilisé l'approche de Nott et Brady (1994) par laquelle la contrainte moyennée de la phase solide est comprise de la pression de particule, une contrainte de cisaillement déviatrice et des différences de contraintes normales. Pour un nombre de Reynolds de particule à petite échelle, l'équation constitutive de la contrainte de la phase dispersée est donnée par :

$$\langle \Sigma \rangle_p = -\Pi + 2\eta_s \eta_p (\phi) \langle e \rangle + \eta_s \langle \chi \rangle \quad (3a-11)$$

avec  $\Pi$ , pression de la particule,

$\eta_p \langle \phi \rangle$ , viscosité relative de la phase dispersée,

$\chi$ , différence de la contrainte normal

Nott et Brady (1994) ont uniquement considéré des écoulements rectilignes ou les différences de contraintes normales ne sont pas importantes.

Pour modéliser les contraintes normales, ils ont suivi les travaux de Brady et Morris (1997) où il était montré que les contraintes normales linéaires du taux de cisaillements sont à espérer dans les suspensions concentrées dû à un certain mouvement brownien résiduel (nombre de Péclets finis), petites échelles des forces non hydrodynamiques entre particules ou de la rugosité de la surface. Puisque les différences de contrainte normale ont la même origine structurelle comme la pression de la phase dispersée, et par conséquent ont la même échelle

avec le taux de cisaillement et la fraction volumique, la contrainte de particule peut être écrite comme étant :

$$\langle \Sigma \rangle_p = -\Pi Z + 2\eta_s \eta_p(\phi) \dot{\gamma} e \quad (3a-12)$$

Le tenseur  $Z$  dépend du type d'écoulement et donne les composantes de la contrainte normale. Ici la "pression"  $\Pi$  est maintenant une fonction de la fraction volumique et du taux de cisaillement et est donnée par :

$$\Pi = \eta_s \dot{\gamma} \bar{p}(\phi) \quad (3a-13)$$

où  $\dot{\gamma} = (\langle e \rangle \langle e \rangle)^{1/2}$ , et  $\bar{p}(\phi)$ , une fonction monotone croissante de  $\phi$ .

La viscosité de la phase dispersée est reliée à la viscosité de la suspension (viscosité de la suspension mesurée à l'aide d'un rhéomètre normalisé par la viscosité du solvant) par

$$\eta_r = 1 + \eta_p(\phi) \quad (3a-14)$$

et la viscosité relative est modélisée à partir de la corrélation de Krieger soit :

$$\eta_r = \left( 1 + \frac{\phi}{\phi_m} \right)^{-1,82} \quad (3a-15)$$

dans lequel  $\phi_m$  est la fraction volumique maximum en particule pour la quelle la suspension montre le comportement du fluide. La valeur de  $\phi_m$  dépend de plusieurs facteurs comme discuté par Sybia et al 1998. Ici les auteurs ont choisi pour leurs calculs  $\phi_m = 0,68$

Le tenseur de contrainte normale  $Z$  dépend du type d'écoulement, par exemple l'écoulement à cisaillement simple ou à extension et il peut être déterminé à partir du modèle de microstructure tel que l'ont fait Brady et Morris en 1997. Toutefois une expression générale peut être développée comme Morris et Boulay l'ont fait en 1999 en exprimant  $Z$  dans un système de direction principale d'écoulement rectiligne ayant pour vecteurs unités,  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\delta_3$  qui forment le système de coordonnées du membre de droite et définis comme suit :

$\delta_3$ , dans la direction du tenseur de taux de déformation  $\langle e \rangle$  associé à la valeur de l'amplitude minimum (ce qui est nul pour un écoulement de cisailé),

$\delta_1$  et  $\delta_2$ , sont les axes de cisaillement avec  $\delta_1$  choisi ente les axes tel que  $\delta_1 \cdot \nabla \hat{v}$  est minimisé, où  $\hat{v}$  est un champ de vitesse modifié obtenu par soustraction de la rotation de tout corps rigide à partir du champ de vitesse original.

Fan et al (2002), dans leur papier ont coïncidé la direction de  $\delta_1$  avec la direction de la vitesse. Ceci n'est pas le cas pour les écoulements complexes génériques. Mais cette distinction n'était pas nécessaire à cause de l'isotropie du modèle de cisaillement plan. Avec le choix des axes, le plan du cisaillement est défini par les vecteurs unités  $\delta_1$  et  $\delta_2$ .

En général, les directions principales de l'écoulement sont nécessairement les directions principales du tenseur de la contrainte normale ; toutefois, les simulations dynamiques de

stokes faites par Sami (1996) pour des sphères dures browniennes montre à la fois les contraintes tangentielles et normales pour un écoulement plan en extension peuvent être dessinées une à une jusqu'à celles de l'écoulement de cisaillement simple pour toutes les fractions volumiques et tous les taux de cisaillement (nombres de Péclet hydrodynamique). Ainsi cela devrait être une bonne approximation en prenant  $Z$  comme diagonal dans les directions définies comme suit :

$$Z = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix},$$

où les valeurs de  $\lambda_i$  sont à déterminer par expérience, simulation ou par modélisation microstructurale. Le tenseur d'écoulement rectiligne donne les formes suivantes pour les différences de contraintes normales et de la pression particulaire :

$$\sigma_{11} - \sigma_{22} = -\Pi(\lambda_1 - \lambda_2) \quad (3a-16)$$

$$\sigma_{22} - \sigma_{33} = -\Pi(\lambda_2 - \lambda_3) \quad (3a-17)$$

$$\text{et } \Pi = -\Pi \left( \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3}{3} \right) \quad (3a-18)$$

Si  $\Pi$  est la pression particulaire, il est alors nécessaire que  $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 3$ . Comme il n'y a pas virtuellement de mesures expérimentales des contraintes normales dans des écoulements de suspensions (cf. les récents travaux de Zarraga et al (2000) pour une exception notable), la modélisation sera utilisée pour estimer les valeurs absolues de  $\lambda_1, \lambda_2$  et  $\lambda_3$  indirectement à partir de des mesures expérimentales des profils de concentration de particule.

En 1997, Brady et Morris dérivent un modèle microstructuel mettant en relation la contrainte de suspension et la microstructure induite par l'écoulement. Ils ont montré que la contribution dominante à la contrainte vient d'une couche limite du contact particule/particule et obtenir une solution appropriée pour la structure et la contrainte qui donne la différence de contrainte normale nulle puis négative dans un premier temps, et dans un second temps une différence de contrainte normale dans un écoulement de cisaillement pure. Les prédictions spécifiques en termes de  $\lambda$  sont :

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 2 \lambda_3 .$$

Ils ont offert une expression à l'échelle de la fonction  $\bar{p}(\phi)$  :

$$\bar{p}(\phi) = \phi^2 \left( 1 - \frac{\phi}{\phi_{max}} \right)^{-2} \quad (3a-19)$$

Dans un système de coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$  le tenseur  $Z$  pour un écoulement de torsion entre plans parallèles est donné par :

Deux classes majeurs de modèles existent pour la simulation d'écoulements lourdement chargés de particules : le modèle de suspension en équilibre et le modèle de flux diffusif. les deux modèles souffrent d'insuffisances quand ils sont comparés aux résultats expérimentaux. Pour corriger ces insuffisances un tenseur directionnel d'écoulement rectiligne est introduit

dans le modèle de suspension en équilibre et par analogie, dans le modèle de flux diffusif. Le tenseur de l'écoulement rectiligne s'accommode à la nature non isotrope de diffusion et des processus migratoires dans les écoulements des suspensions à faible nombre de Reynolds.

Pour cela, ce tenseur peut être trouvé pour des conditions arbitraires d'écoulement, cette formulation est en accord avec l'application générale pour la simulation des écoulements complexes.

L'approche utilisée pour dériver le modèle est similaire à celle utilisée par Morris et Boulay (1999).

Les coefficients de différence de contrainte normale sont introduits en notant que la migration radiale, dans un écoulement de torsion entre les plans parallèles, est soit nul soit difficilement détectable (trop petite pour être détectée) et avec l'hypothèse bien connue dans laquelle, il n'y a pas de migration azimutale dans une expérimentation cône-plan.

En corroborant les travaux de Morris et Boulay (1999) Fan et al (2002) des suspensions fournissent une perspicacité additionnelle dans le comportement non isotrope des écoulements de suspensions :

- premièrement, ils ont montré que les différences de la contrainte normale n'affectent pas seulement les écoulements curvilignes, mais aussi des écoulements dans lesquels les courants sont linéaires ;ici les effets sont en termes de taux de migration et de profils de concentrations dans des géométries telles que celle de l'écoulement de Poiseuille,
- deuxièmement, cela montre que le modèle de flux diffusif peut décrire des migrations particulières anisotropes provenant du fait que les termes de flux sont modifiés de manière appropriée et que la rhéologie du fluide est consistante avec le flux diffusif modifié,
- troisièmement, Les deux modèles ont été utilisés dans le code d'analyse d'un élément fini, permettant par la même occasion, la simulation des écoulements transitoires bidimensionnels.

Le modèle de suspension en équilibre est plus rigoureux puis que la migration provient directement du comportement constitutif de la suspension. Dans le modèle de flux diffusif, par contre, la diffusion est découplée de la rhéologie de la suspension et des précautions doivent être prises pour maintenir la consistance entre les deux. Toutefois le modèle de flux diffusif a un avantage en termes de robustesse et de vitesse et malgré cela peut être plus attractif pur des buts de gros calculs numériques. Pour cela les résultats des deux modèles ne sont pas différents de manière significative, le modèle de flux diffusif peut être utilisé avec l'assurance de faire des calculs des écoulements par simulations.

Les comparaisons des prédictions des écoulements bidimensionnels avec des résultats expérimentaux ont montré une bonne corrélation. La comparaison la plus importante montre un accord qualitatif des deux modèles de suspensions en équilibre et de flux diffusifs de profils de concentrations de particules déterminés expérimentalement. Le taux de migration, néanmoins était en dessous de ce qui est espéré pour tous les deux modèles.. Les auteurs ne sont pas arrivés à déterminer cette contradiction et beaucoup de d'expériences manquent de données exclusives.

Finalement Les simulations dynamiques de Stokes prédisent une première petite différence de contrainte normale négative, pendant que l'on observe la contrainte de non migration des particules dans un écoulement de torsion entre les plans parallèles dont la différence de contrainte normale est nulle. A de petites valeurs  $M1$ , les deux modèles prédiraient de très petits flux radiaux de particules pour une géométrie de plans parallèles qui probablement ne seraient pas détectables dans des types d'expériences communément utilisées pour mesurer les propriétés des suspensions.



## Annexe 4

Nous avons fait l'étude rhéophysique de ce fluide en étudiant la viscosité dynamique du produit sur toute la plage du taux de cisaillement (depuis le cisaillement zéro jusqu'au taux de cisaillement le plus élevé. Alors nous avons constaté qu'à faible taux de cisaillement, ce sont les agitations thermiques des molécules du fluide qui sont prédominantes (Fig. II. 11) et qui se traduisent par :

$$\eta_0 = A \cdot \exp(-kT/E) \quad (4a-1)$$

avec

A, constante liée au fluide,  
 k, constante de Boltzmann,  
 T, la température absolue,  
 $E = 6\pi \cdot R \cdot \eta$

A partir d'une contrainte donnée appelée contrainte critique  $\left(\sigma_c = \eta_0 \cdot \dot{\gamma}_c = \frac{\eta_0}{t_c}\right)$ , c'est à dire à fort taux de cisaillement, ce sont les interactions hydrodynamiques qui prédominent.  $\sigma_c$  : est l'équilibre entre l'énergie contenue et l'énergie hydrodynamique ;

$\sigma_c$  proportionnel à  $\frac{kT}{a^3}$  avec  $\frac{k}{a^3}$  : la pente et  $a \approx \left(\frac{\text{pente}}{k}\right)^{-1/3}$ ,

avec  $t_c = \frac{1}{\dot{\gamma}_c}$  proportionnel à  $\eta \cdot a^3 / kT$  : le temps caractéristique de déplacement d'une particule. C'est la durée d'expérimentation. Cette durée est aussi égale à  $t_c = B + \eta_0 \cdot a^3 / kT$  avec B, une constante.

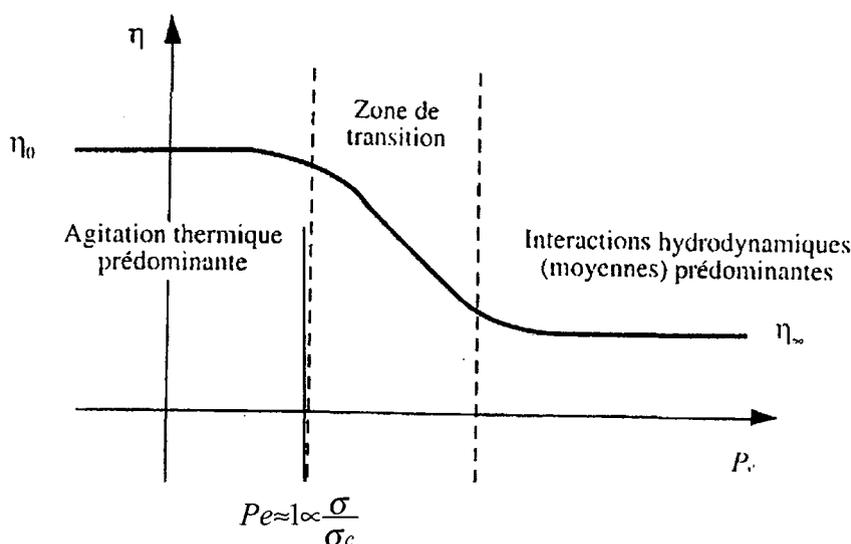
$Pe = \eta \cdot \dot{\gamma}_c \cdot a^3 / kT$  le nombre de Péclet avec  $Pe = \frac{\sigma}{\sigma_c}$  et  $\sigma_c = \frac{kT}{a^3}$ ,  $\dot{\gamma}_c = \frac{kT}{\eta \cdot a^3}$  et  $t_{Br} = \frac{6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot a^3}{k \cdot T}$

B, une constante liée au C.M.C.

a, rayon d'une particule sphérique du C.M.C.

b, distance parcourue par une particule en déplacement.

Ainsi l'équation générale qui prend en compte aussi bien la viscosité dynamique issue des agitations thermiques browniennes que des interactions hydrodynamiques est donnée par l'expression (II. 12).



**Fig. II. 11** : Evolution de la viscosité dynamique en fonction du nombre de Péclet pour la mise en évidence de l'agitation thermique des particules moléculaires et des interactions hydrodynamiques.

Ainsi nous avons élaboré un modèle qui prend la forme :

$$\eta = A \cdot \exp\left(-\frac{kT}{E}\right) \left[ \frac{1}{1 + (t_c \cdot \dot{\gamma}_p)^p} \right] \quad \text{avec } p = \frac{1}{2}, \quad (4a-2)$$

Dans notre cas précis,

$$A = 0,180802617$$

$$b = 6,274928617 \quad (b, \text{ distance parcourue par une particule en déplacement}).$$

$$k \cdot b = 2,30E-23.$$

$$\text{taille moléculaire} : 5,0293E-08 \text{ m.}$$

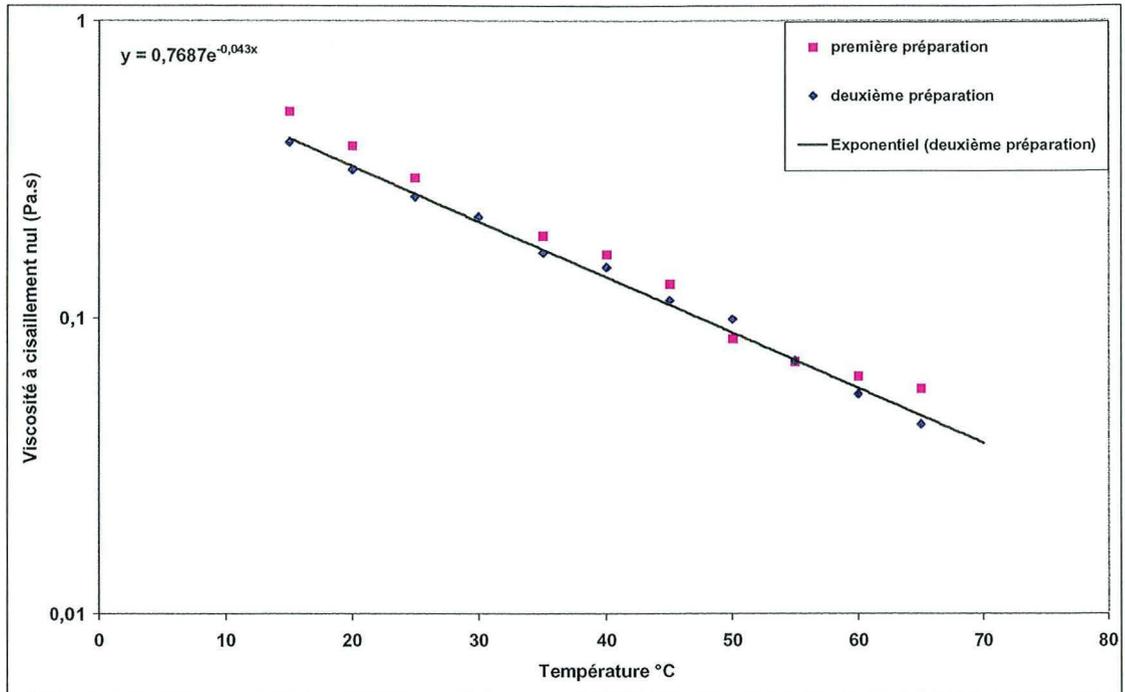
$\eta_0 = 0,31489524$  : la viscosité à cisaillement nul à la température d'expérimentation égale à 20°C.

$$\eta = 0,22266456$$

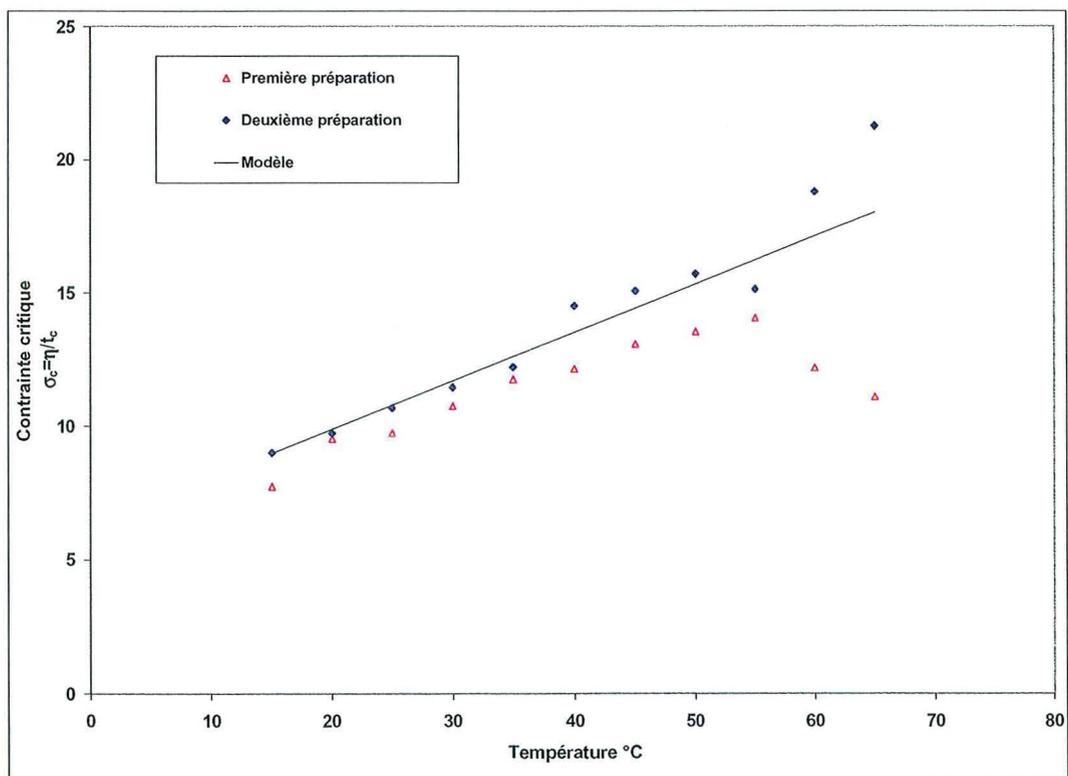
Pour faire cette modélisation dans de très bonnes conditions, nous avons dû faire deux préparations de C. M. C. à 0,5 % de concentration dont nous avons vérifié l'évolution.

Nous observons l'évolution de la viscosité zéro en fonction de la température. Elle diminue avec l'augmentation de la température (Fig. II-11).

La contrainte varie en fonction de la température. Cette contrainte augmente avec la température. Elle est en accord avec le modèle élaboré (Fig. II-12).



**Fig II. 12** : Evolution de la viscosité nul en fonction de la température des deux différentes préparations du C.M.C. à 0,5%.



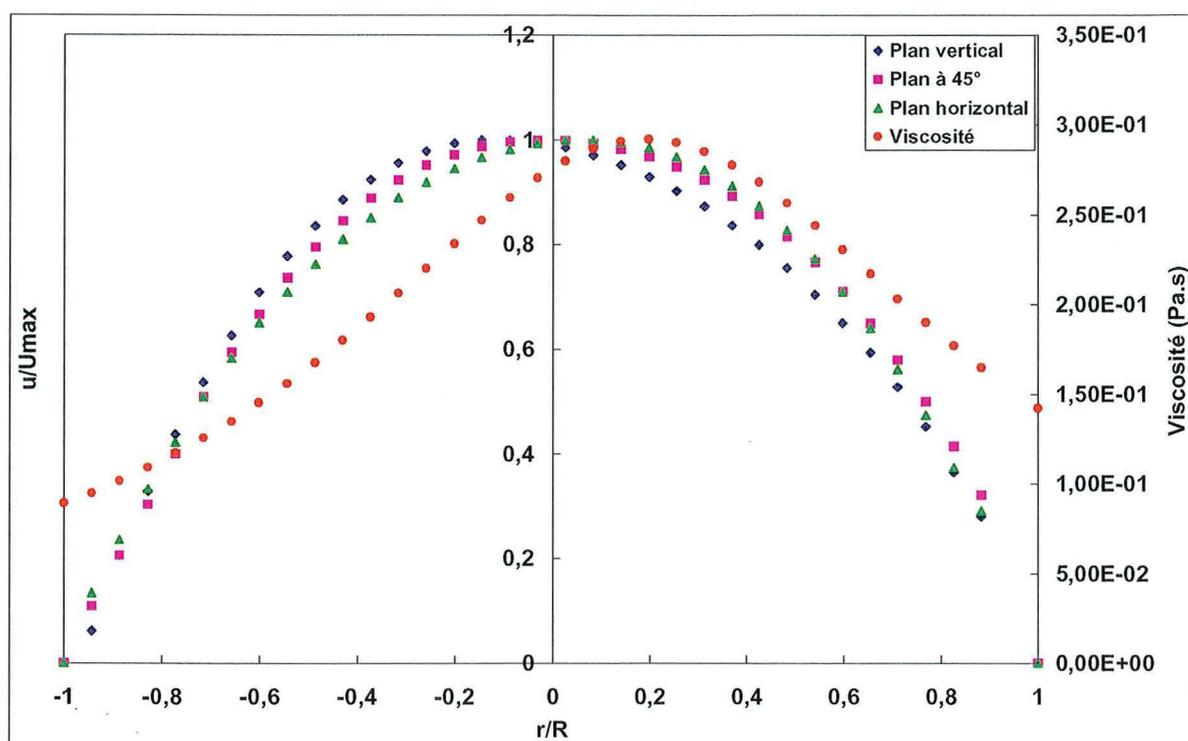
**Fig II.-13** : Evolution de la contrainte critique en fonction de la température



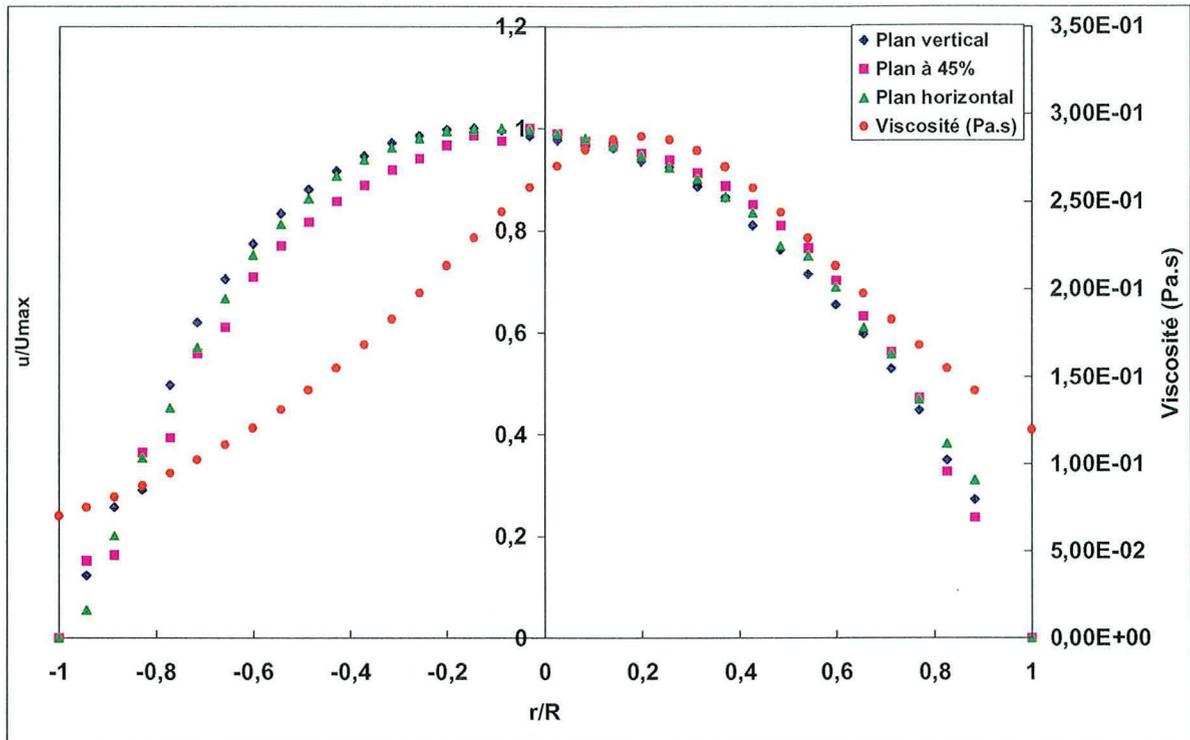
## Annexe 5

A  $\phi=3\%$ , il y a toujours survitesse dans le plan de mesure vertical, mais le maximum de la concentration s'est rapproché un peu plus de l'axe de la conduite par rapport à  $\phi=1\%$ , avec la plus faible concentration à la paroi (Fig. III-23).

A  $\phi=5\%$ , la survitesse est observée aussi bien dans le cas vertical qu'à  $45^\circ$  et le maximum de la concentration n'est pas modifiée (Fig. III-24).



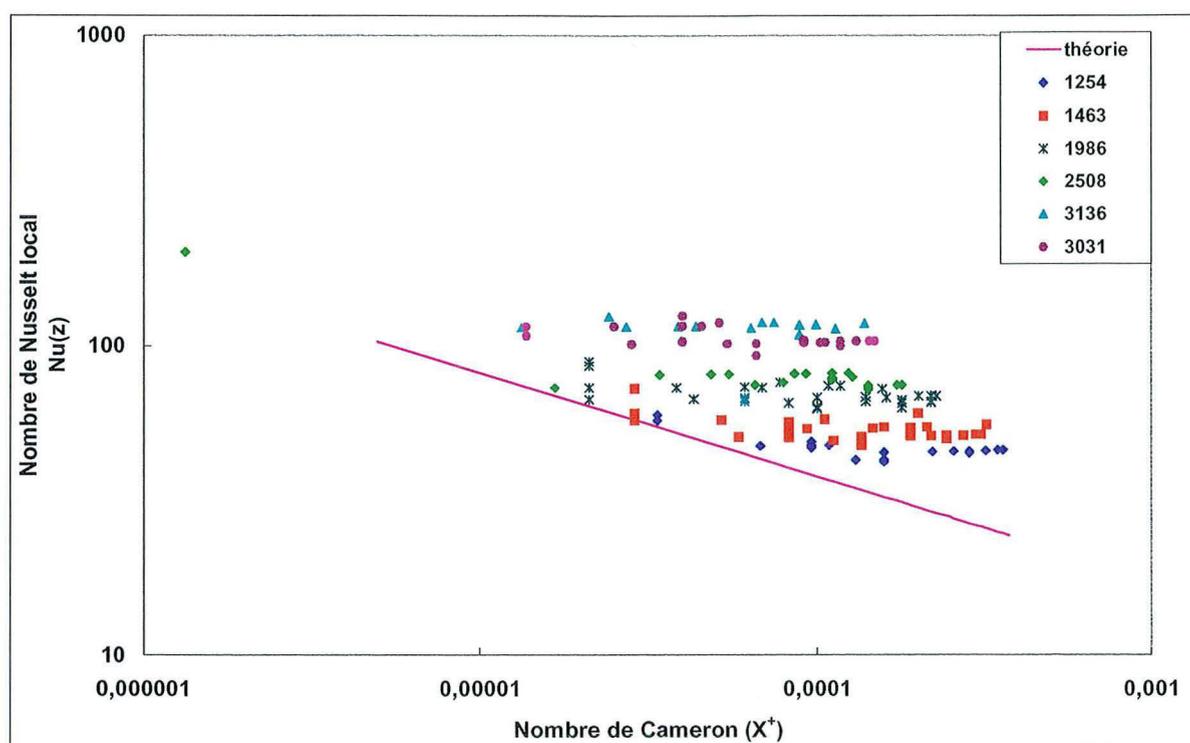
**Fig. III-23** : Profils de vitesses normalisés et de viscosité de la suspension isotherme à la fraction volumique en particules solides de  $\phi=3\%$ .



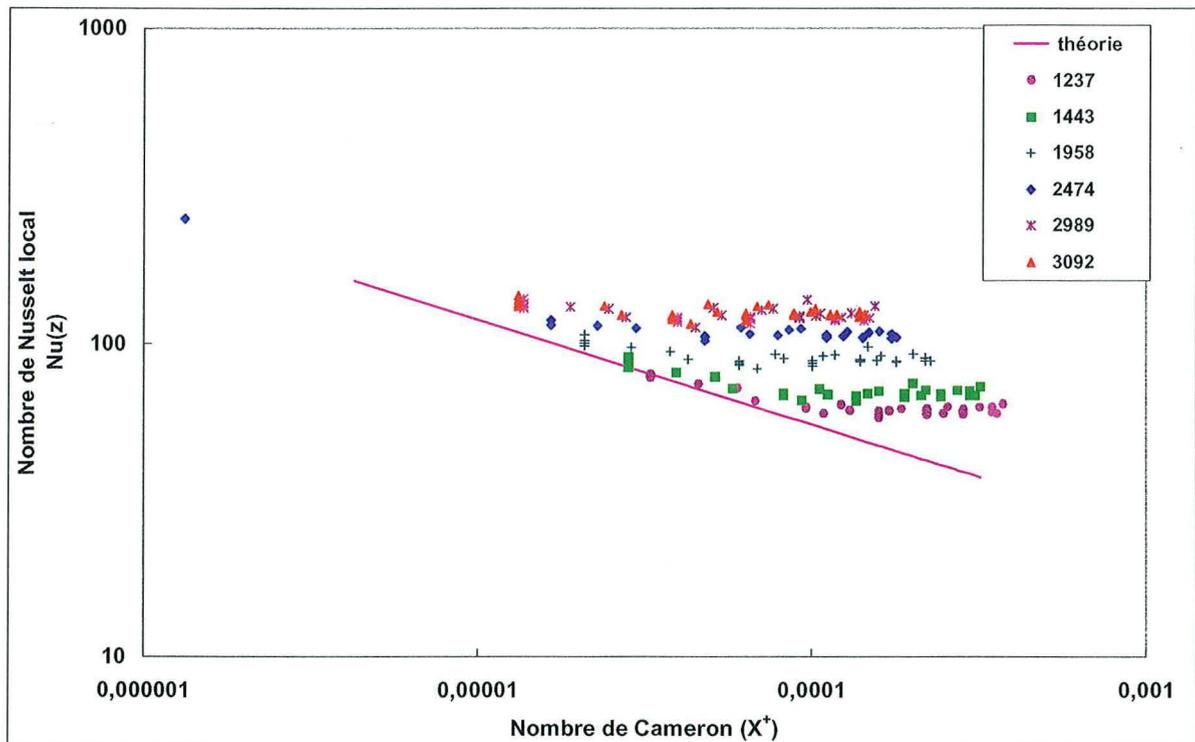
**Fig. III-24** : Profils de vitesses normalisés et de viscosité de la suspension isotherme à la fraction volumique en particules solides de  $\phi = 5\%$ .

## Annexe 6

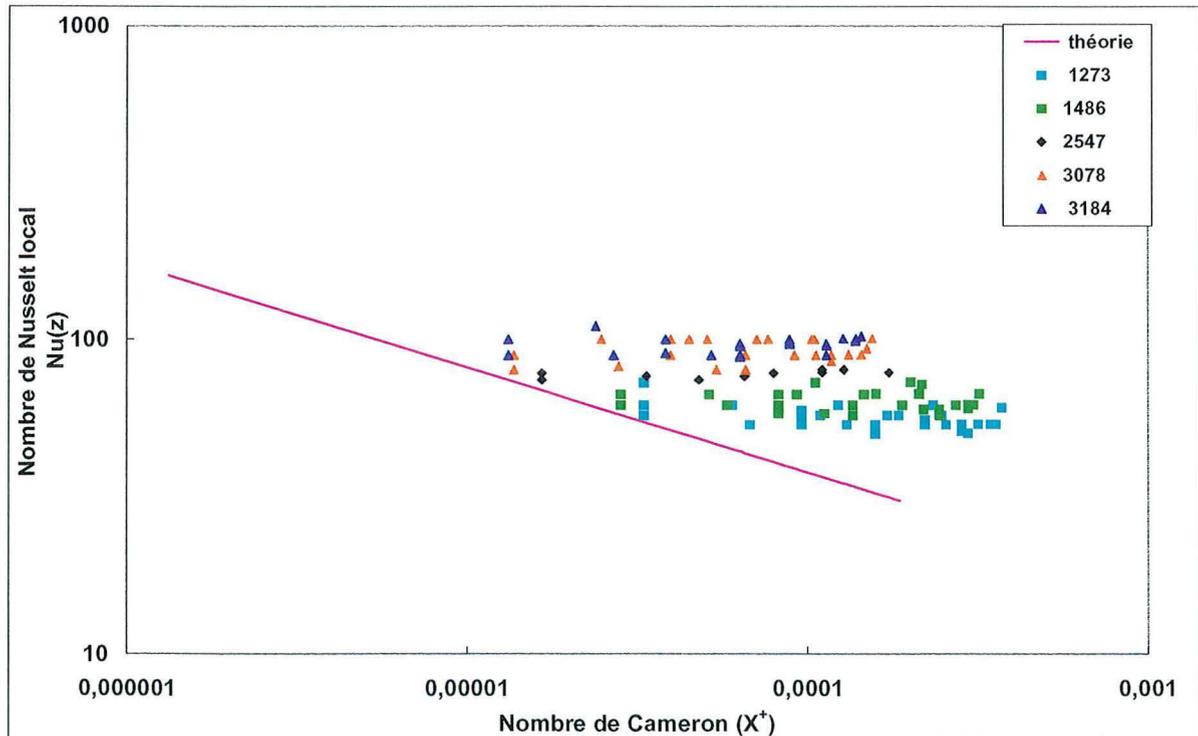
Les mêmes observations sont faites aussi bien pour les suspensions à 3% que pour celles qui sont à 5%, 7% et 10% (Fig. IV-8a, IV-8b, IV-9a, IV-9b, IV-10).



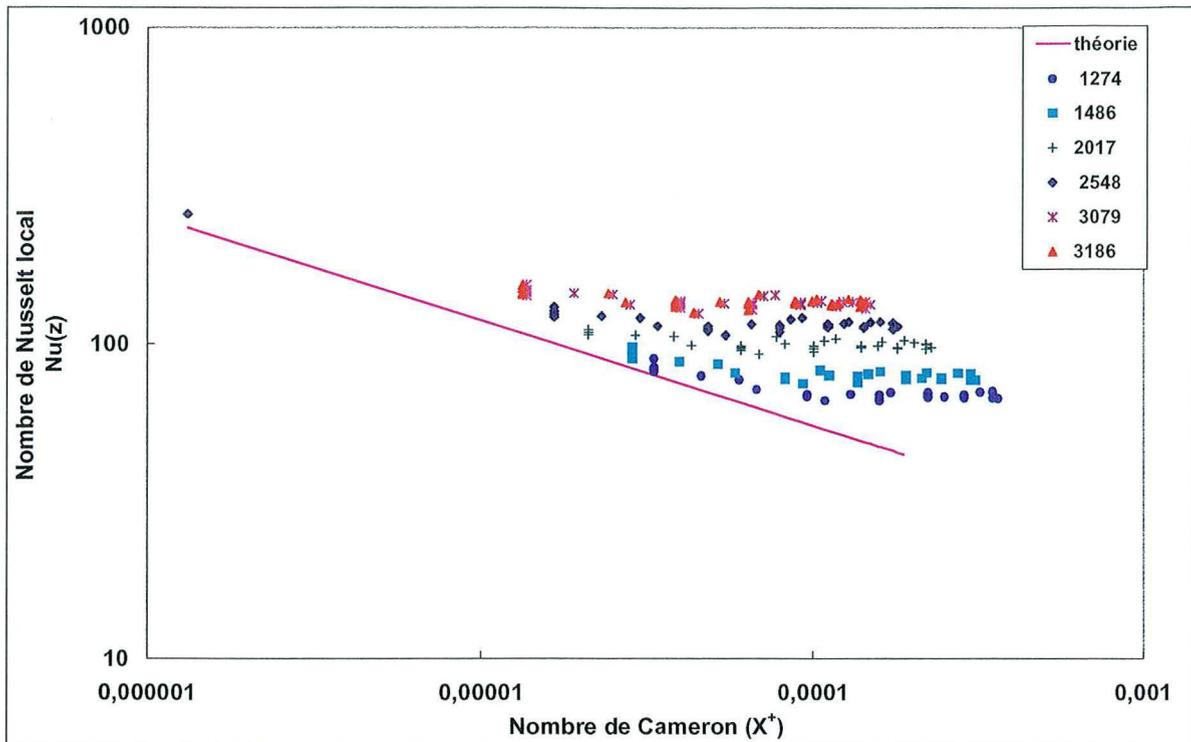
**Fig. IV-8a:** Evolution du nombre de Nusselt local en fonction du nombre de Cameron à différents régimes d'écoulement chauffé à la densité de flux de chaleur égale à  $\varphi = 1000$  W/m<sup>2</sup> et à 5% de fraction volumique.



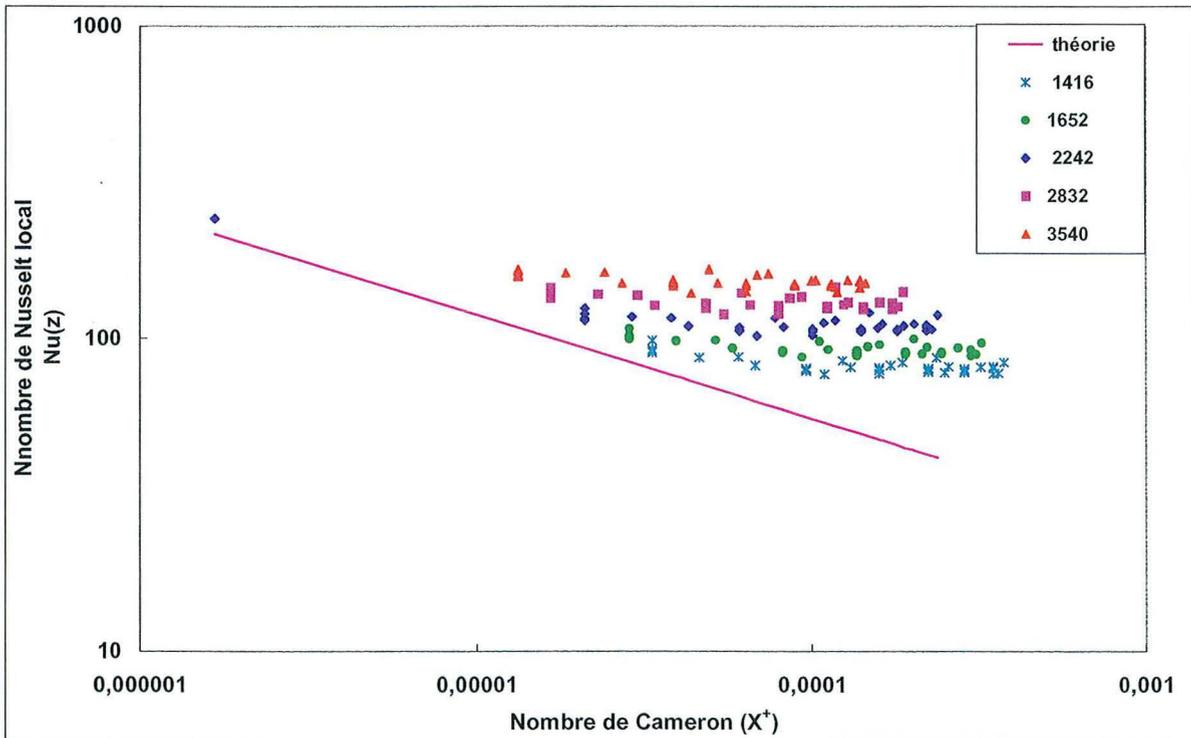
**Fig. IV-8b:** Evolution du nombre de Nusselt local en fonction du nombre de Cameron à différents régimes d'écoulement chauffé à la densité de flux de chaleur égale à  $\varphi = 15000$  W/m<sup>2</sup> et à 5% de fraction volumique.



**Fig. IV-9a:** Evolution du nombre de Nusselt local en fonction du nombre de Cameron à différents régimes d'écoulement chauffé à la densité de flux de chaleur égale à  $\varphi = 1000$  W/m<sup>2</sup> et à 7% de fraction volumique.



**Fig. IV-9b:** Evolution du nombre de Nusselt local en fonction du nombre de Cameron à différents régimes d'écoulement chauffé à la densité de flux de chaleur égale à  $\varphi = 15000$  W/m<sup>2</sup> et à 7% de fraction volumique.



**Fig. IV-10:** Evolution du nombre de Nusselt local en fonction du nombre de Cameron à différents régimes d'écoulement chauffé à la densité de flux de chaleur égale à  $\varphi = 15000$  W/m<sup>2</sup> et à 10% de fraction volumique.







# REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Chandarana D. I. and Gavin A.**, 1989. Establishing thermal processes for heterogeneous food to be processed aseptically. *J. Food Process. Sci.* Vol. 54, pp.198.
- Cheng D. C. - H.**, 1970. A design procedure for pipeline flow of non-newtonian dispersed systems. *Hydrotransport I*, 1-4 September, paper J5.
- Chhabra R. P.**, 1990. Motion of spheres in power law (viscoelastic) fluids at intermediate Reynolds numbers: an unified approach. *Chem. Eng. Process*, Vol.28, pp. 89-94.
- Colburn A. P.**, 1933, *Trans. AIChE*, **29**, 174.
- Cho Y. I. and Hartnett J.P.**, 1985. Non newtonian fluids", hand book of heat transfer applications. Ed. W. Rohsenow, J.P. Hartnett and E.N. Ganic, 2nd Ed. Chap 2, pp.1-50.
- Cho Y. I. Hartnett, J. P., Lee. W. J.**, 1984. Non-newtonian viscosity measurements in the intermediate shear rate with the falling ball Viscometer. *Journal of non-newtonian fluids mechanics*, Vol. 15, pp. 61-74.
- Cho, Y. I. and Hartnett, J. P.**, 1982. Non-newtonian fluids in circular pipe flow. *Adv. Heat Transfer*, Vol. 15, pp. 101.
- Chong J. S., Christiansen E. B., et Baer A. D.**, 1971. Rheology of Concentrated Suspensions. *Journal of Applied Polymer Science*, **15**, 2007-2021.
- Christiansen, E. B. and Graig, S. E.**, 1962. *AIChE Journal* Vol. 8 pp. 154-160.
- Chung, Y. C. and Leal, L.G**, 1982. An Experimental Study of effective Thermal Conductivity of a Sheared Suspension of Rigid Spheres. *Int. J. Multiphase Flow*, Vol.8, N° 66, pp.605-625
- Clapp, M.**, 1961, Turbulent heat transfer in pseudoplastic non newtonian fluids, *Int. Developments in heat transfer*, Part III, 652-661, D-159, D-211-215, ASME New York.
- Collins, M. et Schowalter, W.R.**, 1963, *A.I.Ch.E. Journal*, Vol. 9, pp. 804
- Coussot, P., et Ancey Christophe**, 1999. *Rhéophysique des pâtes et des suspensions*. édition EDP Sciences.
- Cummings, G. H. and West, A. S.**, 1950. Heat transfer Data for Kettles With Jackets and Coils. *Industrial and Engineering Chemistry*, vol.42, N° 11, pp. 2303-2313.
- Davis, R. H. and Acrivos, A.**, 1985. Sedimentation of noncolloidal particles at low Reynolds. *A. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 17, pp. 91-118.
- Depew, C. A. et Farbar, L.**, 1963. Heat transfer to pneumatically conveyed glass particles of fixed size. *J. Heat Transfer* 85c, pp.164-172.
- Dodge, D. W. and Metzner, A. B.**, 1959. Turbulent flow of non newtonian systems *AIChE Journal* Vol. 5, N° 2 pp. 189-204.
- Douchez, M.**, 1965. *Etude des transferts en mécanique des fluides monophasiques*, Tome 1. Masson, Paris
- Durand, R.**, 1953. *Minnesota Int. Hydraulics Conv., Proc. Int. Ass. for hydraulics Research*, pp. 89
- Eckert, E. R. G. and Drake R. M. Jr**, 1972. *Analysis of heat and mass transfer*. Mac Graw Hill, New York.
- Einstein, A.** 1956. In *Investigation of the Brownian movement*. New York, Dover publication English translation of *Ann. Physik*, 19, p.286 (1906), et 34, p.591, (1911)].
- Einstein, A.**, 1906, *Ann. Phys., Lpz.*, **19**, 289.
- Einstein, A.**, 1911, *Ann. Phys., Lpz.*, **34**, 591.
- El Ouardighi, A.**, 1988. *Etude numérique et expérimentale de l'écoulement et du transfert de chaleur pour des fluides non-newtoniens thermodépendants en conduites industrielles*.
- Elliott, D. E. and Gliddon, B. J.** 1970. Hydraulic transport of coal at high concentrations. *First International Conference on the hydraulic transport of solids in pipes*. G2-25/G2-56.
- Engel, A. J. and Hougen, O. A.**, 1963. Mass Transfer and Contact Efficiency in a Stirred liquid-liquid Reactor. *AIChE Journal*, Vol. 9, N° 6, pp724-729
- Ernst, W. D.**, 1965. Investigation of turbulent shear flow of dilute aqueous C.M.C. solutions. *AIChE Journal* 12, n° 3, 581-586.
- Famularo J. et Happe J.**, 1965. *A.I. Ch. E. Journal*, Vol.11, pp.981

- Fang, Z., Mammoli, A. A., Brady, J. F., Ingber, M. S., Mondy, L. A., Graham, A. L.,** 2002. Flow-aligned tensor models for suspension flows, *International Journal of Multiphase Flow*. N° 28 pp. 137-166.
- Fortier, A.,** 1967. *Mécanique des suspension* Masson et Compagnie Editeurs.
- Frantisak, F., Smith, J. W. and Dohnal, J.,** 1968. Heat Transfer to solid-liquid Suspensions in an agitated vessel. *Industrial and Engineering Chemistry, Process Design and and development*, Vol. 7, No. 2, pp.188-193.
- Gences, P.G.,** 1979, *J. Phys. France*, 40 783.
- Graetz, L.,** 1883, *Ann. Physik*, Vol. 18 , pp.79.
- Guyon, E., Hulín J.-P. et Petit Luc.** *Hydrodynamique physique*, nouvelle édition, revue et augmentée, 2001, édition E.D.P Sciences et CNRS Edition.
- Hausen, H. Z.,** 1943. *Ver. Dent. Ing., Beiheft Verfahrenstechnik*, Vol. 4, pp. 91
- Heppell, N. J.,** 1985. Measurement of the liquid-solid heat transfer coefficient during continuous stabilization of foodstuffs containing particles. *IuFoST Symposium on aseptic processing and packing of foods : proceedings*. Pp. 108-114. Sep. 9-12. Tylosand, Sweden.
- Hoareau, F.,** 1996. *Etude dynamique et thermique de suspensions solides-liquides non-newtoniennes en conduite*. Thèse Université de Nancy I.
- Honig, E. O., Roeberson, G. J. and Wiersema, P.H.,** 1971. *J. Colloid Interface Sci.* Vol. 36 pp. 97.
- Joshi, S. D. and Bergles, A. E.,** 1982. Heat transfer laminar flow of non newtonian pseudoplastic fluids in tubes. *Heat Transfer* Vol.3 pp.51.56.
- Kamal, M.R. and Mutel, A.** 1985. Rheological properties of suspensions in Newtonian and non newtonian fluids. *J. Polymer Eng.,* Vol. 5, pp. 293-392.
- Kaviany, M.,** 1988. Effect of moving particle on wall heat transfer in a channel flow. *Numerical Heat Transfer*, vol. 13, pp. 111-124.. Effect of moving particle on wall heat transfer in a channel flow. *Numerical Heat Transfer*, vol. 13, pp. 111-124.
- Kays, W.M.,** 1955. Numerical solutions for laminar flow heat transfer in circular tubes. *Trans.A.S.M.E.,* Vol. 58, pp.1265.
- Kemblowski, Z... and Kolodziejski, J. ;** 1973. Flow resistance of non-newtonian fluids in transitional and turbulent flow. *Int. Chem. Eng. ,* Vol. 13, pp 265-279.
- Knudsen, J. G. and Katz, D. L.,** 1958. *Fluid dynamics and Heat transfer*. Mac Graw Hill Book Co. New York.
- Koh, J. C., Hookam, P. and Leal, L. G.,** 1994. *J. FluidMech.* Vol. 266 pp. 1
- Kono, H., Harada, E., Toda, M., Kuriyama, M. and Asano, M.,** 1979. Heat transfer of solid liquid mixtures in vertical downward flow. *Dept. Of Cem. Eng., Yamagata Univ., Yonezawa* 992.
- Kramers, H.,** 1946. Heat transfer from spheres to flowing media. *Physica*, Vol. 12, pp. 61-80.
- Krieger, I M., Dougherty , T. J.** 1959. A mechanism for non-newtonian flow in suspensions of rigid spheres. *Trans. Soc. Rhéol.* **3**, 137-152.
- Krieger, I. M.,** 1963, *Trans.Soc.Rheol.* vol.7 p.101.
- Krieger, I. M.,** 1972. Rheology of monodisperse latices *Advan. Colloid Interface Sci.* **3**, 111-136.
- Kwack, E. Y. and Hartnett, J. P.,** 1984. Estimated eddy diffusivities of momentum and heat of viscoelastic fluids. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 27, pp. 1525-1532.
- Kyokai O.,** 1981. Trajectory and Diffusion of Particles in Liquid-Solid Flow of Slurry Pipeline. *Journal of Pipelines*, **1**, 211-223, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam- Printed in The Netherlands.
- Lai, M. ,** 1998. *Etude de la convection thermique pour des fluides complexes s'écoulant dans un Tube à Passage de Courant*. Thèse de Doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy I.
- Landau, L. et Lifchitz, E. M.,** 1971. *Mécanique des fluides*, Ed. Mir ; 19987 *fluid Mechanics*, Pergamon Press.
- Langhaar, H. L.,** 1942, Steady flow in the transition length of a straight tube. *Trans. A.S.M.E.,* Vol. 64, A-55
- Laufer, J.,** 1954. The structure of turbulence in fully developed pipe flow. *N.A.C.A. report* 1174

- Lebouché M., Lucius M.**, 1983. Grandeurs caractéristiques en Rhéologie et Mécanique. Progeding du 2<sup>ème</sup> congrès sur les Techniques Avancées en Hémo-rhéologie pp.75-131 Nancy.
- Lee, W.Y., Cho, Y. I. and Hartnett, J. P.**, 1981. Thermal conductivity measurements on non newtonians fluids. Letters in heat and mass transfer, Vol.8, pp. 255.
- Lee, J. H. and Singh, R. K.**, 1990. Particle residence time distribution in scraped surface heat exchanger. Paper N° 90-6522. Presented at the International Winter Meeting of American Society of Agricultural Engineers, Dec 18-21, Chicago, Il.
- Leighton Jr. D. T., Acrivos, A.**, 1987a. Measurement of shear-induced self-diffusion in concentrated suspensions of spheres. J. Fluid Mech. 177, 109-131.
- Leighton Jr. D. T., Acrivos, A.**, 1987b. The shear-induced migration of particles in concentrated suspensions. J. Fluid Mech. 181, 415-349.
- Lévêque M. A.** 1928. Les lois de la transmission de la chaleur par convection. Ann. Mines Vol.13, pp. 201.
- Lyche B. C. and Bird R. B.**, 1956. The Graetz Nusselt problem for a power law non newtonian fluid. Chem. Eng. Sci., Vol.6, pp. 35.
- Mahalingham, R., Tilton, L. O. and Coulson J.M.**, 1975. Heat transfer in Laminar flow of non newtonian fluids. Chem. Eng. Sci. Vol. 30, pp. 921-929.
- Manson, J. E. and Cullen, J. F.**, 1974. Thermal process simulation for aseptic processing of foods containing discrete particulate matter. Journal of food science Vol.39, pp1084-1089
- Matras, Z. et Nowack, Z.**, 1983. Laminar entry length problem for power law fluids. Acta Mechanica, Vol. 48, pp. 81-90.
- Mc Comas**, 1967, J. Basic Eng., Trans A.S.M.E., Ser D, Vol.89, pp 847
- Metzner, A. B.** 1985. Rheology of suspensions in polymeric liquid. J. Rheol., Vol. 29, pp. 739-775.
- Metzner, A. B. and Friend, P.S.**, 1959. Heat transfer to turbulent non newtonian fluids. Ind. Eng. Chem. J., Vol.51, pp.879.
- Metzner, A. B. and Glück D. F.**, 1960. Chem. Eng. Sci. Vol.12, pp. 185.
- Metzner, A. B. and Reed, J. C.**, 1955. Flow of non-newtonian fluids correlation of the laminar, transition and turbulent flow regions. AIChE, Vol. 1, pp. 434.
- Metzner, A. B.**, 1965. Heat transfer in non newtonian fluids. Adv. Heat transfer, Vol. 2, pp. 357.
- Midoux N.**, 1988. Mécanique et rhéologie des fluides en génie chimique. Lavoisier, 2<sup>nd</sup> Ed.
- Midoux N.**, 1993. Mécanique et rhéologie des fluides en génie chimique. Paris, Tec and Doc. Lavoisier.
- Mills, P.**, 1985, J. Phys. Lett. Vol. 46, p.301.
- Mills, P. et Snabre, P.**, 1988, Rheol.Acta. Vol. 26, p.105.
- Mills, P. et Snabre, P.**, 1995. Rheology and Structure of Concentated Suspensions of Hard phères. Shear Induced Particle Migration. J. Phys. vol.10 pp.1597-1608
- Mizushina, T., Ito, R., Kuriwake, Y. and Yahikazawa K.** 1967. Boundary layer heat transfer in a circular tube to newtonian and non-newtonian fluids. Kagaku-Kogaku, Vol. 31, pp. 250-255.
- Mooney M.**, 1951 J. Colloid Sci. Vol. 6, pp. 162-170
- Morris, J.F. et Boulay, F.**, 1999. Curvilinear flows of noncolloidal suspensions: buoyancy effects. Int. J. Multiphase Flow 24,105-130.
- Moudachirou, I.** 1992. Transfert thermique et perte de charge pour un fluide de Herschel –Bulkley thermodépendant. Thèse de doctorat de l'Université de Nancy I
- Newitt D. M., Richardson, J. F., Abbott, M. and Turtle R. B.**, 1955. Hydraulic conveying of solids in horizontal pipes. Trans. Instn Chem. Engrs Vol. 33, pp. 93-113.
- Newton, I.**, 1701. Phil. Trans. Roy. Soc. London. Vol. 22, pp. 272-575.
- Ng, K. S., Hartnett, J. P. and Tung, T. T.**, 1977. Heat Transfer of concentrated drag reducing viscoelastic polyacrylamide solutions. Prepr. AIChE Pap., Heat Transfer Conf. 17th, p. 74.

- Noetinger**, B., 1989, *Physica A*. 157, 1139.
- Nott**, P.R., **Brady**, J.F., 1994. Pressure-driven flow of suspensions :simulation and theory. *J. Fluid Mech.* 275, 157-199.
- Nozières**, P.,1987, . *Physica A*. 147, 219.
- Olivier**, D. R. and **Jenson**, V. G. 1964. *Chem.Eng. Sci.* Vol. 19, pp. 185.
- Pandey** S. K., 1978. Heat Transfer for Agitated Liquids Studies. *Chemical Engineering World*, XIII Vol. 9 pp. 47-59.
- Patterson**, G. K. and **Zakin**, J. L., 1967. *A. I. Ch. E. ,* Vol. 13, pp. 513
- Pavlovska-Popovska** F., 1975, Thèse Ph. D, University of Bradford.
- Pennell**, W. T., **Sparrow** E. M. and **Eckert**, E. R. G., 1972. Turbulence intensity and time mean velocity distributions in low Reynolds number turbulence pipe flow. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Part III, 652-661, D-159,D-211-215, ASME New York.
- Phillips**, R. J., **Armstrong**, R. C., **Brown**, R. A., **Graham**, A. L. et **Abbot**, J. R., 1992, *Phys. Fluid A4*, pp.30
- Pigford**. R.L., 1955, *Chem. ENG. Prog. Symp. Ser.*, Vol. 51, n°17, pp.79.
- Quemada**, D. ,1977, *Rheol. Acta.*, 16,82.
- Quemada**, D. 1998. Rheological modelling of complex fluid I. The concept of effective volume fraction revisited. *Eur. Phys. J. AP* 1, 119-127.
- Quemada**, D., 1982. Unstable flows of concentrated suspensions, in "Stability of Thermodynamic Systems. Edited by J. Casas-Vasquez and G. Lebon, *Lect. Notes in Physics* 164 (Springer-Verlag, Berlin) 210-247.
- Quemada**, D., 1985. Phenomenological rheology of concentrated dispersions. *J. Mécan. Théor. Appl.*, Numéro spécial,267-288.
- Quemada**, D., 1995. modélisation structurelle du comportement rhéoépaississant des fluides complexes en application aux dispersions colloïdales, 30<sup>ème</sup> coll. Gr. Franç. Rheol., les Cahiers de Rhéologie XIV-1 pp.1-10
- Quemada**, D., **Ildefonse**, B. **Allain**, C. et **Coussot**, P. 1997. Rhéologie et structures des suspensions concentrées. In *Des grands écoulements naturels à la dynamique du tas de sable- introduction aux suspensions en géologie et en physique*. Ed., Antony (France).
- Ramasubramanian** A. and **Pandey** S. K., 1995. Agitation and Heat Transfer Studies in Suspensions, *Trans. Of the ASME*, 117, 224-226.
- Ramasubramanian**, A., 1990. Heat Transfer Studies in suspensions. M. Tech. Thesis, Dept. Of Chemical Engineering, Regional Engineering College, Tiruchir-appali\_ 620015, India.
- Rao**, M. A. et **Cooley**, H. J.,1983. Applicability of flow models with yield for tomato concentrates. *Journal of Food Process Engineering*. Vol. 6, Fasc. pp 159-173
- Reynolds**, o. 1885. On the dilatancy of média composed of rigid particles in contact. With experimental illustrations. *Phil. Mag. J. Sci.*, Series5, Vol. 20 pp. 469-481.
- Round**, G. F. and **Tawo**, E.N., 1970. Incompressible turbulent flow in tubes containing sphères trains. First international conference on the hydraulic transport of solids in pipes 1<sup>st</sup>-4<sup>th</sup> septembre, c5-89-c5-99.
- Sami**, S., 1996. Stokesian dynamics simulations of brownian suspensions in extensional flow. Master's Thesis, California Institute of technology.
- Sastry**, S. K. and **Bhasar**, D.,1990. Velocity distributions of food particles suspensions in holding tube flow. *J. Food Sci.* Vol.55,pp.1148-1453.
- Saxena**, S. C., et al., 1978. Heat Transfer between a Gas Fluidized Bed and Immersed Tubes. *Adv.Heat transfer*, vol. 14,pp. 149-247.
- Sciocco**, V., 1985. Convection thermique pour un fluide pseudoplastique en conduite cylindrique. Thèse de doctorat-Ingénieur, Université de Nancy I.
- Sellers**, J. R., **Tribus** M. and **Klein** J. S., 1956. Heat transfer to laminar flow in a round tube or flat conduit. The Graetz problem extended, *Trans. A. S. M. E.*, Vol. 78, pp.441

- Shah, P. V. and Rao, M. R.** 1969. Heat transfer to Agitated Suspensions in Baffed Jacketed, Agitated Vessel, Indian Journal of Technology, Vol. 7, pp166-173.
- Shaver, R. G. and Merrill, E. W.,** 1959. Turbulent flow of pseudoplastic polymer solutions in straight cylindrical tubes. AICHE Journal, 5, n°2, 181-188.
- Sieder, E. N. and Tate G. E.,** 1936. Heat transfer and pressure drop of liquids in tube. Ind. Eng. Chem. Vol.28, pp.1429.
- Siegel, R., Sparrow, E. M. and Hallman, T. M.,** 1958. Steady laminar heat transfer in a circular tube with prescribed wall heat flux. Appl. Sci. Res. A7, pp. 386.
- Silin, N. A, Vitoshkin, Yu. K., Karasik, V. M. and Ocheretko, V. E.,** 1969. Research on solid liquid flows with high consistency. Proceedings of 13<sup>th</sup> Congress of I. A. H. R., Vol. 2, pp. 147-156, (September)
- Skelland, A. H. P. ,** 1967. Non newtonian flow and Heat transfer. Wiley, New York.
- Sohn, C. W. and Cheng, M. M.,** 1981. Microconvective Thermal Conductivity in Disperse Two-Phase Mixtures as Observed in a Low Velocity Couette Flow Experiment. ASME Journal of Heat Transfer, Vol.103, pp.47-51.
- Soo, S. L., Trezek, G. J. Dimick, R. C., Hohnstreiter, G. F.,** 1964. Concentration and Mass Flow Distributions in a Gas-Solid Suspension. Ind. Eng.Chem. Fundam., vol.3, pp.96-106
- Stoforos, N. G., and Merson, R. L.** 1991. Measurement of heat transfer coefficients in rotating liquide/particulate systems. Biotechnology Progress, Vol. 7, pp. 267-271.
- Subia, S. R., Ingber, M. S., Mondy L. A., Altobelli, S. A., Graham, A.L.,** 1998. Modeling of concentrated suspensions using a continuum constitutive equation. J. Fluid. Mech. 373, 193-219.
- Takahashi, I. ,** 1978. Pressure drop of suspensions in heterogeneous flow. Hydrotransport V, 8-11 May, paper C5.
- Thomas, D. G.,** 1965. Transport characteristics of suspension. J. Colloid Sci., Vol. 20, pp 267-277
- Tomita, Y.,** 1959. Bull. JSME, Vol. 26, pp. 469
- Trivedi, R. N., Pandey, G. N. and Tripathi, G.,** 1975. Heat transfer to solid-liquid suspension in Jacketed Agitated Vessels. Indian Journal of technology, Vol. 13, pp.53-58.
- Uematu, T. et Morikawa, Y.,** 1961. Die experimentelle Untersuchung über die Teilchenbewegung und über die Geschwindigkeits verteilung der Förderluft einer pneumatischen Förderleitung. Bull J.S.M.E., 4 pp.15
- Utracki, L. A.** 1988. The rheology of two phase flows. In rheometrical Measurement, A.A. Collyer and D. W. Clegg (Ed.), Amsterdam, Elsevier Applied Science, Chapter 15, pp. 479-594.,
- Vadas, E.B., Goldsmith H.L. and Mason S. G.,** 1976. Trans. Soc. Rheol. Vol. 20, pp. 373.
- Viollet, P.-L..** Mécanique des fluides à masse volumique variable Aérodynamique, thermohydraulique, écoulements stratifiés, transfert de chaleur 1997, Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris.
- Virk, P. S., Mickely, H. S., Smith, K. A.,** 1970. The ultimate asymptote and mean flow structure in Toms' phenomenon. Trans. ASME, Vol. 37, p. 488.
- Von Karman, T.,** 1931 N.A.C.A T.M. 611.
- Yoo, S. S.,** 1974. Heat transfer and friction factors for non newtonian fluids in turbulent pipe flow. Ph.D. Thesis, University of Illinois at Chicago circle.
- Zarraga, I. E., Hill, D.A., Leighton Jr., D. T.,** 2000. The characterization of the total stress of concentrated suspensions of noncolloidal cphères in Newtonian fluids. J. Rheol. 44, 185-220





# **COMMUNICATIONS PERSONNELLES ET PUBLICATION**



## Communications personnelles et publication

### Communications orales

#### *Etude dynamique et thermique de suspensions «solide-liquide» non newtoniennes dans un tube horizontal*

Michel GRADECK, Benoît F. Z. FAGLA et Michel LÉBOUCHÉ

Laboratoire d'Energétique et de Mécanique Théorique et Appliquée/Université Henri Poincaré - CNRS UMR 7563

2, avenue de la forêt de Haye - BP 160 - F-54504 Vandoeuvre les Nancy cedex.  
au 14<sup>ième</sup> congrès français de mécanique du 30 Août au 03 Septembre 1999 au centre de Congrès Pierre BAUDIS. Toulouse France.

#### *Modélisation de l'écoulement de suspensions de particules – pertes de charge et transfert thermique*

Benoît F. Z. FAGLA, Michel GRADECK, Christophe BARAVIAN, Michel LÉBOUCHÉ  
LEMTA (UMR 7563 CNRS/INPL/UHP)

2, avenue de la Forêt de Haye 54504 Vandoeuvre les Nancy cedex  
6<sup>ième</sup> Colloque PROSETIA, Procédés de Séparation et de Transformation en Industrie Alimentaire du 19-21 Mars 2001 à l'Institut National de la Recherche Agronomique Centre de Versailles Route de Saint Cyr 78026 Versailles Cedex.

#### *Écoulement de suspensions solides-liquides – Rhéologie*

Benoît F. Z. FAGLA, Michel GRADECK, Christophe BARAVIAN et Michel LÉBOUCHÉ  
Laboratoire d'Energétique et de Mécanique Théorique et Appliquée (LEMTA) (UMR 7563CNRS/INPL/UHP)

2, avenue de la Forêt de Haye - 54504 Vandoeuvre les Nancy cedex  
15<sup>ième</sup> congrès français de mécanique du 03 au 07Septembre 2001 à l'Ecole Nationale Supérieure d'Electricité et de Mécanique à l'INPL Vandoeuvre-lès-Nancy. France

### Communication par affiche

#### *Etude thermique des suspensions de particules en écoulement dans un tube horizontal*

Benoît Fanou Z. FAGLA, Michel GRADECK, Christophe BARAVIAN et Michel LÉBOUCHÉ

LEMTA - UMR CNRS 7563

2, avenue de la forêt de Haye BP160 - 54504 Vandoeuvre-lès-Nancy Cedex  
congrès français de thermique SFT 2002 à Vitell du 03 au 06 Juin 2002

### Article

***Etude expérimentale de l'écoulement de suspensions de particules – pertes de charge et transfert thermique***

Benoît Fanou Zinsou **FAGLA**, Michel **GRADECK**, Christophe **BARAVIAN**, Michel **LEBOUCHÉ**

LEMTA (UMR 7563 CNRS/INPL/UHP) 2, avenue de la Forêt de Haye  
54504 Vandoeuvre-lès-Nancy Cedex. France. (*à paraître*) dans la revue *IAA (Industries Alimentaires et Agricoles). Cahier Scientifique.*

e\_mail : [GROUPEDITIONS@wanadoo.fr](mailto:GROUPEDITIONS@wanadoo.fr)

**AUTORISATION DE SOUTENANCE DE THESE  
DU DOCTORAT DE L'INSTITUT NATIONAL  
POLYTECHNIQUE DE LORRAINE**

o0o

VU LES RAPPORTS ETABLIS PAR :

**Monsieur François MAINGONNAT, Directeur de Recherche, LGPTA, Lille**

**Monsieur Olivier SCRIVENER, Directeur de Recherche, Institut de Mécanique des Fluides, Strasbourg**

Le Président de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, autorise :

**Monsieur FAGLA Fanou Zinsou Benoît**

à soutenir devant un jury de l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE,  
une thèse intitulée :

**"Etude thermomécanique de suspensions « solide-liquide » newtoniennes et non-  
newtoniennes en écoulement dans une conduite horizontale. "**

NANCY BRABOIS  
2, AVENUE DE LA  
FORET-DE-HAYE  
BOITE POSTALE 3  
F - 5 4 5 0 1  
VANCEUVRE CEDEX

en vue de l'obtention du titre de :

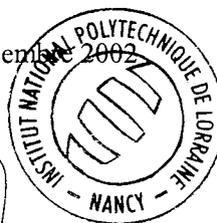
**DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE**

Spécialité : « **Mécanique et Energétique** »

Fait à Vandoeuvre, le 16 décembre 2002

Le Président de l'I.N.P.L.,

L. SCHUFFENECKER





## RESUME

Cette étude a été menée au LEMTA CNRS UMR 7563. Actuellement l'état des connaissances sur l'hydrodynamique et la thermique des écoulements de suspensions newtoniennes et non newtoniennes ne permet pas de bien appréhender les problèmes liés à la stérilisation des écoulements chargés en particules dans l'industrie alimentaire. A ce jour, l'influence de la phase des particules solides sur l'écoulement n'est toujours pas très bien connue et pourtant c'est elle qui détermine la rhéologie du mélange et donc toute la Thermomécanique de ces écoulements.

Les objectifs de ce travail expérimental sont de vérifier si les modèles rhéologiques établis pour des suspensions de particules de structure microscopique peuvent s'appliquer à des suspensions de « grosses » particules et d'expliquer les problèmes liés aux mécanismes de transfert de chaleur entre la suspension et la paroi. Les études menées, ont montré que le modèle de milieu effectif est efficace dans l'analyse de la perte de charge pour les fluides newtonien et non newtonien, en régimes laminaire et turbulent en situation isotherme. La migration latérale des particules vers l'axe de la conduite contribue à la modification de la rhéologie du mélange. La sédimentation observée et les interactions entre le fluide porteur et les particules sont à l'origine de la non homogénéité des suspensions en écoulement isotherme. Le transfert thermique est influencé par les particules. Le développement de la couche limite thermique est perturbé par la présence des particules.

L'objectif est la maîtrise de la stérilisation en continu, des fluides alimentaires chargés de particules, par procédés thermiques. Le fluide porteur s'organise en anneau monophasique qui entoure la zone des particules au centre du tube. Cette organisation de l'écoulement chargé est néfaste puisqu'il fait émigrer les particules vers la zone froide où la stérilisation est difficile.

## MOTS CLEFS :

Thermomécanique, suspension, mélange, rhéologie, particules, stérilisation, thermique .

## ABSTRACT

This study has been supported by LEMTA CNRS UMR 7563. Hydrodynamic and thermal analysis of newtonian and non newtonian suspensions flow is difficult, but fundamental task for the sterilization problems of fluids charged with particles in food industries. Nowadays, the solid particles suspended phase influence on a flow is not well-known. Nevertheless, this influence determine the rheology of the mixture meaning all the thermomechanics of these flowings.

The aims of this experimental investigation are to verify if the rheological models established for microscopic particles suspensions can be applied to the suspensions of large particles and to explain the problems linked to the heat transfer mechanisms between the suspension and the wall of conduct. The studies show that the effective model approach is efficient in the analysis of pressure drop of newtonian and non-newtonian fluids in laminar and turbulent flows in isothermal situation. The lateral migration of particles towards the axis of the conduct contributes to the rheology of mixture. The observed sedimentation and the interactions between the suspending fluids and particles are the cause of the non homogeneousness of the suspensions in isothermal flowing.

The particles have an influence on the thermal transfer. The development of thermal boundary layer is disturbed by the particles presence. The aim is to understand the continuous sterilization of the fluids charged with particles in food industries by thermal proceedings. The thermal study shows the heterogenous concentration distribution: the suspending fluid is organized in a monophasic ring around the flowing particles. It thus creates a monophasic region between the wall and the bulk of particles. This does not make easier their regular heating. This phenomenon disturbs the sterilization because the particles migrate towards the cool zone where sterilization is difficult.

## KEYS WORDS :

Thermomechanics, suspension, mixture, rheology, particles, sterilization, thermal.