



**HAL**  
open science

# Modélisation et analyse des performances de stratégies de maintenance, de contrôle de la qualité, et de gestion des stocks dans une chaîne logistique

Yesser Yedes

► **To cite this version:**

Yesser Yedes. Modélisation et analyse des performances de stratégies de maintenance, de contrôle de la qualité, et de gestion des stocks dans une chaîne logistique. Autre. Université Paul Verlaine - Metz, 2010. Français. NNT : 2010METZ041S . tel-01752280

**HAL Id: tel-01752280**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01752280>**

Submitted on 29 Mar 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université Paul Verlaine Metz

Université de Tunis El Manar  
Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis

**THESE EN COTUTELLE**

pour obtenir les grades de

Docteur de l'université Paul Verlaine de Metz  
*spécialité : Automatique, traitement du signal et des images, Génie  
informatique*  
et

Docteur de l'université de Tunis El Manar  
*spécialité : Génie Industriel*

Présentée et soutenue publiquement le 12 Novembre 2010  
par

**YESSER YEDES**

**Titre**

**Modélisation et analyse des performances de stratégies de maintenance, de  
contrôle de la qualité, et de gestion des stocks dans une chaîne logistique**

Directeurs de thèse

Prof. Anis Chelbi (CEREP, ESSTT)      Prof. Nidhal Rezg (LGIPM, UPV Metz)

Jury

Jean Pierre Campagne  
Atidel Hadj Alouane  
Benoît Jung

Président, Rapporteur  
Rapporteur  
Examineur

Laboratoires d'accueil : *Laboratoire de Génie Industriel et de Production de Metz (Université Paul Verlaine de Metz) et Centre de Recherche en Productique (ESSTT, Université de Tunis)*

*À ma Chère femme*

*À nos chers enfants*

*À mes chers parents et mes chers beaux parents*

*À toute la famille Yedes et toute la famille Boufeid*

# Remerciements

Je tiens tout d'abord à exprimer mes remerciements les plus sincères à mes directeurs de thèse Professeur Anis Chelbi et Professeur Nidhal Rezg, pour la confiance qu'il m'ont accordée et pour m'avoir guidé, suivi et aidé tout au long de ce travail.

Je remercie également Monsieur Sofiène Dellagi, Maître des conférences à l'université Paul Verlaine-Metz, pour sa disponibilité et son aide inconditionnelle surtout pendant mes séjours passés à Metz au sein du LGIPM.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude aux personnes qui m'ont fait l'honneur de composer le jury de ma thèse.

Je voudrais adresser mes remerciements à tout le personnel et membres du laboratoire LGIPM et tout particulièrement Chantal Fousse. Merci aussi aux collègues à qui je souhaite la réussite du fond de mon cœur : Souheil, Hatem, Zied, Sadok, Foued, Housseem, Wajdi, Soumaya, Mohamed Ali.

Je ne peux pas finir cette page sans adresser mes remerciements les plus sincères à ma femme, à mes enfants, à mes parents et à mes beaux parents, pour leur amour, leur soutien et leur patience.

## Résumé

Cette thèse s'inscrit dans le cadre d'une problématique globale de recherche qui porte sur la modélisation et l'optimisation des chaînes logistiques (supply chains). Il s'agit de développer, pour deux maillons successifs d'une chaîne logistique, des modèles pour résoudre le problème du lot économique commun (*JELP : Joint Economic Lot sizing Problem*) en intégrant les aspects liés à la production (le nombre et la taille des lots, les stocks), à la maintenance (politiques de maintenance) et à la qualité des produits (politiques d'inspection des produits). Contrairement aux modèles classiques de la littérature et leurs extensions qui utilisent une politique de production continue engendrant une importante accumulation de stock chez le fournisseur ou le client, notre étude consiste à proposer une nouvelle alternative basée sur le principe « ne produire que le besoin du client à livrer immédiatement ». Globalement, l'idée se résume à produire une commande optimale par lots séparés de taille optimale immédiatement transférés au client. Il en résulterait, par rapport à une politique de production continue, une réduction considérable du stock moyen dans le système mais aussi une éventuelle amplification importante du nombre de setups nécessaires pour produire toute la commande. Ce choix est surtout justifié lorsque le coût de setup unitaire est relativement réduit. En effet, le gain qu'on pourrait enregistrer au niveau du coût de stockage couvrirait dans ce cas la perte éventuelle au niveau du coût de setup.

Cherchant un meilleur compromis entre les coûts de stockage, de setup et de livraison, cette solution est généralisée par la suite au cas où la taille du lot produit est différente de la taille de la commande et de la taille des livraisons.

Nous avons enfin étendu l'étude au cas d'un processus de production non fiable générant une certaine proportion de produits de mauvaise qualité. Deux solutions globales quasi-optimales intégrant des actions de maintenance, synchronisées avec le planning de production et de livraison, sont proposées. Pour le coût de non-qualité, des actions de maintenance sont entreprises de façon à produire un coût global quasi-optimal.

## *Abstract*

In this work we deal with the single vendor single buyer integrated production inventory problem. In the beginning, two production strategies are compared. The first one, proposed by Ben-Daya and Hariga (2004), suggests that the buyer orders batches of size  $nQ$  every time his on hand inventory reaches the reorder point  $r$  after the reception of the ultimate lot of the last order. The vendor from his side produces continuously  $nQ$  and makes equal shipments of size  $Q$ . The second policy, which we develop, propose that to satisfy the same ordered quantity, the vendor produces separately smaller batches of size  $Q$  (lot-for-lot),  $n$  times. The total expected cost is adopted as the decision variable for the choice of the best strategy.

Afterwards, the lot-for-lot strategy is generalised to the cases where the sizes of the produced lot and the shipment are different from the ordered quantity. Henceforth, the vendor manufactures separately smaller batches of size  $iQ$  and makes equal shipments of size  $jQ$  ( $1 \leq j \leq i \leq n$ ) limited or not to the transportation capacity. The optimal solution corresponds to the best combination  $(n, i, j, Q, r)$  yielding the minimal total average cost per time unit incurred by the vendor and the buyer.

In the last contribution, we consider the case of an imperfect process where the production unit is assumed to randomly shift from an in-control to an out-of-control state characterized by a fixed production rate of non-conforming items. To resolve the problem, we propose and compare two different strategies integrating production, inventory and maintenance policies. The maintenance actions are performed to prevent or to reduce the losses related to imperfect items.

*Key words:*

Supply chains management, integrated strategies, single-vendor single buyer, maintenance, quality.



# Table des matières

<b>Table des matières.....</b>	<b>i</b>
<b>Liste des figures .....</b>	<b>iv</b>
<b>Liste des tableaux.....</b>	<b>vi</b>
<b>Notations générales.....</b>	<b>vii</b>
<b>Introduction générale .....</b>	<b>1</b>
<b>Chapitre I : Généralités sur les "<i>supply chains</i>" et leur management.....</b>	<b>6</b>
1. Introduction.....	6
2. Le concept de " <i>supply chain</i> " .....	9
3. Le " <i>supply chain management</i> " .....	13
4. Le problème de la taille du lot économique commun.....	21
4.1. Position du problème.....	21
4.2. Configurations et extensions traitées.....	22
4.2.1. Les " <i>supply chains</i> " à deux niveaux .....	23
4.2.2. Les " <i>supply chains</i> " à trois niveaux .....	26
5. Conclusion .....	27
<b>Chapitre II : Problématique et objectifs de la thèse.....</b>	<b>29</b>
1. Introduction.....	29
2. Le problème du type " <i>single-vendor single-buyer</i> " .....	29
2.1. Modèles déterministes .....	30
2.1.1. Modèles à tailles de livraison égales.....	30
2.1.2. Modèles à tailles de livraison variables .....	33
2.1.3. Modèles traitant les extensions du problème " <i>JELP</i> " .....	37
2.2. Modèles stochastiques .....	39



---

3. Remarques et analyses .....	41
4. Objectifs de la thèse .....	44
4.1. Objectif 1 .....	44
4.2. Objectif 2 .....	45
4.3. Objectif 3 .....	45
5. Conclusion .....	46
<b>Chapitre III : D'une production continue à une production lot-par-lot.....</b>	<b>48</b>
1. Introduction.....	48
2. Stratégie de production continue de Ben-daya et Harigua .....	50
2.1. Définition.....	50
2.2. Modèle mathématique .....	51
2.3. Procédure d'optimisation .....	54
3. Stratégie lot-par-lot .....	57
3.1. Définition.....	57
3.2. Modélisation mathématique .....	58
4. Comparaison entre les deux stratégies.....	61
4.1. Procédure numérique de comparaison .....	61
4.2. Exemple numérique et discussions.....	64
4.3. Comparaison généralisée.....	70
5. Conclusion .....	74
<b>Chapitre IV : Généralisation de la stratégie lot-par-lot.....</b>	<b>77</b>
1. Introduction.....	77
2. Définition de la stratégie généralisée.....	78
3. Modélisation mathématique et procédure numérique d'optimisation .....	80
4. Résultats numériques .....	84
5. Conclusion .....	89
<b>Chapitre V : Généralisation de la politique de livraison .....</b>	<b>91</b>
1. Introduction.....	91

2. La politique de livraison généralisée en l'absence de contrainte de capacité de transport.....	92
2.1. Définition.....	92
2.2. Modélisation mathématique .....	94
2.3. Procédure numérique d'optimisation .....	98
2.4. Résultats numériques.....	101
3. La politique de livraison généralisée en présence d'une contrainte de capacité de transport.....	104
3.1. Définition et procédure numérique d'optimisation .....	105
3.2. Résultats numériques.....	107
4. Conclusion .....	109
<b>Chapitre VI : D'une production parfaite à une production imparfaite .....</b>	<b>110</b>
1. Introduction.....	110
2. Stratégie de production continue .....	112
2.1. Définition.....	113
2.2. Modélisation mathématique .....	114
2.2.1. Cas d'un taux de non-conformités $\alpha \leq P-D$ .....	115
2.2.2. Cas d'un taux de non-conformités $\alpha > P-D$ .....	122
3. Stratégie de production lot-par-lot.....	129
3.1. Définition.....	129
3.2. Modélisation mathématique .....	129
4. Procédure numérique d'optimisation.....	133
5. Résultats et analyses .....	134
6. Conclusion .....	139
<b>Conclusion générale et perspectives .....</b>	<b>141</b>
<b>Références bibliographiques .....</b>	<b>147</b>

## Liste des figures

Figure I.1 : Représentation d'une "supply chain" (flèches noires : flux physiques, flèches blanches : flux d'informations) .....	12
Figure I.2 : Configurations considérées .....	23
Figure II.1 : Evolution des stocks pour une politique de production livraison non simultanées (cas où le nombre de livraison de même taille $n = 2$ ) .....	31
Figure II.2 : Evolution des stocks pour une politique de production livraison simultanée ( $n = 3$ ) .....	32
Figure II.3 : L'évolution des stocks (client et fournisseur) en fonction du temps pour la stratégie de Hill (1999).....	36
Figure II.4 : L'évolution des stocks (client et fournisseur) en fonction du temps pour la stratégie de Hill et Omar (2006).....	36
Figure III.1 : Production et livraison cumulées, stock fournisseur et stock client en fonction du temps pour la stratégie de Ben-Daya et Hariga (2004) .....	51
Figure III.2 : Algorithme de calcul du coût total moyen quasi-optimal.....	56
Figure III.3 : Production et livraison cumulées, stock fournisseur et stock client en fonction du temps pour la stratégie lot-par-lot (Yedes et al., 2009b).....	57
Figure III.4 : Algorithme de comparaison des deux stratégies pour différents coûts de setup ..	62
Figure III.5 : Algorithme de recherche du seuil $K^*$ .....	63
Figure III.6 : Variation des coûts quasi-optimaux des deux stratégies en fonction de $K$ pour $h_v = 4\$$ .....	66
Figure III.7 : Variation des coûts quasi-optimaux des deux stratégies en fonction de $K$ pour $h_v = 5\$$ .....	66
Figure III.8 : Variation des coûts quasi-optimaux des deux stratégies en fonction de $K$ pour $h_v = 7\$$ .....	67
Figure III.9 : Evolution de la fonction $f(n, Q)$ dans l'espace en fonction de $n$ et $Q$ ( $n \in [1, 20]$ et $Q \in [1, 200]$ ) .....	72
Figure III.10 : Courbes iso-réponses de $f(n, Q)$ ( $n \in [1, 20]$ et $Q \in [1, 200]$ ).....	73

---

Figure IV.1 : Production et livraison cumulées, stock fournisseur et stock client en fonction du temps pour la stratégie de production par lots de taille $iQ$ (cas $i=3$ ).....	80
Figure IV.2 : Algorithme déterminant la stratégie la plus économique et le coût total moyen quasi-optimal correspondant .....	84
Figure IV.3 : Le coût total moyen quasi-optimal $ETC^{(i,1)*}$ en fonction du nombre de lots $i$ de taille $Q$ produit en un seul setup pour différentes valeurs du coût de setup unitaire $K$ .....	85
Figure V.1 : Production et livraison cumulées respectivement par lots de taille $iQ$ et $jQ$ (Cas où $i=5, j=3$ et $n=17$ ).....	93
Figure V.2 : Algorithme de recherche de la solution quasi-optimale .....	100
Figure V.3 : Algorithme de recherche de la solution quasi-optimale en présence d'une contrainte sur la capacité de transport .....	106
Figure VI.1 : Production cumulée, livraison cumulée et variation du stock client en fonction du temps pour la stratégie de production continue.....	116
Figure VI.2 : Production cumulée, livraison cumulée et stock client en fonction du temps pour $\alpha > P-D$ (cas où $\tau_2 \leq \tau < \tau_3$ ) .....	123
Figure VI.3 : Production cumulée, livraison cumulée et variation du stock client en fonction du temps pour la stratégie lot-pat-lot (cas où l'état "out-of-control" est détecté seulement avant la première livraison).....	130
Figure VI.4 : Algorithme de recherche de la solution quasi-optimale .....	133

## Liste des tableaux

Tableau III.1 : Les données du problème .....	64
Tableau III.2 : Les résultats obtenus pour les situations considérées.....	64
Tableau III.3 : Les valeurs seuils du coût de setup pour différents $h_v$ .....	67
Tableau III.4 : Influence de $h_v$ sur la différence des coûts quasi-optimaux pour $K=100\$$ .....	68
Tableau III.5 : Comparaison entre la stratégie continue et des politiques individuelles.....	68
Tableau III.6 : Comparaison des deux stratégies individuellement (client et fournisseur séparés).....	69
Tableau IV.1 : Les données du problème.....	85
Tableau IV.2 : Solutions quasi-optimales pour différents coûts de setup.....	86
Tableau IV.3 : coûts totaux moyen par unité de temps quasi-optimaux correspondant aux différentes stratégies considérées pour différents coûts de setup unitaires.....	87
Tableau IV.4 : Solutions quasi-optimales pour différentes valeurs du coût de setup, du coût de stockage client et du coût de stockage fournisseur .....	88
Tableau IV.5 : Solutions quasi-optimales pour $F=1\$$ et $K=100\$$ .....	88
Tableau V.1 : Les données du problème .....	101
Tableau V.2 : Résultats obtenus pour $K=1000\$$ et pour $h_v > h_b$ et $h_b > h_v$ .....	102
Tableau V.3 : Résultats obtenus pour $F=100\$$ et pour $h_v > h_b$ et $h_b > h_v$ .....	103
Tableau V.4 : Résultats obtenus pour $F=100\$$ et $K=1000\$$ .....	103
Tableau V.5 : Données du problème.....	107
Tableau V.6 : Résultats obtenus pour différentes valeurs de la capacité de transport $c_t$ .....	108
Tableau VI.1 : Résultats obtenus en variant $C_{pm}$ pour différentes valeurs de $\alpha$ .....	135
Tableau VI.2 : Les résultats obtenus en variant $K$ ou $h_b$ pour différentes valeurs de $C_{pm}$ .....	137

## Notations générales

$D$	taux de demande en unités par unité de temps,
$P$	taux de production en unités par un ite de temps,
$n$	nombre de lots commandés par le client ou nombre de livraison du fournisseur par cycle,
$Q, q$	taille de chaque livraison faite par le fournisseur au client en unités de produit,
$r$	niveau du point de commande du client en unités de produit,
$S$	stock de sécurité en unités de produit,
$K$	coût unitaire de setup du fournisseur (\$/setup),
$A$	coût unitaire de commande (\$/commande),
$F$	coût unitaire de transport (\$/livraison),
$\pi$	coût unitaire de rupture de stock du client due à la variation de la demande durant le délai d'approvisionnement (\$/unité manquante),
$h_v$	coût de stockage unitaire pour le fournisseur (\$/unité/unité de temps),
$h_b$	coût de stockage unitaire pour le client (\$/unité/unité de temps),
$C_S$	coût unitaire de rupture causée par une production imparfaite (\$/unité non livrée),
$C_{cq}$	coût unitaire du contrôle de la qualité (\$/unité contrôlée),
$C_{nq}$	coût d'une unité de produit non-conforme rebutée (\$/unité rebutée),
$C_{pm}$	coût d'une action de maintenance préventive (\$),
$C_{cm}$	coût d'une action de maintenance corrective (\$),
$L(Q)$	délai d'approvisionnement pour un lot de taille $Q$ ( <i>lead time</i> ) : $L(Q)=(Q/P)+t$ ,
$t$	délai fixe de transport (unités de temps),
$TC_b$	coût total moyen du fournisseur par unité de temps,
$TC_v$	coût total moyen du client par unité de temps,
$ETC^{(i,j)}$	coût total moyen intégré par unité de temps pour une stratégie de production par lots de taille $iQ$ et de livraison par lots de taille $jQ$ ( $i = n$ et $j = 1$ pour une stratégie de production continue, $i = 1$ et $j = 1$ pour une stratégie lot-pat-lot),

Toute autre notation spécifique est signalée là ou elle est utilisée.

## Introduction générale

Depuis plus de trois décennies, les entreprises, affrontées au phénomène de mondialisation, à l'accroissement de la concurrence ainsi qu'à la standardisation des produits en termes de qualité et de performance, ne disposent plus que de peu de marge d'amélioration intrinsèque. En conséquence, les chercheurs, les industriels et tous les opérateurs influents du milieu du business ont été contraints de reconsidérer la manière de concevoir et de gérer les affaires. Une nouvelle vision globale a surgi et n'a cessé depuis d'attirer l'attention par sa philosophie d'intégration des activités liées au business à l'intérieur et au-delà des frontières de l'entreprise : il s'agit du concept de la "*supply chain*" appelée aussi « chaîne logistique » ou « chaîne d'approvisionnement ».

La "*supply chain*" est un concept nouveau et renouvelable. Bien qu'encore assez ambiguë et jugée anti-éthique par les plus sceptiques, elle pourvoit aux acteurs qui la composent un apport économique indéniable, même si pour la plupart d'entre eux voire la totalité, il s'agit d'une question de survie plutôt que de profit. En effet, chaque intervenant, se plaçant légalement à l'extérieur de la chaîne, pourrait maximiser encore plus son profit en optimisant ses propres activités indépendamment de ses partenaires amont et aval, mais à long terme les conséquences seront irréparables. En s'approvisionnant et approvisionnant de la façon qui l'arrange, l'acteur « individualiste » peut imaginer le scénario probable suivant : il va peu à peu perdre ses fournisseurs et ses clients habituels et à force de changer perpétuellement ses partenaires, ou bien ses prix vont grimper autant que ses coûts et dans ce cas il risque de perdre son marché, ou bien il va être contraint de baisser d'une manière spectaculaire sa marge de profit et devenir vulnérable devant ses concurrents.

Devant une telle réalité, tous les membres d'une "*supply chain*" doivent impérativement laisser de côté leurs comportements individualistes et se conduire en tant qu'entités d'un système unifié pour pouvoir améliorer la performance globale. Il ne s'agit d'aucune manière de compromettre l'intérêt d'un ou de plusieurs maillons particuliers de la chaîne, mais plutôt

---

de les faire évoluer dans un contexte gagnant-gagnant afin de pouvoir offrir une meilleure prestation au consommateur final et gagner ainsi sa confiance.

L'intégration d'une "*supply chain*" obéit à des critères très stricts et lorsque la structure est mise en place, sa gestion doit être menée convenablement selon des règles très strictes aussi. Les critères d'intégration ou les règles de gestion d'une "*supply chain*" relèvent de ce qu'on appelle le "*supply chain management*". Ils sont à la base des décisions d'ordre à la fois stratégique, tactique et opérationnel. Nous citons à titre indicatif : le choix des partenaires et leur nombre ; le choix du nombre des sites de production ou de stockage ou de dispatching, leur localisation et la répartition des capacités entre eux ; le choix des politiques d'approvisionnement, de production, de livraison et de transport ; le choix des politiques et des moyens de communication ; la gestion des imprévus et des retours, etc.

Une large proportion des travaux de recherche portant sur le "*supply chain management*" s'intéresse à la gestion de tous les types de flux circulant entre les maillons d'une même chaîne. Un nombre non moins important de stratégies a été développé dans ce cadre, avec comme but principal l'optimisation ou du moins l'amélioration de la performance globale de la chaîne (en termes de coûts, délai, qualité et niveau de service).

Dans cette thèse nous traitons le problème de la taille du lot économique commun, largement discuté dans la littérature du "*supply chain management*". Nous nous intéressons spécialement au cas de la plus simple des structures, composée d'un seul fournisseur et d'un seul client ("*single-vendor single-buyer*"). L'importance de ce cas particulier est due notamment à la possibilité d'étendre d'une manière ou d'une autre les solutions du problème en question, développées à cette échelle, à des structures beaucoup plus complexes. Notre objectif principal consiste à développer de nouvelles stratégies intégrées capables d'offrir de nouvelles alternatives pour le fournisseur et le client.

Le principe de résolution du problème de la taille du lot économique à l'échelle «*single-vendor single-buyer*» passe par le choix des politiques de production et de livraison à adopter pour satisfaire la demande du client et la formulation mathématique du coût total moyen intégré correspondant, en sommant les coûts moyens subis par chacun des deux maillons de la chaîne. L'optimum de ce coût est obtenu pour la taille économique recherchée, qu'il va falloir déterminer, selon le cas qui se présente, soit analytiquement soit numériquement.



---

En parcourant les modèles proposés dans la littérature, on s'aperçoit que la majorité sont développés dans un contexte déterministe. Cette hypothèse, bien que bénéfique pour la modélisation et relativement efficace au niveau des résultats, reste loin de la réalité à cause du caractère stochastique de certains paramètres. De plus, depuis Goyal (1977), pratiquement la seule politique de production utilisée est de type continu. Elle consiste à produire la totalité de la commande client d'une manière continue, réduisant ainsi le coût de setup au maximum. Mais, partant du principe que le taux de production du fournisseur est généralement plus important que le taux de la demande, cette politique engendre une importante accumulation de stock dans le système. Dans le but d'améliorer le coût total intégré, la plupart des chercheurs se sont concentrés sur le perfectionnement de la politique de livraison pour obtenir une meilleure répartition de ce stock entre le fournisseur et le client.

Nous avons aussi constaté que le cas d'une production imparfaite (possibilité de génération de produits de mauvaise qualité par le système de production) est relativement peu exploré. En général, les stratégies développées dans ce cadre ignorent l'origine du problème de la non-qualité et se contentent de déterminer la taille du lot économique commun dans ces circonstances.

Sur la base de ces constatations, nous nous sommes proposés tout d'abord de développer de nouvelles stratégies de management pour un système "*single-vendor single-buyer*" opérant dans un environnement stochastique, en se basant sur une production parfaite de type lot-par-lot. Une telle production permettra de satisfaire la demande client tout en évitant une importante accumulation de stock dans le système. Sachant que pour cette politique, le fournisseur accusera des périodes d'arrêt (en supposant que son taux de production est largement supérieur au taux de demande du client), nous tenterons d'intégrer une politique de maintenance pour le cas d'une production imparfaite supposée due à la détérioration de l'outil de production.

Notre démarche sera basée sur le modèle à caractère basique proposé par Ben-Daya et Hariga (2004), dans un contexte stochastique, pour résoudre le problème suivant : chaque fois que son stock atteint le niveau de commande  $r$ , le client passe une commande de taille  $nQ$  (à condition qu'il n'y ait pas de commande en cours). Le fournisseur produit cette commande d'une manière continue (un seul setup) et la livre périodiquement par lot de taille  $Q$ . Il s'agit tout d'abord de modifier la production continue en une autre lot-par-lot et à l'améliorer petit à petit en régulant les stocks à travers la régulation de la taille du lot produit et de la taille de la

---

livraison. Au fur et à mesure, la comparaison entre la stratégie de base (celle continue) et la nouvelle stratégie (lot par lot) indiquera les conditions favorisant l'une des deux.

De même, dans le cas d'une production imparfaite, il sera question de comparer les deux types de production après intégration d'une politique de maintenance.

Avant de présenter nos contributions, nous essaierons dans le premier chapitre de récapituler les principaux enseignements du concept "*supply chain*" en nous basant sur un ensemble de définitions tirées de la littérature. Il s'agira également de définir la démarche "*supply chain management*", ses objectifs et ses principaux champs d'actions. Il sera aussi question d'aborder le problème de la taille du lot économique commun, comme étant la principale cible de notre étude et l'un des sujets les plus discutés dans la littérature du "*supply chain management*". Nous nous focaliserons essentiellement sur les configurations de "*supply chains*" les plus considérées dans les études traitant ce problème, à savoir celles à deux et trois niveaux.

Dans le deuxième chapitre, nous établirons un constat détaillé sur le problème de la taille du lot économique commun pour une structure de chaîne de type "*single-vendor single-buyer*" que nous adopterons tout au long de notre étude. Nous proposerons notamment une description chronologique des principales stratégies de production-livraison et leur évolution dans différentes directions d'extensions. Suite à cette revue, des remarques seront dégagées et analysées avant d'énoncer les objectifs de la thèse.

Le troisième chapitre sera consacré à la première contribution. Il s'agira au début de définir la stratégie continue de Ben-Daya et Hariga (2004) et de présenter le modèle mathématique correspondant ainsi que la procédure numérique d'optimisation qu'ils ont utilisée. Ensuite, nous exposerons notre stratégie modifiée 'lot-par-lot' avant de détailler sa modélisation mathématique. Nous proposerons aussi deux procédures numériques, d'aide à la décision, basées sur la comparaison des coûts totaux moyens quasi-optimaux des deux stratégies. Une comparaison dans le cas général (qui serait utile dans le cas où il n'existerait pas de solutions optimales à cause d'une contrainte de capacité ou autre) sera examinée tout de suite après. Pour illustrer notre approche nous utiliserons un exemple numérique.

La politique de production lot-par-lot sera généralisée dans le quatrième chapitre. Nous passerons notamment d'une production par lot de taille  $Q$  à une production par lot de taille  $iQ$ .

Nous cherchons par cette modification à améliorer l'équilibre entre le stockage et le setup. La stratégie sera définie et modélisée et puis comparée aux deux premières (continue et lot-par-lot) pour prouver la pertinence de ce choix. Nous utiliserons pour cela une procédure numérique d'optimisation et un exemple illustratif.

Nous continuerons dans le cinquième chapitre sur cette même lancée de généralisation en modifiant la politique de livraison. Désormais le fournisseur produit la commande client  $nQ$  par lots de taille  $iQ$  et livre par lots de taille  $jQ$  ( $1 \leq j \leq i \leq n$ ). Cette stratégie serait plus flexible que celles jusque là développées, et par conséquent plus intéressante. Nous tenterons de le prouver en présence ou non d'une contrainte de capacité de transport. La stratégie sera décrite en détails et puis modélisée, avant d'être comparée aux stratégies précédentes pour un exemple arbitrairement choisi. Les procédures numériques utilisées pour les cas d'une capacité de transport infinie et limitée seront préalablement décrites.

Dans le sixième et dernier chapitre nous relaxerons l'hypothèse d'une production parfaite en considérant que le système de production du fournisseur est non fiable et qu'il génère à cause de sa dégradation des produits non-conformes après une durée de fonctionnement aléatoire. Nous proposerons dans ce contexte d'intégrer une politique de maintenance soit avec une politique de production continue soit avec une autre lot-par-lot, pour essayer de réduire les coûts dus à la non-qualité. Pour simplifier l'étude à ce stade, nous supposerons que le taux moyen de production de produits non conformes est fixe. Sur cette base, nous modéliserons les deux solutions (maintenance + production continue ou maintenance + production lot-par-lot) et nous les comparerons dans plusieurs situations données pour déterminer les conditions favorables à l'adoption de l'une ou l'autre.

Enfin, la conclusion générale reviendra sur les principaux résultats obtenus au niveau de chacune des contributions et présentera les perspectives futures de recherche reliées à la thématique traitée dans cette thèse.

---

# Chapitre I

## Généralités sur les "*supply chains*" et leur management

### 1. Introduction

L'évolution du concept logistique depuis Le Tellier et Louvois<sup>1</sup> avec leur système de magasins, en passant par A.H. Jomini<sup>2</sup> et sa formulation scientifique des stratégies napoléoniennes, s'est surtout accentuée pendant les grandes guerres du XX<sup>ème</sup> siècle. L'innovation logistique caractérisant la guerre de 1914-1918 était l'utilisation des voies ferrées comme axes essentiels d'approvisionnement de quantités importantes de munitions, désormais sans rapport avec les guerres des siècles précédents. La guerre de 1939-1945, selon beaucoup de spécialistes, a constitué le grand tournant de la logistique militaire. Les moyens ont beaucoup évolué à cette époque avec la motorisation croissante de l'armée et l'importance accordée à l'arme blindée. La demande sur le front a bien évidemment suivi en quantité et qualité impliquant de nouveaux besoins : carburant, pièces de rechange, etc. De véritables chaînes logistiques à la fois, routières, ferroviaires, marines, voire même aériennes, très complexes parfois, ont donc été mises en place afin d'assurer l'approvisionnement, et le maintien en conditions opérationnelles des troupes. L'apparition aussi, pendant cette même période, d'une technique comme « la recherche opérationnelle » dont le but essentiel était d'optimiser les convois de transport entre les USA et l'Europe sous contrainte de menace des sous-marins allemands, constituait le passage vers une véritable logistique savante.

---

<sup>1</sup> Michel Le Tellier (1603-1685), marquis de Barbezieux, seigneur de Chaville ministre d'Etat à la guerre et son fils François-Michel Le Tellier de Louvois, marquis de Louvois et homme d'Etat lui aussi, considérés comme les fondateurs de la première armée moderne et créateurs de la logistique moderne.

<sup>2</sup> Antoine-Henri baron de Jomini (1779-1869), général et écrivain suisse, longtemps chef d'état major de Ney, passé au service du tzar, instructeur de l'héritier du trône de Russie et a qui on doit semble-t-il la première définition du mot logistique : « l'art pratique de déplacer les armées et de les ravitailler en établissant et organisant leurs lignes de ravitaillement ». Il a finit sa vie en France sous le règne de Napoléon III.

---

Parallèlement, la logistique industrielle ("*business logistics*") et son management se sont fortement influencés par l'évolution du marché tout au long du siècle dernier. Plusieurs schémas ont été établis pour expliquer les évolutions du marché, considérées comme à l'origine des différentes philosophies et outils managériaux industriels (*TQM*<sup>3</sup>, *CIM*<sup>4</sup>, *JIT*<sup>5</sup>, etc). Hormis l'ère de production artisanale, caractérisée par les outils manuels flexibles et adaptés aux produits unitaires diversifiés, et qui s'est étendue jusqu'au début de la première grande guerre (1914), on distingue communément trois périodes différentes quant à l'état de l'environnement industriel :

Jusqu'aux années 60, la demande était largement supérieure à l'offre et la seule préoccupation du producteur était d'atteindre le zéro temps d'inoccupation tout en maîtrisant ses coûts. On cherchait donc à produire en masse, pour satisfaire un marché en totale expansion, en rationalisant son système sur la base du taylorisme<sup>6</sup>. En d'autres termes, le producteur, "roi du marché", n'avait pas de motifs pour raccourcir ses délais de livraison, améliorer la qualité ou satisfaire les nouveaux besoins de ses clients.

Il n'existait pas, dans ce contexte, de véritable chaîne allant du fournisseur au client et le problème de la gestion du réseau logistique dans sa globalité ne se posait pas. La régulation de l'ensemble des flux entre les fournisseurs, les entreprises et les clients se faisait par les stocks que chacun optimisait (dimension et constitution) séparément pour diminuer ses propres coûts sans se préoccuper des répercussions de ses décisions sur les activités des autres (même au sein d'une même entreprise) : c'était la période de la logistique séparée connue aussi comme le concept du «*physical distribution*», puisque l'activité logistique principale consistait en la gestion des opérations physiques (transport, stockage, manutention).

A partir des années 70, l'apparition de nombreuses entreprises dans un même secteur, a redoublé le volume de l'offre et intensifié la concurrence entre elles. Le client, devenant "roi" à son tour, était de plus en plus exigeant et imprévisible. La durée de vie commerciale des produits s'est beaucoup raccourcie. Le stockage coûte désormais plus cher vu la hausse des taux d'intérêt. Conséquence, le taylorisme n'était plus adapté à ce genre de production.

Pour conserver son business et gagner la confiance d'autres clientèles, le producteur a dû améliorer en permanence la qualité de ses produits (philosophie *TQM*), réduire la taille des

---

<sup>3</sup> Total Quality Management

<sup>4</sup> Computer Integrated Manufacturing

<sup>5</sup> Just In Time

<sup>6</sup> Méthode de travail qui tire son nom de l'ingénieur américain Frederick Winslow Taylor (1856-1915). Cette méthode repose sur une division du travail en tâches simples et répétitives individuellement optimisées.

---

séries et diversifier sa production (technologie *FMS*<sup>7</sup>) tout en gardant des coûts compétitifs. La collaboration et l'échange continu des données techniques (philosophie *CIM*) entre les différents services (conception, production, distribution, etc.) étaient à la base de toutes ces tentatives d'augmentation du niveau de satisfaction du client. C'est le passage d'une suite d'optimisations locales à une optimisation globale dans le cadre de l'entreprise. Ainsi, on ne gère plus séparément les stocks mais on cherche plutôt à ajuster la production à la demande à travers les flux pour minimiser les différents types de stocks. Deux grandes approches coexistaient à cette époque : le flux poussé et ses fameux outils MRP I<sup>8</sup> (Orlicky, 1975) et MRP II<sup>9</sup> (Wight, 1984) permettant de remonter depuis la demande future (prévisionnelle et/ou ferme) jusqu'aux besoins en matières et composants ; et le flux tiré adopté par les japonais dans le cadre du concept "*Just In Time*" qui consiste au déclenchement de la production à partir de la demande réelle.

Les responsables logistiques, profitant de ce climat d'intégration, ont consolidé leur position au sein des entreprises en prenant en charge des processus internes. La planification de la production et le pilotage de la fabrication sont devenus des parties intégrantes de la logistique. « Un modèle conceptuel représentatif très répandu à l'époque, «la logistique pipeline», soutient que la mission de la logistique était la coordination des flux internes à l'entreprise » (Carbone, 2004).

Entre les années 80 et les années 90, "l'équilibre" entre l'offre et la demande, caractérisant la période précédente, s'est effondré en faveur de l'offre. La capacité globale de production (l'offre potentielle) devenant supérieure à la demande a accentué encore plus la concurrence. En plus, l'incertitude sur la demande a augmenté, à cause du comportement de consommation imprévisible des clients. Cette incertitude est devenue une caractéristique importante du marché (Fisher, 1997 ; Cleaves et Masche, 1996). Tout se joue au niveau de la « réactivité », c'est-à-dire la vitesse de satisfaction des demandes non anticipées. Les deux zéros, «zéro défaut» et «zéro stock», sont maintenant suivis par un troisième : «zéro temps de réponse» (Persson, 1995). Les firmes doivent produire en faible quantité et livrer dans un délai généralement inférieur au cycle de fabrication. En fait, elles se sont recentrées sur le cœur de leur métier et ont joué la carte d'externalisation. Désormais, il est impératif de gérer les flux à

---

<sup>7</sup> Flexible Manufacturing system

<sup>8</sup> Material requirement Planning

<sup>9</sup> Manufacturing Resource Planning : comparé à MRP I, on tient compte des capacités des équipements ainsi que de la planification financière et comptable

---

l'échelle d'un groupe d'entreprises (composant une chaîne logistique) liées et non plus à l'intérieur d'une entreprise isolée. Le problème de la logistique est non seulement l'intégration entre les stades logistiques dans une entreprise (logistique intégrée) mais aussi la coopération logistique entre entreprises d'une même chaîne logistique (logistique coopérative). Avec l'élargissement géographique de la zone d'intervention de la logistique et l'apparition d'un élément indispensable à la réussite tel que la coopération, un autre mode de gestion appelé "*Supply chain management*" ou «management de la chaîne logistique» est adopté.

Avant de parler management, il paraît indispensable de définir clairement le concept de *supply chain* et de faire le point sur l'apport de cette nouvelle représentation de la logistique. La section suivante fera l'objet de cette revue. Le "*Supply chain management*" sera présenté avec ses champs d'actions et ses niveaux de décisions dans la section 3. Enfin, dans la section 4, le traitement du problème du lot économique commun, un important axe de recherche du "*Supply chain management*" et principale charnière de notre étude, est décrit pour différentes configurations de "*Supply chains*".

## **2. Le concept de "*supply chain*"**

Il s'agit d'un concept relativement récent (d'une vingtaine d'années), même si l'expression est utilisée depuis plus longtemps par les militaires. Dans les pays francophones on utilise les termes «chaîne logistique» ou «chaîne d'approvisionnement» pour regrouper les enseignements de ce concept. Cependant, plusieurs spécialistes du domaine affirment que les deux termes n'expriment pas totalement le sens qu'on veut attribuer à "*supply chain*" et préfèrent utiliser cette dernière expression américaine. Les divergences ne s'arrêtent pas seulement au niveau de la terminologie, mais elles atteignent et dépassent même le sens du concept. Croom et al. (2000) affirment être en accord avec le discours de New (1995) et Saunders (1995), qui soutiennent que dans la littérature du concept "*supply chain*" il existe une énorme confusion dépassant la terminologie et les significations. Pour étayer cette prise de position, ils dressent une liste de définitions de la "*supply chain*" et du "*supply chain management*" mettant en évidence certains contrastes entre les différentes approches développées dans la littérature. Il rajoute que comme de telles définitions sont basées sur des métaphores (chaînes, pipelines, etc) et des modèles idéaux plutôt que des objectifs, essayer d'adopter des définitions universelles ne peut mener qu'à des conflits inutiles. Toutefois, il

arrive à travers ces mêmes définitions à retirer un point commun : elles évoquent toutes l'environnement extérieur et les frontières d'une organisation, définie en tant qu'entité légalement identifiée comme une compagnie ou toute autre forme de business.

En se basant sur ce constat, nous ne pouvons que témoigner de l'étendue de ce concept et de l'ambiguïté qui l'entoure. Nous avons tout de même choisi quelques définitions, que nous avons classées dans un ordre convenable à l'aspect de notre étude (du plus générique au plus spécifique), histoire de se fixer peu à peu les idées.

La description prémonitoire de Håkansson (1982) parle de « réseaux composés d'acteurs, de ressources et d'activités ». Les trois dimensions qu'il considère sont à la base de la classification dans la littérature de la "*supply chain*" et du "*supply chain management*". La deuxième dimension, utilisée entre autres par Croom et al. (2000) dans leur classification sous l'expression "élément d'échange", est en relation avec la nature des échanges ou transactions (activités) entre les acteurs du réseau. Elle représente pour eux le "Quoi ou qu'est-ce qui" est échangé (biens matériels, biens financiers, biens technologiques, les ressources humaines, les informations et les connaissances) et "comment" la relation entre les différents acteurs est conduite et gérée. Il rajoute qu'il est important de considérer, pour le "Quoi", aussi bien les aspects statiques (p. ex. qui détient un bien et où est-il localisé) que les aspects dynamiques (p. ex. flux matériels, informationnels, financiers... entre les acteurs).

Plus récemment, le "*Supply Chain Council*"<sup>10</sup> a identifié la "*supply chain*" comme « la suite des étapes de production et distribution d'un produit depuis les fournisseurs des fournisseurs du producteur jusqu'aux clients de ses clients ». Il insiste, en centrant le circuit parcouru par le produit sur le producteur, sur l'importance de la valeur ajoutée dans une "*Supply Chain*", mais sans pour autant négliger ou séparer le reste des activités à tous les niveaux. En parlant notamment de production et distribution dans sa définition, il ne fait que suivre la tendance en incitant à une telle association, que beaucoup cherchaient à ignorer en parlant de "chaînes de valeurs" et chaînes de distribution".

Christopher (1992), de son côté, l'a interprétée comme « un réseau des organisations qui sont impliquées, en amont et en aval, dans les processus et les activités qui créent de la valeur dans la forme de produits et services aux yeux des consommateurs finaux ». On peut dire qu'en

---

<sup>10</sup> C'est une organisation internationale à but non lucratif, fondée en 1996 par Pittiglio Rabin Todd & McGrath (PTRM) et AMR Research en Pennsylvanie (USA). Elle sponsorise et supporte les programmes éducatifs tels que les conférences, les études et développements des modèles d'améliorations de l'efficacité et de la productivité ainsi que le modèle SCOR (*Supply-Chain Operations Reference-model*). Initialement elle comptait 69 compagnies comme membres volontaires. Actuellement leur nombre dépasse 1000 et sont répartis un peu partout dans le monde (Europe, Chine, Japon, Australie...).



---

évoquant le consommateur final, dont la satisfaction reste le principal objectif convoité par la création de ces réseaux, il a explicitement rappelé tout le monde à l'ordre. En effet, dans beaucoup de cas et surtout pour les réseaux trop expansés, on a tendance à perdre de vue cet aspect fondamental en s'intéressant à des problèmes marginaux.

Plus en détail, Lee et Billington (1995) a perçu la "*supply chain*" comme «un réseau d'installations qui assure les fonctions d'approvisionnement en matières premières, le transport de ces matières premières, la transformation de ces matières premières en composants puis en produits finis, la distribution du produit fini chez le client». Il met l'accent d'une part sur les activités et leur succession et d'autre part sur l'aspect physique en parlant de matières premières transformées en produits finis et d'installations au lieu d'acteurs ou intervenants. Cette définition à caractère plutôt industriel, ne peut être recevable dans le cas des réseaux de services et encore moins lorsqu'ils sont virtuels. De plus, les flux d'informations (qui représentent la partie intelligente du réseau) et financiers (actuellement confondus de plus en plus avec les premiers) sont négligés devant les flux physiques de matières et de produits.

Selon Pimor (2003), une "*supply chain*" est «une chaîne de tous les intervenants qui contribuent à apporter un produit :

- à un consommateur, on parle alors de *Business to Consumers (B to C ou B2C)*
- à des entreprises utilisatrices pour produire d'autres biens ou les consommer et l'on parle alors de *Business to Business (B to B ou B2B)* ».

Il donne même un schéma (figure I.1) en disant qu'il peut être développé autant que nécessaire, vu que le maillon qui représente le fournisseur de composants peut être considéré lui-même comme une chaîne constituée de plusieurs maillons tels que :

- ✓ le magasin de réception des matières premières
- ✓ l'atelier de transformation
- ✓ l'atelier d'assemblage et conditionnement
- ✓ le magasin de produits finis (semi-finis pour l'ensemble de la chaîne)...etc.

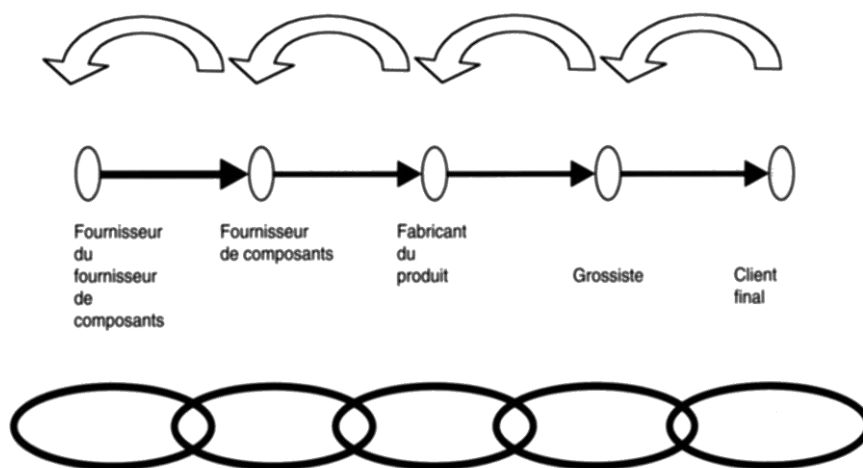


Figure I.1 : Représentation d'une "supply chain" selon Pimor (2003) (flèches noires : flux physiques, flèches blanches : flux d'informations)

Cette approche nous paraît la plus complète, dans la mesure où on évoque la structure (sous forme de "chaîne") et le lien étroit entre ses composants (considérés comme des "maillons" joints). On décrit aussi la nature de la relation entre les intervenants ("B2C" ou "B2B") qui peut correspondre à tout type de business. On n'oublie pas également de parler des flux physiques et informationnels (en considérant qu'actuellement les flux financiers sont presque confondus avec ces derniers), surtout avec la place qu'occupe ce paramètre dans la structure en question. Le seul manque qu'on peut relever serait au niveau de l'objectif ("apporter un produit..."), qui est en quelque sorte banalisé devant une concurrence aussi paroxystique dans tous les domaines. D'ailleurs l'objectif, tel qu'il est annoncé, ne peut pas être à l'origine de la mise en place d'une structure parfois très étendue et très complexe. Elle est plutôt basée sur le principe que l'optimum global (le vrai objectif de cette association) ne correspond pas à la somme des optimums locaux, et ne peut être atteint pour une structure pareille qu'à travers une coopération totale entre tous les acteurs aux intérêts parfois divergents, en particulier en terme de coûts. Certains chercheurs restent sceptiques à l'égard de cette vision, à l'image de Joglekar et Tharthare (1990) qui, partant du concept de « l'entreprise libre » ("*the free entreprise concept*"), considèrent que la coopération entre un fournisseur et un client d'une même chaîne est anti-éthique. Même si devant la réalité économique tout le monde se met à l'évidence.

Après cette analyse, on se doit d'insister sur le fait que la logique de clients / fournisseurs / concurrents est abandonnée au profit d'une logique de partenariats. Une logique qui nécessite une coopération et une collaboration forte entre les différents membres (maillons) de la "supply chain". Car, désormais, si une partie de cette chaîne n'assure pas correctement sa fonction, le produit final ne peut pas être disponible dans les délais, avec le coût et la qualité souhaités.

Dans ce contexte, la concurrence n'est plus entre les différents producteurs mais elle est entre les "supply chains". L'efficacité de la chaîne, facteur décisif dans cette concurrence et aussi témoin du niveau de coopération et collaboration, se mesure au moins par la vitesse de circulation des produits. En effet, on peut s'approcher de l'objectif global couramment annoncé (zéro temps de réponse dans le cas idéal) si le temps de parcours de la *supply chain* toute entière est réduit au maximum. Ce temps est d'autant plus limité que les stocks sont mieux gérés et les flux mieux pilotés.

Comme concept nouveau et renouvelable, la *supply chain* est perçue par Pimor (2003) comme un moteur « porteur de changement d'organisation au sein de l'entreprise ». En effet, comme l'exposent Fender (1996) dans leur définition<sup>11</sup>, l'expression *supply chain* dépasse la simple description des processus et définit même l'ensemble des moyens concernés par ces processus. De plus, les flux de matières et marchandises, initialement les seuls concernés par ce concept, sont associés aux flux relatifs d'information et financiers correspondants. Il en résulte que le management de la *supply chain* ne se résume plus à un simple ajustement des quantités et des plannings, mais il englobe le design ou la conception même de la chaîne, la définition de son mode de fonctionnement et le choix des outils de son pilotage, comme présenté plus amplement dans la section ci-dessous.

### **3. Le "*supply chain management*"**

Selon Croom et al. (2000), le "*supply chain management*" a été bâti initialement sur les travaux de Forrester (1961) en utilisant ses techniques des dynamiques industrielles ("*industrial dynamics*") dans la gestion de la distribution physique et du transport. Même s'il

---

<sup>11</sup> «L'ensemble des infrastructures, des équipements, des hommes, et des opérations qui rendent possible les flux de matières, d'information et financier depuis l'acquisition des matières premières jusqu'à la production et la distribution dans les mains du consommateur.»

prétend qu'on peut trouver des antécédents dans les approches du coût total de distribution et de logistique de Heckert et Miner (1940) et Lewis (1956), qui considèrent notamment que se concentrer uniquement sur un élément singulier de la "*supply chain*" ne peut pas garantir une efficacité de tout le système.

Ce dont nous sommes sûrs, c'est que depuis les années 90, le "*supply chain management*" est devenu le centre d'un intérêt croissant, de la part des académiciens, consultants et certains intervenants du milieu des affaires. Il est même reconnu dans certaines parties de la littérature comme le noyau central de l'analyse de la compétitivité de la "*supply chain*" (Cox, 1997 ; Croom et al., 2000).

Identiquement au concept de "*supply chain*", il existe une certaine ambiguïté autour des frontières du "*supply chain management*" dans la littérature. Des frontières internes et externes qui n'ont aucun intérêt si ce n'est que la classification des contributions. A l'image de Croom et al. (2000) qui a établi une liste des principaux champs d'application et axes de recherche du "*supply chain management*" (qu'il qualifie d'ailleurs de concise et de non exhaustive) pour pouvoir classifier différents travaux de la littérature selon différents points de contribution. La liste comprend :

- Management stratégique (design du "*supply chain*", alliances stratégiques, sélection stratégique des fournisseurs, stratégies globales, stratégies à base de temps, approvisionnement stratégique, décisions de "faire" ou "faire-faire", achats stratégiques...),
- Logistique (intégration des flux matériels et informationnels, planification des flux matériels, gestion du prévisionnel, MRP, JIT<sup>12</sup>, VMI<sup>13</sup>...),
- Marketing (relation marketing, "*internet supply chain*", service après vente, satisfaction client...),
- Relations et partenariats (développement des relations, développement et implication des fournisseurs, mesure de performance des partenariats, types de contrat, confiance et responsabilité...),
- Bonnes pratiques (JIT, MRP, MRP II, développement durable, partenariat tiers, association fournisseurs : *kyoryoku kai*, gestion et recyclage des déchets, compression du temps de réponse...),

---

<sup>12</sup> *Just In Time*

<sup>13</sup> *Vendor Management Inventory*

- Comportement organisationnel (communication, gestion des ressources humaines, structure organisationnelle, culture organisationnelle, apprentissage organisationnel, transfert technologique et des connaissances...).

D'une manière plus commode et simple, le "*supply chain management*" peut être aussi associé aux champs d'actions suivants (qui peuvent parfaitement être intégrés dans la liste ci-dessus) :

- la gestion de production et des approvisionnements
- la gestion des stocks et des entrepôts,
- le transport et la distribution
- la traçabilité et la gestion des retours (logistique inverse : "*reverse logistics*")
- la gestion des urgences ou des événements imprévus ("*Supply Chain Event Management*",
- le "*E-procurement*" ou la E-logistique,
- etc.

La principale motivation d'une contribution relevant du "*supply chain management*", quel que soit l'axe de recherche ou le champ d'application, reste toujours l'organisation efficiente (conception, relation et partenariat, faire ou faire-faire, sélection des fournisseurs) et la gestion optimale (dimensionnement, pilotage, suivi, ajustement...) des flux, principaux facteurs influents sur l'efficacité globale de la "*supply chain*". Souvent, dans le milieu industriel, cette finalité se résume à l'optimisation du coût total de possession (somme des coûts de possession des stocks, des coûts d'acheminement, des coûts de rupture, ...etc.) en rendant fluides les différents flux (de plus en plus possible ces dernières années à travers le développement des NTIC<sup>14</sup> et des systèmes d'information de type EDI<sup>15</sup>, ERP<sup>16</sup>, etc.). Les exemples suivants illustrent à quel point l'amélioration du "*supply chain management*" peut être bénéfique pour les entreprises (Kjenstad 1998):

- *Levi Strauss & Co.*<sup>17</sup> planifie de satisfaire 95% de ses commandes à temps en procédant à une réforme de sa *supply chain*, basée sur la réduction du temps de réponse, les

<sup>14</sup> Nouvelles Technologies de l'Information et de la Communication

<sup>15</sup> Echanges de Données informatisées : *Electronic Data Interchange*

<sup>16</sup> *Entreprise Resource Planning*

<sup>17</sup> C'est une compagnie de vêtement connue mondialement pour son blue-jeans : le *Levi's 501*. Elle est fondée en 1953 par Oscar Levi Strauss (1829-1902) à San Francisco en Californie.

partenariats avec les fournisseurs et clients ainsi que l'amélioration de la distribution (Knill 1994).

- La *National Semiconductor*<sup>18</sup> a augmenté ses ventes de 34% en réduisant le délai de livraison de 47% et le coût de distribution de 2.5%, à travers une révision générale et efficace du management de sa *supply chain* (Henkoff 1994).
- Plusieurs recherches, soutenues par le *Food Marketing Institute*<sup>19</sup>, ont démontré qu'une meilleure satisfaction (réponse) des clients peut faire gagner 10 milliards de dollars sur les coûts des provisions de toutes les *supply chains* de l'industrie américaine (Narayanan 1994).
- En 1989 la *Digital Equipment Corporation*<sup>20</sup> a mis en place un projet de création d'un modèle global de leur *supply chain*. Les études ont mené à une restructuration importante de la *supply chain* physique. Arntzen et al. (1995) estiment les réductions des coûts à 1.4 milliard de dollars et l'amélioration de la productivité de 500%.

Pour ces exemples et bien d'autres, on distingue trois niveaux de décisions, relevant du "*supply chain management*", à savoir : les niveaux stratégique, tactique et opérationnel. On peut décrire ces trois niveaux décisionnels comme suit :

### ***Niveau stratégique***

À ce niveau, la portée temporelle des décisions est à long terme. De telles décisions, souvent à caractère irréversible (parce que très coûteuses), ont une forte répercussion sur celles des niveaux inférieurs. Tout l'environnement industriel du secteur concerné est influencé voire bouleversé, une fois que ces décisions sont prises.

Généralement, les décisions stratégiques sont prises par la direction de l'entreprise et elles définissent essentiellement le réseau (structure) de la *supply chain*. Elles concernent :

<sup>18</sup> Société internationale qui développe, fabrique et commercialise des puces électroniques (semi-conducteurs).

<sup>19</sup> Organisation américaine à but non lucratif qui s'intéresse à la recherche, l'éducation, les relations publiques et industrielles. Ses membres sont des détaillants et grossistes américains et même étrangers.

<sup>20</sup> Digital Equipment Corporation Ou DEC, était une entreprise pionnière de l'industrie informatique des Etats-Unis. Elle a été fondée en 1957 par Ken Olsen, un ingénieur du Massachusetts. DEC a été achetée par Compaq, qui a ensuite fusionné avec Hewlett-Packard.

- ✓ *Le « faire » ou le « faire-faire »* : choisir la manière de se procurer les matières, les composants, et les services (stockage, transport...) pour assurer son activité. A savoir, tout réaliser en interne ou d'en sous-traiter chez une entreprise externe indépendante ou une autre ayant avec elle des liens privilégiés.
- ✓ *Le nombre des fournisseurs* : un seul fournisseur (*single vendor* ou *supplier*) pour une meilleure coopération et une gestion aisée, ou plusieurs (*multi-vendor*) pour faire jouer la concurrence et augmenter le taux de service (coût, qualité et délai).
- ✓ *Le choix des fournisseurs* : sur une base purement technique, technologique et/ou commerciale (parfois même politique ou géopolitique) on choisit un, voire plusieurs fournisseurs pour s'octroyer de la matière, des composants ou des services.
- ✓ *Le nombre de sites* : choisir entre une politique de groupage ou de dégroupage. Opter pour plusieurs sites de production ou de stockage par exemple peut entraîner une augmentation des coûts relatifs mais peut permettre par ailleurs de diminuer les coûts de transport et raccourcir les délais de livraison.
- ✓ *La localisation* : décider éventuellement de produire à côté du fournisseur ou du client pour réduire les coûts et être réactif ou de produire dans des sites relativement lointains mais moins coûteux. Outre la production, l'emplacement des entrepôts et même des services après vente (*reverse logistics*) constituent une problématique.
- ✓ *La capacité des sites* : en relation avec le choix du nombre de sites. Pour une capacité totale visée, plus le nombre de sites est important, moins importante est la capacité de chacun et inversement.
- ✓ ...etc.

### ***Niveau tactique***

Il s'agit à ce niveau des décisions prises pour le moyen terme (quelques mois à un an). Ces décisions dépendent de l'étendue du champ d'action de la logistique. Généralement elles portent sur le plan logistique annuel ainsi que les modalités et moyens d'exécution.

Concrètement, les décisions tactiques touchent :

- ✓ *Aux prévisions* : ventes, production, transport, stockage...etc.
- ✓ *Aux relations logistiques avec les fournisseurs* : allocation optimale des fournisseurs aux sites de production, choix des moyens de coordination (informatique,

paperasserie...), politique d'approvisionnement et stockage, modes d'emballage et supports logistiques (palettes, cartons...) ...etc.

- ✓ *Aux transports* : choisir les transports collectifs par exemple pour les produits coûteux (Burns et al., 1985) et surtout si la distance entre les clients ou les fournisseurs est faible et la capacité des moyens de transport est importante ; opter pour les transports séparés, si les moyens sont limités et/ou la distance est importante, ou même les transports intégrés si possible (pour produits finis, semi-finis, matières premières..., avec la nécessité d'une parfaite coordination interne). Le choix des modes de transport en fonction de la capacité et la rapidité (et leur effets sur les coûts, délai de livraison, niveau du stock de sécurité). Les négociations de contrats avec les transporteurs et la décision de faire évoluer son propre parc relèvent également du niveau tactique.
- ✓ *A la manutention* : choix des moyens de manutention au moment de la livraison (chargement) ou du stockage en fonction de la nature des produits (masse, forme, volume, fragilité...).
- ✓ *A l'entreposage* : automatisation, identification, gestion entrée-sortie (*first in first out* -fifo-, *last in first out* -lifo-...) ...etc.
- ✓ ...etc.

### ***Niveau opérationnel***

C'est le niveau de création et d'exécution des plans détaillés à court terme portant sur la gestion quotidienne de la *supply chain*. Les plus importantes décisions opérationnelles sont:

- ✓ *Les programmes de production et de livraison* : ils sont établis pour chaque site et chaque produit sous forme d'un calendrier comportant les quantités, les destinations...etc.
- ✓ *L'allocation des moyens de transport aux sites* : faite en prenant en compte le programme de livraison.
- ✓ *Le programme de transport* : c'est la charge journalière de chaque conducteur. On y trouve au moins le contenu du chargement de son véhicule (matière, produit fini, emballage retour, palettes...) pour chaque destination ainsi que l'heure de départ et d'arrivée.



- ✓ *La sélection d'itinéraire* : en fonction des positions géographiques des points d'approvisionnement ou de livraison, on choisit l'itinéraire le moins cher et/ou le plus rapide. Avec les nouvelles technologies de communication, on peut aussi prendre en compte l'état du trafic en temps réel et modifier en permanence le programme de transport.
- ✓ *La gestion des urgences* : le quoi, où, quand et comment concernant les commandes urgentes ou les livraisons retardées.
- ✓ *La gestion des retours* : réception (ou livraison), identification, stockage, éventuellement programmation de reprise ou de recyclage des produits non conformes.
- ✓ ...etc.

Adopter une telle séparation entre les niveaux décisionnels, ne sert en fait qu'à «définir les champs d'étude et d'action concernant le "*supply chain management*", sans pour autant se prêter à une analyse des modes de réalisation de cette démarche.» (Carbone, 2004). En réalité, il est souvent difficile de distinguer en temps réel entre les décisions stratégiques, tactiques et opérationnelles. La sélection des fournisseurs par exemple, habituellement une affaire stratégique, peut devenir dans certains cas une décision opérationnelle tout comme les négociations des commandes (niveau tactique) en temps réel. Pour cette raison, nombre de chercheurs ont réfuté au moins partiellement cette hiérarchisation jugée comme dévalorisant les niveaux inférieurs. Ils estiment que mettre en place un modèle efficace de *supply chain management* passe essentiellement par une compréhension du réseau des acteurs qui y participent, une répartition juste des activités ainsi qu'une allocation équilibrée des ressources au niveau de chaque entité et au niveau global de la chaîne «tout en dépassant les frontières de ce qui est stratégique et ce qui est tactique» (Carbone, 2004).

En se référant encore une fois à l'analyse de l'historique de l'évolution de la logistique (cf. introduction du chapitre), on s'aperçoit qu'au niveau management il y a eu des changements d'une période à une autre. Au début, la logistique ne concernait que la gestion des flux physiques de distribution (niveau opérationnel). Pendant cette période de «logistique séparée», l'optimisation des activités était locale et non globale, c'est-à-dire chacune à part sans tenir compte des caractéristiques et intérêts des autres. Parmi les modèles classiques développés à cette époque, celui de Harris (connu aussi par formule de Wilson) calculant la quantité optimale à commander et correspondant à des coûts de commande et de possession minimaux.

---

Les périodes qui ont suivi sont celle de la «logistique intégrée» et celle de la «logistique coopérative», dans lesquelles on cherche à trouver des solutions optimales qui tiennent compte des intérêts des autres partenaires (respectivement en interne et en externe). C'est-à-dire que la suite d'optimisations locales est remplacée par une optimisation globale au sein de l'entreprise et/ou au niveau de toute la chaîne logistique. On assiste dès lors à l'émergence des stratégies intégrées qui cherchent à aligner les processus et coordonner les activités des acteurs d'une même chaîne, impliqués depuis la production ou l'approvisionnement des matières premières jusqu'à la mise à la disposition du client final d'un produit donné. Le but principal étant d'améliorer la performance globale (en terme de coûts, délai, qualité et niveau de service) et d'augmenter d'une manière ou d'une autre le profit de chaque membre de la "supply chain".

Bien que le principe et l'objectif global restent inchangés quelque soit le contexte, personne ne peut prétendre qu'il existe des stratégies universelles adaptables à toutes les "supply chains" et efficaces pour tout type de problème. En effet, les mécanismes de coordination sont fortement tributaires des caractéristiques mêmes de la "supply chain", des données du problème et des objectifs convoités. Par exemple, des stratégies développées dans le cadre des chaînes vertes ("green supply chain") pour réduire la pollution ou l'émission des gaz ou la consommation d'énergie ne peuvent pas être adoptées pour gérer les nouvelles structures liées à la grande distribution moderne ou plus récemment à Internet (transfert rapide, livraison à domicile, *E-procurement*). De même, les stratégies mises en place pour la production, le transport et la distribution des produits pétrochimiques sont loin d'être valables pour la production de biens de grande consommation de type périssables. Toutefois, on arrive à trouver certaines cohérences et modes d'adaptations entre un nombre considérable de stratégies, basées sur les similitudes au niveau des problèmes ou des objectifs ou des structures traitées. Les stratégies traitant le problème de la taille du lot économique commun, charnière de notre étude, en est une illustration parfaite.

Notre intention dans la section suivante est de parcourir les principales contributions dans la littérature du "supply chain management" traitant le problème de la taille du lot économique commun et ses extensions. Il s'agit surtout de présenter les stratégies et politiques intégrées établies pour différentes structures de "supply chains". Le bilan dressé servira tout d'abord à bien mettre la thèse dans son cadre et puis à mieux discerner la ligne à suivre pour répondre à certaines questions non encore soulevées dans la littérature.

## 4. Le problème de la taille du lot économique commun

Dans la littérature, plusieurs politiques de production-livraison ont été développées pour résoudre le problème de la taille du lot économique commun ("*Joint Economic Lot sizing Problem : JELP*"). La plupart d'entre elles consistent à produire la quantité optimale commandée et à la livrer au client par lots de tailles optimales, égales ou/et variables. La livraison au(x) client(s) s'effectue en cours ou en fin de production de la commande, d'une manière retardée ou instantanée. Les paramètres optimaux définissant la politique choisie sont soit déterminés analytiquement soit calculés numériquement.

### 4.1. Position du problème

Considérons par exemple une chaîne, simple de structure, constituée d'un fournisseur et d'un client. Le client passe une commande d'un produit d'une certaine taille au fournisseur. Ce dernier fabrique et livre le produit par lots d'une certaine taille et avec une certaine fréquence. Dans ce scénario, durant la production et la livraison du produit, les stocks s'accumulent respectivement chez le fabricant et le client. Une livraison par lot de petite taille réduit le niveau d'inventaire dans le système et par conséquent le coût total de stockage, par contre les coûts de setup, de commande et de transport augmentent. Inversement, une livraison par lots de taille plus large augmente le coût de stockage et réduit les autres. Ainsi, une synchronisation entre la production et la livraison semble inévitable pour une meilleure maîtrise des inventaires.

De plus, la taille du lot qui minimise le coût total du client ne correspond forcément pas à celle qui réduit le coût total du fournisseur. Plusieurs études ont montré que si on adopte l'une ou l'autre des deux solutions la perte chez le membre qui subit la solution ne peut en aucun cas être couverte par le gain de l'autre membre. Un coût total important est engendré avec des conséquences parfois irréparables. Par conséquent, il serait plus judicieux du point de vue économique de déterminer la taille de la commande et le planning des livraisons minimisant le coût intégré plutôt que ceux qui minimisent séparément chacun des coûts individuels.

C'est sur cet esprit d'équilibrage de coûts, d'arrangements et de compromis entre les membres d'une même chaîne que sont basées les politiques de production-livraison. Comme on pourra le constater ci-après, il existe une multitude de solutions proposées pour différentes

configurations et dans différents contextes. Il est important de noter que le cas d'une "supply chain" constituée d'un seul fournisseur un seul client avec ses politiques de base reste une référence pour quasiment toutes les études menées dans ce cadre.

## 4.2. Configurations et extensions traitées

Une "supply chain" est généralement perçue comme étant un réseau, constitué de maillons (fournisseurs, fabricants, détaillants et clients) interconnectés, à travers lequel circulent des flux physiques, informationnels et financiers (cf. § 2.). Elle comporte d'un bout un ou plusieurs producteurs de matières premières et de l'autre un consommateur du produit final. Dans la plupart des modélisations proposées dans la littérature, chaque maillon de ce réseau représente soit un site soit un sous-réseau soit un "process" et les interconnexions correspondent aux flux physiques. Néanmoins, sur le chemin d'une optimisation globale et pour des besoins de simplifications, toute "supply chain" peut être subdivisée en quelques sous réseaux simples à deux ou plusieurs niveaux (c'est-à-dire une ou plusieurs étapes : "one or multiple stages").

Le problème de la taille du lot économique commun a été d'abord traité pour la configuration à deux maillons seulement ("one-to-one models"), communément appelés "single-vendor single-buyer supply chains" (Goyal et Gupta, 1989). Il a été étendu par la suite au cas d'un maillon en série avec plusieurs maillons parallèles ("one-to-many models") (Sarmah et al., 2006), beaucoup moins au cas de plusieurs maillons parallèles en série avec un autre ("many-to-one models") et rarement au cas de plusieurs maillons parallèles en série avec plusieurs autres maillons parallèles ("many-to-many models") (Minner, 2003). Pour les configurations à trois niveaux (c'est-à-dire à deux étapes) les travaux sont limités vu la complexité de la modélisation (Jaber et Goyal, 2008).

Dans la suite, nous considérons les configurations et problèmes qui ont suscité le plus d'attention dans la littérature, à savoir les "supply chains" à deux et trois niveaux (figure I.2). Le cas de chaîne à un seul fournisseur un seul client ("single-vendor single-buyer"), appartenant à la catégorie de chaîne à deux niveaux, est discuté à part dans le chapitre suivant vu le volume qu'il occupe dans la littérature et l'importance qu'il représente dans notre étude.

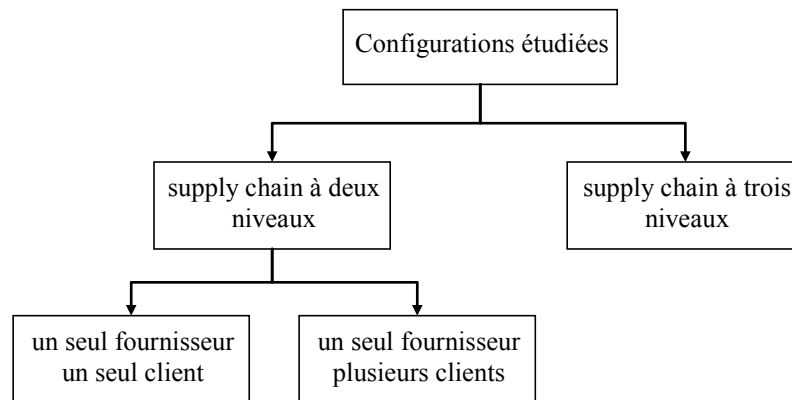


Figure I.2 : Configurations considérées

#### 4.2.1. "Supply chain" à deux niveaux

Une "supply chain" à deux niveaux ou une étape ("*two-levels or one stage supply chain*") implique un ou plusieurs fournisseurs/fabricants/vendeurs/ et un ou plusieurs détaillants/clients/consommateurs. En examinant la littérature sur le management coopératif de ce type de "supply chains" et spécialement le problème du lot économique commun, on s'aperçoit que les modèles développés pour les cas d'un seul fournisseur un seul client et un seul fournisseur plusieurs clients sont dominants. De plus, les premiers modèles intégrés du lot économique commun correspondant à la configuration un seul fournisseur un seul client et notamment les politiques de production-livraison sur lesquelles ils reposent, ont souvent servi de base pour les stratégies formulées pour la configuration un seul fournisseur plusieurs clients. Ces deux structures ont été aussi étudiées sous différentes conditions (voir Ben-Daya et al., 2008): demande déterministe ou stochastique, délai d'approvisionnement variable ou contrôlable, avec ou sans possibilité de rupture, produit de qualité dégradable... etc.

La structure à plusieurs fournisseurs un client, adoptée initialement dans une perspective de sélection des fournisseurs (Anupindi et Akella, 1993) et puis utilisée pour certains types de chaînes ou certaines activités telles que la logistique inverse ou même pour pallier certains types de problèmes comme les ruptures, n'a pas été considérée dans cette thèse tout comme la structure à plusieurs fournisseurs plusieurs clients parce que rarement explorées.

Le cas d'une configuration un seul fournisseur un seul client, souvent servant de base et de source d'inspiration pour les études menées sur le management intégré des inventaires dans les "supply chains" d'une manière générale, est amplement discuté au chapitre suivant. Une

---

description chronologique des méthodes de résolution du problème du lot économique commun, depuis l'apparition des modèles de livraison les plus simples (Goyal, 1977) jusqu'aux modèles les plus complexes (Hill, 1999), y sera proposée.

L'étude d'une structure à un seul fournisseur/fabricant/vendeur et plusieurs clients a constitué et constitue toujours une piste majeure de recherche dans le "*supply chain management*". Ceci est dû principalement à la compatibilité de cette configuration avec d'innombrables situations réelles, au profit économique dont bénéficie les membres de la chaîne ou du moins certains d'entre eux et finalement au pas même mineur que représente cette étape sur le chemin de la généralisation aux vraies structures complexes des "*supply chains*".

Les modèles développés dans ce cadre considèrent soit un groupe de clients homogènes soit un groupe de clients hétérogènes. Les clients hétérogènes, contrairement à ceux homogènes diffèrent par leur taille, leurs coûts unitaires de stockage et de commande ainsi que leurs taux de demande. Certains auteurs, après avoir développé des modèles à un seul client, les généralisent au cas de multiples clients souvent assimilés à un groupe homogène. D'autres partent d'une configuration à plusieurs clients homogènes et s'étendent d'une manière ou d'une autre à l'étude du cas à plusieurs clients hétérogènes. Lal et Staelin (1984) ont quelque peu suivi cette dernière démarche, même si à la fin ils n'ont pas obtenu de solution franche comme l'affirme Sarmah et al. (2006). Ils ont considéré une hétérogénéité due aux différences des tailles, des demandes et des coûts unitaires entre groupes de clients plutôt qu'au sein d'un même groupe. Joglekar et Tharthare (1990) tout comme Affisco et al. (1988, 1991, 1993) se sont intéressés aussi mais différemment au problème de dimensionnement du lot économique commun, tout d'abord pour une configuration à plusieurs clients identiques et puis pour une situation à plusieurs clients distincts. Les premiers ont relaxé l'hypothèse du lot-par-lot et ont proposé une forme inhabituelle du coût de setup constituée de deux composantes indépendantes, l'une identique pour tous les clients et représente le coût de setup standard subi lors de chaque nouveau lancement de la production, par contre l'autre correspond au coût de manipulation et de traitement des commandes, éventuellement différent d'un client à un autre. Les seconds ont notamment mis en évidence les profits significatifs, par rapport à l'approche individualiste, résultant d'investissements dans les réductions du coût de setup fournisseur et du coût de commande clients.

Plusieurs autres auteurs ont également traité le problème du lot économique commun, dans le cas d'un fournisseur et plusieurs clients, mais sous différents aspects : Drezner et Wesolowsky (1989) ont présenté une méthode de résolution du problème lorsque tous les

---

clients bénéficient d'un plan de remise sur les prix d'achat avec un point de rupture unique. Viswanathan and Piplani (2001) ont utilisé aussi un mécanisme de remise pour inciter les clients à adopter une politique de réapprovisionnement commune. Misra (2004) a généralisé cette approche en proposant une politique de remise sélective faisant profiter surtout les clients qui acceptent la politique de réapprovisionnement commune recommandée par le fournisseur. D'autres politiques de remise des prix ont été développées dans ce cadre à l'instar de celle de Gurnani (2001) qui dépend de la politique de commande, de celle de Chen et al. (2001) définie d'une façon inhabituelle comme la somme des remises basées sur le volume d'achat ainsi que la taille et la fréquence des commandes, et de celle de Wang (2002) avec un seul ou plusieurs points de rupture selon que les clients sont respectivement homogènes ou hétérogènes. Dans un autre contexte, Woo et al. (2001) ont mis au point un modèle analytique permettant de déterminer le montant optimal à investir de la part du fournisseur et des clients pour réduire leur coût de commande commun. Ils ont montré que tous les acteurs peuvent bénéficier des gains résultants de cet investissement. Boyaci et Gallego (2002) ont utilisé un stock de consigne pour appliquer d'une manière coopérative leur politique développée sous l'hypothèse d'un prix déterministe dépendant de la demande client. Ils ont indiqué que cette politique permet de distribuer les gains d'intégration sans avoir besoin de paiements de compensation ("*side payments*"). Zavanella et Zanoni (2009) ont aussi exploré le cas d'utilisation d'un stock de consigne, se basant sur une politique proposée par Braglia et Zavanella (2003) pour le cas d'un seul fournisseur un seul client.

D'une manière différente, Yau et Chiou (2004) ont traité le problème d'un seul fournisseur plusieurs clients en fixant comme objectif la réduction du coût total annuel du fournisseur sous la contrainte d'un coût fournisseur maximal. Siajaji et al. (2006) ont présenté une nouvelle méthodologie pour obtenir la taille du lot économique commun pour plusieurs clients s'approvisionnant en un seul produit chez un seul fournisseur. Ils suggèrent d'organiser la production de manière à livrer tous les lots en suivant à chaque fois la même séquence (client1, client2, client3,...) qu'il faut déjà déterminer au préalable.

Notons enfin que ces dernières années, de nouvelles études traitant des configurations ou des problèmes plus complexes de "*supply chains*" à deux niveaux ont été lancées. A titre d'exemple, nous citons Kim et al. (2006) qui proposent un modèle analytique permettant d'intégrer et de synchroniser l'approvisionnement de la matière première, la fabrication de plusieurs produits et leurs livraisons à plusieurs clients. Enfin, Liu et al. (2005) ont tenté

---

d'examiner des configurations de type plusieurs fournisseurs plusieurs clients ("*multi-vendors multi-buyers*").

#### **4.2.2. "Supply chain" à trois niveaux**

Il est évident que souvent une chaîne logistique ne se limite pas réellement à seulement deux maillons en série ou un maillon en série avec plusieurs maillons en parallèles. Sa structure est beaucoup plus ramifiée et étendue. Une modélisation complète d'un tel réseau, avec toutes ses entités et tous les problèmes imaginables auxquels ces derniers peuvent faire face d'une manière individuelle ou collective, reste pour le moment inabordable. Compte tenu de cette évidence, certains chercheurs se sont contentés d'enrichir les modèles développés pour les configurations à deux niveaux les rendant à trois niveaux par intégration du fournisseur de matières premières. Munson et Rosenblatt (2001) ont étudié une structure avec un fournisseur (producteur de matière première), un fabricant et un détaillant en considérant que la taille de la commande de la matière première est un multiple entier de la taille du lot produit laquelle est à son tour un multiple entier de la taille de la commande du détaillant. Ils ont notamment exploré l'éventualité de réduire le coût total à travers une politique de remises ("*quantity discount*") proposée aux deux derniers maillons de la chaîne. Yang et Wee (2001) ont traité le cas d'un système d'inventaire arborescent constitué d'un fabricant, de distributeurs et de détaillants. La politique de commande économique qu'ils ont développée, sous l'hypothèse d'une demande constante et en intégrant tous les acteurs, a permis de réduire d'une manière significative le coût total résultant de la somme des coûts subis par chacun et obtenus un par un. Néanmoins, le modèle ne propose pas de solution pour compenser la hausse des coûts au niveau des détaillants due à l'application de cette politique. Khouja (2003a) a examiné de son côté le cas d'une chaîne à trois niveaux avec plusieurs clients. Il a présenté trois mécanismes de coordination pouvant conduire à des gains économiques significatifs sans indiquer la manière de les partager entre les différents membres de la chaîne. Récemment, Ben-Daya et Al-Nassar (2008) ont généralisé le travail de Khouja (2003a) au cas où la livraison entre deux niveaux successifs peut être effectuée avant d'achever la totalité de la production prévue. Jaber et Goyal (2008) ont étudié une structure beaucoup plus complexe à plusieurs fournisseurs, un fabricant et plusieurs clients avec des décisions centralisées. Le modèle qu'ils ont développé garantirait pour tous les acteurs une réduction ou à la limite un maintien de leurs coûts avant intégration.



## 5. Conclusion

Dans ce chapitre, il était question de palper l'environnement de la "*supply chains*" et son management afin de positionner le sujet de notre thèse. S'agissant d'un travail qui va porter sur l'optimisation des "*supply chains*", nous n'aurions pas pu ignorer de présenter ce concept, jusqu'ici quelque peu ambigu à cause de son étendue. L'ensemble des définitions, sélectionnées de la littérature, montrent bien quelques contrastes entre les approches, mais permettent aussi de construire une idée plus claire sur le concept.

Le management de la "*supply chain*", l'axe principal de notre étude, n'en est pas moins équivoque. Les frontières internes et externes de ses champs d'actions n'ont jamais été identifiées d'une manière formelle. Nous avons essayé tout de même de montrer la voie en rassemblant un bon nombre de décisions managerielles de niveaux opérationnels, tactiques et stratégiques, comme déjà fait dans certaines études ; même si la séparation entre ces niveaux, jugée difficile en temps réel, n'a jamais été approuvée par la majorité des chercheurs.

Cette dernière remarque est tout à fait valable pour le problème de la taille du lot économique commun, identifié ces dernières années comme l'un des principaux axes de recherche relevant du "*supply chain management*". En effet, les stratégies intégrées développées pour résoudre ce problème sont des exemples qui illustrent parfaitement la confusion qui pourrait résulter de la séparation en question. A l'image des stratégies de production-livraison, dont l'adoption est souvent prise pour une décision tactique nécessitant au préalable des choix stratégiques (tels que l'association client-fournisseur) et pouvant avoir des effets d'ordre opérationnel (p. ex. programme de production ou de livraison journalier conforme aux politiques choisies).

Le problème de la taille du lot économique commun est également considéré comme la charnière centrale de cette thèse. Il a été traité principalement pour les configurations de "*supply chains*" à deux et à trois niveaux. Le premier type comprend notamment la structure à un seul fournisseur un seul client ("*single vendor single buyer*"), la plus adoptée dans la littérature et dont l'optimisation serait relativement facile à généraliser pour des structures plus complexes. Dans ce chapitre nous nous sommes intéressés à la configuration : un fournisseur plusieurs clients et à la structure à trois niveaux.

Le problème du type "*single vendor single buyer*" sera amplement discuté et analysé dans le chapitre suivant, vu le volume qu'il occupe dans la littérature et l'importance qu'il représente

dans notre étude. Le constat établi permettra par la suite de formuler la problématique et d'énoncer les objectifs globaux de la thèse.

## Chapitre II

### Problématique et objectifs de la thèse

#### 1. Introduction

Dans ce chapitre nous allons dresser un bilan, assez riche bien que non exhaustif, des stratégies développées pour résoudre le problème de la taille du lot économique commun dans le cas d'une "*supply chain*" à deux niveaux, composée d'un seul fournisseur et un seul client. Cette configuration considérée souvent comme la base des études des autres cas et pour laquelle plusieurs directions d'extensions du problème ont été explorées, représente le cœur de notre travail.

A la suite de cette revue bibliographique, un ensemble de remarques permettront de mettre en exergue certains manques constatés dans la littérature sur lesquels s'appuiera toute l'étude menée dans cette thèse. A la base de ces remarques nous préciserons, les objectifs de la thèse ; des objectifs qui sont fixés d'une manière globale et qui sont classés dans un ordre concordant avec la démarche suivie.

Dans cette perspective, nous consacrerons la section suivante à un constat établi sur les principales politiques et modèles correspondants développés pour résoudre le problème du type "*single-vendor single-buyer*". La section 3 comportera une analyse de l'ensemble des remarques dégagées suite au constat. Les objectifs de la thèse seront annoncés dans la section 4. Dans la conclusion, nous résumerons les principaux enseignements et nous décrirons, d'une manière globale, la ligne de conduite de notre étude.

#### 2. Le problème du type "*single-vendor single-buyer*"

Le problème du management intégré de type un seul fournisseur un seul client "*Single-vendor single-buyer*", considéré relativement facile à modéliser par comparaison aux autres

---

configurations, a reçu beaucoup d'attention ces dernières années. Il est souvent identifié au problème de la taille du lot économique commun "*JELP: Joint Economic Lot Sizing Problem*" (Ben-daya et al., 2008). On le considère comme étant l'élément principal à partir duquel on peut optimiser, de proche en proche et d'une manière relativement aisée, une chaîne toute entière de structure parfois très complexe. En réalité, l'optimisation globale d'une chaîne logistique ne profite pas équitablement à tous les maillons de la chaîne et certains acteurs voient même leurs coûts augmenter. Dans ces cas le partage des bénéfices de la coordination devient lui-même un problème majeur.

Différentes politiques de livraison ont été suggérées dans la littérature pour résoudre le problème *JELP*: de la plus simple des structures, comme la politique lot-par-lot de Goyal (1977) avec un taux de production infini, jusqu'aux plus complexes tel que le model de Hill (1999) avec un taux de production fini et une politique de livraison très généralisée combinant des livraisons à tailles égales et variables. Récemment, plusieurs autres directions ont été explorées : réduction du coût de setup et/ou de commande, demande stochastique, process non fiables générant des produits de mauvaise qualité, délai d'approvisionnement ("*lead time*") contrôlable ou variable, capacité de transport limitée...etc.

Dans la suite de cette section, nous nous intéresserons exclusivement aux modèles de base développés dans la littérature pour résoudre le problème *JELP*. On distinguera dans ce cadre les modèles déterministes et les modèles stochastiques.

## **2.1. Modèles déterministes**

### ***2.1.1. Modèles à tailles de livraison égales***

Les premiers modèles proposés dans la littérature, supposent que la livraison au client se fait par lots de même taille. La taille du lot livré correspond soit à la taille de la commande (politique lot-par-lot) soit à une fraction de celle-ci.

Le travail de Goyal (1977) est considéré comme l'un des premiers à avoir traité le problème *JELP*. Il propose comme solution la politique lot-par-lot sous l'hypothèse d'un taux de production infini du fournisseur (le fournisseur ne fabrique pas le produit mais l'achète chez un autre fournisseur). Cette politique suggère de livrer au client chaque lot séparément.

Banerjee (1986) qui fut, d'après Ben-daya et al. (2008), le premier à utiliser le terme *JELP*, a relaxé l'hypothèse du taux de production infini mais a gardé la même politique de production-livraison. Goyal (1988) a contribué à la généralisation du problème en proposant de livrer les lots produits par petites quantités de même taille  $q$ , en nombre entier  $n$ , une fois la production achevée (voir la figure II.1). C'est-à-dire sans simultanéité entre la production et la livraison ("*without lot streaming*" : Sucky, 2005). Dans ce cas le coût total moyen :

$$ETC(n, q) = \frac{D}{q} \times \left( A + \frac{K}{n} + F \right) + \frac{q}{2} \times \left( nh_v \left( 1 + \frac{D}{P} \right) - h_v + h_b \right) \quad (\text{II.1})$$

est minimal pour la taille optimale de livraison :

$$q^* = \sqrt{\frac{2D(A + F + K/n^*)}{h_v[n^*(1 + D/P) - 1] + h_b}} \quad (\text{II.2})$$

Le nombre entier optimal de livraison  $n^*$  est déterminé à partir de la double inéquation:

$$n^*(n^* + 1) \geq \frac{K \cdot (h_b - h_v)}{(A + F) \cdot h_v \cdot (1 + D/P)} \geq n^*(n^* - 1) \quad (\text{II.3})$$

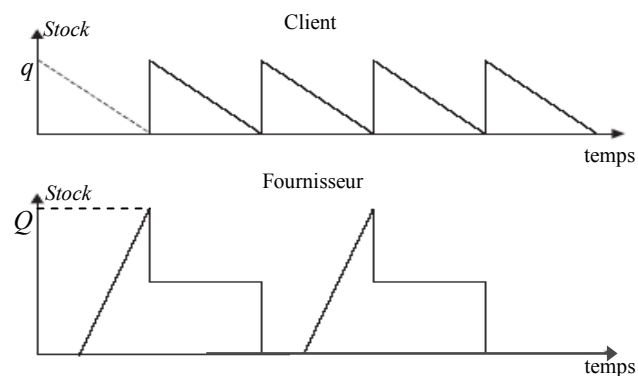


Figure II.1 : Evolution des stocks pour une politique de production livraison non simultanées (cas où le nombre de livraisons de même taille  $n = 2$ )

Plusieurs autres contributions ultérieures ont abandonné la condition de produire toute la commande avant d'entamer la livraison: Lu (1995) a relaxé cette hypothèse utilisant une

politique de livraison par lots de même taille durant la production ("with lot streaming"), pour un système à « un seul fournisseur-plusieurs clients » dont la configuration « un seul fournisseur-un seul client » constitue un cas particulier. Les travaux de Banerjee et Kim (1995), Agrawal et Raju (1996), Ha et Kim (1997) et plus récemment Kim et Ha (2003) étaient aussi basés sur cette politique de livraison par lots à tailles égales (figure II.2).

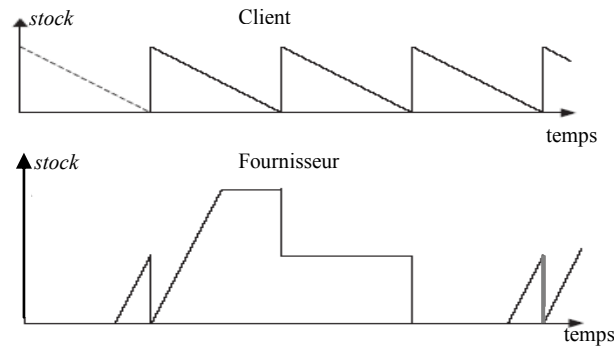


Figure II.2 : Evolution des stocks pour une politique de production livraison simultanée ( $n=3$ )

A titre d'exemple, sous l'hypothèse d'absence de rupture (les lots de même taille  $q$  sont livrés juste avant que le client ne tombe en rupture) le coût total moyen pour Agrawal et Raju (1996) s'exprime par:

$$ETC(n, q) = \frac{D}{q} \times \left( A + \frac{K}{n} + F \right) + \frac{q}{2} \times \left( h_v \left( n - 1 - \frac{nD}{P} + \frac{2D}{P} \right) + h_b \right) \quad (\text{II.4})$$

et la taille optimale de livraison :

$$q^* = \sqrt{\frac{2D(A + F + K/n^*)}{h_v[n^*(1 - D/P) - 1 + (2D/P)] + h_b}} \quad (\text{II.5})$$

avec  $n^*$  vérifiant:

$$n^*(n^*+1) \geq \frac{K \cdot [h_b - h_v(2D/P - 1)]}{h_v \cdot (A + F) \cdot (1 - D/P)} \geq n^*(n^*-1) \quad (\text{II.6})$$

### 2.1.2. Modèles à tailles de livraison variables

Il existe deux types de modèles à tailles de livraison variables, tous deux développés pour réduire l'inventaire dans le système fournisseur-client. Le premier type suppose que la livraison s'effectue par lots de taille croissante géométriquement. Le deuxième combine cette politique de livraison avec celle à tailles de livraison égales.

Goyal (1995) a proposé une politique de production-livraison simultanée en transférant la quantité produite vers le client par lots de tailles inégales. La taille des livraisons représente une suite géométrique croissante de raison  $P/D$ . Viswanathan (1998) a montré que ni la politique de Goyal (1995) qu'il a appelée « livrer ce qui est produit » ("deliver what is produced" : DWP), ni celle de Lu (1995) nommée « livraison à tailles égales » ("Identical Delivery Quantity" : IDQ) ne peut dominer l'autre au niveau performance et que le choix de l'une ou l'autre dépend des paramètres du problème. Par exemple, il soutient que la politique de Goyal (1995) procure un meilleur coût total seulement si le coût unitaire de stockage chez le client n'est pas trop important comparé à celui du fournisseur. Dans le cas contraire il vaut mieux garder le stock chez le fournisseur en adoptant l'autre politique (le produit est transféré moins rapidement vers le client pour la politique à tailles de livraison égales de Lu (1995)).

Hill (1997) a généralisé le modèle de Goyal (1995) proposant le facteur de croissance de la taille de livraison comme variable de décision. Dans sa suite géométrique la taille de la  $i^{\text{ème}}$  livraison  $q_i$  correspond à  $(q_1 \times \lambda^{i-1})$ , où  $q_1$  est la taille du premier lot et la raison  $\lambda$  est comprise entre 1 et  $P/D$ . La méthode qu'il a utilisée pour la résolution du problème, basée sur une recherche exhaustive du facteur de croissance (la raison) et du nombre de livraisons dans certaines marges prédéfinies, ne garantissait pas l'optimalité. Néanmoins, il a montré numériquement que cette politique pourrait être plus performante que celles à tailles de livraison égales (Goyal, 1988; Lu, 1995) et à taille de livraison croissante géométriquement (Goyal, 1995), notamment lorsque le coût de transport est indépendant de la taille des livraisons. L'expression du coût total moyen, pour les politiques de Goyal (1995) et Hill (1997), est la suivante :

$$ETC(n, Q, q) = \frac{D}{Q} \times (K + nF + A) + h_v \times \left( \frac{q_1 D}{P} + \frac{(P-D)Q}{2P} \right) + \frac{(h_b - h_v)}{2Q} \sum_{i=1}^n q_i^2 \quad (\text{II.7})$$

avec  $Q = q_1 + q_2 + \dots + q_n$  et  $\begin{cases} q_i = q_1 \cdot (P/D)^{i-1} & \text{pour Goyal (1995)} \\ q_i = q_1 \cdot \lambda^{i-1} & \text{pour Hill (1997)} \end{cases}$

La contrainte  $\left(\frac{1}{D} \sum_{j=1}^{i-1} q_j \geq \frac{1}{P} \sum_{j=2}^i q_j, \quad i = 2, \dots, n\right)$  garantit que le client ne risque pas de tomber en rupture de stock avant d'avoir consommé toutes les  $i-1$  précédentes livraisons.

(Sucky, 2005) soutient qu'on peut facilement identifier au moins deux problèmes liés à ce type de politiques. Le premier est relatif aux capacités des équipements de manutention, d'emballage et de livraison qui devraient être au moins équivalentes à la taille du plus grand lot ; ce qui les rendraient sous-utilisées pour les lots de plus petites tailles entraînant par conséquent des coûts "de capacité inutilisée" ("*idle capacity costs*" : Goyal et Szendrovits, 1986). De même lorsque la taille d'une ou de plusieurs livraisons dépasse la capacité du moyen de transport, plus d'un voyage par livraison serait nécessaire pour servir le client. Dans ces cas de figure il serait inapproprié de supposer que le coût de transport soit indépendant des quantités livrées.

Le deuxième problème est lié aux difficultés et aux coûts parfois excessifs subis par le fournisseur comme par le client pour gérer et planifier les commandes, les approvisionnements, les réceptions et les contrôles et qui sont dus aux irrégularités dans la livraison de lots de différentes tailles (Agrawal et Raju, 1996).

Un autre type de politique de livraison a été adopté par Goyal and Szendrovits (1986) et puis repris plus tard par Goyal et Nebebe (2000) et Goyal(2000) : un certain nombre de livraisons de tailles différentes combinés avec un nombre de livraisons de même taille. Goyal et Nebebe (2000) ont prouvé qu'une politique pour laquelle la première livraison de taille  $q$  suivie par  $(n-1)$  livraisons de même taille  $(P/D) \cdot q$  profite à la fois des avantages de la politique à tailles de livraison égales et de la politique à taille de livraison croissante géométriquement, et procure souvent une solution plus économique que la politique de Hill (1997). Le coût total moyen exprimé par :

$$ETC(n, q) = \frac{(n \cdot (A + F) + K) \cdot D}{q \cdot \left(1 + (n-1) \cdot \frac{P}{D}\right)} + \frac{q}{2} \times \left[ h_v \frac{\left(2D + (P-D) \cdot \left(1 + (n-1) \frac{P}{D}\right)\right)}{P} + \frac{(h_b - h_v) \cdot \left(1 + (n-1) \cdot \left(\frac{P}{D}\right)^2\right)}{\left(1 + (n-1) \cdot \frac{P}{D}\right)} \right] \quad (II.8)$$



Ce coût total est minimal pour :

$$q^* = \sqrt{\frac{2X(n^*)}{Y(n^*)}} \quad (\text{II.9})$$

Avec

$$\left\{ \begin{array}{l} X(n) = \frac{(n \cdot (A + F) + K) \cdot D}{\left(1 + (n-1) \cdot \frac{P}{D}\right)} \end{array} \right. \quad (\text{II.10})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Y(n) = h_v \frac{\left(2D + (P - D) \cdot \left(1 + (n-1) \cdot \frac{P}{D}\right)\right)}{P} + (h_v - h_b) \frac{\left(1 + (n-1) \cdot \left(\frac{P}{D}\right)^2\right)}{\left(1 + (n-1) \cdot \left(\frac{P}{D}\right)\right)} \end{array} \right. \quad (\text{II.11})$$

et  $n^*$  qui doit vérifier la condition suivante:

$$X(n^* - 1)Y(n^* - 1) \geq X(n^*)Y(n^*) \leq X(n^* + 1)Y(n^* + 1) \quad (\text{II.12})$$

Goyal (2000) a essayé aussi d'améliorer les résultats de Hill (1997) proposant une politique de livraison dont la structure se résume à :  $\{q, q \cdot \lambda, \dots, q \cdot \lambda^{m-1}, \dots, q \cdot \lambda^{m-1}\}$  ( $\lambda = P/D$ ).

Contrairement à tous les travaux cités ci-dessus et qui permettent de trouver des solutions optimales pour des politiques de structures fixées à l'avance, Hill (1999) a recommandé de partir d'une structure indéfinie et de retrouver celle optimale. Il a montré que la structure optimale est similaire à celle considérée par Goyal and Szendrovits (1986) : un ensemble de livraisons de taille croissante géométriquement (la taille de la première livraison ainsi que la raison de croissance sont à déterminer) suivi par un ensemble de livraisons de même taille (figure II.3). La seule différence apportée réside dans la taille des dernières livraisons identiques qui ne correspond forcément pas à la plus grande taille de la suite géométrique antécédente. La logique derrière une telle conduite serait de garder au plus bas le stock tampon  $x$  (figure II.3), nécessaire au client pour couvrir sa demande durant la production du premier lot à livrer, et par conséquent le stock total dans le système. Les résultats numériques obtenus par Hill (1999) ont montré que cette méthode, comparée à celles jusque là développées, permettrait d'obtenir la solution la plus économique.

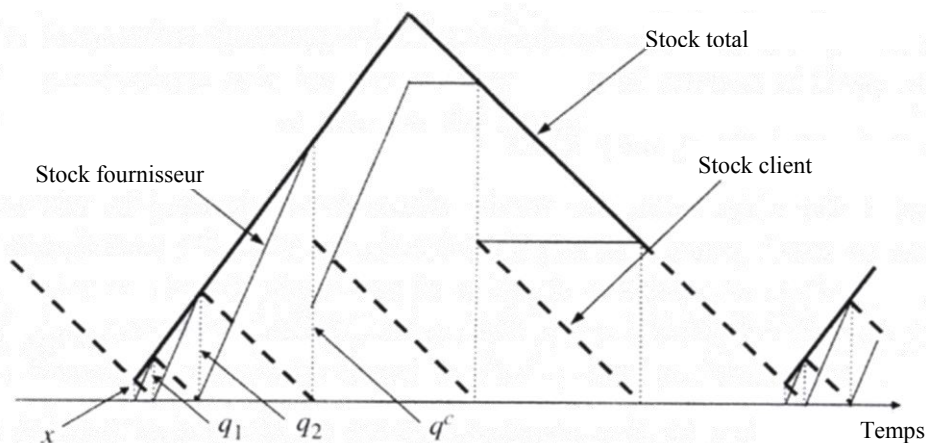


Figure II.3 : L'évolution des stocks (client et fournisseur) en fonction du temps pour la stratégie de Hill (1999)

Hill et Omar (2006) ont révisé le problème JELP en relaxant l'hypothèse, habituellement considérée dans toute la littérature précédente : le coût de stockage croît en descendant la chaîne depuis le fournisseur du fournisseur jusqu'au client du client. Ils ont considéré le cas où le stockage coûte plus cher chez le fournisseur que chez le client, jusque là non traité parce que très peu fréquent. Hill et Omar (2006) ont montré que la politique de livraison optimale n'est autre que celle de Hill (1999) mais sans retard sur les livraisons. C'est-à-dire dès qu'un lot est produit, il est directement livré au client. Ce comportement ressemble à celui de la politique "DWP : deliver what is produced" de Goyal (1995) mais la taille des livraisons suit la séquence proposée par Hill (1999) avec  $m$  lots de taille croissante géométriquement et puis  $(n-m)$  lots de même taille (figure II.4).

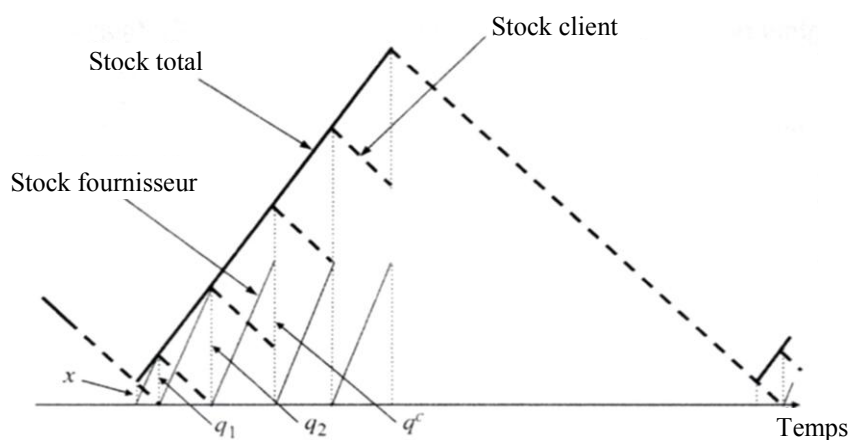


Figure II.4 : L'évolution des stocks (client et fournisseur) en fonction du temps pour la stratégie de Hill et Omar (2006)

### **2.1.3. Modèles traitant les extensions du problème "JELP"**

La majorité des autres modèles intégrés déterministes proposés dans la littérature utilisent soit des dérivés soit des combinaisons des politiques que nous venons de décrire plus haut, et étalent le problème *JELP* dans différentes directions. Goyal et Gupta (1989), Sucky (2005), Sarmah et al. (2006) et Ben-daya et al. (2008) ont établi, chacun à sa façon, une revue de la littérature relevant du problème *JELP* et ses extensions.

Le problème de partage des bénéfices entre les différents acteurs d'une chaîne est une des directions qui a suscité prématurément l'attention des chercheurs et était à l'origine du développement de politiques avec possibilité de remise des prix en fonction des quantités commandées. En effet il a été montré à maintes reprises qu'un client ne bénéficiant pas de remise sur ses prix d'achat ("*discount pricing*") accuse une perte lorsqu'il adopte la taille du lots économique commun "*JELS: Joint Economic Lot Size*" plutôt que sa propre quantité économique ("*EOQ: Economic Order Quantity*") pour passer ses commandes; contrairement au fournisseur qui voit son coût diminuer dans ce cas. Banerjee (1986) a proposé deux seuils de remise faisant bénéficier et le fournisseur et le client lorsque ce dernier augmente la taille de sa commande de *EOQ* à *JELS*. En fait, quand le montant de la remise prend la valeur du seuil inférieur tout le profit va au fournisseur et le client est dans ce cas indifférent, par contre quand la remise correspond au seuil supérieur c'est le client qui bénéficie de tout le profit et le fournisseur est dans une situation indifférente. Alors qu'il a suggéré une distribution équitable des gains provenant de l'utilisation du *JELS*, Banerjee (1986) a mentionné que les décisions concernant la politique des prix et la taille des commandes devraient être le fruit de négociations entre les deux parties. Plus tard, certains auteurs ont introduit dans leurs modèles le poids de chaque acteur dans le marchandage ("*bargaining power*") (Sucky, 2005). Dada et Srikanth (1987), dans leur contribution, ont formulé un modèle incitant le fournisseur/vendeur à offrir des réductions de prix, en fonction des quantités commandées, à la fois pour améliorer son propre profit et celui de son client. Ils ont même mentionné le mécanisme de partage des gains dans le cas d'un paiement annuel du vendeur. Le travail de Chakrabarty et Martin (1988) a permis de déterminer la période optimale de commande, initialement supposée constante et identique pour le client et le fournisseur, minimisant le coût total fournisseur-client sous la contrainte d'une proportion de gain annuel à partager d'une manière spécifiée à l'avance. Ce travail a été étendu par la suite au cas d'une demande décroissante (Chakrabarty et Martin, 1989). Weng (1995a, 1995b) a développé et comparé une politique avec une remise

constante sur la totalité de la commande et une autre avec remise incrémentielle. Il a démontré que les deux politiques sont équivalentes en termes de profit mutuel.

En ce qui concerne les autres extensions du problème *JELP*, nous citons à titre indicatif et non exhaustif les modèles qui imposent ou relaxent différents types de contraintes, les modèles comportant une composante de transport dans le coût total et les modèles intégrant l'aspect qualité ou fiabilité :

Hoque et Goyal (2000) ont développé une solution optimale au problème *JELP* avec une contrainte sur la capacité de transport, basée sur la politique de Hill (1999). Zhou et Wang (2007) ont aussi adopté la structure de la politique de Hill (1999) pour un problème sans contrainte préalable sur les coûts de stockage du fournisseur et du client ( $h_v > h_b$  ou  $h_b > h_v$ ) et pour les situations d'un produit périssable et/ou avec et sans possibilité de rupture chez le client. Ils ont notamment montré que lorsque le coût de stockage du fournisseur est supérieur à celui du client ( $h_v > h_b$ ) la raison optimale de la suite géométrique représentant la taille des premières livraisons est  $P/D$ , différente de celle correspondant au cas  $h_b > h_v$ . Braglia et Zavanella (2003) et puis Zanoni et Grubbström (2004) ont évoqué aussi le cas où  $h_v > h_b$  mais pour une politique avec stock de consigne. La solution la plus générale proposée par Zanoni et Grubbström (2004), basée sur le principe de procéder au transfert vers le client aussitôt qu'un stock suffisant est produit par le fournisseur, consiste à livrer la commande en  $n$  lots de tailles égales dont un nombre  $k$  ( $0 \leq k \leq n-1$ ) est retardé en respect à la capacité de stockage limitée du client (l'arrivée du dernier des  $n-k$  premiers lots permet d'atteindre le niveau de stockage maximal du client et chacun des  $k$  lots restants est retardé, en comparaison avec la périodicité de livraison des  $n-k$  premiers lots, de manière que à la réception de chacun d'eux le niveau du stock du client atteint de nouveau son maximum).

D'un autre côté, les modèles formulés depuis Goyal (1977) jusqu'à Hill (1999) et même quelque uns de ceux récemment développés supposent implicitement que le coût de transport ne représente qu'une composante du coût de commande. Cette hypothèse a été jugée non valable par Ertogral et al. (2007) puisque le coût de transport dépend entre autre de la taille de livraison et de l'itinéraire suivi. Le modèle qu'ils ont présenté se basait sur une politique de livraison à tailles égales et comprenait explicitement un coût de transport. La majorité des modèles récemment proposés fait intégrer le coût de transport : Hoque et Goyal (2000) dans le cas d'une capacité de transport limitée, (Huang, 2004) dans le cas d'un process non fiable, , Zanoni et Zavanella (2007) dans le cas de produits périssables, ... etc.

---

De même, l'hypothèse d'un produit de qualité parfaite, transféré depuis le fournisseur jusqu'au client, est une des caractéristiques communes aux premiers travaux de la littérature relevant du problème *JELP*. Cette hypothèse idéaliste a été relaxée de différente manière par les chercheurs, dont la plupart se sont focalisé à retrouver la politique optimale en termes de fréquence et taille des livraisons plutôt qu'une solution pour améliorer la qualité des produits. Khouja (2003b) a proposé un modèle pour un système d'inventaire à deux niveaux dans lequel la proportion de marchandise défectueuse augmente avec la taille du lot produit. Huang (2004) a étudié la situation d'un système, à taux de production et demande fixes, générant un pourcentage aléatoire de produits défectueux uniformément distribué. Pour des raisons de simplification il a adopté une politique de livraison optimale à tailles identiques et a supposé qu'il n'y a pas de possibilité de rupture de stock. Son modèle a été révisé par Chung (2008) et puis récemment par Ha (2010). Affisco et al. (2002) était l'un des rares à avoir essayé de trouver une solution pour améliorer la qualité. Le modèle lot-par-lot qu'il a développé comporte entre autre un coût d'investissement dédié à cette amélioration. La forme particulière de la fonction d'investissement utilisée dans ce modèle, n'étant pas représentative des pratiques actuelles dans certains domaines industriels, a été modifiée par Liu et Sila (2007). Ben-daya et al. (2006) ont présenté un modèle intégré de gestion et de contrôle de la qualité des inventaires avec et sans remplacement des produits défectueux dont la proportion est supposée suivre une loi bêta. Trois politiques de contrôle ont été analysées en fonction du risque encouru par le client et le fournisseur : sans contrôle, contrôle par échantillonnage et contrôle à 100%.

## 2.2. Modèles stochastiques

L'hypothèse d'une demande déterministe (constante ou variable), bien que très utile pour avoir simplifié la modélisation mathématique des stratégies intégrées citées au paragraphe précédent, reste loin de la réalité industrielle et commerciale. Certains chercheurs ont relaxé cette hypothèse, en considérant une demande stochastique durant un délai d'approvisionnement variable ou contrôlable. Le nombre de contributions dans ce sens reste pour le moins limité et la plupart d'entre elles tournent autour de la réduction du délai d'approvisionnement ("*lead time*"), considéré dans ce cas comme une importante composante pour la maîtrise des coûts. En effet, un "*lead time*" raccourci permet de réduire le stock de sécurité et les pertes causées par les ruptures. Il améliore le niveau de service au client et

---

accroît l'avantage de compétitivité du business (Ouyang et Wu, 1997). Il est à noter que la réduction du "*lead time*" entraîne un coût supplémentaire appelé "*crashing cost*" que la plupart des chercheurs intègrent dans le coût total commun.

Certains travaux combinent cette tendance soit avec la réduction du coût de commande ou du coût de setup soit avec l'amélioration de la qualité. Les politiques de production-livraison utilisées ne sont autres que celles développées dans le cas d'une demande déterministe (cf. § 2.1.). Par exemple, Pan et Yang (2002) ont amélioré les modèles de Banerjee (1986) et de Goyal (1988) considérant le "*lead time*" comme un facteur contrôlable dans leur formulation, durant lequel la demande suit une distribution normale. A travers une étude comparative, ils ont montré que leur modèle aboutit à un coût total commun intégré plus bas et un "*lead time*" plus court. Yang et Pan (2004) ont étendu ce travail énonçant en plus un problème de qualité. Leur nouveau modèle comporte un coût d'investissement pour l'amélioration de la qualité des produits mais néglige le coût de rupture. Ouyang et al. (2004) tout comme Hoque et Goyal (2006) ont proposé d'autres extensions du modèle de Pan et Yang (2002). Les premiers ont préconisé deux modèles avec possibilité de rupture de stock durant un délai d'approvisionnement contrôlable. L'un de ces modèles suppose que la demande est normalement distribuée et l'autre considère que la distribution de la demande est inconnue. Ils utilisent pour cette raison le principe minimax (choisir la fonction de distribution la plus défavorable et minimiser le coût total moyen en fonction de la quantité commandée  $Q$ , du point de commande  $s$ , du délai de livraison  $L$  et du nombre de lots  $n$  livrés par cycle). Les deuxièmes (Hoque et Goyal, 2006) ont plutôt présenté une alternative plus générale, choisissant de transférer la quantité produite depuis le fournisseur jusqu'au client par lots de même taille ou de tailles différentes en se basant sur l'idée de Goyal et Szendrovits (1986). Ouyang et al. (2007) ont reformulé le modèle de Yang et Pan (2004) en intégrant un coût de rupture, vu le caractère stochastique de la demande durant le "*lead time*". La quantité à commander, le point de commande, le niveau de qualité du process et le "*lead time*" sont les variables de décisions du nouveau modèle. Jha et Shanker (2009) ont de leur part modifié le modèle de Ouyang et al. (2004), introduisant une contrainte sur le niveau de service au lieu de considérer un coût de rupture dans la fonction objectif. Ils soutiennent que ce type de manœuvre permettrait d'échapper aux difficultés d'estimation du coût de rupture.

D'un autre côté, Chang et al. (2004) se sont intéressés à la fois aux réductions du "*lead time*" et du coût de commande. Ils soutiennent que le "*lead time*" du client peut être raccourci à

travers un "*crashing cost*" dépendant de la durée à réduire et de la taille de la commande. Quant à la réduction du coût de commande, elle est effectuée à travers un investissement supplémentaire présumé indépendant puis dépendant de la réduction du "*lead time*", dans deux modèles différents.

D'un point de vue plus généralisé, Ben-Daya et Hariga (2004) ont adopté la politique de Lu (1995) pour un problème "*single-vendor single-buyer*" avec une demande stochastique et un "*lead time*" variable. Leur stratégie consiste à produire la quantité commandée d'une manière continue et à livrer régulièrement (juste avant que le client ne tombe en rupture) des lots de même taille. Les principaux paramètres définissant la politique optimale (la taille optimale de livraison  $Q^*$ , le nombre optimal de livraisons  $n^*$  et le point de commande optimal  $s^*$ ) sont déterminés à l'aide d'un algorithme numérique. Hsiao (2008) a reformulé le modèle de Ben-Daya et Hariga (2004) proposant d'utiliser deux points de commande (soit deux niveaux de service) l'un pour lancer la commande et l'autre pour déclencher la livraison. De même il a recommandé d'adopter deux "*lead time*", le premier correspond à la livraison du premier lot et comporte un délai de préparation et un délai de transport, et le deuxième n'est destiné qu'au transport de chacun des  $(n-1)$  lots restants. Ces modifications semblent être raisonnables mais aucune indication numérique n'a été donnée à propos de leur influence sur la solution optimale. Glock (2009) a employé une politique de livraison de même structure que celle de Hill (1997) pour résoudre le problème posé par Ben-Daya et Hariga (2004). L'efficacité de son choix de la politique de livraison à taille variable a été démontrée à travers des exemples numériques.

### 3. Remarques et analyses

Suite à ce bilan, les remarques et les questions suivantes s'imposent :

i) L'examen des politiques développées pour résoudre le problème de la taille du lot économique commun *JELP* dans le cas "*single-vendor single-buyer*" permet de discerner une ligne de conduite commune à toutes les contributions depuis Goyal (1988) et l'abandon de l'hypothèse lot-par-lot jusqu'à Hill (1999) et sa méthode de livraison jusque là la plus générale. D'un côté, toutes ces politiques de base supposent que le client passe une commande d'une taille optimale au fournisseur, qui procède à sa fabrication d'une manière

continue. Ceci permet bien évidemment de réduire au maximum le coût de commande et le coût de setup. D'un autre côté, d'une politique à une autre on essayait de modifier le planning des livraisons pour réduire le stock moyen dans le système et le coût de possession qui en découle.

De cet angle de vue, quelqu'un peut avoir l'impression que l'esprit d'équilibrage global entre tous les coûts est absent dans cette évolution. En effet, par défaut on commande et on produit d'une manière continue la même quantité optimale parce que c'est la meilleure façon de réduire les coûts de commande et de setup, et puis selon le cas on livre simultanément ou non par lots de taille égale ou variable et d'une manière retardée ou non pour réduire au maximum le coût total de stockage dans le système.

Lorsqu'on sait que dans la plupart des cas étudiés, le taux de production du fournisseur est beaucoup plus important que la demande client et que la production de toute la commande d'une façon continue conduit à une accumulation de stock soit chez le fournisseur si les livraisons sont retardées (parce que  $h_b > h_v$ ) soit chez le client si les lots sont immédiatement transférés après production (parce que  $h_v > h_b$ ), on peut se demander si la meilleure façon de réduire le stock moyen total dans le système serait tout simplement de trouver la meilleure séquence de livraison selon le modèle le plus généralisé de Hill (1999)? Autrement dit, si un client passe une commande de taille optimale  $Q$  et que le fournisseur compte la livrer selon une séquence optimale par lots de taille plus petite pour réduire le coût total de stockage, pourquoi tiendrait-t-il à la produire d'une façon continue qui engendre une accumulation de stock chez lui ou chez le client plutôt qu'à produire à chaque fois juste la quantité à livrer et réduire ainsi le stock moyen total dans le système?

Certes en produisant chaque lot (livraison) à part le fournisseur risquerait de voir augmenter son coût total de setup d'une manière importante, mais la réduction du coût de stockage total dans le système le serait aussi. Lorsque le coût de setup unitaire est suffisamment petit, une telle conduite serait possible puisque le gain enregistré au niveau du coût de stockage pourrait couvrir la perte au niveau du coût de setup.

**ii)** La quasi-totalité des stratégies proposées dans la littérature suggère de produire la quantité commandée en un seul setup. Cette conduite est surtout justifiée lorsque le coût de setup unitaire est relativement élevé. Contrairement, lorsque le coût de setup unitaire est très réduit, on pourrait se permettre de lancer la production des quantités optimales programmées pour les livraisons, séparément, pour éviter l'accumulation d'un stock important chez le fournisseur ou le client. Dans ce cas, même dans la pire des situations où le fournisseur subirait un coût à



chaque lancement de la production, le gain provenant de la réduction du coût de stockage couvrirait le gonflement du coût de setup. Dans ces deux cas de figure, le fournisseur lance la production soit par lots de même taille que la commande, soit par lots de mêmes tailles que les livraisons. Par conséquent, le nombre de setups serait soit égale à un, soit égale au nombre de livraisons programmées nécessaires pour transférer toute la commande au client.

Toujours dans le même esprit d'équilibrage des coûts avec une vision intégrée, la question qu'on peut se poser ici est : serait-il possible de trouver une taille de lancement de la production, différente de celles de la commande et des livraisons, pour laquelle les coûts totaux de setup et de stockage seraient mieux équilibrés? C'est-à-dire qu'au lieu de produire toute la commande en continue ou de lancer séparément la production de chaque livraison, serait-il possible d'adapter la quantité de lancement au coût de setup unitaire pour un meilleur compromis entre le nombre de setups et le niveau de stock moyen dans le système synonyme d'un coût total plus faible voire plus optimal ?

**iii)** Les études traitant le problème couplé *JELP*-qualité, en nombre assez limité, relaxent l'hypothèse d'un produit constamment de qualité parfaite et supposent que le process est non fiable et génère des produits de mauvaise qualité. Un bon nombre de ces études propose des solutions considérant la non-qualité comme une contrainte au problème *JELP*. Elles supposent que la proportion des produits non conformes est soit constante, soit variable et dépend de la taille du lot produit, soit aléatoire et suit une loi de probabilité connue. Etant donné ce fait, la solution consiste à intégrer le coût de non-qualité dans le modèle et à déterminer les paramètres optimaux de la politique de production-livraison suivie. On dirait que ce type de modèles n'essaye pas de résoudre le problème des non-conformités à la source mais il cherche plutôt à le contourner en tentant seulement de limiter les dégâts.

De même, les stratégies intégrant différentes politiques de contrôle de la qualité n'apportent pas de vraies solutions au problème de qualité, surtout s'il s'agit d'un contrôle à la réception appliqué chez le client. Les contrôles ne font que limiter voire parfois arrêter la propagation aval du problème dans le sens de la circulation des produits dans la chaîne.

Les quelques travaux ayant présenté de vraies solutions suggèrent d'intégrer des coûts d'investissement dédiés à l'amélioration de la qualité sans pour autant spécifier par quel moyen ou de quelle façon (Affisco et al., 2002 ; Liu et Sila, 2007). Ces coûts sont généralement fonction de l'abaissement de la proportion des produits non-conformes.

Souvent la mauvaise qualité des produits est associée à un problème de fiabilité au niveau du process qui s'avère être bien des fois un problème de fiabilité au niveau de l'outil de

---

production (machine ou installation). Par conséquent, dans plusieurs situations, des actions de maintenance peuvent constituer une solution pour éliminer ou du moins minimiser la proportion de produits non-conformes générés par l'outil de production non fiable, à l'instar de ce qui est déjà fait depuis quelques années au niveau des outils de production considérés séparément et jusque là non encore abordée au niveau "*supply chain*". D'où la question suivante : comment peut-on synchroniser et intégrer la maintenance avec la production et la livraison en vue d'améliorer la qualité dans une "*supply chain*" et d'optimiser le coût total intégré fournisseur-client ?

## 4. Objectifs de la thèse

L'objectif principal de ce travail est de développer une nouvelle façon de synchroniser les activités dans une "*supply chain*", qui serait une alternative de plus pour son optimisation globale. La structure considérée de la "*supply chain*" est à un seul fournisseur un seul client ("*single vendor single-buyer*"). La modélisation mathématique pour une telle structure semble être souvent plus aisée et aussi plus commode pour une éventuelle généralisation à d'autres structures plus complexes.

L'atteinte de l'objectif principal sera à travers une démarche à trois étapes successives dont les objectifs sont présentés ci-dessous dans le même ordre prévu des étapes.

### 4.1. Objectif 1

En réponse à la première question posée, nous nous fixons comme premier objectif de développer une nouvelle stratégie de production-livraison pour résoudre le problème de la taille du lot économique commun *JELP*. Cette stratégie sera basée sur le principe suivant : Le fournisseur n'est appelé à produire que la quantité immédiatement nécessaire au client. Une politique synonyme de réduction du niveau de stock dans le système et en contre partie d'une éventuelle multiplication du nombre de setups nécessaires pour produire toute la commande. Il s'agira de prouver que lorsque le coût de setup unitaire est relativement petit, le gain généré au niveau du coût total de stockage compenserait la hausse éventuelle au niveau du coût de setup total.

## 4.2. Objectif 2

L'objectif de l'étape précédente prévoit de mettre au point une stratégie qui, contrairement à celles pour lesquelles toute la commande est produite d'une manière continue en un seul setup, suggère de produire chaque livraison à part. Dans le cas le plus défavorable, en passant d'une production continue de la commande à une production par lots de taille égale à la livraison, le nombre de setups passe du minimum possible au maximum possible (de un au nombre de livraisons programmées) tandis que le stock moyen dans le système atteint son niveau le plus bas après avoir été à son plus haut niveau.

Il s'agit dans cette étape de trouver une solution intermédiaire plus générale, pour laquelle la taille du lot produit ne correspond ni à la taille de la commande ni à celle de la livraison. La nouvelle taille du lot produit sera adaptée aux coûts de setup unitaires. Elle permettrait de diminuer le niveau de stock moyen dans le système en comparaison à celui résultant de la production en continue (ce niveau demeurerait supérieur au minimum atteint pour une production par lots de mêmes tailles que les livraisons). En contre partie, toujours en comparaison avec le cas où la commande est produite en continue, cette nouvelle taille de lancement de la production entraînerait une augmentation du nombre de setups, qui tout de même devra rester inférieur au nombre maximal atteint pour une production séparée de chacune des livraisons. Dans ces conditions, un meilleur compromis entre le coût total de stockage et le coût total de setup sera recherché.

## 4.3. Objectif 3

Partant des deux faits suivants :

- ✓ aucune des solutions développées dans la littérature pour résoudre le double problème *JELP*-qualité en présence d'un process non fiable n'intègre une politique de maintenance pour améliorer la qualité,
- ✓ les stratégies que nous envisageons de développer aux deux premières étapes, et qui stipulent que la commande soit produite par lots séparés à un taux couramment supérieur à la demande, entraîneraient des périodes d'inactivité de l'outil de production vu que le cycle de production est inférieur au cycle de livraison,

---

Nous envisageons, toujours dans le cas d'une "supply chain" à un seul fournisseur un seul client, de proposer une stratégie optimale pour gérer la commande, la production, la livraison et la maintenance d'un outil non fiable générant des produits non conformes lorsqu'il se retrouve suite à sa dégradation dans un état hors contrôle ("out-of-control strate"). En fait, il s'agira de déterminer la quantité optimale à commander, de définir la meilleure façon de la produire et de la livrer et d'établir un planning de maintenance préventive et/ou curative capable d'éliminer ou minimiser les non-conformités, tout en réduisant au maximum le coût total moyen par unité de temps.

## 5. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons essayé de présenter une revue de l'essentiel des travaux parus jusqu'à ce jour qui traitent du problème de la taille du lot économique commun ("*Joint Economic Lot sizing Problem :JELP*") ainsi que quelques unes de ses extensions, pour des "supply chains" à deux et trois niveaux. Un intérêt particulier a été accordé aux politiques développées pour la configuration à un seul fournisseur un seul client ("*single-vendor single-buyer*"), souvent considérée comme l'élément de base à partir duquel on optimise de proche en proche des chaînes de structures plus complexes.

C'est dans un contexte déterministe que les politiques de livraison basiques ont été définies. Au départ, ce sont les politiques à tailles de livraison égales que les chercheurs ont adoptées, améliorées et ajustées depuis le lot-par-lot de Goyal (1977) et Banerjee (1986) jusqu'à la production-livraison simultanées de Lu (1995) en passant par Goyal (1988) et sa politique de production-livraison non simultanées pour laquelle la taille des livraisons est une fraction de la taille de la commande. Certes simples à appliquer et à gérer, mais jugées en faveur du client, ces politiques ont été remplacées par celles à taille de livraisons croissantes géométriquement de raison P/D (Goyal, 1995) ou quelconque (Hill, 1997), générant une réduction importante du stock moyen dans le système. Mieux encore, une politique plus générale proposant de combiner des livraisons à tailles variables et égales (Hill, 1999) a permis d'améliorer la performance d'une chaîne de type "*single-vendor single-buyer*".

Ces solutions de base ont été utilisées pour différentes extensions du problème *JELP* et notamment dans un contexte stochastique. Le travail de Ben-daya et Hariga (2004) adoptant le modèle de Lu (1995) et considérant une demande stochastique durant un délai

---

d'approvisionnement ("*lead time*") variable, peut être perçu comme une référence centrale. Glock (2009) a amélioré la solution de Ben-daya et Hariga (2004) en optant plutôt pour la politique de Hill (1997) à taille de livraison croissante géométriquement. C'est aussi ce modèle qui nous servira de base pour mener notre étude.

L'évolution des solutions du problème *JELP* ou de ses extensions s'est accentuée au niveau de la politique de livraison en vue de réduire le stock moyen dans la "*supply chain*". Cette attitude semble être pour le moins en contradiction avec le choix collectif (pour toutes les études antérieures) d'une politique de production continue, à l'origine d'accumulation de stock chez le fournisseur ou chez le client selon que les livraisons sont entreprises immédiatement ou retardées.

Ce point discutable constitue l'origine de toute notre étude, dont le premier objectif consistera à proposer une alternative de production basée sur le principe « ne produire que le besoin du client à livrer immédiatement ». Globalement, l'idée se résume à produire une commande optimale par lots séparés de taille optimale immédiatement transférés au client. Il en résulterait une réduction considérable du stock moyen dans le système mais aussi, dans un mauvais scénario, une éventuelle amplification tout autant importante du nombre de setups nécessaires pour produire toute la commande. Ce choix serait surtout justifié lorsque le coût de setup unitaire est relativement petit. En effet, le gain qu'on pourrait enregistrer au niveau du coût de stockage couvrirait dans ce cas la perte éventuelle au niveau du coût de setup. Sachant qu'actuellement les méthodes et techniques de réduction du coût de setup ne manquent pas, particulièrement dans un contexte « JAT : Juste À Temps » (p. ex. la méthode SMED), cette conduite ne pourrait être que bénéfique et pour le fournisseur et pour le client. Cherchant un meilleur compromis entre les coûts de stockage, de setup et de livraison, cette solution sera généralisée par la suite au cas où la taille du lot produit est différente de la taille de la commande et de la taille des livraisons.

Nous prévoyons enfin d'étendre l'étude au cas d'un processus de production imparfait (non fiable) générant une certaine proportion de produits de mauvaise qualité. Contrairement à la majorité des travaux jusque là menés et n'apportant pas de solutions à la source du problème des non-conformités, nous comptons améliorer la qualité des produits à travers des actions de maintenance synchronisées avec le planning de production et de livraison, ceci au moindre coût.

---

## Chapitre III

# D'une production continue à une production lot-par-lot

### 1. Introduction

Dans ce chapitre nous nous intéressons au problème de coordination dans une "*supply chain*" constituée d'un seul fournisseur et d'un seul client ("*single-vendor single-buyer*"), cherchant à optimiser le coût total intégré de gestion (setup, stockage, commande et transport) relatif à un seul produit. Cette configuration, largement étudiée dans la littérature, est généralement considérée comme la base d'optimisation de chaînes de structures plus complexes. D'ailleurs, la majorité voire toutes les stratégies basiques développées dans ce cadre correspondent au cas "*single-vendor single-buyer*" (cf. chapitre II) souvent identifié au problème *JELP* ("*Joint Economic Lot sizing Problem*"). Une caractéristique commune à toutes ces stratégies et même à leurs versions modifiées proposant des extensions du problème *JELP*, est la politique de production. Cette politique, de type continue, permet notamment de réduire au maximum le coût de setup, mais elle est aussi à l'origine d'une importante accumulation de stock chez le fournisseur ou le client.

Partant du principe d'équilibrage des coûts, si le coût de setup unitaire du fournisseur est relativement réduit, il serait possible de réduire sensiblement le niveau de stock dans le système (en comparaison avec celui atteint pour une production continue) en produisant la commande séparément par petites quantités, même en procédant dans le pire des cas à des setups au nombre égal à celui des lancements ou des livraisons. Dans ce cas, le gain au niveau du stockage pourrait couvrir la perte au niveau du setup.

Pour illustrer cette approche nous avons choisi comme référence le modèle de Ben-daya et Harigua (2004) doublement intéressant puisque développé dans un contexte stochastique

(réaliste et relativement peu considéré dans la littérature) et traitant purement le problème *JELP* (aspect référentiel). Le scénario correspondant à ce modèle est le suivant: Le client passe une commande de taille  $nQ$  (à déterminer) chaque fois que son stock atteint le niveau correspondant à son point de commande  $r$  et qu'aucune autre commande n'est en cours. Le fournisseur, de son côté, fabrique toute la quantité commandée d'une façon continue et livre simultanément et régulièrement le produit (par lots de taille  $Q$ ), à des intervalles de temps dépendant de la consommation moyenne  $D$  du client par cycle. Il subit par conséquent un coût de setup une seule fois par cycle mais se retrouve avec un niveau de stock moyen important. Notre objectif consiste à comparer cette stratégie à une nouvelle solution de type lot-par-lot dont le but est de satisfaire la même commande  $nQ$  en produisant et livrant séparément des lots de même taille  $Q$ . Contrairement à la stratégie de production continue de Ben-daya et Harigua (2004), le fournisseur subit un coût de setup à chaque lancement de production d'un lot de taille  $Q$  mais évite l'accumulation de stock.

Les hypothèses considérées pour les deux stratégies sont énoncées ci-dessous.

## Hypothèses

1. la situation considérée implique un seul fournisseur, un seul client et un seul produit,
2. aucune restriction, concernant la capacité de stockage ni la quantité commandée, n'est imposée de la part de l'une ou de l'autre des deux parties,
3. le fournisseur produit la commande à un taux supérieur au taux de consommation moyen du client ( $P > D$ ),
4. les ruptures de stock sont permises pour le client et impliquent des pénalités,
5. tous les coûts unitaires sont considérés fixes.

Toute autre hypothèse spécifique sera formulée dans la description des stratégies faite ci-après.

A noter que le coût total intégré par unité de temps, correspondant à chacune des deux stratégies, représente le critère de performance considéré pour la comparaison. Le coût de setup unitaire sera aussi adopté comme variable de décision pour le choix de la stratégie la plus performante. Il s'agira principalement de déterminer, pour une situation quelconque, à partir de quel seuil du coût de setup il serait plus économique d'adopter une stratégie plutôt que l'autre. Nous nous proposons également de comparer les deux stratégies dans le cas

général où les deux maillons de la chaîne seraient contraints d'adopter, pour une raison ou une autre, des solutions non optimales.

Dans la section suivante nous exposerons la stratégie de Ben-daya et Harigua (2004), le modèle mathématique correspondant ainsi que leur procédure numérique d'optimisation. Nous définirons et modéliserons, dans la section 3, la nouvelle stratégie lot-par-lot. Nous y proposerons aussi la procédure de détermination du seuil du coût de setup permettant de choisir la stratégie la plus performante pour n'importe quelle situation. Un exemple numérique sera présenté dans la section 4 pour illustrer la comparaison des deux stratégies considérées au niveau quasi-optimal et ensuite au niveau général, et pour déceler l'influence de certains paramètres sur le choix de l'une ou l'autre d'entre elles. Les principaux résultats issus de ces comparaisons seront finalement récapitulés dans la conclusion de ce chapitre.

## 2. Stratégie de production continue de Ben-daya et Harigua

Ben-daya et Harigua (2004) ont étudié le problème de la taille du lot économique ("*JELP : Joint Economic Lot sizing Problem*") sous l'hypothèse d'une demande stochastique durant un délai d'approvisionnement ("*lead time*") variable. Ils ont opté pour une production continue permettant de réduire au maximum le coût de setup d'une part, et des livraisons retardées à tailles égales limitant le niveau du stock chez le client d'autre part.

### 2.1. Définition

Le modèle proposé, de type intégré, est basé sur une politique de réapprovisionnement à point de commande  $(r, Q)$ . Les auteurs considèrent qu'un accord préalable, entre les deux maillons de la chaîne, stipule que le client passe une commande de taille  $nQ$  chaque fois que son stock atteint le niveau du point de commande  $r$  (à condition qu'il n'y ait pas d'autres commandes en cours). Le fournisseur lance alors la production de toute cette quantité en un seul setup mais livre simultanément, périodiquement et d'une manière retardée par lots de même taille  $Q$ . En d'autres termes, la commande est produite en continue à un taux  $P$ , mais la livraison est synchronisée avec la consommation moyenne du client. En effet, le premier lot est livré dès qu'il est produit ( $Q/P$  unités de temps après le lancement de la production). A partir de cette date, le reste des lots sont transférés chaque  $Q/D$  unités de temps (figure III.1).



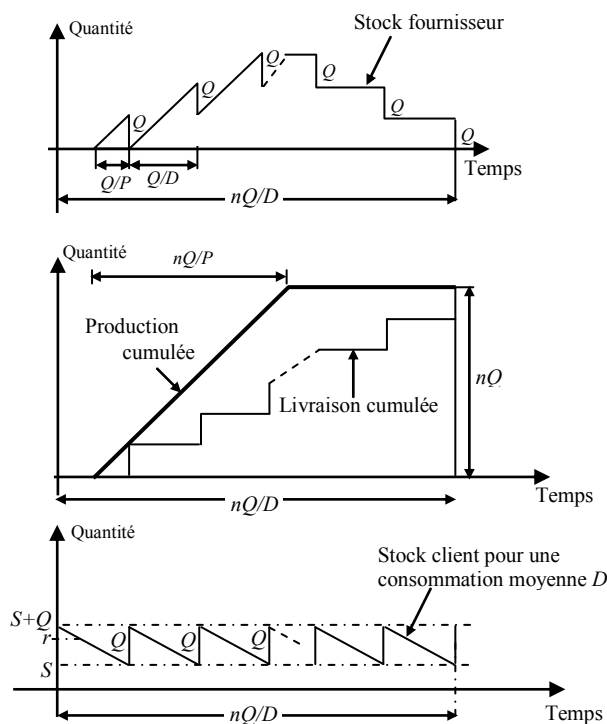


Figure III.1 : Production et livraison cumulées, stock fournisseur et stock client en fonction du temps pour la stratégie de Ben-Daya et Hariga (2004)

Le client subit un coût  $A$  pour chaque commande passée de taille  $nQ$  et un coût de transport  $F$  pour chaque lot livré de taille  $Q$ . Le fournisseur de son côté subit un seul coût de setup  $K$  pour l'unique lancement de production de toute la quantité  $nQ$  par cycle.

La politique quasi-optimale est définie à l'aide des paramètres  $n^*$ ,  $Q^*$  et  $s^*$  minimisant le coût total moyen par unité de temps subi par le tandem fournisseur-client.

## 2.2. Modèle mathématique

Le modèle mathématique représente le coût total moyen par unité de temps  $ETC^{(n,1)}$ , exprimé en fonction de tous les paramètres définissant la stratégie et tous les coûts unitaires correspondant au client et au fournisseur.  $ETC^{(n,1)}$  peut s'écrire comme la somme des coûts totaux moyens par unité de temps  $TC_b^{(n,1)}$  et  $TC_v^{(n,1)}$  respectivement relatifs au client et au fournisseur et qu'on peut exprimer séparément par:

$$TC_b^{(n,1)} = \text{coût de commande moyen /unité de temps} + \text{coût de transport moyen /unité de temps} \\ + \text{coût de stockage moyen /unité de temps} + \text{coût de rupture moyen /unité de temps}$$

$$TC_v^{(n,1)} = \text{coût de setup moyen/unité de temps} + \text{coût de stockage moyen/unité de temps}$$

Examinons tout d'abord les composantes du coût  $TC_b^{(n,1)}$  :

- *Coût de commande moyen /unité de temps :*

Sachant que  $A$  est le coût d'une commande et que la longueur moyenne d'un cycle est de  $nQ/D$ , le coût de commande moyen par unité de temps est égal à  $AD/nQ$ .

- *Coût de transport moyen /unité de temps :*

Le client subit le même coût de transport  $F$  pour chaque lot livré de taille  $Q$ , soit  $nF$  pour toute la quantité commandée  $nQ$ . La moyenne par cycle est donc donnée par  $FD/Q$ .

- *Coût de stockage moyen / unité de temps :*

Il s'écrit approximativement comme le produit du coût unitaire  $h_b$  et du stock moyen  $(Q/2+S)$  (Hadley et Whitin, 1963). Le Stock de sécurité  $S$  correspond à la différence entre le niveau du point de commande et la consommation moyenne pendant le délai d'approvisionnement.

Le stock moyen  $Q/2+S$  correspond à la moyenne des niveaux du stock juste avant et juste après la livraison :  $r-DL$  (ou  $S$ ) et  $r-DL+Q$  (ou  $S+Q$ )

- *Coût de rupture moyen / unité temps :*

Il représente la pénurie subie par le client quand sa consommation  $x$  pendant le délai d'approvisionnement dépasse le niveau du point de commande  $r$  ( $x > r$ ). En supposant que  $x$  suit une loi de probabilité caractérisée par une fonction de densité  $f(x)$ , la quantité moyenne de rupture est donnée par :

$$b(r, L(Q)) = E(x-r) = \int_r^{\infty} (x-r) f(x) dx . \quad (\text{III.1})$$

$\pi$  étant le coût unitaire de rupture. Ainsi le coût moyen de rupture par unité de temps est  $(\pi D/Q) \cdot b(r, L(Q))$ .

$TC_b^{(n,1)}$  s'écrit finalement :

$$TC_b^{(n,1)} = \left( \frac{A}{n} + F \right) \cdot \frac{D}{Q} + h_b \cdot \left( \frac{Q}{2} + S \right) + \frac{\pi \cdot D}{Q} \cdot b(r, L(Q)) \quad (\text{III.2})$$

Concernant les composants du coût  $TC_v^{(n,1)}$ , on peut les résumer comme suit :

▪ *Coût de setup moyen / unité de temps :*

Le fournisseur, lançant la production une seule fois par cycle, subit un coût de setup  $K$  pour toute la quantité produite  $nQ$ . Le coût de setup moyen par unité de temps est exprimé, identiquement au coût de commande, par  $KD/nQ$ .

▪ *Coût de stockage moyen / unité de temps :*

En rapportant la différence entre la production cumulée et la livraison cumulée (durant un cycle) à la longueur moyenne du cycle, on trouve le stock moyen du fournisseur  $\frac{Q}{2} [n(1 - D/P) - 1 + 2D/P]$ , qu'il suffit de multiplier par le coût de stockage unitaire  $h_v$  pour avoir l'expression du coût de stockage moyen par unité de temps.

$TC_v^{(n,1)}$  s'écrit alors comme :

$$TC_v^{(n,1)} = \frac{K \cdot D}{n \cdot Q} + h_v \cdot \frac{Q}{2} \left[ n \left( 1 - \frac{D}{P} \right) - 1 + \frac{2D}{P} \right] \quad (\text{III.3})$$

Par conséquent, le coût total moyen par unité de temps du système client/fournisseur  $ETC^{(n,1)}$ , correspondant à la somme de  $TC_b^{(n,1)}$  et  $TC_v^{(n,1)}$  est donné par :

$$ETC^{(n,1)}(n, Q, r) = \frac{D}{Q} \left( F + \frac{A+K}{n} + \pi b(r, L(Q)) \right) + \frac{Q}{2} [h_b + h_v [n(1 - D/P) - 1 + 2D/P]] + h_b S \quad (\text{III.4})$$

Tout le travail, à partir de ce point, consiste à déterminer les valeurs quasi-optimales  $n^*$ ,  $Q^*$  et  $r^*$  minimisant ce coût total moyen par unité de temps. La procédure proposée par Ben-Daya et Hariga (2004) est décrite dans la section suivante.

### 2.3. Procédure d'optimisation

Etant donné que la demande  $x$  durant le délai d'approvisionnement est supposée normalement distribuée, avec une moyenne  $D \cdot L(Q)$  et un écart type  $\sigma \sqrt{L(Q)}$ , la quantité moyenne en rupture  $b(r, L(Q))$  (déjà exprimée par l'équation III.1) est donnée par :

$$b(r, L(Q)) = \sigma \sqrt{Q/P+t} \times \psi(k) \quad (\text{III.5})$$

Où  $k$ , le facteur de sécurité (ou le taux de service), et la fonction  $\psi(k)$  correspondent à :

$$k = (r - DL(Q)) / \sigma \sqrt{Q/P+t} = S / \sigma \sqrt{Q/P+t} \quad (\text{III.6})$$

$$\psi(k) = \int_k^{\infty} (z - k) \phi(z) dz \quad (\text{III.7})$$

$\phi(z)$  étant la fonction de densité de probabilité relative à la loi normale centrée réduite.

L'expression (III.4) du coût total moyen par unité de temps devient alors:

$$ETC^{(n,1)}(n, Q, k) = \frac{G^{(n,1)}(n) \cdot D}{Q} + \frac{Q}{2} H^{(n,1)}(n) + h_b k \sigma \sqrt{Q/P+t} + \frac{\pi D \sigma \sqrt{Q/P+t}}{Q} \psi(k) \quad (\text{III.8})$$

avec

$$H^{(n,1)}(n) = h_b + h_v \cdot [n(1-D/P) - 1 + 2D/P] \quad (\text{III.9})$$

$$\text{et } G^{(n,1)}(n) = F + (A+K)/n \quad (\text{III.10})$$

Pour une valeur de  $n$  donnée, on détermine  $k$  (c'est-à-dire  $r$ ) et  $Q$  minimisant  $ETC^{(n,1)}$  à partir des deux équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial ETC^{(n,1)}}{\partial k} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{III.11})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial ETC^{(n,1)}}{\partial Q} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{III.12})$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sigma h_b \sqrt{\frac{Q}{P} + t} - \frac{\pi D}{Q} \sigma \bar{F}(k) \sqrt{\frac{Q}{P} + t} = 0 \quad (\text{III.13}) \\ -\frac{G^{(n,1)}(n)}{Q^2} \times D + \frac{H^{(n,1)}(n)}{2} + \frac{h_b k \sigma}{2P \sqrt{\frac{Q}{P} + t}} + \pi D \sigma \psi(k) \frac{\frac{Q}{2P \sqrt{\frac{Q}{P} + t}} - \sqrt{\frac{Q}{P} + t}}{Q^2} = 0 \quad (\text{III.14}) \end{array} \right.$$

$\bar{F}(k)$  étant la fonction complémentaire de la fonction de distribution  $F(k) = \int_{-\infty}^k \phi(z) dz$ .

C'est-à-dire que :

$$\bar{F}(k) = 1 - F(k) = 1 - \int_{-\infty}^k \phi(z) dz = \int_k^{\infty} \phi(z) dz \quad (\text{III.15})$$

L'équation (III.13) mène à :

$$\bar{F}(k) = \int_k^{\infty} \phi(z) dz = \frac{h_b Q}{\pi D} \quad (\text{III.16})$$

Tenant compte de ce résultat, l'équation (III.14) se solde par :

$$Q = \sqrt{\frac{2D \frac{G^{(n,1)}(n) + \pi \sigma \psi(k) \sqrt{Q/P + t}}{H^{(n,1)}(n) + \frac{h_b \sigma}{P \sqrt{Q/P + t}} \left[ k + \frac{\psi(k)}{\bar{F}(k)} \right]}}{}} \quad (\text{III.17})$$

Il est à noter que  $ETC^{(n,1)}$  est convexe par rapport à  $k$  et non convexe par rapport à  $Q$ . Ceci peut être facilement prouvé en calculant les dérivées partielles secondes de cette fonction par rapport à ces deux paramètres.

L'algorithme<sup>21</sup> ci-dessous (figure III.2), formulé par Ben-Daya et Hariga (2004), permet à partir des équations (III.7), (III.16) et (III.17) de déterminer d'une manière approximative une solution au problème posé (une solution quasi-optimale).

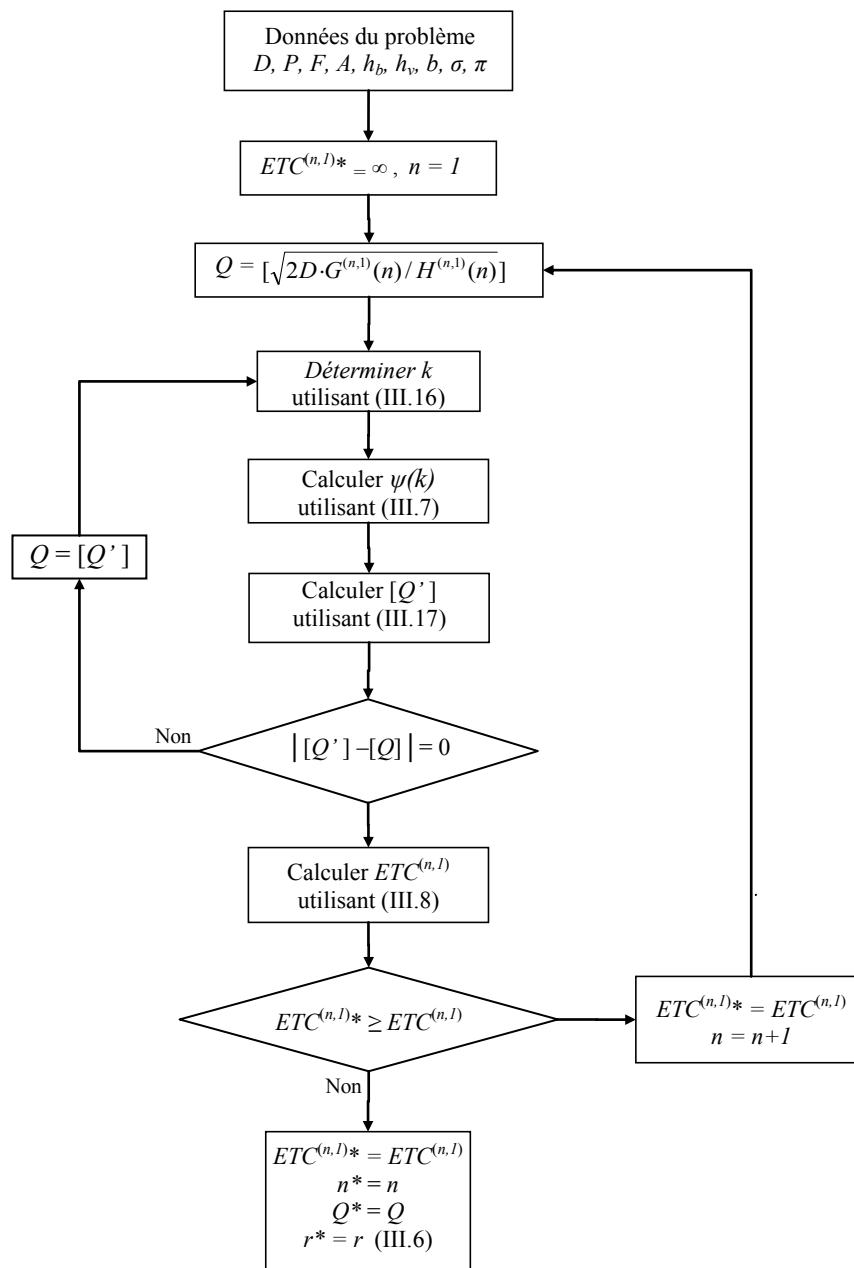


Figure III.2 : Algorithme de calcul du coût total moyen quasi-optimal

<sup>21</sup> [y] représente l'entier le plus proche ("nearest interger") de y et ETC\* est le coût total moyen optimal par unité de temps.

### 3. Stratégie lot-par-lot

Cette stratégie représente une alternative pour résoudre le problème posé par Ben-daya et Harigua (2004). Il s'agit de changer la production continue, de la quantité commandée par le client, en une production par lot de taille plus petite, cherchant à éviter l'accumulation du stock chez le fournisseur. Ce changement nécessiterait plus qu'un seul setup et dans le pire des scénarios le nombre de setups pourrait être égal au nombre des livraisons. L'objectif étant d'explorer sous quelles conditions cette stratégie pourrait être plus économique que celle de Ben-daya et Harigua (2004).

#### 3.1. Définition

L'idée consiste à lisser la politique de production avec celle de livraison, au lieu de produire toute la quantité commandée  $nQ$  d'une manière continue. Le fournisseur fabrique alors des lots de taille  $Q$  séparément en lançant la production de chacun à  $Q/P$  unités de temps avant la date de sa livraison (figure III.3).

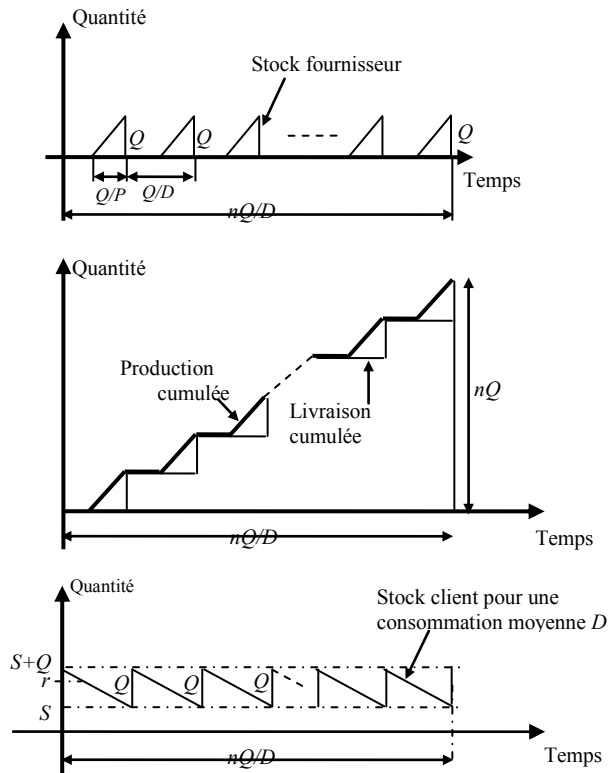


Figure III.3 : Production et livraison cumulées, stock fournisseur et stock client en fonction du temps pour la stratégie lot-par-lot (Yedes et al., 2009b)

Nous gardons les mêmes politiques de commande et de livraison : Le client passe une commande chaque fois que le niveau de son stock passe au dessous du point de commande et que sa commande précédente est satisfaite. Le fournisseur livre les lots de taille  $Q$  chaque  $Q/D$  unités de temps à partir de la dernière livraison correspondant à la commande précédente.

Il est à noter qu'entre chacune des dates de livraison et la date du lancement suivant, le fournisseur se trouve inoccupé (du moins pour ce produit et ce client). Une période qui pourrait être exploitée éventuellement pour fabriquer d'autres produits ou effectuer des actions de maintenance préventive sur l'outil de production. Dans le premier cas, le fournisseur aura la possibilité de satisfaire plusieurs clients en même temps tout en gardant son stock et celui du client relativement bas. Dans le deuxième cas, il peut élaborer un planning intégré de maintenance et de production permettant de libérer la machine pour des entretiens préventifs (donc moins de risque de pannes en cours de production) sans constituer un stock pour faire face à la demande pendant cette période.

### 3.2. Modélisation mathématique

D'après la définition de cette nouvelle stratégie, la commande et la réception du produit par le client ne subissent aucune modification par rapport à la stratégie de Ben-Daya et Hariga. En effet, le client passe toujours une commande de taille  $nQ$  à un coût fixe  $A$  et il la reçoit aussi par lots de taille  $Q$  dont le coût de transport est  $F$ . Le coût de rupture non plus ne change pas puisque la politique de livraison est conservée. Par conséquent, le coût total moyen par unité de temps du client  $TC_b^{(1,1)}$  pour cette stratégie modifiée est donné par :

$$TC_b^{(1,1)} = \left( \frac{A}{n} + F \right) \cdot \frac{D}{Q} + h_b \cdot \left( \frac{Q}{2} + S \right) + \frac{\pi \cdot D}{Q} \cdot b(r, L(Q)) \quad (\text{III.18})$$

La modification de la politique de production apparaît au niveau du coût total moyen du fournisseur. En lançant la production lot par lot, on suppose que le fournisseur effectue un nouveau setup avant chaque lancement. C'est-à-dire qu'il va subir un coût de setup  $K$  fixe pour chacun des  $n$  lots produits par cycle, soit un coût de setup total pour toute la quantité  $nQ$  égal à  $nK$ . Le coût de stockage change également vu que l'expression du stock moyen chez le fournisseur est modifiée aussi :



$$\begin{aligned}
\text{stock moyen fournisseur} &= \frac{\text{production cumulée} - \text{livraison cumulée}}{\text{longueur moyenne du cycle}} \\
&= \frac{\sum \text{des surfaces des } n \text{ triangles (fig4.3)}}{\text{longueur moyenne du cycle}} \\
&= \frac{nQ^2 / 2P}{nQ / D} = \frac{Q \cdot D}{2P}
\end{aligned} \tag{III.19}$$

Donc, le coût total moyen par unité de temps du fournisseur s'écrit :

$$TC_v^{(1,1)} = \frac{K \cdot D}{Q} + h_v \cdot \frac{Q \cdot D}{2P} \tag{III.20}$$

Par conséquent, le coût total moyen par unité de temps correspondant à cette stratégie s'exprime par :

$$\begin{aligned}
ETC^{(1,1)}(n, Q, r) &= TC_b^{(1)} + TC_v^{(1)} \\
&= \left( \frac{A}{n} + F \right) \cdot \frac{D}{Q} + h_b \cdot \left( \frac{Q}{2} + S \right) + \frac{\pi \cdot D}{Q} \cdot b(r, L(Q)) + \frac{K \cdot D}{Q} + h_v \cdot \frac{Q \cdot D}{2P} \\
&= \frac{D}{Q} \left( F + \frac{A}{n} + K \right) + \frac{\pi \cdot D}{Q} \cdot b(r, L(Q)) + \frac{Q}{2} (h_b + h_v D / P) + h_b (r - DL(Q)) \tag{III.21}
\end{aligned}$$

En remplaçant dans cette équation:

$$\triangleright G^{(1,1)}(n) = F + A/n + K, \tag{III.22}$$

$$\triangleright H^{(1,1)}(n) = h_b + h_v \cdot D/P, \tag{III.23}$$

$$\triangleright S = r - DL(Q) = k\sigma\sqrt{Q/P+t}, \tag{III.24}$$

$$\triangleright b(r, L(Q)) = \sigma\sqrt{Q/P+t} \times \psi(k), \tag{III.5}$$

on obtient finalement:

$$ETC^{(1,1)}(n, Q, k) = \frac{G^{(1,1)}(n) \cdot D}{Q} + \frac{Q}{2} H^{(1,1)}(n) + h_b k \sigma \sqrt{Q/P+t} + \frac{\pi D \sigma \sqrt{Q/P+t}}{Q} \psi(k) \quad (\text{III.25})$$

Identiquement à  $ETC^{(n,1)}$ , le coût total moyen  $ETC^{(1,1)}$  correspondant à la stratégie lot-par-lot est convexe par rapport à  $k$  et non convexe par rapport à  $Q$ . La solution quasi-optimale ( $n^*$ ,  $Q^*$ ,  $r^*$ ) qui le minimise doit être déterminée numériquement. Pour le faire, nous suivons le même processus de Ben-daya et Harigua (2004) en fixant  $n$  et en cherchant  $Q$  et  $k$  vérifiant le système d'équations suivant:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial ETC^{(1,1)}}{\partial k} = 0 \\ \frac{\partial ETC^{(1,1)}}{\partial Q} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{III.26})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial ETC^{(1,1)}}{\partial k} = 0 \\ \frac{\partial ETC^{(1,1)}}{\partial Q} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{III.27})$$

L'équation (III.26) mène à la même équation (III.16) :

$$\bar{F}(k) = \int_k^\infty \phi(z) dz = \frac{h_b Q}{\pi D}. \quad (\text{III.16})$$

L'équation (III.27) quant à elle, montre que  $Q^*$  doit vérifier :

$$Q = \sqrt{\frac{2D \frac{G^{(1,1)}(n) + \pi \sigma \psi(k) \sqrt{Q/P+t}}{H^{(1,1)}(n) + \frac{h_b \sigma}{P \sqrt{Q/P+t}} \left[ k + \frac{\psi(k)}{\bar{F}(k)} \right]}{H^{(1,1)}(n) + \frac{h_b \sigma}{P \sqrt{Q/P+t}} \left[ k + \frac{\psi(k)}{\bar{F}(k)} \right]}} \quad (\text{III.28})$$

Bien évidemment, on ne peut pas conclure à partir de ces équations, pour une situation donnée, si le coût total moyen optimal du système relatif à la stratégie de production continue est plus petit que celui de la stratégie lot-par-lot ou non. On sait que les coûts de setup et de stockage fournisseur influenceraient le plus le résultat de cette comparaison (puisque l'on a modifié essentiellement le nombre de setups et le stock fournisseur en passant de la stratégie de production continue à celle lot-par-lot). Nous gardons pour cela le coût de stockage fixe et nous faisons varier le coût de setup pour étudier l'effet de la variation de ce coût sur le choix

de la stratégie la plus économique. Une telle procédure ferait apparaître un seuil de coût de setup  $K^*$  représentant un point d'inflexion de la différence entre les deux coûts relatifs aux deux stratégies. Au dessous de  $K^*$  on devrait utiliser la stratégie lot-par-lot (la réduction du stock l'emporte par rapport à l'augmentation du nombre de setups) et au dessus c'est la stratégie continue de Ben-Daya et Hariga qui serait la plus économique.

La procédure numérique de comparaison ainsi que celle déterminant le seuil  $K^*$  sont présentées dans la section suivante.

## 4. Comparaison entre les deux stratégies

Nous procéderons tout d'abord à une comparaison absolue pour des situations quelconques ne présentant aucun type de contrainte. Ensuite, nous nous proposerons d'examiner les situations où d'une manière ou d'une autre le fournisseur et le client ne sont pas en mesure d'adopter les solutions optimales (p. ex. capacités de commande et/ou de stockage et/ou de transport limitées).

Cette comparaison permet au fournisseur et au client de choisir la stratégie la plus économique pour gérer leurs activités. Les influences du coût de setup et du coût de stockage fournisseur sur ce choix seront particulièrement étudiées vu que les changements apportés concernent principalement le nombre de setups nécessaires pour produire toute la commande ainsi que le stock moyen chez le fournisseur.

### 4.1. Procédure numérique de comparaison

La procédure numérique utilisée pour rechercher les solutions quasi-optimales (figure III.4) se base sur le même algorithme employé par Ben-Daya et Hariga (2004). Il s'agit de déterminer les paramètres quasi-optimaux  $n^*$ ,  $Q^*$  et  $r^*$  respectivement pour les stratégies lot-par-lot et continue et puis de comparer les coûts totaux correspondants dans les mêmes conditions.

D'autre part, pour une situation donnée, en variant le coût de setup unitaire nous pourrions mettre en évidence la présence d'un seuil au dessous duquel la stratégie lot-par-lot est plus économique et au dessus duquel c'est la stratégie de Ben-daya et Harigua (2004) qui est plus performante. Une variation fine pourrait nous permettre de déterminer ce seuil graphiquement. Nous proposons de plus dans la figure III.5 une procédure permettant de rechercher directement le seuil  $K^*$ . L'objectif étant de fournir aux deux parties, partant d'une stratégie de

production continue, une information sur la valeur seuil  $K^*$  du coût de setup au dessous de laquelle il devient possible de réduire leur coût total intégré en adoptant la stratégie lot-par-lot.

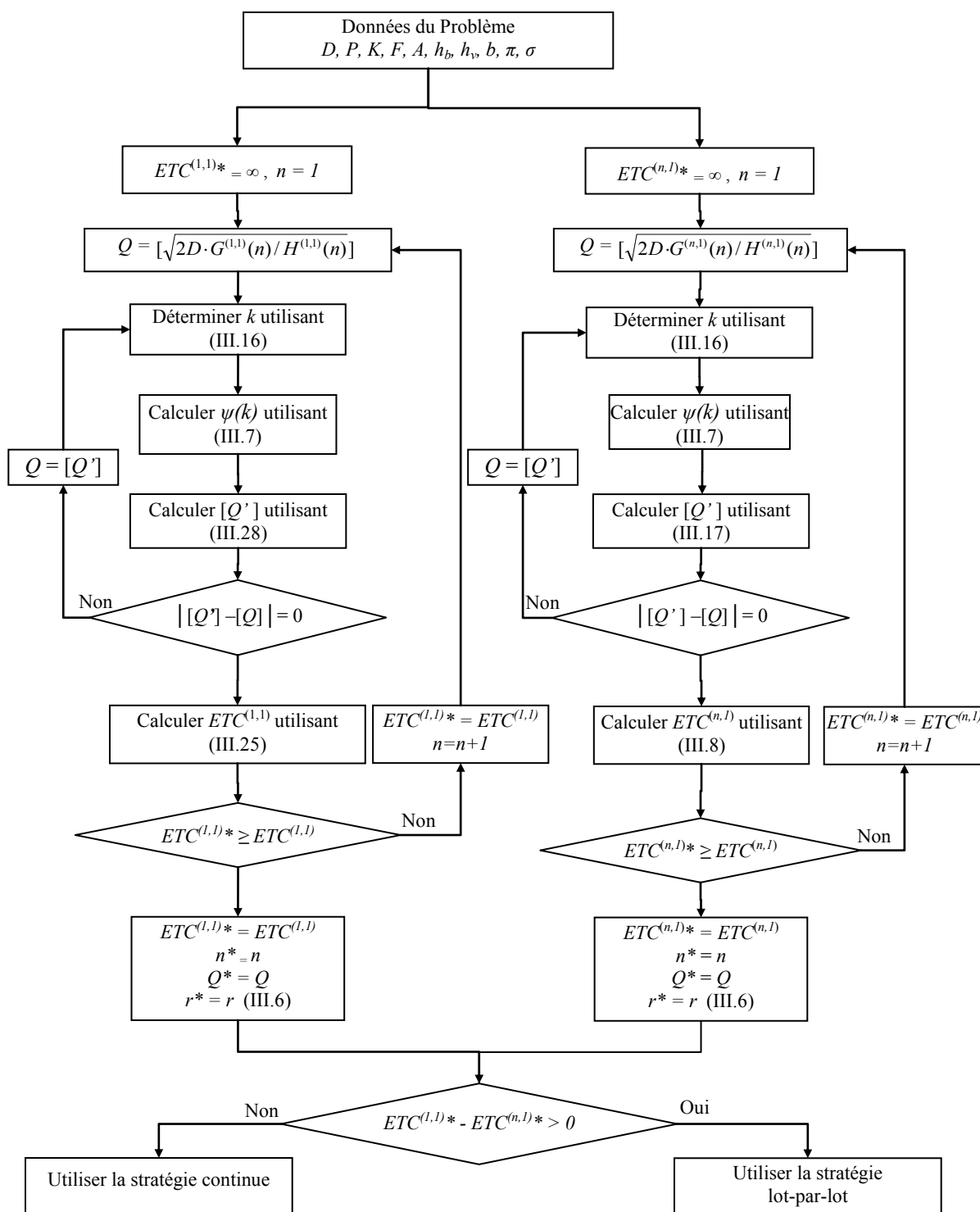
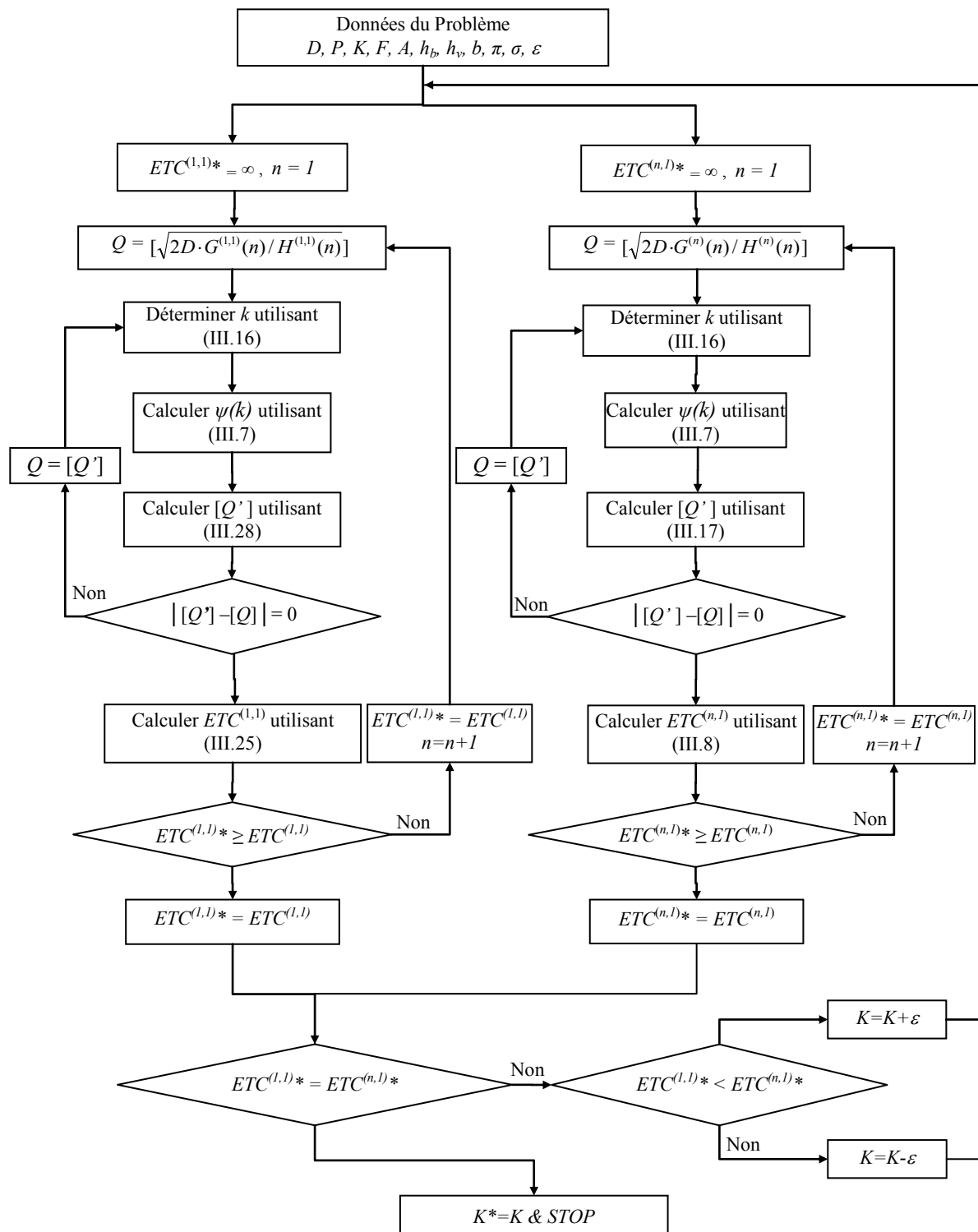


Figure III.4: Algorithme de comparaison des deux stratégies pour différents coûts de setup

Figure III.5 : Algorithme de recherche du seuil  $K^*$ 

Les résultats de comparaison, obtenus pour les mêmes situations considérées par Ben-Daya et Hariga (2004), sont présentés et discutés ci-dessous.

## 4.2. Exemple numérique et discussions

Pour illustrer notre approche, nous considérons l'exemple donné au tableau III.1 (le même traité par Ben-Daya et Hariga (2004)), pour lequel nous avons déterminé les solutions quasi-optimales ( $Q^*$ ,  $n^*$ ,  $r^*$ ) et comparé les coûts totaux moyens quasi-optimaux relatifs à chaque stratégie pour différents coûts de setup (400\$, 200\$, 100\$, 50\$) et différents coûts de stockage chez le fournisseur (tableau III.2).

Tableau III.1 : Les données du problème

$D$	1000 unités / unité de temps
$\sigma$	5 unités
$P$	3200 unités / unité de temps
$F$	\$ 25
$A$	\$ 50
$h_b$	\$ 5/unité/ unité de temps
$h_v$	\$ 4/ unité/ unité de temps
$\pi$	\$ 100 / unité
$t$	0.01 unité de temps

Tableau III.2 : Les résultats obtenus pour les situations considérées

$h_v$	$K$	Stratégie Continue				Stratégie Lot-par-lot				$ETC^{(n,1)*} - ETC^{(1,1)*}$ (\$)	$ETC^{(n,1)*} - ETC^{(1,1)*}$ (%)
		$ETC^{(n,1)*}$	$Q^*$	$n^*$	$r^*$	$ETC^{(1,1)*}$	$Q^*$	$n^*$	$r^*$		
4	400	2007.77	115	5	49	2333.74	369	16	129	-325.95	-16.23
	200	1608.06	110	4	47	1705.63	269	19	98	-97.57	-6.06
	100	1342.79	113	3	48	1279.19	201	22	76	63.60	4.73
	50	1177.60	129	2	53	997.58	156	25	62	180.02	15.28
5	400	2169.89	127	4	53	2390.23	360	17	126	-220.34	-10.15
	200	1721.95	127	3	53	1747.12	262	20	95	-25.17	-1.46
	100	1430.30	141	2	57	1309.69	196	23	75	120.61	8.43
	50	1240.23	122	2	51	1021.20	152	26	61	219.03	17.66
7	400	2441.94	144	3	58	2500.29	344	17	121	-58.35	-2.38
	200	1913.93	158	2	62	1827.14	251	20	92	86.79	4.53
	100	1564.91	129	2	53	1369.40	187	23	72	195.51	12.49
	50	1356.80	111	2	47	1067.76	146	26	59	289.04	21.30

Les résultats obtenus et présentés dans le tableau III.2 montrent que le coût total moyen quasi-optimal par unité de temps relatif à la stratégie lot-par-lot ( $ETC^{(1,1)*}$ ) diminue plus rapidement que celui de la stratégie continue ( $ETC^{(n,1)*}$ ), quand le coût de setup  $K$  décroît. Cette diminution rapide de  $ETC^{(1,1)*}$  le rend plus petit que  $ETC^{(n,1)*}$  quand  $K$  passe au dessous d'une certaine valeur seuil  $K^*$ .

En d'autres termes, si le coût de setup est inférieur au seuil  $K^*$  (tableau III.3), adopter la stratégie lot-par-lot s'avère globalement plus profitable pour le fournisseur et le client. Par exemple, pour  $h_v = 4\$/\text{unité}/\text{unité de temps}$  et  $K = 100\%$ , il paraît dans l'intérêt économique des deux parties de suivre la stratégie lot-par-lot, suggérant que : le client doit passer une commande de 4422 unités ( $201 \times 22$ ) chaque fois que son stock atteint un niveau de 76 unités (s'il n'y a pas déjà une commande en cours) et le fournisseur se charge de produire et livrer séparément 22 lots de taille 201 unités chacun. De cette façon, le coût total moyen par unité de temps subit par le duo client/fournisseur est 4,73% inférieur à celui correspondant à une production continue quasi-optimale (un seul lancement) d'une quantité commandée de 339 unités à livrer sur trois échéances par lots de même taille (113 unités). Ainsi, on remarque que malgré une quantité commandée quasi-optimale plus large, un niveau quasi-optimal du point de commande plus élevé et un nombre quasi-optimal de livraisons plus grand, la stratégie intégrée lot-par-lot est globalement la plus économique.

Concernant le seuil  $K^*$ , il peut être perçu par le fournisseur (ou plutôt le fournisseur et le client) comme un objectif à atteindre. En effet, réduire le coût de setup chez le fournisseur jusqu'à une valeur inférieure à  $K^*$  a un double intérêt :

- le fournisseur diminue son propre coût d'une manière directe (setup moins cher) et d'une manière indirecte puisqu'il se permet désormais de produire par petites quantités (réduction des stocks),
- le coût total intégré se trouve aussi réduit en adoptant une stratégie optimale lot-par-lot.

Si maintenant pour des raisons techniques ou organisationnelles, le fournisseur n'arrive pas à réduire son coût de setup à une valeur inférieure à  $K^*$  alors il vaudrait mieux pour lui (et pour le client) d'adopter la stratégie continue optimale.

La valeur de  $K^*$  doublement importante, peut être déterminée graphiquement comme sur les figures III.6, III.7 et III.8 ou à l'aide de la procédure numérique schématisée par le diagramme de la figure III.5. Cette dernière remplace également la procédure de comparaison de la figure III.4, puisqu'en calculant le seuil on peut choisir la stratégie la plus économique par simple comparaison du coût de setup à  $K^*$  (stratégie continue si  $K > K^*$  et stratégie lot-par-lot si  $K < K^*$ ).

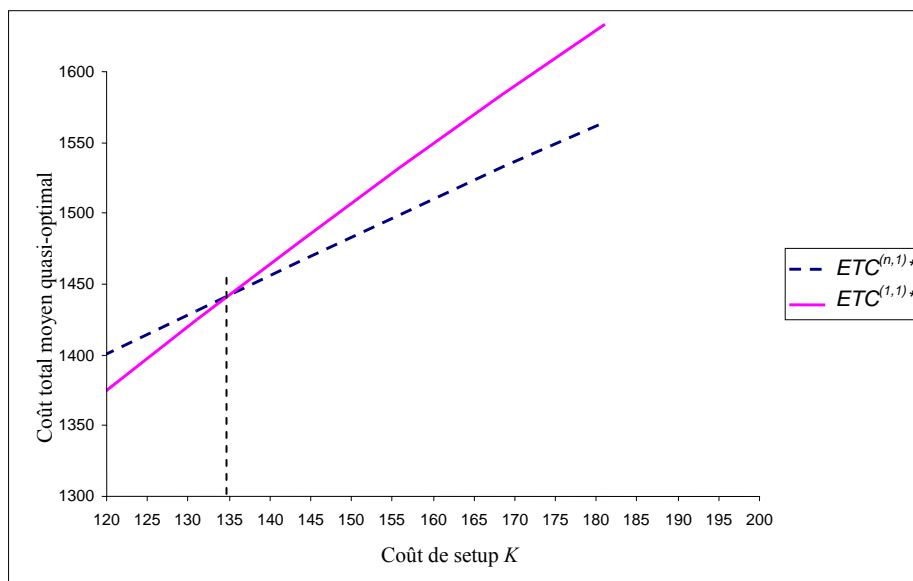


Figure III.6 : Variation des coûts quasi-optimaux des deux stratégies en fonction de  $K$  pour  $h_v = 4\$$

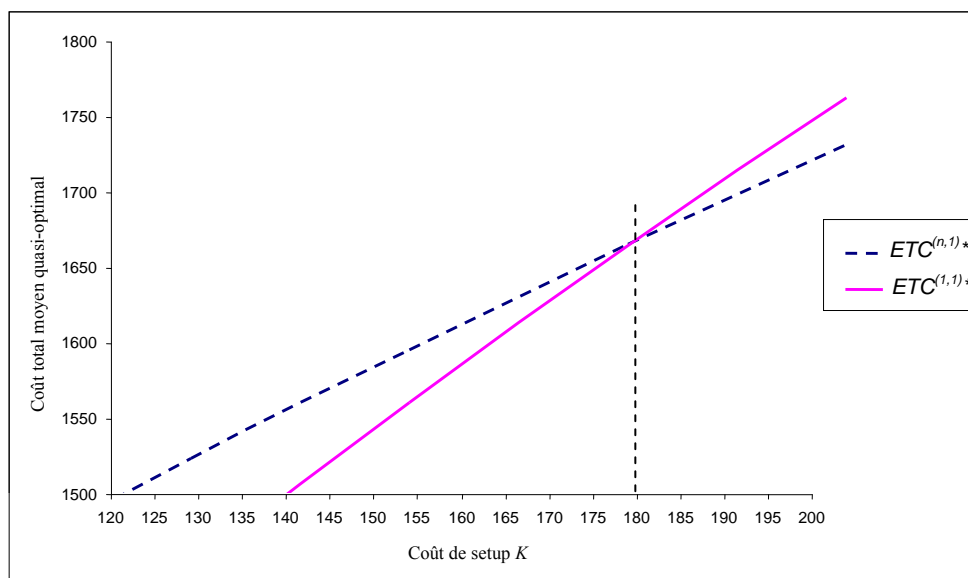


Figure III.7 : Variation des coûts quasi-optimaux des deux stratégies en fonction de  $K$  pour  $h_v = 5\$$



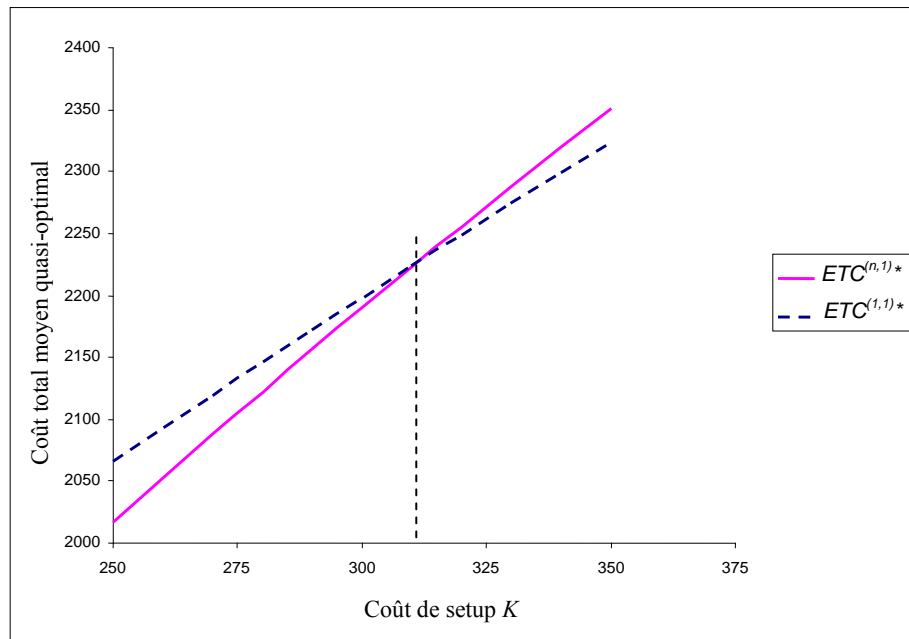


Figure III.8 : Variation des coûts quasi-optimaux des deux stratégies en fonction de  $K$  pour  $h_v = 7\$$

A partir du tableau III.3, on remarque que le seuil du coût de setup  $K^*$  augmente avec le coût de stockage fournisseur  $h_v$ . C'est-à-dire que plus le stockage est cher chez le fournisseur, plus large est l'intervalle de coût de setup dans lequel la stratégie lot-par-lot est la plus économique (figures III.6, III.7 et III.8). Cet intervalle plus large fait que plus ça coûte cher au fournisseur de stocker, plus il y aura intérêt à adopter la stratégie lot-par-lot même pour des coûts de setup élevés. Ce résultat est en accord parfait avec le but principal de cette deuxième stratégie, qui cherche à minimiser le coût total moyen en réduisant le stock moyen fournisseur surtout quand il coûte cher. En effet, la stratégie lot-par-lot que nous avons proposée est d'autant plus profitable lorsque les coûts de stockage fournisseur deviennent importants. Cette conclusion peut être perçue encore plus clairement à partir du tableau III.4, où on observe la réduction du coût total moyen quasi-optimal, en adoptant la stratégie lot-par-lot, s'amplifier jusqu'à atteindre 12.49% quand  $h_v$  passe de 4\$ à 7\$ pour un coût de setup  $K=100\$$ .

Tableau III.3 : Les valeurs seuils du coût de setup pour différents  $h_v$

$h_v$	$K^*$
4	134.7
5	179.6
7	311.2

Tableau III.4 : Influence de  $h_v$  sur la différence des coûts quasi-optimaux pour  $K=100\$$ 

$h_v$	$ETC^{(n,1)*}$	$ETC^{(1,1)*}$	$ETC^{(n,1)*} - ETC^{(1,1)*}$ (\$)	$ETC^{(n,1)*} - ETC^{(1,1)*}$ (%)
4	1342.79	1279.19	63.60	4.73
5	1430.30	1309.69	120.61	8.43
7	1564.91	1369.40	195.51	12.49

Il est important de noter à ce niveau que Ben-Daya et Hariga (2004) ont démontré que le coût total moyen quasi-optimal généré par leur stratégie intégrée, pour ce même exemple, est toujours inférieur à la somme des coûts totaux moyens optimaux du fournisseur et du client calculés séparément (optimisation individuelle) dans les situations suivantes (tableau III.5) :

1. le client utilise une politique à point de commande ( $s, Q$ ) optimale et détermine la quantité optimale à commander  $Q_c$  et le fournisseur de son côté se base sur un modèle  $EPQ$  mais produit des lots de taille  $Q_c$ .
2. le fournisseur produit des lots de taille optimale  $Q_v$ , déterminée par le modèle  $EPQ$ , en se basant sur la demande extérieure moyenne. Le client quant à lui adopte une politique ( $s, Q$ ) et commande des lots de même taille  $Q_v$ .
3. chacun agit indépendamment et utilise la stratégie qui lui convient. Le fournisseur utilise un modèle  $EPQ$  optimal (produit des lots de taille  $Q_v$ ) et le client une politique optimal ( $s, Q$ ) (commande des lots de taille  $Q_c \neq Q_v$ )

Par conséquent, la stratégie modifiée que nous proposons est aussi globalement préférable aux solutions individuelles quand le coût de setup est au dessous de  $K^*$ .

Tableau III.5 : Comparaison entre la stratégie continue et des politiques individuelles

scénarios	fournisseur		Client			Coût système
	$Q_v$	coût	$Q_c$	$s$	coût	
1	173	2658.14	173	49	881.73	3539.87
2	447	1788.85	447	48	1298.08	3086.93
3	447	1788.85	141	49	722.90	2511.75
intégré	575		115	49		2007.77

Ceci étant, on peut envisager la situation où un client demeurerait sceptique aux changements sans apport économique direct pour lui (il ne serait pas encore parfaitement convaincu de l'impact stratégique d'une politique intégrée). Un tel client pourrait se demander où réside son

propre intérêt dans le fait que son fournisseur passe d'une politique de production continue vers une politique lot-par-lot, surtout que c'est le coût moyen du fournisseur qui serait seulement réduit, qu'il est appelé à passer des commandes plus importantes et que son stock moyen s'accroîtrait.

La réponse à cette question se trouve dans le tableau III.6 ci-dessous qui montre que le coût moyen du client diminue aussi à chaque fois que son fournisseur passerait à une production lot-par-lot. Cette diminution du coût encouru par le client est plus importante pour les petites valeurs du coût de setup du fournisseur (réduction de 146.23\$ sur le coût du client contre 33.78\$ sur le coût du fournisseur, pour  $h_v=4$  et  $K=50$ ). Elles s'intensifient pour des coûts de stockage fournisseur importants (pour  $K=50$ , elle passe de 146.23\$ pour  $h_v=4$  à 177.47\$ pour  $h_v=7$ ), pour lesquels le passage à la stratégie lot-par-lot est préconisé.

Ainsi, il est clair qu'on ne peut pas prétendre qu'individuellement le client n'a pas d'intérêt à suivre le fournisseur dans le changement de sa politique de production, même si le l'objectif principal n'est pas la réduction de son propre coût.

Tableau III.6 : Comparaison des deux stratégies individuellement (client et fournisseur séparés)

$h_v$	$K$	<i>Stratégie Continue</i>			<i>Stratégie Lot-par-lot</i>			$TC_v^{(1,1)} - TC_v^{(n,1)}$	$TC_b^{(1,1)} - TC_b^{(n,1)}$
		$TC_v^{(n,1)}$	$TC_b^{(n,1)}$	$ETC^{(n,1)*}$	$TC_v^{(1,1)}$	$TC_b^{(1,1)}$	$ETC^{(1,1)*}$		
4	400	1400.66	607.11	2007.77	1314.63	1019.11	2333.74	-86.03	412.00
	200	977.04	631.02	1608.06	911.61	794.02	1705.63	-65.43	163.02
	100	676.36	666.43	1342.79	623.13	656.06	1279.19	-53.23	<b>-10.37</b>
	50	451.79	725.81	1177.60	418.01	579.57	997.58	-33.78	<b>-146.24</b>
5	400	1541.46	628.43	2169.89	1392.36	997.87	2390.23	-149.10	369.44
	200	1060.71	661.24	1721.95	968.04	779.08	1747.12	-92.67	117.84
	100	707.11	723.19	1430.3	663.32	646.16	1309.48	-43.79	<b>-77.03</b>
	50	509.91	730.32	1240.23	447.32	580.49	1026.81	-62.59	<b>-149.83</b>
7	400	1776.42	665.52	2441.94	1539.04	961.25	2500.29	-237.38	295.73
	200	1185.91	728.02	1913.93	1071.34	755.80	1827.14	-114.57	27.78
	100	839.09	725.82	1564.91	739.29	630.11	1369.40	-99.80	<b>-95.71</b>
	50	613.72	743.08	1356.80	502.15	565.61	1067.76	-111.57	<b>-177.47</b>

Jusque là, la comparaison entre les deux stratégies considérées est effectuée au niveau quasi-optimal. C'est-à-dire qu'on détermine les solutions quasi-optimales ( $n^*$ ,  $Q^*$ ,  $r^*$ ) relatives aux

deux stratégies et on choisit la plus économique en comparant les coûts moyens quasi-optimaux correspondants. Dans le paragraphe suivant, nous proposons de généraliser la comparaison en considérant des solutions non optimales, choisies par le client et le fournisseur, notamment pour satisfaire des contraintes bien déterminées.

### 4.3. Comparaison généralisée

Dans le cas où il existerait des contraintes sur la quantité maximale à commander, ou sur les capacités de stockage ou de transport ou autres, il pourrait ne pas y avoir de solutions optimales satisfaisant ces contraintes. Nous nous proposons dans de telles situations de comparer les coûts relatifs à chacune des deux stratégies pour une commande de  $nQ$  unités livrée en  $n$  fois, c'est-à-dire pour un couple  $(n, Q)$  donné qui satisfait les contraintes du problème. Il s'agit de rechercher les conditions que devraient satisfaire  $n$  et  $Q$  pour que l'une des deux stratégies soit meilleure que l'autre. Ainsi, étant donné un couple  $(n, Q)$  convenu entre le client et le fournisseur, ils pourront choisir ensemble la meilleure stratégie à adopter étant données leurs conditions respectives de fonctionnement  $(h_v, h_b, K, A, F, \pi, b, P, D, \sigma)$ .

Contrairement à la procédure précédente (cf. § 4.1.), où la comparaison s'effectue au niveau des valeurs quasi-optimales (après détermination des valeurs de  $Q^*$  et  $n^*$  pour chaque stratégie), on se propose d'examiner, pour un même couple  $(Q, n)$  quelconque, la différence  $\Delta(n, Q)$  des coûts totaux moyens, utilisant les équations (III.4) et (III.21):

$$\begin{aligned}
 \Delta(n, Q) &= ETC^{(1,1)} - ETC^{(n,1)} = \frac{D}{Q} \left( F + \frac{A}{n} + K \right) + \frac{\pi \cdot D}{Q} \cdot b(r, L(Q)) + \frac{Q}{2} (h_b + h_v D / P) \\
 &\quad + h_b (r - DL(Q)) - \frac{D}{Q} \left( F + \frac{A + K}{n} + \pi b(r, L(Q)) \right) \\
 &\quad - \frac{Q}{2} [h_b + h_v [n(1 - D / P) - 1 + 2D / P]] - h_b (r - DL(Q)) \\
 &= \frac{KD}{Q} \left( 1 - \frac{1}{n} \right) + \frac{Q}{2} \times h_v \left[ \frac{D}{P} - n \left( 1 - \frac{D}{P} \right) + 1 - \frac{2D}{P} \right] \\
 &= \frac{KD}{Q} \left( 1 - \frac{1}{n} \right) + \frac{Q}{2} \times h_v \left[ 1 - n \left( 1 - \frac{D}{P} \right) - \frac{D}{P} \right] \\
 &= \frac{KD}{Q} \left( 1 - \frac{1}{n} \right) + \frac{Q}{2} \times h_v \left[ 1 - n + (n - 1) \frac{D}{P} \right] \tag{III.29}
 \end{aligned}$$

On déduit de cette équation que la stratégie lot-par-lot est plus économique si :

$$\begin{aligned} \frac{KD}{Q} \left(1 - \frac{1}{n}\right) + \frac{Q}{2} \times h_v \left[1 - n + (n-1) \frac{D}{P}\right] < 0 &\Leftrightarrow \frac{KD}{Q} \left(1 - \frac{1}{n}\right) < -\frac{Q}{2} \times h_v \left[1 - n + (n-1) \frac{D}{P}\right] \\ \Leftrightarrow \frac{KD}{Q} \left(\frac{n-1}{n}\right) < (n-1) \frac{Q}{2} \times h_v \left(1 - \frac{D}{P}\right) &\quad (III.30) \end{aligned}$$

Etant donné que  $n > 1$  (on ne fait pas de comparaison pour le cas  $n = 1$  puisque les deux stratégies se ramènent à la seule stratégie lot-par-lot), on peut écrire l'inéquation (III.30) sous la forme suivante:

$$\begin{aligned} \frac{KD}{nQ} < \frac{Q}{2} \times h_v \left(1 - \frac{D}{P}\right) &\Leftrightarrow \frac{K}{h_v} < \frac{n \cdot Q^2}{2D} \times \left(1 - \frac{D}{P}\right) \Leftrightarrow \frac{K}{h_v} < \frac{n \cdot Q^2}{2} \times \left(\frac{1}{D} - \frac{1}{P}\right) \\ \Leftrightarrow \frac{K}{h_v} - \frac{n \cdot Q^2}{2} \times \left(\frac{1}{D} - \frac{1}{P}\right) < 0 &\quad (III.31) \end{aligned}$$

Ainsi, connaissant le couple  $(n, Q)$  convenu entre le client et le fournisseur et connaissant les valeurs des paramètres  $(h_v, K, P$  et  $D)$ , si l'inéquation (III.31) est vérifiée alors il est plus avantageux pour les deux parties que le fournisseur adopte la stratégie lot-par-lot.

Lorsque le couple  $(n, Q)$  vérifie :

$$n \cdot Q^2 = \frac{2K}{h_v \left(\frac{1}{D} - \frac{1}{P}\right)} \quad (III.32)$$

on peut choisir l'une ou l'autre des deux stratégies.

Notons que les deux expressions (III.31) et (III.32) reliant  $n$  et  $Q$ , découlant de la différence  $ETC^{(1,1)} - ETC^{(n,1)}$ , sont indépendantes des paramètres  $h_b, A, \pi, b, F$ , et  $\sigma$  puisque nous modifions seulement le stock moyen et le nombre de setups chez le fournisseur en passant de la stratégie continue à la stratégie lot-par-lot. Par contre, malgré le fait que les changements sont apportés seulement chez le fournisseur, la demande moyenne  $D$  du client intervient dans le choix entre les deux stratégies. Ceci met d'autant plus en valeur l'aspect de l'intégration client-fournisseur des deux stratégies.

Considérons le même exemple donné par le tableau III.1 (cf. § 4.2.), ainsi que la fonction  $f(n, Q)$  représentant le premier membre de l'inéquation (III.31) :

$$f(n, Q) = \frac{K}{h_v} - \frac{n \cdot Q^2}{2} \times \left( \frac{1}{D} - \frac{1}{P} \right) \quad (\text{III.33})$$

Tableau III.1 : Les données du problème

$D$	1000 unités / unité de temps
$\sigma$	5 unités
$P$	3200 unités / unité de temps
$F$	\$ 25
$A$	\$ 50
$h_b$	\$ 5/unité/ unité de temps
$h_v$	\$ 4/ unité/ unité de temps
$\pi$	\$ 100 / unité
$b$	0.01 unité de temps

Faisons varier  $n$  et  $Q$  respectivement dans les intervalles  $[1,20]$  et  $[1,200]$ . La figure III.9 montre la courbe en 3 dimensions correspondant à la fonction  $f(n, Q)$  dans ces intervalles.

Cette figure permet de localiser les portions des intervalles de  $n$  et de  $Q$  pour lesquelles la stratégie lot-par-lot est plus économique (zone de la courbe sous le plan  $f(n, Q) = 0$ ).

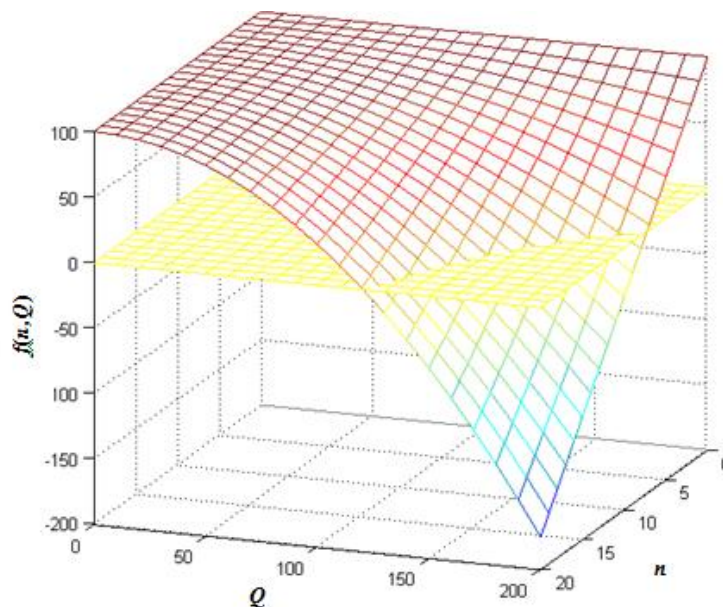


Figure III.9 : Evolution de la fonction  $f(n, Q)$  dans l'espace en fonction de  $n$  et  $Q$  ( $n \in [1,20]$  et  $Q \in [1,200]$ )

Les courbes iso-réponses de la figure III.10 permettent de constater plus clairement que :

- pour des nombres de livraison  $n$  inférieurs à 7, la stratégie continue est plus économique quelque soit la taille des lots  $Q$  comprise entre 1 et 200 (puisque  $f(n, Q) > 0$ ).
- pour des tailles de lot  $Q$  plus petites que 120 unités, la stratégie continue est aussi plus économique quelque soit le nombre de livraisons compris entre 1 et 20.

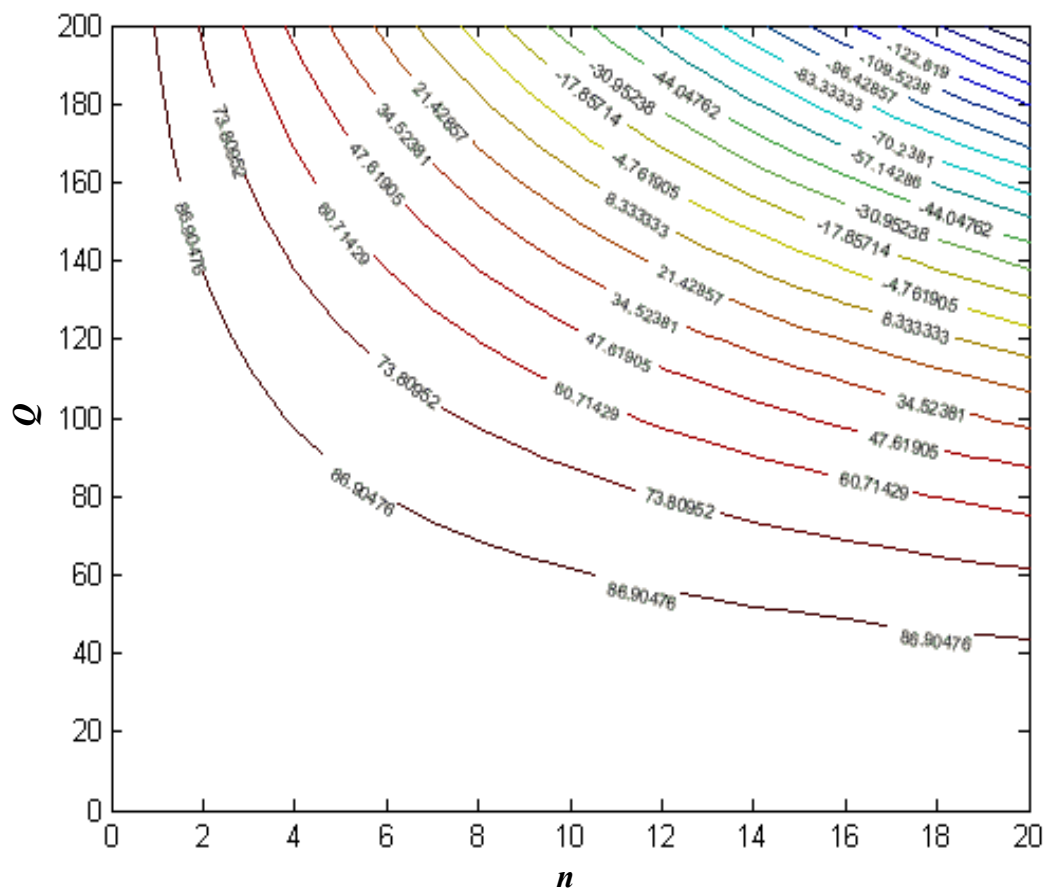


Figure III.10 : Courbes iso-réponses de  $f(n, Q)$  ( $n \in [1, 20]$  et  $Q \in [1, 200]$ )

### Généralisation

Le résultat obtenu dans la section précédente peut être généralisé comme suit.

Ecrivons l'inéquation (III.31) sous la forme :

$$\frac{2K}{h_v \left( \frac{I}{D} - \frac{I}{P} \right)} < n \cdot Q^2 \quad (\text{III.34})$$

On sait à l'avance que  $n > 1$  et  $Q \geq 1$ . Il suffit donc que  $n$  ou  $Q^2$  soit supérieur au quotient

$\frac{2K}{h_v \left( \frac{I}{D} - \frac{I}{P} \right)}$  pour que le produit  $n \cdot Q^2$  le soit aussi.

En d'autres termes :

$$\triangleright \text{ si } Q > \sqrt{\frac{2K}{h_v \left( \frac{I}{D} - \frac{I}{P} \right)}} \quad (\text{III.35})$$

alors  $\Delta(n, Q) < 0$  (c'est-à-dire que la stratégie lot-par-lot est plus économique)  $\forall n > 1$ ,

$$\triangleright \text{ si } n > \frac{2K}{h_v \left( \frac{I}{D} - \frac{I}{P} \right)} \quad (\text{III.36})$$

alors  $\Delta(n, Q) < 0$  (c'est-à-dire que la stratégie lot-par-lot est plus économique),  $\forall Q \geq 1$ .

Ce qui se traduit pour l'exemple traité par :

- $\triangleright$  si  $Q > 539.56$ , la stratégie lot-par-lot est plus profitable pour le duo fournisseur/client.
- $\triangleright$  si  $n > 290909$ , le duo fournisseur/client doit adopter aussi la stratégie lot-par-lot.

## 5. Conclusion

L'objectif principal de ce chapitre était de développer une nouvelle stratégie intégrée permettant de gérer au moindre coût les activités dans une "supply chain" constituée d'un seul fournisseur et d'un seul client. L'idée consiste à adopter une politique de production différente de celle jusque là utilisée pour résoudre le problème *JELP* ou ses extensions. En effet, toutes les solutions proposées dans la littérature, dans ce cadre, supposent que la quantité optimale commandée par le client est produite en continu avec un seul setup. Ceci conduit d'une part à des coûts moyens totaux de commande et de setup réduits et d'autre part à une accumulation de stock chez le fournisseur ou le client synonyme d'un coût moyen de stockage dans le système important. La nouvelle stratégie cherche à éviter cette accumulation de stock en produisant la quantité commandée par des lots séparés de petites tailles, même si le nombre de setups et par conséquent le coût correspondant risquerait de s'amplifier. Il



---

suffirait que l'augmentation du coût de setup soit couverte par la diminution du coût de stockage pour que cette nouvelle stratégie soit plus économique.

Pour prouver la pertinence de ce point de vue, nous avons choisi comme référence le modèle de Ben-daya et Harigua (2004) traitant le problème *JELP* pour une demande stochastique durant un délai d'approvisionnement variable. Nous avons changé leur politique de production continue en une politique lot-par-lot tout en supposant que la production de chaque lot nécessite un nouveau setup. Nous avons démontré, à l'aide d'une procédure numérique, que la stratégie lot-par-lot proposée coûte globalement moins cher au fournisseur et au client lorsque le coût de setup unitaire est inférieur à un certain seuil. Les valeurs du seuil pour certaines situations choisies arbitrairement, déterminées à l'aide d'une procédure basée sur la comparaison des coûts totaux moyens quasi-optimaux, montrent que la stratégie lot-par-lot est d'autant plus profitable que le coût de stockage unitaire du fournisseur devient élevé.

Un résultat, non moins important, concerne la comparaison des deux stratégies dans le cas général. Nous avons déterminé, d'une part, la taille minimale de livraison au dessus de laquelle la stratégie lot-par-lot est la plus économique quelque soit le nombre de livraisons prévu, et d'autre part, le nombre minimal de livraisons pour lequel la stratégie lot-par-lot est aussi la meilleure indépendamment de la taille du lot. Les seuls coûts unitaires dont dépendent ces deux valeurs sont logiquement le coût de setup et le coût de stockage du fournisseur, puisque la modification apportée à la stratégie de base ne concerne que les coûts moyens de setup et de stockage du fournisseur. Cependant personne ne peut prétendre que le choix du nombre ou de la taille des livraisons revient seulement au fournisseur dans la mesure où ces deux paramètres dépendent aussi de la demande client.

Il est à noter enfin que les deux stratégies étudiées (continue et lot-par-lot) représentent deux cas extrêmes quant à la politique de production. Dans la stratégie continue, on réduit au minimum le nombre de setups mais le stock moyen du fournisseur est maximal. Par contre, le nombre de setups pour la stratégie lot-par-lot est maximal et le stock moyen du fournisseur est minimal.

Dans le chapitre suivant, nous tenterons de montrer qu'il serait peut être plus bénéfique d'utiliser une stratégie de production par lots de taille intermédiaire  $iQ$  ( $1 < i < n$ ). Dans ce cas, d'un côté le nombre de setups serait inférieur à celui de la stratégie lot-par-lot et d'un autre le

niveau de stock moyen chez le fournisseur n'atteindrait pas le maximum de la stratégie continue. Ce qui se traduirait par un coût total moyen intégré inférieur à ceux correspondants aux deux stratégies extrêmes.

---

## Chapitre IV

### Généralisation de la stratégie lot-par-lot

#### 1. Introduction

Comme statué à la fin du chapitre précédent, la stratégie continue de Ben-daya et Harigua (2004) et celle lot-par-lot de Yedes et al. (2009b) représentent deux cas extrêmes de part leur politique de production. Dans ces deux cas de figure, le fournisseur lance la production soit par lots de même taille que la commande en un seul setup, soit par lots de même taille que les  $n$  livraisons avec autant de setups.

Partant de ce constat, nous chercherons à développer dans ce chapitre une stratégie de production générale pour laquelle la taille du lancement pourrait être différente de celle de la commande et des livraisons (respectivement  $nQ$  et  $Q$ ). La principale motivation étant d'adapter la taille du lancement au coût de setup unitaire pour un meilleur compromis entre le nombre de setups et le niveau de stock moyen dans le système.

L'idée consiste à proposer, pour le même problème posé au chapitre précédent et les mêmes hypothèses, une nouvelle alternative autre que les deux solutions extrêmes lorsque le coût de setup n'est pas aussi faible pour adopter la stratégie lot-par-lot ou aussi important pour opter pour la stratégie de production continue. Il s'agit d'un scénario où le coût de setup est assez proche du seuil de décision  $K^*$  (cf. chapitre III) et pour lequel il serait peut être plus judicieux, en terme d'équilibrage intégré des coûts, de lancer la production par lots de taille  $iQ$  ( $1 < i < n$ ) au lieu de produire toute la commande  $nQ$  en continue ou de lancer séparément la production de chaque livraison de taille  $Q$ . Dans ce cas, d'un côté le nombre de setup serait plus faible que celui correspondant à la politique lot-par-lot et d'un autre le niveau du stock moyen dans le système serait plus bas que celui enregistré pour la politique de production continue. Ainsi, globalement la nouvelle stratégie intermédiaire pourrait générer le coût total intégré le plus faible.

Identiquement au chapitre précédent, la solution la plus économique, pour n'importe quelle situation donnée, est obtenue suite à la comparaison des solutions quasi-optimales correspondant aux différentes politiques de production. Mais désormais le choix se fera parmi  $n$  solutions possibles au lieu de deux seulement, puisque le nombre de lots  $i$  produits en un seul setup variera entre 1 et  $n$ .

Dans la section suivante, la nouvelle stratégie sera clairement définie. Le modèle mathématique correspondant ainsi que la procédure numérique, utilisée pour déterminer la solution la plus économique, seront développés dans la section 3. Enfin, les principales analyses des résultats numériques, obtenus pour un exemple illustratifs, sont exposées dans la section 4 et puis récapitulés dans la conclusion.

## 2. Définition de la stratégie généralisée

Rappelons tout d'abord que la stratégie de Ben-daya et Harigua (2004), développée dans le cas d'une *supply chain* de type un seul fournisseur un seul client, suppose que le client passe une commande de taille  $nQ$  lorsque le niveau de son stock atteint le point de commande  $r$  et qu'aucune autre commande n'est en cours de traitement. Pour satisfaire cette commande, le fournisseur la produit totalement d'une manière continue à un taux fini  $P$  tout en livrant simultanément des lots de taille  $Q$  chaque  $Q/D$  unités de temps. La production continue et la livraison retardée des lots de taille  $Q$  engendrent une accumulation de stock chez le fournisseur et globalement dans tout le système. En contrepartie le fournisseur n'a besoin que d'un seul setup pour produire toute la commande.

Pour résoudre le même problème posé par Ben-daya et Harigua (2004), nous avons proposé au chapitre précédent une autre stratégie basée sur une politique de production lot-par-lot. La nouvelle politique suggère de produire et de livrer la commande  $nQ$  séparément par lots de taille  $Q$ . Le stock moyen dans le système se trouve alors réduit mais le nombre de setups nécessaires pour produire les lots un par un est multiplié par  $n$ .

Nous avons montré numériquement que le choix de l'une ou l'autre des deux stratégies dépend des conditions opérationnelles correspondant aux deux acteurs de la chaîne. En effet, un coût de setup relativement réduit favoriserait l'adoption de la stratégie lot-par-lot surtout pour un stockage chez le fournisseur relativement cher. Inversement, pour un coût de setup important, la stratégie de production continue de Ben-daya et Harigua (2004) s'avère

---

globalement plus économique. Dans cette perspective de comparaison des deux politiques, nous avons développé une méthode pour déterminer un seuil de décision sur le coût de setup au dessous duquel la stratégie lot-par-lot est plus économique et au dessus duquel c'est la stratégie de production continue qui génère le meilleur coût total intégré.

La stratégie continue et la stratégie lot-par-lot représentent en fait deux cas extrêmes quant à leur politique de production. En effet, la première consiste à produire toute la commande  $nQ$  en un seul setup, par contre la deuxième suggère d'effectuer un setup avant de lancer séparément la production de chacun des  $n$  lots de taille  $Q$ . La politique de production continue génère le coût de setup moyen le plus faible mais aussi le coût de stockage moyen du fournisseur le plus important. Inversement, le fournisseur subit le coût de setup moyen le plus important et le coût de stockage moyen le plus faible pour une production par lots séparés (avec un transfert immédiat au client).

La stratégie que nous nous proposons de développer dans ce chapitre représente une solution intermédiaire offrant si possible un meilleur équilibre entre le coût de setup et le coût de stockage. L'idée étant de produire la commande  $nQ$  par lots séparés dont la taille est inférieure à celle de la commande pour éviter l'accumulation de stock, et supérieure à celle de la livraison pour réduire le nombre de setups. En d'autres termes, si on considère le cas où le coût de setup est supérieur au seuil de décision (déterminé au chapitre précédent pour choisir entre la stratégie continue et celle lot-par-lot), au lieu de passer à la stratégie continue correspondant à un coût moyen de setup minimal et un coût moyen de stockage maximal il serait peut être préférable d'adopter une autre stratégie intermédiaire dont le coût moyen de stockage est inférieur et le coût moyen de setup est supérieur mais pas assez pour générer un coût total moyen plus grand.

Dans cette perspective, nous suggérons de produire la quantité commandée  $nQ$  par lots de taille  $iQ$  ( $1 < i < n$ ) et de livrer toujours par lots de taille  $Q$  (figure IV.1). Par conséquent, comme déjà mentionné, le nombre de setups, comparé à celui correspondant à la stratégie lot-par-lot, serait réduit et le stock moyen du fournisseur serait amplifié mais sans atteindre le maximum correspondant à la stratégie continue. Dans une situation donnée il existe, selon toute vraisemblance, un certain  $i$  compris entre 1 et  $n$  pour lequel le coût total serait inférieur à ceux correspondant aux deux politiques extrêmes déjà décrites.

En résumé, la stratégie consiste en ce qui suit: le client passe une commande de taille  $nQ$  chaque fois que le niveau de son stock atteint le point de commande  $r$  et que la commande

précédente ait été complètement livrée. Le fournisseur produit cette commande par lots de taille  $iQ$ , à l'exception du dernier lot dont la taille peut varier entre  $Q$  et  $iQ$  lorsque  $n$  n'est pas multiple de  $i$ . La production du premier lot est lancée à  $Q/P$  unités de temps avant la date de la première livraison et le lot suivant est lancé  $iQ[(1/D)-(1/P)]$  unités de temps après cette date (voir l'exemple pour  $i=3$  de la figure IV.1). Le reste de la commande est produit de la même façon. La même politique de livraison correspondant aux deux stratégies extrêmes est adoptée, soit un lot de taille  $Q$  est transféré au client chaque  $Q/D$  unités de temps (immédiatement après sa production).

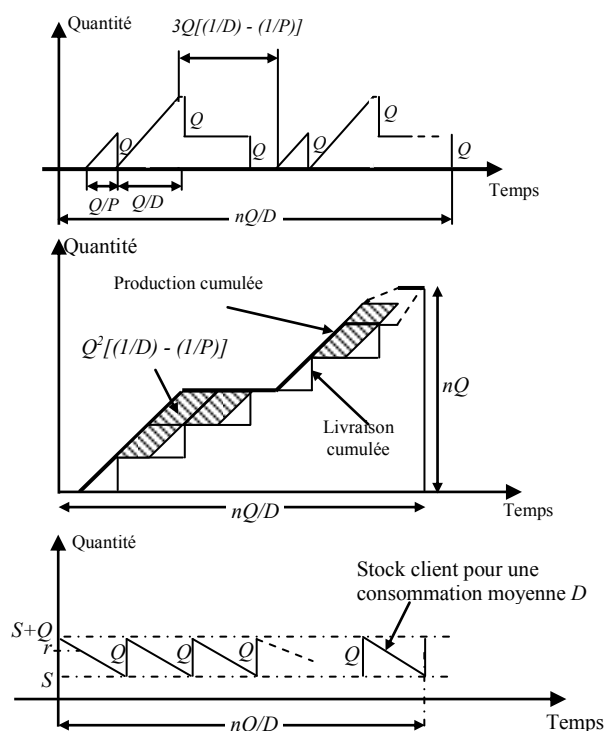


Figure IV.1: Production et livraison cumulées, stock fournisseur et stock client en fonction du temps pour la stratégie de production par lots de taille  $iQ$  (cas  $i=3$ )

### 3. Modélisation mathématique et procédure numérique d'optimisation

Il s'agit de développer l'expression générale du coût total moyen par unité de temps en fonction de  $i$  et des autres paramètres  $n$ ,  $Q$  et  $r$  définissant la stratégie et de mettre au point une procédure numérique pour déterminer, pour n'importe quelle situation donnée, la solution la plus économique parmi les solutions quasi-optimales  $(n^*, Q^*, r^*)$  obtenues en variant  $i$  de 1 à  $n$ . En d'autres termes, la politique la plus économique sera choisie parmi  $n$  politiques de

production au lieu de deux (la politique de production continue et celle lot-par-lot qui ne sont que deux cas particuliers de la nouvelle politique de production générale correspondant respectivement à  $i = n$  et  $i = 1$ ).

En comparaison avec les deux modèles de base (les modèles de Ben-daya et Harigua (2004) et de Yedes et al. (2009b)) correspondant respectivement à la stratégie de production continue et la stratégie lot-par-lot), c'est seulement le coût total moyen du fournisseur qui change en relation avec la modification apportée uniquement au niveau de la taille du lot produit. Pour développer la nouvelle expression de ce coût et par conséquent celle du coût total pour  $1 \leq i \leq n$ , le modèle de Yedes et al. (2009b) est pris comme référence (cf. chapitre III, équation III.21). Par rapport à ce modèle, et comme déjà annoncé plus haut, seulement les composantes de stockage et de setup du coût total du fournisseur seront modifiées.

Le coût moyen de stockage du fournisseur correspondant à la nouvelle stratégie est obtenu en considérant ce qui suit en référence à la figure IV.1 qui illustre l'exemple pour  $i=3$ :

- la surface  $Q^2[(1/D)-(1/P)]$  de chaque parallélogramme,
- le nombre de parallélogrammes pour retrouver la surface totale à rajouter à celle correspondant au cas de la politique de production lot-par-lot et ce pour chaque lot

$$\text{produit de taille } iQ : \sum_{j=1}^{i-1} j = \frac{(i-1) \cdot i}{2},$$

- le nombre de lots de taille  $iQ$  lancés pour produire la totalité de la commande  $nQ$  :  $\lfloor n/i \rfloor$  qui représente la partie entière de  $n/i$ .
- le cas général où la taille du dernier lot produit est équivalente à la taille totale d'un ensemble de lots de taille  $Q$  dont le nombre est le reste de la division de  $n$  par  $i$  :  $Q \cdot \text{Mod}(n/i)$ . Pour ce dernier lot, le nombre de parallélogrammes à rajouter est donné

$$\text{par : } \sum_{j=1}^{\text{mod}(n/i)-1} j = \frac{(\text{Mod}(n/i)-1) \cdot \text{Mod}(n/i)}{2}$$

Par conséquent, le stock moyen encouru par le fournisseur  $E(S_v)$  est exprimé par :

$$\begin{aligned} E(S_v) &= \frac{D}{nQ} \times \left[ \frac{n \cdot Q^2}{2P} + Q^2 \times \left( \frac{1}{D} - \frac{1}{P} \right) \times \left\lfloor \frac{n}{i} \right\rfloor \times \frac{i \cdot (i-1)}{2} + Q^2 \times \left( \frac{1}{D} - \frac{1}{P} \right) \times \frac{(\text{Mod}(n/i)-1) \cdot \text{Mod}(n/i)}{2} \right] \\ &= \frac{Q}{2} \times \left[ \frac{D}{P} + \frac{1}{n} \times \left( 1 - \frac{D}{P} \right) \times \left\lfloor \frac{n}{i} \right\rfloor \times i \times (i-1) + \text{Mod} \left( \frac{n}{i} \right) \times \left( \text{Mod} \left( \frac{n}{i} \right) - 1 \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{IV.1})$$

D'un autre coté, le nombre de setups nécessaires pour produire toute la quantité commandée par lots séparés de taille  $iQ$ , correspond à  $\left\lfloor \frac{(n+i-1)}{i} \right\rfloor$ . D'où le coût moyen de setup subi par le

$$\text{fournisseur : } \frac{\left\lfloor \frac{(n+i-1)}{i} \right\rfloor \cdot K \cdot D}{n \cdot Q}.$$

Finalement, l'expression générale du coût moyen total par unité de temps  $ETC^{(i,1)}$  peut être écrite comme:

$$\begin{aligned} ETC^{(i,1)} = & \frac{D}{Q} \times \left[ F + \frac{A}{n} + \frac{\left\lfloor \frac{n+i-1}{i} \right\rfloor \times K}{n} + \pi b(r, L(Q)) \right] \\ & + h_v \times \frac{Q}{2} \times \left[ \frac{D}{P} + \frac{1}{n} \left( 1 - \frac{D}{P} \right) \times \left[ \left\lfloor \frac{n}{i} \right\rfloor \times i \times (i-1) + \text{Mod} \left( \frac{n}{i} \right) \times \left( \text{Mod} \left( \frac{n}{i} \right) - 1 \right) \right] \right] \\ & + h_b \cdot \left( \frac{Q}{2} + S \right) \end{aligned} \quad (IV.2)$$

Les expressions suivantes servent à simplifier l'équation (IV.2) :

$$1. \quad b(r, L(Q)) = \sigma \sqrt{Q/P+t} \times \psi(k), \quad (IV.3)$$

où

$$k = (r - DL(Q)) / \sigma \sqrt{Q/P+t} \quad (IV.4)$$

$$\psi(k) = \int_k^{\infty} (z-k) \phi(z) dz \quad (IV.5)$$

$\phi(z)$  étant la fonction de densité de probabilité relative à la loi normale centrée réduite.

$$2. \quad H^{(i,1)} = h_b + h_v \times \left[ \frac{D}{P} + \frac{1}{n} \left( 1 - \frac{D}{P} \right) \times \left[ \left\lfloor \frac{n}{i} \right\rfloor \times i \times (i-1) + \text{Mod} \left( \frac{n}{i} \right) \times \left( \text{Mod} \left( \frac{n}{i} \right) - 1 \right) \right] \right] \quad (IV.6)$$

$$3. \quad G^{(i,1)} = F + \frac{A}{n} + \frac{\left\lfloor \frac{n+i-1}{i} \right\rfloor \times K}{n} \quad (IV.7)$$

L'équation (IV.2) devient alors :



$$ETC^{(i,1)}(n, Q, k) = \frac{G^{(i,1)}(n) \cdot D}{Q} + \frac{Q}{2} H^{(i,1)}(n) + h_b k \sigma \sqrt{Q/P+t} + \frac{\pi D \sigma \sqrt{Q/P+t}}{Q} \psi(k) \quad (IV.8)$$

La procédure numérique de base, proposée par Ben-daya et Harigua et reprise par Yedes et al. (2009b) (cf. chapitre III, figure III.2), est adoptée pour calculer le coût total moyen par unité de temps quasi-optimal pour chaque valeur de  $i$  comprise entre 1 et  $n$  (y compris 1 et  $n$ ). Cette procédure nécessite aussi l'annulation des dérivées partielles premières par rapport à  $k$  et  $Q$  de la fonction coût. Il est à noter que  $ETC^{(i,1)}$  est convexe par rapport à  $k$  et non convexe par rapport à  $Q$ . Ceci peut être facilement prouvé en calculant les dérivées partielles secondes de cette fonction par rapport à ces deux paramètres.

$$\begin{cases} \frac{\partial ETC^{(i,1)}}{\partial k} = 0 \\ \frac{\partial ETC^{(i,1)}}{\partial Q} = 0 \end{cases} \quad (IV.9)$$

$$\quad \quad \quad (IV.10)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \bar{F}(k) = \frac{h_b Q}{\pi D} = \int_k^{\infty} \phi(z) dz \\ Q = \sqrt{2D \times \frac{G^{(i,1)}(n) + \pi \sigma \psi(k) \sqrt{Q/P+t}}{H^{(i,1)}(n) + \frac{h_b \sigma}{P \sqrt{Q/P+t}} \left[ u + \frac{\psi(k)}{\bar{F}(k)} \right]}} \end{cases} \quad (IV.11)$$

$Q$ , supposée être un nombre entier, correspond réellement à l'entier le plus proche de la racine carrée et initialisée à  $\left\lceil \sqrt{2D \times \frac{G^{(i,1)}(n)}{H^{(i,1)}(n)}} \right\rceil$  (parce que  $Q$  est présent dans le second membre)

chaque fois que  $n$  est incrémenté dans l'algorithme (figure IV.2).

L'algorithme représenté par le diagramme de la figure IV.2 permet de déterminer une solution quasi-optimale ( $i^*$ ,  $Q^*$ ,  $s^*$ ,  $n^*$ ) correspondant à un coût total moyen par unité de temps minimal  $ETC^{(i,1)*}$ .

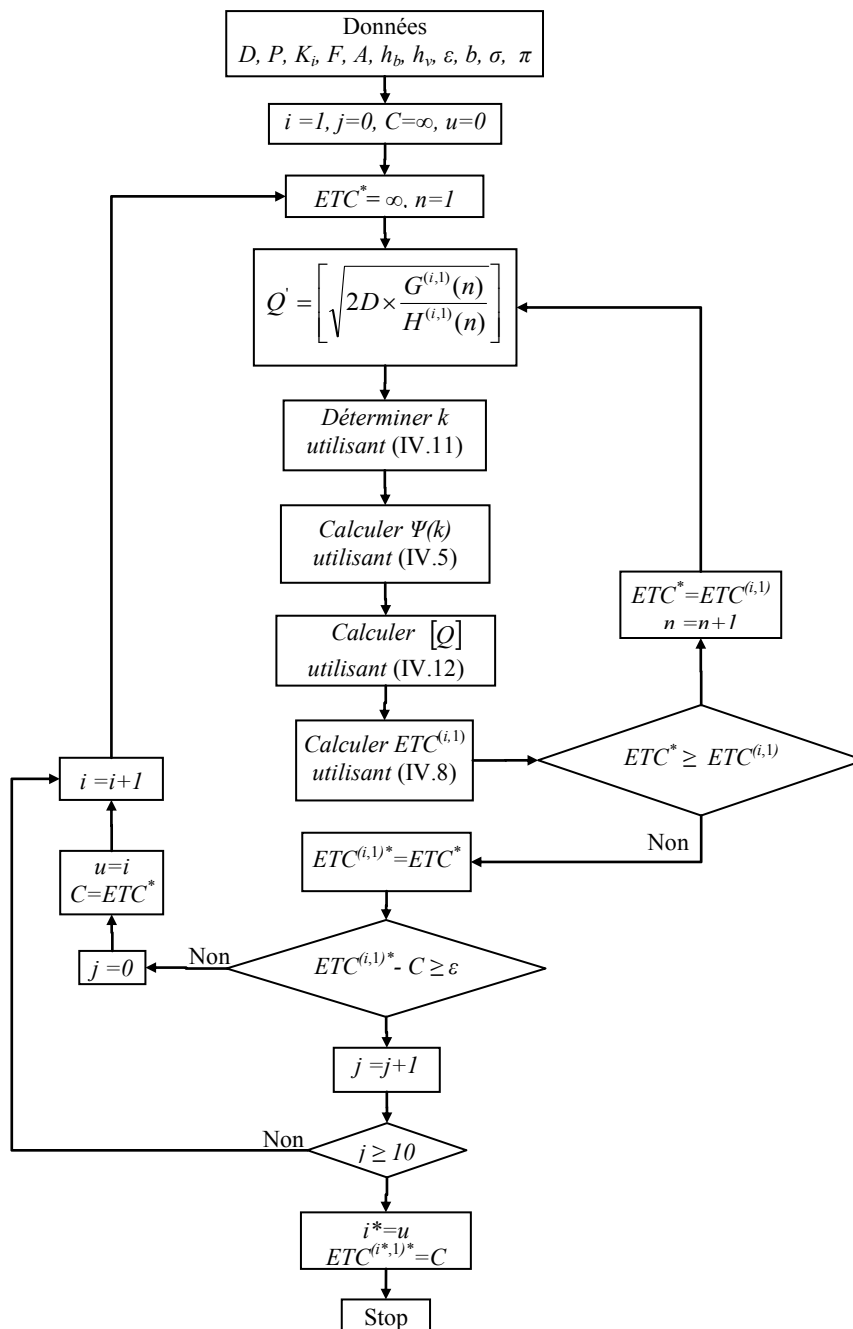


Figure IV.2: Algorithme déterminant la stratégie la plus économique et le coût total moyen quasi-optimal correspondant

## 4. Résultats numériques

Dans cette section nous illustrons notre nouvelle stratégie à l'aide de l'exemple donné au tableau IV.1. Les valeurs quasi-optimales des paramètres de base ( $Q^*$ ,  $n^*$ ,  $r^*$ ) ainsi que les

coûts totaux moyens par unité de temps, correspondant à différentes politiques de production (pour  $i = 1, 2, 3, \dots$ ), sont déterminés pour différentes valeurs du coût de setup unitaire (\$10, \$60, \$120, 200\$, 400\$, 600\$, 800\$ et 1000\$).

Tableau IV.1 : Les données du problème

$D$	1000 unités / unité de temps
$\sigma$	5 unités
$P$	3200 unités/ unité de temps
$F$	25\$
$A$	50\$
$h_b$	5\$/unité/ unité de temps
$h_v$	4\$/unité/ unité de temps
$\pi$	100\$ / unité
$b$	0.01 unité de temps

La figure IV.3 représente la variation du coût total quasi-optimal  $ETC^{(i,1)*}$  en fonction du nombre de lots  $i$  de taille  $Q$  produits en un seul setup. La stratégie quasi-optimale, relative à un coût de setup unitaire donné  $K$ , correspond à la plus petite valeur de  $ETC^{(i,1)*}$  enregistrée en variant  $i$ . Par exemple, pour  $K = 200$ \$, la stratégie la plus économique correspond à une production par lots de taille  $3Q$ . Dans ce cas, comme on peut le remarquer au tableau IV.2, le client doit passer une commande de 6000 unités du produit (125 x48) chaque fois que le niveau de son stock atteint 52 unités. Le fournisseur produit cette quantité par lots de taille 375 unités (3x125).

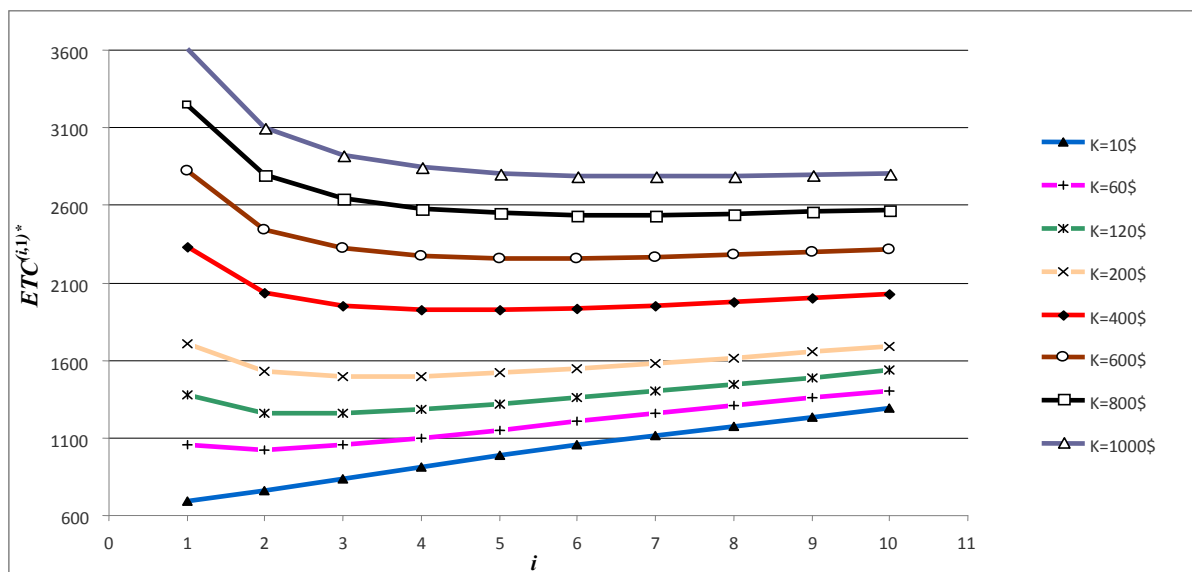


Figure IV.3: Le coût total moyen quasi-optimal  $ETC^{(i,1)*}$  en fonction du nombre de lots  $i$  de taille  $Q$  produit en un seul setup pour différentes valeurs du coût de setup unitaire  $K$

Comme on peut l'apercevoir dans le tableau IV.2, le coût de setup unitaire influe sur la taille de lancement de la production  $iQ$ . Pour les petites valeurs de  $K$  (par exemple  $K = 10\$$ ), la stratégie lot-par-lot ( $i = 1$ ) est la plus économique. Dans ce cas, le fournisseur cherche plutôt à produire par lot de petite taille, pour réduire les stocks moyens du fournisseur et du client et par conséquent leur coût total moyen intégré par unité de temps.

On peut constater aussi que la quantité  $iQ$  croît, logiquement, avec le coût de setup. Cette croissance concerne spécialement  $i$ , le principal paramètre distinguant le nouveau modèle, mais pas la taille du lot  $Q$  qui ne varie pas d'une manière significative. Ceci peut être expliqué par le fait que d'un côté, le coût moyen de setup diminue puisque la quantité  $iQ$  croît continuellement, alors que d'un autre côté le niveau du stock moyen du client et par conséquent le coût de stockage moyen correspondant est maintenu relativement bas puisque le fournisseur lui livre par lot de taille  $Q$ . Ainsi, cette nouvelle stratégie permet de réduire le niveau du stock du fournisseur (comparée à la stratégie de production continue de Ben-daya et Harigua (2004)) tout comme le nombre de setups (en comparaison à la stratégie lot-par-lot de Yedes et al. (2009b)). En réalité, elle permet de trouver un compromis entre ces deux objectifs.

Tableau IV.2: Solutions quasi-optimales pour différents coûts de setup

$K$	$i^*$	$Q^*$	$r^*$	$n^*$	$ETC^{(i,1)*}$
10	1	108	46	30	692.08
60	2	111	47	42	1020.84
120	3	106	46	54	1259.62
200	3	125	52	48	1491.67
400	5	110	47	65	1925.37
600	6	112	48	72	2257.43
800	6	126	52	72	2537.79
1000	7	122	51	77	2784.47

De plus, en examinant la comparaison du tableau IV.3, la principale conclusion à tirer est que la nouvelle stratégie de production génère le coût total moyen le plus faible pour tous les coûts unitaire de setup  $K$ . Pour la plus petite valeur de  $K$  ( $K=10\$$ ) la même solution est obtenue pour la stratégie lot-par-lot (celle-ci est un cas particulier de la stratégie de production générale correspondant à  $i = 1$ ). Il est aussi important de signaler que même pour les valeurs de  $K$  où la stratégie continue est plus économique que la stratégie lot-par-lot ( $K \geq 200\$$  pour l'exemple considéré), elle reste moins performante que la nouvelle stratégie. Cette dernière

conclusion fait rappeler l'un des objectifs annoncés de cette stratégie qui consiste à proposer une alternative autre que la stratégie continue lorsque le coût de setup est supérieur à un certain seuil de décision  $K^*$  mis en évidence au chapitre précédent.

Tableau IV.3: coûts totaux moyen par unité de temps quasi-optimaux correspondant aux différentes stratégies considérées pour différents coûts de setup unitaires.

$K$	$ETC^{(i)*}$		
	<i>Stratégie Lot-for-lot</i> ( $i = 1$ )	<i>Nouvelle stratégie</i> ( $1 \leq i \leq n$ )	<i>Stratégie Continue</i> ( $i = n$ )
10	<b>692.08</b>	<b>692.08</b>	1010.15
60	1059.90	<b>1020.84</b>	1215.98
120	1375.26	<b>1259.62</b>	1400.79
200	1705.63	<b>1491.67</b>	1608.06
400	2333.74	<b>1925.37</b>	2007.77
600	2825.56	<b>2257.43</b>	2324.76
800	3242.29	<b>2537.79</b>	2597.82
1000	3611.01	<b>2784.47</b>	2837.45

Le tableau IV.4 présente les solutions quasi-optimales obtenues en variant le coût de setup  $K$  et les coûts de stockage fournisseur  $h_v$  et client  $h_b$ . Il est à noter que pour toutes les combinaisons considérées des coûts unitaires, la stratégie de production continue ( $i = n$ ) n'est jamais la plus économique. D'un autre côté, la politique lot-par-lot pourrait être adoptée particulièrement pour les coûts de stockage client réduits par rapport à celui du fournisseur (p. ex.  $h_b = 2\$$  et  $h_v \geq 5\$$ ). Dans de telles conditions, on cherche bien évidemment à diminuer la quantité  $iQ$  produite en un seul setup et lorsque le coût de stockage client est relativement faible (comparé à celui du fournisseur, p. ex.  $K = 100\$$ ,  $h_b = 20\$$  and  $h_v = 30\$$ ) il serait meilleur de lui transférer toute la quantité produite en une seule livraison ( $i = 1$ ) pour réduire au maximum le coût moyen de transport. Cependant, quand le coût de transport unitaire n'est pas aussi influent (en comparaison avec le coût de stockage client), il serait plutôt plus bénéfique de transférer la quantité  $iQ$  au client en plusieurs lots ( $i > 1$ ). Ceci peut être clairement distingué au tableau IV.5, où pour un coût de transport unitaire égal à 1\$ (au lieu de 25\$ pour le tableau IV.4) le fournisseur doit livrer la quantité produite par lots de petites tailles ( $i > 1$  comparé aux mêmes situations au tableau IV.4 où  $F = 25\$$ ). Dans ce cas, le client couvre la perte subie en multipliant les voyages par la réduction du niveau de son stock moyen.

Tableau IV.4: Solutions quasi-optimales pour différentes valeurs du coût de setup, du coût de stockage client et du coût de stockage fournisseur

		K=100					K=500					K=1000				
$h_v$	$i^*$	$Q^*$	$r^*$	$n^*$	$ETC^{(i,1)*}$	$i^*$	$Q^*$	$r^*$	$n^*$	$ETC^{(i,1)*}$	$i^*$	$Q^*$	$r^*$	$n^*$	$ETC^{(i,1)*}$	
$h_b=2$	2	2	194	74	74	785.98	4	211	80	72	1434.44	6	201	76	78	1919.50
	5	1	265	97	65	955.44	1	542	185	39	1947.72	1	758	253	39	2716.78
	7	1	244	90	63	1034.97	1	500	171	44	2110.10	1	699	234	42	2943.94
	10	1	221	83	68	1143.50	1	452	156	45	2332.75	1	632	213	42	3255.13
	20	1	174	68	75	1447.60	1	357	126	53	2955.54	1	498	171	44	4125.75
	30	1	148	60	80	1697.82	1	304	109	55	3468.14	1	424	147	53	4841.57
$h_b=5$	2	4	101	44	112	1006.64	8	107	46	120	1652.49	11	109	47	99	2139.09
	5	2	122	51	94	1244.80	4	133	54	92	2270.00	6	127	53	102	3037.07
	7	1	187	72	23	1369.40	3	151	60	93	2558.72	4	159	63	84	3469.45
	10	1	175	69	75	1449.78	2	191	73	74	2893.63	3	181	70	81	3980.47
	20	1	149	60	80	1697.89	1	305	109	55	3460.54	1	426	147	53	4827.48
	30	1	132	54	91	1915.95	1	270	98	66	3907.73	1	377	132	50	5453.24
$h_b=10$	2	5	75	36	120	1235.51	12	72	35	132	1883.22	16	75	36	144	2368.74
	5	3	79	37	126	1497.28	7	77	36	140	2521.59	9	83	38	144	3291.35
	7	3	73	35	123	1625.92	6	77	36	126	2833.50	8	81	38	144	3740.11
	10	2	87	40	104	1763.84	4	94	42	108	3213.60	6	90	41	120	4303.65
	20	1	124	51	93	2048.84	2	135	55	84	4095.74	3	128	53	96	5632.73
	30	1	113	48	91	2234.00	1	232	86	64	4548.12	1	325	115	53	6342.56
$h_b=20$	2	8	50	28	176	1554.61	17	50	28	187	2202.23	23	52	28	207	2687.77
	5	5	50	28	140	1832.64	10	53	29	140	2856.62	14	54	29	168	3623.67
	7	4	52	28	152	1963.10	9	51	28	135	3177.65	12	54	29	144	4084.96
	10	3	56	29	141	2124.07	7	55	29	154	3572.92	10	54	29	140	4660.21
	20	2	61	31	126	2500.72	4	67	33	132	4550.86	6	63	32	144	6085.42
	30	1	92	41	105	2763.79	3	74	35	123	52554.79	4	78	37	128	7136.47

Tableau IV.5: Solutions quasi-optimales pour  $F=1\$$  et  $K=100\$$ 

		K=100				
$h_v$	$i^*$	$Q^*$	$r^*$	$n^*$	$ETC^{(i,1)*}$	
$h_b=2$	5	2	121	51	94	856.20
$h_b=5$	7	7	29	21	224	1068.97
	10	4	43	26	172	1241.60
$h_b=10$	20	4	30	21	200	1758.75
$h_b=20$	30	7	14	16	322	2211.66

Finalement, il est important de signaler que les coûts de setup et de stockage fournisseur semblent conditionner la quantité  $iQ$  produite après chaque setup. En effet, pour des coûts  $K$  et  $h_v$  fixes, cette quantité ne varie pas d'une manière significative (p. ex. pour  $K=1000\$$  et  $h_v=2\$$ :  $iQ=(6 \times 201)=1206$  lorsque  $h_b=2\$$ ,  $iQ=(11 \times 109)=1199$  lorsque  $h_b=5\$$ ,  $iQ=(16 \times 75)=1200$  lorsque  $h_b=10\$$ ...). De plus,  $iQ$  croît avec  $K$  (p. ex. pour  $h_b=2\$$  et  $h_v=2\$$  elle passe de 388 à 1206 quand  $K$  augmente de 100\$ jusqu'à 1000\$) et décroît avec  $h_v$  (p. ex. pour  $h_b=5\$$  et  $K=500\$$  elle passe de 856 à 270 lorsque  $h_v$  augmente de 2\$ jusqu'à 30\$).

Ce résultat était prévisible dans la mesure où le coût moyen de stockage du fournisseur et le coût moyen de setup dépendent directement de  $i$  et  $Q$  (voir l'équation IV.2). Mais il est important de souligner, dans une perspective intégrée client-fournisseur, qu'en dépit du fait que la quantité  $iQ$  semble dépendre de paramètres reliés au fournisseur ( $K$  et  $h_v$ ), la taille  $Q$  et le nombre  $i$  des livraisons pris séparément dérivent du coût de stockage client  $h_b$  et du coût de transport  $F$ . En effet, comme le montrent les tableaux IV.4 et IV.5, lorsque le coût de transport croît et/ou le coût de stockage client décroît, le nombre de lots  $i$  est de plus en plus petit et la taille  $Q$  croît.

## 5. Conclusion

Dans ce chapitre, il était question de développer une nouvelle politique de production intégrée client-fournisseur basée sur un équilibre plus astucieux entre le stockage et le setup. Les compromis établis précédemment par la stratégie de production continue et la stratégie de production lot-par-lot, correspondent à deux positions extrêmes : la première correspond à un nombre de setups réduit au minimum et un stock moyen dans le système gonflé au maximum, la deuxième correspond à l'inverse. D'où l'idée d'explorer la possibilité de produire par lots de taille intermédiaire (comprise entre la taille de livraison  $Q$  et la taille de la commande  $nQ$ ) cherchant à réduire le nombre de setups, en comparaison avec la stratégie lot-par-lot, sans pour autant gonfler le stock au maximum dans le cas de la stratégie de production continue.

Dans cette perspective, nous avons généralisé la stratégie intégrée proposée par Ben-daya et Harigua (2004) et modifiée au chapitre précédent (Yedes et al., 2009b). Le modèle correspondant à cette nouvelle stratégie permet d'explorer toutes les politiques intermédiaires tout comme les deux politiques extrêmes qui ne sont que deux cas particuliers. Désormais, on peut choisir la politique la plus économique parmi  $n$  politiques au lieu de deux seulement. Une procédure numérique a été mise au point pour calculer et comparer, pour n'importe quelle situation donnée, les coûts quasi-optimaux correspondant aux différentes stratégies. A des situations choisies arbitrairement pour illustrer cette approche, les résultats ont principalement confirmé l'existence de stratégies intermédiaires plus intéressantes que les stratégies de production extrêmes, particulièrement pour les coûts de setup et de stockage client relativement importants tout comme pour les coûts de transport et de stockage fournisseur relativement faibles.

Cette deuxième étape a apporté une réponse à une question, mais fait surgir une autre : S'il s'avère possible de produire par lots de taille  $iQ$  comprise entre la taille de la commande  $nQ$  et celle de la livraison  $Q$ , d'une manière analogue serait-il désormais possible de livrer au client par lot de taille  $jQ$  comprise entre la nouvelle taille de lancement  $iQ$  et la plus petite taille de livraison  $Q$ , pour un meilleur compromis entre les coûts de stockage, de setup et de transport ?

La réponse à cette question constituera l'objectif principal du chapitre suivant. La stratégie qui y sera développée devra être beaucoup plus générale et plus flexible dans le sens de trouver le meilleur équilibre possible entre les coûts de stockage, de setup et de transport en ajustant les tailles de commande, de production et de livraison selon les conditions opérationnelles client-fournisseur.



---

## Chapitre V

### Généralisation de la politique de livraison

#### 1. Introduction

Le développement d'une politique de livraison généralisée s'inscrit dans la continuité de notre démarche d'amélioration entamé au chapitre III par la modification de la politique de production continue, adoptée par Ben-daya et Harigua (2004), en une politique lot-par-lot qui s'est avérée plus économique pour les coûts de setup unitaires relativement faibles. Ces deux stratégies extrêmes ont été remplacées, par la suite, par une stratégie de production généralisée qui, en adaptant la taille du lot produit au coût de setup unitaire, permet de mieux équilibrer les coûts moyens de stockage et de setup et d'offrir, par conséquent, des solutions quasi-optimales encore plus économiques. Ainsi, il est plus intéressant de produire la commande  $nQ$  par lots de taille  $iQ$  ( $1 \leq i \leq n$ ) et de la livrer par lots de taille  $Q$ . Cette taille de livraison permet de garder le niveau du stock moyen du client à son plus bas niveau tout comme le coût correspondant. Cependant, il n'est pas certain que globalement le stock dans le système et le coût qui en découle le seraient aussi, puisque le niveau de stock moyen du fournisseur reste relativement important à cause du faible transfert vers le client. Le coût de transport le serait encore moins, même en sachant que la taille quasi-optimale  $Q^*$  est déterminée sur la base d'un compromis global entre toutes les composantes du coût total. En prenant en compte ces deux derniers facteurs, il serait peut être plus judicieux de livrer par des quantités plus larges puisque d'un côté le niveau du stock moyen dans le système ne serait probablement pas trop perturbé (hausse du côté client et baisse éventuelle du côté fournisseur), par contre l'augmentation de la taille des livraisons fera baisser le coût moyen de transport.

C'est dans cette perspective d'amélioration que nous nous proposons, dans ce chapitre, de modifier la politique de livraison. L'idée consiste à regrouper les livraisons, cherchant à diminuer le nombre de voyages nécessaires pour transférer la commande au client, mais sans

engendrer une accumulation excessive de stock chez le client. Dans ce cas, le gain généré sur le coût de transport couvrirait la perte au niveau du coût de stockage client. Cette tendance sera examinée d'abord dans le cas d'une capacité de transport infinie et ensuite dans le cas où cette capacité serait limitée.

Dans la section suivante, la nouvelle stratégie sera définie et modélisée avant d'être illustrée par un exemple numérique. Nous examinerons et analyserons ensuite le comportement des principaux paramètres définissant la solution quasi-optimale, obtenue à l'aide d'une procédure numérique. La même démarche sera adoptée dans la section 3 pour le cas d'une capacité de transport limitée. Les principaux résultats seront récapitulés dans la conclusion.

## **2. La politique de livraison généralisée en l'absence de contrainte de capacité de transport**

Il s'agit de modifier la stratégie de Yedes et al. (2007) (développée au chapitre IV) en procédant par des regroupements des livraisons. A l'arrivée, nous aurons une nouvelle stratégie avec des politiques de production et de livraison non définies à l'avance, qui lui procureraient une flexibilité supplémentaire.

### **2.1 Définition**

Comme déjà mentionné, cette stratégie est développée pour résoudre le même problème traité dans les deux chapitres précédents (avec les mêmes hypothèses). En comparaison à la stratégie de Yedes et al. (2007) (cf. chapitre IV) nous gardons la même stratégie de production. C'est-à-dire que le fournisseur lance la production d'un lot de taille  $iQ$  chaque fois que son stock s'avère insuffisant pour assurer la prochaine livraison et juste avant que la précédente ne soit totalement consommée. Cependant, au lieu d'avoir des livraisons par lots de taille  $Q$ , la quantité commandée  $nQ$  sera livrée par lots de taille  $jQ$  ( $1 \leq j \leq i \leq n$ ) chaque  $jQ/D$  unités de temps (figure V.1). La dernière livraison sera nécessairement transférée à la fin du cycle de commande (à  $nQ/D$  unités de temps de la dernière livraison correspondant à la commande précédente). Il en résulte que le nombre de livraisons nécessaires pour transférer toute la

commande  $nQ$  au client est égal à :  $\left\lfloor \frac{(n+j-1)}{j} \right\rfloor$ . A noter que seules les tailles du dernier lot produit et du dernier lot livré peuvent être respectivement inférieures à  $iQ$  et  $jQ$ .

Il est aussi important de signaler que la politique de livraison est de type séquentielle. C'est-à-dire que la date de chaque lancement doit être déterminée préalablement, à partir de la solution optimale, ou après chaque livraison en tenant compte du niveau du stock instantané du fournisseur, du cumul des quantités livrées, de la date de la prochaine livraison et du taux de production.

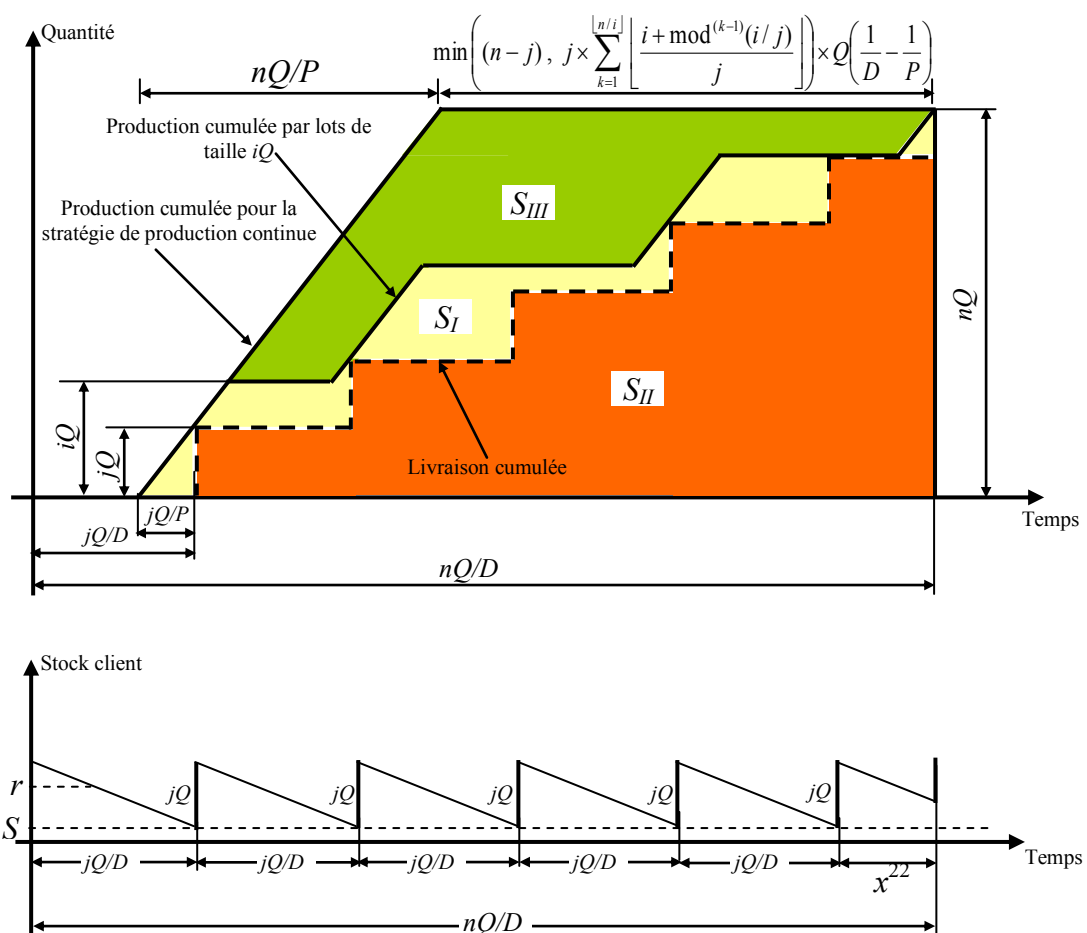


Figure V.1: Production et livraison cumulées respectivement par lots de taille  $iQ$  et  $jQ$   
(Cas où  $i=5, j=3$  et  $n=17$ )

<sup>22</sup>  $x = \frac{(n-j \times \lfloor n/j \rfloor) \cdot Q}{D}$

## 2.2. Modélisation mathématique

Pour formuler le coût total moyen intégré par unité de temps  $ETC^{(i,j)}$  correspondant à la nouvelle stratégie (Yedes et al., 2008), nous nous référons au modèle de Yedes et al. (2007) développé au chapitre précédent. Par rapport à ce modèle, la modification de la politique de transport n'affecte évidemment que le coût de stockage du côté fournisseur et les coûts de transport, de rupture et de stockage du côté client. Les expressions des coûts de commande et de setup sont maintenues puisque ni la politique de commande ni celle de la production ne change.

D'une manière analogue au modèle de Ben-daya et Harigua et à ceux jusque là développés dans cette thèse, nous supposons que le délai d'approvisionnement comporte une composante proportionnelle à la quantité livrée et une autre fixe due au transport, au setup et aux temps non productifs :  $L(Q) = jQ/D + t$ .

Sachant que le nombre de livraisons correspond désormais à  $\left\lfloor \frac{(n+j-1)}{j} \right\rfloor$  et que le client risque avant chacune d'elles de tomber en rupture de stock durant le délai d'approvisionnement, les coûts moyens de transport et de rupture peuvent être exprimés pour l'horizon considéré, par :

- Coût moyen de transport :  $\frac{D}{nQ} \times \left\lfloor \frac{(n+j-1)}{j} \right\rfloor \times F$
- Coût moyen de rupture :  $\frac{D}{nQ} \times \left\lfloor \frac{(n+j-1)}{j} \right\rfloor \times \pi \times b(r, L(Q))$

Par conséquent, le coût total moyen intégré par unité de temps devient :

$$ETC^{(i,j)} = \frac{D}{nQ} \times \left[ A + \left\lfloor \frac{n+i-1}{i} \right\rfloor \times K + \left\lfloor \frac{n+j-1}{j} \right\rfloor \times (F + \pi b(r, L(Q))) \right] + h_v \times E(S_v) + h_b \cdot E(S_b) \quad (V.1)$$

où,  $E(S_b)$  représente le stock moyen du client exprimé (d'après la variation du stock client représentée à la figure V.1) par :

$$E(S_b) = \frac{jQ}{2} \left[ \frac{j}{n} \left[ \left\lfloor \frac{n+j-1}{j} \right\rfloor - \left( \left\lfloor \frac{n+j-1}{j} \right\rfloor - \frac{n}{j} \right)^2 \right] \right] + S \quad (V.2)$$

et  $E(S_v)$  est le stock moyen du fournisseur, déterminé par :

$$E(S_v) = \frac{S_I}{nQ/D} = \frac{D \cdot S_I}{nQ} \quad (\text{V.3})$$

$S_I$  étant la surface délimitée par les courbes représentant la production cumulée et la livraison cumulée, pour la nouvelle stratégie adoptée (figure V.1). Elle est obtenue par :

$$S_I = S' - S_{II} - S_{III}$$

$S'$  correspond à la surface totale sous la courbe représentant la production cumulée pour la stratégie de production cumulée (figure V.1) :

$$S' = nQ^2(n-j) \left( \frac{1}{D} - \frac{1}{P} \right) + \frac{n^2 Q^2}{2P} \quad (\text{V.4})$$

Les surfaces  $S_{II}$  et  $S_{III}$  (figure V.1) sont données respectivement par :

$$\begin{aligned} S_{II} &= \frac{(jQ)^2}{D} \times \left( \sum_{k=1}^{\lfloor n/j \rfloor - 1} k \right) + jQ \times \left\lfloor \frac{n}{j} \right\rfloor \times \frac{Q \times \text{mod}(n/j)}{D} \\ &= \frac{(jQ)^2}{D} \times \frac{(\lfloor n/j \rfloor - 1) \times \lfloor n/j \rfloor}{2} + \frac{jQ^2}{D} \times \left\lfloor \frac{n}{j} \right\rfloor \times \text{mod} \left( \frac{n}{j} \right) \end{aligned} \quad (\text{V.5})$$

$$\begin{aligned} S_{III} &= iQ \times jQ \left( \frac{1}{D} - \frac{1}{P} \right) \times \left( \sum_{k=1}^{\lfloor n/i \rfloor - 1} (\lfloor n/i \rfloor - k) \cdot \left\lfloor \frac{i + \text{mod}^{(k-1)}(i/j)}{j} \right\rfloor \right) \\ &\quad + \text{mod}(n/i) \times Q^2 \left( \frac{1}{D} - \frac{1}{P} \right) \times \min \left( (n-j), j \times \sum_{k=1}^{\lfloor n/i \rfloor} \left\lfloor \frac{i + \text{mod}^{(k-1)}(i/j)}{j} \right\rfloor \right) \\ &= \frac{jQ^2}{D} \times \left( 1 - \frac{D}{P} \right) \times \left[ i \times \left( \sum_{k=1}^{\lfloor n/i \rfloor - 1} (\lfloor n/i \rfloor - k) \cdot \left\lfloor \frac{i + \text{mod}^{(k-1)}(i/j)}{j} \right\rfloor \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\text{mod}(n/i)}{j} \times \min \left( (n-j), j \times \sum_{k=1}^{\lfloor n/i \rfloor} \left\lfloor \frac{i + \text{mod}^{(k-1)}(i/j)}{j} \right\rfloor \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{V.6})$$

Ceci en considérant que :

$$\text{mod}^{(k)} \left( \frac{i}{j} \right) = \text{mod} \left[ \frac{i + \text{mod}^{(k-1)}(i/j)}{j} \right] \text{ pour } k > 1, \text{ mod}^{(0)} \left( \frac{i}{j} \right) = 0 \text{ et } \text{mod}^{(1)} \left( \frac{i}{j} \right) = \text{mod} \left( \frac{i}{j} \right).$$

Ainsi  $S_I$  s'exprime par :

$$\begin{aligned}
S_I = & \frac{jQ^2}{D}(1-D/P) \times \left[ n \times \left( \frac{n}{j} - 1 \right) - i \times \left( \sum_{k=1}^{\lfloor n/i \rfloor - 1} (\lfloor n/i \rfloor - k) \cdot \left\lfloor \frac{i + \text{mod}^{(k-1)}(i/j)}{j} \right\rfloor \right) \right. \\
& \left. - \frac{\text{mod}(n/i)}{j} \times \min \left( (n-j), j \times \sum_{k=1}^{\lfloor n/i \rfloor} \left\lfloor \frac{i + \text{mod}^{(k-1)}(i/j)}{j} \right\rfloor \right) \right] \\
& - \frac{jQ^2}{2D} \times \left\lfloor \frac{n}{j} \right\rfloor \times \left[ j \times \left( \left\lfloor \frac{n}{j} \right\rfloor - 1 \right) + 2 \text{mod}(n/j) \right] + \frac{n^2 Q^2}{2P}
\end{aligned} \tag{V.7}$$

Donc, le stock moyen du fournisseur peut être écrit comme suit:

$$\begin{aligned}
E(S_v) = & \frac{jQ}{2} \times \left[ \left( 1 - \frac{D}{P} \right) \left[ 2 \times \left( \frac{n}{j} - 1 \right) - \frac{2i}{n} \times \left( \sum_{k=1}^{\lfloor n/i \rfloor - 1} (\lfloor n/i \rfloor - k) \cdot \left\lfloor \frac{i + \text{mod}^{(k-1)}(i/j)}{j} \right\rfloor \right) \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{2 \times \text{mod}(n/i)}{j \times n} \times \min \left( (n-j), j \times \sum_{k=1}^{\lfloor n/i \rfloor} \left\lfloor \frac{i + \text{mod}^{(k-1)}(i/j)}{j} \right\rfloor \right) \right] \right] \\
& - \frac{\lfloor n/j \rfloor}{n} \times \left[ j \times \left( \left\lfloor \frac{n}{j} \right\rfloor - 1 \right) + 2 \text{mod}(n/j) \right] + \frac{nD}{jP}
\end{aligned} \tag{V.8}$$

A partir des équations (V.1), (V.2) et (V.8) nous pouvons déduire l'expression finale du coût total moyen intégré par unité de temps en fonction de  $n$ ,  $Q$ ,  $r$ ,  $i$  et  $j$  ( $1 \leq j \leq i \leq n$ ):

$$\begin{aligned}
ETC^{(i,j)} = & \frac{D}{nQ} \times \left[ A + \left\lfloor \frac{n+i-1}{i} \right\rfloor \times K + \left\lfloor \frac{n+j-1}{j} \right\rfloor \times (F + \pi b(r, L(Q))) \right] \\
& + h_v \times \frac{jQ}{2} \times \left[ (1-D/P) \left[ 2 \times \left( \frac{n}{j} - 1 \right) - \frac{2i}{n} \times \left( \sum_{k=1}^{\lfloor n/i \rfloor - 1} (\lfloor n/i \rfloor - k) \cdot \left\lfloor \frac{i + \text{mod}^{(k-1)}(i/j)}{j} \right\rfloor \right) \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{2 \times \text{mod}(n/i)}{j \times n} \times \min \left( (n-j), j \times \sum_{k=1}^{\lfloor n/i \rfloor} \left\lfloor \frac{i + \text{mod}^{(k-1)}(i/j)}{j} \right\rfloor \right) \right] \right] \\
& - \frac{\lfloor n/j \rfloor}{n} \times \left[ j \times \left( \left\lfloor \frac{n}{j} \right\rfloor - 1 \right) + 2 \text{mod}(n/j) \right] + \frac{nD}{jP} \\
& + h_b \times \left( \frac{jQ}{2} \left[ \frac{j}{n} \left[ \left\lfloor \frac{n+j-1}{j} \right\rfloor - \left( \left\lfloor \frac{n+j-1}{j} \right\rfloor - \frac{n}{j} \right)^2 \right] \right] + S \right)
\end{aligned} \tag{V.9}$$

On peut facilement observer que les modèles relatifs aux stratégies de production continue (Ben-daya et Harigua, 2004) et de production généralisée (Yedes et al., 2007) correspondent respectivement aux cas particuliers où  $(n = i, j = 1)$  et  $(1 \leq i \leq n, j = 1)$ .

Le coût total  $ETC^{(i,j)}$  peut être encore simplifié en utilisant les expressions suivantes (analogues à celles utilisées aux chapitres III et IV):

$$* G^{(i,j)}(n) = \frac{1}{n} \times \left( A + \left\lfloor \frac{n+i-1}{i} \right\rfloor \times K + \left\lfloor \frac{n+j-1}{j} \right\rfloor \times F \right) \quad (V.10)$$

$$\begin{aligned} * H^{(i,j)}(n) = j \times & \left[ h_b \left[ \frac{j}{n} \left[ \left\lfloor \frac{n+j-1}{j} \right\rfloor - \left( \left\lfloor \frac{n+j-1}{j} \right\rfloor - \frac{n}{j} \right)^2 \right] \right] \right. \\ & + h_v \times \left[ \left( 1 - \frac{D}{P} \right) \left[ 2 \times \left( \frac{n}{j} - 1 \right) - \frac{2i}{n} \times \left( \sum_{k=1}^{\lfloor n/i \rfloor - 1} (\lfloor n/i \rfloor - k) \cdot \left\lfloor \frac{i + \text{mod}^{(k-1)}(i/j)}{j} \right\rfloor \right) \right] \right. \\ & \quad \left. \left. - \frac{2 \times \text{mod}(n/i)}{j \times n} \times \min \left( (n-j), j \times \sum_{k=1}^{\lfloor n/i \rfloor} \left\lfloor \frac{i + \text{mod}^{(k-1)}(i/j)}{j} \right\rfloor \right) \right] \right] \\ & - \frac{\lfloor n/j \rfloor}{n} \times \left[ j \times \left( \left\lfloor \frac{n}{j} \right\rfloor - 1 \right) + 2 \text{mod}(n/j) \right] + \frac{nD}{jP} \quad (V.11) \end{aligned}$$

$$* k = \frac{(r - D \times L(Q))}{\sigma \times \sqrt{L(Q)}} \quad (V.12)$$

Le facteur de sécurité (cf. chapitre III et IV) fixé pour déterminer le point de commande  $r$ ,

$$* \psi(k) = \int_k^{+\infty} (z - k) \phi(z) dz \quad (V.13)$$

$\phi(z)$  est la fonction de densité de probabilité de la loi normale centrée réduite et  $\psi(k)$  sert à exprimer la quantité moyenne de rupture durant le délai d'approvisionnement simplement par :  $b(r, L(Q)) = \sigma \times \sqrt{L(Q)} \times \psi(k)$ .

Finalement l'expression de  $ETC^{(i,j)}$  devient :

$$\begin{aligned}
ETC^{(i,j)} &= \frac{D}{Q} \times G^{(i,j)}(n) + \frac{Q}{2} \times H^{(i,j)}(n) + h_b \times k \times \sigma \sqrt{\frac{jQ}{P} + t} \\
&+ \frac{\left\lfloor \frac{n+j-1}{j} \right\rfloor}{n} \times \frac{\pi \times D \times \sigma}{Q} \times \psi(k) \times \sqrt{\frac{jQ}{P} + t}
\end{aligned} \tag{V.14}$$

### 2.3. Procédure d'optimisation numérique

Optimiser le coût total intégré  $ETC^{(i,j)}$  revient à chercher la meilleure combinaison  $(n, Q, s, i, j)$  correspondant à la stratégie la plus économique. Pour ce faire on utilise, comme précédemment, une procédure numérique cherchant pour des valeurs fixes de  $n$ ,  $i$ , et  $j$  à annuler les dérivées partielles premières de  $ETC^{(i,j)}$  par rapport à  $Q$  et  $r$  (ou plutôt  $k$ ).

Les dérivées partielles premières de  $ETC^{(i,j)}$  par rapport à  $Q$  et  $k$  nous donnent:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial ETC^{(i,j)}}{\partial Q} &= -\frac{D}{Q^2} \times G^{(i,j)}(n) + \frac{H^{(i,j)}(n)}{2} + \frac{h_b k \sigma}{2P \sqrt{\frac{jQ}{P} + t}} \\
&+ \pi D \sigma \times \frac{\left\lfloor \frac{n+j-1}{j} \right\rfloor}{n} \times \frac{\frac{Q}{2P \sqrt{\frac{jQ}{P} + t}} - \sqrt{\frac{jQ}{P} + t}}{Q^2} \times \psi(k)
\end{aligned} \tag{V.15}$$

$$\frac{\partial ETC^{(i,j)}}{\partial k} = h_b \sigma \sqrt{\frac{jQ}{P} + t} - \frac{\left\lfloor \frac{n+j-1}{j} \right\rfloor}{n} \times \frac{\pi D \sigma}{Q} \times \sqrt{\frac{jQ}{P} + t} \times \bar{F}(k) \tag{V.16}$$

où  $\bar{F}(k)$  est la fonction complémentaire de la fonction de distribution relative à la loi normale centrée réduite :  $\bar{F}(k) = 1 - F(k) = 1 - \int_{-\infty}^k \phi(z) dz = \int_k^{+\infty} \phi(z) dz$ .

En annulant les équations (V.15) et (V.16) nous obtenons :



$$\begin{cases} \frac{\partial ETC^{(i,j)}}{\partial k} = 0 \\ \frac{\partial ETC^{(i,j)}}{\partial Q} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \bar{F}(k) = \frac{h_b Q}{\frac{\lfloor \frac{n+j-1}{j} \rfloor}{n} \times \pi D} \\ Q = \sqrt{2D \frac{G^{(i,j)}(n) + \frac{\lfloor \frac{n+j-1}{j} \rfloor \pi \sigma \psi(k) \sqrt{\frac{jQ}{P} + b}}{n}}{H^{(i,j)}(n) + \frac{h_b \sigma}{P \sqrt{\frac{jQ}{P} + b}} \left( k + \frac{\psi(k)}{\bar{F}(k)} \right)}} \end{cases} \quad \begin{matrix} (V.17) \\ (V.18) \end{matrix}$$

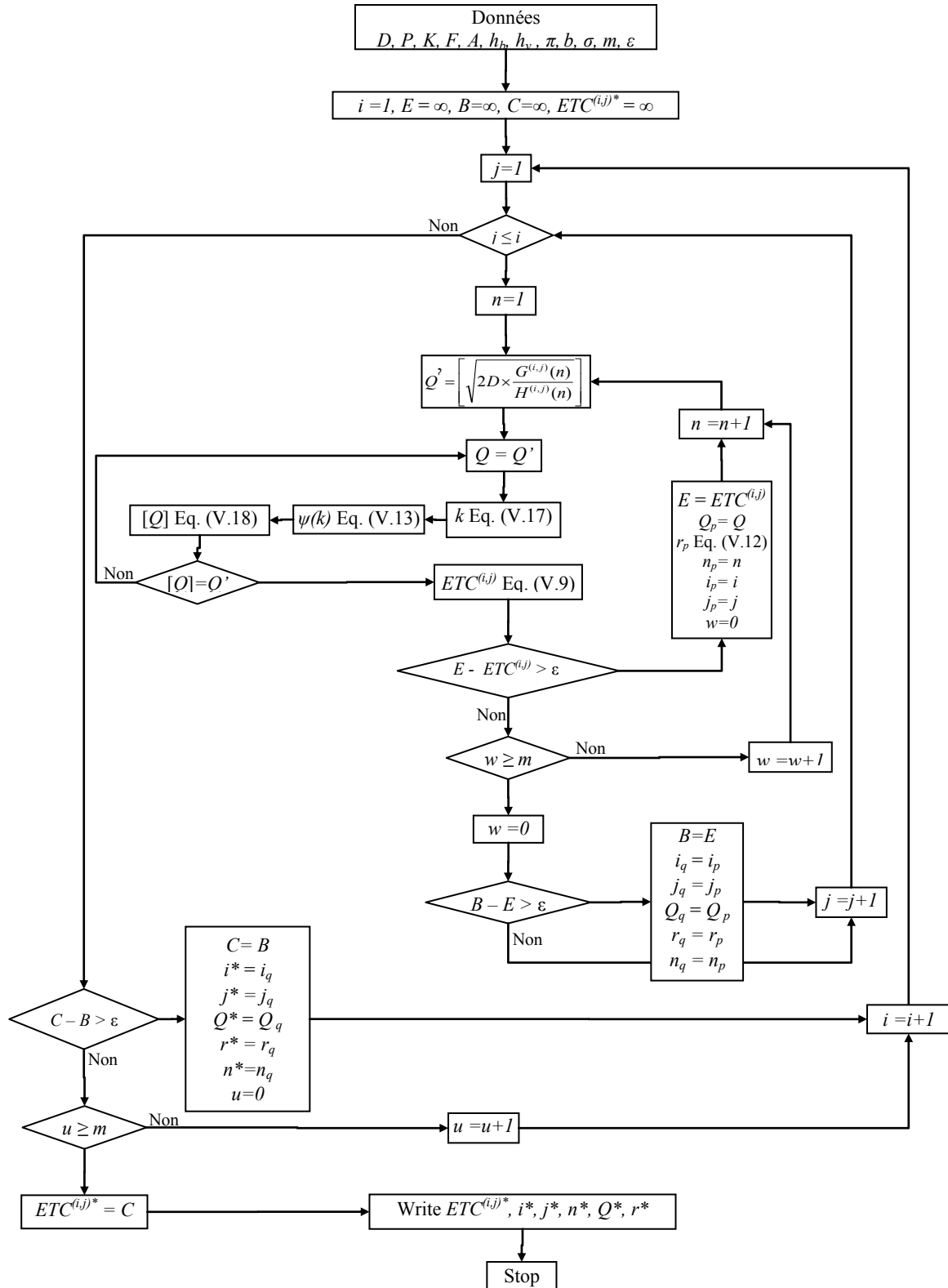
Notons qu'il est assez facile de prouver à partir des dérivées partielles secondes que  $ETC^{(i,j)}$  est convexe par rapport à  $k$  et non convexe par rapport à  $Q$ .

L'algorithme représenté par le diagramme de la figure V.2 permet de trouver une solution optimale approximative. Les dérivées partielles premières de  $ETC^{(i,j)}$  par rapport à  $Q$  et  $k$  sont calculées pour chaque combinaison  $(n, i, j)$ . En d'autres termes, nous varions ces paramètres et nous calculons pour chaque itération le coût total satisfaisant les équations (V.17) et (V.18). Ceci implique que la solution quasi-optimale dépend aussi de  $n, i$ , et  $j$ .

Chaque fois que le paramètre  $n$  est incrémenté,  $Q$  est initialisé à  $\left[ \sqrt{2D \times \frac{G^{(i,j)}(n)}{H^{(i,j)}(n)}} \right]$  et une

valeur préliminaire de  $k$  est déterminée en utilisant l'équation V.17. Ces deux valeurs sont nécessaires pour retrouver l'entier le plus proche de la racine carrée (équation V.18).

Pour chaque valeur de  $i$ , le paramètre  $j$  prend nécessairement toutes les valeurs de 1 à  $i$ . Par contre,  $n$  est incrémenté à partir de 1 jusqu'à ce qu'il n'y ait plus d'amélioration ou qu'on atteint des valeurs très importantes. La procédure s'arrête lorsque l'incrément du paramètre  $i$  n'apporte plus d'amélioration significative au meilleur coût total obtenu.

Figure V.2 : Algorithme<sup>23</sup> de recherche de la solution quasi-optimale

<sup>23</sup>  $u$  et  $w$  sont des compteurs et  $m$  est un seuil d'arrêt qui peut être différent pour les deux.

## 2.4. Résultats numériques

Les données de l'exemple présentées au tableau V.1 ont été choisies arbitrairement pour illustrer la nouvelle approche. L'objectif principal étant de montrer numériquement que la livraison par lots de taille  $jQ$  ( $1 \leq j \leq i \leq n$ ) est possible et qu'elle est globalement profitable au deux maillons de la chaîne (le fournisseur et le client).

Les analyses seront faites sur la base des solutions quasi-optimales  $(n^*, i^*, j^*, Q^*, r^*)$  obtenues en variant alternativement le coût de transport unitaire  $F$  et le coût de setup unitaire  $K$  (pour les deux situations correspondant à  $h_v > h_b$  et  $h_b > h_v$ ) ainsi que les coûts de stockage unitaires du fournisseur et du client  $h_v$  et  $h_b$ .

Tableau V.1: Les données du problème

$D$	1000 unités /unité de temps
$\sigma$	5 unités
$P$	3200 unités /unité de temps
$A$	50\$
$\pi$	100\$ / unité
$b$	0,01 unités de temps

D'après le tableau V.2, lorsque le coût de stockage unitaire du fournisseur est plus grand que celui du client, les deux acteurs abandonnent la nouvelle stratégie ( $j \neq 1$ ) au profit de la stratégie lot-par-lot ( $i=1$  et  $j=1$  : Yedes et al., 2009b) pour des coûts de transport relativement importants ( $F > 200\$$ ). Ce résultat peut être expliqué par le fait que l'accroissement du coût de transport tend généralement à accroître la taille de la livraison. Mais dans ce cas particulier ( $h_v > h_b$ ) il faut aussi que le niveau du stock chez le fournisseur soit le plus faible possible. La meilleure façon de l'atteindre, pour des tailles  $Q$  croissantes avec  $F$ , c'est de produire la plus petite quantité possible correspondant à  $i=1$  ( $iQ = Q$  : stratégie lot-par-lot). Bien évidemment dans ces cas, toute la quantité produite sera livrée à la fois ( $jQ = Q$  parce que  $j < i$  et  $i=1$ ).

Lorsque  $h_b > h_v$ , le regroupement des livraisons n'est pas recommandé ( $j=1$ ) même pour les grandes valeur de  $F$  où  $i > 1$  (contrairement au cas  $h_v > h_b$  où  $i = 1$  pour ces valeurs). Dans une telle situation c'est le stock du client qui doit être maintenu à un niveau aussi bas que possible en transférant le produit depuis le fournisseur jusqu'au client par la plus petite quantité possible correspondant à  $j=1$  ( $jQ = Q$ ).

En réalité, pour ces deux cas de figure, les coûts de stockage paraissent les plus influents sur le choix du type de stratégie à suivre (c'est-à-dire sur les paramètres  $i$  et  $j$  principalement) puisque la majorité des solutions quasi-optimales cherchent à maintenir les stocks fournisseur et/ou client à leur plus bas niveau : pour  $h_b > h_v$  et  $h_v > h_b$ , respectivement  $j=1$  pour toutes les valeurs de  $F$  considérées et  $i=1$  pour les valeurs importantes de  $F$ .

Tableau V.2: Résultats obtenus pour  $K=1000\$$  et pour  $h_v > h_b$  et  $h_b > h_v$

$F$	$h_v=4, h_b=1$						$h_v=1, h_b=4$					
	$i^*$	$j^*$	$Q^*$	$s^*$	$n^*$	$ETC^{(i,j)^*}$	$i^*$	$j^*$	$Q^*$	$s^*$	$n^*$	$ETC^{(i,j)^*}$
5	9	7	118	275	9	1997.11	32	1	53	29	544	1375.04
10	9	7	119	277	9	2006.49	22	1	77	37	374	1455.09
50	9	7	123	286	9	2079.97	10	1	169	66	170	1790.60
200	1	1	1032	339	27	2333.26	5	1	336	119	85	2396.28
300	1	1	1075	353	21	2428.67	4	1	415	144	80	2668.40
400	1	1	1115	366	26	2519.59	4	1	451	155	76	2899.40
600	1	1	1192	390	20	2693.45	3	1	572	193	51	3280.82
800	1	1	1265	413	21	2856.18	3	1	630	212	60	3613.25

Le coût de setup  $K$ , de son côté, n'affecte pas d'une manière significative le paramètre  $j$ . Son influence est plutôt perçue, sur la quantité  $iQ$  produite à chaque setup. Pour les petites valeurs de  $K$ , la stratégie lot-par-lot ( $i=1$ ) apparaît de nouveau comme la plus économique particulièrement lorsque  $h_v > h_b$ , puisqu'elle permet de réduire le niveau du stock du fournisseur. De plus, la croissance du coût de setup fait augmenter logiquement  $iQ$ , comme on peut le constater au tableau V.3 pour les cas  $h_v > h_b$  et  $h_b > h_v$ . Dans ce dernier cas justement, il n'y a aucun intérêt à transférer le produit par grandes quantités pour le stocker à coût élevé chez le client, ceci fait que le nombre de lots  $j$  à livrer en un seul voyage demeure égal à 1.

Pour le cas  $h_v > h_b$  nous remarquons toujours que  $iQ$  augmente avec  $K$ . Sauf que jusqu'à un certain seuil,  $i$  est maintenu à 1 pour garder le niveau du stock du fournisseur (qui coûte plus cher) aussi faible que possible et c'est seulement  $Q$  qui continue à croître pour réduire le coût moyen de setup. Au-delà de cet éventuel seuil, il devient inévitable de réduire le nombre de setups (qui se traduit par une augmentation de  $i$ ). Dans pareilles situations, il faut opter à la fois pour une production continue ( $n=i$ ) avec un seul setup, mais aussi pour un regroupement des livraisons ( $j > 1$ ) pour éviter une accumulation importante de stock chez fournisseur.

Tableau V.3: Résultats obtenus pour  $F=100\$$  et pour  $h_v > h_b$  et  $h_b > h_v$ 

$K$	$h_v=4, h_b=1$						$h_v=1, h_b=4$					
	$i^*$	$j^*$	$Q^*$	$s^*$	$n^*$	$ETC^{(i,j)^*}$	$i^*$	$j^*$	$Q^*$	$s^*$	$n^*$	$ETC^{(i,j)^*}$
10	1	1	314	113	41	712.46	1	1	226	84	54	993.62
50	1	1	366	129	39	830.37	2	1	223	83	72	1136.57
100	1	1	422	147	36	957.53	2	1	245	90	72	1243.31
300	1	1	597	202	31	1350.64	4	1	234	87	108	1511.22
600	1	1	789	263	26	1784.23	6	1	227	84	126	1777.78
1000	9	7	129	299	9	3209.57	7	1	240	89	119	2041.94
2000	9	7	173	396	9	2907.35	10	1	239	88	140	2527.24
3000	9	7	207	471	9	3493.04	13	1	229	85	221	2899.41

Pour mieux comprendre l'effet des coûts de stockage unitaires sur la solution du problème, nous avons fixé arbitrairement les coûts de transport et de setup ( $F=100, K=1000$ ) et nous avons varié  $h_v$  et  $h_b$ . Par la même occasion et dans le but de prouver la pertinence du regroupement des livraisons offerts par la nouvelle stratégie, nous avons déterminé aussi les solutions quasi-optimales pour la stratégie de production continue de Ben-daya et Harigua (2004) (la stratégie de base) et celle de Yedes et al. (2007) (la nouvelle stratégie développée au chapitre IV). Les résultats correspondant aux trois stratégies apparaissent dans le tableau V.4 ci-dessous.

Tableau V.4: Résultats obtenus pour  $F=100\$$  et  $K=1000\$$ 

	Stratégie de production continue						Stratégie de production généralisée						La nouvelle stratégie						
	$h_v$	$i^*$	$j^*$	$Q^*$	$s^*$	$n^*$	$ETC^{(n,l)^*}$	$i^*$	$j^*$	$Q^*$	$s^*$	$n^*$	$ETC^{(i,l)^*}$	$i^*$	$j^*$	$Q^*$	$s^*$	$n^*$	$ETC^{(i,j)^*}$
$h_b=2$	2	3	1	409	142	3	2209.59	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>401</b>	<b>140</b>	<b>60</b>	<b>2170.48</b>	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>401</b>	<b>140</b>	<b>60</b>	<b>2170.48</b>
	5	1	1	802	266	1	2875.36	1	1	785	261	26	2814.79	<b>4</b>	<b>3</b>	<b>232</b>	<b>233</b>	<b>4</b>	<b>2708.32</b>
	7	1	1	740	247	1	3115.96	1	1	724	242	28	3050.12	<b>9</b>	<b>7</b>	<b>94</b>	<b>221</b>	<b>9</b>	<b>2954.69</b>
	10	1	1	669	225	1	3445.41	1	1	654	221	30	3374.48	<b>5</b>	<b>4</b>	<b>153</b>	<b>207</b>	<b>5</b>	<b>3281.54</b>
	20	1	1	527	180	1	4367.21	1	1	516	176	32	4274.40	<b>11</b>	<b>9</b>	<b>55</b>	<b>170</b>	<b>11</b>	<b>4175.73</b>
$h_b=5$	2	6	1	209	79	6	2640.40	<b>6</b>	<b>1</b>	<b>206</b>	<b>78</b>	<b>120</b>	<b>2602.29</b>	<b>6</b>	<b>1</b>	<b>206</b>	<b>78</b>	<b>120</b>	<b>2602.29</b>
	5	3	1	258	95	3	3500.51	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>254</b>	<b>93</b>	<b>90</b>	<b>3434.28</b>	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>254</b>	<b>93</b>	<b>90</b>	<b>3434.28</b>
	7	2	1	322	114	2	3893.78	2	1	316	113	54	3818.51	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>222</b>	<b>153</b>	<b>3</b>	<b>3771.71</b>
	10	1	1	531	180	1	4347.19	1	1	520	177	32	4255.02	<b>7</b>	<b>5</b>	<b>88</b>	<b>152</b>	<b>7</b>	<b>4069.08</b>
	20	1	1	451	155	1	5109.85	1	1	442	152	36	5001.02	<b>9</b>	<b>7</b>	<b>58</b>	<b>141</b>	<b>9</b>	<b>4855.29</b>
$h_b=10$	2	8	1	151	60	8	3090.77	<b>8</b>	<b>1</b>	<b>149</b>	<b>59</b>	<b>160</b>	<b>3051.11</b>	<b>8</b>	<b>1</b>	<b>149</b>	<b>59</b>	<b>160</b>	<b>3051.11</b>
	5	5	1	156	62	5	3992.26	<b>5</b>	<b>1</b>	<b>154</b>	<b>61</b>	<b>150</b>	<b>3929.88</b>	<b>5</b>	<b>1</b>	<b>154</b>	<b>61</b>	<b>150</b>	<b>3929.88</b>
	7	4	1	165	64	4	4424.71	<b>4</b>	<b>1</b>	<b>162</b>	<b>63</b>	<b>120</b>	<b>4350.71</b>	<b>4</b>	<b>1</b>	<b>162</b>	<b>63</b>	<b>120</b>	<b>4350.71</b>
	10	3	1	183	70	3	4950.15	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>179</b>	<b>69</b>	<b>96</b>	<b>4860.95</b>	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>179</b>	<b>69</b>	<b>96</b>	<b>4860.95</b>
	20	1	1	376	131	1	6152.43	1	1	367	128	39	6021.30	<b>7</b>	<b>5</b>	<b>62</b>	<b>110</b>	<b>7</b>	<b>5759.08</b>

La principale conclusion que l'on peut tirer de ces résultats, est que la nouvelle stratégie proposée génère toujours le meilleur coût total moyen intégré, même pour  $j^*=1$  où la même solution quasi-optimale correspondant à la stratégie de production généralisée est obtenue.

Par ailleurs, il est aussi important de signaler que le regroupement des livraisons de taille  $Q$  ( $j \neq 1$ ) semble être bénéfique pour un stockage fournisseur plus cher que celui du client ( $h_b=2$  et  $h_v > 2$ ,  $h_b=5$  et  $h_v > 5$ ,  $h_b=10$  et  $h_v > 10$ ). En effet, dans ces cas :  $j^* > 1$  et les coûts totaux moyens intégrés sont manifestement les plus réduits. Tenant compte de ce résultat, nous pouvons conclure que la nouvelle stratégie est plus intéressante pour les faibles coûts de stockage client ( $h_b=2$  and  $h_b=5$ ) parce que dans de telles situations, la marge de coût de stockage fournisseur, pour laquelle le regroupement des livraisons est profitable pour le fournisseur et le client, est plus large.

De plus, quand le coût  $h_v$  augmente, la quantité  $iQ$  produite en un seul setup diminue (le stock du fournisseur doit être réduit à un niveau aussi bas que possible). Mais contrairement à la stratégie de production généralisée ( $1 \leq i \leq n$ ,  $j=1$ ) pour laquelle la taille  $Q$  des livraisons diminue, c'est le nombre de lots  $i$  de taille  $Q$  produits à chaque setup qui croît laissant la possibilité de transférer une large proportion du stock fournisseur au client dont le coût de stockage est plus faible.

Nous constatons également que toutes les solutions quasi-optimales avec  $j^* \neq 1$  et ( $h_v > h_b$ ) consistent à produire d'une manière continue la totalité de la commande  $nQ$  ( $i^*=n^*$ ) comme suggéré par Ben-daya et Harigua (2004). Ainsi, nous retrouvons la politique de production continue, mais dans ce cas elle est associée à une politique de livraison par lots de taille  $jQ$  avec  $j > 1$  au lieu de  $j=1$ .

### **3. La politique de livraison généralisée en présence d'une contrainte de capacité de transport**

Il s'agit dans cette section de tenir compte d'une contrainte qui s'impose souvent dans la pratique et qui consiste dans le fait que la capacité de transport est limitée. Dans la réalité, le client et le fournisseur pourraient être confrontés à un problème d'incohérence entre la capacité des équipements de transport et la taille optimale de la livraison. Cette incohérence engendre soit une sous-utilisation de la capacité de transport, soit une multiplication du nombre de voyages pour une même livraison, et dans les deux cas, le coût de transport serait amplifié. Les approches les plus adoptées dans la littérature pour modéliser ce problème sont : soit considérer que le coût de transport est dépendant de la taille des livraisons dont on doit chercher la valeur optimale, soit déterminer la taille la plus économique sous la contrainte d'une capacité de transport limitée pour un coût de transport fixe. D'une certaine manière, les

deux solutions sont équivalentes surtout lorsque la livraison se fait par lots de même taille, comme c'est le cas des stratégies considérées depuis le chapitre III, à l'exception de celle développée à la section précédente où seule la dernière livraison pourrait avoir une taille inférieure aux précédentes (ce qui ne remet pas totalement en cause sa compatibilité avec l'équivalence des deux solutions). Dans notre cas, nous optons pour la deuxième solution (coût fixe et capacité limitée pour le transport) pour pouvoir utiliser le même modèle développé à la section précédente et ainsi simplifier l'étude.

### 3.1. Définition et procédure numérique d'optimisation

Nous considérons toujours le même problème de base, avec d'un côté le client qui passe une commande de taille  $nQ$  chaque fois que son stock atteint le point de commande  $r$  et qu'aucune autre commande n'est en cours de traitement ; et de l'autre le fournisseur qui produit la commande par lots séparés de taille  $iQ$  et la livre par lots de taille  $jQ$  ( $1 \leq j \leq i \leq n$ ). Mais, la nouveauté consiste à ce que la taille  $jQ$  ne doive pas dépasser la capacité de l'équipement de transport  $c_t$  ( $jQ \leq c_t$  : Yedes et al., 2009a).

L'objectif étant de déterminer la meilleure combinaison  $(n, Q, r, i, j)$  générant un coût total moyen intégré par unité de temps minimal sous la contrainte d'une capacité de transport limitée et en considérant une demande normalement distribuée durant le délai d'approvisionnement.

Donc, comme déjà mentionné, le même modèle développé à la section 2 (Yedes et al., 2008) sera utilisé :

$$ETC^{(i,j)} = \frac{D}{Q} \times G^{(i,j)}(n) + \frac{Q}{2} \times H^{(i,j)}(n) + h_b \times k \times \sigma \sqrt{\frac{jQ}{P} + t} + \frac{\left\lfloor \frac{n+j-1}{j} \right\rfloor}{n} \times \frac{\pi \times D \times \sigma}{Q} \times \psi(k) \times \sqrt{\frac{jQ}{P} + t} \quad (V.14)$$

en considérant, en plus, que  $1 \leq j \leq i \leq n$  et  $jQ \leq c_t$ .

Concernant la procédure d'optimisation, par rapport à celle utilisée à la section précédente (figure V.2), nous introduisons un test sur la taille  $jQ$  en relation avec la contrainte considérée ainsi qu'un troisième compteur pour limiter le nombre d'itérations au cas où la contrainte n'est pas respectée.

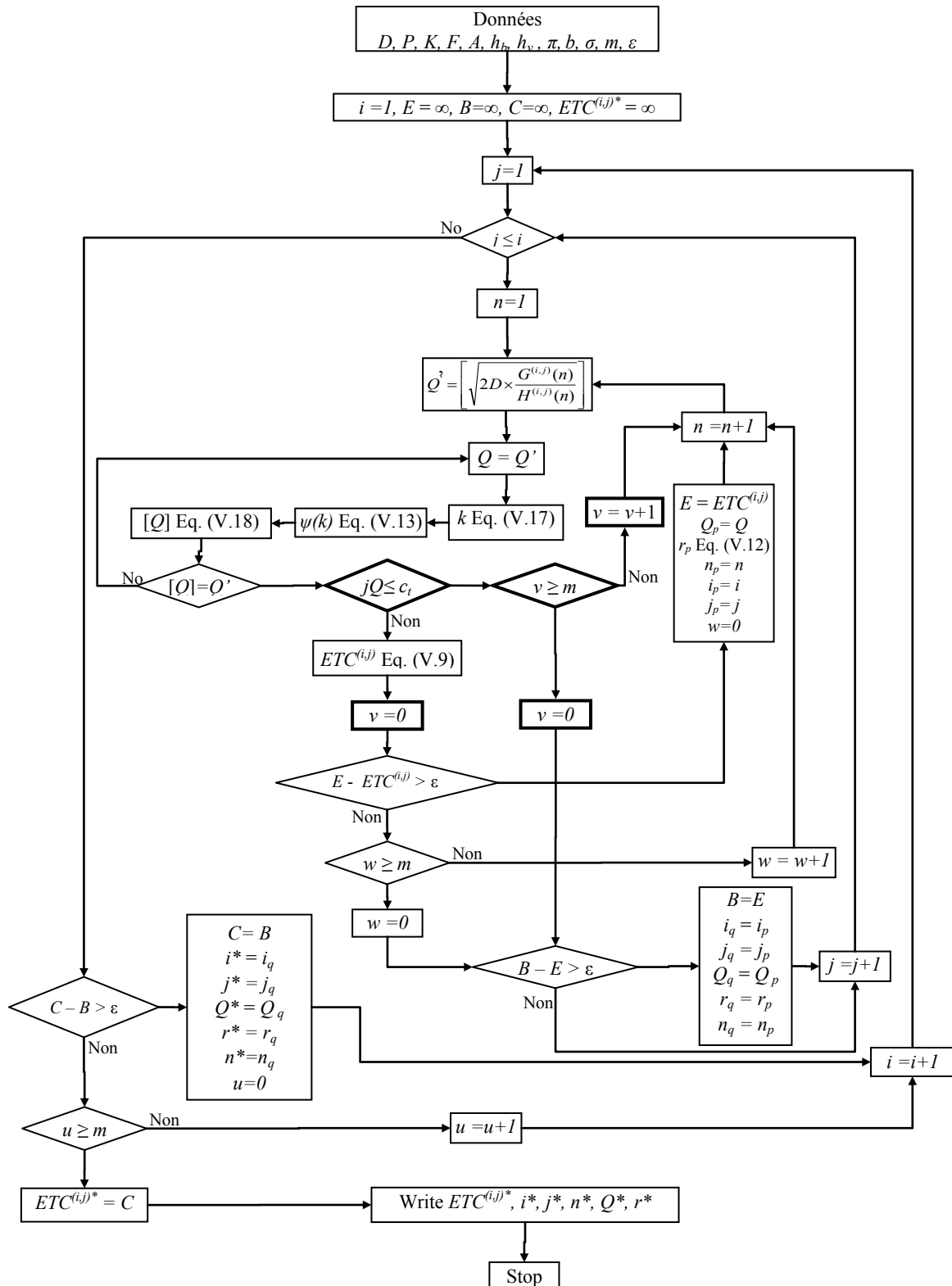


Figure V.3 : Algorithme<sup>24</sup> de recherche de la solution quasi-optimale en présence d'une contrainte sur la capacité de transport

<sup>24</sup> Les étapes en traits gras représentent la différence par rapport au dernier algorithme de la figure V.2.



### 3.2. Résultats numériques

Pour mieux mettre en relief l'idée de tenir compte d'une contrainte de capacité de transport et afin de prouver encore une fois la pertinence de la stratégie développée dans ce chapitre dans un contexte plus réaliste, nous considérons dans le tableau V.5 ci-dessous le même exemple choisi pour le cas sans contrainte avec les mêmes conditions pour lesquelles les résultats du tableau V.4 ont été établis. Nous examinerons essentiellement l'effet des coûts de setup, surtout après avoir montré numériquement, en l'absence de contrainte, l'influence relativement faible des coûts de setup et de transport sur le principal paramètre distinguant cette nouvelle stratégie, en l'occurrence  $j$  le nombre de lots de taille  $Q$  regroupés dans une même livraison. Les solutions quasi-optimales seront déterminées aussi, dans les mêmes circonstances, pour la stratégie de production continue et la stratégie de production généralisée dans un but de comparaison.

Tableau V.5: Données du problème

$D$	1000 unités /unité de temps
$\sigma$	5 unités
$P$	3200 unités /unité de temps
$A$	50\$
$\pi$	100\$ / unité
$b$	0,01 unités de temps
$K$	1000\$
$F$	100\$

Notons tout d'abord que, pour chaque combinaison de valeurs de  $h_b$  et  $h_v$ , la contrainte (c'est-à-dire la capacité limite de transport) est choisie inférieure à la plus petite taille quasi-optimale enregistrée pour l'une des trois stratégies comparées lorsqu'aucune contrainte n'est considérée (p. ex. pour  $h_b=2\$$  and  $h_v=7\$$ , d'après le tableau V.4 les trois tailles de livraison correspondant aux trois stratégies sont  $Q_1=740$  unités,  $Q_2=724$  unités et  $Q_3=7 \times 94=658$  unités, donc  $c_t$  est choisi inférieure à 658). En procédant ainsi, nous cherchons à adopter des capacités de transport qui représenteront de vraies contraintes et à éviter les conditions correspondant au cas sans contrainte pour les trois stratégies.

En examinant toutes les solutions quasi-optimales dans le tableau V.6, nous pouvons clairement constater que la nouvelle stratégie génère toujours la solution la plus économique. Plus encore, pour  $h_v \leq h_b$  tout comme pour  $h_v > h_b$ , le nombre  $j^*$  de lots transférés en une seule

livraison est supérieur à 1. Ces deux résultats ne peuvent que renforcer l'idée de l'impact économique engendré par le regroupement des livraisons offert par la nouvelle stratégie.

De plus, le regroupement des livraisons de taille  $Q$  ( $j \neq 1$ ) semble être de plus en plus bénéfique par sa flexibilité pour un stockage fournisseur de plus en plus cher. En effet, pour un coût de stockage client et une capacité de transport fixes ( $h_b=2\$, c_t=400$ ), le nombre de lots transférés au client en une livraison représente une fraction croissante du nombre de lots produits en un setup (c'est-à-dire que  $j/i$  croît avec  $h_v$ :  $j/i$  passe de  $4/12=0,33$  à  $133/169=0,78$  lorsque  $h_v$  augmente de  $2\$$  à  $20\$$ ). Ce transfert croissant ne peut qu'abaisser le niveau du stock du fournisseur.

Par ailleurs, la nouvelle stratégie semble aussi être avantageuse pour les coûts de stockage client faibles. Nous le notons à partir du gain apporté par rapport aux deux autres stratégies, qui diminue lorsque  $h_b$  passe de  $2\$$  à  $10\$$  pour  $h_v=20\$$  et  $c_t=400$ . Manifestement, le transfert du produit avec regroupement des livraisons fait accroître le niveau du stock moyen du client, ce qui fait qu'il lui coûte plus cher avec un coût unitaire relativement élevé.

Visiblement, avec cette nouvelle stratégie, le client et le fournisseur ont la possibilité d'adapter simultanément, d'une manière beaucoup plus flexible, les tailles desancements et des livraisons à leurs coûts de stockage relatifs. Apparemment c'est le facteur le plus important qui fait la déférence au niveau du coût total, par rapport aux deux autres stratégies.

TableauV.6: Résultats obtenus pour différentes valeurs de la capacité de transport  $c_t$

	<i>Continuous production strategy</i>								<i>lot-for-lot strategy</i>					<i>New strategy</i>						
	$h_v$	$c_t$	$i^*$	$j^*$	$Q^*$	$s^*$	$n^*$	$ETC^{(n,l)*}$	$i^*$	$j^*$	$Q^*$	$s^*$	$n^*$	$ETC^{(i,l)*}$	$i^*$	$j^*$	$Q^*$	$s^*$	$n^*$	$ETC^{(i,j)*}$
$h_b=2$	2	400	4	1	327	116	4	2221.60	4	1	322	115	84	2184.92	12	4	100	140	300	2170.20
	5	400	3	1	293	106	3	3074.00	3	1	288	104	84	3018.72	73	36	11	140	219	3002.26
	7	400	2	1	372	131	2	3364.06	2	1	365	129	56	3298.67	225	133	3	140	225	3236.05
	10	400	2	1	322	115	1	3882.47	2	1	316	113	66	3806.55	205	133	3	140	205	3550.88
	20	400	2	1	238	88	2	5252.56	2	1	234	87	66	5149.79	169	133	3	140	169	4306.6
$h_b=5$	2	170	9	1	161	63	9	2701.09	9	1	159	63	180	2668.15	40	5	34	66	840	2638.83
	5	200	5	1	174	68	5	3566.22	5	1	172	67	140	3510.50	32	8	25	76	928	3457.82
	7	310	3	1	231	86	3	3908.88	3	1	227	84	93	3838.23	44	22	14	110	1364	3819.41
	10	420	2	1	288	104	2	4350.45	2	1	283	102	62	4265.69	13	9	45	141	13	4251.42
	20	400	2	1	223	83	2	5608.97	2	1	219	82	72	5499.07	24	19	21	139	24	5011.05
$h_b=10$	2	83	24	1	82	38	24	3511.41	24	1	82	38	360	3487.70	72	3	27	38	1140	3487.42
	5	90	12	1	87	40	12	4329.47	12	1	86	39	324	4283.11	33	3	30	41	891	4216.97
	7	120	7	1	110	47	7	4559.24	7	1	109	47	210	4496.15	18	3	40	50	504	4428.42
	10	140	5	1	123	51	5	5047.66	5	1	121	50	155	4968.59	40	10	14	56	1240	4895.29
	20	400	1	1	376	131	1	6152.43	1	1	368	128	39	6021.30	13	9	32	103	13	6017.13

## 4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé et modélisé une nouvelle stratégie intégrée de production livraison pour une "supply chain" composée d'un seul fournisseur et un seul client. Par rapport à la stratégie de base de Ben-daya et Harigua (2004) ou à celle de Yedes et al. (2007) développée au chapitre précédent, nous avons introduit la possibilité de grouper les livraisons pour réduire le coût moyen de transport et par conséquent le coût total moyen intégré subi par les deux maillons de la chaîne.

Les résultats numériques ont montré que ce choix est convenable dans n'importe quelle situation donnée, avec ou sans contrainte sur la capacité de transport. Particulièrement pour le cas où le stockage du fournisseur coûte plus cher que celui du client, on a intérêt à livrer par quantités de taille plus large. La nouvelle stratégie le permet à travers le regroupement des livraisons de taille  $Q$  et non à travers l'augmentation de la taille  $Q$ , évitant ainsi de gonfler le stock du fournisseur. Ce choix nous permet également d'obtenir la meilleure solution lorsque le stockage client est le plus coûteux et que la capacité de transport est limitée.

En fait, l'amélioration apportée est surtout attribuable à la flexibilité de la stratégie. Désormais, les tailles de commande, de production et de livraison n'obéissent presque plus à aucun choix préalable, mais elles sont plutôt déterminées par leur adaptation aux différents coûts unitaires sur la base d'un meilleur compromis global. Même après la relaxation de l'hypothèse d'une capacité de transport infinie, les résultats n'ont fait qu'étayer ce choix et confirmer sa pertinence.

Dans le chapitre suivant, nous allons continuer sur cette même lancée de relaxation des hypothèses. Nous traiterons le même problème posé aux chapitres précédents, mais en considérant une situation plus réaliste pour laquelle le processus de production du fournisseur n'est pas fiable à 100% et qu'il risque de générer une certaine proportion de produits non conformes. Notre principale intention étant de résoudre ce problème à travers l'intégration d'actions de maintenance visant à réduire le risque de non qualité.

---

## Chapitre VI

# D'une production parfaite à une production imparfaite

### 1. Introduction

Les stratégies intégrées client-fournisseur développées jusqu'ici considèrent que le système de production du fournisseur est toujours fiable et que sa dégradation avec le temps n'a aucune influence sur la qualité des produits. Ceci n'est pas tout à fait réaliste. En effet, il est bien connu dans l'industrie que la détérioration de l'outil de production représente une des causes majeures de non conformité des produits. On appelle cela généralement de la production imparfaite. C'est dans cette perspective que nous nous proposons dans ce chapitre de réexaminer et d'étendre les deux politiques intégrées (production continue et production lot par lot).

Un nombre considérable de contributions ont été développées dans le cas d'une production imparfaite. Les modèles individuels (considérant seulement la partie fournisseur), tels que ceux proposés par Rosenblatt et Lee (1986), Cheng (1991) et Khouja et Mehrez (1994) supposent que le système de production passe d'un état contrôlable ("*in-control*") à un état hors contrôle "*out-of-control*" après une durée aléatoire, mais n'ont recommandé aucune solution pour faire face à ce problème de fiabilité. D'un autre côté, Lee et Srinivason (2001), Ben-Daya et Khursheed (2002) et Ben-Daya (2002) ont développé des modèles intégrant la production, l'inventaire et la maintenance préventive. Plus tard, Sheu et Chen (2004) ont mis en place un modèle permettant de déterminer à la fois la taille du lot économique et le niveau de maintenance préventive pour un processus de production imparfait. Récemment, Chelbi et al. (2008) ont modélisé une stratégie de production-maintenance pour un système de production non fiable produisant des produits de bonne et de mauvaise qualité. La solution optimale qu'ils obtiennent correspond à la taille optimale du lot produit et à l'âge optimal

auquel il faut entreprendre une action de maintenance préventive. Radhoui et al. (2008) ont présenté, pour un problème similaire, une stratégie intégrant des politiques de contrôle qualité et de maintenance. Ils ont développé un modèle de simulation permettant de déterminer le pourcentage de produits non conformes au delà duquel une action de maintenance préventive ou corrective doit être déclenchée et la taille optimale du stock tampon servant à couvrir la demande durant la période de temps aléatoire nécessaire pour entreprendre l'action de maintenance.

Un nombre non moins important d'études ont traité le même problème à l'échelle d'une "supply chain" en intégrant le coût des produits non conformes dans leurs modèles et en déterminant la politique optimale de production-livraison. A titre d'exemple, Yang et Wee (2002) ont montré qu'un modèle intégré pour un système à un seul fournisseur et plusieurs clients génère de bien meilleurs résultats que des modèles individuels classiques. Goyal et al. (2003) tout comme Huang (2004) ont étudié le problème pour une configuration à un seul fournisseur un seul client, en considérant un taux de non-conformités aléatoire. Ils ont notamment fourni une solution analytique pour le cas d'une politique de livraison avec des lots de taille identique. On dirait que la proportion de produits non conformes semble représenter une contrainte pour le problème central (problème du lot économique commun) et non un problème en-soi. En effet, en déterminant la taille du lot économique en présence de ces non-conformités, les modèles proposés n'essaient pas de résoudre le problème à la source (source des non-conformités) mais plutôt cherchent à le contourner pour limiter les dégâts.

D'autre part, les stratégies proposant différentes politiques de contrôle qualité, telles que celles de Ritvirool and Ferrell (2007) ou Chung and Wee (2008), n'offrent pas non plus de solutions à la source du problème, particulièrement quand il s'agit d'un contrôle à la réception appliqué par le client pour limiter (contrôle par échantillonnage) ou bloquer (contrôle total à 100% fiable) la propagation des non-conformités dans le sens de la circulation du produit.

Les quelques travaux ayant fourni des solutions effectives, à l'instar de Affisco et al. (2002) ou Liu and Sila (2007), suggèrent d'investir dans l'amélioration de la qualité. Ils intègrent dans le coût total un coût supplémentaire d'investissement, dépendant du taux d'amélioration de la qualité, mais sans spécifier la manière ni l'outil pour concrétiser cette amélioration.

Dans la mesure où la mauvaise qualité des produits est fréquemment imputable à la détérioration de l'outil de production, des actions de maintenance peuvent constituer une solution pour réduire ou prévenir la génération de produits de mauvaise qualité, comme déjà

proposé depuis quelques années dans les études traitant le problème uniquement du coté fournisseur. Dans ce chapitre, nous essaierons d'étendre cette idée à l'échelle d'une "supply chain" à un seul fournisseur et un seul client, en proposant et comparant deux stratégies intégrant à la fois des politiques de production (une de type continue et l'autre lot-par-lot), de livraison et de maintenance. Le choix de l'une ou l'autre des deux stratégies, pour n'importe quelle situation donnée, sera basé sur le critère d'un meilleur coût total moyen intégré par unité de temps.

Par ailleurs, nous supposerons que le système de production imparfait passe, d'une manière aléatoire, d'un état "in-control" à un état "out-of-control" caractérisé par la production d'une proportion fixe de produits de mauvaise qualité. Contrairement aux modèles déjà cités qui ne s'attaquent pas à la source du problème de non fiabilité de l'outil de production, nous recommandons d'entreprendre systématiquement une action de maintenance à la fin de chaque cycle de production pour prévenir ou réduire les pertes dues à la production des non-conformités. L'action de maintenance qui sera préventive si le système demeure dans l'état "in-control" et corrective s'il y a eu passage à l'état "out-of-control" durant le cycle de production, est supposée restaurer le système dans des conditions "as-good-as-new".

Les deux sections suivantes seront dédiées à la définition et la modélisation des deux stratégies considérées (continue et lot par lot). La procédure numérique d'optimisation, développée dans ce cadre, sera exposée dans la section 4. Les résultats numériques, obtenus pour des situations avec des valeurs arbitrairement choisies, seront présentés et analysés dans la section 5 et puis résumés dans la conclusion du chapitre.

## 2. Stratégie de production continue

Le scénario considéré suppose qu'au début de chaque cycle de production, le système (assimilé à une seule entité : machine ou installation) se trouve dans un état "in-control" caractérisé par une production de qualité acceptable, à un taux  $P$  supérieur à celui de la demande  $D$ . Après une période de temps  $\tau$ , aléatoire, l'unité de production passe dans un état "out-of-control" (hors contrôle) caractérisé par la fabrication de produits non conformes aux normes exigées, à un taux moyen fixe  $\alpha$ . Ces non-conformités sont instantanément détectées et rebutées grâce à un processus de contrôle total de la qualité (contrôle à 100%), supposé parfaitement fiable. A la fin de chaque cycle de production, une action de maintenance et un

setup sont entrepris. L'action de maintenance est soit de type préventif si le système demeure toujours dans l'état "*in-control*", soit de type correctif si le passage à l'état "*out-of-control*" a eu lieu. Les deux types d'actions sont supposés restaurer le système dans des conditions "*as good as new*" avant l'entame du prochain cycle de production.

Dans ce contexte de production imparfaite, nous proposons deux stratégies pour gérer les inventaires dans une "*supply chain*" à un seul fournisseur et un seul client : une stratégie de production continue qui sera définie et traitée ci-dessous et une stratégie lot-par-lot qui fera l'objet de la prochaine section.

## 2.1. Définition

La stratégie de production continue suggère que le client passe une commande de taille  $nQ$  dès que le niveau de son stock atteint le point de commande  $r$  et qu'aucune autre commande n'est en cours de traitement. Le fournisseur produit la quantité  $nQ$  d'une manière continue et livre simultanément et périodiquement par lots de taille  $Q$  chaque  $Q/D$  unités de temps. Une fois la production de cette commande achevée, une action de maintenance est réalisée. Elle sera corrective si le système de production serait passé à l'état "*out-of-control*" et que des produits non-conformes seraient produits et mis au rebut, sinon, elle serait préventive. Dans le cas où le passage a eu lieu, la quantité livrée au client, à chaque  $Q/D$  unités de temps, pourrait être inférieure à  $Q$ . Le client, supposé alors incapable de satisfaire la demande de ces clients, subirait un coût de rupture supplémentaire.

Les modèles mathématiques correspondant à cette stratégie seront développés pour un taux de rebut fixe  $\alpha$ , d'abord inférieur et puis supérieur au taux d'accumulation du stock dans le système ( $P-D$ ), en considérant les hypothèses suivantes :

1. la situation considérée implique un seul fournisseur, un seul client et un seul produit,
2. tous les coûts unitaires sont supposés fixes et connus,
3. le temps mis par le système pour passer de l'état "*in-control*" à l'état "*out-of-control*", représenté par la variable  $\tau$ , est aléatoire et suit une loi de probabilité générale de densité  $f(t)$ ,
4. le passage de l'état "*in-control*" à l'état "*out-of-control*" est détecté instantanément,
5. une fois basculé dans l'état "*out-of-control*", le système génère des produits non conformes à un taux moyen fixe  $\alpha$ ,

6. tous les produits de mauvaise qualité sont repérés et automatiquement rebutés,
7. à la fin de chaque cycle de production, le système subit un nouveau setup et une action de maintenance, de durée négligeable, capable de le restaurer dans des conditions "*as good as new*".

Toute autre hypothèse spécifique sera formulée dans la modélisation de la stratégie, faite ci-après.

## 2.2. Modélisation mathématique

La génération d'un taux fixe  $\alpha$  de non-conformités se traduit par une baisse du taux de production du système. Après  $\tau$  unités de temps du début du cycle, le système ne produit qu'à un taux  $P-\alpha$  (figure VI.1).

Le calcul du coût total moyen intégré par unité de temps s'effectue différemment pour les cas où ce taux ( $P-\alpha$ ) est supérieur (Yedes et al., 2010) ou inférieur à la demande. D'une manière générale, ce coût s'exprime par :

$$ETC^{(i,1)}(n, Q) = TC_b^{(i,1)} + TC_v^{(i,1)} \quad (VI.1)$$

avec  $i = n$  pour la stratégie continue et  $i = 1$  pour la stratégie lot-par-lot dont il sera question dans la prochaine section.

$TC_b$  et  $TC_v$  sont les coûts totaux moyens respectivement du client et du fournisseur.  $TC_b$  correspond à la somme des coûts moyens de commande ( $EC_O$ ), de transport ( $EC_T$ ), de stockage ( $EC_{sb}$ ) et de rupture ( $EC_P$ ). Quant à  $TC_v$ , il est composé du coût moyen de setup ( $EC_K$ ), du coût moyen de maintenance ( $EC_M$ ), du coût moyen de stockage ( $EC_{sv}$ ), du coût moyen des non-conformités ( $EC_{NQ}$ ) et du coût moyen de contrôle de la qualité ( $EC_{CQ}$ ).

$$TC_b^{(i,1)} = EC_O^{(i,1)} + EC_T^{(i,1)} + EC_{sb}^{(i,1)} + EC_P^{(i,1)} \quad (VI.2)$$

$$TC_v^{(i,1)} = EC_K^{(i,1)} + EC_{sv}^{(i,1)} + EC_{NQ}^{(i,1)} + EC_{CQ}^{(i,1)} + EC_M^{(i,1)} \quad (VI.3)$$

Toutes les composantes seront détaillées pour les deux cas  $\alpha \leq P-D$  et  $\alpha > P-D$  pour le cas de la stratégie de production continue ( $i = n$ ).



### 2.2.1. Cas d'un taux de non-conformités $\alpha \leq P-D$

Les coûts moyens de commande et de transport correspondent respectivement à :

$$EC_o^{(n,1)} = \frac{A}{\frac{nQ}{D}} = \frac{AD}{nQ} \quad (\text{VI.4})$$

$$EC_T^{(n,1)} = \frac{nF}{\frac{nQ}{D}} = \frac{FD}{Q} \quad (\text{VI.5})$$

Le coût de rupture est donné par :

$$EC_P^{(n,1)} = \frac{C_s Q_s}{\frac{nQ}{D}} = \frac{C_s D}{nQ} Q_s \quad (\text{VI.6})$$

$Q_s$  étant la quantité moyenne de rupture (quantité non livrée au client) durant un cycle de  $nQ/D$  unités de temps.

D'après la figure VI.1-b, on peut constater que la rupture ne peut survenir que suite à une première livraison incomplète lorsque  $\tau < Q/P$  (c'est-à-dire le système passe dans l'état "out-of-control" durant la production du premier lot). En effet, même dans le pire scénario correspondant à  $\tau = 0$  (passage à l'état "out-of-control" dès le début de la production) et un taux de production égal à la demande (c'est-à-dire que  $\alpha = \alpha_{max} = P-D$ ) le niveau du stock à chacune des  $(n-1)$  dates de livraison suivantes serait égal à  $Q$ .

Soit  $q_s(\tau)$  la quantité de rupture en fonction de  $\tau$ . Sachant que :

$q_s(\tau) = Q - g(Q/P)$  , pour  $0 \leq \tau \leq Q/P$  (avec  $g(t) = (P-\alpha)t + \alpha\tau$ , l'équation de la droite représentant la production cumulée au-delà de  $\tau$ , comme on peut le voir sur la figure VI.1) et

$q_s(\tau) = 0$  , pour  $\tau > Q/P$ .

La quantité moyenne de rupture  $Q_s$  peut être alors exprimée par :

$$\begin{aligned}
Q_S &= \int_0^{+\infty} q_S(\tau) f(\tau) d\tau = \int_0^{Q/P} \left( Q - g\left(\frac{Q}{P}\right) \right) f(\tau) d\tau = \int_0^{Q/P} \left( Q - (P - \alpha) \frac{Q}{P} - \alpha \tau \right) f(\tau) d\tau \\
&= \alpha \frac{Q}{P} \int_0^{Q/P} f(\tau) d\tau - \alpha \int_0^{Q/P} \tau f(\tau) d\tau
\end{aligned} \tag{VI.7}$$

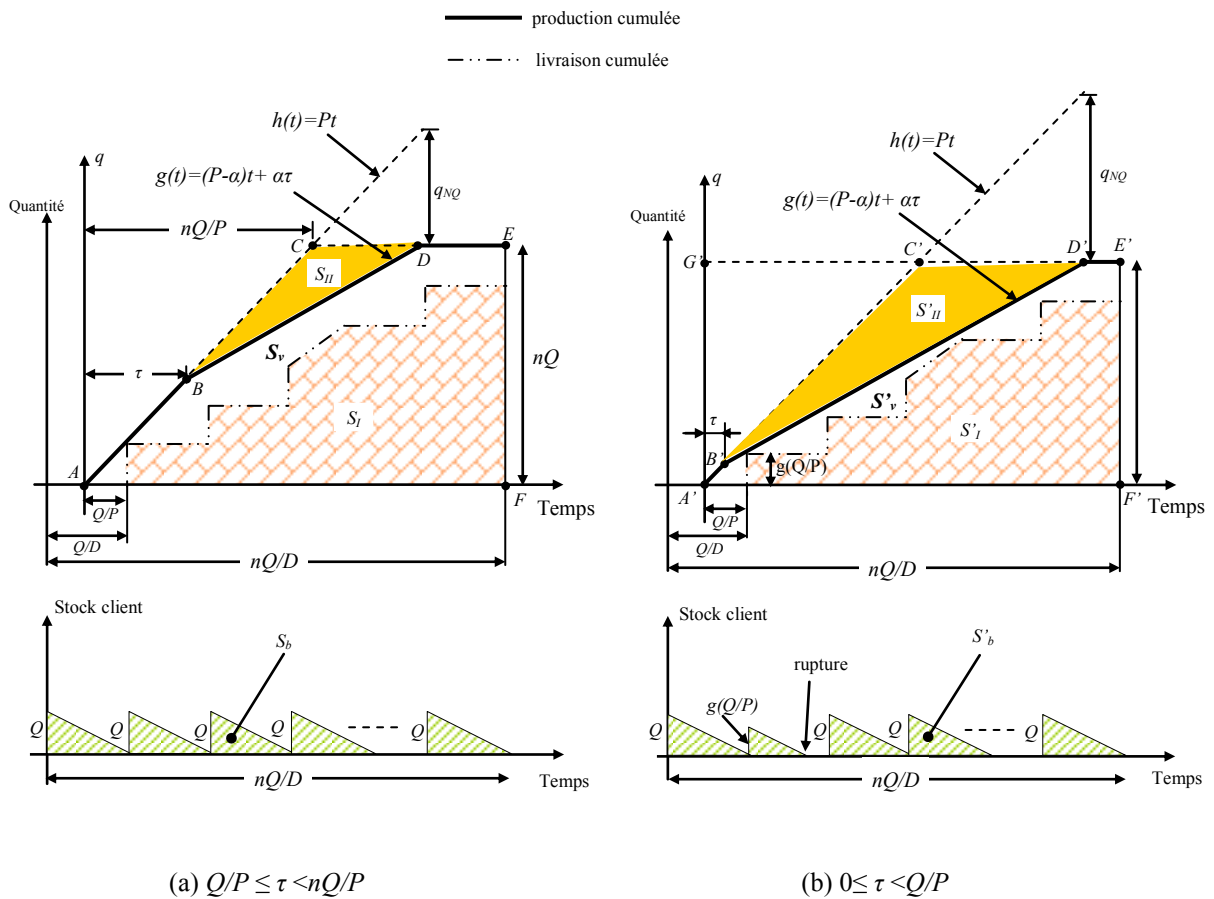


Figure VI.1: Production cumulée, livraison cumulée et variation du stock client en fonction du temps pour la stratégie de production continue

Ainsi,  $EC_P^{(n,1)}$  peut être écrit comme :

$$EC_P^{(n,1)} = C_S \alpha D \left[ \frac{1}{nP} \int_0^{Q/P} f(\tau) d\tau - \frac{1}{nQ} \int_0^{Q/P} \tau f(\tau) d\tau \right] \tag{VI.8}$$

Pour calculer le coût moyen de stockage du client  $EC_{SB}^{(n,1)}$ , on a besoin de déterminer préalablement le stock moyen du client  $E(S_b)$ .  $E(S_b)$  est obtenu à partir des surfaces  $S_b$  et  $S'_b$ , délimitées par l'axe du temps et les courbes de variation du stock client correspondant respectivement au cas où le passage à l'état "out-of-control" a eu lieu durant la production du premier lot et à celui où le passage se produit après la première livraison (surfaces hachurées des figures VI.1-a et VI.1-b).

- Cas  $0 \leq \tau < Q/P$  : (figure VI.1-b)

$$S'_b = (n-1) \frac{Q^2}{2D} + \frac{[g(Q/P)]^2}{2D} = \frac{Q^2}{D} \left( \frac{n}{2} - \frac{\alpha}{P} + \frac{\alpha^2}{2P^2} \right) + \frac{\alpha Q}{D} \left( 1 - \frac{\alpha}{P} \right) \tau + \frac{\alpha^2}{2D} \tau^2 \quad (\text{VI.9})$$

- Cas  $\tau \geq Q/P$  : (figure VI.1-a)

$$S_b = \frac{nQ^2}{2D} \quad (\text{VI.10})$$

L'expression de  $E(S_b)$  correspond donc à :

$$\begin{aligned} E(S_b) &= \frac{D}{nQ} \left[ \int_0^{Q/P} S'_b f(\tau) d\tau + \int_{Q/P}^{+\infty} S_b f(\tau) d\tau \right] \\ &= \frac{D}{nQ} \left[ \frac{nQ^2}{2D} + \frac{Q^2}{D} \left( \frac{\alpha^2}{2P^2} - \frac{\alpha}{P} \right) \times \int_0^{Q/P} f(\tau) d\tau + \frac{\alpha Q}{D} \left( 1 - \frac{\alpha}{P} \right) \times \int_0^{Q/P} \tau f(\tau) d\tau \right. \\ &\quad \left. + \frac{\alpha^2}{2D} \int_0^{Q/P} \tau^2 f(\tau) d\tau \right] \quad (\text{VI.11}) \end{aligned}$$

Par conséquent, le coût moyen de stockage du client peut être écrit comme suit :

$$EC_{Sb}^{(n,1)} = h_b \frac{Q}{2} + \frac{h_b}{n} \left[ Q \left( \frac{\alpha^2}{2P^2} - \frac{\alpha}{P} \right) \int_0^{Q/P} f(\tau) d\tau + \alpha \left( 1 - \frac{\alpha}{P} \right) \int_0^{Q/P} \tau f(\tau) d\tau + \frac{\alpha^2}{2Q} \int_0^{Q/P} \tau^2 f(\tau) d\tau \right] \quad (\text{VI.12})$$

Par ailleurs, les coûts de setup et de maintenance sont donnés par:

$$EC_K^{(n,1)} = \frac{K}{\frac{nQ}{D}} = \frac{KD}{nQ} \quad (\text{VI.13})$$

$$EC_M^{(n,1)} = \frac{D}{nQ} \left[ C_{cm} \int_0^{nQ/P} f(\tau) d\tau + C_{pm} \int_{nQ/P}^{+\infty} f(\tau) d\tau \right] = \frac{C_{pm} D}{nQ} + (C_{cm} - C_{pm}) \frac{D}{nQ} \int_0^{nQ/P} f(\tau) d\tau \quad (\text{VI.14})$$

Le coût moyen de stockage du fournisseur est obtenu à partir des surfaces  $S_v$ ,  $S'_v$  et  $S''_v$ , se trouvant entre les courbes de production et de livraison cumulées, calculées pour les trois cas suivants :

- Cas  $0 \leq \tau < Q/P$  : (figure VI.1-b)

On constate que :

$$S_{A'G'E'F'} = \left[ (n-1) \frac{Q}{D} + \frac{Q}{P} \right] \times \left[ (n-1)Q + g\left(\frac{Q}{P}\right) \right] = \left[ (n-1) \frac{Q}{D} + \frac{Q}{P} \right] \times \left[ nQ + \alpha \left( \tau - \frac{Q}{P} \right) \right] \quad (\text{VI.15})$$

$$S_{A'G'C'} = \frac{\left[ (n-1)Q + g\left(\frac{Q}{P}\right) \right]^2}{2P} = \frac{\left[ nQ + \alpha \left( \tau - \frac{Q}{P} \right) \right]^2}{2P} \quad (\text{VI.16})$$

$$S'_I = (n-1) \frac{Q}{D} \times g\left(\frac{Q}{P}\right) + \frac{Q^2}{D} \times \frac{(n-1)(n-2)}{2} = (n-1) \frac{Q}{D} \left[ \frac{nQ}{2} + \alpha \left( \tau - \frac{Q}{P} \right) \right] \quad (\text{VI.17})$$

$$\begin{aligned} S''_{II} &= \left( \frac{t_{D'} - t_{C'}}{2} \right) \times \left[ (n-1)Q + g\left(\frac{Q}{P}\right) - P\tau \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[ Q \frac{n - (\alpha/P)}{P - \alpha} - \frac{nQ + \alpha(\tau - Q/P)}{P} \right] \times \left[ (nQ + \alpha \left( \tau - \frac{Q}{P} \right) - P\tau \right] \end{aligned} \quad (\text{VI.18})$$

$t_{D'}$  et  $t_{C'}$  sont les abscisses des points  $D'$  et  $C'$  (figure VI.1-b) représentant la fin de la production respectivement pour le cas où le système demeure dans l'état "in-control" et le cas où il bascule après  $\tau$  unités de temps à l'état "ou-of-control".

On en déduit que :

$$\begin{aligned}
S'_V &= S_{A'G'E'F'} - S_{A'G'C'} - S'_I - S''_II \\
&= \frac{nQ^2}{2D} \left[ n \left( 1 - \frac{D}{P} \right) - 1 + \frac{2D}{P} \right] - \frac{\alpha Q^2}{P} \left[ \frac{n^2}{2(P-\alpha)} - \frac{n-1}{P} + \frac{\alpha n}{P(P-\alpha)} + \frac{\alpha^2}{2P(P-\alpha)} \right] + \frac{\alpha Q}{P} \tau - \frac{\alpha}{2} \tau^2 \quad (\text{VI.19})
\end{aligned}$$

- Cas  $Q/P \geq \tau > nQ/P$ : (figure VI.1-a)

$$\begin{aligned}
S_V &= S_{ACEF} - S_I - S_{II} = \frac{nQ^2}{2D} \left[ n \left( 1 - \frac{D}{P} \right) - 1 + \frac{2D}{P} \right] - \frac{\alpha P \left( \frac{nQ}{P} - \tau \right)^2}{2(P-\alpha)} \\
&= \frac{nQ^2}{2D} \left[ n \left( 1 - \frac{D}{P} \right) - 1 + \frac{2D}{P} \right] - \frac{\alpha n^2 Q^2}{2P(P-\alpha)} + \frac{\alpha n Q}{P-\alpha} \tau - \frac{\alpha P}{2(P-\alpha)} \tau^2 \quad (\text{VI.20})
\end{aligned}$$

- $\tau \geq nQ/P$ : (le système demeure dans l'état "in-control" jusqu'à la fin de la production)

$$S''_V = S_{ACEF} - S_I = \frac{nQ^2}{2D} \left[ n \left( 1 - \frac{D}{P} \right) - 1 + \frac{2D}{P} \right] \quad (\text{VI.21})$$

Par conséquent,  $EC_{sv}^{(n,1)}$  correspond à:

$$\begin{aligned}
EC_{SV}^{(n,1)} &= \frac{h_v D}{nQ} \left[ \int_0^{Q/P} S'_V f(\tau) d\tau + \int_{Q/P}^{nQ/P} S_V f(\tau) d\tau + \int_{nQ/P}^{+\infty} S''_V f(\tau) d\tau \right] \\
&= \frac{h_v Q}{2} \left[ n \left( 1 - \frac{D}{P} \right) - 1 + 2 \frac{D}{P} \right] \\
&\quad - h_v \frac{\alpha D Q}{P} \left[ \frac{n}{2(P-\alpha)} \int_0^{nQ/P} f(\tau) d\tau + \frac{1}{n} \left[ \frac{\alpha}{2P^2} - \frac{n-1}{P} - \frac{\alpha n}{P(P-\alpha)} + \frac{\alpha^2}{2P^2(P-\alpha)} \right] \int_0^{Q/P} f(\tau) d\tau \right] \\
&\quad + h_v \frac{\alpha D}{nP} \left[ \frac{nP}{P-\alpha} \int_0^{nQ/P} \tau f(\tau) d\tau - \frac{(n-1)P + \alpha}{P-\alpha} \int_0^{Q/P} \tau f(\tau) d\tau \right] \\
&\quad - h_v \frac{\alpha D}{2nQ(P-\alpha)} \left[ P \int_0^{nQ/P} \tau^2 f(\tau) d\tau - \alpha \int_0^{Q/P} \tau^2 f(\tau) d\tau \right] \quad (\text{VI.22})
\end{aligned}$$

Le coût moyen des non-conformités est donné par :

$$EC_{NQ}^{(n,1)} = \frac{C_{nq} D}{nQ} \int_0^{+\infty} q_{NQ}(\tau) f(\tau) d\tau \quad (\text{VI.23})$$

où,  $q_{NQ}$  représente la quantité de produits non conformes en fonction de  $\tau$ , s'exprimant différemment pour les trois cas suivants:

- Cas  $0 \leq \tau < Q/P$  : (figure VI.1-b)

$$q_{NQ} = P \cdot t_D - \left[ (n-1)Q + g\left(\frac{Q}{P}\right) \right] = \frac{(nP-\alpha)Q}{P-\alpha} - nQ - \alpha\left(\tau - \frac{Q}{P}\right) = \frac{\alpha Q(n-Q/P)}{P-\alpha} - \alpha\tau \quad (\text{VI.24})$$

- Cas  $Q/P \geq \tau > nQ/P$ : (figure VI.1-a)

$$q_{NQ} = P \cdot t_D - nQ = \frac{nPQ - \alpha P\tau}{P-\alpha} - nQ = \frac{n\alpha Q}{P-\alpha} - \frac{\alpha P}{P-\alpha}\tau \quad (\text{VI.25})$$

- Cas  $\tau \geq nQ/P$  :

$$q_{NQ} = 0$$

D'où l'expression de  $EC_{NQ}^{(n,1)}$  :

$$EC_{NQ}^{(n,1)} = \frac{\alpha C_{nq} D}{P-\alpha} \left[ \int_0^{nQ/P} f(\tau) d\tau - \frac{\alpha}{nP} \int_0^{Q/P} f(\tau) d\tau - \frac{P}{nQ} \int_0^{nQ/P} \tau f(\tau) d\tau + \frac{\alpha}{nQ} \int_0^{Q/P} \tau f(\tau) d\tau \right] \quad (\text{VI.26})$$

Le coût moyen de contrôle qualité correspond à :

$$EC_{CQ}^{(n,1)} = \frac{C_{cq} D}{nQ} \int_0^{+\infty} q_{CQ}(\tau) f(\tau) d\tau \quad (\text{VI.27})$$

$q_{CQ}$  représente la quantité totale produite (produits conformes et non conformes confondus) et dépend de  $\tau$ . D'où les trois cas :

- Cas  $0 \leq \tau < Q/P$  : (figure VI.1-b)

$$q_{CQ} = P \cdot t_D = \frac{(nP-\alpha)Q}{P-\alpha} \quad (\text{VI.28})$$

- Cas  $Q/P \geq \tau > nQ/P$ : (figure VI.1-a)

$$q_{cQ} = P \cdot t_D = \frac{nPQ - \alpha P \tau}{P - \alpha} = \frac{nPQ}{P - \alpha} - \frac{\alpha P}{P - \alpha} \tau \quad (\text{VI.29})$$

- Cas  $\tau \geq nQ/P$ :

$$q_{cQ} = nQ \quad (\text{VI.30})$$

Ainsi,  $EC_{cQ}^{(n,1)}$  peut être exprimé par:

$$EC_{cQ}^{(n,1)} = C_{cQ} D + \frac{\alpha C_{cQ} D}{P - \alpha} \left[ \int_0^{nQ/P} f(\tau) d\tau - \frac{1}{n} \int_0^{Q/P} f(\tau) d\tau - \frac{P}{nQ} \int_{Q/P}^{nQ/P} \tau f(\tau) d\tau \right] \quad (\text{VI.31})$$

Finalement, en utilisant les équations (VI.4), (VI.5), (VI.8), (VI.12), (VI.13), (VI.14), (VI.22), (VI.26) et (VI.31), nous obtenons l'expression du coût total moyen intégré par unité de temps correspondant à la stratégie de production continue :

$$\begin{aligned} ETC^{(n,1)}(n, Q) &= \frac{D}{Q} \left( \frac{A + K + C_{pm}}{n} + F \right) + \frac{Q}{2} \left[ h_b + h_v \left[ n \left( 1 - \frac{D}{P} \right) - 1 + 2 \frac{D}{P} \right] \right] + C_{cQ} D \\ &+ \frac{\alpha D}{nP} \left[ C_S - \frac{P}{P - \alpha} C_{cQ} - \frac{\alpha}{P - \alpha} C_{nq} + h_b \frac{Q}{D} \left( \frac{\alpha}{2P} - 1 \right) \right. \\ &\quad \left. - h_v Q \left( \frac{\alpha}{2P^2} - \frac{n-1}{P} - \frac{\alpha n}{P(P - \alpha)} + \frac{\alpha^2}{2P^2(P - \alpha)} \right) \right] \times \int_0^{Q/P} f(\tau) d\tau \\ &+ \frac{\alpha D}{P - \alpha} \left[ C_{cQ} + C_{nq} + \frac{P - \alpha}{n\alpha Q} (C_{cm} - C_{pm}) - \frac{nQ}{2P} h_v \right] \times \int_0^{nQ/P} f(\tau) d\tau \\ &+ \frac{\alpha D}{n(P - \alpha)} \left[ nh_v - \frac{P}{Q} C_{nq} \right] \times \int_0^{nQ/P} \tau f(\tau) d\tau - \frac{\alpha PD}{nQ(P - \alpha)} C_{cQ} \int_{Q/P}^{nQ/P} \tau f(\tau) d\tau \\ &+ \frac{\alpha D}{n} \left[ \frac{\alpha}{(P - \alpha)Q} C_{nq} - \frac{C_S}{Q} + \frac{h_b}{D} \left( 1 - \frac{\alpha}{P} \right) - \frac{(n-1)P + \alpha}{P(P - \alpha)} h_v \right] \times \int_0^{Q/P} \tau f(\tau) d\tau \\ &+ \frac{\alpha^2}{2nQ} \left[ h_b + \frac{D}{(P - \alpha)} h_v \right] \times \int_0^{Q/P} \tau^2 f(\tau) d\tau - \frac{\alpha PD}{2nQ(P - \alpha)} h_v \int_0^{nQ/P} \tau^2 f(\tau) d\tau \quad (\text{VI.32}) \end{aligned}$$

### 2.2.2. Cas d'un taux de non-conformités $\alpha > P-D$

Par rapport au cas où le taux des non-conformités ne dépasse pas le taux d'accumulation du stock dans le système, les coûts moyens de commande, de transport, de setup et de maintenance ne changent pas. En effet, le fournisseur effectue toujours un seul setup pour produire la commande de taille  $nQ$  qu'il transférera d'une manière périodique sur  $n$  livraisons (aux mêmes dates prévues  $l \cdot Q/D$ ,  $l$  varie de 1 jusqu'à  $n$ ). A la fin du cycle, on prévoit également d'entreprendre une action de maintenance dont le type est fonction de l'état du système à cette date.

Le calcul du reste des composantes du coût total moyen intégré change, comme détaillé ci-après.

Soient  $\tau_i$  l'instant défini par (voir figure VI.2) :

$$\forall 1 \leq i \leq n, \quad g_{\tau_i} \left( \frac{Q}{P} + (i-1) \frac{Q}{D} \right) = iQ \Leftrightarrow (P - \alpha) \times \left( \frac{Q}{P} + (i-1) \frac{Q}{D} \right) + \alpha \tau_i = iQ$$

c'est-à-dire que :  $\tau_i = \frac{iQ}{\alpha} - \frac{P - \alpha}{\alpha} \left( \frac{Q}{P} + (i-1) \frac{Q}{D} \right)$  pour  $i = 1$  à  $n$  et  $\tau_0 = 0$ .

Le coût de rupture est défini comme précédemment :

$$EC_p^{(n,1)} = \frac{C_s D}{nQ} \int_0^{+\infty} q_s(\tau) f(\tau) d\tau \quad (\text{VI.33})$$

La quantité de rupture  $q_s$  n'est autre que la totalité des produits non livrés durant le cycle  $nQ/D$ . D'après la figure VI.2, la commande n'est totalement livrée que si le passage à l'état "out-of-control" se produit au-delà de l'instant  $\tau_n$ . D'où :

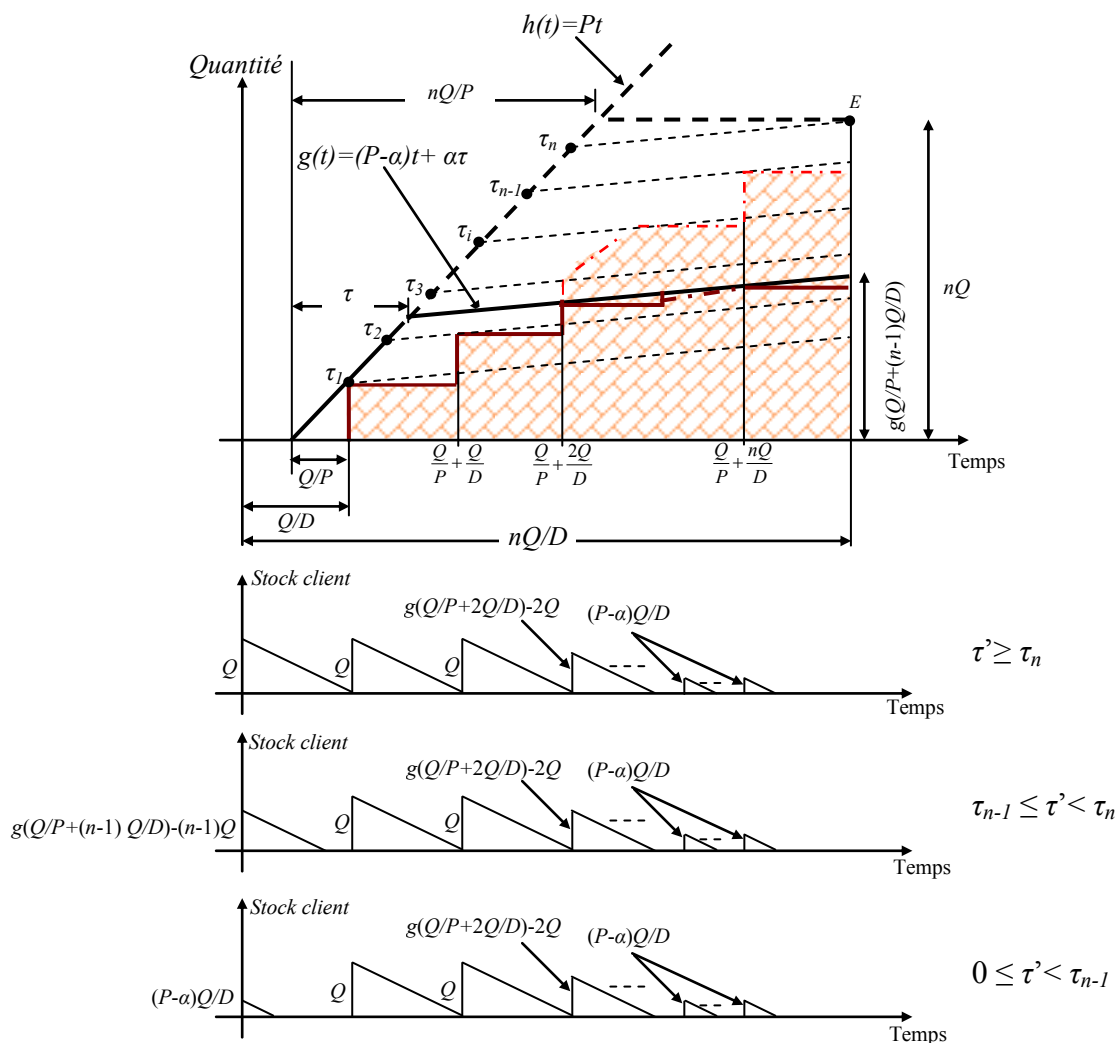
$$q_s(\tau) = nQ - g \left( \frac{Q}{P} + (n-1) \frac{Q}{D} \right) = nQ \left( 1 - \frac{P - \alpha}{D} \right) + (P - \alpha) \left( \frac{1}{D} - \frac{1}{P} \right) Q - \alpha \tau \quad (\text{VI.34})$$

quelque soit  $0 \leq \tau < \tau_n$ .



Le coût de rupture peut alors s'écrire comme :

$$\begin{aligned}
 EC_p^{(n,1)} &= \frac{C_S D}{nQ} \int_0^{\tau_n} q_S(\tau) f(\tau) d\tau \\
 &= C_S \left[ \left[ (D - P + \alpha) + \frac{P - \alpha}{n} \left( 1 - \frac{D}{P} \right) \right] \times \int_0^{\tau_n} f(\tau) d\tau - \frac{\alpha D}{nQ} \int_0^{\tau_n} \tau f(\tau) d\tau \right] \quad (VI.35)
 \end{aligned}$$



Figure<sup>25</sup> VI.2 : Production cumulée, livraison cumulée et stock client en fonction du temps pour  $\alpha > P - D$  (cas où  $\tau_2 \leq \tau < \tau_3$ )

<sup>25</sup>  $\tau'$  est l'instant de passage à l'état "out-of-control" correspondant au cycle précédent (commande précédente)

Le coût des non-conformités s'exprime par :

$$EC_{NQ}^{(n,1)} = \frac{C_{nq}D}{nQ} \int_0^{+\infty} q_{NQ}(\tau) f(\tau) d\tau \quad (\text{VI.36})$$

avec  $q_{NQ}$ , la quantité des produits non conformes en fonction de  $\tau$ , qui se calcule différemment pour le trois cas suivants :

- Cas  $0 \leq \tau < \tau_n$  :

$$\begin{aligned} q_{NQ}(\tau) &= h(t_E) - g(t_E) = h\left(\frac{Q}{P} + (n-1)\frac{Q}{D}\right) - g\left(\frac{Q}{P} + (n-1)\frac{Q}{D}\right) \\ &= P\left(\frac{Q}{P} + (n-1)\frac{Q}{D}\right) - (P-\alpha)\left(\frac{1}{D} - \frac{1}{P}\right)Q - \alpha\tau = \alpha Q\left(\frac{1}{P} + \frac{n-1}{D}\right) - \alpha\tau \end{aligned} \quad (\text{VI.37})$$

- Cas  $\tau_n \leq \tau < nQ/P$  :

$$q_{NQ}(\tau) = h(t_D) - nQ = P \times \frac{nQ - \alpha\tau}{P - \alpha} - nQ = \frac{\alpha nQ}{P - \alpha} - \frac{\alpha P}{P - \alpha} \tau \quad (\text{VI.38})$$

où le point  $D$  est défini dans ce cas par  $g(t_D) = nQ$ .  $h(t)$  étant l'équation de la droite correspondante à la production cumulée à un taux égale à  $P$  (production totalement conforme).

- Cas  $\tau \geq nQ/P$  :

$$q_{NQ} = 0$$

D'où l'expression de  $EC_{NQ}^{(n,1)}$  :

$$\begin{aligned} EC_{NQ}^{(n,1)} &= \frac{C_{nq}D}{nQ} \int_0^{\tau_n} \left[ \alpha Q\left(\frac{1}{P} + \frac{n-1}{D}\right) - \alpha\tau \right] f(\tau) d\tau + \int_{\tau_n}^{nQ/P} \left( \frac{\alpha nQ}{P - \alpha} - \frac{\alpha P}{P - \alpha} \tau \right) f(\tau) d\tau \\ &= \frac{\alpha C_{nq}D}{P - \alpha} \times \left[ \int_0^{nQ/P} f(\tau) d\tau - \int_0^{\tau_n} f(\tau) d\tau + \frac{\alpha}{nQ} \int_0^{\tau_n} \tau f(\tau) d\tau - \frac{P}{nQ} \int_0^{nQ/P} \tau f(\tau) d\tau \right] \\ &\quad + \frac{\alpha C_{nq}D}{n} \times \left( \frac{1}{P} + \frac{n-1}{D} \right) \times \int_0^{\tau_n} f(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (\text{VI.39})$$

Le coût de contrôle qualité correspond à :

$$EC_{CQ}^{(n,1)} = \frac{C_{cq}D}{nQ} \int_0^{+\infty} q_{CQ}(\tau) f(\tau) d\tau \quad (VI.40)$$

$q_{CQ}$  étant la quantité de produits contrôlés en fonction  $\tau$ . C'est aussi la quantité totale produite (produits de bonne et de mauvaise qualité) qui doit être calculée pour les trois cas suivants :

- Cas  $0 \leq \tau < \tau_n$  :

$$q_{CQ}(\tau) = h(t_E) = h\left(\frac{Q}{P} + (n-1)\frac{Q}{D}\right) = P \times \left(\frac{Q}{P} + (n-1)\frac{Q}{D}\right) = Q \left[1 + \frac{(n-1)P}{D}\right] \quad (VI.41)$$

- Cas  $\tau_n \leq \tau < nQ/P$  :

$$q_{CQ}(\tau) = h(t_D) = P \cdot t_D = P \frac{nQ - \alpha\tau}{P - \alpha} = \frac{nPQ}{P - \alpha} - \frac{\alpha P}{P - \alpha} \tau \quad (VI.42)$$

- Cas  $\tau \geq nQ/P$  :

$$q_{CQ} = nQ \quad (VI.43)$$

Donc, on peut écrire  $EC_{CQ}^{(n,1)}$  comme :

$$\begin{aligned} EC_{CQ}^{(n,1)} &= \frac{C_{cq}D}{nQ} \left[ \int_0^{\tau_n} Q \left(1 + \frac{(n-1)P}{D}\right) f(\tau) d\tau + \int_{\tau_n}^{nQ/P} \left(\frac{nPQ}{P - \alpha} - \frac{\alpha P}{P - \alpha} \tau\right) f(\tau) d\tau + \int_{nQ/P}^{+\infty} nQ f(\tau) d\tau \right] \\ &= C_{cq}D + C_{cq}D \times \left[ \frac{n-1}{n} \left(\frac{P}{D} - 1\right) \int_0^{\tau_n} f(\tau) d\tau \right. \\ &\quad \left. + \frac{\alpha}{P - \alpha} \int_{\tau_n}^{nQ/P} f(\tau) d\tau - \frac{\alpha P}{nQ(P - \alpha)} \int_{\tau_n}^{nQ/P} \tau f(\tau) d\tau \right] \quad (VI.44) \end{aligned}$$

Le calcul du coût moyen de stockage du fournisseur,  $EC_{SV}^{(n,1)}$ , nécessite la détermination de son stock moyen, qui à son tour est obtenu à partir de la différence entre la production et la

livraison cumulées. La production cumulée varie selon les droites  $h(t)$  et  $g(t)$  respectivement avant et après le passage à l'état "out-of-control" (voir figure VI.2). Quant à la livraison cumulée, elle dépend fortement de l'instant  $\tau$  :

- si  $\tau_i \leq \tau < \tau_{i+1}$  (pour  $i = 0$  jusqu'à  $n-1$ ) les  $n$  livraisons seront réparties comme suit:
  - ✓ les  $i$  premiers lots sont de taille  $Q$
  - ✓ le  $(i+1)^{\text{ème}}$  lots est de taille  $g\left(\frac{Q}{P} + i\frac{Q}{D}\right) - iQ$
  - ✓ les  $(n-i-1)$  lots restants sont de taille  $(P-\alpha)\frac{Q}{D}$
- si  $\tau \geq \tau_n$  chacune des  $n$  livraisons aura une taille  $Q$  (pas de rupture)

$EC_{SV}^{(n,1)}$  peut s'écrire alors comme :

$$EC_{SV}^{(n,1)} = \frac{h_v D}{nQ} \int_0^{+\infty} S^V(\tau) f(\tau) d\tau \quad (\text{VI.45})$$

avec  $S^V$  désignant la surface moyenne entre les deux courbes de variation de la production et de la livraison cumulées. Tenant compte de la taille des livraisons en fonction de  $\tau$ , elle s'exprime comme suit :

- Cas  $\tau_i \leq \tau < \tau_{i+1}$  : (avec  $i$  allant de 0 à  $n-1$ )

$$S_i^V(\tau) = \frac{P\tau^2}{2} + P\tau\left(\frac{Q}{P} + i\frac{Q}{D} - \tau\right) + \frac{P-\alpha}{2}\left(\frac{Q}{P} + i\frac{Q}{D} - \tau\right)^2 - \frac{i(i+1)}{2} \times \frac{Q^2}{D} + \frac{(n-i-1)(P-\alpha)}{2} \times \frac{Q^2}{D^2} \quad (\text{VI.46})$$

- Cas  $\tau_n \leq \tau < nQ/P$  :

$$S_n^V(\tau) = \frac{nQ^2}{2D} \left[ n\left(1 - \frac{D}{P}\right) - 1 + \frac{2D}{P} \right] - \frac{\alpha n^2 Q^2}{2P(P-\alpha)} + \frac{\alpha nQ}{P-\alpha} \tau - \frac{\alpha P}{2(P-\alpha)} \tau^2 \quad (\text{VI.47})$$

- Cas  $\tau \geq nQ/P$  : (pas de passage à l'état "out-of-control" durant la production de  $nQ$ )

$$S_{n+1}^V(\tau) = \frac{nQ^2}{2D} \left[ n \left( 1 - \frac{D}{P} \right) - 1 + \frac{2D}{P} \right] \quad (\text{VI.48})$$

A l'arrivée,  $EC_{SV}^{(n,1)}$  s'exprime par :

$$EC_{SV}^{(n,1)} = \frac{h_v D}{nQ} \left[ \sum_{i=0}^{n-1} \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} S_i^V(\tau) f(\tau) d\tau + \frac{nQ^2}{2D} \left[ n \left( 1 - \frac{D}{P} \right) - 1 + \frac{2D}{P} \right] \times \int_{\tau_n}^{+\infty} f(\tau) d\tau \right. \\ \left. - \frac{\alpha n^2 Q^2}{2P(P-\alpha)} \int_{\tau_n}^{nQ/P} f(\tau) d\tau + \frac{\alpha nQ}{P-\alpha} \int_{\tau_n}^{nQ/P} \tau f(\tau) d\tau - \frac{\alpha P}{2(P-\alpha)} \int_{\tau_n}^{nQ/P} \tau^2 f(\tau) d\tau \right] \quad (\text{VI.49})$$

Le coût de stockage du client dépend lui aussi de  $\tau$  (l'instant de passage à l'état "out-of-control" pendant le cycle en cours) et de  $\tau'$  (l'instant de passage à l'état "out-of-control" pendant le cycle précédent comme on peut le constater sur la figure VI.2). On peut l'écrire comme étant :

$$EC_{SB}^{(n,1)} = \frac{h_b D}{nQ} \int_0^{+\infty} S^B(\tau) f(\tau) d\tau \quad (\text{VI.50})$$

Où  $S^B$  est la surface moyenne délimitée par la courbe de variation du stock client et l'axe du temps (voir ex. figure VI.2). Elle s'exprime en fonction de  $\tau$  et  $\tau'$  comme suit :

- Cas  $\tau_i \leq \tau' < \tau_{i+1}$  : pour  $i$  allant de 0 à  $n-2$  (pour  $n=1$  ce cas est exclu)

$$S_i^B(\tau) = \frac{(P-\alpha)^2 Q^2}{2D^3} \times \int_0^{\tau_{i+1}} f(\tau') d\tau' + \frac{1}{2D} \int_{\tau_{i+1}}^{\tau_n} \left[ g \left( \frac{Q}{P} + (n-1) \frac{Q}{D} \right) - (n-1)Q \right]^2 f(\tau') d\tau' + \frac{Q^2}{2D} \int_{\tau_n}^{+\infty} f(\tau') d\tau' \\ + \frac{iQ^2}{2D} + \frac{1}{2D} \times \left[ g \left( \frac{Q}{P} + i \frac{Q}{D} \right) - iQ \right]^2 + \frac{(n-2-i)(P-\alpha)^2}{2D^3} Q^2 \quad (\text{VI.51})$$

- Cas  $\tau' \geq \tau_{n-1}$  :

$$S_{n-1}^B(\tau) = \frac{(P-\alpha)^2 Q^2}{2D^3} \times \int_0^{\tau_{n-1}} f(\tau') d\tau' + \frac{1}{2D} \int_{\tau_{n-1}}^{\tau_n} \left[ g\left(\frac{Q}{P} + (n-1)\frac{Q}{D}\right) - (n-1)Q \right]^2 f(\tau') d\tau' + \frac{Q^2}{2D} \int_{\tau_n}^{+\infty} f(\tau') d\tau' + \frac{(n-1)Q^2}{2D} \quad (\text{VI.52})$$

Donc,  $EC_{SB}^{(n,1)}$  s'exprime par :

$$EC_{SB}^{(n,1)} = \frac{h_b D}{nQ} \left[ \sum_{i=0}^{n-2} \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} S_i^B(\tau) f(\tau) d\tau + \int_{\tau_{n-1}}^{+\infty} S_{n-1}^B(\tau) f(\tau) d\tau \right] \quad (\text{VI.53})$$

Finalement, à partir des équations (VI.4), (VI.5), (VI.13), (VI.14), (VI.35), (VI.39), (VI.44), (VI.49) et (VI.53), on déduit que le coût total moyen intégré par unité de temps s'exprime par :

$$\begin{aligned} ETC^{(n,1)}(n, Q) &= \frac{D}{Q} \left( \frac{A+K+C_{pm}}{n} + F \right) + C_{cq} D + D \times \left[ \frac{C_{cm} - C_{pm}}{nQ} + \frac{C_{nq} \alpha}{P-\alpha} \right] \times \int_0^{nQ/P} f(\tau) d\tau \\ &+ \left[ C_S \times \left[ (D-P-\alpha) + \frac{P-\alpha}{n} \left( 1 - \frac{D}{P} \right) \right] + C_{nq} \alpha D \left[ \frac{1}{n} \left( \frac{1}{P} + \frac{n-1}{D} \right) - \frac{1}{P-\alpha} \right] \right. \\ &\quad \left. + C_{cq} \times (P-D) \times \left( \frac{n-1}{n} \right) \right] \times \int_0^{\tau_n} f(\tau) d\tau \\ &+ \frac{D}{P-\alpha} \left[ C_{cq} \alpha - \frac{nQ\alpha}{2P} h_v \right] \times \int_{\tau_n}^{nQ/P} f(\tau) d\tau + \frac{h_v Q}{2} \left[ n \left( 1 - \frac{D}{P} \right) - 1 + \frac{2D}{P} \right] \times \int_{\tau_n}^{+\infty} f(\tau) d\tau \\ &+ \frac{\alpha D}{nQ} \left[ \frac{C_{nq}}{P-\alpha} \times (\alpha - P) - C_S \right] \times \int_0^{\tau_n} \tau f(\tau) d\tau + \frac{\alpha D}{P-\alpha} \left( h_v - \frac{P}{nQ} (C_{cq} + C_{nq}) \right) \int_{\tau_n}^{nQ/P} \tau f(\tau) d\tau \\ &- \frac{h_v \alpha P D}{2nQ(P-\alpha)} \times \int_{\tau_n}^{nQ/P} \tau^2 f(\tau) d\tau + \frac{h_v D}{nQ} \sum_{i=0}^{n-1} \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} S_i^V(\tau) f(\tau) d\tau + \frac{h_b D}{nQ} \sum_{i=0}^{n-2} \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} S_i^B(\tau) f(\tau) d\tau \\ &+ \frac{h_b D}{nQ} \times \int_{\tau_{n-1}}^{+\infty} S_{n-1}^B(\tau) f(\tau) d\tau \quad (\text{VI.54}) \end{aligned}$$

avec  $S_i^V$ ,  $S_i^B$  et  $S_{n-1}^B$  correspondant respectivement aux équations (VI.46), (VI.51) et (VI.52).

### 3. Stratégie de production lot-par-lot

Pour cette stratégie, il s'agit de modifier et la politique de production et la politique de maintenance, en considérant les mêmes hypothèses adoptées pour la stratégie continue.

#### 3.1. Définition :

La stratégie lot-par-lot consiste à produire et livrer la commande  $nQ$  du client par lots séparés de taille  $Q$ . Dans le cas où le système de production demeure dans l'état "*in-control*", après la production de chaque lot (c'est-à-dire chaque  $Q/D$  unités de temps), il fera l'objet d'une maintenance préventive afin de le restaurer dans des conditions "*as good as new*" avant d'attaquer le lot suivant. Par contre, si le système bascule dans l'état "*out-of-control*", seule la quantité de produits conformes accumulée à la date de livraison (inférieure à  $Q$ ) sera livrée avant d'entreprendre une action de maintenance corrective. Chaque unité de produit non livrée à la date requise ne sera pas remplacée, engendrant ainsi un coût de rupture supplémentaire pour le client.

#### 3.2. Modélisation mathématique :

Comme on peut le constater sur la figure VI.3, la livraison est périodique (chaque  $Q/D$  unités de temps) mais la quantité livrée dépend de l'état dans lequel se trouve le système de production à la date requise. Chaque fois qu'un passage à l'état "*out-of-control*" a lieu durant l'un des  $n$  cycles de production de longueur  $Q/P$ , la livraison à la prochaine date sera incomplète et par conséquent le cumul des livraisons (ou la quantité de produits conformes cumulés) à la fin du cycle de commande ( $nQ/D$ ) sera inférieur à la quantité commandée. Toutefois, nous supposons que ce passage n'influe d'aucune manière sur le comportement du système durant les prochains cycles puisqu'une action de maintenance est prévue suite à chaque livraison et qu'elle est supposée restaurer le système dans des conditions "*as-good-as-new*".





Le coût moyen de stockage du client est déterminé, considérant la surface moyenne entre la courbe de variation du stock et l'axe du temps (surface hachurée de la figure VI.3), par :

$$\begin{aligned}
 EC_{SB}^{(1,1)} &= \frac{h_b D}{nQ} \left[ n \left( \int_0^{Q/P} \frac{[g(Q/P)]^2}{2D} f(\tau) d\tau + \int_{Q/P}^{+\infty} \frac{Q^2}{2D} f(\tau) d\tau \right) \right] \\
 &= \frac{h_b D}{nQ} \left[ n \left( \int_0^{Q/P} \frac{[Q + \alpha(\tau - Q/P)]^2}{2D} f(\tau) d\tau + \int_0^{+\infty} \frac{Q^2}{2D} f(\tau) d\tau \right) \right] \\
 &= \frac{h_b D}{Q} \left[ \frac{Q^2}{2D} + \frac{\alpha Q^2}{PD} \left( \frac{\alpha}{2P} - 1 \right) \int_0^{Q/P} f(\tau) d\tau + \frac{\alpha Q}{D} \left( 1 - \frac{\alpha}{P} \right) \times \int_0^{Q/P} \tau f(\tau) d\tau \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\alpha^2}{2D} \int_0^{Q/P} \tau^2 f(\tau) d\tau \right] \tag{VI.58}
 \end{aligned}$$

Les coûts moyens de setup et de maintenance s'expriment par :

$$EC_K^{(1,1)} = \frac{nK}{nQ} = \frac{KD}{Q} \tag{VI.59}$$

$$EC_M^{(1,1)} = \frac{D}{nQ} \left[ n \left( C_{cm} \int_0^{Q/P} f(\tau) d\tau + C_{pm} \int_{Q/P}^{+\infty} f(\tau) d\tau \right) \right] = \frac{D}{Q} \left( C_{pm} + (C_{cm} - C_{pm}) \frac{D}{nQ} \int_0^{nQ/P} f(\tau) d\tau \right) \tag{VI.60}$$

Pour exprimer le coût moyen de stockage du fournisseur, il faut considérer la surface moyenne délimitée par les courbes de production et de livraison cumulées (surface en bleu pour le cas particulier de la figure VI.3). Cette surface est la somme des surfaces moyennes correspondant aux  $n$  cycles de longueur  $Q/P$  (longueur du cycle de production de chaque lot de taille maximale  $Q$ ). Les  $n$  cycles sont identiques et sont caractérisés par la même surface

$$\text{moyenne : } \left( \int_0^{Q/P} S_{ABDE} f(\tau) d\tau + \int_{Q/P}^{+\infty} S_{ACE} f(\tau) d\tau \right) \text{ (voir les surfaces } S_{ABDE} \text{ et } S_{ACE} \text{ à la figure}$$

VI.3).

Ainsi,  $EC_{sv}^{(1,1)}$  s'écrit comme:

$$\begin{aligned}
EC_{SV}^{(1,1)} &= \frac{h_v D}{nQ} \left[ n \left( \int_0^{Q/P} S_{ABDE} f(\tau) d\tau + \int_{Q/P}^{+\infty} S_{ACE} f(\tau) d\tau \right) \right] \\
&= \frac{h_v D}{nQ} \left[ n \left( \int_0^{Q/P} \left[ \frac{Q^2}{2P} - \frac{1}{2} \left( Q - g \left( \frac{Q}{P} \right) \right) \times \left( \frac{Q}{P} - \tau \right) \right] f(\tau) d\tau + \int_{Q/P}^{+\infty} \frac{Q^2}{2P} f(\tau) d\tau \right) \right] \\
&= h_v D \left[ \frac{Q}{2P} - \frac{\alpha Q}{2nP^2} \int_0^{Q/P} f(\tau) d\tau + \frac{\alpha}{nP} \int_0^{Q/P} \tau f(\tau) d\tau - \frac{\alpha}{2nQ} \int_0^{Q/P} \tau^2 f(\tau) d\tau \right] \quad (VI.61)
\end{aligned}$$

Concernant les coûts moyens des non-conformités et du contrôle qualité, ils sont exprimés respectivement par :

$$\begin{aligned}
EC_{NQ}^{(1,1)} &= \frac{C_{nq} D}{nQ} \int_0^{+\infty} q_{NQ}(\tau) f(\tau) d\tau = \frac{C_{nq} D}{nQ} \left[ n \left[ \int_0^{Q/P} \left( Q - g \left( \frac{Q}{P} \right) \right) f(\tau) d\tau \right] \right] \\
&= \frac{\alpha C_{nq} D}{Q} \left[ \frac{Q}{P} \int_0^{Q/P} f(\tau) d\tau - \int_0^{Q/P} \tau f(\tau) d\tau \right] \quad (VI.62)
\end{aligned}$$

$$EC_{CQ}^{(1,1)} = \frac{C_{cq} nQ}{\frac{nQ}{D}} = C_{cq} D \quad (VI.63)$$

On peut conclure, à partir des équations (VI.55) jusqu'à (VI.63), que l'expression du coût total moyen intégré par unité de temps correspondant à la stratégie lot-par-lot peut s'écrire comme suit :

$$\begin{aligned}
ETC^{(1,1)}(n, Q) &= \frac{D}{Q} \left( \frac{A}{n} + K + C_{pm} + F \right) + \frac{Q}{2} \left( h_b + h_v \frac{D}{P} \right) + C_{cq} D \\
&+ \frac{\alpha D}{P} \left[ C_S + C_{nq} + \frac{P}{\alpha Q} (C_{cm} - C_{pm}) - \frac{h_v Q}{2nP} + \frac{h_b Q}{D} \left( \frac{\alpha}{2P} - 1 \right) \right] \times \int_0^{Q/P} f(\tau) d\tau \\
&+ \alpha D \left[ \frac{h_v}{nP} + \frac{h_b}{D} \left( 1 - \frac{\alpha}{P} \right) - \frac{C_{nq}}{Q} - \frac{C_S}{Q} \right] \times \int_0^{Q/P} \tau f(\tau) d\tau \\
&+ \frac{\alpha}{2Q} \left[ \alpha h_b - \frac{D}{n} h_v \right] \times \int_0^{Q/P} \tau^2 f(\tau) d\tau \quad (VI.64)
\end{aligned}$$

## 4. Procédure numérique d'optimisation

Il s'agit d'une procédure d'optimisation simple de type "branch and bound" avec laquelle nous parcourons l'ensemble des solutions et nous choisissons la meilleure d'entre elle. La solution quasi-optimale correspondant à chaque stratégie est définie par les deux paramètres  $n$  et  $Q$  déterminés pour n'importe quelle situation définie par les données d'entrée  $D, P, K, F, A, h_b, h_v, C_S, C_{cq}, C_{nq}, C_{pm}, C_{cm}, \alpha$  et la densité de probabilité  $f(\tau)$  relative au temps de passage  $\tau$  d'un état "in-control" à un état "out-of-control".

Pour limiter l'espace de recherche, nous appliquons deux conditions sur les deux paramètres  $Q$  et  $n$  définissant la stratégie. Nous considérons que  $Q$  doit rester inférieure à une valeur  $c_t$  (représentant la capacité de transport par exemple et choisie parmi les données du problème) et que  $n$  est limité par un nombre maximal d'itérations à effectuer sans qu'il y ait amélioration sensible après l'obtention de la meilleure solution possible. Le critère de choix correspond au coût total moyen intégré par unité de temps (initialisé à une valeur importante au début de l'algorithme) dont l'amélioration est examinée à chaque itération et doit être significative pour passer d'une solution à une autre.

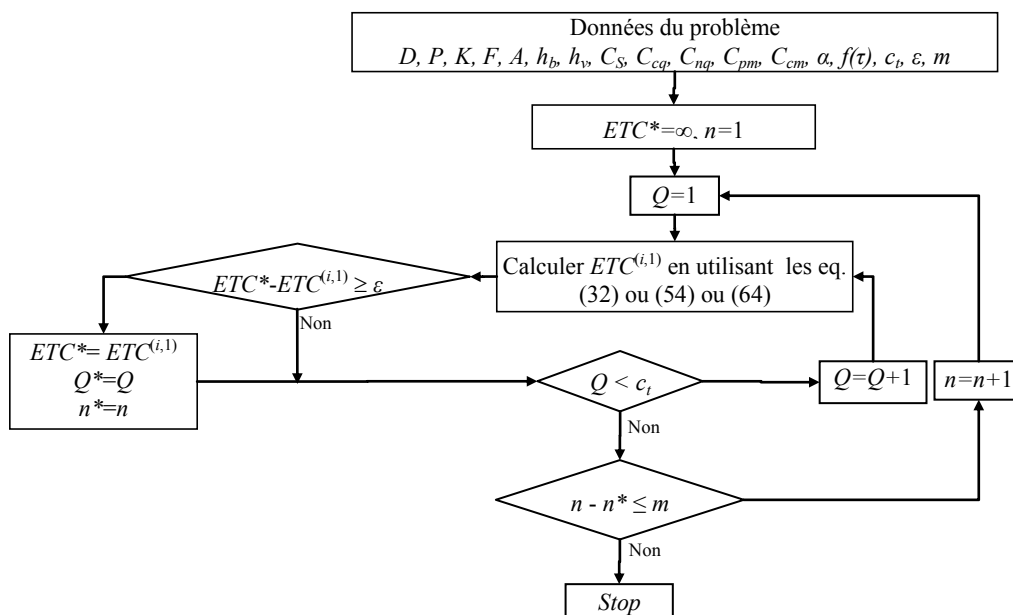


Figure VI.4 : Algorithme<sup>26</sup> de recherche de la solution quasi-optimale

<sup>26</sup>  $i = 1$  pour la stratégie lot-par-lot et  $i = n$  pour la stratégie de production continue

## 5. Résultats et Analyses

Pour illustrer notre approche nous avons considéré une première situation, choisie arbitrairement, avec les données suivantes :

*Données du problème 1 :*

- La distribution associée au temps de passage à l'état "out-of-control"  $\tau$ , est de type Weibull de paramètre de forme  $\theta=1.5$  et de paramètre d'échelle  $\lambda=2$ .
- $P= 3200$ unités/unité de temps,  $D=1000$  unités/unité de temps.
- $K=200$ \$,  $F= 25$ \$,  $A=50$ \$.
- $h_b=5$ \$/unité/unité de temps,  $h_v=3$ \$/unité/unité de temps.
- $C_{cm}=200$ \$.
- $C_{cq}= 0.5$ \$/unité,  $C_{nq}= 20$ \$/unité,  $C_s= 20$ \$/unité.

Pour ce premier exemple, il s'agit d'explorer les influences du taux de non-conformités et du coût de la maintenance préventive sur le choix de l'une ou l'autre des deux stratégies proposées. Les résultats numériques obtenus pour différentes valeurs de  $\alpha$  et  $C_{pm}$  (tableau VI.1) montrent que la solution quasi-optimale peut correspondre, comme prévu, aussi bien à la stratégie de production continue qu'à celle lot-par-lot en fonction des données du problème.

Nous pouvons constater notamment que la réduction du coût de maintenance préventive tend à favoriser la stratégie lot-par-lot, particulièrement pour les taux de non-conformités élevés (dépassant le taux d'accumulation du stock dans le système) : pour des taux de rebut  $\alpha = 2500$  ou  $2900$  unités/unité de temps, la stratégie lot-par-lot fournit la meilleure solution même pour des coûts de maintenance préventive élevés et le gain qu'elle offre par rapport à la stratégie de production ne cesse d'augmenter lorsque  $C_{pm}$  est de plus en plus réduit. Ce constat est aussi valable pour les taux de non-conformités plus faibles (inférieurs au taux d'accumulation du stock dans le système). Dans ces cas, même si la stratégie de production continue reste plus économique jusqu'à un certain niveau de  $C_{pm}$ , le gain bascule du côté de stratégie lot-par-lot et continue de croître en diminuant encore plus  $C_{pm}$ . Par exemple : pour  $\alpha = 1400$ unités/unité de temps, la stratégie continue reste plus économique jusqu'à une certaine valeur de  $C_{pm}$  comprise entre 50 et 100\$ et au dessous de cette valeur, la stratégie lot-par-lot devient plus

avantageuse avec un gain qui ne cesse d'augmenter jusqu'à atteindre 71.81\$/unité de temps pour  $C_{pm}=5\$$ .

Même pour des conditions favorisant l'adoption de la stratégie continue (un taux de rebut encore plus faible pour lequel cette stratégie reste la plus économique même pour de faibles coûts de maintenance préventive), le gain par rapport à la stratégie lot-par-lot diminue considérablement avec la réduction de  $C_{pm}$ . Par exemple : pour  $\alpha=1000$ unités/unité de temps ( $ETC^{*(1,1)}-ETC^{*(n,1)}$ ) passe de 250.43\$/unité de temps à 37.82 \$/unité de temps lorsque  $C_{pm}$  varie de 190\$ à 5\$.

En réalité, il semble pour les situations considérées que la stratégie lot-par-lot représente le meilleur choix lorsque  $C_{pm}$  est inférieur à un certain seuil  $C_{pm}^*$  ( $5\$<C_{pm}^*<50\$$  pour  $\alpha=1250$  unités/unité de temps,  $50\$<C_{pm}^*<100\$$  pour  $\alpha=1400$ unités/unité de temps et  $100\$<C_{pm}^*<190\$$  pour  $\alpha=1500$ unités/unité de temps). Plus encore, la stratégie lot-par-lot, comme déjà signalé, devient de plus en plus avantageuse pour un coût de maintenance préventive de plus en plus inférieur au seuil en question. La stratégie continue, quant à elle, peut être adoptée pour des  $C_{pm}>C_{pm}^*$ .

Tableau VI.1: Résultats obtenus en variant  $C_{pm}$  pour différentes valeurs de  $\alpha$

	Stratégie lot-par-lot				Stratégie continue			$ETC^{*(1,1)} - ETC^{*(n,1)}$ (\$)
	$C_{pm}$	$n^*$	$Q^*$	$ETC^{*(1,1)}$	$n^*$	$Q^*$	$ETC^{*(n,1)}$	
$\alpha = 1000$ unités/unité de temps	5	389	222	2487.40	3	106	2449.58	37.82
	50	409	242	2671.10	3	112	2574.28	96.82
	100	344	262	2857.70	3	119	2703.47	154.23
	190	430	295	3158.24	4	103	2907.81	250.43
$\alpha = 1250$ unités/time unit	<b>5</b>	<b>258</b>	<b>213</b>	<b>2547.96</b>	<b>3</b>	<b>98</b>	<b>2572.50</b>	-24.54
	<b>50</b>	<b>348</b>	<b>232</b>	<b>2739.40</b>	<b>3</b>	<b>104</b>	<b>2708.41</b>	30.99
	100	240	252	2934.53	3	110	2849.70	84.83
	190	311	283	3247.06	3	121	3082.93	164.13
$\alpha = 1400$ units/time unit	5	379	209	2582.31	3	94	2654.12	-71.81
	<b>50</b>	<b>289</b>	<b>227</b>	<b>2778.72</b>	<b>3</b>	<b>99</b>	<b>2787.50</b>	-8.78
	<b>100</b>	<b>477</b>	<b>246</b>	<b>2978.07</b>	<b>3</b>	<b>105</b>	<b>2946.60</b>	31.47
	190	372	276	3300.95	3	115	3193.33	107.62
$\alpha = 1500$ unités/unité de temps	5	316	206	2604.96	2	127	2704.70	-99.74
	50	256	224	2804.28	3	96	2861.35	-57.07
	<b>100</b>	<b>370</b>	<b>242</b>	<b>3006.75</b>	<b>3</b>	<b>102</b>	<b>3016.04</b>	-9.29
	<b>190</b>	<b>298</b>	<b>272</b>	<b>3334.82</b>	<b>3</b>	<b>111</b>	<b>3272.42</b>	62.40
$\alpha = 2500$ unités/unité de temps	5	647	102	1999.97	1	127	2432.22	-432.25
	50	474	125	2389.82	1	146	2751.94	-362.12
	100	332	146	2749.65	1	164	3062.80	-313.15
	190	289	177	3287.95	1	193	3545.67	-257.72
$\alpha = 2900$ unités/unité de temps	5	702	99	2030.70	1	123	2477.02	-446.32
	50	398	122	2431.87	1	143	2807.26	-375.39
	100	339	142	2802.36	1	159	3128.81	-326.45
	190	512	172	3357.47	1	186	3629.60	-272.13

Nous notons également que globalement, un taux de rebut croissant inciterait le fournisseur et le client à opter pour la stratégie lot-par-lot. En effet, pour  $\alpha = 1000$  unités/unité de temps, la stratégie de production continue procure la meilleure solution même pour de faibles coûts de maintenance préventive ( $C_{pm} = 5\$$ ); cependant pour un taux de rebut relativement important (2500 ou 2900 unités/unité de temps), la stratégie lot-par-lot reste la plus économique même pour des valeurs importantes de  $C_{pm}$  ( $C_{pm} = 190\$$ ). En outre, nous remarquons que le seuil  $C_{pm}^*$  croît avec  $\alpha$  rendant le choix de la stratégie lot-par-lot de plus en plus probable (la marge de  $C_{pm}$  pour laquelle cette stratégie est plus économique est de plus en plus large) et de plus en plus profitable (le gain par rapport à la stratégie continue croît avec  $\alpha$  pour un  $C_{pm}$  constant. Par exemple : pour  $C_{pm} = 5\$$ ,  $ETC^{*(1,1)} - ETC^{*(n,1)} = -24.54\$/$ unité de temps et passe à  $-446.32\$/$ unité de temps lorsque  $\alpha$  augmente de 1250 à 2900 unités/unité de temps). Comme déjà mentionné, la stratégie continue peut être adoptée pour des  $C_{pm} > C_{pm}^*$ . Mais plus le taux des non-conformités est important (surtout au-delà du taux d'accumulation du stock dans le système  $P-D$ ), plus cette possibilité devient inconcevable (pour  $\alpha = 2500$  ou 2900 unités/unité de temps, la stratégie lot-par-lot est plus économique même pour des coûts de maintenance préventive relativement élevés).

Visiblement, la stratégie lot-par-lot, caractérisée par un plus grand nombre d'actions de maintenance, est destinée aux systèmes générant des taux de non-conformité relativement importants une fois dans un état "*out-of-control*". Cette stratégie, par sa structure, raccourcit la période de temps entre deux actions de maintenance successives (on peut facilement remarquer, pour toutes les solutions du tableau VI.1, que la taille  $Q$  d'un lot produit pour la stratégie lot-par-lot est inférieure à la quantité  $nQ$  pour la stratégie de production continue) affaiblissant ainsi la probabilité de passage à l'état "*out-of-control*". En conséquence, le nombre moyen de non-conformités et la quantité moyenne de rupture seraient réduits.

Inversement, la stratégie de production continue est plus intéressante pour les faibles taux de rebut. Dans ce cas, les coûts de non-conformités et de rupture ne seraient pas aussi décisifs que le coût de maintenance. C'est-à-dire, il ne serait pas justifié de multiplier le nombre d'actions de maintenance (en choisissant la stratégie lot-par-lot) pour essayer de réduire un coût qui est déjà relativement faible.

Pour illustrer l'impact des coûts unitaires de setup et de stockage client sur le choix de la meilleure stratégie, nous considérons la nouvelle situation suivante.

## Données du problème 2:

- $\tau$  suit une loi de Weibull de paramètre de forme  $\theta=1.5$  et de paramètre d'échelle  $\lambda=3$ .
- $\alpha = 1000$ unités/unité de temps.
- $P= 3200$ unités/unité de temps,  $D=1000$  unités/unité de temps.
- $K=100$ \$,  $F= 25$ \$,  $A=50$ \$.
- $h_b=5$ \$/unité/unité de temps,  $h_v=3$ \$/ unité/unité de temps.
- $C_{cm}=200$ \$.
- $C_{cq}= 0.5$ \$/unité,  $C_{nq}= 20$ \$/unité,  $C_S= 20$ \$/unité.

Les résultats sont obtenus en variant séparément le coût de setup et le coût de stockage client pour différentes valeurs du coût de maintenance préventive. Ils sont présentés dans le tableau VI.2.

Tableau VI.2 : Les résultats obtenus en variant  $K$  ou  $h_b$  pour différentes valeurs de  $C_{pm}$ 

		Stratégie lot-for-lot			Stratégie Continues			$ETC^{*(1,1)} - ETC^{*(n,1)}$	
		$n^*$	$Q^*$	$ETC^{*(1,1)}$	$n^*$	$Q^*$	$ETC^{*(n,1)}$		
$C_{pm}=5$	$K$	50	413	121	1767.65	2	93	2059.01	-291.36
		100	328	152	2134.21	2	106	2307.99	-173.78
		<b>200</b>	<b>345</b>	<b>197</b>	<b>2706.56</b>	<b>3</b>	<b>92</b>	<b>2724.81</b>	<b>-18.25</b>
		<b>400</b>	<b>279</b>	<b>264</b>	<b>3572.85</b>	<b>3</b>	<b>114</b>	<b>3366.32</b>	<b>206.53</b>
$h_b$	2	521	173	1894.37	2	115	2141.92	-247.55	
	5	328	152	2134.21	2	106	2307.99	-173.78	
	<b>8</b>	<b>609</b>	<b>136</b>	<b>2346.57</b>	<b>3</b>	<b>74</b>	<b>2448.48</b>	<b>-101.91</b>	
	<b>12</b>	<b>447</b>	<b>121</b>	<b>2600.67</b>	<b>3</b>	<b>70</b>	<b>2592.33</b>	<b>8.340</b>	
$C_{pm}=50$	$K$	50	365	149	2085.48	2	105	2266.49	-181.01
		<b>100</b>	<b>440</b>	<b>175</b>	<b>2393.79</b>	<b>2</b>	<b>117</b>	<b>2490.28</b>	<b>-96.49</b>
		<b>200</b>	<b>288</b>	<b>215</b>	<b>2907.07</b>	<b>3</b>	<b>98</b>	<b>2859.98</b>	<b>47.09</b>
		400	452	277	3718.99	3	119	3472.29	246.70
$h_b$	2	376	199	2119.51	2	126	2308.11	-188.60	
	<b>5</b>	<b>440</b>	<b>175</b>	<b>2393.79</b>	<b>2</b>	<b>117</b>	<b>2490.28</b>	<b>-96.49</b>	
	<b>8</b>	<b>511</b>	<b>157</b>	<b>2638.39</b>	<b>3</b>	<b>81</b>	<b>2622.86</b>	<b>15.53</b>	
	12	338	140	2931.37	4	62	2772.66	158.71	
$C_{pm}=100$	$K$	<b>50</b>	<b>358</b>	<b>197</b>	<b>2624.99</b>	<b>3</b>	<b>92</b>	<b>2641.90</b>	<b>-16.91</b>
		<b>100</b>	<b>332</b>	<b>216</b>	<b>2866.67</b>	<b>3</b>	<b>99</b>	<b>2814.05</b>	<b>52.62</b>
		200	446	250	3295.52	3	110	3133.13	162.39
		400	416	304	4014.78	4	100	3681.08	333.70
$h_b$	2	<b>462</b>	<b>245</b>	<b>2529.29</b>	<b>2</b>	<b>148</b>	<b>2623.71</b>	<b>-94.42</b>	
	<b>5</b>	<b>332</b>	<b>216</b>	<b>2866.67</b>	<b>3</b>	<b>99</b>	<b>2814.05</b>	<b>52.62</b>	
	8	451	195	3168.87	4	74	2955.53	213.34	
	12	519	175	3531.82	4	73	3102.35	429.47	

En examinant les résultats (tableau VI.2), nous pouvons dire qu'un faible coût de setup est en faveur de l'adoption de la stratégie lot-par-lot (pour les mêmes raisons avancées au chapitre III : la perte au niveau du coût de setup est assez faible devant le gain au niveau du coût de stockage). Cette politique devient encore plus avantageuse pour des coûts de maintenance préventive relativement réduits. En fait, la stratégie lot-par-lot procure un gain par rapport à la stratégie de production continue pour des coûts de setup inférieurs à un certain seuil  $K^*$ . La valeur d'un tel seuil croît avec la diminution du coût de maintenance préventive (il se trouve entre 50\$ et 100\$ pour  $C_{pm}=100$ \$,  $100 < K^* < 200$ \$ pour  $C_{pm}=50$ \$ et  $200 < K^* < 400$ \$ pour  $C_{pm}=5$ \$) renforçant la possibilité d'adopter la stratégie lot-par-lot. Cependant, lorsque le coût de setup dépasse le seuil  $K^*$ , la stratégie de production continue devient plus économique même pour de faibles coûts de maintenance préventive (pour  $C_{pm}=5$ \$,  $K^*$  se trouve entre 200\$ et 400\$, lorsque  $K$  est supérieur à  $K^*$   $ETC^{(n,l)*} < ETC^{(l,l)*}$ ). C'est-à-dire qu'au-delà du seuil  $K^*$ , l'effet du coût de setup (en faveur de la stratégie de production continue) cache l'effet d'un faible coût de maintenance préventive (plutôt en faveur de la stratégie lot-par-lot comme déjà statué).

D'un autre côté, la stratégie lot-par-lot consiste à transférer immédiatement les lots produits au client, cherchant à réduire le niveau de stock moyen du fournisseur. Un tel transfert est de plus en plus justifié quand le stockage coûte plus cher pour le fournisseur que pour le client, comme on peut le constater au tableau VI.2. Par exemple : pour  $C_{pm}=5$ \$ le gain résultant de la stratégie lot-for-lot croît de 96.49\$/unité de temps à 188.60\$/unité de temps quand  $h_b$  décroît de 5 to 2\$. Cette tendance de transfert fournisseur-client s'accroît pour les coûts de maintenance préventive relativement faibles. En effet, identiquement au coût de setup, nous pouvons aussi signaler l'existence d'un seuil sur le coût de stockage client  $h_b^*$ , au-dessous duquel la stratégie lot-par-lot est économiquement plus intéressante.  $h_b^*$  croît avec la diminution du coût de maintenance préventive ( $2 < h_b^* < 5$  pour  $C_{pm}=100$ \$,  $5 < h_b^* < 8$  pour  $C_{pm}=50$ \$ et  $8 < h_b^* < 12$  for  $C_{pm}=5$ \$) rendant plus large la marge de  $h_b$  pour laquelle la stratégie lot-par-lot reste plus économique. Inversement, la stratégie de production continue fournit le coût total moyen intégré le plus petit pour des coûts de stockage client relativement élevés (comparé au coût de stockage fournisseur) et particulièrement pour une maintenance préventive assez coûteuse (pour  $h_b=12$ \$, le gain obtenu par la stratégie de production continue est 8.34\$/unité de temps pour  $C_{pm}=5$ \$, 158.71\$/unité de temps pour  $C_{pm}=50$ \$ et 429.47\$/unité de temps pour  $C_{pm}=5$ \$).



## 6. Conclusion

Nous avons examiné et comparé dans ce chapitre deux stratégies dans la perspective de recherche de la taille du lot économique commun pour une *"supply chain"* à un seul fournisseur et un seul client, dans le contexte d'une production imparfaite. Nous avons considéré notamment que le système de production chez le fournisseur est non fiable pouvant basculer aléatoirement dans un état *"out-of-control"* caractérisé par la production à taux fixe de produits de mauvaise qualité. Contrairement aux études jusque là menées dans littérature pour traiter ce problème, nous avons intégré une politique de maintenance simultanément avec la production et la livraison. Le but étant de réduire la quantité des produits non-conformes, générés durant le cycle de production d'une commande, en entreprenant des actions de maintenance capables de restaurer le système dans des conditions *"as-good-as-new"*. En réalité, nous cherchons un compromis global, principalement basé sur l'équilibre entre les coûts de maintenance et de non qualité d'un côté, et les coûts de stockage et de setup de l'autre. Il s'agit, soit de produire la commande client d'une manière continue avec un seul setup et une seule action de maintenance, et d'accepter éventuellement un risque accru de voir le système de production passer dans un état *"out-of-control"* engendrant notamment des problèmes de non-qualité et de rupture de stock assez coûteux aussitôt que ce passage a lieu ; soit de procéder à une production par lots séparés, de taille plus petite, pouvant réduire le risque de basculer dans l'état *"out-of-control"* (vu que le cycle de production est plus court) ou minimiser les problèmes qui en découlent, mais aussi à un prix élevé d'une maintenance et d'un setup plus fréquents.

A travers des exemples arbitrairement choisis, nous avons montré numériquement qu'une stratégie de production continue, pour laquelle une seule action de maintenance est entreprise à la fin du cycle de production de la commande, serait avantageuse pour des taux de rebut relativement faibles (même pour des coûts de maintenance préventive assez faibles) et une maintenance préventive assez coûteuse (même pour des taux de rebut assez élevés). Inversement, une stratégie de production lot-par-lot, caractérisée par un nombre d'actions de maintenance plus important, est plus profitable notamment pour des taux de non-conformités très élevés (supérieurs au taux d'accumulation du stock dans le système) et demeure ainsi même pour des coûts de maintenance relativement importants. Des coûts de maintenance préventive assez faibles sont aussi en faveur de cette stratégie, même lorsque les produits de

mauvaise qualité sont générés à des taux plutôt plus favorables pour l'adoption de la stratégie continue.

Il s'est avéré aussi, d'après les résultats numériques, que les coûts de setup et de stockage client influent également sur le choix de l'une ou l'autre des deux stratégies. Leurs effets peuvent même être dominants dans certains cas en basculant le choix vers la stratégie la moins attendue, tenant compte seulement du coût de maintenance préventive et du taux de rebut généré.

## Conclusion générale et perspectives

Ce travail, inscrit dans le cadre de la problématique globale du «*supply chain management*», traite du problème particulier du «*single-vendor single-buyer*» (un fournisseur, un client). L'objectif principal était de développer des stratégies intégrées permettant de réduire au maximum le coût total moyen des deux acteurs, d'abord dans un contexte stochastique (demande aléatoire et d'un délai de livraison variable) et puis en considérant une production imparfaite générant une certaine proportion de produits non-conformes à cause de la détérioration aléatoire du système de production.

Nous nous sommes basés sur un modèle de référence développé par Ben-daya et Harigua (2004). Le problème qu'ils posent se résume comme suit : le client passe une commande de taille  $nQ$  (à déterminer) chaque fois que son stock atteint le niveau correspondant à son point de commande  $r$  et qu'aucune autre commande n'est en cours. Le fournisseur, de son côté, fabrique toute la quantité commandée d'une façon continue et livre simultanément et régulièrement le produit (par lots de taille  $Q$ ), à des intervalles de temps dépendant de la consommation moyenne  $D$  du client par cycle. Il subit par conséquent un coût de setup une seule fois par cycle mais se retrouve avec un niveau de stock moyen important.

La première contribution (Yedes et al., 2009b) consiste à remplacer la politique de production continue de Ben-daya et Harigua (2004) par une autre de type lot-par-lot et de garder la même politique de livraison, afin de réduire le niveau du stock moyen du fournisseur. Il s'agit en fait de produire chaque lot de taille  $Q$  séparément et de le transférer immédiatement au client. Ainsi, l'accumulation du stock chez le fournisseur durant le cycle de commande est évitée et le niveau du stock moyen reste inchangé. Nous sommes parvenus à montrer numériquement, dans la pire situation où le fournisseur serait contraint d'effectuer un setup avant de lancer la production de chaque lot, que la stratégie lot-par-lot est plus économique lorsque le coût de setup est inférieur à un certain seuil  $K^*$ . C'est-à-dire que l'augmentation de coût de setup moyen du fournisseur dans un scénario pareil est couverte par le gain obtenu sur le coût de stockage fournisseur. Nous avons prouvé également, à l'aide d'une procédure numérique, que

le seuil du coût de setup croît avec l'augmentation de coût unitaire de stockage fournisseur, rendant l'adoption de la stratégie lot-par-lot de plus en plus probable et de plus en plus profitable.

Les résultats ont montré également que le client a tout intérêt à suivre le fournisseur dans le changement de sa politique de production continue en une autre lot-par-lot lorsque les conditions sont favorables, même en sachant que la taille de ses commandes va augmenter d'une manière spectaculaire. En effet, son coût se trouve réduit par rapport à la stratégie de production continue et l'économie qu'il ferait dépasse même celle du fournisseur pour les coûts de setup faibles et les coûts de stockage fournisseur relativement élevés.

Un résultat non moins important concerne la comparaison des deux stratégies dans le cas général, où les deux acteurs ne sont pas en mesure d'adopter des solutions optimales pour une raison ou une autre. Nous avons déterminé dans ce cas, d'une part, la taille minimale de livraison au dessus de laquelle la stratégie lot-par-lot est la plus économique quel que soit le nombre de livraisons prévues, et d'autre part, le nombre minimal de livraisons pour lequel la stratégie lot-par-lot est aussi la meilleure indépendamment de la taille du lot. Les seuls coûts unitaires dont dépendent ces deux valeurs sont logiquement le coût de setup et le coût de stockage du fournisseur, puisque la modification apportée à la stratégie de base ne concerne que les coûts moyens de setup et de stockage du fournisseur.

Les deux stratégies étudiées représentent deux cas extrêmes quant à la politique de production. Dans la stratégie continue, on produit toute la quantité commandée  $nQ$  en un seul setup engendrant une accumulation maximale de stock chez le fournisseur. Par contre, la production par lots séparés de taille  $Q$ , nécessitant un nombre maximal de setups, réduit le stock moyen du fournisseur à son plus bas niveau. D'où l'idée d'utiliser une politique de production intermédiaire pour laquelle le nombre de setups serait inférieur à celui de la politique lot-par-lot et le niveau de stock moyen du fournisseur n'atteindrait pas le maximum correspondant à la stratégie continue.

La politique de production intermédiaire, qui a fait l'objet de la deuxième contribution, consiste à produire la commande par lots de taille  $iQ$  ( $1 \leq i \leq n$ ) et à livrer toujours par lots de taille  $Q$ . Dans ce cas, le coût moyen de stockage fournisseur serait supérieur à celui obtenu pour la stratégie lot-par-lot et le coût moyen de setup serait également supérieur à celui résultant de la stratégie continue, mais pas assez pour produire un coût total moyen intégré plus grand. Le modèle mathématique correspondant et la procédure numérique utilisée permettent, en variant le nombre  $i$  des lots de taille  $Q$  produits en un seul setup entre 1 et  $n$ , de

faire un choix entre  $n$  solutions quasi-optimales au lieu de deux seulement. Les résultats numériques, obtenus pour des situations arbitrairement choisies, ont confirmé les attentes. En effet, cette nouvelle stratégie fournit toujours la meilleure solution. Pour des coûts de setup relativement faibles et/ou des coûts de stockage fournisseur plus grands que ceux du client, cette solution correspond à la stratégie lot-par-lot ( $i = 1$ ). Par contre, aucune solution ne correspond à la stratégie continue ( $i = n$ ) même pour les coûts de setup élevés (c'est-à-dire que les solutions quasi-optimales correspondent aux stratégies pour lesquelles  $1 \leq i < n$ ).

Les résultats ont montré aussi que ce sont essentiellement les coûts unitaires de setup et de stockage client qui conditionnent globalement la taille  $iQ$  du lot produit. Cependant, les coûts unitaires de transport et de stockage client restent influents sur les paramètres  $i$  et  $Q$  pris séparément. En effet, lorsque le coût unitaire de transport est plus influent que le coût de stockage unitaire du client sur le coût total, on a intérêt à augmenter la taille de livraison  $Q$  (par conséquent  $i$  va diminuer pour garder une taille  $iQ$  conforme aux coûts unitaires de setup et de stockage fournisseur) pour baisser le coût moyen de transport. Inversement, si c'est le stockage client qui se trouve plus influent que le transport au niveau du coût total,  $Q$ , la quantité transférée au client à chaque livraison, doit plutôt diminuer pour réduire le stock moyen du client (pour les mêmes raisons que le premier cas,  $i$  va au contraire augmenter).

Dans la troisième contribution, nous avons généralisé cette stratégie intermédiaire, en donnant un degré de liberté de plus au niveau de la quantité à livrer, cherchant à mieux équilibrer les coûts de setup, de stockage et de transport. Nous avons gardé pour cela la politique de production intermédiaire et nous l'avons associée à une politique de livraison par lots de taille  $jQ$  ( $1 \leq j \leq i \leq n$ ). Le degré de liberté supplémentaire, représenté par le nombre  $j$  de lots de taille  $Q$  regroupés en une seule livraison, permettrait surtout de mieux adapter la taille de livraison au coût de transport et au coût de stockage client.

A travers les résultats numériques, nous avons pu montrer combien ce choix était opportun. Le cas particulier d'un stockage fournisseur coûtant plus cher que celui du client illustre parfaitement l'utilité du regroupement des livraisons. En effet, dans des conditions pareilles, on a intérêt à transférer le stock vers le client par quantités plus larges (en comparaison à la politique de livraison jusque là utilisée). La nouvelle stratégie le permet à travers le regroupement des livraisons de taille  $Q$  et non à travers l'augmentant de la taille  $Q$ , évitant ainsi de gonfler le stock du fournisseur accumulé par les lots produits de taille  $iQ$ . Ce choix nous permet également d'obtenir la meilleure solution lorsque le stockage client est le plus coûteux.

Même après la relaxation de l'hypothèse d'une capacité de transport infinie, cette nouvelle stratégie généralisée était toujours la plus économique. L'amélioration qu'elle apporte par rapport aux stratégies jusque là développées, en présence ou non d'une contrainte sur la capacité de transport, est principalement due à sa flexibilité. Les tailles de commande, de production et de livraison n'obéissent presque plus à aucun choix préalable, mais elles sont plutôt adaptées aux différents coûts unitaires sur la base d'un meilleur compromis global.

Les stratégies intégrées de production livraison développées jusqu'à ce point ont supposé que le système de production ne génère que des produits de bonne qualité. Or, en réalité un nombre considérable de paramètres conditionnent la qualité du produit et souvent il est très difficile de les maîtriser au même moment pour garantir une production parfaite. Un des paramètres les plus considérés, notamment dans un contexte individuel (du côté du producteur seulement), est l'état de détérioration de l'outil de production. Au niveau "*supply chain*", le problème de production imparfaite n'a presque jamais été traité à la source. La plupart des stratégies développées dans ce cadre ne s'attaquent pas directement à l'origine du problème et essaient plutôt de trouver la meilleure solution en présence de ces non-conformités en ne cherchant pas à en réduire la quantité à la source. C'est-à-dire qu'elles ne cherchent pas à éliminer ou au moins à réduire la production des produits de mauvaise qualité, mais essaient plutôt de bien dimensionner les lots ou d'effectuer des contrôles partiels ou totaux de la qualité pour réduire ou stopper la propagation de ces non-conformités vers le client. Ce constat nous a incité à traiter, dans une quatrième contribution (Yedes et al., 2010), le même problème qui avait été posé depuis le début, mais dans un contexte déterministe et avec une production imparfaite caractérisée par un taux moyen fixe de non-conformités supposées être dues entièrement à la dégradation de l'outil de production qui se retrouve dans un état "*out-of-control*" après un certain temps aléatoire.

Nous avons repris encore une fois la comparaison des deux stratégies de production continue et lot-par-lot mais en leur intégrant une politique de maintenance dont le principal objectif est de limiter la production des produits non conformes en restaurant le système autant que possible dans des conditions "*as-good-as-new*". Le système, supposé passer aléatoirement d'un état "*in-control*" à un état "*out-of-control*", subit systématiquement une action de maintenance à la fin de chaque cycle de production (c'est-à-dire après la production de toute la commande  $nQ$  pour la stratégie continue ou suite à la production de chaque lot  $Q$  pour la stratégie lot-par-lot). L'action de maintenance est soit préventive si le système demeure dans l'état "*in-control*" et soit corrective s'il y a eu passage à l'état "*out-of-control*".

A travers l'utilisation des deux stratégies citées, nous avons cherché le meilleur équilibre d'un côté entre les coûts de stockage et de setup et d'un autre côté entre les coûts engendrés par la production des produits non conformes et le coût de la maintenance. Le choix de l'une ou l'autre des deux stratégies, pour n'importe quelle situation donnée, est basé sur le critère d'un meilleur coût total moyen intégré par unité de temps.

Les résultats numériques ont montré que la stratégie de production continue, pour laquelle une seule action de maintenance est entreprise durant chaque cycle de commande, serait avantageuse pour des taux de non-conformités relativement faibles et/ou une maintenance préventive assez coûteuse. Inversement, la stratégie de production lot-par-lot, caractérisée par un nombre d'actions de maintenance plus important, est plus économique pour des taux de non-conformités très élevés (notamment supérieurs au taux d'accumulation du stock dans le système) et/ou des coûts de maintenance préventive assez faibles.

L'influence des coûts de setup chez le fournisseur et de stockage chez le client sur le choix de l'une ou l'autre des deux stratégies s'est avérée non négligeable et parfois même importante, confirmant ainsi qu'il s'agit bien d'un compromis global.

Ce travail ouvre la voie à plusieurs perspectives de recherche. Nous envisageons notamment de comparer la stratégie de production lot-par-lot, développée au troisième chapitre, avec la stratégie mise en place par Glock (2009) stipulant de produire la commande client en continu et de la livrer par lots de taille variable (identiquement à Hill, 1997). Gock (2009) l'a proposée comme alternative à la stratégie de Ben-daya et Harigua (2004) en remplaçant la politique de livraison périodique à taille identique par une autre à taille variable pour la première fois dans un contexte stochastique. Il utilise le même stock de sécurité sur tout le cycle de commande mais le coefficient de sécurité (ou taux de service : cf. chapitre III) se trouve variable. Il a montré numériquement que cette stratégie est plus économique que celle de Ben-daya et Harigua (2004) pour certaines situations données.

En optant pour une politique de livraison variable, Glock (2009) a amélioré la répartition du stock dans le système en transférant une bonne partie du stock fournisseur (accumulé par la production continue) au client. Il serait intéressant de voir si la stratégie lot-par-lot qui, à première vue, produit un meilleur stock moyen dans le système, pourrait être plus économique surtout avec l'augmentation du coût de setup qu'elle engendre.

Il existe deux autres pistes d'extensions potentielles qui concernent également la stratégie lot-par-lot proposée au troisième chapitre. La structure de cette stratégie est caractérisée par des

---

périodes d'arrêt entre les cycles de production des lots de taille  $Q$ . Ces périodes peuvent être éventuellement exploitées pour produire un deuxième produit pour le même client ou le même produit pour un deuxième client.

Le cas de deux produits pour un seul client est très fréquemment rencontré par exemple dans la production basée sur la différenciation retardée. Le fournisseur dans de telles conditions n'éprouve aucun mal à alterner la production de deux produits ou même plus.

Concernant la production d'un seul produit pour deux clients différents, il s'agit de passer à une configuration de "*supply chain*" de type un seul fournisseur deux clients. Ce problème a été largement discuté dans la littérature dans un contexte déterministe sous une forme plus générale correspondant à une configuration à un seul fournisseur plusieurs clients. Il serait original de le faire dans un contexte stochastique à l'échelle d'un fournisseur deux clients et puis peut être de le généraliser au cas de plusieurs fournisseurs.

L'idée d'appliquer d'autres types de politiques de maintenance préventive (p. ex. de type âge), pour un système de production sujet à des défaillances aléatoires, représente une piste prometteuse non encore explorée à l'échelle de la "*supply chain*". Il serait intéressant d'examiner en profondeur l'impact de l'implantation de telles politiques sur la performance globale de la "*supply chain*" ainsi que le degré d'implication des clients (maillons non concernés directement par la maintenance) dans ce résultat.



---

## Références bibliographiques

- Affisco J. F., Nasri F., Paknejad M. J. (1991). *Investing in setup cost reduction in the one-vendor and many identical purchasers joint economic lot size model*. Proceedings of the Decision Sciences Institute, 1340-1343.
- Affisco J. F., Paknejad M. J., Nasri F. (1988). *Investing in setup cost reduction in the joint economic lot size model*. Proceedings of the Decision Sciences Institute, 1126–1129.
- Affisco J. F., Paknejad M. J., Nasri F. (1993). *A comparison of alternative joint vendor-purchaser lot-sizing models*. International Journal of Production Research, 31 (11), 2661-2676.
- Affisco, J. F., Paknejad, M. J., Nasri, F. (2002). *Quality improvement and setup reduction in the joint economic lot size model*. European Journal of Operations Research, 142 (3), 497-508.
- Aghezzaf E. H., Jamali M. A., Ait-Kadi D. (2006). *An integrated production and preventive maintenance planning model*. European Journal of Operational Research, 181(2), 679-685.
- Agrawal A. K., Raju D. A. (1996). *Improved joint economic lot size model for a purchaser and a vendor*. In: Khan, M.K., Wright, C.S., Whalley, R. (Eds.), Advanced Manufacturing Processes, Systems, and Technologies (AMPST 96), 579–587.
- Anupindi R., Akella R. (1993). *Diversification under supply uncertainty*. Management Science, 39 (8), 944–963.
- Arntzen B. C., Brown G., Harrison T. P., Trafton L. (1995). *Global Supply Chain Management at Digital Equipment Corporation*. Interface, 25(1), 69-93.
- Banerjee A. (1986). *A joint economic lot size model for purchaser and vendor*. Decision Science 17 (3), 292-311.
- Banerjee A., Kim S.L. (1995). *An integrated JIT inventory model*. International Journal of Operations & Production Management, 15 (9), 237-244.
- Ben-Daya M. (2002). *The economic production lot-sizing problem with imperfect production processes and imperfect maintenance*. International Journal of Production Economics, 76(3), 257-264.
- Ben-Daya M., Al-Nassar A. (2008). *An Integrated Inventory Production System In A Three-Layer Supply Chain*. Production Planning Control, 19 (2), 97-104.
- Ben-Daya M., Darwish M., Ertogral K. (2008). *The joint economic lot sizing problem: Review and extensions*. European Journal of Operations Research, 185 (2), 726-742.
- Ben-Daya M., Hariga M. (2004). *Integrated single vendor single buyer model with stochastic demand and variable lead time*. International Journal of Production Economics, 92, 75-80.

- 
- Ben-Daya M., Khursheed S. N. (2002). *The Economic Production Lot-Sizing Problem with Deteriorating Manufacturing Processes and Preventive maintenance*. Vaxjo, Sweden, Proceedings IFRIM.
- Ben-Daya M., Noman S.M., Hariga M. (2006). *Integrated inventory control and inspection policies with deterministic demand*. *Computers & Operations Research*, 33 (6), 1625-1638.
- Boyaci T., Gallego G. (2002). *Coordinating pricing and inventory replenishment policies for one wholesaler and one or more geographically dispersed retailers*. *International Journal of Production Economics*, 77 (2), 95-111.
- Braglia M., Zavanella L. (2003). *Modelling an industrial strategy for inventory management in supply chains: The 'Consignment Stock' case*. *International Journal of Production Research*, 41 (16), 3793-3808.
- Burns L. D., Hall R. W., Blumenfeld D. E. (1985). *Distribution strategies that minimize transportation and inventory costs*. *Operation Research*, 33 (3), 469-490.
- Carbone V. (2004). *Le Rôle des Prestataires Logistiques en Europe – Intégration des Chaînes et Alliances Logistiques, Thèse de Doctorat*. Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, France.
- Chakrabarty A.K., Martin G.E. (1988). *An optimal joint buyer seller discount pricing model*. *Computers and Operations Research*, 15 (3), 271-281.
- Chakrabarty A.K., Martin G.E. (1989). *Discount pricing policies for inventories subject to declining demand*. *Naval Research Logistics*, 36 (1), 89-102.
- Chang H. C., Ouyang L.Y., Wu K. S., Ho C. H. (2004). *Integrated vendor-buyer cooperative inventory models with controllable lead time and ordering cost reduction*. *European Journal of Operational Research*, 170 (2), 481-495.
- Chelbi A., Rezg N., Radhoui M. (2008). *Simultaneous determination of production lot size and preventive maintenance schedule for unreliable production system*. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, 14(2), 161-176.
- Chen F., Federgruen A., Zheng Y. (2001). *Coordination mechanisms for a distribution system with one supplier and multiple retailers*. *Management Science*, 47 (5), 693-708.
- Cheng, T. C. E. (1991). *An economic order quantity model with demand dependent unit production cost and imperfect production processes*. *IIE Transactions*, 23(1), 23-28.
- Christopher M. (1992). *Logistics and Supply Chain Management – Strategies for reducing costs and improving services*. Pitman Publishing, London, 229.
- Chung J. C., Wee H. M. (2008). *An integrated production-inventory deteriorating model for pricing policy considering imperfect production, inspection planning and warranty-period-and stock-level-dependant demand*. *International Journal of Systems Science*, 39(8), 823-837
- Chung K. J. (2008). *A necessary and sufficient condition for the existence of the optimal solution of a single-vendor single-buyer integrated production-inventory model with process unreliability consideration*. *International Journal of Production Economics*, 113 (1), 269-274.

- 
- Cleaves W. G., Masche V. A. (1996). *Strengthening weak links*. OR/MS Today, 32-37.
- Cox, A. (1997). *Business Success*. Earls Gate Press, Midsomer Norton, Bath.
- Croom S., Romano P., Giannakis M. (2000). *Supply chain management: an analytical framework for critical literature review*. European Journal of Purchasing & Supply Management, 6(1), 67-83.
- Dada M., Srikanth K. N. (1987). *Pricing policies for quantity discounts*. Management Science, 33 (10), 1247-1253.
- Drezner Z., Wesolowsky G.O. (1989). *Multi buyers discount pricing*. European Journal of Operational Research, 40 (1), 38–42.
- Ertogral K., Ben-Daya M., Darwish M. (2007). *Optimal production and shipment lot sizing in a two layer supply chain*. European Journal of Operational Research, 176 (3), 1592-1606.
- Fender M. (1996). *Modes de cooperation producteurs-distributeurs – Place de la logistique dans l'organisation des chaînes d'approvisionnement, Thèse de Doctorat*. Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, France.
- Fisher M. L. (1997). *What is the right supply chain for your product?*, Harvard business review, 105-116.
- Forrester, J. (1961). *Industrial Dynamics*. Wiley, New York.
- Glock C. H. (2009). *A comment: "Integrated single vendor-single buyer model with stochastic demand and variable lead time"*. International Journal of Production Economics, 122 (2), 790-792.
- Goyal S.K. (1977). *Determination of optimal production quantity for a two-stage production system*. Operational Research Quart, 28, 865-870.
- Goyal S. K. (1988). *A joint economic lot size model for purchaser and vendor: A comment*. Decision Science, 19 (1), 236-241.
- Goyal S. K. (1995). *A one-vendor multi-buyer integrated inventory model: A comment*. European Journal of Operational Research, 82 (1), 209-210.
- Goyal S. K. (2000). *On improving the single-vendor single-buyer integrated production inventory model with a generalized policy*. European Journal of Operational Research, 125 (2), 429–430.
- Goyal S. K., Gupta Y. P. (1989). *Integrated inventory model: The buyer vendor co-ordination*. European Journal of Operational Research, 41 (3), 261-269.
- Goyal S. K., Huang C. K., Chen K. C. (2003). *A simple integrated production policy of an imperfect item for vendor and buyer*. Production Planning & Control, 14(7), 596 – 602.

- 
- Goyal S. K., Nebebe F. (2000). *Determination of economic production–shipment policy for a single-vendor single-buyer system*. European Journal of Operational Research, 121 (1), 175-178.
- Goyal S. K., Szendrovits A. Z. (1986). *A constant lot size model with equal and unequal size batch shipments between production stages*. Engineering Costs and Production Economics, 10 (3), 203–210.
- Gurnani H. (2001). *A study of quantity discount pricing models with different ordering structures: order coordination, order consolidation and multi tier ordering hierarchy*. International Journal of Production Economics, 72 (3), 203-225.
- Ha D. (2010). *Note on: A necessary and sufficient conditions for the existence of the optimal solution of a single-vendor single-buyer integrated production-inventory model with process unreliability consideration*. International Journal of Production Economics, 124 (1), 106-108.
- Ha D., Kim S. L. (1997). *Implementation of JIT purchasing: An integrated approach*. Production Planning & Control, 8 (2), 152–157.
- Hadley G., Whitin T. M. (1963). *Analysis of Inventory Systems*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs.
- Håkansson, H., 1982. *International Marketing and Purchasing of Industrial Goods -An Interaction Approach*. Wiley, New York.
- Heckert, J. B., Miner, R. B.(1940). *Distribution Costs*. The Ronald Press Company, New York.
- Henkoff, R. (1994). *Delivering the goods*. Fortune, 130(11), E34-47.
- Hill R. M. (1997). *The single-vendor single-buyer integrated production-inventory model with a generalised policy*. European Journal of Operational Research, 97 (3), 493-499.
- Hill R. M. (1999). *The optimal production and shipment policy for the single-vendor single-buyer integrated production-inventory problem*. International Journal of Production Research, 37 (11), 2463-2475.
- Hill R. M., Omar M. (2006). *Another look at the single-vendor single-buyer integrated production-inventory problem*. International Journal of Production Research, 44 (4), 791-800.
- Hoque M. A., Goyal S. K. (2000). *An optimal policy for a single-vendor single-buyer integrated production-inventory system with capacity constraint of the transport equipment*. International Journal of Production Economics, 65 (3), 305-315.
- Hoque M. A., Goyal S. K. (2006). *A heuristic solution procedure for an integrated inventory system under controllable lead-time with equal or unequal sized batch shipments between a vendor and a buyer*. International Journal of Production Economics, 102 (2), 217-225.
- Hsiao Y. C. (2008). *A note on integrated single vendor single buyer model with stochastic demand and variable lead time*. International Journal of Production Economics, 114 (1), 294-297.

- 
- Huang, C. K. (2004). An optimal policy for a single-vendor single-buyer integrated production–inventory problem with process unreliability consideration. *International Journal of Production Economics*, 91(1), 91-98.
- Jaber M. Y., Goyal S. K. (2008). *Coordinating a three-level supply chain with multiple suppliers, a vendor and multiple buyers*. *International Journal of Production Economics*, 116 (1), 95-103.
- Jha J. K., Shanker K. (2009). *Two-echelon supply chain inventory model with controllable lead time and service level constraint*. *Computers & Industrial Engineering*, 57 (3), 1096-1104.
- Joglekar P., Tharthare S. (1990). *The individually responsible and rational decision approach to economic lot sizes for one vendor and many purchasers*. *Decision Science*, 21 (3), 492–506.
- Khouja M. (2003a). *Optimizing inventory decisions in a multi-stage multi-customer supply chain*. *Transportation Research Part E: logistics and transportation review*, 39 (3), 193-208.
- Khouja, M. (2003b). *The impact of quality considerations on material flow in two-stage inventory systems*. *International Journal of Production Research*, 41 (7), 1533-1547.
- Khouja M., Mehrez A. (1994). An economic production lot size model with variable production rate and imperfect quality. *Journal of the Operational Research Society*, 45(12), 1405-1417.
- Kim S. L., Ha, D. (2003). *A JIT lot-splitting model for supply chain management: Enhancing buyer–supplier linkage*. *International Journal of Production Economics*, 86 (1), 1–10.
- Kim T., Hong Y., Chang S. Y. (2006). *Joint economic procurement-production-delivery policy for multiple items in a single-manufacturer, multiple-retailer system*. *International Journal of Production Economics*, 103 (1), 199-208.
- Kjenstad D. (1998). *Coordinated Supply Chain Scheduling, Thèse PhD*. Norwegian University of Science and Technology, Trondleim, Norvège
- Knill B. (1994). *Quick Response too slow for the 90's*. *Industry Week*, 243(9), S16-21.
- Lal R., Staelin R. (1984). *An approach for developing an optimal discount pricing policy*. *Management Science*, 30 (12), 1524–1539.
- Lee H. L., Billington C. (1995). *The evaluation of supply chain management models and practice at Hewlet – Packard*. *Interfaces*, 25, 42-63,
- Lee H. S., Srinivason M. M. (2001). *A production/inventory policy for an unreliable machine*. In Rahim M.A. and Ben Daya M. (Ed.), *Integrated models in production planning, inventory, quality, and maintenance*, Kluwer Academic Publishers, 79-94
- Lewis H. T. (1956). *The Role of Air Freight in Physical Distribution*. Graduate School of Business Administration, Division of Research. Harvard University, Boston.

- 
- Liu A.H., Leach M.P., Bernhardt K.L. (2005). *Examining customer value perceptions of organizational buyers when sourcing from multiple vendors*. Journal of Business Research, 58 (5), 559-568.
- Liu X., Sila C. (2007). *A note on "quality improvement and setup reduction in the joint economic lot size model"*. European Journal of Operations Research, 182(1), 194-204.
- Lu L. (1995). *A one-vendor multi-buyer integrated inventory model*. European Journal of Operational Research 81 (2), 312-323.
- Minner S. (2003). *Multiple-supplier inventory models in supply chain management: A review*. International Journal of Production Economics, 81-82, 265-279.
- Misra A.K. (2004). *Selective discount for supplier buyer coordination using common replenishment epochs*. European Journal of Operational Research, 153 (3), 751-756.
- Munson L. C., Rosenblatt J. M. (2001). *Coordinating a three level supply chain with quantity discounts*. IIE Transactions, 33 (4), 371-384.
- Narayanan S. (1994). *ECR gets GMA response*. Retail World, 47(21), 14.
- New, S. J. (1995). *Supply chain integration: results from a mixed-method pilot study*. Fourth International IPSERA Conference, Birmingham.
- Orlicky J. (1975). *Materials Requirements Planning: the next way of life in production and inventory management*. Mc Graw Hill.
- Ouyang L. Y., Wu K. S. (1997). *Mixture inventory model involving variable lead-time with a service level constraint*. Computers and Operations Research, 24 (9), 875-882.
- Ouyang L. Y., Wu K. S., Ho C. H. (2004). *Integrated vendor-buyer cooperative models with stochastic demand in controllable lead time*. International Journal of Production Economics, 92, 255-266.
- Ouyang L. Y., Wu K. S., Ho C. H. (2007). *An integrated vendor-buyer inventory model with quality improvement and lead time reduction*. International Journal of Production Economics, 108 (1-2), 349-358.
- Pan J. C., Yang J. S. (2002). *A study of an integrated inventory with controllable lead time*. International Journal of Production Research, 40 (5), 1263-1273.
- Persson G. (1995). *Logistic process redesign (some useful insights)*. International Journal of Logistics Management, 6 (1), 13-26.
- Pimor Y. (2003). *Logistique: production, distribution, soutien*. 3<sup>ième</sup> édition Dunod, Paris.
- Radhoui M., Rezg N., Chelbi A. (2008). *Joint quality control and preventive maintenance strategy for imperfect production process*. Journal of Intelligent Manufacturing, 21 (2), 205-212.

- 
- Ritvirool A., Ferrell Jr. W. G. (2007). *The effect on inventory of cooperation in single-vendor, single-buyer systems with quality considerations*. International Journal of Operational Research, 2(3), 338-356.
- Rosenblatt M. J., Lee H. L. (1986). *Economic production cycles with imperfect production processes*. IIE Transactions, 18(1), 48-55.
- Sarmah S. P., Acharya D., Goyal S. K. (2006). *Buyer vendor coordination models in supply chain management*. European Journal of Operational Research, 175 (1), 1-15
- Saunders, M. J. (1995). *Chains, pipelines, networks and value stream: the role, nature and value of such metaphors in forming perceptions of the task of purchasing and supply management*. First Worldwide Research Symposium on Purchasing and Supply Chain Management, Tempe, Arizona, 476-485.
- Sheu H., Chen J. A. (2004). *Optimal lot-sizing problem with imperfect maintenance and imperfect production*. International Journal of Systems Science, 35(1), 69-77.
- Siajadi H., Ibrahim R., Lochert P. (2006). *A single-vendor multiple-buyer inventory model with a multiple-shipment policy*. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 27 (9-10), 1030-1037.
- Sucky E. (2005). *Inventory management in supply chain: a bargaining problem*. International Journal of Production Economics, 93-94 (1), 253-262.
- Viswanathan S. (1998). *Optimal strategy for the integrated vendor-buyer inventory model*. European Journal of Operational Research, 105 (1), 38-42.
- Viswanathan S., Piplani R. (2001). *Coordinating supply chain inventories through common replenishment epoch*. European Journal of Operational Research, 129 (2), 277-286.
- Wang Q. (2002). *Determination of supplier's optimal quantity discount schedules with heterogenous buyers*. Naval Research Logistics, 49 (1), 46-59.
- Weng Z. K. (1995a). *Channel coordination and quantity discounts*. Management Science, 41 (9), 1509-1522.
- Weng Z. K. (1995b). *Modeling quantity discounts under general price sensitive demand functions: optimal policies and relationships*. European Journal of Operational Research, 86 (2), 300-314.
- Wight O. (1984). *Manufacturing Resource Planning: MRP II-Unlocking America's Productivity Potential*. John Wiley & Sons, Inc.
- Woo Y. Y., Hsu S. L., Wu S. (2001). *An integrated inventory model for a single vendor and multiple buyers with ordering cost reduction*. International Journal of Production Economics, 73 (3), 203-215.

- 
- Yang J. S., Pan J. C. H. (2004). *Just-in-time purchasing: an integrated inventory model involving deterministic variable lead time and quality improvement investment*, International Journal of Production Research, 42 (5), 853–863.
- Yang P. C., Wee H. M. (2001). *An arborescent inventory model in a supply chain system*. Production Planning and Control, 12 (8), 728-735.
- Yang P. C., Wee H. M. (2002). *A single-vendor and multiple-buyers production–inventory policy for a deteriorating item*. European Journal of Operational Research, 143(3), 570-581.
- Yau, M. J., Chiou C. C. (2004). *On a replenishment coordination model in an integrated supply chain with one vendor and multiple buyers*. European Journal of Operational Research, 159 (2), 406-419.
- Yedes Y., Chelbi A., Rezg N. (2007). *Optimal integrated production and inventory policy for a single vendor single buyer system*. Proceeding of the 37th International Conference on Computers and Industrial Engineering, Alexandria, Egypt, 2251-2259.
- Yedes Y., Chelbi A., Rezg N. (2008). *Integrated inventory production and shipment model for a single vendor single buyer system*. Proceeding of the 2nd International Conference on Information Systems, Logistics, and Supply Chain, Madison, Wisconsin USA.
- Yedes Y., Chelbi A., Rezg N. (2009a). *A generalized management strategy for a single vendor single buyer system with a constraint on the transport capacity*. Proceeding of the International Conference on Industrial Engineering and Systems Management, Montréal, Canada.
- Yedes Y., Chelbi A., Rezg N. (2009b). *Choosing between two single vendor single buyer integrated production inventory strategies*. Journal of Operations and Logistics, Special issue on Supply Chain, 2(4), III.1-III.14.
- Yedes Y., Chelbi A., Rezg N. (2010). *Quasi-optimal integrated production, inventory and maintenance policies for a single-vendor single-buyer system with imperfect production process*. Journal of Intelligent Manufacturing, 2(4), DOI 10.1007.
- Zanoni S., Grubbström R. W. (2004). *A note on an industrial strategy for stock management in supply chains: modeling and performance evaluation*. International Journal of Production Research, 42 (20), 4421-4426.
- Zanoni S., Zavanella L. (2007). *Single-vendor single-buyer with integrated transport-inventory system: Models and heuristics in the case of perishable goods*. Computers and Industrial Engineering, 52, 107-123.
- Zavanella L., Zanoni S. (2009). *A one-vendor multi-buyer integrated production-inventory model: The ‘Consignment Stock’ case*. International Journal of Production Economics, 118 (1), 225-232.
- Zhou Y. W., Wang S. D. (2007). *Optimal production and shipment models for a single-vendor–single-buyer integrated system*. International Journal of Operational Research, 180 (1), 309-328.