



**HAL**  
open science

# Stratégies de commande pour la navigation autonome d'un drone projectile miniature

Adrien Drouot

► **To cite this version:**

Adrien Drouot. Stratégies de commande pour la navigation autonome d'un drone projectile miniature. Autre. Université de Lorraine, 2013. Français. NNT : 2013LORR0172 . tel-01750350v1

**HAL Id: tel-01750350**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01750350v1>**

Submitted on 29 Mar 2018 (v1), last revised 23 Dec 2013 (v2)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

# Stratégies de Commande pour la Navigation Autonome d'un Drone Projectile Miniature

## THÈSE

présentée et soutenue publiquement le 2 décembre 2013

pour l'obtention du

**Doctorat de l'Université de Lorraine**  
(spécialité Automatique)

par

**Adrien DROUOT**

### Composition du jury

<i>Président :</i>	Nicolas MARCHAND	Directeur de Recherche CNRS, Grenoble
<i>Rapporteurs :</i>	Nicolas MARCHAND Rachid OUTBIB	Directeur de Recherche CNRS, Grenoble Professeur des Universités, Marseille
<i>Examineur :</i>	Rogelio LOZANO	Directeur de Recherche CNRS, Compiègne
<i>Invités :</i>	Sébastien CHANGEY Vincent GASSMANN	Docteur, Saint-Louis Docteur, Saint-Louis
<i>Directeurs de thèse :</i>	Mohamed BOUTAYEB Edouard RICHARD	Professeur des Universités, Longwy Maître de Conférences, Longwy



# Remerciements

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été effectués à l'Université de Lorraine entre octobre 2010 et décembre 2013, au sein de l'équipe de Longwy du Centre de Recherche en Automatique de Nancy (CRAN CNRS UMR 7039). Je remercie par conséquent Monsieur Didier WOLF, directeur du CRAN, pour m'avoir accueilli pendant ces trois années et pour m'avoir permis de réaliser ces travaux dans les meilleures conditions.

Etant donné qu'il n'existe pas de recherche sans argent, je remercie l'Agence Nationale de la Recherche qui, par son financement, m'a donné l'occasion de participer à cette aventure technique et technologique. Je remercie également la Société Nationale des Chemins de fer Français et le groupe Solvay pour la prise en charge de très nombreux déplacements, aussi bien en France qu'à l'étranger.

Je remercie vivement Monsieur Mohamed BOUTAYEB, professeur à l'Université de Lorraine, pour avoir dirigé mes travaux de recherche. Je remercie également Monsieur Edouard RICHARD, maître de conférences à l'Université de Lorraine, pour son esprit critique, sa rigueur mathématique et pour ses nombreuses réflexions toujours riches en enseignements. Je leur exprime toute ma reconnaissance et salue la qualité de leur encadrement.

Je remercie chaleureusement les membres du jury qui ont accepté d'examiner minutieusement mes travaux de thèse. Je remercie ainsi Monsieur Nicolas MARCHAND, directeur de recherche CNRS au GIPSA-Lab de Grenoble, Monsieur Rachid OUTBIB, professeur des universités au LISIS de Marseille, Monsieur Rogelio LOZANO, directeur de recherche CNRS à l'HEUDIASYC de Compiègne, et Messieurs Sébastien CHANGEY et Vincent GASSMANN, tous deux docteurs à l'ISL de Saint-Louis. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma plus profonde gratitude.

Je remercie généreusement toutes les personnes de Longwy, de Saint-Louis et de Compiègne ayant contribué de près ou de loin à la réussite de ce projet. Je pense plus particulièrement à Messieurs Emmanuel ROUSSEL et Corentin CHAUFFAUT.

Je remercie énormément tous les membres de l'équipe de recherche de Longwy avec qui ce fut toujours un plaisir de discuter : Messieurs Marouane ALMA, Mohamed DAROUACH, Cédric DELATTRE, Hugues RAFARALAHY, Harouna SOULEY-ALI, Michel ZASADZINSKI et Ali ZEMOUCHE, ainsi que Madame Latifa BOUTAT-BADDAS. Je n'oublie bien évidemment pas Madame Nathalie CLEMENT, pour m'avoir toujours aidé dans les différentes démarches administratives. Je n'oublie pas non plus tous les doctorants et post-doctorants passés par Longwy, dont Messieurs Nan GAO, Bertrand GRANDVALLET, Arnaud KOEHL et Florian SEVE, ainsi que Mademoiselle Lama HASSAN. Par la même occasion, je remercie l'ensemble du personnel de l'Institut Universitaire de Technologie de Longwy, notamment Monsieur Michel WEBER et

Madame Michelle SALUCCI. Ils ont tous favorisé, par leur convivialité, leur dynamisme et leur bonne humeur, l'excellent déroulement de ma thèse.

En parallèle de mes travaux de recherche, j'ai eu l'opportunité de donner quelques séances de travaux pratiques au département Qualité, Logistique Industrielle et Organisation de l'Institut Universitaire de Technologie de Nancy - Brabois. Je tiens donc à remercier tous les membres de l'équipe pédagogique de Lunéville avec qui ce fut un réel plaisir de travailler : Mesdames Rachel ALTMEYER, Frédérique BICKING-SIMON, Laurence CANTERI et Isabelle PERRY, ainsi que Messieurs Jérôme DIGUET, Cyril DOMPTAIL, Hugues HAOUY, Bernard HEIT, Jean-Philippe JEHL, Claude MADIOT, Emmanuel MATHIOT, Patrick SCHWEITZER, Didier THEILLIOL et Alexandre VOISIN, sans oublier Madame Sigrid HENRY et Monsieur Jean-Claude MASSON. Je remercie également Mademoiselle Emeline REMY, doctorante à l'Institut Jean Lamour (IJL CNRS UMR 7198), pour sa complicité dans cette épreuve qu'est une thèse.

Ces trois années de labeur ont été jalonnées de nombreux moments sportifs et festifs. A ce titre, je remercie tous les membres du club de tennis de table de Herserange ainsi que ceux du club de volley-ball de Longwy. Je remercie également Rémi, Léa, Thomas, Céline, Georgia, Laurent, Francesco, Clément, Fanny, Alexandre, Brice, Nicolas, Loïc, Mathieu, Damien et Sarah pour tous les bons moments passés à Grenoble, à Toulouse, aux Deux Alpes ou encore à Val Thorens. Ce fut extrêmement agréable de pouvoir passer du temps avec vous malgré notre éloignement géographique.

Je remercie en définitive ma famille, en particulier mes parents pour leur méticuleuse relecture de ce mémoire et surtout pour la confiance inconditionnelle qu'ils m'ont toujours accordée. Je vous en remercie et vous en serai éternellement reconnaissant.

*« Success is just like pregnancy.  
Everybody congratulates you but nobody knows  
how many times you got fucked to achieve it. »*





# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>i</b>
<b>Table des figures</b>	<b>xi</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xvii</b>
<b>Nomenclature</b>	<b>xix</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>1 Les drones et leurs commandes</b>	<b>7</b>
1.1 La grande famille des drones . . . . .	7
1.1.1 Les catégories de drones . . . . .	7
1.1.2 Les drones à voilure tournante . . . . .	9
1.1.2.1 Les hélicoptères classiques . . . . .	9
1.1.2.2 Les rotors coaxiaux . . . . .	11
1.1.2.3 Les rotors coaxiaux carénés . . . . .	12
1.1.2.4 Les rotors en tandem . . . . .	14
1.1.2.5 Les rotors engrenants . . . . .	14
1.1.2.6 Les convertibles . . . . .	15
1.1.2.7 Les rotors multiples . . . . .	18
1.1.2.8 Les rotors à réaction . . . . .	18
1.1.3 Synthèse . . . . .	19
1.2 Les technologies de capteurs pour la localisation des drones . . . . .	20
1.2.1 Les capteurs proprioceptifs . . . . .	20
1.2.1.1 Les accéléromètres . . . . .	20
1.2.1.2 Les gyroscopes . . . . .	21
1.2.2 Les capteurs extéroceptifs . . . . .	23
1.2.2.1 Les systèmes de positionnement par satellites . . . . .	23
1.2.2.2 Les télémètres . . . . .	24

1.2.2.3	Les altimètres barométriques . . . . .	25
1.2.2.4	Les compas . . . . .	26
1.2.2.5	Les caméras . . . . .	27
1.2.3	Les centrales inertielles . . . . .	28
1.2.4	Synthèse . . . . .	29
1.3	Les architectures de commande des drones . . . . .	29
1.3.1	Les méthodes pour le guidage et le pilotage . . . . .	29
1.3.1.1	Approches linéaires . . . . .	30
1.3.1.2	Approches non linéaires . . . . .	35
1.3.2	Les méthodes pour la navigation . . . . .	43
1.3.2.1	La navigation par suivi de terrain . . . . .	43
1.3.2.2	La navigation par points de passage . . . . .	44
1.3.2.3	L'évitement des obstacles . . . . .	44
1.3.3	Synthèse . . . . .	45
1.4	Conclusion . . . . .	45
<b>2</b>	<b>Présentation et modélisation du drone</b>	<b>47</b>
2.1	Présentation du drone . . . . .	48
2.1.1	Le cahier des charges du projet . . . . .	48
2.1.2	Le concept inédit du GLMAV . . . . .	48
2.1.3	La structure atypique du GLMAV . . . . .	50
2.1.3.1	Les rotors coaxiaux contrarotatifs . . . . .	50
2.1.3.2	Le plateau cyclique . . . . .	51
2.2	Modélisation mécanique du drone . . . . .	53
2.2.1	Référentiels et systèmes d'axes . . . . .	54
2.2.2	Paramètres cinématiques, cinétiques et d'efforts . . . . .	55
2.2.2.1	Paramètres cinématiques . . . . .	55
2.2.2.2	Paramètres cinétiques . . . . .	55
2.2.2.3	Paramètres d'efforts . . . . .	57
2.2.3	Synthèse du modèle dynamique général du drone . . . . .	57
2.3	Modélisation aérodynamique du drone . . . . .	58
2.3.1	Forces agissants sur le drone . . . . .	58
2.3.1.1	Le poids . . . . .	58
2.3.1.2	La poussée . . . . .	59
2.3.1.3	La traînée . . . . .	60
2.3.2	Moments agissants sur le drone . . . . .	65
2.3.3	Bilan des efforts appliqués au drone . . . . .	66

---

2.4	Modélisation pour la synthèse de la commande . . . . .	67
2.4.1	Analyse de la dynamique des zéros du GLMAV . . . . .	67
2.4.2	Expression du modèle non linéaire . . . . .	71
2.4.3	Expression du modèle linéarisé tangent . . . . .	72
2.5	Conclusion . . . . .	73
<b>3</b>	<b>Stratégies de commande du drone : Approches linéaires</b>	<b>75</b>
3.1	Objectifs et hypothèses de commande . . . . .	76
3.2	Commande par régulation PID . . . . .	77
3.2.1	Principe de la commande . . . . .	77
3.2.2	Application à la commande du GLMAV . . . . .	79
3.2.3	Simulations numériques . . . . .	80
3.2.4	Analyse de la stabilité . . . . .	83
3.3	Commande par placement de pôles . . . . .	86
3.3.1	Principe de la commande . . . . .	86
3.3.2	Application à la commande du GLMAV . . . . .	87
3.3.3	Simulations numériques . . . . .	88
3.4	Commande linéaire quadratique . . . . .	91
3.4.1	Principe de la commande . . . . .	91
3.4.2	Application à la commande du GLMAV . . . . .	92
3.4.3	Simulations numériques . . . . .	93
3.5	Commande par synthèse $\mathcal{H}_\infty$ . . . . .	96
3.5.1	Principe de la commande . . . . .	96
3.5.2	Application à la commande du GLMAV . . . . .	99
3.5.3	Simulations numériques . . . . .	102
3.6	Analyse fréquentielle des stratégies de commande . . . . .	105
3.6.1	Etude de la chaîne d'altitude . . . . .	105
3.6.2	Etude de la chaîne de roulis . . . . .	108
3.6.3	Etude de la chaîne de lacet . . . . .	111
3.7	Conclusion . . . . .	112
<b>4</b>	<b>Stratégies de commande du drone : Approches non linéaires</b>	<b>115</b>
4.1	Objectifs et hypothèses de commande . . . . .	115
4.2	Commande par linéarisation entrée - sortie . . . . .	116
4.2.1	Rappels mathématiques sur les difféomorphismes . . . . .	116
4.2.2	Cas des systèmes non linéaires SISO . . . . .	117
4.2.3	Extension aux systèmes non linéaires MIMO . . . . .	119

4.2.4	Application à la commande du GLMAV . . . . .	120
4.2.5	Simulations numériques . . . . .	123
4.3	Commande par modes glissants . . . . .	126
4.3.1	Théorie de la commande . . . . .	126
4.3.2	Application à la commande du GLMAV . . . . .	128
4.3.3	Simulations numériques . . . . .	130
4.4	Commande par backstepping . . . . .	132
4.4.1	Théorie de la commande . . . . .	133
4.4.2	Application à la commande du GLMAV . . . . .	134
4.4.3	Simulations numériques . . . . .	138
4.5	Commande hiérarchique . . . . .	141
4.5.1	Structure de la commande . . . . .	141
4.5.2	Application à la commande du GLMAV . . . . .	142
4.5.3	Singularité de la commande . . . . .	146
4.5.4	Simulations numériques . . . . .	147
4.6	Estimation des perturbations lors de la synthèse . . . . .	150
4.6.1	Synthèse de la commande hiérarchique adaptative . . . . .	150
4.6.2	Dynamique du système en boucle fermée . . . . .	152
4.6.3	Simulations numériques . . . . .	153
4.7	Estimation des perturbations de manière indépendante . . . . .	157
4.7.1	Présentation de la structure d'estimation . . . . .	157
4.7.2	Simulations numériques . . . . .	158
4.8	Conclusion . . . . .	162
<b>5</b>	<b>Implémentation sur le GLMAV</b> . . . . .	<b>167</b>
5.1	Etude de la robustesse de la commande hiérarchique . . . . .	167
5.1.1	Incertitude sur la masse . . . . .	168
5.1.2	Incertitude sur l'inertie . . . . .	169
5.1.3	Incertitude sur les coefficients aérodynamiques . . . . .	169
5.1.4	Imperfections au niveau des capteurs . . . . .	170
5.1.5	Existence de retard au niveau des actionneurs . . . . .	171
5.1.6	Influence de la fréquence d'échantillonnage . . . . .	171
5.2	Essais expérimentaux avec la version préliminaire . . . . .	172
5.2.1	Caractéristiques de la version préliminaire du GLMAV . . . . .	173
5.2.2	Protocole expérimental . . . . .	174
5.2.3	Résultats des essais expérimentaux avec la version préliminaire . . . . .	176
5.3	Essais expérimentaux avec la plateforme finale . . . . .	179

---

5.3.1	Principales différences avec la version préliminaire . . . . .	179
5.3.2	Résultats des essais expérimentaux avec la plateforme finale . . . . .	180
5.4	Estimation de l'état du système . . . . .	183
5.4.1	Estimation de l'état du drone . . . . .	183
5.4.2	Simulations numériques . . . . .	186
5.5	Conclusion . . . . .	190
<b>Conclusion générale</b>		<b>191</b>
<b>A Calculs relatifs au chapitre 2</b>		<b>195</b>
A.1	Détermination de la matrice $R_\eta$ . . . . .	195
A.2	Détermination de la matrice $Q_\eta$ . . . . .	196
A.3	Détermination du modèle linéarisé tangent . . . . .	196
<b>B Calculs relatifs au chapitre 4</b>		<b>203</b>
B.1	Signaux intermédiaires de la commande par backstepping . . . . .	203
B.2	Expression de la dynamique du système dans les coordonnées des erreurs . . . . .	204
B.3	Signaux intermédiaires de la commande hiérarchique . . . . .	206
<b>C Calculs relatifs au chapitre 5</b>		<b>209</b>
C.1	Synthèse de la commande hiérarchique avec effet intégral . . . . .	209
<b>Bibliographie</b>		<b>211</b>



# Table des figures

1.1	Exemples de drones HALE . . . . .	8
1.2	Exemples de drones MALE . . . . .	8
1.3	Exemples de drones TUAV . . . . .	8
1.4	Exemples de mini drones . . . . .	9
1.5	Exemples de micro drones . . . . .	9
1.6	Exemples d'hélicoptères à rotor anticouple de queue . . . . .	10
1.7	Exemple d'hélicoptère NOTAR . . . . .	10
1.8	Exemples de drones hélicoptères . . . . .	11
1.9	Exemples d'hélicoptères à rotors coaxiaux . . . . .	11
1.10	Exemples de drones à rotors coaxiaux à usage interne . . . . .	12
1.11	Exemples de drones à rotors coaxiaux à usage externe . . . . .	12
1.12	Exemples de drones à rotors coaxiaux à carène courte . . . . .	13
1.13	Exemples de drones à rotors coaxiaux à carène longue . . . . .	13
1.14	Exemples d'hélicoptères à rotors en tandem . . . . .	14
1.15	Exemples d'hélicoptères miniatures à rotors en tandem . . . . .	15
1.16	Exemple d'hélicoptère à rotors engrenants . . . . .	15
1.17	Exemple d'hélicoptère miniature à rotors engrenants . . . . .	16
1.18	Exemples de véhicules convertibles à corps basculant . . . . .	16
1.19	Exemples de véhicules convertibles à rotors basculants . . . . .	17
1.20	Exemples de véhicules à technologie VTDP . . . . .	17
1.21	Exemples de drones à rotors multiples . . . . .	18
1.22	Exemple de drone à rotors à réaction . . . . .	19
1.23	Exemples de drones insectes . . . . .	19
1.24	Principe physique d'un accéléromètre . . . . .	21
1.25	Exemples de gyroscopes . . . . .	22
1.26	Le système GPS . . . . .	23
1.27	Utilisation des télémètres . . . . .	24
1.28	Principe physique d'un compas électronique magnétorésistif . . . . .	26
1.29	Exemple de centrales inertielles . . . . .	29
1.30	Principe de la commande par PID . . . . .	30
1.31	Zone idéale de placement des pôles de la boucle fermée . . . . .	31
1.32	Principe de la commande linéaire quadratique gaussienne . . . . .	32
1.33	Principe de la commande prédictive . . . . .	34
1.34	Principe de la commande par séquençage de gain . . . . .	35
1.35	Schéma structurel de la commande hiérarchique . . . . .	37
1.36	Fonctionnement de la commande par mode glissant . . . . .	38
1.37	Séquence de commutation dans le cas de la commande . . . . .	39

1.38	Principe de la commande adaptative . . . . .	39
1.39	Principe de la commande tolérante aux défauts . . . . .	40
1.40	Principe de la commande par asservissement 2D . . . . .	43
1.41	Navigation par suivi de terrain par flux optique [1] . . . . .	43
1.42	Navigation par points de passage . . . . .	44
1.43	Génération de trajectoire par contournement des obstacles . . . . .	45
2.1	Les phases de vol du GLMAV . . . . .	49
2.2	Les configurations mécaniques du GLMAV . . . . .	49
2.3	Le prototype du GLMAV . . . . .	50
2.4	Des rotors coaxiaux contrarotatifs . . . . .	51
2.5	Un plateau cyclique . . . . .	52
2.6	Illustration de l'effet Coandă . . . . .	53
2.7	Illustration du théorème de Bernoulli . . . . .	53
2.8	Influence de l'angle d'incidence des pales sur la portance . . . . .	54
2.9	Référentiels et systèmes d'axes du GLMAV . . . . .	56
2.10	Mouvement du flux d'air généré par la rotation des pales . . . . .	59
2.11	Mise en évidence des tourbillons marginaux . . . . .	62
2.12	Intensité de la traînée en fonction de la forme de l'objet . . . . .	62
2.13	Profils de vitesse au sein d'une couche limite au-dessus d'une plaque plane . . . . .	63
2.14	Evolution de la couche limite en fonction du nombre de Reynolds $R_e$ . . . . .	64
2.15	Mise en évidence de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz . . . . .	64
2.16	Bilan des traînées en fonction de la vitesse . . . . .	65
2.17	Récapitulatif des éléments liés à la modélisation du GLMAV . . . . .	68
3.1	Allure idéale de la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO}$ . . . . .	76
3.2	Structure de régulation par PID en cascade . . . . .	78
3.3	Positions $x$ , $y$ et $z$ (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande par régulation PID . . . . .	81
3.4	Angles $\phi$ , $\theta$ et $\psi$ (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande par régulation PID . . . . .	82
3.5	Vitesses de rotation $\Omega_1$ et $\Omega_2$ des rotors pour la commande par régulation PID . . . . .	82
3.6	Angles d'inclinaison $\delta_{c_x}$ et $\delta_{c_y}$ du plateau cyclique pour la commande par régulation PID . . . . .	83
3.7	Positions $x$ , $y$ et $z$ (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande par placement de pôles . . . . .	89
3.8	Angles $\phi$ , $\theta$ et $\psi$ (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande par placement de pôles . . . . .	89
3.9	Vitesses de rotation $\Omega_1$ et $\Omega_2$ des rotors pour la commande par placement de pôles . . . . .	90
3.10	Angles d'inclinaison $\delta_{c_x}$ et $\delta_{c_y}$ du plateau cyclique pour la commande par placement de pôles . . . . .	90
3.11	Positions $x$ , $y$ et $z$ (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande linéaire quadratique . . . . .	94
3.12	Angles $\phi$ , $\theta$ et $\psi$ (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande linéaire quadratique . . . . .	94
3.13	Vitesses de rotation $\Omega_1$ et $\Omega_2$ des rotors pour la commande linéaire quadratique . . . . .	95
3.14	Angles d'inclinaison $\delta_{c_x}$ et $\delta_{c_y}$ du plateau cyclique pour la commande linéaire quadratique . . . . .	95



3.15	Formulation LFT d'un système linéaire . . . . .	96
3.16	Schéma de la commande par synthèse $\mathcal{H}_\infty$ . . . . .	99
3.17	Schéma équivalent pour la LFT . . . . .	99
3.18	Positions $x$ , $y$ et $z$ (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande par synthèse $\mathcal{H}_\infty$ . . . . .	103
3.19	Angles $\phi$ , $\theta$ et $\psi$ (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande par synthèse $\mathcal{H}_\infty$ . . . . .	103
3.20	Vitesses de rotation $\Omega_1$ et $\Omega_2$ des rotors pour la commande par synthèse $\mathcal{H}_\infty$ . . . . .	104
3.21	Angles d'inclinaison $\delta_{c_x}$ et $\delta_{c_y}$ du plateau cyclique pour la commande par synthèse $\mathcal{H}_\infty$ . . . . .	104
3.22	Valeurs singulières de la boucle ouverte pour chaque commande dans le cas de la chaîne d'altitude . . . . .	106
3.23	Fonctions de sensibilité $S_{PS_z}$ pour chaque commande dans le cas de la chaîne d'altitude . . . . .	107
3.24	Fonctions de sensibilité $S_{BS_z}$ pour chaque commande dans le cas de la chaîne d'altitude . . . . .	107
3.25	Fonctions de sensibilité $S_{BC_z}$ pour chaque commande dans le cas de la chaîne d'altitude . . . . .	108
3.26	Valeurs singulières de la boucle ouverte pour chaque commande dans le cas de la chaîne de roulis . . . . .	109
3.27	Fonctions de sensibilité $S_{PS_y}$ pour chaque commande dans le cas de la chaîne de roulis . . . . .	110
3.28	Fonctions de sensibilité $S_{BS_y}$ pour chaque commande dans le cas de la chaîne de roulis . . . . .	110
3.29	Fonctions de sensibilité $S_{BC_y}$ pour chaque commande dans le cas de la chaîne de roulis . . . . .	111
3.30	Valeurs singulières de la boucle ouverte pour chaque commande dans le cas de la chaîne de lacet . . . . .	112
3.31	Fonctions de sensibilité $S_{PS_\psi}$ pour chaque commande dans le cas de la chaîne de lacet . . . . .	113
3.32	Fonctions de sensibilité $S_{BS_\psi}$ pour chaque commande dans le cas de la chaîne de lacet . . . . .	113
3.33	Fonctions de sensibilité $S_{BC_\psi}$ pour chaque commande dans le cas de la chaîne de lacet . . . . .	114
4.1	Positions $x$ , $y$ et $z$ (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande par linéarisation entrée - sortie . . . . .	124
4.2	Angles $\phi$ , $\theta$ et $\psi$ (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande par linéarisation entrée - sortie . . . . .	124
4.3	Vitesses de rotation $\Omega_1$ et $\Omega_2$ des rotors pour la commande par linéarisation entrée - sortie . . . . .	125
4.4	Angles d'inclinaison $\delta_{c_x}$ et $\delta_{c_y}$ du plateau cyclique pour la commande par linéarisation entrée - sortie . . . . .	125
4.5	Positions $x$ , $y$ et $z$ (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande par modes glissants . . . . .	130
4.6	Angles $\phi$ , $\theta$ et $\psi$ (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande par modes glissants . . . . .	131
4.7	Vitesses de rotation $\Omega_1$ et $\Omega_2$ des rotors pour la commande par modes glissants . . . . .	131

4.8	Angles d'inclinaison $\delta_{c_x}$ et $\delta_{c_y}$ du plateau cyclique pour la commande par modes glissants . . . . .	132
4.9	Positions $x$ , $y$ et $z$ (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande par backstepping . . . . .	139
4.10	Angles $\phi$ , $\theta$ et $\psi$ (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande par backstepping . . . . .	140
4.11	Vitesses de rotation $\Omega_1$ et $\Omega_2$ des rotors pour la commande par backstepping . . . . .	140
4.12	Angles d'inclinaison $\delta_{c_x}$ et $\delta_{c_y}$ du plateau cyclique pour la commande par backstepping . . . . .	141
4.13	Structure de la commande hiérarchique . . . . .	142
4.14	Positions $x$ , $y$ et $z$ (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande hiérarchique . . . . .	147
4.15	Angles $\phi$ , $\theta$ et $\psi$ (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande hiérarchique . . . . .	148
4.16	Vitesses de rotation $\Omega_1$ et $\Omega_2$ des rotors pour la commande hiérarchique . . . . .	148
4.17	Angles d'inclinaison $\delta_{c_x}$ et $\delta_{c_y}$ du plateau cyclique pour la commande hiérarchique . . . . .	149
4.18	Positions $x$ , $y$ et $z$ (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande hiérarchique adaptative . . . . .	154
4.19	Angles $\phi$ , $\theta$ et $\psi$ (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande hiérarchique adaptative . . . . .	154
4.20	Estimation des efforts $\hat{F}_{ext}$ (ligne continue) et leur vraie valeur $F_{ext}$ (ligne pointillée) pour la commande hiérarchique adaptative . . . . .	155
4.21	Estimation des efforts $\hat{M}_{ext}$ (ligne continue) et leur vraie valeur $M_{ext}$ (ligne pointillée) pour la commande hiérarchique adaptative . . . . .	155
4.22	Vitesses de rotation $\Omega_1$ et $\Omega_2$ des rotors pour la commande hiérarchique adaptative . . . . .	156
4.23	Angles d'inclinaison $\delta_{c_x}$ et $\delta_{c_y}$ du plateau cyclique pour la commande hiérarchique adaptative . . . . .	156
4.24	Positions $x$ , $y$ et $z$ (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande hiérarchique munie de la structure d'estimation . . . . .	159
4.25	Angles $\phi$ , $\theta$ et $\psi$ (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande hiérarchique munie de la structure d'estimation . . . . .	159
4.26	Estimation des efforts $\hat{F}_{ext}$ (ligne continue) et leur vraie valeur $F_{ext}$ (ligne pointillée) pour la commande hiérarchique munie de la structure d'estimation . . . . .	160
4.27	Estimation des efforts $\hat{M}_{ext}$ (ligne continue) et leur vraie valeur $M_{ext}$ (ligne pointillée) pour la commande hiérarchique munie de la structure d'estimation . . . . .	160
4.28	Vitesses de rotation $\Omega_1$ et $\Omega_2$ des rotors pour la commande hiérarchique munie de la structure d'estimation . . . . .	161
4.29	Angles d'inclinaison $\delta_{c_x}$ et $\delta_{c_y}$ du plateau cyclique pour la commande hiérarchique munie de la structure d'estimation . . . . .	161
4.30	Positions $x$ , $y$ et $z$ (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande hiérarchique munie de la structure d'estimation pour des efforts externes variables . . . . .	162
4.31	Angles $\phi$ , $\theta$ et $\psi$ (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande hiérarchique munie de la structure d'estimation pour des efforts externes variables . . . . .	163
4.32	Estimation des efforts $\hat{F}_{ext}$ (ligne continue) et leur vraie valeur $F_{ext}$ (ligne pointillée) pour la commande hiérarchique munie de la structure d'estimation pour des efforts externes variables . . . . .	163

4.33	Estimation des efforts $\hat{M}_{ext}$ (ligne continue) et leur vraie valeur $M_{ext}$ (ligne pointillée) pour la commande hiérarchique munie de la structure d'estimation pour des efforts externes variables . . . . .	164
4.34	Vitesses de rotation $\Omega_1$ et $\Omega_2$ des rotors pour la commande hiérarchique munie de la structure d'estimation pour des efforts externes variables . . . . .	164
4.35	Angles d'inclinaison $\delta_{c_x}$ et $\delta_{c_y}$ du plateau cyclique pour la commande hiérarchique munie de la structure d'estimation pour des efforts externes variables . . . . .	165
5.1	Eléments principaux de l'électronique embarquée du GLMAV . . . . .	173
5.2	La version préliminaire du GLMAV . . . . .	174
5.3	Matériel utilisé lors des essais expérimentaux avec le prototype . . . . .	175
5.4	Positions $x$ , $y$ et $z$ (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) avec le prototype du GLMAV . . . . .	177
5.5	Vitesses $v_x$ , $v_y$ et $v_z$ avec le prototype du GLMAV . . . . .	177
5.6	Angles $\phi$ , $\theta$ et $\psi$ (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) avec le prototype du GLMAV . . . . .	178
5.7	Vitesses angulaires $p$ , $q$ et $r$ avec le prototype du GLMAV . . . . .	178
5.8	La plateforme finale du GLMAV . . . . .	179
5.9	Le système optique embarqué dans le GLMAV . . . . .	180
5.10	Exemple de servomoteurs avec biellette et arbre à roue dentée . . . . .	182
5.11	Positions $x$ , $y$ et $z$ (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) avec la fusion de données . . . . .	187
5.12	Angles $\phi$ , $\theta$ et $\psi$ (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) avec la fusion de données . . . . .	187
5.13	Vitesses de rotation $\Omega_1$ et $\Omega_2$ des rotors avec la fusion de données . . . . .	188
5.14	Angles d'inclinaison $\delta_{c_x}$ et $\delta_{c_y}$ du plateau cyclique avec la fusion de données . . . . .	188
5.15	Estimation des biais des capteurs $\hat{b}_a$ et $\hat{b}_\Omega$ (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) avec la fusion de données . . . . .	189
5.16	Evolution de la norme de l'erreur d'estimation de la position $\ \tilde{\xi}\ $ et celle de la vitesse $\ \tilde{v}\ $ avec la fusion de données . . . . .	189
A.1	Rotations successives d'angle $\psi$ (à gauche), d'angle $\theta$ (au centre) et d'angle $\phi$ (à droite) . . . . .	195



# Liste des tableaux

2.1	Paramètres physiques du GLMAV . . . . .	67
3.1	Influence de l'augmentation des paramètres du PID sur le comportement du système en boucle fermée . . . . .	77
3.2	Valeurs des paramètres des régulateurs PID . . . . .	81
5.1	Etude de la robustesse vis-à-vis d'une incertitude $\Delta m$ sur la masse $m$ . . . . .	168
5.2	Etude de la robustesse vis-à-vis d'une incertitude $\Delta J$ sur la matrice d'inertie $J$ . . . . .	169
5.3	Etude de la robustesse vis-à-vis d'une incertitude $\Delta \Xi$ sur les paramètres aérodynamiques $\Xi = [\alpha, \beta, \gamma_1, \gamma_2]$ . . . . .	170
5.4	Etude de la robustesse vis-à-vis d'un bruit de mesure au niveau des capteurs . . . . .	170
5.5	Etude de la robustesse vis-à-vis d'un retard au niveau des capteurs . . . . .	171
5.6	Etude de la robustesse vis-à-vis d'un retard au niveau des actionneurs . . . . .	171
5.7	Etude de la robustesse vis-à-vis de la période d'échantillonnage . . . . .	172
5.8	Précision des mesures du système OptiTrack et de la centrale inertielle SBG . . . . .	175
5.9	Paramètres physiques de la plateforme finale GLMAV . . . . .	181



# Nomenclature

## Acronymes

2D	2 Dimensions
3D	3 Dimensions
ANR	Agence Nationale de la Recherche
CNRS	Centre National de la Recherche Scientifique
CRAN	Centre de Recherche en Automatique de Nancy
DGA	Direction Générale de l'Armement
DGPS	Differential Global Positioning System
EGNOS	European Geostationary Navigation Overlay Service
GIGN	Groupe d'Intervention de la Gendarmerie Nationale
GIPSA	Grenoble Images Parole Signal Automatique
GLMAV	Gun Launched Micro Aerial Vehicle
GPS	Global Positioning System
HALE	High Altitude, Long Endurance
HEUDIASYC	HEUristique et DIAGnostic des SYstèmes Complexes
HBVS	Homography Based Visual Servoing
IBVS	Image Based Visual Servoing
IMU	Inertial Measurement Unit
INS	Inertial Navigation System
IRS	Inertial Reference System
ISL	Institut franco-allemand de recherches de Saint-Louis
IUT	Institut Universitaire de Technologie
LIDAR	LIght Detection And Ranging
LMI	Linear Matrix Inequality
LPV	Linéaire à Paramètres Variants
LQ	Linéaire Quadratique
LQG	Linéaire Quadratique Gaussienne
LSIS	Laboratoire des Sciences de l'Information et des Systèmes
LTI	Linéaire à Temps Invariant
LTR	Loop Transfer Recovery
MALE	Medium Altitude, Long Endurance
MAV	Micro Aerial Vehicle
MEMS	MicroElectroMechanical Systems
MFI	Micromechanical Flying Insect
MPC	Model Predictive Control
NOTAR	NO TAIL Rotor
PBVS	Position Based Visual Servoing

PID	Proportionnel - Intégral - Dérivé
PME	Petite et Moyenne Entreprise
PVTOL	Planar Vertical Take Off and Landing
QLIO	Qualité, Logistique Industrielle et Organisation
RAC	Rotor AntiCouple
RADAR	RAudio Detection And Ranging
RHC	Receding Horizon Control
SLAM	Simultaneous Localization And Mapping
SODAR	SONic Detection And Ranging
SONAR	SOund Navigation And Ranging
SISO	Single Input - Single Output
TUAV	Tactical Unmanned Aerial Vehicles
UAV	Unmanned Aerial Vehicles
UMR	Unité Mixte de Recherche
VTDP	Vectored Thrust Ducted Propeller
VTOL	Vertical Take Off and Landing

## Ensembles et notations

$0_n$	Matrice nulle de dimension $n \times n$
$0_{m \times n}$	Matrice nulle de dimension $m \times n$
$\dot{A}, \ddot{A}$	Première et seconde dérivée temporelle de la matrice $A$
$\hat{A}$	Estimation de la matrice $A$
$\tilde{A}$	Erreur d'estimation relative à la matrice $A$
$A^{-1}$	Matrice inverse de la matrice $A$
$A^T$	Matrice transposée de la matrice $A$
$A > 0$ ( $A \geq 0$ )	Matrice $A$ définie positive (resp. semi-définie positive)
$A < 0$ ( $A \leq 0$ )	Matrice $A$ définie négative (resp. semi-définie négative)
$\arctan x$	Arc tangente de la variable $x$
$\cos x$	Cosinus de la variable $x$
$\det(A)$	Déterminant de la matrice $A$
$e_1, e_2, e_3$	Vecteurs de la base canonique de $\mathbb{R}^3$
$I_n$	Matrice identité de dimension $n \times n$
$\mathcal{P}_a(A)$	Projecteur antisymétrique de la matrice $A$
$\mathbb{R}$	Ensemble des nombres réels
$\sin x$	Sinus de la variable $x$
$\tan x$	Tangente de la variable $x$
$u_\times$	Matrice antisymétrique associée au vecteur $u$
$\dot{u}, \ddot{u}$	Première et seconde dérivée temporelle du vecteur $u$
$\hat{u}$	Estimation du vecteur $u$
$\tilde{u}$	Erreur d'estimation relative au vecteur $u$
$u^T$	Vecteur transposé du vecteur $u$
$\ u\ $	Norme euclidienne usuelle du vecteur $u$



## Variables <sup>1</sup>

$a$	Accélération du centre de gravité [ $\text{m.s}^{-2}$ ], exprimée dans $\mathcal{I}$
$a_{ref}$	Accélération de référence du centre de gravité [ $\text{m.s}^{-2}$ ], exprimée dans $\mathcal{I}$
$\alpha$	Coefficient aérodynamique de poussée du rotor supérieur [ $\text{N.rad}^{-2}.\text{s}^2$ ]
$\mathcal{B}$	Référentiel lié au corps du GLMAV d'origine $G$ et d'axes $x_{\mathcal{B}}, y_{\mathcal{B}}, z_{\mathcal{B}}$
$\beta$	Coefficient aérodynamique de poussée du rotor inférieur [ $\text{N.rad}^{-2}.\text{s}^2$ ]
$d$	Distance entre les points $G$ et $O_2$ [m]
$\delta_1$	Erreur en position [m], exprimée dans $\mathcal{I}$
$\delta_2$	Erreur en vitesse [ $\text{m.s}^{-1}$ ], exprimée dans $\mathcal{I}$
$\delta_3$	Erreur en accélération [ $\text{m.s}^{-2}$ ], exprimée dans $\mathcal{I}$
$\delta_4$	Erreur en jerk [ $\text{m.s}^{-3}$ ], exprimée dans $\mathcal{I}$
$\varepsilon_1$	Erreur en orientation [rad]
$\varepsilon_2$	Erreur en vitesse angulaire [ $\text{rad.s}^{-1}$ ]
$\delta_{c_x}, \delta_{c_y}$	Angles d'incidence du plateau cyclique [rad]
$\eta$	Angles d'Euler [rad]
$\eta_{ref}$	Angles d'Euler de référence [rad]
$f$	Résultante des forces appliquées au GLMAV [N], exprimée dans $\mathcal{B}$
$f_{ext}$	Résultante des forces aérodynamiques [N], exprimée dans $\mathcal{B}$
$F_{ext}$	Résultante des forces aérodynamiques [N], exprimée dans $\mathcal{I}$
$g$	Accélération de la pesanteur [ $\text{m.s}^{-2}$ ]
$G$	Centre de gravité du GLMAV
$\gamma_1$	Coefficient aérodynamique de lacet du rotor supérieur [ $\text{N.m.rad}^{-2}.\text{s}^2$ ]
$\gamma_2$	Coefficient aérodynamique de lacet du rotor inférieur [ $\text{N.m.rad}^{-2}.\text{s}^2$ ]
$\Gamma$	Résultante des moments appliqués au GLMAV [N.m], exprimée dans $\mathcal{B}$
$\mathcal{I}$	Référentiel inertiel d'origine $O$ et d'axes $x_{\mathcal{I}}, y_{\mathcal{I}}, z_{\mathcal{I}}$
$I$	Matrice d'inertie du GLMAV
$j$	Jerk du centre de gravité [ $\text{m.s}^{-3}$ ], exprimé dans $\mathcal{I}$
$j_{ref}$	Jerk de référence du centre de gravité [ $\text{m.s}^{-3}$ ], exprimé dans $\mathcal{I}$
$J$	Matrice d'inertie diagonale du GLMAV
$k_{\delta_1}, k_{\delta_2}, k_{\delta_3}, k_{\delta_4}$	Gains de commande pour la composante de translation [-]
$k_{\varepsilon_1}, k_{\varepsilon_2}$	Gains de commande pour la composante d'orientation [-]
$L, M, N$	Éléments du vecteur $\Gamma$ [N.m]
$m$	Masse du GLMAV [kg]
$M_{ext}$	Résultante des moments aérodynamiques [N.m], exprimée dans $\mathcal{B}$
$O_1$	Centre de rotation du rotor supérieur
$O_2$	Centre de rotation du rotor inférieur
$\Omega$	Vitesse angulaire [ $\text{rad.s}^{-1}$ ], exprimée dans $\mathcal{B}$
$\Omega_1$	Vitesse de rotation du rotor supérieur [ $\text{rad.s}^{-1}$ ]
$\Omega_2$	Vitesse de rotation du rotor inférieur [ $\text{rad.s}^{-1}$ ]
$\phi, \theta, \psi$	Éléments du vecteur $\eta$ [rad]
$\phi_{ref}, \theta_{ref}, \psi_{ref}$	Éléments du vecteur $\eta_{ref}$ [rad]
$p, q, r$	Éléments du vecteur $\Omega$ [ $\text{rad.s}^{-1}$ ]
$P$	Poids du GLMAV [N]
$Q_{\eta}$	Matrice liant la vitesse angulaire $\Omega$ à la dérivée des angles d'Euler $\dot{\eta}$

1. Seules les variables essentielles à la modélisation et la commande du GLMAV sont présentées. Les autres variables seront définies dans le corps du manuscrit de thèse.

---

$\mathcal{R}$	Référentiel lié au rotor inférieur d'origine $O_2$ et d'axes $x_{\mathcal{R}}, y_{\mathcal{R}}, z_{\mathcal{R}}$
$R_{\delta}$	Matrice de passage du référentiel $\mathcal{R}$ vers le référentiel $\mathcal{B}$
$R_{\eta}$	Matrice de passage du référentiel $\mathcal{B}$ vers le référentiel $\mathcal{I}$
$T$	Poussée générée par les rotors coaxiaux [N], exprimée dans $\mathcal{B}$
$T_x, T_y, T_z$	Eléments du vecteur $T$ [N]
$T_1$	Poussée générée par le rotor supérieur [N], exprimée dans $\mathcal{B}$
$T_2$	Poussée générée par le rotor inférieur [N], exprimée dans $\mathcal{B}$
$\tau$	Moments générés par les rotors coaxiaux et le plateau cyclique [N.m], exprimés dans $\mathcal{B}$
$\tau_l, \tau_m, \tau_n$	Eléments du vecteur $\tau$ [N.m]
$v$	Vitesse du centre de gravité [ $\text{m.s}^{-1}$ ], exprimée dans $\mathcal{I}$
$v_{ref}$	Vitesse de référence du centre de gravité [ $\text{m.s}^{-1}$ ], exprimée dans $\mathcal{I}$
$v_x, v_y, v_z$	Eléments du vecteur $v$ [ $\text{m.s}^{-1}$ ]
$\xi$	Position du centre de gravité [m], exprimée dans $\mathcal{I}$
$\xi_{ref}$	Position de référence du centre de gravité [m], exprimée dans $\mathcal{I}$
$x, y, z$	Eléments du vecteur $\xi$ [m]
$X, Y, Z$	Eléments du vecteur $f$ [N]

# Introduction générale

Dans la langue française, le mot drone est utilisé pour décrire tout véhicule terrestre, aérien, marin ou sous-marin doté d'une certaine autonomie. Dans ce manuscrit de thèse, la signification anglo-saxonne lui sera cependant préférée et le mot drone représentera uniquement un véhicule aérien autonome.

La première utilisation de drones dans l'histoire remonterait à juillet 1849, lorsque l'armée autrichienne envoya plusieurs ballons sans pilote munis de bombes à retardement au-dessus de la ville de Venise. Cet événement, qui passa presque inaperçu à l'époque, marqua pourtant un véritable tournant dans la façon de mener une guerre. Malgré quelques apparitions durant les Première et Seconde Guerres Mondiales, ce n'est qu'à partir de la première guerre du Golfe en 1990 que l'intérêt pour les véhicules aériens autonomes prit de l'ampleur. De nos jours, grâce aux nombreuses avancées techniques et technologiques, les drones sont de plus en plus performants et permettent de réaliser diverses missions, aussi bien civiles que militaires. Quoiqu'il en soit, la conception d'un système aérien autonome nécessite toujours une certaine expertise dans de nombreux domaines de l'ingénierie. Toutefois, un seul de ces domaines va constituer le fil directeur de cette thèse, mais cet unique domaine fait intervenir tous les autres : la commande.

En quelques mots, le système de commande est un algorithme mathématique qui génère les signaux de commande permettant au drone de se déplacer de façon appropriée. Pour cela, il se base sur une représentation mathématique du véhicule et sur les signaux de mesure issus des capteurs embarqués. Son rôle est avant tout de garantir la stabilité de l'appareil lors de la phase de vol autonome. Malgré un principe général relativement simple à appréhender, la conception d'un tel système est plutôt complexe et requiert une attention particulière. En effet, les drones, et plus particulièrement les drones à voilure tournante comme les hélicoptères, sont des systèmes sous-actionnés, sensibles aux perturbations aérodynamiques et dont la dynamique est fortement non linéaire. Cette dernière présente de plus un couplage important entre les variables d'état du système et ses entrées de commande. Le couplage caractérise le fait que tout changement dans une entrée de commande affecte non seulement la variable d'intérêt, mais également les autres. Afin d'éliminer l'excitation indésirable de ces variables d'état, la coordination de toutes les entrées de commande est indispensable à chaque instant. Par conséquent, il est clair que les caractéristiques intrinsèques aux drones à voilure tournante forment un écueil qui doit être surmonté lors de la conception de l'algorithme de commande.

De manière générale, les différentes stratégies de commande sont classées comme étant linéaires ou non linéaires. Cette classification repose sur la représentation mathématique du véhicule qui est utilisée par la synthèse du système de commande. En effet, tant les couplages et les non linéarités sont nombreux, il est pratiquement impossible de fournir une modélisation fidèle de la dynamique réelle des drones. Par conséquent, dans les problèmes de commande, il est gé-

néralement utilisé une représentation simplifiée, mais suffisamment proche, de la dynamique du véhicule étudié. C'est ce modèle dynamique approximatif qui est linéaire ou non linéaire. Les approches dites linéaires sont très appréciées car leur conception et leur exécution sont relativement simples, ce qui fait qu'elles ont été intégrées dans la majorité des véhicules aériens autonomes. De plus, ces techniques sont très intéressantes car elles permettent de déterminer avec précision la stabilité, la performance et la robustesse de la boucle de commande. Cependant, leur domaine de validité est circonscrit autour d'un point de fonctionnement particulier, ce qui constitue leur principale faiblesse. A l'inverse, les approches dites non linéaires procure une description globale du véhicule et s'appliquent donc à l'ensemble de son enveloppe de vol. Malheureusement, les modèles utilisés étant plus élaborés, les algorithmes de commande résultant de ces approches sont plus complexes.

## Objectifs de la thèse

A la lumière de ce préambule, les problématiques traitées dans ce mémoire de thèse concerneront la modélisation et la commande, aussi bien linéaire que non linéaire, d'un véhicule aérien autonome à voilure tournante. Ce sont des problématiques compliquées car la conception de stratégies de commande pour les drones est devenue un domaine très concurrentiel depuis quelques années. Par conséquent, il est difficile de proposer de nouvelles architectures de commande ayant véritablement un caractère innovant. En réalité, l'originalité de la thèse viendra surtout du concept inédit de drone initié par l'Institut franco-allemand de recherches de Saint-Louis. Il s'agit d'un projet audacieux visant à propulser, de façon similaire à un mortier, un projectile qui se transformera en véhicule aérien à l'apogée de sa phase balistique. Ce projet représente un défi de taille puisque la conception d'un tel système hybride, projectile - drone, soulève des problèmes majeurs, tant sur le plan fondamental que technique et technologique.

En collaboration avec l'ISL et l'HEUDIASYC de Compiègne, ayant tous deux la responsabilité d'une partie de ce projet, les objectifs de la thèse sont de :

- modéliser la dynamique de translation et de rotation du drone lors de sa phase de vol autonome. Ce modèle devra être suffisamment riche pour représenter le comportement du véhicule avec précision, mais également suffisamment simple pour l'analyse et la synthèse de stratégies de commande.
- développer des algorithmes de commande garantissant la stabilisation de l'appareil et le suivi de trajectoires. Ces algorithmes devront être suffisamment simple pour être implémentés sur un calculateur embarqué.
- déterminer des mécanismes permettant d'estimer les perturbations aérodynamiques subies par l'appareil. Ces estimations devront être suffisamment fiables pour que leur prise en compte dans la synthèse de la loi de commande soit efficace.
- proposer des méthodes de fusion de données pour la reconstruction des signaux utiles à la commande.

Le dernier point ne constitue cependant pas un objectif prioritaire dans le sens où le drone est muni d'un système qui génère les signaux de mesures utilisés par l'algorithme de commande.

---

Néanmoins, la réalisation de cet objectif permettra de traiter les diverses facettes de l'automatique, à savoir la modélisation, la commande, l'estimation et l'observation d'un système complexe.

## Organisation du manuscrit

Afin de répondre à chacun des objectifs cités précédemment, le manuscrit de thèse est structuré en cinq chapitres.

- Le premier chapitre constitue une véritable mine d'informations concernant les éléments indispensables à la conception d'un véhicule aérien autonome. Ainsi, les principales architectures mécaniques des drones, les différentes technologies de capteurs permettant de les localiser et les nombreuses approches de commande garantissant leur stabilité y sont détaillées.
- Le second chapitre présente d'abord le concept du système hybride, projectile - drone, avec les grandes lignes du cahier des charges du projet. Dans une seconde partie, le modèle dynamique complet de cet appareil original est construit à partir des relations de la mécanique et de l'aérodynamique. Ce modèle est ensuite transformé en une représentation plus simple, appropriée à la synthèse d'algorithmes de commande.
- Le troisième chapitre est consacré à la comparaison de diverses approches de commande linéaire pour la navigation du véhicule. Les approches étudiées sont la commande par régulation PID, par placement de pôles, la commande linéaire quadratique et la commande par synthèse  $\mathcal{H}_\infty$ . Malgré le fait que ces stratégies soient linéaires, les résultats de simulation montreront qu'elles fonctionnent correctement sur le modèle non linéaire de la dynamique du drone.
- Le quatrième chapitre s'intéresse quant à lui à la navigation de l'engin par des méthodes non linéaires. De ce fait, le pilotage de l'orientation du drone autour du lacet, auparavant impossible, est désormais réalisable. Les méthodes développées dans le chapitre sont la commande par linéarisation entrée - sortie, par modes glissants, par backstepping et la commande hiérarchique. Toutes ces structures de commande afficheront, en simulations numériques, de bonnes performances de suivi de trajectoires. C'est également dans ce chapitre que seront proposés deux mécanismes permettant l'estimation des efforts perturbateurs liés aux phénomènes aérodynamiques.
- Le cinquième et dernier chapitre est étroitement lié aux problématiques inhérentes à l'implémentation d'un algorithme de commande sur le prototype d'un système. Dans un premier temps, la robustesse de l'approche de commande sélectionnée est analysée en simulation en plaçant l'appareil dans des configurations extrêmes. Dans une seconde partie, les performances de cet algorithme de commande sont évaluées sur le prototype du drone. Enfin, le chapitre se termine par la présentation d'une technique de filtrage permettant de récupérer les informations concernant l'état du véhicule, malgré la présence de biais de mesure.

## Contributions scientifiques

Les divers résultats obtenus au fil de cette thèse ont fait l'objet de plusieurs publications et présentations lors de conférences ou de séminaires. Par catégories, ces différentes contributions sont :

- **Reuves internationales**

- A. DROUOT, E. RICHARD et M. BOUTAYEB, « Hierarchical Backstepping Based Control of a Gun Launched MAV in Crosswinds : Theory and Experiment », *A paraître dans Control Engineering Practice*, 2013.
- A. DROUOT, E. RICHARD et M. BOUTAYEB, « An Approximate Backstepping Based Trajectory Tracking Control of a Gun Launched Micro Aerial Vehicle in Crosswind », *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, vol. 70, no. 1, p. 133-150, 2013.

- **Conférences internationales**

- A. DROUOT, E. RICHARD et M. BOUTAYEB, « Sensors Biases Estimation : Application to the Control of a Micro Aerial Vehicle », *Soumise à 13<sup>th</sup> European Control Conference, Strasbourg, France, 24 - 27 juin 2014*.
- V. GASSMANN, A. DROUOT, C. CHAUFFAUT, E. ROUSSEL, S. CHANGEY, P. GNEMMI, E. RICHARD, M. BOUTAYEB et R. LOZANO, « Control of a Gun - Launched MAV for Scene Observation », *2<sup>nd</sup> Workshop on Research, Education and Development of Unmanned Aerial Systems, Compiègne, France, 20 - 22 novembre 2013*.
- A. DROUOT, E. RICHARD, M. BOUTAYEB, M. ZASADZINSKI et A. ZEMOUCHE, « Adaptive Output Tracking Control Design of a Gun Launched Micro Aerial Vehicle Based on Approximate Feedback Linearization », *12<sup>th</sup> European Control Conference, Zurich, Suisse, 17 - 19 juillet 2013*.
- A. DROUOT, M. ZASADZINSKI, H. SOULEY-ALI, E. RICHARD et M. BOUTAYEB, « Two Robust Static Output Feedback  $\mathcal{H}_\infty$  Control Architectures for a Gun Launched Micro Aerial Vehicle », *21<sup>st</sup> Mediterranean Conference on Control and Automation, Platania, Grèce, 25 - 28 juin 2013*.
- A. DROUOT, E. RICHARD et M. BOUTAYEB, « Nonlinear Backstepping Based Trajectory Tracking Control of a Gun Launched Micro Aerial Vehicle », *Guidance, Navigation, and Control Conference of the American Institute of Aeronautics and Astronautics, Minneapolis, Minnesota, USA, 13 - 16 août 2012*.
- A. DROUOT, E. RICHARD, M. BOUTAYEB et S. CHANGEY, « Commande par Backstepping pour la Poursuite de Trajectoires d'un Drone Projectile Miniature », *7<sup>ème</sup> Conférence Internationale Francophone d'Automatique, Grenoble, France, 4 - 6 juillet 2012*.
- A. DROUOT, E. RICHARD et M. BOUTAYEB, « An Approximate Backstepping Based Trajectory Tracking Control of a Gun Launched Micro Aerial

---

Vehicle », *International Conference on Unmanned Aircraft Systems, Philadelphia, Pennsylvania, USA*, 12 - 15 juin 2012.

- **Conférences nationales**

- A. DROUOT, E. RICHARD et M. BOUTAYEB, « Commande Linéarisante d'un Drone Projectile Miniature avec Observation des Perturbations », *5<sup>èmes</sup> Journées Doctorales - Journées Nationales en Modélisation, Analyse et Conduite des Systèmes dynamiques, Strasbourg, France*, 11 - 12 juillet 2013.
- P. GNEMMI, S. CHANGEY, C. REY, E. ROUSSEL, K. MEDER, N. METZGER, S. SCHERTZER, E. PECHEUR, A. DROUOT, C. CHAUFFAUT, R. SIRYANI, C. BERNER, L. BERNARD, P. WEY, B. MARTINEZ, M. BOUTAYEB et R. LOZANO, « Conception et Réalisation d'un Démonstrateur pour un Système Hybride Projectile / Drone Miniature - Etat des Travaux après 32 Mois », *7<sup>ème</sup> Workshop Interdisciplinaire sur la Sécurité Globale, Troyes, France*, 22 - 23 janvier 2013.

- **Séminaires**

- A. DROUOT, « Stratégies de Commande pour la Navigation Autonome d'un Drone Projectile Miniature », *Groupe de Travail Méthodes et Outils pour la Synthèse et l'Analyse en Robustesse, Toulouse, France*, 3 - 4 avril 2013.
- A. DROUOT, « Commande Non Linéaire pour la Poursuite de Trajectoires de Drones Projectiles Miniatures », *Groupe de Travail Unmanned Aerial Vehicles, Paris, France*, 10 novembre 2011.





# Chapitre 1

## Les drones et leurs commandes

Les drones aériens ou UAV (de l'anglais Unmanned Aerial Vehicles) sont des engins volants sans pilote capables de mener à bien une mission de façon plus ou moins autonome. Il en existe de toutes les tailles et de toutes les formes [2, 3, 4, 5, 6]. La fonction principale de ces véhicules aériens est d'étendre la vision humaine au-delà de l'horizon naturel, afin d'accomplir des travaux à risques ou dans des environnements hostiles. Les premières applications ont d'ailleurs été mises en œuvre par les militaires pour des missions de surveillance ou de reconnaissance, sans risque de pertes humaines. Plus récemment, des applications civiles ont fait leur apparition comme la prévention des feux de forêts, l'inspection des ouvrages d'art, la surveillance du trafic autoroutier ou la collecte de données météorologiques. Cependant, l'utilisation des drones civils reste limitée car les drones non militaires ne sont pas encore totalement intégrés dans l'espace aérien civil. En fonction des capacités opérationnelles recherchées, la taille des drones varie sur une échelle allant de quelques centimètres à plusieurs dizaines de mètres, tandis que leur masse fluctue entre quelques grammes pour les plus légers et jusqu'à plusieurs tonnes pour les plus lourds.

Dans ce chapitre, nous exposons dans un premier temps les membres les plus représentatifs de la grande famille des drones, en mettant l'accent sur les drones à voilure tournante. Ensuite, nous étudions les différentes technologies de capteurs permettant au drone de se positionner et de s'orienter dans l'espace. Enfin, une dernière partie est consacrée à la présentation des architectures de commande et des stratégies de pilotage rencontrées classiquement dans la littérature pour rendre ces véhicules plus ou moins autonomes.

### 1.1 La grande famille des drones

#### 1.1.1 Les catégories de drones

La classification unique des drones est un exercice impossible à réaliser dans la mesure où chaque pays possède la sienne. De plus, elle peut dépendre de nombreux paramètres comme l'autonomie en vol, l'altitude de vol, la charge utile embarquée, les dimensions ou la masse du drone ... La classification présentée dans cette thèse repose sur celle proposée par l'Armée de l'Air des Etats-Unis d'Amérique, qui répartit les drones en cinq catégories :

- les drones HALE (de l'anglais High Altitude, Long Endurance), ayant une autonomie de plusieurs jours pour certains et évoluant à plus 20 000 mètres d'altitude. La figure 1.1

présente les drones RQ-4B Global Hawk, construit par Northrop Grumman, et RQ-170 Sentinel, développé par Lockheed Martin ;



(a) RQ-4B Global Hawk



(b) RQ-170 Sentinel

FIGURE 1.1 – Exemples de drones HALE

- les drones MALE (de l'anglais Medium Altitude, Long Endurance), ayant une autonomie d'une trentaine d'heures et évoluant entre 5 000 et 15 000 mètres d'altitude. La figure 1.2 présente les drones MQ-9 Reaper et MQ-1C Gray Eagle, tous les deux développés par General Atomics ;



(a) MQ-9 Reaper



(b) MQ-1C Gray Eagle

FIGURE 1.2 – Exemples de drones MALE

- les drones TUAV (de l'anglais Tactical Unmanned Aerial Vehicles), ayant une autonomie d'une dizaine d'heures et évoluant à moins de 5 000 mètres d'altitude. La figure 1.3 présente les drones Hermes 450, construit par Elbit Systems, et RQ-7 Shadow, développé par AAI Corporation ;



(a) Hermes 450



(b) RQ-7 Shadow

FIGURE 1.3 – Exemples de drones TUAV

- les Mini UAV, ayant une autonomie de quelques heures et de dimensions de l'ordre du

mètre. La figure 1.4 présente les drones Bayraktar, construit par Baykar Makina, et Hovereye, développé par Bertin Technologies ;



FIGURE 1.4 – Exemples de mini drones

- les Micro UAV, ayant une autonomie d'une trentaine de minutes, une masse inférieure à 500 grammes et pouvant être contenu dans une sphère de 30 centimètres de diamètre. La figure 1.5 présente un bref aperçu de ce qui peut être fait en terme de miniaturisation des véhicules aériens, à savoir le drone Wasp, développé par AeroVironment, un drone de la gamme Proxflyer et un drone de type MFI (de l'anglais Micromechanical Flying Insect) ;

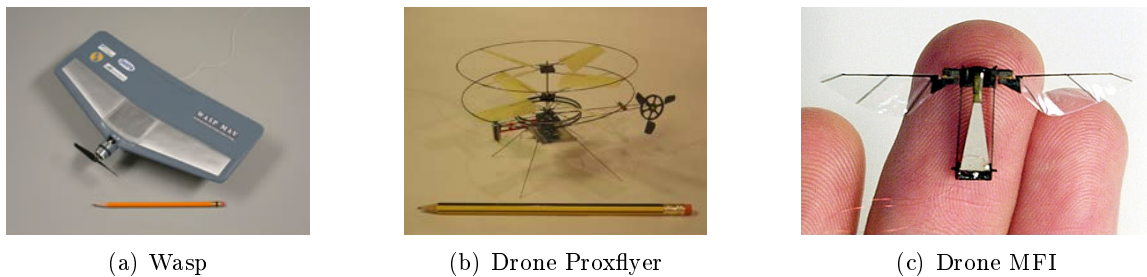


FIGURE 1.5 – Exemples de micro drones

### 1.1.2 Les drones à voilure tournante

Les drones miniatures à voilure tournante appartiennent tous au groupe des véhicules VTOL (de l'anglais Vertical Take Off and Landing), qui définit les appareils à décollage et atterrissage verticaux. Ils trouvent principalement leur place comme plateformes expérimentales relativement faciles à mettre en œuvre et peu onéreuses. Ils servent ainsi à mettre en pratique et à illustrer des travaux de recherche dans les domaines de la robotique, de l'automatique ou du traitement du signal. Cette section présente un état de l'art des différentes architectures aéromécaniques formant la famille des véhicules à voilure tournante. Pour chaque solution technologique, nous détaillons ses spécificités, plus ou moins avantageuses, à travers de nombreux projets et prototypes existants.

#### 1.1.2.1 Les hélicoptères classiques

C'est l'architecture à voilure tournante la plus répandue et la mieux maîtrisée. L'hélicoptère est composé d'un rotor principal et d'une poutre à l'arrière du véhicule sur laquelle est monté un

rotor anticouple (RAC) de queue. Ce dernier peut être libre ou caréné dans un fenestron pour en augmenter la protection et l'efficacité aérodynamique. Les deux configurations sont visibles sur la figure 1.6. La rotation du rotor principal génère une poussée suffisante pour compenser le poids de l'appareil, tandis que le rotor de queue permet de contrer le moment généré par la rotation du rotor principal. Sans ce rotor de queue, l'hélicoptère tournerait indéfiniment sur lui-même.



(a) RAC libre



(b) RAC caréné

FIGURE 1.6 – Exemples d'hélicoptères à rotor anticouple de queue

Cependant, il a été constaté que le rotor de queue pouvait être la source de bruits et de vibrations affectant les performances de vol des hélicoptères. Le système NOTAR (de l'anglais NO TAIL Rotor), développé par Hughes Helicopters dans les années 80, permet de réduire ces nuisances et ces problèmes techniques. Il consiste, à l'aide d'une soufflante alimentée par le rotor principal, à créer une surpression dans la poutre de l'hélicoptère et à éjecter cet air à l'extrémité arrière de la poutre à travers une buse orientable. Ce système permet ainsi d'économiser une partie de la puissance mécanique normalement utilisée par un rotor anticouple. Il augmente également la sécurité - un rotor anticouple étant particulièrement vulnérable - et diminue fortement le bruit extérieur. La figure 1.7 montre l'hélicoptère MD 600, conçu par McDonnell Douglas Helicopter Systems et équipé du système NOTAR.



FIGURE 1.7 – Exemple d'hélicoptère NOTAR

Le retour d'expérience considérable acquis au cours des développements sur les modèles d'hélicoptères grandeur nature a permis de concevoir des drones hélicoptères très rapidement, en anticipant toutes les problématiques répertoriées. D'ailleurs, certains travaux comme [7] présentent des procédures complètes permettant de construire des drones hélicoptères, depuis la modélisation jusqu'aux essais expérimentaux, en passant par le choix des composants électroniques. Ainsi, de nombreux drones à voilure tournante sont directement inspirés de l'hélicoptère, comme le Camcopter S-100, développé par Schiebel et utilisé par l'armée pour des missions de reconnaissance, ou le RMAX, conçu par Yamaha et utilisé comme moyen d'épandage aérien. Ces

deux drones sont visibles à la figure 1.8.



(a) RMAX



(b) Camcopter S-100

FIGURE 1.8 – Exemples de drones hélicoptères

### 1.1.2.2 Les rotors coaxiaux

Cette configuration est constituée de deux rotors fixés sur le même axe de rotation, mais tournant dans des sens opposés pour annuler les effets de couple. Les hélicoptères à rotors coaxiaux sont donc dépourvus de rotor de queue, les rendant de ce fait plus compacts et par conséquent moins sensibles aux vents transverses que les hélicoptères classiques. Du point de vue du fonctionnement, les deux rotors contribuent à la poussée verticale et leur différentiel de vitesse de rotation pilote l'orientation autour du lacet. Il est important de noter que la poussée totale est inférieure à la somme des poussées individuelles de chaque rotor, ceci à cause d'une perte générée par de multiples interactions des flux d'air entre les rotors. De plus, parce que les deux rotors assurent en même temps des fonctions de translation, d'orientation et de sustentation, le système de commande, ainsi que l'architecture mécanique, s'en retrouvent fortement complexifiés. Néanmoins, la société russe Kamov, ayant vu les nets avantages de cette configuration de rotors en terme de capacité de levage et de stabilité, s'est spécialisée dans la conception d'hélicoptères à rotors coaxiaux. La figure 1.9 montre d'ailleurs deux exemplaires d'hélicoptères issus de leur production.



(a) Ka-27



(b) Ka-50

FIGURE 1.9 – Exemples d'hélicoptères à rotors coaxiaux

La stabilité naturelle des architectures à rotors coaxiaux en fait des candidates idéales pour une utilisation dans le monde de l'aéromodélisme [8]. Cet avantage est cependant altéré par une vitesse de déplacement dans le plan horizontal limitée et, en fonction de la taille des engins, à une grande sensibilité au vent. Ces deux éléments contraignent les plus petits des drones à rotors

coaxiaux à un usage en intérieur. C'est le cas des drones présentés à la figure 1.10, dont l'objectif est d'être les plus petits ou les plus légers possibles tout en gardant certaines performances de vol. Ce qui constitue un défi technique et technologique majeur. Les drones présentés à la figure 1.11, quant à eux, sont suffisamment grands et possèdent un système de propulsion suffisamment puissant pour être utilisés en extérieur. Ainsi, le drone IT180, développé par Infotron, a déjà été utilisé par l'Armée Française en Afghanistan et le Ka-137, conçu par Kamov, est utilisé pour réaliser des mesures biologiques et chimiques dans des zones hostiles à l'Homme.

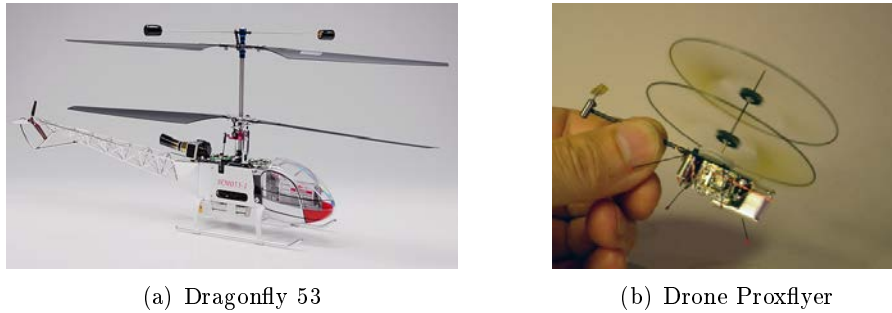


FIGURE 1.10 – Exemples de drones à rotors coaxiaux à usage interne



FIGURE 1.11 – Exemples de drones à rotors coaxiaux à usage externe

### 1.1.2.3 Les rotors coaxiaux carénés

Une alternative intéressante aux rotors coaxiaux consiste à les intégrer dans une carène, les isolant ainsi de l'environnement extérieur. Le véhicule est alors plus résistant aux chocs et quasiment inoffensif pour un opérateur puisque les pales ne sont pas directement accessibles. Cependant, le carénage augmente la masse de la structure, diminuant de ce fait la charge utile pouvant être embarquée. Du point de vue de la qualité de vol, la présence de la carène induit un fort moment cabreur en présence de rafales transverses, ce qui peut déstabiliser le véhicule en vol stationnaire. Ces effets sont expérimentalement caractérisés dans [9]. Deux architectures mécaniques peuvent être distinguées concernant les drones à rotors coaxiaux carénés.

La première architecture regroupe les appareils à carène courte, c'est-à-dire dont la hauteur est faible par rapport à son diamètre. L'électronique embarquée et la charge utile sont alors réparties dans la carène, autour des rotors. Ces véhicules possèdent en général une bonne stabilité

en vol stationnaire, mais une aptitude limitée en vol de translation horizontale. Ainsi certaines architectures, comme celle présentée à la figure 1.12(a), ont un rotor secondaire à l'arrière pour assurer le vol de translation, le rotor principal ne servant qu'à la sustentation. Une autre architecture, présentée à la figure 1.12(b), comporte deux rotors secondaires permettant au drone de s'incliner et donc de contrôler sa vitesse de translation. Dans tous les cas, le véhicule reste pratiquement à plat lors du vol d'avancement, gardant par conséquent une traînée aérodynamique faible.



FIGURE 1.12 – Exemples de drones à rotors coaxiaux à carène courte

L'inconvénient de ce type de véhicule reste leur faible tenue aux rafales transverses, pouvant entraîner un fort moment cabreur. Pour en limiter son intensité, il est possible d'ajouter des ailes de stabilisation ou de placer la charge utile en hauteur afin de rehausser le centre de gravité du drone. C'est cette seconde solution qui est le plus souvent employée, comme en atteste la figure 1.13. Dans ce cas, les rotors contribuent uniquement à la poussée verticale et à l'orientation en lacet. L'orientation en roulis et en tangage, permettant le vol en translation, est assurée par des déflecteurs placés de façon adéquate dans le flux d'air, sous le drone.



FIGURE 1.13 – Exemples de drones à rotors coaxiaux à carène longue

Le principal avantage de ces véhicules est de posséder une enveloppe de vol remarquable. En effet, leur forme allongée permet de passer d'un comportement de type hélicoptère, lorsque le véhicule est à la verticale, à un comportement de type avion, lorsque le véhicule est suffisamment cabré en vol de translation horizontale rapide. Dans ce cas, la carène agit comme une aile annulaire, générant une portance qui s'ajoute à celle générée par les rotors coaxiaux. Par ailleurs, l'absence d'articulation des rotors rend la technologie de ces véhicules relativement simple, et donc très facile à maintenir en condition opérationnelle. L'inconvénient majeur concerne un décrochage

possible des gouvernes de direction en vol stationnaire, rendant l'appareil hors de contrôle. Cela peut se produire dans le cas où les gouvernes subissent un vent relatif, résultant de la composition de la vitesse du vent externe et de la vitesse du flux d'air issu des hélices, trop important. Davantage d'informations concernant la conception et la caractérisation aérodynamique des véhicules à rotors coaxiaux carénés sont présentées dans [10, 11, 12, 13, 14].

#### 1.1.2.4 Les rotors en tandem

Cette configuration est constituée de deux rotors, généralement de même taille, fixés l'un devant l'autre. Elle est le plus souvent utilisée pour des hélicoptères de grande taille, devant transporter de lourdes charges, car les deux rotors participent à la poussée. Les effets de couple, générés par la rotation des rotors, sont annulés par le fait qu'ils tournent dans des sens opposés. La translation et l'orientation de ces appareils sont engendrées en faisant varier l'inclinaison ou la vitesse de rotation des rotors, suivant le comportement souhaité. La figure 1.14 présente les hélicoptères à rotors en tandem CH-46 Sea Knight et CH-47 Chinook, développés par Boeing pour le transport de troupes et de matériel.



(a) CH-46 Sea Knight



(b) CH-47 Chinook

FIGURE 1.14 – Exemples d'hélicoptères à rotors en tandem

Cette architecture pourrait être extrêmement intéressante si elle ne possédait pas ces quelques caractéristiques très handicapantes. Le premier défaut vient de la structure imposante du véhicule et de ses rotors, le rendant peu manœuvrable en environnement urbain et sensible aux rafales de vent transverses. Le second inconvénient vient de la transmission entre les deux rotors. Cet organe indispensable est incroyablement complexe car il doit synchroniser la rotation des deux rotors pour qu'ils ne se touchent pas, et cela même en cas de panne d'un des moteurs. Le dernier élément desservant la configuration à rotors en tandem vient de son aérodynamique. En effet, le rotor situé à l'arrière du véhicule se trouve dans le sillage de celui placé à l'avant et est par conséquent fortement perturbé, réduisant de ce fait son efficacité. Toutefois, l'ampleur de ce problème peut être réduite en augmentant la distance entre les rotors ou en rehaussant l'un des rotors. Toutes ces raisons ont conduit les divers constructeurs aéronautiques à ne pas exploiter la configuration à rotors en tandem pour le développement des drones. Cependant quelques modèles réduits existent, mais seulement pour un usage ludique comme le montre la figure 1.15.

#### 1.1.2.5 Les rotors engrenants

Cette configuration est constituée de deux rotors, généralement de même taille, montés sur un axe en forme de V. De cette façon, les rotors, tournant à la même vitesse mais en sens contraire, ne se percutent pas. Cette architecture permet d'augmenter la portance, la poussée totale étant





FIGURE 1.15 – Exemples d’hélicoptères miniatures à rotors en tandem

la somme des poussées individuelles, et de se passer de dispositif anticouple, les rotors tournant dans des sens opposés. L’efficacité de cette structure est donc bien meilleure que celle composée de rotors coaxiaux et moins imposante que celle basée sur des rotors en tandem. Par conséquent, ce type de véhicule est propice au transport de charges lourdes. L’hélicoptère K-MAX, développé par Kaman Aircraft et présenté à la figure 1.16, est d’ailleurs spécialisé dans le transport de charges à l’élingue. Cependant, tout comme pour la configuration à rotors en tandem, le point noir de cette architecture concerne la complexité du mécanisme de transmission entre les deux rotors.



(a) K-MAX



(b) Rotors du K-MAX

FIGURE 1.16 – Exemple d’hélicoptère à rotors engrenants

Contrairement à ce qui a été avancé dans [15], une version non habitée du K-MAX existe et a déjà effectué plus de 485 sorties, 525 heures de vol et transporté plus de 725 tonnes de matériel depuis son déploiement en novembre 2011. Il peut tout aussi bien être utilisé pour livrer du matériel dans des zones de combat que pour intervenir dans des situations comportant des risques chimiques, biologiques ou radioactifs. Un modèle réduit opérationnel de l’hélicoptère K-MAX est présenté à la figure 1.17.

#### 1.1.2.6 Les convertibles

La principale lacune de la plupart des configurations mécaniques présentées concerne la faculté à combiner le vol stationnaire et le vol en translation. C’est pourquoi plusieurs études ont été réalisées afin de développer des véhicules qui se comporteraient comme des hélicoptères en vol stationnaire, et comme des avions en vol en translation. Le vol de type avion permettrait alors de se déplacer très rapidement en consommant un minimum d’énergie, tandis que le vol de type hélicoptère permettrait d’assurer des missions nécessitant le vol stationnaire. Le principe est alors de faire basculer tout ou une partie du fuselage du véhicule d’une position verticale pour le



(a) Vue de profil



(b) Vue de face

FIGURE 1.17 – Exemple d'hélicoptère miniature à rotors engrenants

vol stationnaire à une position horizontale pour le vol en translation. Cette catégorie de véhicules polyvalents est appelée convertible. En pratique, la conception de tels engins est mécaniquement complexe et d'une fragilité consternante. De plus, l'enveloppe de vol très étendue de ce type de véhicule rend les solutions technologiques sous optimales, tant du point de vue du comportement avion que du comportement hélicoptère. Trois architectures de véhicules convertibles ont néanmoins été mises au point.

La première architecture de véhicules convertibles regroupe les engins ayant la capacité de faire basculer l'ensemble de leur fuselage pour passer d'un mode de vol hélicoptère à un mode de vol avion. Cette architecture est relativement proche de celle des véhicules à rotors coaxiaux carénés. Ce qui différencie ces deux architectures est la présence de voilure plane fixe sur le fuselage des véhicules convertibles permettant ainsi d'atteindre de plus grandes vitesses de translation (jusqu'à 980 kilomètres par heure pour le XFY Pogo développé par Convair et présenté aux figures 1.18(a) et 1.18(b)). Une version non habitée utilisant cette architecture a récemment été développée par AeroVironment pour la livraison de charges légères (inférieures à 30 kilogrammes) nécessitant une grande précision. Il s'agit du drone SkyTote, illustré à la figure 1.18(c), ayant un rayon d'action de 380 kilomètres pour une autonomie de plusieurs heures.



(a) XFY Pogo



(b) XFY Pogo

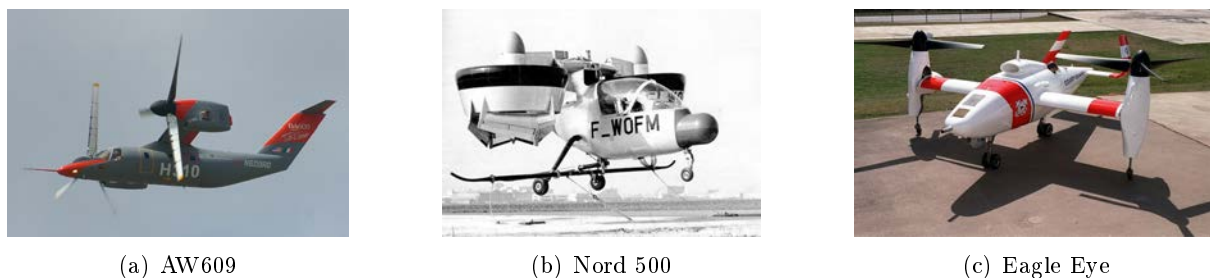


(c) SkyTote

FIGURE 1.18 – Exemples de véhicules convertibles à corps basculant

La seconde architecture de véhicules convertibles regroupe les engins ayant la capacité de faire basculer leurs rotors pour passer d'un mode de vol hélicoptère à un mode de vol avion. Ces appareils sont équipés de rotors tournant en sens opposés placés aux extrémités d'une voilure fixe comme en atteste la figure 1.19. En vol stationnaire, les rotors assurent la sustentation et les mouvements verticaux du véhicule. L'orientation autour du roulis est obtenue par le différentiel

de vitesse de rotation entre les rotors, tandis que celle autour du lacet est pilotée en inclinant les rotors dans des directions opposées. L'angle de tangage est quant à lui commandé par le pas cyclique du rotor. En vol de translation, c'est la voilure fixe qui assure la sustentation tandis que les rotors assurent la propulsion. Le lacet est alors contrôlé par des dérives situées à l'arrière du véhicule et la voilure fixe est équipée d'ailerons permettant la mise en virage, comme pour un avion traditionnel. Ces divers éléments sont bien visibles sur les véhicules AW609, manufacturé par AgustaWestland, et Nord 500, développé par Nord Aviation, ainsi que sur le drone Eagle Eye, conçu par Bell Helicopter. Ces trois appareils étant tous présents à la figure 1.19.



(a) AW609

(b) Nord 500

(c) Eagle Eye

FIGURE 1.19 – Exemples de véhicules convertibles à rotors basculants

Le problème majeur de ces véhicules concerne la phase de transition entre le mode hélicoptère et le mode avion. Il s'agit en effet d'une phase critique dont les effets aérodynamiques sont méconnus. De plus, l'ajout de l'articulation entre la voilure fixe et la voilure mobile augmente les coûts de maintenance du véhicule. Enfin, l'exposition des pales rend ces véhicules peu manœuvrables en milieu urbain. C'est notamment pour cette raison que le drone Eagle Eye est principalement employé pour la surveillance des côtes aux Etats-Unis d'Amérique.

La dernière architecture de véhicules convertibles regroupe les engins ayant la capacité de convertir leur voilure tournante en voilure fixe pour le vol de translation. Ils sont également généralement équipés de la technologie VTDP (de l'anglais Vected Thrust Ducted Propeller). Cette technologie vise à augmenter la vitesse de croisière des véhicules à voilure tournante grâce à l'installation d'une hélice, carénée ou non, à l'arrière de l'appareil. La structure atypique de ces appareils est présentée aux figures 1.20(a) et 1.20(b) avec le Piasecki X-49, conçu par Piasecki Aircraft, et le Sikorsky X2, développé par Sikorsky Aircraft.



(a) Piasecki X-49

(b) Sikorsky X2

(c) X-50 Dragonfly

FIGURE 1.20 – Exemples de véhicules à technologie VTDP

Le principe de vol de ces véhicules est relativement simple. En vol stationnaire et à de faibles vitesses d'avancement, la sustentation du véhicule est assurée par un ou plusieurs rotors. A par-

tir d'une certaine vitesse d'avancement, la portance générée par la voilure fixe prévaut sur celle générée par le ou les rotors. Le ou les rotors sont alors progressivement ralentis, puis verrouillés perpendiculairement au fuselage pour constituer une aile supplémentaire. La facilité de transition entre le vol stationnaire et le vol de translation est le principal avantage de cette technologie. Il n'est en effet plus nécessaire de basculer tout ou une partie du fuselage du véhicule pour passer d'un mode de vol à l'autre. Cet intéressant concept de véhicules convertibles a conduit au développement par Boeing du drone X-50 Dragonfly, visible à la figure 1.20(c).

### 1.1.2.7 Les rotors multiples

Les drones à rotors multiples constituent certainement la configuration aéromécanique la plus connue et la plus répandue parmi les véhicules aériens autonomes. Ces appareils sont généralement équipés de quatre rotors, mais il en existe avec six, voire huit rotors comme en atteste la figure 1.21. La simplicité mécanique fait de ce type de véhicule une configuration très utilisée pour la réalisation de plateformes expérimentales à coûts réduits [16, 17].



FIGURE 1.21 – Exemples de drones à rotors multiples

Le fonctionnement des drones à rotors multiples est assez particulier. Tout d'abord, afin de compenser le couple de réaction, le sens de rotation des rotors est inversé deux à deux. De plus, les déplacements du véhicule ne se font qu'en manipulant minutieusement les vitesses de rotation des différents rotors. En effet, c'est la différence de portance qui détermine l'inclinaison de l'appareil autour des angles de roulis et de tangage, permettant alors le vol de translation. De part la très bonne répartition de la portance dans le plan horizontal, les drones à rotors multiples sont particulièrement adaptés aux vols stationnaires et à faibles vitesses. En revanche, cette configuration n'est pas recommandée pour des vols de translation à grandes vitesses, ni pour l'évolution dans des conditions venteuses. De plus, cette configuration de rotors est restreinte aux appareils de petites tailles car l'encombrement des rotors croît avec l'augmentation de la masse du drone.

### 1.1.2.8 Les rotors à réaction

L'architecture des drones à rotors à réaction [18, 19] est singulière parmi les véhicules à voilure tournante. En effet dans cette configuration, le rotor principal est mis en rotation par éjection d'air comprimé en bout de pales ou par des propulseurs situés sur le fuselage de l'appareil. C'est cette seconde structure qui est présentée à la figure 1.22. Cette technologie est assez prometteuse car, contrairement à un hélicoptère classique, elle ne génère aucun couple de réaction et s'abstient donc de la mise en place d'un dispositif anticouple. L'absence d'articulation au niveau du rotor

principal rend difficile les déplacements latéraux de ce type de drones. Ceux-ci sont néanmoins assurés par des impulsions de vitesse de rotation envoyées de façon adéquate aux propulseurs.

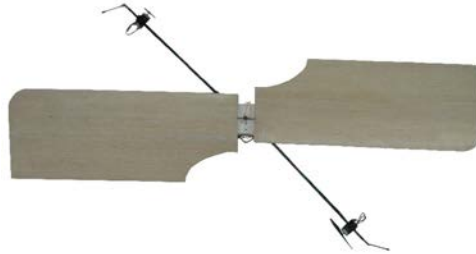


FIGURE 1.22 – Exemple de drone à rotors à réaction

### 1.1.3 Synthèse

Les différentes architectures aéromécaniques présentées dans cette section sont le reflet de l'évolution du savoir-faire des ingénieurs depuis les débuts des développements concernant les drones à voilure tournante. Ces développements se sont constamment tournés vers la recherche de solutions techniques pour remédier aux problèmes inhérents à l'utilisation d'un rotor. Ces problèmes concernent l'existence du couple de réaction incitant le véhicule à tourner sur lui-même et la difficulté à combiner le vol stationnaire et le vol de translation, tout en conservant de bonnes performances dans ces deux configurations de vol.

Les développements autour des drones à voilure tournante se poursuivent toujours, principalement vers des objectifs de miniaturisation et d'autonomisation. Les objectifs de miniaturisation tendent à être atteints avec l'essor des drones insectes comme ceux présentés à la figure 1.23 et décrits dans [20, 21, 22, 23].



FIGURE 1.23 – Exemples de drones insectes

Les objectifs d'autonomisation, quant à eux, ne peuvent être satisfaits uniquement si le drone est capable de se positionner et de s'orienter seul dans son environnement. C'est cet aspect qui est à présent abordé dans ce manuscrit de thèse, en faisant un tour d'horizon des différents capteurs et outils permettant à un véhicule de se localiser et de se diriger dans un milieu donné.

## 1.2 Les technologies de capteurs pour la localisation des drones

Tous les capteurs utilisés dans le domaine de la robotique mobile fournissent des informations appartenant à l'une des deux grandes catégories d'informations : les informations proprioceptives et les informations extéroceptives [24, 25].

Les informations proprioceptives renseignent sur le déplacement d'un véhicule dans l'espace. Elles sont obtenues par la mesure d'informations relatives aux mouvements de l'appareil par rapport à son état de référence. Elles constituent une source d'informations simples de manipulation ne dépendant pas des conditions environnementales dans lesquelles évolue l'engin. Elles sont donc d'une importance capitale pour la navigation autonome des drones. Cependant, la précision de ces informations se dégrade continuellement au cours du temps, les rendant inutilisables comme seules références à long terme. Il est alors indispensable de leur associer un système permettant de recalculer périodiquement la position absolue du véhicule.

Les informations extéroceptives, quant à elles, renseignent sur la position absolue d'un véhicule dans l'environnement. Elles sont obtenues par l'observation de points de repère naturels ou artificiels dont la situation est connue dans un référentiel attaché à l'environnement. Ces informations sont indépendantes des déplacements du robot et pourront donc être acquises quelle que soit l'erreur accumulée par les données proprioceptives. De plus, la reconnaissance des amers n'est pas soumise à une erreur cumulative, ce qui rend les informations extéroceptives utilisables comme références à long terme.

Dans cette section sont présentés les capteurs appartenant à ces deux catégories, en mettant l'accent sur ceux susceptibles d'être embarqués par des véhicules aériens autonomes de petite taille.

### 1.2.1 Les capteurs proprioceptifs

#### 1.2.1.1 Les accéléromètres

Par définition, un accéléromètre est un capteur qui, fixé à un mobile ou à tout autre objet, permet de mesurer l'accélération linéaire de ce dernier selon un axe. Par conséquent, trois accéléromètres sont nécessaires pour déterminer les trois accélérations linéaires selon les trois axes orthogonaux de l'espace. Il est cependant important de noter que les accéléromètres ne permettent pas de dissocier l'accélération due au poids de celle due aux mouvements de l'objet. Ils fournissent alors une mesure de l'accélération projetée sur leur axe de sensibilité, à laquelle il faut soustraire l'accélération de la pesanteur. De plus, bien que l'accélération linéaire soit définie en  $\text{m.s}^{-2}$  d'après les unités du système international, la plupart des documentations sur ces capteurs expriment l'accélération en  $g$  (l'accélération causée par la gravitation terrestre, soit environ  $9.81 \text{ m.s}^{-2}$ ).

La structure physique d'un accéléromètre consiste en une masse d'épreuve, c'est-à-dire un objet dont la masse et la forme sont précisément connues, suspendue par des ressorts à un cadre rigide. Au repos ou lorsque l'objet se déplace à vitesse constante, la masse demeure immobile comme le montre la figure 1.24(a). En revanche, lors de l'accélération ou du ralentissement de l'objet, la masse, soumise à cette variation d'accélération et à la tension des ressorts, tend à se déplacer. Ce déplacement est alors mesuré et l'accélération de l'objet en est déduite. A la figure

1.24(b), l'objet subit une accélération vers la droite. Dans ce cas, le ressort situé à l'arrière est comprimé tandis que le ressort situé à l'avant est étiré.

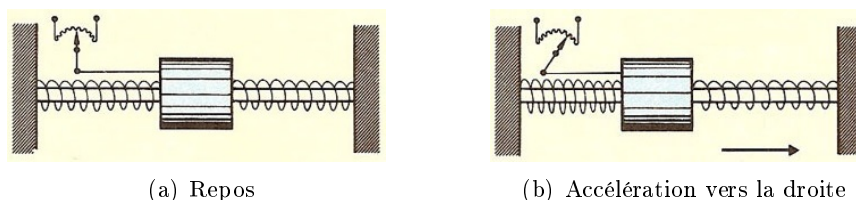


FIGURE 1.24 – Principe physique d'un accéléromètre

Il existe deux grandes familles d'accéléromètres : les accéléromètres à asservissement (boucle fermée) et les accéléromètres non asservis (boucle ouverte). Les premiers, plus chers, ont pour objectif de maintenir la masse d'épreuve à sa position d'équilibre, quelle que soit l'accélération subie par l'objet. Pour y parvenir, une force de rappel électromagnétique ou électrostatique est générée par un actionneur commandé en courant. Le courant nécessaire à la génération de la force de rappel est alors mesuré et donne la mesure de l'accélération.

Pour les accéléromètres non asservis, la mesure de l'accélération est donnée directement par le déplacement de la masse d'épreuve généré par les mouvements de l'objet. Dans ce cas, les capteurs utilisés sont généralement à effet piézoélectrique<sup>2</sup>, piézorésistif<sup>3</sup> ou capacitif<sup>4</sup>. En effet, leurs très faibles dimensions, leur très grande résistance aux chocs et leur coût réduit, caractéristiques rendues possible grâce à la technologie MEMS (de l'anglais MicroElectroMechanical Systems), font de ces capteurs des candidats idéaux pour diverses applications. Cependant, leurs mesures ne sont pas encore suffisamment précises pour être utilisées seules en navigation.

### 1.2.1.2 Les gyroscopes

Par définition, un gyroscope est un appareil qui, fixé à un mobile ou à tout autre objet, permet d'effectuer une mesure de la rotation absolue de ce dernier autour d'un axe. Par conséquent, trois gyroscopes sont nécessaires pour déterminer les trois rotations selon les trois axes orthogonaux de l'espace. Le fonctionnement de ces capteurs repose sur des effets mécanique, piézoélectrique ou encore optique.

Les gyroscopes à éléments rotatifs (voir figure 1.25(a)) exploitent le principe de la conservation du moment angulaire, ou effet gyroscopique, afin de mesurer l'orientation absolue d'un objet. La notion d'effet gyroscopique se matérialise en observant une simple toupie en rotation. Tant que la toupie est en rotation, elle reste parfaitement droite, en équilibre autour de son axe de rotation, et tend à résister aux changements d'inclinaison du support sur lequel elle est fixée. Cette variation de résistance est alors proportionnelle à l'inclinaison du support, et donc à l'orientation de l'objet.

2. Génération d'une variation de courant électrique proportionnelle à l'accélération.

3. Génération d'une variation de résistivité proportionnelle à l'accélération.

4. Génération d'une variation de capacité proportionnelle à l'accélération.

Les gyroscopes à oscillateur piézoélectrique (voir figure 1.25(b)) sont équipés d'une multitude d'éléments vibrants émettant des signaux sinusoïdaux. Lorsque l'objet est au repos, ces signaux sont identiques et d'amplitude constante. En revanche, lorsque l'objet est animé d'un mouvement de rotation, il apparaît entre les signaux une différence d'amplitude proportionnelle à la vitesse de rotation. Cette variation d'amplitude est induite par la force de Coriolis.

Les gyroscopes à fibre optique (voir figure 1.25(c)), plus chers, reposent sur l'asymétrie de la vitesse relative de signaux lumineux parcourant en sens inverse la circonférence d'un disque en rotation, ou effet Sagnac. Leur fonctionnement est basé sur deux faisceaux de lumière laser d'intensité équivalente, obtenus grâce à un séparateur, parcourant en sens opposé une bobine de fibre optique. Lorsque cet enroulement est soumis à un mouvement de rotation, les signaux lumineux le parcourant subissent des accélérations opposées. Le faisceau parcourant la fibre dans le sens de la rotation a alors un temps de propagation supérieur à celui qui la parcourt dans le sens inverse. Un détecteur photosensible mesure alors le déphasage entre les deux signaux, permettant l'évaluation de la vitesse de rotation de l'objet. La sensibilité de ce gyroscope est proportionnelle à la longueur de la fibre optique utilisée. Sachant qu'il est dorénavant possible de réaliser des enroulements compacts de fibres optiques de plusieurs centaines de mètres, ses performances s'en retrouvent accrues.

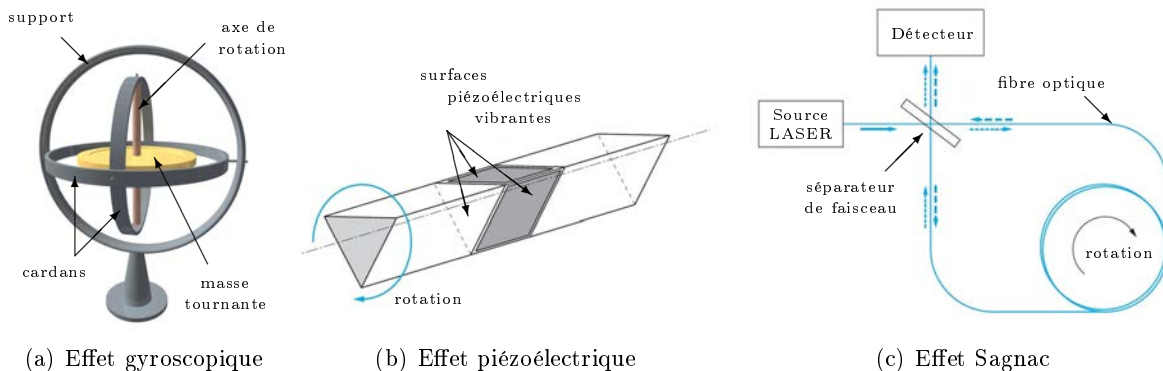


FIGURE 1.25 – Exemples de gyroscopes

Les informations issues des accéléromètres et des gyroscopes sont donc essentielles pour la navigation autonome des véhicules aériens. Pourtant, la précision de ces informations se détériorent au fil du temps, les rendant inexploitable pour de longues durées de vol. Cette dégradation continue provient des bruits<sup>5</sup> et surtout des biais<sup>6</sup> de mesure dont souffrent tous les capteurs. Ces éléments, via le processus d'intégration temporelle dont l'objectif est d'estimer le déplacement et l'orientation, conduisent inévitablement à une déviation croissante des mesures. Il est alors impératif de tenir compte de cette dérive des mesures au cours du temps et d'effectuer régulièrement des recalages absolus grâce à des mesures extéroceptives.

5. Signaux parasites venant se superposer au signal utile.

6. Ecarts existant entre la valeur réelle d'une grandeur et sa valeur mesurée.



## 1.2.2 Les capteurs extéroceptifs

### 1.2.2.1 Les systèmes de positionnement par satellites

Un système de positionnement par satellites permet de déterminer, grâce à des signaux émis par une constellation de satellites prévue à cet effet, la position absolue d'un objet sur Terre. Cette position est donnée en termes de latitude, de longitude et d'altitude, avec une précision d'une dizaine de mètres pour les systèmes standards, et peut donc être représentée physiquement sur une carte. C'est pourquoi ils sont principalement utilisés pour localiser des véhicules, des navires, des avions, des missiles et même des satellites évoluant en orbite basse.

Le système de positionnement par satellites le plus connu et le plus répandu est certainement le système GPS (de l'anglais Global Positioning System), développé et contrôlé par les Etats-Unis d'Amérique. Il est composé de trois parties distinctes, appelées segments : le segment spatial, le segment de commande et le segment utilisateur. Le segment spatial est constitué d'un ensemble de 24 satellites tournant autour de la Terre à une altitude de 20 000 kilomètres et répartis sur six plans orbitaux (voir figure 1.26). Ce maillage est conçu de manière à ce qu'il y ait toujours au moins quatre satellites détectables par les navigateurs GPS, condition sine qua non au bon fonctionnement du système. Le segment de commande est formé de plusieurs stations au sol dont l'objectif est de piloter et de surveiller le système. Leur rôle est de mettre à jour les informations transmises par les satellites et de contrôler leur bon fonctionnement. Enfin, le segment utilisateur réunit l'ensemble des usagers, civils ou militaires, recevant et exploitant les signaux émis par les satellites.



(a) La constellation GPS



(b) Un satellite GPS



(c) Un autre satellite GPS

FIGURE 1.26 – Le système GPS

Afin de déterminer la position absolue d'un récepteur, chaque satellite transmet en continu un signal contenant sa position et l'instant exact d'émission, déterminé par une horloge atomique embarquée à son bord. En utilisant son horloge interne, le récepteur détermine le temps de propagation du signal et, sachant que le signal se déplace à la vitesse de la lumière, détermine la distance entre le satellite et lui-même. Chaque mesure de distance place alors le récepteur sur une sphère centrée sur le satellite qui a émis le signal. En utilisant au moins trois satellites émetteurs, la position absolue du récepteur est donnée par l'intersection des trois sphères. Ce principe relativement simple est cependant contrarié par la difficulté à synchroniser l'horloge du récepteur avec celle du satellite, un décalage d'une microseconde engendrant une erreur de plus de 300 mètres. Pour remédier à ce problème de non-synchronisation des horloges, un quatrième satellite vient compléter le processus de mesure.

Les erreurs les plus importantes dans le positionnement absolu d'un objet sont dues à la

différence de vitesse de propagation des signaux dans les différentes couches de l'atmosphère et à leur réverbération. Pour atténuer ces erreurs, une méthode de positionnement relatif a été mise en place : le DGPS (de l'anglais Differential Global Positioning System). Ce système, utilisé par le service EGNOS (de l'anglais European Geostationary Navigation Overlay Service), est bâti sur un ensemble de stations fixes, dont la position est connue exactement, recevant les mêmes signaux que les récepteurs présents dans leur zone d'action. Elle détermine alors en permanence l'erreur locale de positionnement en comparant la position calculée avec leur position réelle. Cette information est ensuite transmise aux différents récepteurs par radiodiffusion ou par satellite.

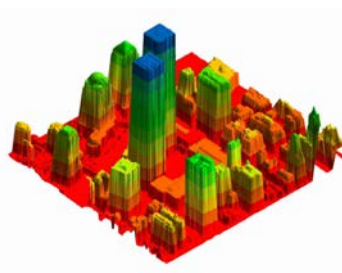
Généralement, les systèmes GPS à usage civil offrent une précision de l'ordre de la dizaine de mètres dans un environnement dégagé. En revanche en environnement urbain ou à l'intérieur des bâtiments, un récepteur GPS standard ne suffit plus, souvent à cause d'une antenne inadaptée. Du matériel plus performant peut alors être utilisé moyennant un encombrement et un coût beaucoup plus élevé. Le prix d'un récepteur GPS varie également en fonction du taux de rafraîchissement de la mesure, sur une plage allant de quelques hertz pour les GPS communs, à 20 Hz pour les plus onéreux.

### 1.2.2.2 Les télémètres

Un télémètre est un appareil de mesure permettant de déterminer la distance le séparant d'un objet, en utilisant des procédés radioélectriques, acoustiques ou optiques. Son principe de fonctionnement consiste à envoyer un signal en direction de l'objet à localiser et de collecter les signaux réverbérés par ce dernier. La durée de l'intervalle de temps entre l'émission du signal et la réception de son écho permet alors de calculer la distance à l'objet. Ces instruments sont principalement utilisés pour la détection d'objets dans un environnement et la cartographie en trois dimensions, comme le montre la figure 1.27.



(a) Détection d'objets



(b) Cartographie 3D

FIGURE 1.27 – Utilisation des télémètres

Il existe plusieurs technologies de capteurs télémétriques, utilisant différents types d'ondes. La première technologie regroupe les télémètres à ondes acoustiques, ou SONAR (de l'anglais Sound Navigation And Ranging), ou encore SODAR (de l'anglais SONic Detection And Ranging). Les SONAR sont principalement utilisés dans le domaine maritime alors que les SODAR sont quant à eux employés en météorologie. En robotique, les capteurs à ultrasons, de part leur simplicité, leur compacité et leur coût, sont les plus fréquemment utilisés pour la détection d'objets relativement proches. En effet, les ondes ultrasonores étant très évanescentes, la portée des capteurs se limite à quelques mètres. Les inconvénients majeurs de ces instruments concernent la zone aveugle, de

quelques centimètres de longueur, en dessous de laquelle la détection d'objets n'est pas possible et la lenteur de propagation des ondes ultrasonores. Pour un drone miniature, leur utilisation est envisageable pour la mesure de la distance au sol dans les phases de décollage et d'atterrissage.

La seconde catégorie de capteurs réunit les télémètres à ondes optiques, ou LIDAR (de l'anglais *Light Detection And Ranging*). Leur fonctionnement est le même que celui des SONAR, la différence étant le domaine spectral dans lequel ces appareils travaillent et la nature du signal utilisé. En effet, alors que les SONAR fonctionnent avec des ondes sonores, les LIDAR opèrent avec des ondes optiques dans le domaine du visible, des ultraviolets et des infrarouges. Ces instruments permettent d'effectuer des mesures unidirectionnelles avec une bonne résolution, c'est pourquoi ils sont très appréciés par les forces de l'ordre pour effectuer des contrôles de vitesse. Cependant, des problèmes dus à la réfraction des ondes lumineuses, qui est fonction du milieu de propagation, peuvent altérer ses mesures. De plus, les télémètres optiques demeurent chers et leur masse est inappropriée pour une utilisation en robotique aérienne.

Enfin, la dernière classe rassemble les télémètres à ondes radioélectriques, ou RADAR (de l'anglais *RA*dio *D*etection *A*nd *R*anging). Ces éléments, via un oscillateur et une antenne, peuvent émettre de puissantes ondes radioélectriques de différentes façons. Les plus utilisées étant les ondes pulsées et les ondes continues. En analysant le signal réfléchi, il est possible de localiser et même d'identifier l'objet responsable de la réflexion et grâce à l'effet Doppler, les RADAR peuvent également calculer sa vitesse de déplacement. Le principal avantage des ondes radioélectriques est qu'elles peuvent se propager avec une faible atténuation à travers l'air et divers obstacles (nuage, brouillard, fumée ...) pouvant altérer un signal sonore ou lumineux. Cet instrument rend alors possible la détection et le pistage d'objets dans des conditions qui paralysaient les autres technologies.

### 1.2.2.3 Les altimètres barométriques

Un altimètre barométrique est un instrument de mesure pouvant déterminer la hauteur à laquelle il se trouve par rapport à un niveau de référence, généralement le niveau de la mer. En réalité, il mesure la différence de pression atmosphérique entre son niveau actuel et celui de référence, se basant ainsi sur le fait que la pression atmosphérique diminue lorsque l'altitude augmente.

De nos jours, plusieurs types de baromètres peuvent être utilisés, notamment le baromètre à mercure, le baromètre à eau ou le baromètre à gaz. Le plus répandu reste cependant le baromètre anéroïde dont le composant principal est une capsule, en acier ou en béryllium, où le vide a été réalisé. Sous l'effet de la pression atmosphérique, cette capsule, dite capsule de Vidi, se déforme de façon élastique permettant alors la mesure de la pression. Le baromètre anéroïde est toutefois moins précis que le baromètre à mercure mais il permet de développer des instruments compacts, plus robustes et facilement transportables, surtout en aéronautique.

La mesure indiquée par un baromètre est donc fortement liée aux conditions météorologiques de l'environnement dans lequel il évolue. Ainsi, un simple changement de pression (anticyclone ou dépression) ou une faible variation de température peuvent engendrer de larges incertitudes de mesure. De plus, il est important de savoir qu'un altimètre barométrique est étalonné pour des conditions atmosphériques, dites normales, de 15 degrés Celsius à 1013 hectopascals. Si ces

conditions environnementales ne sont pas réalisées, ce qui est généralement le cas, les estimations d'altitude sont faussées. Par conséquent, il est fortement recommandé d'utiliser ces instruments, surtout ceux basés sur la technologie MEMS, pour des applications en atmosphère maîtrisée plutôt qu'en extérieur.

#### 1.2.2.4 Les compas

Un compas est un instrument de navigation qui donne une direction de référence (généralement le nord) sur le plan horizontal et permet ainsi la mesure d'angles horizontaux par rapport à cette direction. Il est gradué de 0 degré (la référence) à 359 degrés dans le sens rétrograde, c'est-à-dire le sens des aiguilles d'une montre.

Plusieurs technologies de compas existent comme les compas magnétiques, aussi appelés magnétomètres, qui indiquent la direction du nord magnétique. Tout comme la boussole, leur fonctionnement repose sur l'orientation d'une aiguille aimantée dans le champ magnétique terrestre. Ce phénomène naturel ne nécessite aucune source d'énergie et permet donc aux compas magnétiques de ne pas tomber en panne. Néanmoins, la direction du nord magnétique ne coïncide pas avec la direction du nord géographique, c'est le phénomène de déclinaison magnétique. Cette déclinaison doit alors être compensée en permanence pour que le compas délivre une mesure absolue du cap par rapport à la direction du nord géographique. La principale lacune de ces capteurs est leur grande sensibilité aux masses magnétiques environnantes, ainsi qu'aux champs magnétiques parasites. Cette sensibilité peut cependant être diminuée, voire éliminée, en qualifiant et en quantifiant de manière statique les différents écarts de mesure liés à ces éléments magnétiques.

Les compas électroniques, quant à eux, déterminent la direction du nord magnétique à partir des propriétés électroniques de certains matériaux lorsqu'ils sont soumis à un champ magnétique. Les principales technologies utilisées dans ce type d'instrument sont le fluxgate, l'effet Hall, la magnétoinduction et la magnétorésistivité. Le principe de fonctionnement d'un compas électronique magnétorésistif est présenté à la figure 1.28.

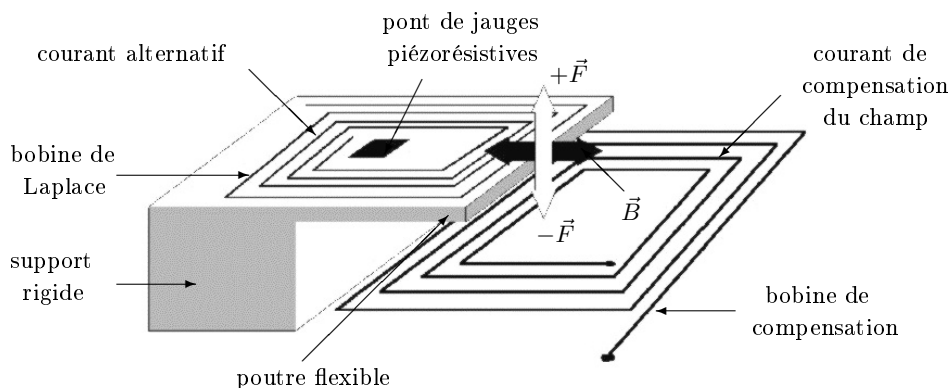


FIGURE 1.28 – Principe physique d'un compas électronique magnétorésistif

Un tel capteur est constitué d'une poutre flexible encastrée dans un support rigide, sur laquelle on a construit un pont de jauges piézorésistives. En présence d'un champ magnétique  $\vec{B}$ ,

une force magnétique  $\vec{F}$ , appelée la force de Laplace, s'exerce sur la poutre entraînant sa déformation mécanique dont l'amplitude est mesurée par les jauges. Une bobine auxiliaire, appelée bobine de compensation, permet par le pilotage du courant qui la parcourt de neutraliser un champ parasite éventuel ou un effet d'offset qui s'appliquerait au niveau du pont de jauges. Ce dispositif, d'un encombrement très réduit, permet de mesurer un champ magnétique avec une très grande précision.

Les compas gyroscopiques, basés sur l'effet gyroscopique, s'affranchissent de ces difficultés dues aux phénomènes magnétiques. La direction du nord est alors indiquée par l'axe de rotation de la toupie du compas, qui est aligné sur l'axe des pôles. Cependant, il demeure toujours une erreur angulaire entre la direction du nord géographique et la direction donnée par le compas, c'est la variation gyroscopique. Cette variation est généralement faible, de l'ordre du degré, et peut se mesurer en observant la position de points de référence (astres, amers ...). L'inconvénient de ces capteurs est qu'ils nécessitent un entretien régulier et qu'ils dépendent d'une source d'alimentation électrique, les rendant sensibles aux pannes de courant. Dans ce cas, le temps de stabilisation après une remise en service est très long, de l'ordre de quelques heures. De plus, ces instruments ne sont pas suffisamment miniaturisés pour pouvoir être embarqués sur des drones de petite taille.

La dernière catégorie de compas rassemble les compas dits satellitaires. Ces systèmes se composent de deux antennes placées dans l'axe longitudinal du véhicule et regroupées dans un radôme, d'un récepteur GPS pour chaque antenne ainsi que d'un ordinateur traitant les informations issues des deux récepteurs. Les compas satellitaires exploitent alors la différence des signaux reçus par les deux antennes pour déterminer avec une très grande précision, de l'ordre du dixième de degré, la direction du segment liant les deux antennes. Ces instruments ont l'avantage de ne pas être influencés par les champs magnétiques et, contrairement aux compas magnétiques et gyroscopiques, de ne pas nécessiter de compensation de mesure. De plus, ils sont totalement opérationnels dans les minutes suivant leur mise en service. Toutefois, ces appareils restent dépendants de la couverture du système de positionnement par satellite, et comme tout appareil électronique, ils présentent le risque de ne plus fonctionner en cas d'avarie électrique. Actuellement, la taille des radômes, pouvant aller jusqu'à un mètre, ne permet pas d'utiliser les compas satellitaires pour des drones de petite taille.

### 1.2.2.5 Les caméras

La caméra est certainement le capteur le plus polyvalent pour la restitution d'informations concernant un objet et son environnement. Elle permet en effet d'obtenir des renseignements fiables sur la position et l'orientation de l'objet par rapport à une cible à observer. Cet outil possède néanmoins de nombreuses lacunes dont les ressources nécessaires pour le traitement d'image et la sensibilité à la lumière de l'information visuelle ciblée. Cette dernière limitation peut néanmoins être atténuée par des systèmes de vision nocturne ou thermique. Pour des applications sur des véhicules aériens autonomes, ces informations peuvent être utilisées en lieu et place des mesures issues du système de positionnement par satellites.

Il existe plusieurs stratégies pour tirer parti des informations visuelles issues de ces capteurs. Une première application, basée sur une approche biomimétique, utilise une seule caméra pour déterminer le flux optique [26, 27, 28, 29], c'est-à-dire le déplacement apparent d'un objet causé par le mouvement relatif entre la caméra et l'environnement. Cette technique peut alors être

utilisée pour le décollage, la navigation, la stabilisation du vol ou l'atterrissage, problèmes sur lesquels la robotique contemporaine bute encore. La seconde stratégie consiste à utiliser plusieurs caméras et la cartographie des données visuelles qui en provient [26, 30, 31]. Par exemple, une paire de caméras va fonctionner de la même façon que les yeux humains pour l'estimation de la position et de l'orientation en trois dimensions d'un objet dans l'espace. Il est important de remarquer que la précision de cette estimation de pose est proportionnelle à la distance entre les deux caméras, ce qui est un problème majeur pour les drones de petite taille.

### 1.2.3 Les centrales inertielles

Les centrales inertielles, ou IMU (de l'anglais Inertial Measurement Unit), sont des systèmes de navigation composés de trois accéléromètres et de trois gyroscopes permettant de mesurer l'accélération non gravitationnelle d'un véhicule ainsi que sa vitesse de rotation. Par intégration de ces six mesures, ces instruments sont théoriquement capables de déterminer la vitesse linéaire, la position et l'orientation d'un mobile, relativement à une situation initiale. La plupart des véhicules terrestres, marins et aériens en sont donc équipés en complément du système de positionnement par satellites. Deux architectures de centrales inertielles existent dans la littérature : les centrales à plateforme stabilisée, ou INS (de l'anglais Inertial Navigation System), et les centrales à plateforme liée, ou IRS (de l'anglais Inertial Reference System). Dans les centrales à plateforme stabilisée, les accéléromètres sont asservis en position par les gyroscopes, ce qui permet de les maintenir alignés avec les axes orthogonaux de l'espace. En revanche, dans les centrales à plateforme liée, les accéléromètres sont fixes par rapport au véhicule, les informations obtenues avec les gyroscopes permettent alors d'effectuer un changement de repères [25].

En pratique, ce fonctionnement théorique est altéré par des défauts qui affectent les mesures des accélérations et des rotations (bruits, biais, facteurs d'échelle, non linéarités ...). Ces défauts engendrent alors des dérives temporelles au niveau des estimations de la position, de la vitesse et de l'orientation du véhicule. Pour un avion de ligne équipé avec une telle centrale, la dérive de l'estimation de position est typiquement de deux kilomètres par heure. Il est toutefois possible d'obtenir une meilleure précision de mesure. La première technique consiste à mettre en œuvre des accéléromètres et des gyroscopes dont les erreurs n'excèdent pas quelques micro g et quelques centièmes de degré par heure, respectivement. De plus, les mesures doivent être faites à une cadence de plusieurs centaines de hertz. Le coût d'une centrale inertielle à très hautes performances se chiffrerait alors en centaines de milliers d'euros.

La seconde solution repose sur l'utilisation d'algorithmes hybrides combinant les informations issues des capteurs proprioceptifs avec celles provenant de capteurs extéroceptifs. L'algorithme de fusion de données le plus répandu dans les systèmes aéronautiques et spatiaux est certainement le filtre de Kalman [32]. Ce filtre permet en effet, à partir de mesures données par un système de positionnement par satellites, de déterminer la position, la vitesse et l'orientation d'un véhicule ainsi que les biais des accéléromètres et des gyroscopes. Cette méthode assure donc à tout moment la conservation d'une bonne connaissance de l'état du véhicule. D'autres algorithmes de fusion de données existent comme l'algorithme des moindres carrés récursifs, la méthode de Monte-Carlo ou le filtre SLAM (de l'anglais Simultaneous Localization And Mapping) [33, 34], mais ils sont beaucoup moins utilisés.

### 1.2.4 Synthèse

Les différents capteurs et algorithmes de fusion de données présentés dans cette section représentent les organes sensoriels du véhicule, lui permettant de se localiser dans l'environnement. Tous ces éléments sont alors placés sur des circuits imprimés qui, au final, ressemblent à ceux présentés à la figure 1.29.

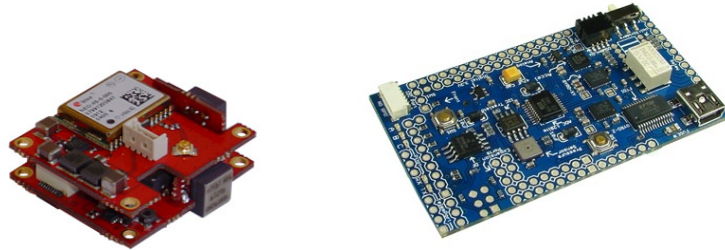


FIGURE 1.29 – Exemple de centrales inertielles

Il s'agit maintenant de concevoir l'intelligence du drone, c'est-à-dire la partie qui va lui permettre d'utiliser les informations des centrales inertielles pour réaliser des missions spécifiques. C'est cet aspect qui est à présent abordé dans ce manuscrit, en faisant un tour d'horizon des différentes méthodes de commande permettant à un véhicule de naviguer de façon autonome.

## 1.3 Les architectures de commande des drones

Les drones possèdent quelques caractéristiques spécifiques qui rendent difficile la conception d'algorithmes de commande. En effet, ces appareils, et plus particulièrement les drones à voilure tournante, sont des systèmes sous-actionnés, sensibles aux perturbations aérodynamiques et dont la dynamique est fortement non linéaire. Cette dernière présente de plus un degré de couplage important entre les différentes variables d'état du système et ses entrées de commande. Ayant pour objectif de diminuer, voire de supprimer ces effets indésirables, le développement des stratégies de commande des véhicules aériens autonomes a fait l'objet de plusieurs centaines, voire plusieurs milliers de publications au cours des dernières décennies. Par conséquent, un examen complet de la littérature à ce sujet serait une tâche monumentale en soi. Cette section est destinée à présenter les architectures de commande les plus employées dans les applications de robotique aérienne.

### 1.3.1 Les méthodes pour le guidage et le pilotage

L'enjeu de la fonction de guidage est de définir les signaux de commande à envoyer aux différents actionneurs pour permettre à un véhicule d'adopter un comportement désiré. La fonction de pilotage sert quant à elle à concrétiser, via les actionneurs, les consignes exprimées par le guidage pour stabiliser l'appareil. Ces deux fonctions se placent donc entre l'humain et le système, en interprétant à la fois les consignes issues d'un utilisateur et les informations issues des différents capteurs dans le but de garantir un comportement en boucle fermée performant.

De manière générale, les différentes stratégies de commande sont classées comme étant linéaires ou non linéaires. Cette classification repose sur la représentation mathématique du véhicule qui est utilisée par la synthèse du système de commande. Les commandes dites linéaires sont très populaires car leur conception et leur exécution sont relativement simples, ce qui fait qu'elles ont été intégrées sur la majorité des véhicules aériens autonomes. A l'inverse, l'implémentation des commandes dites non linéaires sur les drones est assez limitée, mais elles sont très appréciées pour leur contribution théorique.

### 1.3.1.1 Approches linéaires

Dans le cadre de la théorie des systèmes linéaires, la synthèse de la commande est basée sur une approximation linéaire du modèle dynamique du véhicule. Cette approche permet de découpler cette dynamique en quatre boucles de type SISO (de l'anglais Single Input - Single Output), associée à une seule entrée de commande [35]. Généralement les quatre boucles décrivent la position ou la vitesse longitudinale du drone, sa position ou sa vitesse latérale, sa position ou sa vitesse verticale et son orientation autour de son axe vertical. De plus, il est habituellement fait l'hypothèse que les vitesses de translation et d'orientation sont faibles, ce qui permet de négliger les phénomènes aérodynamiques indésirables. Chaque boucle de régulation est alors conçue en utilisant des outils classiques de la théorie de la commande. L'approche linéaire facilite l'étude de la stabilité de chaque boucle dans le sens où il existe certains indicateurs comme la marge de gain et la marge de phase. Ces marges déterminent la quantité admissible de gain et de phase pouvant être injectée par la commande tout en conservant la stabilité de la boucle. Plusieurs architectures de commande linéaire sont maintenant présentées.

#### ► La commande par PID

La stratégie de commande par PID (pour Proportionnel - Intégral - Dérivé) est certainement l'approche la plus intuitive et la plus simple à embarquer sur un processeur. Elle permet de comprendre facilement le rôle physique de chacun des termes de la commande, ce qui permet de régler les gains en conséquence.

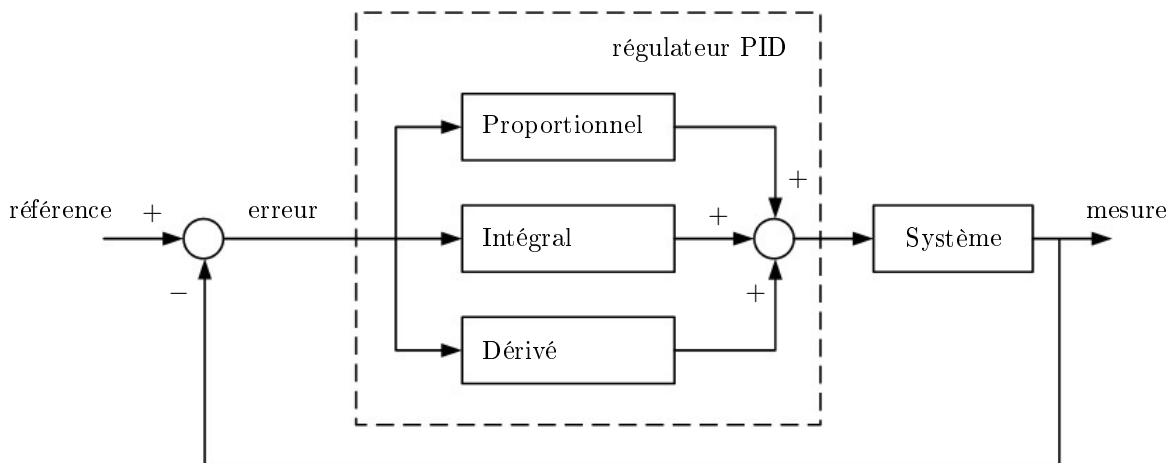


FIGURE 1.30 – Principe de la commande par PID



Comme le montre la figure 1.30, cette structure délivre un signal de commande à partir de l'erreur existante entre la référence et la mesure, de son intégrale et de sa dérivée. Bien que l'analyse d'un système piloté avec un régulateur PID soit simple, sa conception peut être difficile car il n'existe pas de méthode unique pour déterminer les gains intervenant dans le processus. Il est alors nécessaire de trouver des compromis entre durée du régime transitoire, dépassement, erreur statique, stabilité et robustesse. Les méthodes de réglage les plus utilisées en théorie sont la méthode de Ziegler-Nichols, la méthode de Naslin (polynômes normaux à amortissement réglable) et la méthode du lieu de Nyquist inverse. En pratique, la méthode de Broïda et celle par approches successives sont les plus répandues.

L'architecture de commande par PID pour le cas spécifique des drones est constituée de plusieurs régulateurs installés en cascade. En fonction des références en position, un premier PID génère les consignes en orientation permettant la stabilisation et les déplacements horizontaux. Le suivi de ces consignes en roulis, en tangage et en lacet sont alors à la charge d'un second PID. Enfin, un troisième PID s'occupe de définir la poussée pour garantir les déplacements verticaux. Cette approche a été testée avec succès sur plusieurs plateformes expérimentales comme les hélicoptères [36, 37], les quadrotors [38, 39] et les drones à rotors coaxiaux [40].

#### ► La commande par placement de pôles

La commande par placement de pôles est une méthode qui consiste à déterminer une matrice de gains qui place les valeurs propres du système en boucle fermée en des positions prédéfinies.

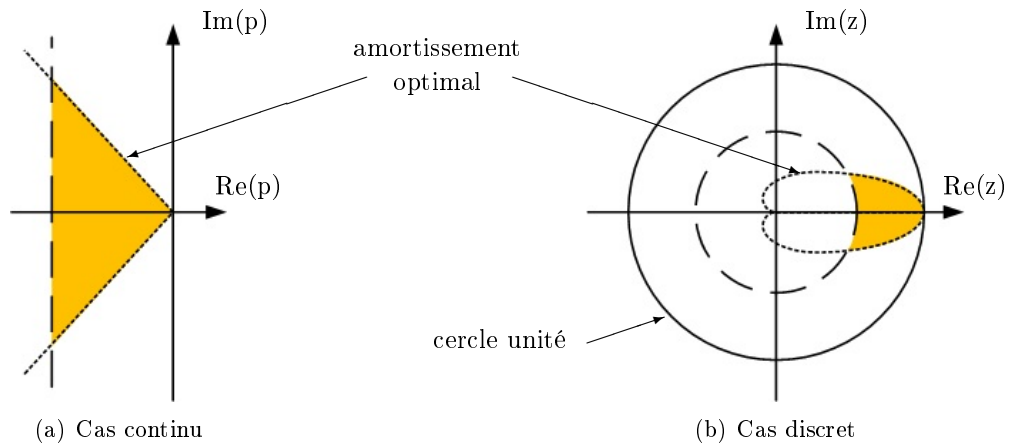


FIGURE 1.31 – Zone idéale de placement des pôles de la boucle fermée

L'objectif de cette approche est de garantir un comportement convenable du système en boucle fermée par un choix pertinent de ses valeurs propres. En effet, la position de ces dernières est étroitement liée au comportement temporel et fréquentiel du système, notamment en termes de stabilité et de performances. Ainsi, pour que la commande assure la stabilité du système en boucle fermée, les valeurs propres doivent impérativement être choisies avec une partie réelle strictement négative. Cependant, cette partie réelle ne doit pas être trop négative sinon le système sera doté d'une large bande passante, ce qui induira une amplification des bruits de mesure. Les valeurs propres du système en boucle fermée ne doivent pas être loin de celles du

système en boucle ouverte non plus sinon les besoins en commande seront très élevés. Enfin, pour que la commande soit physiquement réalisable, les valeurs propres doivent être choisies réelles ou complexes conjuguées deux à deux. En outre, il est impératif que la totalité du vecteur d'état soit accessible à la mesure. C'est cette architecture de commande qui a été sélectionnée par [41], [42] et [43] pour le pilotage d'un hélicoptère, d'un quadrotor et d'un drone à voilure fixe, respectivement. Il est intéressant de remarquer que, pour les systèmes monovariables, le choix des valeurs propres fixe de manière unique les gains de la matrice de commande. En revanche, pour les systèmes multivariables, la structure de cette matrice n'est pas unique et certaines solutions peuvent altérer les caractéristiques de la commande, notamment en termes de robustesse. Une possibilité est alors de déterminer une solution de façon optimale en utilisant les outils de la théorie de la commande linéaire quadratique.

### ► La commande linéaire quadratique

La commande linéaire quadratique, dite commande LQ, est une méthode de synthèse qui permet de déterminer la commande optimale d'un système qui minimise (ou maximise) un critère de performance [44]. Ce critère de performance est quadratique en l'état du système et en sa commande. La conception d'une telle commande consiste donc à choisir habilement des matrices de pondérations intervenant dans le critère, de manière à obtenir le comportement souhaité du système en boucle fermée. Une fois les matrices de pondération déterminées, les gains optimaux s'obtiennent en résolvant une équation algébrique de Riccati. L'avantage de la commande linéaire quadratique est qu'elle possède intrinsèquement de très bonnes propriétés de robustesse. Toutefois, une telle stabilité n'est assurée que dans l'hypothèse où le modèle est parfaitement connu, où la totalité de l'état est disponible et où les signaux ne sont pas bruités. Cette approche a tout de même été implémentée avec succès sur plusieurs plateformes expérimentales comme les hélicoptères [45, 46], les modèles réduits d'avion [47] et les drones à rotors coaxiaux [48]. Une comparaison entre l'approche par PID et l'approche LQ est réalisée dans [49] pour la commande d'un quadrotor.

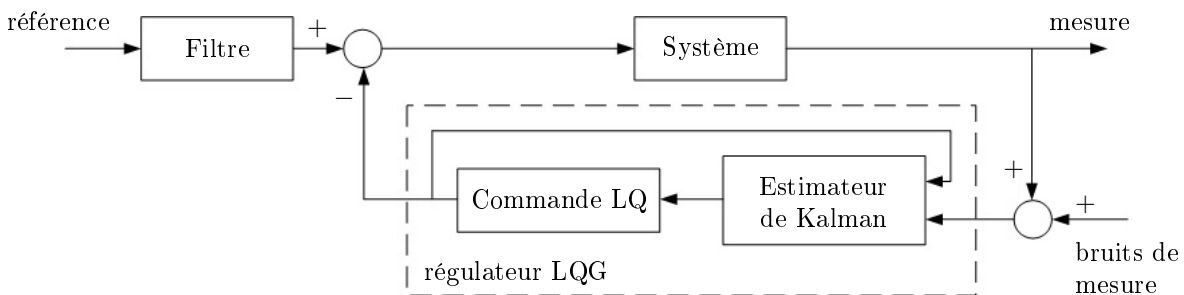


FIGURE 1.32 – Principe de la commande linéaire quadratique gaussienne

### ► La commande linéaire quadratique gaussienne

La commande linéaire quadratique gaussienne, dite commande LQG, est similaire à la commande LQ à la différence près qu'elle intègre un observateur dans la boucle de commande [50]. En effet, la commande LQG, optimale au sens de la norme  $\mathcal{H}_2$ , réunit un correcteur LQ et un estimateur de Kalman dans un souci particulier de réduire les bruits de mesure. Les propriétés

de robustesse de la boucle fermée, garanties par la commande LQ, ne sont alors plus assurées, sauf si la dynamique de l'observateur est suffisamment rapide relativement à celle du véhicule. Toutefois, des outils permettant de restaurer les marges de stabilité de la commande LQ existent, comme la procédure de réglage LTR (de l'anglais Loop Transfer Recovery) [50]. Des procédures de conception et des résultats expérimentaux de la commande LQG/LTR appliquée aux véhicules aériens sont présentés dans [51, 52] pour des hélicoptères et dans [53] pour des quadrotors.

► **La commande  $\mathcal{H}_\infty$**

L'approche  $\mathcal{H}_\infty$  est certainement la structure de commande qui a été la plus appliquée pour le pilotage des véhicules aériens autonomes [54]. En effet, ses performances sont supérieures à celles obtenues avec la commande LQG car elle intègre des éléments de robustesse directement dans sa synthèse [55, 56]. De manière générale, la commande  $\mathcal{H}_\infty$  consiste à modéliser le transfert de boucle de telle sorte qu'il présente un bon compromis entre performance et robustesse [57]. Ce modelage est réalisé par des filtres qui sont ajoutés dans la boucle de régulation, autour de la fonction de transfert du système. Ces filtres sont choisis tels que les valeurs singulières du procédé présentent un gain élevé en basses fréquences, une atténuation en hautes fréquences et une certaine fréquence de coupure. Le gain en basses fréquences assure le suivi de consigne ainsi que le rejet des perturbations constantes. Le gain en hautes fréquences procure de la robustesse vis-à-vis des dynamiques négligées dans la modélisation et des bruits dans le système. La fréquence de coupure définit quant à elle la bande passante souhaitée et donc le domaine de fonctionnement du système. Un correcteur, le plus souvent d'ordre minimum, est ensuite développé pour maximiser les marges de stabilité du système. L'avantage de l'approche  $\mathcal{H}_\infty$  par rapport aux architectures de commande précédentes est que la synthèse de ce correcteur peut se faire en utilisant les techniques d'optimisation LMI (de l'anglais Linear Matrix Inequality) [58, 59, 60]. Cette approche a été testée avec succès sur un grand nombre de plateformes expérimentales comme en attestent [61, 62, 63, 64, 65, 66]. Une comparaison entre l'approche LQG et l'approche  $\mathcal{H}_\infty$  est également disponible dans [67].

► **La commande prédictive**

L'idée de la commande prédictive [68, 69, 70], ou commande MPC (de l'anglais Model Predictive Control) est d'utiliser un modèle dynamique du système au sein de la commande dans le but d'anticiper le comportement du procédé sur un intervalle de temps donné, l'horizon de prédiction. Il devient alors possible de générer, sur cet horizon, la séquence de commande qui optimise cette prédiction de comportement vis-à-vis de la consigne. Comme pour la commande LQ, la séquence de commande est déterminée grâce à un algorithme de programmation quadratique qui minimise une fonction de coût, en prenant en considération les différentes contraintes sur les variables concernées. La première valeur de la séquence de commande est alors appliquée au système, l'horizon de prédiction est ensuite décalé et tout le processus de prédiction est reproduit. En raison du décalage de la fenêtre temporelle, la commande prédictive est également appelée commande à horizon fuyant, ou commande RHC (de l'anglais Receding Horizon Control).

En résumé, la commande prédictive correspond à la résolution d'un problème de commande optimale effectué à chaque période d'échantillonnage. Cette méthode, séduisante en théorie, souffre cependant de sévères limitations pratiques, notamment au niveau de l'influence des temps de calculs. En effet, si les temps de calculs de la commande, qui sont par ailleurs variables, ne sont pas négligeables par rapport à la période d'échantillonnage, une instabilité pourra apparaître

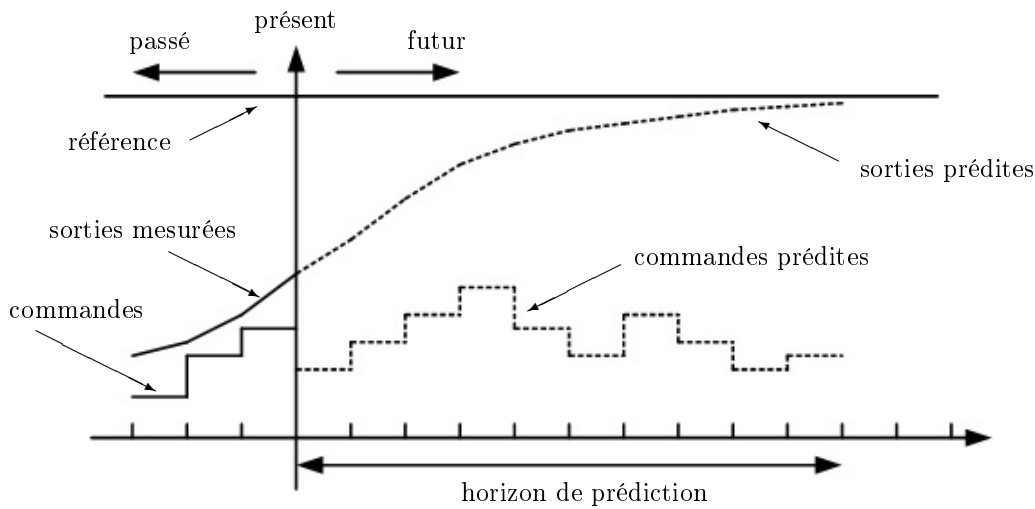


FIGURE 1.33 – Principe de la commande prédictive

dans le schéma de commande. Il faut alors s'assurer que les temps de calculs soient minimes devant la période d'échantillonnage, elle-même devant être faible vis-à-vis des constantes de temps du système (théorème de Nyquist-Shannon). C'est pourquoi la commande prédictive ne peut s'appliquer qu'à des systèmes dont la dynamique est suffisamment lente ou dont les capacités de calculs sont suffisamment élevées. Malgré ces limitations, des techniques utilisant la commande prédictive ont été mises en œuvre pour des hélicoptères dans [71, 72, 73], pour des drones à rotors coaxiaux dans [74] et pour des drones convertibles dans [75].

### ► La commande par séquençement de gains

La commande par séquençement de gains représente certainement la transition parfaite entre les approches linéaires et non linéaires. En effet, l'idée de cette approche est de commander un système non linéaire en pilotant une famille de  $N$  systèmes LTI (pour Linéaire à Temps Invariant) le représentant de façon satisfaisante en un certain nombre de points de fonctionnement. A chaque point de fonctionnement correspond alors une boucle de régulation composée d'un modèle linéaire et de sa commande. Finalement, en fonction de certaines variables, appelées variables de séquençement, la commande globale sélectionne la boucle de régulation adéquate. Ces variables peuvent aussi bien être des variables d'état que des variables exogènes, mais elles doivent absolument représenter les conditions de fonctionnement du système. Plus de détails sur ce type de commande peuvent être trouvés dans [76]. L'avantage majeur de ce type de commande est sa capacité à intégrer des méthodes de commande linéaire robuste dans des conceptions de commandes non linéaires, c'est d'ailleurs ce qui a été fait avec succès pour les hélicoptères dans [77, 78, 79]. Toutefois, certains problèmes peuvent apparaître comme l'explique [80]. Il est intéressant de noter que la famille de systèmes LTI peut être remplacée par un seul système LPV (pour Linéaire à Paramètres Variants) [81, 82].

### ► Synthèse des approches linéaires

Les approches linéaires présentées précédemment sont très intéressantes car elles permettent de déterminer avec précision la stabilité, la performance et la robustesse de la boucle fermée. Ce-

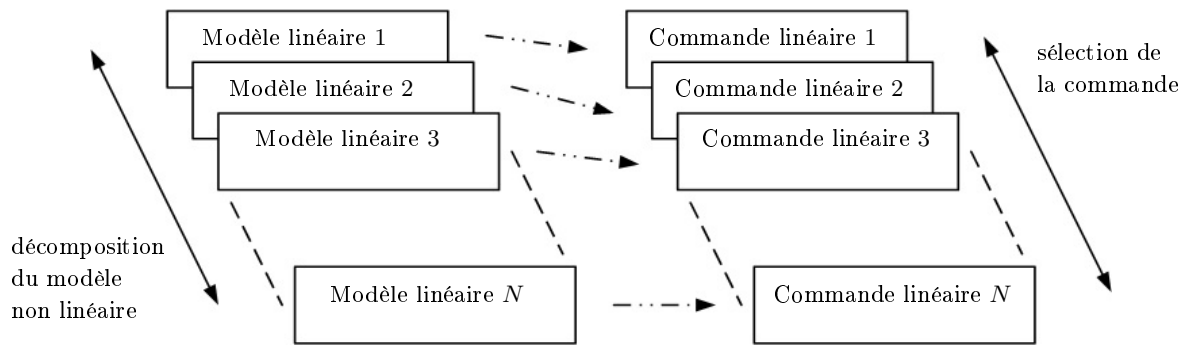


FIGURE 1.34 – Principe de la commande par séquençage de gain

pendant, ces techniques se fondent sur le fait que le système est linéaire, ce qui n'est vrai que sur une partie de l'espace d'état autour d'un point de fonctionnement particulier. Par conséquent, la preuve de stabilité n'est pas garantie si le véhicule s'écarte de ce point de fonctionnement. Des algorithmes de commande particuliers doivent alors être développés pour élargir le domaine d'opérationnalité du véhicule aérien.

### 1.3.1.2 Approches non linéaires

Dans la plupart des applications, la commande embarquée est basée sur un modèle linéarisé de la dynamique du véhicule considéré. Cependant ces dernières années, de plus en plus de recherches se sont orientées vers des commandes basées sur une représentation non linéaire de la dynamique des véhicules aériens. Ces approches non linéaires apportent une contribution théorique certaine mais leur application, de part la complexité des modèles et des algorithmes de commande, reste toutefois limitée. Les architectures de commande non linéaire les plus utilisées pour le pilotage et le guidage des drones sont maintenant présentées.

#### ► La commande par linéarisation entrée - sortie

Les premières architectures de commandes non linéaires sont pour la plupart basées sur le concept de la linéarisation entrée - sortie [83, 84, 85]. Le principe de cette approche est de transformer la dynamique non linéaire du système en une dynamique linéaire équivalente au moyen d'un changement de variables et d'un choix approprié d'entrées de commande. La linéarisation entrée - sortie signifie donc la création d'une relation différentielle linéaire entre la sortie du système et sa nouvelle entrée. La méthode d'obtention d'un système linéarisé est simple car il suffit de dériver la sortie choisie par rapport au temps jusqu'à ce que les entrées de commande apparaissent [86]. Il est donc indispensable que le modèle du système soit parfaitement connu, ce qui est très difficile à garantir en pratique. Une seconde difficulté, beaucoup plus critique, concerne l'inobservabilité d'une partie de la dynamique du système induite par le processus de linéarisation. Cette dynamique interne non mesurable correspond à la dynamique des zéros. Si cette dynamique est instable, le système est dit à non minimum de phase et la commande en boucle fermée sera également instable. Or il a été montré que la dynamique de la plupart des véhicules aériens est à phase strictement non minimale [87]. Il est alors nécessaire d'utiliser une procédure de linéarisation entrée - sortie basée sur un modèle approximatif de la dynamique des

drones, comme cela a été fait dans [88, 87, 89]. Cette approximation consiste à ignorer les termes de couplage existants entre les forces et les moments générés par le mécanisme de propulsion du véhicule.

### ► La commande par backstepping

La structure résultante de cette approximation a également la forme adaptée pour la commande dite par backstepping [90], qui a d'ailleurs été appliquée aux hélicoptères [91, 92, 93], aux quadrotors [94] et aux drones à rotors coaxiaux [95]. La commande par backstepping, construite via un algorithme itératif, permet de résoudre certains problèmes de conception avec des conditions moins restrictives que celle imposées dans d'autres approches. Toutefois, dans le cas des véhicules aériens, la détermination des entrées de commande est complexifiée dans la mesure où la dynamique de translation est sous actionnée. Tout comme pour la commande par linéarisation entrée - sortie, la solution la plus couramment utilisée pour remédier à cette situation est d'effectuer une extension dynamique de la poussée verticale [84]. De ce fait, la poussée verticale et sa première dérivée temporelle sont considérées comme des états internes à la commande. L'expression des signaux de commande qui résulte de cette opération sont alors complexes et ardues à implémenter. De plus, la fréquence de mesure de la translation est bien souvent inférieure à celle de la rotation et les deux approches évoquées ne prennent pas en compte ces différentes cadences. Or, le calcul des signaux de commande se fait sur la base de la fréquence la plus lente, ce qui est incompatible avec les besoins nécessaires à la stabilisation des drones. Une méthode de commande permettant la séparation des échelles de temps, telle que la commande hiérarchique, est donc plus appropriée.

### ► La commande hiérarchique

Le principe de la commande hiérarchique consiste à séparer la commande en translation de la commande en rotation, rejoignant ainsi l'architecture en cascade classique des algorithmes de pilotage. De nombreuses variantes existent comme [96] pour les quadrotors et [97, 98] pour les drones à rotors coaxiaux, mais toutes sont basées sur la même théorie. En effet, dans tous les cas, une première loi de commande détermine la poussée verticale et l'orientation nécessaire à la stabilisation de la dynamique de translation. Cette orientation est ensuite considérée comme la référence que doit suivre une seconde loi de commande pour stabiliser la dynamique de rotation. Ainsi, les sorties de la commande de haut niveau servent de consignes pour la commande de bas niveau, d'où la notion de commande hiérarchique. Il est intéressant de noter que chaque loi de commande peut être développée séparément. La principale difficulté de cette structure de commande est alors de démontrer la stabilité du système global en boucle fermée, d'assurer la non saturation des actionneurs et de garantir de bonnes performances ainsi qu'un comportement robuste vis-à-vis des perturbations.

### ► La commande par saturations imbriquées

Les techniques de saturations imbriquées [99, 100] sont un excellent artifice pour concevoir des algorithmes de commande robuste pour le pilotage de véhicules aériens en présence d'incertitudes. C'est cette méthode qui a été utilisée pour traiter le problème de suivi de trajectoires pour des hélicoptères [101, 102] et des drones à rotors coaxiaux [13, 103]. Dans ces travaux, l'approche proposée consiste à séparer la commande sur l'axe vertical, réalisée par PID, de la commande sur les axes longitudinaux et latéraux, réalisée quant à elle de façon hiérarchique. La commande

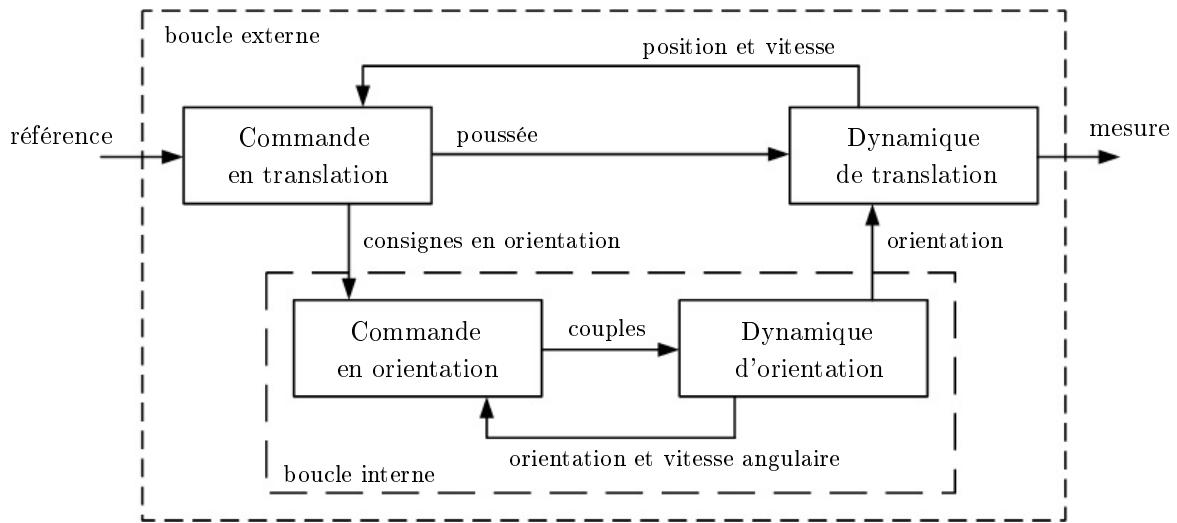


FIGURE 1.35 – Schéma structurel de la commande hiérarchique

de la boucle interne, liée à l'orientation du véhicule, est alors réalisée par PID tandis que celle de la boucle externe, liée à la position du drone, utilise les propriétés de la commande par saturations imbriquées. Les avantages de cette architecture de commande sont surtout liés au caractère borné des entrées de commande, notamment des termes intégraux, et à la robustesse vis-à-vis des incertitudes paramétriques. En effet, ces incertitudes relatives à la masse du véhicule, à sa matrice d'inertie et aux différents coefficients aérodynamiques sont compensées par les intégrateurs. Cependant, la robustesse à l'égard de perturbations aérodynamiques n'est abordée ni dans la conception de la commande ni dans l'analyse de stabilité associée. La présence des intégrateurs peut toutefois offrir un certain niveau de robustesse envers ces perturbations aérodynamiques.

### ► La commande par modes glissants

Une stratégie de commande alternative très efficace concernant la sensibilité aux incertitudes paramétriques est la commande par modes glissants, de la famille des commandes à structure variable [104]. Cette méthode consiste à modifier la dynamique d'un système non linéaire en lui appliquant un signal de commutation haute fréquence le forçant à rejoindre, puis à rester sur une surface. Cette surface, appelée surface de glissement, aura préalablement été choisie en fonction des objectifs de commande. Cette approche de commande n'est donc pas une fonction continue du temps. Au lieu de cela, elle passe d'une structure continue à une autre en fonction de la position actuelle dans l'espace d'état. Le fait que la commande soit discontinue est un élément important car elle permet ainsi de stabiliser des systèmes qui ne le seraient pas avec des signaux continus. C'est ainsi que cette architecture de commande fût implantée sur les hélicoptères [105] et les quadrotors [106, 107, 108].

Cependant, la commande par modes glissants doit être appliquée avec soin car la robustesse vis-à-vis des incertitudes n'est pas garantie pendant la période précédant le glissement, appelée phase d'accrochage. Une solution consiste alors à éliminer cette phase d'accrochage en forçant le système à suivre le régime glissant à tout instant, c'est la commande par mode glissant intégral [109, 110, 111]. Le problème de robustesse lors de la phase d'accrochage n'est toutefois

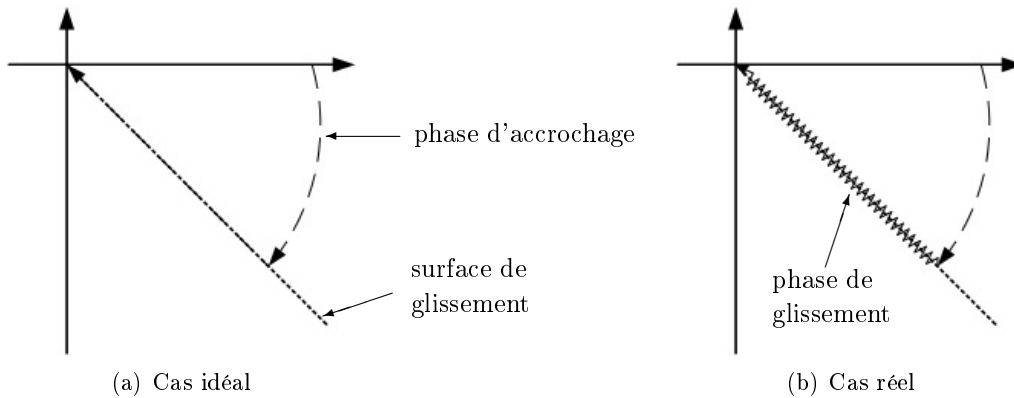


FIGURE 1.36 – Fonctionnement de la commande par mode glissant

pas le seul inconvénient de cette stratégie de commande. En effet, en raison d'imperfections au niveau des actionneurs, l'application stricte de la commande par modes glissants peut entraîner un phénomène de vibrations conduisant à l'excitation des dynamiques non modélisées et à des dommages sur le système [85]. Afin d'atténuer ce phénomène de vibrations, plusieurs techniques ont été proposées dans la littérature, comme la commande dite par logique floue.

#### ► La commande par logique floue

L'idée de la commande par logique floue [112, 113] est de se rapprocher dans une certaine mesure de la flexibilité du raisonnement humain quant au pilotage d'un système. Elle introduit ainsi la notion de graduation lors de la commutation du signal de commande d'une structure à une autre. De cette façon, il est permis que la commande soit dans un état intermédiaire, autre que celui imposé par les structures de commande définies par la commande par mode glissant. L'approche par logique floue confère ainsi une souplesse de commande très appréciable, ce qui rend possible la prise en compte des incertitudes paramétriques et l'atténuation du phénomène de vibrations précédemment cité [114, 115]. Bien que le réglage d'une telle commande soit délicat, surtout dans le cas de contraintes de performances élevées, de nombreux travaux reposent sur cette stratégie comme en atteste [116]. L'application de cette technique de commande pour le pilotage des drones n'est d'ailleurs pas en reste puisqu'elle est mise en pratique avec succès dans [36, 117, 118]. Dans [119], l'architecture de commande par logique floue d'un quadrotor est complétée par un mécanisme d'adaptation permettant de prendre en compte les perturbations externes liées au vent.

#### ► La commande adaptative

Comme son nom l'indique, la commande adaptative [120, 121] est une technique où les paramètres de commande varient en temps réel pour s'adapter à des changements dans la dynamique du système. Ces changements peuvent être dus à des erreurs de modélisation, à des incertitudes paramétriques ou à des perturbations externes. L'intérêt de cette méthode réside également dans le fait qu'il n'est pas toujours nécessaire d'appliquer la même complexité de traitement à toutes les données pour produire un signal de commande correct. Généralement, la structure de la commande adaptative est constituée en associant un estimateur, qui fournit une estimation de la



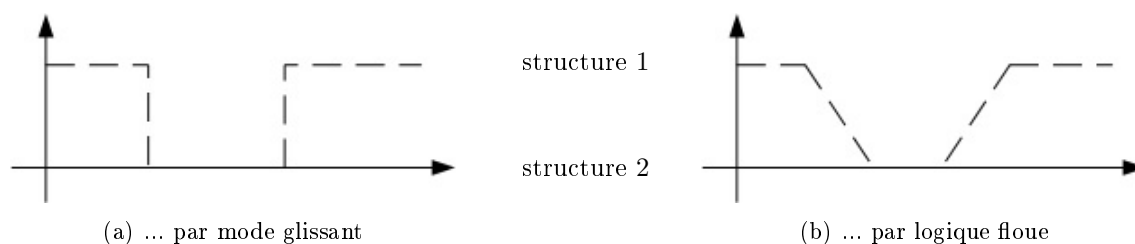


FIGURE 1.37 – Séquence de commutation dans le cas de la commande ...

valeur des paramètres inconnus, avec une architecture de commande. Les formes que peut prendre l'estimateur sont diverses puisqu'elles regroupent les simples filtres adaptatifs, les observateurs d'état et les réseaux de neurones [122]. De ce fait, les stratégies de commande présentées jusqu'à présent peuvent être combinées avec l'une de ces approches d'estimation pour acquérir des propriétés adaptatives. Pour le cas spécifique des drones, cette association a été faite, entre autres, dans [123] pour la commande par linéarisation entrée - sortie, dans [95, 124] pour la commande par backstepping, dans [125] pour la commande hiérarchique, dans [126] pour la commande par saturations imbriquées, dans [127] pour la commande par mode glissant et donc dans [119] pour la commande par logique floue. L'utilisation des réseaux de neurones reste cependant modérée car elle accroît de façon significative l'ordre de la commande. En conséquence, au lieu d'être synthétisés sur la base du modèle non linéaire de la dynamique du véhicule, ces algorithmes de commande sont conçus sur des modèles linéarisés autour du vol stationnaire. Dans [128], l'analyse est encore plus restreinte car le modèle utilisé se limite aux mouvements longitudinaux et verticaux d'un hélicoptère.

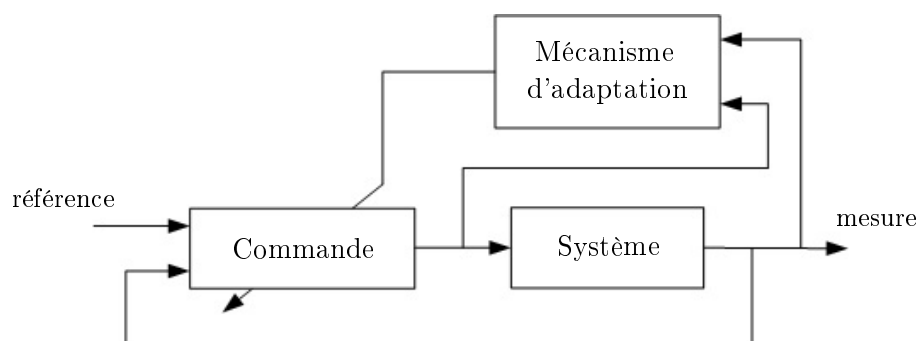


FIGURE 1.38 – Principe de la commande adaptative

### ► La commande tolérante aux défauts

Les erreurs de modélisation, les incertitudes paramétriques et les perturbations externes ne sont pas les seuls effets néfastes auxquels doit faire face un algorithme de commande. En effet, les actionneurs et les capteurs embarqués à bord du véhicule peuvent également subir des pannes et il faut alors pouvoir garantir l'efficacité de l'appareil en présence de ces défaillances. C'est là tout l'enjeu de la commande tolérante aux défauts [129]. Cependant, il est important de souligner que lorsqu'un défaut apparaît, que ce soit au niveau des actionneurs ou des capteurs, les

caractéristiques de l'ensemble du système peuvent subir des dommages conséquents. Ainsi, les actionneurs peuvent ne plus fournir suffisamment de puissance motrice, tandis que les capteurs peuvent ne plus renvoyer de mesures fiables. Il est alors évident que cette approche n'a pas la capacité d'offrir des performances optimales quant au fonctionnement du système. Elle a toutefois la faculté d'atténuer les effets des défaillances des différents composants du système sans totalement compromettre la réalisation de la mission. La philosophie de cette stratégie de commande est donc d'accepter une diminution sensible des performances du système pour maintenir la disponibilité de l'installation. Son fonctionnement se décompose en deux étapes successives [130]. La première étape consiste à détecter, à localiser et à identifier une panne affectant le système. Puis, en fonction de la sévérité de la panne, une commande alternative est mise en œuvre via un mécanisme de supervision en adaptant les paramètres de la commande initiale ou en mettant en place une nouvelle structure de commande. Ces systèmes de commande, faisant intervenir explicitement et simultanément des phénomènes continus et événementiels, sont appelés des systèmes hybrides. Plusieurs concepts et méthodes existent pour concevoir de telles commandes et sont présentés dans [131, 132]. Certaines de ces techniques ont été reprises dans [133, 134, 135] pour la conception d'algorithmes de commande tolérante aux défauts appliqués aux véhicules aériens. Dans [136], le mécanisme de supervision qui génère les nouvelles trajectoires de référence en fonction des ressources disponibles est basé sur la notion de platitude différentielle.

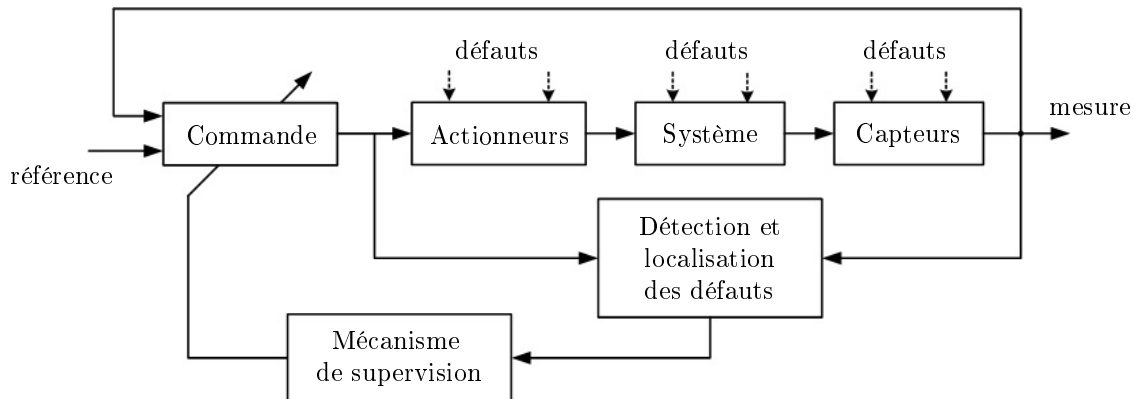


FIGURE 1.39 – Principe de la commande tolérante aux défauts

### ► La commande par platitude

Un système est dit plat s'il existe une sortie, appelée sortie plate, telle que tous les états et toutes les entrées du système puissent être explicitement exprimés en fonction de la sortie plate et de ses dérivées successives [137]. Cette approche de commande permet donc d'exprimer relativement facilement les entrées de commande à appliquer au système en fonction des trajectoires désirées. A ce jour, il n'existe aucune caractérisation formelle des systèmes plats dans la littérature, et la recherche d'une sortie plate est souvent difficile. Cependant, les systèmes non linéaires dont la linéarisation entrée - sortie est possible au moyen d'un certain changement de variables sont également différentiellement plats [138]. Ainsi, les auteurs de [139], sur la base des travaux de [87] présentés précédemment, ont appliqué une commande par platitude pour le pilotage d'un hélicoptère. Plus précisément, la stratégie de commande s'est basée sur le concept de platitude externe, une alternative à la platitude différentielle, introduit par [140]. Le concept de platitude

externe décrit les systèmes pouvant être séparés en deux sous systèmes interconnectés : un sous système externe plat et un sous système interne qui ne l'est pas. Ce concept rappelle alors la notion de structure hiérarchique précédemment présentée.

► **La commande  $\mathcal{H}_\infty$  non linéaire**

Les bonnes performances de la commande  $\mathcal{H}_\infty$  dans le cas linéaire ont poussé les chercheurs à essayer d'étendre ses caractéristiques au cas non linéaire [141, 142]. Il a été montré dans [143] que cette approche était possible sous réserve de pouvoir calculer la solution d'une équation aux dérivées partielles de Hamilton - Jacobi - Bellman - Isaacs. Cependant, la résolution analytique de cette équation est impossible dans le cas général et très difficile pour des systèmes non linéaires spécifiques [144]. Par conséquent, plusieurs méthodes numériques ont été proposées pour approximer la solution de cette équation aux dérivées partielles. Les auteurs de [145] ont ainsi proposé une amélioration de l'approche par approximation polynomiale basée sur les séries de Taylor initialement présentée dans [146]. Les travaux présentés dans [147, 148] utilisent, quant à eux, la méthode d'approximation de Galerkin afin de générer une commande stabilisatrice dans une région définie de l'espace. Les développements et les résultats les plus récents à ce sujet sont réunis et présentés dans [149]. Malgré la difficulté de synthèse précédemment évoquée, la commande  $\mathcal{H}_\infty$  non linéaire a été implémentée pour le pilotage des hélicoptères dans [150, 151] et plus récemment pour celui des quadrotors dans [152]. Les simulations réalisées en présence de perturbations aérodynamiques, d'incertitudes structurelles et paramétriques démontrent l'efficacité et la robustesse de cette stratégie de commande. Dans [153], la structure de commande est accompagnée par un dispositif de prédiction pour assurer le suivi de trajectoire.

► **La commande prédictive non linéaire**

Le principe de la commande prédictive non linéaire [154, 155] est exactement le même que celui de la commande prédictive définie précédemment, sauf que le modèle dynamique utilisé pour la prédiction du comportement du système est non linéaire. Lorsque ce modèle est linéaire, la solution analytique globale du problème d'optimisation existe et est relativement simple à déterminer [69, 70]. Mais lorsque ce modèle est non linéaire, il n'est pas certain que l'algorithme d'optimisation converge vers la solution analytique globale et si une solution est trouvée, il n'est pas sûr qu'elle le soit suffisamment rapidement. En effet, l'utilisation d'un modèle non linéaire implique la résolution d'un problème d'optimisation non linéaire dont la complexité est liée au degré de précision du modèle. Plusieurs techniques numériques ont alors été développées afin de garantir la convergence de l'algorithme d'optimisation vers une approximation de l'optimum global [156]. Si certaines de ces méthodes, comme la méthode d'Aliénor, ont prouvé leur efficacité, elles ne sont cependant pas appropriées à la commande des drones du fait de leur temps de calcul conséquent. Parmi les techniques pouvant être embarquées à bord des véhicules est utilisée, entre autres, la méthode du gradient [157, 158], la méthode par programmation quadratique séquentielle [159] ou la méthode par essaim de particules [160]. Certaines techniques se basent également sur l'approximation de certains signaux par leur développement en série de Taylor [161], comme c'est le cas dans [162].

► **La commande par asservissement visuel**

Si la plupart des véhicules aériens autonomes sont équipés de systèmes de vision pour la réalisation de missions d'observation, peu d'entre eux les utilisent comme source d'informations pour

la commande. Pourtant, ces systèmes permettent d'obtenir des renseignements complémentaires non seulement sur la position et l'orientation du véhicule, mais également sur la position de la cible à atteindre. De plus, l'asservissement visuel représente une alternative intéressante lorsque les informations de position et de vitesse absolue données par le système de positionnement par satellites sont altérées ou indisponibles. Le principe de la commande par asservissement visuel consiste alors à utiliser les informations issues du système de vision dans la boucle de pilotage du drone. Plusieurs méthodes de traitement d'images ont ainsi été développées pour extraire les données utiles à l'algorithme de commande et peuvent être regroupées selon trois catégories [163]. Les premières méthodes, appelées asservissements 3D ou PBVS (de l'anglais Position Based Visual Servoing), consistent à estimer la position et l'orientation en trois dimensions de la caméra par rapport à l'objet de référence à partir d'une image de ce dernier. Ces techniques d'estimation reposent sur la connaissance a priori d'un modèle en trois dimensions de l'objet et des paramètres intrinsèques de la caméra. L'enjeu de la commande est alors d'amener progressivement la caméra, et donc le véhicule, à sa position désirée par rapport à l'objet d'intérêt. La qualité de la réponse du système en boucle fermée dépend donc directement de la qualité de l'estimation réalisée, ce qui rend la commande très sensible aux erreurs de modélisation de l'objet et d'étalonnage de la caméra. Les secondes méthodes, appelées asservissements 2D ou IBVS (de l'anglais Image Based Visual Servoing), utilisent, quant à elles, directement les informations visuelles extraites de l'image. Toute la phase d'estimation pouvant impliquer des incertitudes est ainsi supprimée, rendant cette approche fondamentalement plus robuste. La commande est alors conçue pour piloter les caractéristiques de l'image vers une configuration de référence. Le principal inconvénient de ces deux méthodes est qu'aucun contrôle véritable de l'image n'est effectué. Par conséquent, il se peut que l'objet de référence sorte du champ de vision de la caméra au cours de ses déplacements, entraînant l'arrêt de la commande. Il est toutefois possible de faire en sorte que l'objet reste visible, mais cela imposerait alors des mouvements inadéquats, voire impossibles, de la caméra. Les troisièmes méthodes, appelées asservissements 2D 1/2 ou HBVS (de l'anglais Homography Based Visual Servoing), combinent les deux approches précédemment présentées. Ainsi, les données utilisées par la commande sont, pour certaines, exprimées dans le repère de la caméra et, pour les autres, exprimées directement dans l'image [164]. Cette approche originale permet de séparer les boucles d'asservissement en translation et en rotation et de ce fait, de conserver en permanence l'objet dans le champ de vision de la caméra. Cette stratégie de commande est donc très intéressante car elle ne présente pas les inconvénients des approches précédemment présentées. Chacune de ces trois méthodes de commande a été expérimentée avec succès pour le pilotage des drones dans [165], [166] et [167], respectivement. Il est cependant important de rappeler que les systèmes de vision ne sont pas aussi fiables que les autres capteurs car ils sont très sensibles aux changements de luminosité.

### ► Synthèse des approches non linéaires

Les différentes stratégies de commande présentées dans cette section sont intéressantes car elles permettent de répondre efficacement à de nombreuses situations pouvant émerger lors du vol d'un drone. De plus, il est tout à fait possible de combiner certaines propriétés de ces approches en une seule commande afin d'améliorer les performances du véhicule. Il est cependant important de noter que l'inventaire réalisé n'est pas exhaustif et que d'autres structures de commande sont en cours de développement. Parmi elles, l'architecture la plus prometteuse est certainement la commande d'ordre fractionnaire [168] car ses propriétés ne peuvent être remplacées par un quelconque autre système [169]. En quelques mots, l'analyse fractionnaire est une branche de l'analyse qui étudie la possibilité qu'un opérateur différentiel puisse être élevé à un ordre non

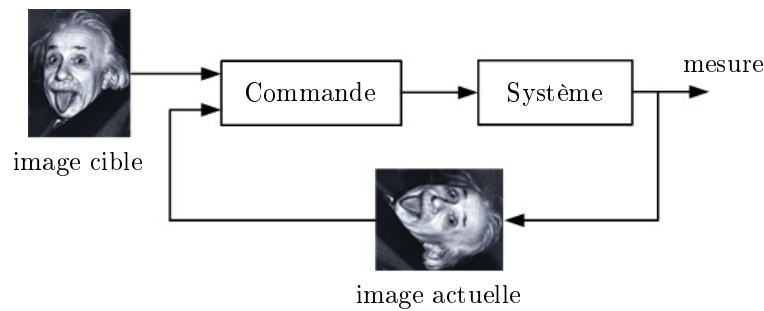


FIGURE 1.40 – Principe de la commande par asservissement 2D

entier. Ce procédé permet alors la définition de dérivées ou d'intégrales fractionnaires. L'utilisation de cette approche de commande pour les véhicules autonomes reste à ce jour très limitée, ou ne sert qu'à piloter une certaine partie de l'appareil [170, 171].

### 1.3.2 Les méthodes pour la navigation

Les fonctions de guidage et de pilotage présentées dans la section précédente regroupent les méthodes permettant au véhicule de modifier sa position et son orientation. La fonction de navigation, quant à elle, est constituée de l'ensemble des techniques localisant le véhicule dans son environnement, lui permettant alors de maîtriser ses déplacements. Elle est donc d'une importance capitale quant au bon déroulement et à la réussite d'une mission. Plusieurs approches de navigation autonome peuvent alors être employées.



FIGURE 1.41 – Navigation par suivi de terrain par flux optique [1]

#### 1.3.2.1 La navigation par suivi de terrain

L'objectif de cette approche consiste à maintenir un appareil à une altitude constante par rapport au sol tout au long de sa mission. Cet axe a suscité de nombreuses recherches, notamment dans le domaine militaire pour le vol de missiles ou de chasseurs de combat devant opérer à très basse altitude pour se situer sous la couverture radar de l'adversaire. Dans la majorité des cas, un RADAR hyperfréquence est embarqué à bord du véhicule, ce qui lui permet de suivre le relief

au plus près ou de reconnaître le terrain pour une mission de bombardement. Ainsi, lorsque la durée de l'intervalle de temps entre l'émission du signal RADAR et la réception de son écho varie en raison d'un mouvement de terrain, le véhicule adapte son altitude pour s'ajuster au relief. Pour les véhicules de plus petite taille, le RADAR est généralement remplacé par une caméra et ce sont les informations issues du flux optique qui permettent de détecter les variations de distance par rapport au sol [1, 27].

### 1.3.2.2 La navigation par points de passage

L'objectif de cette approche consiste à faire passer un appareil par une succession de points de référence dont la position a été définie a priori par un opérateur. C'est la méthode de navigation la plus souvent utilisée car elle permet de fixer des consignes de position dans les trois dimensions. Contrairement aux véhicules à voilure fixe, ceux munis de voilure tournante peuvent si nécessaire s'immobiliser à un ou plusieurs points de passage avant de rejoindre le point suivant. Dans tous les cas, pour rallier un point de passage, l'algorithme de commande se base sur l'état actuel du véhicule fourni par les capteurs embarqués et sur la position du point de passage cible.

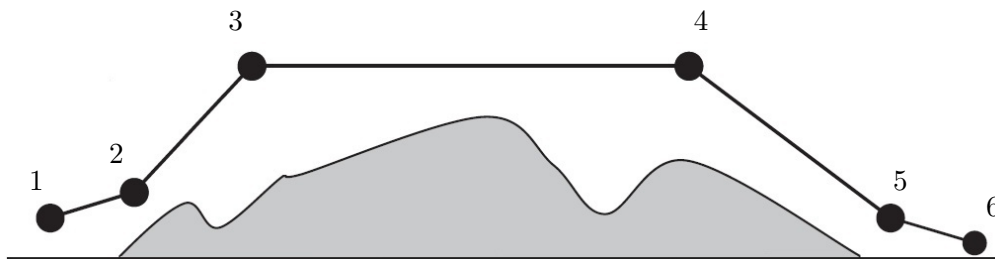


FIGURE 1.42 – Navigation par points de passage

Une extension à cette approche, également très utilisée par les véhicules aériens autonomes, est la navigation par suivi de trajectoires. Dans ce cas, il ne s'agit plus de simplement atteindre une certaine position, mais de contraindre l'appareil à suivre un chemin particulier pour rallier cette position. Ce problème peut être vu comme un problème de navigation par points de passage avec un nombre infini de points.

### 1.3.2.3 L'évitement des obstacles

En navigation autonome, la présence d'un mécanisme de détection et d'évitement des obstacles à bord des véhicules est indispensable afin d'éviter toute collision. Historiquement, les premières stratégies de navigation tiraient parti de la liberté de mouvement le long de l'axe vertical pour prévenir les risques de collision. En effet, les avions et les premiers drones volant à haute ou moyenne altitude, la modification de l'altitude de croisière suffisait à éviter un obstacle. Cependant, avec l'évolution des besoins et l'apparition de nouveaux théâtres d'opérations, les ingénieurs se sont intéressés à des stratégies de contournement dans le plan horizontal. Dans cette optique, une première solution consiste à définir un ensemble de zones convexes où le véhicule ne doit pas pénétrer. Il s'agit alors de déterminer la trajectoire optimale à suivre pour rallier la cible en contournant ces zones d'exclusion. Cette stratégie de navigation est particulièrement efficace

si la position des zones interdites est parfaitement connue et si aucun obstacle imprévu se dresse sur la trajectoire du drone. Dans le cas d'un espace encombré, comme les milieux urbains, les véhicules autonomes doivent de surcroît posséder des capacités de détection et de réaction en temps réel afin de se comporter de façon appropriée vis-à-vis d'un obstacle inopiné. Le mécanisme de détection peut alors être composé de capteurs, comme c'est le cas dans [172], ou bien d'un dispositif optique, tel que présenté dans [173] pour un quadrotor. Dans [174], les objectifs de navigation sont encore plus contraignants car le drone doit pouvoir suivre une cible mobile au sol tout en détectant et en évitant les collisions.

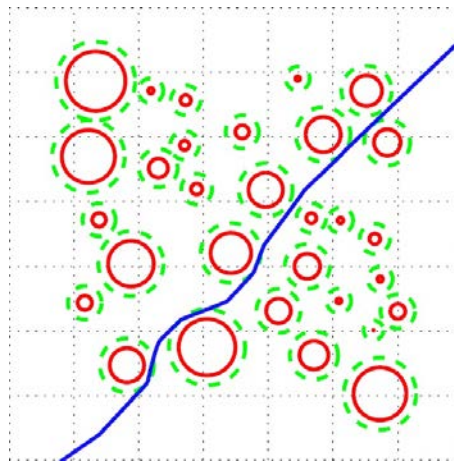


FIGURE 1.43 – Génération de trajectoire par contournement des obstacles

### 1.3.3 Synthèse

Les différentes méthodes présentées dans cette section sont le fruit de diverses recherches concernant le pilotage, le guidage et la navigation des véhicules autonomes. Ces développements se sont constamment dirigés vers la création de nouvelles stratégies de commande pour répondre à des besoins civils ou militaires toujours plus exigeants. En effet, les drones doivent pourvoir accomplir des missions malgré de nombreuses perturbations pouvant les affecter, telles que les conditions environnementales, les défaillances de capteurs et les pannes d'actionneurs. Les structures présentées dans cette section matérialisent donc l'intelligence des drones, sans laquelle ils ne pourraient être autonomes.

## 1.4 Conclusion

Ce premier chapitre dresse un inventaire des différentes techniques existantes dans le domaine des véhicules aériens autonomes à voilure tournante. Il ne se veut certainement pas exhaustif, mais il illustre toute l'ingéniosité et la diversité des architectures mécaniques, des technologies de capteurs et des stratégies de commande pouvant être utilisées. Ce chapitre permet donc de bien appréhender ces trois éléments fondamentaux de la chaîne de pilotage d'un appareil autonome. Par ailleurs, il présente les enjeux, les limitations et les problèmes inhérents à la modélisation et à la commande des véhicules munis de rotors. En résumé, le choix de la structure mécanique du

drone, des capteurs à embarquer et de son intelligence n'est pas anodin et doit impérativement correspondre aux missions pour lesquelles il sera employé, ainsi qu'aux degrés de performances recherchés.

Le chapitre suivant est consacré à la présentation du projet dont est issue cette thèse, et de ses objectifs. Le choix de la solution mécanique retenue pour équiper le drone est également motivé. Enfin, le modèle mathématique représentant le comportement dynamique est détaillé, permettant l'élaboration de futurs algorithmes de commande.



## Chapitre 2

# Présentation et modélisation du drone

Le développement de nouvelles architectures mécaniques et de nouvelles stratégies de navigation autonome pour les drones est devenu très actif depuis quelques années. Plus précisément, les véhicules ayant la capacité de combiner le vol de translation avec le vol stationnaire ont suscité un fort intérêt dans la recherche. Les efforts se sont donc naturellement tournés vers la conception de modèles réduits de véhicules à voilure tournante, d'autant plus que le retour d'expérience acquis sur les modèles grandeur nature est considérable. Ces drones miniatures ont de plus de bonnes aptitudes pour la réalisation de missions d'observation dans des environnements hostiles. Par ailleurs, la miniaturisation des composants électroniques, l'augmentation des capacités de traitement des nouveaux processeurs et les progrès réalisés dans le développement de batteries de nouvelle génération rendent possible l'émergence de plateformes miniatures autonomes pour la réalisation de ces missions. Le drone GLMAV (de l'anglais Gun Launched Micro Aerial Vehicle) est l'une de ces plateformes.

Cependant, la dynamique des véhicules aériens autonomes à voilure tournante est particulièrement complexe, tant les non linéarités et les interactions aérodynamiques sont nombreuses. Il devient alors très difficile de construire un modèle mathématique complet rassemblant tous les effets indésirables. En effet, pour être vraiment complet, il serait indispensable de caractériser tous ces effets pour chacune des configurations de vol. C'est pourquoi il est généralement mis l'accent sur le développement d'un modèle dynamique simplifié. La principale difficulté dans le développement de ce modèle réside dans le fait qu'il doit être suffisamment riche afin de pouvoir simuler le comportement du drone avec précision, mais également suffisamment simple pour permettre l'analyse et la synthèse de lois de commande.

La première partie de ce chapitre est consacrée à la présentation du GLMAV, en se focalisant sur son architecture mécanique et son fonctionnement en vol. Dans un second temps, son modèle dynamique sera construit à partir des principes fondamentaux de la mécanique et de la mécanique des fluides. En effet, il a été montré dans [175] que la dynamique d'un véhicule aérien peut être considérée comme étant l'évolution de son corps rigide, à laquelle sont ajoutées les forces aérodynamiques générées par ses rotors. Pour cette raison, la première étape de construction consistera à décrire l'évolution d'un corps rigide en appliquant les lois de Newton et d'Euler. La seconde étape consistera, quant à elle, à caractériser les effets aérodynamiques essentiels associés à l'architecture mécanique du drone. Enfin, la dernière partie du chapitre sera consacrée à la mise en évidence du problème de la dynamique des zéros inhérente à ce type de véhicule, et à l'élaboration d'un modèle propre à la synthèse de la commande.

## 2.1 Présentation du drone

Le projet GLMAV a été initié en décembre 2006 à l'Institut franco-allemand de recherches de Saint-Louis (ISL) dans le cadre de ses activités de recherche sur les missiles et les projectiles. Les travaux présentés dans ce manuscrit s'inscrivent dans le cadre d'une collaboration entre les équipes de recherche de l'ISL, le laboratoire pour l'HEUristique et le DIAgnostic des SYstèmes Complexes (HEUDIASYC) de Compiègne et le Centre de Recherche en Automatique de Nancy (CRAN). Ces deux dernières entités étant des Unités Mixtes de Recherche (UMR) du Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS). A ces trois laboratoires est ajouté le savoir-faire de la Petite et Moyenne Entreprise (PME) SBG Systems, spécialisée dans la réalisation de capteurs basés sur la technologie MEMS. Le financement de ce projet est assuré par l'Agence Nationale de la Recherche (ANR) jusqu'en décembre 2013. Plusieurs clients sont d'ores et déjà intéressés par le projet, comme la Direction Générale de l'Armement (DGA) et le Groupe d'Intervention de la Gendarmerie Nationale (GIGN), témoignant du caractère innovant du concept.

### 2.1.1 Le cahier des charges du projet

L'objectif de ce projet est de démontrer la faisabilité d'un concept inédit de drone miniature d'observation, présenté dans la prochaine section. Pour être exploitable en contexte opérationnel, le véhicule doit pouvoir se piloter facilement, même par des opérateurs non experts en modélisme. Il est donc impératif que le drone soit capable de contrôler automatiquement sa position et son orientation afin de soulager la charge de l'opérateur. Ce dernier spécifie alors des coordonnées spatiales que le véhicule doit atteindre en un minimum de temps, l'autonomie en vol étant limitée. A ce jour, aucun dispositif de détection d'obstacles n'est installé sur le drone [176], il incombe donc au pilote de s'assurer que la trajectoire de vol entre deux points de passage est dégagée. Cependant, la difficulté majeure de la phase de vol du drone reste la robustesse de l'appareil vis-à-vis de perturbations externes, principalement liées aux conditions atmosphériques. En effet, le véhicule doit démontrer une capacité de vol stationnaire en présence d'efforts aérodynamiques venant le déstabiliser, ceci dans l'optique de transmettre des images stables à l'opérateur. Les performances attendues de ce concept sont alors les suivantes :

- le système doit être maniable par une personne seule, notamment en termes de masse et d'encombrement,
- le système doit être opérationnel en moins de 30 secondes,
- la structure mécanique du système doit pouvoir supporter toutes les contraintes subies durant le vol,
- le véhicule doit pouvoir atteindre des coordonnées distantes en présence d'efforts aérodynamiques externes,
- le véhicule doit pouvoir maintenir sa position en présence d'efforts aérodynamiques externes.

### 2.1.2 Le concept inédit du GLMAV

Le concept du GLMAV consiste à déployer un drone très rapidement au-dessus d'un site à observer, en utilisant l'énergie fournie par un dispositif de propulsion externe. Son principe de fonctionnement, illustré à la figure 2.1, est décomposé en trois phases de vol. Durant la première phase, le drone est conditionné dans un projectile, puis lancé par une arme portative. La vitesse

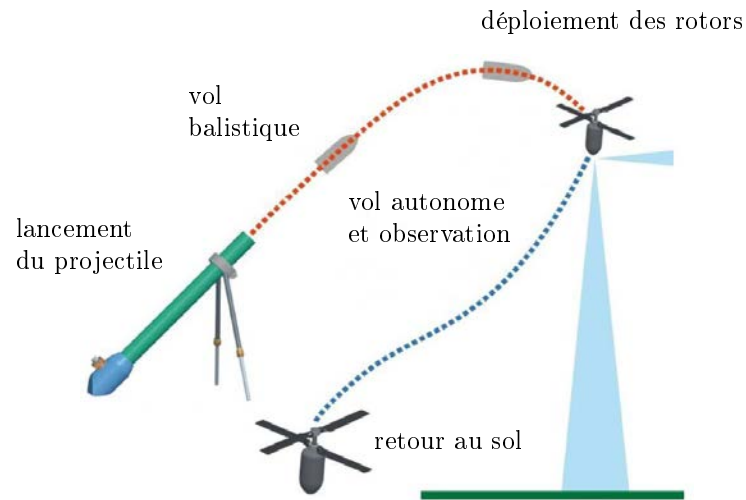


FIGURE 2.1 – Les phases de vol du GLMAV

en sortie de canon est de l'ordre de 150 mètres par seconde, permettant d'atteindre une zone située à 500 mètres en cinq secondes environ. A l'issue de sa trajectoire balistique, la seconde phase de vol consiste à extraire les rotors, transformant ainsi le projectile en un véhicule aérien. Après s'être stabilisé en l'air, le drone remplit sa mission d'observation de façon autonome et retourne au sol dans une zone où il pourra être facilement récupéré. Ce concept affiche donc les avantages de préserver l'intégralité de l'énergie embarquée pour la phase de vol autonome, ainsi que la capacité d'être pleinement opérationnel en un minimum de temps. Les deux configurations de vol du GLMAV sont visibles à la figure 2.2.

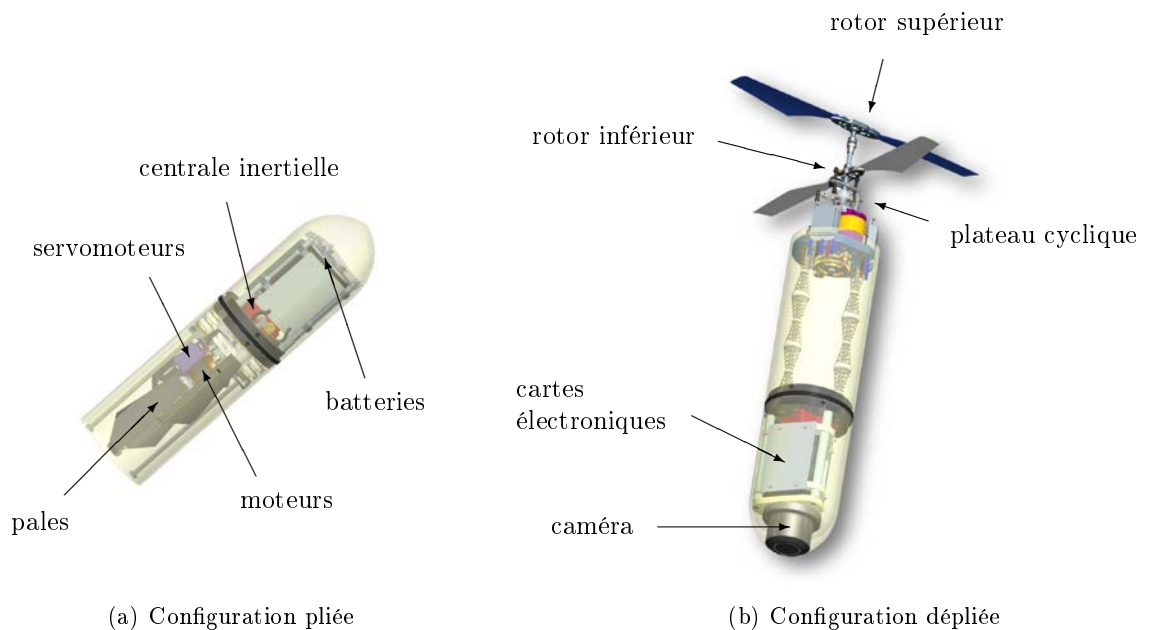


FIGURE 2.2 – Les configurations mécaniques du GLMAV

Deux projets, l'un présenté dans [177] et l'autre dans [178], sont similaires au concept du GLMAV pour des missions dans des environnement urbains. Toutefois, le GLMAV diffère fortement de ces projets par sa masse, de l'ordre du kilogramme, par ses dimensions et par sa structure mécanique atypique. Cette architecture, ainsi que le fonctionnement en vol du drone, sont maintenant présentés.

### 2.1.3 La structure atypique du GLMAV

La modélisation des architectures mécaniques complexes, comme c'est le cas des rotors coaxiaux, nécessitent une étude particulière, d'autant plus que la littérature à ce sujet est limitée. Dans cette optique, plusieurs études théoriques et expérimentales ont été réalisées pour démontrer la faisabilité du concept GLMAV [179, 180, 181]. Ces études ont notamment porté sur le dimensionnement mécanique du véhicule, sur celui du dispositif de propulsion, sur la quantité d'énergie embarquée et sur la charge utile nécessaire. Ces études ont également permis de motiver le choix de l'architecture à deux rotors coaxiaux contrarotatifs. Le rôle de ces rotors est de générer une poussée suffisante pour maîtriser la vitesse ascensionnelle du GLMAV, sans permettre de mouvements dans le plan horizontal. Pour palier cette lacune, un plateau cyclique a été monté au niveau du rotor inférieur afin de pouvoir faire varier le pas de chacune des pales.



FIGURE 2.3 – Le prototype du GLMAV

#### 2.1.3.1 Les rotors coaxiaux contrarotatifs

D'après une étude menée dans [178], la structure à deux rotors coaxiaux est la configuration la plus adaptée au projet GLMAV. En effet, le caractère compact de cette configuration mécanique autorise le conditionnement du drone dans le projectile, permettant ainsi de résoudre le point le plus critique du projet. L'architecture à deux rotors coaxiaux représente également un bon compromis entre simplicité mécanique et performance en vol, aussi bien en vol stationnaire

qu'en vol de translation. De plus, l'utilisation de deux rotors tournant en sens opposés annule le couple généré par la rotation d'un rotor seul. Enfin, comparée à une configuration à un seul rotor, la charge utile pouvant être embarquée par un appareil à deux rotors coaxiaux est fortement augmentée car les deux rotors participent à la poussée. De ce fait, un certain nombre de projets utilisent cette architecture comme système de propulsion comme [182, 183, 184].

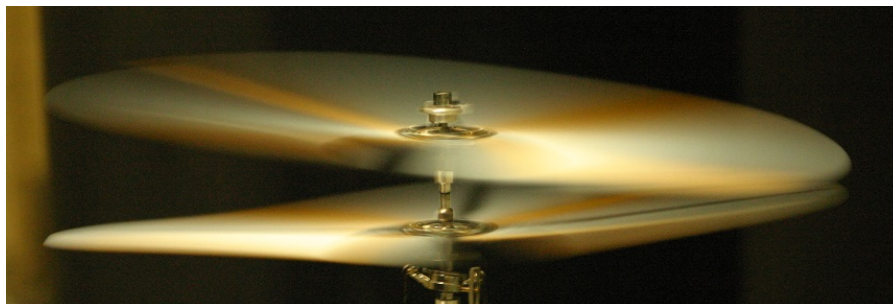


FIGURE 2.4 – Des rotors coaxiaux contrarotatifs

Cependant, même si la structure à deux rotors coaxiaux présente beaucoup d'avantages, elle comporte inévitablement certains inconvénients. En effet, les vibrations et les nombreuses interactions aérodynamiques générées par les pales en rotation constituent les principales faiblesses de ces architectures. Ces éléments parasites peuvent être la cause d'une altération des performances pour les vols stationnaire et de translation. De plus, la variation des vitesses individuelles des rotors permet bien de piloter la poussée, et donc les déplacements verticaux, mais en aucun cas les déplacements horizontaux. Il est donc nécessaire de compléter ce dispositif par un mécanisme particulier : le plateau cyclique.

### 2.1.3.2 Le plateau cyclique

Un plateau cyclique est un dispositif complexe permettant de transformer un mouvement de rotation en une oscillation, dont le fonctionnement est similaire à celui d'une came. Il s'agit d'un élément essentiel à la navigation d'un véhicule à voilure tournante puisqu'il transmet mécaniquement les instructions de pilotage générées par l'algorithme de commande aux pales du rotor. Il est composé de deux demi plateaux superposés reliés à l'axe de rotation des rotors par une liaison rotule. Le demi plateau supérieur tourne à la même vitesse que le rotor et il est équipé de biellettes de pas dont chacune est reliée à une pale pour faire varier son angle d'incidence. Le demi plateau inférieur n'est pas en rotation mais il est articulé autour de l'axe des rotors par des tiges de commande dont chacune est reliée à un servomoteur. La figure 2.5 illustre le mécanisme d'un plateau cyclique.

Avec cette configuration, la variation de la position angulaire des servomoteurs fait basculer le plateau cyclique dans une certaine direction, ce qui a pour conséquence d'augmenter l'angle d'incidence des pales du côté qui monte et de diminuer celui des pales du côté qui descend. Or, lorsque l'angle d'incidence d'une pale augmente et que celui de la pale opposée diminue, la portance augmente d'un côté et diminue de l'autre. Ce déséquilibre de portance a pour effet de faire basculer le plan décrit par la rotation des pales, appelé le disque rotor, et donc d'entraîner

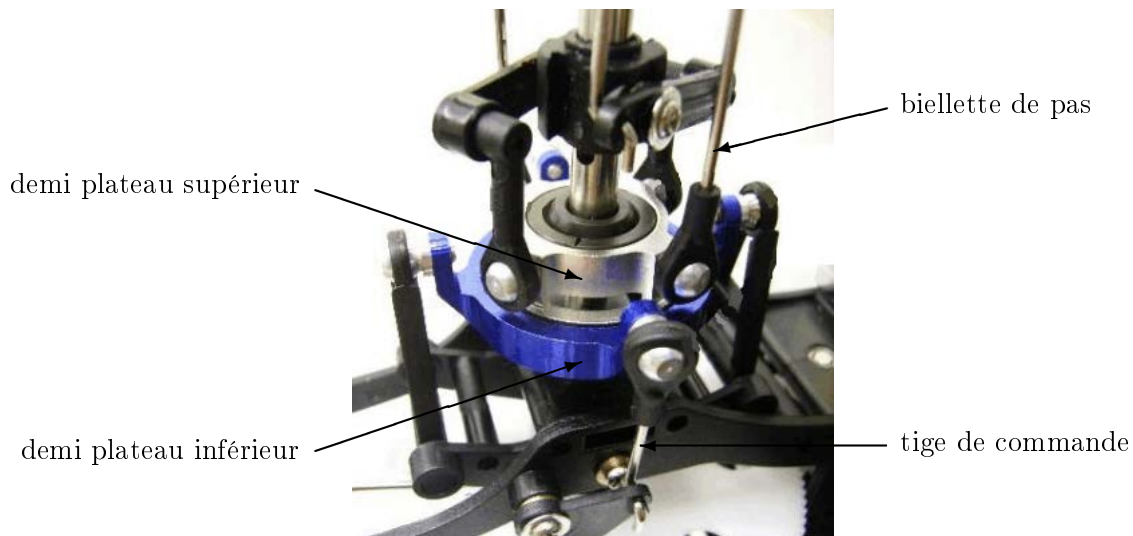


FIGURE 2.5 – Un plateau cyclique

le véhicule à se déplacer dans le plan horizontal. Dans le cas du GLMAV, seul le rotor inférieur est équipé d'un plateau cyclique.

Le phénomène de portance apparaît lorsque la direction d'écoulement d'un fluide est déviée par la présence d'un objet. Cet objet peut être en mouvement dans un fluide stationnaire, comme c'est le cas pour les appareils à voilure tournante, ou bien c'est le fluide qui se déplace autour de cet objet, comme c'est le cas pour les engins à voilure fixe. Dans tous les cas, la direction de la force de portance qui se crée est perpendiculaire au flux d'air et orientée vers le haut dans le cas d'un profil porteur. Qualitativement, sa norme dépend de paramètres liés au milieu dans lequel évolue l'objet, à la vitesse de déplacement de cet objet ainsi qu'à ses dimensions et à sa forme. Quantitativement, la portance se traduit par la relation suivante :

$$R = \frac{1}{2} \rho S C_R V^2$$

où  $\rho$  est la masse volumique de l'air,  $S$  est la surface de l'objet,  $V$  est la vitesse du fluide et  $C_R$  est le coefficient de portance.

Plusieurs explications sur l'origine de la portance peuvent être avancées. La première est une combinaison de l'effet Coandă et de la troisième loi de Newton. Selon l'effet Coandă, un fluide en mouvement rencontrant un profil convexe aura tendance à suivre la surface de ce profil avant de s'en détacher avec une trajectoire différente de celle qu'il avait en amont. Ce phénomène surprenant est illustré par la figure 2.6. En réaction à la quantité de mouvement de la masse d'air déviée vers le bas dans le cas d'un profil porteur, ce même profil est entraîné vers le haut en vertu de la troisième loi de Newton.

La seconde explication, plus populaire, se base sur le théorème de Bernoulli. Le flux d'air rencontrant le bord d'attaque du profil est contraint de se séparer en deux parties, l'une passant sous l'objet et l'autre passant au-dessus. Pour une incidence positive, c'est-à-dire une configuration où le bord d'attaque se situe au-dessus du bord de fuite, la dissymétrie du profil engendre

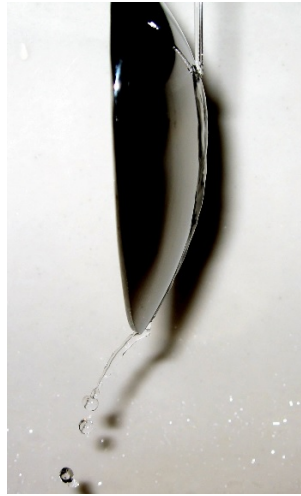


FIGURE 2.6 – Illustration de l'effet Coandă

des vitesses plus élevées sur le dessus du profil, l'extrados, que sur le dessous, l'intrados. Selon le théorème de Bernoulli, cela a pour effet de générer une zone de surpression sur l'intrados et une zone de dépression sur l'extrados, orientant ainsi la force de portance vers le haut.

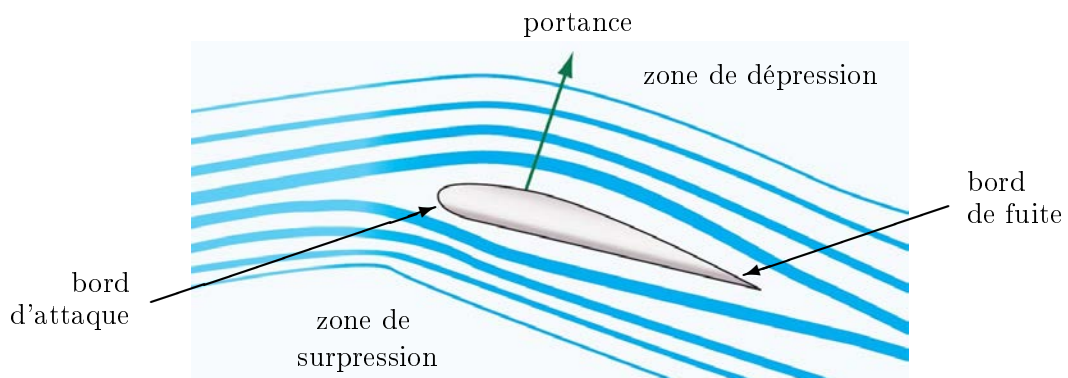


FIGURE 2.7 – Illustration du théorème de Bernoulli

La portance d'un profil est étroitement liée à son angle d'incidence. En effet, pour un flux d'air constant, plus l'angle d'incidence du profil est important et plus la portance qui se crée est importante. Ce phénomène reste vrai jusqu'à un angle critique, le point de décrochage, où la portance chute brutalement à cause de la séparation des flux d'air sur l'extrados. Ces différentes configurations sont illustrées par la figure 2.8

## 2.2 Modélisation mécanique du drone

Le modèle mécanique d'un objet décrit la cinématique et la dynamique de translation et de rotation de cet objet dans un référentiel donné. Contrairement à la cinématique, la dynamique

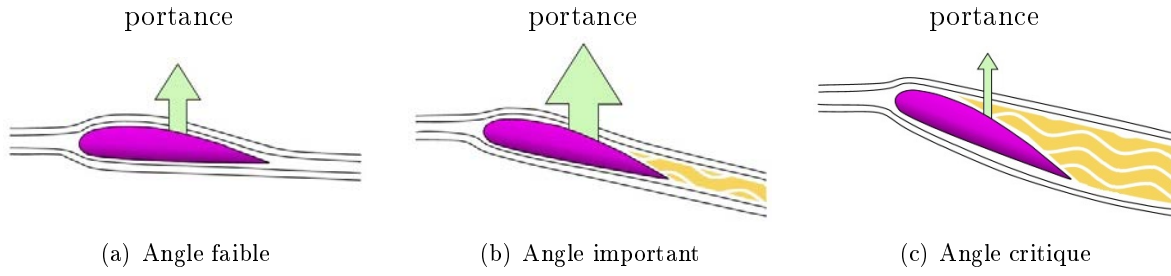


FIGURE 2.8 – Influence de l'angle d'incidence des pales sur la portance

étudie les mouvements d'un corps sous l'influence des actions mécaniques qui lui sont appliquées. Le modèle présenté dans cette section est commun à la majorité des véhicules aériens, il est donc valable pour des architectures mécaniques différentes de celle du GLMAV. La construction de ce modèle mécanique peut être réalisée suivant deux approches : soit par les équations d'Euler-Lagrange, soit par les équations de Newton-Euler. La première approche faisant intervenir des équations aux dérivées partielles, il lui sera préférée la seconde, qui est également la plus couramment utilisée. Avant de donner les équations du modèle, tous les référentiels, les systèmes d'axes et les paramètres sont d'abord introduits.

### 2.2.1 Référentiels et systèmes d'axes

Les référentiels introduits dans cette section sont les plus fréquemment utilisés en mécanique du vol, ils sont définis de la façon suivante :

- $\mathcal{I}$  est un référentiel inertiel supposé galiléen. Il s'agit d'un repère orthonormé direct lié à un point  $O$  à la surface de la Terre. Au repère  $\mathcal{I}$  est associé la base  $\{x_{\mathcal{I}}, y_{\mathcal{I}}, z_{\mathcal{I}}\}$  où, par convention,  $x_{\mathcal{I}}$  pointe vers le Nord,  $y_{\mathcal{I}}$  pointe vers l'Est et  $z_{\mathcal{I}}$  pointe vers le centre de la Terre ;
- $\mathcal{B}$  est un référentiel mobile lié au corps du GLMAV, dont l'origine  $G$  est le centre de gravité du véhicule. Au repère  $\mathcal{B}$  est associée la base orthonormée directe  $\{x_{\mathcal{B}}, y_{\mathcal{B}}, z_{\mathcal{B}}\}$  où, par convention,  $x_{\mathcal{B}}$  est l'axe de roulis et pointe vers l'avant du drone,  $y_{\mathcal{B}}$  est l'axe de tangage et pointe vers la droite, et  $z_{\mathcal{B}}$  est l'axe de lacet et pointe vers le bas.

La matrice de passage du référentiel  $\mathcal{B}$  vers le référentiel  $\mathcal{I}$ , communément appelée matrice d'attitude et notée  $R_{\eta}$ , est le produit des matrices de rotation autour de chacun des axes<sup>7</sup>. Elle peut donc être paramétrée en fonction des angles d'Euler aéronautiques et s'exprime par :

$$R_{\eta} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi & \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi \\ \cos \theta \sin \psi & \sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (2.1)$$

où  $\phi$  est l'angle de roulis,  $\theta$  l'angle de tangage et  $\psi$  l'angle de lacet. Ainsi, l'expression des composantes d'un vecteur  $u$  de  $\mathcal{B}$  est donnée dans  $\mathcal{I}$  par :  $[u]_{\mathcal{I}} = R_{\eta} [u]_{\mathcal{B}}$ .

7. Voir le détail du calcul en annexe A.1



Il est intéressant de noter que la matrice de rotation  $R_\eta$  est un élément du groupe spécial orthogonal  $SO(3)$  et vérifie donc :

$$\det(R_\eta) = 1 \quad \text{et} \quad R_\eta^{-1} = R_\eta^T.$$

Un troisième référentiel, propre à la configuration mécanique à deux rotors coaxiaux dont l'un est articulé par un plateau cyclique, est considéré. Ce référentiel n'est pas utilisé dans la description du modèle mécanique, mais il est nécessaire dans la construction du modèle aérodynamique. Il est défini de la façon suivante :

- $\mathcal{R}$  est un référentiel dont l'origine  $O_2$  est liée au centre de rotation du rotor inférieur.  $\mathcal{R}$  est un repère non tournant ayant pour base orthonormée directe  $\{x_{\mathcal{R}}, y_{\mathcal{R}}, z_{\mathcal{R}}\}$ , dont les vecteurs  $x_{\mathcal{R}}$  et  $y_{\mathcal{R}}$  sont des vecteurs directeurs du plan de rotation des pales du rotor inférieur.

Les différents référentiels et les systèmes d'axes associés ayant été explicités, il reste à définir les éléments permettant de caractériser et décrire les mouvements du véhicule.

## 2.2.2 Paramètres cinématiques, cinétiques et d'efforts

Dans cette section, les paramètres cinématiques décrivant les mouvements d'un corps rigide, en translation comme en rotation, sont d'abord présentés. Puis, les paramètres cinétiques de masse et d'inertie du véhicule faisant le lien entre les dérivées des paramètres cinématiques et les efforts appliqués au drone sont clairement décrits. Ces derniers étant caractérisés par les paramètres d'efforts.

### 2.2.2.1 Paramètres cinématiques

Les paramètres cinématiques, comprenant quatre vecteurs de trois éléments chacun, représentent l'état du système. Les deux premiers vecteurs définissent la position et la vitesse du centre de gravité du drone tandis que les deux autres décrivent son orientation et sa vitesse angulaire. Les paramètres sont définis de la façon suivante :

- $\xi(t) = [x(t) \ y(t) \ z(t)]^T$  est la position du centre de gravité par rapport à  $\mathcal{I}$ , exprimée dans  $\mathcal{I}$  ;
- $v(t) = [v_x(t) \ v_y(t) \ v_z(t)]^T$  est la vitesse du centre de gravité par rapport à  $\mathcal{I}$ , exprimée dans  $\mathcal{I}$  ;
- $\eta(t) = [\phi(t) \ \theta(t) \ \psi(t)]^T$  est le vecteur des angles de roulis  $\phi$ , de tangage  $\theta$  et de lacet  $\psi$  ;
- $\Omega(t) = [p(t) \ q(t) \ r(t)]^T$  est la vitesse de rotation instantanée entre  $\mathcal{B}$  et  $\mathcal{I}$ , exprimée dans  $\mathcal{B}$ .

### 2.2.2.2 Paramètres cinétiques

Les paramètres cinétiques caractérisant le drone sont la position de son centre de gravité, sa masse et sa matrice d'inertie. Sans perte de généralité, il est fait l'hypothèse que ces paramètres

restent constants au cours du temps. Ces paramètres sont définis comme suit :

- $G$  est le centre de gravité de l'appareil ;
- $m$  est la masse du véhicule ;
- $I$  est la matrice d'inertie du drone, exprimée au point  $G$  dans  $\mathcal{B}$ , qui quantifie la résistance du véhicule à sa mise en rotation et qui a pour expression générale :

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix}$$

où les éléments diagonaux de  $I$  sont les moments d'inertie tandis que les autres éléments sont les produits d'inertie. Ces derniers quantifient une asymétrie du véhicule. Cependant, en supposant que l'engin est équilibré et pour des raisons de symétrie, les éléments non diagonaux de  $I$  s'annulent. La matrice d'inertie  $I$  peut donc être approximée par sa matrice diagonale  $J$  telle que :

$$J = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}.$$

De plus, pour les mêmes raisons de symétrie, il vient que :

$$I_{xx} = I_{yy}.$$

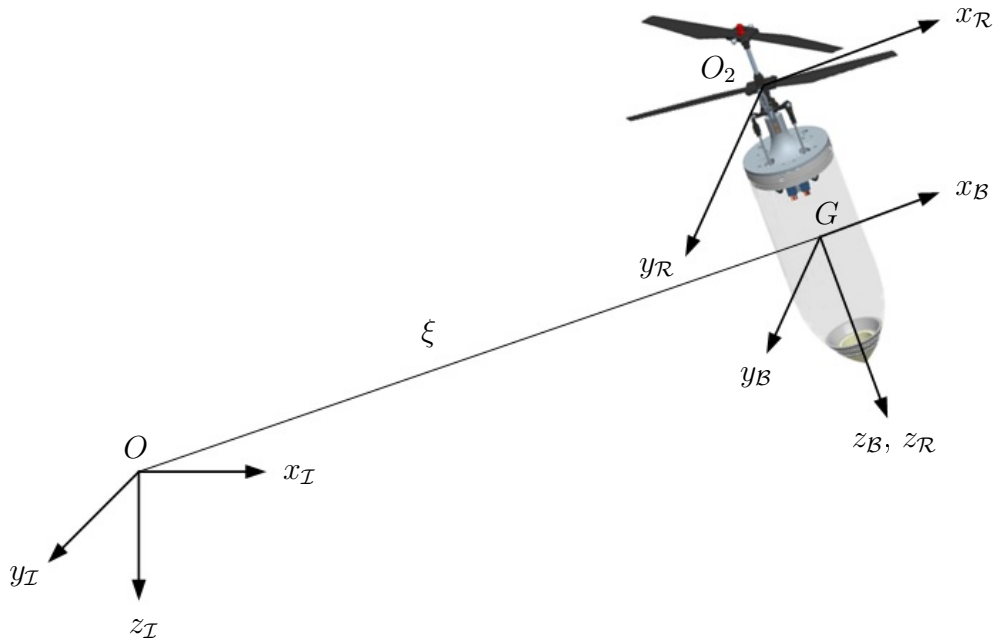


FIGURE 2.9 – Référentiels et systèmes d'axes du GLMAV

### 2.2.2.3 Paramètres d'efforts

Les paramètres d'efforts correspondent aux trois forces et aux trois moments qui interviennent dans la dynamique de translation et d'orientation du véhicule. Le détail de ces paramètres sera développé lors de la construction du modèle aérodynamique, il sera alors noté :

- $f = [X \ Y \ Z]^T$  pour les trois composantes du vecteur des forces, exprimé dans  $\mathcal{B}$  ;
- $\Gamma = [L \ M \ N]^T$  pour les trois composantes du vecteur des moments, exprimé dans  $\mathcal{B}$ .

### 2.2.3 Synthèse du modèle dynamique général du drone

La dynamique est une discipline de la mécanique classique qui étudie les corps en mouvement sous l'influence de forces et de moments qui leur sont appliqués. Les équations du mouvement d'un corps rigide sont composées de l'équation cinématique de position, du théorème de Newton, de l'équation cinématique d'orientation et du théorème d'Euler.

- D'après l'équation cinématique de position, la vitesse d'un corps rigide correspond à la dérivée temporelle de la position du centre de gravité dans un référentiel donné. Ainsi, dans le référentiel inertiel  $\mathcal{I}$  :

$$\dot{\xi} = v.$$

- Le théorème fondamental de la mécanique, ou théorème de Newton, fait état que dans un référentiel inertiel, l'accélération du centre de gravité d'un corps rigide est proportionnelle à la somme des forces appliquées  $f$ . De ce fait, dans le référentiel inertiel  $\mathcal{I}$  :

$$m\dot{v} = R_\eta f.$$

- L'équation cinématique d'orientation relie la dérivée temporelle des angles de roulis  $\phi$ , de tangage  $\theta$  et de lacet  $\psi$  à la vitesse instantanée de rotation  $\Omega$  par :

$$\dot{\eta} = Q_\eta \Omega \quad \text{avec}^8 : \quad Q_\eta = \begin{bmatrix} 1 & \tan \theta \sin \phi & \tan \theta \cos \phi \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \frac{\sin \phi}{\cos \theta} & \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \end{bmatrix}.$$

- Le théorème d'Euler énonce que, dans un référentiel inertiel, la dérivée temporelle du moment cinétique  $J\Omega$  exprimée au centre de gravité d'un corps rigide est égale à l'ensemble des moments agissant sur lui. De ce fait, dans le référentiel inertiel  $\mathcal{I}$  :

$$\left. \frac{d(J\Omega)}{dt} \right|_{\mathcal{I}} = \Gamma \quad \Rightarrow \quad \left. \frac{d(J\Omega)}{dt} \right|_{\mathcal{B}} + \Omega_\times J\Omega = \Gamma.$$

Par conséquent, la projection du théorème d'Euler dans le référentiel  $\mathcal{B}$  s'exprime par :

$$J\dot{\Omega} = -\Omega_\times J\Omega + \Gamma.$$

---

8. Voir le détail du calcul en annexe A.2

Les équations du mouvement d'un corps rigide s'écrivent donc de manière générale :

$$\begin{aligned}\dot{\xi} &= v \\ m\dot{v} &= R_\eta f \\ \dot{\eta} &= Q_\eta \Omega \\ J\dot{\Omega} &= -\Omega_\times J\Omega + \Gamma\end{aligned}\tag{2.2}$$

Afin d'affiner ce modèle dynamique, il est nécessaire de déterminer les éléments constitutifs des forces  $f$  et des moments  $\Gamma$  qui s'appliquent au drone. Ces efforts sont majoritairement générés par des phénomènes aérodynamiques, liés à la rotation des pales dans un flux d'air.

## 2.3 Modélisation aérodynamique du drone

La modélisation aérodynamique consiste à caractériser le comportement d'un appareil lors de son évolution dans un fluide quelconque. Dans le cas du GLMAV, et comme pour tous les véhicules présentés dans le premier chapitre, ce fluide sera l'air. L'objet de cette section est alors de décrire les différentes forces et les divers moments générés par la rotation des pales dans l'air et par l'inclinaison du plateau cyclique. Il ne sera pas fait une description exhaustive des phénomènes aérodynamiques d'une hélice tant ils sont nombreux et complexes, mais plutôt une présentation des éléments permettant d'appréhender les mouvements d'un véhicule dans l'atmosphère. De plus amples détails sont présentés dans [185].

### 2.3.1 Forces agissants sur le drone

Dès qu'un véhicule aérien quelconque quitte le sol, ses mouvements sont dictés par la présence de trois forces, à savoir :

- le poids — qui s'exerce vers le bas en raison de la gravité,
- la poussée — qui s'exerce dans le sens des mouvements du véhicule,
- la traînée — qui s'exerce dans le sens opposé aux mouvements du véhicule.

Comprendre comment ces forces se créent et s'exercent sur le véhicule et savoir les maîtriser à l'aide d'un algorithme de commande sont essentiels au bon déroulement du vol.

#### 2.3.1.1 Le poids

Le poids est la force de la pesanteur, d'origine gravitationnelle et inertielle, exercée par la Terre sur tous les corps massiques présents dans son voisinage. Elle s'applique au centre de gravité de chaque corps et elle est dirigée vers le centre de la Terre. Sa valeur est généralement connue et calculée comme étant le produit de la masse  $m$  d'un corps par la valeur de l'accélération de la pesanteur à la surface de la Terre  $g$ , ainsi dans  $\mathcal{I}$  :

$$P = mge_3.\tag{2.3}$$

Sous nos latitudes européennes, la valeur de l'accélération de la pesanteur vaut approximativement  $9.81 \text{ m.s}^{-2}$ . Cette valeur n'est pas constante à la surface de la Terre puisqu'elle vaut

$9.78 \text{ m.s}^{-2}$  au niveau de l'équateur et  $9.83 \text{ m.s}^{-2}$  au niveau des pôles. C'est notamment pour cette raison que les lanceurs spatiaux comme Ariane décollent tous de bases de lancement situées proches de l'équateur.

### 2.3.1.2 La poussée

La poussée, étroitement liée à la notion de portance dans le cas des véhicules à voilure tournante, est la force qui détermine la direction des mouvements d'un véhicule. Elle est générée par l'accélération d'un fluide, en l'occurrence l'air, dans le sens opposé aux mouvements désirés. L'accélération du fluide est quant à elle obtenue par la rotation des pales dans ce fluide. De ce fait, la poussée produite par une hélice peut être exprimée comme une fonction de la vitesse de rotation de ses pales.

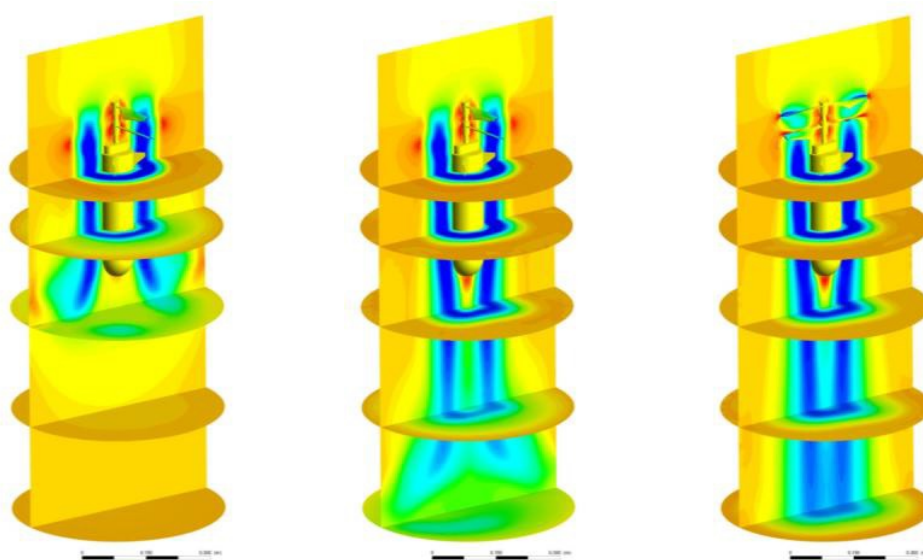


FIGURE 2.10 – Mouvement du flux d'air généré par la rotation des pales

Plus précisément, et d'après [186], la poussée  $T_h$  d'une hélice est proportionnelle au carré de la vitesse de rotation  $\Omega_R$  des rotors :

$$T_h = \kappa \Omega_R^2.$$

La détermination théorique du coefficient de proportionnalité  $\kappa$  est complexe tant il dépend de nombreux paramètres liés à la constitution mécanique des pales et à l'environnement dans lequel évolue le véhicule. En pratique, la valeur numérique de  $\kappa$  est déterminée à partir de mesures sur le système considéré, sans se soucier des divers paramètres dont il dépend. C'est notamment la stratégie qui a été choisie dans le cas du GLMAV.

A partir du modèle de poussée défini précédemment, l'expression de la poussée générée par les rotors coaxiaux du drone étudié peut être déterminée. Ainsi, le rotor supérieur, immobile, contribue uniquement à la poussée verticale  $T_1$ , qui est directement proportionnelle au carré de sa propre vitesse de rotation  $\Omega_1$  :

$$T_1 = \alpha \Omega_1^2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

où  $\alpha$ , avec  $\alpha < 0$ , représente le coefficient aérodynamique de poussée du rotor supérieur. Le rotor inférieur, quant à lui, génère une poussée verticale selon  $z_B$  et deux forces latérales dues aux deux angles d'inclinaison du plateau cyclique selon  $x_B$  et  $y_B$ . L'expression de la force générée par le rotor inférieur  $T_2$  dépend donc des deux angles d'inclinaison du plateau cyclique  $\delta_{c_x}$  et  $\delta_{c_y}$  :

$$T_2 = \beta \Omega_2^2 R_\delta \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

où  $\beta$ , avec  $\beta < 0$ , est le coefficient aérodynamique de poussée du rotor inférieur et  $\Omega_2$  sa vitesse de rotation. L'élément  $R_\delta$  est la matrice de rotation entre les repères  $\mathcal{B}$  et  $\mathcal{R}$ , paramétrée par les angles  $\delta_{c_x}$  et  $\delta_{c_y}$ . Elle a pour expression  $R_\delta = R_{c_y} R_{c_x}$ , où  $R_{c_x}$  et  $R_{c_y}$  s'écrivent respectivement :

$$R_{c_x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta_{c_x} & -\sin \delta_{c_x} \\ 0 & \sin \delta_{c_x} & \cos \delta_{c_x} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad R_{c_y} = \begin{bmatrix} \cos \delta_{c_y} & 0 & -\sin \delta_{c_y} \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \delta_{c_y} & 0 & \cos \delta_{c_y} \end{bmatrix}.$$

L'expression développée de  $R_\delta$  s'écrit alors :

$$R_\delta = \begin{bmatrix} \cos \delta_{c_y} & -\sin \delta_{c_x} \sin \delta_{c_y} & -\cos \delta_{c_x} \sin \delta_{c_y} \\ 0 & \cos \delta_{c_x} & -\sin \delta_{c_x} \\ \sin \delta_{c_y} & \sin \delta_{c_x} \cos \delta_{c_y} & \cos \delta_{c_x} \cos \delta_{c_y} \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

A partir des équations (2.5) et (2.6), la force  $T_2$  générée par le rotor inférieur s'écrit alors :

$$T_2 = \beta \Omega_2^2 \begin{bmatrix} -\cos \delta_{c_x} \sin \delta_{c_y} \\ -\sin \delta_{c_x} \\ \cos \delta_{c_x} \cos \delta_{c_y} \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

Connaissant les poussées générées par chacun des rotors et décrites par les équations (2.4) et (2.7), la poussée totale  $T$  peut être calculée en calculant la somme des poussées individuelles de chaque rotor  $T_1$  et  $T_2$  et peut s'écrire :

$$T = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\beta \cos \delta_{c_x} \sin \delta_{c_y} \Omega_2^2 \\ -\beta \sin \delta_{c_x} \Omega_2^2 \\ \alpha \Omega_1^2 + \beta \cos \delta_{c_x} \cos \delta_{c_y} \Omega_2^2 \end{bmatrix}. \quad (2.8)$$

### 2.3.1.3 La traînée

La traînée est la force qui s'oppose aux mouvements d'un corps dans un fluide. Elle est générée par les différentes interactions et les nombreux contacts existants entre un corps solide et un fluide. Tous les éléments constitutifs d'un véhicule engendrent donc une traînée. En aérodynamique, il est d'usage de décomposer la traînée en trois catégories, à savoir la traînée induite, la traînée de forme et la traînée parasite. Cette multiplicité de dénomination permet de mettre en avant la contribution de tel ou tel phénomène aérodynamique à la traînée totale.

► **La traînée induite**

L'intitulé complet de cette composante de traînée est traînée induite par la portance. Comme son nom l'indique, elle est engendrée par tout ce qui crée de la portance et dépend donc des mêmes paramètres qu'elle. La traînée induite  $D_i$  se traduit alors par la relation suivante :

$$D_i = \frac{1}{2} \rho S C_{D_i} V^2$$

où  $C_{D_i}$  est le coefficient de traînée induite, relié au coefficient de portance  $C_R$  par :

$$C_{D_i} = \frac{C_R^2}{\pi \lambda e}$$

avec  $\lambda$  étant l'allongement effectif de l'aile et  $e$  le coefficient d'Oswald, inférieur à 1 pour tenir compte d'une distribution de portance en envergure non optimale. Par conséquent, l'expression de la traînée induite par la portance est donnée par :

$$D_i = 2 \frac{R^2}{\rho S V^2 \pi \lambda e}.$$

La traînée induite, tout comme la portance, est générée par la circulation du flux d'air autour des pales des rotors. Il en résulte une zone de surpression sur l'intrados et une zone de dépression sur l'extrados, permettant à un appareil de se maintenir en l'air. Sous l'effet de cette différence de pression, une partie du flux d'air passe directement de l'intrados à l'extrados en contournant l'extrémité de l'aile. Par conséquent, l'écoulement de l'air sous l'intrados se retrouve dévié latéralement vers l'extrémité de l'aile, tandis que celui sur l'extrados se retrouve dévié vers le centre de l'aile. Lorsque les flux respectifs de l'intrados et de l'extrados se rejoignent au niveau du bord de fuite, leurs directions s'entrecroisent, entraînant à la fois le phénomène de la traînée induite et des tourbillons marginaux à l'extrémité de l'aile. L'énergie emmagasinée dans ces masses d'air en rotation représente un danger pour la navigation aérienne. C'est notamment pour cette raison qu'une distance de séparation minimale est imposée entre les véhicules aériens.

► **La traînée de forme**

Comme l'indique son nom, la traînée de forme dépend de la forme de l'objet se déplaçant dans un fluide. Plus précisément, l'intensité de la traînée de forme est fonction de la surface mouillée de l'objet, c'est-à-dire la surface projetée perpendiculairement à l'écoulement du fluide. Plus cette surface apparente sera profilée, plus le coefficient de traînée de forme sera petit, et plus la traînée de forme  $D_f$  sera réduite, comme en attestent la figure 2.12 et l'expression de la traînée de forme donnée par :

$$D_f = \frac{1}{2} \rho S C_{D_f} V^2$$

où  $C_{D_f}$  est le coefficient de traînée de forme.

Tout comme la portance et sa traînée induite, le phénomène de traînée de forme est causé par la présence d'une zone de surpression et d'une zone de dépression. La zone de surpression est située à l'avant de l'objet, freinant de ce fait son déplacement, tandis que la zone de dépression se trouve à l'arrière de l'objet, l'incitant donc à reculer.



FIGURE 2.11 – Mise en évidence des tourbillons marginaux

La première résistance rencontrée par un objet en mouvement vient de la nécessité de déplacer rapidement la masse d'air qui se trouve devant lui pour prendre sa place. Ce déplacement est d'autant plus difficile à réaliser si la masse d'air à déplacer est importante par rapport aux zones par lesquelles elle peut sortir. La forme de l'objet prend alors toute son importance, surtout si la vitesse de déplacement de l'objet dans l'air est grande. En effet, si l'objet n'est pas profilé, comme sur les figures 2.12(a), 2.12(b) et 2.12(c), une importante masse d'air doit contourner "d'un coup" toute la face avant de l'objet, ce qui nécessite un certain temps. En revanche, si l'objet est profilé, comme sur la figure 2.12(d), la même masse d'air contournera l'objet de façon progressive, offrant ainsi moins de résistance.

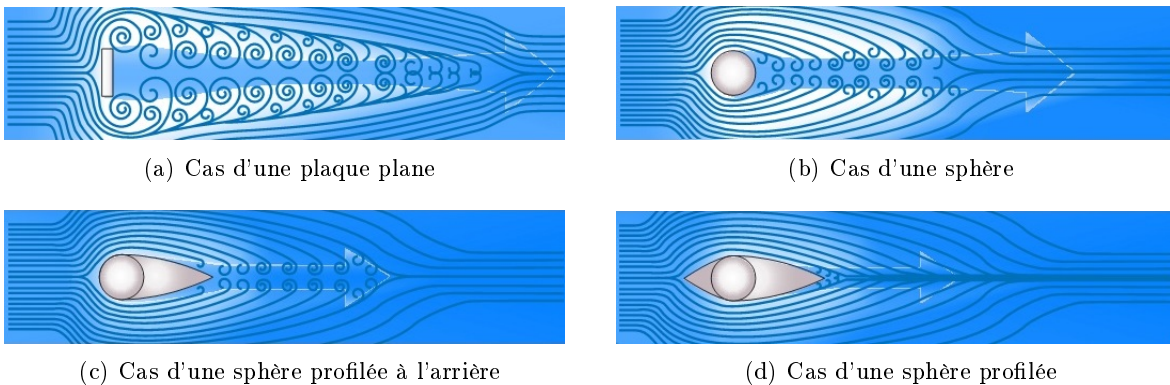


FIGURE 2.12 – Intensité de la traînée en fonction de la forme de l'objet



La seconde résistance subie par un objet en mouvement est créée par le volume laissé libre derrière lui une fois le déplacement réalisé. En effet, l'air passé de l'autre côté de l'objet remplit tout le volume libre, ce qui génère une dépression qui tend à aspirer l'objet dans la direction opposée au mouvement. Plus la surface arrière de l'objet est abrupte, comme sur les figures 2.12(a) et 2.12(b), plus le volume à combler sera grand et plus la dépression induite sera importante. Un objet profilé à l'arrière, comme sur les figures 2.12(c) et 2.12(d), permet de libérer progressivement l'espace à l'arrière, ce qui engendrera des mouvements d'air plus faibles et donc moins de turbulences.

### ► La traînée de frottement

La traînée de frottement repose fondamentalement sur la viscosité d'un fluide, essentielle pour maintenir sa cohésion. Lors de l'écoulement d'un fluide visqueux autour d'un corps, il existe une région proche de ce corps, appelée couche limite, où les effets visqueux, c'est-à-dire adhérents, sont plus importants que les effets inertiels, liés à la vitesse d'écoulement. Le fluide est alors freiné de manière non uniforme autour de ce corps, la vitesse d'écoulement variant de zéro au niveau du corps à sa vitesse initiale au niveau de la bordure de la couche limite.

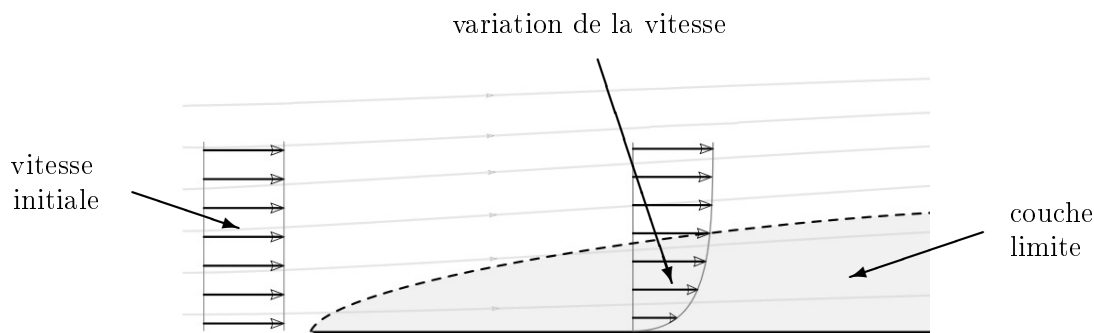
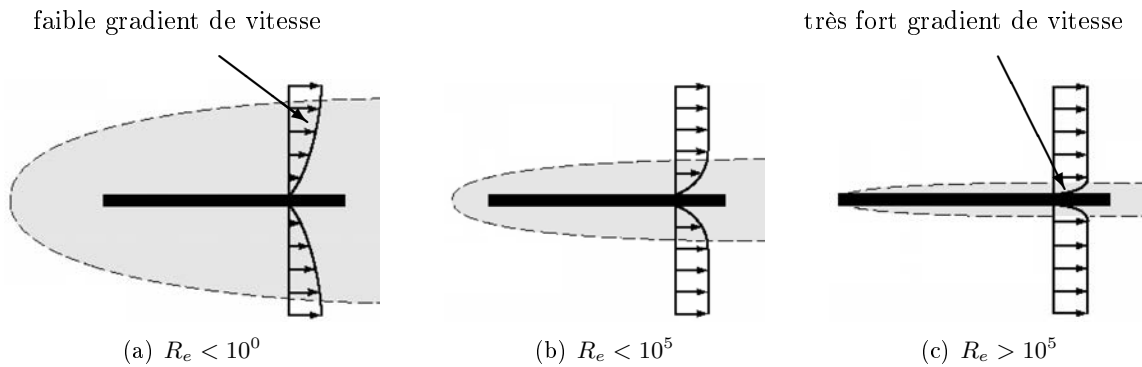


FIGURE 2.13 – Profils de vitesse au sein d'une couche limite au-dessus d'une plaque plane

Il existe un paramètre permettant de caractériser le rapport entre les forces inertielles et les forces visqueuses, c'est le nombre de Reynolds. Pour des vitesses d'écoulement très faibles, correspondant à de petits nombres de Reynolds, l'action de la viscosité est prépondérante, la couche limite autour de l'objet est alors très épaisse. Le gradient de vitesse y est donc très faible, engendrant un écoulement laminaire du fluide avec très peu de frottements. En revanche, plus le nombre de Reynolds augmente, plus l'effet visqueux se dissipe et plus la couche limite tend à se rétrécir autour de l'objet. La figure 2.14 illustre ce phénomène.

Initialement, l'écoulement y est également laminaire, cependant, à partir d'une zone dite de transition, l'écoulement devient turbulent avec un très fort coefficient de frottement, engendrant alors la traînée de frottement. La transition entre le régime d'écoulement laminaire et turbulent peut s'expliquer par l'effet de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz. Il s'agit d'un mouvement ondulatoire qui se forme lorsque plusieurs couches composant un fluide se déplacent à des vitesses différentes. Il a alors été montré que cette différence de vitesse engendre un effort de cisaillement, produisant lui-même un mouvement tourbillonnaire et donc un flux turbulent. Ce phénomène est parfaitement visible sur la figure 2.15, lorsque plusieurs couches de l'atmosphère se déplacent

FIGURE 2.14 – Evolution de la couche limite en fonction du nombre de Reynolds  $R_e$ 

à des vitesses différentes.



FIGURE 2.15 – Mise en évidence de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz

### ► La traînée totale

En plus des différentes traînées présentées précédemment, il en existe d'autres spécifiques aux avions. Ainsi, la traînée d'interférence apparaît aux diverses intersections entre les surfaces portantes et le fuselage. La distribution de portance est alors localement perturbée et présente un excédent au niveau des emplantures et un déficit au niveau du fuselage. La traînée de compressibilité se produit, quant à elle, lorsque l'écoulement du fluide impose une variation de sa densité, comme c'est le cas en aérodynamique supersonique. Enfin, la traînée de captation est associée au fort ralentissement du flux d'air lorsqu'il pénètre dans les réacteurs de l'avion. En effet, lorsque l'air extérieur est capté par un réacteur, il se retrouve bloqué par l'enveloppe du réacteur et par les turbines qui agissent alors comme un véritable mur. Selon le théorème de Bernoulli, la forte diminution de la vitesse du flux d'air induit une forte augmentation de sa pression, ce qui engendre une force opposée au mouvement : la traînée de captation. Tous les avions équipés de moteurs à réaction subissent cette traînée car l'augmentation de la pression à l'avant du réacteur facilite la compression de l'air en vue de sa combustion. C'est notamment pour cette raison qu'une succession de turbines est installée, chaque étage permettant d'accroître la pression. Ce phénomène est également visible pour les véhicules à rotors coaxiaux carénés, comme le drone Hovereye développé par Bertin Technologies.

Dans le cas du GLMAV, la traînée totale est la somme de la traînée induite, de la traînée de forme et de la traînée de frottement. Ces trois traînées dépendent toutes de la vitesse du vent

relatif qui s'abat sur le drone, mais pas de la même façon. En effet, si la contribution de la traînée induite est majoritaire aux basses vitesses, les traînées de forme et de frottement croissent avec l'augmentation de la vitesse. Etant donné qu'il est impossible de prévoir la direction et la vitesse du vent relatif, il est également impossible de calculer la direction et l'intensité de la traînée totale. La figure 2.16 illustre l'évolution des différentes traînées en fonction de la vitesse du vent relatif.

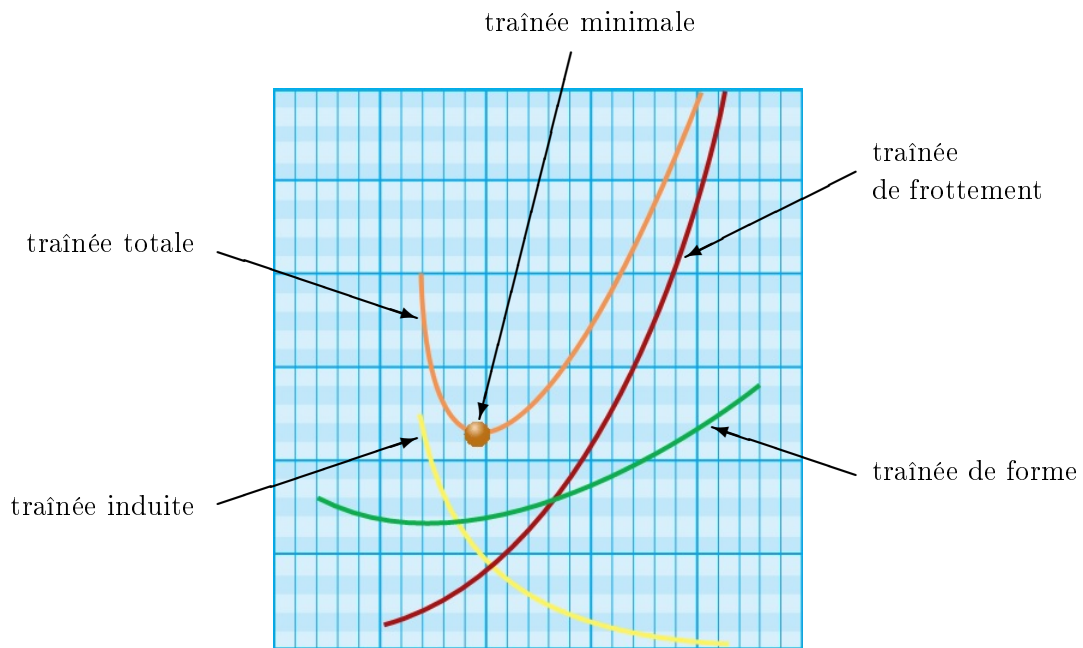


FIGURE 2.16 – Bilan des traînées en fonction de la vitesse

De plus, parce que le point d'application des différentes traînées n'est pas identique, il est très difficile de déterminer le point d'application de la traînée totale. Cependant, dans la mesure où le véhicule est symétrique, il sera considéré par la suite que ce point se trouve sur l'axe  $z_{\mathcal{B}}$ . Compte tenu de l'impossibilité de caractériser le vecteur relatif à la traînée totale, il sera noté  $f_{ext}$  la résultante des traînées dans  $\mathcal{B}$ , et  $F_{ext}$  dans  $\mathcal{I}$ .

### 2.3.2 Moments agissants sur le drone

Par définition, le moment d'une force est une grandeur physique vectorielle caractérisant l'aptitude d'une force à faire tourner un système mécanique autour d'un point spécifique, appelé le pivot. Qualitativement, la capacité de basculement dépend à la fois de l'intensité de la force et de la distance entre son point d'application et le pivot, communément appelé le bras de levier. Quantitativement, le moment  $\vec{M}$  d'une force  $\vec{F}$  s'exerçant au point  $P$  par rapport au pivot  $O$ , est donné par le pseudovecteur :

$$\vec{M} = \vec{OP} \wedge \vec{F}$$

où  $\wedge$  est l'opérateur du produit vectoriel. Ainsi, le moment  $\vec{M}$  est nul si  $\vec{OP}$  ou  $\vec{F}$  est nul, ou encore si  $\vec{OP}$  et  $\vec{F}$  sont colinéaires.

Le moment total  $\Gamma$  appliqué au GLMAV autour de son centre de gravité  $G$  est par conséquent la somme des moments issus de la force du rotor supérieur  $T_1$ , de celle du rotor inférieur  $T_2$ , du poids  $P$  et de la force générée par les effets aérodynamiques  $f_{ext}$  :

$$\Gamma = \overrightarrow{GO_1} \wedge T_1 + \overrightarrow{GO_2} \wedge T_2 + \overrightarrow{GG} \wedge P + \varepsilon \wedge f_{ext}$$

où  $O_1$  est le centre de rotation du rotor supérieur,  $O_2$  celui du rotor inférieur et  $\varepsilon$  est la distance inconnue entre le centre de gravité et le point d'application de la résultante des effets aérodynamiques. Il est important de remarquer que les points  $G$ ,  $O_1$  et  $O_2$  sont alignés.

Les vecteurs  $\overrightarrow{GO_1}$  et  $T_1$  étant colinéaires et le vecteur  $\overrightarrow{GG}$  étant nul, les forces  $T_1$  et  $P$  n'engendrent aucun moment. De plus, la distance  $\varepsilon$  étant inconnue, le pseudovecteur relatif au moment produit par les effets aérodynamiques  $f_{ext}$  sera noté  $M_{ext}$  dans  $\mathcal{B}$ . Finalement, par application du produit vectoriel, la somme des moments est donnée par :

$$\Gamma = \begin{bmatrix} -d\beta \sin \delta_{c_x} \Omega_2^2 \\ d\beta \cos \delta_{c_x} \sin \delta_{c_y} \Omega_2^2 \\ 0 \end{bmatrix} + M_{ext}.$$

Toutefois, un moment autour de l'axe  $z_{\mathcal{B}}$  peut être généré par le différentiel de vitesse de rotation entre les deux rotors. De ce fait, le moment total  $\Gamma$  est donné par :

$$\Gamma = \begin{bmatrix} -d\beta \sin \delta_{c_x} \Omega_2^2 \\ d\beta \cos \delta_{c_x} \sin \delta_{c_y} \Omega_2^2 \\ 0 \end{bmatrix} + M_{ext} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \gamma_1 \Omega_1^2 + \gamma_2 \Omega_2^2 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

où  $\gamma_1$ , avec  $\gamma_1 > 0$ , est le coefficient aérodynamique de lacet du rotor supérieur et  $\gamma_2$ , avec  $\gamma_2 < 0$ , celui du rotor inférieur. Par commodité, les moments générés par l'action conjointe des rotors et du plateau cyclique sont notés  $\tau$  avec :

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_l \\ \tau_m \\ \tau_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -d\beta \sin \delta_{c_x} \Omega_2^2 \\ d\beta \cos \delta_{c_x} \sin \delta_{c_y} \Omega_2^2 \\ \gamma_1 \Omega_1^2 + \gamma_2 \Omega_2^2 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

### 2.3.3 Bilan des efforts appliqués au drone

En résumé, les différents efforts influençant les mouvements du GLMAV sont :

- le poids  $P$ , exprimé dans  $\mathcal{I}$  par (2.3),
- la poussée  $T$ , exprimée dans  $\mathcal{B}$  par (2.8),
- les forces aérodynamiques externes, exprimées dans  $\mathcal{B}$  par  $f_{ext}$ , et dans  $\mathcal{I}$  par  $F_{ext}$ ,
- les moments  $\tau$  engendrés par l'action conjointe des rotors et du plateau cyclique, exprimés dans  $\mathcal{B}$  par (2.10),
- les moments  $M_{ext}$  produits par les effets aérodynamiques, exprimés dans  $\mathcal{B}$ .

De ce fait, les équations générales du mouvement d'un corps rigide (2.2) appliquées au GLMAV se réécrivent :

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= v \\ m\dot{v} &= R_\eta T + P + F_{ext} \\ \dot{\eta} &= Q_\eta \Omega \\ J\dot{\Omega} &= -\Omega_\times J\Omega + \tau + M_{ext} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Ce modèle dynamique sera celui utilisé lors des simulations numériques dont les résultats sont présentés dans le chapitre suivant. Il sert également de base à l'élaboration d'un modèle spécifique à la synthèse d'algorithmes de commande.

L'ensemble des éléments liés à la modélisation du GLMAV, à savoir les référentiels, les paramètres d'effort et les entrées de commande, sont réunis et explicités à la figure 2.17. La valeur des différents paramètres physiques du GLMAV est, quant à elle, donnée dans la table 2.1.

Paramètre	Valeur	Unité
$m$	0.290	kg
$g$	9.81	m.s <sup>-2</sup>
$I_{xx}$	$1.383 \times 10^{-3}$	kg.m <sup>2</sup>
$I_{yy}$	$1.383 \times 10^{-3}$	kg.m <sup>2</sup>
$I_{zz}$	$2.72 \times 10^{-4}$	kg.m <sup>2</sup>
$\alpha$	$-3.6835 \times 10^{-5}$	N.rad <sup>-2</sup> .s <sup>-2</sup>
$\beta$	$-3.7760 \times 10^{-5}$	N.rad <sup>-2</sup> .s <sup>-2</sup>
$\gamma_1$	$1.4765 \times 10^{-6}$	N.m.rad <sup>-2</sup> .s <sup>-2</sup>
$\gamma_2$	$-1.3266 \times 10^{-6}$	N.m.rad <sup>-2</sup> .s <sup>-2</sup>
$d$	0.0676	m

TABLE 2.1 – Paramètres physiques du GLMAV

## 2.4 Modélisation pour la synthèse de la commande

La dynamique des zéros d'un système non linéaire correspond à la dynamique résiduelle des variables internes lorsque les variables externes, qui sont pilotées, ont atteint leur état d'équilibre [84]. Les systèmes ayant une dynamique des zéros stable sont dits à phase minimale, tandis que ceux avec une dynamique des zéros instable sont dits à phase non minimale. Certaines techniques de commande, comme la commande par linéarisation entrée - sortie, sont très sensibles à cette caractéristique. En effet, l'application directe d'une telle commande à un système à phase strictement non minimale peut entraîner des effets néfastes, comme des oscillations sur la réponse des états internes ou tout simplement l'instabilité de la boucle fermée.

### 2.4.1 Analyse de la dynamique des zéros du GLMAV

Pour se rendre compte de l'existence et de la dimension de la dynamique des zéros, il est nécessaire de calculer la différence entre le nombre d'états du système et le nombre d'états qui sont commandés. Dans le cas du GLMAV, le système possède 12 états :  $\xi$ ,  $v$ ,  $\eta$  et  $\Omega$ , dont seulement 8 sont pilotés, à savoir les trois positions, les trois vitesses de translation, l'orientation autour du lacet et la vitesse angulaire autour du lacet. Par conséquent, la dynamique des zéros pour le GLMAV existe, et est de dimension 4. Il est donc impératif de l'analyser afin de déterminer si cette dynamique des zéros est stable ou non.

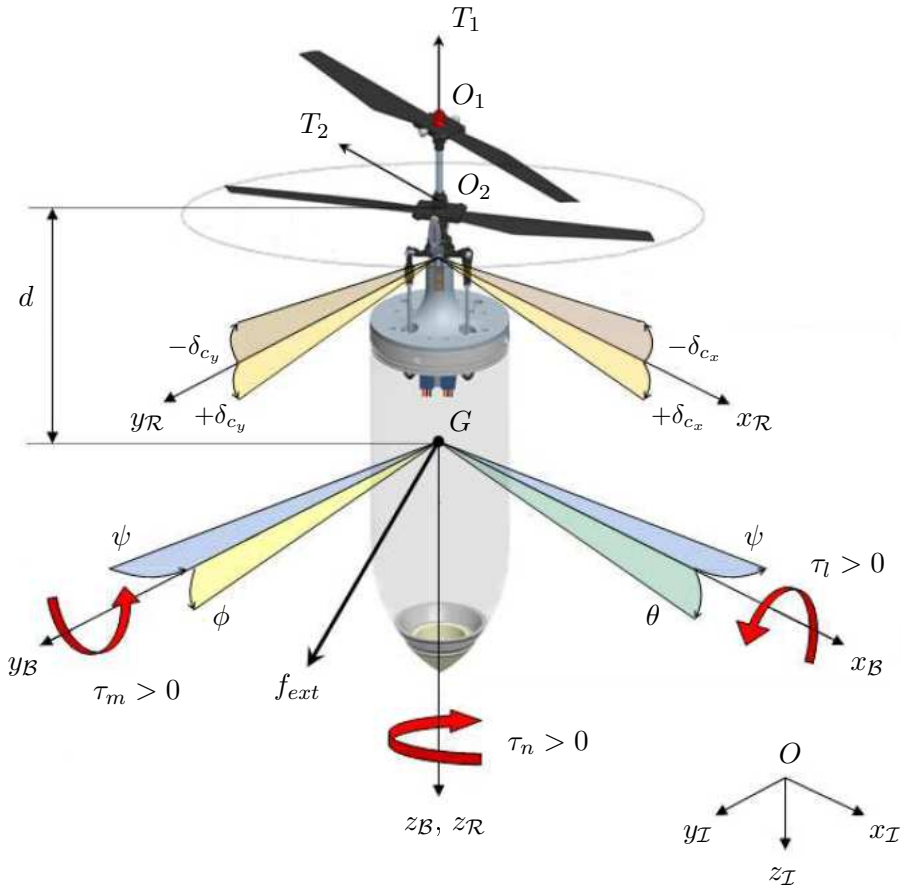


FIGURE 2.17 – Récapitulatif des éléments liés à la modélisation du GLMAV

La cause de l'existence de la dynamique des zéros est généralement la présence d'un couplage entre la dynamique de translation et celle de rotation [87], ce qui est vérifié dans le cas du GLMAV. En effet, en regardant (2.8) et (2.10), il est aisé de voir que le système (2.11) souffre de ce couplage car :

$$\tau_l = dT_y \quad \text{et} : \quad \tau_m = -dT_x. \quad (2.12)$$

Dans ce cas, en prenant en considération le couplage (2.12), le modèle dynamique (2.11) du GLMAV s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= v \\ m\dot{v} &= T_z R_\eta e_3 + R_\eta \Sigma \tau + mge_3 + F_{ext} \\ \dot{\eta} &= Q_\eta \Omega \\ J\dot{\Omega} &= -\Omega_\times J\Omega + \tau + M_{ext} \end{aligned} \quad \text{avec} : \quad \Sigma = \frac{1}{d} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{d} e_{3\times}. \quad (2.13)$$

Supposons alors que la position  $\xi$  soit régulée autour d'une valeur de référence  $\xi_{ref}$  avec une orientation  $\psi$  maintenue à sa valeur désirée  $\psi_{ref}$ . La vitesse  $v$  et l'accélération  $\dot{v}$  au centre de gravité du véhicule, tout comme la dérivée temporelle de l'angle autour du lacet  $\dot{\psi}$ , sont alors nulles. En considérant les efforts externes également nuls, c'est-à-dire  $F_{ext} = M_{ext} = 0$ , l'équation du théorème de Newton de (2.13) est donnée par :

$$T_z R_\eta e_3 + R_\eta \Sigma \tau + mge_3 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad T_z e_3 + \Sigma \tau = -mgR_\eta^T e_3. \quad (2.14)$$

En multipliant (2.14) à gauche et à droite par  $de_{3\times}^T$ , il s'ensuit que<sup>9</sup> :

$$e_{3\times}^T e_{3\times} \tau = -mgde_{3\times}^T R_\eta^T e_3. \quad (2.15)$$

En utilisant l'équation du théorème d'Euler de (2.13), la relation (2.15) s'écrit alors :

$$e_{3\times}^T e_{3\times} \left( J\dot{\Omega} + \Omega_\times J\Omega \right) = -mgde_{3\times}^T R_\eta^T e_3. \quad (2.16)$$

Dans le cadre de l'analyse de la dynamique des zéros, il est possible de montrer que le terme  $\Omega_\times J\Omega$  dans (2.16) s'annule. Pour cela, il faut exploiter l'équation qui ne se trouve pas dans (2.16), c'est-à-dire celle autour de l'axe  $z_B$  du théorème d'Euler de (2.13) :

$$\dot{r} = \left( \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \right) pq + \tau_n. \quad (2.17)$$

Il est également nécessaire de rappeler que les moments d'inertie autour des axes  $x_B$  et  $y_B$  sont égaux et que, lorsque la situation où  $\xi = \xi_{ref}$  et  $\psi = \psi_{ref}$  est atteinte, l'entrée de commande  $\tau$  est nulle. Par conséquent, l'équation (2.17) se met sous la forme :

$$\dot{r} = 0. \quad (2.18)$$

En d'autres termes, cela signifie que la dynamique de l'état  $r$  est nulle, et donc qu'il a atteint une valeur d'équilibre  $r_e$ . Valeur d'équilibre qui ne peut être différente de zéro lorsque  $\xi = \xi_{ref}$  et  $\psi = \psi_{ref}$ . De ce fait, le terme  $\Omega_\times J\Omega$  dans (2.16) est lui aussi nul, et la relation (2.16) peut se réécrire de la façon suivante :

$$e_{3\times}^T e_{3\times} J\dot{\Omega} = -mgde_{3\times}^T R_\eta^T e_3 \quad \Longleftrightarrow \quad \begin{cases} \dot{p} = -\frac{mgd}{I_{xx}} \sin \phi \cos \theta \\ \dot{q} = -\frac{mgd}{I_{yy}} \sin \theta \end{cases} \quad (2.19)$$

La matrice  $R_\eta$  étant unitaire, l'équation (2.19) admet deux points d'équilibre, l'un pour  $R_\eta^T e_3 = e_3$ , correspondant à  $z_B = z_I$ , et l'autre pour  $R_\eta^T e_3 = -e_3$ , correspondant à  $z_B = -z_I$ . Une dynamique des zéros stable consisterait donc à avoir le point d'équilibre pour  $R_\eta^T e_3 = e_3$  stable et celui pour  $R_\eta^T e_3 = -e_3$  instable. L'analyse de la dynamique des zéros est alors réalisée par la linéarisation de la dynamique de son vecteur paramétré par  $[\phi \ p \ \theta \ q]^T$ . Pour rappel, la dynamique de ce vecteur est donnée à partir de (2.13) et (2.19) par :

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{p} \\ \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p + \sin \phi \tan \theta \ q \\ -\frac{mgd}{I_{xx}} \sin \phi \cos \theta \\ \cos \phi \ q \\ -\frac{mgd}{I_{yy}} \sin \theta \end{bmatrix}. \quad (2.20)$$

La première étape dans un processus de linéarisation consiste à déterminer la valeur des états lorsque le système est à l'équilibre, c'est-à-dire lorsque  $\dot{\phi} = \dot{p} = \dot{\theta} = \dot{q} = 0$ . En se basant sur

9. Par le calcul, il est très simple de montrer que :  $e_{3\times}^T e_3 = 0$

les points d'équilibre définis précédemment, les différentes solutions pour atteindre ces points d'équilibre sont :

$$\begin{array}{cccc} \phi = 0 & \phi = \pi & \phi = 0 & \phi = \pi \\ \theta = 0 & \theta = \pi & \theta = \pi & \theta = 0 \\ p = 0 & p = 0 & p = 0 & p = 0 \\ q = 0 & q = 0 & q = 0 & q = 0 \end{array}, \quad \text{et :} \quad (2.21)$$

Les deux premières configurations correspondant au point d'équilibre  $R_\eta^T e_3 = e_3$ , et les deux dernières au point d'équilibre  $R_\eta^T e_3 = -e_3$ .

La seconde étape consiste à calculer la matrice jacobienne associée au système étudié, de l'évaluer en ces points d'équilibre et d'analyser le signe de la partie réelle de ses valeurs propres. La matrice jacobienne associée à (2.20) est alors donnée par :

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{p} \\ \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial \phi} & \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial p} & \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial q} \\ \frac{\partial \dot{p}}{\partial \phi} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial p} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial q} \\ \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial \phi} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial p} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial q} \\ \frac{\partial \dot{q}}{\partial \phi} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial p} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ p \\ \theta \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi \tan \theta q & 1 & \frac{\sin \phi}{\cos^2 \theta} q & \sin \phi \tan \theta \\ -\frac{mgd}{I_{xx}} \cos \phi \cos \theta & 0 & \frac{mgd}{I_{xx}} \sin \phi \sin \theta & 0 \\ -\sin \phi q & 0 & 0 & \cos \phi \\ 0 & 0 & -\frac{mgd}{I_{yy}} \cos \theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ p \\ \theta \\ q \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

L'évaluation de cette matrice aux configurations d'équilibre définies par (2.21) et l'examen des valeurs propres de la matrice résultante sont ensuite réalisés au cas par cas :

- La linéarisation autour de  $\phi = 0$ ,  $\theta = 0$ ,  $p = 0$  et  $q = 0$  donne :

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{p} \\ \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{mgd}{I_{xx}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{mgd}{I_{yy}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ p \\ \theta \\ q \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

dont les valeurs propres sont toutes à partie réelle nulle.

- La linéarisation autour de  $\phi = \pi$ ,  $\theta = \pi$ ,  $p = 0$  et  $q = 0$  donne :

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{p} \\ \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{mgd}{I_{xx}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & \frac{mgd}{I_{yy}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ p \\ \theta \\ q \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

dont les valeurs propres sont également toutes à partie réelle nulle.



- La linéarisation autour de  $\phi = 0$ ,  $\theta = \pi$ ,  $p = 0$  et  $q = 0$  donne :

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{p} \\ \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{mgd}{I_{xx}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{mgd}{I_{yy}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ p \\ \theta \\ q \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

dont deux valeurs propres sont à partie réelle positive et deux à partie réelle négative.

- La linéarisation autour de  $\phi = \pi$ ,  $\theta = 0$ ,  $p = 0$  et  $q = 0$  donne :

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{p} \\ \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{mgd}{I_{xx}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -\frac{mgd}{I_{yy}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ p \\ \theta \\ q \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

dont deux valeurs propres sont à partie réelle positive et deux à partie réelle négative.

Cette analyse permet de conclure que les configurations (2.25) et (2.26), correspondant au point d'équilibre  $R_\eta^T e_3 = -e_3$ , ne sont pas stables. En revanche, rien ne peut être affirmé pour le point d'équilibre  $R_\eta^T e_3 = e_3$ . D'autres outils doivent alors être utilisés pour étudier la stabilité de ce point d'équilibre, comme l'utilisation d'une fonction de Lyapunov. Soit  $V$  une fonction de Lyapunov définie telle que :

$$V = \frac{1}{2}p^2 + \frac{1}{2}q^2 + \frac{mgd}{I_{xx}} (1 - e_3^T R_\eta^T e_3) \quad (2.27)$$

Il est clair que  $V$  est strictement positive, sauf à l'équilibre  $R_\eta^T e_3 = e_3$  où  $V = 0$ . La dérivée temporelle de  $V$  est alors donnée par :

$$\dot{V} = p\dot{p} + q\dot{q} - \frac{mgd}{I_{xx}} e_3^T \Omega_\times^T R_\eta^T e_3 \quad (2.28)$$

qui, en utilisant (2.19) et le fait que  $I_{xx} = I_{yy}$ , vaut zéro. Le point d'équilibre  $R_\eta^T e_3 = e_3$  est par conséquent marginalement stable.

En conclusion, le point d'équilibre  $R_\eta^T e_3 = -e_3$  est instable tandis que le point d'équilibre  $R_\eta^T e_3 = e_3$  est marginalement stable.

### 2.4.2 Expression du modèle non linéaire

Bien que le couplage (2.12) entre la dynamique de translation et celle de rotation induise une dynamique des zéros marginalement stable, il est préférable de s'en abstenir afin de faciliter le développement d'algorithmes de commande. Pour cela, les forces longitudinale  $T_x$  et latérale  $T_y$  seront considérées comme négligeables comparées à la poussée verticale  $T_z$ . Cette approximation

n'est pas dénuée de sens car, connaissant l'objectif principal des missions du drone, à savoir l'observation, il est clair que la majeure partie du vol autonome sera consacrée au vol stationnaire. Pour la même raison, les angles d'inclinaison du plateau cyclique  $\delta_{c_x}$  et  $\delta_{c_y}$  seront considérés comme étant petits, signifiant que l'approximation de Gauss peut être utilisée. De ce fait, les équations (2.8) et (2.10) représentant la force  $T$  et les moments  $\tau$  générés par l'action conjointe des rotors et du plateau cyclique ont désormais la forme suivante :

$$T = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha\Omega_1^2 + \beta\Omega_2^2 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \tau = \begin{bmatrix} \tau_l \\ \tau_m \\ \tau_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -d\beta\delta_{c_x}\Omega_2^2 \\ d\beta\delta_{c_y}\Omega_2^2 \\ \gamma_1\Omega_1^2 + \gamma_2\Omega_2^2 \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Par cette opération, le modèle non linéaire de simulation (2.11) peut être approximé par un modèle non linéaire de commande donné par :

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= v \\ m\dot{v} &= T_z R_\eta e_3 + mge_3 + F_{ext} \\ \dot{\eta} &= Q_\eta \Omega \\ J\dot{\Omega} &= -\Omega_\times J\Omega + \tau + M_{ext} \end{aligned} \quad (2.30)$$

En outre, en manipulant (2.29), les expressions des quatre entrées de commande réelles du GLMAV, à savoir les vitesses de rotation des rotors supérieur et inférieur  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$ , et les angles d'inclinaison du plateau cyclique  $\delta_{c_x}$  et  $\delta_{c_y}$ , sont définies par :

$$\Omega_1^2 = \frac{\gamma_2 T_z - \beta \tau_n}{\alpha \gamma_2 - \beta \gamma_1}, \quad \Omega_2^2 = \frac{\alpha \tau_n - \gamma_1 T_z}{\alpha \gamma_2 - \beta \gamma_1}, \quad \delta_{c_x} = -\frac{\tau_l}{d\beta\Omega_2^2}, \quad \text{et} \quad \delta_{c_y} = \frac{\tau_m}{d\beta\Omega_2^2} \quad (2.31)$$

avec  $T_z$ ,  $\tau_l$ ,  $\tau_m$  et  $\tau_n$  les nouvelles entrées de commande qui devront être déterminées par les algorithmes de commande.

### 2.4.3 Expression du modèle linéarisé tangent

Le système non linéaire décrit par (2.30) servira de base pour la conception d'algorithmes de commande par des approches non linéaires, mais il n'est absolument pas approprié pour la synthèse d'algorithmes linéaires. En effet, ces approches se basent sur un modèle dynamique linéarisé autour d'un certain point de fonctionnement, en l'occurrence le vol stationnaire. Les hypothèses de linéarisation du modèle non linéaire relatives au vol stationnaire sont les suivantes :

- la vitesse de translation  $v$  du véhicule est faible :  $v = o(\epsilon)$ ,
- la position  $\xi$  du véhicule est quelconque,
- le vitesse de rotation  $\Omega$  du véhicule est faible :  $\Omega = o(\epsilon)$ ,
- les angles de roulis  $\phi$  et de tangage  $\theta$  sont faibles :  $\phi = \theta = o(\epsilon)$ ,
- l'angle de lacet  $\psi$  est régulé à zéro.

Le modèle linéarisé tangent au voisinage du vol stationnaire est alors composé des quatre chaînes SISO (de l'anglais Single Input - Single Output) suivantes<sup>10</sup> :

10. Voir le détail du calcul en annexe A.3

- une chaîne d'altitude ayant pour état  $[z \ v_z]^T$  :

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{v}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ v_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} T_z \quad (2.32)$$

- une chaîne de roulis ayant pour état  $[y \ v_y \ \phi \ p]^T$  :

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{v}_y \\ \dot{\phi} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ v_y \\ \phi \\ p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{I_{xx}} \end{bmatrix} \tau_l \quad (2.33)$$

- une chaîne de tangage ayant pour état  $[x \ v_x \ \theta \ q]^T$  :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{v}_x \\ \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ v_x \\ \theta \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{I_{yy}} \end{bmatrix} \tau_m \quad (2.34)$$

- une chaîne de lacet ayant pour état  $[\psi \ r]^T$  :

$$\begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{I_{zz}} \end{bmatrix} \tau_n \quad (2.35)$$

Le changement de variables utilisé entre les entrées de commande réelles du GLMAV et les nouvelles entrées de commande qui devront être déterminées par les algorithmes de commande sera le même que celui défini par (2.31).

## 2.5 Conclusion

Ce second chapitre présente le projet GLMAV dans sa globalité, depuis son cahier des charges jusqu'au modèle mathématique simplifié de la dynamique du drone (2.30), approprié pour la synthèse de stratégies de commande. Lors de la modélisation aérodynamique, il a été volontairement fait abstraction du mécanisme de génération d'une force sur une aile en mouvement pour se concentrer sur les éléments essentiels à la thèse. Une modélisation du GLMAV avec un plus haut degré de détail est toutefois présentée dans [15]. Par ailleurs, une modélisation fine de la dynamique d'un véhicule aérien autonome est pratiquement impossible tant les couplages entre les variables et les interactions aérodynamiques sont nombreux. En outre, le modèle qui en résulterait serait impropre à la synthèse d'algorithmes de commande.

Les chapitres suivants sont consacrés à l'élaboration d'algorithmes de commande permettant le suivi de trajectoires du véhicule. Ces algorithmes seront développés sur la base du modèle (2.32) – (2.35) pour les approches linéaires et sur celle du modèle (2.30) pour les approches non linéaires, avant d'être testés en simulation sur le modèle (2.11).



## Chapitre 3

# Stratégies de commande du drone : Approches linéaires

Avec l'essor des véhicules aériens autonomes, les stratégies de commande permettant de les diriger sont l'objet de nombreuses études depuis plusieurs années maintenant. Preuve en est l'émergence croissante de projets relatifs aux drones au sein des équipes de recherche internationales et le nombre impressionnant de publications à ce sujet [38, 42, 46, 52, 66, 73]. Parmi ces travaux, les véhicules ayant la capacité de combiner le vol de translation avec le vol stationnaire ont suscité un intérêt tout particulier. En effet, ces appareils, dont la dynamique est particulièrement complexe, ont nécessité de considérer de nouveaux objectifs de commande. Il ne s'agit plus alors de seulement maîtriser l'attitude du véhicule, ce qui correspond à la fonction de pilotage, mais également de régir sa position, ce qui correspond à la fonction de guidage.

La finalité de ce chapitre est de présenter certaines stratégies de commande linéaire pouvant être appliquées au GLMAV, lui permettant de suivre une trajectoire donnée et de se stabiliser. Leur popularité au sein de la communauté scientifique et industrielle vient de leur simplicité de conception, qui minimise à la fois le temps et les ressources nécessaires à leur développement. Ces techniques sont d'autant plus intéressantes qu'elles permettent de déterminer avec précision la stabilité, la performance et la robustesse de la boucle fermée. Cependant, elles se fondent sur le fait que le système est linéaire, ce qui n'est vrai que sur une petite partie de l'espace d'état autour d'un point de fonctionnement particulier. Par conséquent, la preuve de stabilité n'est pas garantie si le véhicule s'écarte de ce point de fonctionnement.

Les méthodes développées dans ce chapitre seront en partie celles introduites dans le premier chapitre. Ainsi, la première section sera dédiée à la commande par régulateur PID, la seconde à la commande par placement de pôles, la troisième à la commande linéaire quadratique et la dernière à la commande par synthèse  $\mathcal{H}_\infty$ . Toutes ces approches seront élaborées sur la base du modèle linéarisé tangent de la dynamique du drone défini par (2.32) – (2.35), avant d'être testées en simulation sur le modèle non linéaire complet donné par (2.11). En dernière partie, une étude de leur réponse fréquentielle permettra de visualiser leur comportement vis-à-vis de perturbations et de bruits de mesure.

### 3.1 Objectifs et hypothèses de commande

L'objectif des différentes stratégies de commande présentées dans ce chapitre est d'assurer le maintien à poste et quelques déplacements autour du point de fonctionnement choisi : le vol stationnaire. Elles auront alors la tâche de déterminer les signaux  $T_z$ ,  $\tau_l$ ,  $\tau_m$  et  $\tau_n$  qui permettront, via le changement de variables défini par (2.31), de piloter le véhicule.

Les différents paramètres inhérents aux méthodes de commande, tels que les gains et les matrices et filtres de pondération, seront choisis tels que le module de la fonction de transfert en boucle ouverte  $|H_{BO}|$  présente l'allure dite idéale illustrée par la figure 3.1. En effet, de grandes valeurs de gain en basses fréquences permettent d'obtenir un système précis, c'est-à-dire sans erreur statique, tandis que de faibles valeurs de gain en hautes fréquences permettent d'augmenter la robustesse du système vis-à-vis des bruits de hautes fréquences. De plus, la pulsation  $\omega$  à laquelle  $|H_{BO}|$  est nul correspond approximativement à la bande passante du système en boucle fermée, définissant le temps de réponse du système. Dans le cadre de la commande du GLMAV, ce temps de réponse, qui correspond au temps d'établissement du régime stationnaire, ne devra pas excéder 10 secondes. Par ailleurs, en plus de garantir une erreur statique nulle, les paramètres de commande seront sélectionnés tels que la réponse du système ne présente pas de dépassement. Ces spécifications seront identiques pour toutes les approches de commande testées dans ce chapitre.

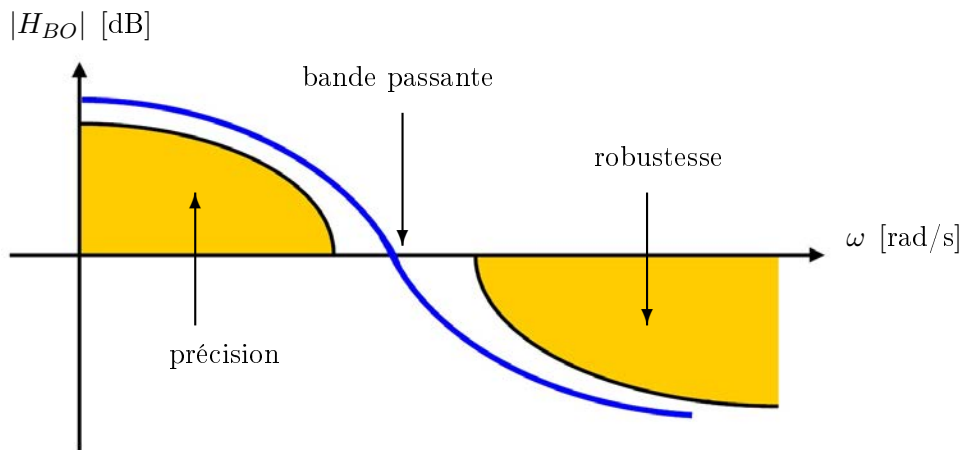


FIGURE 3.1 – Allure idéale de la fonction de transfert en boucle ouverte  $H_{BO}$

Lors de la synthèse de la commande, il est fait l'hypothèse que tout l'état du système, constitué des vecteurs  $\xi$ ,  $v$ ,  $\eta$  et  $\Omega$ , est accessible à la mesure. De plus, les signaux de référence utilisés seront des profils temporels quelconques, avec comme seules restrictions celles imposées par la contrôlabilité fonctionnelle du système et celles imposées par les contraintes physiques des entrées de commande.

## 3.2 Commande par régulation PID

La commande par régulation PID (pour Proportionnelle - Intégrale - Dérivée) est certainement la structure de commande la plus couramment utilisée dans l'industrie. Elle s'est en effet imposée dans plus de 90 % des architectures de commande, dont la plupart ne sont constituées que des actions proportionnelle et intégrale [187]. La prévalence de cette approche vient, au-delà de sa simplicité, des performances qu'elle offre aux systèmes pilotés en boucle fermée, quel que soit leur domaine d'application.

### 3.2.1 Principe de la commande

L'idée centrale de ce type de régulateur est de délivrer un signal de commande à partir de la différence entre une consigne  $y_{ref}$  et une mesure  $y$ . Soit  $e$  l'écart entre  $y_{ref}$  et  $y$  défini par  $e = y_{ref} - y$ , l'expression du signal de commande  $u$  généré par un correcteur PID est donnée dans le domaine temporel par :

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt}. \quad (3.1)$$

Le signal de commande est donc la somme de trois termes : un terme proportionnel à l'erreur, un terme proportionnel à l'intégrale de l'erreur et un terme proportionnel à la dérivée de l'erreur. Les parties intégrale, proportionnelle et dérivée pouvant être considérées comme des actions de commande basées sur le passé, le présent et le futur respectivement. L'adaptation de la commande  $u$  aux exigences du système en boucle fermée se fait en sélectionnant de façon appropriée le gain proportionnel  $K_P$ , le gain intégral  $K_I$  et le gain dérivé  $K_D$ . La table 3.1 indique le comportement de la boucle fermée lorsque les paramètres augmentent indépendamment les uns des autres. Cependant, il n'existe pas de méthode unique pour déterminer ces paramètres et il est alors nécessaire de réaliser des compromis entre durée du régime transitoire, dépassement, erreur statique et robustesse.

Paramètre	Temps de montée	Temps de stabilisation	Dépassement	Erreur statique
$K_P$	diminue	augmente	augmente	diminue
$K_I$	diminue	augmente	augmente	annule
$K_D$	–	diminue	diminue	–

TABLE 3.1 – Influence de l'augmentation des paramètres du PID sur le comportement du système en boucle fermée

En automatique, l'action du correcteur PID est plus généralement écrite dans le domaine de Laplace sous la forme d'une fonction de transfert entre l'écart  $E(s)$  et le signal de commande  $U(s)$ . En effet, à partir de cette représentation, le comportement du système peut être étudié sans passer par une fonction temporelle souvent plus compliquée. La fonction de transfert classique d'un correcteur PID se met alors sous la forme :

$$H_{PID}(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s. \quad (3.2)$$

Toutefois, la fonction de transfert décrite par (3.2) n'est pas réalisable car le degré de son numérateur est supérieur à celui de son dénominateur. Par conséquent, l'action dérivée de (3.2) est toujours filtrée de la façon suivante :

$$K_D s \longrightarrow \frac{K_D s}{1 + \frac{K_D}{N} s} \quad \text{avec : } N > 1. \quad (3.3)$$

Le choix du paramètre  $N$  résulte d'un compromis dans le comportement désiré du système en boucle fermée. En effet, si  $N$  est trop grand, l'action dérivée ne sera pratiquement plus filtrée, ce qui se traduira par une grande sensibilité du signal de commande par rapport aux bruits de mesure. En revanche, si  $N$  est trop petit, l'effet de l'action dérivée sera quasiment inexistante.

Il existe de nombreuses variantes de la structure de régulation par PID de base présentée à la figure 1.30 qui permettent d'améliorer sensiblement les performances de la commande [188]. L'une d'entre elles consiste à utiliser une structure de régulation dite en cascade se basant sur l'utilisation de deux régulateurs PID. Cette architecture de commande est applicable sur les systèmes composés de deux sous-systèmes en série, dont le premier est plus rapide que le second. Il s'agit par conséquent d'une stratégie de commande intéressante pour le pilotage des véhicules aériens autonomes où la dynamique de rotation est plus rapide que celle de translation. Comme le montre la figure 3.2, une structure de régulation en cascade est constituée d'une boucle externe et d'une boucle interne, la sortie du régulateur de la boucle externe servant de référence au régulateur de la boucle interne. Pour les drones, le correcteur lié à la dynamique de translation génère alors une référence en orientation que le correcteur lié à la dynamique de rotation doit impérativement suivre. Il est important de remarquer que le gain proportionnel, le gain intégral et le gain dérivé des deux régulateurs peuvent être très différents.

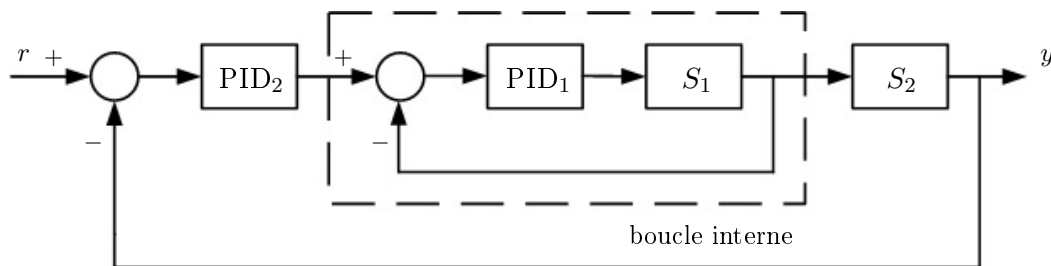


FIGURE 3.2 – Structure de régulation par PID en cascade

Une propriété très appréciable d'une telle structure de commande est son efficacité vis-à-vis de potentielles perturbations affectant le système, notamment au niveau du sous-système  $S_1$ . En effet, dans le cas d'une régulation classique, il faudrait attendre que l'effet de cette perturbation altère la sortie du second sous-système avant que le correcteur ne réagisse. Dans le cas d'une régulation en cascade, la perturbation est directement compensée par le correcteur  $PID_1$ , évitant ainsi une perte de temps et de performance.



### 3.2.2 Application à la commande du GLMAV

La théorie de la commande par régulation PID est maintenant appliquée à chacun des sous-systèmes définis par (2.32) - (2.35).

► **Stabilisation de la chaîne d'altitude**

Soit  $z_{ref}$  la référence à atteindre par l'altitude  $z$  lors du régime stationnaire et  $T_z$  le signal de commande associé à ce sous-système. La fonction de transfert du correcteur PID liant ces éléments est donnée par :

$$H_{PID_z} = K_{P_z} + \frac{K_{I_z}}{s} + \frac{K_{D_z}s}{1 + \frac{K_{D_z}s}{N_z}}. \quad (3.4)$$

► **Stabilisation de la chaîne de roulis**

La conception de cette boucle de commande repose sur le fait qu'un mouvement latéral est généré par l'inclinaison de l'appareil autour de son axe de roulis. La structure de la commande est par conséquent composée de deux boucles en cascade : une boucle externe et une boucle interne. La boucle externe produisant une référence en orientation autour du roulis, tandis que la boucle interne stabilise le véhicule autour de cette référence. Soit  $y_{ref}$  la référence à atteindre par la position latérale  $y$  lors du régime stationnaire et  $\phi_{ref}$  le signal de commande associé à la boucle externe de ce sous-système. La fonction de transfert du régulateur PID pour cette boucle externe s'écrit :

$$H_{PID_y} = K_{P_y} + \frac{K_{I_y}}{s} + \frac{K_{D_y}s}{1 + \frac{K_{D_y}s}{N_y}}. \quad (3.5)$$

La fonction de transfert du correcteur PID de la boucle interne liant l'erreur en roulis au signal de commande  $\tau_l$  est quant à elle donnée par :

$$H_{PID_\phi} = K_{P_\phi} + \frac{K_{I_\phi}}{s} + \frac{K_{D_\phi}s}{1 + \frac{K_{D_\phi}s}{N_\phi}}. \quad (3.6)$$

► **Stabilisation de la chaîne de tangage**

Tout comme précédemment, la conception de cette boucle de commande repose sur le fait qu'un mouvement longitudinal est généré par l'inclinaison de l'appareil autour de son axe de tangage. La structure de la commande est par conséquent également composée de deux boucles en cascade : une boucle externe et une boucle interne. La boucle externe produisant une référence en orientation autour du tangage, tandis que la boucle interne stabilise le véhicule autour de cette référence. Soit  $x_{ref}$  la référence à atteindre par la position longitudinale  $x$  lors du régime stationnaire et  $\theta_{ref}$  le signal de commande associé à la boucle externe de ce sous-système. La fonction de transfert du régulateur PID pour cette boucle externe s'écrit :

$$H_{PID_x} = -K_{P_x} - \frac{K_{I_x}}{s} - \frac{K_{D_x}s}{1 + \frac{K_{D_x}s}{N_x}}. \quad (3.7)$$

La fonction de transfert du correcteur PID de la boucle interne liant l'erreur en tangage au signal de commande  $\tau_m$  est quant à elle donnée par :

$$H_{PID_\theta} = K_{P_\theta} + \frac{K_{I_\theta}}{s} + \frac{K_{D_\theta}s}{1 + \frac{K_{D_\theta}}{N_\theta}s}. \quad (3.8)$$

► **Stabilisation de la chaîne de lacet**

Soit  $\psi_{ref}$  la référence à atteindre par l'orientation autour du lacet  $\psi$  lors du régime stationnaire et  $\tau_n$  le signal de commande associé à ce sous-système. La fonction de transfert du correcteur PID liant ces éléments s'écrit :

$$H_{PID_\psi} = K_{P_\psi} + \frac{K_{I_\psi}}{s} + \frac{K_{D_\psi}s}{1 + \frac{K_{D_\psi}}{N_\psi}s}. \quad (3.9)$$

Il est à noter que l'ensemble des gains proportionnel, intégral et dérivé présents dans les signaux de commande sont positifs ou nuls. De plus, pour que la stabilisation des chaînes de roulis et de tangage fonctionne correctement, il est nécessaire que la dynamique de rotation soit régulée à sa référence plus rapidement que la dynamique de translation. Dans ce but, les paramètres de commande doivent être choisis tels qu'il existe une séparation de l'échelle de temps entre les dynamiques de translation et de rotation.

### 3.2.3 Simulations numériques

Les performances de la commande par régulation PID sont maintenant évaluées en simulation sur le modèle dynamique complet du GLMAV donné par (2.11). L'évaluation est réalisée sur la capacité de la commande à garantir la bonne exécution d'une manœuvre de poursuite de position. La trajectoire de référence est constituée d'une succession d'échelons aussi bien dans le plan longitudinal que latéral ou vertical. Ayant un objectif de comparaison, cette trajectoire sera la même pour tous les algorithmes de commande présentés dans ce manuscrit. L'état initial du GLMAV est donné par (3.10) et sera identique lors des simulations des approches de commande linéaire.

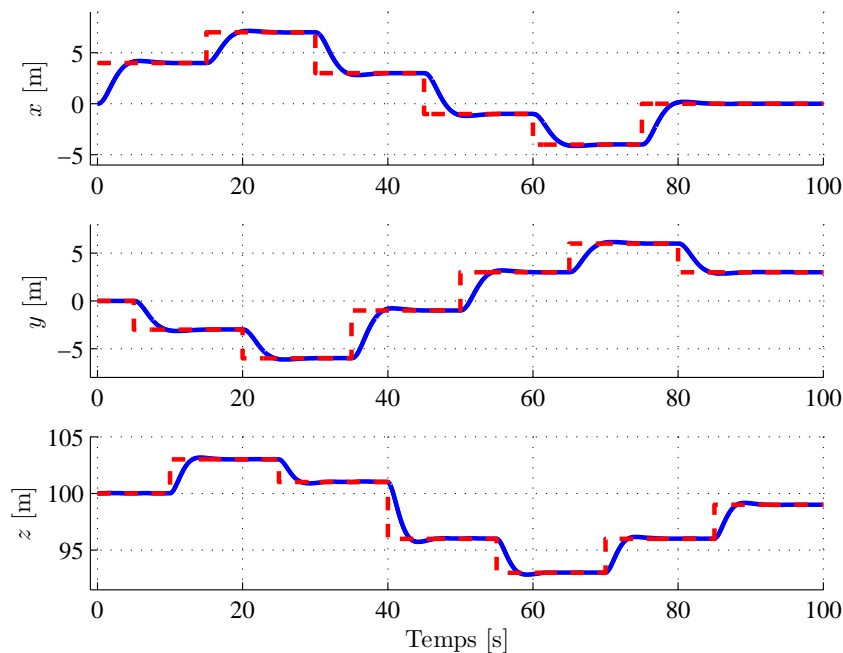
$$\begin{array}{llll} x_0 = 0 & v_{x_0} = 0 & \phi_0 = 0 & p_0 = 0 \\ y_0 = 0 & v_{y_0} = 0 & \theta_0 = 0 & q_0 = 0 \\ z_0 = 100 & v_{z_0} = 0 & \psi_0 = 0 & r_0 = 0 \end{array} \quad \text{et :} \quad (3.10)$$

La valeur des paramètres des différents régulateurs PID (3.4) - (3.9) est quant à elle donnée par la table 3.2. Ces valeurs ont été sélectionnées sur la base des travaux de [189], puis adaptées aux besoins du GLMAV par la méthode de réglage par approches successives. Ainsi, seules les variables possédant des contraintes de poursuite, à savoir les positions  $x$ ,  $y$  et  $z$  et l'orientation en lacet  $\psi$ , se sont vues attribuer une action intégrale. Par ailleurs, la valeur du paramètre  $N$  au niveau des filtres passe-bas sur l'action dérivée de chacune des fonctions de transfert (3.4) - (3.9) fut fixée à 10. Cette valeur est la plus fréquemment utilisée dans les applications où un système est piloté par un régulateur PID.

Altitude	$K_{P_z} = 0.3$	$K_{I_z} = 0.01$	$K_{D_z} = 0.4$
Roulis - boucle externe	$K_{P_y} = 0.05$	$K_{I_y} = 0.002$	$K_{D_y} = 0.1$
Roulis - boucle interne	$K_{P_\phi} = 0.3$	$K_{I_\phi} = 0$	$K_{D_\phi} = 0.05$
Tangage - boucle externe	$K_{P_x} = 0.05$	$K_{I_x} = 0.002$	$K_{D_x} = 0.1$
Tangage - boucle interne	$K_{P_\theta} = 0.3$	$K_{I_\theta} = 0$	$K_{D_\theta} = 0.05$
Lacet	$K_{P_\psi} = 0.6$	$K_{I_\psi} = 0.001$	$K_{D_\psi} = 0.1$

TABLE 3.2 – Valeurs des paramètres des régulateurs PID

La réponse temporelle du système en boucle fermée par rapport à la trajectoire de référence est donnée par la figure 3.3 pour la position, et par la figure 3.4 pour l'orientation. Les entrées de commande du système sont quant à elles représentées par la figure 3.5 pour les vitesses de rotation des rotors, et par la figure 3.6 pour les angles d'inclinaison du plateau cyclique.

FIGURE 3.3 – Positions  $x$ ,  $y$  et  $z$  (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande par régulation PID

Sur la base de ces résultats, et malgré le fait que la commande par régulation PID ne prenne pas en compte le couplage entre la dynamique de translation et celle de rotation, les performances de l'algorithme de commande sont satisfaisantes. La réussite de la commande peut partiellement être attribuée à la trajectoire de référence composée majoritairement de phases de vol stationnaire, limitant ainsi l'intensité du couplage. Toutefois, dans le cas où cet algorithme serait implémenté sur le système réel, un ajustement de la valeur des gains de la table 3.2 devra être réalisé afin de compenser de potentielles incertitudes de modélisation.

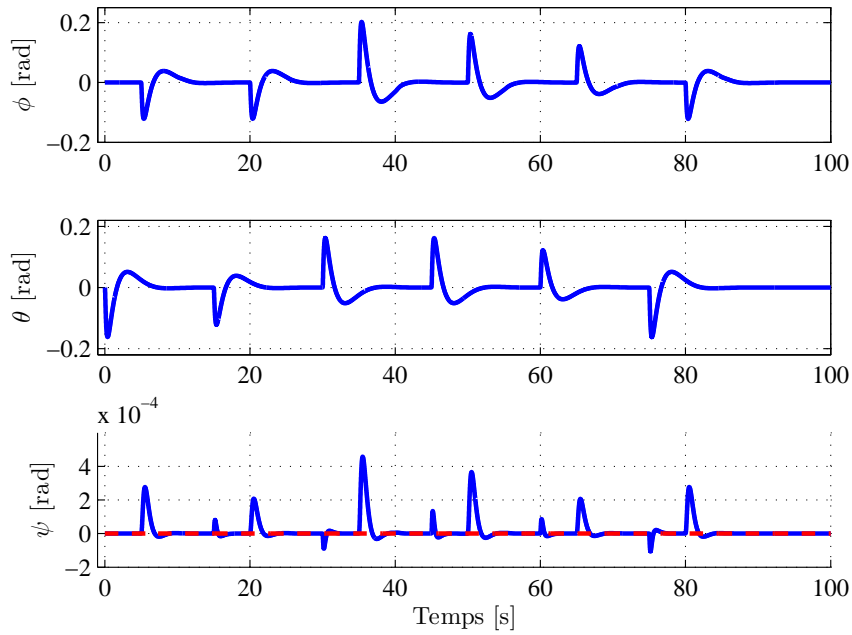


FIGURE 3.4 – Angles  $\phi$ ,  $\theta$  et  $\psi$  (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande par régulation PID

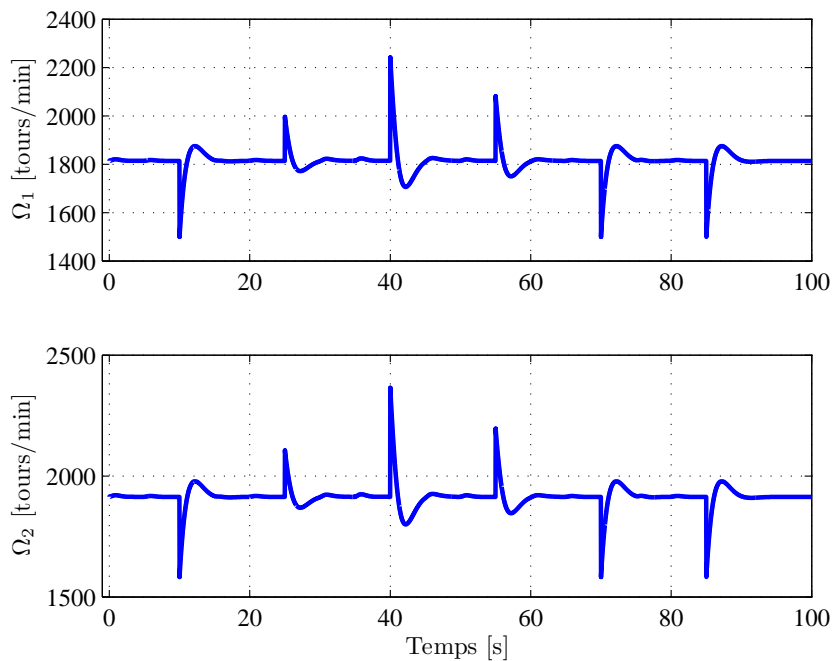


FIGURE 3.5 – Vitesses de rotation  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  des rotors pour la commande par régulation PID

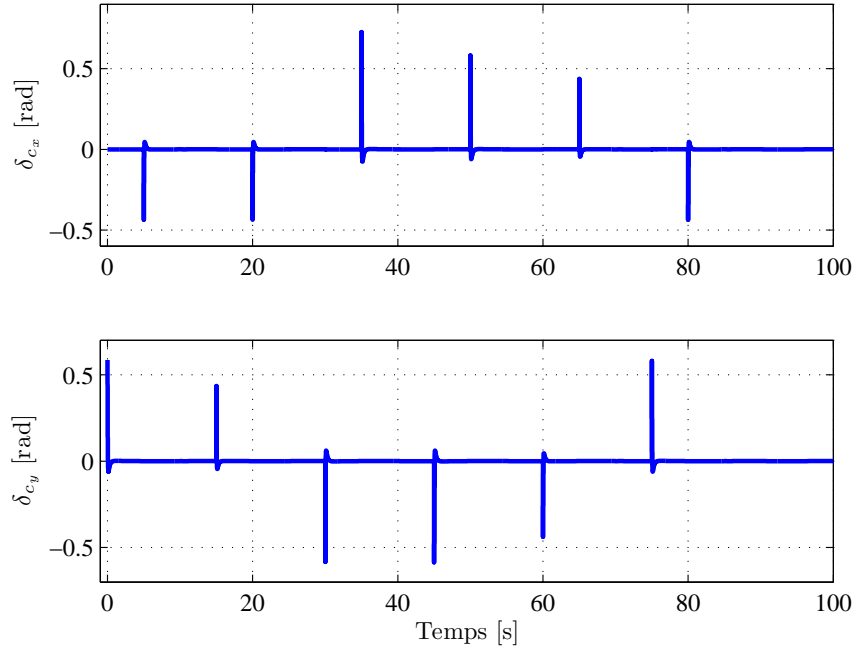


FIGURE 3.6 – Angles d’inclinaison  $\delta_{c_x}$  et  $\delta_{c_y}$  du plateau cyclique pour la commande par régulation PID

### 3.2.4 Analyse de la stabilité

Dans le but d’analyser la stabilité de chaque sous-système, il est nécessaire de formuler l’expression de la fonction de transfert en boucle fermée pour chacun d’entre eux. Pour rappel, pour un retour unitaire, la fonction de transfert en boucle fermée  $H_{BF}$  s’écrit en fonction de la fonction de transfert en boucle ouverte  $H_{BO}$  par :

$$H_{BF} = \frac{H_{BO}}{1 + H_{BO}} \quad (3.11)$$

En combinant le modèle linéarisé tangent (2.32) - (2.35) avec les fonctions de transfert des régulateurs PID (3.4) - (3.9), les fonctions de transfert en boucle fermée pour chacun des sous-systèmes<sup>11</sup> peuvent s’écrire :

- pour la chaîne d’altitude :

$$H_{BF_z} = \frac{N_{BF_z}}{D_{BF_z}} \quad (3.12)$$

avec :

$$N_{BF_z} = (K_{P_z}K_{D_z} + K_{D_z}N_z)s^2 + (K_{P_z}N_z + K_{I_z}K_{D_z})s + K_{I_z}N_z \quad (3.13)$$

11. La fonction de transfert en boucle fermée de la chaîne de tangage ayant la même forme et les mêmes coefficients que celle de la chaîne de roulis, il ne sera présenté que ce second cas. Toutes les analyses et tous les résultats obtenus avec la chaîne de roulis seront naturellement valables pour la chaîne de tangage.

et :

$$D_{BF_z} = mK_{D_z}s^4 + mN_zs^3 + (K_{P_z}K_{D_z} + K_{D_z}N_z)s^2 + (K_{P_z}N_z + K_{I_z}K_{D_z})s + K_{I_z}N_z \quad (3.14)$$

- pour la chaîne de roulis :

$$H_{BF_y} = \frac{N_{BF_y}}{D_{BF_y}} \quad (3.15)$$

avec :

$$\begin{aligned} N_{BF_y} = & g(K_{P_y}K_{D_y} + K_{D_y}N_y)(K_{P_\phi}K_{D_\phi} + K_{D_\phi}N_\phi)s^3 \\ & + (g(K_{P_y}K_{D_y} + K_{D_y}N_y)K_{P_\phi}N_\phi + g(K_{P_y}N_y + K_{I_y}K_{D_y})(K_{P_\phi}K_{D_\phi} + K_{D_\phi}N_\phi))s^2 \\ & + (g(K_{P_y}N_y + K_{I_y}K_{D_y})K_{P_\phi}N_\phi + gK_{I_y}N_y(K_{P_\phi}K_{D_\phi} + K_{D_\phi}N_\phi))s \\ & + gK_{I_y}N_yK_{P_\phi}N_\phi \end{aligned} \quad (3.16)$$

et :

$$\begin{aligned} D_{BF_y} = & I_{xx}K_{D_y}K_{D_\phi}s^7 + (I_{xx}K_{D_y}N_\phi + I_{xx}K_{D_\phi}N_y)s^6 \\ & + (K_{D_y}(K_{P_\phi}K_{D_\phi} + K_{D_\phi}N_\phi) + I_{xx}N_yN_\phi)s^5 \\ & + (K_{D_y}K_{P_\phi}N_\phi + N_y(K_{P_\phi}K_{D_\phi} + K_{D_\phi}N_\phi))s^4 \\ & + (N_yK_{P_\phi}N_\phi + g(K_{P_y}K_{D_y} + K_{D_y}N_y)(K_{P_\phi}K_{D_\phi} + K_{D_\phi}N_\phi))s^3 \\ & + (g(K_{P_y}K_{D_y} + K_{D_y}N_y)K_{P_\phi}N_\phi + g(K_{P_y}N_y + K_{I_y}K_{D_y})(K_{P_\phi}K_{D_\phi} + K_{D_\phi}N_\phi))s^2 \\ & + (g(K_{P_y}N_y + K_{I_y}K_{D_y})K_{P_\phi}N_\phi + gK_{I_y}N_y(K_{P_\phi}K_{D_\phi} + K_{D_\phi}N_\phi))s \\ & + gK_{I_y}N_yK_{P_\phi}N_\phi \end{aligned} \quad (3.17)$$

- pour la chaîne de lacet :

$$H_{BF_\psi} = \frac{N_{BF_\psi}}{D_{BF_\psi}} \quad (3.18)$$

avec :

$$N_{BF_\psi} = (K_{P_\psi}K_{D_\psi} + K_{D_\psi}N_\psi)s^2 + (K_{P_\psi}N_\psi + K_{I_\psi}K_{D_\psi})s + K_{I_\psi}N_\psi \quad (3.19)$$

et :

$$D_{BF_\psi} = I_{zz}K_{D_\psi}s^4 + I_{zz}N_\psi s^3 + (K_{P_\psi}K_{D_\psi} + K_{D_\psi}N_\psi)s^2 + (K_{P_\psi}N_\psi + K_{I_\psi}K_{D_\psi})s + K_{I_\psi}N_\psi \quad (3.20)$$

Afin d'analyser la stabilité de chacune de ces fonctions de transfert en boucle fermée, il est nécessaire de construire le tableau des coefficients associé au critère de Routh-Hurwitz. Le polynôme caractéristique sur lequel se déroulera la procédure du critère de Routh-Hurwitz correspond au polynôme caractéristique de (3.12), (3.15) et (3.18), à savoir leur dénominateur. Par conséquent, avant de dresser le tableau de Routh-Hurwitz, la valeur numérique des coefficients des polynômes doit être connue. En utilisant les données contenues dans les tables 2.1 et 3.2, ces

polynômes valent :

- pour la chaîne d'altitude :

$$D_{BF_z} = 0.1160 s^4 + 2.9000 s^3 + 4.1200 s^2 + 3.0040 s + 0.1000 \quad (3.21)$$

- pour la chaîne de roulis :

$$D_{BF_y} = 6.9150 \times 10^{-6} s^7 + 0.0021 s^6 + 0.1898 s^5 + 5.4500 s^4 + 35.0774 s^3 + 32.1042 s^2 + 14.8219 s + 0.5886 \quad (3.22)$$

- pour la chaîne de lacet :

$$D_{BF_\psi} = 2.7200 \times 10^{-5} s^4 + 2.7200 \times 10^{-3} s^3 + 1.0600 s^2 + 6.0001 s + 0.0100 \quad (3.23)$$

Le tableau de Routh-Hurwitz associé à chacun de ces polynômes est alors donné par :

- pour la chaîne d'altitude :

$s^4$	0.1160	4.1200	0.1000	
$s^3$	2.9000	3.0040		
$s^2$	3.9998	0.1000		
$s^1$	2.9315			
$s^0$	0.1000			

- pour la chaîne de roulis :

$s^7$	$6.9150 \times 10^{-6}$	0.1898	35.0774	14.8219
$s^6$	0.0021	5.4500	32.1042	0.5886
$s^5$	0.1719	34.9717	14.8200	
$s^4$	5.0228	31.9232	0.5886	
$s^3$	33.8792	14.7999		
$s^2$	29.7290	0.5886		
$s^1$	14.1291			
$s^0$	0.5886			

- pour la chaîne de lacet :

$s^4$	$2.7200 \times 10^{-5}$	1.0600	0.0100
$s^3$	$2.7200 \times 10^{-3}$	6.0001	
$s^2$	1.0000	0.0100	
$s^1$	6.0001		
$s^0$	0.0100		

dont les termes des premières colonnes sont tous strictement positifs. Par conséquent, le critère de Routh-Hurwitz garantit que les sous-systèmes liés à l'altitude, au roulis (et par extension celui lié au tangage) et au lacet sont stables.

En conclusion, la commande par régulation PID est une approche simple et efficace permettant de comprendre facilement le rôle physique de chacun des termes la constituant. Cependant, elle ne permet pas de choisir simplement les pôles de la fonction de transfert en boucle fermée, c'est-à-dire sans utiliser de méthodes de synthèse spécifiques. Or, la valeur de ces derniers est étroitement liée au comportement temporel et fréquentiel du système, notamment en termes de stabilité et de performances. Une stratégie de commande alternative est alors nécessaire pour fixer la valeur de ces pôles, et par conséquent la position des valeurs propres du systèmes.

### 3.3 Commande par placement de pôles

La commande par placement de pôles, également appelée commande modale, est une méthode permettant de piloter un système linéaire à l'aide d'une combinaison linéaire des états du système. Elle n'est donc réalisable que si tout le vecteur d'état est accessible à la mesure. Cette approche permet de fixer précisément les pôles de la fonction de transfert en boucle fermée du système dans le but d'obtenir un comportement dynamique approprié.

#### 3.3.1 Principe de la commande

Soit le système SISO LTI totalement commandable décrit par sa représentation d'état :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (3.24)$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$  est l'état du système,  $u \in \mathbb{R}$  sa commande,  $y \in \mathbb{R}$  sa sortie et  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont des matrices constantes appartenant respectivement à  $\mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\mathbb{R}^{n \times 1}$  et  $\mathbb{R}^{1 \times n}$ . De manière générale, la commande  $u$  faisant intervenir une combinaison linéaire de l'état  $x$  s'écrit :

$$u = -Kx + hy_{ref} \quad (3.25)$$

et transforme le système en boucle ouverte (3.24) en son écriture en boucle fermée donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (A - BK)x + Bhy_{ref} \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (3.26)$$

avec  $K \in \mathbb{R}^{1 \times n}$  la matrice de gains et  $h \in \mathbb{R}$  un gain de précompensation permettant de suivre la référence  $y_{ref}$ .

La commande par placement de pôles consiste alors à déterminer la matrice  $K$  telle que les valeurs propres de la matrice d'état en boucle fermée  $A - BK$  données par :

$$\det(sI_n - (A - BK)) = 0 \quad (3.27)$$

soient placées en des positions souhaitées  $s_1, s_2, \dots, s_n$ . L'objectif de cette approche est ainsi de garantir que le système bouclé (3.26) adopte un comportement convenable par un choix judicieux des valeurs propres de sa matrice d'évolution. En effet, la position de ces dernières est étroitement liée au comportement temporel du système, notamment en termes de stabilité, de rapidité et d'amortissement.



La valeur des composantes  $k_1, k_2, \dots, k_n$  de  $K$  est alors attribuée par identification du polynôme caractéristique de  $A - BK$  avec le dénominateur souhaité de la fonction de transfert de la boucle fermée, c'est-à-dire :

$$\det(sI_n - (A - BK)) = (s - s_1)(s - s_2) \dots (s - s_n). \quad (3.28)$$

Le gain de précompensation  $h$  permettant de garantir la convergence de la sortie  $y$  vers la référence  $y_{ref}$  est quant à lui déterminé à partir de l'expression du système en boucle fermée lorsque le régime permanent est établi, à savoir :

$$\begin{aligned} 0 &= (A - BK)x + Bhy_{ref} \\ y &= Cx \end{aligned} \iff \begin{aligned} x &= -(A - BK)^{-1} Bhy_{ref} \\ y &= -C(A - BK)^{-1} Bhy_{ref} \end{aligned} \quad (3.29)$$

Par conséquent, l'erreur statique  $y - y_{ref}$  sera nulle si et seulement si :

$$-C(A - BK)^{-1} Bh = 1 \iff h = -\left(C(A - BK)^{-1} B\right)^{-1} \quad (3.30)$$

### 3.3.2 Application à la commande du GLMAV

La théorie de la commande par placement de pôles est maintenant appliquée à chacun des sous-systèmes définis par (2.32) - (2.35). Les matrices de gains  $K$  et les filtres  $h$  seront déterminés tels que les valeurs propres de chaque sous-système soient placées en  $-1.5$ . En effet, après plusieurs tentatives, cette valeur offrait le meilleur compromis entre le comportement de la réponse temporelle du système et l'amplitude des signaux de commande.

#### ► Stabilisation de la chaîne d'altitude

Soit  $z_{ref}$  la référence à atteindre en régime stationnaire, le signal de commande  $T_z$  associé à ce sous-système est donné par :

$$T_z = -K_z \begin{bmatrix} z & v_z \end{bmatrix}^T + h_z z_{ref} \quad (3.31)$$

sachant que :

$$K_z = \begin{bmatrix} 0.6525 & 0.8700 \end{bmatrix} \quad \text{et :} \quad h_z = 0.6525 \quad (3.32)$$

#### ► Stabilisation de la chaîne de roulis

Soit  $y_{ref}$  la référence à atteindre en régime stationnaire, le signal de commande  $\tau_l$  associé à ce sous-système s'écrit :

$$\tau_l = -K_y \begin{bmatrix} y & v_y & \phi & p \end{bmatrix}^T + h_y y_{ref} \quad (3.33)$$

avec :

$$K_y = \begin{bmatrix} 0.7137 & 1.9032 & 18.6710 & 8.2980 \end{bmatrix} \times 10^{-3} \quad \text{et :} \quad h_y = 7.1370 \times 10^{-4} \quad (3.34)$$

### ► Stabilisation de la chaîne de tangage

Soit  $x_{ref}$  la référence à atteindre en régime stationnaire, le signal de commande  $\tau_m$  associé à ce sous-système s'écrit :

$$\tau_m = -K_x [x \quad v_x \quad \theta \quad q]^T + h_x x_{ref} \quad (3.35)$$

sachant que :

$$K_x = [-0.7137 \quad -1.9032 \quad 18.6710 \quad 8.2980] \times 10^{-3} \quad \text{et :} \quad h_x = -7.1370 \times 10^{-4} \quad (3.36)$$

### ► Stabilisation de la chaîne de lacet

Soit  $\psi_{ref}$  la référence à atteindre en régime stationnaire, le signal de commande  $\tau_n$  associé à ce sous-système est donné par :

$$\tau_n = -K_\psi [\psi \quad r]^T + h_\psi \psi_{ref} \quad (3.37)$$

avec :

$$K_\psi = [6.12 \quad 8.16] \times 10^{-4} \quad \text{et :} \quad h_\psi = 6.12 \times 10^{-4} \quad (3.38)$$

### 3.3.3 Simulations numériques

Les performances de la commande par placement de pôles sont maintenant évaluées en simulation sur le modèle dynamique complet du GLMAV donné par (2.11). L'évaluation réalisée est identique à celle effectuée lors de l'analyse des performances de la commande par régulation PID. La réponse temporelle du système en boucle fermée par rapport à la trajectoire de référence est donnée par la figure 3.7 pour la position, et par la figure 3.8 pour l'orientation. Les entrées de commande du système sont quant à elles représentées par la figure 3.9 pour les vitesses de rotation des rotors, et par la figure 3.10 pour les angles d'inclinaison du plateau cyclique.

Sur la base de ces résultats, les performances de l'algorithme de la commande modale sont également satisfaisantes. Il est intéressant de remarquer que, pour un mouvement similaire, le comportement des entrées de commande  $\Omega_1$ ,  $\Omega_2$ ,  $\delta_{c_x}$  et  $\delta_{c_y}$  est inversé par rapport à celui issu de la commande par régulation PID. En effet, pour la commande par régulation PID, la vitesse de rotation des rotors était plus faible pour des angles d'inclinaison du plateau cyclique plus importants tandis que pour la commande par placement de pôles, la vitesse de rotation des rotors était plus importante pour des angles d'inclinaison du plateau cyclique plus faibles. Si l'une de ces deux architectures de commande était à implémenter sur le prototype du GLMAV, l'un des critères de choix serait donc la valeur de saturation des différents actionneurs.

En conclusion, la commande par placement de pôles est une stratégie de pilotage très efficace permettant de choisir le comportement du système en boucle fermée. Cependant, il n'existe pas de procédure systématique pour attribuer une valeur aux valeurs propres du système bouclé. En rappelant que les valeurs propres de la matrice d'évolution d'un système LTI sont les pôles de sa

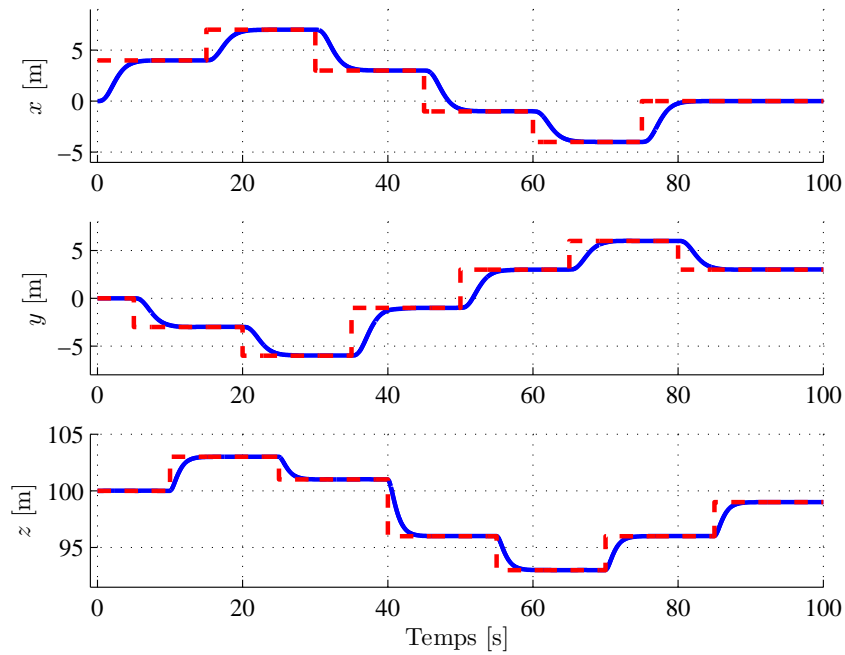


FIGURE 3.7 – Positions  $x$ ,  $y$  et  $z$  (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande par placement de pôles

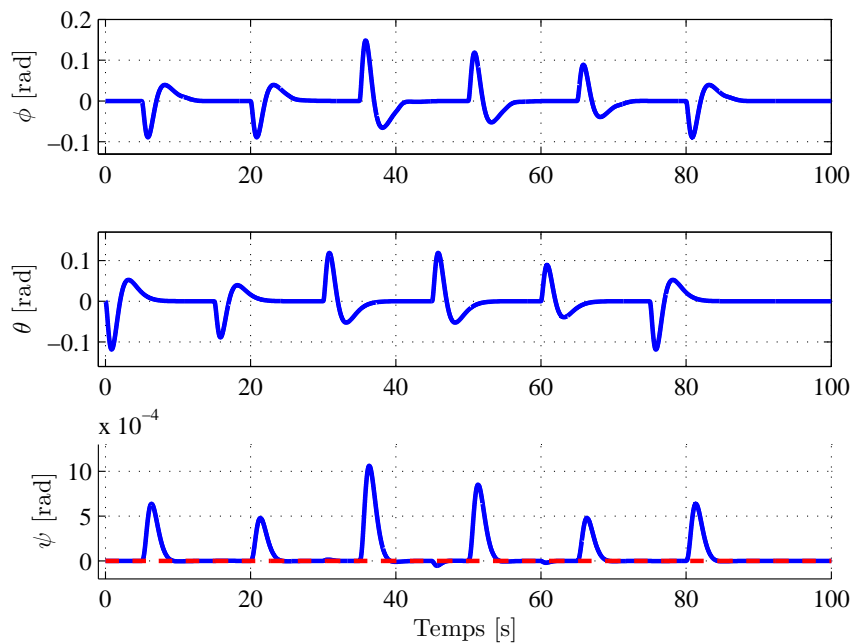
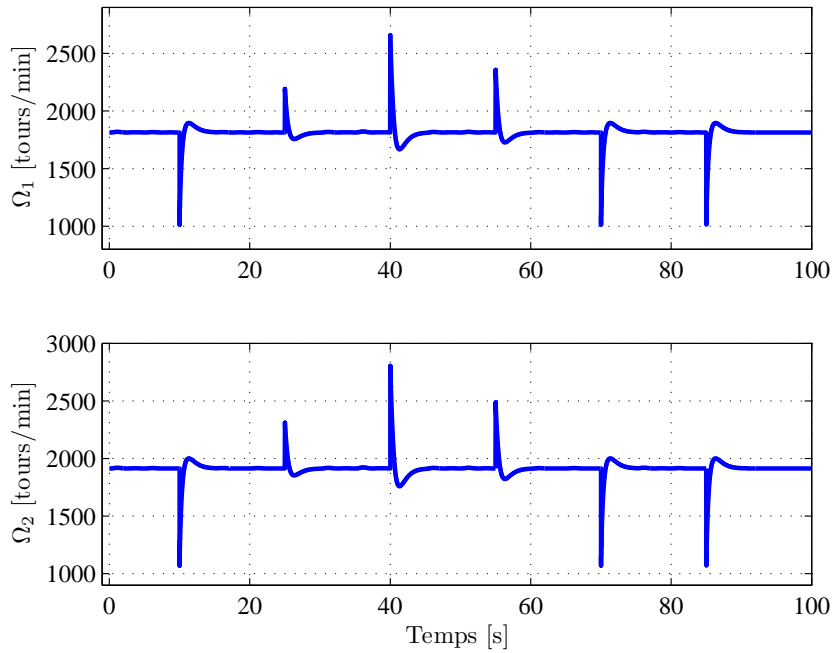
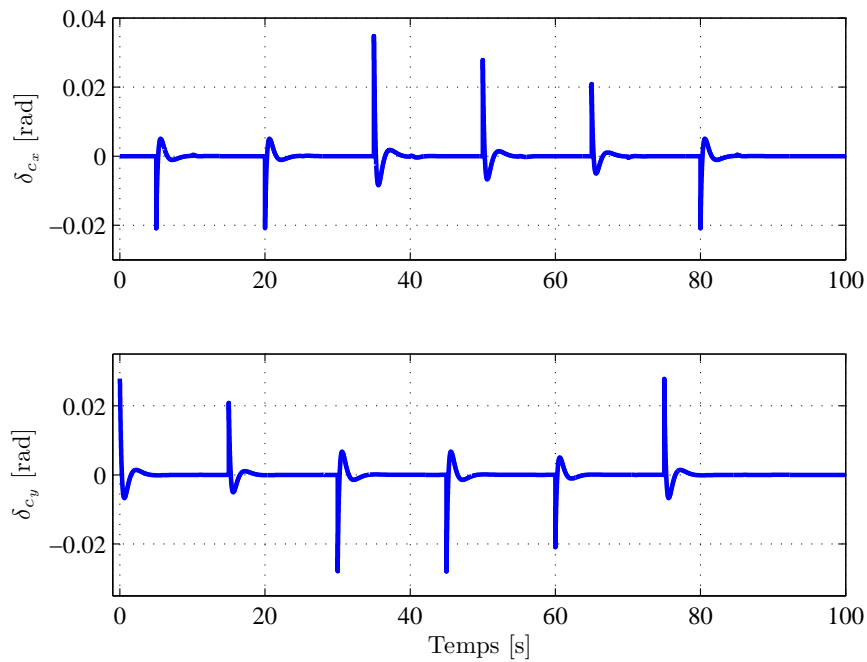


FIGURE 3.8 – Angles  $\phi$ ,  $\theta$  et  $\psi$  (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande par placement de pôles

FIGURE 3.9 – Vitesses de rotation  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  des rotors pour la commande par placement de pôlesFIGURE 3.10 – Angles d'inclinaison  $\delta_{c_x}$  et  $\delta_{c_y}$  du plateau cyclique pour la commande par placement de pôles

fonction de transfert, une solution consiste à raisonner dans le domaine fréquentiel où il convient de définir la bande passante  $\omega_0$  souhaitée. Un choix convenable est alors de sélectionner toutes les valeurs propres du système en boucle fermée égales à  $-\omega_0$ . Une autre solution repose sur l'identification du polynôme caractéristique de  $A - BK$  à un polynôme de Butterworth. Enfin, une dernière méthode consiste à utiliser un mécanisme qui sélectionne la position optimale des valeurs propres en fonction d'un critère de performance : la commande linéaire quadratique.

## 3.4 Commande linéaire quadratique

La commande linéaire quadratique, tout comme la commande par placement de pôles, est une méthode permettant de piloter un système linéaire à l'aide d'une combinaison linéaire des états du système. L'idée de cette approche est de positionner les valeurs propres du système en boucle fermée afin qu'un critère de performance quadratique en l'état et en la commande soit minimisé [44]. Ce critère traduit l'énergie contenue dans l'état du système et dans sa commande.

### 3.4.1 Principe de la commande

Soit le système SISO LTI totalement commandable décrit par (3.24) et soit le critère quadratique en l'état  $x$  et en la commande  $u$  à minimiser défini, dans le cadre d'une étude en horizon infini, par :

$$J(x, u) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t)) dt \quad (3.39)$$

où  $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$  et  $R \in \mathbb{R}$  sont des matrices symétriques réelles, respectivement semi-définie positive et définie positive. La commande linéaire quadratique, appelée commande LQ, s'écrit :

$$u = -Lx + h y_{ref} \quad (3.40)$$

avec  $L = R^{-1} B^T P$  et où  $P$  est la solution de l'équation algébrique de Riccati donnée par :

$$A^T P + P A - P B R^{-1} B^T P + Q = 0 \quad \text{avec :} \quad P = P^T > 0. \quad (3.41)$$

Le gain de précompensation  $h$  permettant de garantir la convergence de la sortie  $y$  vers la référence  $y_{ref}$  est quant à lui identique à celui défini par (3.29) pour la commande par placement de pôles.

Le choix des matrices de pondération  $Q$  et  $R$  dans (3.39) se fait en fonction du comportement souhaité du système en boucle fermée. Plus la pondération  $Q$  sera grande, plus l'énergie de l'état  $x$  sera minimisée au bénéfice de l'énergie de la commande  $u$  qui sera donc maximisée, et plus la dynamique de la boucle fermée sera rapide. Au contraire, plus la pondération  $R$  sera grande, plus l'énergie de la commande  $u$  sera minimisée, et plus la dynamique de la boucle fermée sera lente. Il est important de remarquer que si les matrices de pondération  $Q$  et  $R$  sont multipliées par le même réel  $\lambda > 0$ , le critère  $J$  est lui-même multiplié par  $\lambda$  et alors la commande LQ est inchangée. En effet, le critère  $J$  sera minimal si, et seulement si  $\lambda J$  est également minimal. Par conséquent, il est nécessaire de tenir compte de ce phénomène pour ne pas tourner en rond dans le processus de choix des pondérations.

La commande linéaire quadratique, comparée à la méthode de commande par placement de pôles, est extrêmement bénéfique du point de vue de la robustesse, surtout dans le cas où le système possède plusieurs entrées. En effet, pour la commande par placement de pôles, il n'existe pas de solution unique au problème de localisation des pôles : pour les mêmes pôles en boucle fermée, certains algorithmes de commande seront robustes, tandis que d'autres ne le seront pas du tout. La commande linéaire quadratique possède quant à elle, de façon intrinsèque, de très bonnes propriétés de robustesse [190].

### 3.4.2 Application à la commande du GLMAV

La théorie de la commande linéaire quadratique est maintenant appliquée à chacun des sous-systèmes définis par (2.32) - (2.35). Les matrices de gains  $L$  et les gains de précompensation  $h$  seront déterminés pour des matrices de pondération  $Q = I$  et  $R = 10I$ , choisies en fonction de ce qui a été dit précédemment.

#### ► Stabilisation de la chaîne d'altitude

Soit  $z_{ref}$  la référence à atteindre en régime stationnaire, le signal de commande  $T_z$  associé à ce sous-système est donné par :

$$T_z = -L_z [z \quad v_z]^T + h_z z_{ref} \quad (3.42)$$

sachant que :

$$L_z = [0.31623 \quad 0.53236] \quad \text{et :} \quad h_z = 0.31623. \quad (3.43)$$

Avec ces valeurs, les pôles de la boucle fermée sont  $-0.91787 + 0.49795i$  et  $-0.91787 - 0.49795i$ .

#### ► Stabilisation de la chaîne de roulis

Soit  $y_{ref}$  la référence à atteindre en régime stationnaire, le signal de commande  $\tau_l$  associé à ce sous-système s'écrit :

$$\tau_l = -L_y [y \quad v_y \quad \phi \quad p]^T + h_y y_{ref} \quad (3.44)$$

avec :

$$L_y = [0.31623 \quad 0.46039 \quad 1.7366 \quad 0.32373] \quad \text{et :} \quad h_y = 0.31623. \quad (3.45)$$

Avec ces données, les valeurs propres de la boucle fermée sont  $-228.65$ ,  $-2.2146 + 2.2148i$ ,  $-2.2146 - 2.2148i$  et  $-1$ .

#### ► Stabilisation de la chaîne de tangage

Soit  $x_{ref}$  la référence à atteindre en régime stationnaire, le signal de commande  $\tau_m$  associé à ce sous-système s'écrit :

$$\tau_m = -L_x [x \quad v_x \quad \theta \quad q]^T + h_x x_{ref} \quad (3.46)$$

sachant que :

$$L_x = [-0.31623 \quad -0.46039 \quad 1.7366 \quad 0.32373] \quad \text{et :} \quad h_x = -0.31623. \quad (3.47)$$

Avec ces valeurs, les pôles de la boucle fermée également sont  $-228.65$ ,  $-2.2146 + 2.2148 i$ ,  $-2.2146 - 2.2148 i$  et  $-1$ .

#### ► Stabilisation de la chaîne de lacet

Soit  $\psi_{ref}$  la référence à atteindre en régime stationnaire, le signal de commande  $\tau_n$  associé à ce sous-système est donné par :

$$\tau_n = -L_\psi [\psi \quad r]^T + h_\psi \psi_{ref} \quad (3.48)$$

avec :

$$L_\psi = [0.31623 \quad 0.31650] \quad \text{et :} \quad h_\psi = 0.31623. \quad (3.49)$$

Avec ces données, les valeurs propres de la boucle fermée sont  $-1$  et  $-1162.6$ .

### 3.4.3 Simulations numériques

Les performances de la commande linéaire quadratique sont maintenant évaluées en simulation sur le modèle dynamique complet du GLMAV donné par (2.11). L'évaluation réalisée est identique à celle effectuée lors de l'analyse des performances des stratégies de commande précédentes. La réponse temporelle du système en boucle fermée par rapport à la trajectoire de référence est donnée par la figure 3.11 pour la position, et par la figure 3.12 pour l'orientation. Les entrées de commande du système sont quant à elles représentées par la figure 3.13 pour les vitesses de rotation des rotors et par la figure 3.14 pour les angles d'inclinaison du plateau cyclique.

Sur la base de ces résultats, les performances de l'algorithme de la commande linéaire quadratique sont tout aussi satisfaisantes que celles obtenues avec les précédentes approches. Toutefois, pour une même vitesse de rotation  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  des rotors, l'amplitude des signaux de commande  $\delta_{c_x}$  et  $\delta_{c_y}$  liés à l'inclinaison du plateau cyclique est le double de celle obtenue par la commande par régulation PID. Par conséquent, l'implémentation de cet algorithme de commande sur le prototype du GLMAV conduirait certainement à la saturation des actionneurs. Une solution serait alors d'augmenter la valeur de la matrice de pondération  $R$  afin de diminuer la valeur de la commande dans le régime transitoire. Cette action engendrerait donc une augmentation du temps de réponse du système, et par conséquent une dégradation de ses performances.

En conclusion, la commande linéaire quadratique est une approche de commande efficace permettant de positionner les valeurs propres du système en boucle fermée afin qu'un critère de performance soit minimisé. Elle possède de plus, de façon intrinsèque, de très bonnes propriétés de robustesse pouvant être accrues en augmentant l'état du système avec l'erreur statique, comme cela était le cas pour la commande par placement de pôles. Cependant, il existe une méthode ayant la capacité d'intégrer dans un même effort de conception les aspects liés à la commande classique et ceux liés à la commande robuste : la commande par synthèse  $\mathcal{H}_\infty$ .

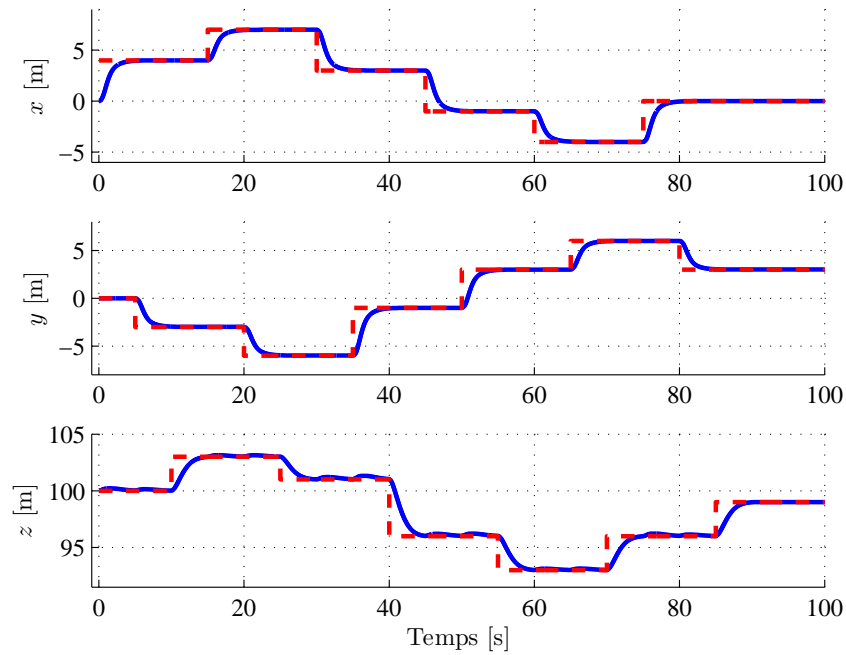


FIGURE 3.11 – Positions  $x$ ,  $y$  et  $z$  (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande linéaire quadratique

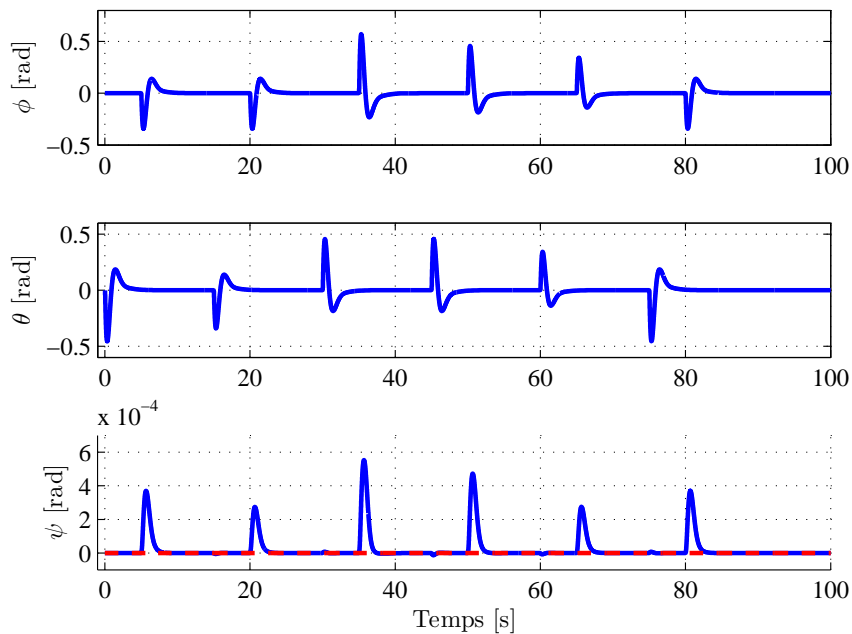
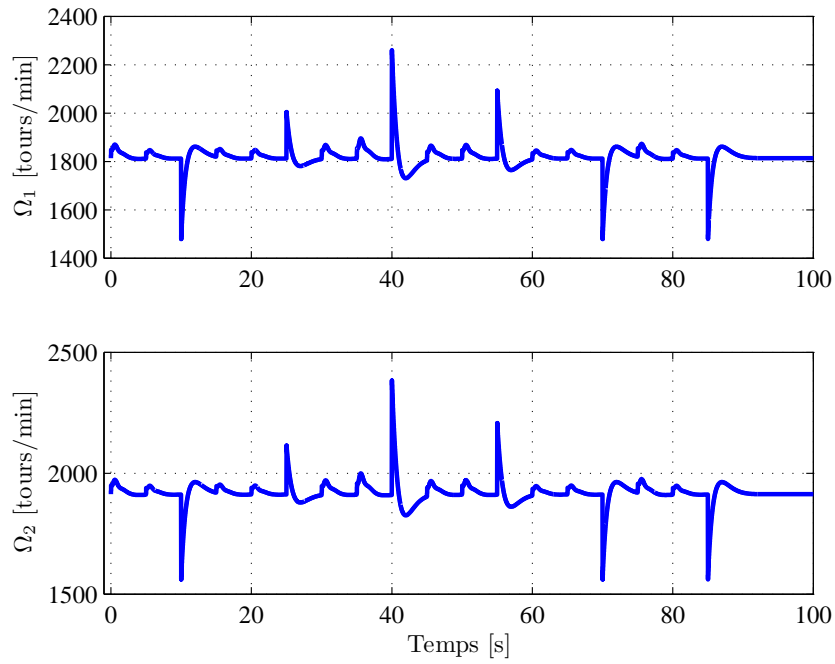
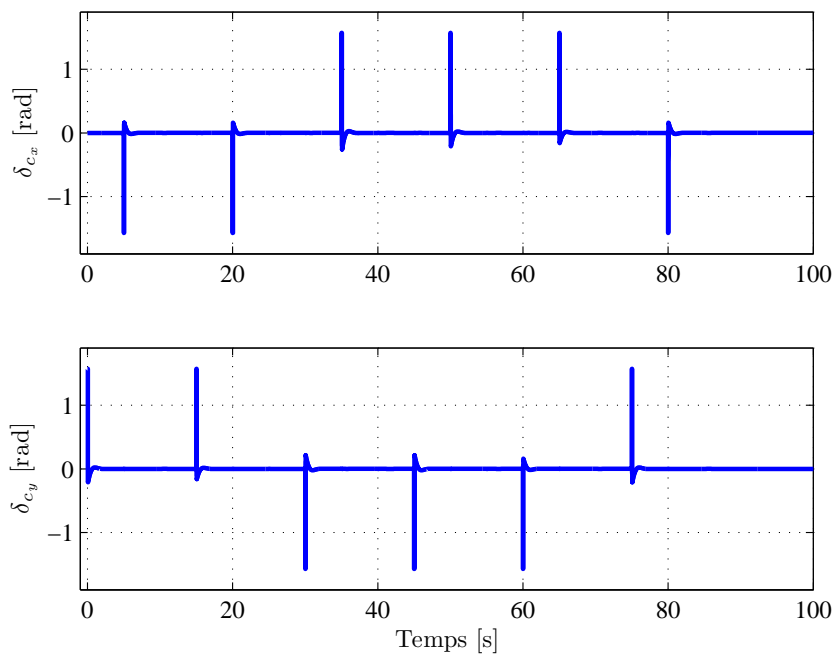


FIGURE 3.12 – Angles  $\phi$ ,  $\theta$  et  $\psi$  (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande linéaire quadratique



FIGURE 3.13 – Vitesses de rotation  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  des rotors pour la commande linéaire quadratiqueFIGURE 3.14 – Angles d'inclinaison  $\delta_{c_x}$  et  $\delta_{c_y}$  du plateau cyclique pour la commande linéaire quadratique

### 3.5 Commande par synthèse $\mathcal{H}_\infty$

La synthèse  $\mathcal{H}_\infty$  est une méthode de conception d'algorithmes de commande dits optimaux, garantissant théoriquement un certain niveau de performance et de robustesse [57]. L'objectif central de cette approche est de minimiser la norme  $\mathcal{H}_\infty$  d'un système dynamique. La raison est que cette norme caractérise l'amplification maximale que peut appliquer le système sur le signal d'entrée ce qui, dans le cas d'un système SISO, se traduit par la valeur maximale de l'amplitude de sa réponse fréquentielle. Plusieurs techniques existent pour y parvenir mais la plus complète est certainement la synthèse  $\mathcal{H}_\infty$  par modelage de la boucle ouverte. Cette technique permet en effet de spécifier le comportement souhaité de la boucle fermée par la présence de filtres de pondération fréquentielle.

#### 3.5.1 Principe de la commande

Soit un système linéaire écrit sous sa forme standard représentée par la figure 3.15, encore appelée formulation LFT (de l'anglais Linear Fractional Transformation) :

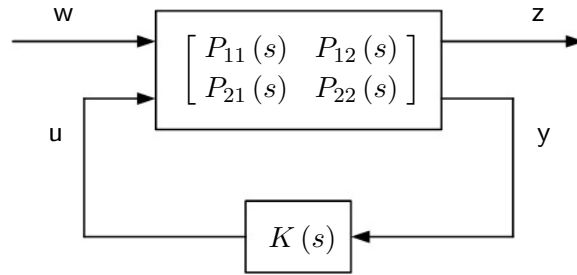


FIGURE 3.15 – Formulation LFT d'un système linéaire

où  $w$  est l'entrée exogène regroupant les signaux de référence et de perturbation,  $u$  est l'entrée de commande générique,  $y$  est la mesure générique et  $z$  est la sortie à piloter. Le système  $P(s)$  est appelé le système auxiliaire et contient notamment le modèle nominal du système et les pondérations, constantes ou fréquentielles, indispensables à la satisfaction des spécifications. La structure de ce système auxiliaire doit être conçue telle que le correcteur  $K(s)$  puisse remplir les conditions de stabilité et de performance robustes désirées. Les relations liées à la figure 3.15 sont alors données par :

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = P(s) \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad \text{et :} \quad u = K(s)y = \left[ \begin{array}{c|c} A_K & B_K \\ \hline C_K & D_K \end{array} \right] y \quad (3.50)$$

L'objectif de l'optimisation par synthèse  $\mathcal{H}_\infty$  est de déterminer un correcteur  $K(s)$  tel que, pour un paramètre  $\gamma > 0$  donné :

$$\|F_\ell(P(s), K(s))\|_\infty < \gamma, \quad (3.51)$$

où  $F_\ell(P(s), K(s))$  est la fonction de transfert en boucle fermée entre la sortie à piloter  $z$  et l'entrée exogène  $w$  donnée par :

$$F_\ell(P(s), K(s)) = P_{11}(s) + P_{12}(s)K(s)(I - P_{22}(s)K(s)) - P_{21}(s). \quad (3.52)$$

Il existe plusieurs méthodes autorisant l'optimisation de la norme  $\mathcal{H}_\infty$  de  $F_\ell(P(s), K(s))$  comme celle basée sur la résolution des équations de Riccati ou celle utilisant la paramétrisation de Youla - Kucera [191]. Cependant, dans ce manuscrit, l'utilisation des méthodes basées sur les inégalités matricielles linéaires leur sera préférées. Ainsi, en considérant que le système auxiliaire  $P(s)$  est donné par :

$$P(s) = \left[ \begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{array} \right] \quad (3.53)$$

avec  $A, B_1, B_2, C_1, C_2, D_{11}, D_{12}, D_{21}$  et  $D_{22}$  des matrices constantes, la procédure de conception d'une commande par synthèse  $\mathcal{H}_\infty$  utilisant les LMI [59] se base sur le théorème 3.5.1, dont la démonstration est connue.

**Théorème 3.5.1** *Il existe un correcteur dynamique  $K(s)$  d'ordre  $k$  solution du problème  $\mathcal{H}_\infty$  sous-optimal (3.51) si et seulement s'il existe deux matrices  $Q = Q^T > 0 \in \mathbb{R}^{n \times n}$  et  $R = R^T > 0 \in \mathbb{R}^{n \times n}$  telles que :*

$$N_1^T \begin{bmatrix} AQ + QA^T & QC_1^T & B_1 \\ C_1Q & -\gamma I & D_{11} \\ B_1^T & D_{11}^T & -\gamma I \end{bmatrix} N_1 < 0, \quad (3.54)$$

$$N_2^T \begin{bmatrix} A^T R + RA & RB_1 & C_1^T \\ B_1^T R & -\gamma I & D_{11}^T \\ C_1 & D_{11} & -\gamma I \end{bmatrix} N_2 < 0, \quad (3.55)$$

$$\begin{bmatrix} Q & I \\ I & R \end{bmatrix} \geq 0, \quad (3.56)$$

et :

$$\text{rang}(QR - I) \leq k \quad (3.57)$$

avec  $N_1 = \text{diag}\{N_{12}, I\}$  et  $N_2 = \text{diag}\{N_{21}, I\}$ , et où  $N_{12}$  et  $N_{21}$  sont respectivement des bases des noyaux de  $\begin{bmatrix} B_1^T & D_{11}^T \end{bmatrix}$  et  $\begin{bmatrix} C_1 & D_{11} \end{bmatrix}$ .

Pour la synthèse d'un correcteur  $K(s)$  d'ordre plein, c'est-à-dire pour  $k = n$ , la relation (3.57) n'est pas contraignante et une solution globale aux LMI (3.54) - (3.56) peut être déterminée par des outils d'optimisation convexe. En revanche, pour la synthèse d'un correcteur  $K(s)$  d'ordre réduit, c'est-à-dire pour  $0 \leq k < n$ , il est nécessaire de trouver les matrices  $Q$  et  $R$  vérifiant (3.54) - (3.56). La contrainte (3.57) sur le rang n'étant pas une fonction convexe, le problème de synthèse  $\mathcal{H}_\infty$  d'un correcteur d'ordre réduit est difficile à résoudre. Toutefois, ce problème peut être ramené à un problème de minimisation de rang sous contraintes LMI [192] :

$$\min_{Q,R} \text{rang}(QR - I) \quad \text{sous les contraintes (3.54) - (3.56)}. \quad (3.58)$$

Dans le cas particulier de la synthèse d'un correcteur  $K(s)$  statique, c'est-à-dire pour  $k = 0$  et donc  $K(s) = D_K$ , la fonction rang dans (3.58) peut être remplacée par la fonction trace en utilisant le lemme 3.5.1, dont la preuve est établie dans [193].

**Lemme 3.5.1** *Soit deux matrices  $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$  et  $R \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , symétriques et vérifiant (3.56). Dans ce cas,  $\text{rang}(QR - I) = 0$  si et seulement si  $\text{trace}(QR) = n$ .*

Le lemme 3.5.1 signifie qu'il existe une matrice  $D_K$  constante telle que  $\|F_\ell(P(s), D_K)\|_\infty < \gamma$ , avec  $\gamma > 0$ , si et seulement si :

$$\min_{Q,R} \text{trace}(QR) = n \quad \text{sous les contraintes (3.54) - (3.56)}. \quad (3.59)$$

Cependant, bien que la trace d'une matrice soit une fonction linéaire, la relation (3.59) n'est toujours pas une fonction convexe de  $Q$  et de  $R$ . L'algorithme de linéarisation avec complémentarité conique proposé dans [194] est alors utilisé pour remédier à ce problème. La linéarisation de la fonction de coût par rapport à  $Q$  et à  $R$  permet alors de mettre la relation (3.59) sous la forme :

$$\min_{Q_i, R_i} \text{trace}(Q_{i-1}R_i + Q_iR_{i-1}) \quad \text{sous les contraintes (3.54) - (3.56)}. \quad (3.60)$$

De ce fait, lorsque  $Q_{i-1}$  et  $R_{i-1}$  sont fixées, les matrices  $Q_i$  et  $R_i$  minimisant la fonction trace dans (3.60) peuvent être déterminées par des outils d'optimisation convexe. Plus précisément, elles sont obtenues par l'exécution d'un algorithme itératif dont les étapes sont de :

- trouver des matrices  $Q_0 = Q_0^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$  et  $R_0 = R_0^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$  qui vérifient (3.54) - (3.56), puis poser  $i = 1$  ;
- résoudre le problème d'optimisation convexe (3.60) pour déterminer les matrices  $Q_i$  et  $R_i$  ;
- incrémenter la variable  $i$  et répéter le second point jusqu'à la convergence de l'algorithme.

Il a été prouvé dans [194] que la fonction de coût  $t_i : \text{trace}(Q_{i-1}R_i + Q_iR_{i-1})$  ne croît pas à chaque étape, autrement dit  $t_i \leq t_{i-1}$ . De plus, bien que cet algorithme soit un algorithme de recherche locale, ne permettant donc pas de trouver un minimum global, il montre d'excellentes performances dans la plupart des applications pratiques [194].

Une fois que les matrices  $Q$  et  $R$  optimales sont déterminées, la matrice de commande  $D_K$  rendant la norme  $\mathcal{H}_\infty$  de la boucle fermée inférieure à  $\gamma$  est calculée en résolvant la LMI donnée par [59] :

$$\Gamma + \Theta^T D_K \Phi + \Phi^T D_K \Theta < 0 \quad (3.61)$$

avec :

$$\Gamma = \begin{bmatrix} A^T X_{cl} + X_{cl} A & X_{cl} B_1 & C_1^T \\ B_1^T X_{cl} & -\gamma I & D_{11}^T \\ C_1 & D_{11} & -\gamma I \end{bmatrix}, \quad (3.62)$$

$$\Theta = [C_2 \quad D_{21} \quad 0], \quad (3.63)$$

$$\Phi = [B_2^T X_{cl} \quad 0 \quad D_{12}] \quad (3.64)$$

et où  $X_{cl} = Q^{-1} = R$ .

### 3.5.2 Application à la commande du GLMAV

La théorie de la commande par synthèse  $\mathcal{H}_\infty$  est maintenant appliquée à chacun des sous-systèmes définis par (2.32) - (2.35). Auparavant, ces sous-systèmes auront été pré et post multipliés par des filtres de pondérations permettant de modéliser leur comportement en boucle ouverte. La commande utilisée est de type PI, dont l'action proportionnelle est réalisée dans la chaîne de retour de chacune des variables, tandis que l'action intégrale agit dans la chaîne directe des variables à poursuivre uniquement. Par rapport à une structure où l'action proportionnelle serait réalisée dans la chaîne directe [195], la commande de type PI permet d'obtenir une diminution, voire une annulation des dépassements dans la réponse temporelle du système. Le schéma de cette commande est présenté à la figure 3.16 :

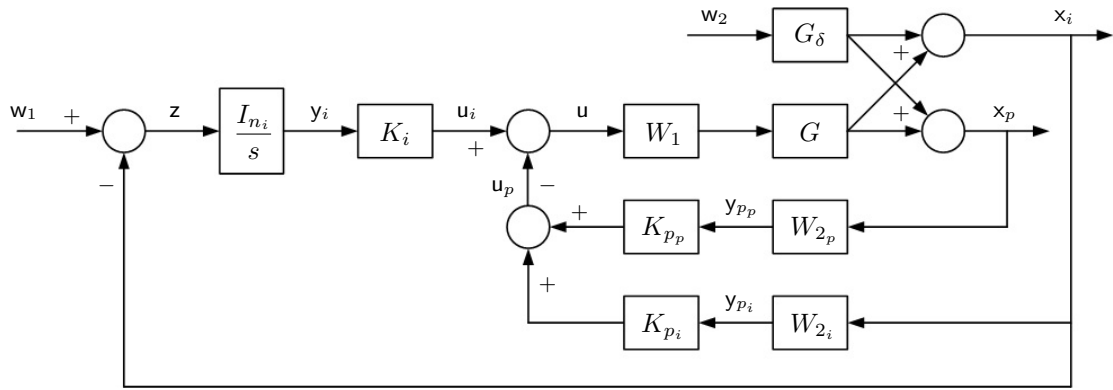


FIGURE 3.16 – Schéma de la commande par synthèse  $\mathcal{H}_\infty$

où  $n_p$  est le nombre de variables affectées par l'action proportionnelle du correcteur,  $n_i$  est le nombre de variables affectées par son action intégrale,  $W_1(s)$ ,  $W_{2p}(s)$  et  $W_{2i}(s)$  sont les filtres de pondération fréquentielle,  $G(s)$  et  $G_\delta(s)$  sont respectivement les fonctions de transfert du modèle nominal et de celui de la perturbation, et  $K_i$ ,  $K_{p_i}$  et  $K_{p_p}$  sont les éléments de la matrice  $D_K$  issue de la synthèse  $\mathcal{H}_\infty$  décrite précédemment.

Afin de déterminer l'expression de la LFT, indispensable à la synthèse  $\mathcal{H}_\infty$ , le schéma de la figure 3.16 est mis sous la forme du schéma de la figure 3.17. De ce fait, l'objectif de la synthèse  $\mathcal{H}_\infty$  est de minimiser l'énergie du signal d'erreur  $z$  vis-à-vis de la référence  $r = w_1$  et de la perturbation  $v = w_2$ .

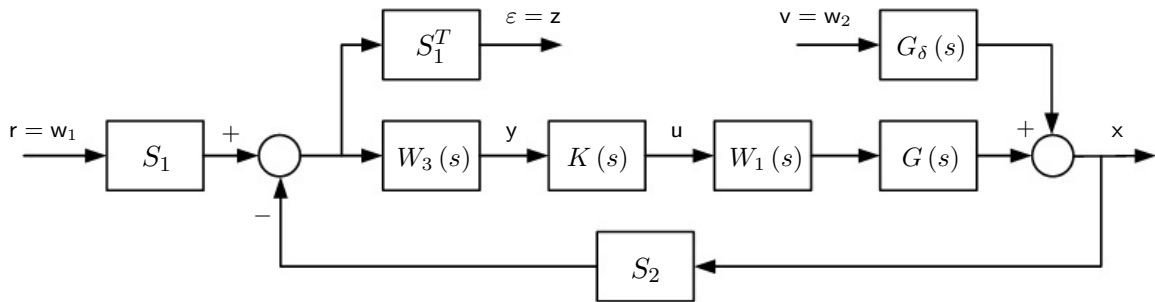


FIGURE 3.17 – Schéma équivalent pour la LFT

Par conséquent, le système auxiliaire  $P(s)$  sur lequel se déroulera la procédure de conception s'écrit de la façon suivante :

$$P(s) = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} A_{w_3} & -B_{w_3}S_2 & 0 & B_{w_3}S_1 & 0 & 0 \\ 0 & A & BC_{w_1} & 0 & B_p & BD_{w_1} \\ 0 & 0 & A_{w_1} & 0 & 0 & B_{w_1} \\ \hline 0 & -S_1^T S_2 & 0 & I_{n_i} & 0 & 0 \\ C_{w_3} & -D_{w_3}S_2 & 0 & D_{w_3}S_1 & 0 & 0 \end{array} \right]. \quad (3.65)$$

La fonction de transfert  $G(s)$  du modèle nominal s'écrit :

$$G(s) = C(sI_n - A)^{-1}B = \left[ \begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & 0 \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{cc|c} 0_{n_i} & A_{n_i \times n_p} & B_i \\ 0_{n_p \times n_i} & A_{n_p} & B_p \\ \hline I_{n_i} & 0 & 0 \\ 0 & I_{n_p} & 0 \end{array} \right] \quad (3.66)$$

tandis que celle du modèle de la perturbation est donnée par :

$$G_\delta(s) = C(sI_n - A)^{-1}B_\delta = \left[ \begin{array}{c|c} A & B_\delta \\ \hline C & 0 \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{cc|c} 0_{n_i} & A_{n_i \times n_p} & B_{\delta_i} \\ 0_{n_p \times n_i} & A_{n_p} & B_{\delta_p} \\ \hline I_{n_i} & 0 & 0 \\ 0 & I_{n_p} & 0 \end{array} \right] \quad (3.67)$$

Les fonctions de transfert des filtres de pondération fréquentielle  $W_1(s)$ ,  $W_2(s)$  et  $W_3(s)$  ont quant à elles pour expression :

$$W_1(s) = C_{w_1}(sI_{w_1} - A_{w_1})^{-1}B_{w_1} + D_{w_1} = \left[ \begin{array}{c|c} A_{w_1} & B_{w_1} \\ \hline C_{w_1} & D_{w_1} \end{array} \right], \quad (3.68)$$

$$W_2(s) = C_{w_2}(sI_{w_2} - A_{w_2})^{-1}B_{w_2} + D_{w_2} = \left[ \begin{array}{c|c} A_{w_2} & B_{w_2} \\ \hline C_{w_2} & D_{w_2} \end{array} \right]$$

$$W_2(s) = \left[ \begin{array}{cc|cc} A_{w_2i} & 0 & B_{w_2i} & 0 \\ 0 & A_{w_2p} & 0 & B_{w_2p} \\ \hline C_{w_2i} & 0 & D_{w_2i} & 0 \\ 0 & C_{w_2p} & 0 & D_{w_2p} \end{array} \right] \quad (3.69)$$

et :

$$W_3(s) = C_{w_3}(sI_{w_3} - A_{w_3})^{-1}B_{w_3} + D_{w_3} = \left[ \begin{array}{c|c} A_{w_3} & B_{w_3} \\ \hline C_{w_3} & D_{w_3} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{cc} I_{n_i} & 0 \\ 0 & W_2(s) \end{array} \right]$$

$$W_3(s) = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} 0 & 0 & 0 & I_{n_i} & 0 & 0 \\ 0 & A_{w_2i} & 0 & 0 & B_{w_2i} & 0 \\ 0 & 0 & A_{w_2p} & 0 & 0 & B_{w_2p} \\ \hline I_{n_i} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{w_2i} & 0 & 0 & D_{w_2i} & 0 \\ 0 & 0 & C_{w_2p} & 0 & 0 & D_{w_2p} \end{array} \right] \quad (3.70)$$

Enfin, les matrices  $S_1$  et  $S_2$  sont données par :

$$S_1 = \begin{bmatrix} I_{n_i} \\ 0_{(n_i+n_p) \times n_i} \end{bmatrix} \quad \text{et :} \quad S_2 = \begin{bmatrix} I_{n_i} & 0 \\ I_{n_i} & 0 \\ 0 & I_{n_p} \end{bmatrix}. \quad (3.71)$$

► **Stabilisation de la chaîne d'altitude**

Soit  $z_{ref}$  la référence à atteindre en régime stationnaire, le signal de commande  $T_z$  associé à ce sous-système est donné par :

$$T_z = - [K_{iz} \quad K_{piz} \quad K_{ppz}] [\chi_z \quad z \quad v_z]^T \quad \text{avec :} \quad \dot{\chi}_z = z_{ref} - z. \quad (3.72)$$

Pour des filtres de pondération fréquentielle de la forme :

$$W_{1z}(s) = \frac{4}{s+4}, \quad W_{2z}(s) = 1 \quad \text{et :} \quad W_{2v_z}(s) = \frac{s-0.98}{s+0.02} \quad (3.73)$$

et après 15 itérations pour déterminer les matrices  $Q_i$  et  $R_i$  optimales, les gains de commande s'écrivent :

$$K_{iz} = 1.8118, \quad K_{piz} = 4.7192, \quad \text{et :} \quad K_{ppz} = 1.4470, \quad (3.74)$$

permettant d'obtenir  $\gamma_z = 2.7726$ .

► **Stabilisation de la chaîne de roulis**

Soit  $y_{ref}$  la référence à atteindre en régime stationnaire, le signal de commande  $\tau_l$  associé à ce sous-système s'écrit :

$$\tau_l = - [K_{iy} \quad K_{piy} \quad K_{ppy}] [\chi_y \quad y \quad v_y \quad \phi \quad p]^T \quad \text{avec :} \quad \dot{\chi}_y = y_{ref} - y. \quad (3.75)$$

Pour des filtres de pondération fréquentielle de la forme <sup>12</sup> :

$$W_{2y}(s) = \frac{s+4.9}{s+5}, \quad W_{2v_y}(s) = \frac{s-0.23}{s+0.02}, \quad \text{et :} \quad W_{2\phi}(s) = W_{2p}(s) = 1 \quad (3.76)$$

et après 15 itérations pour déterminer les matrices  $Q_i$  et  $R_i$  optimales, les gains de commande sont donnés par :

$$K_{iy} = 1.9074, \quad K_{piy} = 6.0765, \quad \text{et :} \quad K_{ppy} = [5.1544 \quad 6.4186 \quad 4.3692], \quad (3.77)$$

permettant d'obtenir  $\gamma_y = 2.1126$ .

► **Stabilisation de la chaîne de tangage**

Soit  $x_{ref}$  la référence à atteindre en régime stationnaire, le signal de commande  $\tau_m$  associé à ce sous-système est donné par :

$$\tau_m = - [K_{ix} \quad K_{pix} \quad K_{ppx}] [\chi_x \quad x \quad v_x \quad \theta \quad q]^T \quad \text{avec :} \quad \dot{\chi}_x = x_{ref} - x. \quad (3.78)$$

12. Le filtre  $W_{1y}(s)$  est identique au filtre  $W_{1z}(s)$  de la chaîne d'altitude.

Pour des filtres de pondération fréquentielle de la forme<sup>13</sup> :

$$W_{2x}(s) = \frac{s + 4.9}{s + 5}, \quad W_{2vx}(s) = \frac{s - 0.23}{s + 0.02}, \quad \text{et : } W_{2\theta}(s) = W_{2q}(s) = 1 \quad (3.79)$$

et après 15 itérations pour déterminer les matrices  $Q_i$  et  $R_i$  optimales, les gains de commande s'écrivent :

$$K_{ix} = -1.9074, \quad K_{p_{ix}} = -6.0765, \quad \text{et : } K_{p_{px}} = [-5.1544 \quad 6.4186 \quad 4.3692], \quad (3.80)$$

permettant d'obtenir  $\gamma_x = 2.1126$ .

### ► Stabilisation de la chaîne de lacet

Soit  $\psi_{ref}$  la référence à atteindre en régime stationnaire, le signal de commande  $\tau_n$  associé à ce sous-système s'écrit :

$$\tau_n = - [K_{i\psi} \quad K_{p_i\psi} \quad K_{p_p\psi}] [\chi_\psi \quad \psi \quad r]^T \quad \text{avec : } \dot{\chi}_\psi = \psi_{ref} - \psi. \quad (3.81)$$

Pour des filtres de pondération fréquentielle de la forme :

$$W_{1\psi}(s) = \frac{0.04}{s + 4}, \quad W_{2\psi}(s) = \frac{s + 9.9}{s + 10} \quad \text{et : } W_{2r}(s) = 1 \quad (3.82)$$

et après 15 itérations pour déterminer les matrices  $Q_i$  et  $R_i$  optimales, les gains de commande sont donnés par :

$$K_{i\psi} = 1.5577, \quad K_{p_i\psi} = 7.1461, \quad \text{et : } K_{p_p\psi} = 1.1498, \quad (3.83)$$

permettant d'obtenir  $\gamma_\psi = 1.7107$ .

### 3.5.3 Simulations numériques

Les performances de la commande par synthèse  $\mathcal{H}_\infty$  sont maintenant évaluées en simulation sur le modèle dynamique complet du GLMAV donné par (2.11). L'évaluation réalisée est identique à celle effectuée lors de l'analyse des performances des stratégies de commande précédentes. La réponse temporelle du système en boucle fermée par rapport à la trajectoire de référence est donnée par la figure 3.18 pour la position, et par la figure 3.19 pour l'orientation. Les entrées de commande du système sont quant à elles représentées par la figure 3.20 pour les vitesses de rotation des rotors, et par la figure 3.21 pour les angles d'inclinaison du plateau cyclique.

Sur la base de ces résultats, les performances de l'algorithme de la commande par synthèse  $\mathcal{H}_\infty$  sont très satisfaisantes. Il est intéressant de remarquer que, pour un mouvement similaire, le comportement des entrées de commande  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  est le même que celui obtenu lors de la commande par régulation par PID, tandis que l'amplitude des entrées de commande  $\delta_{c_x}$  et  $\delta_{c_y}$  est la même que celle obtenue lors de la commande par placement de pôles. Par conséquent, avec cet algorithme de pilotage, la saturation des actionneurs pourrait ne jamais être atteinte. C'est notamment pour cette raison que cette approche de commande fût la plus utilisée pour la

13. Le filtre  $W_{1x}(s)$  est identique au filtre  $W_{1z}(s)$  de la chaîne d'altitude.



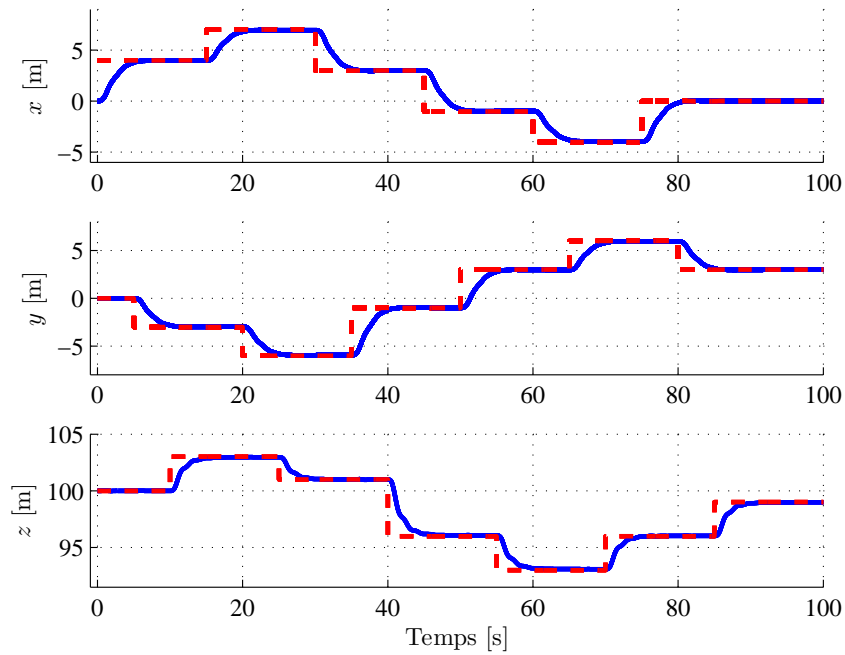


FIGURE 3.18 – Positions  $x$ ,  $y$  et  $z$  (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande par synthèse  $\mathcal{H}_\infty$

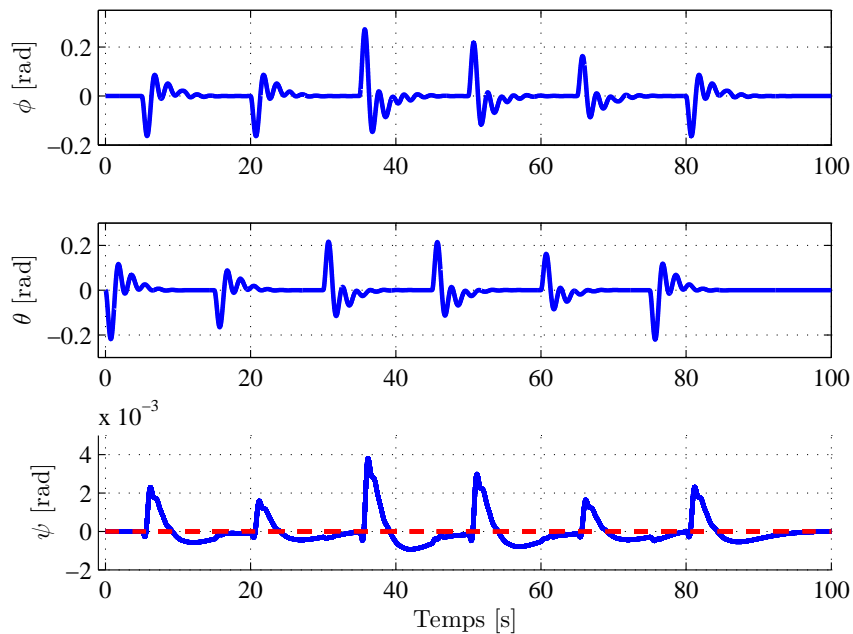
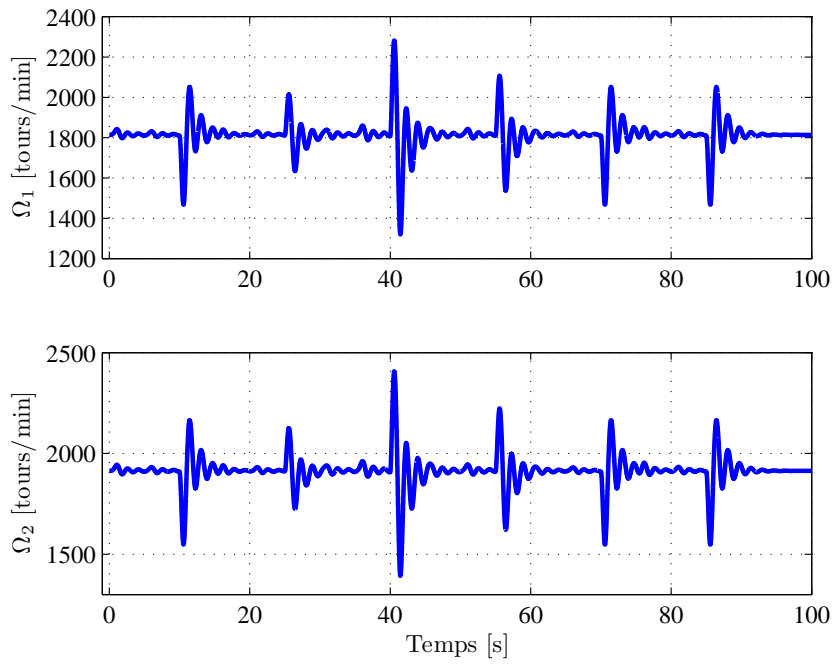
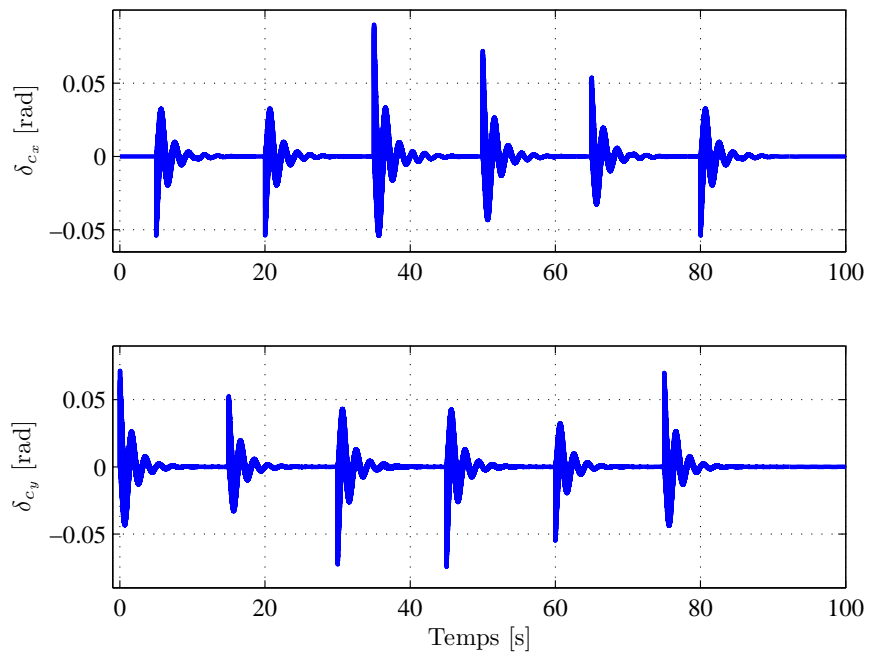


FIGURE 3.19 – Angles  $\phi$ ,  $\theta$  et  $\psi$  (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande par synthèse  $\mathcal{H}_\infty$

FIGURE 3.20 – Vitesses de rotation  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  des rotors pour la commande par synthèse  $\mathcal{H}_\infty$ FIGURE 3.21 – Angles d'inclinaison  $\delta_{c_x}$  et  $\delta_{c_y}$  du plateau cyclique pour la commande par synthèse  $\mathcal{H}_\infty$

navigation des véhicules aériens autonomes [54].

En conclusion, la commande par synthèse  $\mathcal{H}_\infty$  semble être un excellent compromis entre les différentes stratégies de commande présentées dans ce chapitre. De plus, et contrairement aux autres approches, elle intègre dans un même effort de conception les aspects liés à la commande classique et ceux liés à la commande robuste en prenant en compte l'effet des perturbations. Cependant, pour que cette architecture soit efficace, il est indispensable de bien choisir les pondérations fréquentielles permettant de spécifier les performances que doit atteindre la commande. Plus les performances souhaitées sont nombreuses et précises et plus le choix de ces filtres et l'analyse du système sont difficiles.

Les résultats présentés jusqu'à présent ne concernent que le domaine temporel et ne permettent donc pas de pleinement comparer les différentes techniques de commande. Pour ce faire, une analyse de leur comportement dans le domaine fréquentiel est indispensable. C'est l'objet de la prochaine section.

## 3.6 Analyse fréquentielle des stratégies de commande

Avant de débiter cette section, il est indispensable de se rappeler l'allure idéale, représentée par la figure 3.1, que doit avoir le module de la fonction de transfert en boucle ouverte d'un système afin de garantir des propriétés de précision et de robustesse. Il est également important de remarquer que les différents paramètres inhérents aux approches de commande présentées précédemment ont été choisis sur des critères temporels, à savoir la stabilité du système en boucle fermée, son temps de réponse et le dépassement de sa réponse. Cependant, il est intéressant de savoir si ces paramètres, procurant de bonnes performances dans le domaine temporel, donnent également de bonnes performances dans le domaine fréquentiel. En effet, la réponse fréquentielle du système varie fortement en fonction de la structure de commande choisie : présence ou non d'un effet intégral, action de la commande dans la chaîne directe ou dans celle de retour ... Cette section met alors en évidence les différences de comportement fréquentiel de chaque approche de commande pour chacun des sous-systèmes (2.32) - (2.35)<sup>14</sup>.

Cette analyse se fera par l'étude de différentes fonctions de sensibilité liant les multiples signaux de la boucle de commande. La première de ces fonctions, notée  $S_{PS}$ , indiquera la sensibilité de la sortie aux perturbations affectant cette sortie. Dans le cas du GLMAV, ces perturbations pourront correspondre aux phénomènes aérodynamiques liés au vent. La seconde de ces fonctions, notée  $S_{BS}$ , exprimera l'effet des bruits de mesure sur le signal de sortie. Enfin, la dernière de ces fonctions, notée  $S_{BC}$ , déterminera comment les bruits de mesure affectent le signal de commande.

### 3.6.1 Etude de la chaîne d'altitude

Les réponses fréquentielles du sous-système en boucle ouverte lié à l'altitude sont données par la figure 3.22, tandis que les fonctions de sensibilité  $S_{PS_z}$ ,  $S_{BS_z}$  et  $S_{BC_z}$  sont respectivement représentées par les figures 3.23, 3.24 et 3.25.

14. Le sous-système lié à la chaîne de tangage étant identique à celui lié à la chaîne de roulis, les données recueillis dans ce second cas seront également valables dans le premier.

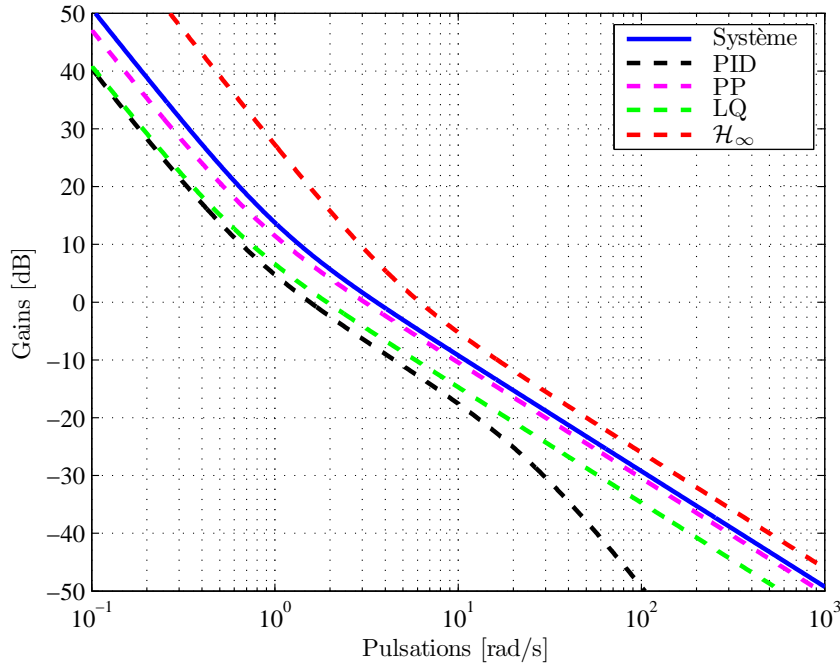


FIGURE 3.22 – Valeurs singulières de la boucle ouverte pour chaque commande dans le cas de la chaîne d’altitude

D’après la figure 3.22, toutes les approches de commande permettent d’obtenir l’allure idéale de la figure 3.1, garantissant de bonnes propriétés de précision et de robustesse. La commande par synthèse  $\mathcal{H}_\infty$  présentant le meilleur comportement en basses fréquences et la commande par régulation PID celui en hautes fréquences. Par ailleurs, le système en boucle ouverte ayant la bande passante la plus large correspond à celui piloté avec la synthèse  $\mathcal{H}_\infty$ . Pour rappel, la bande passante d’un asservissement détermine avec quel registre de signaux ce dernier est capable de fonctionner. Plus la bande passante est étendue, plus l’asservissement est capable de réagir à des variations rapides du signal d’entrée.

D’après les courbes de la figure 3.23, présentant une allure similaire à celle d’un filtre passe-haut, toutes les stratégies de commande permettent de réduire l’influence des perturbations de sortie, généralement de basses fréquences, sur la sortie du système en boucle fermée. Par ailleurs, la pulsation  $\omega$  à laquelle le module de la fonction  $|S_{PS_z}(\omega)|$  coupe l’axe à 0 dB est inversement proportionnel au temps de réponse du système. Par conséquent, plus cette pulsation sera grande et plus le temps de réponse du système en boucle fermée sera petit. La plus forte atténuation et le temps de réponse le plus rapide sont obtenus pour la structure de commande par synthèse  $\mathcal{H}_\infty$ . Pour les courbes de la figure 3.24, présentant une allure similaire à celle d’un filtre passe-bas, toutes les stratégies de commande permettent de réduire l’influence des bruits de mesure sur la sortie du système en boucle fermée. De surcroît, la résonance que présente le module de la fonction  $|S_{BS_z}(\omega)|$  permet d’estimer le dépassement de la sortie du système en réponse à un échelon. La plus forte atténuation est alors obtenue pour la commande par régulation PID alors que la résonance la plus faible est produite par l’approche par placement de pôles.

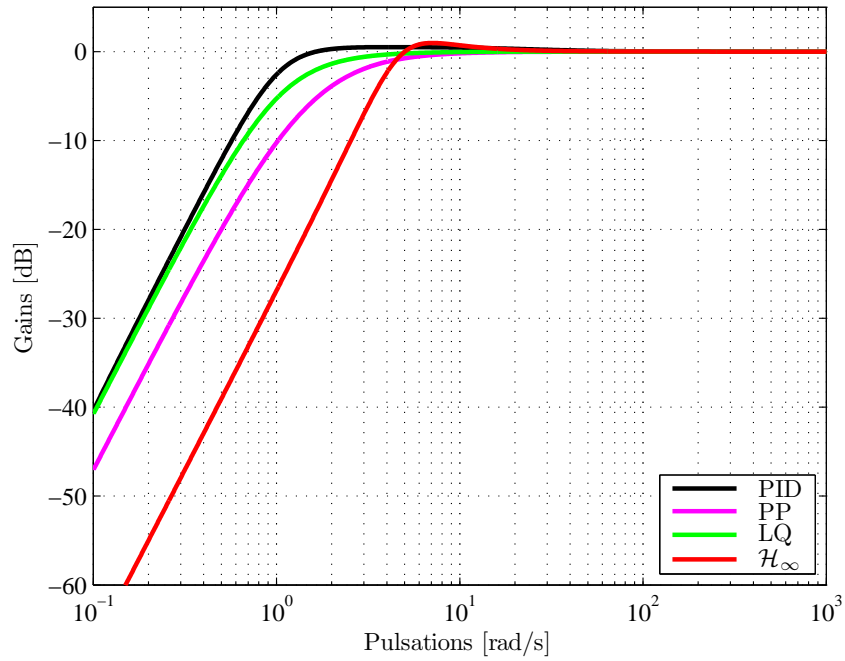


FIGURE 3.23 – Fonctions de sensibilité  $S_{PS_z}$  pour chaque commande dans le cas de la chaîne d'altitude

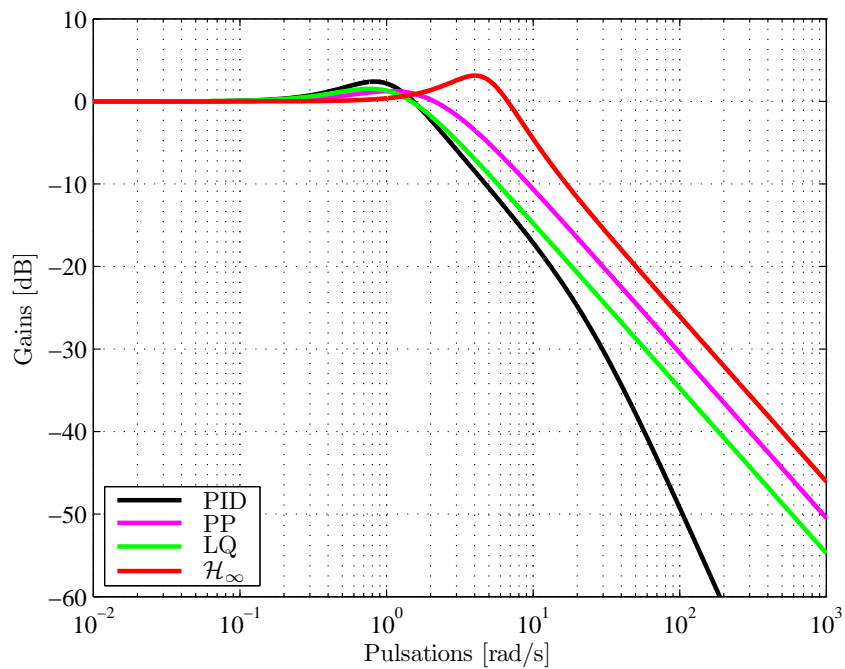


FIGURE 3.24 – Fonctions de sensibilité  $S_{BS_z}$  pour chaque commande dans le cas de la chaîne d'altitude

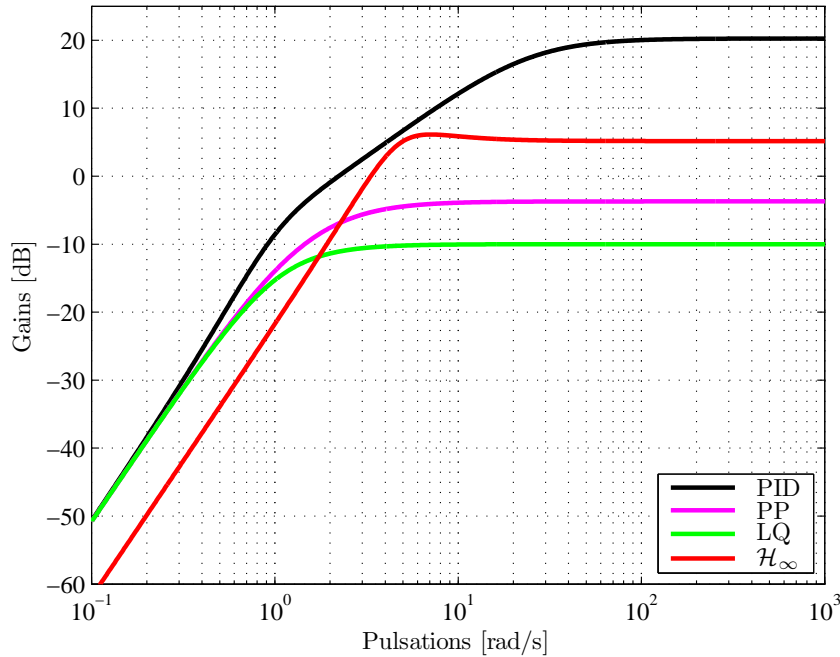


FIGURE 3.25 – Fonctions de sensibilité  $S_{BC_z}$  pour chaque commande dans le cas de la chaîne d'altitude

D'après les courbes de la figure 3.25, il est clair que, suivant les approches de commande utilisées, le signal de commande n'est pas affecté de la même façon par des bruits de mesure. En effet, si les bruits de mesure sont légèrement atténués avec la commande linéaire quadratique et par placement de pôles, ils sont légèrement amplifiés par la commande par synthèse  $\mathcal{H}_\infty$ . Cette faible amplification ne pose toutefois pas de problèmes majeurs car, en théorie, les signaux de mesures issus de la centrale inertielle embarquée à bord du GLMAV subissent un traitement éliminant les bruits de mesure. Pour la commande par régulation PID, c'est l'action dérivée du correcteur qui fait que les bruits de mesure sont amplifiés de la sorte, remettant en cause les performances de cet algorithme de commande.

### 3.6.2 Etude de la chaîne de roulis

Les réponses fréquentielles du sous-système en boucle ouverte lié au roulis sont données par la figure 3.26, tandis que les fonctions de sensibilité  $S_{PS_y}$ ,  $S_{BS_y}$  et  $S_{BC_y}$  sont respectivement représentées par les figures 3.27, 3.28 et 3.29.

D'après la figure 3.26, toutes les approches de commande permettent d'obtenir l'allure idéale de la figure 3.1, garantissant de bonnes propriétés de précision et de robustesse. La commande par synthèse  $\mathcal{H}_\infty$  présentant le meilleur comportement en basses fréquences et la commande par régulation PID celui en hautes fréquences. Par ailleurs, le système en boucle ouverte ayant la bande passante la plus large correspond à celui piloté avec la synthèse  $\mathcal{H}_\infty$ .

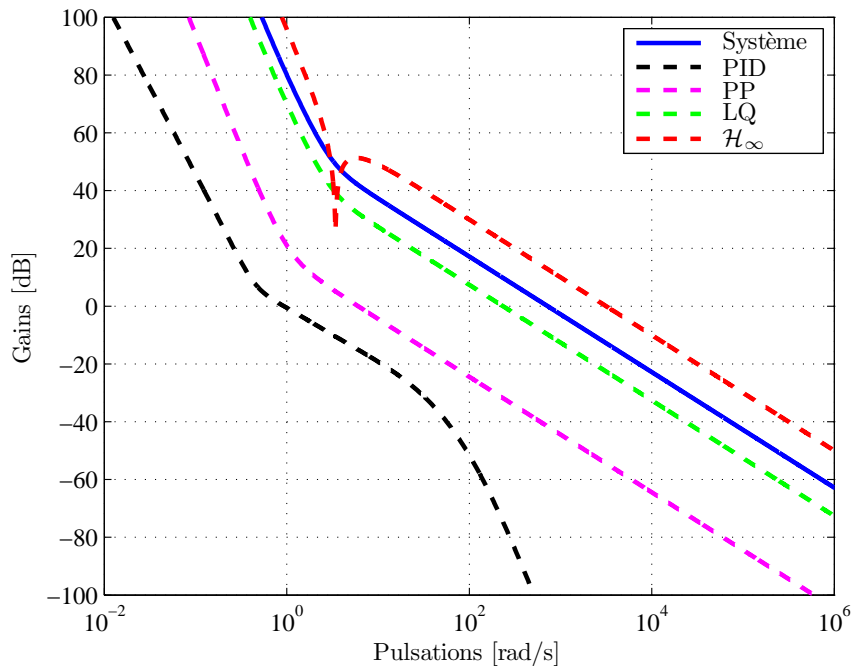


FIGURE 3.26 – Valeurs singulières de la boucle ouverte pour chaque commande dans le cas de la chaîne de roulis

D'après les courbes de la figure 3.27, présentant une allure similaire à celle d'un filtre passe-haut, toutes les stratégies de commande permettent de réduire l'influence des perturbations de sortie, généralement de basses fréquences, sur la sortie du système en boucle fermée. Comme précédemment, la plus forte atténuation et le temps de réponse le plus rapide sont obtenus pour la structure de commande par synthèse  $\mathcal{H}_\infty$ . Pour les courbes de la figure 3.28, présentant une allure similaire à celle d'un filtre passe-bas, toutes les stratégies de commande permettent de réduire l'influence des bruits de mesure sur la sortie du système en boucle fermée. La plus forte atténuation est alors obtenue pour la commande par régulation PID alors que la résonance la plus faible est produite par les approches par placement de pôles et par synthèse  $\mathcal{H}_\infty$ .

D'après les courbes de la figure 3.29, il est clair que, suivant les approches de commande utilisées, le signal de commande n'est pas affecté de la même façon par des bruits de mesure. En effet, si les bruits de mesure sont atténués avec la commande linéaire quadratique et par placement de pôles, ils sont légèrement amplifiés par la commande par synthèse  $\mathcal{H}_\infty$ . Cependant, pour les mêmes raisons qu'auparavant, cette faible amplification ne pose pas de problèmes majeurs si cet algorithme de commande devait être implémenté dans le GLMAV. Pour la commande par régulation PID, c'est l'action dérivée du correcteur qui fait que les bruits de mesure sont amplifiés de la sorte, remettant en cause les performances de cet algorithme de commande.

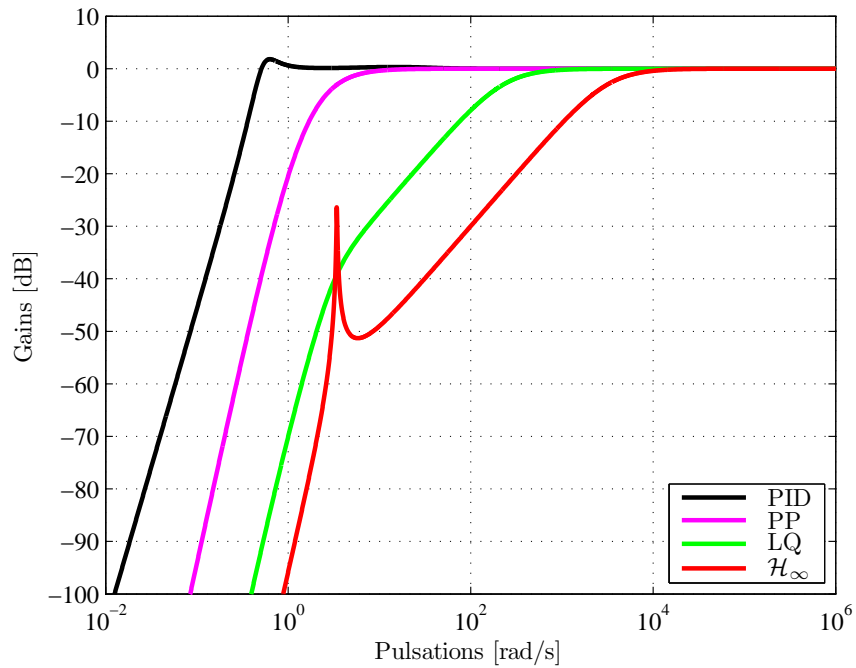


FIGURE 3.27 – Fonctions de sensibilité  $S_{PS_y}$  pour chaque commande dans le cas de la chaîne de roulis

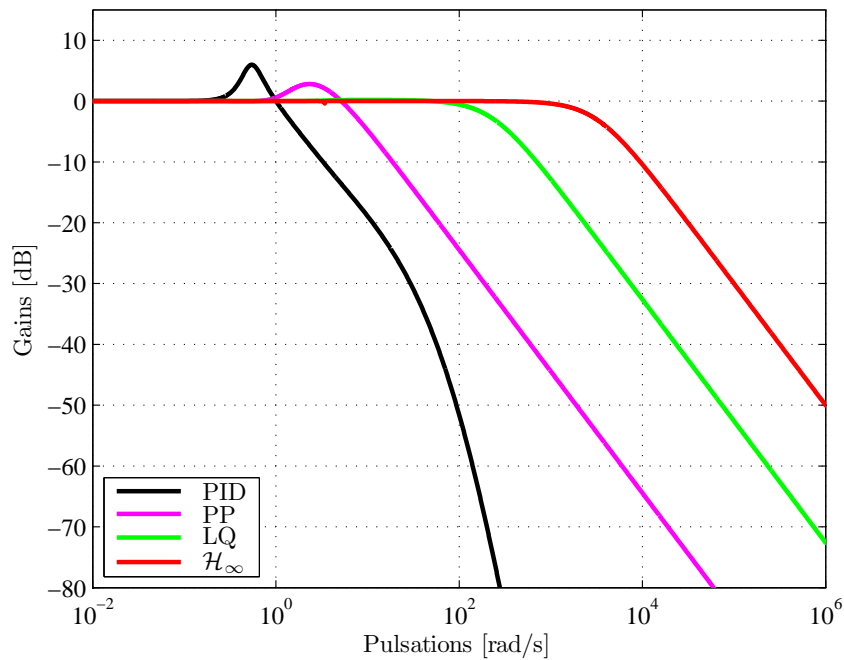


FIGURE 3.28 – Fonctions de sensibilité  $S_{BS_y}$  pour chaque commande dans le cas de la chaîne de roulis



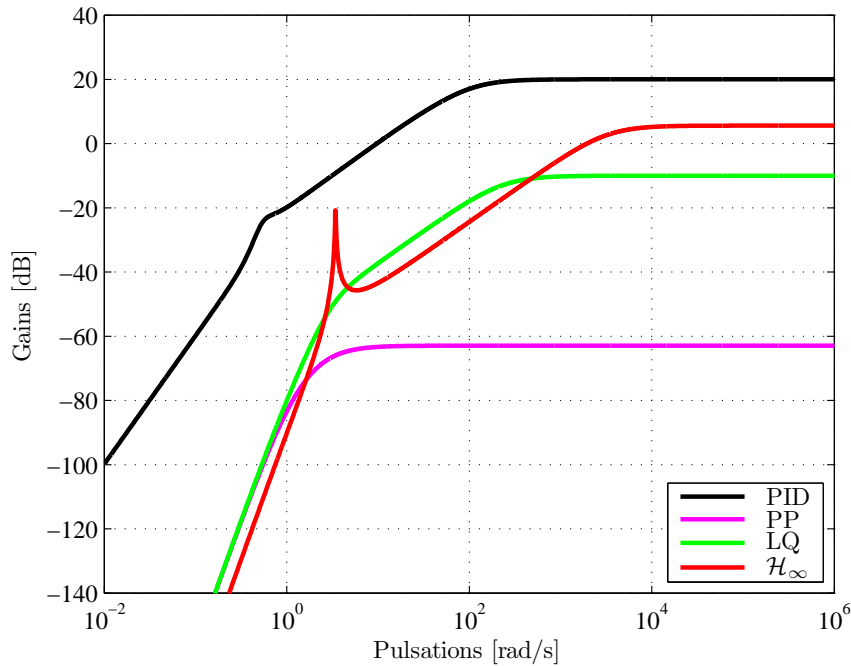


FIGURE 3.29 – Fonctions de sensibilité  $S_{BC_y}$  pour chaque commande dans le cas de la chaîne de roulis

### 3.6.3 Etude de la chaîne de lacet

Les réponses fréquentielles du sous-système en boucle ouverte lié au lacet sont données par la figure 3.30, tandis que les fonctions de sensibilité  $S_{PS_z}$ ,  $S_{BS_z}$  et  $S_{BC_z}$  sont respectivement représentées par les figures 3.31, 3.32 et 3.33.

D'après la figure 3.30, toutes les approches de commande permettent d'obtenir l'allure idéale de la figure 3.1, garantissant de bonnes propriétés de précision et de robustesse. La commande par synthèse  $\mathcal{H}_\infty$  présentant le meilleur comportement en basses fréquences et la commande par régulation PID celui en hautes fréquences. Par ailleurs, le système en boucle ouverte ayant la bande passante la plus large correspond à celui piloté avec la synthèse  $\mathcal{H}_\infty$ .

D'après les courbes de la figure 3.31, présentant une allure similaire à celle d'un filtre passe-haut, toutes les stratégies de commande permettent de réduire l'influence des perturbations de sortie, généralement de basses fréquences, sur la sortie du système en boucle fermée. Comme précédemment, la plus forte atténuation et le temps de réponse le plus rapide sont obtenus pour la structure de commande par synthèse  $\mathcal{H}_\infty$ . Pour les courbes de la figure 3.32, présentant une allure similaire à celle d'un filtre passe-bas, toutes les stratégies de commande permettent de réduire l'influence des bruits de mesure sur la sortie du système en boucle fermée. La plus forte atténuation est alors obtenue pour la commande par placement de pôles alors que la résonance la plus faible est produite par la commande linéaire quadratique et par synthèse  $\mathcal{H}_\infty$ .

D'après les courbes de la figure 3.33, il est clair que, suivant les approches de commande

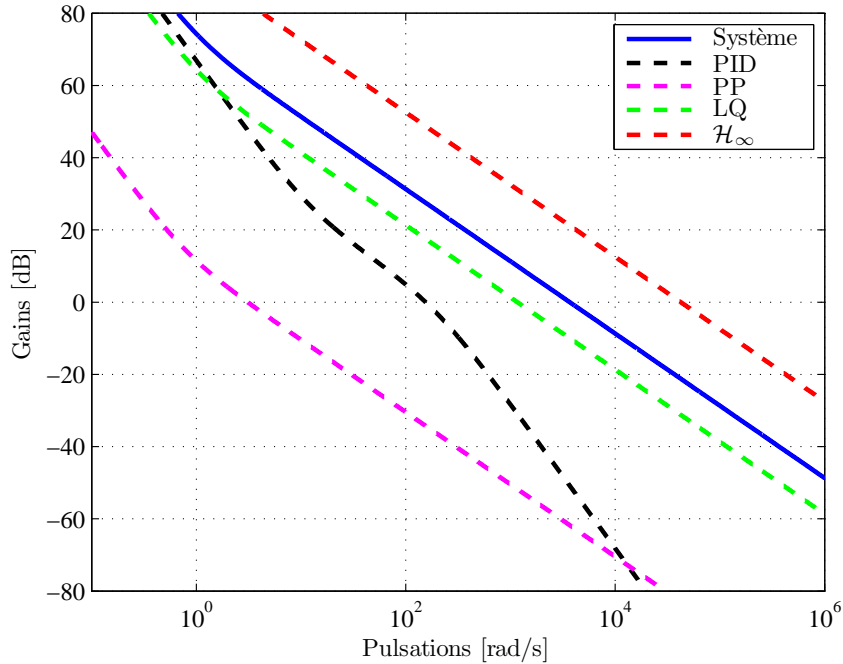


FIGURE 3.30 – Valeurs singulières de la boucle ouverte pour chaque commande dans le cas de la chaîne de lacet

utilisées, le signal de commande n'est pas affecté de la même façon par des bruits de mesure. En effet, si les bruits de mesure sont atténués avec la commande linéaire quadratique et par placement de pôles, ils sont légèrement amplifiés par la commande par synthèse  $\mathcal{H}_\infty$ . Cependant, pour les mêmes raisons qu'auparavant, cette faible amplification ne pose pas de problèmes majeurs si cet algorithme de commande devait être implémenté dans le GLMAV. Pour la commande par régulation PID, c'est l'action dérivée du correcteur qui fait que les bruits de mesure sont amplifiés de la sorte, remettant en cause les performances de cet algorithme de commande.

En conclusion, si l'une de ces approches devait être choisie pour être implémentée sur le prototype du GLMAV, la méthode par synthèse  $\mathcal{H}_\infty$  serait certainement retenue. En effet, elle présente un bon comportement fréquentiel et le meilleur comportement temporel, visible en mettant en relation les sorties du système et ses entrées de commande. De plus, le choix des filtres de pondérations de cette approche de commande pourrait être affiné afin d'en améliorer les performances.

### 3.7 Conclusion

Ce troisième chapitre présente un ensemble de techniques de commandes linéaires par retour d'état permettant le pilotage de la position d'un véhicule aérien autonome. Toutes ces approches, à savoir la commande par régulation PID, par placement de pôles, linéaire quadratique et par synthèse  $\mathcal{H}_\infty$ , se fondent sur un modèle linéarisé tangent de la dynamique du GLMAV. Toute-

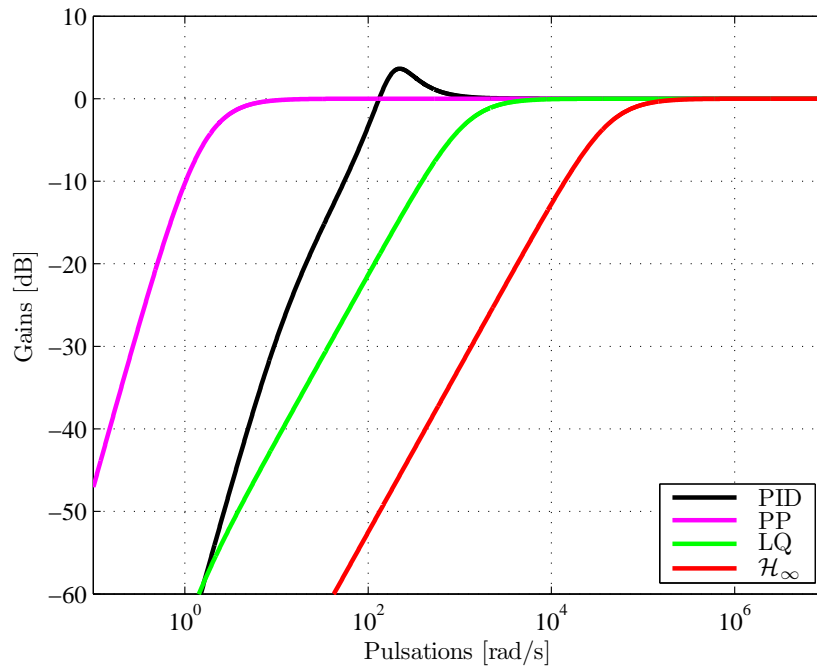


FIGURE 3.31 – Fonctions de sensibilité  $S_{PS_\psi}$  pour chaque commande dans le cas de la chaîne de lacet

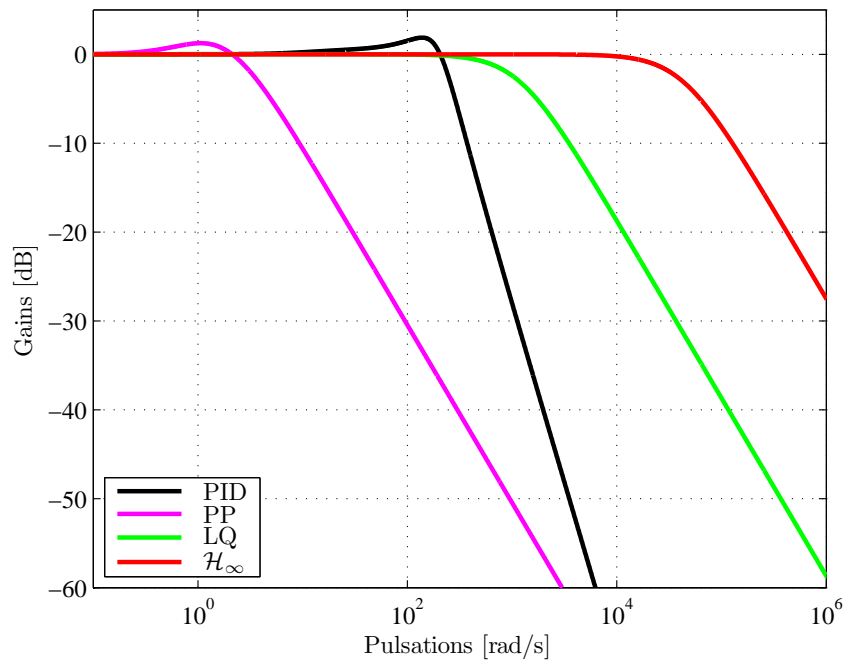


FIGURE 3.32 – Fonctions de sensibilité  $S_{BS_\psi}$  pour chaque commande dans le cas de la chaîne de lacet

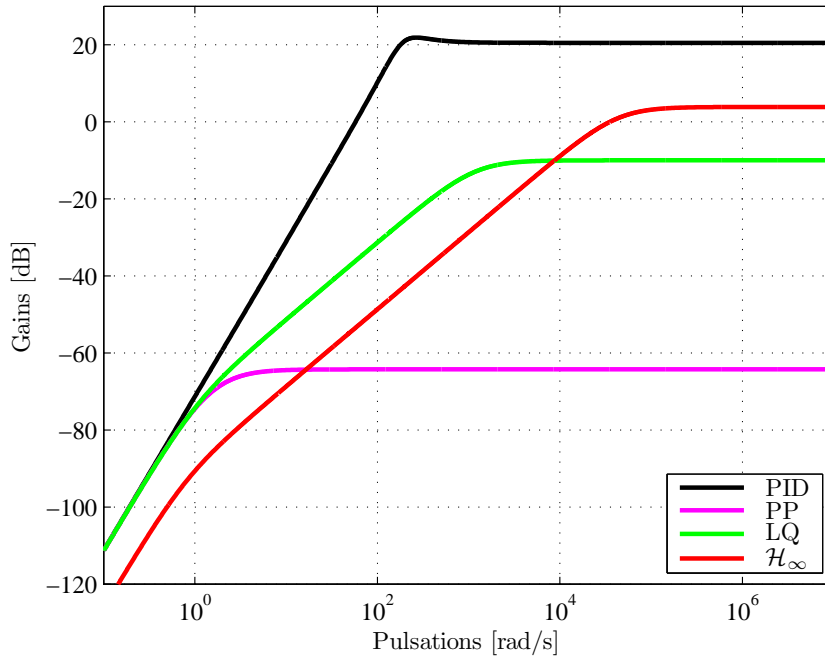


FIGURE 3.33 – Fonctions de sensibilité  $S_{BC_\psi}$  pour chaque commande dans le cas de la chaîne de lacet

fois, les simulations numériques réalisées montrent que ces stratégies peuvent être appliquées au modèle non linéaire complet de la dynamique du drone dans le cas du vol stationnaire et pour de petits déplacements. Ce chapitre étant un chapitre introductif à la commande, il se limite à l'étude du système lorsque celui-ci n'est pas perturbé et lorsque les signaux ne sont pas bruités. Cependant, par le biais d'une analyse fréquentielle, il indique explicitement que les algorithmes de commande permettent de garantir la convergence de la sortie vers sa référence en présence de perturbations et de bruits de mesure. Il existe également d'autres approches permettant d'obtenir ce résultat, comme les techniques de commandes adaptatives introduites dans [196] et reprises dans [197].

Bien que ces techniques de commande soient efficaces, elles ne sont valables que sur une petite partie de l'espace d'état autour d'un point de fonctionnement particulier. Par conséquent, la preuve de stabilité n'est pas garantie si le véhicule s'écarte de ce point de fonctionnement. Néanmoins, certains algorithmes de commande travaillant autour du modèle non linéaire de la dynamique du GLMAV permettent d'élargir l'enveloppe de vol de l'appareil. C'est l'objet du prochain chapitre où plusieurs architectures de commande non linéaire sont proposées et où le problème du rejet de perturbation est traité.

## Chapitre 4

# Stratégies de commande du drone : Approches non linéaires

Dans la plupart des applications de robotique aérienne, l'algorithme de commande embarquée est basé sur un modèle linéarisé de la dynamique du véhicule considéré. Cependant ces dernières années, avec l'émergence de nouvelles plateformes et de nouveaux besoins, de plus en plus de recherches se sont orientées vers des commandes basées sur une représentation non linéaire de la dynamique des véhicules aériens. Les stratégies de commande résultantes permettent en effet d'obtenir de nouvelles propriétés comportementales, mais surtout d'accroître de façon significative le domaine de validité des algorithmes de commande vus au troisième chapitre. Toutefois, bien que ces approches apportent une contribution théorique certaine, leur application réelle, de part la complexité des modèles et des signaux de commande, reste limitée.

Dans la continuité du chapitre précédent, l'objectif de ce nouveau chapitre est de présenter un éventail de techniques de commande non linéaire permettant au GLMAV de suivre une trajectoire donnée, de se stabiliser et désormais, de s'orienter autour du lacet. Les architectures de commande détaillées au fil des sections sont parmi les plus utilisées pour le pilotage et le guidage des véhicules aériens autonomes. Toutes ces approches seront élaborées sur la base du modèle non linéaire approximatif de la dynamique du drone défini par (2.30), avant d'être testées en simulation sur le modèle non linéaire complet donné par (2.11). La dernière partie du chapitre sera quant à elle dédiée à l'extension de certaines architectures de commande par des structures d'identification. De ce fait, les efforts aérodynamiques externes pourront être identifiés et pris en compte dans la synthèse des algorithmes de commande afin d'en améliorer les performances.

### 4.1 Objectifs et hypothèses de commande

La finalité des différentes stratégies de commande non linéaire dont il est fait part dans ce chapitre est d'assurer les déplacements, le maintien à poste et l'orientation du véhicule en cas de présence d'efforts aérodynamiques externes. Du point de vue de la dynamique de translation, il s'agit de faire en sorte que l'appareil aille et demeure à la position souhaitée sans qu'il soit emporté dans le lit du vent. En termes de dynamique de rotation, il convient d'utiliser le plateau cyclique de façon appropriée afin d'éviter le retournement de l'appareil. Malheureusement, devant l'incapacité de mesurer la vitesse du vent, la modélisation précise des différents effets aérodynamiques externes et de leurs interactions est impossible. Ces efforts seront alors

considérés comme des termes de perturbations agissant sur le système et qu'il faudra considérer lors de la synthèse des algorithmes de commande. Toutefois dans un premier temps, ces effets aérodynamiques externes seront considérés comme nuls, permettant d'écrire le modèle (2.30) de la façon suivante :

$$\begin{aligned}\dot{\xi} &= v \\ m\dot{v} &= T_z R_\eta e_3 + mge_3 \\ \dot{\eta} &= Q_\eta \Omega \\ J\dot{\Omega} &= -\Omega_\times J\Omega + \tau\end{aligned}\tag{4.1}$$

Lors de la synthèse de la commande, il est fait l'hypothèse que tout l'état du système, constitué des vecteurs  $\xi$ ,  $v$ ,  $\eta$  et  $\Omega$ , est accessible à la mesure. De plus, les signaux de référence utilisés seront des profils temporels quelconques, avec comme seules restrictions celles imposées par la contrôlabilité fonctionnelle du système et celles imposées par les contraintes physiques des entrées de commande.

## 4.2 Commande par linéarisation entrée - sortie

L'idée de la commande par linéarisation entrée - sortie est de transformer la dynamique non linéaire d'un système en une dynamique linéaire équivalente, pouvant donc être gouvernée par des approches linéaires [83]. Avant de rentrer en détail dans la théorie de cette commande pour les systèmes SISO et MIMO, un rappel mathématique sur les difféomorphismes est nécessaire. La procédure de conception de cette méthode de commande sera ensuite appliquée au GLMAV et quelques résultats de simulation seront présentés. Les travaux développés dans cette section ont fait l'objet de deux publications, à savoir [198] et [199].

### 4.2.1 Rappels mathématiques sur les difféomorphismes

En mathématiques, un difféomorphisme est un isomorphisme entre deux variétés différentielles. Ces variétés sont les objets de base de la topologie différentielle sur lesquels il est possible d'effectuer les opérations du calcul différentiel. La définition formelle d'un difféomorphisme est donnée par :

**Définition 4.2.1 (*Difféomorphisme*)** Soient  $E$  et  $F$  deux espaces vectoriels normés réels de dimension finie,  $U$  un ouvert de  $E$ ,  $V$  un ouvert de  $F$  et  $f$  une application de  $U$  dans  $V$ . L'application  $f$  sera un difféomorphisme si  $f$  est bijective, si  $f$  est différentiable sur  $U$  et si sa réciproque est différentiable sur  $V$ .

L'intérêt des difféomorphismes est qu'ils préservent la structure des objets sur lesquels ils agissent. Autrement dit, les relations algébriques entre les éléments de l'ensemble d'arrivée sont les mêmes que celles entre leurs antécédents respectifs. Cette propriété sera essentielle lors de la mise en œuvre du changement de variables inhérent à la commande par linéarisation entrée - sortie, dont la théorie est maintenant dévoilée.

### 4.2.2 Cas des systèmes non linéaires SISO

Soit un système non linéaire SISO écrit sous sa forme générale :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x)\end{aligned}\quad (4.2)$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $y \in \mathbb{R}$  est la sortie,  $u \in \mathbb{R}$  est la commande,  $f$  et  $g$  sont des champs de vecteurs et  $h$  une fonction à valeurs réelles. Soit  $e \in \mathbb{R}$  l'erreur entre la sortie  $y$  et son signal de référence  $y_{ref}$ , s'écrivant donc :

$$e = y - y_{ref} = h(x) - y_{ref}.$$

L'objectif de la commande par linéarisation entrée - sortie est de déterminer un changement de variables  $z = T(x)$  transformant le système (4.2) en un système stabilisable par une commande du type :

$$u = a(x) + b(x)v. \quad (4.3)$$

Cette commande permettra d'établir une relation linéaire entre la nouvelle entrée  $v \in \mathbb{R}$  et l'erreur  $e$ . Afin de garantir l'équivalence entre le nouveau système et le système original, il est impératif que l'application  $T$  soit un difféomorphisme. Autrement dit, l'application  $T$  ne doit pas seulement être bijective, mais elle et sa réciproque doivent également être différentiables.

La procédure de conception d'une relation linéaire entre  $v$  et l'erreur  $e$  consiste à dériver cette dernière plusieurs fois par rapport au temps. La succession des dérivations s'arrête lorsque les variables réelles de commande du système apparaissent dans une dérivée. Le nombre de fois dont doit être dérivée l'erreur  $e$  correspond au degré relatif du système (4.2), et sera noté  $\gamma$ . Les dérivées temporelles successives de l'erreur  $e$  s'écrivent alors de la façon suivante :

$$\begin{cases} e = h(x) - y_{ref} \\ \dot{e} = L_f h(x) - \dot{y}_{ref} \\ \vdots \\ e^{(\gamma-1)} = L_f^{\gamma-1} h(x) - y_{ref}^{(\gamma-1)} \\ e^{(\gamma)} = L_f^\gamma h(x) + L_g L_f^{\gamma-1} h(x) u - y_{ref}^{(\gamma)} \end{cases} \quad (4.4)$$

dans laquelle  $L_f$  est la dérivée de Lie de  $h(x)$  le long de  $f$ ,  $L_g$  la dérivée de Lie de  $h(x)$  le long de  $g$ , et où la notation  $e^{(\gamma)}$  indique la  $\gamma^{\text{ème}}$  dérivée de  $e$ . Ayant noté  $\gamma$  le degré relatif du système (4.2), les dérivées de Lie de la forme  $L_g L_f^i h(x)$  pour  $i = 1, \dots, \gamma - 2$  sont toutes nulles. De cette façon, l'entrée  $u$  n'intervient pas dans les expressions des  $\gamma - 1$  premières dérivées temporelles.

Le changement de variable  $z = T(x)$  transformant le système (4.2) s'écrit alors en fonction de ces  $\gamma - 1$  premières dérivées par :

$$z = T(x) = \begin{bmatrix} z_1(x) \\ z_2(x) \\ \vdots \\ z_{\gamma-1}(x) \\ z_\gamma(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e \\ \dot{e} \\ \vdots \\ e^{(\gamma-2)} \\ e^{(\gamma-1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h(x) - y_{ref} \\ L_f h(x) - \dot{y}_{ref} \\ \vdots \\ L_f^{\gamma-2} h(x) - y_{ref}^{(\gamma-2)} \\ L_f^{\gamma-1} h(x) - y_{ref}^{(\gamma-1)} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

avec :

$$L_g z_i(x) = 0 \quad \text{pour : } i = \gamma + 1, \dots, n \quad (4.6)$$

conduisant au nouveau système dont la dynamique est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = z_3 \\ \vdots \\ \dot{z}_{\gamma-1} = z_\gamma \\ \dot{z}_\gamma = L_f^\gamma h(x) - y_{ref}^{(\gamma)} + L_g L_f^{\gamma-1} h(x) u \\ \dot{\zeta} = \varphi(z, \zeta) \\ y = z_1 \end{cases} \quad (4.7)$$

et où toutes les non linéarités ne se trouvent que dans l'équation de  $\dot{z}_\gamma$ . Le terme  $\dot{\zeta} = \varphi(z, \zeta)$  de (4.7) représente la dynamique interne du système et par conséquent, le terme  $\dot{\zeta} = \varphi(0, \zeta)$  correspond à sa dynamique des zéros. Si cette dynamique est asymptotiquement stable, le système est dit à minimum de phase.

A partir du système (4.7), la commande  $u$  de la forme (4.3) telle que :

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{\gamma-1} h(x)} \left( -L_f^\gamma h(x) + y_{ref}^{(\gamma)} + v \right) \quad (4.8)$$

avec par conséquent :

$$a(x) = \frac{1}{L_g L_f^{\gamma-1} h(x)} \left( -L_f^\gamma h(x) + y_{ref}^{(\gamma)} \right) \quad \text{et :} \quad b(x) = \frac{1}{L_g L_f^{\gamma-1} h(x)},$$

permet de totalement compenser les non linéarités de (4.7) et d'établir une relation linéaire entre l'entrée  $v$  et l'erreur  $e = z_1$ . Le système linéarisé résultant donné par :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = z_3 \\ \vdots \\ \dot{z}_{\gamma-1} = z_\gamma \\ \dot{z}_\gamma = v \\ \dot{\zeta} = \varphi(z, \zeta) \\ y = z_1 \end{cases} \quad (4.9)$$

est alors une chaîne de  $\gamma$  intégrateurs, et où la commande  $v$  devra être choisie de telle sorte que la stabilité du système soit garantie. Dans ce qui suit, la commande  $v$  sera choisie telle que :

$$v = y_{ref}^{(\gamma)} + \lambda_{\gamma-1} \left( y^{(\gamma-1)} - y_{ref}^{(\gamma-1)} \right) + \dots + \lambda_1 (\dot{y} - \dot{y}_{ref}) + \lambda_0 (y - y_{ref}) \quad (4.10)$$

avec  $\lambda_0, \dots, \lambda_{\gamma-1}$  choisis tels que :

$$s^\gamma + \lambda_{\gamma-1} s^{\gamma-1} + \dots + \lambda_1 s + \lambda_0 = 0 \quad (4.11)$$

soit un polynôme stable.



### 4.2.3 Extension aux systèmes non linéaires MIMO

Soit un système non linéaire MIMO carré, où la dynamique des zéros n'existe pas, écrit sous sa forme générale :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x) u_i \\ y &= h(x) = [h_1(x) \quad \dots \quad h_m(x)]^T \end{aligned} \quad (4.12)$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $y \in \mathbb{R}^m$  est la sortie et  $u \in \mathbb{R}^m$  est la commande. Le changement de variable  $z = T(x)$  donné par (4.5) n'est alors valable que pour une seule sortie  $i$ . Il est donc à reproduire pour chaque sortie  $i$ ,  $i = 1, \dots, m$ , amenant l'application :

$$Z = \begin{bmatrix} z^1 \\ \vdots \\ z^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1^1 \\ \vdots \\ z_1^m \\ \vdots \\ z_m^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_1^{(\gamma_1-1)} \\ \vdots \\ e_m \\ \vdots \\ e_m^{(\gamma_m-1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 - y_{1_{ref}} \\ \vdots \\ L_f^{\gamma_1-1} h_1 - y_{1_{ref}}^{(\gamma_1-1)} \\ \vdots \\ h_m - y_{m_{ref}} \\ \vdots \\ L_f^{\gamma_m-1} h_m - y_{m_{ref}}^{(\gamma_m-1)} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

conduisant au nouveau système dont la dynamique a pour expression :

$$\begin{bmatrix} \dot{z}^1 \\ \vdots \\ \dot{z}^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{z}_1^1 \\ \vdots \\ \dot{z}_1^m \\ \vdots \\ \dot{z}_m^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_2^1 \\ \vdots \\ L_f^{\gamma_1} h_1 - y_{1_{ref}}^{(\gamma_1)} + [L_{g_1} L_f^{\gamma_1-1} h_1 \quad \dots \quad L_{g_m} L_f^{\gamma_1-1} h_1] \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix} \\ \vdots \\ z_2^m \\ \vdots \\ L_f^{\gamma_m} h_m - y_{m_{ref}}^{(\gamma_m)} + [L_{g_1} L_f^{\gamma_m-1} h_m \quad \dots \quad L_{g_m} L_f^{\gamma_m-1} h_m] \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix} \end{bmatrix}. \quad (4.14)$$

Afin de déterminer la commande  $u$  de la forme (4.3), avec  $a(x) \in \mathbb{R}^{m \times 1}$  et  $b(x) \in \mathbb{R}^{m \times m}$ , il est d'abord nécessaire de regrouper les équations de (4.14) contenant cette commande. Il vient alors :

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1^1 \\ \vdots \\ \dot{z}_m^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f^{\gamma_1} h_1 - y_{1_{ref}}^{(\gamma_1)} \\ \vdots \\ L_f^{\gamma_m} h_m - y_{m_{ref}}^{(\gamma_m)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{\gamma_1-1} h_1 & \dots & L_{g_m} L_f^{\gamma_1-1} h_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{g_1} L_f^{\gamma_m-1} h_m & \dots & L_{g_m} L_f^{\gamma_m-1} h_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix}. \quad (4.15)$$

Ainsi, la commande  $u$  telle que :

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{\gamma_1-1} h_1 & \dots & L_{g_m} L_f^{\gamma_1-1} h_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{g_1} L_f^{\gamma_m-1} h_m & \dots & L_{g_m} L_f^{\gamma_m-1} h_m \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -L_f^{\gamma_1} h_1 + y_{1_{ref}}^{(\gamma_1)} + v_1 \\ \vdots \\ -L_f^{\gamma_m} h_m + y_{m_{ref}}^{(\gamma_m)} + v_m \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

permet de totalement compenser les non linéarités de (4.15) et d'établir une relation linéaire entre l'entrée  $v_i$  et l'erreur  $e_i = z_1^i$ . Le système linéarisé résultant donné par :

$$\begin{bmatrix} \dot{z}^1 \\ \vdots \\ \dot{z}^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{z}_1^1 \\ \vdots \\ \dot{z}_{\gamma_1}^1 \\ \vdots \\ \dot{z}_1^m \\ \vdots \\ \dot{z}_{\gamma_m}^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_2^1 \\ \vdots \\ v_1 \\ \vdots \\ z_2^m \\ \vdots \\ v_m \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

est alors une chaîne de  $\gamma_i$  intégrateurs, et où la commande  $v = [v_1 \dots v_m]^T$  devra être choisie de telle sorte que la stabilité du système soit garantie. Dans ce qui suit, la commande  $v$  sera choisie telle que :

$$v_i = y_{i_{ref}}^{(\gamma_i)} + \lambda_{i_{\gamma_i-1}} \left( y_i^{(\gamma_i-1)} - y_{i_{ref}}^{(\gamma_i-1)} \right) + \dots + \lambda_{i_1} (\dot{y}_i - \dot{y}_{i_{ref}}) + \lambda_{i_0} (y_i - y_{i_{ref}}) \quad (4.18)$$

avec  $\lambda_{i_0}, \dots, \lambda_{i_{\gamma_i-1}}$  choisis tels que :

$$s^{\gamma_i} + \lambda_{i_{\gamma_i-1}} s^{\gamma_i-1} + \dots + \lambda_{i_1} s + \lambda_{i_0} = 0 \quad (4.19)$$

soit un polynôme stable.

#### 4.2.4 Application à la commande du GLMAV

Comme mentionné précédemment, l'objectif est de suivre une trajectoire définie par  $\xi_{ref}$  et ses dérivées successives avec une orientation autour lacet spécifique  $\psi_{ref}$  en manipulant les signaux  $T_z$  et  $\tau$ . Par conséquent, en suivant la procédure de conception d'une commande par linéarisation entrée - sortie, les sorties  $\xi$  et  $\psi$  doivent être dérivées par rapport au temps jusqu'à ce que les entrées de commande  $T_z$  et  $\tau$  apparaissent. Les deux premières dérivées temporelles de  $\xi$  s'obtiennent alors très facilement à partir de (4.1) :

$$\dot{\xi} = v \quad (4.20)$$

$$\ddot{\xi} = \frac{1}{m} T_z R_\eta e_3 + g e_3 \quad (4.21)$$

La variable de commande réelle  $T_z$  est donc apparue dans la seconde dérivée temporelle de la sortie  $\xi$  et pourrait alors être utilisée en l'état pour piloter partiellement la dynamique de l'erreur. Cependant, procéder ainsi conduit à une séparation de l'échelle de temps de la dynamique

du système [100, 200]. Cette approche peut toutefois être bénéfique dans des situations telles que le vol stationnaire où la régulation de l'altitude de vol doit être plus étroitement pilotée que les autres états du système. En revanche, pour des trajectoires plus générales, une séparation artificielle de l'échelle de temps de la dynamique du système peut entraîner de sérieux problèmes de robustesse [93]. Une stratégie alternative consiste à effectuer une extension dynamique de l'entrée de commande concernée [84]. Par cette opération, l'entrée de commande effective  $T_z$  et sa première dérivée temporelle  $\dot{T}_z$  deviennent des variables internes à la commande. Cette approche permet d'obtenir un bon compromis entre les différents objectifs de commande du problème de poursuite de trajectoires.

Poursuivant le processus de dérivation, la dérivée de (4.21) par rapport au temps s'écrit par conséquent :

$$\xi^{(3)} = \frac{1}{m}\dot{T}_z R_\eta e_3 + \frac{1}{m}T_z \dot{R}_\eta e_3 = \frac{1}{m}\dot{T}_z R_\eta e_3 + \frac{1}{m}T_z R_\eta \Omega_\times e_3, \quad (4.22)$$

tandis que la quatrième dérivée temporelle de  $\xi$  est donnée par<sup>15</sup> :

$$\xi^{(4)} = \frac{1}{m}\ddot{T}_z R_\eta e_3 + \frac{2}{m}\dot{T}_z R_\eta \Omega_\times e_3 + \frac{1}{m}T_z R_\eta \Omega_\times^2 e_3 - \frac{1}{m}T_z R_\eta e_{3\times} \dot{\Omega} \quad (4.23)$$

L'équation du théorème d'Euler de (4.1) permet alors d'écrire :

$$\xi^{(4)} = \frac{1}{m}\ddot{T}_z R_\eta e_3 + \frac{2}{m}\dot{T}_z R_\eta \Omega_\times e_3 + \frac{1}{m}T_z R_\eta \Omega_\times^2 e_3 - \frac{1}{m}T_z R_\eta e_{3\times} J^{-1}(-\Omega_\times J\Omega + \tau) \quad (4.24)$$

faisant apparaître l'entrée de commande  $\tau$ .

En ce qui concerne la sortie  $\psi$ , un regard sur (4.1) donne sa première dérivée :

$$\dot{\psi} = e_3^T \dot{\eta} = e_3^T Q_\eta \Omega, \quad (4.25)$$

alors que sa seconde dérivée par rapport au temps a pour expression :

$$\ddot{\psi} = e_3^T \dot{Q}_\eta \Omega + e_3^T Q_\eta \dot{\Omega}, \quad (4.26)$$

pouvant être écrite avec l'équation du théorème d'Euler de (4.1) par :

$$\ddot{\psi} = e_3^T \dot{Q}_\eta \Omega + e_3^T Q_\eta J^{-1}(-\Omega_\times J\Omega + \tau). \quad (4.27)$$

Le changement de variable (4.13), appliqué à la commande du GLMAV, s'écrit par :

$$Z = \begin{bmatrix} z^\xi \\ z^\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1^\xi \\ z_2^\xi \\ z_3^\xi \\ z_4^\xi \\ z_1^\psi \\ z_2^\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_\xi \\ \dot{e}_\xi \\ \ddot{e}_\xi \\ e_\xi^{(3)} \\ e_\psi \\ \dot{e}_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi - \xi_{ref} \\ \dot{\xi} - \dot{\xi}_{ref} \\ \ddot{\xi} - \ddot{\xi}_{ref} \\ \xi^{(3)} - \xi_{ref}^{(3)} \\ \psi - \psi_{ref} \\ \dot{\psi} - \dot{\psi}_{ref} \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

15. Pour tout vecteur  $u, v$  :  $u_\times v = u \wedge v = -v \wedge u = -v_\times u$

conduisant au système dont la dynamique est donnée par :

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1^\xi \\ \dot{z}_2^\xi \\ \dot{z}_3^\xi \\ \dot{z}_4^\xi \\ \dot{z}_1^\psi \\ \dot{z}_2^\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_2^\xi \\ z_3^\xi \\ z_4^\xi \\ \mathcal{U}_\xi - \xi_{ref}^{(4)} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{m}T_z R_\eta e_{3\times} J^{-1} & \frac{1}{m}R_\eta e_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau \\ \ddot{T}_z \end{bmatrix} \\ \mathcal{U}_\psi - \ddot{\psi}_{ref} + \underbrace{\begin{bmatrix} e_3^T Q_\eta J^{-1} \tau & 0 \end{bmatrix}}_H \begin{bmatrix} \tau \\ \ddot{T}_z \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

avec :

$$\mathcal{U}_\xi = \frac{2}{m}\dot{T}_z R_\eta \Omega_\times e_3 + \frac{1}{m}T_z R_\eta \Omega_\times^2 e_3 + \frac{1}{m}T_z R_\eta e_{3\times} J^{-1} \Omega_\times J \Omega, \quad (4.30)$$

$$\mathcal{U}_\psi = e_3^T \dot{Q}_\eta \Omega - e_3^T Q_\eta J^{-1} \Omega_\times J \Omega. \quad (4.31)$$

En regroupant les termes de (4.29) faisant apparaître les variables  $\ddot{T}_z$  et  $\tau$ , il vient :

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_4^\xi \\ \dot{z}_2^\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{U}_\xi - \xi_{ref}^{(4)} \\ \mathcal{U}_\psi - \ddot{\psi}_{ref} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{1}{m}T_z R_\eta e_{3\times} J^{-1} & \frac{1}{m}R_\eta e_3 \\ e_3^T Q_\eta J^{-1} & 0 \end{bmatrix}}_H \begin{bmatrix} \tau \\ \ddot{T}_z \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

Ces variables de commande sont alors choisies de la même façon que (4.16) et ont par conséquent pour expression :

$$\begin{bmatrix} \tau \\ \ddot{T}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{m}T_z R_\eta e_{3\times} J^{-1} & \frac{1}{m}R_\eta e_3 \\ e_3^T Q_\eta J^{-1} & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -\mathcal{U}_\xi + \xi_{ref}^{(4)} + v_\xi \\ -\mathcal{U}_\psi + \ddot{\psi}_{ref} + v_\psi \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

avec :

$$v_\xi = \lambda_{3_\xi} (\xi^{(3)} - \xi_{ref}^{(3)}) + \lambda_{2_\xi} (\ddot{\xi} - \ddot{\xi}_{ref}) + \lambda_{1_\xi} (\dot{\xi} - \dot{\xi}_{ref}) + \lambda_{0_\xi} (\xi - \xi_{ref}), \quad (4.34)$$

$$v_\psi = \lambda_{1_\psi} (\dot{\psi} - \dot{\psi}_{ref}) + \lambda_{0_\psi} (\psi - \psi_{ref}) \quad (4.35)$$

en sélectionnant les  $\lambda_{i_\xi}$ ,  $i = 0, 1, 2, 3$ , et les  $\lambda_{j_\psi}$ ,  $j = 0, 1$ , tels que les polynômes :

$$s^4 + \lambda_{3_\xi} s^3 + \lambda_{2_\xi} s^2 + \lambda_{1_\xi} s + \lambda_{0_\xi} = 0, \quad (4.36)$$

$$s^2 + \lambda_{1_\psi} s + \lambda_{0_\psi} = 0 \quad (4.37)$$

soient stables.

**Critère 4.2.1** La matrice  $H$ , telle que définie dans (4.32), est non singulière pour toutes les trajectoires en boucle fermée.

**Proposition 4.2.1** *Sous réserve du respect du critère 4.2.1, la loi de commande définie par (4.33) - (4.37), appliquée au système (4.1), garantit la convergence des erreurs  $e_\xi$ ,  $e_\psi$  et de leurs dérivées temporelles respectives vers 0. Elle assure donc la poursuite des trajectoires de référence  $\xi_{ref}(t)$  et  $\psi_{ref}(t)$ .*

**Remarque 4.2.1** *Il n'y a que deux configurations amenant le critère 4.2.1 à ne pas être respecté. La première est une configuration où la poussée principale  $T_z$  vaut 0, tandis que la seconde correspond à une situation où le GLMAV est incliné à 90 degrés. Ces conditions sont évidentes vu l'expression du déterminant de  $H$  :*

$$\det(H) = -\frac{1}{m^3} \frac{1}{J_{xx}J_{yy}J_{zz}} T_z^2 \frac{\cos\phi}{\cos\theta}. \quad (4.38)$$

#### 4.2.5 Simulations numériques

Les performances de la commande par linéarisation entrée - sortie sont maintenant évaluées en simulation sur le modèle dynamique complet du GLMAV donné par (2.11). L'évaluation réalisée est identique à celle effectuée lors de l'analyse des performances des stratégies de commande linéaire présentées dans le chapitre précédent. La seule différence vient de l'état initial du GLMAV dorénavant donné par (4.39) et sera identique lors des simulations des approches de commande non linéaire.

$$\begin{array}{llll} x_0 = 0 & v_{x_0} = 0 & \phi_0 = 0 & p_0 = 0 \\ y_0 = 0 & v_{y_0} = 0 & \theta_0 = 0 & q_0 = 0 \\ z_0 = 110 & v_{z_0} = 0 & \psi_0 = 0.3 & r_0 = 0 \end{array} \quad \text{et :} \quad (4.39)$$

La valeur des paramètres  $\lambda_{i_\xi}$  de (4.36) et  $\lambda_{j_\psi}$  de (4.37) est choisie telle que les racines du polynôme associé à la dynamique de translation soient placées en - 1, alors que celles du polynôme lié à la dynamique de rotation seront localisées en - 2. De ce fait, ces différents coefficients sont donnés par :

$$\begin{array}{ll} \lambda_{0_\xi} = 1 & \\ \lambda_{1_\xi} = 4 & \\ \lambda_{2_\xi} = 6 & \\ \lambda_{3_\xi} = 4 & \end{array} \quad \text{et :} \quad \begin{array}{ll} \lambda_{0_\psi} = 4 & \\ \lambda_{1_\psi} = 4 & \end{array} \quad (4.40)$$

La réponse temporelle du système en boucle fermée par rapport à la trajectoire de référence est donnée par la figure 4.1 pour la position, et par la figure 4.2 pour l'orientation. Les entrées de commande du système sont quant à elles représentées par la figure 4.3 pour les vitesses de rotation des rotors, et par la figure 4.4 pour les angles d'inclinaison du plateau cyclique.

Sur la base de ces résultats, les performances de l'algorithme de cette approche de commande sont satisfaisantes. La différence notable avec les techniques linéaires du chapitre précédent vient de l'amplitude beaucoup plus faible des signaux relatifs aux angles d'inclinaison du plateau cyclique. Un tel comportement, propice à la non saturation des actionneurs, induit cependant une convergence relativement lente de la sortie  $\xi$  vers sa référence  $\xi_{ref}$ .

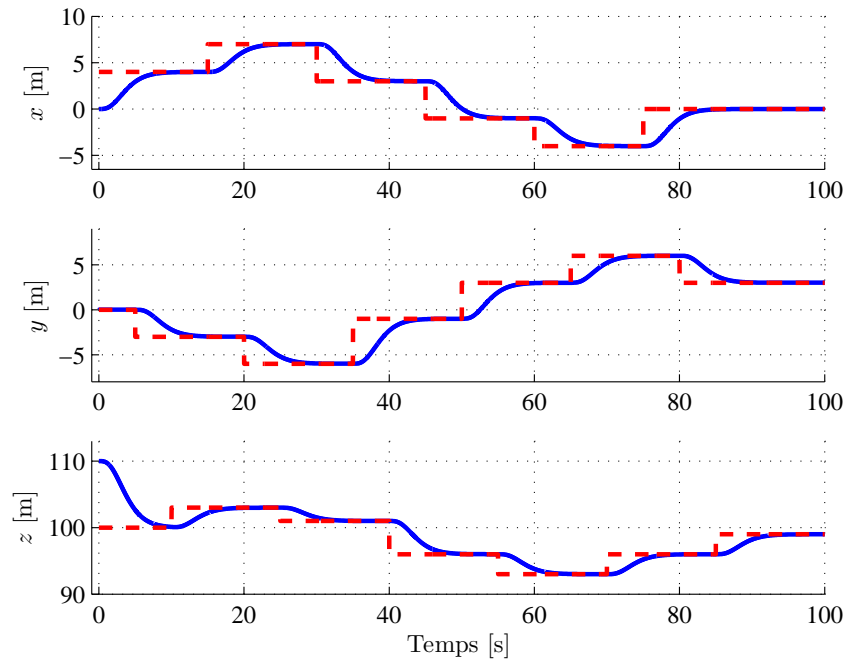


FIGURE 4.1 – Positions  $x$ ,  $y$  et  $z$  (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande par linéarisation entrée - sortie

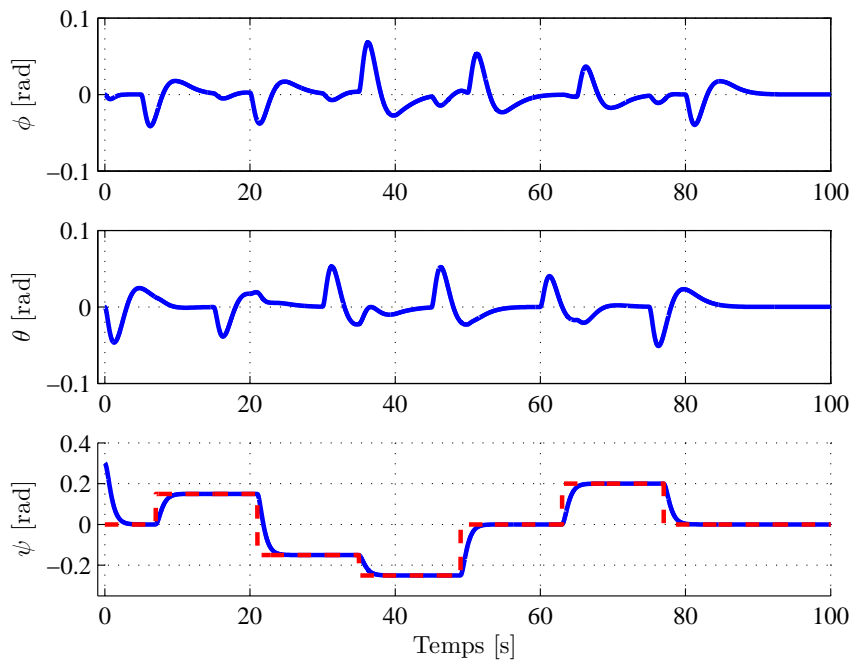


FIGURE 4.2 – Angles  $\phi$ ,  $\theta$  et  $\psi$  (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande par linéarisation entrée - sortie

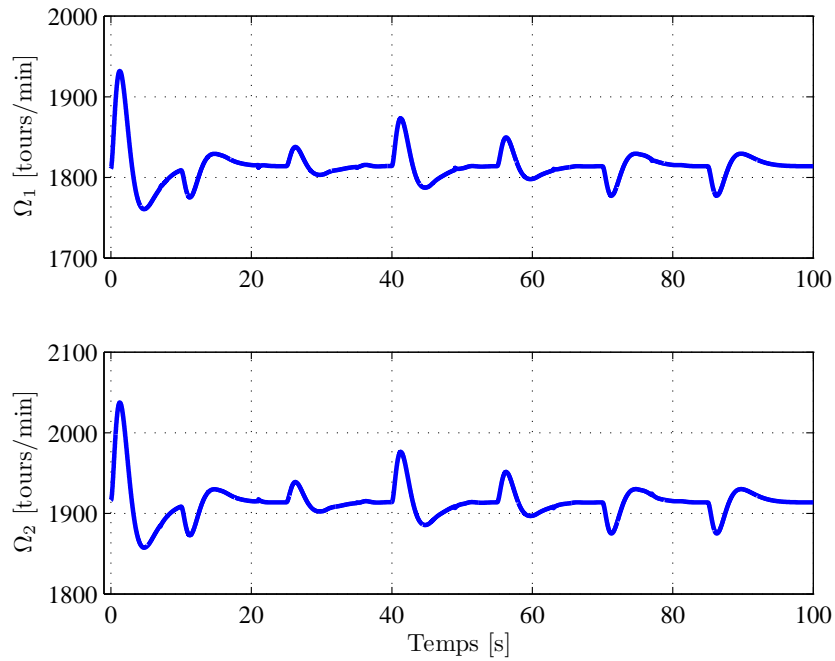


FIGURE 4.3 – Vitesses de rotation  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  des rotors pour la commande par linéarisation entrée - sortie

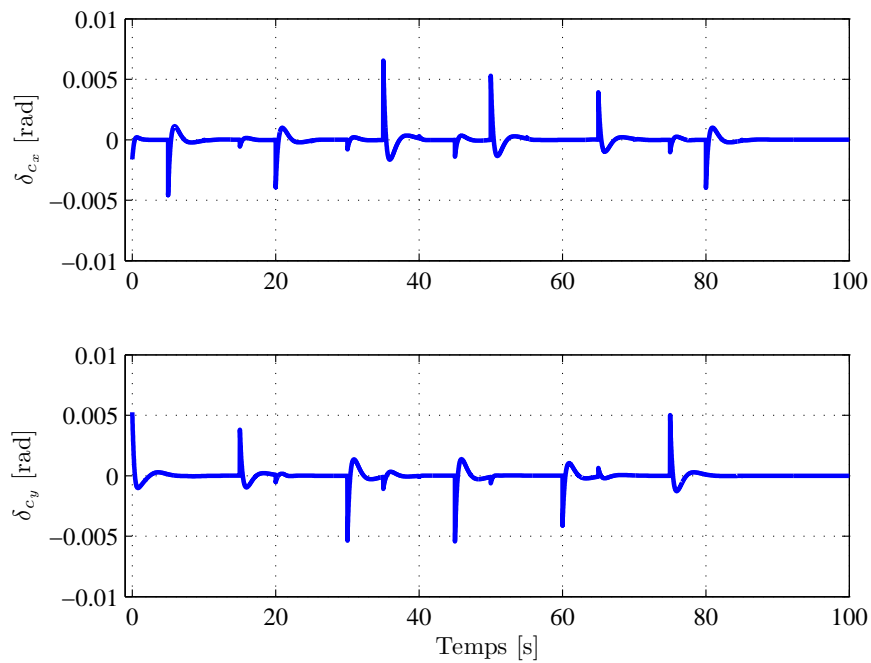


FIGURE 4.4 – Angles d'inclinaison  $\delta_{c_x}$  et  $\delta_{c_y}$  du plateau cyclique pour la commande par linéarisation entrée - sortie

### 4.3 Commande par modes glissants

Dans la théorie de la commande non linéaire, la commande par modes glissants est une forme de commande à structure variable qui a été appliquée avec succès à de nombreux systèmes, notamment en robotique. Le principe de cette méthode est de contraindre l'état d'un système non linéaire à atteindre en un temps fini une surface donnée et à y rester [104]. Cette surface étant généralement une relation entre les variables d'état du système, elle définit une équation différentielle définissant totalement la dynamique du système, pourvu qu'il reste sur cette surface. L'évolution d'un système soumis à un algorithme de commande qui le fait rester sur cette surface ne dépend donc uniquement des propriétés de la surface choisie.

#### 4.3.1 Théorie de la commande

Soit un système non linéaire SISO écrit sous sa forme canonique de Brunovsky :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 \\
 \dot{x}_2 &= x_3 \\
 &\vdots \\
 \dot{x}_{n-1} &= x_n \\
 \dot{x}_n &= f(x) + g(x)u \\
 y &= x_1
 \end{aligned} \tag{4.41}$$

où  $x \in \mathcal{X} \subset \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état du système avec  $\mathcal{X}$  un ouvert de  $\mathbb{R}^n$ ,  $u \in \mathcal{U} \subset \mathbb{R}$  est sa commande avec  $\mathcal{U}$  un compact de  $\mathbb{R}$  et  $y \in \mathbb{R}$  est sa sortie. Les fonctions  $f$  et  $g$  sont quant à elles des champs de vecteurs à valeurs réelles. Soit  $e \in \mathbb{R}$  l'erreur entre la sortie  $y$  et son signal de référence  $y_{ref} \in \mathbb{R}$ , s'écrivant donc :

$$e = y - y_{ref} = x_1 - x_{1ref}.$$

La synthèse d'un correcteur par modes glissants consiste alors à déterminer :

- une surface de glissement  $\mathcal{S}$  telle que l'erreur  $e$  converge vers zéro,
- une loi de commande de manière à contraindre les trajectoires de l'état du système (4.41) à atteindre cette surface en un temps fini et à y rester.

Soit  $\sigma(x, t) : \mathcal{X} \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction suffisamment différentiable telle que son annulation permette de satisfaire l'objectif de commande, à savoir faire converger  $e$  vers zéro. Cette fonction est appelée la variable de glissement, ou encore la variable de commutation. L'ensemble

$$\mathcal{S} = \{x \in \mathcal{X} \mid \sigma(x, t) = 0\}$$

est quant à lui appelé la surface de glissement, ou encore la contrainte de commutation. Quand les trajectoires du système (4.41) évoluent sur cette surface de glissement, sa dynamique est dite immergée dans l'état d'un système autonome de dimension  $n-1$ . Ce système autonome est appelé le système réduit et sa dynamique est entièrement déterminée par le choix de la surface de glissement. La surface la plus simple est un plan passant par l'origine de l'espace d'état, autrement dit une surface linéaire en chacune des variables d'état. Dans ce cas, le système réduit est un système linéaire dont la convergence est nécessairement exponentielle. L'obtention de propriétés



supplémentaires passe par le choix d'une structure de la surface de glissement  $\mathcal{S}$  différente, plus complexe.

Une condition nécessaire à l'établissement d'un régime glissant est que la variable de glissement ait un degré relatif de 1 par rapport à la commande  $u$  [201]. Soit la variable de glissement  $\sigma(x, t)$  définie par :

$$\sigma(x, t) = e^{(n-1)} + \lambda_{n-2}e^{(n-2)} + \dots + \lambda_2\ddot{e} + \lambda_1\dot{e} + \lambda_0e \quad (4.42)$$

où les coefficients  $\lambda_0, \dots, \lambda_{n-2}$  sont choisis tels que le polynôme :

$$s^{n-1} + \lambda_{n-2}s^{n-2} + \dots + \lambda_2s^2 + \lambda_1s + \lambda_0 = 0 \quad (4.43)$$

soit un polynôme d'Hurwitz, c'est-à-dire tels que le système réduit soit stable. De ce fait, lorsque la variable de glissement  $\sigma(x, t)$  convergera vers zéro, l'erreur de poursuite  $e$  convergera également vers zéro avec une dynamique imposée par le choix des coefficients  $\lambda_i, i = 0, \dots, n-2$ . Une fois la surface de glissement choisie, la seconde étape de la synthèse consiste à déterminer une loi de commande stabilisante.

L'objectif de cette loi de commande est de contraindre les trajectoires de l'état du système (4.41) à atteindre la surface de glissement et à y rester. En d'autres termes, la commande doit rendre la surface de glissement localement attractive et par conséquent, garantir la stabilité de  $\sigma(x, t) = 0$ . Comme cela a déjà été le cas au second chapitre, l'analyse de la stabilité d'un état d'équilibre peut être réalisée par l'étude du signe d'une fonction de Lyapunov  $V$  et de sa dérivée temporelle  $\dot{V}$ . En effet si,  $\forall x \neq 0, V(x) > 0$  et  $\dot{V}(x) < 0$ , alors le système étudié sera stable. Soit une fonction de Lyapunov définie par :

$$V(\sigma) = \frac{1}{2}\sigma^2. \quad (4.44)$$

Une condition nécessaire et suffisante pour que la variable de glissement  $\sigma(x, t) = 0$  tende vers zéro est la dérivée temporelle de  $V$  soit définie négative, c'est-à-dire :

$$\dot{V}(\sigma) = \sigma\dot{\sigma} < 0. \quad (4.45)$$

L'inégalité (4.45) est appelée la condition d'attractivité, mais elle n'est pas suffisante pour assurer la convergence des trajectoires de l'état du système vers la surface de glissement en temps fini. Une condition plus forte, appelée la condition de  $\eta$ -attractivité, doit en effet être respectée :

$$\sigma\dot{\sigma} \leq -\eta|\sigma| \quad \text{avec :} \quad \eta > 0. \quad (4.46)$$

La raison pour laquelle ce critère garantit la convergence en temps fini est explicite en calculant l'intégrale de (4.46). En effet, par simple intégration :

- si  $\sigma(0) > 0, \sigma(t) \leq \sigma(0) - \eta t$  ;
- si  $\sigma(0) < 0, \sigma(t) \geq \sigma(0) + \eta t$ .

Par conséquent, dans tous les cas  $\sigma(t)$  atteint 0 pour  $t \leq \frac{|\sigma(0)|}{\eta}$ .

La condition (4.46) est respectée en prenant :

$$\dot{\sigma} = -\eta \operatorname{sgn}(\sigma) \quad \text{avec :} \quad \eta > 0 \quad (4.47)$$

et où, à partir de (4.42) :

$$\dot{\sigma}(x, t) = e^{(n)} + \lambda_{n-2}e^{(n-1)} + \dots + \lambda_2e^{(3)} + \lambda_1\ddot{e} + \lambda_0\dot{e} \quad (4.48)$$

La commande par modes glissants peut alors être synthétisée en combinant (4.41) avec (4.48), puis avec (4.47), donnant lieu à :

$$u = -\frac{1}{g(x)} \left( f(x) - \dot{x}_{n_{ref}} + \sum_{i=0}^{n-2} \lambda_i e^{(i+1)} - \eta \operatorname{sgn}(\sigma) \right) \quad \text{avec :} \quad \eta > 0. \quad (4.49)$$

### 4.3.2 Application à la commande du GLMAV

Comme précédemment, l'objectif est de suivre une trajectoire définie par  $\xi_{ref}$  et ses dérivées successives avec une orientation autour lacet spécifique  $\psi_{ref}$  en manipulant les signaux  $T_z$  et  $\tau$ . Par conséquent, en suivant la procédure de conception d'une commande par modes glissants, la première étape consiste à définir une variable de glissement pour chacune de ces deux sorties. Ces surfaces de glissement sont alors choisies comme des combinaisons linéaires de leur erreur de poursuite et de leurs dérivées respectives. De ce fait, la variable de glissement  $\sigma_\xi$  associée à la dynamique de translation sera donnée par :

$$\sigma_\xi = \xi^{(3)} - \xi_{ref}^{(3)} + \lambda_{\xi_2} (\ddot{\xi} - \ddot{\xi}_{ref}) + \lambda_{\xi_1} (\dot{\xi} - \dot{\xi}_{ref}) + \lambda_{\xi_0} (\xi - \xi_{ref}), \quad (4.50)$$

tandis que la variable de glissement  $\sigma_\psi$  associée à la dynamique de rotation s'écrira :

$$\sigma_\psi = \dot{\psi} - \dot{\psi}_{ref} + \lambda_{\psi_0} (\psi - \psi_{ref}). \quad (4.51)$$

La seconde étape consiste ensuite à déterminer les entrées de commande  $T_z$  et  $\tau$  telles que :

$$\dot{\sigma}_\xi = -\eta_\xi \operatorname{sgn}(\sigma_\xi) \quad \text{avec :} \quad \eta_\xi > 0 \quad (4.52)$$

pour la dynamique de translation, et telles que :

$$\dot{\sigma}_\psi = -\eta_\psi \operatorname{sgn}(\sigma_\psi) \quad \text{avec :} \quad \eta_\psi > 0 \quad (4.53)$$

pour la dynamique de rotation autour du lacet. En combinant ces deux relations avec la dérivée temporelle de (4.50) et (4.51), il vient :

$$\xi^{(4)} - \xi_{ref}^{(4)} + \sum_{i=0}^2 \lambda_{\xi_i} (\xi^{(i+1)} - \xi_{ref}^{(i+1)}) = -\eta_\xi \operatorname{sgn}(\sigma_\xi) \quad \text{avec :} \quad \eta_\xi > 0 \quad (4.54)$$

et :

$$\ddot{\psi} - \ddot{\psi}_{ref} + \lambda_{\psi_0} (\dot{\psi} - \dot{\psi}_{ref}) = -\eta_\psi \operatorname{sgn}(\sigma_\psi) \quad \text{avec :} \quad \eta_\psi > 0 \quad (4.55)$$

Par conséquent, tout comme pour la commande linéarisante, les expressions des dérivées successives des sorties  $\xi$  et  $\psi$  sont indispensables à la synthèse de la commande par modes glissants. Ces expressions ont été clairement explicitées dans la section précédente et sont données par :

$$\dot{\xi} = v \quad (4.56)$$

$$\ddot{\xi} = \frac{1}{m} T_z R_\eta e_3 + g e_3 \quad (4.57)$$

$$\xi^{(3)} = \frac{1}{m} \dot{T}_z R_\eta e_3 + \frac{1}{m} T_z R_\eta \Omega_\times e_3 \quad (4.58)$$

$$\xi^{(4)} = \frac{1}{m} \ddot{T}_z R_\eta e_3 + \frac{2}{m} \dot{T}_z R_\eta \Omega_\times e_3 + \frac{1}{m} T_z R_\eta \Omega_\times^2 e_3 - \frac{1}{m} T_z R_\eta e_{3\times} J^{-1} (-\Omega_\times J \Omega + \tau) \quad (4.59)$$

pour la dynamique de translation, et par :

$$\dot{\psi} = e_3^T Q_\eta \Omega \quad (4.60)$$

$$\ddot{\psi} = e_3^T \dot{Q}_\eta \Omega + e_3^T Q_\eta J^{-1} (-\Omega_\times J \Omega + \tau) \quad (4.61)$$

pour la dynamique de rotation.

De ce fait, en manipulant (4.54) et (4.59) pour la dynamique de translation, et (4.55) et (4.61) pour la dynamique de rotation autour du lacet, et en mettant les termes liés aux entrées de commande à gauche de l'inégalité, il en résulte le système :

$$\frac{1}{m} \ddot{T}_z R_\eta e_3 - \frac{1}{m} T_z R_\eta e_{3\times} J^{-1} \tau = -\mathcal{U}_\xi + \xi_{ref}^{(4)} - \sum_{i=0}^2 \lambda_{\xi_i} \left( \xi^{(i+1)} - \xi_{ref}^{(i+1)} \right) - \eta_\xi \operatorname{sgn}(\sigma_\xi), \quad (4.62)$$

$$e_3^T Q_\eta J^{-1} \tau = -\mathcal{U}_\psi + \ddot{\psi}_{ref} - \lambda_{\psi_0} \left( \dot{\psi} - \dot{\psi}_{ref} \right) - \eta_\psi \operatorname{sgn}(\sigma_\psi) \quad (4.63)$$

avec :

$$\mathcal{U}_\xi = \frac{2}{m} \dot{T}_z R_\eta \Omega_\times e_3 + \frac{1}{m} T_z R_\eta \Omega_\times^2 e_3 + \frac{1}{m} T_z R_\eta e_{3\times} J^{-1} \Omega_\times J \Omega, \quad (4.64)$$

$$\mathcal{U}_\psi = e_3^T \dot{Q}_\eta \Omega - e_3^T Q_\eta J^{-1} \Omega_\times J \Omega. \quad (4.65)$$

Les signaux de commande  $T_z$  et  $\tau$  sont par conséquent donnés par :

$$\begin{bmatrix} \tau \\ \ddot{T}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{m} T_z R_\eta e_{3\times} J^{-1} & \frac{1}{m} R_\eta e_3 \\ e_3^T Q_\eta J^{-1} & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -\mathcal{U}_\xi + \xi_{ref}^{(4)} - \sum_{i=0}^2 \lambda_{\xi_i} \left( \xi^{(i+1)} - \xi_{ref}^{(i+1)} \right) - \eta_\xi \operatorname{sgn}(\sigma_\xi) \\ -\mathcal{U}_\psi + \ddot{\psi}_{ref} - \lambda_{\psi_0} \left( \dot{\psi} - \dot{\psi}_{ref} \right) - \eta_\psi \operatorname{sgn}(\sigma_\psi) \end{bmatrix} \quad (4.66)$$

en sélectionnant les  $\lambda_{\xi_i}$ ,  $i = 0, 1, 2$ , et  $\lambda_{\psi_0}$  tels que les polynômes :

$$s^3 + \lambda_{\xi_2} s^2 + \lambda_{\xi_1} s + \lambda_{\xi_0} = 0, \quad (4.67)$$

$$s + \lambda_{\psi_0} = 0 \quad (4.68)$$

soient stables.

### 4.3.3 Simulations numériques

Les performances de la commande par modes glissants sont maintenant évaluées en simulation sur le modèle dynamique complet du GLMAV donné par (2.11). L'évaluation réalisée est identique à celle effectuée lors de l'analyse des performances de la commande par linéarisation entrée - sortie. La valeur des paramètres  $\lambda_{\xi_i}$  de (4.67) et  $\lambda_{\psi_0}$  de (4.68) est choisie telle que les racines du polynôme associé à la dynamique de translation soient placées en - 1, alors que celles du polynôme lié à la dynamique de rotation seront localisées en - 2. De ce fait, ces différents coefficients sont donnés par :

$$\begin{aligned} \lambda_{\xi_0} &= 1 \\ \lambda_{\xi_1} &= 3 \\ \lambda_{\xi_2} &= 3 \end{aligned} \quad \text{et :} \quad \lambda_{\psi_0} = 2 . \quad (4.69)$$

La réponse temporelle du système en boucle fermée par rapport à la trajectoire de référence est donnée par la figure 4.5 pour la position, et par la figure 4.6 pour l'orientation. Les entrées de commande du système sont quant à elles représentées par la figure 4.7 pour les vitesses de rotation des rotors, et par la figure 4.8 pour les angles d'inclinaison du plateau cyclique.

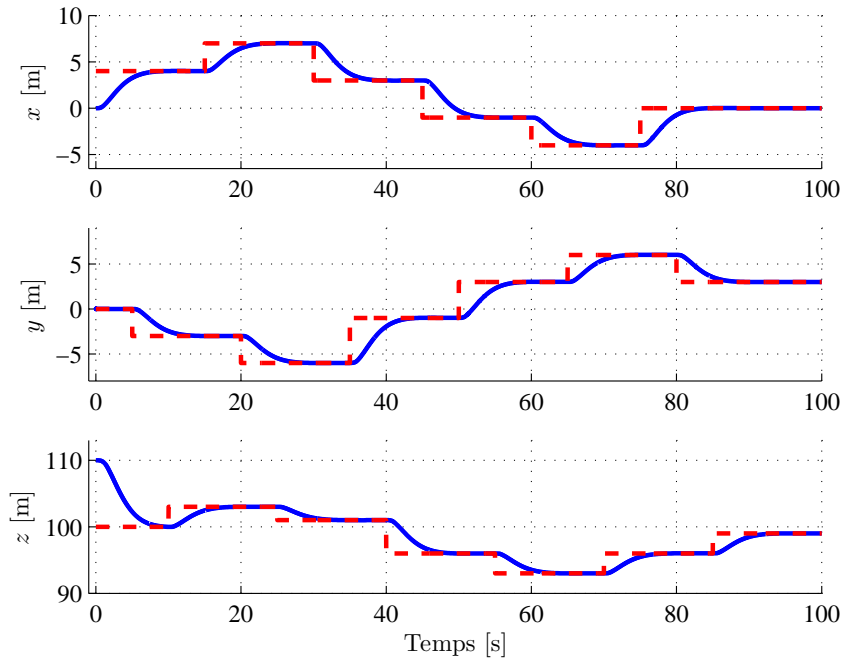


FIGURE 4.5 – Positions  $x$ ,  $y$  et  $z$  (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande par modes glissants

Sur la base de ces résultats, les performances de l'algorithme de commande par modes glissants semblent similaires à celles obtenues avec la commande par linéarisation entrée - sortie. Cependant, il est clair que les signaux relatifs aux angles d'inclinaison du plateau cyclique de

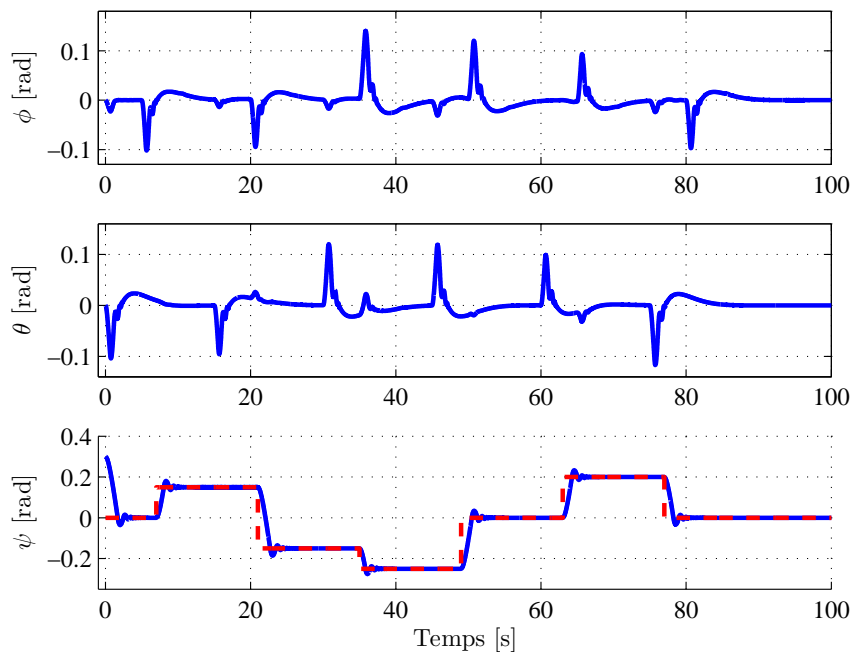


FIGURE 4.6 – Angles  $\phi$ ,  $\theta$  et  $\psi$  (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande par modes glissants

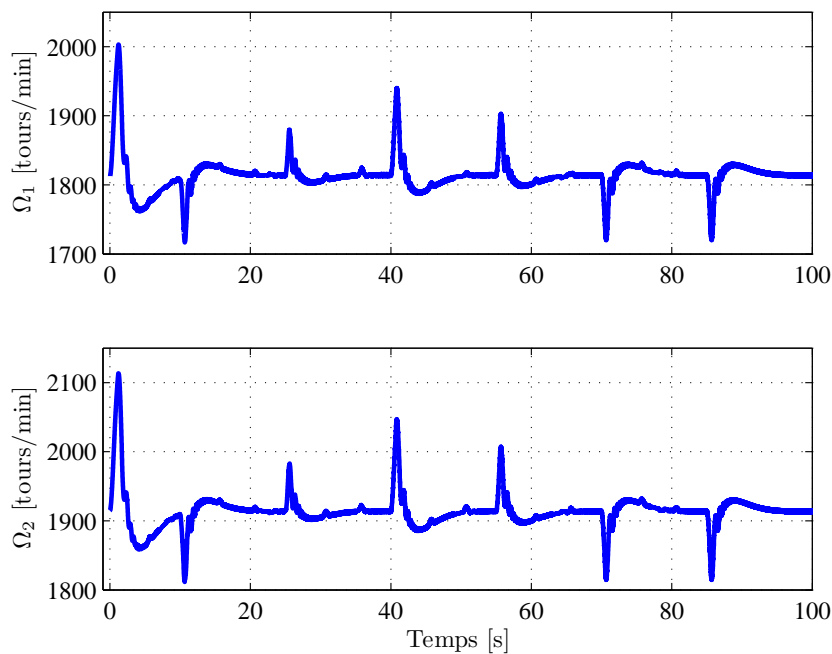


FIGURE 4.7 – Vitesses de rotation  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  des rotors pour la commande par modes glissants

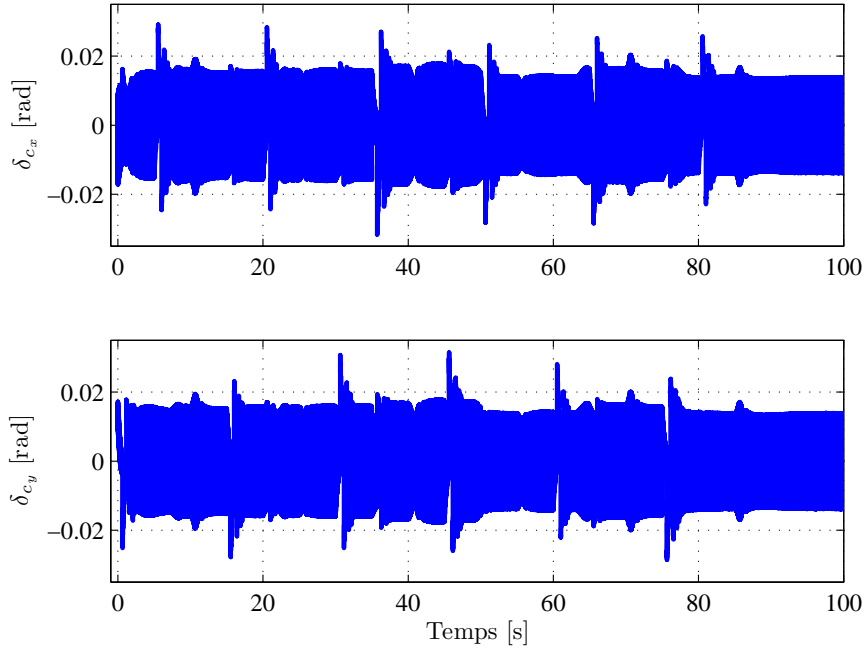


FIGURE 4.8 – Angles d’inclinaison  $\delta_{c_x}$  et  $\delta_{c_y}$  du plateau cyclique pour la commande par modes glissants

la figure 4.8 ne peuvent pas être implémentés sur le prototype du GLMAV. Ce comportement est dû au fait que la commande ne peut pas commuter avec une fréquence infinie, entraînant ainsi sa très forte sollicitation. C’est pour cette raison que la fonction signe est plus généralement remplacée par une fonction de type saturation :

$$\text{sat}(\sigma) = \begin{cases} 1, & \text{si } \sigma > \mu \\ \frac{\sigma}{\mu}, & \text{si } -\mu \leq \sigma \leq \mu \\ -1, & \text{si } \sigma < -\mu \end{cases} \quad \text{avec :} \quad \mu > 0, \quad (4.70)$$

ou encore par une fonction continue dérivable de la forme :

$$\text{cont}(\sigma) = \frac{\sigma}{|\sigma| + \mu} \quad \text{avec :} \quad \mu > 0. \quad (4.71)$$

En pratique, la commande par modes glissants est appréciée pour ses propriétés de robustesse vis-à-vis de certaines incertitudes de modélisation et perturbations. Néanmoins dans ce manuscrit, ces caractéristiques seront assurées par des algorithmes adaptatifs développés dans les prochaines sections.

## 4.4 Commande par backstepping

La commande par backstepping [90], comme beaucoup de techniques de commande non linéaire, est basée sur la théorie de la stabilité de Lyapunov. Cette théorie se base sur la sélection

d'une fonction de Lyapunov définie positive dont la dérivée est rendue définie négative par la loi de commande. Toute la difficulté réside alors dans le choix de cette fonction de Lyapunov. L'approche de commande par backstepping surmonte cette difficulté en façonnant de manière itérative une fonction de Lyapunov adaptée au système étudié. La conception d'un algorithme de commande en est alors facilitée. Les travaux développés dans cette section ont fait l'objet de deux publications, à savoir [202] et [203].

#### 4.4.1 Théorie de la commande

Soit un système non linéaire de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2, \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)x_3, \\ \vdots &\vdots \\ \dot{x}_{n-1} &= f_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}) + g_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_{n-1})x_n, \\ \dot{x}_n &= f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) + g_n(x_1, x_2, \dots, x_n)u, \\ y &= x_1 \end{cases} \quad (4.72)$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $y \in \mathbb{R}$  est la sortie,  $u \in \mathbb{R}$  est la commande et  $f$  et  $g$  sont des champs de vecteurs. D'après (4.72), il est clair que la commande  $u$  agit principalement sur l'état  $x_n$ , lui-même agissant comme la commande de l'état  $x_{n-1}$ , et ainsi de suite jusqu'à l'état  $x_1$ . L'approche de commande par backstepping consiste alors à déterminer comment stabiliser le sous-système  $x_1$  en utilisant  $x_2$ , puis comment stabiliser le sous-système  $x_2$  en utilisant  $x_3$ , et ainsi de suite. Il s'agit donc d'un processus récursif depuis l'état  $x_1$  jusqu'à la commande effective  $u$ .

Soit  $y_{ref} \in \mathbb{R}$  la référence que doit suivre la sortie  $y = x_1$ . Il est alors impératif que l'erreur définie par :

$$\delta_y = y - y_{ref} \quad \Longleftrightarrow \quad \delta_{x_1} = x_1 - x_{1_{ref}}$$

converge vers zéro. Pour cela, une fonction de Lyapunov définie positive dépendant de  $\delta_{x_1}$  est construite et a pour expression :

$$V_1 = \frac{1}{2}\delta_{x_1}^2 > 0 \quad (4.73)$$

et dont la dérivée par rapport au temps s'écrit :

$$\dot{V}_1 = \delta_{x_1} \dot{\delta}_{x_1} = \delta_{x_1} (\dot{x}_1 - \dot{x}_{1_{ref}}) = \delta_{x_1} (f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 - \dot{x}_{1_{ref}}). \quad (4.74)$$

L'état  $x_2$  apparaît donc et sa valeur de référence  $x_{2_{ref}}$ , qui servira de commande pour le sous-système  $x_1$ , est choisie telle que :

$$x_{2_{ref}} = \frac{1}{g_1(x_1)} (\dot{x}_{1_{ref}} - f_1(x_1) - k_1 \delta_{x_1}) \quad (4.75)$$

permettant d'écrire (4.74) sous la forme :

$$\dot{V}_1 = -k_{x_1} \delta_{x_1}^2 + \delta_{x_1} g_1(x_1) \delta_{x_2} \quad (4.76)$$

avec  $\delta_{x_2} = x_2 - x_{2_{ref}}$ . Une seconde fonction de Lyapunov définie positive prenant en considération  $\delta_{x_2}$  est alors utilisée et a pour expression :

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}\delta_{x_2}^2 > 0 \quad (4.77)$$

et dont la dérivée par rapport au temps s'écrit :

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + \delta_{x_2}\dot{\delta}_{x_2} = -k_{x_1}\delta_{x_1}^2 + \delta_{x_1}g_{x_1}(x_1)\delta_{x_2} + \delta_{x_2}(f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)x_3 - \dot{x}_{2_{ref}}). \quad (4.78)$$

L'état  $x_3$  apparaît donc et sa valeur de référence  $x_{3_{ref}}$ , qui servira de commande pour le sous-système  $x_2$ , est choisie telle que :

$$\dot{V}_2 = -k_{x_1}\delta_{x_1}^2 - k_{x_2}\delta_{x_2}^2 + \delta_{x_2}g_2(x_1, x_2)\delta_{x_3} \quad (4.79)$$

avec  $\delta_{x_3} = x_3 - x_{3_{ref}}$ .

Le processus se poursuit alors de la même façon jusqu'à l'état  $x_n$ , où la commande effective  $u$  apparaîtra. Elle sera alors choisie telle que :

$$\dot{V}_n = -k_{x_1}\delta_{x_1}^2 - k_{x_2}\delta_{x_2}^2 - \dots - k_{x_{n-1}}\delta_{x_{n-1}}^2 - k_{x_n}\delta_{x_n}^2 < 0. \quad (4.80)$$

En résumé, la procédure de conception d'une commande par backstepping est telle que :

- la commande réelle  $u$  stabilise l'état  $x_n$  ;
- la commande virtuelle  $x_{n_{ref}}$  stabilise l'état  $x_{n-1}$  ;
- ...
- la commande virtuelle  $x_{3_{ref}}$  stabilise l'état  $x_2$  ;
- la commande virtuelle  $x_{2_{ref}}$  stabilise l'état  $x_1$  et donc la sortie  $y$ .

#### 4.4.2 Application à la commande du GLMAV

L'objectif de la synthèse de cette loi de commande est toujours de suivre une trajectoire définie par  $\xi_{ref}$  et ses dérivées successives avec une orientation autour lacet spécifique  $\psi_{ref}$  en manipulant les signaux  $T_z$  et  $\tau$ . Par conséquent, la procédure de conception d'une commande par backstepping mentionne qu'il faut construire une fonction de Lyapunov sur la base des erreurs en position  $\xi - \xi_{ref}$  et en orientation autour du lacet  $\psi - \psi_{ref}$  et de leurs dérivées. La méthode débute donc par l'introduction d'une première variable d'erreur  $\delta_1$ , correspondant à l'erreur en position :

$$\delta_1 = \xi - \xi_{ref}. \quad (4.81)$$

Cette erreur sert alors de base pour une première fonction de Lyapunov définie par :

$$V_1 = \frac{1}{2}\delta_1^T \delta_1 \quad (4.82)$$

et admettant comme dérivée temporelle :

$$\dot{V}_1 = \delta_1^T \dot{\delta}_1 = \delta_1^T (v - \dot{\xi}_{ref}). \quad (4.83)$$



La variable  $v$  apparaît alors comme une première entrée virtuelle, et sa valeur de référence  $v_{ref}$  est choisie telle que :

$$v_{ref} = -k_{\delta_1} \delta_1 + \dot{\xi}_{ref}. \quad (4.84)$$

Une seconde variable d'erreur  $\delta_2$ , correspondant à l'erreur en vitesse, peut ainsi être définie à son tour :

$$\delta_2 = v - v_{ref}. \quad (4.85)$$

De ce fait, en utilisant (4.84) et (4.85), la dérivée temporelle de la première fonction de Lyapunov (4.83) se retrouve sous la forme :

$$\dot{V}_1 = -k_{\delta_1} \|\delta_1\|^2 + \delta_1^T \delta_2. \quad (4.86)$$

Poursuivant la procédure en prenant en considération l'erreur en vitesse  $\delta_2$ , une seconde fonction de Lyapunov s'écrit :

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} \delta_2^T \delta_2 \quad (4.87)$$

et sa dérivée par rapport au temps est donnée par :

$$\dot{V}_2 = -k_{\delta_1} \|\delta_1\|^2 + \delta_1^T \delta_2 + \delta_2^T \left( \frac{1}{m} T_z R_\eta e_3 + g e_3 - \dot{v}_{ref} \right). \quad (4.88)$$

Les variables  $T_z$  et  $\eta$  apparaissent alors comme de nouvelles entrées virtuelles, dont les valeurs de référence sont choisies telles que :

$$\frac{1}{m} T_{z_{ref}} R_{\eta_{ref}} e_3 + g e_3 = -\delta_1 - k_{\delta_2} \delta_2 + \dot{v}_{ref} = a_{ref} \quad (4.89)$$

avec  $a_{ref}$  qui peut être vue comme une accélération de référence. Par conséquent, une troisième variable d'erreur  $\delta_3$ , correspondant à l'erreur en accélération, peut être introduite :

$$\delta_3 = \frac{1}{m} T_z R_\eta e_3 + g e_3 - a_{ref} = \frac{1}{m} (T_z R_\eta - T_{z_{ref}} R_{\eta_{ref}}) e_3. \quad (4.90)$$

En combinant (4.89) et (4.90) avec (4.88), la dérivée de la seconde fonction de Lyapunov a pour expression :

$$\dot{V}_2 = -k_{\delta_1} \|\delta_1\|^2 - k_{\delta_2} \|\delta_2\|^2 + \delta_2^T \delta_3. \quad (4.91)$$

Pour les mêmes raisons que celles évoquées lors la commande par linéarisation entrée - sortie, la variable  $T_z$ , bien qu'elle ait fait son apparition, n'est pas utilisée pour piloter partiellement la dynamique de l'erreur. En lieu et place, et comme précédemment, une extension dynamique de l'entrée de commande  $T_z$  sera effectuée [84]. Par cette opération, l'entrée de commande effective  $T_z$  et sa première dérivée temporelle  $\dot{T}_z$  deviennent des variables internes à la commande.

Poursuivant la procédure en prenant en considération l'erreur en accélération  $\delta_3$ , la troisième fonction de Lyapunov s'écrit :

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2} \delta_3^T \delta_3 + \frac{1}{2} \varepsilon_1^2. \quad (4.92)$$

La variable d'erreur  $\varepsilon_1$  est introduite comme contrainte sur l'angle du lacet. Il s'agit de la différence entre la valeur de l'angle du lacet et sa référence. Elle est donc définie par :

$$\varepsilon_1 = e_3^T (\eta - \eta_{ref}). \quad (4.93)$$

En théorie, la formulation appropriée pour exprimer la différence entre la valeur de l'angle du lacet et sa référence est  $\varepsilon_1 = e_3^T \eta - \psi_{ref}$  mais pour des raisons de notation, elle sera notée comme (4.93). Cela ne change absolument rien car le terme entre parenthèses est multiplié à gauche par  $e_3^T$ .

La dérivée de (4.92) par rapport au temps est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 = & -k_{\delta_1} \|\delta_1\|^2 - k_{\delta_2} \|\delta_2\|^2 + \delta_2^T \delta_3 \\ & + \delta_3^T \left( \frac{1}{m} \dot{T}_z R_\eta e_3 + \frac{1}{m} T_z R_\eta \Omega_\times e_3 - \dot{a}_{ref} \right) + \varepsilon_1^T (e_3^T (Q_\eta \Omega - \dot{\eta}_{ref})) \end{aligned} \quad (4.94)$$

permettant de faire apparaître les entrées virtuelles  $\dot{T}_z$  et  $\Omega$  dont la valeur de référence est choisie telle que :

$$\frac{1}{m} \dot{T}_{zref} R_\eta e_3 + \frac{1}{m} T_z R_\eta \Omega_{ref \times} e_3 = -\delta_2 - k_{\delta_3} \delta_3 + \dot{a}_{ref} = j_{ref} \quad (4.95)$$

et :

$$e_3^T Q_\eta \Omega_{ref} = -k_{\varepsilon_1} \varepsilon_1 + e_3^T \dot{\eta}_{ref} \quad (4.96)$$

avec  $j_{ref}$  qui peut être vue comme la référence en jerk. La nouvelles variables d'erreur sont alors définies par :

$$\delta_4 = \frac{1}{m} \dot{T}_z R_\eta e_3 + \frac{1}{m} T_z R_\eta \Omega_\times e_3 - j_{ref} \quad (4.97)$$

et :

$$\varepsilon_2 = e_3^T Q_\eta (\Omega - \Omega_{ref}). \quad (4.98)$$

Ainsi, en intégrant (4.95), (4.96), (4.97) et (4.98) à (4.94), la dérivée de la troisième fonction est donnée par :

$$\dot{V}_3 = -k_{\delta_1} \|\delta_1\|^2 - k_{\delta_2} \|\delta_2\|^2 - k_{\delta_3} \|\delta_3\|^2 + \delta_3^T \delta_4 - k_{\varepsilon_1} \varepsilon_1^2 + \varepsilon_1 \varepsilon_2. \quad (4.99)$$

Poursuivant la procédure en prenant en compte les erreurs  $\delta_4$  et  $\varepsilon_2$ , la quatrième et dernière fonction de Lyapunov s'écrit :

$$V_4 = V_3 + \frac{1}{2} \delta_4^T \delta_4 + \frac{1}{2} \varepsilon_2^2. \quad (4.100)$$

et sa dérivée par rapport au temps est donnée par :

$$\dot{V}_4 = -k_{\delta_1} \|\delta_1\|^2 - k_{\delta_2} \|\delta_2\|^2 - k_{\delta_3} \|\delta_3\|^2 + \delta_3^T \delta_4 + \delta_4^T \dot{\delta}_4 - k_{\varepsilon_1} \varepsilon_1^2 + \varepsilon_1 \varepsilon_2 + \varepsilon_2 \dot{\varepsilon}_2 \quad (4.101)$$

avec<sup>16</sup> :

$$\dot{\delta}_4 = \frac{1}{m}\ddot{T}_z R_\eta e_3 + \frac{2}{m}\dot{T}_z R_\eta \Omega_\times e_3 + \frac{1}{m}T_z R_\eta \Omega_\times^2 e_3 - \frac{1}{m}T_z R_\eta e_{3\times} \dot{\Omega} - \dot{j}_{ref} \quad (4.102)$$

et :

$$\dot{\varepsilon}_2 = e_3^T \left( \dot{Q}_\eta (\Omega - \Omega_{ref}) + Q_\eta (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}_{ref}) \right). \quad (4.103)$$

D'après l'équation du théorème d'Euler de (4.1), les expressions complètes de (4.102) et (4.103) sont :

$$\dot{\delta}_4 = \frac{1}{m}\ddot{T}_z R_\eta e_3 + \frac{2}{m}\dot{T}_z R_\eta \Omega_\times e_3 + \frac{1}{m}T_z R_\eta \Omega_\times^2 e_3 - \frac{1}{m}T_z R_\eta e_{3\times} J^{-1} (-\Omega_\times J\Omega + \tau) - \dot{j}_{ref} \quad (4.104)$$

et :

$$\dot{\varepsilon}_2 = e_3^T \dot{Q}_\eta (\Omega - \Omega_{ref}) + e_3^T Q_\eta \left( J^{-1} (-\Omega_\times J\Omega + \tau) - \dot{\Omega}_{ref} \right). \quad (4.105)$$

Durant cette étape, les entrées réelles du système  $\ddot{T}_z$  et  $\tau$  ont fait leur apparition. Elles sont alors choisies telles que :

$$\dot{\delta}_4 = -\delta_3 - k_{\delta_4} \delta_4 \quad \text{et} : \quad \dot{\varepsilon}_2 = -\varepsilon_1 - k_{\varepsilon_2} \varepsilon_2. \quad (4.106)$$

De ce fait, les expressions (4.104) et (4.105), en réorganisant les termes, peuvent se réécrire de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \frac{1}{m}\ddot{T}_z R_\eta e_3 - \frac{1}{m}T_z R_\eta e_{3\times} J^{-1} \tau = & -\delta_3 - k_{\delta_4} \delta_4 - \frac{2}{m}\dot{T}_z R_\eta \Omega_\times e_3 \\ & - \frac{1}{m}T_z R_\eta \Omega_\times^2 e_3 - \frac{1}{m}T_z R_\eta e_{3\times} J^{-1} \Omega_\times J\Omega + \dot{j}_{ref} \end{aligned} \quad (4.107)$$

et :

$$e_3^T Q_\eta J^{-1} \tau = -\varepsilon_1 - k_{\varepsilon_2} \varepsilon_2 - e_3^T \dot{Q}_\eta (\Omega - \Omega_{ref}) + e_3^T Q_\eta \left( J^{-1} \Omega_\times J\Omega + \dot{\Omega}_{ref} \right). \quad (4.108)$$

Par conséquent, les signaux de commande  $\ddot{T}_z$  et  $\tau$  ont pour expression :

$$\begin{bmatrix} \tau \\ \ddot{T}_z \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{1}{m}T_z R_\eta e_{3\times} J^{-1} & \frac{1}{m}R_\eta e_3 \\ e_3^T Q_\eta J^{-1} & 0 \end{bmatrix}^{-1}}_{H^{-1}} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} \quad (4.109)$$

avec :

$$\begin{aligned} A &= -\delta_3 - k_{\delta_4} \delta_4 - \frac{2}{m}\dot{T}_z R_\eta \Omega_\times e_3 - \frac{1}{m}T_z R_\eta \Omega_\times^2 e_3 - \frac{1}{m}T_z R_\eta e_{3\times} J^{-1} \Omega_\times J\Omega + \dot{j}_{ref} \\ B &= -\varepsilon_1 - k_{\varepsilon_2} \varepsilon_2 - e_3^T \dot{Q}_\eta (\Omega - \Omega_{ref}) + e_3^T Q_\eta \left( J^{-1} \Omega_\times J\Omega + \dot{\Omega}_{ref} \right) \end{aligned} \quad (4.110)$$

16. Pour tout vecteur  $u, v$  :  $u_\times v = u \wedge v = -v \wedge u = -v_\times u$ .

De ce fait, en utilisant (4.109), la dérivée temporelle de la dernière fonction de Lyapunov (4.101) a pour expression finale :

$$\dot{V}_4 = -k_{\delta_1} \|\delta_1\|^2 - k_{\delta_2} \|\delta_2\|^2 - k_{\delta_3} \|\delta_3\|^2 - k_{\delta_4} \|\delta_4\|^2 - k_{\varepsilon_1} \varepsilon_1^2 - k_{\varepsilon_2} \varepsilon_2^2 < 0. \quad (4.111)$$

**Critère 4.4.1** *La matrice  $H$ , telle que définie dans (4.109), est non singulière pour toutes les trajectoires en boucle fermée.*

**Proposition 4.4.1** *Sous réserve du respect du critère 4.4.1, la loi de commande (4.109) - (4.110), appliquée au système (4.1), garantit la convergence exponentielle des erreurs  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\delta_3$ ,  $\delta_4$ ,  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$  vers 0. Elle assure donc la poursuite des trajectoires de référence  $\xi_{ref}(t)$  et  $\psi_{ref}(t)$ .*

**Démonstration** La démonstration de la proposition 4.4.1 est une application directe de la théorie de la stabilité de Lyapunov. La fonction de Lyapunov de référence est donnée par (4.100), avec sa dérivée temporelle donnée par (4.111).

### 4.4.3 Simulations numériques

Les performances de la commande par backstepping sont maintenant évaluées en simulation sur le modèle dynamique complet du GLMAV donné par (2.11). L'évaluation réalisée est identique à celle effectuée lors de l'analyse des performances de la commande par linéarisation entrée - sortie. La valeur des paramètres  $k_{\delta_1}$ ,  $k_{\delta_2}$ ,  $k_{\delta_3}$ ,  $k_{\delta_4}$ ,  $k_{\varepsilon_1}$  et  $k_{\varepsilon_2}$  est choisie telle que la partie réelle des valeurs propres du sous-système lié à la dynamique de translation soient placées en - 1, alors que les valeurs propres du sous-système associé à la dynamique de rotation seront localisées en - 2. Afin de déterminer la valeur de ces paramètres, la dynamique de chaque sous-système est écrite en fonction de la dynamique de leurs erreurs respectives en boucle fermée<sup>17</sup>. Cette dernière s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_1 &= -k_{\delta_1} \delta_1 + \delta_2 \\ \dot{\delta}_2 &= -\delta_1 - k_{\delta_2} \delta_2 + \delta_3 \\ \dot{\delta}_3 &= -\delta_2 - k_{\delta_3} \delta_3 + \delta_4 \\ \dot{\delta}_4 &= -\delta_3 - k_{\delta_4} \delta_4 \end{aligned} \quad (4.112)$$

pour le sous-système associé à la translation, et par :

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_1 &= -k_{\varepsilon_1} \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \\ \dot{\varepsilon}_2 &= -\varepsilon_1 - k_{\varepsilon_2} \varepsilon_2 \end{aligned} \quad (4.113)$$

pour celui lié à la rotation autour du lacet. Les paramètres de commande sont alors donnés par :

$$\begin{aligned} k_{\delta_1} &= 1 \\ k_{\delta_2} &= 1 \\ k_{\delta_3} &= 1 \\ k_{\delta_4} &= 1 \end{aligned} \quad \text{et :} \quad \begin{aligned} k_{\varepsilon_1} &= 3 \\ k_{\varepsilon_2} &= 1 \end{aligned} \quad (4.114)$$

<sup>17</sup>. Voir le détail du calcul en annexe B.2

La réponse temporelle du système en boucle fermée par rapport à la trajectoire de référence est donnée par la figure 4.9 pour la position, et par la figure 4.10 pour l'orientation. Les entrées de commande du système sont quant à elles représentées par la figure 4.11 pour les vitesses de rotation des rotors, et par la figure 4.12 pour les angles d'inclinaison du plateau cyclique.

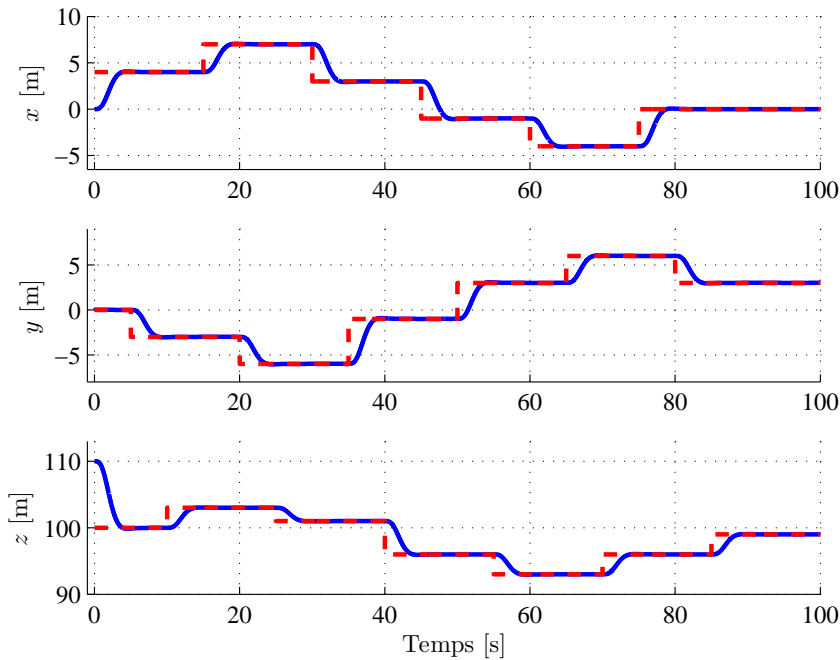


FIGURE 4.9 – Positions  $x$ ,  $y$  et  $z$  (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande par backstepping

Sur la base de ces résultats, les performances de l'algorithme de commande par backstepping sont meilleures que celles obtenues avec la commande par linéarisation entrée - sortie. En effet, malgré une légère augmentation de l'amplitude des signaux relatifs aux angles d'inclinaison du plateau cyclique, la convergence de la sortie  $\xi$  vers sa référence  $\xi_{ref}$  est plus rapide. Par conséquent, pour des valeurs propres du système en boucle fermée situées au même endroit, la commande par backstepping est plus énergique.

En conclusion, l'approche par backstepping est une méthode de commande très efficace qui permet de démontrer facilement la stabilité d'un système non linéaire en boucle fermée. Cependant, bien que le signal de commande se construise de manière intuitive, son expression finale est relativement complexe et difficile à implémenter, notamment au niveau de la double intégration de la poussée  $T_z$ . L'idéal serait donc de conserver la procédure de conception de l'algorithme de commande par backstepping tout en changeant la structure physique du correcteur. C'est ainsi qu'a été développée une loi de commande non linéaire calquée sur l'architecture de commande en cascade présentée dans le chapitre précédent, mais applicable à l'ensemble du domaine de vol du drone.

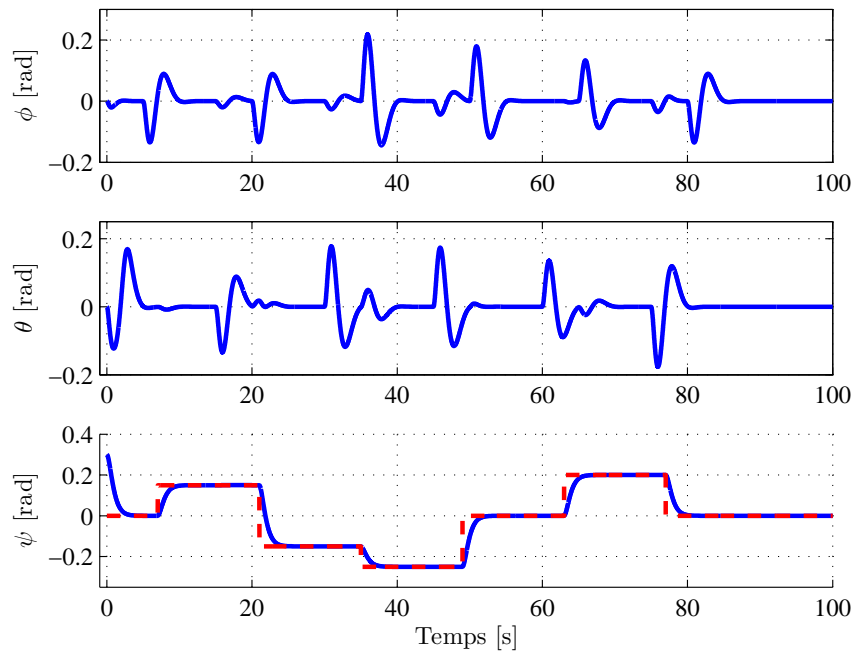


FIGURE 4.10 – Angles  $\phi$ ,  $\theta$  et  $\psi$  (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande par backstepping

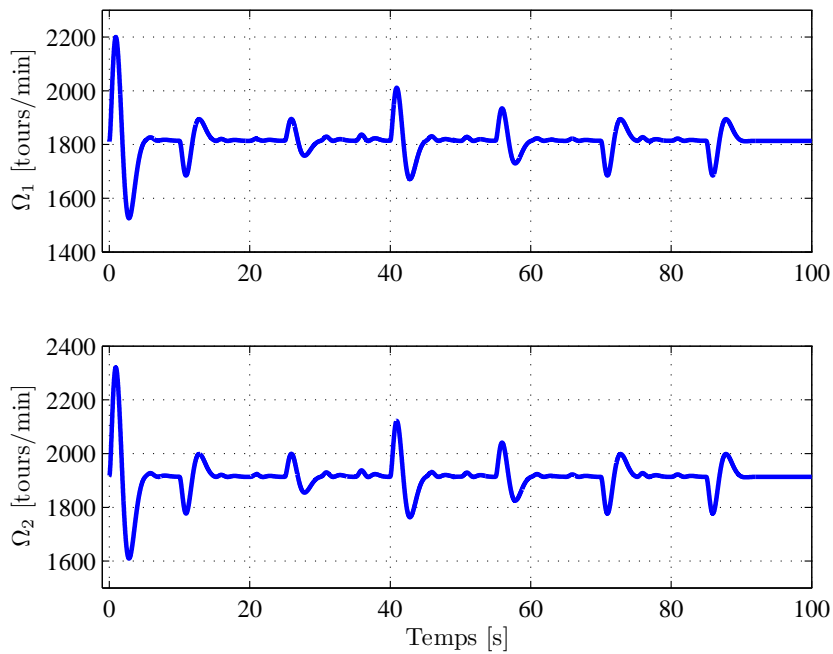


FIGURE 4.11 – Vitesses de rotation  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  des rotors pour la commande par backstepping

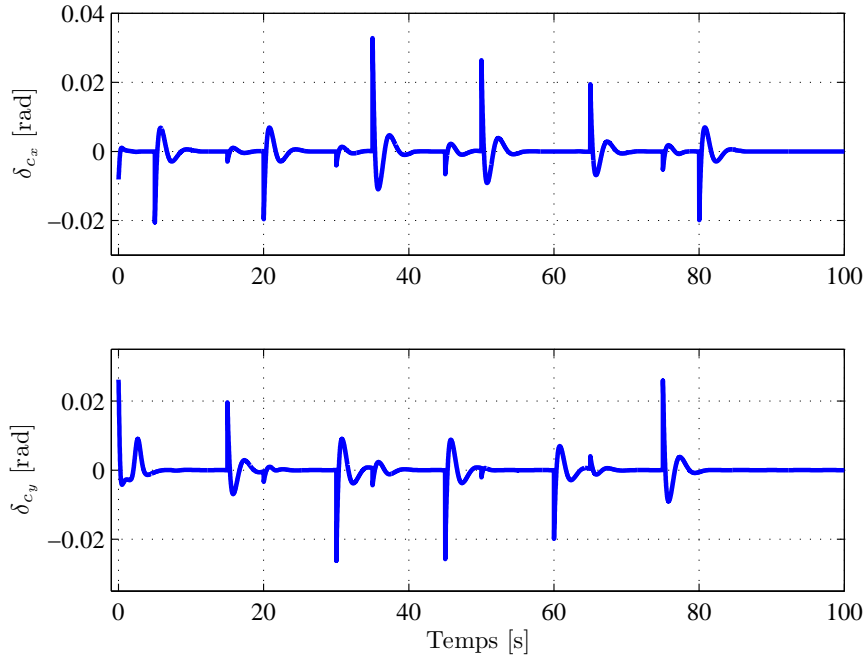


FIGURE 4.12 – Angles d’inclinaison  $\delta_{c_x}$  et  $\delta_{c_y}$  du plateau cyclique pour la commande par backstepping

## 4.5 Commande hiérarchique

La structure de la commande hiérarchique est inspirée de la commande par régulation PID, avec un contrôle en translation de haut niveau et un contrôle en orientation de bas niveau. C’est l’architecture de commande classique pour la plupart des applications aéronautiques. La principale difficulté lors de la conception d’une telle commande est de prouver la stabilité du système en boucle fermée, faisant par conséquent l’objet de nombreuses études [204]. C’est alors qu’interviennent les propriétés de l’approche par backstepping vues précédemment. Les travaux développés dans cette section ont fait l’objet d’une publication, à savoir [205].

### 4.5.1 Structure de la commande

En observant le système (4.1), il est clair que la dynamique de translation peut être séparée de la dynamique de rotation. Dans ce cas, il peut en être extrait une représentation sous la forme de deux sous-systèmes interconnectés  $\Sigma_T$  et  $\Sigma_R$  avec :

$$\Sigma_T : \begin{cases} \dot{\xi} = v \\ m\dot{v} = T_z R_\eta e_3 + mge_3 \end{cases} \quad \text{et} : \quad \Sigma_R : \begin{cases} \dot{\eta} = Q_\eta \Omega \\ J\dot{\Omega} = -\Omega_\times J\Omega + \tau \end{cases} \quad (4.115)$$

Le schéma équivalent de la structure de commande hiérarchique est alors donné par la figure 4.13, avec la sortie du régulateur de la boucle de haut niveau  $C_T$  servant de référence au régulateur de la boucle de bas niveau  $C_R$ .

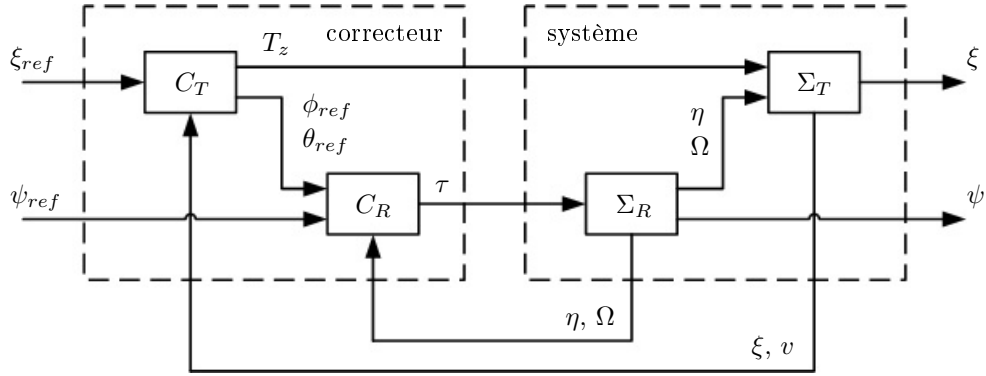


FIGURE 4.13 – Structure de la commande hiérarchique

L'étagement des deux dynamiques sera réalisé par un choix différent des gains de commande, à savoir de faibles gains pour le contrôle en translation et de grands gains pour le contrôle en rotation. Evidemment, tous les gains devront être choisis tels que les objectifs de performance soient atteints tout en évitant le problème de saturation des actionneurs.

#### 4.5.2 Application à la commande du GLMAV

L'objectif de la synthèse de cette loi de commande est toujours de suivre une trajectoire définie par  $\xi_{ref}$  et ses dérivées successives avec une orientation autour lacet spécifique  $\psi_{ref}$  en manipulant les signaux  $T_z$  et  $\tau$ . Par conséquent, la procédure de conception d'une commande par backstepping mentionne qu'il faut construire une fonction de Lyapunov sur la base des erreurs en position  $\xi - \xi_{ref}$  et en orientation  $\psi - \psi_{ref}$  et de leurs dérivées. La méthode débute donc par l'introduction d'une première variable d'erreur  $\delta_1$ , correspondant à l'erreur en position :

$$\delta_1 = \xi - \xi_{ref}. \quad (4.116)$$

Cette erreur sert alors de base pour une première fonction de Lyapunov définie par :

$$V_1 = \frac{1}{2} \delta_1^T \delta_1 \quad (4.117)$$

et admettant comme dérivée temporelle :

$$\dot{V}_1 = \delta_1^T \dot{\delta}_1 = \delta_1^T (v - \dot{\xi}_{ref}). \quad (4.118)$$

La variable  $v$  apparaît alors comme une première entrée virtuelle, et sa valeur de référence  $v_{ref}$  est choisie telle que :

$$v_{ref} = -k_{\delta_1} \delta_1 + \dot{\xi}_{ref}. \quad (4.119)$$

Une seconde variable d'erreur  $\delta_2$ , correspondant à l'erreur en vitesse, peut ainsi être définie à son tour :

$$\delta_2 = v - v_{ref}. \quad (4.120)$$



De ce fait, en utilisant (4.119) et (4.120), la dérivée temporelle de la première fonction de Lyapunov (4.118) se retrouve sous la forme :

$$\dot{V}_1 = -k_{\delta_1} \|\delta_1\|^2 + \delta_1^T \delta_2. \quad (4.121)$$

Poursuivant la procédure en prenant en considération l'erreur en vitesse  $\delta_2$ , une seconde fonction de Lyapunov s'écrit :

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} \delta_2^T \delta_2 \quad (4.122)$$

et sa dérivée par rapport au temps est donnée par :

$$\dot{V}_2 = -k_{\delta_1} \|\delta_1\|^2 + \delta_1^T \delta_2 + \delta_2^T \left( \frac{1}{m} T_z R_\eta e_3 + g e_3 - \dot{v}_{ref} \right). \quad (4.123)$$

Les variables  $T_z$  et  $\eta$  apparaissent alors comme de nouvelles entrées virtuelles, dont les valeurs de référence sont choisies telles que :

$$\frac{1}{m} T_{z_{ref}} R_{\eta_{ref}} e_3 + g e_3 = -\delta_1 - k_{\delta_2} \delta_2 + \dot{v}_{ref} = a_{ref} \quad (4.124)$$

avec  $a_{ref}$  qui peut être vue comme une accélération de référence. Par conséquent, une troisième variable d'erreur  $\delta_3$ , correspondant à l'erreur en accélération, peut être introduite :

$$\delta_3 = \frac{1}{m} T_z R_\eta e_3 + g e_3 - a_{ref} = \frac{1}{m} (T_z R_\eta - T_{z_{ref}} R_{\eta_{ref}}) e_3. \quad (4.125)$$

En combinant (4.124) et (4.125) avec (4.123), la dérivée de la seconde fonction de Lyapunov a pour expression :

$$\dot{V}_2 = -k_{\delta_1} \|\delta_1\|^2 - k_{\delta_2} \|\delta_2\|^2 + \delta_2^T \delta_3. \quad (4.126)$$

Le lecteur aura remarqué que les équations (4.116) - (4.126) sont la copie parfaite des équations (4.81) - (4.91) issues de la synthèse de la commande par backstepping. La différentiation entre les deux techniques de commande intervient alors à ce moment de la conception. En effet, comme il l'a été montré dans la section précédente, la procédure de conception par backstepping nécessiterait la définition d'une nouvelle fonction de Lyapunov en augmentant  $V_2$  avec une fonction définie positive basée sur  $\delta_3$ . Cela nécessiterait également de réaliser une extension dynamique de la poussée  $T_z$ , telle que cette poussée et sa dérivée  $\dot{T}_z$  deviennent des variables internes à la commande [84]. En lieu et place, il est explicitement défini que  $T_z = T_{z_{ref}}$  et une nouvelle variable d'erreur est définie par :

$$\varepsilon_1 = \eta - \eta_{ref}, \quad (4.127)$$

ce qui correspond à l'erreur en orientation. Tandis que la référence autour du lacet  $\psi_{ref}$  est choisie de façon externe, celles pour la poussée  $T_{z_{ref}}$ , pour le roulis  $\phi_{ref}$  et pour le tangage  $\theta_{ref}$  se déterminent à partir de (4.124) et ont pour expression :

$$T_{z_{ref}} = -m \sqrt{a_{refx}^2 + a_{refy}^2 + (a_{refz} - g)^2}, \quad (4.128)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{ref} = \arctan \left( \frac{a_{refy}}{\sqrt{a_{refx}^2 + (a_{refz} - g)^2}} \right) \\ \theta_{ref} = \arctan \left( \frac{a_{refx}}{a_{refz} - g} \right) \end{array} \right. \quad \text{pour : } \psi_{ref} \approx 0 [2\pi], \quad (4.129)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{ref} = -\arctan \left( \frac{a_{refx}}{\sqrt{a_{refy}^2 + (a_{refz} - g)^2}} \right) \\ \theta_{ref} = \arctan \left( \frac{a_{refy}}{a_{refz} - g} \right) \end{array} \right. \quad \text{pour : } \psi_{ref} \approx \frac{\pi}{2} [2\pi], \quad (4.130)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{ref} = -\arctan \left( \frac{a_{refy}}{\sqrt{a_{refx}^2 + (a_{refz} - g)^2}} \right) \\ \theta_{ref} = -\arctan \left( \frac{a_{refx}}{a_{refz} - g} \right) \end{array} \right. \quad \text{pour : } \psi_{ref} \approx \pi [2\pi] \quad (4.131)$$

et :

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{ref} = \arctan \left( \frac{a_{refx}}{\sqrt{a_{refy}^2 + (a_{refz} - g)^2}} \right) \\ \theta_{ref} = -\arctan \left( \frac{a_{refy}}{a_{refz} - g} \right) \end{array} \right. \quad \text{pour : } \psi_{ref} \approx -\frac{\pi}{2} [2\pi] \quad (4.132)$$

avec  $T_{zref} \in \mathbb{R}$ ,  $\phi_{ref} \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$  et  $\theta_{ref} \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ . Mathématiquement, il existe deux solutions pour l'expression de ces signaux de commande, mais pour des raisons pratiques évidentes, il a été retenu celle générant une poussée négative. L'accélération de référence  $a_{ref}$  est quant à elle déterminée à partir de la relation (4.124), en remplaçant  $\delta_1$  et  $\delta_2$  par leur expression respective donnée par (4.116) et (4.120) :

$$a_{ref} = -(k_{\delta_1} k_{\delta_2} + 1) (\xi - \xi_{ref}) - (k_{\delta_1} + k_{\delta_2}) v + (k_{\delta_1} + k_{\delta_2}) \dot{\xi}_{ref} + \ddot{\xi}_{ref}. \quad (4.133)$$

Finalement, l'expression de la dynamique de translation en boucle fermée écrite dans les coordonnées des erreurs est donnée par<sup>18</sup> :

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_1 &= -k_{\delta_1} \delta_1 + \delta_2 \\ \dot{\delta}_2 &= -\delta_1 - k_{\delta_2} \delta_2 + \delta_3 \end{aligned} \quad (4.134)$$

La suite de la synthèse de la commande se fait autour de l'erreur en orientation  $\varepsilon_1$ , la forçant à converger vers 0. Avec ce changement de variable, le terme croisé  $\delta_2^T \delta_3$  dans (4.126) ne pourra

18. Le détail du calcul est similaire à celui présenté en annexe B.2

pas être annulé. Cependant d'après (4.125), et parce que  $T_z = T_{z_{ref}}$ , il est évident que  $\delta_3 \rightarrow 0$  lorsque  $\varepsilon_1 \rightarrow 0$ . La nouvelle fonction de Lyapunov est alors définie par :

$$V_3 = \frac{1}{2} \varepsilon_1^T \varepsilon_1 \quad (4.135)$$

avec la dérivée par rapport au temps s'écrivant :

$$\dot{V}_3 = \varepsilon_1^T (Q_\eta \Omega - \dot{\eta}_{ref}). \quad (4.136)$$

La variable  $\Omega$  apparaît alors comme une entrée virtuelle, dont la valeur de référence  $\Omega_{ref}$  est choisie telle que :

$$Q_\eta \Omega_{ref} = -k_{\varepsilon_1} \varepsilon_1 + \dot{\eta}_{ref}. \quad (4.137)$$

La définition de l'erreur en vitesse angulaire  $\varepsilon_2$  comme étant :

$$\varepsilon_2 = Q_\eta (\Omega - \Omega_{ref}) \quad (4.138)$$

permet, avec (4.137), de réécrire (4.136) telle que :

$$\dot{V}_3 = -k_{\varepsilon_1} \|\varepsilon_1\|^2 + \varepsilon_1^T \varepsilon_2. \quad (4.139)$$

Poursuivant la procédure en prenant en compte l'erreur  $\varepsilon_2$ , la quatrième et dernière fonction de Lyapunov s'écrit :

$$V_4 = V_3 + \frac{1}{2} \varepsilon_2^T \varepsilon_2 \quad (4.140)$$

et sa dérivée par rapport au temps est donnée par :

$$\dot{V}_4 = -k_{\varepsilon_1} \|\varepsilon_1\|^2 + \varepsilon_1^T \varepsilon_2 + \varepsilon_2^T \left( \dot{Q}_\eta (\Omega - \Omega_{ref}) + Q_\eta (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}_{ref}) \right). \quad (4.141)$$

D'après (4.1), l'expression complète de (4.141) est :

$$\dot{V}_4 = -k_{\varepsilon_1} \|\varepsilon_1\|^2 + \varepsilon_1^T \varepsilon_2 + \varepsilon_2^T \left( \dot{Q}_\eta (\Omega - \Omega_{ref}) + Q_\eta \left( J^{-1} (-\Omega_\times J \Omega + \tau) - \dot{\Omega}_{ref} \right) \right). \quad (4.142)$$

Durant cette étape, l'entrée réelle du système  $\tau$  restant à déterminer a fait son apparition. Elle est alors définie par :

$$\tau = \Omega_\times J \Omega + J Q_\eta^{-1} \left( -\dot{Q}_\eta (\Omega - \Omega_{ref}) + Q_\eta \dot{\Omega}_{ref} - \varepsilon_1 - k_{\varepsilon_2} \varepsilon_2 \right) \quad (4.143)$$

telle que :

$$\dot{V}_4 = -k_{\varepsilon_1} \|\varepsilon_1\|^2 - k_{\varepsilon_2} \|\varepsilon_2\|^2. \quad (4.144)$$

La dynamique de rotation en boucle fermée étant alors donnée dans les coordonnées des erreurs par<sup>19</sup> :

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_1 &= -k_{\varepsilon_1} \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \\ \dot{\varepsilon}_2 &= -\varepsilon_1 - k_{\varepsilon_2} \varepsilon_2 \end{aligned} \quad (4.145)$$

---

19. Le détail du calcul est similaire à celui présenté en annexe B.2

A partir de (4.145), il est clair que le sous-système associé à la dynamique de rotation est exponentiellement stable, permettant à la variable d'erreur  $\varepsilon_1$  de converger de façon exponentielle vers zéro. A partir de (4.134), le sous-système lié à la dynamique de translation ayant pour entrée  $\delta_3$  est également exponentiellement stable. De plus, ce terme converge vers zéro avec la convergence de  $\varepsilon_2$  vers zéro.

### 4.5.3 Singularité de la commande

Telle qu'elle est définie, la commande hiérarchique présentée dans cette section contient une singularité. Pour s'en rendre compte, il est nécessaire de rappeler l'expression de l'accélération de référence  $a_{ref}$  donnée par (4.124) :

$$\frac{1}{m} T_{z_{ref}} R_{\eta_{ref}} e_3 + g e_3 = a_{ref}. \quad (4.146)$$

Une singularité apparaîtra alors pour tous les points le long de la trajectoire en boucle fermée où la configuration  $a_{ref} = g e_3$  se produit. Dans ce cas, il est clair d'après (4.128) que  $T_{z_{ref}} = 0$  et par conséquent  $\eta_{ref}$  n'est plus défini, ce qui peut entraîner d'importants problèmes. En effet, la commande hiérarchique force l'orientation du véhicule  $\eta$  à converger vers sa référence  $\eta_{ref}$  en utilisant cette dernière et ses deux premières dérivées temporelles dans l'algorithme de commande. Or, l'analyse des expressions analytiques<sup>20</sup> de  $\dot{\eta}_{ref}$  et  $\ddot{\eta}_{ref}$  révèle que lorsque  $a_{ref} \rightarrow g e_3$ , les deux premières dérivées temporelles de l'orientation de référence  $\eta_{ref}$  tendent vers l'infini, c'est-à-dire que  $\dot{\eta}_{ref} \rightarrow \infty$  et  $\ddot{\eta}_{ref} \rightarrow \infty$ . De ce fait, les trajectoires en boucle fermée passant à proximité de cette singularité exigeront de grandes valeurs du signal de commande  $\tau$  lié à la rotation du drone.

Bien qu'une configuration où  $a_{ref} = g e_3$  soit exceptionnelle, plusieurs techniques ont été développées afin d'atténuer cette singularité. Une première solution consiste à intégrer une saturation au sein de la commande de telle sorte que la singularité n'apparaisse jamais. L'accélération de référence  $a_{ref}$  est alors sous la forme :

$$\bar{a}_{ref} = \begin{bmatrix} a_{ref_x} \\ a_{ref_y} \\ \bar{a}_0 \varphi(a_{ref_z}) \end{bmatrix} \quad (4.147)$$

où  $0 < \bar{a}_0 < g$  et où,  $\forall x \in \mathbb{R}$ ,  $\varphi(x) \in [-1, 1]$ . L'algorithme de commande est ensuite identique à celui détaillé précédemment mais dont la preuve de stabilité globale peut être trouvée dans [206]. Cependant, cette méthode conduit à une limitation des performances de la loi de commande visible notamment lors du rejet de perturbations de grande intensité. Une seconde solution, présentée et démontrée dans [207], consiste alors à ajouter un terme perturbateur  $\epsilon \in \mathbb{R}^3$  tel que :

$$\bar{a}_{ref} = a_{ref} + \epsilon. \quad (4.148)$$

La dynamique du terme perturbateur  $\epsilon$  est alors conçue de telle sorte qu'il n'agisse que lorsque l'accélération de référence  $a_{ref}$  se trouve dans un voisinage de  $g e_3$ . De ce fait, la singularité  $a_{ref} = g e_3$  est enveloppée dans une sphère et ne peut par conséquent jamais être atteinte.

20. Voir le détail du calcul en annexe B.3.

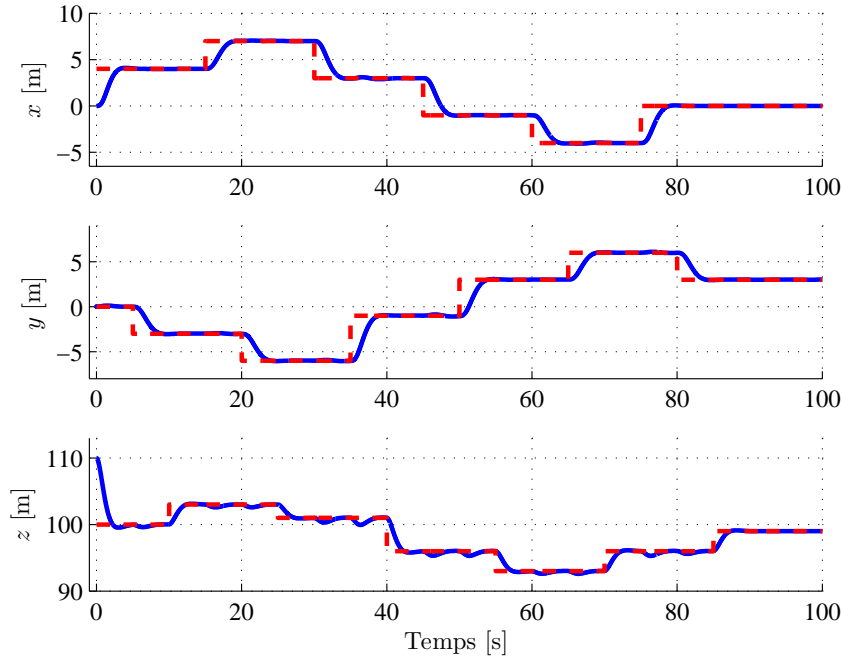


FIGURE 4.14 – Positions  $x$ ,  $y$  et  $z$  (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande hiérarchique

#### 4.5.4 Simulations numériques

Les performances de la commande hiérarchique sont maintenant évaluées en simulation sur le modèle dynamique complet du GLMAV donné par (2.11). L'évaluation réalisée est identique à celle effectuée lors de l'analyse des performances des algorithmes de commande précédents. La valeur des paramètres  $k_{\delta_1}$ ,  $k_{\delta_2}$ ,  $k_{\varepsilon_1}$  et  $k_{\varepsilon_2}$  est choisie telle que la partie réelle des valeurs propres du sous-système lié à la dynamique de translation (4.134), une fois que  $\delta_3 = 0$ , soit placée en -1, alors que les valeurs propres du sous-système associées à la dynamique de rotation (4.145) seront localisées en -2. Les paramètres de commande sont alors donnés par :

$$\begin{aligned} k_{\delta_1} &= 1 & \text{et :} & & k_{\varepsilon_1} &= 1 \\ k_{\delta_2} &= 1 & & & k_{\varepsilon_2} &= 3 \end{aligned} \quad (4.149)$$

La réponse temporelle du système en boucle fermée par rapport à la trajectoire de référence est donnée par la figure 4.14 pour la position, et par la figure 4.15 pour l'orientation. Les entrées de commande du système sont quant à elles représentées par la figure 4.16 pour les vitesses de rotation des rotors, et par la figure 4.17 pour les angles d'inclinaison du plateau cyclique.

Sur la base de ces résultats, les performances de l'algorithme de commande hiérarchique sont similaires à celles obtenues avec la commande par backstepping. Cependant, les expressions des signaux de commande (4.128) et (4.143) sont moins complexes et donc plus facilement implémentables sur un prototype. C'est par conséquent cette approche de commande qui sera codée sur la maquette du GLMAV pour la réalisation d'essais expérimentaux.

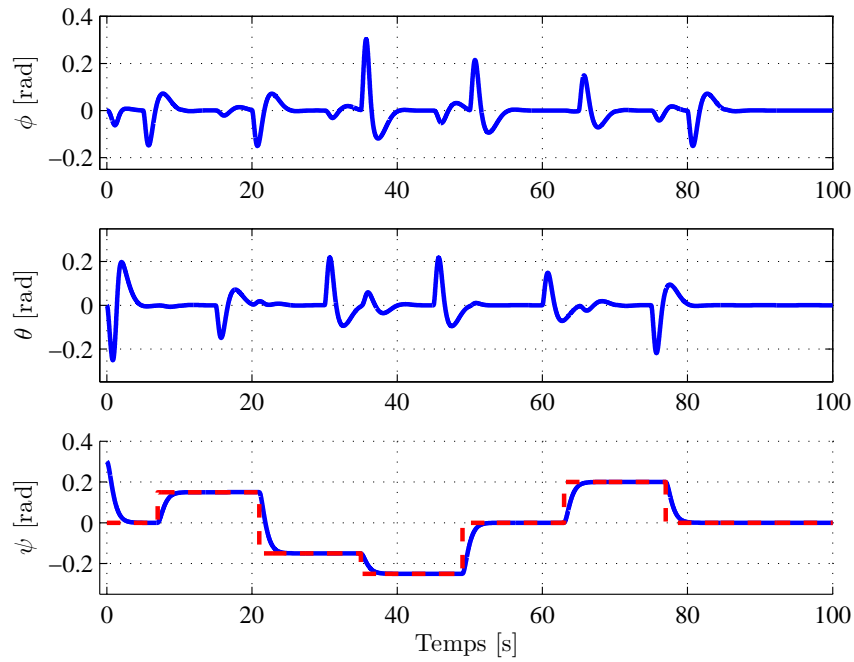


FIGURE 4.15 – Angles  $\phi$ ,  $\theta$  et  $\psi$  (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande hiérarchique

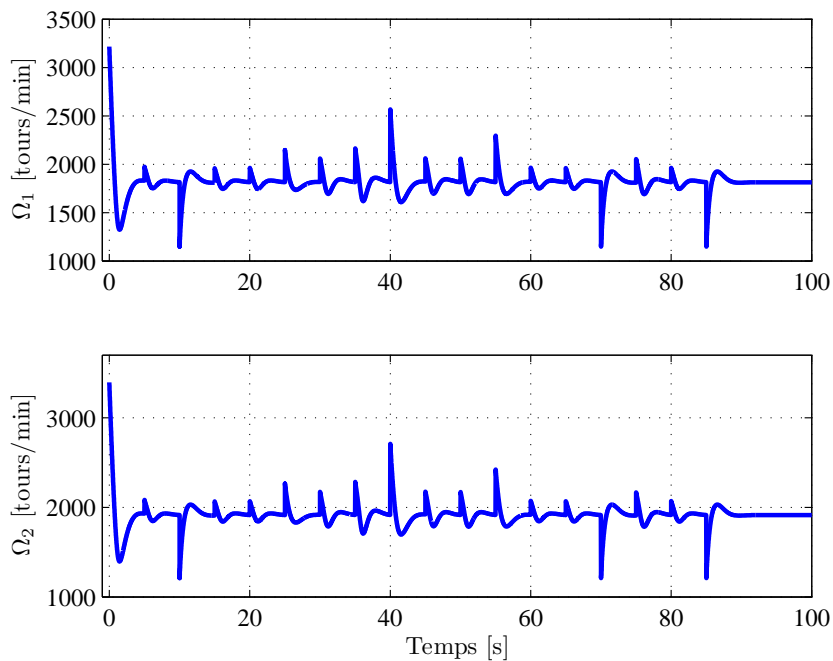


FIGURE 4.16 – Vitesses de rotation  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  des rotors pour la commande hiérarchique

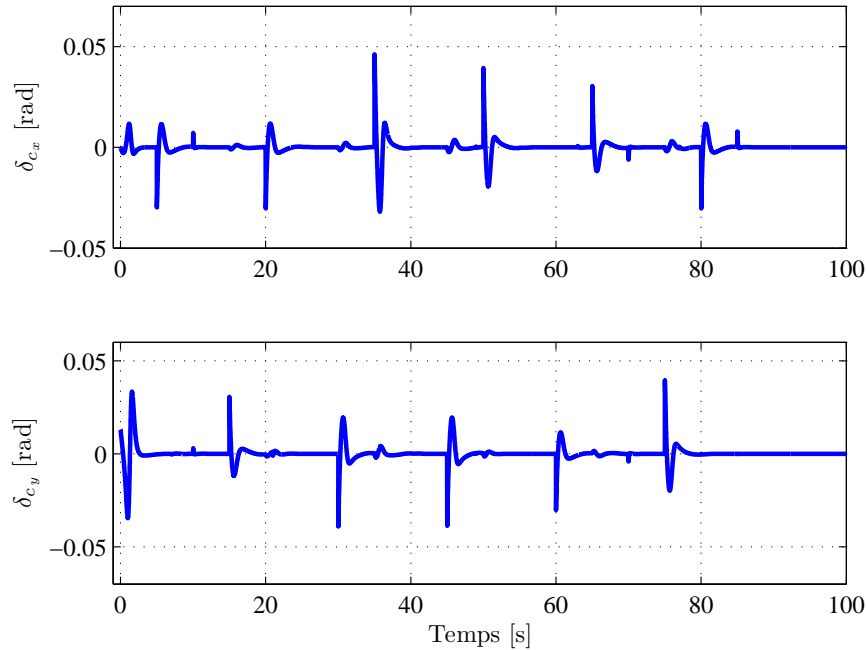


FIGURE 4.17 – Angles d’inclinaison  $\delta_{c_x}$  et  $\delta_{c_y}$  du plateau cyclique pour la commande hiérarchique

En conclusion, il existe une grande diversité d’approches de commande non linéaire de complexité plus ou moins importante pouvant être appliquée au pilotage d’un véhicule aérien autonome. Les techniques détaillées dans ce chapitre ne représentent d’ailleurs qu’une petite partie des méthodes de commande présentées dans le premier chapitre. A ce titre, en plus des lois de commande de ce chapitre, il a été testé avec succès une commande dite par saturations imbriquées. Cet algorithme ne sera cependant pas détaillé dans ce manuscrit car il est identique à celui présenté dans [189]. En quelques mots, la structure en cascade introduite lors de la commande par régulation PID ou lors de la commande hiérarchique est de nouveau utilisée, la stabilisation de l’altitude étant traitée séparément. La boucle interne, liée à la rotation, est gouvernée par un simple PID tandis que la commande de la boucle externe, associée à la translation, est choisie comme étant une fonction saturée. La présence des saturations imbriquées permet de découpler la dynamique de rotation de celle de translation, dans le sens où cette dernière est bornée. Enfin, par un choix approprié des paramètres de commande, il peut être montré que la commande globale est stabilisante et offre d’intéressantes propriétés de robustesse vis-à-vis de perturbations. Toutefois, la meilleure stratégie à adopter pour lutter efficacement contre d’éventuelles perturbations est de les estimer pour les prendre en compte dans la synthèse de la commande. Deux approches peuvent alors être mises en avant, l’une concerne une estimation des perturbations lors de la synthèse de la commande alors que l’autre utilise une structure d’estimation indépendante. Ces deux méthodes sont la raison d’être des deux prochaines sections et ont fait l’objet de trois publications, à savoir [198], [199] et [208].

## 4.6 Estimation des perturbations lors de la synthèse

Dorénavant, les perturbations aérodynamiques externes  $F_{ext}$  pour les forces et  $M_{ext}$  pour les moments sont considérés comme non nuls, permettant d'écrire le modèle (2.30) sous sa forme initiale :

$$\begin{aligned}\dot{\xi} &= v \\ m\dot{v} &= T_z R_\eta e_3 + mge_3 + F_{ext} \\ \dot{\eta} &= Q_\eta \Omega \\ J\dot{\Omega} &= -\Omega_\times J\Omega + \tau + M_{ext}\end{aligned}\tag{4.150}$$

Toutefois, il est fait l'hypothèse que les éléments perturbateurs ont une dynamique très lente par rapport à la dynamique du système, permettant d'écrire  $\dot{F}_{ext} = \dot{M}_{ext} = 0$ .

### 4.6.1 Synthèse de la commande hiérarchique adaptative

Dans cette section, la synthèse d'une commande permettant d'identifier et de prendre en compte ces perturbations va être développée à partir de la procédure de conception de la commande hiérarchique. Il est à noter que cette synthèse aurait très bien pu se faire à partir de la procédure de conception de la commande par backstepping classique. Seules les étapes présentant des modifications majeures seront donc reprises, signifiant que les autres sont identiques aux équations de la section 4.5. Ceci étant dit, la seconde fonction de Lyapunov (4.122) de la procédure est désormais donnée par :

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}\delta_2^T \delta_2 + \frac{1}{2}\tilde{F}_{ext}^T \Gamma_F^{-1} \tilde{F}_{ext}\tag{4.151}$$

où  $\tilde{F}_{ext}$  est l'erreur d'estimation entre  $F_{ext}$  et son estimation  $\hat{F}_{ext}$  et où  $\Gamma_F$  est une matrice  $3 \times 3$  définie positive permettant de régler la dynamique d'adaptation de  $\hat{F}_{ext}$ . En rappelant que  $\dot{F}_{ext} = 0$ , la dérivée par rapport au temps de (4.151) s'écrit :

$$\begin{aligned}\dot{V}_2 &= -k_{\delta_1} \|\delta_1\|^2 + \delta_1^T \delta_2 \\ &+ \delta_2^T \left( \frac{1}{m} T_z R_\eta e_3 + ge_3 + \frac{1}{m} \hat{F}_{ext} - \dot{v}_{ref} \right) + \tilde{F}_{ext}^T \left( \frac{1}{m} \delta_2 - \Gamma_F^{-1} \dot{\hat{F}}_{ext} \right).\end{aligned}\tag{4.152}$$

Les variables  $T_z$  et  $\eta$  apparaissent alors comme de nouvelles entrées virtuelles, dont les valeurs de référence sont choisies telles que :

$$\frac{1}{m} T_{z_{ref}} R_{\eta_{ref}} e_3 + ge_3 + \frac{1}{m} \hat{F}_{ext} = -\delta_1 - k_{\delta_2} \delta_2 + \dot{v}_{ref} = a_{ref}.\tag{4.153}$$

Par conséquent, l'expression de la dérivée de la seconde fonction de Lyapunov (4.152) se met sous la forme :

$$\dot{V}_2 = -k_{\delta_1} \|\delta_1\|^2 - k_{\delta_2} \|\delta_2\|^2 + \delta_2^T \delta_3 + \tilde{F}_{ext}^T \left( \frac{1}{m} \delta_2 - \Gamma_F^{-1} \dot{\hat{F}}_{ext} \right).\tag{4.154}$$

avec :

$$\delta_3 = \frac{1}{m} (T_z R_\eta - T_{z_{ref}} R_{\eta_{ref}}) e_3.\tag{4.155}$$



De plus, en se basant sur (4.153), la référence pour la poussée  $T_{z_{ref}}$ , pour le roulis  $\phi_{ref}$  et pour le tangage  $\theta_{ref}$  ont pour expression :

$$T_{z_{ref}} = -m\sqrt{\check{a}_{refx}^2 + \check{a}_{refy}^2 + (\check{a}_{refz} - g)^2}, \quad (4.156)$$

$$\begin{cases} \phi_{ref} = \arctan\left(\frac{\check{a}_{refy}}{\sqrt{\check{a}_{refx}^2 + (\check{a}_{refz} - g)^2}}\right) \\ \theta_{ref} = \arctan\left(\frac{\check{a}_{refx}}{\check{a}_{refz} - g}\right) \end{cases} \quad \text{pour : } \psi_{ref} \approx 0 [2\pi], \quad (4.157)$$

$$\begin{cases} \phi_{ref} = -\arctan\left(\frac{\check{a}_{refx}}{\sqrt{\check{a}_{refy}^2 + (\check{a}_{refz} - g)^2}}\right) \\ \theta_{ref} = \arctan\left(\frac{\check{a}_{refy}}{\check{a}_{refz} - g}\right) \end{cases} \quad \text{pour : } \psi_{ref} \approx \frac{\pi}{2} [2\pi], \quad (4.158)$$

$$\begin{cases} \phi_{ref} = -\arctan\left(\frac{\check{a}_{refy}}{\sqrt{\check{a}_{refx}^2 + (\check{a}_{refz} - g)^2}}\right) \\ \theta_{ref} = -\arctan\left(\frac{\check{a}_{refx}}{\check{a}_{refz} - g}\right) \end{cases} \quad \text{pour : } \psi_{ref} \approx \pi [2\pi] \quad (4.159)$$

et :

$$\begin{cases} \phi_{ref} = \arctan\left(\frac{\check{a}_{refx}}{\sqrt{\check{a}_{refy}^2 + (\check{a}_{refz} - g)^2}}\right) \\ \theta_{ref} = -\arctan\left(\frac{\check{a}_{refy}}{\check{a}_{refz} - g}\right) \end{cases} \quad \text{pour : } \psi_{ref} \approx -\frac{\pi}{2} [2\pi] \quad (4.160)$$

avec :

$$\check{a}_{ref} = a_{ref} - \frac{1}{m}\hat{F}_{ext} \quad (4.161)$$

et l'expression de  $a_{ref}$  donnée par (4.133).

Rejoignant directement la quatrième étape du processus, la dernière fonction de Lyapunov (4.140) est dorénavant définie telle que :

$$V_4 = V_3 + \frac{1}{2}\varepsilon_2^T \varepsilon_2 + \frac{1}{2}\tilde{M}_{ext}^T \Gamma_M^{-1} \tilde{M}_{ext} \quad (4.162)$$

où  $\tilde{M}_{ext}$  est l'erreur d'estimation entre  $M_{ext}$  et son estimation  $\hat{M}_{ext}$  et où  $\Gamma_M$  est une matrice  $3 \times 3$  définie positive permettant de régler la dynamique d'adaptation de  $\hat{M}_{ext}$ . En rappelant que  $\dot{M}_{ext} = 0$ , la dérivée par rapport au temps de (4.162) s'écrit :

$$\dot{V}_4 = -k_{\varepsilon_1} \|\varepsilon_1\|^2 + \varepsilon_1^T \varepsilon_2 + \varepsilon_2^T \left( \dot{Q}_\eta (\Omega - \Omega_{ref}) + Q_\eta (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}_{ref}) \right) - \tilde{M}_{ext}^T \Gamma_M^{-1} \dot{\hat{M}}_{ext}, \quad (4.163)$$

qui, d'après (4.150), se met sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 = & -k_{\varepsilon_1} \|\varepsilon_1\|^2 + \varepsilon_1^T \varepsilon_2 + \varepsilon_2^T \left( \dot{Q}_\eta (\Omega - \Omega_{ref}) - Q_\eta \dot{\Omega}_{ref} \right) \\ & \varepsilon_2^T Q_\eta J^{-1} \left( -\Omega_\times J \Omega + \tau + \hat{M}_{ext} \right) + \tilde{M}_{ext}^T \left( (\varepsilon_2^T Q_\eta J^{-1})^T - \Gamma_M^{-1} \dot{\hat{M}}_{ext} \right) \end{aligned} \quad (4.164)$$

Durant cette étape, l'entrée réelle du système  $\tau$  restant à déterminer a fait son apparition. Elle est alors définie par :

$$\tau = \Omega_\times J \Omega - \hat{M}_{ext} + J Q_\eta^{-1} \left( -\dot{Q}_\eta (\Omega - \Omega_{ref}) + Q_\eta \dot{\Omega}_{ref} - \varepsilon_1 - k_{\varepsilon_2} \varepsilon_2 \right) \quad (4.165)$$

telle que (4.164) devienne :

$$\dot{V}_4 = -k_{\varepsilon_1} \|\varepsilon_1\|^2 - k_{\varepsilon_2} \|\varepsilon_2\|^2 + \tilde{M}_{ext}^T \left( (\varepsilon_2^T Q_\eta J^{-1})^T - \Gamma_M^{-1} \dot{\hat{M}}_{ext} \right). \quad (4.166)$$

A cet instant de la procédure, la dynamique des filtres adaptatifs  $\hat{F}_{ext}$  et  $\hat{M}_{ext}$  est choisie pour annuler l'action de  $\tilde{F}_{ext}$  et  $\tilde{M}_{ext}$  dans (4.154) et (4.166) respectivement :

$$\dot{\hat{F}}_{ext} = \frac{1}{m} \Gamma_F \delta_2 \quad \text{et} : \quad \dot{\hat{M}}_{ext} = \Gamma_M (\varepsilon_2^T Q_\eta J^{-1})^T. \quad (4.167)$$

Avec ce choix de filtres adaptatifs, l'expression finale des seconde et quatrième fonction de Lyapunov peut être déduite :

$$\dot{V}_2 = -k_{\delta_1} \|\delta_1\|^2 - k_{\delta_2} \|\delta_2\|^2 + \delta_2^T \delta_3 \quad (4.168)$$

et :

$$\dot{V}_4 = -k_{\varepsilon_1} \|\varepsilon_1\|^2 - k_{\varepsilon_2} \|\varepsilon_2\|^2. \quad (4.169)$$

### 4.6.2 Dynamique du système en boucle fermée

En appliquant la loi de commande composée de (4.156) - (4.161) et (4.165) au système (4.150), sans oublier les filtres adaptatifs (4.167), la dynamique de translation en boucle fermée écrite dans les coordonnées des erreurs est alors donnée par<sup>21</sup> :

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_1 &= -k_{\delta_1} \delta_1 + \delta_2 \\ \dot{\delta}_2 &= -\delta_1 - k_{\delta_2} \delta_2 + \delta_3 + \frac{1}{m} \tilde{F}_{ext} \end{aligned} \quad (4.170)$$

tandis que la dynamique de rotation en boucle fermée se met sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_1 &= -k_{\varepsilon_1} \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \\ \dot{\varepsilon}_2 &= -\varepsilon_1 - k_{\varepsilon_2} \varepsilon_2 + Q_\eta J^{-1} \tilde{M}_{ext} \end{aligned} \quad (4.171)$$

21. Le détail du calcul est similaire à celui présenté en annexe B.2

A partir des fonctions de Lyapunov (4.151) et (4.162) définies positives et de leurs dérivées respectives (4.168) et (4.169) définies négatives, il est clair que les variables d'erreurs  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$ , ainsi que leurs dérivées successives, convergent vers zéro. De plus, comme il l'a été montré auparavant, il est également certain que la variable d'erreur  $\delta_3$  converge vers zéro lorsque  $\varepsilon_1$  converge vers zéro. L'application du principe d'invariance de LaSalle garantit alors la convergence des erreurs d'estimation  $\tilde{F}_{ext}$  et  $\tilde{M}_{ext}$  vers le plus grand ensemble positivement invariant vérifiant  $\dot{V}_2 = 0$  et  $\dot{V}_4 = 0$ . D'après les expressions de  $\dot{\delta}_2$  et  $\dot{\varepsilon}_2$  données par (4.170) et (4.171), il est certain que  $\tilde{F}_{ext}$  et  $\tilde{M}_{ext}$  convergent vers zéro. Cependant, la convergence exponentielle garantie dans la section précédente est perdue au profit d'une convergence asymptotique.

### 4.6.3 Simulations numériques

Les performances de la commande hiérarchique adaptative sont maintenant évaluées en simulation sur le modèle dynamique complet du GLMAV donné par (2.11). L'évaluation réalisée est identique à celle effectuée lors de l'analyse des performances des algorithmes de commande précédents, sauf que les efforts  $F_{ext}$  et  $M_{ext}$  sont désormais non nuls. La valeur des paramètres  $k_{\delta_1}$ ,  $k_{\delta_2}$ ,  $k_{\varepsilon_1}$  et  $k_{\varepsilon_2}$  est choisie identique à celle de la commande hiérarchique classique alors que les matrices  $\Gamma_F$  et  $\Gamma_M$ , permettant de régler la dynamique de l'estimation des efforts externes, sont données par :

$$\Gamma_F = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix} \times 10^{-2} \quad \text{et :} \quad \Gamma_M = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix} \times 10^{-7} \quad (4.172)$$

La réponse temporelle du système en boucle fermée par rapport à la trajectoire de référence est donnée par la figure 4.18 pour la position, et par la figure 4.19 pour l'orientation. L'estimation des efforts externes est donnée par la figure 4.20 pour les forces  $\hat{F}_{ext}$  et par la figure 4.21 pour les moments  $\hat{M}_{ext}$ . Les entrées de commande du système sont quant à elles représentées par la figure 4.22 pour les vitesses de rotation des rotors, et par la figure 4.23 pour les angles d'inclinaison du plateau cyclique.

Sur la base de ces résultats, les performances de l'algorithme de commande hiérarchique adaptative sont satisfaisantes, tant sur le plan de la poursuite de trajectoires que sur l'identification des efforts externes. Il est cependant important de remarquer que les angles de roulis et de tangage ne sont jamais nuls, même lorsque le véhicule a rejoint la position de référence. Ce phénomène est dû à la présence des efforts aérodynamiques externes qui viennent perturber le drone. En effet, il est alors indispensable d'incliner l'appareil de façon appropriée pour ne pas qu'il soit emporté dans le lit du vent. Lors de l'utilisation du drone, il faudra alors être vigilant à ce que cette inclinaison ne tende pas à faire sortir l'objet à observer du champ de vision de la caméra. La section suivante est consacrée à la présentation d'une solution alternative utilisant une structure d'estimation spécifique, permettant d'obtenir de meilleurs résultats d'identification des efforts externes.

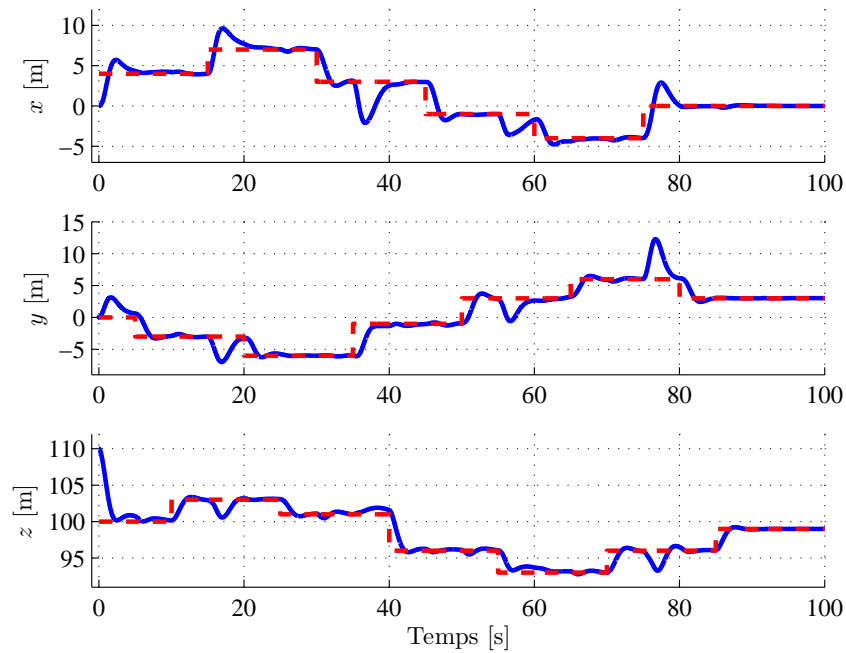


FIGURE 4.18 – Positions  $x$ ,  $y$  et  $z$  (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande hiérarchique adaptative

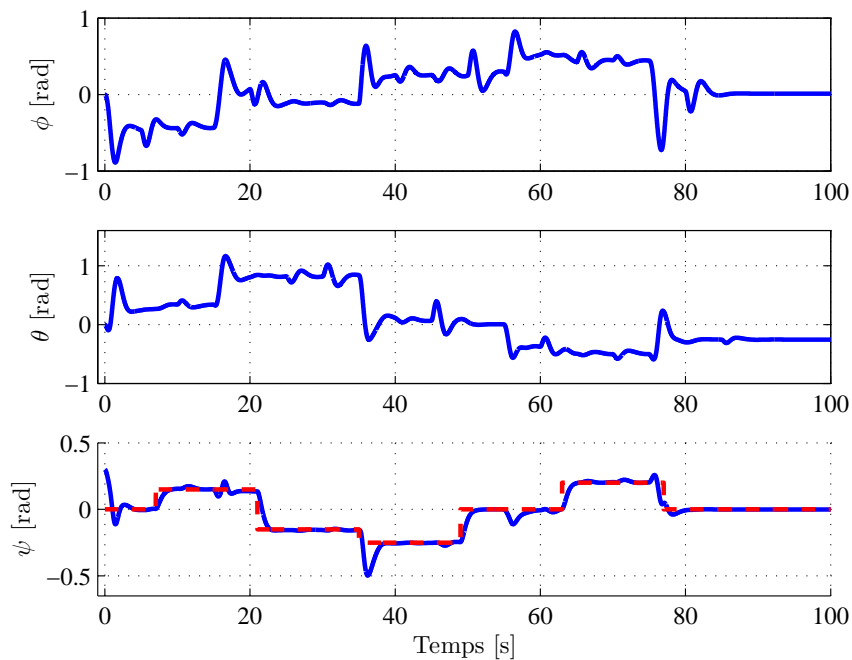


FIGURE 4.19 – Angles  $\phi$ ,  $\theta$  et  $\psi$  (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande hiérarchique adaptative

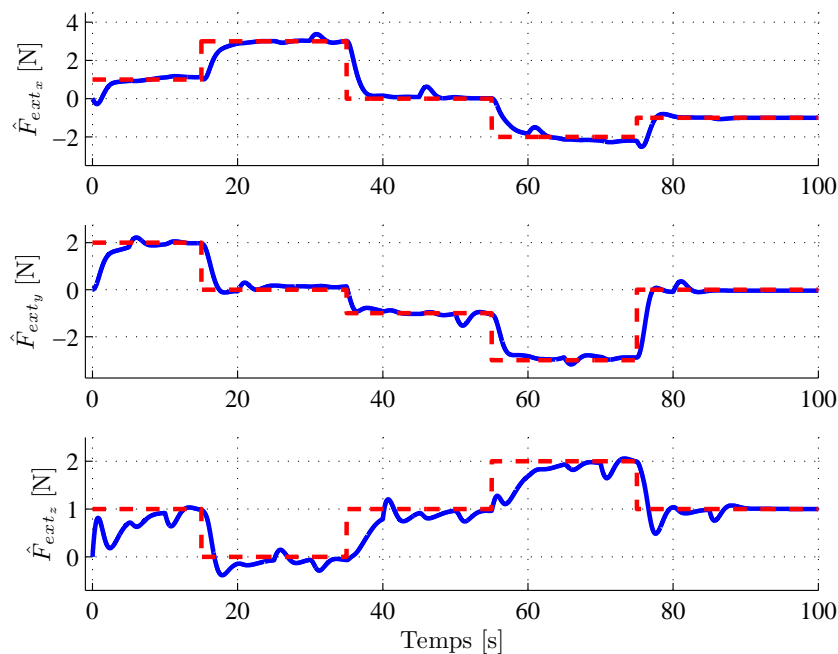


FIGURE 4.20 – Estimation des efforts  $\hat{F}_{ext}$  (ligne continue) et leur vraie valeur  $F_{ext}$  (ligne pointillée) pour la commande hiérarchique adaptative

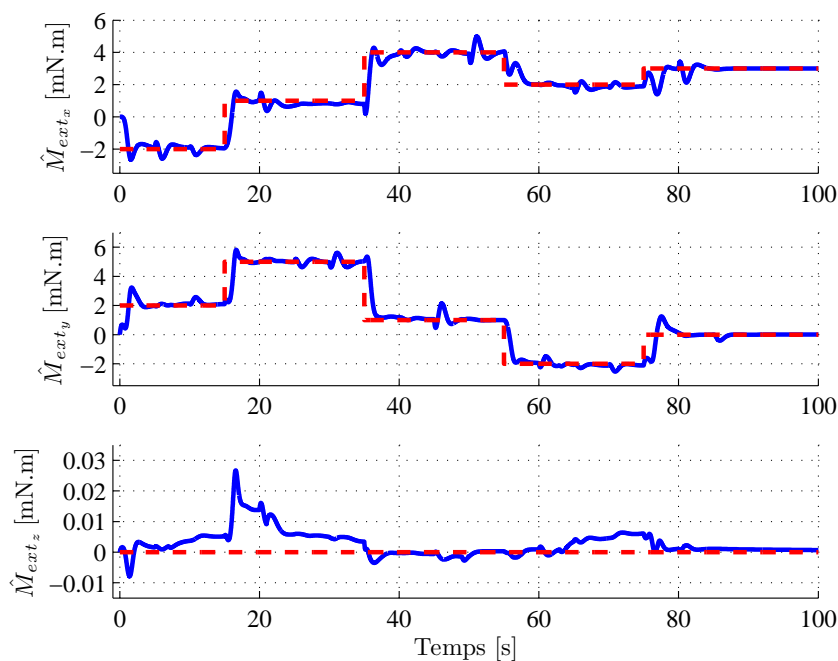
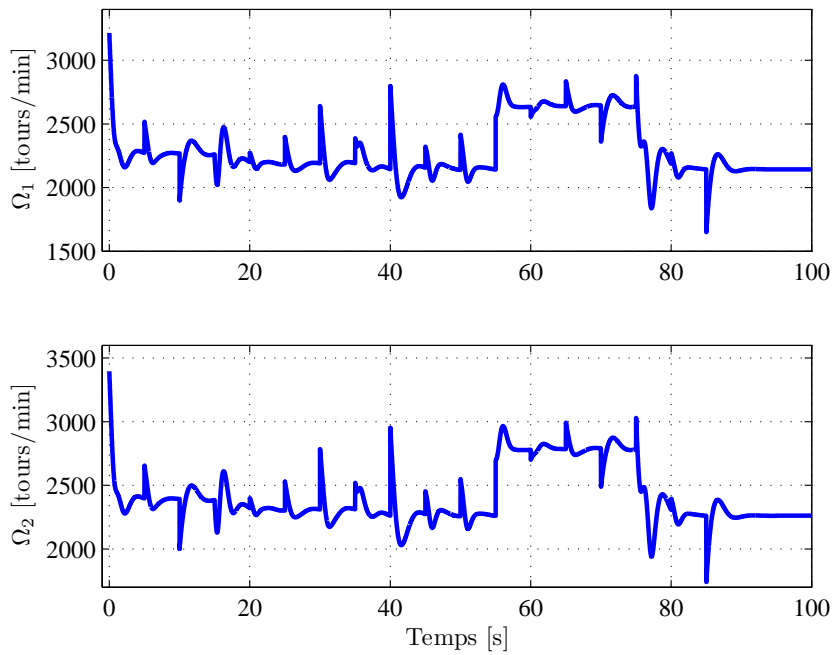
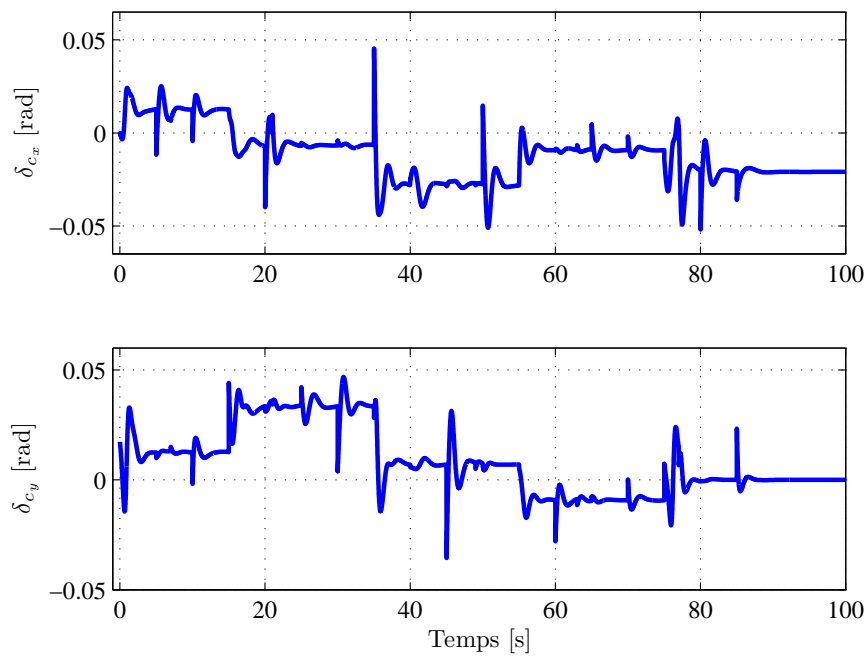


FIGURE 4.21 – Estimation des efforts  $\hat{M}_{ext}$  (ligne continue) et leur vraie valeur  $M_{ext}$  (ligne pointillée) pour la commande hiérarchique adaptative

FIGURE 4.22 – Vitesses de rotation  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  des rotors pour la commande hiérarchique adaptativeFIGURE 4.23 – Angles d'inclinaison  $\delta_{c_x}$  et  $\delta_{c_y}$  du plateau cyclique pour la commande hiérarchique adaptative

## 4.7 Estimation des perturbations de manière indépendante

Dans cette section, les efforts externes  $F_{ext}$  et  $M_{ext}$  ne sont plus identifiés par des filtres adaptatifs, mais par une structure d'estimation spécifique garantissant la convergence exponentielle de l'erreur d'estimation.

### 4.7.1 Présentation de la structure d'estimation

Soit un système non linéaire de la forme :

$$\dot{x} = f(x, \zeta) + g(x, \zeta) u, \quad (4.173)$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$  représente l'état du système,  $u \in \mathbb{R}$  sa commande et  $\zeta \in \mathbb{R}^p$  est un vecteur contenant les perturbations constantes mais inconnues agissant sur le système. Les fonctions relatives à l'état  $f$  et à la commande  $g$  sont quant à elles des champs de vecteurs à valeurs réelles. De plus, il sera considéré que  $f(x, \zeta)$  et  $g(x, \zeta)$  peuvent se mettre sous la forme :

$$f(x, \zeta) = f_0(x) + \sum_{i=1}^p f_i(x) \zeta_i \quad \text{et} : \quad g(x, \zeta) = g_0(x) + \sum_{i=1}^p g_i(x) \zeta_i \quad (4.174)$$

avec les entités  $f_0(x)$ ,  $f_i(x)$ ,  $g_0(x)$  et  $g_i(x)$  qui sont entièrement connues. Il est alors évident que les éléments inconnus  $\zeta_i$ ,  $i = 1, \dots, p$ , apparaissent de façon linéaire dans la dynamique du système (4.173). Soit alors le modèle de régression linéaire défini par :

$$w^T(x, u) = [f_1(x) + g_1(x)u, \dots, f_p(x) + g_p(x)u], \quad (4.175)$$

tel que l'expression (4.173) devienne :

$$\dot{x} = w_0(x, u) + w^T(x, u) \zeta, \quad (4.176)$$

avec :

$$w_0(x, u) = f_0(x) + g_0(x)u. \quad (4.177)$$

L'estimation des paramètres inconnus  $\zeta$  est alors réalisée par une structure d'estimation qui peut être trouvée dans [209] et [210] et qui s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A(\hat{x} - x) + w_0(x, u) + w^T(x, u) \hat{\zeta} \\ \dot{\hat{\zeta}} &= -w(x, u) P(\hat{x} - x) \end{aligned} \quad (4.178)$$

où  $\hat{x}$  représente l'estimation de l'état  $x$  et  $\hat{\zeta}$  l'estimation des paramètres inconnus. La matrice  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  est une matrice Hurwitz tandis que la matrice  $P \in \mathbb{R}^{n \times n} > 0$  est une solution de l'équation de Lyapunov :

$$A^T P + P A = -Q, \quad \text{avec} : \quad Q \in \mathbb{R}^{n \times n} > 0. \quad (4.179)$$

Soit  $e = \hat{x} - x$  l'erreur d'estimation de l'état du système et  $\varepsilon = \hat{\zeta} - \zeta$  celle des paramètres inconnus, alors en ayant fait l'hypothèse que  $\zeta$  est constant, la structure d'estimation (4.178) est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{e} &= A e + w^T(x, u) \varepsilon \\ \dot{\varepsilon} &= -w(x, u) P e \end{aligned} \quad (4.180)$$

La preuve de la stabilité de cette structure d'estimation s'articule alors autour d'une fonction de Lyapunov définie positive s'écrivant :

$$V(e, \varepsilon) = e^T P e + \varepsilon^T \varepsilon, \quad (4.181)$$

dont la dérivée temporelle donnée par :

$$\dot{V}(e, \varepsilon) = -e^T Q e \quad (4.182)$$

est définie négative, ce qui garantit que les signaux  $e$  et  $\varepsilon$  sont bornés. De plus, il a été démontré dans [211] que le signal d'erreur  $e$ , tout comme le signal  $\varepsilon$ , converge vers zéro lorsque  $t \rightarrow \infty$ . Par ailleurs, d'après [212, 213], s'ils existent des réels  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  et  $\delta > 0$  tels que :

$$0 < \rho_1 I \leq \int_{t_0}^{t_0+\delta} w(t) w(t)^T dt \leq \rho_2 I, \quad \text{avec : } t_0 \geq 0, \quad (4.183)$$

les signaux d'erreur  $e$  et  $\varepsilon$  convergent exponentiellement vers zéro. La condition (4.183) est généralement appelée la condition d'excitation permanente.

L'application de cette méthode d'estimation au GLMAV est directe en prenant :

$$w_0(x, u) = \begin{bmatrix} v \\ \frac{1}{m} T_z R_\eta e_3 + g e_3 \\ Q_\eta \Omega \\ J^{-1} (-\Omega \times J \Omega + \tau) \end{bmatrix}, \quad (4.184)$$

$$w^T(x, u) = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ \frac{1}{m} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & J^{-1} \end{bmatrix} \quad \text{et : } \zeta = \begin{bmatrix} F_{ext} \\ M_{ext} \end{bmatrix}. \quad (4.185)$$

## 4.7.2 Simulations numériques

Les performances de la commande hiérarchique munie de la structure d'estimation sont maintenant évaluées en simulation sur le modèle dynamique complet du GLMAV donné par (2.11). L'évaluation réalisée est identique à celle effectuée lors de l'analyse des performances des algorithmes de commande précédents, sauf que les efforts  $F_{ext}$  et  $M_{ext}$  sont désormais non nuls. La valeur des paramètres  $k_{\delta_1}$ ,  $k_{\delta_2}$ ,  $k_{\varepsilon_1}$  et  $k_{\varepsilon_2}$  est choisie identique à celle de la commande hiérarchique classique.

La réponse temporelle du système en boucle fermée par rapport à la trajectoire de référence est donnée par la figure 4.24 pour la position, et par la figure 4.25 pour l'orientation. L'estimation des efforts externes est donnée par la figure 4.26 pour les forces  $\hat{F}_{ext}$  et par la figure 4.27 pour les moments  $\hat{M}_{ext}$ . Les entrées de commande du système sont quant à elles représentées par la figure 4.28 pour les vitesses de rotation des rotors, et par la figure 4.29 pour les angles d'inclinaison du plateau cyclique.



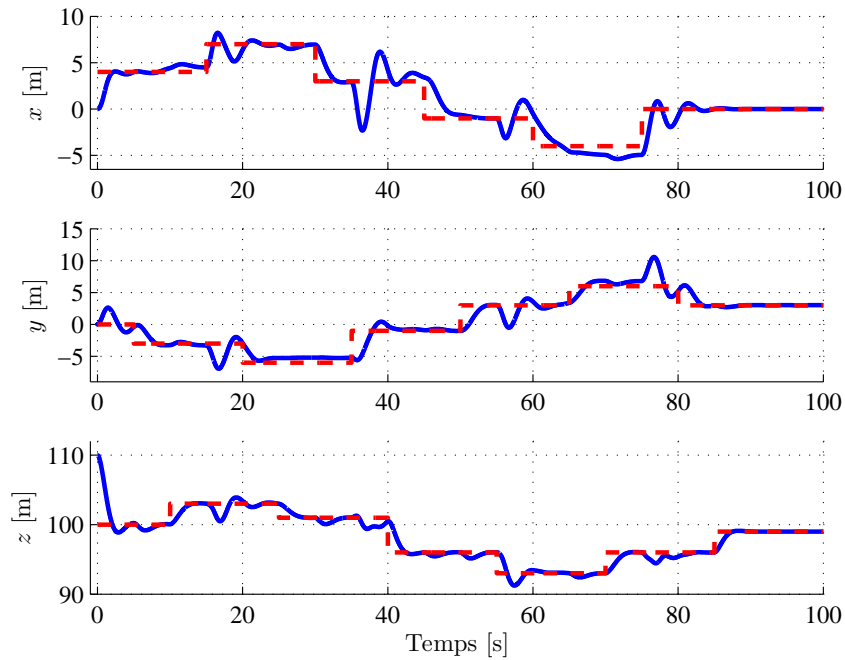


FIGURE 4.24 – Positions  $x$ ,  $y$  et  $z$  (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande hiérarchique munie de la structure d'estimation

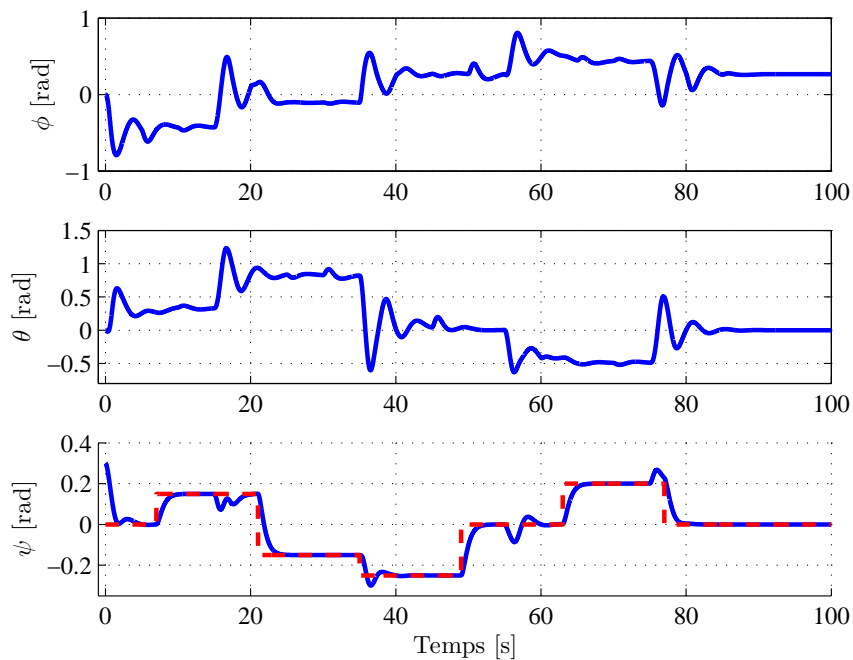


FIGURE 4.25 – Angles  $\phi$ ,  $\theta$  et  $\psi$  (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande hiérarchique munie de la structure d'estimation

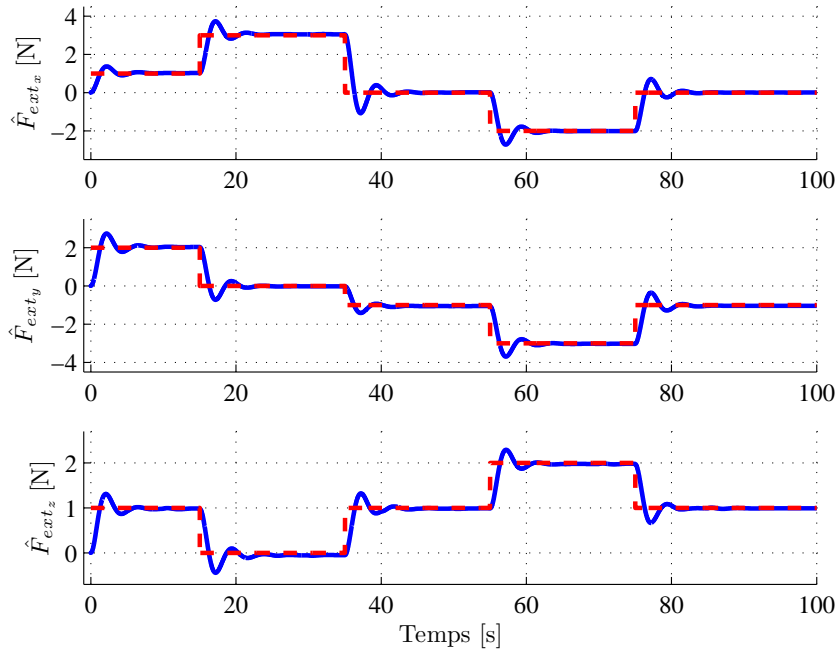


FIGURE 4.26 – Estimation des efforts  $\hat{F}_{ext}$  (ligne continue) et leur vraie valeur  $F_{ext}$  (ligne pointillée) pour la commande hiérarchique munie de la structure d'estimation

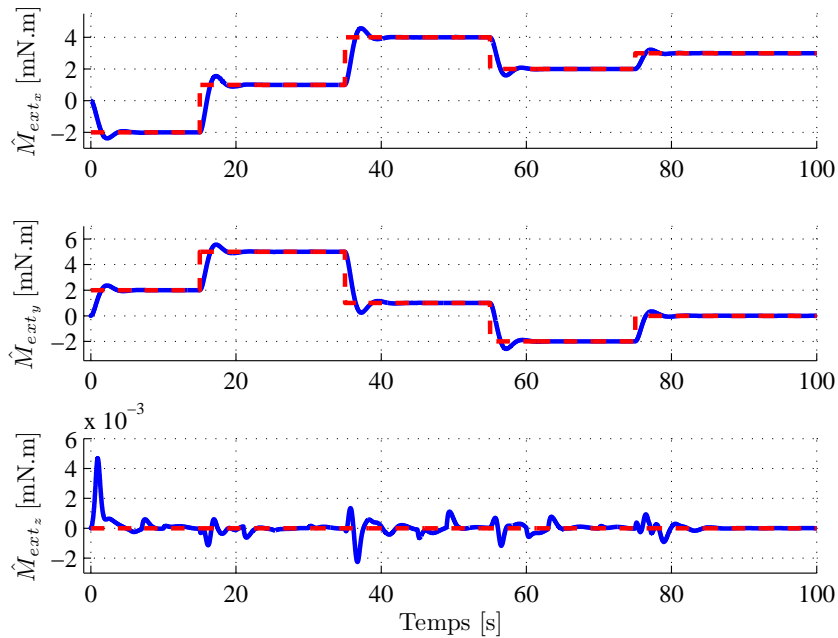


FIGURE 4.27 – Estimation des efforts  $\hat{M}_{ext}$  (ligne continue) et leur vraie valeur  $M_{ext}$  (ligne pointillée) pour la commande hiérarchique munie de la structure d'estimation

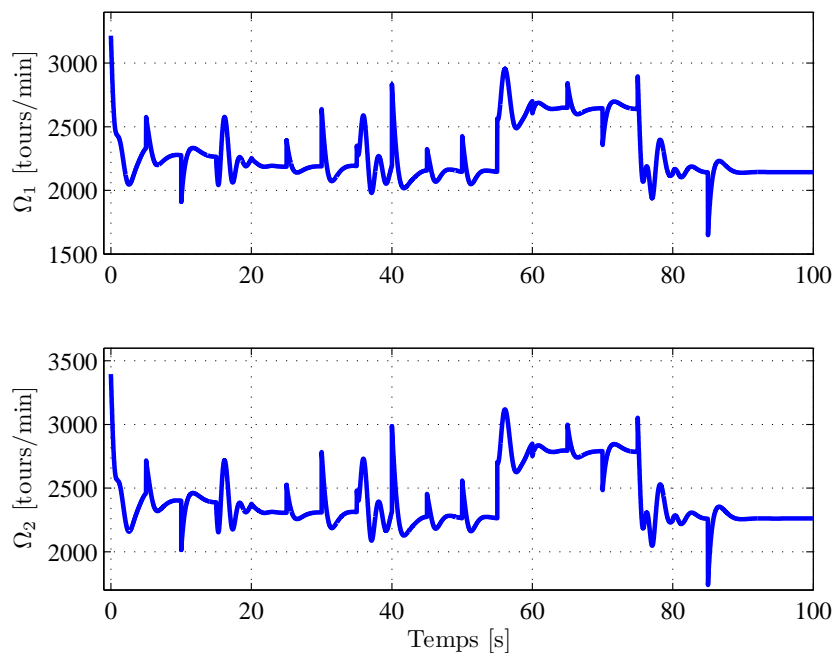


FIGURE 4.28 – Vitesses de rotation  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  des rotors pour la commande hiérarchique munie de la structure d'estimation

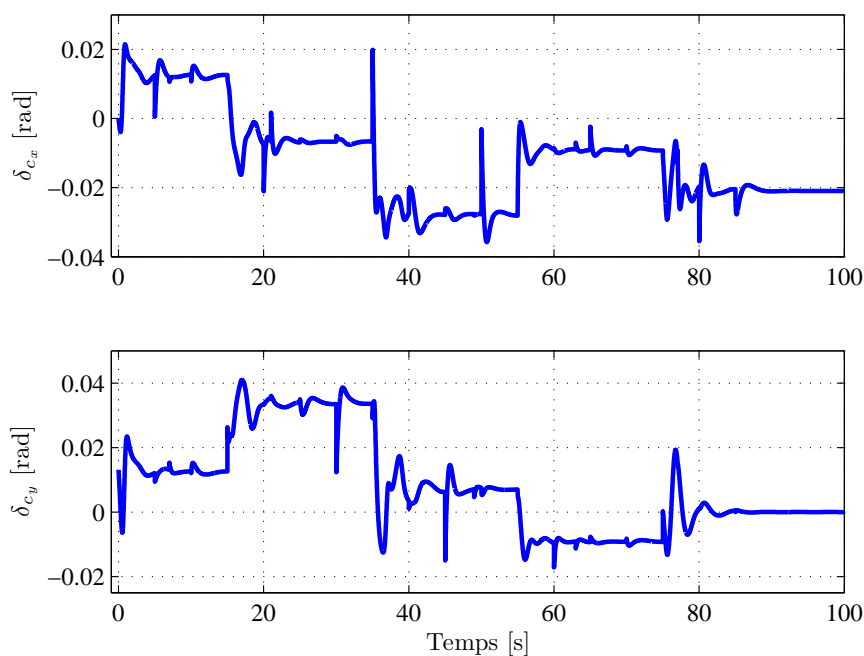


FIGURE 4.29 – Angles d'inclinaison  $\delta_{c_x}$  et  $\delta_{c_y}$  du plateau cyclique pour la commande hiérarchique munie de la structure d'estimation

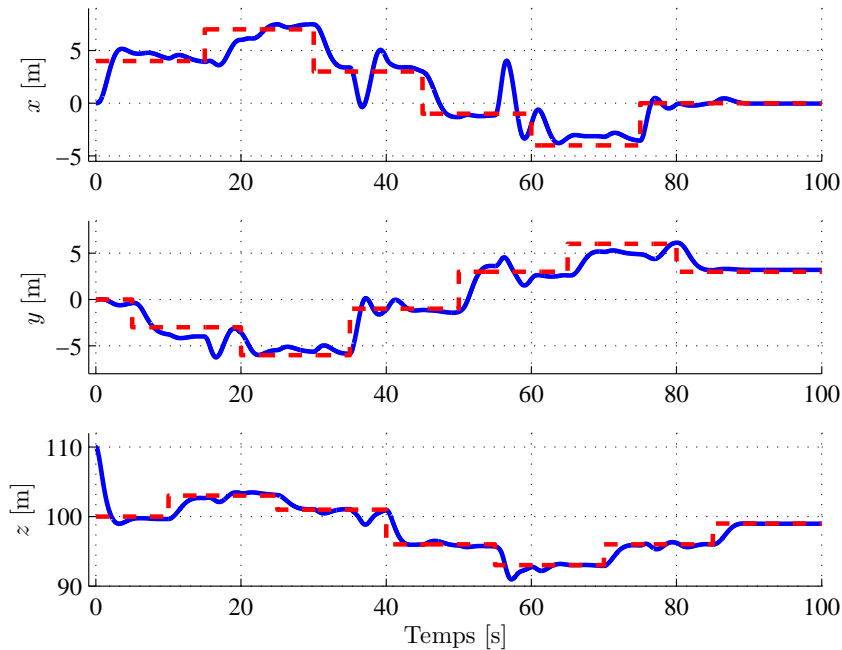


FIGURE 4.30 – Positions  $x$ ,  $y$  et  $z$  (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande hiérarchique munie de la structure d'estimation pour des efforts externes variables

Sur la base de ces résultats, les performances de l'algorithme de commande hiérarchique munie de la structure d'estimation sont meilleures que ceux obtenus pour la commande hiérarchique adaptative, surtout au niveau de l'identification des efforts externes. Par ailleurs, bien que la démonstration de la stabilité et de la convergence de cette approche n'ait été faite que pour des efforts externes constants, des résultats de simulation montrent qu'elle est également efficace pour des efforts externes variant dans une certaine mesure. Ces résultats sont visibles sur les figures 4.30 à 4.35.

## 4.8 Conclusion

Ce quatrième chapitre présente un ensemble de techniques de commandes non linéaires par retour d'état permettant le pilotage de la position et de l'orientation d'un véhicule aérien autonome. Toutes ces approches, à savoir la commande par linéarisation entrée - sortie, par modes glissants, par backstepping et hiérarchique, se fondent sur un modèle non linéaire de la dynamique du GLMAV. La dernière partie de ce chapitre est quant à elle dédiée à l'extension d'une de ces architectures de commande par des outils d'identification, permettant de prendre en compte les efforts aérodynamiques externes dans la synthèse de l'algorithme de commande. La caractérisation aérodynamique de ces efforts étant difficile, ils ont été considérés comme des perturbations inconnues, mais constantes, agissant sur le véhicule. Toutefois, les résultats de simulation montrent clairement que les outils employés permettent l'estimation de perturbations variant dans une certaine mesure.

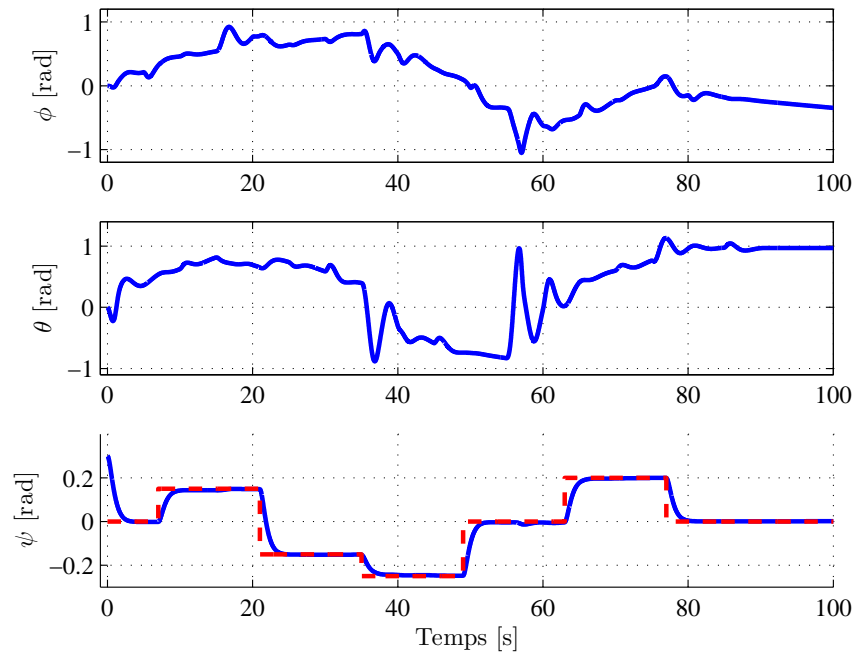


FIGURE 4.31 – Angles  $\phi$ ,  $\theta$  et  $\psi$  (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) pour la commande hiérarchique munie de la structure d'estimation pour des efforts externes variables

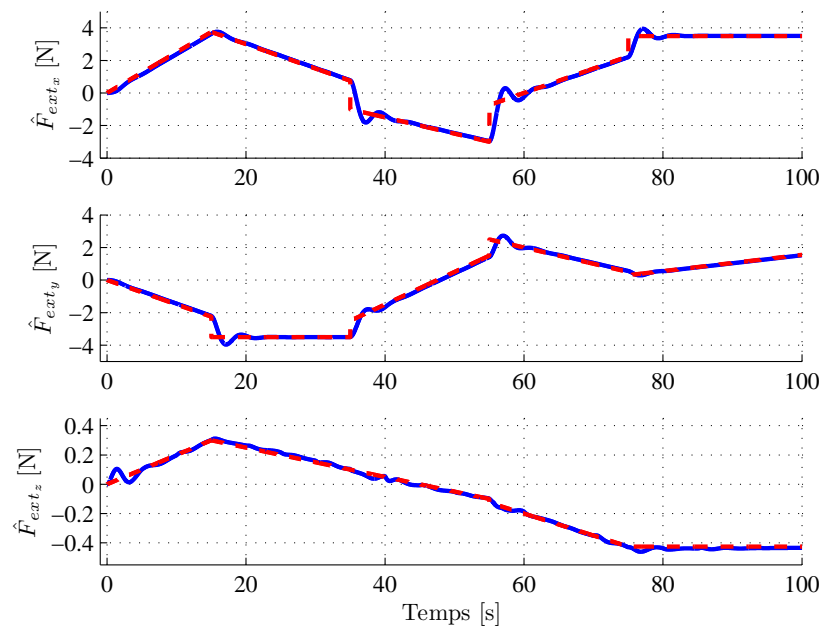


FIGURE 4.32 – Estimation des efforts  $\hat{F}_{ext}$  (ligne continue) et leur vraie valeur  $F_{ext}$  (ligne pointillée) pour la commande hiérarchique munie de la structure d'estimation pour des efforts externes variables

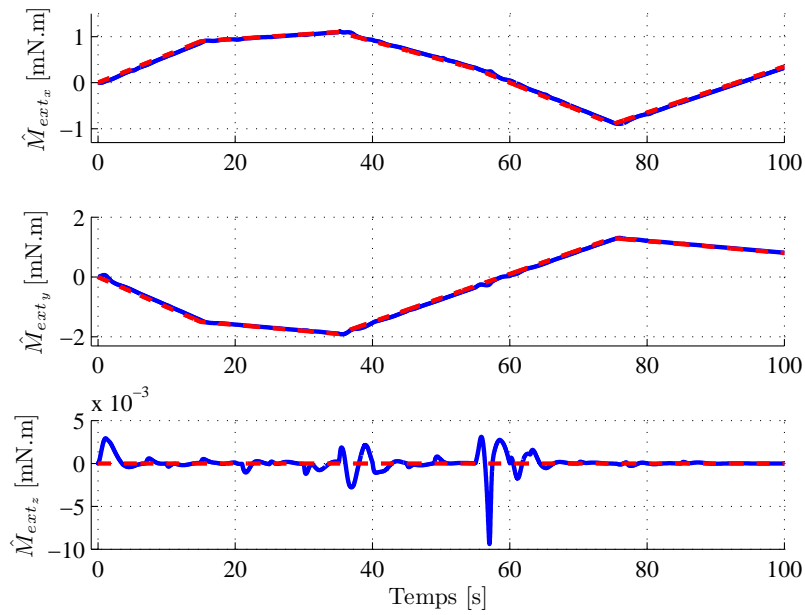


FIGURE 4.33 – Estimation des efforts  $\hat{M}_{ext}$  (ligne continue) et leur vraie valeur  $M_{ext}$  (ligne pointillée) pour la commande hiérarchique munie de la structure d'estimation pour des efforts externes variables

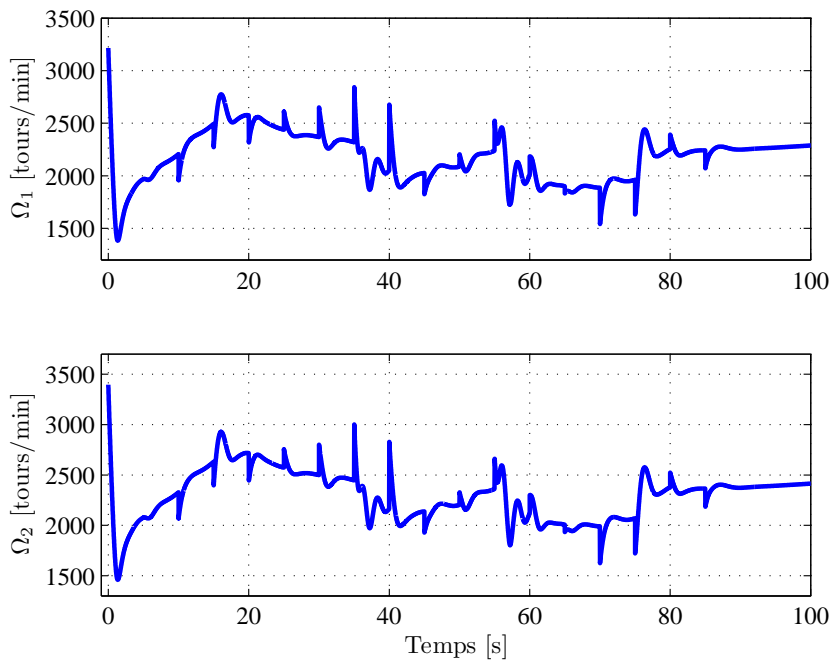


FIGURE 4.34 – Vitesses de rotation  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  des rotors pour la commande hiérarchique munie de la structure d'estimation pour des efforts externes variables

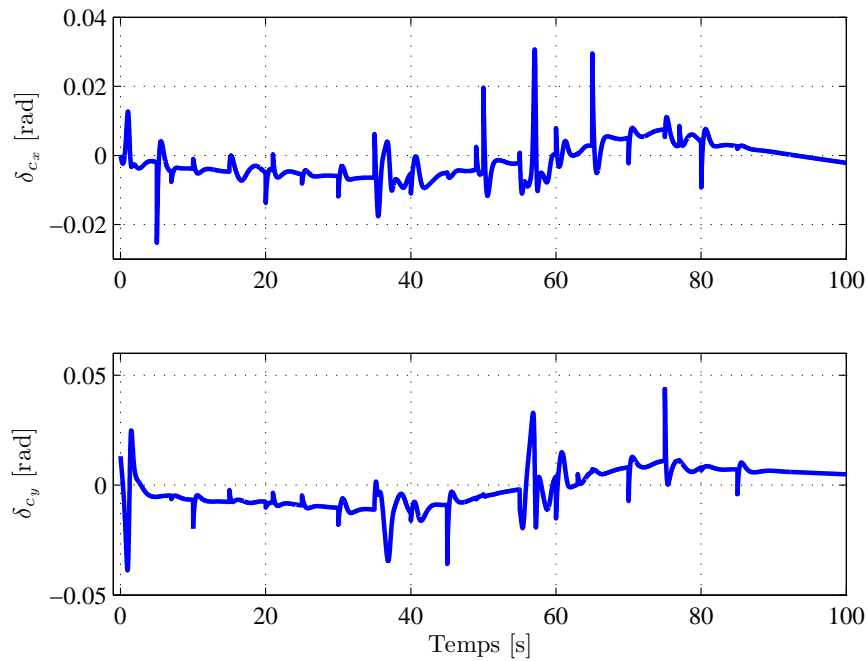


FIGURE 4.35 – Angles d’inclinaison  $\delta_{c_x}$  et  $\delta_{c_y}$  du plateau cyclique pour la commande hiérarchique munie de la structure d’estimation pour des efforts externes variables

Bien que ces techniques de commande soient très efficaces, elles n’ont été éprouvées qu’en simulation et des essais expérimentaux sur un prototype sont indispensables à leur validation. C’est l’objet du prochain chapitre où l’architecture de commande retenue, à savoir la commande hiérarchique, est plus profondément analysée avant d’être implémentée et testée sur une maquette du GLMAV.





# Chapitre 5

## Implémentation sur le GLMAV

*« In theory, there is no difference between theory and practice. In practice there is. »*

Yogi Berra

Dans ce dernier chapitre, la stratégie de commande sélectionnée dans le chapitre précédent, à savoir la commande hiérarchique, est implémentée sur le prototype du GLMAV. Les premières tentatives de vol étant réalisées en intérieur dans un environnement maîtrisé, l'algorithme d'identification des perturbations externes sera désactivé. De plus, les signaux indispensables au système de navigation par satellites étant indisponibles, la mesure de la position et de la vitesse de translation sera assurée par un système auxiliaire. Les performances de navigation du véhicule muni de la commande hiérarchique seront alors illustrées de façon expérimentale.

Cependant, après avoir conçu l'algorithme de commande et avant son implémentation sur le GLMAV, il est indispensable d'évaluer sa robustesse vis-à-vis d'incertitudes sur la valeur des paramètres nominaux du véhicule. Par conséquent, la première partie de ce chapitre est consacrée à l'étude de la réponse du système lorsque des modifications sont introduites dans le modèle de l'appareil, mais pas dans l'algorithme de commande. Ces altérations affecteront aussi bien les paramètres physiques du GLMAV que le temps de propagation des signaux ou leur fréquence d'échantillonnage.

Enfin, la dernière partie de ce chapitre présentera quelques pistes de réflexion pour la restitution de l'état complet du système à partir des mesures issues des capteurs embarqués à bord du drone. Actuellement, la plupart des architectures permettant de fusionner les informations provenant des capteurs utilisent un filtre de Kalman, c'est également le cas pour la centrale inertielle dont est équipé le GLMAV. Les méthodes présentées dans ce manuscrit de thèse utilisent des techniques de filtrage différentes, plus faciles à adapter dans le domaine non linéaire que ne le sont les techniques de filtrage de Kalman.

### 5.1 Etude de la robustesse de la commande hiérarchique

La manœuvre choisie pour évaluer la robustesse de la stratégie de commande hiérarchique est la même succession d'échelons que celle introduite dans les chapitres précédents. Pour rappel,

la robustesse d'un algorithme de commande représente sa capacité à garantir un certain niveau de performance et la stabilité d'un système face à des incertitudes de son modèle dynamique. Autrement dit, pour un paramètre donné, les valeurs utilisées dans l'algorithme de commande et dans la représentation mathématique du système seront différentes. Plusieurs indices peuvent alors être utilisés pour comparer les performances d'un système lors d'une manœuvre de poursuite de trajectoires, comme le dépassement de la réponse temporelle, son temps d'établissement ou son erreur statique. Dans ce chapitre, par souci de simplicité, la comparaison sera effectuée en calculant la moyenne quadratique de l'écart entre les sorties  $x$  du système et leur référence  $x_{ref}$ . Cette moyenne quadratique est donnée par :

$$MQ = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{ref_i} - x_i)^2}$$

avec  $n$  le nombre de mesures. Plus la valeur de la moyenne quadratique sera petite et plus la réponse temporelle du système sera proche de sa référence. Il est important de noter que, durant les différents tests et cela par pure coïncidence, il est possible que la moyenne quadratique de la réponse du système perturbé soit inférieure à celle du système nominal. Par ailleurs, il est important de noter que la simulation relative au cas nominal fut réalisée à temps continu.

### 5.1.1 Incertitude sur la masse

Dans cette section, la réponse temporelle du système est étudiée lorsque la masse du drone n'est pas parfaitement identifiée ou varie. Une variation de la masse de l'appareil se produit notamment en raison de la consommation de carburant, et reste donc exceptionnelle pour les véhicules fonctionnant à l'énergie électrique comme le GLMAV. La variation de la masse  $m$ , initialement de 290 grammes, est alors traduite par l'ajout d'un terme de perturbation  $\Delta m$  dans le modèle dynamique du drone. Les moyennes quadratiques obtenues à partir de la simulation du système avec quatre valeurs de  $\Delta m$  sont présentées dans la table 5.1.

	$x$ [m]	$y$ [m]	$z$ [m]	$\psi$ [rad]
Nominal ( $\Delta m = 0$ g)	1.0510	1.0246	1.1445	0.0436
Incertitude $\Delta m = 1$ g	1.6042	1.5150	1.7010	0.0438
Incertitude $\Delta m = 2$ g	2.0572	1.8822	2.3604	0.0625
Incertitude $\Delta m = 3$ g	3.1599	2.2505	3.4439	0.0624
Incertitude $\Delta m = 4$ g	3.0959	2.2472	3.7949	0.0416

TABLE 5.1 – Etude de la robustesse vis-à-vis d'une incertitude  $\Delta m$  sur la masse  $m$

A partir de ces résultats, il est évident que les performances de poursuite de trajectoires de l'algorithme de commande sont fortement dégradées, même en présence d'une légère variation de la masse du véhicule. Cependant, la masse est certainement le paramètre physique du GLMAV le plus facile à caractériser et il est donc peu probable que ces variations existent dans la réalité.

### 5.1.2 Incertitude sur l'inertie

Cette section est dédiée à l'analyse de la réponse temporelle du drone lorsqu'il existe un décalage entre la matrice d'inertie connue par le dispositif de commande et la matrice d'inertie réelle. Une telle situation peut se produire lorsqu'un élément du drone se déplace ou plie sous l'effet du choc engendré par le mécanisme de propulsion. L'incertitude sur la matrice d'inertie  $J$  est alors matérialisée par l'ajout d'un terme de perturbation  $\Delta J$ . Les différentes moyennes quadratiques obtenues à partir de la simulation du système avec cinq valeurs de  $\Delta J$  sont consignées dans la table 5.2.

	$x$ [m]	$y$ [m]	$z$ [m]	$\psi$ [rad]
Incertitude $\Delta J = J$	1.0630	1.0332	1.1470	0.0485
Incertitude $\Delta J = 0.5J$	1.0566	1.0283	1.1454	0.0461
Incertitude $\Delta J = 0.1J$	1.0521	1.0253	1.1446	0.0441
Nominal ( $\Delta J = 0$ )	1.0510	1.0246	1.1445	0.0436
Incertitude $\Delta J = -0.1J$	1.0499	1.0239	1.1444	0.0431
Incertitude $\Delta J = -0.5J$	1.0471	1.0230	1.1452	0.0411

TABLE 5.2 – Etude de la robustesse vis-à-vis d'une incertitude  $\Delta J$  sur la matrice d'inertie  $J$

L'observation de cette table révèle que les performances de poursuite de trajectoires de la loi de commande n'ont été que très peu affectées par les changements dans la matrice d'inertie. Ces performances sont même meilleures lorsque les éléments de la matrice d'inertie connue de la commande sont surestimés (pour  $\Delta J < 0$ ). Ce phénomène s'explique par le fait que l'algorithme de commande estime qu'il est plus difficile de mettre le drone en mouvement qu'il ne l'est réellement. Par conséquent, un effort de commande plus important que nécessaire est généré permettant d'obtenir une réponse plus rapide du système.

### 5.1.3 Incertitude sur les coefficients aérodynamiques

Cette section est consacrée à l'étude de la réponse temporelle du système lorsqu'il existe un écart entre la valeur des paramètres aérodynamiques  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  connue par le dispositif de commande et les paramètres réels. Comme précédemment, une telle situation peut se produire lorsqu'un élément du drone se déplace ou plie sous l'effet du choc engendré par le mécanisme de propulsion. L'incertitude sur ces paramètres  $\Xi = [\alpha, \beta, \gamma_1, \gamma_2]$  est alors matérialisée par l'ajout d'un terme de perturbation  $\Delta \Xi$ . Les différentes moyennes quadratiques obtenues à partir de la simulation du système avec six valeurs de  $\Delta \Xi$  sont répertoriées dans la table 5.3.

Tout comme dans le cas où des incertitudes étaient présentes dans la matrice d'inertie, les performances de poursuite de trajectoires de la loi de commande n'ont été que très peu affectées par les changements dans les paramètres aérodynamiques. Ces performances sont même meilleures lorsque la valeur des paramètres connue de la commande est sous-estimée (pour  $\Delta \Xi > 0$ ). Ce phénomène s'explique par le fait que l'algorithme de commande estime que les rotors engendrent moins de poussée qu'ils ne le font réellement. Par conséquent, une poussée plus importante que nécessaire est générée permettant d'obtenir une réponse plus rapide du système.

	$x$ [m]	$y$ [m]	$z$ [m]	$\psi$ [rad]
Incertitude $\Delta\Xi = 0.3 \Xi$	1.0478	1.0244	1.6629	0.0426
Incertitude $\Delta\Xi = 0.2 \Xi$	1.0484	1.0242	1.4420	0.0429
Incertitude $\Delta\Xi = 0.1 \Xi$	1.0499	1.0250	1.2467	0.0433
Nominal ( $\Delta\Xi = 0$ )	1.0510	1.0246	1.1445	0.0436
Incertitude $\Delta\Xi = -0.1 \Xi$	1.0548	1.0270	1.2548	0.0442
Incertitude $\Delta\Xi = -0.2 \Xi$	1.0604	1.0316	1.6600	0.0449
Incertitude $\Delta\Xi = -0.3 \Xi$	1.0697	1.0387	2.3764	0.0458

TABLE 5.3 – Etude de la robustesse vis-à-vis d’une incertitude  $\Delta\Xi$  sur les paramètres aérodynamiques  $\Xi = [\alpha, \beta, \gamma_1, \gamma_2]$

#### 5.1.4 Imperfections au niveau des capteurs

Les simulations numériques réalisées dans les chapitres précédents l’ont été en supposant que tous les capteurs étaient parfaits. Cependant, en réalité, leurs mesures sont généralement bruitées, retardées et biaisées, perturbant ainsi l’évolution du système. Ces adjonctions néfastes peuvent toutefois être atténuées, voire éliminées, par des techniques de filtrage comme le filtre de Kalman. Etant donné que le cas des biais de mesure sera traité par la section 5.4, seule l’influence des bruits et des retards de mesure est étudiée dans cette section. L’effet des bruits de mesure est simulé en ajoutant aux différents signaux de mesure un bruit blanc échantillonné à 10 Hz et avec plusieurs valeurs maximales de densité spectrale de puissance (DSP). Les moyennes quadratiques obtenues à partir de ces simulations sont consignées dans la table 5.4.

	$x$ [m]	$y$ [m]	$z$ [m]	$\psi$ [rad]
Nominal (pas de bruit)	1.0510	1.0246	1.1445	0.0436
max DSP = 0.002	1.1961	1.2046	1.1891	0.1725
max DSP = 0.004	1.3654	1.4168	1.2534	0.2541
max DSP = 0.006	1.5408	1.6384	1.3468	0.3246
max DSP = 0.008	1.7502	1.7818	1.4347	0.3894

TABLE 5.4 – Etude de la robustesse vis-à-vis d’un bruit de mesure au niveau des capteurs

L’influence des retards de mesure est quant à elle modélisée en introduisant différents délais dans l’envoi des signaux de mesure à l’algorithme de commande. Les moyennes quadratiques obtenues à partir de ces nouvelles simulations sont répertoriées dans la table 5.5.

A partir de ces résultats, il est clair que les performances de poursuite de trajectoires de l’algorithme de commande ne sont pas affectées de la même façon en fonction des bruits ou des retards de mesure. En effet, dans le premier cas, les performances atteintes sont toutes dégradées alors que dans le second, seule l’orientation autour de l’angle de lacet est touchée. Ce phénomène est certainement dû à la dynamique rapide du sous-système lié à l’orientation du véhicule, tandis

	$x$ [m]	$y$ [m]	$z$ [m]	$\psi$ [rad]
Nominal (pas de retard)	1.0510	1.0246	1.1445	0.0436
Retard de 10 ms	1.0521	1.0207	1.1343	0.0440
Retard de 30 ms	1.0460	1.0142	1.0667	0.0437
Retard de 50 ms	1.0393	1.0094	1.0099	0.0595

TABLE 5.5 – Etude de la robustesse vis-à-vis d'un retard au niveau des capteurs

que celle du sous-système lié à la translation de l'appareil, plus lente, est insensible aux retards dans les mesures.

### 5.1.5 Existence de retard au niveau des actionneurs

Un autre aspect important à considérer lors de la conception d'une stratégie de commande pour la navigation d'un véhicule aérien est l'existence d'un retard entre le dispositif de commande et les actionneurs. Ce retard est principalement dû au temps de transmission des signaux et aux constantes de temps des actionneurs. En addition des limitations physiques des actionneurs, ce retard peut entraîner une forte dégradation de la performance de l'approche de commande. Les différentes moyennes quadratiques obtenues à partir de la simulation du système avec trois valeurs de retard au niveau des actionneurs sont présentées dans la table 5.6.

Test de robustesse	$x$ [m]	$y$ [m]	$z$ [m]	$\psi$ [rad]
Nominal (pas de retard)	1.0510	1.0246	1.1445	0.0436
Retard de 50 ms	1.0550	1.0252	1.1897	0.0446
Retard de 100 ms	1.0529	1.0238	1.2130	0.0447
Retard de 150 ms	1.0496	1.0204	1.2438	0.0458

TABLE 5.6 – Etude de la robustesse vis-à-vis d'un retard au niveau des actionneurs

L'observation de cette table indique que les performances de poursuite de trajectoires de la loi de commande n'ont été que très peu affectées par les retards ajoutés au niveau des actionneurs. Par conséquent, l'approche de commande hiérarchique semble être relativement insensible aux retards dans les actionneurs.

### 5.1.6 Influence de la fréquence d'échantillonnage

Enfin, il est important d'analyser le comportement du drone en fonction de la fréquence d'échantillonnage du dispositif de commande. En effet, une fréquence d'échantillonnage basse amènera une forte dégradation des propriétés dynamiques des signaux et un certain retard dans la transmission des informations. A l'inverse, une fréquence d'échantillonnage haute permettra d'obtenir de meilleures performances, mais les systèmes de traitement seront plus onéreux. Dans cette section, la réponse temporelle du système est alors étudiée pour plusieurs fréquences

d'échantillonnage. Les moyennes quadratiques obtenues à partir de ces simulations sont listées dans la table 5.7.

	$x$ [m]	$y$ [m]	$z$ [m]	$\psi$ [rad]
Nominal	1.0510	1.0246	1.1445	0.0436
Période de 1 ms	1.0483	1.0265	1.1208	0.0432
Période de 5 ms	1.0486	1.0268	1.1212	0.0432
Période de 10 ms	1.0488	1.0270	1.1218	0.0432
Période de 50 ms	1.0511	1.0293	1.1265	0.0433
Période de 100 ms	1.0541	1.0322	1.1327	0.0435
Période de 200 ms	1.0610	1.0386	1.1467	0.0438
Période de 300 ms	1.0695	1.0470	1.1637	0.0446

TABLE 5.7 – Etude de la robustesse vis-à-vis de la période d'échantillonnage

Comme annoncé précédemment, plus la période d'échantillonnage est basse et plus les performances de poursuite de trajectoires de l'algorithme de commande sont bonnes. Dans le cas du GLMAV, la fréquence d'échantillonnage a été choisie à 100 Hz, c'est-à-dire pour une période d'échantillonnage de 10 ms. Cette valeur permet un bon compromis entre les besoins en ressources du système de traitement et les performances obtenues. Cette période d'échantillonnage spécifique a été sélectionnée en fonction du temps de calcul du processeur embarqué et de la période de fonctionnement minimale du système. Cette période minimale de fonctionnement fut obtenue en analysant la courbe du temps de réponse à 5 % d'un système du second ordre normalisé en fonction de l'amortissement  $\zeta$ . Il est alors constaté que cette courbe passe par un minimum pour un amortissement  $\zeta = 0.707$  et que ce minimum correspond à :

$$\frac{T_r \omega_0}{2\pi} = 0.42, \quad (5.1)$$

avec  $T_r$  étant la période de fonctionnement du système et  $\omega_0$  sa pulsation propre. Pour le GLMAV, le sous-système le plus rapide est celui lié à sa rotation car ses pôles en boucle fermée sont placés en  $-2$ . Par conséquent, l'amortissement de ce sous-système vaut  $\zeta = 1$  alors que sa pulsation propre vaut  $\omega_0 = 2$  rad/s. La relation (5.1) s'écrit alors :

$$\frac{T_r \omega_0}{2\pi} > 0.42 \quad \iff \quad T_r > 0.42\pi = 1.32 \text{ s.} \quad (5.2)$$

De ce fait, en prenant une période d'échantillonnage de 10 ms, soit 132 fois plus petite que la période de fonctionnement minimale du système, il est parfaitement légitime de considérer que le système est à temps continu. Avant de présenter les résultats expérimentaux, les autres éléments constitutifs du GLMAV sont brièvement détaillés.

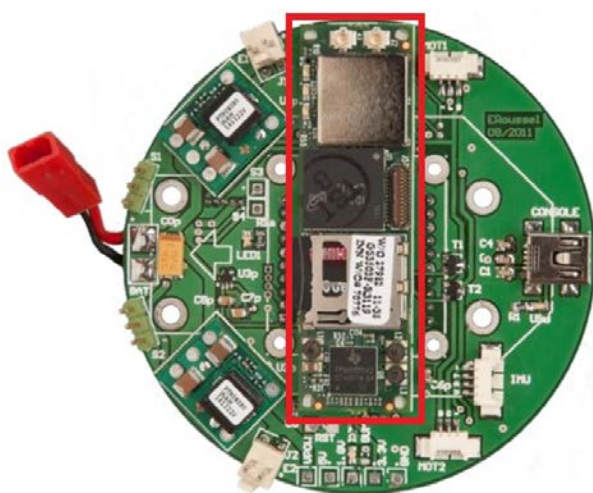
## 5.2 Essais expérimentaux avec la version préliminaire

Cette section présente les résultats des essais expérimentaux réalisés en mai 2013 dans les locaux de l'HEUDIASYC à Compiègne avec la version préliminaire du GLMAV développée par

l'ISL. Les résultats obtenus ont fait l'objet de deux publications, à savoir [214] et [215].

### 5.2.1 Caractéristiques de la version préliminaire du GLMAV

Dans l'attente de la plateforme GLMAV complète et opérationnelle, l'ISL a conçu une première version, plus simple, plus légère et plus petite, intégrant néanmoins tous les éléments nécessaires à son fonctionnement. L'électronique embarquée, avec en particulier le processeur, la centrale inertielle et les protocoles de communication, est ainsi la même que celle qui sera embarquée dans la version finale du GLMAV. Cette électronique a été développée autour d'un ordinateur à carte unique de type Gumstix Overo Fire fonctionnant avec un système OMAP3530. Cet ordinateur est équipé d'un système d'exploitation Linux et d'un DSP (de l'anglais Digital Signal Processor) permettant d'exécuter des applications de traitement numérique du signal (calcul de la commande, filtrage ...) à une cadence élevée. Cette électronique est interfacée avec une centrale inertielle IG-500N de chez SBG Systems fournissant les informations de position, de vitesse, d'orientation et de vitesse angulaire indispensables à l'algorithme de commande. Ces informations sont obtenues par fusion des données issues des accéléromètres, des gyromètres, des magnétomètres et du récepteur GPS internes à la centrale. L'algorithme de fusion de données utilisé dans ce type de centrale est un filtre de Kalman étendu. L'envoi au drone des consignes de haut niveau se fait par une télécommande communiquant avec l'électronique embarquée via le protocole ZigBee. La transmission des informations (données des capteurs, vitesse de rotation des rotors, état de la batterie ...) est quant à elle assurée par le protocole WiFi. La carte électronique principale du GLMAV, avec le Gumstix encadré en rouge, et la centrale inertielle IG-500N sont présentées sur la figure 5.1.



(a) Carte électronique principale du GLMAV



(b) Centrale inertielle IG-500N

FIGURE 5.1 – Eléments principaux de l'électronique embarquée du GLMAV

D'un point de vue mécanique, la version préliminaire du GLMAV est un hélicoptère à rotors coaxiaux de 350 mm d'envergure pour une masse totale d'environ 300 grammes. Le diamètre du corps du drone est quant à lui de 80 mm pour une hauteur totale de 300 mm. Les deux rotors sont entraînés par des moteurs brushless de chez TECHone, alors que le plateau cyclique, permettant

les mouvements du drone dans le plan horizontal, est actionné par des servomoteurs E-Sky. Les signaux à destination de ces éléments sont synthétisés par modulation de largeur d'impulsions ou PWM (de l'anglais Pulse Width Modulation).

L'ensemble des éléments composant le GLMAV est finalement alimenté par une batterie lithium-polymère de chez Xtreme logée dans la partie inférieure du drone. La figure 5.2 montre l'allure du prototype une fois les divers éléments assemblés, seules les pales des rotors ne sont pas représentées. Le capteur à ultrasons situé sous le drone fut installé afin de connaître la position du véhicule par rapport au sol lors des premiers essais expérimentaux.

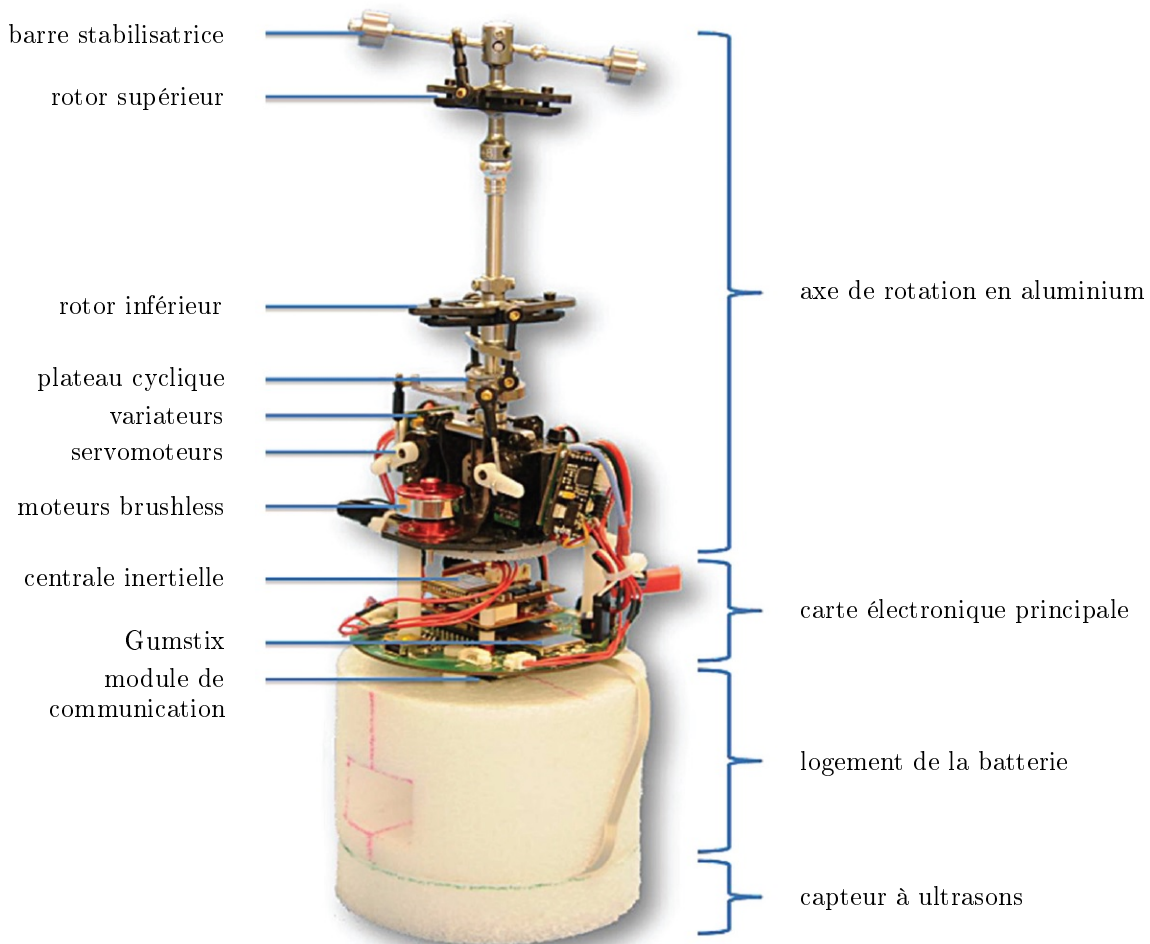


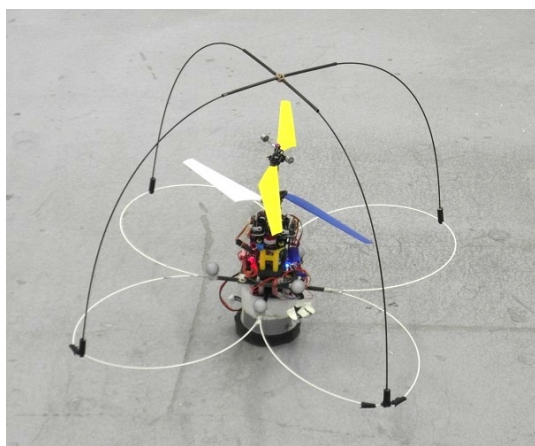
FIGURE 5.2 – La version préliminaire du GLMAV

### 5.2.2 Protocole expérimental

Avant de présenter les résultats des essais expérimentaux, cette section décrit les conditions matérielles dans lesquelles ces essais ont été réalisés. Tout d'abord, des arceaux de sécurité flexibles ont été installés de part et d'autre du GLMAV afin de protéger les rotors en cas de



retournement du véhicule (voir la figure 5.3(a)). De plus, un certain nombre de billes recouvertes d'un revêtement spécial ultra-réfléchissant ont été réparties de façon appropriée sur le corps de l'appareil. Ces billes vont servir de marqueurs au système de capture de mouvements, qui permet d'obtenir les informations de position et de rotation du drone dans l'espace.



(a) Maquette utilisée lors des essais



(b) Caméra IR du système OptiTrack

FIGURE 5.3 – Matériel utilisé lors des essais expérimentaux avec le prototype

Un système de capture de mouvements est un ensemble de caméras, comme celle de la figure 5.3(b), qui émettent un rayonnement infrarouge, lui-même réfléchi par les marqueurs et renvoyé à ces mêmes caméras. Les images 2D obtenues sont ensuite traitées par un logiciel, ce qui permet de trianguler la position de chaque marqueur et donc d'obtenir leurs coordonnées dans l'espace. L'évolution de ces coordonnées au cours du temps permet au système de déterminer la vitesse de déplacement des marqueurs, et donc de l'objet. Un tel système est alors en mesure de fournir les informations de position, de vitesse, d'orientation et de vitesse angulaire à l'algorithme de commande de manière fiable et robuste.

	Centrale inertielle SBG	Système OptiTrack
Position [m]	3.0	0.005
Vitesse [m.s <sup>-1</sup> ]	0.1	

TABLE 5.8 – Précision des mesures du système OptiTrack et de la centrale inertielle SBG

Dans le cadre du projet GLMAV, le système de capture de mouvements utilisé est le système OptiTrack développé par la société NaturalPoint. Il a été installé, de façon antérieure au projet, dans les locaux de l'Université de Technologie de Compiègne et est régulièrement utilisé par les équipes de recherche de l'HEUDIASYC. En effet, en plus d'être fiable et robuste, ce système offre une meilleure précision de mesure de position que ne peut le faire une centrale inertielle. La table 5.8, comparant la précision des mesures du système OptiTrack avec celle de la centrale inertielle SBG, en est la preuve. Il est important de noter que le logiciel utilisé avec le système OptiTrack ne délivre pas une mesure de la vitesse de translation, elle est déterminée de manière

indépendante par la méthode d'Euler. Par conséquent, pour avoir la précision de la vitesse de translation, il faut tenir compte de celle de la position et de la gigue, qui est inconnue. C'est pour cette raison que la case correspondante dans la table 5.8 n'est pas renseignée. En ce qui concerne la mesure de l'orientation et de la vitesse angulaire, afin de se rapprocher de la configuration matérielle de la plateforme finale, les signaux exploités sont ceux issus de la centrale inertielle.

### 5.2.3 Résultats des essais expérimentaux avec la version préliminaire

Les performances de la commande hiérarchique sont donc évaluées de façon expérimentale sur le GLMAV représenté par la figure 5.3(a). Tout comme lors des simulations, l'évaluation est réalisée sur la capacité de la commande à garantir la bonne exécution d'une manœuvre de poursuite de position, tout en maintenant une orientation constante autour du lacet. La trajectoire de référence est également constituée d'une succession d'échelons, mais cette fois-ci seulement dans le plan horizontal. En effet, la masse du drone ayant augmentée avec l'ajout des arceaux de protection, les moteurs ne sont plus assez puissants pour permettre des mouvements verticaux de grande amplitude. De plus, la valeur des paramètres de commande  $k_{\delta_1}$ ,  $k_{\delta_2}$ ,  $k_{\varepsilon_1}$  et  $k_{\varepsilon_2}$  a été fortement modifiée afin de mieux adhérer à la réalité. En effet, il a été constaté que les gains de commande relatifs à l'orientation du drone devaient être conséquents pour que l'action des servomoteurs soit efficace. Par ailleurs, certains de ces paramètres ne sont plus de simples scalaires, mais des matrices  $3 \times 3$  diagonales permettant de pondérer chaque axe de l'espace de manière indépendante. Ces nouveaux paramètres sont donnés par :

$$k_{\delta_1} = 1, \quad k_{\delta_2} = 1, \quad k_{\varepsilon_1} = \begin{bmatrix} 45 & 0 & 0 \\ 0 & 45 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \quad \text{et} : \quad k_{\varepsilon_2} = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}. \quad (5.3)$$

La réponse temporelle du système en boucle fermée par rapport à la trajectoire de référence est donnée par la figure 5.4 pour la position, par la figure 5.5 pour la vitesse de translation, par la figure 5.6 pour l'orientation et par la figure 5.7 pour la vitesse angulaire.

Comme cela était attendu, le comportement du système réel est moins bon que celui obtenu lors des simulations numériques. Cette dégradation des performances est certainement due aux incertitudes de modélisation, notamment du point de vue de l'aérodynamique, et aux divers bruits de mesure. Cette perte d'efficacité est surtout visible sur la courbe de l'orientation autour du lacet où il est clair que la commande ne parvient pas à maintenir le cap du drone constant. Une raison à cette diminution de performance pourrait être la présence d'une forte dérive dans la mesure des mouvements autour du lacet au niveau de la centrale inertielle. D'autre part, le comportement affiché du drone dans le plan horizontal montre une bonne corrélation avec les simulations, présentant néanmoins un faible retard. Globalement, les performances de l'algorithme de commande hiérarchique sont très satisfaisantes pour des essais préliminaires.

Ces résultats sont encourageants, mais ils sont à relativiser car ils ont été réalisés dans un environnement maîtrisé, avec la position et la vitesse données de façon fiable par un système auxiliaire. Cependant, à terme, seuls les signaux issus de la centrale inertielle devront être utilisés. La précision GPS proposée par la centrale limitera alors très fortement les performances de la commande en position (voir la table 5.8). Deux pistes d'étude peuvent alors être choisies pour remédier à cette situation, la première concernant un changement de variable de poursuite.

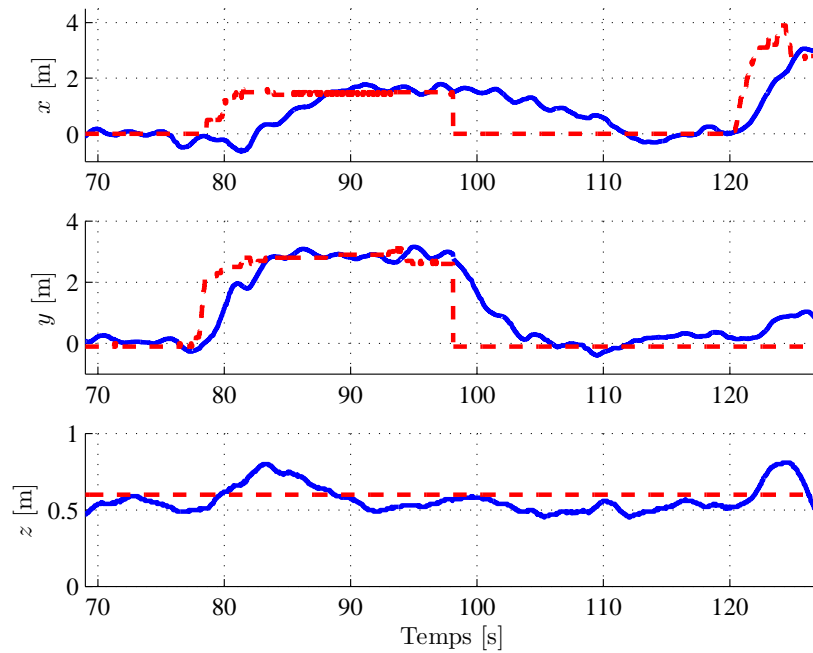


FIGURE 5.4 – Positions  $x$ ,  $y$  et  $z$  (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) avec le prototype du GLMAV

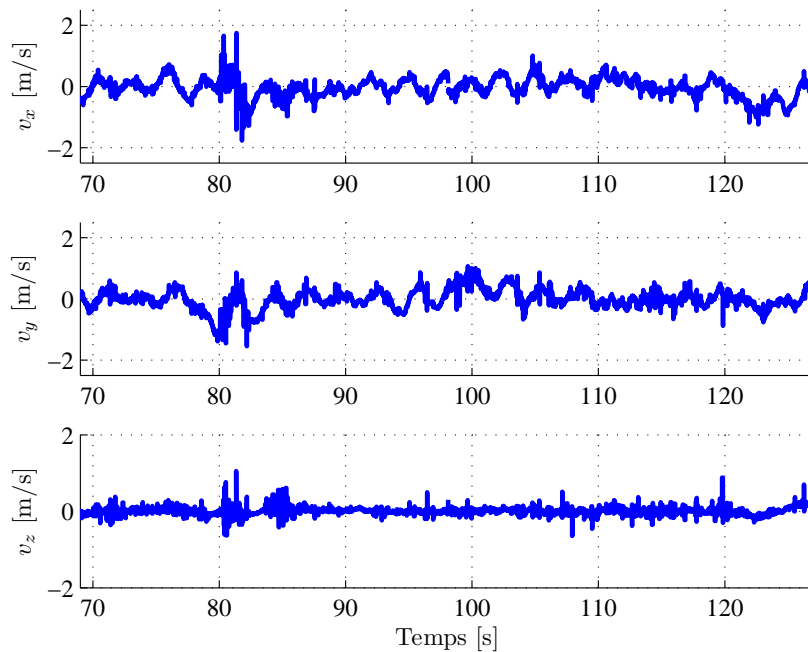


FIGURE 5.5 – Vitesses  $v_x$ ,  $v_y$  et  $v_z$  avec le prototype du GLMAV

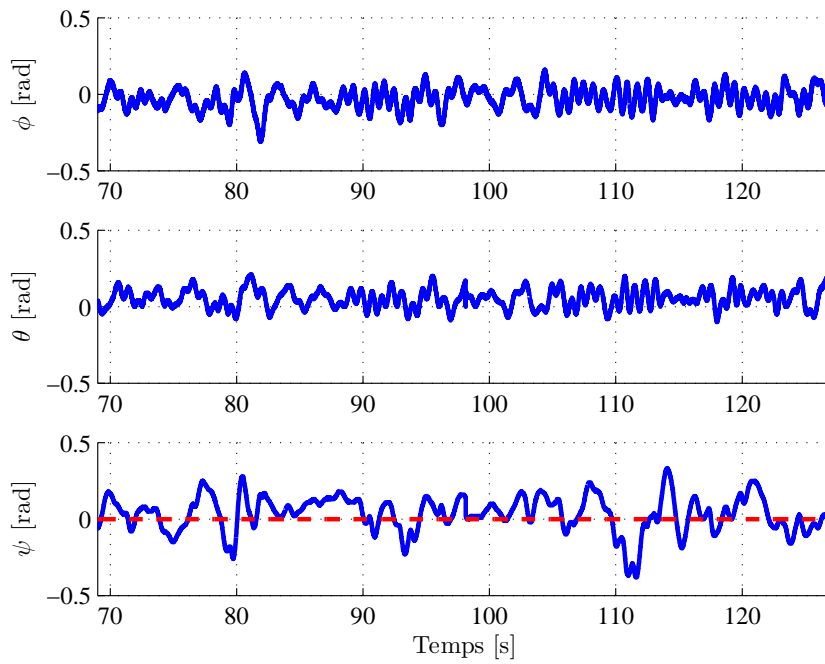


FIGURE 5.6 – Angles  $\phi$ ,  $\theta$  et  $\psi$  (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) avec le prototype du GLMAV

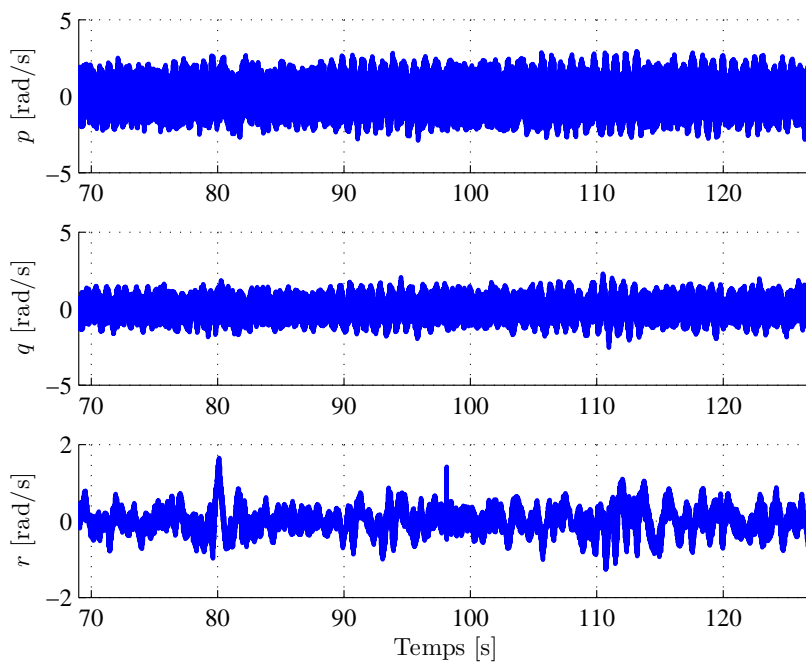


FIGURE 5.7 – Vitesses angulaires  $p$ ,  $q$  et  $r$  avec le prototype du GLMAV

En effet, la mesure de la vitesse étant plus précise que la mesure de la position, une solution serait de modifier l'algorithme de commande afin qu'une poursuite de vitesse soit réalisée. La loi de commande étant conçue par backstepping, une telle modification serait relativement simple à effectuer. Une solution alternative consiste à développer des techniques de filtrage, différentes de celles de la centrale inertielle, permettant de reconstruire l'état du drone de façon plus précise. C'est là tout l'enjeu de la section 5.4.

### 5.3 Essais expérimentaux avec la plateforme finale

Avant de présenter la solution de filtrage, cette section présente les résultats des premiers essais expérimentaux réalisés en septembre 2013 dans les locaux de l'Institut de recherches de Saint-Louis avec la plateforme finale du GLMAV. L'ISL n'étant pas équipé d'un système de capture de mouvements pour la restitution de la position, seule la boucle de commande relative à l'orientation du drone fut testée.

#### 5.3.1 Principales différences avec la version préliminaire

Comme annoncé précédemment, la version du GLMAV sur laquelle ont été réalisés les premiers essais expérimentaux diffère de la plateforme finale sur bien des aspects. Cette dernière, représentée par les photographies de la figure 5.8, fut intégralement réalisée par l'ISL, depuis les études préliminaires jusqu'à son assemblage, en passant par le choix des composants et des matériaux. Afin de ne pas avoir à faire face aux problèmes logiciels rencontrés avec la version préliminaire du GLMAV (interfaçage, filtrage, communication ...), l'électronique embarquée est restée inchangée. En revanche, d'un point de vue mécanique, la plateforme finale du GLMAV est plus grande d'une bonne dizaine de centimètres et presque quatre fois plus lourde. Afin que le drone soit pleinement opérationnel, les ingénieurs de l'ISL ont dimensionné les moteurs, les servomoteurs et la surface des pales tels que les vibrations et les contraintes mécaniques soient minimisées.

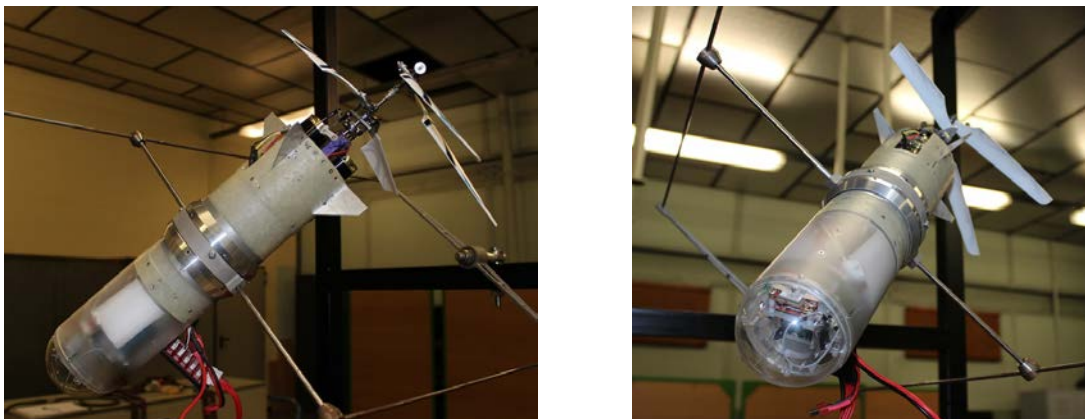


FIGURE 5.8 – La plateforme finale du GLMAV

De plus, le GLMAV étant un drone d'observation, une caméra a été installée sous le drone,

en lieu et place du capteur à ultrasons. Cette caméra, de distance focale 3.6 mm, est munie d'un prisme permettant d'observer simultanément et sur un même écran ce qui se passe à la verticale du drone et sur une fraction de son plan horizontal. Pour des raisons balistiques, et également pour ne pas exposer la caméra, une coque sphérique transparente a été installée sous le drone. La figure 5.9 montre le concept de la caméra munie du prisme et son conditionnement dans la plateforme finale du GLMAV.

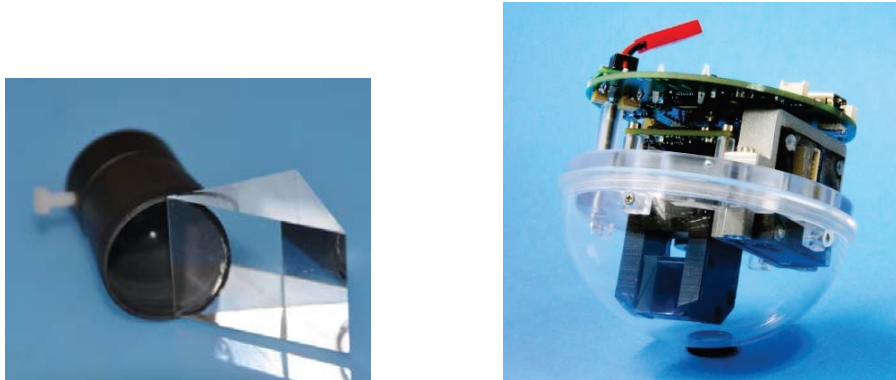


FIGURE 5.9 – Le système optique embarqué dans le GLMAV

Du point de vue de la commande, la différence majeure vient de la nouvelle position de la centrale inertielle. En effet, cette dernière, initialement proche du centre de gravité du véhicule, a été déplacée à l'extrémité inférieure du drone et déportée de son axe de rotation autour du lacet. Il s'agit de l'élément gris visible sur la figure 5.9, à droite du système optique. Par conséquent, toutes les mesures de position, de vitesse, d'orientation et de vitesse angulaire devront être transformées afin qu'elles soient exprimées au centre de gravité de l'appareil. Cela suppose que le vecteur entre la centrale inertielle et le centre de gravité du drone est connu, ce qui n'était pas le cas lors de ces essais.

Au final, les deux versions du GLMAV étant totalement différentes, la valeur des différents paramètres physiques du GLMAV donnée initialement par la table 2.1 a changé. Désormais, ces paramètres sont donnés par la table 5.9.

### 5.3.2 Résultats des essais expérimentaux avec la plateforme finale

Les premiers essais réalisés avec la plateforme finale du GLMAV en septembre 2013 ont en réalité soulevé plus de nouvelles problématiques qu'ils n'ont apporté de résultats concrets. Ces problématiques sont aussi bien matérielles que logicielles et concernent principalement les batteries et les actionneurs installés à bord de l'appareil. Avant de détailler davantage ces problématiques, les conditions dans lesquelles ont été exécutés ces essais sont présentées.

Pour effectuer ces expériences sans danger, la plateforme finale du GLMAV fut placée dans une structure bloquant les translations, mais autorisant toutes les rotations. Cette structure, appelée rotule, est partiellement visible sur les photographies de la figure 5.8. Les consignes d'orientation en roulis et en tangage, normalement données par la boucle de commande relative

Paramètre	Valeur	Unité
$m$	1.050	kg
$I_{xx}$	$1.082 \times 10^{-2}$	kg.m <sup>2</sup>
$I_{yy}$	$1.082 \times 10^{-2}$	kg.m <sup>2</sup>
$I_{zz}$	$7.464 \times 10^{-4}$	kg.m <sup>2</sup>
$\alpha$	$-1.8728 \times 10^{-5}$	N.rad <sup>-2</sup> .s <sup>-2</sup>
$\beta$	$-2.4865 \times 10^{-5}$	N.rad <sup>-2</sup> .s <sup>-2</sup>
$\gamma_1$	$7.2897 \times 10^{-5}$	N.m.rad <sup>-2</sup> .s <sup>-2</sup>
$\gamma_2$	$-6.0216 \times 10^{-5}$	N.m.rad <sup>-2</sup> .s <sup>-2</sup>
$d$	0.14	m

TABLE 5.9 – Paramètres physiques de la plateforme finale GLMAV

à la translation, furent envoyées au drone par télécommande, de même que la consigne en lacet. Enfin, la vitesse de rotation choisie pour les rotors correspondait à celle nécessaire au vol stationnaire. Les performances du système étaient alors évaluées sur sa capacité à garantir la bonne exécution d'une manœuvre de poursuite d'orientation.

Les premières manipulations sur le véhicule ont révélé la présence d'une forte erreur statique, aussi bien sur l'orientation autour du roulis que celle autour du tangage. De ce fait, avant de penser à un mauvais fonctionnement matériel ou logiciel de la plateforme, un effet intégral a été ajouté au niveau du signal de commande. En reprenant le processus de synthèse de la commande hiérarchique, l'ajout d'un effet intégral sur l'orientation se caractérise par la modification de quelques équations<sup>22</sup>. Au final, l'expression de l'entrée réelle du système  $\tau$  est désormais donnée par :

$$\tau = \Omega_{\times} J \Omega + J Q_{\eta}^{-1} \left( -\dot{Q}_{\eta} (\Omega - \Omega_{ref}) + Q_{\eta} \dot{\Omega}_{ref} - \varepsilon_1 - k_{\varepsilon_2} \varepsilon_2 \right) \quad (5.4)$$

avec :

$$Q_{\eta} \Omega_{ref} = -k_{\varepsilon_1} \varepsilon_1 + \dot{\eta}_{ref} - k_I \varkappa \quad \text{et :} \quad \dot{\varkappa} = \varepsilon_1 = \eta - \eta_{ref}. \quad (5.5)$$

Pour certaines configurations du drone liées à son orientation autour du lacet, l'effet de l'intégrateur est immédiat et bien visible. En revanche, pour d'autres, l'erreur statique sur le roulis et le tangage demeure. Après une analyse des différents relevés, il s'avère que, dans ces situations, les rotors ne tournent pas à la vitesse à laquelle ils devraient tourner. L'erreur statique sur l'orientation de l'appareil est alors naturellement engendrée par l'erreur statique sur la vitesse de rotation des rotors. Cette dernière aurait pu être causée par les limitations physiques de la batterie. En effet, plus la vitesse de rotation des rotors est élevée, plus la charge mécanique inertielle sur les rotors est élevée et plus la puissance nécessaire est importante. Cet appel de puissance, s'il est trop important, n'est alors plus supporté par la batterie. Cependant, même en connectant le drone à une alimentation électrique externe, l'erreur statique sur le roulis et le tangage demeurerait. Les regards se sont alors tournés vers un problème logiciel, encore sous investigation aujourd'hui.

22. Voir le détail du calcul en annexe C.1.

La problématique liée à la puissance fournie par la batterie reste toutefois à considérer, surtout dans le cas où un mouvement rapide serait à réaliser dans le plan vertical. Dans ce cas, étant donné les caractéristiques physiques du GLMAV, la consigne de vitesse envoyée aux moteurs pourrait demander trop de puissance à la batterie, qui ne la suivrait pas. Afin de garantir une certaine marge de manœuvre, plusieurs solutions pourraient être mis en œuvre mais leur réalisation est très difficile. Une première solution, et certainement la meilleure, serait d'alléger le véhicule de quelques dizaines de grammes. Cependant, les éléments embarqués à bord du GLMAV sont tous essentiels à son bon fonctionnement et ont été sélectionnés avec soin. Il est donc quasiment impossible de réaliser cette solution. Pire encore, la plateforme utilisée pour ces essais n'était pas complète étant donné qu'il manquait le dispositif optique de la figure 5.9 et le dispositif d'éjection des rotors lors de la phase de transition. Une seconde solution serait de remplacer la batterie par un modèle plus performant ou les moteurs par un modèle plus puissant. Toutefois, cette possibilité n'est pas envisageable car l'augmentation des performances ou de la puissance est très souvent synonyme d'augmentation de la masse et du volume. Une troisième solution, qui rejoint l'idée de la première, serait d'utiliser des matériaux plus légers au niveau de la coque et des pales, ce qui permettrait de diminuer la charge mécanique inertielle des rotors. Du point de vue de la résistance des matériaux, cette solution pourrait probablement poser problème. En effet, pour un prix équivalent, un matériau plus léger est certainement plus fragile, ce qui est totalement inconcevable vu le mode de propulsion du projectile. La recherche de solutions, aussi bien matérielles que logicielles, est toujours en cours.

Un autre phénomène survenu lors des manipulations sur le véhicule concernait quant à lui les servomoteurs du GLMAV. Pour rappel, ces appareils, dont des exemplaires sont représentés à la figure 5.10, servent à orienter le plateau cyclique du drone pour lui permettre de se déplacer dans le plan horizontal. Au repos, c'est-à-dire quand le rotor inférieur est à l'horizontale, les biellettes des servomoteurs sont également à l'horizontale. Pour incliner le plateau cyclique dans un sens ou dans l'autre, et donc se déplacer dans un sens ou dans l'autre, le servomoteur est actionné et la biellette monte ou descend. Seulement, un problème d'usinage sur une des pièces du plateau cyclique faisait que ce dernier se bloquait dans sa course lorsqu'une inclinaison particulière lui était demandée. Par conséquent, les servomoteurs n'ayant pas atteint leur position de référence, la rotation de leur arbre forçait dans l'orifice des biellettes, décalant d'une dent la configuration initiale. De ce fait, lorsque le servomoteur revenait à sa position de repos, la biellette n'était plus parfaitement horizontale, engendrant de ce fait des mouvements parasites. Ce soucis fut résolu en modifiant et en lubrifiant le mécanisme du plateau cyclique.



FIGURE 5.10 – Exemple de servomoteurs avec biellette et arbre à roue dentée

Une fois ces premières problématiques bien identifiées et résolues, d'autres vont certainement



apparaître lors de futures manipulations. Quoi qu'il en soit, les essais sur la plateforme finale du GLMAV sont toujours en cours.

## 5.4 Estimation de l'état du système

L'objectif de cette section est de proposer une solution d'estimation de l'état du système alternative au filtre de Kalman présent dans la centrale inertielle embarquée à bord du GLMAV. Cette solution repose sur les techniques de filtrage complémentaire dans l'espace des matrices orthogonales  $SO(3)$  développées par [216]. Le principe de ce filtrage consiste à fusionner les mesures d'un capteur extéroceptif de faible bande passante avec celles d'un capteur proprioceptif de bande passante élevée. En effet, entre une mesure proprioceptive dérivant au cours du temps et une mesure extéroceptive bruitée, il est indispensable de trouver un bon compromis pour obtenir une estimation juste de l'état. Ces estimations seront réalisées malgré la présence de biais dans les mesures proprioceptives, à savoir celles issues des accéléromètres et des gyroscopes. Les méthodes développées dans cette section ont fait l'objet d'une publication, à savoir [217].

### 5.4.1 Estimation de l'état du drone

Dans cette première partie, un observateur non linéaire de l'état du GLMAV est développé en supposant que les données suivantes sont accessibles :

- une mesure de la vitesse  $v$  donnée par la centrale inertielle :  $v_m$  ;
- une mesure de l'accélération  $a$  donnée par les accéléromètres, à laquelle il faut soustraire la gravité et corrompue par un biais  $b_a$  :  $a_m = a - gR_\eta^T e_3 + b_a$  ;
- une mesure de la matrice d'orientation  $R_\eta$  donnée par la centrale inertielle :  $R_{\eta_m}$  ;
- une mesure de la vitesse angulaire  $\Omega$  donnée par les gyroscopes, corrompue par un biais  $b_\Omega$  :  $\Omega_m = \Omega + b_\Omega$ .

**Théorème 5.4.1** *Soit le système cinématique décrit par :*

$$\begin{aligned}\dot{v} &= R_\eta a \\ \dot{R}_\eta &= R_\eta \Omega_\times\end{aligned}\tag{5.6}$$

avec les différentes mesures telles que :

$$\begin{aligned}v_m &\approx v \\ a_m &\approx a - gR_\eta^T e_3 + b_a \\ R_{\eta_m} &\approx R_\eta \\ \Omega_m &\approx \Omega + b_\Omega\end{aligned}\tag{5.7}$$

où  $b_a$  et  $b_\Omega$  sont des éléments inconnus, mais constants. Soient également  $\hat{v}$ ,  $\hat{R}_\eta$ ,  $\hat{b}_a$  et  $\hat{b}_\Omega$  les estimations de  $v$ ,  $R_\eta$ ,  $b_a$  et  $b_\Omega$ , respectivement. En introduisant les différentes erreurs d'estimation telles que :

$$\tilde{v} = v - \hat{v}\tag{5.8}$$

$$\tilde{R}_\eta = \hat{R}_\eta^T R_\eta\tag{5.9}$$

$$\tilde{b}_a = b_a - \hat{b}_a \quad (5.10)$$

$$\tilde{b}_\Omega = b_\Omega - \hat{b}_\Omega \quad (5.11)$$

le filtre défini par :

$$\dot{\tilde{v}} = \hat{R}_\eta (a_m - \hat{b}_a) + g e_3 + k_v \tilde{v} \quad (5.12)$$

$$\dot{\hat{R}}_\eta = \hat{R}_\eta \hat{\Omega}_\times \quad (5.13)$$

$$\dot{\hat{b}}_a = -k_{b_a} \hat{R}_\eta^T \tilde{v} \quad (5.14)$$

$$\dot{\hat{b}}_\Omega^\times = -k_{b_\Omega} \mathcal{P}_a (\tilde{R}_\eta) \quad (5.15)$$

où :

$$\hat{\Omega} = \Omega_m - \hat{b}_\Omega + \omega \quad \text{avec :} \quad \omega_\times = k_{R_\eta} \mathcal{P}_a (\tilde{R}_\eta),$$

garantit la convergence de  $\tilde{v}$ ,  $\tilde{b}_a$  et  $\tilde{b}_\Omega$  vers 0 et celle de  $\tilde{R}_\eta$  vers  $I_3$  pour  $k_v, k_{b_a}, k_{b_\Omega}, k_{R_\eta} > 0$ .

Dans le théorème précédent, le terme  $\mathcal{P}_a(H)$  représente le projecteur antisymétrique de la matrice  $H \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  défini par :

$$\mathcal{P}_a(H) = \frac{1}{2} (H - H^T).$$

**Démonstration** La convergence exponentielle de  $\tilde{R}_\eta$  vers  $I_3$  et de  $\tilde{b}_\Omega$  vers 0 est assurée par les propriétés des filtres complémentaires non linéaires dans l'espace des matrices orthogonales  $SO(3)$  données dans [216]. La démonstration de la convergence de la partie liée à la translation est quant à elle réalisée par backstepping. Soit une première fonction de Lyapunov définie par :

$$S_1 = \frac{1}{2} \|\tilde{v}\|^2, \quad (5.16)$$

dont la dérivée temporelle est donnée par :

$$\dot{S}_1 = \tilde{v}^T \dot{\tilde{v}}. \quad (5.17)$$

A partir des équations (5.8), (5.6) et (5.12), le terme  $\dot{\tilde{v}}$  dans (5.17) s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{v}} &= \dot{v} - \dot{\hat{v}} \\ \dot{\tilde{v}} &= R_\eta a - \left( \hat{R}_\eta (a_m - \hat{b}_a) + g e_3 + k_v \tilde{v} \right) \\ \dot{\tilde{v}} &= \left( R_\eta - \hat{R}_\eta \right) a - g \left( I_3 - \hat{R}_\eta R_\eta^T \right) e_3 - \hat{R}_\eta \tilde{b}_a - k_v \tilde{v} \\ \dot{\tilde{v}} &= \chi_{\tilde{R}_\eta} - \hat{R}_\eta \tilde{b}_a - k_v \tilde{v} \\ \dot{\tilde{v}} &= \chi_{\tilde{R}_\eta} - \tilde{\Lambda}_{b_a} - k_v \tilde{v} \end{aligned} \quad (5.18)$$

avec :

$$\chi_{\tilde{R}_\eta} = \left( R_\eta - \hat{R}_\eta \right) a - g \left( I_3 - \hat{R}_\eta R_\eta^T \right) e_3 \quad (5.19)$$

$$\tilde{\Lambda}_{b_a} = \hat{R}_\eta \tilde{b}_a \quad (5.20)$$

Par conséquent, l'expression de la dérivée de la fonction de Lyapunov  $S_1$  est :

$$\dot{S}_1 = -k_v \|\tilde{v}\|^2 + \tilde{v}^T \left( \chi_{\tilde{R}_\eta} - \tilde{\Lambda}_{b_a} \right). \quad (5.21)$$

Le terme  $\chi_{\tilde{R}_\eta}$  est un terme perturbateur qui converge vers 0 lorsque l'erreur d'estimation  $\tilde{R}_\eta$  converge vers la matrice identité  $I_3$ . De plus, il apparaît dans  $\dot{S}_1$  l'expression de l'erreur d'estimation du biais des accéléromètres  $b_a$  que le filtre  $\hat{b}_a$  doit neutraliser. Dans ce but, une seconde fonction de Lyapunov est définie telle que :

$$S_2 = S_1 + \frac{1}{2} \frac{1}{k_{b_a}} \left\| \tilde{\Lambda}_{b_a} \right\|^2 \quad (5.22)$$

et admettant comme première dérivée temporelle :

$$\dot{S}_2 = -k_v \|\tilde{v}\|^2 + \tilde{v}^T \left( \chi_{\tilde{R}_\eta} - \tilde{\Lambda}_{b_a} \right) + \frac{1}{k_{b_a}} \tilde{\Lambda}_{b_a}^T \dot{\tilde{\Lambda}}_{b_a}. \quad (5.23)$$

Le biais des accéléromètres  $b_a$  étant supposé constant, la dérivée de  $\tilde{\Lambda}_{b_a}$  est donnée par :

$$\dot{\tilde{\Lambda}}_{b_a} = \dot{\hat{R}}_\eta \tilde{b}_a + \hat{R}_\eta \dot{\tilde{b}}_a = \dot{\hat{R}}_\eta \tilde{b}_a + \hat{R}_\eta \left( \dot{b}_a - \dot{\hat{b}}_a \right) = \hat{R}_\eta \hat{\Omega}_\times \tilde{b}_a - \hat{R}_\eta \dot{\hat{b}}_a. \quad (5.24)$$

D'après la propriété des matrices antisymétriques avançant que  $\hat{R}_\eta \hat{\Omega}_\times \hat{R}_\eta^T = \left( \hat{R}_\eta \hat{\Omega} \right)_\times$ , il est clair que  $\hat{R}_\eta \hat{\Omega}_\times \tilde{b}_a = \left( \hat{R}_\eta \hat{\Omega} \right)_\times \tilde{\Lambda}_{b_a}$ . Ainsi, l'équation (5.24) peut s'écrire de la façon suivante :

$$\dot{\tilde{\Lambda}}_{b_a} = \left( \hat{R}_\eta \hat{\Omega} \right)_\times \tilde{\Lambda}_{b_a} - \hat{R}_\eta \dot{\hat{b}}_a. \quad (5.25)$$

Par conséquent, l'expression de la dérivée de la seconde fonction de Lyapunov est :

$$\begin{aligned} \dot{S}_2 &= -k_v \|\tilde{v}\|^2 + \tilde{v}^T \left( \chi_{\tilde{R}_\eta} - \tilde{\Lambda}_{b_a} \right) - \frac{1}{k_{b_a}} \tilde{\Lambda}_{b_a}^T \hat{R}_\eta \dot{\hat{b}}_a \\ \dot{S}_2 &= -k_v \|\tilde{v}\|^2 + \tilde{v}^T \chi_{\tilde{R}_\eta} - \tilde{\Lambda}_{b_a}^T \left( \tilde{v} + \frac{1}{k_{b_a}} \hat{R}_\eta \dot{\hat{b}}_a \right) \end{aligned} \quad (5.26)$$

Le filtre adaptatif pour l'estimation du biais sur les accéléromètres est alors choisi comme  $\dot{\hat{b}}_a = -k_{b_a} \hat{R}_\eta^T \tilde{v}$ , tel que l'équation (5.26) puisse s'écrire :

$$\dot{S}_2 = -k_v \|\tilde{v}\|^2 + \tilde{v}^T \chi_{\tilde{R}_\eta}. \quad (5.27)$$

En utilisant l'inégalité de Cauchy - Schwarz sur le produit scalaire, il est certain que :

$$\dot{S}_2 \leq - \left( k_v \|\tilde{v}\| - \left\| \chi_{\tilde{R}_\eta} \right\| \right) \|\tilde{v}\|. \quad (5.28)$$

A l'extérieur d'un domaine compact  $\mathcal{S}$  défini par  $\|\tilde{v}\| \leq \frac{1}{k_v} \left\| \chi_{\tilde{R}_\eta} \right\|$ , la dérivée temporelle de  $S_2$  est négative. Par ailleurs, comme  $\tilde{R}_\eta$  converge exponentiellement vers  $I_3$ ,  $\chi_{\tilde{R}_\eta}$  converge vers 0 de façon également exponentielle. Ce phénomène a pour effet de restreindre le domaine compact  $\mathcal{S}$  autour de l'origine, impliquant la convergence de  $\tilde{v}$  et de ses dérivées vers 0. L'application du principe d'invariance de LaSalle garantit alors la convergence de l'erreur  $\tilde{\Lambda}_{b_a}$  vers le plus grand ensemble positivement invariant vérifiant  $\dot{S}_2 = 0$ . D'après l'expression de  $\tilde{v}$  donnée par (5.18), il est certain que  $\tilde{\Lambda}_{b_a}$  converge vers zéro, impliquant naturellement la convergence de l'erreur d'estimation du biais des accéléromètres vers zéro.

Le contenu du théorème précédent peut être surprenant car il fournit une estimation de la vitesse et de l'orientation du véhicule alors qu'elles sont toutes les deux disponibles. La justification d'une telle démarche est que ces estimations, et plus particulièrement les erreurs d'estimation, sont indispensables à la reconstruction des biais des accéléromètres et des gyroscopes.

### 5.4.2 Simulations numériques

Les performances de l'observateur sont maintenant évaluées en simulation sur le système en boucle fermée similaire à celui des essais expérimentaux, c'est-à-dire avec la commande hiérarchique sans l'identification des perturbations externes. L'évaluation réalisée est toujours identique à celle effectuée lors de l'analyse des performances des algorithmes de commande des chapitres précédents. La valeur des paramètres de commande  $k_{\delta_1}$ ,  $k_{\delta_2}$ ,  $k_{\varepsilon_1}$  et  $k_{\varepsilon_2}$  est également la même que précédemment. La valeur des paramètres d'observation pour  $k_v$ ,  $k_{b_a}$ ,  $k_{b_\Omega}$  et  $k_{R_\eta}$  est quant à elle donnée par :

$$k_v = 1, \quad k_{b_a} = 0.25, \quad k_{b_\Omega} = 2 \quad \text{et :} \quad k_{R_\eta} = 3. \quad (5.29)$$

Cependant, contrairement aux simulations précédentes, des biais de mesure constants ou variant lentement dans le temps ont été ajoutés sur les signaux issus des accéléromètres et des gyroscopes. De plus, le signal utilisé pour la mesure de position est issu de l'intégration de l'estimation de la vitesse  $\hat{v}$ .

La réponse temporelle du système en boucle fermée par rapport à la trajectoire de référence est donnée par la figure 5.11 pour la position, et par la figure 5.12 pour l'orientation. Les entrées de commande du système sont quant à elles représentées par la figure 5.13 pour les vitesses de rotation des rotors, et par la figure 5.14 pour les angles d'inclinaison du plateau cyclique. L'estimation des biais des accéléromètres et des gyroscopes est quant à elle représentée par la figure 5.15.

Sur la base de ces résultats, les performances du système en boucle fermée sont similaires à celle obtenues dans les chapitres précédents, sans les biais sur les signaux des accéléromètres et des gyroscopes. Cela signifie donc que le filtre pour l'estimation des biais sur les accéléromètres  $b_a$  et sur les gyroscopes  $b_\Omega$  est très efficace. En outre, bien que la démonstration de la stabilité et de la convergence de cette approche n'ait été faite que pour des biais constants, les résultats de simulation illustrent qu'elle est également efficace pour des biais variant dans une certaine mesure. Par ailleurs, la figure 5.16 montre que le signal de position, bien qu'il soit issu d'un processus d'intégration, est relativement proche de sa valeur réelle et donc parfaitement exploitable. Cependant, aucun résultat mathématique ne garantit ce bon comportement.

En conclusion, la technique de filtrage proposée dans cette section permet d'obtenir une estimation relativement juste de l'état, malgré la présence de biais dans les mesures proprioceptives. Le problème des biais sur les mesures issues des accéléromètres et des gyroscopes est donc résolu, mais pas celui des bruits de mesure. Par conséquent, une utilisation de ce filtre en collaboration avec un filtre de Kalman, ou l'une de ses extensions, est à envisager.

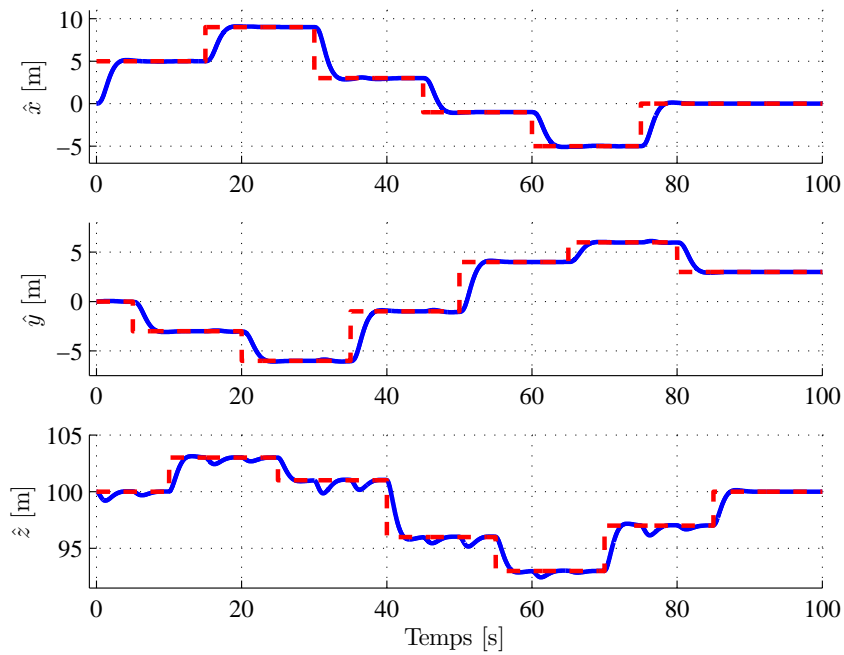


FIGURE 5.11 – Positions  $x$ ,  $y$  et  $z$  (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) avec la fusion de données

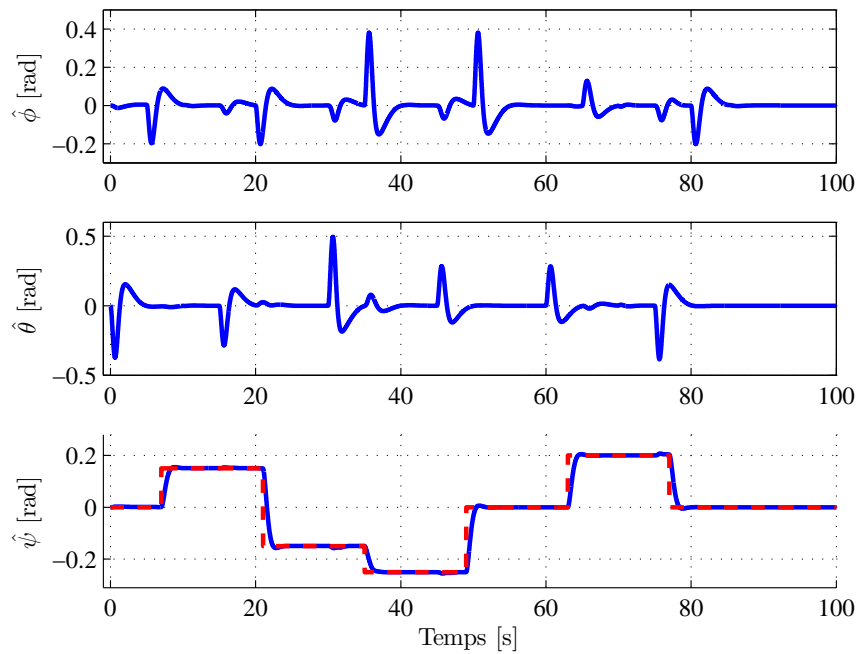
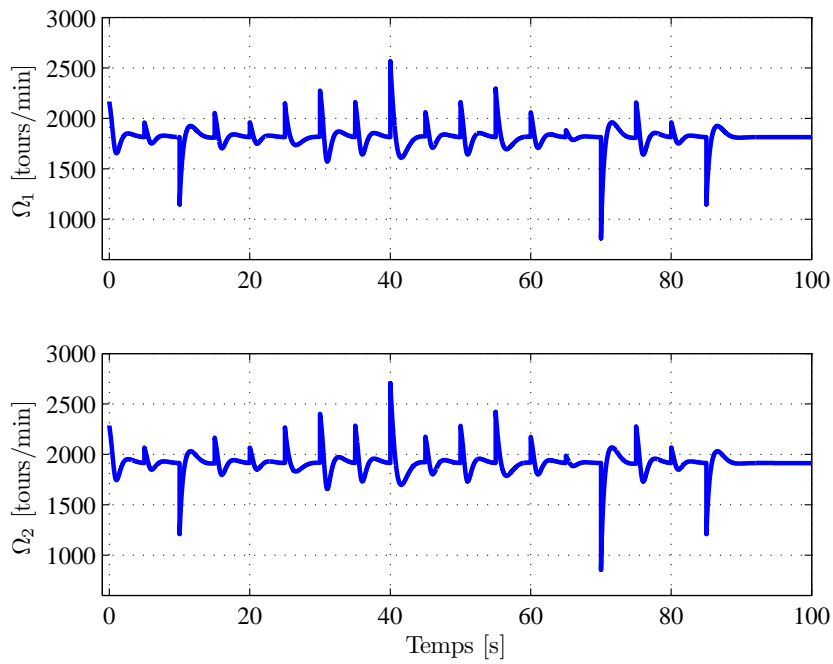
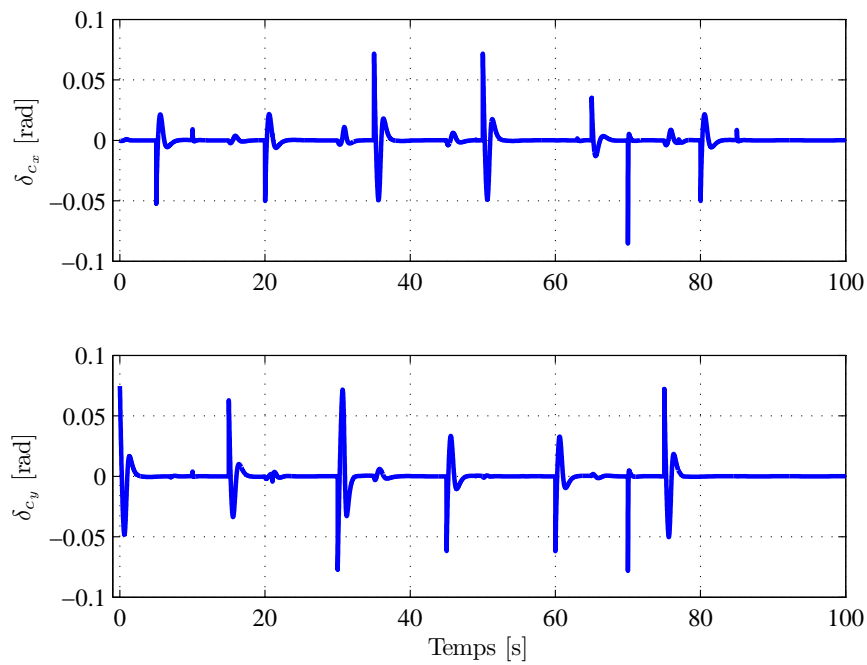


FIGURE 5.12 – Angles  $\phi$ ,  $\theta$  et  $\psi$  (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) avec la fusion de données

FIGURE 5.13 – Vitesses de rotation  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  des rotors avec la fusion de donnéesFIGURE 5.14 – Angles d'inclinaison  $\delta_{c_x}$  et  $\delta_{c_y}$  du plateau cyclique avec la fusion de données

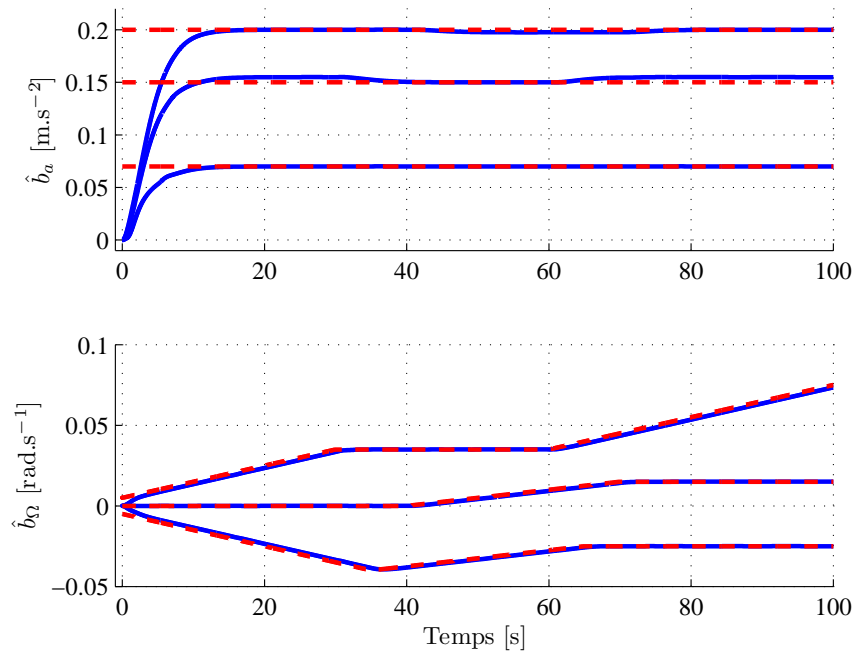


FIGURE 5.15 – Estimation des biais des capteurs  $\hat{b}_a$  et  $\hat{b}_\Omega$  (ligne continue) et leur référence (ligne pointillée) avec la fusion de données

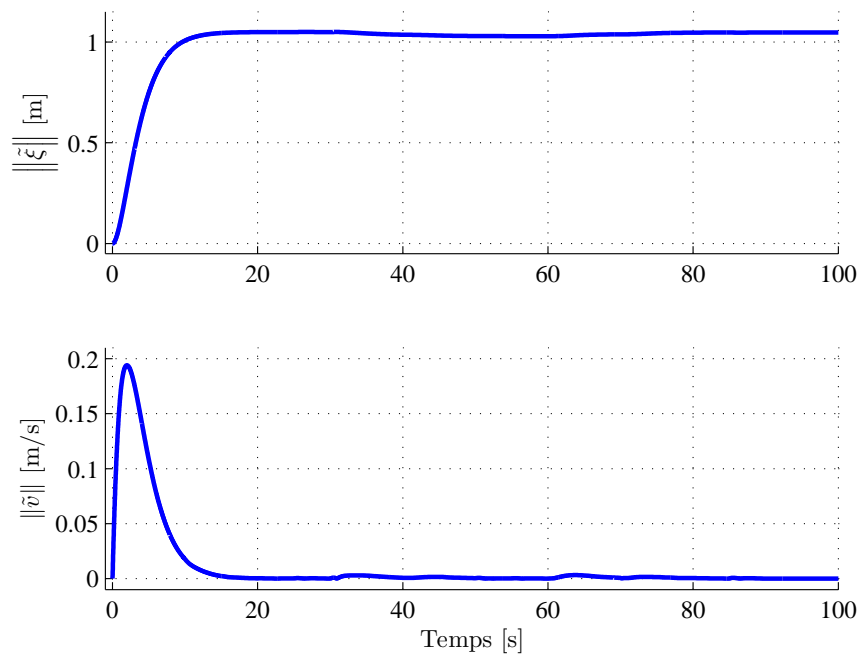


FIGURE 5.16 – Évolution de la norme de l'erreur d'estimation de la position  $\|\tilde{\xi}\|$  et celle de la vitesse  $\|\tilde{v}\|$  avec la fusion de données

## 5.5 Conclusion

Dans ce chapitre, plusieurs aspects liés à l'implémentation d'un algorithme de commande sur un système réel ont été passés en revue. Dans un premier temps, la robustesse de l'approche de commande sélectionnée, à savoir la commande hiérarchique, a été analysée en simulation en plaçant l'appareil dans des configurations extrêmes. Cette analyse est importante car elle permet de quantifier la marge de manœuvre disponible lors du passage de la simulation numérique à la manipulation du système réel. Dans une seconde partie, les performances de l'approche de commande ont été évaluées sur le prototype du drone, dans un environnement stable et maîtrisé. Il a été montré que, si tous les signaux relatifs à l'état du véhicule sont disponibles et suffisamment précis, l'appareil peut suivre une trajectoire donnée. Cependant, consécutivement aux trop peu nombreuses campagnes de mesures, ces performances n'ont pas pu être établies pour la plateforme finale du GLMAV. La dernière partie de la thèse est consacrée à la présentation d'une technique de filtrage permettant théoriquement de restituer les informations concernant l'état du véhicule. Les résultats de simulation proposés dans ce chapitre montrent en effet les capacités de cette structure d'estimation. Toutefois, bien que le système complet fonctionne correctement en simulation, la démonstration de la stabilité de l'association de la commande et de l'observateur reste à faire.



# Conclusion générale

L'objectif des travaux présentés dans ce manuscrit de thèse était de proposer plusieurs stratégies de commande permettant la stabilisation et la navigation autonome d'un drone projectile miniature. Cette problématique était extrêmement enrichissante et formatrice puisque les connaissances nécessaires à sa résolution dépassent largement le cadre de l'automatique. En effet, en plus des éléments de l'automatique, des notions de mécanique du solide et de mécanique des fluides ont été indispensables à la compréhension des phénomènes en jeu lors de l'utilisation de drones à voilure tournante. De plus, les travaux de thèse ayant un aspect pratique certain, des compétences en mécanique, en électronique et en traitement du signal étaient également essentielles. Le caractère pluridisciplinaire de ces travaux de recherche représentait pour moi un intérêt majeur, loin des travaux théoriques de certaines thèses.

En plus du fort apport scientifique, ces années de thèse ont représenté une formidable opportunité de nouer des relations durables avec des personnes de tous horizons. En effet, la collaboration entre l'ISL, l'HEUDIASYC et le CRAN, les différentes conférences, les nombreuses formations et les activités d'enseignement au département QLIO (pour Qualité, Logistique Industrielle et Organisation) de l'IUT Nancy-Brabois se sont révélés être des événements incroyablement fédérateurs.

En quelques mots, les travaux de recherche entrepris dans cette thèse s'articulent principalement autour de la modélisation et de la commande, aussi bien linéaire que non linéaire, des véhicules à rotors coaxiaux. Des travaux d'observation de l'état du véhicule ont également été esquissés afin de pallier à l'imprécision de la mesure de position de la centrale inertielle. Les méthodes relatives à l'identification des paramètres inhérents à la modélisation dynamique du GLMAV ne sont pas développées dans ce manuscrit car elles sont le fruit d'un travail précédent [181]. Bien que les résultats issus de la thèse soient globalement satisfaisants, certains problèmes restent toutefois ouverts.

## Travaux sur la modélisation

Avant de traiter le problème de la commande, il était indispensable de construire un modèle de la dynamique de translation et de rotation du GLMAV. La difficulté dans le développement de ce modèle résidait dans le fait qu'il devait être suffisamment riche afin de simuler le comportement du drone avec précision, mais également suffisamment simple pour la synthèse d'algorithmes de commande. Au final, ce modèle a été obtenu en utilisant les équations de la physique et en caractérisant certains phénomènes aérodynamiques, tels que la génération des forces et des couples au niveau des rotors et les différentes traînées. Cependant, étant dans l'incapacité de mesurer la vitesse et la direction du vent, ces dernières furent considérées comme des termes

perturbateurs. D'autres éléments, comme l'angle de battement des pales ou l'effet de rafales de vent [218], auraient pu être pris en compte dans le processus de modélisation mais cela aurait fortement augmenté sa complexité. Le système obtenu était alors non linéaire, très sensible aux perturbations aérodynamiques et dont les axes étaient fortement couplés.

Certaines hypothèses relatives au vol stationnaire ont ensuite été proposées afin de simplifier le modèle dynamique complet. Ces simplifications ont permis de s'affranchir de la dynamique des zéros qui, bien qu'elle soit stable dans le cas du GLMAV, n'est pas propice à la synthèse d'algorithmes de commande. De plus, devant les très faibles vitesses de déplacement, les termes perturbateurs furent considérés comme constants ou variant lentement dans le temps. Toutefois, pour des manœuvres dites agressives, ces hypothèses ne sont plus valables et une étude approfondie doit être réalisée, en considérant par exemple un point de fonctionnement différent. Enfin, la dynamique non linéaire du véhicule fut linéarisée autour du vol stationnaire et il a été montré que, pour un angle de lacet nul, elle pouvait être séparée en quatre sous-systèmes indépendants.

## Travaux sur la commande

Durant cette thèse, une dizaine d'approches de commande, aussi bien linéaires que non linéaires, ont été développées et testées en simulation sur le modèle non linéaire complet de la dynamique du drone. Toutes ces méthodes utilisent en entrée les données relatives à l'état du véhicule pour déterminer la force de poussée et les couples nécessaires à la réussite de la mission. Par la suite, un changement de variables transpose ces signaux en fonction des entrées de commande du GLMAV. Enfin, il est important de noter que le formalisme utilisé par le CRAN pour représenter l'orientation de l'appareil est celui des angles d'Euler, la formulation dans l'espace des quaternions ayant été réalisée par l'HEUDIASYC.

De manière générale, tous les algorithmes proposés dans ce mémoire offrent des performances de suivi de trajectoires satisfaisantes. Plus particulièrement, la commande hiérarchique semble procurer le meilleur compromis entre performances et complexité de l'expression du signal de commande. Cette architecture originale est basée sur la connexion d'un contrôle en position de haut niveau et d'un contrôle en orientation de bas niveau. La conception de cette approche étant réalisée par backstepping, la stabilité de l'ensemble de la structure est garantie par l'utilisation de fonctions de Lyapunov. L'intérêt de la méthode proposée concerne le pilotage de la rotation autour du lacet qui se fait de façon interne à la commande, contrairement à de nombreux travaux où elle est pilotée séparément [207, 219].

## Travaux sur l'estimation des perturbations

La robustesse du drone vis-à-vis de perturbations liées aux effets aérodynamiques était un élément critique du cahier des charges du projet GLMAV. Que ce soit pour les approches linéaires ou non linéaires, il peut être montré que d'intéressantes propriétés de robustesse vis-à-vis de ces perturbations sont garanties intrinsèquement par la commande. Toutefois, dans ce manuscrit de thèse et pour une meilleure efficacité, il a été proposé de les estimer afin de les prendre en compte dans la synthèse de l'algorithme de commande. Deux approches ont alors été avancées, l'une concerne une estimation des perturbations lors de la synthèse de la commande alors que

---

l'autre utilise une structure d'estimation indépendante. Ces deux méthodes, bien qu'elles aient été illustrées avec la commande hiérarchique, peuvent être étendues aux autres structures de commande.

## Travaux sur l'observation de l'état

Les résultats présentés dans cette section ne sont que des résultats préliminaires concernant la restitution de l'état complet du véhicule en fonction des signaux des capteurs embarqués. Ils reprennent les travaux de [216] sur le filtrage complémentaire pour l'estimation de l'orientation de l'appareil et les étendent afin de potentiellement accéder à sa position. A terme, l'objectif est de développer des outils mathématiques permettant d'estimer la position et la vitesse du drone de manière suffisamment précise pour se passer du récepteur GPS, qui limite fortement la fréquence de fonctionnement du système. Ainsi, même si le GLMAV se trouve dans une zone où le signal GPS n'est pas disponible, il pourra se positionner correctement et mener à bien sa mission. Bien que le système complet fonctionne correctement en simulation, la démonstration de la stabilité de l'association de la commande et de l'observateur reste à faire. Le principe de séparation ne pouvant pas s'appliquer, la preuve de la stabilité pourra s'appuyer sur les éléments prometteurs contenus dans [220].

## Perspectives de travail

Bien que les travaux présentés dans ce manuscrit de thèse aient permis d'atteindre la majorité des objectifs initiaux, certains aspects auraient pu être améliorés. De plus, un certain nombre d'options alternatives auraient mérité d'être envisagées afin de perfectionner le système de commande. Ces différentes pistes de réflexion sont désormais reléguées dans les perspectives de travail.

L'élément qui a le plus fait défaut à mes yeux, et qui est pourtant un élément central dans ce genre de projet, est le trop peu d'essais expérimentaux réalisés avec la plateforme finale. En effet, l'unique semaine à éprouver la maquette n'aura servi qu'à découvrir de nouveaux problèmes, aussi bien matériels que logiciels, dont nous ignorions l'existence. En revanche, un nombre conséquent d'essais aurait permis, en plus de résoudre ces problèmes émergeant, de tester chacune des stratégies proposées dans ce mémoire afin de sélectionner la (ou les) meilleure(s) vis-à-vis des objectifs désirés. Par conséquent, seul le développement d'un nombre réduit d'algorithmes aurait été à réaliser, accordant de ce fait plus de temps à leur approfondissement. De plus, un nombre conséquent d'essais aurait permis de bien dimensionner les actionneurs du GLMAV, de les choisir définitivement et de les modéliser dans le but d'affiner l'approche de commande.

Un autre élément sur lequel il aurait été également très intéressant de se focaliser est le positionnement du GLMAV dans l'espace par flux optique. Cette propriété, traitée dans de nombreux projets à l'HEUDIASYC, aurait alors permis au drone de maintenir le vol stationnaire au-dessus d'une scène à observer par stabilisation de l'image. De plus, cette faculté aurait certainement pu être étendue à la détection des obstacles sur le chemin du véhicule et ainsi le forcer à se déplacer en conséquence.

Par ailleurs, un élément pouvant mettre en valeur la thèse, mais qui n'est pas essentiel au projet, aurait été de tester les algorithmes de commande sur une plateforme différente de celle du GLMAV. En effet, j'aurais aimé savoir si, juste en changeant le modèle dynamique du système considéré, les approches de commande auraient fonctionné correctement.

## Annexe A

# Calculs relatifs au chapitre 2

### A.1 Détermination de la matrice $R_\eta$

Le passage du référentiel  $\mathcal{B}$  vers le référentiel  $\mathcal{I}$ , défini par la matrice (2.1), est obtenu par trois rotations successives visibles à la figure A.1 :

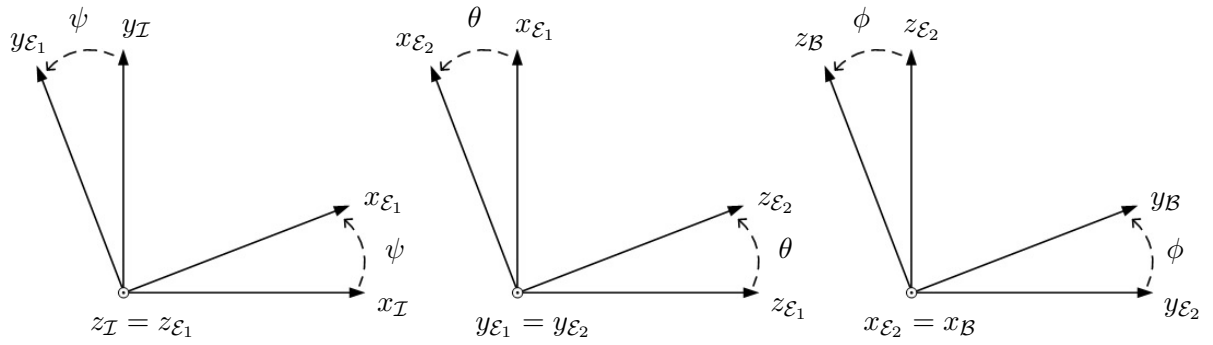


FIGURE A.1 – Rotations successives d'angle  $\psi$  (à gauche), d'angle  $\theta$  (au centre) et d'angle  $\phi$  (à droite)

- une rotation d'angle  $\psi$  autour de  $z_{\mathcal{I}}$  qui transforme  $\{x_{\mathcal{I}}, y_{\mathcal{I}}, z_{\mathcal{I}}\}$  en  $\{x_{\mathcal{E}_1}, y_{\mathcal{E}_1}, z_{\mathcal{E}_1} = z_{\mathcal{I}}\}$ . Cette rotation est représentée par la matrice :

$$R_\psi = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{telle que : } [u]_{\mathcal{I}} = R_\psi [u]_{\mathcal{E}_1}. \quad (\text{A.1})$$

- une rotation d'angle  $\theta$  autour de  $y_{\mathcal{E}_1}$  qui transforme  $\{x_{\mathcal{E}_1}, y_{\mathcal{E}_1}, z_{\mathcal{E}_1}\}$  en  $\{x_{\mathcal{E}_2}, y_{\mathcal{E}_2} = y_{\mathcal{E}_1}, z_{\mathcal{E}_2}\}$ . Cette rotation est représentée par la matrice :

$$R_\theta = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad \text{telle que : } [u]_{\mathcal{E}_1} = R_\theta [u]_{\mathcal{E}_2}; \quad (\text{A.2})$$

- une rotation d'angle  $\phi$  autour de  $x_{\mathcal{E}_2}$  qui transforme  $\{x_{\mathcal{E}_2}, y_{\mathcal{E}_2}, z_{\mathcal{E}_2}\}$  en  $\{x_{\mathcal{B}} = x_{\mathcal{E}_2}, y_{\mathcal{B}}, z_{\mathcal{B}}\}$ . Cette rotation est représentée par la matrice :

$$R_\phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad \text{telle que : } [u]_{\mathcal{E}_2} = R_\phi [u]_{\mathcal{B}} ; \quad (\text{A.3})$$

Par conséquent, la matrice de rotation qui transforme  $\{x_{\mathcal{B}}, y_{\mathcal{B}}, z_{\mathcal{B}}\}$  en  $\{x_{\mathcal{I}}, y_{\mathcal{I}}, z_{\mathcal{I}}\}$  est donnée par :

$$R_\eta = R_\psi R_\theta R_\phi \quad \text{telle que : } [u]_{\mathcal{I}} = R_\eta [u]_{\mathcal{B}}, \quad (\text{A.4})$$

et dont l'expression développée est :

$$R_\eta = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi & \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi \\ \cos \theta \sin \psi & \sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (\text{A.5})$$

## A.2 Détermination de la matrice $Q_\eta$

La matrice  $Q_\eta$  relie la vitesse angulaire  $\Omega$  du véhicule, exprimée dans  $\mathcal{B}$ , à la dérivée des angles de roulis  $\phi$ , de tangage  $\theta$  et de lacet  $\psi$ . L'expression de la vitesse angulaire est ainsi écrite comme étant :

$$\Omega = \dot{\phi}x_{\mathcal{B}} + \dot{\theta}y_{\mathcal{E}_2} + \dot{\psi}z_{\mathcal{E}_1}. \quad (\text{A.6})$$

En utilisant (A.1) et (A.2), l'expression (A.6) donne :

$$\Omega = \dot{\phi}x_{\mathcal{B}} + \dot{\theta}R_\phi^T y_{\mathcal{B}} + \dot{\psi}R_\phi^T R_\theta^T z_{\mathcal{B}}. \quad (\text{A.7})$$

Par conséquent, la vitesse angulaire  $\Omega$  est formulée dans  $\mathcal{B}$  par :

$$\Omega = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \dot{\eta} = Q_\eta^{-1} \dot{\eta}. \quad (\text{A.8})$$

Finalement, par inversion, la matrice  $Q_\eta$  s'écrit :

$$Q_\eta = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \frac{\sin \phi}{\cos \theta} & \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.9})$$

## A.3 Détermination du modèle linéarisé tangent

Pour rappel, le modèle non linéaire approximatif de la dynamique du GLMAV à linéariser est donné par :

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= v \\ m\dot{v} &= T_z R_\eta e_3 + mge_3 + F_{ext} \\ \dot{\eta} &= Q_\eta \Omega \\ J\dot{\Omega} &= -\Omega_\times J\Omega + \tau + M_{ext} \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

En développant chaque équation du modèle (4.162), et en considérant  $F_{ext} = M_{ext} = 0$ , les expressions de la dynamique des douze états décrivant les mouvements du GLMAV sont :

- pour la position  $\xi = [x \ y \ z]^T$  :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= v_x \\ \dot{y} &= v_y \\ \dot{z} &= v_z\end{aligned}\tag{A.11}$$

- pour la vitesse de translation  $v = [v_x \ v_y \ v_z]^T$  :

$$\begin{aligned}\dot{v}_x &= \frac{1}{m} T_z (\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) \\ \dot{v}_y &= \frac{1}{m} T_z (\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) \\ \dot{v}_z &= \frac{1}{m} T_z \cos \phi \cos \theta + g\end{aligned}\tag{A.12}$$

- pour l'orientation  $\eta = [\phi \ \theta \ \psi]^T$  :

$$\begin{aligned}\dot{\phi} &= p + \sin \phi \tan \theta q + \cos \phi \tan \theta r \\ \dot{\theta} &= \cos \phi q - \sin \phi r \\ \dot{\psi} &= \frac{\sin \phi}{\cos \theta} q + \frac{\cos \phi}{\cos \theta} r\end{aligned}\tag{A.13}$$

- pour la vitesse de rotation  $\Omega = [p \ q \ r]^T$  :

$$\begin{aligned}\dot{p} &= \left( \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \right) qr + \frac{1}{I_{xx}} \tau_l \\ \dot{q} &= \left( \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \right) pr + \frac{1}{I_{yy}} \tau_m \\ \dot{r} &= \left( \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \right) pq + \frac{1}{I_{zz}} \tau_n = \frac{1}{I_{zz}} \tau_n\end{aligned}\tag{A.14}$$

Tout comme lors de l'analyse de la dynamique des zéros, la première étape du processus de linéarisation consiste à déterminer la valeur des états lorsque le système est à l'équilibre, c'est-à-dire lorsque  $\dot{\xi} = \dot{v} = \dot{\eta} = \dot{\Omega} = 0$ . Il est important de remarquer qu'à l'équilibre l'entrée de commande  $\tau$  est systématiquement nulle, tandis que  $T_z$  a pour rôle de compenser le poids, c'est-à-dire que  $T_z = -mg$ . Les relations (A.11), (A.12), (A.13) et (A.14) s'écrivent alors :

- pour la position  $\xi = [x \ y \ z]^T$  :

$$v_x = 0\tag{A.15}$$

$$v_y = 0\tag{A.16}$$

$$v_z = 0\tag{A.17}$$

- pour la vitesse de translation  $v = [v_x \ v_y \ v_z]^T$  :

$$\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi = 0 \quad (\text{A.18})$$

$$\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi = 0 \quad (\text{A.19})$$

$$\cos \phi \cos \theta = 1 \quad (\text{A.20})$$

- pour l'orientation  $\eta = [\phi \ \theta \ \psi]^T$  :

$$p + \sin \phi \tan \theta q + \cos \phi \tan \theta r = 0 \quad (\text{A.21})$$

$$\cos \phi q - \sin \phi r = 0 \quad (\text{A.22})$$

$$\frac{\sin \phi}{\cos \theta} q + \frac{\cos \phi}{\cos \theta} r = 0 \quad (\text{A.23})$$

- pour la vitesse de rotation  $\Omega = [p \ q \ r]^T$  :

$$\left( \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \right) qr = 0 \quad (\text{A.24})$$

$$\left( \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \right) pr = 0 \quad (\text{A.25})$$

La valeur des états liés à la translation du GLMAV est alors connue une fois l'équilibre atteint. En effet, d'après les relations (A.15), (A.16) et (A.17), la vitesse de translation  $v$  est nulle tandis que la valeur de la position  $\xi$ , qui n'apparaît pas dans les équations, est quelconque.

En ce qui concerne les états liés à la rotation du GLMAV, les relations les plus pertinentes sont celles données par (A.20) – (A.25). En effet, les équations (A.24) et (A.25), mises en correspondance avec les équations (A.21), (A.22) et (A.23), permettent de conclure que la vitesse de rotation  $\Omega$  est nulle. La relation (A.20) montre quant à elle que seulement deux configurations sont possibles pour l'orientation du GLMAV. La première configuration correspond au cas où  $\phi = \theta = 0$ , alors que la seconde décrit la situation où  $\phi = \theta = \pi$ . En utilisant les relations (A.18) et (A.19), il en est déduit que l'angle  $\psi$  autour du lacet est quelconque.

En résumé, les deux jeux de valeurs lorsque le système est à l'équilibre sont donnés par :

$$\begin{array}{llll} x = x_e & v_x = 0 & \phi = 0 & p = 0 \\ y = y_e, & v_y = 0, & \theta = 0, & q = 0 \\ z = z_e & v_z = 0 & \psi = \psi_e & r = 0 \end{array} \quad \text{et :} \quad (\text{A.26})$$

pour la situation où  $\phi = \theta = 0$ , et par :

$$\begin{array}{llll} x = x_e & v_x = 0 & \phi = \pi & p = 0 \\ y = y_e, & v_y = 0, & \theta = \pi, & q = 0 \\ z = z_e & v_z = 0 & \psi = \psi_e & r = 0 \end{array} \quad \text{et :} \quad (\text{A.27})$$

dans le cas où  $\phi = \theta = \pi$ .



La seconde étape consiste à calculer la matrice jacobienne associée au système non linéaire étudié, et de l'évaluer au point d'équilibre le plus pertinent. Naturellement, dans le cas du GL-MAV, il sera mis l'accent sur la configuration où  $\phi = \theta = 0$  donnée par (A.26). Par définition, la matrice jacobienne associée au système est de la forme :

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \\ \dot{v}_z \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} & \frac{\partial \dot{x}}{\partial y} & \frac{\partial \dot{x}}{\partial z} & \frac{\partial \dot{x}}{\partial v_x} & \frac{\partial \dot{x}}{\partial v_y} & \frac{\partial \dot{x}}{\partial v_z} & \frac{\partial \dot{x}}{\partial \phi} & \frac{\partial \dot{x}}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{x}}{\partial \psi} & \frac{\partial \dot{x}}{\partial p} & \frac{\partial \dot{x}}{\partial q} & \frac{\partial \dot{x}}{\partial r} \\ \frac{\partial \dot{y}}{\partial x} & \frac{\partial \dot{y}}{\partial y} & \frac{\partial \dot{y}}{\partial z} & \frac{\partial \dot{y}}{\partial v_x} & \frac{\partial \dot{y}}{\partial v_y} & \frac{\partial \dot{y}}{\partial v_z} & \frac{\partial \dot{y}}{\partial \phi} & \frac{\partial \dot{y}}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{y}}{\partial \psi} & \frac{\partial \dot{y}}{\partial p} & \frac{\partial \dot{y}}{\partial q} & \frac{\partial \dot{y}}{\partial r} \\ \frac{\partial \dot{z}}{\partial x} & \frac{\partial \dot{z}}{\partial y} & \frac{\partial \dot{z}}{\partial z} & \frac{\partial \dot{z}}{\partial v_x} & \frac{\partial \dot{z}}{\partial v_y} & \frac{\partial \dot{z}}{\partial v_z} & \frac{\partial \dot{z}}{\partial \phi} & \frac{\partial \dot{z}}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{z}}{\partial \psi} & \frac{\partial \dot{z}}{\partial p} & \frac{\partial \dot{z}}{\partial q} & \frac{\partial \dot{z}}{\partial r} \\ \frac{\partial \dot{v}_x}{\partial x} & \frac{\partial \dot{v}_x}{\partial y} & \frac{\partial \dot{v}_x}{\partial z} & \frac{\partial \dot{v}_x}{\partial v_x} & \frac{\partial \dot{v}_x}{\partial v_y} & \frac{\partial \dot{v}_x}{\partial v_z} & \frac{\partial \dot{v}_x}{\partial \phi} & \frac{\partial \dot{v}_x}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{v}_x}{\partial \psi} & \frac{\partial \dot{v}_x}{\partial p} & \frac{\partial \dot{v}_x}{\partial q} & \frac{\partial \dot{v}_x}{\partial r} \\ \frac{\partial \dot{v}_y}{\partial x} & \frac{\partial \dot{v}_y}{\partial y} & \frac{\partial \dot{v}_y}{\partial z} & \frac{\partial \dot{v}_y}{\partial v_x} & \frac{\partial \dot{v}_y}{\partial v_y} & \frac{\partial \dot{v}_y}{\partial v_z} & \frac{\partial \dot{v}_y}{\partial \phi} & \frac{\partial \dot{v}_y}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{v}_y}{\partial \psi} & \frac{\partial \dot{v}_y}{\partial p} & \frac{\partial \dot{v}_y}{\partial q} & \frac{\partial \dot{v}_y}{\partial r} \\ \frac{\partial \dot{v}_z}{\partial x} & \frac{\partial \dot{v}_z}{\partial y} & \frac{\partial \dot{v}_z}{\partial z} & \frac{\partial \dot{v}_z}{\partial v_x} & \frac{\partial \dot{v}_z}{\partial v_y} & \frac{\partial \dot{v}_z}{\partial v_z} & \frac{\partial \dot{v}_z}{\partial \phi} & \frac{\partial \dot{v}_z}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{v}_z}{\partial \psi} & \frac{\partial \dot{v}_z}{\partial p} & \frac{\partial \dot{v}_z}{\partial q} & \frac{\partial \dot{v}_z}{\partial r} \\ \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial x} & \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial y} & \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial z} & \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial v_x} & \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial v_y} & \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial v_z} & \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial \phi} & \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial \psi} & \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial p} & \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial q} & \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial r} \\ \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial x} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial y} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial z} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial v_x} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial v_y} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial v_z} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial \phi} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial \psi} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial p} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial q} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial r} \\ \frac{\partial \dot{\psi}}{\partial x} & \frac{\partial \dot{\psi}}{\partial y} & \frac{\partial \dot{\psi}}{\partial z} & \frac{\partial \dot{\psi}}{\partial v_x} & \frac{\partial \dot{\psi}}{\partial v_y} & \frac{\partial \dot{\psi}}{\partial v_z} & \frac{\partial \dot{\psi}}{\partial \phi} & \frac{\partial \dot{\psi}}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{\psi}}{\partial \psi} & \frac{\partial \dot{\psi}}{\partial p} & \frac{\partial \dot{\psi}}{\partial q} & \frac{\partial \dot{\psi}}{\partial r} \\ \frac{\partial \dot{p}}{\partial x} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial y} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial z} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial v_x} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial v_y} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial v_z} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial \phi} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial \psi} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial p} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial q} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial r} \\ \frac{\partial \dot{q}}{\partial x} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial y} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial z} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial v_x} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial v_y} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial v_z} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial \phi} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial \psi} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial p} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial q} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial r} \\ \frac{\partial \dot{r}}{\partial x} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial y} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial z} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial v_x} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial v_y} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial v_z} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial \phi} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial \psi} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial p} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial q} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ v_x \\ v_y \\ v_z \\ \phi \\ \theta \\ \psi \\ p \\ q \\ r \end{bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{x}}{\partial \tau_l} & \frac{\partial \dot{y}}{\partial \tau_l} & \frac{\partial \dot{z}}{\partial \tau_l} & \frac{\partial \dot{v}_x}{\partial \tau_l} & \frac{\partial \dot{v}_y}{\partial \tau_l} & \frac{\partial \dot{v}_z}{\partial \tau_l} & \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial \tau_l} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial \tau_l} & \frac{\partial \dot{\psi}}{\partial \tau_l} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial \tau_l} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial \tau_l} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial \tau_l} \\ \frac{\partial \dot{x}}{\partial \tau_m} & \frac{\partial \dot{y}}{\partial \tau_m} & \frac{\partial \dot{z}}{\partial \tau_m} & \frac{\partial \dot{v}_x}{\partial \tau_m} & \frac{\partial \dot{v}_y}{\partial \tau_m} & \frac{\partial \dot{v}_z}{\partial \tau_m} & \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial \tau_m} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial \tau_m} & \frac{\partial \dot{\psi}}{\partial \tau_m} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial \tau_m} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial \tau_m} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial \tau_m} \\ \frac{\partial \dot{x}}{\partial \tau_n} & \frac{\partial \dot{y}}{\partial \tau_n} & \frac{\partial \dot{z}}{\partial \tau_n} & \frac{\partial \dot{v}_x}{\partial \tau_n} & \frac{\partial \dot{v}_y}{\partial \tau_n} & \frac{\partial \dot{v}_z}{\partial \tau_n} & \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial \tau_n} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial \tau_n} & \frac{\partial \dot{\psi}}{\partial \tau_n} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial \tau_n} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial \tau_n} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial \tau_n} \\ \frac{\partial \dot{x}}{\partial T_z} & \frac{\partial \dot{y}}{\partial T_z} & \frac{\partial \dot{z}}{\partial T_z} & \frac{\partial \dot{v}_x}{\partial T_z} & \frac{\partial \dot{v}_y}{\partial T_z} & \frac{\partial \dot{v}_z}{\partial T_z} & \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial T_z} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial T_z} & \frac{\partial \dot{\psi}}{\partial T_z} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial T_z} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial T_z} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial T_z} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \tau_l \\ \tau_m \\ \tau_n \\ T_z \end{bmatrix} \quad (\text{A.28})
\end{aligned}$$

Le calcul de l'expression (A.28) et son évaluation aux valeurs à l'équilibre (A.26) donnent les équations du système linéarisé tangent au vol stationnaire :

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \\ \dot{v}_z \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -g \sin \psi_e & -g \cos \psi_e & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g \cos \psi_e & -g \sin \psi_e & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ v_x \\ v_y \\ v_z \\ \phi \\ \theta \\ \psi \\ p \\ q \\ r \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_{zz}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{m} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \tau_l \\ \tau_m \\ \tau_n \\ T_z \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{A.29}$$

En analysant (A.29), il apparaît que les mouvements de translation et de rotation autour de l'axe vertical peuvent être séparés de ceux autour des axes horizontaux. Cette caractéristique permet de diviser le système (A.29) en trois sous-systèmes :

- un premier sous-système relatif aux mouvements de translation le long de l'axe vertical :

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{v}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ v_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} T_z \tag{A.30}$$

- un second sous-système relatif aux mouvements de rotation autour de l'axe vertical :

$$\begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{I_{zz}} \end{bmatrix} \tau_n \tag{A.31}$$

- un troisième sous-système relatif aux mouvements dans le plan horizontal :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{p} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -g \sin \psi_e & -g \cos \psi_e & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g \cos \psi_e & -g \sin \psi_e & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ v_x \\ v_y \\ \phi \\ \theta \\ p \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{I_{xx}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_{yy}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_l \\ \tau_m \end{bmatrix} \tag{A.32}$$

De plus, en réglant l'angle de lacet  $\psi$  à zéro, la dynamique du système dans le plan horizontal (A.32) peut être découplée autour de chacun des axes composant ce plan. De ce fait, le sous-système relatif aux mouvements autour de l'axe de roulis est donné par :

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{v}_y \\ \dot{\phi} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ v_y \\ \phi \\ p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{I_{xx}} \end{bmatrix} \tau_l \quad (\text{A.33})$$

tandis que celui relatif aux mouvements autour de l'axe de tangage a pour expression :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{v}_x \\ \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ v_x \\ \theta \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{I_{yy}} \end{bmatrix} \tau_m \quad (\text{A.34})$$



## Annexe B

# Calculs relatifs au chapitre 4

### B.1 Signaux intermédiaires de la commande par backstepping

Dans cette annexe, les expressions des différents signaux intermédiaires indispensables à la commande par backstepping sont développées. Pour rappel, les signaux de commande de cette approche sont donnés par :

$$\begin{bmatrix} \tau \\ \ddot{T}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{m} T_z R_\eta e_{3\times} J^{-1} & \frac{1}{m} R_\eta e_3 \\ e_3^T Q_\eta J^{-1} & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

avec :

$$\begin{aligned} A &= -\delta_3 - k_{\delta_4} \delta_4 - \frac{2}{m} \dot{T}_z R_\eta \Omega_\times e_3 - \frac{1}{m} T_z R_\eta \Omega_\times^2 e_3 - \frac{1}{m} T_z R_\eta e_{3\times} J^{-1} \Omega_\times J \Omega + \dot{j}_{ref}, \\ B &= -\varepsilon_1 - k_{\varepsilon_2} \varepsilon_2 - e_3^T \dot{Q}_\eta (\Omega - \Omega_{ref}) + e_3^T Q_\eta (J^{-1} \Omega_\times J \Omega + \dot{\Omega}_{ref}). \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

où :

$$\delta_4 = j - j_{ref} \quad \text{et} : \quad \varepsilon_2 = e_3^T Q_\eta (\Omega - \Omega_{ref}) \quad (\text{B.3})$$

De plus, les signaux des entrées virtuelles s'écrivent :

$$j_{ref} = -\delta_2 - k_{\delta_3} \delta_3 + \dot{a}_{ref} \quad \text{avec} : \quad \delta_3 = a - a_{ref}, \quad (\text{B.4})$$

$$e_3^T Q_\eta \Omega_{ref} = -k_{\varepsilon_1} \varepsilon_1 + e_3^T \dot{\eta}_{ref} \quad \text{avec} : \quad \varepsilon_1 = e_3^T (\eta - \eta_{ref}), \quad (\text{B.5})$$

$$a_{ref} = -\delta_1 - k_{\delta_2} \delta_2 + \dot{v}_{ref} \quad \text{avec} : \quad \delta_2 = v - v_{ref}, \quad (\text{B.6})$$

$$v_{ref} = -k_{\delta_1} \delta_1 + \dot{\xi}_{ref} \quad \text{avec} : \quad \delta_1 = \xi - \xi_{ref} \quad (\text{B.7})$$

L'implémentation de ces équations requiert donc une expression de  $\dot{j}_{ref}$  dans (B.2), de  $\dot{\Omega}_{ref}$  dans (B.2), de  $\dot{a}_{ref}$  dans (B.4) et de  $\dot{v}_{ref}$  dans (B.6). Ces expressions peuvent être respectivement déterminées par simple dérivation temporelle des relations (B.4), (B.5), (B.6) et (B.7), donnant lieu à :

$$\dot{j}_{ref} = -\dot{\delta}_2 - k_{\delta_3} \dot{\delta}_3 + \ddot{a}_{ref} \quad \text{avec} : \quad \dot{\delta}_3 = \dot{a} - \dot{a}_{ref}, \quad (\text{B.8})$$

$$e_3^T Q_\eta \dot{\Omega}_{ref} = -k_{\varepsilon_1} \dot{\varepsilon}_1 + e_3^T \ddot{\eta}_{ref} - e_3^T \dot{Q}_\eta \Omega_{ref} \quad \text{avec} : \quad \dot{\varepsilon}_1 = e_3^T (\dot{\eta} - \dot{\eta}_{ref}), \quad (\text{B.9})$$

$$\dot{a}_{ref} = -\dot{\delta}_1 - k_{\delta_2}\dot{\delta}_2 + \ddot{v}_{ref} \quad \text{avec :} \quad \dot{\delta}_2 = \dot{v} - \dot{v}_{ref}, \quad (\text{B.10})$$

$$\dot{v}_{ref} = -k_{\delta_1}\dot{\delta}_1 + \ddot{\xi}_{ref} \quad \text{avec :} \quad \dot{\delta}_1 = \dot{\xi} - \dot{\xi}_{ref} \quad (\text{B.11})$$

Par conséquent, une expression de  $\ddot{a}_{ref}$  dans (B.8) et de  $\ddot{v}_{ref}$  dans (B.10) est également requise. Ces expressions s'obtiennent facilement à partir des équations (B.10) et (B.11), donnant lieu à :

$$\ddot{a}_{ref} = -\ddot{\delta}_1 - k_{\delta_2}\ddot{\delta}_2 + v_{ref}^{(3)} \quad \text{avec :} \quad \ddot{\delta}_2 = \ddot{v} - \ddot{v}_{ref}, \quad (\text{B.12})$$

$$\ddot{v}_{ref} = -k_{\delta_1}\ddot{\delta}_1 + \xi_{ref}^{(3)} \quad \text{avec :} \quad \ddot{\delta}_1 = \ddot{\xi} - \ddot{\xi}_{ref} \quad (\text{B.13})$$

Enfin, une expression de  $v_{ref}^{(3)}$  est requise dans (B.12), ce qui est produit par dérivation temporelle de (B.13) :

$$v_{ref}^{(3)} = -k_{\delta_1}\delta_1^{(3)} + \xi_{ref}^{(4)} \quad \text{avec :} \quad \delta_1^{(3)} = \xi^{(3)} - \xi_{ref}^{(3)} \quad (\text{B.14})$$

Cette relation termine l'explicitation de l'expression des différents signaux nécessaires à la mise en œuvre d'une commande par backstepping.

## B.2 Expression de la dynamique du système dans les coordonnées des erreurs

Dans cette annexe, les calculs permettant d'écrire la dynamique de chaque sous-système en fonction de la dynamique de leurs erreurs respectives en boucle fermée sont développés. Pour le cas de la commande par backstepping, d'après les équations (4.112) et (4.113), cette dynamique est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_1 &= -k_{\delta_1}\delta_1 + \delta_2 \\ \dot{\delta}_2 &= -\delta_1 - k_{\delta_2}\delta_2 + \delta_3 \\ \dot{\delta}_3 &= -\delta_2 - k_{\delta_3}\delta_3 + \delta_4 \\ \dot{\delta}_4 &= -\delta_3 - k_{\delta_4}\delta_4 \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

pour le sous-système associé à la translation, et par :

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_1 &= -k_{\varepsilon_1}\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \\ \dot{\varepsilon}_2 &= -\varepsilon_1 - k_{\varepsilon_2}\varepsilon_2 \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

pour celui lié à la rotation autour du lacet. Pour obtenir ce résultat, chaque équation est déterminée de manière indépendante.

D'après (4.81), l'erreur en position  $\delta_1$  s'écrit :

$$\delta_1 = \xi - \xi_{ref}, \quad (\text{B.17})$$

avec comme première dérivée par rapport au temps :

$$\dot{\delta}_1 = \dot{\xi} - \dot{\xi}_{ref} = v - \dot{\xi}_{ref}. \quad (\text{B.18})$$

L'expression de la dérivée de la consigne en position  $\dot{\xi}_{ref}$  se déduit à partir de (4.84) par :

$$\dot{\xi}_{ref} = v_{ref} + k_{\delta_1} \delta_1, \quad (\text{B.19})$$

permettant de réécrire (B.18) sous la forme :

$$\dot{\delta}_1 = v - v_{ref} - k_{\delta_1} \delta_1. \quad (\text{B.20})$$

Finalement, par la définition de l'erreur en vitesse  $\delta_2$  donnée par (4.85), la dynamique de l'erreur en position s'écrit :

$$\dot{\delta}_1 = -k_{\delta_1} \delta_1 + \delta_2. \quad (\text{B.21})$$

La dérivée temporelle de l'erreur en vitesse  $\delta_2$  donnée par (4.85) s'écrit :

$$\dot{\delta}_2 = \dot{v} - \dot{v}_{ref} = \frac{1}{m} T_z R_\eta e_3 + g e_3 - \dot{v}_{ref}. \quad (\text{B.22})$$

L'expression de la dérivée de la consigne en vitesse  $\dot{v}_{ref}$  se déduit à partir de (4.89) par :

$$\dot{v}_{ref} = a_{ref} + \delta_1 + k_{\delta_2} \delta_2 \quad (\text{B.23})$$

permettant de réécrire (B.22) sous la forme :

$$\dot{\delta}_2 = \frac{1}{m} T_z R_\eta e_3 + g e_3 - a_{ref} - \delta_1 - k_{\delta_2} \delta_2. \quad (\text{B.24})$$

Finalement, par la définition de l'erreur en accélération  $\delta_3$  donnée par (4.90), la dynamique de l'erreur en vitesse s'écrit :

$$\dot{\delta}_2 = -\delta_1 - k_{\delta_2} \delta_2 + \delta_3. \quad (\text{B.25})$$

La dérivée temporelle de l'erreur en accélération  $\delta_3$  donnée par (4.90) s'écrit :

$$\dot{\delta}_3 = \frac{1}{m} \dot{T}_z R_\eta e_3 + \frac{1}{m} T_z R_\eta \Omega_\times e_3 - \dot{a}_{ref}. \quad (\text{B.26})$$

L'expression de la dérivée de la consigne en accélération  $\dot{a}_{ref}$  se déduit à partir de (4.95) par :

$$\dot{a}_{ref} = j_{ref} + \delta_2 + k_{\delta_3} \delta_3 \quad (\text{B.27})$$

permettant de réécrire (B.26) sous la forme :

$$\dot{\delta}_3 = \frac{1}{m} \dot{T}_z R_\eta e_3 + \frac{1}{m} T_z R_\eta \Omega_\times e_3 - j_{ref} - \delta_2 - k_{\delta_3} \delta_3. \quad (\text{B.28})$$

Finalement, par la définition de l'erreur en suraccélération  $\delta_4$  donnée par (4.97), la dynamique de l'erreur en accélération s'écrit :

$$\dot{\delta}_3 = -\delta_2 - k_{\delta_3} \delta_3 + \delta_4. \quad (\text{B.29})$$

La dynamique de l'erreur en suraccélération  $\delta_4$  est directement donnée par le choix des entrées de commande  $\dot{T}_z$  et  $\tau$  et s'écrit à partir de (4.106) par :

$$\dot{\delta}_4 = -\delta_3 - k_{\delta_4} \delta_4. \quad (\text{B.30})$$

D'après (4.93), l'erreur en orientation autour du lacet  $\varepsilon_1$  s'écrit :

$$\varepsilon_1 = e_3^T (\eta - \eta_{ref}), \quad (\text{B.31})$$

avec comme première dérivée par rapport au temps :

$$\dot{\varepsilon}_1 = e_3^T (\dot{\eta} - \dot{\eta}_{ref}) = e_3^T (Q_\eta \Omega - \dot{\eta}_{ref}). \quad (\text{B.32})$$

L'expression de la dérivée de la consigne en orientation  $\dot{\eta}_{ref}$  se déduit à partir de (4.96) par :

$$e_3^T \dot{\eta}_{ref} = e_3^T Q_\eta \Omega_{ref} + k_{\varepsilon_1} \varepsilon_1 \quad (\text{B.33})$$

permettant de réécrire (B.32) sous la forme :

$$\dot{\varepsilon}_1 = e_3^T (Q_\eta \Omega - Q_\eta \Omega_{ref}) - k_{\varepsilon_1} \varepsilon_1. \quad (\text{B.34})$$

Finalement, par la définition de l'erreur en vitesse angulaire  $\Omega_2$  donnée par (4.98), la dynamique de l'erreur en orientation autour du lacet s'écrit :

$$\dot{\varepsilon}_1 = -k_{\varepsilon_1} \varepsilon_1 + \varepsilon_2. \quad (\text{B.35})$$

La dynamique de l'erreur en vitesse angulaire  $\varepsilon_2$  est directement donnée par le choix des entrées de commande  $\ddot{T}_z$  et  $\tau$  et s'écrit à partir de (4.106) par :

$$\dot{\varepsilon}_2 = -\varepsilon_1 - k_{\varepsilon_2} \varepsilon_2. \quad (\text{B.36})$$

### B.3 Signaux intermédiaires de la commande hiérarchique

Dans cette annexe, les expressions des différents signaux intermédiaires indispensables à la commande hiérarchique sont développées<sup>23</sup>. Pour rappel, les signaux de commande de cette approche sont donnés par :

$$T_{z_{ref}} = -m \sqrt{a_{ref_x}^2 + a_{ref_y}^2 + (a_{ref_z} - g)^2} \quad (\text{B.37})$$

et :

$$\tau = \Omega_\times J \Omega + J Q_\eta^{-1} \left( -\dot{Q}_\eta (\Omega - \Omega_{ref}) + Q_\eta \dot{\Omega}_{ref} - \varepsilon_1 - k_{\varepsilon_2} \varepsilon_2 \right) \quad (\text{B.38})$$

avec :

$$\varepsilon_1 = \eta - \eta_{ref}, \quad (\text{B.39})$$

$$\varepsilon_2 = Q_\eta (\Omega - \Omega_{ref}). \quad (\text{B.40})$$

De plus, les signaux des entrées virtuelles s'écrivent :

$$a_{ref} = -(k_1 k_2 + 1) (\xi - \xi_{ref}) - (k_1 + k_2) v + (k_1 + k_2) \dot{\xi}_{ref} + \ddot{\xi}_{ref}, \quad (\text{B.41})$$

et :

$$Q_\eta \Omega_{ref} = -k_{\varepsilon_1} \varepsilon_1 + \dot{\eta}_{ref} \quad \longrightarrow \quad Q_\eta \dot{\Omega}_{ref} = -k_{\varepsilon_1} \dot{\varepsilon}_1 + \ddot{\eta}_{ref} - \dot{Q}_\eta \Omega_{ref} \quad (\text{B.42})$$

En combinant (B.39), (B.40) et (B.42), le signal de commande lié aux couples (B.38) se met sous la forme :

$$\tau = \Omega_\times J \Omega + J Q_\eta^{-1} \left( \ddot{\eta}_{ref} - \dot{Q}_\eta \Omega - (k_{\varepsilon_1} + k_{\varepsilon_2}) (\dot{\eta} - \dot{\eta}_{ref}) - (k_{\varepsilon_1} k_{\varepsilon_2} + 1) (\eta - \eta_{ref}) \right) \quad (\text{B.43})$$

23. Tous les cas étant similaires, seul la configuration où  $\psi_{ref} = 0$  est traitée.



Par conséquent, une expression analytique est nécessaire pour  $\dot{\eta}_{ref}$  et  $\ddot{\eta}_{ref}$ . Comme pour la commande par backstepping, ces expressions sont obtenues par dérivation par rapport au temps de  $\eta_{ref}$  donné par :

$$\phi_{ref} = \arctan \left( \frac{a_{refy}}{\sqrt{a_{refx}^2 + (a_{refz} - g)^2}} \right) \quad (\text{B.44})$$

et :

$$\theta_{ref} = \arctan \left( \frac{a_{refx}}{a_{refz} - g} \right) \quad (\text{B.45})$$

La première dérivée temporelle de (B.44) s'écrit alors :

$$\dot{\phi}_{ref} = \frac{\dot{a}_{refy} (a_{refx}^2 + (a_{refz} - g)^2) - a_{refy} (a_{refx} \dot{a}_{refx} + \dot{a}_{refz} (a_{refz} - g))}{(a_{refx}^2 + a_{refy}^2 + (a_{refz} - g)^2) \sqrt{a_{refx}^2 + (a_{refz} - g)^2}} = \frac{N_{\phi_{ref}}}{D_{\phi_{ref}}} \quad (\text{B.46})$$

tandis que celle de (B.45) est donnée par :

$$\dot{\theta}_{ref} = \frac{\dot{a}_{refx} (a_{refz} - g) - a_{refx} \dot{a}_{refz}}{a_{refx}^2 + (a_{refz} - g)^2} = \frac{N_{\theta_{ref}}}{D_{\theta_{ref}}} \quad (\text{B.47})$$

avec :

$$\dot{a}_{ref} = -(k_1 k_2 + 1) (\dot{\xi} - \dot{\xi}_{ref}) - (k_1 + k_2) \dot{v} + (k_1 + k_2) \ddot{\xi}_{ref} + \xi_{ref}^{(3)}. \quad (\text{B.48})$$

La seconde dérivée temporelle de (B.44) est alors donnée par :

$$\ddot{\phi}_{ref} = \frac{\dot{N}_{\phi_{ref}} D_{\phi_{ref}} - N_{\phi_{ref}} \dot{D}_{\phi_{ref}}}{D_{\phi_{ref}}^2} \quad (\text{B.49})$$

avec :

$$\begin{aligned} \dot{N}_{\phi_{ref}} = & \ddot{a}_{refy} (a_{refx}^2 + (a_{refz} - g)^2) + \dot{a}_{refy} (a_{refx} \dot{a}_{refx} + \dot{a}_{refz} (a_{refz} - g)) \\ & - a_{refy} (\dot{a}_{refx}^2 + a_{refx} \ddot{a}_{refx} + \ddot{a}_{refz} (a_{refz} - g) + \dot{a}_{refz}^2) \end{aligned} \quad (\text{B.50})$$

et :

$$\begin{aligned} \dot{D}_{\phi_{ref}} = & 2 (a_{refx} \dot{a}_{refx} + a_{refy} \dot{a}_{refy} + \dot{a}_{refz} (a_{refz} - g)) \sqrt{a_{refx}^2 + (a_{refz} - g)^2} \\ & + (a_{refx}^2 + a_{refy}^2 + (a_{refz} - g)^2) \left( \frac{a_{refx} \dot{a}_{refx} + \dot{a}_{refz} (a_{refz} - g)}{\sqrt{a_{refx}^2 + (a_{refz} - g)^2}} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.51})$$

tandis que celle de (B.45) s'écrit :

$$\ddot{\theta}_{ref} = \frac{\dot{N}_{\theta_{ref}} D_{\theta_{ref}} - N_{\theta_{ref}} \dot{D}_{\theta_{ref}}}{D_{\theta_{ref}}^2} \quad (\text{B.52})$$

avec :

$$\dot{N}_{\theta_{ref}} = \ddot{a}_{ref_x} (a_{ref_z} - g) - a_{ref_x} \ddot{a}_{ref_z} \quad (\text{B.53})$$

et :

$$\dot{D}_{\theta_{ref}} = 2(a_{ref_x} \dot{a}_{ref_x} + \dot{a}_{ref_z} (a_{ref_z} - g)) \quad (\text{B.54})$$

et où :

$$\ddot{a}_{ref} = -(k_1 k_2 + 1) (\ddot{\xi} - \ddot{\xi}_{ref}) - (k_1 + k_2) \ddot{v} + (k_1 + k_2) \xi_{ref}^{(3)} + \xi_{ref}^{(4)}. \quad (\text{B.55})$$

Cette relation termine l'explicitation de l'expression des différents signaux nécessaires à la mise en œuvre d'une commande hiérarchique.

## Annexe C

# Calculs relatifs au chapitre 5

### C.1 Synthèse de la commande hiérarchique avec effet intégral

Dans cette annexe, la procédure de synthèse de la commande hiérarchique avec un effet intégral est déroulée. Les premières étapes relatives à la translation étant identiques à la commande hiérarchique, elles n'y seront pas présentées. La procédure commence alors par la définition d'une fonction de Lyapunov autour de l'erreur en orientation  $\varepsilon_1$  :

$$V_3 = \frac{1}{2} \varepsilon_1^T \varepsilon_1 \quad (\text{C.1})$$

et dont la dérivée par rapport au temps s'écrit :

$$\dot{V}_3 = \varepsilon_1^T (Q_\eta \Omega - \dot{\eta}_{ref}). \quad (\text{C.2})$$

La variable  $\Omega$  apparaît alors comme une entrée virtuelle, dont la valeur de référence  $\Omega_{ref}$  est choisie telle que :

$$Q_\eta \Omega_{ref} = -k_{\varepsilon_1} \varepsilon_1 + \dot{\eta}_{ref} - k_I \varkappa. \quad (\text{C.3})$$

avec :

$$\dot{\varkappa} = \varepsilon_1 = \eta - \eta_{ref}. \quad (\text{C.4})$$

La définition de l'erreur en vitesse angulaire  $\varepsilon_2$  comme étant :

$$\varepsilon_2 = Q_\eta (\Omega - \Omega_{ref}) \quad (\text{C.5})$$

permet, avec (C.3), de réécrire (C.2) telle que :

$$\dot{V}_3 = -k_{\varepsilon_1} \|\varepsilon_1\|^2 + \varepsilon_1^T \varepsilon_2 - k_I \varepsilon_1^T \varkappa. \quad (\text{C.6})$$

Poursuivant la procédure en prenant en compte les erreurs  $\varepsilon_2$  et  $\varkappa$ , la quatrième et dernière fonction de Lyapunov s'écrit :

$$V_4 = V_3 + \frac{1}{2} \varepsilon_2^T \varepsilon_2 + \frac{1}{2} k_I \varkappa^T \varkappa \quad (\text{C.7})$$

et sa dérivée par rapport au temps est donnée par :

$$\dot{V}_4 = -k_{\varepsilon_1} \|\varepsilon_1\|^2 + \varepsilon_1^T \varepsilon_2 - k_I \varepsilon_1^T \varkappa + \varepsilon_2^T \left( \dot{Q}_\eta (\Omega - \Omega_{ref}) + Q_\eta (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}_{ref}) \right) + k_I \varkappa^T \varepsilon_1. \quad (\text{C.8})$$

D'après (4.1), l'expression complète de (C.8) est :

$$\dot{V}_4 = -k_{\varepsilon_1} \|\varepsilon_1\|^2 + \varepsilon_1^T \varepsilon_2 + \varepsilon_2^T \left( \dot{Q}_\eta (\Omega - \Omega_{ref}) + Q_\eta \left( J^{-1} (-\Omega_\times J\Omega + \tau) - \dot{\Omega}_{ref} \right) \right). \quad (C.9)$$

Durant cette étape, l'entrée réelle du système  $\tau$  restant à déterminer a fait son apparition. Elle est alors définie par :

$$\tau = \Omega_\times J\Omega + JQ_\eta^{-1} \left( -\dot{Q}_\eta (\Omega - \Omega_{ref}) + Q_\eta \dot{\Omega}_{ref} - \varepsilon_1 - k_{\varepsilon_2} \varepsilon_2 \right) \quad (C.10)$$

telle que :

$$\dot{V}_4 = -k_{\varepsilon_1} \|\varepsilon_1\|^2 - k_{\varepsilon_2} \|\varepsilon_2\|^2. \quad (C.11)$$

La dynamique de rotation en boucle fermée étant alors donnée dans les coordonnées des erreurs par<sup>24</sup> :

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_1 &= -k_{\varepsilon_1} \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - k_I \varkappa \\ \dot{\varepsilon}_2 &= -\varepsilon_1 - k_{\varepsilon_2} \varepsilon_2 \end{aligned} \quad (C.12)$$

A partir de la fonction de Lyapunov (C.7) définie positive et de sa dérivée (C.11) définie négative, il est clair que les variables d'erreurs  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$ , ainsi que leurs dérivées successives, convergent vers zéro. L'application du principe d'invariance de LaSalle garantit alors la convergence de l'erreur  $\varkappa$  vers le plus grand ensemble positivement invariant vérifiant  $\dot{V}_4 = 0$ . D'après l'expression de  $\dot{\varepsilon}_1$  données par (C.12), il est certain que  $\varkappa$  converge vers zéro. Cependant, la convergence exponentielle garantie dans la section 4.5 est perdue au profit d'une convergence asymptotique.

---

24. Le détail du calcul est similaire à celui présenté en annexe B.2

# Bibliographie

- [1] B. HERISSE, T. HAMEL, R. MAHONY et F. X. RUSSOTTO, « A Terrain-Following Control Approach for a VTOL Unmanned Aerial Vehicle using Average Optical Flow », *Autonomous Robots*, vol. 29, no. 3–4, p. 381–399, 2010.
- [2] R. LOZANO, *Unmanned Aerial Vehicles : Embedded Control*. ISTE Ltd and John Wiley and Sons Inc, 2010.
- [3] R. K. BARNHART, S. B. HOTTMAN, D. M. MARSHALL et E. SHAPPEE, *Introduction to Unmanned Aircraft Systems*. Taylor and Francis, 2012.
- [4] K. NONAMI, F. KENDOUL, S. SUZUKI, W. WANG et D. NAKAZAWA, *Autonomous Flying Robots - Unmanned Aerial Vehicles and Micro Aerial Vehicles*. Springer, 2010.
- [5] R. AUSTIN, *Unmanned Aircraft Systems - UAVS Design, Development and Deployment*. Wiley, 2010.
- [6] K. P. VALAVANIS, *Advances in Unmanned Aerial Vehicles - State of the Art and the Road to Autonomy*. Springer, 2007.
- [7] G. CAI, L. FENG, B. M. CHEN et T. H. LEE, « Systematic Design Methodology and Construction of UAV Helicopters », *Mechatronics*, vol. 18, no. 10, p. 545–558, 2008.
- [8] S. D. PRIOR, « Reviewing and Investigating the Use of Co-Axial Rotor Systems in Small UAVs », *International Journal of Micro Air Vehicles*, vol. 2, no. 1, p. 1–16, 2010.
- [9] J. FLEMING, T. JONES, P. GELHAUSEN et D. ENNS, « Improving Control System Effectiveness for Ducted Fan VTOL UAVs Operating in Crosswinds », *Proceedings of the 2nd AIAA "Unmanned Unlimited" Systems, Technologies, and Operations Conference, San Diego, California, USA*, 2003.
- [10] A. I. ABREGO et R. W. BULAGA, « Performance Study of a Ducted Fan System », *American Helicopter Society Aerodynamics, Acoustics, and Test and Evaluation Technical Specialists Meeting, San Francisco, California, USA*, 2002.
- [11] E. N. JOHNSON et M. A. TURBE, « Modeling, Control, and Flight Testing of a Small Ducted Fan Aircraft », *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, San Francisco, California, USA*, 2005.
- [12] R. NALDI, L. MARCONI et A. SALA, « Modelling and Control of a Miniature Ducted-Fan in Fast Forward Flight », *Proceedings of the American Control Conference, Seattle, Washington, USA*, 2008.
- [13] R. NALDI, L. GENTILI, L. MARCONI et A. SALA, « Design and Experimental Validation of a Nonlinear Control Law for a Ducted-Fan Miniature Aerial Vehicle », *Control Engineering Practice*, vol. 18, no. 7, p. 747–760, 2010.
- [14] Z. OMAR, C. BIL et R. HILL, « The Development of a New VTOL UAV Configuration for Law Enforcement », *Proceedings of the International Conference on Mechanical and Manufacturing Engineering, Johor Bahru, Malaysia*, 2008.

- 
- [15] A. KOEHL, *Modélisation, Observation et Commande d'un Drone Miniature à Birotor Co-axial*. Thèse de Doctorat, Université de Lorraine, France, 2012.
- [16] G. M. HOFFMANN, H. HUANG, S. L. WASL et C. J. TOMLIN, « Quadrotor Helicopter Flight Dynamics and Control : Theory and Experiment », *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, Hilton Head Island, South Carolina, USA*, 2007.
- [17] S. GUPTE, P. MOHANDAS et J. M. CONRAD, « A Survey of Quadrotor Unmanned Aerial Vehicles », *Proceedings of the IEEE SoutheastCon, Orlando, Florida, USA*, 2012.
- [18] M. ORSAG, S. BOGDAN, T. HAUS, M. BUNIC et A. KRNJAK, « Modeling, Simulation and Control of a Spincopter », *Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation, Shanghai, China*, 2011.
- [19] J. CESIC, M. ORSAG et S. BOGDAN, « Spincopter Wing Design and Flight Control », *Proceedings of the International Conference on Unmanned Aircraft Systems, Philadelphia, Pennsylvania, USA*, 2012.
- [20] S. P. SANE, « The Aerodynamics of Insect Flight », *Journal of Experimental Biology*, vol. 206, no. 23, p. 4191–4208, 2003.
- [21] K. MAZAHERI et A. EBRAHIMI, « Experimental Investigation on Aerodynamic Performance of a Flapping Wing Vehicle in Forward Flight », *Journal of Fluids and Structures*, vol. 27, no. 4, p. 586–595, 2011.
- [22] Q. V. NGUYEN, Q. T. TRUONG, H. C. PARK, N. S. GOO et D. BYUN, « Measurement of Force Produced by an Insect-Mimicking Flapping-Wing System », *Journal of Bionic Engineering*, vol. 7, no. 5, p. S94–S102, 2010.
- [23] H. RIFAI, N. MARCHAND et G. POULIN-VITTRANT, « Bounded Control of an Underactuated Biomimetic Aerial Vehicle - Validation with Robustness Tests », *Journal of Robotics and Autonomous Systems*, vol. 60, no. 9, p. 1165–1178, 2012.
- [24] H. R. EVERETT, *Sensors for Mobile Robots : Theory and Application*. A K Peters, 1995.
- [25] M. J. ALDON, « Capteurs et Méthodes pour la Localisation des Robots Mobiles », *Techniques de l'Ingénieur, S7852*, 2001.
- [26] E. TRUCCO et A. VERRI, *Introductory Techniques for 3-D Computer Vision*. Prentice Hall, 1998.
- [27] F. RUFFIER et N. FRANCESCHINI, « Visually Guided Micro-Aerial Vehicle : Automatic Take Off, Terrain Following, Landing and Wind Reaction », *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, New Orleans, Louisiana, USA*, vol. 3, p. 2339–2346, 2004.
- [28] F. RUFFIER, J. SERRES, G. PORTELLI et N. FRANCESCHINI, « Boucles Visuo-Motrices Biomimétiques pour le Pilotage Automatique de Micro-Aéronefs », *Proceedings of the 7ème Journées Nationales de la Recherche en Robotique, Neuilly-sur-Barangeon, France*, 2009.
- [29] A. MANECY, S. VIOLLET et N. MARCHAND, « Bio-Inspired Hovering Control for an Aerial Robot Equipped with a Decoupled Eye and a Rate Gyro », *Proceedings of the IEEE/RJS International Conference on Intelligent Robots and Systems, Vilamoura, Portugal*, p. 1110–1117, 2012.
- [30] Y. MA, S. SOATTO, J. KOSECKA et S. S. SASTRY, *An Invitation to 3-D Vision : From Images to Geometric Models*. Springer, 2004.

- 
- [31] B. CYGANEK et J. P. SIEBERT, *An Introduction to 3D Computer Vision Techniques and Algorithms*. Wiley, 2009.
- [32] R. E. KALMAN, « A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems », *Transactions of the ASME – Journal of Basic Engineering*, vol. 82, no. D, p. 35–45, 1960.
- [33] H. DURRANT-WHYTE et T. BAILEY, « Simultaneous Localisation and Mapping (SLAM) : Part I The Essential Algorithms », *IEEE Robotics and Automation Magazine*, vol. 13, no. 2, p. 99–110, 2006.
- [34] T. BAILEY et H. DURRANT-WHYTE, « Simultaneous Localisation and Mapping (SLAM) : Part II State of the Art », *IEEE Robotics and Automation Magazine*, vol. 13, no. 3, p. 108–117, 2006.
- [35] I. K. PEDDLE, T. JONES et J. TREURNICHT, « Practical Near Hover Flight Control of a Ducted Fan (SLADe) », *Control Engineering Practice*, vol. 17, no. 1, p. 48–58, 2009.
- [36] D. H. SHIM, T. J. KOO, F. HOFFMANN et S. S. SASTRY, « A Comprehensive Study of Control Design for an Autonomous Helicopter », *Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control, Tampa, Florida, USA*, vol. 4, p. 3653–3658, 1998.
- [37] H. J. KIM et D. H. SHIM, « A Flight Control System for Aerial Robots : Algorithms and Experiments », *Control Engineering Practice*, vol. 11, no. 12, p. 1389–1400, 2003.
- [38] A. TAYEBI et S. MCGILVRAY, « Attitude Stabilization of a Four-Rotor Aerial Robot », *Proceedings of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control, Nassau, The Bahamas*, vol. 2, p. 1216–1221, 2004.
- [39] J. LI et Y. LI, « Dynamic Analysis and PID Control for a Quadrotor », *Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, Beijing, China*, p. 573–578, 2011.
- [40] L. LIPERA, J. COLBOURNE, M. TISCHLER, M. H. MANSUR, M. ROTKOWITZ et P. PATANGUI, « The Micro Craft iSTAR Micro Air Vehicle : Control System Design and Testing », *Proceedings of the 57th Annual Forum of the American Helicopter Society, Washington, District of Columbia, USA*, p. 1–11, 2001.
- [41] A. A. WAHAB, R. MAMAT et S. S. SHAMSUDIN, « The Effectiveness of Pole Placement Method in Control System Design for an Autonomous Helicopter Model in Hovering Flight », *International Journal of Integrated Engineering*, vol. 1, no. 3, p. 33–46, 2011.
- [42] E. PFEIFER et F. KASSAB, « Dynamic Feedback Controller of an Unmanned Aerial Vehicle », *Proceedings of the Brazilian Robotics Symposium and Latin American Robotics Symposium, Fortaleza, Ceara, Brazil*, p. 261–266, 2012.
- [43] S. POUYA et F. SAGHAFI, « Autonomous Runway Alignment of Fixed-Wing Unmanned Aerial Vehicles in Landing Phase », *Proceedings of the 5th International Conference on Autonomic and Autonomous Systems, Valencia, Spain*, p. 208–213, 2009.
- [44] R. E. KALMAN, « Contributions to the Theory of Optimal Control », *Boletin de la Sociedad Matematica Mexicana*, vol. 5, p. 102–119, 1960.
- [45] J. K. PIEPER, S. BAILLIE et K. R. GOHEEN, « Linear-Quadratic Optimal Model-Following Control of a Helicopter in Hover », *Proceedings of the American Control Conference, Baltimore, Maryland, USA*, vol. 3, p. 3470–3474, 1994.
- [46] A. BUDIYONO et S. S. WIBOWO, « Optimal Tracking Controller Design for a Small Scale Helicopter », *Journal of Bionic Engineering*, vol. 4, no. 4, p. 271–280, 2007.

- [47] F. SANTOSO, M. LIU et G. EGAN, « Linear Quadratic Optimal Control Synthesis for a UAV », *Proceedings of the 12th Australian International Aerospace Congress, Melbourne, Australia*, 2007.
- [48] J. E. WHITE et J. R. PHELAN, « Stability Augmentation for a Free Flying Ducted Fan », *Proceedings of the AIAA Aerodynamics Flight Mechanics Conference, Monterey, California, USA*, 1987.
- [49] S. BOUABDALLAH, A. NOTH et R. SIEGWART, « PID vs LQ Control Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor », *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Sendai, Japan*, 2004.
- [50] G. STEIN et M. ATHANS, « The LQG/LTR Procedure for Multivariable Feedback Control Design », *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 32, no. 2, p. 105–114, 1987.
- [51] J. C. MORRIS, M. van NIEUWSTADT et P. BENDOTTI, « Identification and Control of a Model Helicopter in Hover », *Proceedings of the American Control Conference, Baltimore, Maryland, USA*, vol. 2, p. 1238–1242, 1994.
- [52] G. CAI, A. K. CAI, B. M. CHEN et T. H. LEE, « Construction, Modeling and Control of a Mini Autonomous UAV Helicopter », *Proceedings of the IEEE International Conference on Automation and Logistics, Qingdao, China*, 2008.
- [53] A. MOKHTARI, A. BENALLEGUE et A. BELAIDI, « Polynomial Linear Quadratic Gaussian and Sliding Mode Observer for a Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle », *Journal of Robotics and Mechatronics*, vol. 17, no. 4, p. 483–495, 2005.
- [54] G. PAPAGEORGIOU et K. GLOVER, «  $\mathcal{H}_\infty$  Loop-Shaping : Why is it a Sensible Procedure for Designing Robust Flight Controllers ? », *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, Portland, Oregon, USA*, 1999.
- [55] K. ZHOU et J. C. DOYLE, *Essentials of Robust Control*. Prentice Hall, 1999.
- [56] S. SKOGESTAD et I. POSTLETHWAITE, *Multivariable Feedback Control : Analysis and Design*. Wiley, 2001.
- [57] D. MCFARLANE et K. GLOVER, « A Loop-Shaping Design Procedure using  $\mathcal{H}_\infty$  Synthesis », *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 37, p. 759–769, 1992.
- [58] S. BOYD, L. EL GHAOU, E. FERON et V. BALAKRISHNAN, *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. SIAM, 1994.
- [59] P. GAHINET et P. APKARIAN, « A Linear Matrix Inequality Approach to  $\mathcal{H}_\infty$  Control », *International Journal of Robust and Nonlinear control*, vol. 4, p. 421–448, 1994.
- [60] G. CHESI, « LMI Techniques for Optimization over Polynomials in Control : A Survey », *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 55, no. 11, p. 2500–2510, 2010.
- [61] A. J. SMERLAS, D. J. WALKER, I. POSTLETHWAITE, M. E. STRANGE, J. HOWITT et A. W. GUBBELS, « Evaluating  $\mathcal{H}_\infty$  Controllers on the NRC Bell 205 Fly-by-Wire Helicopter », *Control Engineering Practice*, vol. 9, no. 1, p. 1–10, 2001.
- [62] E. PREMPAIN et I. POSTLETHWAITE, « Static  $\mathcal{H}_\infty$  Loop Shaping Control of a Fly-by-Wire Helicopter », *Automatica*, vol. 41, no. 9, p. 1517–1528, 2005.
- [63] I. POSTLETHWAITE, E. PREMPAIN, E. TURKOGLU, M. C. TURNER, K. ELLIS et A. W. GUBBELS, « Design and Flight Testing of Various  $\mathcal{H}_\infty$  Controllers for the Bell 205 Helicopter », *Control Engineering Practice*, vol. 13, no. 3, p. 383–398, 2005.



- 
- [64] M. LA CIVITA, G. PAPAGEORGIOU, W. C. MESSNER et T. KANADE, « Design and Flight Testing of an  $\mathcal{H}_\infty$  Controller for a Robotic Helicopter », *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 29, no. 2, p. 485–494, 2006.
- [65] J. GADEWADIKAR, F. L. LEWIS, K. SUBBARAO, K. PENG et B. M. CHEN, « H-Infinity Static Output-Feedback Control for Rotorcraft », *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, vol. 54, no. 4, p. 629–646, 2009.
- [66] D. SCHAFROTH, C. BERMES, S. BOUABDALLAH et R. SIEGWART, « Modeling, System Identification and Robust Control of a Coaxial Micro Helicopter », *Control Engineering Practice*, vol. 18, no. 7, p. 700–711, 2010.
- [67] P. BENDOTTI et J. C. MORRIS, « Robust Hover Control for a Model Helicopter », *Proceedings of the American Control Conference, Seattle, Washington, USA*, vol. 1, p. 682–687, 1995.
- [68] J. RICHALET, A. RAULT, J. L. TESTUD et J. PAPON, « Model Predictive Heuristic Control : Applications to Industrial Processes », *Automatica*, vol. 14, no. 5, p. 413–428, 1978.
- [69] D. W. CLARKE, C. MOHTADI et P. S. TUFFS, « Generalized Predictive Control - Part I : The Basic Algorithm », *Automatica*, vol. 23, no. 2, p. 137–148, 1987.
- [70] D. W. CLARKE, C. MOHTADI et P. S. TUFFS, « Generalized Predictive Control - Part II : Extensions and Interpretations », *Automatica*, vol. 23, no. 2, p. 149–160, 1987.
- [71] C. L. CASTILLO, W. MORENO et K. P. VALAVANIS, « Unmanned Helicopter Waypoint Trajectory Tracking using Model Predictive Control », *Proceedings of the Mediterranean Conference on Control and Automation, Athens, Greece*, p. 1–8, 2007.
- [72] J. DU, K. KONDAK, M. BERNARD, Y. ZHANG, T. LÜ et G. HOMMEL, « Model Predictive Control for a Small Scale Unmanned Helicopter », *International Journal of Advanced Robotic Systems*, vol. 5, no. 4, p. 433–438, 2008.
- [73] E. JOELIANTO, E. M. SUMARJONO, A. BUDIYONO et D. R. PENGGALIH, « Model Predictive Control for Autonomous Unmanned Helicopters », *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, vol. 83, no. 6, p. 375–387, 2011.
- [74] R. FRANZ, M. MILAM et J. HAUSER, « Applied Receding Horizon Control of the Caltech Ducted Fan », *Proceedings of the American Control Conference, Anchorage, Alaska, USA*, vol. 5, p. 3735–3740, 2002.
- [75] C. PAPACHRISTOS, K. ALEXIS, G. NIKOLAKOPOULOS et A. TZES, « Model Predictive Attitude Control of an Unmanned Tilt-Rotor Aircraft », *Proceedings of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics, Gdansk, Poland*, p. 922–927, 2011.
- [76] J. S. SHAMMA et M. ATHANS, « Analysis of Gain Scheduled Control for Nonlinear Plants », *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 35, no. 8, p. 898–907, 1990.
- [77] R. A. HYDE et K. GLOVER, « The Application of Scheduled  $\mathcal{H}_\infty$  Controllers to a VSTOL Aircraft », *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 38, no. 7, p. 1021–1039, 1993.
- [78] M. LA CIVITA, G. PAPAGEORGIOU, W. C. MESSNER et T. KANADE, « Design and Flight Testing of a Gain-Scheduled  $\mathcal{H}_\infty$  Loop Shaping Controller for Wide-Envelope Flight of a Robotic Helicopter », *Proceedings of the American Control Conference, Denver, Colorado, USA*, vol. 5, p. 4195–4200, 2003.
- [79] H. L. PEI, Y. HU et Y. WU, « Gain Scheduling Control of a Small Unmanned Helicopter », *Proceedings of the IEEE International Conference on Control and Automation, Guangzhou, China*, p. 1168–1173, 2007.

- 
- [80] J. S. SHAMMA et M. ATHANS, « Gain Scheduling : Potential Hazards and Possible Remedies », *IEEE Control Systems*, vol. 12, no. 3, p. 101–107, 1992.
- [81] P. APKARIAN, P. GAHINET et G. BECKER, « Self-Scheduled  $\mathcal{H}_\infty$  Control of Linear Parameter-Varying Systems : A Design Example », *Automatica*, vol. 31, no. 9, p. 1251–1261, 1995.
- [82] P. APKARIAN et R. J. ADAMS, « Advanced Gain-Scheduling Techniques for Uncertain Systems », *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 6, no. 1, p. 21–32, 1998.
- [83] J. J. SLOTINE et W. LI, *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall, 1991.
- [84] A. ISIDORI, *Nonlinear Control Systems (Third Edition)*. Springer, 1995.
- [85] H. K. KHALIL, *Nonlinear Systems (Third Edition)*. Prentice Hall, 2001.
- [86] J. HAUSER, S. S. SASTRY et G. MEYER, « Nonlinear Control Design for Slightly Non-Minimum Phase Systems : Application to V/STOL Aircraft », *Automatica*, vol. 28, no. 4, p. 665–679, 1992.
- [87] T. J. KOO et S. S. SASTRY, « Output Tracking Control Design of a Helicopter Model Based on Approximate Linearization », *Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control, Tampa, Florida, USA*, vol. 4, p. 3435–3460, 1998.
- [88] J. V. R. PRASAD et A. M. LIPP, « Synthesis of a Helicopter Nonlinear Flight Controller using Approximate Model Inversion », *Mathematical and Computer Modelling*, vol. 18, no. 3–4, p. 89–100, 1993.
- [89] S. SIEBERLING, Q. P. CHU et J. A. MULDER, « Robust Flight Control using Incremental Nonlinear Dynamic Inversion and Angular Acceleration Prediction », *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 33, no. 6, p. 1732–1742, 2010.
- [90] M. KRSTIC, I. KANELLAKOPOULOS et P. KOKOTOVIC, *Nonlinear and Adaptive Control Design*. Wiley, 1995.
- [91] R. MAHONY, T. HAMEL et A. DZUL, « Hover Control via Lyapunov Control for an Autonomous Model Helicopter », *Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control, Phoenix, Arizona, USA*, vol. 4, p. 3490–3495, 1999.
- [92] E. FRAZZOLI, M. A. DAHLEH et E. FERON, « Trajectory Tracking Control Design for Autonomous Helicopters using a Backstepping Algorithm », *Proceedings of the American Control Conference, Chicago, Illinois, USA*, vol. 6, p. 4102–4107, 2000.
- [93] R. MAHONY et T. HAMEL, « Robust Trajectory Tracking for a Scale Model Autonomous Helicopter », *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 14, no. 12, p. 1035–1059, 2004.
- [94] F. KENDOUL, D. LARA, I. FANTONI et R. LOZANO, « Real-Time Nonlinear Embedded Control for an Autonomous Quadrotor Helicopter », *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 30, no. 4, p. 1049–1061, 2007.
- [95] J. M. PFLIMLIN, P. SOUERES et T. HAMEL, « Position Control of a Ducted Fan VTOL UAV in Crosswind », *International Journal of Control*, vol. 80, no. 5, p. 666–683, 2007.
- [96] N. GUENARD, T. HAMEL et V. MOREAU, « Dynamic Modeling and Intuitive Control Strategy for an "X4-Flyer" », *Proceedings of the International Conference on Control and Automation, Budapest, Hungary*, vol. 1, p. 141–146, 2005.

- 
- [97] J. M. PFLIMLIN, T. HAMEL, P. SOUERES et R. MAHONY, « A Hierarchical Control Strategy for the Autonomous Navigation of a Ducted Fan Flying Robot », *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Orlando, Florida, USA*, p. 2491–2496, 2006.
- [98] R. WOOD et B. CAZZOLATO, « An Approximate Backstepping Control Law for the Global Stabilisation of Symmetric VTOL Vehicles », *Proceedings of the Information, Decision and Control Conference, Adelaide, Australia*, p. 142–147, 2007.
- [99] A. R. TEEL, « Global Stabilization and Restricted Tracking for Multiple Integrators with Bounded Controls », *Systems and Control Letters*, vol. 18, no. 3, p. 165–171, 1992.
- [100] A. R. TEEL, « A Nonlinear Small Gain Theorem for the Analysis of Control Systems with Saturation », *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 41, no. 9, p. 1256–1270, 1996.
- [101] A. ISIDORI, L. MARCONI et A. SERRANI, « Robust Nonlinear Motion Control of a Helicopter », *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 48, no. 3, p. 413–426, 2003.
- [102] L. MARCONI et R. NALDI, « Robust Full Degree-of-Freedom Tracking Control of a Helicopter », *Automatica*, vol. 43, no. 11, p. 1909–1920, 2007.
- [103] A. ZAVALA-RIO, I. FANTONI et R. LOZANO, « Global Stabilization of a PVTOL Aircraft Model with Bounded Inputs », *International Journal of Control*, vol. 76, no. 18, p. 1833–1844, 2003.
- [104] C. EDWARDS et S. K. SPURGEON, *Sliding Mode Control : Theory and Applications*. Taylor and Francis, 1998.
- [105] D. J. MCGEOCH, E. W. MCGOOKIN et S. S. HOUSTON, « MIMO Sliding Mode Attitude Command Flight Control System for a Helicopter », *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, San Francisco, California, USA*, 2005.
- [106] S. BOUABDALLAH et R. SIEGWART, « Backstepping and Sliding-Mode Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor », *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Barcelona, Spain*, p. 2247–2252, 2005.
- [107] R. XU et U. OZGÜNER, « Sliding Mode Control of a Class of Underactuated Systems », *Automatica*, vol. 44, no. 1, p. 233–241, 2008.
- [108] D. LEE, H. J. KIM et S. S. SASTRY, « Feedback Linearization vs. Adaptive Sliding Mode Control for a Quadrotor Helicopter », *International Journal of Control, Automation, and Systems*, vol. 7, no. 3, p. 419–428, 2009.
- [109] S. L. WASLANDER, G. M. HOFFMANN, J. S. JANG et C. J. TOMLIN, « Multi-Agent Quadrotor Testbed Control Design : Integral Sliding Mode vs. Reinforcement Learning », *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Edmonton, Alberta, Canada*, p. 3712–3717, 2005.
- [110] J. X. XU, Z. Q. GUO et T. H. LEE, « An Integral Sliding Mode Control Design for a Class of Underactuated Motion Systems », *Proceedings of the 36th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, Glendale, Arizona, USA*, p. 2385–2390, 2010.
- [111] K. NONAKA et H. SUGIZAKI, « Integral Sliding Mode Altitude Control for a Small Model Helicopter with Ground Effect Compensation », *Proceedings of the American Control Conference, San Francisco, California, USA*, p. 202–207, 2011.
- [112] L. A. ZADEH, « Fuzzy Sets », *Information and Control*, vol. 8, p. 338–353, 1965.
- [113] K. M. PASSINO et S. YURKOVICH, *Fuzzy Control*. Addison Wesley Longman, 1998.

- 
- [114] H. F. HO, Y. K. WONG et A. B. RAD, « Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control with Chattering Elimination for Nonlinear SISO Systems », *Simulation Modelling Practice and Theory*, vol. 17, no. 7, p. 1199–1210, 2009.
- [115] C. MNASRI et M. GASMI, « LMI-Based Adaptive Fuzzy Integral Sliding Mode Control of Mismatched Uncertain Systems », *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, vol. 21, no. 4, p. 605–615, 2011.
- [116] G. FENG, « A Survey on Analysis and Design of Model-Based Fuzzy Control Systems », *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 14, no. 5, p. 676–697, 2006.
- [117] F. K. YEH, C. W. HUANG et J. J. HUANG, « Adaptive Fuzzy Sliding-Mode Control for a Mini-UAV with Propellers », *Proceedings of the SICE Annual Conference, Tokyo, Japan*, p. 645–650, 2011.
- [118] C. L. HWANG et C. JAN, « Fuzzy Decentralized Sliding-Mode Under-Actuated Trajectory-Tracking Control for Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle », *Proceedings of the IEEE International Conference on Fuzzy Systems, Brisbane, Australia*, p. 1–10, 2012.
- [119] C. COZA, C. NICOL, C. J. B. MACNAB et A. RAMIREZ-SERRANO, « Adaptive Fuzzy Control for a Quadrotor Helicopter Robust to Wind Buffeting », *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*, vol. 22, no. 5, p. 267–283, 2011.
- [120] K. J. ÅSTRÖM et B. WITTENMARK, *Adaptive Control*. Addison Wesley, 1989.
- [121] P. A. IOANNOU et J. SUN, *Robust Adaptive Control*. Prentice Hall, 1996.
- [122] P. J. WERBOS, « An Overview of Neural Networks for Control », *IEEE Control Systems*, vol. 11, no. 1, p. 40–41, 1991.
- [123] I. PALUNKO et R. FIERRO, « Adaptive Control of a Quadrotor with Dynamic Changes in the Center of Gravity », *Proceedings of the 18th IFAC World Congress, Milano, Italia*, vol. 18, no. 1, p. 2626–2631, 2011.
- [124] A. ROBERTS et A. TAYEBI, « Adaptive Position Tracking of VTOL UAVs », *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 27, no. 1, p. 129–142, 2011.
- [125] E. N. JOHNSON et S. K. KANNAN, « Adaptive Trajectory Control for Autonomous Helicopters », *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 28, no. 3, p. 524–538, 2005.
- [126] S. K. KANNAN et E. N. JOHNSON, « Adaptive Control with a Nested Saturation Reference Model », *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, Austin, Texas, USA*, 2003.
- [127] M. KIM, Y. KIM et J. JUN, « Adaptive Sliding Mode Control using Slack Variables for Affine Underactuated Systems », *Proceedings of the 51st IEEE Conference on Decision and Control, Maui, Hawaii, USA*, p. 6090–6095, 2012.
- [128] N. HOVAKIMYAN, N. KIM, A. J. CALISE, J. V. R. PRASAD et E. CORBAN, « Adaptive Output Feedback for High-Bandwidth Control of an Unmanned Helicopter », *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Montreal, Quebec, Canada*, 2001.
- [129] H. NOURA, D. THEILLIOL, J. C. PONSART et A. CHAMSEDDINE, *Fault-Tolerant Control Systems*. Springer, 2009.
- [130] A. KHELASSI, *Nouvelle Méthodologie de Synthèse de Lois de Commande Tolérante aux Fautes Garantissant la Fiabilité des Systèmes*. Thèse de Doctorat, Université Henri Poincaré, 2011.

- 
- [131] M. BLANKE, M. STAROSWIECKI et N. E. WU, « Concepts and Methods in Fault-Tolerant Control », *Proceedings of the American Control Conference, Arlington, Virginia, USA*, vol. 4, p. 2606–2620, 2001.
- [132] Y. ZHANG et J. JIANG, « Bibliographical Review on Reconfigurable Fault-Tolerant Control Systems », *Annual Reviews in Control*, vol. 32, no. 2, p. 229–252, 2008.
- [133] F. BATEMAN, H. NOURA et M. OULADSINE, « A Fault Tolerant Control Strategy for an Unmanned Aerial Vehicle Based on a Sequential Quadratic Programming Algorithm », *Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control, Cancun, Mexico*, p. 423–428, 2008.
- [134] F. BATEMAN, H. NOURA et M. OULADSINE, « Fault Diagnosis and Fault-Tolerant Control Strategy for the Aerosonde UAV », *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 47, no. 3, p. 2119–2137, 2011.
- [135] I. SADEGHZADEH, A. MEHTA, A. CHAMSEDDINE et Y. ZHANG, « Active Fault Tolerant Control of a Quadrotor UAV Based on Gainscheduled PID Control », *Proceedings of the 25th IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering, Montreal, Quebec, Canada*, p. 1–4, 2012.
- [136] A. CHAMSEDDINE, Y. ZHANG, C. A. RABBATH, C. JOIN et D. THEILLIOL, « Flatness-Based Trajectory Planning/Replanning for a Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle », *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 48, no. 4, p. 2832–2848, 2012.
- [137] M. FLIESS, J. LÉVINE, P. MARTIN et P. ROUCHON, « Flatness and Defect of Non-Linear Systems : Introductory Theory and Examples », *International Journal of Control*, vol. 61, no. 6, p. 1327–1361, 1995.
- [138] M. VAN NIEUWSTADT, M. RATHINAM et R. M. MURRAY, « Differential Flatness and Absolute Equivalence », *Proceedings of the 33rd IEEE Conference on Decision and Control, Lake Buena Vista, Florida, USA*, vol. 1, p. 326–332, 1994.
- [139] T. J. KOO et S. S. SASTRY, « Differential Flatness Based Full Authority Helicopter Control Design », *Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control, Phoenix, Arizona, USA*, vol. 2, p. 1982–1987, 1999.
- [140] M. VAN NIEUWSTADT et R. M. MURRAY, « Outer Flatness : Trajectory Generation for a Model Helicopter », *Proceedings of the European Control Conference, Brussels, Belgium*, 1997.
- [141] J. A. BALL et J. W. HELTON, «  $\mathcal{H}_\infty$  Control for Nonlinear Plants : Connections with Differential Games », *Proceedings of the 28th IEEE Conference on Decision and Control, Tampa, Florida, USA*, vol. 2, p. 956–962, 1989.
- [142] A. J. VAN DER SCHAFT, « On a State Space Approach to Nonlinear  $\mathcal{H}_\infty$  Control », *Systems and Control Letters*, vol. 16, no. 1, p. 1–8, 1991.
- [143] A. J. VAN DER SCHAFT, «  $\mathcal{L}_2$ -Gain Analysis of Nonlinear Systems and Nonlinear State-Feedback  $\mathcal{H}_\infty$  Control », *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 37, no. 6, p. 770–784, 1992.
- [144] M. D. S. ALIYU, « An Approach for Solving the Hamilton–Jacobi–Isaacs Equation (HJIE) in Nonlinear  $\mathcal{H}_\infty$  Control », *Automatica*, vol. 39, no. 5, p. 877–884, 2003.
- [145] J. HUANG et C. F. LIN, « Numerical Approach to Computing Nonlinear  $\mathcal{H}_\infty$  Control Laws », *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 18, no. 5, p. 989–994, 1995.
- [146] D. L. LUKES, « Optimal Regulation of Nonlinear Dynamical Systems », *SIAM Journal on Control*, vol. 7, no. 1, p. 75–100, 1969.

- [147] R. W. BEARD et T. W. MCLAIN, « Successive Galerkin Approximation Algorithms for Nonlinear Optimal and Robust Control », *International Journal of Control*, vol. 71, no. 5, p. 717–743, 1998.
- [148] H. C. FERREIRA, P. H. ROCHA et R. M. SALES, « Nonlinear  $\mathcal{H}_\infty$  Control and the Hamilton-Jacobi-Isaacs Equation », *Proceedings of the 17th IFAC World Congress, Seoul, South Korea*, vol. 17, no. 1, p. 188–193, 2008.
- [149] M. D. S. ALIYU, *Nonlinear  $\mathcal{H}_\infty$ -Control, Hamiltonian Systems and Hamilton-Jacobi Equations*. CRC Press, 2011.
- [150] C. C. KUNG, C. D. YANG, D. W. CHIOU et C. C. LUO, « Nonlinear  $\mathcal{H}_\infty$  Helicopter Control », *Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control, Las Vegas, Nevada, USA*, vol. 4, p. 4468–4473, 2002.
- [151] C. D. YANG, W. H. LIU et C. C. KUNG, « Nonlinear  $\mathcal{H}_\infty$  Decoupling Control for Hovering Helicopter », *Proceedings of the American Control Conference, Anchorage, Alaska, USA*, vol. 6, p. 4353–5358, 2002.
- [152] G. V. RAFFO, M. G. ORTEGA et F. R. RUBIO, « Nonlinear  $\mathcal{H}_\infty$  Controller for the Quad-Rotor Helicopter with Input Coupling », *Proceedings of the 18th IFAC World Congress, Milano, Italia*, vol. 18, no. 1, p. 13834–13839, 2011.
- [153] G. V. RAFFO, M. G. ORTEGA et F. R. RUBIO, « An Integral Predictive/Nonlinear  $\mathcal{H}_\infty$  Control Structure for a Quadrotor Helicopter », *Automatica*, vol. 46, no. 1, p. 29–39, 2010.
- [154] D. Q. MAYNE, « Receding Horizon Control of Nonlinear Systems », *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 35, no. 7, p. 814–824, 1990.
- [155] L. GRÜNE et J. PANNEK, *Nonlinear Model Predictive Control : Theory and Algorithms*. Springer, 2011.
- [156] M. CANNON, « Efficient Nonlinear Model Predictive Control Algorithms », *Annual Reviews in Control*, vol. 28, no. 2, p. 229–237, 2004.
- [157] H. J. KIM, D. H. SHIM et S. S. SASTRY, « Nonlinear Model Predictive Tracking Control for Rotorcraft-Based Unmanned Aerial Vehicles », *Proceedings of the American Control Conference, Anchorage, Alaska, USA*, vol. 5, p. 3576–3581, 2002.
- [158] H. S. SHIN, M. J. THAK et H. J. KIM, « Nonlinear Model Predictive Control for Multiple UAVs Formation using Passive Sensing », *International Journal of Aeronautical and Space Science*, vol. 12, no. 1, p. 16–23, 2011.
- [159] Z. CHAO, L. MING, Z. SHAOLEI et Z. WENGUANG, « Collision-Free UAV Formation Flight Control Based on Nonlinear MPC », *Proceedings of the International Conference on Electronics, Communications and Control, Ningbo, China*, p. 1951–1956, 2011.
- [160] Z. PENG, B. LI, X. CHEN et J. WU, « Online Route Planning for UAV Based on Model Predictive Control and Particle Swarm Optimization Algorithm », *Proceedings of the 10th World Congress on Intelligent Control and Automation, Beijing, China*, p. 397–401, 2012.
- [161] W. H. CHEN, « Predictive Control of General Nonlinear Systems using Approximation », *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, vol. 151, no. 2, p. 137–144, 2004.
- [162] N. SLEGGERS, J. KYLE et M. COSTELLO, « Nonlinear Model Predictive Control Technique for Unmanned Air Vehicles », *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 29, no. 5, p. 1179–1188, 2006.
- [163] S. HUTCHINSON, G. D. HAGER et P. I. CORKE, « A Tutorial on Visual Servo Control », *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 12, no. 5, p. 651–670, 1996.

- 
- [164] E. MALIS, F. CHAUMETTE et S. BOUDET, « Positioning a Coarse-Calibrated Camera with Respect to an Unknown Object by 2D 1/2 Visual Servoing », *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Leuven, Belgium*, vol. 2, p. 1352–1359, 1998.
- [165] O. SHAKERNIA, Y. MA, T. J. KOO, J. HESPANHA et S. S. SASTRY, « Vision Guided Landing of an Unmanned Air Vehicle », *Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control, Phoenix, Arizona, USA*, vol. 4, p. 4143–4148, 1999.
- [166] T. HAMEL et R. MAHONY, « Image Based Visual Servo Control for a Class of Aerial Robotic Systems », *Automatica*, vol. 43, no. 11, p. 1975–1983, 2007.
- [167] H. DE PLINVAL, P. MORIN, P. MOUYON et T. HAMEL, « Visual Servoing for Underactuated VTOL UAVs : A Linear, Homography-Based Approach », *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Shanghai, China*, p. 3004–3010, 2011.
- [168] C. A. MONJE, Y. Q. CHEN, B. M. VINAGRE, D. XUE et V. FELIU, *Fractional-Order Systems and Controls : Fundamentals and Applications*. Springer, 2010.
- [169] X. ZHANG et Y. Q. CHEN, « Remarks on Fractional Order Control Systems », *Proceedings of the American Control Conference, Montreal, Quebec, Canada*, p. 5169–5173, 2012.
- [170] Y. LUO, L. DI, J. HAN, H. CHAO et Y. Q. CHEN, « VTOL UAV Altitude Flight Control using Fractional Order Controllers », *Proceedings of the 4th IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications, Badajoz, Spain*, 2010.
- [171] J. HAN, L. DI, C. COOPMANS et Y. Q. CHEN, « Fractional Order Controller for Pitch Loop Control of a VTOL UAV », *Proceedings of the International Conference on Unmanned Aircraft Systems, Atlanta, Georgia, USA*, 2013.
- [172] E. FREW et R. SENGUPTA, « Obstacle Avoidance with Sensor Uncertainty for Small Unmanned Aircraft », *Proceedings of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control, Nassau, The Bahamas*, vol. 1, p. 614–619, 2004.
- [173] A. FERRICK, J. FISH, E. VENATOR et G. S. LEE, « UAV Obstacle Avoidance using Image Processing Techniques », *Proceedings of the IEEE International Conference on Technologies for Practical Robot Applications, Woburn, Massachusetts, USA*, p. 73–78, 2012.
- [174] H. CHEN, K. CHANG et C. S. AGATE, « UAV Path Planning with Tangent-Plus-Lyapunov Vector Field Guidance and Obstacle Avoidance », *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 49, no. 2, p. 840–856, 2013.
- [175] R. KRASHANITSA, G. PLATANITIS, D. SILIN et S. SHKARAYEV, « Aerodynamics and Controls Design for Autonomous Micro Air Vehicles », *Proceedings of the AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit, Keystone, Colorado, USA*, 2006.
- [176] P. GNEMMI, S. CHANGEY, C. REY, E. ROUSSEL, K. MEDER, N. METZGER, S. SCHERTZER, E. PECHEUR, A. DROUOT, C. CHAUFFAUT, R. SIRYANI, C. BERNER, L. BERNARD, P. WEY, B. MARTINEZ, M. BOUTAYEB et R. LOZANO, « Conception et Réalisation d'un Démonstrateur pour un Système Hybride Projectile / Drone Miniature - Etat des Travaux après 32 Mois », *Proceedings of the Workshop Interdisciplinaire sur la Sécurité Globale, Troyes, France*, 2013.
- [177] T. R. SMITH, E. MCCOY, M. KRASINSKI, S. LIMAYE, L. S. SHOOK, F. UHELKY et W. GRAHAM, « Ballute and Parachute Decelerators for FASM/Quicklook UAV », *Proceedings of the AIAA Aerodynamic Decelerator Systems Technology Conference and Seminar, Monterey, California, USA*, 2003.

- [178] N. M. WERELEY et D. J. PINES, « Feasibility Study of a Smart Submunition : Deployment from a Conventional Weapon », *Technical Report, Army Research Laboratory, ARL-CR-0475*, 2001.
- [179] P. GNEMMI et J. HAERTIG, « Concept of a Gun Launched Micro Air Vehicle », *Proceedings of the 26th AIAA Applied Aerodynamics Conference, Honolulu, Hawaii, USA*, 2008.
- [180] P. GNEMMI, A. KOEHL, B. MARTINEZ, S. CHANGEY et S. THEODOULIS, « Modeling and Control of Two GLMAV Hover-Flight Concepts », *Proceedings of the European Micro Aerial Vehicle Conference, Delft, Netherlands*, 2009.
- [181] A. KOEHL, H. RAFARALAHY, M. BOUTAYEB et B. MARTINEZ, « Modeling and Identification of a Launched Micro Air Vehicle : Design and Experimental Results », *Proceedings of the AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference, Toronto, Canada*, 2010.
- [182] S. SUNADA, K. TANAKA et K. KAWASHIMA, « Maximization of Thrust-Torque Ratio of a Coaxial Rotor », *Journal of Aircraft*, vol. 42, no. 2, p. 570–572, 2005.
- [183] J. M. PFLIMLIN, P. BINETTI, P. SOUÈRES, T. HAMEL et D. TROUCHET, « Modeling and Attitude Control Analysis of a Ducted-Fan Micro Aerial Vehicle », *Control Engineering Practice*, vol. 18, no. 3, p. 209–218, 2010.
- [184] S. SHENG, A. A. MIAN, Z. CHAO et B. JIANG, « Autonomous Takeoff and Landing Control for a Prototype Unmanned Helicopter », *Control Engineering Practice*, vol. 18, no. 9, p. 1053–1059, 2010.
- [185] A. R. S. BRAMWELL, G. DONE et D. BALMFORD, *Bramwell's Helicopter Dynamics*. Butterworth–Heinemann, 2001.
- [186] R. W. PROUTY, *Helicopter Performance, Stability, and Control*. Krieger, 2001.
- [187] K. J. ÅSTRÖM et T. HÄGGLUND, *PID Controllers - Theory, Design, and Tuning*. International Society for Measurement and Control, 1995.
- [188] K. J. ÅSTRÖM et T. HÄGGLUND, *Advanced PID Control*. The Instrumentation, Systems, and Automation Society, 2006.
- [189] A. ISIDORI, L. MARCONI et A. SERRANI, *Robust Autonomous Guidance : An Internal Model Approach*. Springer, 2003.
- [190] B. D. O. ANDERSON et J. B. MOORE, *Optimal Control : Linear Quadratic Methods*. Prentice Hall, 1989.
- [191] V. KUCERA, « A Method to Teach the Parameterization of all Stabilizing Controllers », *Proceedings of the 18th IFAC World Congress, Milano, Italia*, vol. 18, no. 1, p. 6355–6360, 2011.
- [192] L. EL GHAOUI et P. GAHINET, « Rank Minimization under LMI constraints : A Framework for Output Feedback Problems », *Proceedings of the European Control Conference, Groningen, Netherlands*, 1993.
- [193] P. APKARIAN et H. TUAN, « LMI-Constrained Concave Programs in Robust Control », *Proceedings of the American Control Conference, San Diego, California, USA*, vol. 2, p. 1395–1399, 1999.
- [194] L. EL GHAOUI, F. OUSTRY et M. A. RAMI, « A Cone Complementarity Linearization Algorithm for Static Output-Feedback and Related Problems », *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 42, no. 8, p. 1171–1176, 1997.



- 
- [195] A. DROUOT, M. ZASADZINSKI, H. SOULEY-ALI, E. RICHARD et M. BOUTAYEB, « Two Robust Static Output Feedback  $\mathcal{H}_\infty$  Control Architectures for a Gun Launched Micro Aerial Vehicle », *Proceedings of the Mediterranean Conference on Control and Automation, Platania, Greece*, 2013.
- [196] D. PEAUCELLE et A. FRADKOV, « Robust Adaptive  $L_2$ -Gain Control of Polytopic MIMO LTI Systems - LMI Results », *Systems and Control Letters*, vol. 57, no. 11, p. 881–887, 2008.
- [197] D. PEAUCELLE, A. DROUOT, C. PITTET et J. MIGNOT, « Simple Adaptive Control Without Passivity Assumptions and Experiments on Satellite Attitude Control DEMETER Benchmark », *Proceedings of the 18th IFAC World Congress, Milano, Italia*, vol. 18, no. 1, p. 6535–6540, 2011.
- [198] A. DROUOT, E. RICHARD, M. BOUTAYEB, M. ZASADZINSKI et A. ZEMOUCHE, « Adaptive Output Tracking Control Design of a Gun Launched Micro Aerial Vehicle Based on Approximate Feedback Linearization », *Proceedings of the European Control Conference, Zurich, Switzerland*, 2013.
- [199] A. DROUOT, E. RICHARD et M. BOUTAYEB, « Commande Linéarisante d'un Drone Projectile Miniature avec Observation des Perturbations », *Proceedings of the JD - JN MACS, Strasbourg, France*, 2013.
- [200] R. SEPULCHRE, M. JANKOVIC et P. V. KOKOTOVIC, *Constructive Nonlinear Control*. Springer, 1997.
- [201] V. I. UTKIN, *Sliding Modes in Control and Optimization*. Springer, 1992.
- [202] A. DROUOT, E. RICHARD et M. BOUTAYEB, « Nonlinear Backstepping Based Trajectory Tracking Control of a Gun Launched Micro Aerial Vehicle », *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Minneapolis, Minnesota, USA*, 2012.
- [203] A. DROUOT, E. RICHARD et M. BOUTAYEB, « Commande par Backstepping pour la Poursuite de Trajectoires d'un Drone Projectile Miniature », *Proceedings of the CIFA, Grenoble, France*, 2012.
- [204] E. PANTELEY et A. LORIA, « Growth Rate Conditions for Uniform Asymptotic Stability of Cascaded Time-Varying Systems », *Automatica*, vol. 37, no. 3, p. 453–460, 2001.
- [205] A. DROUOT, E. RICHARD et M. BOUTAYEB, « An Approximate Backstepping Based Trajectory Tracking Control of a Gun Launched Micro Aerial Vehicle », *Proceedings of the International Conference on Unmanned Aircraft Systems, Philadelphia, Pennsylvania, USA*, 2012.
- [206] R. OLFATI-SABER, « Global Configuration Stabilization for the VTOL Aircraft with Strong Input Coupling », *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 47, no. 11, p. 1949–1952, 2002.
- [207] R. WOOD, *Lyapunov-Based Control Strategies for the Global Control of Symmetric VTOL UAVs*. Thèse de Doctorat, University of Adelaide, Australia, 2007.
- [208] A. DROUOT, E. RICHARD et M. BOUTAYEB, « Approximate Backstepping Based Trajectory Tracking Control of a Gun Launched Micro Aerial Vehicle in Crosswind », *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, vol. 70, no. 1, p. 133–150, 2013.
- [209] P. KUDVA et K. S. NARENDRA, « Synthesis of an Adaptive Observer using Lyapunov's Direct Method », *International Journal of Control*, vol. 18, no. 6, p. 1201–1210, 1973.

- 
- [210] S. SHEIKHOLESLAM, « Observer-Based Parameter Identifiers for Nonlinear Systems with Parameter Dependencies », *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 40, no. 2, p. 382–387, 1995.
- [211] S. S. SASTRY et M. BODSON, *Adaptive Control : Stability, Convergence, and Robustness*. Prentice Hall, 1989.
- [212] G. KREISSSELMEIER, « Adaptive Observers with Exponential Rate of Convergence », *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 22, no. 1, p. 2–8, 1977.
- [213] A. P. MORGAN et K. S. NARENDRA, « On the Uniform Asymptotic Stability of Certain Linear Nonautonomous Differential Equations », *SIAM Journal on Control and Optimization*, vol. 15, no. 1, p. 5–24, 1977.
- [214] A. DROUOT, E. RICHARD et M. BOUTAYEB, « Hierarchical Backstepping Based Control of a Gun Launched MAV in Crosswinds : Theory and Experiment », *To be published in Control Engineering Practice*, 2013.
- [215] V. GASSMANN, A. DROUOT, C. CHAUFFAUT, E. ROUSSEL, S. CHANGEY, P. GNEMMI, E. RICHARD, M. BOUTAYEB et R. LOZANO, « Control of a Gun - Launched MAV for Scene Observation », *Submitted to the Workshop on Research, Education and Development of Unmanned Aerial Systems, Compiègne, France*, 2013.
- [216] R. MAHONY, T. HAMEL et J. M. PFLIMLIN, « Nonlinear Complementary Filters on the Special Orthogonal Group », *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 53, no. 5, p. 1203–1218, 2008.
- [217] A. DROUOT, E. RICHARD et M. BOUTAYEB, « Sensors Biases Estimation : Application to the Control of a Micro Aerial Vehicle », *Submitted to the European Control Conference, Strasbourg, France*, 2014.
- [218] A. MARTINI, *Modélisation et Commande de Vol d'un Hélicoptère Drone Soumis à une Rafale de Vent*. Thèse de Doctorat, Université Paul Verlaine, France, 2008.
- [219] J. M. PFLIMLIN, *Commande d'un Minidrone à Hélice Carénée : De la Stabilisation dans le Vent à la Navigation Autonome*. Thèse de Doctorat, Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace, France, 2006.
- [220] R. MAHONY, S. H. CHA et T. HAMEL, « A Coupled Estimation and Control Analysis for Attitude Stabilisation of Mini Aerial Vehicles », *Proceedings of the Australasian Conference on Robotics and Automation, Auckland, New Zealand*, 2006.



## Résumé

De nos jours, l'utilisation des drones miniatures à voilure tournante pour des missions d'observation dans des environnements hostiles est en pleine expansion. Ces appareils, grâce à leurs capacités à combiner le vol de translation avec le vol stationnaire, sont en effet bien adaptés aux besoins de ces missions. L'étude présentée dans cette thèse concerne un nouveau concept de drone appelé GLMAV (pour Gun Launched Micro Aerial Vehicle), qui consiste à rendre très rapidement opérationnel un véhicule hybride projectile - drone. La difficulté dans le pilotage de ce type de véhicules est d'assurer de bonnes performances de suivi de trajectoires tout en garantissant une résistance aux perturbations aérodynamiques. Après une étape de modélisation, le cœur de la thèse présente plusieurs stratégies de commande, aussi bien linéaires que non linéaires, permettant la navigation autonome du drone. Plusieurs approches permettant l'estimation et la prise en compte dans la commande des efforts parasites liés aux phénomènes aérodynamiques sont également détaillées. L'efficacité de tous les algorithmes de commande est ensuite illustrée par de nombreuses simulations numériques. Du point de vue pratique, une simple loi de commande ne suffit pas. En effet, des techniques de filtrage particulières ou des aménagements spécifiques doivent être utilisés pour reconstruire l'état du drone. Les performances de l'ensemble de la boucle de commande sont d'abord testées en simulation avant l'implantation sur le prototype du GLMAV développé par l'Institut franco-allemand de recherches de Saint-Louis.

**Mots-clés:** drone, modélisation, commande linéaire, commande non linéaire, estimation de paramètres, observation d'état, filtrage

## Abstract

Nowadays, the use of rotary-wing MAV for observation missions in hostile environments is constantly growing. These aircrafts, through their ability to perform both translation flights and hover, are indeed well appropriate for these missions. The study presented in this thesis deals with a new MAV concept called GLMAV (for Gun Launched Micro Aerial Vehicle), which consists in getting very quickly up and running a projectile - MAV hybrid vehicle. The difficulty in controlling such vehicles is to ensure good trajectory tracking performances while guaranteeing robustness towards aerodynamic disturbances. After a modelling stage, the heart of the thesis introduces various control strategies, both linear and nonlinear, for the autonomous navigation of the MAV. Several approaches allowing the estimation and the consideration into the control of the parasitic efforts caused by aerodynamic phenomena are also detailed. The effectiveness of the control algorithms is then shown through many numerical simulations. From a practical point of view, having a control law is not enough. Indeed, special filtering techniques or specific equipments have to be used to reconstruct the system state. The performances of the overall control loop are firstly tested in simulation before its implementation on the GLMAV prototype developed by the French-German research Institute of Saint-Louis.

**Keywords:** MAV, modelling, linear control, nonlinear control, parameters estimation, state observation, filtering