



**HAL**  
open science

# Approche probabiliste du dimensionnement contre le risque de rupture

Salim Georges Jallouf

► **To cite this version:**

Salim Georges Jallouf. Approche probabiliste du dimensionnement contre le risque de rupture. Autre. Université Paul Verlaine - Metz, 2006. Français. NNT : 2005METZ011S . tel-01752426

**HAL Id: tel-01752426**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01752426>**

Submitted on 29 Mar 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

PPN 0956.15776

UNIVERSITE Paul Verlaine - METZ S.C.D.	
N Inv	2005 0315
Col	S/M305/11
LOC	mag 1 <sup>er</sup> étage



# THÈSE

Présentée à



UNIVERSITÉ PAUL VERLAINE  
DE METZ



UNIVERSITÉ D'ALEP

Par

**Salim Georges JALLOUF**

Pour l'obtention du grade de :

Docteur de l'Université de Paul Verlaine de Metz et de l'Université d'Alep

**EXCLU DU PRÊT**

Spécialité : Sciences de l'ingénieur  
Option : Mécanique

**Approche Probabiliste du Dimensionnement  
Contre le Risque de Rupture**

Soutenue le 12 Janvier 2006 devant le jury composé de :

- |                          |  |                           |
|--------------------------|--|---------------------------|
| <b>Gérard MESMACQUE</b>  | <b>Professeur à l'Université des Sciences et Technologies de Lille</b> | <b>Rapporteur</b>         |
| <b>Mofid MWAKEH</b>      | <b>Professeur à l'Université de Alep</b>                               | <b>Rapporteur</b>         |
| <b>Philippe JODIN</b>    | <b>Ingénieur de recherche Université Paul Verlaine de Metz</b>         | <b>Examineur</b>          |
| <b>Alain CARMASOL</b>    | <b>Maître de conférence à l'ENIM</b>                                   | <b>Examineur</b>          |
| <b>Najib ABDUL WAHED</b> | <b>Professeur à l'Université de Alep</b>                               | <b>Directeur de Thèse</b> |
| <b>Guy PLUVINAGE</b>     | <b>Professeur à l'Université de Paul Verlaine de Metz</b>              | <b>Directeur de Thèse</b> |

Laboratoire de Fiabilité Mécanique LFM  
ENIM et Université Paul Verlaine de Metz, Île du Saulcy, 57045 Metz Cedex 01

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE DE METZ



031 536298 1

0956 15 776

UNIVERSITE Paul Verlaine - METZ S.C.D.	
N Inv	2005 031S
Cote	S/Mg 05/11
LOC	Mag 120g



# THÈSE

Présentée à



UNIVERSITÉ PAUL VERLAINE  
DE METZ



UNIVERSITÉ D'ALEP

Par

**Salim Georges JALLOUF**

Pour l'obtention du grade de :

Docteur de l'Université de Paul Verlaine de Metz et de l'Université d'Alep

**EXCLU DU PRÊT**

Spécialité : Sciences de l'ingénieur  
Option : Mécanique

**Approche Probabiliste du Dimensionnement  
Contre le Risque de Rupture**

Soutenue le 12 Janvier 2006 devant le jury composé de :

- |                          |  |                           |
|--------------------------|--|---------------------------|
| <b>Gérard MESMACQUE</b>  | <b>Professeur à l'Université des Sciences et Technologies de Lille</b> | <b>Rapporteur</b>         |
| <b>Mofid MWAKEH</b>      | <b>Professeur à l'Université de Alep</b>                               | <b>Rapporteur</b>         |
| <b>Philippe JODIN</b>    | <b>Ingénieur de recherche Université Paul Verlaine de Metz</b>         | <b>Examineur</b>          |
| <b>Alain CARMASOL</b>    | <b>Maître de conférence à l'ENIM</b>                                   | <b>Examineur</b>          |
| <b>Najib ABDUL WAHED</b> | <b>Professeur à l'Université de Alep</b>                               | <b>Directeur de Thèse</b> |
| <b>Guy PLUVINAGE</b>     | <b>Professeur à l'Université de Paul Verlaine de Metz</b>              | <b>Directeur de Thèse</b> |

# إهداء

أبي أمي بشري و بشير

لو كان القلب يهدي ..... للاهديتكم قلبي

لو كانت الروح تهدي ..... للاهديتكم روحي

كل عمرة جهدي و تعبني لنيل درجة الدكتوراه اهد بها لكم

أرجو أن تقبلوها من

سليم

# *Remerciements*

*Ce travail a été effectué en cotutelle avec l'Université de Metz au Laboratoire de Fiabilité Mécanique, L'Ecole Nationale d'Ingénieur de Metz et l'Université de Alep .*

*J'exprime toute ma reconnaissance à mon directeur de thèse, Monsieur le Professeur Guy PLUVINAGE, de m'avoir accueilli au sein de son équipe de recherche et d'avoir accepté de diriger ce travail. Qu'il soit remercié en premier pour sa grande disponibilité, son suivi continu, ses conseils constructifs et la qualité de ses idées qui m'ont permis d'atteindre la finalité de ce travail.*

*Je ne saurais jamais comment exprimer ma reconnaissance et mes remerciements à mon Directeur de thèse, Monsieur le Professeur Mohamed NAJIB ABDUL WAHED de m'avoir guidé et conseillé au long de mes travaux de Master et de Thèse.*

*Ma gratitude et mes remerciements vont ensuite aux membres du jury :*

- Monsieur le Professeur Gérard MESMACQUE, qui a accepté de rapporter sur ce travail. Qu'il trouve ici l'expression de toute ma reconnaissance.*
- Monsieur le Professeur Mofid MWAKEH, qui a accepté de rapporter sur ce travail et honoré le jury de sa présence.*
- Monsieur le docteur Philippe Jodin, son intérêt pour le sujet nous a permis d'avoir de nombreuses discussions enrichissantes.*
- Monsieur Alain CARMASOL, qui a encadré ce travail avec une grande disponibilité et une immense patience. Ses conseils m'ont aidé à chaque instant.*

*Je voudrais exprimer ma profonde gratitude à Monsieur le Professeur LEBIENVENU Directeur du LFM de m'avoir autorisé à poursuivre mes études de recherche.*

*Je n'oublierais de remercier tous les membres du laboratoire de fiabilité mécanique sans oublier mes amis du laboratoire.*

*Que Mme Cathy JUNG reçoit l'expression de reconnaissance et d'amitié pour son aide et ses services durant tous mes séjours en France*

*Enfin un remerciement très particulier à celui qui m'a donné le courage pour surmonter les moments difficiles durant cette thèse, pour son soutien et sa confiance à .... ?*

*Salim JALLOUF*

## **Abstract**

Within SINTAP, a probabilistic procedure has been developed to calculate the probability of failure and to determine the safety and the reliability factors.

To calculate the probability of failure, a multi-dimensional integral has to be evaluated:

$$P_F = P_r[g(X) < 0] = \int_{g(x) < 0} f_x(X) dx$$

$f_x(x)$  is known joint probability density function of the random vector X. The following parameters are treated as random parameters:

- Fracture toughness
- Yield strength
- Ultimate tensile strength
- Defect distribution

The parameters can follow a normal, log-normal, Weibull or some special distributions (for the defects).

The failure probability integral is very hard to evaluate using numerical integration. Instead, the following numerical algorithms are included within the procedure:

- Simple Monte Carlo Simulation (MCS),
- First & Second -Order Reliability Method (FORM & SORM).

Simple Monte Carlo Simulation (MCS) is a simple method that uses the fact that the failure probability integral can be interpreted as a mean value in a stochastic experiment. An estimate is therefore given by averaging a suitably large number of independent outcomes (simulations) of this experiment.

First/Second-Order Reliability Method (FORM/SORM) uses a combination of both analytical and approximate methods, when estimating the probability of failure.

Example of application of such a method to deferent defects is proposed. The influence of temperature on safety and reliability factors is discussed.

**Keywords :** *SINTAP, Failure Assessment Diagram, Structural Reliability, FORM/SORM Methods, Monte-Carlo Simulation.*

## Résumé

Avec la méthode SINTAP, une procédure probabiliste a été développée pour calculer la probabilité de rupture, et pour déterminer les facteurs de sécurité et de fiabilité.

Pour calculer la probabilité de rupture, une intégrale multidimensionnelle doit être évaluée :

$$P_F = P_r[g(X) < 0] = \int_{g(x) < 0} f_x(X) dx$$

Où  $f_x(x)$  est une fonction commune connue de densité de probabilité d'un vecteur aléatoire X.

Les paramètres suivants sont traités en tant que paramètres aléatoires :

- ténacité,
- limite d'élasticité,
- la résistance ultime,
- distribution de défaut.

Ces paramètres peuvent suivre une distributions Normale, Log normale, Weibul, ou spéciale (pour les défauts).

Il est très difficile d'évaluer l'intégrale de probabilité de rupture en utilisant l'intégration numérique.

Par ailleurs, les algorithmes numériques suivants sont inclus dans la Procédure:

- Simulation simple de Monte-Carlo
- Méthodes FORM/SORM

La simulation simple de Monte-Carlo est une méthode simple qui emploie le fait que l'intégrale de probabilité de rupture peut être interprétée comme une valeur moyenne dans une expérience stochastique.

Une évaluation est donc donnée en faisant la moyenne d'un nombre convenablement grand de résultats indépendants (simulations) de cette expérience.

Les méthodes de fiabilité de Premier/Second Ordre (FORM/SORM) emploient une combinaison des méthodes analytiques et approximatives, en estimant la probabilité de rupture.

On propose des exemples de l'application d'une telle méthode pour différents défauts. L'influence de la température sur des facteurs de sécurité et de fiabilité est discutée.

Mote-clés : *SINTAP, diagramme intégrité rupture, Fiabilité des structures, Méthodes FORM/SORM, Simulation de Monte-Carlo.*

## الخلاصة

تم تطوير نموذج احتمالي للانهييار وتحديد معامل الأمان والوثوقية بالاعتماد على SINTAP .  
يتوجب تحديد تابع تكاملي متعدد الأبعاد من أجل حساب احتمال الانهييار وهذا التابع على الشكل التالي :

$$P_F = P_r [g(X) < 0] = \int_{g(x)<0} f_x(X) dx$$

حيث  $f_x(x)$  هو تابع الكثافة الاحتمالي المشترك ذو المتحول العشوائي  $X$  .  
لقد تم اعتبار المتحولات التالية على أنها متحولات عشوائية :

- الصلابة
- المرونة
- مقاومة الشد العظمى
- توزيع الأعطاب

يمكن لهذه المتحولات أن تأخذ أي شكل من أشكال التوزيعات الاحتمالية : توزيع طبيعي, توزيع لوغاريتم الطبيعي, توزيع وابل أو أي توزيعات أخرى ( من أجل الأعطاب ) .

من الصعب جدا تقدير تابع الكثافة الاحتمالي بالطرق التقليدية لذلك تم الاعتماد على طريقتين أساسيتين هما :

طريقة النمذجة البسيطة مونتكارلو

طريقة FORM/SORM

تعتمد طريقة مونتكارلو على نمذجة عدد كبير من المتحولات وأخذ القيمة الوسطية للنتائج التجريبية.

أما طرائق الوثوقية الأولى والثانية FORM/SORM فهي عبارة عن مزيج من الطرائق التحليلية والعديدية حيث تعطي قيم تقريبية لاحتمال الانهييار.

لقد تم دراسة عدد من التطبيقات على مختلف الطرائق لتشوهات مختلفة . كما وتم دراسة تأثير درجات الحرارة على معامل الأمان والوثوقية.

# SOMMAIRE

Liste des figures	6
Liste des tables	10
Liste des notations	11
Introduction générale	13
<i>Chapitre I Mécanique de la rupture</i>	
I – Introduction	16
I-1- Introduction aux critères des ruptures	20
I-2- Critères de Rupture	24
I-2-1- Critères De La Mécanique Linéaire de Rupture	24
I-2-2- Critères de Mécanique Non Linéaire de Rupture	27
I-3- Détermination expérimentale des paramètres de la Ténacité Statique des Matériaux constitutifs de Tubes	29
I-4- Diagramme Integrite-Rupture comme Critère de Dimensionnement Contre le Risque de Rupture	31
I-4-1- Introduction	31
I-4-2- Le Diagramme Intégrité-rupture	34
I-4-3- Formules d'interpolation entre les états limites de référence	35
I-4-4- La méthode EPRI	38
I-4-5- La méthode R6	40
I-4-6- La méthode RCC MR	42
I-5- SINTAP	45
I-5-1- NIVEAU 0 ( Au Niveau par défaut )	47
I-5-2- NIVEAU 1 ( Au Niveau Standard )	47
I-5-3- NIVEAU 2	49
I-5-4- NIVEAU 3	52
I-5-5- NIVEAU 5	53
I-6- Base du dimensionnement des diagrammes intégrité rupture	53
I-6-1- Approche basée sur la température de transition	53
I-6-2- Approche déterministe	54

## *Chapitre II Monte-Carlo Méthode*

II- Introduction	56
II-1- Variables aléatoires et scénario de défaillance	56
II-1-1- Aléas	56
II-1-2- Scénarios de défaillance et fiabilité	59
II-2 - Méthodes de Simulation	61
II-2-1. Lois de distribution des densités de probabilités étudiées	62
II-3 Nombres pseudo-aléatoires uniformes	69
II-3-1 Générateur congruentiel mixte.	69
II-3-2-Choix des paramètres de l'algorithme	70
II-3-3-Générateur multiplicatif	71
II-3-4-Générateur congruentiel additif	71
II-3-5-Générateur de l'IBM System / 360	71
II-3-6-Générateur de l'HP25	72
II-3-7-Générateurs de distributions non uniformes	72
II-4-Méthode de la transformation inverse	73
II-4-1 Méthode de composition	73
II-4-2-Méthode de rejet-acceptation	74
II-4-3- Distribution Gaussienne	75
II-4-4- Distribution exponentielle	75
II-4-5 Distribution log-normale	76
II-4-6-Distribution de Weibull à 2 paramètres	76
II-5 - Simulations de Monte-Carlo	77
II-5-1 Simulation directe ou Monte-Carlo Direct	77
II-5-2- Echantillonnage stratifié	80
II-5-3- Simulation directionnelle	82
II-6 Caractéristiques des simulations de Monte-Carlo	85
 <i>Chapitre III FORM / SORM méthode</i>	
III- Introduction	87
III-1- Indice de Rjanitzyne-Cornell	87
III-2-Critique de l'indice $\beta_c$	88
III-3-Indice de Hasofer et Lind	88
III-4-Définition de l'indice de fiabilité exact et invariant	89
III-5-Transformation isoprobabiliste	91

III-5-1-Cas des variables indépendantes	91
III-5-1-1-Rappel du problème et des notations	91
III-5-1-2-Cas des variables Gaussiennes	92
III-5-1-3-Cas de la loi log-normale	93
III-5-1-4-Cas de la loi exponentiel ( Transformation de JALLOUF )	93
III-5-1-5- Cas de la loi Weibull ( Transformation de JALLOUF )	93
III-5-2-Cas des variables dépendantes	94
III-5-2-1Transformation de Rosenblatt.	94
III-5-2-2Transformation de Nataf	96
III-6-Méthode FORM	102
III-6-1 Problème d'optimisation	103
III-6-2- Validation d'un calcul FORM	103
III-8-Méthodes SORM	105
III-9-Calcul de $\Phi$	106
III-10-Conclusion	107
<i>Chapitre IV Matériau et condition en service</i>	
IV- Introduction	109
IV-1 Composition de Matériau	109
IV-1-1 Propriétés chimiques	109
IV-1-2 Caractérisation mécanique	109
IV-2 La détermination de la ténacité	111
IV-2-1- choix des éprouvettes	111
IV-2-2-Dispositif d'essais.	113
IV-2-2-1-Le montage de flexion 3 points.	113
IV-2-2-1-1- Description du montage.	113
IV-2-2-1-2 Problèmes rencontrés et solutions retenues.	114
IV-2-2-2- Le matériel d'acquisition.	116
IV-2-2-3- Le dispositif de flexion.	116
IV-2-2-4- La machine d'émission acoustique.	117
IV-2-2-5-Le capteur de déformation.	117
IV-2-2-6- La table traçante.	118
IV-2-2-7- La caméra.	118
IV-2-3- Dépouillement des résultats	119
IV-2-3-1- Résultats des essais de rupture statique.	119

IV-2-3-2- Courbe charge-déplacement.	119
IV-2-3-3- Résultats obtenus en acoustique.	120
IV-3 Condition en Service	123
IV-3-1- Le programme Naturalhy	123
IV-3-2- Etat des contraintes dans un gazoduc	126
IV-3-2-1- Sources de contraintes dans la conduite en exploitation	127
IV-3-2-2- Pression interne de service	128
IV-3-2-3- Concentration locale de contraintes à la surface de la conduite	130
IV-3-2-3-1- Contraintes secondaires	131
IV-3-2-3-2- Contraintes longitudinales (axiales)	131
IV-4- défaillances des gazoducs	132
<i>Chapitre V Résultats</i>	
V-1- Introduction	136
V-2- Défaut semi sphérique dans le tube de géométrie 1	136
V-2-1- Géométrie du défaut	136
V-2-2- Géométrie du tube	137
V-2-3- Facteur d'intensité de contrainte d'un défaut transverse	137
V-2-4- Distribution des propriétés mécaniques	138
V-2-5- Distribution des pressions maximales	141
V-2-6- Distribution des défauts	141
V-2-7- Résultats	142
V-3- Défaut semi elliptique dans le tube de géométrie 1	146
V-3-1- La géométrie du défaut	146
V-3-2- Géométrie du tube	146
V-3-3- Facteur d'intensité de contrainte d'un défaut semi elliptique	147
V-3-4- Distribution des propriétés mécaniques et du chargement	148
V-4- Défaut longitudinal et de surface	150
V-4-1- Géométrie du tube (Géométrie 2)	150
V-4-2- Facteur d'intensité de contrainte d'un défaut longitudinal et de surface	151
V-4-3- Distribution des propriétés mécaniques et du chargement	152
V-5- Résumé des résultats obtenus	156

## *Chapitre VI Discussion*

VI-1- Discussion	158
VI-2-Coefficient de Sécurité	163
VI-2-1-Coefficient de sécurité obtenu par la méthode déterministe	164
VI-2-2-Coefficient de Fiabilité obtenu par la méthode déterministe	164
VI-2-3-Coefficient de sécurité obtenu par la méthode probabiliste	166
VI-2-4-Coefficient de fiabilité obtenu par la méthode probabiliste	166
VI-3-Evaluation du facteur de fiabilité	174
Conclusion Générales et Perspectives	176
Annexe	180
Conclusion Arabe	184
Bibliographie	204

## *Liste des Figures*

FIGURE I.1	Exemple d'incident sur le « LIBERTY SHIPS » (1942-1944)	19
FIGURE I.2	Exemple d'éclatement d'un réservoir sous pression	19
FIGURE I.3	Schéma représentant les différents degrés de plastification selon le mécanisme de rupture	20
FIGURE I.4	Analyse de FEDDERSEN, les domaines I, II et III sont précisés dans le tableau I.1	23
FIGURE I.5	Etats limites de référence et positionnement dans le diagramme $(k_r ; S_r)$ .	34
FIGURE I.6	Diagramme intégrité-rupture définition de la zone de sécurité	34
FIGURE I.7	Diagramme intégrité-rupture avec « queue » pour lequel $S_r > 1$	39
FIGURE I.8	correction de plasticité dans la méthode R6	40
FIGURE I.9	Diagramme Intégrité-rupture dans la méthode R6	41
FIGURE I.10	Courbe universelle de traction utilisée dans la méthode du RCC-MR	43
FIGURE I.11	Évolution de A en fonction de $S_r$ .	44
FIGURE I.12	Diagramme intégrité-rupture du RCC-MR	44
FIGURE I.13	Division du diagramme intégrité-rupture en 3 zones (fragile, transition, ductile).	54
FIGURE I.14	Définition du facteur de sécurité sur les diagrammes intégrité-Rupture	54
FIGURE II.1	Aléas externes et internes	57
FIGURE II.2	Influence du coefficient de variation $CV_x$ sur le paramètre de forme m de la loi de Weibull.	68
FIGURE II.3	Construction d'une variable aléatoire par inversion de la distribution de probabilité.	73
FIGURE II.4	Construction d'une variable aléatoire de rejet-acceptation	74
FIGURE II.5	Simulation de Monte-Carlo	79
FIGURE II.6	Tirage stratifié	81
FIGURE II.7	Simulation directionnelle	83
FIGURE III.1	Représentation de l' Cornell	87
FIGURE III.2	Représentation de l'indice de Hasofer-Lind. La distance $OP^*$ est l'indice $\beta$	89
FIGURE III.3	Transformation de l'espace physique vers l'espace normé et rotation des axes	90
FIGURE III.4	Transformation de l'espace physique vers l'espace normé. Définition de l'indice géométrique	92
FIGURE III.5	Transformation dans un espace de lois normales centrées réduites	94
FIGURE III.6	Principe de l'approximation FORM	102
FIGURE III.7	Approximation Multi FORM	104

FIGURE III.8	Différences entre l'approximation linéaire et quadratique	105
FIGURE III.9	Approximations paraboliques _représentation selon différentes courbures pour $\beta = 3$ .	106
FIGURE IV.1	Eprouvette d'essai de traction	110
FIGURE IV.2	Courbe de traction monotone	111
FIGURE IV.3	Représentation de l'éprouvette entaillée	112
FIGURE IV.4	Représentation du montage de flexion 3 points	113
FIGURE IV.5	Glissement de l'éprouvette sous une charge de 2300 N	114
FIGURE IV.6	Montage dans sa configuration définitive	115
FIGURE IV.7	Dispositif de flexion INSTRON 1341	116
FIGURE IV.8	Pupitre de commande	116
FIGURE IV.9	Machine d'émission acoustique et ses composants	117
FIGURE IV.10	Dispositif de flexion INSTRON 1341	117
FIGURE IV.11	Table traçante	118
FIGURE IV.12	La caméra avec ces deux lampes halogènes	118
FIGURE IV.13	Position sur le montage.	118
FIGURE IV.14	Courbe traduisant l'évolution de la charge en fonction du déplacement du vérin.	119
FIGURE IV.15	Courbe charge-énergie en fonction du temps	120
FIGURE IV.16	Courbe charge-énergie en fonction du temps	121
FIGURE IV.17	Courbe charge-durée de l'émission acoustique en fonction du temps	121
FIGURE IV.18	Réseau de distribution d'hydrogène en Europe du Nord par Air Liquide	123
FIGURE IV.19	Les trois modes de distribution de l'hydrogène	124
FIGURE IV.20	Contraintes s'exerçant sur un gazoduc	126
FIGURE IV.21	Profil de pression de 20 jours d'un pipeline à produits liquides	130
FIGURE IV.22	Causes des ruptures de pipelines en cours d'exploitation enregistrées par les membres de l'ACPRÉ de 1985 à 1995	132
FIGURE IV.23	Présent un exemple de défaut à cous de corrosion	132
FIGURE IV.24	Un défaut interne semi elliptique	133
FIGURE IV.25	La distribution de la défaut	134
FIGURE V.1	Géométrie du défaut semi – sphérique	136
FIGURE V.2	Géomètre de la tube	137
FIGURE V.3	variation de la fonction de géométrie F avec $a/t$ , $2c/a$	137
FIGURE V.4	correction de géométrie d un défaut semi sphérique	138
FIGURE V.5	distribution cumulée de la limite d'élasticité	139
FIGURE V.6	distribution cumulée de la résistance ultime	139
FIGURE V.7	le courbe entre le Log CV et Log m pour la ténacité	140
FIGURE V.8	distribution cumulée pour la ténacité	140
FIGURE V.9	distribution cumulée de la profondeur du défaut avec $CV = 0.1$ et $\mu = 3 \text{ mm}$	141
FIGURE V.10	Probabilité de rupture d'un défaut semi sphérique pour différentes méthodes	142

FIGURE V.11	Probabilité de la rupture pour différentes profondeurs de défaut semi sphérique	143
FIGURE V.12	Comparaison des courbes de probabilité contrainte entre les trois méthodes pour un défaut semi sphérique	144
FIGURE V.13	géométrie du défaut semi elliptique	146
FIGURE V.14	Géomètre du tube 2	146
FIGURE V.15	variation de la fonction de géométrie F avec $a/t$ , $2c/a$	147
FIGURE V.16	Correction de géométrie d'un défaut semi elliptique	147
FIGURE V.17	Comparaison des courbes de probabilité de rupture en fonction de la contrainte obtenues avec les trois méthodes statistiques pour un défaut semi elliptique.	148
FIGURE V.18	Comparaison entre les défauts Semi sphérique et semi elliptique	149
FIGURE V.19	Géométrie du tube3	150
FIGURE V.20	Géométrie du défaut 3	151
FIGURE V.21	variation de la fonction de géométrie F avec $a/t$ , $2c/a$ .	151
FIGURE V.22	Correction de géométrie d'un défaut longitudinal et de surface	152
FIGURE V.23	caractéristiques du matériau en fonction de la température	153
FIGURE V.24	Comparaison des courbes de probabilité de rupture -contrainte pour différentes températures et pour un défaut longitudinal de surface	154
FIGURE V.25	Evolution de la contrainte de rupture pour une probabilité de $10^{-6}$ avec la température	155
FIGURE VI.1	Résultat présentés dans la documentation SINTAP	159
FIGURE VI.2	Comparaison des deux résultats avec le Pro SINTAP	160
FIGURE VI.3	Comparaison SINTAP et JALLOUF Programme	161
FIGURE VI.4	L'erreur entre deux méthode avec le probabilité de Monte-Carlo	162
FIGURE VI.5	Définition du facteur de sécurité sur les diagrammes intégrité-Rupture	164
FIGURE VI.6	Domaine de Fiabilité obtenu par la méthode déterministe	165
FIGURE VI.7	définition des deux espaces sécurité et fiabilité et des coefficients associés	165
FIGURE VI.8	Coefficient de Fiabilité obtenu par la méthode probabiliste	167
FIGURE VI.9	Facteur de sécurité et de fiabilité obtenus par la méthode déterministe pour les trois cas étudiés à la température de 20°C.	168
FIGURE VI.10	facteurs de sécurité et de fiabilité obtenus par la méthode probabiliste pour les trois cas étudiés à la température de 20°C	169
FIGURE VI.11	Facteur de sécurité et de fiabilité obtenus par la méthode déterministe pour les trois cas étudiés à la température de 20°C	170
FIGURE VI.12	différent domaine de fiabilité selon la température	170
FIGURE VI.13	Evolution Facture de sécurité avec la température	171
FIGURE VI.14	Facture de fiabilité en fonction de la température	172
FIGURE VI.15	Facture de sécurité déterministe et probabiliste pour différentes températures	172

FIGURE VI.16	Facture de sécurité déterministe et probabiliste pour semi elliptique et semi sphérique	173
FIGURE VI.17	évolution du défaut relatif en fonction de facteur de fiabilité.	174
FIGURE VI.18	courbe de la probabilité de défaillance relative au facteur de sécurité de 2 pour le cas 3 en fonction de la température.	175

## *Liste des Tableaux*

Tableau N° I.1	Les limites des trois domaines des ruptures	23
Tableau N° I.2	Les équations proposées pour le Diagramme Intégrité-Rupture	36
Tableau N° III.1	Catégorie (1) : $f = C_{ste}$ , $X_i$ normale et $X_j$ loi du groupe I.	98
Tableau N° III.1	Catégorie (2) : $f = f(C_{X_j})$ , $X_i$ normale et $X_j$ loi du groupe II	99
Tableau N° III.1	Catégorie (3) : $f = f(\rho_{ij} = \rho)$ , $X_i$ normale et $X_j$ loi du groupe I.	99
Tableau N° III.1	Catégorie (4) : $f = f(\rho_{ij}, C_{X_j})$ , $X_i$ groupe I. et $X_j$ groupe II.	100
Tableau N° III.1	Catégorie (5) : $f = f(\rho_{ij}, C_{X_i}, C_{X_j})$ , $X_i$ et $X_j$ loi du groupe II.	101
Tableau N° IV.1	Composition chimique de l'acier API 5L X 52 (proportions massiques en %).	109
Tableau N° IV.2	Caractéristiques mécaniques de l'acier X52	110
Tableau N° IV.3	Récapitulatif des charges critiques obtenues lors des essais	119
Tableau N° IV.4	Résultats obtenus en acoustique	122
Tableau N° V.1	valeurs des contraintes associées à une probabilité de rupture de $10^{-6}$ .	142
Tableau N° V.2	Contraintes de rupture associées à un niveau de probabilité de rupture de $10^{-6}$ pour deux types de défauts semi sphérique, et semi elliptique.	150
Tableau N° V.3	caractéristiques du matériau en fonction de la température.	152
Tableau N° V.4	Evolution de la contrainte correspondant à une probabilité de $10^{-6}$ avec la température.	154
Tableau N° VI.1	Comparaison des probabilités de défaillance pour une contrainte de 170 MPa obtenues selon les deux méthodes ProSINTAP et JALLOUF	162
Tableau N° VI.2	Valeurs des coefficients de sécurité et de fiabilité pour les trois cas étudiés	167
Tableau N° VI.3	Valeurs des coefficients de sécurité et de fiabilité selon les températures	171

## *Liste des notations*

$a$	Longueur de fissure
$a_{ef}$	Longueur effective de fissure
$a_c$	Taille de défaut critique
$F_\sigma(a/W)$	Correction de géométrie ou fonction de calibration des éprouvettes de mécanique de rupture
$W$	Langueur de l'éprouvette
$G$	Taux d'énergie élastique disponible
$G_c$	Taux d'énergie élastique disponible critique
$E$	Module d'Young
$E'$	$E/(1-\nu^2)$
$\nu$	Coefficient de poisson
$J$	Intégrale énergétique
$x$	Variable aléatoire de base
$X$	Réalisation de $X$
$\bar{X}$	Vecteur des variables aléatoires de base
$U$	Variable aléatoire dans l'espace gaussien
$u$	Réalisation de $U$
$N$	Nombre de variables aléatoires
$\mu(x)$	Moyenne de la variable aléatoire $x$
$\sigma(x)$	Ecart-type de $x$
$CV$	Coefficient de variation
$P_f$	Probabilité de défaillance
$\beta_{HL}$	Indice de fiabilité de Hasofer-Lind
$\beta_G$	Indice de fiabilité généralisé
$K_{Ic}$	Facteur d'intensité de contraintes critique
$K_{I,II,III}$	Facteur d'intensité de contraintes en mode I, II, ou III
$K_c^*$	Ténacité
$K_r$	Ténacité non dimensionnelle
$K_{Ie}$	Contrainte équivalent
$P$	charge

$P_L$	charge limite
$R_e$	Limite d'élasticité
$R_c$	Contrainte d'écoulement
$R_m$	Résistance ultime
$R_{0,2}$	limite d'élasticité conventionnelle du matériau
$r_y$	La correction de plasticité d'Irwin
$S_r$	Contrainte non dimensionnelle
$T$	Température
$T$	Transformation
$T_{cr}$	Température de transition
$\sigma_g$	Contrainte globale
$\sigma_{ref}$	Contraint de référence
$\sigma_{PF}$	Contrainte locale près de la fissure
$\sigma_N$	Contrainte nominale
$\sigma_g^c$	Contraint globale critique
$\sigma_{ij}$	Composante du tenseur des contrainte
$\delta$	Ecartement de fissure
$\delta_c$	Ecartement critique de fissure
$\gamma$	Energie surfacique de rupture
$\gamma_{ef}$	Energie surfacique effective
$\alpha$	Constante de la loi de Ramberg-Osgood
$\Phi$	Facteur de correction
$\epsilon_{ref}$	Déformation de référence
$\epsilon_{el}$	Déformation élastique

# Introduction Générale

## ***Introduction Générale***

Cette dernière décennie a vu le passage progressif de la conception de codes de construction déterministes à celle de codes probabilistes. À des facteurs de sécurité présentant des valeurs fixes, s'est substitué une valeur conventionnelle de probabilité de défaillance. Dans le cas d'une conception aux états limites ultimes, deux grandeurs sont examinées: les actions et les résistances. La conception consiste à vérifier que les contraintes admissibles ne dépassent pas la résistance caractéristique.

Dans le cas d'une conception de tolérance aux défauts, le problème fait intervenir trois grandeurs : la taille de défaut, la contrainte et la ténacité. Ces trois grandeurs sont reliées entre-elles par un critère de type mécanique de rupture.

Les codes de constructions incorporant le concept de tolérance aux défauts font actuellement intervenir trois critères de mécanique élasto-plastique de la rupture: l'intégrale  $J$ , l'écartement critique de fissure et les diagrammes intégrité-rupture.

Ces derniers sont les plus utilisés notamment dans l'industrie nucléaire et la construction soudée. Un diagramme intégrité-rupture est basé sur le principe suivant :

On définit deux grandeurs adimensionnelles: le facteur d'intensité de contraintes adimensionnel  $K_r$  et la contrainte adimensionnelle  $S_r$ .

Pour une rupture totalement fragile  $K_r=1$  ;  $S_r=0$ , pour la ruine plastique  $K_r=0$  ;  $S_r=1$ .

Toute rupture qui diffère de ces deux états limites particuliers est représentée par un point de coordonnées  $(S_r^*, K_r^*)$ . Ce point est situé dans le plan  $(S_r, K_r)$  sur une courbe d'interpolation  $K_r=f(S_r)$ . Lorsque le point de fonctionnement de la structure est situé sur cette courbe d'interpolation, il y a rupture. Il existe plusieurs types de courbes d'interpolation notamment les courbes des codes R6, EPRI, RCCM, SINTAP. Il n'existe actuellement pas d'approche probabiliste des diagrammes intégrité-rupture et c'est donc l'objectif de ce sujet de thèse.

La fiabilité mécanique se propose de déterminer des techniques mathématiques et numériques qui visent, à partir d'une caractérisation probabiliste des éléments résistants d'une structure ainsi que du chargement qui lui est appliqué, à estimer la probabilité pour que cette structure atteigne un certain état de défaillance.

Les méthodes actuellement utilisées en fiabilité mécanique se partagent entre deux familles : les méthodes de simulation fondées sur le principe de la simulation de Monte-Carlo et les méthodes FORM/SORM. Les méthodes FORM/SORM ont été développées pour résoudre les problèmes de transformations de calcul des méthodes de simulations. Les méthodes

FORM/SORM sont très efficaces en pratique, mais la validation des résultats obtenus n'est pas évidente : il n'existe pas d'estimation de l'erreur.

Des études sont encore nécessaires pour valider les résultats et pour réaliser un couplage efficace.

Les travaux présentés dans ce mémoire essayent de répondre à ces deux problèmes :

- Des critères de rupture probabiliste, et nous avons proposé de le baser sur les diagrammes intégrité-rupture et particulièrement la méthode SINTAP
- Les factures de sécurité et de fiabilité (ce dernier a été introduit dans cette thèse).

Le premier chapitre du mémoire présente sommairement la mécanique des ruptures et les différents critères de rupture, la motivation essentielle dans l'établissement d'un diagramme d'intégrité-rupture est de disposer d'une représentation universelle pour toute condition de rupture incluant la rupture fragile et la ruine plastique.

Le chapitre II rappelle les méthodes de simulation ; les simulations de Monte-Carlo impliquent la représentation par des tirages aléatoires.

Le chapitre III présente les méthodes FORM/SORM méthodes les plus universellement adoptées pour quantifier la fiabilité reposant sur le calcul des probabilités.

Le chapitre IV représente l'étude expérimentale.

Enfin une synthèse des résultats et des réflexions et quelques perspectives de suites possibles à cette étude sont proposées.

# **CHAPITRE I**

# **CHAPITRE I**

## **I - Introduction**

La rupture est un problème auquel l'homme aura à faire face aussi longtemps qu'il construira des édifices ou fabriquera des structures. Ce problème est actuellement plus crucial avec le développement de structures complexes lié au progrès technologique. Les avancées dans la connaissance de la mécanique de la rupture permettent aujourd'hui et plus précisément depuis le milieu du 20<sup>e</sup> siècle, de mieux prévenir le risque de rupture.

Cependant, beaucoup de mécanismes de rupture sont encore mal connus notamment lorsqu'on utilise de nouveaux matériaux ou de nouveaux procédés. Le coût des ruptures catastrophiques représente, d'après une étude économique du début des années 80, près de 4% du PNB dans les pays industriels développés. On pourrait réduire ce coût d'environ 30% si on appliquait correctement les concepts connus de la mécanique de la rupture et de 25% supplémentaires par le développement des recherches.

On distingue deux causes de rupture des structures :

- soit une négligence dans la conception, dans la construction ou dans l'utilisation de la structure
- soit l'utilisation d'un nouveau matériau ou d'un nouveau procédé, qui peut provoquer une rupture inattendue.

Dans le premier cas, le risque de rupture peut être évité dès lors que la structure est bien dimensionnée avec un choix de matériaux adaptés et que les chargements sont correctement évalués.

Dans le deuxième cas, la prévention de la rupture est plus délicate. Lorsqu'on utilise un nouveau matériau ou un nouveau procédé, il y a souvent un certain nombre de facteurs que le concepteur ne maîtrise pas toujours car la mise en oeuvre de nouvelles techniques, bien qu'elles procurent des avantages, conduit inévitablement à des problèmes potentiels.

Un exemple bien connu du deuxième cas est la rupture de ce qu'on appelait les bateaux de la liberté pendant la deuxième guerre mondiale. Ces bateaux, dont la coque était assemblée par soudage et non par rivetage, coûtaient moins chers et étaient fabriqués plus rapidement. Ce changement de procédé de fabrication qui constituait un progrès indéniable, conduisait cependant à des ruptures catastrophiques qui se développaient dans les joints soudés.

Aujourd'hui, la plupart des bateaux sont assemblés par soudage mais le progrès des connaissances et l'utilisation plus adaptée des doubles coques en acier permet de mieux maîtriser ce risque.

L'utilisation des matériaux polymères constitue dans certaines applications, un avantage par rapport à d'autres matériaux, mais peut conduire aussi au deuxième cas de rupture. Ainsi par exemple, les conduites en polyéthylène utilisées pour le transport du gaz naturel facilitent les opérations de maintenance car l'intervention sur ces conduites se fait sur une faible longueur: on pince le tuyau de part et d'autre de la zone d'intervention ce qui provoque localement l'arrêt de l'écoulement du gaz, sans qu'il soit nécessaire d'arrêter tout le système. Cependant ce nouveau procédé qui réduit incontestablement le coût de la maintenance, peut provoquer une rupture du type 2 indiquée précédemment. Des fuites de gaz qui ont conduit parfois à des endommagements importants apparaissaient régulièrement sur ces conduites. L'examen des zones de fuite a montré que des fissures se développaient dans la partie pincée de la conduite ; ces fissures initialement à l'intérieur de la paroi se propageaient sous l'effet de la pression du gaz pour ensuite traverser la paroi et conduire à des fuites. Ces accidents ne remettaient pas en cause le nouveau procédé de pincage des conduites de polyéthylène mais l'utilisation de nouvelles nuances de polyéthylène avec notamment une plus faible densité réduisit ce risque de rupture qui était par ailleurs maîtrisé.

Certaines ruptures catastrophiques récentes sont à la fois de type 1 et 2. Ainsi par exemple l'accident survenu sur la navette spatiale Challenger qui explosa en 1986 avec des passagers à bord parce qu'un joint de bague dans un des propulseurs n'a pas bien répondu à la baisse de température avec l'altitude. La navette utilise des technologies nouvelles, ce qui peut conduire à des défaillances de type 2 ; cependant avant la catastrophe, certains ingénieurs voulaient retarder le lancement de la navette car ils suspectaient un problème potentiel dans les joints de bague avec risque de rupture (type 1 donc dans ce cas).

Durant les dernières décennies, le développement de la mécanique de la rupture a incontestablement conduit à une meilleure fiabilité des structures ; il est difficile d'estimer ce que cela représente en termes de coût et surtout de vies humaines sauvées. Lorsque les concepts de la mécanique de la rupture sont correctement appliqués, le type 1 de rupture peut être évité et la fréquence des ruptures de type 2 peut aussi être réduite.

La rupture d'une pièce mécanique peut s'interpréter avant tout comme une interruption locale ou totale de la continuité de la pièce.

La mécanique de la rupture n'est autre que l'application des conditions limites à une structure dont les conditions aux limites sont relatives à la présence géométrique de la fissure.

La rupture peut se produire après une grande déformation, le plus souvent après une instabilité plastique qui résulte de la présence de deux effets opposés d'une part, la réduction de la section d'autre part et la consolidation du matériau par écrouissage. Elle peut cependant

se produire sans déformations préalables importantes, sous des contraintes généralisées souvent élastiques. On se trouve alors en présence de la rupture brutale. La mécanique de la rupture suppose l'existence d'une fissure initiale dans la structure étudiée. Cette discontinuité géométrique introduit une singularité des champs de contraintes et de déformations à la pointe de la fissure.

La phase qui explicite le comportement de la structure de l'état intact à l'état où la structure contient une fissure macroscopique s'appelle la phase d'amorçage de la fissure. L'amorçage d'une fissure se fait généralement au voisinage des défauts ou des discontinuités géométriques dues à la conception de la structure ou à sa réalisation (travaux de soudure, etc). Ces défauts créent localement des concentrations de contrainte favorisant l'amorçage de fissures sans que les contraintes globales ne dépassent la limite d'élasticité du matériau.

La mécanique linéaire de rupture traditionnelle est basée sur l'analyse du champ de contraintes dans les milieux fissurés plans, élastiques linéaires et conduit à solutions analytiques. L'existence de discontinuités géométriques dans les structures réelles est alors traitée comme équivalent à une fissure. Dans ces zones, se situent les risques d'amorçage et de propagation de fissures sous un chargement inférieur à la limite d'élasticité.

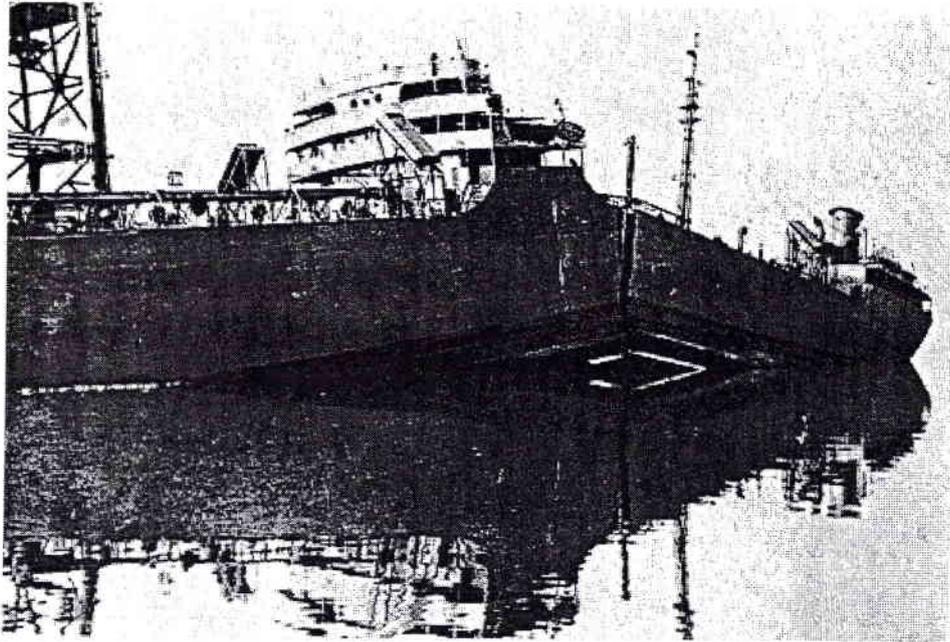


Figure N° I-1 Exemple d'incident sur le « LIBERTY SHIPS » (1942-1944).

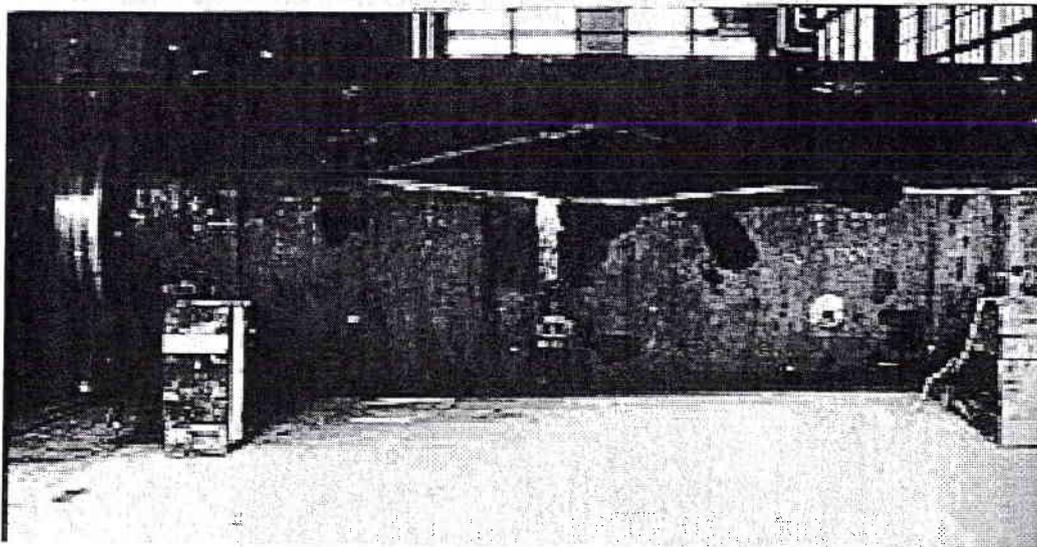


Figure N°I-2 : Exemple d'éclatement d'un réservoir sous pression.

### I-1- Introduction aux critères des ruptures

La rupture de composants fissurés peut se produire de diverses manières comme le montre le schéma de la figure N°I-3. relative à un panneau à fissure centrale et soumis à une contrainte globale  $\sigma_g$ . L'état de contrainte local près de la fissure  $\sigma_{PF}$  peut alors être comparé à la limite d'élasticité  $R_e$ , à la contrainte globale  $\sigma_g$  et à la contrainte nominale sur le ligament  $\sigma_N$ ,

4 situations peuvent être distinguées [Pluvinage 89] :

- a)  $\sigma_{PF} > R_e > \sigma_N > \sigma_g$ . Dans ce cas, la zone plastique en fond de fissure est très limitée. La rupture se produit par une propagation rapide et instable de la fissure. On considère que le processus de rupture peut alors être décrit par la mécanique linéaire des ruptures.

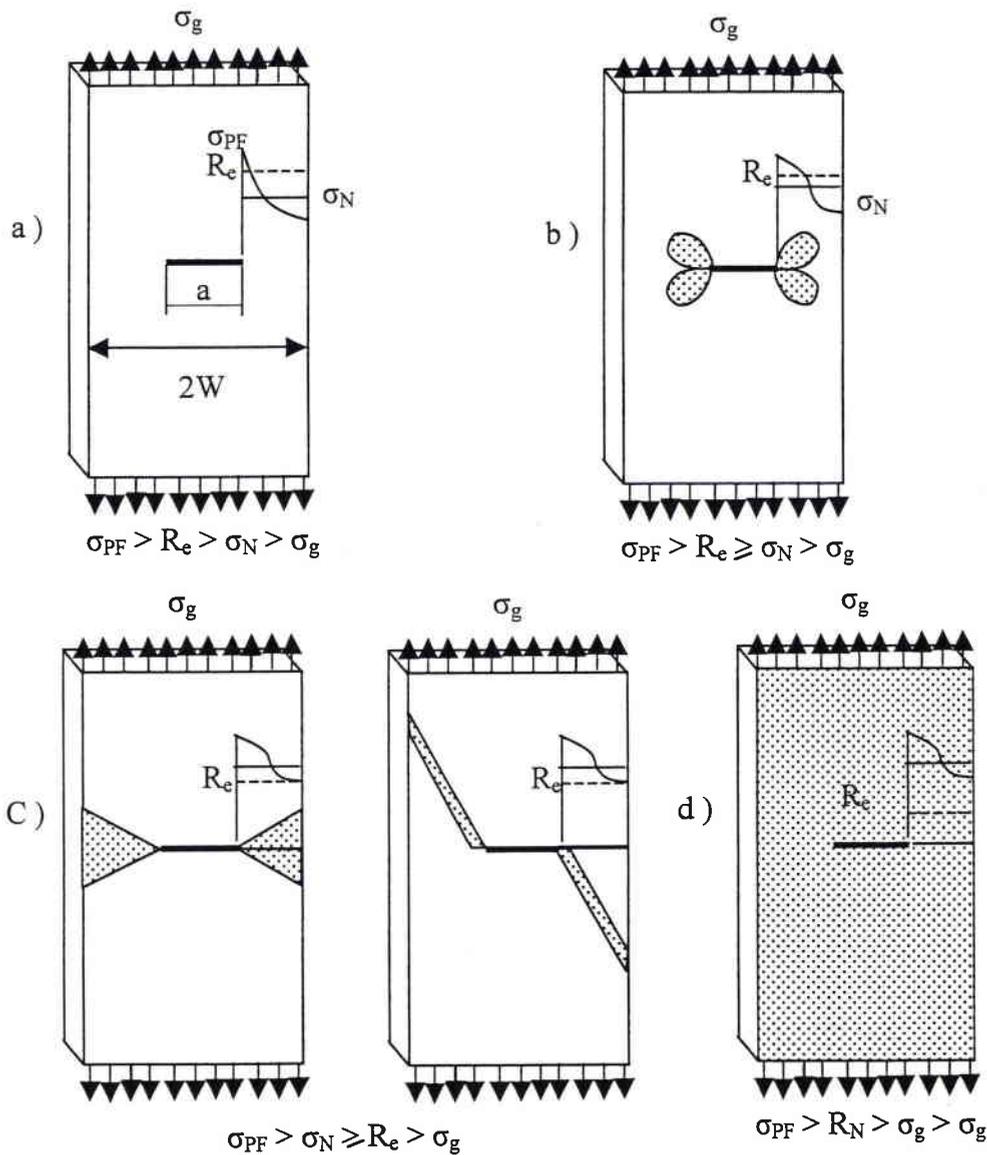


Fig N°I-3 Schéma représentant les différents degrés de plastification selon le mécanisme de rupture.

- b)  $\sigma_{PF} > R_e \geq \sigma_N > \sigma$ . La plasticité est relativement étendue sans toutefois atteindre le bord libre de l'échantillon. Ce domaine est typiquement celui de la mécanique élastoplastique des ruptures. Toutefois la mécanique linéaire des ruptures avec une correction dite de zone plastique peut donner réponse acceptable à ce problème. La propagation rapide est précédée par une propagation stable plus ou moins importante, Figure I-3 b
- c)  $\sigma_{PF} > \sigma_N > R_e > \sigma$ . Dans ce cas la plasticité s'étend largement et atteint le bord libre et est donc non confinée. Ce régime est celui de l'instabilité plastique. Pour des géométries et des épaisseurs qui conduisent à une entrave de la plasticité notamment dans le sens transversal, l'instabilité plastique apparaît dans le ligament notamment si ce dernier est de dimension limitée. Pour de grands ligaments, une instabilité de traction à  $55^\circ$  dans la direction de l'effort se développe, figure I-3C. Pour les matériaux mois tenaces, la fissure peut se propager largement avant l'apparition de l'instabilité.
- d)  $\sigma_{PF} > \sigma_N > \sigma_g > R_e$ . La plasticité se développe largement dans toute la structure, entraînant un écrouissage appréciable dans le ligament, c'est le domaine de la plasticité généralisée. Ce régime est celui de la ruine plastique et peut être traité à l'aide du concept d'analyse limite ou par le concept de déchirement si la propagation stable demeure le mode de ruine essentiel. Une séparation plus quantitative des phases a, b et c ou d a été proposée par HAHN et SARRATE [HAHN et al 69]. Cette division a été exprimée en termes de taille de défauts, de ténacité apparente  $K_c^*$  exprimée  $MNm^{3/2}$  et de contrainte d'écoulement  $R_c$ . La contrainte d'écoulement est définie par  $R_c = (R_e + R_m)/2$ , ce qui permet de tenir compte de la capacité d'écrouissage du matériau.

Elle s'établit comme suit :

$$0 \leq (K_c^* / R_e)^2 \times 1/a \leq 1.2 \quad (I.1)$$

Régime de la mécanique linéaire des ruptures

$$1.2 \leq (K_c^* / R_e)^2 \times 1/a \leq 7 \quad (I.2)$$

Régime de la mécanique élastoplastique des ruptures

$$(K_c^* / R_e)^2 \times 1/a \leq 7 \quad (I.3)$$

Régime de la ruine plastique

Les différentes zones sont en fait marquées par les limites du rapport de la contrainte critique sur la contrainte d'écoulement données par l'équation ( I.4 ) dans laquelle on utilise la ténacité

$$K_c^* = \sigma_g^c \sqrt{\pi a}$$

$$\sigma_g^c / R_e < 0.62 \text{ et } \sigma_g^c / R_e > 0.9 \quad (I.4)$$

Ces critères sont fixés par HAHN et SARRATE [HAHN et al 69] de la façon suivante :

- la limite du 1<sup>er</sup> domaine est fixée pour la valeur du rapport  $\sigma_g^c/R_e$  correspondant à un écart de 20% entre une solution purement élastique et une solution équivalente élastique,
- la limite de 2<sup>ème</sup> domaine correspond à un écart de 4% entre la solution donnée par la méthode de l'analyse limite et la mécanique élasto-plastique des ruptures.

Une première caractéristique de la mécanique élastoplastique étant justement d'être située entre ces deux états limites particuliers décrits par la mécanique linéaire des ruptures et l'analyse limite. Une deuxième caractéristique de la mécanique élastoplastique est qu'elle nécessite la prise en compte de la croissance stable des défauts avant leur propagation brutale. La propagation stable a été décrite initialement par KRAFFT [KRAFFT 61] en faisant appel au concept de courbe R. Ce concept suppose que la résistance à la rupture évolue au cours de la croissance stable du défaut et notamment par une possibilité d'extension de la plasticité. La description de la forme de cette courbe fait appel à des critères de la mécanique élastoplastique de la rupture utilisée pour l'amorçage.

La forme de la courbe R est sensible aux caractéristiques de géométrie de l'échantillon et du chargement. FEDDERSEN [FEDDERSEN 70] a proposé une méthode permettant de prévoir l'évolution de la contrainte globale à rupture, que celle-ci intervienne par instabilité élastique ou plastique.

Selon cet auteur, l'instabilité plastique se produit :

- pour des petits ligaments dont la longueur est inférieure à  $b \leq W/3$
- pour de grands ligaments lorsque la contrainte globale à rupture dépasse les deux tiers de la limite d'élasticité ( $\sigma_g^c \geq 2/3 R_e$ ).

Entre ces deux domaines, la rupture se produit par instabilité élastique et la contrainte globale à rupture  $\sigma_g^c$  est donnée par la ténacité apparente  $K_c^*$  assimilée au facteur d'intensité de contrainte équivalent élastique critique. La méthode de FEDDERSEN consiste donc à reporter les contraintes globales à rupture en fonction de la longueur de la fissure. Le diagramme est

séparé en trois zones par les points A et B ( figure I.4 ). Les limites des trois domaines sont précisées dans le tableau I.1.

Domaine	Valeur limite du ligament ou de la contrainte	Equation de la contrainte globale critique dans le domaine considéré
I	$\sigma_g^c \geq (2/3)R_e$	$\sigma_g^c = R_e [1 - 1/3(a_c / a_{c,A})]$
II	$\sigma_g^c \leq (2/3)R_e$	$\sigma_g^c = K_c^* [\sqrt{\pi} a c]$ $\sigma_g^c = 2/3 \sigma_{g,B}^c [1 - a_c / W]$
III	$2a_c \geq (2/3)W$	$\sigma_g^c = 2/3 K_c^* (3/\pi W)^{1/2} [1 - a_c / W]$

Tableau N° I.1 Les limites des trois domaines des ruptures

Au point A, la taille de défaut critique  $a_{c,A}$  prend la valeur :

$$a_{c,A} = 9/4 (K_c^* / R_e)^2$$

Au point B, la contrainte critique est égale à :  $\sigma_{g,B}^c = \sqrt{3/\pi W}$ .

Les branches extrêmes du diagramme sont linéaires et tangentes aux points A et B à la courbe d'instabilité élastique. Dans le domaine intermédiaire, la contrainte globale critique est donnée par :

$$\sigma_g^c = K_c^* / \sqrt{\pi a} F_\sigma(a/w) \quad (I.5)$$

cette méthode a été utilisée ultérieurement par SCHWALBE [Schwalbe 80] et PLUVINAGE [Pluvinage 84] sur des alliages d'aluminium.

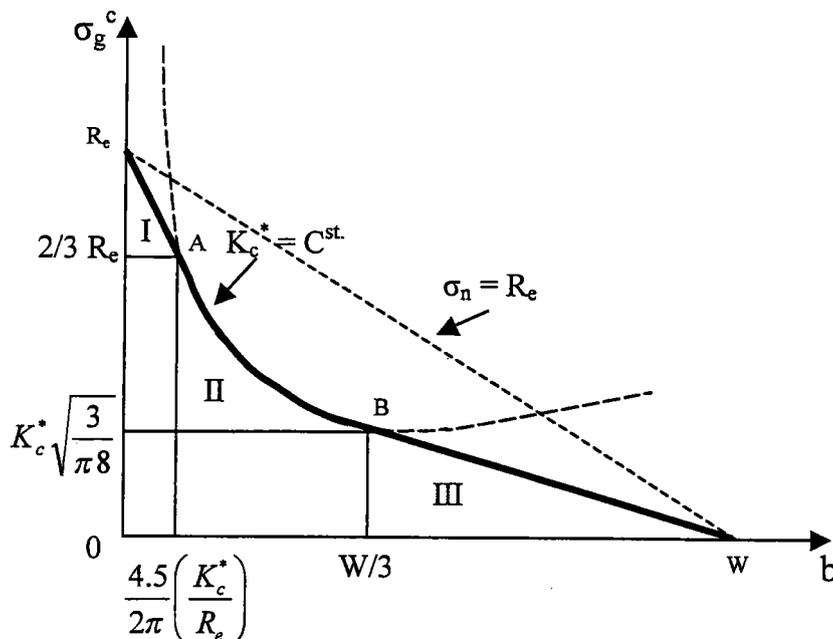


Figure N° I.4 Analyse de FEDDERSEN, les domaines I, II et III sont précisés dans le tableau I.1.

De nombreux critères d'amorçage de mécanique élastoplastique ont été proposés ( plus de 20 ). Plusieurs méthodes de classement sont possibles et notamment la distinction entre critères locaux et critères globaux. On peut aussi les classer en critères de contrainte critique ( par extension de la mécanique linéaire de rupture, de déformation critique, ou d'énergie critique). Certains critères essaient de décrire d'une façon générale plusieurs états limites et notamment les ruptures linéaires élastiques, les ruptures élastoplastiques et l'instabilité plastique. La plupart de ces critères de rupture sont des critères à un seul paramètre considéré comme caractéristique du matériau mais dépendant de la température et de la vitesse de déformation.

## I-2- Critères de Rupture

### I-2-1-Critères de la Mécanique Linéaire de Rupture

On peut obtenir une formulation conservative du critère de rupture en considérant le matériau comme élastique linéaire et en analysant le champ des contraintes à la pointe d'une fissure qui est une discontinuité présentant un rayon à son extrémité nul ou une acuité infinie. Cette analyse est basée sur une résolution par des méthodes classiques de l'élasticité. On considère dans ce qui suit, une fissure dont l'ouverture se fait dans un plan normal à la direction du chargement (mode I de rupture). Les composant des contraintes peuvent être présentées comme la somme de termes singuliers et réguliers[ Pluvinage et al 04]:

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) + F_{ij} \quad , \quad i, j = x, y, z. \quad (I.6)$$

Les origines des systèmes de coordonnées cylindriques (  $r, \theta, z$  ) et cartésiennes (  $x, y, z$  ) sont situées à la pointe de la fissure. L'axe  $z$  coïncide avec le front de la fissure et l'axe  $y$  est normal au plan de la fissure ;  $r$  est la distance de la pointe d'une fissure ;  $f_{ij}(\theta)$  sont fonction uniquement de l'angle  $\theta$  ;  $F_{ij}$  est la somme des membres réguliers définissant l'état de contraintes du corps sous l'action des charges lointaines, autrement dit dans les endroits où on peut négliger l'influence de la concentration des contraintes provoquée par la présence de la fissure.

En raison de l'existence d'une singularité en  $1/\sqrt{r}$  donnée par le premier terme de la relation (I.6), quand on s'approche de la pointe de la fissure (  $r \rightarrow 0$  ) ce terme devient prépondérant.

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad (I.7)$$

La relation (I.7) décrit l'état local de contraintes à la pointe de la fissure qui est le siège du processus de rupture. Pour cette raison la relation ( I.7 ) présente un grand intérêt pour une théorie de la rupture fragile. C'est sur cette relation qu'est fondé le critère le plus important de la mécanique linéaire de rupture. On peut constater dans la relation ( I.7 ) que pour n'importe quel point repéré par ses coordonnées relatives à la pointe de la fissure, les valeurs des composantes de l'état local de contraintes sont définies par le seul paramètre  $K_I$ , appelé facteur d'intensité de contraintes. Il est alors naturel de faire l'hypothèse que la rupture se produira lorsque le paramètre  $K_I$  atteindra un certain niveau critique  $K_{Ic}$  caractéristique du matériau donné. La condition de la résistance à l'amorçage d'une rupture s'écrit :

$$K_I < K_{Ic} , \quad (I.8)$$

Le critère de rupture s'énonce

$$K_I \geq K_{Ic} , \quad (I.9)$$

Dans le cas le plus général, la valeur du facteur d'intensité des contraintes dépend de la géométrie de la structure fissurée et du système de charges et s'écrit à l'aide de la relation :

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} . F_\sigma (a/W) \quad (I.10)$$

Où  $\sigma$  est la contrainte d'ouverture ;  $a$  est la demi-longueur de fissure ;  $F_\sigma(a/W)$  une fonction non dimensionnelle prenant en considération l'influence des frontières libres de la structure. En particulier, dans le cas d'une plaque de largeur infinie et soumise à une traction  $\sigma$  pour une fissure traversante de longueur  $2a$  nous avons la valeur particulière  $F_\sigma(a/W) = 1$ . Le calcul des valeurs du facteur d'intensité de contraintes  $K_I$  dans le cas le plus général est réalisé avec des méthodes numériques ou des méthodes simplifiées permettant d'estimer  $K_I$  avec une précision souhaitée.

Dans le critère de rupture présenté dans l'équation (I.9), la grandeur  $K_{Ic}$  est une caractéristique du matériau appelée facteur d'intensité de contraintes critique. Elle se détermine sur des éprouvettes assurant la réalisation de conditions de déformations planes en pointe de la fissure au moment critique car cette condition conduit à une valeur minimale donc conservative de la ténacité. La grandeur  $K_{Ic}$  caractérise la valeur minimale de la capacité du matériau de résister au développement de la rupture fragile ; les autres valeurs sont appelées  $K_{Ic}$ .

Le facteur d'intensité de contraintes critique  $K_{Ic}$  n'est pas le seul paramètre utilisé pour décrire la résistance à la rupture fragile ou ténacité. Un paramètre énergétique équivalent appelé taux d'énergie disponible  $G_I$  est utilisé. Ce paramètre est relié à l'énergie de déformations élastique stockée dans la structure au cours du chargement et défini comme le

taux d'énergie accumulée libérée par incrément de propagation de la fissure. Le critère de rupture s'écrit alors sous la forme :

$$G_I \geq G_{Ic} \quad (I.11)$$

Le sens physique du paramètre critique  $G_{Ic}$  est de représenter deux fois l'énergie surfacique de rupture  $\gamma$  car le développement d'une fissure crée deux nouvelles surfaces :

$$G_{Ic} = 2 \gamma \quad (I.12)$$

Le paramètre énergétique  $G_I$  est relié au facteur d'intensité des contraintes  $K_I$  par la relation simple :

$$G_I E' = K_I^2 \quad (I.13)$$

Ici  $E' = E$  pour l'état de contraintes planes et  $E' = E / (1 - \nu^2)$  pour l'état de déformations planes ( $\nu$  est le coefficient de Poisson).

La valeur du taux d'énergie disponible critique, comporte une composante représentant la dissipation d'énergie de création de nouvelles surfaces

$$G_{Ic} = 2\gamma_{ef} = 2(\gamma + \gamma_{pl}) \quad (I.14)$$

Où  $2\gamma_{ef}$  est l'énergie surfacique effective prenant en considération la présence de la zone de déformation plastique par le biais du terme  $\gamma_{pl}$ .

Les ténacités caractéristiques du matériau  $G_{Ic}$  et  $K_{Ic}$  sont strictement reliées entre elles par la relation ( I.13 ) si le terme de dissipation plastique est faible et donc la taille de zone plastique petite.

Pour les ruptures fragiles, un troisième critère de la mécanique linéaire de la rupture peut être utilisé. Il s'agit de l'écartement critique de fissure  $\delta_c$ .

Ce critère est basé sur le fait que l'ouverture ou écartement des lèvres de la fissure  $\delta$  sous chargement atteint à rupture une valeur critique

$$\delta = \delta_c \quad (I.15)$$

La grandeur  $\delta$  représente le déplacement mutuel de deux points définis de façon conventionnelle sur les bords opposés de la fissure et près de sa pointe. La grandeur  $\delta_c$  ou écartement critique de fissure est considérée comme une caractéristique de résistance à la rupture du matériau.

En raison de la configuration complexe des lèvres de la fissure, la grandeur  $\delta$  dépend essentiellement du choix des points de mesure opposés. Le choix de ces points est fonction du modèle mathématique utilisé pour le calcul de l'écartement de la fissure. Les différents modèles peuvent donner des valeurs différentes. En outre la détermination expérimentale de la valeur critique de l'écartement de fissure  $\delta_c$  présente des difficultés de mesure directe. Pour cela on utilise le plus souvent le bâillement des lèvres en des points situés loin de la pointe de

fissure et en le convertissant avec un modèle géométrique ou mathématique. Ce problème complique l'utilisation pratique du critère  $\delta_c$ .

L'avantage du critère  $\delta_c$  sur les autres est sa possibilité d'extension dans le domaine des ruptures quasi fragiles et ductiles.

Dans le cadre de la mécanique linéaire de rupture, il existe une relation entre les paramètres  $K_I$ ,  $G_I$  et  $\delta$  :

$$\delta = \alpha K_I^2 / ER_{0,2} = \alpha(1-\nu^2)G_I / R_{0,2} \quad (I.16)$$

où  $\alpha$  est le coefficient de la proportionnalité qui ici est égal à l'unité;  $R_{0,2}$  est la limite d'élasticité conventionnelle du matériau.

## **I-2-2CRITÈRES de MÉCANIQUE Non LINÉAIRE de RUPTURE**

Les critères de la mécanique linéaire de la rupture ne sont pas applicables quand la rupture du matériau est précédée par la formation à la pointe de la fissure d'une zone plastique importante. Un tel comportement du matériau ne correspond pas aux conditions suivantes :

températures basses, vitesses de chargement élevée, charges cycliques de petite amplitude, fragilisation par l'hydrogène, corrosion sous tension, présence de milieux agressifs etc. Cependant les conditions d'exploitation des tubes et les caractéristiques des aciers utilisés pour leur fabrication conduit à la possibilité à la fois de ruptures fragiles mais aussi ductiles. Les ruptures ductiles sont accompagnées par une déformation plastique considérable de la section du tube déjà affaiblie par la fissure.

Pour l'estimation et la prévention des risques de telles ruptures, on utilise d'autres critères de rupture plus généraux et capables prendre en considération le comportement non linéaire du matériau à la pointe de la fissure.

On a noté la possibilité d'extension du critère  $\delta_c$  au domaine des ruptures quasi fragiles et ductiles car en grandes déformations plastiques l'écartement  $\delta$  à la pointe de fissure est lié aussi au champ des déformations dans cette région.

Il est possible de conserver la relation ( I.16 ) pour le calcul approché des valeurs de  $K_I$  et  $G_I$  à partir des valeurs de l'écartement  $\delta$ , mais avec un coefficient de proportionnalité qui varie dans l'intervalle  $0.26 \leq \alpha \leq 1.3$ .

Une estimation de ce coefficient peut être obtenue à partir d'un modèle d'écoulement plastique à la pointe de fissure. Cette valeur dépend alors fortement des caractéristiques de la déformation plastique du matériau et en particulier du coefficient d'écrouissage du celui-ci.

L'utilisation pratique du critère d'écartement critique de fissure  $\delta_c$  en mécanique non linéaire de la rupture est réalisée dans les mêmes conditions.

L'intégrale énergétique  $J$  présente certains avantages sur le paramètre écartement de fissure  $\delta$ . Cette intégrale introduite initialement en mécanique non linéaire de rupture, peut également être utilisée en mécanique linéaire de rupture. Ce paramètre présente des avantages notamment la possibilité de mesure expérimentale directe (et assez simple) par traitement du diagramme « charge - déplacement le long de la ligne de chargement ». Comme le facteur d'intensité de contraintes, l'intégrale  $J$  caractérise des champs de contraintes et de déformations dans la région près de la pointe de fissure dans le domaine plastique du matériau.

Pour un comportement linéaire élastique du matériau, la relation entre le facteur d'intensité des contraintes  $K_I$  et l'intégrale énergétique  $J$  pour la fissure en mode I est :

$$J_I = G_I = K_I^2 / E'$$

Cette relation nous indique la signification physique de l'intégrale  $J$  qui n'est autre qu'une équivalence du paramètre  $G$ . Elle représente donc un taux de libération d'énergie de déformations élastiques lors de la croissance stable de la fissure.

En dehors du domaine d'applicabilité de la mécanique linéaire de rupture, une telle interprétation physique de l'intégrale  $J$  est perdue.

Cependant dans le domaine des déformations élastoplastiques du matériau l'intégrale  $J$  demeure un paramètre caractérisant l'intensité des champs des contraintes et des déformations dans la région près de la pointe de la fissure. Cette propriété justifie son utilisation comme critère rupture de préférence au facteur d'intensité de contraintes. Par analogie avec l'expression ( 2.4 ) pour le mode I de rupture, on peut noter :

$$J_I \geq J_{Ic} \quad (I.17)$$

où  $J_{Ic}$  est une ténacité du matériau, qui caractérise la croissance stable de fissure, mais aussi le démarrage de la rupture instantanée.

### I-3-DÉTERMINATION EXPÉRIMENTALE des PARAMÈTRES de la TÉNACITÉ STATIQUE des MATÉRIAUX CONSTITUTIFS de TUBES

L'application des critères de mécanique linéaire et non linéaire de rupture nécessite dans la partie droite du critère de rupture d'introduire une caractéristique de ténacité le plus souvent statique de type :  $K_{Ic}$ ,  $G_{Ic}$ ,  $J_{Ic}$ ,  $\delta_c$ . Pour la détermination expérimentale de ces grandeurs, on utilise des éprouvettes de différents types. En fonction de la caractéristique de ténacité recherchée, les éprouvettes doivent satisfaire à certaines spécifications car la détermination des caractéristiques mentionnées des aciers sous chargement statique est réglementée par des normes.

Pour le choix de l'éprouvette, il est important de prendre en considération la nature de la structure, les conditions d'exploitation, l'anisotropie du métal. Le choix de l'éprouvette dépend de la direction de prélèvement car il est souvent nécessaire de mesurer les caractéristiques de la ténacité dans deux ou trois directions. Le problème de la possibilité de découper dans le tube, une éprouvette d'assez grandes dimensions se pose fréquemment.

Les caractéristiques de ténacité des matériaux  $K_{Ic}$ ,  $G_{Ic}$ ,  $J_{Ic}$ ,  $\delta_c$ , déterminées selon certaines conditions précisées dans les Normes sont liées entre elles. En particulier, dans le cadre de l'applicabilité de la théorie linéaire de l'élasticité, ce lien est défini par les relations :

$$\begin{aligned} \delta_c &= \alpha K_{Ic}^2 / E \sigma_{0,2} = \alpha (1 - \nu^2) G_{Ic} / \sigma_{0,2} \\ J_{Ic} &= G_{Ic} = K_{Ic}^2 / E' \end{aligned} \quad (I.18)$$

Cependant, il faut indiquer que les méthodes normalisées de mesure des caractéristiques de ténacité conduisent à certaines différences dans les valeurs obtenues. Ces différences peuvent trouver leur origine dans les diverses définitions du point critique, c'est-à-dire le départ de la propagation de la fissure. Les valeurs expérimentales de  $K_{Ic}$  obtenues directement par expériences et par conversions des valeurs de  $J_{Ic}$  obtenue par d'autres expériences selon la relation  $K_{Ic} = \sqrt{E J_{Ic} / (1 - \nu^2)}$  sont différentes.

De façon similaire, on peut convertir les valeurs caractéristiques  $K_{Ic}$  et  $J_{Ic}$  avec l'écartement critique de la fissure  $\delta_c$  et obtenir des résultats différents.

Les facteurs influant sur les paramètres de la ténacité des aciers peuvent se diviser en facteurs liés aux caractéristiques métallurgiques des matériaux et aux conditions du chargement (température, vitesse du chargement, milieu environnant, etc.). L'influence de ces différents facteurs se manifeste de façon spécifique mais le plus influent est sans nul doute la température qui conditionne le phénomène de passage «rupture ductile - rupture fragile». La

température de passage entre les domaines fragile et ductile porte le nom de température de transition.

La température de transition du mode de rupture est caractéristique des aciers utilisés. L'abaissement de température se traduit par le passage du matériau à un état plus fragile. On distingue une première température de transition  $T_{cr1}$  qui détermine le changement brusque de propagation qui fait passer d'un aspect de surface granulaire à un faciès fibreux. La deuxième température de transition  $T_{cr2}$  détermine le changement brusque de la nature de l'amorçage et par voie de conséquence une augmentation brusque avec la température, de la ténacité  $K_{Ic}$  et de la contrainte à la rupture  $\sigma_{cr}$  de l'éprouvette fissurée.

Entre deux températures existe pratiquement toujours l'inégalité  $T_{cr2} < T_{cr1}$ . Ces deux températures de transition divisent les états du matériau en fonction de la température  $T$  et du travail de rupture en état fragile à  $T < T_{cr2}$ , quasi fragile à  $T_{cr2} < T < T_{cr1}$  et ductile à  $T > T_{cr1}$ . Le dimensionnement d'une construction est basé sur le critère suivant : la température minimale en service doit être plus élevée que les deux températures de transition. Dans ce cas, on peut affirmer que la réserve de ductilité à rupture est suffisante pour se prémunir du risque de rupture fragile. Cependant la détermination expérimentale des températures de transition est délicate puisque elles dépendent sensiblement des dimensions de l'éprouvette, de la longueur de fissure, du type d'état de contraintes etc. Ce fait conduit à la nécessité d'introduire des facteurs de réserve sur les températures  $\Delta T_1 = T - T_{cr1}$  et  $\Delta T_2 = T - T_{cr2}$ . Dans le cas où il est impossible d'assurer cette réserve sur les températures ou si elle a une valeur négative, il est nécessaire de dimensionner la construction par les méthodes de la mécanique linéaire de rupture compte tenu du risque de rupture dans le domaine fragile ou par les méthodes de la mécanique non linéaire dans le domaine quasi fragile.

Dans notre étude, nous proposons une méthode de descriptions de la mécanique élastoplastique des ruptures en la considérant comme le passage progressif entre deux états limites : la rupture en régime linéaire élastique et la ruine plastique. La méthode que l'on a décrite précédemment faisait l'hypothèse d'un passage brusque entre ces deux états limites et peut être considérée comme faisant partie de ces méthodes. Cette méthode est le Diagramme intégrité-rupture (DIR).

## I-4- DIAGRAMME INTEGRITE-RUPTURE COMME CRITERE DE DIMENSIONNEMENT CONTRE LE RISQUE DE RUPTURE [Pluvinage 02]

### I-4-1- Introduction

- Principe des diagrammes Intégrité-rupture

Toute rupture elastoplastique est caractérisée par un point dans un diagramme : ténacité nondimensionnelle  $k_r$  - contrainte non dimensionnelle  $S_r$ .

- Définition des paramètres  $k_r$  et  $S_r$

Le paramètre  $k_r$  était défini initialement comme le rapport du facteur d'intensité de contraintes équivalent élastique sur la ténacité apparente.

$$k_r = \frac{K_{Ie}}{K_c^*} \quad (I.19)$$

La contrainte non dimensionnelle  $S_r$  est définie comme le rapport de la contrainte globale  $\sigma_g$  sur la limite d'écoulement  $R_c$  (qui peut être choisie comme la limite d'élasticité ; la résistance ultime  $R_m$  ou la limite d'écoulement traditionnelle  $R_c = (R_e + R_m)/2$ ).

$$S_r = \frac{\sigma_g}{R_c} \quad (I.20)$$

En plasticité confinée les paramètres  $k_r$  et  $L_r$  sont définis de la façon suivante

$$k_R = \frac{K_{ap}}{K_{Ic}} ; L_R = \frac{P}{P_L} \quad (I.21)$$

$K_{ap}$  facteur d'intensité de contraintes corrigé pour tenir compte de la plasticité avec une correction de zone plastique,  $K_{Ic}$  la ténacité,  $P$  la charge et  $P_L$  la charge limite.

Les extensions de la mécanique de la rupture sont à l'origine de la définition du paramètre  $k_r$ .

On peut définir pour toute rupture elastoplastique un facteur d'intensité de contraintes équivalent élastique même si les conditions de validité ne sont pas respectées en utilisant la formule

$$K_{Ie} = \sigma_g \sqrt{\pi a} F_\sigma(a/w) \quad (I.22)$$

La ténacité apparente (élastoplastique)  $K^*c$  est beaucoup plus élevée. Elle se déduit par définition du facteur d'intensité de contraintes équivalent élastique critique par la correction

$$K^*C = K_{Ie}^c \sqrt{\Phi} \quad (I.23)$$

$\Phi$  est un facteur de correction qui est pris par sa racine carrée pour avoir une cohérence de notation quand la ténacité est définie par un paramètre énergétique.

Il existe toutefois d'autres façons de définir la ténacité apparente et notamment en faisant une correction de plasticité qui peut être celle de la longueur effective de fissure

$$a_{ef} = a + r_y. \quad (I.24)$$

Dans le cas de la correction de plasticité d'Irwin

$$r_y = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_{Ie}}{Re} \right)^2 \quad (I.25)$$

La ténacité apparente selon Irwin est définie par :

$$K_c^* = \sigma_g^c \sqrt{\pi a_{ef}} F_\sigma(a/w) = \sigma_g^c \sqrt{\pi(a + r_y)} F_\sigma(a/w) \quad (I.26)$$

$F_\sigma(a/W)$  est un facteur de correction géométrique.

Le facteur de correction appelé  $\Phi_0$  est égal à :

$$\Phi_0 = 1 + \left( \frac{\sigma_g}{Re} \right)^2 \quad (I.27)$$

Le paramètre  $k_r$  est alors égal à :

$$k_r = \frac{1}{\sqrt{\Phi_0}}. \quad (I.28)$$

La correction de plasticité peut être apportée par le modèle de Dugdale et le facteur de correction appelé  $\Phi_1$  vaut alors :

$$\Phi_I = \sec \left( \frac{\pi \sigma_g}{2 Re} \right) \quad (I.29)$$

Similairement  $k_r$  vaut :

$$k_r = \frac{1}{\sqrt{\Phi_1}} \quad (I.30)$$

La même méthode couplée est à l'origine de la courbe d'interpolation du diagramme R6. L'écartement critique de fissure obtenu par le modèle de Dugdale est égal à :

$$\delta_c = 2 \left( \frac{8Re}{\pi E} \right) a \ln \sec \left( \frac{\pi \sigma_g}{2 Re} \right) \quad (I.31)$$

La ténacité apparente selon Heald Spink et Worthington est donnée par :

$$K^*_{HSW} = \delta_c Re E = \pi \sigma_g^2 a \Phi_2 \quad (I.32)$$

Le facteur de correction  $\Phi_2$  vaut :

$$\Phi_2 = 2 \left( \frac{\pi \sigma_g c}{2 Re} \right)^2 \ln \sec \left( \frac{\pi \sigma_g}{2 Re} \right) \quad (I.33)$$

et  $k_r$

$$k_r = \frac{1}{\sqrt{\frac{8}{\pi^2} \ln \sec \left( \frac{\pi S_r}{2} \right)}} \quad (I.34)$$

avec  $S_r = \sigma_g / Re$

I-4-2- Le Diagramme Intégrité-rupture

L'ensemble des points se place sur une courbe d'interpolation entre deux états limites typés : rupture fragile [ $k_r=1$  ;  $S_r=0$ ] ; ruine plastique [ $k_r=0$  ;  $S_r=1$ ].

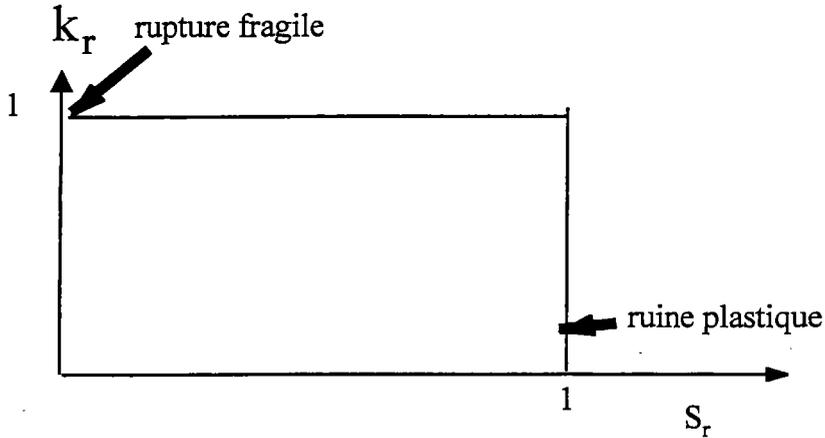


Figure N° I.5 : Etats limites de référence et positionnement dans le diagramme ( $k_r$  ;  $S_r$ ).

Le point de fonctionnement d'une structure est représenté par un point de coordonnées  $k_r^+$  et  $S_r^+$ . Si ce point est à l'intérieur du diagramme délimité par la courbe d'interpolation ; la structure conserve son intégrité. Si le point calculé est en dehors de cette zone, la rupture se produit et le point de fonctionnement se trouve sur la courbe d'interpolation.

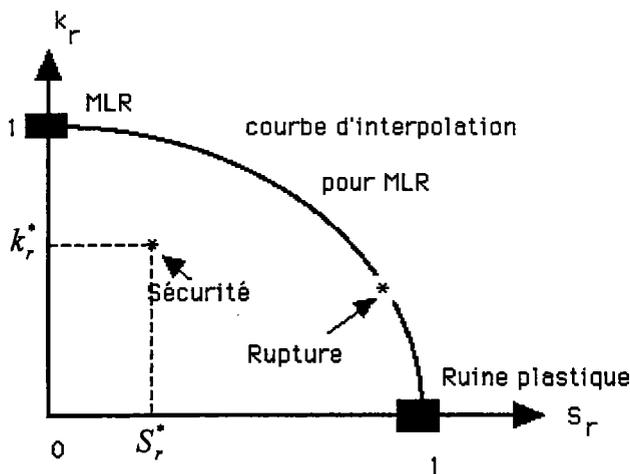


Figure N°I.6 : Diagramme intégrité- rupture, définition de la zone de sécurité.

I-4-3- Formules d'interpolation entre les états limites de référence

De nombreuses courbes d'interpolation ont été proposées. Le tableau suivant présente quelques équations représentatives. Elles sont reportées dans le tableau N°I.2. Toutefois actuellement, seules sont utilisées celles des méthodes EPRI, R6 et RCC MR.

Irwin	$K_C^* = \frac{\sigma_g^c \sqrt{\pi a}}{\sqrt{\left[1 - \frac{\left(\frac{\sigma_g^c}{\sigma_0}\right)}{2}\right]}}$	$k_r = \sqrt{\left[1 - \frac{S_r^2}{2}\right]}$
Dugdale	$K_D^* = \sqrt{8 \operatorname{Re}^2 \left(\frac{a}{\pi}\right) \cdot \operatorname{Ln} \left(\frac{1}{\cos \left(\frac{\pi \cdot \sigma_g^c}{2 \operatorname{Re}}\right)}\right)}$	$k_r = \frac{1}{\sqrt{\frac{8}{\pi^2} \cdot \operatorname{Ln} \left(\frac{1}{\cos \left(\frac{\pi \cdot S_r}{2}\right)}\right)}}$
Newmann	$K_N^* = \sigma_N^c \cdot \sqrt{\pi a}$	$k_r = 1 - m_N S_R$
R6	$K_C^* = \sigma_g^c \cdot \sqrt{\pi a_{\text{eff}}}$	$k_r = \left(1 - 0,14 S_r^2\right) \cdot \left[0,3 + 0,7 \exp(-0,65 S_r^6)\right]$
Tangent stress	$K_C^* = \sigma_g^c \sqrt{\pi a} \cdot F_\sigma(a/W) \sqrt{\left[\left(\frac{\sigma_g^c}{\sigma_0}\right)^2 + \alpha \left(\frac{\sigma_g^c}{\sigma_0}\right)^{n+1}\right]}$	$k_r = \frac{S_r}{\sqrt{S_r^2 + \alpha S_r^{n+1}}}$
EPRI	$K_J^* = \sqrt{EJ_{el}(a_d) \left(\frac{P}{P_L}\right)^2 + EJ_{pl}(a,n) \left(\frac{P}{P_L}\right)^{n+1}}$	$k_r = \frac{S_r}{\sqrt{H_e S_r^2 + H_n S_r^{n+1}}}$

NUREG -O744	$K_C = \frac{\sigma_g^c \sqrt{\pi a} \cdot F_\sigma(a/W)}{\sqrt{\frac{1-F_\sigma^2}{\beta \left(\frac{\sigma_g^c}{\sigma_d}\right)^2}}}$	$k_r = \left[ 1 \frac{F_\sigma^2}{\beta(S_f)^2} \right]$
RCC-MR	$J_{pl} = J_{el} \cdot K_{A16}$	$k_r^c = \sqrt{\frac{1}{A}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{E \cdot \varepsilon_{ref}}{\sigma_{ref}}\right) + \left(\frac{\left(\frac{\sigma_{ref}}{Re}\right)^2 \sigma_{ref}}{2 \cdot E \cdot \varepsilon_{ref}}\right)}}$

Tableau N°I.2 Les équations Proposées pour le Diagramme Integrite-Rupture  
[PLUVINAGE 02]

- Dans les méthodes les plus utilisées les paramètre  $k_r$  et  $L_r$  sont définis par :

$$k_r = \sqrt{\frac{J_{ap}}{J_{Ic}}} \quad L_r = \frac{P}{PL} = \frac{\sigma_{ref}}{\sigma_0} \quad (I.35)$$

$\sigma_0$  est la contrainte de référence, c.a.d. soit la limite d'élasticité soit la demi somme de la limite d'élasticité et de la résistance ultime.

- $J_{ap}$  est déterminé de la façon suivante :

On fait l'hypothèse que l'Intégrale J se décompose en une partie élastique et une partie plastique  $J = J_{el} + J_{pl}$

La partie élastique de l'Intégrale J est calculée à partir du facteur d'intensité de contraintes élastique

$$J_{el} = \frac{[K_I(a_{ef})]^2}{E^*} \quad (I.36)$$

Avec

$$r_y = \frac{1}{\beta \pi} \frac{n-1}{N+1} \frac{[K_I(a_{ef})]^2}{\sigma_0} \quad (I.37)$$

L'intégrale  $J_{pl}$  peut être calculée directement numériquement en faisant l'hypothèse que le matériau obéit à la loi de Ramberg-Osgood :

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} + \alpha \left( \frac{\sigma}{\sigma_d} \right)^n \quad (I.38)$$

avec  $\sigma_0$  la contrainte de référence, E le module de Young,  $\varepsilon_0 = \sigma_0/E$ , n le coefficient d'écrouissage et  $\alpha$  un coefficient de la loi de comportement.

$$J_{pl} = \alpha \varepsilon_0 \sigma_0 \tilde{c} h_I \left( \frac{a}{B}, n \right) \left( \frac{P}{P_0} \right)^{n+1} \quad (I.39)$$

P est la charge appliquée,  $P_0$  un chargement de référence,  $\tilde{c}$  une dimension caractéristique telle que le ligament, a la longueur de fissure et B l'épaisseur.

La difficulté de cette méthode réside dans le fait que la loi de comportement réelle du matériau obéit rarement dans sa totalité à la loi de Ramberg-Osgood. Ce problème entraîne des erreurs entre les résultats de calculs et les estimations de J fournies par le formulaire E.P.R.I. Il ne permet pas non plus les extrapolations linéaires pour des cas de géométries ou de valeurs du coefficient d'érouissage non prévus dans l'ensemble des formulations proposées par l'EPRI avec une loi de Ramberg-Osgood unique. Le calcul n'est donc effectué que dans une plage limitée de la loi de comportement.

- Estimation de  $J_{pl}$

Afin de limiter les erreurs liées à la modélisation de la loi de comportement, Ainsworth a proposé d'estimer la loi de comportement réelle en introduisant la notion de contrainte de référence. Cette méthode permet d'estimer  $J_{pl}$  par une méthode basée sur la relation générale suivante

$$J_{pl} = J_{el} \cdot \text{correction} \quad (I.40)$$

- Dans la méthode d'Ainsworth, base de la méthode EPRI la correction se présente sous la forme :

$$J_{pl} = J_{el} \cdot \left( \frac{E \varepsilon_{ref}}{\sigma_{ref}} + \phi \right) \quad (I.41)$$

- Dans la méthode R6 sous la forme :

$$J_{pl} = \frac{J_{el}}{(k_r - \rho)^2} \quad (I.42)$$

- Dans la méthode A16 du RCC-MR par :

$$J_{pl} = J_{el} \cdot K_{A16}$$

#### I-4-4- La méthode EPRI

Le principe de la méthode EPRI est le suivant :

la contrainte de référence est définie pour un chargement uniaxial par :

$$\sigma_{ref} = \frac{P}{P_0} \sigma_0 \quad (I.43)$$

P charge, P<sub>0</sub> charge de référence, σ<sub>0</sub> contrainte d'écoulement.

La partie plastique de l'intégrale J est alors estimée par :

$$J_{pl} = \alpha \varepsilon_0 \sigma_0 \tilde{c} h_I \left( \frac{a}{B}, n \right) \left( \frac{\sigma_{ref}}{\sigma_0} \right)^{n+1} \quad (I.44)$$

$$J_{pl} = \alpha \varepsilon_0 \sigma_0 \tilde{c} h_I \left( \frac{a}{B}, n \right) \left( \frac{\sigma_{ref}}{\sigma_0} \right)^n \left( \frac{\sigma_{ref}}{\sigma_0} \right) \quad (I.45)$$

avec

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} + \alpha \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n \quad (I.46)$$

$$J_{pl} = \tilde{c} h_I \left( \frac{a}{B}, n \right) \left( \frac{\varepsilon_{ref}}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma_{ref}}{\sigma_0} \right) \varepsilon_0 \sigma_{ref} \quad (I.47)$$

$$J_{pl} = \tilde{c} h_I \left( \frac{a}{B}, n \right) \left( \varepsilon_{ref} - \sigma_{ref} \frac{\varepsilon_0}{\sigma_0} \right) \sigma_{ref} \quad (I.48)$$

Ainsworth a montré que h<sub>I</sub> dépend de n et de P<sub>0</sub>. En choisissant P<sub>0</sub> supérieur à 0.136 BWσ<sub>0</sub>, h<sub>I</sub> tend vers une valeur constante proche de 2. Le terme entre crochets représente la déformation plastique de référence de sorte que :

$$J_{pl} = \tilde{c}^2 \mathcal{E}_{ref,pl} \sigma_{ref} \quad (I.49)$$

Dans le cas élastique les coefficient et n de la loi de Ramberg-Osgood sont égaux à 1, on peut donc réécrire l'équation par :

$$J_{el} = \alpha \varepsilon_0 \sigma_0 \tilde{c} h_{el} \left( \frac{\sigma_{ref}}{\sigma_0} \right)^2 \quad (I.50)$$

$$J_{el} = \alpha \varepsilon_0 \sigma_0 \tilde{c} h_{el} \left( \frac{\sigma_{ref}}{\sigma_0} \right)^2 \quad (I.51)$$

$$h_{el} = \frac{J_{el}}{\tilde{c} \varepsilon_0 \sigma_0} \cdot \left( \frac{\sigma_{ref}}{\sigma_0} \right)^{-2} \quad (I.52)$$

Cette formule permet une estimation simplifiée de  $J_{pl}$  indépendante de  $n$ . Pour la correction de zone plastique confinée, Ainsworth propose une estimation de  $J_t$  par :

$$J_t = J_{el} (1 + \Phi) \quad (I.53)$$

$\Phi$  est une correction de zone plastique

$$\phi = \frac{1}{2} \cdot \frac{(\sigma_{ref})^2}{(\sigma_{ref})^2 + (\sigma_0)^2} \quad (I.54)$$

L'estimation complète de  $J$  s'écrit  $J_t$  :

$$J_t = J_e \left( \frac{E \varepsilon_{ref}}{\sigma_{ref}} + \phi \right) \quad (I.55)$$

Cette méthode permet d'obtenir un diagramme I-R pour lequel la valeur  $S_r$  dépasse la valeur 1, voir figure N°I.7.

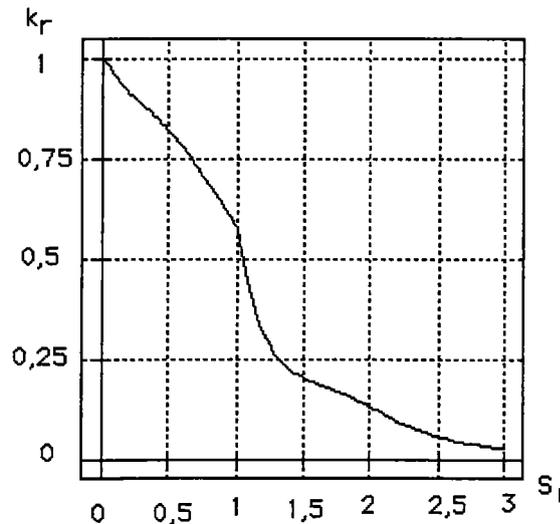


Figure N°I.7 Diagramme intégrité rupture avec « queue » pour lequel  $S_r > 1$ .

**I-4-5- La méthode R6**

La valeur de l'intégrale  $J_{pl}$  est obtenue à partir de la valeur de l'intégrale  $J_{el}$  corrigée par une correction de plasticité basée sur le modèle de Dugdale. L'intégrale  $J_t$  ainsi définie, est appelée  $J_{R6}$  et s'écrit [Pluvinage 95] :

$$J_{R6} = \frac{J_{el}}{(k_r - \rho)^2} \tag{I.56}$$

La correction de plasticité passe par le concept de longueur effective de fissure  $a_{ef}$ . Celle-ci est égale à la longueur réelle plus la taille de la zone plastique donnée par le modèle de Dugdale  $\eta$ .

$$a_{ef} = a + \eta \tag{I.57}$$

$$\eta = \frac{\pi}{8} \left( \frac{K_{el}(a)}{Re} \right)^2 \tag{I.58}$$

L'évolution de  $\rho$  est donnée en fonction du rapport des facteurs d'intensité de contraintes élastique relatifs à la longueur de fissure réelle et effective dans la figure N°I.8.

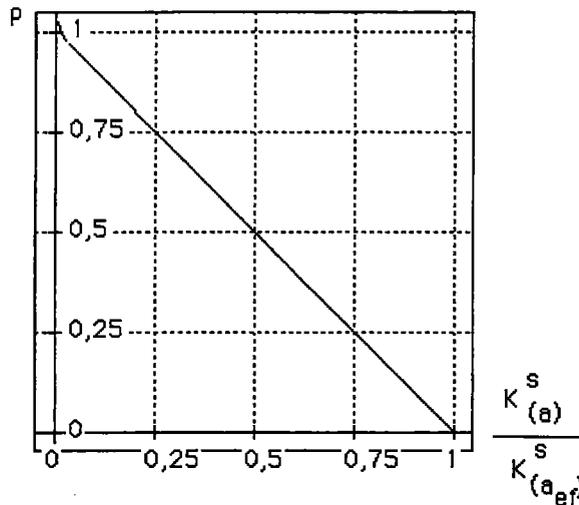


Figure N° I.8 : correction de plasticité dans la méthode R6.

La courbe d'interpolation est donnée par la relation empirique suivante :

$$K_r = (1 - 0.14S_r^2) [0.3 + 0.7 \exp(-0.65S_r^6)] \tag{I.59}$$

Elle est représentée par le diagramme de la figure N°I.9.

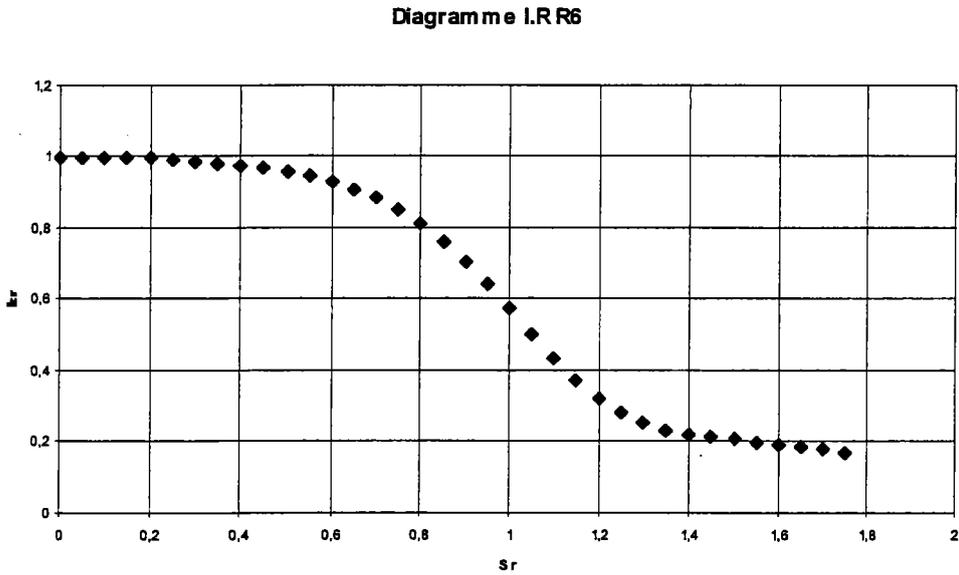


Figure N°I.9 : Diagramme Intégrité-rupture dans la méthode R6.

#### I-4-6- La méthode RCC MR

- Définition de  $k_r$

$k_r$  est défini de façon classique à partir de  $J_{el}$ . L'évolution en fonction de  $S_r$  est donnée par le facteur de correction (appelé A dans cette méthode )

$$k_r^c = \sqrt{\frac{J_e^c}{J_{Ic}}} = \sqrt{\frac{1}{A}} \quad (I.60)$$

Le facteur de correction est de la forme

$$A = \phi + \frac{\varepsilon_{ref}}{\varepsilon_{el}} \quad (I.61)$$

$\varepsilon_{ref}$  est la déformation de référence obtenue sur une courbe universelle de traction et  $\varepsilon_{el}$  la déformation élastique ;

avec  $\Phi$  
$$\phi = 0.5(S_r)^2 \cdot \frac{\varepsilon_{el}}{\varepsilon_{ref}} \quad (I.62)$$

- Courbe universelle de traction

Les matériaux sont supposés suivre une courbe universelle de traction qui se présente sous la forme [Pluvinage 95]

$$\frac{\varepsilon_{ref}}{\varepsilon_{el}} f\left(\frac{\sigma_{ref}}{R_e}\right) \quad (I.63)$$

avec 
$$\varepsilon_{el} = \frac{\sigma_{ref}}{E} \quad (I.64)$$

Cette courbe présente deux parties:

$$0 \leq \frac{\varepsilon_{ref}}{\varepsilon_{el}} \leq 1 \quad \frac{\varepsilon_{ref}}{\varepsilon_{el}} = 0,9845 + 1,3 S_r - 2,427 S_r^2 + 2,971 S_r^3 \quad (I.65)$$

$$\frac{\varepsilon_{ref}}{\varepsilon_{el}} \geq 1 \quad \frac{\varepsilon_{ref}}{\varepsilon_{el}} = 641,46 - 19671 S_r + 2188 S_r^2 - 1044 S_r^3 + 184,37 S_r^4 \quad (I.66)$$

Elle est représentée dans la figure N°I.10.

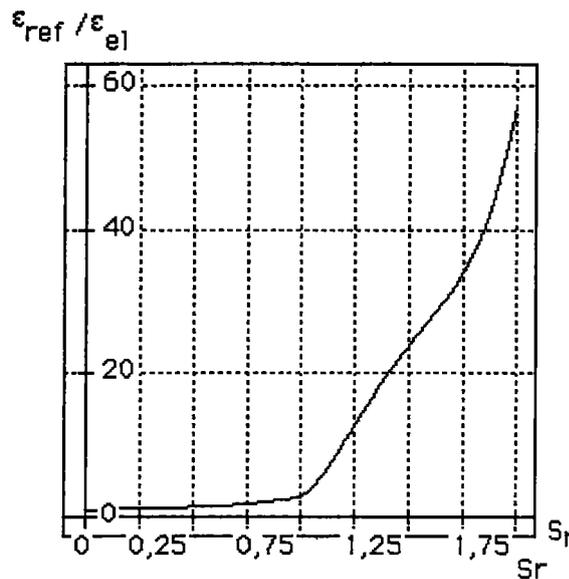


Figure N° I.10 : Courbe universelle de traction utilisée dans la méthode du RCC-MR  
Paramètre A

L'introduction de A dans la formule (I.60), de  $\Phi$  dans la formule (I.61) et de l'équation de la courbe universelle de traction conduit aux équations suivantes :

$$K_r^c = \sqrt{\frac{1}{A}} = \frac{1}{\sqrt{\left( \frac{E \cdot \varepsilon_{ref}}{\sigma_{ref} \cdot R_e} \right) + \left( \frac{\left( \frac{\sigma_{ref}}{R_e} \right)^3 \cdot R_e}{2 \cdot E \cdot \varepsilon_{ref}} \right)}} \quad (I.67)$$

$$\sqrt{A} = \sqrt{\left( \frac{\varepsilon_{ref}}{\varepsilon_{el}} \right) + \left( \frac{\left( \frac{\sigma_{ref}}{R_e} \right)^2}{2} \cdot \left( \frac{\varepsilon_{el}}{\varepsilon_{ref}} \right) \right)} \quad (I.68)$$

$$A = \left( \frac{\varepsilon_{ref}}{\varepsilon_{el}} \right) + \left( 0.5 \left( \frac{\sigma_{ref}}{R_e} \right)^2 \left( \frac{\varepsilon_{el}}{\varepsilon_{ref}} \right) \right) \quad (I.69)$$

L'évolution de A est présentée dans la figure N°I.11.

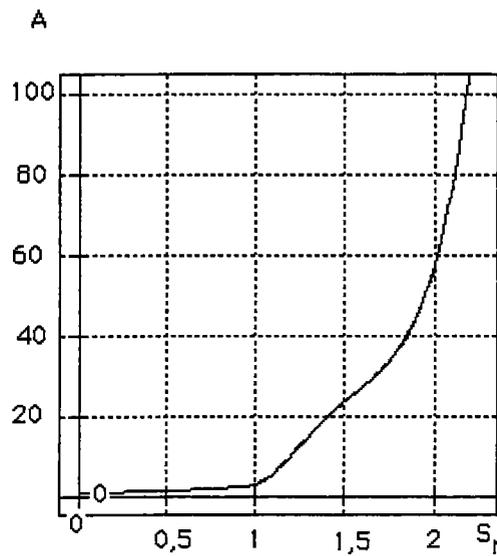


Figure N°I.11 : évolution de A en fonction de  $S_r$ .

Finalement le diagramme intégrité-rupture du RCC-MR est présenté dans la figure N°I.12.

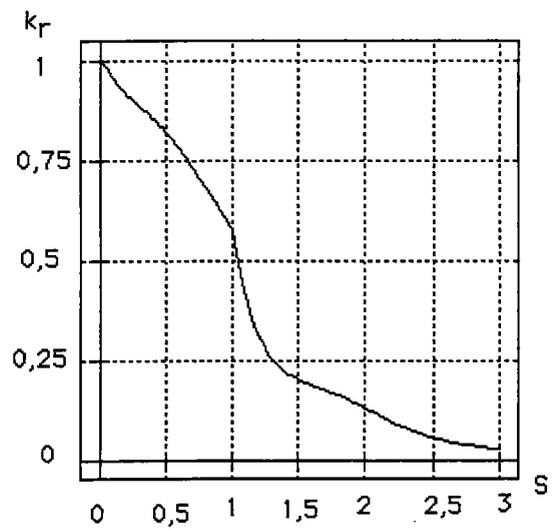


Figure N°I.12 : diagramme intégrité -rupture du RCC-MR.

## **I-5- SINTAP**

Les procédures des diagrammes intégrité rupture sont utilisées pour évaluer les degrés de sécurité des structures, des composants et des joints soudés. Ces approches peuvent être employées au niveau de la conception pour réaliser un dimensionnement de nouvelles structures, au niveau de la fabrication pour assurer l'intégrité et dans la phase opérationnelle pour assurer la durabilité.

Si ces outils sont correctement utilisés, ils évitent des surdimensionnements et des inspections inutiles et fournissent les méthodes pour assurer un compromis entre sûreté et coût.

Depuis de nombreuses années, un certain nombre de procédures d'analyses des risques de rupture ont été développées en Europe, aux Etats-Unis et au Japon. Leur utilisation s'est largement répandue dans l'industrie.

Toute fois, une seule technique n'est pas capable de fournir la réponse à tous les cas de rupture. Des incertitudes demeurent sur l'exactitude des résultats et malgré le développement récent de nouveaux codes, un certain nombre de configurations ne sont pas encore traitées.

En outre récemment, une nouvelle gamme d'aciers à haute résistance a été introduite dans l'industrie qui a débouchée sur des nouveaux problèmes d'analyse liés au rapport résistance ultime/limite d'élasticité. Ces analyses ont montré la méconnaissance du comportement des joints soudés présentant une disparité de comportement entre le métal fondu et le métal de base.

Un important travail a été réalisé pour le développement des formes anciennes des diagrammes intégrité rupture pour lesquels des informations et des applications n'étaient pas disponibles pour certaines configurations.

Dans notre approche nous avons choisis d'utiliser le code SINTAP qui a été le fruit d'une collaboration Européenne et tend maintenant à s'imposer pour des raisons de normalisation à l'échelle Européenne.

L'autre intérêt du code SINTAP est de proposer une procédure unifiée à plusieurs niveaux. Ces différents niveaux sont liés au niveau de développement technologique des entreprises et notamment les petites et moyennes.

La procédure SINTAP prévoit sept (07) niveaux d'analyse répertoriés dans les sections suivantes avec des indications sur les niveaux de connaissance requises.

La procédure peut être choisie après correction d'une procédure précédente qui se révèle insuffisante. Le niveau d'analyse est alors reporté à un niveau plus élevé. Des règles simples

déterminent quand ce niveau doit être réanalysé. Le cheminement de la procédure est alors optimal et réduit au minimum le travail et la complexité.

L'utilisateur doit prendre en compte le fait que plus le niveau d'analyse est élevé, plus la qualité des données d'entrée au départ doit être grande.

En outre les procédures d'analyse seront plus complexes. Réciproquement, plus le niveau de l'analyse est bas, plus le degré de conservatisme est élevé. Toutefois un niveau faible qui donne un résultat acceptable implique un résultat satisfaisant à des niveaux plus élevés.

Le niveau d'analyse est caractérisé principalement par la précision de la courbe de traction du matériau utilisé.

Le niveau d'analyse 1 ou le niveau de base est le niveau minimal recommandé. Ce niveau exige les valeurs de la limite d'élasticité et la résistance ultime ainsi qu'une valeur de la ténacité  $K_{mat}$ , obtenue au moins à partir des résultats de trois (03) essais qui caractérisent le départ de la rupture fragile ou la propagation stable de la fissure.

Dans le cas où la qualité de ces données ne peut être garantie, il existe un niveau d'analyse basé uniquement sur un seul élément (la limite d'élasticité ou limite d'écoulement) et la résilience Charpy : c'est le niveau par défaut. Ce niveau appelé niveau par défaut emploie des corrélations. Il est donc très conservatif et ne doit être employé que dans le cas où il n'y a pas d'autres alternatives.

Dans les constructions soudées où le niveau de résistance (limite d'élasticité ou limite d'écoulement) entre le métal de base et le métal de soudure présente une différence inférieure à 10% l'approximation d'un matériau homogène peut être employée. Dans ce cas, on utilisera la valeur minimale des propriétés de résistance du métal de base ou de la soudure.

Dans le cas de désadaptations mécanique « undermatching » ou « overmatching » et pour  $L_R > 0,75$ , on utilise l'analyse de base de niveau deux (02) pour réduire le conservatisme induit par cette disparité.

Ce niveau 2 nécessite la connaissance des résistances à la traction à la fois du métal de base et de la soudure.

Il demande également une évaluation de la charge limite liée à la désadaptation mécanique.

On peut toute fois employer la procédure d'un matériau homogène même si le facteur désadaptation est supérieur de 10% à condition d'utiliser les valeurs inférieures de la résistance du métal de base et de la soudure.

Les équations  $k_f = f(L_R)$  pour le niveau 1 et 2 sont basées sur des évaluations conservatives des courbes contrainte déformation lorsque celles-ci ne sont pas connues. Des résultats plus

précis et moins conservatifs peuvent être obtenus en employant la courbe complète contrainte déformation. Ceci correspond au niveau 3 de l'option de base.

Dans le cas où la courbe contrainte déformation est entièrement connue, les effets du confinement peuvent être appréciés en utilisant l'analyse avancée.

Nous présenterons dans ce qui suit les différentes équations correspondantes aux différents niveaux du code SINTAP.

### **I-5-1- NIVEAU 0 ( ou Niveau par défaut )**

La limite d'élasticité ou la contrainte limite sont demandées, le matériau est supposé homogène.

#### **Sous Niveau 0A**

R'Evaluation de la limite d'élasticité est de mandie.

$$f(L_r) = \left[ 1 + \frac{L_r^2}{2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{Pour } 0 \leq L_r \leq 1 \quad (\text{I-73})$$

#### **Sous Niveau 0B**

Pas d'évaluation de limite d'élasticité

$$f(L_r) = \left[ 1 + \frac{1}{2} L_r^2 \right]^{\frac{1}{2}} \left[ 0.3 + 0.7 \exp(-0.6 L_r^6) \right] \quad (\text{I-74})$$
$$L_r^{\max} = 1 + \left( \frac{150}{R_{P0.2}} \right)^{2.5}$$

### **I-5-2- NIVEAU 1 ( ou Niveau Standard )**

Limite d'élasticité, contrainte limite et contrainte ultime de traction sont demandées, le matériau est supposé homogène

**Sous Niveau 1A**

L'évaluation de la limite d'élasticité est demandée.

$$\begin{aligned}
 f(L_r) &= \left[ 1 + \frac{L_r^2}{2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{Pour } L_r < 1 \\
 f(L_r) &= f(1)L_r^{\frac{N-1}{2N}} \quad \text{Pour } 1 < L_r < L_r^{\max} \\
 \text{ou} & \\
 f(1) &= \left[ \lambda + \frac{1}{2\lambda} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad \lambda = 1 + \frac{E\Delta\varepsilon}{R_{el}}, \quad \Delta\varepsilon = 0.0375 \left( 1 - \frac{R_{el}}{1000} \right) \\
 N &= 0.3 \left( 1 - \frac{R_{el}}{R_m} \right), \quad L_r^{\max} = \frac{1}{2} \left( \frac{R_{el} + R_m}{R_{el}} \right)
 \end{aligned} \tag{I-75}$$

**Sous Niveau 1B**

Pas d'évaluation de la limite d'élasticité.

$$\begin{aligned}
 f(L_r) &= \left[ 1 + \frac{L_r^2}{2} \right]^{\frac{1}{2}} \left[ 0.3 + 0.7 \exp(-\mu L_r^6) \right] \quad \text{Pour } L_r \leq 1 \\
 f(L_r) &= f(1)L_r^{\frac{N-1}{2N}} \quad \text{Pour } 1 < L_r \leq L_r^{\max} \\
 \text{ou} & \\
 \mu &= \min \left[ 0.001 \left( \frac{E}{R_{P0.2}} \right); 0.6 \right] \\
 N &= 0.3 \left( 1 - \frac{R_{P0.2}}{R_m} \right), \quad L_r^{\max} = \frac{1}{2} \left( \frac{R_{P0.2} + R_m}{R_{P0.2}} \right)
 \end{aligned} \tag{I-75}$$

### I-5-3- NIVEAU 2

La limite d'élasticité et la contrainte limite sont demandées, le matériau présente une désadaptation mécanique.

#### Sous Niveau 2A

L'évaluation de la limite d'élasticité des deux matériaux est demandée.

$$f(L_r) = \left[ 1 + \frac{L_r^2}{2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{Pour } L_r < 1$$

$$f(1) = \left[ \lambda_M + \frac{1}{2\lambda_M} \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{Pour } L_r = 1$$

$$f(L_r) = f(1)L_r^{(N_M-1)/2N_M} \quad \text{Pour } 1 < L_r \leq L_r^{\max}$$

$$L_r^{\max} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{0.3}{0.3 - N_M} \right)$$

ou

$$\lambda_M = \frac{(F_{YM} / F_{YB} - 1)\lambda_W + (M - F_{YM} / F_{YB})\lambda_B}{(M - 1)}$$

$$\lambda_B = 1 + \frac{0.0375E_B}{R_{el,B}} \left( 1 - \frac{R_{el,B}}{1000} \right)$$

$$\lambda_W = 1 + \frac{0.0375E_W}{R_{el,W}} \left( 1 - \frac{R_{el,W}}{1000} \right)$$

$$N_M = \frac{(M - 1)}{(F_{YM} / F_{YB} - 1) / N_W + (M - F_{YM} / F_{YB}) / N_B} \quad (I-76)$$

$$N_B = 0.3 \left( 1 - \frac{R_{el,B}}{R_{m,W}} \right)$$

$$N_W = 0.3 \left( 1 - \frac{R_{el,W}}{R_{m,W}} \right)$$

En terme de contrainte et de ténacité, les indices B et W dénotent les propriétés mécaniques du métal de base et du métal fondu respectivement. M Le facteur de désadaptation défini comme le rapport de la limite d'élasticité du métal fondu sur celle du métal de base

**Sous Niveau 2B**

L'évaluation de la limite d'élasticité des deux matériaux n'est pas demandée.

$$f(L_r) = \left[ 1 + \frac{L_r^2}{2} \right]^{\frac{1}{2}} \left[ 0.3 + 0.7 \exp(-\mu_M L_r^6) \right] \text{ Pour } L_r \leq 1$$

$$f(L_r) = f(1) L_r^{(N_M - 1)/2 N_M} \text{ Pour } 1 < L_r \leq L_r^{\max}$$

$$L_r^{\max} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{0.3}{0.3 - N_M} \right)$$

ou

$$\mu_M = \frac{(M - 1)}{(F_{YM} / F_{YB} - 1) / \mu_W + (M - F_{YM} / F_{YB}) / \mu_B}$$

$$\mu_B = 0.001 \frac{E_B}{R_{P0.2,B}}$$

$$\mu_W = 0.001 \frac{E_W}{R_{P0.2,W}}$$

$$N_M = \frac{(M - 1)}{(F_{YM} / F_{YB} - 1) / N_W + (M - F_{YM} / F_{YB}) / N_B}$$

$$N_B = 0.3 \left( 1 - \frac{R_{P0.2,B}}{R_{m,B}} \right)$$

$$N_W = 0.3 \left( 1 - \frac{R_{P0.2,W}}{R_{m,W}} \right)$$

(I-77)

**Sous Niveau 2C**

La limite d'élasticité est obtenue pour le métal de base et le métal fondu.

$$f(L_r) = \left[ 1 + \frac{L_r^2}{2} \right]^{\frac{1}{2}} \left[ 0.3 + 0.7 \exp(-\mu_M L_r^6) \right] \text{ Pour } L_r \leq 1$$

$$f(L_r) = f(1) L_r^{(N_M - 1) / 2 N_M} \text{ Pour } 1 < L_r \leq L_r^{\max}$$

$$L_r^{\max} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{0.3}{0.3 - N_M} \right)$$

$$K_r = \left( \lambda_M + \frac{1}{2\lambda_M} \right)^{\frac{1}{2}} \text{ Pour } L_r = 1$$

ou

$$\lambda_M = \left( \frac{(M - F_{YM} / F_{YB}) \lambda_B}{M - 1} \right)$$

$$\lambda_B = 1 + \frac{0.0375 E_B}{R_{el,B}} \left( 1 - \frac{R_{el,B}}{1000} \right)$$

$$\mu_M = \frac{(M - 1)}{(F_{YM} / F_{YB} - 1) / \mu_W}$$

$$\mu_W = 0.001 \frac{E_W}{R_{P0,2,W}}$$

$$N_M = \frac{(M - 1)}{(F_{YM} / F_{YB} - 1) / N_W + (M - F_{YM} / F_{YB}) / N_B}$$

(I-78)

$$N_B = 0.3 \left( 1 - \frac{R_{el,B}}{R_{m,B}} \right)$$

$$N_W = 0.3 \left( 1 - \frac{R_{P0,2,W}}{R_{m,W}} \right)$$

### I-5-4- NIVEAU 3

Le Courbe complète contrainte déformation est nécessaire.

#### Niveau 3A

Cas d'un matériau homogène

$$f(L_r) = \left[ \frac{E\varepsilon_{ref}}{\sigma_{ref}} + \frac{1}{2} \frac{L_r^2}{(E\varepsilon_{ref} / \sigma_{ref})} \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{Pour } 0 \leq L_r \leq L_r^{\max} \quad (I-79)$$

$$L_r^{\max} = \frac{1}{2} \left( \frac{R_e + R_m}{R_e} \right)$$

La contrainte  $\sigma_{ref}$  est la contrainte vraie obtenue à partir de l'essai de traction selon  $\sigma_{ref} = L_r R_e$ ,  $R_e$  est la limite d'élasticité  $R_{el}$  ou de proportionnalité  $R_{p0.2}$ .

#### Sous Niveau 3B

Cas de la désadaptation mécanique

$$f(L_r) = \left[ \frac{E\varepsilon_{e,ref}}{\sigma_{e,ref}} + \frac{1}{2} \frac{L_r^2}{(E\varepsilon_{e,ref} / \sigma_{e,ref})} \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{Pour } 0 \leq L_r \leq L_r^{\max} \quad (I-80)$$

L'indice ref indique que nous avons défini un métal équivalent sur lequel la déformation vraie est obtenue à partir de l'essai de traction de  $\sigma_{e,ref} = L_r R_e$ .

la contrainte équivalente de traction du matériau est donnée par :

$$\sigma_e(\varepsilon^P) = \frac{(F_{YM} / F_{YB} - 1)\sigma_w(\varepsilon^P) + (M - F_{YM} / F_{YB})\sigma_B(\varepsilon^P)}{(M - 1)} \quad (I-81)$$

où  $F_{YM}/F_{YB}$  est défini par :

$M = M(\varepsilon^P) = R_{eW}(\varepsilon^P) / R_{eB}(\varepsilon^P)$  avec un certain nombre de valeurs de la déformation plastique  $\varepsilon^P$ .

$L_r^{\max}$  est défini par la limite d'élasticité équivalente  $\sigma_{ye}$  et la contrainte d'écoulement équivalente  $\bar{\sigma}_e$  comme :

$$L_r^{\max} = \frac{\bar{\sigma}_e}{\sigma_{y,e}} \quad \text{ou}$$

$$\bar{\sigma}_e = [F_{YM}(\bar{\varepsilon}_e) / F_{YB}(\bar{\varepsilon}^P)] \sigma_B(\bar{\varepsilon}^P), \quad \sigma_{y,e} = [F_{YM} / F_{YB}] \sigma_{YB} \quad (I-83)$$

#### I-5-5- NIVEAU 4

La courbe contrainte déformation complète et le résultat l'intégral J sont disponibles.

$$K_r = \left( \frac{j}{j_e} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{Pour } 0 \leq L_r \leq L_r^{\max} \quad (\text{I-84})$$

pour des cas homogènes,

$$L_r^{\max} = \frac{1}{2} \left( \frac{R_e + R_m}{R_e} \right) \quad (\text{I-85})$$

pour le cas de la désadaptation mécanique .

$$L_r^{\max} = \frac{\bar{\sigma}_e}{\sigma_{y,e}} \quad (\text{I-86})$$

$$\bar{\sigma}_e = [F_{YM}(\bar{\varepsilon}^P) / F_{YB}(\bar{\varepsilon}^P)] \sigma_B(\bar{\varepsilon}^P); \quad \sigma_{y,e} = [F_{YM} / F_{YB}] \sigma_{YB}$$

### I-6- Base du dimensionnement des diagrammes intégrité rupture

Un dimensionnement basé sur le diagramme intégrité-rupture s'assure que le point de fonctionnement retrouve alors l'intérieur du diagramme délimité par la courbe d'interpolation ; la structure conserve son intégrité. Si le point calculé est en dehors de cette zone, la rupture se produit et le point de fonctionnement se trouve sur la courbe d'interpolation.

#### I-6-1- Approche basée sur la température de transition

Il n'y a pas de méthode standardisée pour cette approche. Toutefois on peut diviser le Diagramme IR en 3 zones (fragile, transition, ductile) et s'assurer que le point de fonctionnement est en dehors de la zone fragile. figure N° I.13.

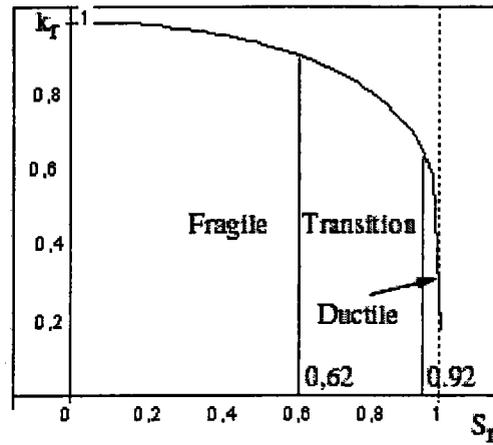


Figure N° I.13 :Division du diagramme intégrité–rupture en 3 zones (fragile, transition, ductile).

### I-6-2- Approche déterministe

Le facteur de sécurité peut être défini sur les diagrammes Intégrité-Rupture à partir de l'hypothèse d'un trajet radial, ce qui laisse supposer que le défaut n'évolue pas au cours du chargement. La figure N°I.14 montre que le facteur de sécurité est défini par le rapport des segments  $OB/OA$  [Pluvinage 02].

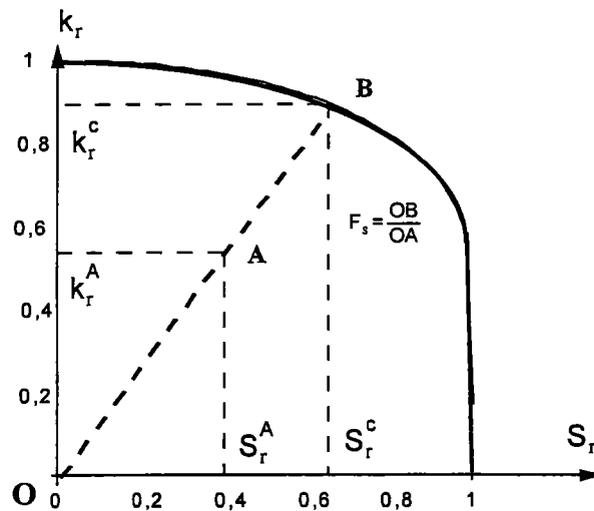


Figure N° I.14 : Définition du facteur de sécurité sur les diagrammes intégrité-Rupture.

# **CHAPITRE II**

## **II Introduction**

Ce chapitre rappelle les concepts utilisés en fiabilité mécanique (variables aléatoires, scénarios de défaillance, surfaces d'état limite) et les objectifs. Ensuite les méthodes classiques utilisées pour évaluer la probabilité de défaillance en fiabilité mécanique (simulations de Monte-Carlo et méthodes FORM/SORM) sont présentées. Les références générales sont [Rubinstein 81], [Madsen et al 86], [Bjægerager 89] et [Ditlevsen et al 96]. [Lemaire 91] et [Lemaire 92] des références qui introduisent le domaine d'application des méthodes fiabilistes et leur objectif.

### **II-1- Variables aléatoires et scénario de défaillance**

#### **II-1-1- Aléas**

La conception d'une structure ou d'un composant mécanique nécessite de satisfaire certains besoins : construire un pont pour relier plus rapidement deux points, un réservoir pour stocker des excédents alimentaires ou une centrale pour répondre aux besoins énergétiques, etc... A partir de la connaissance des besoins, en utilisant des méthodes appropriées, il est possible de concevoir la structure en tenant compte des actions extérieures, des propriétés des matériaux. Les méthodes utilisées, les données disponibles soulèvent certaines questions préliminaires à la conception.

Tout d'abord, les méthodes utilisées sont issues de théories qui approchent la réalité. Les différentes branches de la physique permettent souvent d'avoir un modèle des phénomènes mis en jeu. L'exploitation de ce modèle est généralement numérique. Entre la réalité et le modèle physique et entre le modèle physique et le modèle numérique, des paramètres sont oubliés pour des raisons de simplification ou d'ignorance.

Finalement l'approximation est-elle grossière ou précise ? Ces erreurs de modèle influent souvent sur les résultats et ne peuvent être réduites que par l'utilisation de modèles plus précis. Dans la suite du rapport, nous supposons que le modèle numérique utilisé est réaliste dans le domaine d'utilisation.

Ensuite la structure est soumise à des actions extérieures ou aléas externes qui sont estimés à partir d'un ensemble fini de mesures. Certaines grandeurs varient spatialement et dans le temps, comme la houle, le vent ou le trafic sur un pont. De telles grandeurs sont difficiles à connaître de manière précise et donc à modéliser.

La qualité de la fabrication de la structure, des matériaux utilisés et leurs capacités à répondre aux actions extérieures ne sont pas toujours connues de manière précise. En effet les

propriétés des matériaux sont obtenues à partir d'essais en laboratoire ou d'essais réels, puis de traitements statistiques. Selon la qualité du traitement, la représentativité des essais (problèmes d'échelles par exemple), la précision des robots de fabrication, les plages de variations des grandeurs peuvent être plus ou moins importantes. Ces quantités sont des exemples d'aléas dits internes à la structure (Figure II.1). Les erreurs de mesures peuvent être réduites par l'amélioration de la précision des mesures et les erreurs statistiques par une accumulation des données.

Certaines incertitudes liées aux chargements et aux propriétés des matériaux sont une partie de la variabilité inhérente du phénomène physique. Ces incertitudes sont irréductibles sauf si le phénomène est modifié lui-même.

Parfois certaines variables influent sur d'autres variables. Les corrélations définies sont souvent inconnues ou difficilement mesurables.

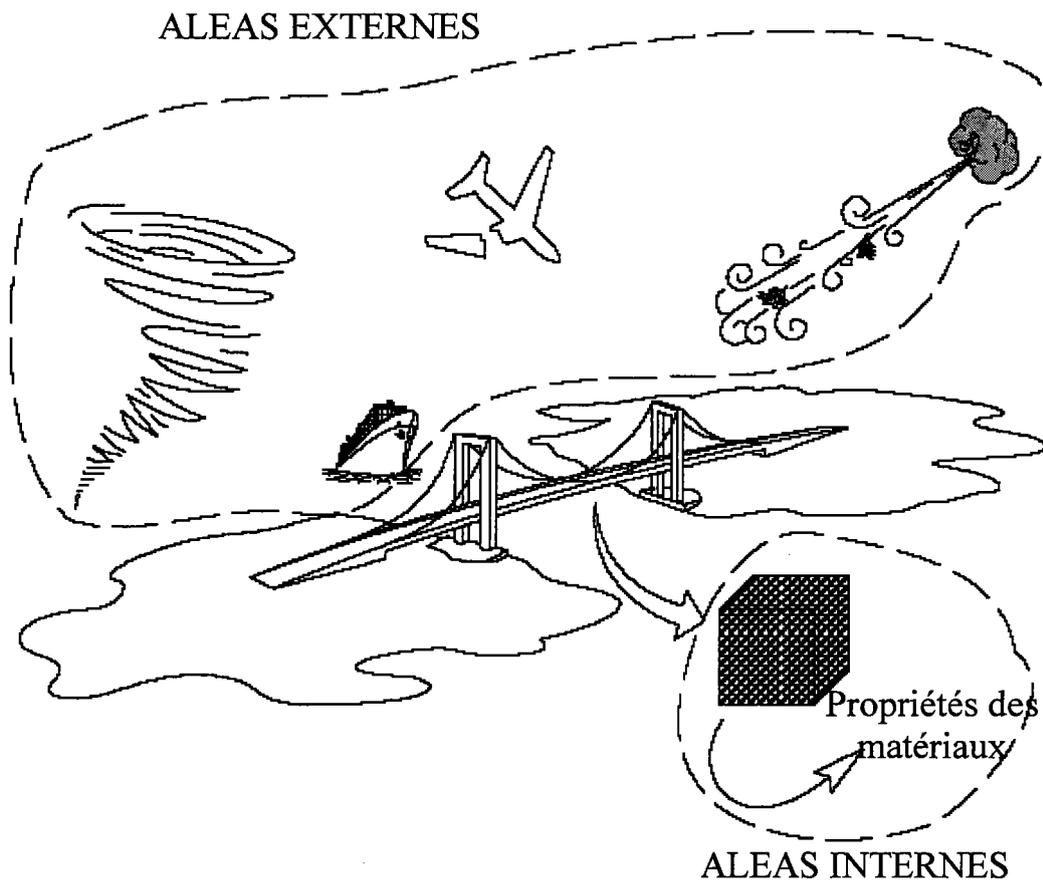


Figure N° II.1 Aléas externes et internes

Les aléas ont principalement deux origines. Tout d'abord des mesures vagues ou approximatives de propriétés des matériaux ou de diverses grandeurs sont à l'origine d'imprécisions, qui forment une partie des aléas. De plus les théories, qui ne sont pas toujours complètement construites, ou des grandeurs, qui ne peuvent pas être déterminées dans certaines expériences à l'instant voulu, sont à l'origine d'incertitudes génératrices aussi d'aléas. Ces aléas peuvent avoir une influence négative ou positive sur la capacité de la structure à répondre aux besoins initiaux. Il est nécessaire d'avoir des méthodes fiables pour les maîtriser.

Nous nous intéressons à de telles méthodes dans le cadre de la **fiabilité des structures mécaniques** : nous recherchons la probabilité pour qu'une structure soit capable de satisfaire tous les besoins pour lesquels elle a été conçue. La fiabilité des structures a des applications en conception bien sûr, mais aussi en contrôle de qualité, en validation de règlements et de normes, en conception et en exploitation.

La défaillance est définie comme le défaut de fonctionnement ou la non-exécution, à un instant donné, d'une clause ou d'un engagement.

Si l'aléa dépend du temps, comme le vent ou la houle par exemple, il est modélisé par un processus stochastique. S'il est indépendant du temps, comme la plupart des dimensions géométriques, l'aléa est représenté par une variable aléatoire. Si l'aléa est variable dans l'espace géométrique, sa représentation est basée sur un champ aléatoire. Selon les natures des aléas, certaines méthodes sont plus ou moins facilement applicables. Pour des processus stochastiques, d'autres modèles mathématiques doivent être utilisés ([Liu et al 89], [Soize 93]). Bien sûr, les aléas ne sont pas tous modélisables par un modèle probabiliste. L'utilisation de processus stochastiques, de variables aléatoires et de champs aléatoires est un progrès dans la maîtrise de l'incertain, mais ne permet pas de résoudre tous les problèmes qui se posent.

## **II-1-2- Scénarios de défaillance et fiabilité**

En fiabilité des structures, nous nous attacherons à vérifier que la structure satisfait, pendant sa durée de vie, les besoins pour lesquels elle a été conçue. La vérification est basée sur des règles de bon fonctionnement préalablement définies. Ces règles sont issues de la connaissance physique, mécanique, chimique ou biologique, et d'avis d'experts par exemple. Considérons quelques questions qui se posent : à quels besoins doit satisfaire la structure ? Quelles sont les conséquences d'une défaillance de la structure ? Quels dimensionnements sont réalisables ? Par exemple, un bâtiment industriel ou un logement n'ont pas les mêmes contraintes de disponibilité, de temps d'occupation, de confort, de résistance au séisme ou aux agressions extérieures, selon l'usage prévu. Un bâtiment industriel peut contenir un réacteur nucléaire ou servir au stockage. Selon l'utilisation, les niveaux admissibles de défaillance peuvent ne pas être identiques. Donc les contraintes de conception peuvent ne pas être les mêmes et les règles de dimensionnement seront différentes.

En général la défaillance d'une structure peut avoir son origine dans des phénomènes complètement différents : rupture, corrosion, etc... Chacun de ces phénomènes conduisant à la défaillance est appelé mode de défaillance.

Un enchaînement d'événements conduisant à la défaillance forme un scénario de défaillance. Pour un même mode de défaillance, plusieurs scénarios de défaillance peuvent exister. Et inversement un même scénario de défaillance peut conduire à plusieurs modes de défaillance. Vérifier la fiabilité d'une structure par rapport à un scénario de défaillance est une vérification conditionnelle. Les états limites, ou critères de défaillance, utilisés pour la conception et le dimensionnement représentent l'état de notre connaissance du comportement de la structure concernée, des actions qu'elle subit. Un état est qualifié de défaillant, si l'état de la structure vérifie un des critères de défaillance définissant le mode de défaillance, sinon il est dit de bon fonctionnement.

Cette hypothèse est forte, car en pratique il existe des situations dégradées qui permettent encore l'exploitation de la structure ou des situations où la définition de la défaillance est floue. Cela signifie que la définition de l'état limite doit dire si un état dégradé est acceptable ou non, et dans quelles conditions. Cette définition tient compte donc des conséquences économiques, humaines et psychologiques de la défaillance.

Après avoir choisi le mode de défaillance (i.e. les états limites correspondants) et les variables considérées aléatoires, ainsi que leur modélisation probabiliste, nous devons évaluer la fiabilité de la structure pour ce modèle.

Les états défaillants ou de bon de fonctionnement forment deux ensembles, d'après

l'hypothèse précédente, dans l'espace des variables aléatoires : un domaine de défaillance constitué de tous les états défaillants, et son complémentaire appelé domaine de bon fonctionnement ou domaine de sûreté. La frontière entre ces deux domaines est appelée surface d'état limite ou de défaillance.

Les aléas modélisables sont représentés par des variables aléatoires, qui sont représentées par un vecteur noté  $X$ . Une réalisation de ce vecteur aléatoire sera notée  $x$ .

A ce vecteur aléatoire est associée une densité conjointe de probabilité  $f_x$  qui contient aussi les informations liées à d'éventuelles corrélations entre les variables. A un critère de défaillance est associée une fonction  $H(X)$  des variables aléatoires, appelée fonction de défaillance ou fonction d'état limite. La fonction  $H$  est une fonction déterministe dont les variables sont aléatoires. Le résultat est une variable aléatoire. Par convention, si  $x$  est une réalisation de  $X$ ,  $H(x) > 0$  représente un état de bon fonctionnement,  $H(x) \leq 0$  un état défaillant et  $H(x)$  est égal à 0 pour tout état appartenant à la surface d'état limite.

La fonction de défaillance peut souvent s'écrire sous la forme d'une marge, i.e d'une différence entre une résistance  $R$  (ou les ressources du système) et une sollicitation  $S$  :

$$H(X) = R(X_1, \dots, X_i) - S(X_{i+1}, \dots, X_n) \quad (\text{II-1})$$

Les variables de résistance ou de sollicitation ne sont pas toujours modélisables par des variables aléatoires, et doivent parfois être calculées à partir d'autres grandeurs aléatoires  $X_i$  plus facilement calculables ou mesurables lors d'expériences, comme les forces exercées, les propriétés des matériaux, la géométrie, etc... La relation entre les variables qui interviennent directement dans la marge,  $R$  ou  $S$  et plus généralement un vecteur aléatoire noté  $X$ , et les variables  $X_i$ , est une transformation mécanique qui peut être définie analytiquement ou par des codes éléments finis, dans de nombreux problèmes réels par exemple. Les composantes du vecteur  $X$  sont appelées les variables aléatoires de base. Dans la suite du rapport, les méthodes sont décrites à partir de l'espace physique défini par les  $N$  variables aléatoires de base.

La fiabilité est alors définie par :

$$P_r = P[H(X) > 0] = \int_{H(x) > 0} f_x(x) dx_1 \dots dx_N \quad (\text{II-2})$$

où  $f_x$  est la densité conjointe de probabilité du vecteur aléatoire  $X$ . La probabilité de défaillance est le complément à 1 de la fiabilité :

$$P_f = 1 - P_r = \int_{H(x) \leq 0} f_x(x) dx_1 \dots dx_N \quad (\text{II-3})$$

Les méthodes actuellement utilisées en fiabilité mécanique se partagent entre deux familles : les méthodes de simulation fondées sur le principe de la simulation de Monte-Carlo et les

méthodes FORM/SORM. Les méthodes FORM/SORM sont très efficaces en pratique, mais la validation des résultats obtenus n'est pas évidente car il n'existe pas d'estimation de l'erreur [Devictor 96].

## II-2 - Méthodes de Simulation

Simuler signifie représenter un phénomène par un système équivalent ; les simulations numériques sont des représentations par des modèles numériques. Les simulations de Monte-Carlo impliquent la représentation par des tirages aléatoires.

D'une façon générale, les simulations de Monte-Carlo constituent le moyen le plus coûteux, mais certainement le plus sûr, pour l'évaluation de la probabilité de défaillance, sous réserve de la qualité du générateur de nombres pseudo aléatoires. L'ouvrage [Rubinstein 81] en donne une large description. Les simulations permettent d'obtenir des résultats de référence et de contrôler d'autres méthodes d'approximation. Le résultat est simplement une estimation de la probabilité de défaillance accompagnée d'une évaluation de la variance de l'estimateur. Il est à noter que les simulations, à moins d'une adaptation spécifique, ne fournissent qu'une information limitée sur le point de défaillance et sur les facteurs d'importance des variables aléatoires.

Le principe des méthodes de simulation est d'effectuer un échantillonnage aléatoire dans l'espace des variables de base, physiques ou nommées. Pour chacun des tirages, la fonction d'état limite est évaluée pour conclure si la configuration tirée est dans le domaine de sûreté ou dans le domaine de défaillance. Un comptage des défaillances permet d'estimer la probabilité recherchée. Les étapes de la procédure sont donc :

1. engendrer des réalisations des variables aléatoires selon leur densité conjointe de probabilité ou, au moins, selon leurs lois marginales et leurs corrélations ;
2. calculer la valeur de la fonction d'état limite ;
3. selon le cas :
  - s'il n'y a pas de défaillance, aller en 1 ;
  - s'il y a défaillance, incrémenter le compteur des cas défaillants ;
4. répéter 1 à 3 jusqu'à ce qu'un nombre suffisant de tirages soit atteint ;
5. estimer la probabilité en fonction du nombre de cas défaillants par rapport au nombre total de réalisations effectuées.

Ce chapitre donne tout d'abord quelques notions sur les lois de distribution et les générateurs de nombres pseudo aléatoires, puis sur la construction d'échantillons selon une loi donnée.

### II-2-1. Lois de distribution des densités de probabilités étudiées

Les formules des lois de distribution d'une grandeur aléatoire continue  $x$  sont les suivantes [ Ang.84 ] :

- espérance mathématique

$$\mu(x) = \int_0^x x^2 p(x) dx \quad (\text{II-4})$$

$p(x)$  est la densité de probabilité

- la variance

$$V(x) = \int_0^x x^2 p(x) dx - \mu^2 \quad (\text{II-5})$$

- le moment d'ordre 3 de la distribution

$$M_3 = \int_0^x x^3 P(x) dx - 3\mu(V + \mu^2) + 2\mu^3 \quad (\text{II-6})$$

avec  $0 < x < \infty$

A ces grandeurs correspondent les caractéristiques statistiques suivantes :

- **moyenne**

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (\text{II-7})$$

- **écart type**

$$V_x = (d_{s,x})^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{(n-1)} \quad (\text{II-8})$$

- **paramètre d'asymétrie  $A_x$**

$$d_{s,x}^3 A_x = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{n} \quad (\text{II-9})$$

$n$  est le nombre d'unités analysées.

Généralement après traitement statistique de données d'essais mécaniques, il apparaît que la moyenne  $\bar{x}$  et l'écart type  $d_{s,x}$  d'une grandeur aléatoire  $x$  sont constants et indépendants de la forme de la distribution.

Pour cette raison, nous présenteront les fonctions de densité de probabilité en fonction du coefficient de variation :

$$CV_x = \frac{d_{s,x}}{\bar{x}}, \Delta CV_x = \Delta d_{s,x} - \Delta \bar{x} \quad (\text{II-10})$$

$d_{s,x}$  est l'écart type ou déviation standard. Les grandeurs  $\Delta CV_x$ ,  $\Delta d_{s,x}$  et  $\Delta \bar{x}$  déterminent les écarts relatifs entre la mesure et la valeur moyenne  $\bar{x}$ , la valeur de l'écart type  $d_{s,x}$  et la valeur du coefficient de variation  $CV_x$ .

La formule (II-10) indique qu'il est préférable d'utiliser le coefficient de variation afin d'améliorer la précision de l'analyse.

Le coefficient de variation  $CV_x$  est un excellent indicateur de l'homogénéité de l'ensemble analysé. Celui-ci sera déclaré homogène si  $CV_x < 1/3$  [Kiureghian 86].

Concernant les propriétés des matériaux, si les essais mécaniques ont été réalisés avec soin, le coefficient de variation est un excellent indicateur de la qualité de la fabrication [Ditlevsen et al 96]. Ainsi, la fabrication d'acier à bas carbone conduit à un coefficient de variation  $CV_{Rm} = 0,1$  [Dolinski 83], avec  $Rm$  la résistance ultime.

L'analyse de la littérature sur ce sujet permet d'affirmer :

- pour les composites de haute performance utilisés en aéronautique et en construction spatiale  $CV_{Rm} < 0,15$ .
- pour les composites à fibre de verre utilisés pour la fabrication de bateaux  $CV_R < 0,3$
- pour les éléments en composite non essentiels pour le sécurité  $CV_{Rm} = 0,2 - 0,3$ .

Par la suite la présentation de notre méthode de probabilité sera réalisée avec la valeur  $CV_x = 0,1$ .

Nous présentons maintenant le formalisme de diverses lois de distribution de densité des probabilités.

- **Loi normale**

$$f_1(x) = \frac{1}{d_{s,x}\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{d_{s,x}} - \frac{1}{CV_x}\right)^2\right] \quad (\text{II-11})$$

La fonction  $p(x)$  permet de décrire les fréquences de l'événement après ajustement à cette distribution théorique. Dans ce cas :

$$\mu = \bar{x} \quad , \quad V_x = (d_{s,x})^2 \quad , \quad M_3 = 0 \quad (\text{II-12})$$

- **Distribution log normale :**

La fonction de densité de probabilité de log-normale a la forme suivante :

$$f_2(x) = \frac{1}{x \cdot \sigma_{LogNorm} \cdot \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x) - \mu_{LogNor}}{\sigma_{LogNor}}\right)^2\right] \quad (\text{II-13})$$

là où le  $\mu_{LogNor}$  et le  $\sigma_{LogNor}$  sont les paramètres log-normal de distribution.  $\mu_x$  la moyenne et  $\sigma_x$  l'écart type sont des données d'entrée à notre programme et sont liées aux paramètres log-normal de distribution comme suivent :

$$\begin{aligned} \mu_{LogNor} &= \ln(\mu_x) - \frac{1}{2}(\sigma_{LogNor})^2 \\ \sigma_{LogNor} &= \sqrt{\ln\left[1 + \left(\frac{\sigma_x}{\mu_x}\right)^2\right]} \end{aligned} \quad (\text{II-14})$$

**- Distribution exponentielle**

Cette distribution s'écrit sous la forme [Dolinski83].

$$F(X) = \lambda \exp(-\lambda x) \quad (\text{II-15})$$

où  $\lambda$  est le paramètre exponentiel de distribution.  $\mu$  ( mean ) et  $\sigma_x$  (écart type) sont reliés de la manière suivante :

$$\mu = \sigma = \frac{1}{\lambda} \quad (\text{II-16})$$

**- Distribution gamma :**

Cette distribution s'écrit sous la forme [Dolinski83].

$$f_3(x) = C_1 x^C \exp(-C_2 x) \quad (\text{II-17})$$

avec

$$C_1 = \frac{C_2^{C+1}}{\Gamma(C+1)}$$

où

$$\Gamma(C+1) = \int_0^{\infty} t^C \exp(-t) dt \quad (\text{II-18})$$

$\Gamma(C+1)$  est le fonction Gamma d'Euler égale à  $C!$  pour toute valeur entière du paramètre  $C$ .

Pour cette distribution :

$$\bar{x} = \frac{c+1}{c_2}, \quad d_{s,x} = \frac{\sqrt{c+1}}{c_2}, \quad CV_x = \frac{1}{\sqrt{c+1}} \quad (\text{II-19})$$

La formule (II-17) peut donc s'exprimer au moyen des caractéristiques  $\bar{x}$  et  $CV_x$

Il faut mentionner que dans ce cas les caractéristiques  $CV_x$  et  $A_x$  sont fonction d'un paramètre  $c$ .

**- Distribution de Pearson du deuxième genre :**

Dans ce cas [Dolinski83] :

$$f_4(x) = \frac{x^{m-1} \exp\left(-\frac{x^2}{2b}\right)}{K} \quad (\text{II-20})$$

avec

$$k = 2^{\frac{m-2}{2}} b^{\frac{m}{2}} \Gamma\left(\frac{m}{2}\right) \quad (\text{II-21})$$

b,m : paramètre de la distribution.

En utilisant les formules (II-9), les paramètres caractéristiques de la distribution s'expriment sous la forme suivante :

$$\bar{x} = \frac{\sqrt{2b} \Gamma\left(\frac{m+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{m}{2}\right)}, \quad V_x = d_{s,x}^2 = bm - \bar{x}^2 \quad (\text{II-22})$$

$$CV_x = \sqrt{\frac{m \Gamma^2\left(\frac{m}{2}\right)}{\left[2 \Gamma^2\left(\frac{m+1}{2}\right)\right] - 1}} \quad (\text{II-23})$$

**- Loi de Weibull.**

Dans ce cas, la fonction de densité de probabilité a la forme suivante :

$$f_5(x) = CmX^{m-1} \exp(-CX^m) \quad (\text{II-24})$$

m et c sont des constantes. Par application des relations (2) on trouve :

$$\bar{x} = c^{\frac{-1}{m}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right) \quad d_{s,x} = c^{\frac{-2}{m}} \left[ \Gamma\left(1 + \frac{2}{m}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{m}\right) \right] \quad (\text{II-25})$$

$$A_x = \frac{\Gamma\left(1 + \frac{3}{m}\right) - 3\Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right)\Gamma\left(1 + \frac{2}{m}\right) + 2\Gamma^3\left(1 + \frac{1}{m}\right)}{\left[ \Gamma\left(1 + \frac{2}{m}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{m}\right) \right]^{\frac{3}{2}}} \quad (\text{II-26})$$

$$CV_x = \sqrt{\frac{\Gamma\left(1 + \frac{2}{m}\right)}{\Gamma^2\left(1 + \frac{1}{m}\right)^{-1}}} \quad (\text{II-27})$$

Cette distribution avec les valeurs de  $m = 1$  et  $m = 2$  se réduit aux distributions de Maxwell et Rayleigh qui, pour les raisons indiquées précédemment, ne peuvent être retenues.

Le désavantage de la loi de Weibull (comme celle de Pearson de deuxième espèce) est la nécessité d'une grande précision dans les calculs afin d'éviter des déboires dans son utilisation. On peut surmonter cette difficulté pour la loi de Weibull en utilisant la corrélation suivante :

$$m = CV_x^{-1,09} \quad (\text{II-28})$$

On peut remarquer dans la figure (II-2) que la formule (II-28) (en trait plein) conduit à des valeurs proches des valeurs obtenues par utilisation de la formule (II-27) .

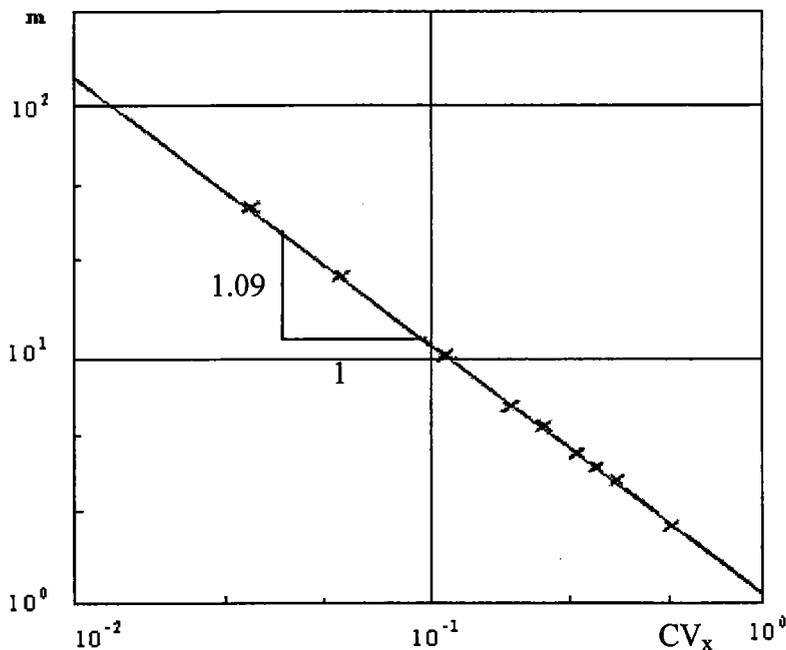


Figure N° II.2 : Influence du coefficient de variation  $CV_x$  sur le paramètre de forme  $m$  de la loi de Weibull.

### II-3 Génération de nombres pseudo-aléatoires uniformes

La génération de nombres pseudo-aléatoires est à la base de toutes les méthodes de simulation. Elle est indispensable pour la création d'une série de réalisation des variables aléatoires obéissant à une loi de distribution donnée [Lemaire 05].

Comme la génération pour une loi quelconque passe d'abord par la génération des réalisations des variables à distribution uniforme dans l'intervalle  $[0,1[$ , nous présentons tout d'abord cette dernière.

Les algorithmes de génération sont basés sur des fonctions récursives déterministes. L'ensemble des nombres engendrés est donc reproductible si on injecte les mêmes conditions de départ, la même semence. C'est pour cette raison qu'on les appelle « nombres pseudo-aléatoires ».

Alors que le processus de génération est totalement déterministe, il est possible de démontrer que les nombres engendrés obéissent à une loi de distribution uniforme et sont relativement indépendants. Ceci peut être vérifié par les tests d'hypothèse tel que le test du  $\chi^2$  [saporta 90,Col 95].

#### II-3-1 Générateur congruentiel mixte.

La méthode la plus utilisée pour engendrer une suite  $x_i$  est basée sur le calcul du reste de la division par un nombre entier  $m1$  ; l'expression la plus usuelle est écrite sous la forme :

$$X_{i+1} = ( a x_i + C)( \text{mod } m1 ) , i = 1, \dots \dots, n \quad (\text{II-29})$$

Où le multiplicateur  $a$ , l'incrément  $C$  et le dénominateur  $m$  sont des entiers non négatifs;  $\text{mod}$  est l'opérateur de la division des entiers :  $A (\text{mod } B ) =$  reste de la division entière de  $A$  par  $B$ .

La notation précédente est équivalente à :

$$X_{i+1} = ax_i + C - m1K_i \text{ avec } k_i = \text{integer} ((ax_i + C)/m1) \quad (\text{II-30})$$

Où l'opérateur integer  $(.)$  désigne la partie entière de la division.

Notons que le nombre obtenu  $x_i$  appartient à l'intervalle  $[0,m[$ . Afin d'avoir un nombre  $u_i$  appartenant à l'intervalle  $[0,1[$ , il suffit de diviser par  $m1$  :

$$u_i = \frac{x_i}{m1} \quad (\text{II-31})$$

Il est clair qu'une telle procédure est périodique. Chaque période est inférieure ou égal à  $m$  et contient au maximum  $m1$  nombres distincts. La procédure effectue un nombre illimité de boucles en passant à chaque cycle par les mêmes valeurs aux erreurs d'arrondi près.

Afin d'assurer un nombre important de valeurs non répétées, il faut choisir  $m1$  le plus grand possible. Notons  $p$  la période ( i.e. la dimension de la séquence non répétée ), on dit que le générateur possède une période complète quand  $p = m1$ .

Cette dernière est réalisée si et seulement si :

1.  $c$  et  $m$  sont premiers entre eux ;
2.  $a \equiv 1 \pmod{g}$  pour tout  $g$  facteur premier de  $m$  ;
3.  $a \equiv 1 \pmod{4}$  si  $m$  est un multiple de 4.

La première condition implique que le plus grand facteur commun de  $c$  et  $m$  est l'unité. La deuxième condition implique que :  $a = g \text{ integer } (a/g) + 1$  ; avec  $g$  facteur premier de  $m$ . La troisième condition implique que :  $a = 4 \text{ integer } (a/4) + 1$  si  $(m/4)$  est un entier.

Greenberger [Greenberger 61] a montré que la corrélation entre  $X_i$  et  $X_{i+1}$  est bornée par :

$$\frac{1}{a} - \left( \frac{6C}{am} \right) \left( 1 - \frac{C}{m} \right) \pm \frac{a}{m} \quad (\text{II-I-32})$$

et que la borne supérieure est atteinte quand  $a = \sqrt{m}$  quelle que soit la valeur de  $C$ .

### II-3-2-Choix des paramètres de l'algorithme

Du point de vue informatique, il a été démontré que le calcul du résidu de la division est plus rapide quand le dénominateur est égal à la longueur de mot défini selon le type du calculateur. Deux types principaux sont largement utilisés :

#### a) Calculateur binaire ( base 2 ) :

Pour un calculateur binaire, le choix de  $m=2^\beta$  ( où  $\beta$  est la longueur de mot ) garantit une période complète. La condition (1) [ **Lemaire 05** ] implique que  $C$  soit impair. La condition (2) [ **Lemaire 05** ] implique  $a \equiv 1 \pmod{4}$  ; ce qui est satisfait si  $a = 2^r + 1$  avec  $r > 2$ .

#### b) Calculateur décimal ( base 10 ) :

Dans ce cas-là, l'efficacité est obtenue par le choix  $m=10^\beta$  ( où  $\beta$  est la longueur de mot ). Pour avoir une période complète, il faut que  $c$  ne soit divisible ni par  $g = 2$  ni par  $g = 5$ , et que  $a \equiv 1 \pmod{20}$  ou bien  $a = 10^r + 1$ , avec  $r > 1$ .

### II-3-3-Générateur multiplicatif

Cette catégorie est obtenue en posant  $c = 0$  dans la formule (II-29) du générateur mixte .

$$x_{i+1} = ax_i \pmod{m1} \quad (\text{II-33})$$

Dans ce cas, la période complète ne peut pas être atteinte mais une période maximale est à rechercher. Cette dernière est obtenue si  $x_0$  n'est pas un facteur premier de  $m$  et si  $a$  respecte certaines conditions.

#### Calculateur binaire ( base 2 ) :

Nous posons  $m=2^\beta$  en vue d'obtenir une efficacité de calcul maximale [Lemaire 05]. La taille de la période est inférieure ou égale à  $m/4$ . La période est maximale si :  $a = 8r \pm 3$  où  $r$  est un entier positif quelconque.

On choisit  $x_0$  nombre impair et  $a$  proche de  $2^{\beta/2}$  .

#### Calculateur décimal ( base 10 ) :

Comme pour le cas précédent, on choisit  $m = 10^\beta$  . La période maximale est obtenue par  $a = 200r \pm P$  où  $r$  un entier positif quelconque et  $P$  un nombre quelconque de l'ensemble  $\{ 3 , 11, 13, 19, 21, 27, 29, 37, 53, 59, 61, 67, 69, 77, 83, 91 \}$ .

On choisit pour  $x_0$  un nombre impair non divisible par 5 et  $a$  proche de  $10^{\beta/2}$  .

### II-3-4-Générateur congruentiel additif

Ce générateur prend la forme :

$$X_{i+1} = X_i + X_{i+K} \pmod{m} , K = 1,2 \dots \dots, i-1 \quad (\text{II-34})$$

Lorsque  $K = 1$ , on obtient la séquence de Fibonacci qui peut être également obtenue pour le générateur multiplicatif avec  $a = ( 1 + \sqrt{5} )/2$  .

Les propriétés statistiques de ce générateur ne sont pas satisfaisantes, mais elles s'améliorent quand  $K$  devient grand.

### II-3-5-Générateur de l'IBM System / 360

L'IBM System/360 utilise un générateur multiplicatif. Pour ce type d'appareil, la longueur de mot est égale à 32 bits dont 1 bit est réservé pour le signe ; le dénominateur  $m$  est donc pris égal à  $2^{31}$  . La taille maximale de la période est égale à  $m/4 = 2^{29}$ . La taille de la période dépend aussi de la valeur initiale.

Quand  $m$  est un facteur premier, la taille maximale de la période est  $m-1$  ; le plus grand facteur premier inférieur ou égal à  $2^{31}$  est donné par  $2^{31} - 1$ . La valeur du multiplicateur  $a$  est choisie égale à  $7^5$  pour satisfaire des performances statistiques. Le générateur est résumé par :

$$x_0 > 0 \quad x_{i+1} = 7^5 x_i \pmod{2^{31} - 1} \quad u_i = \frac{x_i}{(2^{31} - 1)} \quad (\text{II-35})$$

Ce générateur, qui a été très fréquemment utilisé sur plusieurs autres systèmes développés par IBM est avéré de mauvaise qualité [Lemaire05], [Preset et al. 92].

### II-3-6-Générateur de l'HP25

Ce générateur est défini par :

$$u_{i+1} = \text{partie fractionnaire de } (\pi + u_i)^5 \text{ avec } u_0 \in [0,1[$$

Notons que cette procédure donne directement des nombres compris entre 0 et 1.

Cette relation, testée par Lemaire [Lemaire05], a donné satisfaction sur de très nombreuses applications.

Elle s'est avérée conduire à des résultats de mauvaise qualité quand elle était à la base de la simulation des lois de Weibull (à 2 paramètres). La moyenne et l'écart-type des échantillons engendrés pour une variable résistance R et pour une variable sollicitation S apparaissaient correctes alors que la simulation de la marge R – S ne donnait pas un résultat satisfaisant.

Il semble donc exister une relation entre les 2 échantillons alors que diverses méthodes ont été testées : simuler  $r_i$  puis  $s_i$  puis  $r_{i+1}, \dots$ , au lieu de tous les  $r_i$  puis tous les  $s_i$ .

Sur un problème aussi simple, une intégration numérique est possible (effectuée sous MATHCAD). Elle a permis de vérifier le bon fonctionnement du générateur sur tous les couples testés, sauf Weibull.

### II-3-7-Générateurs de distributions non uniformes [Rubinstein81, Déak90, Lemaire05]

Dans ce qui suit U, de réalisation u, désigne une variable aléatoire obéissant à une loi uniforme. Pour engendrer des nombres à distribution quelconque, nous disposons de trois méthodes générales et de méthodes spécifiques à certaines lois dont la loi de Gauss.

**II-4-Méthode de la transformation inverse**

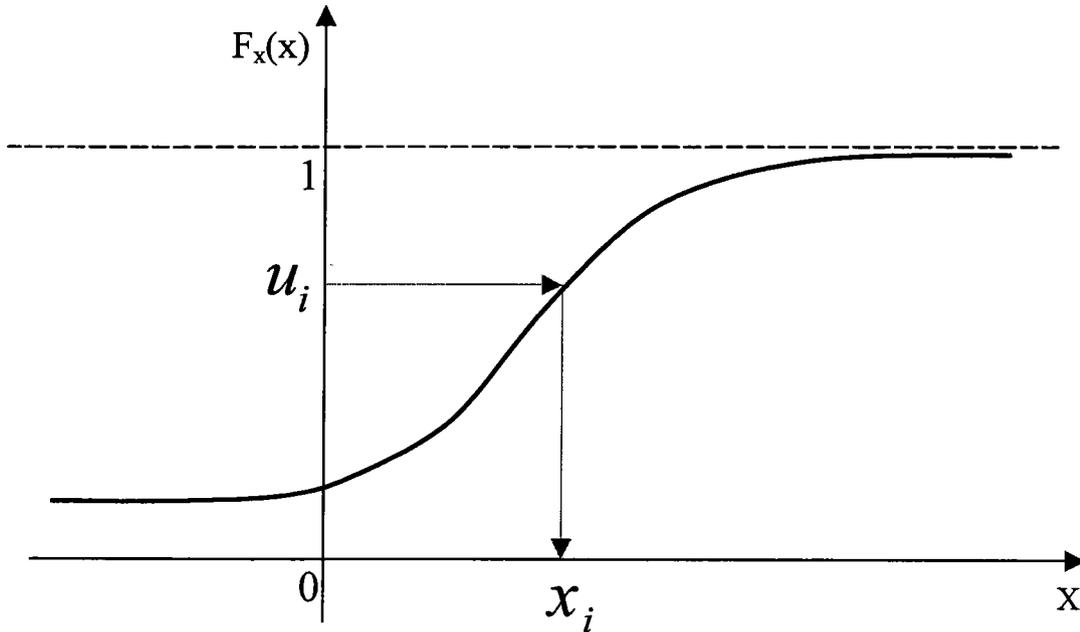


Figure N° II.3 construction d'une variable aléatoire par inversion de la distribution de probabilité.

Il est facile de démontrer que pour U, variable aléatoire uniformément répartie sur l'intervalle  $[0,1[$ , la variable X, définie par :

$$X = F_X^{-1}(U) \tag{II-36}$$

possède une fonction de répartition  $F_X(x)$ . En effet, puisque  $F_X$  est strictement croissante :

$$Pr ob(X \leq x) = Pr ob[F_X^{-1}(U) \leq x] = Pr ob[U \leq F_X(x)] = F_X(x) \tag{II-37}$$

Il suffit donc de donner un nombre  $u_i$  et de déduire la variable correspondante  $x_i$  par  $x_i = F_X^{-1}(u_i)$  Fig. (II-3) .

Même si la forme analytique de  $F_X^{-1}(x)$  existe explicitement, la méthode de la transformation inverse n'est pas toujours la plus efficace. La méthode devient très lente quand il s'agit d'inverser  $F_X(x)$  par une procédure itérative.

**II-4-1 Méthode de composition [Butler 56]**

Dans cette méthode, la densité de probabilité à engendrer est exprimée par une combinaison d'un certain nombre de distributions judicieusement choisies.

Posons  $g_x(x/u)$  une densité de probabilité, où u définit une fonction  $g_x(x)$  unique. Si une réalisation de U est tirée à partir d'une fonction de répartition  $F_U(u)$  uniforme sur  $[a, b[$  et si

X est tirée de  $g_x(x)$  pour une valeur donnée de u, la densité de X est :

$$f_x(x) = \int g_x(x/u) dF_U(u) \quad (II-38)$$

Cette technique permet d'engendrer des distributions complexes à partir de distributions plus simples qui peuvent être générées par la méthode de la transformation inverse.

Un autre avantage est que la décomposition peut être faite d'une manière telle que les grandes probabilités soient associées aux fonctions de densités faciles à évaluer, et les petites probabilités soient associées aux fonctions de densité dont l'évaluation est coûteuse.

**II-4-2-Méthode de rejet-acceptation [VNeumann51]**

Cette méthode consiste à tirer un nombre aléatoire à partir d'une distribution appropriée et ensuite à tester ce nombre en vue de déterminer s'il est rejeté ou accepté.

Soit  $f_x(x)$  la densité à générer. On choisit une densité auxiliaire  $h(x)$  et une constante C telle que  $\forall_x, f_x(x) \leq Ch(x)$ . La procédure est alors la suivante fig( II-4 )

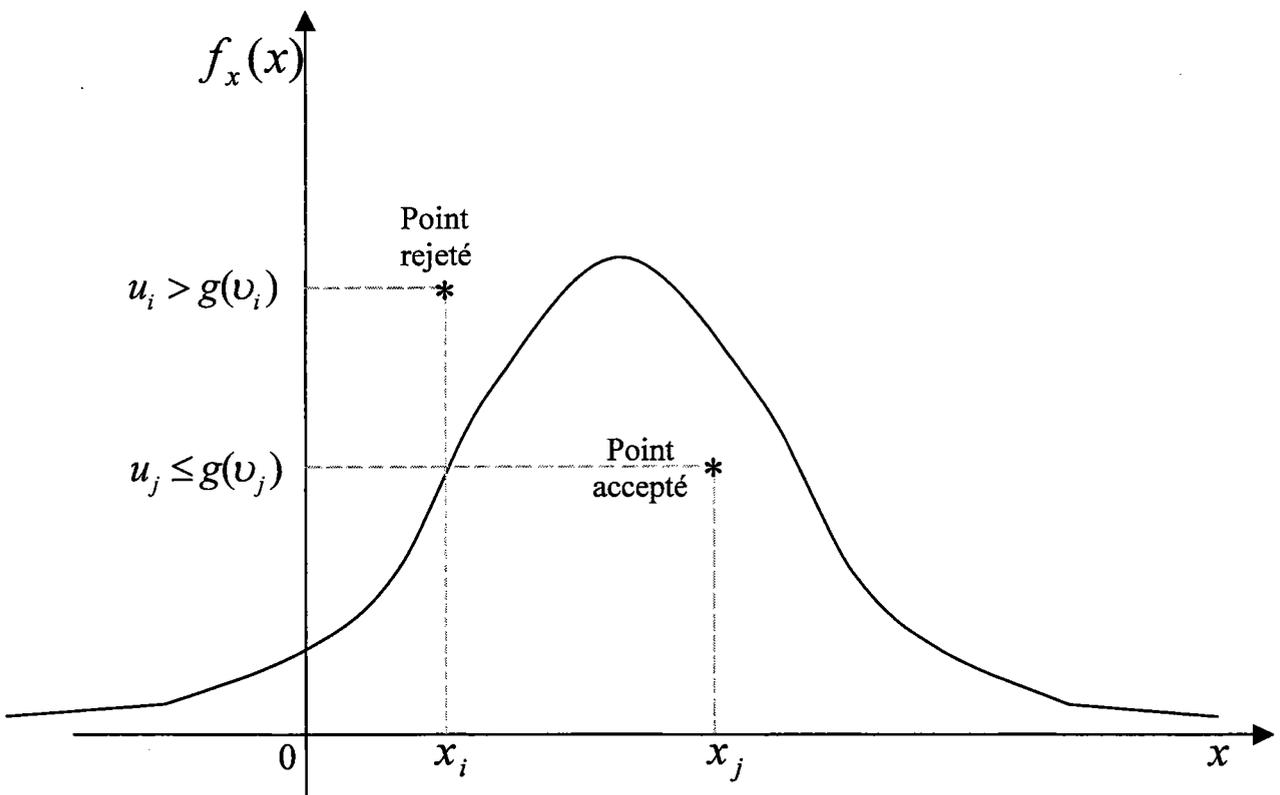


Figure N°II.4 construction d'une variable aléatoire de rejet-acceptation.

- On génère deux variables aléatoires : U à partir d'une distribution uniforme [ 0, 1[ et V à partir de h(v) ; on teste ensuite la condition

$$u_i \leq g(v_i) = f_x(v_i) / Ch(v_i) \quad (\text{II-39})$$

+ Si  $u_i \leq g(v_i)$  on accepte  $v_i$  comme un nombre généré de  $f_x(x)$  ;

+ Si  $u_i > g(v_i)$  on rejette le couple (  $u_i$  ,  $v_i$ ) et on recommence le tirage.

### II-4-3- Distribution Gaussienne

Une distribution Gaussienne peut être avantageusement construite à partir de méthodes spécifiques car la méthode de la transformation inverse est alors très coûteuse en raison de l'inversion qui doit être effectuée par une procédure itérative. Cependant, l'utilisation d'une approximation de  $\Phi^{-1}$  pourra être préférée si les queues de distribution sont significatives, ce qui est le cas en fiabilité.

La densité d'une loi Gaussienne  $N(\mu, \sigma^2)$  est définie par :

$$f_x(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] ; \quad -\infty < x < \infty \quad (\text{II-40})$$

Box et Müller [BM58] ont montré que si deux variables  $U_1$  et  $U_2$  sont uniformes, indépendantes et définies sur [0, 1[, les variables :

$$\begin{aligned} X_1 &= \sqrt{-2 \ln U_1} \sin(2\pi U_2) \\ X_2 &= \sqrt{-2 \ln U_1} \cos(2\pi U_2) \end{aligned} \quad (\text{II-41})$$

sont deux variables normales centrées réduites et indépendantes.

### II-4-4- Distribution exponentielle

La fonction de densité prend la forme :

$$F(X) = \lambda \exp(-\lambda x) \quad (\text{II-42})$$

La transformation inverse s'exprime par :

$$x = F_x^{-1}(u) = -\mu \ln u \quad (\text{II-43})$$

### II-4-5 Distribution log-normale

La fonction de densité prend la forme :

$$f_x(x) = \frac{1}{x\xi_x\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\ln x - \lambda_x)^2}{2\xi_x^2}\right]; \text{ pour } x > 0 \quad (\text{II-44})$$

Pour générer des variables X ayant une distribution log-normale de paramètres  $\lambda_x = m_{\ln x}$ ,  $\xi_x = \sigma_{\ln x}$ , il suffit de générer une distribution normale  $N(\lambda_x, \xi_x)$  d'une variable Y, puis d'effectuer la transformation :

$$X = e^Y \quad (\text{II-45})$$

Il faut être attentif à ce que, pour des valeurs importantes de  $y_i$ , la capacité de l'ordinateur peut être facilement dépassée lors du calcul de  $X_i = e^{y_i}$ .

### II-4-6-Distribution de Weibull à 2 paramètres

Elle s'exprime en fonction des paramètres :

- $\alpha$  : facteur d'échelle,  $\alpha > 0$ ,
- $\beta$  : facteur de forme,  $\beta > 0$ ,
- $\gamma$  : facteur de position, pris ici égal à 0.

La fonction de densité est donnée par :

$$f_x(x) = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\beta-1} \exp\left(-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\beta\right), \quad x \geq 0 \quad (\text{II-46})$$

et la fonction de répartition par :

$$F_x(x) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\beta\right), \quad x \geq 0 \quad (\text{II-47})$$

La transformation directe est :

$$u = F_x(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\beta} \quad (\text{II-48})$$

et donc la transformation inverse s'exprime par :

$$x = F_x^{-1}(u) = \alpha[-\ln u]^{1/\beta} \quad (\text{II-49})$$

Car si U est uniforme sur  $[0,1[$ ,  $(1-U)$  l'est également.

## II-5 - Simulations de Monte-Carlo

La méthode de Monte-Carlo est basée sur la manipulation de nombres aléatoires. Dans le cas probabiliste, l'approche de Monte-Carlo consiste à générer des nombres aléatoirement, puis à simuler les processus physiques aléatoires et à en déduire le comportement.

Rubinstein [Rubinstein81] et Devroye [Devroye86] présentent des algorithmes classiques de générations de nombres aléatoires. Les techniques de génération de nombres aléatoires uniformes sur  $[0,1]$  sont à la base des autres générateurs. La génération de nombres aléatoires uniformes n'est pas un problème complètement maîtrisé actuellement. Il existe des tests pour vérifier la qualité des nombres aléatoires générés : uniformité dans des espaces de dimension 1, 2 ou 3, indépendance des tirages, stratification, période, etc... Mais il n'est pas évident de trouver un générateur ayant de bonnes propriétés pour des problèmes ayant un nombre de variables quelconque. La qualité d'un générateur de variables aléatoires doit toujours être testée avant une utilisation. De nombreux tests existent pour juger de leur caractère aléatoire, et de la répartition uniforme des tirs dans un espace de même dimension que le problème considéré, etc... [Knuth81], [Marsaglia85].

Dans les travaux réalisés pendant la thèse, les générateurs de nombres aléatoires utilisés sont issus de la bibliothèque Matlab. Ces générateurs de type congruentiels sont d'une qualité moyenne du point de vue des statistiques classiques : moyenne, variance, médiane, quartiles, maximum des valeurs générées. Quelques défauts apparaissent dans l'indépendance des tirages et dans la génération de valeurs proches de zéro [Devictor86]. Ces statistiques ont été réalisées sur seulement 1,000,000 valeurs générées, alors qu'en pratique des quantités plus importantes de nombres aléatoires seront générées.

### II-5-1 Simulation directe ou Monte-Carlo Direct

Considérons une fonction de défaillance  $H(\bar{X})$ , où  $\bar{X}$  est un vecteur composé de  $N$  variables aléatoires. La probabilité de défaillance est :

$$P_F = \int_{H(\bar{x}) \leq 0} f_{\bar{x}}(\bar{x}) dx_1 \dots dx_N = \int f_{\bar{x}}(\bar{x}) 1_{H(\bar{x}) \leq 0}(\bar{x}) dx_1 \dots dx_N \quad (\text{II-I-50})$$

La fonction  $1_{H(\bar{x}) \leq 0}$  correspond à la fonction caractéristique 0-1 sur le domaine de défaillance.

Cette fonction vaut 1 si  $\bar{x}$  appartient au domaine de défaillance et 0 dans le cas contraire. Pour  $n$  simulations  $\bar{X}$  respectant  $f_{\bar{x}}$ , la probabilité de défaillance  $P_f$  est approchée par la moyenne des  $P_i = 1_{H(\bar{x}_i) \leq 0}(\bar{x}_i)$ .

La simulation directe à partir d'un échantillon de taille  $n$  est constituée des trois étapes :

1. Génération de  $n$  vecteurs  $\bar{x}_i$  selon la loi conjointe de probabilité de densité  $f_{\bar{x}}$ .
2. Simulation du mécanisme de défaillance considéré pour l'échantillon.
3. Vérification de l'obtention d'un état de défaillance ou non à partir de la fonction de défaillance

La simulation directe est parfois appelée Hit or Miss Monte-Carlo [Rubinstein 81], [Bjerager89]. Si  $n^*$  est le nombre d'occurrences de  $H(x) \leq 0$ ,  $n$  le nombre total générés, la probabilité de défaillance est approchée par :

$$P_f \approx \theta_{MC} = \frac{n^*}{n} \quad \dots(\text{II-2}) \quad (\text{II-I-51})$$

On remarque que l'espérance de  $\theta_{MC}$  est égale à  $P_f$ . Donc  $\theta_{MC}$  est un estimateur sans biais de la probabilité de défaillance.

Géométriquement, dans l'espace des variables aléatoires (Figure II-5), à chaque vecteur généré est associé un point aléatoire. La simulation directe consiste à dénombrer les points appartenant au domaine de défaillance.

La variance de l'estimation est égale à [Rubinstein 81]:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\theta_{MC}(1-\theta_{MC})}{n}} \quad (\text{II-52})$$

L'erreur diminue en fonction du nombre d'essais en  $\sqrt{n}$ . Une augmentation de la précision nécessite un coût élevé. Avec une probabilité d'environ  $P$ , il faut en moyenne réaliser au moins  $1/P$  simulations pour obtenir un point défaillant. En effet cette méthode ne s'intéresse qu'au signe du résultat de la simulation. Si le résultat est positif,  $\theta_{MC}$  est augmenté de  $1/n$ .

En pratique, pour obtenir un coefficient de variation  $CV$  d'environ 10% pour une probabilité  $P$ , il faut effectuer au moins  $100/P$  simulations. En effet le coefficient de variation est défini comme le quotient de l'écart-type par la moyenne :

$$CV = \frac{\sigma}{\theta_{MC}} = \sqrt{\frac{(1-\theta_{MC})}{n\theta_{MC}}} \quad (\text{II-53})$$

Si  $\theta_{MC}$  est petit par rapport à 1, i.e. la probabilité de défaillance est faible, alors le coefficient de variation est proche de  $1/\sqrt{n\theta_{MC}}$ . Donc si le coefficient de variation est égal à 10%, alors le nombre de simulation  $n$  vaut à peu près  $100/\theta_{MC}$ . La simulation directe de Monte-Carlo n'est applicable donc que pour des probabilités de défaillance moyennes ou grandes.

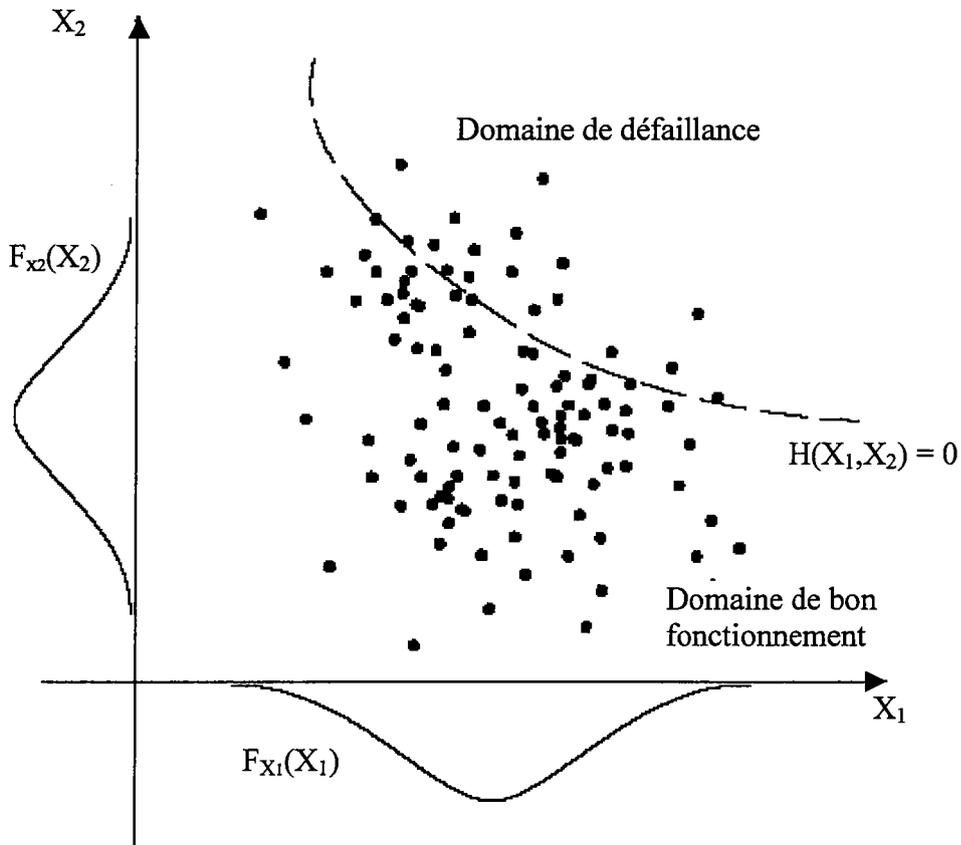


Figure N° II.5 : Simulation de Monte-Carlo

L'intervalle de confiance de niveau  $1-2\alpha$  pour  $P_f$  est donné par [Rubinstein 81]:

$$\theta_{MC} \pm x_\alpha \sqrt{\frac{\theta_{MC}(1-\theta_{MC})}{n}} \quad \text{où } x_\alpha = \Phi^{-1}(\alpha) \quad (\text{II-54})$$

où  $\Phi$  est la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

Il est donc nécessaire de transformer le problème afin de calculer l'intégrale avec un coût minimal et un bon niveau d'exactitude. Pour accroître l'efficacité de cette idée, il faut introduire des méthodes d'accélération connues sous le terme de techniques de réduction de la variance. L'utilisation de ces techniques avec un même nombre de simulation donne une variance plus petite, donc un résultat plus fiable.

Une première variante est obtenue quand une variable aléatoire peut être isolée dans la fonction de défaillance. Supposons que  $X_N$  peut être isolée, alors la fonction de défaillance peut s'écrire sous la forme :

$$H(x_1, \dots, x_N) = x_N - Q((x_1, \dots, x_{N-1})) \quad (\text{II-55})$$

La probabilité de défaillance se réécrit alors sous la forme :

$$P_f = P(H(\bar{X}) \leq 0) = P(X_N \leq Q(X_1, \dots, X_{N-1})) \quad (\text{II-I-56})$$

Si les N-1 variables  $X_1, \dots, X_{N-1}$  sont simulées, alors la résolution de

$$x_N = Q(x_1, \dots, x_{N-1}), \quad (\text{II-I-57})$$

permet de connaître la valeur prise par la variable aléatoire  $X_N$  sur la surface de défaillance.

La probabilité de défaillance est alors évaluée après n simulations par :

$$P_f \approx \frac{\sum_{i=1}^n F_{x_N} [Q(x_1, \dots, x_{N-1})]}{n} \quad (\text{II-I-58})$$

où  $F_{x_N}$  est la fonction de répartition de  $X_N$  conditionnellement à  $X_1, \dots, X_{N-1}$ .

Dans cette méthode, appelée simulation de Monte-Carlo conditionnelle, ou crude Monte-Carlo parfois, toutes les variables aléatoires sont simulées sauf une, appelée variable de contrôle. cette méthode est apparue très efficace si la variable de contrôle est une variable ayant de l'importance sur la fiabilité DEVICTOR [Devictore 96].

### II-5-2- Echantillonnage stratifié

La simulation de Monte-Carlo directe prévoit de simuler n fois chacune des variables d'entrées  $X_i$  ( $i=1, \dots, N$ ) de façon indépendante dans son domaine d'évolution, puis de faire évoluer le système. Un inconvénient de cette méthode est de ne pas assurer la couverture totale de l'espace formé par les N variables :

les procédures de générations de nombres pseudo-aléatoires ne sont pas parfaites et n'assurent pas de produire n nombres répartis uniformément dans le domaine d'évolution. Les tirages produits évitent souvent les régions de faibles probabilités, i.e. les queues de distributions qui sont les régions les plus sensibles du point de vue fiabilité mécanique.

Rubinstein [Rubinstein81], Nelson [Nelson87] ont alors proposé de découper chaque domaine en p strates, équiprobables ou plus raffinées dans les queues de distribution. On obtient ainsi  $p^N$  cellules dans lesquelles sont réalisées  $n_i$  simulations. Il est alors plus probable d'effectuer des tirages dans des régions de faible probabilité. L'ensemble des cellules définit une partition de l'espace des variables. La valeur de la probabilité de défaillance devient :

$$P_f \approx \sum_{i=1}^{p^N} \int_{S_i} \mathbb{1}_{H(\bar{x}) \leq 0}(\bar{x}) f_{\bar{x}}(\bar{x}) dx_1 \dots dx_N \quad (\text{II-59})$$

ou  $S_i$  est la cellule étudiée

La figure (II-6) donne un exemple pour deux variables, dont le domaine de variation de chaque variable a été découpé en six strates.

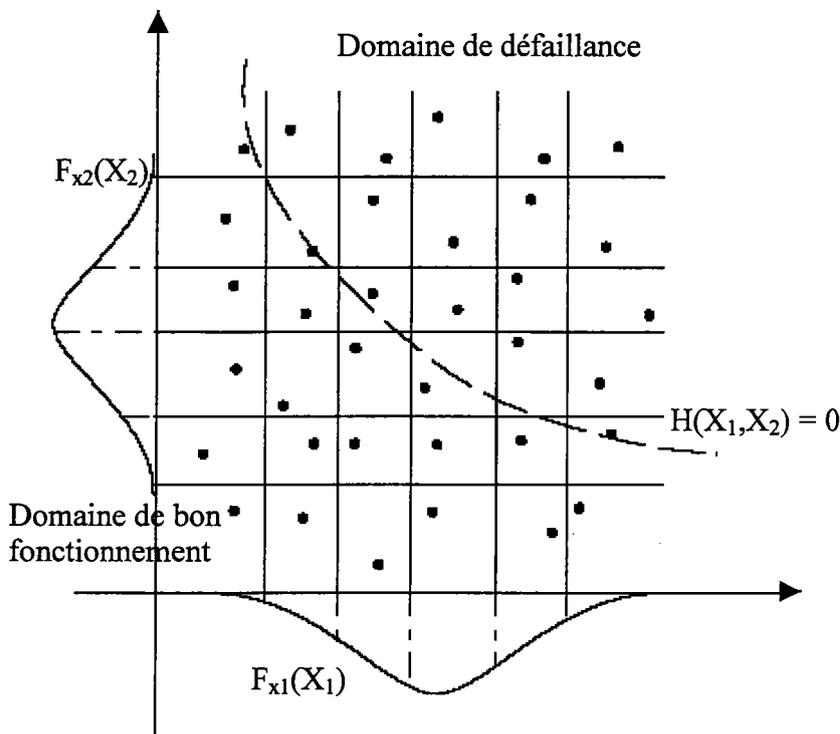


Figure N° II.6 Tirage stratifié

Cette méthode est non biaisée, et son efficacité croît comme le carré du nombre de strates, par rapport à la méthode Monte-Carlo directe. Cette règle incite à augmenter le nombre de strates. Mais si le domaine d'évolution est petit, les problèmes de précision machine et la qualité des générateurs de nombres aléatoires peuvent avoir une influence non négligeable.

Si les probabilités de défaillance recherchées sont faibles, les queues de distribution des différentes variables contiennent les domaines les plus influents du point de vue de la fiabilité. L'utilisation d'une stratification équiprobable du domaine de variation des variables aléatoires sous-échantillonne les queues de distribution. Nicolas DEVICTOR [Devictor96] conseille l'utilisation d'une stratification équidistante sur le domaine de variation de chacune des variables aléatoires.

### II-5-3- Simulation directionnelle

Bjerager [Bjerager 89] et Ditlevsen et al [Ditlevsen et al 96] présentent les généralités de cette méthode, dont certains outils mathématiques sont communs avec ceux des méthodes approchées, qui sont décrites dans les paragraphes suivants. Le vecteur  $\bar{X}$  suit une densité notée  $f_X$ . Si  $f_X$  est continue, alors il existe une transformation bijective  $T : \bar{X} \rightarrow \bar{U}$ , où  $\bar{U}$  est un vecteur aléatoire de  $N$  variables indépendantes qui suit une loi normale centrée réduite [Hohenbichler et al 81].

Dans l'espace des lois normales centrées réduites, appelé aussi espace gaussien, une fonction de défaillance  $G$  est définie. Comme la transformation est bijective, la valeur de  $G$  au point  $u$  est égale à la valeur de la fonction de défaillance  $H$  au point  $\bar{z} = T^{-1}(u)$ .

Donc la surface de défaillance dans l'espace gaussien est définie par :

$$G(\bar{u}) = H(T^{-1}(\bar{u})). \quad (\text{II-60})$$

La probabilité de défaillance  $P_f$  peut s'exprimer par :

$$P_f = P(G(\bar{U}) \leq 0) = \int_{H(\bar{x}) \leq 0} f_{\bar{x}}(\bar{x}) d x_1, \dots, d x_N = \int_{G(\bar{u}) \leq 0} \phi_N(\bar{u}) d u_1, \dots, d u_N \quad (\text{II-61})$$

où  $\phi_N$  est la fonction densité normale standard à  $N$  dimensions. Une évaluation analytique de  $P_f$  n'est possible que dans certains cas.

La méthode de tirage directionnel a été suggérée par Deak [Deak 79].

L'idée est de générer des directions issues de l'origine de l'espace standard et de calculer  $P_f$  conditionnellement à ces directions. Le vecteur gaussien  $\bar{U}$  est exprimé sous la forme

$$\bar{U} = R\bar{A} \quad (R \geq 0)$$

où  $R^2$  suit une loi du chi-deux  $\chi^2$  à  $N$  degrés de liberté indépendant du vecteur aléatoire  $\bar{A}$  uniformément distribué sur la sphère unité  $\Omega_n \subset R^N$  (Figure II-7).

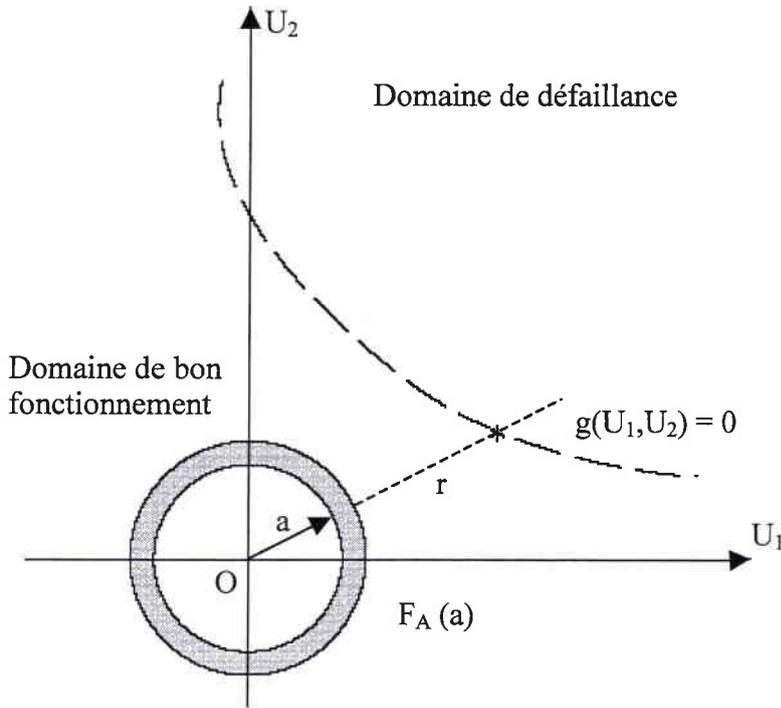


Figure N°II.7 Simulation directionnelle

Conditionnellement à  $\bar{A}$  égal à  $\bar{a}$ , la probabilité  $P_f$  s'écrit :

$$P_f = \int_{\bar{a} \in \Omega_n} P(G(R\bar{a}) \leq 0) f_{\bar{A}}(\bar{a}) da_1 \dots da_n \quad (\text{II-62})$$

Un estimateur de  $P_f$  est obtenu à partir de  $n$  simulations du vecteur  $A$ . En notant  $P_i = P(G(Ra_i) \leq 0)$ , un estimateur non biaisé est obtenu par une simulation de Monte-Carlo :

de variance

$$\theta_{DS} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_i \quad (\text{II-63})$$

$$\sigma_{DS^2} = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (P_i - \theta_{DS})^2$$

Si le nombre de tirages est suffisamment grand, l'estimateur suit une loi normale, d'après le théorème Central-Limite. Deux bornes de  $P_f$  sont obtenues au sens d'un intervalle de confiance par Bjerager [Bjerager 88] :

$$P\{\theta_{DS} + \Phi^{-1}(k)\sigma_{DS} \leq P_f \leq \theta_{DS} - \Phi^{-1}(k)\sigma_{DS}\} \approx 1 - 2k \quad (0 < k < 1/2) \quad (\text{II-64})$$

où  $\Phi$  est la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite et  $k$  mesure la qualité de l'approximation.

L'évaluation par une simulation directionnelle avec  $n$  tirages donne une variance plus petite que la méthode de Monte-Carlo classique. Il est raisonnable de penser que cette méthode est d'autant plus efficace que la surface de défaillance est presque hypersphérique dans l'espace standard : cette propriété est due à la symétrie de rotation de la densité multinormale dans cet espace.

Si, dans une direction définie par  $a$ , l'équation  $G(Ra) = 0$  n'admet qu'une solution  $r$  pour  $R$  :

$$P(G(R\bar{a}) \leq 0) = P(R \geq r) = 1 - \chi_n^2(r^2) \quad (r \geq 0) \quad (\text{II-65})$$

la solution correspond à la distance de l'origine à la surface de défaillance dans la direction  $a$ . S'il existe plusieurs solutions, la valeur est soit une somme de contributions similaires, soit le minimum. Si le domaine de fiabilité n'est pas fini, la solution peut ne pas exister pour certaines valeurs de  $a$ .

En dehors du calcul des racines de l'équation, cette méthode est robuste dans la pratique quel que soit la forme et la position de la surface de défaillance dans l'espace des  $u$ .

La sélection des directions de recherche influe sur l'efficacité de cette technique. Afin d'éviter des calculs de la fonction de défaillance inutiles, il est intéressant de ne générer que des directions où une solution de  $G(Ra) = 0$  existe. Il est parfois possible de combiner cette technique avec une méthode de tirage d'importance. Concentrer les directions tirées vers la région du domaine de défaillance la plus proche de l'origine permet d'accélérer la convergence. Déterminer cette région n'est pas évident. Les méthodes FORM/SORM présentées plus loin permettent de déterminer cette région. Alors la simulation directionnelle intervient comme méthode permettant de raffiner une première estimation de la probabilité de défaillance.

La probabilité de défaillance est estimée par :

$$P_f = \int_{b \in \Omega_n} P[G(R\bar{b}) \leq 0] \frac{f\bar{u}(\bar{b})}{h_{\bar{B}}(\bar{b})} h_{\bar{B}}(\bar{b}) db_1, \dots, db_N \quad (\text{II-66})$$

où  $h_B$  est une densité d'importance sur la sphère unité  $\Omega_n \subset R^n$ .

Un estimateur est obtenu en simulant  $n$  vecteurs unités par rapport à  $h_B$  et à partir des valeurs:

$$P_i = P[G(R\bar{b}_i) \leq 0] \frac{f\bar{u}(\bar{b}_i)}{h_{\bar{B}}(\bar{b}_i)} \quad (\text{II-67})$$

Avec les méthodes de simulations conditionnelles analytiques, les sensibilités aux paramètres sont calculées directement à partir des dérivées de même pour des sensibilités par rapport à des surfaces.

## II-6 Caractéristiques des simulations de Monte-Carlo

En résumé, les méthodes issues du principe de la simulation sont des méthodes générales et applicables à tout type de distributions, sauf pour la simulation directionnelle. De plus elles ne requièrent pas de conditions particulières sur les fonctions de défaillance, seul le signe nous intéresse, sauf encore pour la simulation directionnelle.

Ces méthodes sont précises. Si le nombre de simulation  $N$  tend vers  $+\infty$ , la méthode converge vers le résultat exact. De plus ces méthodes offrent la possibilité d'estimer un intervalle de confiance.

Du point de vue efficacité, le temps CPU associé à la méthode de Monte-Carlo directe augmente inversement avec la probabilité de défaillance  $P_f$  et avec la dimension de l'espace des variables. Si le temps de calcul d'une valeur de la fonction de défaillance est important et si les probabilités recherchées sont de plus en plus petites, ces méthodes nécessitent des temps de calcul de plus en plus longs et un nombre de simulations de plus en plus important. Pour de faibles probabilités, ce nombre de simulations devient inacceptable.

La méthode de simulation de Monte-Carlo conditionnelle s'avère efficace et simple à mettre en oeuvre, si la fonction de défaillance permet qu'une des variables aléatoires les plus influentes s'écrive comme une fonction des autres variables aléatoires.

La méthode de tirages d'importance et la simulation directionnelle sont efficaces si les domaines où la probabilité de défaillance est concentrée sont connus. La connaissance de ces domaines n'est pas évidente [Devictor 96].

# **CHAPITRE III**

## Méthode FORM et SORM

### III- Introduction

Les méthode FORM et SORM sont fondées sur la notion d'indice de fiabilité. De nombreux indices ont été définis : l'indice de Rjanitzyne-Cornell ([Cornell 69]), l'indice de fiabilité du premier ordre ([Madsen et al 86]), celui de Hasofer-Lind ([Hasofer et al 74]) et l'indice généralisé de Ditlevsen ([Ditlevsen 79]). [Ditlevsen et al 96] décrit l'historique de ces indices et montre les raisons de leurs évolutions.

Les indices de Rjanitzyne-Cornell, de fiabilité du premier ordre et de Hasofer-Lind n'étaient soit pas invariant par rapport à la formulation analytique de la marge, soit pas assez sélectif pour comparer la fiabilité de différentes structures. L'indice généralisé de Ditlevsen permet de résoudre ces différents problèmes, mais il n'est pas évaluable en pratique.

Nous présentons uniquement les indices de Rjanitzyne et Cornell et de Hasofer et Lind.

#### III-1- Indice de Rjanitzyne-Cornell

La définition proposée est très simple : l'indice  $\beta_c$  est obtenu à partir de la moyenne  $\mu_x$  et de l'écart type  $\sigma_x$ :

$$\beta_c = \frac{\mu_x}{\sigma_x} \quad (\text{III-1})$$

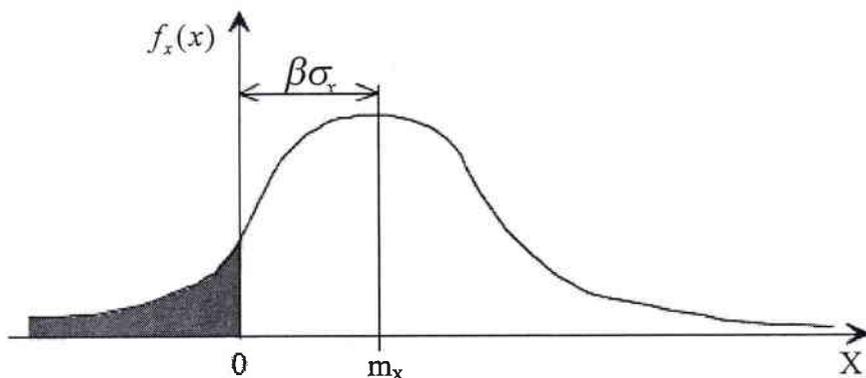


Figure N°III.1 représentation de l'indice de Cornell

L'indice  $\beta_c$  apparaît donc comme l'inverse du coefficient de variation de la variable aléatoire  $X$ . La représentation graphique (fig III-1) montre que cet indice indique le nombre des écarts types entre le point moyen  $m_x$  et l'état limite ( $x = 0$ ).

### III-2-Critique de l'indice $\beta_c$

La situation associant variables Gaussiennes et état-limite linéaire est la seule pour laquelle la démarche de l'indice de Rjanitzyne et Cornell est rigoureuse. En effet, une représentation différente de la marge  $Z$  pour le même état limite, conduit à une valeur différente de  $\beta_c$ . Par exemple, si la marge est maintenant définie par  $Z = R/S - 1$ , le calcul de la moyenne et de l'écart-type de  $Z$  n'est plus possible analytiquement et  $Z$  n'est pas une variable aléatoire Gaussienne même si  $R$  et  $S$  sont Gaussiennes. Une approximation est obtenue en linéarisant l'état limite autour des valeurs moyennes et l'indice calculé au premier ordre n'est pas le même, car il vient :

$$\beta_c = \frac{\mu_R - \mu_S}{\left(\sigma_R^2 + (\mu_R / \mu_S)^2 \sigma_S^2\right)^{1/2}} \quad (\text{III-2})$$

En effet: la relation avec  $P_f$  dépend maintenant de la loi de  $Z$ .

On voit donc apparaître deux difficultés :

- la première est liée à la non invariance de l'indice de fiabilité  $\beta_c$  dans différentes représentations d'une même fonction d'état-limite. L'indice d'Hasofer et Lind règle cette question ;
- la deuxième est liée au passage de l'indice à la probabilité de défaillance. Ce sera le rôle des approximations de premier et second ordre .

L'indice  $\beta_c$  peut être considéré comme une approximation de l'indice de fiabilité exact et invariant par un développement au premier ordre.

L'indice  $\beta_c$  est correct dans le cas de variables Gaussiennes et d'un état limite linéaire dans l'espace physique.

### III-3-Indice de Hasofer et Lind

Pour pallier la non invariance de  $\beta_c$ , Hasofer et Lind [Hasofer et al 74] ont proposé de ne pas se placer dans l'espace des variables physiques, mais, par un changement de variable, dans un nouvel espace de variables Gaussiennes statistiquement indépendantes, de moyennes nulles et d'écart types unitaires :

$$X_i \rightarrow U_i \text{ vecteur Gaussien } N(0, 1); m_{U_i} = 0; \sigma_{U_i} = 1; \rho_{ij} = 0, \forall_i, \forall_j$$

La transformation de l'espace physique vers l'espace normé (ou espace standard) est immédiate dans le cas de variables Gaussiennes indépendantes :

$$u = \frac{x - m_x}{\sigma_x} \text{ (variables réduites ici Gaussiennes)}$$

et elle conserve la linéarité de l'état limite.

Pour des variables non corrélées de loi quelconque, le principe de la transformation consiste à écrire l'égalité des fonctions de répartition :

$$\Phi_{(u)} = F_X(x) \Rightarrow x \rightarrow u = \Phi^{-1}(F_X(x)) \quad (\text{III-3})$$

La transformation résultant de la relation 1.11 est appelée transformation isoprobabiliste, elle est notée T dans la suite. Elle est appliquée ici pour une variable et elle suppose que  $F_X(x)$  soit continue et strictement croissante. Si les variables sont de plus corrélées, une forme générale de la transformation a été donnée par Rosenblatt [Rosenblatt 52]. Ce point, ainsi que d'autres transformations, est discuté dans ce qui suit.

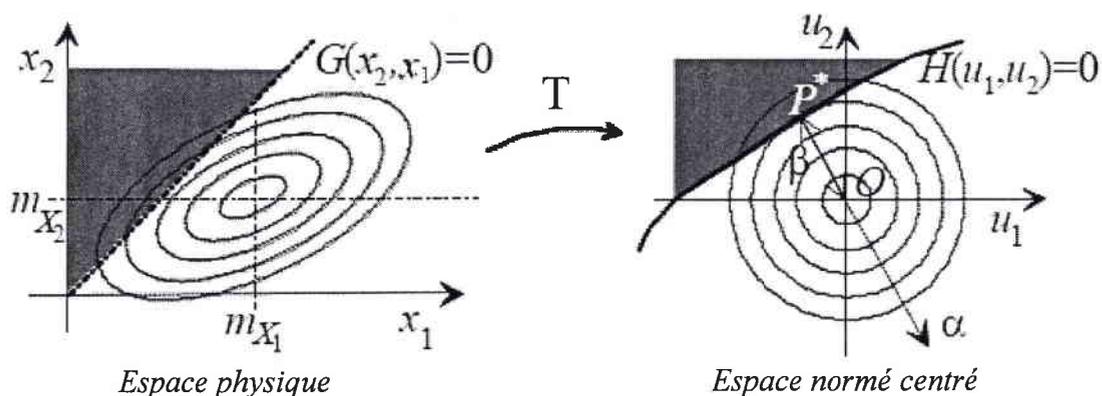


Figure N° III.2 représentation de l'indice de Hasofer-Lind et la distance  $OP^*$

#### III-4-Définition de l'indice de fiabilité exact et invariant

Dans l'espace Gaussien standard des variables  $u_i$ , l'indice de fiabilité  $\beta$  est défini comme la distance de l'origine O au point  $P^*$  le plus proche de l'origine sur la surface d'état limite.  $P^*$  est le point de défaillance le plus probable. Un exemple illustre cette définition que l'on peut voir dans la figure III-2

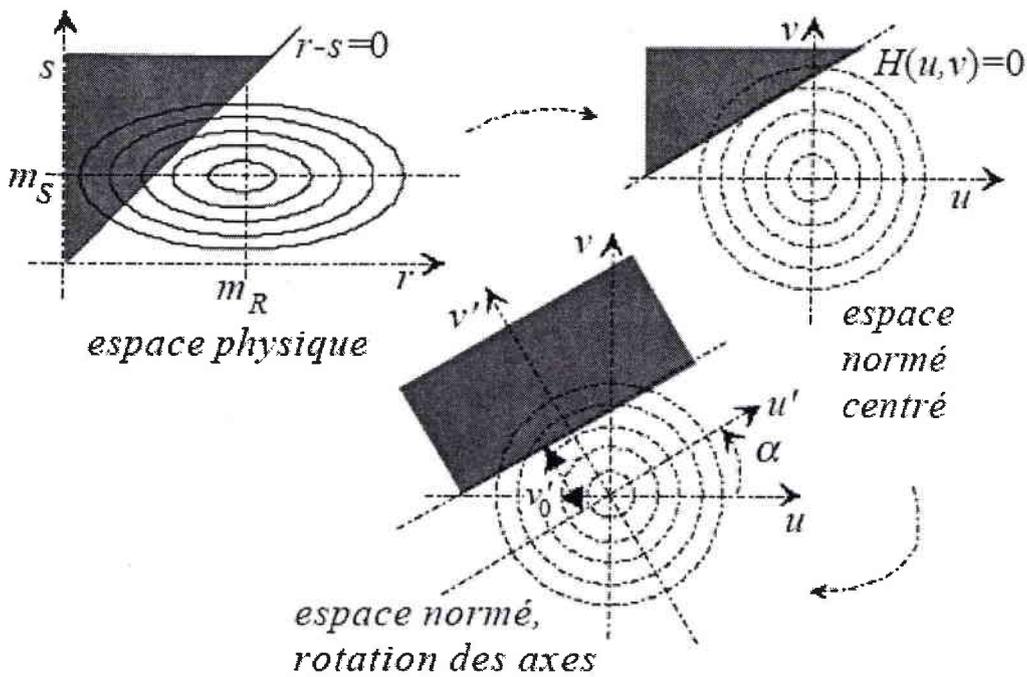


Figure N°III.3 transformation de l'espace physique vers l'espace normé et rotation des axes

La distance  $v_0^*$  est l'indice de fiabilité de Hasofer-Lind  $\beta_{HL} = \beta$ .

$$\beta_{HL} = \beta = \min_{G(\{x_i, u_i\}) \leq 0} \sqrt{\{u\}' \{u\}} \quad (\text{III-4})$$

Une distance était essentiellement positive par convention, l'indice  $\beta$  est compté positif si le point origine appartient au domaine de sûreté, sinon il est négatif.

Sous réserve de la construction de la transformation des variables dans l'espace normé, cette procédure permet une détermination invariante d'un indice  $\beta_{HL}$  qui peut être simple à effectuer lorsque les variables physiques sont Gaussiennes (ou log-normales,) et l'état limite linéaire, ou bien nécessite le recours au calcul numérique pour mettre en oeuvre les algorithmes nécessaires.

Outre l'indice  $\beta$ , une information importante est donnée par les cosinus directeurs  $\alpha_i$  (fig. II-II-2) de la droite  $P^*O$  orientée de  $P^*$  vers  $O$ , en effet :

$$u_i^* = -\beta \alpha_i \quad (\text{III-5})$$

La valeur  $\alpha_i$  représente l'influence de la variable aléatoire  $U_i$  dans l'état limite et une approximation de l'influence de la variable physique  $X_i$  qui lui est associée. Notons que si

$$u_i^* = -\beta \alpha_i, \text{ alors } \alpha_i u_i^* = -\beta \alpha_i \alpha_i = -\beta. \quad (\text{III-6})$$

La discussion de la transformation de l'espace physique vers l'espace normé est présentée dans ce que suit. Il est à noter dès maintenant qu'elle n'est pas unique.

### III-5-Transformation isoprobabiliste

Le calcul de l'indice de fiabilité  $\beta$ , selon la définition de Hasofer et Lind [Hasofer et al 74] comporte 2 étapes essentielles déjà illustrées :

- le passage de l'espace des variables physiques aux variables normées, centrées et indépendantes ;
- la recherche de la distance de l'origine à la frontière de l'état limite dans l'espace standard.

Nous décrivons les transformations possibles de l'espace des variables physiques vers l'espace des variables normées en fonction de l'information disponible sur les lois des vecteurs aléatoires.

#### III-5-1-Cas des variables indépendantes

La formulation, maintenant classique, de l'indice de fiabilité  $\beta$  selon la définition de Hasofer et Lind suppose une transformation de l'espace des variables physiques  $X_i$  dans un espace de variables Gaussiennes normées  $U_i$ . C'est cette transformation que nous examinons dans cette section.

##### III-5-1-1-Rappel du problème et des notations

Nous nous plaçons dans le cas où la fiabilité d'un composant est définie par la connaissance d'une fonction d'état limite  $G(X_i) = 0$  des variables de conception  $X_i$  retenues comme variables aléatoires.

Parmi les variables de conception, certaines sont considérées comme aléatoires, ce sont les  $X_i$ , et d'autres sont déterministes et sont appelées paramètres de la fonction d'état limite. Elles n'apparaissent pas explicitement dans la notation.

La connaissance d'une forme explicite de la fonction d'état limite n'est pas nécessaire, il suffit de disposer d'un moyen permettant de calculer une réalisation  $G(x_i)$  de  $G$  pour une réalisation  $x_i$  de  $X_i$ . Cependant, une connaissance uniquement implicite de  $G(X_i)$  complique considérablement la résolution. Par convention, nous choisissons :

domaine de sûreté :  $G(X_i) > 0$  et domaine de défaillance :  $G(X_i) \leq 0$

Enfin, la définition d'une fonction d'état limite séparant le domaine des variables physiques en deux sous domaines, le domaine de sûreté et le domaine de défaillance, n'est pas satisfaisante dans sa brutalité.

Il serait opportun de considérer une zone de satisfaction plus ou moins grande autour de l'état limite.

Hasofer et Lind [ Hasofer et al 74 ] ont montré que la mesure de l'indice de fiabilité devait être prise dans un espace de variables Gaussiennes normées. Pour cela nous devons définir une transformation  $T$  représentée sur la figure telle que :

$$U_i = T_i(X_j) \quad \text{et} \quad H(U_i) = G(T_i^{-1}(U_j)) \quad (\text{III-7})$$

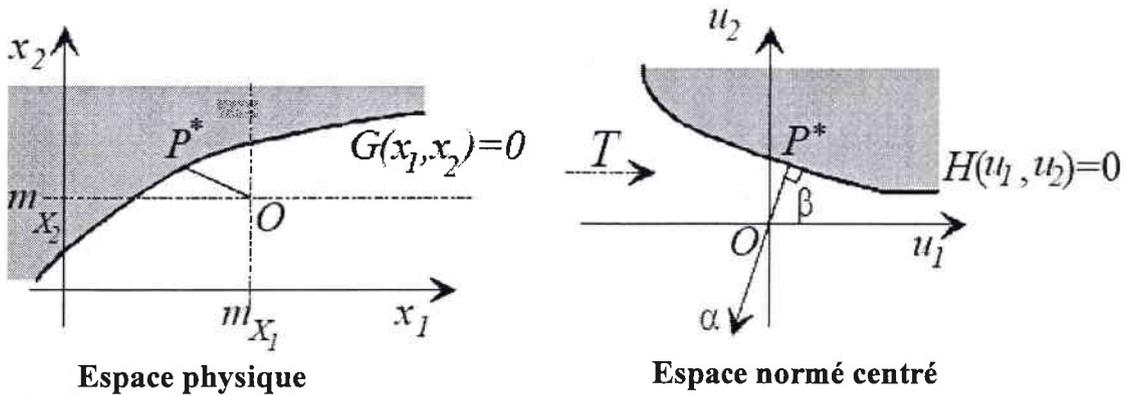


Figure N° III.4 Transformation de l'espace physique vers l'espace normé. Définition de l'indice géométrique

L'indice de fiabilité est alors le minimum de la distance entre l'origine de l'espace des variables  $U_i$  et le domaine  $H(U_i) \leq 0$ , ce qui s'écrit sous forme d'un problème de minimisation :

$$\beta = \min \left( \sqrt{\{U\}^t \{U\}} \right) \quad \text{sous la contrainte : } H(U_i) \leq 0 \quad (\text{III-8})$$

### III-5-1-2-Cas des variables Gaussiennes

Transformation  $T$

Comme premier cas simple, considérons celui de variables Gaussiennes indépendantes. La transformation de l'espace physique vers l'espace normé est alors immédiate :

$$x_i \xrightarrow{T} u_i = \frac{x_i - \mu_{x_i}}{\sigma_{x_i}} \quad (\text{III-9})$$

Il s'agit d'une transformation linéaire qui associe donc bien une loi Gaussienne pour  $X_i$  à une loi Gaussienne (de moyenne nulle et d'écart-type unitaire  $N(0; 1)$ ) pour  $U_i$ .

### III-5-1-3-Cas de la loi log-normale

$X_i$  est une variable aléatoire log-normale, de moyenne  $m_{X_i}$  et d'écart-type  $\sigma_{X_i}$ , alors  $\ln(X_i)$  suit une loi Gaussienne de moyenne  $\lambda_{X_i}$  et d'écart-type  $\xi_{X_i}$ , avec :

$$\lambda_{X_i} = \ln\left(\frac{m_{X_i}}{\sqrt{1 + C_{X_i}^2}}\right) \text{ et } \xi_{X_i} = \sqrt{\ln(1 + C_{X_i}^2)} \text{ avec } C_{X_i} = \frac{\sigma_{X_i}}{m_{X_i}} \quad (\text{III-10})$$

et la transformation  $T$  est alors :

$$x_i \xrightarrow{T} u_i = \frac{\ln(x_i) - \lambda_{X_i}}{\xi_{X_i}} \quad (\text{III-11})$$

### III-5-1-4-Cas de la loi exponentielle (Transformation de JALLOUF)

Nous proposons une transformation pour la loi exponentielle de la forme suivante

$$X \rightarrow U : -AU^3 + BU^2 - CU + D \quad (\text{III-12})$$

avec

$$A = 0.0323 \mu + 9 \cdot 10^{-6}$$

$$B = 0.3127 \mu - 1 \cdot 10^{-5}$$

$$C = 0.8065 \mu + 7 \cdot 10^{-6}$$

$$D = 0.6745 \mu - 2 \cdot 10^{-5}$$

Où  $\mu$  la moyenne de la distribution exponentielle

L'erreur annoncée pour ce modèle est inférieure  $< 0.02 \%$

### III-5-1-5- Cas de la loi Weibull ( Transformation de JALLOUF )

Nous proposons une transformation pour la loi Weibull de la forme suivante

$$X \rightarrow U : -A_1U^3 + B_1U^2 - C_1U + D_1 \quad (\text{III-13})$$

avec

$$A_1 = 0.0032 \mu + 1 \cdot 10^{-5}$$

$$B_1 = -0.0161 \mu + 3 \cdot 10^{-5}$$

$$C_1 = 0.0953 \mu + 5 \cdot 10^{-6}$$

$$D_1 = 1.0132 \mu - 0.0018$$

Où  $\mu$  la moyenne de la distribution de Weibull avec  $CV = 0,1$ .

L'utilisateur de ce modèle ne nécessite pas de calculer le paramètre de Weibull. Ce modèle donne une transformation à partir de la moyenne et du coefficient de variation

L'erreur annoncée pour ce modèle est inférieure  $< 0.02 \%$

### III-5-2-Cas des variables dépendantes

#### III-5-2-1 Transformation de Rosenblatt.

[Hohenbichler et al 81] ont adapté les travaux de Rosenblatt ([Rosenblatt 52]). Rappelons la définition de la transformation de Rosenblatt :

$$\begin{aligned}
 T: \quad u_1 &= \Phi^{-1}(F_1(x_1)) \\
 u_2 &= \Phi^{-1}(F_2(x_2 / x_1)) \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 u_i &= \Phi^{-1}(F_i(x_i / x_{i-1}, \dots, x_2, x_1)) \\
 u_N &= \Phi^{-1}(F_N(x_N / x_{N-1}, \dots, x_2, x_1))
 \end{aligned}
 \tag{III-14}$$

$$\text{où } F_i(x_i / x_{i-1}, \dots, x_2, x_1) = \frac{\int_{-\infty}^{x_i} f_{x_i, \dots, x_2, x_1}(t, x_{i-1}, \dots, x_2, x_1) dt}{\int_{x_{i-1}, \dots, x_2, x_1(x_{i-1}, \dots, x_2, x_1)} f_{x_{i-1}, \dots, x_2, x_1}(x_{i-1}, \dots, x_2, x_1)}$$

est la fonction de répartition de  $X_i$  conditionnellement à  $X_{i-1} = x_{i-1}, \dots, X_1 = x_1$ .

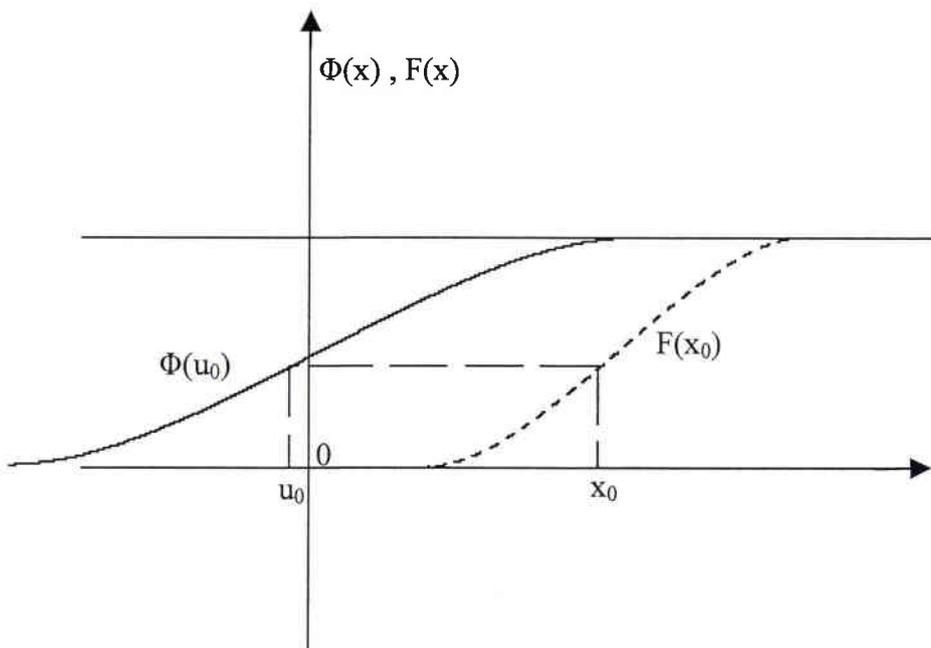


Figure N° III.5 transformation dans un espace de lois normales centrées réduites

Cette transformation est cohérente avec la transformation définie pour des variables aléatoires indépendantes. Si leur densité conjointe est normale, cette transformation est linéaire. Il est facile de vérifier que les variables résultantes sont normales. Considérons les variables intermédiaires  $X_i = \Phi(U_i)$ , ou encore  $X_i = F_i(X_i / X_{i-1}, \dots, X_2, X_1)$ . Alors la fonction de répartition du vecteur  $X$  est égale à :

$$P\{X_i \leq x_i; \forall i = 1 \rightarrow N\} = F_1(x_1) \times \int_{\{X/x \leq x_i\}} \dots \int dx_N F_N(x_N / x_{N-1}, \dots, x_1) dx_{N-1} \dots dx_1$$

$$= \int_0^{x_N} \dots \int_0^{x_1} dx_N \dots dx_1 = \prod_{i=1}^N x_i$$
(III-15)

Donc les variables  $X_i$  sont distribuées selon des lois uniformes et indépendantes, et les variables  $U_i = \Phi^{-1}(X_i)$  suivent une loi normale centrée réduite.

La transformation inverse est définie par :

$$T^{-1} : \begin{aligned} x_1 &= F_1^{-1}(\Phi(u_1)) \\ x_2 &= F_2^{-1}(\Phi(u_2)/u_1) \\ &\vdots \\ x_N &= F_N^{-1}(\Phi(u_N)/u_{N-1}, \dots, u_2, u_1) \end{aligned}$$
(III-16)

En général ces deux transformations ne sont pas connues analytiquement et certaines des fonctions de répartition ne sont pas connues exactement. De plus leur définition requiert la connaissance de la densité conjointe du vecteur aléatoire.

Le calcul de la matrice jacobienne  $J_{u,x}$  de la transformation intervient dans le problème d'optimisation. Les éléments de la matrice jacobienne de la transformation de Rosenblatt sont:

$$[J_{u,x}]_{i,j} = \begin{cases} \frac{1}{\phi[\Phi^{-1}(F_{x_i}(x_i/x_{i-1}, \dots, x_1))]} \frac{\partial F_{x_i}(x_i/x_{i-1}, \dots, x_1)}{\partial x_i} & \text{si } i \geq j \\ 0 & \text{si } i < j \end{cases}$$
(III-17)

Si les variables sont indépendantes, alors la matrice Jacobienne est diagonale, et les éléments diagonaux sont :

$$[J_{u,z}]_{i,j} = \frac{f_{x_i}(x_i)}{\phi[\Phi^{-1}(F_{x_i}(x_i))]} \quad (\text{III-18})$$

La définition de cette transformation suppose qu'un choix dans l'ordre de traitement des variables aléatoires est fait préalablement. En effet la variable  $U_2$  est définie à partir de  $X_2$ , mais aussi conditionnellement pour la valeur de  $X_1$ . Si certaines variables aléatoires sont indépendantes des autres variables, elles doivent être traitées en premier. Le choix de l'ordre n'est pas toujours unique. Pour  $N$  variables,  $N!$  transformations de Rosenblatt différentes peuvent être définies. Cette non-unicité requiert quelques attentions.

### III-5-2-2 Transformation de Nataf

Comme pour l'approximation selon une loi normale, la transformation de Nataf [Nataf67] ne demande que la connaissance des moyennes  $m_{X_i}$ , des écarts-types  $\sigma_{X_i}$ , de la matrice de corrélation  $\rho_{X_i X_j} = \rho_{ij}$  et des distributions marginales de  $X_i$ . Der Kiureghian et Liu [Kiureghian 86] ont suggéré, dans ce cas, l'utilisation d'une telle transformation.

#### Cas de 2 variables aléatoires

Considérons tout d'abord deux variables aléatoires corrélées  $X_1$  et  $X_2$ . Les fonctions marginales  $F_{X_i}(x_i)$  sont connues.  $\hat{U}_1$  et  $\hat{U}_2$  sont les variables normales standards mais corrélées et obtenues par la transformation :

$$\hat{u}_i = \Phi^{-1}(F_{X_i}(x_i)), \quad i = 1; 2 \quad (\text{III-19})$$

Selon Nataf, nous pouvons associer une fonction de densité conjointe aux variables  $X_1$  et  $X_2$ . Les variables  $\hat{U}_1$  et  $\hat{U}_2$  ont une distribution conjointe normale par la relation suivante :

$$f_{X_1, X_2}(x_1, x_2) = \phi_2(\hat{u}_1, \hat{u}_2, \rho_{0,12}) \frac{f_{X_1}(x_1) f_{X_2}(x_2)}{\phi(\hat{u}_1) \phi(\hat{u}_2)} \quad (\text{III-20})$$

où  $f_{X_i}(x_i) = dF_{X_i}(x_i)/dx_i$  et  $\phi_2(\hat{u}_1, \hat{u}_2, \rho_{0,12})$  est la densité normale de dimension 2, de moyenne nulle, d'écarts types unitaires et de corrélation  $\rho_{0,12}$  :

$$\phi_2(\hat{u}_1, \hat{u}_2, \rho_{0,12}) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho_{0,12}^2}} \exp\left[-\frac{\hat{u}_1^2 - 2\rho_{0,12}\hat{u}_1\hat{u}_2 + \hat{u}_2^2}{2(1-\rho_{0,12}^2)}\right] \quad (\text{III-21})$$

La relation entre  $\rho_{0,12}$  et  $\rho_{12}$  est obtenue à partir de la définition de la corrélation. Nous pouvons exprimer  $\rho_{0,12}$  en fonction des densités marginales de  $X_i$  :

$$\rho_{12} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x_1 - m_{x1}}{\sigma_{x1}} \frac{x_2 - m_{x2}}{\sigma_{x2}} \phi_2(\hat{u}_1, \hat{u}_2, \rho_{0,12}) \frac{f_{x1}(x_1) f_{x2}(x_2)}{\phi(\hat{u}_1) \phi(\hat{u}_2)} dx_1 dx_2 \quad (\text{III-22})$$

et, en introduisant la relation entre  $d\hat{u}_i$  et  $dx_i$  (relation III-19),  $dx_i = \partial(\hat{u}_i)/f_{X_i}(x_i) d\hat{u}_i$ , il vient :

$$\rho_{12} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x_1(\hat{u}_1) - m_{x1}}{\sigma_{x1}} \frac{x_2(\hat{u}_2) - m_{x2}}{\sigma_{x2}} \phi_2(\hat{u}_1, \hat{u}_2, \rho_{0,12}) d\hat{u}_1 d\hat{u}_2 \quad (\text{III-23})$$

Cette relation détermine donc le coefficient de corrélation à utiliser. Selon les auteurs, le modèle présenté est applicable si :

1. la recherche des  $\hat{u}_i$  étant effectuée une par une, si toutes les fonctions de distribution marginales sont continues et strictement croissantes ;
2. les valeurs des  $\rho_{0,12}$  sont comprises entre -1 et 1, ce qui n'est pas toujours vérifié dans la mesure où  $\rho_{0,12}$  est une corrélation fictive.

La différence entre  $\rho_{0,12}$  et  $\rho_{12}$  est petite pour la plupart des fonctions de distribution et ou dans la plupart des conditions pratiques, la deuxième condition est satisfaite.

### Calcul de la corrélation $\rho_{0,ij}$

L'utilisation de la relation III-23 est délicate et les auteurs [Kiureghian 86] ont introduit une relation semi-empirique entre les coefficients de corrélation pour en aider le calcul :

$$f = \frac{\rho_{0,12}}{\rho_{i,j}} \quad (\text{III-24})$$

Dans la formule précédente, pour 2 variables aléatoires  $X_i$  et  $X_j$  de corrélation  $\rho_{ij}$ ,  $f$  a les propriétés suivantes :

- $f$  est en général fonction de  $\rho_{ij}$  et des paramètres des deux lois marginales ;
- $f \geq 1$  pour des valeurs arbitraires de  $\rho_{ij}$  et des lois marginales quelconques ;
- $f$  est indépendante de  $\rho_{ij}$  si l'une des variables est normale ;
- $f$  est invariante pour des transformations linéaires de  $X_i$  et  $X_j$  ;
- de plus, basé sur cette dernière propriété, pour des fonctions de distribution à deux paramètres,  $f$  est indépendante de la distribution des paramètres  $X_i$  si la distribution est réductible à la forme standard par une transformation linéaire. Sinon,  $f$  est fonction du coefficient de variation  $C_{X_i} = \sigma_{X_i}/\mu_{X_i}$ .

Les lois qui sont réductibles à la forme standard par une transformation linéaire sont les lois dites du groupe I (Uniforme, Exponentielle, Rayleigh, E<sub>1</sub>-max et E<sub>1</sub>-min). Les lois du groupe II, étudiées par Der Kiureghian et al., ne peuvent pas être ramenées à la forme standard par une transformation linéaire (Lognormale, Gamma, extrême type II, extrême type III (Weibull)).

Der Kiureghian et al. montrent comment appliquer cette transformation et donnent des tableaux pour évaluer f en fonction des lois et de leurs paramètres, de telle sorte qu'il n'est pas nécessaire d'évaluer l'expression exacte. 5 catégories sont proposées :

1. f est constant si X<sub>i</sub> est normal et X<sub>j</sub> suit loi du groupe I ;
2.  $f = f(C_{X_j})$  si X<sub>i</sub> est normale et X<sub>j</sub> suit une loi du groupe II ;
3.  $f = f(\rho_{ij})$  si X<sub>i</sub> et X<sub>j</sub> suivent des lois du groupe I ;
4.  $f = f(\rho_{ij}, C_{X_j})$  si X<sub>i</sub> suit une loi du groupe I et X<sub>j</sub> suit une loi du groupe II,
5.  $f = f(\rho_{ij}, C_{X_i}, C_{X_j})$  si X<sub>i</sub> et X<sub>j</sub> suivent des lois du groupe II.

Les formules pour calculer f ont été développées par Lemaire [Lemaire05].

Le domaine des valeurs des coefficients de variation utilisés pour calculer les valeurs de f pour les catégories (2) , ( 4) et (5), est compris entre 0,1 et 0,5. En dehors de ce domaine, les erreurs peuvent être plus importantes.

Le tableaux III-1 donnent les valeurs de f et de l'erreur maximale selon le catégories décrites.

Loi	F	Erreur %
Uniforme	1,023	0
Exponentielle	1,107	0
Rayleigh	1,014	0
E1-max	1,031	0
E1-min	1,031	0

Table N° III-1 Catégorie (1) :  $f = Cste$ , X<sub>i</sub> normale et X<sub>j</sub> loi du groupe I.

Loi	F	Erreur (%)
Log Normale	$\frac{CX_j}{\sqrt{\ln(1+C_{X_j}^2)}}$	Exact
Gamma	$1.001 - 0.007CX_j + 0.118C_{X_j}^2$	0.0
E2-max	$1.030 - 0.238CX_j + 0.364C_{X_j}^2$	0.1
E3	$1.031 - 0.195CX_j + 0.238C_{X_j}^2$	0.1

Table N° III-1 Catégorie (2) :  $f = f(C_{X_j})$ ,  $X_i$  normale et  $X_j$  loi du groupe II.

Loi	Uniforme	Exponentielle	E1-max
Uniforme	$1.047 - 0.047 \rho^2$ (0.0 %)		
Exponentielle.	$1.133 + 0.029 \rho^2$ (0.0 %)	$1.229 - 0.367\rho + 0.153 \rho^2$ ( 1.5 %)	
E <sub>1</sub> – max	$1.055 + 0.015 \rho^2$ ( 0.0 %)	$1.142 - 0.154 \rho + 0.031 \rho^2$ ( 0.2 %)	$1.064 - 0.069 \rho + 0.005 \rho^2$ ( 0.0 %)

Table N° III-1 Catégorie (3) :  $f = f(\rho_{ij} = \rho)$ ,  $X_i$  normale et  $X_j$  loi du groupe I.

Loi	Uniforme
Log Normal	$1.019 + 0.014 C_{Xj} + 0.010 \rho^2$ $+0.249C^2_{Xj}$ ( 0.7 % )
Gamma	$1.023 - 0.007 C_{Xj} - 0.002 \rho^2$ $+0.127 C^2_{Xj}$ $X_j$ ( 0.1 % )
E3	$1.061 - 0.237 C_{Xj} - 0.005 \rho^2$ $+0.303 C^2_{Xj}$ ( 0.5 % )
	Exponentielle
Log Normal	$1.098 + 0.003\rho + 0.019 C_{Xj} + 0.025 \rho^2$ $+ 0.303C^2_{Xj} - 0.437 \rho C_{Xj}$ ( 1.6 % )
Gamma	$1.104 + 0.003\rho + 0.008 C_{Xj} + 0.01425$ $\rho^2 + 0.303C^2_{Xj} - 0.437 \rho C_{Xj}$ ( 0.9 % )
E3	$1.147 + 0.145 \rho + 0.271 C_{Xj} + 0.010 \rho^2$ $+ 0.459 C^2_{Xj} - 0.467 \rho C_{Xj}$ ( 0.4 % )
	E1-max
Log- normale	$1.029 + 0.001\rho + 0.014 C_{Xj} + 0.004 \rho^2$ $+ 0.233 C^2_{Xj} - 0.197 \rho C_{Xj}$ ( 0.3 % )
Gamma	$1.031 + 0.001\rho + 0.007 C_{Xj} + 0.003\rho^2$ $+ 0.131 C^2_{Xj} - 0.132 \rho C_{Xj}$ ( 0.3 % )
E3	$1.064 + 0.065\rho + 0.210 C_{Xj} + 0.003 \rho^2$ $+ 0.356C^2_{Xj} - 0.211 \rho C_{Xj}$ ( 0.2 % )

Table N° III-1 Catégorie (4) :  $f = f(\rho_{ij}, C_{Xj})$ ,  $X_i$  groupe I. et  $X_j$  groupe II.

Loi	Lognormal
Log Normal	$\frac{\ln(1 + \rho C_{Xi} C_{Xj})}{\rho \sqrt{\ln(1 + C_{Xi}^2) \ln(1 + C_{Xj}^2)}}$ <p>( exact )</p>
Gamma	$1.001 + 0.033 \rho + 0.004 C_{Xi} - 0.016 C_{Xj}$ $+ 0.002 \rho^2 + 0.223 C_{Xi}^2 + 0.130 C_{Xj}^2$ $- 0.104 \rho C_{Xi} + 0.029 C_{Xi} C_{Xj}$ $- 0.119 \rho C_{Xj}$ <p>( 4.0 % )</p>
E3	$1.031 + 0.052 \rho + 0.011 C_{Xi} - 0.210 C_{Xj}$ $+ 0.002 \rho^2 + 0.220 C_{Xi}^2 + 0.350 C_{Xj}^2$ $- 0.005 \rho C_{Xi} + 0.009 C_{Xi} C_{Xj}$ $- 0.174 \rho C_{Xj}$ <p>( 2.4% )</p>
	Gamma
Gamma	$1.002 + 0.022 \rho - 0.012 (C_{Xj} + C_{Xj})$ $+ 0.001 \rho^2 + 0.125 (C_{Xi}^2 + C_{Xj}^2)$ $- 0.077 \rho (C_{Xi} + C_{Xj})$ $+ 0.0140.029 C_{Xi} C_{Xj}$ <p>( 4.0% )</p>
E3	$1.032 + 0.034 \rho + 0.007 C_{Xi} - 0.202 C_{Xj}$ $+ 0.121 C_{Xi}^2 + 0.339 C_{Xj}^2$ $- 0.006 \rho C_{Xi} + 0.003 C_{Xi} C_{Xj}$ $- 0.111 \rho C_{Xj}$ <p>( 4.0% )</p>
	E3
E3	$1.063 - 0.04 \rho - 0.200 (C_{Xj} + C_{Xj})$ $- 0.001 \rho^2 + 0.337 (C_{Xi}^2 + C_{Xj}^2)$ $- 0.077 \rho (C_{Xi} + C_{Xj})$ $0.007 C_{Xi} C_{Xj}$ <p>( 2.6% )</p>

Table N° III-1 Catégorie (5) : f = f(ρ<sub>ij</sub>, C<sub>Xi</sub>, C<sub>Xj</sub>), X<sub>i</sub>.et X<sub>j</sub> loi du groupe II.

### III-6-Méthode FORM

La méthode approchée FORM (First Order Reliability Method) consiste à approcher la surface de défaillance par un hyperplan tangent à la surface de défaillance au point de conception ([Madsen et al 86], [Bjerager 89], [Ditlevsen et al 96]).

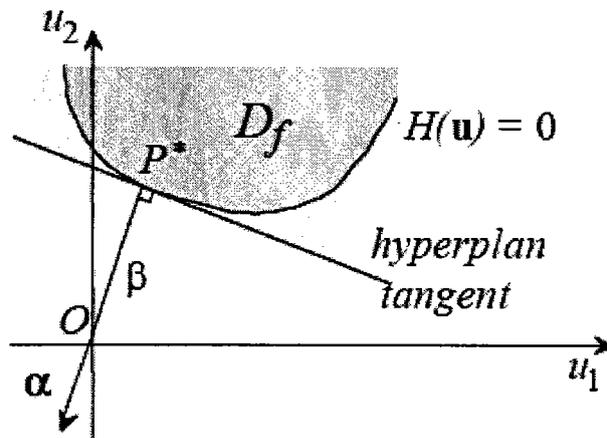


Figure N° III.6 Principe de l'approximation FORM

Alors une estimation de la probabilité de défaillance est obtenue par :

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad \text{(III-25)}$$

La précision de cette approximation dépend de la non-linéarité de la surface de défaillance. Cette approximation est correcte, si le point de conception est le seul point stationnaire de la fonction indice et si les rayons de courbure ne sont pas trop grands en amplitude [Ditlevsen et al 96].

Donc un algorithme de calcul approché de la probabilité par la méthode FORM est :

1. Définition d'une application de  $T : X \rightarrow U$  où  $U$  est le vecteur aléatoire dans l'espace gaussien et  $X$  le vecteur des variables aléatoires physiques.
2. Transformation de la surface de défaillance dans l'espace initial en une surface de défaillance dans l'espace gaussien.
3. Recherche de la distance minimale de cette nouvelle surface à l'origine de l'espace, i.e. calcul de l'indice de Hasofer et Lind  $\beta_{HL}$  et du point de conception,
4. Approximation de la probabilité de défaillance par (III-25).

### III-6-1 Problème d'optimisation

Le calcul de l'indice de Hasofer-Lind revient à résoudre un problème d'optimisation sous contraintes. La fonction à minimiser a une forme analytique simple et explicite qui permet de connaître toutes ses divers réputation. Par contre les fonctions contraintes définies à partir du mode de défaillance peuvent avoir une définition explicite ou implicite, un caractère différentiable ou non, etc...

Il existe des algorithmes efficaces, basés sur l'utilisation des gradients, pour déterminer un minimum local ([Liu et al 86], [Arora 90]). L'un des algorithmes les plus efficaces et les plus utilisés actuellement est l'algorithme de Rackwitz-Fiessler ([Rackwitz et al 79]). A partir d'un point  $u_k$ , le nouveau point  $u_{k+1}$  est déterminé par :

$$u_{k+1} = \frac{1}{|\nabla G(u_k)|^2} [\nabla G(u_k)' u_k - G(u_k)] \nabla G(u_k) \quad (\text{III-26})$$

Ces algorithmes recherchent un point dans l'espace gaussien, mais les calculs numériques sont réalisés dans l'espace physique, donc la transformation entre les deux espaces intervient dans ce calcul d'optimisation.

Les propriétés des contraintes ne sont pas toujours cohérentes avec les conditions d'applications de ces algorithmes. D'autres méthodes doivent être mises en oeuvre si certaines contraintes sont non différentiables ou même implicites.

Or l'indice de Hasofer-Lind est défini comme un minimum global, donc vérifier l'optimalité de ce minimum est une condition sine qua non pour valider le calcul FORM réalisé. Et en dehors de la validation numérique de la transformation entre espaces aléatoires, la validation de ce calcul passe aussi par la validation de l'approximation de la surface d'état limite par un hyperplan.

### III-6-2- Validation d'un calcul FORM

Si l'approximation linéaire n'est pas satisfaisante, de meilleures évaluations peuvent être obtenues à partir d'approximations à des ordres supérieurs de la surface au point de conception.

Si plusieurs *minima* locaux existent, le domaine de défaillance peut être approché, par exemple, par la réunion de sous domaines de défaillance obtenus par la linéarisation de la fonction de défaillance en chacun des *minima* (figure III-7).

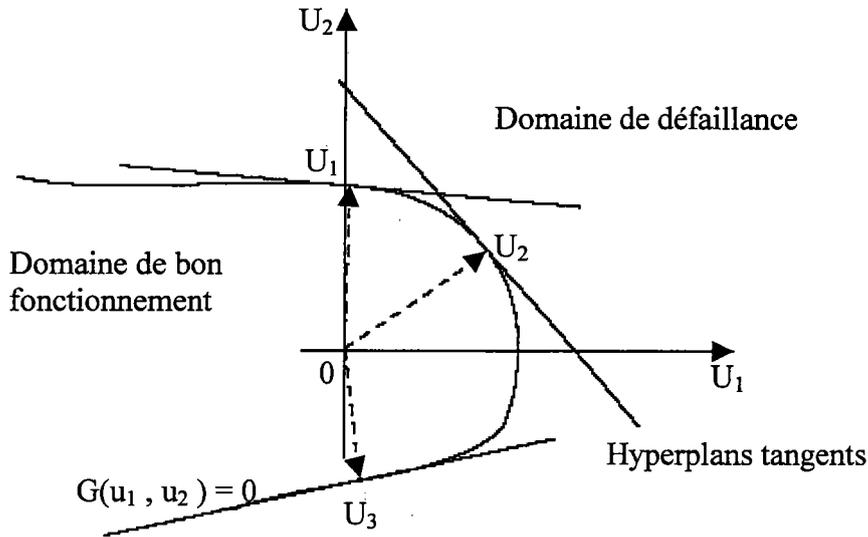


Figure N°III.7 Approximation Multi FORM

Cette approche peut être résolue par la fiabilité des systèmes qui est présentée dans [Ditlevsen 79], [Madsen et al 86] et [Ditlevsen et al 96]. En chaque minimum  $u_k^*$  ( $k=1...K$ ), la fonction de défaillance est approchée par un hyperplan de la forme  $\beta_k - \alpha_k u = 0$ , où  $\beta_k = \alpha_k u_k^*$  est la distance à l'origine et  $\alpha_k$  le vecteur unitaire normal. Ce vecteur  $\alpha_k$  est orienté comme le vecteur  $-\nabla G(u_k^*)$ . Notons  $E_k$  la marge associée à chaque linéarisation et  $\beta$  le vecteur des indices de fiabilité correspondant aux *minima* locaux. Ces marges ne sont pas indépendantes statistiquement car elles partagent les mêmes variables aléatoires.  $R$  est la matrice des corrélations entre les marges linéaires qui approchent la surface d'état limite aux différents minima. Ses éléments sont définis par  $r_{ij} = \alpha_i^t \alpha_j$ .

Une approximation de la probabilité de défaillance, appelée **Multi-FORM**, est obtenue à partir de la formule de Poincaré :

$$P_f = \sum_{i=1}^k P(E_i) - \sum_{i=2}^K \sum_{j=1}^{i-1} P(E_i \cap E_j) \quad (\text{III-27})$$

La probabilité des événements intersections est approchée par  $P(E_i \cap E_j) \approx \Phi_2(-\beta_i; -\beta_j; r_{ij})$  où  $\Phi_2(-\beta_i; -\beta_j; r_{ij})$  est la fonction de répartition conjointe d'un vecteur de deux lois normales centrées réduites et de coefficient de corrélation  $r_{ij}$  au point  $(-\beta_i; -\beta_j)$ .

[Ditlevsen 79] démontre des bornes pour la probabilité de défaillance quand plusieurs *minima* existent, si  $P(E_1) \geq P(E_2) \dots \geq P(E_n)$  :

### III-8-Méthodes SORM

Au lieu d'un développement de Taylor du premier ordre, ce développement peut être réalisé jusqu'au second ordre. Plusieurs schémas utilisant un lissage par une surface quadratique ont été étudiés ([Fiessler et al 79], [Breitung 84], [Der Kiureghan et al 87] et [Tvedt 88], [Tvedt 90]). L'approximation par une surface quadratique au point de conception a donné son nom à la méthode **Second Order Reliability Method** ou **SORM** (Figure III-8).

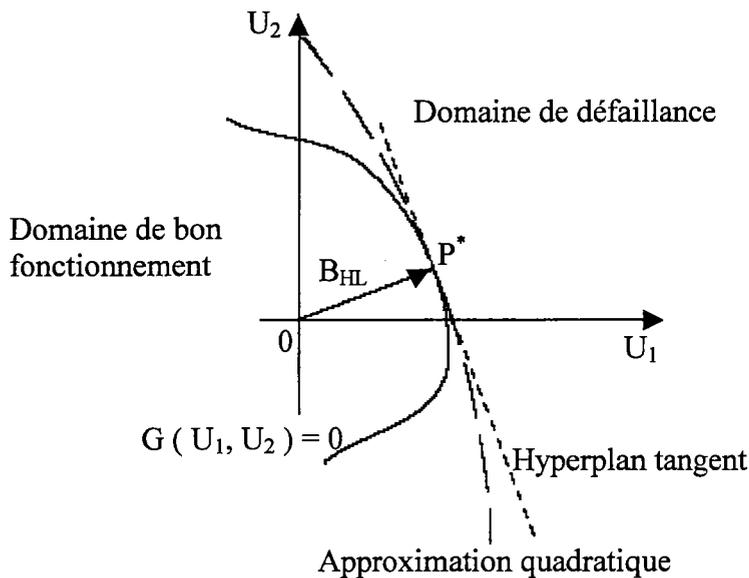


Figure N° III.8 Différences entre l'approximation linéaire et quadratique

Ces approximations linéaires ou quadratiques remplacent la surface de défaillance et donnent des valeurs approchées. Si la surface est convexe, alors la valeur approchée  $\Phi(\beta_{HL})$  est une borne supérieure de la probabilité de défaillance. Dans le cas d'une surface concave, l'origine appartenant à la concavité, cette valeur approchée sous-estime la probabilité de défaillance. Dans le cas de lois normales centrées réduites, la variable aléatoire  $U^t U$  suit une loi du  $\chi^2$  et une borne supérieure est donnée par  $1 - \chi^2_n(\beta^2_{HL})$ . Il est évident que la qualité de l'approximation de la surface originale est importante.

[Breitung 84] a démontré un premier résultat à partir des  $(q-1)$  courbures principales  $\kappa_i$  de la surface d'état limite au point de conception :

$$P_F \underset{\beta_{HL} \rightarrow \infty}{\approx} \Phi(-\beta_{HL}) \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{1 + \beta_{HL} \kappa_i}} \quad (\text{III-28})$$

Nous posons que les courbures  $\kappa_i$  en un point sont négatives si la surface en ce point est localement convexe. Cette problème est présenté en figure (III-9)

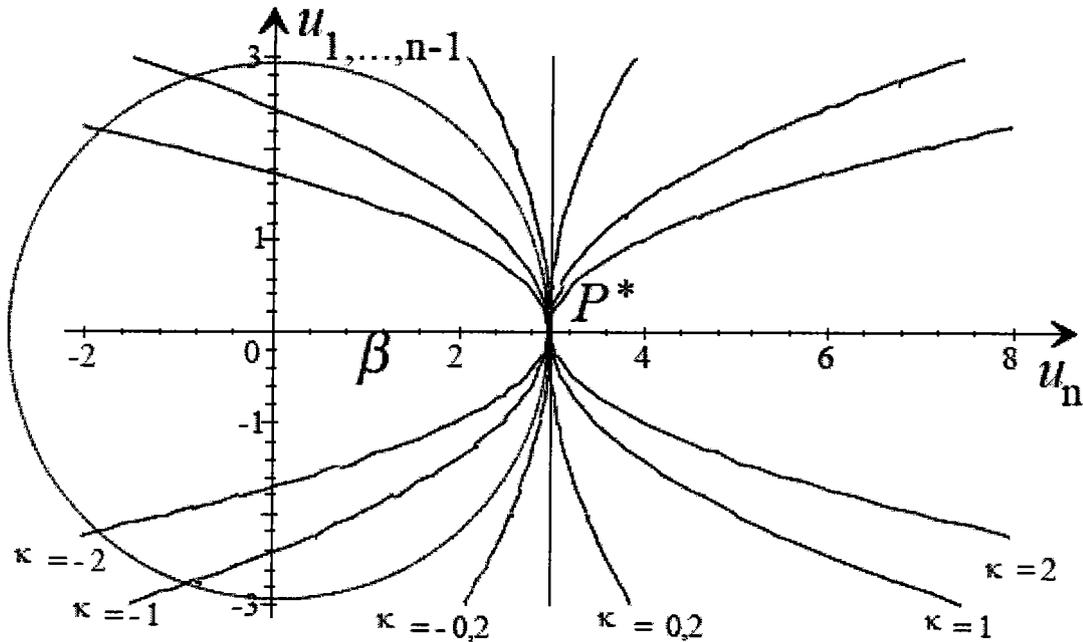


Figure N° III.9 Approximations paraboliques représentation selon différentes courbures pour  $\beta = 3$ .

### III-9-Calcul de $\Phi$ :

Il n'existe pas d'expression de  $\Phi$  par des fonctions classiques. Elle est donnée par des tables dans l'annexe A .

Une approximation est obtenue par la relation suivante [Abramowitz 72], ( donnant une erreur inférieure à  $\pm 7.5 \cdot 10^{-8}$  ) :

$$\phi(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} (u(b_1 + u(b_2 + u(b_3 + u(b_4 + b_5 u))))$$

$$b_1 = 0.319381530 \quad b_2 = -0.356563782 \quad b_3 = 1.781477937$$

$$b_4 = -1.821255978 \quad b_5 = 1.330274429 \quad (\text{III-29})$$

$$\text{avec } u = \frac{1}{1 + 0.2316419x}$$

Cette formule valide si  $x > 0$ . Pour les valeurs négatives, il suffit de prendre la valeur absolue et

le complément à 1 du résultat :  $\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$ .

### III-10-Conclusion

Les méthodes FORM et SORM sont des méthodes numériques approchées. Elles permettent d'obtenir une estimation de la probabilité de défaillance, mais aussi le point de maximum de probabilité de défaillance et d'étudier la sensibilité de la probabilité de défaillance par rapport aux divers paramètres du problème.

Ces méthodes analytiques requièrent quelques propriétés : les variables de base doivent être représentables par des lois continues et chaque fonction de défaillance doit être continue.

Pour appliquer ces méthodes efficacement, il vaut mieux que les surfaces soient assez lisses autour du point de conception, et même partout.

L'efficacité de ces méthodes est surtout prouvée par les cas de petites probabilités.

Le temps CPU est approximativement linéaire avec le nombre  $N$  de variables de base pour FORM, et croît en  $N^2$  pour les variantes de SORM. Le temps absolu dépend grandement du temps d'évaluation d'une valeur de la surface de défaillance mais il est indépendant du niveau de la probabilité à aucun moment il n'est démontré que l'espace standard est nécessaire. Le passage à cet espace est surtout historique et pratique. La plupart des tests et des problèmes ont été traités dans cet espace. De plus dans cet espace standard, la fonction objective du problème de minimisation est simple et les formules sont facilement utilisables. Par contre la transformation entre les deux espaces n'est pas unique et n'est pas toujours triviale. [Breitung 94] propose un schéma de calcul complet dans l'espace physique.

Pour les méthodes FORM/SORM, **aucune estimation de l'erreur n'est disponible facilement**. Elles sont validées actuellement par comparaison avec des méthodes de Monte-Carlo ou en réalisant des simulations autour du point de conception. Cette approche ne permet de valider ces méthodes que sur des cas particuliers [Devictore 96].

# **CHAPITRE IV**

## Matériau et condition en service

### IV- Introduction

Cette étude s'inscrit dans le cadre du projet européen NATUALHY. Ce projet européen a objectif la préparation à l'utilisation du réseau de pipelines existant lié au transport du gaz naturel, pour le transport conjoint du mélange de ce dernier avec de l'hydrogène. L'hydrogène étant un nouveau vecteur énergétique durable qui a un champ d'application en pleine expansion à ce jour.

Cette démarche a été effectuée au sein du Laboratoire de Fiabilité Mécanique (LFM) de Metz, qui est spécialisé dans le domaine de la fatigue et de la rupture des matériaux.

### IV-1 Composition de Matériau

#### IV-1-1 Propriétés chimiques

Une analyse chimique a été réalisée (Tableau 1) par l'Institut de Soudure dans le cadre d'une thèse portant sur l'étude de l'amorçage de la fissuration des pipelines en milieu bicarboné à pH neutre (Source : S. Rousserie, Université de Bordeaux I, décembre 2000.). Cette nuance d'acier est un acier faiblement allié.

C	Mn	Si	Cr	Ni	Mo	S	Cu	Ti	Nb	Al	Fe
0.22	1.22	0.24	0.16	0.14	0.06	0.036	0.19	0.04	<0.05	0.032	bal

Tableau IV.1 : Composition chimique de l'acier API 5L X 52 (proportions massiques en %).

#### IV-1-2 Caractérisation mécanique

Les propriétés mécaniques de l'acier X52 dans la direction longitudinale ont pu être déterminées à partir d'éprouvettes normalisées.

Nous avons prélevé des éprouvettes plates normalisées selon la norme française (NF EN 100002-1) d'épaisseur 4 mm dans le volume cylindrique du tube.

L'éprouvette utilisée est présentée dans la figure IV-1 :

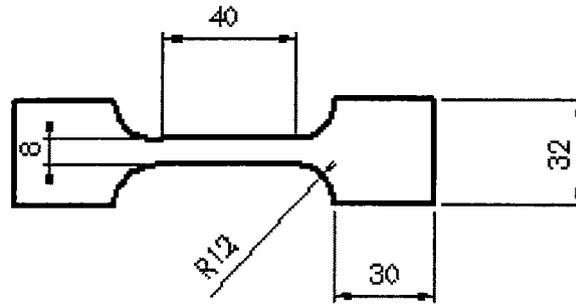


Figure N° IV.1 : Epreuve d'essai de traction.

Nous avons rencontré des difficultés pour usiner ces éprouvettes. Après l'usinage d'une des faces des éprouvettes, nous avons constaté qu'elles se déformaient énormément. En effet, ceci s'explique par l'existence des contraintes internes introduites dans le tube après leur élaboration. C'est pour ces raisons que nous avons choisi de travailler avec des éprouvettes normalisées de petites dimensions.

La loi de comportement monotone déterminée à partir des essais de traction, est présentée dans la figure IV-2. Les caractéristiques mécaniques obtenues sont les suivantes :

Module d'Young E (Mpa)	Limite d'élasticité Re (MPa)	Résistance ultime Rm (MPa)
203 000	410	528
Distribution	Normal	Normal

Tableau IV.2 : Caractéristiques mécaniques de l'acier X52

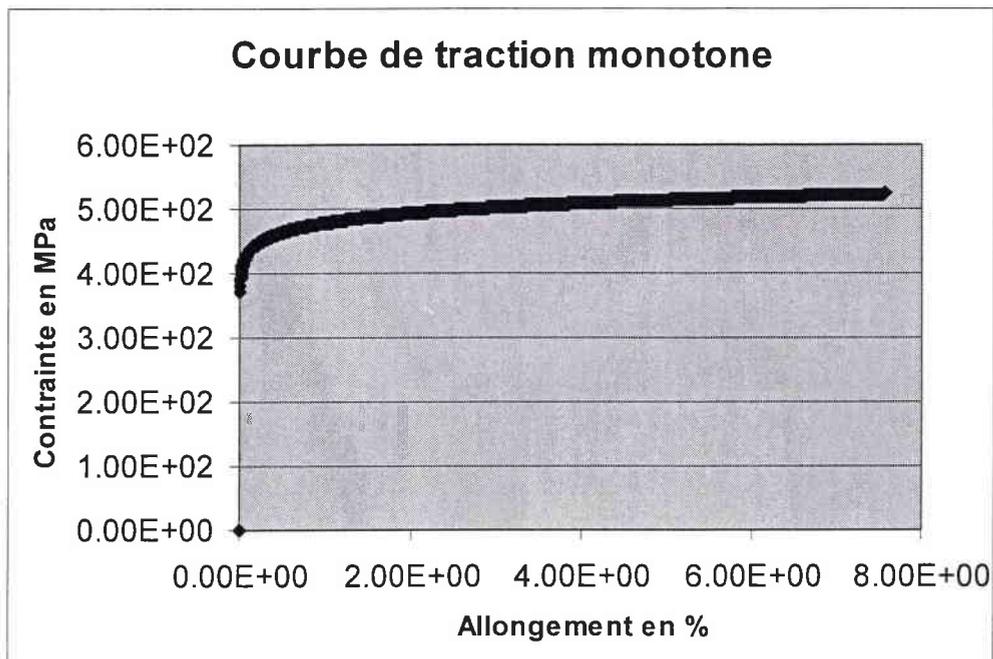


Figure N° IV.2: Courbe de traction monotone.

## IV-2 La détermination de la ténacité

### IV-2-1- choix des éprouvettes

Les éprouvettes modélisées ci-après, ont un diamètre extérieur de 219,1 mm pour une épaisseur de 6,1 mm. Elles correspondent aux dimensions des tuyaux qui sont à notre disposition pour réaliser les essais de fatigue et de rupture.

Au vu des premiers essais réalisés, il a été décidé d'utiliser des éprouvettes d'angle d'ouverture 160° et ayant une largeur de 60 mm.

L'entaille réalisée permet de reproduire un type d'éraflure provoqué par des engins de travaux public, de type pelleuse. etc...

L'entaille en V à 45° est réalisée sur 20% de l'épaisseur de l'éprouvette soit 1,22mm. Elle possède un rayon de fond d'entaille de 0,15mm (non représenté ci-dessous).

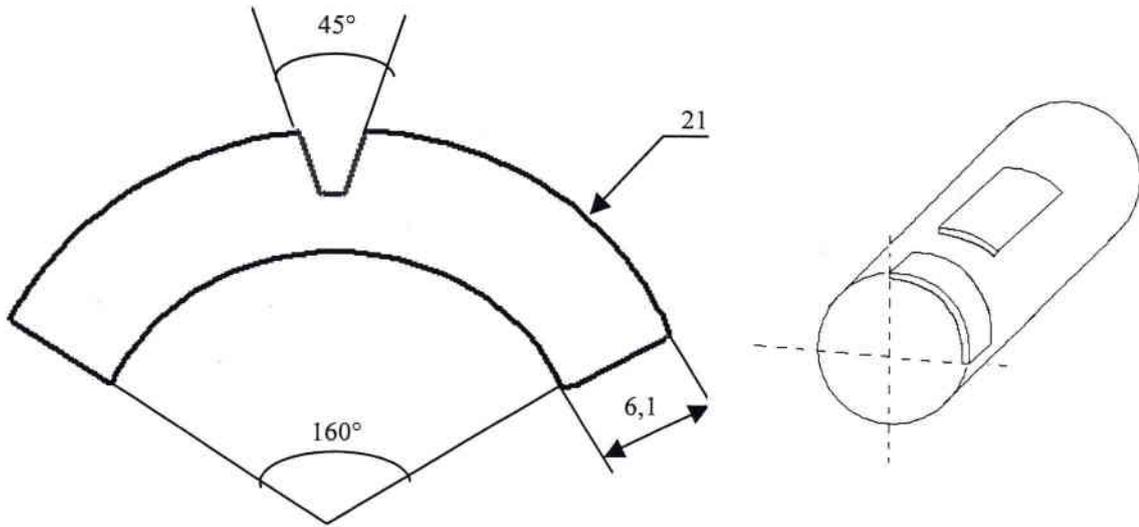


Figure N° IV.3 : Représentation de l'éprouvette entaillée



Le fait que la pièce qui transmette l'effort ait sa partie inférieure arrondie permet de régler au départ l'application de la charge sur l'éprouvette.

#### IV-2-2-1-2 Problèmes rencontrés et solutions retenues.

A la suite d'un essai statique, précédé d'un essai dynamique d'une durée de cinquante cycles, pour mettre en place l'éprouvette sur le montage, nous avons constaté :

- ❖ un glissement de l'éprouvette vers l'intérieur du montage (environ 5 mm) sous l'action d'une charge de 2300N,
- ❖ L'ensemble composé par les deux pièces (1) a subi une flexion sous l'effet de cette même charge l'environ 2 mm d'ouverture au niveau des contacts,
- ❖ La grande longueur de la pièce (2) ne permet pas d'assurer que l'application de la charge se fait bien dans l'axe de la poussée du vérin.

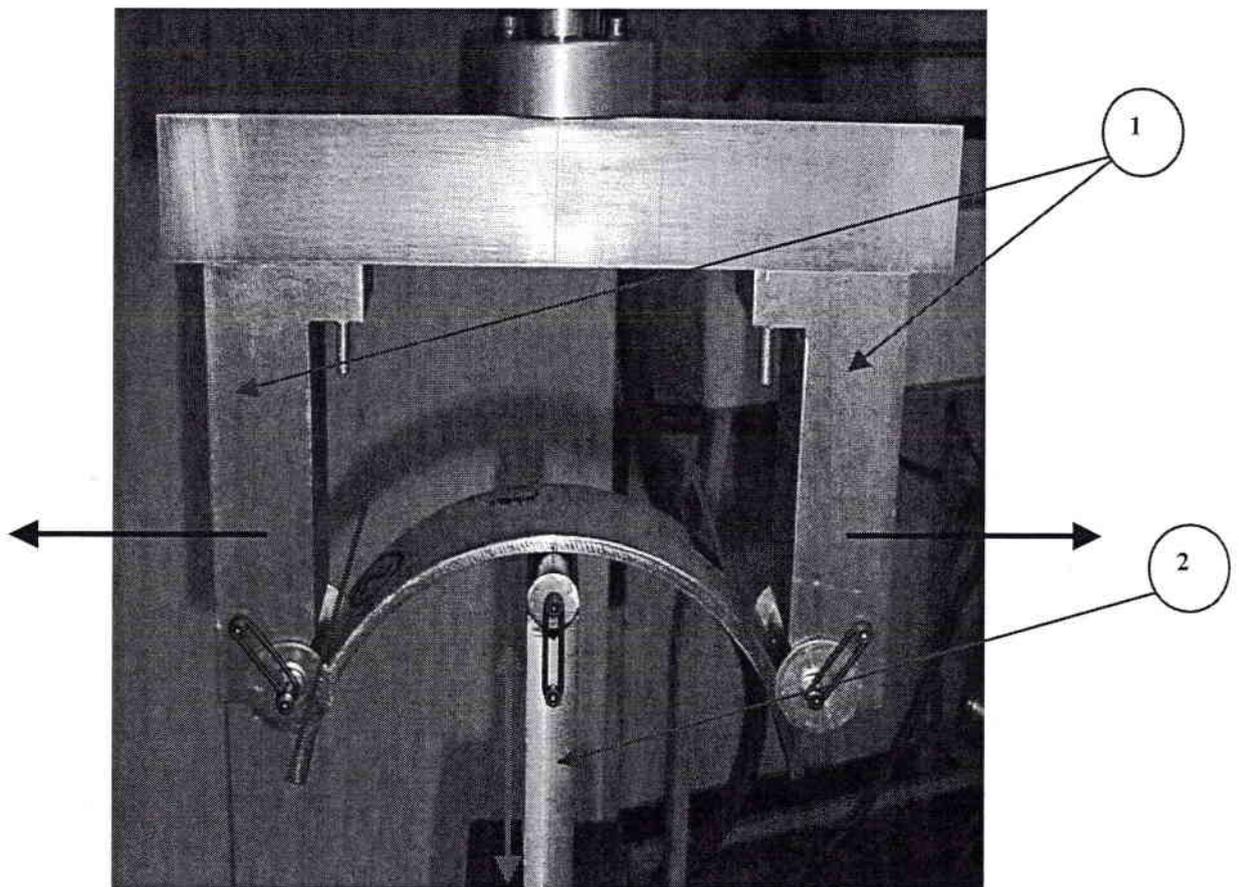


Figure N° IV.5 : Glissement de l'éprouvette sous une charge de 2300 N.

Nous avons donc décidé de réduire l'angle d'ouverture entre les deux cylindres d'appui. L'angle de  $120^\circ$  a été remplacé par une valeur plus faible :  $90^\circ$ . Cet angle permet à l'éprouvette une meilleure déformation et une meilleure répartition des appuis. Un angle inférieur ne serait pas correct car nous nous éloignerions d'une sollicitation par flexion, nous serions dans un cas de cisaillement.

De plus la longueur de la pièce (2) a été diminuée de 70mm, pour limiter sa flexion sous des charges qui vont être encore plus importantes, puisque l'angle des appuis est plus faible.

Un système de bride permet de réduire la déformation des pièces composant l'ensemble 1.

Enfin, le système de serrage de la pièce (2) constitué d'une seule vis de pression a été modifié. Le serrage s'effectue dorénavant par 3 vis de pression réparties sur la longueur de la pièce 2, pour être sûr que le serrage soit bien uniforme.

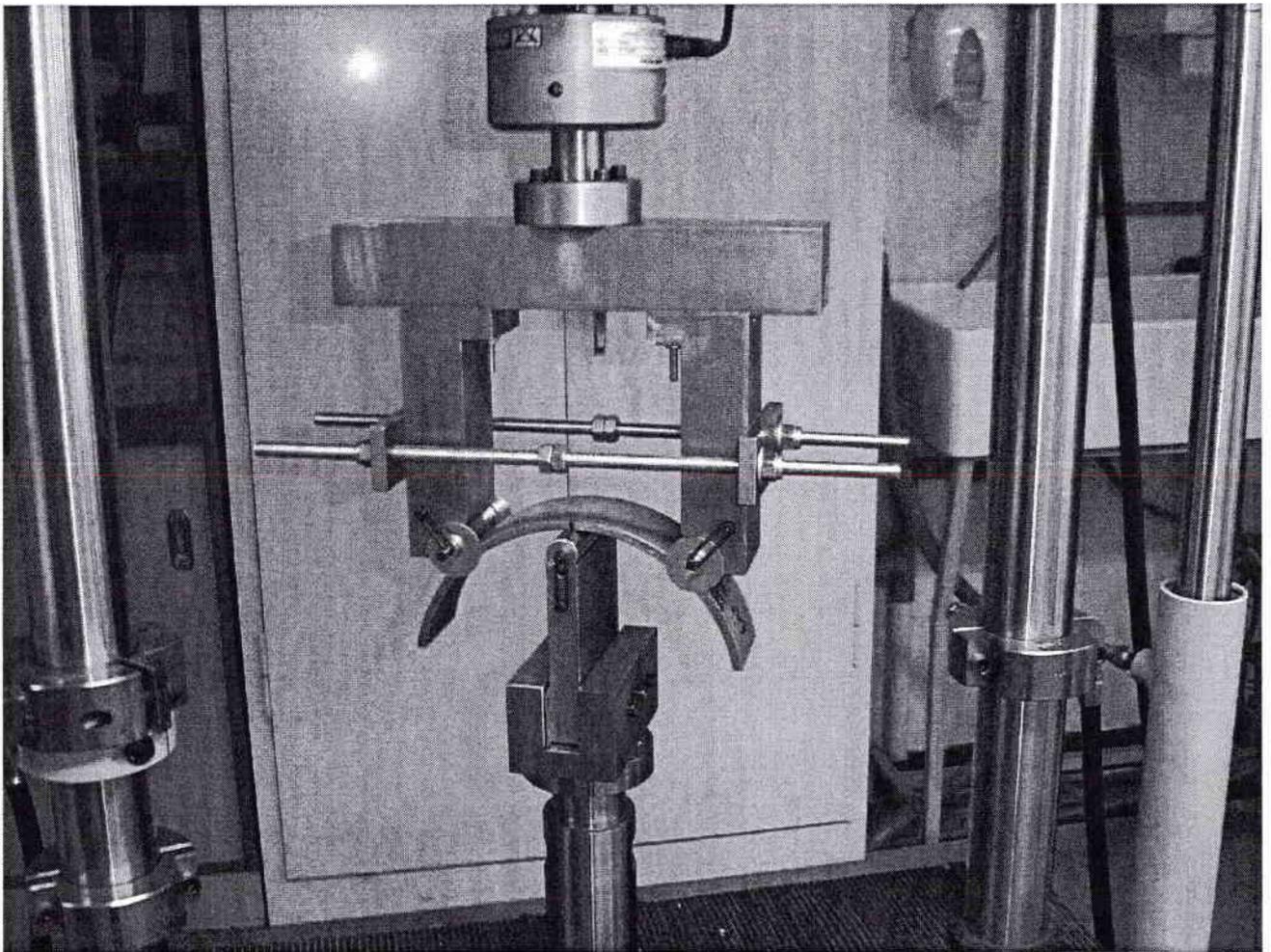


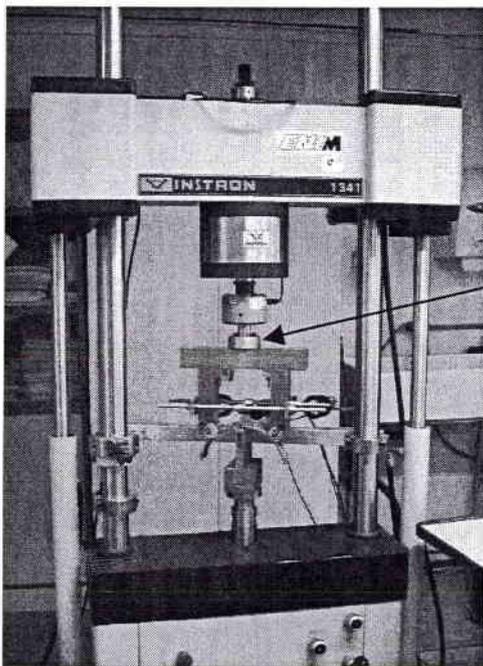
Figure N° IV.6 : Montage dans sa configuration définitive.

### IV-2-2-2- Le matériel d'acquisition.

### IV-2-2-3- Le dispositif de flexion.

Le dispositif est constitué :

- ❖ d'une machine hydraulique INSTRON 1341 permettant d'appliquer une charge,
- ❖ d'une cellule de charge, pour mesurer la charge appliquée par la machine (0 à 10kN),
- ❖ d'un pupitre de commande pour contrôler le cycle ou le type ce chargement à effectuer.



Cellule de charge INSTRON



Figure N° IV.7 : Dispositif de flexion INSTRON 1341.

Figure N° IV.8: Pupitre de commande.

#### IV-2-2-4- La machine d'émission acoustique.

Cette machine nous permet de suivre au cours du temps, l'amorçage et la propagation de la fissure. La carte d'acquisition de cette machine permet également de suivre l'évolution de la charge et du bâillement des lèvres de l'entaille.

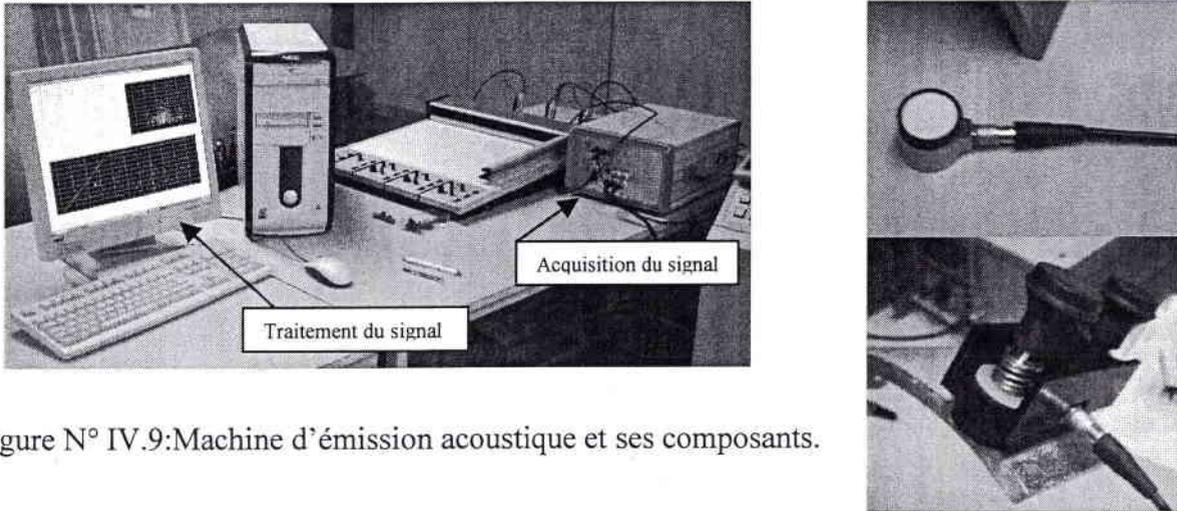


Figure N° IV.9: Machine d'émission acoustique et ses composants.

#### IV-2-2-5- Le capteur de déformation.

Ce capteur relève le bâillement des lèvres de la fissure. Il est positionné sur deux languettes métallique qui sont positionnées de part et d'autre de l'entaille. Elles ont été préalablement collées sur l'éprouvette.

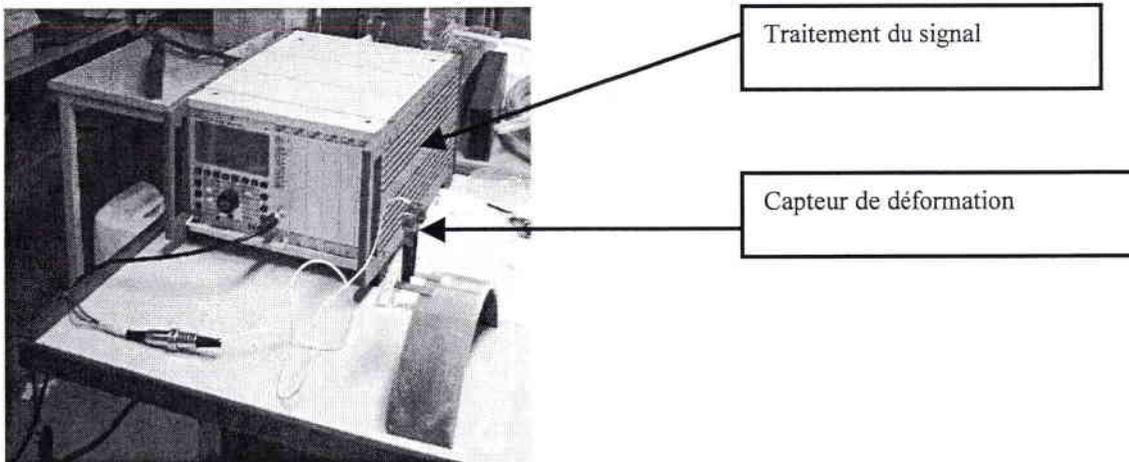


Figure N° IV.10 : Dispositif de flexion INSTRON 1341.

#### IV-2-2-6- La table traçante.

La table traçante est un moyen d'acquisition, qui nous donne la possibilité de tracer la courbe charge-déplacement provenant de la machine INSTRON. La seconde entrée de cette table est utilisée pour nous permettre de nous recalibrer avec les informations provenant de la machine d'émission acoustique. Elle est raccordée au capteur de déformation.

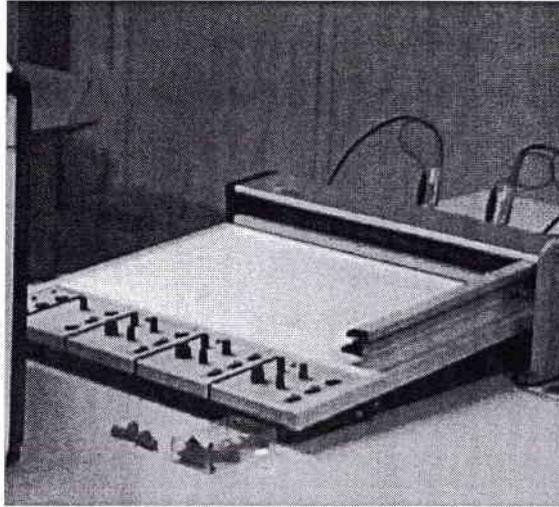


Figure N° IV.11 : Table traçante.

#### IV-2-2-7- La caméra.

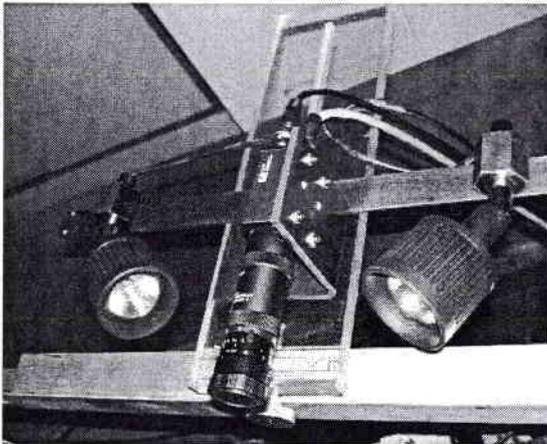


Figure N° IV.12: La caméra avec ces deux lampes halogènes

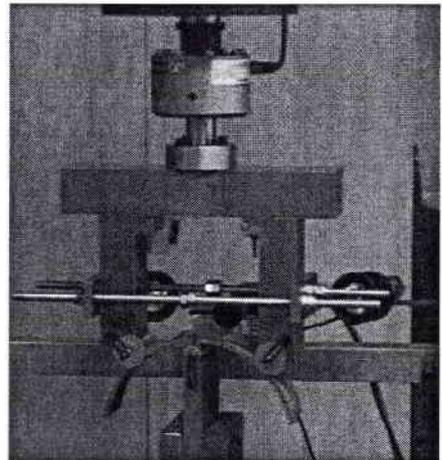


Figure N° IV.13 Position sur le montage.

Grâce à la caméra, il est possible de suivre le déplacement de l'éprouvette au cours du chargement sur une longueur de 4 mm. De plus le logiciel de traitement de l'image donne à chaque prise d'image (une image par seconde), la position de l'éprouvette. La caméra suit en réalité, un repère qui a été fait au préalable sur le côté de l'éprouvette.

### IV-2-3- Dépouillement des résultats

#### IV-2-3-1- Résultats des essais de rupture statique.

#### IV-2-3-2- Courbe charge-déplacement.

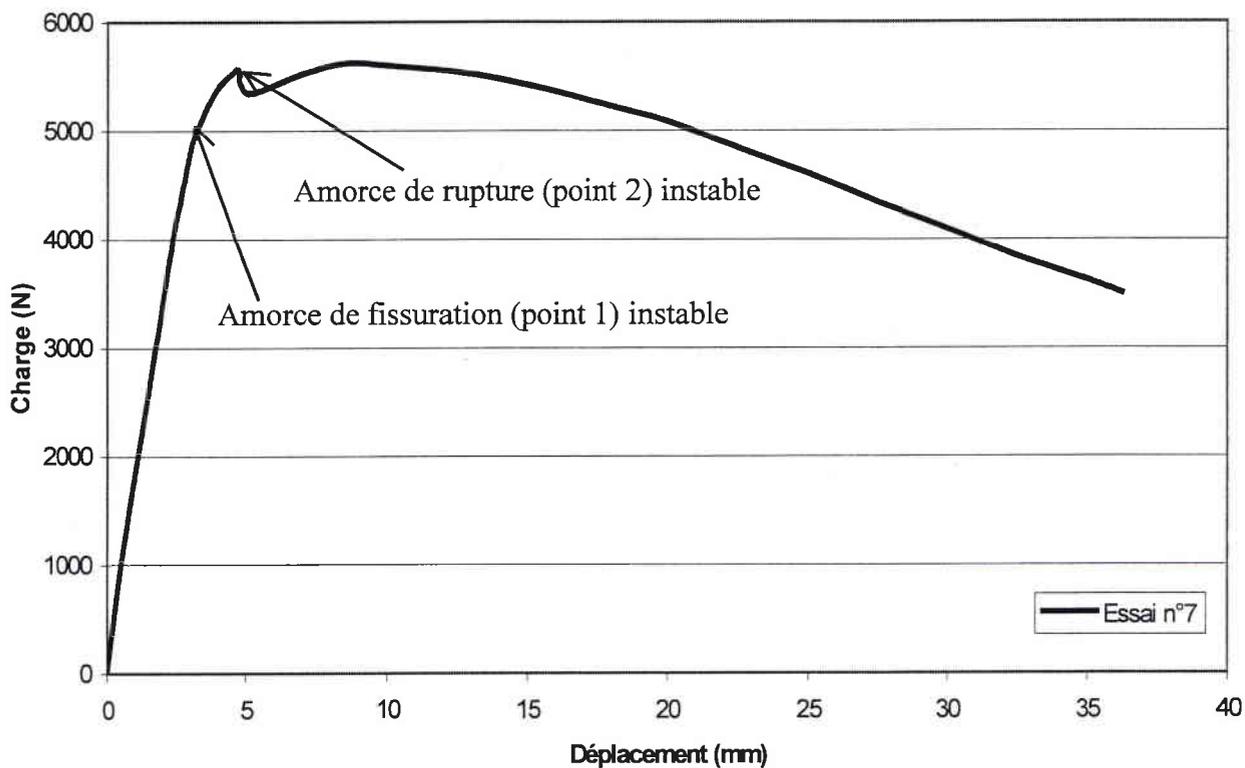


Figure N° IV.14 Courbe traduisant l'évolution de la charge en fonction du déplacement du vérin.

N° de l'essai	1ère fissuration instable (point 1)		Rupture du matériau (point 2)	
	Charge (N)	Déplacement (mm)	Charge (N)	Déplacement (mm)
6	5220	3,5	5670	7,5
7	5020	3,25	5560	4,75
8	4800	3,25	5480	5,25
9	5000	3,5	5460	4,5
10	4140	2,75	4500	3,25
11	4520	3,25		
12	4740	2,9		
13	4880	3,1		
<b>Moyenne</b>	<b>4790</b>	<b>3,1875</b>	<b>3333,75</b>	<b>3,15625</b>

Tableau N° IV-3 : Récapitulatif des charges critiques obtenues lors des essais.

Le premier saut correspond à l'apparition de la fissure sur l'éprouvette. Il est considéré comme étant le point de charge critique, puisque à partir de ce point la structure du matériau est très affaiblie. Le chargement au niveau de ce point sera considéré lors du calcul du facteur de concentration de contrainte critique :  $K_{p,c}$ .

A partir du point 2, la structure perd de sa cohérence et la résistance mécanique du matériau décroît jusqu'à la ruine de la structure.

### IV-2-3-3-Résultats obtenus en acoustique.

Le dépouillement des enregistrements nous conforte dans nos conclusions quant à l'interprétation des 2 sauts obtenus sur la courbe charge-déplacement. En effet, on peut constater sur les graphiques suivant que :

- ❖ L'énergie libérée au niveau de ces deux sauts n'est pas très importante,
- ❖ La durée d'émission et la quantité de salves obtenues augmentent dans ces deux zones,
- ❖ Les points obtenus à ces instants sont situés à proximité ou sur l'entaille.

#### Localisation des amorçages de fissures (essai 7)

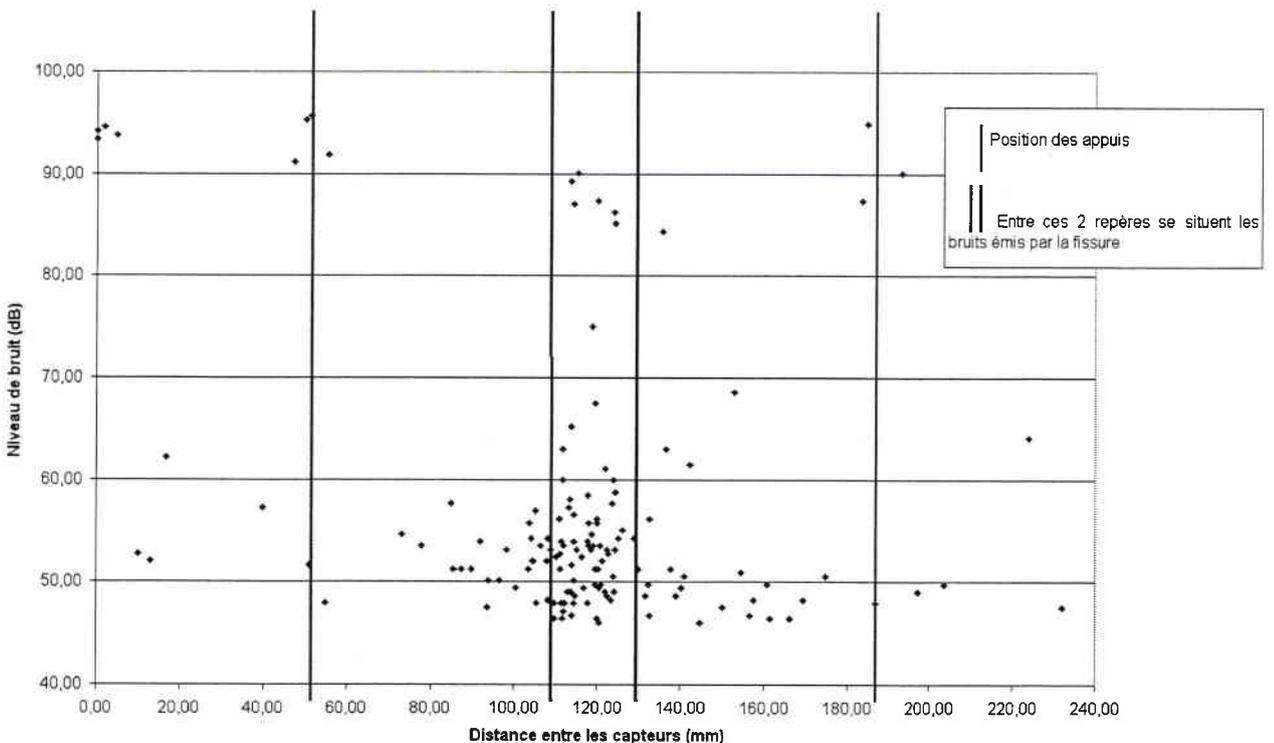


Figure N° IV.15 : Courbe charge-énergie en fonction du temps.

Evolution de la charge et de l'énergie en fonction du temps ( essai 7 )

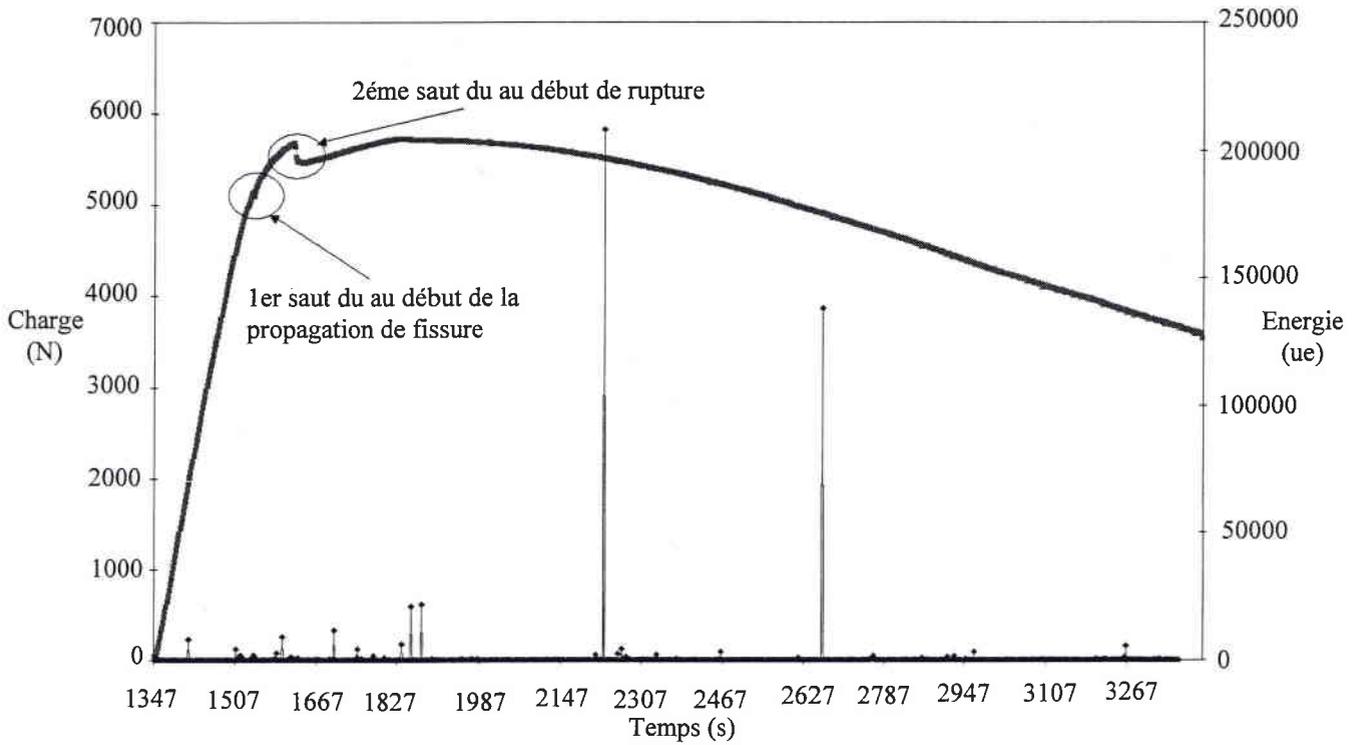


Figure N° IV.16 Courbe charge-énergie en fonction du temps.

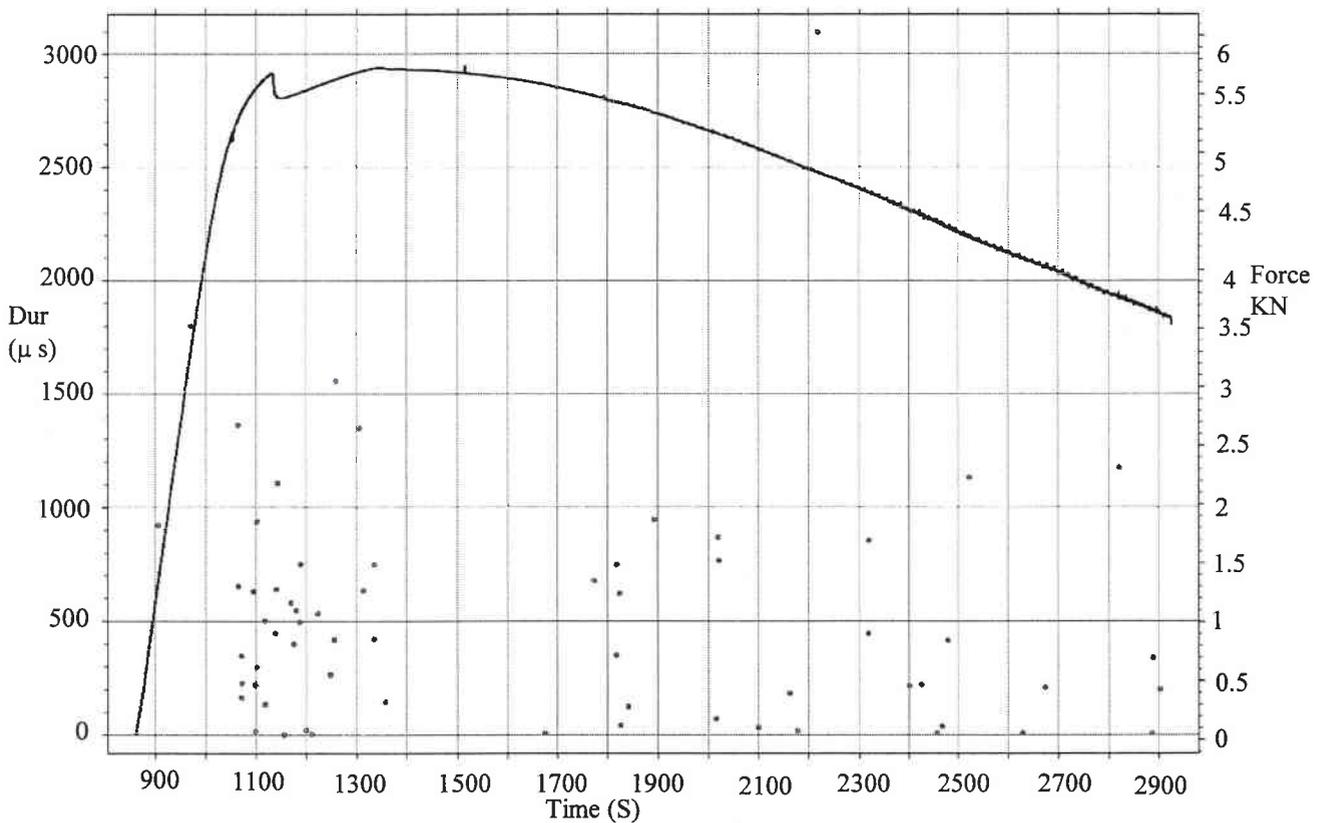


Figure N° IV.17 : Courbe charge-durée de l'émission acoustique en fonction du temps

Essai N°	Delta ( mm )	K <sub>Ic</sub> ( MPa√m
6	0.166	117.650
7	0.163	116.451
8	0.164	116.789
9	0.164	117.005
10	0.163	116.451
11	0.161	115.798
12	0.157	114.430
13	0.168	118.373
14	0.162	115.958
15	0.167	117.797
16	0.161	115.809
17	0.164	116.885
Moyenne	0.163	116.616

Tableau N° IV.4 : Résultats obtenus en acoustique

## IV-3 Condition en Service

### IV-3-1- Le programme Naturalhy

L'objectif principal du programme NATURALHY est de préparer les pays européens à un nouveau valeur d'énergie: l'hydrogène tout en identifiant et en enlevant les barrières potentielles qui entoure l'introduction de l'hydrogène dans la société. Le point fort de cette étude est l'utilisation du système étendu et existant de pipeline et servant au transport du gaz naturel. L'idée étant de transporter conjointement un mélange d'hydrogène et de gaz naturel.

Ce projet, a une durée de 5 ans et est doté d'un budget de 17,3 millions euro, dont 11 millions sont financés par la Commission Européenne.

Trente neuf associés participent à ce projet étendu, y compris des compagnies de gaz, des instituts de recherche et des universités de l'ensemble de l'Europe.

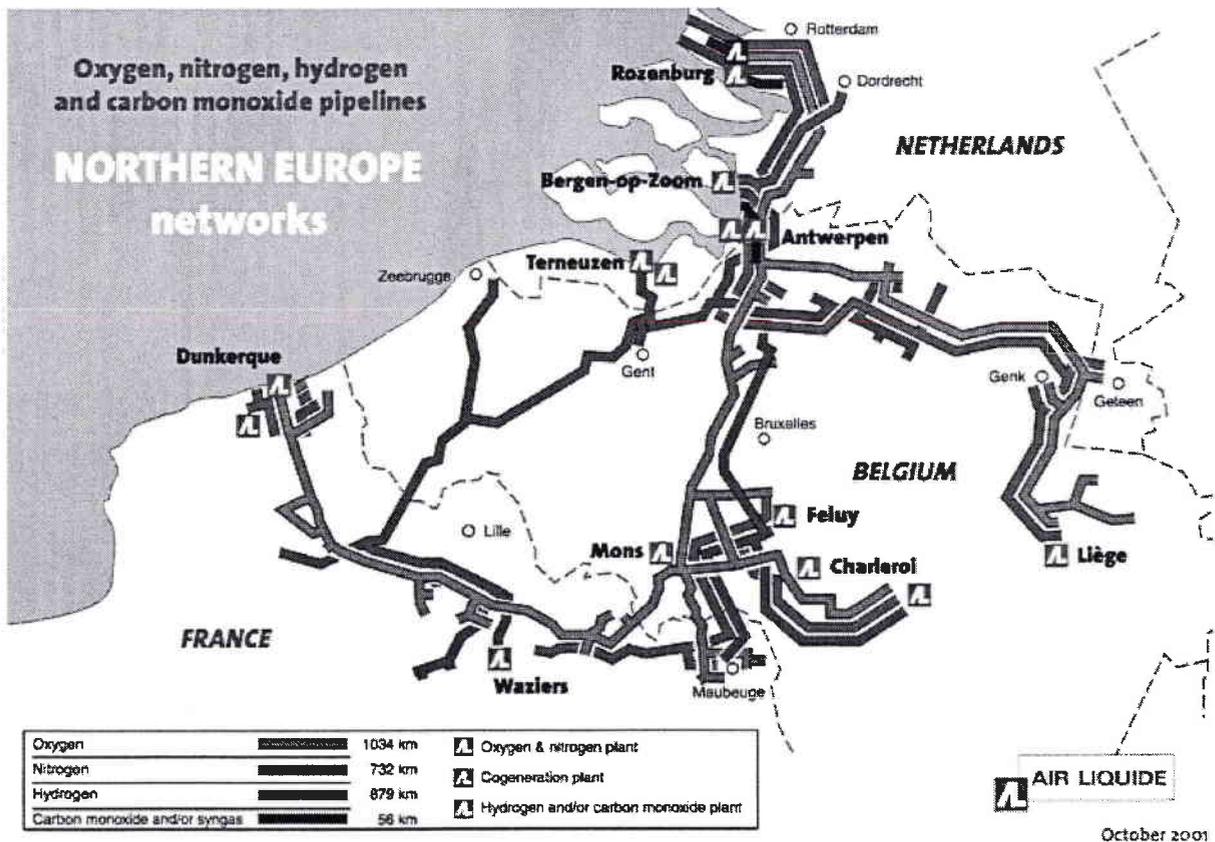


Figure N° IV.18 Réseau de distribution d'hydrogène en Europe du Nord par Air Liquide (Octobre 2001) [Airliquide 01]

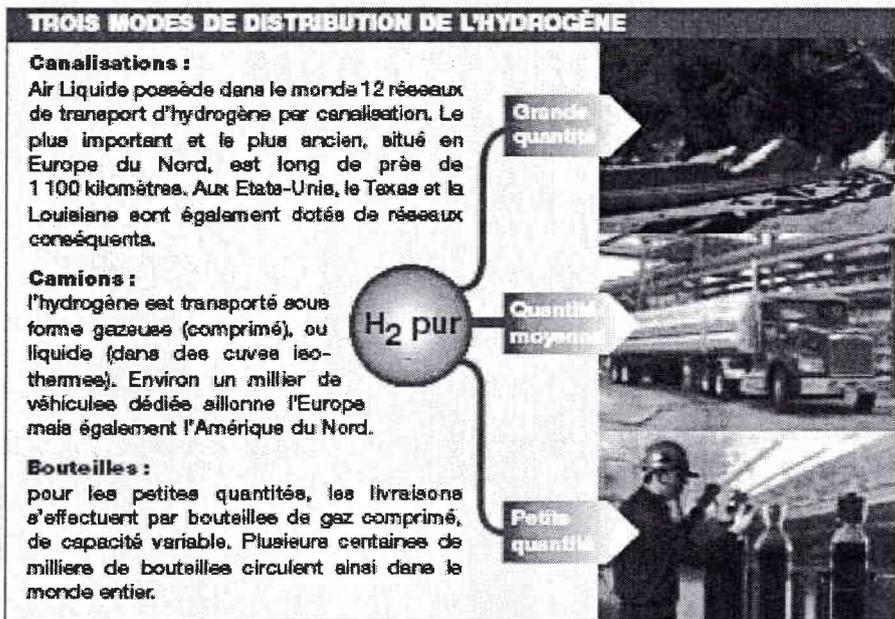


Figure N° IV.19 Les trois modes de distribution de l'hydrogène [Airliquide 01]

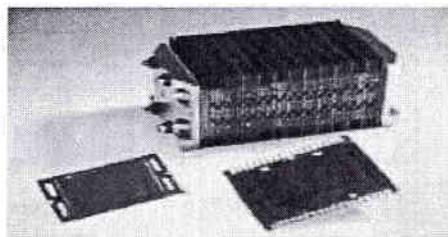
Les utilisations de cette nouvelle énergie sont les suivants :

a. Comme combustible dans des systèmes déjà connus et maîtrisés :

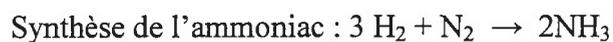
- les moteurs thermiques,
- les turbines à gaz,
- les chaudières.



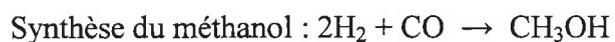
- b. Comme carburant dans des nouveaux convertisseurs d'énergie (les piles à combustibles)



- c. Dans l'agriculture, qui, au travers des engrais, utilise déjà des sous-produits de l'hydrogène comme des dérivés de l'ammoniac ou du méthanol.



- d. Dans l'industrie, pour la fabrication de résines, de caoutchouc ou d'autres produits de bases pour la synthèse chimique.



### IV-3-2 Etat des contraintes dans un gazoduc :

Le contenu du gazoduc est sous pression et cette pression constitue une source de contrainte qui s'exerce sur la paroi de la conduite. Le sol autour du pipeline peut bouger et constitue une autre source de contrainte. Les procédés de fabrication des conduites, tel le soudage, peuvent introduire des contraintes dites «résiduelles». Ce ne sont là que quelques exemples. Nous allons maintenant décrire ces sources de contraintes ainsi que d'autres.

Dans une conduite, les contraintes s'exercent dans deux directions: le long de la circonférence de la conduite (contrainte dite circonférentielle) et longitudinalement dans l'axe de la conduite (contrainte dite longitudinale ou axiale). Les fissures se forment de façon perpendiculaire à la direction de la contrainte principale de traction. On trouve le plus souvent des fissures longitudinales (axiales) car les contraintes circonférentielles sont les plus élevées; on les trouve aussi dans les zones de concentrations de contrainte axiale élevée (Figure IV-20).

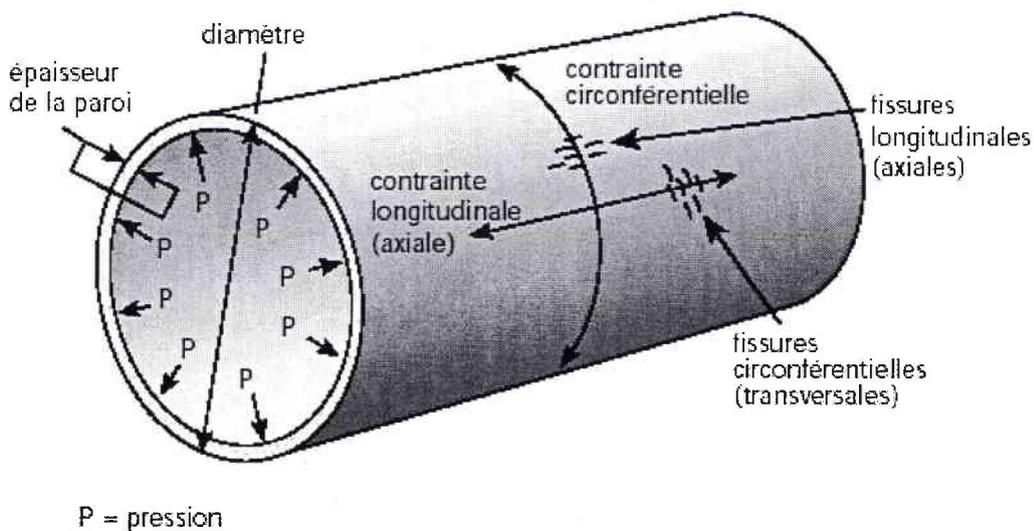


Figure IV-20 : Contraintes s'exerçant sur un gazoduc [FRIANT 00]

- Il y a plusieurs sources de contraintes circonférentielles : [FRIANT 00]

1) contrainte circonférentielle due à la pression interne de service; il s'agit normalement de la composante de contrainte la plus importante dans la conduite;

- 2) contrainte résiduelle introduite lors de la fabrication de la conduite ;
- 3) contrainte de flexion résultant de la pression interne s'exerçant sur une conduite ovalisée ;
- 4) contrainte locale au niveau des zones de concentration de contraintes, au niveau des soudures, ou associée à des stries, à des piqûres de corrosion, à des éraflures...
- 5) contrainte secondaire induite par les tassements et glissements de terrain ;
- 6) contrainte due aux changements de températures le long de l'axe du gazoduc ;

- Il y a aussi plusieurs sources de contraintes longitudinales (axiales) dans les conduites : [FRIANT 00]

- 1) contrainte longitudinale due à la pression interne de service et pouvant atteindre le tiers, voire la moitié de la contrainte circonférentielle;
- 2) contrainte secondaire qui exerce une flexion sur la conduite et introduit de fortes contraintes longitudinales, telles que glissements de terrain et tassements de sol;
- 3) contrainte due à une variation de température le long de l'axe du gazoduc.

#### **IV-3-2-1- Sources de contraintes dans la conduite en exploitation :**

Dans une conduite à paroi mince soumise à une pression interne uniforme  $p$ , les contraintes exercées sur l'acier sont normales et s'exercent dans les directions circonférentielles et longitudinales (cf. Figure IV-19). Comme il a été présenté, les sources de contraintes les plus importantes sont dues à la pression de service, aux efforts secondaires induits par les mouvements des sols et aux concentration local de contraintes à la surface de la conduite (Toute irrégularité à la surface de la conduite). Dans la présente section, chacune de ces composantes sera définie et ses effets examinés.

#### IV-3-2-2- Pression interne de service :

Les gazoducs fonctionnent à diverses pressions. Si on ne prend en compte que les contraintes dues à la pression de service (p), l'étude théorique de la répartition des contraintes dans un cylindre considéré comme infiniment long de diamètre de la conduite (D) et de l'épaisseur de la paroi (t), permet de déterminer les contraintes circonférentielles et longitudinales causées en utilisant l'expression mathématique suivante, dite formule de Barlow.

- Contraintes circonférentielles :

$$\sigma = \frac{pD}{2t}$$

- Contraintes longitudinales :

$\sigma = 0$  Si les bases du gazoduc sont libres.

$\sigma = \nu * \frac{PD}{2t}$  Si les bases du gazoduc sont bloquées.

Avec  $\nu = 0,3$  le coefficient de Poisson de l'acier.

Quel que soit le cas considéré la contrainte maximale est la contrainte circonférentielle

$$1/3 * \sigma_C \leq \sigma_L \leq 1/2 * \sigma_C$$

Ce résultat explique qu'en général, les fissures se propagent principalement dans la direction longitudinale de la conduite et que la rupture des conduites se produit dans cette même direction.

Comme la pression interne de service est en général la principale cause de contrainte, il est courant dans l'industrie d'exprimer la contrainte dans la paroi de la conduite en fonction de la contrainte circonférentielle, telle que calculée par la formule de Barlow, en pourcentage de la limite d'écoulement minimale spécifiée (LEMS) « Limite d'Elasticité Minimale Spécifiée » de l'acier utilisé dans la fabrication de la conduite. La contrainte circonférentielle maximale admissible détermine l'épaisseur de la paroi de la conduite pour une nuance d'acier donnée (donc pour une LEMS donnée).

Toutefois, la plupart des fabricants produisent en général des conduites dont la limite réelle d'écoulement est supérieure à la LEMS. La limite d'écoulement réelle peut être de 10 à

30 % supérieure à la LEMS. Par conséquent, dans un gazoduc exploité à 72 % de la LEMS, il se peut que la conduite ne soit sollicitée qu'à 60 % de sa limite réelle d'écoulement.

Pour l'acier utilisé pour cette étude, la limite d'élasticité minimale spécifiée (LÉMS) de l'acier X52 est égale à 52 Ksi soit 366 MPa. La Pression Maximale de Service (PMS) des gazoducs est telle qu'elle ne doit pas en principe dépasser 72% de la LÉMS soit une PMS de 265 MPa.

La pression interne dans un gazoduc varie ou fluctue continuellement. Dans un gazoduc, elle peut varier en fonction du débit auquel le gaz est injecté dans le réseau et prélevé aux points de livraison en aval. Les exploitants de gazoducs ne peuvent souvent pas contrôler ces débits. La figure IV-20 montre le profil de pression devant 20 jours d'un pipeline à produits liquides.

Pour bien caractériser la pression de service d'un gazoduc (et donc les contraintes), il faut tenir compte de trois facteurs :

- la pression, ou la pression maximale de service appliquée;
- la plage de fluctuation de la pression (qui, dans la figure IV-20, est de 1 250 à 5 750 kPa environ et la pression minimale, qui est de 22 % de la pression maximale de service) ;
- le taux de variation de la pression (variation quasi instantanée dans certains cas, et s'étalant sur plusieurs jours dans d'autres).

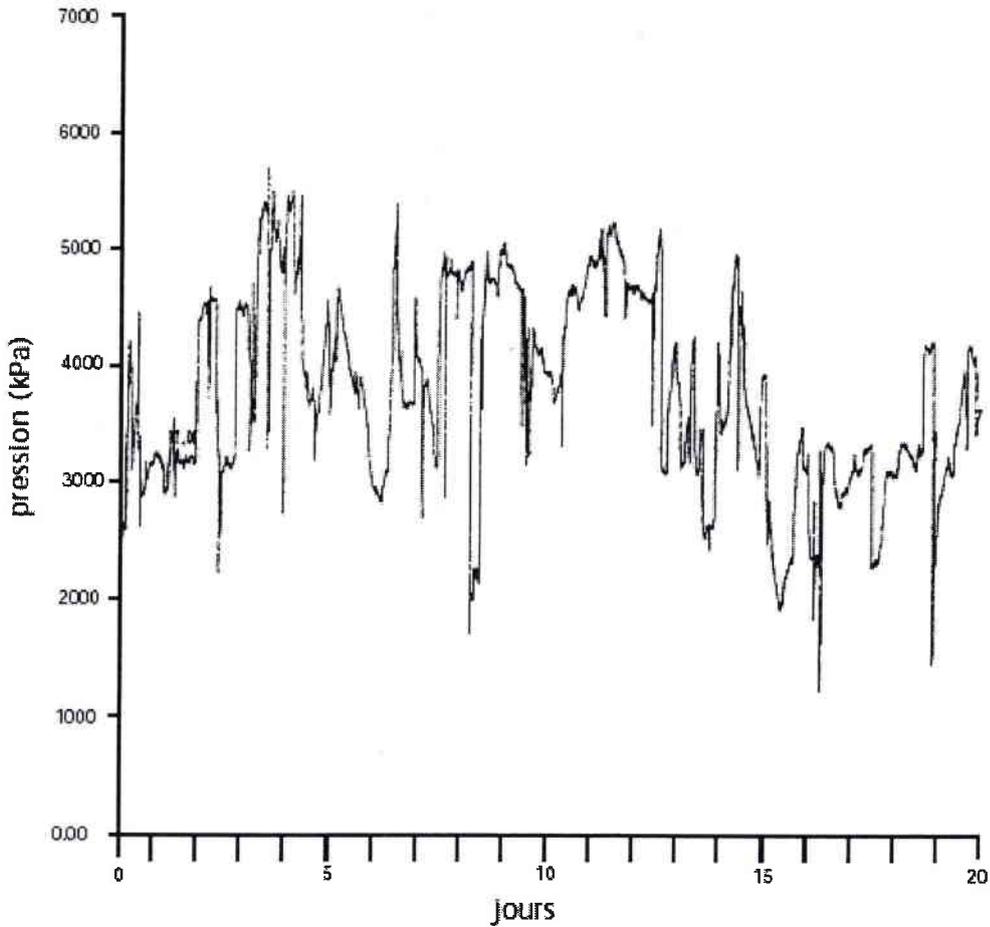


Figure N° IV-21 Profil de pression de 20 jours d'un pipeline à produits liquides

En général, dans un gazoduc, la pression minimale est de l'ordre de 85 % de la pression maximale de service. Dans les gazoducs, les contraintes fluctuent donc quotidiennement, hebdomadairement, mensuellement et annuellement. Les fluctuations sont couramment exprimées par le rapport  $R$  qui est le rapport de la contrainte minimale à la contrainte maximale, mesuré le long de la circonférence.

Dans le cadre de cette étude, le rapport de charge  $R$  qui a été donnée par l'industriel est de  $4/7$ , il caractérise le rapport de variation de la pression de service avec pour limite inférieure en pression 40 bars et limite supérieure en pression de l'ordre de 70 bars.

#### IV-3-2-3- Concentration locale de contraintes à la surface de la conduite :

Toute irrégularité sur la surface de la conduite peut être le siège d'une concentration de contraintes. Là où la surface est endommagée, entaillée ou piquée par la corrosion, les

contraintes circonférentielle et longitudinale à la surface sont plus élevées que dans le reste de la conduite.

Les piqûres peuvent être causées par l'acide carbonique, acide faible qui constitue l'électrolyte dans la fissuration à pH quasi neutre. Une fois formées, les piqûres ont tendance à acidifier davantage le milieu et à accroître les contraintes locales. De plus, lors du transport, l'hydrogène en contact direct avec la paroi du gazoduc entraîne une accélération de la dissolution de l'acier. La paroi de la conduite peut aussi s'amincir sous l'effet de la corrosion, ce qui a pour effet d'accroître localement les contraintes dans la paroi et de favoriser la fissuration.

Des dommages en surface comme des stries, des rainures ou des entailles peuvent être causés par des engins de construction.

#### **IV-3-2-3-1- Contraintes secondaires :**

Ces contraintes peuvent se manifester le long de la circonférence ou dans l'axe longitudinal. Elles proviennent le plus souvent d'un mouvement du sol tel un glissement ou un tassement de terrain, ou du poids du sol au-dessus de la conduite (remblais). Le niveau de ces contraintes est en général inconnu et difficile à prévoir; toutefois, selon le mouvement du sol, il peut être suffisamment élevé pour causer une défaillance de la conduite.

#### **IV-3-2-3-2- Contraintes longitudinales (axiales) :**

En plus des contraintes circonférentielles, les gazoducs en exploitation subissent des contraintes dans l'axe longitudinal. La pression du contenu de la conduite exerce aussi une contrainte axiale, qui est un pourcentage de la contrainte circonférentielle.

Par exemple, lorsqu'un gazoduc est complètement enterré et que le sol l'empêche de bouger longitudinalement, la contrainte axiale est de 28 % de la contrainte circonférentielle. Lorsque la conduite peut légèrement bouger longitudinalement, la contrainte axiale peut atteindre jusqu'à 50 % de la contrainte circonférentielle [FRIANT 00]. Les variations de température le long d'une conduite peuvent causer des contraintes thermiques axiales, mais l'ampleur de ces dernières reste faible.

### IV-4- défaillances des gazoducs :

Les causes des défaillances des gazoducs sont de diverses natures. Une défaillance peut se manifester soit par une rupture ou soit par une fuite. La plupart de ces défaillances peuvent être causées par la corrosion et la fissuration par corrosion sous contrainte (FCSC), elles peuvent également être causées par des agressions mécaniques extérieures (cf. figure N° IV-22). En effet, il arrive que les gazoducs soient endommagés ou perforés accidentellement lors de travaux d'excavation [DELAFOSSÉ 01].

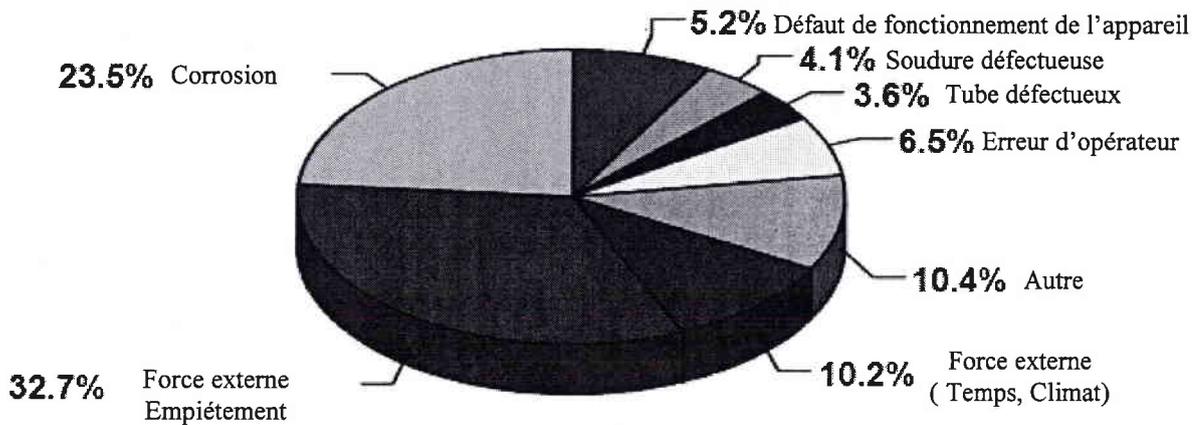


Figure N° IV-22 : Causes des ruptures de pipelines en cours d'exploitation enregistrées par les membres de l'ACPRÉ de 1985 à 1995 (Association canadienne des pipelines de ressources énergétiques)

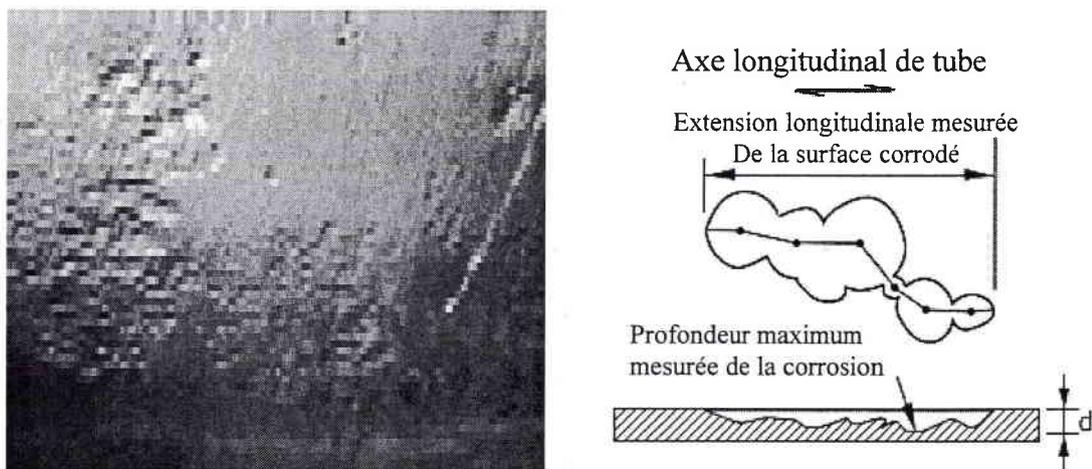


Figure N° IV.23 Présent un exemple de déffaux à cous de corrosion

Les problèmes d'amorçage des fissurations en fatigue et les ruptures émanant de concentrations de contraintes sont à l'origine de plus de 90% des ruptures en service. La présence d'une discontinuité géométrique telle qu'une entaille dans un pipeline va provoquer l'affaiblissement de sa résistance à la rupture en deux étapes, tout d'abord par la réduction de la section qui supporte la pression de service dans les gazoducs et les efforts secondaires causés par les mouvements des sols..., ensuite par un effet d'amplification locale de la contrainte.

Les gazoducs enterrés peuvent aussi être endommagés par des mouvements de terrain, comme les glissements. Les exploitants de gazoducs étudient ces problèmes depuis longtemps et possèdent une bonne connaissance des méthodes permettant de les gérer. Par contraste, l'industrie et les chercheurs ont encore la méconnaissance des effets de l'hydrogène qui affectent les aciers des gazoducs tels que la fissuration par corrosion, la fissuration induite par l'hydrogène, le phénomène de fragilisation de l'hydrogène.

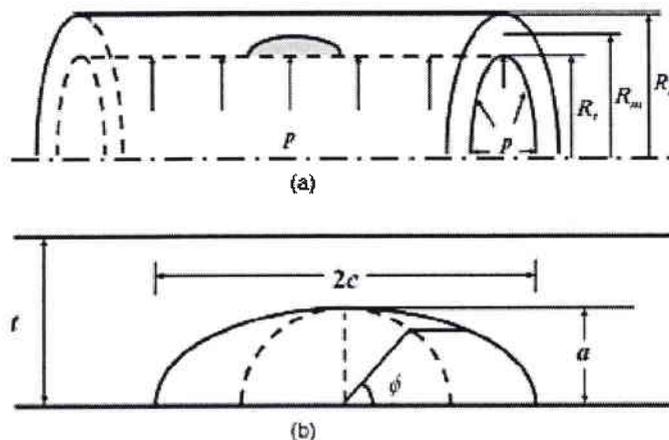


Figure N° IV.24 Un défaut interne semi elliptique

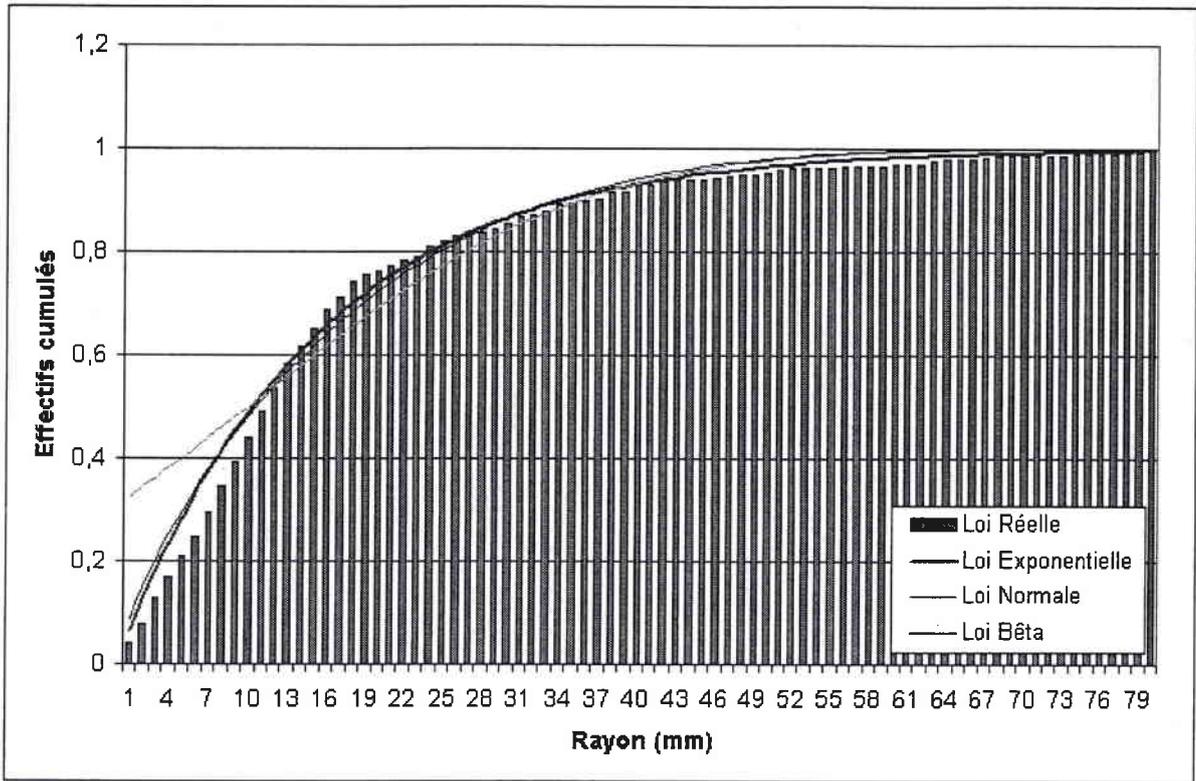


Figure N° IV.25 La distribution de défauts

La figure N° IV.25 montre une distribution réelle de défauts mesurée par Gaz de France cette distribution a été décrite par trois types de distribution ( Exponentielle, Normale et Béta). On constate que la figure IV.25 que la distribution exponentielle correspond le mieux à la distribution réelle.

# **CHAPITRE V**

## V-1- Introduction

Dans ce chapitre, nous allons calculer la probabilité  $Pr(\sigma_{\theta\theta})$  de rupture d'un tube soumis à une pression interne et présentant un défaut.

Trois types de défauts seront étudiés :

- semi sphérique (Ss),
- Semi elliptique (Se),
- longitudinal et de surface (Ls).

2 géométries de tubes seront considérées : la géométrie 1 pour les défauts (Se) et (Ss) ; la géométrie 2 pour le défaut (Ls).

Les résultats seront présentés sous la forme probabilité de rupture  $Pr(\sigma_{\theta\theta})$  en fonction de la contrainte circonférentielle pour les 3 cas étudiés.

## V-2- Défaut semi sphérique dans le tube de géométrie 1

### V-2-1 Géométrie du défaut

Le défaut considéré est une fissure semi sphérique. Ce défaut reproduit un cratère de corrosion. La figure ci-dessous donne les dimensions du défaut notamment son grand axe  $2c$  et sa profondeur  $a$ . Le rapport d'ellipticité est  $2c/a = 2$ .

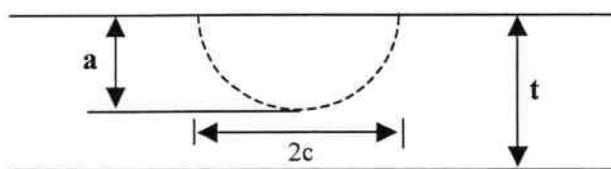


Figure N° V-1 Géométrie du défaut semi - sphérique

V-2-2- Géométrie du tube

Le tube considéré a un diamètre de 219,1 mm et une épaisseur de paroi de 6,1 mm

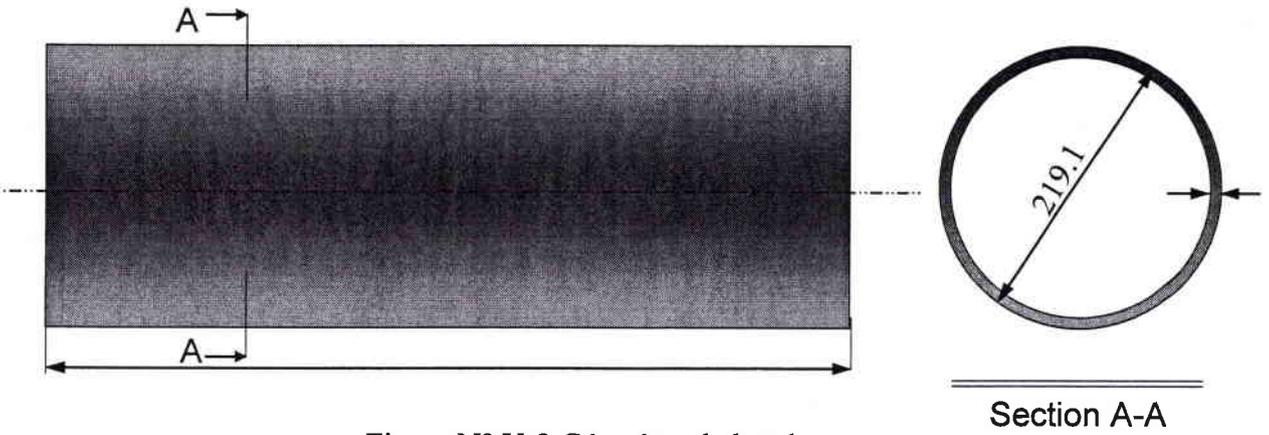


Figure N° V-2 Géométrie de la tube

V-2-3- Facteur d'intensité de contrainte d'un défaut transverse

Le facteur d'intensité de contraintes pour un défaut de surface semi sphérique est donné dans le code SINTAP et issu de la référence [S Al Laham 99] sous la forme suivante :

$$K_I = \frac{PR_m}{t} \sqrt{\pi a} F\left(\frac{R_i}{t}, \frac{2c}{a}, \frac{a}{t}\right)$$

$R_i$  est le rayon intérieur,  $t$  est l'épaisseur du tube,  $R_m$  est le rayon moyen.

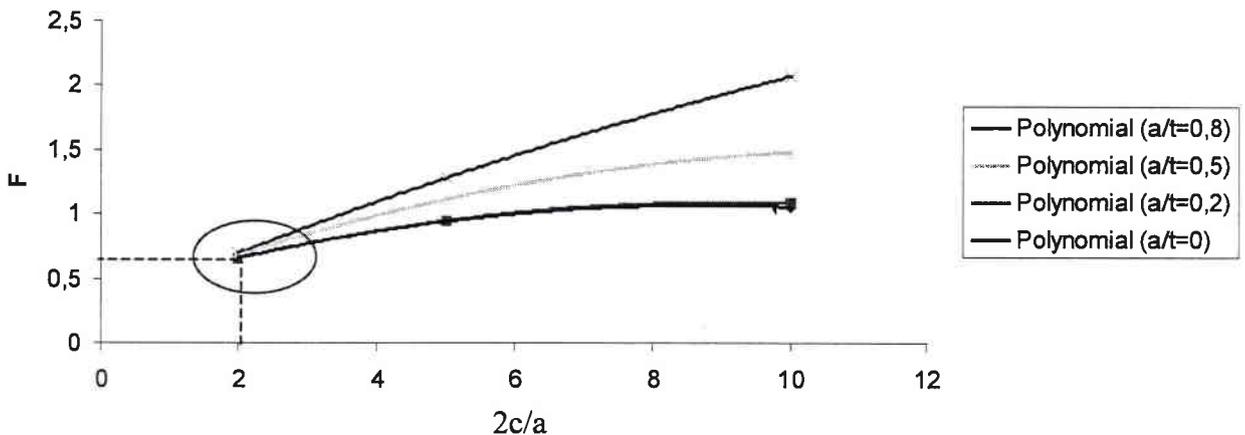


Figure N° V-3 variation de la fonction de géométrie F avec  $a/t$ ,  $2c/a$

La figure suivante précise les valeurs de F autour de  $2c/a = 2$  pour  $a/t$  variable. La fonction de correction de géométrie dans notre cas  $2c/a = 2$ ,  $R_i/t = 17$ ,  $a/t = 0.49$  prend la valeur

$$F\left(\frac{R_i}{t}, \frac{2c}{a}, \frac{a}{t}\right) = 0.675$$

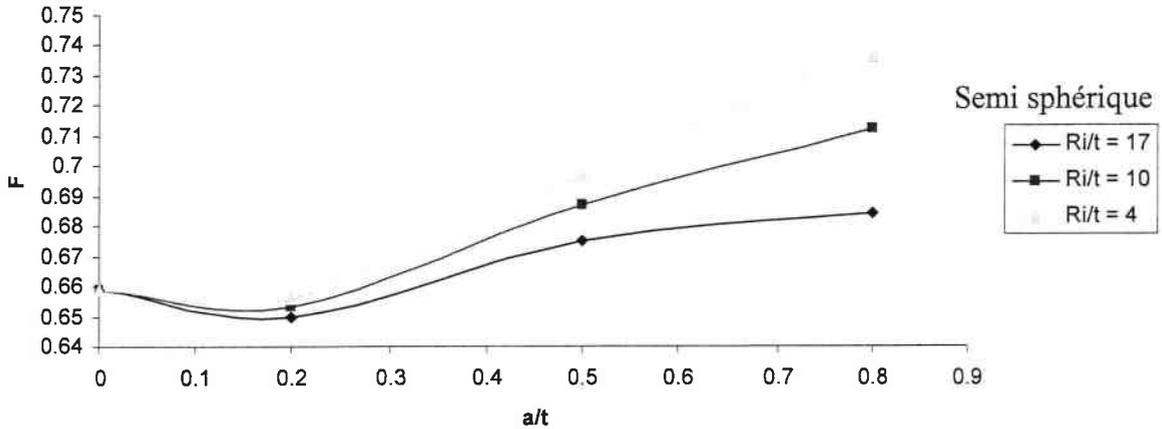


Figure N°V-4 : correction de géométrie d'un défaut semi sphérique

Nous trouvons dans la figure N° V-4 que la variation de F est très petite. Nous considérerons donc F comme constant  $F = 0.675$

#### V-2-4- Distribution des propriétés mécaniques

On donnera les distributions en fonction du coefficient de variation  $CV = \text{écart type} / \text{moyenne}$

Pour la limite d'élasticité on utilisera la loi normale :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sigma} - \frac{1}{cv}\right)^2\right]$$

avec  $CV = 0,1$  et  $\mu = 410$  MPa

Pour la résistance ultime on utilisera la loi normale avec  $CV = 0,1$  et  $\mu = 528$  MPa.

Pour la ténacité, la loi de Weibull

$$f(x) = cmx^{m-1} \exp(-cx^m)$$

$$\mu = \frac{c^{-1}}{m\Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right)}, \quad \sigma = \frac{c^{-2}}{m\left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{m}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{m}\right)\right]}$$

avec  $CV = 0.1$  et  $\mu = 116 \text{ MPa}\sqrt{m}$

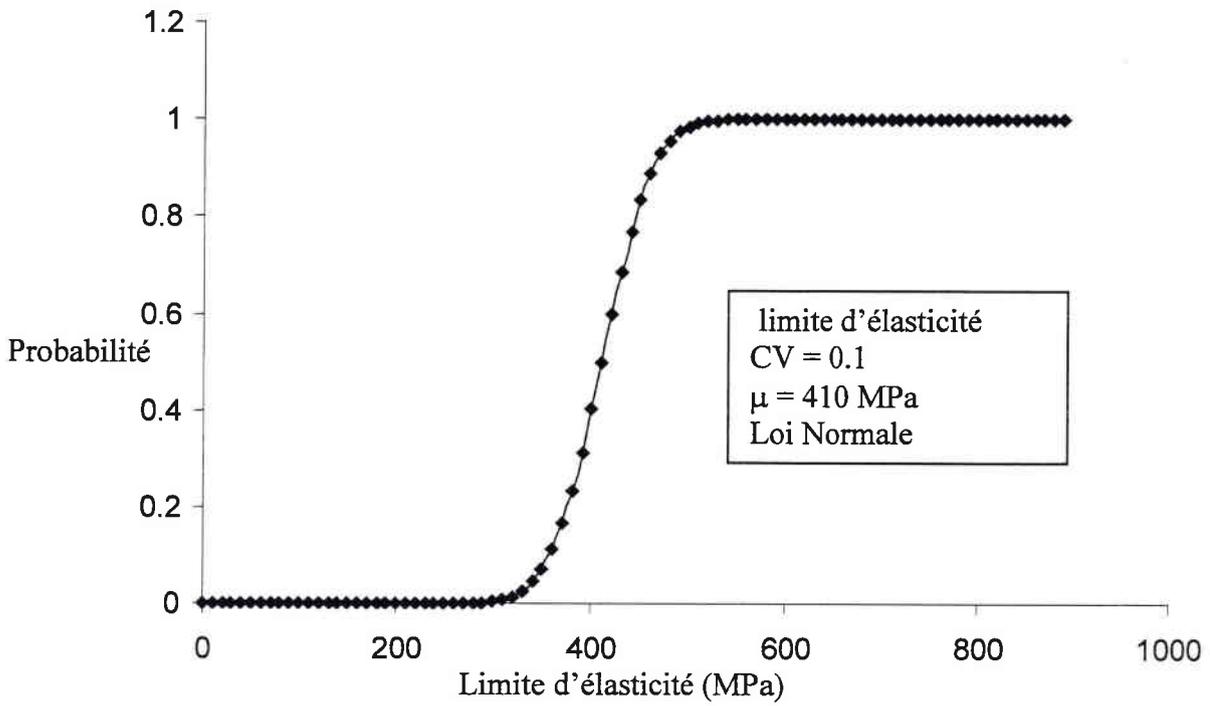


Figure N° V-5 distribution cumulée de la limite d'élasticité.

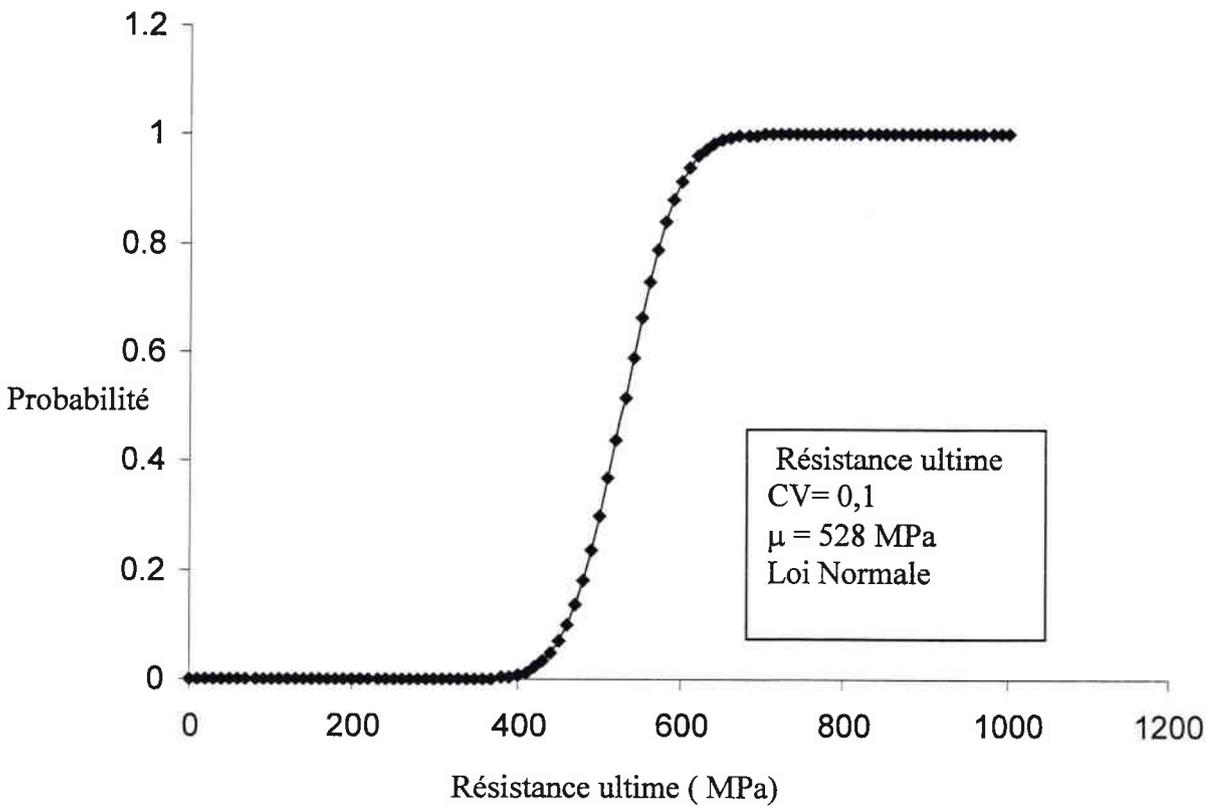


Figure N° V-6 distribution cumulée de la résistance ultime.

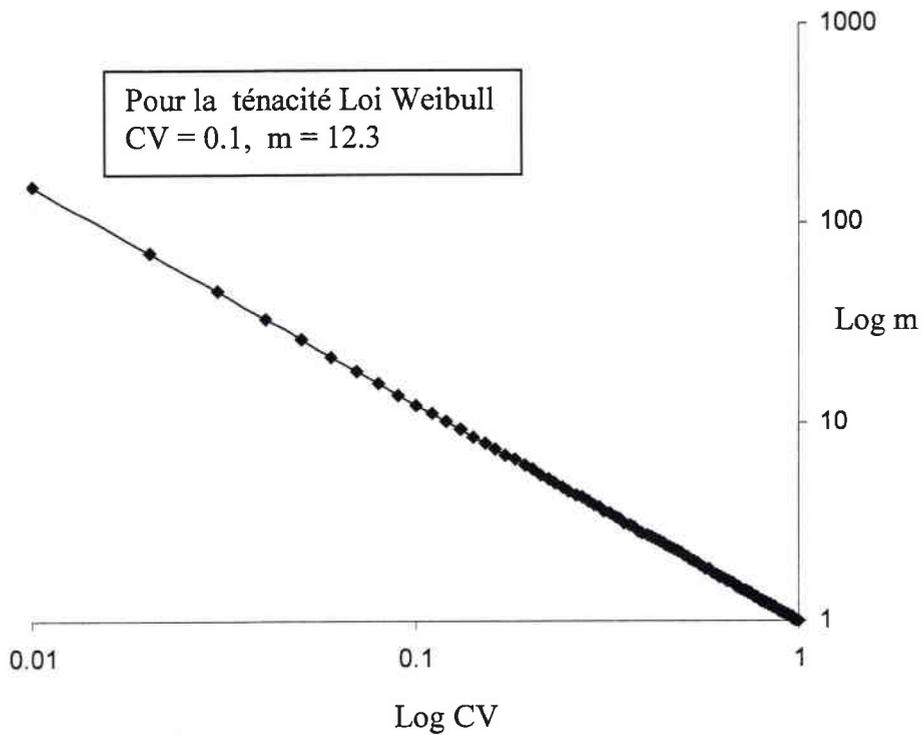


Figure N° V-7 courbe entre le Log CV et Log m pour la ténacité

Remarquons que le coefficient de variation de 0,1 associé à la distribution de Weibull conduit à une valeur du module de Weibull de 12,3.

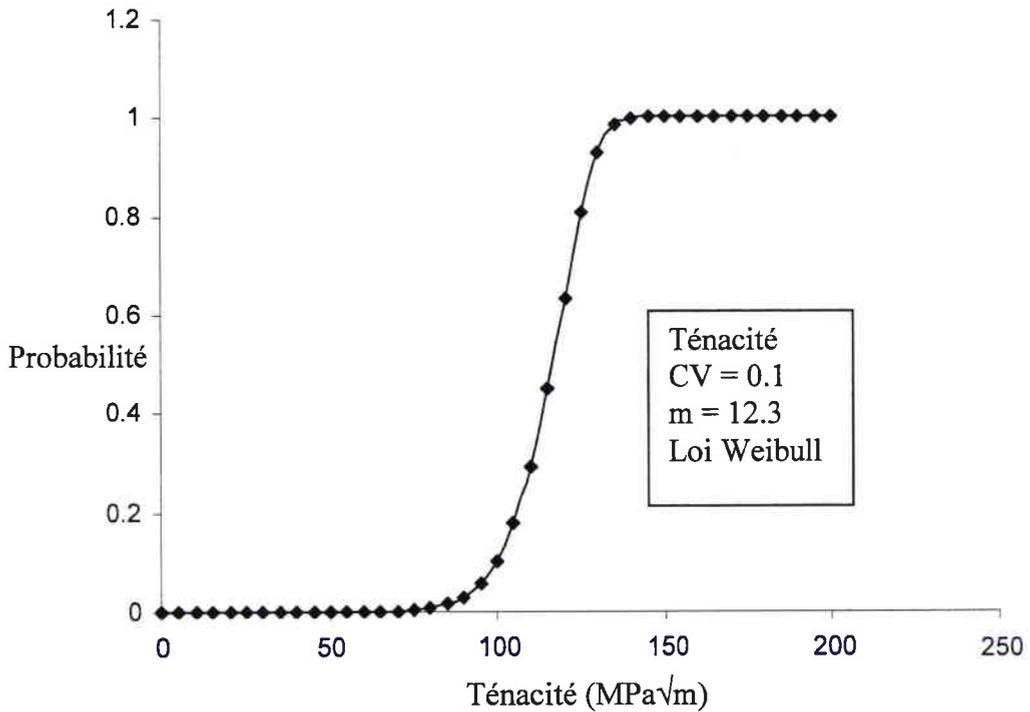


Figure N° V-8 distribution cumulée pour la ténacité.

V-2-5-Distribution des pressions maximales

Dans notre cas, nous allons utiliser une pression fixe de 70 bars qui conduit à une contrainte circonférentielle de 125 MPa.

V-2-6-Distribution des défauts

Le figure suivante montre trois distributions supposées des défauts, exponentielle, normale log normale avec le coefficient de variation  $CV = 0.1$ , et la moyenne  $\mu = 3$  mm

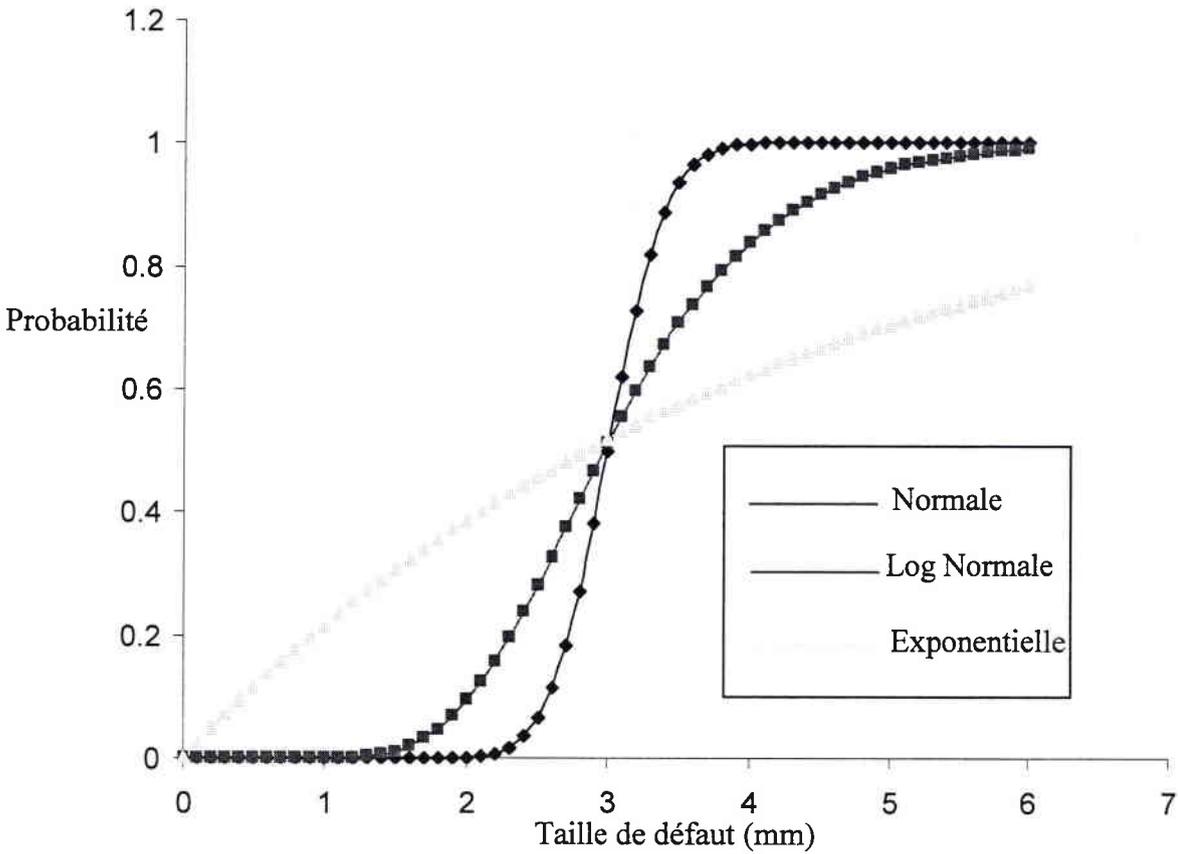


Figure N° V-9 distribution cumulée de la profondeur du défaut avec  $CV = 0.1$  et  $\mu = 3$  mm.

V-2-7- Résultats

Dans la figure N° V-10, nous avons tracé la probabilité de rupture en fonction de la contrainte circonférentielle pour un défaut semi sphérique pour les trois distributions de défaut, exponentielle, normale et log normale. Les résultats ont été obtenus en utilisant les méthodes FORM/SORM. Les valeurs des contraintes associées à une probabilité de rupture de  $10^{-6}$  sont reportées dans le tableau N° V.1.

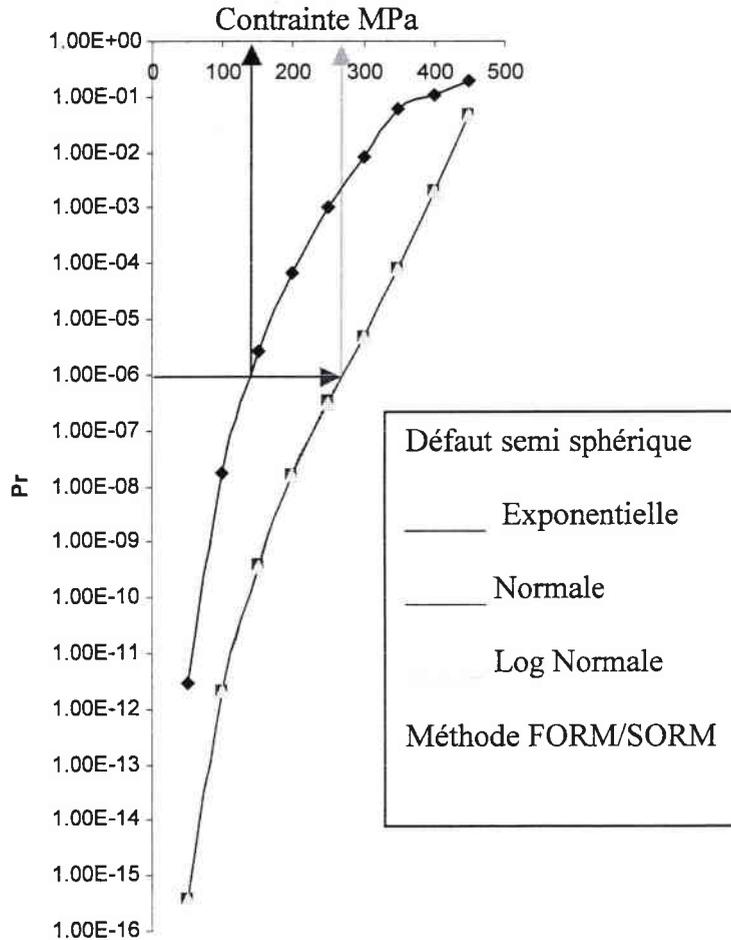


Figure N° V-10 Probabilité de rupture d'un défaut semi sphérique pour différentes méthodes

Probabilité de rupture d'un défaut semi sphérique distribuer selon différentes distributions mais avec la même valeur moyenne.

	Exponentielle	Normale	Log Normale
Contrainte pour une probabilité de rupture de $10^{-6}$	140 MPa	275 MPa	275 MPa

Tableau N° V.1 valeurs des contraintes associées à une probabilité de rupture de  $10^{-6}$ .

La loi exponentielle donne la plus faible contrainte pour la même probabilité de rupture associée ; les distributions normale et log normale donnent le même résultat.

Pour des raisons conservatives nous utiliserons la distribution exponentielle dans ce qui suit.

La figure suivante donne la probabilité de rupture en utilisant la méthode FORM/SORM pour la même dimension du tuyau, le même matériau et pour une distribution de profondeur de défaut exponentielle pour un niveau de contrainte moyenne 140 MPa .

Les courbes pour les méthodes FORM/SORM sont identiques et seront dénommées de façon unique sous le terme FORM/SORM

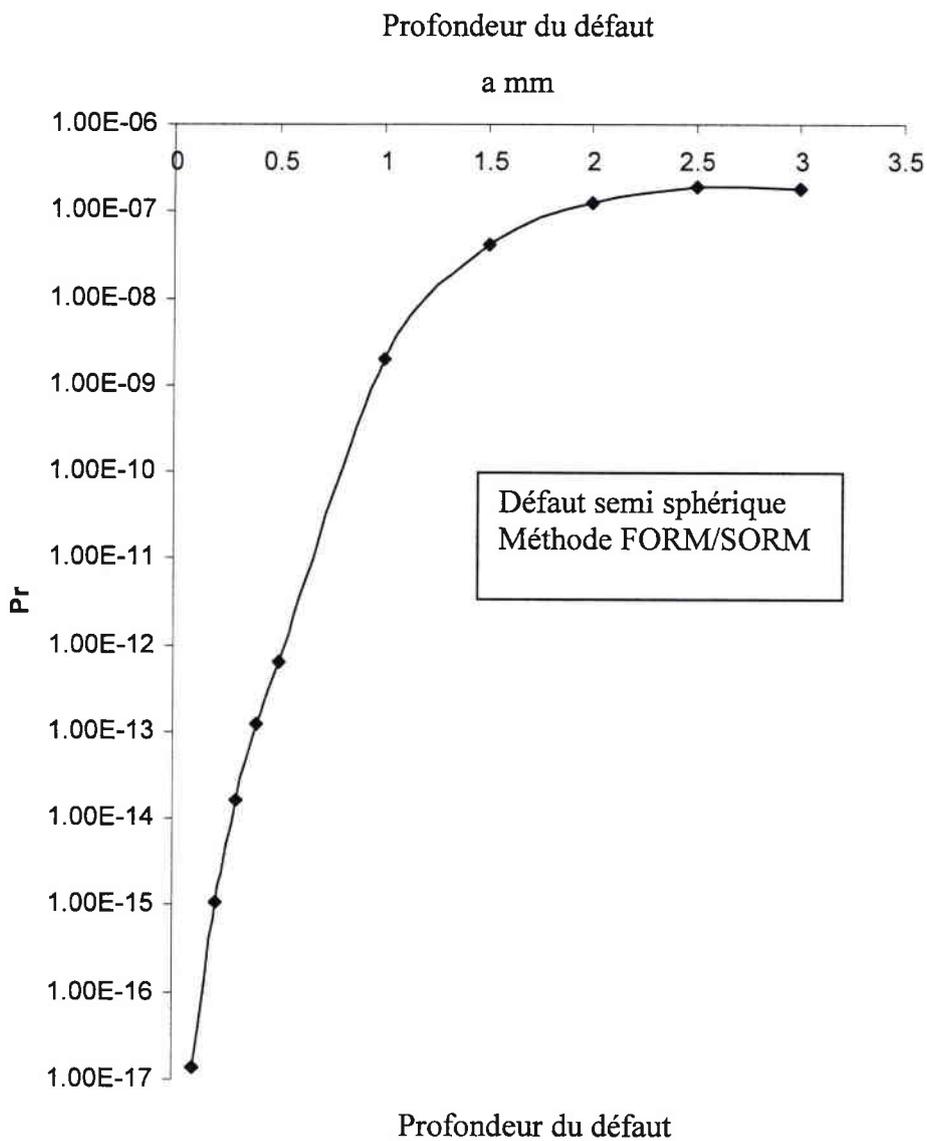


Figure N° V-11 Probabilité de la rupture pour différentes profondeurs de défaut semi sphérique

La figure suivante donne la probabilité de rupture par utilisation des méthodes Monte-Carlo, FORM/SORM pour la même dimension le même matériau et pour la distribution exponentielle du défaut avec  $\mu = 3$  mm, et avec une pression de 70 bar.

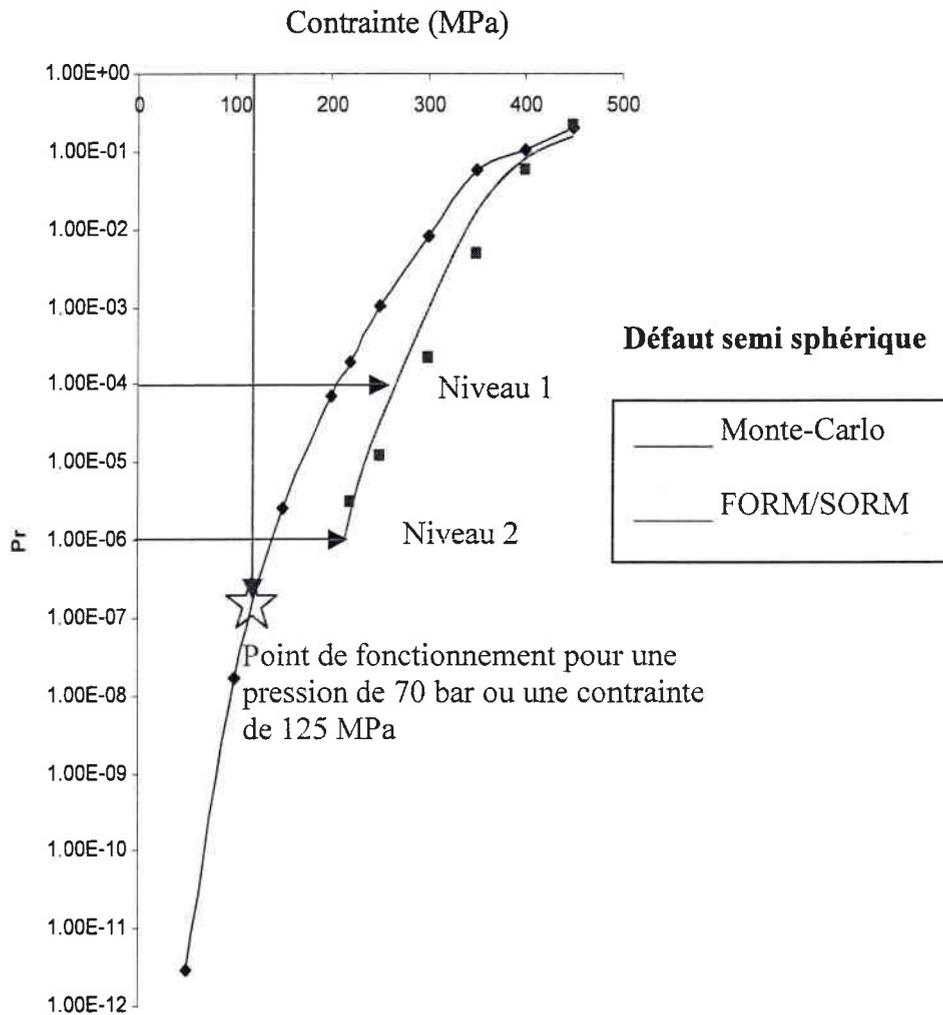


Figure N° V-12 Comparaison des courbes de probabilité contrainte entre les trois méthodes pour un défaut semi sphérique

Le niveau 1 est pris en considération lorsqu'il y a un risque de vie humaine en jeu, alors que le facteur de sécurité sera défini par une probabilité de défaillance conventionnelle  $10^{-6}$  (niveau 2).

Nous remarquons que la méthode Monte-Carlo :

- est une méthode générale et applicable à tous types de distributions,
- ne requiert pas de conditions particulières sur les fonctions de défaillance,
- cette méthode est précise c'est-à-dire que : si le nombre de simulation  $N$  tend vers  $+\infty$  la méthode converge vers le résultat exact,
- est une méthode efficace et simple à mettre en œuvre.

Du point de vue d'efficacité, le temps associé à la méthode de Monte-Carlo augmente avec la probabilité de défaillance et avec la dimension de l'espace des variables.

Cette méthode n'est pas économique en temps de calcul pour une probabilité supérieure à  $10^{-6}$ .

Les méthodes FORM /SORM présentent les caractéristiques suivantes :

- l'efficacité de ces méthodes est grand surtout pour les cas de petites probabilités,
- le temps de calcul est indépendant du niveau de la probabilité.

Par contre :

Il n'existe pas toujours une forme analytique pour la transformation entre les deux espaces.

L'erreur sur les résultats de ces méthodes est difficilement estimable.

Les deux méthodes donnent des résultats différents. Ce point sera discuté ultérieurement.

V-3- Défaut semi elliptique dans le tube de géométrie 1

V-3-1-La géométrie du défaut

Le défaut considéré est un défaut semi elliptique. La figure ci-dessous montre la forme et les dimensions du défaut notamment la longueur qui est de  $2c$  et la profondeur qui est  $a$  avec  $2c/a = 10$

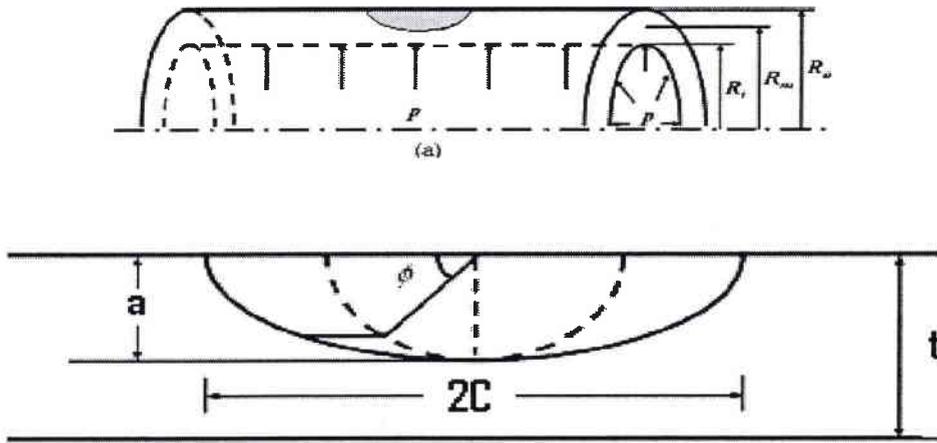


Figure N° V-13 géométrie du défaut semi elliptique.

V-3-2-Géométrie du tube

Le tube considéré a un diamètre de 219,1 mm et une épaisseur de paroi de 6,1 mm

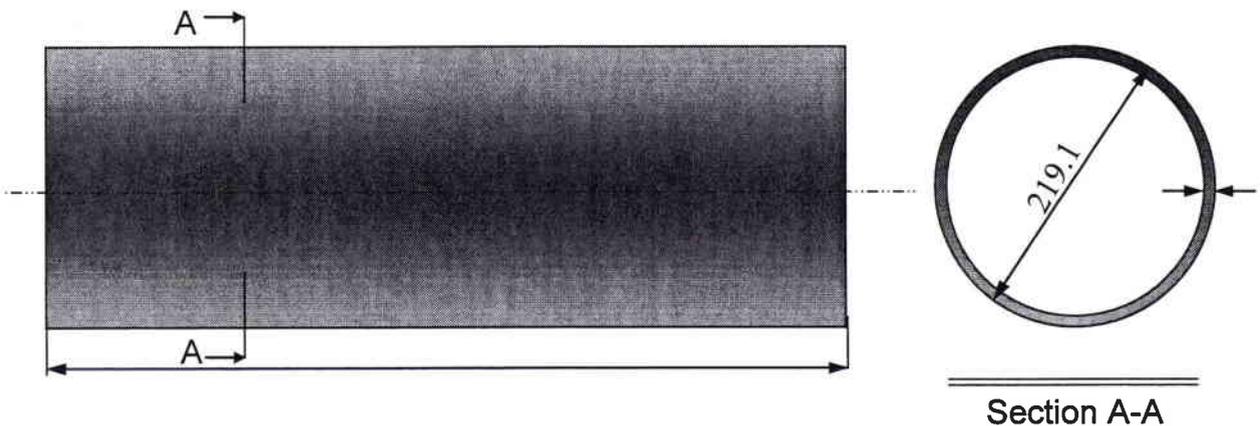


Figure N° V-14 Géométrie du tube2

V-3-3-Facteur d'intensité de contrainte d'un défaut semi elliptique

Le facteur d'intensité de contraintes pour un défaut de surface semi elliptique est donné dans le code SINTAP [S Al Laham 99] sous la forme suivante :

$$K_I = \frac{PR_m}{t} \sqrt{\pi a} F\left(\frac{R_i}{t}, \frac{2c}{a}, \frac{a}{t}\right)$$

$R_i$  est le rayon intérieur,  $t$  est l'épaisseur du tube et  $R_m$  est le rayon moyen.

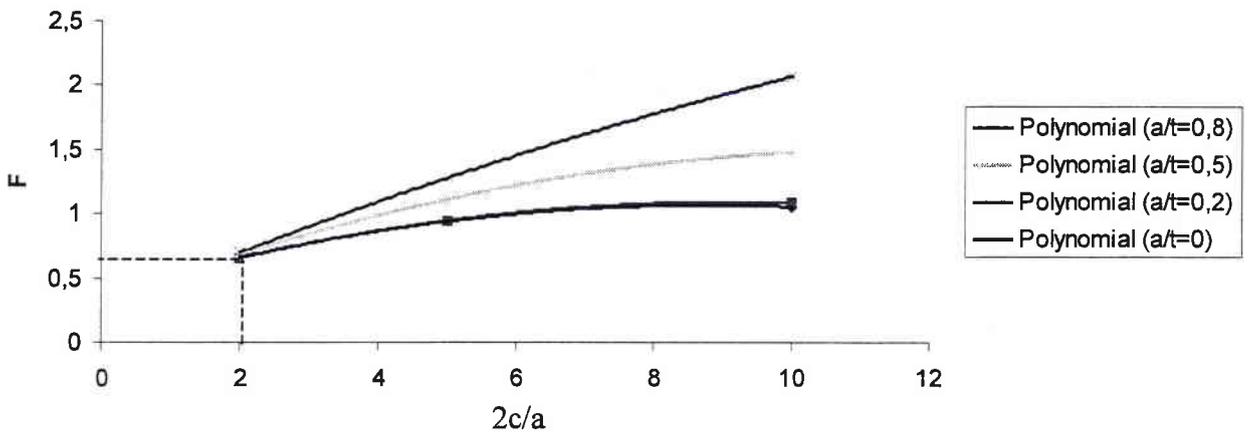


Figure N° V-15 variation de la fonction de géométrie F avec  $a/t$  ,  $2c/a$

La figure suivante représente l'effet de la variation de  $a/t$  sur la fonction de correction géométrique pour une valeur de  $2c/a = 10$ .

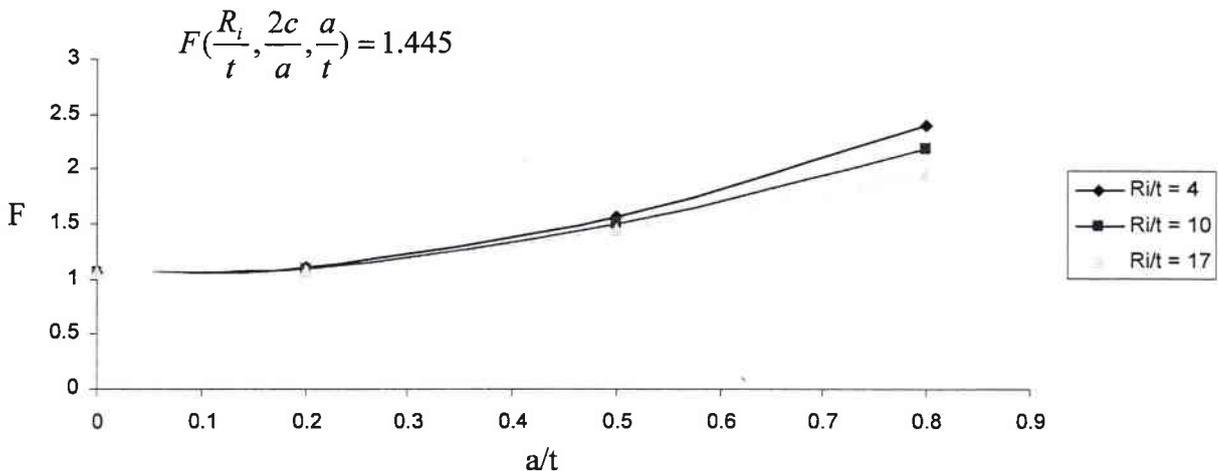


Figure N° V-16 Correction de géométrie d'un défaut semi elliptique

Nous avons remarqué que la variation de F est très petite pour notre cas  $Ri/t = 17$ . Donc nous avons choisi F comme constante égal à 1.445.

#### V-3-4-Distribution des propriétés mécaniques et du chargement

On donne les distributions en fonction du coefficient de variation  $CV = \text{écart type} / \text{moyenne}$ .

Pour la limite d'élasticité on utilisera la loi normale, avec  $CV = 0,1$  et  $\mu = 410$  MPa.

Pour la Résistance ultime on utilisera la loi normale, avec  $CV = 0,1$  et  $\mu = 528$  MPa.

Pour la ténacité c'est la loi de Weibull qui sera utilisée, avec  $CV = 0.1$  et  $\mu = 116$  MPa $\sqrt{m}$ .

Avec les mêmes dimensions de tuyau, le même matériau, on utilisera une distribution de défaut exponentielle avec  $\mu = 3$  mm.

Dans notre cas, nous allons utiliser une pression fixe de 70 bars qui conduit à une contrainte circonférentielle de 125 MPa.

La figure suivante donne la probabilité de rupture en utilisant les méthodes Monte-Carlo et FORM/SORM pour un défaut semi elliptique.

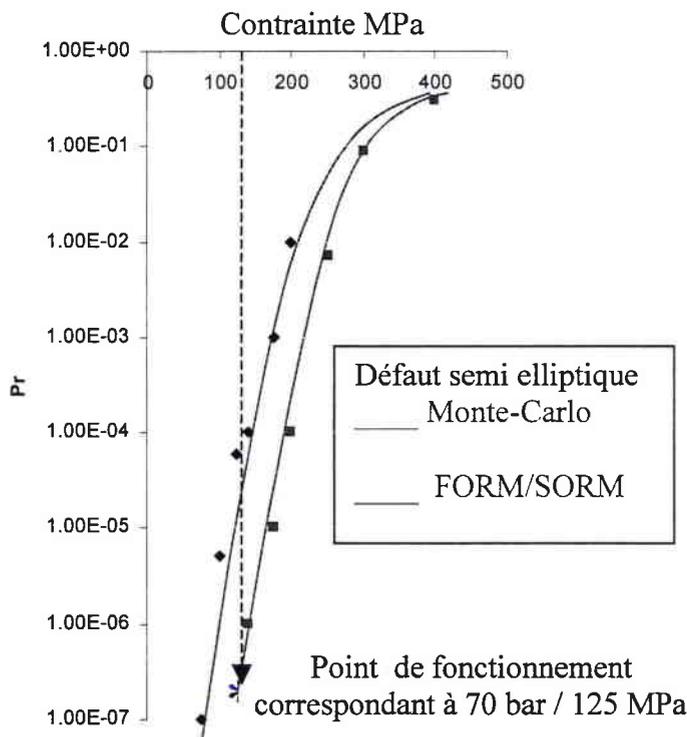


Figure N° V-17 Comparaison des courbes de probabilité de rupture en fonction de la contrainte obtenues avec les trois méthodes statistiques pour un défaut semi elliptique.

Nous pouvons remarquer encore que la méthode Monte-Carlo est moins conservative que la méthode FORM/SORM spécialement dans le domaine des faibles probabilité de rupture.

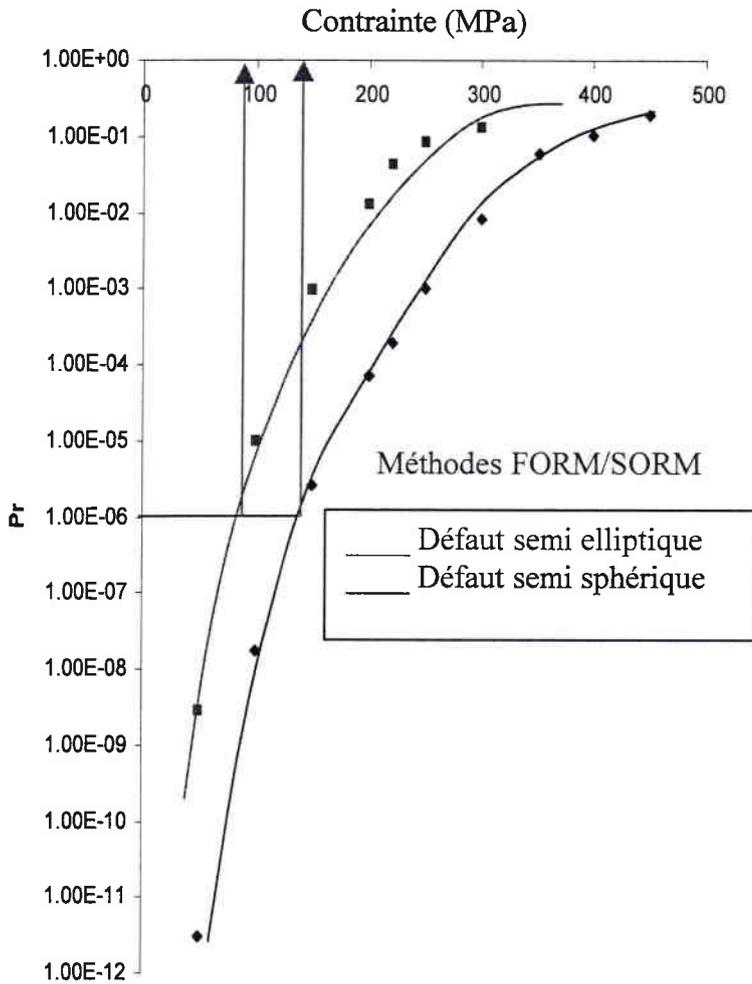


Figure N° V-18 Comparaison entre les défauts Semi sphérique et semi elliptique

La figure N° V.18 donne la probabilité de rupture par utilisation des méthodes FORM/SORM pour la même dimension de tuyau, le même matériau et une distribution exponentielle du défaut et pour deux défauts (semi elliptique et semi sphérique). Nous avons trouvé que le défaut semi elliptique est plus critique que le défaut semi sphérique. Pour la même probabilité de rupture  $10^{-6}$  la contrainte associée est plus faible.

Probabilité $10^{-6}$	Semi sphérique	Semi elliptique
Contrainte	140 MPa	80 MPa

Tableaux N° V.2 Contraintes de rupture associées à un niveau de probabilité de rupture de  $10^{-6}$  pour deux types de défauts semi sphérique, et semi elliptique.

#### V-4-Défaut longitudinal et de surface

##### V-4-1-Géométrie du tube (Géométrie 2)

Le tube considéré a un diamètre de 273 mm et une épaisseur de paroi de 24 mm

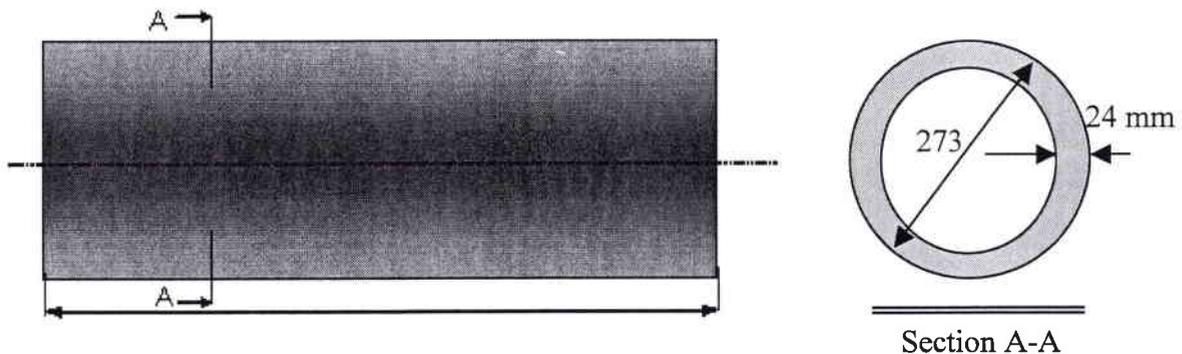


Figure N° V-19 Géométrie du tube 3

Le défaut 3 est une fissure longitudinale et débouchant. Sa profondeur moyenne est  $a = 2.25$  mm. La distribution du défaut est supposée exponentielle. Le défaut est supposé semi-elliptique de grand axe  $2c = 15$  mm avec  $a/2c = 0.15$

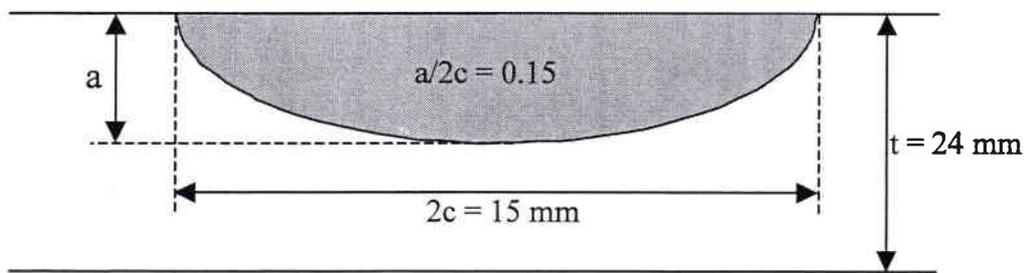


Figure N° V-20 Géométrie du défaut 3

V-4-2- Facteur d'intensité de contrainte d'un défaut longitudinal et de surface

Le facteur d'intensité de contraintes pour un défaut de surface longitudinal et de surface est donné dans le code SINTAP [S Al Laham 99] sous la forme suivante :

$$K_I = \frac{PR_m}{t} \sqrt{\pi a} F\left(\frac{R_i}{t}, \frac{2c}{a}, \frac{a}{t}\right)$$

$R_i$  est le rayon intérieur,  $t$  est l'épaisseur du tube et  $R_m$  est le rayon moyen.

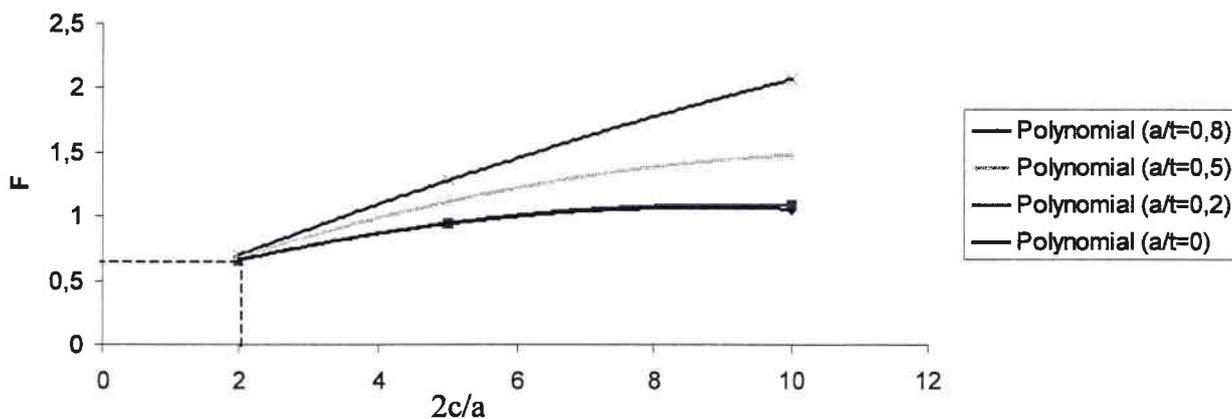


Figure N° V-21 variation de la fonction de géométrie F avec  $a/t$ ,  $2c/a$ .

La figure suivante représente l'effet de la variation de  $a/t$  sur la fonction de correction géométrique pour une valeur de  $2c/a = 6.6$ .

$$F\left(\frac{R_i}{t}, \frac{2c}{a}, \frac{a}{t}\right) = 0.98$$

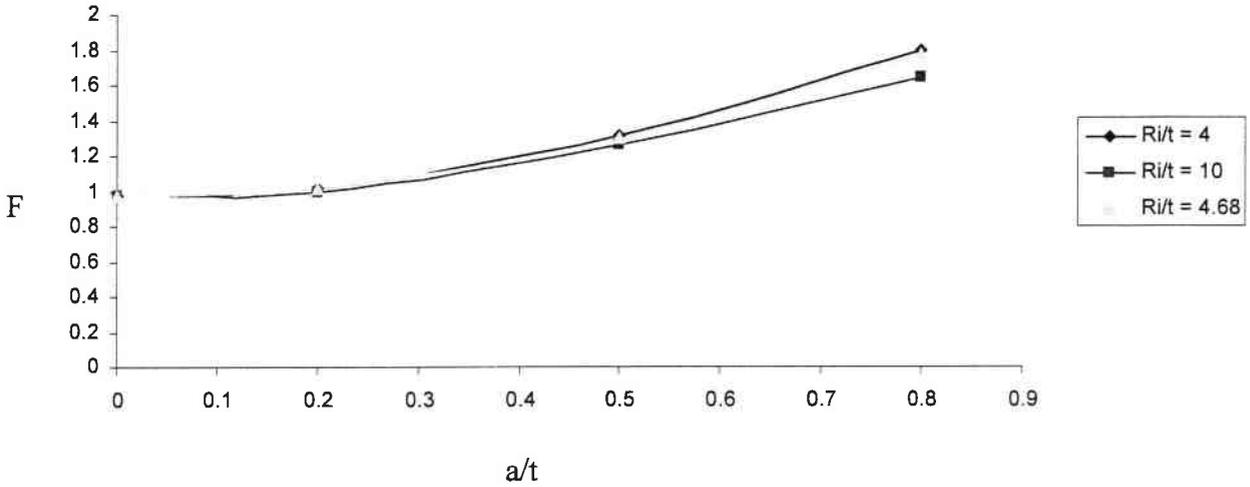


Figure N°V-22 Correction de géométrie d'un défaut longitudinal et de surface

Nous avons remarqué que la variation de  $F$  est très petite pour notre cas  $R_i/t = 4.68$ . Donc nous avons choisi  $F$  comme constante égal à 0.98.

#### V-4-3-Distribution des propriétés mécaniques et du chargement

Les caractéristiques du matériau utilisées dépendent de la température et sont reportées dans le tableau suivant:

Les distributions de ces propriétés sont identiques aux cas précédents et exprimés en fonction du coefficient de variation  $CV = \text{écart type} / \text{moyenne}$  qui est égale à 0.1 pour toutes les propriétés.

T [c°]	20	400	520	540	560
$K_{Ic}$ [MPa√m]	167.02	160.79	117.9	106.5	94.05
Weibull					
$R_{p0,2}$ [MPa]	380	275	275	255	240
Normale					
$R_m$ [MPa]	500	470	420	400	380
Normale					

Tableau N° V.3 caractéristiques du matériau en fonction de la température.

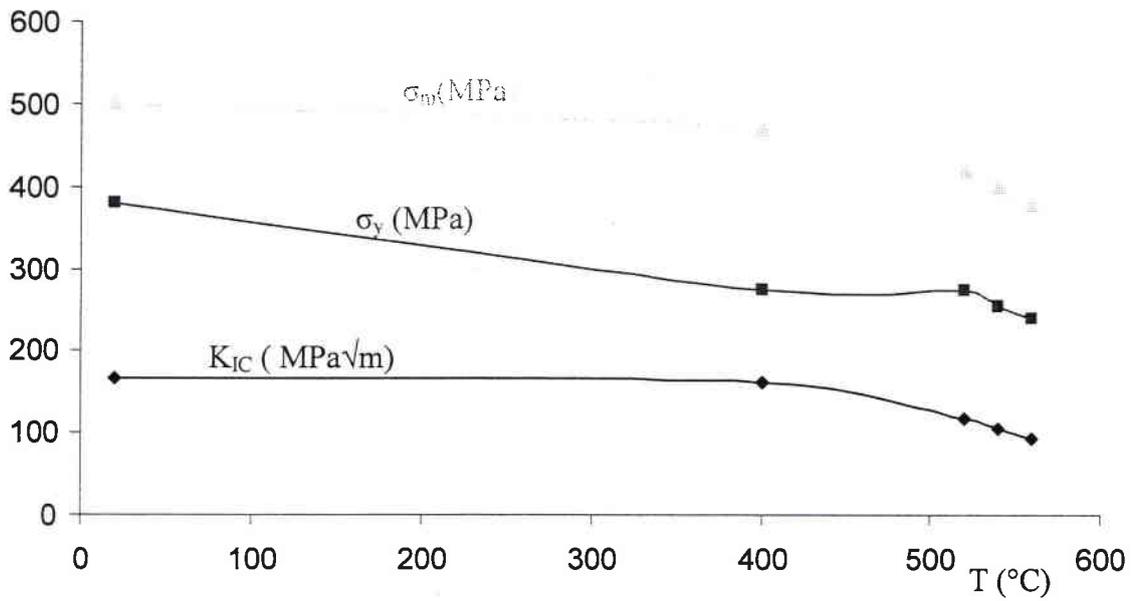


Figure N°V-23 caractéristiques du matériau en fonction de la température.

Nous pouvons calculer la probabilité de rupture en utilisant les méthodes FORM/SORM. Les résultats représentant la probabilité de rupture en fonction de la contrainte pour différentes températures variant de 20 à 560°C sont illustrés dans la figure N°. Cette figure montre que la probabilité de rupture diminue lorsque la température croît à contrainte constante.

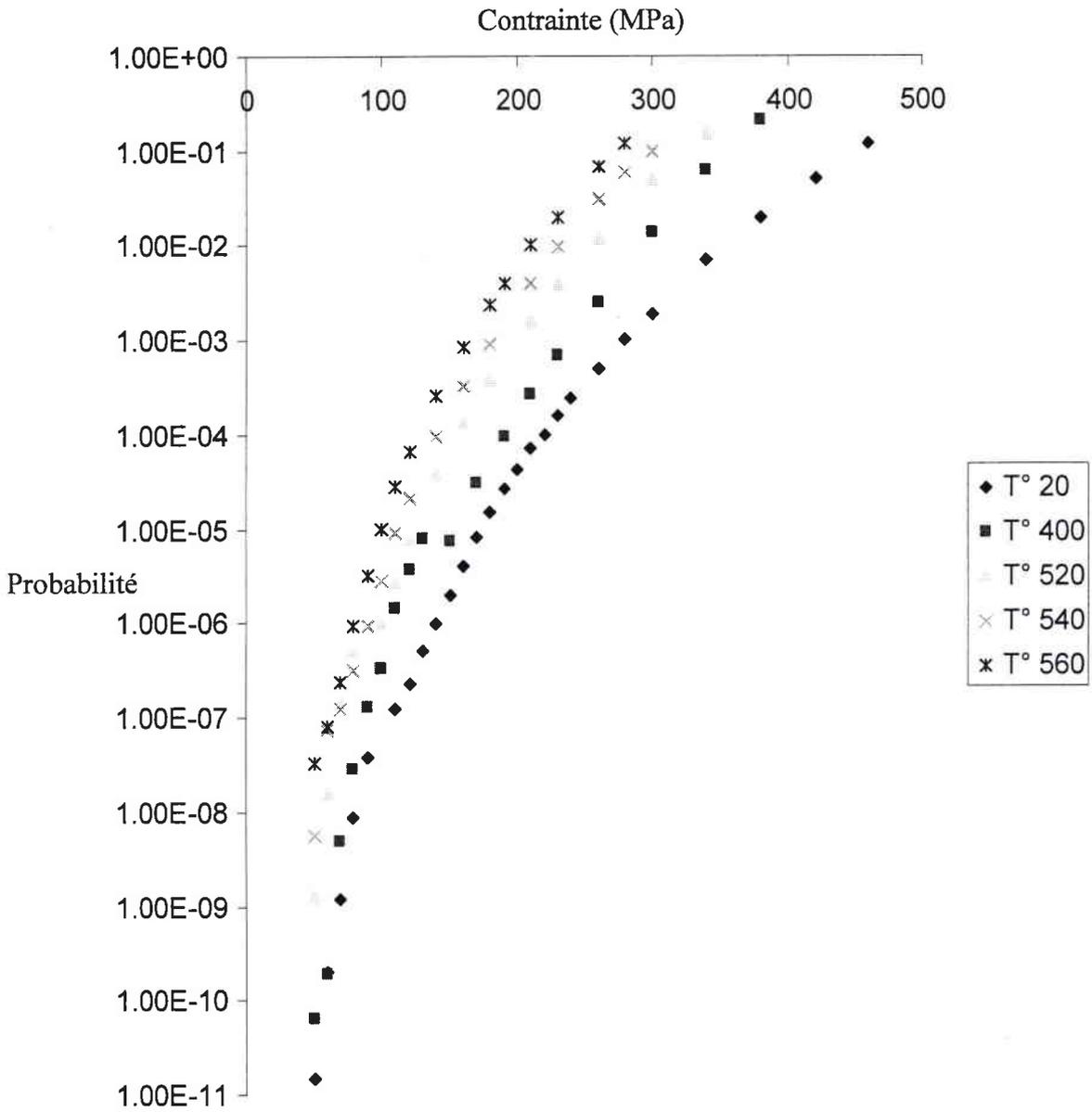


Figure N° V-24 Comparaison des courbes de probabilité de rupture -  
contrainte pour différentes températures et pour un défaut longitudinal de  
surface

Le tableau suivant donne la contrainte de rupture pour une probabilité de  $10^{-6}$  pour différentes températures

Contrainte (MPa)	150	110	100	95	90
Température (C°)	20	400	520	540	560

Tableau N° V-4 Evolution de la contrainte correspondant à une probabilité de  $10^{-6}$  avec la température.

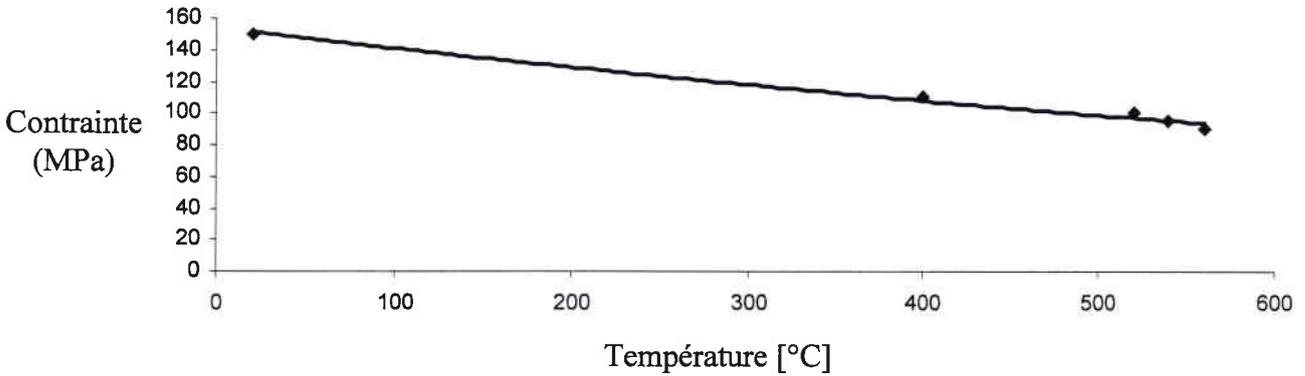


Figure N°V-25 Evolution de la contrainte de rupture pour une probabilité de  $10^{-6}$  avec la température

La variation de la contrainte en fonction de la température est représentée dans la figure N° V-26, on constate que la contrainte diminue lorsque la température croît selon l'équation suivante:

$$\sigma = 153.9 e^{-0.0009T}$$

$\sigma$  est la contrainte qui correspond à la probabilité  $10^{-6}$ ,  $\sigma$  est en MPa, T est la température en °C.

### V-5- Résumé des résultats obtenus

Les résultats de notre étude ont montré que la probabilité diminue avec la contrainte. Dans le cas de présence de défauts dans le matériau, les variations de la probabilité de rupture en fonction de la taille du défaut dépendent de la distribution du défaut considérée. Cependant, l'allure demeure inchangée. En effet, cette probabilité augmente lorsque la taille du défaut croît pour les trois types de distribution utilisées à savoir exponentielle, normale et log normale. D'autre part, la loi exponentielle présente le cas le plus critique équivalent à la plus faible contrainte de rupture pour la même probabilité associée. Cette loi exponentielle exprimant l'évolution de la probabilité de rupture en fonction de la taille du défaut est de la forme  $f(a) = 0.003 a^{7.5981}$ .

Nous pouvons remarquer encore que la méthode Monte-Carlo est moins conservative que la méthode FORM/SORM spécialement dans le domaine des faibles probabilité de rupture.

Nous avons trouvé que le défaut semi elliptique est plus critique que le défaut semi sphérique. Pour la même probabilité de rupture  $10^{-6}$  la contrainte associée est plus faible.

Pour les variations de la contrainte en fonction de la température, on constate que la contrainte diminue lorsque la température croît selon l'équation suivante:

$$\sigma = 153.9 e^{-0.0009T}$$

**CHAPITRE  
VI**

## VI-1- Discussion

Les différentes méthodes utilisées actuellement en fiabilité mécanique forment deux familles principales: les méthodes de simulations (Monte-Carlo) et les méthodes FORM/SORM.

Les méthodes de la simulation sont des méthodes générales et applicables à tout type de distributions, sauf pour la simulation directionnelle. De plus elles ne requièrent pas de conditions particulières sur les fonctions de défaillance, seul le signe nous intéresse, sauf encore pour la simulation directionnelle.

Ces méthodes sont précises. Si le nombre de simulation  $N$  tend vers  $+\infty$ , la méthode converge vers le résultat exact. De plus ces méthodes offrent la possibilité d'estimer un intervalle de confiance.

Du point de vue efficacité, le temps associé à la méthode de Monte-Carlo directe augmente inversement avec la probabilité de défaillance  $P_f$  et avec la dimension de l'espace des variables. Si le temps de calcul d'une valeur de la fonction de défaillance est important et si les probabilités recherchées sont de plus en plus petites, ces méthodes nécessitent des temps de calcul de plus en plus longs et un nombre de simulations de plus en plus important. Pour de faibles probabilités, ce nombre de simulations devient inacceptable.

La méthode de simulation de Monte-Carlo conditionnelle s'avère efficace et simple à mettre en oeuvre, si la fonction de défaillance permet qu'une des variables aléatoires les plus influentes s'écrive comme une fonction des autres variables aléatoires.

La méthode de tirages d'importance et la simulation directionnelle sont efficaces si les domaines où la probabilité de défaillance est concentrée sont connus. La connaissance de ces domaines n'est pas évidente.

Les méthodes FORM/SORM sont des méthodes très efficaces, comparativement aux méthodes de simulations, mais elles ne permettent pas de connaître une estimation précise de l'erreur des estimations de la probabilité de défaillance.

Ces méthodes ( FORM/SORM) suivent le schéma suivant :

- Transformation de l'espace des variables aléatoires physiques en un espace de lois normales centrées réduites,
- Calcul du point de maximum de probabilité de défaillance,
- Estimation de la probabilité de défaillance par FORM ou SORM.

Ces deux méthodes sont développés dans le programme PRO SINTAP mais ce programme est limité à des tubes dont le rapport rayon intérieur sur épaisseur est limité  $5 < Ri/t < 10$ . Dans notre cas, nous ne pouvons pas utiliser ce programme parce que les tubes que nous

études présentent les valeurs suivantes de ce rapport :  $R_i/t = 16.9$  ( $R_i/t > 10$ ),  $R_i/t = 4.6$  ( $R_i/t < 5$ ).

Dans ce qui suit nous comparons les valeur du programme PRO SINTAP avec les résultats présentés dans la documentation de SINTAP avec les données sur le matériau suivantes :

Ténacité moyenne  $200 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  avec un écart type de  $10 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ , (distribution Weibull),

Limite élastique moyenne  $350 \text{ MPa}$  avec un écart type  $30 \text{ MPa}$ , (loi Normale),

Résistance ultime moyenne  $500 \text{ MPa}$  avec un écart type  $30 \text{ MPa}$ , (Loi Normale),

Profondeur du défaut moyenne  $26 \text{ mm}$ . (Loi Exponentielle),

Les résultats présentés dans la documentation SINTAP sont reportés comme dans la figure suivante :

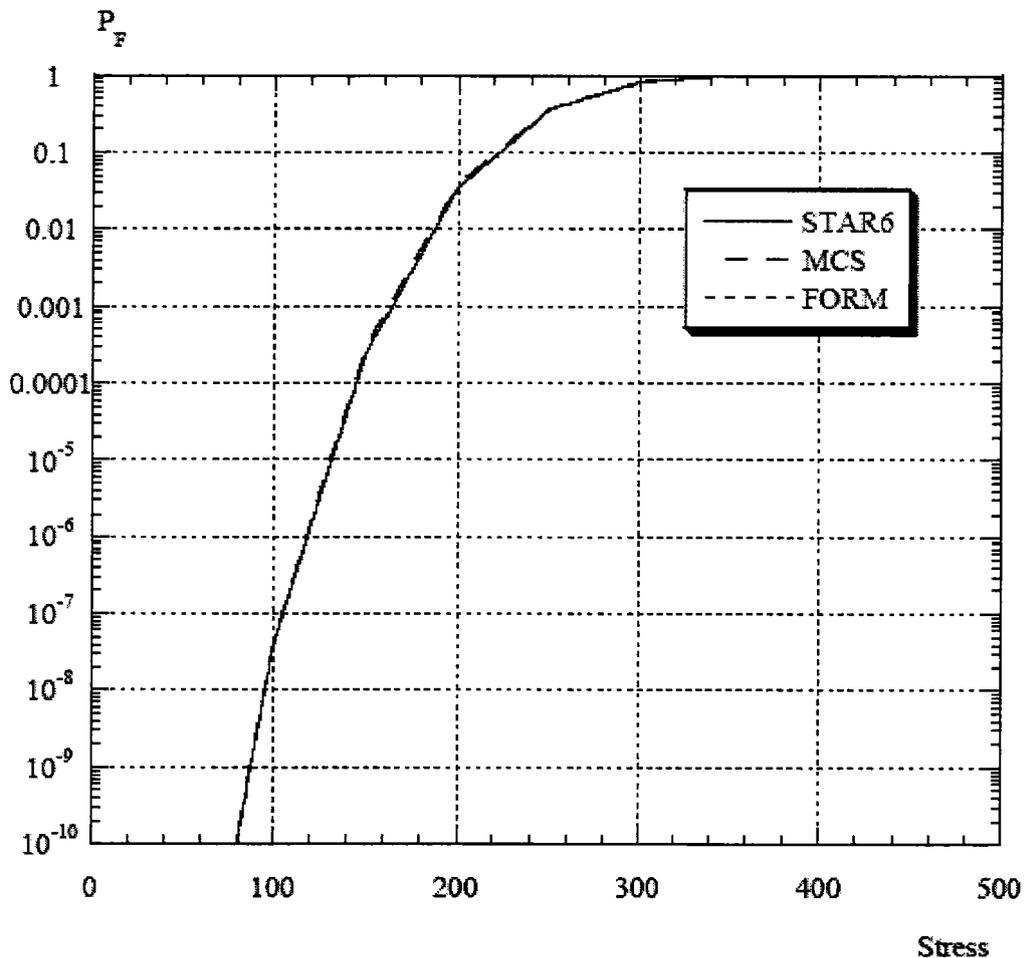


Figure N° VI-1 Résultat présentés dans la documentation SINTAP

Les résultats obtenus avec les mêmes données et avec le Programme PRO SINTAP sont reportés dans la figure suivante :

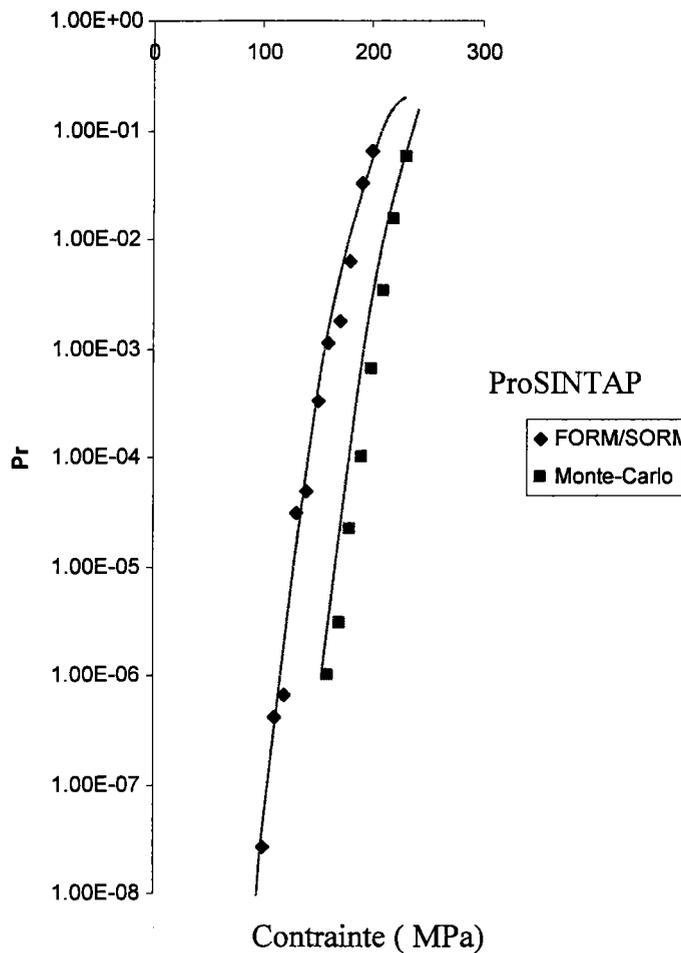


Figure N° VI-2 Comparaison des deux résultats avec le Pro SINTAP

La comparaison des deux résultats est reportée dans la figure N° VI-2. Elle confirme :

- Il y a une différence entre les méthodes de Monte-Carlo et les méthodes Form et Sorm comme nous l'avons rencontré avec d'autres cas d'étude (voir tableau (N°) ,
- Que notre programme appelé Jallouf donne des résultats proches du programme Pro SINTAP, l'erreur ne dépasse pas 2 %.
- Que la méthode FORM/SORM est plus conservatrice avec une différence relative importante (voir semi sphérique),
- Que bien que la méthode de Monte-Carlo soit réputée exacte, nous utiliserons FORM/SORM pour des raisons conservatrices,

- Que nous n'avons pas trouvé d'explication pour cette différence hormis celle de la méthode.

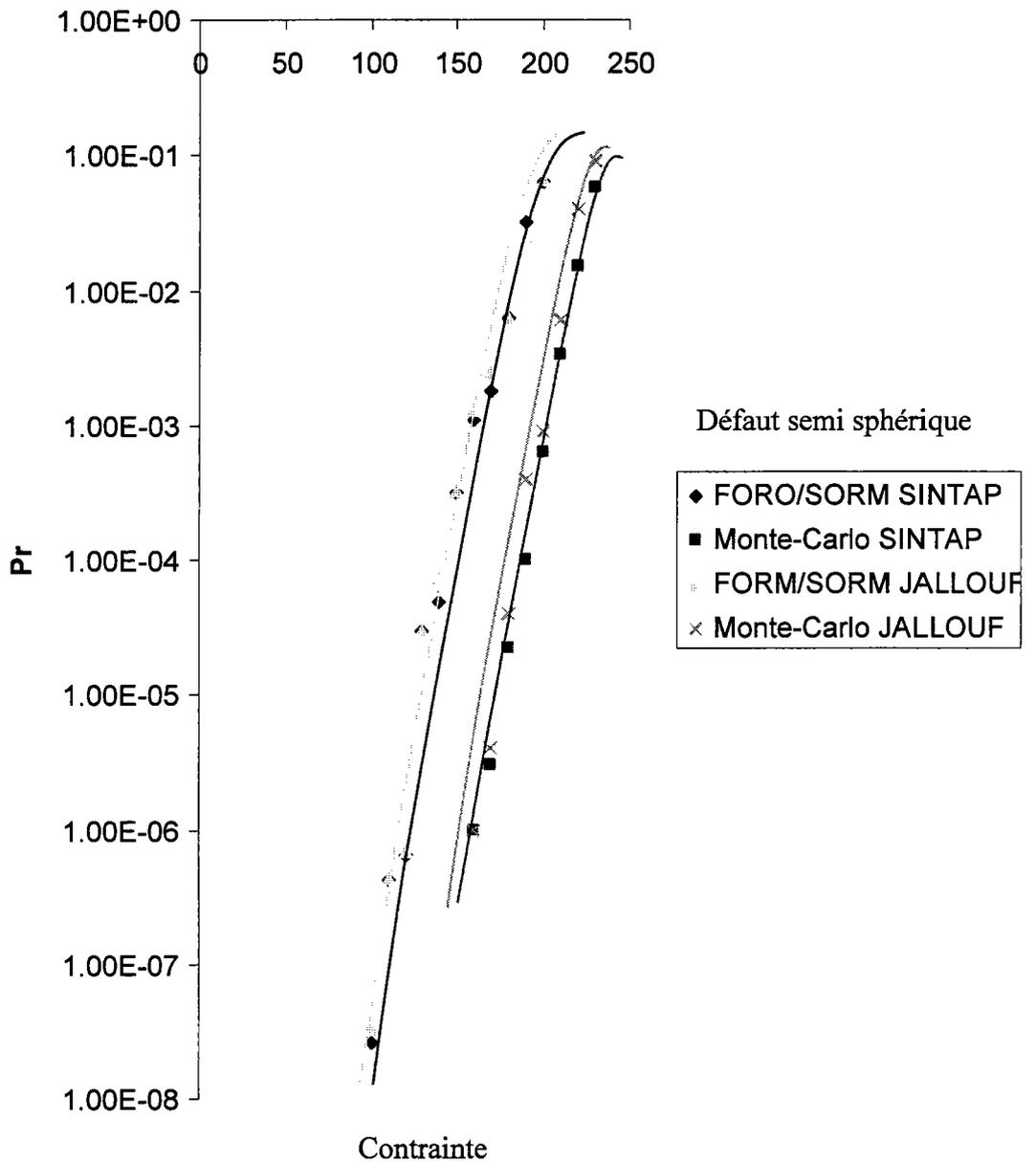


Figure N° VI-3 Comparaison SINTAP et JALLOUF Programme

Contrainte 170 MPa	ProSINTAP	JALLOUF
FORM/SORM	1.8 E-3	3.5 E-3
Monte-Carlo	3 E-6	4 E-6

Tableaux N° VI.1 : Comparaison des probabilités de défaillance pour une contrainte de 170 MPa obtenue selon les deux méthodes ProSINTAP et JALLOUF

L'erreur relative définie par la formule suivante :

$$E = \frac{Mc - FORM}{FORM} \times 100$$

Elle est reportée dans la figure suivante :

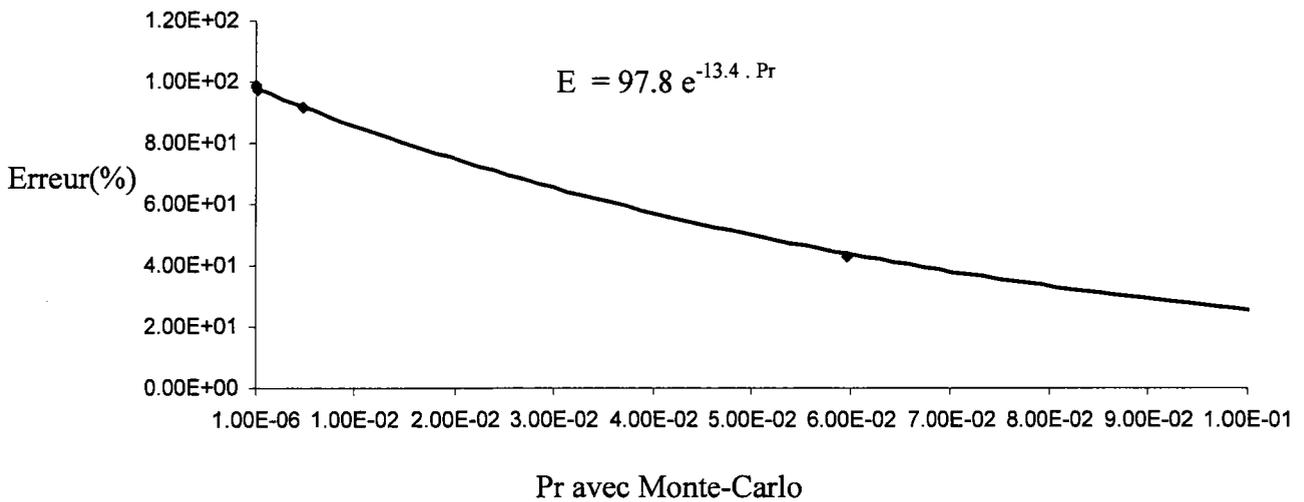


Figure N° VI-4 L'erreur entre deux méthodes avec la probabilité de Monte-Carlo

L'erreur décroît fortement avec la probabilité de défaillance selon l'équation suivante:

$$E = 97.8 e^{-13.4 \cdot Pr}$$

E l'erreur % , Pr la probabilité de Monte-Carlo.

## VI-2-Coefficient de Sécurité

Jusqu'au 19<sup>ème</sup> siècle, toutes les constructions ont été conçues et exécutées en grande partie de manière empirique. L'introduction de la construction métallique a entraîné le développement de la résistance des matériaux. Le principe de sécurité adopté d'emblée consistait à s'assurer que l'effet maximal dans la partie la plus critique de la construction restait inférieur à une contrainte admissible obtenue en divisant la résistance du matériau par un coefficient de sécurité fixé de façon conventionnelle :

$$E \leq \frac{R}{K}$$

Cette façon de considérer la sécurité a duré pendant près d'un siècle. Le coefficient de sécurité fournit une mesure *qualitative* d'une probabilité de rupture jugée comme acceptable par l'expérience. En effet, puisque l'effet réel et la résistance du matériau sont des variables aléatoires, leurs lois influencent aussi la probabilité de rupture. Les ingénieurs se sont rendus compte progressivement des insuffisances de cette conception de la sécurité, et cette prise de conscience a amené à développer la notion de fiabilité sous un angle probabiliste.

Selon l'approche probabiliste, un ouvrage est réputé sûr si sa probabilité de ruine est inférieure à une valeur conventionnelle, valeur qui dépend de nombreux facteurs comme la durée de vie escomptée de l'ouvrage, les conséquences engendrées par sa ruine, les risques d'obsolescence, certains critères économiques comme la valeur de remplacement, le coût d'entretien, etc.

Au lieu d'imposer un coefficient de sécurité seulement sur la résistance du matériau ou l'effet de l'action ou la taille du défaut ou les trois, l'approche probabiliste introduit le facteur de fiabilité comme critère quantitatif d'une faible probabilité de rupture.

### VI-2-1-Coefficient de sécurité obtenu par la méthode déterministe

Pour la méthode déterministe le facteur de sécurité peut être défini sur les diagrammes Intégrité-Rupture à partir de l'hypothèse d'un trajet radial, ce qui laisse supposer que le défaut n'évolue pas au cours du chargement. La figure N° VI-5 montre que le facteur de sécurité est défini par le rapport des segments  $F_s = OC/OA$ .

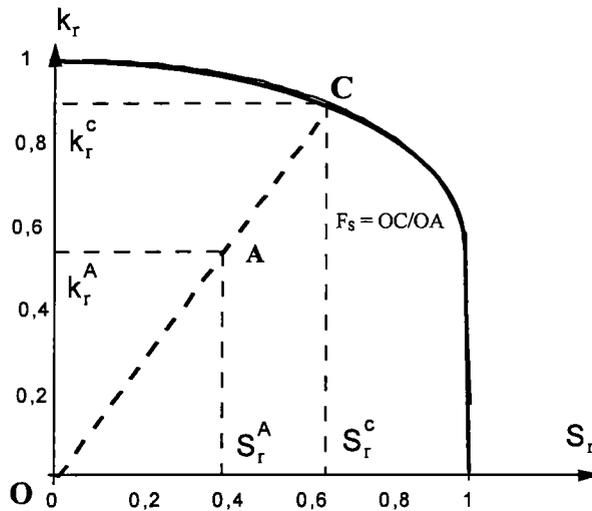


Figure N° VI-5 Définition du facteur de sécurité sur les diagrammes intégrité-Rupture.

### VI-2-2-Coefficient de Fiabilité obtenu par la méthode déterministe

Le domaine de fiabilité est obtenu en divisant l'équation de la courbe d'interpolation par un facteur de sécurité dont la valeur est conventionnelle (généralement 2).

L'équation de la courbe délimitant le domaine de fiabilité est alors :

$$k'_r = k_r(S_r)/F_s$$

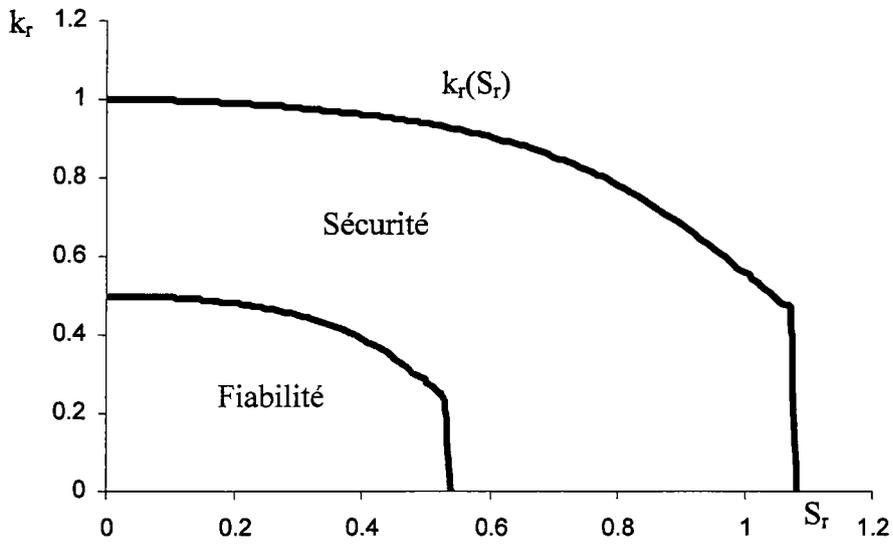


Figure N° VI-6 Domaine de Fiabilité obtenu par la méthode déterministe

Pour un trajet radial le coefficient de fiabilité est défini par  $F_f = OB/OA$

$$F_f = OB/OA$$

$$F_s = OC/OA$$

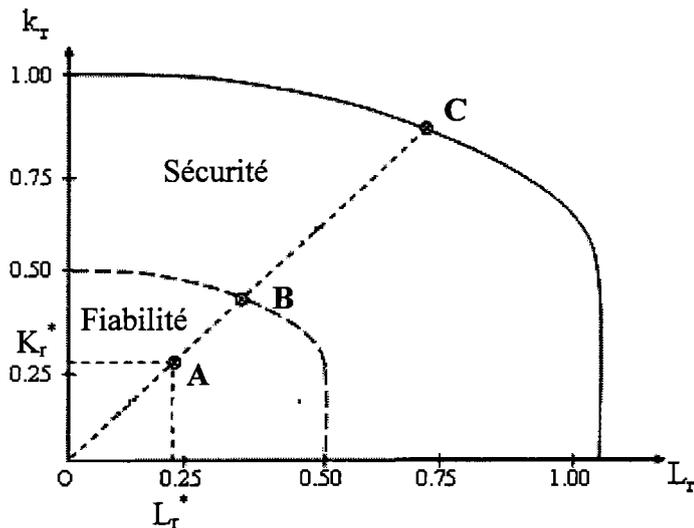


Figure N° VI-7 définition des deux espaces sécurité et fiabilité et des coefficients associés.

### VI-2-3-Coefficient de sécurité obtenu par la méthode probabiliste

La courbe d'interpolation donnée par la procédure SINTAP niveau 1

$$f(L_r) = \sqrt{\left[1 + \frac{L_r^2}{2}\right]} \cdot \left[0.3 + 0.7 \exp(-0.6 \cdot L_r^6)\right] \quad 0 \leq L_r \leq L_{r,\max} \quad (\text{VI-1})$$

$$L_{r,\max} = 1 + \left[\frac{150}{\sigma_y}\right]^{2.5}$$

correspond à une probabilité de défaillance  $P_f=1$  (Certitude de défaillance puisque rupture). Le coefficient de sécurité probabiliste est donc identique au coefficient de sécurité déterministe :

$$F_{s,P_f=1} = F_s \quad (\text{VI-2})$$

### VI-2-4-Coefficient de fiabilité obtenu par la méthode probabiliste

Le domaine de fiabilité est défini pour une courbe d'interpolation d'iso probabilité conventionnelle. Les valeurs choisies sont  $P_f=10^{-4}$  ou  $10^{-6}$  selon qu'il y a risque de vie humaine ou non. Le domaine de fiabilité est alors calculé par les méthodes Monte Carlo ou FORM/SORM en fonction de la probabilité de défaillance choisie.

Le coefficient de fiabilité est alors défini par

$$F_{s,P_f=P_f^*} = OA^*/OB \quad (\text{VI-3})$$

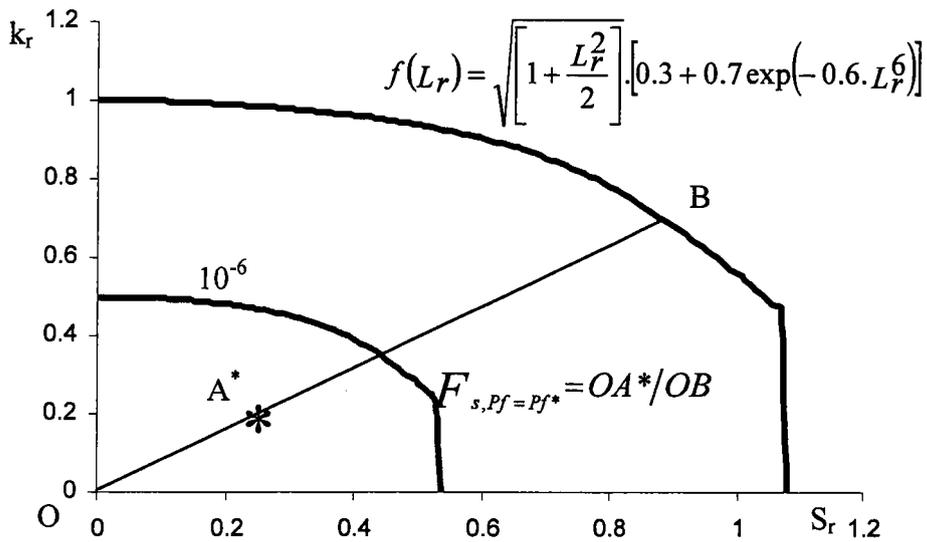


Figure N° VI-8 Coefficient de Fiabilité obtenu par la méthode probabiliste

Les valeurs des coefficients de sécurité et de fiabilité pour les trois cas étudiés sont reportés dans le tableau N° VI-2

	Défaut semi elliptique géométrie 1	Défaut semi sphérique géométrie 1	Défaut semi elliptique géométrie 2
$\sigma_{00}$ (MPa)	125	125	77
a (mm)	3	3	2.25
Kapp (MPa√m)	17.47	7.28	6.34
$k_r^*$	0.15	0.06	0.037
$S_r^*$	0.26	0.26	0.175
$F_s$	3.7	4.15	6.22
$F_f$	1.8	2.07	3.11
$F_{s, Pf=1}$	3.7	4.15	6.22
$F_{f, Pf= Pf^*}$	1.12	1.44	1.9

Tableau N° VI-2 Valeurs des coefficients de sécurité et de fiabilité pour les trois cas étudiés.

Nous remarquons que

- tous les facteurs de sécurité pour la méthode probabiliste et déterministe sont supérieurs à 2
- le facteur de fiabilité par la méthode déterministe est plus grand que la méthode probabiliste
- la coefficient de fiabilité est inférieur à 2 sauf le 2<sup>ème</sup> cas
- nous pouvons considérer que la sécurité et la fiabilité est assurée dans les trois cas étudiés

Les facteurs de sécurité et de fiabilité obtenus par la méthode déterministe pour les trois cas étudiés à la température de 20°C sont reportés dans la figure N° VI-9.

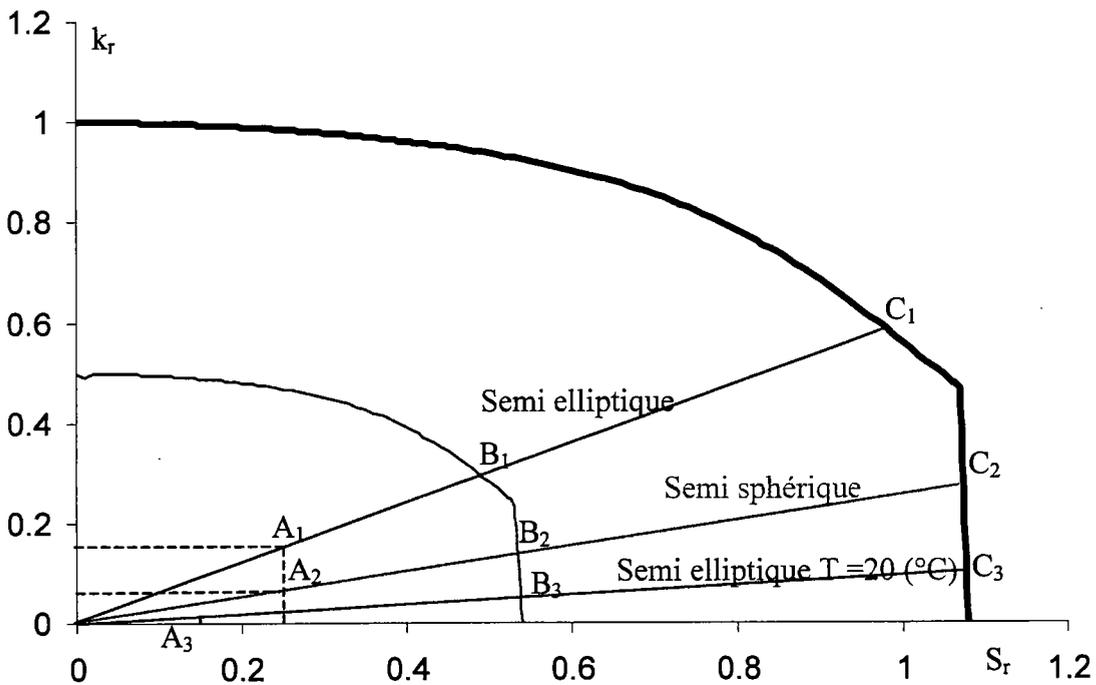


Figure N° VI-9 Facteur de sécurité et de fiabilité obtenus par la méthode déterministe pour les trois cas étudiés à la température de 20°C.

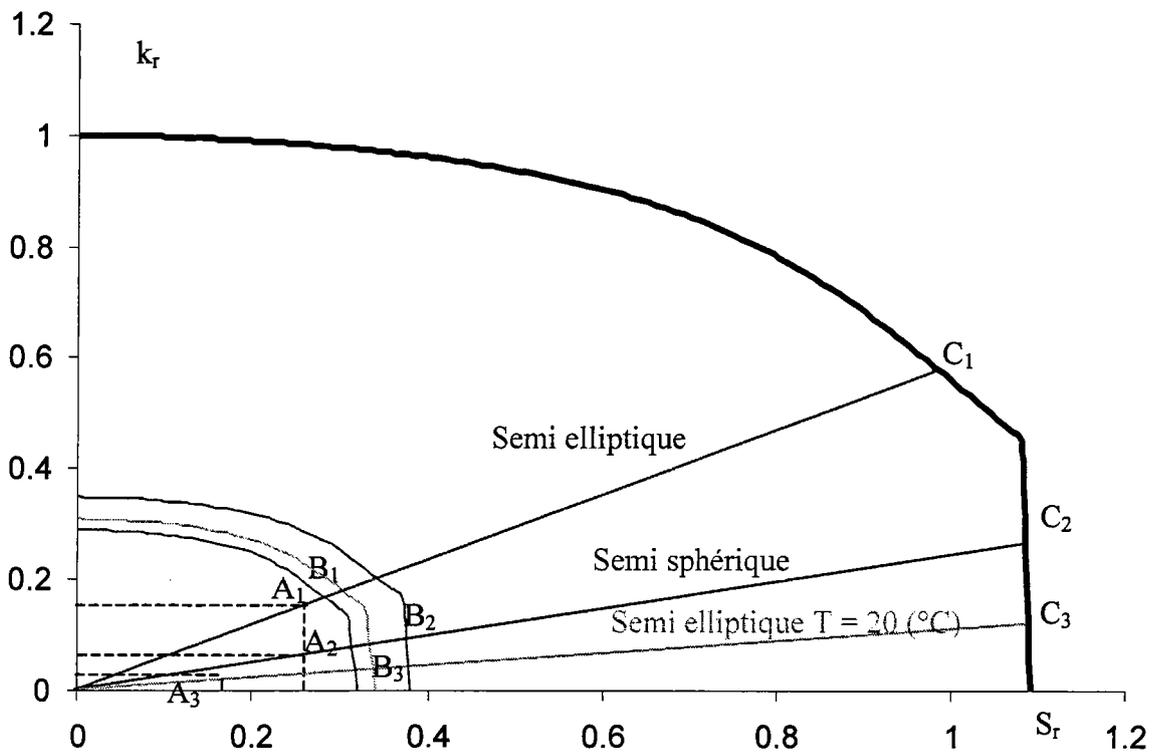


Figure N° VI-10 facteurs de sécurité et de fiabilité obtenus par la méthode probabiliste pour les trois cas étudiés à la température de 20°C

Les facteurs de sécurité et de fiabilité obtenus par la méthode probabiliste pour les trois cas étudiés à la température de 20°C sont reportés dans la figure N° VI-10. Remarquons que le domaine de fiabilité n'est pas identique pour ces trois cas contrairement au domaine obtenu par la méthode déterministe qui est unique.

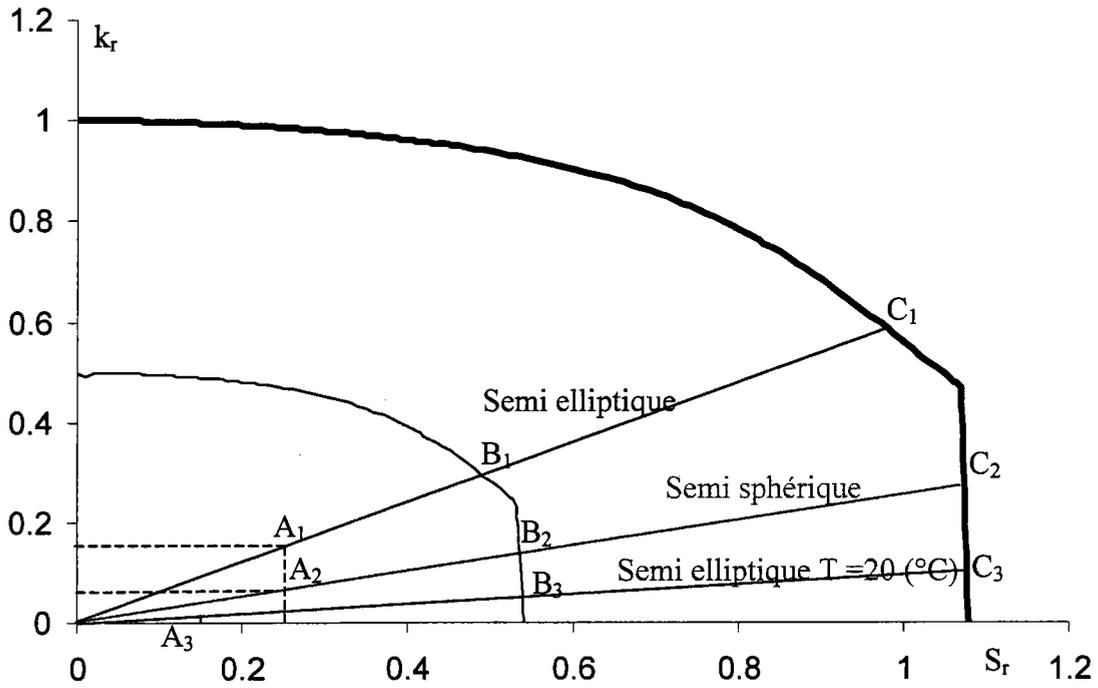


Figure N° VI-11 Facteur de sécurité et de fiabilité obtenu par la méthode déterministe pour les trois cas étudiés à la température de 20°C

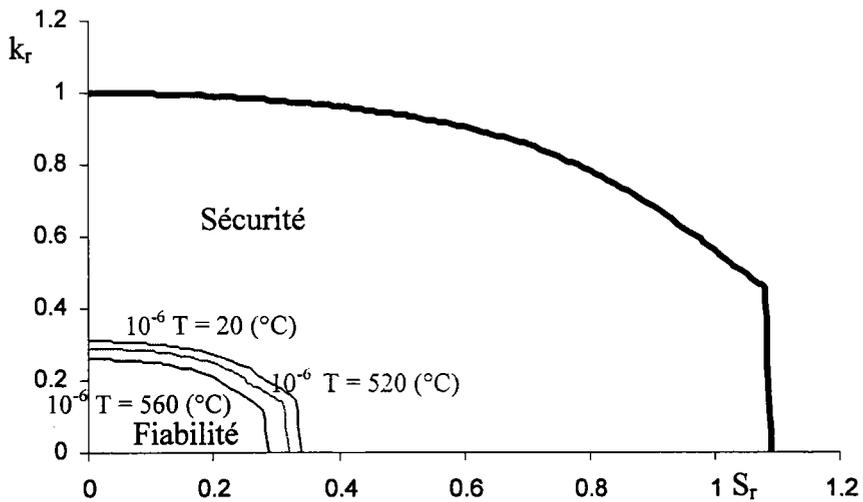


Figure N° VI-12 différent domaines de fiabilité selon la température

T (°C)	20	400	520	540	560
$\sigma_{\theta\theta}$ (MPa)	77	77	77	77	77
a (mm)	2.25	2.25	2.25	2.25	2.25
$k_r^*$	0.0379	0.039	0.053	0.059	0.067
$S_r^*$	0.175	0.206	0.22	0.235	0.248
$F_s$	6.22	5.29	4.9	4.63	4.39
$F_f$	3.11	2.6	2.4	2.3	2.2
$F_{s, Pf=1}$	6.22	5.29	4.9	4.63	4.39
$F_{f, Pf=Pf^*}$	1.94	1.558	1.43	1.3	1.16

Tableau N° VI-3 Valeurs des coefficients de sécurité et de fiabilité selon les températures.

Evolution du facteur de sécurité (méthode déterministe) avec la température, dans ce cas est très élevé et décroît avec la température selon l'équation  $F_s = 8.1301 T^{-0.0863}$  pour un défaut semi elliptique dans un tube sous pression comme montre la figure N° VI-13

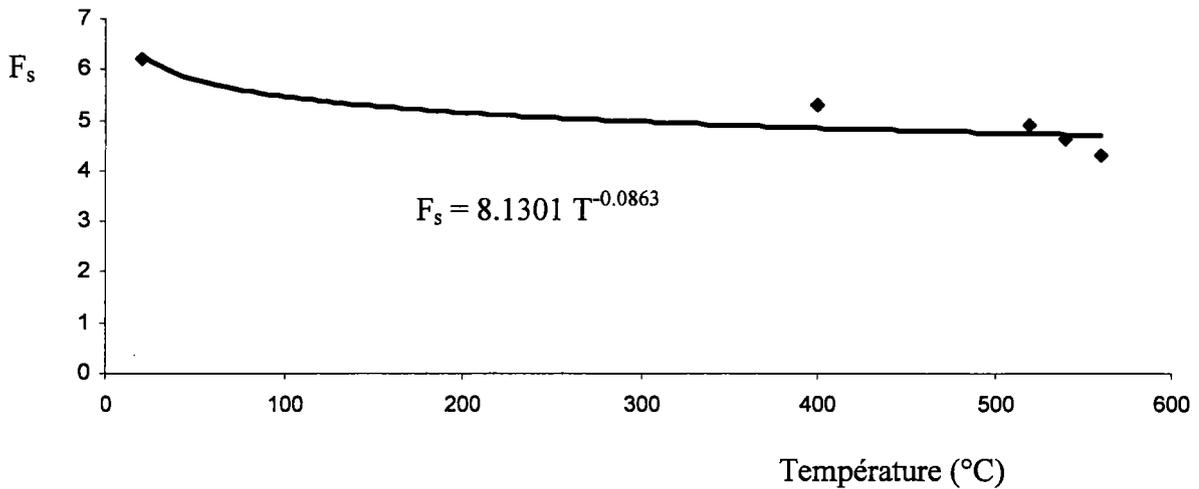


Figure N° VI-13 Evolution Facteur de sécurité avec la température

Figure N° VI-14 Evolution du facteur de sécurité (méthode probabiliste) avec la température dans le cas d'un défaut semi elliptique dans un tube sous pression et le facteur de fiabilité décroît avec la température selon la équation  $F_f = 2.7879 T^{-0.1167}$  remarquons qu'il est très inférieur dans la méthode probabiliste.

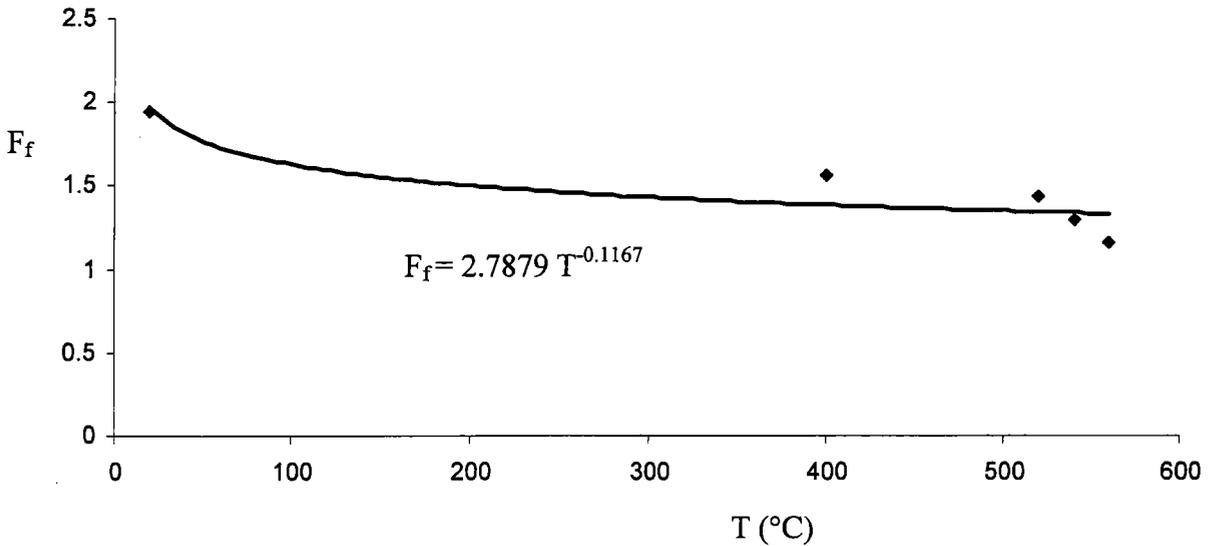


Figure N° VI-14 Facteur de fiabilité en fonction de la température

Figure N° VI-15 Evolution du facteur de sécurité et fiabilité (méthode probabiliste et déterministe) en fonction de la température dans le cas d'un défaut semi elliptique dans un tube sous pression. Ce facteur décroît avec la température selon l'équation :

Méthode déterministe  $F_f = 0.9927 e^{0.1827 F_s}$

Méthode Probabiliste  $F_f = 0.3895 e^{0.2604 F_s}$

Nous remarquons qu'il est très inférieur dans la méthode probabiliste.

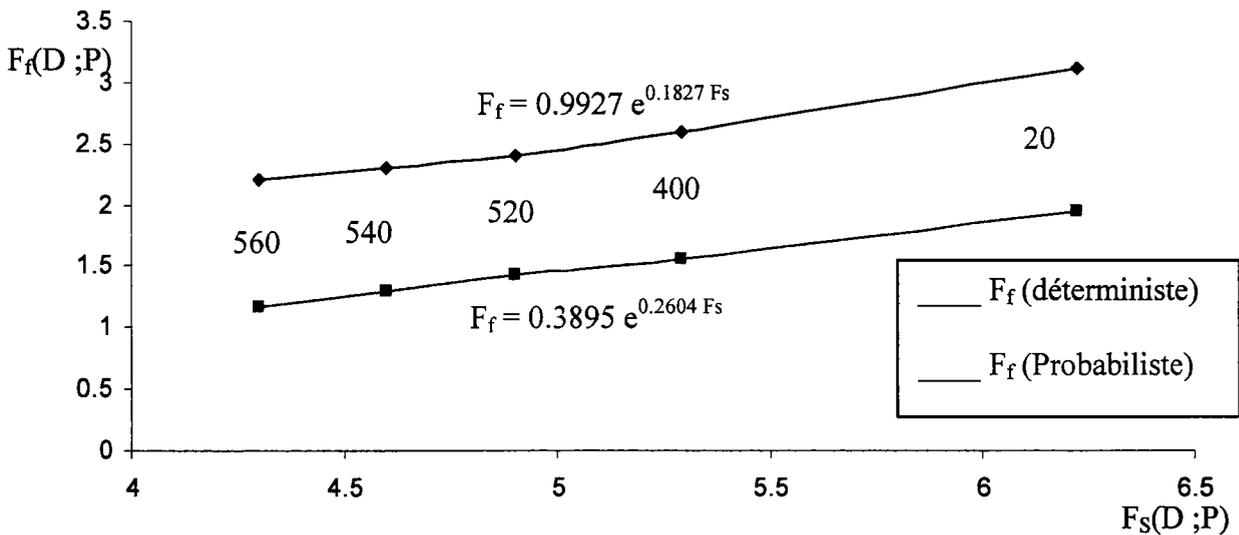


Figure N° VI-15 Facteur de sécurité déterministe et probabiliste pour différentes températures

Figure N° VI-16 Evolution du facteur de sécurité et fiabilité (méthode probabiliste et déterministe) pour un défaut semi elliptique et semi sphérique dans un tube sous pression. Ce facteur est plus élevé pour un défaut semi elliptique et obéit à la relation suivante :

Méthode déterministe  $F_f = 0.8424 e^{0.2107 F_s}$

Méthode Probabiliste  $F_f = 0.6063 e^{0.1863 F_s}$

Nous remarquons que le facteur de fiabilité est très inférieur dans la méthode probabiliste.

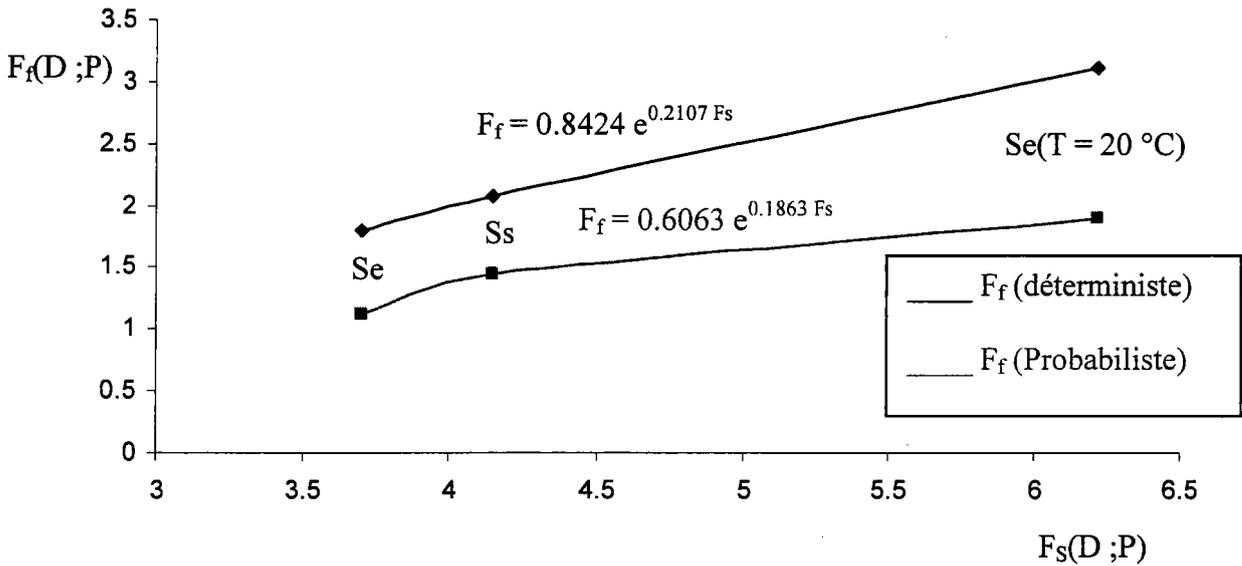


Figure N° VI-16 Facture de sécurité déterministe et probabiliste pour semi elliptique et semi sphérique

### VI-3-Evaluation du facteur de fiabilité

Le facteur de fiabilité représente la confiance en valeur de taille de défaut. Pour une probabilité conventionnelle de rupture et pour une valeur moyenne de contrainte  $\sigma$ , la taille admissible de défaut est  $a_{ad}$ . Le point de fonctionnement est relatif à une distribution de défaut avec une valeur moyenne de  $a^*$  la différence relative de taille de défaut est

$$\Delta a_{rel} = \frac{|a_{ad} - a^*|}{a_{ad}} \cdot 100$$

Cette différence est très sensible au facteur de fiabilité et augmente selon une loi de puissance :

$$\Delta a_{rel} = 0.9 F_f^{0.18}$$

Ceci signifie que pour un facteur de fiabilité inférieur à 1.5 l'erreur admissible sur la valeur moyenne de la taille de défaut doit être moins de 10% pour garantir qu'une valeur conventionnelle de la probabilité de rupture est extension. Pour le contrôle de qualité, le facteur de fiabilité est un bon outil lié aux contrôles non destructifs. La figure suivante donne l'évolution de l'accroissement relatif en fonction du facteur de sécurité.

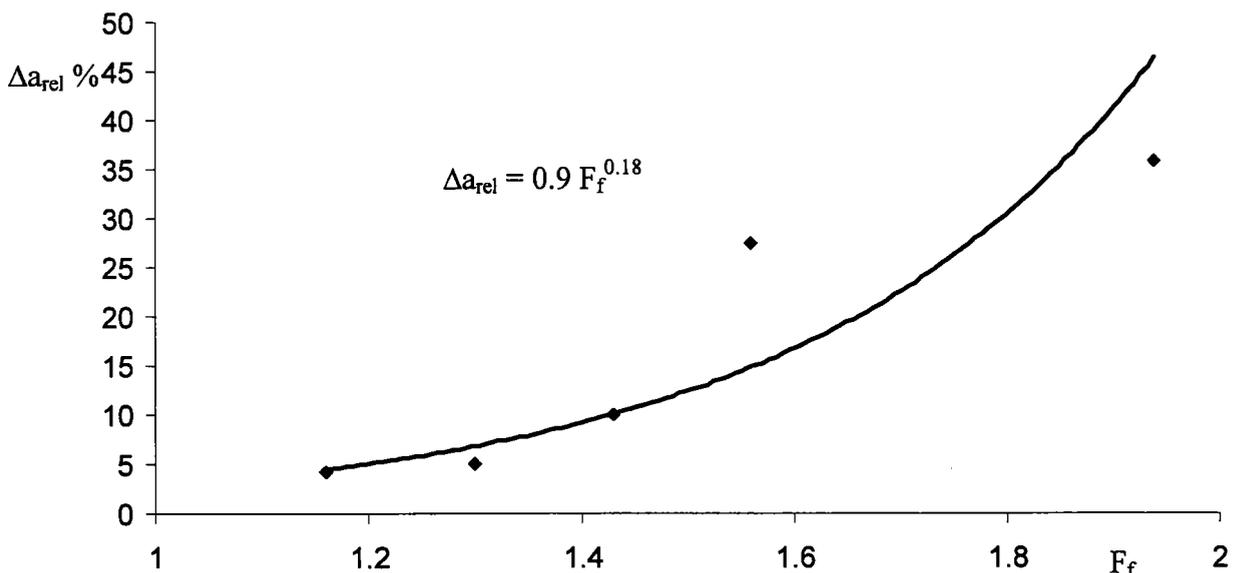


Figure N° VI-17 évolution du défaut relatif en fonction de facteur de fiabilité.

Sur la valeur conventionnelle 2 du facteur de sécurité Une valeur conventionnelle du facteur de sécurité égale à 2 est couramment répandue dans les manuels de résistance des matériaux. Cette pratique est très ancienne comme l'atteste ce propos emprunté à Buffon dans son article « Mémoire sur la force du bois »(1741) : *Il ne faut au bois tout au plus que la moitié de la charge qui peut le rompre, et il n'y a que dans les cas pressants et dans les constructions qui ne doivent pas durer, comme lorsqu'il faut faire un pont pour passer une armée, ou un échafaud pour secourir ou assaillir une ville, qu'on peut hasarder de donner au bois les deux tiers de sa charge* ".

L'emploi d'un coefficient de sécurité fixe pénalise les matériaux qui présentent un bon coefficient de variation et cela représente son inconvénient majeur. Par ailleurs on peut se poser la question : que représente en terme de probabilité de rupture ce coefficient 2.

Le calcul de cette probabilité a été fait pour le cas étudié N°3 et ce pour 5 températures. Les résultats sont reportés dans la figure N° VI-18. Nous pouvons constater que :

cette probabilité diminue avec la température, ce qui confirme l'inconvénient d'utiliser un facteur de sécurité à valeur fixe.

La probabilité est supérieure à  $10^{-4}$ , ce qui est insuffisant au regard de la valeur conventionnelle utilisée en l'absence de risque de vie humaine.

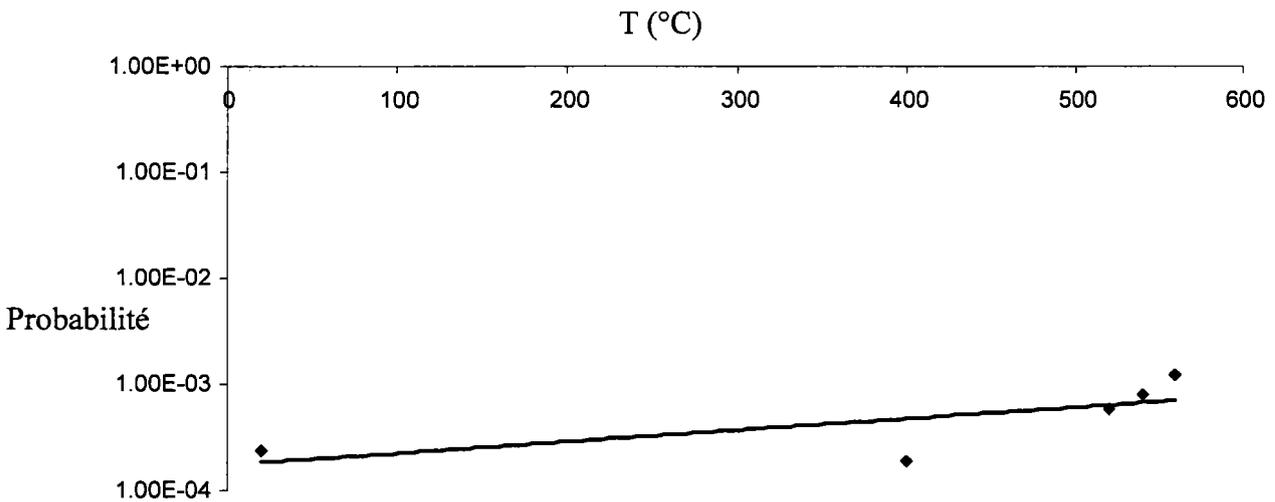


Figure N°VI-18 courbe de la probabilité de défaillance relative au facteur de sécurité de 2 pour le cas 3 en fonction de la température.

# ***Conclusion Générales et Perspectives***

## ***Conclusions générales et perspectives***

La motivation essentielle dans l'établissement d'un diagramme intégrité rupture est de disposer d'une représentation universelle pour toute condition de rupture incluant la rupture fragile et la ruine plastique. Les procédures des diagrammes intégrité rupture sont utilisées pour évaluer les degrés de sécurité des structures, des composants et des joints soudés. Ces approches peuvent être employées au niveau de la conception pour réaliser un dimensionnement de nouvelles structures, au niveau de la fabrication pour assurer l'intégrité et dans la phase opérationnelle pour assurer la durabilité.

Si ces outils sont correctement utilisés, ils évitent des surdimensionnements et des inspections inutiles et fournissent les méthodes pour assurer un compromis entre sûreté et coût.

Depuis de nombreuses années, un certain nombre de procédures d'analyses des risques de rupture ont été développées en Europe, aux Etats-Unis et au Japon. Leur utilisation s'est largement rependue dans l'industrie.

Toutefois, une seule technique n'est pas capable de fournir la réponse à tous les cas de rupture. Des incertitudes demeurent sur l'exactitude des résultats et malgré le développement récent de nouveaux codes, un certain nombre de configurations ne sont pas encore traitées.

En outre récemment, une nouvelle gamme d'aciers à haute résistance a été introduite dans l'industrie qui a débouchée sur des nouveaux problèmes d'analyse liés au rapport résistance ultime/limite d'élasticité. Ces analyses ont montré la méconnaissance du comportement des joints soudés présentant une disparité de comportement entre le métal fondu et le métal de base.

Un important travail a été réalisé pour le développement des formes anciennes des diagrammes intégrité rupture pour lesquels des informations et des applications n'étaient pas disponibles pour certaines configurations.

Dans notre approche, nous avons choisi d'utiliser le code SINTAP qui a été le fruit d'une collaboration Européenne et tend maintenant à s'imposer pour des raisons de normalisation à l'échelle Européenne.

Les différentes méthodes utilisées actuellement en fiabilité mécanique forment deux familles principalement : les méthodes de simulations et les méthodes FORM/SORM.

Nous remarquons que la méthode Monte-Carlo :

- est une méthode générale et applicable à tous types de distributions,
- ne requiert pas de conditions particulières sur les fonctions de défaillance,
- cette méthode est précise c'est-à-dire que : si le nombre de simulation  $N$  tend vers  $+\infty$  la méthode converge vers le résultat exact,
- est une méthode efficace et simple à mettre en œuvre.

Du point de vue efficacité, le temps associé à la méthode de Monte-Carlo augmente avec la probabilité de défaillance et avec la dimension de l'espace des variables.

Cette méthode n'est pas économique en temps de calcul pour une probabilité supérieure à  $10^{-6}$ .

Les méthodes FORM/SORM sont des méthodes numériques approchées. Elles permettent d'obtenir une estimation de la probabilité de défaillance, mais aussi le point maximum de probabilité de défaillance et d'étudier la sensibilité de la probabilité de défaillance par rapport aux divers paramètres du problème.

Ces méthodes analytiques requièrent quelques propriétés : les variables de base doivent être représentables par des lois continues et chaque fonction de défaillance doit être continue.

Pour appliquer ces méthodes efficacement, il vaut mieux que les surfaces soient assez lisses autour du point de conception, et même partout.

L'efficacité de ces méthodes est surtout prouvée par les cas de petites probabilités.

Le temps CPU est approximativement linéaire avec le nombre  $N$  de variables de base pour FORM, et croît en  $N^2$  pour les variantes de SORM. Le temps absolu dépend grandement du temps d'évaluation d'une valeur de la surface de défaillance. Mais il est indépendant du niveau de la probabilité. A aucun moment il n'est démontré que l'espace standard est nécessaire. Le passage à cet espace est surtout historique et pratique. La plupart des tests et des problèmes ont été traités dans cet espace. De plus, dans cet espace standard, la fonction objective du problème de minimisation est simple et les formules

sont facilement utilisables. Par contre la transformation entre les deux espaces n'est pas unique et n'est pas toujours triviale.

Pour les méthodes FORM/SORM, aucune estimation de l'erreur n'est disponible facilement. Elles sont validées actuellement par comparaison avec des méthodes de Monte-Carlo ou en réalisant des simulations autour du point de conception.

Les résultats de notre étude ont montré que la probabilité de défaillance diminue avec la contrainte. Dans le cas de présence de défauts dans le matériau, les variations de la probabilité de rupture en fonction de la taille du défaut dépendent de la distribution du défaut considéré. Cependant, l'allure demeure inchangée. En effet, cette probabilité augmente lorsque la taille du défaut croît pour les trois types de distribution utilisée à savoir exponentielle, normale et log normale. D'autre part, la loi exponentielle présente le cas le plus critique équivalent à la plus faible contrainte de rupture pour la même probabilité associée. Cette loi exponentielle exprime l'évolution de la probabilité de rupture en fonction de la taille du défaut.

Nous avons trouvé que le défaut semi elliptique est plus critique que le défaut semi sphérique. Pour la même probabilité de rupture  $10^{-6}$ , la contrainte associée est plus faible. Pour les variations de la contrainte en fonction de la température, on constate que la contrainte diminue lorsque la température augmente.

Sur la valeur conventionnelle 2 du facteur de sécurité une valeur conventionnelle du facteur de sécurité égale à 2 est couramment répandue dans les manuels de résistance des matériaux. L'emploi d'un coefficient de sécurité fixe pénalise les matériaux qui présentent un bon coefficient de variation et cela représente son inconvénient majeur. Par ailleurs, on peut se poser la question : que représente en terme de probabilité de rupture ce coefficient 2 ?

Le calcul de cette probabilité a été fait pour le cas étudié N°3 et ce pour cinq températures. Nous pouvons constater que: cette probabilité diminue avec la température, ce qui confirme l'inconvénient d'utiliser un facteur de sécurité à valeur fixe.

La probabilité est supérieure à  $10^{-4}$ , ce qui est insuffisant au regard de la valeur conventionnelle utilisée en l'absence de risque de vie humaine.

Annexe

Annexe  
Tableau Normal Standard Complémentaire

$N(0,1)$  distribution définie As  $\Phi(-\beta) = 1 - \Phi(\beta)$

$\beta$	$\Phi(-\beta)$	$\beta$	$\Phi(-\beta)$	$\beta$	$\Phi(-\beta)$
0.00	0.5000	0.40	0.3446	0.80	0.2119
0.01	0.4960	0.41	0.3409	0.81	0.2090
0.02	0.4920	0.42	0.3372	0.82	0.2061
0.03	0.4880	0.43	0.3336	0.83	0.2033
0.04	0.4841	0.44	0.3300	0.84	0.2005
0.05	0.4801	0.45	0.3264	0.85	0.1977
0.06	0.4761	0.46	0.3228	0.86	0.1949
0.07	0.4721	0.47	0.3192	0.87	0.1922
0.08	0.4681	0.48	0.3156	0.88	0.1894
0.09	0.4642	0.49	0.3121	0.89	0.1867
0.10	0.4602	0.50	0.3085	0.90	0.1841
0.11	0.4562	0.51	0.3050	0.91	0.1814
0.12	0.4522	0.52	0.3015	0.92	0.1788
0.13	0.4483	0.53	0.2981	0.93	0.1762
0.14	0.4443	0.54	0.2948	0.94	0.1736
0.15	0.4404	0.55	0.2912	0.95	0.1711
0.16	0.4364	0.56	0.2877	0.96	0.1685
0.17	0.4325	0.57	0.2843	0.97	0.1660
0.18	0.4286	0.58	0.2810	0.98	0.1635
0.19	0.4247	0.59	0.2776	0.99	0.1611
0.20	0.4207	0.60	0.2743	1.00	0.1587
0.21	0.4168	0.61	0.2709	1.01	0.1563
0.22	0.4129	0.62	0.2676	1.02	0.1539
0.23	0.4091	0.63	0.2644	1.03	0.1515
0.24	0.4052	0.64	0.2611	1.04	0.1492
0.25	0.4013	0.65	0.2579	1.05	0.1469
0.26	0.3974	0.66	0.2546	1.06	0.1446
0.27	0.3936	0.67	0.2514	1.07	0.1423
0.28	0.3897	0.68	0.2483	1.08	0.1401
0.29	0.3859	0.69	0.2451	1.09	0.1379
0.30	0.3821	0.70	0.2420	1.10	0.1357
0.31	0.3783	0.71	0.2389	1.11	0.1335
0.32	0.3745	0.72	0.2358	1.12	0.1314
0.33	0.3707	0.73	0.2327	1.13	0.1292
0.34	0.3669	0.74	0.2297	1.14	0.1271
0.35	0.3632	0.75	0.2266	1.15	0.1251
0.36	0.3594	0.76	0.2236	1.16	0.1230
0.37	0.3557	0.77	0.2207	1.17	0.1210
0.38	0.3520	0.78	0.2177	1.18	0.1190
0.39	0.3483	0.79	0.2148	1.19	0.1170

1.20	0.1151	1.80	0.3593E-01	2.40	0.8198E-02
1.21	0.1131	1.81	0.3515E-01	2.41	0.7976E-02
1.22	0.1112	1.82	0.3438E-01	2.42	0.7760E-02
1.23	0.1094	1.83	0.3363E-01	2.43	0.7550E-02
1.24	0.1075	1.84	0.3289E-01	2.44	0.7344E-02
1.25	0.1057	1.85	0.3216E-01	2.45	0.7143E-02
1.26	0.1038	1.86	0.3144E-01	2.46	0.6947E-02
1.27	0.1020	1.87	0.3074E-01	2.47	0.6756E-02
1.28	0.1003	1.88	0.3005E-01	2.48	0.6569E-02
1.29	0.9853E-01	1.89	0.2938E-01	2.49	0.6387E-02
1.30	0.9680E-01	1.90	0.2872E-01	2.50	0.6210E-02
1.31	0.9510E-01	1.91	0.2807E-01	2.51	0.6037E-02
1.32	0.9342E-01	1.92	0.2743E-01	2.52	0.5868E-02
1.33	0.9176E-01	1.93	0.2680E-01	2.53	0.5703E-02
1.34	0.9013E-01	1.94	0.2619E-01	2.54	0.5543E-02
1.35	0.8851E-01	1.95	0.2559E-01	2.55	0.5386E-02
1.36	0.8692E-01	1.96	0.2500E-01	2.56	0.5234E-02
1.37	0.8535E-01	1.97	0.2442E-01	2.57	0.5085E-02
1.38	0.8380E-01	1.98	0.2385E-01	2.58	0.4940E-02
1.39	0.8227E-01	1.99	0.2330E-01	2.59	0.4799E-02
1.40	0.8076E-01	2.00	0.2275E-01	2.60	0.4661E-02
1.41	0.7927E-01	2.01	0.2222E-01	2.61	0.4527E-02
1.42	0.7781E-01	2.02	0.2169E-01	2.62	0.4397E-02
1.43	0.7636E-01	2.03	0.2118E-01	2.63	0.4269E-02
1.44	0.7494E-01	2.04	0.2068E-01	2.64	0.4145E-02
1.45	0.7353E-01	2.05	0.2018E-01	2.65	0.4025E-02
1.46	0.7215E-01	2.06	0.1970E-01	2.66	0.3907E-02
1.47	0.7078E-01	2.07	0.1923E-01	2.67	0.3793E-02
1.48	0.6944E-01	2.08	0.1876E-01	2.68	0.3681E-02
1.49	0.6811E-01	2.09	0.1831E-01	2.69	0.3573E-02
1.50	0.6681E-01	2.10	0.1786E-01	2.70	0.3467E-02
1.51	0.6552E-01	2.11	0.1743E-01	2.71	0.3364E-02
1.52	0.6426E-01	2.12	0.1700E-01	2.72	0.3264E-02
1.53	0.6301E-01	2.13	0.1659E-01	2.73	0.3167E-02
1.54	0.6178E-01	2.14	0.1618E-01	2.74	0.3072E-02
1.55	0.6057E-01	2.15	0.1578E-01	2.75	0.2980E-02
1.56	0.5938E-01	2.16	0.1539E-01	2.76	0.2890E-02
1.57	0.5821E-01	2.17	0.1500E-01	2.77	0.2803E-02
1.58	0.5706E-01	2.18	0.1463E-01	2.78	0.2718E-02
1.59	0.5592E-01	2.19	0.1426E-01	2.79	0.2635E-02
1.60	0.5480E-01	2.20	0.1390E-01	2.80	0.2555E-02
1.61	0.5370E-01	2.21	0.1355E-01	2.81	0.2477E-02
1.62	0.5262E-01	2.22	0.1321E-01	2.82	0.2401E-02
1.63	0.5155E-01	2.23	0.1287E-01	2.83	0.2327E-02
1.64	0.5050E-01	2.24	0.1255E-01	2.84	0.2256E-02
1.65	0.4947E-01	2.25	0.1222E-01	2.85	0.2186E-02
1.66	0.4846E-01	2.26	0.1191E-01	2.86	0.2118E-02
1.67	0.4746E-01	2.27	0.1160E-01	2.87	0.2052E-02
1.68	0.4648E-01	2.28	0.1130E-01	2.88	0.1988E-02
1.69	0.4552E-01	2.29	0.1101E-01	2.89	0.1926E-02
1.70	0.4457E-01	2.30	0.1072E-01	2.90	0.1866E-02
1.71	0.4363E-01	2.31	0.1044E-01	2.91	0.1807E-02
1.72	0.4272E-01	2.32	0.1017E-01	2.92	0.1750E-02
1.73	0.4182E-01	2.33	0.9903E-02	2.93	0.1695E-02
1.74	0.4093E-01	2.34	0.9642E-02	2.94	0.1641E-02
1.75	0.4006E-01	2.35	0.9387E-02	2.95	0.1589E-02
1.76	0.3921E-01	2.36	0.9138E-02	2.96	0.1538E-02
1.77	0.3836E-01	2.37	0.8894E-02	2.97	0.1489E-02
1.78	0.3754E-01	2.38	0.8657E-02	2.98	0.1441E-02
1.79	0.3673E-01	2.39	0.8424E-02	2.99	0.1395E-02

3.00	0.1350E-02	3.60	0.1591E-03	5.00	0.2859E-06
3.01	0.1306E-02	3.61	0.1531E-03	5.05	0.2203E-06
3.02	0.1264E-02	3.62	0.1473E-03	5.10	0.1694E-06
3.03	0.1223E-02	3.63	0.1417E-03	5.15	0.1299E-06
3.04	0.1183E-02	3.64	0.1363E-03	5.20	0.9935E-07
3.05	0.1144E-02	3.65	0.1311E-03	5.25	0.7582E-07
3.06	0.1107E-02	3.66	0.1261E-03	5.30	0.5772E-07
3.07	0.1070E-02	3.67	0.1212E-03	5.35	0.4384E-07
3.08	0.1035E-02	3.68	0.1166E-03	5.40	0.3321E-07
3.09	0.1001E-02	3.69	0.1121E-03	5.45	0.2510E-07
3.10	0.9676E-03	3.70	0.1077E-03	5.50	0.1892E-07
3.11	0.9354E-03	3.71	0.1036E-03	5.55	0.1423E-07
3.12	0.9042E-03	3.72	0.9956E-04	5.60	0.1067E-07
3.13	0.8740E-03	3.73	0.9569E-04	5.65	0.7985E-08
3.14	0.8447E-03	3.74	0.9196E-04	5.70	0.5959E-08
3.15	0.8163E-03	3.75	0.8837E-04	5.75	0.4438E-08
3.16	0.7888E-03	3.76	0.8491E-04	5.80	0.3293E-08
3.17	0.7622E-03	3.77	0.8157E-04	5.85	0.2438E-08
3.18	0.7363E-03	3.78	0.7836E-04	5.90	0.1800E-08
3.19	0.7113E-03	3.79	0.7527E-04	5.95	0.1325E-08
3.20	0.6871E-03	3.80	0.7230E-04	6.00	0.9718E-09
3.21	0.6636E-03	3.81	0.6943E-04	6.10	0.5220E-09
3.22	0.6409E-03	3.82	0.6667E-04	6.20	0.2778E-09
3.23	0.6189E-03	3.83	0.6402E-04	6.30	0.1463E-09
3.24	0.5976E-03	3.84	0.6147E-04	6.40	0.7636E-10
3.25	0.5770E-03	3.85	0.5901E-04	6.50	0.3945E-10
3.26	0.5570E-03	3.86	0.5664E-04	6.60	0.2018E-10
3.27	0.5377E-03	3.87	0.5437E-04	6.70	0.1023E-10
3.28	0.5190E-03	3.88	0.5218E-04	6.80	0.5130E-11
3.29	0.5009E-03	3.89	0.5007E-04	6.90	0.2549E-11
3.30	0.4834E-03	3.90	0.4804E-04	7.00	0.1254E-11
3.31	0.4664E-03	3.91	0.4610E-04	7.10	0.6107E-12
3.32	0.4500E-03	3.92	0.4422E-04	7.20	0.2946E-12
3.33	0.4342E-03	3.93	0.4242E-04	7.30	0.1407E-12
3.34	0.4189E-03	3.94	0.4069E-04	7.40	0.6654E-13
3.35	0.4040E-03	3.95	0.3902E-04	7.50	0.3116E-13
3.36	0.3897E-03	3.96	0.3742E-04	7.60	0.1445E-13
3.37	0.3758E-03	3.97	0.3588E-04	7.70	0.6636E-14
3.38	0.3624E-03	3.98	0.3441E-04	7.80	0.3017E-14
3.39	0.3494E-03	3.99	0.3298E-04	7.90	0.1359E-14
3.40	0.3369E-03	4.00	0.3162E-04	8.00	0.6056E-15
3.41	0.3248E-03	4.05	0.2557E-04	8.10	0.2673E-15
3.42	0.3131E-03	4.10	0.2062E-04	8.20	0.1169E-15
3.43	0.3017E-03	4.15	0.1659E-04	8.30	0.5058E-16
3.44	0.2908E-03	4.20	0.1332E-04	8.40	0.2167E-16
3.45	0.2802E-03	4.25	0.1067E-04	8.50	0.9197E-17
3.46	0.2700E-03	4.30	0.8524E-05	8.60	0.3864E-17
3.47	0.2602E-03	4.35	0.6794E-05	8.70	0.1608E-17
3.48	0.2507E-03	4.40	0.5402E-05	8.80	0.6623E-18
3.49	0.2415E-03	4.45	0.4285E-05	8.90	0.2701E-18
3.50	0.2326E-03	4.50	0.3391E-05	9.00	0.1091E-18
3.51	0.2240E-03	4.55	0.2677E-05	9.10	0.4363E-19
3.52	0.2157E-03	4.60	0.2108E-05	9.20	0.1728E-19
3.53	0.2077E-03	4.65	0.1656E-05	9.30	0.6773E-20
3.54	0.2000E-03	4.70	0.1298E-05	9.40	0.2629E-20
3.55	0.1926E-03	4.75	0.1015E-05	9.50	0.1011E-20
3.56	0.1854E-03	4.80	0.7914E-06	9.60	0.3847E-21
3.57	0.1784E-03	4.85	0.6158E-06	9.70	0.1450E-21
3.58	0.1717E-03	4.90	0.4780E-06	9.80	0.5408E-22
3.59	0.1653E-03	4.95	0.3701E-06	9.90	0.1998E-22

ملخص بحث الدكتوراه  
جودة و وثوقية التصميم الميكانيكي

## مقدمة:

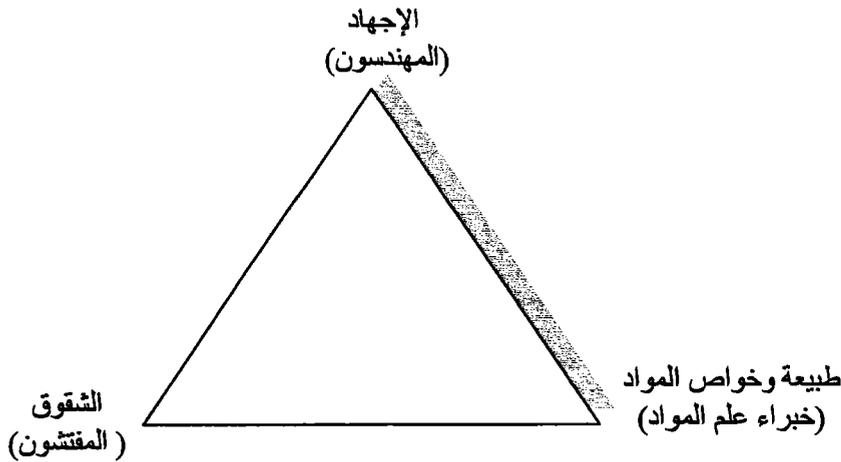
إن متطلبات الأمان والوثوقية العالية في الصناعة الجوية بالإضافة إلى هاجس التكلفة فرض على المهندسين والمطورين في مجال الطيران والصناعات التي تتعلق بحياة الأشخاص ( مثل المفاعلات النووية ) استخدام أشد الأساليب صرامة لضبط وتحسين تصميم العناصر المستخدمة في هذه الصناعات.

تعود أهمية هذا البحث إلى الدور الكبير الذي يحظى به ميكانيك الانكسار في تحديد عوامل الأمان والموثوقية داخل النظام، فهناك جهود كبيرة تبذل من قبل مهندسو الوثوقية وعلم المواد والإنتاج والصيانة والتفتيش من أجل ضمان عمل آمن للمنظومات دون حصول أي انهيار أو تحطم قد يكون وفي كثير من الأحيان كارثياً.

هناك كثير من الاعتبارات والشروط التي يجب أن تؤخذ بعين الاعتبار عند بناء أي تصميم هندسي من أهمها

- عدم وجود أي تشقق أو تسرب داخل المنشأة
- طبيعة المواد المختارة تتميز بمقاومة جيدة لتحمل ظروف الاستثمار وذلك على المدى البعيد
- عدم وجود أي اجهادات غير مرغوب بها ( مثال تركيز اجهادات في مناطق ضعيفة داخل النظام )

من الواضح جداً أنه لتأمين هذه الشروط مجتمعة وبالتالي الحصول على تصميم موثوق يجب أن يتناغم أعمال كل من المهندسين وخبراء علم المواد، بالإضافة إلى خبراء التفتيش والصيانة، لمنع تلك الظروف من الوقوع . وهذا واضح بالشكل التالي:



الشكل رقم (1) أهم العوامل التي يدرسها ميكانيك الانكسار وعلاقتها بالأشخاص

تصميم الوثوقية باستخدام منهجيات مخططات الانهيار التكاملية:

شهد العقد الأخير من القرن المنصرم تطوراً ملحوظاً في منهجيات التصميم، بحيث يتم التخلي تدريجياً عن الطرق التقليدية التي تعالج فيها مسائل التصميم الميكانيكي بطريقة تحديديه Déterministe بالاعتماد على معطيات محددة باستخدام طرق حديثة تعالج المسألة من وجهة النظر الاحتمالية أي بإدخال مفهوم الوثوقية. هذه المنهجية تعني استبدال عوامل الأمان التقليدية الثابتة في قيمتها بقيم محددة لاحتمالات الانهيار.

لدى استخدام المفهوم الحدي في تصميم نظام ميكانيكي عرفت ظروف أدائه الحدية، يتم فحص ومقارنة كميتين: القوى المؤثرة على النظام ومقاومة هذا النظام. في هذه الحالة يتركز التصميم على التأكد من أن الإجهادات العاملة لا تتعدى المقاومة الحدية المميزة للنظام المدروس.

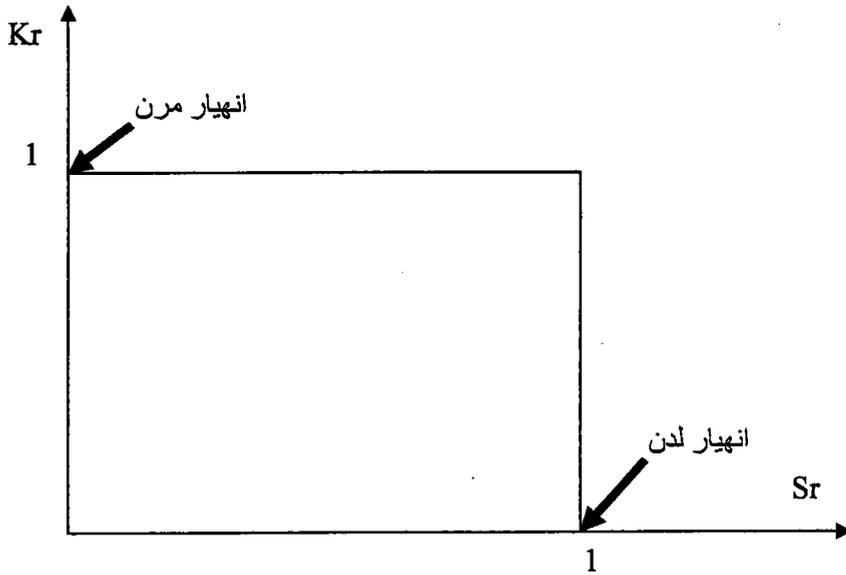
في المنهجية المدروسة والقائمة على مفهوم تسامح العطب *Tolérance aux Défaits* تأخذ المسألة بعين الاعتبار ثلاثة مقادير هي :

التابع التكاملي  $J$  - التوسع الحدي للتشققات - مخططات الانهيار التكاملية .  
وترتبط هذه المقادير فيما بينها بمعيار انهيار خاضع لقوانين ميكانيك الانكسار

إن البرمجيات التصميمية التي تتبنى مفهوم تسامح الأعطاب تعتمد حالياً ثلاثة معايير ميكانيكية مرنة\_لينة للانهيار:

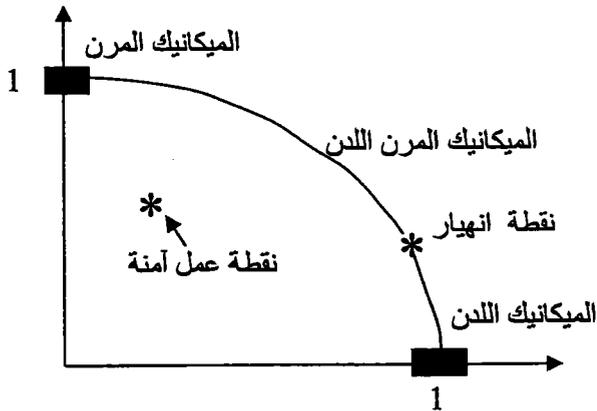
1. التكامل  $J$
2. التباعد الحرج للشق
3. مخططات التكامل - الكسر

هذه المعايير الأخيرة هي الأكثر شيوعاً لدى تصميم المنشآت الميكانيكية التي تتطلب وثوقية عالية كما هو عليه الحال في المنشآت النووية وكذلك في المنشآت التي تستخدم الوصلات اللحامية .  
إن منهجية مخططات الانهيار التكاملية تعتمد بشكل أساسي على تعريف مقدارين لابعديين هما:  
عامل الإجهاد اللابعدي ( $S_r$ ) وعامل تركيز الإجهادات اللابعدي ( $K_r$ ) حيث تتغير قيمة كل منهما بين الصفر والواحد .

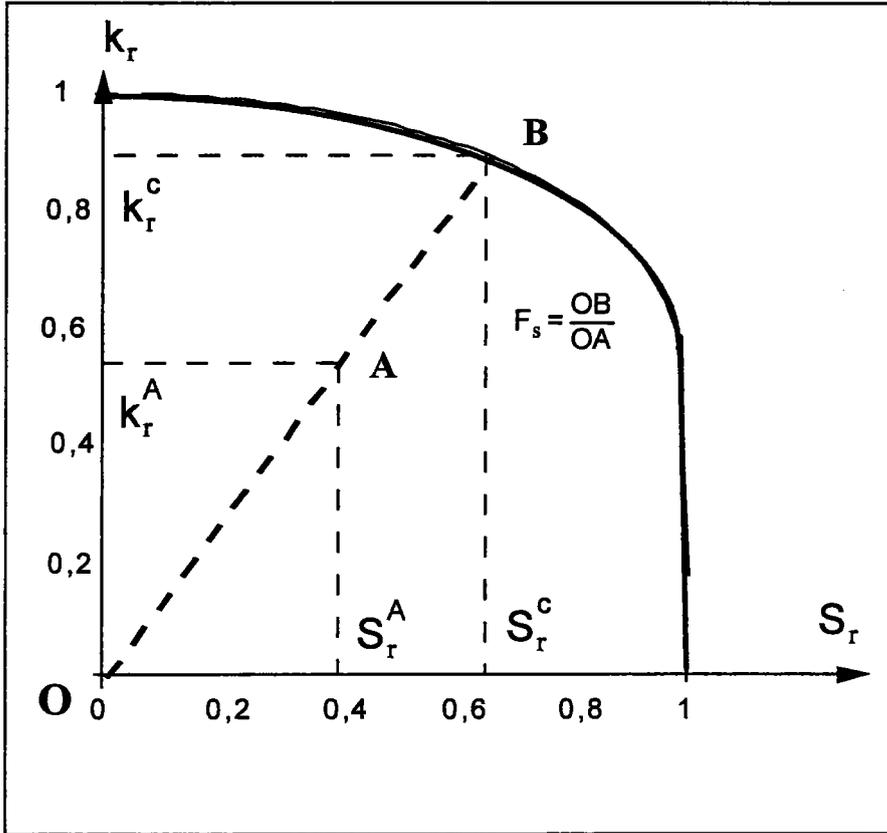


الشكل رقم (2) المفهوم الأساسي لمخططات الانهيار التكاملية

عندما يكون  $K_r = 1$  &  $S_r = 0$  سيكون دراسة الانهيار على انه انهيار مرن اما في الحالة العكسية أي عندما يكون  $K_r = 0$  &  $S_r = 1$  ففي هذه الحالة يدرس الانهيار على انه لدن أما الحالة الواقعة بين هاتين الحالتين فهي تدرس على أنها انهيار مرن لدن هذا ما يوضحه الشكل رقم (2) يستخدم هذان العاملان للدلالة على الحالة الإجهادية من خلال التمثيل البياني على مخططات من الشكل  $K_r = f(S_r)$ . يحدث الانهيار عندما تقع نقطة الأداء للمنشأة الميكانيكية داخل هذا المنحني هذا موضح بالشكل رقم (3).



الشكل رقم (3) منهجية مخططات الانهيار التكاملية



الشكل رقم (4) عامل الأمان لنقطة عمل

أما الشكل رقم (4) فهو يحدد طريقة تحديد عامل الأمان لنقطة عمل ما يوجد حالياً عدة منهجيات مستخدمة لتمثيل الحالات الإجهادية واحتمالات الانهيار نذكر منها طريقة RCCM , EPRI , R6 وغيرها، لكن لا يوجد حالياً منهجيات احتمالية تستخدم مخططات الانهيار التكاملية وهذا هو موضوع الأطروحة .

نعرض من خلال الجدول رقم (1) مختلف المعادلات المقترحة لمجموعة من الباحثين في مجال مخططات الانهيار التكاملية

Irwin	$K_C^* = \frac{\sigma_g^c \sqrt{\pi a}}{\sqrt{\left[1 - \frac{\left(\frac{\sigma_g^c}{\sigma_0}\right)^2}{2}\right]}}$	$k_r = \sqrt{\left[1 - \frac{S_r^2}{2}\right]}$
Dugdale	$K_D^* = \sqrt{8 \text{Re}^2 \cdot \left(\frac{a}{\pi}\right) \cdot \text{Ln} \left( \frac{1}{\cos \left( \frac{\pi \cdot \sigma_g^c}{2 \text{Re}} \right)} \right)}$	$k_r = \frac{1}{\sqrt{\frac{8}{\pi} \cdot \text{Ln} \left( \frac{1}{\cos \left( \frac{\pi \cdot S_r}{2} \right)} \right)}}$
Newmann	$K_N^* = \sigma_N^c \cdot \sqrt{\pi a}$	$k_r = 1 - m_N S_R$
R6	$K_C^* = \sigma_g^c \cdot \sqrt{\pi a_{\text{eff}}}$	$k_r = \left(1 - 0,14 S_r^2\right) \cdot \left[0,3 + 0,7 \exp(-0,65 S_r^6)\right]$
Tangent stress	$K_C^* = \sigma_g^c \sqrt{\pi a} \cdot F_\sigma(a/W) \sqrt{\left[\left(\frac{\sigma_g^c}{\sigma_0}\right)^2 + \alpha \left(\frac{\sigma_g^c}{\sigma_0}\right)^{n+1}\right]}$	$k_r = \frac{S_r}{\sqrt{S_r^2 + \alpha S_r^{n+1}}}$
EPRI	$K_J^* = \sqrt{E J_{el}(a_0) \cdot \left(\frac{P}{P_L}\right)^2 + E J_{pl}(a, n) \left(\frac{P}{P_L}\right)^{n+1}}$	$k_r = \frac{S_r}{\sqrt{H_e S_r^2 + H_n S_r^{n+1}}}$
NUREG -0744	$K_C^* = \frac{\sigma_g^c \sqrt{\pi a} \cdot F_\sigma(a/W)}{\sqrt{\frac{1 - F_\sigma^2}{\beta \left(\frac{\sigma_g^c}{\sigma_0}\right)^2}}}$	$k_r = \left[1 - \frac{F_\sigma^2}{\beta (S_r)^2}\right]$
RCC-MR	$J_{pl} = J_{el} \cdot K_{A16}$	$k_r^c = \sqrt{\frac{1}{A}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{E \cdot s_{ref}}{\sigma_{ref}}\right) + \left(\frac{\sigma_{ref}^2}{2 \cdot E \cdot s_{ref}}\right)}}$

الجدول رقم (1)

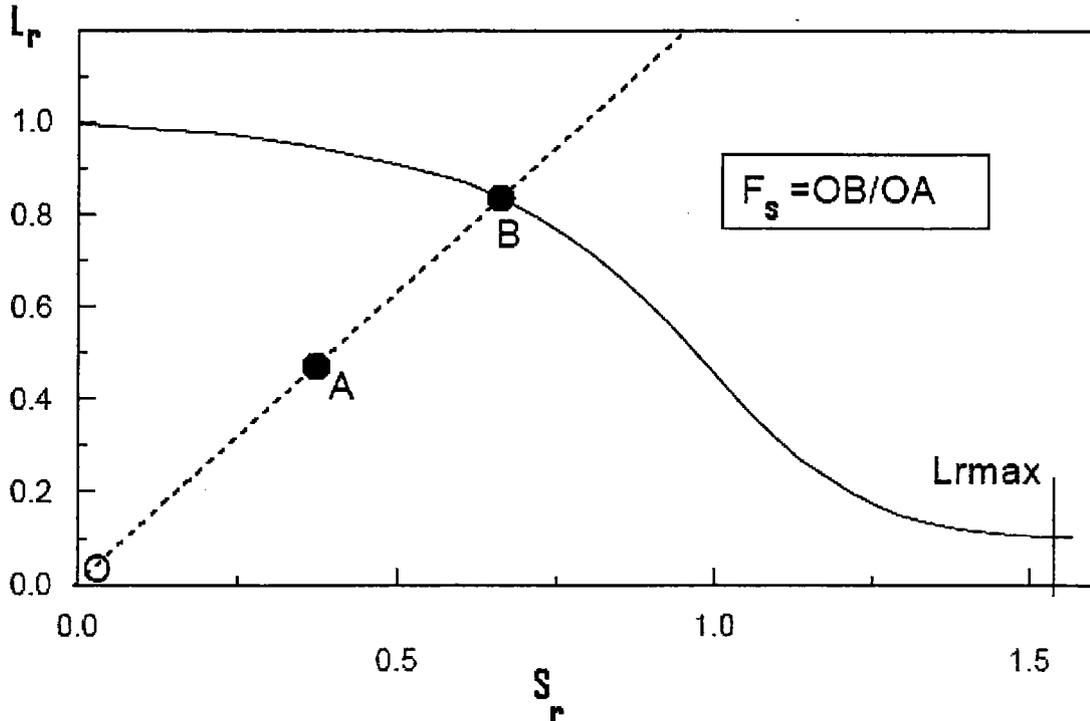
يوضح الجدول رقم ( 2 ) تصنيف مستويات المعادلات الموضوعية من قبل النظام الأوروبي بالإضافة للمعطيات المطلوبة لكل مستوى ، طبعا من المؤكد بأنه كلما ازداد رقم المستوى نحصل على دقة عالية ولكن الأمر يتطلب معطيات أكثر وبالتالي تكلفة أكبر .

LEVEL	DATA NEEDED
DEFAULT LEVEL	
Level 0	Yield or Proof Strength
STANDARD LEVELS	
1. Basic	+ Ultimate Tensile Strength
2. Mismatch	+ Mismatch limit loads
3. Stress-Strain defined	Full Stress-Strain Curves
ADVANCED LEVELS	
J-Integral Analysis	
Leak Before Break Analysis	

الجدول رقم (2) تصنيف النظام الأوربي SINTAP

$$L_r = \frac{1}{\sqrt{\left[1 + \frac{S_r^2}{2}\right]}} \left[0.3 + 0.7 \exp(-0.6 \cdot S_r^6)\right] \quad \text{for } 0 \leq L_r \leq L_{r, \max}$$

$$L_{r, \max} = 1 + \left[\frac{150}{\sigma_y}\right]^{2.5}$$



الشكل رقم (5) عامل الأمان لنقطة عمل في النظام الأوربي SINTAP المستوى الأول

لقد اعتمدنا في دراستنا على النظام الأوربي SINTAP المستوى الأول وقد اخترنا أن تكون دراستنا (دراسات وثوقية) أي دراسة احتمالية وذلك للأسباب التالية:

1. إن مصطلح الانهيار هو مصطلح احتمالي وليس و ليس مصطلح حتمي، لذلك يجب التعامل معه على أساس احتمالي.
  2. عندما نريد تقدير احتمال انهيار منظومة محددة فإنه يتوجب علينا أن تكون جميع المعطيات حقيقية أي هي محاولات عشوائية لان أي خطأ صغير في البداية سيقودنا إلى تذبؤ أو تقديرات خاطئة في النهاية.
  3. السبب الثالث والاهم الأنظمة أوروبية معمول بها الآن تلزم المصمم على القيام بالدراسات الاحتمالية للتصميم.
- لهذه الأسباب تم دراستنا للنظام الأوربي على أسس احتمالية وتم تحديد عوامل الامان والموثوقية للتصميم الجديد.

### الطرق المتبعة في الدراسة:

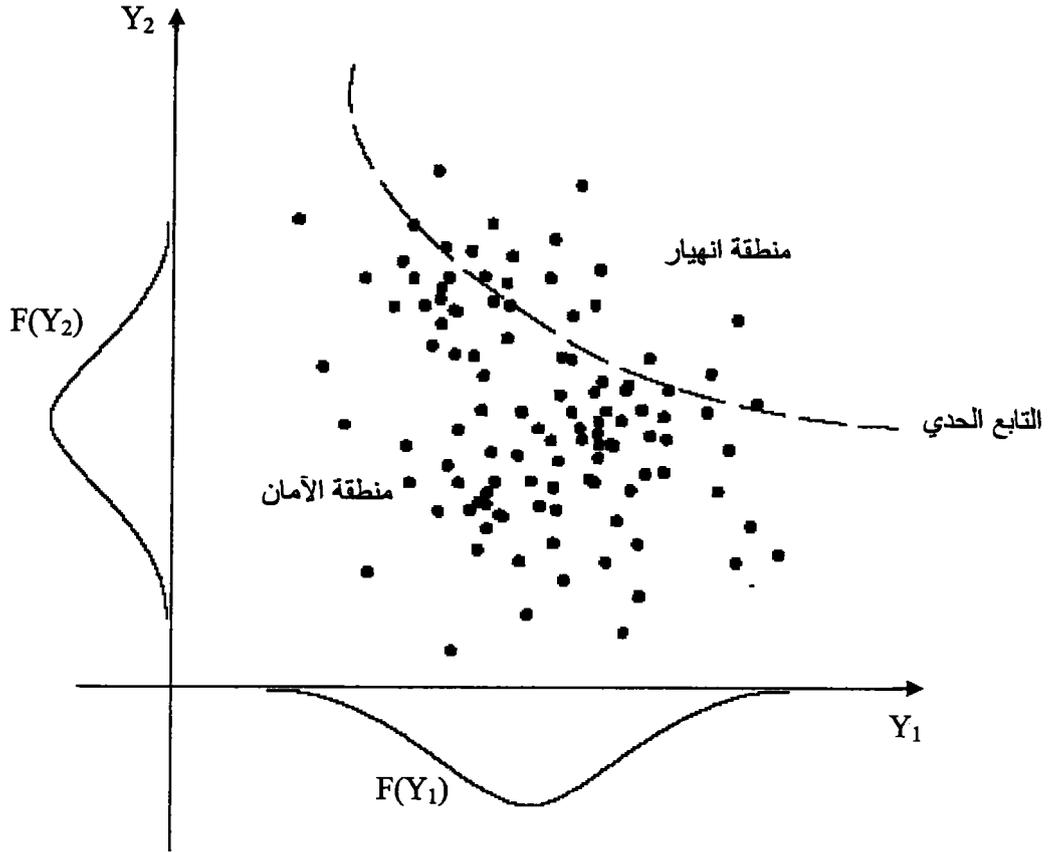
لقد تم تبني طريقتين أساسيتين للدراسة هما Monte-Carlo و FORM/SORM ويمكننا تلخيص هاتين الطريقتين بالخطوات التالية:

#### 1- طريقة Monte - Carlo

يمكن تلخيص هذه الطريقة بالخطوات التالية:

- \_ توليد  $n$  شعاعاً عشوائياً كل بحسب قانون التوزيع التي تتبع له الظاهرة المدروسة
- \_ تصميم تابع الأمان الذي يحدد معيار الانهيار ( في حالتنا المدروسة المعيار هو النظام الأوربي ( SINTAP )
- \_ التحقق وفي كل مرة من أن الرقم المولد عشوائياً بأنه داخل معيار الأمان
- \_ في النهاية يحدد رقم الوثوقية بأنه حاصل قسمة مجموع الأرقام الخارجة عن منطقة الأمان إلى عدد النقاط المولدة إجمالياً.

يمكن توضيح هذه النقاط بالمخطط التالي:



الشكل رقم (6) مخطط عمل طريقة Monte-Carlo

#### ملاحظات حول الطريقة:

##### النقاط الايجابية

- تعتبر هذه الطريقة من الطرق السهلة نسبياً
- لا تتطلب أي تابع أمان خاص أو محدد
- يمكن التعامل مع أي توزيع عشوائي دون تمييز
- يمكن الحصول بواسطتها على دقة عالية وخاصة عند أخذ حجم العينة كبير فإن الخطأ المرتكب يتناهي إلى الصفر ( في حالتنا المدروسة حجم العينة مليون و بالتالي الخطأ المرتكب يتناهي للصفر )

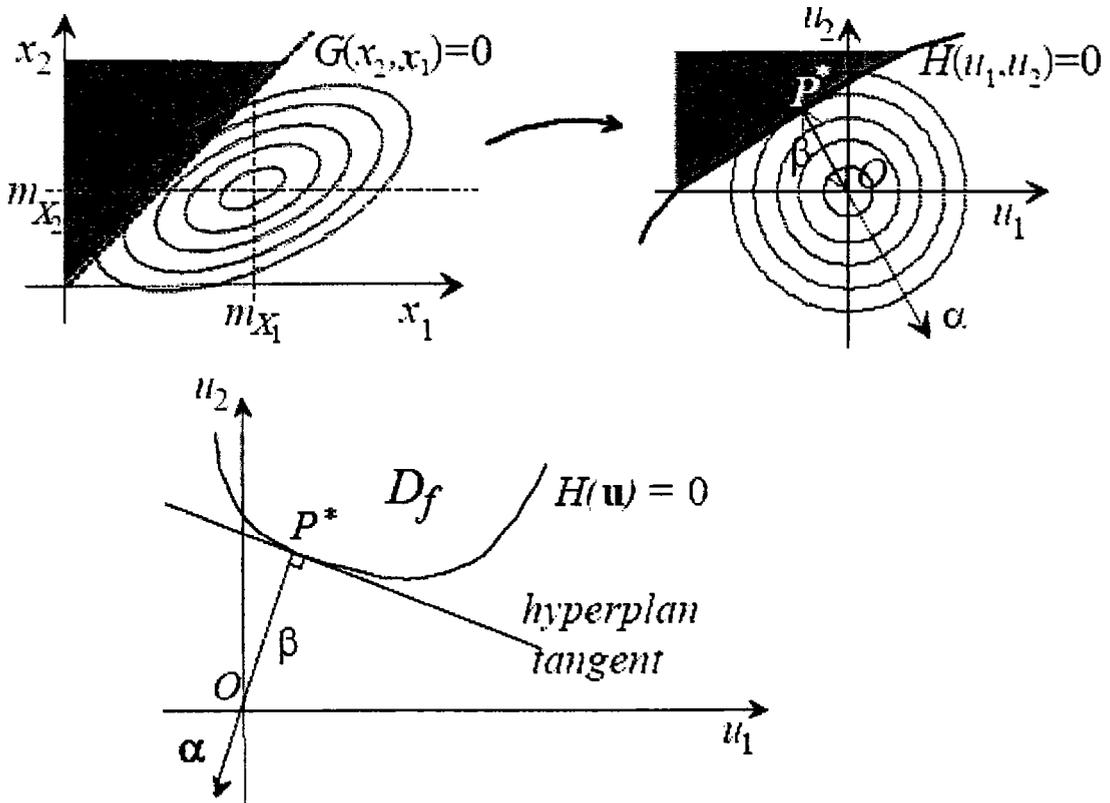
النقاط السلبية

- رقم الوثوقية الذي نحصل عليه يعتمد على زمن وسرعة المعالج للكمبيوتر
- تعتبر هذه الطريقة غير اقتصادية بعد حد وثوقية  $10^{-4}$  ، كما وتعتبر غير فعالة بعد رقم  $10^{-6}$ .
- لهذه الأسباب تم دراسة طريقة جديدة وهي FORM/SORM

**طريقة ( First and Second Order Reliability Method ) FORM / SORM**

يمكن تلخيص هذه الطريقة بالخطوات التالية

- \_ تحويل كامل المتحولات اللاتي نتعامل معها من الوسط الفيزيائي الحقيقي إلى الوسط الطبيعي النظامي  $N(0, 1)$ .
- \_ تصميم تابع الأمان ( في حالتنا النظام الأوربي SINTAP )
- \_ البحث عن البعد الأصغري عن مبدأ الإحداثيات
- \_ تحديد قيمة رقم الوثوقية من الجداول الخاصة
- يمكن تلخيص هذه الخطوات بالمخطط التالي:



الشكل رقم ( 7 ) مخطط عمل طريقة FORM/SORM

ملاحظات حول الطريقة:النقاط الايجابية

- هذه الطريقة لا تعتمد على سرعة المعالج للحاسب فهي مستقلة عن الزمن
- تعتبر هذه الطريقة فعالة جداً في دراسات الوثوقية لكامل الأنظمة

النقاط السلبية

- هذه الطريقة معقدة نسبياً وتتطلب أحياناً تابع أمان خاص من اجل التعامل معه
- ليس هناك معيار لتحديد الخطأ من جراء استخدام هذه الطريقة
- يقتصر استخدام هذه الطريقة على التوزيعات الطبيعية حيث لا يوجد أي توابع تحويل من المجال الفيزيائي على المجال الطبيعي النظامي

تعليقات:

تم التعامل مع هذه الطريقة بشكل كبير وقد تم اقتراح توابع تحويل ( تحويلات جلوف ) تمكنا من التحول من المجال الفيزيائي إلى المجال الطبيعي النظامي الخطأ المرتكب من استخدام هذه التحويلات لا يتجاوز 1% وقد تم وضع البرامج للتعامل بشكل بسيط مع هذه الطريقة، هذه النتائج دعمت بالمقارنة بالنتائج التجريبية بالإضافة مع طرق حسابية عالمية وأظهرت تطابق كبير وخطأ لا يتجاوز 2%

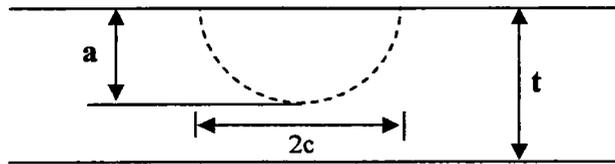
النتائج و المقترحات

لقد تم اختبار الانابيب من معدن الحديد X52 ذو الخواص والمواصفات التي يمكن تلخيصها بالجدول التالي:

حد الخضوع MPa	إجهاد الشد الاعظمي MPa	الصلابة MPa
الوسطي = 410 CV = 0.1	الوسطي = 528 CV = 0.1	الوسطي = 330 CV = 0.1
التوزيع طبيعي	التوزيع طبيعي	التوزيع واييل

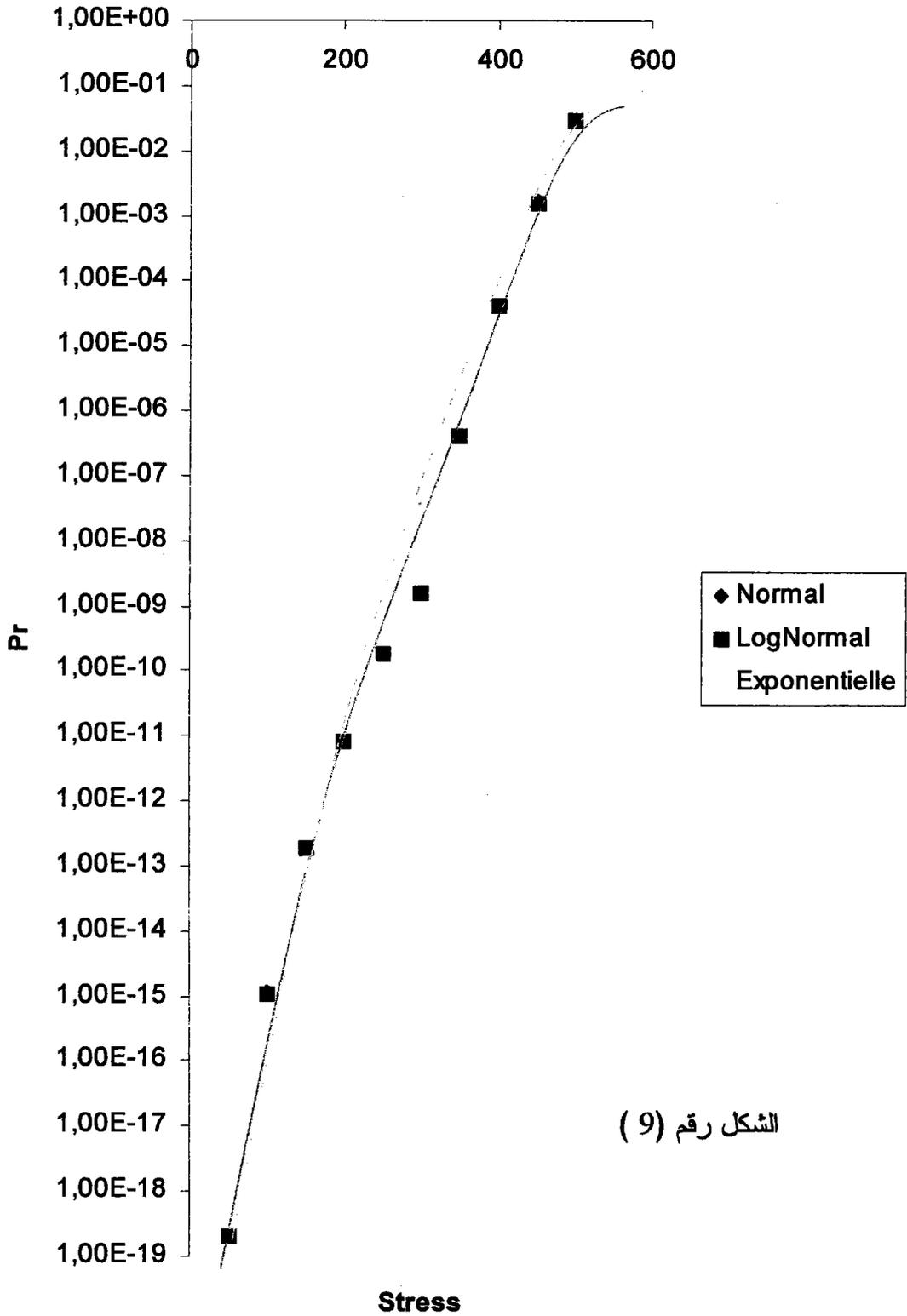
حيث CV هو الواسطي / التشتت

أولا عطب من نوع semi sphérique موضح بالشكل التالي :



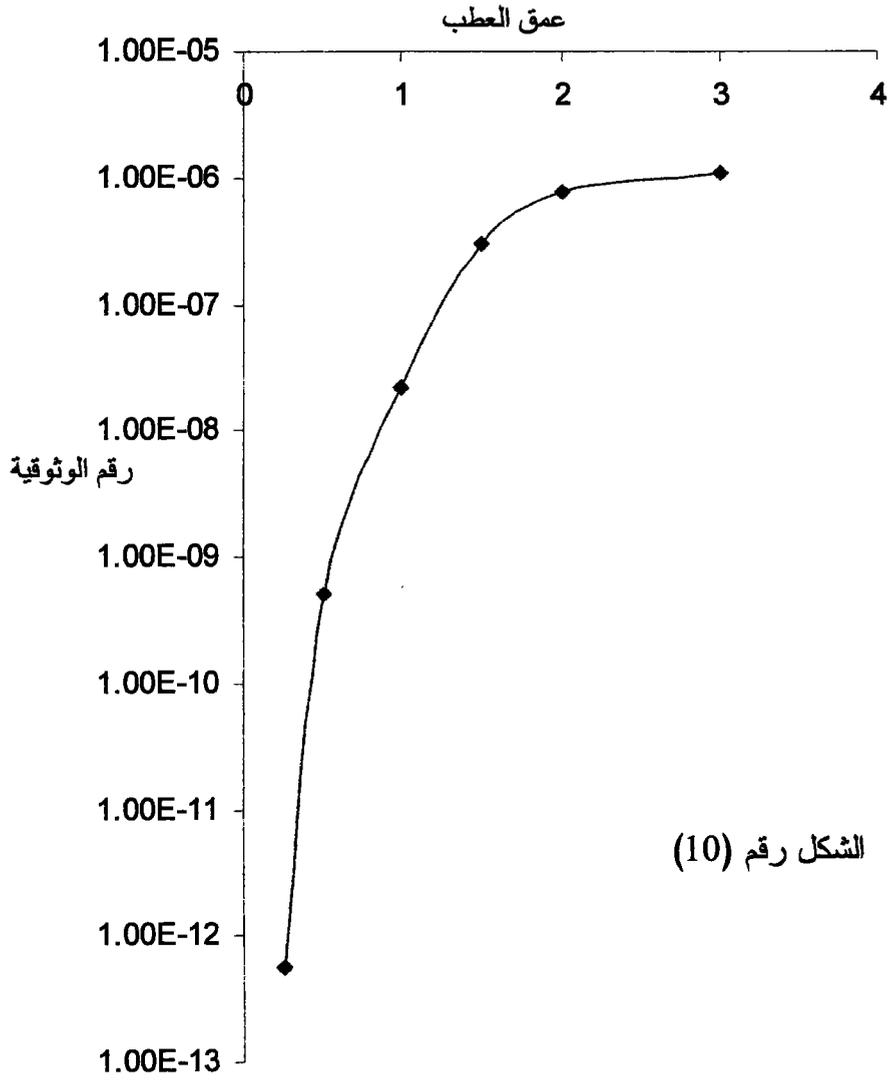
الشكل رقم ( 8 ) مخطط للعطب المدروس

لقد تعاملنا مع مجموعة توزيعات للأعطال ( طبيعي - لوغاريتم الطبيعي - واسي ) واستنتجنا أن التوزيع الأساسي للأعطال هو أخطر هذه التوزيعات لذا تم التعامل مع هذا النوع من التوزيعات بأعمق مختلفة لحجم العطب وهذا موضح بالشكلين التاليين:



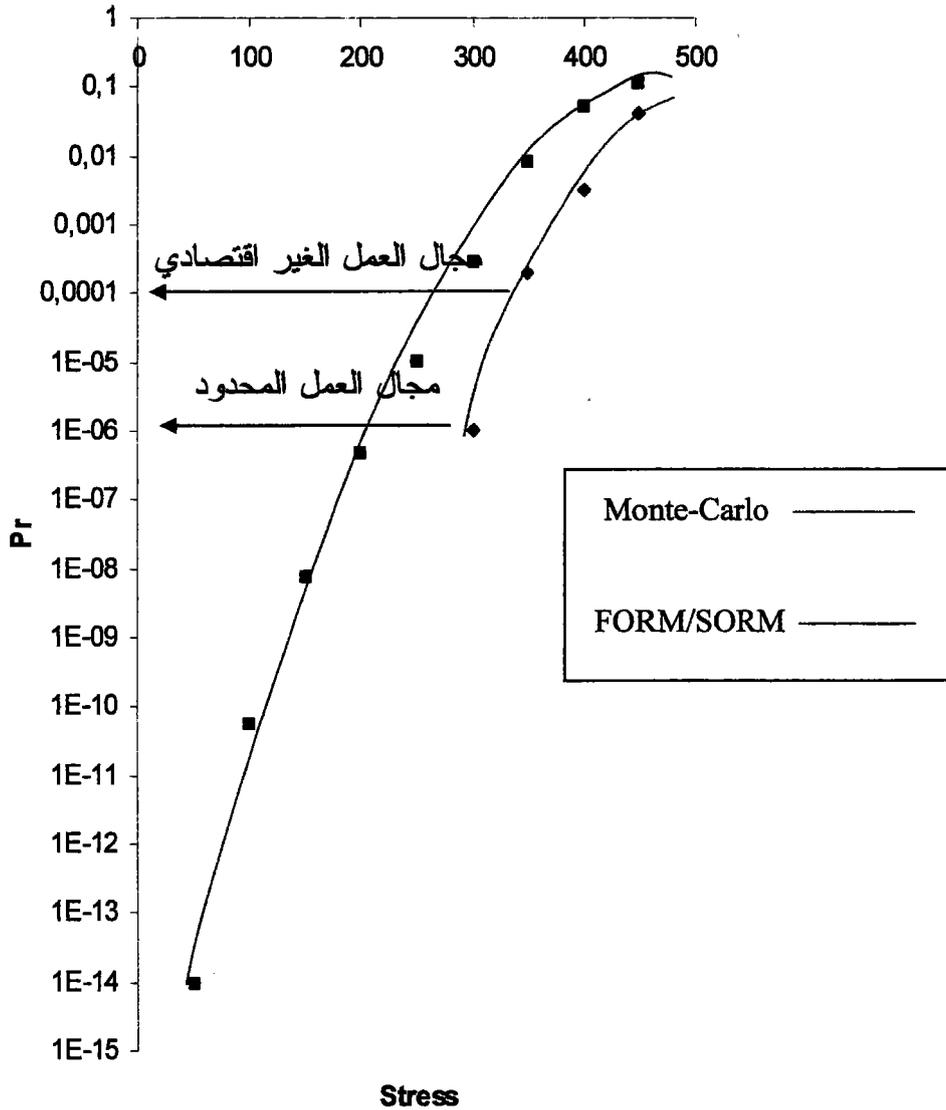
الشكل رقم (9)

الشكل (9) يوضح دراسة الوثوقية لتوزيعات مختلفة من الأعطال وتبين الدراسة التأثير السلبي للتوزيع الاسي على أرقام الوثوقية



الشكل رقم (10)

أما الشكل رقم (10) فهو يوضح تأثير حجم العطب على رقم الوثوقية هذا المخطط يساعدنا في تحديد رقم الوثوقية المستقبلي ( التنبؤ برقم الوثوقية ) إذا استطعنا معرفة معادلة زمن انتشار العطب .



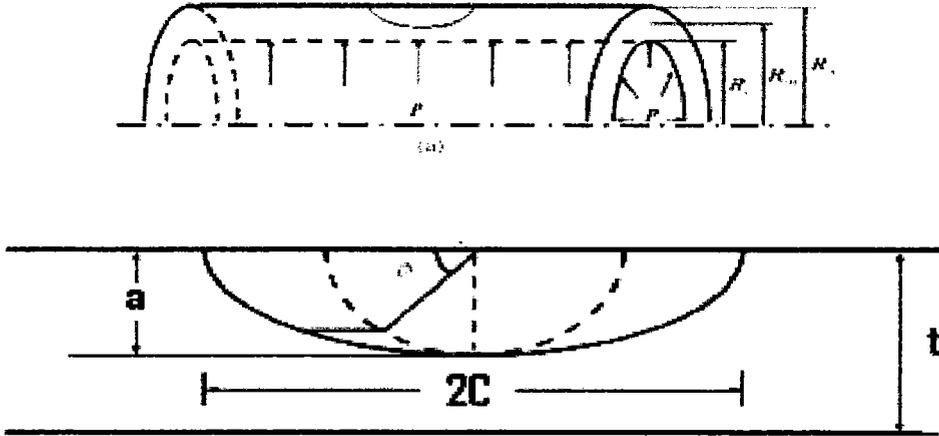
الشكل رقم 11 دراسات الوثوقية باستخدام طريقتي Monte-Carlo وطريقة FORM/SORM

المخطط التالي يوضح دراسات الوثوقية باستخدام طريقتي Monte-Carlo وطريقة FORM/SORM هذه الدراسة تبين لنا عجز طريقة مونتكارلو في دراسات لارقام وثوقية عالية ومن دراساتنا لهذه الطريقة استنتجنا أن طريقة Monte-Carlo تصبح غير اقتصادية عند دراسة ظاهرة الوثوقية لأرقام تزيد عن  $10^{-4}$  بينما الطريقة الأخرى FORM/SORM فهي فعالة جدا لأرقام

الوثوقية العالية وهذه الأرقام مطلوب العمل بها لتصميم الطائرات والمفاعلات و التصميمات التي تهم الإنسانية.

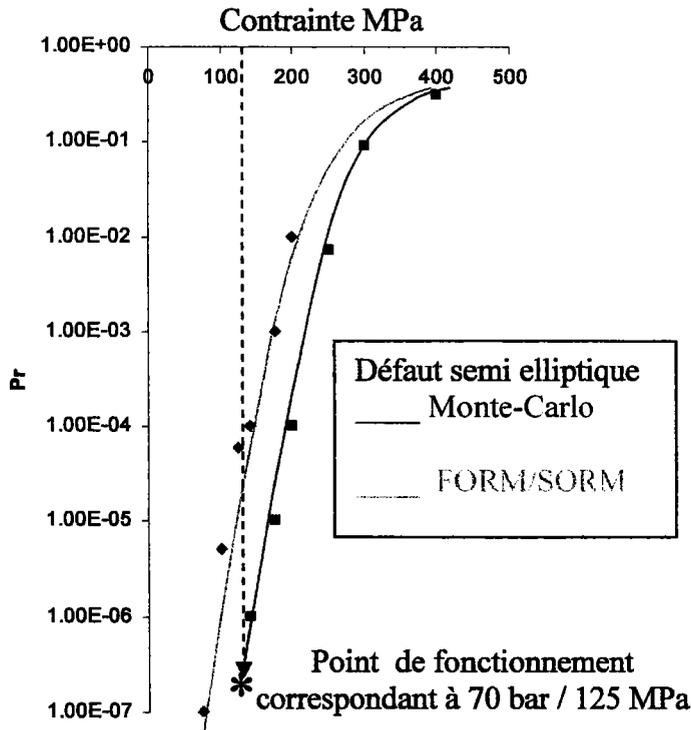
العطب الثاني هو من نوع semi elliptique

هذا العطب موضح بالشكل التالي :



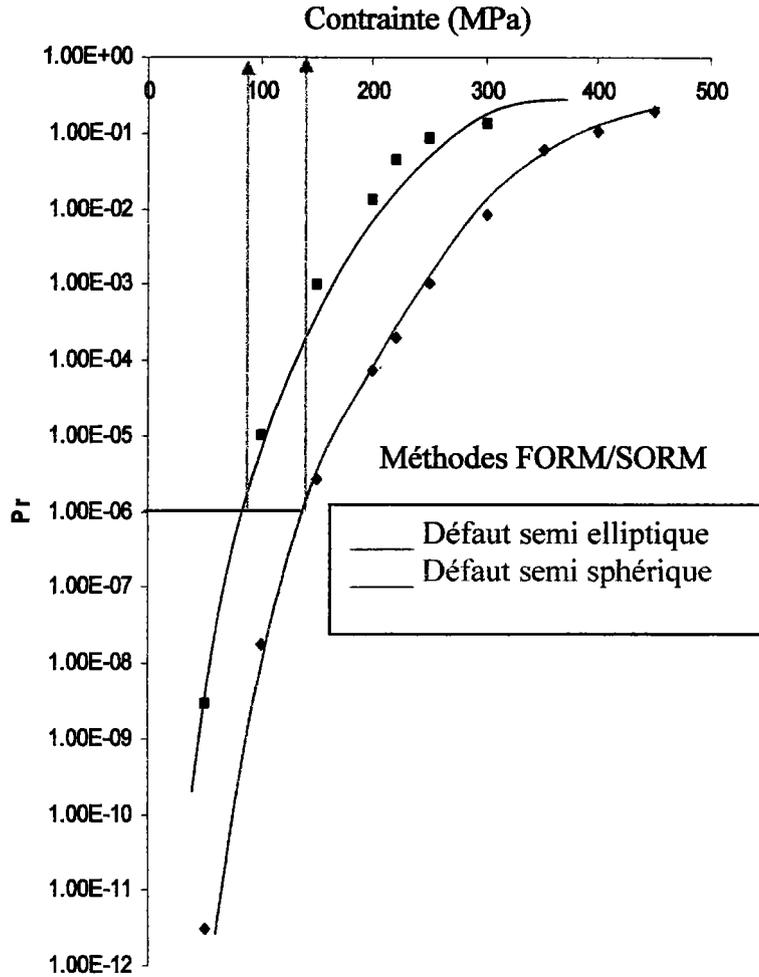
الشكل رقم 12 مخطط للعطب semi elliptique .

من اجل نفس المعدن, وبنفس شروط الاستثمار للعطب الاول, تمت دراسة العطب الثاني, وكانت النتائج بالشكل التالي :



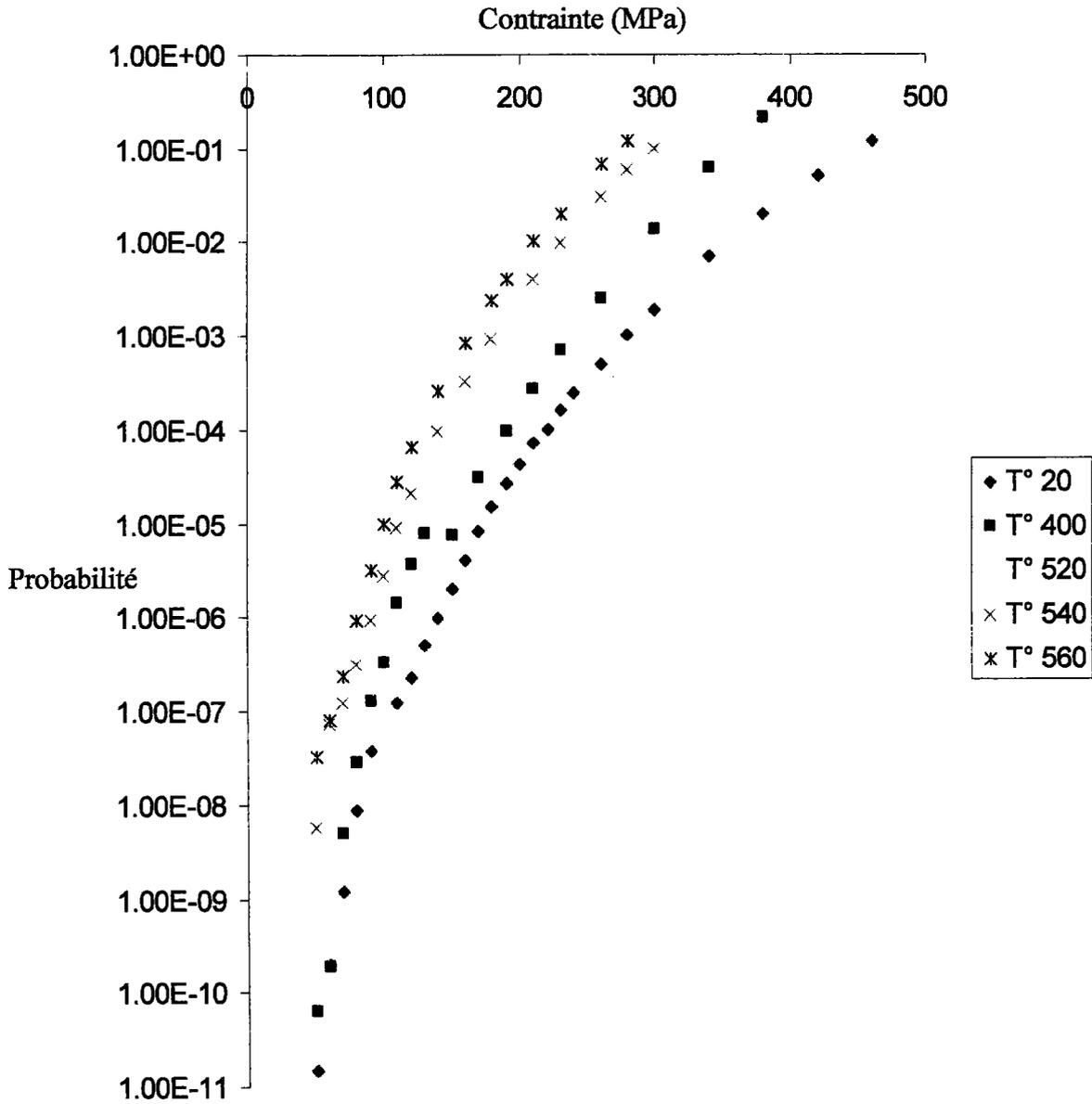
الشكل رقم 13 دراسة العطب من نوع semi elliptique بطريقتين مختلفتين

لقد تمت المقارنة بين نوعي العطب, ( Semi elliptique et semi sphérique ) وهذه الدراسة ملخصة بالشكل التالي:



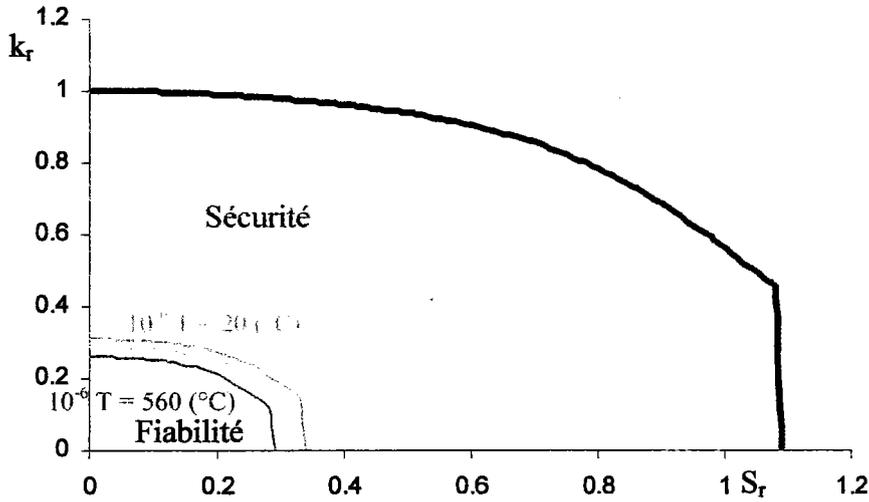
الشكل رقم 14 مقارنة بين نوعين من العطب semi elliptique , semi sphérique

من الواضح من الشكل أن العطب من نوع semi elliptique هو أخطر من العطب semi sphérique لذلك تمت دراسة هذا النوع من الأعطاب في درجات حرارة مختلفة وهذا ما يوضحه الشكل رقم 15 .



الشكل 15 دراسة للعطب من نوع semi elliptique عند درجات حرارة مختلفة

أخيرا لقد تمت دراسة معامل الأمان والموثوقية لهذا النوع من الاعطاب عند درجات حرارة مختلفة وذلك بالطريقتين الاحتمالية والكلاسيكية وهذا ما يوضحه الشكل التالي :



الشكل رقم 16 تحديد عامل الوثوقية وعامل الأمان بالطريقة الاحتمالية

وننتج هذه الدراسة تلخص بالجدول التالي:

T (°C)	20	400	520	540	560
$\sigma_{\theta\theta}$ (MPa)	77	77	77	77	77
a (mm)	2.25	2.25	2.25	2.25	2.25
$k_r^*$	0.0379	0.039	0.053	0.059	0.067
$S_r^*$	0.175	0.206	0.22	0.235	0.248
Fs	6.22	5.29	4.9	4.63	4.39
F <sub>f</sub>	3.11	2.6	2.4	2.3	2.2
$F_{s, Pf=1}$	6.22	5.29	4.9	4.63	4.39
$F_{f, Pf=Pf^*}$	1.94	1.558	1.43	1.3	1.16

ملخص للنقاط التي تمت دراستها

- لقد تم تطوير نموذج احتمالي لدراسة الانهيار في التصميم وذلك بالاعتماد على النورم العالمي SINTAP
- المتحولات المدروسة من قبلنا يمكنها ان تأخذ أي شكل من أشكال التوزيعات ( طبيعي - واييل - أسي - أو أي شكل آخر لتوزع )
- طريقتين أساسيتين تم الاعتماد عليهما وهما Monte-Carlo & FORM/SORM لدراسات الوثوقية
- تم اقتراح موديل جديد من قبلنا للتحويل وهو ( Transformation of JALLOUF )
- تم دراسة عدة أنواع من الأعطاب وتم اختيار العطب الحرج الذي تمت بناء الدراسة على أساسه
- تمت دراسة العطب الحرج عند درجات حرارة مختلفة وتم تحديد عوامل الأمان والموثوقية بالطريقتين الاحتمالية والنظرية
- تمت مقارنة نتائج الدراسة مع البرامج العالمية واثبت تطابق كبير فكان الخطأ لا يتعدى 2%

# Pibliographie

## ***Bibliographie***

[Abramowitz 72] Abramowitz M. and Stegun A., Handbook of Mathematical Function. Dover Publications, New-York, tenth edition, 1972.

[Airliquide 01] Air Liquide, Site Internet : [www.airliquide.com](http://www.airliquide.com) (2001)

[Ang. 84] Ang.A. and Tang.A., Probability concepts in engineering planning and design, vol. 2 decision risk and reliability, John wiley and sons, 1984.

[Arora 90] Arora J.S., Computational design optimization : a review and future directions, *Structural Safety*, n°7, 1990, pp 131-148

[Bjerager 88] Bjerager P., Probability integration by directional simulation, *J. of Engineering Mechanics*, vol 114, n°8, 1988, pp 1285-1302

[Bjerager 89] Bjerager P., Methods for structural reliability computations, in *Computational Mechanics of Probabilistic and Reliability Analysis*, Liu & Belytschko (Eds), Elmepress International, 1989

[Breitung 84] Breitung K., Asymptotic approximations for multinormal integrals, *J. of Engineering Mechanics*, vol 110, n°3, 1984, pp 357-366

[Breitung 94] Breitung K., *Asymptotic approximations for probability integrals*, Lecture Note in Mathematics n°1592, Springer Verlag, 1994

[Butler 56] Butler J.W. , Machine Sampling from given Probability Distribution. In M.A. Meyer, editor, Symposium on Monte-Carlo Methods. Wiley, New-York, 1956.

[Cornell 69] Cornell C.A., A probability-based structured code, *J. of the American Concrete Institute*, vol 66, n°12, 1969, pp 974-985

[ Col 95] Collectif. Aide-Mémoire Statistique. CISIA-CERESTA, Saint-Mandé, 1995.

[Der Kiureghian et al 86] Der Kiureghian A. & Liu P.L., Structural reliability under incomplete probability information, *J. of Engineering Mechanics*, vol 112, n°1, 1986, pp 85- 104

[Kiureghian 86] Kiureghian Der and Liu. P., Structural reliability under incomplete probability information, *J. Engineering Mechanics*, 112(1), 1986.

## Bibliographie

---

- [DELAFOSSSE 01] D. DELAFOSSSE, et T. MAGNIN, "Hydrogen induced plasticity in stress corrosion cracking of engineering systems", *Engineering Fracture Mechanics* 68, p.693-729, (2001)
- [Der Kiureghian et al 87] Der Kiureghian A., Lin H.Z. & Hwang S.J., Second order reliability approximations, *J. of Engineering Mechanics*, vol 113, n°8, 1987, pp 1208-1225
- [Devroye 86] Devroye L., *Non-uniform random variate generation*, Springer-Verlag, 1986
- [Devictore 96] Nicolas Devictor , Méthodes FORM/SORM et couplées avec des codes d'élément finis par des surfaces de réponse adaptatives, thèse 1996 N d'ordre 863, EDSPIC 127, Université Blaise Pascal-clermont II.
- [Ditlevsen et al 96] Ditlevsen O. & Madsen H.O., *Structural reliability methods*, J. Wiley & Sons, 1996
- [Déak 90] Déak. I., Random Number Generators and Simulation. Akademiai Kiado, Budapest, 1990.
- [Deak79] Deak. I. Three digit accurate multiple normal probabilities, *Numerische Mathematik*, vol.35, N°9, pp. 369-380 1979
- [Dolinski 83] Dolinski K., First-order second moment approximation in reliability of structural systems : critical review and alternative approach, *Structural Safety*, vol 1, 1983, pp 211-231
- [FEDDERSEN 70] Feddersen C.E., Evaluation and Prediction of residual strength of center cracked tension panels, ASTM STP 486, p.50 1970
- [Fiessler et al 79] Fiessler B., Neumann H.J. & Rackwitz R., Quadratic limit states in structural reliability, *J. of Engineering Mechanics Division*, 1979, pp 661-676
- [FRIANT 00] D. LE FRIANT, Ecole des Mines de St Etienne, Thèse : "Fissuration assistée par l'hydrogène et corrosion sous contrainte des aciers de pipelines", (2000)
- [Greenberger 61] Greenberger M., Notes on a new pseudo-Random number generator. *J. Assoc. Comp. Mach.*, (8): 163-167, 1961.
- [HAHN et al 69] HAHN G.T. et SARRATE M, Practical Fracture Mechanics for Structural Steel. Proceeding of the symposium on Fracture Toughness. Concepts for Weldable structural Steel, M.O.Dobson Ed. United Kingdom Atomic Energy Authority. Risley, p. 115 ( 1969).
- [Hasofer et al 74] Hasofer A.M. & Lind N.C., An exact and invariant first-order reliability format, *J. of Engineering Mechanics*, vol 100, 1974, pp 111-121

## Bibliographie

---

- [Hohenbichler et al 81] Hohenbichler M. & Rackwitz R., Non-normal dependant vectors in structural safety, *J. of Engineering Mechanics Division*, vol 107, 1981, pp 1127-1138
- [Knuth 81] Knuth D.E., *The Art of Computer Programming : Seminumerical Algorithms*, vol 2, 2nd Edition, Addison-Wesley, 1981
- [KRAFT 61] KRAFT J.M, Effects of dimensions on fast fracture instability in notched sheets, Symposium of Crack Propagation. College of aeronautics Cranfield Paper A 1961
- [Lemaire 91] Lemaire M., Evaluation des indices de fiabilité associés à des modèles de mécanique des structures, *Journées d'Etudes en Fiabilité de Matériaux et des Structures, Méthodes et Applications, GAMI-ISMCM*, Paris, 10-11 décembre 1991
- [Lemaire 92] Lemaire M., Couplage mécano-fiabiliste, *Strucome 92*, Paris, novembre 1992
- [Lemaitre 05] Lemaitre M., *Fiabilité des structures*, Lavoisier, Paris, 2005
- [Liu et al 86] Liu P.L. & Der Kiureghian A., Multivariate distribution models with prescribed marginals and covariances, *Probabilistic Engineering Mechanics*, vol 1, n° 2, 1986, pp 105-112
- [Liu et al 89] Liu W.K. & Belytschko T., *Computational Mechanics of Probabilistic and Reliability Analysis*, Elmepress International, 1989
- [Madsen et al 86] Madsen H.O., Krenk S. & Lind N.C., *Methods of structural safety*, Prentice Hall, 1986
- [Marsaglia 85] Marsaglia G., A Current View of Random Number Generation, Computer Science and Statistics, in *Proc. of the 6th Symposium on the Interface*, 1985, pp 3-10
- [Nataf 62] Nataf A., Détermination des distributions dont les marges sont données, *Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences*, 225, 1962, pp 42-43
- [Nelson 87] Nelson B.R., Variance Reduction for Simulation Practitioners, in *Proc. of the 1987 Winter Conference*, 1987
- [Pluinage et al 04] Pluinage Guy et Sapunov V.T., Fuite et Rupture des Tubes Endommagés, CEPAD <sup>UE</sup> France 2004
- [Pluinage 02] Pluinage Guy, Rapport Transnucléaire, Parie 2, p.1-13, 2002. / <sup>not</sup>
- [Pluinage 95] Pluinage Guy, Exercices de Mecanique Elastoplastique de la Rupture, CEPAD, France 1995
- [Pluinage 89] Pluinage Guy, Mecanique Elastoplastique de la Rupture, Critères d'amorçage, CEPAD, France 1989.

## Bibliographie

---

- [Pluinage 84] Pluinage Guy et Pauchet E., Validité de Plusieurs Critères de Ruptures élastoplastiques en Contraintes Planes, Rapport Université de Metz 1984
- [Press et al 92] Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T. & Flannery B.P., *Numerical Recipes in C, the art of scientific computing*, 2nd Edition, Cambridge University, Press, 1992
- [Rackwitz et al 79] Rackwitz R. & Fiessler B., Structural reliability under combined random load sequences, *Computers & Structures*, vol 9, 1979, pp 489-494
- [Rosenblatt 52] Rosenblatt M., Remarks on a multivariate transformation, *The Annals of Mathematical Statistics*, vol 23, 1952, pp 470-472
- [Rubinstein 81] Rubinstein R.Y., *Simulations and Monte-Carlo Method*, Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics, J. Wiley & Sons, 1981
- [Saporta 90] Saporta.G., Probabilités, Analyse des Données et statistique. Editions Technip, Paris, 1990.
- [S AL Laham 99] S Al Laham, Structurel Integrity Branch, Stress intensity Facto rand Limit load hand book, Issue 2. British Energy Generation Ltd, United Kingdamm, April 1999.
- [Schwalbe 80] Schwalbe K.H., Bruchmechanik metallischer Werkstoff, Ed Hanser, p.273-279, 1980.
- [Soize 93] Soize C., *Méthodes Mathématiques en Analyse du Signal*, Masson, 1993
- [VNeumann 51 ] Von Neumann J., Various techniques used in connection with random digits. Technical Report 12,U.S.Nat. Bur. Stand. Appl. Math. Serv., 1951.