UNIVERSITÉ DE LORRAINE

AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4
Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10
http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php
http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm

UNIVERSITÉ DE LORRAINE

École doctorale IAEM Lorraine

Détection de changement de mode de fonctionnement : Application à la coulée continue de l'acier

THÈSE

présentée et soutenue publiquement le

pour l'obtention du

Doctorat de l'Université de Lorraine

(Automatique)

par

Loïc Bazart

Composition du jury

Président :	Abdessamad Kobi	Professeur à l'Université d'Angers
Rapporteurs :	Noureddine Zerhouni	Professeur à l'ENSMM
	Abdessamad Kobi	Professeur à l'Université d'Angers
Examinateurs :	Sylvie Charbonnier	Maître de conférence à l'Université Joseph Fourier
	José Ragot	Professeur à l'Université de Lorraine
	Ahmed Khelassi	Docteur ingénieur ArcelorMittal Maizières-les-Metz
	Didier Maquin	Professeur à l'Université de Lorraine
Invités :	Bertrand Bèle	Ingénieur ArcelorMittal Maizières-les-Metz
	Alain Mouchette	Ingénieur ArcelorMittal Maizières-les-Metz

Centre de Recherche en Automatique de Nancy

Mis en page avec la classe thesul.

Sommaire

Introduction générale **1**

Chapitre 1
La coulée continue **5**

1.1 Présentation du procédé de la coulée continue 6
1.1.1 Principe de fonctionnement de la machine de coulée continue . . . 7
1.1.2 Oscillation de la lingotière 8
1.1.3 Lubrifiant 8
1.1.4 Défauts de coulée 8
1.2 Simulateur mécanique de la lingotière 9
1.2.1 Modèle mécanique de la lingotière 9
1.2.2 Régulateurs de la coulée continue 10
1.3 Simulateur thermique de la lingotière 11
1.3.1 Hypothèses de travail 11
1.3.1.1 Diffusion mono-dimensionnelle 11
1.3.1.2 Constance des paramètres 12
1.3.1.3 Contact solide-solide 12
1.3.1.4 Conduction simple 12
1.3.1.5 Cœur liquide 12
1.3.2 Structure du modèle thermique de la lingotière 13
1.3.3 Introduction de la vitesse de coulée 14
1.3.4 Passage de la température à l'enthalpie 15
1.3.5 Événements modélisés 16
1.3.5.1 Changements de vitesse de coulée 16
1.3.5.2 Modélisation des dépressions 17

1.3.5.3 Modélisation des collages 17
1.3.6 Équations du modèle thermique 17
1.3.6.1 Équation de la chaleur 17
1.3.7 Discrétisation de l'équation 18
1.3.8 Conditions aux limites 19
1.3.8.1 Écriture sous forme matricielle 19
1.3.8.2 Interface cuivre/acier 20
1.3.9 Représentation globale du modèle 20
1.3.10 Calage du modèle 22
1.3.11 Comparaison avec un autre simulateur : Cerber 23

Chapitre 2
Méthodes de détection de changement de mode de fonctionnement 25

2.1 Position du problème 26
2.2 Équation de parité 27
2.2.1 Principe des équations de parité 27
2.2.2 Exemple d'application 29
2.2.3 Exemple d'application 30
2.3 Observateur d'état complet 32
2.3.1 Principe de l'observateur d'état complet 32
2.3.2 Exemple 32
2.3.3 Conditions de simulation et résultats 33
2.4 Observateur à entrée inconnue 34
2.4.1 Principe de l'observateur à entrée inconnue 34
2.4.2 Exemple d'illustration 35
2.4.3 Conditions de simulation et résultats 36
2.5 Filtre de Kalman 37
2.5.1 Principe du filtre de Kalman 37
2.5.2 Exemple 38
2.5.3 Conditions de simulation et résultats 39
2.6 Estimation paramétrique 39
2.6.1 Principe de l'estimation paramétrique 40
2.6.2 Exemple 42

2.6.3 Conditions de simulation et résultats 42
2.7 Approche multimodèle 43
2.7.1 Principe de la modélisation sous-forme Tagaki-Sugeno 43
2.7.2 Synthèse d'un observateur à gain proportionnel 44
2.7.3 Exemple 46
2.7.4 Conditions de simulation et résultats 47
2.8 Conclusion 49

Chapitre 3
Méthode du gradient pour la détection du changement de mode 51

3.1 Exemple introductif 52
3.1.1 Construction d'un indicateur du mode de fonctionnement 53
3.1.2 Analyse du gradient 54
3.1.3 Mise en œuvre pratique 55
3.2 Méthode générale 56
3.2.1 Écriture générale de la méthode du gradient avec n variables . . . 56
3.2.2 Mise en évidence de la récurrence entre n et $n+1$ variables 59
3.3 Prise en compte d'un bruit de mesure 62
3.3.1 Écriture du gradient des résidus en présence d'un bruit de mesure 63
3.3.2 Conditions de séparation des modes en présence de bruit 65
3.4 Généralisation de la prise en compte d'un bruit de mesure au cas à n variables 67
3.4.1 Écriture du gradient des résidus en présence d'un bruit de mesure pour un système à n variables 67
3.4.2 Conditions de séparation des modes 69
3.4.3 Écriture de la condition de séparation des modes dans le cas de n variables 70
3.4.4 Conclusion 71
3.5 Extension à un système à p modes de fonctionnement 72
3.6 Conclusion 74

Chapitre 4
Application de la méthode du gradient des résidus à la coulée continue **75**

4.1 Étude d'un point de vue mécanique 76
4.1.1 Modèle de frottement linéaire 76
4.1.1.1 Protocole de simulation 78
4.1.1.2 Application de la méthode du gradient des résidus au modèle mécanique de la lingotière 78
4.1.1.3 Résultats de simulation 79
4.1.2 Modèle linéaire par morceaux des frottements 82
4.1.2.1 Protocole de simulation 84
4.1.2.2 Modification de f_2 84
4.1.2.3 Modification de α 87
4.1.3 Application de la méthode du gradient des résidus aux données mécaniques réelles 90
4.1.3.1 Résultats obtenus en situation réelle 90
4.1.3.2 Conclusions 92
4.2 Étude d'un point de vue thermique 92
4.2.1 Modèle thermique 92
4.2.1.1 Application de la méthode du gradient des résidus au modèle thermique de la lingotière 95
4.2.1.2 Résultats de simulation 96
4.2.2 Étude d'un cas réel 97
4.3 Conclusion 99

Chapitre 5
Détection des collages par rejet de mode **101**

5.1 Principe de la méthode 102
5.1.1 Modèle de prédiction de la température inférieure 102
5.1.2 Paramètres du modèle 103
5.1.3 Seuil de détection 103
5.2 Application de la méthode du rejet de mode aux données simulées 104

5.3 Application de la méthode du rejet de mode aux données industrielles . . 106
5.3.1 Estimation des paramètres 106
5.3.2 Détection des collages 108
5.3.2.1 Cas idéal 110
5.3.2.2 Détection du collage avec fausse alarme 110
5.3.3 Étude des fausses alarmes 113
5.3.3.1 Fausse alarme concordante avec le système actuel 113
5.3.3.2 Fausse alarme non concordante avec le système actuel . . 115
5.3.3.3 Absence de fausses alarmes 117
5.4 Synthèse des résultats et conclusions 120

Conclusion et perspectives **123**

Glossaire **125**

Bibliographie **127**

Table des figures

1.1 Schéma de principe de la coulée continue 7
1.2 Exemple de discrétisation d'une lingotière 13
1.3 Effet du déplacement sur la température "vue" par la lingotière 15
1.4 Modélisation de la fonction de correspondance entre l'enthalpie et la température 16
1.5 Comparaison des profils thermiques de la surface du produit 23

2.1 Schéma de variation du paramètre f 31
2.2 Résidu obtenu avec les équations de parité 31
2.3 Résidus obtenus avec l'observateur d'état complet 34
2.4 Résidus obtenus avec l'observateur à entrée inconnue 37
2.5 Résidus obtenus avec le filtre de Kalman 39
2.6 Estimation du paramètre $\hat{f}$ 43
2.7 Erreurs d'estimation des états et coefficient de frottement 48

3.1 Séparation des modes sans bruit 65
3.2 Séparation des modes avec bruit 65

4.1 Variations du paramètre f 78
4.2 Entrées/sortie du système 80
4.3 Composantes de $g_I(k)$ 80
4.4 Composantes de $g_{II}(k)$ 81
4.5 Composantes de $\bar{g_I}(k)$ 81
4.6 Composantes de $\bar{g_{II}}(k)$ 82
4.7 Schéma d'approximation des frottements 83
4.8 Composantes de $g_I(k)$ 85
4.9 Composantes de $g_{II}(k)$ 86
4.10 Composantes de $\bar{g_I}(k)$ 86
4.11 Composantes de $\bar{g_{II}}(k)$ 87
4.12 Composantes de $g_I(k)$ 88
4.13 Composantes de $g_{II}(k)$ 88
4.14 Composantes de $\bar{g_I}(k)$ 89
4.15 Composantes de $\bar{g}_{II}(k)$ 89

4.16 Entrées/sortie du système 91
4.17 Composantes de $\bar{g}(k)$ 91
4.18 Température inférieure et son estimation dans le mode sain 93
4.19 Température inférieure et son estimation dans le mode collage 94
4.20 Pourcentage d'erreur d'estimation dans le mode sain 94
4.21 Pourcentage d'erreur d'estimation dans le mode collage 95
4.22 Températures supérieure et inférieure issus de la simulation 96
4.23 Composantes du vecteur $\bar{g}(k)$ 97
4.24 Températures supérieure et inférieure 98
4.25 Composantes de $\bar{g}(k)$ 98

5.1 Schéma de principe de la méthode par rejet de mode 102
5.2 Température du thermocouple inférieur issue du simulateur et son estimation 105
5.3 Température des thermocouples issus du simulateur 105
5.4 Détection du collage 106
5.5 Représentation des paramètres α, β et γ en trois dimensions 107
5.6 Distinction entre les paramètres des grandes faces et des petites faces . . . 108
5.7 Taux de corrélation et erreur quadratique moyenne pour les grandes faces 109
5.8 Taux de corrélation et erreur quadratique moyenne pour les petites faces . 109
5.9 Cartographie thermique de la lingotière 111
5.10 Températures des thermocouples de la colonne 17 111
5.11 Erreur d'estimation et seuil de détection de comportement anormal colonne 17 112
5.12 Cartographie thermique de la lingotière 112
5.13 Températures des thermocouples de la colonne 4 113
5.14 Erreur d'estimation et seuil de détection de comportement anormal colonne 4 114
5.15 Situation de fausse alarme sur la colonne 16 114
5.16 Températures des thermocouples de la colonne 16 115
5.17 Situation de fausse alarme sur la colonne 5 116
5.18 Températures des thermocouples de la colonne 5 116
5.19 Températures des thermocouples de la colonne 3 117
5.20 Situation de fausse alarme sur la colonne 3 118
5.21 Températures des thermocouples de la colonne 16 118
5.22 Températures des thermocouples de la colonne 5 119
5.23 Erreur d'estimation et seuil de détection pour la colonne 5 119
5.24 Synthèse des résultats d'évaluation de la méthode par rejet de mode . . . 120

Introduction générale

Le pilotage et la maîtrise d'un système réel (automobile, avion, procédé industriel,...) nécessitent souvent une modélisation de ce dernier afin d'obtenir une représentation mathématique de son comportement. Des modèles de plus en plus sophistiqués sont apparus au fil des années et de l'avancée des recherches (modèle linéaire, non linéaire, multi-modèles, ...) afin de rendre mieux compte du comportement réel du système et ainsi optimiser les techniques de contrôle. La stratégie la plus souvent employée pour représenter un système complexe consiste à utiliser un ensemble de modèles simples qui représentent le comportement du système dans une zone de fonctionnement particulière. Il est alors possible d'assimiler chaque zone de fonctionnement à un mode. Le problème est alors de connaître à chaque instant le mode de fonctionnement actif. Le changement peut résulter d'une modification connue et mesurée, dans ce cas, on connaît à chaque instant le mode de fonctionnement. On peut alors mettre en œuvre des techniques d'identification paramétrique à partir des commandes et des mesures du système étant donné que ces dernières sont déjà classées en fonction du mode de fonctionnement auquel elles appartiennent [Billings and Voon, 1987], [Isermann, 1997], [Maddi et al., 2005], [Khov, 2009]. Cela permet de caractériser chaque mode de fonctionnement par un modèle.
Le problème devient un peu plus délicat dans le cas où l'on ne maîtrise pas l'événement responsable du changement de mode. En effet, il faut alors commencer par classer les données issues du système en fonction du mode de fonctionnent auquel elles appartiennent et pour cela déterminer les instants de changement de mode de fonctionnement. On peut alors définir deux cas, faisant appel à la classification supervisée et à la classification non supervisée. Dans le premier, les modèles des différents modes de fonctionnement sont a priori connus. On peut alors utiliser des techniques à base de bancs d'observateurs [Hanlon and Maybeck, 2000] ou encore, de multi-modèles [Bako et al., 2011], [Hocine et al., 2003], [Domlan et al., 2009] et [Hallouzi et al., 2006] qui permettent de construire des indicateurs capables de reconnaître le mode de fonctionnement du système. La méthode présentée dans [Hyoung-Joo and Roberts, 2008] se focalise sur la détection de changement dans une série temporelle à l'aide d'un filtre de Kalman et en supposant que les données suivent un modèle autorégressif multivarié. Dans le cas non supervisé, les modèles des différents modes sont inconnus, il faut donc estimer simultanément les paramètres des modèles et le partitionnement des données de façon à associer à chaque modèle les données qui vont permettre son identification [Kung Sik and Howell, 1986], [Breiman, 1993], [Jolliffe, 2002], [Vidal et al., 2005] et [Dempster et al., 1977].

Cette thèse aborde le problème de système dont le nombre de modes de fonctionnement et la structure du modèle de chaque mode est connu a priori. La méthode présentée repose sur l'estimation de paramètres "globaux" apparaissant lors par la multiplication des modèles propres à chaque mode de fonctionnement entre eux. L'analyse de la sensibilité du modèle global vis-à-vis des entrées/sorties du système génère un indicateur du mode de fonctionnement.

Ce mémoire de thèse se décompose en 5 chapitres de la façon suivante :

1 Chapitre 1

Ce chapitre présente le procédé industriel sur lequel s'appuie la problématique de ce travail à savoir : la détection des collages en lingotière de coulée continue. Ensuite deux modèles simplifiés de la lingotière (l'un mécanique, l'autre thermique), utilisés dans la suite du document, sont présentés.

2 Chapitre 2

Au cours de ce chapitre, quelques méthodes de diagnostic sont présentées et utilisées afin de détecter le changement de mode de fonctionnement d'un système. Toutes ces méthodes sont appliquées au même exemple : le modèle mécanique de lingotière.

3 Chapitre 3

Ce chapitre est consacré au développement de la méthode nommée "méthode du gradient des résidus". Cette méthode consiste en l'analyse de la sensibilité du résidu du modèle global aux différentes entrées et sortie du système ce qui permet d'identifier son mode de fonctionnement. De plus une généralisation est proposée pour un système comportant un nombre quelconque de variables et de modes de fonctionnement.

4 Chapitre 4

Ce chapitre présente l'application de la méthode du gradient des résidus pour la détection des collages en lingotière de coulée continue. Dans un premier temps, la méthode est testée sur des données issues des simulateurs (mécanique et thermique). Dans un second temps, elle est appliquée à des données industrielles.

5 Chapitre 5

Au cours de ce chapitre, une méthode par rejet de mode pour la détection des collages en lingotière est présentée. Elle se base sur la reconnaissance d'un unique mode de fonctionnement sain et détecte comme mode en défaut tous les autres modes qui

pourraient survenir sur le système. Cette méthode est testée sur les données du simulateur thermique ainsi que sur les données industrielles. Un bilan des performances de ce système de détection est alors établi.

1

La coulée continue

Sommaire

1.1 Présentation du procédé de la coulée continue 6
1.1.1 Principe de fonctionnement de la machine de coulée continue . 7
1.1.2 Oscillation de la lingotière 8
1.1.3 Lubrifiant 8
1.1.4 Défauts de coulée 8
1.2 Simulateur mécanique de la lingotière 9
1.2.1 Modèle mécanique de la lingotière 9
1.2.2 Régulateurs de la coulée continue 10
1.3 Simulateur thermique de la lingotière 11
1.3.1 Hypothèses de travail 11
1.3.1.1 Diffusion mono-dimensionnelle 11
1.3.1.2 Constance des paramètres 12
1.3.1.3 Contact solide-solide 12
1.3.1.4 Conduction simple 12
1.3.1.5 Cœur liquide 12
1.3.2 Structure du modèle thermique de la lingotière 13
1.3.3 Introduction de la vitesse de coulée 14
1.3.4 Passage de la température à l'enthalpie 15
1.3.5 Événements modélisés 16
1.3.5.1 Changements de vitesse de coulée 16
1.3.5.2 Modélisation des dépressions 17
1.3.5.3 Modélisation des collages 17

1.3.6 Équations du modèle thermique 17
1.3.6.1 Équation de la chaleur 17
1.3.7 Discrétisation de l'équation 18
1.3.8 Conditions aux limites 19
1.3.8.1 Écriture sous forme matricielle 19
1.3.8.2 Interface cuivre/acier 20
1.3.9 Représentation globale du modèle 20
1.3.10 Calage du modèle 22
1.3.11 Comparaison avec un autre simulateur : Cerber 23

La problématique de ce travail porte sur la détection du changement de mode de fonctionnement d'un système, appliquée sur un procédé sidérurgique : la coulée continue.

Il existe d'autres travaux sur cette problématique comme [Wang, 2012] et [Zhang and Dudzic, 2006] par exemple qui utilisent des méthodes basées sur l'ACP pour la détection des défaut en lingotière de coulée continue. Dans [Camisani-Calzolari et al., 2002], les auteurs utilisent un modèle de de type ARX afin de détecter les défauts de surface qui se forment lors de la coulée continue. On peut également citer [Lee et al., 2009] qui propose une méthode pour détecter et "corriger" les collages afin de réduire le nombre de percées (ces défauts seront expliqués dans la suite du chapitre).

En ce qui concerne ce travail, nous utilisons un approche différente basée sur l'analyse du gradient des résidus. Nous commençons par présenter le procédé sidérurgique. Ensuite, afin de pouvoir mettre en place différentes méthodes de détection de changement de mode de fonctionnement, nous développons deux modèles décrivant la coulée continue.

Il existe différents modèles pour simuler le comportement de la coulée continue dans la littérature, mais leurs complexités ne permet pas une application des méthodes proposées. Dans le cadre de ces travaux, deux modèles simplifiés, un modèle mécanique et un modèle thermique, ont été développés. Ces deux modèles sont présentés dans ce chapitre avec leur hypothèses simplificatrices et les différences par rapport aux modèles existants.

1.1 Présentation du procédé de la coulée continue

La fabrication de l'acier implique un certain nombre d'étapes afin de passer du minerai de fer brut ou de ferraille de recyclage, à de l'acier prêt à être utilisé dans différents secteurs industriels (la construction de bâtiments, la fabrication de voitures, ...). Le procédé le plus répandu qui permet de passer de l'acier liquide à un bloc d'acier solide, que l'on pourra ensuite travailler pour obtenir des tôles ou des poutres, s'appelle la coulée continue (cf. 1.1). C'est cette étape de la fabrication de l'acier qui sert d'exemple d'application pour l'ensemble du travail présenté dans ce document.

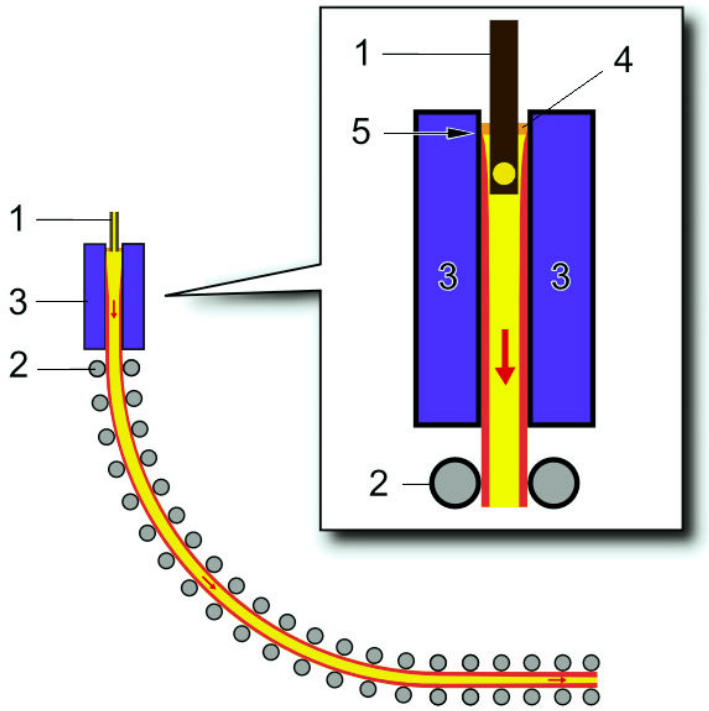


FIGURE 1.1 – Schéma de principe de la coulée continue

1.1.1 Principe de fonctionnement de la machine de coulée continue

La machine de coulée continue est composée d'un moule sans fond en cuivre appelé lingotière (repère numéro 3 sur la figure 1.1) . Elle sert à solidifier l'acier à son contact. Pour cela, elle est parcourue par un réseau de canaux dans lesquels circule de l'eau afin de la refroidir en permanence. L'acier liquide est injecté par le haut de la lingotière par la busette (repère numéro 1). Au contact de la paroi de la lingotière, la température de l'acier liquide diminue ce qui entraîne sa solidification. Cette solidification se propage donc de la paroi de la lingotière vers le cœur du produit et l'épaisseur solide est proportionnelle au temps de séjour dans la lingotière. Par conséquent, comme l'acier avance dans la lingotière et que celle-ci est refroidie, l'épaisseur solidifiée est plus importante en bas qu'en haut de la lingotière. L'acier se trouvant au centre du produit reste liquide.

La partie d'acier solide qui enveloppe la partie liquide s'appelle la peau solide. Un ensemble de rouleaux dit "rouleaux extracteurs" (repère numéro 2) situé juste en dessous de la lingotière permet de guider et de tirer sur le produit partiellement solidifié par le bas de la lingotière pour l'extraire en continu. Un refroidissement par pulvérisation d'eau sur la surface de l'acier permet de terminer la solidification. A l'extrémité de la machine, le produit est découpé en morceaux selon la taille voulue.

1.1.2 Oscillation de la lingotière

Alors que le produit avance en continu entre les rouleaux, la lingotière est pourvue d'un mouvement oscillatoire vertical. Ce mouvement est là pour faciliter la lubrification et pour recoller les déchirures éventuelles de la peau lors des collages (ce phénomène sera détaillé un peu plus tard). Cette oscillation permet d'avoir une variation de vitesse relative entre le produit et la lingotière. Elle peut être décrite par deux phases : la phase de descente de la lingotière, lorsque cette dernière va plus vite que le produit que l'on appelle "le stripage négatif" et le reste de l'oscillation qui s'appelle "le stripage positif". Ce dernier correspond à la durée pendant laquelle la lingotière remonte ajoutée à la durée où elle descend moins vite que le produit.

1.1.3 Lubrifiant

Afin de faciliter l'extraction du produit, de limiter les collages et d'isoler thermiquement le ménisque (surface libre de l'acier liquide repéré par le numéro 5 sur la figure 1.1), un lubrifiant en poudre est déposé à la surface libre de l'acier en haut de la lingotière (repère numéro 4). Il permet ainsi de faire barrage entre l'air et l'acier liquide, limitant l'oxydation du métal et la formation d'inclusion non métallique. Au contact de l'acier, le lubrifiant se liquéfie et s'introduit entre la lingotière et la peau solide, surtout lors de la phase descendante de l'oscillation de la lingotière.

1.1.4 Défauts de coulée

L'un des plus gros problèmes pouvant arriver au cours de la coulée continue est une percée. La peau solide n'est pas suffisamment épaisse pour contenir l'acier liquide et se déchire laissant ainsi l'acier s'écouler dans la machine. Ce phénomène entraîne une grosse perte financière due aux dégâts causés et au temps perdu pour la remise en marche de l'installation.

L'une des causes principales d'une percée est la propagation d'un collage. Ce phénomène de collage débute généralement au début de la solidification, en haut de la lingotière (repère numéro 5 sur la figure 1.1). En effet, c'est à cet endroit que la peau est la plus fine et donc qu'il y a plus de chance qu'un morceau de peau solidifiée se déchire et reste collé à l'intérieur de la lingotière. En général, lorsque la peau se déchire légèrement, elle se "ressoude", notamment grâce aux oscillations de la lingotière et la peau ne forme à nouveau qu'une seule pièce qui glisse à l'intérieur de la lingotière.

Dans le cas contraire, ce morceau va rester collé à la lingotière et grossir puisque de l'acier va continuer à se solidifier dessus. En dessous, le reste du produit continue de descendre, tiré par les rouleaux extracteurs. A la limite entre la partie dite statique (le morceau collé) et la partie dynamique (le reste du produit) il subsiste un point où la peau est plus fine. Ce point va descendre le long de la lingotière a une vitesse plus lente que le produit et lorsqu'il sort de celle-ci, il se produit une percée. Il est primordial d'éviter les percées et les prédire. Pour cela, il est nécessaire de détecter les collages et les empêcher de se propager jusqu'en bas de la lingotière en les détectant le plus tôt

possible.

Un autre type de défaut pouvant survenir lors de la coulée est la dépression. C'est une poche d'air ou de lubrifiant qui se forme entre le produit et la lingotière et perturbe le refroidissement du produit. Ce défaut n'est pas aussi grave que les collages car il n'engendre pas de percée mais une dégradation du produit. En effet, ce dernier ne se solidifie alors pas de manière homogène et il se forme des défauts structurels dans l'acier. Ces défauts qui se forment lors de la coulée continue peuvent être très difficiles voire impossibles à éliminer par la suite, ce qui entraîne une dégradation de la qualité du produit.

Pour plus d'information sur le procédé de la coulée continue et des défauts affectant le produit à cette étape de fabrication de l'acier, le lecteur est invité à consulter [Thomas, 2003].

1.2 Simulateur mécanique de la lingotière

Dans le cadre de ce travail de thèse, nous avons développé un simulateur mécanique de la lingotière de coulée continue. D'autres simulateurs existent dans la littérature, on peut citer par exemple [Pascon et al., 2000] qui simule simultanément les effets thermiques et mécaniques dans la lingotière de manière infinitésimale. Cependant, l'approche présentée dans ce travail de thèse nécessite un point de vue global des efforts appliqués en jeu dans le procédé. C'est pourquoi nous avons développé un simulateur plus simple. Ce simulateur est utilisé par la suite pour tester différentes méthodes de détection de changement de mode de fonctionnement.

1.2.1 Modèle mécanique de la lingotière

Comme nous l'avons déjà présenté dans la section précédente, la lingotière est un moule en cuivre sans fond. Elle repose sur deux vérins hydrauliques (un de chaque côté) permettant de la faire osciller de bas en haut afin de faciliter l'extraction du produit. Sous la lingotière, se trouvent des rouleaux extracteurs qui tirent sur le produit pour le faire sortir de la lingotière au fur et à mesure de sa solidification.

Afin d'élaborer un modèle mécanique de la lingotière de coulée continue, nous considérons l'hypothèse de modélisation suivante : les frottements entre la lingotière et le bâti de la machine sont négligés. Ces frottements sont faibles normalement dans le cas d'un système correctement entretenu. Cette hypothèse a été vérifiée lors d'essais dits "à froid", c'est-à-dire sans produit dans la lingotière. Dans ce cas, la force transmise à la lingotière au cours d'un cycle d'oscillation, en fonction de la vitesse de celle-ci, est égale au poids de la lingotière plus la force liée à l'énergie cinétique de celle-ci. Cela justifie que les frottements entre le bâti de la machine et la lingotière peuvent être négligés.

Deux bilans des forces peuvent être effectués, un pour le produit et un pour la

lingotière. Les équations suivantes sont alors obtenues :

$$\begin{cases} \dfrac{dv_p(t)}{dt} = -\dfrac{f}{M_p}\left(v_p(t) - v_l(t)\right) + \dfrac{B}{M_p} + \dfrac{T(t)}{M_p} \\ \dfrac{dv_l(t)}{dt} = \dfrac{f}{M_l}\left(v_p(t) - v_l(t)\right) + \dfrac{L}{M_l} + \dfrac{F_l(t)}{M_l} \\ \dfrac{dy_l(t)}{dt} = v_l(t) \end{cases} \tag{1.1}$$

avec :
- M_p la masse du produit
- M_l la masse de la lingotière
- B le poids du produit
- L le poids de la lingotière
- v_p la vitesse du produit
- v_l la vitesse de la lingotière
- y_l la position de la lingotière
- T la traction exercée par les rouleaux extracteurs sur le produit
- F_l la force appliquée par les vérins sur la lingotière
- f le frottement entre le produit et la lingotière

L'hypothèse est faite pour ce modèle qu'une modification du frottement f entre le produit et la lingotière est représentatif d'un collage. En effet, si une partie de la peau solide reste collée à la lingotière, la surface de contact entre le produit et la lingotière est plus faible et les frottements diminuent.

Par la suite, nous considérons deux modèles. Un modèle simplifié pour lequel le frottement f entre le produit et la lingotière est linéairement dépendant de la vitesse relative entre ces deux corps. Ce modèle est parfaitement réaliste pour des faibles vitesses relatives ou pour des produits de petites dimensions (aussi appelées produits "longs"). Le deuxième modèle est non linéaire. Dans ce cas, le frottement entre le produit et la lingotière suit la fonction non linéaire suivante qui dépend de la vitesse relative entre le produit et la lingotière :

$$f(t) = \alpha(t)\exp(-(v_p(t) - v_l(t))^2) \tag{1.2}$$

Cette fonction a été établie de manière empirique en comparant les résultats du simulateur à des données réelles. Cette dernière permet une bonne modélisation du comportement réel de la lingotière.

1.2.2 Régulateurs de la coulée continue

Afin d'assurer la supervision de la coulée continue, deux contrôleur sont utilisés : un pour la vitesse de coulée et un pour l'oscillation de la lingotière. Le modèle se compose de la même façon avec un régulateur pour la vitesse de coulée et un pour la position de la lingotière (ce qui revient au pilotage de l'oscillation de celle-ci).

La régulation de vitesse joue sur la commande des forces d'extraction transmises au produit par les rouleaux. Dans le simulateur, cette régulation est rapide afin de minimiser l'influence de l'oscillation sur la vitesse du produit. En effet, sur des données réelles, il est très rare de pouvoir observer l'impact de l'oscillation sur la vitesse du produit.

La régulation de position de la lingotière est quant à elle plus lente. Elle doit seulement être supérieure à la fréquence d'oscillation soit environ 2Hz afin de pouvoir remplir son rôle de suivi de référence.

Les équations des régulateurs sont les suivantes :

$$\frac{dT(t)}{dt} = \alpha(v_{p\ ref}(t) - v_p(t)) \tag{1.3}$$

$$\frac{dF_l(t)}{dt} = \beta_1 \left(\frac{dy_{l\ ref}(t)}{dt} - \frac{dy_l(t)}{dt} \right) + \beta_2 \left(y_{l\ ref}(t) - y_l(t) \right) \tag{1.4}$$

1.3 Simulateur thermique de la lingotière

Il existe différents simulateurs thermiques de la lingotière de coulée continue dans la littérature. Certains, comme "Cerber" (qui sera utilisé pour valider les résultats de notre simulateur), ne modélisent que le comportement thermique du produit. D'autres comme ceux cités dans [Costes, 2009] sont plus complets dans le sens où il est possible de modéliser le comportement du produit et la lingotière de manière très précise d'un point de vue thermique mais également mécanique. Cependant, leur complexité les rend relativement difficile à manier et demande beaucoup de ressources pour les exécuter. Dans cette partie, nous allons présenter le simulateur thermique de la lingotière de coulée continue développé dans le cadre de ce travail. Ce simulateur modélise à la fois le produit et la lingotière ainsi que leur interaction. Il permet ainsi d'obtenir le champ de température dans l'acier ainsi que dans la lingotière.

Ce simulateur comporte quelques hypothèses simplificatrices mais son comportement est similaire à celui observé sur d'autres simulateurs. De plus, il permet de simuler deux situations de défauts courants, les collages et les dépressions. Cela permet donc de tester des méthodes permettant la détection de ces défauts.

1.3.1 Hypothèses de travail

Afin d'obtenir un modèle raisonnablement simple sans pour autant trop s'éloigner du comportement physique réel, nous considérons un certain nombre d'hypothèses.

1.3.1.1 Diffusion mono-dimensionnelle

Nous considérons que la diffusion de la chaleur ne se fait que suivant un axe orienté orthogonalement à la surface de la lingotière, du produit vers la lingotière. D'après [Singh, 1996] si l'on considère une lingotière axisymétrique, l'hypothèse de diffusion mono-dimensionnelle est vérifiée à partir d'une distance d'environ 50 à 60 mm du ménisque. Le problème de diffusion se réduit donc à un problème mono-dimensionnel. Dans

le cas d'une lingotière rectangulaire, cette hypothèse ne sera pas vérifiée dans les angles. En effet, à l'approche d'un coin, le flux n'est plus orthogonal à la surface de la lingotière car il est influencé par l'autre paroi. C'est pourquoi il ne faudra considérer dans ce cas, que les zones suffisamment loin des coins, idéalement le milieu des grandes faces.

1.3.1.2 Constance des paramètres

Comme nous venons de le présenter, nous avons fait l'hypothèse d'un flux orthogonal à la surface de la lingotière. Nous avons donc besoin de prendre en compte les différents éléments qui sont traversés par ce flux. Pour le cas de la lingotière de coulée continue, nous prendrons en compte un certain nombre de milieux différents qui sont :

- le cuivre
- la peau solide
- la zone pâteuse (zone de solidification de l'acier entre le solide et le liquide)
- l'acier liquide

Par hypothèse, la masse volumique, la conductivité thermique et la capacité calorifique de chaque élément ne dépendent pas de la température. Ces paramètres seront donc constants.

1.3.1.3 Contact solide-solide

L'un des aspects les plus difficile à modéliser est le contact solide-solide entre la lingotière en cuivre et l'acier. Ce contact imparfait entre les deux solides empêche une diffusion idéale de la chaleur. Il en résulte un écart de température de plusieurs centaines de degrés entre les deux surfaces en contact. De plus, lors de la coulée, un lubrifiant est ajouté, le laitier. Ce dernier peut se présenter sous plusieurs phases en fonction de la température et il est très difficile de modéliser finement son comportement et ses répercutions sur le cuivre et l'acier (transfert de chaleur, frottements). Nous ne modéliserons pas le laitier comme un élément à part entière mais nous allons faire l'hypothèse simplificatrice d'un simple coefficient d'échange thermique entre le cuivre et l'acier. Ce coefficient pourra, le cas échéant, être fonction de la hauteur de la lingotière (par exemple, échanges thermiques plus importants en haut qu'en bas).

1.3.1.4 Conduction simple

Seul le phénomène de conduction de la chaleur est pris en compte. Les effets de rayonnement de la partie supérieure ainsi que les effets de convection à l'intérieur de l'acier liquide ne sont pas pris en compte.

1.3.1.5 Cœur liquide

L'acier reste liquide au cœur du produit bien après avoir quitté l'emprise de la lingotière. Nous considérerons donc que jusqu'en bas de la lingotière, l'acier liquide au cœur

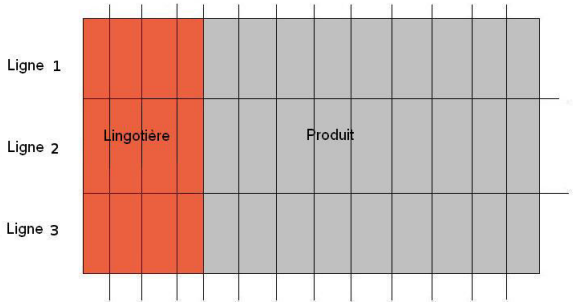


FIGURE 1.2 – Exemple de discrétisation d'une lingotière

du produit n'est pas affecté par le refroidissement qui se produit à la surface de ce dernier. Cela nous permet de ne prendre en compte que la diffusion de la chaleur depuis le cœur du produit vers la lingotière.

Cette hypothèse impose une condition à respecter pour le modèle. Puisque la température au cœur n'est pas affectée par le refroidissement, il faudra prendre soin de modéliser une épaisseur d'acier liquide suffisamment importante pour respecter cette hypothèse.

1.3.2 Structure du modèle thermique de la lingotière

L'objectif du modèle étant de pouvoir simuler des événements qui se propagent dans la lingotière, il faut prendre en compte une "tranche" de lingotière perpendiculaire à la surface de celle-ci. Nous allons donc prendre plusieurs lignes afin de représenter des points à différentes hauteurs de la lingotière. Chaque ligne est indépendante des autres en ce qui concerne la diffusion de la chaleur. La figure 1.2 montre un exemple de discrétisation en trois lignes.

Afin de pouvoir calculer de façon numérique la diffusion de la chaleur, nous discrétisons chaque ligne en n secteurs de même dimension. Chaque secteur se voit affecter des paramètres tels que sa matière et sa température. Il en découle alors les propriétés de conductivité thermique, de chaleur latente, de densité et de capacité calorifique. Par hypothèse, tous ces paramètres sont constants et homogènes sur l'ensemble d'un secteur donné. Sur la figure 1.2, seule la matière de chaque secteur est repérée par sa couleur, en orange les secteurs en cuivre car appartenant à la lingotière et en gris les secteurs d'acier.

En pratique, une lingotière est instrumentée par un certain nombre de thermocouples placés à l'intérieur des parois de cuivre afin d'obtenir une image de la température de surface de l'acier. Afin de pouvoir comparer les résultats de simulation à des données réelles, nous choisissons comme référentiel la lingotière. Le produit va donc "défiler" devant l'élément de la lingotière et subir le refroidissement imposé par cette dernière.

Comme la modélisation choisie utilise un maillage à pas fixe, il faut prendre certaines précautions lors du choix du pas de discrétisation.

Pour le pas horizontal (suivant une ligne du modèle), il faut que le pas choisi soit suffisamment fin pour représenter correctement la solidification du métal qui se propage petit à petit avec le refroidissement. Cependant, plus le pas sera petit, plus le temps de calcul augmentera.

Pour le pas vertical, il est déterminé par le nombre de lignes que l'on souhaite étudier et la hauteur de la lingotière.

1.3.3 Introduction de la vitesse de coulée

Comme expliqué précédemment, lors du procédé de coulée continue, l'acier partiellement solidifié est extrait par le bas de la lingotière alors que l'on continue de remplir cette dernière par le haut avec de l'acier liquide. Ainsi le modèle doit prendre en compte ce phénomène de translation vers le bas. Le but de la lingotière étant de solidifier l'acier en le refroidissant, il est évident que l'acier se trouvant en haut de la lingotière est globalement plus chaud que celui se trouvant en bas.

Nous allons commencer par considérer que la lingotière n'oscille pas. Donc dans le référentiel de la lingotière, le produit "défile" du haut vers le bas, de ce fait, entre t et $t+\Delta t$, le produit aura translaté vers le bas d'une distance proportionnelle à la vitesse de coulée.

A chaque instant, le produit avance dans la lingotière et est refroidi. Considérons que ces deux phénomènes (déplacement et échanges thermiques) se produisent de manière séquentielle et intéressons-nous à la partie concernant le déplacement.

Considérons un point de la lingotière comme référence. Une fois la séquence de déplacement effectuée, l'épaisseur de peau solide en regard du point de référence est plus fine. En effet, l'épaisseur de peau solidifiée suit une fonction monotone croissante en fonction du temps passé dans la lingotière, donc la peau est plus épaisse en bas de la lingotière qu'en haut. Le fait que cette peau solide soit moins épaisse après le déplacement entraîne le fait que la température perçue par la lingotière au point de référence est plus élevée. La figure 1.3 illustre ces propos. Sur la gauche est représentée la lingotière avec la peau solide et la courbe de température perçue par la lingotière avant le déplacement. Sur la droite, l'évolution de la situation après le déplacement. La température "vue" par le point de référence est plus élevée après le déplacement qu'avant celui-ci puisque la peau solide en regard du point de référence est plus fine.

Donc plus la vitesse de coulée est grande, plus le "réchauffement" du produit est important. C'est grâce à ce principe que l'on va pouvoir prendre en compte la vitesse de coulée. Il suffit pour cela de recalculer la température au temps $t+\Delta t$ en tous points de la lingotière à partir des températures au temps t et de la vitesse du produit, donc de la distance parcourue par le produit entre les deux instants de calcul. La méthode choisie pour réaliser cela est une simple interpolation linéaire. Ainsi pour obtenir la température du secteur i de la ligne j, on utilise la température de ce même secteur et on réalise une interpolation avec le secteur i de la ligne $j+1$. Connaissant la vitesse de coulée, il est facile de trouver la distance parcourue en fonction de Δt.

Si l'on considère à présent l'oscillation de la lingotière, il faut tenir compte du déplacement entre le produit et la lingotière. Ainsi, on constate que par rapport à la lingotière,

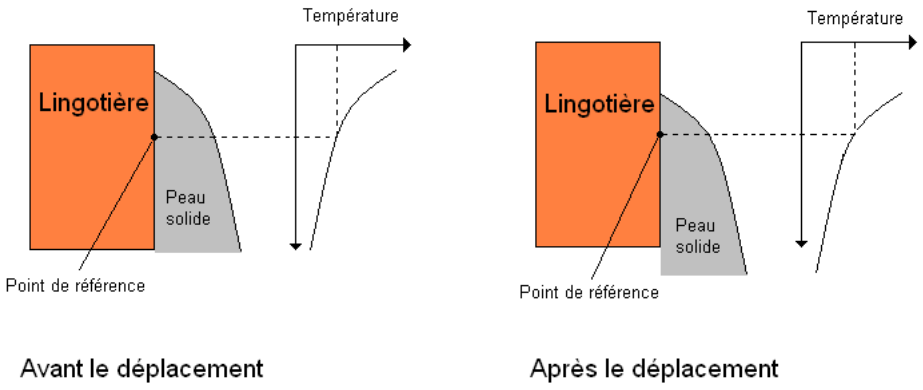


FIGURE 1.3 – Effet du déplacement sur la température "vue" par la lingotière

le produit va dans les deux sens (vers le haut ou vers le bas). A chaque oscillation, le produit "remonte" dans la lingotière pendant le temps de stripage négatif.

Cette interpolation reste avant tout une approximation. De ce fait, il ne faut pas qu'entre deux instants de calcul, le déplacement soit trop grand si l'on souhaite conserver une certaine justesse des résultats. C'est pourquoi, nous prendrons garde à ne pas nous déplacer de plus d'une ligne entre deux instants de calcul. Cela donne une condition de simulation à respecter entre le nombre de lignes (ce qui détermine leur hauteur), la vitesse de coulée et le pas de calcul. Donc si l'on souhaite simuler une grande vitesse de coulée, il est nécessaire de diminuer le nombre de lignes (au risque d'une perte de finesse de calcul) ou de diminuer le pas de calcul (Δt).

1.3.4 Passage de la température à l'enthalpie

La chaleur latente de solidification de l'acier pose un problème de modélisation. En effet, si elle n'est pas prise en compte, l'acier se solidifie trop vite par rapport à ce qui est observé par l'expérience. Mais la prise en compte de la chaleur latente introduit une non-linéarité dans le modèle de diffusion de la chaleur. On pourrait ajouter le terme de source de l'équation de diffusion de la chaleur. Mais dans ce cas, il faut être capable de calculer le volume exact qui s'est solidifié pour adapter le terme de source. La référence [Mantaux et al., 1995] présente un algorithme permettant de recalculer le terme source à chaque pas de calcul par itérations successives et ainsi la résolution en température de l'équation de la chaleur en présence d'un changement de phase. Le modèle devient alors beaucoup plus complexe du fait de l'intégration de boucle de calcul entre chaque pas de calcul de l'équation de la chaleur. De plus, le grand intérêt de cette méthode est de modéliser finement la "discontinuité" de l'enthalpie lors du changement de phase d'un corps pur, or l'acier n'est pas un corps pur donc cette "discontinuité" n'existe pas.

Afin de prendre en compte la chaleur latente de changement de phase de l'acier, la résolution de l'équation de diffusion est faite en enthalpie. Pour cela nous considérons

que le passage de la température à l'enthalpie peut se faire à l'aide d'une fonction linéaire propre à chaque milieu.

Pour chaque milieu, la courbe de correspondance enthalpie/température sera de la forme $H = aT + b$. Comme seule la différence d'enthalpie joue un rôle, on peut choisir de façon totalement arbitraire la valeur de b pour chaque élément. Dans un souci de simplicité, nous la choisirons nulle pour l'ensemble des milieux. En ce qui concerne le coefficient a, c'est le produit de la masse volumique de l'élément par sa capacité calorifique à l'exception de l'acier pâteux. En effet, pour ce dernier, il faut prendre en compte ici la chaleur latente de solidification. Pour cela, le coefficient a sera égal à la différence d'enthalpie de solidification divisée par la différence de température entre la température du "liquidus" et celle du "solidus".

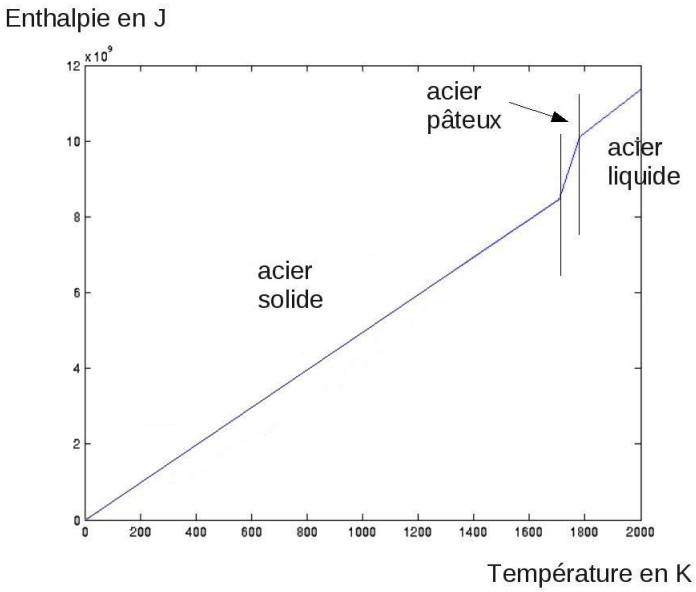


FIGURE 1.4 – Modélisation de la fonction de correspondance entre l'enthalpie et la température

1.3.5 Événements modélisés

L'avantage de ce modèle est de simuler le comportement thermique du produit et de la lingotière lors d'événements particuliers. Cela permet ainsi de générer différents modes de fonctionnement. Ici, trois modes particuliers en plus du mode dit "normal" seront simulés : les changements de vitesse de coulée, les dépressions et les collages.

1.3.5.1 Changements de vitesse de coulée

Le modèle prend en compte la vitesse de coulée. En effet, des variations de vitesse interviennent très souvent au cours du processus de coulée continue. A chaque démarrage

de coulée, il faut augmenter la vitesse pour atteindre la consigne, on peut également la ralentir pour changer de busette (élément qui permet d'injecter l'acier dans la lingotière) ou en cas de défaut de solidification.

1.3.5.2 Modélisation des dépressions

Lors de la solidification de l'acier, ce dernier se contracte. La forme de la lingotière est prévue pour accompagner au mieux cette contraction et ainsi garder un contact optimal entre le produit et la lingotière pour assurer le refroidissement. Cependant, il arrive que le produit se contracte plus que la normale et dans ce cas, l'acier n'est plus en contact avec la lingotière. Il se forme alors une poche d'air ou de laitier qui diminue fortement l'échange thermique entre l'acier et la lingotière. Ce phénomène est local et se propage à la vitesse de la coulée. Il est assez gênant dans le processus de fabrication de l'acier car il induit des contraintes non homogènes à l'intérieur du produit dû au refroidissement non homogène.

Pour modéliser ce phénomène d'un point de vue thermique, nous modifions le coefficient d'échange thermique entre le cuivre et l'acier. Ce phénomène se propage avec la vitesse de coulée, donc la modification des paramètres ne sera que ponctuelle et se propagera avec la vitesse de coulée. Ainsi ce phénomène se traduira par une diminution transitoire des températures que l'on peut mesurer en lingotière.

1.3.5.3 Modélisation des collages

Comme cela a déjà été présenté à la section 1.1.4, le collage apparaît généralement tout en haut de la lingotière, là où la peau est la plus fine. A partir de cet instant, il se forme deux peaux (statique et dynamique). Le point de faible épaisseur avance à une fraction de la vitesse de coulée (environ 0.6 fois cette dernière). Les lignes du modèle se trouvant au-dessus de la ligne de collage font partie de la peau statique. Dans ce cas, l'épaisseur de peau solide ne fait que croître. La peau dynamique continue à avancer tout en cédant à chaque instant un peu de terrain à la peau statique. Pour le simulateur, le phénomène est irréversible et conduit forcément à un arrêt de la simulation ou à un modèle de solidification en lingot (vitesse de coulée nulle une fois qu'il ne reste plus que de la peau statique).

1.3.6 Équations du modèle thermique

Après la présentation du principe de la coulée continue et la description des objectifs et possibilités du simulateur thermique, présentons maintenant les équations de diffusion de la chaleur utilisées.

1.3.6.1 Équation de la chaleur

Le modèle se base sur l'équation de diffusion de la chaleur.

$$\rho C_p \frac{\partial}{\partial t} T(x,y,z,t) = \vec{\nabla} \cdot (\lambda \vec{\nabla} T(x,y,z,t)) + r(t) \tag{1.5}$$

avec ρ la masse volumique, C_p la capacité calorifique, T la température, λ la conductivité thermique et $r(t)$ le terme de source (terme introduisant une source de chaleur volumique dans l'équation). $\vec{\nabla}$ est l'opérateur gradient en dimension 3.

En considérant que le terme source est nul et avec l'hypothèse d'une diffusion monodimensionnelle, l'équation (1.5) peut se simplifier comme suit :

$$\rho C_p \frac{\partial}{\partial t} T(x,t) = \frac{\partial}{\partial x}(\lambda \frac{\partial}{\partial x} T(x,t)) \tag{1.6}$$

Comme le système considéré comporte plusieurs matériaux différents avec par conséquent des conductivités thermiques différentes, nous gardons la possibilité de différencier λ.

1.3.7 Discrétisation de l'équation

Si l'on considère une discrétisation de l'espace avec un pas h et que l'on effectue un développement de Taylor à l'ordre 2, on obtient les approximations des dérivées premières et secondes au point i comme suit :

$$\left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_i = \frac{f(x_i+h) - f(x_i-h)}{2h} + \bigcirc(h^2) \tag{1.7}$$

$$\left.\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right|_i = \frac{f(x_i+h) - 2f(x_i) + f(x_i-h)}{h^2} + \bigcirc(h^2) \tag{1.8}$$

On pose :

$$\left.\frac{\partial f}{\partial t}\right|_{x_i} = \frac{f(x_i,t_{k+1}) - f(x_i,t_k)}{\Delta t} \tag{1.9}$$

la différence temporelle avant.

Pour plus de clarté, posons que l'indice i se rapporte à l'espace et l'exposant k se rapporte au temps. Si l'on applique (1.7), (1.8) et (1.9) à (1.6), on obtient :

$$\rho C_p \frac{T_i^{k+1} - T_i^k}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta x^2}[\lambda_{i+1/2}(T_{i+1}^k - T_i^k) - \lambda_{i-1/2}(T_i^k - T_{i-1}^k)] \tag{1.10}$$

avec :

$$\lambda_{i+1/2} = \frac{\lambda_{i+1} + \lambda_i}{2} \tag{1.11}$$

$$\lambda_{i-1/2} = \frac{\lambda_i + \lambda_{i-1}}{2} \tag{1.12}$$

Cette équation exprime la diffusion de la chaleur sous la forme dite explicite. On exprime la température au temps $k+1$ en fonction de la température au temps k. L'inconvénient de cette méthode est qu'elle doit satisfaire le critère de convergence suivant pour assurer la stabilité de l'algorithme de résolution :

$$\frac{2\lambda \Delta t}{\Delta x^2} \leq 1 \tag{1.13}$$

Afin de contourner ce problème, l'équation de diffusion de la chaleur peut être exprimée sous la forme implicite. Dans ce cas, il n'y a plus de critère de convergence à satisfaire. La température au temps k est décrite en fonction de la température au temps $k+1$. Pour cela on utilise la différence temporelle arrière qui est :

$$\left.\frac{\partial f}{\partial t}\right|_{x_i} = \frac{f(x_i,t_k) - f(x_i,t_{k-1})}{\Delta t} \tag{1.14}$$

L'équation (1.10) devient alors :

$$\rho C_p \frac{T_i^{k+1} - T_i^k}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta x^2}[\lambda_{i+1/2}(T_{i+1}^{k+1} - T_i^{k+1}) - \lambda_{i-1/2}(T_i^{k+1} - T_{i-1}^{k+1})] \tag{1.15}$$

ou encore :

$$\rho C_p T_i^{k+1} + \frac{\Delta t}{\Delta x^2}(\lambda_{i+1/2} + \lambda_{i-1/2})T_i^{k+1} - \frac{\Delta t}{\Delta x^2}\lambda_{i+1/2}T_{i+1}^{k+1} - \frac{\Delta t}{\Delta x^2}\lambda_{i-1/2}T_{i-1}^{k+1} = \rho C_p T_i^k \tag{1.16}$$

Dans cette formulation, on peut prendre en compte les variations du coefficient λ. Comme on peut le voir avec les expressions (1.11) et (1.12), le coefficient de transfert thermique sera moyenné aux interfaces.

1.3.8 Conditions aux limites

Choisissons, par hypothèse, d'imposer les conditions aux limites suivantes :

- T_n la température constante pour l'acier liquide se trouvant au cœur du produit.
- T_{init} la température de tous les éléments d'acier liquide qui vont entrer dans la lingotière, c'est-à-dire l'état initial de l'acier avant le début de la solidification.
- T_{eau} la température constante de l'eau s'écoulant dans la lingotière pour son refroidissement. Nous utiliserons un coefficient d'échange thermique $h_{eau/lingo}$ entre l'eau et le cuivre de la lingotière.

Pour satisfaire cette dernière condition, un bilan thermique est effectué sur le premier élément de cuivre. L'équation suivante est alors obtenue :

$$\rho C_p \frac{T_1^{k+1} - T_1^k}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta x^2}[\lambda_{i+1/2}(T_2^{k+1} - T_1^{k+1}) + h_{eau/lingo}(T_{eau}^{k+1} - T_1^{k+1})] \tag{1.17}$$

1.3.8.1 Écriture sous forme matricielle

Afin de résoudre l'équation (1.16), nous allons l'écrire sous forme matricielle . Nous considérons la condition (1.17) pour le calcul de la température du premier élément de la lingotière.

Le système (1.16), (1.17) peut alors s'écrire ainsi :

$$M_{diff}\begin{pmatrix} T_1^{k+1} \\ T_2^{k+1} \\ \vdots \\ T_{(n-2)}^{k+1} \\ T_{(n-1)}^{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho C_p T_1^k + h_{eau/lingo}\frac{\Delta t}{\Delta x} T_{eau} \\ \rho C_p T_2^k \\ \vdots \\ \rho C_p T_{(n-2)}^k \\ \rho C_p T_{(n-1)}^k + b_{(n-1)} T_n \end{pmatrix} \tag{1.18}$$

$$M_{diff} = \begin{pmatrix} \rho_1 C_{p1} + \frac{\Delta t}{\Delta x^2}\lambda_1 + \frac{\Delta t}{\Delta x} h_{eau/lingo} & -b_1 & 0 & \cdots & 0 \\ -c_2 & a_2 & -b_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & -c_{n-2} & a_{n-2} & -b_{n-2} \\ 0 & 0 & 0 & -c_{n-1} & a_{n-1} \end{pmatrix} \tag{1.19}$$

$$a_i = \rho_i C_{p_i} + \frac{\Delta t}{\Delta x^2}\frac{\lambda_{i+1} + 2\lambda_i + \lambda_{i-1}}{2} \tag{1.20}$$

$$b_i = \frac{\Delta t}{\Delta x^2}\frac{\lambda_{i+1} + \lambda_i}{2} \tag{1.21}$$

$$c_i = \frac{\Delta t}{\Delta x^2}\frac{\lambda_i + \lambda_{i-1}}{2} \tag{1.22}$$

1.3.8.2 Interface cuivre/acier

Pour représenter l'échange thermique entre le cuivre et l'acier, il faut modifier dans la matrice (1.18) les lignes correspondant au dernier élément de cuivre et au premier élément d'acier. On les remplace alors par l'équation (1.17) en choisissant un coefficient d'échange adapté et en prenant en compte les paramètres du cuivre et de l'acier.

1.3.9 Représentation globale du modèle

Reprenons l'équation (1.18) et écrivons-la de manière condensée pour une ligne :

$$M_{diff}T^{k+1} = \rho C_p T^k + M_{lim}U \tag{1.23}$$

$$M_{lim} = \begin{pmatrix} \frac{\Delta t}{\Delta x 2} h_{eau/lingo} & 0 & \delta \\ 0 & \vdots & \vdots \\ \vdots & 0 & \vdots \\ 0 & b_{n-1} & \delta \end{pmatrix} \tag{1.24}$$

$$U = \begin{pmatrix} T_{eau} & T_n & T_{init} \end{pmatrix} \tag{1.25}$$

La troisième colonne de M_{lim} correspond à l'état initial de l'acier avant le début de solidification. Dans le cas où il n'y a pas de collage, seul les δ correspondants à la première

ligne sont à 1 et les autres à 0. Dans le cas d'un collage, ce seront les δ correspondants à la première ligne de la peau dynamique qui seront à 1.

Chaque ligne étant indépendante les une des autres pour la résolution de l'équation de la chaleur (1.3.1.1), on peut choisir comme vecteur d'état la concaténation des états de chaque ligne. Ainsi pour p lignes de n éléments, le vecteur d'état sera de la forme :

$$\begin{pmatrix} T_{1,1} \\ \vdots \\ T_{1,i} \\ \vdots \\ T_{1,n} \\ T_{2,1} \\ \vdots \\ T_{p,n} \end{pmatrix} \tag{1.26}$$

Dans ce cas, l'équation (1.23) devient :

$$\begin{pmatrix} M_{diff,1} & & \\ & \ddots & \\ & & M_{diff,p} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{1,1} \\ \vdots \\ T_{1,i} \\ \vdots \\ T_{1,n} \\ T_{2,1} \\ \vdots \\ T_{p,n} \end{pmatrix} = \rho C_p \begin{pmatrix} T^k_{1,1} \\ \vdots \\ T^k_{1,i} \\ \vdots \\ T^k_{1,n} \\ \vdots \\ T^k_{2,1} \\ \vdots \\ T^k_{p,n} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} M_{lim,1} \\ M_{lim,2} \\ \vdots \\ M_{lim,p} \end{pmatrix} U \tag{1.27}$$

L'interpolation peut également être écrite sous forme matricielle. Pour cela, il faut commencer par définir une variable relative au déplacement relatif entre le produit et la lingotière entre deux itérations de calcul.

$$\tau = \Delta t \frac{V_{coulee} - V_{oscillation}}{2 h_{lingotiere} n b_{ligne}} \tag{1.28}$$

Pour construire la matrice d'interpolation, on utilise un bloc identité pour tous les éléments de la lingotière (le cuivre de la lingotière ne s'écoule pas au fil du temps). Pour tous les autres éléments, on additionne $1-\tau$ fois l'élément de la ligne avec τ fois l'élément de la ligne du dessus. Cette matrice d'interpolation possède donc une diagonale avec une succession de 1 et de $1-\tau$ et une sous-diagonale comportant des 0 ou des τ. Pour la première ligne du modèle, les valeurs de la ligne précédente sont en fait les conditions aux limites du modèle. Ce sont les valeurs comprises dans le vecteur d'initialisation qui seront passées par la matrice B. L'équation (1.29) présente la forme globale de cette

matrice d'interpolation.

$$M_{interp} = \begin{pmatrix} 1 & & & & & & & & & & & & \\ & \ddots & & & & & & & & & & & \\ & & 1 & & & & & & & & & & \\ & & & 1-\tau & & & & & & & & & \\ & & & & \ddots & & & & & & & & \\ & & & & & 1-\tau & & & & & & & \\ & & & & & & 1 & & & & & & \\ & & & & & & & \ddots & & & & & \\ & & & & & & & & 1 & & & & \\ & & & \tau & & & & & & 1-\tau & & & \\ & & & & \ddots & & & & & & \ddots & & \\ & & & & & \tau & & & & & & -\tau \end{pmatrix} \tag{1.29}$$

En résumé, l'équation globale est :

$$T^{k+1} = M_{diff}^{-1}(M_{interp}T^k + M_{lim}U) \tag{1.30}$$

1.3.10 Calage du modèle

Afin d'obtenir un comportement proche de la réalité, on utilise des données réelles pour ajuster le modèle. La plupart des paramètres utilisés sont propres aux matériaux (acier, cuivre) ou aux paramètres de coulée (hauteur de lingotière, vitesse de coulée). Le seul paramètre qui reste à ajuster est le coefficient de transfert thermique h entre le cuivre et l'acier ; ce paramètre est en effet très incertain.

Commençons par choisir les points de référence qui vont permettre de comparer les résultats du simulateur au comportement réel. Tout d'abord, nous utilisons les enregistrements de deux thermocouples situés l'un au-dessus de l'autre au milieu d'une des grandes faces. Le premier se situe à 140 mm sous le ménisque et l'autre à 250 mm sous le ménisque. Ces thermocouples sont implantés dans le cuivre de la lingotière à environ 20 mm de la surface chaude.
Le troisième point de référence est l'épaisseur de peau solidifiée en bas de la lingotière. Il n'y a pas de mesure physique directe de cette épaisseur sauf dans le cas de percées. En effet, l'étude des résidus d'une percée appelés " sac de percée " permet d'avoir une estimation de la vitesse de croissance de la peau solide dans la lingotière. Toutes ces études sont cohérentes avec une croissance qui est fonction de la racine carrée du temps passé en lingotière. Ainsi on a pu déterminer une fonction approchée de la croissance de l'épaisseur de peau suivant la formule :

$$\text{epaisseur} = k * \sqrt{t} \tag{1.31}$$

avec k compris entre 22 et 26 $mm/\sqrt{min}$.

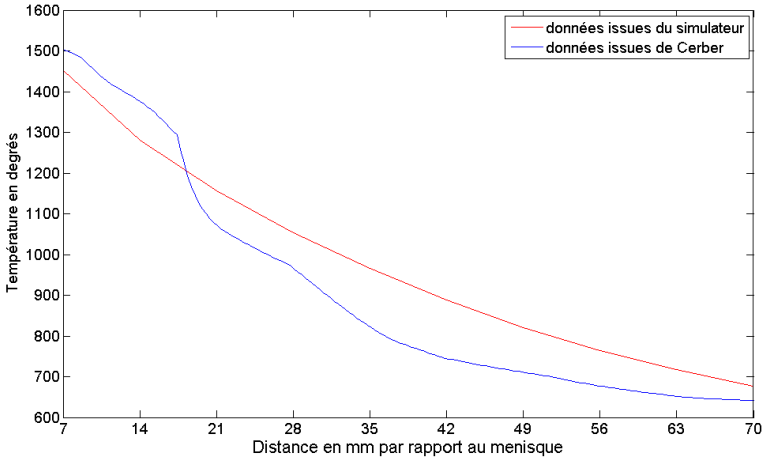


FIGURE 1.5 – Comparaison des profils thermiques de la surface du produit

Cette formule donnera donc un troisième point de référence pour caler le modèle. Il suffit de calculer l'épaisseur théorique en sortie de lingotière à partir de la vitesse de coulée.

A partir de ces trois points de référence, on peut régler h par essais successifs pour que le comportement du modèle se rapproche le plus possible des trois données de référence choisies (les températures issues des deux thermocouples et l'épaisseur solidifiée).

1.3.11 Comparaison avec un autre simulateur : Cerber

Afin de confirmer les résultats obtenus avec ce simulateur, nous les comparons à ceux obtenus avec un autre simulateur couramment utilisé dans l'industrie. Ce simulateur du nom de "Cerber" ne prend en compte que le produit. Il se base comme notre simulateur sur une discrétisation de l'équation de diffusion de la chaleur. Il prend comme entrées, la nuance d'acier coulé (cela influe sur les paramètres tels que la conductivité thermique), la température de l'acier qui entre dans la lingotière ainsi que la hauteur de celle-ci. On peut définir plusieurs zones en fonction de la hauteur dans la lingotière. Pour chaque zone de chaque face, on paramètre le flux extrait. Le simulateur peut ensuite calculer la température en tous points de la surface du produit et rend également l'épaisseur d'acier solidifié en bas de la lingotière. Cependant, il ne donne des résultats que dans le cas d'un régime établi.

Nous pouvons alors comparer le profil des températures en surface du produit obtenu avec Cerber à celui obtenu avec notre simulateur ainsi que l'épaisseur de peau solidifiée en sortie de lingotière.

La figure 1.5 montre les profils thermiques de la surface du produit obtenus avec le simulateur thermique et avec le programme Cerber. Le profil thermique du simulateur est

plus lisse car il ne prend pas en compte certains phénomènes de réchauffement de l'acier lors des changements de phases. Cependant, les ordres de grandeur de la température et sa vitesse de décroissance le long de la lingotière sont similaires. Si l'on compare à présent l'épaisseur de peau solidifié en sortie de lingotière, Cerber donne une épaisseur de $20mm$ et le simulateur une épaisseur de $18.6mm$. Les résultats obtenus sont tous à fait cohérents avec ceux produits par le logiciel Cerber ce qui permet de valider le fonctionnement du simulateur thermique simplifié que nous avons développé.

2

Méthodes de détection de changement de mode de fonctionnement

Sommaire

2.1 Position du problème 26
2.2 Équation de parité 27
2.2.1 Principe des équations de parité 27
2.2.2 Exemple d'application 29
2.2.3 Exemple d'application 30
2.3 Observateur d'état complet 32
2.3.1 Principe de l'observateur d'état complet 32
2.3.2 Exemple 32
2.3.3 Conditions de simulation et résultats 33
2.4 Observateur à entrée inconnue 34
2.4.1 Principe de l'observateur à entrée inconnue 34
2.4.2 Exemple d'illustration 35
2.4.3 Conditions de simulation et résultats 36
2.5 Filtre de Kalman 37
2.5.1 Principe du filtre de Kalman 37
2.5.2 Exemple 38
2.5.3 Conditions de simulation et résultats 39

2.6 Estimation paramétrique 39
2.6.1 Principe de l'estimation paramétrique 40
2.6.2 Exemple 42
2.6.3 Conditions de simulation et résultats 42
2.7 Approche multimodèle 43
2.7.1 Principe de la modélisation sous-forme Tagaki-Sugeno 43
2.7.2 Synthèse d'un observateur à gain proportionnel 44
2.7.3 Exemple 46
2.7.4 Conditions de simulation et résultats 47
2.8 Conclusion 49

Dans ce chapitre et conformément à l'une des attentes du partenaire industriel pour ce travail, nous allons présenter différentes méthodes de détection de changement de mode de fonctionnement. Ces méthodes sont toutes basées sur la mise en œuvre d'un modèle. Elles seront présentées dans le cas général, puis appliquées au modèle mécanique de la lingotière décrit dans le chapitre précédent afin d'évaluer leur intérêt pour la détection des changements de mode de fonctionnement.

2.1 Position du problème

Dans un système, un changement de mode peut survenir suite à une opération extérieure voulue (changement de consigne de l'opérateur, entrée dans une nouvelle phase...), ou suite à l'apparition d'un défaut. Ce défaut peut être une défaillance (capteur, actionneur qui fait entrer le système dans un mode de fonctionnement dégradé) ou à un changement d'état du système. Ce travail porte sur cette deuxième catégorie de défaut. Soit le modèle linéaire invariant dans le temps sans défaut suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) + n_y(t) \end{cases} \tag{2.1}$$

avec $x(t) \in \mathbb{R}^n$ le vecteur d'état, $y(t) \in \mathbb{R}^m$ le vecteur de mesure, $u(t) \in \mathbb{R}^p$ le vecteur de commande et $n_y(t)$ le bruit sur les mesures. On introduit à présent un défaut modélisé par une variation temporelle d'un des paramètres de la matrice A de ce système.

Cette matrice peut alors s'écrire : $A + \Delta A d(t)$, avec ΔA la matrice de distribution du paramètre variant et $d(t)$ une fonction qui représente l'amplitude de variation de ce paramètre ($d(t)$ est un scalaire). Considérant les variations des paramètres de A, le système (2.1) devient alors un système variant dans le temps :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A + \Delta A d(t))x(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) + n_y(t) \end{cases} \tag{2.2}$$

Le type de variation que subit le paramètre est a priori inconnu. Cela peut être un saut de moyenne, une dérive, une oscillation ou toutes autres variations. Le but de ce travail est donc de recenser des méthodes capables de mettre en évidence la variation du paramètre au cours du temps. Cette variation paramétrique peut être vue comme un

défaut du système. C'est pourquoi les méthodes étudiées sont des méthodes de détection de défaut d'un système. Cependant, ces méthodes de détection de défaut s'appliquent à des défauts de capteur ou d'actionneur c'est-à-dire à des défauts additifs. Ces défauts sont donc des termes indépendants de l'état du système.

Dans le cadre de ce travail, les défauts considérés sont des défauts multiplicatifs. Afin d'appliquer les méthodes qui vont suivre, nous allons "artificiellement" transformer ce défaut multiplicatif en défaut additif. Commençons par poser l'hypothèse que le défaut est indépendant de l'état du système. Pour cela, nous considérons l'égalité suivante :

$$\Delta A d(t) x(t) = F_x d_x(t) \tag{2.3}$$

avec $F_x \in \mathbb{R}^n$ le vecteur de distribution du paramètre variant. $d_x(t)$ est une fonction scalaire de l'amplitude de variation de ce paramètre. Le système (2.2) peut donc s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + F_x d_x(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) + n_y(t) \end{cases} \tag{2.4}$$

Le système (2.4) est un système invariant dans le temps. Le défaut, qui était en facteur de l'état dans le système (2.2), se retrouve ici en défaut additif. Cette approximation permet donc d'obtenir un système avec un défaut additif à partir d'un défaut multiplicatif. Ainsi, nous pouvons appliquer les méthodes de détection de défauts que nous allons présenter dans les sections suivantes.

2.2 Équation de parité

2.2.1 Principe des équations de parité

L'une des méthodes pour la détection des défauts d'un système est basée sur les équations de parité. Parmi les travaux sur ce sujet, on peut citer [Gertler, 1997], [Isermann, 2006], [Patton and Chen, 1994] et [Patton and Chen, 1991].

Considérons le système (2.4) et dérivons l'équation de sortie en remplaçant la dérivée de l'état par son expression, nous obtenons :

$$\dot{y}(t) = C\dot{x}(t) + D\dot{u}(t) + \dot{n_y}(t) \tag{2.5}$$
$$= CAx(t) + CBu(t) + CF_x d_x(t) + D\dot{u}(t) + \dot{n_y}(t) \tag{2.6}$$

En dérivant une seconde fois, nous obtenons :

$$\ddot{y}(t) = CA\dot{x}(t) + CB\dot{u}(t) + CF_x \dot{d}_x(t) + D\ddot{u}(t) + \ddot{n_y}(t) \tag{2.7}$$
$$= CA^2 x(t) + CABu(t) + CAF_x d_x(t) + CB\dot{u}(t) + CF_x \dot{d}_x(t) + D\ddot{u}(t) + \ddot{n_y}(t) \tag{2.8}$$

Si l'opération est répétée q fois, l'ensemble des équations obtenues peut s'écrire sous forme matricielle :

$$Y(t) = Tx(t) + QU(t) + N_y(t) + \Delta_x \partial_x(t) \tag{2.9}$$

avec

$$Y(t) = \begin{pmatrix} y(t) \\ \dot{y}(t) \\ \vdots \\ y^{(q)}(t) \end{pmatrix}, \quad U(t) = \begin{pmatrix} u(t) \\ \dot{u}(t) \\ \vdots \\ u^{(q)}(t) \end{pmatrix}, \quad N_y(t) = \begin{pmatrix} n_y(t) \\ \dot{n_y}(t) \\ \vdots \\ n_y^{(q)}(t) \end{pmatrix} \tag{2.10}$$

$$T = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{(q)} \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} D & 0 & \dots & 0 \\ CB & D & \dots & 0 \\ CAB & CB & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{(q-1)}B & CA^{(q-2)}B & \dots & D \end{pmatrix} \tag{2.11}$$

$$\Delta_x = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ CF_x & 0 & \dots & 0 \\ CAF_x & CF_x & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{(q-1)}F_x & CA^{(q-2)}F_x & \dots & 0 \end{pmatrix}, \quad \partial_x(t) = \begin{pmatrix} d_x(t) \\ \dot{d_x}(t) \\ \vdots \\ d_x^{(q-1)}(t) \end{pmatrix} \tag{2.12}$$

La valeur minimale de q permettant d'exploiter le maximum de redondance du système est donnée par le théorème de Cayley-Hamilton. En effet, l'application de ce théorème implique l'existence d'une valeur s telle que :

$$Si\ q < s\ rang(T) = q + 1 \tag{2.13}$$

$$Si\ q \geq s\ rang(T) = s \tag{2.14}$$

Donc, en général, nous choisirons $q = s$ puisque $y^{(q+1)}(t)$ sera une combinaison linéaire des $y^{(i)}(t)$ avec $i \in \{1, q\}$ et n'apportera donc aucune information supplémentaire.

Le vecteur d'état $x(t)$ est inconnu mais il peut être éliminé en multipliant l'équation (2.9) par Ω choisi de sorte que :

$$\Omega T = 0 \tag{2.15}$$

Nous obtenons alors le vecteur des résidus sous sa forme calculable :

$$r(t) = \Omega Y(t) - \Omega Q U(t) \tag{2.16}$$

et sous sa forme explicative :

$$r(t) = \Omega N_y(t) + \Omega \Delta_x \partial_x(t) \tag{2.17}$$

En l'absence de défaut ($\partial_x(t) = 0$), chaque composante du vecteur $r(t)$ est nulle au bruit près. En présence d'un défaut, une ou plusieurs composantes du vecteur $r(t)$ seront modifiées en fonction de leur sensibilité à ce défaut. En analysant la présence ou non du défaut dans chaque ligne de l'équation (2.17), il est possible de construire un tableau mettant en évidence la sensibilité des résidus au défaut.

Un défaut peut être structurellement détectable mais si la sensibilité du résidu à ce défaut est trop faible, les bruits masqueront son effet sur le résidu et ce dernier ne sera donc pas exploitable.

2.2.2 Exemple d'application

Appliquons à présent cette méthode sur l'exemple du modèle mécanique linéaire simplifié de la lingotière de coulée continue présenté au chapitre précédent. Les équations de ce modèle sont définies comme suit :

$$\begin{cases} \dfrac{dv_p(t)}{dt} = -\dfrac{\tilde{f}(t)}{M_p}(v_p(t) - v_l(t)) + \dfrac{B}{M_p} + \dfrac{T(t)}{M_p} \\ \dfrac{dv_l(t)}{dt} = \dfrac{\tilde{f}(t)}{M_l}(v_p(t) - v_l(t)) + \dfrac{L}{M_l} + \dfrac{F_l(t)}{M_l} \\ \dfrac{dy_l(t)}{dt} = V_l(t) \end{cases} \tag{2.18}$$

avec $v_p(t)$ la vitesse du produit, $v_l(t)$ la vitesse de la lingotière, $y_l(t)$ la position de la lingotière, M_p la masse du produit, M_l la masse de la lingotière, $T(t)$ la force de traction sur le produit et $F_l(t)$ la force appliquée à la lingotière. Nous considérerons dans ce modèle que la force de frottement est linéairement dépendant de la différence de vitesse entre le produit et la lingotière. Cette hypothèse est valable pour de faibles différences de vitesse. Le système (2.18) peut s'écrire sous forme matricielle comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \tilde{A}(t)x(t) + Bu(t) + G \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \tag{2.19}$$

avec :

$$\tilde{A}(t) = \begin{pmatrix} -\frac{\tilde{f}(t)}{M_p} & \frac{\tilde{f}(t)}{M_p} & 0 \\ \frac{\tilde{f}(t)}{M_l} & -\frac{\tilde{f}(t)}{M_l} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} \frac{1}{M_p} & 0 \\ 0 & \frac{1}{M_l} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \; C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \; G = \begin{pmatrix} \frac{B}{M_p} \\ \frac{L}{M_l} \\ 0 \end{pmatrix} \tag{2.20}$$

$$x(t) = \begin{pmatrix} V_p(t) \\ V_l(t) \\ Y_l(t) \end{pmatrix}, \; u(t) = \begin{pmatrix} T(t) \\ F_l(t) \end{pmatrix} \tag{2.21}$$

Comme cela a été présenté au chapitre 1, les frottements entre le produit et la lingotière, modélisés par le paramètre $\tilde{f}(t)$, peuvent varier. Les variations de frottement sont responsables des changements de mode fonctionnement du système. Le paramètre $\tilde{f}(t)$ peut être écrit sous la forme :

$$\tilde{f}(t) = f + \bar{\Delta f}(t) \tag{2.22}$$

avec f la valeur nominale du paramètre et $\bar{\Delta f}(t)$ la fonction de variation du défaut. Nous allons donc reprendre la même approximation que pour passer du système (2.2)

au système (2.4). Nous ajoutons du bruit de moyenne nulle sur les mesures. Le système (2.19) peut alors se réécrire :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + F_f d_x(t) + G \\ y(t) = Cx(t) + n_y(t) \end{cases} \tag{2.23}$$

avec

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{f}{M_p} & \frac{f}{M_p} & 0 \\ \frac{f}{M_l} & -\frac{f}{M_l} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \; F_f = \begin{pmatrix} \frac{\Delta f}{M_p} \\ \frac{\Delta f}{M_l} \\ 0 \end{pmatrix} \tag{2.24}$$

avec Δf l'amplitude du défaut de f et $d_x(t)$ la fonction scalaire de variation du paramètre f.

Le principe de génération des équations de parité présenté à la section 2.2.1 peut alors être appliqué. En prenant $q = 1$ (valeur minimale donnée par le théorème de Caley-Hamilton), l'équation de parité suivante est obtenue :

$$r(t) = \Omega Y(t) - \Omega Q U(t) \tag{2.25}$$

avec

$$\Omega = \begin{pmatrix} -1 & 0 & \frac{M_p}{f} & 1 \end{pmatrix} \tag{2.26}$$

$$Q = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{M_p} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \; Y(t) = \begin{pmatrix} v_p(t) \\ y_l(t) \\ \dot{v}_p(t) \\ \dot{y}_l(t) \end{pmatrix}, \; U(t) = \begin{pmatrix} T(t) \\ F_l(t) \\ \dot{T}(t) \\ \dot{F}_l(t) \end{pmatrix} \tag{2.27}$$

Le résidu suivant est obtenu :

$$r(t) = -\dot{v}_p(t)\frac{M_p}{f} - v_p(t) + \dot{y}_l(t) - \frac{T(t)}{f} - \frac{F_l(t)}{f} \tag{2.28}$$

Une des difficultés possibles de mise en pratique de cette méthode apparaît ici. En effet, les vecteurs $Y(t)$ et $U(t)$ contiennent les dérivées premières et secondes des états du système et de ses commandes. Ces signaux n'étant pas forcément accessibles ce qui peut présenter une difficulté pour la mise en œuvre de la méthode.

2.2.3 Exemple d'application

Les entrées $F_l(t)$ et $T(t)$ sont des signaux de commande obtenus par un système extérieur de sorte qu'ils stabilisent le système. La valeur de chaque paramètre utilisé pour la simulation est reportée dans la table 2.1. Au cours de chaque simulation, nous appliquerons le même schéma de variation du paramètre f. Ce schéma de variation est présenté par la figure 2.1. L'amplitude de variation du paramètre est de 25% de sa valeur nominale. On applique un bruit de mesure à chaque sortie. Ce bruit suit une distribution

normale centrée et d'écart type égale 5% de la valeur moyenne de la vitesse du produit soit 0.001.

coefficient de frottement (f)	173
masse du produit (M_p)	$239t$
masse de la lingotière (M_l)	$30t$

TABLE 2.1 – Valeur des paramètres de la simulation

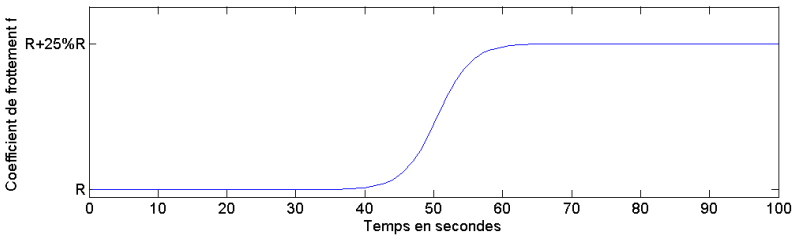


FIGURE 2.1 – Schéma de variation du paramètre f

La figure 2.2 montre le résidu obtenu avec la simulation en suivant les conditions énoncées précédemment. Avant l'apparition du défaut, le résidu est nul au bruit près. Après l'apparition du défaut, la moyenne du résidu n'est plus nulle. Le résidu est sensible à la variation du paramètre f. Il est donc possible de détecter une variation du frottement f par l'étude du résidu $r(t)$ et cela même en présence de bruit de mesure.

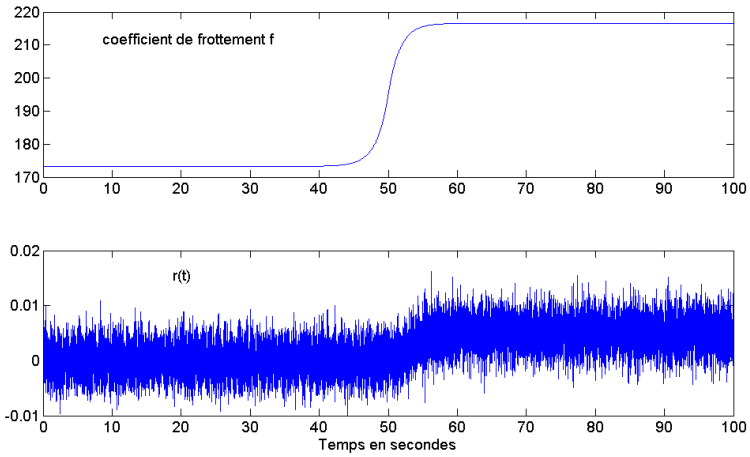


FIGURE 2.2 – Résidu obtenu avec les équations de parité

2.3 Observateur d'état complet

Un observateur d'état permet d'estimer l'ensemble des états d'un système à partir d'un modèle du système et de la mesure de ses entrées. Les premières études sur l'observateur d'état sont [Beard, 1971], [Jones, 1973] et [Massoumnia, 1986].

2.3.1 Principe de l'observateur d'état complet

Considérons à nouveau le système (2.4).

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + F_x d_x(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) + n_y(t) \end{cases} \tag{2.29}$$

Un observateur d'état de ce modèle est alors :

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)) \tag{2.30}$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) + Du(t) \tag{2.31}$$

et le résidu s'écrit :

$$r(t) = y(t) - \hat{y}(t) \tag{2.32}$$

avec $r(t) \in \mathbb{R}^q$ le vecteur des résidus et $\hat{x}(t)$ et $\hat{y}(t)$ les états et les sorties estimés. L'erreur d'estimation de l'état est donnée par :

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \tag{2.33}$$

et sa dynamique est :

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t) + F_x d_x(t) - Ln_y(t) \tag{2.34}$$

En utilisant la transformée de Laplace, la réponse des résidus aux perturbations du système peut s'écrire :

$$r(s) = (I - C(sI - A + LC)^{-1}L)n_y(s) + C(sI - A + LC)^{-1}F_x d_x(s) \tag{2.35}$$

On constate alors que si le défaut est nul, le résidu est nul également au bruit prés.

2.3.2 Exemple

Nous reprenons l'exemple de la lingotière :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + F_f d_x(t) \\ y(t) = Cx(t) + n_y(t) \end{cases} \tag{2.36}$$

avec :

$$F_f = \begin{pmatrix} \frac{\Delta f}{M_p} \\ \frac{\Delta f}{M_l} \\ 0 \end{pmatrix} \tag{2.37}$$

avec Δf la variation du frottement f et $d_x(t)$ la fonction scalaire d'amplitude de variation du frottement f.

Afin de détecter les changements de mode de fonctionnement, un observateur est construit à partir du mode de fonctionnement normal du système (sans variation du frottement). Le principe est ensuite d'analyser le résidu et si le frottement a varié, le résidu doit le mettre en évidence.

Le système d'équations modélisant la lingotière s'écrit exactement comme le système (2.4), le même résidus $r(s)$ est donc obtenu :

$$r(s) = (I - C(sI - A + LC)^{-1}L)n_y(s) + C(sI - A + LC)^{-1}F_f d_x(s) \tag{2.38}$$

Dans cet exemple, le but est de détecter les changements de mode de fonctionnement et donc de détecter les variations du frottement. Dans le modèle du système choisi, les seules perturbations prises en compte sont les variations de frottement. Les pôles de la matrice A du système (2.23) sont égaux à $\{0, 0, -6.5\}$. Nous choisissons donc 3 les pôles stables suivant $\{-7, -7.2, -7.4\}$ pour l'observateur et on calcule la matrice de gain L par une technique de placement de pôles.

La matrice de gain L alors obtenue est $L = \begin{pmatrix} 6.27 & 0.72 & 0 \\ 5.77 & 1.42 & 0 \\ 0 & 1 & 7.4 \end{pmatrix}$.

2.3.3 Conditions de simulation et résultats

Les conditions de simulation sont identiques à celles de la section 2.2.3. La figure 2.3 montre les résidus obtenus. Avant l'apparition du défaut (variation du frottement), les trois résidus sont nuls au bruit près. Ensuite, lorsque le défaut apparaît, les résidus $r_1(t)$ et $r_2(t)$ n'ont plus une moyenne nulle. De plus, l'oscillation appliquée à la lingotière est visible sur ces deux résidus. Ils sont donc sensibles à la variation des frottements f. Le résidu $r_3(t)$ n'est pas sensible à la variation du frottement. Cela était prévisible car le paramètre f n'intervient pas dans l'expression de résidu $r_3(t)$,.

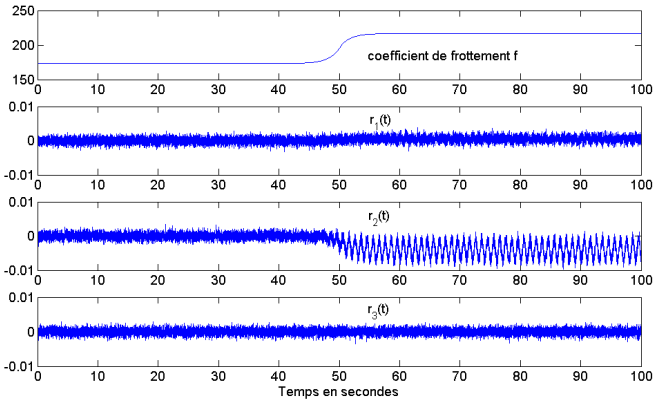


FIGURE 2.3 – Résidus obtenus avec l'observateur d'état complet

2.4 Observateur à entrée inconnue

Un observateur à entrée inconnue permet, sous certaines conditions, la reconstruction des états du système bien que des entrées soient inconnues. Cela permet une plus grande souplesse d'application en comparaison avec l'observateur d'état complet. En effet, si le modèle n'est pas parfait, les éléments incertains peuvent, sous certaines conditions, être "transférés" dans la partie entrée inconnue. Les premiers travaux sur l'observateur à entrée inconnue sont [Watanabe and Himmelblau, 1982], [Wünnenberg and Frank, 1987] et [Frank and Wünnenberg, 1989] et plus récemment dans [Yang et al., 2011b] et dans le cas non linéaire [Liu, 2007].

2.4.1 Principe de l'observateur à entrée inconnue

Soit le système (2.4) :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + F_x d_x(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \tag{2.39}$$

pour lequel $d_x(t)$ est considéré comme une entrée inconnue. Afin de pouvoir construire un observateur à entrée inconnue il faut que le système considéré remplisse deux conditions nécessaires et suffisantes :

- le rang de (CF_x) doit être égal au rang de F_x
- la paire de matrices (A_1, C) doit être détectable

avec $A_1 = A - HCA$ et $H = F_x \left((CF_x)^T CF_x \right)^{-1} (CF_x)^T$. Si l'on pose $\hat{x}(t)$ le vecteur d'état estimé, l'observateur s'écrit :

$$\dot{z}(t) = Fz(t) + NBu(t) + Ky(t) \tag{2.40}$$

$$\hat{x}(t) = z(t) + Hy(t) \tag{2.41}$$

$z(t)$ est l'état de l'observateur et les matrices F, N et K sont définies comme ceci :

$$(HC-I)F_x = 0 \tag{2.42}$$
$$F = A - HCA - K_1C \tag{2.43}$$
$$N = I - HC \tag{2.44}$$
$$K_2 = FH \tag{2.45}$$
$$K = K_1 + K_2 \tag{2.46}$$

Soit $e(t) = \hat{x}(t) - x(t)$ l'erreur d'estimation, sa dérivée est alors :

$$\begin{aligned}
\dot{e}(t) &= \dot{\hat{x}}(t) - \dot{x}(t) \\
&= \dot{z}(t) + H\dot{y}(t) - \dot{x}(t) \\
&= Fz(t) + NBu(t) + Ky(t) + HC\dot{x}(t) - \dot{x}(t) \\
&= Fz(t) + NBu(t) + KCx(t) - N\dot{x}(t) \\
&= F(e(t) + Nx(t)) + NBu(t) + KCx(t) - N(Ax(t) + Bu(t) + F_x d_x(t)) \\
&= Fe(t) + (FN + KC - NA)x(t) - NF_x d_x(t) \\
&= Fe(t) + (FN + KC - NA)(\hat{x}(t) - e(t)) - NF_x d_x(t) \\
&= (FHC - KC + NA)e(t) + (-FHC + KC - N)A)(z + Hy) - NF_x d_x(t) \\
&= (A - HCA - K_1C)e(t) + (F - (A - HCA - K_1C))z \\
&\quad + (K_2 - (A - HCA - K_1C)H)y - NF_x d_x(t)
\end{aligned} \tag{2.47}$$

Si l'on injecte les expressions (2.42) à (2.46) dans (2.47), on obtient :

$$\dot{e}(t) = Fe(t) \tag{2.48}$$

Donc si l'on choisit F stable, l'erreur d'estimation $e(t)$ va tendre vers 0. On utilisera donc une méthode de placement de pôles afin de trouver la matrice K_1 qui satisfait la stabilité de F. Différents travaux portent sur l'obtention des matrices F, K_1 et K_2, on peut citer [Chen et al., 1996], [Amato and Mattei, 2002], [Gu and Poon, 2003] et [Demetriou, 2005].

2.4.2 Exemple d'illustration

Nous gardons le même exemple de la lingotière (2.23).

En pratique, la commande $T(t)$ n'est pas obtenue par une mesure directe. Elle résulte de la somme des efforts de plusieurs rouleaux extracteurs. De plus, ces rouleaux ne servent pas uniquement à extraire le produit hors de la lingotière mais également à le faire avancer vers le bas de la machine. En effet, le produit est coulé à la verticale et ressort à l'horizontale. Il forme donc un coude dans la machine. Ces opérations de cintrage puis de décintrage du produit ne se font pas sans efforts. Ce sont les rouleaux extracteurs qui appliquent les efforts nécessaire à ces opérations. C'est pourquoi il est très difficile en pratique d'obtenir une mesure fiable de la force de traction utile à la seule extraction du produit de la lingotière.

Nous choisirons donc T comme l'entrée inconnue du système, l'observateur sera insensible à ces variations, ce qui va permettre de mieux mettre en évidence les variations de f.

Commençons par réécrire le système (2.23) en séparant l'entrée inconnue $T(t)$ des entrées connues.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_1 u_1(t) + ET(t) + F_f d_x(t) \\ y(t) = Cx(t) + n_y(t) \end{cases} \tag{2.49}$$

avec

$$B_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{M_l} \\ 0 \end{pmatrix}\ ,\ u_1(t) = F_l(t),\ E = \begin{pmatrix} \frac{1}{M_p} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{2.50}$$

On peut vérifier que les conditions d'élaboration d'un observateur à entrée inconnue sont satisfaites :

- $rang(CE) = rang(E) = 1$
- la paire de matrice (A_1, C) doit être détectable

$A_1 = A - HCA$ et $H = E\left((CE)^T CE\right)^{-1}(CE)^T$.

Comme la paire de matrice (A_1, C) est observable, la condition est remplie (l'observabilité implique la détectabilité). Les pôles de la matrice A du système (2.23) sont égaux à $\{0, 0, -2.51\}$. On choisit donc les 3 pôles stables suivant pour l'observateur $\{-7, -7.2, -7.4\}$ et avec une technique de placement de pôles, on trouve la matrice de gain K_1. Le reste de l'observateur se construit facilement en suivant les équations (2.42) à (2.46). On obtient alors les résultats suivants :

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 5.77 & -5.77 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}\ ,\ F = \begin{pmatrix} -7 & 0 & 0 \\ 0 & -7.2 & 0 \\ 0 & 0 & -7.4 \end{pmatrix}\ ,\ N = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{2.51}$$

$$K_1 = \begin{pmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 5.77 & 1.42 & 0 \\ 0 & 1 & 7.4 \end{pmatrix}\ ,\ K_2 = \begin{pmatrix} -7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{2.52}$$

Les résidus sont finalement générés par l'équation suivante :

$$r(t) = y(t) - \hat{y}(t) \tag{2.53}$$

2.4.3 Conditions de simulation et résultats

On garde toujours les mêmes conditions de simulation (cf. 2.2.3). La figure 2.4 montre la valeur du frottement f, la traction T ainsi que les trois résidus $r_i(t)$. Le résidu $r_1(t)$ est nul. En effet, l'analyse des matrices de l'observateur le montre. La matrice A_1 a sa première ligne égale à 0 tout comme la première ligne de N et de B_1. Ensuite, la matrice K qui est la somme de K_1 et de K_2 a également se première ligne nulle. Donc si l'on reporte ces informations dans l'équation de l'observateur (2.41), on remarque que

le résidu $r_1(t)$ est nul. Le résidu $r_3(t)$ n'est pas sensible à la variation du frottement f. Le résidu $r_2(t)$ est sensible à la variation de paramètre du paramètre f. En effet, avant l'apparition du défaut, le résidu $r_2(t)$ est nul au bruit près. Après l'apparition du défaut, la moyenne du résidu $r_2(t)$ n'est plus nulle est l'oscillation de la lingotière est visible sur ce résidu.

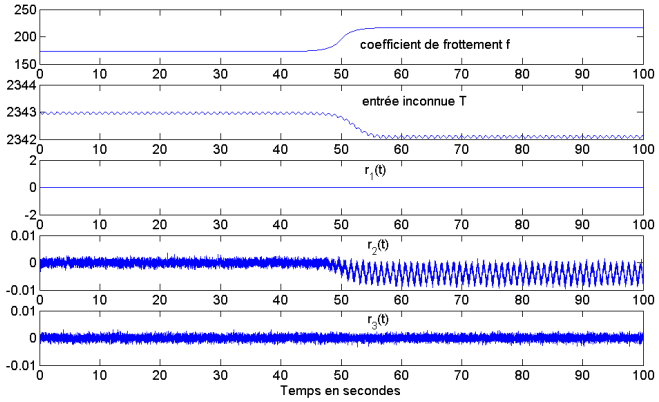


FIGURE 2.4 – Résidus obtenus avec l'observateur à entrée inconnue

2.5 Filtre de Kalman

Les premiers travaux utilisant le filtre de Kalman pour la détection de défaut dans un système sont [Mehra and Peschon, 1971] et [Maqill, 1965]. De nombreux travaux utilisent le filtre de Kalman pour l'estimation adaptative de modèle multiple (multiple model adaptive estimation (MMAE)). On peut citer par exemple [White et al., 1998] et [Zhang and Jiang, 1999]. Dans [Menke and Maybeck, 1992], et [Menke and Maybeck, 1995], les auteurs l'appliquent pour le contrôl du pilotage d'un avion en présence de de défauts de catpeurs ou d'actionneurs et dans [Yang et al., 2011a], l'auteur applique la méthode MMAE pour la détection des pannes d'un réfrigérateur de supermarché.

2.5.1 Principe du filtre de Kalman

Considérons le système suivant :

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \tag{2.54}$$
$$y(k) = Cx(k) + n_y(k) \tag{2.55}$$

avec k l'instant de discrétisation et $n_y(k)$ une variable aléatoire normalement distribuée représentant le bruit. On a également :

$$E\{x(0)\} = x_0 \tag{2.56}$$
$$E\{n_y(k)\} = 0 \tag{2.57}$$
$$E\{n_y(k)n_y(k)^T\} = N \tag{2.58}$$
$$E\{(x(0)-x_0)(x(0)-x_0)^T\} = P_0 \tag{2.59}$$

E est l'espérance mathématique et N est une matrice symétrique définie positive. Avec les conditions initiales suivantes, $x(0) = x_0$ et $P(0) = P_0$, l'ensemble des équations du filtre de Kalman est alors :

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1|k) = A\hat{x}(k|k) + Bu(k) \\ P(k+1|k) = AP(k|k)A^T \\ K(k+1) = P(k+1|k)C^T\left(CP(k+1|k)C^T + N\right)^{-1} \\ \hat{x}(k+1|k+1) = \hat{x}(k+1|k) + K(k+1)\left(y(k+1) - C\hat{x}(k+1|k)\right) \\ P(k+1|k+1) = \left(I - K(k+1)C\right)P(k+1|k) \end{cases} \tag{2.60}$$

Le vecteur des résidus peut alors s'écrire comme la différence entre les mesures issues du système et les sorties estimées par le filtre de Kalman :

$$r(k) = y(k) - C\hat{x}(k|k) \tag{2.61}$$

2.5.2 Exemple

Nous gardons l'exemple de la lingotière mais cette fois, nous allons écrire les équations sous forme discrète avec :

$$\dot{x}(t) \approx \frac{x(k+1) - x(k)}{\tau} \tag{2.62}$$

et τ le pas de temps. La discrétistion du système (2.19) donne :

$$\begin{cases} v_p(k+1) = (1 - \frac{\tau f}{M_p})v_p(k) + \frac{\tau f}{M_p}v_l(k) + \frac{\tau}{M_p}T(k) + \tau g \\ \\ v_l(k+1) = \frac{\tau f}{M_l}v_p(k) + (1 - \frac{\tau f}{M_l})v_l(k) + \frac{\tau}{M_l}F_l(k) + \tau g \\ \\ y_l(k+1) = y_l(k) - \tau v_l(k) \end{cases} \tag{2.63}$$

On sait que le paramètre de frottement f peut varier au cours du temps. Le filtre de Kalman que l'on choisi est construit à partir de la valeur nominale du paramètre f. Donc tant que le paramètre f sera égal à sa valeur nominale, le résidu $r(k)$ (différence entre la mesure et l'estimation de la sortie du système) sera proche de 0. Au contraire si le paramètre f dévie de sa valeur nominale, le résidu $r(k)$ ne sera plus égal à 0 au bruit près.

2.5.3 Conditions de simulation et résultats

On garde toujours les mêmes conditions de simulation (cf. 2.2.3). Le pas de discrétisation τ est choisi égal à $0.005s$. La figure 2.5 montre la variation du coefficient de frottement f ainsi que les trois composantes du résidu $r(t)$ (correspondant aux trois état du système). Le résidu $r_1(t)$ est peu sensible à la variation du frottement f. Il est cependant possible de voir que la moyenne de ce résidu qui était nulle avant l'apparition du défaut, ne l'est plus après. Ce résidu peut donc être utilisé pour la détection du défaut. Le résidu $r_3(t)$ est pratiquement insensible à la variation du frottement f. Il ne peut pas être utilisé pour la détection du changement de mode. Le résidu $r_2(t)$ est nettement plus sensible à la variation du frottement f. En effet, la moyenne du signal qui était nulle avant l'apparition du défaut ne l'est plus. De plus, la plage de variation du résidu avant et après l'apparition du défaut est parfaitement disjointe. Il est alors très facile de détecter le changement de mode de fonctionnement en analysant ce résidu à l'aide d'un simple seuil de détection.

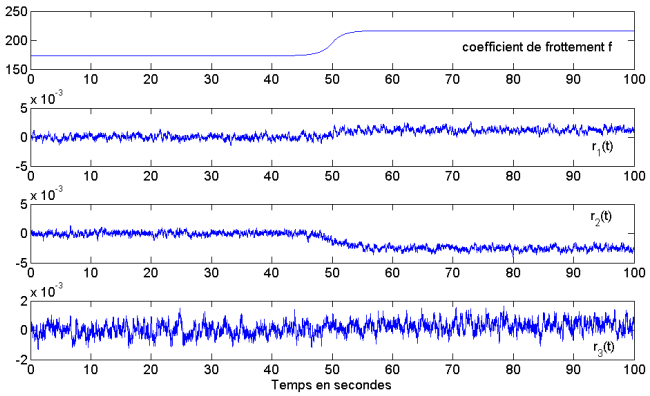


FIGURE 2.5 – Résidus obtenus avec le filtre de Kalman

2.6 Estimation paramétrique

Les algorithmes d'identification paramétrique consistent à estimer au cours du temps les paramètres d'un modèle. De nombreux travaux existent sur le sujet, on peut citer par exemple [Isermann, 1997], [Maddi et al., 2005], [Khov, 2009]. Le principe élémentaire de ces algorithmes consiste à utiliser un vecteur de paramètre estimé $\hat{\theta}(k-1)$ à partir de mesures à l'instant $(k-1)$, pour évaluer, à partir de mesures prélevées à l'instant k, le vecteur de paramètres $\hat{\theta}(k)$. Considérons la méthode des moindres carrés et son extension récursive.

2.6.1 Principe de l'estimation paramétrique

L'estimation paramétrique utilise un ensemble de mesures d'un système pour estimer le ou les paramètres d'un modèle de ce système. Soit le système décrit par les équations à temps discret suivantes :

$$y(k) = \sum_{j=1}^{m} a_j y(k-j) + \sum_{j=1}^{m} b_j u(k-j) \tag{2.64}$$

On pose :

$$\hat{y}(k) = \psi(k)^T \hat{\theta} \tag{2.65}$$

avec

$$\begin{cases} \psi(k)^T = \begin{pmatrix} y(k-1) & \dots & y(k-m) & u(k-1) & \dots & u(k-m) \end{pmatrix} \\ \hat{\theta}^T = \begin{pmatrix} \hat{a}_1 & \dots & \hat{a}_m & \hat{b}_1 & \dots & \hat{b}_m \end{pmatrix} \end{cases} \tag{2.66}$$

L'algorithme d'estimation paramétrique se base sur l'ensemble des mesures pour estimer le vecteur de $\hat{\theta}$, le but étant de minimiser l'erreur entre la mesure à l'instant k et l'estimé de la mesure à ce même instant. Si l'on écrit le critère à minimiser dans le cas de l'algorithme non-récursif, on obtient :

$$J = \sum_{k=1}^{N} (y(k) - \hat{y}(k))^2 = \sum_{k=1}^{N} (y(k) - \psi^T(k)\hat{\theta})^2 \tag{2.67}$$

La dérivée du critère J par rapport à θ s'écrit :

$$\frac{\partial J}{\partial \hat{\theta}} = \sum_{k=1}^{N} -\psi^T (y(k) - \psi^T(k)\hat{\theta}) - (y(k) - \psi^T(k)\hat{\theta})^T \psi \tag{2.68}$$

Or, $y(k) - \psi^t(k)\hat{\theta}$ est scalaire donc on a :

$$\frac{\partial J}{\partial \hat{\theta}} = \sum_{k=1}^{N} -2\psi^T (y(k) - \psi^T(k)\hat{\theta}) \tag{2.69}$$

Le minimum du critère J est atteint lorsque sa dérivée par rapport à $\hat{\theta}$ est nulle. On obtient donc $\hat{\theta}$ par la formule :

$$\hat{\theta} = \left[\sum_{k=1}^{N} (\psi^T \psi) \right]^{-1} \sum_{k=1}^{N} \psi^T y \tag{2.70}$$

Si l'on pose $P = \psi^T \psi$, on constate alors que deux conditions sont nécessaires pour pouvoir appliquer cette méthode :

– P doit être inversible donc $det(P) \neq 0$

– P doit être définie positive pour que le critère ait un minimum

Ces deux conditions peuvent être rassemblées en une seule qui est $det(P) > 0$. Pour l'extension au cas récursif de cet algorithme, au lieu de recalculer l'estimation à partir de l'ensemble des mesures, on utilise le vecteur de paramètres estimé $\hat{\theta}(k-1)$ et on introduit en plus la nouvelle mesure au temps k. On obtient alors avec les expressions suivantes :

$$\begin{cases} K_k = \dfrac{P_{k-1}\psi_k}{1+\psi_k^T P_{k-1}\psi_k} \\ P_k = P_{k-1} - K_k\psi_k^T P_{k-1} \\ \hat{\theta}_k = \hat{\theta}_{k-1} + K_k(y_k - \psi_k^T\hat{\theta}_{k-1}) \end{cases} \tag{2.71}$$

Dans le cas qui nous intéresse (l'estimation de paramètre variable dans le système), il est nécessaire d'ajouter un facteur d'oubli à la formulation précédente. En effet, dans cette formulation, le gain K tend vers 0 et donc si un paramètre venait à évoluer au cours du temps, l'algorithme ne pourrait pas suivre cette évolution. On ajoute alors un facteur d'oubli λ. Ce facteur permet d'affecter un poids plus important aux dernières mesures et "d'oublier" les plus anciennes. La formulation (2.71) devient alors :

$$\begin{cases} K_k = \dfrac{P_{k-1}\psi_k}{\lambda^{-1}+\psi_k^T P_{k-1}\psi_k} \\ P_k = \lambda^{-1}(P_{k-1} - K_k\psi_k^T P_{k-1}) \\ \hat{\theta}_k = \hat{\theta}_{k-1} + K_k(y_k - \psi_k^T\hat{\theta}_{k-1}) \end{cases} \tag{2.72}$$

Plus λ est proche de 1 moins on oubliera les anciennes valeurs. Au contraire, plus λ sera proche de 0 plus on les oubliera vite et plus les dernières mesures auront de l'importance.

L'algorithme récursif a également besoin d'être initialisé. Pour cela, il faut choisir θ_0 et P_0. Le choix de θ_0 a assez peu d'importance, l'algorithme convergera quelle que soit sa valeur. Si l'on connaît une estimation des paramètres à estimer, on choisit alors ces valeurs, sinon on peut mettre 0. Le choix de P_0 est plus important. Il faut que P_0 satisfasse la condition évoquée précédemment ($det(P > 0)$). On peut prendre par exemple $P = \alpha I$. Si α est grand devant 1 (100, 1000...), cela signifie que l'estimation que l'on a faite des paramètres est mauvaise et que donc $\hat{\theta}_k$ pourra varier. Au contraire si α est proche de 0, cela signifie que l'on a déjà une bonne estimation des paramètres et que θ_k ne pourra varier que faiblement par rapport à sa valeur initiale.

2.6.2 Exemple

Nous gardons l'exemple de la lingotière avec les équations sous forme discrète.

$$\begin{cases} v_p(k+1) = (1 - \frac{\tau f}{M_p})v_p(k) + \frac{\tau f}{M_p}v_l(k) + \frac{\tau}{M_p}T(k) - \tau g \\ \\ v_l(k+1) = \frac{\tau f}{M_l}v_p(k) + (1 - \frac{\tau f}{M_l})v_l(k) + \frac{\tau}{M_l}F_l(k) - \tau g \\ \\ y_l(k+1) = y_l(k) - \tau v_l(k) \end{cases} \tag{2.73}$$

En ne considérant que les deux premières équations (la troisième ne présente aucun paramètre à estimer), on peut réécrire ce système sous la forme suivante :

$$y(k+1) = \psi(k)\theta \tag{2.74}$$

avec

$$\begin{cases} \psi(k) = \begin{pmatrix} -\frac{(v_p(k) - v_l(k))\tau}{M_p} \\ \\ \frac{(v_p(k) - v_l(k))\tau}{M_l} \end{pmatrix} \\ \\ \theta = \hat{f} \\ \\ y(k+1) = \begin{pmatrix} v_p(k+1) - v_p(k) - \frac{\tau}{M_p}T(k) + \tau g \\ \\ v_l(k+1) - v_l(k) - \frac{\tau}{M_l}F_l(k) + \tau g \end{pmatrix} \end{cases} \tag{2.75}$$

2.6.3 Conditions de simulation et résultats

Les entrées $F_l(t)$ et $T(t)$ sont des signaux de commande obtenus par un système extérieur de sorte qu'ils stabilisent le système. La valeur de chaque paramètre utilisé pour la simulation est reportée dans la table 2.1. Au cours de chaque simulation, nous appliquerons le même schéma de variation du paramètre f. Ce schéma de variation est présenté par la figure 2.1. L'amplitude de variation du paramètre est de 25% de sa valeur nominale. On applique un bruit de mesure à chaque sortie. Ce bruit suit une distribution normale centrée et d'écart type égale à 0.0008. Le pas de discrétisation τ est choisi égal à $0.005s$. Le facteur d'oubli à été choisi égal à 0.99. La figure 2.6 montre les résultats de simulation pour l'estimation du paramètre $\hat{f}$.

L'estimation du frottement f suit parfaitement les variations du frottement f au bruit près. Cette estimation est donc fiable et permet la détection du changement de mode de fonctionnement même en présence d'un bruit de mesure.

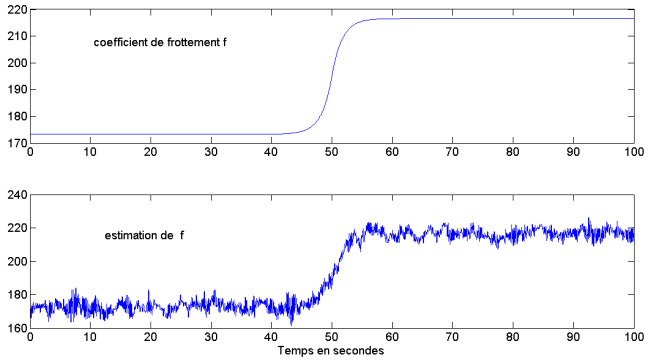


FIGURE 2.6 – Estimation du paramètre $\hat{f}$

2.7 Approche multimodèle

Un multimodèle est un ensemble de sous-modèles de structure simple en général. L'association de l'ensemble des sous-modèles permet de représenter système global. Ce principe de division du problème en sous-problèmes simples permet une approche intéressante des systèmes complexes notamment des systèmes non linéaires. La contribution de l'ensemble des sous-modèles est définie par des fonctions de pondération. Ces fonctions présentent la propriété de somme convexe, c'est-à-dire qu'à chaque instant la somme des contributions des différents sous-modèles est égale à 1. Pour cette étude, nous nous baserons sur une représentation de type Tagaki-Sugeno [Takagi and Sugeno, 1985]. De nombreux travaux porte sur ce sujet, on peut citer [Ichalal, 2009], [Orjuela, 2008] et [Nagy Kiss, 2010]

2.7.1 Principe de la modélisation sous-forme Tagaki-Sugeno

Considérons le système non linaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(\alpha(t))x(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \tag{2.76}$$

La fonction $\alpha(t)$ est bornée prenant ses valeurs dans $[\alpha_{min}, \alpha_{max}]$. Elle peut s'écrire sous forme de somme convexe telle que :

$$\alpha(t) = \alpha_{min} \underbrace{\frac{\alpha_{max} - \alpha(t)}{\alpha_{max} - \alpha_{min}}}_{\mu_1(t)} + \alpha_{max} \underbrace{\frac{\alpha(t) - \alpha_{min}}{\alpha_{max} - \alpha_{min}}}_{\mu_2(t)} \tag{2.77}$$

ou encore sous forme condensée :

$$\alpha(t) = \alpha_{min}\mu_1(\alpha(t)) + \alpha_{max}\mu_2(\alpha(t)) \tag{2.78}$$

$$= \sum_{i=1}^{2} \mu_i(t) a_i \tag{2.79}$$

avec

$$\begin{array}{l} a_1 = \alpha_{min} \\ a_2 = \alpha_{max} \end{array} \tag{2.80}$$

Nous posons :

$$\begin{array}{l} A_1 = A(\alpha_{min}) \\ A_2 = A(\alpha_{max}) \end{array} \tag{2.81}$$

Le système (2.76) peut ainsi se réécrire sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{2} \mu_i(t) A_i x(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{array} \right. \tag{2.82}$$

2.7.2 Synthèse d'un observateur à gain proportionnel

Afin de construire un observateur, nous allons réécrire le système (2.82).

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{2} \mu_i(\hat{\alpha}(t))(A_i x(t) + Bu(t)) + \sum_{i=1}^{2} (\mu_i(\alpha(t)) - \mu_i(\hat{\alpha}(t)))(A_i x(t) + Bu(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{array} \right. \tag{2.83}$$

En posant

$$\omega(t) = \sum_{i=1}^{2} (\mu_i(\alpha(t)) - \mu_i(\hat{\alpha}(t)))(A_i x(t) + Bu(t)) \tag{2.84}$$

le système (2.83) peut se réécrire sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{2} \mu_i(\hat{\alpha}(t))(A_i x(t) + Bu(t) + \omega(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{array} \right. \tag{2.85}$$

Dans ce cas, le terme $\mu_i(\alpha(t))$ qui est inconnu, se retrouve dans $\omega(t)$. Ce dernier est considéré comme une perturbation dont on cherchera à atténuer les effets lors de la construction de l'observateur.

Un observateur pour le système (2.85) est le suivant :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^{2} \mu_i(\hat{\alpha})(A_i\hat{x}(t) + Bu(t) + L_i(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \dot{\hat{\alpha}}(t) = K_1(y(t) - \hat{y}(t)) + K_2\hat{\alpha}(t) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \tag{2.86}$$

La dynamique de l'erreur d'estimation d'état $e_x(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ et de l'erreur d'estimation du paramètre $e_\alpha(t) = \alpha(t) - \hat{\alpha}(t)$ est donnée par :

$$\dot{\hat{e}}(t) = \begin{pmatrix} \dot{\hat{e}}_x(t) \\ \dot{\hat{e}}_\alpha(t) \end{pmatrix} = \mathcal{A}_i e(t) + \mathcal{W}(t) \tag{2.87}$$

avec

$$\mathcal{A}_i = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{2} \mu_i(\hat{\alpha}(t))(A_i - L_iC) & 0 \\ -K_1C & K_2 \end{pmatrix}, \ \mathcal{W}(t) = \begin{pmatrix} \omega(t) \\ \dot{\alpha}(t) \end{pmatrix} \tag{2.88}$$

Pour réaliser la synthèse de l'observateur il faut trouver les gains L_i et K de sorte que l'erreur d'estimation converge dans un voisinage de l'origine et que l'influence de $\omega(t)$ soit la plus faible possible. Si l'on fait l'hypothèse que $\|\omega(t)\|_2^2 < \infty$, ces objectifs (stabilité et diminution de l'influence de $\omega(t)$) sont atteints s'il existe une fonction de Lyapunov $V(t)$ telle que :

$$\dot{V}(t) + e^T(t)e(t) - \gamma^2\omega^T(t)\omega(t) < 0 \tag{2.89}$$

avec

$$V(t) = e^T(t)Pe(t) \tag{2.90}$$

Le calcul de la dérivée de la fonction de Lyapunov donne :

$$\dot{V}(t) = \dot{e}^T(t)Pe(t) + e^T(t)P\dot{e}(t) \tag{2.91}$$

En remplaçant $\dot{e}(t)$ par son expression (2.87), l'expression suivante est obtenue :

$$\dot{V}(t) = (\mathcal{A}e(t) + \mathcal{W}(t))^T Pe(t) + e^T(t)P(\mathcal{A}e(t) + \mathcal{W}(t)) \tag{2.92}$$

$$= e(t)^T(\mathcal{A}^TP + P\mathcal{A})e(t) + e^T(t)P\mathcal{W}(t) + \mathcal{W}^T(t)Pe(t) \tag{2.93}$$

Si l'on pose $\psi(t) = \begin{pmatrix} e^T(t) & \mathcal{W}(t) \end{pmatrix}^T$, $\dot{V}(t)$ peut se réécrire :

$$\dot{V}(t) = \psi^T(t)\Omega\psi(t) \tag{2.94}$$

avec

$$\Omega = \begin{pmatrix} \mathcal{A}^TP + P\mathcal{A} & P \\ P & 0 \end{pmatrix} \tag{2.95}$$

En remplaçant alors $\dot{V}(t)$ par son expression dans (2.89), nous obtenons :

$$\sum_{i=1}^{2} \mu_i(\hat{\alpha}(t))\psi^T(t)\Omega\psi(t) + e^T(t)e(t) - \gamma^2\mathcal{W}^T\mathcal{W} < 0 \tag{2.96}$$

ou encore

$$\psi^T(t)\left(\Omega+\begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -\gamma^2 I \end{pmatrix}\right)\psi(t)<0 \tag{2.97}$$

La condition (2.97) est vérifié s'il existe $P=P^T>0$, G_i et un scalaire positif γ tel que :

$$\left(\begin{array}{cc|c} A_i^TP_1+P_1A_i-C^TG_i^T-G_iC+I & -M_1C & P \\ -C^TM_1^T & M_2+M_2^T+I & \\ \hline P & & -\gamma^2 I \end{array}\right)<0 \tag{2.98}$$

avec

$$P=\begin{pmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_3 \end{pmatrix} \tag{2.99}$$

$$G_i=P_1L_i \tag{2.100}$$

$$M_1=P_3K_1 \tag{2.101}$$

$$M_2=P_3K_2 \tag{2.102}$$

$$\tag{2.103}$$

2.7.3 Exemple

Nous considérons le modèle mécanique non linaire de la lingotière suivant :

$$\begin{cases} \dot{v_p}(t)=-\dfrac{\alpha(t)\exp(-(v_p(t)-v_l(t))^2)}{M_p}(v_p(t)-v_l(t))+\dfrac{T(t)}{M_p} \\ \dot{v_l}(t)=\dfrac{\alpha(t)\exp(-(v_p(t)-v_l(t))^2)}{M_l}(v_p(t)-v_l(t))+\dfrac{F_l(t)}{M_l} \\ \dot{y_l}(t)=v_l(t) \end{cases} \tag{2.104}$$

La fonction $\exp(-x^2)$ est bornée entre $[0,1]$, on peut donc l'écrire sous forme de somme convexe. Les bornes choisies sont $[-1,1]$. On obtient alors :

$$\exp(-x^2)=-1*\underbrace{\frac{1-\exp(-x^2)}{2}}_{\mu_1(x)}+1*\underbrace{\frac{1+\exp(-x^2)}{2}}_{\mu_2(x)} \tag{2.105}$$

Si l'on considère que la fonction $\alpha(t)$ est elle aussi bornée prenant ses valeurs dans $[\alpha_{min},\alpha_{max}]$, on peut également l'écrire sous forme de somme convexe telle que :

$$\alpha(t)=\alpha_{min}\underbrace{\frac{\alpha_{max}-\alpha(t)}{\alpha_{max}-\alpha_{min}}}_{\nu_1(t)}+\alpha_{max}\underbrace{\frac{\alpha(t)-\alpha_{min}}{\alpha_{max}-\alpha_{min}}}_{\nu_2(t)} \tag{2.106}$$

On peut alors écrire le produit $\alpha(t)\exp(-x^2)$ sous la forme :

$$\begin{aligned}\alpha(t)\exp(-x^2) &= \left(\alpha_{min}\frac{\alpha_{max}-\alpha(t)}{\alpha_{max}-\alpha_{min}}+\alpha_{max}\frac{\alpha(t)-\alpha_{min}}{\alpha_{max}-\alpha_{min}}\right)\left(-\frac{1-\exp(-x^2)}{2}+\frac{1+\exp(-x^2)}{2}\right)\\ &= (\alpha_{min}\nu_1(t)+\alpha_{max}\nu_2(t))\,(-\mu_1(x)+\mu_2(x))\\ &= -\alpha_{min}\nu_1(t)\mu_1(x)+\alpha_{min}\nu_1(t)\mu_2(x)-\alpha_{max}\nu_2(t)\mu_1(x)+\alpha_{max}\nu_2(t)\mu_2(x)\\ &= \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\nu_i(t)\mu_j(x)A_{i,j} \qquad (2.107)\end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned}A_{1,1} &= -\alpha_{min}\\ A_{1,2} &= \alpha_{min}\\ A_{2,1} &= -\alpha_{max}\\ A_{2,2} &= \alpha_{max}\end{aligned} \qquad (2.108)$$

En posant $x(t)=\begin{pmatrix}v_p(t)\\ v_l(t)\\ y_l(t)\end{pmatrix}$ le vecteur d'état et $u(t)=\begin{pmatrix}T(t)\\ F_l(t)\end{pmatrix}$ le vecteur de commande,
on peut écrire le système (2.104) sous forme matricielle :

$$\dot{x}(t)=\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\nu_i(t)\mu_j(t)\begin{pmatrix}-\frac{A_{i,j}}{M_p} & \frac{A_{i,j}}{M_p} & 0\\ \frac{A_{i,j}}{M_l} & -\frac{A_{i,j}}{M_l} & 0\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}x(t)+\begin{pmatrix}\frac{1}{M_p} & 0\\ 0 & \frac{1}{M_l}\\ 0 & 0\end{pmatrix}u(t) \qquad (2.109)$$

2.7.4 Conditions de simulation et résultats

Les signaux $T(t)$ et $F_l(t)$ sont générés pas un système extérieur permettant de stabiliser le système. La simulation est réalisée avec les paramètres définis dans le tableau 2.2. Le défaut se manifeste par la variation du paramètre $\alpha(t)$. Entre les instants $t=100$ et $t=200$, sa valeur est augmentée de 25%. La simulation est réalisée en présence d'une oscillation sinusoïdale de la lingotière et d'une vitesse de produit constante.

vitesse du produit $(V_p(t))$	$0.02\ m/s$
amplitude d'oscillation	$0.006m$
fréquence d'oscillation	$1.5Hz$
masse du produit (M_p)	$239.18\ t$
masse de la lingotière (M_l)	$30t$
coefficient de frottement $(\alpha(t))$	112.28

TABLE 2.2 – Valeur des paramètres de la simulation

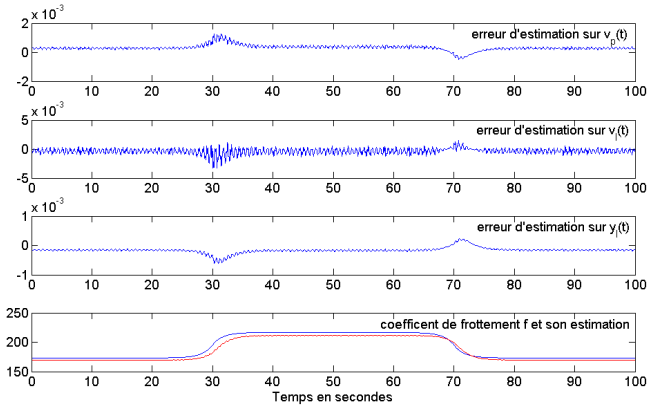


FIGURE 2.7 – Erreurs d'estimation des états et coefficient de frottement

La résolution des LMI (2.98) donne les matrices suivantes :

$$P_1 = \begin{pmatrix} 943.5 & -0.0007 & 0 \\ -0.0007 & 943.5 & 0 \\ 0 & 0 & 943.5 \end{pmatrix}\ ,\ P_3 = 1.49\ ,\ K_1 = \begin{pmatrix} 6.66 & -6.66 & 0 \end{pmatrix}\ ,\ K_2 = -0.48 \tag{2.110}$$

$$L_1 = \begin{pmatrix} 435.3 & -3.25 & 0 \\ -3.25 & 440.4 & 0.5 \\ 0 & 0.5 & 434.6 \end{pmatrix}\ ,\ L_2 = \begin{pmatrix} 433.9 & 3.24 & 0 \\ 3.24 & 428.8 & 0.5 \\ 0 & 0.5 & 434.6 \end{pmatrix} \tag{2.111}$$

$$L_3 = \begin{pmatrix} 435.5 & -4.07 & 0 \\ -4.07 & 441.8 & 0.5 \\ 0 & 0.5 & 434.6 \end{pmatrix}\ ,\ L_4 = \begin{pmatrix} 433.7 & 4.05 & 0 \\ 4.05 & 427.41 & 0.5 \\ 0 & 0.5 & 434.6 \end{pmatrix} \tag{2.112}$$

$$\gamma^2 = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10000 \end{pmatrix} \tag{2.113}$$

La figure 2.7 montre les erreurs d'estimation des états par le modèle T-S ainsi que l'estimation du coefficient de frottement. Les états du système sont correctement estimés. Le coefficient de frottement f n'est pas parfaitement estimé par le modèle. En effet, il subsiste un léger retard et une erreur statique. Néanmoins, la dynamique des variations du coefficient de frottement est retranscrite par son estimation. Ceci permet donc de détecter un comportement anormal (augmentation de la valeur moyenne, oscillations plus importantes ...).

2.8 Conclusion

Dans ce chapitre sont recensées quelques méthodes de détection de changement de mode de fonctionnement à base de modèle. Certaines se basent sur une modélisation du changement de mode comme l'apparition d'un défaut additif (équation de parité, observateurs), d'autres sur une modélisation exacte de chacun des modes de fonctionnement du système (T.S.). Chaque méthode présente des avantages et des inconvénients. Même si elles ont toutes été appliquées à un même exemple, certaines ne sont pas forcément les plus adaptées comme le montre les résultats obtenus. De plus, dans tout le chapitre, chaque méthode a été utilisé de manière indépendante des autres mais il est possible de les combiner afin d'obtenir de meilleurs résultats dans certains cas ([Yang et al., 2011a], [Yang et al., 2011b]).

3

Méthode du gradient pour la détection du changement de mode

Sommaire

3.1 Exemple introductif 52
3.1.1 Construction d'un indicateur du mode de fonctionnement . . . 53
3.1.2 Analyse du gradient 54
3.1.3 Mise en œuvre pratique 55
3.2 Méthode générale 56
3.2.1 Écriture générale de la méthode du gradient avec n variables . 56
3.2.2 Mise en évidence de la récurrence entre n et $n+1$ variables . . 59
3.3 Prise en compte d'un bruit de mesure 62
3.3.1 Écriture du gradient des résidus en présence d'un bruit de mesure 63
3.3.2 Conditions de séparation des modes en présence de bruit . . . 65
3.4 Généralisation de la prise en compte d'un bruit de mesure au cas à n variables 67
3.4.1 Écriture du gradient des résidus en présence d'un bruit de mesure pour un système à n variables 67
3.4.2 Conditions de séparation des modes 69
3.4.3 Écriture de la condition de séparation des modes dans le cas de n variables 70
3.4.4 Conclusion 71
3.5 Extension à un système à p modes de fonctionnement 72
3.6 Conclusion 74

Pour détecter le changement de mode de fonctionnement dans un système, différentes approches sont possibles. Si les modèles ne sont pas connus a priori, en se basant sur les entrées et les sorties du système acquis lors du fonctionnement suivant les différents modes, il est possible d'estimer les paramètres des modèles correspondants à l'aide d'algorithme d'identification comme dans [Billings and Voon, 1987], [Isermann, 1997] et [Hayes, 1996]. Si les modèles des modes de fonctionnement ainsi que leur nombre est connu, il est possible de mettre en place des techniques à base de banc d'observateurs. Le lecteur peut alors se référer à [Hanlon and Maybeck, 2000] et [Hocine et al., 2005]. Une approche par multi-modèle peut également être utilisée et dans ce cas, on peut citer les travaux [Bako et al., 2011], [Domlan et al., 2009] et [Hallouzi et al., 2006].

Dans le cas où les modèles sont inconnus, cela devient un peu plus complexe. En effet, dans ce cas, il est nécessaire d'estimer simultanément les paramètres des modèles et le partitionnement des données afin d'associer à chaque modèle les données utiles à son identification. Pour ce faire, les auteurs de [Jolliffe, 2002] et [Vidal et al., 2003] applique l'analyse en composantes principales et [Kung Sik and Howell, 1986] et [Bilmes, 1998] utilisent une méthode de type moindres carrés.

Dans ce chapitre, nous allons présenter la méthode appelée "méthode du gradient des résidus" pour la détection et l'identification du mode de fonctionnement d'un système. Le but de la méthode est d'être capable de reconnaître les instants de changement de mode ainsi que le mode actif à chaque instant, à partir de la connaissance des entrées et de la sortie du système. Pour cela, nous évaluons le gradient du résidu du modèle global du système (modèle obtenu en multipliant les modèles locaux propres à chaque mode de fonctionnement) par rapport aux variables (les entrées et les sorties du système). Nous obtenons ainsi un vecteur dont la direction est caractéristique de chaque mode de fonctionnement. Il suffit donc d'analyser la direction de ce vecteur au cours du temps pour connaître les instants de changement de mode et le mode actif.

Contrairement aux méthodes IMM (Interacting Multiple-Model) qui reposent sur une connaissances de tous les paramètres propres à chaque mode, la méthode proposée ne nécessite que la connaissance des paramètres globaux.

Cette méthode s'inscrit dans le cadre d'un système partiellement supervisé : la structure du modèle de chaque mode ainsi que le nombre de modes sont connus mais les paramètres des modèles de chaque modes sont inconnus.

3.1 Exemple introductif

Afin de bien comprendre le principe de la méthode exposée ici, nous allons commencer par l'expliquer sur un exemple simple statique et linéaire à deux modes de fonctionnement. Ces deux modes de fonctionnement sont nommés respectivement M_1 et M_2. Nous supposons que nous connaissons la structure du modèle représentatif de chaque mode mais les valeurs des paramètres sont inconnues. Le système est modélisé par les équations

suivantes :

$$\begin{cases} M_1 \ : \ y(k) - a_1 x_1(k) - a_2 x_2(k) = 0 \\ M_2 \ : \ y(k) - b_1 x_1(k) - b_2 x_2(k) = 0 \end{cases} \tag{3.1}$$

Les paramètres a_i et b_i avec $i \in \{1,2\}$ sont relatifs à chaque mode et sont inconnus. Les $x_i(k)$ sont les entrées du système et $y(k)$ en est la sortie, k désignant le temps discret.

3.1.1 Construction d'un indicateur du mode de fonctionnement

Comme le système ne présente que deux modes de fonctionnement, à chaque instant k, le système se trouve soit dans le mode M_1 soit dans le mode M_2. De ce fait, les entrées $x_1(k)$ et $x_2(k)$ ainsi que la sortie $y(k)$ vérifient nécessairement à chaque instant l'une des deux équations du modèle (3.1). Nous pouvons donc écrire le modèle global M suivant qui est le produit du modèle M_1 par le modèle M_2. Ce modèle global est vérifié à chaque instant k :

$$\begin{aligned} M \ : \ r(k) =& \left(y(k) - a_1 x_1(k) - a_2 x_2(k)\right)\left(y(k) - b_1 x_1(k) - b_2 x_2(k)\right) \\ =& y(k)^2 - (a_1 + b_1) y(k) x_1(k) + a_1 b_1 x_1(k)^2 \\ & - (a_2 + b_2) y(k) x_2(k) + (a_1 b_2 + a_2 b_1) x_1(k) x_2(k) + a_2 b_2 x_2(k)^2 = 0 \end{aligned} \tag{3.2}$$

Le modèle (3.2) peut être réécrit afin de faire apparaître les paramètres du modèle global du système :

$$M : \ r(k) = \Phi^T(k)\theta = 0 \tag{3.3}$$

avec

$$\Phi(k) = \begin{pmatrix} y(k)^2 \\ y(k)x_1(k) \\ x_1(k)^2 \\ y(k)x_2(k) \\ x_1(k)x_2(k) \\ x_2(k)^2 \end{pmatrix}, \ \theta = \begin{pmatrix} 1 \\ -(a_1+b_1) \\ a_1 b_1 \\ -(a_2+b_2) \\ a_1 b_2 + a_2 b_1 \\ a_2 b_2 \end{pmatrix} \tag{3.4}$$

Les paramètres a_i et b_i sont appelés paramètres locaux et les θ_i, qui sont des combinaisons algébrique des a_i et b_i, sont appelés paramètres globaux.

En se basant sur une remarque de [Vidal et al., 2005], nous allons chercher à évaluer la sensibilité de $r(k)$ par rapport aux différentes variables du système. Pour cela, nous

évaluons le gradient de $r(k)$ par rapport à la sortie et aux entées du système :

$$\begin{aligned} g(k) &= \begin{pmatrix} \dfrac{\partial r(k)}{\partial y(k)} \\ \dfrac{\partial r(k)}{\partial x_1(k)} \\ \dfrac{\partial r(k)}{\partial x_2(k)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2y(k) - (a_1+b_1)x_1(k) - (a_2+b_2)x_2(k) \\ -(a_1+b_1)y(k) + 2a_1b_1x_1(k) + (a_1b_2+a_2b_1)x_2(k) \\ -(a_2+b_2)y(k) + (a_1b_2+a_2b_1)x_1(k) + 2a_2b_2x_2(k) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \dfrac{\partial \Phi^T(k)}{\partial y(k)}\theta \\ \dfrac{\partial \Phi^T(k)}{\partial x_1(k)}\theta \\ \dfrac{\partial \Phi^T(k)}{\partial x_2(k)}\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2y(k) & x_1(k) & 0 & x_2(k) & 0 & 0 \\ 0 & y(k) & 2x_1(k) & 0 & x_2(k) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & y(k) & x_1(k) & 2x_2(k) \end{pmatrix} \theta \end{aligned} \tag{3.5}$$

On peut noter que le vecteur $g(k)$ s'exprime uniquement en fonction des variables $y(k)$, $x_1(k)$ et $x_2(k)$ et du vecteur de paramètres θ. Donc si le modèle global a été identifié, le vecteur θ est connu et le vecteur $g(k)$ peut être évalué à chaque instant sans revenir aux modèles locaux M_i.

3.1.2 Analyse du gradient

Comme nous venons de le montrer, il est possible d'évaluer à chaque instant le vecteur $g(k)$ sans revenir aux paramètres des modèles locaux M_i. Ce vecteur contient les informations nécessaires à l'identification du mode actif à chaque instant. Pour monter cela, ne sachant pas à quel mode les variables appartiennent, nous évaluons les deux situations possibles :

Si les mesures ($y(k)$, $x_1(k)$ et $x_2(k)$) appartiennent au mode M_1, alors $y(k) = a_1x_1(k) + a_2x_2(k)$ et à partir de (3.5) nous obtenons :

$$\begin{aligned} g_1(k) &= \begin{pmatrix} (a_1-b_1)x_1(k) + (a_2-b_2)x_2(k) \\ -a_1\left((a_1-b_1)x_1(k) + (a_2-b_2)x_2(k)\right) \\ -b_1\left((a_1-b_1)x_1(k) + (a_2-b_2)x_2(k)\right) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 \\ -a_1 \\ -a_2 \end{pmatrix} \left((a_1-b_1)x_1(k) + (a_2-b_2)x_2(k)\right) \end{aligned} \tag{3.6}$$

Si les mesures appartiennent au mode M_2, alors $y(k) = b_1x_1(k) + b_2x_2(k)$ et nous

obtenons :

$$\begin{aligned} g_2(k) &= \begin{pmatrix} (b_1-a_1)x_1(k)+(b_2-a_2)x_2(k) \\ -b_1\left((b_1-a_1)x_1(k)+(b_2-a_2)x_2(k)\right) \\ -b_2\left((b_1-a_1)x_1(k)+(b_2-a_2)x_2(k)\right) \end{pmatrix} \\ &= -\begin{pmatrix} 1 \\ -b_1 \\ -b_2 \end{pmatrix}\left((a_1-b_1)x_1(k)+(a_2-b_2)x_2(k)\right) \end{aligned} \tag{3.7}$$

Bien que les vecteurs $g_1(k)$ et $g_2(k)$ ne soient pas calculables puisqu'ils font intervenir les paramètres locaux a_i et b_i inconnus, ils ont des directions fixes et une amplitude qui dépend de la valeur de $(a_1-b_1)x_1(k)+(a_2-b_2)x_2(k)$.

Pour s'affranchir de cette valeur inconnue, chaque mode peut être caractérisé par un vecteur issu du rapport des composantes de $g(k)$. Par exemple, une permutation circulaire peut être utilisée pour obtenir les rapports désirés. Donc d'après (3.6) et (3.7), les directions caractérisant les modes M_1 et M_2 peuvent s'écrire :

$$\bar{g}_i = \begin{pmatrix} \frac{g_{i,1}}{g_{i,2}} & \frac{g_{i,2}}{g_{i,3}} & \frac{g_{i,3}}{g_{i,1}} \end{pmatrix}^T \tag{3.8}$$

ce qui conduit dans notre exemple à :

$$\bar{g}_1 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{a_1} & \frac{a_1}{a_2} & -a_2 \end{pmatrix}^T \tag{3.9}$$

$$\bar{g}_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{b_1} & -\frac{b_1}{b_2} & b_2 \end{pmatrix}^T \tag{3.10}$$

Donc à chaque instant k, le vecteur $\bar{g}(k)$, obtenu à partir du rapport de composantes du vecteur $g(k)$, s'aligne sur l'un des vecteurs $\bar{g}_1$ ou $\bar{g}_2$ en fonction du mode actif à cet instant. Le vecteur $\bar{g}(k)$ constitue un indicateur de changement de mode de notre système.

3.1.3 Mise en œuvre pratique

Comme nous l'avons présenté dans la section précédente, le vecteur $g(k)$ peut être évalué numériquement à chaque instant k à partir de la connaissance des entrées et de la sortie du système et du vecteur des paramètres estimés θ avec l'équation (3.5). Si l'on note $\tilde{g}_j$ la $j^{ème}$ composante du vecteur $g(k)$, nous pouvons facilement construire le vecteur $\bar{g}(k)$ ainsi :

$$\bar{g}(k) = \begin{pmatrix} \frac{\tilde{g}_1(k)}{\tilde{g}_2(k)} & \frac{\tilde{g}_2(k)}{\tilde{g}_3(k)} & \frac{\tilde{g}_3(k)}{\tilde{g}_1(k)} \end{pmatrix}^T \tag{3.11}$$

On peut remarquer que la possibilité de construire le vecteur $\bar{g}(k)$ est soumise à la condition suivante $(a_1-b_1)x_1(k)+(a_2-b_2)x_2(k) \neq 0$. Cette condition correspond à la discernabilité des modes et implique que $a_1 \neq b_1$ et $a_2 \neq b_2$. Dans le cas contraire, les modes M_1 et M_2 sont identiques ce qui n'a pas de sens dans le cas présent.

Nous venons de montrer sur un exemple simple que le vecteur $g(k)$ contient les informations nécessaires à la détection et la caractérisation des changements de mode du système. La procédure de reconnaissance de mode actif peut être résumée ainsi :

- identifier les paramètres globaux θ_i du système sur l'ensemble des données d'entrées et de sortie du système
- calculer à chaque instant le vecteur $g(k)$
- analyser la direction du vecteur $g(k)$ par l'étude de ses composantes afin de connaître le mode de fonctionnement

3.2 Méthode générale

Au cours de cette section, nous allons généraliser le principe de détection des changements de mode et de reconnaissance du mode actif présenté dans la section précédente. De plus nous mettrons en avant la possibilité de passer d'un système à n variables à un système à $n+1$ variables au moyen d'une récurrence. Ceci permet de ne pas reprendre l'intégralité des développements si l'on souhaite simplement ajouter une variables non considérée dans une première approche.

3.2.1 Écriture générale de la méthode du gradient avec n variables

Considérons le cas d'un système présentant deux modes de fonctionnement. La structure du modèle relatif à chaque mode est supposée connue mais les valeurs des paramètres locaux (propres à chaque mode) sont inconnues. Le système comporte n variables (autres que la sortie du système). L'exposant (n) permet de rappeler que la variable associée fait référence au système à n variables . Les modèles suivants correspondent aux deux modes du système :

$$M_1 \begin{cases} y(k) = \varphi^{(n)T}(k) a^{(n)} \\ \varphi^{(n)}(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) & x_2(k) & \dots & x_n(k) \end{bmatrix}^T \\ a^{(n)} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_n \end{bmatrix}^T \end{cases} \tag{3.12}$$

$$M_2 \begin{cases} y(k) = \varphi^{(n)T}(k) b^{(n)} \\ \varphi^{(n)}(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) & x_2(k) & \dots & x_n(k) \end{bmatrix}^T \\ b^{(n)} = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & \dots & b_n \end{bmatrix}^T \end{cases} \tag{3.13}$$

Cette représentation permet de décrire un grand nombre de systèmes. En effet, elle permet de décrire les systèmes pour lesquels la structure de chaque mode est identique (comme dans l'exemple introductif) mais aussi ceux dont la structure est adaptée à chaque mode. Pour ce dernier cas, un certain nombre de variables sont partagées entre chacun des modes et d'autres sont propres à chaque mode, ce qui est pris en compte en annulant certaines composantes de $a^{(n)}$ et $b^{(n)}$. De même, il est possible de modéliser un système dynamique. En effet, le vecteur $\varphi^{(n)}(k)$ peut contenir des variables relatives à différents instants (par exemple $k-1$, $k-2$,...).

Le cas d'un système présentant plusieurs sorties n'est pas spécifiquement traité. En effet, il revient au cas mono sortie que l'on applique indépendamment à chaque sortie du système. Nous obtenons ainsi autant de vecteurs gradient que de sorties. Le problème de détection du mode actif se reporte donc sur la procédure de décision qui devra alors être capable de faire une analyse simultanée des différents vecteurs $g(k)$ obtenu pour chaque sortie du système. Cette analyse doit permettre de classer les composantes des $g(k)$ à chaque instant suivant les différents mode de fonctionnement et ainsi permettre de prendre une décision quant au mode de fonctionnement actif.

Remarque : les représentations données par (3.12) et (3.13) peuvent également modéliser des systèmes non linéaires à condition que les non-linéarités n'affectent qu'une variable, c'est-à-dire que l'on puisse écrire la non-linéarité sous la forme d'une fonction du type $f(u(k))$. Dans ce cas, un simple changement de variable en posant $f(u(k)) = x_i(k)$ permet de revenir au cas linéaire.

Dans l'exemple décrit par les modèles (3.12) et (3.13), les données $\varphi^{(n)}(k)$ vérifient à chaque instant l'un des modèles M_1 ou M_2 , donc le produit de ces modèles est toujours nul. Le modèle global s'écrit :

$$M^{(n)} : r^{(n)}(k) = \left(y(k) - \varphi^{(n)T}(k)a^{(n)}\right)\left(y(k) - \varphi^{(n)T}(k)b^{(n)}\right) = 0 \tag{3.14}$$

Afin de faire apparaître les paramètres globaux du système, le modèle (3.14) peut se réécrire ainsi :

$$M^{(n)} \begin{cases} r^{(n)}(k) &= \Phi^{(n)T}(k)\theta^{(n)} = 0 \\ \Phi^{(n)}(k) &= \begin{bmatrix} y^2(k) & \Phi_1(k) & \Phi_2(k) & \dots & \Phi_n(k) \end{bmatrix}^T \\ \Phi_i(k) &= z^{(i)T}(k)x_i(k) \\ z^{(i)}(k) &= \begin{bmatrix} y(k) & \varphi^{(i)T}(k) \end{bmatrix}^T \\ \theta^{(n)} &= \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \dots & \theta_{p_n} \end{bmatrix}^T \\ p_n &= (n+1)(n+2)/2 \end{cases} \tag{3.15}$$

Si nous évaluons à présent le gradient $g^{(n)}(k)$ de $r^{(n)}(k)$ par rapport aux variables, nous obtenons :

$$\begin{aligned} g^{(n)}(k) &= \frac{\partial r^{(n)}(k)}{\partial z^{(n)}(k)} \\ &= \begin{bmatrix} \dfrac{\partial \Phi^{(n)}(k)}{\partial y(k)} \\ \dfrac{\partial \Phi^{(n)}(k)}{\partial \varphi^{(n)}(k)} \end{bmatrix} \theta^{(n)} \end{aligned} \tag{3.16}$$

Le vecteur $g^{(n)}(k)$ dépend seulement des entrées $x_i(k)$, de la sortie du système $y(k)$ et des paramètres θ_i.

Le vecteur $g^{(n)}(k)$ peut être utilisé pour détecter le mode actif. Commençons par réécrire $g^{(n)}(k)$ comme une fonction des paramètres locaux a_i et b_i. Par soucis de lisibilité, l'indice k est omis.

$$\begin{aligned} g^{(n)} &= \frac{\partial r^{(n)}}{\partial \begin{bmatrix} y & \varphi^{(n)T} \end{bmatrix}^T} \\ &= \begin{bmatrix} (y-\varphi^{(n)T}a^{(n)})+(y-\varphi^{(n)T}b^{(n)}) \\ -a^{(n)}(y-\varphi^{(n)T}b^{(n)})-b^{(n)}(y-\varphi^{(n)T}a^{(n)}) \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{3.17}$$

Si le système se trouve dans le mode M_1, alors $y = \varphi^{(n)T}a^{(n)}$ et, d'après (3.17), $g^{(n)}$ prend la valeur :

$$g_1^{(n)} = \begin{bmatrix} 1 \\ -a^{(n)} \end{bmatrix} \varphi^{(n)T}(a^{(n)} - b^{(n)}) \tag{3.18}$$

Si le système se trouve dans le mode M_2, $y = \varphi^{(n)T}b^{(n)}$ et le vecteur $g(n)$ s'écrit :

$$g_2^{(n)} = -\begin{bmatrix} 1 \\ -b^{(n)} \end{bmatrix} \varphi^{(n)T}(a^{(n)} - b^{(n)}) \tag{3.19}$$

Comme dans l'exemple précédent, on peut remarquer, que les vecteurs $g_1^{(n)}(k)$ et $g_2^{(n)}(k)$ ne sont pas calculables du fait de la présence des paramètres locaux a_i et b_i qui sont inconnus. Cependant, ces vecteurs ont une direction fixe et une amplitude qui dépend du scalaire inconnu $\varphi^{(n)T}(a^{(n)} - b^{(n)})$. Pour s'affranchir de ce scalaire inconnu, chaque mode peut être caractérisé par un vecteur issu du rapport des composantes de $g^{(n)}$. Par exemple, une permutation circulaire peut être utilisée pour obtenir les rapports désirés. Donc d'après (3.18) et (3.19), les directions caractérisant les modes M_1 et M_2 peuvent s'écrire :

$$\bar{g}_i^{(n)} = \begin{bmatrix} \dfrac{g_{i,1}^{(n)}}{g_{i,2}^{(n)}} & \dfrac{g_{i,2}^{(n)}}{g_{i,3}^{(n)}} & \cdots & \dfrac{g_{i,n-1}^{(n)}}{g_{i,n}^{(n)}} & \dfrac{g_{i,n}^{(n)}}{g_{i,1}^{(n)}} \end{bmatrix}^T \tag{3.20}$$

ce qui donne :

$$\bar{g}_1^{(n)} = \begin{bmatrix} -\dfrac{1}{a_1} & \dfrac{a_1}{a_2} & \cdots & \dfrac{a_{n-1}}{a_n} & -a_n \end{bmatrix}^T \tag{3.21}$$

$$\bar{g}_2^{(n)} = \begin{bmatrix} -\dfrac{1}{b_1} & \dfrac{b_1}{b_2} & \cdots & \dfrac{b_{n-1}}{b_n} & -b_n \end{bmatrix}^T \tag{3.22}$$

A un instant particulier k, le vecteur $\bar{g}^{(n)}(k)$ s'aligne sur la direction de $\bar{g}_1^{(n)}$ ou de $\bar{g}_2^{(n)}$ suivant le mode actif à cet instant. Donc le vecteur $\bar{g}^{(n)}$ constitue un indicateur de changement de mode.

Comme cela a déjà été dit précédemment, le vecteur $g^{(n)}(k)$ (3.16) peut être évalué numériquement à chaque instant k en utilisant les entrées et la sortie du système, $\Phi^{(n)}(k)$

et l'estimation des valeurs des paramètres de $\theta^{(n)}$. Si l'on note $\tilde{g}_j$ la $j^{ème}$ composante du vecteur $g^{(n)}(k)$ (3.17), il est facile d'obtenir le vecteur $\bar{g}^{(n)}(k)$ suivant :

$$\bar{g}^{(n)}(k) = \begin{bmatrix} \frac{\tilde{g}_1(k)}{\tilde{g}_2(k)} & \frac{\tilde{g}_2(k)}{\tilde{g}_3(k)} & \dots & \frac{\tilde{g}_{n-1}(k)}{\tilde{g}_n(k)} & \frac{\tilde{g}_n(k)}{\tilde{g}_1(k)} \end{bmatrix}^T \tag{3.23}$$

On peut remarquer que la possibilité de calculer le vecteur $\bar{g}^{(n)}(k)$ est conditionnée par $\varphi^{(n)T}(k)(a^{(n)} - b^{(n)}) \neq 0$. Cette condition nécessaire correspond à la discernabilité entre les modes ce qui implique que $a_i \neq b_i$ pour $i \in \{1, .., n\}$. D'autre cas peuvent compromettre la discernabilité des modes comme la nullité des entrées du système ou certaines valeur des entrées qui sont solutions de l'équation $\varphi^{(n)T}(k)(a^{(n)} - b^{(n)}) = 0$. Cependant, ces cas particuliers sont généralement transitoires et la non discernabilité des modes n'est donc elle aussi que transitoire (quelques instants tout au plus)

Finalement, le vecteur $\bar{g}^{(n)}(k)$, calculé à partir de (3.23), contient les informations nécessaires pour détecter, à chaque instant, les changements de mode de fonctionnement suivant la direction sur laquelle il s'aligne. Plus précisément, le vecteur $\bar{g}^{(n)}(k)$ est égal à $\bar{g}_1^{(n)}$ ou $\bar{g}_2^{(n)}$ suivant le mode de fonctionnement à l'instant k.

3.2.2 Mise en évidence de la récurrence entre n et $n+1$ variables

Dans le cas d'un système complexe, il est possible que les variables explicatives du système choisies en première approche ne soit pas suffisante. On peut alors être amener à introduire une ou plusieurs variables supplémentaire. Dans ce ces, il est possible d'ajouter ces variables dans le système de détection à l'aide d'une simple récurrence. Pour cela, nous allons mettre en évidence cette récurrence en fonction du nombre de variable de φ dans l'écriture du gradient du modèle global. Commençons par observer le passage de $n = 1$ à $n = 2$.
Pour $n = 1$ nous avons :

$$M^{(1)} \begin{cases} r^{(1)} &= \Phi^{(1)T}\theta^{(1)} = 0 \\ \Phi^{(1)} &= \begin{bmatrix} y^2 & \Phi_1 \end{bmatrix}^T \\ \Phi_1 &= z^{(1)T}x \\ z^{(1)} &= \begin{bmatrix} y & x \end{bmatrix}^T \\ \theta^{(1)} &= \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 \end{bmatrix}^T \end{cases} \tag{3.24}$$

$$\begin{aligned} g^{(1)} &= \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial z^{(1)}} \theta^{(1)} \\ &= \begin{bmatrix} 2y & x & 0 \\ 0 & y & 2x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2y\theta_1 + x\theta_2 \\ y\theta_2 + 2x\theta_3 \end{bmatrix} \\ &= \underbrace{\begin{bmatrix} 2\theta_1 & \theta_2 \\ \theta_2 & 2\theta_3 \end{bmatrix}}_{H^{(1)}} \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{3.25}$$

Pour $n = 2$, nous avons :

$$M^{(2)} \begin{cases} r^{(2)} &= \Phi^{(2)T} \theta^{(2)} = 0 \\ \Phi^{(2)} &= \begin{bmatrix} y^2 & \Phi_1 & \Phi_2 \end{bmatrix}^T \\ \Phi_i &= z^{(i)T} x_i \\ z^{(i)} &= \begin{bmatrix} y & x_i \end{bmatrix}^T \\ \theta^{(2)} &= \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 & \theta_5 & \theta_6 \end{bmatrix}^T \end{cases} \tag{3.26}$$

$$
\begin{aligned}
g^{(2)} &= \frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial z^{(2)}} \theta^{(2)} \\
&= \begin{bmatrix} 2y & x_1 & 0 & x_2 & 0 & 0 \\ 0 & y & 2x_1 & 0 & x_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & y & x_1 & 2x_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 2y\theta_1 + x_1\theta_2 + x_2\theta_4 \\ y\theta_2 + 2x_1\theta_3 + x_2\theta_5 \\ y\theta_4 + x_1\theta_5 + 2x_2\theta_6 \end{bmatrix} \\
&= \underbrace{\begin{bmatrix} 2\theta_1 & \theta_2 & \theta_4 \\ \theta_2 & 2\theta_3 & \theta_5 \\ \theta_4 & \theta_5 & 2\theta_6 \end{bmatrix}}_{H^{(2)}} \begin{bmatrix} y \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}
\end{aligned}
\tag{3.27}
$$

En comparant les expressions (3.25) et (3.27), nous pouvons facilement trouver le lien entre les deux gradients :

$$
\begin{aligned}
g^{(1)} &= H^{(1)} z^{(1)} \\
g^{(2)} &= H^{(2)} z^{(2)} \\
z^{(2)} &= \begin{bmatrix} z^{(1)} & x_2 \end{bmatrix}^T \\
H^{(2)} &= \begin{bmatrix} H^{(1)} & \begin{bmatrix} \theta_4 \\ \theta_5 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \theta_4 & \theta_5 \end{bmatrix} & 2\theta_6 \end{bmatrix}
\end{aligned}
\tag{3.28}
$$

Il est donc possible d'écrire $H^{(2)}$ en fonction de $H^{(1)}$.

Donc dans le cas général, nous avons :

$$
g^{(n)}(k) = \frac{\partial \Phi^{(n)}(k)}{\partial z^{(n)}(k)} \theta^{(n)} = A(z^{(n)}(k))\theta^{(n)} \tag{3.29}
$$

Pour faire apparaître la matrice $H^{(n)}$ et établir la récurrence entre $H^{(n+1)}$ et $H^{(n)}$ nous allons réécrire $g^{(n)}(k)$ ainsi :

$$
g^{(n)}(k) = H^{(n)} z^{(n)}(k) \tag{3.30}
$$

Comme $A(z^{(n)}(k))$ est linéaire en $z^{(n)}(k)$, nous pouvons écrire :

$$A(z^{(n)}(k)) = \sum_{i=1}^{n+1} A_i z_i^{(n)}(k) \tag{3.31}$$

avec $z_i^{(n)}(k)$ la $i^{ème}$ composante de $z^{(n)}(k)$. On note $A_{i,j}$ la $j^{ème}$ colonne de A_i, nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned}
g^{(n)}(k) &= \sum_{i=1}^{n+1} \begin{bmatrix} A_{i,1} & A_{i,2} & \dots & A_{i,p_n} \end{bmatrix} \theta^{(n)} z_i^{(n)}(k) \\
&= \sum_{i=1}^{n+1} \left(\sum_{j=1}^{p_n} A_{i,j}\theta_j \right) z_i^{(n)}(k) \\
&= \sum_{j=1}^{p_n} \left(\sum_{i=1}^{n+1} A_{i,j} z_i^{(n)}(k) \right) \theta_j \\
&= \sum_{j=1}^{p_n} \underbrace{\begin{bmatrix} A_{1,j} & A_{2,j} & \dots & A_{n+1,j} \end{bmatrix}}_{H_j} z^{(n)T}(k)\theta_j \\
&= \underbrace{\sum_{j=1}^{p_n} H_j \theta_j}_{H^{(n)}} z^{(n)T}(k) \\
&= H^{(n)} z^{(n)T}(k)
\end{aligned} \tag{3.32}$$

Il est ensuite facile d'établir la récurrence pour obtenir le résultat général qui lie $H^{(n+1)}$ et $H^{(n)}$:

$$H^{(n+1)} = \begin{bmatrix} & & \begin{bmatrix} \theta_{p_n+1} \\ \vdots \\ \theta_{p_{n+1}-1} \end{bmatrix} \\ & H^{(n)} & \\ & & \\ \begin{bmatrix} \theta_{p_n+1} & \dots & \theta_{p_{n+1}-1} \end{bmatrix} & & 2\theta_{p_{n+1}} \end{bmatrix}, \; H^{(1)} = \begin{bmatrix} 2\theta_1 & \theta_2 \\ \theta_2 & 2\theta_3 \end{bmatrix} \tag{3.33}$$

et

$$g^{(n+1)} = H^{(n+1)} z^{(n+1)T} \tag{3.34}$$

Ceci permet d'obtenir rapidement le gradient des résidus pour un système représenté par $n+1$ variables à partir de la représentation de ce système avec n variables.

3.3 Prise en compte d'un bruit de mesure

Au cours de cette section, nous allons introduire la prise en compte d'un bruit de mesure sur la sortie du système. Nous étudierons également la condition à respecter sur l'amplitude du bruit afin de garantir la discernabilité des modes de fonctionnement.

3.3.1 Écriture du gradient des résidus en présence d'un bruit de mesure

Nous considérons le système à deux modes de fonctionnement défini par :

$$M_1 \begin{cases} y(k) = \varphi^{(2)T}(k) a^{(2)} \\ \varphi^{(2)}(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) & x_2(k) \end{bmatrix}^T \\ a^{(2)} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \end{bmatrix}^T \end{cases} \tag{3.35}$$

$$M_2 \begin{cases} y(k) = \varphi^{(2)T}(k) b^{(2)} \\ \varphi^{(2)}(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) & x_2(k) \end{bmatrix}^T \\ b^{(2)} = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \end{bmatrix}^T \end{cases} \tag{3.36}$$

$$\begin{aligned} r(k) =& \left(y(k) - a_1 x_1(k) - a_2 x_2(k)\right)\left(y(k) - b_1 x_1(k) - b_2 x_2(k)\right) \\ =& y(k)^2 - (a_1 + b_1) y(k) x_1(k) + a_1 b_1 x_1(k)^2 - (a_2 + b_2) y(k) x_2(k) + a_2 b_2 x_2(k)^2 \\ & + (a_1 b_2 + a_2 b_1) x_1(k) x_2(k) \\ =& \Phi(k)^T \theta \end{aligned} \tag{3.37}$$

avec

$$\Phi(k) = \begin{pmatrix} y(k)^2 \\ y(k)x_1(k) \\ x_1(k)^2 \\ y(k)x_2(k) \\ x_1(k)x_2(k) \\ x_2(k)^2 \end{pmatrix}, \ \theta = \begin{pmatrix} 1 \\ -(a_1+b_1) \\ a_1 b_1 \\ -(a_2+b_2) \\ a_1 b_2 + a_2 b_1 \\ a_2 b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \end{pmatrix} \tag{3.38}$$

D'après (3.5), le gradient de $r(k)$ par rapport aux variables est :

$$\begin{aligned} g(k) =& \begin{pmatrix} \dfrac{\partial r(k)}{\partial y(k)} \\ \dfrac{\partial r(k)}{\partial x_1(k)} \\ \dfrac{\partial r(k)}{\partial x_2(k)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2y(k) - (a_1+b_1)x_1(k) - (a_2+b_2)x_2(k) \\ -(a_1+b_1)y(k) + 2a_1 b_1 x_1(k) + (a_1 b_2 + a_2 b_1)x_2(k) \\ -(a_2+b_2)y(k) + (a_1 b_2 + a_2 b_1)x_1(k) + 2a_2 b_2 x_2(k) \end{pmatrix} \\ =& \begin{pmatrix} 2\theta_1 y(k) + \theta_2 x_1(k) + \theta_4 x_2(k) \\ \theta_2 y(k) + 2\theta_3 x_1(k) + \theta_5 x_2(k) \\ \theta_4 y(k) + \theta_5 x_1(k) + 2\theta_6 x_2(k) \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{3.39}$$

Nous considérons à présent un bruit de mesure $e(k)$. Nous avons donc la mesure $y_m(k)$ qui est égale à $y(k)+e(k)$. Nous obtenons donc en fonction du mode M_1 ou M_2 :

$$\begin{aligned} g_1(k) &= \begin{pmatrix} (a_1-b_1)x_1(k)+(a_2-b_2)x_2(k)+2\theta_1 e(k) \\ -a_1((a_1-b_1)x_1(k)+(a_2-b_2)x_2(k))+\theta_2 e(k) \\ -a_2((a_1-b_1)x_1(k)+(a_2-b_2)x_2+\theta_4 e(k)(k)) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 \\ -a_1 \\ -a_2 \end{pmatrix} ((a_1-b_1)x_1(k)+(a_2-b_2)x_2(k)) + \begin{pmatrix} 2\theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_4 \end{pmatrix} e(k) \end{aligned} \tag{3.40}$$

$$\begin{aligned} g_2(k) &= \begin{pmatrix} (b_1-a_1)x_1(k)+(b_2-a_2)x_2(k)+2\theta_1 e(k) \\ -b_1((b_1-a_1)x_1(k)+(b_2-a_2)x_2(k))+\theta_2 e(k) \\ -b_2((b_1-a_1)x_1(k)+(b_2-a_2)x_2(k))+\theta_4 e(k) \end{pmatrix} \\ &= -\begin{pmatrix} 1 \\ -b_1 \\ -b_2 \end{pmatrix} ((a_1-b_1)x_1(k)+(a_2-b_2)x_2(k)) + \begin{pmatrix} 2\theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_4 \end{pmatrix} e(k) \end{aligned} \tag{3.41}$$

ou encore si $(a_1-b_1)x_1(k)+(a_2-b_2)x_2(k) \neq 0$:

$$\breve{g}_1(k) = \begin{pmatrix} 1 \\ -a_1 \\ -a_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2\theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_4 \end{pmatrix} \gamma(k) \tag{3.42}$$

$$\breve{g}_2(k) = -\begin{pmatrix} 1 \\ -b_1 \\ -b_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2\theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_4 \end{pmatrix} \gamma(k) \tag{3.43}$$

$$\gamma(k) = \frac{e(k)}{(a_1-b_1)x_1(k)+(a_2-b_2)x_2(k)} \tag{3.44}$$

Les extrémités P_1et P_2 des vecteurs $\breve{g}_1(k)$ et $\breve{g}_2(k)$, ont pour coordonnées :

$$P_1(\gamma(k)) = \begin{pmatrix} 1 \\ -a_1 \\ -a_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2\theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_4 \end{pmatrix} \gamma(k) \tag{3.45}$$

$$P_2(\gamma(k)) = -\begin{pmatrix} 1 \\ -b_1 \\ -b_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2\theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_4 \end{pmatrix} \gamma(k) \tag{3.46}$$

On constate que les points P_1 et P_2 décrivent respectivement deux segments de droites dont les équations paramétriques sont données par (3.45) et (3.46). Il est alors facile de montrer que ces deux équations sont identiques en posant le changement de variable suivant : $\gamma(k) = 1-\gamma'(k)$. On obtient alors :

$$P_1(\gamma(k)) = P_2(\gamma'(k)) \tag{3.47}$$

Un exemple simple avec un système ne présentant qu'une seule variable explicative est représenté par la figure 3.1 avec les paramètres $a_1 = 1$, $a_2 = -3$ et $\gamma = 0$. Les point P_1 et P_2 sont clairement distincts. Il n'y a donc aucune ambiguïté pour la distinction entre les deux modes. La figure 3.2, qui est obtenue à partir du même modèle, montre le cas ou le bruit γ est inconnu mais borné et son amplitude de variation est : $\gamma \in [-0.15; 0.15]$. Les points P_1 et P_2 décrivent alors respectivement les segments de droites $P_{1m}P_{1p}$ et $P_{2m}P_{2p}$. Dans le cas présenté ici, ces deux segments de droites sont distincts, la séparation des modes est alors possible à chaque instant.

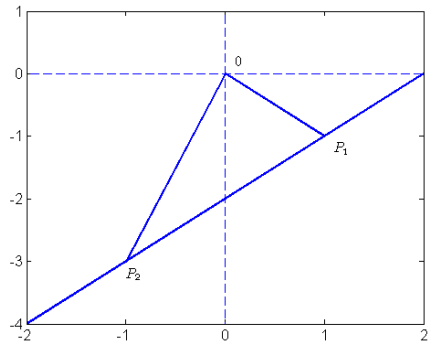


FIGURE 3.1 – Séparation des modes sans bruit

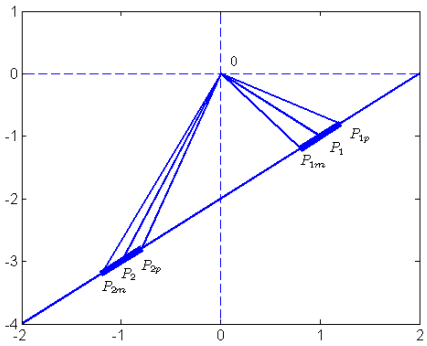


FIGURE 3.2 – Séparation des modes avec bruit

Nous allons à présent rechercher la condition sur l'amplitude maximale de bruit permettant de garantir la séparabilité des modes.

3.3.2 Conditions de séparation des modes en présence de bruit

On pose l'hypothèse d'un bruit borné. Il est alors possible d'écrire :

$$-\delta \leq e(k) \leq \delta \tag{3.48}$$

ce qui conduit à :

$$\underline{\gamma} \leq \gamma(k) \leq \overline{\gamma} \tag{3.49}$$

avec

$$\begin{aligned} \underline{\gamma} &= -\frac{\delta}{|\alpha(k)|} \\ \overline{\gamma} &= \frac{\delta}{|\alpha(k)|} \end{aligned} \tag{3.50}$$

et

$$\alpha(k) = (a_1 - b_1)x_1(k) + (a_2 - b_2)x_2(k) \tag{3.51}$$

Les points P_1 et P_2 décrivent deux segments d'une même droite. La condition garantissant la discernabilité des modes est que les deux segments $P_{1m}P_{1p}$ et $P_{2m}P_{2p}$ n'aient pas de points communs.
Il est suffisant de tester une seule des composantes de P_1 et P_2. Si l'on raisonne sur la première composante de P_1, par exemple, cette dernière appartient à l'intervalle :

$$I_1 = [1 + 2\underline{\gamma}; 1 + 2\overline{\gamma}] \tag{3.52}$$

avec $\underline{\gamma}$ et $\overline{\gamma}$ respectivement les bornes inférieure et supérieure de $\gamma(k)$. De même, si l'on raison sur première composante de P_2, cette dernière appartient à l'intervalle :

$$I_2 = [-1 + 2\underline{\gamma}; -1 + 2\overline{\gamma}] \tag{3.53}$$

Les deux intervalles I_1 et I_2 sont disjoints si :

$$-1 + 2\overline{\gamma} < 1 + 2\underline{\gamma} \tag{3.54}$$

c'est-à-dire, d'après (3.50) :

$$\frac{2\delta}{|\alpha(k)|} < 1 \tag{3.55}$$

ou plus explicitement :

$$2\delta < \alpha(k) \quad si \quad \alpha(k) > 0 \tag{3.56}$$

et

$$\alpha(k) < -2\delta \quad si \quad \alpha(k) < 0 \tag{3.57}$$

Afin de pouvoir écrire cette condition en fonction de θ_i et s'affranchir de la condition de signe sur $\alpha(k)$, on peut remarquer que les conditions (3.56) et (3.57) sont équivalentes à :

$$\alpha(k)^2 > 4\delta^2 \tag{3.58}$$

Si nous développons $\alpha(k)^2$ (3.51), nous obtenons :

$$\begin{aligned} \alpha(k)^2 = \quad & \left(a_1^2 + b_1^2 - 2a_1b_1\right) x_1(k)^2 + \left(a_2^2 + b_2^2 - 2a_2b_2\right) x_2(k)^2 \\ & + 2\left(a_1a_2 - a_1b_2 - a_2b_1 + b_1b_2\right) x_1(k)x_2(k) \end{aligned} \tag{3.59}$$

Soient les combinaisons des θ_i suivantes :

$$\begin{aligned} \theta_2^2 &= a_1^2 + b_1^2 + 2a_1b_1 \\ \theta_4^2 &= a_2^2 + b_2^2 + 2a_2b_2 \\ \theta_2\theta_4 &= a_1a_2 + a_1b_2 + a_2b_1 + b_1b_2 \end{aligned} \tag{3.60}$$

Nous pouvons alors réécrire $\alpha(k)$ en fonction des θ_i et ainsi obtenir la condition suivante :

$$(\theta_2^2 - 4\theta_3)x_1(k)^2 + (\theta_4^2 - 4\theta_6)x_2(k)^2 + 2(\theta_2\theta_4 - 2\theta_5)x_1(k)x_2(k) > 4\delta^2 \tag{3.61}$$

Les valeurs des $x_i(k)$ sont connues a priori car ce sont des commandes. Il est donc facile de vérifier la condition de discernabilité à chaque instant, en fonction de l'amplitude du bruit de mesure δ et des θ_i.

3.4 Généralisation de la prise en compte d'un bruit de mesure au cas à n variables

Au cours de cette section, nous reprenons le travail effectué à la section précédente et nous l'élargissons au cas à n variables.

3.4.1 Écriture du gradient des résidus en présence d'un bruit de mesure pour un système à n variables

Nous considérons le système MISO à deux modes de fonctionnement défini par :

$$M_1 \begin{cases} y(k) = \varphi^{(n)T}(k) a^{(n)} \\ \varphi^{(n)}(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) & x_2(k) & \dots & x_n(k) \end{bmatrix}^T \\ a^{(n)} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_n \end{bmatrix}^T \end{cases} \tag{3.62}$$

$$M_2 \begin{cases} y(k) = \varphi^{(n)T}(k) b^{(n)} \\ \varphi^{(n)}(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) & x_2(k) & \dots & x_n(k) \end{bmatrix}^T \\ b^{(n)} = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & \dots & b_n \end{bmatrix}^T \end{cases} \tag{3.63}$$

A chaque instant, soit le modèle M_1 soit le modèle M_2 est actif. Nous pouvons donc écrire le modèle global suivant :

$$M^{(n)} \begin{cases} r^{(n)}(k) &= \Phi^{(n)T}(k)\theta^{(n)} = 0 \\ \Phi^{(n)}(k) &= \begin{bmatrix} y^2(k) & \Phi_1(k) & \Phi_2(k) & \dots & \Phi_n(k) \end{bmatrix}^T \\ \Phi_i(k) &= z^{(i)T}(k) x_i(k) \\ z^{(i)}(k) &= \begin{bmatrix} y(k) & \varphi^{(i)T}(k) \end{bmatrix}^T \\ \theta^{(n)} &= \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \dots & \theta_{p_n} \end{bmatrix}^T \\ p_n &= (n+1)(n+2)/2 \end{cases} \tag{3.64}$$

Si l'on évalue à présent le gradient de $r^{(n)}(k)$ par rapport aux variables, nous obtenons :

$$\begin{aligned} g^{(n)}(k) &= \frac{\partial r^{(n)}(k)}{\partial z^{(n)T}(k)} \\ &= \begin{bmatrix} \dfrac{\partial \Phi^{(n)}(k)}{\partial y(k)} \\ \dfrac{\partial \Phi^{(n)}(k)}{\partial \varphi^{(n)}(k)} \end{bmatrix} \theta^{(n)} \end{aligned} \tag{3.65}$$

ou encore :

$$\begin{aligned} g^{(n)}(k) &= \frac{\partial r^{(n)}(k)}{\partial \begin{bmatrix} y(k) & \varphi^{(n)T}(k) \end{bmatrix}^T} \\ &= \begin{bmatrix} (y(k) - \varphi^{(n)T}(k)a^{(n)}) + (y(k) - \varphi^{(n)T}(k)b^{(n)}) \\ -a^{(n)}(y(k) - \varphi^{(n)T}(k)b^{(n)}) - b^{(n)}(y(k) - \varphi^{(n)T}(k)a^{(n)}) \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{3.66}$$

Nous considérons à présent un bruit de mesure $e(k)$. La mesure de la sortie est $y_m(k) = y(k) + e(k)$. En fonction du mode M_1 ou M_2, le vecteur gradient s'explicite :

$$g_1^{(n)}(k) = \begin{bmatrix} 1 \\ -a^{(n)} \end{bmatrix} \varphi^{(n)T}(k)(a^{(n)} - b^{(n)}) + \begin{bmatrix} 2 \\ -(a^{(n)} + b^{(n)}) \end{bmatrix} e(k) \tag{3.67}$$

$$g_2^{(n)}(k) = -\begin{bmatrix} 1 \\ -b^{(n)} \end{bmatrix} \varphi^{(n)T}(k)(a^{(n)} - b^{(n)}) + \begin{bmatrix} 2 \\ -(a^{(n)} + b^{(n)}) \end{bmatrix} e(k) \tag{3.68}$$

ou encore :

$$\breve{g}_1^{(n)}(k) = \begin{bmatrix} 1 \\ -a^{(n)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -(a^{(n)} + b^{(n)}) \end{bmatrix} \gamma(k) \tag{3.69}$$

$$\breve{g}_2^{(n)}(k) = -\begin{bmatrix} 1 \\ -b^{(n)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -(a^{(n)} + b^{(n)}) \end{bmatrix} \gamma(k) \tag{3.70}$$

$$\gamma(k) = \frac{e(k)}{\varphi^{(n)T}(k)(a^{(n)} - b^{(n)})} \tag{3.71}$$

Les extrémités $P_1^{(n)}$et $P_2^{(n)}$ des vecteurs $\breve{g}_1^{(n)}(k)$ et $\breve{g}_2^{(n)}(k)$, ont pour coordonnées :

$$P_1^{(n)}(\gamma(k)) = \begin{pmatrix} 1 \\ -a^{(n)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -(a^{(n)} + b^{(n)}) \end{pmatrix} \gamma(k) \tag{3.72}$$

$$P_2^{(n)}(\gamma(k)) = -\begin{pmatrix} 1 \\ -b^{(n)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -(a^{(n)} + b^{(n)}) \end{pmatrix} \gamma(k) \tag{3.73}$$

Comme dans le cas à 2 variables traité à la section précédente, les points $P_1^{(n)}$ et $P_2^{(n)}$ décrivent respectivement deux segments de droites dont les équations paramétriques sont données par (3.72) et (3.73). Il est alors facile de montrer que ces deux équations sont identiques en posant le changement de variable suivant :$\gamma(k) = 1 - \gamma'(k)$. On obtient alors :

$$P_1^{(n)}(\gamma(k)) = P_2^{(n)}(\gamma'(k)) \tag{3.74}$$

Nous allons à présent rechercher la condition sur l'amplitude maximale de bruit permettant de garantir la séparabilité des modes.

3.4.2 Conditions de séparation des modes

On pose l'hypothèse d'un bruit borné. Il est alors possible d'écrire :

$$-\delta \leq e(k) \leq \delta \tag{3.75}$$

ce qui conduit à :

$$\underline{\gamma} \leq \gamma(k) \leq \overline{\gamma} \tag{3.76}$$

avec

$$\begin{aligned} \underline{\gamma} &= -\frac{\delta}{|\alpha(k)|} \\ \overline{\gamma} &= \frac{\delta}{|\alpha(k)|} \end{aligned} \tag{3.77}$$

et

$$\alpha(k) = \varphi^{(n)T}(k)(a^{(n)} - b^{(n)}) \tag{3.78}$$

Les points $P_1^{(n)}$ et $P_2^{(n)}$ décrivent deux segments d'une même droite. La condition garantissant la discernabilité des modes est que ces deux segments n'aient pas de points communs.
Il est suffisant de tester une seule des composantes de $P_1^{(n)}$ et $P_2^{(n)}$. Si l'on raisonne sur la première composante de $P_1^{(n)}$, par exemple, cette dernière appartient à l'intervalle :

$$I_1 = [1 + 2\underline{\gamma}; 1 + 2\overline{\gamma}] \tag{3.79}$$

avec $\underline{\gamma}$ et $\overline{\gamma}$ respectivement les bornes inférieure et supérieure de $\gamma(k)$. De même, si l'on raison sur première composante de $P_2^{(n)}$, cette dernière appartient à l'intervalle :

$$I_2 = [-1 + 2\underline{\gamma}; -1 + 2\overline{\gamma}] \tag{3.80}$$

Les deux intervalles I_1 et I_2 sont disjoints si :

$$-1 + 2\overline{\gamma} < 1 + 2\underline{\gamma} \tag{3.81}$$

c'est-à-dire, d'après (3.77) :

$$\frac{2\delta}{|\alpha(k)|} < 1 \tag{3.82}$$

ou plus explicitement :

$$2\delta < \alpha(k) \quad si \quad \alpha(k) > 0 \tag{3.83}$$

et

$$\alpha(k) < -2\delta \quad si \quad \alpha(k) < 0 \tag{3.84}$$

Afin de pouvoir écrire cette condition en fonction de θ_i et s'affranchir de la condition de signe sur $\alpha(k)$, on peut remarquer que les conditions (3.83) et (3.84) sont équivalentes à :

$$\alpha(k)^2 > 4\delta^2 \tag{3.85}$$

Comme dans le cas à 2 variables, il est possible d'exprimer la condition (3.85) en fonction des θ_i (cf. 3.4.3). Les valeurs des $x_i(k)$ sont connues a priori car ce sont des commandes, il est donc facile de vérifier la condition de discernabilité en fonction de l'amplitude du bruit de mesure δ et des θ_i.

3.4.3 Écriture de la condition de séparation des modes dans le cas de n variables

Nous allons présenter ici comment écrire la condition de discernabilité des modes (3.85) en fonction des paramètres globaux (θ_i).

Nous posons $\alpha^{(n)}(k)^2$, le terme $\alpha(k)^2$ dans le cas de n variables. Si nous reprenons l'écriture de $\alpha^{(2)}(k)^2$, nous avons :

$$\alpha^{(2)}(k)^2 = (\theta_2^2 - 4\theta_3)x_1(k)^2 + (\theta_4^2 - 4\theta_6)x_2(k)^2 + 2(\theta_2\theta_4 - 2\theta_5)x_1(k)x_2(k) \tag{3.86}$$

ce qui peut aussi s'écrire :

$$\alpha^{(2)}(k)^2 = \begin{pmatrix} x_1(k) & x_2(k) \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} \theta_2^2 - 4\theta_3 & \theta_2\theta_4 - 2\theta_5 \\ \theta_2\theta_4 - 2\theta_5 & \theta_4^2 - 4\theta_6 \end{pmatrix}}_{P^{(2)}} \begin{pmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{pmatrix} \tag{3.87}$$

De même, dans le cas de 3 variables, nous avons :

$$\begin{aligned} \alpha(k)^2 = \quad & \left(a_1^2 + b_1^2 - 2a_1b_1\right) x_1(k)^2 + \left(a_2^2 + b_2^2 - 2a_2b_2\right) x_2(k)^2 + \left(a_3^2 + b_3^2 - 2a_3b_3\right) x_3(k)^2 \\ & + 2\left(a_1a_2 - a_1b_2 - a_2b_1 + b_1b_2\right) x_1(k)x_2(k) \\ & + 2\left(a_1a_3 - a_1b_3 - a_3b_1 + b_1b_3\right) x_1(k)x_3(k) \\ & + 2\left(a_2a_3 - a_2b_3 - a_3b_2 + b_2b_3\right) x_2(k)x_3(k) \end{aligned} \tag{3.88}$$

Si l'on considère que :

$$\Theta = \begin{pmatrix} 1 \\ -(a_1 + b_1) \\ a_1b_1 \\ -(a_2 + b_2) \\ a_1b_2 + a_2b_1 \\ a_2b_2 \\ -(a_3 + b_3) \\ a_1b_3 + a_3b_1 \\ a_2b_3 + a_3b_2 \\ a_3b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \\ \theta_7 \\ \theta_8 \\ \theta_9 \\ \theta_{10} \end{pmatrix} \tag{3.89}$$

alors nous pouvons réécrire $\alpha(k)^2$ ainsi :

$$\begin{array}{rl} \alpha(k)^2 = & (\theta_2^2 - 4\theta_3)x_1(k)^2 + (\theta_4^2 - 4\theta_6)x_2(k)^2 + (\theta_7^2 - 4\theta_{10})x_3(k)^2 \\ & +2(\theta_2\theta_4 - 2\theta_5)x_1(k)x_2(k) \\ & +2(\theta_2\theta_7 - 2\theta_8)x_1(k)x_3(k) \\ & +2(\theta_4\theta_7 - 2\theta_9)x_2(k)x_3(k) \end{array} \tag{3.90}$$

ou encore

$$\alpha^{(3)}(k)^2 = \begin{pmatrix} x_1(k) & x_2(k) & x_3(k) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_2^2 - 4\theta_3 & \theta_2\theta_4 - 2\theta_5 & \theta_2\theta_7 - 2\theta_8 \\ \theta_2\theta_4 - 2\theta_5 & \theta_4^2 - 4\theta_6 & \theta_4\theta_7 - 2\theta_9 \\ \theta_2\theta_7 - 2\theta_8 & \theta_4\theta_7 - 2\theta_9 & \theta_7^2 - 4\theta_{10} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{pmatrix} \tag{3.91}$$

et en fonction de $P^{(2)}$:

$$\alpha^{(3)}(k)^2 = \begin{pmatrix} x_1(k) & x_2(k) & x_3(k) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} & P^{(2)} & \theta_2\theta_7 - 2\theta_8 \\ & & \theta_4\theta_7 - 2\theta_9 \\ \theta_2\theta_7 - 2\theta_8 & \theta_4\theta_7 - 2\theta_9 & \theta_7^2 - 4\theta_{10} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{pmatrix} \tag{3.92}$$

La récurrence apparait alors,

$$\alpha^{(n)}(k)^2 = \varphi^{(n)T}(k) P^{(n)} \varphi^{(n)}(k) \tag{3.93}$$

avec :

$$P^{(n)} = \begin{pmatrix} & & \theta_{p_1-1}\theta_{p_n-n} - 2\theta_{p_n-(n-1)} \\ & P^{(n-1)} & \vdots \\ & & \theta_{p_{n-1}-(n-1)}\theta_{p_n-n} - 2\theta_{p_n-1} \\ \theta_{p_1-1}\theta_{p_n-n} - 2\theta_{p_n-(n-1)} & \cdots \quad \theta_{p_{n-1}-(n-1)}\theta_{p_n-n} - 2\theta_{p_n-1} & \theta_{p_n-n}^2 - 4\theta_{p_n} \end{pmatrix} \tag{3.94}$$

Il est donc possible d'écrire la condition de discernabilité pour un système comportant n variables. Cela permet ainsi, à partir de la connaissance des variations des entrées et de l'estimation des θ_i, de connaître l'amplitude maximale du bruit admissible pour la détection du changement de mode de fonctionnement. La proposition contraire est également réalisable. Il est possible, à partir d'une amplitude de bruit connue et de l'estimation des θ_i, de déterminer les valeurs des entrées qui permettent de garantir la détection des modes de fonctionnement.

3.4.4 Conclusion

Nous venons de voir qu'il est possible d'exprimer, pour un système comportant deux modes de fonctionnement et un nombre quelconque de variables, une condition qui lie l'amplitude de ces variables au bruit maximum admissible permettant la discernabilité des modes de fonctionnement. Cette condition se calcule facilement en fonction des paramètres globaux (les θ_i) et de la valeur des commandes à chaque instant. D'une manière générale, l'ensemble des valeurs des commandes qui ne permettent pas la discernabilité des modes est compris entre deux hyperplans parallèles.

3.5 Extension à un système à p modes de fonctionnement

Passons à présent à un cas un peu plus général en considérant un système comportant p modes de fonctionnement. Nous considérons un système MISO défini par :

$$M_i \begin{cases} y(k) = \varphi^{(n)T}(k) a_i^{(n)} \\ \varphi^{(n)}(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) & x_2(k) & \dots & x_n(k) \end{bmatrix}^T \\ a_i^{(n)} = \begin{bmatrix} a_{i,1} & a_{i,2} & \dots & a_{i,n} \end{bmatrix}^T \end{cases} \tag{3.95}$$

avec $i \in [1, p]$.

Le modèle global s'écrit alors :

$$r(k) = \prod_{i=1}^{p} (y(k) - \varphi^{(n)T}(k) a_i^{(n)}) = \Phi(k)^T \theta \tag{3.96}$$

$$\Phi(k) = \begin{pmatrix} y(k)^p \\ y(k)^{p-1} x_1(k) \\ \vdots \\ y(k)^{p-1} x_n(k) \\ y(k)^{p-2} x_1(k)^2 \\ y(k)^{p-2} x_1(k) x_2(k) \\ \vdots \\ y(k)^{p-2} x_1(k) x_n(k) \\ y(k)^{p-2} x_2^2 \\ \vdots \\ x_n^p(k) \end{pmatrix}, \ \theta = \begin{pmatrix} 1 \\ -\sum_{i=1}^{p} a_{i,1} \\ \vdots \\ -\sum_{i=1}^{p} a_{i,n} \\ \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^{p} a_{i,1} a_{j,1} \\ \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^{p} a_{i,1} a_{j,2} \\ \vdots \\ \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^{p} a_{i,1} a_{j,n} \\ \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^{p} a_{i,2} a_{j,2} \\ \vdots \\ (-1)^n \prod_{i=1}^{p} a_{i,n} \end{pmatrix} \tag{3.97}$$

On pose $M_i(k) = y(k) - \varphi^{(n)T}(k) a_i^{(n)}$, nous évaluons alors le gradient de $r(k)$ par

rapport aux variables, nous obtenons :

$$g(k) = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial r(k)}{\partial y(k)} \\ \\ \dfrac{\partial r(k)}{\partial \varphi^{(n)}(k)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \displaystyle\sum_{i=1}^{p} \prod_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{p} M_j(k) \\ \\ \displaystyle\sum_{i=1}^{p} -a_i^{(n)} \prod_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{p} M_j(k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial \Phi(k)}{\partial y(k)} \\ \\ \dfrac{\partial \Phi(k)}{\partial \varphi^{(n)}(k)} \end{pmatrix} \theta \tag{3.98}$$

Si les mesures appartiennent au mode $M_i(k)$, alors $y(k) = \varphi^{(n)T}(k) a_i^{(n)}(k)$, nous obtenons alors :

$$g_i(k) = \begin{pmatrix} \displaystyle\prod_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{p} M_j(k) \\ \\ -a_i^{(n)} \displaystyle\prod_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{p} M_j(k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -a_i^{(n)} \end{pmatrix} \prod_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{p} M_i(k) \tag{3.99}$$

On peut remarquer que comme dans le cas d'un système comportant deux modes de fonctionnement, les vecteurs $g_i^{(n)}(k)$ ne sont pas calculables du fait de la présence des paramètres locaux a_i qui sont inconnus. Cependant, ces vecteurs ont une direction fixe et une amplitude qui dépend du scalaire inconnu $\displaystyle\prod_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{p} M_i(k)$. Pour s'affranchir de ce scalaire inconnu, chaque mode peut être caractérisé par un vecteur issu du rapport des composantes de $g^{(n)}$. Par exemple, une permutation circulaire peut être utilisée pour obtenir les rapports. Nous obtenons ainsi :

$$\bar{g}_i^{(n)} = \begin{bmatrix} \dfrac{g_{i,1}^{(n)}}{g_{i,2}^{(n)}} & \dfrac{g_{i,2}^{(n)}}{g_{i,3}^{(n)}} & \cdots & \dfrac{g_{i,n-1}^{(n)}}{g_{i,n}^{(n)}} & \dfrac{g_{i,n}^{(n)}}{g_{i,1}^{(n)}} \end{bmatrix}^T \tag{3.100}$$

A un instant particulier k, le vecteur $\bar{g}^{(n)}(k)$ s'aligne sur la direction de $\bar{g}_i^{(n)}$ suivant le mode actif à cet instant. Donc le vecteur $\bar{g}^{(n)}$ constitue un indicateur de changement de mode.

Comme cela a déjà été dit précédemment, le vecteur $g^{(n)}(k)$ peut être évalué numériquement à chaque instant k en utilisant les entrées et la sortie du système, $\Phi^{(n)}(k)$ et l'estimation des valeurs des paramètres de $\theta^{(n)}$. Si l'on note $\tilde{g}_j$ la $j^{ème}$ composante du vecteur $g^{(n)}(k)$, il est facile d'obtenir le vecteur $\bar{g}^{(n)}(k)$ suivant :

$$\bar{g}^{(n)}(k) = \begin{bmatrix} \dfrac{\tilde{g}_1(k)}{\tilde{g}_2(k)} & \dfrac{\tilde{g}_2(k)}{\tilde{g}_3(k)} & \cdots & \dfrac{\tilde{g}_{n-1}(k)}{\tilde{g}_n(k)} & \dfrac{\tilde{g}_n(k)}{\tilde{g}_1(k)} \end{bmatrix}^T \tag{3.101}$$

On peut remarquer que la possibilité de calculer le vecteur $\bar{g}^{(n)}(k)$ est conditionnée par $\prod_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{p} M_i(k) \neq 0$. Cette condition correspond à la discernabilité entre les modes ce qui implique que $a_{i,1} \neq a_{j,1}$ pour $i, j \in \{1, .., n\}$ et $i \neq j$.

Finalement, le vecteur $\bar{g}^{(n)}$, calculé à partir de (3.101), contient les informations nécessaires pour détecter, à chaque instant, les changements de mode de fonctionnement suivant la direction sur laquelle il s'aligne. Plus précisément, le vecteur $\bar{g}^{(n)}$ est égal à $\bar{g}_i^{(n)}$ suivant le mode de fonctionnement à l'instant k.

3.6 Conclusion

Nous venons de voir au cours de ce chapitre la méthode appelée "méthode du gradient". Cette méthode permet de détecter les changements de mode de fonctionnement d'un système par la reconnaissance du mode actif à chaque instant en analysant la direction du vecteur $g(k)$. Nous avons également mis en évidence la possibilité d'évaluer une condition sur l'amplitude maximale du bruit admissible sur la sortie tout en garantissant la discernabilité des modes. Au cours du chapitre suivant nous allons appliquer cette méthode au cas concret de la lingotière de coulée continue.

4

Application de la méthode du gradient des résidus à la coulée continue

Sommaire

4.1 Étude d'un point de vue mécanique 76
4.1.1 Modèle de frottement linéaire 76
4.1.1.1 Protocole de simulation 78
4.1.1.2 Application de la méthode du gradient des résidus au modèle mécanique de la lingotière 78
4.1.1.3 Résultats de simulation 79
4.1.2 Modèle linéaire par morceaux des frottements 82
4.1.2.1 Protocole de simulation 84
4.1.2.2 Modification de f_2 84
4.1.2.3 Modification de α 87
4.1.3 Application de la méthode du gradient des résidus aux données mécaniques réelles 90
4.1.3.1 Résultats obtenus en situation réelle 90
4.1.3.2 Conclusions 92
4.2 Étude d'un point de vue thermique 92
4.2.1 Modèle thermique 92
4.2.1.1 Application de la méthode du gradient des résidus au modèle thermique de la lingotière 95

4.2.1.2 Résultats de simulation 96
4.2.2 Étude d'un cas réel 97
4.3 Conclusion 99

Au cours de ce chapitre, la méthode du gradient des résidus décrite au chapitre précédent est mise en application. Elle sera appliquée sur un modèle mécanique et un modèle thermique de la lingotière. Dans chaque cas (mécanique et thermique), elle sera testée tout d'abord sur des données issues des simulateurs afin de valider sa bonne mise en pratique pour la détection des modes de fonctionnement. Ensuite, elle sera testée sur des données réelles.

4.1 Étude d'un point de vue mécanique

Cette section concerne l'application de la méthode du gradient des résidus au modèle mécanique de la lingotière. Afin de pouvoir valider la bonne mise en pratique de la méthode, elle est d'abord testée sur des données simulées. Le simulateur mécanique de lingotière décrit dans le chapitre 1 est utilisé pour obtenir des données :

$$\begin{cases} \dfrac{dv_p(t)}{dt} = -\dfrac{f}{M_p}(v_p(t) - v_l(t)) + \dfrac{T(t)}{M_p} + \dfrac{B}{M_p} \\ \dfrac{dv_l(t)}{dt} = \dfrac{f}{M_l}(v_p(t) - v_l(t)) + \dfrac{F_l(t)}{M_l} + \dfrac{L}{M_l} \\ \dfrac{dy_l(t)}{dt} = v_l(t) \end{cases} \tag{4.1}$$

avec :

- M_p masse du produit
- M_l masse de la lingotière
- B poids du produit
- L poids de la lingotière
- v_p vitesse du produit
- v_l vitesse de la lingotière
- y_l position de la lingotière
- T traction exercée par les rouleaux extracteurs sur le produit
- F_l force appliquée par les vérins sur la lingotière
- f frottement entre le produit et la lingotière

Comme la troisième variable d'état (y_l) n'introduit pas les frottements qui sont à l'origine du changement de mode, elle ne sera pas utilisée dans la suite du développement puisqu'elle n'apportera aucune information.

4.1.1 Modèle de frottement linéaire

Dans ce premier cas, les frottements sont modélisés par une fonction linéaire de la vitesse relative entre le produit et la lingotière. Le système d'équation du système (4.1)

se réécrit sous forme discrète ainsi :

$$\begin{cases} v_p(k+1) = (1-\dfrac{\tau f}{M_p})v_p(k) + \dfrac{\tau f}{M_p}v_l(k) + \dfrac{\tau}{M_p}T(k) + \tau g \\ \\ v_l(k+1) = \dfrac{\tau f}{M_l}v_p(k) + (1-\dfrac{\tau f}{M_l})v_l(k) + \dfrac{\tau}{M_l}F_l(k) + \tau g \end{cases} \tag{4.2}$$

avec $g = \dfrac{B}{M_p} = \dfrac{L}{M_l}$ l'accélération de la pesanteur et τ le pas de discrétisation.

On rappelle que le changement de mode de fonctionnement que l'on cherche à mettre en évidence, se caractérise par une modification du frottement f. Si l'on considère deux valeurs distinctes f_1 et f_2 du frottement f, les deux modes de fonctionnement qui dépendent de la valeur de f sont donc :

$$\begin{aligned} M_1 \ : \ & \begin{cases} v_p(k+1) + f_1\dfrac{\tau}{M_p}(v_p(k) - v_l(k)) - v_p(k) - \dfrac{\tau}{M_p}T(k) - \tau g = 0 \\ \\ v_l(k+1) - f_1\dfrac{\tau}{M_l}(v_p(k) - v_l(k)) - v_l(k) - \dfrac{\tau}{M_l}F_l(k) - \tau g = 0 \end{cases} \\ M_2 \ : \ & \begin{cases} v_p(k+1) + f_2\dfrac{\tau}{M_p}(v_p(k) - v_l(k)) - v_p(k) - \dfrac{\tau}{M_p}T(k) - \tau g = 0 \\ \\ v_l(k+1) - f_2\dfrac{\tau}{M_l}(v_p(k) - v_l(k)) - v_l(k) - \dfrac{\tau}{M_l}F_l(k) - \tau g = 0 \end{cases} \end{aligned} \tag{4.3}$$

Les modèles M_1 et M_2 se réécrivent alors comme suit :

$$\begin{aligned} M_1 \ : \ & \begin{cases} x_1(k+1) + f_1 x_2(k) = 0 \\ \\ x_3(k+1) - f_1 x_2(k) = 0 \end{cases} \\ M_2 \ : \ & \begin{cases} x_1(k+1) + f_2 x_2(k) = 0 \\ \\ x_3(k+1) - f_2 x_2(k) = 0 \end{cases} \end{aligned} \tag{4.4}$$

avec

$$\begin{cases} x_1(k+1) = \dfrac{M_p}{\tau}\left(v_p(k+1) - v_p(k)\right) - T(k) - M_p g \\ \\ x_2(k) = v_p(k) - v_l(k) \\ \\ x_3(k+1) = \dfrac{M_l}{\tau}\left(v_l(k+1) - v_l(k)\right) - F_l(k) - M_l g \end{cases} \tag{4.5}$$

La formulation est ainsi identique à celle présentée dans le chapitre précédent.

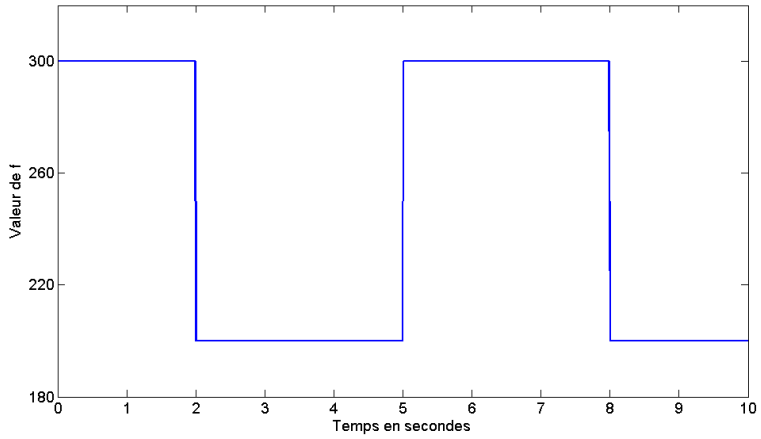


FIGURE 4.1 – Variations du paramètre f

4.1.1.1 Protocole de simulation

Afin de générer des données dont on maîtrise parfaitement le sens et la portée, le simulateur mécanique décrit dans le chapitre 1 est utilisé. Celui-ci contient le modèle mécanique décrit par les équations du système (4.1) ainsi que celles des deux régulateurs décrits dans la section 1.2.2. Au cours de la simulation, la valeur du coefficient de frottement f varie suivant un schéma prédéfini (voir figure 4.1).

Un bruit de mesure a également été ajouté à la sortie du système. C'est un bruit de distribution uniforme centré et d'amplitude maximale égale à 5% de l'amplitude du signal de sortie. L'ensemble des données issues de la simulation est enregistré à la fréquence de $100Hz$.

4.1.1.2 Application de la méthode du gradient des résidus au modèle mécanique de la lingotière

Comme cela a été présenté au chapitre précédent, la méthode du gradient des résidus n'utilise qu'une sortie du système. Dans le cas présent, le système possède deux sorties. Nous allons donc générer deux vecteurs gradients nommés $g_I(k)$ et $g_{II}(k)$ respectivement pour la première sortie et pour la seconde.

Pour appliquer la méthode du gradient des résidus, les paramètres θ_i sont estimés à l'aide d'une méthode des moindres carrés sur l'ensemble des données issues de la simulation. Les valeurs suivantes sont obtenues :

$$\begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 \\ -499 \\ 59998 \end{pmatrix} \tag{4.6}$$

On rappelle que

$$\begin{pmatrix}\theta_1\\ \theta_2\\ \theta_3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\ -(f_1+f_2)\\ f_1 f_2\end{pmatrix} \tag{4.7}$$

Pour la simulation, les valeurs prises par le coefficient de frottement sont $f_1 = 300$ et $f_2 = 200$. En utilisant le résultat de (3.25), $g_I(k)$ et $g_{II}(k)$ s'écrivent :

$$\begin{aligned} g_I(k) &= \begin{pmatrix}2\theta_1 & \theta_2\\ \theta_2 & 2\theta_3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1(k)\\ x_2(k)\end{pmatrix}\\ g_{II}(k) &= \begin{pmatrix}2\theta_1 & \theta_2\\ \theta_2 & 2\theta_3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_3(k)\\ x_2(k)\end{pmatrix}\end{aligned} \tag{4.8}$$

Les valeurs de $\bar{g}_I(k)$ et $\bar{g}_{II}(k)$ peuvent se calculer alors à chaque instant avec :

$$\bar{g}_I(k) = \begin{pmatrix}\dfrac{g_{I,1}(k)}{g_{I,2}(k)} & \dfrac{g_{I,2}(k)}{g_{I,1}(k)}\end{pmatrix}^T \tag{4.9}$$

$$\bar{g}_{II}(k) = \begin{pmatrix}\dfrac{g_{II,1}(k)}{g_{II,2}(k)} & \dfrac{g_{II,2}(k)}{g_{II,1}(k)}\end{pmatrix}^T \tag{4.10}$$

où $g_{i,j}$ est la $j^{ème}$ composante du vecteur $g_i(k)$. Comme cela a été présenté au chapitre 3, cette notation permet d'annuler l'influence des entrées sur les résidus et permet une meilleure discernabilité des différents modes de fonctionnement.

4.1.1.3 Résultats de simulation

La figure 4.2 montre la traction $T(k)$, la force $F_l(k)$ appliquée à la lingotière ainsi que la vitesse du produit et la vitesse de la lingotière. Le changement de mode de fonctionnement n'est pas visible sur cette figure. Les figures 4.3 et 4.4 représentent respectivement les deux composantes des vecteurs $g_I(k)$ et $g_{II}(k)$ à chaque instant. Sur la figure 4.3, les changements de mode sont invisibles et sur la figure 4.4, ils sont visibles mais difficilement exploitables. Les figures 4.5 et 4.6 montrent respectivement les rapports entre des composantes de $g_I(k)$ et $g_{II}(k)$, c'est-à-dire les vecteurs $\bar{g}_I(k)$ et $\bar{g}_{II}(k)$. Sur la figure 4.5, le changement de mode de fonctionnement est détectable. Sur la figure 4.6, le changement de mode de fonctionnement est encore plus net. Dans ce cas, un simple algorithme de détection de saut de moyenne permettrait une détection automatique du mode de fonctionnement courant. Il est évident que l'utilisation d'un algorithme utilisant les données des deux vecteurs $\bar{g}_I(k)$ et $\bar{g}_{II}(k)$ pour la détection du changement de mode permettrait une détection dans des cas plus défavorables, par exemple en présence de plus de bruit.

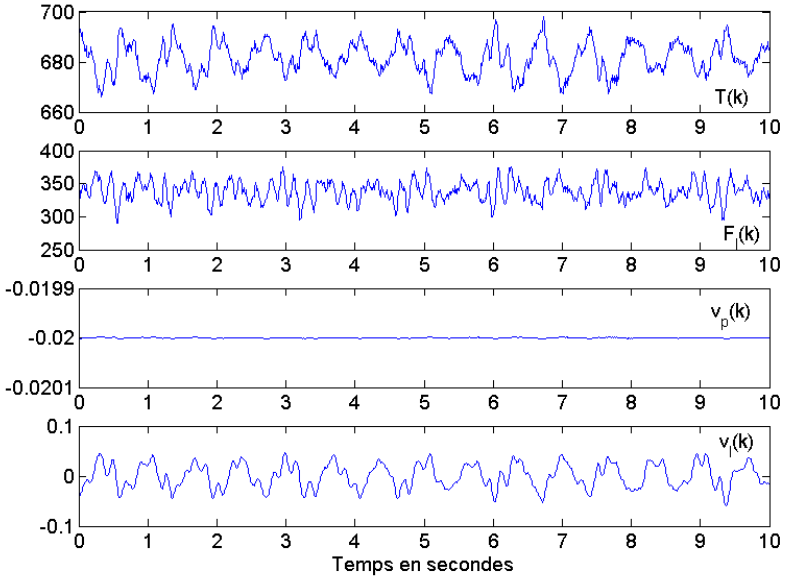


FIGURE 4.2 – Entrées/sortie du système

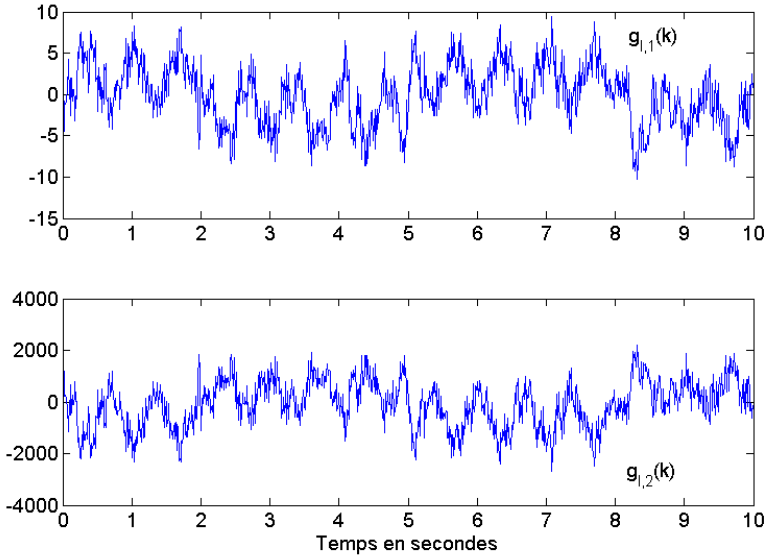


FIGURE 4.3 – Composantes de $g_I(k)$

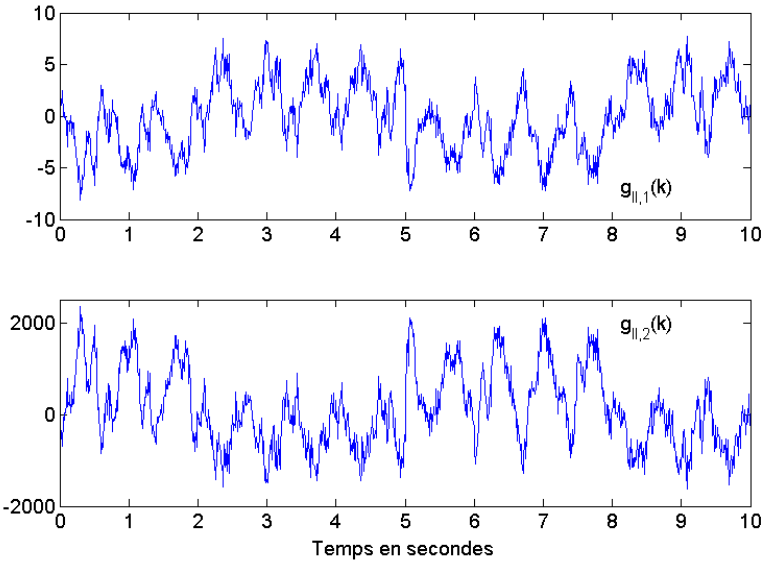


FIGURE 4.4 – Composantes de $g_{II}(k)$

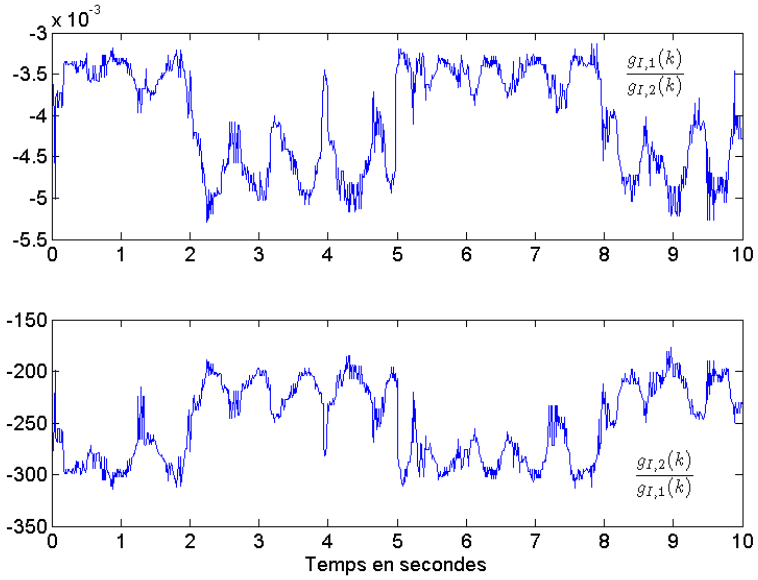


FIGURE 4.5 – Composantes de $\bar{g_I}(k)$

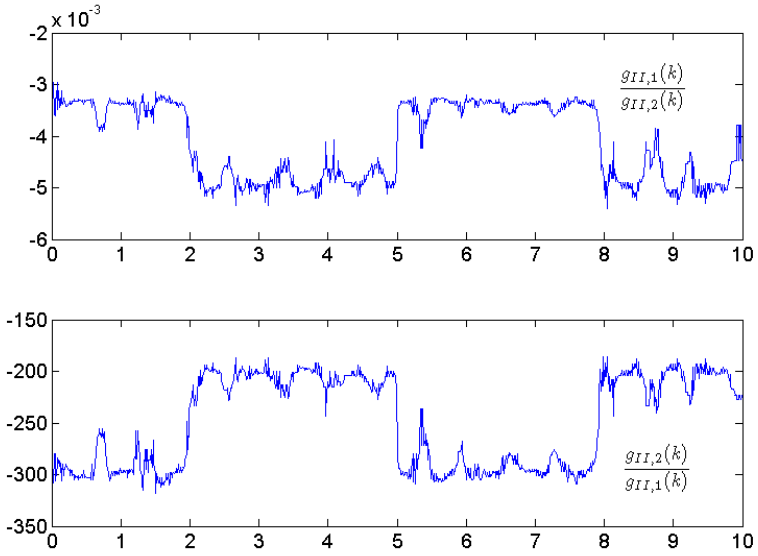


FIGURE 4.6 – Composantes de $\bar{g_{II}}(k)$

4.1.2 Modèle linéaire par morceaux des frottements

Dans le cas précédent, seul deux modes de fonctionnement sont considérés : le premier que l'on peut alors qualifier de mode sain et le second qui correspond à un mode en défaut. Dans un cas réel, le mode en défaut que l'on cherche à détecter (le collage) ne dure que quelques instants par rapport au mode sain. Il n'est donc pas possible de procéder à une identification correcte des paramètres globaux (les θ_i). De plus, les frottements entre le produit et la lingotière ne sont pas linéaires. D'où l'idée de l'introduction de ce second cas. Il consiste à modéliser le coefficient de frottement par deux fonctions linéaires par morceaux et ainsi considérer deux modes de fonctionnement sains. Le mode en défaut (le collage) sera considéré comme un autre mode qui n'interviendra pas lors de la phase d'identification. La méthode est donc utilisée avec une approche un peu différente, celle d'un système partiellement supervisé. Le but est de détecter l'apparition d'un nouveau mode (le mode collage) inconnu a priori.

Les deux modes sains correspondent à un découpage du fonctionnement du système en fonction de la vitesse relative entre le produit et la lingotière. En effet, comme cela est présenté à la section 1.2.1, le frottement peut être représenté de manière non linéaire. Il dépend alors directement de la vitesse relative entre le produit et la lingotière. Le comportement non linéaire est approximé par deux fonctions linéaires. La figure 4.7 représente ces deux fonctions qui lient la force de frottement f à la vitesse relative entre le produit et la lingotière.

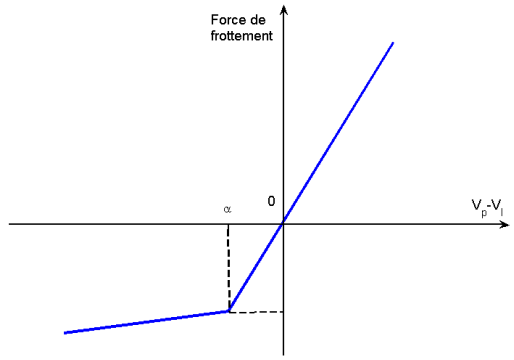


FIGURE 4.7 – Schéma d'approximation des frottements

Les modèles de chaque mode sont :

$$
M_1 \ : \ \begin{cases} v_p(k+1) + f_1 \dfrac{\tau}{M_p}(v_p(k) - v_l(k)) - v_p(k) - \dfrac{\tau}{M_p} T(k) - \tau g = 0 \\ \\ v_l(k+1) - f_1 \dfrac{\tau}{M_l}(v_p(k) - v_l(k)) - v_l(k) - \dfrac{\tau}{M_l} F_l(k) - \tau g = 0 \end{cases}
$$

$$
M_2 \ : \ \begin{cases} v_p(k+1) + f_2 \dfrac{\tau}{M_p}(v_p(k) - v_l(k)) - v_p(k) - \dfrac{\tau}{M_p} T(k) - \tau g + \alpha \dfrac{\tau}{M_p}(f_1 - f_2) = 0 \\ \\ v_l(k+1) - f_2 \dfrac{\tau}{M_l}(v_p(k) - v_l(k)) - v_l(k) - \dfrac{\tau}{M_l} F_l(k) - \tau g + \alpha \dfrac{\tau}{M_l}(f_1 - f_2) = 0 \end{cases} \tag{4.11}
$$

on pose alors :

$$
\begin{aligned} x_1(k+1) &= \frac{M_p}{\tau}\left(v_p(k+1) - v_p(k)\right) - T(k) - M_p g \\ x_2(k) &= v_p(k) - v_l(k) \\ x_3(k+1) &= \frac{M_l}{\tau}\left(v_l(k+1) - v_l(k)\right) - F_l(k) - M_l g \end{aligned} \tag{4.12}
$$

Le système (4.11) peut se réécrire comme suit :

$$\begin{aligned} M_1 \ : \ & \begin{cases} x_1(k+1) + f_1 x_2(k) = 0 \\ \\ x_3(k+1) - f_1 x_2(k) = 0 \end{cases} \\ M_2 \ : \ & \begin{cases} x_1(k+1) + f_2 x_2(k) + \alpha(f_1 - f_2) = 0 \\ \\ x_3(k+1) - f_2 x_2(k) + \alpha(f_1 - f_2) = 0 \end{cases} \end{aligned} \tag{4.13}$$

Le système possède ainsi deux modes de fonctionnement sains. Les deux modes s'enchaînent successivement à la fréquence d'oscillation de la lingotière.

4.1.2.1 Protocole de simulation

Dans la simulation, un troisième mode non connu a priori sera introduit. Ce nouveau mode sera considéré comme le mode en défaut que l'on souhaite détecter. L'avantage de cette procédure est de ne pas avoir besoin de connaître a priori le mode en défaut pour faire l'identification des paramètres. En effet, l'identification est faite uniquement à partir des données des modes sains.

Pour introduire le mode en défaut, la valeur de f_2 ou de α est modifiée. En effet, comme f_1 intervient dans les deux modes, il n'est pas possible de le modifier sous peine de modifier les deux modes de fonctionnement. Il sera alors difficile de reconnaître le mode en défaut. Une simulation différente sera faite pour chaque modification.

L'estimation des paramètres θ_i se fait à l'aide d'un jeu de données au cours duquel sont présents uniquement les modes M_1 et M_2.

Au cours des simulations, le système oscille entre les deux modes de fonctionnement M_1 et M_2 en fonction de la vitesse relative entre le produit et la lingotière. A l'instant $t = 5$, le défaut est introduit (modification de α ou de f_2). Le défaut est choisi de sorte qu'il n'affecte qu'un seul mode de fonctionnement (ici M_2). Le système fonctionne donc à partir de $t = 5$ soit dans le mode M_1 soit dans le mode en défaut.

Un bruit de mesure a également été ajouté à la sortie du système. C'est un bruit de distribution uniforme centré et d'amplitude maximale égale à 5% de l'amplitude du signal de sortie. L'ensemble des données issues de la simulation est enregistré à la fréquence de $100Hz$.

4.1.2.2 Modification de f_2

Au cours de cette simulation, le paramètre f_2 est modifié. Les figures 4.8 et 4.9 montrent respectivement les composantes des vecteurs $g_I(k)$ et $g_{II}(k)$. Sur ces figures, le mode défaut est parfaitement indétectable. Les figures 4.10 et 4.11 montrent respectivement les composantes des vecteurs $\bar{g}_I(k)$ et $\bar{g}_{II}(k)$. Avant l'introduction du défaut, $\bar{g}_I(k)$ et $\bar{g}_{II}(k)$ s'alignent successivement suivant deux directions (au bruit près) propres aux deux modes sains. Puis après l'apparition du défaut, une troisième direction est

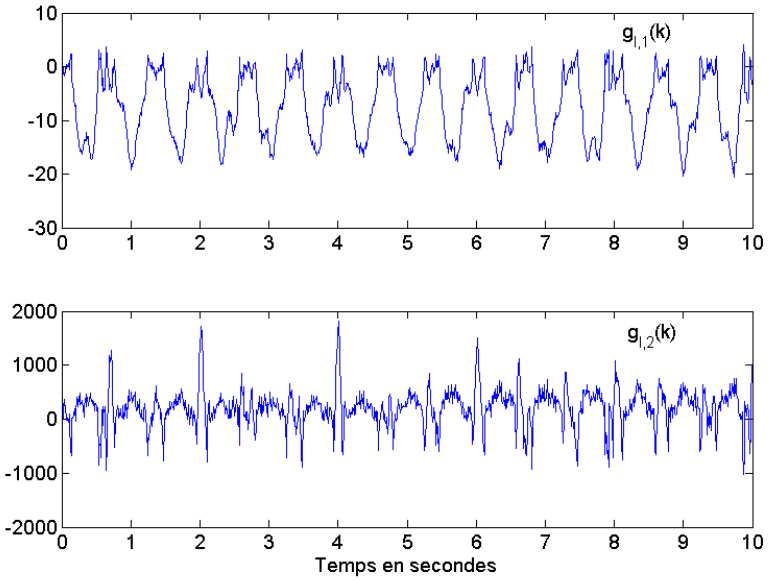


FIGURE 4.8 – Composantes de $g_I(k)$

observée. La variation est plus visible sur la première composante de $\bar{g}_I(k)$ et sur celle de $\bar{g}_{II}(k)$ que sur les secondes composantes. Le mode en défaut est donc détectable.

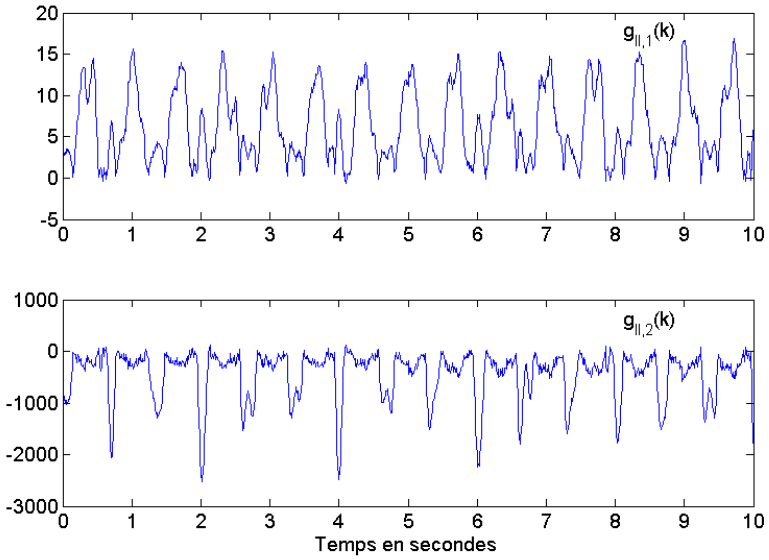


FIGURE 4.9 – Composantes de $g_{II}(k)$

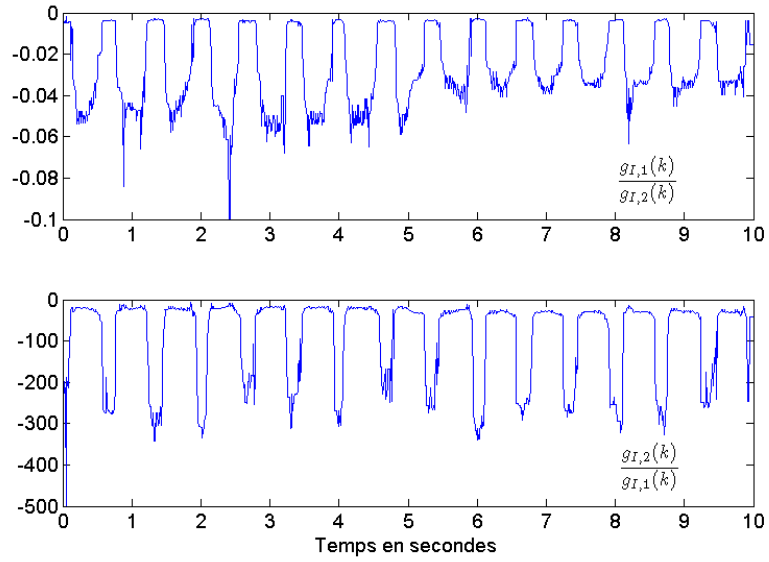


FIGURE 4.10 – Composantes de $\bar{g_I}(k)$

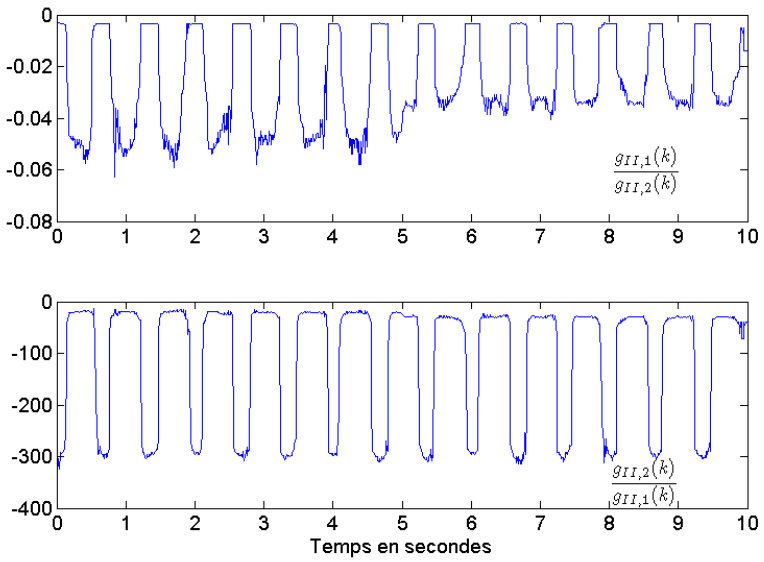


FIGURE 4.11 – Composantes de $\bar{g_{II}}(k)$

4.1.2.3 Modification de α

Au cours de cette simulation, le paramètre α est modifié. Les figures 4.12 et 4.13 montrent respectivement les composantes des vecteurs $g_I(k)$ et $g_{II}(k)$. La détection des changements de mode de fonctionnement est parfaitement impossible à partir de ces signaux. Les figures 4.14 et 4.15 montrent respectivement les composantes des vecteurs $\bar{g}_I(k)$ et $\bar{g}_{II}(k)$. La simple lecture de ces courbes met en évidence qu'avant l'introduction du défaut, $\bar{g}_I(k)$ et $\bar{g}_{II}(k)$ s'alignent successivement sur deux directions. Puis après l'apparition du défaut, un nouveau comportement apparaît pendant le mode en défaut. Ce phénomène est particulièrement visible sur la première composante de $\bar{g}_I(k)$. Le mode en défaut est donc détectable puisqu'il diffère fortement du comportement nominal. De plus les valeurs maximales atteintes au cours du mode en défaut sont très différentes de celles du mode sain. Par exemple, sur la première composante de $\bar{g}(k)$, la valeur maximale est d'environ -0.03 pour le mode en défaut alors que l'on observait -0.05 pour le mode sain.

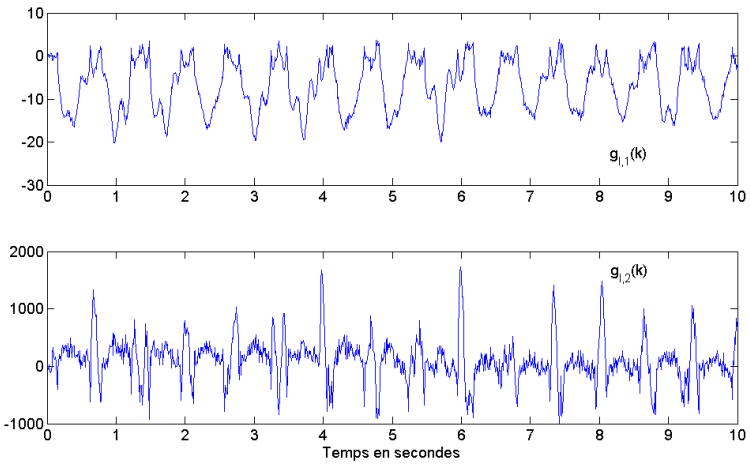


FIGURE 4.12 – Composantes de $g_I(k)$

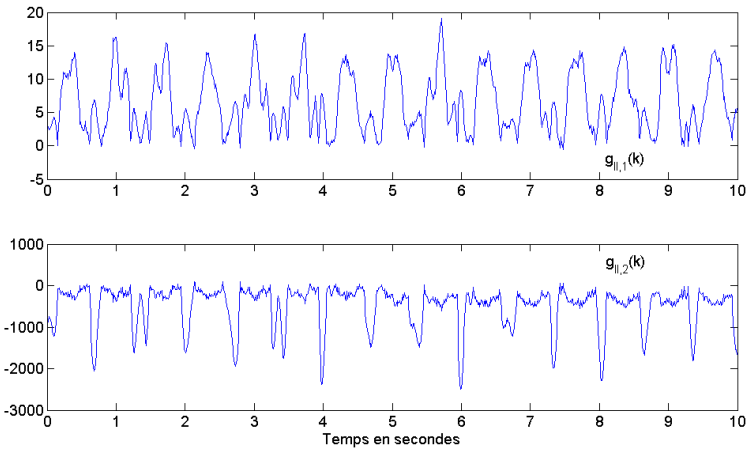


FIGURE 4.13 – Composantes de $g_{II}(k)$

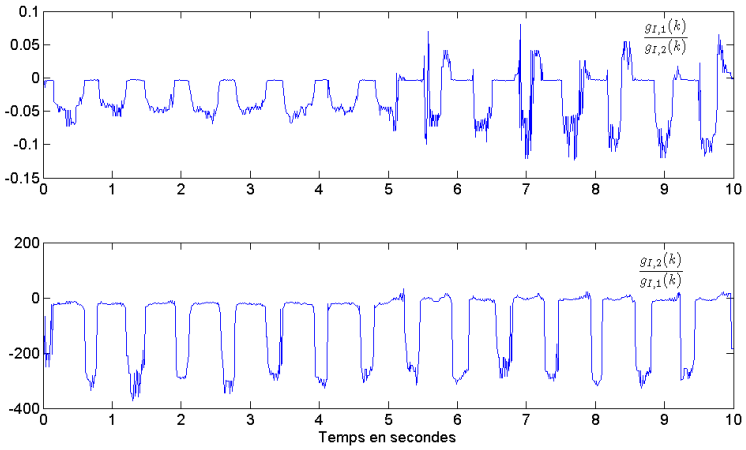


FIGURE 4.14 – Composantes de $\bar{g}_I(k)$

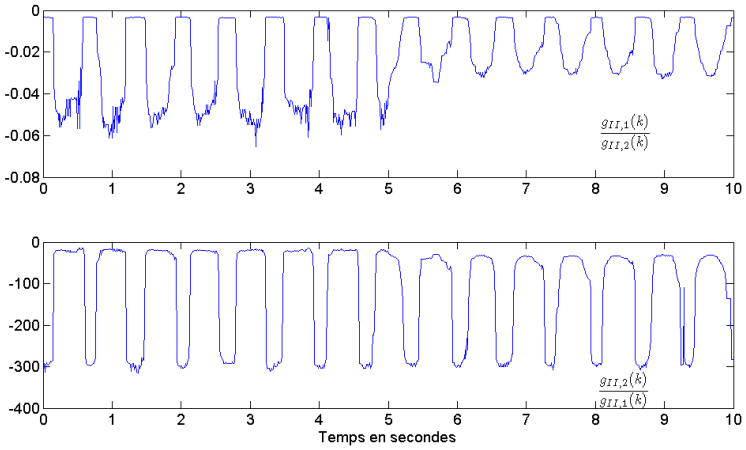


FIGURE 4.15 – Composantes de $\bar{g}_{II}(k)$

4.1.3 Application de la méthode du gradient des résidus aux données mécaniques réelles

Pour l'utilisation de la méthode du gradient sur des données réelles, la procédure décrite à la section 4.1.2 est choisie. En effet, un collage est un événement trop court dans le temps pour permettre une bonne estimation des paramètres globaux (les θ_i). Donc seuls les deux modes sains propres au fonctionnement normal de la lingotière sont estimés. Ensuite comme dans la simulation, l'apparition du collage est considéré comme un nouveau mode différent des deux modes sains et les signes de l'apparition de ce mode seront cherchés.

Le jeu de données utilisé s'arrête à l'instant où le collage est détecté et que la vitesse de coulée passe brutalement à 0 comme cela est indiqué par la procédure d'urgence en cas de détection de collage. En effet, il n'est pas possible de considérer les données au delà de cet instant puisque l'information de l'arrêt de coulée apparaît dans les mesures (notamment sur la vitesse de coulée) et pourrait alors fausser la détection.

Dans un cas réel, la force de traction T n'est pas obtenue par une mesure directe. Elle résulte de la somme des efforts de plusieurs rouleaux extracteurs. De plus, ces rouleaux ne servent pas uniquement à extraire le produit hors de la lingotière mais également à le faire avancer vers le bas de la machine. En effet, le produit est coulé à la verticale et ressort à l'horizontale. Il forme donc un coude dans la machine. Ces opérations de cintrage puis de décintrage du produit ne se font pas sans efforts. Ce sont les rouleaux extracteurs qui appliquent les efforts nécessaires à ces opérations. C'est pourquoi il est très difficile en pratique d'obtenir une mesure fiable de la force de traction utile à la seule extraction du produit de la lingotière. De ce fait, la première équation du modèle mécanique de la lingotière (4.1) ne pourra pas être utilisé. La méthode du gradient ne sera appliquée que sur la deuxième équation.

4.1.3.1 Résultats obtenus en situation réelle

La figure 4.16 présente la force appliquée à la lingotière, la vitesse de coulée ainsi que la vitesse de la lingotière au cours des 10 secondes qui précèdent la détection du collage. Il n'est pas possible de distinguer un changement de comportement qui signalerait la présence de ce collage. La figure 4.17 représente les composantes de $\bar{g}(k)$. Bien qu'il semble apparaître un comportement cyclique, les deux modes de fonctionnement sains sont difficilement différenciables dans ce cas et l'apparition d'un troisième mode propre au collage est inexistant. Il semble donc difficile de déceler l'apparition d'un collage sur des données réelles par cette méthode.

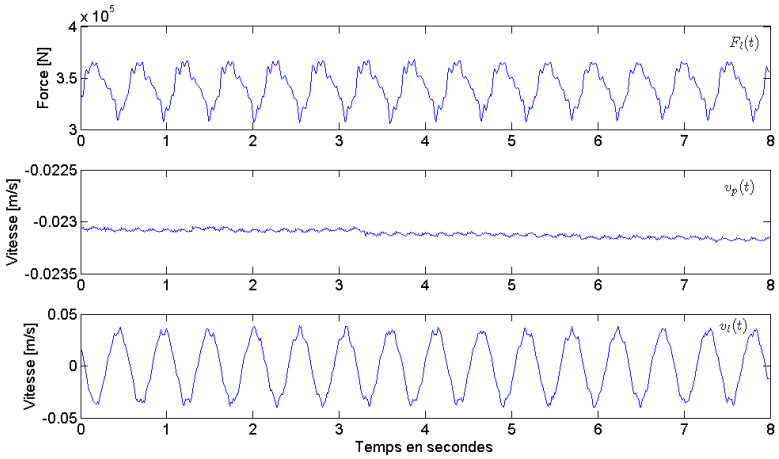


FIGURE 4.16 – Entrées/sortie du système

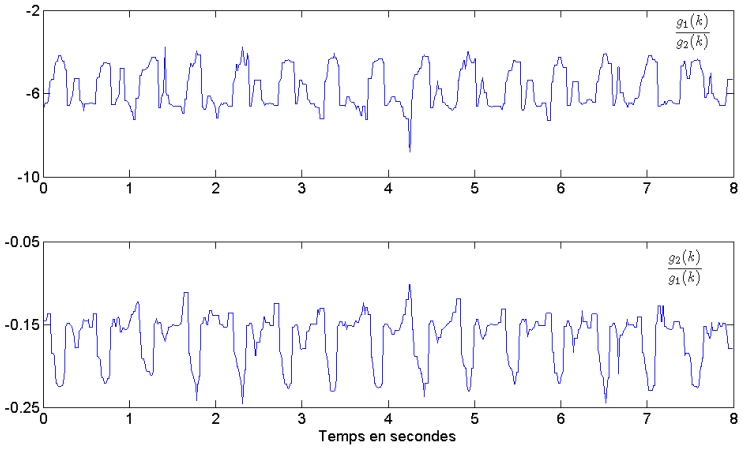


FIGURE 4.17 – Composantes de $\bar{g}(k)$

4.1.3.2 Conclusions

Il ne semble pas possible au vu des tests réalisés, de détecter la présence d'un collage par la méthode du gradient à l'aide des signaux mécaniques. Cela est dû à différents facteurs :

- Le faible temps d'apparition d'un collage ne permet pas une identification des paramètres globaux.
- Le modèle mécanique ne semble pas suffisamment précis pour modéliser le comportement de la lingotière et détecter les collages
- Un collage est un phénomène local. Il n'a pas une influence suffisamment importante pour impacter les forces globales (les forces appliquées par les vérins sur la lingotière)

4.2 Étude d'un point de vue thermique

Cette section concerne l'application de la méthode du gradient au modèle thermique de la lingotière. Afin de pouvoir valider la bonne mise en pratique de la méthode, elle est d'abord testée sur des données simulées. Les données de simulation seront obtenues à l'aide du simulateur thermique décrit au chapitre 1. Ce simulateur permet d'avoir la température en tous point de l'acier et de la lingotière. Afin de représenter une situation réelle, seule les températures dans la lingotière aux emplacements des thermocouples seront utilisée car ce sont les seules mesures accessibles.

4.2.1 Modèle thermique

Afin de pouvoir utiliser la méthode du gradient, un modèle de prédiction de la température du thermocouple inférieur a été élaboré de manière empirique. Il exploite le lien qu'il y a entre un événement qui se produit en haut de la lingotière et son effet quelque temps plus tard en bas de celle-ci. Plus précisément, ce modèle de prédiction estime la température du thermocouple inférieur à l'instant k en fonction de la température de ce même thermocouple dans le passé (instant $k-\tau_1$) de la température du thermocouple supérieur dans le passé (instant $k-\tau_2$) et de la vitesse de coulée.

Voici l'équation de prédiction obtenue :

$$\hat{T}_{inf}(k) = \alpha T_{inf}(k-\tau_1) + \beta T_{sup}(k-\tau_2) + \gamma v_c(k) \tag{4.14}$$

L'introduction de la vitesse de coulée dans le modèle permet de prendre en compte les variations de vitesse de la coulée continue sans pour autant être obligé de modifier les décalages temporels τ_i (avec $i \in \{1,2\}$).

A partir de cette structure (4.14), deux modèles de prédiction sont élaborés : un pour le cas d'un mode sain et un pour le cas d'un collage. Ils ont la même structure et seuls les paramètres α, β et γ varient en fonction du mode de fonctionnement (mode sain et

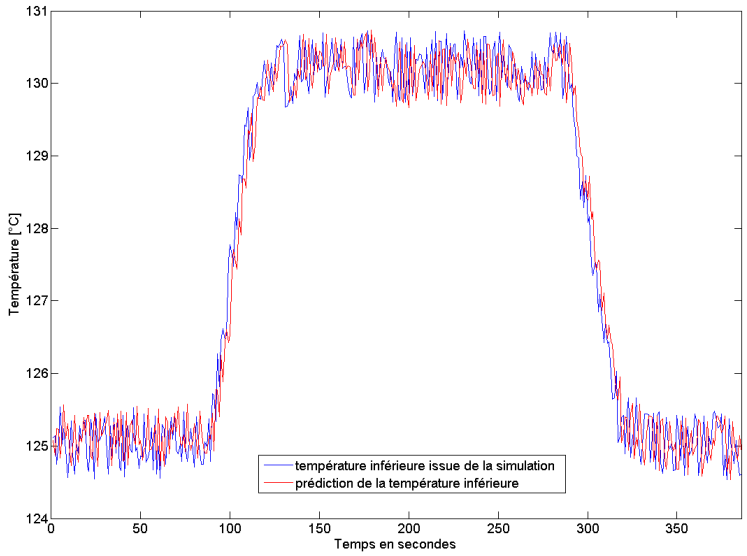


FIGURE 4.18 – Température inférieure et son estimation dans le mode sain

mode collage). Les deux modèles suivants sont obtenus :

$$\begin{cases} M_1 \ : \ \hat{T}_{inf}(k) - \alpha_1 T_{inf}(k-\tau_1) - \beta_1 T_{sup}(k-\tau_2) - \gamma_1 v_c(k) = 0 \\ \\ M_2 \ : \ \hat{T}_{inf}(k) - \alpha_2 T_{inf}(k-\tau_1) - \beta_2 T_{sup}(k-\tau_2) - \gamma_2 v_c(k) = 0 \end{cases} \tag{4.15}$$

Ainsi à chaque instant, on suppose que l'un des deux modèles M_1 ou M_2 décrit le comportement du système.

Afin de valider les modèles de prédiction, la comparaison entre l'estimation de la valeur de la température inférieur à la valeur issue du simulateur est réalisée. Les figures 4.18 et 4.19 représentent respectivement la température inférieure issue de la simulation et la température estimée dans le modes sain et le mode collage. Pour la figure 4.18, un changement de vitesse de coulée est appliqué au cours de la simulation. La vitesse est dans un premier temps augmentée puis revient à sa valeur initiale. Ce changement de vitesse fait partie du comportement sain du système, donc l'estimation de la température ne doit pas être dégradé au cours de ces changements de vitesse. Dans le cas présenté à la figure 4.18, l'estimation de la température suit parfaitement la mesure de la température même lors des changements de vitesse.

On évalue alors le pourcentage d'erreur d'estimation à chaque instant. Les résultats obtenus sont reportés sur la figure 4.20 dans le cas du mode sain et sur la figure 4.21 dans le mode collage. Dans les deux cas, l'estimation est correcte car le pourcentage d'erreur entre les deux signaux est inférieur à 1% de la valeur du signal.

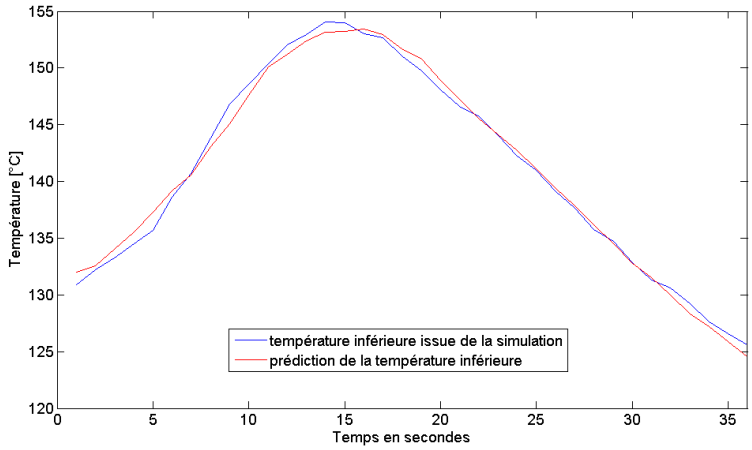


FIGURE 4.19 – Température inférieure et son estimation dans le mode collage

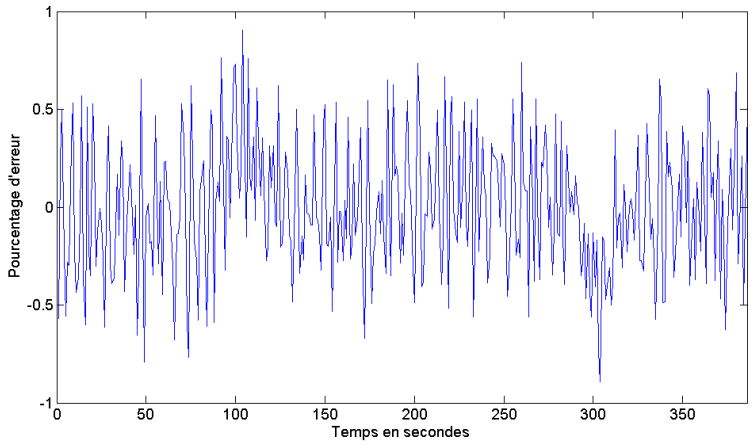


FIGURE 4.20 – Pourcentage d'erreur d'estimation dans le mode sain

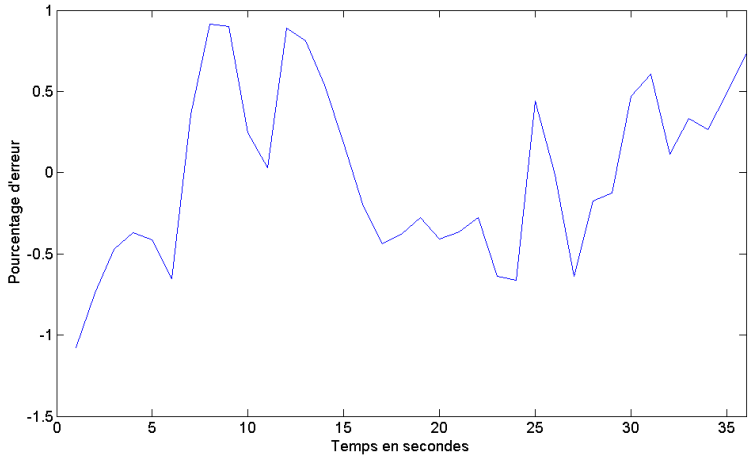


FIGURE 4.21 – Pourcentage d'erreur d'estimation dans le mode collage

4.2.1.1 Application de la méthode du gradient des résidus au modèle thermique de la lingotière

Le produit des deux modèles de prédiction thermique (4.15) permet d'obtenir un modèle de prédiction global et ainsi d'écrire les paramètres θ_i du modèle global.

$$\begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \\ \theta_7 \\ \theta_8 \\ \theta_9 \\ \theta_{10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -(\alpha_1+\alpha_2) \\ -(\beta_1+\beta_2) \\ -(\gamma_1+\gamma_2) \\ \alpha_1\alpha_2 \\ \alpha_1\beta_2+\alpha_2\beta_1 \\ \alpha_1\gamma_2+\alpha_2\gamma_1) \\ \beta_1\beta_2 \\ \beta_1\gamma_2+\beta_2\gamma_1 \\ \gamma_1\gamma_2 \end{pmatrix} \tag{4.16}$$

Les paramètres globaux θ_i sont estimés à partir des données issues du simulateur à l'aide d'une méthode de moindres carrés. En utilisant le résultat de (3.27) et (3.34), $g(k)$ s'écrit :

$$g(k) = \begin{pmatrix} 2\theta_1 & \theta_2 & \theta_4 & \theta_7 \\ \theta_2 & 2\theta_3 & \theta_5 & \theta_8 \\ \theta_4 & \theta_5 & 2\theta_6 & \theta_9 \\ \theta_7 & \theta_8 & \theta_9 & 2\theta_{10} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{inf}(k) \\ T_{inf}(k-\tau_1) \\ T_{sup}(k-\tau_2) \\ v_c(k) \end{pmatrix} \tag{4.17}$$

La valeur de $\bar{g}(k)$ peut se calculer alors à chaque instant avec :

$$\bar{g}(k) = \begin{pmatrix} \dfrac{g_1(k)}{g_2(k)} & \dfrac{g_2(k)}{g_3(k)} & \dfrac{g_3(k)}{g_4(k)} & \dfrac{g_4(k)}{g_1(k)} \end{pmatrix}^T \tag{4.18}$$

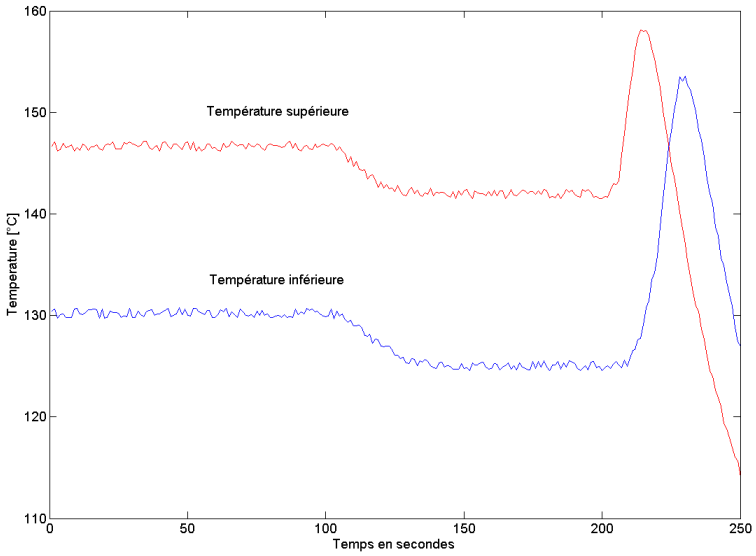


FIGURE 4.22 – Températures supérieure et inférieure issus de la simulation

avec $g_i(k)$ la $j^{ème}$ composante du vecteur $g(k)$.

4.2.1.2 Résultats de simulation

La figure 4.22 montre les mesures des thermocouples supérieur et inférieur issues de la simulation. Au cours de celle-ci, une diminution de la vitesse de coulée a été appliquée ce qui entraîne la baisse de température enregistrée par les thermocouples. A l'instant $t =$ 200 secondes, le collage est initié en haut de la lingotière. Le schéma thermique typique d'un collage est alors visible sur le comportement des deux thermocouples. La figure 4.23 montre les composantes de $\bar{g}(k)$. Le collage ne peut pas être détecté immédiatement (à $t = 200$ secondes), il faut en effet quelques instants pour qu'il se propage et affecte les températures mesurées par les thermocouples. Cependant, il est détectable environ 15 à 20 secondes après son initialisation. En effet, la première et la dernière composante de $\bar{g}(k)$ comportent un saut de moyenne. Un algorithme de détection de saut permet alors de détecter ce saut et de mettre en évidence le changement de mode.

La méthode du gradient est donc tout a fait adaptée à la détection des collages dans le cas de la simulation.

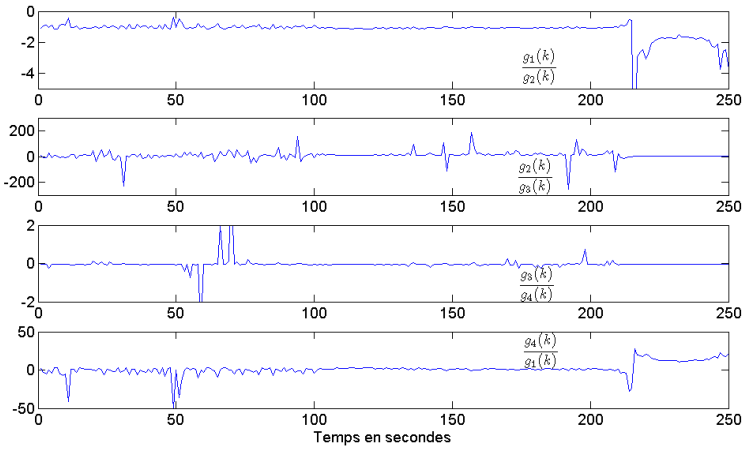


FIGURE 4.23 – Composantes du vecteur $\bar{g}(k)$

4.2.2 Étude d'un cas réel

L'utilisation de données comportant un collage permet de tester la méthode en situation réelle. Comme ce jeu de données a déjà été dépouillé, le point d'apparition du collage est parfaitement connu. Cela permet de ne traiter qu'une seule colonne de thermocouple (celle en regard du collage), celle qui a priori permettra de maximiser les chances de détection du collage.

Le jeu de données utilisé comporte donc les mesures enregistrées par deux thermocouples l'un au dessus de l'autre qui sont nommés thermocouple supérieur et thermocouple inférieur. Ce jeu de données s'étend sur les 500 secondes qui précèdent la détection du collage. Le dernier point de ce jeu de données étant l'instant à partir duquel la vitesse est réduite afin de suivre la procédure d'urgence en cas de détection de collage.

La figure 4.24 montre les enregistrements des thermocouples supérieur et inférieur. Le schéma thermique typique d'un collage est alors clairement visible. Le thermocouple supérieur voit sa température augmenter, suivi quelques secondes plus tard par le thermocouple inférieur. Ensuite, après être passé par un maximum, le thermocouple supérieur voit sa température diminuer.

La figure 4.25 montre les composantes de $\bar{g}(k)$. Il est impossible de distinguer deux modes de fonctionnement à l'aide de cette figure contrairement au cas simulé. Cela est dû au fait que le collage est très bref dans le temps (seulement quelques secondes). Le jeu de données comporte donc effectivement deux modes de fonctionnement ce qui respecte bien l'hypothèse de départ. Cependant, le mode collage est nettement plus court que le mode sain. Ceci empêche une bonne approximation des paramètres globaux et de ce fait, diminue l'efficacité de la méthode au point ici de ne plus permettre la moindre détection.

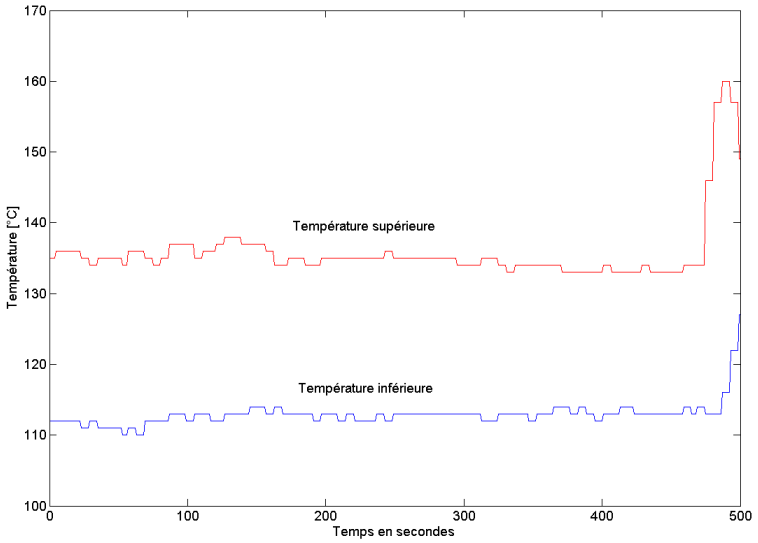


FIGURE 4.24 – Températures supérieure et inférieure

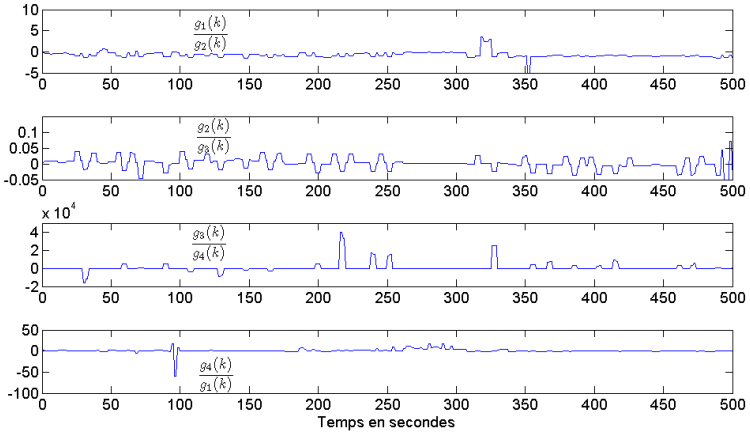


FIGURE 4.25 – Composantes de $\bar{g}(k)$

4.3 Conclusion

Au cours de ce chapitre, la méthode du gradient des résidus a été appliquée à la détection de collage en lingotière de coulée continue, dans un premier temps en utilisant des signaux mécaniques (issus de simulations puis des données réelles). Ensuite, elle a été appliquée à des signaux thermiques de lingotière toujours dans le but de détecter un collage.

Cette méthode du gradient des résidus s'avère efficace sur des données simulées. En effet, que se soit avec les données mécaniques ou thermiques, elle permet dans le cadre des simulations de détecter la présence d'un collage très facilement. Néanmoins, dans le cas de données réelles, la méthode du gradient ne permet pas la détection des collages. En effet, d'un point de vue mécanique, l'effet d'un collage sur les forces appliquées à la lingotière n'est pas suffisant pour être détecté et d'un point de vue thermique, le collage est trop court pour permettre une bonne estimation des paramètres du modèle global.

Puisque la méthode du gradient des résidus ne permet pas d'obtenir des résultats satisfaisants pour la détection des collages en lingotière de coulée continue à partir de données réelles, une solution alternative est proposée dans le prochain chapitre : la méthode par rejet de mode.

5

Détection des collages par rejet de mode

Sommaire

5.1 Principe de la méthode 102
5.1.1 Modèle de prédiction de la température inférieure 102
5.1.2 Paramètres du modèle 103
5.1.3 Seuil de détection 103
5.2 Application de la méthode du rejet de mode aux données simulées 104
5.3 Application de la méthode du rejet de mode aux données industrielles 106
5.3.1 Estimation des paramètres 106
5.3.2 Détection des collages 108
5.3.2.1 Cas idéal 110
5.3.2.2 Détection du collage avec fausse alarme 110
5.3.3 Étude des fausses alarmes 113
5.3.3.1 Fausse alarme concordante avec le système actuel . . 113
5.3.3.2 Fausse alarme non concordante avec le système actuel 115
5.3.3.3 Absence de fausses alarmes 117
5.4 Synthèse des résultats et conclusions 120

Ce chapitre présente une méthode de détection de changement de mode d'un système utilisant le principe du rejet de mode. Dans un premier temps, le principe de la méthode sera présenté. Ensuite, elle sera appliquée sur des données réelles.

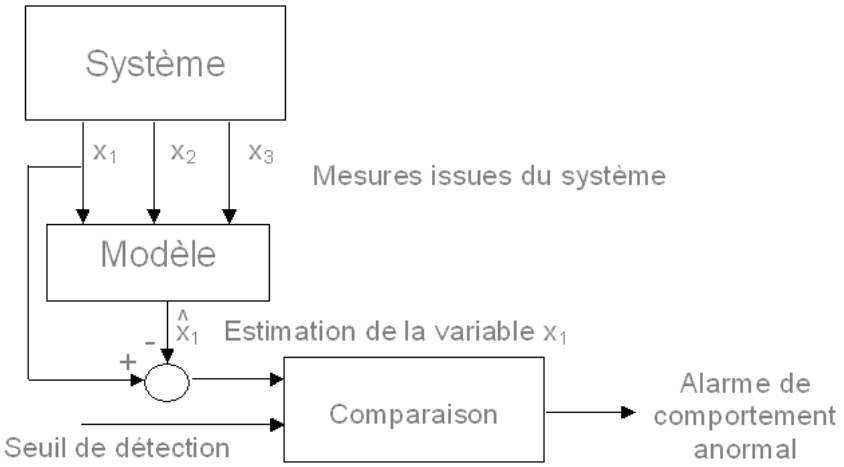


FIGURE 5.1 – Schéma de principe de la méthode par rejet de mode

5.1 Principe de la méthode

Par comparaison à la méthode du gradient des résidus présentée au chapitre 4 qui nécessite de connaître au moins deux modes de fonctionnement du système, l'application de la méthode par rejet de mode, ne nécessite que la connaissance du mode sain.

Le schéma 5.1 présente le principe de fonctionnement de la méthode par rejet de mode. A chaque instant, un modèle de prédiction permet d'estimer une ou plusieurs variables du système que l'on souhaite surveiller. Le modèle de prédiction estime les variables du système dans le mode de fonctionnement sain. Les variables que l'on estime sont également mesurées. L'erreur d'estimation est alors calculée en soustrayant l'estimation issue du modèle à la mesure du système. Cette erreur d'estimation est ensuite comparée à un seuil de détection. Si l'erreur est supérieure au seuil de détection, cela signifie que le système ne fonctionne plus dans son mode sain.

Tous les modes qui peuvent apparaître sur le système sont reconnus comme différents du mode sain et sont donc détectés comme des modes en défaut. L'inconvénient de cette méthode est qu'elle ne permet pas de distinguer les différents défauts et se limite à détecter que le mode courant n'est pas le mode sain.

5.1.1 Modèle de prédiction de la température inférieure

La première étape pour mettre en place une méthode par rejet de mode est d'avoir un modèle du système. Ce modèle doit représenter uniquement le comportement sain du système.

Le but de ce travail étant de détecter les collages en coulée continue, le modèle choisi doit représenter le mode sain de la coulée continue. D'après l'étude réalisée au chapitre précédent, les efforts sur la lingotière ne permettent pas de détecter la présence d'un collage. C'est pourquoi, le choix a été fait d'utiliser le modèle décrivant le comportement

thermique.

Pour modéliser le mode sain, on reprend le modèle de prédiction établi au chapitre précédent (4.14).

$$\hat{T}_{inf}(k) = \alpha T_{inf}(k-\tau_1) + \beta T_{sup}(k-\tau_2) + \gamma v_c(k) \tag{5.1}$$

Ce modèle de prédiction ne considère qu'une seule colonne de thermocouples (soit deux thermocouples : inférieur et supérieur) et permet d'estimer à chaque instant la température du thermocouple inférieur. Ainsi, pour la mise en œuvre de la méthode, à chaque instant, le modèle de prédiction est utilisé indépendamment pour chaque colonne de thermocouples que comporte la lingotière.

5.1.2 Paramètres du modèle

Les décalages temporels τ_i du modèle de prédiction ont été établis à l'aide d'un jeu de données. Ce jeu de données est composé de différentes campagnes de mesures. Il regroupe ainsi plusieurs nuances d'acier coulées ainsi que plusieurs vitesses de coulée et tout cela sur une période s'étalant sur plusieurs semaines. Chaque campagne de mesure a été enregistrée pendant un comportement normal du système (donc hors collage). Ce jeu de données se veut donc représentatif du fonctionnement normal de la lingotière de coulée continue.

Afin d'obtenir les valeurs optimales des τ_i, une analyse de corrélation est effectuée. Pour cela, on considère les mesures des thermocouples supérieur et inférieur à différents instants dans le passé ainsi que la vitesse de coulée à l'instant k. Les variables offrant le taux de corrélation le plus élevé avec la mesure du thermocouple inférieur à l'instant k permettent de connaître le décalage temporel optimal et ainsi les valeurs des τ_i. Les valeurs trouvées sont $\tau_1 = 2$ secondes et $\tau_2 = 6$ secondes.

5.1.3 Seuil de détection

Afin de pouvoir détecter les comportements anormaux, il est nécessaire de définir un seuil de détection. Ce dernier va permettre, une fois comparé avec l'erreur d'estimation, de déterminer si l'on est en présence d'un mode de fonctionnent normal ou pas. Du réglage de ce seuil dépend l'efficacité de la méthode de détection. En effet, si ce seuil est trop bas, cela va générer un grand nombre de fausses alarmes. A l'inverse, s'il est trop élevé, il ne permettra pas de détecter les changements de mode de fonctionnement et rendra la méthode inutile.

Afin de rendre la méthode un peu plus robuste, le choix a été fait de prendre un seuil dynamique plutôt qu'un seuil fixe. Cela permet d'accepter quelques variations au niveau des mesures, sans déclencher de fausses alarmes. Pour obtenir se seuil, on commence par calculer l'erreur d'estimation avec :

$$\tilde{T}_{inf}(k) = T_{inf}(k) - \hat{T}_{inf}(k) \tag{5.2}$$

Ensuite, l'écart type de l'erreur d'estimation est calculé à partir d'une fenêtre glissante d'une largeur de 1000 points. Finalement, ce résultat est multiplié par un facteur nommé h pour obtenir le seuil de détection.

Pour obtenir la valeur optimale de h, une étude de type Monte-Carlo a été réalisée sur différents jeux de données. Une partie de ces jeux de données comporte un collage. Une autre partie présente la particularité d'avoir déclenché une fausse alarme de collage sur le système actuellement en place sur le site d'où proviennent les données. Et enfin, le reste des jeux de données ne présentent aucun phénomène particulier. Plusieurs valeurs de h ont été testées afin d'obtenir le meilleur taux de détection des collages et le minimum de fausses alarmes. Ainsi, la meilleure valeur trouvée est $h = 6.5$.

5.2 Application de la méthode du rejet de mode aux données simulées

Afin de valider le fonctionnement de la méthode par rejet de mode, elle est testée sur des données issus du simulateur. L'estimation des paramètres α, β et γ est faite sur la première partie de la simulation, lors du mode de fonctionnement sain. Les valeurs trouvées sont :

$$\begin{aligned} \alpha &= 0.9 \\ \beta &= 0.09 \\ \gamma &= -1.57 \end{aligned} \tag{5.3}$$

La figure 5.2 montre la température du thermocouple inférieur et son estimation par le modèle de prédiction avec les valeurs des paramètres (5.3).

La figure 5.3 montre les enregistrements des températures des thermocouples inférieur et supérieur issues du simulateur. Sur la première partie de la simulation, un changement de vitesse de coulée est effectué (dans ce cas une accélération), ce qui provoque une augmentation de la température enregistrée par les thermocouples. Ensuite, la vitesse revient à sa valeur initiale et les températures des thermocouples également. A la fin de l'enregistrement, un collage est provoqué dans la simulation. Ce dernier est initié à l'instant $t = 450s$ et se propage jusqu'à la fin de la simulation. La figure 5.4 montre l'erreur d'estimation entre la température du thermocouple inférieur et l'estimation de celle-ci ainsi que le seuil de détection d'un événement anormal. A l'instant $t = 470s$, l'erreur d'estimation dépasse le seuil de détection et déclenche ainsi l'alarme de changement de mode. Le collage est donc détecté $20s$ après son initialisation.

La méthode de détection des collage en lingotière de coulée continue par rejet de mode fonctionne parfaitement sur les signaux issus du simulateur. Dans la section suivante, nous allons tester la méthode sur des signaux réels.

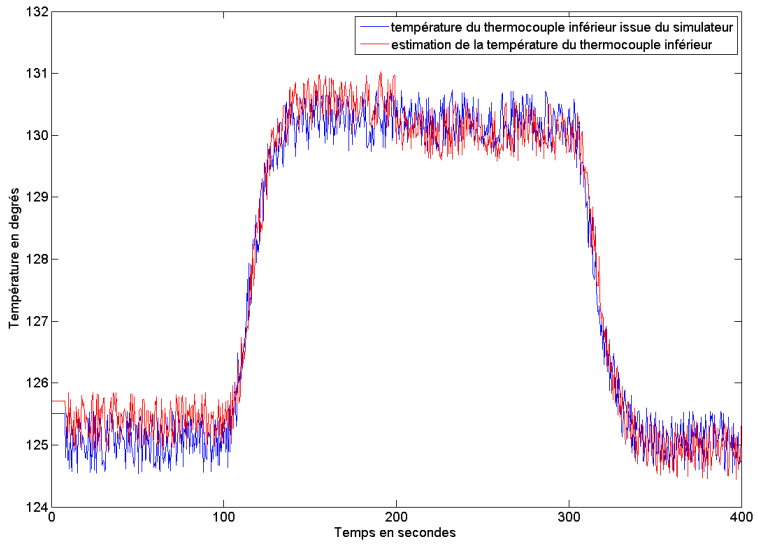


FIGURE 5.2 – Température du thermocouple inférieur issue du simulateur et son estimation

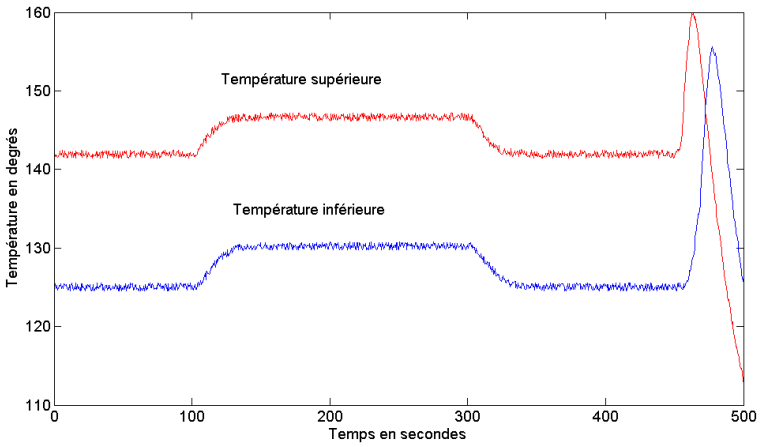


FIGURE 5.3 – Température des thermocouples issus du simulateur

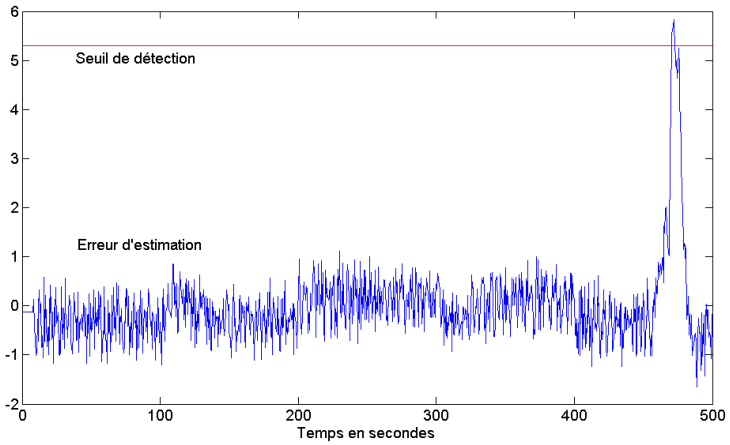


FIGURE 5.4 – Détection du collage

5.3 Application de la méthode du rejet de mode aux données industrielles

Le but de la méthode par rejet de mode est de détecter les collages sans générer de fausses alarmes. Elle a donc été testée sur un ensemble de données recueilli sur une période de 4 mois. L'ensemble des données se compose de plusieurs jeux qui peuvent être classés en trois catégories.

La première catégorie comporte 14 jeux de données. Ces jeux de données se terminent tous par un collage. La deuxième catégorie comporte 31 jeux de données. Tous ces jeux de données se terminent par un arrêt de coulée dû à une fausse alarme. En effet, le système en place dans l'usine génère parfois de fausses alarmes et arrête la coulée. La troisième catégorie comporte 20 jeux de données. Au cours de ces jeux de données, il ne se passe rien de particulier, ni collage, ni fausse alarme.

Cette section présente donc les différents cas rencontrés lors des tests sur des données réelles.

5.3.1 Estimation des paramètres

Afin de trouver les paramètres optimaux pour les modèles de prédiction, une étude est réalisée sur l'ensemble des jeux de données. Pour chaque colonne de thermocouple appartenant à chaque jeux de données, une estimation par moindres carrés des paramètres α, β et γ est réalisée. Les paramètres obtenus peuvent alors être classé en deux catégories : une pour les paramètres obtenus à partir des données issues des thermocouples des grandes faces et une pour les paramètres obtenus à partir des données issues des thermocouples des petites faces. L'ensemble des résultats obtenus est représenté en trois dimensions avec, sur chacun des axes, un des paramètres. La figure 5.5 est ainsi obtenue. Les résultats pour les grandes faces sont représentés par des ronds et ceux des

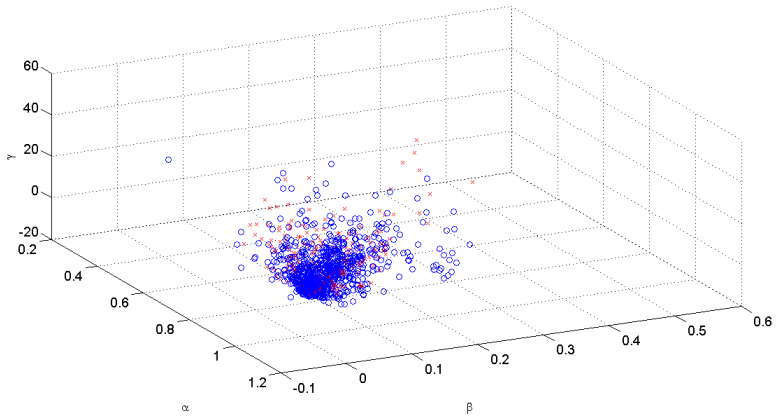


FIGURE 5.5 – Représentation des paramètres α, β et γ en trois dimensions

petites faces par des croix. Bien qu'il y ait une certaine dispersion des points, une zone de plus forte concentration est visible. Il semble donc possible de trouver un jeu de paramètres communs. La figure 5.6 représente les mêmes données que la figure 5.5 mais sous un angle différent. Il est alors clairement visible que les paramètres propres aux petites faces ne suivent pas exactement le même comportement que ceux des grandes faces. Alors que les points correspondants aux grande faces ont tendance à former un plan, les points correspondants aux petites faces forment un deuxième plan.

Cette différence entre les grandes faces et les petites faces peut s'expliquer par le fait que le comportement thermique de la lingotière au niveau des petites faces est assez différent de celui des grandes faces. Par exemple, les petites faces sont nettement plus froides que les grandes faces (environ 40°C inférieur en moyenne). Le choix a donc été fait d'utiliser deux jeux de paramètres (α, β et γ) : un pour les petites faces et un pour les grandes faces.

Afin de trouver les jeux de paramètres, on effectue une moyenne sur la zone de forte concentration. Pour cela, on ne considère pas tous les points en dehors de la zone définie, dans le cas présent, tous les points pour lesquels $\alpha < 0.75$, $\beta > 0.1$ et $\gamma > 5$. Ainsi le jeu de paramètres pour les grandes faces est :

$$\begin{aligned} \alpha &= 0.97 \\ \beta &= 0.023 \\ \gamma &= -0.18 \end{aligned} \tag{5.4}$$

celui pour les petites faces :

$$\begin{aligned} \alpha &= 0.9 \\ \beta &= 0.05 \\ \gamma &= 2.5 \end{aligned} \tag{5.5}$$

Pour valider les paramètres trouvés, on utilise le modèle de prédiction (5.1) et des jeux de paramètres (5.4) et (5.5) selon le type de face. Tous les jeux de données qui respectaient les conditions sur les paramètres ($\alpha < 0.75$, $\beta > 0.1$ et $\gamma > 5$) sont utilisés.

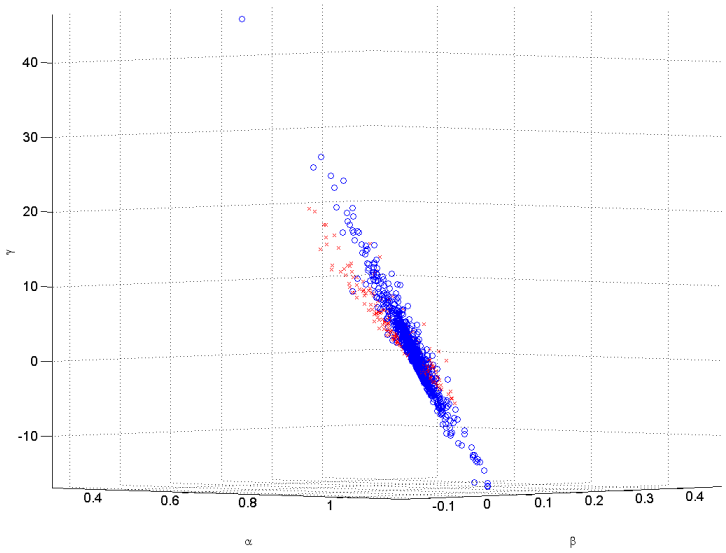


FIGURE 5.6 – Distinction entre les paramètres des grandes faces et des petites faces

Pour chaque colonne de thermocouples, on calcule le taux de corrélation et l'erreur quadratique moyenne entre l'estimation et la mesure. On reproduit ce calcul pour tous les jeux de données. La figure 5.7 montre les taux de corrélation et les erreurs quadratiques moyennes obtenues pour les grandes faces. Chaque point représente le résultat pour une colonnes de thermocouples. On constate que dans la grande majorité des cas, le taux de corrélation est supérieur à 0.9 et l'erreur quadratique moyenne inférieure à 1 sachant que la mesure des températures des grandes faces est d'environ 120°C.

La figure 5.8 montre les taux de corrélation et les erreurs quadratiques moyennes obtenues pour les petites faces. Chaque point représente le résultat pour une colonnes de thermocouples. Dans ce cas, le taux de corrélation est légèrement inférieur à celui observé pour les grandes faces mais reste tout de même supérieur à 0.85 dans la majorité des cas. En général, l'erreur quadratique moyenne reste inférieure à 1 sachant que la mesure des températures des petites faces est d'environ 80°C.

5.3.2 Détection des collages

Au cours de cette section, la méthode est testée sur les jeux de données comportant des collages. Comme les jeux de données sont issus d'une usine où se trouve un système de détection des collages, la méthode présentée ici doit pouvoir au minimum détecter aussi vite les collages que le système actuellement en place dans l'usine. En effet, à l'instant où le collage est détecté, le système entre en procédure d'urgence et stoppe brutalement la coulée. Ainsi la vitesse de coulée passe presque instantanément à la valeur 0. Cet arrêt brutal génère forcément une alarme dans la méthode par rejet de mode due à l'arrêt de

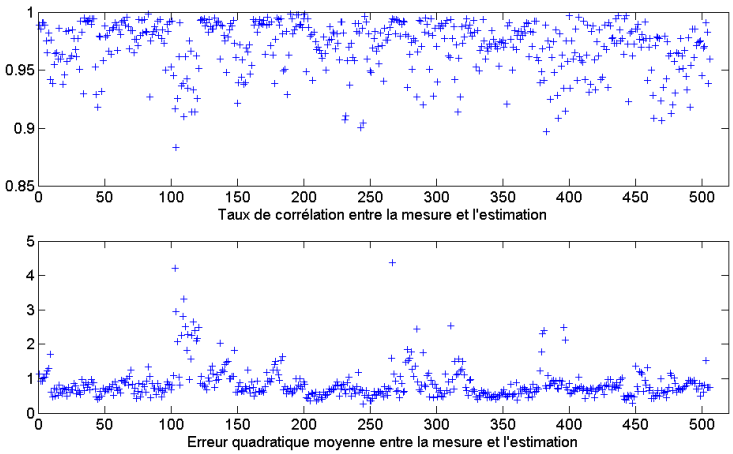


FIGURE 5.7 – Taux de corrélation et erreur quadratique moyenne pour les grandes faces

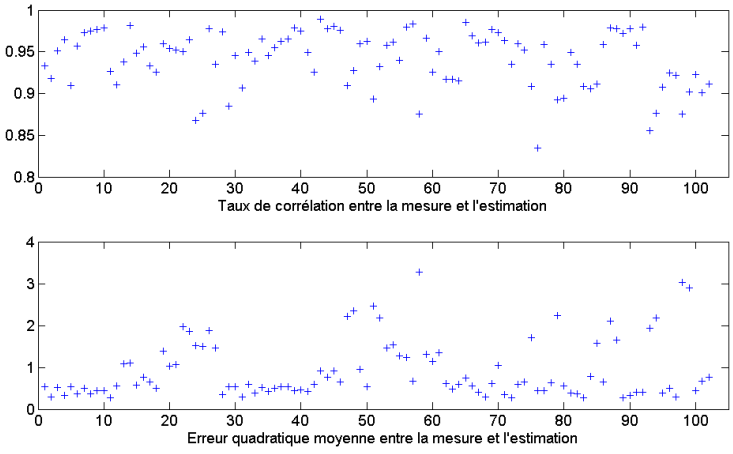


FIGURE 5.8 – Taux de corrélation et erreur quadratique moyenne pour les petites faces

la coulée et non à la détection du collage. C'est pourquoi, pour chaque jeu de données, seules les mesures antérieures à l'arrêt de coulée seront étudiées.

5.3.2.1 Cas idéal

Afin de visualiser l'effet d'un collage sur les données thermiques, il est possible d'établir cartographie thermique de la lingotière (figure 5.9). Elle représente l'ensemble des températures des thermocouples au cours du temps. Plus un point de la lingotière est chaud, plus sa représentation en couleur tend vers le rouge, et plus il est froid plus sa représentation en couleur tend vers le bleu. Afin de visualiser cela dans un plan, la lingotière est représentée "dépliée", c'est-à-dire que l'on a mis les unes à côté des autres les différentes faces. On commence à gauche par la grande face nommée intrados, puis la petite face ouest, ensuite la grande face nommée extrados et pour finir la petite face est toute à droite. Les données se trouvant en haut de la figure sont les données les plus récentes et les données en bas sont les plus anciennes.

Le nom de chaque face est mentionné ainsi que le numéro des colonnes de thermocouples afin de pouvoir mieux les repérer. On peut observer un le collage sur la figure 5.9. En effet, il forme une succession de points chauds (donc rouges) en forme de "V" sur les colonnes 16, 17 et 18 (thermocouples appartenant à la grande face extrados). La figure 5.10 représente les thermocouples supérieur et inférieur de la colonne 17. Le schéma typique d'un collage tel qu'il à déjà été présenté à la figure 4.24 est parfaitement visible.

La méthode par rejet de mode est appliquée telle qu'elle est présentée à la section 5.1. Le modèle de prédiction utilisé est celui donné par (5.1) et les paramètres sont (5.4) pour les grande faces et (5.5) pour les petites faces. A l'instant $t = 1796$ secondes, la méthode par rejet de mode génère une alarme sur la colonne 17. La figure 5.11 montre le signal d'erreur d'estimation entre la mesure du thermocouple inférieur de la colonne 17 et l'estimation de cette mesure par le modèle de prédiction (5.2). Sur cette même figure est tracé le seuil de détection. On constate alors que le signal dépasse le seuil à l'instant $t = 1796$ secondes.

Quelques instants plus tard, la méthode génère également une alarme sur les colonnes de thermocouples voisines (les colonnes 16 et 18).

Dans le cas présenté ici, la méthode par rejet de mode détecte parfaitement le collage et ne génère aucune fausse alarme.

5.3.2.2 Détection du collage avec fausse alarme

Dans l'exemple présenté dans cette section, le collage est bien détecté par la méthode de rejet de mode mais des fausses alarmes sont également générées avant l'apparition du collage. Sur la figure 5.12, le collage est visible sur les thermocouples des colonnes 3 et 4. La figure 5.13 représente les données des thermocouples supérieur et inférieur de la colonne 4. Le schéma typique d'un collage est parfaitement visible.

La méthode par rejet de mode est appliquée telle qu'elle est présentée à la section 5.1. A l'instant $t = 1348$ secondes, la méthode par rejet de mode génère une alarme sur la

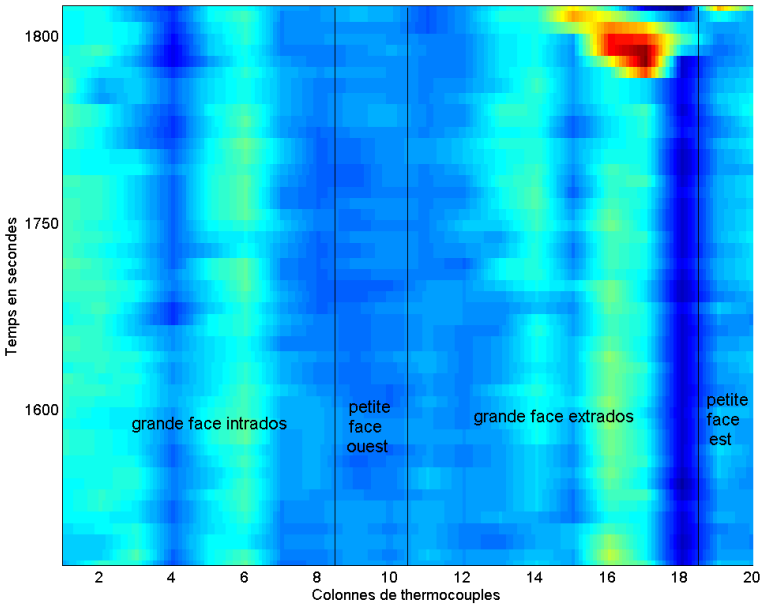


FIGURE 5.9 – Cartographie thermique de la lingotière

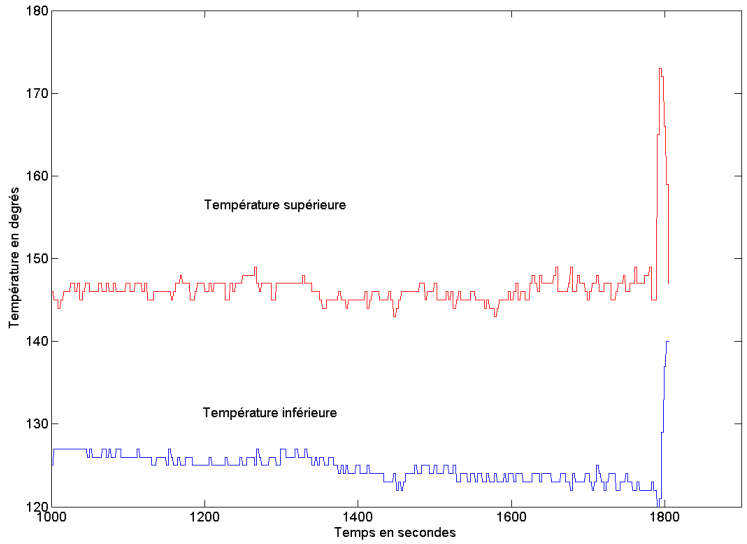


FIGURE 5.10 – Températures des thermocouples de la colonne 17

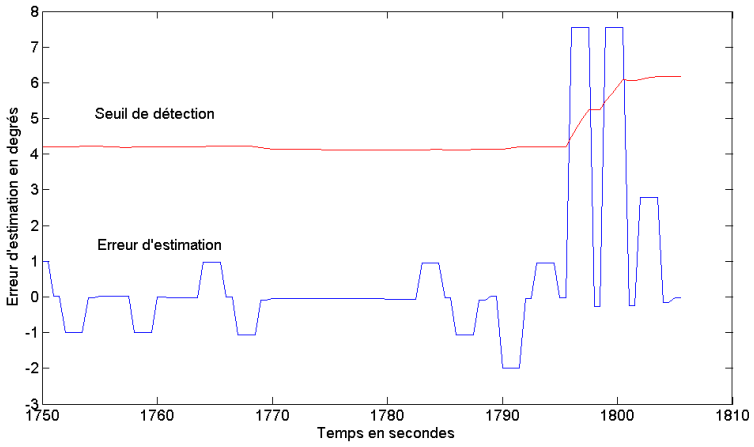


FIGURE 5.11 – Erreur d'estimation et seuil de détection de comportement anormal colonne 17

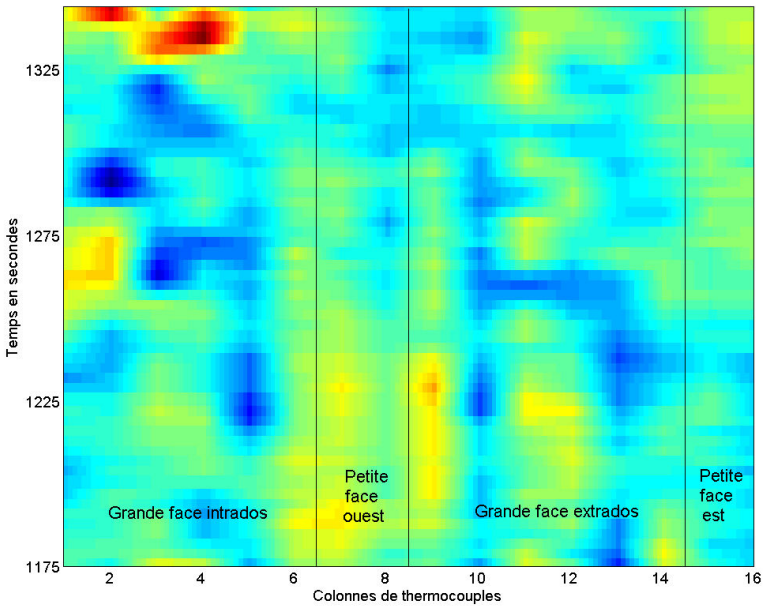


FIGURE 5.12 – Cartographie thermique de la lingotière

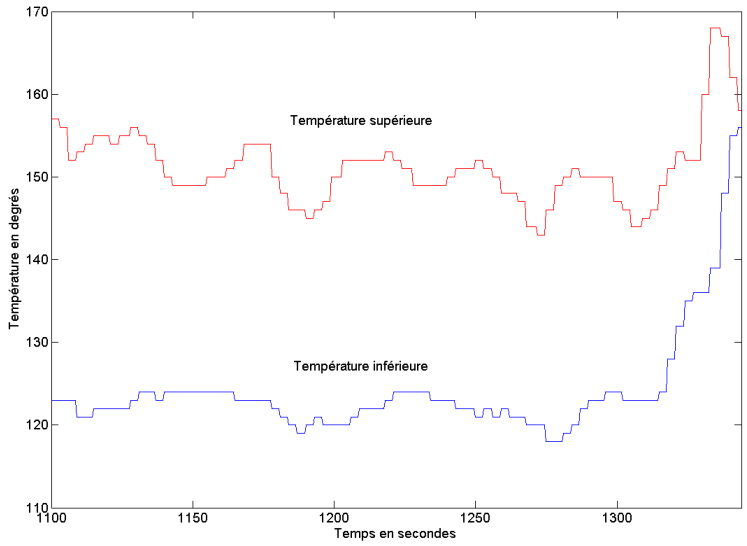


FIGURE 5.13 – Températures des thermocouples de la colonne 4

colonne de thermocouples 4. La figure 5.14 montre le signal d'erreur d'estimation entre la mesure du thermocouple inférieur de la colonne 4 et l'estimation de cette mesure par le modèle. Sur cette même figure est tracé le seuil de détection. On constate alors que le signal dépasse le seuil à l'instant $t = 1348$ secondes.

La méthode détecte bien le collage dans ce cas. Cependant, elle génère également une fausse alarme. En effet, une alarme intervient sur la colonne 16. Cette dernière n'a rien à voir avec le collage. La figure 5.15 montre le signal d'erreur d'estimation entre la mesure du thermocouple inférieur de la colonne 16 et l'estimation de cette mesure par le modèle. Sur cette même figure est tracé le seuil de détection. On constate alors que le signal dépasse le seuil à l'instant $t = 1257$ secondes ce qui est une fausse alarme.

Cette fausse alarme est due à la forte baisse de la température du thermocouple inférieur comme le montre la figure 5.16 qui représente les thermocouples inférieur et supérieur de la petite face est.

5.3.3 Étude des fausses alarmes

Après avoir vérifié que la méthode détecte bien la présence des collages, elle est testée sur un ensemble de jeux de données qui ont déclenché une fausse alarme sur le système actuellement en place en usine. Trois cas se présentent et vont être détaillés.

5.3.3.1 Fausse alarme concordante avec le système actuel

Dans certains cas étudiés, la méthode par rejet de mode génère une alarme pratiquement au même instant et à la même position que celle générée par le système actuel.

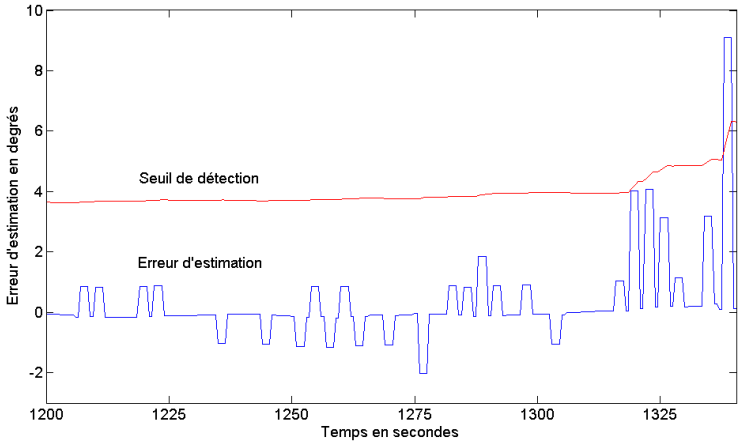


FIGURE 5.14 – Erreur d'estimation et seuil de détection de comportement anormal colonne 4

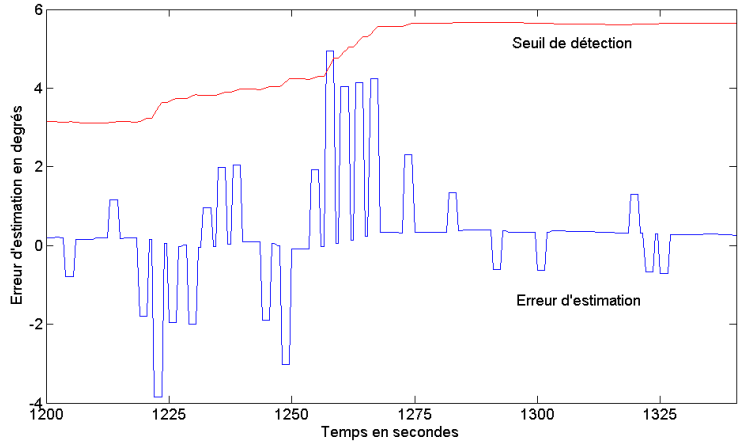


FIGURE 5.15 – Situation de fausse alarme sur la colonne 16

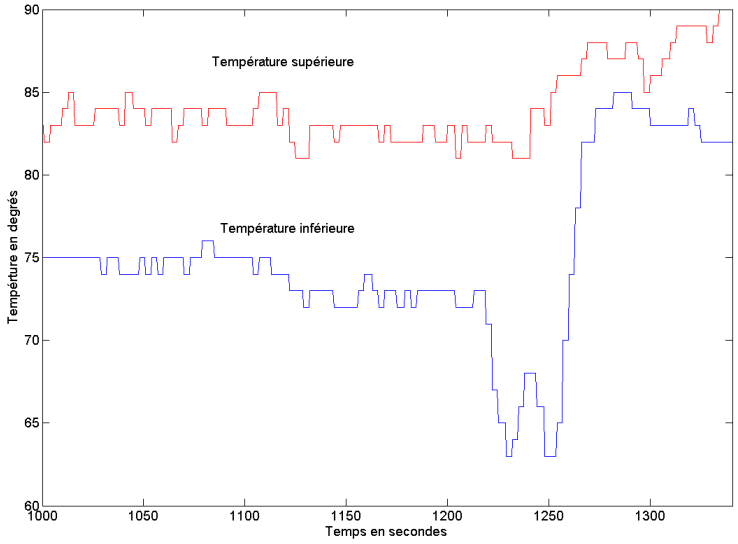


FIGURE 5.16 – Températures des thermocouples de la colonne 16

Par exemple, la figure 5.17 montre la génération d'une fausse alarme sur la colonne 5 de thermocouples à l'instant $t = 1074$ secondes. C'est sur cette même colonne que le système actuellement en usine a détecté une anomalie ce qui a entraîné l'arrêt de la coulée.

La figure 5.18 montre les mesures des thermocouples supérieur et inférieur de la colonne 5. Bien que leurs comportements ressemblent à celui d'un collage, une étude du produit par les experts présents sur le site de production a permis de montrer que ce cas est bien une fausse alarme. Ces experts ont conclu que cette fausse alarme était dûe à un mauvais comportement du jet d'acier qui sort de la busette.

Pour toutes les autres colonnes de thermocouples, aucune alarme n'est générée pour cet essai. Dans ce cas la méthode par rejet de mode ne parvient pas à donner de meilleurs résultats que le système actuel.

5.3.3.2 Fausse alarme non concordante avec le système actuel

Pour d'autres situations, la méthode par rejet de mode génère une fausse alarme mais pas au même instant ni à la même position que celle générée par le système actuel. La figure 5.19 présente les mesures des thermocouples supérieur et inférieur de la colonne 3, là où la méthode par rejet de mode a généré une alarme. Une forte baisse de la température du thermocouple inférieur à l'instant $t = 950$ secondes est à l'origine de cette fausse alarme. La figure 5.20 montre le signal d'erreur d'estimation ainsi que le seuil de détection qui est franchi à l'instant $t = 968$ secondes. Le choix a été fait de déclenché une alarme dès la première valeur dépassant le seuil de détection. Une amélioration possible du programme serai d'introduire la notion de persistance du défaut (défaut présent sur

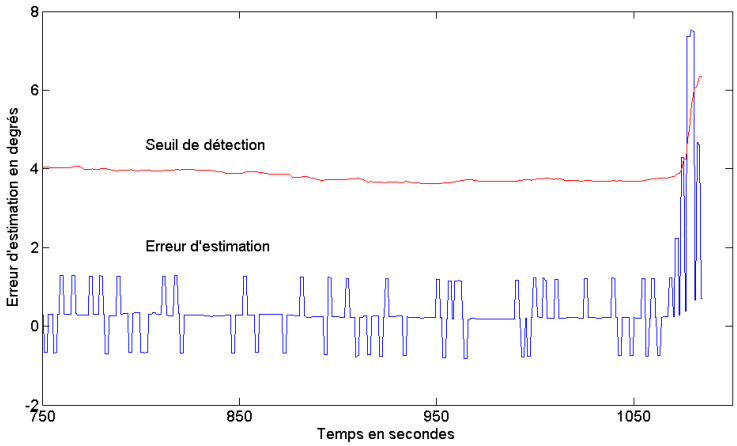


FIGURE 5.17 – Situation de fausse alarme sur la colonne 5

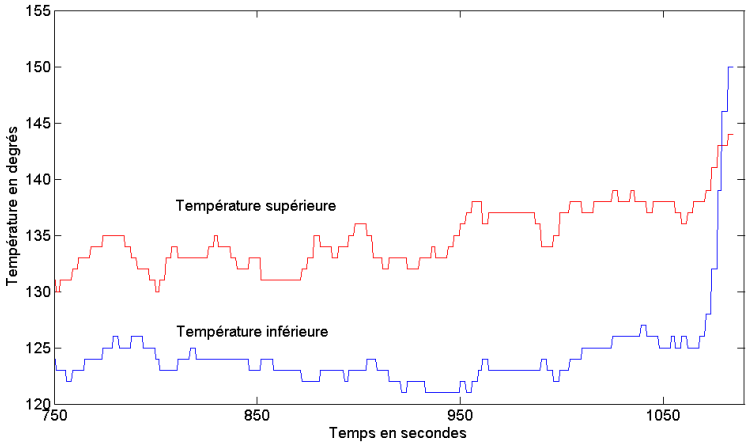


FIGURE 5.18 – Températures des thermocouples de la colonne 5

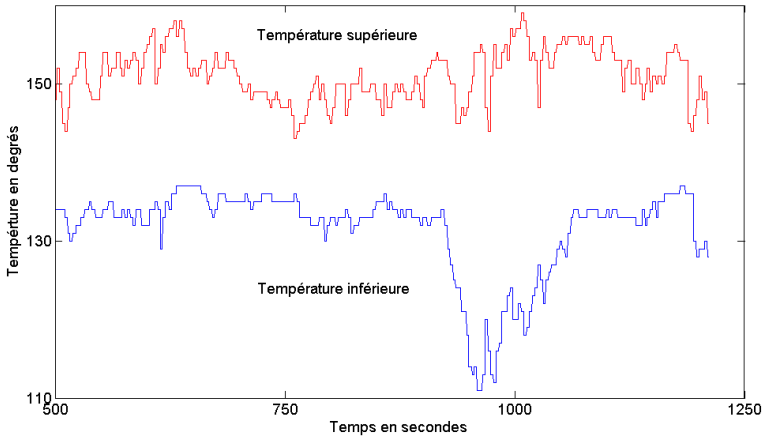


FIGURE 5.19 – Températures des thermocouples de la colonne 3

plusieurs points consécutifs) affin d'accroitre la robustesse de la détection.

Le système en place avait quant à lui détecté une fausse alarme sur la petite face est. La figure 5.21 montre les thermocouples supérieur et inférieur de la petite face est. Ce sont ces thermocouples qui sont à l'origine de la fausse alarme. On remarque que les températures des deux thermocouples sont très proches. L'étude de ce cas par les experts du site de production a montré qu'il s'agissait en fait d'un problème d'usure de la lingotière. En effet, avec le temps, la lingotière s'use et l'épaisseur de cuivre des faces diminue. Cette diminution d'épaisseur entraîne une diminution du filtrage du flux thermique qui parvient jusqu'aux thermocouples. Ainsi, les variations de températures sont plus importantes et plus rapide et le système de détection assimile ces variations à un défaut, donc génère une fausse alarme.

5.3.3.3 Absence de fausses alarmes

Dans de nombreux cas, la méthode par rejet de mode n'a généré aucune fausse alarme contrairement au système de l'usine. La figure 5.22 montre les mesures de thermocouples de la colonne 5. Ces thermocouples sont responsables de la fausse alarme générée par le système en place dans l'usine. L'étude de ce cas a montré qu'il s'agissait en fait d'une fausse alarme due à une forte variation du niveau d'acier dans la lingotière.

Pour ce cas, la méthode par rejet de mode n'a généré aucune fausse alarme. La figure 5.23 montre l'erreur d'estimation ainsi que le seuil de détection pour cette colonne de thermocouple. Le seuil n'est jamais franchi donc aucune alarme n'est générée.

Donc la méthode par rejet de mode, bien que générant parfois de nouvelles fausses alarmes, en évite aussi un certain nombre.

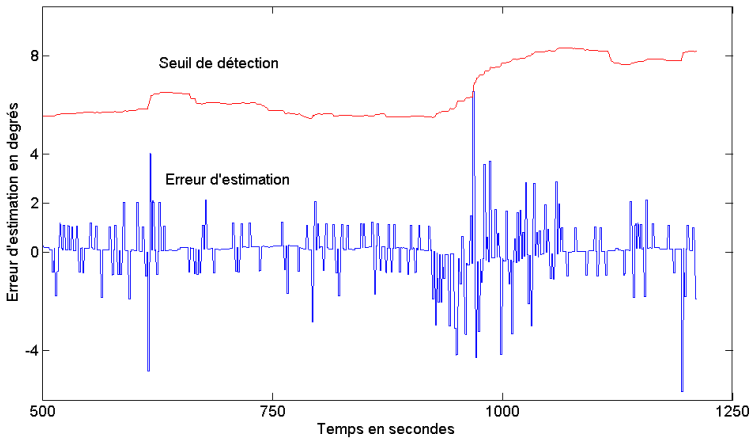


FIGURE 5.20 – Situation de fausse alarme sur la colonne 3

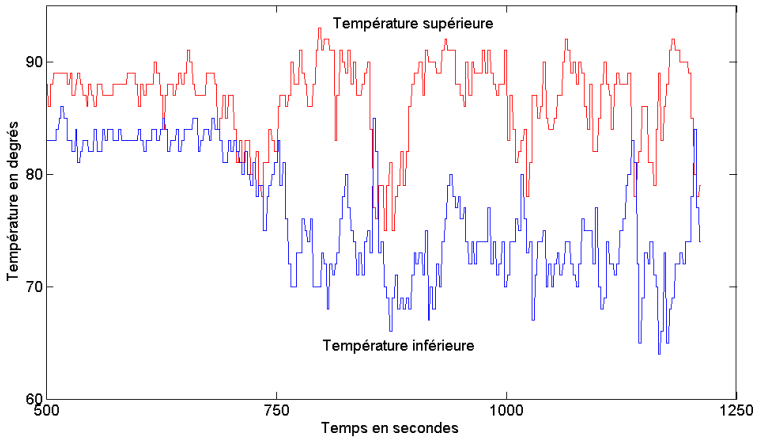


FIGURE 5.21 – Températures des thermocouples de la colonne 16

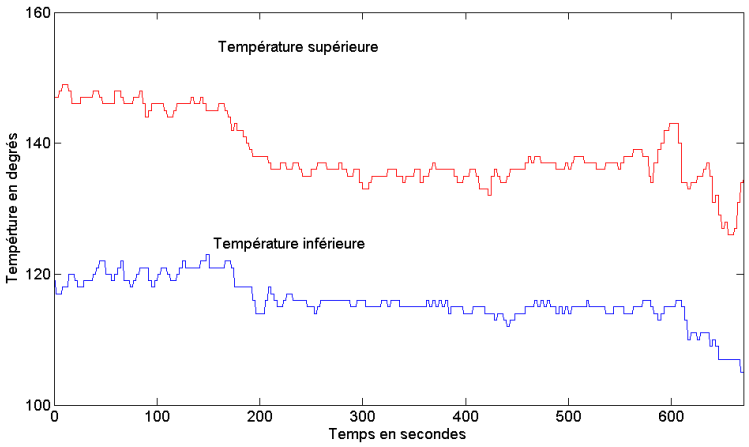


FIGURE 5.22 – Températures des thermocouples de la colonne 5

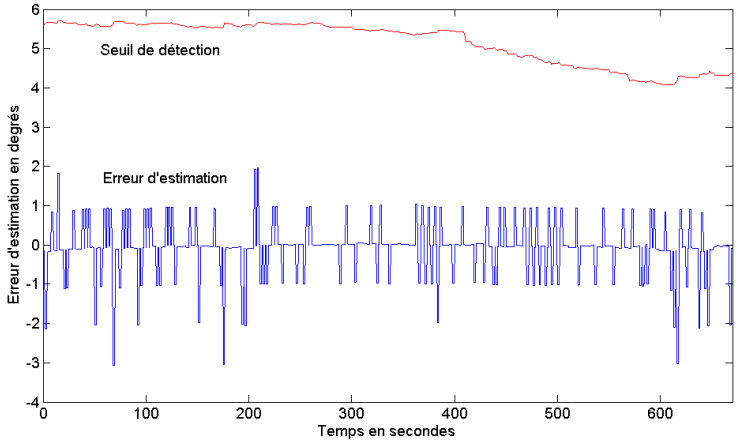


FIGURE 5.23 – Erreur d'estimation et seuil de détection pour la colonne 5

5.4 Synthèse des résultats et conclusions

La méthode de détection de changement de mode de fonctionnement par rejet de mode, présentée au chapitre précédent, a été évaluée sur 65 jeux de données réelles issues d'un site de production.

La figure 5.24 présente la synthèse des tests réalisés. Le taux de détection des collages est 100% puisque les 14 collages ont été détecté. Le taux de fausse alarme est nettement inférieur à celui du système actuellement en place en usine puisque seulement 13 cas ont généré une fausse alarme avec la méthode par rejet de mode. En ce qui concerne les jeux de données "sains" (sans collage ni fausses alarmes), aucune fausse alarme n'a été déclenchée.

Pour entrer un peu plus dans le détail de ces résultats, bien que tous les collages aient été détectés, dans 2 cas, une fausse alarme est survenue avant le collage à une position différente de ce dernier. Ces fausses alarmes ne peuvent donc pas être reliées au collage. En ce qui concerne les jeux de données comportant des fausses alarmes, 5 cas se sont révélés identiques à ce que le système de l'usine a détecté. C'est-à-dire que la méthode par rejet de mode a généré une fausse alarme au même endroit et au même moment. Dans 11 cas, la fausse alarme générée par la méthode par rejet de mode n'est pas survenue au même moment et à la même position que celle générée par le système de l'usine. Elle est donc survenue sur un événement différent.

Pour conclure, la méthode par rejet de mode semble efficace pour la détection des collages en coulée continue. En effet, elle permet de détecter 100% des collages qui ont été testés. De plus, elle génère environ 50% de moins de fausses alarmes. Une étude de la méthode sur plus de données, ou directement sur un site industriel sur une période longue, permettrait d'affiner ces résultats. Cela permettrait de rechercher d'autres variables explicatives afin d'améliorer le modèle de prédiction et d'affiner les paramètres tels que la taille de la fenêtre de calcul pour le seuil de détection ou le facteur multiplicatif h. De plus, une classification en fonction d'autres critères que l'appartenance aux grandes ou aux petites faces des colonnes de thermocouples (nuance d'acier, largeur de

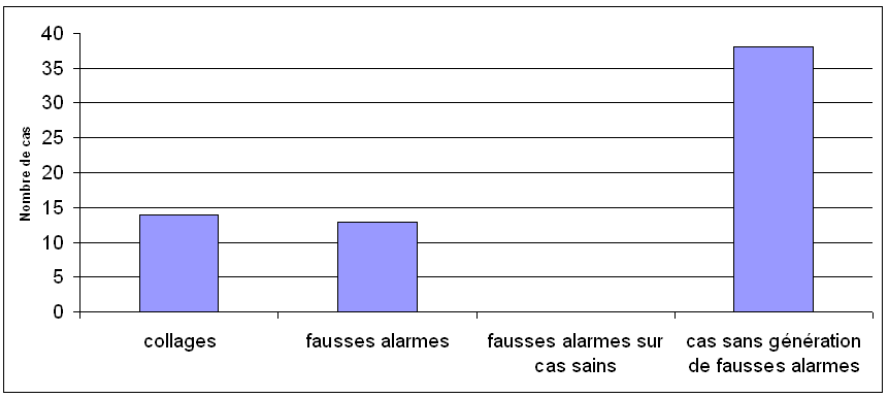


FIGURE 5.24 – Synthèse des résultats d'évaluation de la méthode par rejet de mode

lingotière, lubrifiant utilisé, ...) permettrait également d'accroître la qualité de la prédiction en utilisant plus que 2 jeux de paramètres et ainsi améliorer les performances de la méthode.

Conclusion et perspectives

Ce travail de thèse porte sur la détection des changements de mode de fonctionnement d'un système. Une application test a été choisie dans le domaine de la sidérurgie, celui de la coulée continue, le but est de détecter sur ce procédé, un mode de fonctionnement particulier non désiré, les collages. Ce phénomène est en effet à l'origine d'un autre beaucoup plus dangereux et couteux, la percée, il est donc très important de détecter au plus tôt et avec la plus grande fiabilité possible ces collages.

Au cours du premier chapitre, le procédé sidérurgique de la coulée continue a été présenté ainsi que les principaux défauts qui peuvent apparaître. Un simulateur mécanique simplifié de la lingotière de coulée continue ainsi qu'un simulateur thermique de celle-ci ont également été présentés au cours de ce chapitre. Dans le chapitre suivant, quelques méthodes de détection de défaut sur un système ont été présentées et illustrées par un même exemple : le modèle mécanique de la coulée continue. Le cœur théorique de ce travail de thèse se trouve dans le chapitre 3. La méthode dite du "gradient des résidus" y est détaillée avec ses extensions à des systèmes comportant n variables et p modes de fonctionnement ainsi que la prise en compte du bruit de mesure. Le chapitre 4 présente l'application de cette méthode du gradient des résidus au cas pratique de la lingotière de coulée continue, dans un premier temps sur des données simulées (mécanique et thermique) puis sur des données industrielles. Les résultats de la méthode du gradient des résidus sur les données industrielles pour la détection des collages ne donnant pas une entière satisfaction, nous avons mis en place une méthode par rejet de mode. La mise en place et l'application de cette méthode sont présentées dans le dernier chapitre. Une étude sur plusieurs cas concrets a permis d'évaluer le potentiel de cette méthode pour la détection des collages et la réduction des fausses alarmes en lingotière de coulée continue.

Les suites possibles de ce travail seraient d'approfondir l'aspect théorique de la méthode du gradient des résidus en évaluant les conséquences de la présence d'incertitudes paramétriques dans les modèles. En effet, au même titre que le bruit de mesure peut empêcher la détection des changements de mode, une mauvaise estimation des paramètres aboutit à la même conclusion. La méthode du gradient des résidus appliquée aux données réelles mécaniques de la lingotière n'a pas permis d'obtenir des résultats satisfaisants. L'une des raisons peut être l'absence de mesure de la traction exercée sur le produit qui empêche l'utilisation de l'une des équations du modèle proposée dans ce travail. Une solution pour pallier à cette mesure manquante pourrait permettre l'obtention de meilleurs

résultats grâce à une augmentation du niveau de redondance des informations.

L'approche par analyse du gradient des résidus nécessitant que le système évolue suffisamment longtemps dans chacun des différents modes de fonctionnements, cette méthode ne peut pas être appliquée dans des conditions optimales pour la détection de défauts de type "collage" en lingotière. Cependant, l'étude présentée dans ce travail de thèse a prouvée son efficacité pour détecter et caractériser les différents modes d'un système. D'autres applications industrielles semblent plus en adéquations avec les conditions d'utilisation de la méthode, notamment la détection de "fin de soufflage d'oxygène" dans le convertisseur à oxygène (une étape préliminaire à la coulée continue lors du processus de fabrication de l'acier).

L'étude pratique de la méthode par rejet de mode n'est que partielle dans ce document. En effet, peu de cas ont été traité est même si une tendance encourageante se dégage, il serait intéressant de poursuivre l'étude en implémentant le système au sein d'une usine pour une période longue afin de confirmer les premiers résultats.

Glossaire

Busette : Tube en matériaux réfractaires qui permet l'introduction de l'acier dans la lingotière

Cerber : Logiciel de simulation de la solidification de l'acier en lingotière en régime établi
Collage : Défaut qui survient lors de la coulée continue qui est précurseur de la percée

Dépression : Défaut qui survient lors de la coulée continue lorsqu'une poche d'air ou de laitier se forme entre le produit et la lingotière

Essai à froid : Mise en fonctionnement de la lingotière en l'absence d'acier pour vérifier le fonctionnement mécanique

Laitier : Lubrifiant en poudre qui se liquéfie au contact de l'acier liquide pour réduire les frottements entre la lingotière et le produit
Lingotière : Moule sans fond qui sert à la solidification en continu de l'acier
Liquidus : Température limite au dessus de laquelle l'acier est entièrement liquide

Nuance : Type d'acier qui dépend de sa composition chimique

Peau dynamique : Morceau d'acier solidifié qui glisse à l'intérieur de la lingotière
Peau statique : Morceau d'acier solidifié collé sur la paroi de la lingotière
Percée : Rupture de la peau solide sous la lingotière qui entraîne l'écoulement de l'acier dans la machine
Produit long : Produit de faible dimension (quelques dizaines de centimètres de coté) destiné à la fabrication de poutres ou de rails

Sac de percée : Résidu d'acier solide que l'on récupère dans la lingotière après une percée
Solidus : Température limite au dessous de laquelle l'acier est entièrement solide
Stripage négatif : Temps pendant lequel la lingotière descend plus vite que le produit
Stripage positif : Temps pendant lequel le produit descend plus vite que la lingotière

Bibliographie

[Amato and Mattei, 2002] Amato, F. and Mattei, M. (2002). Design of full order unknown input observers with $\mathcal{H}_\infty$ performance. In *IEEE International Conference on Control Application*, Glasgow, Scotland, UK.

[Bako et al., 2011] Bako, L., Boukharouba, K., Duviella, E., and Lecoeuche, S. (2011). A recursive identification algorithm for switched linear/affine models. *Nonlinear Analysis : Hybrid Systems*, 5(2) :242–253.

[Beard, 1971] Beard, R. (1971). *Failure accommodation in linear systems through self-reorganization*. PhD thesis, Dept. Aeronautics Astronautics, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, USA.

[Billings and Voon, 1987] Billings, S. and Voon, W. (1987). Piecewise linear identification of non-linear systems. *International Journal of Control*, 46(1) :215–235.

[Bilmes, 1998] Bilmes, J. (1998). A gentle tutorial of the EM algorithm and its application to parameter estimation for Gaussian mixture and hidden Markov models. Report TR-97-021, International Computer Science Institute, Berkeley, USA.

[Breiman, 1993] Breiman, L. (1993). Hinging hyperplanes for regression, classification, and function approximation. *IEEE Transactions on Information Theory*, 39(3) :999–1013.

[Camisani-Calzolari et al., 2002] Camisani-Calzolari, F., Craig, I., and Pistorius, P. (2002). Control structure for the reduction of defects in continuous casting. In *15th IFAC Triennial World Congress*, Barcelona, Spain.

[Chen et al., 1996] Chen, J., Patton, J., and Zhang, H. (1996). Design of unknown input observers and robust fault detection filters. *International Journal of Control*, 63(1) :85–105.

[Costes, 2009] Costes, F. (2009). *Modélisation thermomécanique tridimensionnelle par éléments finis de la coulée continue d'aciers*. PhD thesis, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, France.

[Demetriou, 2005] Demetriou, M. (2005). Using unknown input observers for robust adaptive fault detection in vector second-order systems. *Mechanical systems and signal processing*, 19 :291–309.

[Dempster et al., 1977] Dempster, A., Laird, N., and Rubin, D. (1977). Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, pages 1–38.

[Domlan et al., 2009] Domlan, E., Huang, B., Ragot, J., and Maquin, D. (2009). Robust identification of switched regression models. *IET Control Theory Applications*, 3(12) :1578–1590.

[Frank and Wünnenberg, 1989] Frank, P. and Wünnenberg, J. (1989). *Fault Diagnosis in Dynamic Systems : Theory and Application*, chapter Robust fault diagnosis using unknown input schemes, pages 47–98. Prentice-Hall.

[Gertler, 1997] Gertler, J. (1997). Fault detection and isolation using parity relations. *Control Engineering Practice*, 5(5) :653–661.

[Gu and Poon, 2003] Gu, D. and Poon, F. (2003). A robust fault-detection approach with application in a rolling-mill process. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 11(3) :408–414.

[Hallouzi et al., 2006] Hallouzi, R., Verhaegen, M., Babuška, R., and Kanev, S. (2006). Model weight and state estimation for multiple model systems applied to fault detection and identification. In *IFAC Symposium on System Identification (SYSID), Newcastle, Australia*.

[Hanlon and Maybeck, 2000] Hanlon, P. and Maybeck, P. (2000). Multiple-model adaptive estimation using a residual correlation Kalman filter bank. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 36(2) :393–406.

[Hayes, 1996] Hayes, M. (1996). *Statistical digital signal processing and modeling*. New York : John Wiley & Sons.

[Hocine et al., 2003] Hocine, A., Maquin, D., and Ragot, J. (2003). Utilisation d'une banque de modèles variable pour la détection de changement de régimes. *Journées Doctorales d'Automatique, Valenciennes, France*.

[Hocine et al., 2005] Hocine, A., Maquin, D., and Ragot, J. (2005). A discrete-time sliding window observer for markovian switching system. In *45th IEEE Conference on Decision and Control, CDC'06*, San Diego, CA, USA.

[Hyoung-Joo and Roberts, 2008] Hyoung-Joo, L. and Roberts, S. (2008). On-line novelty detection using the Kalman filter and extreme value theory. In *19th International Conference on Pattern Recognition*, Tampa, Florida, USA.

[Ichalal, 2009] Ichalal, D. (2009). *Estimation et diagnostic de systèmes non linéaires décrits par un modèle de Takagi-Sugeno*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine-INPL, France.

[Isermann, 1997] Isermann, R. (1997). Supervision, fault-detection and fault-diagnosis methods - an introduction. *Control Engineering Practice*, 5(5) :639–652.

[Isermann, 2006] Isermann, R. (2006). *Fault-Diagnosis Systems*. Springer-Verlag.

[Jolliffe, 2002] Jolliffe, I. (2002). *Principal Component Analysis*. Springer.

[Jones, 1973] Jones, L. (1973). *Failure detection in linear systems*. PhD thesis, Dept. Aeronautics Astronautics, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, USA.

[Khov, 2009] Khov, M. (2009). *Surveillance et diagnostic des machines synchrones à aimants permanents : Détection des courts-circuits par suivi paramétrique*. PhD thesis, Université de Toulouse, France.

[Kung Sik and Howell, 1986] Kung Sik, C. and Howell, T. (1986). On estimating thresholds in autoregressive models. *Journal of time series analysis*, 7(3) :179–190.

[Lee et al., 2009] Lee, D., Moon, C., Moon, S., and Park, H. (2009). Development of healing control technology for reducing breakout in thin slab casters. *Control Engineering Practice*, 17(1) :3–13.

[Liu, 2007] Liu, F. (2007). *Synthèse d'Observateurs à Entrées Inconnues pour les Systèmes Non Linéaires*. PhD thesis, Université de Caen/Basse-Normandie, France.

[Maddi et al., 2005] Maddi, A., Guessoum, A., Berkani, D., and Belkina, O. (2005). Etude de la méthode des moindres carrés récursive et application au signal de parole. In *3rd International Conference : Sciences of Electronic, Technologies of Information and Telecommunications*, Sousse, Tunisia.

[Mantaux et al., 1995] Mantaux, O., Lacoste, E., and Danis, M. (1995). Conduction avec changement de phase dans un corps pur. résolution en température. *Revue générale de thermique*, pages 339–347.

[Maqill, 1965] Maqill, D. (1965). Optimal adaptive estimation of sampled stochastic processes. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 10(4) :434–439.

[Massoumnia, 1986] Massoumnia, M. (1986). A geometric approach to the synthesis of failure detection filters. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 31(9) :839–846.

[Mehra and Peschon, 1971] Mehra, R. and Peschon, J. (1971). An innovations approach to fault detection and disgnosis in dynamic systems. *Automatica*, 7 :637–640.

[Menke and Maybeck, 1992] Menke, T. and Maybeck, P. (1992). Multiple model adaptive estimation applied to the vista f-16 flight control system with actuator and sensor failures. In *Proceedings of the IEEE National Aerospace and Electronics Conference*, Dayton, Ohio, USA.

[Menke and Maybeck, 1995] Menke, T. and Maybeck, P. (1995). Sensor/actuator failure detection in the vista f-16 by multiple model adaptive estimation. *IEEE National Aerospace and Electronics Systems*, 31(4) :1218–1229.

[Nagy Kiss, 2010] Nagy Kiss, A. (2010). *Analyse et synthèse de multimodèles pour le diagnotic. Application à une station d'épuration*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, France.

[Orjuela, 2008] Orjuela, R. (2008). *Contribution à l'estimation d'état et au diagnostic des systèmes représentés par des multimodèles*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine-INPL, France.

[Pascon et al., 2000] Pascon, F., Habraken, A., Bourdouxhe, M., and Labory, F. (2000). Modélisation des phénomènes thermomécaniques dans une lingotière de coulée continue. *Mécanique & Industries*, 1(1) :61–70.

[Patton and Chen, 1994] Patton, J. and Chen, J. (1994). A review of parity space approaches to fault diagnosis for aerospace systems. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 17(2) :278–285.

[Patton and Chen, 1991] Patton, R. and Chen, J. (1991). Robust fault detection using eigenstructure assignment : A tutorial consideration and some new results. In *Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control*, Brighton, UK.

[Singh, 1996] Singh, H. (1996). *Mould heat transfer in high speed continuous casting of steel slabs*. PhD thesis, Indian Institute of Technology, Kanpur, India.

[Takagi and Sugeno, 1985] Takagi, T. and Sugeno, M. (1985). Fuzzy identification of systems and its application to modelling and control. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 15 :166–172.

[Thomas, 2003] Thomas, B. (2003). On-line detection of quality problems in continuous casting of steel. In *Modeling, Control and Optimization in Ferrous and Nonferrous Industry, Materials Science and Technology Symposium*.

[Vidal et al., 2003] Vidal, R., Ma, Y., and Sastry, S. (2003). Generalized principal component analysis (GPCA). In *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, Madison, Wisconsin, USA.

[Vidal et al., 2005] Vidal, R., Ma, Y., and Sastry, S. (2005). Generalized principal component analysis (GPCA). *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 27(12) :1945–1959.

[Wang, 2012] Wang, X. (2012). Fault detection of continuous casting process using kernel PCA. *Advanced Materials Research*, 468 :1706–1709.

[Watanabe and Himmelblau, 1982] Watanabe, K. and Himmelblau, D. (1982). Instrument fault detection in system with uncertainties. *International Journal of Systems Science*, 13(2) :137–158.

[White et al., 1998] White, N., Maybeck, P., and DeVilbiss, S. (1998). Detection of interference/jamming and spoofing in a DGPS-aided inertial system. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 34(4) :1208–1217.

[Wünnenberg and Frank, 1987] Wünnenberg, J. and Frank, P. (1987). Sensor fault detection via robust observers. In *System fault diagnostics, reliability and related knowledge-based approaches*, pages 147–160. Springer.

[Yang et al., 2011a] Yang, Z., Rasmussen, K., Kieu, A., and Izadi-Zamanabadi, R. (2011a). Fault detection and isolation for a supermarket refrigeration system - part one : Kalman-filter-based methods. In *18th IFAC World Congress*, Milano, Italy.

[Yang et al., 2011b] Yang, Z., Rasmussen, K., Kieu, A., and Izadi-Zamanabadi, R. (2011b). Fault detection and isolation for a supermarket refrigeration system - part two : Unknown-input-observer method and its extension. In *18th IFAC World Congress*, Milano, Italy.

[Zhang and Dudzic, 2006] Zhang, Y. and Dudzic, M. (2006). Industrial application of multivariate SPC to continuous caster start-up operations for breakout prevention. *Control Engineering Practice*, 14(11) :1357–1375.

[Zhang and Jiang, 1999] Zhang, Y. and Jiang, J. (1999). An interacting multiple-model based fault detection, diagnosis and fault-tolerant control approach. In *38th Conference on Decision & Control*, Phoenix, Arizona, USA.

Détection de changement de mode de fonctionnement : Application à la coulée continue de l'acier

Résumé

Un système est souvent caractérisé par plusieurs modes de fonctionnement, chacun pouvant alors être décrit par un modèle qui lui est propre. Dans le cas où la commutation entre les modes de fonctionnement résulte d'un processus inconnu (un défaut, un changement de condition,...), il est difficile de manipuler ces systèmes et d'appliquer les commandes appropriées. Cette thèse traite du problème de la détection du changement de mode d'un système. A partir d'un système partiellement supervisé (connaissance du nombre de mode de fonctionnement du système ainsi que de la structure du modèle représentant chaque mode), une méthode est développée pour détecter le mode de fonctionnement actif du système à chaque instant. Pour cela, l'analyse du gradient des résidus obtenu par la multiplication des modèles locaux entre-eux, permet de caractériser le mode de fonctionnement. Une application de cette méthode est réalisée sur des données simulées et réelles de coulée continue de l'acier, afin de détecter un phénomène particulier : le collage. Finalement, une méthode par rejet de mode est mise en place sur des données réelles thermiques dans le même but (la détection des collages en lingotière de coulée continue).

Mots-clés: résidus, changements de mode, estimation paramétrique, coulée continue.

Operating mode recognition : Application in continuous casting

Abstract

Most of time a system is characterized by few operating modes, each of them could be describe by a model. In the case of the commutation between each operating mode is due to unknown process (fault, changing in condition,) it could be difficult to operate with this system and used the appropriate commands. With a partially supervised system (knowing of number of operating mode and model structure that represent each mode), a method is developed to detect the active operating mode at each time. Indeed, the analyses of the residual gradient, that obtain by product each local model together, permit to characterize the operating mode. Application of this method is presented with simulated data and industrial data of continuous casting to detect a particular phenomenon : the sticker. Finally, a rejection mode method is used on industrial thermal data in the same aim (detection of stickers in continuous casting).

Keywords: residus, changing operating mode, parametric estimation, continuous casting