



HAL
open science

**Transferts de chaleur et de masse en milieu sédimentaire
et fracture : modélisation numérique de la convection
naturelle autour du site géothermique de Soultz
(Graben du Rhin)**

Elsa Leticia Flores Marquez

► **To cite this version:**

Elsa Leticia Flores Marquez. Transferts de chaleur et de masse en milieu sédimentaire et fracture : modélisation numérique de la convection naturelle autour du site géothermique de Soultz (Graben du Rhin). Sciences de la Terre. Institut National Polytechnique de Lorraine, 1992. Français. NNT : 1992INPL048N . tel-01751087

HAL Id: tel-01751087

<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01751087v1>

Submitted on 29 Mar 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

Centre de Recherches Pétrographiques et Géochimiques

Transferts de chaleur et de masse en milieu sédimentaire et fracturé. Modélisation numérique de la convection naturelle autour du site géothermique de Soultz (Graben du Rhin)

THESE

présentée devant l'Institut National Polytechnique de Lorraine
pour l'obtention du titre de

DOCTEUR de L'I.N.P.L.

par

Elsa Leticia FLORES MARQUEZ



Soutenue publiquement le 18 juin 1992 devant la commission d'examen

Président :	M. F. CORNET
Rapporteurs :	M. G. VASSEUR M. J.L. VIGNERESSE
Examineurs :	M. M. DANIS M. A. GERARD
Directeur de Thèse :	M. J.J. ROYER

Résumé

La modélisation des transferts de chaleur et de masse en milieux poreux quelconques est étudiée d'un point de vue théorique et appliqué. La résolution numérique du couplage des équations de la chaleur et de Darcy est validée et testée sur des exemples théoriques, puis appliquée à moyenne et grande échelle pour mettre en évidence les phénomènes de convection-conduction dans les couches poreuses du Graben du Rhin et sur le site géothermique de Soultz-sous-Forêts (Alsace, France).

La première partie de ce travail est consacrée à une synthèse des données géologiques et géophysiques du graben du Rhin.

La deuxième partie est consacrée à la mise au point et à l'automatisation d'un conductivimètre pour mesurer la conductivité thermique du granite de Soultz. Les conductivités thermiques horizontales et verticales évaluées sur 13 échantillons prélevés entre 1400 et 2000m (forage EPS1), montrent une valeur moyenne homogène et isotrope de $2.88 \pm 0.17 \text{ Wm}^{-1} \text{ K}^{-1}$ à 25°C, impliquant une variabilité du flux géothermique de 70 à 30 mW m⁻².

Enfin, le flux géothermique de surface de la région a été cartographié à l'aide de 71 forages pétroliers. Cette carte montre de fortes valeurs de flux thermique en surface autour de Soultz (> 170 mW m⁻²).

La troisième partie est consacrée à la modélisation numérique des transferts de chaleur et de masse dans les couches sédimentaires asymétriques du graben du Rhin et du socle. Les modèles montrent que l'anomalie de surface peut être due à des circulations d'eau hydrothermale dans le Buntsandstein et le socle granitique. Ces modèles prévoient une non conservation du flux vertical comme il a été observé sur forage et des températures de 170 à 180 °C à 3500m de profondeur, permettant ainsi de mieux apprécier les ressources géothermiques du site de Soultz.

Remerciements

Tout d'abord, il m'est agréable de remercier les personnes qui ont accepté d'être membres du Jury.

Je suis honoré que M le Professeur François Cornet, Professeur à l'université de Paris-VI ait accepté de présider le jury de cette thèse malgré ses lourdes charges.

Je remercie tout particulièrement, Messieurs Guy Vasseur, Directeur de Recherche au CNRS, et Jean Louis Vignerresse, Maître de conférences à l'ENSG qui ont bien voulu accepter de rapporter sur mon travail.

André Gérard, Docteur Ingénieur, qui a accepté d'être membre du jury, ainsi que Michel Danis, Maître de conférences IUT "A" à l'université de Bordeaux I, pour la soigneuse révision du manuscrit de cette thèse.

Je tiens à dire le plaisir que j'ai eu à travailler avec Monsieur Jean Jacques Royer, qui a dirigé l'ensemble de ce travail. Pour sa disponibilité, pour sa confiance et pour l'appui scientifique constant qu'il m'a apporté, qu'il accepte ici ma profonde reconnaissance.

Je remercie tout particulièrement Christian Le Carlier de Veslud pour son appréciable aide à la correction du manuscrit de ce travail. Je lui adresse mes amicaux remerciements.

Je tiens à remercier mes camarades Arben, Michel, Raymundo et Joceline, pour leur aide et soutien, et tout particulièrement à Muriel Boher pour ses commentaires très édifiants.

Je remercie enfin, tous les organismes officiels qui ont contribué au développement de ce travail : le C.R.P.G., PIRSEM, CONACYT, ...



A Raymundo

et

à Elsa

Sommaire

Introduction Générale

CHAPITRE 1

Géologie et travaux antérieurs dans la région de Soultz.

1.1 La géologie du fossé Rhénan	6
1.2 Travaux antérieurs (région de Soultz)	9
1.3 Etudes de températures	10
1.4 Sismologie	10
1.5 Géochimie	11
1.6 Etude isotopique	12
1.7 Propriétés physiques de roches granitiques et sédimentaires	13
1.8 Propriétés physiques des principales unités géologiques	16
1.9 Hypothèses sur l'origine des anomalies géothermiques	17
1.9.1 Contraste des conductivités thermiques	18
1.9.2 Convection naturelle	18

CHAPITRE 2

Cartographie du flux géothermique en surface

2.1 Modélisation de la géométrie du Fossé Rhénan	20
2.2 Synthèse des informations des forages pétroliers	23
2.2.1 Température des puits	23
2.2.2 Températures de fond-de-trou (BHT)	24
2.3 Evaluation du flux thermique du Graben	25
2.3.1 Données disponibles	25
2.3.2 Evaluation de flux thermique par forage	25
2.4 Cartographie du flux géothermique	27
2.4.1 Cartographie du gradient thermique	27
2.4.2 Cartographie du flux thermique	28
2.5 Conclusions du chapitre	32

CHAPITRE 3

Détermination des conductivités thermiques du granite de Soultz à partir du forage EPS1

3.1 Introduction	36
3.2 Description du conductivimètre	38
3.3 Principe de mesure	39
3.4 Evaluation des corrections de mesure	39
3.4.1 Résistance de contact entre les composants	39
3.4.2 Evaluation des corrections dans la mesure	42
3.4.3 Evaluation des pertes de chaleur	43
3.4.4 Facteur de correction global	45
3.5 Conditions expérimentales	49
3.5.1 Préparation d'échantillons et montage	49
3.5.2 Automatisation de l'acquisition des données	50
3.5.3 Etalonnage de l'appareil	53
3.6 Mesures des conductivités thermiques sur les carottes du forage EPS1	56
3.6.1 Article : Mesure des conductivités thermiques sur les carottes du Granite de Soultz - sous - Forêts (France); forage EPS1. J.J. Royer, L. Flores et J.C. Demanche	57
3.7 Conclusions	63

CHAPITRE 4

Modélisation des transferts de chaleur conductifs à travers le fossé Rhénan

4.1 Modèle bidimensionnel à grande échelle	64
4.2 Résolution numérique et conditions aux limites	67
4.3 Discussion	67
4.3.1 Conditions de température en profondeur	68
4.4 Résultats	71
4.5 Conclusions du chapitre	74

CHAPITRE 5

Etude de la convection à partir d'une approche unidimensionnelle du forage GPK1

5.1 Rappels théoriques sur la convection	76
5.2 Quelques évidences de l'existence de la convection autour du forage GPK1	78
5.3 Hypothèse du modèle bidimensionnel autour du forage GPK1	78
5.4 Evaluation des paramètres physiques de l'eau pour les conditions du puits GPK1	78
5.5 Détermination de la conductivité thermique équivalente du système eau-roche	82
5.6 Nombres de Nusselt et Rayleigh locaux tout au long du forage GPK1	82
5.7 Détermination des vitesses de filtration de Darcy par inversion des profils des températures	86

5.7.1 Hypothèse du modèle	86
5.7.2 Evaluation de la production de chaleur équivalente	87
5.7.3 Evaluation des vitesses de filtration	88
5.7.4 Application au forage GPK1	88
5.8 Article	
"Filtering methods for eliminating numerical noise generated by Finite Elements and Finite Differences schemes. Theoretical and applied cases (Soultz-sous-forêts France, case study)" L. Flores, J.J. Royer et A. Shtuka.	89
5.9 Conclusions du chapitre	111

CHAPITRE 6

Formulation Mathématique de la convection en milieu poreux

6.1 Introduction	112
6.2 Formulation du problème	112
6.2.1 Equations de continuité, de mouvement et d'énergie	113
6.3 Formulation Mathématique	115
6.3.1 Couche homogène et isotrope avec k et λ constantes	115
6.3.2 Couche homogène et isotrope avec K et Λ tenseurs	116
6.3.3 Couche homogène et d'anisotrope quelconque (K et Λ tenseurs) avec production de chaleur	119
6.3.4 Couche homogène et anisotrope pour laquelle la viscosité du fluide est fonction de la température	120
6.4 Formulation tensorielle du problème	121
6.4.1 Equation de la chaleur	122
6.4.2 Equation de Darcy	122
6.4.3 ARTICLE : "Two dimensional natural convection in an anisotropic and heterogeneous porous medium with internal heat generation " J.J. Royer et Leticia Flores.	125
6.5 Nombre de Rayleigh	152
6.5.1 Milieux homogènes isotropes	152
6.5.2 Milieux homogènes anisotropes	152
6.5.3 Anisotropie due à la perméabilité	153
6.5.4 Anisotropie de forme simple	154
6.5.5 Milieu anisotrope homogène dont les axes principaux d'anisotropie ne sont pas parallèles aux axes de coordonnées	155
6.5.6 Cas particulier : milieu anisotrope de forme simple (axes principaux parallèles aux axes coordonnées)	157
6.5.7 Relation entre la définition classique du nombre de Rayleigh et notre définition	158
6.5.8 Discussion et conclusion	160
6.6 Conditions aux limites des équations aux dérivées partielles	161
6.7 Modèles Numériques	162
6.7.1 Formulation du problème thermique en différences finies	162
6.7.2 Algorithme de Gauss-Seidel	163
6.7.3 Coefficient de relaxation	164
6.7.4 Mise en oeuvre du programme de résolution numérique	164
6.8 Premiers Résultats	168
6.8.1 Paramètres des modèles	169
6.8.2 Essais d'interprétation	171
6.9 Conclusions du chapitre	183

Liste des Figures

- 1.1 - Localisation géographique du Graben du Rhin et du site de Soultz-sous-Forêts
- 1.2 - Section-profil géologique NW- ESE du Graben du Rhin, d'après Schnaebeli (1948), Breyer (1974) et Cautru (1985). Localisation des forages GPK1 et EPS1 sur le site de Soultz
- 1.3 - Profil lithostratigraphique et profil de températures du forage GPK1

- 2.1 - Localisation de puits utilisés pour la cartographie. Représentation du domaine modélisé, maille régulière de 50 x 50 km (carré en pointillés).
- 2.2 - Modélisation de la topographie des toits de différentes formations du Graben du Rhin. a) Buntsandstein, b) Muschelkalk, c) Tertiaire, d) Trias.
- 2.3 - Topographie de la région, interpolée à partir de données d'altitude des 71 puits.
- 2.4 - Cartes de densité du flux thermique en surface de la région de Soultz (a) et du Gradient thermique (b) Information de 19 puits (Cf. Tableau 2.2).
- 2.5 - Cartes de densité du flux thermique en surface de la région de Soultz (a) et du gradient géothermique (b). Information de 71 puits (Voir Tableau 2.3)

- 3.1 - Conductivimètre symétrique et ses composantes.
- 3.2 - Résistance thermique de contact entre deux solides (D'après Bernard, 1981)
- 3.3 - Bilan de flux thermique pour établir les pertes de flux sur l'échantillon
- 3.4 - Taux de pertes latérales en fonction de Λ et pour diverses épaisseurs
- 3.5 - Comportement du facteur de correction α par rapport à Λ et pour diverses épaisseurs E. a) facteur de correction α' par rapport à Λ_R et b) facteur de correction α par rapport à Λ_M .
- 3.6 - Facteur de correction pour les mesures de conductivité thermique.
- 3.7 - Erreur relative pour les mesures de conductivité en fonction du voltage aux bornes de la résistance chauffante.
- 3.8 - Diagramme de connexions pour l'automatisation du conductivimètre.
- 3.9 - Organigramme de pilotage du conductivimètre.
- 3.10 Stabilité dans la mesure des conductivités thermiques en fonction du temps.
- 3.11 - Graphique d'étalonnage de thermistances en fonction de la température. a) thermistance R1, b) thermistance R2, c) thermistance R3 et d) thermistance R4.

- 4.1 - Localisation du profil Est-Ouest du Graben du Rhin, utilisé pour la modélisation
- 4.2 - Coupe-profil géologique Est-Ouest du Graben du Rhin
- 4.3 - Champ de Températures modélisé numériquement sur le profil 2-D
- 4.4 - Composante verticale du flux thermique modélisé sur le profil 2-D

- 4.5 - Modèle à l'échelle du Graben. a) Champ de Températures et b) composante verticale du flux thermique modélisé sur le profil 2-D
- 4.6 - Composante horizontale du flux thermique modélisé à l'échelle du graben.
- 4.7 - a) Comparaison de la distribution du flux thermique à la surface, obtenu à partir du modèle conductif en 2D par rapport aux valeurs mesurées et b) profil du flux thermique du Graben estimée à partir des gradients mesurés (Cf Chapitre 2).
- 5.1 - Graphiques des nombres de Nusselt et de Rayleigh évalués à partir des logs de sondage (température, gradient, porosité et conductivité).
- 6.1 - Conditions aux limites utilisées dans le cas d'une couche homogène isotrope (Configuration du système).
- 6.2 - Relation entre la définition classique du Nombre de Rayleigh et notre définition comme fonction du rapport des perméabilités du milieu.
- 6.3 - Ordre d'exécution de sous-programmes du NATCONV
- 6.4 - Numérotation des frontières latérales du domaine étudié. Conditions aux frontières
- 6.5 - Essais numériques réalisées sur des couches homogènes et isotropes. a) Domaine carré ($H/L = 1$) et $Ra = 80$, b) même domaine et $Ra = 160$, c) Domaine rectangulaire ($H/L = 1.8$) et $Ra = 200$ et d) domaine rectangulaire ($H/L = 0.33$) et $Ra = 80$.
- 6.6 - Essais numériques réalisées sur un domaine composé de deux à cinq couches à conductivités et perméabilités différents. a) domaine à deux couches (supérieur forte perméabilité, inférieur faible perméabilité), b) domaine à trois couches (couche intermédiaire à forte perméabilité) c) domaine à cinq couches avec différentes valeurs de conductivités et même valeur de perméabilité.
- 6.7 - Essais numériques réalisées sur une couche inclinée intercalée dans un milieu poreux homogène et isotrope. a) couche inclinée isotrope et b) couche inclinée anisotrope.
- 6.8 - Essais numériques réalisés sur une fracture à forte perméabilité intercalée dans deux couches perméables. a) fonction de courant, b) champ de températures, c) vitesse horizontale de filtration et d) flux thermique vertical.
- 6.9 - Essais numériques réalisés sur une fracture imperméable intercalée dans deux couches perméables. a) fonction de courant et b) champ de températures.
- 6.10 - Essais numériques réalisés sur une fracture imperméable intercalée dans deux couches perméables (avec perturbation des données de la grille). a) fonction de courant, b) champ de températures, c) vitesse horizontale de filtration et d) vitesse verticale de filtration.

- 7.1a** - Coupe-profil géologique du graben du Rhin (Cf. fig 1.2)
- 7.1b** - Géométrie des couches géologiques utilisée par les modèles.
- 7.2** - Conditions aux limites dans l'équation de Darcy, en prenant compte le bilan hydraulique en surface.
- 7.3** - Modèle à trois couches isotropes. a) domaine de modélisation représentant les trois couches, b) représentation des cellules de convection, c) champ de températures.
- 7.4** - Modèle à trois couches anisotropes. a) domaine de modélisation représentant les trois couches, b) représentation des cellules de convection, c) champ de températures et d) comparaison des températures modélisées avec les températures observées sur le puits GPK1.
- 7.5** - Modèle à cinq couches anisotropes. a) domaine de modélisation représentant le cinq couches, b) représentation des cellules de convection, c) champ de températures et d) comparaison des températures modélisées avec les températures observées sur le puits GPK1.
- 7.6** - Géométrie du modèle à six couches anisotropes avec des conditions de débit à la surface.
- 7.7** - Modèle à six couches anisotropes avec des conditions de débit à la surface. a) champ de températures, b) représentation des cellules de convection, c) flux thermique horizontal, d) flux thermique vertical, e) vitesse de filtration verticale, et f) vitesse de filtration horizontale.
- 7.8** - Comparaison des températures modélisées avec celles observées sur les forages.
- 7.9** - Comparaison du flux thermique en surface du modèle avec celui interpolé à partir des données des forages.
- 7.10** - Champ des pressions du modèle à six couches anisotropes avec des conditions de débit à la surface.



Introduction Générale

La croûte continentale et océanique est le siège d'échanges de chaleur et matière avec l'extérieur du globe terrestre.

Ces phénomènes sont en liaison directe avec la perte d'énergie interne de notre planète. Ils ont fait l'objet de nombreuses études ces vingt dernières années et l'on dispose actuellement d'estimations globales sur le flux géothermique en surface en chaque point du globe terrestre (Turcotte et Schubert, 1982).

Ces transferts de chaleur peuvent se faire de trois façons différentes, (1) par conduction : transfert de la chaleur d'un corps chaud vers un corps froid; (2) par convection : transfert de la chaleur associé à un déplacement de fluide et (3) par radiation : transfert de la chaleur par rayonnement électromagnétique.

Outre l'intérêt du point de vue fondamental sur les mécanismes géothermiques globaux affectant notre planète, des études ont montré que les transferts de chaleur dans la croûte continentale sont complexes. Ils dépendent de la formation géologique (bassins sédimentaires ou formation tectonique), de l'âge et du contexte orogénique.

Du point de vue fondamental, l'étude de ces transferts devient indispensable pour comprendre l'évolution thermique des formations sédimentaires qui sont un bon exemple de formations géologiques pour lesquelles les fluides (gaz, eau ou hydrocarbures) et l'énergie peuvent être redistribués de manière complexe.

Les ordres de grandeurs de l'énergie mise en jeu lors de ces processus géothermiques sont de l'ordre de quelques 100 mW/m². Une valeur relativement faible comparée à l'énergie solaire (350 W/m²) mais suffisante pour envisager son exploitation. Modéliser les transferts d'énergie et de masse d'un bassin sédimentaire, c'est mieux comprendre son histoire, son évolution et ses potentialités en ressources naturelles. Mais le problème n'est pas simple. En effet, les fluides présents dans la porosité des roches peuvent sous certaines conditions de pression et de température se déplacer et redistribuer ainsi

l'énergie du système. Ce couplage entre déplacement d'un fluide et transport d'énergie est la convection. Elle peut être naturelle, forcée ou mixte, c'est-à-dire à la fois naturelle et forcée. Ces mécanismes de convection sont sans doute essentiels dans la compréhension de la géothermie des bassins sédimentaires, mais ils n'ont reçu que peu d'attention dans les études de géothermie. Ils présentent cependant un intérêt non négligeable du point de vue économique, par exemple pour la mise en évidence des zones favorables à la présence des hydrocarbures et pour l'exploitation de l'énergie géothermique (dite "basse énergie") à des fins diverses (chauffage domestique, production d'électricité...).

C'est à ce dernier aspect, la géothermie "basse enthalpie", que ce travail est consacré, plus particulièrement à Soultz situé dans le Nord de l'Alsace au Nord Est d'Haguenau (France). Ce site est caractérisé par une anomalie géothermique de surface importante de l'ordre de 150 mW/m^2 soit deux fois la valeur moyenne du flux géothermique des bassins sédimentaires en France (70 mW/m^2). Cette anomalie se superpose pratiquement au champ pétrolier de Merkwiller-Pechelbronn.

Notre travail s'intègre dans un projet géothermique Européen, destiné à évaluer la faisabilité d'un prototype scientifique de type "Roches Chaudes Sèches" dans la région de Soultz-sous-Forêts. Ce prototype doit préfigurer le futur pilote d'exploitation du stock thermique accumulé dans le socle de cette région.

Ce site représente l'un des paroxysmes d'une vaste anomalie thermique (200 km de long sur 20 km de large), placé sous le fossé Rhénan. Le gradient géothermique de la couverture sédimentaire se situe en moyenne autour de 83°C/km , soit plus de deux fois la valeur normale en Europe 40°C/Km , alors que, dans le socle granitique, il est de l'ordre de 28°C/km (A. Gérard et O. Kappelmeyer, 1989).

Dès 1926, Hass et Hoffmann ont démontré que la température pouvait dépasser localement 50°C à 400 m de profondeur.

En raison de la complexité des phénomènes mis en jeu, nous avons développé un modèle théorique permettant de traiter les problèmes des transferts de chaleur et de masse dans des milieux poreux quelconques. Nous avons utilisé ce modèle pour simuler numériquement ces transferts à moyenne et grande échelle autour du site de Soultz.

Nous présentons ici une méthodologie pour modéliser et interpréter l'état thermique actuel du bassin Rhénan à partir de l'analyse des processus thermiques depuis l'échelle du bassin (dizaine de km) jusqu'à l'échelle locale (quelques km).

Cependant, pour pouvoir effectuer une modélisation correcte, il est nécessaire de savoir quelle sont les valeurs des paramètres physiques (lithologie, nature des fluides, perméabilité, conductivité thermique, épaisseur des couches, etc.) que l'on doit utiliser.

Notre étude va donc se décomposer en sept chapitres, qui seront décrits a continuation :

Le **Chapitre 1** est consacré à la synthèse bibliographique des études géologiques et géophysiques dans la région.

Le **Chapitre 2** se propose d'estimer la densité de flux géothermique de chaleur en surface. Dans une première étape, à partir de la synthèse des informations lithostratigraphiques de 19 puits, la conductivité thermique équivalente est estimée pour chaque puits. Connaissant la température en fond de puits et la température moyenne à la surface du sol. Le flux thermique peut alors être calculé facilement à partir d'une méthode simplifiée proposée par Danis et Royer (1985) selon : $\Phi = - K_{eq} \Delta T$. Puis, une cartographie du flux thermique en surface est déduite de l'interpolation de ces données. Dans une seconde étape, à partir de la température de fond de puits et d'une extrapolation de la lithostratigraphie, on recalcule le flux thermique en surface. Cette seconde cartographie est nettement plus précise que la première, car elle s'appuie sur plus de données (71 puits), c'est donc celle-ci que nous utiliserons pour définir les conditions à la surface de nos modèles numériques.

Le **Chapitre 3** est consacré à la mise au point d'un système automatisé de mesures de conductivité de roches et à son étalonnage. Ce système a été utilisé pour mesurer les conductivités thermiques du granite de Soultz sur le forage EPS1.

Dans le **Chapitre 4** on se propose de reconstituer le champ des températures actuelles à partir d'un modèle bidimensionnel prenant en compte la géométrie des différents faciès jusqu'à la profondeur du Moho et l'analyse des mesures de températures réalisées dans les forages disponibles.

Le **Chapitre 5** est consacré à l'étude unidimensionnelle du puits GPK1 en considérant un régime convectif. En effet les couches à forte perméabilité (entre 800 et 1400 m de profondeur) présentent des nombres Rayleigh locaux supérieurs à 80.

Dans le **Chapitre 6**, une méthode de résolution pour le couplage des équations de la chaleur et de Darcy est développée. Elle repose sur l'adimensionnement des variables intervenant dans les équations. Cette méthode permet de modéliser un domaine constitué d'un milieu poreux hétérogène et anisotrope. Plusieurs exemples théoriques sont présentés et comparés avec des essais de laboratoire faits par différents auteurs, afin de valider et tester cette méthode de résolution.

La méthode de résolution numérique du couplage des équations de la chaleur et de Darcy est ensuite appliquée au Graben du Rhin à petite et grande échelle dans le **Chapitre 7**. Cette méthode permet de mettre en évidence les relations entre le champ de température et la convection des fluides dans les couches poreuses du Graben, à savoir Keuper, Muschelkalk et Buntsandstein.

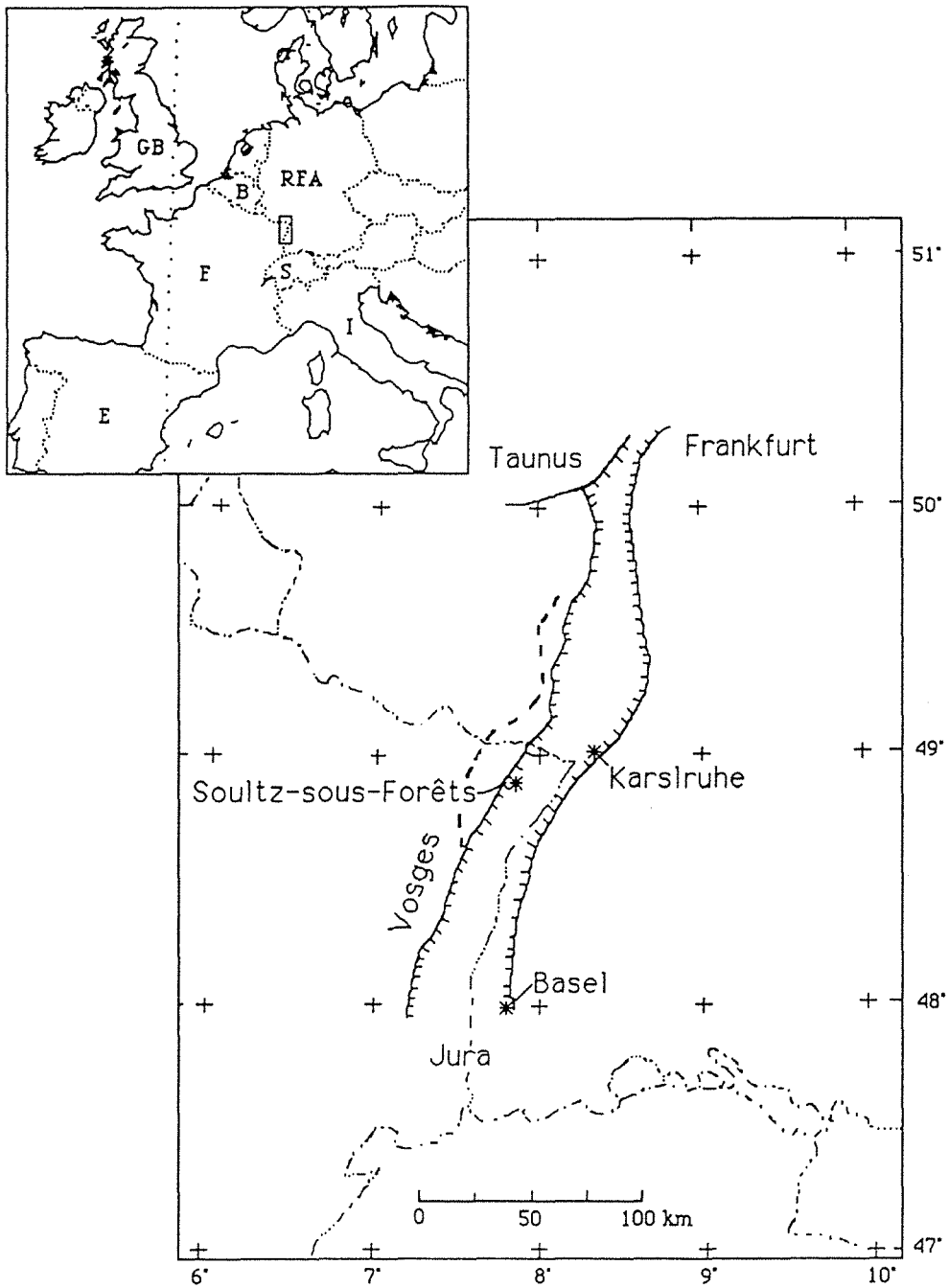


Figure 1.1 Localisation géographique du graben du Rhin et du site de Sultz

CHAPITRE 1

Géologie et travaux antérieurs dans la région de Soultz.

Un vaste programme de recherche a été mis en oeuvre dans la région de Soultz afin d'évaluer les performances hydrauliques et géothermiques de cette région. Ces études préalables au projet géothermique de la CEE ont particulièrement été développées depuis 1987 en géophysique, géochimie et géologie. Les principaux résultats actuels sont présentés dans ce chapitre.

1.1 La géologie du fossé Rhénan

Le graben du Rhin commence au sud, près du Jura, à côté de Bâles (Suisse), et se prolonge sur 300 km vers le NNE jusqu'à Francfort, où il finit dans les montagnes du Taunus (Fig.1.1). Sa largeur moyenne varie de 30 à 40 km. L'épaisseur maximale des sédiments fluviaux qu'il contient est de 6000 m environ.

Différentes études géologiques ont montré que l'histoire de cette région a été dominée par trois événements essentiels (Illies, 1972) : 1) l'orogénèse Varisque (Hercynien) dont les directions principales sont NE-SW, 2) l'orogénèse Alpine qui produit le champ de contraintes amenant à la fracturation de la zone Varisque, et 3) une remontée du manteau (diapirisme) au tertiaire qui provoque la formation du Graben proprement dit.

La géologie et la structure tectonique du fossé Rhénan montre un socle granitique hercynien sur lequel reposent les sédiments du Trias Germanique. Cet ensemble est recoupé par des intrusions magmatiques au tertiaire liées à l'effet diapirique du manteau. Cette remontée du manteau a été montrée par la faible profondeur de la discontinuité de Mohorovicic (Moho), dont la valeur minimale est de 24 km en dessous du volcan de Kaiserstuhl.

Les couches sédimentaires ont une épaisseur variable dans le graben, allant de 6000 m pour la partie plus épaisse (dans le "Saar-Nahe-Trog" au nord-ouest), jusqu'à 2000 à 4000 m (Edel *et al.*, 1974) dans la plupart du graben.

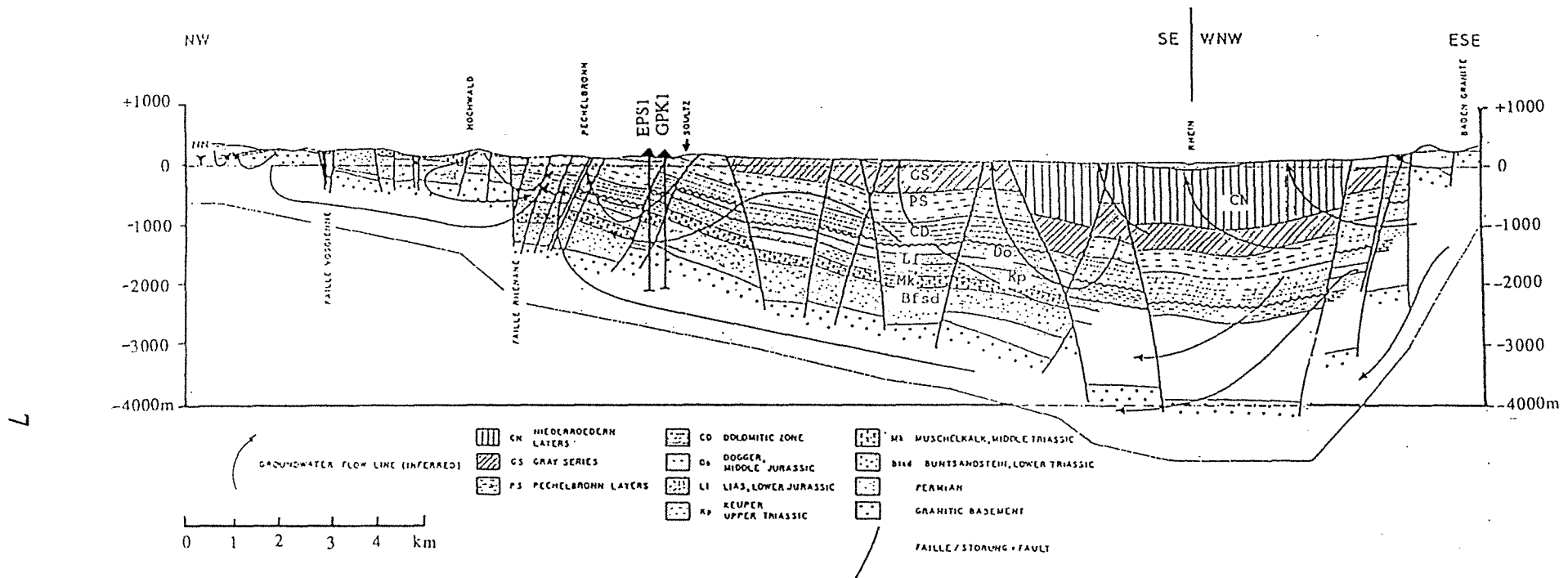


Figure 1.2 Section-profil géologique du Graben du Rhin d'après Schnaebeler (1948), Breyer (1974) et Cautru (1985). Localisation de forages GPK1 et EPS1 sur le site de Soutz.

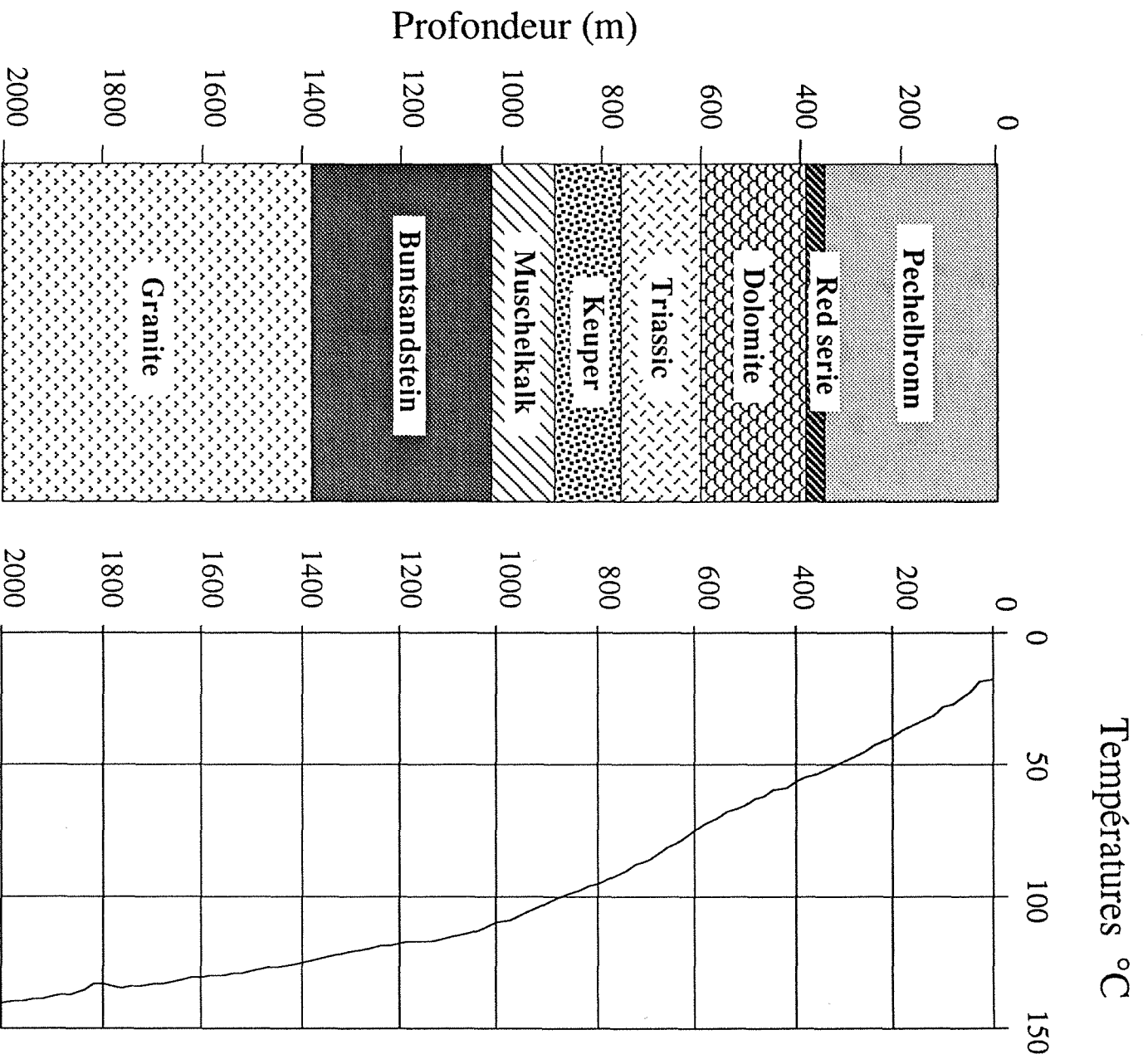


Figure 1.3 Section lithostratigraphique et profil de températures du forage GPK1

1.2 Travaux antérieurs (région de Soultz)

La région de Soultz se trouve sur un horst d'une surface d'environ 10 km², dans le bord Ouest du graben du Rhin. Ses coordonnées géographiques sont 48° 55' N et 7°53' E. Le horst de Soultz est relativement local à l'échelle du graben. Il est limité latéralement par un ensemble de failles normales. Les plus importantes sont : à l'Est la faille de Hermeswiller et à l'Ouest les failles de Kunsenhausen et Soultz.

Un certain nombre d'études géophysiques et géochimiques ont été effectuées sur ce site. Celles-ci ont été complétées par cinq forages:

- le forage GPK1 de 2000 m de profondeur,
- le forage EPS1 de 2200 m de profondeur,
- et trois forages, 4809, 4616 et 4598, qui sont plus sommaires avec des profondeurs respectives de 840, 960 et 1360m dans la couverture sédimentaire.

La localisation des puits GPK1 et EPS1 est montrée sur la figure 1.2.

Ces études ont permis d'établir les conditions de température en profondeur, le régime de circulation des fluides naturels, leur composition chimique, et les caractéristiques dominantes du réseau des fractures.

La lithologie montre sur toute la région une stratigraphie relativement homogène, présentant les subdivisions classiques du Trias Germanique. Le log lithostratigraphique de la région, établi à partir du forage GPK1 ainsi que le profil de températures, sont donnés sur la figure 1.3 (Kappelmeyer *et al.*, 1990).

Une description détaillée des caractéristiques pétrographiques du granite, sur les 625 mètres forés dans le puits GPK1, a été effectuée par H. Traineau *et al.* (1990) à partir des données des électrofaciès issus des diagraphies électriques, sismiques et radioactives, ainsi que des 6 carottes prélevées sur le forage GPK1 et des "cuttings" échantillonnés tous les mètres. Le granite "sain" est de texture porphyroïde avec des mégacristsaux de feldspaths potassiques. Les faciès altérés sont de deux types : le premier type est dû à une altération pervasive sans lien direct avec la fissuration du massif ; le second est lié à une hydrothermalisation en veines, dont le développement paraît d'autant plus intense que la densité de fractures est élevée.

Les études géologiques effectuées sur les séries lithologiques montrent que les couches sédimentaires supérieures peuvent être considérées comme peu perméables, tandis que les formations du Muschelkalk et du Buntsandstein peuvent être le siège de circulations d'eau importantes. Les deux faciès granitiques caractérisés par H. Traineau *et al.* (1990) nous ont permis de déterminer une zone à faible circulation probable sur le granite altéré tandis que le granite sain peut être considéré comme imperméable en dehors des zones de fractures internes.

1.3 Etudes de températures

Les études réalisées sur les forages disponibles dans la région comprenaient les logs de températures obtenus au cours de forage ainsi que de mesures réalisées quelques mois après le forage des puits, c'est-à-dire une fois que le puits se trouve en équilibre thermique. Les logs de températures sur les différents forages sont reproduits sur l'annexe 1. En ce qui concerne le profil de températures du forage GPK1 on observe de fortes variations de gradient thermique sur au moins trois zones : la première de 0 à 800m avec un gradient très élevé de 80 K/km, la deuxième de 800 à 1100m avec un gradient plus faible de 40 K/km, et la troisième de 1100 à 2000m avec un gradient qui devient presque normal de 28 K/km.

Sur les profils de températures des forages 4616, 4550, EPS1 (Cf annexe 1) on retrouve le même comportement des températures jusqu'à la profondeur de forage. Il faut noter qu'il existe une différence des températures de 7°C à 2000m de profondeur entre les puits EPS1 et GPK1, distants de 500m en surface.

1.4 Sismologie

Afin de reconnaître les fractures éventuelles, des essais hydrauliques et des expériences de fracturation ont été réalisés (Jung, 1990) entre 1420 et 2000 m de profondeur dans le puits GPK1. Les essais de pompage montrent une pression de sortie des fluides de 2 bars correspondant à une pression artésienne.

Un niveau productif a été identifié à 1812 m, avec un débit spécifique de $6 \times 10^{10} \text{ m}^3/\text{Pa s}$. Les essais de fracturation ont montré une pression de rupture

de 54 bars, une pression de propagation de 48 bars et une pression de chute instantanée de 46 bars.

Jung (1990) conclut que la plupart des 800 fractures naturelles détectées dans le granite sont à faibles transmissivités, ou bien, qu'elles ne font pas partie d'un réseau régulier pour la circulation de l'eau. La valeur estimée comme limite supérieure de la perméabilité apparente dans les fractures est de 35 mD. Les essais d'injection réalisés par Jung ont permis d'associer une perméabilité de l'ordre de 10 à 100 mD pour le granite fracturé, en l'assimilant à un milieu homogène et isotrope, avec flux radial et pression constante aux limites.

D'après les études de Tenzer *et al.* (1990) sur l'orientation des discontinuités planaires, la plupart des inclinaisons sont orientées verticalement de direction principale N 170° E (NNW-SSE). L'orientation générale des microfractures est pratiquement N-S (N 175° E), elles se regroupent préférentiellement dans un rayon de 30° autour de la direction de contrainte maximale.

D'après les études de fracturation hydraulique faites par Rummel et Baumgartner (1990), il apparaît que la "contrainte verticale maximale" est généralement verticale et que la "contrainte maximale horizontale" est orientée N 148° E ($\pm 5^\circ$).

L'interprétation de logs électriques ou acoustiques (Genter *et al.*, 1990) montre que le système naturel des joints présente une orientation de 160° à 170° E.

1.5 Géochimie

Les travaux réalisés par Pauwels *et al.* (1990) ont porté d'une part, sur la chimie des fluides hydrothermaux dans le granite et dans les grès du Buntsandstein et d'autre part sur la méthodologie des traceurs réactifs.

Une étude des fluides de foration du puits GPK1 a été réalisée entre 1426 et 1990 m de profondeur dans la couche granitique. Cette technique permet de compléter l'information des logs géophysiques dans le but de détecter l'apparition des niveaux de production d'eau dans les roches forées. Les mesures du pH, SiO₂, Cl, Ca et de l'alcalinité totale ont été effectuées chaque jour dans le but d'évaluer l'évacuation des additifs injectés pendant

et après la réalisation du forage, et afin de faire les corrections pertinentes sur les analyses des fluides récupérés.

La composition chimique des fluides échantillonnés dans le granite et dans le grès du Trias suggère une origine sédimentaire commune pour les fluides de ces deux formations.

Les géothermomètres et les études de géochimie montrent que l'origine des fluides est météoritique et qu'ils auraient circulé dans des niveaux plus profonds et plus chauds avant d'atteindre le niveau échantillonné (Pauwels *et al.*, 1990). Les résultats des géothermomètres de la silice, K/Ca, ..., montrent des températures proches de 140°C, correspondant à la valeur mesurée dans le puits à 2000 m de profondeur. La dissolution des minéraux, est probablement due à l'injection d'eau fraîche dans le réservoir, la calcite étant la plus affectée par cette dissolution.

L'étude des géothermomètres indique que le fluide aurait atteint une température supérieure à 200°C, ce qui suggère une origine des fluides plus profonde, à partir des niveaux sédimentaires de l'est, où le socle du fossé Rhénan atteint une profondeur de l'ordre de 5000 m. Il faut remarquer que les eaux du Trias sédimentaire ont des températures géothermométriques systématiquement supérieures à celles du granite fracturé. Celles-ci pourraient traduire des vitesses de circulation plus lentes dans le granite que dans sa couverture. Le passage local des eaux du Trias qui percolent vers le bas dans les niveaux supérieurs du granite peut expliquer le faible flux thermique apparent (Gerard et Kappelmeyer, 1989).

1.6 Etude isotopique

Dans le but de caractériser la circulation des fluides sur les formations granitiques en profondeur, une étude isotopique des interactions eau-roche a été réalisée par Fouillac et Genter (1990).

D'après leurs mesures de compositions isotopiques de C, O, et H des minéraux primaires et secondaires dans le granite de Soultz, les observations suivantes ont été faites :

- i) Seule la calcite tardive était en équilibre isotopique avec le fluide présent.
- ii) L'étude isotopique des minéraux d'altération montrent qu'il y a déséquilibre entre le quartz et le feldspath potassique. Ce dernier a été

enrichi en ^{18}O par l'échange avec le fluide magmatique résiduel pendant le refroidissement du granite. Le rapport eau-roche a été très faible.

iii) A partir de l'uniformité des valeurs de δD et $\delta^{18}\text{O}$ pour l'illite dans les puits, on peut dire qu'il n'y a pas de distinction entre l'altération que montrent les veines et leurs parois. Ceci indique que les conditions d'interaction fluide-roche (température, nature des fluides, chimie, ...) ont été relativement constantes pendant une longue période de temps, qui a été suffisante pour établir un équilibre isotopique entre les veines et leur parois.

Le $\delta^{18}\text{O}$ de l'eau dans les faciès d'altérations en veines a été évalué à $+4 \pm 1\text{‰}$ pour des températures estimées entre 200 et 250°C, d'après les études minéralogiques. Ce fluide d'origine pourrait :

- soit être métamorphique,
- soit être celui d'un bassin confiné, siège d'une évaporation importante (évaporite),
- soit provenir d'une percolation très lente à travers une épaisse couche sédimentaire avec un rapport eau-roche très faible.

Dans l'état actuel de nos connaissances et compte tenu des informations disponibles, les fluides circulant dans le socle fracturé ont la même signature géochimique (la salinité en particulier) que ceux circulant dans le trias inférieur. En conclusion, Soultz est un exemple remarquable où l'on a pu mettre en évidence une interaction actuelle entre des fluides sédimentaires et le socle. Compte tenu de sa situation géographique, des dimensions du graben (quelques dizaines de kilomètres) et des potentialités tant minières (présence de minéralisation à sulfure dans la couverture sédimentaire, dans le socle; minéraux uranifères dans les zones hydrothermalisées du granite) que pétrolières (gisement de Pechelbronn), le graben du Rhin au voisinage de Soultz est un excellent "laboratoire" ou terrain expérimental pour étudier en vraie grandeur les interactions fluide-sédiment et socle.

1.7 Propriétés physiques de roches granitiques et sédimentaires

Les propriétés physiques des roches et principalement l'évolution de la porosité des formations sédimentaires et des roches granitiques ont été déterminées par Clauer *et al.* (1986) en laboratoires ou à l'aide de diagraphies disponibles sur GPK1. Dans le but de caractériser les grès du Buntsandstein, diverses études physiques et chimiques ont été réalisées sur des échantillons de forages et des affleurements en surface, à partir des 22 échantillons prélevés dans l'affleurement des carrières de Rothbach et

Goersdorf, et des 40 carottes prélevées sur 5 sondages à différentes profondeurs :

Wittersheim	(845 à 862 m)
Oberseebach	(985 à 1046 m)
Pechelbronn Sultz	(1146 à 1371 m)
Bertheim (Haguenau W)	(1050 à 1455 m)
Cronembourg	(2755 à 2930 m)

Les auteurs ont donc conclu que les grès du Buntsandstein ont subi des transformations dont la nature et l'intensité changent en fonction de la composition initiale des grès et des conditions de pression. C'est pourquoi trois faciès gréseux ont été définis et ont été analysés dans chacun des sites étudiés :

- les grès propres, dont la composition varie de 65 à 70% de quartz (suivant la taille des grains de 200 à 350 μm), de feldspaths potassiques (5%) et de phyllite (entre 4 et 6%). Les processus secondaires de dissolution-précipitation de la silice produisent une réduction de la porosité. La porosité effective de ce faciès est de 19.64% et la perméabilité à l'air est de 500 mD,
- les grès à enrobage phylliteux. Les grains de quartz sont plus petits que dans les grès propres, les feldspaths potassiques et les phyllites (jusqu'à 10%) sont plus abondants. Dans les grès, il n'y a pas de silicification. La porosité effective est de 13 à 16% et la perméabilité est approximativement de 50 mD.
- les grès silteux à matrice phylliteuse, composés de grains de quartz encore plus fins (120 à 150 μm), de feldspaths, de micas et d'une matrice phylliteuse de 12%. Les quartz sont déformés et ont été dissous dans la matrice. La porosité de ces grès est voisine de 21%. Malgré leur forte porosité, ces grès ont une perméabilité faible, inférieure à 30 mD.

Les principaux résultats sont récapitulés dans le tableau 1.1. On observe clairement une variation importante dans la perméabilité apparente.

Tableau 1.1. Porosités et perméabilités des grès du Graben du Rhin

Région	Porosité	Perméabilité	Observations
Vosges du Nord	13-20 %	30-500 mD	porosité primaire dans la matrice
*Cronenbourg	4-9.5 %	10-100 mD	réduction de la porosité primaire
Woerth- Wissenbourg	8-16 %	20-80 mD	réduction de la porosité secondaire
*Berstheim	14-20 %	400-600 mD	porosité secondaire par action hydrothermale
*Régional		10 mD	réduction de la porosité secondaire
Zone supérieure	15-20 %	400-600 mD	(1000-1200 m, profondeur)
Zone intermédiaire	6-12 %	<< 400 mD	(1200-1400 m, profondeur)
Zone inférieure	4.5-8.5 %	10 mD	(>1450m, profondeur)

* Carottes de puits. (Tableau généré à partir des données publiées par Clauer *et al.* 1986)

Pour étudier l'effet de la diagenèse sur la chimie des solutions contenues dans les grès actuellement, Clauer *et al.* (1986) ont réinterprété les analyses d'eaux collectées entre 1979-1980 lors du forage de Cronenbourg et dans les sites hydrothermaux de Niederbronn, Morsbronn et Merkwiller-Pechelbronn. Ces auteurs trouvent que dans tous les cas, les eaux provenant des couches réservoirs du Trias, sont relativement riches en chlorure de sodium (4.5 à 105 g/l). De la même façon, les analyses chimiques ont été interprétées à l'aide de géothermomètres classiques pour voir dans quelle mesure ils constituent la signature de températures élevées des réservoirs d'origine. Ces géothermomètres donnent les températures suivantes:

Silice	50 à 150 °C
Na/K	181 à 217 °C
Na/K/Ca	192 à 232 °C
Na/Li	178 à 510 °C
Quartz	50 à 183 °C

Ce dernier géothermomètre repose sur l'équilibre entre les solutions et le quartz minéral dominant dans les grès (Fritz *et al.*, 1983). En conclusion, il existe une nette convergence des géothermomètres pour des températures de 180 à 200 °C pour l'ensemble des eaux prélevées à différentes profondeurs dans la même formation géologique.

Ces valeurs de températures élevées indiquent que les eaux du Trias inférieur de la partie Ouest du graben ne sont pas en place, mais proviendraient de formations plus profondes. Le fait que les eaux du socle granitique soient en équilibre avec les minéraux néoformés (calcites) montre que ce milieu n'a pas subi de variations importantes quant aux compositions des fluides le traversant et que les circulations sont de faible importance. Ceci laisse à penser que le "réservoir" géothermique des eaux du Trias inférieur serait situé latéralement à l'Est du graben. Les formations du Trias inférieur seraient donc le siège de circulations d'eau, latéralement d'Est en Ouest, avec interaction avec le socle.

1.8 Propriétés physiques des principales unités géologiques

Les mesures de densité réalisées par Rummel (1990) sur des carottes et logs géophysiques donnent une densité moyenne pour le granite sain de $2.66 \pm 0.16 \text{ g/cm}^3$, tandis que pour le granite altéré, elle est inférieure à 2.5 g/cm^3 . A titre de comparaison, la densité d'un leucogranite est de $2.6 \pm 0.02 \text{ g/cm}^3$.

Les mesures de conductivité thermique réalisées par Schellschmidt et Schulz (1990) donnent une valeur moyenne de $2.58 \pm 0.20 \text{ W/m K}$. Des mesures complémentaires réalisées dans ce travail sur le forage EPS1 donnent des ordres de grandeur similaires. Le gradient géothermique dans le granite a été évalué à 28 K/km . En prenant le produit de ces quantités, on obtient un flux géothermique vertical de 72 mW/m^2 , alors qu'il est de 150 mW/m^2 en surface et au sommet de la pile sédimentaire.

Les propriétés physiques moyennes des principales unités géologiques sont résumées dans le tableau 1.2 à partir des données publiées par Rummel (1990) et Schellschmidt et R. Schulz (1990).

La forte production de chaleur dans le granite ($6.2 \pm 0.7 \mu\text{W/m}^3$) est due aux concentrations en éléments radiogéniques présents dans cette formation :

- U $13 \pm 3.0 \text{ ppm}$,
- Th $31.75 \pm 3.31 \text{ ppm}$,
- K $4.12 \pm 0.98 \%$

Tableau 1.2. Propriétés Physiques moyennes des principales unités géologiques

	Muschelkalk	Buntsandstein	Granite
Conductivité Thermique λ (W/m K)	2.43 ± 0.12 ¹	2.49 ± 0.48 ¹	2.58 ± 0.20 ¹
Production de Chaleur A (μ W/m ³)			6.2 ± 0.7 ¹
Densité de flux thermique Φ (mW/m ²)	176 ± 27 ²	41 ± 14 ²	82 ± 8 ²
Densité ρ (g/cm ³)		2.35 ± 0.13 ¹	2.66 ± 0.01 ¹
Vitesse (onde P) km/s		3.74 ± 0.43 ¹	5.8 ± 0.28 ¹
Vitesse (onde S) km/s		2.24 ± 0.23 ¹	3.18 ± 0.17 ¹
Module de Young GPa		29 ¹	69 ¹

(¹ Rummel, 1990 ; ² Schellschmidt et R. Schulz, 1990)

L'âge moyen du granite, évalué par la méthode Rb/Sr (Rummel, 1990) sur roche totale et minéraux, est de 325 ± 6 ma en considérant une température de fermeture pour la biotite de $320 \pm 40^\circ\text{C}$.

Les résultats obtenus par Schellschmidt et R. Schulz (1990) montrent une densité de flux thermique de 176 ± 27 mW/m² et un gradient de température proche de 80 K/km pour la région de Soultz-sous-Forêts. Ces résultats ne sont valables que pour une couverture sédimentaire ayant une épaisseur de 1100m. La densité de flux thermique pour le granite n'atteint que 82 ± 8 mW/m² avec un gradient normal de 28 K/km. Les auteurs concluent que le fort flux thermique dans les sédiments de la région est dû au transport de chaleur par mouvement des fluides dans l'aquifère du Buntsandstein, c'est-à-dire dû à un processus de convection.

1.9 Hypothèses sur l'origine des anomalies géothermiques

Tout d'abord, nous passons en revue les hypothèses les plus probables pour tenter d'expliquer l'anomalie géothermique du site de Soultz.

1.9.1 Contraste des conductivités thermiques.

Comme nous avons remarqué dans les travaux antérieurs concernant la région, il existe une forte production de chaleur dans le granite ($6.2 \pm 0.7 \mu\text{W}/\text{m}^3$) due aux éléments radioactifs présents dans cette formation.

La géométrie du socle est asymétrique et fortement accidentée par de grandes fractures (N-S) tout au long du graben. Cette géométrie ainsi que l'effet du diapirisme du manteau dans la région (profondeur du moho 26 km), nous amènent à penser à l'existence de phénomènes de réfractions et de réflexions thermiques dus à un fort contraste de conductivités thermiques entre les différents faciès lithologiques, notamment entre les sédiments et le socle. Cette hypothèse sera étudiée au chapitre 4 où l'on montrera que le contraste de conductivités thermiques est insuffisant pour expliquer les hétérogénéités du flux thermique observées en surface.

1.9.2 Convection naturelle.

Il est reconnu que les effets de la convection naturelle jouent un rôle très important en géothermie, et un grand nombre de modèles de convection ont été construits avec en arrière-plan des préoccupations géothermiques. Ainsi, la présence de courants ascendants de convection au sein d'un aquifère entraîne une élévation du gradient géothermique moyen (Garg et Kassoy, 1981). Schellschmidt et R. Schulz (1990) concluent que le flux thermique élevé dans les sédiments de la région de Soultz est dû à un processus de convection dans l'aquifère de Buntsandstein. C'est la raison pour laquelle il était intéressant d'envisager l'hypothèse de convection naturelle comme le phénomène explicatif des anomalies thermiques du site de Soultz. La modélisation de ce processus a été faite au chapitre 5.

Dans le cadre de ces deux hypothèses, on peut envisager plusieurs modèles à une, deux et/ou trois dimensions, qui dépendraient fortement des conditions initiales et aux limites du domaine, ainsi que des caractéristiques physiques des roches et du fluide de remplissage.

Dans ce travail, nous avons réalisé plusieurs modèles numériques de la région de Soultz pour tester les hypothèses précédentes et mettre en évidence le phénomène physique qui est la cause de l'anomalie géothermique observé à Soultz. Pour établir les conditions initiales et aux limites de nos modèles, nous avons pris en compte toutes les informations géologiques et géophysiques disponibles dans la région.

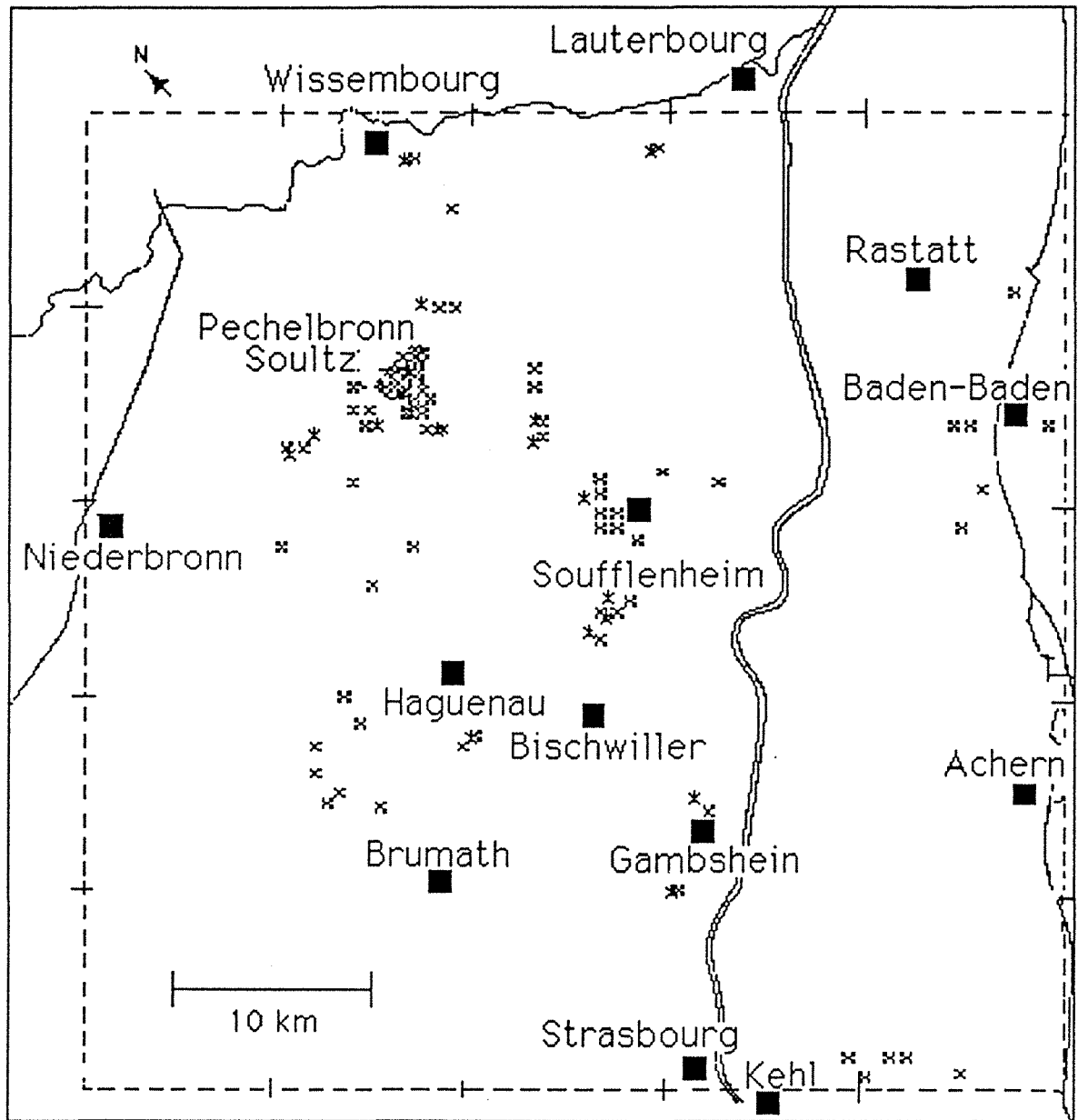


Figure 2.1 - Localisation des puits utilisés pour la cartographie.
 Représentation du domaine modélisé, maille régulière de 50 x 50 km
 (carré en pointillés).

CHAPITRE 2

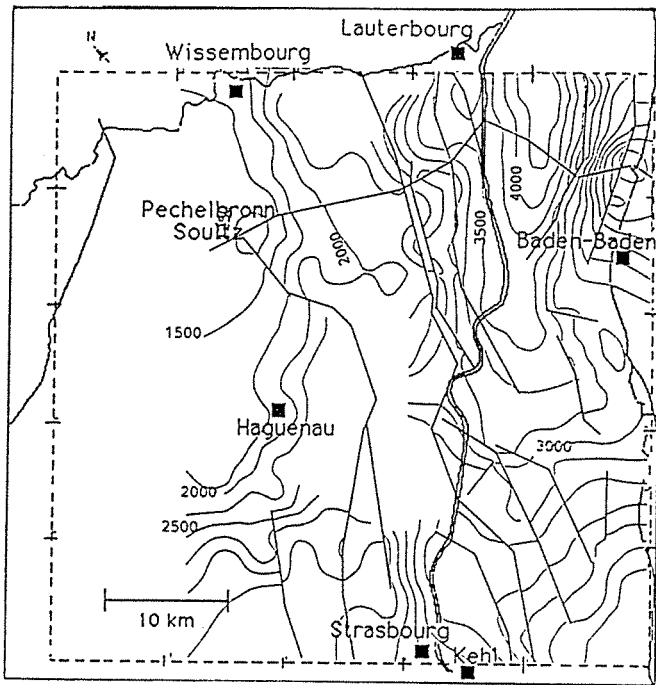
Cartographie du flux géothermique en surface

2.1 Modélisation de la géométrie du Fossé Rhénan

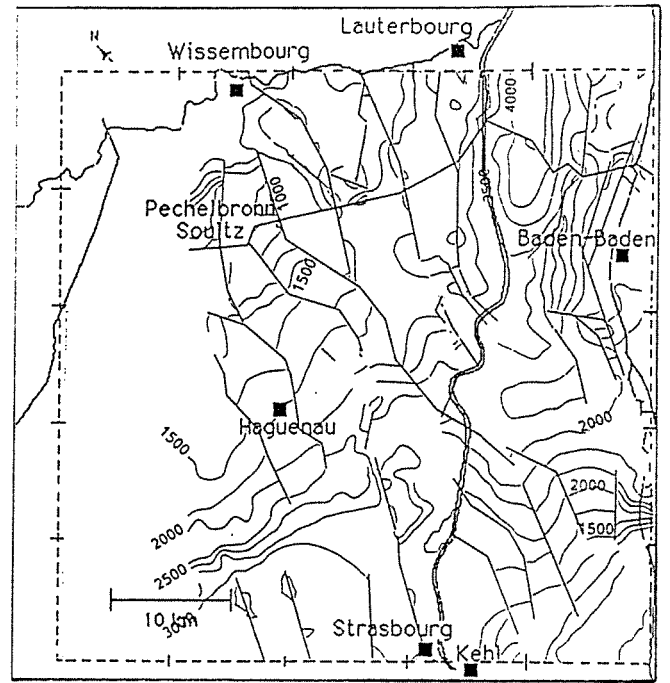
Le point fondamental préalable à toute modélisation numérique est la géométrie du domaine étudié. Pour cette raison nous avons construit un modèle à 3D de la géométrie du Fossé Rhénan, des couches potentiellement perméables ainsi que du socle granitique. La profondeur des différentes couches sédimentaires a été calculée à partir des données de forage en chaque noeud d'une grille régulière de 1X1 km (fig. 2.1) à l'aide du logiciel GEOL (Jacquemin *et al.*, 1985; Royer *et al.*, 1988). Ce modèle a été affiné autour du site de Soultz par une modélisation tridimensionnelle en utilisant le logiciel GOCAD (Mallet, 1992).

A partir des cartes géologiques du BRGM (Ministère de l'Industrie, France), des données sismiques et des données fournies par les forages pétroliers disponibles sur la région (environ 70) nous avons construit un modèle tridimensionnel de la géométrie du graben. Le domaine total étudié a été décomposé en mailles élémentaires de 1 x 1 km (fig. 2.1), puis nous avons assigné les données disponibles à chaque maille, enfin nous avons réalisé une interpolation bidimensionnelle par couche, avec l'aide du logiciel GEOL (Jacquemin *et al.*, 1985). Par la suite, afin d'obtenir de meilleurs résultats, nous avons réalisé une modélisation tridimensionnelle à l'aide du logiciel GOCAD (Geological Object Computer Aided Design, marque déposée) (Mallet, 1992).

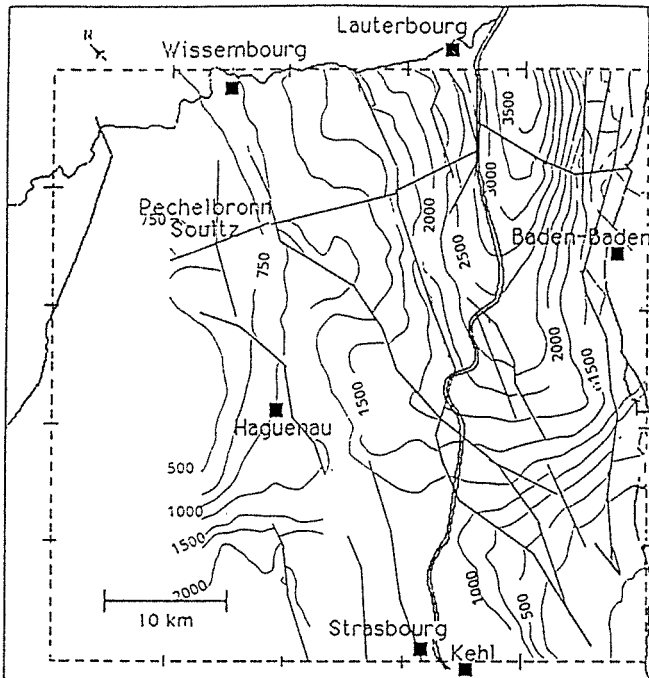
Les toits des formations poreuses du Buntsandstein (fig. 2.2.a), du Muschelkalk (fig. 2.2.b), du Tertiaire (fig. 2.2.c) et du Trias Inférieur ont été cartographiés (fig. 2.2.d). Les cartes ainsi obtenues montrent une géométrie typique de graben, marquée par une dissymétrie par rapport à son axe. La partie la plus profonde est située au nord-ouest de Rastatt (Allemagne) et à environ 25 km à l'est de Soultz. L'épaisseur des couches poreuses varie de 800 m jusqu'à 5000 m dans la région la plus profonde.



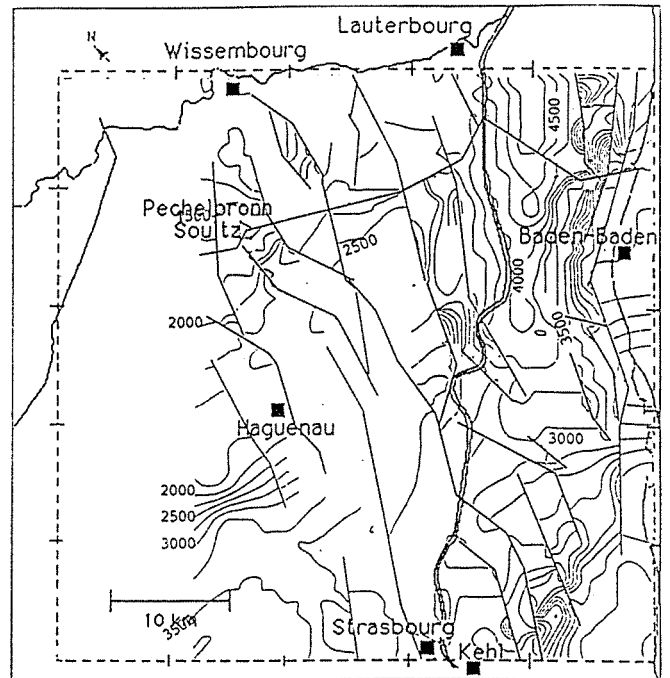
a)



b)



c)



d)

Figure 2.2 - Modélisation de la topographie des toits de différentes formations du Graben du Rhin. a) Buntsandstein, b) Muschelkalk, c) Tertiaire, d) Trias.

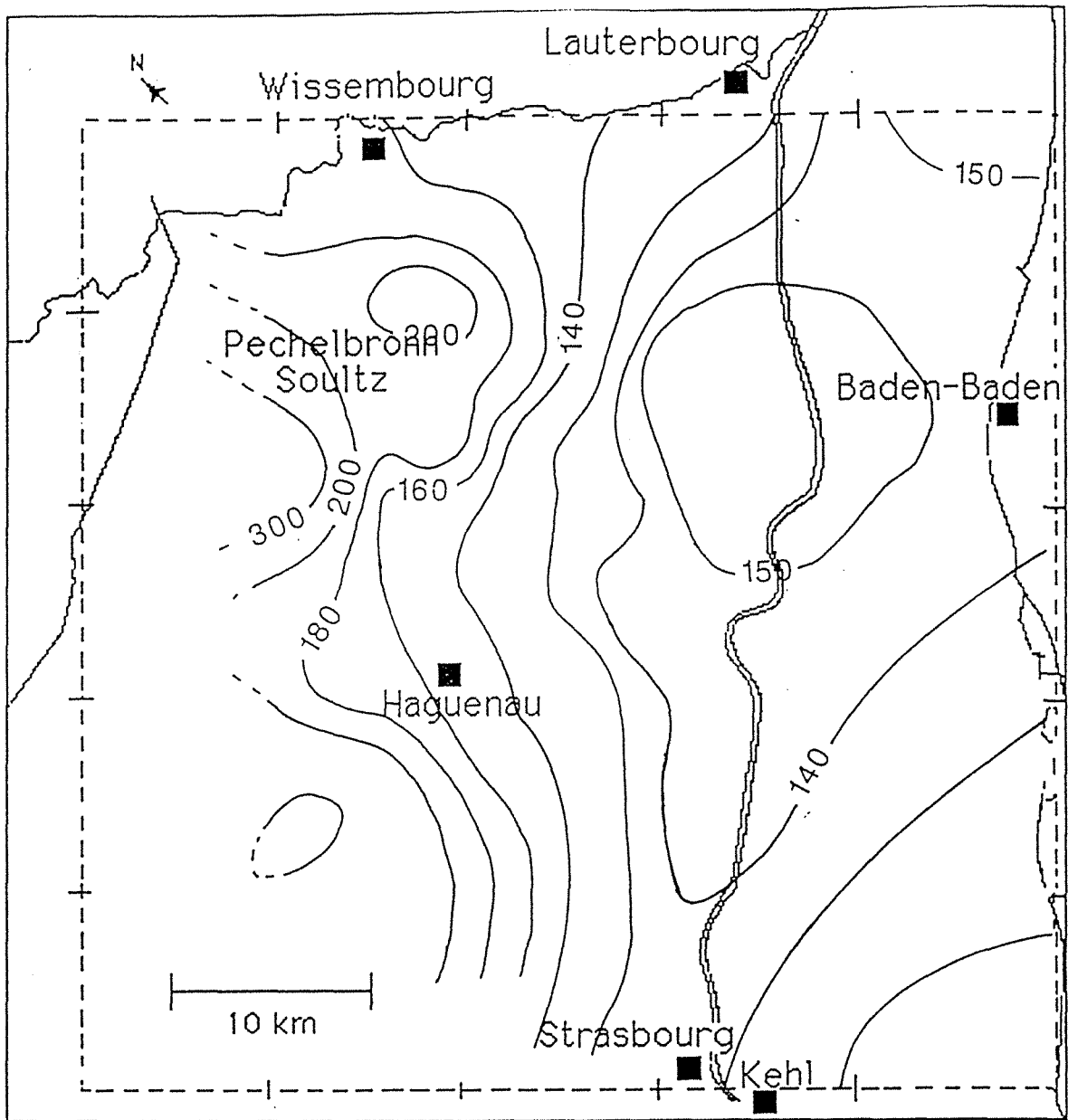


Figure 2.3 - Topographie de la région, interpolée à partir de données d'altitude des 71 puits.

La topographie de la région modélisée (fig. 2.3), est relativement plate : l'altitude variant entre 120 et 140 m tout au long de la vallée, sauf au nord de Soufflenheim où l'altitude est de 150 m et dans le horst de Soultz, qui apparaît clairement dans la topographie avec 200 m d'altitude. Ainsi, la géométrie du graben relativement complexe en profondeur n'est pas corrélée à la topographie.

2.2 Synthèse des informations des forages pétroliers

Le flux thermique à la surface est un paramètre important pour quantifier numériquement les transferts de chaleur d'un milieu naturel, car il s'agit d'une des conditions aux limites indispensables pour les modèles thermiques. Pour cette raison, nous avons cartographié le flux géothermique en surface autour du site de Soultz. Pour cela, nous avons besoin de connaître le flux thermique dans chaque puits, donc les valeurs de températures et les profils lithostratigraphiques pour chaque forage afin de calculer la conductivité thermique équivalente du milieu.

2.2.1 Température de puits

Les mesures de températures dont nous disposons sont des données pétrolières de deux types : les températures de fond-de-trou (températures BHT) mesurées à chaque fin de phase de forage et des températures de test de production (températures DST) mesurées lors des essais de production des réservoirs. Ces données ont le double avantage d'être généralement disponibles en grand nombre et d'être distribuées sur l'ensemble des zones de production. Elles posent malheureusement des problèmes du fait de leur qualité et de leur distribution. Ces problèmes sont de 3 types : (1) ces mesures sont généralement entachées d'erreurs liées au peu de soin apporté à leur enregistrement, particulièrement dans le cas des BHT ; (2) elles sont effectuées dans un environnement thermique perturbé par le forage et peuvent donc être sujettes à des erreurs importantes, par rapport à la température d'équilibre de la formation ; enfin (3) elles sont généralement distribuées de façon inégale à l'échelle du bassin, latéralement et verticalement, elles sont concentrées sur les champs productifs avec seulement quelques données de contrôle entre les champs et elles sont surtout mesurées dans les formations qui constituent les objectifs pétroliers.

2.2.2 Températures de fond-de-trou (BHT)

La température de fond-de-trou (T_{BHT}) est une température mesurée à la fin d'une phase de forage, en fond-de-trou. Cette température est généralement comprise entre la température de la boue et la température d'équilibre de la formation (T_{eq}), les principaux facteurs qui déterminent la différence entre la température mesurée et la température d'équilibre de la formation sont (Brigaud, 1989) :

- le temps écoulé depuis la fin de la foration et le temps de la circulation des boues,
- la différence initiale de températures entre la boue et la formation,
- le diamètre du puits,
- la vitesse d'avancement du forage,
- le volume de boue et sa composition,
- le régime de pression de boue dans le forage,
- les flux des fluides entrant et sortant ,

Ces mesures sont souvent imprécises. Speece *et al.* (1985) ainsi que Hermanrud (1988) font l'inventaire des causes d'erreurs aléatoires et/ou systématiques, de ces mesures : manque d'attention dans les mesures, absence de calibrage des thermomètres, incertitude sur la position en profondeur, ou même parfois enregistrement de données fictives dans le rapport de forage. La plupart de ces erreurs peuvent être extraites par une analyse minutieuse et critique des données.

Une erreur systématique substantielle est la perturbation thermique transitoire causée par la circulation du fluide de forage. Le temps nécessaire pour forer les derniers mètres étant relativement court, par rapport au forage de toute la section, la perturbation thermique introduite par le processus de forage est minimale en fond-de-trou. Cependant, après la fin du forage, une pratique courante consiste à conditionner le forage en faisant circuler le fluide de forage pendant un certain temps, pour nettoyer le forage et extraire les déblais avant d'effectuer les diagraphies. Le fluide de forage étant plus froid (au moins en profondeur) que la formation en fond-de-trou, ceci provoque une diminution de la température des murs du forage pendant la circulation du fluide. Cette diminution de température peut atteindre plusieurs dizaines de degrés Celsius. Après la fin de la circulation, la température de la formation augmente à nouveau. C'est durant cette période (de 2 à 50 heures) que les diagraphies sont effectuées et la température mesurée. Celle-ci est comprise

entre la température "froide" du fluide de forage et la température "chaude" véritable de la formation.

2.3 Evaluation du flux thermique du Graben

Le traitement des températures à l'échelle du bassin peut se faire à différents degrés de complexité, allant d'une reconstitution du gradient thermique régional par simple régression linéaire sur l'ensemble des températures, jusqu'à une modélisation complexe du champ de températures, en tenant compte de l'ensemble des données pour estimer les variations verticales et latérales des gradients thermiques à travers le bassin. Dans ce cas, la qualité des estimations dépendra de la densité des informations et de la géométrie du bassin.

2.3.1 Données disponibles

Les données utilisées dans l'évaluation du flux thermique concernent 71 forages inégalement répartis sur la zone d'étude (Cf Figure 2.1). Pour chaque forage, les données sont (Cf Tableaux 2.2 et 2.3) :

- les coordonnées des puits, en kilomètres sur la carte (Cf Figure 2.1), calculées à partir des longitudes et latitudes, avec une origine fixée pour la modélisation,
- l'altitude du forage nécessaire pour le calcul de la température de surface (Cf Annexe II),
- la profondeur de la mesure de température (Cf Annexe II),
- la température de fond-de-trou (T_{BHT}) (Cf Annexe II),
- les épaisseurs des formations retenues dans le découpage stratigraphique (Cf Annexe II).

Les épaisseurs des formations ont été estimées à partir de logs lithostratigraphiques de seulement 25 puits (Cf Annexe II). Nous disposons aussi de profils de températures en équilibre thermique sur 4 puits .

2.3.2 Evaluation de flux thermique par forage

Nous avons utilisé une méthode simplifiée d'évaluation du flux géothermique (Danis et Royer, 1985) pour estimer le flux moyen traversant

l'ensemble de la formation sédimentaire. Cette méthode mise au point pour les forages d'alimentation d'eau admet les hypothèses suivantes : i) la température de l'eau à l'émergence des forages correspond à la température à la mi-hauteur de la nappe; ii) l'eau à l'émergence provient du fond du sondage et iii) elle n'a pas subi de refroidissement au cours de la remontée. Donc, grâce à la différence entre la température de l'eau à l'émergence et celle à la surface du sol, le gradient géothermique peut être estimé. La conductivité thermique de la couche est évaluée comme une conductivité équivalente, elle est calculée à partir de la conductivité de chaque unité lithostratigraphique, en prenant en compte l'épaisseur de chaque couche. Cette méthode simplifiée peut être transposée aux forages pétroliers en remplaçant la température de l'eau à l'émergence par la température en fond de trou (BTH ou DST). Les conductivités thermiques des principales formations lithologiques ont été évaluées selon les données publiées dans la littérature. Elles sont reportées dans le tableau 2.1. Le flux est finalement évalué comme le produit du gradient de température par la conductivité thermique équivalente :

$$\Phi = - K_{eq} \cdot \frac{dT}{dz}$$

Tableau 2.1. Valeurs des conductivités thermiques prises pour les roches rencontrées dans le Graben du Rhin

Roche	Conductivité Thermique (W/m°C)				Moyenne utilisée
	(1)	(2)	(3)	(4)	
marne	1.3		1.5		1.5
argile	1.4				1.4
calcite	3.6	3.23	3.4	3.62 ± 0.12	3.2
schiste	2.1				2.1
dolomie	5.5	4.6	4.6	3.71 ± 0.14	4.1
grès					2.0
anhydrite	4.8	5.27	5.9	5.26 ± 0.12	4.5
gypse	5.2				5.0

Les valeurs de conductivités thermiques sont valables pour une température ambiante de 20°C. Les valeurs ont été reportées par : (1) Horai (1971), (2) Kappelmeyer et Haenel (1974), (3) Cermak et Ryback (1982) et (4) Flores (1992, cette thèse)

Etant donné la qualité très variable des logs lithostratigraphiques et des valeurs des températures des puits, nous avons déterminé le flux thermique pour chaque puits. Dans un premier temps, nous avons utilisé les valeurs du tableau 2.1 pour assigner une valeur de conductivité thermique aux différentes unités lithostratigraphiques en fonction des minéraux de ces

unités et ainsi pouvoir évaluer la conductivité thermique équivalente sur les forages disponibles dans la région (Cf Annexe II). La conductivité thermique équivalente a été calculée à l'aide d'un modèle en série sur les différentes couches stratigraphiques. L'évaluation du flux géothermique, par la méthode simplifiée (en multipliant la conductivité thermique équivalente par le gradient de températures), peut alors se faire très facilement à partir des données reportées dans le tableau 2.2.

Dans un deuxième temps et dans le but de prendre en compte la plupart des informations disponibles dans la région, nous avons réévalué le flux géothermique en utilisant les 71 puits (mesures de températures), dans lesquels nous ne disposons pas des logs lithostratigraphiques. Nous avons considéré que la lithologie ne change pas brusquement dans un voisinage de 1 à 2 km et nous avons donc extrapolé la lithostratigraphie des 19 puits initiaux aux 71 puits. Ainsi, l'évaluation simplifiée du flux géothermique se fait comme initialement, mais cette fois à partir des données figurant dans le tableau 2.3.

On peut noter sur le tableau 2.3 des valeurs de flux thermique supérieures à 200 mW/m² et des valeurs minimales de l'ordre de 40 mW/m². Les flux maximaux correspondent aux régions de Soultz et Baden-Baden. On peut toutefois noter que la densité d'information est maximale à Soultz tandis qu'à Baden-Baden on ne dispose que de 3 puits (dont seulement un puits à forte valeur de flux) et donc que cette dernière anomalie peut être sujette à caution tandis que celle de Soultz est indiscutable.

2.4 Cartographie du flux géothermique

Le flux géothermique en surface a été initialement cartographié à partir des données de 19 puits, pour lesquels les profils lithostratigraphiques étaient connus. Cette carte de flux de chaleur en surface a ensuite été complétée par les informations des 71 puits dont les profils lithologiques ne sont pas connus, mais situés au voisinage des 19 puits initiaux.

2.4.1 Cartographie du gradient thermique

Les résultats obtenus sont à interpréter avec précaution, pour différentes raisons:

- la lithologie et les propriétés thermiques qui forcément en résultent ne sont pas "continues" dans les différentes parties du Graben du Rhin,

dues aux multiples fractures verticales qui existent tout au long du Graben,

- les données de température sont localisées sur certaines zones, car les forages ne sont pas répartis uniformément sur la totalité de la région étudiée. Ceci provient du fait que les puits d'exploration pétroliers sont implantés préférentiellement sur des sites potentiels d'exploitation.

A partir des données de températures des puits (Tableaux 2.2 et 2.3) une cartographie du gradient thermique sur une surface de 50 x 50 km a été construite à l'aide du logiciel GMS (GEOL, Jacquemin *et al.*, 1985) en interpolant le gradient de températures aux noeuds d'une grille régulière de 1 x 1 km².

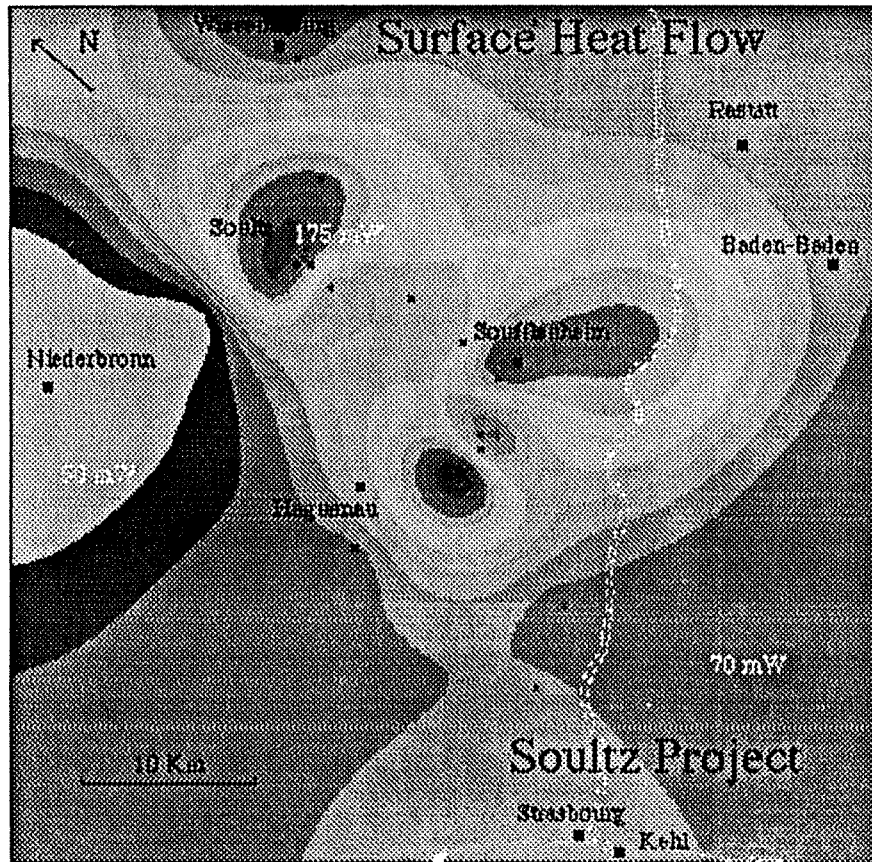
Deux cartes du gradients thermiques (figures 2.4.b et 2.5.b) ont aussi été réalisées. La figure 2.4b représente l'interpolation du gradient de températures évalué à partir des 19 puits pour lesquels on dispose des profils lithostratigraphiques (Tableau 2.2); et la figure 2.5b celle des données du tableau 2.3 (71 puits). Ces exemples illustrent le problème que posent la qualité et la distribution spatiale des données.

La résolution de ces cartes dépend beaucoup de la distribution spatiale des données, la fiabilité des résultats étant maximale là où la densité d'informations sur les températures et les conductivités thermiques équivalentes est maximale. Néanmoins, ces deux cartes sont à peu près équivalentes à l'échelle plurikilométrique.

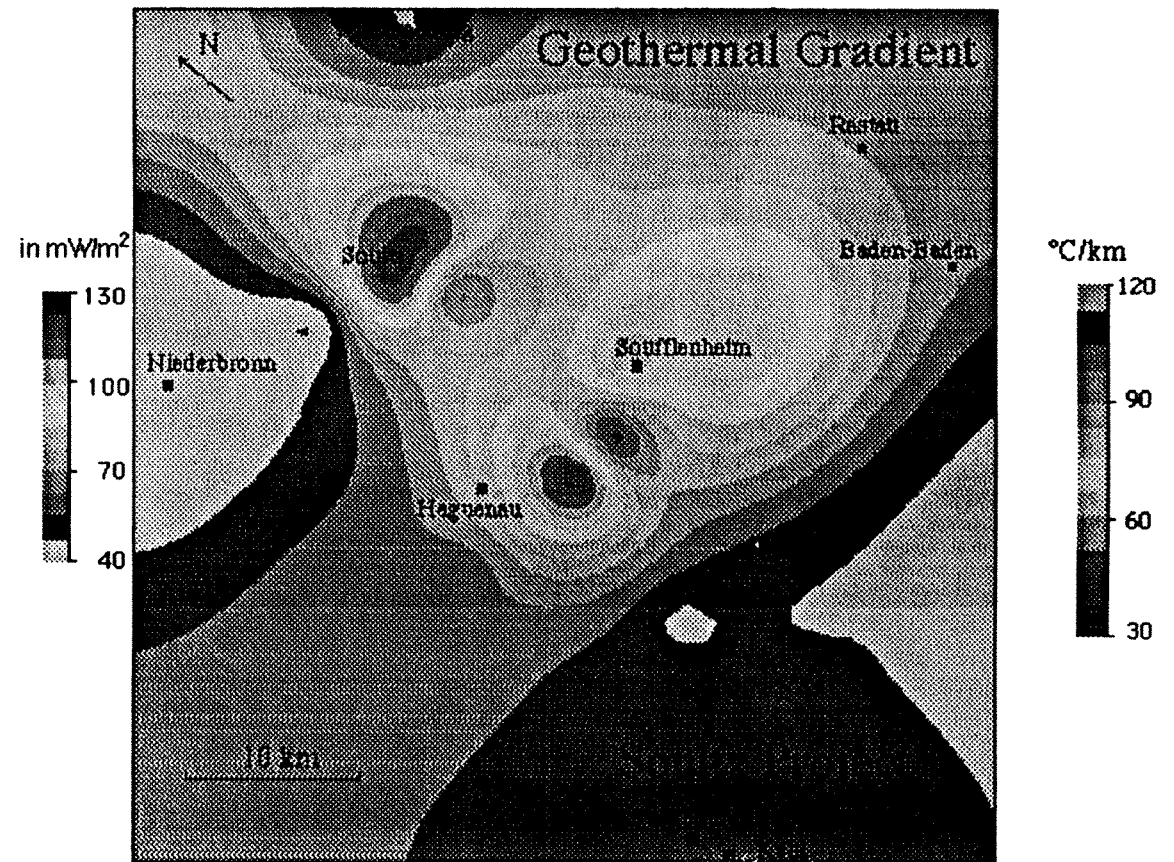
Ces cartes montrent que les gradients dans le bassin varient de 35 à plus de 100°C/Km entre les différentes formations, avec des variations latérales importantes au sein d'une même formation. Ces variations peuvent être attribuées en particulier, (1) à des variations de conductivité thermique latérales et verticales, (2) à des circulations de fluides à grande échelle et/ou (3) à des hétérogénéités de flux de chaleur dans le Socle. Il est difficile à ce stade de l'étude de pouvoir distinguer entre ces différents effets.

2.4.2 Cartographie du flux thermique

La cartographie de la densité du flux de chaleur en surface présentée sur les figures 2.4a et 2.5a confirme l'importante variabilité régionale du flux de chaleur vertical qui, en surface, varie de 60 à 200 mWm⁻²; avec une zone plutôt "froide" dans l'axe du graben et des flux qui augmentent tout près des bordures. Les valeurs maximales sont atteintes sur des zones structurellement hautes.



a



b

Figure 2.4 - Cartes de densité du flux thermique en surface de la région de Soutz (a) et du gradient géothermique (b) (voir tableau 2.2). Les interpolations ont été calculées à partir de l'information de 19 puits et les conductivités thermiques sont évaluées à partir des Logs lithostratigraphiques.

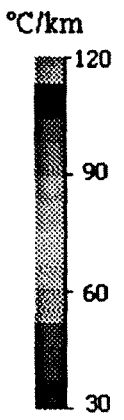
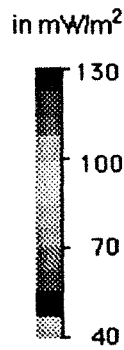
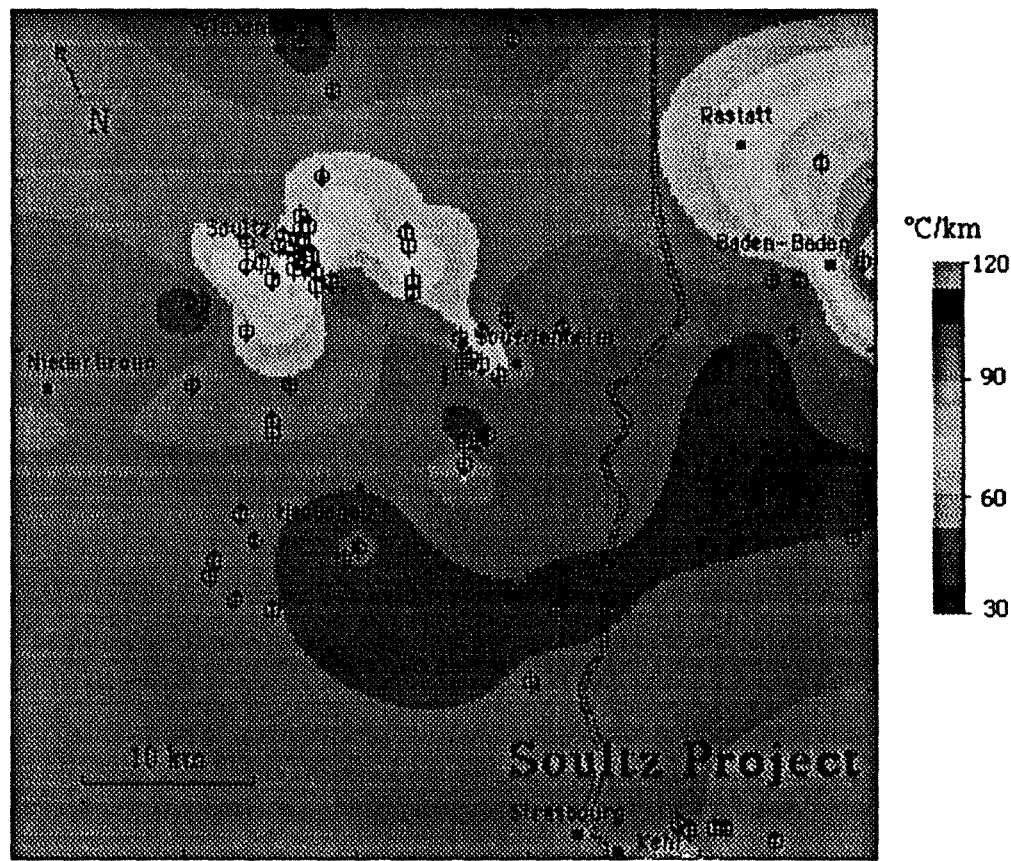
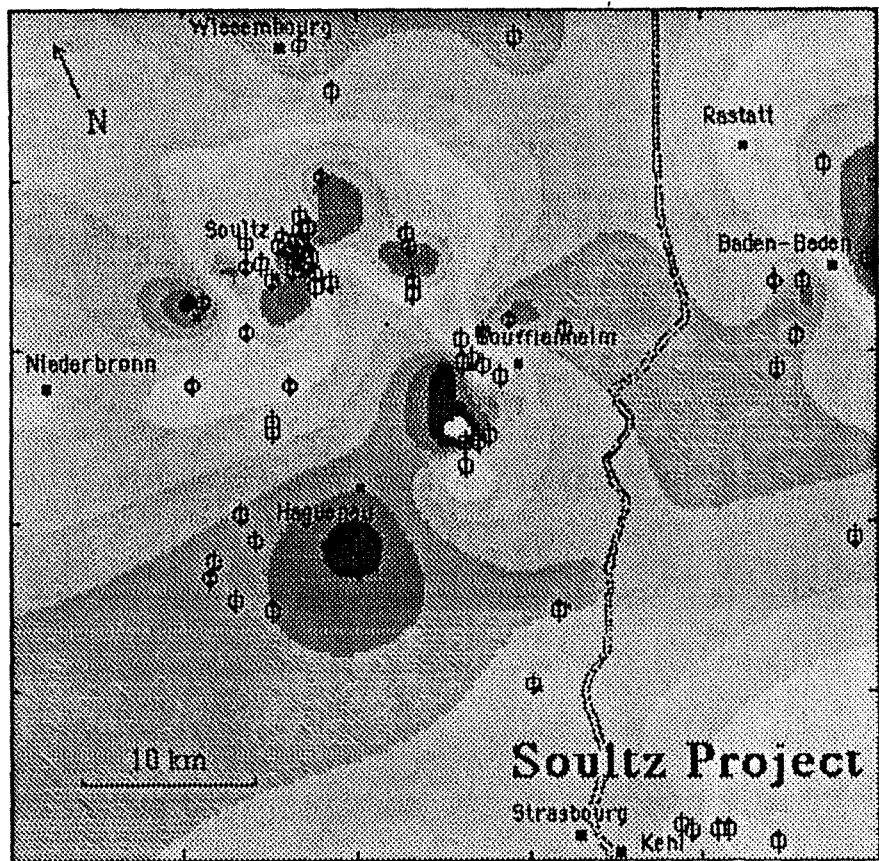


Figure 2.5 - Cartes de la densité du flux thermique en surface de la région de Soutz (a) et du gradient géothermique (b), réalisées à partir de l'information de 71 puits (Tableau 2.3).

30

L'interpolation réalisée avec les données figurant sur le tableau 2.2 (fig 2.4.a) montre trois fortes anomalies supérieures à 150 mW/m^2 respectivement près de Soultz, Haguenau et Soufflenheim. Mais, l'anomalie locale de Soultz est supérieure (175 mW/m^2) à celles de Haguenau et Soufflenheim (150 mW/m^2). La carte du flux géothermique réalisée à l'aide des 71 données du tableau 2.3 (fig2.5.a), montre que les anomalies de Soultz, Haguenau et Soufflenheim sont plus petites et mieux définies partiellement, tandis que le reste de la région traitée présente une valeur moyenne (70 mW/m^2) proche de celle du reste du Graben (50 mW/m^2).

Sous l'hypothèse d'un transfert de chaleur purement conductif à travers les formations lithologiques, en supposant le flux constant à la base il doit exister une relation: le gradient géothermique serait inversement proportionnel à la conductivité thermique (principe de conservation du flux de chaleur vertical, Brigaud et Vasseur, 1989).

Ainsi, si les transferts de chaleur à travers le graben du Rhin était d'origine purement conductive, cette relation devrait se vérifier à l'échelle du bassin. Par ailleurs, les formations sédimentaires à l'échelle du graben sont relativement homogènes avec des variations d'épaisseur augmentant d'Ouest en Est on peut donc admettre que pour les profondeurs reconnues à l'aide des 71 puits, la conductivité thermique équivalente de la pile sédimentaire est à peu près constante. Or, les cartes du flux thermiques (Cf. fig. 2.4a, 2.5a) sont proportionnelles aux cartes du gradient géothermique (Cf. fig. 2.4b, 2.5b). Par exemple, dans le horst de Soultz, partie Ouest du graben, l'anomalie de flux thermique (150 à 200 mW/m^2) est corrélée aux gradients thermiques élevés (de l'ordre de 40 à 35°C/km). Ainsi, lorsque les gradients thermiques augmentent le flux géothermique augmente également, alors qu'il devrait diminuer si l'on était en présence d'un transfert de chaleur par conduction pure. Ceci est une preuve pour affirmer que l'anomalie thermique observée à Soultz n'est pas uniquement d'origine conductive mais qu'il existe un autre phénomène associé.

2.5 Conclusions du chapitre

Nous constatons que la méthode d'évaluation du flux géothermique proposée par Danis(1988) s'avère particulièrement efficace dans le traitement d'un grand nombre de puits.

Nous observons une corrélation directe entre le flux thermique et le gradient de températures sur toute la région modélisée avec la présence d'une anomalie du flux thermique à Soultz supérieur à 175 mW/m^2 .

La seconde cartographie réalisée est nettement plus précise que la première, car elle s'appuie sur plus de données (71 puits), c'est donc celle-ci que nous utiliserons pour définir les conditions à la surface de nos modèles numériques.

Les deux cartes réalisées à partir de jeux de données différents montrent les difficultés d'exploiter les mesures acquises dans le cadre des travaux de reconnaissance pétrolière.

Tableau 2.2 Conductivité équivalente, gradient géothermique et flux thermique évalués sur les forages pour lesquels les profils lithostratigraphiques sont connus.

Référence du sondage	Nom		Latitude	Longitude	Zsol	Année	Profondeur (m)	Température (BTH)	K eq.	Gradient Thermique	Flux thermique
168-8-50	Schoenenbourg	Scn 1	7°54'58"	48°57'46"	195.6	1955	1270.0	11.4	1.95	81.89	159.37
169-5-57	Altenstadt	Alt1	7°57'48"	49°1'41"	155.0	1962	1230.0	5.2	1.76	34.15	60.03
169-7-74	Scheibenhard	Scb 102	8°6'35"	48°58'22"	140.3	1958	2294.4	12.1	1.38	55.50	76.84
198-3-27	Dieffenbach	Die 2	7°46'46"	48°56'18"	237.9	1955	1035.0	4.0	1.33	29.15	38.91
198-4-25	Reimerswiller	Rmw 1	7°52'40"	48°54'49"	185.6	1958	708.7	4.8	1.76	53.62	94.54
198-4-45	Soultz-s-F	4515	7°52'12"	48°56'13"	145.5	1950	864.7	11.2	1.58	118.74	187.73
198-4-58	Kunzenhausen	4658	7°50'58"	48°55'42"	164.1	1951	1151.4	11.9	1.63	126.89	206.43
198-4-84	Pechelbronn	4554	7°52'17"	48°56'18"	155.0	1950	878.0	11.2	1.56	118.74	185.39
198-4-85	Soultz-s-F	4555	7°52'14"	48°56'8"	150.0	1950	873.5	11.2	1.50	118.74	178.11
198-7-33	Haguenau	Hag 1	7°47'15"	48°47'19"	149.9	1955	1540.4	3.9	1.40	48.30	67.64
198-8-27	Schirrrhein	4783 Si4	7°54'49"	48°48'20"	120.9	1954	1830.5	7.0	1.60	38.46	61.70
198-8-29	Schirrrhein	4775	7°53'25"	48°47'54"	137.9	1953	1670.0	11.1	1.69	117.58	198.78
198-8-30	Schirrrhein	4770 Si1	7°54'42"	48°47'54"	120.9	1952	1830.5	8.8	1.79	50.29	89.99
199-1-54	Rittershoffen	Rit 4	7°55'46"	48°53'9"	137.6	1958	1100.0	8.0	1.67	63.81	106.35
199-5-53	Donau	4755 Do3	7°57'10"	48°49'23"	133.6	1952	1407.0	8.7	1.83	95.24	174.59
199-5-57	Donau 5bis	4762	7°56'30"	48°50'56"	134.0	1952	1616.7	12.8	1.83	76.03	139.50
234-4-100	Gamsheim	Gam 1	7°53'49"	48°42'25"	127.0	1959	1714.0	6.8	1.97	33.84	66.62
234-8-100	Kilstett	Kil1	7°50'52"	48°40'33"	129.7	1959	1808.7	7.7	2.07	37.04	76.68
	Soultz-s-F	GPK1	-	-	-	1987	2002.0	14.0	2.05	65.22	133.50
	Soultz-s-F	4616	-	-	-	1950	1403.6	11.1	1.74	72.79	126.69
	Soultz-s-F	4609	-	-	-	1950	982.0	10.2	1.47	93.69	137.85
	Soultz-s-F	4601	-	-	-	1950	1020	9.9	1.36	88.38	120.54
	Soultz-s-F	4598	8°6'35"	48°58'22"	-	1950	855	9.0	1.26	93.57	117.95
	Soultz-s-F	4589	7°54'58"	48°57'46"	-	1950	849.3	9.9	2.04	104.79	213.89
	Soultz-s-F	4550	7°52'15"	48°56'17"	-	1950	1050	10.7	1.98	97	192.31

Tableau 2.3. Valeurs des paramètres thermiques prises pour les puits dans la région de Soultz

Référence du sondage	Profondeur	Température	Conductivité Thermique Equivalente	Coord X	Coord Y	Gradient Thermique	Flux Thermique
1266	1045	68.00	1.60	34.79	35.67	55.50	88.80
4500	900	112.00	1.50	37.00	33.00	113.33	170.00
4550	1050	107.00	1.98	36.20	33.50	97.00	192.31
4515	857	112.00	1.58	36.17	33.23	117.92	187.73
4554	859	112.00	1.56	36.40	33.30	116.17	185.39
4555	873.5	112.00	1.50	34.90	33.10	116.77	178.11
4579	970	90.00	1.60	37.50	33.20	82.47	131.96
4581	954	99.00	1.55	33.60	32.40	94.68	146.76
4583	1000	110.00	1.60	36.30	34.10	100.00	160.00
4589	849.3	99.00	2.04	35.20	32.60	104.79	213.89
4598	855	90.00	1.26	36.00	33.40	93.57	117.95
4601	1005	99.00	1.36	34.60	35.50	88.38	120.54
4602	1050	95.00	1.60	36.00	36.50	80.95	129.52
4606	954	115.00	1.60	33.60	32.70	111.70	178.72
4607	880	105.00	1.50	34.70	33.10	107.95	161.93
4609	982	102.00	1.47	35.80	33.30	93.69	137.85
4613	1020	112.00	1.60	34.70	33.75	100.00	160.00
4616	1387.5	111.00	1.74	36.00	34.00	72.79	126.69
4620	856	100.00	1.50	34.80	33.00	105.14	157.71
4626	883	102.00	1.50	34.10	32.70	104.19	156.29
4630	900	105.00	1.50	34.70	36.50	105.56	158.33
4636	890	86.00	1.50	36.50	34.20	85.39	128.09
4639	800	87.00	1.50	35.40	33.00	96.25	144.38
4642	843	95.00	1.50	34.70	33.00	100.83	151.25
4653	824	86.00	1.50	35.50	33.00	92.23	138.35
4658	1154	119.00	1.63	34.00	35.00	94.45	206.43
4662	1195	109.00	1.63	31.00	36.40	82.85	135.04
4687	1557	75.00	1.40	15.10	37.05	41.75	58.45
4712	1852	156.00	1.83	36.56	27.29	78.83	144.27
4742	1890	136.00	1.83	30.50	24.01	66.67	122.00
4747	1213	133.00	1.80	35.95	27.10	101.40	182.52
4755	1407	87.00	1.83	28.40	21.70	54.73	174.59
4762	1616.7	128.00	1.83	28.95	22.68	72.99	139.50
4770	1552	128.00	1.83	24.90	22.30	42.60	174.59
4775	859	111.00	1.69	23.23	24.00	60.48	198.78
4776	1691	140.00	1.72	33.80	26.90	76.88	132.23

Tableau 2.3 : suite

Référence du sondage	Profondeur	Température	Conductivité Thermique Equivalente	Coord X	Coord Y	Gradient Thermique	Flux Thermique
4781	650	35.00	1.60	24.45	23.90	38.46	61.53
4783	1560	70.00	1.60	24.40	22.95	38.46	61.70
4804	575	41.00	2.00	27.70	39.50	53.91	107.83
Baden- baden1	2149	109.00	1.60	33.96	5.83	46.07	73.71
Baden- baden 2	900	56.00	1.50	34.15	4.20	51.11	76.66
Baden- baden 3	299	62.00	1.50	34.50	1.00	173.91	260.81
Do 23	500	45.00	1.15	30.90	22.72	70.00	80.50
Do 24	537	35.00	1.15	29.10	23.90	46.55	53.54
Do 25	503	31.00	1.15	31.55	21.20	41.75	48.01
Esc 1	1619	95.00	1.90	-10.08	14.90	52.50	99.75
Esc 2	913	45.00	1.30	-10.60	14.77	38.34	49.84
Esc 3	870	65.00	1.30	-10.88	14.60	63.22	82.18
Esc 4	873	60.00	1.30	-9.60	15.70	57.27	74.46
Esc 5	881	46.00	1.30	-10.90	14.28	40.86	53.12
Esc 6	895	51.00	1.30	-8.60	16.00	45.81	59.55
Karlsruhe 1	2300	107.00	2.10	59.28	3.86	42.17	88.57
Kork 1	2401	107.00	2.10	1.98	11.20	40.40	84.84
Kork 2	1114	58.00	2.10	1.68	10.52	43.09	90.48
Legelshurst1	1160	75.00	2.10	1.78	9.10	56.03	117.67
Legelshurst2	830	58.00	2.10	1.85	8.50	57.83	121.45
Lip 1	987	60.00	2.10	-14.40	20.70	50.66	106.38
Mei 1	664	38.00	2.10	-20.80	23.60	42.17	88.55
Mei 2	1708	84.00	2.10	-22.80	23.70	43.33	90.98
Rüppur 1	2789	119.00	2.30	60.78	1.44	39.08	89.89
Weitenung 1	1795	67.00	2.10	28.64	5.50	31.75	66.69
Scn 1	1270	114.00	1.95	39.96	31.97	81.89	159.37
Alt1	1230	52.00	1.76	47.80	33.24	34.15	60.03
Scb 102	2000	121.00	1.38	48.30	20.80	55.50	76.84
Die 2	1029	40.00	1.33	32.60	39.00	29.15	38.91
Rmw 1	709	48.00	1.76	33.87	31.60	53.62	94.54
Hag 1	600	40.00	1.40	18.18	29.90	48.33	67.66
Rit 4	1097	80.00	1.67	33.23	26.82	63.81	106.35
Gam 1	1711	68.00	1.97	15.16	18.39	33.84	66.32
Kil1	1808	77.00	2.07	10.20	19.77	37.06	76.71
GPK1	2002	140.00	2.05	35.80	34.60	64.94	133.50

CHAPITRE 3

Détermination des conductivités thermiques du granite de Soultz à partir du forage EPS1

3.1 Introduction

Dans le cas d'un matériau homogène et isotrope soumis à un transfert de chaleur purement conductif, l'équation de Fourier s'écrit :

$$\operatorname{div}(-\lambda \operatorname{grad} T) = A + \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.1)$$

Où λ , T , ρc , t et A sont respectivement, la conductivité thermique, la température, la chaleur volumique, le temps et la production de chaleur. Les deux paramètres fondamentaux utilisés pour décrire le comportement thermique d'un corps en régime conductif sont, en régime permanent, la conductivité thermique (λ), et en régime transitoire, la diffusivité thermique ($a = \lambda/\rho c$).

La conductivité thermique est un paramètre fondamental pour caractériser le régime thermique d'un corps. Elle peut être mesurée directement sur des échantillons ou bien estimée à partir de la composition du corps par des modèles numériques.

Récemment un grand nombre d'études pour l'évaluation des propriétés physiques des matériaux composites ont été développées. Les roches sont des agrégats de plusieurs minéraux, il est donc tentant d'utiliser les modèles mis au point pour les matériaux composites (Bertaux *et al.*, 1975; Harriot, 1975; Tartar 1985; Brigaud, 1989) pour déterminer la conductivité thermique de l'ensemble à partir des conductivités des composants (Kanamori *et al.*, 1968; Horai, 1971; Johnson et Wenk, 1974).

En ce qui concerne les méthodes de mesure de conductivité, elles peuvent être classées en deux groupes: les méthodes "in situ" et les méthodes de laboratoire (Beck, 1976; Brigaud *et al.* 1989a et 1989b, Palciauskas 1986).

Les méthodes "in situ" ont l'avantage de permettre des mesures dans les conditions réelles où se trouve la roche, mais elles sont moins précises que les mesures de laboratoire. Celles-ci, par contre, nécessitent le prélèvement d'échantillons dans la masse rocheuse, échantillons dont la représentativité n'est pas toujours certaine.

Dans ce chapitre nous nous consacrerons à la mesure en laboratoire des conductivités de roches, dans le but de caractériser le régime conductif d'une structure géologique. Nous avons mesuré la conductivité thermique du granite de Soultz-sous-Forêts, une région du graben du Rhin où, comme nous l'avons vu dans le chapitre 2, un flux géothermique anormalement fort a été mis en évidence.

Le conductivimètre que nous avons utilisé est destiné à mesurer la conductivité thermique de matériaux peu conducteurs tels que les roches à des températures comprises entre 10°C et 80°C. Les dimensions générales de cet appareil ont été déterminées par Tournier (1977) après optimisation à l'aide d'un modèle aux différences finies. La première partie de ce chapitre présente brièvement l'appareil dans sa version actuelle, ainsi que les corrections nécessaires aux mesures de conductivités.

Dans la seconde partie, nous présenterons l'automatisation et l'étalonnage de l'appareil, ce qui nous a permis d'évaluer les conductivités thermiques des roches de Soultz.

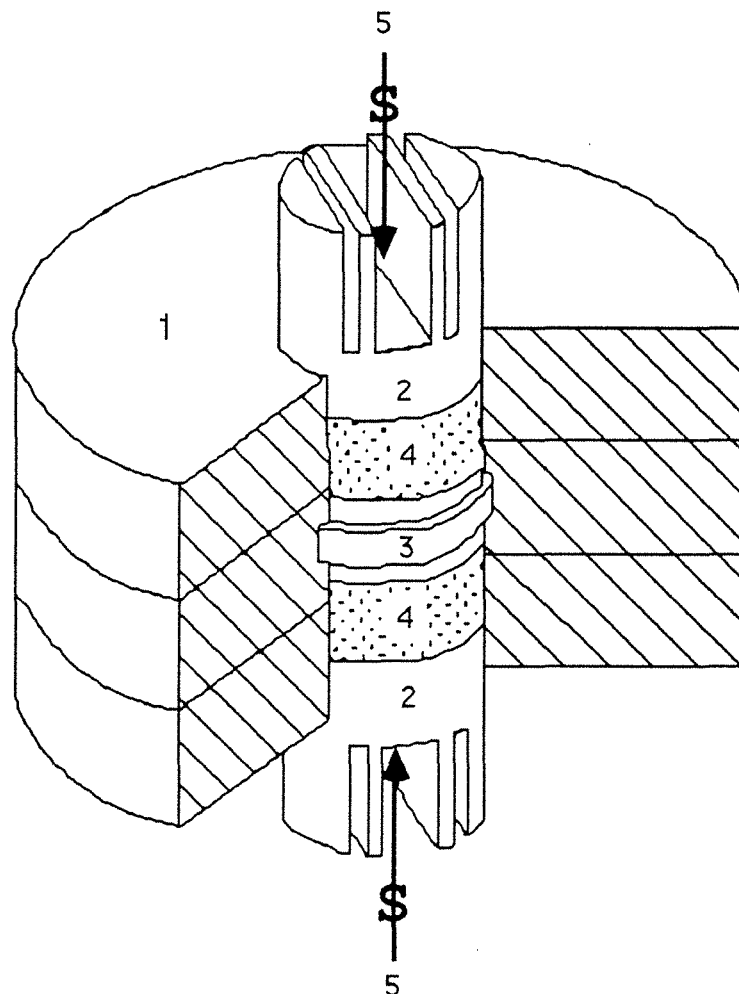


Figure 3.1 Conductivimètre symétrique et ses composants.

3.2 Description du conductivimètre

On considère une pile cylindrique constituée de deux échantillons entre lesquels est placé un élément chauffant et une thermistance sur chaque face de l'échantillon (Fig 3.1). Les deux extrémités du cylindre sont maintenues à température constante T_1 et l'élément chauffant, au centre de la pile, à la température T_2 . La paroi latérale de la pile cylindrique est constituée d'un matériau supposé isolant .

Description de composants (voir fig 3.1)

(1) Le support isolant est conçu, d'une part, pour limiter les pertes latérales de chaleur, et d'autre part, pour maintenir le positionnement relatif de tous les éléments constitutifs de la pile. Il est divisé en trois parties indépendantes assemblées à l'aide de 6 boulons.

La partie centrale est solidaire de l'élément chauffant et des deux thermocouples centraux.

Les deux parties extérieures permettent la mise en place des échantillons et des bouchons.

(2) Bouchons métalliques. Ces bouchons sont en cuivre et portent des ailettes qui assurent une bonne évacuation de la chaleur traversant les échantillons, et par là même une surface de contact avec ceux-ci à une température égale à celle du bain dans lequel le conductivimètre est plongé.

(3) Élément chauffant. Celui-ci est composé d'un bloc de cuivre dans lequel est placée une résistance constituée d'un circuit imprimé, maintenue en place par un composite époxy-fibre de verre.

(4) Les échantillons sont des disques de 25 mm de diamètre, d'une épaisseur comprise entre 8 et 15 mm.

(5) Dispositif de mise sous pression. Un cadre permet le serrage de l'ensemble de la pile de mesure, diminuant ainsi les résistances thermiques de contact aux interfaces bouchon-échantillon et échantillon-élément chauffant. L'ensemble repose sur des pieds en matière isolante.

3.3 Principe de mesure

Si l'on admet que le flux thermique du système est unidirectionnel, la densité de flux traversant l'échantillon est donnée par la loi de Fourier:

$$\Phi = - \lambda \text{ grad } T \quad (3.2)$$

Si W est la puissance dissipée à l'intérieur de l'élément chauffant on peut écrire :

$$\frac{W}{2S} = \lambda \frac{\Delta T}{E} \quad (3.3)$$

où $\Delta T = T_2 - T_1$, représente la différence des températures entre les extrémités de l'échantillon, E : l'épaisseur, λ : la conductivité thermique de l'échantillon et W : la puissance électrique dissipée.

Nous pouvons donc obtenir la conductivité thermique (λ_m) de l'échantillon, à partir de l'équation 3.2 :

$$\lambda_m = \frac{U I}{2S} \frac{E}{\Delta T} \quad (3.4)$$

où : U est la tension appliquée à la résistance de chauffage, I : l'intensité du courant et S : section circulaire de l'échantillon.

3.4 Evaluation des corrections de mesure

Etant donné que le contact entre les composants du conductivimètre n'est pas parfait et qu'il existe des fuites de chaleur par les parois, il est intéressant d'évaluer quantitativement ces effets sur la mesure des conductivités.

3.4.1 Résistance de contact entre les composants

Lorsque deux solides sont juxtaposés, le contact ne s'effectue jamais de manière parfaite mais uniquement sur une petite partie de la surface apparente. Entre ces zones subsiste un espace interstitiel rempli par le fluide dans lequel l'appareil est immergé. Lorsqu'un flux de chaleur traverse le contact, le champ de température résultant est discontinu de part et d'autre

de l'interface. L'influence de cette zone perturbée sur le reste des deux solides, où la loi de la conduction s'applique normalement, peut être exprimée en introduisant une discontinuité de température à l'interface. Cette discontinuité dépend du flux traversant le contact et d'un paramètre appelé résistance thermique de contact.

Définition de la résistance de contact :

Soient deux solides 1 et 2 juxtaposés selon un plan théorique de contact π_0 (figure 3.2). Pour calculer le champ de température en dehors de la zone perturbée, il est commode d'introduire le schéma de résistance de contact. Pour cela désignons par t'_1 et t'_2 les températures fictives obtenues par extrapolation de $t_1(x)$ et $t_2(x)$ jusqu'en π_0 . La résistance du tube de flux de section unité, $S = 1$ compris entre les plans P1 et P2 limitant la zone perturbée, peut s'écrire:

$$R_{p1p2} = \frac{T_2 - T_1}{\phi} = \frac{T_2 - T'_1}{\phi} + \frac{T'_1 - T'_2}{\phi} + \frac{T'_2 - T_2}{\phi}$$

$$R_{p1p2} = R_{p1\pi_0} + R + R_{p2\pi_0}$$

(3.5)

ϕ étant la densité de flux de chaleur, $R_{p1\pi_0}$ et $R_{p2\pi_0}$ sont respectivement les résistances des milieux 1 et 2, entre P1 et π_0 et P2 et π_0 , dans l'hypothèse où les champs de température t_1 et t_2 se prolongeraient sans être perturbés jusqu'en π_0 . La résistance thermique de contact est, par définition (Bardon, 1972):

$$R = \frac{T'_1 - T'_2}{\phi}$$

(3.6)

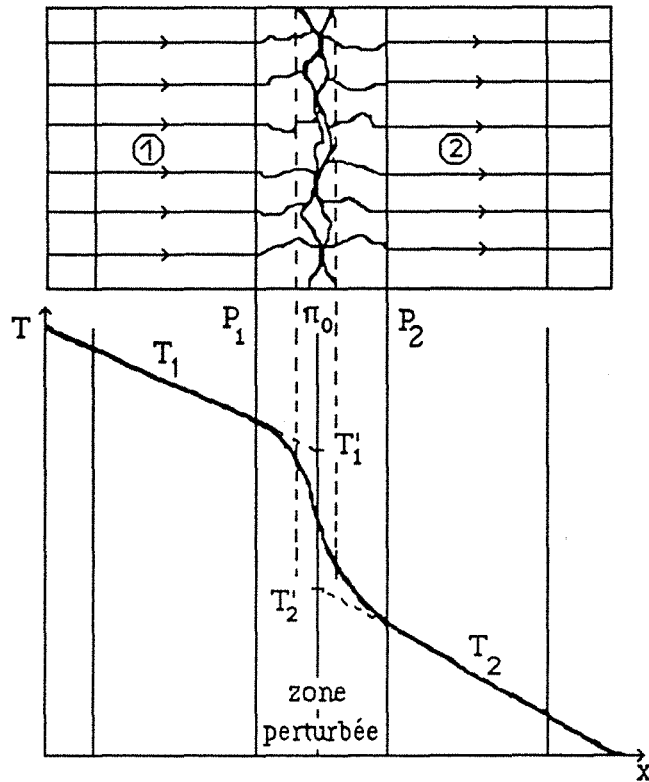


Figure 3.2 Résistance thermique de contact entre deux solides
(D'après Bernard, 1981)

Une analyse faite par Bardon (1972), a montré que les résistances thermiques de contact autour de π_0 dépendent d'un grand nombre de paramètres, dont les principaux sont :

- les caractéristiques thermiques des milieux 1 et 2,
- les états de surface,
- la pression apparente de contact,
- le temps,
- la nature du fluide interstitiel,
- la température moyenne du contact,
- l'adjonction de couches minces (film d'oxyde ou feuilles minces)

Tant du point de vue théorique qu'expérimental, le rôle des différents paramètres influençant la valeur de la résistance de contact est assez bien précisé. Cependant le problème de la prévision de cette valeur n'est pas résolu de manière satisfaisante. La dispersion des résultats expérimentaux obtenus avec des surfaces semblables amène Bardon à se demander si la résistance thermique de contact ne devrait pas être considérée comme une

grandeur aléatoire dont la valeur la plus probable serait déterminée expérimentalement.

3.4.2 Evaluation des corrections dans la mesure

Lors de la conception du dispositif expérimental, une étude critique a été réalisée par Tournier (1977). Dans ce travail, le conductivimètre a été détaillé point par point afin de déterminer en toute objectivité les causes de pertes thermiques.

A l'issue de l'étude réalisée par Tournier, il apparaît que les principales fuites non directement chiffrables sont localisées sur les surfaces latérales de l'élément chauffant et sur le pourtour de l'échantillon.

Le conductivimètre a été modélisé numériquement par Bernard (1981) pour évaluer les fuites thermiques, ce qui a permis de quantifier les pertes de flux et donc d'évaluer les corrections à apporter aux mesures de conductivité.

Cette étude est basée sur les hypothèses suivantes:

- le conductivimètre présente une symétrie de révolution
- le conductivimètre présente un plan de symétrie passant par l'élément chauffant, si les deux échantillons sont identiques
- la totalité de la densité de flux sortant de l'élément chauffant traverse l'échantillon
- les surfaces planes de l'échantillon sont isothermes respectivement à des températures T_1 et T_2 .

L'équation de la chaleur, résolue numériquement par Bernard (1981) en coordonnées cylindriques et en régime permanent, s'exprime par :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad (3.7)$$

où T représente une forme adimensionnelle de la température donnée par :

$$T = \frac{T - T_1}{T_2 - T_1} \quad (3.8)$$

où T_1 = température de l'élément chauffant, T_2 = température du bain thermostaté et T est la température au point m .

3.4.3 Evaluation des pertes de chaleur

Le modèle numérique a été mis en oeuvre pour des épaisseurs d'échantillon variant de 4 à 20 mm par pas de 2 mm, et une gamme de rapports de conductivités $\Lambda \approx \Lambda_m = \frac{\lambda_{\text{mesuré}}}{\lambda_{\text{isolant}}} \approx \Lambda_r = \frac{\lambda_{\text{réel}}}{\lambda_{\text{isolant}}}$ compris entre 0.1 et 300.

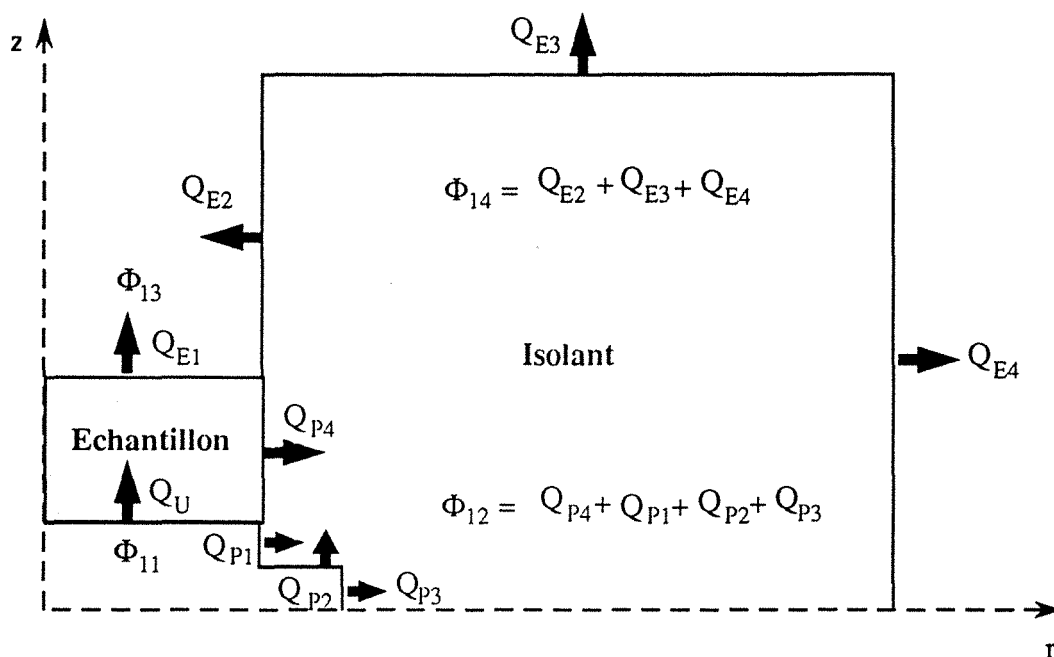


Figure 3.3 Bilan de flux thermique pour établir les pertes de flux sur l'échantillon.

A partir d'un bilan de flux thermique sur l'échantillon (fig 3.3), Bernard définit les quantités suivantes pour évaluer les pertes de flux.

a) Taux de pertes réelles (TPR)

Le taux de pertes réelles (TPR) est défini par :

$$\text{TPR} = \frac{\text{Chaleur totale perdue}}{\text{Chaleur totale fournie}} = \frac{Q_{E4} + Q_{E3} + Q_{E2}}{Q_U + Q_{P1} + Q_{P2} + Q_{P3}} = \frac{\Phi_{14}}{\Phi_{11} + \Phi_{13}} \quad (3.9)$$

La compréhension des transferts thermiques au sein de l'appareil passe par l'évaluation de la variation du taux de perte réelle en fonction des paramètres de calcul. Ainsi pour Λ constant et E croissant, on enregistre une augmentation de TPR. Inversement, TPR devient faible pour une épaisseur fixée et un rapport de conductivité croissant. On peut donc schématiser de manière simpliste le domaine étudié, par l'association de deux résistances thermiques en parallèle : R_i la résistance thermique associée à l'isolant reste

constante, alors que R_E croît dans le cas d'une augmentation de E ou d'une diminution de Λ (Cf Bernard, 1981).

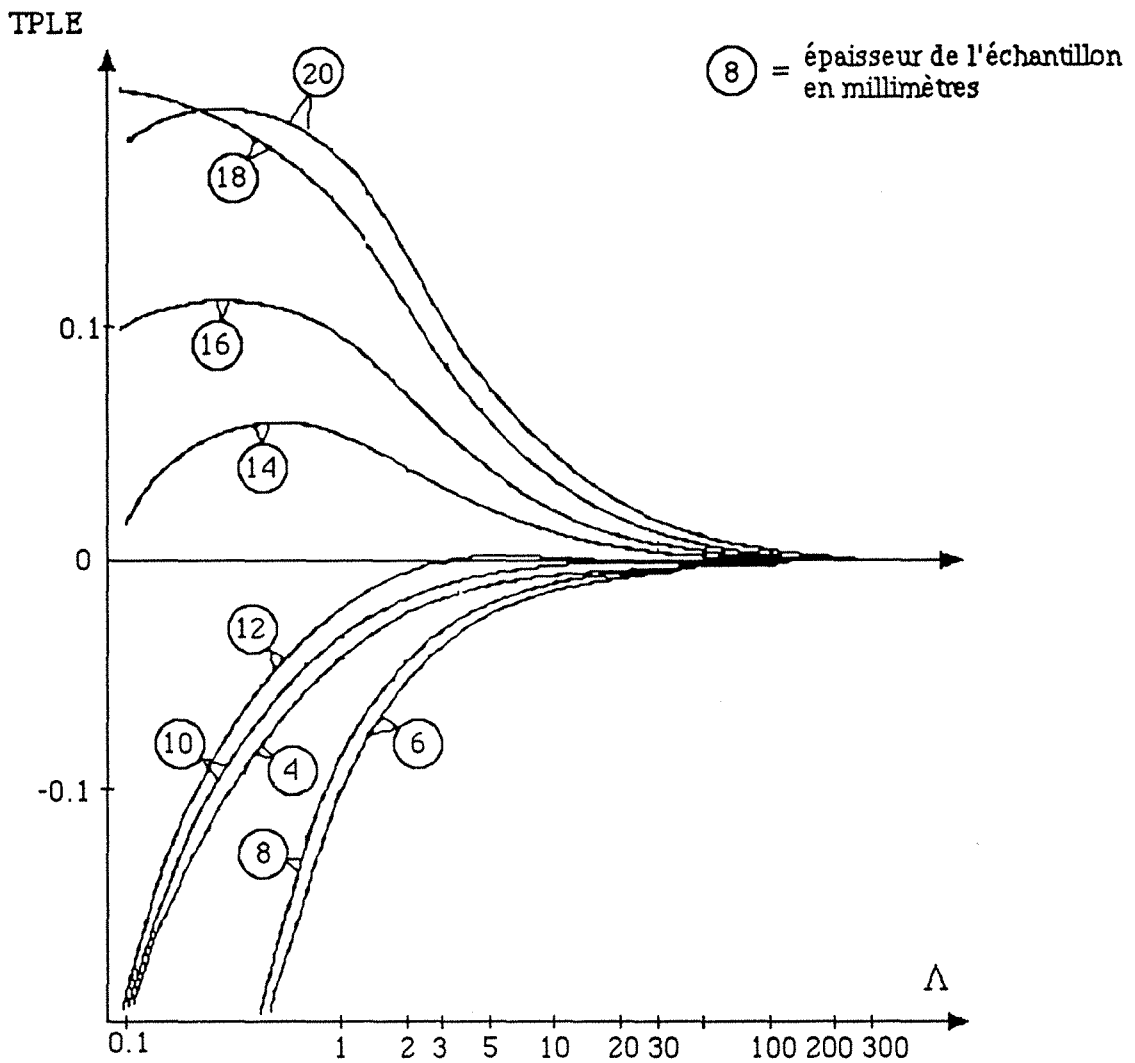


Figure 3.4 Taux de pertes latérales en fonction de Λ et pour diverses épaisseurs (D'après Bernard, 1981)

b) Taux de pertes latérales de l'échantillon (TPLE)

$$\text{TPLE} = \frac{\text{Pertes latérales de l'échantillon}}{\text{Chaleur rentrant dans l'échantillon}} = \frac{Q_{E4}}{Q_U} = \frac{\Phi_{11} - \Phi_{13}}{\Phi_{11}} \quad (3.10)$$

L'examen des courbes présentées (figure 3.4) nous a amené à interpréter la variation de TPLE de la manière suivante : pour une valeur de Λ constante et une épaisseur E décroissante, la diminution de TPLE peut être expliquée par une augmentation de Φ_1 , due au resserrement des isothermes et de la diminution de la surface d'échange.

$$\text{Sachant que : TPLE} = 1 - \frac{\Phi_{13}}{\Phi_{11}}$$

La diminution de E implique une augmentation de $\frac{\Phi_{13}}{\Phi_{11}}$, ainsi TPLE diminue puis devient négatif.

3.4.4 Facteur de correction global

Le facteur de correction global est défini comme:

$$\alpha = 1 - \frac{\Phi_{11} + \Phi_{13}}{2(\Phi_{11} + \Phi_{12})} \quad (3.11)$$

On définit $\lambda_{\text{réel}}$ et $\lambda_{\text{mesuré}}$ comme:

$$\begin{aligned} \lambda_{\text{mesuré}} &= \text{flux total} \times \frac{E}{\Delta T} \\ \lambda_{\text{réel}} &= \text{flux traversant l'échantillon} \times \frac{E}{\Delta T} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Les modélisations faites permettent de déterminer les fuites thermiques en fonction du rapport de la conductivité mesurée à la conductivité du support isolant, et de l'épaisseur de l'échantillon testé. On calcule ainsi le coefficient de correction (α') défini par :

$$\alpha' = \frac{\lambda_{\text{réel}}}{\lambda_{\text{mesuré}}} = \frac{\text{Flux traversant l'échantillon considéré}}{\text{Flux total fourni}} = \frac{\Phi_{11} - \Phi_{13}}{\Phi_{11}} \quad (3.13)$$

Pour l'ensemble des deux familles de courbes (fig. 3.5), le comportement global était prévisible. Lorsque Λ diminue, le flux traversant l'échantillon devient faible, se rapprochant du flux passant par les côtés de l'élément chauffant.

Inversement, lorsque Λ augmente, le flux traversant l'échantillon devient grand devant le flux évacué latéralement. Cela correspond bien à l'asymptote observée pour α , par contre α' tend vers 1,03. Ce phénomène s'explique par le fait que dans la partie centrale de l'échantillon la densité de flux est plus grande que sur la totalité de celui-ci.

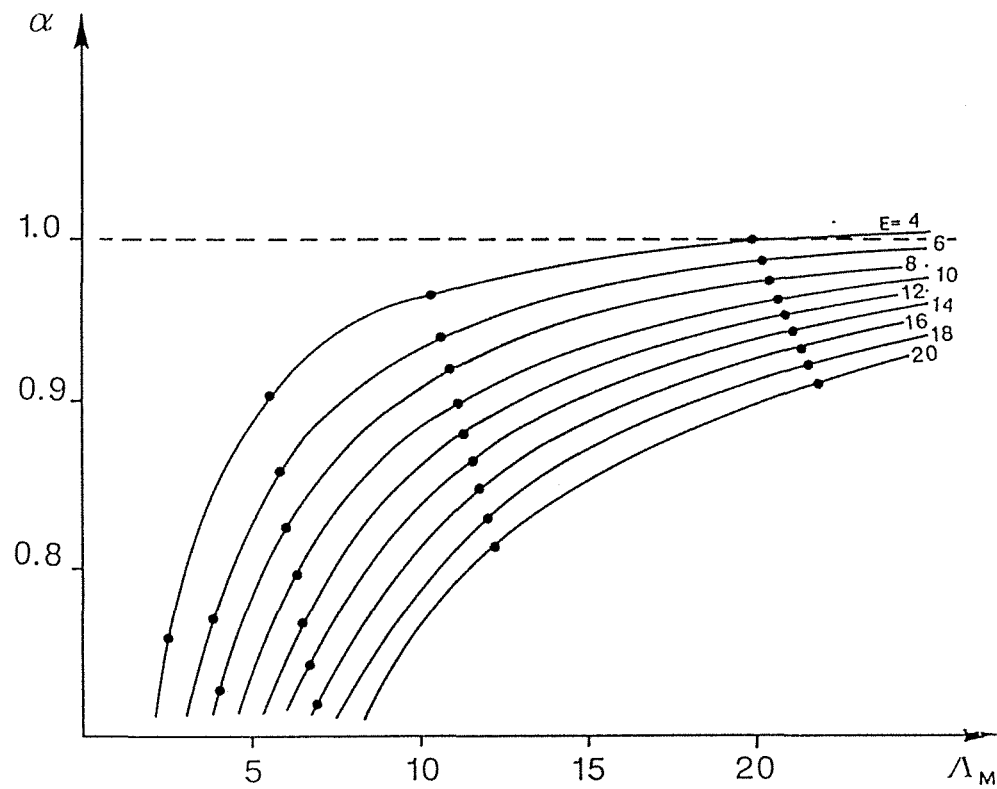
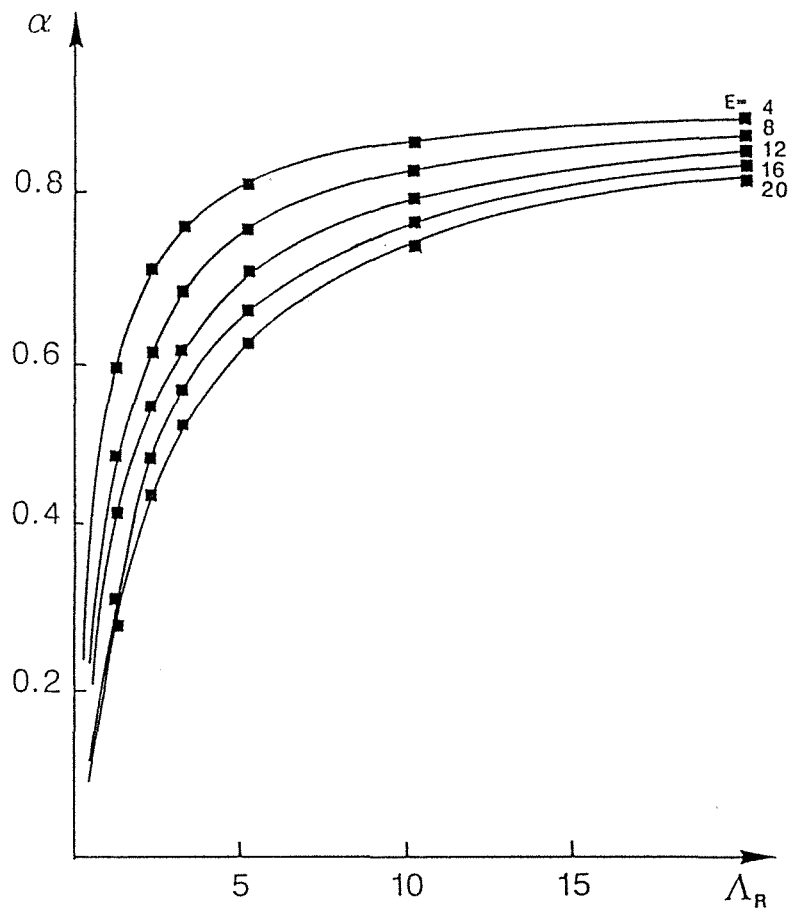


Figure 3.5 - Comportement du facteur de correction α par rapport à Λ et pour diverses épaisseurs E . a) facteur de correction α' par rapport à Λ_R et b) facteur de correction α par rapport à Λ_M . (D'après Bernard, 1981)

Remarque : le choix du facteur de correction ne pourra être fait qu'à l'aide d'une vérification expérimentale utilisant des conductivités de référence. Toutefois, les différences entre α et α' restant très faibles à l'intérieur de la gamme de mesure de l'appareil, nous considérerons que α et α' sont équivalents pour l'utilisateur.

Expérimentalement, on constate que ce modèle de conductivimètre a tendance à sous-estimer les valeurs des conductivités mesurées.

L'erreur entre la conductivité mesurée (λ_m) et la conductivité réel (λ_r) a été estimée par Bernard (1981) comme :

$$\lambda_r = \alpha \lambda_m \quad (3.14)$$

Le paramètre α dépend de l'épaisseur de l'échantillon et du contraste de conductivités (Λ_m) entre l'isolant et l'échantillon.

$$\Lambda_m = \frac{\lambda_{\text{mesuré}}}{\lambda_{\text{isolant}}} \quad (3.15)$$

La fonction de dépendance entre α , E et Λ est complexe (fig.3.5), mais cette relation est très importante pour corriger la conductivité thermique mesurée. Les valeurs α calculées numériquement par Bernard (1981) pour des épaisseurs E allant de 4 à 20mm et un contraste de conductivités Λ variant entre 0.1 et 300 ont été ajustées à l'aide d'un modèle polynomial:

$$\alpha(E, \Lambda) = a_0 + \frac{a_1 + a_2 E}{\Lambda} + a_3 E + a_4 \Lambda + a_5 \ln(\Lambda) \quad (3.16)$$

les valeurs des coefficients a_i sont reportées dans le tableau 3.1

Tableau 3.1 Valeurs des coefficients des polynômes permettant de calculer le paramètre de correction des mesures de conductivités thermiques en fonction de l'épaisseur E de l'échantillon et du contraste de conductivité Λ :

Λ	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
λ_r/λ_{iso}	0.2843	0.4826	-0.2481	-0.0058	-0.0169	0.3194
λ_m/λ_{iso}	1.0310	0.2291	0.1214	0.0	0.0	0.0

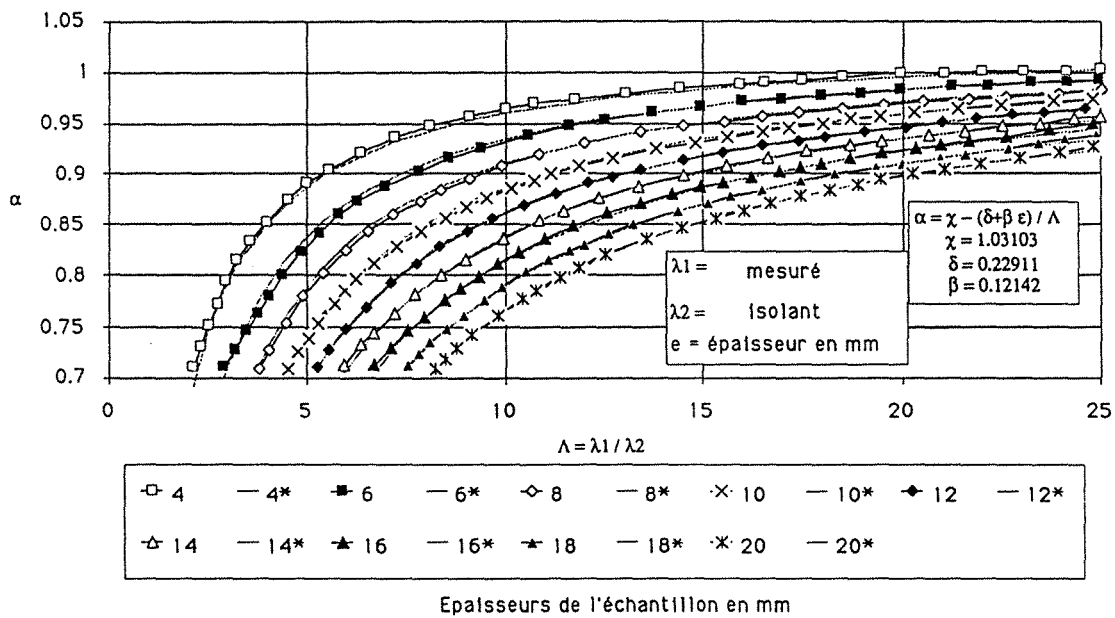


Figure 3.6 Facteur de correction pour les mesures de conductivités

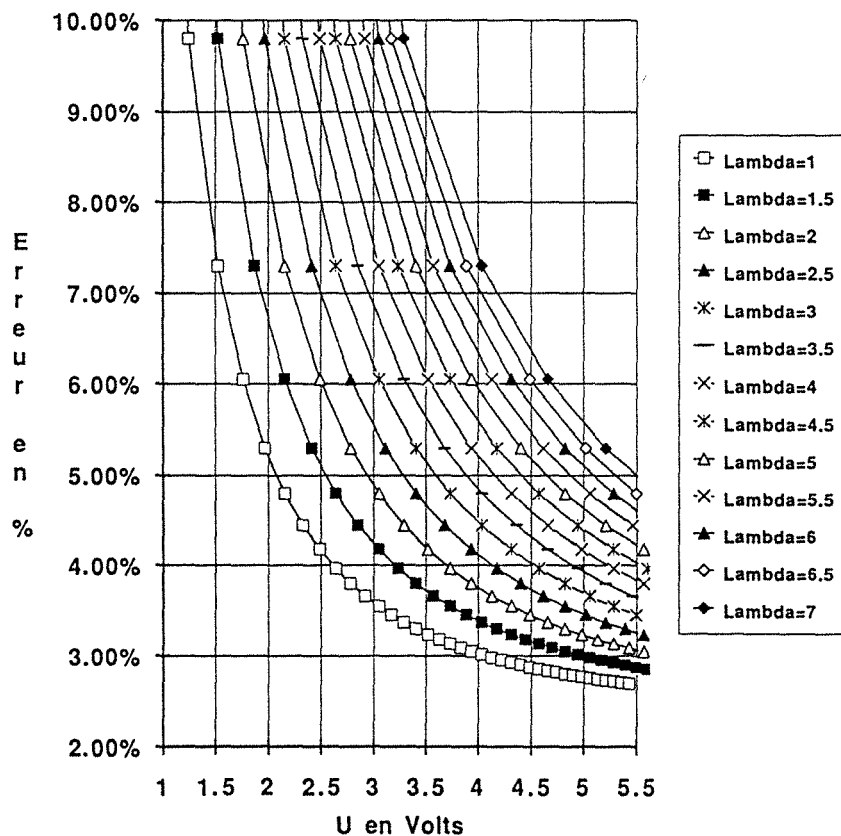


Figure 3.7 Erreur relative sur les mesures de conductivités en fonction du Voltage aux bornes de la resistance chauffante.

On peut observer sur la figure 3.6 que le modèle polynomial reproduit les courbes théoriques publiées par Bernard (1981) de manière tout à fait satisfaisante. Les coefficients du modèle polynomial sont utilisés pour la correction de valeurs de conductivité dans le sous-programme conduct (Cf section 3.5.2.1)

Nous avons aussi réalisé une étude détaillée, de l'erreur relative, sur les mesures de conductivités en fonction de la tension stabilisée (de 1 à 5.5 volts) imposée aux bornes de la résistance chauffante (Cf figure 3.7). Cette étude montre que l'erreur relative sur la mesure est inférieure à 7% à partir de 4 volts pour n'importe quelle valeur du rapport des conductivités échantillon-isolant. L'erreur absolue sur la conductivité thermique est inversement proportionnelle à la tension aux bornes de la résistance chauffante, en admettant que les erreurs relatives sur les autres grandeurs (surface résistante chauffante, épaisseur, température) sont constantes. Pour cette raison, nous recommandons de choisir une tension imposée aux bornes d'environ 4 ± 0.01 V. D'autre part, si le rapport de conductivités est suffisamment petit (< 3) l'erreur relative de la mesure peut diminuer jusqu'à 3%.

3.5 Conditions expérimentales

3.5.1 Préparation des échantillons et montage

Les échantillons cylindriques sont carottés dans la roche et leurs faces sont ensuite rectifiées afin d'être parfaitement parallèles et bien polies. Après avoir préparé soigneusement les échantillons, un film de graisse aux silicones est appliqué sur les surfaces de contact, afin de diminuer la résistance de contact. Les échantillons et les bouchons métalliques sont ensuite glissés dans le support isolant.

Nous procédons ensuite à l'assemblage des trois parties. La mise en pression s'effectue à l'aide du dispositif de serrage. Le conductivimètre posé sur son pied est alors plongé dans le bain thermostaté.

3.5.2 Automatisation de l'acquisition des données

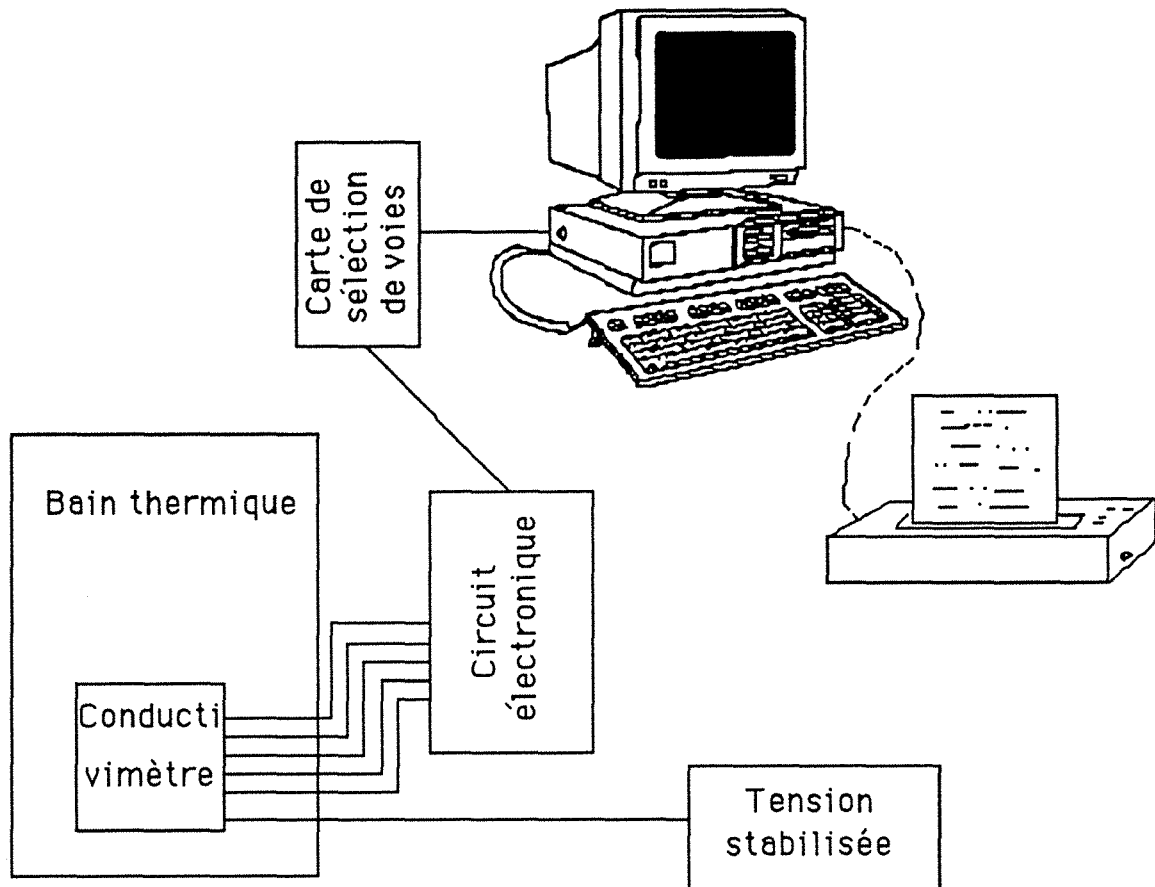


Figure 3.8 Diagramme de connexions pour l'automatisation du conductivimètre

Dans le but d'automatiser l'acquisition des données, un circuit électronique (développé au CRPG) de commande et d'acquisition des données a été connecté au conductivimètre (fig 3.8). Ce circuit sert d'interface entre le conductivimètre et un ordinateur IBM compatible (PC 286) muni d'un multiplexeur, à sélection de voies.

Les températures aux faces des deux échantillons sont mesurées par quatre thermistances de précision (de type Oméga 44031 de $10\text{k}\Omega \pm 0.1\%$ à 25°C). La prise de mesure est automatisée à l'aide d'une carte de conversion analogique-numérique 12 bits à 0-5 V d'échelle d'entrée.

Une tension stabilisée (type CN β Electronic 2000BN) d'environ 4 ± 0.01 V est imposée aux bornes de la résistance chauffante ($7\ \Omega$) impliquant une puissance de chauffage $W = 2.29$ W.

Le programme de pilotage du système de mesures permet l'interaction avec utilisateur et la lecture automatique des résistances et donc des températures aux faces des échantillons. Ainsi, le calcul des conductivités des échantillons et les corrections respectives sont effectuées automatiquement.

Le programme écrit en code Quick BASIC est constitué d'un programme principal et de 5 sous-programmes dont l'ordre d'exécution est présenté sur la figure 3.9. Chaque sous-programme est décrit ci-dessus :

Main : programme principal pour le pilotage du conductivimètre. Il fait appel aux sous-programmes de temporisation, de monitoring des résistances et des ports de l'ordinateur. Il fait la lecture de variables extérieures au programme.

Conduct : fait le calcul de conductivité de l'échantillon et effectue les corrections correspondantes.

Tiempo : scrute l'horloge interne de l'ordinateur et orchestre le temps d'attente entre chaque mesure jusqu'à ce que le régime permanent soit atteint.

Puerto : fait la lecture des ports dans les adresses correspondantes et calcule la moyenne des 20 mesures de résistance.

Diftem : calcule la température mesurée sur les thermistances à partir des valeurs des résistances lues sur les ports séries.

Guarda : génère un fichier de données sur disque avec un descriptif de l'échantillon, soit : nom de l'échantillon, diamètre, épaisseur, températures des thermistances, conductivité thermique et valeurs des corrections. Cette information est aussi imprimée sur papier.

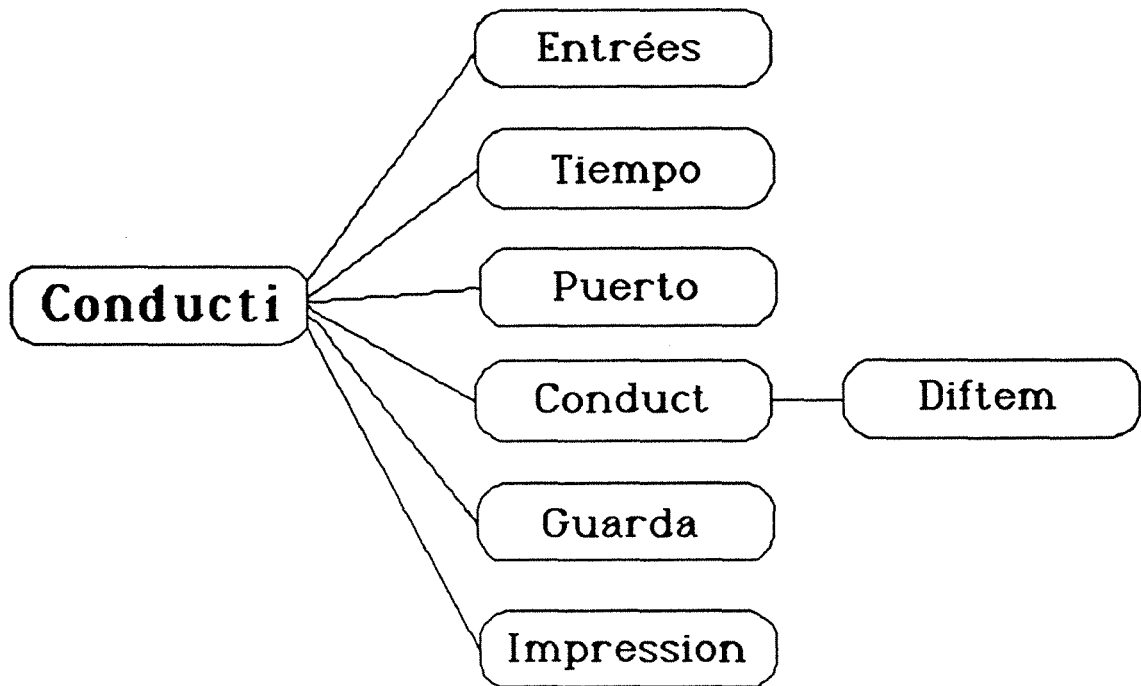


Figure 3.9 : Organigramme de pilotage du conductivimètre

Afin de vérifier le régime stationnaire du conductivimètre nous avons réalisé des mesures à intervalles de 2 minutes pendant 6 heures. Cette expérience nous a amené à la conclusion que l'ensemble du dispositif atteint le régime permanent au bout de 20 mn environ après le début de l'expérience (fig 3.10).

Mesure des conductivités en fonction du temps

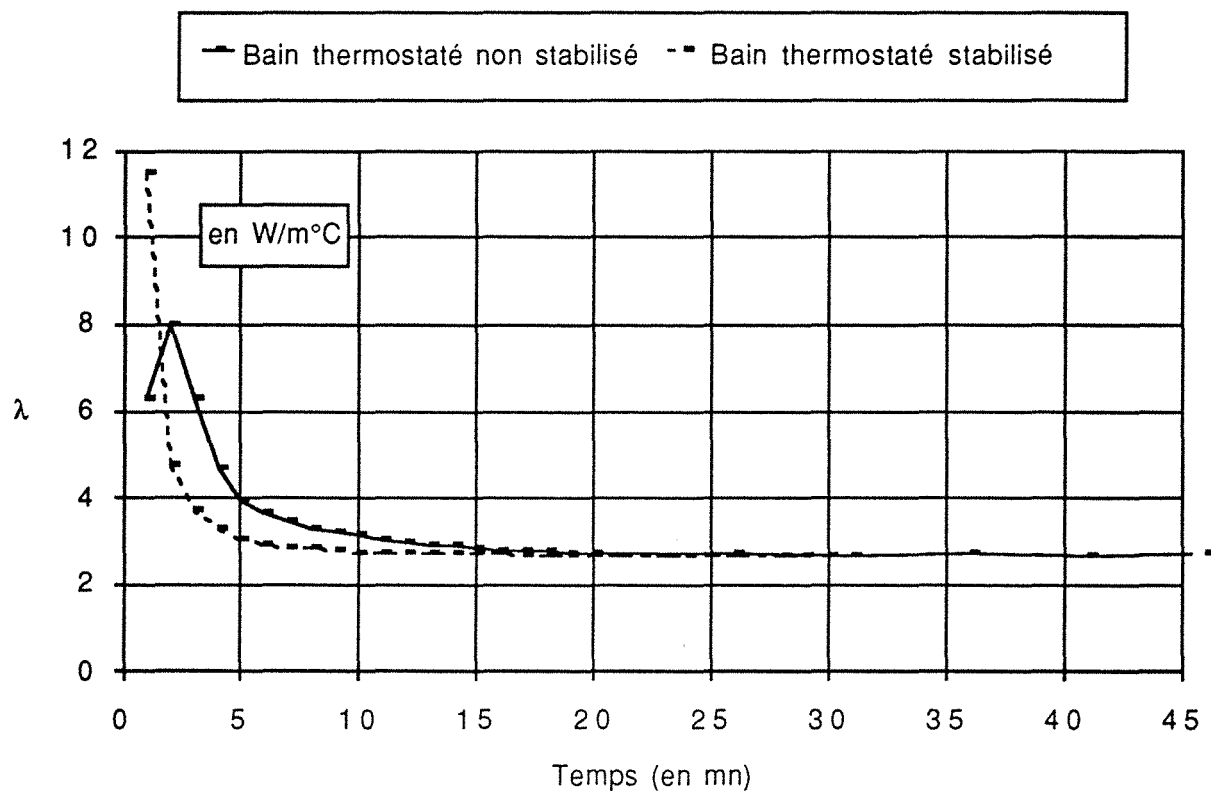
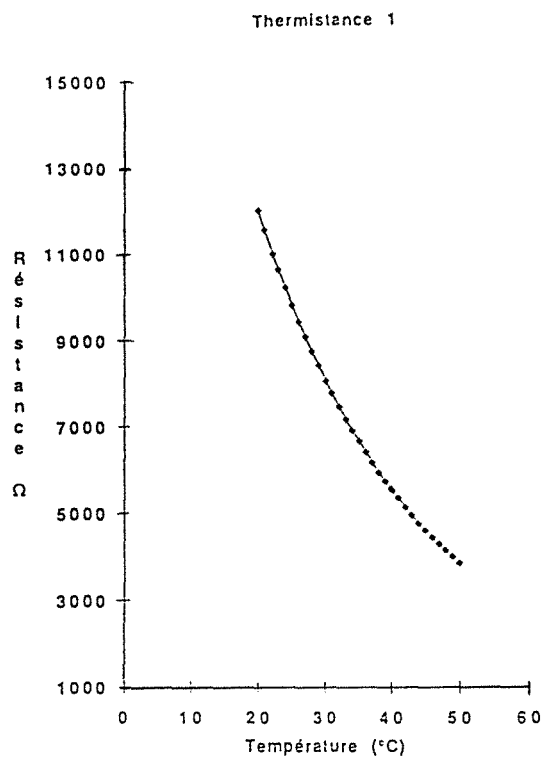


Figure 3.10 Stabilité dans la mesure des conductivités thermiques en fonction du temps.

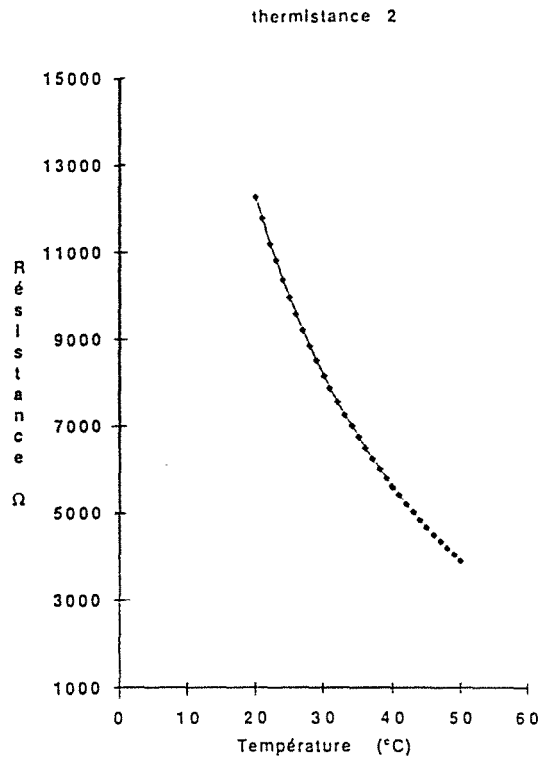
Lorsque l'ensemble du dispositif atteint le régime permanent, les températures aux faces des échantillons sont déterminées après correction et moyenne des valeurs (20 mesures) lues à l'aide des thermistances. Le contrôle de la mesure et les calculs sont effectués sur un IBM PC 286. Ces mesures sont répétées toutes les 15 mn pendant une heure. Si les conductivités moyennes aux différents temps sont égales à $\pm 0.01 W m^{-1} K^{-1}$, on considère que le régime permanent est établi. La mesure est alors validée, sinon l'expérience est recommencée.

3.5.3 Etalonnage de l'appareil

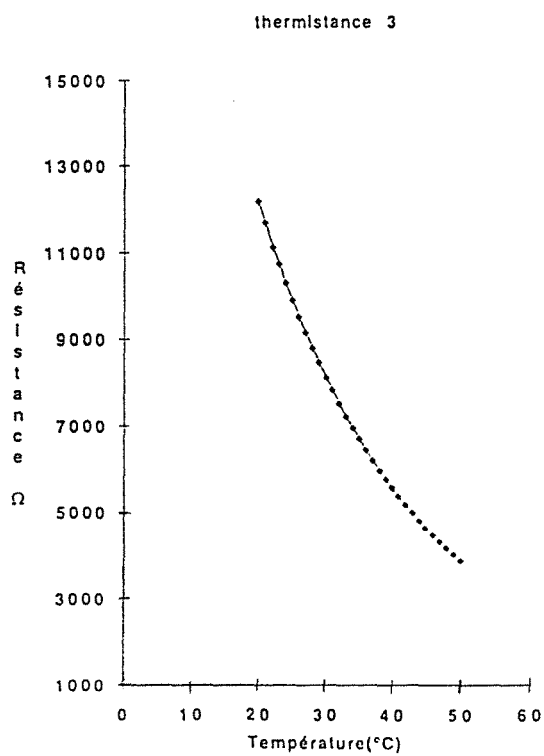
L'étalonnage de l'appareil peut être divisé en deux parties: l'étalonnage des thermistances à différentes températures et l'étalonnage du système qui permet d'établir une évaluation correcte des conductivités thermiques dans un intervalle de 1 à $10 W/m^{\circ}C$.



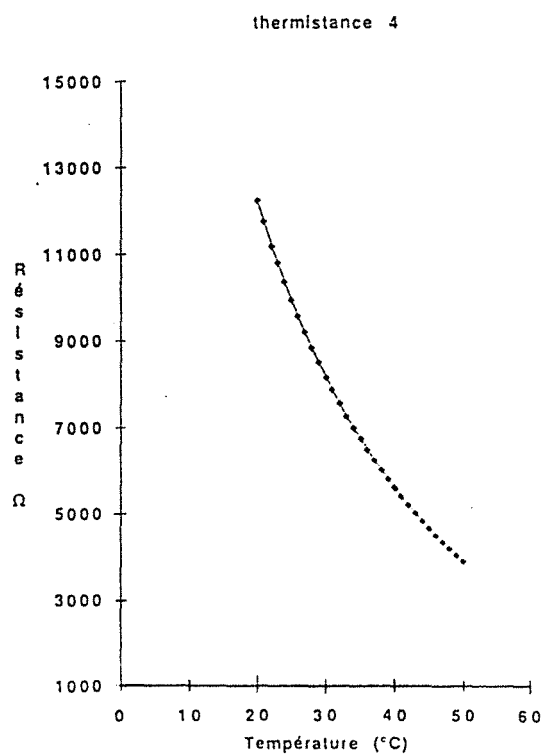
a)



b)



c)



d)

Figure 3.11 - Graphique d'étalonnage de thermistances en fonction de la température. a) thermistance R1, b) thermistance R2, c) thermistance R3 et d) thermistance R4

3.5.3.1 Etalonnage de thermistances

Deux cylindres de cuivre sont mis dans le conductivimètre à la place des échantillons pour avoir une très bonne conductivité entre les thermistances. Le dispositif est immergé dans un bain thermostaté, afin d'avoir la même température sur les quatre thermistances. Les résistances de chaque thermistance sont mesurées pour des températures de bain thermostaté variant de degré en degré, de 20°C jusqu'à 52°C (Fig. 3.10).

Les thermistances obéissent une loi empirique du type :

$$1/T = A + B \log R + C (\log R)^3 \quad (3.16)$$

où A, B et C sont des constantes spécifiques à chaque thermistance.

A l'aide d'une régression polynomiale logarithmique de la résistance en fonction de la température, nous avons déterminé les valeurs des constantes pour chaque thermistance (tableau 3.2).

Tableau 3.2 Valeurs des constantes d'étalonnage des thermistances, obtenues par régression polynomiale des données expérimentales (T en °C; R en kΩ).

Thermistance	A	B	C
R1	0.001282478	0.000195583	0.000000351
R2	0.001112750	0.000224980	0.000000217
R3	0.001131703	0.000221760	0.000000232
R4	0.001132050	0.000221920	0.000000229

3.5.3.2 Mesures des échantillons étalons

Afin de vérifier les valeurs mesurées par le conductivimètre symétrique, nous avons constitué un ensemble d'échantillons étalons dans la gamme 1 à 10 W/m K. Pour ce faire, nous avons sélectionné huit minéraux purs dont la conductivité thermique est parfaitement connue du point de vue théorique ou du point de vue expérimental (Tableau 3.3).

Tableau 3.3 Comparaison de valeurs des mesures de conductivités et des conductivités des étalons

Echantillon	Conductivité théorique	Conductivité reportée par Brigaud (1989)	Conductivité mesurée
silice	1.36	1.43	1.47 ± 0.06
calcite	3.23	3.3	3.62 ± 0.12
dolomite	4.6	5.3	3.70 ± 0.14
anhydrite	5.27	6.3	5.26 ± 0.12
quartz I	6.23	7.7	5.85 ± 0.05
quartz II	10.39		9.72 ± 0.05

3.5.3.3 Discussion

Les valeurs de conductivités déterminées par notre méthode sont en accord avec les valeurs théoriques ou celles publiées dans la littérature. Bien que le conductivimètre symétrique fasse partie des méthodes dites "absolues", c'est-à-dire qui donnent une valeur de conductivité thermique sans comparaison avec un étalon, nous avons vu dans les paragraphes précédents qu'un grand nombre de facteurs correctifs doivent être appliqués à la mesure dite "directe". C'est pourquoi nous pensons qu'une amélioration de ce dispositif passe nécessairement par un étalonnage à l'aide d'étalons dont les conductivités thermiques seraient déterminées par plusieurs méthodes. Cette méthode est largement utilisée pour la détermination des compositions chimiques, elle devrait l'être également pour la détermination des caractéristiques physiques comme la conductivité thermique.

3.6 Mesures des conductivités thermiques sur les carottes du forage EPS1

Nous avons réalisé les conductivités thermiques horizontales et verticales de 13 échantillons prélevés entre 1400 et 2200m sur le forage de EPS1, à l'aide du conductivimètre décrit antérieurement.

Les mesures montrent que la conductivité thermique du granite de Soultz est homogène et isotrope sur une épaisseur d'environ 1000m avec une valeur moyenne à 25°C de 2.88 ± 0.17 W/m.°C et de 2.5 ± 0.15 W/m⁻¹ °C à 140°C.

3.6.1 ARTICLE : Mesure des conductivités thermiques sur les carottes du Granite de Soultz-sous-Forêts (France); forage EPS1

J.J. Royer, E.L.Flores et J.C. Demange

Mesure des conductivités thermiques du granite de Soultz - sous - Forêts (France): forage EPS1

Jean-Jacques ROYER, E.-Leticia FLORES et Jean-Claude DEMANGE

Résumé - La conductivité thermique horizontale et verticale du granite de Soultz, mesurée à l'aide d'un conductivimètre symétrique sur 13 échantillons prélevés entre 1400 et 2200m (forage de EPS1), est homogène et isotrope de valeur moyenne 2.88 ± 0.17 et $2.47 \pm 0.15 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ respectivement à 25°C et à 140°C, alors que celle des orthoclases est de $2.16 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ à 25°C.

Measurements of the thermal conductivities of the Soultz-sous-Forêts Granite (France) from the EPS1 drill hole.

Abstract - Horizontal and vertical thermal conductivities of 13 rocks, sampled regularly from depths of 1400 to 2200m along EPS1 drill hole, were measured using a symmetric conductivimeter. They show that the granitic basement at Soultz is homogeneous and isotropic with mean values of 2.88 ± 0.17 and $2.47 \pm 0.15 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ at 25°C and at 140°C respectively. The thermal conductivity of the orthoclase is $2.16 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ at 25°C.

Abridged English Version - Thermal conductivity of rocks is one of the most important parameters for evaluating the potential resources of a geothermal project. Several techniques are generally used, including the absolute (divided-rod, [1],[2]) and transient (flash, [3]) methods. The conductivity of 13 granitic rocks sampled along drill EPS1 have been measured using a symmetric cylinder device. This apparatus is based on an absolute steady-state method and is used mainly for measurements of non conductive solid materials (ranging 1 to $20 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$) at temperatures $<150^\circ\text{C}$ ([4], [5]). In this method (Fig. 1), two identical sample rods (4) (length 10mm, diameter 25mm) are insulated (1) to prevent lateral heat losses. A copper disk (3), placed between the samples, is electrically heated by a resistance (7Ω) using a stabilized $4 \pm 0.01 \text{ V}$ power supply (type CN β Electronic 2000BN, Paris). Temperatures at the heated faces of each sample are measured by high precision thermistors (type Omega 44031 of $10\text{k}\Omega \pm 0.1 \%$ at 25 °C). The other ends of the samples are held at constant temperature by means of two copper rods (2) immersed in a temperature controlled bath (5). Assuming steady-state conditions, the thermal conductivity λ is given by the simple relation:

$$(1) \quad \lambda = \frac{W \cdot E}{2 S \cdot (T_2 - T_1)}$$

where W, E and S are respectively the heat power (usually 2.29 W), the cross-sectional area and length of the specimen. T_2 and T_1 are the temperatures at the sample faces. This method may also be considered as a longitudinal heat flow method ([4],[5],[7],[8]). This device, initially conceived at LEPT¹, has been automated at the CRPG² by a systematic sampling of temperatures in time using a IBM PC 286 including a 12 bit, 0-5V analog, numerical add-on card.

The Soultz-sous-Forêts, situated at the western limit of the upper Rhine Graben (E. France), has been selected by the European Hot Dry Rock (HDR) geothermal project as a pilot zone for exploiting low enthalpy energy. The basement, encountered at depths of 1400-2000m after drilling through the sedimentary cover, is a porphyroide mega-cryst orthose biotite granite with local hydrothermal alteration (sericite, calcite, hydro-muscovite). Horizontal K_h and vertical K_v thermal conductivities of 13 rocks

(Tab. 1), sampled at 50m intervals along the EPS1 drill hole, show that the granitic basement at Soultz is homogeneous and isotropic with a mean value of $2.88 \pm 0.17 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ at 25°C . Differences between K_h and K_v (Fig. 2a) are attributed to local petrographic variations (quartz content of the granite, hydrothermal alteration). They are not significant at the drill hole scale. Despite a slight increase in values from 1400 to 1600m depth, attributed to late superficial alteration (dilution of Qz), the vertical conductivity appears to be homogeneous at the drill hole length scale. The mean thermal conductivity (Fig. 2b) corrected to the *in situ* temperature ([12], [13]) is $2.47 \pm 0.15 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, similar to those obtained previously on drill GPK1 ([9], [10]). Consequently at large scale, the Soultz granite is isotropic and homogeneous.

INTRODUCTION. - La conductivité thermique des roches est un paramètre indispensable pour évaluer et interpréter les potentialités d'un projet géothermique. Pour les roches, elle peut être mesurée en régime permanent (méthode absolue de la barre divisée, [1],[2]) ou en régime transitoire (méthode flash, [3]). La conductivité thermique de 13 échantillons de granite (sondage EPS1) a été mesurée afin d'interpréter le profil de températures et évaluer le flux thermique du socle rhénan.

METHODE. - Le conductivimètre symétrique permet de mesurer à température $< 150^\circ\text{C}$ la conductivité thermique des matériaux peu conducteurs ($1 \text{ à } 20 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$). D'utilisation simple, cet appareil conçu au LEPT¹ ([4]), puis modifié et automatisé au CRPG² ([5]), appartient à la catégorie des systèmes de mesure absolue en régime permanent ([6]).

Principe de la mesure. - Les faces internes de deux échantillons cylindriques identiques sont chauffées uniformément à une température T_2 , tandis que les deux autres faces sont maintenues à température constante T_1 (Fig. 1) ([7],[8]). En régime permanent, la température T et le flux thermique Φ du système obéissent à la loi de Fourier:

$$(1) \quad \Phi = -\lambda \nabla T$$

Pour une puissance W constante imposée à l'élément chauffant et sous l'hypothèse d'un flux unidirectionnel, (1) se simplifie en:

$$(2) \quad |\Phi| = \frac{W}{2 S} = \frac{\lambda \cdot \Delta T}{E}$$

où S , E et λ sont respectivement la surface, l'épaisseur et la conductivité thermique de l'échantillon. λ se déduit alors de (2) par mesure directe des températures T_1 et T_2 aux faces de l'échantillon, notant $\Delta T = T_2 - T_1$, soit:

$$(3) \quad \lambda = \frac{W \cdot E}{2 S \cdot \Delta T}$$

Le conductivimètre symétrique.(Fig. 2) - Deux bouchons cylindriques en cuivre (2) imposent par conduction une température constante aux faces externes des échantillons (4) de dimensions 25mm de diamètre et 10mm d'épaisseur; l'élément chauffant (3) est constitué par une résistance incluse dans un cylindre de cuivre; le support isolant (1) minimise les pertes latérales de chaleur; l'ensemble du dispositif est immergé dans un bain thermostaté (5) maintenu à température constante. Les températures aux faces des échantillons sont mesurées par quatre thermistances de précision (de type Omega 44031 de $10\text{k}\Omega \pm 0.1 \%$ à 25°C). La prise de mesure est automatisée à l'aide d'une carte de conversion analogique numérique 12 bits à 0-5 V d'échelle d'entrée munie d'un multiplexeur pour la sélection des voies. Le contrôle de la mesure et les calculs sont effectués sur un IBM PC 286.

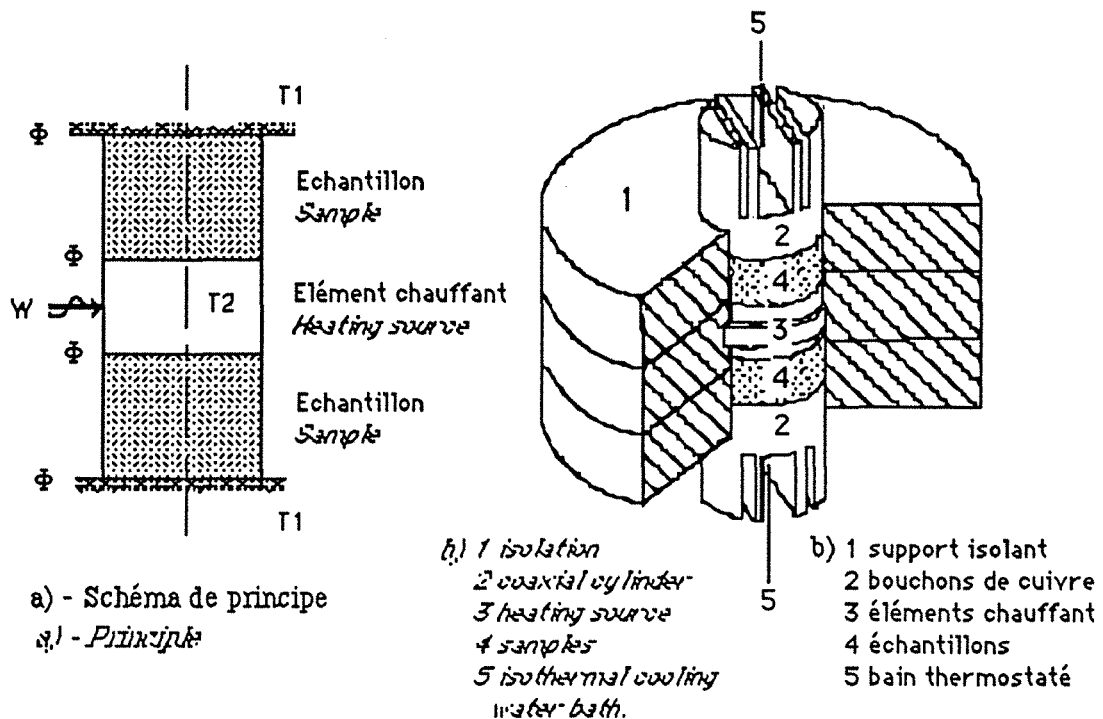


Fig. 1 - Schéma de l'appareil utilisé pour la mesure des conductivités thermiques.
Fig. 1. - Device configuration used for measuring the thermal conductivity of rocks.

Conditions expérimentales. - Une tension stabilisée (Alimentation de type CNβ Electronic 2000BN, Paris) d'environ 4 ± 0.01 V est imposée aux bornes de la résistance chauffante (7Ω) impliquant une puissance de chauffage de 2.29 W. Lorsque l'ensemble du dispositif atteint le régime permanent (20 mn minimum après le début de l'expérience), les températures sur les faces des échantillons sont déterminées après correction et moyenne des valeurs (20 mesures) lues à l'aide de thermistances de précision. Ces mesures sont répétées après 15 et 30mn. Le régime permanent est supposé atteint lorsque les conductivités moyennes à ces trois temps sont égales à $\pm 0.01 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$. La mesure est alors validée, sinon l'expérience est recommencée. Les conductivités thermiques du sondage EPS1 ont été déterminées à 25°C

ECHANTILLONNAGE. - Dans le cadre du projet Européen "Hot Dry Rock" de Soultz-sous-Forêts (France), le socle du graben du Rhin a été reconnu jusqu'à 2000m par forage carotté (EPS1). Le granite de Soultz présente une structure porphyroïde à méga-cristaux d'orthose de taille pluri-centimétrique, avec parfois des faciès à cumulat d'orthose et des zones plus ou moins riches en mica (biotite). La composition modale en orthoclase atteint en certains points des valeurs supérieures à 50%. 14 échantillons (13 de granite et 1 cristal de feldspath), ont été prélevés des profondeurs de 1400m à 2200m selon une maille pseudo régulière de 50m sur les différents faciès lithologiques observés (faciès sombre, clair, zones plus ou moins altérées,...). Sur chaque carotte, deux échantillons cylindriques orientés ont été réalisés: l'un d'axe parallèle au forage pour mesurer la conductivité verticale K_v , l'autre d'axe perpendiculaire au forage pour la conductivité horizontale K_h . La conductivité thermique a également été mesurée sur un méga-cristal de feldspath.

Tableau 1. - Conductivités thermiques (forage EPS1) du granite de Soultz-sous-Forêts.
 Table 1. - Thermal conductivities (EPS1 borehole) of the Soultz-sous-Forêts granite.

	Faciès	Z m	$T[1]$ K	K_h W/m K à 25°C	K_v W/m K à 25°C	K W/m K à 25°C	K^* W/m K in situ	$K[2]$ W/m K in situ
K75	Feldspath	1423	136.5	2.16				
K91	Granite	1533	139.8	2.61	2.51	2.56	2.20	2.8
K96	Granite clair	1560	140.6	2.95	2.90	2.92	2.52	
K102	Granite clair	1606	141.8	3.21	3.18	3.19	2.75	2.5
K109	Granite altéré	1642	142.4	2.58	2.96	2.96	2.38	
K119	Granite foncé	1692	143.3	2.84	2.92	2.88	2.48	2.4
K134	Granite	1776	144.1	3.14	3.05	3.09	2.66	
K136	Granite	1797	144.3	2.84	2.89	2.86	2.46	
K143	Granite	1850	144.8	2.84	2.80	2.82	2.42	2.5
K155	Granite clair	1930	145.8	2.6	3.01	3.01	2.40	2.55
K169	Granite	2011	146.7	3.09	2.85	2.97	2.54	
K178	Granite altéré	2072	-	2.75	2.58	2.66	2.28	
K181	Granite	2089	-	3.28	2.83	3.28	2.62	
K203	Granite	2202	-	2.8	2.77	2.78	2.39	
	n			13	13	13	13	5
	m			2.89	2.87	2.88	2.47	2.55
	σ			0.23	0.18	0.17	0.15	0.15
	Maximum			3.28	3.18	3.20	2.66	2.80
	Minimum			2.58	2.51	2.56	2.13	2.40

K_h = conductivité thermique horizontale à 25°C (en W/m K). Horizontal thermal conductivity at 25°C.

K_v = conductivité thermique verticale à 25°C (en W/m K). Vertical thermal conductivity at 25°C.

K = conductivité thermique moyenne à 25°C $[(K_h + K_v) / 2]$. Mean thermal conductivity at 25°C

K^* = conductivité thermique à température in situ. Mean thermal conductivity at drill hole temperature.

[1] = température du forage d'après ([9]). In situ drill hole temperatures (after [9]).

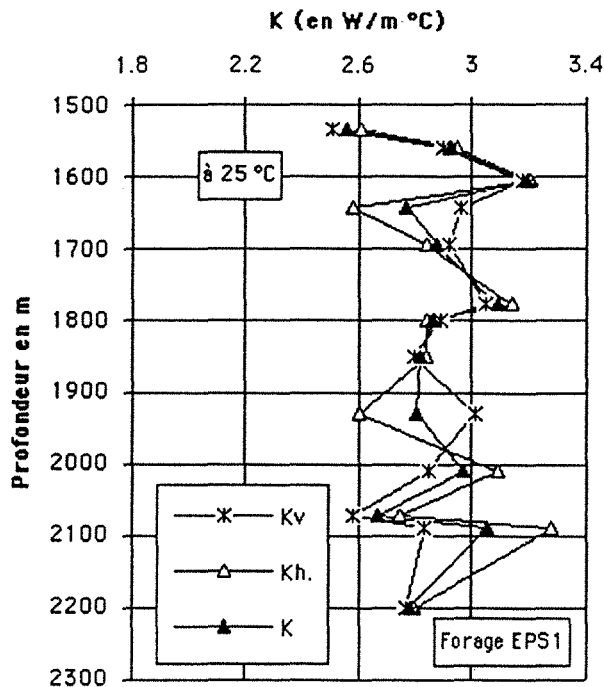
[2] = conductivité thermique des échantillons GPK1 à température in situ ([10]). Thermal conductivity at in situ temperature from drill GPK1 ([10]).

n = nb d'échantillon; m = moyenne ; σ = écart-type; n = sample number; m = mean; σ = std deviation.

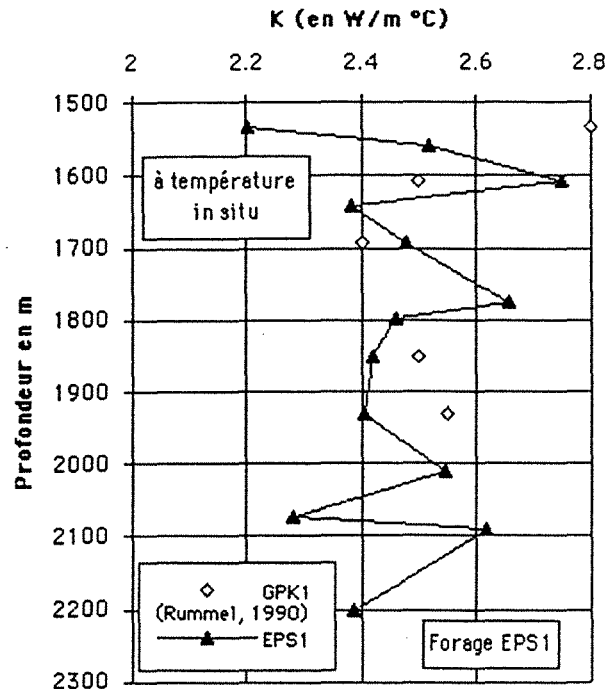
RESULTATS ET DISCUSSIONS. - Les conductivités thermiques verticales et horizontales (tableau 1) à 25 °C du granite de Soultz varient entre 2.51 et 3.28 W m⁻¹ K⁻¹ avec une valeur moyenne de 2.88 ± 0.17 W m⁻¹ K⁻¹.

Isotropie: K_v et K_h sont identiques à ± 0.16 W m⁻¹ K⁻¹ près (à comparer avec la précision de la méthode ± 0.1 W m⁻¹ K⁻¹) exception faite des échantillons K109, K155 et K181. Ces différences sont attribuées à l'hétérogénéité du granite. En effet, l'échantillon horizontal K109 recoupe partiellement un cristal d'orthose (conductivité 2.16 W m⁻¹ K⁻¹ contre 2.8 W m⁻¹ K⁻¹), alors que l'échantillon vertical est homogène. Il en est de même pour K155 et K181. Les différences entre K_h et K_v ne sont donc pas significatives. En conséquence, la conductivité thermique du granite EPS1 peut être considéré comme isotrope.

Variation en fonction de la profondeur: De 1500 à 1600m, les conductivités augmentent progressivement (2.82 à 3.01 W m⁻¹ K⁻¹) pour atteindre une valeur moyenne de 2.88 W m⁻¹ K⁻¹ au delà de 1600m (Fig. 2a). Néanmoins, localement, des valeurs supérieures à 3 W m⁻¹ K⁻¹ sont mesurées sur K134 (1776 m), K181 (2089 m), et à l'opposé, une valeur < 2.6 W m⁻¹ K⁻¹ sur l'échantillon altéré K178 (2072 m).



a) A 25°C
a) At 25°C



b) A température in situ.
b) At in situ temperature

Fig. 2 - Evolution des conductivités thermiques en fonction de la profondeur.
Fig. 2 - Thermal conductivities versus depth.

L'augmentation initiale des conductivités est attribuée à un enrichissement progressif en quartz du granite dû à l'altération et/ou aux variations de faciès (passage du faciès sombre riche en biotite au faciès clair), tandis que les différences au delà de 1650m (K134, K178 et K181) correspondent à des variations pétrographiques locales (altération, abondance de quartz, cumulat d'orthoses). Par exemple, l'échantillon K178 est hydrothermalisé à plagioclases séricitisés, argilisés (kaolinite, montmorillonite) et calcitisés, le feldspath potassique est également séricitisé (hydro-muscovite) et localement calcitisé, alors que K181 situé 17m plus bas est relativement frais avec une charge en quartz importante. Ces variations de faciès très locales expliquent les conductivités thermiques observées, mais à l'échelle du sondage EPS1, les propriétés thermiques du granite de Soultz sont homogènes. La conductivité du cristal d'orthose (K75) est de $2.16 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ comparable à $2.3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$, valeur obtenue par Horai ([11]) pour les "orthoclases".

Correction de l'effet température: La conductivité thermique diminue avec la température selon la relation ([12],[13]):

$$(4) \quad \lambda = \frac{\lambda_0}{1 + \alpha (T - T_0)}$$

où: λ_0 représente la conductivité thermique à 25°C; α paramètre de thermo-dépendance des conductivités, il varie généralement entre $5 \cdot 10^{-4}$ et $5 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ suivant le type de roche (environ $4 \cdot 10^{-4}$ pour un granite); T est la température in situ mesurée dans le forage (de 136 à 146 °C entre 1500 et 2200m). Les conductivités thermiques à 25 °C (tableau 1) diminuent d'environ 17% après correction. Elles sont du même ordre de grandeur que celles évaluées antérieurement sur le forage GPK1 (Fig. 2b) avec des valeurs moyennes respectives $2.47 \pm 0.15 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ (valeurs corrigées) et $2.55 \pm 0.15 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ([9]).

CONCLUSION. - Les conductivités thermiques du granite de Soultz déterminées sur 13 échantillons le long du forage EPS1 sont isotropes et homogènes. Elles sont légèrement supérieures aux valeurs de conductivité thermique de la littérature (1.95 à 2.65 W m⁻¹ K⁻¹ d'après [14]). Les variations des conductivités thermiques observées localement sont attribuées à l'altération et aux variations de la teneur en quartz de la roche.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] Lodge, O. J. (1878) - On a method of measuring absolute thermal conductivity of crystals and other rare substances. Part I. *Phil. Mag.*, 5, 5, 110-117.
- [2] Brigaud, F. (1989) - Conductivité thermique et champ de température dans les bassins sédimentaires à partir de données de puits. *Thèse Univ. Montpellier, Doc. et Trav. C.G.G.M.*, 23, 410p.
- [3] Parker, W.J., Jenkins, R.J., Butler, C.P., and Abbott, G.L. (1961) - Flash method of determining thermal diffusivity, Heat capacity and thermal conductivity. *J. Appl. Phys.*, 34 (7), 1909-1913.
- [4] Bernard D. (1981) - Quelques aspects de la mesure de conductivité thermique (application aux roches). *Thèse de Doct. Ing.*, Bordeaux, 199p.
- [5] Flores L. (1992) - Modélisation des transferts de chaleur et de masse en milieu poreux et fracturés. Application aux bassins sédimentaires et à la géothermie des roches sèches. L'exemple du site de Soultz. Thèse en préparation, INPL, Nancy.
- [6] Touloukian Y.S., Powell R.W., Ho C.Y. and Klemens P.G. (1970) - Thermal conductivity - Nonmetallic Solids. *in Thermophysical of Matter*, 2, IFI Plenum, New York, 810p.
- [7] Royer, J.J. et Danis, M. (1987) - Mise en évidence d'un phénomène de réfraction thermique entre le granite de Beauvoir et son encaissant. *in Echassières, le forage scientifique d'Echassières (Allier). Géologie de la France, n°2-3, mémoire GPF*, t. 1, ed. BRGM, 87-94.
- [8] Royer, J.J. et Danis, M. (1988) - Mise en évidence de phénomènes de réfraction thermique entre le granite de Beauvoir et son encaissant: mesures et modélisation. *in Echassières, le forage scientifique d'Echassières (Allier). Données analytique recueillies de 1985-1987. GPF, Doc. BRGM n°124*, 305-310.
- [9] Rummel, F. (1990) - Physical properties of the rock in the Granitic section of borehole GPK1, Soultz-sous-Forets. HDR Soultz, Geothermal Energy Projet.
- [10] Schellschmidt, R., Schulz, R. (1990) - Hydrogeothermic studies in the Hot Dry Rock Project at Soultz-sous-Forets. HDR Soultz phase 1, Geothermal Energy Projet.
- [11] Horai, K. (1971) - Thermal conductivity of rocks forming minerals. *JGR*, 76, 1278-1308.
- [12] Royer, J.J. et Danis, M. (1988) - Steady-state geothermal model of crust and the problem of the boundary conditions - Application to a rift system: the Southern Rhinegraben. *Tectonophysics*, 156, 239-255.
- [13] Chapman, D.S. (1986) - Thermal gradients in the Continental Crust. *in The Nature of the lower Continental Crust. Dawson, J.B., Carswell, D.A., Hall, J. and Wedepohl, K.H. (eds.). Geol. Soc. Special Publication*, No. 24, 63-70.
- [14] Kappelmeyer, O. and Haenel, R. (1974) - Geothermics with Special Reference to Application. *Geoexploration monographs, Ser. 1, n°4, Gebrüder Borntraeger, Berlin*, 238p.

J.-J. R., J.-P. D.: Modélisation et Informatique Géologique,
C.R.P.G., 15 rue N.D.- des - Pauvres,
B.P. 20, 54 501 Vandoeuvre-lès-Nancy. France
E.L. F: Insitut de Géophysique, Univ. de Mexico, (U.N.A.M.)
Circuito exterior, C.U.
04510, Mexico D.F., Mexique

¹Laboratoire Energétique et Phénomènes de Transferts de Bordeaux-Talence

²Centre de Recherches Péetrographiques et Géochemiques

3.7 Conclusions du chapitre

L'automatisation de l'appareil permet (1) d'accélérer la prise de mesure des températures aux faces des échantillons; (2) de réaliser des mesures plus précises, étant donné que la mesure peut se faire de façon continue et de manière reproductible.

En ce qui concerne les valeurs de conductivités trouvées pour le granit de Soultz, nous concluons que la valeur moyenne de $2.88 \pm 0.17 \text{W/m}^\circ\text{C}$ (à 25°C) peut être considérée comme homogène et isotrope.

CHAPITRE 4

Modélisation des transferts de chaleur conductifs à travers le fossé Rhénan

4.1 Modèle bidimensionnel à grande échelle

Le but de ce chapitre est de quantifier la part de chaleur d'origine conductive dans le bilan d'énergie du fossé Rhénan. Ce type d'approche est classique et cette méthodologie a été utilisée sur d'autres régions pour expliquer des anomalies thermiques observées en surface (Royer et Danis 1987, Turcotte, 1988). Par exemple, le régime thermique du Sud du graben du Rhin peut être interprété comme résultant à grande échelle de transfert purement conductif à travers la croûte terrestre (Royer et Danis, 1988). En est-il de même pour la partie Nord du graben? C'est l'hypothèse que nous allons prendre pour étudier l'origine des anomalies thermiques de la région de Soultz.

Si le champ de température résulte d'un transfert de chaleur purement conductif, les effets de réfraction de chaleur (contrastes latéraux importants de conductivité) entre les faciès devraient être à l'origine des anomalies thermiques observées sur les cartes de flux thermique.

Les transferts thermiques conductifs à travers la croûte ont été modélisés à grande échelle suivant une coupe verticale variant d'Est en Ouest de Ulm à Metz (soit 300 km) et verticalement jusqu'à une profondeur de 40 km, la localisation du profil est indiquée sur la figure 4.1. Cette coupe traverse les principales formations du bassin (Cf Figure 1.2). Sur ce profil, nous avons reporté la synthèse des différentes données géophysiques (sismique, gravimétrique, méthodes électriques,). Ceci a permis d'établir une bonne approximation de la géométrie des différentes formations de la croûte (voir figure 4.2). On notera toutefois, que le socle sous la Forêt Noire est mieux connu que celui situé sous les Vosges. En effet, cette partie de la croûte a été systématiquement étudiée dans le cadre d'un projet KTB (Gehlen *et al*, 1986), à l'aide de profil sismique. Il n'en est pas de même sur la partie Ouest de la croûte où seuls quelques sondages sismiques (Hirn, 1980) sont disponibles.

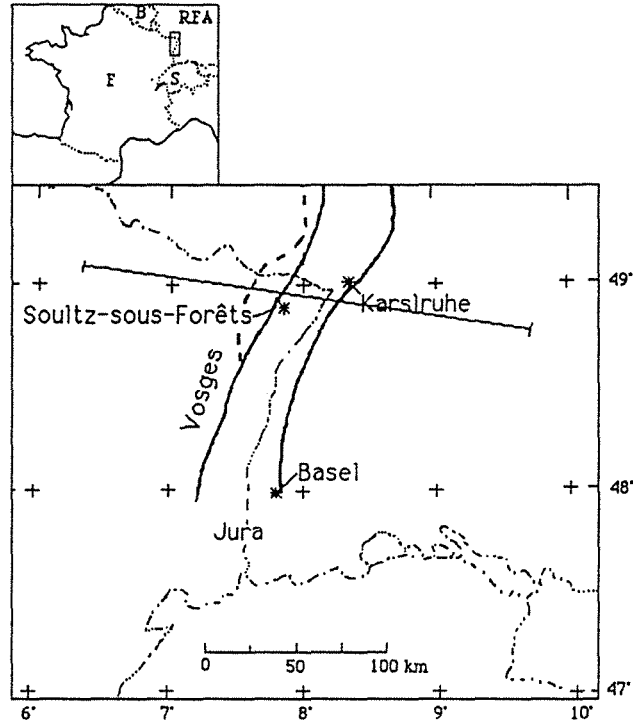


Figure 4.1 Localisation du profil utilisé pour la modélisation

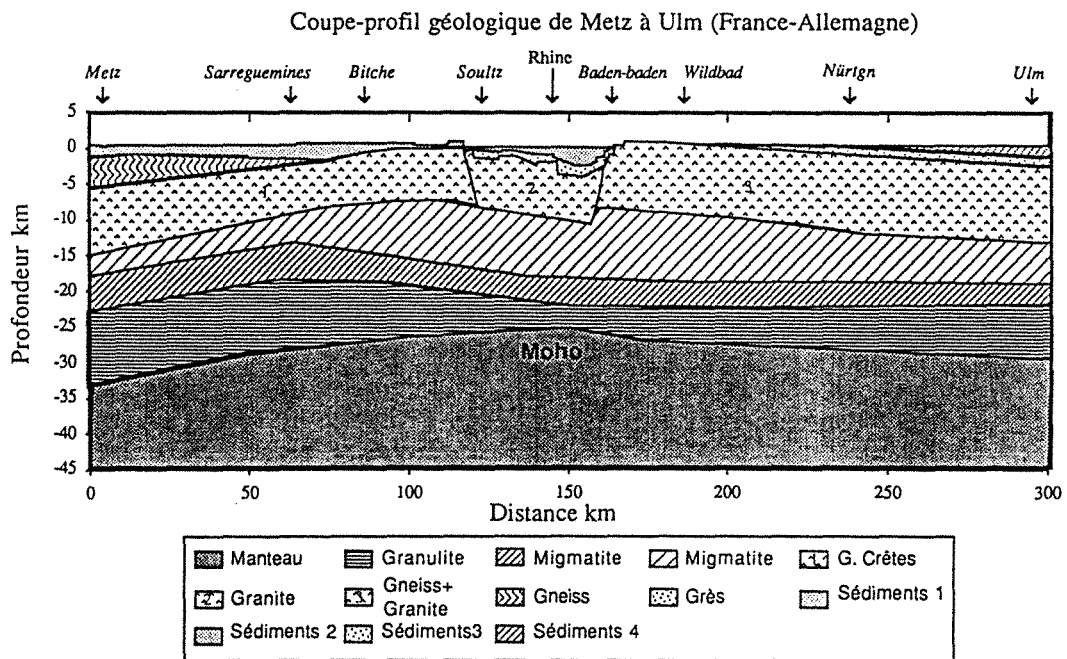


Figure 4.2 Coupe - profil géologique Est-Ouest du Graben du Rhin.

Sur le profil présenté, nous avons résolu l'équation de la chaleur en régime permanent selon un modèle de transfert de chaleur purement conductif par la méthode des différences finies. L'équation fondamentale de la thermique dans ce cas est l'équation de Poisson :

$$\nabla (K \nabla T) = - A \tag{4.1}$$

Le milieu modélisé est considéré comme hétérogène, et la conductivité thermique dépend de la température selon la relation suivante (Chapman, 1976 et 1986):

$$K = \frac{K_0}{1 + \alpha (T - T_0)} \tag{4.2}$$

où K_0 est la conductivité de la roche à la température de référence T_0 , α est une constante qui varie de 5×10^{-4} à $1 \times 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ selon le type de roche.

Les valeurs de conductivités thermiques utilisées sont reportées dans le tableau 4.1, pour les différentes unités géologiques rencontrées suivant la section verticale de la figure 4.2.

A la suite des travaux de Lachenbruch et Brewer (1968), Sclater *et al.* (1980) et England *et al.* (1980) il était admis que la production de chaleur décroît en fonction de la profondeur suivant une loi exponentielle : ce modèle permet d'expliquer la relation linéaire observée à grande échelle entre le flux de chaleur et la production de chaleur en surface.

Les valeurs de la production de chaleur des unités géologiques ont été évaluées à partir des concentrations en éléments radiogéniques (U, Th, K) selon le type de roche et la profondeur, publiées dans la littérature. On admet que la production de chaleur décroît en fonction de la profondeur selon la relation (Chapman, 1986).

$$A(z) = A_0 \exp (-z/D) \tag{4.3}$$

où A_0 est la production de chaleur en conditions de laboratoire, z la profondeur et D un facteur d'échelle-profondeur (Royer & Danis, 1988), admis comme constant et évalué à 12 km pour la région du Graben du Rhin.

4.2 Résolution numérique et conditions aux limites

La résolution de l'équation 4.1 a été obtenue numériquement sur un domaine de 300 km de large par 40 km de profondeur. La géométrie du domaine montre une forte dissymétrie du graben par rapport à son axe (fig 4.2).

La solution a été calculée aux noeuds d'une grille régulière de 300 x 80 noeuds, avec des mailles de 1 x 0.5 km².

En prenant comme condition à la limite inférieure un flux Φ_m , l'équation de la chaleur est résolue numériquement en 2D. Plusieurs itérations (généralement 3 à 4) sont nécessaires pour que le système converge et permette de prendre en compte la thermo-dépendance des conductivités thermiques. Cette première résolution permet d'évaluer le flux de chaleur en surface calculé par le modèle. Celui-ci est alors comparé au flux réel observé lors de la cartographie. Par différence, on peut alors réestimer le flux à la base Φ_m selon la même technique que précédemment.

La température moyenne en surface évaluée à 10°C correspond aux moyennes saisonnières relevées à la surface du sol à 10 cm de profondeur

Le fait que les limites latérales du domaine étudié se situent dans des faciès relativement homogènes, permet de penser que l'on peut imposer des conditions de flux nul sur ces limites.

4.3 Discussion

Malgré plusieurs essais, le flux de chaleur en surface ne peut pas être ajusté par ce modèle purement conductif. Cette méthode peut naturellement être utilisée aveuglement, de telle manière que le Φ_m imposé à la base permette d'améliorer sensiblement le flux en surface Φ_s . Mais, ceci impliquerait des variations de flux mantelliques latérales de l'ordre de 30 à 40 mW/m², ce qui nous paraît irréaliste compte tenu de nos connaissances actuelles sur les transferts thermiques croûte-manteau (Turcotte et Schubert, 1982). De plus, les conductivités thermiques utilisées ne permettent pas de retrouver la dissymétrie du flux de chaleur en surface observé entre l'Ouest et l'Est du Graben. Lorsque le flux à la base est augmenté, même ponctuellement sous l'anomalie de Soultz, la chaleur diffuse dans l'ensemble de la croûte, et le

flux de surface est uniformément augmenté. Tout se passe comme si les extensions spatiales de la perturbation en surface à Soultz était incompatible avec des perturbations de flux en profondeur. En effet, une faible variation en profondeur, par exemple, une anomalie de flux mantellique de quelques kilomètres est atténuée et modifie le flux en surface sur plusieurs dizaines de kilomètres.

4.3.1 Conditions de température en profondeur

Cette méthode proposée par Royer et Danis (1988) admet que le Moho correspond à une limite rhéologique du faciès magmatique. En effet lorsque la température augmente la viscosité d'un solide diminue. A partir d'une certaine valeur de viscosité de 10^{12} poise, la matière devient très fluide et ne peut plus se maintenir en place. Cet effet de diminution de viscosité en fonction de la température peut être augmenté lors de la déformation. De plus, la pression aurait tendance à diminuer la viscosité pour un même état thermique et de déformation. Ces phénomènes sont relativement complexes, néanmoins, on peut admettre que le Moho correspondrait à une limite visqueuse pour le faciès granulite dans un diagramme température-pression (T,P) (Meissner et Wever, 1986; Royer et Danis, 1988).

Les travaux de Cermák (1984) sur la synthèse des flux thermiques en Europe montrent une relation entre le flux thermique en surface et la profondeur du Moho.

Cette dépendance entre profondeur et température peut être utilisée pour définir les conditions aux limites dans la modélisation du transfert thermique dans la croûte terrestre. Elle a été utilisée pour calculer le flux de chaleur en profondeur (au Moho) pour le graben du Rhin. Ces résultats sont reportés sur la figure 4.3.

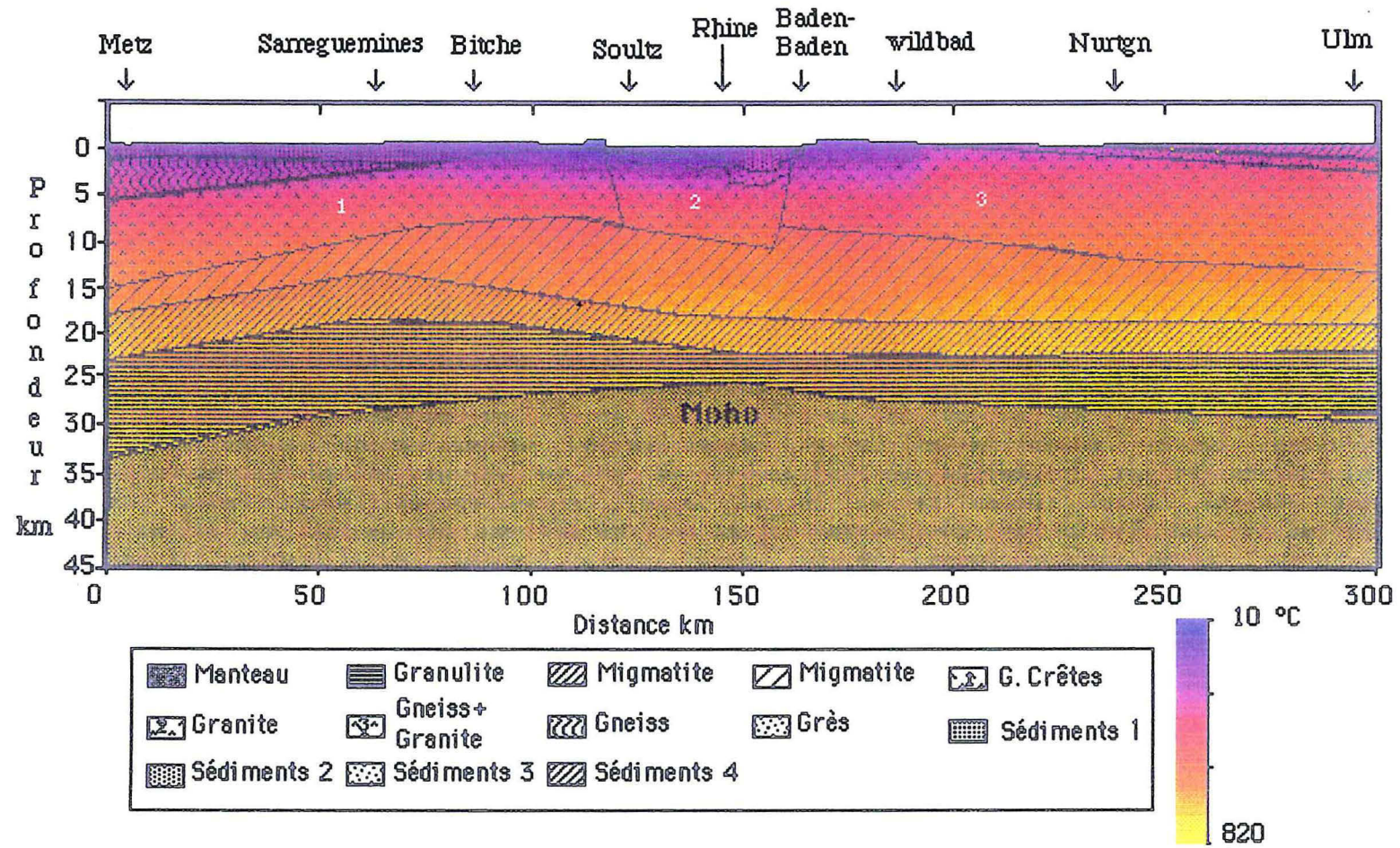


Figure 4.3 - Champ de Températures modélisé numériquement sur le profil 2-D



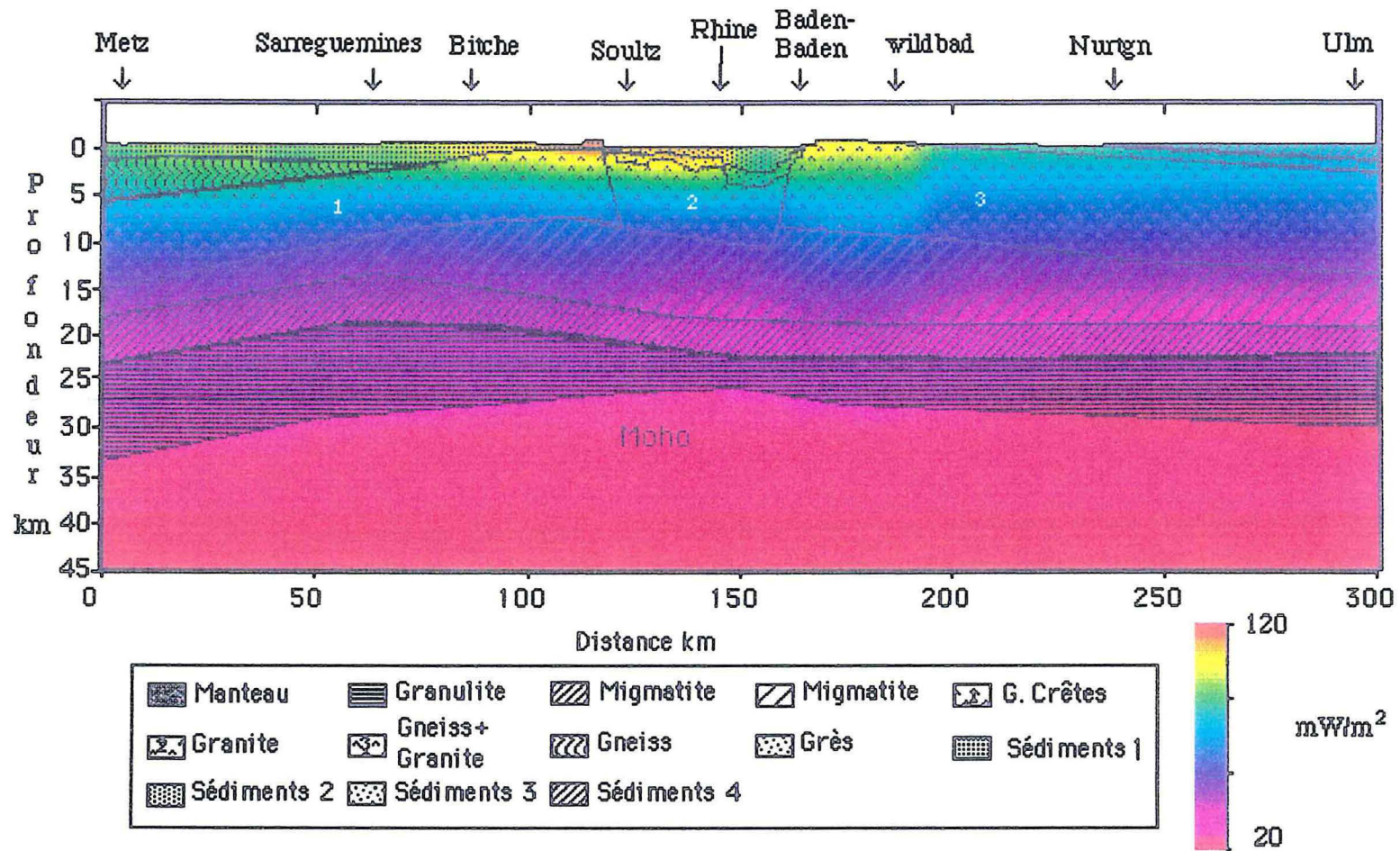


Figure 4.4 - Composante verticale du flux thermique modélisé sur le profil 2-D

Tableau 4.1. Paramètres thermiques des différentes unités lithologiques utilisés pour la simulation numérique du Fossé du Rhin

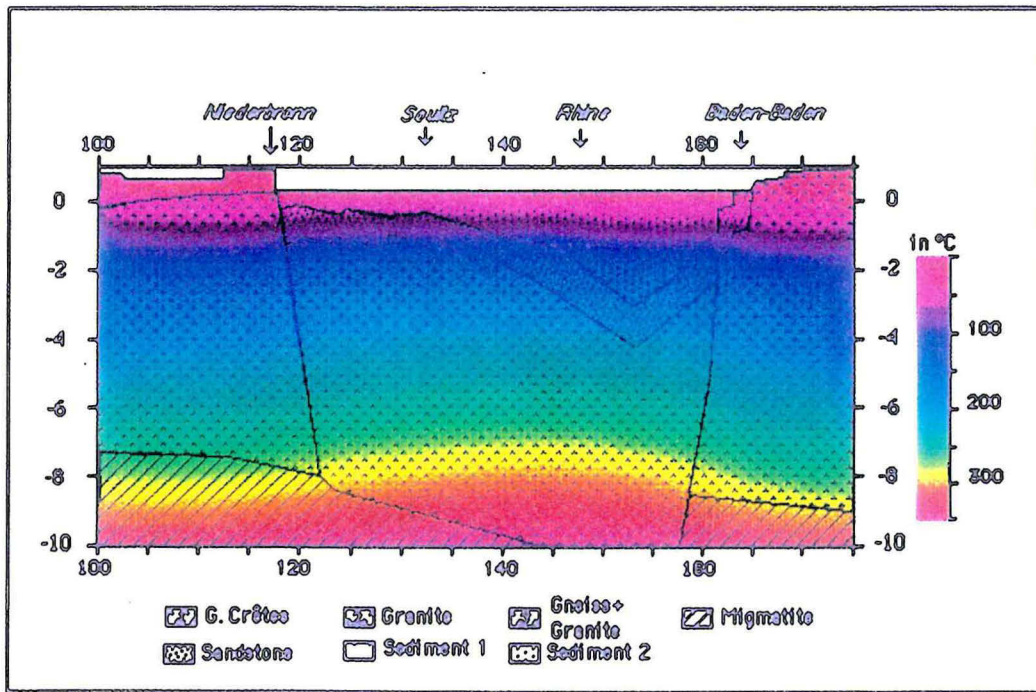
Code de l'unité Lithologique	Conductivité verticale λ (W/m K)	Conductivité horizontale λ (W/m K)	Production de chaleur A_0 ($\mu\text{W}/\text{m}^3$)
sedim 1	2.0	2.0	1.2
sedim 2	2.0	2.0	1.2
sedim 3	2.0	3.0	1.2
sedim 4	2.0	3.0	2.5
Grès	2.7	3.0	1.0
Crétacé	2.9	2.9	1.2
Granit	2.9	2.9	5.0
Grano	2.9	2.9	5.0
Gneiss 1	2.9	2.9	3.0
Gneiss 2	2.3	2.9	2.5
Migma 1	2.78	2.78	1.5
Migma 2	2.78	2.78	1.2
Granul	2.5	2.5	1.0
Manteau	2.5	2.5	0.02

D'après Royer et Danis, 1988.

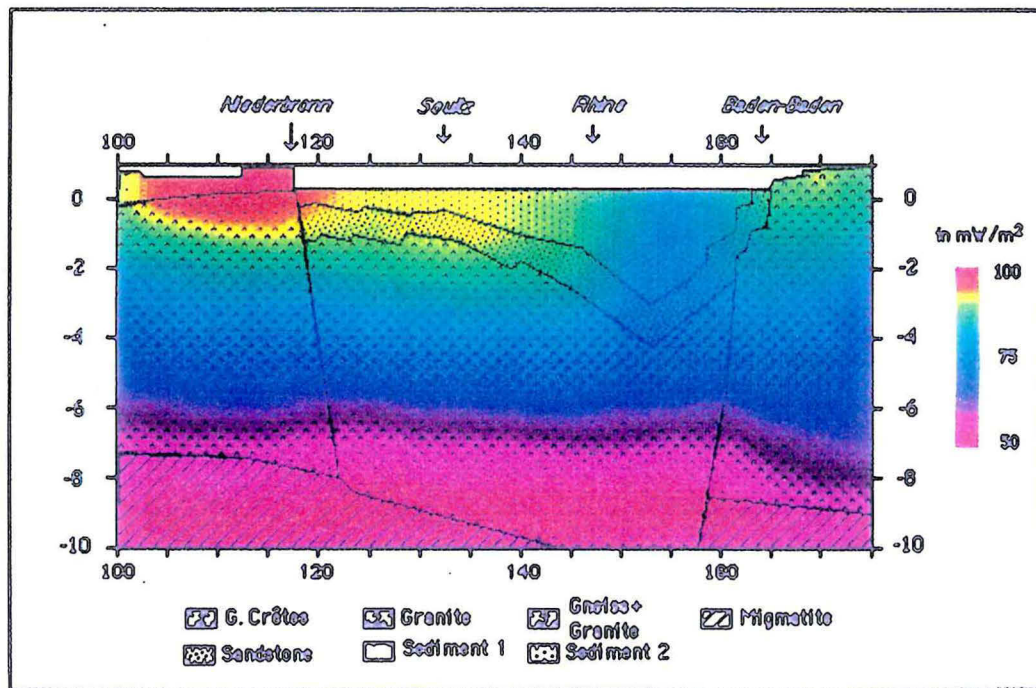
4.4 Résultats

Les résultats obtenus montrent que le champ de température est fortement affecté par l'effet de diapir du manteau sous le graben du Rhin. Le champ des températures et la carte de la composante verticale du flux, représentés sur les figures 4.3 et 4.4 ont été tracés à l'aide du logiciel GEOL et Image. On peut observer sur ces cartes :

- une légère dissymétrie entre la partie Est et Ouest du profil due à la géométrie des couches du graben.
- le flux de chaleur moyen observé varie le long du profil entre 60 et 150 mWm^{-2} . Cette variabilité semble liée à la structure du bassin: les flux de chaleur les plus élevés correspondent "aux zones structurellement hautes" (les blocs Jurassique-Trias) surélevées sur les bordures du bassin, et les flux de chaleur les plus faibles correspondent aux "zones profondes" du bassin (l'axe du graben où les épaisseurs des sédiments tertiaires et crétacés sont maximales).
- la configuration des isothermes, calculée à partir du modèle purement conducteur, montre une remontée des isothermes associée aux "zones structurellement profondes", c'est-à-dire sur l'axe du graben. Tandis que la diminution de températures est assez bien



a)



b)

Figure 4.5 - Modèle à l'échelle du Graben. a) Champ de Températures et b) composante verticale du flux thermique modélisé sur le profil 2-D

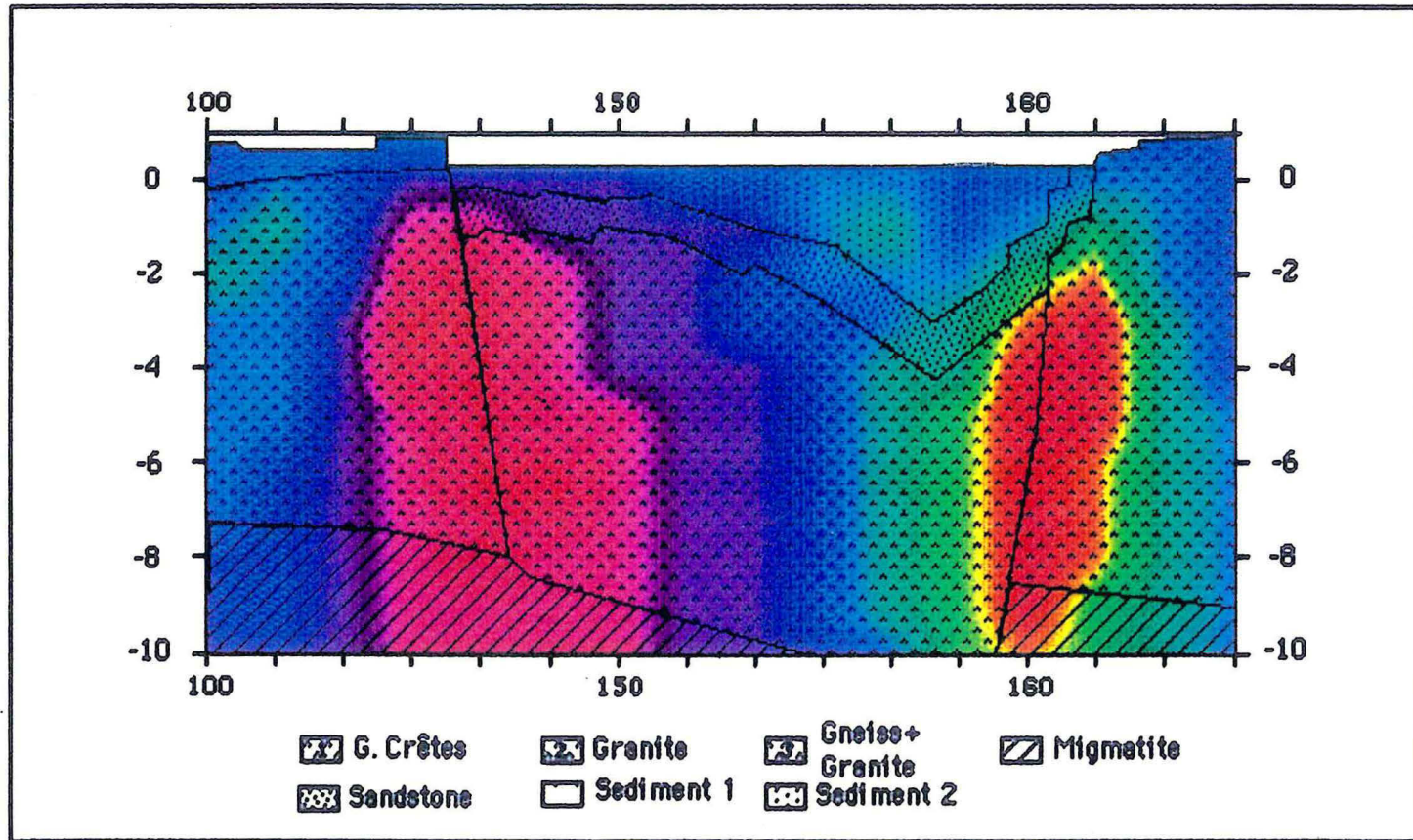


Figure 4.6 - Composante horizontale du flux thermique modélisé à l'échelle du graben.

corrélée avec les zones structurales hautes du Jurassique-Trias (bordures du bassin).

Ces observations sont clairement montrées à l'échelle du graben, sur la figure 4.5, où l'on observe le champ de températures (fig. 4.5.a) et le flux vertical (fig 4.5.b).

La figure 4.6 montre le flux thermique horizontal modélisé à l'échelle du Graben, cette image nous donne une meilleure idée de la redistribution du flux thermique due aux contrastes latéraux importants de conductivité thermique entre les faciès.

A partir de ce modèle bidimensionnel on peut en déduire le flux thermique à la surface et le comparer avec celui cartographié à partir des données de puits proches du profil. Pour cette raison, nous avons fait une évaluation simplifiée (Cf section 2.2) du flux géothermique sur tous les puits. Les valeurs de flux thermique observées tout au long du profil sont représentées sur la figure 4.7 ainsi que le flux thermique à la surface, déduit du modèle.

Le flux thermique vertical modélisé coïncide avec les valeurs de flux mesurées en surface sauf sur la zone de Soultz où des différences de l'ordre de 30 à 50 mW/m² sont observées.

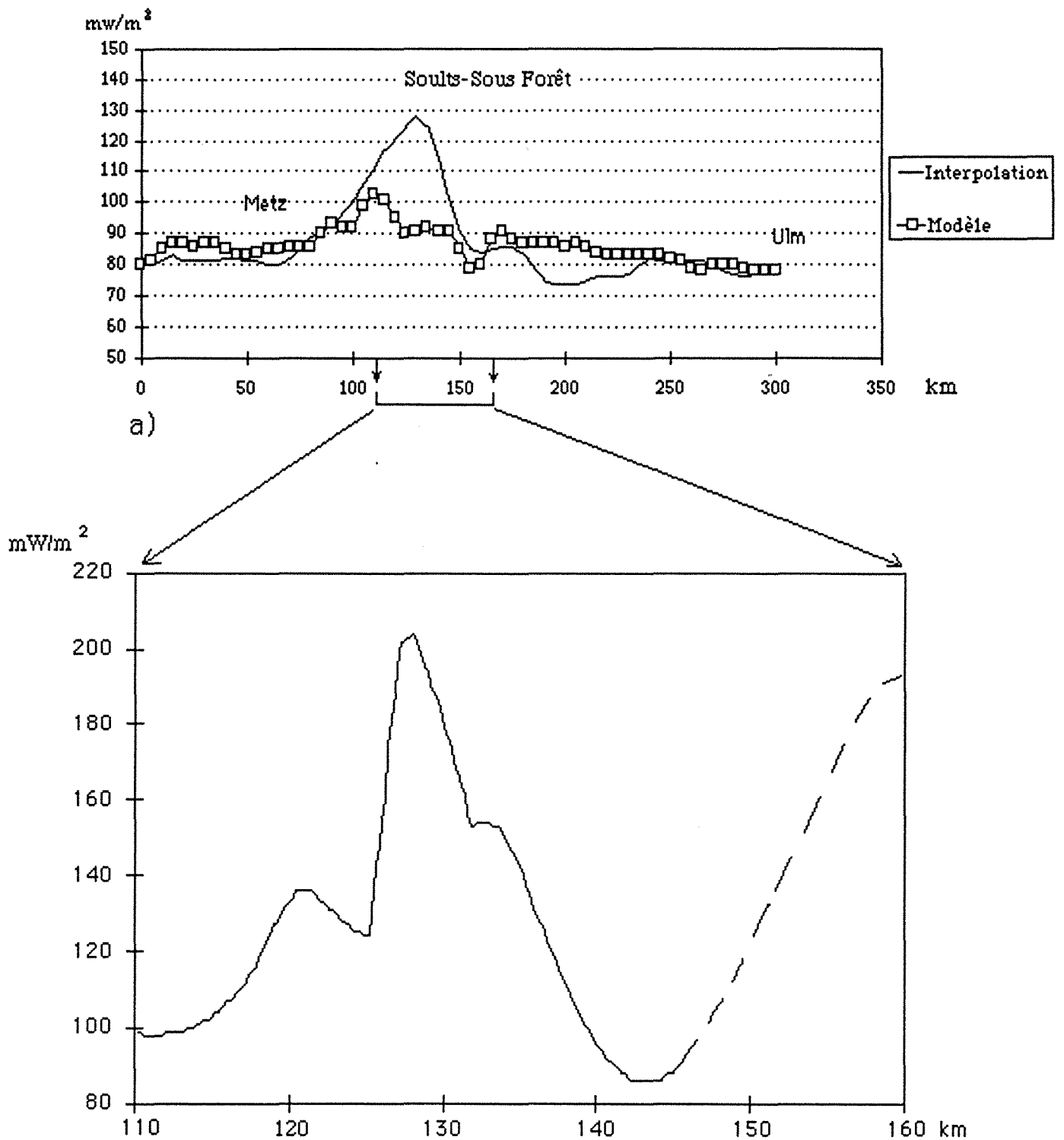
Le modèle conductif n'est donc pas suffisant pour expliquer les anomalies de flux en surface observées à Soultz. Le bilan géothermique montre un déficit de chaleur d'environ 40 mW/m² entre le centre et la partie Ouest du profil.

4.5 Conclusions du chapitre

Pour le graben du Rhin, la reconstitution des champs de températures par la modélisation montre que l'état thermique actuel ne peut pas être expliqué exclusivement par la conduction.

Le flux thermique observé se répartit de façon dissymétrique le long du profil. Alors qu'à l'Est le flux observé est inférieur au flux conductif, à l'Ouest il est supérieur. Puisque nous n'arrivons pas à expliquer les anomalies de flux thermique observées en surface, il existe sans doute un phénomène autre que la conduction. Une circulation de fluide dans les couches supérieures peut éventuellement amener la chaleur de la partie Est à la partie Ouest.





b)

Figure 4.7 a) Comparaison de la distribution du flux thermique à la surface, obtenu à partir du modèle conductif en 2-D, par rapport aux valeurs mesurées.
 b) Profil du flux thermique à la surface estimé à partir de la cartographie réalisé dans le chapitre 2.

CHAPITRE 5

Etude de la convection à partir d'une approche unidimensionnelle du forage GPK1

Le but de ce chapitre est d'une part de déterminer les possibilités d'existence de convection dans les couches poreuses de Soultz à l'échelle du forage GPK1, à partir de l'évaluation des nombres de Rayleigh et Nusselt locaux, et d'autre part, si la convection existe, déterminer indirectement les vitesses de filtration des fluides dans les zones convectives à partir de l'évolution de températures du forage GPK1.

5.1 Rappels théoriques sur la convection.

Une étude approfondie du forage GPK1 a été réalisée, en utilisant la méthode classique proposée par Combarous (1978), pour déterminer la présence ou non de la convection thermique à Soultz.

Cette méthode considère un système bien défini, tant sur le plan thermique que sur le plan hydrodynamique. Ce système est constitué par un milieu poreux homogène et isotrope saturé d'un fluide incompressible vérifiant l'approximation de Boussinesq, limité par des plans imperméables et isothermes.

Le modèle mathématique permettant d'étudier la convection naturelle comprend les équations suivantes :

L'équation de la chaleur:

$$\operatorname{div} (\lambda \operatorname{grad} T) - \operatorname{div} [(\rho c)_f \mathbf{v} \cdot T] = \frac{\partial}{\partial t} [(\rho c)_f T] \quad (5.1)$$

L'équation de continuité:

$$\phi \frac{\partial P}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (5.2)$$

Et l'équation de mouvement (ou Loi généralisée de Darcy)

$$\frac{\rho}{\phi} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{\rho}{\phi^2} \mathbf{v} \operatorname{grad} (\mathbf{v}) = - \operatorname{grad} P + \rho \mathbf{g} - \eta K^{-1} \mathbf{v} \quad (5.3)$$

Dans chaque point du domaine défini par le système nous pouvons établir deux températures, l'une pour le fluide et l'autre pour le solide. Dans une première approche, la différence entre les deux températures est considérée comme négligeable et le comportement thermique du milieu est décrit par une équation unique :

$$\nabla (\lambda \nabla T) - \nabla [(\rho c)_f v \cdot T] = \frac{\partial}{\partial t} [(\rho c)_f T]$$

Cette équation suppose l'équivalence entre le milieu poreux réel et un milieu fictif unique (Combarous, 1978). Cette approche apparaît satisfaisante si la vitesse de filtration n'est pas trop importante et si les phases solides et fluides sont très dispersées.

L'analyse adimensionnelle de l'équation 5.1 met en évidence des quantités (dites adimensionnelles) :

$$\frac{K}{H^2} \quad \frac{\lambda^*}{v(\rho c)^*} \quad \frac{(\rho c)^*}{(\rho c)_f} \quad \phi, \quad Ra \quad (5.4)$$

(voir Annexe III)

où Ra est le nombre de Rayleigh, défini comme :

$$Ra^* = \frac{(\rho c)_f \rho_f \beta_{th} g \Delta T H k^*}{\eta \lambda^*} \quad (5.5)$$

Le rapport entre les transferts de chaleur par convection et par conduction à travers une couche poreuse peut s'expliquer à l'aide du nombre de Nusselt, défini par :

$$Nu = \frac{\text{Flux de chaleur transporté par convection}}{\text{Flux de chaleur Conductif}} = \frac{\dot{q} H}{\Delta T \lambda_f}$$

Le critère d'apparition de la convection dans une couche horizontale dépend fortement du milieu. D'après les modèles théoriques proposés par Combarous et Bories (1975) sur la convection thermique en milieu poreux, il a été établi que la transition entre l'écoulement stable et les régimes convectifs pour un milieu horizontal infini, se met en place lorsque le nombre de Rayleigh de filtration dépasse la valeur de $4\pi^2$ et le nombre de Nusselt est alors supérieur à 1. Il n'existe pas de corrélation unique entre les nombres de

Nusselt et Rayleigh, mais ces valeurs sont des indicatrices d'apparition de la convection dans tous les cas.

5.2 Quelques évidences de l'existence de la convection autour du forage GPK1

Les profils de température habituellement typiques d'un régime convectif montrent un fort contraste des gradients de température, ainsi que du flux thermique. Dans le forage GPK1, nous avons observé que le gradient et le flux étaient constants au sein de trois zones mais avec de fortes variations d'une zone à l'autre : i) de 0 à 800 m $\Phi > 130 \text{ mW/m}^2$; ii) de 800 à 1100m $\Phi = 130 \text{ mW/m}^2$; iii) de 1100 à 2000m $\Phi = 60 \text{ à } 70 \text{ mW/m}^2$.

5.3 Hypothèse du modèle bidimensionnel autour du forage GPK1

Considérons un milieu homogène tant sur le plan hydrodynamique que sur celui du comportement thermique. Nous supposons que la valeur de la perméabilité dans la direction du plan de stratification, parallèle aux limites des couches poreuses, est supérieure à celles en direction perpendiculaire.

Pour le modèle réalisé sur le forage GPK1, nous avons admis que :

- le fluide satisfait à l'approximation de Boussinesq
- la densité du fluide varie verticalement avec les changements de température et de façon linéaire
- la conductivité du milieu est constante sur chaque couche, elle est représentative de l'ensemble roche-eau
- les vitesses de filtration et leurs gradients sont faibles
- les couches autour du forage sont horizontales dans un rayon de 3 km

5.4 Evaluation des paramètres physiques de l'eau pour les conditions du puits GPK1.

Pour déterminer les paramètres physiques de notre modèle, il est très important de connaître avec une bonne approximation la densité, la chaleur spécifique et la viscosité de l'eau pour les conditions en profondeur. Pour cette raison nous avons évalué ces paramètres à partir des équations d'état de l'eau publiées par Haar et al (1984) et Schmidt (1989). L'équation d'état de

l'eau permettant d'évaluer l'énergie cinétique, l'entropie, l'énergie potentielle, etc, dans les conditions de pression et de température équivalentes à celles de l'eau dans le forage a été résolue à l'aide d'un programme développé en Fortran 77, publié par Haar et al (1984).

Nous avons calculé la viscosité dynamique de l'eau à partir de la relation suivante :

$$\eta = \eta_0(t) \cdot \exp \left[\rho \sum_{i=0}^6 \sum_{j=0}^6 H_{ij} \left[\frac{1}{T} - 1 \right]^i (\rho - 1)^j \right] \quad (5.4)$$

avec

$$\eta_0(t) = \sqrt{T} \sum_{i=0}^3 \frac{H_i}{T^i} \quad (5.5)$$

où les coefficients H_{ij} sont pris à partir des données de laboratoire publiées par Schmidt (1989) (Tableau 5.1)

Tableau 5.1 Coefficients H_{ij} (Schmidt, 1989)

i	j	H_{ij}
0	0	0.5132047
1	0	0.3205656
4	0	-0.77822567
5	0	0.1885447
0	1	0.2151778
1	1	0.7317883
2	1	1.241044
3	1	1.476783
0	2	-0.2818107
1	2	-1.070786
2	2	-1.263184
0	3	0.1778064
1	3	0.4605040
2	3	0.2340379
3	3	-0.4924179
0	4	-0.41176610
3	4	0.1600435
1	5	-0.01578386
3	6	-0.003629481

Pour les coefficients H_i de l'équation 5.5

$$H_0 = 1.000000$$

$$H_1 = 0.978197$$

$$H_2 = 0.579829$$

$$H_3 = -0.202354$$

La conductivité thermique de l'eau (λ) a été déterminée à partir des quantités suivantes :

$$\lambda_0(T) = \sqrt{T} \sum_{k=0}^3 a_k T^k$$

$$\lambda_1(\rho) = b_0 + b_1\rho + b_2 [\exp B_1(\rho + B^2)^2]$$

$$\begin{aligned} \lambda_2(T,\rho) = & [d_1+d_2]\rho^{9/5} \cdot e^{[C_1(1 - \rho^{14/5})]} + d_3 S \rho^Q e^{[(\frac{Q}{1+Q})(1 - \rho^{Q+1})]} \\ & + d_4 e^{[C_2 T^{3/2} + \frac{C_3}{\rho^5}]} \end{aligned} \quad (5.6)$$

où les constantes a_i , b_i , B_i , C_i , d_i (tableau 5.2) ont été tirées de la même publication (Schmidt,1989).

Les valeurs des fonctions Q et S sont données par :

$$Q = 2 + \frac{C_5}{\Delta \bar{T}^{3/5}} \quad S = \begin{cases} \frac{1}{\Delta \bar{T}} & \text{pour } \bar{T} \geq 1 \\ \frac{C_6}{\Delta \bar{T}^{3/5}} & \text{pour } \bar{T} < 1 \end{cases}$$

$$\text{où } \Delta \bar{T} = |\bar{T} - 1| + C_4$$

Tableau 5.2. Valeurs des constantes a_i , b_i , B_i , C_i , d_i

i	a_i	b_i	B_i	C_i	d_i
0	0.0102811	-0.397070	0	0	0
1	0.0299621	0.400302	-0.171587	0.642857	0.0701309
2	0.0156146	1.060000	2.392190	-4.117117	0.0118520
3	-0.00422464	0	0	-6.17937	0.0016993
4	0	0	0	0.0030897	-1.0200
5	0	0	0	0.0822994	0
6	0	0	0	10.0932	0

On en déduit la conductivité thermique comme :

$$\lambda = \lambda_0(T) + \lambda_1(\rho) + \lambda_2(T,\rho)$$

(5.7)

Tableau 5.3 Paramètres physiques de l'eau évalués dans les conditions de pression et température du forage GPK1

Série	Géologie	Profondeur (m)	Epaisseur (m)	Viscosité Dynamique 10^{-4} kg/m.s	Pression pgh 10^{+7} dyn/cm ²	λ de l'eau W/m K
		0				
Pechelbronn	sable	130	130			0.641
Pechelbronn	sable	225	95			0.642
Inf. Oligocène	+argile argile	335	110	5.38	2.8	0.643
Eocène	Red Serie argile	381 570	46 189	5.03 4.01	3.9 8.8	0.648 0.665
Jurassique	dolomite calcaire argile	590 621	20 31	3.88 3.70	9.3 10.1	0.667 0.670
	Schistes argile	630 696	9 66	3.65 3.35	10.3 12.0	0.670 0.676
	argile	729	33	3.22	12.8	0.679
	calcaire	748	19	3.16	13.3	0.680
	argile	760	12	3.12	13.6	0.680
Trias	dolomite argile dolomite	821 918 939	61 97 21	2.98 2.76 2.72	15.2 17.6 18.1	0.684 0.689 0.689
	Buntsandstein calcaire argile	1039 1060	100 21	2.53 2.51	20.7 21.2	0.694 0.694
	grès	1270	210	2.40	26.7	0.698
	grès	1376	106	2.32	29.5	0.700
Granite	GT1	1415	39	2.30	30.5	0.701
	GT1	1475	60	2.26	32.1	0.702
	GT2	1495	20	2.25	32.6	0.703
	GT1	1548	53	2.23	34.1	0.704
	GTA	1565	17	2.22	34.5	0.705
	GT1	1575	10	2.22	34.8	0.705
	GTA	1655	80	2.19	36.9	0.706
	GT1	1810	155	2.19	41.1	0.708
	GIA	1825	15	2.15	41.5	0.709
	GT1	1855	30	2.13	42.3	0.710
	GT2	1910	55	2.11	43.8	0.711
GT1	1990	80	2.08	45.9	0.712	

Les valeurs de conductivité et de viscosité (équations 5.4 et 5.6) ont été calculées à l'aide d'un sous-programme écrit en Fortran 77.

Les valeurs trouvées pour la viscosité et la conductivité thermique, dans les mêmes conditions de pression et température que celles du puits, sont données dans le tableau 5.3.

5.5 Détermination de la conductivité thermique équivalente du système eau-roche.

Pour obtenir la conductivité équivalente de l'ensemble eau-roche du système, il existe plusieurs relations. Par exemple, la moyenne géométrique (Brigaud, 1989) entre les phases solide et fluide permet d'écrire:

$$\lambda_{\text{bulk}} = \lambda_{\text{solide}}^{(1-\phi)} \cdot \lambda_{\text{fluide}}^{\phi} \quad (5.8)$$

où λ_{sol} = la conductivité de la fraction solide, λ_{fluide} = la conductivité de la fraction fluide et ϕ = porosité.

On peut également utiliser une relation linéaire (Edel, 1981) entre les phases solide et fluide sans toutefois s'écarter du comportement réel du milieu:

$$\lambda_{\text{bulk}} = \lambda_{\text{solide}} \cdot (1-\phi) + \lambda_{\text{fluide}} \cdot \phi \quad (5.9)$$

Nous avons utilisé cette dernière relation pour évaluer la conductivité thermique de l'ensemble eau-roche dans les conditions de pression et de température du puits GPK1 (tableau 5.4). On observe que les conductivités thermiques équivalentes augmentent en fonction de la profondeur d'une valeur de 1.2 dans les formations argileuses à 1.9 W/mK dans le socle granitique.

5.6 Nombres de Nusselt et Rayleigh locaux tout au long du forage GPK1

Nous avons réalisé un modèle à couches horizontales parallèles pour l'évaluation des nombres de Nusselt et Rayleigh, en tenant compte de tous les paramètres du système. Les valeurs de Rayleigh et Nusselt sont reportées dans le tableau 5.4 et sur la figure 5.1. Cette évaluation montre (Cf. Annexe 4) qu'un régime convectif peut être atteint entre 800 et 1400 m de profondeur. Ceci peut s'observer très clairement sur le graphique comparatif de la figure 5.1.

Tableau 5.4 Evaluation des nombres de Nusselt et Rayleigh dans le forage GPK1.

Profondeur (m)	Epaisseur (m)	λ eq eau+roche (W / m k)	Rayleigh	Nusselt	Prandtl $\times 10^{-3}$
0					
130	130			0.347	
225	95			0.938	
335	110	1.201	6.0	0.897	3.48
381	46	1.201	10.7	0.706	3.22
570	189	1.309	18.9	0.947	2.5
590	20	1.345	3.2	1.367	2.41
621	31	1.316	0.8	0.803	2.29
630	9	1.322	0.1	1.174	2.26
696	66	1.300	0.4	0.919	2.05
729	33	1.291	0.9	0.960	1.97
748	19	1.319	2.6	1.380	1.93
760	12	1.300	0.9	0.930	1.91
821	61	1.392	22.2	2.048	1.81
918	97	1.333			1.67
939	21	1.376	91.7	2.046	1.65
1039	100	1.406			1.53
1060	21	1.413	96.5	2.861	1.52
1270	210	1.544	103.0	2.245	1.44
1376	106	1.685	38.6	2.161	1.39
1415	39	1.699	4.2	1.514	1.37
1475	60	1.725	10.4	1.489	1.35
1495	20	1.757	0.8	1.898	1.34
1548	53	1.779	6.5	1.847	1.33
1565	17	1.784	0.6	1.582	1.32
1575	10	1.788	0.1	3.426	1.32
1655	80	1.750	14.1	1.872	1.3
1810	155	1.863	8.6		1.29
1825	15	1.779	2.7		1.27
1855	30	1.876	4.4	0.575	1.25
1910	55	1.892	6.2	2.074	1.24
1990	80	1.908	13.0	1.543	1.22

Le nombre de Nusselt est voisin de 1 entre 0 et 800 m, avec toutefois localement des valeurs de l'ordre de 1.5 à la limite jurassique vers 600 m. Le nombre de Rayleigh local est voisin de 0, et toujours inférieur à 20 entre 0 et 800 m, c'est-à-dire jusqu'aux limites Jurassique-Keuper. Ces faibles valeurs des nombres du Rayleigh et de Nusselt, montrent que les transferts de chaleur entre 800 m et la surface sont de nature purement conductive. Par contre, entre 800 et 1400 m de profondeur, le nombre de Nusselt local est supérieur à 2 atteignant des valeurs de l'ordre de 3 vers 1050 à la limite inférieure du Muschelkalk et supérieure du Buntsandstein. Il en est de même pour le nombre

de Rayleigh qui atteint des valeurs nettement supérieures à $4\pi^2$ de l'ordre 100. Ces caractéristiques démontrent clairement que les transferts de chaleur à la base de la série sédimentaire sont mixtes. Ils s'effectuent (1) par conduction et (2) par convection.

Au-delà de 1400 m, dans le socle granitique fracturé, les mécanismes de transfert de chaleur sont apparemment plus compliqués. Le nombre de Rayleigh local est de l'ordre de 15, tandis que le nombre de Nusselt varie autour d'une valeur homogène de 2. Le nombre de Rayleigh local est donc inférieur à $4\pi^2$, la valeur critique d'apparition de la convection pour une couche poreuse isotrope et homogène. Cependant le milieu considéré est peu perméable de l'ordre de 10^{-16}m^2 mais assez fracturé. Il est alors difficile de déterminer une porosité équivalente représentative du milieu pour calculer le nombre de Rayleigh local. Les faibles valeurs, mais non nulles obtenues pour le nombre de Rayleigh local ne sont donc pas forcément significatives. On voit sur cet exemple la difficulté d'appliquer les résultats classiques obtenus sur des milieux poreux homogènes et isotropes aux milieu fracturés. Pour toutes ces raisons et compte tenu des valeurs élevées (proche de 2) du nombre de Nusselt, les transferts de chaleur sur le socle granitique entre 1400 et 2000 m seraient du type mixte conductif et convectif, notamment dans les faciès plus altérés et fracturés. Les ordres de grandeurs relatifs à l'énergie transportée par convection par rapport à celle transportée par conduction seront nettement plus faibles dans la couche granitique, compte tenue des valeurs de nombre de Rayleigh local entre 800 et 1400 m.

Remarque : La démarche suivie peut être critiquable dans la mesure où il peut y avoir des circulations de fluide entre deux couches supposées isolées. De plus la démarche proposée fait l'hypothèse de couches horizontales, ce qui n'est pas le cas sur la série sédimentaire de Soultz, ce qui conduit à majorer le nombre de Rayleigh. Néanmoins, étant donné les hétérogénéités probables de distribution, l'hypothèse selon laquelle le toit et la base de chaque formation poreuse n'est pas satisfaite, ce qui entraîne une instabilité et la création des cellules de convection. La valeur du nombre de Rayleigh de $4\pi^2$ ne peut plus alors être considérée comme un critère d'apparition de la convection, celle-ci apparaîtrait pour des valeurs plus faibles de Ra.

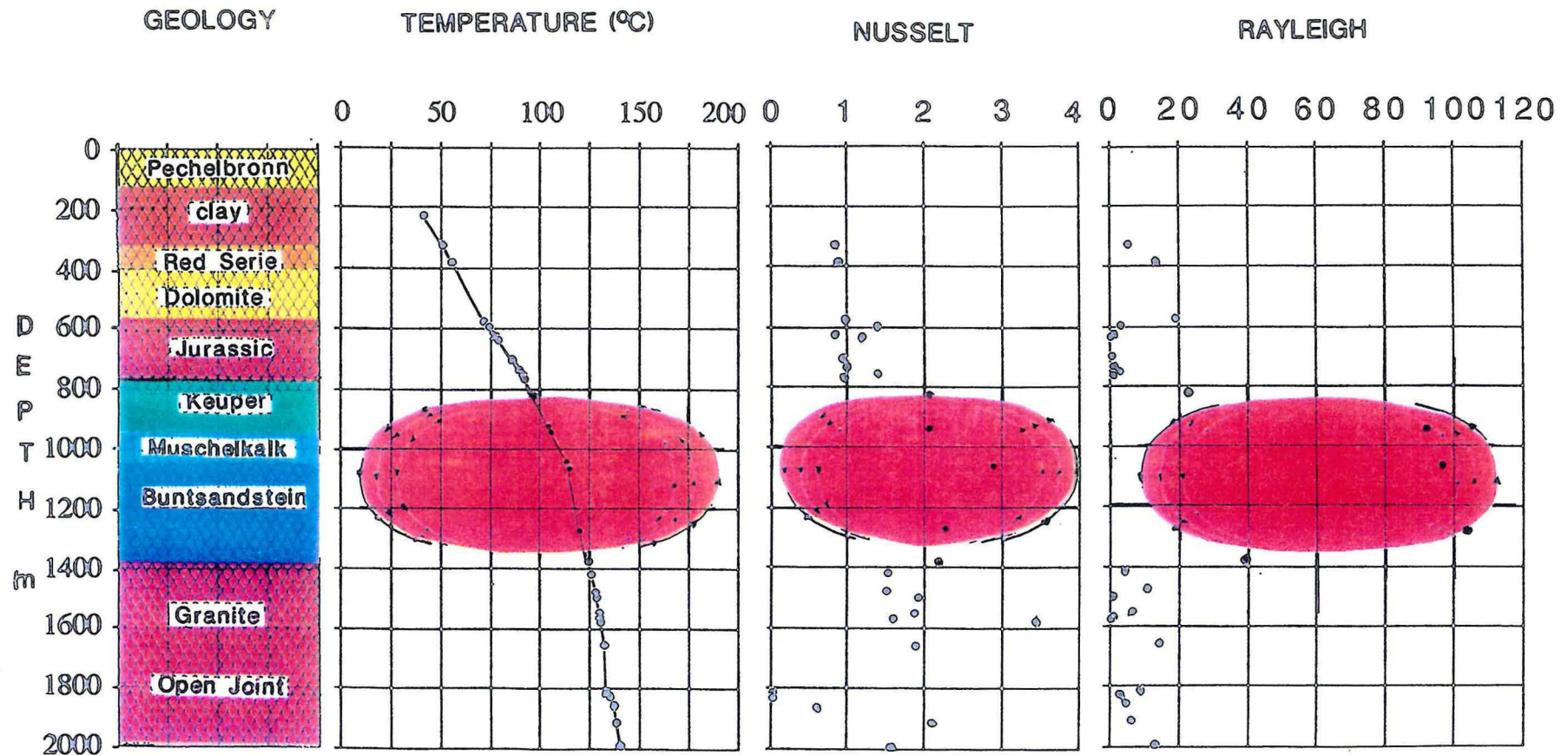


Figure 5.1 - Graphiques des nombres de Nusselt et de Rayleigh évalués à partir des logs de sondage (Températures, Gradient, Porosité et Conductivité)



5.7 Détermination des vitesses de filtration de Darcy par inversion des profils de températures

Dans ce paragraphe nous allons déterminer indirectement les vitesses de filtration des fluides dans les zones convectives à partir de l'évolution de températures du forage GPK1. L'idée de base consiste à écrire l'équation de Fourier en considérant le terme convectif comme un terme source équivalent à une production de chaleur.

Pour ce faire, un certain nombre d'hypothèses simplificatrices sont nécessaires. Nous les rappellerons brièvement dans le paragraphe suivant. La théorie sera ensuite exposée au paragraphe 5.8. Elle a fait l'objet d'un article soumis à publication. Le principe de la méthode consiste à considérer la dérivée du flux de chaleur en chaque point comme un terme de production de chaleur, puis à identifier les vitesses de filtration par inversion. Néanmoins des difficultés numériques apparaissent dans le calcul des dérivées secondes et une méthode de filtrage numérique est nécessaire pour évaluer correctement les vitesses de filtration.

5.7.1 Hypothèse du modèle

Le milieu stratifié est représenté par un milieu fini ou semi-infini composé de N couches d'épaisseur constante. Les couches sont en contact thermique parfait et le transfert de chaleur a lieu par conduction thermique pure (Nielsen et Balling, 1985).

Nous admettons que la production de chaleur est la somme de toutes les contributions de chaleur des différentes sources, que nous appellerons production de chaleur équivalente.

Nous supposons de plus que le terme convectif est le terme principal de la production de chaleur. Autrement dit, que la chaleur produite par les autres sources est négligeable.

Nous avons pris les conditions aux limites suivantes :

T_0 = température de surface, Φ_b = flux à la base.

Nous partons du fait que nous connaissons les températures dans le domaine à modéliser et que le régime de transfert de chaleur peut être considéré comme conductif, soit

$$\nabla(K \nabla T) = - [A + (\rho C)_{\omega} U \nabla T] \quad (5.10a)$$

donc, la production de chaleur équivalente serait

$$A'(z) = [A + \rho_{\omega} C_{\omega} U \text{ grad } T] \quad (5.10b)$$

Les deux termes du second membre de l'équation 5.10a correspondent respectivement à (1) un terme source A de production de chaleur due à la désintégration des éléments radiogéniques et (2) un terme advectif $(\rho C)_{\omega} U \text{ grad } T$ représentant la chaleur transportée par le fluide. A l'échelle du forage GPK1, la production de chaleur A peut être négligée (elle serait de quelque mW/m^3).

Il reste alors le terme advectif considéré comme une production de chaleur équivalente

$$A'(z) = [(\rho C)_{\omega} U \nabla T] \quad (5.10c)$$

Les équations 5.10a et 5.10c permettent de calculer la vitesse de filtration U à partir de températures T, des conductivités thermiques K et de la chaleur volumique du fluide $(\rho C)_{\omega}$. Le problème se réduit à un problème d'inversion de données classiques. Nous procéderons en deux étapes.

5.7.2 Evaluation de la production de chaleur équivalente

L'évaluation de la production de chaleur équivalente $A'(z)$ se fait à partir de valeurs des températures mesurées T et en supposant la conductivité thermique constante sur chaque couche.

Néanmoins, lors de calculs numériques, il est apparu que la production de chaleur équivalente est très sensible aux erreurs de mesures de température. Il est alors indispensable de procéder à un filtrage de températures mesurées T avant l'identification de $A'(z)$, puis à un filtrage classique dans le domaine des fréquences de la solution obtenue, car la solution présente du bruit blanc additif.

5.7.3 Evaluation des vitesses de filtration

Puisque nous avons admis que le mouvement de l'eau est le seul facteur de production de chaleur (Cf 5.8), nous pouvons obtenir directement la vitesse de Darcy, comme :

$$U = \frac{A'}{\rho_{\omega}.C_{\omega}.\sin\theta.\nabla T} \quad (5.11)$$

où θ est l'angle d'inclinaison des couches à 10 km à l'Ouest du forage GPK1. (Cf Annexe III)

5.7.4 Application au forage GPK1

Les vitesses de Darcy ainsi calculées sont reportées sur la figure 8 en m/an (Cf section 5.8). Des vitesses de Darcy supérieures à 1m/an sont observées principalement dans les formations du Keuper, Muschelkalk et Buntsandstein, soient respectivement aux profondeurs 800-900, 1000-1150 et 1200-1300 m, alors que le sommet de la série sédimentaire ne semble que très peu affecté par des phénomènes de circulation de fluides. On notera par ailleurs que dans les zones convectives, les vitesses de Darcy sont alternativement positives ou négatives, ce qui correspond à des apports d'eau chaude (remontée du fluide le long de la couche inclinée) ou des défauts (écoulement des fluides dans le sens d'inclinaison). Ainsi le sommet du Buntsandstein serait plus chaud entre 900 et 1150 m, alors que la base du Buntsandstein serait plus "froide" entre 1150 et 1400 m. Les vitesses de Darcy calculées dans le socle granitique entre 1400 et 2000 m montrent que ce milieu fracturé est le siège de circulation de fluides non négligeable (≈ 0.5 m/an).

5.8 ARTICLE : "Filtering methods for eliminating numerical noise generated by Finite Elements and Finite Differences schemes. Theoretical and applied cases (Soultz-sous-forêts France, case study) L. Flores, J.J. Royer, A. Shtuka, 1992.

Filtering methods for eliminating numerical noise generated by Finite Elements and Finite Differences schemes. Theoretical and applied cases (Soultz-sous-Forêts France, case study)

L. Flores^{1,2}, J.J. Royer¹, A. Shtuka¹.

¹*Centre de Recherches Pétrographiques et Géochimiques, 15 rue Nd. des Pauvres, B.P. 20, 54501 Vandoeuvre-lès-Nancy Cedex (France).*

²*Instituto de Geofisica, Universidad Nacional Autonoma de Mexico, C.U., 04510 Mexico D.F. (Mexico)*

Abstract

This work discusses a filtering procedure for solving inverse problems based on the resolution of a potential equation using finite elements or finite differences schemes. Firstly, a classical inverse approach for estimating the equivalent heat production from a temperature and a thermal conductivity log is presented. Some theoretical examples show that the accuracy of the measurements is a limiting factor. A spectral filtering technique is used to eliminate the noise caused by the numerical resolution. Several trial runs made on synthetic examples show that the estimated signal after filtering is in good agreement with phase and amplitude of the original signal. This method is then applied to the determination of the equivalent heat production (A') from the temperature values measured in the borehole GPK1. Assuming A' representing the advective heat transported by a lateral warm fluid circulation, a mean Darcy velocity of 1m/yr has been estimated. These results are compatible with previous hydrological studies and can explain the heat flow anomaly observed around the Soultz region.

Introduction

Most geophysical measurement methods are indirect. For instance, temperatures are measured by observing electrical resistance which provides values in thermal gradient, gravity is weighed by observing how much an object stretches a spring. Second class of indirectness is those of the methods wherein the distribution of some quantity is to be estimated from a set of measurements, each of which is influenced to some extent by all values of the unknown distribution: the set of numbers which comprises the answer must be unravelled, as it were, from a tangled set of combinations of these numbers (Twomey, 1977). Generally, the numerical methods

(operator) for this approach provide numerical errors which are more or less reliable, depending on the accuracy in known variables (input signal). The numerical errors could be augmented until they completely mask the results (output signal). Many filtering methods exist to clean a noise in a signal. In this work, a filtering spectral method is recognized as the best approach for dealing with problems of numerical noise.

An example of this approach above is the evaluation of heat transport by fluids in porous medium. It is well known that the mechanism for heat transport are conduction, convection and radiation. These processes are not independent each other; their relationships can be expressed by different mathematical functions which basically depend on characteristics such as conductivity, time, velocity of fluid and heat production, etc. To establish patterns of fluid transport in heat processes, the most important parameter is the velocity of fluid in the porous medium. Several techniques are available for measuring fluids velocity in situ, but most cases direct measurement are necessary. This work introduces an inverse formulation as an indirect method for evaluating the Darcy velocity, using temperature and conductivity data as measurable values. We assume the heat coming from different sources could be represented by an equivalent heat production.

The main goal of this work is to determine the flow rate of water along the GPK1 borehole from the values of equivalent heat production. GPK1 is a pilot drill hole of the European Project of Dry Hot Rocks, developed in Soultz-sous-Forests region (France).

Theoretical background

Following the classical formulation of direct or inverse problems in geophysics, it is assumed that: (i) a finite amount of information on the values of data is available; (ii) some theoretical relationships are known, which relate data and the unknowns; (iii) a total ignorance of the values of the unknowns is assumed which is the final state of the system resulting from combinations of the previous information (Tarantola and Valette, 1982).

We also assume that the state of a system can be described using a finite set of discrete parameters. Then, it is possible to represent a real medium as a finite or semi-infinite set of n horizontal pseudo-layers with constant thickness and with the same physical properties. Thermal contact is considered as perfect having pure conduction as mechanism of heat transport (fig. 1).

We assume the total heat production $A(z)$ is the sum of all contributions of heat coming from different sources, including the heat produced by water circulation. This sum will be called "equivalent heat production" $A'(z)$. The quantity of heat from the

other sources can be obtained from various geophysical methods and then be subtracted from total equivalent heat production.

While the heat production coming from radioactive elements is very low in comparison to total value of $A'(z)$, the main contribution of $A'(z)$ will be the water circulation within the layers with high permeability.

We consider a steady state system where heat is transported only by water circulation. The equation governing this is:

$$\text{div}(K \text{ grad } T) = - [A + \rho_{\omega} C_{\omega} U \text{ grad } T] \quad (1)$$

where U = filtration velocity, A = heat production, ρ_{ω} = volumetric density of fluid, C_{ω} = specific heat of fluid.

Since this is applied only to steady state condition, this formula is not depending on time.

If the second member of the equation is considered as one contribution due to "equivalent heat production $A'(z)$ " only, then it is possible to solve the problem as a single differential equation. A finite elements and a finite differences scheme were used to compute numerical solutions of equation (1) assuming the following boundary conditions:

T_0 = a constant temperature at the surface;

Φ_b = a constant heat flow at the bottom;

K = a constant thermal conductivity for each pseudo-layer;

The unknown parameters are the equivalent heat production in the layer. However, the numerical resolution of this inverse problem is very sensitive to the accuracy of measurements. It was then necessary to improve this direct procedure by filtering methods.

Solving the inverse problem using a classical approach

In order to use finite elements approach, a finite set of parameters and functions describing the physical system are needed. Another important point is a good knowledge of the constraints between parameters and functions. In order to determine the amount of produced heat, we simplify the general heat equation (1) into a one dimensional steady state problem.

$$\frac{d}{dz} \left[-K(z) \frac{dT}{dz} \right] = A'(z) \quad (2)$$

where $A'(z) = [A + \rho_{\omega} C_{\omega} U \text{ grad } T]$ is the equivalent heat production, T the temperature, $K(z)$ the thermal conductivity, A the heat production and z the depth;

As a first step, the following classical change of variables is used:

$$T^* = T - T'$$

and

$$T' = T_0 + \frac{T_n - T_0}{L} \cdot (z - z_0)$$

where: T_n =temperature at bottom, T_0 =temperature at surface, z_0 =altitude at the surface and L =total length of the system. Under this condition equation (2) can be rewritten as:

$$\frac{d}{dz} \left[-K(z) \left[\frac{dT^*}{dz} + D \right] \right] = A'(z) \quad (3)$$

with $D = \frac{T_n - T_0}{L}$

The next step is to write this equation in a discrete form. For that, we introduce an arbitrary function $W(z)$ such that:

$$w_i(z) = \begin{cases} 0 & \text{if } z \notin (z_{i-1}, z_{i+1}) \\ 1 - \left[\frac{z_i - z}{dz} \right] & \text{if } z \in (z_{i-1}, z_i) \\ 1 - \left[\frac{z - z_i}{dz} \right] & \text{if } z \in (z_i, z_{i+1}) \end{cases} \quad (4)$$

Integrating equation (3), gives:

$$\int_{z_0}^{z_n} \frac{d}{dz} \left[-K(z) \left[\frac{dT^*}{dz} + D \right] \right] W(z) dz = \int_{z_0}^{z_n} A'(z) W(z) dz \quad (5)$$

Using partial integration, the first member of equation (5) can be simplified into:

$$\int_{z_0}^{z_n} \left[K(z) \left[\frac{dT^*}{dz} + D \right] \right] \frac{dW}{dz} dz - K(z) \left[\frac{dT^*}{dz} + D \right] W(z) \Big|_{z_0}^{z_n} \quad (6)$$

As $T^*(z)$ is known at each node i , then it is approximated using the function $W(z)$ according to:

$$T^* = \sum_{i=0}^{n-1} w_i(z) t^*_i \quad (7)$$

Then, the first member of equation (6) is reduced to:

$$\int_{z_{i-1}}^{z_{i+1}} \left[K(z) \left[\frac{dT^*}{dz} + D \right] \right] \frac{dW}{dz} dz - K(z) \left[\frac{dT^*}{dz} + D \right] W(z) \Big|_{z_{i-1}}^{z_{i+1}} \quad (8)$$

Assuming a constant thermal conductivity on interval (z_{i-1}, z_i) and because the temperature T^* is measured at each node i , it is always possible to evaluate equation (8) on each intervals (z_{i-1}, z_{i+1}) by a numerical method, then

$$\int_{z_{i-1}}^{z_{i+1}} \left[K(z) \left[\frac{dT^*}{dz} + D \right] \right] \frac{dW}{dz} dz - K(z) \left[\frac{dT^*}{dz} + D \right] W(z) \Big|_{z_{i-1}}^{z_{i+1}} = b_i$$

Note that in agreement with definition of W function, (6) is different to zero on intervals (z_{i-1}, z_{i+1}) for each element i , reporting (7) into (8) and after little computation, the b_i coefficients can be also estimated by

$$K_{i-1} \frac{1}{\Delta z} (t^*_i - t^*_{i-1}) + K_{i-1} \cdot D + K_i \frac{1}{\Delta z} (t^*_i - t^*_{i+1}) + K_i \cdot D$$

A similar discretization can be applied to the second member of equation (5) for each interval (z_{i-1}, z_{i+1}) as:

$$\int_{z_0}^{z_n} A(z) W(z) dz = m_{i-1} A_{i-1} + m_i A_i$$

where:

$$m_i = \int_{z_i}^{z_{i+1}} w_i(z) dz \quad (9)$$

Note that the shape function $w_i(z)$ defined in (4) is very simple. Its integration on element i is then equal to a constant value:

$$m_i = \frac{1}{2\Delta z} = m$$

The problem of founding A_i is then equivalent to the resolution of a system of n linear equations involving relation (8) and (9). More precisely and using a matrix notation, it comes:

$$\mathbf{M} \mathbf{A} = \mathbf{b} \quad (10)$$

with:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & m & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & m & m & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & m & m \\ 0 & \dots & \dots & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}; \mathbf{A} = \begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ A_{n-1} \end{bmatrix}; \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ b_{n-1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

The unknown equivalent heat production \mathbf{A} can be expressed directly in terms of \mathbf{b} by inversion of system (10):

$$\mathbf{A} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{b} \quad (11)$$

However, in application the linear system (10) involves a large number of equations as n is the number of measurements. Practically, it is better to use an iterative method for the resolution of the linear system (10) because the inversion of matrix \mathbf{M} is not necessary [Press et al. 1986].

Practical limitations of inverse methods

One of the main problems encountered using a direct inversion of equation (10) was that the numerical noise generated by the algorithms increased with the error in the measurements. The solution is highly sensitive to any change in the precision of the measurements as illustrated by the synthetic example reported in figure 2. When the observed temperature is measured at an unrealistic precision of 10^{-6} °C, the inverse method described above gives a rather good estimation of the equivalent heat production $A(z)$ (Fig. 2a). However, slight errors, as low as 0.0001 and 0.001°C, in the measurements disturb completely the solution (Fig. 2b, 2c) providing unrealistic negative values for A at some point z . Moreover, the equivalent heat production $A(z)$ calculated by the inverse method applied directly on measurements performed at a realistic precision of 0.1°C, is completely mask by the numerical noise (Fig. 2d). This theoretical example clearly shows that the inverse solution strongly depends on on the precision of the measurements and that it increases with the analytical error. Moreover, a systematic error is observed at discontinuities of conductivity and heat production.

This practical limitation is not depending on the method used for the resolution of the heat equation. Similar situations have been observed using finite elements or finite differences methods. It is in fact linked to the nature of the problem. One can verify that the inverse matrix M^{-1} differs from an upper triangular matrix only by the $n-1^{\text{th}}$ element of n^{th} row as following:

$$M^{-1} = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & \dots & \frac{1}{2} & -\frac{m}{2} \\ 0 & 1 & -1 & \dots & -\frac{1}{2} & \frac{m}{2} \\ \dots & \dots & 1 & -1 & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{m}{2} \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{m}{2} \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \frac{1}{2} & \frac{m}{2} \end{bmatrix} \quad (12)$$

causing cumulative errors on the determination of the heat production A increasing from bottom (A_{n-1}) to top (A_0). Then, the analytical errors Δb caused by b spurs the solution of (10) according to:

$$\Delta A = M^{-1} \Delta b \quad (13)$$

The errors on b is a complex function of the temperature precision (see equation (8)) and depends on the method used for the resolution of (10). A classical filtering approach is therefore used to lower these numerical limitations.

Improving the resolution using a filtering method

In order to eliminate the numerical noise, several filtering methods can be applied. The first idea could be to filter the calculated solution by a moving average in the time domain with a 3 or 5 centered scheme. This method significantly reduces the noise but does not improve the solution in a realistic way.

The second method investigated in this study consists in filtering the calculated solution in the frequency domain using a spectral analysis method. This technique firstly estimates the power spectrum of the calculated solution $A(z)$ by a Fast Fourier Transform (FFT) and then determined graphically the cutoff frequency (fig. 3).

This classical approach assumes that the input signal ($A(z)$) is composed of a sum of two components: (i) the information coming from the equivalent heat flow $A_Q(z)$; (ii) the noise produced by numerical resolution and error measurements $A_\sigma(z)$.

$$A(z) = A_Q(z) + A_\sigma(z) \quad (14)$$

The direct Fourier transform in its discrete form gives:

$$A'(k) = \sum_{z=0}^{n-1} A(z) \exp(-2 i \pi \frac{z k}{n}) \quad (15)$$

where $A(z)$ is the input signal decomposed in a sum of sinusoidal waves, $A'(k)$ is the Fourier transform of $A(z)$, n is the sampling interval. Then, the inverse Fourier transform can be obtained from:

$$A(z) = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} A'(k) \exp(2 i \pi \frac{z k}{n})$$

which is uniquely solved for frequencies:

$$f_k = \frac{k}{n \Delta z} \quad k=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n/2 \quad (16)$$

In this case $\Delta z=20$ m, which is the distance between grid nodes. Thus, the Nyquist frequency is defined by:

$$f_N = \frac{1}{2 \Delta z} = 0.025 \frac{\text{cycles}}{\text{m}} \quad (17)$$

Following Spector and Grant (1970), the plot of the logarithm of the power spectrum vs frequency help to select the cutoff frequency, which define the dominance regions of components in input signal ($A(z)$). Hanning, ideal butterworth and Yulewalk filters were tested in the frequency domain in order to filter the signal from noise. The best result were obtained with the Hanning filter (fig. 4).

This filter method was applied on the calculated heat production $A(z)$ obtained from the inverse approach solving equation (11). The FFT $A'(k)$ of $A(z)$ is then estimated in order to determine the proper cutoff frequency. Finally, the filtered equivalent heat production (output signal without noise) is computed using the inverse FFT algorithm on the resulting selected frequency domain.

This method was tested on a synthetic model coming from the theoretical resolution of equation (1) for a given set of physical parameters (conductivity, heat production, temperatures). The results reported in figure 5 show a better estimation of the equivalent heat production with the spectral filter technic than with moving average. While the form and amplitude of the output

signal are in good agreement with the initial synthetic data, it is concluded that the filtering process provides an output signal without high frequency noise.

Application to the Soultz-sous-Forêts case study

Geological setting

Situated at the western limit of the upper Rhine Graben, the Soultz-sous-Forêts site is a pilot zone selected by the HDR (Hot Dry Rock) European project whose purpose is to exploit geothermal low enthalpy energy. The northwestern part is characterized by an asymmetric sedimentary cover, a fractured granitic bed rock and a high surface heat flow (up to 150 mW m^{-2}). The gradient temperature encountered during drilling at GPK1 drill hole decreased from $0.04 - 0.08 \text{ }^\circ\text{C m}^{-1}$, in the sediment to an unexpected value of $0.01 \text{ }^\circ\text{C m}^{-1}$ in the bedrock at 2000m. This unexpected vertical thermal gradient distribution could result from a large scale convective fluid circulation in the sedimentary basement (Buntsandstein) from the E to W part of the Rhinegraben, and locally within the fractured granitic bedrock. In order to test the hypothesis of fluids circulation at the base of the sedimentary cover and to determine the filtration velocity of fluids, the equivalent heat production has been estimated from the temperatures logging.

Determination of the equivalent heat production in GPK1.

Two kinds of solution were tested using a finite difference and a finite element method. The main difference between these two approaches is the description of discrete elements and the dimension of the grid steps. In both cases, the numerical noise of the computed equivalent heat production increases with the measured error. However, after filtering in the frequency domain, the form of the output signal is nearly the same (fig 5 (b)), which increases the confidence in this result.

Two important positive sources of equivalent heat production situated between 1000 and 1500 m depth are observed on figure 5. They may be related to the circulation of warm water in the porous layers situated at the base of the sedimentary cover (Muschelkalk, Keuper, Buntsandstein). This result is in good agreement with the high salinity and the geochemical composition of fluids interpreted by Pawels et al (1990) as evidences of fluids circulation coming from a deeper geothermal reservoir. Clearly, the most important contribution is situated at 1800m depth, corresponding to the lost of warm fluids related to a fractured zone.

In order to verify the estimated equivalent heat production A' , the temperatures along GPK1 were calculated solving the heat equation (1) with a second member equal to A' and assuming two hypothesis for the heat flow at the bottom $\Phi_b = 48 \text{ mW.m}^{-1}$ and 54 mW.m^{-1} , respectively. The results reported on figure 6 show that the equivalent heat production estimated by the finite elements formulation seems to be more reliable compared to the measured temperatures than those from the finite differences.

Determination of the Darcy velocity from the equivalent heat production

This model assumes that the equivalent heat flow is related to the circulation of a warm fluids in a porous medium at a constant filtration velocity (forced convection). Each elementary volume of water contains a given quantity of heat depending on the specific heat content $(\rho c)_\omega$ and on the temperature in the medium. When moving upraise, this water transports during time Δt a given quantity of heat according to:

$$Q = \Delta t (\rho c)_\omega U \cdot \text{grad } T \quad (18)$$

where $\text{grad } T$ is the component of the thermal gradient G_L parallel to the dip (θ) of the layer (fig. 7) and U is the Darcy filtration velocity. Assuming that water circulation is the main heat source and equaling equation (18) to the equivalent heat production, the filtration velocity of fluids in the porous medium (Darcy velocity) is given by:

$$U = \frac{A'}{(\rho C)_\omega \sin \theta \cdot \text{grad } T} \quad (19)$$

The numerical evaluation of Darcy velocity using equation (19) is reported in Figure 8. The average filtration velocity is estimated to a mean value of 1m/yr in the layers at depths 800-900, 1000-1150, 1200-1300m respectively. These Darcy velocities are of similar magnitudes as the values encountered in other sedimentary formation such as those of the Vittel region (Vosges, France) (Danis and Royer, 1985). A punctual production test in GPK1 borehole performed by Jung (1988) shows a higher production rate (0.15 l/s) which diminished with time. Unfortunately, no constant pumping tests are available actually on this borehole to confirm or reject this estimation. However, production test does not give the filtration velocity of the fluids in the porous medium. It depends on different parameters such as the decompression of the medium, especially at the beginning of the production.

Discussion and conclusions

The profile of the estimated equivalent heat production obtained on the GPK1 drill hole, shows two important positive contributions at 1000 m and 1500 m depth respectively. They are likely related to the circulation of hot convective water coming through the lateral porous layers (Muschelkalk, Keuper, Buntsandstein) as suggested by other works on the Landau area (Pawels et al., 1990). Clearly, the most important contribution is situated at 1800 m of depth in the granitic bedrock corresponding probably to loss of fluids during drilling in a fractured zone and/or to cold water from the above sedimentary layer circulating locally through a main fracture.

The Darcy velocity estimated indirectly from the equivalent heat production has a mean value of 1 m/y in the layers at 800-900, 1000-1150, 1200-1300m respectively. These results are compatible with the high permeability reported by Jung (1988) for the layers ranging from 800 to 1400 m depth. The estimation of filtration velocities using a finite elements or a finite differences methods are very similar. However, the temperatures calculated using the equivalent heat production estimated by the finite elements formulation seems to be more reliable compared to the measured temperatures than those from the finite differences.

As illustrated by the Soultz case study, the estimation of the filtration velocity by an inverse method is valid only if heat carried by water circulation is more important than the others heat sources. A favorable situation is when the radiogenic heat production A could be neglected compared to the advective term $(\rho c)_\omega U \cdot \text{grad } T$. Reasonable values for A ranging from 1 to 10 $\mu\text{W m}^{-3}$ correspond to a maximum equivalent filtration velocity from $4 \cdot 10^{-3}$ to $4 \cdot 10^{-2}$ $\text{m} \cdot \text{yr}^{-1}$ assuming an effective porosity of 10% and a thermal gradient as low as $0.01^\circ\text{C m}^{-1}$. The major limitation of the method is the accuracy when measuring the temperatures versus depth. A filtering method applied in the spectral domain, is then proposed to properly estimate reliable values for the equivalent heat production. On the other hand, this filtering procedure is practically necessary because the temperature measurements are not good enough due to technical limitations. Despite these limitations, the proposed filtering method can be applied to determine indirectly the Darcy velocity in most aquifers whose temperature profile versus depth is disturbed by local fluid circulation with an expected filtration velocity greater than 10^{-1} $\text{m} \cdot \text{yr}^{-1}$.

References.

- Danis, M., and Royer, J.J., Validity of Geothermal Heat Flow Density Estimation, *Annales Geophysicae*, 3-3, 357-364, 1985.
- Jung R., Results of Hydraulic experiments in Borehole GPK1, Soultz. Workshop in Hot Dry Rock. Strasbourg, 6-8 Dec. 1988.
- Pawels H., Criaud A., Vuataz F.-D., Branch M. et Fouillac C., Uses of tracers in HDR reservoir studies, example of Soultz-sous-Forets (Alsace, France). In Preprints for publications of Hot Dry Rock project at Soultz-sous-Forets, ed. A. Gerard, 1990.
- Press, W.H., Flannery B.P., Teukolsky S.A., Vetterling W.T., *Numerical Recipes. The art of scientific computing*. Ed. Cambridge University Press. Cambridge, London, New York, New Rochelle, Melbourne, Sydney. 818 pp, 1986.
- Spector, A. and Grant, F. S., Statistical Models for interpreting aeromagnetic data. *Geophysics*, 35-2, 293-302, 1970.
- Tarantola A. and Vallette B., Generalized Nonlinear Inverse Problems Solved Using the Least Squares Criterion. *Revs. Geoph. and Space Phys.*, 20 -2, 219-232, 1982.
- Tarantola A., *Inverse Problem Theory. Methods for data fitting and Model Parameter Estimation*. Ed. Elsevier. Science Publishing Company Inc. Amsterdam, Oxford, New York, Tokyo, 613 pp, 1987.
- Twomey S., *Introduction to mathematics of inversion in remote sensing and indirect measurements*. Ed. Elsevier. Science Publishing Company Inc. Amsterdam, Oxford, New York, 243 pp, 1977.



Figure Captions.

- Figure 1. The medium is modeled by a set of pseudo-layers with constant thickness and identical physical properties.
- Figure 2. The determination of the equivalent heat production A' depends on the accuracy of the temperature measurements as shown on this theoretical model. a) The initial A' is perfectly recomputed from temperatures measured at a precision of $\Delta t = 10^{-7}$; b) The estimated A' is clearly contaminated by a numerical noise for lower analytical precision ($\Delta t = 0.0001$), c) Numerical noise increases when precision decreases ($\Delta t = 0.001$) d) the indirect estimation of A' can be completely spurred by numerical noise for realistic precision ($\Delta t = 0.1$).

- Figure 3. Flow diagram illustrating the algorithm used for the evaluation of the equivalent heat production.
- Figure 4. The estimated equivalent heat flow is improved by a filtering technique applied in the frequency domain. a) input signal before filtering estimated by finite elements (on the right) and by finite differences (on the left). b) reduction of the numerical noise using an ideal filter in the frequency domain. c) idem but using a Yulewalk filter in the frequency domain. Note that the signal shape is already visible on b) and c) but the amplitudes are not properly estimated, d) idem but using a Butterworth filter. Now, the form and the amplitude of the initial A' are reasonably well reproduced.
- Figure 5. Indirect determination of the equivalent heat production from the temperature versus depth profile at Soultz GPK1 borehole. a) estimation of the equivalent heat production without filter using a finite elements (on the left) and a finite differences (on the right). b) reduction of the numerical noise using a Hanning filter in the frequency domain.
- Figure 6. Temperature profiles versus depth obtained by the resolution of the heat equation with a filtered equivalent heat production as a second member. a) assuming a heat flow value of $\Phi_b = 48 \text{ mW.m}^{-1}$ at the bottom; b) idem but with $\Phi_b = 54 \text{ mW.m}^{-1}$. The finite differences method (dash line) underestimates the equivalent heat production recomputing unreliable temperatures in both cases. On the contrary, the finite elements reproduce perfectly well the measured temperatures.
- Figure 7. The vertical thermal gradient $\text{grad } T$ is decomposed into two components: (i) the first one G_L parallel to the geological layers with a dip of θ (L axis) is due to hot water moving upraise through the porous layers; (ii) the second one is orthogonal to the axis of the layers. Assuming that $G_L = \sin \theta \text{ grad } T$, it is then possible to evaluate the quantity of water arriving through L (or the Darcy velocity) by identifying the equivalent heat production A' (second member of the heat equation) to an advective term: $A' = (\rho c)_\omega U \sin \theta \text{ grad } T$

Figure 8. Filtration velocity estimated along the GPK1 drill hole from the equivalent heat production using a finite differences (a) and a finite elements (b) scheme. Despite the fact (a) and (b) are very similar, the velocity estimated by the finite elements technique seems more reliable than those estimated by finite differences approach.

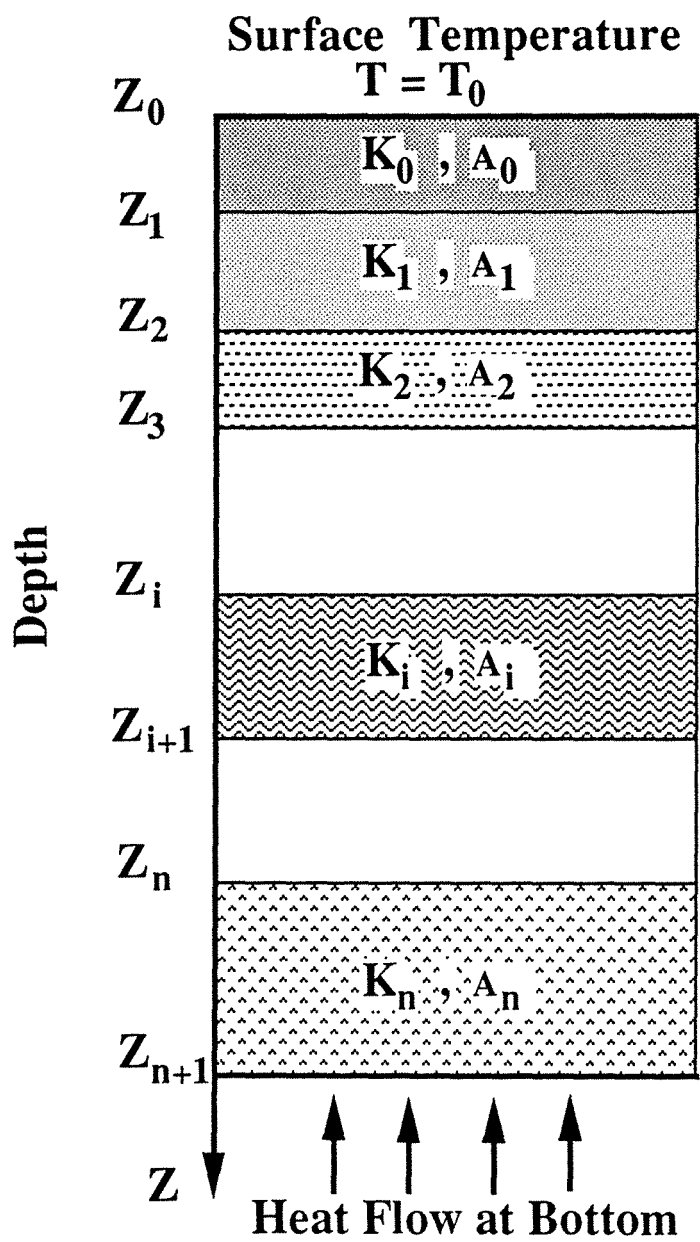


Figure 1

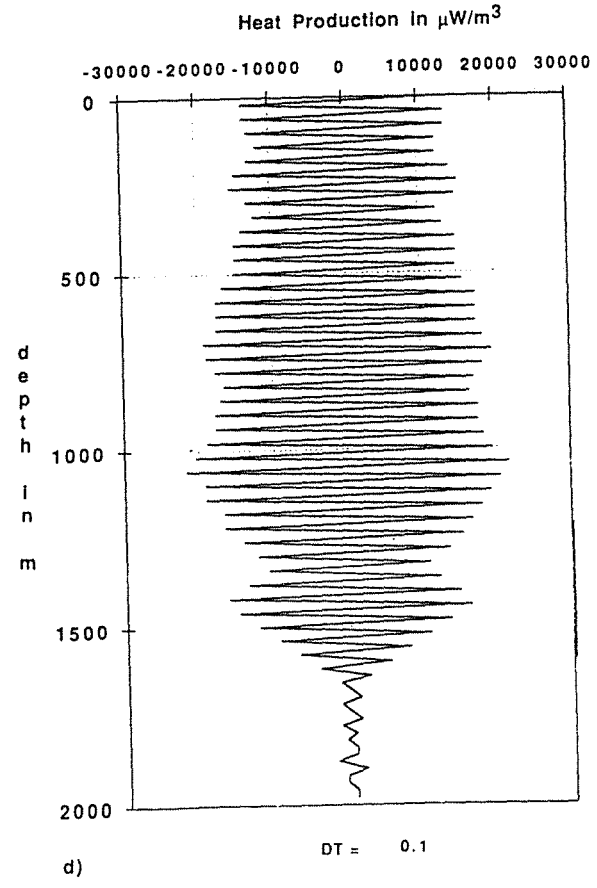
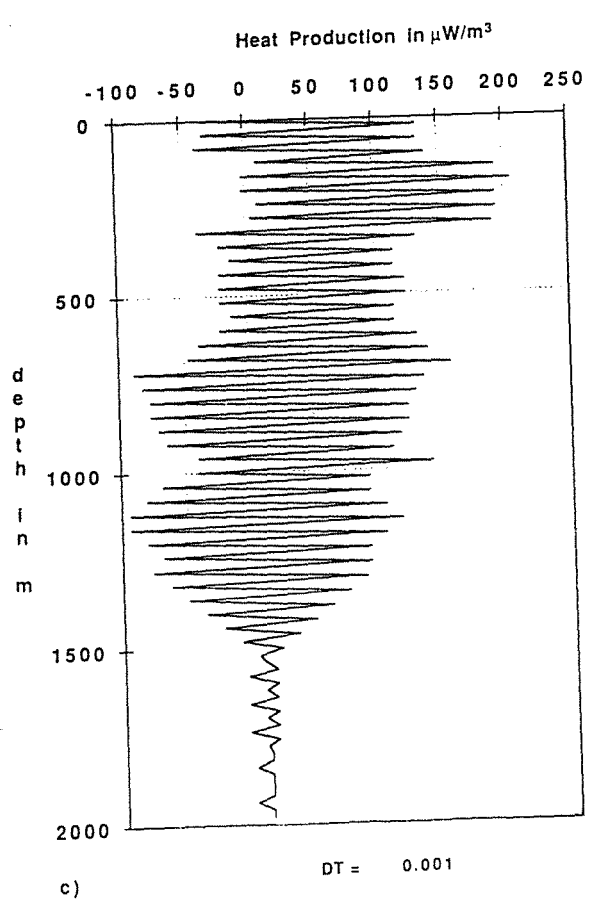
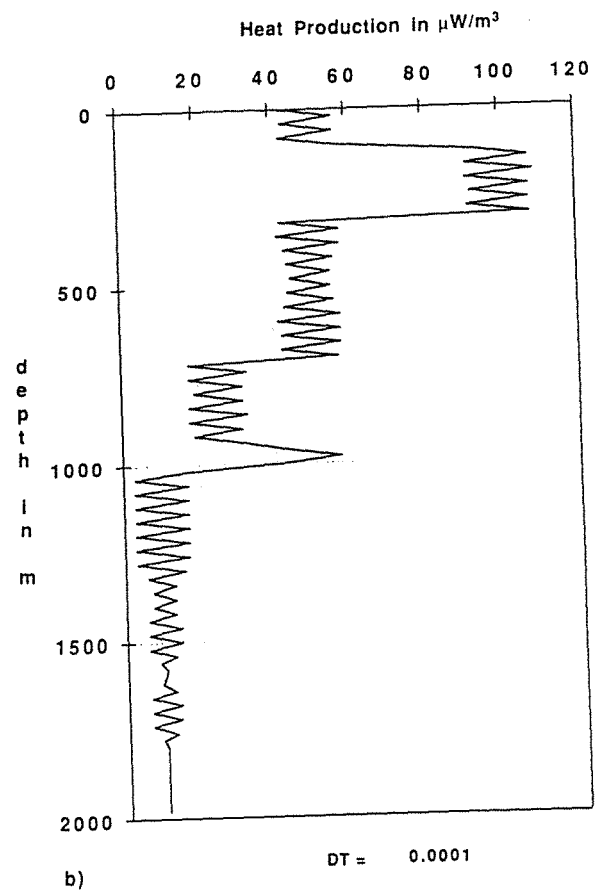
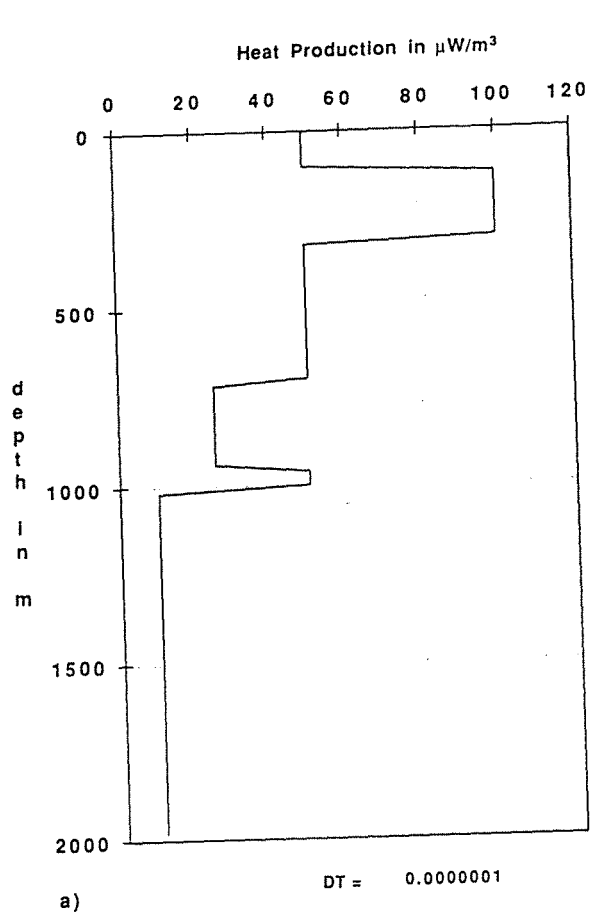


Figure 2.

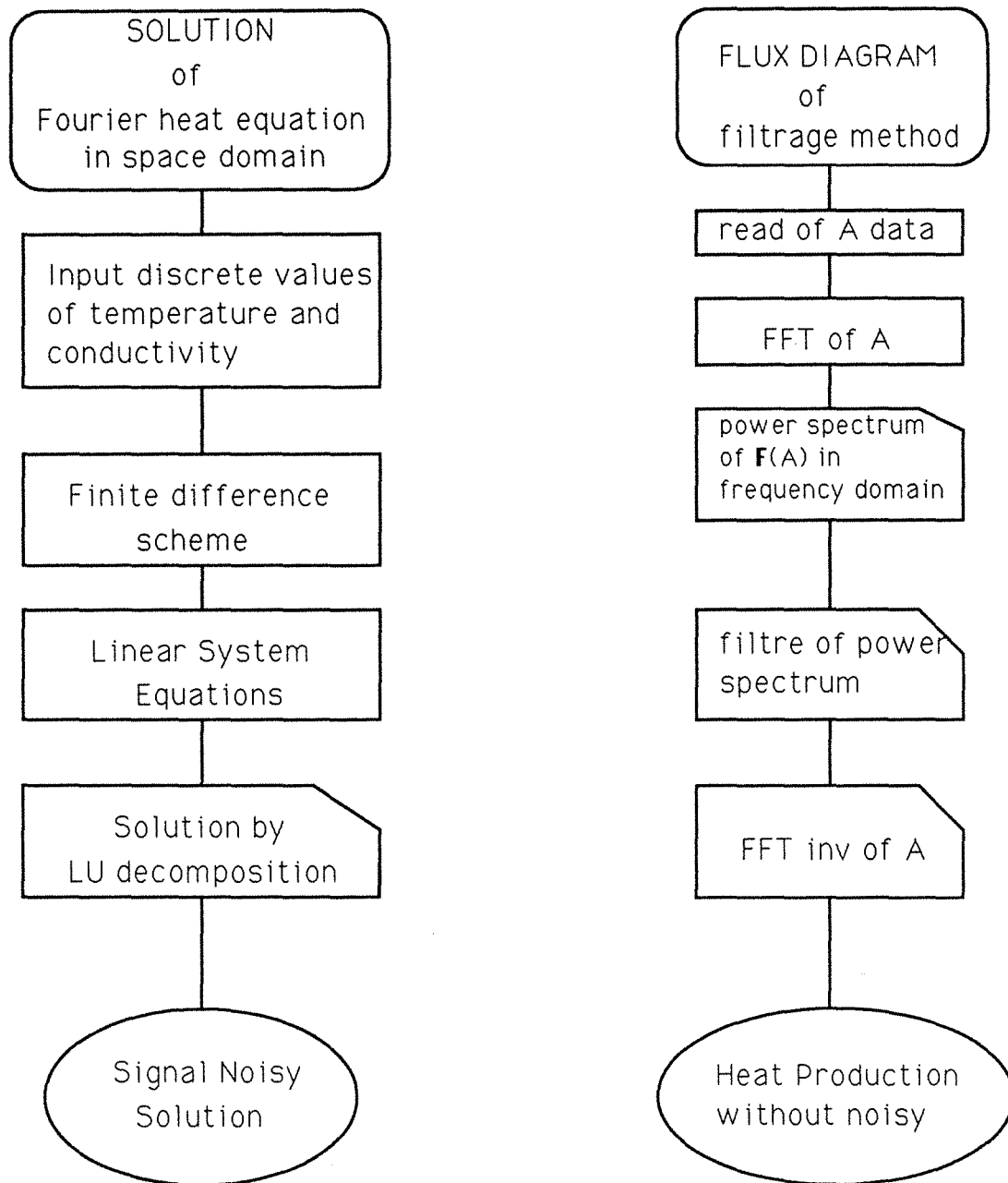


Figure 3.

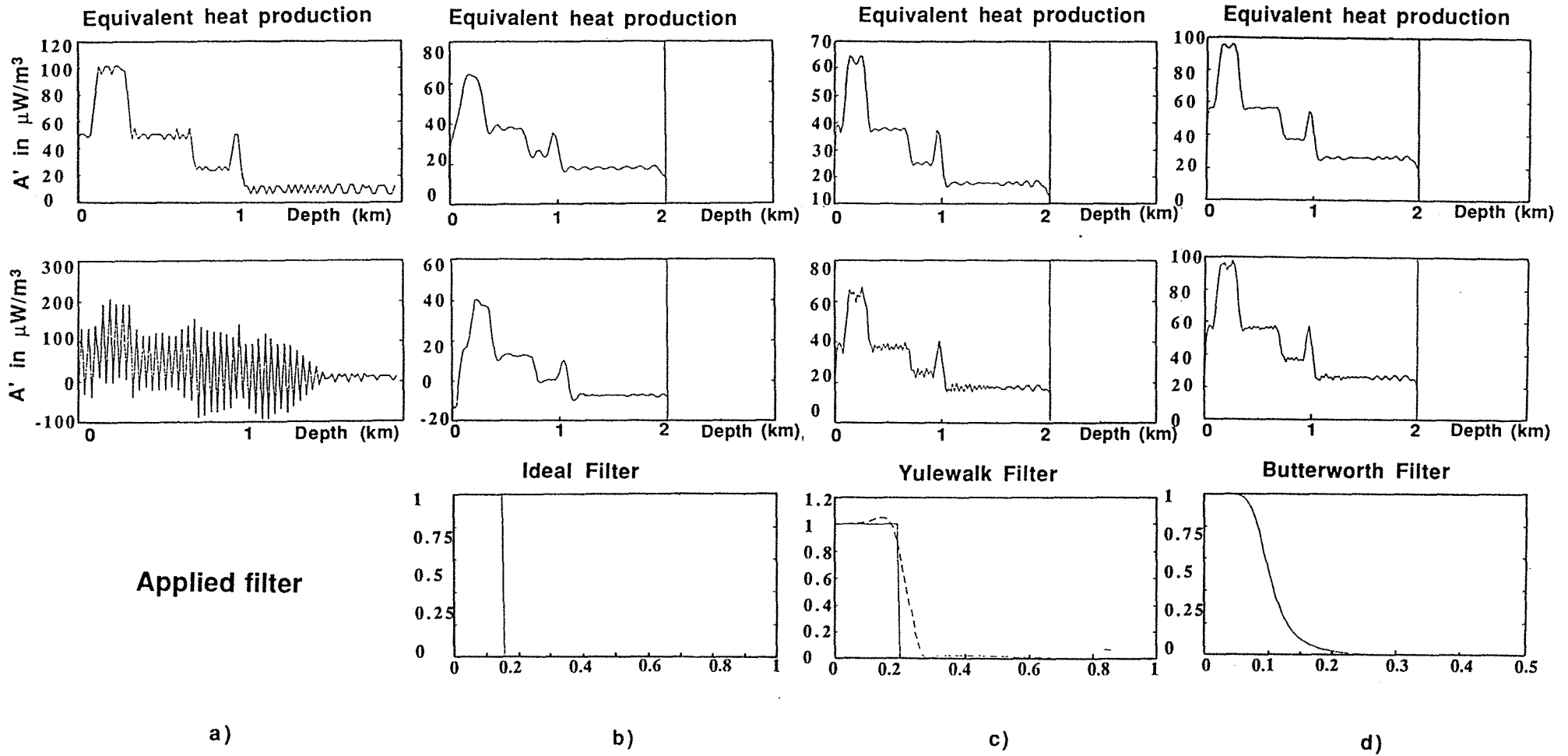
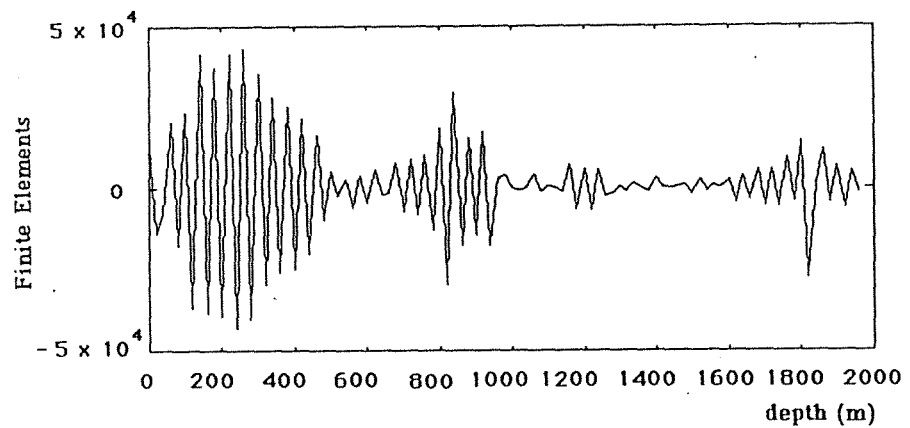
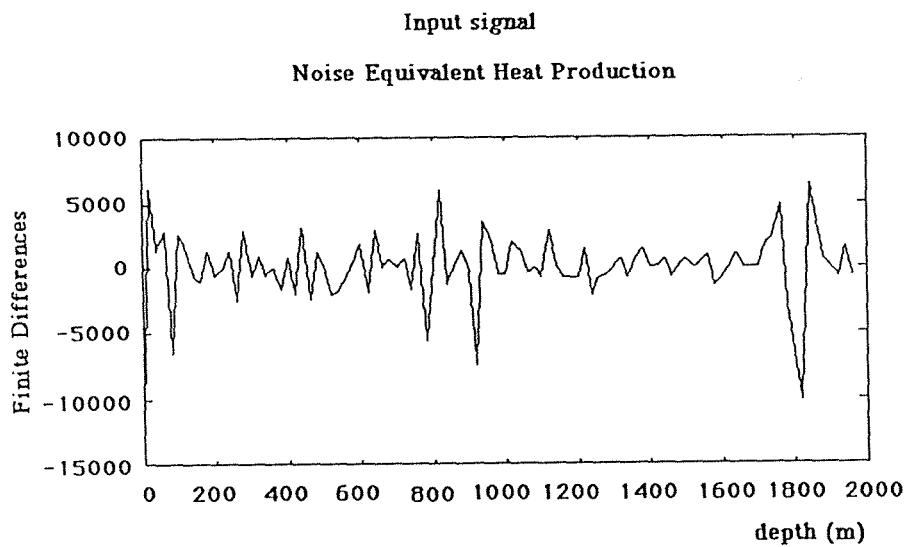
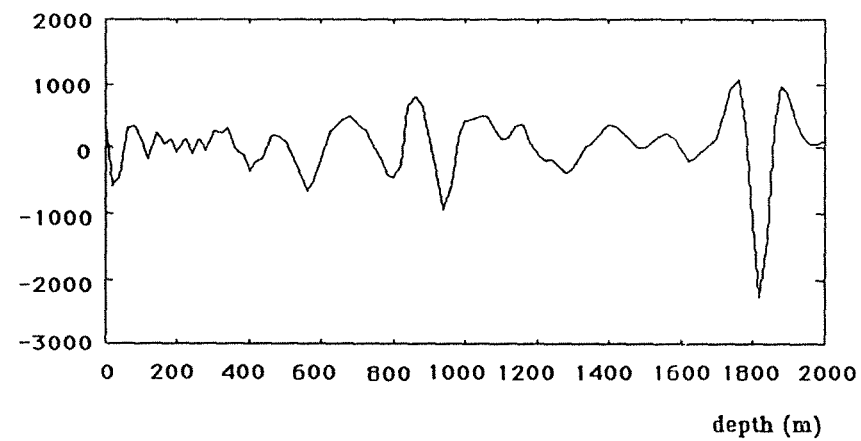
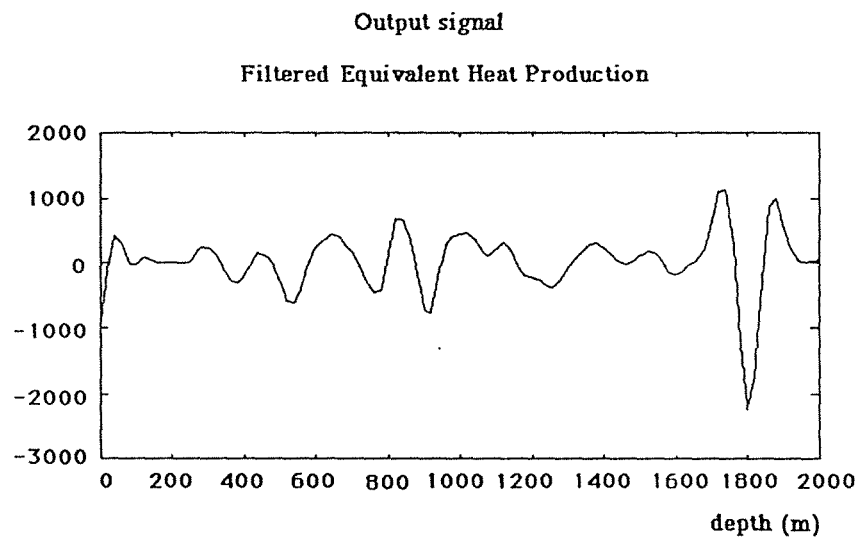


Figure 4.



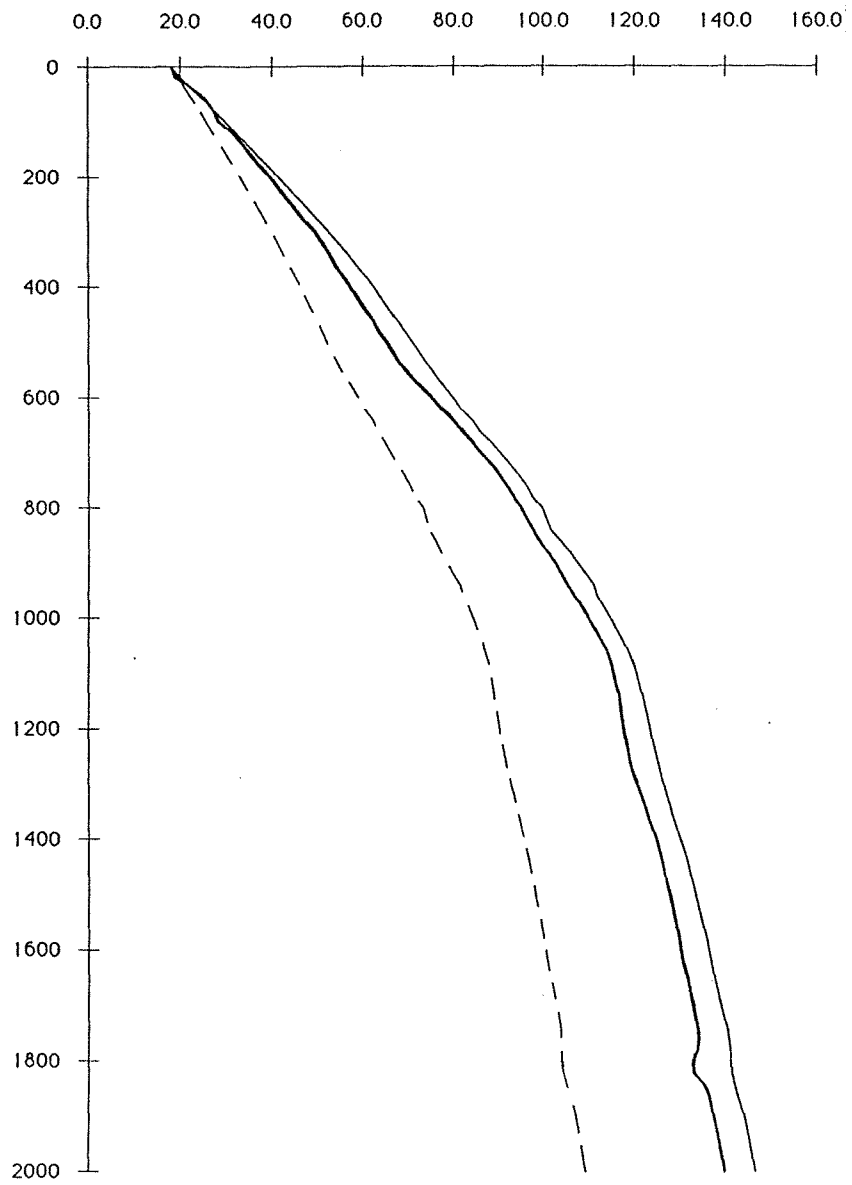
a)



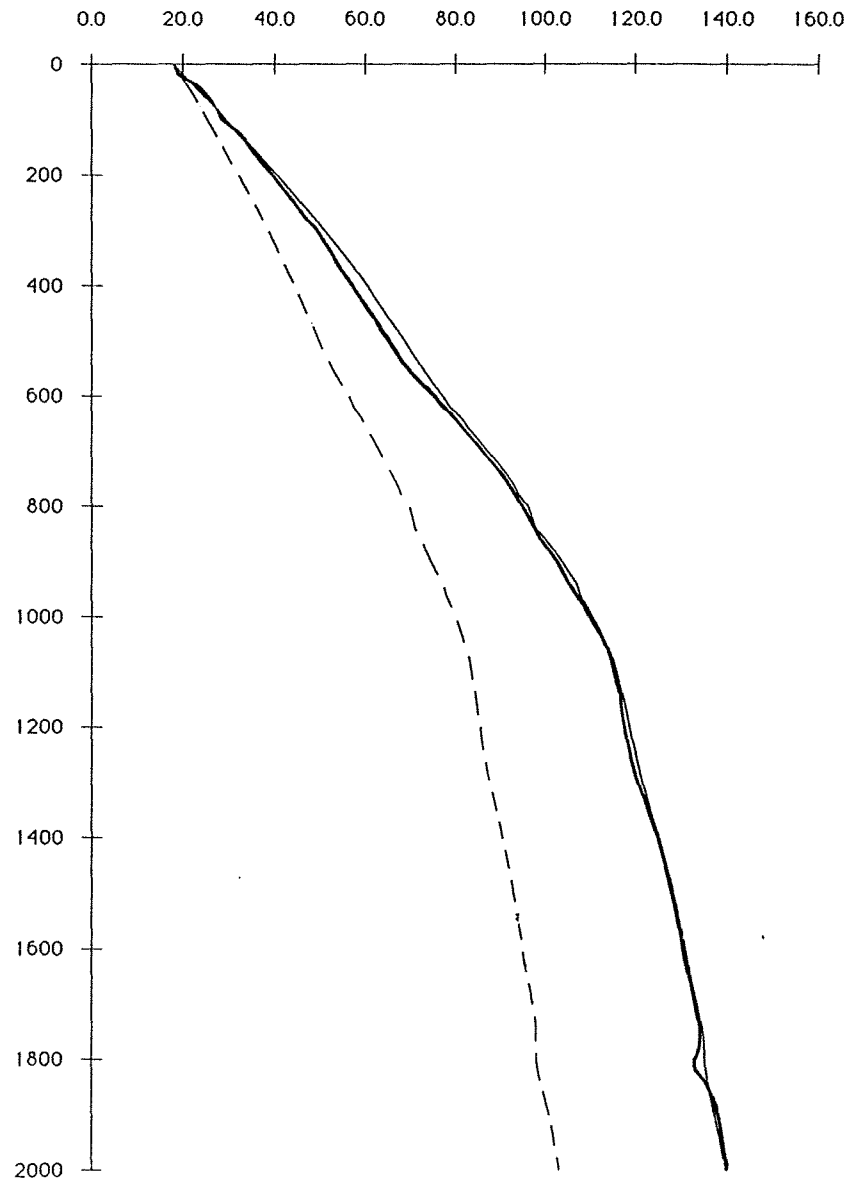
b)

Figure 5.

108



a



b

Figure 6.

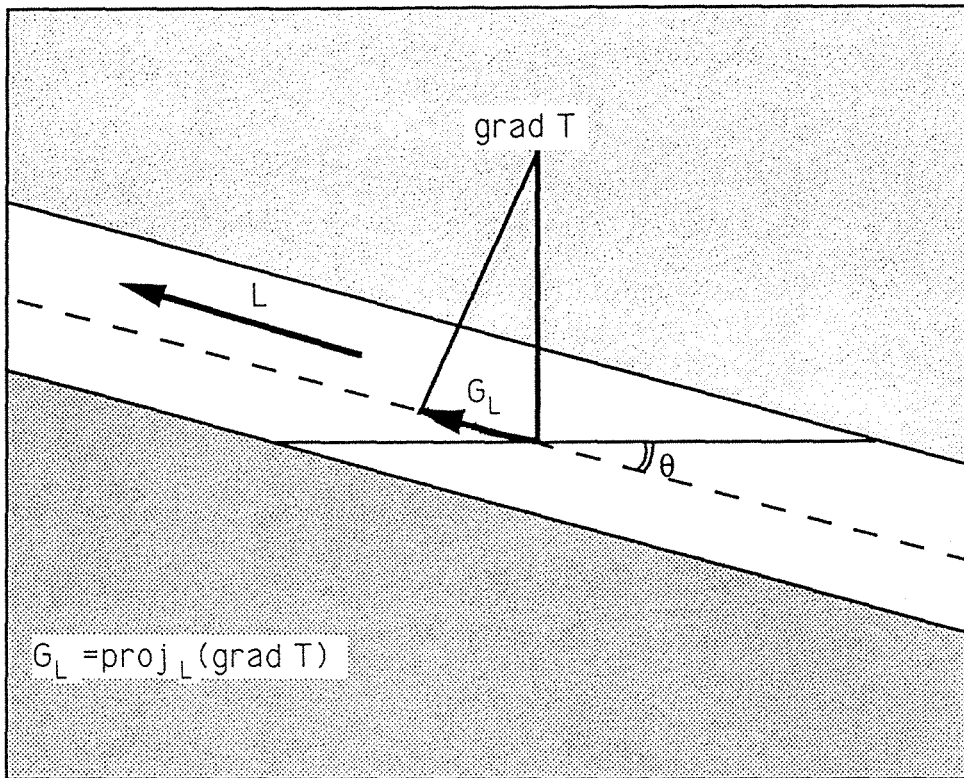


Figure 7.

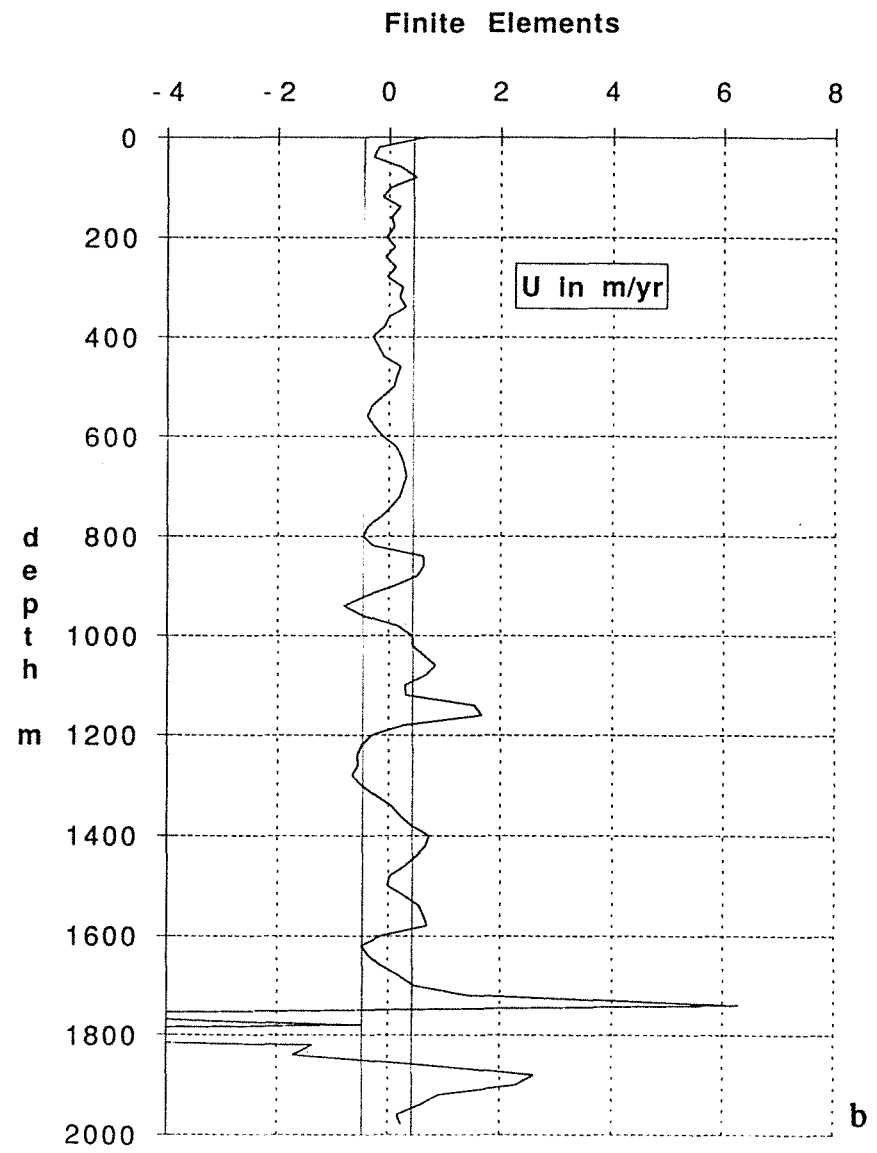
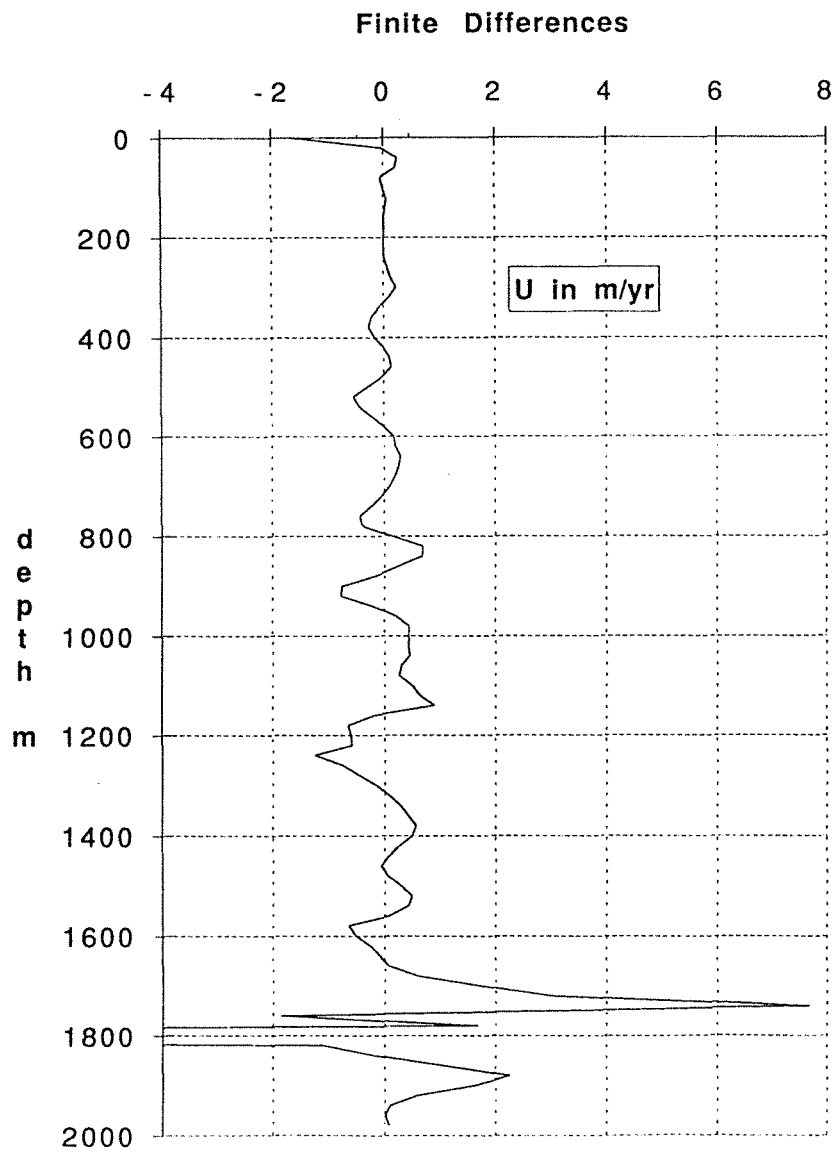


Figure 8.

5.9 Conclusions du chapitre

L'évaluation des nombres de Nusselt et Rayleigh nous a permis de montrer l'existence des transferts de chaleur par convection dans les couches du Keuper, du Muschelkalk et du Buntsandstein.

L'hypothèse de l'existence d'un gradient de température dans la direction d'inclinaisons de couches nous permet d'évaluer la production de chaleur équivalent A' . De plus, en simplifiant la lithologie comme un empilement des couches poreuses inclinées d'épaisseur constante, on a pu évaluer de 1 à 2 m/an la vitesse de Darcy, notamment aux profondeurs d'entre 800 et 900, 1000 et 1150, 1200 et 1300 m.

La démarche suivie pour l'évaluation des vitesses de Darcy peut être critiquable dans la mesure où il peut avoir plusieurs interprétations sur la production de chaleur équivalent A' . Les interprétations les plus immédiates sont : (1) A' représente l'apport de chaleur dû aux mouvements des fluides, et (2) A' représente les variations de la conductivité thermique des différentes couches du modèle. Dans le premier cas, nous arrivons aux résultats déjà indiqués. Dans le second cas, en faisant une hypothèse extrémiste sur le contraste de conductivités thermiques des couches, qui peut être de 2 W/mK, nous pouvons justifier une valeur de A' de 300 mW/m³. Mais les valeurs supérieures à celle-ci indiquent que l'apport de chaleur est dû à la circulation de fluides. Ceci équivaut, dans le cadre de la première interprétation, aux valeurs des vitesses de filtration supérieurs à 0.5 m/an.

Les deux approches conduites indépendamment sur le forage GPK1 donnent des conclusions cohérentes sur l'existence de mouvement des fluides convectifs dans les couches de Keuper, Muschelkalk et du Buntsandstein, et de mouvement de fluides dans le granite fracturé.

CHAPITRE 6

Formulation Mathématique de la convection en milieu poreux

6.1 Introduction

La diversité des situations naturelles dans lesquelles des phénomènes de convection en milieu poreux peuvent se manifester, a entraîné, depuis quelques décennies, le développement de nombreux travaux de recherche.

En nous limitant à quelques exemples caractéristiques de telles situations, dans le domaine géologique, nous citerons notamment : la géothermique haute et basse énergie, le stockage d'eau chaude de type saisonnier, l'élimination des liquides polluants, quelques techniques de récupération des hydrocarbures,

On définit très généralement un milieu poreux comme un corps, hétérogène, constitué par une structure solide comportant des cavités remplies par un fluide. Ces cavités, appelées pores, peuvent être connectées entre elles, permettant alors un écoulement du fluide à travers la structure. A partir de cette définition, la quasi-totalité des éléments constituant la croûte terrestre peut être considérée comme milieu poreux.

Malgré la variété des configurations auxquelles peuvent correspondre les situations évoquées, la plupart des études réalisées ne concernent que des formes particulières de milieux poreux (géométrie simple avec des paramètres physiques constants ou variant selon une loi prédéfinie).

Nous nous proposons, dans ce chapitre, de présenter une formulation mathématique généralisée du problème de la convection et conduction thermique dans un milieu poreux hétérogène et anisotrope.

6.2 Formulation du problème

Notre point de vue vise principalement l'étude des mécanismes de transfert de chaleur et de masse au sein des couches géologiques poreuses, même si de façon très générale, on peut s'affranchir des spécificités du milieu et extrapoler nos investigations à n'importe quel milieu poreux. Une hypothèse importante à

signaler est que la matrice solide est considérée comme indéformable. Nous supposons en outre que la phase liquide ne contient qu'un seul composant.

La convection thermique dans un milieu poreux est un phénomène physique bien connu, autant du point de vue théorique qu'expérimental. Différents types de configurations de milieu poreux ont été étudiés en faisant varier la géométrie du milieu, les conditions le long des frontières du volume (parois isolantes, surfaces isothermes), et la nature du fluide (approximation de Boussinesq, fluide newtonien, gaz, ...).

Les configurations les plus utilisées sont les suivantes : une strate plane horizontale de grande extension latérale, limitée latéralement par des plans isolés, avec des conditions de température connues sur les bords supérieurs et inférieurs (c'est-à-dire, dans des conditions thermodynamiques qui peuvent être considérées comme constantes), et rempli d'un fluide qui vérifie l'approximation de Boussinesq.

Les milieux poreux naturels ou artificiels sont rarement homogènes et isotropes. Les recherches théoriques, numériques ou expérimentales se sont souvent limitées à l'étude de problèmes de couches horizontales homogènes isotropes avec perméabilité et/ou conductivité constante, ou variant selon un axe (Ribando et Torrance, 1976; Combarous, 1978; Caltagirone, 1975, ...). D'autres approches ont également été réalisées pour des configurations géométriques très particulières, par exemple : nid d'abeille ou pentagonale, système cylindrique, couche inclinée, ..., .

6.2.1 Equations de continuité, de mouvement, et d'énergie.

La modélisation mathématique d'un domaine homogène, isotrope, avec des conditions thermodynamiques connues peut être réalisée avec la méthodologie classique de mécanique des milieux continus. Mais, au fur et à mesure que la configuration du domaine devient plus complexe, la méthodologie classique est de moins en moins appropriée.

Considérons un système bien défini, tant sur le plan thermique que sur le plan hydrodynamique, avec un fluide de saturation considéré comme connu. En chaque point du domaine nous pouvons définir deux températures; une pour le fluide et l'autre pour le solide.

Dans une première approche, la différence entre les deux températures est considérée comme négligeable et le comportement thermique du milieu est décrit par une équation unique (Equation de Fourier) :

$$\text{div} (\lambda^* \text{grad } T) - \text{div} [(\rho c)_f \mathbf{v} \cdot T] = \frac{\partial}{\partial t} [(\rho c)^* T]$$

Cette équation suppose l'équivalence entre le milieu poreux réel et un milieu fictif unique (Combar nous, 1978). Seule la chaleur volumique $(\rho c)^*$ et le tenseur de conductivité thermique équivalent $(\lambda)^*$ sont pris en compte.

Cette approche paraît satisfaisante quand la vitesse de filtration n'est pas trop importante et si les deux phases, solide et fluide, sont très dispersées.

La seconde approche correspond au cas où la différence entre les deux températures est importante et qu'il n'est pas possible de la considérer comme négligeable. Le milieu est alors considéré comme équivalent à deux milieux continus et deux équations sont utilisées pour décrire le transfert de chaleur: une pour le fluide et l'autre pour le solide, les transferts entre phases liquides et solides étant décrits grâce à un coefficient d'échange.

Dans le problème qui nous intéresse, nous utiliserons la première approche. Le modèle mathématique permettant d'étudier la convection naturelle comprend les équations suivantes :

L'équation de la chaleur:

$$\text{div} (\lambda^* \text{grad } T) - \text{div} [(\rho c)_f \mathbf{v} \cdot T] = \frac{\partial}{\partial t} [(\rho c)^* T] - A \quad (6.1)$$

L'équation de continuité:

$$\phi \frac{\partial P}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (6.2)$$

Et l'équation de mouvement (ou Loi généralisée de Darcy) sans approximation de Boussinesq (Cf Combar nous & Bories, 1975)

$$\frac{\rho}{\phi} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{\rho}{\phi^2} \mathbf{v} \text{grad} (\mathbf{v}) = - \text{grad } P + \rho \mathbf{g} - \eta K^{-1} \mathbf{v} \quad (6.3)$$

(Cf Annexe 3 pour nomenclature)

Ces équations, où sont omis certains termes d'inertie, ne sont satisfaisantes que dans la mesure où la vitesse de filtration n'est pas trop importante. Dans le cas contraire, l'équation doit être complétée par des termes correspondant à tous les effets d'inertie.

6.3 Formulation Mathématique

Pour arriver à une formulation mathématique généralisée du problème de convection dans un milieu poreux nous sommes partis d'une démarche classique pour caractériser la convection d'un milieu avec une configuration simple, jusqu'à arriver à une formulation généralisée avec un traitement mathématique tensoriel d'un domaine de configuration assez complexe.

6.3.1 Couche homogène et isotrope avec k et λ constantes

Comme nous l'avons déjà indiqué, la configuration utilisée le plus souvent correspond à un système limité par des plans imperméables, isothermes, avec un milieu poreux isotrope et homogène, rempli par un fluide qui satisfait l'approximation de Boussinesq (fig. 6.1).

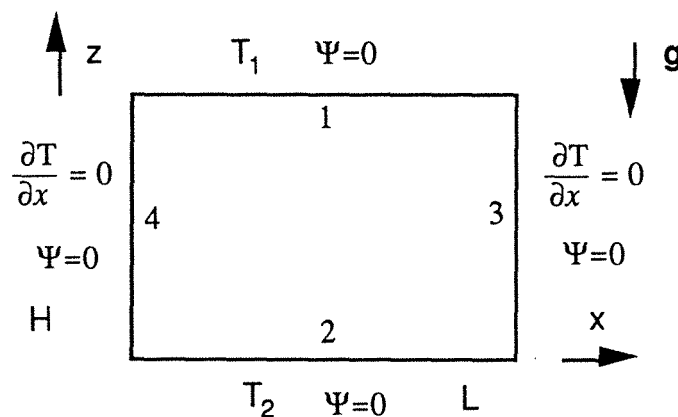


Figure 6.1 Conditions aux limites utilisées dans le cas d'une couche homogène isotrope (Configuration du système).

Avec les variables adimensionnelles généralement utilisées par divers auteurs (Combarous et Bories (1975), Richard (1979), Quintard (1983), Cathles (1981), Didier (1991), entre autres) pour la simplification des équations 6.1, 6.2, 6.3, dans le cas d'un milieu isotrope et hétérogène, on arrive dans le cas stationnaire aux expressions suivantes :

pour l'équation de Darcy :

$$\frac{H}{L} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{L}{H} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + Ra \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (6.4)$$

et pour l'équation de la chaleur :

$$\left(\frac{H}{L}\right)^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{H}{L} \left(v_x' \frac{\partial T}{\partial z} + v_z' \frac{\partial T}{\partial x} \right) = 0 \quad (6.5)$$

Où v_x', v_z', x, z , et T sont des quantités adimensionnelles définies comme :

$$T' = \frac{T - T_r}{\Delta T} \quad x' = \frac{x}{L} \quad z' = \frac{z}{H}$$

$$v_x' = \frac{v_x H (\rho c)_f}{\lambda} \quad v_z' = \frac{v_z L (\rho c)_f}{\lambda}$$

$$\rho_f = \rho_r (1 - \beta_{th} (T - T_r)) \quad (6.6)$$

avec un nombre de Rayleigh, défini traditionnellement par :

$$Ra^*_{iso} = \frac{(\rho c)_f \rho_r \beta_{th} g \Delta T H k^*}{\eta \lambda^*} \quad (6.7)$$

Le nombre de Rayleigh apparaît suite à l'adimensionnement de l'équation 6.3 et sa valeur est déterminée par les paramètres du système. C'est pour cela que sa valeur détermine la mise en place de mouvements de convection.

6.3.2 Couche homogène et anisotrope avec K et Λ tenseurs

Si à la place d'une perméabilité constante et isotrope on considère un tenseur de perméabilité dont ses composantes principales sont parallèles aux axes de coordonnées, l'analyse antérieure n'est plus valable. Il faut donc redéfinir les quantités adimensionnelles en fonction des nouvelles caractéristiques du milieu. Nous avons introduit la trace des tenseurs de perméabilité et de conductivité à la place des valeurs scalaires de ces paramètres dans la définition de quantités adimensionnelles :

$$T' = \frac{T - T_r}{\Delta T} \quad x' = \frac{x}{L} \quad z' = \frac{z}{H}$$

$$v_x' = \frac{v_x H (\rho c)_f}{\text{tr}\Lambda} \quad v_z' = \frac{v_z L (\rho c)_f}{\text{tr}\Lambda}$$

$$P' = \frac{\text{tr}\mathbf{K} (\rho c)_f}{\eta \text{tr}\Lambda} P \quad (6.8)$$

$$\mathbf{K} = \frac{\text{tr}\mathbf{K}}{2} \mathbf{K}^* \quad \Lambda = \frac{\text{tr}\Lambda}{2} \Lambda^*$$

où :

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{xx} & 0 \\ 0 & k_{zz} \end{bmatrix} \quad \Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{xx} & 0 \\ 0 & \lambda_{zz} \end{bmatrix}$$

$$\text{et } \mathbf{K}^* = \begin{bmatrix} (1+\varepsilon_\kappa) & 0 \\ 0 & (1-\varepsilon_\kappa) \end{bmatrix} \quad \Lambda^* = \begin{bmatrix} (1+\varepsilon_\lambda) & 0 \\ 0 & (1-\varepsilon_\lambda) \end{bmatrix}$$

$$\text{avec } \varepsilon_\kappa = \frac{k_{xx} - k_{zz}}{k_{xx} + k_{zz}} \quad \text{et} \quad \varepsilon_\lambda = \frac{\lambda_{xx} - \lambda_{zz}}{\lambda_{xx} + \lambda_{zz}} \quad (6.9)$$

Donc, le nombre de Rayleigh serait défini comme :

$$\text{Ra}_h^* = \frac{(\rho c)_f \rho_r \beta_{th} g \Delta T H \text{tr}\mathbf{K}}{\eta \text{tr}\Lambda} \quad (6.10)$$

Si l'on considère à nouveau le problème précédent avec les tenseurs \mathbf{K} et Λ , tels qu'ils ont été définis dans 6.9, on remarque que l'ensemble des équations (6.1, 6.2, 6.3) se met sous la forme :

l'équation de la chaleur

$$\left(\frac{H}{L} \right) (1+\varepsilon_\lambda) \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + (1-\varepsilon_\lambda) \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \left(H v_x' \frac{\partial T}{\partial z} + L v_z' \frac{\partial T}{\partial x} \right) = 0 \quad (6.11)$$

l'équation de Darcy

$$v_x = -\frac{1}{\eta} \frac{\text{tr}\mathbf{K}}{2} \left[\frac{H}{L} (1+\varepsilon_\kappa) \frac{\partial P}{\partial x} \right]$$

$$v_z = -\frac{1}{\eta} \frac{\text{tr}\mathbf{K}}{2} \left[\frac{H}{L} (1-\varepsilon_\kappa) \frac{\partial P}{\partial z} + \rho g \right] \quad (6.12)$$

que l'on peut exprimer sous la forme adimensionnelle suivante :

$$v_x = -H(1+\varepsilon_\kappa) \frac{\partial P}{\partial x}$$

$$v_z = -L(1-\varepsilon_\kappa) \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{L}{H} (1-\varepsilon_\kappa) Ra \left[\frac{1}{\beta_{th}^*} - T' \right]$$
(6.13)

On considère toujours que l'équation de continuité permet d'exprimer la vitesse de filtration comme la dérivée d'un potentiel Ψ ("stream function"), ce qui donne pour l'équation de Darcy, la forme suivante en fonction de Ψ :

$$(1+\varepsilon_\kappa) \frac{H}{L} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{L}{H} (1-\varepsilon_\kappa) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + (1+\varepsilon_\kappa)(1-\varepsilon_\kappa) Ra \frac{\partial T}{\partial x} = 0$$
(6.14)

et pour l'équation de la chaleur

$$\left(\frac{H}{L} \right) (1+\varepsilon_\lambda) \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + (1-\varepsilon_\lambda) \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \left(H v_x' \frac{\partial T}{\partial z} + L v_z' \frac{\partial T}{\partial x} \right) = 0$$
(6.15)

En prenant une notation tensorielle, plus appropriée, le système d'équations se met alors sous la forme simplifiée suivante.

L'équation de Darcy :

$$\nabla (\bar{\bar{\mathbf{K}}} \nabla \Psi) = -Ra \det \mathbf{K} \frac{\partial T}{\partial x} = -\omega \nabla T$$
(6.16)

où $\omega = Ra \det \mathbf{K} \hat{i}$; $\det \mathbf{K} = (1+\varepsilon_\kappa)(1-\varepsilon_\kappa)$; \hat{i} vecteur unitaire dans la direction x .

L'équation de la chaleur :

$$\nabla (\bar{\bar{\Lambda}} \nabla T) = \mathbf{v} \nabla T$$
(6.17)

où:

$$\bar{\bar{\mathbf{K}}} = \begin{bmatrix} \frac{H}{L} (1+\varepsilon_\kappa) & 0 \\ 0 & \frac{L}{H} (1-\varepsilon_\kappa) \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \bar{\bar{\Lambda}} = \begin{bmatrix} \frac{H}{L} (1+\varepsilon_\lambda) & 0 \\ 0 & \frac{L}{H} (1-\varepsilon_\lambda) \end{bmatrix}$$

6.3.3 Couche homogène d'anisotropie quelconque (\mathbf{K} et Λ tenseurs) avec production de chaleur

Maintenant, si nous considérons un milieu anisotrope, dont les composantes principales des tenseurs Λ et \mathbf{K} ne sont pas parallèles aux axes de coordonnées, les matrices Λ et \mathbf{K} ne sont plus diagonales, il faut donc prendre en compte leurs termes croisés dans le développement des équations de la chaleur et de Darcy. Notre système d'équations devient alors :

l'équation de la chaleur avec le terme de production de chaleur

$$\frac{H}{L} \frac{1}{1-\varepsilon_\lambda} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{L}{H} \frac{1}{1+\varepsilon_\lambda} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{2\xi_\lambda}{(1-\varepsilon_\lambda)(1+\varepsilon_\lambda)} \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial z} = \left[\frac{\xi_\lambda^2}{(1-\varepsilon_\lambda)(1+\varepsilon_\lambda)} - 1 \right] \left[Lv_x \frac{\partial T}{\partial x} + Hv_z \frac{\partial T}{\partial z} \right] - \frac{2HL}{\Delta T \operatorname{tr} \Lambda} \mathbf{A} \quad (6.18)$$

l'équation de Darcy

$$v_x = -\frac{1}{\eta} \frac{\operatorname{tr} \mathbf{K}}{2} \left[\frac{H}{L} (1+\varepsilon_\kappa) \frac{\partial P}{\partial x} + \xi_\kappa \left(\frac{\partial P}{\partial z} + \rho g \right) \right]$$

$$v_z = -\frac{1}{\eta} \frac{\operatorname{tr} \mathbf{K}}{2} \left[\xi_\kappa \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{H}{L} (1-\varepsilon_\kappa) \left(\frac{\partial P}{\partial z} + \rho g \right) \right] \quad (6.19)$$

où:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} (1+\varepsilon_\kappa) & \xi_\kappa \\ \xi_\kappa & (1-\varepsilon_\kappa) \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \Lambda = \begin{bmatrix} (1+\varepsilon_\lambda) & \xi_\lambda \\ \xi_\lambda & (1-\varepsilon_\lambda) \end{bmatrix}$$

avec

$$\varepsilon_\kappa = \frac{k_{xx} - k_{zz}}{k_{xx} + k_{zz}} \quad ; \quad \varepsilon_\lambda = \frac{\lambda_{xx} - \lambda_{zz}}{\lambda_{xx} + \lambda_{zz}}$$

$$\xi_\kappa = \frac{2 k_{xz}}{k_{xx} + k_{zz}} \quad \text{et} \quad \xi_\lambda = \frac{2 \lambda_{xz}}{\lambda_{xx} + \lambda_{zz}}$$

La forme de ces équations semble déjà plus compliquée que dans les cas précédents. Les manipulations nécessaires pour rendre ces équations adimensionnelles en utilisant la fonction de "courant" Ψ ("stream function"), sont beaucoup plus compliquées que dans le cas isotrope :

$$\frac{H}{L} \frac{1}{1-\varepsilon_\kappa} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{L}{H} \frac{1}{1+\varepsilon_\kappa} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + \frac{2\xi_\kappa}{(1-\varepsilon_\kappa)(1+\varepsilon_\kappa)} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial z} = \operatorname{Ra} \left[\frac{\xi_\kappa^2}{(1-\varepsilon_\kappa)(1+\varepsilon_\kappa)} - 1 \right] \frac{\partial T}{\partial x} \quad (6.20)$$

et l'équation de chaleur devient :

$$\frac{H}{L} \frac{1}{1-\varepsilon_\lambda} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{L}{H} \frac{1}{1+\varepsilon_\lambda} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{2\xi_\lambda}{(1-\varepsilon_\lambda)(1+\varepsilon_\lambda)} \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial z} = \left[\frac{\xi_\lambda^2}{(1-\varepsilon_\lambda)(1+\varepsilon_\lambda)} - 1 \right] \left[Lv_x \frac{\partial T}{\partial x} + Hv_z \frac{\partial T}{\partial z} \right] - A^* \quad (6.21)$$

où la production de chaleur adimensionnelle est définie par:

$$A^* = \frac{2HL}{\Delta T \operatorname{tr} \Lambda} A \quad (6.22)$$

En utilisant toujours la même notation tensorielle, ce système d'équations se met alors exactement sous la forme simplifiée des équations 6.16 et 6.17 :

l'équation de Darcy

$$\nabla (\bar{\mathbf{K}} \nabla \Psi) = -Ra \operatorname{det} \mathbf{K} \frac{\partial T}{\partial x} = -\omega \nabla T$$

$$\text{où } \omega = Ra \operatorname{det} \mathbf{K} \quad (6.23)$$

et l'équation de la chaleur est :

$$\nabla (\bar{\Lambda} \nabla T) = U \nabla T - A^* \quad (6.24)$$

avec

$$\bar{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \frac{H}{L}(1+\varepsilon_\kappa) & \xi_\kappa \\ \xi_\kappa & \frac{L}{H}(1-\varepsilon_\kappa) \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \bar{\Lambda} = \begin{bmatrix} \frac{H}{L}(1+\varepsilon_\lambda) & \xi_\lambda \\ \xi_\lambda & \frac{L}{H}(1-\varepsilon_\lambda) \end{bmatrix}$$

6.3.4 Couche homogène et anisotrope pour laquelle la viscosité du fluide est fonction de la température

En prenant le même système d'équations de base :

l'équation de la chaleur

$$\frac{H}{L} \frac{1}{1-\varepsilon_\lambda} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{L}{H} \frac{1}{1+\varepsilon_\lambda} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{2\xi_\lambda}{(1-\varepsilon_\lambda)(1+\varepsilon_\lambda)} \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial z} = \left[\frac{\xi_\lambda^2}{(1-\varepsilon_\lambda)(1+\varepsilon_\lambda)} - 1 \right] \left[Lv_x \frac{\partial T}{\partial x} + Hv_z \frac{\partial T}{\partial z} \right] - \frac{2HL}{\Delta T \operatorname{tr} \Lambda} A \quad (6.25)$$

l'équation de Darcy

$$\begin{aligned}
 v_x &= -\frac{1}{\eta} \frac{\text{trK}}{2} \left[\frac{H}{L} (1+\varepsilon_\kappa) \frac{\partial P}{\partial x} + \xi_\kappa \left(\frac{\partial P}{\partial z} + \rho g \right) \right] \\
 v_z &= -\frac{1}{\eta} \frac{\text{trK}}{2} \left[\xi_\kappa \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{H}{L} (1-\varepsilon_\kappa) \left(\frac{\partial P}{\partial z} + \rho g \right) \right]
 \end{aligned} \tag{6.26}$$

Si l'on pose que la viscosité du milieu varie en fonction de la température (Quintard, 1983) comme :

$$\eta = \eta_r (1 - \gamma (T - T_r)) \quad \text{où} \quad \eta = \eta_r (1 - \gamma^* T') \tag{6.27}$$

avec $\gamma^* = \gamma \Delta T$ et T' représentant la température adimensionnelle

l'équation de Darcy adimensionnelle prend alors une forme beaucoup plus complexe :

$$\begin{aligned}
 v_x &= -\frac{1}{\eta_r (1 - \gamma^* T')} \left[\frac{H}{L} (1+\varepsilon_\lambda) \frac{\partial P^*}{\partial x} + \xi_\lambda \left\{ \frac{\partial P^*}{\partial z} + \text{Ra} \left[\frac{1}{\beta_{th}^*} - T' \right] \right\} \right] \\
 v_z &= -\frac{1}{\eta_r (1 - \gamma^* T')} \left[\xi_\lambda \frac{\partial P^*}{\partial x} + \frac{L}{H} (1-\varepsilon_\lambda) \left\{ \frac{\partial P^*}{\partial z} + \text{Ra} \left[\frac{1}{\beta_{th}^*} - T' \right] \right\} \right]
 \end{aligned} \tag{6.28}$$

De plus, l'hétérogénéité du milieu complique de façon considérable la manipulation algébrique des équations, puisque dans ce cas la perméabilité et la conductivité sont des fonctions qui dépendent des coordonnées x et z . Donc, l'opérateur de dérivation nabla (∇) s'applique aussi aux tenseurs de conductivité et de perméabilité. Pour cette raison nous avons décidé de poser au départ le problème de façon tensorielle. Sous cette forme les équations permettent une formulation plus générale.

6.4 Formulation tensorielle du problème

On se retrouve à nouveau avec le problème mathématique consistant à caractériser la convection thermique dans un milieu poreux de configuration complexe, mais cette fois dans le cadre de la formulation tensorielle. On a donc la possibilité de réaliser les mêmes manipulations algébriques que précédemment, mais cette fois en utilisant la puissance du calcul tensoriel.

6.4.1 Equation de la chaleur

Nous considérons que la valeur du tenseur de conductivité Λ diminue avec l'augmentation de la température suivant la relation proposée par Chapman (1986) :

$$\Lambda = \Lambda_0 / (1 + \alpha (T - T_0)) \quad (6.29)$$

où Λ_0 représente la conductivité thermique à 25°C et α varie généralement entre 5×10^{-4} et $5 \times 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ selon le type de roche.

L'introduction de la notation tensorielle et le fait que :

$$\frac{2}{\text{tr } \Lambda} \nabla \cdot (\Lambda \nabla T) = \nabla \cdot (\Lambda \nabla T) + \nabla \cdot (\ln \text{tr } \Lambda) \cdot \Lambda \nabla T$$

permettent d'exprimer l'équation de Fourier sous la forme :

$$\nabla \cdot (\Lambda \nabla T) = \frac{2(\rho c)_f}{\text{tr } \Lambda} \mathbf{v} \cdot \nabla T + \frac{2(\rho c)^*}{\text{tr } \Lambda} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{2 \Lambda}{\text{tr } \Lambda} \cdot \nabla \cdot (\ln \text{tr } \Lambda) \cdot \Lambda \nabla T \quad (6.30)$$

on utilisant les variables adimensionnelles déjà définies (Cf. Annexe 3), cette équation peut s'écrire :

$$\nabla \cdot (\bar{\bar{\Lambda}} \nabla T) = \mathbf{v} \nabla T + \frac{\partial T}{\partial t} - \mathbf{A} \quad (6.31)$$

avec : $\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\text{Darcy}} - \nabla (\ln \text{tr } \Lambda) \cdot \bar{\bar{\Lambda}}$

où $\nabla (\ln \text{tr } \Lambda)$ représente la dérivée de $(\ln \text{tr } \Lambda)$ par rapport aux coordonnées adimensionnelles (x, z) .

6.4.2 L'équation de Darcy

On pose que la vitesse de Darcy dérive d'un potentiel Ψ , soit :

$$\mathbf{v} = \mathbf{D} \Psi^t \quad (6.32)$$

avec l'opérateur rotationnel $\mathbf{D} = \left(\frac{\partial}{\partial z}, -\frac{\partial}{\partial x} \right)$

ce qui vérifie automatiquement l'équation de continuité $\nabla (\rho_f \mathbf{v}) = 0$, simplifiant ainsi les calculs.

On ne peut pas remplacer la pression P par une variable adimensionnelle P* compte tenu du fait que le terme de l'adimensionnement de la pression dépend des coordonnées x et z. On choisit donc d'écrire l'équation 6.26 sous la forme:

$$-(1 - \gamma^* T') \mathbf{D} \Psi^r = \frac{\text{tr} \mathbf{K}}{\text{tr} \Lambda} \frac{\rho c}{\eta_r} \bar{\mathbf{K}} \nabla P^r + \text{Ra} \left[\frac{1}{\beta_{th}^*} - T' \right] \bar{\mathbf{K}} \hat{\mathbf{e}}_3 \quad (6.33)$$

où Ra est le nombre de Rayleigh local de filtration défini par l'équation 6.10 :

$$\text{Ra}^* = \frac{\rho_r g (\rho c)_f \beta_{th} \Delta T H \text{tr} \mathbf{K}}{\eta_r \text{tr} \Lambda}$$

avec $\text{tr} \mathbf{K}$ et $\text{tr} \Lambda$ dépendant de x et z.

Afin de simplifier l'expression 6.33 nous avons introduit une fonction adimensionnelle $h = \frac{f}{g}$ avec :

$$f = \text{Ra}^* \frac{\text{tr} \Lambda}{\text{tr} \mathbf{K}} \frac{\eta_r}{(\rho c)_f} \left[T - \frac{1}{\beta} \right] \quad g = \frac{1}{\det \bar{\mathbf{K}}} \frac{\text{tr} \Lambda}{\text{tr} \mathbf{K}} \frac{\eta_r}{(\rho c)_f} [1 - \gamma T] \quad (6.34)$$

on peut alors revenir à l'équation de Darcy exprimée sous la forme :

$$(\nabla p)^t = f \mathbf{e}_3 - g' \bar{\mathbf{K}}^{-1} (\mathbf{D} \psi)^t \quad (6.35)$$

Le fait que la divergence d'un rotationnel est toujours nulle, nous permet d'écrire que $\text{tr} (\mathbf{D}^t \nabla p) = 0$, donc l'équation 6.35 devient une équation différentielle non linéaire, (Cf section 6.4c) soit :

$$\begin{aligned} \text{tr} (\mathbf{D}^t (f \mathbf{e}_3)) &= \text{tr} (\mathbf{D}^t (g' (\mathbf{D} \psi) \bar{\mathbf{K}}^{-1})) \\ \nabla \cdot (\bar{\mathbf{K}} \nabla \psi) &= \mathbf{u} \cdot \nabla \psi - S \end{aligned} \quad (6.36)$$

avec les quantités adimensionnelles suivantes

$$\mathbf{u} = - \nabla \ln g \bar{\mathbf{K}} \quad S = (h \nabla \ln g + \nabla h) \cdot \mathbf{e}_1$$

$$h = Ra^* \det \bar{\bar{K}} \frac{\left[T - \frac{1}{\beta} \right]}{\left[1 - \gamma T \right]} \quad (6.37)$$

$$\text{où } g = \frac{1}{\det \bar{\bar{K}}} g'$$

Les dérivations intervenant dans les termes S et \mathbf{u} sont simplifiées de la façon suivante :

$$\nabla \ln g = \nabla \ln (\text{tr } \Lambda) - \nabla \ln (\text{tr } \mathbf{K}) - \nabla \ln (\det \bar{\bar{K}}) - \nabla \ln ((\rho c)_f) - \frac{\gamma \nabla T}{(1 - \gamma T)}$$

$$\nabla \ln h = \nabla \ln (\det \bar{\bar{K}}) + \nabla \ln (Ra^*) + \frac{\nabla T}{\left(T - \frac{1}{\beta} \right)} + \frac{\gamma \nabla T}{(1 - \gamma T)}$$

$$\nabla \ln (Ra^*) = \nabla \ln ((\rho c)_f) + \nabla \ln (\text{tr } \mathbf{K}) - \nabla \ln (\text{tr } \Lambda)$$

$$S = \frac{\nabla T}{\left(T - \frac{1}{\beta} \right)} h \cdot \mathbf{e}_1 = \frac{Ra^* \det \bar{\bar{K}}}{(1 - \gamma T)} \nabla T \cdot \mathbf{e}_1$$

(6.38)

Il faut noter que la forme de l'équation 6.36 est tout à fait similaire à l'expression de l'équation de la chaleur. Le terme \mathbf{u} est équivalent au vecteur vitesse de filtration \mathbf{v} dans l'équation de la chaleur et le terme "source" S représente une source de fluide équivalent à la production de chaleur dans l'équation de Fourier. La grande similitude de ces équations présente un avantage dans la solution numérique des équations.

6.4.3 ARTICLE : "Two dimensional natural convection in an anisotropic and heterogeneous porous medium with internal heat generation " J.J. Royer et Leticia Flores.

Two Dimensional Natural Convection in an Anisotropic and Heterogeneous Porous Medium With Internal Heat Generation.

J.J. Royer

Centre de Recherches Pétrographiques et Géochimiques, 15 rue Nd. des Pauvres, B.P. 20, 54501 Vandoeuvre-lès-Nancy Cedex (France).

L. Flores

Instituto de Geofísica, Universidad Nacional Autónoma de México, C.U., 04510 México D.F. (México)

Abstract: A simple dimensionless expression is developed for the natural convection heat transfer. Darcy flow characteristics are assumed for the liquid phase. The solid phase is an anisotropic and heterogeneous saturated porous medium with internal heat generation. Solid characteristics depend on the temperature. The first part of the paper shows that, using a dimensionless formulation, the heat transfer and Darcy equations for an anisotropic and heterogeneous porous medium with internal heat generation are similar for two dimensional problems. The second part reports the numerical results obtained on various cases with a comparison to classical natural convection models.

Introduction

Convective heat transfer in porous media is of fundamental importance to a number of technological applications, such as oil recovery, water supply management in hydrogeology, geothermal exploitation, ground heat storage, radioactive waste management, ground water flow modeling and is also of interest in environmental sciences and geophysics. The general subject of natural convection has received increasing attention since the early experimental observations by Benard [1] and the theoretical work of Rayleigh [2]. Because of its practical importance, particular interests arise during the past decades on heat and mass transfer through natural porous media ([3], [4], [5]) including forced or natural convection ([6], [7]). Much of

the work on this topic has been concerned with horizontal homogeneous porous layers saturated with liquid phase ([8], [9]). Some of these works simplify the anisotropic porous medium to a single anisotropic layer or to a set of stratified homogeneous isotropic or anisotropic porous layers divided by permeable walls, assuming spatial continuity for each layer ([10], [11], [12], [13], [14], [15], [16]). This approach does not take into account of the possible heterogeneity of the studied domain such as porous cavity or deformation processes in sedimentary formations. Other works assimilate such heterogeneous medium at small scale as homogeneous one at great scale using large-scale averaging technics ([17], [18], [19], [20], [21]). This method is of great interest to study multi-layer solid medium which can be modeled using an homogeneous technique. However, it is not really well adapted to the study of more complicated natural porous medium such as geological formations.

The purpose of the present work is to study the natural convection in a rectangular heterogeneous anisotropic porous medium saturated by a single phase fluid. Darcy flow characteristics are assumed for the liquid phase. The solid is an anisotropic and heterogeneous porous medium with internal heat generation. Solid characteristics depend on the temperature. The first part of the paper uses a dimensionless formulation to simplify the heat and Darcy equations. For two dimensional problems, the resulting equations are strictly similar and can be solved numerically using the same procedure. Numerical studies are reported and compared to classical approach published in the literature for homogeneous isotropic medium. The effects of boundary conditions on the temperature and flow fields are examined for different cases: (i) isothermally cooled horizontal upper edge, adiabatic vertical edges and constant fixed heat flow at the bottom without fluid exchanges at the boundaries; (ii) isothermally cooled horizontal upper edge, adiabatic vertical edges and constant fixed heat flow at the bottom with constant rate fluid exchanges at the vertical boundaries. The study has been conducted for a wide range of parameters; $Ra \leq 600$.

Analysis

The governing equations used to study free convection for incompressible fluids in a rectangular porous domain shown in Figure 1 is a classical problem including four equations: the heat transfer equation, the Darcy equation (motion equation), the conservative equation and the variation of the fluid characteristics with temperature. Practical investigations commonly assume that the filtration velocity and its gradient are very small causing negligible inertial

forces ([7], [22]). This approximation leads to the following set of equations for non stationary thermal transfer:

$$\nabla \cdot (\Lambda \nabla T) = (\rho c)_f \mathbf{v} \cdot \nabla T + (\rho c)^* \frac{\partial T}{\partial t} - A \quad (1)$$

$$\nabla (p - \rho_f \mathbf{g}) + \eta \mathbf{K}^{-1} \mathbf{v} = 0 \quad (2)$$

$$\nabla (\rho_f \mathbf{v}) = 0 \quad (3)$$

$$\rho_f = \rho_r (1 - \beta_{th} (T - T_r)) \quad (4)$$

$$\eta = \eta_r (1 - \gamma (T - T_r)) \quad (4')$$

It is common to simplify the mass balance and momentum equations assuming an homogeneous medium and that the variations of the fluid density are negligible except in the buoyancy term $\rho \mathbf{g}$ (Boussinesq assumption). However, for large scale hydrothermal systems, some characteristic parameters of the medium (η , Λ) may depend on the temperature field while other parameters are less sensitive (\mathbf{K} , β_{th} , ρ_r). Because of the heterogeneity and of the thermo-dependence of the porous medium, classical convection equations (see [7]) derived for homogeneous porous medium could not be applied. A more elaborated set of equations must be established under given simplified assumptions.

Heat transfer Equation

The heat transfer equation (1) is valid assuming that the difference between the temperature for the solid phase T_s and for the fluid phase T_f is negligible. It assumes that the filtration velocity is not too high. Then, the medium can be equivalent to a unique continuum at the average temperature $T = T_f = T_s$. This approach is valid for most common saturated porous geological medium such as sedimentary formations, but could be limited for modeling transfers through fractured rocks. The volumic heat capacity of the saturated porous medium $(\rho c)^*$ is assumed to depend on the porosity according to a simple model as following:

$$(\rho c)^* = (1 - \varepsilon) (\rho c)_s + \varepsilon (\rho c)_f \quad (5)$$

The thermal conductivity tensor Λ decreases generally with increasing temperature following the commonly used relationship [23]:

$$\Lambda = \Lambda_0 / (1 + a (T - T_0)) \quad (6)$$

Nomenclature

Dimension parameters

α = variation coefficient of the thermal conductivity with the temperature, K^{-1}

A = heat production, $J.m^{-3}$

e_1 = unitary vector for the horizontal coordinate system, m

e_3 = unitary vector for the vertical coordinate system, m

g = acceleration of gravity, $m.s^{-2}$

H = height of the rectangle, m

k = isotropic mean permeability, m^2

\mathbf{K} = symmetric tensor of the anisotropic permeability, m^2

L = width of the rectangle, m

S = diagonal matrix associated to the coordinate system (x, y) , $\begin{bmatrix} 1/H & 0 \\ 0 & 1/L \end{bmatrix}$

t = time, s

T = temperature, in K

T_r = temperature at the reference level, i.e. $T_r = (T_1 + T_2) / 2$, K

x = horizontal coordinates parallel to L , m

z = vertical coordinates parallel to H , m

v = filtration velocity, $m.s^{-1}$

β_{th} = volumic expansion coefficient of the saturating fluid, K^{-1}

γ = variation coefficient of the dynamic viscosity of the saturating fluid with the temperature, K^{-1}

ΔT = temperature difference = $T_2 - T_1$, K

Φ_h = vertical heat flow density through horizontal or parallel isothermal limits, $W.m^{-2}$

Φ_v = horizontal heat flow density through vertical or perpendicular isothermal surfaces, $W.m^{-2}$

η = dynamic viscosity of the fluid, $kg.m^{-1}.s^{-1}$

η_r = dynamic viscosity of the fluid at T_r , $kg.m^{-1}.s^{-1}$

Λ = symmetric tensor of the anisotropic thermal conductivity, $W.m^{-1}.K^{-1}$

ρ_r = mass density of the fluid at T_r , $kg.m^{-3}$

$(\rho c)^*$ = specific heat content (fluid + solid), at constant pressure, $J.m^{-3}.K^{-1}$

$(\rho c)_f$ = specific heat content of the fluid, at constant pressure, $J.m^{-3}.K^{-1}$

Dimensionless parameters

A = dimensionless heat production, $(2A L H) / (tr \Lambda \Delta T)$

e_1 = dimensionless unitary vector for the horizontal coordinate system

e_3 = dimensionless unitary vector for the vertical coordinate system

\mathbf{K} = dimensionless tensor of permeability in 2D, $(2 / \text{tr } \mathbf{K}) \cdot \mathbf{K}$

$\bar{\bar{\mathbf{K}}}$ = dimensionless tensor of permeability in the dimensionless coordinate system (x, z) , $(\alpha \cdot \mathbf{K} \cdot \alpha)$

Ra^* = Darcy modified filtration Rayleigh number for an heterogeneous medium, equation (12)

t = dimensionless time, $(t \cdot \text{tr } \Lambda) / (2 L H (\rho c)^*)$

T = dimensionless temperature, $(T - T_r) / \Delta T$

v = dimensionless flow velocity, $v_{\text{Darcy}} \cdot \nabla (\ln \text{tr } \Lambda) \cdot \Lambda$

v_{Darcy} = dimensionless filtration velocity, components $[v_x, v_z]$

$|v_{\text{max}}|$ = maximum dimensionless filtration velocity, $|v_{\text{max}}| = \text{Max} [v_x^2 + v_z^2]$

v_x = horizontal dimensionless filtration velocity, $(2 H (\rho c)_f v_x) / \text{tr } \Lambda$

v_z = vertical dimensionless filtration velocity, $(2 L (\rho c)_f v_z) / \text{tr } \Lambda$

x = dimensionless horizontal x coordinate, x / L

z = dimensionless vertical z coordinate, z / H

α = dimensionless geometric ratio = H/L

β = dimensionless volumic expansion coefficient of the saturating fluid, $\beta_{\text{th}} \Delta T$

ϵ = dimensionless porosity

γ = dimensionless variation coefficient of the dynamic viscosity of the saturating fluid with the temperature, $\gamma \Delta T$

Λ = dimensionless tensor of thermal conductivity in 2D, $(2 / \text{tr } \Lambda) \cdot \Lambda$

$\bar{\bar{\Lambda}}$ = dimensionless tensor of thermal conductivity in the dimensionless coordinate system (x, z) , $(\alpha \cdot \Lambda \cdot \alpha)$

Φ_h = dimensionless vertical heat flow density through horizontal or parallel isothermal limits, $(2 H \Phi_h) / (\text{tr } \Lambda \Delta T)$

Φ_v = dimensionless horizontal heat flow density through vertical or perpendicular isothermal surfaces, $(2 L \Phi_v) / (\text{tr } \Lambda \Delta T)$

ψ = stream function at stationary conditions

Superscripts

t = transpose operator

$^{-1}$ = inverse operator

Subscripts

f = fluid

h = horizontal or parallel to isothermal limits

r = reference level

s = solid

x = horizontal component

z = vertical component

v = vertical or perpendicular to isothermal surfaces

Operators

\mathbf{j} = rotation matrix = $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, note that $\mathbf{j}^2 = -\mathbf{I}$ with \mathbf{I} being the identity operator

α = metric tensor associated to the dimensionless coordinate system (x, z) , $\begin{bmatrix} \sqrt{\alpha} & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{\alpha} \end{bmatrix}$

tr = trace operator

det = determinant

\cdot = scalar product

\otimes = tensor product

$\{a_i\}$ = summation of terms a_i with respect to i , $\sum_i a_i$

∇ = 2D nabla operator, $(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial z}) = \mathbf{grad}$

$\mathbf{J}(f)$ = Jacobian of vector function f

$\mathbf{H}(f)$ = Hessian of scalar function f

\mathbf{D} = 2D rotational operator, $(\frac{\partial}{\partial z}, -\frac{\partial}{\partial x}) = \nabla \mathbf{j} = \mathbf{curl}$

Δf = Laplacian of a scalar function f

where Λ_0 is the thermal conductivity at 25° C; a usually ranges from $5 \times 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ to $10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ according to the nature of the porous medium. The thermal conductivity of rocks depends on various parameters (bulk composition, texture, grain size and mineral composition). At 25° C, the thermal conductivity, Λ_0 , of common rocks increases from $2 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot^\circ\text{C}^{-1}$ for migmatites to

3 W.m⁻¹.° C⁻¹ for granites [24]. These variations depend strongly on the quartz content of the rock, according to the experimental relationship established by Koutsikos [25]:

$$\Lambda_0 = \Lambda_Q^{(0.93 Qz + 0.07)} \Lambda_O^{0.93 (1 - Qz)} \quad (7)$$

where Λ_Q is the thermal conductivity of quartz (average value 7.7 W.m⁻¹.° C⁻¹); Λ_O is the thermal conductivity of the other minerals (usually ranging around 1.85 W.m⁻¹.° C⁻¹); and Qz is the quartz content of the rock (in wt.%).

The thermo-dependence of the thermal conductivity makes the heat transfer equation non-linear. This is a serious complication compared to the usual approach which assumes a constant thermal conductivity for the porous medium. However, the effect of the temperature on the thermal properties could not be neglected in problem involving large porous medium such as geothermal systems.

For isotropic medium, the equivalent thermal conductivity may be related experimentally to the porosity according to [8]:

$$\lambda_0 = \lambda_s (1 - \varepsilon) + \lambda_f \varepsilon \quad (8)$$

where λ_s and λ_f are respectively the thermal conductivity of the solid and of the fluid. This relationship is valid only if the solid and fluid phases are well dispersed and if the contrast between their thermal properties are not too high.

For anisotropic medium, the equivalent thermal conductivity tensor Λ is a rather more complicated function of the thermal properties of each constituting phase, which can be experimentally determined.

Dimensionless Heat transfer equation

Introducing the dimensionless conductivity Λ and noting that:

$$\frac{2}{\text{tr } \Lambda} \nabla \cdot (\Lambda \nabla T) = \nabla \cdot (\Lambda \nabla T) + \nabla \cdot (\ln \text{tr } \Lambda) \cdot \Lambda \nabla T$$

equation (1) could be rewritten as:

$$\nabla \cdot (\Lambda \nabla T) = \frac{2(\rho c)_f}{\text{tr } \Lambda} \mathbf{v} \cdot \nabla T + \frac{2(\rho c)^*}{\text{tr } \Lambda} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{2 \Lambda}{\text{tr } \Lambda} \cdot \nabla \cdot (\ln \text{tr } \Lambda) \cdot \Lambda \nabla T \quad (9)$$

The equation (9) shows that the heterogeneities of the thermal conductivity within space are taken into account as a source term (similar to an internal heat generation) in the second member of the heat equation. Using the dimensionless variables defined in the nomenclature table, equation (9) can be simplified into:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\bar{\Lambda} \nabla T) &= \nu \cdot \nabla T + \frac{\partial T}{\partial t} - A \\ \nu &= \nu_{\text{Darcy}} - \nabla (\ln \text{tr } \Lambda) \cdot \bar{\Lambda} \end{aligned} \quad (10)$$

where $\nabla (\ln \text{tr } \Lambda)$ denotes the derivative of $\ln \text{tr } \Lambda$ with respect to the dimensionless coordinate system (x, z) .

Darcy equation

The equation (2), in which some inertial terms have been omitted, is a generalized form of the steady state Darcy relationship. It is valid for describing the motion of the fluid phase in convective systems whose filtration velocity is not too important [7] and for systems such that the ratio between the isotropic mean permeability and the height of the domain (k / H^2) is less than 10^{-3} . Assuming a constant specific heat content for the fluid and solid and a thermo dependency of the physical characteristic variations of the fluid, ρ and η , equation (2) can be rewritten [22] as:

$$-(1 - \gamma T) \nu_{\text{Darcy}} = \frac{\text{tr } \mathbf{K}}{\text{tr } \Lambda} \frac{(\rho c)_f}{\eta_r} \bar{\mathbf{K}} (\nabla p)^t - \text{Ra}^* \left[T - \frac{1}{\beta} \right] \bar{\mathbf{K}} \cdot \mathbf{e}_3 \quad (11)$$

where ν_{Darcy} , $\bar{\mathbf{K}}$, T , β , are the dimensionless variables defined in the nomenclature table. Ra^* is the local filtration Rayleigh number defined for an anisotropic and heterogeneous porous medium as:

$$\text{Ra}^* = \frac{\rho_r g (\rho c)_f \beta_{\text{th}} \Delta T H \text{tr } \mathbf{K}}{\eta_r \text{tr } \Lambda} \quad (12)$$

It explicitly describes the dimensionless criterion for the onset of free hydrothermal convection by measuring the relative influence of the "driving" force for convection onto the "stabilizing" effects due to the viscosity of the fluid η_r and to its thermal diffusivity. Homogeneous porous media have been widely studied in the past (see [6] for a review). The condition for the occurrence of thermoconvective cells in such media is that the filtration Rayleigh number is

greater than a critical value of $Ra_{cr} = 4\pi^2$. For higher values of Ra , cells become unstable, then convection is turbulent. Using a classical linear theory approach [11] established the theoretical conditions on the appearance of natural convection in an simple anisotropic homogeneous porous layer whose permeability and conductivity tensor being diagonal respectively of the form $\mathbf{K} = (k_h, k_h, k_v)$, $\Lambda = (\lambda_h, \lambda_h, \lambda_v)$. Using a different definition for the filtration Rayleigh number Ra' , the author obtained the following conditions:

$$Ra' = \frac{\rho_r g (\rho c)_f \beta_{th} H \Delta T k_h}{\eta_r \lambda_v} \quad Ra'_{cr} = \left[\sqrt{\frac{\lambda_h}{\lambda_v}} + \sqrt{\frac{k_h}{k_v}} \right]^2 \pi^2 \quad (13)$$

$$L/H = \left[\frac{\lambda_h}{\lambda_v} \cdot \frac{k_h}{k_v} \right]^{1/4}$$

where L/H stands for the characteristic dimension of the convective cells. Reporting these results is equation (12) for a 2D anisotropic porous layer, one obtains an alternative tensor invariant formula for the critical value for Ra^* :

$$Ra^*_{cr} = \frac{\text{tr } \mathbf{K} [\text{tr } (\Lambda \mathbf{K}^{-1})^{1/2}]^2}{\text{tr } \Lambda} \pi^2 \quad (14)$$

or using dimensionless tensor conductivity or permeability

$$Ra^*_{cr} = [\text{tr } (\Lambda \mathbf{K}^{-1})^{1/2}]^2 \pi^2$$

Dimensionless formulation of the Darcy equation

Introducing the dimensionless quantities v_{Darcy} , f and g' , the Darcy equation can be rewritten in a stream function form as:

$$v_{\text{Darcy}} = (\mathbf{D} \psi)^t$$

$$f = Ra^* \frac{\text{tr } \Lambda}{\text{tr } \mathbf{K}} \frac{\eta_r}{(\rho c)_f} \left[T - \frac{1}{\beta} \right] \quad g' = \frac{\text{tr } \Lambda}{\text{tr } \mathbf{K}} \frac{\eta_r}{(\rho c)_f} [1 - \gamma T] \quad (15)$$

$$(\nabla p)^t = f e_3 - g' \bar{\bar{\mathbf{K}}}^{-1} (\mathbf{D} \psi)^t$$

By cross-differentiation and applying the 2D tensor relationship $\text{tr}(\mathbf{D}^t \nabla p) = 0$ reported in Annex I, equation (15) can be simplified into the following non linear differential equation involving the stream function ψ (see Annex II):

$$\text{tr}(\mathbf{D}^t (f \mathbf{e}_3)) = \text{tr}(\mathbf{D}^t (g'(\mathbf{D} \psi) \bar{\bar{\mathbf{K}}}^{-1}))$$

Further simplifications with respect to the tensorial 2D properties of operators \mathbf{D} and ∇ (see Annex II) could be used to derive a more practical simple form for the Darcy equation:

$$\nabla \cdot (\bar{\bar{\mathbf{K}}} \nabla \psi) = \mathbf{u} \cdot \nabla \psi - S \quad (16)$$

with the following dimensionless quantities

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= -\nabla \ln g \bar{\bar{\mathbf{K}}} \\ S &= (h \nabla \ln g + \nabla h) \cdot \mathbf{e}_1 \\ h &= \text{Ra}^* \det \bar{\bar{\mathbf{K}}} \frac{\left[T - \frac{1}{\beta} \right]}{\left[1 - \gamma T \right]} \\ g &= \frac{1}{\det \bar{\bar{\mathbf{K}}}} \frac{\text{tr} \Lambda}{\text{tr} \mathbf{K}} \frac{\eta_r}{(\rho c)_f} \left[1 - \gamma T \right] \end{aligned}$$

It should be noted the similarity between equation (16) and the heat equation (10) written in a dimensionless form. The vector quantity \mathbf{u} would be equivalent to the filtration velocity \mathbf{v} in the heat equation, while S would be similar to a source term. This similarity is of great interest when solving numerically the coupled steady state equations of mass and heat transfer because the same procedure can be used to solve equations (10) and (16).

Evaluation of the source term S

Logarithmic derivation techniques can be used to evaluate the source term S

$$\begin{aligned} \nabla \ln g &= \nabla \ln (\text{tr} \Lambda) - \nabla \ln (\text{tr} \mathbf{K}) - \nabla \ln (\det \bar{\bar{\mathbf{K}}}) - \nabla \ln ((\rho c)_f) - \frac{\gamma \nabla T}{(1 - \gamma T)} \\ \nabla \ln h &= \nabla \ln (\det \bar{\bar{\mathbf{K}}}) + \nabla \ln (\text{Ra}^*) + \frac{\nabla T}{\left(T - \frac{1}{\beta} \right)} + \frac{\gamma \nabla T}{(1 - \gamma T)} \\ \nabla \ln (\text{Ra}^*) &= \nabla \ln ((\rho c)_f) + \nabla \ln (\text{tr} \mathbf{K}) - \nabla \ln (\text{tr} \Lambda) \end{aligned}$$

$$S = \frac{\nabla T}{\left(T - \frac{1}{\beta}\right)} h \cdot e_1 = \frac{Ra^* \det \bar{\bar{K}}}{(1 - \gamma T)} \nabla T \cdot e_1 \quad (17)$$

Equation (17) highlights the physical significance of the source term S which depends on the anisotropic properties of the porous medium through $\det \bar{\bar{K}}$ and on the variations of the fluid viscosity with temperature, while the term u depends on the heterogeneity of the medium through the terms $\bar{\bar{K}}$, $\nabla \ln (\text{tr } \mathbf{K})$, $\nabla \ln (\text{tr } \Lambda)$, $\nabla \ln (\det \bar{\bar{K}})$. Note that for an isotropic homogeneous medium saturated by a Newtonien fluid with a constant viscosity η independent on the temperature we have $\det \bar{\bar{K}} = 1$, $\nabla \ln (\text{tr } \mathbf{K}) = \nabla \ln (\text{tr } \Lambda) = 0$. The source term S in the Darcy equation is reduced to the classical form $S = Ra^* \nabla T \cdot e_1$.

Conservative equation

The Darcy equation has been derived assuming that the variations of the fluid density are negligible except in the buoyancy term ρg . This assumption also implies a simplification for the mass balance equation (3) which can be rewritten using the dimensionless filtration velocity v_{Darcy}

$$\nabla \cdot (\text{tr } \Lambda v_{\text{Darcy}}) = 0 \quad (18)$$

In most common applications, the variations of the thermal conductivity within space represented by the term $\text{tr } \Lambda$ could be neglected in equation (18) compared to the variations of the filtration velocity due to the permeability. For example, the thermal conductivity of common rocks ranges between 1 and 3 $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ within the temperature interval 25°C to 300°C while the permeability ranges between 10^{-20} to 10^{-12}m^2 . This approximation gives rises to the simplification of equation (18) into the following:

$$\nabla \cdot v_{\text{Darcy}} = 0 \quad (19)$$

It should be pointed out that the Darcy velocity v_{Darcy} in equation (15) derives from the cross derivation of the stream function $(\mathbf{D} \psi)^t$. This property automatically assumes equation (19) because $\nabla \cdot (\mathbf{D} \psi)^t$ is always equal to 0 (Annex I).

Note that when the variation of the thermal conductivity within space could not be neglected, developing (18) (Annex I) and reporting (19) into it, the conservative equation is transformed into:

$$\nabla \text{tr } \Lambda \cdot \nu_{\text{Darcy}} = 0 \quad (20)$$

Equation (20) forces the scalar product of the dimensionless Darcy velocity by the gradient of the thermal conductivity to be equal zero. In homogeneous medium, this equation is automatically satisfied because the thermal conductivity is constant. At the interface between two homogeneous layers with different thermal conductivity, this implies the Darcy velocity to be parallel to the interface, which is commonly the case when the two layers have different permeability. In other cases, equation (20) has to be included in the governing equations. This case will be no longer discussed in the following.

The complete set of equations

Finally, from the previous developments, the governing equations to study free convection are reduced to the dimensionless coupled equations (10) and (16):

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\bar{\Lambda} \nabla T) &= \nu \cdot \nabla T + \frac{\partial T}{\partial t} - A & (21) \\ \nabla \cdot (\bar{\mathbf{K}} \nabla \psi) &= \mathbf{u} \cdot \nabla \psi - S \\ \nu &= \nu_{\text{Darcy}} - \nabla (\ln \text{tr } \Lambda) \cdot \Lambda & \nu_{\text{Darcy}} = (\mathbf{D} \psi)^t & \mathbf{u} = -\nabla \ln g \bar{\mathbf{K}} \\ S &= \frac{\text{Ra}^* \det(\bar{\mathbf{K}})}{(1 - \gamma T)} \nabla T \cdot \mathbf{e}_1 & g &= \frac{1}{\det \bar{\mathbf{K}}} \frac{\text{tr } \Lambda}{\text{tr } \mathbf{K}} \frac{\eta_r}{(\rho c)_f} [1 - \gamma T] \end{aligned}$$

This set of equations are valid for incompressible fluids in an anisotropic and heterogeneous porous medium. At any point of the studied domain, the field pressures can be derived from the integration of the following equation involving the stream function given appropriate boundary conditions

$$(\nabla p)^t = f \mathbf{e}_3 - g' \bar{\mathbf{K}}^{-1} (\mathbf{D} \psi)^t \quad (22)$$

In summary, the analysis concludes with two differential equations reported in (21) that related two unknown functions (T, ψ). In order to close the problem we turn our attention to the boundary conditions that coasts the border of the studied area.

Boundary conditions

Different boundary conditions can be examined depending on the problem to be solved. Classically, two types of boundary conditions can be defined for each unknown functions (T, ψ). The first one, known as the Neumann conditions, imposes the potential along a boundary, for example the temperature and the stream function are constant. The second type of conditions, known as the Dirichlet conditions, imposes the flow at the boundary, for example the heat flow or the fluid flow through a border.

Isothermal horizontal upper and lower edges, adiabatic vertical edges without fluid exchanges at the boundaries (Fig. 1)

Consider now the Cartesian frame x - y attached to the rectangular domain containing a saturated porous medium. Using the dimensionless system of coordinates (x, z), the boundary conditions can be written as the following:

Upper and lower horizontal boundary conditions 1 and 2:

$$\text{isothermal cooling: } T(x,1) = (T_1 - T_r) / \Delta T ; T(x,0) = (T_2 - T_r) / \Delta T$$

$$\text{no fluid exchanges: } v_z(x,1) = -\frac{\partial \psi}{\partial x}(x,1) = 0 ; v_z(x,0) = -\frac{\partial \psi}{\partial x}(x,0) = 0$$

Upper and lower horizontal boundary conditions 3 and 4:

$$\text{adiabatic vertical edges: } \Phi_v(1, z) = \frac{\partial T}{\partial x}(1, z) = 0 ; \Phi_v(0, z) = \frac{\partial T}{\partial x}(0, z) = 0$$

$$\text{no fluid exchanges: } v_x(1, z) = -\frac{\partial \psi}{\partial z}(1, z) = 0 ; v_x(0, z) = -\frac{\partial \psi}{\partial z}(0, z) = 0$$

Isothermally cooled horizontal upper edge, adiabatic vertical edges and constant fixed heat flow at the bottom without fluid exchanges at the boundaries (Fig. 2).

The boundary conditions are the same as previously except for the lower horizontal border 2.

$$\text{Constant fixed heat flow at the base: } \Phi_h(x, 0) = \text{cste}$$

In the following, we will examine the effects of the boundary conditions on the temperature and flow fields for two different cases: (i) isothermally cooled horizontal upper edge, adiabatic vertical edges and constant fixed heat flow at the bottom without fluid exchanges at the boundaries; (ii) isothermally cooled horizontal upper edge, adiabatic vertical edges and constant fixed heat flow at the bottom with constant rate fluid exchanges at the vertical boundaries.

Solution Procedure

The Darcy and heat transport equations are solved by a Gauss-Seidel over-relaxed algorithm using a double iterating method which allows mutual coupling of the equations. Firstly, the heat equation (10) is solved by a finite difference scheme method in order to obtain the stationary temperature field given the conditions imposed at the boundaries.

The numerical resolution starts from an initial state where the saturating fluid phase of the porous medium is motionless but for which a preliminary temperature solution is imposed. A classical biharmonic function is often chosen for the initial temperature field in agreement with theoretical works reported in the literature on convection [6]. Successive instability modes can occur within the porous medium depending on the initial state of the system. Physically, the cellular organization may be described as the superposition of different layers of cells whose dimensions are smaller than the characteristic dimension. The periodicity of the initial solution must be chosen in agreement with these successive instability modes. In this work, the periodicity of the initial solution is a function of the grid node number.

Then, the thermo-dependent terms of the second member of the Darcy equation (16) are evaluated at each grid node as well as the non linear part of equation (10). Finally, the Darcy equation is numerically solved using a similar procedure as previously used for equation (10). Once, the velocity field is estimated, these results are used to evaluate the second member of equation (10).

This flip flop procedure is iteratively applied until the convergence of the solution is reached. We stop computation when the difference between two successive solutions are less than 10^{-3} and 10^{-1} respectively for the temperature and for the stream function.

The discretization scheme used in this study is a classical square finite difference scheme using a five point formula inside the studied domain and a four point formula at the boundaries. The total number of iterations necessary to reach the complete solution depends on the situation but is usually of 50 iterations.

Systems involving large local Rayleigh number could be divergent when the numerically procedure used to invert the linear system is not enough accurate. Stabilization technics could be applied in these situations, but in some cases, they could be tricky. The main problem comes from the source term in the second member of the Darcy equation which acts as a perturbation term. When the perturbation is too high in magnitude, the system of equations becomes divergent. A typical situation is when the permeability of the anisotropic porous medium has a high contrast in magnitude, for instance varying from 10^{-10} to 10^{-16} m².

This problem can be solved using the following algorithm: (i) estimate a pseudo solution for the temperature and velocity field at a Rayleigh number $Ra = Ra_0$ for which the convergence of the equations occurs; (ii) increase Ra by a step ΔRa in order to obtain a new set of equations; (iii) solve numerically the set of equations using the previous stationary temperature and velocity field as an initial solution; (iv) apply (ii) to (iii) iteratively till the real Rayleigh number is reached. We have tested this procedure for Rayleigh numbers ranging up to 600 without problems. Note that this algorithm is not valid for transient problems.

Numerical Illustrations

Several trials runs were made to compare the accuracy of the results with those obtained by previous works especially for homogeneous porous media for which extended theoretical, experimental and numerical results have been published ([4], [5], [6], [7], [8], [12], [13], [16]).

Homogeneous isotropic porous media

The first example is an homogeneous porous medium with isothermal upper and lower horizontal edges, adiabatic vertical edges without fluid exchanges at the boundaries. The stream function and the temperatures field reported in figure 3 have been computed for various Rayleigh numbers and geometry. The results obtained by the formulation developed in this paper are fairly similar to the classical behavior of an homogeneous porous medium [6].

When the medium is homogeneous and isotropic, the stationary Darcy velocity and heat equations are simplified into a classical form:

$$\Delta T = \nu \cdot \nabla T \tag{23}$$

$$\Delta \psi = - Ra^* \nabla T \cdot e_1$$

with the boundary conditions: $\psi = 0$; $T_1 = 0$; $T_2 = 1$; $\Phi_3 = \Phi_4 = 0$.

Once the system enters a convective state the above boundary conditions make the horizontal temperature variations likely quite independent of the Rayleigh number. Physically, the module of the filtration velocity $|v|$ equal to $|\nabla \psi|$ (equation 15) becomes proportional to the Rayleigh number Ra^* . This simple approximation is not totally true because the two equations are coupled. A more precise theoretical expression can be obtained using a linear stability analysis approach [14]. However, this relationship can be used to test the reliability of the numerical results obtained using the formulation derived from equation (21).

We conduct the numerical experiment for Rayleigh numbers ranging from 0 to 600. The results reported on figure 4 show a linear relationship between the maximum of the dimensionless Darcy velocity and the Rayleigh number. As expected a non convective state without fluid movements occurs for Rayleigh number lower than 40. Then, the maximum Darcy velocity is a linear function of Ra^* according to:

$$|v_{\max}| = \frac{(Ra^* - 4\pi^2)}{3} \quad (24)$$

Heterogeneous isotropic and anisotropic porous media

The second example is constituted by three horizontal homogeneous isotropic porous layers characterized by a high contrast in permeability and conductivity. Different situations reported on figure 5, have been studied varying the geometry and the contrast between the layers. This medium is obviously heterogeneous at large scale. The boundary conditions are similar to the previous example i.e. a constant temperature at the horizontal upper and lower edges, adiabatic vertical edges, no fluid exchanges across the border.

The first case corresponds to a porous horizontal layer (2) inter-bedded in two impermeable horizontal isotropic layers respectively upper (1) and lower (3). The physical characteristics are respectively: $\lambda_1 = 5.2 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $K_1 = 10^{-16} \text{ m}^2$; $\lambda_2 = 2.5 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $K_2 = 10^{-12} \text{ m}^2$; $\lambda_3 = 5.2 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $K_3 = 10^{-16} \text{ m}^2$. The resulting stream function computed from the resolution of the set of equations (21) clearly shows (figure 5b) preference circulation of fluid in the porous intermediate layer. The number of convective cells is 3 in agreement with the theoretical number predicted by equation (13).

The second situation (figure 5c) corresponds to an anisotropic porous layer inter-bedded horizontally into an homogeneous impermeable medium: $\lambda_1 = 2.7 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $K_1 = 10^{-16} \text{ m}^2$; $\lambda_2 = 2.7 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $(k_h)_2 = 10^{-12} \text{ m}^2$, $(k_v)_2 = 10^{-13} \text{ m}^2$; $\lambda_3 = 2.7 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $K_3 = 10^{-15} \text{ m}^2$.

Finally, figure (5d) reports the results obtained for an homogeneous porous layer with a slope of $\phi = 15^\circ$ inter-bedded into an homogeneous medium. A fluid flow at a rate of $v_{\text{Darcy}} = 10^{-10} \text{ m s}^{-1}$ enters the system from above through the lower boundary. The properties of the medium are the following: $\lambda_1 = 5.2 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $K_1 = 10^{-15} \text{ m}^2$; $\lambda_2 = 2.6 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $K_2 = 10^{-12} \text{ m}^2$; $\lambda_3 = 5.2 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $K_3 = 10^{-15} \text{ m}^2$; $v_{\text{Darcy}} = 10^{-10} \text{ m s}^{-1}$.

Conclusion

The numerical results obtained from the resolution of the set of equations (21) are in good agreement with experimental data and previous results for isolated box ([6], [26]). However, the formulation adopted makes possible the numerical simulation of natural or forced convection in porous media with complex geometry and heterogeneous properties.

Acknowledgements

Funding was provided by the PIRSEM - CNRS (Programme Interdisciplinaire de Recherches sur les Sciences pour l'Energie et les Matières Premières - Centre National de la Recherche Scientifique). The use of the LIAD - CRPG GEOL mapping software was appreciated.

References

1. H. Benard, Etude Expérimentale du Mouvement des Liquides Propageant de la Chaleur par Convection. Régime Permanent, Tourbillons Cellulaires, *C.R.Acad.Sciences.*, Paris (1900).
2. O.M. Rayleigh Lord, On Convection Currents in a Horizontal Layer of Fluid, when the Higher Temperature is on the Under Side, *Philosophical Magazine*, **6**, 32, 529-546 (1916).
3. H.S. Carslaw and J.C. Jaeger, Conduction of Heat in Solids, 2nd Ed., p. 510. Clarendon Press, Oxford (1959).

4. A. Houpeurt, *Mécanique des Fluides dans les Milieux Poreux. Critiques et Recherches*, p. 385. Ed. Technip, Paris, (1974).
5. J. Crank, *The Mathematics of Diffusion*, 2nd Ed, p. 414. Clarendon Press, Oxford (1975).
6. M. A. Combarous and S.A. Bories, Hydrothermal Convection in Saturated Porous Media, in: *Advances in Hydrosience*, Vol. 10, 231-307. Academic Press, New York (1976).
7. M. A. Combarous, Natural Convection in Porous Media and Geothermal Systems, Vol. 6, 45-59. 6th Int. Heat Transfer Conf., Toronto (1978).
8. R.A. Greenkorn, Flow Phenomena in Porous Media. Fundamentals and Applications in Petroleum, Water and Food Production, p. 550. Marcel Dekker, Inc., New York (1983).
9. J.L. Beck, Convection in a Box of Porous Material Saturated with Fluid, *The Physics of Fluids*, **15**, 8, 1377-1381 (1972).
10. T. Masuoka, Convective Currents in a Horizontal Layer Divided by a Permeable Wall, *Bull. J.S.M.E.*, **17**, 104, 225-232 (1974).
11. J.F. Epherre, Criterion for Appearance of Natural Convection in an Anisotropic Porous Layer, *Int. Chemical Eng.*, **17**,4, 615-616 (1977).
12. G. Castinel and M. A. Combarous, Natural Convection in an Anisotropic Porous Layer, *Int. Chemical Eng.*, **17**, 4, 605-617 (1977).
13. C.H. Sondergeld and D.L. Turcotte, An experimental Study of Two-phase Convection in a Porous Medium with Applications to Geological Problems, *J. Geophys. Res.*, **82**, 14, 2045-2053 (1977).
14. D.L. Turcotte and G. Shubert, *Geodynamics: Application of Continuum Physics to Geological Problems*, p. 450. John Wiley & Sons, New York (1982).
15. M. Danis and J.J. Royer, Validity of Geothermal Heat Flow Density Estimation, *Annales Geophysicae*, **3**, 3, 357-364 (1985).

16. C. Clauser and H. Villinger, Analysis of Conductive and Convective Heat Transfer in a Sedimentary Basin, Demonstration for the Rhinegraben, *Geophys. J. Int.*, **100**, 393-414 (1990).
17. A. Bourgeat, Nonlinear Homogenization on Two Phase Flow Simulation, *Lectures Notes in Pure Applied Mathematics*, Vol. 102, 207-212. Marcel Dekker, New York (1985).
18. S. Whitaker, Flow in Porous Media I: a Theoretical Derivation of Darcy's Law, *Transport in Porous Media*, **1**, 3-25 (1986).
19. S. Whitaker, Flow in Porous Media II: the Governing Equations for Immiscible, Two-phase Flow, *Transport in Porous Media*, **1**, 105-125 (1986).
20. M. Quintard and S. Whitaker, Ecoulements Monophasiques en Milieu poreux: Effet des Hétérogénéités Locales, *J. Méca. Théor. et Appl.*, **6**, 5, 691-726 (1987).
21. M. Quintard and S. Whitaker, Two-phase Flow in Heterogeneous Porous Media: the Method of Large-scale Averaging, *Transport in Porous Media*, **3**, 357-413 (1988).
22. M. Quintard, Stabilité des déplacements miscibles en milieu poreux homogène: injection d'un fluide chaud dans un massif poreux saturé par ce même fluide froid, p. 194. Thèse Doc. d'Etat Es-sciences, Univ. Bordeaux I (1983).
23. S.P. Clark, *Handbook of Physical Constants*, 26th ed., p. 587. Geological Society of America, New York (1966).
24. O. Kappelmeyer and R. Haenel, *Geothermics with special reference to application*, Vol. 1, 4, 1-238. Geoexploration Monographs, Amsterdam (1974).
25. E. Koutsikos, Nouvelles méthodes de détermination de la conductivité thermique des roches granitoïdes à partir de données minéralogiques et géochimiques. Application aux forages non carottés. p. 196. Thèse Doc. Univ. Pierre et Marie Curie, Paris VI (1985).
26. J.F. Richard, Convection naturelle dans les milieux poreux stratifiés, p. 194. Thèse Doc. Ing., Univ. Bordeaux I (1979).

Annex I: Basic tensor formula

Notations

f = scalar function

\mathbf{v} = vector function

\mathbf{K} = a matrix

Simple formula

Scalars

$$\nabla f = \mathbf{grad} f = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial z} \right)$$

$$\mathbf{H}(f) = \nabla^t \nabla f = \nabla \otimes \nabla \otimes f = \nabla^2 f$$

$$\text{tr} \mathbf{H}(f) = \Delta f = \nabla \cdot \nabla f$$

$$\mathbf{D} f = (\nabla \mathbf{j}) f = (\nabla f) \mathbf{j}$$

$$\mathbf{D}^t \nabla f = \mathbf{j}^t \nabla^t \nabla f = \mathbf{j}^t \mathbf{H}(f)$$

$$\text{tr} ((\nabla f)^t \mathbf{D}) = \text{tr} (\mathbf{D}^t \nabla f) = \text{tr} (\mathbf{j}^t \mathbf{H}(f)) = 0 \quad \text{as } \text{tr} \mathbf{K}^t = \text{tr} \mathbf{K}$$

$$\text{tr} (\nabla^t (\nabla f) \mathbf{K}) = \nabla \cdot (\mathbf{K}^t (\nabla f)^t)$$

$$\text{tr} (\nabla^t g \cdot ((\nabla f) \mathbf{K})) = \nabla g \cdot (\mathbf{K}^t (\nabla f)^t)$$

Vectors

$$\nabla \mathbf{v} = \nabla \otimes \mathbf{v} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \mathbf{J}^t(\mathbf{v}) = \mathbf{v} \nabla$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \text{div}(\mathbf{v}) = \left\{ \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \right\}$$

$$(\mathbf{v} \nabla \mathbf{j})^t = \mathbf{j}^t \nabla^t \mathbf{v}^t$$

$$\nabla^t (\mathbf{v}^t \mathbf{j}) = (\nabla^t \mathbf{v}^t) \mathbf{j}$$

$$\det(\mathbf{K}) \mathbf{j} \mathbf{K}^{-1} = \mathbf{K} \mathbf{j}$$

Composed formula

$$\nabla (f g) = f \nabla g + g \nabla f$$

$$\nabla (f \mathbf{v}) = \mathbf{v} \otimes \nabla f + f \nabla \mathbf{v} = \mathbf{v} \nabla f + f \nabla \mathbf{v}$$

$$\mathbf{D}^t (f \mathbf{v}^t) = f \mathbf{D}^t \mathbf{v}^t + (\mathbf{D}^t f) \mathbf{v}^t$$

$$(f \mathbf{v} \nabla)^t = \nabla^t (f \mathbf{v}^t) = f \nabla^t \mathbf{v}^t + (\nabla^t f) \mathbf{v}^t$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{D} f)^t = 0$$

$$\nabla \cdot (f \mathbf{v}) = \nabla f \cdot \mathbf{v} + f \nabla \cdot \mathbf{v}$$

$$\nabla (\mathbf{K} \mathbf{v}) = \mathbf{K} \nabla \mathbf{v} + \left\{ \frac{\partial K_{ij}}{\partial x_j} v_i \right\}$$

$$\nabla (\mathbf{K} (\nabla f)^t) = \nabla \cdot (\mathbf{K} \nabla f) = \mathbf{K} \nabla \cdot \nabla f + \left\{ \frac{\partial K_{ij}}{\partial x_j} \frac{\partial f}{\partial x_i} \right\}$$

$$\nabla^t (\mathbf{v}^t \mathbf{K}) = (\mathbf{K}^t \mathbf{v} \nabla)^t = \nabla^t \mathbf{v}^t \cdot \mathbf{K} + \left\{ v_i \frac{\partial K_{ij}}{\partial x_i} \right\}$$

$$\nabla^t ((\mathbf{D} f) \mathbf{K}) = \nabla^t ((\nabla \mathbf{j} f) \mathbf{K})$$

Annex II: Deriving a simple form for the Darcy equation

Applying the \mathbf{D} operator on the right part, then transposing and using the above tensor formula and the symmetrical property of the permeability tensor $\bar{\bar{\mathbf{K}}}$, equation (14) can be rewritten:

$$[(\nabla p)^t \mathbf{D}]^t = \mathbf{D}^t \nabla p = \mathbf{j}^t \mathbf{H}(p) = \mathbf{D}^t (f \mathbf{e}_3) - \mathbf{D}^t (g' (\mathbf{D} \psi) \bar{\bar{\mathbf{K}}}^{-1}) \quad (\text{II.1})$$

Further, taking the trace of the two member in (II-1) and noting that $\text{tr}(\mathbf{j}^t \mathbf{H}(p)) = 0$, it comes a differential equation with respect to ψ :

$$\text{tr}(\mathbf{D}^t (f \mathbf{e}_3)) = \text{tr}(\mathbf{D}^t (g' (\mathbf{D} \psi) \bar{\bar{\mathbf{K}}}^{-1})) \quad (\text{II-2})$$

Note that this technique based on the property of the trace operator is an elegant way to cross differentiated equation (14). However, direct computation would be much more complicated because f and g' are not constant with respect to the coordinate system in the anisotropic non homogeneous case. Further simplifications can be done in (II-2).

Evaluation of $\text{tr}(\mathbf{D}^t (f \mathbf{e}_3))$ (see Annexe I)

$$\begin{aligned} \mathbf{D}^t (f \mathbf{e}_3) &= \mathbf{j}^t \nabla^t (f \mathbf{e}_3) = \mathbf{j}^t (\nabla^t f \cdot \mathbf{e}_3) = \mathbf{D}^t f \cdot \mathbf{e}_3 \\ \text{as } \mathbf{e}_3 \text{ is constant, } \nabla^t \mathbf{e}_3 &= 0 \\ \text{tr}(\mathbf{D}^t f \cdot \mathbf{e}_3) &= \text{tr} \left\{ \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial y} & \frac{\partial f}{\partial x} \end{bmatrix} \otimes [0 \ 1] \right\} = \text{tr} \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial f}{\partial y} \\ 0 & \frac{\partial f}{\partial x} \end{bmatrix} = \frac{\partial f}{\partial x} = -\nabla f \cdot \mathbf{e}_1 \quad (\text{II-3}) \end{aligned}$$

Evaluation of $\text{tr}(\mathbf{D}^t (g' (\mathbf{D} \psi) \bar{\bar{\mathbf{K}}}^{-1}))$

$$\begin{aligned} \mathbf{D}^t (g' (\mathbf{D} \psi) \bar{\bar{\mathbf{K}}}^{-1}) &= \mathbf{D}^t (g' (\nabla \psi) \mathbf{j} \bar{\bar{\mathbf{K}}}^{-1}) = \mathbf{D}^t (g (\nabla \psi) \bar{\bar{\mathbf{K}}} \mathbf{j}) \\ &= \mathbf{j}^t [\nabla^t (g (\nabla \psi) \bar{\bar{\mathbf{K}}})] \mathbf{j} \end{aligned}$$

with $g' = g \det(\bar{\bar{\mathbf{K}}})$ note that $\det(\mathbf{K}) = \det(\bar{\bar{\mathbf{K}}})$

$$\begin{aligned} \nabla^t (g (\nabla \psi) \bar{\bar{\mathbf{K}}}) &= g \nabla^t ((\nabla \psi) \bar{\bar{\mathbf{K}}}) + \nabla^t g \cdot ((\nabla \psi) \bar{\bar{\mathbf{K}}}) \\ \text{tr}(\mathbf{D}^t (g' (\mathbf{D} \psi) \bar{\bar{\mathbf{K}}}^{-1})) &= \text{tr}(\nabla^t (g (\nabla \psi) \bar{\bar{\mathbf{K}}})) \quad \text{as } \text{tr}(\mathbf{j}^t \mathbf{K} \mathbf{j}) = \text{tr}(\mathbf{K}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= g \operatorname{tr} (\nabla^t ((\nabla \psi) \bar{\mathbf{K}})) + \operatorname{tr} (\nabla^t g \cdot ((\nabla \psi) \bar{\mathbf{K}})) \\
&= g \nabla \cdot (\bar{\mathbf{K}} \nabla \psi) + \nabla g \cdot \bar{\mathbf{K}} \nabla \psi \quad (\text{II-4})
\end{aligned}$$

Evaluation of (II-2)

Reporting (II-3) and (II-4) into (II-2) and dividing both member by g , the Darcy equation is simplified into:

$$\nabla \cdot (\bar{\mathbf{K}} \nabla \psi) = - \frac{\nabla g}{g} \cdot \bar{\mathbf{K}} \nabla \psi - \frac{\nabla f}{g} \cdot \mathbf{e}_1 \quad (\text{II-5})$$

using the following quantities

$$\begin{aligned}
S &= (h \nabla \ln g + \nabla h) \cdot \mathbf{e}_1 \\
h &= Ra^* \det \bar{\mathbf{K}} \frac{\left[T - \frac{1}{\beta} \right]}{\left[1 - \gamma T \right]} \\
g &= \frac{1}{\det \bar{\mathbf{K}}} \frac{\operatorname{tr} \Lambda}{\operatorname{tr} \mathbf{K}} \frac{\eta_r}{(\rho c)_f} \left[1 - \gamma T \right]
\end{aligned}$$

Note that h is defined by $f = h g$, so equation (II-5) could be rewritten as:

$$\nabla \cdot (\bar{\mathbf{K}} \nabla \psi) = - \nabla \ln(g) \cdot \bar{\mathbf{K}} \nabla \psi - [h \nabla \ln(g) + \nabla h] \cdot \mathbf{e}_1$$

Finally, introducing $\mathbf{u} = - \nabla \ln g \bar{\mathbf{K}}$; $S = (h \nabla \ln g + \nabla h) \cdot \mathbf{e}_1$, the simple form of the Darcy equation is derived for an anisotropic and heterogeneous porous medium:

$$\nabla \cdot (\bar{\mathbf{K}} \nabla \psi) = \mathbf{u} \nabla \psi - S \quad (\text{II-6})$$

FIGURES CAPTION

Figure 1 - Confined saturated porous medium being isothermally cooled horizontal upper and lower edges, adiabatic vertical edges without fluid exchanges at the boundaries.

Figure 2 - Confined saturated porous medium being isothermally cooled horizontal upper edge, adiabatic vertical edges and constant fixed heat flow at the bottom without fluid exchanges at the boundaries

Figure 3 - Steady convective state in an isolated homogeneous isotropic porous medium. Boundary conditions: constant temperature at the horizontal upper (100°C) and lower (130°C) edges, adiabatic vertical edges. a) square, $H/L = 1$, $Ra = 80$; b) square, $H/L = 1$, $Ra = 200$; c) rectangle, $H/L = 1.8$, $Ra = 200$; d) rectangle, $H/L = .33$, $Ra = 80$.

Figure 4 - As expected from the theory, numerical results obtained from a steady convective state in an homogeneous porous medium ($H/L = 1$) show that the maximum dimensionless filtration velocity ($|v_{\max}|$) is proportional to the Rayleigh number according to: $|v_{\max}| = (Ra^* - 4\pi^2) / 3$.

Figure 5 - Steady convective state in an heterogeneous stratiform porous medium constituted by homogeneous isotropic layers. Boundary conditions: constant temperature at the horizontal upper (T_1) and lower (T_2) edges, adiabatic vertical edges. a) two horizontal isolated layers of similar thickness, $H/L = 1$, $T_1 = 100^{\circ}\text{C}$, $T_2 = 130^{\circ}\text{C}$, $Ra = 390$; b) three horizontal isolated layers of similar thickness, $H/L = 0.33$, $T_1 = 100^{\circ}\text{C}$, $T_2 = 130^{\circ}\text{C}$, $Ra = 80$; c) slope porous layer inter-bedded in an impermeable medium with a lateral exchange of fluid of $10^{-10}\text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, $H/L = 0.33$, $T_1 = 10^{\circ}\text{C}$, $T_2 = 230^{\circ}\text{C}$, $Ra = 120$.; d) slope porous layer inter-bedded in an impermeable medium with a lateral exchange of fluid of $10^{-10}\text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, Boundary conditions: constant temperature at the horizontal upper (T_1) and constant fixed heat flow at the bottom (Φ), adiabatic vertical edges: $H/L = 0.33$, $T_1 = 10^{\circ}\text{C}$, $\Phi = 100\text{ mW} \cdot \text{m}^{-2}$, $Ra = 280$.

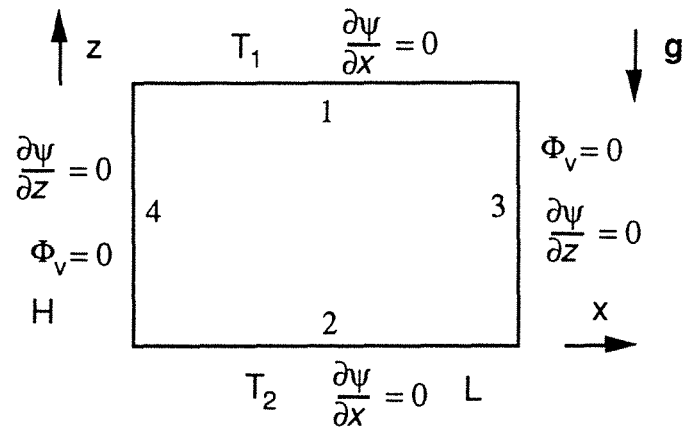


Figure 1 - Confined saturated porous medium with isothermal upper and lower horizontal edges, adiabatic vertical edges without fluid exchanges at the boundaries.

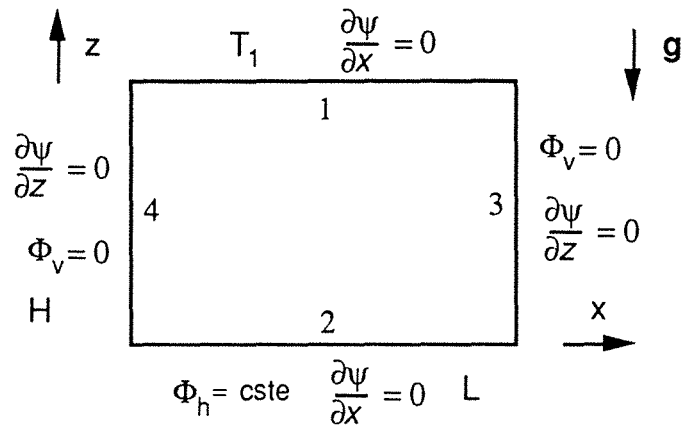
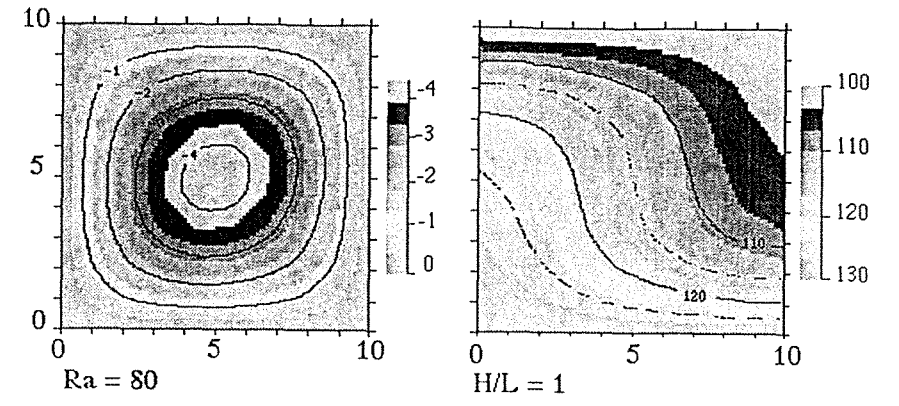
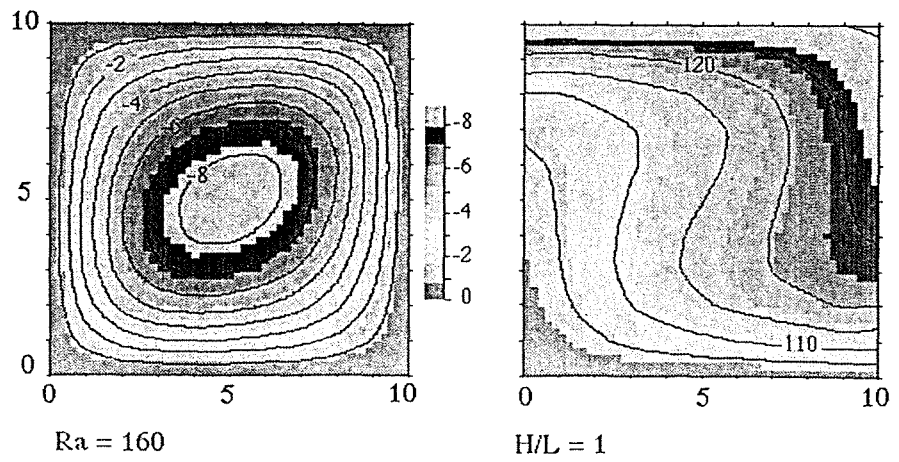


Figure 2 - Confined saturated porous medium with isothermal horizontal upper edge, adiabatic vertical edges and constant heat flow fixed at the bottom without fluid exchanges at the boundaries.

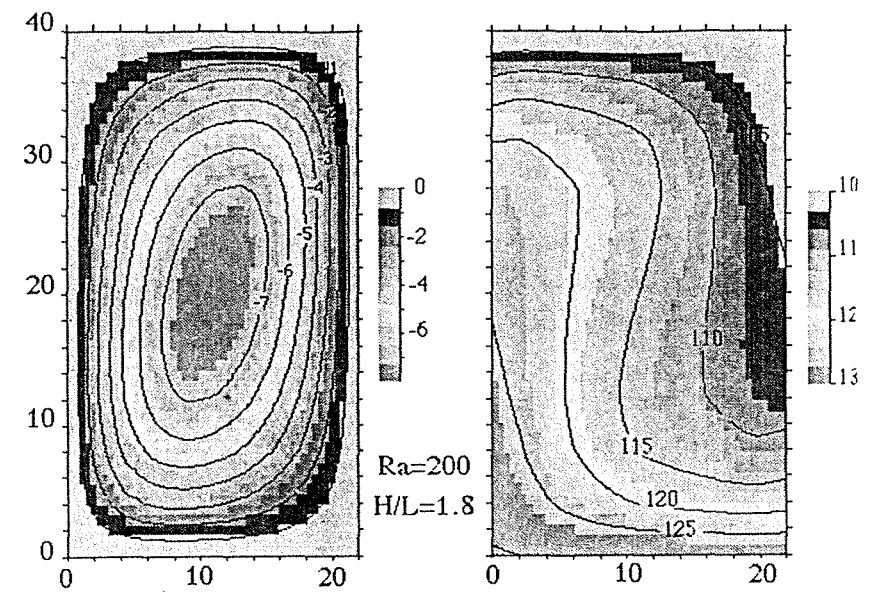
Calculated Stream Function and Temperatures field
Assuming isotropic and homogeneous porous medium



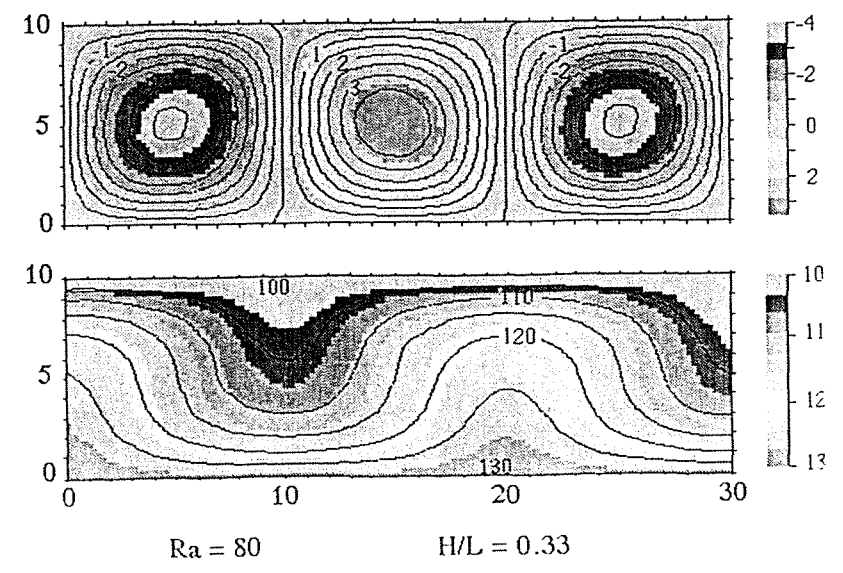
a)



b)



c)



d)

Figure 3

140

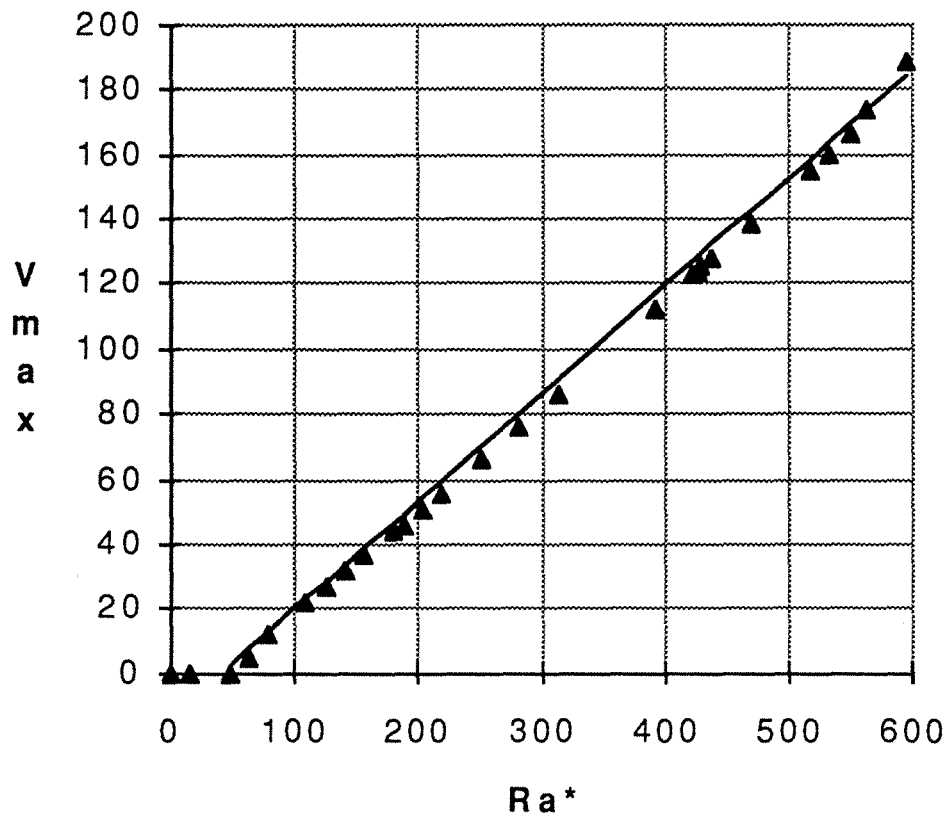


Figure 4 - As expected from the theory, numerical results obtained from a steady convective state in an homogeneous porous medium ($H/L = 1$) show that the maximum dimensionless filtration velocity ($|v_{max}|$) is proportional to the Rayleigh number according to: $|v_{max}| = (Ra^* - 4\pi^2) / 3$.

Calculated Stream Function and Temperatures field

Assuming anisotropic and heterogeneous porous medium

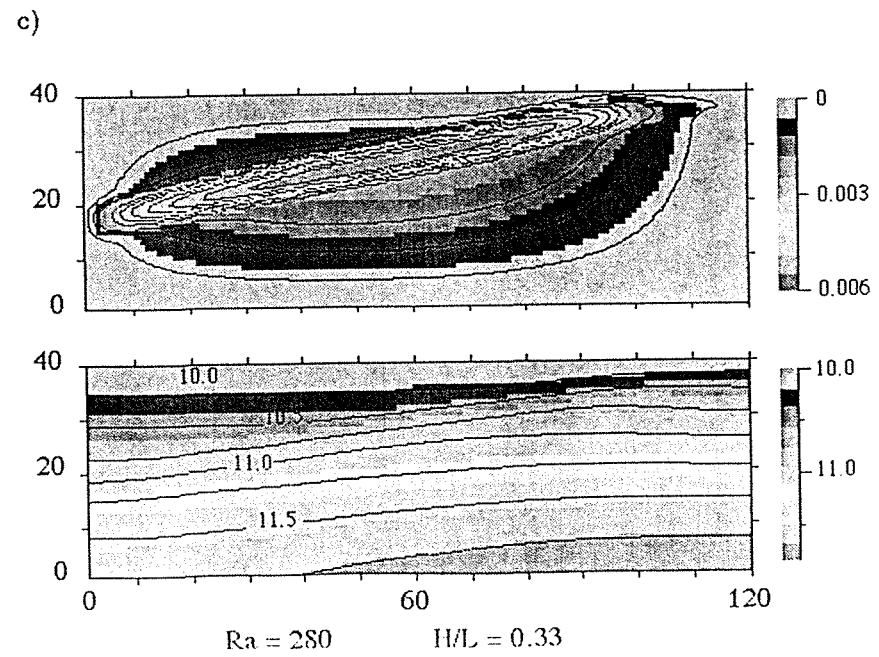
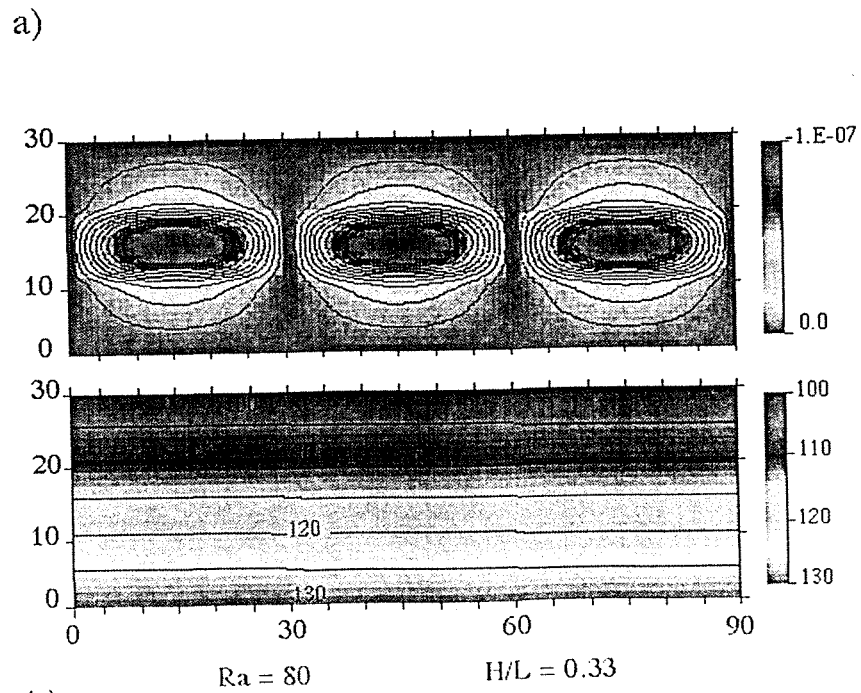
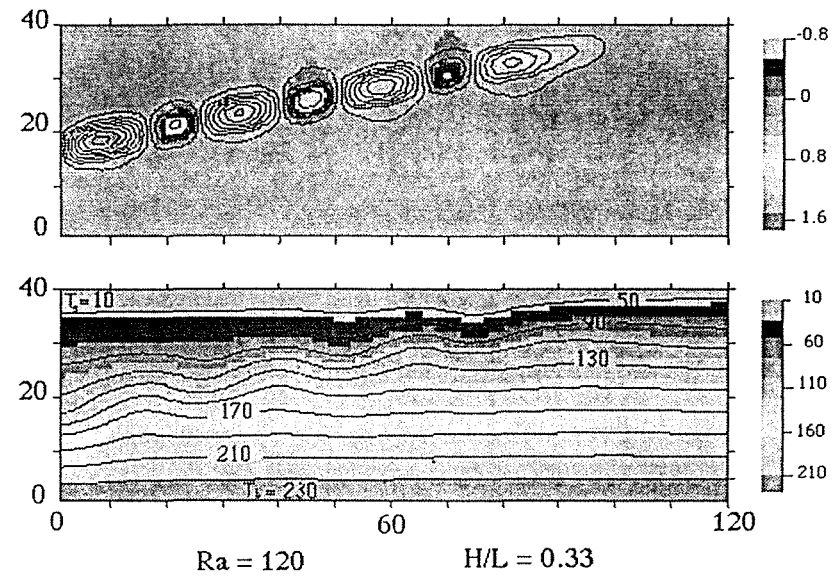
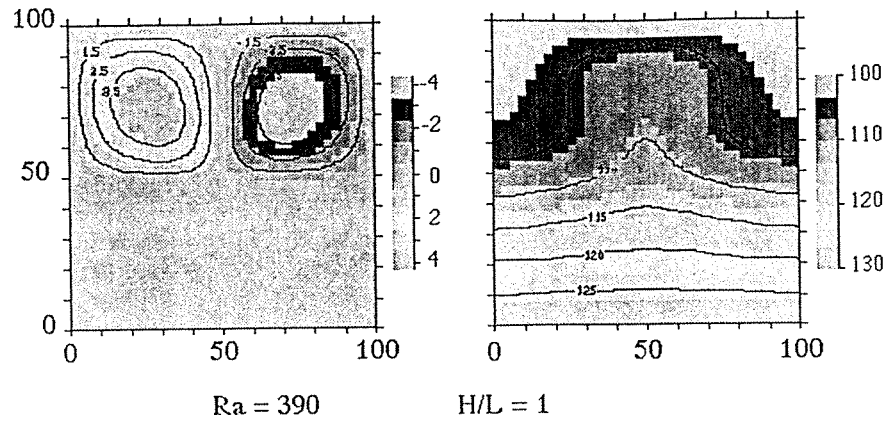


Figure 5

151

6.5 Nombre de Rayleigh

Les équations précédentes font apparaître un terme adimensionnel fondamental, à savoir le nombre de Rayleigh. Néanmoins, si sa définition pour les milieux homogènes isotropes est parfaitement claire, il n'en est pas de même pour les milieux anisotropes. Pour illustrer ce propos, nous allons montrer qu'il y a plusieurs façons de définir le nombre de Rayleigh de filtration pour les problèmes de convection en milieu poreux. On distinguera les milieux homogènes isotropes à la fois vis-à-vis des propriétés thermiques et hydrauliques des milieux anisotropes et hétérogènes.

6.5.1 Milieux homogènes isotropes

C'est le cas d'un milieu poreux pour lequel la perméabilité et la conductivité thermique ne dépendent pas de la direction. Les tenseurs de perméabilité et de conductivité thermique de tels milieux sont sphériques :

$$\bar{\mathbf{K}}^* = k^* (1,1,1) \qquad \bar{\Lambda}^* = \lambda^* (1,1,1)$$

Il est alors classique de définir le nombre de Rayleigh de filtration par (Combarous, 1975) :

$$Ra^*_{iso} = \frac{(\rho c)_f \rho_r \beta_{th} g \Delta T H k^*}{\eta \lambda^*} \qquad (6.39)$$

- où
- k^* = perméabilité intrinsèque du milieu poreux
 - $(\rho c)_f$ = chaleur volumique du fluide (à pression constante)
 - ρ_r, η = masse volumique et viscosité dynamique du fluide à une température de référence $T_r = (T_0 + T_1)/2$
 - λ^* = conductivité thermique du milieu équivalent (solide+fluide)
 - β_{th} = coefficient de dilatation thermique du fluide
 - g = accélération de la pesanteur
 - ΔT = différence de température $T_1 - T_0$
 - H = dimension caractéristique de la couche (épaisseur)

6.5.2 Milieux homogènes anisotropes

Certains milieux comme par exemple un terrain sédimentaire ou un matériau composite, ne peuvent plus être considérés comme isotropes. Par exemple, sous l'effet de la pression, la perméabilité horizontale K_{xx} et verticale K_{zz} d'une couche poreuse (formation gréseuses) peuvent varier d'un rapport de 1 à 100 (De Marsily, 1981). Dans ces conditions, le tenseur des perméabilités ne

peut plus être considéré comme sphérique. Il est alors nécessaire de prendre en compte cette anisotropie verticale en introduisant les perméabilités horizontales K_h et verticales K_v .

$$K = (k_h, k_h, k_v)$$

Il peut en être de même pour les propriétés thermiques. C'est le cas des matériaux fortement anisotropes comme par exemple une formation argileuse ou gneissique pour laquelle le rapport λ_h/λ_v des conductivités peut varier de 1 à 2 suivant l'orientation des strates. Il en est de même pour les matériaux isolants fibreux. Ces anisotropies sont alors prises en compte dans le tenseur des conductivités thermique et l'on pose :

$$\Lambda = (\lambda_h, \lambda_h, \lambda_v)$$

On trouve de nombreux travaux théoriques, sur les milieux poreux anisotropes pour lesquels le fluide saturant satisfait l'hypothèse de Boussinesq (Richard, 1979 ; Combarous et Bories, 1975 ; Quintard, 1983). Contrairement au cas d'un milieu poreux homogène et isotrope, le nombre de Rayleigh peut être défini de différentes manières suivant le cas étudié.

6.5.3 Anisotropie due à la perméabilité

On suppose que la conductivité thermique est isotrope, mais que les perméabilités verticale et horizontale sont différentes. L'étude théorique de tels milieux a été faite par Combarous et Bories (1975). Ces auteurs définissent un nombre de Rayleigh de filtration par :

$$Ra^*_{(k)} = \frac{(\rho c)_f \rho_f \beta_{th} g \Delta T H}{\eta \lambda^*} \cdot \frac{4 k_v k_h}{(\sqrt{k_h} + \sqrt{k_v})^2} \quad (6.40)$$

Le nombre de Rayleigh critique et la taille réduite des cellules convectives sont définis par :

$$Ra^*_c = 4\pi^2 \quad \frac{L}{H} = \left[\frac{k_h}{k_v} \right]^{1/4}$$

N.B. : Cette définition du nombre de Rayleigh est égale au nombre de Rayleigh "classique" dans le cas d'un milieu isotrope.

6.5.4 Anisotropie de forme simple

Les perméabilités et les conductivités thermiques de tels milieux peuvent s'écrire :

$$K = (k_h, k_h, k_v) \quad \Lambda = (\lambda_{*h}, \lambda_{*h}, \lambda_{*v})$$

L'étude théorique de tels milieux a été faite par Epherre (1977), cet auteur définit le nombre de Rayleigh de filtration par :

$$Ra_{(s)}^* = \frac{(\rho c)_f \rho_r \beta_{th} g \Delta T H k_h}{\eta \lambda_{*v}} \quad (6.41)$$

et déduit la taille des cellules convectives ainsi que le nombre de Rayleigh critique Ra_{*c}^* :

$$Ra_{*c(s)}^* = \left[\sqrt{\frac{\lambda_h}{\lambda_v}} + \sqrt{\frac{k_h}{k_v}} \right]^2 \pi^2 \quad (6.42)$$

avec des rapports entre la géométrie et les conductivités et les perméabilités tels que :

$$\frac{L}{H} = \left[\frac{\lambda_h}{\lambda_v} \cdot \frac{k_h}{k_v} \right]^{1/4}$$

Néanmoins, on remarquera que la valeur critique de Ra^* dépend de l'anisotropie du milieu par le terme $\left(\sqrt{\frac{\lambda_h}{\lambda_v}} + \sqrt{\frac{k_h}{k_v}} \right)^2$. Il eut été préférable de prendre comme définition :

$$Ra_{(s)}^{*'} = \frac{(\rho c)_f \rho_r \beta_{th} g \Delta T H}{\eta} \cdot \frac{4 k_h k_v}{\lambda_h \lambda_v} \cdot \frac{1}{\left(\sqrt{\frac{k_h}{\lambda_h}} + \sqrt{\frac{k_v}{\lambda_v}} \right)} \quad (6.43)$$

Ainsi la valeur critique du nombre de Rayleigh est alors égale à $4\pi^2$ et ne dépend plus de l'anisotropie du milieu.

$$Ra_{*c}^* = 4\pi^2 \quad \frac{L}{H} = \left[\frac{\lambda_{*h}}{\lambda_{*v}} \cdot \frac{k_h}{k_v} \right]^{1/4} \quad (6.44)$$

Néanmoins, il est difficile de trouver un adimensionnement des équations de manière à ce que ce nombre apparaisse naturellement dans les équations. De plus, les expressions et conditions ci-dessus sont valables lorsque les axes principaux d'anisotropie sont parallèles au système de coordonnées. Dans le cas contraire, cette formulation simple n'est plus applicable, et il est nécessaire de tenir compte des composantes croisées K_{xy} , K_{xz} du tenseur des perméabilités et conductivités thermiques. Nous proposons donc dans la suite d'aborder l'étude des milieux anisotropes à l'aide d'une formulation légèrement différente de celle utilisée ci-dessus afin de simplifier les équations de transferts adimensionnels. Cependant cette simplicité est perdue lors de la définition des critères d'apparition de la convection.

6.5.5 Milieu anisotrope homogène dont les axes principaux d'anisotropie ne sont pas parallèles aux axes de coordonnées

On considère ici un milieu anisotrope homogène mais dont les axes principaux d'anisotropie ne sont plus nécessairement parallèles aux axes de coordonnées. Les hypothèses précédentes impliquaient que les tenseurs des conductivités thermiques et des perméabilités aient des axes principaux identiques ce qui n'est pas nécessairement le cas des terrains sédimentaires. En effet, les propriétés des conductivités thermiques reflètent principalement l'anisotropie du milieu vis-à-vis de sa composition minéralogique et sa fabrication (quantité de quartz essentiellement par rapport aux autres minéraux). Tandis que les perméabilités reflètent l'état de contrainte du milieu. Une formation sédimentaire poreuse présente une perméabilité horizontale et verticale différente car le champ des contraintes déformant les pores est anisotrope (compaction des sédiments,...). Si le milieu est fracturé, les fractures sont généralement orientées dans une ou plusieurs directions préférentielles. De ceci, il résulte que les axes principaux des tenseurs des perméabilités et des conductivités thermiques n'ont pas les mêmes directions. Néanmoins, dans le cas d'une couche homogène, ce problème peut être traité en introduisant les tenseurs adimensionnels des perméabilités et des conductivités thermiques décrits à la suite.

A 2 dimensions, nous reprenons les adimensionnements faits dans les sections précédentes :

$$K = \frac{\text{tr } K}{2} K^* \quad \text{et} \quad \Lambda = \frac{\text{tr } \Lambda}{2} \Lambda^* \quad (6.45)$$

où :

$$K^* = \begin{bmatrix} 1+\varepsilon_\kappa & \xi_\kappa \\ \xi_\kappa & 1-\varepsilon_\kappa \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad \varepsilon_\kappa = \frac{k_{xx} - k_{zz}}{k_{xx} + k_{zz}} \quad \text{et} \quad \xi_\kappa = \frac{k_{xz}}{k_{xz} + k_{zz}}$$

$$\Lambda^* = \begin{bmatrix} 1+\varepsilon_\lambda & \xi_\lambda \\ \xi_\lambda & 1-\varepsilon_\lambda \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad \varepsilon_\lambda = \frac{\lambda_{xx} - \lambda_{zz}}{\lambda_{xx} + \lambda_{zz}} \quad \text{et} \quad \xi_\lambda = \frac{\lambda_{xz}}{\lambda_{xx} + \lambda_{zz}}$$

Une extension peut se faire à 3 dimensions :

$$K = \frac{\text{tr } K}{3} K^* \quad \text{et} \quad \Lambda = \frac{\text{tr } \Lambda}{3} \Lambda^* \quad (6.46)$$

$$K^* = \begin{bmatrix} 1+\varepsilon_\kappa & \xi'_\kappa & \xi_\kappa \\ \xi'_\kappa & 1+\varepsilon'_\kappa & \xi''_\kappa \\ \xi_\kappa & \xi''_\kappa & 1-(\varepsilon_\kappa+\varepsilon'_\kappa) \end{bmatrix}$$

avec :

$$\varepsilon_\kappa = \frac{2k_{xx} - (k_{yy} + k_{zz})}{(k_{xx} + k_{yy} + k_{zz})} \quad , \quad \xi_\kappa = \frac{k_{xy}}{(k_{xx} + k_{yy} + k_{zz})}$$

$$\varepsilon'_\kappa = \frac{2k_{yy} - (k_{xx} + k_{zz})}{(k_{xx} + k_{yy} + k_{zz})} \quad , \quad \xi'_\kappa = \frac{k_{xy}}{(k_{xx} + k_{yy} + k_{zz})}$$

$$(\varepsilon_\kappa + \varepsilon'_\kappa) = \frac{2k_{zz} - (k_{xx} + k_{zz})}{(k_{xx} + k_{yy} + k_{zz})} \quad , \quad \xi''_\kappa = \frac{k_{yz}}{(k_{xx} + k_{yy} + k_{zz})}$$

des calculs similaires peuvent être faits pour Λ^* .

Ces notations conduisent à définir le nombre de Rayleigh de filtration sous la forme :

$$Ra^*_{(h)} = \frac{(\rho c)_f \rho_r \beta_{th} g \Delta T H \operatorname{tr} K}{\eta \operatorname{tr} \Lambda}$$

On remarquera que, cette définition retrouve celle du nombre de Rayleigh dans le cas isotrope, mais que la valeur critique d'apparition de la convection sera une fonction de Ra^* du même type que le cas de l'anisotropie de forme simple.

6.5.6 Cas particulier : milieu anisotrope de forme simple (axes principaux parallèles aux axes de coordonnées).

Le cas envisagé correspond à un milieu anisotrope de forme simple qui peut se traiter à l'aide de $Ra^*_{(h)}$. En effet, il est facile d'établir une relation entre $Ra^*_{(h)}$ et $Ra^*_{(s)}$ et d'en déduire les valeurs critiques de l'apparition de la convection.

On remarque tout d'abord que $Ra^*_{(s)}$ s'écrit à 2 dimensions sous la forme :

$$Ra^*_{(s)} = \frac{g \beta_{th} (\rho c)_f \rho_r \Delta T H}{\eta} \frac{\det K^*}{\det \Lambda^*} \frac{4}{[\operatorname{tr}(\Lambda^{-1/2} K^{1/2})]^2} \quad (6.47)$$

$$K = \begin{bmatrix} k_{xx} & 0 \\ 0 & k_{zz} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{xx} & 0 \\ 0 & \lambda_{zz} \end{bmatrix}$$

$$\text{mais : } \det(\Lambda) = \frac{(\operatorname{tr} \Lambda)^2}{4} \det \Lambda^*$$

$$\begin{aligned} (\operatorname{tr} \Lambda^{-1/2} K^{1/2})^2 &= \operatorname{tr}(\Lambda K) + 2 \det(\Lambda^{-1/2} K^{1/2}) \\ &= \frac{\operatorname{tr} K}{\operatorname{tr} \Lambda} [\operatorname{tr}(\Lambda^{*-1/2} K^{*1/2})]^2 \end{aligned}$$

soit

$$Ra^*_{(s)} = \frac{g \beta_{th} (\rho c)_f \rho_r \Delta T H \operatorname{tr} K}{\eta \operatorname{tr} \Lambda} \frac{\det K^*}{\det \Lambda^*} \frac{4}{[\operatorname{tr}(\Lambda^{-1/2} K^{1/2})]^2}$$

d'où la relation cherchée :

$$Ra^{*(s)} = Ra^{*h} \frac{\det \mathbf{K}^*}{\det \Lambda^*} \frac{4}{\left[\text{tr}(\Lambda^{*-1/2} \mathbf{K}^{*1/2}) \right]^2} \quad (6.48)$$

Ainsi dans le cas particulier d'un milieu anisotrope simple, la valeur critique et la taille réduite des cellules convectives sont égales à :

$$Ra^{*(h)} = \frac{\det \Lambda^* \left[\text{tr} \Lambda^{*-1/2} \mathbf{K}^{*1/2} \right]^2}{\det \mathbf{K}^*} \pi^2 \quad (6.49)$$

NB: On remarquera que:

$$\begin{aligned} \det \Lambda^* \left[\text{tr}(\Lambda^{*-1/2} \mathbf{K}^{*1/2}) \right]^2 &= \sqrt{(1-\varepsilon_\kappa)(1+\varepsilon_\lambda)^2} + \sqrt{(1+\varepsilon_\kappa)(1-\varepsilon_\lambda)^2} \\ &= \text{tr}(\mathbf{J} \Lambda^{1/2} \mathbf{J} \mathbf{K}^{1/2})^2 \end{aligned}$$

$$\text{avec } \mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

6.5.7 Relation entre la définition classique du Nombre de Rayleigh et notre définition.

Reprenons la définition 6.40 du nombre de Rayleigh pris par Combarous et Bories (1975), écrit sous la forme :

$$Ra^* = \frac{g \beta_{th} \rho (\rho c)_f \Delta T H}{\eta \lambda^*} \cdot \frac{4 k_v k_h}{(k_h + k_v + 2\sqrt{k_h k_v})}$$

où k_v est la perméabilité verticale

k_h est la perméabilité horizontale, en supposant que le tenseur des perméabilités \mathbf{K} a ses axes principaux parallèles aux axes de coordonnées.

En définissant $r_k = \frac{k_h}{k_v}$ le rapport des perméabilités horizontales et verticales, l'expression 6.40 se transforme en :

$$Ra^* = \frac{g \beta_{th} \rho (\rho c)_f \Delta T H (k_h + k_v)}{2 \eta \lambda^*} \frac{8 k_v k_h}{(k_v + k_h) (\sqrt{k_v} + \sqrt{k_h})^2} \quad (6.50)$$

d'où

$$Ra^* = \frac{g \beta_{th} \rho (\rho c)_f \Delta T H \text{tr } K}{2\eta \lambda^*} \cdot \frac{8 r_k}{(1+r_k)(1+\sqrt{r_k})^2}$$

Ainsi, ce nombre sans dimension dépend d'un invariant du tenseur des perméabilités à savoir $\frac{\text{tr}K}{2}$ et d'un paramètre de forme lié à l'anisotropie du milieu.

$$r_{ak} = \frac{r_k}{(1+r_k)(1+\sqrt{r_k})^2}$$

Or dans l'adimensionnement des équations de Darcy, nous avons introduit un nombre de Rayleigh de filtration défini par :

$$Ra^*_{(h)} = \frac{g \beta_{th} \rho (\rho c)_f \Delta T H \text{tr } K}{2\eta \lambda^*}$$

On remarque que ces deux nombres de Rayleigh sont liés par :

$$\frac{Ra^*}{Ra^*_{(h)}} = r_{ak}$$

avec

$$r_{ak} = \left[\frac{8 r_k}{(1+r_k)(1+\sqrt{r_k})^2} \right] \quad r_k = \frac{K_h}{K_v}$$

Le graphe $\frac{Ra^*}{Ra^*_{(h)}}$ en fonction du taux d'anisotropie K_h/K_v est donné sur la figure 6.2. On remarque que pour un milieu isotrope ces deux définitions sont équivalentes.

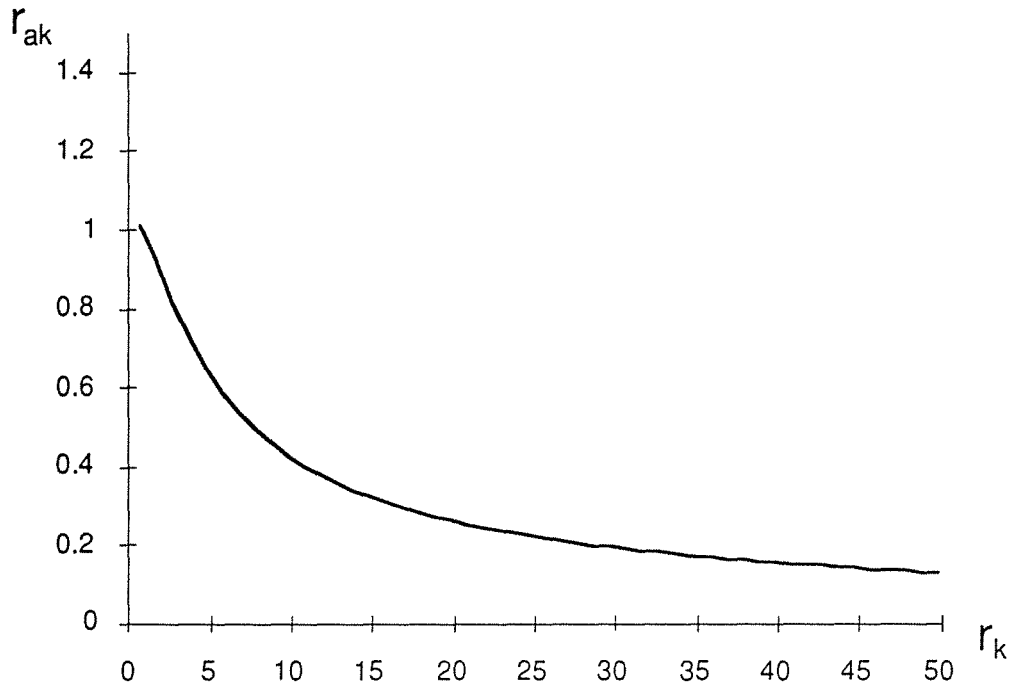


Figure 6.2 Relation entre la définition classique du Nombre de Rayleigh et notre définition comme fonction du rapport des perméabilités

Les milieux sédimentaires à stratifications plus ou moins horizontales, sont généralement anisotropes. Il est courant d'observer des rapports d'anisotropie K_{xx}/K_{zz} généralement compris entre 1 et 100 (G. de Marsily, 1981). Il s'ensuit que le rapport r_{ak} varie entre 1 et 0,1.

Remarque : Si le tenseur \mathbf{K} est diagonal, ξ_k est nul et le rapport r_{ak} peut également s'écrire en fonction de ε_k (voir 6.50) sous la forme :

$$r_{ak} = \frac{2(1+\varepsilon_k)(1-\varepsilon_k)}{1 + \sqrt{(1-\varepsilon_k)(1+\varepsilon_k)}} = \frac{2 \det \mathbf{K}}{1 + \sqrt{\det \mathbf{K}}}$$

6.5.8 Discussion et conclusion

La présentation précédente montre qu'il n'existe pas un nombre de Rayleigh unique, mais que plusieurs définitions équivalentes peuvent être utilisées. Ce problème est cependant important dans la mise en oeuvre pratique pour déterminer le type de régime convectif. De plus, on verra au paragraphe 6.7 que la résolution des équations couplées chaleur-Darcy peut poser quelques problèmes pour des nombres de Rayleigh ($Ra^*_{(h)}$) supérieurs à 100, les algorithmes classiques utilisés pour la résolution numérique du système

n'assurant plus la convergence. Il est alors nécessaire de procéder de proche en proche en injectant comme solution initiale celle obtenue avec un nombre de Rayleigh pour lequel la convergence a pu être assurée et en incrémentant celui-ci pas à pas. Prendre une bonne définition pour le nombre de Rayleigh local est alors indispensable dans ce type de problème.

6.6 Conditions aux limites des équations aux dérivées partielles

Classiquement, deux types de conditions aux limites peuvent être définis pour la résolution de chaque équation. La première, (conditions de Neumann) impose un flux connu le long de la frontière, par exemple flux de chaleur constant. La seconde (conditions de Dirichlet) considère un potentiel imposé le long de la frontière, par exemple la valeur de la température constante sur une paroi.

Concernant les conditions thermiques aux limites, on impose :

- 1) en surface, une température constante, dans la plupart des cas, ou bien un flux de chaleur constant.
- 2) à la base du domaine, une température constante ou bien un flux de chaleur constant, cette dernière condition étant la plus couramment utilisée.
- 3) sur les limites latérales, on impose une condition de flux horizontal nul, correspondant à un transfert conductif purement vertical.

Concernant les conditions aux limites pour l'équation de Darcy, on impose :

- 1) une valeur constante de la fonction de stream, Ψ nulle sur les quatre limites du domaine, dans la plupart des cas, et, éventuellement, un flux imposé en surface.

6.7 Modèles Numériques

La résolution mathématique exacte des problèmes généraux de convection, comme on l'a vu, est très complexe, ou limitée à des configurations géométriques simples.

Du point de vue numérique la résolution des problèmes de convection thermique consiste à résoudre le système d'équations aux dérivées partielles couplées constitué par les équations 6.1, 6.2, 6.3.

Dans la section 6.4 nous avons réduit le système initial d'équations à deux équations de la même forme, soit :

$$\nabla (\mathbf{K} \nabla \Psi) = - \omega \nabla \Psi - \mathbf{A}$$

où ω représente un vecteur quelconque, Ψ une fonction de x,y (qui désignera successivement la température et la fonction de courant), \mathbf{K} un tenseur à 4 composantes et \mathbf{A} une fonction de x,y .

Il reste donc à résoudre l'équation ci-dessus par une méthode numérique. Nous avons choisi d'utiliser la méthode des différences finies pour les avantages qu'elle présente. Revenons en détail sur les étapes de cette méthode.

6.7.1 Formulation du problème thermique en différences finies

La plupart des méthodes numériques générales de résolution des équations différentielles utilisent des principes de discrétisation. Ils consistent (dans le cas des différences finies) à superposer au domaine d'étude une grille, c'est-à-dire un semis de noeuds disposés de façon aussi régulière que possible (par exemple, en dimension 2, une grille carrée).

A partir de cette grille, dans la méthode des différences finies, on transforme les équations différentielles du problème en équations linéaires entre les différents noeuds du domaine. Il est alors possible d'écrire une relation linéaire par noeud de la grille, ce qui nous permet d'obtenir un système de N (nombre de noeuds du domaine) équations à N inconnues. On peut donc exprimer ce système sous forme matricielle.

$$\mathbf{A} \mathbf{X} = \mathbf{b}$$

où l'inconnue est le vecteur \mathbf{X} , représentant, par exemple, le champ de températures lors de la résolution de l'équation de la chaleur. La matrice \mathbf{A} est en fait une matrice multi-diagonale car chaque ligne de cette matrice est en fait

une relation linéaire écrite pour un noeud de la grille et donc seuls ses plus proches voisins ont un coefficient non nul.

6.7.2 Algorithme de Gauss-Seidel

Il existe plusieurs algorithmes de résolution adaptés à ce type de problème (Strang, 1986, Press *et al.*, 1986). Nous avons choisi l'algorithme itératif de Gauss-Seidel pour la résolution du système des équations, à cause des avantages de stockage qu'il présente. Bien que cette méthode soit connue pour sa lenteur en termes de convergence, elle reste une méthode robuste et stable du point de vue numérique. La convergence peut être accéléré à l'aide des méthodes de relaxation.

Dans la méthode de Gauss-Seidel, on écrit \mathbf{A} sous la forme

$$\mathbf{A} = \text{Inf} + \mathbf{D} + \text{Sup}$$

où Inf et Sup sont les matrices triangulaires inférieure et supérieure et D la matrice diagonale.

L'équation devient: $(\text{Inf} + \mathbf{D} + \text{Sup}) \mathbf{X} = \mathbf{b}$

Que l'on peut écrire $(\text{Inf} + \mathbf{D}) \mathbf{X} = -\text{Sup} \mathbf{X} + \mathbf{b}$

En introduisant la matrice $\mathbf{M} = (\text{Inf} + \mathbf{D})$, cette dernière relation prend la forme:

$$\mathbf{M} \mathbf{X} = (\mathbf{M} - \mathbf{A}) \mathbf{X} + \mathbf{b} \tag{6.51}$$

On construit ainsi la relation de récurrence du type :

$$\mathbf{M} \mathbf{X}_{k+1} = (\mathbf{M} - \mathbf{A}) \mathbf{X}_k + \mathbf{b} \tag{6.52}$$

où \mathbf{X}_{k+1} est calculé à partir de \mathbf{X}_k ce calcul est très simple car \mathbf{M} est bien entendu triangulaire.

La convergence ou divergence de cette méthode itérative dépend de \mathbf{M} et donc de \mathbf{A} . On peut dire que si la résolution \mathbf{X}_k se rapproche de $\mathbf{A}^{-1} \mathbf{b}$, à mesure que $k \rightarrow \infty$, alors la solution converge.

Par soustraction de 6.51 et 6.52, on obtient :

$$\mathbf{M} (\mathbf{X} - \mathbf{X}_{k+1}) = (\mathbf{M} - \mathbf{A}) (\mathbf{X} - \mathbf{X}_k)$$

Notons ϵ_k la différence $(\mathbf{X} - \mathbf{X}_k)$, d'où

$$\epsilon_{k+1} = \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{M} - \mathbf{A}) \epsilon_k = \mathbf{Y} \epsilon_k$$

Après k itérations, l'erreur ϵ_k sera liée à l'erreur initial ϵ_0 par : $\epsilon_k = \mathbf{Y}^k \epsilon_0$

Nous aurons donc convergence:

$$\begin{aligned} \text{c'est à dire : } k \rightarrow \infty \quad \|\varepsilon_k\| \rightarrow 0 \quad \text{et} \quad X_k \rightarrow X \quad & \text{si et seulement si } \|\mathbf{Y}\|^k \rightarrow 0, \\ & \text{c'est à dire } \|\mathbf{Y}\| < 1 \end{aligned} \tag{6.53}$$

Dans le cas des matrices issues de formulations par différences finies, cette dernière relation est généralement vérifiée, ce qui simplifie le problème.

6.7.3 Coefficient de relaxation

Pour rendre l'algorithme de Gauss-Seidel plus performant du point de vue de la rapidité de la convergence de X_k vers la solution X (Press *et al.*, 1986), on introduit le coefficient de relaxation w qui généralement prend une valeur entre 0 et 2. On distingue la sur-relaxation (w entre 0 et 1) et sous-relaxation (w entre 1 et 2). De façon théorique la valeur de w optimale est obtenue à partir des valeurs propres de la matrice à inverser ainsi, la plus grande des valeurs propres est choisie comme le coefficient de relaxation. Dans la plupart des cas la valeur de w est proche de 1.9 (Strang, 1986). On écrit alors une nouvelle relation de récurrence:

$$(\text{Inf} + D/w) X_{k+1} = (-D + D/w - \text{Sup}) X_k + A$$

Le terme D/w indique que chaque élément de la matrice diagonale D est divisé par w . Si l'on prend la valeur 1 pour w on retrouve l'algorithme de Gauss-Seidel précédent.

Dans le programme utilisé, on se contente de donner une valeur fixe de 1.5 au coefficient de relaxation (sous-relaxation) qui, dans la plupart des cas, donne de bons résultats.

6.7.4 Mise en oeuvre du programme de résolution numérique

Ce programme permet la solution itérative des équations 6.31 et 6.36, sur un domaine de modélisation bidimensionnelle rectangulaire ou à symétrie axiale (Royer, Le Carlier et Flores, en préparation).

Le code de calcul écrit en Fortran 77 est constitué d'un programme principal et de 9 sous-programmes dont l'ordre d'exécution est montré sur la figure 6.3.

Les fonctions du programme principal et des sous programmes sont décrits ci-dessous :

NATCONV : programme principal pour la résolution des équations couplées de chaleur et de Darcy. L'allocation de mémoire est faite de façon dynamique dans le programme principal.

ADMCVTH2 : calcule les quantités adimensionnelles suivantes : T, v, P, prod, $\bar{\lambda}$, \bar{K} .

BNDCVNT2 : lit les conditions aux limites pour chaque frontière du domaine. Un appel par frontière et par fonction ("Stream function" ou Température) est nécessaire.

CVNATH2 : résout les équations de chaleur et de Darcy. A chaque itération il fait alternativement l'appel au sous-programme CNDCNV2, la première fois pour la résolution de l'équation de chaleur et la deuxième fois pour la résolution de l'équation de Darcy. Le sous-programme FNABLA (décrit plus loin) est utilisé pour le calcul du deuxième terme de l'équation de Darcy.

CNDCNV2 : (Danis, 1988) calcule la résolution d'une équation du type :

$$\nabla (\lambda \nabla T) - \nabla [v.T] = \frac{\partial}{\partial t} [T]$$

Le problème peut être traité en régime transitoire (recherche du champ de températures à la date t+dt), ou bien en régime permanent (recherche de la solution asymptotique du champ de températures).

DMCVTH2 : redimensionne les variables après la résolution du système des équations

EDITION : édition les valeurs d'une variable dans un fichier ascii.

FNABLA : calcule le gradient d'une fonction, avec un schéma centré par différences finis.

FPRESION : calcule le champ de pressions à partir des vitesses et des températures calculées dans le sous-programme CVNATH2

PBCVNTH2 : ce sous-programme gère la lecture des données, la résolution du système d'équations, et l'édition des résultats. Il fait appel aux sous-programmes : ADMCVTH2, BNDCVNT2, CVNATH2, FPRESION, BNDCVNT2, EDITION.

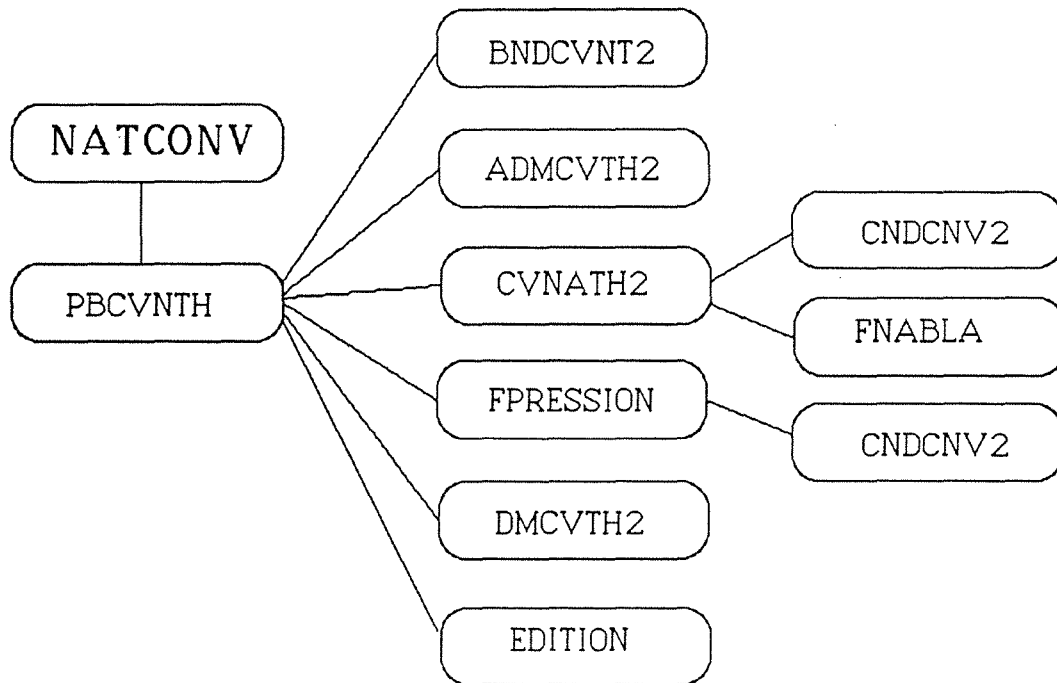


Figure 6.3 Ordre d'exécution des sous-programmes.

En entrée, le programme principal NATCONV lit un certain nombre de paramètres indispensables pour la résolution du problème. Ces informations sont rangées dans un fichier dont la structure est la suivante :

- Nx et Ny
nombre de lignes et de colonnes du domaine rectangulaire
- Dt, Dpsi, Epsi, Nite
Dt : pas élémentaire utilisé pour discrétiser le temps lors de la résolution de l'équation de la chaleur (valeur recommandée : 0,1 unité de temps adimensionnel).
Dpsi : pas élémentaire utilisé pour discrétiser le temps lors de la résolution de l'équation de Darcy (valeur recommandée : 0,1).
Epsi : paramètre pour le test de convergence de la solution. Arrêt de la résolution itérative si $\varepsilon < \text{Epsi}$ (valeur recommandée 10^{-6}).
Nite : nombre maximum d'itérations (valeur recommandée supérieure à 50).
- Nx, Ny, L, H, Kode
L : longueur du domaine rectangulaire
H : hauteur du domaine rectangulaire

Kode : 0 pour des coordonnées rectangulaires
1 pour des coordonnées axisymétriques

- Tr, Deltat, Rho, G, Rhoc, Beta, Neta, Gamma

Tr : températures de référence utilisée pour
l'adimensionnement (équation 6.6)

Deltat : différence entre températures maximale et minimale.
Cette valeur doit être estimée lorsqu'on impose un flux à la
base.

Rho : densité moyenne du fluide (968 Kg / m³ pour l'eau à
25 °C).

G : accélération de la pesanteur (9.81 m / s²).

Rhoc : chaleur volumique du fluide (4180000 J / m³K).

Beta : coefficient d'expansion volumique du fluide (équation
6.6) (0.0008275 K⁻¹ pour l'eau).

Neta : viscosité dynamique du fluide à la température de
référence (équation 6.25) (0.00018 J / s.m.K)

Gamma : coefficient de dépendance de la viscosité dynamique
du fluide avec la température (équation 6.25).

- Vecteurs en tableau de dimension (3*Nx*Ny) contenant le tenseur de
conductivité thermique pour chaque noeud, dans l'ordre $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_{xy}$

1^{er} noeud : $\lambda_{x1}, \lambda_{y1}, \lambda_{xy1}$
" " "

j^{ème} noeud $\lambda_{xi}, \lambda_{yi}, \lambda_{xyi}$

- Vecteurs en tableau de dimension (3*Nx*Ny) contenant le tenseur de
conductivité thermique pour chaque noeud, dans l'ordre k_x, k_y, k_{xy}

1^{er} noeud : k_{x1}, k_{y1}, k_{xy1}
" " "

j^{ème} noeud k_{xi}, k_{yi}, k_{xyi}

-conditions aux limites pour la résolution de l'équation de la chaleur,
avec les données :

- code^(*) déterminant le type de condition sur la frontière
- valeur de la température ou du flux sur la frontière
correspondante

-conditions aux limites pour la résolution de l'équation de Darcy, dans
l'ordre:

- code^(*) déterminant le type de condition sur la frontière

- valeur de la fonction de stream ou du flux sur la frontière correspondante

dans l'ordre (Cf. Fig. 6.4) :

(1) pour la limite à la base, (2) pour la limite en surface, (3) pour la limite latéral droite, (4) pour la limite latéral gauche,

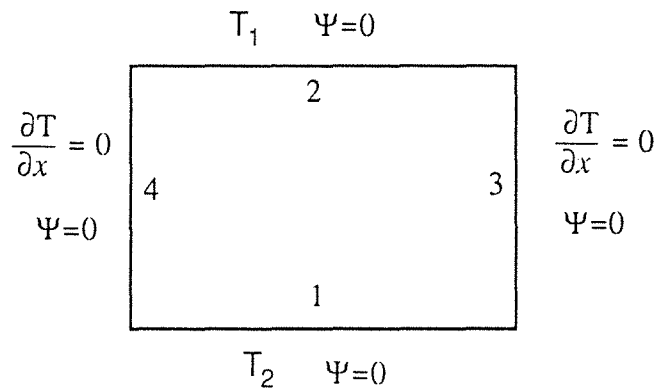


Figure 6.4 Numérotation des frontières latérales du domaine étudié.
Conditions aux frontières

(*) le code adopté dans le programme est le suivante:

- 1 s'il s'agit d'une condition du type Dirichlet (T ou Ψ fixe) et si la valeur de la fonction est constante tout au long de la frontière,
- 1 s'il s'agit d'une condition du type Neumann (Φ donné) et si la valeur de la fonction est constante tout au long de la frontière,
- 2 s'il s'agit d'une condition du type Dirichlet et si la valeur de la fonction est variable, elle doit être donnée en chaque noeud de la frontière,
- 2 s'il s'agit d'une condition du type Neumann et et si la valeur de la fonction est variable, donc elle doit être donnée en chaque noeud de la frontière.

6.8 Premiers Résultats

Dans ce qui suit, nous allons confronter nos résultats numériques avec les résultats des essais faits par divers auteurs dans les cas de milieu homogènes et isotropes. D'autre part nous allons aussi examiner les effets des conditions imposées aux limites dans différents exemples théoriques.

Comme nous l'avons déjà dit, les transferts de chaleur dans différents types de milieu poreux ont été largement étudiés dans la littérature. Cependant, à notre connaissance, ces études ont essentiellement porté sur des milieux

homogènes et isotropes. Donc, la validation de nos résultats dans un cas quelconque ne nous est pas encore possible. Il nous sera néanmoins possible de comparer les résultats numériques des nos modèles dans des cas homogènes et isotropes avec les résultats expérimentaux publiées par d'autres auteurs (Combarous, 1978; Weber, 1975).

Notre démarche a été la suivante : premièrement, considérer une couche poreuse avec des conditions aux limites imposées; puis, nous avons considéré un milieu composé d'une ou plusieurs couches à propriétés constantes, et enfin, nous avons modélisé une fracture, en la considérant comme un milieu poreux avec une perméabilité préférentielle selon l'axe de fracture. La comparaison des résultats est faite sur les figures présentées dans les paragraphes suivants.

6.8.1 Paramètres des modèles

Les principaux paramètres qui entrent en jeu dans ces modèles sont, d'une part, les paramètres du milieu, notamment la perméabilité et la conductivité thermique, et d'autre part, les conditions aux limites (imposées sur le système), en particulier la différence de températures entre les limites supérieure et inférieure du domaine.

Perméabilité des roches

En première approche, on peut dire que la perméabilité d'un milieu est la capacité du milieu à se laisser traverser par un fluide. Il y a plusieurs façons de définir le coefficient de perméabilité K : la "perméabilité intrinsèque" (ou absolue), se rapporte au milieu poreux indépendamment des caractéristiques du fluide. Sa dimension (obtenue à partir de l'équation de Darcy) est une surface [L^2]. La "conductivité hydraulique" (ou perméabilité des hydrogéologues), est définie en fonction du gradient de charge hydraulique et donc dépend des caractéristiques du fluide. Sa dimension est celle d'une vitesse [LT^{-1}]. Le tenseur de perméabilité, utilisant essentiellement la première définition, on peut considérer la perméabilité comme une propriété tensorielle (tenseur de 2^{ème} ordre), ce qui signifie que la perméabilité a des composantes différentes selon les axes du repère géométrique.

La perméabilité d'une roche est due à l'existence d'une porosité efficace, c'est-à-dire à l'existence de vides interconnectés. Intuitivement on cherche à relier la perméabilité du milieu avec sa porosité, mais, malheureusement toutes les tentatives faites dans ce sens nous conduisent à des formulations empiriques particulières (de Marsily, 1981).

Le choix de la perméabilité d'une roche représente une grande difficulté à cause de la disparité de valeurs pour un même type de roche. A titre de comparaison nous rapportons sur le tableau 6.1 les valeurs de perméabilité utilisées par différents auteurs.

Tableau 6.1 Perméabilités des roches rapportées par différents auteurs.

Structure géologique ou type de roche	k (m ²)	Références
Perméabilité moyenne de la croûte océanique	10 ⁻¹⁵	Ribando et al., 1976 Fehn et Cathles, 1979
Croûte océanique	4 10 ⁻¹⁵ à 40 10 ⁻¹⁵	Anderson et Zoback, 1982
Système hydrothermal du bassin Hokuroku	2.10 ⁻¹⁵ à 4.10 ⁻¹⁵	Cathles, 1983
Perméabilité moyenne de la croûte océanique	10 ⁻¹⁴	Lowell, 1980
Argiles et marnes	5.10 ⁻¹⁶	Clauser et Villinger 1990
Alluvions de haute perméabilité	5.10 ⁻¹³	De Marsily, 1981
Roche ignée, sans fractures	10 ⁻¹⁹ à 10 ⁻²¹	Johnson, 1980
Grès et calcaire	10 ⁻¹⁴	Clauser et Villinger 1990
Croûte océanique, très fracturée	10 ⁻⁸	Johnson, 1980
Granite	10 ⁻²⁰	Clauser et Villinger 1990
Argiles des grands fonds marins	10 ^{-17±1}	Bryant et al., 1974
Sables non argileux et graviers	10 ⁻⁹ à 10 ⁻¹²	De Marsily, 1981
Carbonates	10 ⁻¹⁶	Bryant et al., 1974
Sables fins et argileux	10 ⁻¹² à 10 ⁻¹⁶	De Marsily, 1981
Sédiments pélagiques	10 ⁻¹⁵ à 10 ⁻¹⁷	Pearson et Lister, 1972
Argiles franches	10 ⁻¹⁶ à 10 ⁻²⁰	De Marsily, 1981
Massif du Troodos, Chypre	10 ⁻¹⁶ à 35.10 ⁻¹⁵	Parmentier et Spooner, 1978

La conductivité thermique du milieu joue un rôle fondamental dans les transferts de chaleur du type convectif, nous ne reviendrons pas sur l'importance de ce paramètre déjà largement discuté dans le chapitre 3. Nous verrons par la suite que son importance passe au second plan derrière la perméabilité dans de phénomènes du type conduction-convection.

6.8.2 Essais d'interprétation

La modélisation de la convection d'un milieu perméable permet de mieux comprendre l'hydrodynamique au sein d'un système hydrothermal. Cependant, ces modèles ne rendent pas compte de tous les phénomènes hydrodynamiques existant in situ.

Nous avons considéré le fluide de remplissage du milieu comme étant unique, c'est-à-dire avec une seule phase. Pour les modèles numériques, il est fondamental de connaître, avec une bonne approximation, les propriétés physiques du fluide, dont :

chaleur volumique	ρc	$\left[\frac{\text{J}}{\text{m}^3 \text{ } ^\circ\text{C}} \right]$
viscosité dynamique	η	$\left[\frac{\text{kg}}{\text{m s}} \right]$
diffusivité thermique	a	$\left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right]$
densité moyenne	ρ	$\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$
chaleur spécifique	c	$\left[\frac{\text{J}}{\text{kg } ^\circ\text{C}} \right]$

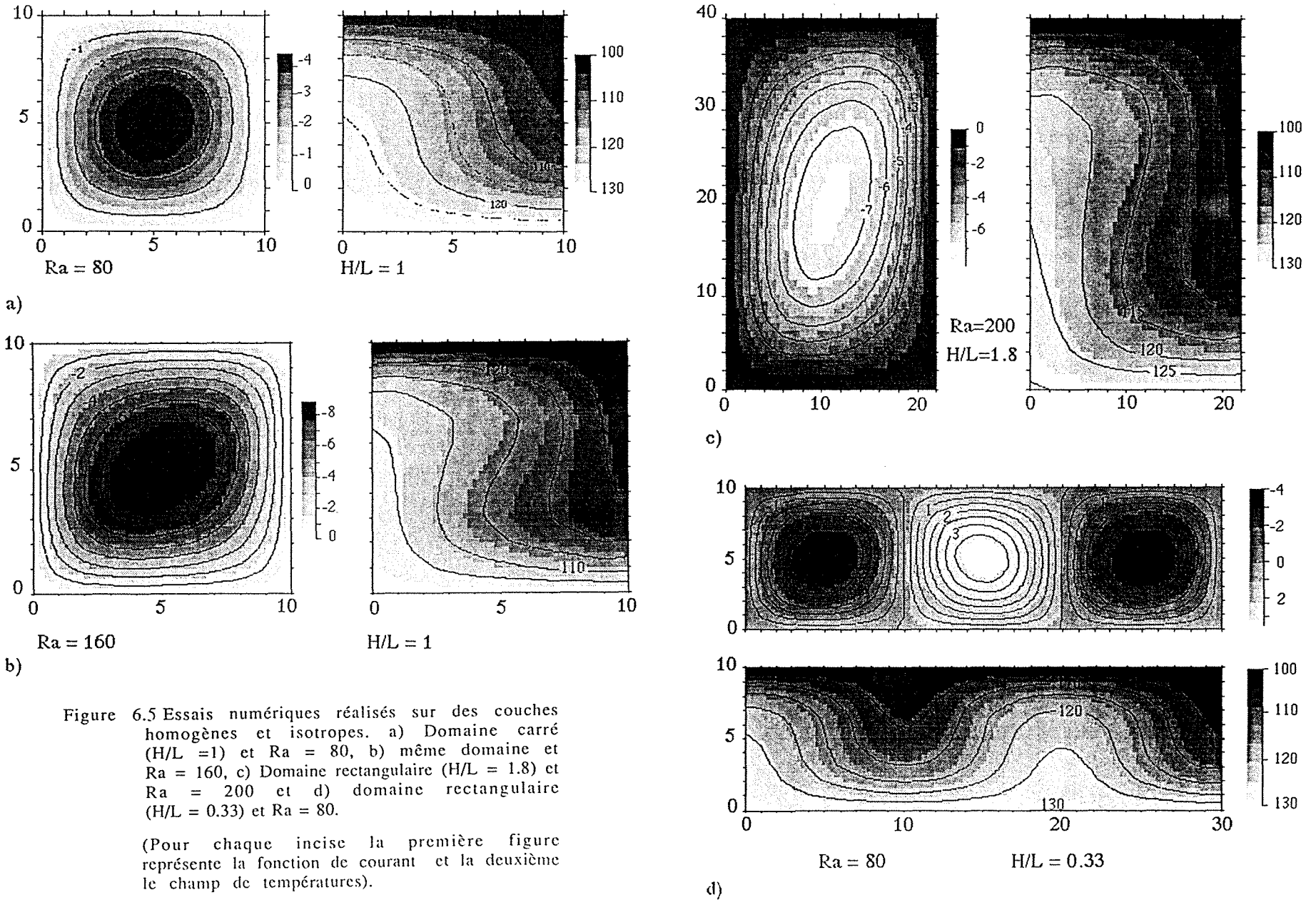
Pour les essais numériques qui suivent, nous allons considérer le fluide de remplissage comme étant de l'eau pure avec les propriétés moyennes :

chaleur volumique	ρc	4180000 J/m ³ °C
viscosité dynamique	η	0.00018 kg/ms
densité	ρ	968 kg/m ³

6.8.2.i) Couche à perméabilité homogène

Pour le premier modèle on considère un domaine carré de 40x40 m avec les caractéristiques du milieu poreux saturé suivantes :

Perméabilité =	1.10 ⁻¹²	[m ²]
Conductivité Thermique =	2.7	[W m ⁻¹ °C ⁻¹]
Rapport géométrique H/L =	1.0	
température à la base =	130	[°C]
température en surface =	100	[°C]



Dans ces conditions on fait varier les valeurs des perméabilités de 10^{-16} jusqu'à 10^{-12} m^2 , pour les perméabilités plus faibles que 10^{-16} m^2 il n'y pas de convection. On observe qu'au fur et à mesure que l'on augmente la perméabilité en laissant tout les autres paramètres constants, il y a un resserrement des lignes de courant et une déformation des cellules de convection (fig. 6.5.a et 6.5.b). Le resserrement des lignes de courant signifie une augmentation de la vitesse du fluide, entraînant une augmentation de la différence de températures des deux cotés de la cellule.

Dans un deuxième temps on modélise les transferts dans des domaines rectangulaires avec

$$\begin{aligned} \text{Perméabilité} &= 1.10^{-12} \quad [\text{m}^2] \\ \text{Conductivité Thermique} &= 2.7 \quad [\text{W m}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}] \\ \text{Rapport géométrique H/L} &= 0.33 \quad \text{et} \quad 1.8 \end{aligned}$$

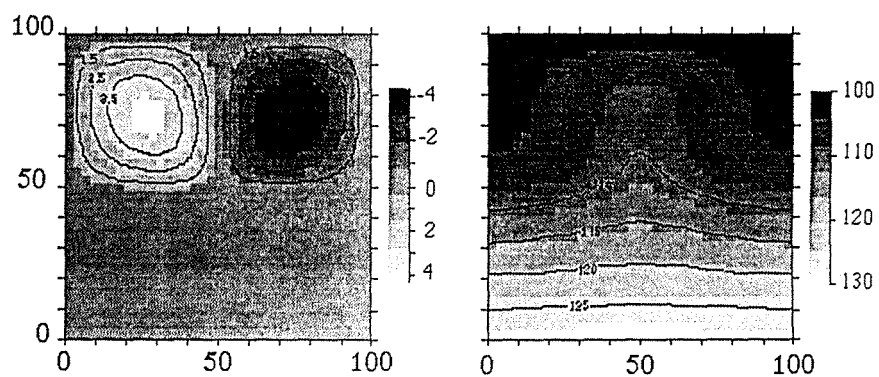
en conservant les mêmes conditions aux limites que précédemment, afin d'observer la déformation de cellules de convection due à la géométrie du milieu. Dans le première cas (fig. 6.5.c ; $H/L = 1.8$) on observe les mêmes caractéristiques que dans le cas précédent, avec une déformation verticale. Tandis que, dans le second cas (fig. 6.5.d ; $H/L = 0.33$) on observe une multiplication de cellules égales en nombre à L/H , le comportement de chaque cellule étant alors comparable à celui observé dans un domaine carré.

6.8.2.ii) Domaine à deux couches de perméabilités différentes

Dans ce cas on considère un domaine carré avec une perméabilité plus forte dans la moitié supérieure que dans la moitié inférieure, et avec un nombre de Rayleigh 100 fois plus fort dans la moitié supérieure.

$$\begin{aligned} \text{Perméabilité} &= \begin{array}{l} \text{moitié supérieure} = 1.10^{-12} \quad [\text{m}^2] \\ \text{moitié inférieure} = 1.10^{-16} \quad [\text{m}^2] \end{array} \\ \text{Conductivité Thermique} &= 2.7 \quad [\text{W m}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}] \\ \text{Rapport géométrique H/L} &= 1.0 \\ \text{température à la base} &= 130 \quad [^\circ\text{C}] \\ \text{température en surface} &= 100 \quad [^\circ\text{C}] \end{aligned}$$

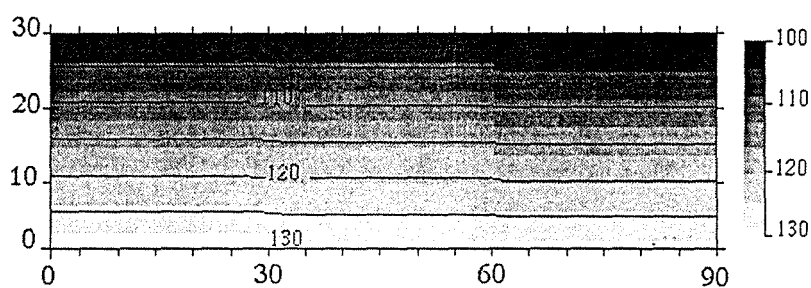
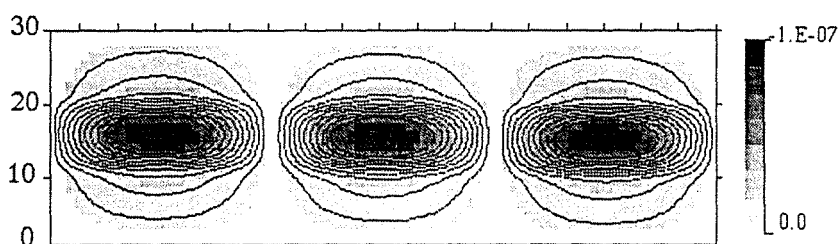
Comme on s'y attend la circulation convective s'est faite préférentiellement dans la partie supérieure (plus perméable). Sur la figure 6.6a on observe que dans la partie inférieure le régime de transfert de chaleur est conductif.



Ra = 390

H/L = 1

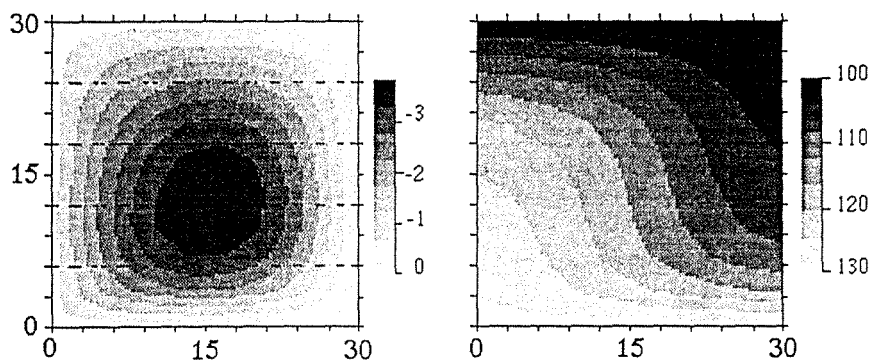
a)



Ra = 40

H/L = 0.33

b)



Ra = 120

H/L = 1

c)

Figure 6.6 Essais numériques réalisés sur un domaine composé de deux à cinq couches à conductivités et perméabilités différentes. a) domaine à deux couches (supérieur forte perméabilité, inférieur faible perméabilité), b) domaine à trois couches (couche intermédiaire à forte perméabilité) c) domaine à cinq couches avec différentes valeurs de conductivités et même valeur de perméabilité.

Note : la valeur du nombre de Rayleigh est reportée sur la couche à forte perméabilité.

(Pour chaque incise la première figure représente la fonction de courant et la deuxième le champ de températures)

6.8.2.iii) Domaine à trois couches de perméabilités et conductivités différents

On considère, toujours, un domaine rectangulaire avec trois couches d'épaisseurs égales, mais de perméabilités et de conductivités thermiques différentes.

Perméabilité =	(1) 1.10^{-15}	(2) 1.10^{-12}	(3) $1.e^{-15}$ [m ²]
Conductivité Thermique =	(1) 5.2	(2) 2.7	(3) 5.2 [W m ⁻¹ °C ⁻¹]
Rapport géométrique H/L =	1.0		
température à la base =	130	[°C]	
température en surface =	100	[°C]	

Evidemment, on observe, sur la figure 6.6b, que la circulation des fluides s'est faite préférentiellement dans la couche la plus perméable, celle au centre. On observe l'existence de trois cellules convectives dans cet couche, comme dans le cas précédent (H/L = 0.33), tandis que dans le reste du domaine le transfert de chaleur s'est fait par conduction. Le champ de températures est faiblement perturbé par la présence des cellules convectives.

6.8.2.iv) Domaine à perméabilité homogène et cinq couches à conductivités différentes

Dans ce cas un domaine carré de perméabilité constante est modélisé. On considère cinq parties égales de différentes conductivités thermiques à fort contraste, dans le but d'observer l'influence de la conductivité sur le système convectif.

Perméabilité =	1.10^{-13}	[m ²]	uniforme
Conductivité Thermique =	(1) 5.2	(2) 4.7	(3) 3.7
	(4) 2.2	(5) 1.0	[W m ⁻¹ °C ⁻¹]
Rapport géométrique H/L =	1.0		
température à la base =	130	[°C]	
température en surface =	100	[°C]	

Comme on s'y attendait, il n'y pas de modification du régime convectif lui-même (fig. 6.6.c), sinon de légères déformations dans les cellules convectives. Donc, dans un régime convectif représentant l'évolution d'un milieu naturel, la perméabilité joue un rôle dominant sur la conductivité du milieu.

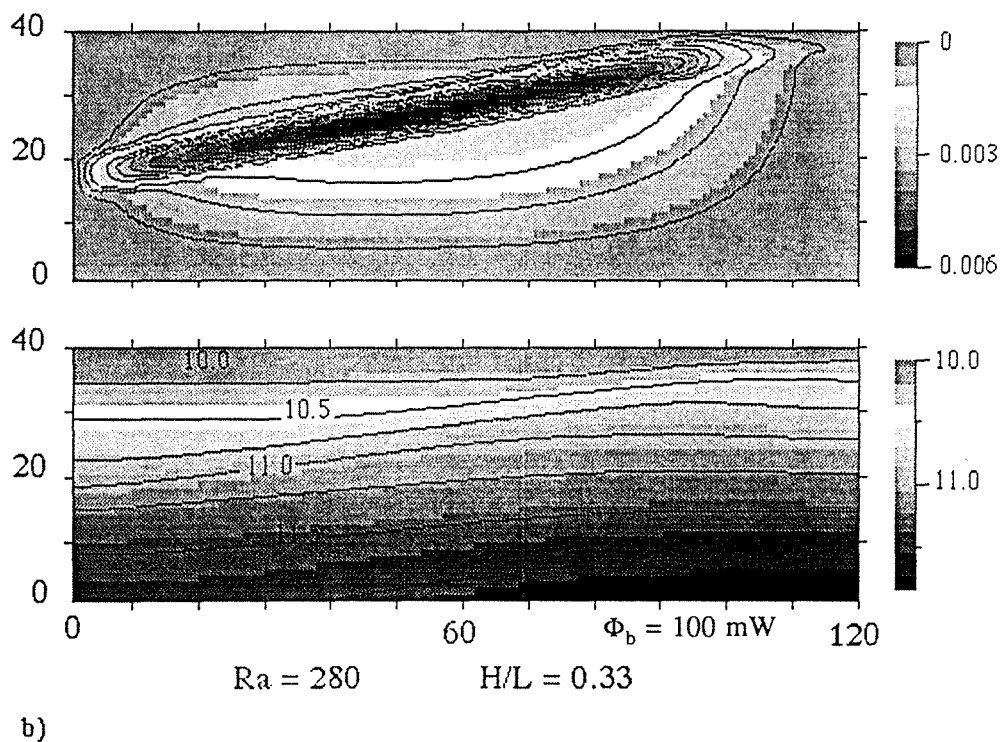
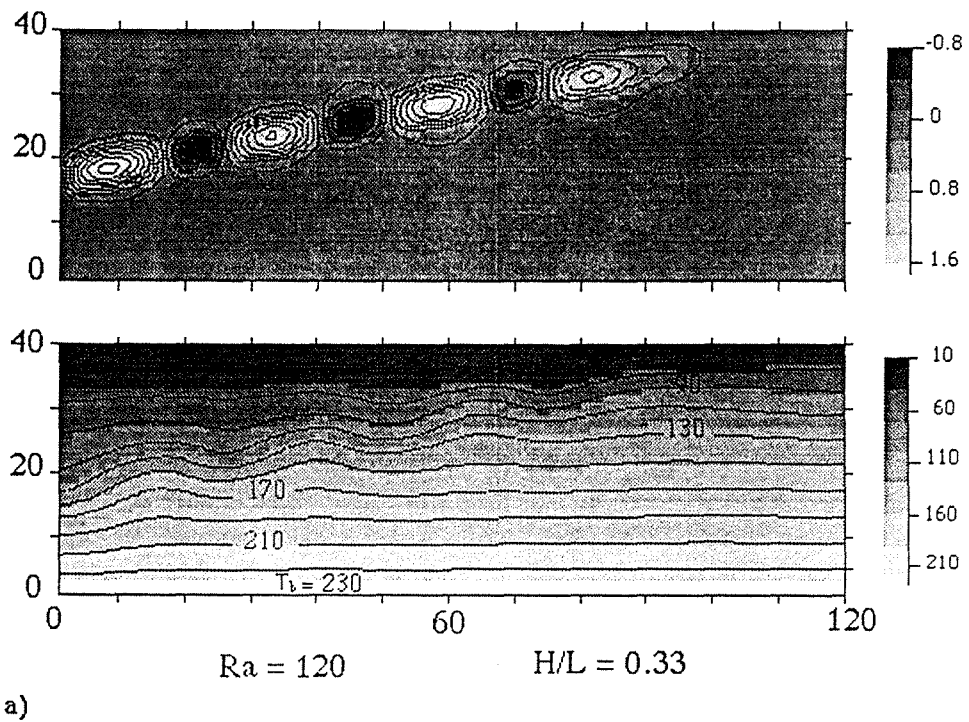


Figure 6.7 Essais numériques réalisés sur une couche inclinée intercalée dans un milieu poreux homogène et isotrope. a) couche inclinée isotrope et b) couche inclinée anisotrope

Note : la valeur du nombre de Rayleigh est reportée sur la couche inclinée.

(Pour chaque incise la première figure représente la fonction de courant et la deuxième le champ de températures)

6.8.2.v) Couche poreuse inclinée, intercalée dans un domaine à faible perméabilité.

Dans le but d'observer l'effet du transfert de chaleur par un fluide dans une couche poreuse, on a modélisé une couche poreuse inclinée intercalée dans un milieu non perméable ou à faible perméabilité.

Sur le domaine on prend les paramètres :

Perméabilité des épontes =	$1 \cdot 10^{-15}$	[m ²]
Conductivité Thermique =	2.7	[W m ⁻¹ °C ⁻¹]
Rapport géométrique H/L =	1.0	
température à la base =	130	[°C]
température en surface =	100	[°C]

a) Couche inclinée à perméabilité isotrope homogène

Tout d'abord, on considère la couche poreuse inclinée à perméabilité homogène (10^{-12} m²). En régime permanent on observe, sur la figure 6.7a, l'apparition de cellules convectives dans la couche inclinée, ceci entraîne une faible perturbation de type harmonique du champ de températures dans la région de la couche poreuse. Globalement sur le domaine, on observe une légère remontée de température d'un côté du domaine, liée à une légère baisse de température du côté opposé.

b) Couche inclinée homogène et anisotrope

On considère ensuite la couche inclinée avec une perméabilité anisotrope, qui est 10 fois plus grande dans la direction de la couche (10^{-12} m²) que dans sa direction perpendiculaire (10^{-13} m²). En régime permanent on observe, sur la figure 6.7b, l'apparition d'une grande cellule convective tout au long de la couche poreuse, ce qui entraîne la remontée de température d'un côté du domaine, liée à une baisse de température du côté opposé.

Ces essais numériques menés sur des géométries simples des couches poreuses montrent que :

- les remontées des isothermes sont le résultat de la remontée des fluides chauds dans les cellules convectives
- les vitesses qui ont pu être calculées par les simulations numériques restent faibles, de l'ordre de 10^{-12} à 10^{-8} m/s.

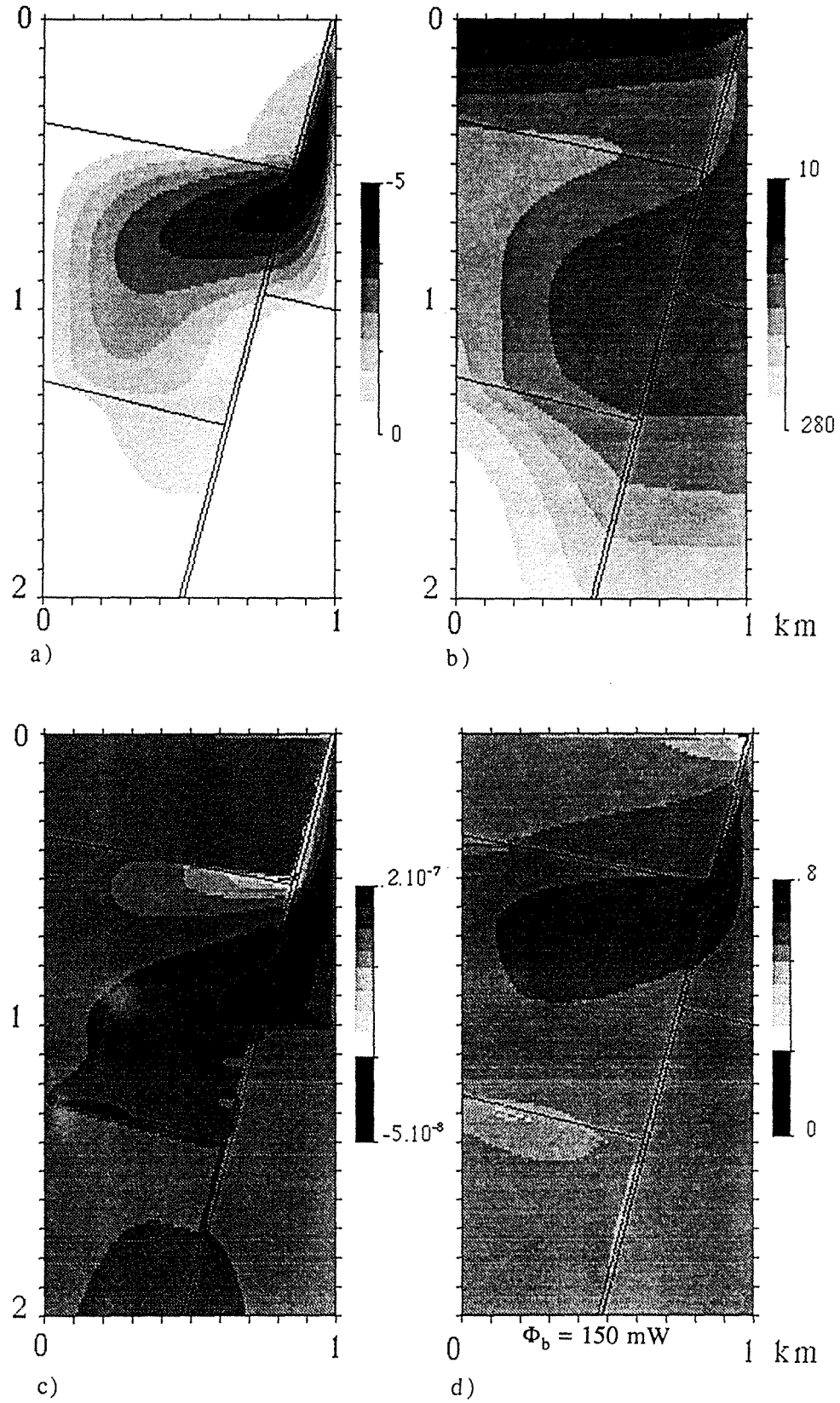


Figure 6.8 Essais numériques réalisés sur une fracture à forte perméabilité intercalée dans deux couches perméables. a) fonction de courant, b) champ de températures, c) vitesse horizontale de filtration et d) flux thermique vertical.

- les méthodes numériques utilisées ne permettent pas de dépasser un nombre de Rayleigh de 400, à cause de l'instabilité des algorithmes de résolution
- les essais portant sur une couche poreuse inclinée montrent clairement une remontée des températures dans la partie haute de la couche, tandis que la température baisse dans la partie plus profonde
- dans les cas de couches à perméabilités différentes, le fluide circule préférentiellement par les milieux à forte perméabilité, mais, il peut aussi pénétrer dans le milieu peu perméable, permettant ainsi le prolongement du circuit du fluide dans une cellule convective.

6.8.2.vi) Modélisation d'une fracture dans deux couches perméables

Ce dernier cas étudié (cavité poreuse très perméable) nous a montré comment une fracturation localisée pouvait drainer ou bloquer le fluide hydrothermal circulant dans la couche poreuse (fig. 6.8).

Les différentes hypothèses faites sur le domaine sont les suivantes :

- le domaine est représenté sur une grille (201x201) de 1000 x 2000 m avec des cellules de 5 x 10 m,
- la fracture inclinée est placée au centre du domaine modélisé,
- la largeur de la fracture est très faible (10 m) devant le domaine modélisé,
- il s'agit d'une fracture ouverte qui dans un premier temps est considérée comme perméable, puis dans un deuxième temps est considérée complètement imperméable,
- le débit des entrées-sorties de masse du domaine se fait entre les limites verticales du domaine,
- les températures en haut et en bas de la fracture sont continues avec le milieu perméable,

Les paramètres entrant en jeu dans ce modèle, sont fondamentalement, comme pour les autres essais, d'une part, la perméabilité de la fracture et du milieu, et d'autre part, la différence de températures entre les limites supérieure et inférieure du domaine poreux. Les résultats sont présentés sur les figures 6.8. Le modèle de circulation de fluide (fonction de "stream" fig. 6.8a) montre une cellule déformée qui n'est pas trop influencée par la présence de la fracture, puisque un modèle préalablement réalisé sans la fracture montre le même type de cellule convective. Si l'on calcule la vitesse de

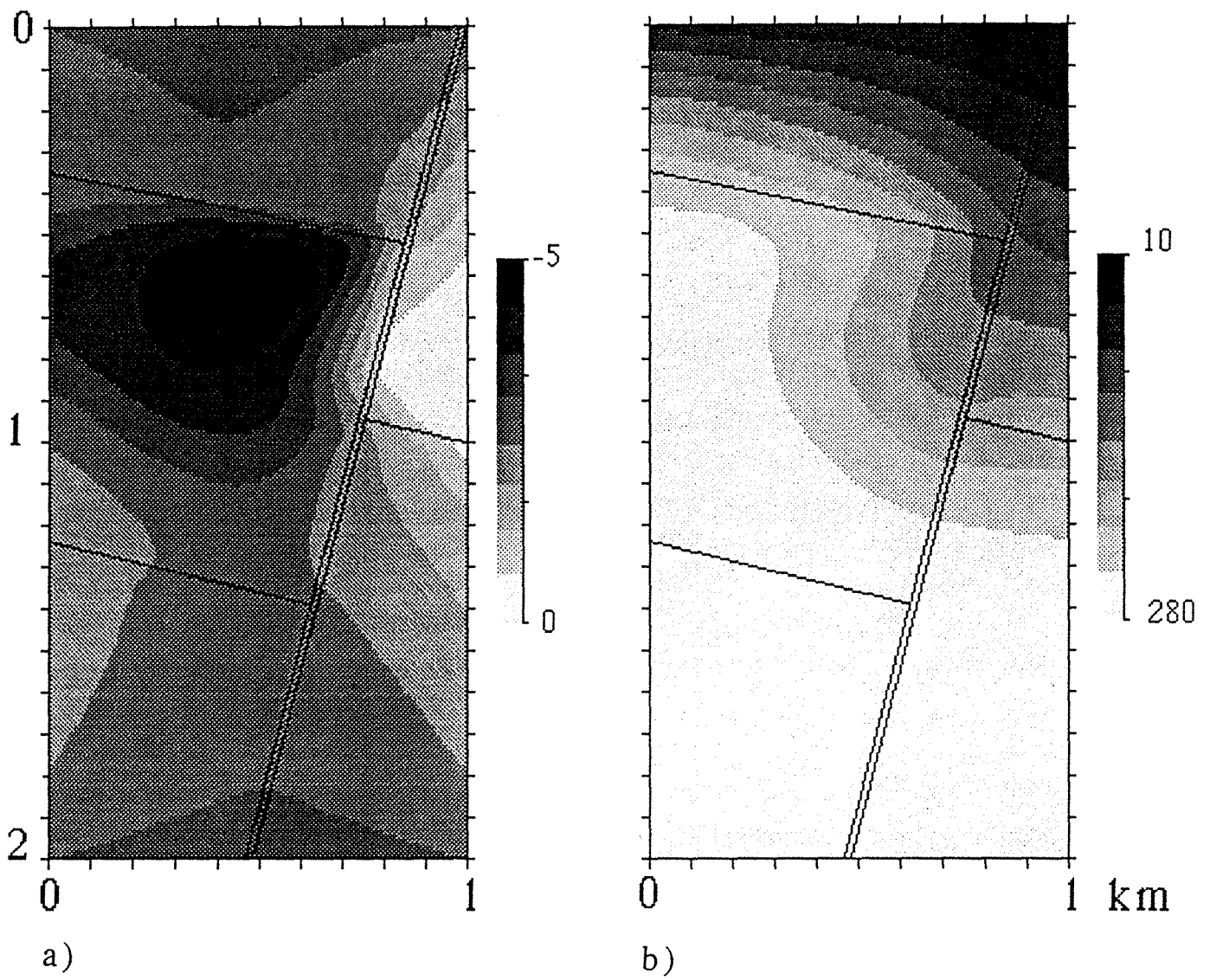


Figure 6.9 Essais numériques réalisés sur une fracture imperméable intercalée dans deux couches perméables. a) fonction de courant, b) champ de températures.

circulation à travers la fracture (fig. 6.8c), celle-ci est faible mais d'un ordre de grandeur 100 fois plus élevée que celle du milieu poreux. Les isothermes présentent une légère élévation sur la fracture due à la présence de celle-ci. Le flux de chaleur vertical (fig. 6.8d) montre un transfert de chaleur nettement plus efficace à travers la fracture que dans le milieu poreux.

La deuxième étude que nous avons menée, concernant la fracture a été de considérer que celle-ci est imperméable et donc, constitue une barrière à la libre circulation des fluides. Sur la figure 6.9a nous pouvons remarquer que le schéma de circulation des fluides est notablement modifié puisque on retrouve deux cellules convectives à la place d'une cellule déformée. Le champ de températures est sensiblement modifié dans le voisinage de la fracture. Les vitesses de filtration sont beaucoup plus faibles (de l'ordre de 100 fois) que dans le cas d'une fracture très perméable.

En conclusion, des essais numériques menés sur une couche perméable fracturée montrent que :

- les vitesses qui ont pu être calculées par les simulations numériques, dans la fracture, sont assez faibles pour pouvoir expliquer une forte circulation des fluides dans un milieu fracturé,
- les méthodes numériques utilisées ne permettent pas de simuler des largeurs de fractures semblables à celles du terrain,
- les deux essais (fracture perméable et imperméable) permettent cependant de pouvoir avancer l'hypothèse que le drainage du milieu par une fracture peut être efficace s'il existe un ensemble de fractures communicantes à fort débit. Certaines cellules de convection peuvent être modifiées en augmentant considérablement leur rayon de circulation,
- de même que le fluide s'échappe préférentiellement par les fractures, il peut pénétrer dans les milieux bordant les fractures selon leur perméabilités, ce qui permet le prolongement des circuits des cellules convectives.
- la qualité de la grille est très importante dans ce type de modèles, puisque une légère déformation dans la géométrie du modèle occasionne des modifications importantes au niveau de la fracture, comme on l'observe sur les figures 6.10.

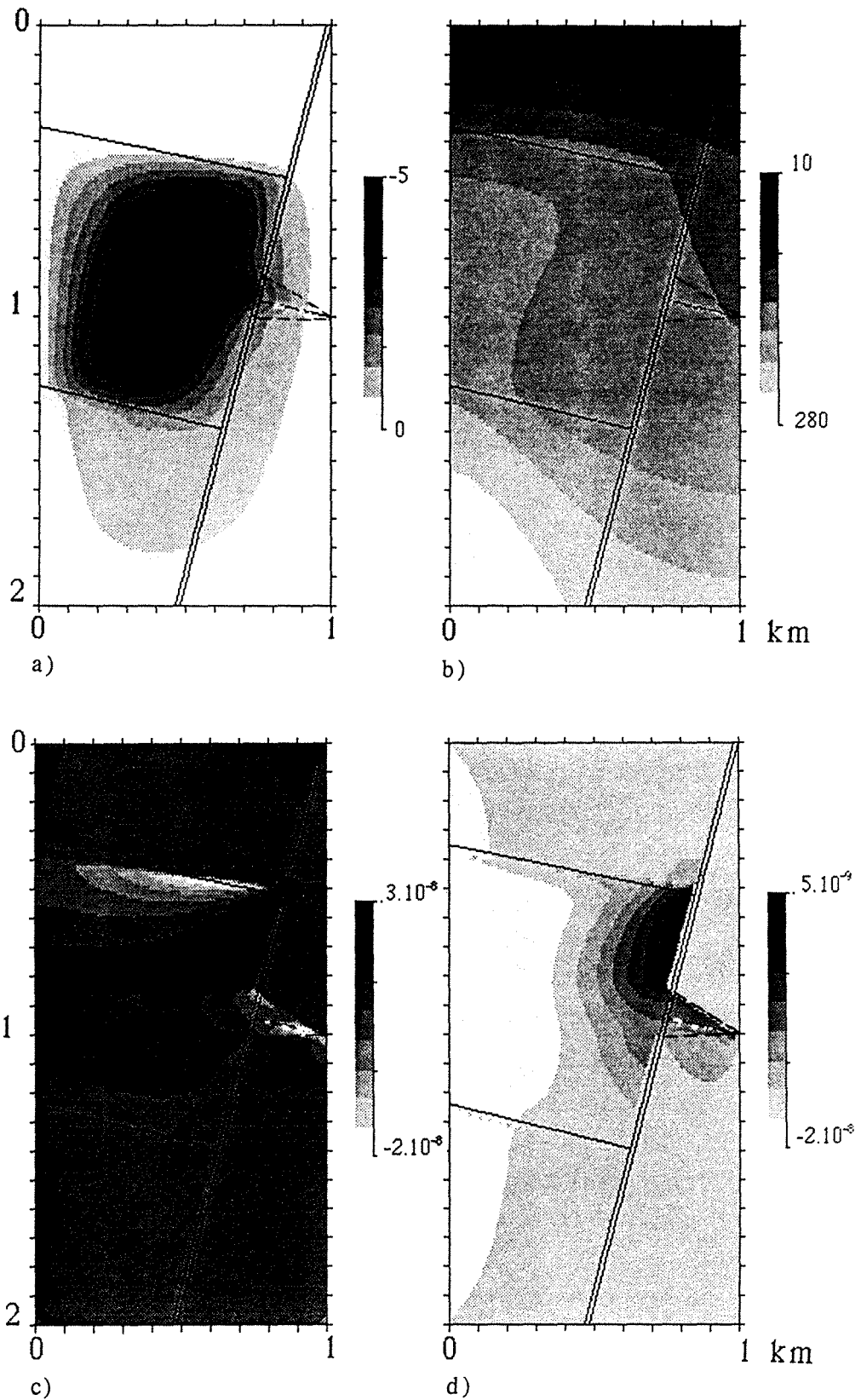


Figure 6.10 Essais numériques réalisés sur une fracture imperméable intercalée dans deux couches perméables (avec perturbation des données de la grille). a) fonction de courant, b) champ de températures, c) vitesse horizontale de filtration et d) vitesse verticale de filtration.

6.9 Conclusions du chapitre

La puissance du calcul tensoriel nous a permis d'établir un système de deux équations (6.36 et 6.41), de forme équivalente, qui décrit un processus de transfert de chaleur et de masse (conduction-convection) dans un milieu poreux hétérogène et anisotrope, avec un fluide de remplissage qui vérifie l'approximation de Boussinesq.

Nous avons mis au point un logiciel qui permet la résolution couplée des équations de chaleur et de Darcy (6.36 et 6.41) dans un domaine poreux hétérogène et anisotrope. Les essais numériques sur des domaines homogènes et isotropes sont bien corrélés avec les résultats numériques et de laboratoire publiés par Combarous et Bories (1975).

Les résultats des essais sur un domaine à deux couches de différentes propriétés physiques sont bien corrélés avec les résultats publiés par Turcotte et Schubert (1982).

Les essais portant sur une couche poreuse inclinée, à forte perméabilité, montrent clairement que la température augmente dans la partie haute de la couche, tandis que la température baisse dans la partie plus profonde. De plus, nous observons que si la perméabilité augmente, le nombre de cellules se multiplie dans la couche poreuse. Nos résultats sont bien corrélés avec ceux obtenus par Bernard (1988).

La circulation des fluides dans une fracture, considérée comme un milieu à forte perméabilité, n'entraîne aucune modification importante du champ de températures excepté autour de la fracture.

La comparaison de nos résultats avec ceux des auteurs montre bien la validité de nos modèles dans tous les cas simples proposés dans la littérature. Cependant nous ne connaissons pas de références expérimentales ou numériques portant sur des milieux poreux hétérogènes et anisotropes de géométrie complexe.

CHAPITRE 7

Modélisation numérique des transferts thermiques dans le graben du Rhin

7.1 Introduction

Comme nous l'avons déjà indiqué dans les chapitres 2, 4 et 5 de ce travail, l'état thermique actuel du graben du Rhin ne peut pas être décrit correctement par un modèle purement conductif. La densité du flux de chaleur observée en surface montre une grande différence avec celle du modèle conductif, surtout dans la partie Ouest du profil 1 (Cf. fig 4.7). Nous avons observé également une étroite corrélation entre les anomalies de températures observées et la structure du bassin: les anomalies positives sont localisées sur des zones structurellement hautes. De plus, l'évaluation du nombre de Rayleigh au niveau du puits GPK1, dans l'hypothèse de couches horizontales et homogènes, montre de fortes possibilités de circulation d'eau dans le Buntsandstein, Keuper et Muschelkalk, entre 800 et 1200m de profondeur.

D'autre part, de nombreuses études (Bachu, 1985; Majorowicz *et al.*, 1985; Royer & Danis, 1987 et 1988 ; Willett & Chapman, 1987) sur le régime thermique des bassins ont montré que des circulations de fluides pouvaient perturber, de façon significative, les transferts de chaleur par conduction. Ces transferts de chaleur sont en général mal connus, ils dépendent des conditions hydrauliques qui règnent dans le bassin. Les fluides peuvent être mis en mouvement sous l'effet de la pesanteur (circulations dues aux reliefs, ou convection naturelle) ou par la compaction.

Nous allons donc essayer d'expliquer l'état thermique actuel du graben du Rhin avec l'hypothèse de circulation des fluides à travers les couches poreuses de la base de la série sédimentaire (Keuper, Muschelkalk et Buntsandstein).

Pour analyser l'influence des processus conductifs-convectifs sur le champ de température du graben du Rhin, nous utiliserons la méthode de couplage des équations de Fourier et de Darcy décrite dans le chapitre 6. Cette méthode permet de prendre en compte (i) les hétérogénéités du milieu (ii) la structure

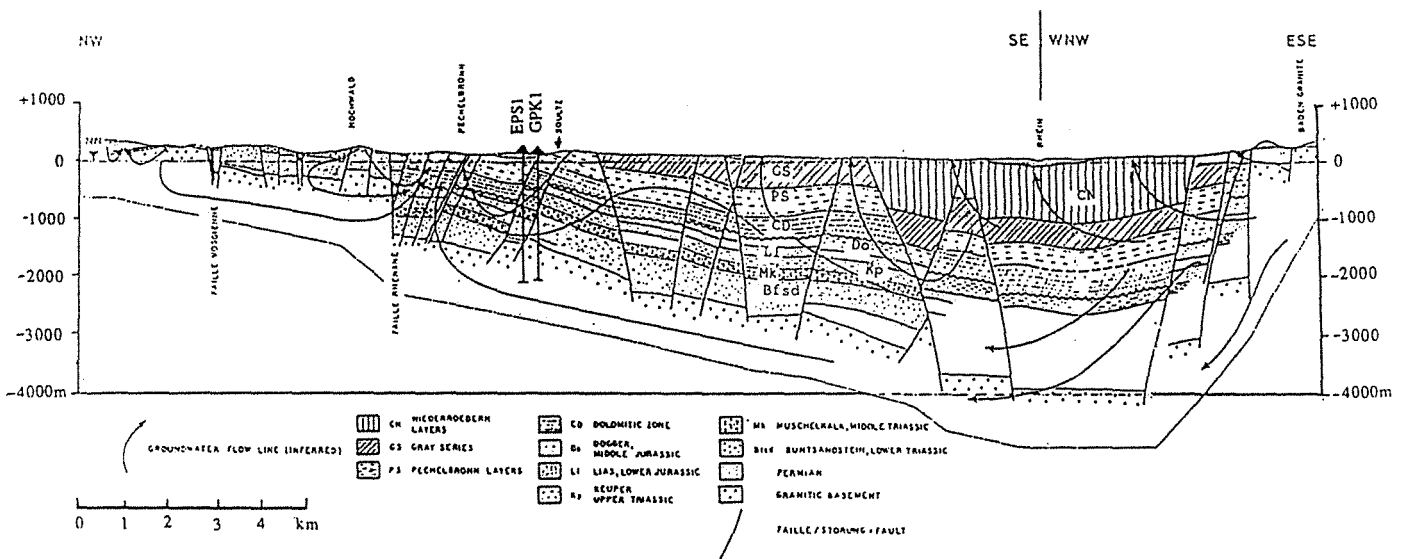


Figure 7.1a) Section-profil géologique du Graben du Rhin d'après Schnaebele (1948), Breyer (1974) et Cautru (1985). Localisation de forages GPK1 et EPS1 sur le site de Sultz.

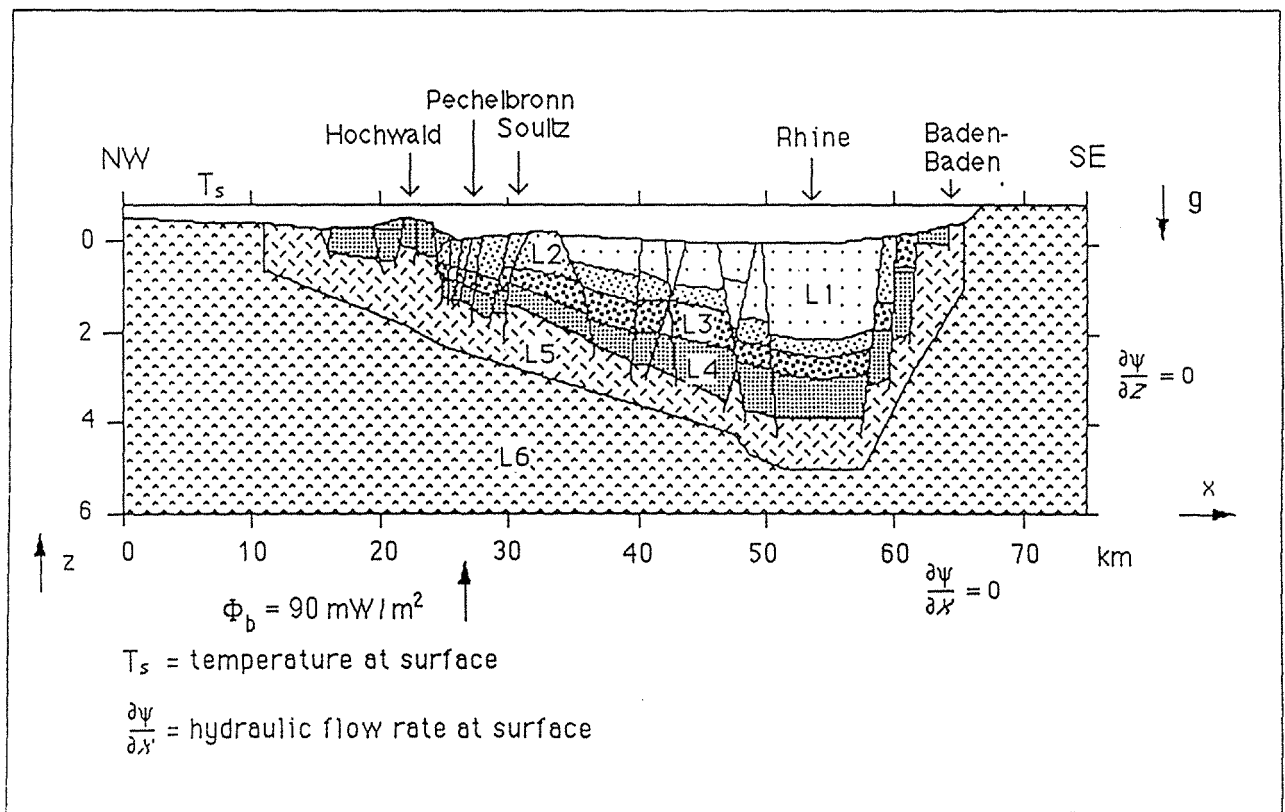


Figure 7.1b) Géométrie des couches géologiques utilisée par les modèles. (Voir tableau 7.6 pour nomenclature)

conductive du bassin, (iii) les anisotropies des propriétés physiques du milieu (perméabilité et conductivité thermique), (iv) la thermo-dépendance des paramètres physiques (équations non linéaires) et (v) la géométrie du Bassin.

7.2 Position du problème de Soultz

Comme nous l'avons déjà signalé, la région de Soultz a été relativement bien explorée du point de vue géophysique et géologique, à travers les forages de reconnaissance pétrolière. La stratigraphie est en principe connue et bien détaillée. Une synthèse très complète de cette information a été réalisée par divers auteurs (Cf Kappelmeyer *et al.*, 1990 ; Schnaebeler, 1948; Breyer, 1974; Cautru, 1985) sur le profil géologique montré sur la figure 7.1a. Afin de réaliser nos modèles, nous avons simplifié et adapté ce profil sur la figure 7.1b. Les différentes couches ont été identifiées par un code et leurs paramètres physiques : conductivité thermique, porosité, production de chaleur et perméabilité ont été déterminées. Le profil vertical bidimensionnel traverse d'Est en Ouest l'ensemble du graben du Rhin, il est orienté perpendiculairement à l'axe du graben.

7.3 Définition de la grille et du maillage du domaine étudié

Au moins une vingtaine d'essais différents ont été réalisés afin de prendre en compte la géométrie du graben du Rhin, partant des géométries simples jusqu'à un modèle détaillé proche de la réalité. Les premiers essais ont utilisé trois couches à forts contrastes de conductivités et de perméabilités, sans production de chaleur dans le milieu. Les derniers essais comprenaient 6 couches avec des régions à forte perméabilité simulant l'existence de fractures. La production de chaleur de ces couches varie selon le type de la roche et avec la profondeur selon la relation 4.3 (Cf. Chapitre 4).

Les premiers essais ont portés sur des modèles en "circuit fermé" sans échange de fluide avec l'extérieur. Mais les résultats obtenus étaient peu réalistes. C'est pourquoi une étude détaillée des bilans hydriques de la région a été entreprise afin de prendre en compte l'alimentation pluviométrique du sol et le débit d'eau dans les fractures. Les conditions aux limites ont pu ainsi être définies en imposant un débit constant sur les zones d'alimentation et un potentiel nul (fonction de courant) dans les zones imperméables.

La géométrie du domaine étudiée Ω (74 x 6km) est relativement complexe du point de vue géologique. Elle a été discrétisée à l'aide d'un maillage

rectangulaire orthogonal de 149 x 31 noeuds, soit au total 4619 noeuds. En chaque point de la grille, les paramètres physiques: conductivité thermique, perméabilité hydraulique, porosité, production de chaleur ..., ont été définies suivant la lithologie.

Les derniers essais ont porté sur un domaine Ω identique pour lequel la discrétisation a été affinée 297 x 31 (ou 149 x 61) afin d'améliorer la précision lors des calculs numériques.

7.4 Paramètres utilisés par la modélisation

Les paramètres utilisés par la modélisation sont : les conditions aux limites et les caractéristiques physiques à l'intérieur du domaine. Etant donné que nous ne disposons pas de caractéristiques physiques exactes de toutes les couches du profil, nous avons donc réalisé plusieurs essais de modélisation en modifiant les paramètres physiques et la géométrie des couches, afin de trouver les ordres de grandeur des différents paramètres et mettre au point le modèle numérique.

7.5 Conditions aux limites du domaine

La détermination des conditions aux limites du domaine pose des problèmes très délicats, notamment en ce qui concerne le bilan des fluides. Une première approche consiste à effectuer un bilan de la nappe sur la région (pluviométrie et débits à travers les frontières) de façon relativement schématique.

7.5.1 Bilan hydraulique en surface

Une étude détaillée des bilans hydriques de la région permet de mieux comprendre les circulations des fluides dans le graben du Rhin. En effet, le bassin d'alimentation des nappes du Trias du graben du Rhin, peut être découpé en plusieurs secteurs: i) au WNW et au ESE, l'alimentation des nappes se fait par infiltration en profondeur des eaux de surface, ii) une zone superficielle autour du Rhin dont le régime hydraulique est de type alluvial (infiltration, puis exutoire dans les cours d'eau) , iii) une circulation d'eau à la faveur de grandes fractures, notamment dans les régions fracturées de Baden-Baden, Soultz, Pechelbronn et Hochwald. L'eau de surface s'infiltrerait jusque dans les nappes du Trias inférieur, mais également dans certaines

zones elle pourrait en partie ressortir en surface (sources chaudes les Héliens, Baden-Baden, ...).

L'alimentation pluviométrique de la nappe du grès vosgien d'Ouest en Est, est donnée dans le tableau 7.1. Ces valeurs proviennent des études de synthèses conduites sur la région par le BRGM (carte hydrogéologique de la France). Ces études tiennent compte des précipitations, de l'évapo-transpiration, de l'infiltration et du ruissellement.

Tableau 7.1 Alimentation pluviométrique de la nappe du grès vosgien selon la coupe Ouest - Est du graben du Rhin.

Zone en surface	Quantité l/s/km ²	Précipitation mm/an	Vitesse d'infiltration m/s
L6	8.00	252.29	8.00E-11
L5	7.50	236.52	7.50E-13
L4	10.00	315.36	1.00E-10
L2	5.00	157.68	5.00E-13
L1	3.00	94.61	3.00E-13
Rhin			1.00E-10
L2	5.00	157.68	5.00E-13
L3	7.50	236.52	7.50E-13
L4	10.00	315.36	1.00E-10
L5	7.50	236.52	7.50E-13
L6	8.00	252.29	8.00E-11
fractures			1.00E-10

7.5.2 Conditions aux limites dans l'équation de Darcy

La dernière colonne du tableau 7.1 donne la valeur d'infiltration de l'eau à la surface libre du système. Cette valeur multipliée par une unité de surface et par une unité de temps est équivalente à un débit entrant dans le système. La condition aux limites de l'équation de Darcy se déduit facilement de ces valeurs :

- 1) débit imposé à la surface libre dans les zones d'alimentation ou de résurgence des nappes du Trias inférieure (à l'aide du bilan hydrique (Cf. Tableau 7.1 et figure 7.2) ou des observations sur les forages),

- 2) un débit sortant à la surface sur les zones où le bilan hydrique n'est pas disponible, de telle manière que le bilan des flux entrant et sortant en surface soit nul,
- 3) potentiel Ψ nul sur les côtés latéraux et à la base de la section verticale,

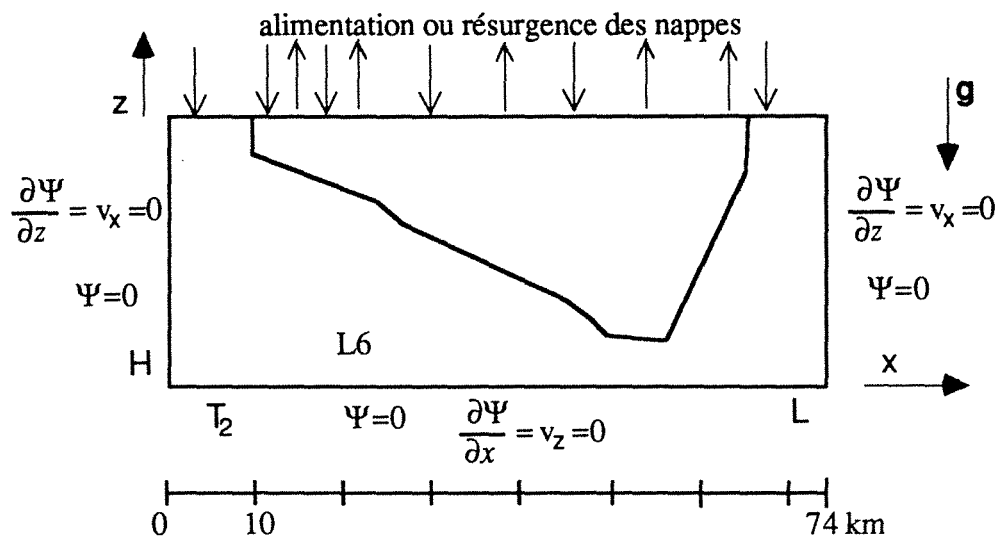


Figure 7.2 Conditions aux limites dans l'équation de Darcy, compte tenu du bilan hydraulique en surface.

7.5.3 Conditions aux limites pour l'équation de la chaleur

De façon générale, le régime thermique d'un bassin sédimentaire est imposé par les conditions aux limites qui règnent aux interfaces (sol et sédiment-socle), que ce soient des conditions de flux et /ou de températures imposées.

- 1) La condition à la limite supérieure est simple: la température moyenne du sol est imposée par les échanges avec l'environnement. Dans le détail, les températures à la surface du sol varient suivant la position le long du profil vertical de 5 à 20°C en fonction de l'altitude, de la lithologie et de l'environnement,
- 2) Le flux est imposé à la base du domaine soit à une valeur moyenne constante observée dans la région (80 à 90 mW/m²) soit aux valeurs de flux calculées par le modèle à grande échelle (Cf chapitre 4). Les conditions aux limites ne

modifient pas sensiblement la distribution des températures calculées.

Le flux de chaleur arrivant à la base du bassin résulte : d'une part de la radioactivité crustale (Sclater *et al.*, 1980; Jaupart, 1983), et d'autre part du flux d'origine profonde éventuellement affecté par le contexte géodynamique du bassin (Haxby *et al.*, 1976; McKenzie, 1978; Nunn et Sleep, 1984).

- 3) Sur les limites latérales, une condition de flux horizontal nul, correspondant à un transfert conductif purement vertical.

7.6 Essais de mise au point du modèle de Soultz

Au moins une vingtaine d'essais ont été réalisés pour la mise au point du modèle de Soultz. Etant donné notre méconnaissance des paramètres thermodynamiques en profondeur et afin d'étalonner notre modèle, nous avons fait varier l'épaisseur des couches, la perméabilité et la conductivité par couche, l'anisotropie des couches, les conditions aux limites, Les modèles ont été construits pour différentes échelles : à petite échelle, 3 km correspondant à l'échelle du forage GPK1, sur le horst de Soultz, et jusqu'à 2 km en profondeur, et à grande échelle, un profil de 74 km de largeur et 6 km de profondeur.

Un des problèmes majeurs pour modéliser la circulation des fluides dans les couches poreuses du Buntsandstein est de savoir si le socle fracturé peut être considéré comme perméable, imperméable ou mixte. Pour ce faire, un modèle à petite échelle 2 x 3 km autour du forage GPK1 situé sur le horst de Soultz a été préalablement calculé. Ce modèle ne permet pas de retrouver les températures mesurées sur le forage GPK1 sur l'hypothèse d'un socle imperméable. C'est pourquoi, nous avons distingué deux faciès principaux dans le socle granitique : 1) un faciès "altéré" de perméabilité de 10^{-16} m², 2) un faciès "sain" imperméable avec une perméabilité de 10^{-20} m².

Plusieurs modèles ont été essayés à l'échelle du graben du Rhin sur un profil vertical de 6 km de profondeur et sur une extension latérale de 74 km. Nous discuteront les résultats de cinq essais dans lesquels nous avons modifié la géométrie, la perméabilité des formations lithologiques, la production de chaleur et les conditions aux limites en surface des températures et des infiltrations d'eau.

7.6.1 Modèle à trois couches

Ce modèle présuppose que la circulation des fluides s'effectue uniquement dans une couche poreuse intermédiaire sans échange avec le socle granitique. Cette couche intermédiaire est perméable, alimentée latéralement par un débit constant calculé à partir des données climatologiques.

Le premier modèle comporte trois couches principales (figure 7.3.a): (i) une couche superficielle de faible perméabilité, (ii) une couche centrale à forte perméabilité et (iii) une couche profonde pratiquement imperméable (tableaux 7.2 et 7.3).

- i) (Lay1) Les roches des couches sédimentaires qui appartiennent aux formations : Pechelbronn, Série Rouge, Dolomie, et Jurassique peuvent être considérées comme homogènes, peu perméables et à faible conductivité thermique.
- ii) (Lay2) Les roches qui appartiennent aux formations du Muschelkalk, Keuper et Buntsandstein, constituent dans notre modélisation les couches poreuses. Constituées principalement de grès, d'argiles et de marnes, elles peuvent être considérées comme hétérogènes.
- iii) (Lay3) Les roches du socle sont constituées de granites avec deux faciès : (sain et altéré définis dans la section 1.2) à forte production de chaleur et forte conductivité thermique. Ce granite est considéré fondamentalement comme imperméable sauf dans ses faciès altérés, où il atteint une perméabilité de l'ordre de 10^{-16} m^2 principalement due à la fracturation.

7.6.1.1 Cas isotrope

Le premier modèle comporte trois couches isotropes (figure 7.3.a), les valeurs des paramètres physiques pris pour la modélisation sont reportées sur le tableau 7.2.

Tableau 7.2 Valeurs des paramètres physiques du modèle à trois couches isotropes.

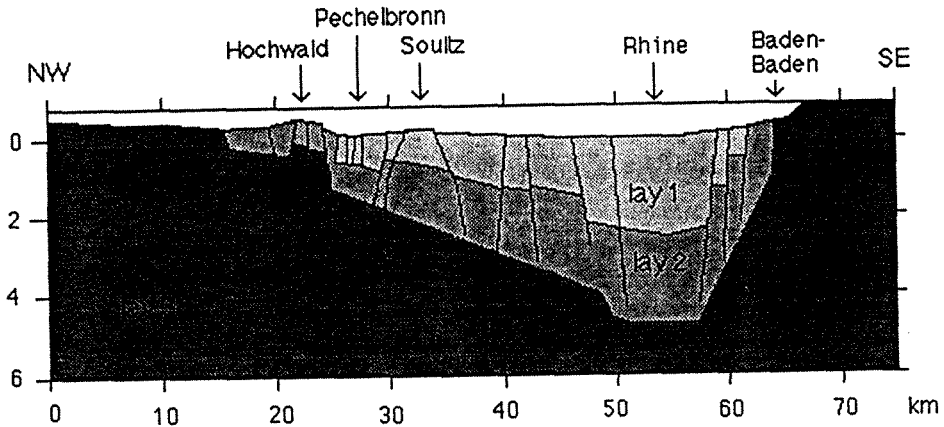
couche	formation	Perméabilité m ²	Conductivité thermique λ (W/m K)	Production de chaleur A (μ W/m ³)
lay 1	Jurassique	1.e ⁻¹⁷	1.5	0
lay2	Trias	1.e ⁻¹⁴	2.8	0
lay3	Granite	1.e ⁻²⁰	3.0	0

7.6.1.2 Discussion des résultats

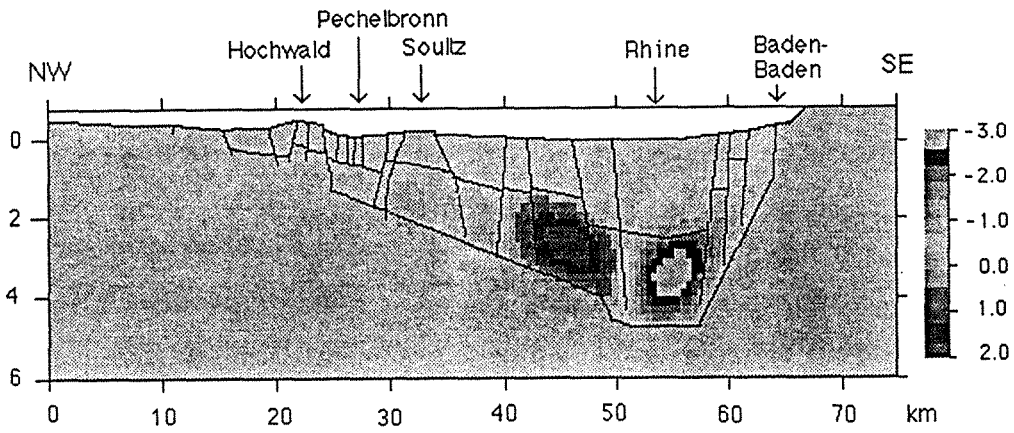
Les résultats du modèle reportés sur la figure 7.3 mettent en évidence l'existence de trois cellules convectives (fig. 7.3.b) dans la couche lay2. Les deux grandes cellules convectives au centre du graben ont pour effet d'augmenter la température dans la partie centrale et de la diminuer aux extrémités du graben.

D'autres essais ont été faits avec cette configuration mais en aucun cas nous n'avons trouvé de résultats conformes aux températures observées en surface.

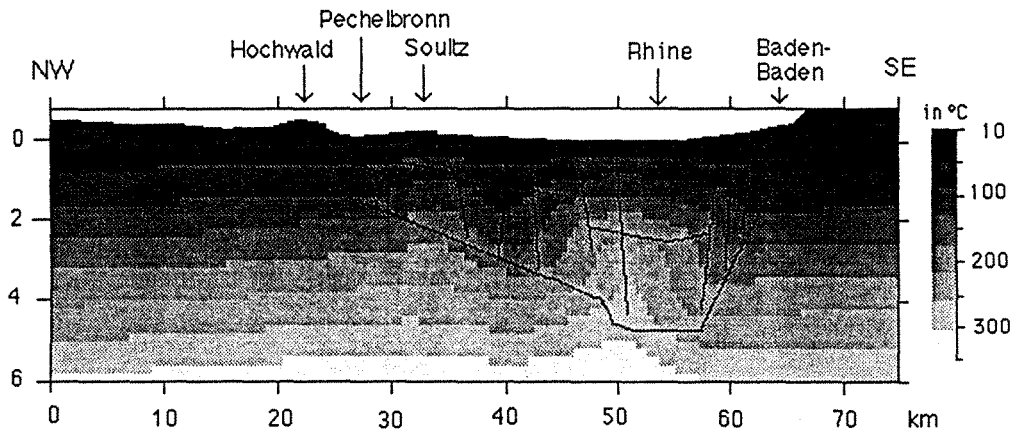
Cette configuration à 3 couches ne permet pas de retrouver l'anomalie de gradient de températures observées à Soultz malgré les différents essais complémentaires que nous avons faits en faisant varier les conditions aux limites (flux à la base).



a)



b)



c)

Figure 7.3 - Modèle à trois couches isotropes. a) domaine de modélisation représentant les trois couches, b) représentation des cellules de convection, c) champ de températures

7.6.1.3 Cas anisotrope

Avant de compliquer la géométrie du modèle de Soultz, nous allons commencer par étudier dans le paragraphe suivant l'influence de l'anisotropie sur le champ de températures.

Ce modèle constitué de trois couches a une géométrie identique à celui du paragraphe précédent (fig 7.4.a), mais nous avons considéré que les deux premières couches étaient anisotropes; la couche superficielle toujours à faible perméabilité, a une perméabilité cinq fois plus forte selon l'axe horizontal que selon l'axe vertical. Celle du centre a une forte perméabilité selon l'axe de la couche et une faible perméabilité perpendiculairement à cet axe; la couche la plus profonde a été considérée comme imperméable et isotrope. Les valeurs sont reportées dans le Tableau 7.3.

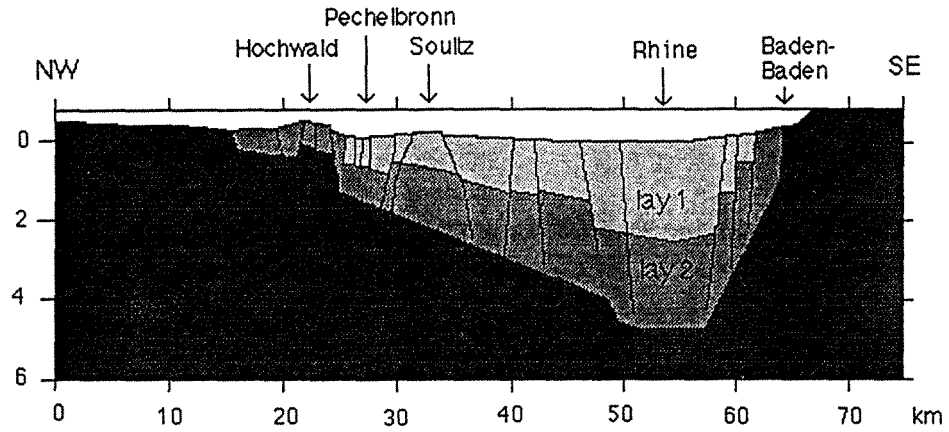
Tableau 7.3 Valeurs des paramètres physiques du modèle à 3 couches.

couche	formation	Perméabilité	Perméabilité	Conductivité thermique λ (W/m K)	Production de chaleur A ($\mu\text{W}/\text{m}^3$)
		Horizontale m^2	Verticale m^2		
lay1	Jurassique	$5 \cdot 10^{-17}$	$1 \cdot 10^{-17}$	1.5	0
lay2	Trias	de 10^{-14} à 10^{-15} (*) selon l'inclinaison	de 10^{-15} à 10^{-14} (*) selon l'inclinaison	2.8	0
lay3	Granite	$1 \cdot 10^{-20}$	$1 \cdot 10^{-20}$	3.0	0

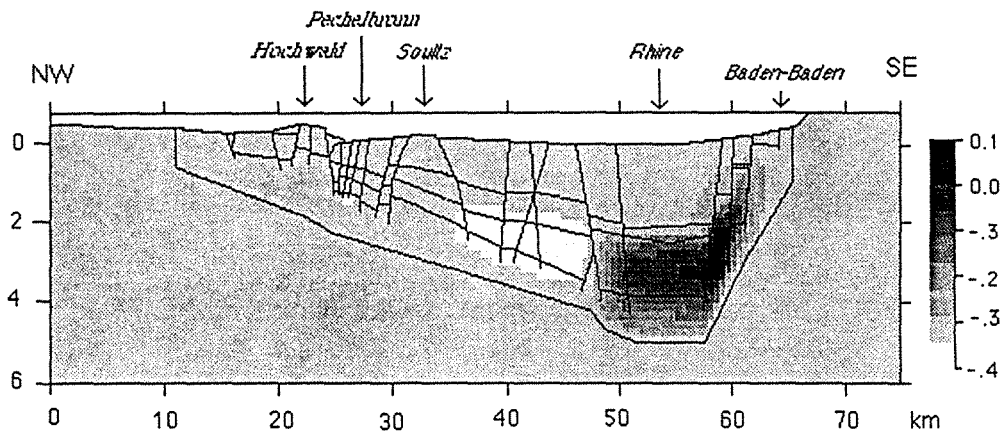
(*) $K = K \sin \theta$ et $K \cos \theta$, respectivement, avec θ l'inclinaison de la couche poreuse de l'ordre de 11°

7.6.1.4 Discussion des résultats

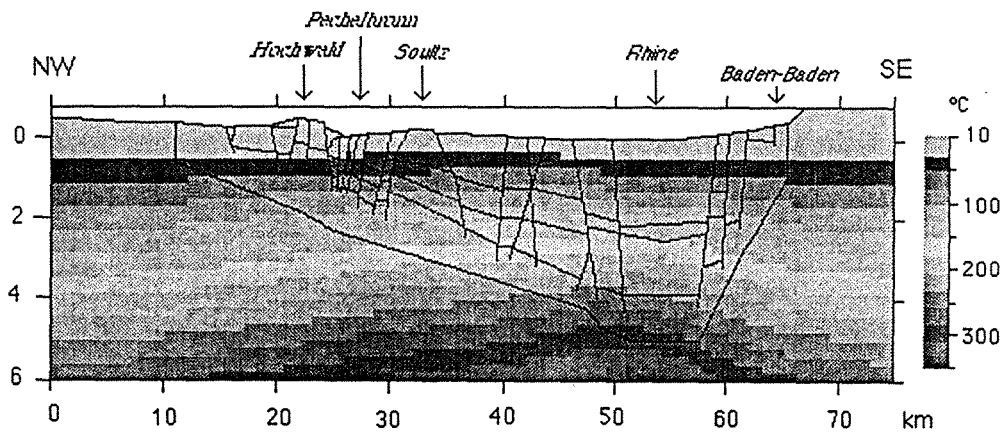
Les résultats du modèle sont reportés sur la figure 7.4. Le fait d'introduire une anisotropie le long des couches perméables diminue le nombre de cellules convectives à deux (fig 7.4.b) dans la couche poreuse du Trias Inférieur (Muschelkalk, Keuper et Buntsandstein). Ce résultat était qualitativement prévisible du point de vue théorique car les dimensions caractéristiques du système notamment de la couche la plus poreuse, dépendent du rapport d'anisotropie des perméabilités et de l'inclinaison. La perturbation du champ de températures produite par le mouvement des fluides est montrée sur la figure 7.4.c, où l'on observe clairement que la température remonte dans l'axe du graben tandis qu'elle est plus faible à ses extrémités. Même si cet effet est très faible près de la surface, il est contraire à ce que l'on observe sur le gradient thermique en surface. Ce modèle ne permet donc pas de retrouver de manière tout à fait satisfaisante les températures observées sur le puits



a)



b)



c)

Figure 7.4 - Modèle à trois couches anisotropes. a) domaine de modélisation représentant les trois couches, b) représentation des cellules de convection, c) champ de températures

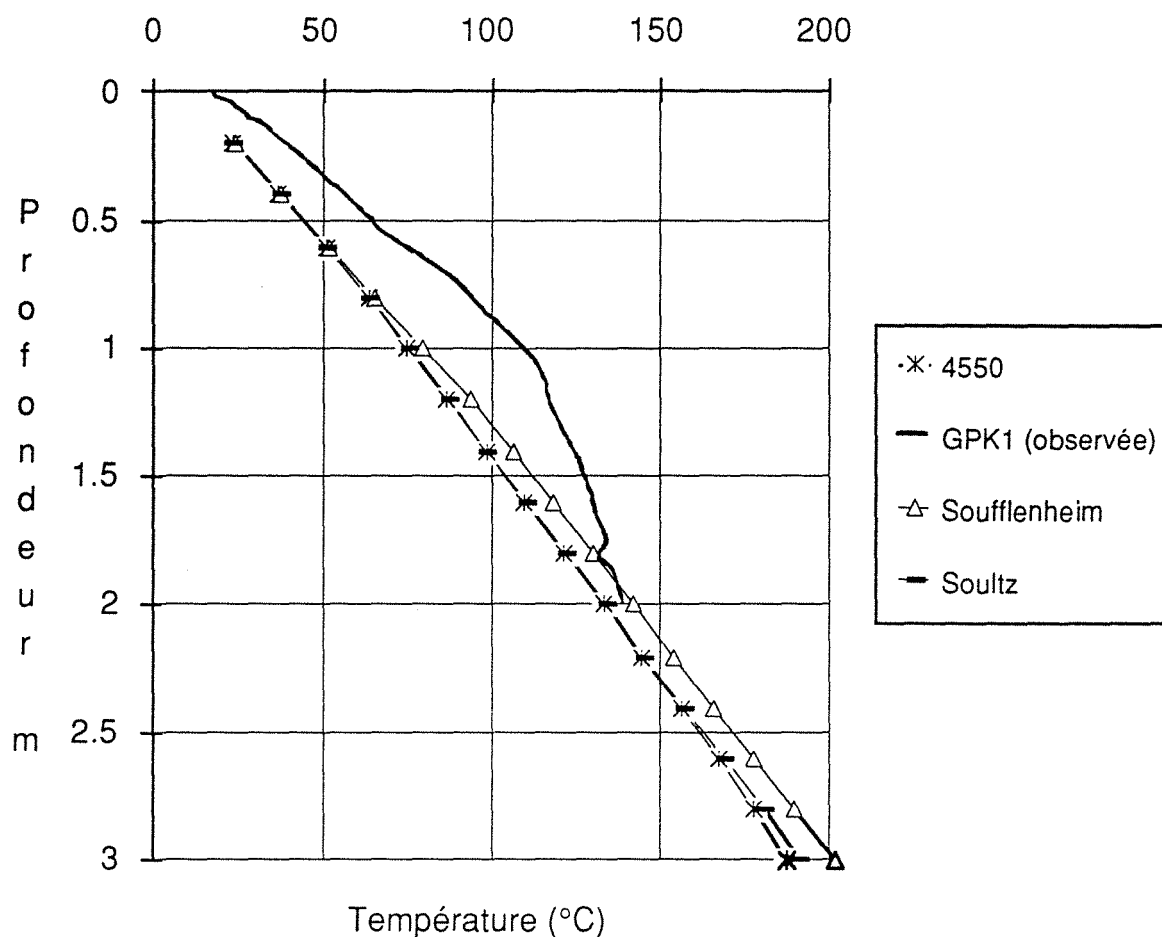


Figure 7.4.d) Comparaison des températures modélisées avec les températures observées sur le puits GPK1

GPK1, comme le montrent les profils de températures calculés et mesurés sur la figure 7.4.d.

Les raisons en sont multiples : (1) la géologie est approximée de façon relativement grossière, (2) la fracturation n'est pas prise en compte si ce n'est à travers un terme de perméabilité équivalente du milieu poreux; (3) mais l'approximation la plus grossière est peut être le fait de considérer la perméabilité comme isotrope sur l'ensemble des couches poreuses or, en hydrogéologie, il est bien connu que les perméabilités verticales et horizontales peuvent varier d'un facteur 100 (voire plus) (De Marsily, 1981) créant ainsi un sens d'écoulement préférentiel des fluides. Il est assez courant lors de l'exploitation d'un aquifère d'observer que l'eau produite provient pour l'essentiel d'un niveau producteur bien défini. Il en est de même pour l'exploitation des gisements pétroliers (Marle, 1972).

7.6.1.5 Conclusion

Les modèles à 3 couches présentés ci-dessus, qu'ils fassent l'hypothèse de couches perméables isotropes ou anisotropes, ne permettent pas de retrouver la distribution des températures en surface notamment à Soultz. De par leur géométrie, ces modèles supposent implicitement que les fluides circulent d'Est en Ouest dans les formations du Muschelkalk, Keuper et Buntsandstein sans échanges avec le socle granitique altéré. Cette hypothèse est incompatible avec les observations géochimiques récemment faites sur les fluides échantillonnés sur le Buntsandstein et sur le socle granitique à GPK1. (Fouillac & Genter, 1990). En effet, ces fluides présentent une salinité (10.6 meq/l pour GPK1 et 14.1 meq/l pour 4616, Pauwels *et al.*, 1990) très élevée et identique que ce soit dans les grès du Trias Inférieur ou dans le socle granite. De plus leurs caractéristiques isotopiques en $^{86}\text{Sr}/^{87}\text{Sr}$ ou isotopes stables sont voisines (Fouillac, 1992 communication orale).

Sans présumer des ordres de grandeurs des débits de fluides forcément très différents circulant à travers la couche perméable des grès du Trias Inférieur et à travers le socle fracturé, il est indéniable que cette hypothèse de travail va modifier profondément le champs de température à travers le graben du Rhin. C'est ce que nous allons étudier sur les modèles suivants.

7.6.2 Modèles à 5 couches

Comme nous l'avons vu précédemment le modèle à 3 couches ne prend pas en compte les échanges de fluides éventuels entre le socle fracturé et les couches sédimentaires. Pour remédier à ce fait, nous avons travaillé sur des modèles multicouches afin de mieux respecter la géologie observée sur les forages de reconnaissance pétrolière. Dans un premier temps, on suppose que la circulation des fluides se fait préférentiellement le long de deux couches perméables séparées par une couche imperméable. Il s'agit de la couche des grès du trias Inférieur et des dolomies du Jurassique moyen. Pour simplifier dans un premier temps, on suppose que le système est isolé de l'extérieur (système fermé à 5 couches). Dans ce modèle, les nappes aquifères ne sont donc pas alimentées par les eaux de surface.

Ce modèle est constitué de cinq couches considérées comme anisotropes (figure 7.5a et tableau 7.4). Les deux premières couches ont une faible perméabilité, les deux suivantes ont une perméabilité plus importante et la

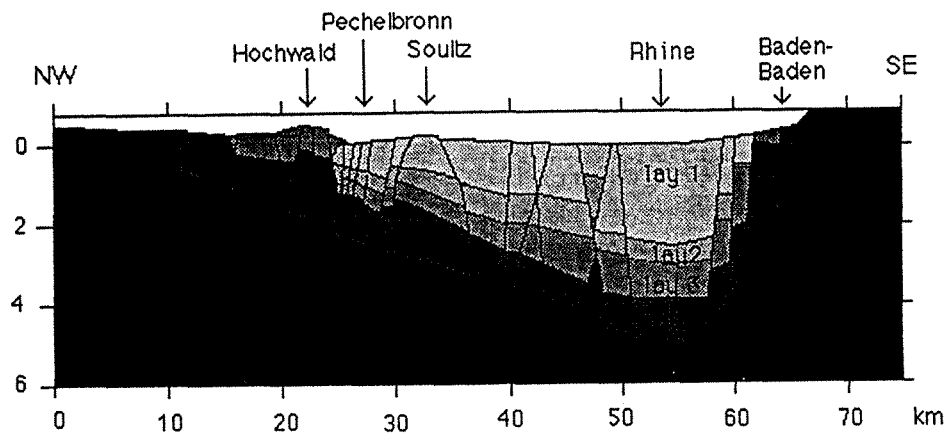
cinquième couche, représentant le socle granitique, est considérée comme imperméable.

Tableau 7.4 Valeurs de paramètres physiques du modèle à 5 couches.

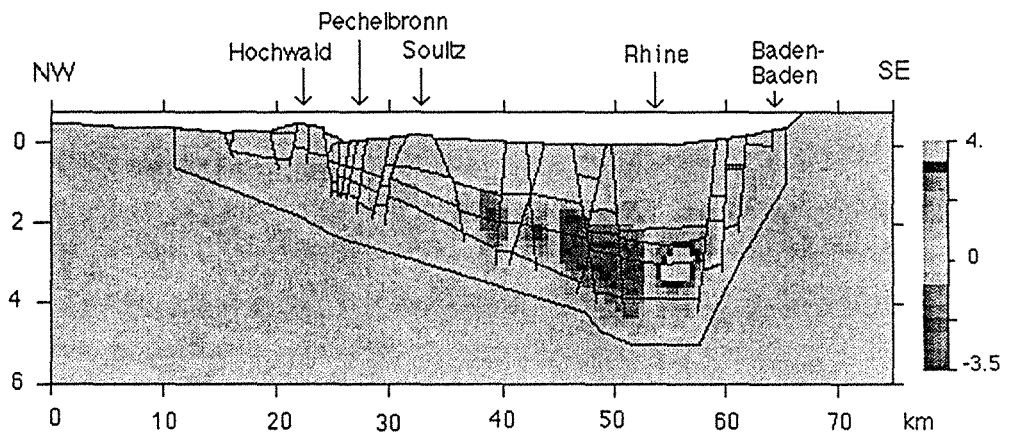
couche	formation	Perméabilité Horizontale m ²	Perméabilité Verticale m ²	Conductivité thermique λ (W/m K)	Production de chaleur A (μ W/m ³)
lay 1	Jurassique 1	5.e-17	1.e-17	1.5	0
lay2	Jurassique 2	1.e-15	1.e-16	2.8	0
lay3	Trias	1.e-14	1.e-15	3.0	0
lay4	Granite altéré	1.e-17	1.e-17	2.8	0
lay5	Granite sain	1.e-20	1.e-20	3.0	0

7.6.2.2 Discussions des résultats

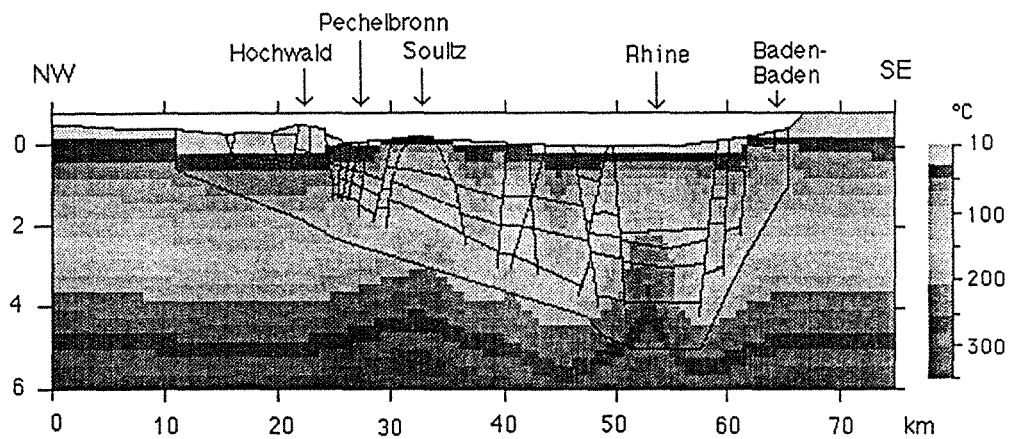
La circulation des fluides à la base du Trias Inférieur suit approximativement deux branches indépendantes, l'une à l'Est à proximité de Baden-Baden, l'autre sous la partie Ouest du Graben. Dans le détail, on observe que le nombre des cellules convectives est de 4 et qu'elles se déforment lorsque la perméabilité des couches augmente (Lay 2, 3 et 4). Le champ de températures augmente, comme dans les modèles précédents, le long de l'axe du Graben. Cependant, on observe que le gradient géothermique augmente légèrement à Soultz, à Pechelbronn et à Baden-Baden. Ces résultats sont encourageants même s'ils ne reproduisent que très grossièrement le profil des températures mesurées sur le forage GPK1 (figure 7.5 d).



a)



b)



c)

Figure 7.5 - Modèle à cinq couches anisotropes. a) domaine de modélisation représentant les cinq couches, b) représentation des cellules de convection, c) champ de températures

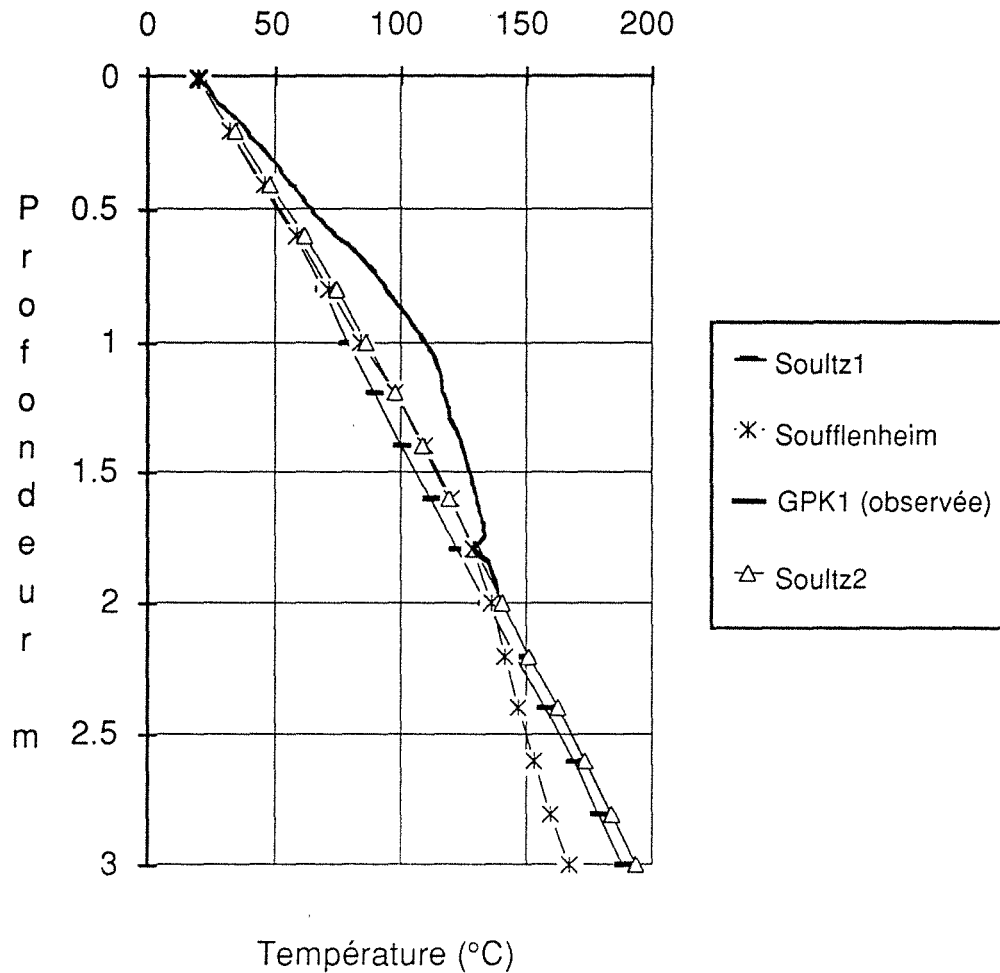


Figure 7.5.d) Comparaison des températures calculées pour le modèle à cinq couches avec les températures observées sur le puits GPK1

7.6.2.3 Conclusion

Bien que meilleurs par rapport au cas précédent, le modèle à 5 couches ne reproduit qu'imparfaitement le profil de température de GPK1. Si le début du profil est à peu près bien ajusté, on ne retrouve pas la diminution du gradient de température (cassure du profil de température à 1000 m (fig. 7.5 d)). Cette non-conservation du flux géothermique verticale est attribuée à une circulation des fluides dans le socle granitique fracturé qui n'a pas été prise en compte dans le modèle à 5 couches.

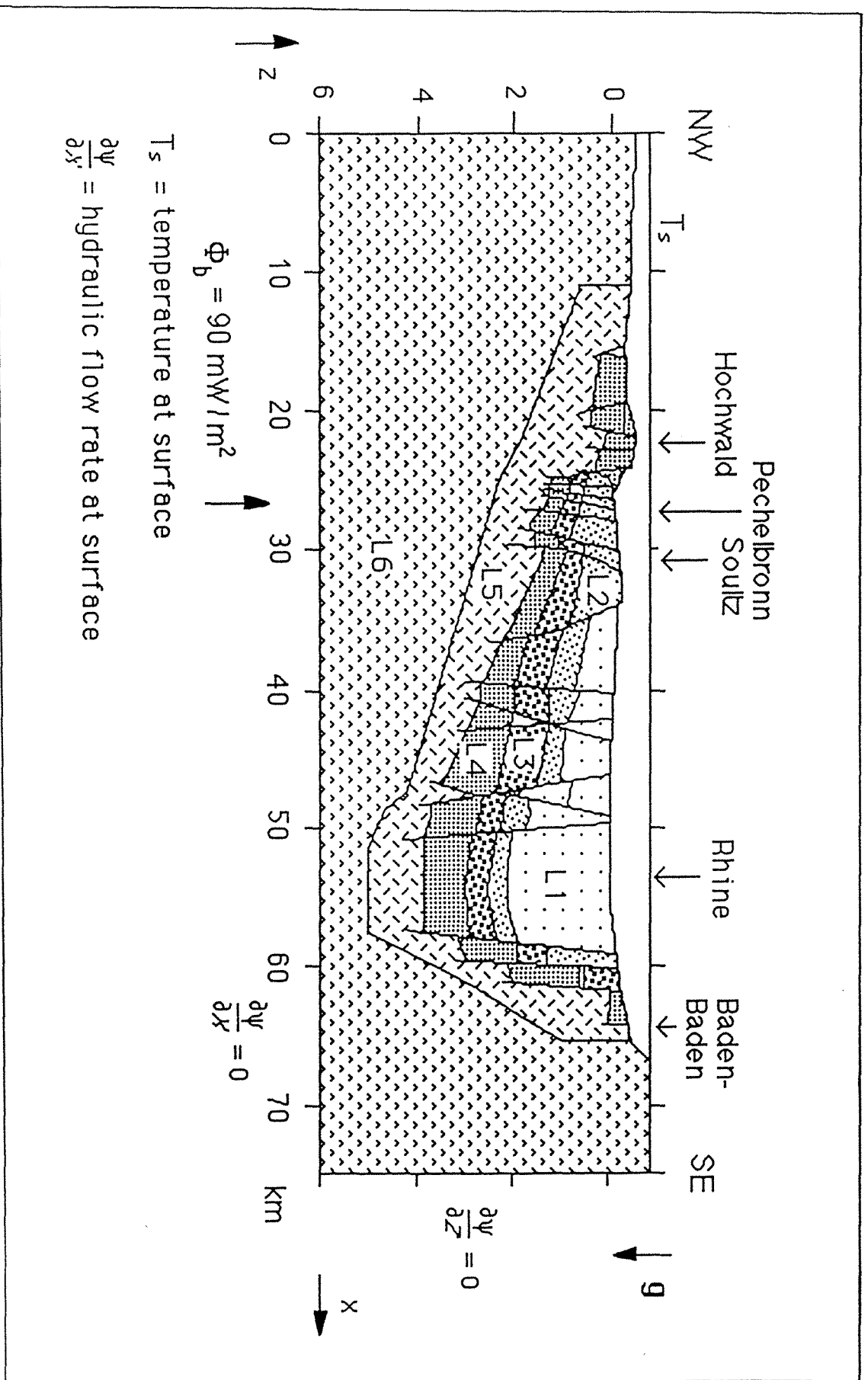


Figure 7.6 Géométrie du modèle à six couches anisotropes avec des conditions de débit à la surface. (Voir tableau 7.6 pour nomenclature)

7.6.3 Modèles à six couches

Le modèle à 6 couches tient compte des circulations de fluides dans le socle fracturé, en introduisant une 6ème couche supplémentaire au toit du socle granitique. Pour simplifier dans un premier temps, nous supposons que le système est isolé de l'extérieur. Dans un second temps, nous considérons que les nappes aquifères sont alimentées par les eaux de surface.

7.6.3.1 Modèle à six couches anisotropes en système fermé

Ce modèle est constitué de 6 couches (fig. 7.6) anisotropes. Les deux premières couches L1 et L2 (Oligocène) formées d'argile et de grès silteux ont une faible perméabilité estimée à 10^{-18} m² et représentent la couverture sédimentaire. Les deux couches suivantes (L3) et (L4) sont constituées par la série de Pechelbronn (grès et calcaires dolomitiques) et les couches du Trias Inférieur (Buntsandstein, Muschelkalk) à dolomie puis grès. Elles ont une perméabilité beaucoup plus importante 10^{-15} à 10^{-14} m² avec une anisotropie marquée pour la couche des grès du Trias Inférieur (Tableau 7.5). La cinquième couche peu perméable dont la perméabilité équivalente isotrope a été estimée à 10^{-16} représente le granite altéré et fracturé du socle. Enfin, la sixième couche représente le granite sain considéré comme imperméable (perméabilité 10^{-20}). Le système est toujours considéré comme fermé (pas d'apport de fluide en surface) et sans production de chaleur interne.

Tableau 7.5 Valeurs des paramètres physiques du modèle à 6 couches.

couche	formation	Perméabilité Horizontale m ²	Perméabilité Verticale m ²	Conductivité thermique λ (W/m °K)	Production de chaleur A (μ W/m ³)
L1	Tertiaire	$1 \cdot 10^{-18}$	$1 \cdot 10^{-18}$	2.1	0
L2	Tertiaire	$1 \cdot 10^{-16}$	$1 \cdot 10^{-16}$	3.1	0
L3	Pechelbronn	$1 \cdot 10^{-15}$	$1 \cdot 10^{-15}$	2.8	0
L4	Buntsandstein	$1 \cdot 10^{-14}$	$1 \cdot 10^{-15}$	2.9	0
L5	Granite altéré	$1 \cdot 10^{-15}$	$1 \cdot 10^{-15}$	3.0	0
L6	Granite sain	$1 \cdot 10^{-20}$	$1 \cdot 10^{-20}$	3.4	0

7.6.3.2 Discussion des résultats

L'introduction d'une couche de faible perméabilité à la base de la série sédimentaire a apparemment pour effet d'augmenter le nombre de cellules convectives situées dans les couches les plus poreuses. La forme de celles-ci dépend en fait de la géométrie des couches et du rapport d'anisotropie des perméabilités. Elles se situent toutes dans les couches L4 ou L5.

Par rapport au cas précédent, on observe 1) une diminution du champ des températures sous l'axe rhénan, notamment par rapport au modèle purement conducteur (voir chapitre 4); 2) une dissymétrie du champ de températures entre les bordures Ouest et Est du graben tout à fait compatible avec le flux de chaleur observé en surface; 3) une remontée de températures localement autour du horst de Soultz, de Pechelbronn mais aussi à Hochwald et Baden-Baden.

De plus, les températures calculées sont comparables aux températures mesurées sur les sondages GPK1, EPS1 et 4616 à 15% d'erreur près ce qui est, compte tenu des hypothèses faites, une adéquation relativement satisfaisante. Néanmoins, les températures calculées sont sous-estimées par rapport aux températures mesurées comme si le bilan d'énergie était verticalement déficitaire.

En fait dans ce modèle, nous avons négligé la production de chaleur des principales unités lithologiques. Or, le granite de Soultz de nature calco-alcaline a une teneur en éléments radiogéniques relativement élevées (voir chapitre 1). Soit une production de chaleur de 5 à 7 $\mu\text{W}/\text{m}^3$, une valeur relativement élevée pour un granite. A Soultz, l'épaisseur du socle granitique est de l'ordre de 4km. L'énergie produite par la désintégration des éléments radiogéniques est alors de 20 à 28 mW/m^2 , une valeur non négligeable pour élaborer un bilan géothermique précis et suffisant pour expliquer la sous estimation des températures en profondeur. Ces différents paramètres ont été pris en compte dans la modélisation suivante.

7.6.3.3 Modèle à six couches anisotropes en système ouvert

La géométrie de ce modèle est identique au précédent. Il comporte six couches (fig. 7.6). Néanmoins, deux principales différences ont été introduites: (1) la production de chaleur pour chaque couche lithologique; (2) une prise en compte des débits d'alimentation des nappes en surface. Les conditions aux limites sont les suivantes :

1) pour l'équation de la chaleur :

le Flux thermique est imposé à la base entre 80 et 100 mW /m²,
la Température en surface, selon la coordonnée x, est imposée à
une valeur entre 10 et 20°C,
le Flux est nul aux frontières latérales du domaine,

2) pour l'équation de Darcy; écrite à l'aide d'une fonction de courant :

la fonction de courant est nulle à la base et sur les côtés du
domaine,
le débit est imposé en surface en suivant l'alimentation
pluviométrique (Cf section 7.5.1).

Le tableau 7.6 résume les principales caractéristiques physiques
utilisées pour le modèle compte tenu de la lithologie.

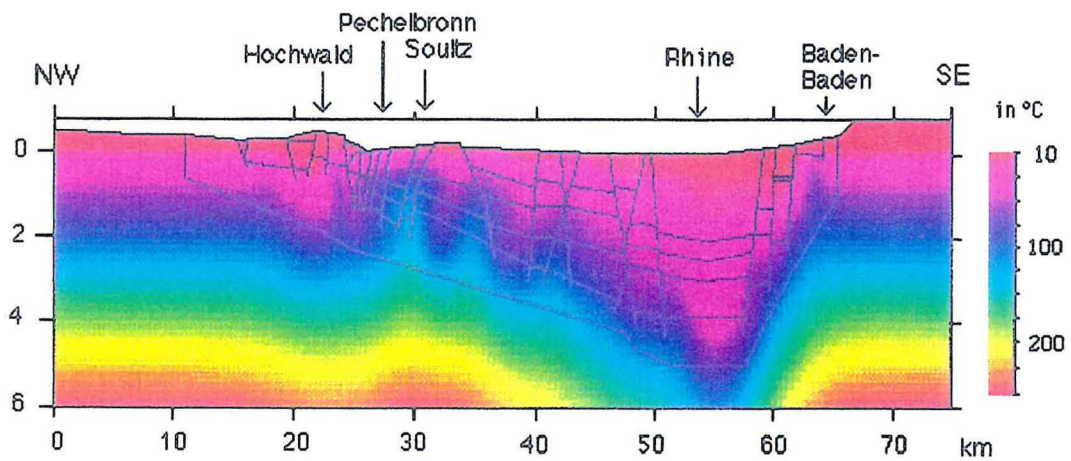
Tableau 7.6 Classification lithologique et hydro-stratigraphique prise pour le modèle à 6
couches anisotropes.

Code	Lithologie	hydro- stratigraphie	Perméabilité		Porosité %	Conductivité thermique λ (W /m °k)	Production de chaleur A (μ W /m ³)
			k (m ²) selon x	selon y			
L1	Tertiaire, Oligocène	Sédiments	1.E-18	1.E-18	10	2.1	1.2
L2	Tertiaire, Oligocène	Sédiments	5.E-18	5.E-18	17	3.1	1.2
L3	Pechelbronn Schichten	argiles et marnes avec dolomie	1.E-14	1.E-14	19	2.8	1.2
L4	Buntsandstein Keuper et Muschelkalk	Perméable grès, calcaire et dolomie	4.E-14	1.E-14	17	2.9	0.8
L5	Granit, gneiss	fracturé granites et gneisses	1.E-14	1.E-14	9	3.0	3.0
L6	Granit, gneiss	granite sain	1.E-20	1.E-20	1	5.0	5.0

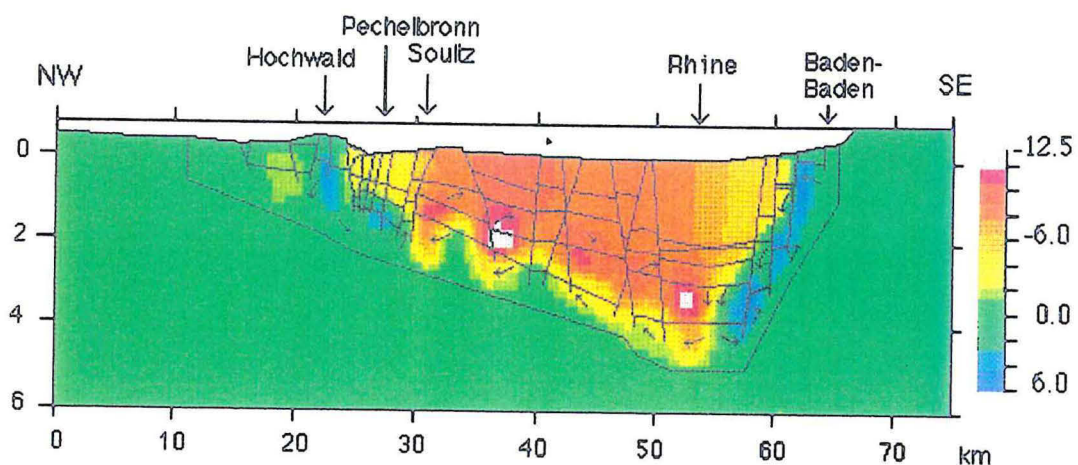
7.6.3.4 Discussion des résultats

Par rapport au modèle précédent, un certain nombre de remarques peuvent
être faites sur les résultats obtenus:

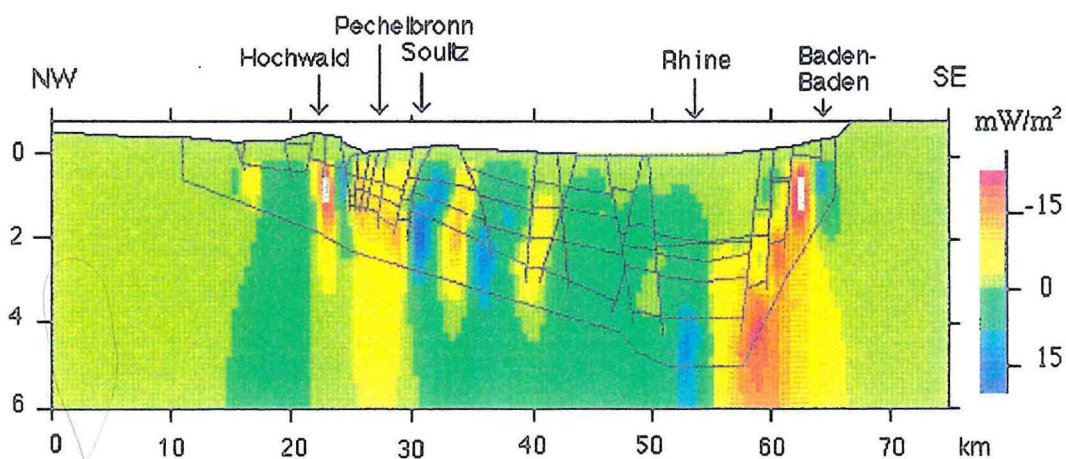
1) les conditions de débit imposées à la surface libre ont une forte
influence sur la forme de la fonction de courant et donc sur les vitesses



a)



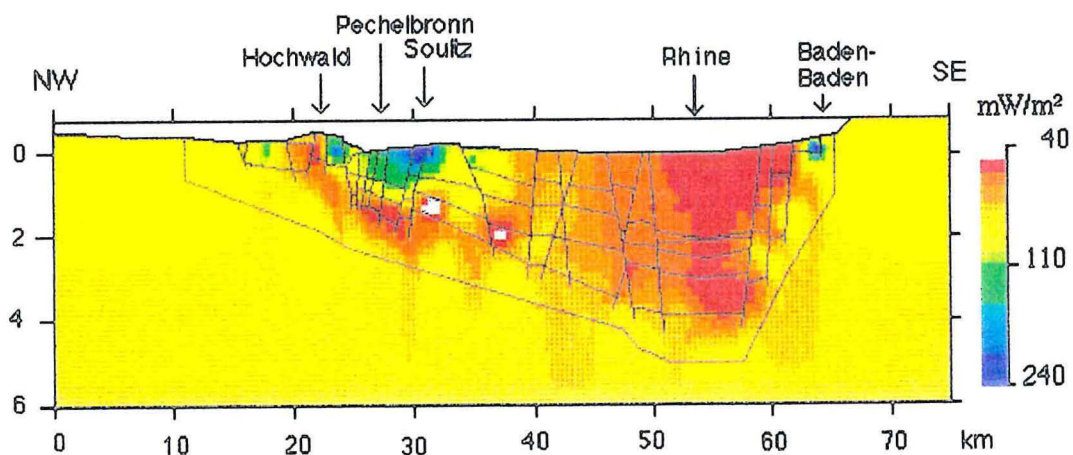
b)



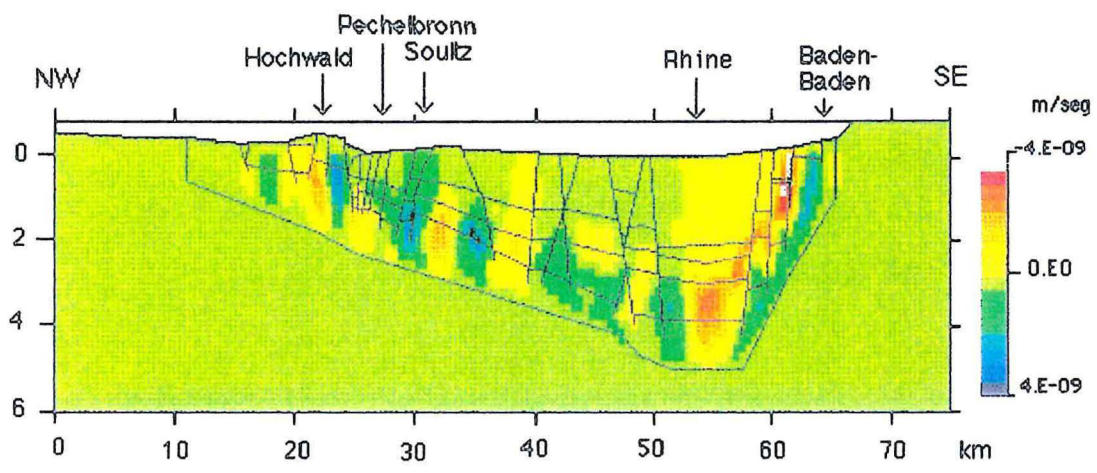
c)

Figure 7.7 (début) Modèle à six couches avec conditions de débit à la surface. a) champ de températures, b) représentation des cellules de convection, c) flux thermique horizontal.

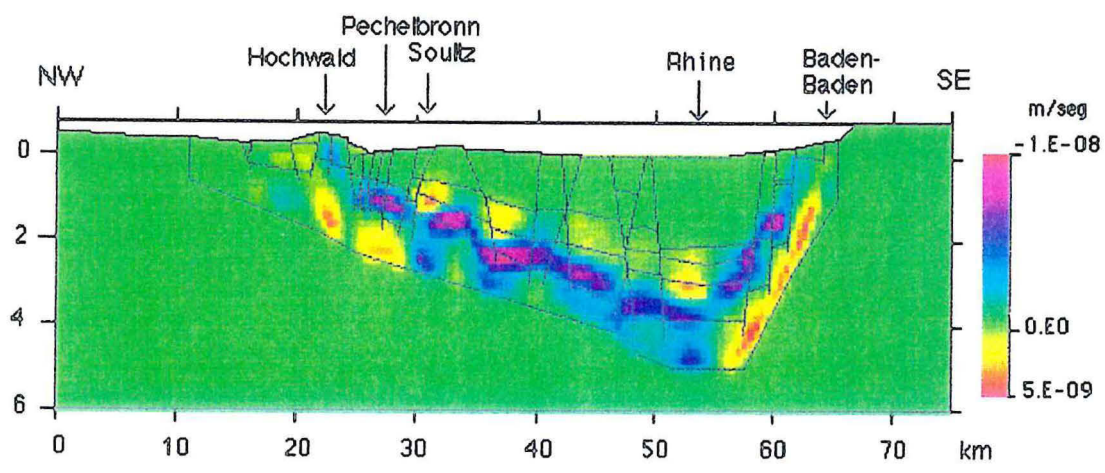




d)



e)



f)

Figure 7.7 (fin) Modèle à six couches avec conditions de débit à la surface. d) flux thermique vertical, e) vitesse de filtration verticale, et f) vitesse de filtration horizontale.

de filtration notamment proche de la surface. Il en est de même pour le champ de températures,

- 2) les modifications sur la fonction de courant entraînent a fortiori une modification du champs de températures près de la surface,
- 3) les conditions aux limites imposées à la surface n'ont a posteriori que peu d'influence sur le champ de températures,
- 4) le flux thermique imposé à la base modifie considérablement l'ordre de grandeur des températures, mais il ne modifie pas le schéma général du champ de températures,
- 5) le champ de températures et les vitesses de filtration sont très sensibles aux modifications de perméabilité du socle sous-sédiment :
 - le champ de températures est fortement affecté par les valeurs de la perméabilité du granite altéré (couche L5);
 - l'anisotropie de la perméabilité de la couche L4 à une influence prépondérante sur le champ de températures proche de la surface.

Les résultats sont reportés sur la figure 7.7.

7.6.3.5 Adéquation du modèle et comparaison avec les mesures disponibles

- 1) Comparaison de températures modélisées avec celles observées. Pour vérifier les résultats obtenus par le modèle numérique, nous avons comparé les profils de températures observées sur les différents puits d'exploration avec les profils correspondant du modèle. Les profils de la figure 7.8 montrent une bonne corrélation entre les températures observées et celles du modèle. En effet, les températures calculées sont égales à 4% près aux températures mesurées sur les forages 4616, 4550, 4515, GPK1. Dans le détail, on notera que les températures entre 450 et 750 m de profondeur sont légèrement sous estimées, ceci peut être expliqué par une circulation de faible débit de fluides, dans la couche de Pechelbronn, non prise en compte dans le modèle.
- 2) Comparaison du flux thermique calculé en surface ou flux thermique mesuré. La figure 7.9 montre les valeurs du flux géothermique en surface

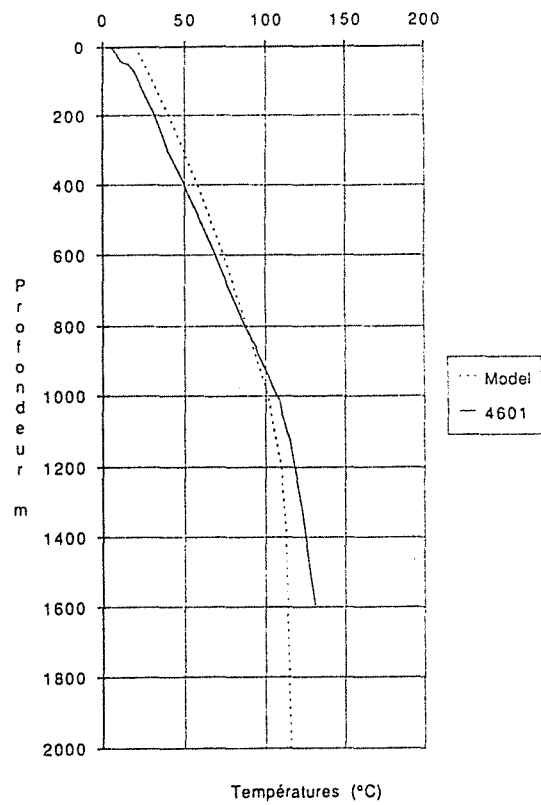
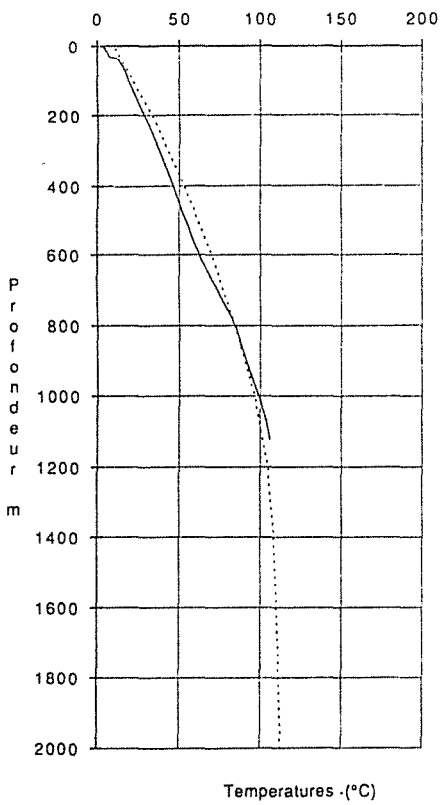
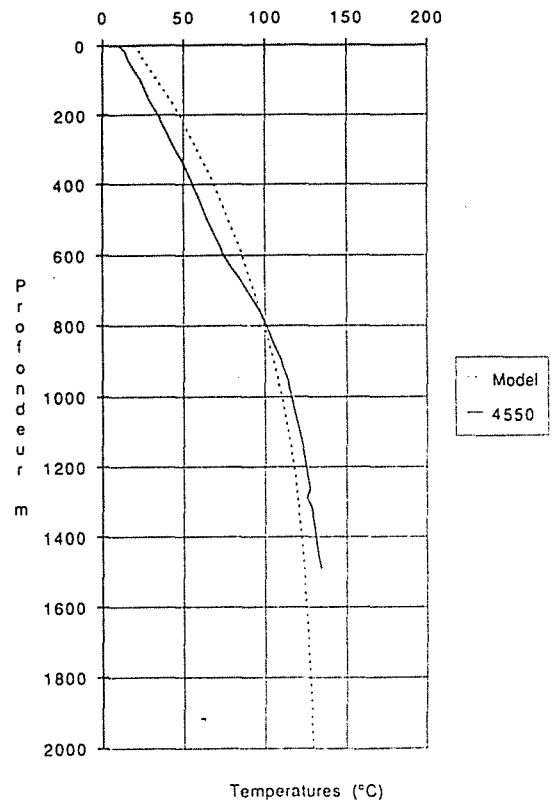
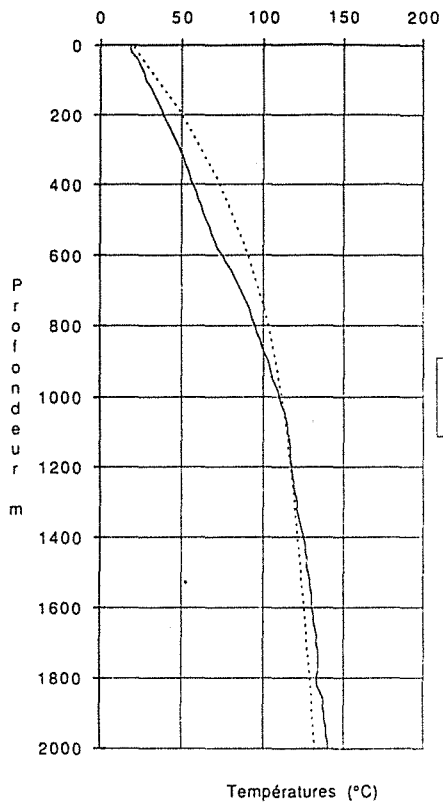


Figure 7.8 Comparaison de températures modélisées avec celles observées sur les forages.

calculé par le modèle et celui mesuré à l'aide des puits d'exploration pétrolière (Cf. chapitre 4).

- 3) Comparaison avec le champ de pression. D'après les équations du chapitre 6 (équation 6.35), il est facile de calculer le champ de pression à partir de la fonction de courant Ψ . La résolution de cette équation peut se faire numériquement en utilisant une méthode d'intégration classique. Le champ de pression est reporté sur la figure 7.10. On remarquera toutefois que cette méthode de calcul n'est valable que pour déterminer la pression hydrostatique des fluides contenus dans le milieu poreux. Si cette hypothèse est à peu près vérifiée pour des profondeurs inférieures à 3000 m, il n'en est plus de même au delà, où les fluides contenus dans la matrice poreuse sont soumis à des pressions intermédiaires entre la pression lithostatique et hydrostatique.
- 4) Interprétation des vitesses de filtration. Les vitesses de filtration calculées par le modèle sont de l'ordre de 1 à $5 \cdot 10^{-8}$ m/s (soit 0,3 à 1,6 m/an), le même ordre que celles calculées sur le forage GPK1 à l'aide d'une méthode d'inversion 1D (Cf. chapitre 4).

7.7 Calcul du champ de pressions

Lors de la résolution de l'équation de pression, il apparaît des difficultés numériques notamment lors du calcul des dérivées de la pression aux interfaces. En effet, les énormes différences de perméabilité entre les couches interviennent directement dans le calcul du ∇p , créant ainsi des pics de discontinuité sur la pression. La première méthode numérique utilisée (intégration directe de ∇P) a un défaut majeur puisqu'elle cumule les erreurs sur les dérivées. Néanmoins, on peut améliorer la résolution numérique exprimant le Laplacien de P en fonction de la vitesse et des fonctions f et g (voir chapitre 6).

$$(\nabla p)^t = f e_3 - g' \bar{\bar{\mathbf{K}}}^{-1} \mathbf{v} \quad (7.1)$$

où

$$f = Ra^* \frac{\text{tr } \Lambda}{\text{tr } \mathbf{K}} \frac{\eta_r}{(\rho c)_f} \left[T - \frac{1}{\beta} \right] \quad g = \frac{1}{\det \bar{\bar{\mathbf{K}}}} \frac{\text{tr } \Lambda}{\text{tr } \mathbf{K}} \frac{\eta_r}{(\rho c)_f} [1 - \gamma T] \quad (7.2)$$

par dérivation et puisque $\nabla \mathbf{v} = 0$, il vient

$$\nabla(\mathbf{K} \nabla p)^t = \nabla \mathbf{K} f \mathbf{e}_3 - \mathbf{v} \nabla g' \quad (7.3)$$

Cet équation est une équation classique de Poisson dont le terme source est le deuxième membre de l'équation.

$$\begin{aligned} & \nabla(\mathbf{K} \nabla p)^t = S \\ \text{avec} \quad & S = \nabla \mathbf{K} f \mathbf{e}_3 - \mathbf{v} \nabla g' \end{aligned} \quad (7.4)$$

La résolution de l'équation 7.1 a été effectuée par différences finies en imposant les conditions aux limites suivantes :

- 1) Pression constante en surface, égal à 1 atm
- 2) Flux nul aux faces latérales, soit $\mathbf{K} \nabla p = 0$
- 3) Condition de pression à la base dépendant du problème traité.
 - soit on impose une pression constante égale à la pression lithostatique,
 - soit on impose une pression constante égale à la pression hydrostatique.

7.8 Conséquences pratiques et implications des résultats du modèle numérique

Même si le modèle numérique à 6 couches proposé en dernier lieu n'est qu'une approximation de la réalité, il retrouve des températures observées sur forage à 4% près. Dans ces conditions, il n'est pas déraisonnable de tenter d'utiliser ce modèle numérique pour prévoir les températures en profondeur ou pour tenter de faire des bilans de masse à l'échelle du graben du Rhin.

7.8.1 Prévision des températures en fonction de la profondeur

La figure 7.8 reporte la température en fonction de la profondeur pour les forages GPK1 et EPS1. On note une bonne adéquation entre les températures mesurées et celles calculées jusqu'à 2000m. En supposant que ce modèle reste valable au-delà, on trouverait une température de l'ordre de 170°C à 3500 m de profondeur.

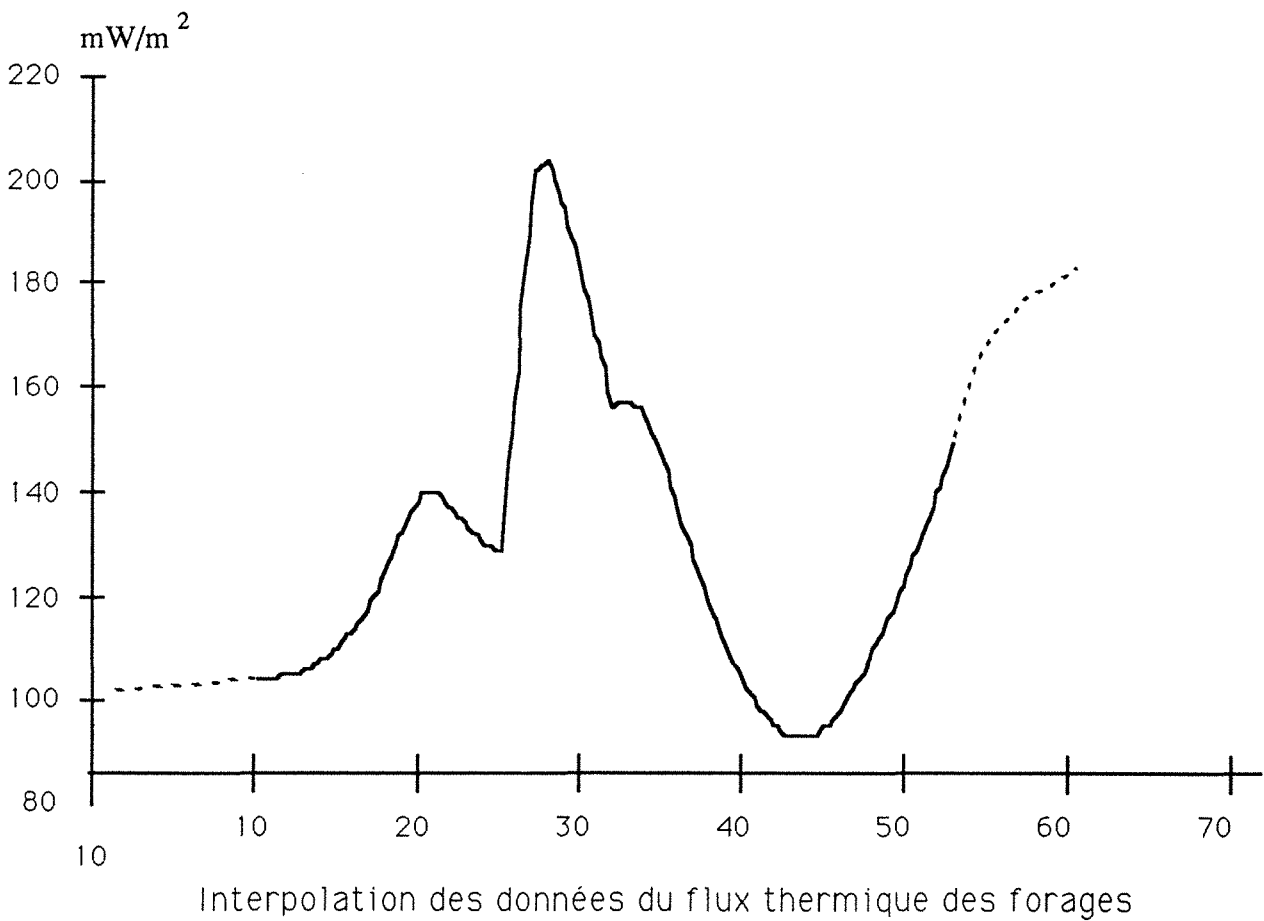
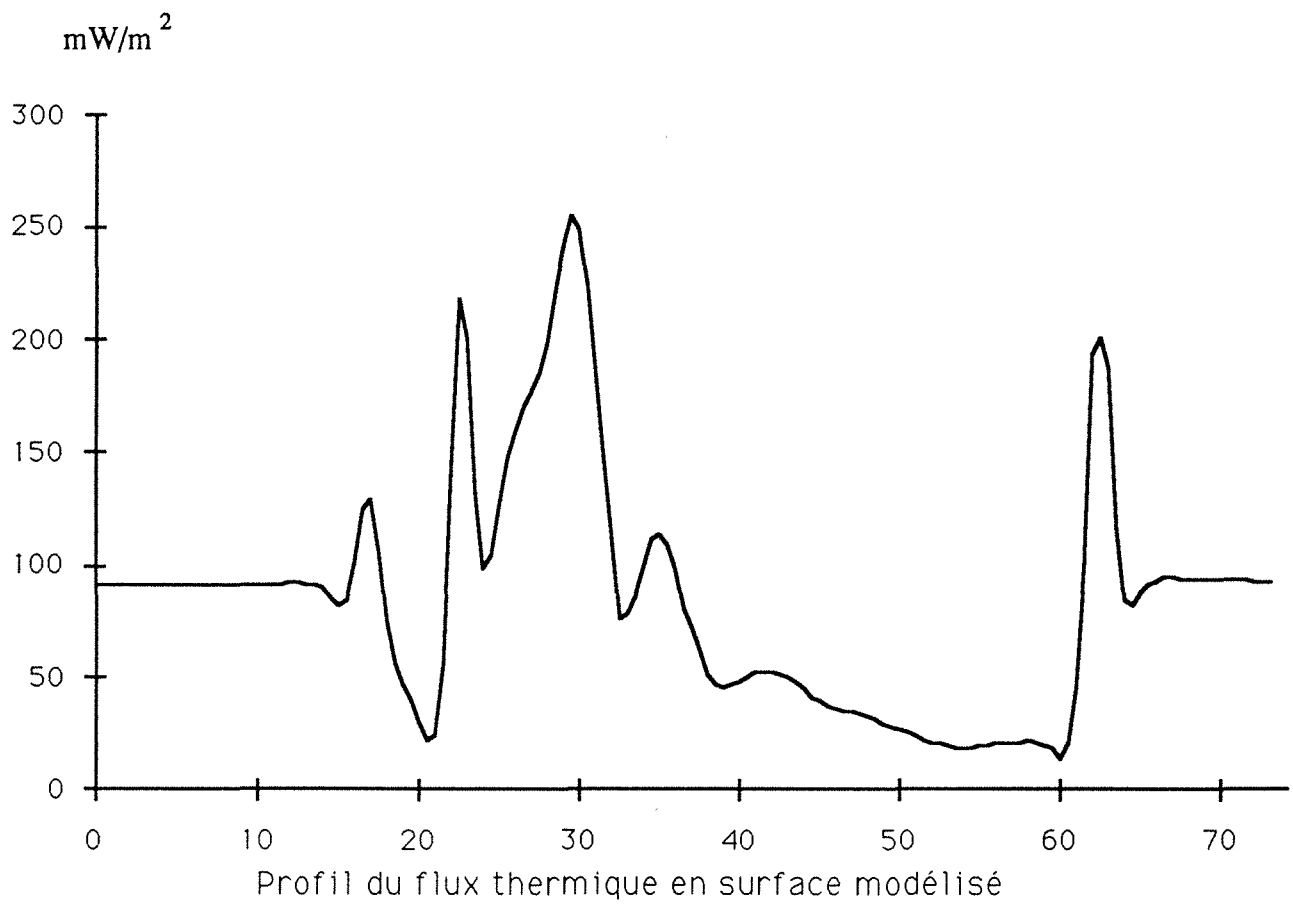


Figure 7.9 Comparaison du flux thermique en surface du modèle avec celui interpolé à partir des données des forages.

Tableau 7.7 Températures prévisibles en profondeur

Profondeur (m)	Températures estimées modèle 2D (°C)		Températures estimées à gradient constant (°C)	
	GPK1	EPS1	GPK1	EPS1
2000	135	135	140 _{observée}	146 _{observée}
3000	150	150	160	161
3500	169	169	180	176
4000	175	175	200	191

7.8.2 Temps de transit des eaux dans le système hydrothermal de Soultz

La figure 7.7 montre l'existence de deux systèmes hydrothermaux indépendants sous le graben du Rhin, l'un situé sous Baden-Baden composé de deux cellules convectives, l'autre situé dans la partie Ouest du graben allant de la faille du Rhin à Hochwald et comportant 6 cellules de convections. Imaginons une molécule d'eau entrant dans le système hydrothermal dans la région de Baden-Baden. Sous l'effet de la pesanteur cette molécule va migrer vers le fond à la faveur des failles et de la porosité des couches géologiques pour atteindre une profondeur d'environ 3km. Puis, sous l'effet de la convection (ou plutôt de la variation de densité en fonction de la température), cette molécule d'eau va remonter vers la surface pour ressortir à Baden-Baden. Si l'on admet ce schéma, la température maximale atteinte serait de 160°C à 180°C (température du réservoir géothermique) et la distance totale parcourue par cette molécule d'eau serait de 7 à 8km. En admettant une vitesse de filtration de 0,3 à 1m/an (Cf paragraphe 7.6.4.3), on trouve un âge compris entre 7000 à 20000 an pour l'eau de Baden-Baden.

Un raisonnement similaire peut être tenu pour les eaux circulant dans la nappe du grès du Trias Inférieur. Puisque l'on dispose d'un échantillonnage de ces eaux à GPK1, les Héliens et EPS1, il serait alors possible de vérifier indirectement le modèle par une datation appropriée de ces eaux.

Bien qu'approximatif, ce calcul nous permet de vérifier la validité de notre modèle. Si la datation des eaux de sources naturelles de Pechelbronn, Soultz et/ou Baden-Baden coïncide avec le temps de transit calculé pour la circulation des eaux, nous pourrions donc conclure que le modèle est valable.

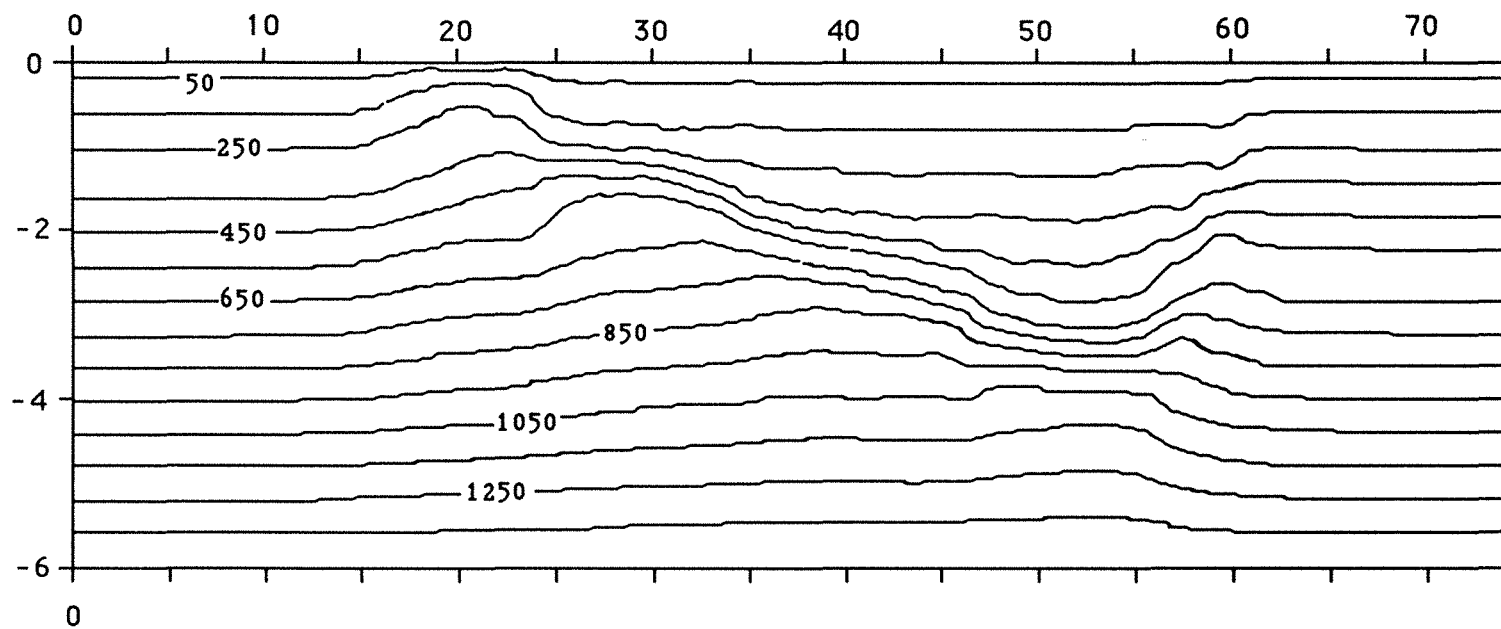


Figure 7.10 Champ des pressions du modèle à six couches

7.8.3 Arguments géochimiques en faveur d'une circulation des fluides dans le granite altéré.

Afin d'étayer le modèle numérique proposé, nous avons cherché à le valider de manière indirecte par des méthodes géochimiques. Pour ce faire, nous avons comparé les compositions géochimiques des eaux du Trias Inférieur. Cette approche est relativement récente et d'autres travaux sont en cours actuellement sur ce sujet (Fouillac *et al.*, 1990).

Néanmoins à titre indicatif, nous avons reporté dans le tableau 7.8 les caractéristiques d'une eau prélevée aux Héliens (un forage dans le grès du trias Inférieur à 1400m).

Tableau 7.8 Analyse de la composition isotopique des eaux $^{86}\text{Sr}/^{87}\text{Sr}$

Helions II	0.711460
Vosges	0.7137
Black Forest	0.711-0.717
Carbonates	0.707-0.709
Vittel	0.71172

Sa composition en $^{86}\text{Sr}/^{87}\text{Sr}$ est en équilibre avec celle des grès du Trias Inférieur. Un rapport similaire est donné par Fouillac *et al.* (1990) pour les eaux contenues dans les fractures du socle granite. Ces résultats montrent un échange de fluides entre les grès du Trias Inférieur et le socle fracturé.

Tableau 7.9.a) Comparaison des analyses chimiques des eaux à Helions, GPK1 et 4616

Analyses Chimiques	Helions II	KS228	4616
SiO	42	97	110
Ca	1865	6730	8400
Mg	137	150	140
Mn	2.01		
Na	5815	28200	27800
K	630	3320	3450
Fe	6.2		
Li	36,6	123	148
Cu	<0.01		
Pb	0.25		
Zn	<0.01		
Ba	0.90	12.3	10
Sr	88		
As	2.1		
Cl	13245	58500	60900
SO ₄	660	215	240
HCO ₃	131		
CO ₃	0		
F	1.9		

Tableau 7.9.b) Températures estimées à partir des différents géothermomètres

	Profondeur (m)	Tcalc	Tab	Quartz	K/Mg	CaNaKMg
Helions II	1146	80	70	94	150	200
KS228	1815	135	140	136	212	232
4616	1114	102	105	143	216	234

A partir des compositions de K, Ca, Na et Si des eaux, il est possible d'estimer la température des réservoirs géothermiques à l'aide de géothermomètres. Nous avons appliqué cette approche à la composition des eaux des Hélios et de GPK1 (tableau 7.9). Les températures calculées par le modèle montrent ainsi que l'eau des Hélios est en équilibre avec le grès du Trias Inférieur duquel elle est extraite.

Pour conclure, ces données géochimiques partielles sont en accord avec l'hypothèse d'une circulation de fluide entre le socle fracturé et les grès du Trias Inférieur.

7.9 Discussion et Conclusions

La composition géochimique des eaux du socle granitique et les résultats de la modélisation numérique sont en faveur d'une circulation de fluides entre le grès du Trias Inférieur et le toit du socle granitique altéré. En effet, pour modéliser le champ de températures permettant de retrouver les températures observées dans les différents puits, nous avons considéré le granit fracturé comme étant perméable. Si l'on considère le granit qui se trouve entre 1400 et 2000m comme imperméable, notre modèle ne peut pas retrouver le profil de températures observées.

Le modèle le plus représentatif des températures observées suppose une région à forte perméabilité qui se trouve aux alentours du puits GPK1 entre 600 et 1800m. Au cours de notre démarche, nous avons observé que toute modification du débit à la surface, c'est-à-dire des conditions aux limites de la fonction de courant Ψ , entraîne une forte modification du champ de températures près de la surface.

Les différents modèles réalisés pour le graben du Rhin montrent que l'effet d'augmentation du gradient de température est dû à un phénomène de convection dans les couches poreuses.

Néanmoins, ces modèles sont à interpréter avec précautions, pour les raisons suivantes :

- d'une part, il existe plusieurs hypothèses sur le comportement des couches poreuses, pour lesquelles nous n'avons pas d'informations précises;
- nous avons considéré les fractures comme un milieu poreux à très forte perméabilité. Cette approximation n'est valable que dans le cas des fractures à faible débit. Dans le cas contraire, il faudrait résoudre le système d'équations de Navier-Stokes couplé aux équations de la chaleur et à l'équation de Darcy.

Malgré les nombreuses approximations faites dans les modèles réalisés, nous sommes arrivés à reproduire les profils des températures dans les différents puits, avec une erreur moyenne sur la température de 4%.

Nous concluons donc qu'il existe une circulation de fluides dans les couches poreuses: Muschelkalk, Keuper et Buntsandstein, ainsi que dans le granite fracturé. Cette circulation des fluides redistribue la chaleur en profondeur notamment au centre du graben à proximité de la faille du Rhin et aux extrémités du graben (Soultz - Pechelbronn et Baden-Baden).

Le temps de circulation des fluides peut être estimé entre 7000 à 20000 ans à Baden-Baden. Malheureusement, nous ne disposons pas des datations pour nous permettre de comparer nos résultats et vérifier ce modèle.



CONCLUSIONS GENERALES

CONCLUSIONS GENERALES

En raison de la complexité des phénomènes mis en jeu dans les bassins sédimentaires, nous avons développé un modèle théorique permettant de traiter les problèmes des transferts de chaleur et de masse dans des milieux poreux quelconques. Nous avons utilisé ce modèle pour simuler numériquement ces transferts à moyenne et grande échelle dans le graben Rhénan, particulièrement au site de Soultz-sous-forêts.

L'objectif de ce travail était :

- premièrement de proposer une démarche théorique pour étudier le transfert de chaleur par conduction-convection couplé dans un milieu poreux, hétérogène et anisotrope. Cette étude débouche sur une procédure de résolution numérique permettant la modélisation de l'état thermique actuel des bassins sédimentaires mais également de n'importe quelle géométrie sédimentaire.
- deuxièmement de faire une synthèse des valeurs des différents paramètres physiques intervenant dans les modèles (perméabilité, conductivité, porosité, fracturation, gradient thermique,...) à partir d'études géologiques et géophysiques ou des mesures directes en laboratoire.
- troisièmement de reconstituer l'état thermique actuel du bassin du Graben du Rhin, à partir d'une modélisation numérique utilisant nos développements théoriques et les paramètres physiques que nous avons synthétisés.

Compte tenu de ces objectifs nos conclusions sont les suivantes :

Les développements théoriques et leur application dans le cadre du logiciel (NATCONV) résolvant le système d'équations couplées de chaleur et de Darcy nous ont permis de modéliser les transferts de chaleur et de masse dans un domaine poreux quelconque. Le processus de résolution numérique a été testé et validé sur des nombreux exemples théoriques, il est donc apte à être utilisé dans le cadre des problèmes réels.

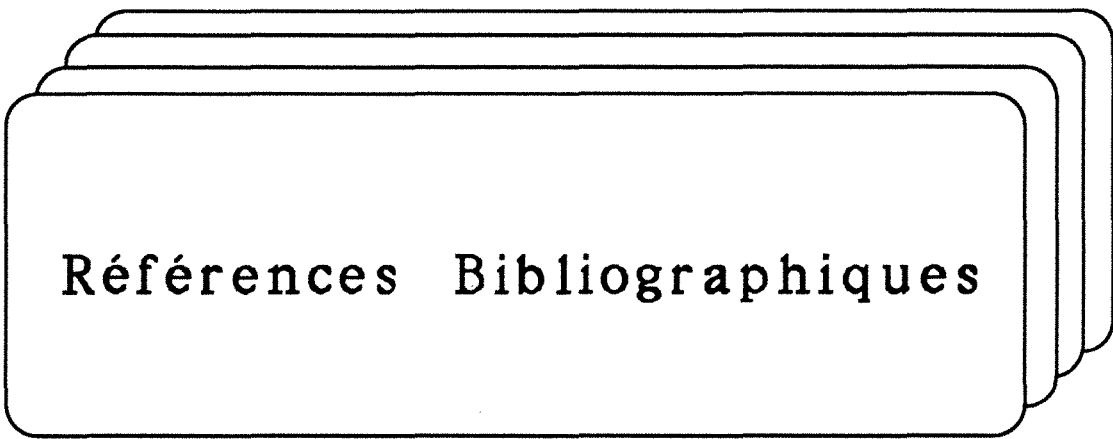
L'automatisation d'un conductivimètre symétrique permet d'accélérer les manipulations des mesures et de réaliser des mesures plus précises. Ce conductivimètre nous a permis d'évaluer les conductivités thermiques du granit de Soultz, à une valeur moyenne de 2.88 ± 0.17 W/m°C (à 25°C) qui peut être considérée comme homogène et isotrope.

Les principales conclusions de l'étude du bassin du Graben du Rhin sont les suivantes :

- le modèle de transfert de chaleur purement conductif ne reproduit pas les valeurs de flux thermique observées en surface dans le graben du Rhin.
- la convection joue un rôle majeur sur la répartition de températures dans la couche poreuse (l'ensemble Keuper, Muschelkalk, Buntsandstein et granit altéré), modifiant de façon importante le flux thermique en surface. Le modèle permet de reproduire le flux thermique observé en surface avec une erreur ne dépassant pas 10%.

Enfin, les travaux futurs à développer pour mieux comprendre les phénomènes des transferts de chaleur et de masse autour du site de Soultz seraient les suivants :

- Réalisation d'un modèle 2D à l'échelle du horst de Soultz.
- Analyse du problème des milieux fracturés, dans le cas des fractures à fort débit.
- Réalisation d'un modèle des transferts de chaleur et de masse du graben du Rhin en 3D.



Références Bibliographiques

- Anderson R.N. and Zoback M.**, 1982. Permeability, underpressure and convection in the oceanic crust near the Costa Rica rift, eastern equatorial pacific, *J. Geophysic Res*, 87 B4 2860-2868.
- Bachu S.**, 1985. Influence of lithology and fluid flow on the temperature distribution in a sedimentary basin : A case study from Cold Lake area, Alberta, Canada, *Tectonophysics*, **120**, 257-284.
- Bardon J.P.**, 1972. Introduction à l'étude de résistances thermiques de contact, *Rev.Gen. Therm.*, **125**,429-447.
- Beck A. E.**, 1976 An improved method of computing the thermal conductivity of fluid-filled sedimentary rocks, *Geophysics*, **41**, 133-144.
- Beauce A., Fabriol H., Le Masne D., Cavoit C., Mechler P., Chen X. K.**, 1990. Seismic studies on the HDR site of Soultz-Sous-Forets (Alsace, France). In : *Preprints for publications of Hot Dry Rock project at Soultz-sous-Forets*, ed. A. Gerard.
- Bernard D.**, 1981. Quelques aspects de la mesure de conductivité thermique (application aux roches). Thèse de l' Université Bordeaux I, 201 p.
- Bernard D.**, 1988. Convection naturelle dans les structures géologiques poreuses deux exemples numériques. *Bull. Minéral*, **111**, 601-611.
- Bertaux M.G., Bienfait C., et Jolivet J.**, 1975. Etude des propriétés thermiques de milieux granulaires. *Ann. Geoph*, **31**, 191-206.
- Bischoff J.L. and Rosenbauer R.J.**,1985. An empirical equation of state for hydrothermal seawater (3.2% NaCl). *Am. J. Sci.*, **285**, 725-763
- Brigaud F.**, (1989). Conductivité thermique et champ de température dans les bassins sédimentaires à partir de données des puits. *Thèse Univ. Montpellier, Doc. et Trav. C.G.G.M.*, **23**, 410p.
- Brigaud F., Chapman D. S. & S. Le Douaran**, 1989a. Thermal conductivity in sedimentary basins predicted from lithologic data and geophysical well logs, *Bull. Am. Ass. Petrol. Geol.*, in-press.
- Brigaud F. and Vasseur G.**, 1989. Mineralogy, porosity and fluid control on thermal conductivity of sedimentary rocks, *Geophys. J.*, **98**, 525-542.

- Brigaud F., Vasseur G. & G. Caillet**, 1989b. Use of well log data for predicting detailed in situ thermal conductivity profiles at well sites and estimation of lateral changes in main sedimentary units at basin scale, in *"Rock at Great Depth"*, eds. Maury, V. & D Fourmaintraux, Bakema, Rotterdam, p.403-409.
- Bruel D., Cacas M. C.**, 1990. Numerical modelling technique contribution to the Soultz HDR project. In : *Preprints for publications of Hot Dry Rock project at Soultz-sous-Forets*, ed. A. Gerard.
- Caltagirone J.P**, 1975. Thermoconductive instabilities in a horizontal porous layer. *J. Fluid Mech.*, **72**, 269-287.
- Cathles L.M.**, 1981. Fluid Flow and genesis of hydrothermal ore deposits. *Econ. Geol*, 75th Anniversary. 424-457.
- Cathles L.M.**, 1983. An analysis of the hydrothermal system responsible for massive sulfide deposition in the Hokuroku Basin of Japan. *Econ Geol*, Monograph **5**, 439-487.
- Cautru J.P.**, 1989. Dans Project Europeen de roches chaudes seches de Soultz-sous-foret. *Resultats majeurs au 15 fevrier 1989. Avec les participations de*: A. Beauce, Y. Benderitter, C. Caviot, X. Chen, H. Fabriol, D. Le Masne, B. Herbrich, K. Smolka, P. Iris, J. Hansen, R. Jung, F. Rummel, D. Burlet, J.P. Cautru, A. Genter, B. Heinemann, P. Martin, L. Mastin, A. Meunier, H. Tenzer, H. Traineau, R. Schelschmidt, R. Schultz, D. Bruel, M.C. Cacas, E. Ledoux, M. Brach, A. Criaud, C. Fouillac and F.D. Vuataz. Ed. Gerard A. and Kappelmeyer O.
- Cermak V. & L. Rybach**, 1982. Thermal conductivity and specific heat of minerals and rocks, in *Physical Properties of Rocks, I-a*, eds. G. Angenheister, Landolt-Bornstein, Springer-Verlag, 305-343.
- Cermak V.**, 1984. Heat Flow and deep structure of Europe. In *Proceedings of the 27th International Geological Congress*, **8**, 105-154. Geophysics, VNU Science Press.
- Chapman D.S.**, 1976. Heat flow and heat production in Zambia, *Ph D thesis*, University of Michigan, Ann Harbor.

- Chapman D.S.**, 1986. Thermal gradients in the Continental Crust. In: The Nature of the lower Continental Crust. Dawson, J.B., Carswell, D.A., Hall, J. and Wedepohl, K.H. (eds.). *Geol. Soc. Special Publication*, No. 24, 63-70.
- Chapman D.S. & L. Rybach**, 1985. Heat flow anomalies and their interpretation, *Jour. Geodyn.*, 4, 3-37.
- Clauer N., Fischer C., Fritz B., Jeannette D., Liewig N.**, 1986. Etat des grès du Buntsandstein dans le contexte géothermique de l'Alsace du Nord. *Rapport de Fin de Contrat* (No 851599 du 17.04.1985) CNRS, ULP.
- Clauser C. et Villinger H.**, 1990. Analysis of Conductive and Convective Heat Transfer in a Sedimentary Basin, Demonstration for the Rheingraben, *Geophys. J. Int.*, 100, 393-414.
- Combar nous M.A.**, 1978. Natural convection in porous media and geothermal systems. *Proc. of 1978 Int. Heat Transfer Conference*, Toronto, 45-59.
- Combar nous M. A. and Bories, S.A.**, 1975. Hydrothermal Convection in Saturated Porous Media, in: *Advances in Hydroscience*, Academic Press, New York, 10, 231-307.
- Combar nous M.**, 1970. Convection naturelle et convection mixte en milieu poreux. Thèse de la Faculté des Sciences de Paris, 114 p.
- Converse D.R., Holland H.D. and Edmond J.M.**, 1984. Flow rates in the axial hot springs of the East Pacific Rise (21 No), implications for the heat budget and the formation of massive sulfide deposits, *Earth Planet. Sci. Lett*, 69, 159-175.
- Danis M.** 1988. Hydrogéologie et transferts thermiques pour un aquifer en Bassin Sédimentaire : Approche numérique. Thèse de l'INPL, 104p.
- Danis M. and Quintard M.**, 1987. Simulation Numérique du comportement d'une nappe captive : estimation directe des processus transitoires. *J. Sc. Hydro.*, 32, 101-111.
- Danis M. and Quintard M.**, 1989. 3D Numerical Modelling of thermal transfer through the Vittel aquifer (Vosges France), including approximated topographical effects. *Geoph. J. Royal Astr. Soc.*, 96, 343-351.

- Danis M., and Royer J.J.**,1985. Validity of Geothermal Heat Flow Density Estimation, *Annales Geophysicae*, **3-3**, 357-364.
- De Marsily**, 1981. Hydrogéologie quantitative. Collection Sciences de la Terre. Ed. Masson. 215p.
- Eidel J.B.**,1975. Deep Structure of the Southern Rhinegraben Area from Seismic Refraction Investigations. *J. Geophys*, **41**, 333-356.
- Elder J.W.**,1965. Physical processes in geothermal areas. In: *Terrestrial heat flow*, LEE, W.H.K., ed. Geophysical Monograph series.
- Elder J.**, 1981. Geothermal Systems. University of Manchester department of Geology. *Acad. Press Publishers*, 508 p.
- England P.C. Oxburgh E.R. & Richardson S.W.**, 1980. Heat refraction and heat production in and around granite plutons in north-east England, *Geophys. J. Res. Astr. Soc.*, **62**, 439-455.
- Epherre J.F.**, 1977. Criterion for Appearance of Natural Convection in an Anisotropic Porous Layer, *Int. Chemical Eng.*, **17-4**, 615-616.
- Fehn U. and Cathles L.M.**, 1979. Hydrothermal convection at slow spreading mid-oceans ridges. *Tectonophys*, **55**, 239-260.
- Fouillac A. M., Genter A.**, 1990. An O, D, C, isotopic study of water rock interactions in the Soultz-Sous-Forets granite. In: *Preprints for publications of Hot Dry Rock project at Soultz-sous-Forets*, ed. A. Gerard.
- Fritz B., Jeannette D. & Clauer N.**, 1983. Brine geochemistry and rock petrography of a geothermal reservoir in deeply buried sandstones (Rhine graben). 2nd E.U.G. Meeting, Strasbourg mars, *Terra cognita*, **3**, 233.
- Garg S & Kassooy D.**, 1981. Convective heat and mass transfer in hydrothermal systems, in *Geothermal systems ; Principes and case Histories*. Eds. Rybach and Muffler, Wiley, 37-76.

- Gehlen K.V., Kleinschmidt G., Stenger R., Wilhm H. & Wimmenaur W.,** 1986. Nach internen Berichten der Mitglieder der Arbeitsgruppe Schwarzwald im KTB und beitragen weitere Autoren zusammengestellt. *K.T.B. Koloq., Seeheim, Odenwald*, 152 p.
- Genter A., Traineau H., Cautru J. P., Fabriol H. and Chevremont P.,** 1990. Petrography of the granite Massif from drill cutting analysis and well long interpretation in the geothermal HDR borehole GPK1 (Sultz, Alsace, France). In: *Preprints for publications of Hot Dry Rock project at Sultz-sous-Forêts*, ed. A. Gerard.
- Gerard A. et Kappelmayer O.,** 1989. Project européen roches chaudes sèches de Sultz-sous-Forêts Résultats majeurs au 15 février 1989.
- Haar L. O. Gallagher J.S. et Kell G. S.,** 1984. Steam Tables. NBS/NRC. Ed. *Mc Graw Hill International Book Company*, 4th edition, 320 p.
- Hass I. O. et Hoffmann C. R.,** 1926. Temperature gradient in the Pechelbronn oil-bearing region, lower Alsace: Its determination and relations to oil reserves. *Bull. Amer. Assoc. Petro. Geol.*, **XIII**, n° 10, 1257-1273.
- Harriot P.,** 1975. Thermal conductivity of catalyst pellets and other porous particles. Part I. *Review of models and published results, Chem. Eng. J.*, **10**, 65-71.
- Haxby W.F., Turcotte D.C. & Bird J.M.,** 1976. Thermal and mechanical evolution of the Michigan Basin, *Tectonophysics*, **36**, 57-75.
- Hermanrud C.,** 1988. Determination of Formation Temperature from downhole measurements, *Ph. D. Thesis*, University of South Carolina.
- Hirn A.,** 1980. Le cadre structural profond d'après les profils sismiques. In : A. Autran and J. Dercourt (ed), *Evolutions géologiques en France. 26e Congr. Géol. Int. Mém. B.R.G.M.*, **107**: 34-39.
- Horai K.,** 1971. Thermal conductivity of rocks forming minerals. *JGR*, **76**, 1278-1308.
- Horne R.N. and O'Sullivan M.J.,** 1978. Origin of oscillatory convection in a porous medium heated from below. *Phys. Fluids.*, **21**(8), 1260-1264.

- Horne R.N. and Caltagirone J.P.** , 1980. On the evolution of thermal disturbances during natural convection in a porous medium, *J. Fluid. Mech.*, **100**, part. 2, 385-395.
- Illies H.**, 1972. The Rhine Graben rift system-plate tectonics and transform faulting, *Geol Surv.*, **1**, 27-60.
- Jacquemin P. , Mallet J.L and Royer J.J.**, 1985. Interactive computer aid design in the processing of mining and geological data. In The role of data in Sciences Progress, P.S. Glaeser (Ed). Elsevier Science Publishers B.V. (North-Holland). CODATA, 19-24.
- Jaupart C.**, 1983. Horizontal heat transfert due to radioactivity contrast; causes and consequences of the linear heat flow relation, *Geophys. J. Astr. Soc.*, **75**, 411-435.
- Johnson L.R. et Wenk H.R.**, 1974. Anisotropy of physical properties in metamorphic rocks. *Tectonophysics*, **23**,79-98.
- Johnson D.M.**, 1980. Crack distribution in the upper oceanic crust and its effects upon seismic velocity, seismic structure, formation permeability and fluid circulation. In: *Initial Reports of the deep-sea-drilling-project*, **51**, 52, 53, 1479-1490.
- Jung R.**,. 1988. Results of Hydraulic experiments in Borehole GPK1, Soultz. *Workshop in Hot Dry Rock*. Strasbourg, 6-8 Dec.
- Jung R.**, 1990. Hydraulic fracturing and hydraulic testing in the granitic section of borehole GPK1, Soultz-Sous-Forets. In : *Preprints for publications of Hot Dry Rock project at Soultz-sous-Forets*, ed. A. Gerard.
- Kanamori H., Fujii N. et Mizuani. H**, 1968. Thermal diffusivity measurement of rock formong minerals from 300° to 1100°K. *J Geoph. Res.*, **73**,595-605.
- Kappelmeyer O. & R. Haenel**, 1974. Geothermics with Special Reference to Application, *Geoexploration Monograph Ser.1*, n. 4, Berlin-Stuttgart, Gebruder Borntraeger, 238 p.

- Kappelmeyer O., Gerard A., Schloemer W., Ferrandes R., Rummel F., Benderitter Y.**, 1990. European HDR project at Soultz-Sous-Forets. General presentation. In : *Preprints for publications of Hot Dry Rock project at Soultz-sous-Forets*, ed. A. Gerard.
- Lachenbruch A.H. & Brewer M.C.**, 1968. Crustal temperature and heat production: implications of the linear heat flow relation. *J. Geophys. Res.*, **75**, 3291-3300.
- Lowell R.P.**, 1975. Circulation in fractures, hot-springs and convective heat transport on mid-ocean ridge crests. *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **40**, 351-365.
- Lowell R.P.**, 1980. Topographically driven subcritical hydrothermal convection *Earth Planet. Sci. Lett.*, **49**, 21-28.
- McKenzie D.**, 1978. Some remarks on the development of sedimentary basins, *Earth and Planetary Science Letters*, **40**, 25-32.
- Majarowicz, J.A., Jones F.W. Lam H.L. & Jessop A.M.**, 1985. Regional variations of heat flow differences with depth in Alberta, Canada. *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **81**, 479-487.
- Mallet J.L.**, 1989. Discrete Smooth Interpolation. *ACM Transaction on graphics*, **8**, num. 2, 121-144.
- Mallet J.L.**, (To be published in 1992). Discrete Smooth Interpolation applied to geometric modeling. Computer Aided Designed Journal Liad - Ecole Nationale Supérieure de Géologie de Nancy.
- Maris C.R.P. and Bender M.L.**, 1982. Upwelling of hydrothermal solutions through ridge flank sediments shown by pore water profiles, *Science*, **216**, 623-626.
- Marle** , 1972. Les écoulements polyphasiques en milieu poreux. *Cours de production*, IV, 300 p.
- Meissner R. & Wever T.**, 1986. Nature and developement of the crust according to deep reflection data from the German Variscides. In: Reflection Seismology: a Global Perspective. *Geodyn. Ser., Am. Geophys. Union*, **13**, 31-42.

- Mirkovich, V.V.**, 1965. Comparative method and choice of standards for thermal conductivity determinations. *J. Am. Ceram. Soc.*, **48** (8), 387-391.
- Murphy H.D.**, 1979. Convective instabilities in vertical fractures and faults. *J. Geophys. Res.*, **84**, 6121-6130.
- Nielsen S.B.** 1987. Steady State Heat Flow in a random medium and the linear heat flow-heat production relationship. *Geop. Res. Letters.* **14**, No. 3, 318-321.
- Nunn J.A. & Sleep N.H.**, 1984. Thermal contraction and flexure of intracratonal basin: a three-dimensional study of Michigan Basin, *Geophys. J. Astr. Soc.*, **76**, 587-635.
- Palciauskas V.V.**, 1986. Models for thermal conductivity and permeability in normally compacting basins, in *Thermal modelling in sedimentary basins*, ed. Burrus, J., 1 st I.F.P. Exploration Research Conference, 323-336.
- Parmentier E.M. and Spooner E.T.C.**, 1978. A theoretical study of hydrothermal convection and the origin of the ophiolitic sulfide ore deposits of Cyprus. *Earth Planet. Sci. Lett.*, **40-1**, 33-44.
- Pawels H., Criaud A., Vuataz F.-D., Branch M. et Fouillac C.**, 1990. Uses of chemical tracers in HDR reservoir studies, example of Soultz-sous-Forets (Alsace, France). In : *Preprints for publications of Hot Dry Rock project at Soultz-sous-Forets*, ed. A. Gerard.
- Pearson W.C. and Lister C.R.B.**, 1973. Permeability measurements on a deep-sea-core. *J. Geophys. Res.*, **78**, 7786-7787.
- Press, W.H., Flannery B.P., Teukolsky S.A., Vetterling W.T.**, 1986. Numerical Recipes. The art of scientific computing. Ed. Cambridge University Press. Cambridge, London, New York, New Rochelle, Melbourne, Sydney. 818 p.
- Quintard M.** 1983. Stabilité des déplacements miscibles en milieu poreux homogène: injection d'un fluide chaud dans un massif poreux saturé par ce même fluide froid. *Thèse Docteur d'Etat ès sciences*, Université de Bordeaux I, 193 p.

- Ribando R.J., Torrance K.E. and Turcotte D.L.**, 1976. Numerical models for hydrothermal circulation in the oceanic crust. *J. Geophys. Res.*, **81**, 3007-3012.
- Ribando,R.J., Torrance K.E.**, 1976. Natural convection in a porous medium : effects of confinement, variable permeability, and thermal boundary conditions. *J. Heat Transfer*, 42-48.
- Richard J.F.**, 1979. Convection naturelle dans les milieux poreux stratifiés. Thèse Doc. Ing., Univ. Bordeaux I, 194 p.
- Roy R.F., Beck A.E. & Y.S. Touloukian**, 1981. Thermophysical properties of rocks, in *Physical Properties of Rocks and Minerals*, eds. Touloukian, Y.S., Judd, W.R. & Ho, C.Y., McGraw-Hill, New York, 409-502.
- Royer J.J. et Danis M.**, 1987. Mise en évidence d'un phénomène de réfraction thermique entre le granite de Beauvoir et son encaissant. *in Echassières, le forage scientifique d'Echassières (Allier). Géologie de la France, n°2-3, mémoire GPF, t. 1* , ed. BRGM, 87-94.
- Royer J.J. et Danis M.**, 1988. Mise en évidence de phénomènes de réfraction thermique entre le granite de Beauvoir et son encaissant: mesures et modélisation. *in Echassières, le forage scientifique d'Echassières (Allier). Données analytique recueillies de 1985-1987. GPF, Doc. BRGM n°124*, 305-310.
- Royer J.J. and Danis M.**, 1988. Steady state geothermal model of the crust and the problem of the boundary conditions: application to a rift system, the southern Rhingraben. *Tectonophysics*, **156**, 239-255.
- Royer J.J., P. Jacquemin and J.L. Mallet**, 1988. GEOL: an interactive system for data processing. Current trends in geomathematics. D.F. Merriam (ed.). Plenum Publishing Corporation, 310-317.
- Royer J.J., Le Carlier C. and E.L. Flores**, 1992. Natural convection in an anisotropic and heterogeneous porous cylinder. Soumis à Journal of heat transfer.

- Rummel F. and Baumgartner J.**, 1990. Hydraulic fracturing stress measurements in the GPK1 borehole, Soultz-Sous-Forets. In : *Preprints for publications of Hot Dry Rock project at Soultz-sous-Forets*, ed. A. Gerard.
- Rummel F.**, 1990. Physical properties of the rock in the granitic section of borehole GPK1, Soultz-Sous-Forets. In : *Preprints for publications of Hot Dry Rock project at Soultz-sous-Forets*, ed. A. Gerard.
- Schellschmidt R., Schulz R.**, 1990. Hydrogeothermic studies in the hot dry rock project at Soultz-Sous-foret. In : *Preprints for publications of Hot Dry Rock project at Soultz-sous-Forets*, ed. A. Gerard.
- Schmidt E.**, 1989. Properties of water and steam in SI-Units. Grigull U. (Editor). Springer-Verlag, Berlin.
- Schubert G. and Srauss J.M.**, 1982. Transitions in time dependant thermal convection in fluid saturated porous media, *J. Fluid Mech.*, **121**, 301-313.
- Sclater J.G., Jaupart C. & Galson D.**, 1980. The heat flow trough oceanic and continental crust and the heat loss of the earth. *Rev. Geophys. Space Phys.*, **18**, 269-311.
- Smolka K., Kappelmeyer O.**, 1990. Economic cost evaluation of HDR powers plants. In : *Preprints for publications of Hot Dry Rock project at Soultz-sous-Forets*, ed. A. Gerard.
- Speece M.A., Bowen T.D., Folcik J.L. & Pollack H.N.**, 1985. Analysis of temperature in sedimentary basins: The Michigan Basin. *Geophysics*, **50**, 1318-1334.
- Stemmelen D.**, 1991. Ebullition en milieu poreu capillaire : modélisation et expérimentation. Thèse d'I.N.P.L. 179 p.
- Strang G.**, 1986. Introduction to applied mathematics. Ed. Wellesles-Cambridge press. 758 p.
- Tartar L.**, 1985. Estimations fines des coefficients homogénéisés. In : *E. De Giorgi Colloquium, Researches notes in Math. n*, **125**, Pitman, London, 168-187.

- Tenzer H., Mastin L. and Heinemann B.**, 1990. Determination of planar discontinuities and borehole geometry in the crystalline borehole GPK-1 In : *Preprints for publications of Hot Dry Rock project at Soultz-sous-Forets*, ed. A. Gerard.
- Touloukian, Y.S., R.W. Powell, C.Y. Ho and P.G. Klemens**, 1970. Thermal conductivity nonmetallic solids. Thermophysical properties of mater, **2**, 110 p.
- Tournerie, B.**, 1977. Project d'elaboration d'un conductivimètre pour matériaux peu conducteurs (bois, roches, plastiques). Mémoire de D.E.A. Mécanique Physique, Bordeaux I.
- Traineau H., Genter A., Cautru J. P., Fabriol H. and Chevremont P.**, 1990. Petrography of the granite Massif from drill cutting analysis and well long interpretation in the geothermal HDR borehole GPK1 (Soultz, Alsace, France). In : *Preprints for publications of Hot Dry Rock project at Soultz-sous-Forets*, ed. A. Gerard.
- Turcote D. Schubert G.** 1982. Geodynamics. Applications of continuum physics to geological problems, 138 p.
- Weber J.E.**, 1975. Thermal convection in a tilted porous layer. *Int. J. Heat Mass Transfer*, **18**, 474-475.
- Willett S.D. and Chapman D.S.**, 1987. Analysis of temperatures and thermal processes in the Uinta basin. In *Sedimentary basins and basin-forming mechanisms*. C. Beaumont & A.J. Tankard (ed), Canad. Soc. Petrol. Geolog. Mem., **12**, 447-461.

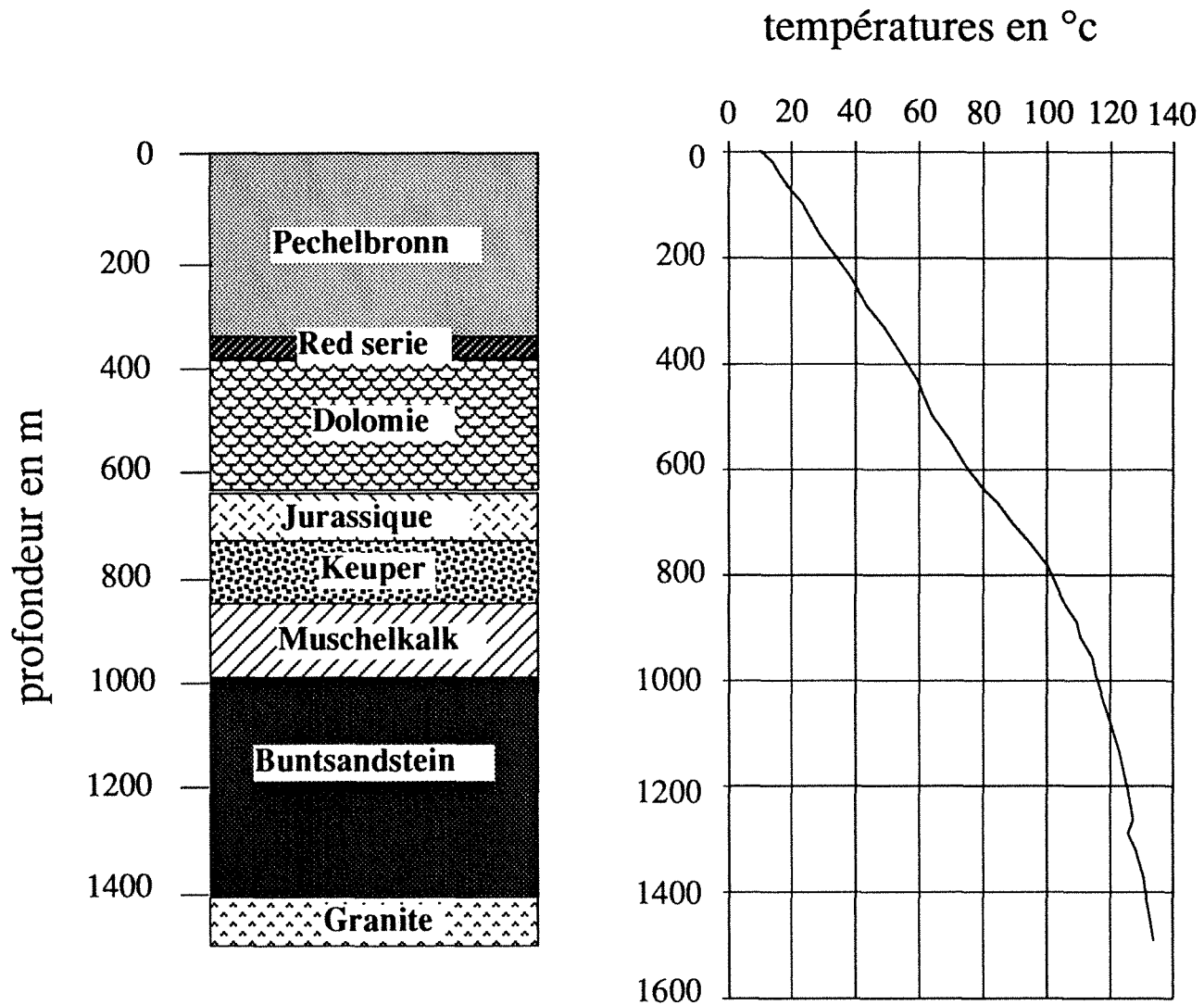


ANNEXES

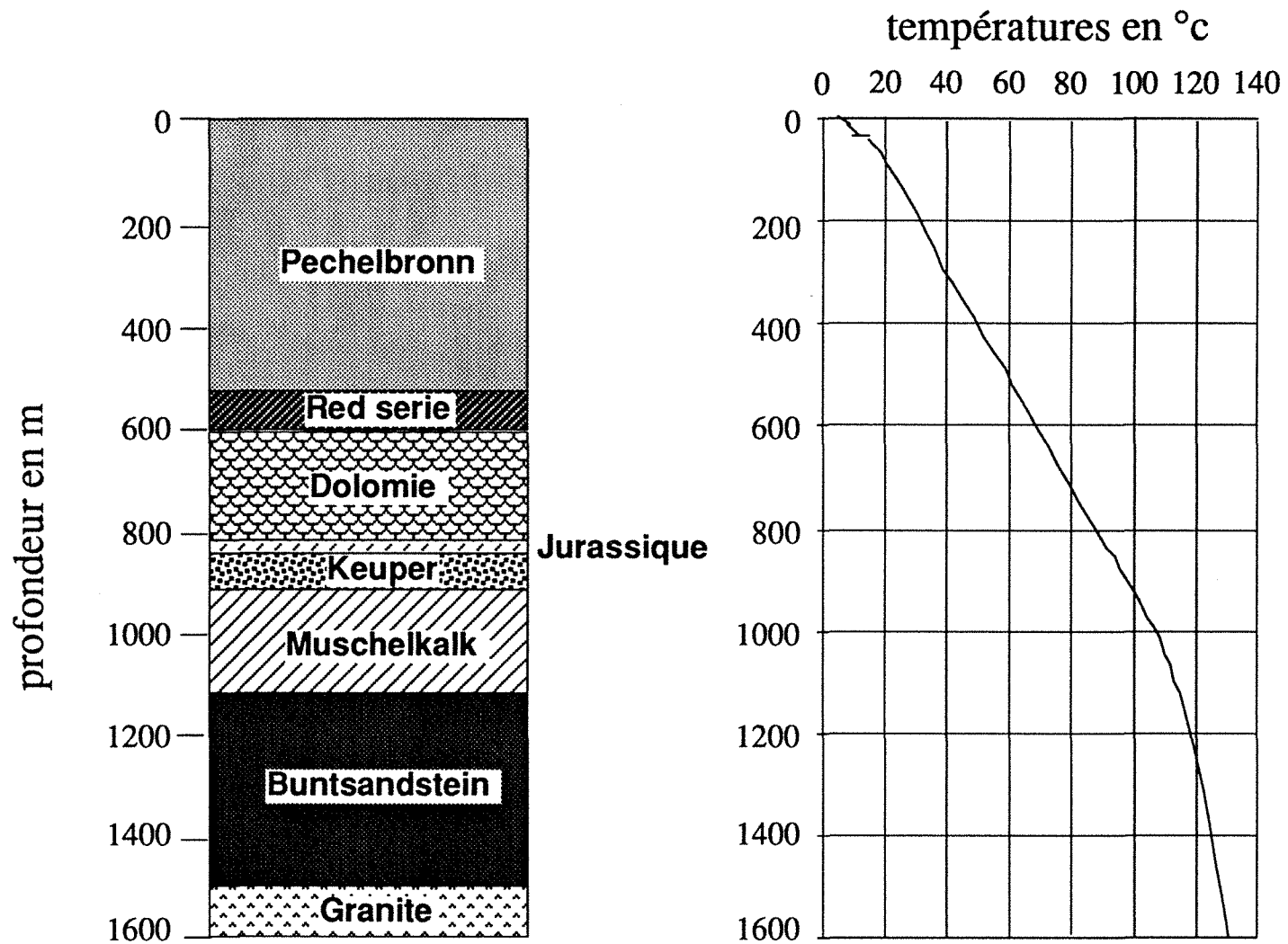


ANNEXE 1

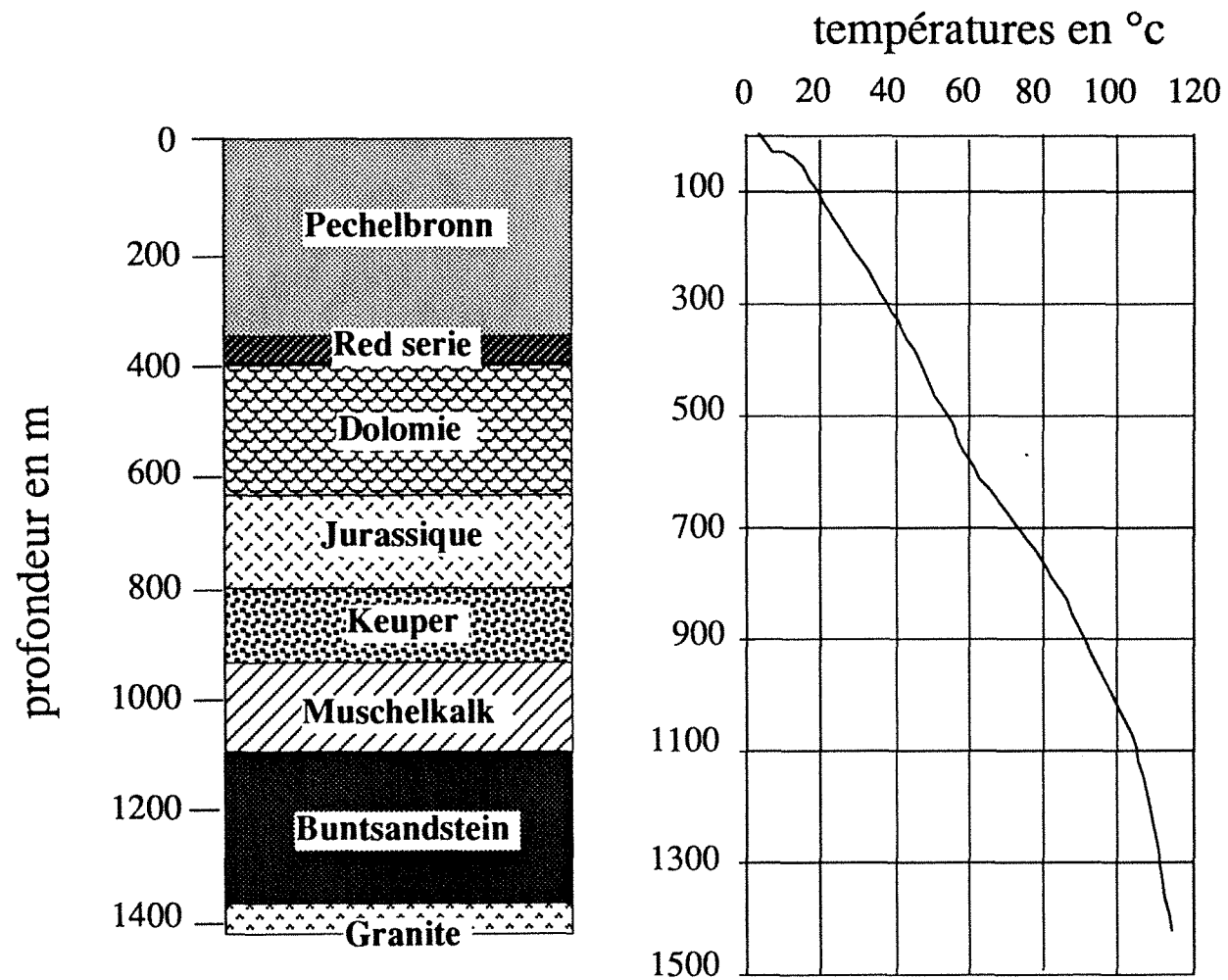
Profils de températures des forages
localisés dans la région de Soultz



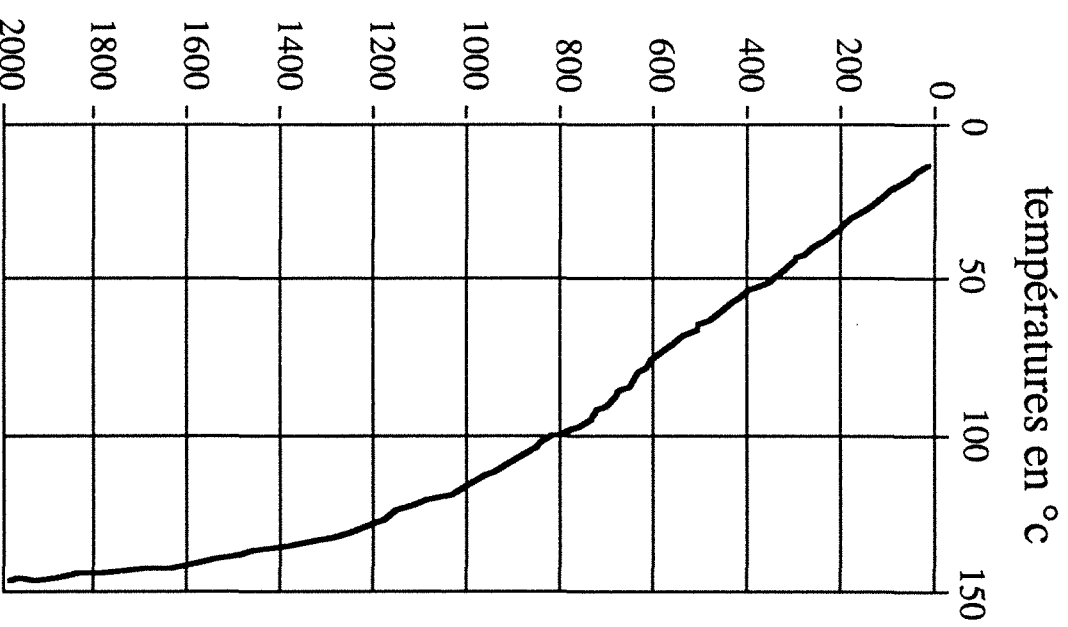
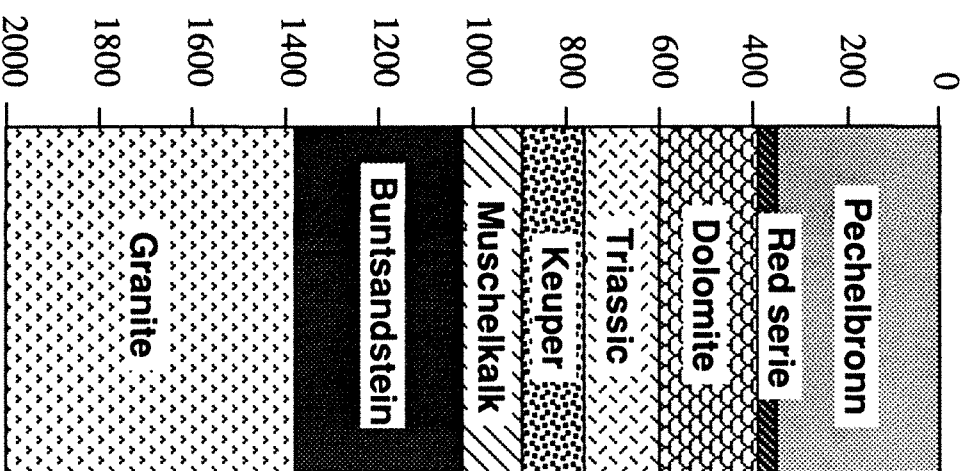
Section lithostratigraphique et profil de températures du forage 4550



Section lithostratigraphique et profil de températures du forage 4601



Section lithostratigraphique et profil de températures du forage 4616



Section lithostratigraphique et profil de températures du forage EPS1



ANNEXE 2

Données de forages utilisées dans les cartographies

(Stratigraphie simplifiée et T_{BHT})

Référence sondage:			Zsol	134.0	
Nom:	Soultz-s-F	4550	Année:	1950	
Prof:	1050.0	TDST:	108	BHT:	
X		7°52'15"	Y		48°56'17"
Z	Epais.	Facès	Roches	K	h/K
0.0	12.0	Quaternaire	Sable	1.4	8.57
12.0	163.0	PechelbronnS	Marne+Conglo.	2.0	81.50
175.0	164.0	Pechelbronn I	Merne	1.5	109.33
339.0	46.0	Couche rouge	Marne+Gypse	2.6	17.69
385.0	252.0	Dolomite	Dolomite	3.1	81.29
637.0	11.0	Eocène	Marne+Calcaire	2.2	5.00
648.0	114.0	Jurassique	Marne	1.5	76.00
762.0	20.0	Rhétien	Marne+Grès	1.6	12.50
782.0	43.0	Keuper Sup	Marne	1.5	28.67
825.0	29.0	Keuper Inf	Marne+Anhyd.	2.0	14.50
854.0	26.0	Muschelkalk S	Marne+Gypse	2.6	10.00
880.0	18.0	Muschelkalk M	Marne	2.1	8.57
898.0	57.0	Muschelkalk I	Marne+Mica	2.0	28.50
955.0	16.0	Grès Voltzia	Grès	2.0	8.00
971.0	79.0	Grès bigarré	Grès	2.0	39.50
1050.0					
				Conductivité Equivalente:	1.98
				Profondeur médiane:	1000.00
				Température:	108.00
				Gradient Géothermique:	98.00
				Flux Géothermique:	194.29

Référence sondage:			Zsol	195.6	
Nom:	Soultz-s-F	4589	Année:	1950	
Prof:	849.3	TDST:	BHT:		
X		7°54'58"	Y		48°57'46"
Z	Epais.	Facès	Roches	K	h/K
0.0	20.0		Argile	1.4	14.29
20.0	171.0	Pechelbronn S	Marne+Mica	2.0	85.50
191.0	25.0	Schistes	Schistes	2.1	11.90
216.0	107.0	Pechelbronn I	Marne	1.5	71.33
323.0	47.0	Couche Rouge	Marne	1.5	31.33
370.0	255.0	Dolomite	Dolomite	3.1	82.26
625.0	10.0	Jurassique	Marne+Sable	1.6	6.25
635.0	65.0		Marne	1.5	43.33
700.0	27.0		Marne+Dol.	2.5	10.80
727.0	13.0	Rhétien	Marne+Anhy.	2.0	6.50
740.0	10.0	Keuper Sup	Marne+Dol.	2.5	4.00
750.0	83.0	Keuper Inf	Marne+Anhy.	2.2	37.73
833.0	16.3	Lettenkohle	Marne	1.5	10.87
849.3					
				Conductivité Equivalente:	2.04
				Profondeur médiane:	849.30
				Température:	99.00
				Gradient Géothermique:	104.79
				Flux Géothermique:	213.89

Référence sondage: 4616		Zsol 140.3			
Nom: Soultz-s-F		Année: 1950			
Prof: 1403.6	TDST:	BHT:			
X		Y			
Z	Epais.	Faciès	Roches	K	h/K
0.0	17.0	Pechelbronn S	Sable	1.4	12.14
17.0	102.0	Fossilifère	Marne	1.5	68.00
119.0	204.0	Couche rouge	Marne	1.5	136.00
323.0	66.0	Dolomite	Marne grise	1.5	44.00
389.0	257.0	Eocène	Marne rouge	1.5	171.33
646.0	8.0	Jurassique	Marne+Grès	1.6	5.00
654.0	29.0	Jurassique	Marne	1.5	19.33
683.0	103.0	Schistes	Schistes	2.1	49.05
786.0	18.0	Rhétien	Marne	1.5	12.00
804.0	49.0	Keuper	Marne,Anhydrite	2.2	22.27
853.0	119.0	Grès	Grès	2.2	54.09
972.0	17.0	Lettelkhole	Marne	1.5	11.33
989.0	118.0	Muschelkalk S	Marne+Calcaire	2.2	53.64
1107.0	15.0	Grès à Voltzia	Grès	2.0	7.50
1122.0	258.0	Grès Bigarré	Grès	2.0	129.00
1380.0	23.6	Granite	Granite	2.0	11.80
1403.6					
				Conductivité Equivalente:	1.74
				Profondeur médiane:	1387.50
				Température:	111.00
				Gradient Géothermique:	72.79
				Flux Géothermique:	126.69

Référence sondage: 4601		Zsol 140.3			
Nom: Soultz-s-Forets		Année: 1950			
Prof: 1020.0	TDST:	BHT:			
X		Y			
Z	Epais.	Faciès	Roches	K	h/K
0.0	19.0		Sable	1.4	13.57
19.0	284.0	Pechelbronn S	Marne	1.5	189.33
303.0	232.0	Pechelbronn M	Marne	1.5	154.67
340.0	267.0	Pechelbronn I	Marne grise	1.5	178.00
535.0	72.0	Couche rouge	Marne rouge	1.5	48.00
607.0	218.0	Dolomite	Dolomite	3.1	70.32
825.0	30.0	Jurassique	Marne	1.5	20.00
855.0	67.0	Keuper	Marne+Dol	2.8	23.93
922.0	26.0	Lettenkohle	Marne	1.5	17.33
948.0	72.0	Muschelkalk S	Marne+Calcaire	2.2	32.73
1020.0					
				Conductivité Equivalente:	1.36
				Profondeur médiane:	1005.00
				Température:	99.00
				Gradient Géothermique:	88.56
				Flux Géothermique:	120.78

Référence sondage: 4609		Zsol 140.3			
Nom: Soultz-s-F		Année: 1950			
Prof: 982.0	TDST:	BHT:			
X		Y			
Z	Epais.	Facès	Roches	K	h/K
0.0	140.0	Pechelbronn S	Sable	1.4	100.00
140.0	200.0	Pechelbronn I	Marne	1.5	133.33
340.0	237.0	Couche rouge	Marne	1.5	158.00
397.0	193.0	Dolomite	Dolomite	3.1	62.26
577.0	13.0	Eocène	Marne+Grès	2.5	5.20
590.0	20.0	Jurassique (Aalénien)	Marne+Sable	1.6	12.50
610.0	102.0	Jurassique (Lias)	Marne	1.5	68.00
712.0	25.0	Keuper Sup	Calcaire+Dol.	2.8	8.93
737.0	45.0	Keuper Inf	Marne+Anhy	2.0	22.50
782.0	73.0	Lettenkhole	Marne	2.2	33.18
855.0	10.0	Muschelkalk Sup	Marne+Gypse	2.0	5.00
865.0	20.0	Muschelkalk Moy	Marne+Mica	2.0	10.00
885.0	49.0	Muschelkalk inf	Marne+Calcaire	2.0	24.50
934.0	48.0	Grès	Grès	2.0	24.00
982.0					
				Conductivité Equivalente:	1.47
				Profondeur médiane:	982.00
				Température:	103.00
				Gradient Géothermique:	94.70
				Flux Géothermique:	139.35

Référence sondage: 4598		Zsol 140.3			
Nom: Soultz-s-F		Année: 1950			
Prof: 855.0	TDST:	BHT:			
X	8°6'35"	Y		48°58'22"	
Z	Epais.	Facès	Roches	K	h/K
0.0	60.0		Sable	1.4	42.86
60.0	113.0	Pechelbronn S	Marne	1.5	75.33
173.0	185.0	Pechelbronn M	Marne	1.5	123.33
204.0	201.0	Pechelbronn I	Marne grise	1.5	134.00
358.0	47.0	Couche Rouge	Marne rouge	1.5	31.33
405.0	220.0	Dolomite	Marne+Grès	1.6	137.50
625.0	11.0	Eocène	Marne	1.5	7.33
636.0	140.0	Jurassique	Marne+Sable	1.6	87.50
776.0	24.0	Rhétien	Marne	1.5	16.00
800.0	51.0	Keuper	Marne+Dol.	2.5	20.40
851.0	4.0	Muschelkalk	Marnes	1.5	2.67
855.0					
				Conductivité Equivalente:	1.26
				Profondeur médiane:	855.00
				Température:	90.00
				Gradient Géothermique:	93.57
				Flux Géothermique:	117.95

Référence du sondage: 168-8-50		Zsol 195,6			
Nom: Schoenenbourg		Année: 1955			
Prof: 1270,0		BHT:			
TDST:					
1205		110			
1270		114			
X	7°54'58"	Y	48°57'46"		
Z	Epais.	Faciès	Roches	K	h/K
0,0	11,0	Plio-Quater.	Sable	1,4	7,86
11,0	124,0	Mellettes	Marne+Mica	2,0	62,00
135,0	35,0	Schistes	Schistes	2,1	16,67
170,0	230,0	Pechelbronn Sup	Marne	1,5	153,33
400,0	100,0	Couche Rouge	Marne	1,5	66,67
500,0	300,0	Dolomite	Marne+Dolomite	3,1	96,77
800,0	180,0	Jurassique	Marne+Sable	1,6	112,50
980,0	28,0	Rhétien	Marne	1,5	18,67
1008,0	52,0	Keuper Sup.	Marne+Dolomite	2,5	20,80
1060,0	120,0	Keuper Inf.	Marne+Anhy.	2,0	60,00
1180,0	20,0	Lettenkohle	Marne	1,5	13,33
1200,0	70,0	Muschelkalk	Marne+Calcaire	2,2	31,82
1270,0					
				Conductivité Equivalente:	1,95
				Profondeur médiane:	1270,00
				Température:	114,00
				Gradient Géothermique:	81,89
				Flux Géothermique:	159,37

Référence du sondage: 169-5-57		Zsol 155,0			
Nom: Altenstadt		Année: 1962			
Prof: 1230,0		BHT: 52,00			
TDST:					
1230,0		Y			
X	7°57'48"	Y	49°1'41"		
Z	Epaisseur	Faciès	Roches	K	h/K
0,0	8,0	Quaternaire	Sable	1,4	5,71
8,0	192,0	Niederroedern	Marne	1,5	128,00
200,0	100,0	Série grise	Marne	1,5	66,67
223,0	103,0	Sannoisien Sup	Marne	1,5	68,67
300,0	26,0	Sannoisien SupB	Grès	3,2	8,13
326,0	641,0	Sannoisien Inf/mo	Marne+Grès	2,4	267,08
967,0	106,0	Eocène	Marne	1,5	70,67
1073,0	26,0	Eocène Inf	Calcaire+Dol.	2,8	9,29
1099,0	63,5	Domérien	Marnes grises	1,5	42,33
1162,5	10,5	Carixien	Calcaire+Arg.	3,2	3,28
1173,0	37,0	Lotharingien	Marnes	1,5	24,67
1210,0	22,0	Calcaire à gryph.	Calcaire Arg.	3,2	6,88
1232,0	8,0	Rhétien	Argiles	2,0	4,00
1240,0					
				Conductivité Equivalente:	1,76
				Profondeur médiane:	1230,00
				Température:	52,00
				Gradient Géothermique:	34,15
				Flux Géothermique:	60,03

Référence du sondage: 169-7-74		Zsol 140,3			
Nom: Schelbenhard Scb 102		Année: 1958			
Prof: 2294,4	TDST:	BHT:			
	925	64			
	1210	64			
	2000	121			
X	8°6'35"	Y	48°58'22"		
Z	Epais.	Faciès	Roches	K	h/K
0,0	30,0	Plio-Quater.	Sable	1,4	21,43
30,0	420,0	Pechelbronn Sup	Marne	1,5	280,00
450,0	738,0	Pechelbronn Inf	Marne	1,5	492,00
923,0	302,0	Serie grise	Marne grise	1,5	201,33
1188,0	37,0	Sannoisien Sup	Marne rouge	3,1	11,94
1225,0	412,0	Dolomite	Marne+Grès	1,6	257,50
1637,0	241,0	Aalénien	Marne	1,5	160,67
1878,0	19,0	Grès a Fos	Calcaire+Dol.	2,8	6,79
1897,0	104,0	Keuper inf.	Marne+Dol.	2,0	52,00
2001,0	26,0	Lettenkalk	Argile Rouge	2,2	11,82
2027,0	189,0	Muschelkalk	Marnes	1,5	126,00
2216,0	78,4	Bigarre	Argile+Dol.	2,2	35,64
2294,4					
Conductivité Equivalente:					1,38
Profondeur médiane:					2000,00
Température:					121,00
Gradient Géothermique:					55,50
Flux Géothermique:					76,84

Référence du sondage: 198-3-27		Zsol 237,9			
Nom: Dieffenbach Die 2		Année: 1955			
Prof: 1035,0	TDST:	BHT: 40,00			
X	7°46'46"	Y	48°56'18"		
Z	Epais.	Faciès	Roches	K	h/K
0,0	5,0	Quaternaire	Sable	1,4	3,57
5,0	180,0	Pechelbronn Sup	Marne	1,5	120,00
185,0	238,0	Pechelbronn Inf.	Marne	1,5	158,67
325,0	300,0	Couche Rouge	Marne	1,5	200,00
423,0	202,0	Dolomite	Dolomite	3,1	65,16
625,0	20,0	Transition	Marne+Grès	2,7	7,41
645,0	47,0	Aalénien	Marne	1,5	31,33
692,0	84,0	Toarcien	Calcaire+Dol.	2,5	33,60
776,0	41,0	Charmouth.	Marnes grises	1,5	27,33
817,0	18,0	Sinémurien	Calcaire+Arg.	3,2	5,63
835,0	15,0	Rhétien	Marnes	1,5	10,00
850,0	81,0	Keuper	Calcaire Arg.	2,0	40,50
931,0	54,0	Keuper Inf.	Argiles	1,4	38,57
985,0	44,0	MuschelKalk	Marnes	1,5	29,33
1029,0					
Conductivité Equivalente:					1,33
Profondeur médiane:					1029,00
Température:					40,00
Gradient Géothermique:					29,15
Flux Géothermique:					38,91

Référence du sondage: 198-4-25		Zsol 185,6			
Nom: Reimerswiller Rmw 1		Année: 1958			
Prof: 708,7	TDST: 200	33	BHT: 48,00		
X	7°52'40"	Y	48°54'49"		
Z	Epais.	Facès	Roches	K	h/K
0,0	28,0	PlioQuaternaire	Argile	1,4	20,00
28,0	113,0	Couche Mejettes	Marne	1,5	75,33
141,0	25,0	Stampien Sup.	Schistes	2,1	11,90
166,0	18,0	Stampien Moy.	Marne	1,5	12,00
184,0	172,0	Pechelbraun Sup.	Marne+Sable	1,5	114,67
356,0	19,0	Pechelbraun Inf.	Marne	1,5	12,67
375,0	55,0	Couche Rouge	Marne Rouge	1,5	36,67
430,0	238,0	Dolomite	Marne+Dol.	2,4	101,28
668,0	40,0	Aalenien	Marne+Sable	2,4	17,02
708,0					
			Conductivité Equivalente: 1,76		
			Profondeur médiane: 708,70		
			Température: 48,00		
			Gradient Géothermique: 53,62		
			Flux Géothermique: 94,54		

Référence sondage: 198-4-45		Zsol 145,5			
Nom: Soultz-sous-Forêt 4515		Année: 1950			
Prof: 864,7	TDST:	110	BHT:		
X	7°52'12"	Y	48°56'13"		
Z	Epais.	Facès	Roches	K	h/K
0.0	13.0	Quaternaire	Sable	1.4	9.29
13.0	627.0	Sannoisien	Marne	1.5	418.00
640.0	28.0	Aalénien	Marne	1.5	18.67
668.0	10.0	Toarcien	Schistes	2.1	4.76
678.0	94.0	Lias	Marnes+Calcaire	2.2	42.73
772.0	8.0	Rhétien	Marne+Grès	1.6	5.00
780.0	12.0	Keuper Sup.	Marnes+Anhydrite	2.0	6.00
792.0	10.0	Lettenkohle	Calcaire+Dol.	2.9	3.45
802.0	53.0	Muschelkalk S.	Marnes grises	1.5	35.33
855.0	6.0	Muschelkalk M.	Dolomite	3.2	1.88
861.0	3.7	Muschelkalk M.	Marnes+Anhydrite	2.0	1.85
864.7					
			Conductivité Equivalente: 1,58		
			Profondeur médiane: 859,00		
			Température: 112,00		
			Gradient Géothermique: 118,74		
			Flux Géothermique: 187,73		

Référence du sondage: 198-4-58		Zsol 164,1			
Nom: Kunzenhausen 4658		Année: 1951			
Prof: 1154,1	TDST:	119	BHT:		
X	7°50'58"	Y	48°55'42"		
Z	Epais.	Facès	Roches	K	h/K
0,0	4,0	Quaternaire	Sable	1,4	2,86
4,0	848,0	Sannoisien	Marne	1,5	565,33
852,0	3,0	Aalénien	Marne	1,5	2,00
855,0	70,0	Toarcien	Schistes	2,1	33,33
925,0	32,0	Lias	Marnes+Calcaire	2,2	14,55
957,0	13,0	Rhétien	Marne+Grès	1,6	8,13
970,0	137,0	Muschelkalk	Marnes+Anhy.	2,0	68,50
1107,0	47,1	Buntsandstein	Grès	3,2	14,72
1154,1					
			Conductivité Equivalente: 1,63		
			Profondeur médiane: 859,00		
			Température: 119,00		
			Gradient Géothermique: 126,89		
			Flux Géothermique: 206,43		

Référence du sondage: 198-4-84		Zsol 155,0			
Nom: Pechelbronn 4554		Année: 1950			
Prof: 878,0	TDST:	112	BHT:		
X	7°52'17"	Y	48°56'18"		
Z	Epais.	Facès	Roches	K	h/K
0,0	4,0	Quaternaire	Sable	1,4	2,86
4,0	675,0	Pechelbronn Sup.	Marne	1,5	450,00
679,0	89,0	Jurassique	Marne	1,5	59,33
768,0	25,0	Keuper	Marne	1,5	16,67
793,0	10,0	Dolomite	Dolomite	3,1	3,23
803,0	13,0	Lettenkohle	Marne+Grès	1,6	8,13
816,0	62,0	Muschelkalk Sup.	Dol.+Calcaire	2,8	22,14
878,0					
			Conductivité Equivalente: 1,56		
			Profondeur médiane: 859,00		
			Température: 112,00		
			Gradient Géothermique: 118,74		
			Flux Géothermique: 185,39		

Référence sondage: 198-4-85		Zsol 150.0			
Nom: Soultz-sous-Forêt 4555		Année: 1950			
Prof: X 873.5	TDST: 7°52'14"	Y 112	BHT: 48°56'8"		
Z	Epais.	Faciès	Roches	K	h/K
0.0	629.0	Sannoisien	Sable	1.4	449.29
629.0	61.0	Jurassique	Marne	1.5	40.67
690.0	90.0	Keuper Sup.	Marne	1.5	60.00
780.0	55.0	Lettenkahlk	Dolomite	3.1	17.74
835.0	29.0	Muschelkalk Sup.	Calcaire	2.5	11.60
864.0	9.5	Muschelkalk Moy.	Dolomite	3.1	3.06
873.5					
			Conductivité Equivalente: 1.50 Profondeur médiane: 859.00 Température: 112.00 Gradient Géothermique: 118.74 Flux Géothermique: 178.11		

Référence sondage: 198-7-33		Zsol 149.9			
Nom: Haguenau Hag 1		Année: 1955			
Prof: X 1540.4	TDST: 7°47'15"	Y	BHT: 40.00 48°47'19"		
Z	Epais.	Faciès	Roches	K	h/K
0.0	60.0	Quaternaire	Sable	1.4	42.86
60.0	258.0	Pechelbronn Sup	Marne	1.5	172.00
318.0	232.0	Pechelbronn Inf.	Marne	1.5	154.67
337.0	343.0	Couche Rouge	Marne	1.5	228.67
550.0	130.0	Pechelbraun Sup	Dolomite	3.1	41.94
680.0	200.0	Pechelbraun moy	Marne+Grès	1.6	125.00
880.0	120.0	Dolomite	Marne	1.5	80.00
1000.0	15.0	Couche rouge	Calcaire+Dol.	2.5	6.00
1015.0	168.0	Charmouth.	Marnes grises	1.5	112.00
1183.0	157.0	Sel	Calcaire+Arg.	3.2	49.06
1340.0	65.0	Rhétien	Marnes	1.5	43.33
1405.0	51.0	Keuper	Calcaire Arg.	2.0	25.50
1456.0	63.0	Keuper Inf.	Marne+Mica	1.4	45.00
1519.0	21.4	Aalenien	Grès+Mica	1.4	15.29
1540.4					
			Conductivité Equivalente: 1.40 Profondeur médiane: 600.00 Température: 40.00 Gradient Géothermique: 48.33 Flux Géothermique: 67.67		

Référence sondage:		198-8-27	Zsol		120.9
Nom:		Schirrhehn	Année:		1954
Prof:		1830.5	TDST:		88
X		7°54'49"	Y	BHT:	70.00
	563.0		31		48°48'20"
	1014.0	58			
	1319.0		60		
	1524.0	73			
	1560.0	84	70		
Z	Epais.	Faciès	Roches	K	h/K
0.0	130.0	Quaternaire	Sable	1.5	86.67
130.0	386.0	Stampien	Marnes	1.5	257.33
516.0	284.0	Sannoisien	Marne+Sable	1.4	202.86
800.0	376.0	Eocène	Marnes	2.0	188.00
1176.0	235.0	Dolomite	Dolomite	1.5	156.67
1411.0	80.0	Toarcien	Marne+Grès	1.6	50.00
1491.0	33.0	Aalénien	Marne+Anhydrite	2.0	16.50
1524.0	36.0	Rhétien	Calcaire	2.5	14.40
1560.0					
Conductivité Equivalente:					1.60
Profondeur médiane:					1560.00
Température:					70.00
Gradient Géothermique:					38.46
Flux Géothermique:					61.70

Référence sondage:		198-8-29	Zsol		137.9
Nom:		Schirrhehn	Année:		1953
Prof:		1670.0	TDST:		111
X		7°53'25"	Y	BHT:	48°47'54"
Z	Epais.	Faciès	Roches	K	h/K
0.0	135.0	Plio-Quaternaire	Sable	1.4	96.43
135.0	384.0	Stampien	Marne+Sable	1.5	256.00
519.0	783.0	Sannoisien	Marne+Grès	1.9	412.11
1302.0	40.0	Bathonien	Marnes	1.5	26.67
1342.0	15.0	Bajocien	Marnes+Calcaire	2.2	6.82
1357.0	276.0	Toarcien	Marne+Grès	1.6	172.50
1633.0	25.0	Sinémurien	Marnes+Pyrite	2.0	12.50
1658.0	12.0	Hettangien	Calcaire	2.5	4.80
1670.0					
Conductivité Equivalente:					1.69
Profondeur médiane:					859.00
Température:					111.00
Gradient Géothermique:					117.58
Flux Géothermique:					198.78

Référence sondage:		198-8-30	Zsol	120.9	
Nom:		Schirrhein	Année:	1952	
Prof:	1830.5	TDST:	88	BHT:	
X		7°54'42"	Y	48°47'54"	
Z	Epais.	Facès	Roches	K	h/K
0.0	43.0	Plio-Quaternaire	Sable+Argile	1.5	28.67
43.0	95.0	without sample		1.5	63.33
138.0	361.0	Stampien	Marne+Sable	1.4	257.86
499.0	636.0	Sanoisien	Marne+Anhydrite	2.0	318.00
1135.0	31.0	Bthonien	Marnes	1.5	20.67
1166.0	27.0	Bajocien	Marne+Grès	1.6	16.88
1193.0	626.0	Aalénien	Marne+Anhydrite	2.0	313.00
1819.0	11.5	Muschelkalk Sup	Calcaire	2.5	4.60
1830.5					
				Conductivité Equivalente:	1.79
				Profondeur médiane:	1551.00
				Température:	88.00
				Gradient Géothermique:	50.29
				Flux Géothermique:	89.99

Référence sondage:		199-1-54	Zsol	137.6	
Nom:		Rittershoffen	Année:	1958	
Prof:	1100.0	TDST:	80.00	BHT:	
X		7°55'46"	Y	48°53'9"	
Z	Epais.	Facès	Roches	K	h/K
0.0	70.0	Plio-Quaternaire	Sable	1.4	50.00
70.0	71.0	Niederroedern	Marne	1.5	47.33
141.0	209.0	Serie Grise	Marne Grise	1.5	139.33
350.0	100.0	Sannoisien Sup.	Marne	1.5	66.67
450.0	60.0	Sannoisien	Grès Blanc	3.2	18.75
510.0	188.0	Sannoisien Inf.	Marne+Calcaire	2.2	85.45
698.0	287.0	Dolomite	Marne	1.5	191.33
985.0	27.0	Zone Trans.	Marne	1.5	18.00
1012.0	21.0	Charmouth.	Marnes grises	1.5	14.00
1033.0	31.0	Aalénien Sup.	Marne+Grès	2.3	13.48
1064.0	36.0	Aalénien Inf.	Marne+Grès	2.3	15.65
1100.0					
				Conductivité Equivalente:	1.67
				Profondeur médiane:	1097.00
				Température:	80.00
				Gradient Géothermique:	63.81
				Flux Géothermique:	106.35

Référence sondage:		199-5-53	Zsol	133.6	
Nom:		Donau 4755	Année:	1952	
Prof:	1407.0	TDST:	60	BHT:	
X		7°57'10"	Y		48°49'23"
	1094.0		60		
	1239.0		71		
Z	Epais.	Faciès	Roches	K	h/K
0.0	35.0	Quaternaire	Sable	1.4	25.00
35.0	305.0	Serie grise	Marnes	2.0	152.50
340.0	556.0	Sannoisien Sup	Marne	2.0	278.00
896.0	276.0	Sannoisien Inf.	Marne	2.0	138.00
1172.0	393.0	Dolomite	Dolomite	3.1	126.77
1565.0	120.0	Callovo-Oxf.	Marnes	2.0	60.00
1685.0	12.0	Aalénien	Marne	2.0	6.00
1697.0	36.0	Bathonien Sup.	Marnes	2.0	18.00
1733.0	19.0	Bathonien Sup.	Marnes grises	2.0	9.50
1752.0	21.0	Bathonien Sup.	Marnes	2.0	10.50
1773.0	15.0	Bathonien Sup.	Calcaire	2.5	6.00
1788.0	20.0	Grde Oolithe	Marnes	2.0	10.00
1808.0					1.87
				Conductivité Equivalente:	1.83
				Profondeur médiane:	1407.00
				Température:	87.00
				Gradient Géothermique:	95.24
				Flux Géothermique:	174.59

Référence sondage:		199-5-57	Zsol	134.0	
Nom:		Donau 5bis 4762	Année:	1952	
Prof:	1616.7	TDST:	60	BHT:	
X		7°56'30"	Y		48°50'56"
	813.0		60		
	1113.0		71		
	1552.0		128		
Z	Epais.	Faciès	Roches	K	h/K
0.0	61.0	Quaternaire	Sable	1.4	43.57
61.0	59.0	Serie grise	Marne+Conglo.	2.0	29.50
120.0	280.0	Sannoisien Sup	Merne Grise	1.5	186.67
400.0	140.0	Sannoisien Inf.	Marne+Gypse	2.6	53.85
540.0	235.0	Dolomite	Marne	1.5	156.67
775.0	47.0	Aalénien	Marne+Calcaire	2.2	21.36
822.0	48.0	Bathonien Sup.	Marne	1.5	32.00
870.0	20.0	Bathonien Sup.	Marne+Grès	1.6	12.50
890.0	27.0	Bathonien Sup.	Marne	1.5	18.00
917.0	63.0	Grde Oolithe	Marne+Anhyd.	2.0	31.50
980.0	220.0		Marne+Gypse	2.6	84.62
1200.0	15.0	Keuper	Schistes	2.1	7.14
1215.0	115.0		Marne+Mica	2.0	57.50
1330.0	112.0		Marne+Argil	1.5	74.67
1442.0	48.0		Marne+Anhyd.	2.0	24.00
1490.0	60.0	Lettenkalk	Dolomite	3.3	18.18
1550.0	10.0		Marnes Grises	1.5	6.67
1560.0	56.0	Muschelkalk	Calcaire	2.5	22.40
1616.0					
				Conductivité Equivalente:	1.83
				Profondeur médiane:	1552.00
				Température:	128.00
				Gradient Géothermique:	76.03
				Flux Géothermique:	139.50

Référence sondage:	234-4-100		Zsol	127.0	
Nom:	Gambshelm	Gam 1	Année:	1959	
Prof:	1714.0	TDST:	60	BHT:	68.00
X		7°53'49"	Y		48°42'25"
Z	Epais.	Faciès	Roches	K	h/K
0.0	72.0	Quaternaire	Sable Gravier	1.4	51.43
72.0	38.0	Quaternaire	Argiles	1.5	25.33
110.0	456.0	Série Grise	Marne+Mica	2.0	228.00
566.0	19.0	Schistes	Marne+Schistes	1.5	12.67
585.0	187.0	Sannoisien Sup.	Marne+Gypse	2.5	74.80
772.0	33.0	Sannoisien Moy.	Marne Grise	2.0	16.50
805.0	270.0	Sannoisien Inf.	Marne Brun	2.0	135.00
1075.0	100.0	Anhydrite	Marne+Anhy.	2.0	50.00
1175.0	217.0	Sel	Sel+Marne	1.8	120.56
1392.0	63.0	Eocène	Marne Grise	2.0	31.50
1455.0	23.0	Oxfordien	Marne+Pyrite	2.5	9.20
1478.0	41.0	Callovien	Marne+Mica	2.0	20.50
1519.0	93.0	Bathonien	Marne+Sable	1.9	48.95
1612.0	45.0	Souabe	Marne+Calc.	2.2	20.45
1657.0	23.0	Bajocien	Grès Calcaire	1.9	12.11
1680.0	34.0	Aalénien	Marne+Sable	1.9	17.89
1714.0					1.96
				Conductivité Equivalente:	1.96
				Profondeur médiane:	1714.00
				Température:	68.00
				Gradient Géothermique:	33.84
				Flux Géothermique:	66.32

Référence sondage:	234-8-100		Zsol	133.8	
Nom:	Kilstett	Kil1	Année:	1959	
Prof:	1808.0	TDST:		BHT:	77.00
X		7°50'52"	Y		48°40'33"
Z	Epais.	Faciès	Roches	K	h/K
0.0	190.0	Quaternaire	Sable	1.4	135.71
190.0	412.0	Série grise	Marne	2.0	206.00
602.0	294.0	Sammoisien Sup.	Marne	2.0	147.00
896.0	276.0	Sammoisien Inf.	Marne	2.0	138.00
1172.0	393.0	Dolomite	Dolomite	3.1	126.77
1565.0	120.0	Callovo-Oxf.	Marnes	2.0	60.00
1685.0	12.0	Aalénien	Marne	2.0	6.00
1697.0	36.0	Bathonien Sup.	Marnes	2.0	18.00
1733.0	19.0	Bathonien Sup.	Marnes grises	2.0	9.50
1752.0	21.0	Bathonien Sup.	Marnes	2.0	10.50
1773.0	15.0	Bathonien Sup.	Calcaire	2.5	6.00
1788.0	20.0	Grde Oolithe	Marnes	2.0	10.00
1808.0					2.07
				Conductivité Equivalente:	2.07
				Profondeur médiane:	1808.00
				Température:	77.00
				Gradient Géothermique:	37.06
				Flux Géothermique:	76.71



ANNEXE 3

Liste de variables et unités

(Nomenclature)

Notation

Variable	notation	unités (cgs)	unités (mks)
Production de chaleur	A	cal/cm ³ °C	W/m ³
Capacité calorifique	C _m	cal/(g °C)	J/(kg K)
Accélération de la pesanteur	g	cm/sec	m/sec
Perméabilité	K	cm ²	m ²
Conductivité thermique	λ	cal/(cm sec °C)	W/(m K)
Pression	P	bars	
Flux thermique	Φ	cal/(cm ² sec)	W/m ²
Température	T	°C	K
Vitesse de filtration	v	cm/sec	m/sec
Système de coordonnées	x , y	cm	m
Porosité	φ	%	%
Coefficient d'expansion isobarique	α	1/°C	1/°C
Coefficient isothermique de compressibilité	β	1/bar	1/kbar
Fonction de courante (Stream function)	Ψ	g/(cm sec)	kg/(m sec)
Viscosité cinématique	ν	cm ² /sec	m ² /sec
Densité de masse	ρ	g/cm ³	kg/m ³
Opérateur Nabla	∇	$\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$	
Dimensions caractéristiques	H , L	cm	m
Nombre de Rayleigh	Ra =	$\frac{g\beta\rho(\rho c)_f H \Delta T}{\mu}$	$\frac{T_r(\mathbf{K})}{T_r(\lambda)}$
Nombre de Reynolds	Re	$\frac{v \cdot d}{\nu}$	
Coefficient de variation de la viscosité dynamique	γ	1/°C	1/K
Viscosité dynamique	η		kg/(m sec)
Chaleur spécifique	(ρc)		J/(m ³ K)

Nomenclature

Paramètres dimensionnés

- a = constante de variation de la conductivité thermique avec la température, K^{-1}
- A = production de chaleur, $J.m^{-3}$
- e_1 = vecteur unitaire dans la direction x du système coordonnée, m
- e_3 = vecteur unitaire dans la direction y du système coordonnée, m
- g = accélération de la pesanteur, $m.s^{-2}$
- H = Hauteur du rectangle, m
- k = Perméabilité isotrope moyenne, m^2
- K = Tenseur de perméabilité anisotrope, m^2
- L = Largeur du rectangle, m
- S = matrice diagonal associé au système coordonné (x, y), $\begin{bmatrix} 1/H & 0 \\ 0 & 1/L \end{bmatrix}$
- t = temps, s^{-1}
- T = température, in K
- T_r = température au niveau de référence, i.e. $T_r = (T_1 + T_2) / 2$, K
- x = coordonné horizontal parallèle à L, m
- z = coordonné vertical parallèle à H, m
- v = vitesse de filtration, $m.s^{-1}$
- β_{th} = coefficient d'expansion volumique du fluide de saturation, K^{-1}
- γ = Coefficient de variation de la viscosité dynamique avec la température, du fluide de saturation, K^{-1}
- ΔT = différence des températures = $T_2 - T_1$, K
- Φ_v = Flux thermique vertical ou horizontal (Φ_v), $W.m^{-2}$
- η = Viscosité dynamique du fluide de saturation, $kg.m^{-1}.s^{-1}$
- η_r = Viscosité dynamique du fluide de saturation à la température de référence T_r , $kg.m^{-1}.s^{-1}$
- Λ = Tenseur de conductivité thermique anisotrope, $W.m^{-1}.K^{-1}$
- ρ_r = densité de masse du fluide de remplissage à la température T_r , $kg.m^{-3}$
- $(\rho c)^*$ = Chaleur spécifique (fluide + solide), à pression constante, $J.m^{-3}.K^{-1}$
- $(\rho c)_f$ = Chaleur spécifique du fluide de remplissage, à pression constante, $J.m^{-3}.K^{-1}$

Variables adimensionnelles

A = Production de chaleur adimensionnelle, $(2A L H) / (\text{tr } \Lambda \Delta T)$

e_1 = Vecteur unitaire adimensionnelle selon la coordonné x

e_3 = Vecteur unitaire adimensionnelle selon la coordonné y

K = tenseur adimensionnelle de perméabilité en 2D, $(2 / \text{tr } K).K$

\bar{K} = tenseur adimensionnelle de perméabilité dans le système coordonnée adimensionnelle (x, z) , $(\alpha .K.\alpha)$

Ra^* = Nombre de Rayleigh de filtration pour un milieu hétérogène et anisotrope,

t = temps adimensionnel, $\text{tr } \Lambda / (2 L H (\rho c)_f t)$

T = température adimensionnelle, $(T - T_f) / \Delta T$

v = Vitesse adimensionnelle, $v_{\text{Darcy}} - \nabla (\ln \text{tr } \Lambda) . \Lambda$

v_{Darcy} = Vitesse adimensionnelle de filtration, composants $[v_x, v_z]$

$|v_{\text{max}}|$ = maximum valeur de la vitesse adimensionnelle de filtration, $|v_{\text{max}}| = \text{Max} [v_x^2 + v_z^2]$

v_x = Composant horizontal de la vitesse adimensionnelle de filtration, $(2 H (\rho c)_f v_x) / \text{tr } \Lambda$

v_z = Composant vertical de la vitesse adimensionnelle de filtration, $(2 L (\rho c)_f v_z) / \text{tr } \Lambda$

x = coordonnée horizontal adimensionnelle, x / L

z = coordonnée vertical z adimensionnelle, z / H

α = Rapport géométrique adimensionnelle = H/L

β = Coefficient adimensionnel de expansion volumique du fluide de saturation, $\beta_{\text{th}} \Delta T$

ε = Porosité adimensionnelle

γ = Coefficient adimensionnelle de variation de la viscosité dynamique du fluide de saturation, $\gamma \Delta T$

Λ = Tenseur adimensionnelle de conductivité thermique en 2D, $(2 / \text{tr } \Lambda) . \Lambda$

$\bar{\Lambda}$ = Tenseur adimensionnelle de conductivité thermique dans le système de coordonnées adimensionnel (x, z) , $(\alpha .\Lambda.\alpha)$

Φ_h = Flux thermique adimensionnelle horizontal, parallèle aux surfaces isothermiques, $(2 H \Phi_h) / (\text{tr } \Lambda \Delta T)$

Φ_v = Flux thermique adimensionnelle vertical, perpendiculaire aux surfaces isothermiques, $(2 L \Phi_v) / (\text{tr } \Lambda \Delta T)$

ψ = Fonction de courante (stream function)

Exposants

t = opérateur transpose

$^{-1}$ = opérateur inverse

Indices

f = fluide

h = selon la coordonnée horizontal, ou parallèle à la surface isothermique

v = selon la coordonnée vertical, ou perpendiculaire à la surface isothermique

r = niveau de référence

s = solide

x = composant horizontal

z = composant vertical

Opérateurs

\mathbf{j} = matrice de rotation = $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, remarque : $\mathbf{j}^2 = -\mathbf{I}$ avec \mathbf{I} l'opérateur identité

α = Tenseur métrique associé à l'adimensionnement du système de coordonnées (x, z),

$$\begin{bmatrix} \sqrt{\alpha} & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{\alpha} \end{bmatrix}$$

tr = opérateur trace d'une matrice

det = déterminant d'une matrice

\cdot = produit scalaire

\otimes = produit tensoriel

$\{a_i\}$ = sommation de termes a_i respect à i , $\sum_i a_i$

∇ = 2D opérateur nabla, $(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial z}) = \mathbf{grad}$

$\mathbf{J}(f)$ = Jacobian d'une fonction vectorielle f

$\mathbf{H}(f)$ = Hessian d'une fonction scalaire f

\mathbf{D} = 2D opérateur rotationnel, $(\frac{\partial}{\partial z}, -\frac{\partial}{\partial x}) = \nabla \mathbf{j} = \mathbf{curl}$

Δf = Laplacian d'une fonction scalaire

ANNEXE 4

Données du forage GPK1 utilisées pour l'évaluation
de nombres de Nusselt et de Rayleigh

Série	Géologie	Profondeur	Epaisseur	Densité	Température in situ	Pression dgh	Gradient in situ	K at 20°C	K range	K at T	K of water	K water+rock
		m	m	g/cm3	°C	dyn/cm2 10 +7	°C/100m	W/m K		W/m K	W/m K	W/m K
		225	225		41							
Oligocene	Clay+Sand	325	100	2,55	51	2,5	10,5	1,4	1.2-1.7	1,3	0,643	1,201
Eocene	Red Serie	381	56	2,55	55	3,9	7,5	1,4		1,3	0,648	1,198
	Clay+Dol.	570	189	2,60	71	8,8	8,4	1,7		1,6	0,665	1,412
	Limestone	590	20	2,55	74	9,3	12,5	2,2	1.7-2.7	2,0	0,667	1,814
Jurassique	Clay	621	31	2,52	77	10,1	11,9	1,4		1,3	0,670	1,180
	Schistes	630	9	2,70	78	10,3	11,1	2,1	1.9-2.3	1,9	0,670	1,705
	clay	696	66	2,52	85	12,0	10,9	1,4		1,3	0,676	1,173
	clay	729	33	2,52	89	12,8	10,9	1,4		1,3	0,679	1,170
	limestone	748	19	2,52	91	13,3	8,9	2,2		2,0	0,680	1,790
Trias	Clay	760	12	2,52	92	13,6	7,5	1,4		1,3	0,680	1,168
	Dolomite	821	61	2,67	96	15,2	7,5	3,3	2.5-3.75	3,0	0,684	2,638
	Clay	918	97	2,52	104	17,6	7,6	1,4		1,3	0,689	1,158
	Dolomite	939	21	2,67	105	18,1	7,1	3,3		3,0	0,689	2,619
	Limestone	1039	100	2,55	113	20,7	8,0	2,2		2,0	0,694	1,758
	Lime+Clay	1060	21	2,63	114	21,2	3,3	2,2		2,0	0,694	1,757
	Sandstone	1270	210	2,64	119	26,7	2,7	3,2	2.1-5	2,9	0,698	2,491
	Sandstone	1376	106	2,64	124	29,5	4,2	3,2		2,8	0,700	2,654
	GT1	1415	39	2,71	125	30,5	3,3			2,4	0,701	2,247
	GT1	1475	60	2,71	127	32,1	3,5			2,7	0,702	2,520
	GT2	1495	20	2,71	128	32,6	2,5			2,7	0,703	2,560
	GT1	1548	53	2,71	129	34,1	2,8			2,7	0,704	2,560
	GTA	1565	17	2,71	130	34,5	2,4			2,4	0,705	2,281
	GT1	1575	10	2,71	130	34,8	1,0			2,7	0,705	2,560
	GTA	1655	80	2,71	132	36,9	2,6			2,4	0,706	2,197
	GT1	1810	155	2,71	133	41,1	0,5			2,7	0,708	2,561
	Gta	1825	15	2,71	135	41,5	14,0			2,4	0,709	2,163
	GT1	1855	30	2,71	136	42,3	6,0			2,7	0,710	2,561
	GT2	1910	55	2,71	138	43,8	2,5			2,7	0,711	2,561
	GT1	1990	80	2,71	140	45,9	2,5			2,4	0,712	2,319

Z/K	Keq at T W/m K	Phi mW/m2	NPH Porosity Neutron total	Changes de conductivité avec la porosité	Nombre de Ra	Nombre de Prandtl x 10 -3	Perméabilité absolue	K water+rock W/m K	Viscosité dynamique 10-7 (kg/ms)	K eq eau+roche W/mk	enthalpie H hj/kg	Nusselt Nu Adimensionnel
75,07	1,3	126	19	1,20	14	3,48	1E-13	1,201	5,38	1,201	216	0,816
42,21	1,3	90	19	1,20	58	3,22	1E-12	1,198	5,03	1,201	234	0,860
119,07	1,5	118	19	1,31	18	2,50	1E-13	1,412	4,01	1,309	304	0,947
9,76	1,5	227	17	1,34	22	2,41	1E-12	1,814	3,88	1,344	315	1,367
23,85	1,5	141	19	1,32	5	2,29	1E-13	1,180	3,70	1,315	331	0,803
4,62	1,5	189	19	1,32	1	2,26	1E-13	1,705	3,65	1,322	336	1,174
51,17	1,4	128	19	1,30	1	2,05	1E-14	1,173	3,35	1,300	367	0,919
25,67	1,4	128	19	1,29	5	1,97	1E-13	1,170	3,22	1,291	383	0,960
9,42	1,4	160	17	1,32	15	1,93	1E-12	1,790	3,16	1,319	390	1,380
9,36	1,4	88	19	1,30	13	1,91	1E-12	1,168	3,12	1,300	394	0,930
20,26	1,5	199	16	1,39	28	1,81	1E-12	2,638	2,98	1,392	415	2,048
76,46	1,5	88	19	1,33	11	1,67	1E-13	1,158	2,76	1,333	447	0,859
7,03	1,5	187	16	1,38	9	1,65	1E-12	2,619	2,72	1,376	454	2,160
50,60	1,6	141	17	1,41	74	1,53	1E-12	1,758	2,53	1,406	489	1,286
10,63	1,6	59	17	1,41	6	1,52	1E-12	1,757	2,51	1,413	493	3,084
73,46	1,7	66	17	1,54	36	1,44	1E-12	2,491	2,40	1,544	520	2,245
37,23	1,8	110	9	1,68	28	1,39	1E-12	2,654	2,32	1,685	541	2,161
16,25	1,8	75	9	1,70	10	1,37	1E-12	2,247	2,30	1,699	547	1,514
22,22	1,8	88	9	1,73	14	1,35	1E-12	2,520	2,26	1,725	557	1,489
7,41	1,8	64	7	1,76	3	1,34	1E-12	2,560	2,25	1,757	559	1,898
19,63	1,9	72	7	1,78	10	1,33	1E-12	2,560	2,23	1,779	566	1,847
7,08	1,9	54	7	1,78	3	1,32	1E-12	2,281	2,22	1,784	568	1,582
3,70	1,9	26	7	1,79	1	1,32	1E-12	2,560	2,22	1,788	569	3,426
33,33	1,9	58	12	1,75	16	1,30	1E-12	2,197	2,19	1,750	579	1,872
57,41	1,9	12	7	1,86	5	1,29	1E-12	2,561	2,19	1,863	585	
6,25	2,0	303	14	1,78	16	1,27	1E-12	2,163	2,15	1,779	594	
11,11	2,0	154	7	1,88	12	1,25	1E-12	2,561	2,13	1,875	602	0,575
20,37	2,0	65	7	1,89	9	1,24	1E-12	2,561	2,11	1,892	609	2,074
32,79	2,0	58	7	1,91	15	1,22	1E-12	2,319	2,08	1,908	619	1,543

**AUTORISATION DE SOUTENANCE DE THESE
DU DOCTORAT DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE**

o o o

VU LES RAPPORTS ETABLIS PAR :

**Monsieur VASSEUR Guy, Directeur de Recherche C.G.G. Montpellier,
Monsieur VIGNERESSE Jean-Louis, CREGU, Vandoeuvre**

Le Président de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, autorise :

Madame FLORES MARQUEZ Elsa Leticia

à soutenir devant l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE, une thèse intitulée :

Transferts de chaleur et de masse en milieu sédimentaire et fracture. Modélisation numérique de la convection naturelle autour du site géothermique de Soultz (GRABEN du RHIN).

en vue de l'obtention du titre de :

DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

Spécialité : "GEOSCIENCES ET MATIERES PREMIERES"

Fait à Vandoeuvre le, 4 juin 1992

Le Président de l'I.N.P.L.,

M. GANTOIS

