



HAL
open science

Étude des systèmes de productions automatisée soumis à des aléas

Iyad Mourani

► **To cite this version:**

Iyad Mourani. Étude des systèmes de productions automatisée soumis à des aléas. Autre. Université Paul Verlaine - Metz, 2006. Français. NNT : 2006METZ027S . tel-01752453

HAL Id: tel-01752453

<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01752453>

Submitted on 29 Mar 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

THÈSE

Présentée à

L'UNIVERSITÉ PAUL VERLAINE-METZ

UFR Mathématique, Informatique, Mécanique et Automatique

Pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université Paul Verlaine de Metz

Spécialité : **Automatique**

par

Iyad MOURANI

**Étude des systèmes de production automatisée
soumis à des aléas**

Soutenue le 19 Septembre 2006 devant le jury composé de :

M. Yannick FREIN	Professeur à L'INPG Grenoble (Rapporteur)
M. Max-Olivier HONGLER	Professeur à l'EPFL Lausanne (Rapporteur)
M. Yves DALLERY	Professeur à l'Ecole Centrale Paris (Examineur)
M. Bernard GRABOT	Professeur à l'ENIT Tarbes (Examineur)
M. Xiaolan XIE	Professeur à l'ENSM Saint-Etienne (Directeur de thèse)
Mme. Sophie HENNEQUIN	Maître de Conférences à ENIM Metz (Co-encadrant)

Remerciements

Le travail de thèse présenté dans ce mémoire a été effectué à l'INRIA-LORRAINE (Unité Lorraine de l'Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique) dans l'équipe MACSI (Modélisation, Analyse et Conduite des Systèmes Industriels) et au LGIPM (Laboratoire de Génie Industriel et Production Mécanique) dans l'équipe SdP (Systèmes de Production) à l'Université Paul Verlaine-Metz. Je remercie plus particulièrement Mlle Marie-Claude PORTMANN, responsable de l'équipe MACSI, M. Nidhal Rezg, directeur du LGIPM, de m'avoir accueilli dans leurs équipes et laboratoires.

J'adresse ma plus vive reconnaissance au directeur de UFR MIM de Metz, M. Abderrahim ZEGHLOUL, de m'avoir permis de venir en France pour poursuivre mes études supérieures.

Je tiens à traduire ma respectueuse reconnaissance à mon directeur de thèse, Monsieur le Professeur Xiaolan XIE, de m'avoir accueilli au sein de son équipe de recherche et d'avoir accepté de diriger ce travail. Qu'il soit remercié en premier pour sa grande disponibilité, son suivi continu, ses conseils constructifs et la qualité de ses idées qui m'ont permis d'atteindre la finalité de ce travail.

J'exprime toute ma gratitude à mon Co-encadrant de thèse Mme. Sophie HENNEQUIN, pour son aide, sa compréhension, sa gentillesse et sa compétence qu'elle m'a témoignés tout au long de ces années.

Ma gratitude et mes remerciements vont ensuite aux membres du jury qui ont bien voulu me faire l'honneur de participer à ce jury :

- M. Yannick Frein, Professeur à l'INPG Grenoble,
- M. Max-Olivier Hongler, Professeur à l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL),
- M. Yves Dallery, Professeur à l'Ecole Centrale Paris, Responsable de la filière Management de Production & Logistique; Laboratoire Génie Industriel (LGI),
- M. Bernard Grabot, Professeur à l'ENIT Tarbes.

J'adresse mes remerciements le plus chaleureux aux membres de l'équipe de MACSI et SDP pour leur sympathie et leur convivialité.

Que Mme Christel Wiemert et Mme Catherine Jung reçoivent l'expression de reconnaissance et d'amitié pour leur aide et leurs services durant toutes ces années.

C'est le moment aussi de dire un grand merci à tous ceux qui m'ont aidé pour que je puisse réaliser mes études supérieures par leurs encouragements. Je cite surtout mon père, ma mère, mes sœurs, mon frère et tous mes amis et spécialement ma Sœur Philippe qui m'a appris la première lettre en français. J'exprime mes plus sincères gratitude à toutes ces personnes : vous étiez toujours présents ici, malgré la distance, avec votre humour, votre charme et votre chaleur.

Enfin un remerciement très particulier à celui donné le courage pour surmonter les moments difficiles durant cette thèse, pour son soutien et sa confiance à ?

Encore une fois, merci à toutes et à tous.

Je dédie cette thèse
à mes parents,
à mes sœurs Nida, Hitaf et Nouha
à mon frère Moukhles et sa femme Manal
à mes beaux-frères Souliman et Alla
à mes neveux Lara, Fadi, Youssef et Wadea
et à tous ceux que j'aime.

Table des matières

Liste des figures.....	xi
Liste des tableaux.....	xvii
Notations.....	xix
Introduction générale.....	1

Chapitre 1

Évaluation des performances et conduite des systèmes de production automatisée

1.1	Introduction.....	6
1.2	Système de production (SdP).....	7
	1.2.1 Atelier de fabrication	8
	1.2.2 Atelier d'assemblage et/ ou désassemblage.....	9
1.3	Modélisation des systèmes de production.....	11
	1.3.1 Modèle discrets.....	11
	1.3.2 Modèle continu.....	13
	1.3.3 Les aléas dans les systèmes de production.....	16
	1.3.4 Conclusions.....	19
1.4	Evaluation des performances	19
	1.4.1 Mesures des performances.....	20
	1.4.2 Évaluation de la productivité.....	22
	1.4.3 Conclusions.....	24
1.5	Pilotage des flux.....	24
	1.5.1 Objectif de la conduite.....	25
	1.5.2 Commande Optimale.....	28

1.5.3	Politiques de pilotage.....	31
1.5.4	Optimisation.....	37
1.6	Positionnement des travaux de la thèse.....	43

Chapitre 2

Impact du modèle de pannes sur la productivité

2.1	Introduction.....	48
2.2	Lignes de transfert considérées.....	49
2.3	Impact du modèle de pannes.....	52
2.3.1	M_k à la fin de la ligne.....	54
2.3.2	M_k au début de la ligne.....	60
2.3.3	M_k au milieu de la ligne.....	61
2.4	Modélisation et simulation à l'aide des réseaux de Petri.....	62
2.4.1	Modélisation par RdP.....	63
2.4.1.1	Modélisation d'une ligne de transfert.....	65
2.4.1.2	Modélisation de l'état d'une machine.....	67
2.4.1.3	Avancement des horloges.....	67
2.4.2	Algorithme de simulation.....	70
2.5	Résultats numériques et importance de l'impact du modèle de pannes.....	71
2.5.1	Impact du modèle de pannes dans un modèle à flux discrets.....	73
2.5.1.1	Cas d'une distribution exponentielle.....	73
2.5.1.2	Cas des distributions de Weibull et uniforme.....	75
2.5.1.3	Erreur de la productivité.....	77
2.5.1.4	Impact des paramètres du système sur la productivité.....	79
2.5.2	Impact du modèle de pannes dans un modèle à flux continus.....	81
2.5.2.1	Cas d'une distribution exponentielle.....	82
2.5.2.2	Cas des distributions de Weibull et uniforme.....	85
2.5.2.3	Erreur de la productivité.....	86
2.5.2.4	Impact des paramètres du système sur la productivité.....	88
2.6	Conclusions.....	90

Chapitre 3

Pilotage des flux d'un système de production soumise à panne :

3.1	Introduction.....	94
3.2	Système de production considéré.....	95
3.3	Politique optimale.....	98
3.4	Propriétés de la politique optimale.....	101
3.5	Résultats numériques.....	105
3.6	Politique optimale dans le cas de pannes dépendantes des opérations (ODF).....	109
	3.6.1 Résultats numériques.....	110
3.7	Conclusions.....	113

Chapitre 4

Modèles à flux continus avec délais

4.1	Introduction.....	116
4.2	Modélisation des lignes de transfert avec retard.....	118
	4.2.1 Modèles à flux continus avec retard	118
	4.2.2 Modèle RdP continu avec délais.....	121
	4.2.3 Algorithme de simulation.....	122
4.3	Impact du délai sur la productivité.....	126
	4.3.1 Cas de pannes dépendantes des opérations (ODF).....	127
	4.3.1.1 Cas d'une distribution exponentielle.....	127
	4.3.1.2 Cas d'une distribution de Weibull.....	130
	4.3.2 Cas de pannes dépendantes du temps (TDF).....	131
	4.3.2.1 Cas d'une distribution exponentielle.....	132
	4.3.2.2 Cas d'une distribution de Weibull.....	134
4.4.	Politiques de pilotage.....	135
	4.4.1 Politique Kanban.....	135
	4.4.2 Politique Echelon Base Stock.....	136
	4.4.3 Politique CONWIP.....	138
4.5.	Conclusions	139

Chapitre 5

Optimisation des politiques de pilotage des modèles à flux continus avec délais à l'aide de la simulation

5.1	Introduction.....	142
5.2	Optimisation de la politique Kanban pour un système avec une machine et un stock.....	144
5.2.1	Description du système.....	144
5.2.2	Etude de la trajectoire de l'état du stock et ses dérivées.....	147
5.2.2.1	Cas de pannes dépendantes du temps (TDF).....	147
5.2.2.2	Cas de pannes dépendantes des opérations (ODF).....	150
5.2.3	Algorithme d'optimisation basé sur la simulation.....	151
5.2.3.1	Gradients de la fonction de coût.....	152
5.2.3.2	Algorithme d'optimisation de la trajectoire.....	153
5.2.4	Résultats obtenus.....	154
5.3	Optimisation des politiques de pilotage d'une ligne de transfert soumise à des pannes dépendantes du temps.....	158
5.3.1	Etude de la trajectoire et analyse des perturbations.....	158
5.3.2	Gradients de la trajectoire.....	163
5.3.3	Fonction de coût et ses dérivées.....	166
5.3.4	Propriétés des estimateurs des gradients de la fonction de coût.....	169
5.3.5	Algorithme d'optimisation basé sur la simulation.....	174
5.3.6	Résultats de l'optimisation et comparaison des différentes politiques de pilotage.....	176
5.3.6.1	Politique KANBAN.....	176
5.3.6.2	Politiques Echelon Base Stock et CONWIP.....	179
5.4	Optimisation des politiques de pilotage des lignes d'assemblage / désassemblage....	184
5.4.1	Lignes d'assemblage.....	184
5.4.2	Lignes de désassemblage.....	185
5.4.3	Résultats d'optimisation.....	186
5.4.3.1	Cas d'une ligne d'assemblage.....	187
5.4.3.2	Cas d'une ligne de désassemblage.....	189
5.6	Conclusions.....	190

Table des matières

Conclusion générale.....193

Bibliographie.....197

Liste des figures

Fig.1.1	Exemple d'une ligne de transfert.....	8
Fig. 1.2	Exemple d'assemblage sur une machine.....	10
Fig. 1.3	Coût de stockage.....	26
Fig. 1.4	Une ligne de transfert de 2 machines commandées par une politique Kanban.....	33
Fig. 1.5	Une ligne de transfert de 2 machines commandées par une politique Base Stock.....	35
Fig. 1.6	Une ligne de transfert de 2 machines commandées par une politique CONWIP.....	36
Fig. 2.1	Une ligne de transfert composée de N machines et N-1 stocks.....	50
Fig. 2.2	Systemes I et II.....	53
Fig. 2.3	M_k à la fin de la ligne.....	55
Fig. 2.4	Comportement du dernier stock.....	55
Fig. 2.5	M_k au début de la ligne.....	60
Fig. 2.6	Comportement du premier stock.....	60
Fig. 2.7	Modèle RdP pour une ligne de transfert.....	65
Fig. 2.8	Productivité vs capacité du stock pour le cas de 2-machine avec distribution exponentielle et modèle à flux discrets	74
Fig. 2.9	Productivité vs capacité du stock pour le cas de 3 machines avec distribution exponentielle et modèle à flux discrets.....	75
Fig. 2.10	Productivité vs capacité du stock pour le cas de 3 machines avec distribution de Weibull et modèle à flux discrets.....	77
Fig. 2.11	Productivité vs capacité du stock pour le cas de 3 machines avec distribution uniforme et modèle à flux discrets	77

Table des figures

Fig. 2.12	Erreur vs capacité du stock pour le cas de 2 machines et modèle à flux discrets	78
Fig. 2.13	Erreur vs capacité du stock pour le cas de 3 machines et modèle à flux discrets	78
Fig. 2.14	Productivité vs durée de vie pour le cas de 3 machines avec distribution exponentielle et modèle à flux discrets.....	80
Fig. 2.15	Productivité vs temps de réparation pour le cas de 3 machines avec distribution exponentielle et modèle à flux discrets.....	80
Fig. 2.16	Productivité vs taux de production p_i pour le cas de 3 machines avec distribution exponentielle et modèle à flux discrets.....	81
Fig. 2.17	Productivité vs capacité du stock pour le cas de 2 machines avec distribution exponentielle et modèle à flux continus.....	83
Fig. 2.18	Productivité vs capacité du stock pour le cas de 3 machines avec distribution exponentielle et modèle à flux continus.....	84
Fig. 2.19	Productivité vs capacité du stock pour le cas de 3 machines avec distribution de Weibull et modèle à flux continus.....	86
Fig. 2.20	Productivité vs capacité du stock pour le cas de 3 machines avec distribution uniforme et modèle à flux continus.....	86
Fig. 2.21	Erreur vs capacité du stock pour le cas de 2 machines et modèle à flux continus.....	87
Fig. 2.22	Erreur vs capacité du stock pour le cas de 3 machines et modèle à flux continus.....	87
Fig. 2.23	Productivité vs durée de vie pour le cas de 3 machines avec distribution exponentielle et modèle à flux continus.....	89
Fig. 2.24	Productivité vs temps de réparation pour le cas de 3 machines avec distribution exponentielle et modèle à flux continus.....	89
Fig. 2.25	Productivité vs cadence de production pour le cas de 3 machines avec distribution exponentielle et modèle à flux continus.....	90
Fig. 3.1	Système de production d'une machine.....	95
Fig. 3.2	Fonction de coût.....	101
Fig. 3.3	Fonction de coût pour le système à flux discrets et pannes <i>TDF</i>	106

Table des figures

Fig. 3.4	Fonction de coût pour le système à flux continus.....	106
Fig. 3.5	Nombre de produits dans le stock en fonction du facteur d'actualisation pour le cas <i>TDF</i>	108
Fig. 3.6	Nombre de produits dans le stock en fonction de la demande pour le cas <i>TDF</i>	108
Fig. 3.7	Fonction de coût pour le système à flux discrets et pannes <i>ODF</i>	110
Fig. 3.8	Nombre de produits dans le stock en fonction du facteur d'actualisation pour le cas <i>ODF</i>	112
Fig. 3.9	Nombre de produits dans le stock en fonction de la demande pour le cas <i>ODF</i>	112
Fig. 4.1	Modèle de G. J. Van Ryzin, S. X. C. Lou et S. B. Gershwin.....	118
Fig. 4.2	Ligne de transfert avec délais entre les machines et les stocks.....	119
Fig. 4.3	Composants de base d'un <i>RdPC</i> avec délais.....	121
Fig. 4.4	Le modèle <i>RdPC</i> avec délais d'une ligne de transfert de trois machines.....	123
Fig. 4.5	Productivité vs délai pour le cas de 2 machines avec distribution exponentielle et pannes <i>ODF</i>	127
Fig. 4.6	Productivité vs délai pour le cas de 3 machines avec distribution exponentielle et pannes <i>ODF</i>	128
Fig. 4.7	Comparaison de notre résultat avec ceux de [COM90].....	129
Fig. 4.8	Productivité vs capacité de stock pour le cas de 2 machines avec distribution exponentielle et pannes <i>ODF</i>	129
Fig. 4.9	Productivité vs capacité de stock pour le cas de 3 machines avec distribution exponentielle et pannes <i>ODF</i>	130
Fig. 4.10	Productivité vs délai pour le cas de 3 machines avec distribution de Weibull et pannes <i>ODF</i>	131
Fig. 4.11	Productivité vs capacité de stock pour le cas de 3 machines avec distribution de Weibull et pannes <i>ODF</i>	131
Fig. 4.12	Productivité vs délai pour le cas de 2 machines avec distribution exponentielle et pannes <i>TDF</i>	132
Fig. 4.13	Productivité vs délai pour le cas de 3 machines avec distribution exponentielle et pannes <i>TDF</i>	132

Table des figures

Fig. 4.14	Productivité vs capacité de stock pour le cas de 2 machines avec distribution exponentielle et pannes <i>TDF</i>	133
Fig. 4.15	Productivité vs capacité de stock pour le cas de 3 machines avec distribution exponentielle et pannes <i>TDF</i>	133
Fig. 4.16	Productivité vs délai pour le cas de 3 machines avec distribution de Weibull et pannes <i>TDF</i>	134
Fig. 4.17	Productivité vs capacité de stock pour le cas de 3 machines avec distribution de Weibull et pannes <i>TDF</i>	134
Fig. 4.18	Ligne de transfert avec un délai entre M_i et B_i et une demande D	135
Fig. 4.19	Une ligne de transfert de 3 machines avec une politique Kanban.....	136
Fig.4.20	<i>RdP</i> pour la politique Kanban pour une ligne de 3 machines avec une demande.....	136
Fig. 4.21	Une ligne de transfert de 3 machines avec une politique Base Stock.....	137
Fig. 4.22	<i>RdP</i> pour la politique Echelon Base Stock pour une ligne de 3 machines avec une demande.....	138
Fig. 4.23	Une ligne de transfert de 3 machines avec une politique CONWIP.....	139
Fig. 4.24	<i>RdP</i> pour la politique CONWIP pour une ligne de 3 machines avec une demande.....	139
Fig. 5.1	Système de production d'une machine avec retard.....	145
Fig. 5.2	Trajectoires pour la position de stock et le niveau de stock avec $\alpha(0) = 1$, $y(0) = x(0) = 0$	147
Fig. 5.3	Ligne de transfert composée de N machines et N stocks avec délai entre M_i et B_i	158
Fig. 5.4	Délai entre M_i et B_i pour une politique Kanban.....	161
Fig. 5.5	La politique Echelon base stock pour le cas avec délai entre M_i et B_i	162
Fig. 5.6	Fonction de coût pour le cas où $x_{i,k} \geq 0$, $x_{i,k+1} \geq 0$	167
Fig. 5.7	Fonction de coût pour le cas où $x_{i,k} \leq 0$, $x_{i,k+1} \leq 0$	167
Fig. 5.8	Fonction de coût pour le cas où $x_{i,k} \geq 0$, $x_{i,k+1} \leq 0$	168
Fig. 5.9	Fonction de coût pour le cas où $x_{i,k} \leq 0$, $x_{i,k+1} \geq 0$	168

Table des figures

Fig. 5.10 Coût vs nombre de Kanbans pour une ligne de transfert de 3 machines avec une politique Kanban.....177

Fig. 5.11 Coût vs Echelon Base Stock avec $Z_1 = 42$ et $D = 0.5$ et une politique Echelon Base Stock.....179

Fig. 5.12 Fonction de coût pour la politique de CONWIP avec $D = 3$182

Fig. 5.13 Ligne d'assemblage avec un délai entre M_i et B_i184

Fig. 5.14 Ligne de désassemblage avec un délai entre M_i et B_i186

Fig. 5.15 Coût vs nombre de Kanbans pour une ligne d'assemblage de 3 machines avec une politique Kanban.....187

Fig. 5.16 Coût vs nombre de Kanbans pour une ligne de désassemblage avec une politique Kanban.....189

Liste des tableaux

Tableau 2.1	Données de simulation pour les deux modèles de pannes <i>TDF</i> et <i>ODF</i>	72
Tableau 2.2	Résultats de simulation pour le cas de 2 machines avec $H_i = 10$ et modèle à flux discrets	74
Tableau 2.3	Résultats de simulation pour le cas de 3 machines avec $H_i = 10$ et modèle à flux discrets	74
Tableau 2.4	Résultats de simulation pour le cas de 3 machines avec $H_i = 10$ et distributions uniforme et Weibull et modèle à flux discrets	76
Tableau 2.5	Résultats de simulation pour le cas de 2 machines avec $H_i = 10$ et modèle à flux continus.....	82
Tableau 2.6	Résultats de simulation pour le cas de 3 machines avec $H_i = 10$ et modèle à flux continus.....	83
Tableau 2.7	– Comparaison des résultats de simulation avec les résultats analytiques.....	84
Tableau 2.8	Résultats de simulation pour le cas de 3 machines avec $H_i = 10$ et distributions uniforme et Weibull et modèle à flux continus.....	85
Tableau 3.1	Données de simulation pour le cas d'une machine.....	105
Tableau 3.2	Résultats de simulation quand λ varie pour le cas <i>TDF</i>	107
Tableau 3.3	Résultats de simulation quand μ varie pour le cas <i>TDF</i>	107
Tableau 3.4	Résultats de simulation quand λ varie pour le cas <i>ODF</i>	111
Tableau 3.5	Résultats de simulation quand μ varie pour le cas <i>ODF</i>	111
Tableau 4.1	Données de simulation pour la ligne de transfert avec délais.....	126
Tableau 5.1	Données de simulation pour le cas d'une machine.....	155

Tableau 5.2	Résultats de simulation avec 10 simulations indépendantes pour des pannes <i>TDF</i> et <i>ODF</i>	156
Tableau 5.3	Robustesse de résultats d'optimisation pour des pannes <i>TDF</i> et <i>ODF</i>	157
Tableau 5.4	Données de simulation pour la politique Kanban.....	177
Tableau 5.5	Résultats d'optimisation basée sur la simulation pour la politique Kanban.....	178
Tableau 5.6	Robustesse des résultats de la simulation pour la politique Kanban.....	178
Tableau 5.7	Données de simulation pour les politiques Echelon Base Stock et CONWIP.....	179
Tableau 5.8	Résultats d'optimisation basée sur la simulation pour $D = 0.5$	180
Tableau 5.9	Robustesse des résultats de la simulation pour la politique Echelon Base Stock et $D = 0.5$ et valeurs initiales ($Z_1 = 10$ pièces, $Z_2 = 10$ pièces, $Z_3 = 10$ pièces).....	181
Tableau 5.10	Robustesse des résultats de la simulation pour la politique Echelon Base Stock et $D = 0.5$ et valeurs initiales ($Z_1 = 20$ pièces, $Z_2 = 20$ pièces, $Z_3 = 20$ pièces).....	181
Tableau 5.11	Robustesse des résultats de la simulation pour la politique Echelon Base Stock et $D = 0.5$ et valeurs initiales ($Z_1 = 100$ pièces, $Z_2 = 100$ pièces, $Z_3 = 100$ pièces).....	181
Tableau 5.12	Résultats d'optimisation basée sur la simulation pour $D = 3$	183
Tableau 5.13	Robustesse des résultats de la simulation pour la politique Echelon Base Stock et $D = 3$ et valeurs initiales ($Z_1 = 10$ pièces, $Z_2 = 10$ pièces, $Z_3 = 10$ pièces).....	183
Tableau 5.14	Robustesse des résultats de la simulation pour la politique Echelon Base Stock et $D = 3$ et valeurs initiales ($Z_1 = 1000$ pièces, $Z_2 = 1000$ pièces, $Z_3 = 1000$ pièces).....	183
Tableau 5.15	Résultats d'optimisation basée sur la simulation pour une ligne d'assemblage avec la politique Kanban.....	188
Tableau 5.16	Robustesse des résultats de la simulation pour une ligne d'assemblage.....	188
Tableau 5.17	Résultats d'optimisation basée sur la simulation pour une ligne de désassemblage avec la politique Kanban.....	189
Tableau 5.18	Robustesse des résultats de la simulation pour une ligne de désassemblage.....	190

Notations

M_i	$i^{\text{ième}}$ machine d'une ligne de transfert.
M_i^I	Machine M_i dans le système I .
M_i^{II}	Machine M_i dans le système II .
B_i	$i^{\text{ième}}$ stock intermédiaire.
H_i	Capacité de B_i .
$TBF_{i,n}$	$n^{\text{ième}}$ temps de bon fonctionnement de M_i .
$MTBF_i$	Moyenne des temps de bon fonctionnement pour M_i .
λ	Taux de panne, $MTBF = 1/\lambda$.
$TTR_{i,n}$	$n^{\text{ième}}$ temps de réparation de M_i .
$MTTR_i$	Moyenne de temps de réparation pour M_i .
μ	Taux de réparation, $MTTR = 1/\mu$.
$T_{i,q}$	Temps opératoires de la pièce q sur M_i .
MT_i	Moyenne des temps opératoires pour M_i .
p	Taux de production, $MT = 1/p$.
$\alpha_i(t)$	Etat de fiabilité de M_i à l'instant t .
$s_i(t)$	Nombre de pièces dans B_i à l'instant t (cas de flux discrets).
$x_i(t)$	Niveau du stock de B_i à l'instant t (cas de flux continus).
$a_i(t)$	Age de M_i dans son état actuel à l'instant t .
$\gamma_i(t)$	Etat de fonctionnement de M_i à l'instant t .
$\tau_i(t)$	Temps passé par M_i à travailler sur une pièce.
$r_i(t)$	Durée de vie restante de M_i dans l'état actuel.
$w_i(t)$	Temps opératoire restant d'une pièces sur M_i .
ODF	Pannes dépendant du temps.
TDF	Pannes dépendant des opérations.
$TP_i(t)$	Productivité de M_i à l'instant t .

$TPT_i(t)$	Temps total d'exécution de M_i .
$EC_N(t', t)$	Horloge effective de M_N pour l'intervalle de temps $[t', t]$.
RdP	Réseau de Petri.
$RdPI$	Réseau de Petri Interprété.
$M(P_i)$	Marquage de la place P_i dans RdP .
$gd(tr_i)$	Condition logique booléenne associée à la transition instantanée tr_i .
$cl(tr_i)$	Horloge assignée à la transition temporisée tr_i .
$r(tr_i)$	Horloge restante pour chaque transition temporisée tr_i .
$h(tr_i)$	État (indicateur) de l'horloge de la transition temporisée tr_i .
T^u	Ensemble des transitions instantanées.
T^t	Ensemble des transitions temporisées
$E(M)$	Ensemble des transitions validées pour un marquage donné $M(\cdot)$.
e	Le prochain événement.
X_{tr}	Échantillonnage aléatoire selon la distribution des temps de franchissement du tr
$E[X]$	Espérance mathématique de la variable aléatoire X .
D	Taux de demande.
$U(s, \alpha)$	Décision de production en fonction de nombre de produits dans le stock $s(t)$ et de l'état de la machine $\alpha(t)$
$J(s, \alpha)$	Fonction de coût .
β	Facteur d'actualisation.
$g(s(t))$	Coût du stockage.
T	Temps du prochain événement, c'est-à-dire que $T = Expo.(\Phi)$
c^-	Coût de pénurie.
c^+	Coût de sur-stockage.
$Q^1(s, 1)$	Coût actualisé à long terme quand nous décidons de produire.
$Q^0(s, 1)$	Coût actualisé à long terme quand nous ne pas produire.
z^*	Point de séparation (hedging point).
J^1	Évaluation de la fonction de coût quand la machine est en état de fonctionnement.
J^0	Évaluation de la fonction de coût quand la machine est en panne.

Notations

$s^{(\cdot)}(t)$	Trajectoires du stock correspondant obtenues en appliquant $U^{(\cdot)}$
τ_i	Délai de transfert du flux de matières d'une machine M_i à son stock en aval B_i ,
VTF_i	Nombre de pièces produites par la machine M_i lorsqu'elle en état de marche
$MVTF_i$	Moyenne de Nombre de pièces produites par la machine M_i lorsqu'elle en état de marche
MLT_i	Moyenne de la durée de vie de la machine M_i
$u_i(t)$	Taux de production de la machine M_i à l'instant t
U_i	Taux maximal de production de M_i à l'instant t
$ud_i(t)$	Taux du flux entrant le stock B_i à l'instant t avec $ud_i(t) = u_i(t + \tau_i)$
$y_i(t)$	Capacité restante du stock B_i à l'instant t
$zz_i(t)$	Flux des matériels attendant le transfert
h	Point de séparation (hedging point)
h_{WD}	Point de séparation pour le cas avec délai
h_{ND}	Point de séparation pour le cas sans délai
$y^h(t), x^h(t)$	La trajectoire nominale de la position du stock (respectivement le niveau du stock) en fonction du point de séparation h .
$y^{h+\Delta}(t), x^{h+\Delta}(t)$	La trajectoire perturbée de la position du stock (respectivement le niveau du stock) en fonction du point de séparation h .
Δ	Perturbation
$J(h + \Delta)$	Coût de la trajectoire perturbée
$L_T(h)$	Coût moyen avec l'estimation échantillonnée pour la trajectoire nominale
$L_T(h + \Delta)$	Coût moyen avec l'estimation échantillonnée pour la trajectoire perturbée
$T_{\geq 0}(h), T_{< 0}(h)$	Le temps total où $y^h(t) \geq 0$ (respectivement $y^h(t) < 0$) sur un horizon du temps $[0, T]$
Z_i	Le niveau Echelon Base Stock de l'étape i
EI_i	La Echelon inventory de l'étape i
$z_i(t)$	Le déficit de l'étape i , c'est-à-dire, la différence entre le niveau base stock et la position de stock d'échelon de l'étape i , c'est-à-dire que $z_i(t) = Z_i - IP_i$.
e_k	$k^{\text{ième}}$ événement
t_k	Date de l'événement e_k
δ_k	temps entre deux événements successifs, c'est-à-dire que $\delta_k = t_{k+1} - t_k$

Notations

$\vec{\theta}$	Vecteur de niveau optimal de stock
$G(\vec{\theta})$	Coût entre chaque deux événements successifs

Introduction générale

La compétition mondiale a changé toutes les données de l'économie. En production industrielle, le mot d'ordre est la compétitivité. Le maintien ou l'amélioration de la compétitivité d'un appareil de production est conditionné par son environnement, c'est-à-dire par l'évolution du marché, par les technologies de la production et par les hommes qui sont impliqués dans son fonctionnement.

Les clés du succès industriel ne changent pas (qualité, coût, délai) mais c'est le contexte des entreprises industrielles qui change, autrement dit, l'environnement économique change à cause de la concurrence internationale et de la course à l'innovation technologique. C'est la fin d'une époque, c'est-à-dire le client est désormais le maître du jeu et alors il faut désormais vendre et satisfaire une demande pour produire. En conséquence, dans un tel environnement, l'enjeu majeur est la réduction des coûts, tout en améliorant continûment la qualité et les choix offerts aux clients sans fragiliser l'entreprise à long terme. Pour ce faire, de nombreuses méthodes et outils existent mais la question qui prédomine aujourd'hui souvent est la suivante : quoi faire, comment le faire, qu'en tirer et comment le faire vivre ?

L'objectif de cette thèse est double. Tout d'abord, étudier l'évaluation des performances de façon à bien connaître la productivité d'une ligne de transfert sous différentes conditions puis piloter au mieux les flux de produits de manière à minimiser les coûts liés aux stocks en considérant les aléas, les délais de transfert des matières et les différentes politiques de pilotage.

Pour l'évaluation des performances, les réseaux de Petri sont utilisés pour représenter au mieux le fonctionnement des systèmes en tenant compte des différents aspects et permettre une simulation fidèle du comportement de ces systèmes. La simulation servira de base à l'évaluation des performances et l'optimisation car elle permet d'avoir rapidement une bonne vision du système. Un modèle réseau de Petri temporisé est proposé pour étudier les deux modèles de pannes des machines (pannes dépendantes des opérations et pannes dépendantes

du temps). Ensuite, un modèle réseau de Petri continu est utilisé pour modéliser explicitement les délais qui ont un grand impact sur les mesures des performances des lignes de transfert.

Pour le pilotage des flux de produits, la technique IPA (Infinitesimal Perturbation Analysis) est utilisée car elle est bien adaptée au cas stochastique. Cette technique d'IPA est utilisée pour déterminer le niveau optimal des stocks des lignes de transfert en considérant les délais de transfert des matières et différentes politiques de pilotage.

Le mémoire est organisé en cinq chapitres.

Dans le premier chapitre, nous nous intéressons à l'état de l'art sur l'évaluation et l'optimisation des performances des systèmes de production automatisée. Pour cela, nous présentons les modèles à flux continus et à flux discrets, les modèles de pannes, les mesures des performances et les techniques de l'évaluation des performances. Nous abordons ensuite le pilotage des flux des systèmes de production et présentons les stratégies optimales et les politiques de conduite couramment utilisées. Nous terminons le chapitre par les techniques d'optimisation des systèmes de production avec un accent sur les techniques fondées sur la simulation.

Le second chapitre concerne les lignes de transfert avec N machines sujettes soit aux pannes dépendantes des opérations, soit aux pannes dépendantes du temps, avec $N-1$ stocks intermédiaires de capacités finies. Nous prouvons que la modélisation d'une machine sujette aux pannes dépendantes des opérations, avec des temps de bon fonctionnement exponentiellement distribués, comme une machine sujette aux pannes dépendantes du temps mène à une sous-estimation de la productivité. Ensuite, nous allons proposer une approche basée sur un modèle RdP temporisé pour l'évaluation des performances et la simulation des lignes de transfert avec les deux types de pannes : pannes dépendantes des opérations (la machine ne tombe pas en panne si elle ne travaille pas sur une pièce) et pannes dépendantes du temps (la machine peut tomber en panne même si elle ne travaille pas sur une pièce).

Dans le troisième chapitre nous considérons un modèle à flux discrets d'un système de production constitué d'une machine caractérisée par deux états et produisant un seul type de produits. La machine est sujette aux pannes dépendantes du temps. Toutes les variables aléatoires sont exponentiellement distribuées. Nous supposons que la fabrication d'un produit recommence à chaque occurrence d'un événement. Basé sur le principe d'itération et les méthodes d'analyse de la trajectoire, nous allons prouver la convexité de la fonction de coût,

l'optimalité de la politique du point de séparation et la non-négativité de ce point de séparation.

Le quatrième chapitre présente un modèle à flux continus avec délai pour la modélisation des lignes de transfert avec délais de transport. Nous utilisons un modèle réseau de Petri pour modéliser explicitement les délais, et nous développons un algorithme basé sur ce modèle réseau de Petri pour l'évaluation des performances. Nous étudions ensuite l'impact des délais sur la productivité de la ligne de transfert. Enfin, nous présentons les différents modèles réseau de Petri utilisés pour la modélisation des différentes politiques de commande.

Nous considérons dans le dernier chapitre l'optimisation du modèle à flux continus d'un système de fabrication en tenant compte des délais de transfert des matières et avec une demande constante. Les machines sont sujettes soit aux pannes dépendantes du temps soit aux pannes dépendantes des opérations. Les temps de bon fonctionnement et les temps de réparation sont des variables aléatoires de distribution générale. Différentes politiques de pilotage comme la politique Kanban, Echelon Base Stock et CONWIP sont considérées. La simulation est utilisée pour l'évaluation des performances, la technique IPA est utilisée pour estimer durant la simulation les gradients et un algorithme d'optimisation fondé sur la simulation et les gradients estimés est proposé pour l'optimisation des paramètres des politiques de pilotage. Nous étudions également les propriétés de ces estimateurs des gradients de la fonction de coût et nous prouvons que ces estimateurs sont non biaisés.

CHAPITRE 1

Évaluation des performances et conduite des systèmes de production automatisée

Dans ce premier chapitre, nous nous intéressons à l'état de l'art de l'évaluation et l'optimisation des performances des systèmes de production automatisée. Pour cela, nous présentons les modèles à flux continus et à flux discrets, les modèles de pannes, les mesures des performances et les techniques de l'évaluation des performances. Nous abordons ensuite le pilotage des flux des systèmes de production et présentons les stratégies optimales et les politiques de conduite couramment utilisées. Nous terminons le chapitre par les techniques d'optimisation des systèmes de production avec un accent sur les techniques fondées sur la simulation.

CHAPITRE 1

Évaluation des performances et conduite des systèmes de production automatisée

1.1 Introduction

La compétition mondiale a changé les données de l'économie. En production industrielle, le mot d'ordre est la compétitivité. Le maintien ou l'amélioration de la compétitivité d'un appareil de production est conditionné par son environnement, c'est-à-dire par l'évolution du marché, par les technologies de la production et par les hommes qui sont impliqués dans son fonctionnement. De nombreuses analyses ont été conduites pour mettre en évidence l'évolution des différents facteurs qui conditionnent les systèmes de production (SdP) d'aujourd'hui et de demain. Les constatations suivantes ont été faites. D'abord, nous sommes passés définitivement de l'économie d'échelle, marquée par le taylorisme durant une partie du vingtième siècle, à l'économie d'envergure. Désormais, il faut fabriquer à bas prix de petites quantités de produits identiques. On parle même de « one of a kind production » (un seul exemplaire par type de produits) ou de produits personnalisés. De plus, le marché évolue vers des produits de grande qualité. Plus que jamais, la satisfaction des demandes des clients devient la priorité de tout SdP. On parle du triplet Coût-Délai-Qualité.

Pour réduire au minimum les coûts de fabrication d'un produit, il faut que le système de production ait d'une part des temps de production courts et d'autre part des stocks les plus faibles possible.

C'est pourquoi la connaissance du système de production ainsi que la mise en place de méthodes optimisant tous les coûts sont primordiales pour les entreprises.

Dans ce chapitre nous présentons, tout d'abord, les principales composantes des systèmes de production automatisée. Puis, nous nous intéressons aux différentes méthodes de modélisation utilisées en tenant compte des aléas dans les systèmes de production. Ensuite, nous étudions l'évaluation des performances avec les différentes mesures des performances utilisées. Enfin, nous présentons la conduite des systèmes de production automatisée.

1.2 Systèmes de production (SdP)

La production est une opération de transformation qui convertit des matières premières et/ou des composants en produits finis.

Un système de production est un ensemble de ressources qui permet cette transformation. Dans cet ensemble, on distingue essentiellement quatre types de ressources : des équipements (machines, outils, moyens de transport,), des moyens humains qui permettent le bon déroulement du processus de transformation, des produits à différents stades de fabrication (matières premières, produits semi-finis, produits finis..) et des stocks.

Plusieurs types de **machines** sont définis comme :

- les machines dédiées qui permettent une ou plusieurs opérations consécutives sur un même produit,
- les machines multitâches qui font plusieurs opérations différentes,
- les machines d'assemblage qui effectuent des opérations d'assemblage sur plusieurs produits pour obtenir un produit unique, et les machines de désassemblage qui effectuent l'opération inverse,
- les machines d'inspection qui ont pour tâche de contrôler la qualité des produits fabriqués.

Les **moyens de transport** peuvent être :

- des convoyeurs qui sont utilisés pour le déplacement de produits lourds ou à fort débit,
- des ponts roulants qui permettent d'éviter la gêne des obstacles au sol,
- des chariots filoguidés qui permettent d'assurer le déplacement d'un produit d'un point quelconque de l'atelier à un autre,
- des robots qui effectuent des déplacements courts et rapides pour les produits légers.

Les **stocks** sont utilisés pour absorber les aléas et réguler la production. Nous trouvons :

- les stocks tampons dédiés qui sont utilisés pour stocker les produits entre deux opérations consécutives. Ils peuvent avoir des capacités limitées ou illimitées,
- les stocks partagés qui sont utilisés par plusieurs produits en même temps.

L'interconnexion des moyens de production, de transport et de stockage forme **l'atelier de production**. Il est de deux types différents :

- les ateliers de fabrication,
- les ateliers d'assemblage/désassemblage.

1.2.1 Ateliers de fabrication

Ils sont constitués de lignes de fabrication (ou ligne de transfert), d'ateliers à flots (flow-shops) dont les pièces ne passent pas forcément sur toutes les machines, et d'ateliers à tâches (job-shops). Ces derniers [LAM99] permettent de fabriquer plusieurs produits différents, et l'ordre de passage sur les machines n'est pas fixe. Nous nous intéressons dans la suite de notre étude aux lignes de fabrication (ou lignes de transfert) ne fabriquant qu'un seul type de produits.

Lignes de fabrication (lignes de transfert)

Selon S. B. Gershwin [GER94], une ligne de transfert est un système de production avec une structure très spéciale. Elle est conçue pour produire un seul type de produits. Elle est composée d'un réseau linéaire de machines (M_1, M_2, \dots, M_N) séparées par des stocks (B_1, B_2, \dots, B_{N-1}) comme il est montré dans la Fig. 1.1. Les matières arrivent de l'extérieur du système sur la machine M_1 , puis dans B_1 , ensuite sur M_2 , et ainsi de suite jusqu'à la dernière machine M_N où elles quittent le système.

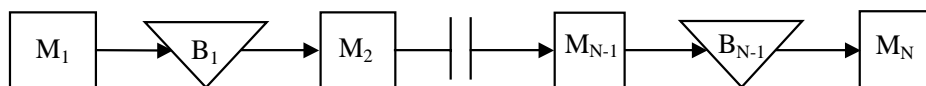


Fig. 1.1 – Exemple d'une ligne de transfert

Selon J. A. Buzacott et J.G. Shantikumar [BUZ92], la première ligne de transfert est composée de trois machines. Elle a été installée en 1908 pour fabriquer les rails de chemin de fer. Ensuite, dans les années 20 et 30 des lignes de transfert de 6 à 8 machines ont été

développées. Des lignes de transfert de 60 à 80 machines ont été développées et utilisées dans l'industrie d'automobile vers les années 50.

Le produit est fabriqué selon la gamme de fabrication. Une gamme de fabrication est une suite ordonnée de phases qui définissent un processus. La phase est l'ensemble ordonné des opérations exécutées par un ou plusieurs opérateurs ou opératrices à un poste de travail.

Les gammes de fabrication peuvent être de différentes natures, on distingue les gammes homogènes, les gammes analogues et les gammes disparates [BTE91].

- Des gammes sont homogènes quand elles remplissent les conditions suivantes :
 - la liste des phases est identique ;
 - les temps alloués par opération sont similaires (écart relatif des temps de chaque phase de 10 à 20%).
- Comparées aux gammes homogènes, des gammes sont considérées comme analogues si certaines phases de même nature peuvent être exécutées sur une même machine ou sur un même poste de travail. On peut considérer que des gammes sont analogues si les produits passent chronologiquement par les mêmes postes principaux (dans le même ordre) avec des temps dont la valeur peut varier dans un rapport de 1 à 3 maximum.
- Des gammes sont considérées disparates dans les cas suivants :
 - si l'ordre des phases est différent,
 - si les postes de travail ne sont pas les mêmes,
 - si les temps par phase sont très différents.

1.2.2 Ateliers d'assemblage et/ou de désassemblage

La plupart des ateliers d'assemblage et de désassemblage sont conçus pour la fabrication d'un seul type de produits et leur fonctionnement est analogue aux lignes de fabrication ; excepté que :

- cet atelier nécessite en générale la présence de plusieurs pièces à son entrée pour lancer la fabrication
- une machine d'assemblage ou désassemblage est bloquée si au moins un de ses stocks d'entrée est vide.

Un processus d'assemblage permet la fabrication d'une seule pièce à partir de deux ou plusieurs pièces séparées. Par contre, un processus de désassemblage est un processus dans lequel une seule pièce est séparée dans deux ou plusieurs pièces. Presque tous les produits manufacturés sont assemblés (automobiles, équipements électroniques, etc.).

Le processus d'assemblage est le plus courant dans la production, mais nous incluons les processus de désassemblage car ils n'ajoutent aucune difficulté au niveau de l'étude, même s'ils se manifestent plus rarement.

La Fig. 1.2 est un exemple d'atelier d'assemblage constitué de trois stocks notés B_1 , B_2 , et B_3 , et une machine d'assemblage M . Les pièces sont stockées en entrée dans B_1 et B_2 , pour être ensuite transformées par la machine d'assemblage M . B_3 permet de stocker en sortie les pièces produites.

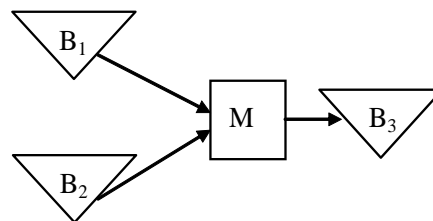


Fig. 1.2 – Exemple d'assemblage sur une machine

La complexité des systèmes de production est principalement liée au nombre de composants (machines, stocks et pièces à fabriquer) et à la nature des produits fabriqués [GOU88]. Dans cette étude, nous considérons que les machines sont toujours séparées entre elles par des stocks intermédiaires, et que les entrées et les sorties du système sont représentées par des stocks. De plus, les machines considérées sont de type mono-serveur et ne peuvent produire qu'une seule pièce à la fois.

Comme les systèmes actuels de production sont très complexes, la compréhension du fonctionnement réel de ces systèmes devient très difficile. Il est donc primordial d'avoir un bon modèle du système physique afin de comprendre de façon plus complète le comportement de ce système en réduisant sa complexité et de pouvoir ensuite lui faire atteindre les objectifs souhaités.

1.3 Modélisation des systèmes de production

Pour étudier un système, il est nécessaire de le modéliser [CHA77]. Dans le monde de la production il existe deux modèles distincts des systèmes de production : *discret* et *continu*. Les deux termes indiquent si la mobilité des matières durant le processus est considérée comme des entités discrètes (e.g. les industries d'automobile, les réfrigérateurs, les générateurs électriques, les ordinateurs, ...) ou bien comme un flux continu (e.g. les industries chimique, métallurgique, ...). Un modèle à flux discrets est une représentation discrète du comportement issue de la définition des systèmes à événements discrets : l'état du système évolue selon l'occurrence d'événements. Un modèle à flux continu est une approximation continue du système physique : l'état évolue continûment par rapport au temps.

1.3.1 Modèles discrets

Alors que la théorie classique des systèmes continus (y compris en temps discret) et de l'automatique s'intéresse à des systèmes obéissant essentiellement aux lois de la physique, descriptible par des équations différentielles ou aux dérivées partielles (ou leur discrétisation en temps), le vocable systèmes à événements discrets (SED) recouvre des systèmes également dynamiques, mais dont la dynamique échappe totalement à ce genre de description. En réalité, au lieu de s'intéresser au déroulement continu des phénomènes, on ne se soucie que des « débuts » et des « fins » de ces phénomènes (les événements discrets) et de leur enchaînement dynamique, logique ou temporel. Les modèles SED sont utilisés dans le domaine de la production manufacturière, la robotique, les trafics de véhicules, la logistique, les réseaux de communications, etc. [CAS99].

La plupart des systèmes physiques cités ci-dessus présente des caractéristiques communes telles que le parallélisme, la synchronisation et la concurrence.

Les modèles SED peuvent être utilisés à différents niveaux :

- **Spécification.** Avant de concevoir un système, il faut déterminer ce qu'on veut lui faire faire, quelle doit être sa réponse dans un certain nombre de situations-types, etc.

- **Conception.** Une fois spécifié le comportement fonctionnel du système il faut le concevoir, notamment du point de vue de son architecture : composants, agencement et articulations, mécanismes de synchronisation et d'exécution.
- **Validation logique.** Il faut ensuite vérifier que le système ainsi conçu répond bien aux spécifications désirées, et qu'il n'engendre pas d'autres comportements indésirables.
- **Evaluation des performances.** A cette étape, la notion de temps intervient. On cherche alors à répondre à des questions du type : combien d'événements d'un type donné se produisent en une heure, à quelle date se produira le n-ème événement, etc. ?
- **Ordonnancement.** L'ordonnancement a pour but d'établir des politiques de pilotage des flux destinées à résoudre les problèmes posés par les phénomènes de concurrence.

Pour conclure, la théorie des systèmes à événements discrets peut être divisée actuellement en deux grandes approches [CAS 99] :

- L'approche *logique* qui ne s'intéresse qu'à l'occurrence des événements ou à l'impossibilité de cette occurrence et à la succession de ces événements, mais pas à la date précise de ces occurrences, autrement dit pas aux aspects de performance ; P. J. Ramadge et W. Wonham [RAM89] ont utilisé cette approche pour aborder la problématique de la commande, qui agit dans ce cas sur l'inhibition de certaines transitions d'état pour éviter les comportements non désirés .
- L'approche *quantitative* qui s'adresse à l'aspect évaluation de performance voire à l'optimisation de ces performances ; dans ce contexte général, on peut distinguer par exemple les approches suivantes :
 - **Les files d'attente** [TAK62] qui appartiennent aux modélisations probabilistes classiques. Le système est modélisé en termes de serveurs ou machines et de clients ou nombre de pièces dans un stock en attente dans des files. Les clients circulent d'une file à une autre après avoir reçu un service. Les temps de service sont aléatoires et obéissant à des lois de probabilités généralement de type exponentiel [KLE75], ce qui n'est pas toujours le cas dans la réalité. Le fonctionnement est celui correspondant à une chaîne de Markov [KEM76] (processus stochastique sans mémoire). Il faut cependant considérer cette approche comme un outil d'évaluation « en moyenne » sur le long terme.

- **Les réseaux de Petri** associent une représentation graphique à un formalisme mathématique. Cet outil a été introduit en 1965 par C. A. Petri [PET65] afin de modéliser les phénomènes de synchronisation et de concurrence. Les machines d'un système de production peuvent être modélisées par des transitions dont on étudie le franchissement. Les stocks sont représentés par des places dont le marquage correspond au nombre de pièces dans le stock. On peut se référer à [DAV92].

L'inconvénient majeur de ce type de modèles est l'explosion combinatoire du nombre d'états lorsque le système de production a un grand nombre de pièces à produire. Dans ce cas, l'étude devient difficile. C'est pourquoi, certains auteurs ont défini une approximation continue des modèles discrets.

1.3.2 Modèles continus

Ils permettent une représentation mathématique sous forme d'équations différentielles ou aux dérivées partielles du système physique étudié. Mais certaines notions présentées lors de la modélisation par événements sont perdues comme la notion de conflit lorsqu'une ressource est demandée par plusieurs utilisateurs. Dans le cas continu, les pièces qui transitent dans le système sont considérées comme un flux continu et non plus pièce par pièce. Ce modèle est une approximation du cas discret qui est valable lorsque le nombre de pièces est important.

- **Modèles à flux continus** : Dans la littérature nous trouvons beaucoup de travaux qui ont étudié et considéré ce modèle tels que :

- B. Zimmern [ZIM56] le pionnier, a étudié un modèle à flux continu d'une ligne de production et a donné la formalisation mathématique en matière de flux de production. Son étude donne les éléments permettant de calculer la propagation des arrêts des machines dans une ligne de production et la perte de sa productivité résultant de ces arrêts.

- J.-P. Forestier [FOR80] a considéré un système de production automatisée composé de deux sous-ensembles de machines (le centre amont et le centre aval) séparés par un stock. Il a assimilé le flux de produits à un modèle à flux continu. Les pannes des machines sont prises en compte dans une modélisation markovienne à trois variables d'état (le nombre de machines

en état de fonctionnement pour le centre amont, le nombre de machines en état de fonctionnement pour le centre aval et le niveau du stock).

- J. Kimemia et S. B. Gershwin [KIM83] ont considéré un système de production composé d'une machine avec un nombre arbitraire d'états des machines fabriquant différents types de produits. Les flux des matières dans le système étudié sont à flux continus. Leur modèle permet d'intégrer directement la notion de commande.

- R. David, X. Xie et Y. Dallery [DAV90] ont mis en évidence des propriétés du modèle à flux continus des lignes de transfert. Ils ont supposé que le temps de service est déterministe et le temps de fabrication est le même pour toutes les machines, c'est-à-dire, ligne homogène. Ils montrent que la productivité d'un modèle à flux continus est une borne inférieure du modèle discret équivalent et une borne supérieure du modèle discret si on augmente la capacité de chaque stock tampon de 2. Leur résultat principal fournit une justification théorique d'un modèle continu.

- R. Suri et B.-R. Fu [SUR91] ont utilisé les modèles à flux continus pour l'analyse des performances des lignes à flux discrets. Ils ont formalisé la traduction des paramètres d'entrée et des mesures des performances entre les lignes à flux continus et celles à flux discrets. Puis, ils ont montré que le modèle à flux continus peut être représenté comme un processus semi-markovien généralisé. Ceci mène à un algorithme concis de simulation pour un modèle à flux continus.

- R. Alvarez-Vargas, Y. Dallery et R. David [ALV94] ont étudié une ligne de production composée d'une série de machines séparées par des stocks de capacité finie. Ils ont considéré le modèle à flux continus comme une approximation du modèle asynchrone des lignes de production avec des machines non fiables et des stocks de capacité finie. Ils ont constaté que le modèle à flux continus pourrait être employé avec confiance comme une approximation du modèle asynchrone.

- S. B. Gershwin et M.H. Burman [GER98] ont présenté une méthode de décomposition pour évaluation des performances des systèmes d'assemblage /désassemblage à flux continus. Ils supposent que les cadences de production diffèrent d'une machine à une autre. Leur méthode est précise et suffisamment rapide pour être incluse dans l'optimisation.

- B.-R. Fu, L. Shi et R. Suri [FU02b] ont comparé les dates de départ des produits dans les modèles à flux discrets et les modèles à flux continus des lignes de production. Ils ont comparé les trajectoires échantillonnées des dates de départ. Ils ont montré que la date de

départ d'une quantité q produite sur une machine dans un modèle à flux discrets converge vers la date de départ de la même quantité sur la même machine dans un modèle à flux continus correspondant, et cela quand la taille des produits dans le modèle à flux discrets devient infinitésimalement petite.

Bien que les modèles à flux continus permettent de réduire la complexité inhérente à la modélisation traditionnelle des pièces discrètes, les modèles à flux continus existants négligent certaines caractéristiques importantes des systèmes de production tels que les délais de production et les délais de transport. Beaucoup de processus de production ont un retard significatif dans le flux des matières, tel que les retards qui se produisent dans des processus de diffusion de semi-conducteur, dans des processus de séchage et de contrôle. Ces retards ont habituellement un grand impact sur les mesures des performances telles que le temps de réponse au client et le niveau des en-cours. Malheureusement, la majorité des modèles à flux continus ne tiennent pas compte de ces retards.

- **Modèles à flux continus et retard** : Une exception est le travail de G. J. van Ryzin, S.X.C. Lou et S. B. Gershwin [VAN91], qui ont explicitement considéré l'impact des délais sur la stratégie optimale de pilotage des flux des ateliers à tâches (job shops) afin de minimiser le coût actualisé et le coût moyen sur un horizon infini. Ils en ont dérivé une politique heuristique de commande pour un flux dans des ateliers à flots (flow shop) avec délais.

Dans cette thèse nous nous intéressons aux délais et leur impact sur les performances attendues du système de production.

Les deux types de modèles des systèmes de production sont différents de part leur façon de considérer le système. Avec la modélisation discrète, le modèle mathématique obtenu est discret, permettant la présentation de concurrence et de synchronisation des événements. Mais lorsque le système physique comporte un nombre important de pièces, les modèles résultant sont inexploitablement du fait de l'augmentation rapide du nombre d'états. L'étude devient alors très complexe, et quelquefois impossible à mener. Pour résoudre ce problème, des approximations continues des modèles discrets ont été proposées. Les modèles mathématiques continus permettent la représentation de l'évolution des phénomènes transitoires, mais certaines notions essentielles comme la concurrence sont perdues.

1.3.3 Les aléas dans les systèmes de production

Les systèmes de production sont soumis à des aléas comme les pannes des machines, les demandes exceptionnelles, l'absentéisme et l'expérience du personnel ou les retards de livraison. Dans cette étude nous nous intéressons aux pannes des machines, il est donc impératif de bien représenter ces pannes.

Le comportement d'un système de production est négativement affecté par les pannes des machines. La compréhension de l'impact des pannes des machines et leur prise en compte sont très importantes pour améliorer la fiabilité et les performances attendues.

Dans les systèmes réels de production plusieurs types de pannes existent qui ont été mises en relief par J.A. Buzacott et L.E. Hanifin [BUZ78] lors de leur étude statistique des interruptions de production. Ils ont identifié deux types de pannes de machine :

- ◆ Pannes dépendantes du temps (Time dependant failures : TDF) : ce type de pannes dépend principalement du temps écoulé et est indépendant de la charge de la machine. En conséquence, une machine peut tomber en panne même si elle ne travaille pas sur une pièce.
- ◆ Pannes dépendantes des opérations (Operation dependant failures : ODF) : ce type de pannes dépend du temps qu'une machine passe travaillant sur une pièce. Une machine soumise à ce type de pannes ne se dégrade pas si elle ne travaille pas sur une pièce et par conséquent ne peut pas tomber en panne.

Ils ont constaté que les pannes dépendantes des opérations sont plus communes et représentent plus de 70% des interruptions de production. Pour cette raison, le modèle de pannes dépendantes des opérations est considéré plus réaliste que celui des pannes dépendantes du temps.

Les pannes dépendantes des opérations sont généralement considérées pour l'analyse des performances des systèmes de production (J. A. Buzacott et J.G. Shantikumar [BUZ92] et Y. Dallery, et S. B. Gershwin [DAL92]) et les pannes dépendantes du temps sont habituellement adoptées dans le pilotage des flux des systèmes de production sujets à des pannes (J. Kimemia et S. B. Gershwin, [KIM83], R. Akella et P. R. Kumar [AKE86], X. Xie [XIE02a]). Les pannes dépendantes des opérations sont considérées comme un meilleur modèle pour les systèmes réels de production, puisque les pannes d'équipement sont habituellement liées à l'utilisation. Cependant, les pannes dépendantes des opérations mènent souvent à des modèles

déliés plus difficile à étudier, c'est pourquoi, les pannes dépendantes du temps sont souvent utilisés pour simplifier l'analyse.

Dans la littérature, peu de travaux comparent théoriquement les deux types de pannes et leur impact sur la productivité du système de production (voir [WIJ56] et [HON94]). C'est pourquoi, nous nous intéressons dans cette étude à cet aspect, c'est-à-dire, la comparaison analytique entre les deux types de pannes et leur impact sur la productivité du système de production (voir le chapitre 2).

Nous allons dans ce qui suit présenter les modèles mathématiques (lois statistiques) les plus utilisés. Dans cette étude nous nous intéressons à quatre lois continues de distribution : loi exponentielle, loi de weibull, loi uniforme, loi normale et une loi discrète : la loi de Poisson (voir [LAW97]). Mais avant de définir ces distributions, il est nécessaire de présenter la définition de la fonction de répartition et la fonction de densité.

Fonction de répartition : la fonction de répartition d'une variables aléatoire X est l'application F de \mathbb{R} dans $[0, 1]$ définie par $F(x) = P(X \leq x)$, où P représente la loi de probabilité.

Fonction de densité : la fonction de densité $f(x)$ est la dérivée de la fonction de répartition $F(x)$.

Loi exponentielle : Une variable aléatoire X suit une *distribution exponentielle* de paramètre λ si sa fonction de répartition F satisfait :

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.1)$$

avec $E[X] = 1/\lambda$ qui représente l'espérance mathématique de la variable aléatoire X .

Cette loi est souvent utilisée pour représenter la durée de vie des machines. L'espérance $1/\lambda$ est appelée le *MTBF* (la moyenne des temps de bon fonctionnement).

La fonction de densité est donnée par :

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.2)$$

Cette loi est la plus couramment utilisée car plus simple à analyser grâce à la propriété sans mémoire.

Loi uniforme : Soient $a < b$. Une variable aléatoire X suit une distribution *uniforme* sur l'intervalle $[a, b]$ si :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < a \\ \frac{x - a}{b - a} & \text{si } a \leq x \leq b \\ 1 & \text{si } x > b \end{cases} \quad (1.3)$$

avec $E[X] = a + b/2$ qui représente l'espérance mathématique de la variable aléatoire X .

La fonction de densité est donnée par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b - a} & \text{si } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.4)$$

Loi de Weibull : Une variable aléatoire X suit une *distribution de Weibull* à deux paramètres $\alpha > 0$ (qui représente le paramètre de forme) et $\beta > 0$ (qui représente le paramètre d'échelle) si :

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-(x/\beta)^\alpha} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.5)$$

avec $E[X] = \frac{\beta}{\alpha} \Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right)$ qui représente l'espérance mathématique de la variable aléatoire X ,

avec $\Gamma(\cdot)$ qui représente la fonction gamma, définie par $\Gamma(z) = \int_0^\infty t^{z-1} e^{-t} dt$ pour n'importe quel nombre réel $z > 0$.

La fonction de densité est donnée par :

$$f(x) = \begin{cases} \alpha \beta^{-\alpha} x^{\alpha-1} e^{-(x/\beta)^\alpha} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.6)$$

Sous sa forme la plus générale, cette loi est très utilisée en fiabilité des matériels.

Loi normale : On dit que X suit la loi normale de paramètres $\mu \in (-\infty, \infty)$ (qui représente la paramètre de position), et $\sigma > 0$ (qui représente le paramètre d'échelle), si pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2} \quad (1.7)$$

avec $E[X] = \mu$ qui représente l'espérance mathématique de la variable aléatoire X .

Cette loi représente plus généralement le comportement d'un opérateur (son expérience).

Loi de Poisson : c'est une loi discrète. Une variable aléatoire X (entière positive ou nulle) suit une loi de Poisson si :

$$P(X = x) = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda} \quad n \in \mathbb{N}, \lambda \in \mathbb{R}_+^* \quad (1.8)$$

avec $E[X] = \lambda$ qui représente l'espérance mathématique de la variable aléatoire X .

Donc, pour le processus de Poisson, on suppose qu'un seul événement arrive à la fois, que le nombre d'événements se produisant pendant une période T ne dépend que de la durée de cette période et que les événements sont indépendants.

1.3.4 Conclusions

Nous avons présenté les deux modèles les plus utilisés pour les systèmes de production à savoir le modèle à flux continus et le modèle à flux discrets. Lorsque le système physique comporte un nombre important de pièces, le modèle à flux discrets devient très complexe et le modèle à flux continus plus simple à étudier analytiquement reste une bonne approximation du comportement discret.

Nous avons également considéré les deux types de pannes : pannes dépendantes du temps (la machine peut tomber en panne à n'importe quel moment) et pannes dépendantes des opérations (la machine ne peut tomber en panne que lorsqu'elle travaille). Les pannes dépendantes des opérations sont principalement liées à la dégradation de l'équipement et des outils de production et sont les plus courantes dans la réalité. Les pannes dépendantes des opérations sont généralement utilisées pour l'analyse des performances des systèmes de production alors que les pannes dépendantes du temps sont habituellement adoptées dans la commande des systèmes de production soumis aux pannes car plus simple à analyser.

1.4 Evaluation des performances

L'évaluation des performances est très importante pour la conception du système de production (SdP) et de son évolution. En effet, cette évaluation permettra de s'assurer avant l'implantation physique que le SdP atteindra, face aux aléas, les performances souhaitées. Elle permettra également de constater l'évolution des performances au cours du temps, de choisir en conséquence une politique de pilotage adaptée et même de déterminer quels secteurs du système doivent être réaménagés en priorité.

1.4.1 Mesures des performances

Les performances que l'on cherche à évaluer peuvent être :

Le taux de production : Selon S. B. Gerswhin [GER94], le taux de production d'un système correspond au nombre de pièces produites par unité de temps. Il peut être un vecteur, si le système peut produire plus qu'un seul type de produits. Dans le cas d'un seul type de produits, on peut utiliser le terme de « **productivité** ».

Le niveau des en-cours (In-process Inventory or Work-In-Process (WIP)) : Le niveau des en-cours représente les matières trouvées dans le système de production (en amont des machines, dans les stocks intermédiaires, dans le système de transport, sur les machines d'inspection) à n'importe quel moment. Nous voulons que ce stock soit le plus petit pour plusieurs raisons :

- il coûte de l'argent, mais il ne génère pas de revenu;
- il est vulnérable face à l'endommagement (dû au traitement des matières) ou au vol tant qu'il est dans l'usine ou dans l'entrepôt ;
- l'espace et les équipements nécessaires pour traiter ces matières en stock coûtent de l'argent.
- l'inertie qu'il engendre.

Le temps moyen de fabrication (average lead time) : Il correspond au moyen du temps entre le lancement en fabrication d'un produit et sa livraison. Nous voulons que ce temps soit le plus petit possible pour les raisons suivantes :

- Les clients ne veulent pas attendre ;
- En cas de problème de production, le temps de régler le problème, plusieurs pièces défectueuses peuvent être fabriquées.

La relation entre le taux de production (λ), le niveau des en-cours de stock (L) et le temps d'un cycle (W) est donnée par la loi de Little [LIT61] :

$$L = \lambda \times W \quad (1.9)$$

On s'intéresse également au délai de réponse aux clients qui est le temps séparé l'arrivée d'une demande de client et la livraison aux clients. Ce temps mesure la qualité de service et la réactivité.

La flexibilité : La flexibilité d'un système de production se caractérise par sa capacité d'adaptation à la production des nouveaux produits pour lesquels le système n'a pas été

étudié. Cela suppose une adaptation totale du système de production au produit courant. Plusieurs types de flexibilité [ADA97] ont été mis en évidence suivant leurs incidences sur l'objectif qui est le produit fini et sur les moyens de production permettant la réalisation de ce produit.

- *Flexibilité de produits* : offre la possibilité d'une reconfiguration du système pour la prise en compte d'un nouveau produit ou famille de produits permettant ainsi un gain de productivité ;

- *Flexibilité de mélange* : c'est la possibilité de produire simultanément un ensemble de produits ayant des caractéristiques de base communes ; cette flexibilité peut être mesurée par le nombre de produits différents qui peuvent être fabriqués simultanément ;

En considérant les définitions données ci-dessus on peut en déduire que la flexibilité est un facteur déterminant dans l'élaboration de la conception d'un système de production apte à fabriquer plusieurs variantes de produits.

La réponse au client : Une exigence importante du client est de recevoir sa livraison dans les délais impartis et ce quel que soit le carnet de commandes (variables). Satisfaire une telle exigence impose au système de production d'être réactif, c'est-à-dire capable de répondre rapidement et économiquement à un changement (fabrication multi-produit, introduction d'une commande urgente, modification d'une norme etc.) ou à un aléa. Ces aléas peuvent provenir soit du système de production (défauts d'alimentation, défaut de réalisation d'une tâche, pannes des machines, rebuts) soit de son environnement (approvisionnements des matières premières).

La réactivité d'un système de production est définie comme l'aptitude à répondre (réagir) dans un temps requis aux changements de son environnement interne ou externe (aléa, situation nouvelle, perturbation, sollicitation, etc.) par rapport au régime permanent.

La réactivité se pose en terme de mesure de la qualité d'une certaine performance du système de production. Celle-ci implique une maîtrise du système observé, une maîtrise du type de performance à évaluer et de la pertinence sémantique et logique des données et des traitements mis en œuvre.

La qualité du produit. La qualité du produit a une importance capitale dans la production, mais dans cette thèse elle ne sera pas étudiée car nous nous concentrons sur les problématiques qui sont liées aux mouvements des matières.

1.4.2 Évaluation de la productivité

Dans cette thèse nous nous intéressons seulement à la productivité d'un système de production, car traditionnellement, au moins au niveau tactique et opérationnel, la productivité est une des mesures des performances les plus importantes.

- J. A. Buzacott [BUZ67] a montré que la productivité d'une ligne de transfert peut être améliorée en divisant la ligne en étapes et en considérant des stocks entre les étapes. En plus, il a étudié l'effet de ces stocks sur la productivité d'une ligne de transfert. Il a montré que l'amélioration de la productivité de la ligne de transfert dépend du nombre d'étapes, du taux de panne de chacune des étapes, de la capacité des stocks et de la distribution des temps de réparation des étapes.

- D. Dubois et J.-P. Forestier [DUB82] ont considéré un système de production formé de deux machines séparées par un stock de capacité finie. Ils ont montré que dans le cas de machines synchronisées, la productivité du système et le niveau des en-cours moyen s'expriment simplement en fonction des caractéristiques des machines et de la taille du stock. Quand les machines ont des cadences différentes, le problème se réduit à la résolution d'un système de deux équations différentielles de premier ordre.

- S. B. Gershwin [GER87] a présenté une méthode efficace pour l'évaluation des performances d'une ligne de transfert avec des stocks tampons de capacités finies. Il a utilisé un modèle à flux discrets pour étudier approximativement le comportement d'une ligne de transfert. L'évaluation approximative d'une ligne composée de k machines est réalisée par l'évaluation des $k-1$ lignes composées de deux machines et qui sont reliées au moyen d'un ensemble appropriée d'équations appelées les équations de décomposition.

- Y. Dallery, R. David et X. Xie [DAL88] ont proposé de remplacer les équations originales de S. B. Gershwin [GER87] par d'autres équations et puis de les résoudre en utilisant une procédure itérative. Ils ont constaté que leur méthode fournit une très bonne estimation du taux de production et des niveaux moyens de stock des grandes lignes de transfert.

- Y. Dallery, R. David et X. Xie [DAL89] ont proposé une nouvelle méthode approximative pour l'analyse des lignes homogènes de transfert avec des pannes dépendantes des opérations. Cette méthode est basée sur la technique de décomposition de S. B. Gershwin [GER87]. Contrairement à [GER87], les auteurs ont utilisé un modèle à flux continu pour

étudier approximativement le comportement d'une ligne de transfert. Ils ont montré que cette méthode permet d'avoir un algorithme simple et rapide qui fournit des mesures de performance tel que le taux de production et les niveaux moyens des stocks. Ils ont considéré le cas d'une ligne non homogène et introduit une simple transformation approximative qui remplace la ligne par une ligne homogène.

- S. B. Gershwin [GER91] a présenté un algorithme de décomposition pour l'évaluation des performances pour une classe des réseaux d'assemblage/désassemblage. Sa méthode est une extension du travail de S. B. Gershwin [GER87]. Il a montré que cette approche est précise.

- X. Xie [XIE93] a étudié l'analyse des performances d'un modèle à flux continus des lignes homogènes de transfert. Il a présenté une méthode de décomposition similaire à celle proposée par Y. Dallery, R. David et X. Xie [DAL89]. Il établit un ensemble d'équations pour trouver des paramètres de performance (taux de production et niveau moyen du stock). Puis, il propose un algorithme itératif simple pour résoudre ces équations et montre que le système d'équations de décomposition a une solution unique et que l'algorithme de calcul converge vers cette solution unique.

- B. Tan [TAN97] a déterminé analytiquement la variance du taux de production d'une ligne de production de N stations sans stock intermédiaire et soumise à des pannes dépendantes du temps. Sa méthode est basée sur la détermination de la variance du temps total de séjour dans un état spécifique d'un processus Markovien récurrent et irréductible. Cette méthode n'est pas très flexible car elle considère des pannes dépendantes du temps, mais elle est très efficace pour le calcul. En plus, cette méthode peut être appliquée pour déterminer la variance du taux de production de diverses configurations telles que les stations de travail en série, en parallèle et en série/parallèle.

- P. Ciprut, M.-O. Hongler et Y. Salama [CIP99] ont étudié analytiquement la variance de la production cumulée d'une ligne de production composée de machines sujettes aux pannes. Ils ont étudié la variation de la production pour trois cas différents : une seule machine non-Markovienne, une ligne de production avec des machines Markoviennes et sans stock, et, deux machines séparées par un stock.

- T. Tolio, S. B. Gershwin et A. Matta [TOL02] ont présenté une méthode analytique pour évaluer la performance des lignes de production avec un stock de capacité finie et deux machines soumises à pannes. Cette méthode fournit la valeur exacte des mesures des

performances du système (le taux de production et la capacité moyenne des stocks). Une comparaison avec une technique existante qui ne considère pas différents modes de défaillance a montré l'importance de considérer explicitement le type de panne afin d'obtenir une bonne évaluation de la performance.

- R. Levantesi, A. Matta et T. Tolio [LEV03] ont présenté une méthode analytique approximative pour l'évaluation des performances des lignes de production asynchrones avec des temps opératoires déterministes, des modes de défaillance multiples et des capacités finies de stockage. Leur technique est basée sur la technique de décomposition proposée par S. B. Gershwin [GER87]. La caractéristique principale de leur méthode est la possibilité d'étudier les lignes de production dans lesquelles les machines peuvent avoir des temps opératoires différents et qui sont soumises à de multiples types de panne.

1.4.3 Conclusions

Les outils reconnus pour l'évaluation des performances des systèmes à événements discrets sont la simulation et les approches analytiques, comme nous l'avons signalé précédemment. Cependant, les approches analytiques souffrent de problèmes d'explosion d'états dans l'état discret, c'est-à-dire que le nombre d'états croît de manière exponentielle avec la taille du problème. Pour des systèmes particuliers, il est cependant possible de développer des méthodes analytiques exactes ou approximatives pour déterminer les performances du système étudié sans explorer tout l'espace d'état. Pour l'évaluation des performances, la méthode de décomposition est souvent utilisée par les auteurs et fournit de bons résultats comme les auteurs l'ont démontré.

La simulation reste l'outil d'évaluation des performances le plus utilisé et mieux adaptée dans l'industrie. La simulation a longtemps été considérée comme une « boîte noire ». Cet aspect « boîte noire » est en train de changer grâce aux développements récents des techniques de l'analyse des perturbations.

1.5 Pilotage des flux

De manière générale on peut décomposer un système de production en deux parties complémentaires : la partie opérative, qui désigne le flux matériel et la partie conduite, qui traite le flux informationnel. La partie opérative est constituée des entités appartenant à trois

populations : la population de produits, la population des moyens de production et la population des opérateurs de production [ROD89], [ADL94]. Elle a pour fonction de fabriquer (qualité, quantité, délais) des produits (finis) à partir des matières brutes avec les moyens de production et les opérateurs de production. La partie conduite a pour fonction d'élaborer les ordres nécessaires à la partie opérative.

1.5.1 Objectif de la conduite

Le rôle de la conduite des systèmes de production est de diriger, guider et piloter, de manière à assurer la pertinence et la cohérence du système dans un environnement donné. La conduite peut être considérée comme l'art d'adapter en permanence les objectifs de l'entreprise à l'évolution de l'environnement à travers l'analyse des contraintes et des opportunités.

La conduite d'un système de production consiste à utiliser un système de décision pour faire exécuter par le système physique l'ensemble des opérations de fabrication qui lui sont affectées :

- En respectant au mieux les objectifs de production fixés, tout en satisfaisant les contraintes spatiales, temporelles et de coût ;
- En s'assurant que chaque ordre transmis est cohérent vis-à-vis du caractère perturbé de l'environnement dans lequel évolue le système ;
- En utilisant un système d'information cohérent réalisant une interface robuste entre le système physique et le système de décision.

La difficulté de la conduite d'un système de production est due :

- A la complexité du problème ;
- A la nécessité de résoudre le problème dans un contexte perturbé ;
- Au problème intrinsèque du suivi, souvent banalisé dans la plupart des systèmes ;
- A l'intégration du système de conduite dans le système global de gestion de production.

Dans ce travail, nous nous limitons au pilotage des flux de produits de manière à satisfaire au mieux la demande.

Le pilotage des flux est un véritable challenge pour les entreprises car il leur permet de rester compétitives malgré les contraintes externes (arrivée de la demande...) et internes (panne des machines, capacité de travail...) toujours plus importantes et complexes. En effet,

l'objectif premier de toute entreprise est de satisfaire les besoins de sa clientèle tout en minimisant les différents coûts. Ainsi, le pilotage des flux conditionne, tout d'abord, la satisfaction client au sens où il assure à l'entreprise le fait d'avoir le produit désiré par le client au bon moment au bon endroit. Ensuite, il permet de réduire les coûts liés au stockage.

Donc, le pilotage des flux a pour but de minimiser les coûts associés à l'approvisionnement, la fabrication et la livraison. Différents coûts peuvent être retenus : les coûts de détention, les coûts d'acquisition, les coûts de rupture, les coûts d'expédition. Dans cette étude nous nous intéressons à deux de ces coûts à savoir les coûts de détention et les coûts de rupture.

Les coûts de détention ou coûts de possession. Les coûts de détention comprennent les coûts relatifs au lieu du stockage, c'est-à-dire les locaux spécialement prévus pour stocker. Dans ces frais de détention on peut distinguer le loyer de l'entrepôt, son coût de fonctionnement (éclairage, chauffage, etc.), les frais de personnel liés au stock (salaires), les coûts de gestion du stock, les coûts engendrés par l'obsolescence ou le vol et les coûts de l'immobilisation du stock.

Les coûts de rupture de stock. Les coûts de rupture de stock sont générés par l'absence du produit au moment où il est demandé. Un produit non disponible implique un chiffre d'affaires non réalisé c'est-à-dire une perte. Au niveau de la production, les manques peuvent occasionner des arrêts de fabrication, des retards de livraison, des pénalités de retard à payer au client et de perte de l'image de marque de l'entreprise.

Le coût de stockage

La fonction représentant le coût de stockage $g(x)$ est une fonction qui donne le coût en fonction du niveau du stock noté x pendant une unité de temps. Généralement le niveau du stock peut être négatif, positive ou nul. Et la fonction de coût est convexe et non-négative par rapport à x (Fig.1.3) (voir [HU 94b], [BIE 88], [XIE 89], [KIM 83]).

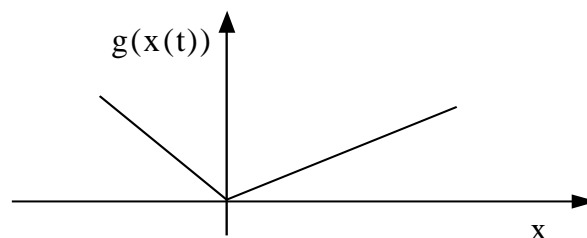


Fig. 1.3. – Coût de stockage

La fonction de coût de stockage est donnée par :

$$g(x(t)) = \begin{cases} c^+ x^+(t) & \text{si } x(t) \geq 0 \\ c^- x^-(t) & \text{si } x(t) < 0 \end{cases} \quad (1.10)$$

où $x^+ := \max(x, 0)$, $x^- := \max(-x, 0)$ et c^+ , c^- représentent respectivement le coût de sur-stockage et le coût de rupture donnés par unité de temps avec $c^+ > 0$ et $c^- > 0$.

- Dans le travail de J.-Q. Hu [HU 95], l'auteur considère un système avec perte de demande non satisfaite donc la fonction du coût de stockage n'est plus convexe : $g(x) = c^+ x + c_0 1(x=0 ; i=0)$ (c'est à dire que le niveau du stock est égal à x et la machine est en état de panne $i=0$) avec c^+ le coût de sur-stockage et c_0 le coût de non satisfaction de la demande par unité de temps. $1(\cdot)$ est un indicateur de la fonction de coût qui montre que le niveau du stock est égal à 0 et que le système ne peut pas satisfaire la demande. Mais en général, la rupture de stock peut se produire et il faut essayer de minimiser cette rupture car $c^- > c^+$, c'est-à-dire que la rupture est plus coûteuse pour une entreprise (perte de clientèle).

Le coût moyen

Le coût moyen représente le coût moyen de stockage (rupture ou sur-stockage) pendant une période de temps T . Le coût moyen est défini pour un modèle continu par :

$$\lim_{T \rightarrow \infty} E \left[\frac{1}{T} \int_0^T g(x(t)) dt \right] \quad (1.11)$$

Pour un modèle discret, le coût moyen est défini par :

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E \left[\sum_{i=0}^T g_i(x_i(s)) \right] \quad (1.12)$$

où $g_i(x_i(s))$ représente le coût du stockage défini ci-dessus.

Le coût actualisé

Le coût actualisé présente le coût du stockage (rupture ou sur-stockage) pour tous les instants (on définit la fonction de coût actualisé pour le système en flux continu). L'espérance du coût actualisé sur un horizon infini est défini par :

$$\lim_{T \rightarrow \infty} E \left[\int_0^T e^{-\beta t} g(x(t)) dt \right] \quad (1.13)$$

où $\beta > 0$ est le facteur d'actualisation (le taux d'actualisation réduit la valeur présente des efforts futurs).

Pour un modèle discret, le coût actualisé est défini par :

$$\lim_{T \rightarrow \infty} E \left[\sum_{i=0}^T e^{-\beta t} g_i(x_i(t)) \right] \quad (1.14)$$

Le coût actualisé permet de déterminer le coût à chaque fois qu'un événement se produit. Donc l'actualisation du coût permet de gérer l'importance relative des événements à court, moyen, et, long terme. Par contre le coût moyen ne dépend que du début et de la fin de l'horizon du temps correspondant.

L'application mathématique dans le cas du coût actualisé est un peu plus compliquée que pour le coût moyen. Pour la partie simulation l'étude est plus simple et nous pouvons également discrétiser nos résultats de façon à obtenir des valeurs numériques précises.

La minimisation de ces coûts sera l'objectif suivi dans notre thèse. Pour ce faire nous développons des méthodes de commande optimale présentées dans la section suivante.

1.5.2 Commande optimale

La commande qui minimise un coût fonctionnel s'appelle une commande optimale. Selon [BOR90] le problème général de la détermination d'une commande optimale d'un processus peut se résumer comme suit : *Un processus étant donné et défini par son modèle, trouver parmi les commandes admissibles celle qui permet à la fois : i) de vérifier des conditions initiales et finales données ; ii) de satisfaire diverses contraintes imposées ; iii) d'optimiser un critère choisi.* Elle peut être dérivée en utilisant le principe du maximum de Pontryaguine [PON74], ou bien en résolvant les équations de Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) [BER01].

Les équations de HJB sont des équations différentielles partielles qui sont le centre de la théorie de la commande optimale. La solution de ces équations de HJB est la fonction de coût, qui donne le « cost-to-go » optimal pour un système dynamique considéré avec une fonction de coût associée. Ces équations de HJB sont le résultat de la théorie de la programmation dynamique qui a été proposé pour la première fois dans les années 50 par Richard Bellman.

L'équation de temps discret correspondante est désignée habituellement sous le nom de l'équation de Bellman. Dans le temps continu, le résultat peut être vu comme prolongation des premiers travaux dans la physique classique par William Rowan Hamilton et Karl Gustav Jacob Jacobi.

Exemple : considérons le problème suivant de commande optimale déterministe :

$$\min \int_0^T C[x(t), u(t)] dt + D[x(T)] \quad (1.15)$$

soit à $\dot{x}(t) = F[x(t), u(t)]$, où $x(t)$ représente l'état du système avec un état initial $x(0)$ donné, et $u(t)$ pour $0 \leq t \leq T$ est la commande que nous essayons de déterminer.

Pour cet exemple simple l'équation partielle et différentielle de Hamilton-Jacobi-Bellman est donnée comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial t} V(x, t) + \min_u \left\{ \left\langle \frac{\partial}{\partial x} V(x, t), F(x, u) \right\rangle + C(x, u) \right\} = 0 \quad (1.16)$$

soit à la condition terminale

$$V(x, T) = D(x), \quad (1.17)$$

où $V(x, t)$ est la fonction de coût de Bellman, qui représente le coût résultant du commencement par l'état x à l'instant t et en commandant le système d'une façon optimale de cet instant jusqu'à l'instant T . Il faut résoudre l'équation de HJB en commençant de $t = T$ et en terminant par $t = 0$. Cette équation de HJB est une condition suffisante pour un optimum. Si nous pouvons le résoudre pour V , donc nous pouvons déterminer la commande optimale u .

Dans la littérature, nous trouvons un corps riche de travaux qui traitent le problème de la commande optimale appliquée au pilotage de flux :

- Dans un travail pionnier, J. G. Kimemia and S. B. Gershwin [KIM83] ont considéré un système de production composé d'une machine avec un nombre arbitraire d'états de machine et de types de produits. Chaque état de la machine a un taux correspondant de production. L'objectif de leur analyse est de déterminer une politique optimale de production en considérant l'état de la machine, donc le taux de production ciblé qui satisfait une demande connue avec un coût minimum de stockage et de pénurie. Ils ont montré, en formulant ce

problème en tant que programmation dynamique, qu'en général il est extrêmement difficile d'obtenir une véritable loi de commande puisqu'il faut résoudre un système d'équations complexe de Hamilton-Jacobi-Bellman. En outre, ils ont montré que la solution pour le taux optimum de production pour chaque état de machine peut être réduite à la solution des programmes linéaires à condition qu'une fonction de coût soit fournie.

- R. Akella and P. R. Kumar [AKE86] ont trouvé une solution exacte du niveau optimal du stock pour un système composé d'une machine produisant un seul type de produit et ayant deux états (en état de fonctionnement ou en panne) avec un taux constant de la demande pour le cas du coût pénalisé. L'analyse est assez compliquée même pour ce cas simple. Ils ont montré qu'il existe effectivement un état du stock idéal (ou point de séparation ou hedging point) vers lequel l'état du stock converge. La politique optimale de commande (la politique de point de séparation ou hedging point) consiste à produire à la capacité maximale si l'état du stock est inférieur à ce point de séparation, à ne rien produire si l'état du stock est supérieur à ce point de séparation et à produire au taux de la demande si l'état du stock est égal à ce point de séparation. Ils ont obtenu également la solution analytique de l'état du stock idéal.

- T. Bielecki and P. R. Kumar [BIE88] se sont intéressés au même problème mais pour le cas du coût moyen. Ils ont utilisé une autre approche pour résoudre ce problème en supposant que l'état du stock idéal qui correspond à l'état de fonctionnement est déjà connu. Ils ont montré que le meilleur point de séparation peut être zéro. Ceci implique que le « zéro-stock » peut être optimal même en présence d'aléas. Ils ont établi les conditions nécessaires et suffisantes assurant l'optimalité de la politique « zéro-stock ».

- A. Sharifnia [SHA88] s'est intéressé au problème étudié par J. Kimemia et S. B. Gershwin [KIM83], avec un seul type de pièce. Le système a plusieurs états de fonctionnement. A chaque état, la production est limitée par un débit maximal. Etant donné les points de séparation de chaque état, il établit des équations pour évaluer la performance. Par conséquent, les meilleurs points de séparation sont obtenus par l'optimisation de la performance.

- P. Glasserman [GLA95] a considéré la commande de production d'une machine soumise à multiples types de pannes. En supposant que l'état de la machine est gouverné par un processus semi-Markovien, il a évalué les coûts moyens et actualisés du stockage pour n'importe quels points de séparation. En plus, il a trouvé la valeur exacte du point de

séparation (hedging point) sous le critère du coût moyen et celui du coût actualisé. Ses résultats nécessitent une distribution exponentielle des intervalles où la demande excède la production.

D'autres travaux ont étudié le problème de commande optimale du système de production et considéré la politique de point de séparation « hedging point » comme une politique optimale de commande, comme les travaux de [XIE89], [XIE91], [VAN93], [HU94a], [HU94b], [LIB94], [HON97], [SRI98], [FEN00], [DE00], [HON01], [PER01], [SON01], [TAN02] et [GU05].

Il n'est pas toujours évident de résoudre le problème de la commande optimale et trouver une politique de commande exacte. Pour résoudre le problème on passe alors par des méthodes d'optimisation.

1.5.3 Politiques de pilotage

La politique de commande la plus simple pour un système de production est de produire à sa capacité maximale, en supposant une demande illimitée et un stock de capacité finie. Les paramètres de commande de cette politique, même si ils ne sont pas explicites, sont les capacités des stocks entre les étapes (machines) dans la ligne de production. La politique de commande est donc de fabriquer lorsqu'il y a des pièces à produire et un espace pour mettre le produit fini. Il y a plusieurs variations de cette politique de commande, telles que le blocage avant service et le blocage après service (voir [DAL92]).

Il existe une littérature riche sur les politiques de commande pour des systèmes de fabrication ; cependant, nous considérons seulement les politiques qui utilisent le mouvement des cartes d'autorisation dans le système de fabrication pour autoriser la production des pièces.

Depuis les années 1970, l'approche japonaise d'organisation inspirée du Juste à Temps (Just in Time : JIT) a provoqué une remise en question de production en flux poussés (PUSH) pour passer à une production en flux tirés (PULL).

Les systèmes de production en flux poussés (PUSH) prévoient les mises en production des matières premières dans le système de production à partir des prévisions de la demande, alors que des systèmes de production en flux tirés autorisent la fabrication des pièces en réponse à l'arrivée réelle de demandes. Le principe des systèmes de production en flux poussés est de

commander le taux de mise en production (et la productivité) et d'observer le niveau des en-cours (WIP) de temps en temps, tandis que les systèmes de production en flux tirés commandent le niveau des en-cours (WIP) et observent la productivité (Voir M. L. Spearman [SPE91], M. L. Spearman et M. A. Zazanis [SPE92], W. J. Hopp et M. L. Spearman [HOP96]).

Un mécanisme de type flux tirés peut être implémenté de plusieurs manières. La manière la plus connue est la politique Kanban (voir Y. Monden [MON83], T. Ohno [OHN88], S. Shingo [SHI89]). À l'origine, la politique Kanban a été utilisée dans les lignes de production de Toyota dans les années 1970 et est souvent considérée comme étant étroitement associée à la philosophie de l'approche JIT (voir P. Zipkin [ZIP91] et H. Groenvelt [GRO93]). Dans la politique Kanban, les cartes d'autorisation de production, encore appelées kanbans, sont utilisées pour commander et limiter les mises en production des pièces dans chaque étape de production. L'avantage de ce mécanisme est que le nombre de pièces dans chaque étape de production est limité par le nombre de kanbans de cette étape. Son inconvénient est que le système peut ne pas répondre rapidement aux changements de la demande (voir Fig. 1.4).

Un autre système de commande de type flux tirés est originaire de la technique de gestion des stocks et correspond à la politique Base Stock (voir A. J. Clark et H. Scarf [CLA60], G. Kimball [KIM88]). La politique Base stock a été au commencement proposée pour des systèmes de production/stockage avec une capacité infinie de production et utilise l'idée d'un stock de sécurité pour les pièces finies aussi bien que des stocks de sécurité entre les étapes pour la coordination. Dans la politique Base Stock, chaque étape a un stock des pièces finies, appelé le base stock. Quand une demande arrive, elle est immédiatement transmise à chaque étape pour autoriser la mise en production d'une nouvelle pièce. Un avantage de ce mécanisme est qu'il évite le blocage de l'information de la demande en transférant l'information de la demande immédiatement à toutes les étapes de production. Son inconvénient est qu'il ne fournit aucune limite sur le nombre de pièces dans le système (voir Fig. 1.5).

Dans une ligne de deux machines, des capacités finies et des machines sujettes aux pannes, M. H. Veatch et L. M. Wein ([VEA94] ont démontré que le choix entre la politique Base Stock et la politique Kanban dépend de la place du goulot d'étranglement de système. Si la machine en amont est plus lente, la politique Base stock est préférée, autrement la politique Kanban est meilleure. Ceci semble être dû aux différents flux d'information dans ces deux

disciplines de commande : flux global d'information dans la politique Base Stock contre le flux local d'information dans la politique Kanban.

La politique Constant Work-In-Process (CONWIP) proposée par [SPE90] utilise un seul type de cartes pour commander la quantité totale de WIP autorisée dans la ligne entière. Cette politique fixe une contrainte de population pour le système, et quand cette contrainte est atteinte, des ordres sont seulement mis en production dans le système en réponse aux demandes réelles du client pour des pièces finies dans le stock de produits finis. Une fois qu'une matière première est mise en production à l'entrée du système, elle est poussée à travers le système aussi vite que possible. Elle peut également être considérée comme une politique Kanban avec une seule étape. En effet, le système de commande CONWIP peut être considéré comme un système de type flux tirés à la fin de la ligne, ou un système de type flux poussés dès le début de la ligne vers sa fin (voir Fig. 1.6).

Politique Kanban

La politique Kanban est probablement le mécanisme le plus connu de type flux tirés pour un système de production de plusieurs machines.

La Fig. 1.4 montre le modèle physique d'un système de production composé de deux machines et produisant un seul type de produits avec une politique Kanban. Le mouvement du Kanban est représenté par une ligne pointillée.

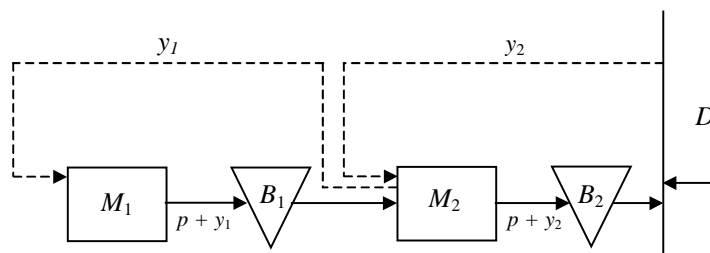


Fig. 1.4. – Une ligne de transfert de 2 machines commandées par une politique Kanban

La politique Kanban fonctionne comme suit. Quand une demande de client D arrive dans le système, elle exige le déchargement d'un produit fini du stock B_2 vers le client. À cet instant il y a deux possibilités (voir [BOO05]) :

- Si une pièce p est disponible dans le stock B_2 (qui est initialement le cas), elle est délivrée au client après avoir libéré le kanban y_2 qui a été attaché à cette pièce. Ce kanban est transféré en amont à M_2 en apportant avec lui le signal de demande pour lancer la production d'une nouvelle pièce.
- S'il n'y a pas de pièce disponible dans le stock B_2 , la demande est mise en attente et attend l'arrivée d'une nouvelle pièce produite par M_2 dans le stock B_2 . La nouvelle pièce finie sera délivrée au client et le kanban y_2 attaché sera également transféré à M_2 au même instant.

Quand le kanban arrive à la machine M_2 , il autorise la production d'une nouvelle pièce. À cet instant deux choses peuvent se produire :

- Si une pièce p à laquelle le kanban y_1 est attaché est disponible dans B_1 , elle est immédiatement détachée du kanban y_1 et attachée au kanban y_2 . À cet instant, la paire (pièce, kanban y_2) est déchargée vers la machine M_2 . Le kanban y_1 est transféré en amont à la machine M_1 pour lancer la production d'une nouvelle pièce.
- S'il n'y a pas de pièce disponible dans le stock B_1 , le kanban y_2 attend jusqu'à l'arrivée d'une nouvelle pièce dans le stock B_1 .

Alors la philosophie de la politique Kanban est qu'une demande du client est transférée en amont de l'étape i seulement lorsque une pièce finie est déchargée en aval de cette étape i . Donc cette politique dépend seulement d'un seul paramètre par étape, à savoir le nombre de kanbans y_i , $i = 1, 2, \dots, N$. Ces paramètres influencent le transfert des pièces finies en aval via le système et le transfert des demandes en amont via le système.

Alors pour chaque étape i de production le niveau des en-cours et le nombre de produits finis est borné par y_i .

Politique Base Stock

La politique Base Stock ou plus précisément Echelon Base Stock est un mécanisme simple de pilotage de flux tirés pour des systèmes de production composés de machines multiples où le terme « Base Stock » vient de la théorie de gestion de stock. Elle essaie de maintenir une certaine quantité de produits finis dans chaque echelon stock qui est la somme des stocks à chaque étape et en aval moins les demandes en attente. Cette quantité s'appelle le niveau base stock de chaque étape (voir [KAR00], [BOO05]).

Pour faire fonctionner une politique Base Stock, il est nécessaire de transmettre l'information de la demande à toutes les étapes de production lorsque la demande se produit, et qui peut être appelée l'information globale de demande.

La Fig. 1.5 montre le modèle physique d'un système de production composé de deux machines et produisant un seul type de produits avec une politique Base Stock.

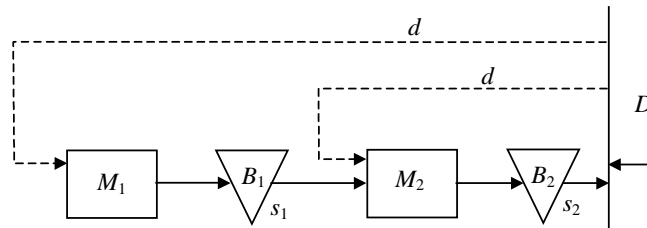


Fig. 1.5. – Une ligne de transfert de 2 machines commandées par une politique Base Stock

Dans la politique Base Stock, il n'y a pas de coordination entre les étapes consécutives de production, c'est-à-dire qu'une pièce peut être transférée en aval par les signaux de la demande globale D .

Lorsque le système est dans son état initial, c'est-à-dire avant l'arrivée d'une demande, le stock B_i contient s_i niveau de base stock de produits finis. La politique Base Stock fonctionne comme suit. Lorsque une demande arrive dans le système, elle est éclatée en sous demandes d_i . À cet instant, il y a deux possibilités :

- Si la pièce est disponible dans le stock B_i , dans ce cas elle sera délivrée immédiatement à l'étape en aval pour produire une pièce et construire le base stock ou au client pour le dernier stock B_2 et cette demande d_i sera satisfaite.
- S'il n'y a pas de pièce disponible dans le stock B_i la demande sera mise en attente et elle attend jusqu'à l'arrivée d'une nouvelle pièce complète de l'étape en amont.

Donc, la politique Base Stock dépend d'un seul paramètre par étape, à savoir le niveau de base stock s_i , où $i = 1, 2, \dots, N$. Ces paramètres influencent le transfert des pièces finies en aval via le système mais ils n'interfèrent pas sur le transfert des demandes en amont.

La capacité de production du système ne dépend pas de s_i ; en fait, elle est donnée par la capacité de production du goulot d'étranglement de l'étape. Les capacités des stocks de produits finis sont bornées par le niveau base stock ; cependant, le niveau des en-cours (WIP) dans chaque étape n'est pas borné. Quand une machine tombe en panne, le processus de la demande continuera à décharger des pièces du stock de sortie, et les machines en aval

fonctionneront normalement jusqu'à ce qu'elles deviennent affamées. Les machines en amont continuent à recevoir l'information directe de la demande et fonctionnent comme d'habitude. Par conséquent, il y aura une accumulation non bornée du stock en amont de la machine qui est en panne.

Politique CONWIP

Le mécanisme de CONWIP maintient une borne supérieure du niveau des en-cours (WIP) pour le système entier. Lorsque ce niveau présélectionné de WIP est atteint, la production de nouvelles pièces ne sera pas autorisée avant le départ de quelques pièces. Cela se produit en réponse aux événements de la demande. Une ligne de production commandée par une politique CONWIP peut être considérée comme une ligne commandée par un seul kanban pour toutes les étapes dans cette ligne (voir [BOO05]).

La Fig. 1.6 montre le modèle physique d'un système de production composé de deux machines et produisant un seul type de produits avec une politique CONWIP.

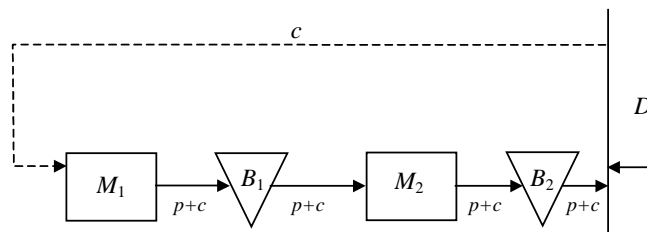


Fig. 1.6. – Une ligne de transfert de 2 machines commandées par une politique CONWIP

Lorsque le système est son état initial, c'est-à-dire avant l'arrivée d'une demande, le stock B_1 ne contient aucune pièce. Seulement le stock B_2 contient c produits finis attachés avec les cartes CONWIP.

La politique CONWIP fonctionne comme suit. Lorsque une demande arrive dans le système, elle exige le déchargement d'un produit fini du stock B_2 vers le client. À cet instant, il y a deux possibilités :

- Si une pièce p est disponible dans le stock B_2 (ce qui est initialement le cas), elle est délivrée au client et la carte de CONWIP est détachée de cette pièce et transférée à M_1 .

- Sinon, la demande est retardée et attend l'arrivée d'une nouvelle pièce produite par M_2 dans le stock B_2 .

Les étapes précédant la dernière machine fonctionneront de la même manière qu'un système à flux poussés, c'est-à-dire que des pièces se déplacent en aval sans aucun blocage.

Donc, cette politique dépend d'un seul paramètre pour le système entier, la quantité « c » de CONWIP. Ce paramètre influence le transfert des pièces finies en aval et le transfert des demandes en amont via le système. Il n'y a pas de transfert de demande entre les étapes sauf la dernière et la première étape.

La capacité de production ou le taux maximal de production du système est affecté seulement par la quantité « c » de cartes CONWIP. La quantité totale de pièces dans le système est bornée par c .

Si une machine tombe en panne dans une ligne de production commandée par CONWIP, les matières en aval de cette machine quitteront le système selon le processus de la demande. Ces événements de demande lanceront la production des nouvelles matières premières dans le système. Lorsque toutes les cartes CONWIP s'accumulent avant la machine qui est en panne, la production de nouvelles pièces dans le système s'arrêtera.

Donc, cette politique CONWIP peut être implémentée en associant une seule carte à chaque pièce, autorisant sa présence dans le système. Lorsqu'une pièce quitte le stock de produits finis, sa carte sera alors détachée et transférée à la première étape, autorisant l'entrée d'une autre pièce dans le système. Toutes les autres étapes sont toujours autorisées à travailler sur n'importe quelle pièce entrant dans le système, donc le passage d'une carte à ces machines n'est pas nécessaire.

1.5.4 Optimisation

L'optimisation peut être généralement définie comme une opération permettant d'obtenir le meilleur choix parmi des alternatives. Afin de définir un tel problème, il faut premièrement avoir une méthode pour comparer les choix alternatifs. Cette comparaison habituellement est faite via une fonction objectif. Dans le contexte de notre étude sur l'optimisation des performances, la fonction objectif est la mesure de la performance. Mathématiquement, l'optimisation est la recherche des valeurs de variables qui maximisent ou minimisent une fonction objectif donnée.

Aujourd'hui, il n'y a aucun doute sur l'importance du rôle joué par l'optimisation dans les diverses industries. Toutefois, la résolution pratique de ces problèmes demeure encore difficile, pour un certain nombre de raisons, notamment la nécessité de :

1. Définir d'une façon précise les éléments d'un problème d'optimisation.
2. Organiser ces éléments de telle sorte que le problème soit soluble.
3. Choisir une méthode convenable pour résoudre le problème.

L'importance de ces difficultés paraît encore plus grande dans la réalité, à cause de leurs interactions.

Pour le cas d'une seule variable de décision, *la méthode de dichotomie* est une méthode souvent utilisée. Il s'agit d'un algorithme de recherche d'un zéro (ou racine) d'une fonction qui consiste à répéter des partages d'un intervalle en deux parties puis à sélectionner le sous-intervalle dans lequel existe un zéro de la fonction $f(x) = 0$. Étant donné deux points a et b tels que $f(a)$ et $f(b)$ soient de signes opposés, nous savons que f doit avoir au moins un zéro dans l'intervalle $[a, b]$. La méthode de dichotomie divise l'intervalle en deux en calculant $c = (a+b) / 2$. Il y a maintenant deux possibilités : ou $f(a)$ et $f(c)$ sont de même signe, ou $f(c)$ et $f(b)$ sont de signes opposés. L'algorithme de dichotomie est alors appliqué au sous-intervalle dans lequel le changement de signe se produit, ce qui signifie que l'algorithme de dichotomie est en soi récursif. La méthode de dichotomie est moins efficace que la méthode de Newton mais est moins encline à de mauvais comportements.

Pour le cas d'optimisation multi-variables, selon [POL97] il y a plusieurs méthodes d'optimisation non-linéaires utilisées comme :

- **Les méthodes avec gradient :**

i) *Les méthodes de gradient* : généralement sont utilisées pour résoudre les problèmes de la forme $(\min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x))$ avec $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ est dérivable à chaque instant.

Trois méthodes principales sont utilisées :

1) *La méthode de la plus forte descente* « *Steepest Descent* » est la plus ancienne méthode de gradient inventée par Cauchy. Dans cette méthode nous cherchons la direction $p_i = -\nabla f(x_i)$, ensuite, en supposant que $\lambda(x_i)$ existe, on calcule le pas de descente (step-

size) comme suit : $\lambda_i \in \lambda(x_i) \triangleq \arg \min_{\lambda \geq 0} f(x_i + \lambda p_i)$. On calcule alors $x_{i+1} = x_i + \lambda_i \times p_i$ et ensuite on répète en remplaçant i par $i+1$. Cette méthode contient une règle d'étape difficile à implémenter.

2) *La méthode de gradient d'Armijo* : cette méthode utilise le plus grand pas de descente suivant (step-size) $\lambda_i = \beta^{k_i}$ où $k_i \in \mathbb{Z}$ tel que $f(x_i + \beta^{k_i} p_i) - f(x_i) \leq -\beta^{k_i} \alpha \|\nabla f(x_i)\|^2$ avec $\alpha \in (0, 1)$, $\beta \in (0, 1)$ et $\|\nabla f(x_i)\|$ qui représente la norme de la dérivée de la fonction $f(x_i)$.

3) « *Projected Gradient Method* » : cette méthode est une extension de la méthode d'Armijo pour des problème d'optimisation de la forme : $\min_{x \in X} f(x)$, avec $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ est dérivable à chaque instant et $X \subset \mathbb{R}^n$ convexe et compact.

ii) Les méthodes de Newton : l'algorithme de Newton est une bonne méthode pour résoudre les problèmes d'optimisation. Avant tout, la méthode de Newton nécessite que la dérivée soit effectivement calculée. Dans les cas où la dérivée est seulement estimée en prenant la pente entre deux points de la fonction, la méthode prend le nom de méthode de la sécante, moins efficace que d'autres algorithmes. Par ailleurs, si la valeur de départ est trop éloignée du vrai minimum, la méthode de Newton peut entrer en boucle infinie sans produire d'approximation améliorée. À cause de cela, toute implémentation pratique de la méthode de Newton doit inclure un code de contrôle du nombre d'itérations.

iii) Les méthodes de directions conjuguées : Ces méthodes sont proposées premièrement pour résoudre un ensemble d'équations linéaires de grandes dimensions de la forme $G \times h = g$, où G est une matrice donnée de $n \times n$ dimensions et $g \in \mathbb{R}^n$ est un vecteur donné. Ces méthodes dépendent de : a) la solution de l'équation $G \times h = g$ est la même que le problème de minimisation ($\min_{h \in \mathbb{R}^n} \|Gh - g\|^2$), b) la disponibilité d'une formule itérative pour construire, simultanément, une matrice de base orthogonale et conjuguée, en utilisant une matrice définie et positive.

iv) Les méthodes quasi Newton : sont des méthodes d'optimisation sans contrainte qui donnent une approximation pour la direction de recherche de Newton, habituellement sans évaluer les dérivées du second ordre de la fonction du coût.

v) **La méthode de l'analyse infinitésimale des perturbations** : (Infinitesimal Perturbation Analysis : IPA) qui cherche à résoudre toutes sortes de problèmes d'optimisation non classiques, en raison de l'aspect « événements discrets », et cela généralement dans un contexte stochastique. L'IPA est simplement une technique pour calculer les gradients des mesures de performance d'un système à événements discrets en utilisant seulement une simulation du système.

- **Les méthodes sans gradient :**

i) **Les méthodes heuristiques et méta-heuristiques** : ils sont utilisés souvent pour résoudre des problèmes d'optimisation combinatoire pour lesquels il est très difficile de trouver la solution optimale. Trois méthodes principales sont alors utilisées : le recuit simulé, les algorithmes génétiques et la recherche tabou.

- Le recuit simulé minimise de manière stochastique une fonction de coût. C'est une méthode de recherche locale dans la mesure où l'algorithme procède par de petites modifications de la solution courante, en autorisant éventuellement une dégradation temporaire de la qualité de la solution.
- Les algorithmes génétiques nécessitent un codage des solutions potentielles semblable à l'identité génétique. L'algorithme procède par mutation et croisement de ces codes en sélectionnant les solutions de qualité élevée.
- La recherche tabou est une méthode déterministe qui repose sur une gestion dynamique de deux types de mémoires : l'une à court terme assure une exploration intensive, l'autre à long terme assure une diversification. La mémoire contient des caractéristiques dites tabou *i.e.* que l'on s'interdit pour les futures solutions. L'objectif premier est d'éviter une exploration cyclique pour augmenter l'efficacité de la recherche.

Dans cette étude nous allons nous intéresser à la méthode d'analyse infinitésimale des perturbations (IPA) car nous cherchons à résoudre les problèmes d'optimisation non classiques, et cela généralement dans un contexte stochastique. Cette méthode est utilisée par plusieurs travaux dans la littérature. Mais, avant de présenter ces travaux nous allons fournir des définitions essentielles pour l'IPA.

La continuité selon Lipschitz : On dit qu'une fonction $f: M \rightarrow N$ est continue au sens de Lipschitz (ou satisfait une condition de Lipschitz) s'il existe une constante $K > 0$ tel que $d(f(x), f(y)) \leq K d(x, y)$ pour tous x et y en M où $d(., .)$ représente la distance. Dans ce cas, K est appelée la constante de Lipschitz.

Estimateurs (les dérivées) non biaisés d'IPA : Considérons que la mesure de performance notée par $L(\theta, \xi)$ où θ représente le(s) paramètre(s) du système étudié, ξ représente un vecteur des variables aléatoires qui représentent tous les phénomènes aléatoires du SED. Et supposons que $E[L(\theta, \omega)]$ représente l'estimation de la mesure de performance donnée $L(\theta, \omega)$. Alors selon [HO91], on dit que l'estimateur (ou la dérivée) d'IPA est non biaisé s'il satisfait la condition suivante :

$$E \left[\frac{d L(\theta, \xi)}{d \theta} \right] = \frac{d E[L(\theta, \xi)]}{d \theta} \quad (1.18)$$

Estimateurs consistants d'IPA : En considérant que $x(t; \theta, \xi)$ représente la trajectoire du SED. Alors, selon [HO91], on dit que l'estimateur d'IPA est consistant s'il satisfait la condition suivante :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{d [L(x(t; \theta, \xi))]}{d \theta} = \frac{d}{d \theta} \left[\lim_{t \rightarrow \infty} L(x(t; \theta, \xi)) \right] \quad (1.19)$$

Dans la littérature, le travail pionnier sur l'IPA est celui de Y. C. Ho, A. Eyley et T.T. Chien [HO79] qui a introduit pour la première fois l'idée de base du PA. Ce travail a été motivé par une application industrielle de la compagnie de FIAT Motor à Turin en Italie. Cette compagnie avait installé un système de production automatique sur une des lignes de production des automobiles pouvant être considéré comme un simple réseau de files d'attente avec des stocks intermédiaires de capacité finie. Grâce à ce système de production automatique, une quantité énorme d'information de production a été générée. La question suivante aurait été posée : « *Besides the standard statistical information such as downtime, throughput and utilization that were being generated by the monitoring system from the collected information, could this information be used further for control purposes ?* » Pour répondre à cette question les auteurs ont adopté l'idée de base de PA, qui a été présentée plus en détail ensuite dans les travaux de P. Glasserman [GLA90] et Y. C. Ho et X. R. Cao [HO91].

- M. Bello [BEL77] a appliqué dans sa thèse de mastère une version de l'idée de PA dans une file d'attente de type M/D/1 (le processus d'arrivée de type Markovien / le processus de service de type loi constant / 1 serveur).

- Selon X. R. Cao [CAO85], le PA ne peut pas fournir un estimateur consistant de la dérivée de la trajectoire. Par contre l'algorithme d'IPA donne toujours la bonne réponse même si pour un petit pourcentage du temps l'algorithme d'IPA fera des erreurs qui sont également petites.

- R. Suri [SUR87] a défini une classe générale des SED et leurs mesures des performances. Il a étendu les concepts de l'analyse des perturbations à ce cas général et montré que l'algorithme d'IPA donne des valeurs exactes de la dérivée des performances. Il a montré que la complexité de calcul de cet algorithme est bornée pour être linéaire par rapport au nombre des événements. Ces résultats offrent un calcul des gradients très efficace qui peut être utilisé pour la conception des systèmes de production, des réseaux de communication et d'autres systèmes réels, car des hypothèses restrictives (e.g. distribution exponentielle) ne sont pas exigées par le système.

- Y. C. Ho et X. R. Cao [HO91], Y. C. Ho [HO92] ont présenté les concepts et les algorithmes fondés sur la méthode PA. Ils ont montré que le but du PA est de rassembler le plus possible d'information depuis un essai de simulation d'un SED. Ensuite ils ont présenté l'idée de base du PA : un changement dans un paramètre (en augmentant la capacité du stock par un) va générer une perturbation dans les timing des événements dans la trajectoire du SED. La perturbation dans le timing d'un seul événement peut être propagé à un autre événement. Alors, la perturbation dans le timing des événements va provoquer une perturbation dans la mesure des performances de ce système, car toutes les mesures de performance de SED dépendent du timing des événements sur sa trajectoire.

- M. Fu, J.-Q. Hu et R. Nagi [FU92] ont constaté que l'algorithme d'IPA donne des estimations biaisées pour des systèmes avec des machines multiples en parallèle lorsque les machines ne sont pas identiques. Alors, ils ont étudié l'importance des écarts théoriquement et expérimentalement et ils ont remarqué que l'estimateur d'IPA est relativement insensible aux petites différences dans les distributions du temps de service des machines. Plus spécifiquement, l'écart est proportionnel au carré de la différence dans les temps moyens de service des machines.

- M. Fu [FU94] a appliqué la méthode d'IPA à un problème de gestion de stock, et en a déduit des dérivées des trajectoires des mesures des performances. Il a remarqué que l'utilisation de l'estimation des dérivées de la trajectoire pour le système de gestion de stock a autant de potentiel que l'immense travail fait pour les files d'attentes.

La technique d'IPA est également appliquée sur une classe des modèles stochastiques fluides (Stochastic fluid model : SFM), qui sont largement utilisés pour la gestion et la contrôle de réseaux de communication, pour l'analyse des performances comme les travaux de ([WAR02a], [WAR02b], [SUN03]) et pour la commande optimale comme les travaux de ([CAS02a], [CAS02b], [PAN02], [YU02], [CAS03], [YU04], [PAN04]).

En plus la technique d'IPA est également utilisée pour l'évaluation de performance et l'optimisation des modèles à flux continus d'une ligne de transfert comme les travaux de ([XIE02a], [XIE02b] et [FU02a])

1.6 Positionnement des travaux de la thèse

Nous avons présenté deux modèles de modélisation des systèmes de production à savoir le modèle à flux continus et le modèle à flux discrets. Nous constatons, que le modèle à flux discrets devient très complexe et difficile à exploiter à cause de l'augmentation rapide du nombre d'états. Le modèle à flux continus, plus simple à étudier analytiquement, est une bonne approximation des modèles discrets et permet d'utiliser les méthodes d'optimisation basées sur le gradient. De plus, pour la modélisation des différents systèmes de production nous utilisons également le modèle réseaux de Petri. Les réseaux de Petri ont l'avantage de représenter de manière précise le fonctionnement des systèmes et permettent une simulation fidèle du comportement de ces systèmes.

L'évaluation des performances est très importante pour la conception d'un système de production (SdP) et de son évolution. En effet, cette évaluation permettra de s'assurer avant l'implantation physique que le SdP atteindra, face aux aléas, les performances souhaitées. Elle permettra également de constater l'évolution des performances au cours du temps, de choisir en conséquence une politique de commande adaptée et même de déterminer quels secteurs du système doivent être réaménagés en priorité. Dans cette thèse nous nous intéressons seulement à la productivité d'un système de production (indicateur de performance le plus

utilisé) et dans ce contexte nous réalisons une étude comparative analytique des deux modèles de pannes existant à savoir les pannes dépendantes du temps (la machine peut tomber en panne à n'importe quel moment) et les pannes dépendantes des opérations (la machine ne peut tomber en panne que lorsqu'elle travaille) (chapitre 2).

Une fois le système de production évalué il est très important de pouvoir mettre en place des politiques de pilotage qui vont nous assurer de réduire au maximum les coûts de fabrication.

Deux classes de politiques de pilotage existent : les politiques à flux poussés qui fonctionnent sur la prévision de la demande et produisent en fonction de cette prévision et les politiques à flux tirés qui ne produisent que lorsqu'une demande arrive. Ces dernières politiques sont les politiques les plus courantes à l'heure actuelle car elles assurent de réduire au maximum les stocks qui sont très coûteux.

Partant des politiques à flux tirés, il est essentiel de pouvoir les dimensionner de manière à assurer la meilleure fabrication possible par rapport à la demande tout en réduisant les coûts de stockage.

Une étude analytique de la fonction de coût de stockage et de la commande (pilotage) optimale est réalisée (chapitre 3).

Bien que les modèles à flux continus permettent de réduire la complexité inhérente à la modélisation traditionnelle des pièces discrètes, les modèles à flux continus existants négligent certaines caractéristiques importantes des systèmes de production tels que les délais de production et les délais de transport. Ces retards ont un grand impact sur les mesures des performances et l'optimisation. La majorité des modèles à flux continus ne tiennent pas compte de ces retards, c'est pourquoi dans cette thèse nous nous concentrons sur la modélisation et l'impact de ces retards sur la productivité dans les modèles à flux continus (chapitre 4).

Puis nous nous intéressons au pilotage des systèmes de production avec retards. Malheureusement, il n'est pas toujours simple de définir la commande optimale surtout dans le cas stochastique c'est pourquoi nous utilisons la méthode IPA pour optimiser notre système de production. Dans ce cas, nous considérons différentes politiques de pilotage à savoir la

Chapitre 1. Évaluation des performances et conduite des systèmes de production automatisée

politique Kanban, la politique Echelon Base Stock, et la politique CONWIP, et déterminons à l'aide d'une optimisation basée sur la simulation le niveau optimal des stocks du système de production en fonction de la politique de pilotage choisie (chapitre 5).

CHAPITRE 2

Impact du modèle de pannes sur la productivité

Dans ce deuxième chapitre nous allons considérer des lignes de transfert avec N machines sujettes soit aux pannes dépendantes des opérations, soit aux pannes dépendantes du temps, avec $N-1$ stocks intermédiaires de capacités finies. Nous prouvons que la modélisation d'une ODF-machine, avec des temps de bon fonctionnement exponentiellement distribués, comme une TDF-machine mène à une sous-estimation de la productivité. Ensuite nous allons proposer une approche basée sur un modèle RdP temporisé pour l'évaluation des performances et la simulation des lignes de transfert avec les deux types de pannes : TDF-machines et ODF-machines.

CHAPITRE 2

Impact du modèle de pannes sur la productivité

2.1 Introduction

Le comportement d'un système de production est négativement affecté par les pannes des machines. La compréhension de l'impact des pannes des machines et leur prise en compte sont très importantes pour améliorer la fiabilité et les performances attendues.

Selon J.A. Buzacott et L.E. Hanifin [BUZ78] il y a deux types de pannes pour les machines : pannes dépendantes du temps (*TDF*) et pannes dépendantes des opérations (*ODF*). Le premier type de pannes dépend principalement du temps écoulé et est indépendant du travail de la machine. En conséquence, une machine peut tomber en panne même si elle ne travaille pas sur une pièce. Le deuxième type de pannes dépend du temps qu'une machine passe en travaillant sur une pièce. Une machine soumise à ce type de pannes ne se dégrade pas si elle ne travaille pas sur une pièce et par conséquent ne peut pas tomber en panne (voir chapitre 1).

Généralement les pannes dépendantes des opérations sont considérées comme un meilleur modèle pour les systèmes réels de production, puisque les pannes d'équipement sont habituellement liées à l'utilisation. Cependant, les pannes dépendantes des opérations mènent souvent à des modèles délicats plus difficile à étudier, c'est pourquoi, les pannes dépendantes du temps sont souvent utilisées pour simplifier l'analyse.

Le premier but de ce chapitre est de fournir une étude formelle de l'impact des modèles de pannes des machines sur les performances des lignes de production. À notre connaissance, dans la littérature, il n'y a pas de travaux qui comparent théoriquement les deux types de pannes et leur impact sur la productivité du système de production.

Le deuxième but de ce chapitre est l'évaluation des performances d'une ligne de transfert composée de deux types de machines *TDF* et *ODF*. Il est bien connu que l'introduction de stock de capacité finie rend l'analyse des performances des lignes de transfert difficile. Pour les lignes de transfert avec seulement un type de machines et sous les hypothèses markoviennes, plusieurs approches analytiques sont proposées pour une évaluation approximative des performances (voir [DAL89], [DAV90], [XIE93], [ALV94], [SUR94], [DAL95], [SAV96], [FU02a], [FU02b], [LEV03]). Le développement des approches analytiques approximatives pour des lignes de transfert avec les deux types de machines *ODF* et *TDF* sous l'hypothèse markovienne est très intéressant pour de futures recherches.

Dans cette étude, nous nous intéressons à une évaluation exacte des performances des lignes de transfert avec les deux types de machines et sans imposer l'hypothèse markovienne. Notons que pour de telles lignes de transfert il n'y a pas de solution analytique efficace pour l'évaluation des performances même pour le cas d'un seul type de machines.

Dans ce chapitre nous présentons tout d'abord, les lignes de transfert considérées. Puis, nous nous intéressons à la comparaison analytique de l'impact des types de pannes sur la productivité. Ensuite, nous proposons une modélisation précise à l'aide des réseaux de Petri et en déduisons un algorithme de simulation. Enfin, nous présentons les résultats numériques obtenus et l'importance de l'impact du modèle de pannes en fonction des différents paramètres du système.

2.2 Lignes de transfert considérées

Nous considérons dans ce chapitre une ligne de transfert composée d'un réseau linéaire de machines (M_1, M_2, \dots, M_N) séparées par des stocks intermédiaires (B_1, B_2, \dots, B_{N-1}) (voir Fig. 2.1). Un seul type de produits est fabriqué. Plus précisément, nous considérerons un modèle à flux discrets d'une ligne de transfert composée de machines sujettes soit aux pannes dépendantes des opérations (*ODF*-machines) soit aux pannes dépendantes du temps (*TDF*-machines). La dynamique du système est comme suit. Chaque pièce arrive de l'extérieur du système sur la machine M_1 . Le temps nécessaire pour produire une pièce sur une machine est son temps opératoire. Après avoir accompli l'opération sur la machine M_1 , la pièce se déplace dans le stock B_1 s'il y a un espace dans B_1 . Autrement, elle attend sur la machine M_1 et M_1 est alors bloquée. La situation de blocage finit quand la machine M_2 recommence le travail sur

une nouvelle pièce et un espace devient disponible dans B_1 . La pièce attend dans B_1 jusqu'à ce que la machine M_2 ait accompli toutes les autres pièces qui la précèdent. À ce moment, la pièce se déplace sur la machine M_2 selon le processus de production. En progressant de cette façon, la pièce finit sa dernière opération sur la machine M_N et puis elle quitte le système.

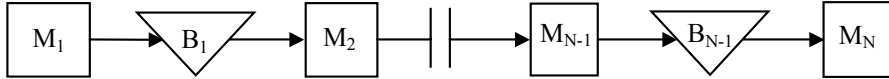


Fig. 2.1 – Ligne de transfert composée de N machines et $N-1$ stocks

Hypothèses : Nous supposons que tous les stocks tampons ont des capacités finies, la première machine n'est jamais affamée et la dernière machine n'est jamais bloquée.

La performance d'une ligne de production est considérablement affectée par les pannes des machines. Quand une machine M_k tombe en panne, elle ne peut plus produire du tout. En conséquence, son stock en amont B_{k-1} augmentera et son stock en aval B_k diminuera. Si la panne persiste, le stock en amont deviendra plein (saturé) et ses machines en amont seront bloquées. Au même moment, les stocks en aval deviendront vides et ses machines en aval seront affamées. Quand le blocage ou la famine se produit, la machine impliquée ne peut plus commencer à travailler sur des nouvelles pièces et elle sera en attente forcée.

Une ligne de transfert est entièrement caractérisée par les paramètres suivants $\forall i = 1, 2, \dots, N$.

- H_i : capacité du stock intermédiaire B_i .
- $TBF_{i,n}$: $n^{\text{ième}}$ temps de bon fonctionnement de la machine M_i . Pour chaque i , $TBF_{i,n}$ sont des variables aléatoires continues indépendantes et identiquement distribuées (i.i.d.), de distribution générale.
- $TTR_{i,n}$: $n^{\text{ième}}$ temps de réparation de la machine M_i . Pour chaque i , $TTR_{i,n}$ sont des variables aléatoires continues (i.i.d.) de distribution générale.
- $T_{i,q}$: temps opératoire (processing time) de la pièce q sur la machine M_i . $T_{i,q}$ sont des variables aléatoires continues (i.i.d.) de distribution générale.

La ligne de transfert considérée peut contenir des TDF-machines et des ODF-machines. Quand une ODF-machine est en attente forcée (c'est-à-dire bloquée ou affamée), elle ne se

dégrade plus, son processus de dégradation est interrompu et elle ne peut plus tomber en panne. Le processus de dégradation d'une TDF-machine n'est jamais interrompu et elle peut tomber en panne même si elle est en attente forcée.

L'état du système à l'instant t est caractérisé comme suit.

$\alpha_i(t)$: état de fiabilité de la machine M_i avec $\alpha_i(t) = 1$ si la machine M_i est en état de marche et $\alpha_i(t) = 0$ si elle est en panne.

Soit $\alpha(t) = [\alpha_1(t), \alpha_2(t), \dots, \alpha_N(t)]$.

$s_i(t)$: nombre de pièces dans le stock B_i .

Soit $s(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_{N-1}(t)]$.

$a_i(t)$: âge de la machine M_i dans son état actuel. $a_i(t)$ est la définition habituelle de l'âge et représente le temps de réparation écoulé si $\alpha_i(t) = 0$.

Quand $\alpha_i(t) = 1$, $a_i(t)$ croît à la vitesse unité si la machine M_i est une TDF-machine. Si M_i est une ODF-machine et $\alpha_i(t) = 1$, $a_i(t)$ progresse à la vitesse unité (cas flux discrets) si M_i travaille sur une pièce et il ne progresse pas si M_i est affamée ou bloquée. Une machine tombe en panne lorsque son âge atteint son TBF_i relatif.

Soit $a(t) = [a_1(t), a_2(t), \dots, a_N(t)]$.

$\gamma_i(t)$: état de fonctionnement de la machine M_i avec $\gamma_i(t) = 0$ si la machine M_i est affamée, $\gamma_i(t) = 1$ si M_i travaille sur une pièce, $\gamma_i(t) = 2$ si M_i est bloquée.

Soit $\gamma(t) = [\gamma_1(t), \gamma_2(t), \dots, \gamma_N(t)]$.

$\zeta_i(t)$: temps passé par la machine M_i à travailler sur une pièce. Naturellement, $\zeta_i(t)$ est défini seulement lorsque $\gamma_i(t) = 1$. Quand une machine tombe en panne durant le travail sur une pièce, la pièce reste sur cette machine. Le processus de production continue après la réparation de la machine.

Soit $\zeta(t) = [\zeta_1(t), \zeta_2(t), \dots, \zeta_N(t)]$.

Les quantités suivantes sont liées à l'état du système.

$r_i(t)$: durée de vie restante de la machine M_i dans l'état actuel, c'est-à-dire le temps restant jusqu'au prochain changement de l'état α_i .

$w_i(t)$: temps opératoire restant d'une pièce sur la machine M_i .

2.3 Impact du modèle de pannes

Cette section présente l'impact du modèle de pannes sur la productivité d'une ligne de transfert. Nous prouvons que modéliser une ODF-machine d'une ligne de transfert comme une TDF-machine mène à une productivité inférieure si le temps de bon fonctionnement de la machine impliquée suit une distribution exponentielle alors que les temps de bon fonctionnement pour d'autres machines sont généralement distribués. Naturellement, le Théorème 2.1 peut également être appliqué lorsque plus qu'une machine est remplacée. Par exemple, si tous les temps de bon fonctionnement sont exponentiellement distribués, la répétition du résultat mentionné précédemment pour chaque machine montre qu'une ligne de transfert avec seulement des TDF-machines a une productivité inférieure qu'une ligne de transfert avec seulement des ODF-machines.

Hypothèse 2.A : Une pièce bloquée sur une machine M_i progresse dès qu'un espace devient disponible dans son stock en aval B_i et ceci même si M_i tombe en panne lorsqu'elle est bloquée. De même, une pièce arrivant dans un stock vide B_i progresse immédiatement vers la machine en aval M_{i+1} s'il n'y a pas de pièces sur cette machine et ceci même si M_{i+1} tombe en panne lorsqu'elle est affamée.

Remarque : Tous les résultats de cette étude restent vrais si nous supposons qu'une pièce peut quitter ou progresser vers une machine M_i seulement si M_i est en état de fonctionnement.

Le résultat principal de cette étude est le suivant :

Théorème 2.1 : Considérons deux lignes de transfert, notées systèmes I et II , qui sont identiques sauf que la machine M_k est une ODF-machine dans le système I et c'est une TDF-machine dans le système II pour un $k \in \{1, 2, \dots, N\}$ donné (voir Fig. 2.2). Sous l'Hypothèse 2.A, si le temps de bon fonctionnement TBF_k de la machine M_k est exponentiellement distribué et si les deux systèmes ont le même état initial, c'est-à-dire que :

$$\alpha^I(0) = \alpha^{II}(0), s^I(0) = s^{II}(0), a^I(0) = a^{II}(0), \gamma^I(0) = \gamma^{II}(0), \zeta^I(0) = \zeta^{II}(0) ,$$

alors :

$$E[TP_i^I(t)] \geq E[TP_i^{II}(t)], \forall i=1, 2, \dots, N, \forall t \geq 0,$$

où $TP_i(t)$ est le nombre de pièces produites par M_i à l'instant t .

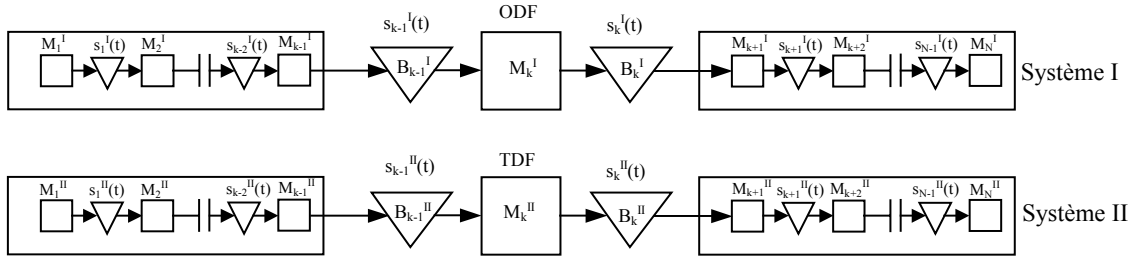


Fig. 2.2 – Systèmes I et II

Remarque 2.1 : Les systèmes *I* et *II* sont similaires avec les mêmes capacités pour les stocks et la même fiabilité/productivité des machines. La seule différence entre les systèmes *I* et *II* est le modèle de pannes d'une machine donnée M_k (voir Fig. 2.2).

Remarque 2.2 : Le Théorème 2.1 exige seulement la distribution exponentielle du temps de bon fonctionnement de la machine M_k , c'est-à-dire la machine avec un modèle différent de pannes. Les temps de bon fonctionnement des autres machines, les temps de réparation et les temps opératoires sont généralement distribués.

Un argument informel pour le Théorème 2.1 est que la durée de vie d'une TDF-machine est perdue quand elle est affamée ou bloquée puisque l'horloge de la durée de vie continue à progresser tandis qu'une telle perte de la durée de vie ne se produit pas pour une ODF-machine.

La preuve du Théorème 2.1 nécessite la définition d'un autre système I' qui est identique au système *I* mais avec des états initiaux différents. Les états initiaux suivants des systèmes *I* et I' sont considérés :

$$\left. \begin{aligned} (\alpha_i^I(0), a_i^I(0), \gamma_i^I(0), \zeta_i^I(0)) &= (\alpha_i^{I'}(0), a_i^{I'}(0), \gamma_i^{I'}(0), \zeta_i^{I'}(0)), \quad \forall i \neq k \\ s_i^I(0) &= s_i^{I'}(0), \quad \forall i, \\ (\alpha_k^I(0), a_k^I(0), \gamma_k^I(0), \zeta_k^I(0)) &= (1, *, 0, *), \\ (\alpha_k^{I'}(0), a_k^{I'}(0), \gamma_k^{I'}(0), \zeta_k^{I'}(0)) &= (0, y, 0, *). \end{aligned} \right\} (2.1)$$

où (*) signifie que la variable peut prendre n'importe quelle valeur.

A partir des états initiaux donnés en (2.1), les systèmes *I* et I' sont identiques avec le même état initial sauf que M_k est initialement en état de marche et occupée (affamée ou bloquée) dans le système *I* et en état de panne et disponible (ni affamée ni bloquée) dans le système I' . Notons que par définition, M_k est une ODF-machine dans les deux systèmes *I* et I' .

Deux concepts sont utilisés pour la preuve.

$TPT_i(t)$: temps total d'exécution que la machine M_i passe en travaillant sur une pièce durant l'intervalle de temps $[0, t]$.

$EC_M(t', t)$: horloge effective de M_N pour l'intervalle de temps $[t', t]$. Elle est définie comme le temps total pour lequel la machine M_N n'est pas bloquée ni affamée.

Par convention, $EC_M(t', t) = 0, \forall t' \geq t$.

Notons que $TPT_i(t)$ et $EC_M(t', t)$ sont continus dans t et t' et non décroissants dans t .

La preuve du Théorème 2.1 est basée sur les deux lemmes suivants :

Lemme 2.1 : supposons que les systèmes I et I' ont les états initiaux donnés en (2.1),

$$E[TP_i^I(t)] \geq E[TP_i^{I'}(t)], \forall i = 1, 2, \dots, N, \forall t \geq 0.$$

Lemme 2.2 : supposons que les systèmes I et I' ont les états initiaux donnés en (2.1) et supposons que

$$(TBF_{i,n}^I, TTR_{i,n}^I, T_{i,q}^I) = (TBF_{i,n}^{I'}, TTR_{i,n}^{I'}, T_{i,q}^{I'}), \forall i = 1, 2, \dots, N, \forall n \geq 1 \text{ et } q \geq 1.$$

$$\text{Si } TPT_k^I(t) \geq TPT_k^{I'}(t), \forall t \in [0, u],$$

$$\text{alors } TPT_i^I(t) \geq TPT_i^{I'}(t), \forall t \in [0, u], \text{ et } \forall i = 1, 2, \dots, N.$$

Trois cas sont à considérer, en fonction de la position de M_k dans la ligne :

- Soit M_k à la fin de la ligne, c'est-à-dire $M_k = M_N$;
- Soit M_k au début de la ligne, c'est-à-dire $M_k = M_1$;
- Soit M_k au milieu de la ligne, c'est-à-dire M_k avec $1 < k < N$.

2.3.1 M_k à la fin de la ligne

Ce cas est illustré par la Fig. 2.3 M_N^I est une ODF-machine, M_N^{II} est une TDF-machine et toutes les autres machines sont des TDF ou ODF-machines mais de façon identique dans les deux systèmes.

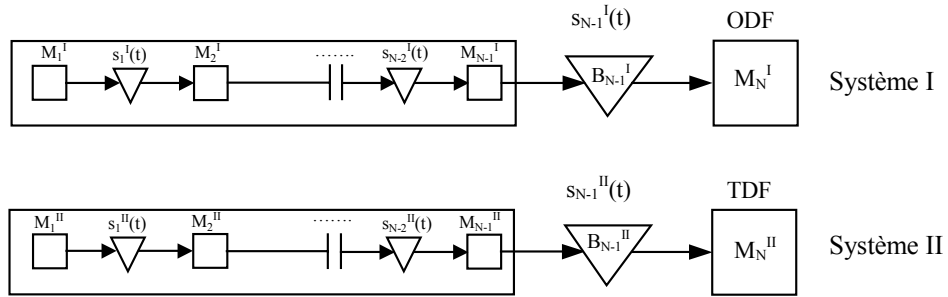


Fig. 2.3 – M_k à la fin de la ligne

Preuve du Théorème 2.1 (M_k à la fin de la ligne) : La preuve pour ce cas est basée sur le couplage et l'utilisation répétitive du Lemme 2.1. Nous utilisons le couplage total entre les systèmes I et II et nous supposons que $(TBF_{i,n}^I, TTR_{i,n}^I, T_{i,q}^I) = (TBF_{i,n}^{II}, TTR_{i,n}^{II}, T_{i,q}^{II})$. La différence des modèles de pannes de M_N^I et M_N^{II} n'a aucun impact tant que la machine M_N n'est pas affamée. Le comportement de ces deux systèmes est exactement le même jusqu'à l'instant t_1 qui correspond à la première famine de la machine M_N . Considérons que tf_1 soit l'instant pour lequel la machine M_{N-1} termine la fabrication d'une pièce ce qui entraîne la fin de la situation de famine (voir Fig. 2.4).

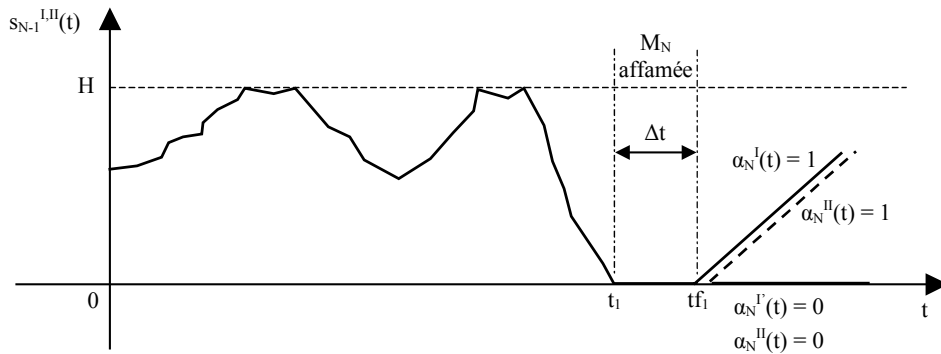


Fig. 2.4 – Comportement du dernier stock

Puisque M_N^I ne peut pas tomber en panne dans $[t_1, tf_1]$ tandis que M_N^{II} peut tomber en panne, deux cas doivent être considérés :

- (i) M_N^{II} est en état de fonctionnement à l'instant tf_1 ,
- (ii) M_N^{II} est en panne à l'instant tf_1 depuis (y) unités de temps.

Pour le cas (i), les âges de M_N^I et M_N^{II} ne sont plus les mêmes à l'instant tf_1 . Cependant, grâce à la distribution exponentielle du temps de bon fonctionnement (TBF_N), nous pouvons ré-échantillonner la durée de vie restante de M_N^I et M_N^{II} par une nouvelle variable aléatoire commune de même distribution que TBF_N . Après ce point, les deux systèmes évolueront exactement de la même manière jusqu'à la prochaine situation de famine de M_N .

À la suite de la construction présentée précédemment, nous construisons pour les systèmes I et II deux trajectoires identiques jusqu'à ce que la machine M_N soit affamée à l'instant t_1 et la machine M_N^{II} soit en panne à l'instant tf_1 depuis (y) unités de temps.

À cet instant tf_1 , considérons un autre système $I(1)$ qui est dérivé du système I et qui a une trajectoire identique que le système I jusqu'à l'instant tf_1 . À l'instant tf_1 , l'état de la machine $M_N^{I(1)}$ est artificiellement déterminé par :

$$(\alpha_N^{I(1)}(tf_1), a_N^{I(1)}(tf_1), \gamma_N^{I(1)}(tf_1), \zeta_N^{I(1)}(tf_1)) = (0, y, 0, *),$$

ce qui est également l'état de la machine M_N^{II} à l'instant tf_1 .

En utilisant le Lemme 2.1, $E[TP_i^I(t)] \geq E[TP_i^{I(1)}(t)], \forall t$.

À partir de l'instant tf_1 , le couplage total est appliqué aux systèmes $I(1)$ et II . Les deux systèmes auront un comportement identique jusqu'à la deuxième situation de famine de M_N^{II} à l'instant t_2 qui se termine à l'instant tf_2 auquel la machine M_N^{II} est en panne. t_2 et tf_2 sont des notations semblables à t_1 et tf_1 . En utilisant la même méthode de construction du système $I(1)$ à partir du système I , nous construisons un autre système $I(2)$ à partir du système $I(1)$. Les deux systèmes sont identiques jusqu'à l'instant tf_2 et à cet instant, la machine $M_N^{I(2)}$ est mise en état de panne avec l'âge de M_N^{II} .

En utilisant le Lemme 2.1, $E[TP_i^{I(1)}(t)] \geq E[TP_i^{I(2)}(t)]$.

En continuant cette construction, on peut montrer que :

$$E[TP_i^I(t)] \geq E[TP_i^{I(1)}(t)] \geq \dots \geq E[TP_i^{I(n)}(t)] = E[TP_i^{II}(t)]$$

pour tout t avant la $(n+1)^{ième}$ situation de famine de M_N^{II} , c'est-à-dire $0 \leq t \leq tf_{n+1}$.

Puisque au moins une pièce est produite par M_N^{II} dans chaque cycle de la famine, $tf_n \rightarrow \infty$ quand $n \rightarrow \infty$. Par conséquent,

$$E[TP_i^I(t)] \geq E[TP_i^{II}(t)], \forall t$$

C.Q.F.D.

Les Lemmes 2.1 et 2.2 concernent le système I et l'autre système I' qui sont identiques mais avec des états initiaux différents de la machine M_N (relation (2.1)) avec $k = N$.

Preuve du Lemme 2.1 (M_k à la fin de la ligne) : l'idée de base de cette preuve est de coupler les systèmes I et I' et de prouver que

$$TP_i^I(t) \geq TP_i^{I'}(t), \forall t.$$

Les deux systèmes sont couplés en utilisant des variables aléatoires communes comme suit :

$$(TBF_{i,n}^I, TTR_{i,n}^I, T_{i,q}^I) = (TBF_{i,n}^{I'}, TTR_{i,n}^{I'}, T_{i,q}^{I'}), \forall n \geq 1 \text{ et } \forall q \geq 1.$$

De plus, considérons que la première panne de la machine $M_N^{I'}$ est réparée à l'instant t_0 qui est une variable aléatoire représentant le temps de réparation restant de $M_N^{I'}$. Naturellement, $t_0 + y = TTR_{N,0}^{I'}$.

À partir du couplage défini précédemment, les machines M_N^I et $M_N^{I'}$ tombent en panne, deviennent réparées et accomplissent des pièces exactement aux même horloges effectives $EC^I(0, t)$ et $EC^{I'}(t_0, t)$. Par exemple, si M_N^I tombe en panne pour la $n^{ième}$ fois à l'instant t avec une horloge effective $EC_N^I(0, t)$, alors la $n^{ième}$ panne de $M_N^{I'}$ se produit à l'instant t' tel que $EC_N^{I'}(t_0, t') = EC_N^I(0, t)$.

De plus

$$EC_N^I(0, t) \geq EC_N^{I'}(t_0, t) \Rightarrow TPT_N^I(t) \geq TPT_N^{I'}(t), \quad (2.2)$$

$$TPT_i^I(t) \geq TPT_i^{I'}(t) \Rightarrow TP_i^I(t) \geq TP_i^{I'}(t). \quad (2.3)$$

Basé sur ces deux relations (2.2) et (2.3), le Lemme 2.1 est prouvé comme suit :

- a) $\forall t \in [0, t_0]$, $EC_N^I(0, t) \geq EC_N^{I'}(t_0, t) = 0$, mène à $TPT_N^I(t) \geq TPT_N^{I'}(t)$, et à partir du Lemme 2.2, $TPT_i^I(t) \geq TPT_i^{I'}(t)$, $\forall i = 1, 2, \dots, N$;

b) $\forall t \in [t_0, tb_1]$, où tb_q correspond au début de fabrication de la $q^{i\grave{e}me}$ pièce sur $M_N^{I'}$,
 $EC_N^{I'}(0, t) \geq EC_N^{I'}(t_0, t) = EC_N^{I'}(t_0, t_0)$ et comme dans le cas (a),

$$TPT_i^{I'}(t) \geq TPT_i^{I'}(t), \forall i = 1, 2, \dots, N;$$

c) $\forall t \in [tb_1, te_1]$ où te_q correspond à la fin de fabrication de la $q^{i\grave{e}me}$ pièce sur $M_N^{I'}$, trois cas sont possibles :

(i) $M_N^{I'}$ a fini la pièce 1 à l'instant tb_1 ,

(ii) $M_N^{I'}$ travaille sur la pièce 1 à l'instant tb_1

(iii) $M_N^{I'}$ n'a pas encore commencé le travail sur la pièce 1 à l'instant tb_1 .

Pour le cas (i) $EC_N^{I'}(0, t) \geq EC_N^{I'}(t_0, t)$. Pour le cas (ii) l'horloge effective $EC_N^{I'}(0, t)$ progressera à la vitesse maximale 1 jusqu'à la fin de production de la pièce 1 et alors $EC_N^{I'}(0, t) \geq EC_N^{I'}(t_0, t)$. Pour le cas (iii), comme $TP_i^{I'}(tb_1) \geq TP_i^{I'}(tb_1)$ et $M_N^{I'}$ n'a pas encore commencé le travail sur la pièce 1, $TP_N^{I'}(tb_1) = TP_N^{I'}(tb_1) = 0$ et $M_N^{I'}$ peut commencer le travail sur la pièce 1 à l'instant tb_1 si elle est en état de marche. Puisque $M_N^{I'}$ est en état de marche et commence le travail sur la pièce 1 à l'instant tb_1 et puisque $EC_N^{I'}(0, tb_1) \geq EC_N^{I'}(t_0, tb_1)$, $M_N^{I'}$ est également en état de marche et peut commencer le travail sur la pièce 1 à l'instant tb_1 . En conséquence, pour le cas (iii) $EC_N^{I'}(0, t) \geq EC_N^{I'}(t_0, t)$. Pour résumer, $EC_N^{I'}(0, t) \geq EC_N^{I'}(t_0, t), \forall t \in [tb_1, te_1]$ et comme pour le cas (a),

$$TPT_i^{I'}(t) \geq TPT_i^{I'}(t), \forall i = 1, 2, \dots, N;$$

d) En répétant (b) et (c) pour la pièce $q=2, 3, \dots$, on peut montrer que :

$$EC_N^{I'}(0, t) \geq EC_N^{I'}(t_0, t), TPT_i^{I'}(t) \geq TPT_i^{I'}(t), \forall t \geq 0, \forall i = 1, 2.$$

C.Q.F.D.

Preuve du Lemme 2.2 (M_k à la fin de la ligne) : notons, premièrement, que $TPT_i^{I'}(t)$ et $TPT_i^{I'}(t)$ sont des fonctions continues de t . Supposons, par contradiction, qu'il existe $t^* < u$ et $j \in \{1, 2, \dots, N-1\}$ tel que

$$TPT_i^{I'}(t) \geq TPT_i^{I'}(t), \forall t \leq t^*, \forall i = 1, 2, \dots, N-1, TPT_j^{I'}(t^*) = TPT_j^{I'}(t^*),$$

et $TPT_j^{I'}(t) < TPT_j^{I'}(t), \forall t$ dans l'intervalle (t^*, t^0) suffisamment petit.

Si M_j est une TDF-machine, en utilisant le couplage, les machines $M_j^{I'}$ et $M_j^{I'}$ tombent en panne et deviennent réparées au même instant. Il existe trois cas possibles.

Cas (i) : M_j^I tombe en panne et $M_j^{I'}$ est en état de marche durant (t^*, t^0) . Cela contredit le couplage.

Cas (ii) : M_j^I et $M_j^{I'}$ sont en état de marche mais M_j^I est bloquée ($M_j^{I'}$ n'est pas bloquée) à l'instant t^* . Cela contredit le fait que $TPT_{j+I}^I(t^*) \geq TPT_{j+I}^{I'}(t^*)$ et $TPT_j^I(t^*) = TPT_j^{I'}(t^*)$ qui implique $s_j^I(t^*) \leq s_j^{I'}(t^*)$.

Cas (iii) : M_j^I et $M_j^{I'}$ sont en état de marche mais M_j^I est affamée ($M_j^{I'}$ n'est pas affamée) à l'instant t^* . Cela contredit le fait que $TPT_{j-I}^I(t^*) \geq TPT_{j-I}^{I'}(t^*)$ et $TPT_j^I(t^*) = TPT_j^{I'}(t^*)$ qui implique $s_{j-I}^I(t^*) \geq s_{j-I}^{I'}(t^*)$. Le Lemme 2.2 est prouvé par contradiction.

Si M_j est une ODF-machine, il existe trois cas possibles.

Cas (i) : M_j^I tombe en panne et $M_j^{I'}$ est en état de marche durant (t^*, t^0) .

Cas (ii) : M_j^I et $M_j^{I'}$ sont en état de marche mais M_j^I est bloquée ($M_j^{I'}$ n'est pas bloquée) à l'instant t^* .

Cas (iii) : M_j^I et $M_j^{I'}$ sont en état de marche mais M_j^I est affamée ($M_j^{I'}$ n'est pas affamée) à l'instant t^* .

Comme pour le cas d'une TDF-machine, les cas (ii) et (iii) sont contradictoires et peuvent être éliminés. Considérons les horloges effectives $EC_j^I(0, t)$ et $EC_j^{I'}(0, t)$. En utilisant le couplage et les pannes du type *ODF*, M_j^I et $M_j^{I'}$ tombent en panne, deviennent réparées et accomplissent des pièces exactement aux mêmes horloges effectives $EC^I(0, t)$ et $EC^{I'}(0, t)$. De plus, M_j^I et $M_j^{I'}$ tombent en panne à des valeurs communes de $TPT_j^I(t)$ et $TPT_j^{I'}(t)$. Puisque $TPT_j^I(t) \geq TPT_j^{I'}(t) \forall t \leq t^*$, M_j^I tombe en panne avant $M_j^{I'}$ pour $t \leq t^*$. Puisque $EC_j(0, t)$ est égal à $TPT_j(t)$ plus le temps total de réparation de M_j dans $(0, t^*)$, $EC_j^I(t) \geq EC_j^{I'}(t) \forall t \leq t^*$. Cela contredit l'hypothèse $TPT_j^I(t^*) = TPT_j^{I'}(t^*)$ et M_j^I tombe en panne et $M_j^{I'}$ est en état de marche durant (t^*, t^0) et conclut la preuve.

C.Q.F.D.

2.3.2 M_k au début de la ligne

Ce cas est illustré par la Fig. 2.5. M_1^I est une ODF-machine, M_1^{II} est une TDF-machine et toutes les autres machines sont soit des TDF ou des ODF-machines mais identiques dans les deux systèmes.

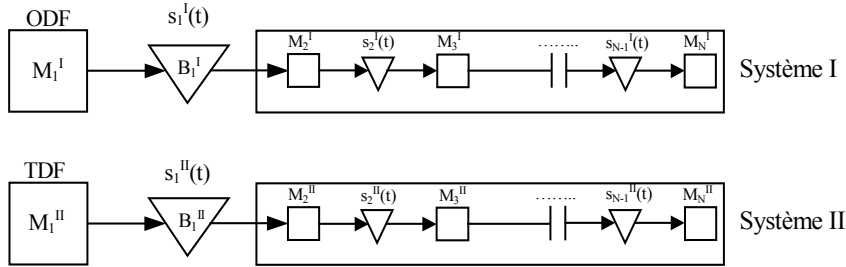


Fig. 2.5 – M_k au début de la ligne

Différemment du cas précédent dans lequel l'impact du modèle de pannes apparaît quand M_N est affamée, dans ce cas, l'impact des différents modèles de pannes de M_1 apparaît quand le stock B_1 est saturé et M_1 est bloquée (voir Fig. 2.6).

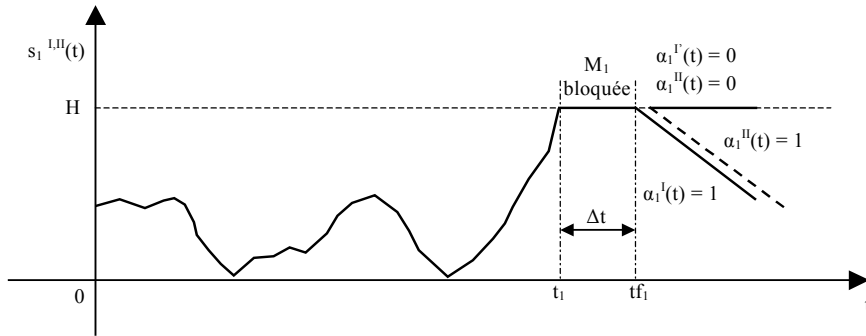


Fig. 2.6 – Comportement du premier stock

Preuve du Théorème 2.1 (M_k au début de la ligne) : ce cas est identique à celui de la section 2.3.1, mais avec M_N remplacée par M_1 , M_{N-1} par M_2 , la famine de M_N par le blocage de M_1 . La preuve est négligée.

Preuve du Lemme 2.1 (M_k au début de la ligne) : ce cas est identique à celui du Lemme 2.1 de la section 2.3.1, avec M_N remplacée par M_1 , M_{N-1} par M_2 , la famine de M_N par le blocage de M_1 , EC_N par EC_1 . La preuve est négligée.

Preuve du Lemme 2.2 (M_k au début de la ligne) : Supposons, par contradiction, qu'il existe $t^* < u$ et $j \in \{2, 3, \dots, N\}$ tel que $TPT_i^I(t) \geq TPT_i^{II}(t)$, $\forall t \leq t^*$, $\forall i = 1, 2, \dots, N$, $TPT_j^I(t^*) = TPT_j^{II}(t^*)$,
 et $TPT_j^I(t) < TPT_j^{II}(t)$, $\forall t$ appartient à l'intervalle (t^*, t^0) suffisamment petit.

Le reste de la preuve suit les mêmes arguments utilisés dans la preuve du Lemme 2.2 pour le cas où M_k est à la fin de la ligne (voir section 2.3.1).

C.Q.F.D.

2.3.3 M_k au milieu de la ligne

M_k^I est une ODF-machine, M_k^{II} est une TDF-machine et toutes les autres machines sont soit des TDF ou des ODF-machines mais identiques dans les deux systèmes (voir Fig. 2.2).

Preuve du Théorème 2.1 (M_k au milieu de la ligne) : Notons que dans ce cas, deux événements peuvent rendre l'évolution du système I et II différente. Ces événements sont le blocage et la famine de M_k . En conséquence, le théorème est prouvé par le couplage et l'utilisation répétitive du Lemme 2.1 chaque fois que ces deux événements se produisent.

Premièrement, nous utilisons le couplage total des systèmes I et II et supposons que :

$$(TBF_{i,n}^I, TTR_{i,n}^I, T_{i,q}^I) = (TBF_{i,n}^{II}, TTR_{i,n}^{II}, T_{i,q}^{II}), \forall i = 1, 2, \dots, N, \forall n \geq 1 \text{ et } \forall q \geq 1.$$

Les modèles différents de pannes de M_k^I et M_k^{II} n'ont aucun impact tant que la machine M_k n'est pas bloquée ni affamée, c'est-à-dire que M_k n'est pas en attente forcée. Les deux systèmes ont exactement le même comportement jusqu'à l'instant t_1 : la première fois que M_k est bloquée ou affamée. Considérons que tf_1 représente l'instant où la machine M_k peut produire de nouveau si elle est en état de marche, c'est-à-dire, tf_1 est le moment dans lequel l'état d'attente forcée de M_k se termine.

Trois cas sont possibles. Cas (a) : M_k est affamée à l'instant t_1 . Dans ce cas tf_1 est le moment où M_{k-1} finit une pièce. Cas (b) : M_k est bloquée et le stock B_{k-1} n'est pas vide à l'instant t_1 . tf_1 est le moment où M_{k+1} a fini une pièce. Cas (c) : M_k est bloquée et le stock B_{k-1} est vide à l'instant t_1 . tf_1 correspond au moment pour lequel les deux machines M_{k-1} et M_{k+1} ont fini une pièce. Notons que, de toute façon, t_1 et tf_1 sont indépendants du modèle de pannes de M_k .

Le reste de la preuve est identique à celle pour laquelle la machine M_k est à la fin de la ligne avec M_N remplacée par M_k et TBF_N par TBF_k . La preuve restante est négligée.

C.Q.F.D.

Preuve du Lemme 2.1 (M_k au milieu de la ligne) : la preuve de ce Lemme est similaire à celle du Lemme 2.1 pour le cas où M_k est à la fin de la ligne (voir Section 2.3.1) avec M_N remplacée par M_k , EC_N par EC_k .

C.Q.F.D.

Preuve du Lemme 2.2 (M_k au milieu de la ligne) : Similaire à la preuve du Lemme 2.2 pour le cas où M_k est à la fin de la ligne, on peut montrer que $TPT_k^I(t) \geq TPT_k^{I'}(t), \forall t \in [0, u]$ implique

$$TPT_i^I(t) \geq TPT_i^{I'}(t), \forall t \in [0, u] \text{ and } \forall i = 1, 2, \dots, k-1,$$

Similaire à la preuve du Lemme 2.2 pour le cas où M_k est au début de la ligne, $TPT_k^I(t) \geq TPT_k^{I'}(t), \forall t \in [0, u]$ implique

$$TPT_j^I(t) \geq TPT_j^{I'}(t), \forall t \in [0, u] \text{ and } \forall j = k+1, k+2, \dots, N.$$

C.Q.F.D.

2.4 Modélisation et simulation à l'aide des réseaux de Petri

Cette section présente l'évaluation des performances de la ligne de transfert introduite dans la Section 2.2. L'approche proposée dans ce travail est basée sur un modèle original de *RdP* qui permet de représenter précisément le comportement dynamique et complexe des lignes de transfert avec les deux modèles de pannes *ODF* et *TDF* simultanément. Le modèle *RdP* résultant est ensuite utilisé afin de construire un modèle de simulation pour l'évaluation des performances.

Tout d'abord, notons que les hypothèses restrictives faites dans la Section 2.3 pour une preuve formelle ne sont pas nécessaires ici. En particulier, tous les temps de bon fonctionnement des machines sont supposés avoir une distribution générale.

L'hypothèse 2.A sur la progression des pièces d'une machine ou sur une machine est remplacée par l'hypothèse suivante qui est plus générale.

Hypothèse (2.B) : Une et seulement une des hypothèses suivantes est prise en compte :

BB_1 : Une pièce produite sur une machine peut se déplacer dans le stock en aval si le stock n'est pas rempli et une nouvelle pièce peut être chargée sur une machine si cette machine est libre.

BB_2 : une pièce produite sur une machine peut se déplacer dans le stock en aval et une nouvelle pièce peut être chargée sur une machine si la condition BB_1 est vraie et la machine concernée est en état de marche.

Notons que l'hypothèse 2.B peut également être rendue spécifique pour chaque machine avec BB_1 pour une machine et BB_2 pour une autre machine. Nous supposons dans ce qui suit, pour la simplicité et sans perte de la généralité, que soit BB_1 ou BB_2 est utilisée pour toutes les machines.

La considération de deux types de pannes des machines rend le comportement dynamique des lignes de transfert très complexe. Afin de décrire précisément le comportement de telles lignes de transfert, un modèle original de *RdP*, qui permet d'avoir une représentation très simple du modèle de pannes des machines *TDF* et *ODF*, est proposé par la suite.

2.4.1 Modélisation par RdP

Le modèle réseau de Petri proposé combine des ingrédients des réseaux de Petri temporisés et des réseaux de Petri interprétés. Les réseaux de Petri temporisés et les réseaux de Petri interprétés ont été largement utilisés pour modéliser et analyser des systèmes industriels avec de nombreuses applications pour les systèmes de fabrication [MUR89]. Des études complètes de la théorie et des applications de diverses formes de réseaux de Petri peuvent être trouvés dans [DAV92] et [PRO96].

Nous nous concentrons sur les réseaux de Petri ordinaires (*RdPs*), qui sont les graphes bipartites avec deux types de nœuds : des places, des transitions, et des arcs orientés, qui

relient soit des places aux transitions soit des transitions aux places. L'état d'un réseau de Petri est représenté par son marquage. Un marquage désigne un nombre entier non négatif de marques ou jetons à chaque place du réseau. La dynamique d'un réseau de Petri est obtenue par les franchissements (tirs) des transitions, qui changent le marquage du réseau de Petri. Le franchissement d'une transition ne peut s'effectuer que si cette transition est validée. Une transition est validée si chacune de ses places en amont contient au moins une marque (un jeton). Le tir d'une transition consiste à retirer une marque de chacune des places en amont de la transition et à ajouter une marque dans chacune des places en aval de cette transition.

Dans un réseau de Petri T-temporisé, le temps est associé aux transitions appelées transitions temporisées. Une transition est validée si chacune de ses places en amont contient au moins une marque (un jeton) disponible. Le franchissement d'une transition temporisée prend un certain temps. Quand le franchissement de la transition commence, une marque de chacune des places en amont de la transition est retirée et, quand le franchissement de la transition est accompli, une marque est ajoutée dans chacune de ses places en aval.

Dans un *RdPI* le franchissement de la transition est sujet aux conditions logiques. Une transition peut être franchie seulement quand la condition logique est vérifiée. En général, la condition logique peut tenir compte des conditions du monde extérieur.

Le modèle *RdP* que nous proposons pour une ligne de transfert est décomposé en trois composantes différentes (voir [MOU06e] et [XIE04]) :

1. Un modèle réseau de Petri représentant le comportement d'une ligne de production sans modélisation explicite des pannes des machines;
2. Un réseau de Petri avec deux places et deux transitions pour chaque machine pour représenter l'état de fonctionnement/fiabilité de la machine ;
3. Des interactions des horloges des transitions temporisées pour modéliser les pannes de type *TDF* et *ODF*.

La Fig. 2.7 présente le modèle *RdP* d'une ligne de transfert avec trois machines.

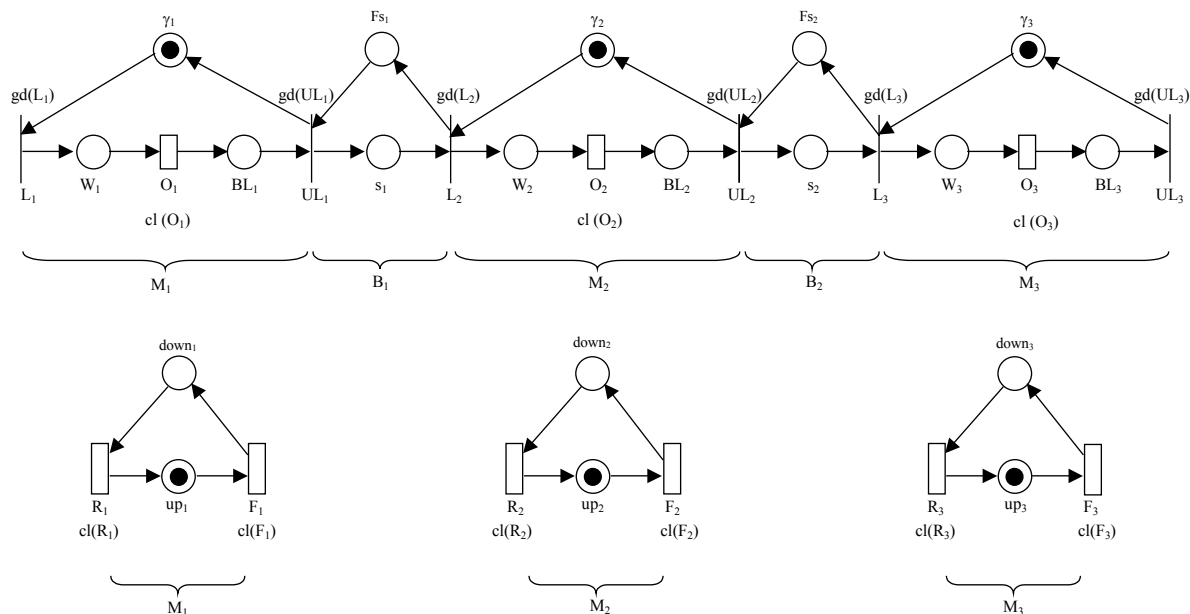


Fig. 2.7 – Modèle RdP pour une ligne de transfert

2.4.1.1 Modélisation d'une ligne de transfert

L'état de fonctionnement $\gamma_i(t)$ de chaque machine (voir la section 2.2) est représenté par un RdP avec trois places et l'état $s_i(t)$ de chaque stock par un RdP de deux places. Ces sous-modèles sont alors liés ensemble pour obtenir le modèle réseau de Petri de la ligne de transfert.

Plus spécifiquement, chaque machine M_i est exactement modélisée par trois places et trois transitions comme suit :

- La place W_i , correspondant à l'état de fonctionnement de la machine M_i , elle contient une marque si la machine travaille sur une pièce;
- La place BL_i , correspondant à l'état de blocage, elle contient une marque si la machine est en état de blocage, c'est-à-dire que le stock en aval est saturé et la machine est bloquée ;
- La place γ_i , correspondant à l'état libre de la machine, elle contient une marque si cette machine M_i est libre. Cet état persiste si le stock en amont est vide et alors la machine est affamée;

- La transition L_i indique le chargement d'une pièce sur la machine M_i . C'est une transition immédiate et peut être franchie si $M(s_{i-1}) = 1$ (indiquant que cette machine M_i est libre) et $M(s_{i-1}) > 0$ (indiquant qu'une pièce est disponible dans le stock $i-1$). Une condition logique booléenne $gd(L_i) = [BB_1] + [M(up_i)]$ est associée à cette transition indiquant que, si BB_2 est choisi dans l'hypothèse (2.B), c'est-à-dire $[BB_1] = 0$, alors L_i peut être franchie seulement quand la machine M_i est en état de marche, c'est-à-dire $M(up_i) = 1$;
- La transition O_i représente la fabrication d'une pièce. C'est une transition temporisée et son temps de franchissement est égal au temps opératoire T_i qu'une machine M_i passe pour produire une pièce. Une horloge $cl(O_i)$ est assignée à cette transition pour indiquer le temps opératoire écoulé. L'opération sur la machine M_i finit quand l'horloge $cl(O_i)$ atteint T_i . Le comportement détaillé de cette horloge sera adressé plus tard;
- La transition UL_i indique le déchargement d'une pièce dans le stock en aval. UL_i est également une transition immédiate avec une condition logique booléenne $gd(UL_i) = [BB_1] + [M(up_i)]$. Son franchissement est similaire à celui de la transition L_i .

Chaque stock B_i est modélisé par deux places s_i et Fs_i représentant respectivement le nombre de pièces dans le stock et la capacité restante du stock.

Le modèle *RdP* contient deux types de P-invariants :

- (i) $M(\gamma_i) + M(W_i) + M(BL_i) = 1$ indiquant que chaque machine est soit affamée, bloquée ou travaille sur un pièce.
- (ii) $M(s_i) + M(Fs_i) = H_i$ représentant la capacité du stock H_i .

Considérons le marquage initial avec $M(\gamma_i) = 1$ et $M(s_i) = 0$. Le mécanisme de notre modèle peut être expliqué comme suit : Puisque la place γ_1 contient une marque alors la transition L_1 est validée et franchissable. Une marque entre dans la place W_1 (la machine travaille sur une pièce) et la place γ_1 devient vide. La transition O_1 devient validée et l'horloge associée à cette transition commence à progresser. Quand une opération sur la pièce finit, le jeton se déplace dans la place BL_1 et immédiatement, si le stock de sortie n'est pas rempli, la pièce entre dans le stock ce qui signifie qu'une marque entre dans la place s_1 et une autre marque se déplace dans la place γ_1 . À ce moment, la transition L_2 devient validée et une marque entre dans la place W_2 et une autre marque se déplace dans la place Fs_1 et la place γ_2

devient vide (la pièce entre sur la deuxième machine) et ainsi de suite jusqu'à la dernière machine de la ligne.

2.4.1.2 Modélisation de l'état d'une machine

Le but de la présente sous-section est de représenter l'état de fiabilité $\alpha_i(t)$ de chaque machine. Chaque machine est représentée par un réseau de Petri de deux places et deux transitions avec :

- La place up_i indiquant que la machine M_i est en état de marche et peut produire ;
- La place $down_i$ indiquant que cette machine M_i est en réparation;
- La transition F_i représentant la panne de la machine M_i ;
- La transition R_i représentant la réparation de la machine M_i .

Il y a un P-invariant $M(up_i) + M(down_i) = 1$ indiquant qu'une machine M_i est soit en état de marche soit en état de panne.

Les transitions F_i et R_i sont des transitions temporisées avec le temps de bon fonctionnement TBF_i qui est associé à F_i et le temps de réparation TTR_i qui est associé à R_i . Une horloge $cl(F_i)$ est assignée à la transition F_i indiquant l'âge ou la condition de dégradation de la machine M_i . La machine tombe en panne lorsque $cl(F_i)$ atteint TBF_i . Une autre horloge $cl(R_i)$ est assignée à la transition R_i indiquant l'écoulement du temps de réparation. La réparation finit lorsque $cl(R_i)$ atteint TTR_i . La progression de $cl(F_i)$ dépend du modèle de pannes (nous l'expliquons plus tard).

2.4.1.3 Avancement des horloges

La présente sous-section décrit en détail l'avancement des horloges des transitions temporisées. Une nouvelle caractéristique de notre modèle de réseau de Petri temporisé est la possibilité d'arrêter une horloge et de la reprendre plus tard selon le marquage du modèle du réseau de Petri. Plus précisément, les horloges des trois types de transitions temporisées sont décrites comme suit :

$cl(O_i) = \zeta_i(t)$ représente le temps passé par la machine M_i à travailler sur une pièce. Elle avance à la vitesse de 1 chaque fois que la machine est en état de marche, c'est-à-dire $M(up_i) = 1$. Elle s'arrête quand la machine est en panne, c'est-à-dire $M(down_i) = 1$. Le

franchissement de la transition O_i se produit lorsque $cl(O_i) = T_i$ correspondant au temps opératoire sur la machine M_i ;

$cl(F_i) = a_i(t)$ représente l'âge de la machine M_i . Elle avance toujours à la vitesse de 1 si M_i est une TDF-machine. Si M_i est une ODF-machine, $cl(F_i)$ avance à la vitesse de 1 quand $M(W_i) = 1$ ce qui signifie que M_i travaille sur une pièce et $cl(F_i)$ s'arrête si $M(W_i) = 0$ ce qui correspond au fait que M_i ne travaille pas sur une pièce. Le franchissement de la transition F_i se produit lorsque $cl(F_i) = TBF_i$ représentant le temps de bon fonctionnement de M_i ;

$cl(R_i) = \alpha_i(t)$ représente le temps de réparation écoulé de la machine M_i . Elle avance toujours à la vitesse de 1. Le franchissement de la transition R_i se produit lorsque $cl(R_i) = TTR_i$ représentant le temps de réparation de M_i .

Nous définissons également les horloges restantes $r(tr)$ pour chaque transition temporisée tr comme suit :

- $r(O_i) = T_i - cl(O_i)$;
- $r(F_i) = TBF_i - cl(F_i)$;
- $r(R_i) = TTR_i - cl(R_i)$.

Contrairement aux horloges qui avancent, les horloges restantes sont initialement réglées au temps correspondant de franchissement d'une transition et ensuite diminuent jusqu'à zéro. Lorsque une horloge restante atteint zéro, le franchissement de la transition correspondante se produit. Notons que, puisque les temps de franchissement des transitions sont aléatoires, les horloges restantes sont inconnues dans la réalité. Ce concept est principalement introduit pour la simulation.

Puisque les horloges des transitions temporisée peuvent être arrêtées, nous notons par $h(tr)$ l'état (indicateur) de l'horloge de la transition tr avec $h(tr) = 0$ si $cl(tr)$ est arrêtée et $h(tr) = 1$ si $cl(tr)$ est active et en progression.

Notons qu'on peut montrer que le modèle réseau de Petri temporisé présenté ici est correct et représente exactement le comportement dynamique du système indiqué dans la section 2.2.

De plus, puisque chaque place de notre modèle RdP a exactement une transition d'entrée et une transition de sortie, il est un graphe d'événement. Sans considérer le temps et les conditions logiques, ce modèle est vivant, borné et réversible (voir [DAV92]). L'introduction

des conditions logiques n'affecte pas le fait que ce modèle est vivant car (i) les transitions associées à des conditions logiques L_i et U_i sont interdites jusqu'à ce que $M(down_i) = 1$, c'est-à-dire quand la machine M_i est en panne, (ii) le franchissement de la transition R_i prend un temps fini après lequel $M(up_i) = 1$ et les transitions L_i et U_i sont franchissables. L'interaction des horloges n'affecte pas non plus la vivacité de ce modèle. Premièrement, chaque transitions O_i prend un temps fini pour être franchie car (i) le temps opératoire T_i est fini, (ii) l'horloge de la transition F_i n'est pas interrompue durant le franchissement de O_i , (iii) l'horloge de O_i atteint T_i dans un nombre fini d'interruptions dû à la panne de M_i . En conséquence, les transitions L_i , UL_i et O_i seront infiniment souvent franchies et vivantes. De plus, les horloges des transitions R_i ne sont jamais interrompues et ces transitions sont franchissables après un temps fini TTR_i . L'horloge de chaque transition F_i atteint TBF_i dans un temps fini et cette transition sera franchissable après au maximum un nombre fini de franchissements de la transition O_i tel que le temps opératoire cumulé dépasse TBF_i . En outre :

Théorème 2.2. Supposons que l'état initial est tel qu'il n'y ait aucune transition temporisée tr telle que $h(tr) = 1$ et $r(tr) = 0$. Alors, avec une probabilité 1, le comportement du système ne dépend pas de l'ordre dans lequel les transitions validées simultanément sont franchies.

Preuve du Théorème 2.2 : Considérons le marquage initial stable MS_1 obtenu en franchissant toutes les transitions validées à l'instant 0. Sous l'hypothèse de l'état initial, il n'y a pas de transition temporisée qui peut être franchie à l'instant 0. Donc les marquages des places $down_i$ et up_i ne changent pas et alors les conditions logiques des transitions L_i et U_i ne changent pas durant le franchissement de transition à l'instant 0. Les transitions qui peuvent être franchies à l'instant 0 peuvent être déterminées en enlevant les transitions temporisées et les transitions tr telles que $gd(tr) = 0$. Le réseau résultant est cyclique et à choix libre, c'est-à-dire que le franchissement d'une transition ne peut pas arrêter le franchissement d'une autre transition (voir L. H. Landweber et E. L. Robertson [LAN78]). En effet, le marquage stable MS_1 peut être atteint avec un nombre fini de franchissements de transition à l'instant 0. De plus, à partir de la propriété de congruence des réseaux à choix libre ([LAN78]), MS_1 est unique et peut être atteint par n'importe quelle séquence faisable de transitions instantanées à l'instant 0.

À partir de MS_1 , puisque les temps des transitions temporisées sont des variables aléatoires, avec une probabilité 1, il n'y a pas de franchissement simultané des transitions temporisées. Par conséquent, n'importe quel marquage stable MS_n change lorsqu'une transition temporisée tr^* est franchie à l'instant ζ . Considérons que M représente le marquage obtenu après le franchissement de tr^* dans MS_n . Comme le marquage initial, M est tel qu'il n'y a pas de transitions temporisées tr telles que $h(tr) = 1$ et $r(tr) = 0$. De même que pour le marquage initial, nous pouvons montrer que le prochain marquage stable MS_{n+1} est unique et peut être atteint par n'importe quelle séquence faisable des transitions instantanées à l'instant ζ .

En répétant le raisonnement précédent, nous prouvons ce Théorème.

C.Q.F.D.

En conséquence, quand deux transitions ou plus sont simultanément franchissables, l'ordre de leurs franchissements peut être choisi arbitrairement et le comportement du système ne dépend pas du choix de la prochaine transition à franchir comme il est donné dans l'algorithme qui suit.

2.4.2 Algorithme de simulation

À partir du modèle réseau de Petri temporisé, la simulation d'une ligne de transfert avec les deux types de pannes (les pannes dépendantes du temps et les pannes dépendantes des opérations) est considérablement simplifiée et nous avons seulement besoin d'appliquer directement la technique classique de simulation des systèmes à événements discrets (voir [CAS93]).

Les notations suivantes sont utilisées dans l'algorithme de simulation :

- T^u : ensemble des transitions instantanées,
- T^t : ensemble des transitions temporisées,
- $E(M)$: ensemble des transitions validées pour un marquage donné M .

Algorithme (simulation)

Étape 1. Initialiser le système : marquage initial M du réseau de Petri, définir les horloges restantes $r(tr) \forall tr \in E(M) \cap T^t$, définir l'indicateur d'horloge $h(tr) \forall tr \in E(M) \cap T^t$.

Étape 2. Déterminer le prochain événement e et son temps restant Δ comme suit :

Étape 2.1. Si $E(M) \cap T'' \neq \emptyset$, choisir n'importe quelle transition $tr \in E(M) \cap T''$, $e \leftarrow tr$, $\Delta \leftarrow 0$ (franchir toutes les transitions instantanées validées).

Étape 2.2. Si $E(M) \cap T'' = \emptyset$, $e = \operatorname{argmin} \{r(tr) : tr \in E(M) \cap T', h(tr) = 1\}$ et $\Delta \leftarrow r(e)$. (trouver la transition temporisée validée qui correspond au prochain événement).

Étape 3. Avancer les horloges : mettre $r(tr) \leftarrow r(tr) - \Delta$, $\forall tr \in E(M) \cap T'$ et $h(tr) = 1$.

Étape 4. Collecter les statistiques.

Étape 5. Mettre à jour l'état du système :

Étape 5.1. Franchir la transition correspondant à l'événement e , ensuite franchir toutes les transitions validées instantanées jusqu'à ce qu'il ne reste pas de transitions instantanées franchissables et modifier le marquage en fonction.

Étape 5.2. Mettre à jour la condition logique $gd(tr)$ des transitions instantanées, $\forall tr \in E(M) \cap T''$;

Étape 5.3. Actualiser l'horloge restante des nouvelles transitions temporisées, c'est-à-dire $r(tr) = X_{tr}$, où X_{tr} est un échantillon aléatoire selon la distribution des temps de franchissement du tr ;

Étape 5.4. Mettre à jour l'indicateur d'horloge $h(tr)$, $\forall tr \in E(M) \cap T'$.

Étape 6. Si le critère d'arrêt est vérifié, arrêter la simulation. Sinon, revenir à l'Étape 2.

Nous avons implémenté cet algorithme en utilisant le langage C. L'utilisation du modèle RdP proposé simplifie et assure l'exactitude de l'implémentation qui pourrait être difficile dû au comportement dynamique complexe du système.

2.5 Résultats numériques et importance de l'impact du modèle de pannes

Cette section présente une étude numérique de l'impact des modèles de pannes sur la performance d'une ligne de transfert. Elle montre que le résultat de la section 2.3 tient sous des conditions plus générales, c'est-à-dire même si le temps de bon fonctionnement des machines ne suit pas une distribution exponentielle et même pour les modèles à flux continus. De plus, elle montre comment l'impact du modèle de pannes sur la productivité dépend des modèles de pannes et d'autres paramètres du système.

Nous considérons des lignes de production avec des stocks de capacités identiques. Les machines peuvent être des TDF-machines ou des ODF-machines mais les autres paramètres sont identiques, c'est-à-dire une distribution identique pour chaque variable aléatoire tels que les temps d'exécution (T_i), les temps de réparation (TTR_i) et les temps de bon fonctionnement (TBF_i). Les paramètres utilisés dans la simulation sont donnés dans le Tableau 2.1 avec :

- H_j : capacité maximale du stock $B_j, j = 1, \dots, N-1$,
- $MTBF_i$: moyenne de temps de bon fonctionnement pour M_i avec $i = 1, \dots, N$,
- $MTTR_i$: moyenne de temps de réparation pour M_i avec $i = 1, \dots, N$,
- MT_i : moyenne des temps opératoire pour M_i avec $i = 1, \dots, N$.

H_j (pièce)	$MTBF_i$ (unité de temps)	$MTTR_i$ (unité de temps)	MT_i (unité de temps)	Temps de simulation (unité de temps)
10	100	20	1	10^7

Tableau 2.1 – Données de simulation pour les deux modèles de pannes TDF et ODF

Toutes les variables aléatoires ont le même type de distribution. Trois distributions sont considérées.

- Cas (i) : toutes les variables aléatoires X suivent une distribution exponentielle, c'est-à-dire $P[X \leq x] = 1 - \exp(-x / m)$ avec $m = E[X]$ comme défini dans le Tableau 2.1.
- Cas (ii) : toutes les variables aléatoires X suivent une distribution de Weibull avec $P[X \leq x] = 1 - \exp(-x^2 / \beta^2)$ et β est choisi tel que les moyennes $E[X]$ sont celles du Tableau 2.1. Plus précisément, $\beta = 2m / \sqrt{22/7}$ où m est la moyenne donnée dans le Tableau 2.1
- Cas (iii) : toutes les variables aléatoires X suivent une distribution uniforme sur $[0, 2m]$ avec m la moyenne donnée dans le Tableau 2.1.

Nous varions également la capacité du stock H_i afin de considérer l'évolution de l'impact des modèles de pannes.

2.5.1 Impact du modèle de pannes dans un modèle à flux discrets

L'algorithme de simulation de la section 2.4.2 est utilisé pour la simulation du modèle à flux discrets des lignes avec ODF-machines et TDF-machines. Les conditions des résultats analytiques de la section 2.3 sont satisfaites pour le cas de distribution exponentielle et ne sont pas satisfaites pour le cas de distribution de Weibull.

2.5.1.1 Cas d'une distribution exponentielle

Dans ce cas, les temps opératoire, les temps de bon fonctionnement et les temps de réparation sont exponentiellement distribués avec des taux p , λ et μ respectivement, c'est-à-dire $MT = 1/p$, $MTBF = 1/\lambda$ et $MTTR = 1/\mu$.

Pour une telle ligne de transfert, avec les mêmes capacités de stockage, le Théorème 2.1 est applicable. Plus précisément, la productivité d'une ligne de 2 machines où le modèle de pannes pour les deux machines est *TDF*, notée ligne *TDF-TDF*, est inférieure à celle des lignes *TDF-ODF* et *ODF-TDF*. L'application, de nouveau, du Théorème 2.1 à ces dernières lignes, montre que leur productivité est inférieure à celle d'une ligne *ODF-ODF*. En conséquence, ces systèmes de 2 machines dans un ordre croissant de productivité sont comme suit : *TDF-TDF*, $\{TDF-ODF, ODF-TDF\}$, *ODF-ODF*. D'une manière similaire, en appliquant à plusieurs reprises le Théorème 2.1, les lignes de 3 machines dans un ordre croissant de productivité sont comme suit : *TDF-TDF-TDF*, $\{TDF-ODF-TDF, ODF-TDF-ODF\}$, *ODF-ODF-ODF*.

Considérons, premièrement, le cas avec une capacité du stock $H_i = 10$. Les Tableaux 2.2 et 2.3 montrent la productivité et l'intervalle de confiance pour les lignes de 2 machines et 3 machines avec différentes configurations du modèle. 10 simulations indépendantes sont exécutées pour chaque système. Les résultats sont cohérents avec le Théorème 2.1. Plus précisément, pour les lignes de 2 machines, le système *TDF-TDF* a la productivité la plus petite, le système *ODF-ODF* a la productivité la plus élevée et les systèmes *ODF-TDF* et *TDF-ODF* ont une productivité identique. La propriété de symétrie des systèmes *ODF-TDF* et *TDF-ODF* est observée mais n'est prouvée. Pour les lignes de 3 machines, le système *TDF-TDF-TDF* a la productivité la plus petite, le système *ODF-ODF-ODF* a la productivité la plus

élevée et la productivité du système *ODF-TDF-ODF* est légèrement plus grande que celle du système *TDF-ODF-TDF*.

<i>Systèmes</i>	<i>Productivité (TP) (pièce/unité de temps)</i>	<i>Intervalle de confiance</i>
ODF-ODF	0.693757	0.0007
ODF-TDF	0.683511	0.0019
TDF-ODF	0.683437	0.0018
TDF-TDF	0.670746	0.0016

Tableau 2.2 – Résultats de simulation pour le cas de 2 machines avec $H_i = 10$ et modèle à flux discrets

<i>Systèmes</i>	<i>Productivité (TP) (pièce/unité de temps)</i>	<i>Intervalle de confiance</i>
ODF-ODF-ODF	0.622458	0.0012
ODF-TDF-ODF	0.609388	0.0009
TDF-ODF-TDF	0.599151	0.0025
TDF-TDF-TDF	0.584788	0.0019

Tableau 2.3 – Résultats de simulation pour le cas de 3 machines avec $H_i = 10$ et modèle à flux discrets

Ensuite, nous varions la capacité du stock H_i pour considérer l'évolution de l'impact des modèles de pannes. Un seul essai de simulation est exécuté pour chaque système. La productivité en fonction de la capacité du stock H_i est tracée dans la Fig. 2.8 pour la ligne de 2 machines et dans la Fig. 2.9 pour la ligne de 3 machines.

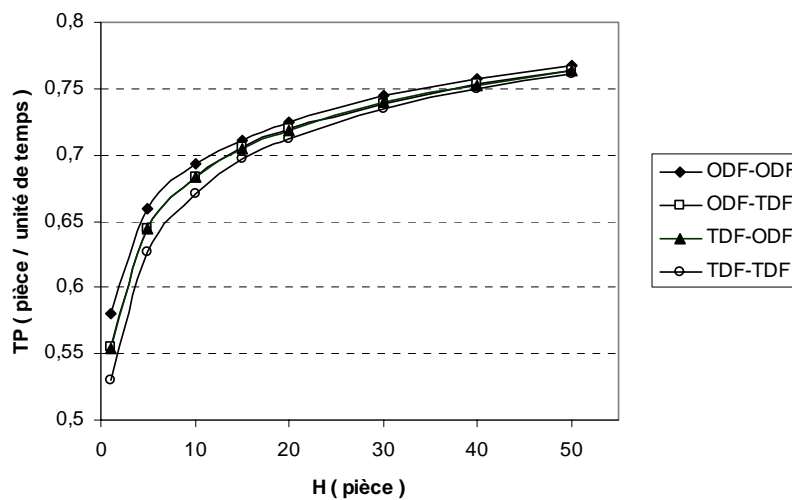


Fig. 2.8 – Productivité vs capacité du stock pour le cas de 2 machines avec distribution exponentielle et modèle à flux discrets

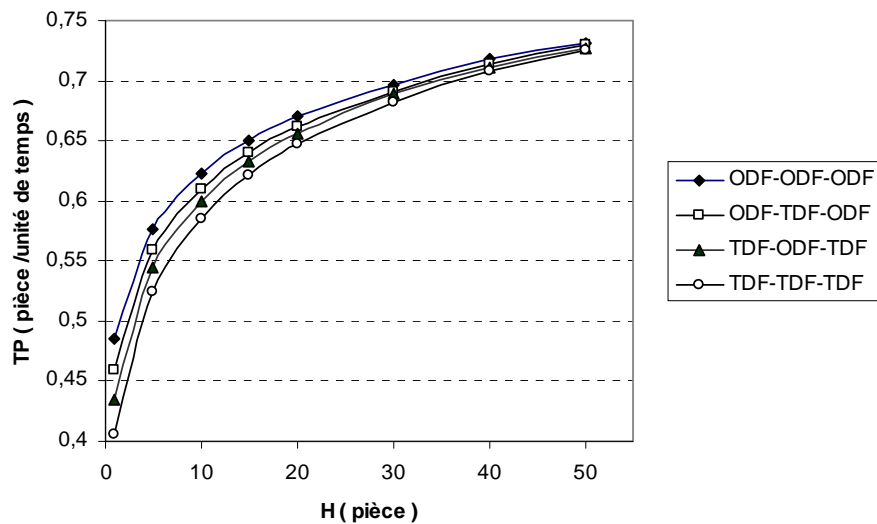


Fig. 2.9 – Productivité vs capacité du stock pour le cas de 3 machines avec distribution exponentielle et modèle à flux discrets

La propriété de symétrie des systèmes *ODF-TDF* et *TDF-ODF* est observée de nouveau. De plus, l'impact du modèle de pannes est le plus important pour $H_i = 0$, il diminue lorsque H_i augmente et devient nul quand H_i tend vers l'infini. Cela est tout à fait naturel car l'impact du modèle de pannes dépend fortement de la probabilité de blocage/famine des machines. Plus la probabilité de blocage/famine est élevée plus l'impact du modèle de pannes est important. En outre, la probabilité de blocage/famine est une fonction décroissante de la capacité du stock H_i et devient nulle lorsque H_i tend vers l'infini. Comme la concurrence impose de réduire le niveau des en-cours et par conséquent de réduire les capacités du stock, l'impact des modèles de pannes peut avoir un impact significatif sur la précision de prédiction des performances des systèmes réels.

2.5.1.2 Cas des distributions de Weibull et uniforme

Considérons des lignes de 3 machines dans lesquelles les temps d'exécution, les temps de bon fonctionnement et les temps de réparation suivent soit une distribution de Weibull soit une distribution uniforme. Les conditions du Théorème 2.1 ne tiennent plus car les temps de bon fonctionnement ne suivent plus une distribution exponentielle.

Nous considérons, premièrement, la capacité du stock $H_i = 10$. Des configurations différentes de modèles de pannes sont considérées et 10 répliques sont exécutées pour chaque système pour les deux distributions : la distribution de Weibull et la distribution uniforme. Les résultats de la simulation sont donnés dans le Tableau 2.4.

<i>Système</i>	<i>Distribution uniforme Productivité (Intervalle de confiance)</i>	<i>Distribution de Weibull Productivité (Intervalle de confiance)</i>
ODF-ODF-ODF	0.664054 (0.0012)	0.659376 (0.0009)
ODF-TDF-ODF	0.653645 (0.0011)	0.650607 (0.001)
TDF-ODF-TDF	0.649714 (0.0009)	0.648426 (0.0013)
TDF-TDF-TDF	0.637576 (0.0009)	0.637303 (0.0008)

Tableau 2.4 – Résultats de simulation pour le cas de 3 machines avec $H_i = 10$ et distributions uniforme et Weibull et modèle à flux discrets

Les résultats sont cohérents avec le Théorème 2.1 même si les temps de bon fonctionnement ne sont plus exponentiellement distribués. Plus précisément, les systèmes dans un ordre croissant de productivité sont comme suit : *TDF-TDF-TDF*, *TDF-ODF-TDF*, *ODF-TDF-ODF*, *ODF-ODF-ODF*. Cet ordre est le même que celui obtenu dans le cas d'une distribution exponentielle.

Nous faisons varier ensuite la capacité du stock. Les résultats de simulation sont donnés dans les Fig. 2.10 et Fig. 2.11. L'évolution de l'impact des modèles de pannes par rapport à la capacité du stock a la même évolution que celle observée dans le cas de la distribution exponentielle, c'est-à-dire que l'impact diminue lorsque la taille du stock augmente et devient nul quand la taille du stock tend vers l'infini.

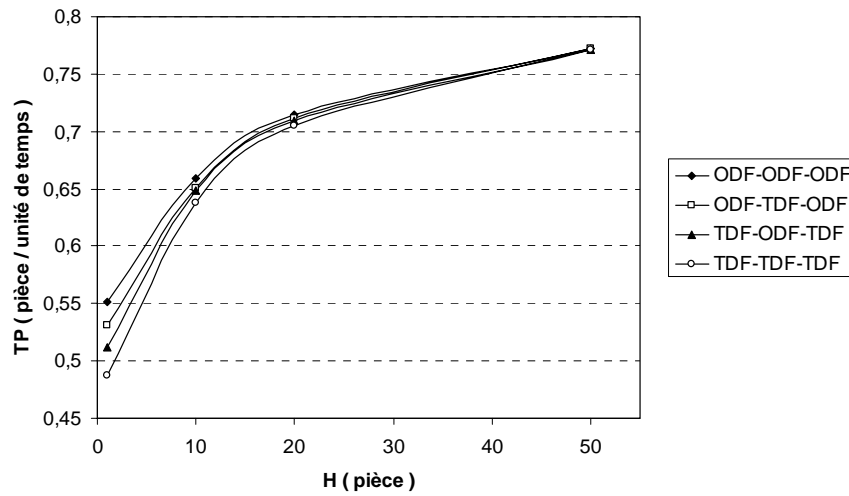


Fig. 2.10 – Productivité vs capacité du stock pour le cas de 3 machines avec distribution de Weibull et modèle à flux discrets

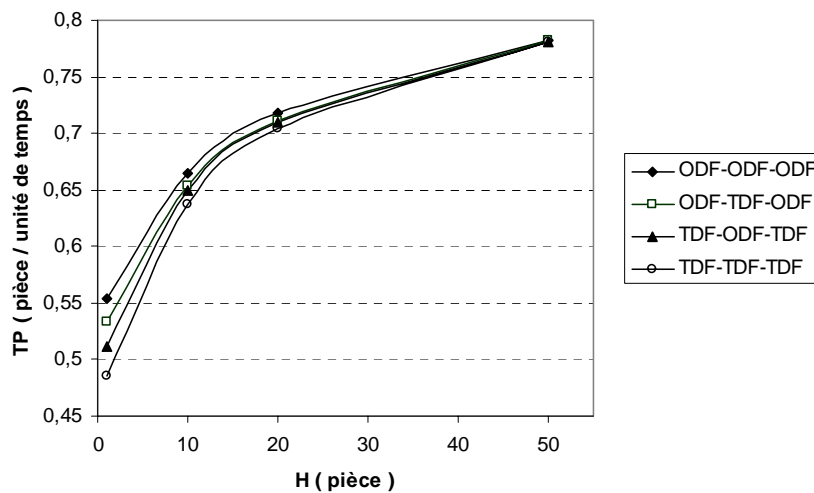


Fig. 2.11 – Productivité vs capacité du stock pour le cas de 3 machines avec distribution uniforme et modèle à flux discrets

2.5.1.3 Erreur de la productivité

Cette sous-section étudie comment la quantité d'erreur introduite en modélisant les *ODF*-machines comme des *TDF*-machines varie par rapport aux paramètres du système dans le cas d'une distribution exponentielle. Nous considérerons alors l'erreur relative de productivité de toutes les lignes de transfert avec des *ODF*-machines lorsque quelques machines sont

modélisées comme des TDF-machines. Spécialement, lorsqu'une ligne *ODF-ODF* est modélisée comme une ligne *TDF-TDF*, nous calculons les erreurs telles que $[TP(ODF-ODF) - TP(TDF-TDF)]/TP(ODF-ODF) \times 100\%$ où *TP* est la productivité.

Les erreurs en fonction de la capacité du stock H_i sont tracées dans la Fig. 2.12 pour la ligne de 2 machines et dans la Fig. 2.13 pour la ligne de 3 machines.

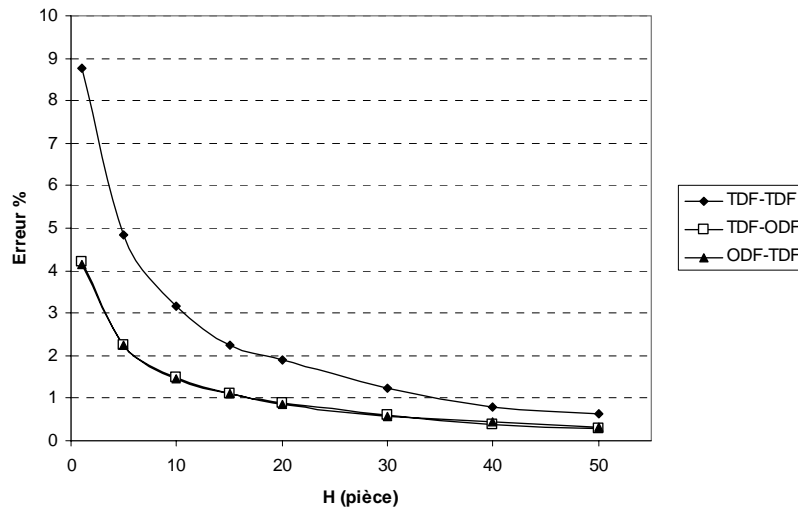


Fig. 2.12 – Erreur vs capacité du stock pour le cas de 2 machines et modèle à flux discrets

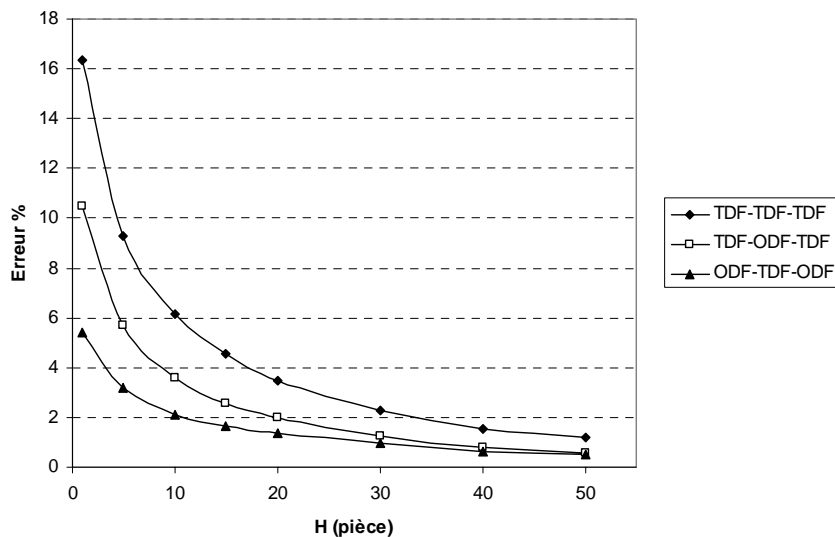


Fig. 2.13 – Erreur vs capacité du stock pour le cas de 3 machines et modèle à flux discrets

À partir de ces résultats et également d'autres expérimentations numériques, les conclusions suivantes sont obtenues :

- (i) l'erreur de la productivité est plus importante lorsque toutes les ODF-machines sont incorrectement modélisées comme des TDF-machines
- (ii) l'erreur diminue lorsque le nombre des erreurs de modélisation des pannes des machines diminue. Pour le cas des lignes avec 3 machines sans stock, l'erreur est de plus de 16% avec 3 erreurs du modèle de pannes, environ 10.5% avec 2 erreurs du modèle de pannes et environ 5.5% avec seulement une erreur du modèle de pannes,
- (iii) l'erreur est plus importante pour les lignes de transfert sans stock intermédiaire, c'est-à-dire $H_i = 0$. L'erreur est de plus de 9% pour la ligne de *TDF-TDF* par rapport à la ligne de *ODF-ODF* et de plus de 16% pour la ligne de *TDF-TDF-TDF* par rapport à la ligne *ODF-ODF-ODF*.
- (iv) l'erreur diminue lorsque les capacités du stock augmente et devient nulle pour des lignes de transfert avec des stocks de capacité infinie. L'erreur reste significative même lorsque la capacité du stock $H_i = MTTR/MT = 20$. Elle est toujours environ de 2% pour la ligne de *TDF-TDF* et de 3.5% pour la ligne de *TDF-TDF-TDF*,
- (v) l'erreur augmente lorsque la longueur de la ligne de transfert augmente. Pour le cas de la ligne de transfert sans stock intermédiaires l'erreur est environ de 9% pour le cas de 2 machines et de plus de 16% pour le cas de 3 machines et est supposée augmenter pour des lignes plus grandes.

En résumé, l'utilisation du modèle correct de pannes est critique pour de longues lignes de transfert avec des stocks de petites capacités.

2.5.1.4 Impact des paramètres du système sur la productivité

Cette sous-section présente l'impact d'autres paramètres de simulation sur la productivité tel que la moyenne des temps de bon fonctionnement $MTBF_i$, la moyenne des temps de réparation $MTTR_i$ et la moyenne des temps opératoires MT_i pour M_i .

Nous considérons que les temps opératoires, les temps de bon fonctionnement et les temps de réparation sont exponentiellement distribués.

Premièrement, nous varions la moyenne des temps de bon fonctionnement, ensuite, nous varions la moyenne des temps de réparation. Enfin, nous varions la moyenne des temps opératoires. Les résultats de simulation sont donnés dans les Fig. 2.14, Fig. 2.15 et Fig. 2.16.

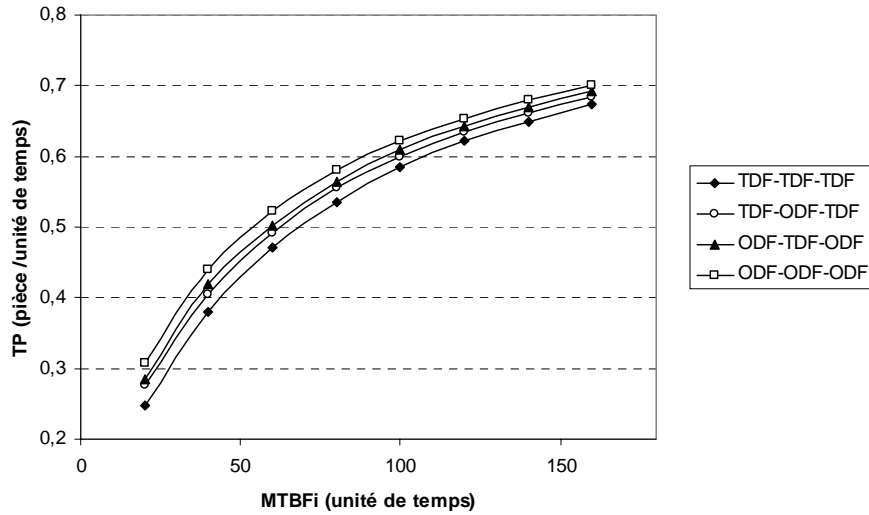


Fig. 2.14 – Productivité vs durée de vie pour le cas de 3 machines avec distribution exponentielle et modèle à flux discrets

À partir de la Fig. 2.14, nous constatons que plus la moyenne des temps de bon fonctionnement des machines est grande, plus la productivité de la ligne est grande.

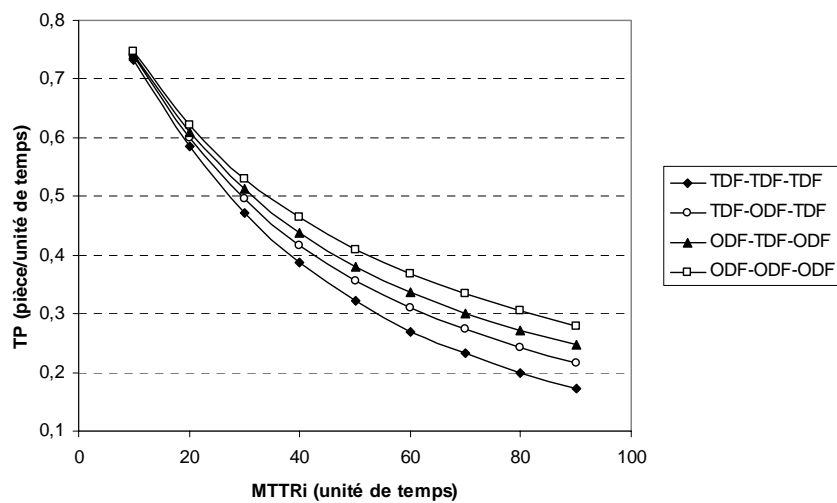


Fig. 2.15 – Productivité vs temps de réparation pour le cas de 3 machines avec distribution exponentielle et modèle à flux discrets

À partir de la Fig. 2.15, nous constatons que plus la moyenne des temps de réparation de machine est grande, plus la productivité de ligne est petite.

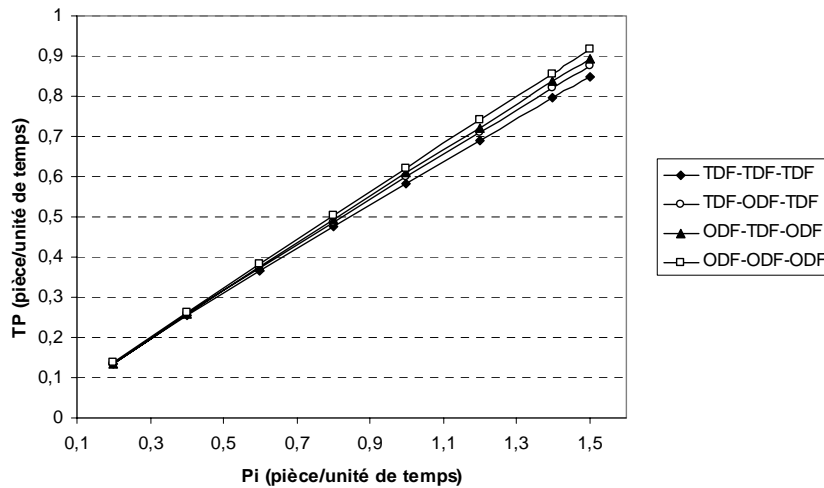


Fig. 2.16 – Productivité vs taux de production p_i pour le cas de 3 machines avec distribution exponentielle et modèle à flux discrets

La Fig. 2.16 présente la relation entre la moyenne des temps opératoires et la productivité. Nous constatons que plus la moyenne des temps opératoires des machines est grande, plus la productivité de la ligne est grande.

Les résultats du Théorème 2.1 sont toujours observés, plus précisément, les systèmes dans un ordre croissant de productivité sont comme suit : $TDF-TDF-TDF$, $TDF-ODF-TDF$, $ODF-TDF-ODF$, $ODF-ODF-ODF$. Mais dans les Fig. 2.15, 2.16 nous constatons que la différence de la productivité entre les différents systèmes $TDF-TDF-TDF$, $TDF-ODF-TDF$, $ODF-TDF-ODF$, $ODF-ODF-ODF$ est très petite et cela pour une valeur de $MTTR_i = 10$ (unités de temps) (respectivement $p_i = 0.2$ (pièce/unité de temps)). Dans cette expérimentation, l'impact du modèle de pannes est plus important si le temps de réparation est important et si le taux de production est important. Par contre, l'impact ne dépend pas de la durée de vie.

2.5.2 Impact du modèle de pannes dans un modèle à flux continu

Pour la simulation en flux continu, nous remplaçons le modèle RdP discret par un modèle RdP continu. Ce modèle RdP continu est utilisé également dans le chapitre 4 en y ajoutant des délais. Le problème de départ d'une pièce d'une TDF-machine en panne et

d'avancement d'une pièce sur cette machine ne se pose pas dans un modèle à flux continu. De plus, le temps opératoire aléatoire est remplacé par une machine à débit constant p_i . Comme les machines sont identiques, la ligne de transfert est homogène. Une machine en état de marche soit fabrique à sa cadence maximale, soit est complètement affamée ou soit est complètement bloquée. Une machine est affamée s'il existe une machine en amont en panne et les stocks entre ces deux machines sont vides. Elle est bloquée si il existe une machine en aval en panne et les stocks entre ces deux machines sont tous saturés. L'horloge d'une ODF-machine en état de marche avance à la vitesse de 1 si elle fabrique et s'arrête si elle est affamée ou bloquée. La simulation des lignes considérées ici s'effectue facilement en considérant les événements suivants : pannes, réparations, saturation d'un stock, stock vide.

2.5.2.1 Cas d'une distribution exponentielle

Considérons, premièrement, le cas avec une capacité du stock $H_i = 10$ et le modèle à flux continu. Les Tableaux 2.5 et 2.6 montrent la productivité et l'intervalle de confiance pour les lignes de 2 machines et 3 machines avec différentes configurations du système. 10 simulations indépendantes sont exécutées pour chaque système. Les résultats obtenus ici sont similaires à ceux obtenus dans le cas d'un modèle à flux discrets et sont cohérents avec le Théorème 2.1. Plus précisément, pour les lignes de 2 machines, le système *TDF-TDF* a la productivité la plus petite, le système *ODF-ODF* a la productivité la plus élevée et les systèmes *ODF-TDF* et *TDF-ODF* ont la même productivité. La propriété de symétrie des systèmes *ODF-TDF* et *TDF-ODF* est observée mais n'est pas prouvée. Pour les lignes de 3 machines, le système *TDF-TDF-TDF* a la productivité la plus petite, le système *ODF-ODF-ODF* a la productivité la plus élevée et la productivité du système *ODF-TDF-ODF* est légèrement plus grande que celle du système *TDF-ODF-TDF*.

<i>Systèmes</i>	<i>Productivité (TP) (pièce/unité de temps)</i>	<i>Intervalle de confiance</i>
ODF-ODF	0.722826	0.00039
ODF-TDF	0.715842	0.00038
TDF-ODF	0.715055	0.00048
TDF-TDF	0.707114	0.00038

Tableau 2.5 – Résultats de simulation pour le cas de 2 machines avec $H_i = 10$ et modèle à flux continu

<i>Systèmes</i>	<i>Productivité (TP) (pièce/unité de temps)</i>	<i>Intervalle de confiance</i>
ODF-ODF-ODF	0.647947	0.00043
ODF-TDF-ODF	0.637090	0.00064
TDF-ODF-TDF	0.627646	0.00048
TDF-TDF-TDF	0.615097	0.00065

Tableau 2.6 – Résultats de simulation pour le cas de 3 machines avec $H_i = 10$ et modèle à flux continu

Puis, nous varions, comme dans le cas d'un modèle à flux discrets, la capacité du stock H_i pour considérer l'évolution de l'impact des modèles de pannes. Un seul essai de simulation est exécuté pour chaque système. La productivité en fonction de la capacité du stock H_i est tracée dans la Fig. 2.17 pour la ligne de 2 machines et dans la Fig. 2.18 pour la ligne de 3 machines.

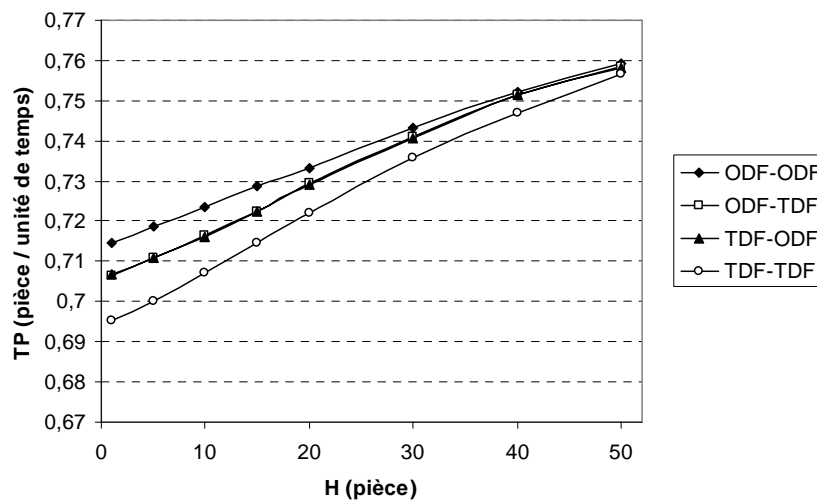


Fig. 2.17 – Productivité vs capacité du stock pour le cas de 2 machines avec distribution exponentielle et modèle à flux continu

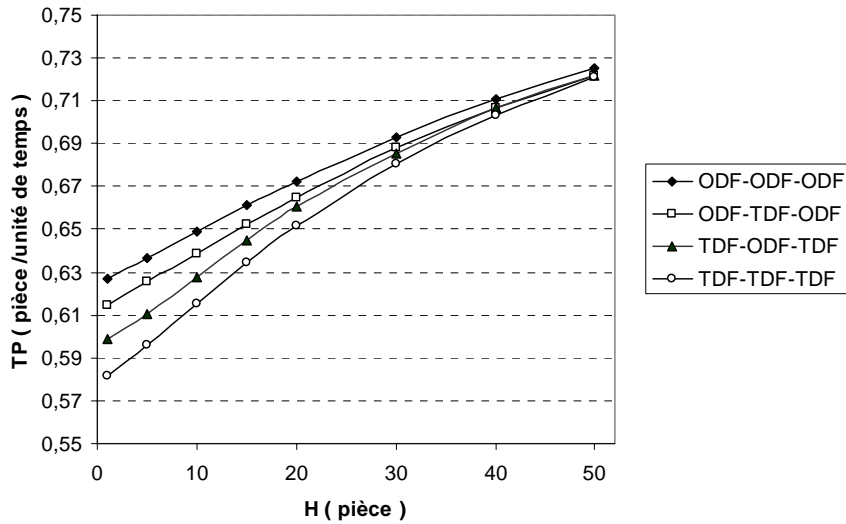


Fig. 2.18 – Productivité vs capacité du stock pour le cas de 3 machines avec distribution exponentielle et modèle à flux continu

À partir des Fig. 2.17 et 2.18 nous constatons, comme dans le cas d'un modèle à flux discrets, que l'impact du modèle de pannes est le plus important pour $H_i = 0$, il diminue lorsque H_i augmente et devient nul quand H_i tend vers l'infini. De plus, la propriété de symétrie des systèmes *ODF-TDF* et *TDF-ODF* est observée de nouveau.

Dans le cas où toutes les machines sont identiques et sujettes à des pannes de type *TDF*, il est important de signaler que pour le cas où $H_i = 0$ les machines se comportent comme des entités qui sont statistiquement indépendantes. L'indisponibilité globale de la ligne I_{ligne} et les indisponibilités individuelles I_i ($i = 1, 2, \dots, N$) seront alors dans cas limite reliées par la formule suivante (valable pour des flux continus) :

$$\frac{1}{1 + I_{ligne}} = \prod_{i=1}^N \left[\frac{1}{1 + I_i} \right], \quad I_i = \frac{\lambda_i}{\mu_i}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.4)$$

Systeme	Résultats de formule (2.4)	Résultats de simulation : TP
TDF-TDF	0.6944	0.6940
TDF-TDF-TDF	0.5787	0.5781

Tableau 2.7 – Comparaison des résultats de simulation avec les résultats analytiques

Nous constatons que les résultats obtenus par la simulation sont quasi identiques à ceux obtenus par la formule 2.4.

2.5.2.2 Cas des distributions de Weibull et uniforme

Nous considérons, comme pour le cas d'un modèle à flux discrets, que la capacité du stock $H_i = 10$. Des configurations différentes de modèles de pannes sont considérées et 10 réplifications sont exécutées pour chaque système pour les deux distributions : la distribution de Weibull et la distribution uniforme. Les résultats de la simulation sont donnés dans le Tableau 2.7.

<i>Système</i>	<i>Distribution uniforme Productivité (Intervalle de confiance)</i>	<i>Distribution de Weibull Productivité (Intervalle de confiance)</i>
ODF-ODF-ODF	0.627913 (0.00034)	0.656415 (0.00019)
ODF-TDF-ODF	0.625229 (0.00023)	0.646773 (0.00028)
TDF-ODF-TDF	0.617439 (0.0002)	0.640666 (0.00038)
TDF-TDF-TDF	0.593869 (0.00045)	0.628544 (0.00037)

Tableau 2.8 – Résultats de simulation pour le cas de 3 machines avec $H_i = 10$ et distributions uniforme et Weibull et modèle à flux continus

À partir du Tableau 2.7, nous remarquons que les résultats obtenus sont similaires à ceux obtenus pour le cas d'un modèle à flux discrets. Plus précisément, les systèmes dans un ordre croissant de productivité sont comme suit : *TDF-TDF-TDF*, *TDF-ODF-TDF*, *ODF-TDF-ODF*, *ODF-ODF-ODF*. Cet ordre est le même que celui obtenu dans le cas d'une distribution exponentielle. Les résultats sont cohérents avec le Théorème 2.1.

Nous faisons varier ensuite la capacité du stock. Les résultats de simulation sont donnés dans les Fig. 2.19 et Fig. 2.20. Nous remarquons que les résultats de simulation sont similaires à ceux obtenus pour le cas d'un modèle à flux discrets. Plus précisément, l'évolution de l'impact des modèles de pannes par rapport à la capacité du stock a la même évolution que celle observée dans le cas de la distribution exponentielle, c'est-à-dire que l'impact diminue lorsque la taille du stock augmente et devient nul quand la taille du stock tend vers l'infini.

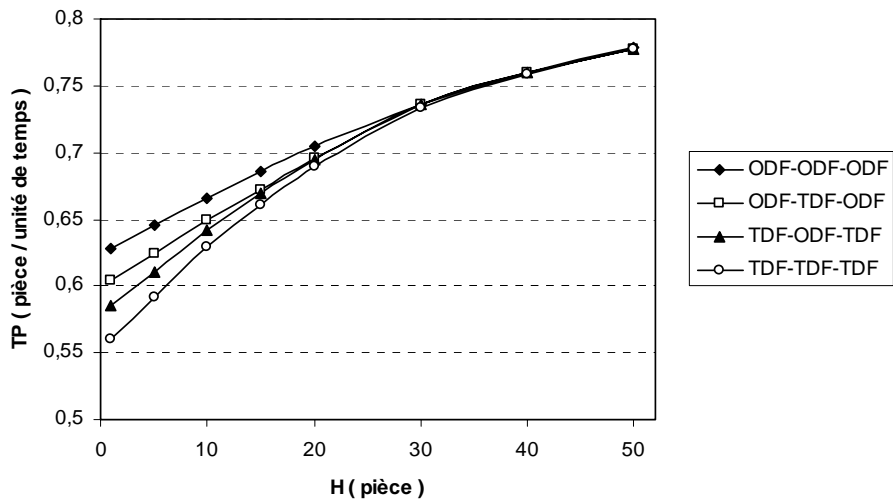


Fig. 2.19 – Productivité vs capacité du stock pour le cas de 3 machines avec distribution de Weibull et modèle à flux continu

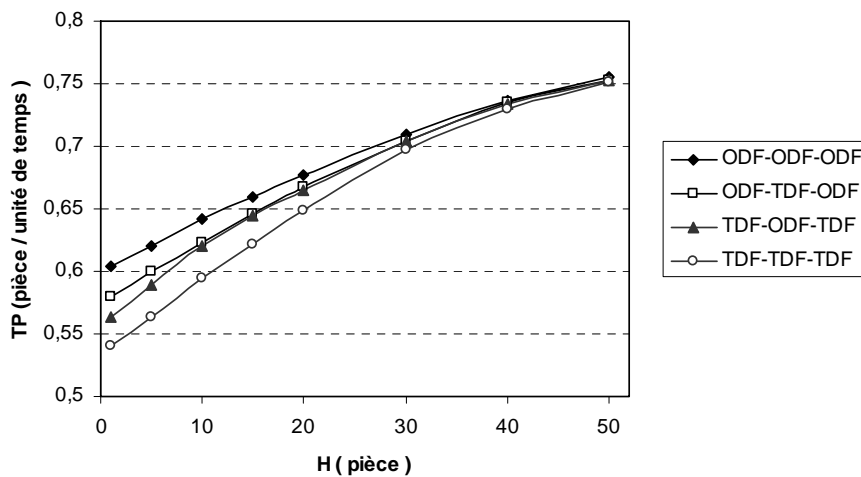


Fig. 2.20 – Productivité vs capacité du stock pour le cas de 3 machines avec distribution uniforme et modèle à flux continu

2.5.2.3 Erreur de la productivité

Pour calculer les erreurs de la productivité, nous suivons la même procédure que celle donnée dans la section 2.5.1.3.

Les erreurs en fonction de la capacité du stock H_i sont tracées dans la Fig. 2.21 pour la ligne de 2 machines et dans la Fig. 2.22 pour la ligne de 3 machines.

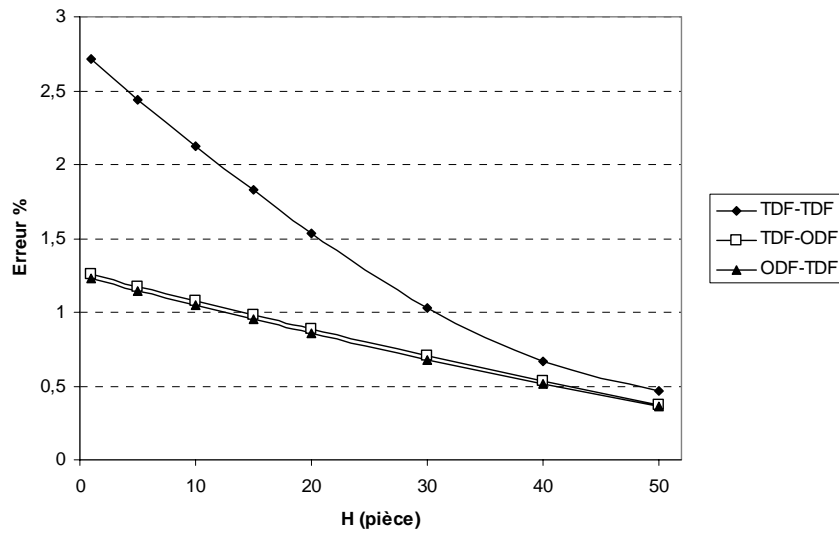


Fig. 2.21 – Erreur vs capacité du stock pour le cas de 2 machines et modèle à flux continus

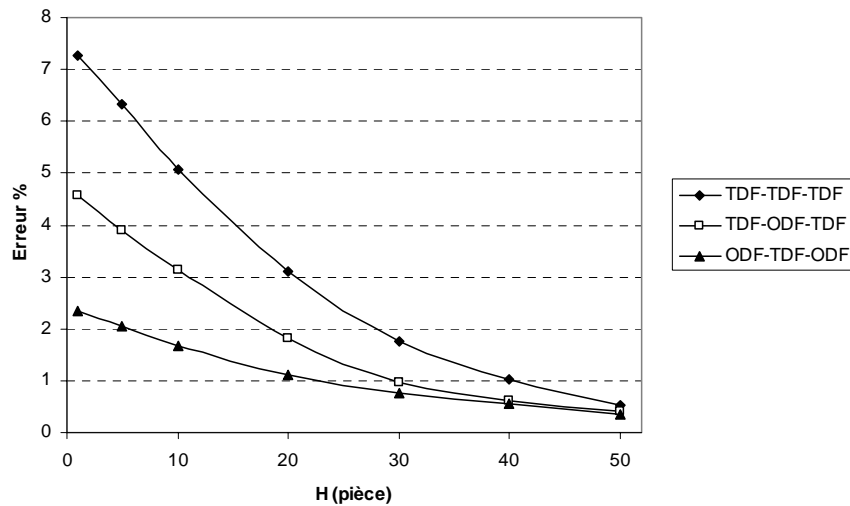


Fig. 2.22 – Erreur vs capacité du stock pour le cas de 3 machines et modèle à flux continus

À partir des Fig. 2.21 et 2.22 nous constatons que les résultats d'un modèle à flux continus sont similaire à ceux d'un modèle à flux discrets :

- (i) l'erreur de la productivité est plus importante lorsque toutes les ODF-machines sont incorrectement modélisées comme des TDF-machines ;
- (ii) l'erreur diminue lorsque le nombre des erreurs de modélisation des pannes des machines diminue. Pour le cas des lignes avec 3 machines sans stock, l'erreur est de plus de 7% avec 3 erreurs du modèle de pannes, environ de 4.5% avec 2 erreurs du

modèle de pannes et environ de 2.5% avec seulement une erreur du modèle de pannes ;

- (vi) l'erreur est plus importante pour les lignes de transfert sans stocks intermédiaires, c'est-à-dire $H_i = 0$. L'erreur est de plus de 2.5% pour la ligne de *TDF-TDF* par rapport à la ligne de *ODF-ODF* et de plus de 7% pour la ligne de *TDF-TDF-TDF* par rapport à la ligne *ODF-ODF-ODF*.
- (vii) l'erreur diminue lorsque les capacités du stock augmentent et devient nulle pour des lignes de transfert avec des stocks de capacité infinie. L'erreur reste significative même lorsque la capacité du stock $H_i = MTTR/MT = 20$. Elle est toujours environ de 1.5% pour la ligne de *TDF-TDF* et de 3% pour la ligne de *TDF-TDF-TDF*,
- (viii) l'erreur augmente lorsque la longueur de la ligne de transfert augmente. Pour le cas de la ligne de transfert sans stock intermédiaire l'erreur est environ de 2.5% pour le cas de 2 machines et plus de 7% pour le cas de 3 machines et est supposée augmenter pour des lignes plus grandes.

En générale nous constatons que les erreurs dans le cas de modèles à flux continus sont inférieures à celles trouvées dans le cas de modèles à flux discrets.

2.5.2.4 Impact des paramètres du système sur la productivité

Pour étudier l'impact d'autres paramètres de simulation ($MTBF_i$, $MTTR_i$, MT_i) sur la productivité nous allons suivre la même démarche que la section 2.5.1.4.

Premièrement, nous varions la moyenne des temps de bon fonctionnement, ensuite, nous varions la moyenne des temps de réparation. Enfin, nous varions la moyenne des temps opératoires. Les résultats de simulation sont donnés dans les Fig. 2.23, Fig. 2.24 et Fig. 2.25.

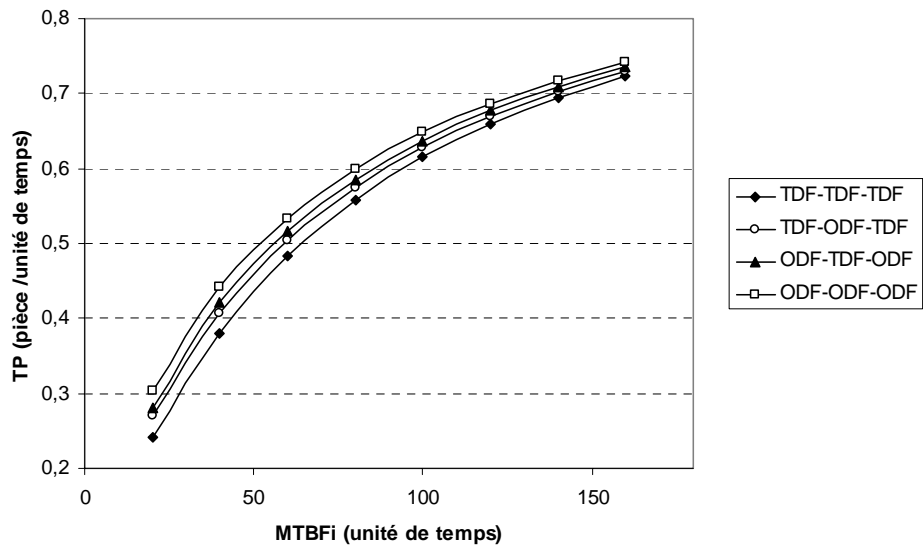


Fig. 2.23 – Productivité vs durée de vie pour le cas de 3 machines avec distribution exponentielle et modèle à flux continus

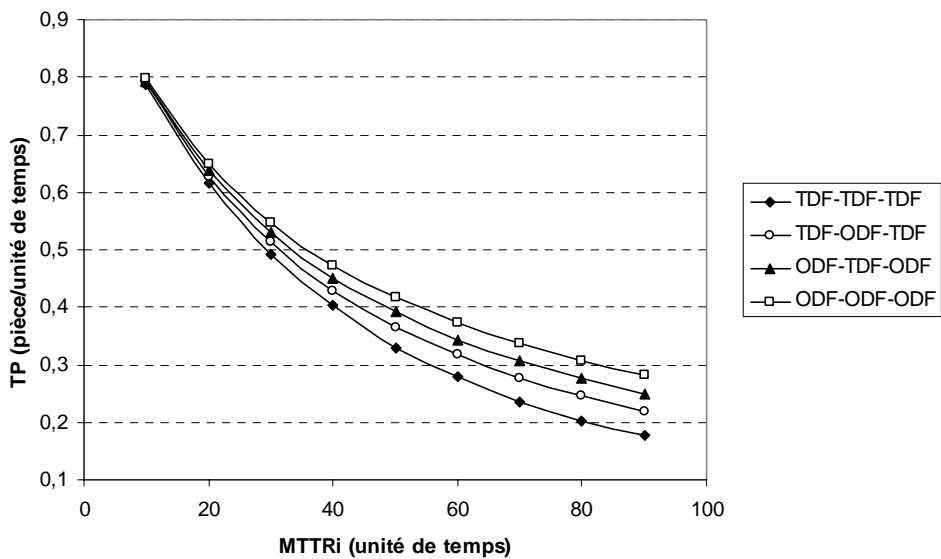


Fig. 2.24 – Productivité vs temps de réparation pour le cas de 3 machines avec distribution exponentielle et modèle à flux continus

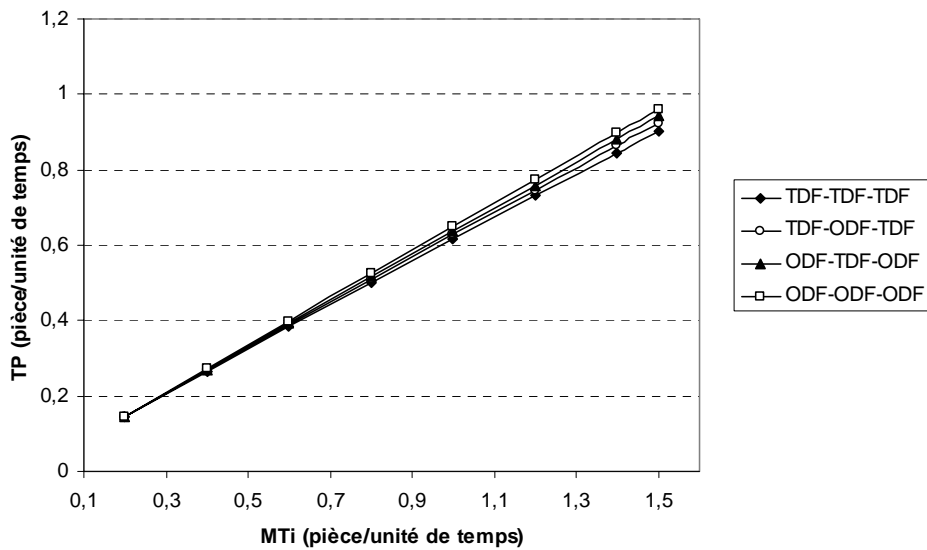


Fig. 2.25 – Productivité vs cadence de production pour le cas de 3 machines avec distribution exponentielle et modèle à flux continus

À partir des Fig. 2.23, 2.24 et 2.25 nous remarquons, comme pour le cas d'un modèle à flux discrets, que les résultats du Théorème 2.1 sont toujours observés, plus précisément, les systèmes dans un ordre croissant de productivité sont comme suit : *TDF-TDF-TDF*, *TDF-ODF-TDF*, *ODF-TDF-ODF*, *ODF-ODF-ODF*. Mais dans les Fig. 2.24, 2.25 nous constatons que la différence de la productivité entre les différents systèmes *TDF-TDF-TDF*, *TDF-ODF-TDF*, *ODF-TDF-ODF*, *ODF-ODF-ODF* est très petite et cela pour une valeur de $MTTR_i = 10$ (unités de temps) (respectivement $MT_i = 0.2$ (pièce/unité de temps)). Dans cette expérimentation, l'impact du modèle de pannes est d'autant plus important que le temps de réparation est important et que le taux de production est important. Par contre, l'impact ne dépend pas de la durée de vie.

2.6 Conclusions

Nous avons considéré des lignes de transfert avec N machines sujettes soit aux pannes dépendantes des opérations, soit aux pannes dépendantes du temps, avec $N-1$ stocks intermédiaires de capacités finies. Nous avons prouvé que la modélisation d'une ODF-machine, avec des temps de bon fonctionnement exponentiellement distribués, comme une TDF-machine mène à une sous-estimation de la productivité.

Une approche basée sur un modèle *RdP* temporisé est proposée pour l'évaluation des performances et la simulation des lignes de transfert avec les deux types de pannes : TDF-machines et ODF-machines.

Des résultats numériques montrent que ces résultats restent corrects sous des conditions plus générales. De plus ces résultats numériques montrent que l'erreur dans la productivité diminue lorsque les capacités des stocks augmentent, l'erreur augmente lorsque le nombre de TDF-machines augmente et lorsque la longueur de la ligne augmente, l'erreur diminue lorsque nous utilisons des modèles à flux continu. En outre ces résultats montrent que le Théorème 2.1 reste vrai même pour le cas d'un modèle à flux continu.

Les recherches futures concernent l'extension des résultats théoriques aux lignes à flux continu et aux lignes de production plus générales. Il serait également intéressant de modéliser les lignes avec les deux types de pannes simultanément. Une fois l'erreur sur la productivité connue dans le cas de modèles à flux continu (erreur selon les deux types de pannes) nous pourrions utiliser le modèle à flux continu avec pannes dépendantes du temps pour résoudre des problèmes à flux discrets avec pannes dépendantes des opérations.

CHAPITRE 3

Pilotage des flux d'un système de production soumis à panne

Dans ce troisième chapitre nous allons considérer un modèle à flux discrets d'un système de production constitué d'une machine caractérisée par deux états et produisant un seul type de produits. La machine est sujette aux pannes dépendantes du temps. Toutes les variables aléatoires sont exponentiellement distribuées. Nous supposons que la fabrication d'un produit recommence à chaque occurrence d'un événement. Basé sur le principe d'itération et les méthodes d'analyse de la trajectoire, nous allons prouver la convexité de la fonction de coût, l'optimalité de la politique du point de séparation et la non-négativité de ce point de séparation.

CHAPITRE 3

Pilotage des flux d'un système de production soumis à panne

3.1 Introduction

Le rôle du pilotage des systèmes de production est de diriger, guider et piloter, de manière à assurer la pertinence et la cohérence du système dans un environnement donné (voir chapitre 1). Le pilotage d'un système de production consiste à utiliser un système de décision pour faire exécuter par le système physique l'ensemble des opérations de fabrication qui lui sont affectées. Dans la thèse nous nous limitons au pilotage des flux de produits de manière à gérer au mieux les stocks.

Le problème de la commande optimale et de la conception du système de production a été étudié dans beaucoup de travaux en utilisant les modèles à flux continus (voir [KIM83], [AKE86], [BIE88], [SHA88], [XIE91], [HU94a], [GLA95], [SON01], [TAN02]).

La politique optimale de commande (point de séparation ou hedging point) est largement étudiée dans la littérature. Selon [AKE86], cette politique de commande optimale consiste à produire à la capacité maximale si l'état du stock est inférieur à un point de séparation, à ne rien produire si l'état du stock est supérieur à ce point de séparation et à suivre la demande si l'état du stock est égal à ce point de séparation. Ils ont obtenu également la solution analytique de l'état du stock idéal.

Nous notons que tous les travaux précédents ont considéré un système de production à flux continu. À notre connaissance, il n'y a aucun travail qui traite le modèle à flux discrets, qui est plus réaliste.

Dans cette étude nous nous intéressons au pilotage des systèmes de production automatisée sujets aux pannes. Plus précisément, l'objectif de ce chapitre est de déterminer, pour un modèle à flux discrets d'un système de production, une politique optimale de commande de production, de façon à minimiser le coût actualisé de sur-stockage/pénurie sur un horizon infini. Nous montrons que la politique optimale est similaire à la politique pour le cas du modèle à flux continu. Ceci montre la possibilité d'utiliser un modèle à flux continu pour déterminer la politique optimale pour le pilotage des flux d'un système de production discrète.

Dans ce chapitre nous présentons tout d'abord, le système de production considéré. Puis, nous étudions la politique de commande optimale. Enfin, nous présentons les résultats numériques obtenus.

3.2 Système de production considéré

Dans cette étude nous considérons un modèle à flux discrets d'un système de production constitué d'une seule machine et produisant un seul type de produit et caractérisé par deux états de la machine (état de panne et état de marche). (Fig. 3.1).

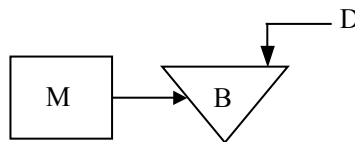


Fig. 3.1 – *Système de production d'une machine*

La machine M peut être soit en état de panne soit en état de marche. Une variable booléenne notée $\alpha(t)$, est utilisée pour indiquer l'état de la machine à l'instant t ,

$$\alpha(t) = \begin{cases} 1 & \text{si la machine est en état de marche} \\ 0 & \text{si la machine est en panne} \end{cases}$$

Une variable notée $\gamma(t)$ est utilisée pour indiquer l'état d'occupation de la machine M à l'instant t ,

$$\gamma(t) = \begin{cases} 1 & \text{si la machine est occupée} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Les temps de bon fonctionnement et les temps de réparation sont exponentiellement distribués avec des taux notés λ et μ respectivement, c'est-à-dire que la moyenne des temps de bon fonctionnement $MTBF = 1/\lambda$ et que la moyenne des temps de réparation $MTTR = 1/\mu$.

Les pannes sont des pannes dépendantes du temps (*TDF*), c'est-à-dire qu'une machine peut tomber en panne même si elle ne travaille pas sur une pièce. Le processus de panne/réparation est un processus aléatoire indépendant. Il ne dépend pas d'autres paramètres du système. L'extension aux pannes dépendantes des opérations (*ODF*) sera considérée à la fin du chapitre (section 3.6).

Nous considérons le cas d'une capacité infinie du stock, où le nombre de produits dans le stock à l'instant t est noté par $s(t)$. En plus, nous supposons que la demande arrive selon un processus de Poisson de taux D .

Nous supposons que le temps opératoire d'un produit suit une loi exponentielle de taux p . La décision de production $U(s, \alpha)$ est une variable booléenne qui dépend du nombre de produits dans le stock $s(t)$ et de l'état de la machine $\alpha(t)$. Cette variable $U(s, \alpha)$ est utilisée pour indiquer s'il y a une décision de production ou pas,

$$U(s, \alpha) = \begin{cases} 1 & \text{si production} \\ 0 & \text{si pas de production} \end{cases}$$

Normalement, chaque fois que la machine tombe en panne, la fabrication d'un produit s'arrête et le nombre de produits dans le stock commence à diminuer. Après la réparation de

la machine, la fabrication interrompue du produit reprend. Cependant, nous supposons dans cette étude que :

Hypothèse 3.1 : La fabrication d'un produit non fini s'arrête et doit recommencer dès le début à chaque occurrence d'un événement.

Cette hypothèse n'est pas restrictive du tout sous les hypothèses markoviennes de cette étude. Le processus stochastique sous-jacent correspondant à la commande optimale est identique à celui de la commande optimale sans l'hypothèse 3.1. La politique optimale de commande reste la même avec une restriction selon l'arrivée des événements tels que la fin de production d'une pièce, la réparation d'une machine et l'arrivée d'une demande qui imposent de prendre une décision.

Par conséquent, nous pouvons déterminer le coût à chaque occurrence d'un événement (arrivée d'une demande, fin de production, pannes et réparations) c'est-à-dire le cost-to-go. La fonction de coût, $J(s, \alpha, \gamma)$, qui dépend du nombre de produits dans le stock s , l'état de machine α et l'état d'occupation de machine γ , est donné par :

$$J(s, \alpha, \gamma) = \min_{U(s, \alpha)} E \left[\int_0^{\infty} e^{-\beta t} g(s(t)) dt \left| \begin{array}{l} s(0) = s, \\ \alpha(0) = \alpha, \\ \gamma(0) = \gamma \end{array} \right. \right] \quad (3.1)$$

où $\beta > 0$ est le facteur d'actualisation (le taux d'actualisation réduit la valeur présente des efforts futurs, comme nous l'avons défini dans le chapitre 1) et $g(s(t))$ correspond au coût lié au stockage (voir Fig. 1.3) qui est donné par l'équation (1.10).

Sous l'hypothèse 3.1, l'état d'occupation de la machine $\gamma(t)$ n'a aucun effet sur la fonction de coût. Ainsi la fonction de coût précédente $J(s, \alpha, \gamma)$ peut être écrite comme suit :

$$J(s, \alpha) = \min_{U(s, \alpha)} E \left[\int_0^{\infty} e^{-\beta t} g(s(t)) dt \left| \begin{array}{l} s(0) = s, \\ \alpha(0) = \alpha \end{array} \right. \right] \quad (3.2)$$

Notre objectif est de trouver la politique de commande optimale, qui minimise la fonction de coût actualisé sur un horizon infini.

Selon la théorie du processus actualisé de décision markovienne (Markov Decision Process) (voir [PUT94]), on peut facilement montrer qu'il existe une politique optimale déterministe et stationnaire. Seules des politiques déterministes stationnaires sont considérées dans le reste de cette étude.

3.3 Politique optimale

La fonction de coût actualisé $J(s, \alpha)$ peut être représentée par l'équation suivante (voir [MOU03]) :

$$J(s, \alpha) = E \left[\int_0^T e^{-\beta t} g(s(t)) dt + \int_T^\infty e^{-\beta t} g(s(t)) dt \right] \quad (3.3)$$

où T est le temps du prochain événement, donné par une variable aléatoire avec une distribution exponentielle de taux Φ , qui représente la somme de tous les événements possibles (c'est-à-dire que $T = \text{Expo.}(\Phi)$) dépendant de s, α et de la décision de commande de production.

Nous supposons que $t' = t - T, \Rightarrow t = T + t'$ et cela nous donnera donc :

$$J(s, \alpha) = E \left[\int_0^T e^{-\beta t} g(s(t)) dt + \int_0^\infty e^{-\beta (T+t')} g(s(T+t')) dt' \right] \quad (3.3a)$$

ce qui donnera :

$$J(s, \alpha) = E \left[\int_0^T e^{-\beta t} g(s(t)) dt \right] + E \left[e^{-\beta T} \int_0^\infty e^{-\beta t'} g(s(T+t')) dt' \right] \quad (3.3b)$$

et alors :

$$J(s, \alpha) = E \left[\int_0^T e^{-\beta t} g(s(t)) dt \right] + E \left[e^{-\beta T} \right] E \left[\int_0^\infty e^{-\beta t'} g(s'(t')) dt' \mid \alpha'(0) = \alpha(T), s'(0) = s(T) \right] \quad (3.4)$$

où, grâce aux propriétés du processus markovien, la trajectoire d'état $(\alpha'(t'), s'(t')) = (\alpha(t' + T), s(t' + T))$ pour $t' \geq 0$ est indépendante de T et $(\alpha'(\cdot), s'(\cdot))$ représente l'état du système à partir de l'instant t' .

On peut montrer que :

$$E \left[\int_0^T e^{-\beta t} dt \right] = \frac{1}{\beta + \Phi} \quad (3.5a)$$

$$E \left[e^{-\beta T} \right] = \frac{\Phi}{\Phi + \beta} \quad (3.5b)$$

Par conséquent, en substituant les équations (3.5a), (3.5b) dans l'équation (3.4), nous obtenons l'équation suivante :

$$J(s, \alpha) = g(s) \frac{1}{\beta + \Phi} + \frac{\Phi}{\Phi + \beta} E \left[\int_0^\infty e^{-\beta t'} g(s'(t')) dt' \mid \alpha'(0) = \alpha(T), s'(0) = s(T) \right] \quad (3.6)$$

Puis, nous considérons deux cas différents :

Cas (A) : la machine est en panne,

Cas (B) : la machine est en état de marche.

A) *La machine est en panne* ($\alpha = 0$)

Dans ce cas nous avons deux événements possibles :

- Réparation de la machine avec un taux μ , c'est-à-dire un passage de l'état de panne à l'état de marche.
- Arrivée de la demande avec un taux D , c'est-à-dire que le nombre de produits dans le stock diminue de un.

Ainsi le temps du prochain événement sera une variable aléatoire de distribution exponentielle avec un taux de $(\mu + D)$ et le prochain événement sera une réparation, une demande avec, respectivement, la probabilité $\mu / (\mu + D)$, $D / (\mu + D)$. À partir de l'équation (3.6), la fonction de coût est alors donnée par :

$$J(s, 0) = \frac{g(s) + \mu J(s, 1) + D J(s - 1, 0)}{\mu + D + \beta} \quad (3.7)$$

B) *Machine en état de marche* ($\alpha = 1$)

Dans ce cas, nous calculons :

- le coût actualisé à long terme $Q^1(s, 1)$ quand nous décidons de produire, et

- le coût actualisé à long terme $Q^0(s, 1)$ quand nous décidons de ne pas produire,

La valeur la plus petite entre les deux coûts $Q^1(s, 1)$ et $Q^0(s, 1)$ détermine si on produit et la fonction de coût optimale est donnée par :

$$J(s, 1) = \min \{ Q^0(s, 1), Q^1(s, 1) \} \quad (3.8)$$

B.1) Avec la décision de production ($U(s, \alpha) = 1$)

Dans ce cas, trois événements sont possibles :

- Panne de la machine avec un taux λ , c'est-à-dire un passage de l'état de marche à l'état de panne.
- Arrivée de la demande avec un taux D , c'est-à-dire que le nombre de produits dans le stock diminue de un.
- Fin de la production avec un taux p , c'est-à-dire que le nombre de produits dans le stock augmente de un.

Ainsi le temps du prochain événement sera une variable aléatoire de distribution exponentielle avec un taux de $\lambda + D + p$ et le prochain événement sera une panne, une demande, une production avec, respectivement, la probabilité $\lambda / (\lambda + D + p)$, $D / (\lambda + D + p)$, $p / (\lambda + D + p)$. Le coût est alors donné par l'équation suivante :

$$Q^1(s, 1) = \frac{g(s) + \lambda J(s, 0) + D J(s-1, 1) + p J(s+1, 1)}{\lambda + D + p + \beta} \quad (3.9)$$

B.2) Aucune décision de production ($U(s, \alpha) = 0$)

Dans ce cas, les événements possibles sont comme suit :

- Panne de la machine avec un taux λ , c'est-à-dire un passage de l'état de marche à l'état de panne.
- Arrivée de la demande avec un taux D , c'est-à-dire que le nombre de produits dans le stock diminue de un.
- Nous supposons que la fin de production est une production fictive avec un taux p , qui ne change pas les résultats mais simplifie la comparaison entre les deux coûts.

Ainsi le temps du prochain événement sera une variable aléatoire exponentielle avec un taux de $\lambda + D + p$ et le prochain événement sera une panne, une demande, une production fictive avec, respectivement, la probabilité $\lambda / (\lambda + D + p)$, $D / (\lambda + D + p)$, $p / (\lambda + D + p)$. Par conséquent, le coût est donné par l'équation suivante :

$$Q^0(s, 1) = \frac{g(s) + \lambda J(s, 0) + D J(s-1, 1) + p J(s, 1)}{\lambda + D + p + \beta} \quad (3.10)$$

3.4 Propriétés de la politique optimale

Selon [PUT94], la fonction de coût et la politique optimal peuvent être déterminées de manière itérative par les équations suivantes (voir [MOU03]) :

$$J^{k+1}(s, 0) = \frac{g(s) + \mu J^k(s, 1) + D J^k(s-1, 0)}{\mu + D + \beta} \quad (3.11)$$

$$J^{k+1}(s, 1) = \min \{Q^{0,k+1}(s, 1), Q^{1,k+1}(s, 1)\} \quad (3.12)$$

$$Q^{1,k+1}(s, 1) = \frac{g(s) + \lambda J^k(s, 0) + D J^k(s-1, 1) + p J^k(s+1, 1)}{\lambda + D + p + \beta} \quad (3.13)$$

$$Q^{0,k+1}(s, 1) = \frac{g(s) + \lambda J^k(s, 0) + D J^k(s-1, 1) + p J^k(s, 1)}{\lambda + D + p + \beta} \quad (3.14)$$

avec $J^0(s, \alpha) = 0$ pour tous s et α .

Lemme 3.1 : La fonction de coût J est strictement décroissante pour $s \leq 0$, c'est-à-dire que $J(s-1, \alpha) > J(s, \alpha) \forall s \leq 0$ (Fig. 3.2).

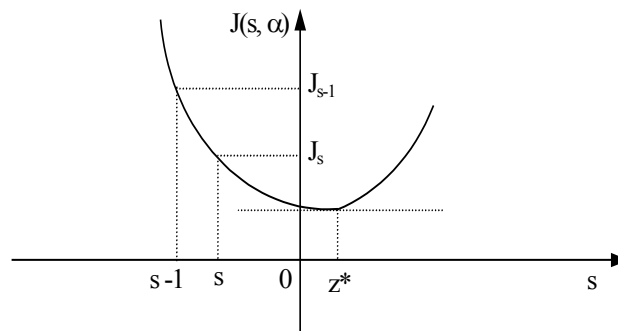


Fig. 3.2 – Fonction de coût

Preuve du Lemme 3.1 : La preuve est basée sur la récurrence ou l'itération. Le Lemme 3.1 est clairement vrai pour $k = 1$.

Supposons que :

$$J^k(s-1, \alpha) > J^k(s, \alpha) \quad \forall s \leq 0$$

Alors, nous prouvons que $J^{k+1}(s-1, \alpha) > J^{k+1}(s, \alpha) \quad \forall s \leq 0$ à partir de l'hypothèse 3.1,

- Pour $s \leq 0$, le coût $J^{k+1}(s, 0)$ diminue d'une manière stricte lorsque s augmente.
- Pour $s \leq -1$, les coûts $Q^{1,k+1}(s, 1)$ et $Q^{0,k+1}(s, 1)$ diminuent strictement lorsque s augmente. Donc le coût $J(s, \alpha)$ diminue strictement lorsque s augmente.
- Pour $s = 0$ il existe deux possibilités :
 1. Nous décidons de ne pas produire, c'est-à-dire que $U(0, 1) = 0$.

$$\text{Par conséquent, } Q^{0,k+1}(s-1, 1) > Q^{0,k+1}(s, 1)$$

qui donne le résultat suivant :

$$J(0, 1) < J(-1, 1) \tag{3.15}$$

2. Nous décidons de produire, c'est-à-dire que $U(0, 1) = 1$.

Alors :

$$\left. \begin{array}{l} Q^{0,k+1}(0, 1) \geq Q^{1,k+1}(0, 1) \\ Q^{0,k+1}(0, 1) < Q^{1,k+1}(-1, 1) \end{array} \right\} \Rightarrow Q^{1,k+1}(0, 1) < Q^{1,k+1}(-1, 1)$$

Puisque $Q^{0,k+1}(-1, 1) > Q^{0,k+1}(0, 1)$, alors

$$Q^{0,k+1}(-1, 1) > Q^{1,k+1}(0, 1) \text{ et}$$

$$J(0, 1) < J(-1, 1) \tag{3.16}$$

C.Q.F.D.

Lemme 3.2 : La fonction de coût $J(s, \alpha)$ est convexe par rapport à $s \quad \forall \alpha$.

Preuve du lemme 3.2 (basée sur la récurrence) :

- Premièrement, nous avons $J^0(s, \alpha) = 0$ qui est convexe.
- Puis, nous supposons que la fonction de coût est convexe pour k .
- $J^{k+1}(s, 0)$ est convexe. En effet, c'est la combinaison positive des fonctions convexes $g(s)$, $J^k(s, 1)$ et $J^k(s-1, 0)$.
- En conclusion, nous devons montrer que $J^{k+1}(s, 1)$ est convexe.

Notons que :

$$h(s) = \min \{ J^k(s, 1), J^k(s+1, 1) \}$$

et

$$z_k = \arg \min_s J^k(s, 1), \text{ le point de séparation.}$$

Puis,

$$J^{k+1}(s, 1) = \frac{g(s) + \mu J^k(s, 0) + d J^k(s-1, 1) + p h(s)}{\lambda + d + p + \beta}$$

Ainsi :

- Pour $s < z_k$, $h(s) = J^k(s+1, 1)$. Donc, la fonction de coût est convexe.
- Pour $s > z_k$, $h(s) = J^k(s, 1)$. Donc, la fonction de coût est convexe.

Nous devons montrer que le $h(z_k)$ est convexe, c'est-à-dire,

$$h(z_k + 1) + h(z_k - 1) \geq 2h(z_k)$$

Nous avons :

$$h(z_k) = J^k(z_k, 1),$$

$$h(z_k - 1) = J^k(z_k, 1),$$

$$h(z_k + 1) = J^k(z_k + 1, 1) \geq J^k(z_k, 1),$$

qui donne le résultat :

$$J^k(z_k + 1, 1) + J^k(z_k, 1) \geq 2J^k(z_k, 1) \quad (3.17)$$

donc :

$$h(z_k + 1) + h(z_k - 1) \geq 2h(z_k) \quad (3.18)$$

Par conséquent, la condition de convexité pour $h(s)$ est réalisée donc $J^{k+1}(s, 1)$ est convexe par rapport à s .

En outre, $J(s, \alpha)$ est convexe car

$$J(s, \alpha) = \lim_{k+1 \rightarrow \infty} J^{k+1}(s, \alpha)$$

C.Q.F.D.

Selon les deux lemmes précédents nous notons qu'il existe un nombre entier fini z^* tel que $z^* = \arg \min_s J^k(s, 1)$ parce que $\lim_{s \rightarrow \pm\infty} J(s, 1) = +\infty$

Combinant ces résultats avec les équations (3.8), (3.9) et (3.10) :

$$J(s, 1) = \begin{cases} Q^1(s, 1) & \forall s < z^* \\ Q^0(s, 1) & \forall s \geq z^* \end{cases} \quad (3.19)$$

Par conséquent :

$$U(s, 1) = \begin{cases} 1 & \text{si } s < z^* \\ 0 & \text{si } s \geq z^* \end{cases} \quad (3.20)$$

Remarque : La convexité stricte n'est pas nécessaire en raison de la forme de la commande optimale dans le cas discret. Cette commande optimale est décrite par l'équation (3.20).

Autrement dit, nous produisons si et seulement si le nombre de produits dans le stock est inférieur au point de séparation.

Théorème 3.1 : Le point de séparation a une valeur non négative, c'est-à-dire, $z^* \geq 0$.

Preuve du Théorème 3.1 : La preuve est réalisée par contradiction en utilisant l'analyse de la trajectoire. Supposons que $z^* < 0$. Nous considérons deux politiques (voir [MOU03]) :

1. Nous ne produisons pas pour une valeur négative du point de séparation, c'est-à-dire, $U(z^*, 1) = 0$,

2. Nous produisons si et seulement si le nombre de produits dans le stock est plus petit ou égal à (-1), c'est-à-dire,

$$U^2(s^{(2)}, 1) = \begin{cases} 1 & \text{si } s^{(2)} \leq -1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

À partir d'un état initial $(z^*, 1)$, soient $s^{(1)}(t)$ et $s^{(2)}(t)$ les trajectoires du stock correspondant obtenues en appliquant respectivement U^1 et U^2 . On peut facilement montrer que $s^{(1)}(t) \leq s^{(2)}(t) \leq 0$. Ceci implique que $g(s^{(1)}(t)) \geq g(s^{(2)}(t))$ pour tous t et $g(s^{(1)}(t)) > g(s^{(2)}(t))$ entre l'achèvement de la première pièce sous U^1 et celui sous U^2 . Par conséquent, $J^{U^1}(z^*, 1) > J^{U^2}(z^*, 1)$, ce qui contredit la définition de z^* et prouve que $z^* \geq 0$.

C.Q.F.D.

3.5 Résultats numériques

Considérons un exemple numérique qui se compose d'une machine produisant une pièce comme il est considéré dans [AKE86], mais pour un modèle à flux discret d'un système de production. Les données utilisées dans la simulation sont données dans le Tableau 3.1 avec :

- c^- : coût de pénurie,
- c^+ : coût de sur-stockage,
- β : facteur d'actualisation,
- λ : taux de panne ($\lambda = 1/MTBF$; $MTBF$: moyenne des temps de bon fonctionnement),
- μ : taux de réparation ($\mu = 1/MTTR$; $MTTR$: moyenne des temps de réparation),
- p : taux de production,
- D : taux de la demande.

c^- (unité monétaire)	c^+ (unité monétaire)	β	λ 1/unité de temps	μ 1/unité de temps	p (pièce/unité de temps)	D (pièce/unité de temps)
250	5	0.5	0.01	0.05	1	0.8

Tableau 3.1 – Données de simulation pour le cas d'une machine

Un programme en langage C a été développé pour trouver les résultats pour le cas à flux discrets. Les résultats sont tracés dans la Fig. 3.3.

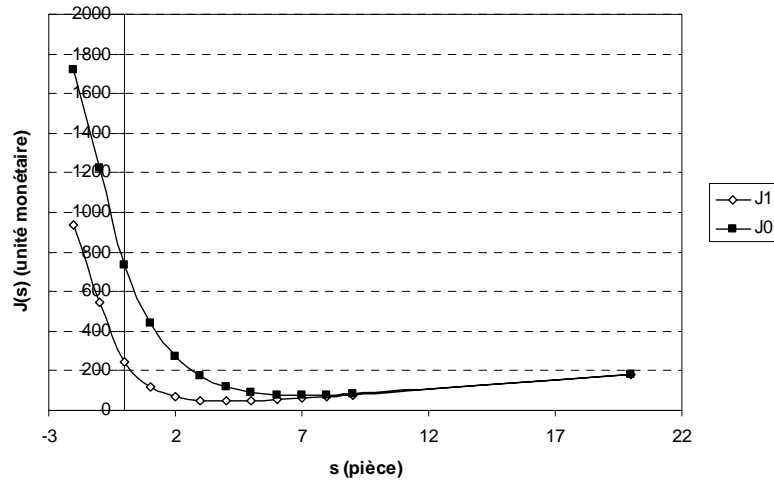


Fig. 3.3 – Fonction de coût pour le système à flux discrets et pannes TDF

Les résultats de la simulation pour le cas à flux continus, qui sont dérivés des équations présentées dans [AKE86], sont tracés dans la Fig. 3.4.

Dans la Fig. 3.3 la courbe J^1 présente l'évolution de la fonction de coût quand la machine est en état de marche avec $\alpha = 1$ tandis que, J^0 présente la même évaluation quand la machine est en panne avec $\alpha = 0$. Nous constatons que le point de séparation est égal à quatre pour la courbe J^1 , et, J^0 atteint son minimum à $s = 7$ pièces.

En substituant nos données de simulation dans l'équation de la fonction de coût obtenue dans [AKE86], nous constatons que le point de séparation est égal à zéro et J^0 atteint son minimum à $s = 6$ pièces. Ces résultats sont donnés dans la Fig. 3.4.

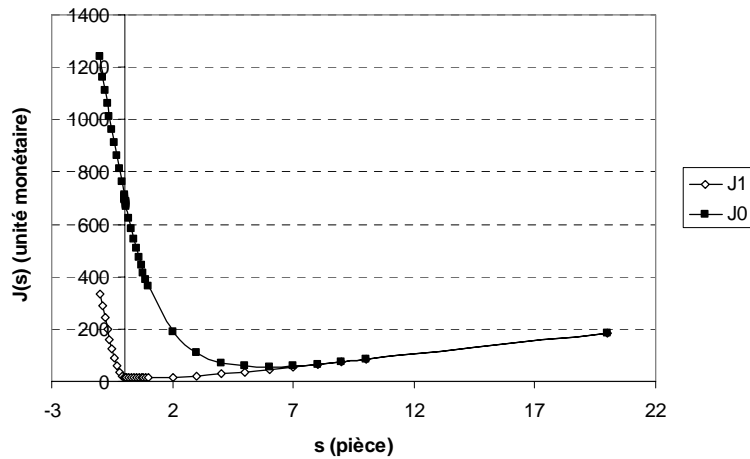


Fig. 3.4 – Fonction de coût pour le système à flux continus

Nous remarquons que la valeur du point de séparation pour un système à flux discrets est plus grand que celle donnée dans le cas à flux continus. Bien que la politique du point de séparation soit optimale pour les deux cas à flux discrets et à flux continus, la valeur exacte du point de séparation diffère. Ceci implique que les politiques optimales obtenues pour le modèle à flux continus doivent être adaptée pour être appliquées aux modèles à flux discrets.

Ensuite, dans chaque simulation nous varions seulement un paramètre du Tableau 3.1 et nous obtenons les résultats suivants pour notre modèle, à savoir le modèle à flux discrets :

λ (1/unité de temps)	J^1		J^0	
	z^* (pièce)	Coût minimal (unité monétaire)	Nombre de produits dans le stock (pièce)	Coût minimal (unité monétaire)
0.01	4	47.75	7	74.58
0.02	4	50.18	7	74.75
0.03	5	52.43	7	74.91
0.04	5	53.80	7	75.04
0.05	5	55.10	7	75.17
$\beta = 0.5, \mu = 0.05, c^+ = 5, c^- = 250, p = 1, D = 0.8$				

Tableau 3.2 – Résultats de simulation quand λ varie pour le cas TDF

μ (1/unité de temps)	J^1		J^0	
	z^* (pièce)	Coût minimal (unité monétaire)	Nombre de produits dans le stock (pièce)	Coût minimal (unité monétaire)
0.06	4	47.65	7	73.55
0.07	4	47.56	7	72.59
0.08	4	47.48	7	71.71
0.09	4	47.40	7	70.89
0.1	4	47.32	7	70.14
$\beta = 0.5, \lambda = 0.01, c^+ = 5, c^- = 250, p = 1, D = 0.8$				

Tableau 3.3 – Résultats de simulation quand μ varie pour le cas TDF

À partir des Tableaux 3.3 et 3.4, nous constatons que lorsque le taux de panne augmente, les fonctions de coût J^1 et J^0 augmentent légèrement. En fait, le nombre de pannes est plus important et alors on a besoin d'avoir un nombre important de pièces dans le stock pour limiter le blocage. Nous avons les mêmes résultats quand le taux de réparation est petit.

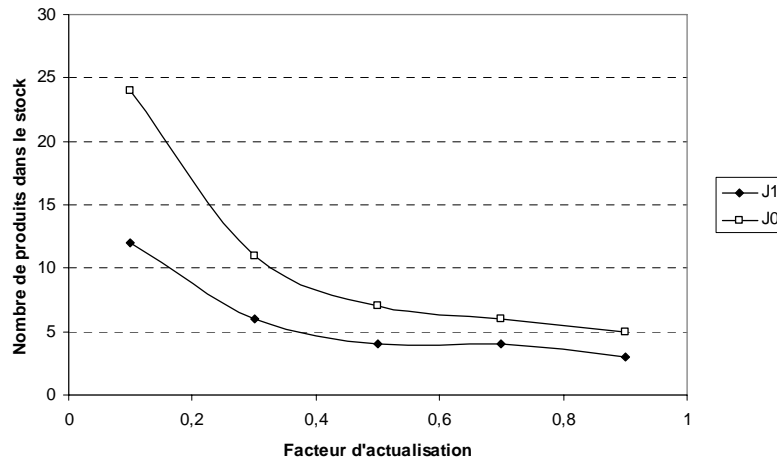


Fig. 3.5 – Nombre de produits dans le stock en fonction du facteur d'actualisation pour le cas TDF

À partir des Fig. 3.5, nous remarquons que plus le facteur d'actualisation est grand, plus le nombre de produits dans le stock diminue pour les deux fonctions de coût J^1 et J^0 .

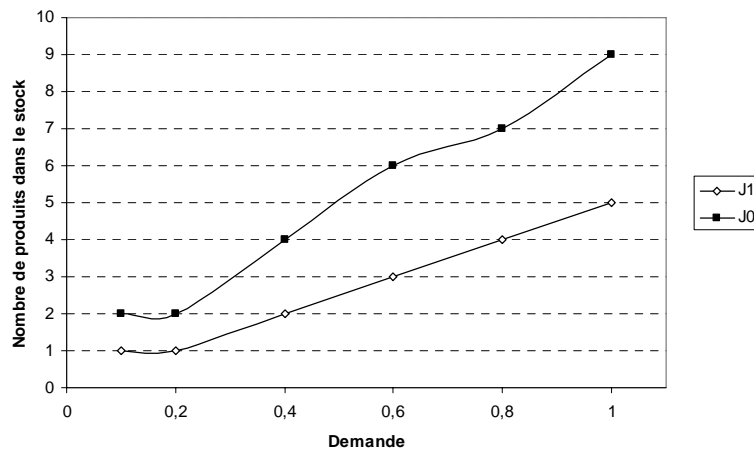


Fig. 3.6 – Nombre de produits dans le stock en fonction de la demande pour le cas TDF

À partir des Fig.3.6, nous notons que plus la demande est importante, plus le nombre optimal de produits dans le stock est important pour satisfaire cette demande, spécialement pour la fonction de coût J^0 .

Enfin, nous constatons pour tous les cas que le nombre de produits dans le stock pour J^1 est plus petit que pour J^0 .

3.6 Politique optimale dans le cas de pannes dépendantes des opérations (ODF)

Dans ce cas les machines sont sujettes aux pannes dépendantes des opérations ce qui signifie qu'une machine ne peut tomber en panne que lorsqu'elle travaille sur une pièce. Dans cette section, nous donnons les équations d'optimalité et présentons des résultats numériques. L'optimalité de la politique du point de séparation est observée mais sa preuve formelle reste ouverte.

La fonction de coût $J(s, \alpha)$ peut être définie comme dans les équations (3.3) -(3.6) qui sont utilisées dans la section 3.3.

Ensuite, nous considérons deux cas selon l'état de machine :

Cas (A) : la machine est en panne,

Cas (B) : la machine est en état de marche.

A) La machine est en panne ($\alpha = 0$)

Dans ce cas la fonction de coût est alors donnée par :

$$J(s, 0) = \frac{1}{\Phi + \beta} g(s) + \frac{1}{\Phi + \beta} \{(\lambda + p)J(s, 0) + \mu J(s, 1) + d J(s - 1, 0)\} \quad (3.21)$$

B) La machine est en état de marche ($\alpha = 1$)

Dans ce cas, nous calculons :

- le coût actualisé à long terme $Q^1(s, 1)$ quand nous décidons de produire, et
- le coût actualisé à long terme $Q^0(s, 1)$ quand nous décidons de ne pas produire,

La valeur la plus petite entre les deux coûts $Q^1(s, 1)$ et $Q^0(s, 1)$ détermine si on produit et la fonction de coût optimale est donnée par l'équation (3.8).

B.1) Avec la décision de production ($U(s, \alpha) = 1$)

Dans ce cas la fonction de coût est alors donnée par :

$$Q^1(s, 1) = \frac{1}{\Phi + \beta} g(s) + \frac{1}{\Phi + \beta} \{\lambda J(s, 0) + p J(s + 1, 1) + \mu J(s, 1) + d J(s - 1, 1)\} \quad (3.22)$$

B.2) Aucune décision de production ($U(s, \alpha) = 0$)

Dans ce cas la fonction de coût est alors donné par :

$$Q^0(s, 1) = \frac{1}{\Phi + \beta} g(s) + \frac{1}{\Phi + \beta} \{(\lambda + p + \mu) J(s, 1) + d J(s - 1, 1)\} \quad (3.23)$$

L'équation (3.8) peut être donnée par :

$$J(s,1) = \frac{1}{\Phi + \beta} g(s) + \frac{\mu J(s,1) + d J(s-1,1)}{\Phi + \beta} + \frac{\min\{\lambda J(s,0) + p J(s+1,1); (\lambda + p)J(s,1)\}}{\Phi + \beta} \quad (3.24)$$

3.6.1 Résultats numériques

Nous considérons le même exemple et les mêmes paramètres que ceux utilisés dans la section 3.5. Le coût en fonction de nombre de pièces dans le stock et de l'état de marche de la machine est tracé dans la Fig. 3.7 où la courbe J^1 présente l'évolution de la fonction de coût quand la machine est en état de marche avec $\alpha = 1$ tandis que, J^0 présente la même évolution quand la machine est en panne avec $\alpha = 0$.

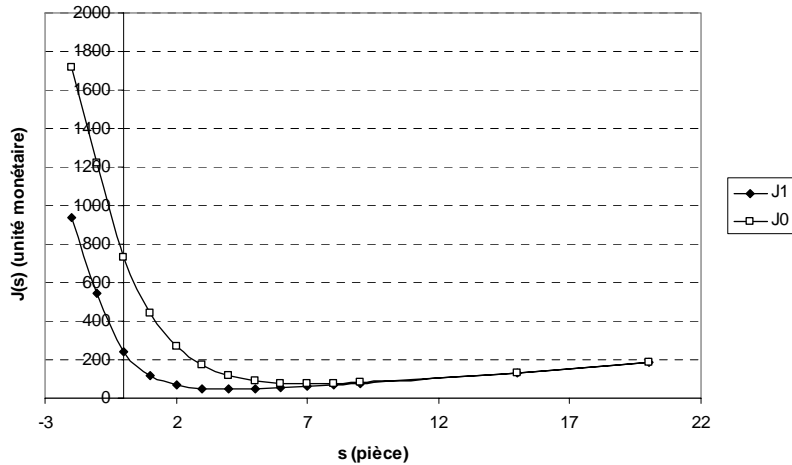


Fig. 3.7 – Fonction de coût pour le système à flux discrets et pannes ODF

Nous constatons également comme pour le cas de pannes *TDF* que le point de séparation est égal à quatre pour la courbe J^1 , et, J^0 atteint son minimum à $s = 7$ pièces.

Ensuite, nous suivons la même procédure que celle utilisée dans la section 3.5 et dans chaque simulation nous varions seulement un paramètre du Tableau 3.1 et nous obtenons les résultats suivants :

$(z^*(J^1))$ n'est pas le hedging point. Pour voir si la politique de hedging point est optimale, il faut calculer

$$h(s) = \lambda J(s,0) + p J(s+1,1) - (\lambda + p)J(s,1)$$

et vérifier si $h(s)$ est croissant. Si $h(s)$ est croissant, la politique optimale est une politique de hedging point et le hedging point z^* est tel que $h(z^*) \geq 0$ et $h(z^*) < 0$.

λ (1/unité de temps)	J^1		J^0	
	z^* (pièce)	Coût minimal (unité monétaire)	Nombre de produits dans le stock (pièce)	Coût minimal (unité monétaire)
0.01	4	46.92	7	74.53
0.02	4	48.58	7	74.64
0.03	5	50.11	7	74.75
0.04	5	51.07	7	74.86
0.05	5	51.99	7	74.96
$\beta = 0.5, \mu = 0.05, c^+ = 5, c^- = 250, p = 1, D = 0.8$				

Tableau 3.4 – Résultats de simulation quand λ varie pour le cas ODF

À partir du Tableaux 3.4, nous constatons que lorsque le taux de panne augmente, les fonctions de coût J^1 et J^0 augmentent légèrement. En fait, le nombre de pannes est plus important et alors on a besoin d'avoir un nombre important de pièces dans le stock pour limiter le blocage. Nous avons les mêmes résultats quand le taux de réparation est petit (voir Tableau 3.5).

μ (1/unité de temps)	J^1		J^0	
	z^* (pièce)	Coût minimal (unité monétaire)	Nombre de produits dans le stock (pièce)	Coût minimal (unité monétaire)
0.06	4	46.87	7	73.49
0.07	4	46.81	7	72.52
0.08	4	46.76	7	71.64
0.09	4	46.72	7	70.82
0.1	4	46.67	7	70.06
$\beta = 0.5, \lambda = 0.01, c^+ = 5, c^- = 250, p = 1, D = 0.8$				

Tableau 3.5 – Résultats de simulation quand μ varie pour le cas ODF

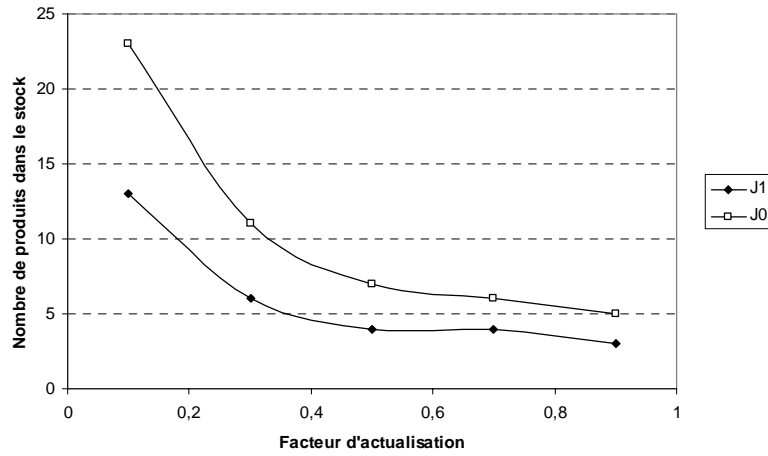


Fig. 3.8 – Nombre de produits dans le stock en fonction du facteur d'actualisation pour le cas ODF

À partir de la Fig. 3.8, nous remarquons comme pour le cas *TDF* que plus le facteur d'actualisation est grand, plus le nombre de produits dans le stock est petit pour les deux fonctions de coût J^1 et J^0 .

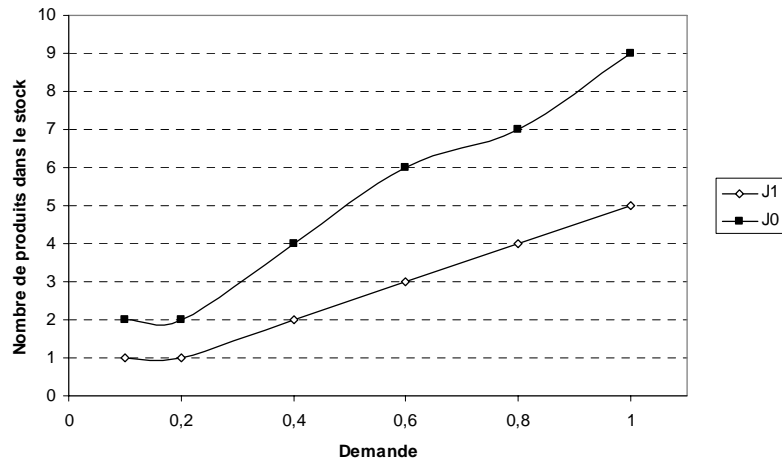


Fig. 3.9 – Nombre de produits dans le stock en fonction de la demande pour le cas ODF

À partir de la Fig.3.9, nous notons comme pour le cas *TDF* que plus la demande est importante, plus le nombre optimal de produits dans le stock est important pour satisfaire cette demande.

3.6 Conclusions

Nous avons considéré un modèle à flux discrets d'un système de production constitué d'une machine caractérisée par deux états et produisant un seul type de produits. La machine est sujette aux pannes dépendantes du temps. Toutes les variables aléatoires sont exponentiellement distribuées. Nous avons supposé que la fabrication d'un produit devait recommencer à chaque occurrence d'un événement. En raison du choix de la distribution exponentielle et de la forme optimale de politique, cette hypothèse n'est pas restrictive.

Basé sur le principe d'itération et les méthodes d'analyse de la trajectoire, nous avons prouvé la convexité de la fonction de coût, l'optimalité de la politique du point de séparation et le non-négativité de ce point de séparation.

Par simulation nous avons évalué la valeur du point de séparation pour les deux cas de pannes *TDF* et *ODF* et étudié l'évolution de ce point de séparation selon les différentes variables représentant le système (le facteur d'actualisation β , la demande D , le moyen de temps de bon fonctionnement *MTBF* et le moyen de temps de réparation *MTTR*). Nous avons constaté que les points de séparation pour le deux cas de pannes *TDF* et *ODF* sont identiques.

Comme perspective à notre travail, il serait intéressant de traiter le cas du modèle à flux discrets avec des machines sujettes à des pannes dépendantes des opérations (cas non traité dans la littérature car beaucoup plus complexe) et déterminer analytiquement la valeur exacte du point de séparation, comme réalisé par R. Akella et P. R. Kumar [AKE86] dans le cas du modèle à flux continu avec des pannes dépendantes du temps, dans tous les autres cas de figures (pannes dépendantes des opérations et flux continu ou flux discrets et pannes dépendantes du temps et flux discrets).

De plus, il serait important de déterminer si la politique du point de séparation (hedging point) dans le cas du modèle à flux continu pourrait être appliquée dans celui à flux discrets et ses conditions d'application. En outre, il serait de grand intérêt d'étendre nos résultats avec d'autres distributions des variables stochastiques. En conclusion, nous étudierions le cas de systèmes complexes où les machines sont sujettes aux pannes dépendantes des opérations ou pannes dépendantes du temps.

CHAPITRE 4

Modèles à flux continu avec délais

Dans ce quatrième chapitre nous proposons un modèle à flux continu avec délai pour la modélisation des lignes de transfert avec délais de transport. Nous utilisons un modèle RdP pour modéliser explicitement les délais, et nous développons un algorithme basé sur ce modèle RdP pour l'évaluation des performances. Nous étudions ensuite l'impact des délais sur la productivité de la ligne de transfert. Enfin, nous présentons les différents modèles RdP utilisés pour la modélisation des différentes politiques de commande.

CHAPITRE 4

Modèles à flux continus avec délais

4.1 Introduction

Divers critères sont utilisés pour la conduite des systèmes de production. Au niveau stratégique, ces critères sont généralement basés sur des objectifs concernant l'ensemble de l'organisation et à long terme. Pour des décisions tactiques et opérationnelles, ces objectifs généraux sont traduits en indicateurs de performance à terme plus court et au niveau des ateliers/usines. Des objectifs sont souvent associés à ces mesures de performance pour que les managers et le personnel les suivent durant la réalisation. Les mesures de performance dans le contexte de fabrication incluent la productivité, le niveau des en-cours, le temps moyen de cycle, la flexibilité du système de production, la réponse au client et la qualité du produit (voir chapitre 1).

Cette étude se concentre sur l'analyse des performances des lignes de transfert sous différentes politiques de pilotage. Nous trouvons dans [BUZ92] et [DAL92] une riche littérature sur l'évaluation des performances des lignes de production. Deux types de modèles sont considérés dans la littérature : modèles à flux continus et modèles à flux discrets (voir chapitre 1).

Les modèles à flux continus ont été largement utilisés pour l'analyse des performances des lignes de transfert (voir [DAL92], [DAV90], [KRO00], [SUR94], [XIE93]). Plusieurs modèles à flux continus avec des pannes dépendantes du temps (une machine peut tomber en panne même si elle ne travaille pas sur une pièce) ont été proposés pour le pilotage optimal des flux des systèmes de production soumis aux pannes en utilisant soit des techniques de commande optimale ou bien des techniques de processus stochastiques (voir [AKE86], [KIM83], [SON01], [TAN02], [XIE02a]).

Bien que les modèles à flux continus permettent de réduire la complexité inhérente à la modélisation traditionnelle des flux discrets, les modèles à flux continus existants négligent certaines caractéristiques importantes des systèmes de production tels que les délais de production et les délais de transport. Beaucoup de processus de production ont un retard significatif dans le flux des matières, tel que les retards qui se produisent dans le transport, dans des processus de diffusion de la fabrication microélectronique, dans des processus de séchage et de contrôle. Ces retards ont un impact important sur les mesures des performances telles que le temps de réponse au client et le niveau des en-cours que nous allons détailler par la suite. Malheureusement, la majorité des modèles à flux continus ne tiennent pas compte de ces retards et les flux circulent instantanément d'un point à un autre point.

Une exception est le travail de van Ryzin, Lou et Gershwin [VAN91], qui ont explicitement considéré l'impact des délais sur la commande optimale de flux dans des ateliers à flots (flow shop) soumis à pannes afin de minimiser le coût actualisé et le coût moyen sur un horizon infini. Ils en ont déduit une politique de commande des flux. Plus précisément, l'approche de J. Kimemia et S. B. Gershwin [KIM83] pour la commande de flux des ateliers à tâches (job shops) sujets aux pannes est étendue aux systèmes avec un grand temps opératoire (c'est-à-dire des délais) où les temps opératoires ne sont pas négligeables. Dans le modèle de commande des flux, les délais sont représentés directement dans les équations différentielles. La commande optimale est déterminée en utilisant la technique d'approximation du délai proposée par I. M. Repin [REP65], R. A. Hess [HES72] et R. A. Hess et J. G. Hyde [HES73] pour déterminer des commandes optimales pour les systèmes linéaires et quadratiques avec délai.

Dans cette étude, nous étendons le modèle de G. J. van Ryzin, S.X.C. Lou et S. B. Gershwin [VAN91] et proposons un modèle RdP continu avec délais pour la modélisation des performances et l'optimisation des lignes de transfert. Le nouveau modèle garde la simplicité des modèles à flux continus. Ceci contraste avec d'autres modélisations alternatives telles que les modèles à événements discrets et les modèles des systèmes hybrides ayant des comportements dynamiques plus complexes et donc plus difficiles à évaluer et optimiser.

Dans ce chapitre nous présentons d'abord un modèle RdP continu avec délai pour la modélisation des lignes de transfert avec retard. Nous étudions l'impact du délai sur la

productivité. Enfin, nous nous intéressons à la modélisation de différentes politiques de pilotage.

4.2. Modélisation des lignes de transfert avec retard

4.2.1 Modèles à flux continus avec retard

Cette étude considère des modèles à flux continus d'une ligne de transfert produisant un seul type de produits et composée de N machines (M_1, M_2, \dots, M_N) séparées par $N-1$ stocks intermédiaires (B_1, B_2, \dots, B_{N-1}) d'une capacité finie $H_i, \forall i = 1, 2, \dots, N-1$ (voir Fig.1.1).

Les modèles à flux continus existants prennent en compte seulement les cadences des machines et les capacités des stocks, mais ne tiennent pas compte explicitement des délais. Pour un modèle à flux continus sans délai, les matières arrivent tout d'abord sur la machine M_1 , après entrent immédiatement dans le stock B_1 , ensuite sur la machine M_2 , et ainsi de suite jusqu'à la dernière machine M_N où elles quittent le système. Un modèle à flux continus est caractérisé par des variables réelles de commande $u_i(t) \in [0, U_i]$, où $i = 1, 2, \dots, N$, qui représentent le taux de production de la machine M_i à l'instant t avec un taux maximal U_i et par de variables réelles d'état $x_i(t) \in [0, H_i]$ qui représentent la quantité de matières dans le stock B_i à l'instant t avec H_i comme la capacité maximale de stockage. Alors :

$$\frac{dx_i(t)}{dt} = u_i(t) - u_{i+1}(t). \quad (4.1)$$

Conscients de l'importance des délais, G. J. Van Ryzin, S. X. C. Lou et S. B. Gershwin [VAN91] ont étendu les modèles à flux continus classiques pour tenir compte du délai. Ils ont considéré la commande optimale des flux d'un système sujet aux pannes et composé de deux machines avec un délai de transfert τ entre la première machine et son stock en aval (voir Fig. 4.1).

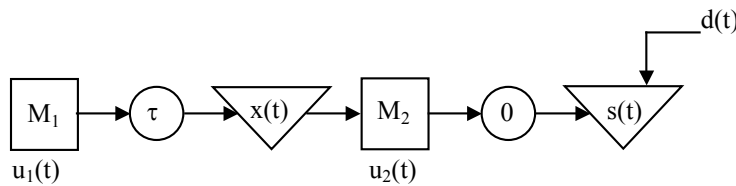


Fig. 4.1 – Modèle de G. J. Van Ryzin, S. X. C. Lou et S. B. Gershwin

La dynamique de ce système est décrite par les équations différentielles suivantes :

$$\frac{dx(t)}{dt} = u_1(t - \tau) - u_2(t) , \quad (4.2)$$

$$\frac{ds(t)}{dt} = u_2(t - 0) - d(t) . \quad (4.3)$$

où $d(t)$ représente le débit de la demande à l'instant t et $s(t)$ est le niveau du stock final à l'instant t .

Dans cette étude, nous étendons le modèle de [VAN91] aux lignes générales de transfert et proposons un nouveau modèle réseaux de Petri pour décrire la dynamique des flux et pour l'évaluation des performances.

Plus précisément, nous considérons une ligne de transfert sujette aux pannes et composée de N machines. Les matières arrivent dans le système, d'une manière continue et sans interruption, sur la première machine, après elles attendent une période appelée délai τ_1 pour le transfert des matières, avant l'arrivée dans le premier stock B_1 , puis la deuxième machine M_2 , et ensuite elles attendent une deuxième période appelée délai τ_2 avant l'arrivée dans le deuxième stock B_2 , et ainsi de suite jusqu'à la dernière machine, où elles quittent le système (voir Fig. 4.2).

Un délai est alors considéré entre une machine M_i et son stock en aval B_i . Cela signifie que les pièces produites sur M_i n'arrivent pas immédiatement dans le stock B_i . Ainsi, un délai se produit dans la livraison des pièces sur la machine en aval et ainsi de suite jusqu'à la dernière machine. Ces délais sont introduits pour représenter explicitement les temps de transport.

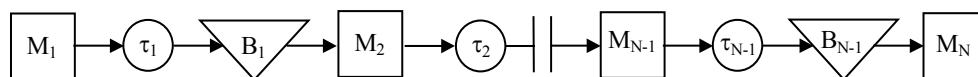


Fig. 4.2 – Ligne de transfert avec délais entre les machines et les stocks

Les machines sont sujettes à pannes. Soit $\alpha_i(t)$ l'état de la machine M_i à l'instant t avec $\alpha_i(t) = 1$ si M_i est en état de marche et $\alpha_i(t) = 0$ sinon. Les machines sont sujettes soit aux pannes dépendantes du temps (la machine peut tomber en panne même si elle ne travaille pas sur une pièce) soit aux pannes dépendantes des opérations (la machine ne tombe pas en panne

si elle ne travaille pas sur une pièce). Chaque machine peut être soit en état de marche ($\alpha_i(t) = 1$) soit en panne ($\alpha_i(t) = 0$). Quand elle est en état de marche, elle peut être soit en train de travailler ou affamée ou bloquée. Nous supposons que la première machine n'est jamais affamée et la dernière machine n'est jamais bloquée.

Lorsqu'une machine M_i est en état de marche, elle transfère des matières de son stock en amont B_{i-1} à son stock en aval B_i d'une manière continue avec un débit (ou cadence) $u_i(t)$; c'est-à-dire qu'une quantité de matières $u_i(t) dt$ est transférée durant le temps dt de B_{i-1} à B_i . Le débit $u_i(t)$ est contraint par le débit maximal de production de la machine, par son état, par la disponibilité des matières dans son stock d'entrée et par la capacité restante dans son stock de sortie. Le débit de production d'une machine M_i peut être :

- (a) nul lorsqu'elle est en panne ou elle est complètement affamée (aucun produit disponible dans son stock d'entrée) ou complètement bloquée,
- (b) égal à la capacité maximum de production U_i lorsqu'elle est en état de marche, le stock en amont n'est pas vide, et le stock en aval n'est pas rempli,
- (c) une cadence réduite de production $u_i(t)$ lorsque son stock d'entrée B_{i-1} est vide et le débit de flux arrivant dans B_{i-1} est plus petit que U_i ou bien lorsque son stock de sortie B_i est saturé et le débit de production de la machine M_{i+1} est plus petit que U_i .

Le temps de réparation est souvent utilisé pour caractériser la fiabilité d'une machine. Pour des machines dont les pannes sont de type pannes dépendantes des opérations et pour le modèle à flux continus dans lequel les taux de production peuvent être réduits, nous choisissons d'utiliser le volume de production (Operating Volumes to Failure) (VTF_i) afin de déterminer les temps de bon fonctionnement ou la durée de vie de la machine. La machine M_i tombe en panne lorsque sa production cumulée, depuis sa dernière réparation, atteint VTF_i (voir [SUR94]). Les temps de réparation et la durée de vie (TTR_i respectivement VTF_i) pour chaque machine M_i sont généralement distribués.

De plus, afin de garantir que la capacité H_i d'un stock B_i n'est jamais dépassée, nous supposons que la somme de toutes les matières en transit avant le stock B_i et dans le stock B_i est plus petite que H_i . D'autres politiques de pilotage seront considérées à la fin de ce chapitre.

4.2.2 Modèle RdP continu avec délais

Les réseaux de Petri ont été largement utilisés pour modéliser et analyser des systèmes industriels. Nous nous limitons ici aux réseaux de Petri continus (*RdPC*) (voir [DAV92]). Un *RdPC* contient des places et des transitions continues (des C-places et C-transition). Le marquage d'une C-place est représenté par un nombre réel. Le franchissement de C-transitions se produit sans interruption avec un certain taux de franchissement.

Afin de modéliser explicitement les délais, nous introduisons des T-transitions et appelons le modèle résultant par réseaux de Petri continus avec délais (*RdPC* avec délais). A chaque T-transition tr est associé un délai D_{tr} . Le flux d'entrée d'une T-transition sort de cette T-transition à l'instant $t + D_{tr}$. Il n'y a aucun taux maximal associé à cette T-transition. Comme dans un *RdPC* traditionnel, à chaque C-transition tr est associé un taux maximal de franchissement $U_{tr}(t)$ qui varie avec le temps selon l'état de panne de la transition. Fig.4.3 donne la représentation graphique des trois composants de base de *RdPC* avec délais dans lequel $I_{tr}(t)$ est le flux d'entrée de la transition tr à l'instant t et $O_{tr}(t)$ son flux de sortie (voir [MOU05a]).

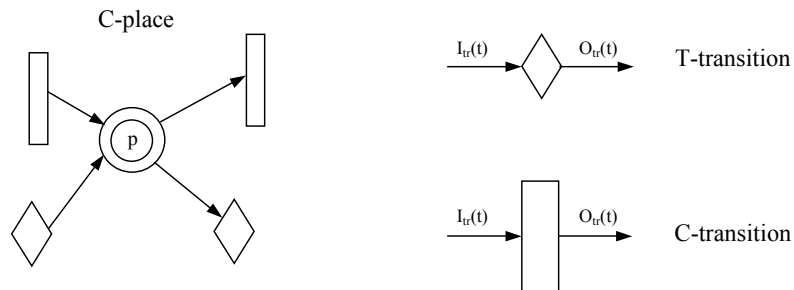


Fig.4.3 – Composants de base d'un *RdPC* avec délais

Les relations suivantes décrivent la dynamique du *RdPC* avec délais :

$$O_{tr}(t) = I_{tr}(t) = u_{tr}(t) \leq U_{tr}(t), \text{ pour toute C-transition } tr$$

$$O_{tr}(t) = I_{tr}(t + D_{tr}), \text{ pour toute T-transition } tr$$

$$\dot{M}_p(t) = \sum_{tr \in \bullet p} O_{tr}(t) - \sum_{tr \in p \bullet} I_{tr}(t) \geq 0, \text{ pour tout C-place}$$

où $\bullet p$ (respectivement $p \bullet$) dénote l'ensemble de transitions d'entrée (respectivement de sortie).

Le marquage, seul, n'est pas suffisant pour décrire l'état d'un *RdPC* avec délais. La connaissance des flux d'entrée des T-transitions est nécessaire pour décrire complètement l'état d'un *RdPC* avec délais. Par conséquent, le concept important de P-invariant reste applicable mais il devrait inclure non seulement le marquage des C-places mais également des matières en transit dans les T-transitions. La description complète de la dynamique d'un *RdPC* avec délais inclut la stratégie de résolution de conflits des C-places avec plus d'une transition de sortie.

4.2.3 Algorithme de simulation

Dans cette étude, nous nous limitons au modèle *RdPC* avec délais pour modéliser les lignes de transfert décrites dans la Section 4.2.1. Le modèle *RdPC* avec délais est illustré dans Fig. 4.4. Dans ce modèle, chaque C-place a seulement une transition entrée et une transition de sortie. Chaque C-transition représente le taux de production d'une machine. Chaque C-transition est soit en état de marche ou soit en panne et correspond dans ce cas à l'état de la machine correspondante.

Les notations suivantes seront utilisées pour caractériser la dynamique de la ligne de transfert (voir [MOU05a]) :

- τ_i : délai de transfert d'une machine M_i à son stock en aval B_i ,
- $\alpha_i(t)$: état de la machine M_i à l'instant t ,
- $u_i(t)$: taux de production de la machine M_i à l'instant t , qui a une valeur maximale constante U_i . Par conséquent, $u_i(t) \leq \alpha_i(t) \times U_i$,
- $ud_i(t)$: taux du flux entrant le stock B_i avec $ud_i(t) = u_i(t + \tau_i)$,
- $x_i(t)$: niveau du stock B_i à l'instant t ,
- $y_i(t)$: capacité restante du stock B_i à l'instant t ,
- $zz_i(t)$: flux des matériels attendant le transfert. Puisqu'il n'y a pas de contrainte de capacité pour les T-transitions, nous supposons que $zz_i(t) = 0$.

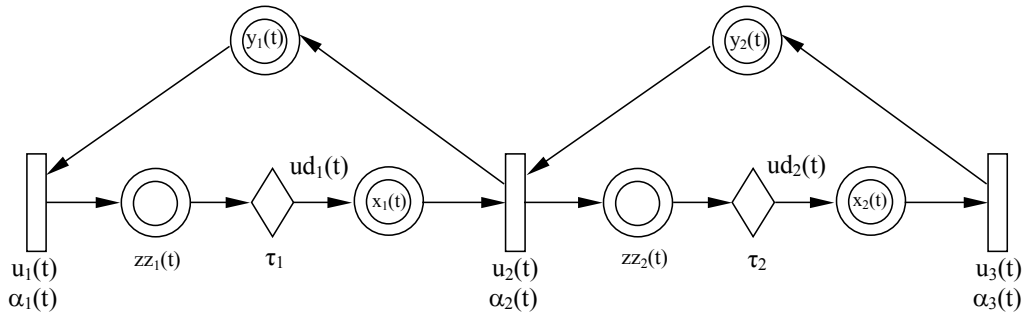


Fig. 4.4 – Le modèle RdPC avec délais d'une ligne de transfert de trois machines

Ainsi, chaque machine M_i est modélisée par une C-transition, qui représente le taux de production $u_i(t)$ de cette machine à l'instant t . Cette transition est franchissable si sa place d'entrée n'est pas vide. Le délai τ_i est représenté par une T-transition reliant une C-transition et sa C-place de sortie $x_i(t)$.

Chaque stock B_i est modélisé à l'aide de trois C-places : place $x_i(t)$, qui représente le niveau du stock à l'instant t , place $y_i(t)$, qui représente la capacité restante pour ce stock à l'instant t et $zz_i(t)$, qui représente le flux de matières qui attend le transfert. La capacité H_i du stock B_i est présentée par le « p-invariant » suivant :

$$x_i(t) + y_i(t) + \int_{t-\tau_i}^t u_i(s) ds = H_i, \text{ pour tout } i \text{ et pour tout } t$$

ce qui signifie que les matières totales dans le stock B_i et en transit avant le stock B_i sont plus petites que H_i . Rappelons que cette équation se tient lorsque $zz_i(t) = 0$ en utilisant l'hypothèse de la capacité infinie de T-transition.

Considérons maintenant les vitesses de franchissement des C-transitions. Comme dans les modèles des lignes de production, nous supposons que chaque machine produit à sa vitesse maximale permise sous les contraintes de sa capacité, de la disponibilité des matières et de la capacité restante du stock en aval. Plus spécifiquement,

$$u_{tr}(t) = \text{MIN} \left\{ U_{tr} \alpha_{tr}(t), \text{MIN}_{tr' \in \bullet\bullet tr \text{ ET } m_{(tr', tr)}(t) = 0} O_{tr'}(t) \right\} \quad (4.4)$$

impliquant que la vitesse de franchissement $u_{tr}(t)$ d'une C-transition tr est bornée par sa vitesse maximum de franchissement $\alpha_{tr}(t) U_{tr}$ et le flux d'entrée $O_{tr'}(t)$ des C-places vides (tr' , tr) se reliant tr' à tr , c'est-à-dire que le marquage de C-place $m_{(tr', tr)}(t) = 0$. Le développement de cette équation mène à la formule suivante :

$$u_{tr}(t) = \text{MIN} \left\{ \text{MIN}_{tr' \in T^C \text{ ET } M_{(tr', tr)}(t) = 0} U_{tr}, \alpha_{tr'}(t), \text{MIN}_{tr' \in T^T \text{ ET } M_{(tr', tr)}(t) = 0} O_{tr'}(t) \right\} \quad (4.5)$$

où T^C est l'ensemble de C-transitions, T^T est l'ensemble des T-transitions, et $M_{(tr', tr)}(t)$ dénote le contenu minimal du marquage de tout chemin π joignant tr' à tr telle que toutes les transitions dans π sont des C-transitions sauf tr' . Le contenu du marquage d'un chemin π est la somme des marquages $m_p(t)$ de toutes les C-places p dans π qui représente la quantité totale de flux de matières se déplaçant dans ces places. $M_{(tr', tr)}(t)$ peut être déterminé d'une façon polynomiale en utilisant une approche du plus court chemin.

Nous présentons maintenant un algorithme de simulation basé sur le modèle *RdPC* avec délais, présenté précédemment, pour l'évaluation des performances de la ligne de transfert correspondante. L'algorithme est basé sur un modèle à événements discrets et suit les événements suivants : « changement d'état d'une C-transition » correspondant aux pannes et aux réparations des machines, événement « C-place est vide » représentant les événements stock saturé et le stock vide, le « changement du flux de sortie des T-transitions ».

Le changement d'état d'une C-transition est déterminé par son horloge de vie restante évoluant comme suit : a) lorsque $\alpha_i(t) = 0$, cette horloge diminue à la vitesse de 1, b) lorsque $\alpha_i(t) = 1$, cette horloge diminue à la vitesse de 1 si les pannes sont dépendantes du temps et à la vitesse de $u_i(t)/U_i$ si les pannes sont dépendantes des opérations, c) l'horloge s'arrête et l'état change lorsque l'horloge atteint 0. L'horloge restante initiale est réglée à VTF_i / U_i si la machine est en état de marche et à TTR_i si la machine est en panne où VTF_i est le volume de production entre deux pannes et TTR_i son temps de réparation. Avec une horloge restante $cl(tr)$ d'une C-transition tr à l'instant t telle que $\alpha_i(t) = 1$ et les pannes sont dépendantes des opérations, le changement d'état se produit à l'instant $t + cl(tr) U_i / u_i(t)$. Pour les autres C-transitions, le changement d'état se produit à l'instant $t + cl(tr)$.

L'événement « C-place p est vide » pour une C-place p telle que $m_p(t) > 0$ se produit à l'instant :

$$m_p(t) / (I_{p\bullet}(t) - O_{\bullet p}(t))$$

si $I_{p\bullet}(t) - O_{\bullet p}(t) > 0$, c'est-à-dire que le franchissement de sa transition de sortie se produit à une cadence plus élevée que sa transition d'entrée.

Le changement du flux de sortie $ud_i(t)$ d'une T-transition est généré directement par les changements des vitesses de franchissement $u_i(t)$ de sa C-transition d'entrée. Chaque fois que $u_i(t)$ change, un événement de changement de $ud_i(t)$ est prévu après une période de τ_i .

L'algorithme est donné comme suit (voir [MOU05a]) :

Algorithme (simulation)

Étape 1. Initialiser le système : le marquage initial du réseau de Petri : l'état des C-transitions, la vitesse de franchissement $u_i(0) = U_i$, le taux du flux de sortie des T-transitions $ud_i(0) = 0$, la capacité du stock et sa capacité restante $x_i(0) = H_i / 2$, $y_i(0) = H_i / 2$, et la vie restante (horloge) de toutes les C-transitions.

Étape 2. Déterminer le prochain événement e qui peut être l'un des événements suivants : « changement d'état de C-transition », événements « C-place est vide » et « changement du flux de sortie des T-transitions ».

Étape 3. Avancer les horloges.

Étape 4. Mettre à jour l'état de système :

Étape 4.1. Mettre à jour les marquage des C-places $x_i(t)$ et $y_i(t)$ et les taux de flux de sortie $ud_i(t)$ des T-transitions;

Étape 4.2. Mettre à jour l'état des C-transitions $\alpha_i(t)$ et les vitesses de franchissement $u_i(t)$;

Étape 4.3. Mettre à jour l'horloge de la vie restante ;

Étape 4.4. Générer un changement du flux de sortie $ud_i(s)$ à $u_i(t)$ à l'instant $t + \tau_i$ si la vitesse $u_i(t)$ change.

Étape 5. Si le critère d'arrêt est vérifié, arrêter la simulation. Sinon, revenir à l'Étape 2.

4.3 Impact du délai sur la productivité

Dans cette section, nous considérons des lignes de transfert avec des stocks et des machines identiques sauf les délais. Les paramètres utilisés dans la simulation sont donnés dans le Tableau 4.1.

MLT_i (Pièce) ou (Unité de temps)	$MTTR_i$ (Unité de temps)	U_i (Pièce / unité de temps)	τ_i (Unité de temps)	Temps de simulation (Unité de temps)
100	20	1	1	10^7

Tableau 4.1 – Données de simulation pour la ligne de transfert avec délais

où :

- MLT_i : moyenne de la durée de vie de la machine M_i avec $i = 1, 2, \dots, N$. MLT_i peut être soit $MVTF_i$ la moyenne du nombre de pièces produites par la machine M_i lorsqu'elle est en état de marche et sujette aux pannes ODF , ou soit $MTBF_i$ la moyenne des temps de bon fonctionnement pour la machine M_i lorsqu'elle est sujette aux pannes TDF .
- $MTTR_i$: moyenne du temps de réparation pour M_i avec $i = 1, 2, \dots, N$,
- U_i : taux maximal de production de M_i avec $i = 1, 2, \dots, N$,
- τ_i : délai entre la machine M_i et stock B_i avec $i = 1, 2, \dots, N-1$.

Toutes les variables aléatoires ont le même type de distribution. Deux distributions sont considérées.

- Cas (i) : toutes les variables aléatoires X suivent une distribution exponentielle, c'est-à-dire, $P[X \leq x] = 1 - \exp(-x / m)$ avec $m = E[X]$ comme défini dans le Tableau 4.1.
- Cas (ii) : toutes les variables aléatoires X suivent une distribution de Weibull avec $P[X \leq x] = 1 - \exp(-x^2 / \beta^2)$ et β est choisi tels que les moyennes $E[X]$ sont celles du Tableau 4.1. Plus précisément, $\beta = 2m / \sqrt{22/7}$ où m est la moyenne donnée dans le Tableau 4.1.

Nous varions également la capacité des stocks H_i pour montrer l'évolution de l'impact du délai.

4.3.1 Cas de pannes dépendantes des opérations (ODF)

Dans ce cas les machines sont sujettes aux pannes dépendantes des opérations ce qui signifie qu'une machine ne peut tomber en panne que lorsqu'elle travaille sur une pièce. La moyenne de durée de vie est représentée par : $MVTF_i$ le volume moyen de production de la machine M_i lorsqu'elle en état de marche avec $i = 1, 2, \dots, N$.

4.3.1.1 Cas d'une distribution exponentielle

Les durées de vie et les temps de réparation des machines sont exponentiellement distribués avec des taux w et μ respectivement, c'est-à-dire que $MVTF = 1/w$ et $MTTR = 1/\mu$.

D'abord, nous varions la capacité du stock H_i et le délai τ_i pour étudier l'évolution de l'impact de délai. La productivité en fonction du délai τ_i est tracée dans la Fig. 4.5 pour une ligne de 2 machines et dans la Fig. 4.6 pour une ligne 3 machines.

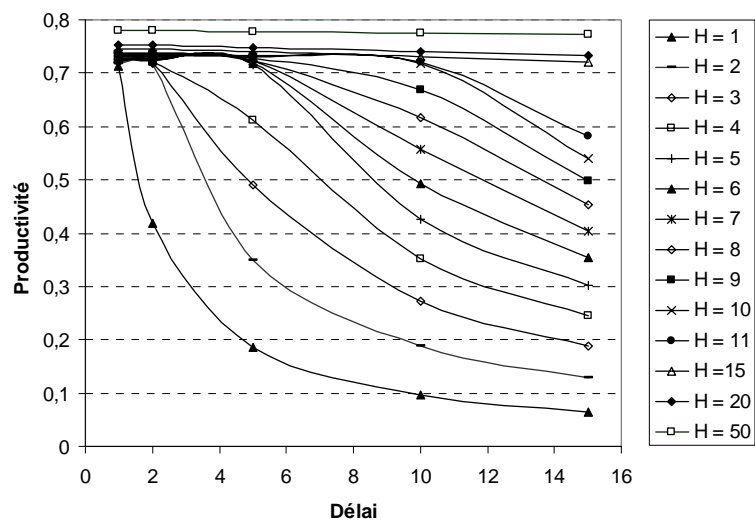


Fig. 4.5 – Productivité vs délai pour le cas de 2 machines avec distribution exponentielle et pannes ODF

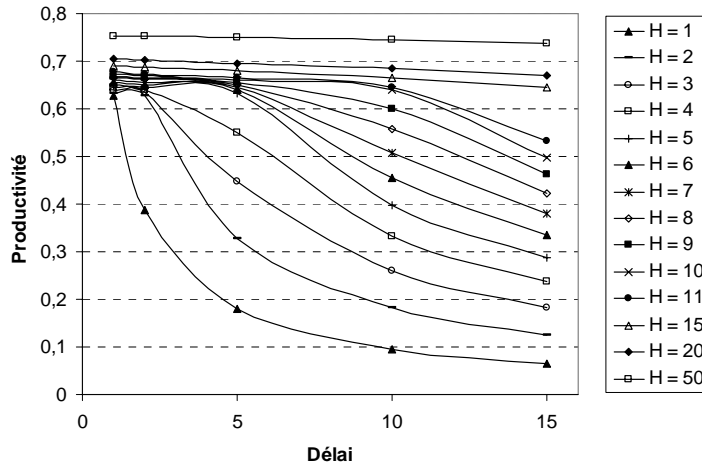


Fig. 4.6 – Productivité vs délai pour le cas de 3 machines avec distribution exponentielle et pannes ODF

À partir des Fig. 4.5 et 4.6, nous notons que l'impact du délai sur la productivité de la ligne de transfert est important lorsque la capacité du stock est faible, i.e. $H_i = 1, 2, 3$ et 4 pièces. Pour ces valeurs de H_i , l'augmentation du délai réduit de manière significative la productivité. Pour une capacité moyenne du stock telle que $H_i = 5, 6, 7, 8$ et 9 pièces, la productivité reste relativement constant jusqu'à un délai compris entre 4 et 6 unités de temps. Après, la productivité commence à diminuer. Pour une grande capacité de stock telle que $H_i = 15, 20$ et 50 pièces, l'impact du délai sur la productivité est très petit, et la productivité reste presque constante.

De plus, nous constatons que l'impact du délai est le plus grand pour $H_i = 1$, et il diminue lorsque H_i augmente et devient nul quand H_i tend vers l'infini.

Ce résultat peut-être expliqué comme suit. D'une part, l'impact de la capacité du stock sur la productivité dépend fortement de la probabilité de blocage/famine des machines. Plus la probabilité de blocage/famine est haute, plus l'impact de la capacité du stock est grand. De plus, la probabilité de blocage/famine est une fonction décroissante de la capacité du stock H_i et devient nulle quand H_i tend vers l'infini (voir [XIE04]). D'autre part, l'augmentation du délai retarderait l'arrivée du flux des matières sur la machine en aval et par conséquent augmente la probabilité de la famine de la machine en aval, qui mène de nouveau à une productivité inférieure. Pour une capacité de stock H_i donnée, la productivité ne dépasse pas H_i/τ_i selon la loi de Little.

Il est important de signaler que C. Commault et A. Semery [COM90] ont étudié l'impact des délais dans le stock pour la performance des lignes de transfert sujettes aux pannes. La figure 4.7 présente une comparaison entre notre résultat obtenu pour le cas de 2 machines avec une capacité des stocks $H_i = 20$, et ceux de [COM90].

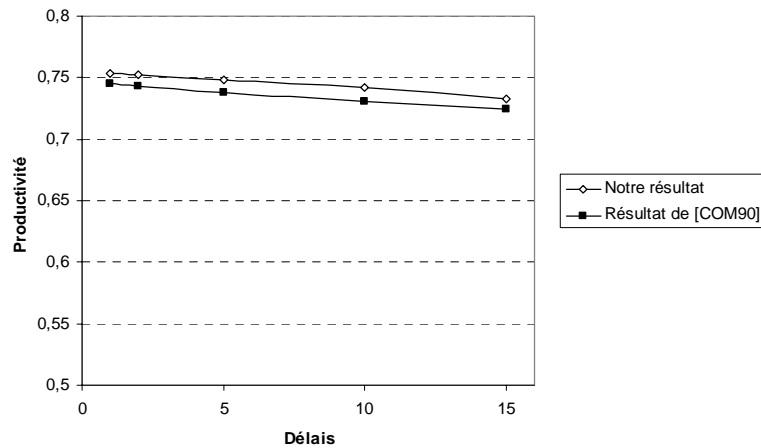


Fig. 4.7 – Comparaison de notre résultat avec ceux de [COM90]

Nous constatons à partir de Fig. 4.7 que les deux résultats sont proches.

La productivité en fonction de la capacité du stock H_i est tracée pour les cas de 2 machines et de 3 machines (voir Fig. 4.8 et 4.9). Il semble que pour une petite valeur du capacité de stock, la productivité peut être donnée approximativement par H_i/τ_i comme un résultat de la loi de Little (voir [LIT61]).

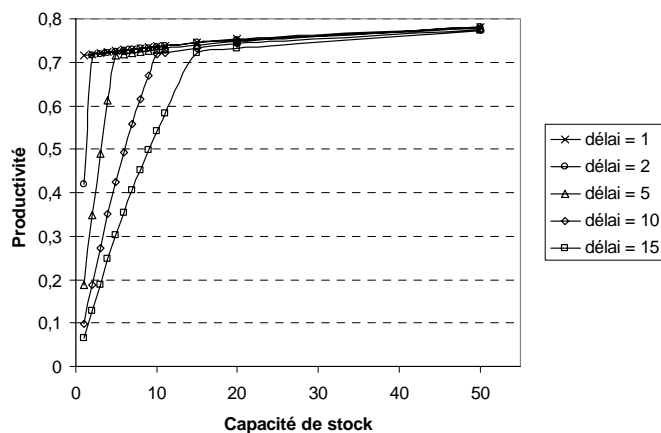


Fig. 4.8 – Productivité vs capacité de stock pour le cas de 2 machines avec distribution exponentielle et pannes ODF

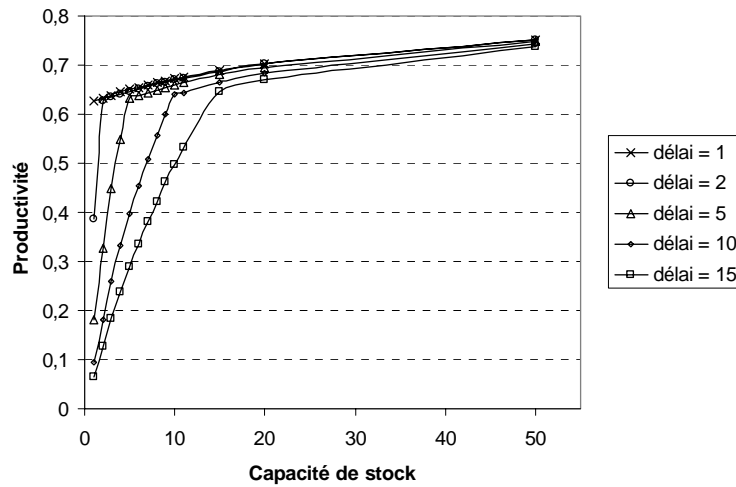


Fig. 4.9 – Productivité vs capacité de stock pour le cas de 3 machines avec distribution exponentielle et pannes ODF

Nous notons que plus le délai est grand, plus l'impact de capacité de stock sur la productivité est grand. Pour un délai donné, l'impact de la capacité du stock sur la productivité est très significatif jusqu'au point où le niveau de stock atteint une valeur égale à celle du délai. Après ce point, l'impact de la capacité de stock H_i sur la productivité devient plus petit.

4.3.1.2 Cas d'une distribution de Weibull

Considérons une ligne de 3 machines pour lesquelles, la durée de vie et les temps de réparation suivent une distribution de Weibull.

Nous varions d'abord la capacité du stock et ensuite le délai. Les résultats de simulation pour des lignes de 3 machines sont illustrés dans les Fig. 4.10 et 4.11. L'évolution de l'impact du délai est identique à celle constatée dans le cas de la distribution exponentielle, c'est-à-dire que l'impact du délai sur la productivité diminue lorsque la capacité du stock augmente et devient nul quand la capacité du stock tend vers l'infini.

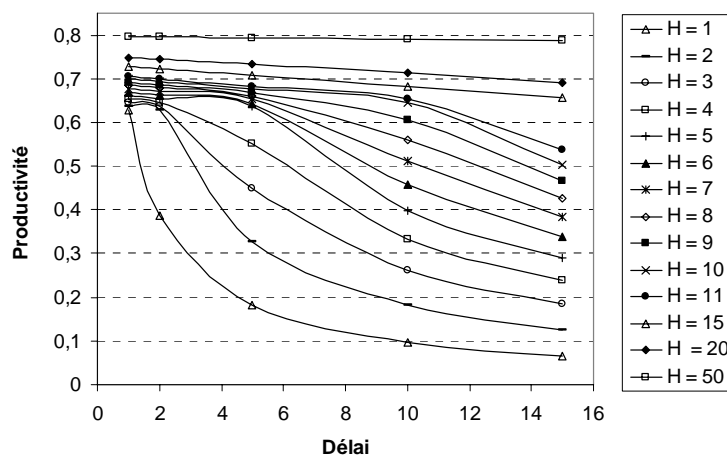


Fig. 4.10 – Productivité vs délai pour le cas de 3 machines avec distribution de Weibull et pannes ODF

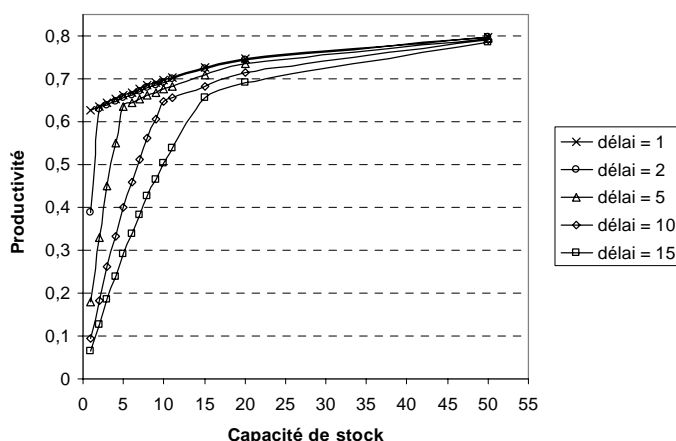


Fig. 4.11 – Productivité vs capacité de stock pour le cas de 3 machines avec distribution de Weibull et pannes ODF

4.3.2 Cas de pannes dépendantes du temps (TDF)

Dans ce cas les machines sont sujettes aux pannes dépendantes du temps ce qui signifie qu'une machine peut tomber en panne même si elle ne travaille pas sur une pièce. La moyenne des durées de vie est représentée par : $MTBF_i$ la moyenne des temps de bon fonctionnement avec $i = 1, 2, \dots, N$.

4.3.2.1 Cas d'une distribution exponentielle

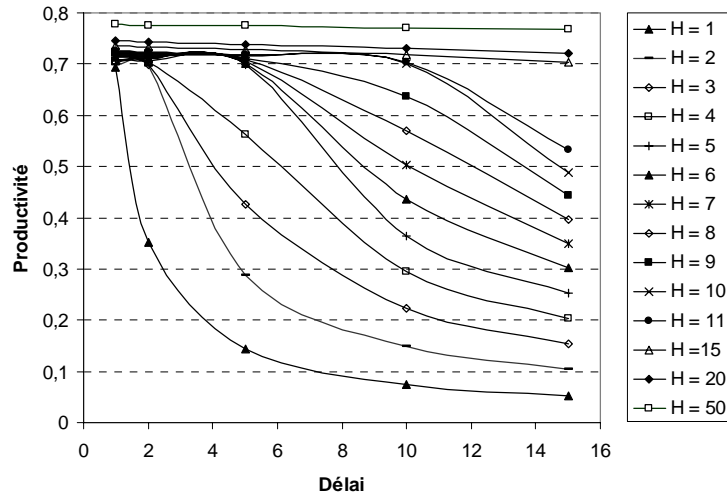


Fig. 4.12 – Productivité vs délai pour le cas de 2 machines avec distribution exponentielle et pannes TDF

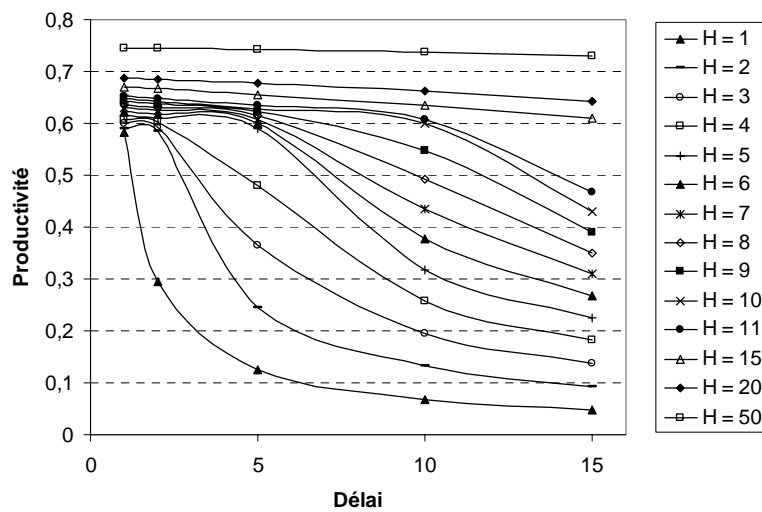


Fig. 4.13 – Productivité vs délai pour le cas de 3 machines avec distribution exponentielle et pannes TDF

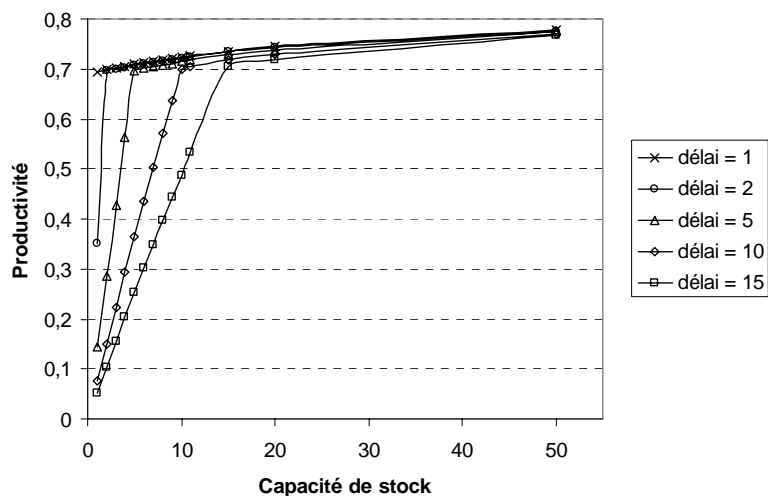


Fig. 4.14 – Productivité vs capacité de stock pour le cas de 2 machines avec distribution exponentielle et pannes TDF

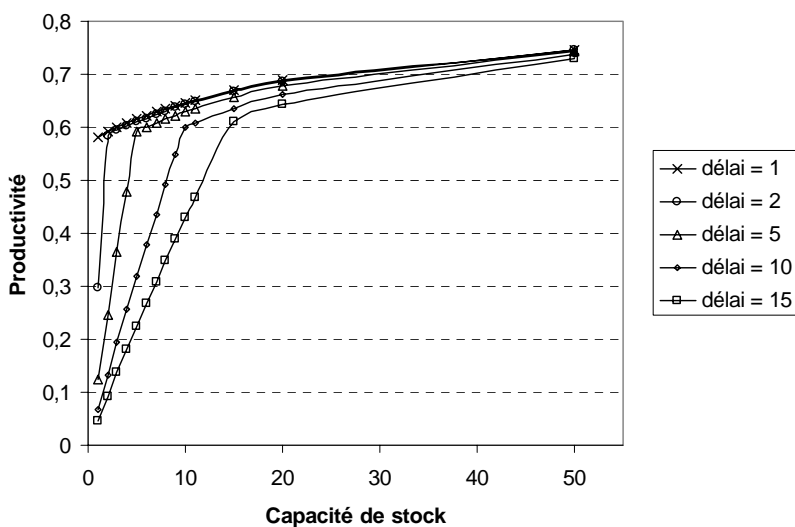


Fig. 4.15 – Productivité vs capacité de stock pour le cas de 3 machines avec distribution exponentielle et pannes TDF

À partir des Fig. 4.12, 4.13, 4.14 et 4.15, nous constatons que les résultats obtenus dans ce cas sont semblables à ceux obtenus dans le cas des pannes *ODF*, mais la productivité dans le cas *TDF* est inférieure à celle du cas de pannes *ODF* ce qui confirme les résultats du chapitre 2.

4.3.2.2 Cas d'une distribution de Weibull

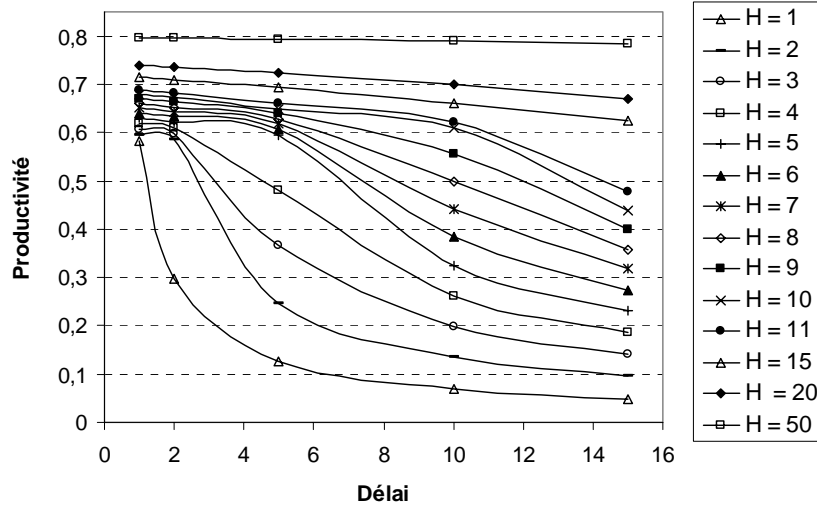


Fig. 4.16 – Productivité vs délai pour le cas de 3 machines avec distribution de Weibull et pannes TDF

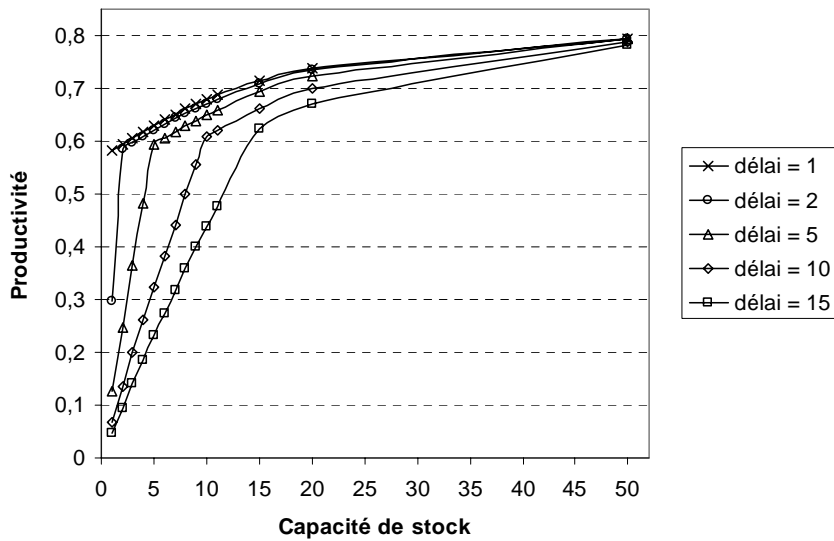


Fig. 4.17 – Productivité vs capacité de stock pour le cas de 3 machines avec distribution de Weibull et pannes TDF

À partir des Fig. 4.16, et 4.17, nous constatons, également, que les résultats obtenus dans ce cas sont semblables à ceux obtenus dans le cas des pannes *ODF*. De même que pour une distribution exponentielle, la seule différence est que la productivité dans le cas *TDF* est inférieure à celle du cas de pannes *ODF* ce qui confirme les résultats du chapitre 2.

4.4 Politiques de pilotage

Dans cette section nous allons présenter les différentes politiques de commande utilisées pour piloter les flux continus d'une ligne de transfert produisant un seul type de produits et composée de N machines (M_1, M_2, \dots, M_N) et N stocks intermédiaires (B_1, B_2, \dots, B_N) en considérant les délais de transport (voir Fig. 4.18).

Les matières arrivent dans le système, d'une manière continue et sans interruption, sur la première machine, puis elles attendent une période appelée délai τ_1 pour le transfert des matières, avant l'arrivée dans le premier stock B_1 , puis la deuxième machine M_2 , et ensuite elles attendent une deuxième période appelée délai τ_2 avant l'arrivée dans le deuxième stock B_2 , et ainsi de suite jusqu'au dernier stock B_N , où elles restent jusqu'à ce que la demande D arrive.

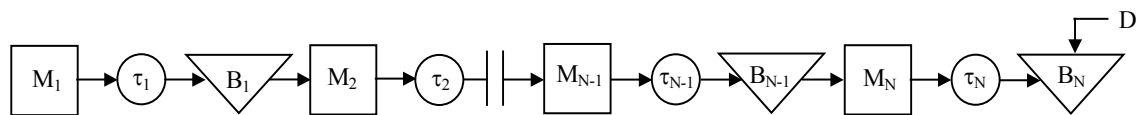


Fig. 4.18 – Ligne de transfert avec un délai entre M_i et B_i et une demande D

Un mécanisme de type flux tirés peut être implémenté de plusieurs manières : une politique Kanban, une politique Base Stock et une politique CONWIP (voir chapitre 1).

4.4.1 Politique Kanban

La politique Kanban est probablement le mécanisme le plus utilisé pour un système de production de plusieurs machines durant les dernières décennies. À l'origine, la politique Kanban a été utilisée dans des lignes de production de Toyota et est souvent considérée pour être étroitement associée à la philosophie de l'approche de JIT (voir chapitre 1). Dans la politique Kanban, les cartes d'autorisation de production, encore appelé Kanban, sont utilisées pour commander et limiter les mises en production des pièces dans chaque étape de production. L'avantage de ce mécanisme est que le nombre de pièces dans chaque étape de production est limité par le nombre de kanbans de cette étape. Son inconvénient est que le système, particulièrement aux étapes en amont, peut ne pas répondre assez rapidement aux changements de la demande.

La Fig. 4.19 montre le modèle physique d'un système de production composé de trois machines et produisant un seul type de produits avec une politique Kanban en considérant les délais de transport. Le mouvement du Kanban est représenté par une ligne pointillée.

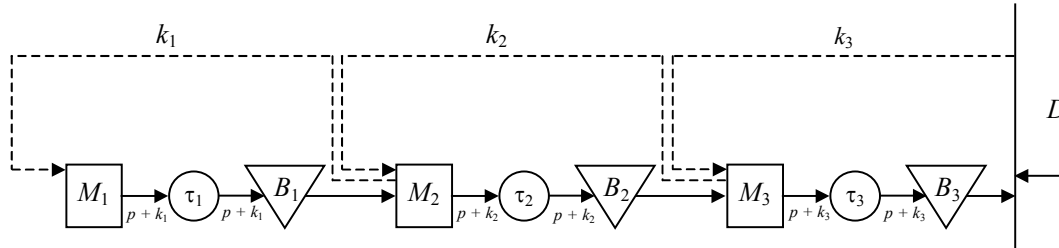


Fig. 4.19. – Une ligne de transfert de 3 machines avec une politique Kanban

Pour modéliser cette ligne de transfert, nous utilisons le modèle RdP continu avec délai présenté dans la section 4.2.2. Ce modèle RdP est illustré dans la Fig 4.20.

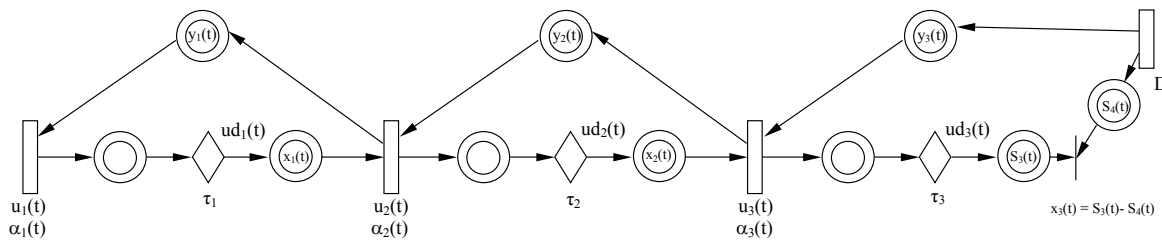


Fig.4.20 – RdP pour la politique Kanban pour une ligne de 3 machines avec une demande

4.4.2 Politique Echelon Base Stock

La politique Echelon Base stock ou simplement Base Stock a été au commencement proposée pour des systèmes de production/stockage avec une capacité infinie de production et utilise l'idée d'un stock de sécurité aussi bien pour les pièces finies que des stocks de sécurité entre les étapes pour la coordination. Dans la politique Base Stock chaque étape est associée à une machine M_i et le concept d'échelon stock, représenté par la production nette de la machine par rapport à la demande finale et qui inclut toutes matières en aval de la machine moins la demande finale en attente, est utilisé pour le pilotage de flux. La politique Base Stock maintient la "echelon inventory position" incluant l'échelon stock moins et les ordres de production en attente de M_i à un niveau constant appelé le base stock. Quand une demande arrive, elle est immédiatement transmise à chaque étape pour autoriser la mise en production

d'une nouvelle pièce. Un avantage de ce mécanisme est qu'il évite le blocage de l'information de la demande en transférant l'information de la demande immédiatement à toutes les étapes de production. Son inconvénient est qu'il ne fournit aucune limite sur le nombre de pièces dans le système. La politique Base Stock est un mécanisme simple de flux tirés pour des systèmes de production composés des machines multiples où le terme « Base Stock » vient de la théorie de gestion des stocks. Le niveau base stock est noté (Z_i) de chaque étape i dans la Fig. 4.21.

Pour faire fonctionner une politique Base Stock, il est nécessaire de transmettre l'information de la demande à toutes les étapes de production lorsque la demande se produit, qui correspond à l'information globale de demande.

La Fig. 4.21 montre le modèle physique d'un système de production composé de trois machines et produisant un seul type de produits avec une politique Base Stock en considérant les délais de transport.

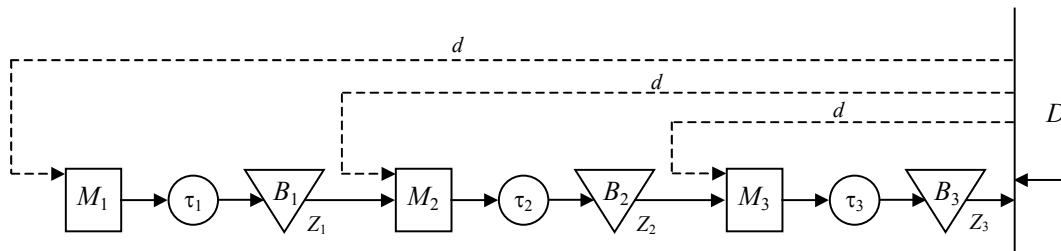


Fig. 4.21 – Une ligne de transfert de 3 machines avec une politique Base Stock

Dans la politique Base Stock, il n'y a pas de coordination entre les étapes consécutives de production, c'est-à-dire qu'une pièce est autorisée pour être transférée en aval par les signaux de la demande globale D .

Pour modéliser cette ligne de transfert sous cette politique Base Stock, nous utilisons les mêmes notations que celles utilisées dans le modèle RdP continu avec délai présenté dans la section 4.2.2. Ce modèle RdP est illustré dans la Fig. 4.22.

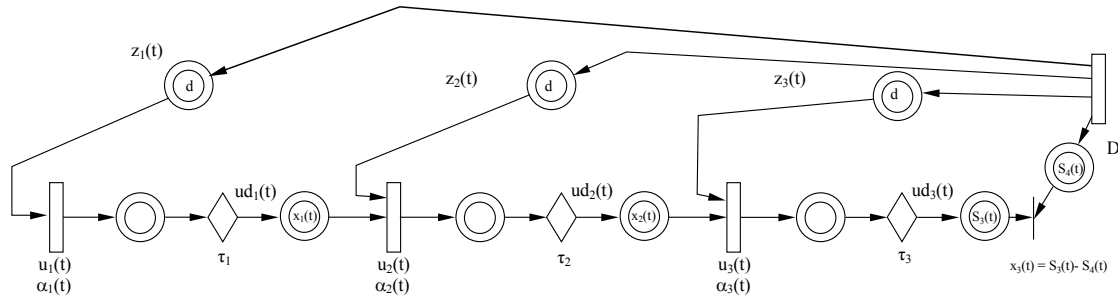


Fig. 4.22 – RdP pour la politique Echelon Base Stock pour une ligne de 3 machines avec une demande

Dans la Fig. 4.22, $z_i(t)$ représente l'autorisation de production de l'étape i , c'est-à-dire, la différence entre le niveau base stock et le échelon stock de l'étape i (égale à la somme du niveau du stock actuel et le niveau du stock en transit dans toutes les étapes en aval de la machine M_i moins la demande en attente) qui nous allons présenter en détail dans le chapitre suivant.

4.4.3 Politique CONWIP

La politique Constant Work-In-Process (CONWIP) utilise un seul type de cartes pour commander la quantité totale de WIP autorisée dans la ligne entière. Cette politique fixe une contrainte de population pour le système, et quand cette contrainte est atteinte, des ordres sont seulement mis en production dans le système en réponse aux demandes réelles du client pour des pièces finies dans le stock de produits finis. Une fois qu'une matière première est mise en production à l'entrée du système, elle est poussée à travers le système aussi vite que possible. Elle peut également être considérée comme une politique Kanban avec une seule étape (voir la Fig. 4.23).

La Fig. 4.23 montre le modèle physique d'un système de production composé de trois machines et produisant un seul type de produits avec une politique CONWIP en considérant les délais de transport.

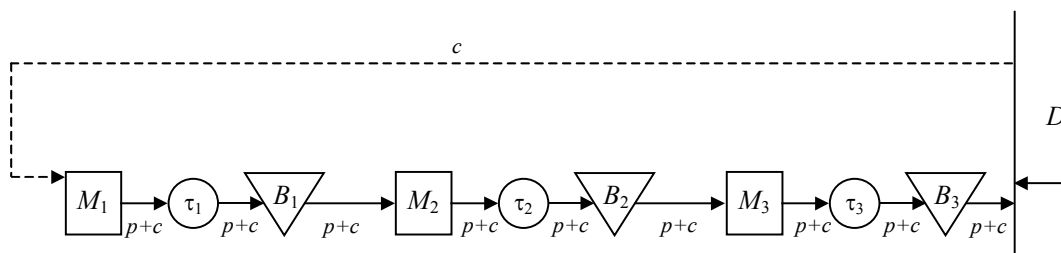


Fig. 4.23 – Une ligne de transfert de 3 machines avec une politique CONWIP

Pour modéliser cette ligne de transfert sous cette politique CONWIP, nous utilisons les mêmes notations utilisées dans le modèle RdP continu avec délai présenté dans la section 4.2.2. Ce modèle RdP est illustré dans la Fig. 4.24.

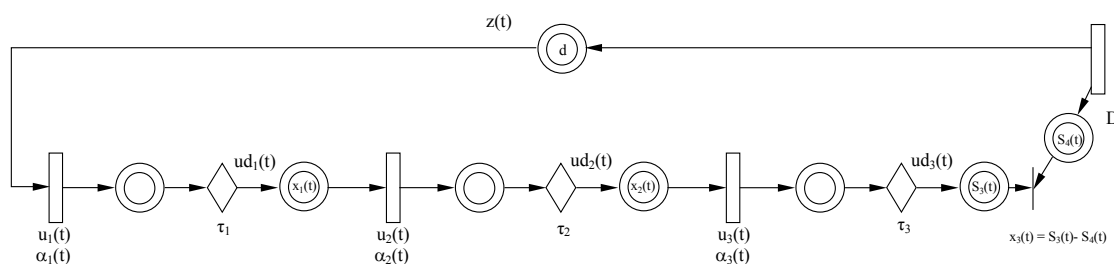


Fig. 4.24 – RdP pour la politique CONWIP pour une ligne de 3 machines avec une demande

Notons que $z(t)$ dans la Fig. 4.24 a la même définition que celle présentée dans la Fig. 4.22.

4.5 Conclusions

Nous avons considéré un modèle à flux continus avec délai d'une ligne de transfert produisant un seul type de produits et composée de N machines séparées par $N-1$ stocks intermédiaires.

Un modèle RdP continu avec délai est utilisé pour modéliser explicitement les délais, et un algorithme de simulation basé sur ce modèle a été développé.

L'impact des délais sur la productivité de la ligne de transfert est étudié pour différentes distributions des variables aléatoires et pour les deux types de pannes : pannes dépendantes du temps (la machine peut tomber en panne même s'elle ne travaille pas sur une pièce) et pannes dépendantes des opérations (la machine ne peut tomber en panne que lorsqu'elle travaille sur une pièce). Nous avons constaté que l'impact du délai est le plus grand pour $H_i = 1$, et il

diminue lorsque H_i augmente et devient nul quand H_i tend vers l'infini. En plus, plus le délai est grand, plus l'impact de la capacité des stocks sur la productivité est grand.

Enfin, nous avons présenté les différents modèles RdP continus avec délai utilisés pour la modélisation des différentes politiques de commande considérées.

La future recherche progressera dans plusieurs directions. D'abord, nous pensons que les résultats observés par la simulation peuvent être établis formellement sous des hypothèses raisonnables. Une deuxième direction est la simulation et l'optimisation des performances des réseaux de Petri continus généraux avec délais. Une troisième direction est la modélisation de performances des systèmes de production généraux avec les deux, pannes dépendantes des opérations et pannes dépendantes de temps.

CHAPITRE 5

Optimisation des politiques de pilotage des modèles à flux continus avec délais à l'aide de la simulation

Dans ce chapitre nous considérons l'optimisation du modèle à flux continus d'un système de fabrication en tenant compte des délais de transfert des matières et avec une demande constante. Les machines sont sujettes soit aux pannes dépendantes du temps (la machine peut tomber en panne même si elle ne travaille pas sur une pièce) soit aux pannes dépendantes des opérations (la machine ne tombe pas en panne si elle ne travaille pas sur une pièce). Les temps de bon fonctionnement et les temps de réparation sont des variables aléatoires de distribution générale. Différentes politiques de pilotage comme la politique Kanban, Echelon Base Stock et CONWIP sont considérées. La simulation est utilisée pour l'évaluation des performances, la technique IPA (Infinitesimal Perturbation Analysis) est utilisée pour estimer durant la simulation les gradients et un algorithme d'optimisation fondé sur la simulation et les gradients estimés est proposé pour l'optimisation des paramètres des politiques de pilotage. Nous étudions également les propriétés de ces estimateurs des gradients de la fonction de coût et nous prouvons que ces estimateurs sont non biaisés.

CHAPITRE 5

Optimisation des politiques de pilotage des modèles à flux continus avec délais à l'aide de la simulation

5.1 Introduction

Aujourd'hui, il n'y a aucun doute sur l'importance du rôle joué par l'optimisation dans les divers domaines. Toutefois, la résolution pratique de ces problèmes demeure encore difficile, pour un certain nombre de raisons, notamment la nécessité de : i) définir d'une façon précise les éléments d'un problème d'optimisation, ii) organiser ces éléments de telle sorte que le problème paraisse soluble, iii) choisir une méthode convenable pour résoudre le problème. L'importance de ces difficultés paraît encore plus grande dans la réalité, à cause de leurs interactions.

Selon [POL97] il existe plusieurs méthodes d'optimisation non-linéaires utilisées comme les méthodes avec gradient et les méthodes sans gradient (voir Chapitre 1).

La méthode IPA (Infinitesimal Perturbation Analysis) est l'une des méthodes avec gradient qui cherche à résoudre toutes sortes de problèmes d'optimisation non classiques, comme les systèmes à événements discrets, et cela généralement dans un contexte stochastique. La méthode IPA est une technique qui permet de calculer le gradient des mesures de performance d'un système à événements discrets en utilisant seulement une seule simulation du système.

Selon Y. C. Ho et X. R. Cao [HO91] IPA est une technique utilisée pour calculer efficacement un vecteur de gradients $J(\theta)$ de la mesure des performances de dimensionne n ,

d'un système à événements discrets (SED) par rapport à son vecteur de paramètre θ (comme le niveau des stocks, le taux des flux d'entrée, le taux de service, etc.) en utilisant seulement une expérience statistique du système.

H. Yan [YAN95] a étudié un système de fabrication avec une machine sujette aux pannes. Il a montré comment formuler des estimateurs des gradients basés sur les observations d'une seule simulation et puis il a donné un algorithme itératif avec une procédure d'approximation stochastique à pas constant pour trouver le niveau optimal du stock qui minimise le coût moyen à long terme. M. Caramanis et G. Liberopoulos [CAR92] ont appliqué la méthode PA (Perturbation Analysis) pour calculer les estimateurs des gradients d'un système composé d'une machine sujette aux pannes et produisant de multiple produits. A. Haurie, L'Ecuyer et Ch. Van Delft [HAU94] ont étudié la convergence pour le problème d'optimisation de paramètre du modèle à flux continus d'un système de production sujet aux pannes avec différents types de pièces. Des conditions suffisantes pour la convergence de cet algorithme d'approximation stochastique sont données pour le système composé d'une machine et ils ont constaté qu'il est difficile d'étendre les résultats à un système composé 2 machines.

Pour les systèmes de fabrication sujets aux pannes, H. Yan, G. Yin et S.X.C. Lou [YAN94] ont appliqué la méthode PA pour obtenir des estimations consistantes des gradients. Ils ont estimé les valeurs optimales du stock en utilisant l'algorithme d'approximation stochastique et ont prouvé sa convergence vers les valeurs optimales du stock. H. Yan, X.Y. Zhou et G. Yin [YAN99] ont étudié le cas de 2 machines sujettes aux pannes et ont dérivé une politique optimale pour minimiser une fonction de coût moyen sur long terme.

Dans ce chapitre nous abordons l'optimisation des politiques de pilotage des modèles à flux continus avec délais soumis à pannes. Nous considérons d'abord un système composé d'une machine alimentant un stock avec une politique de pilotage type Kanban et des pannes dépendantes du temps ou des opérations. Nous nous limitons ensuite aux pannes dépendantes du temps et étudions l'utilisation de la technique IPA pour l'optimisation des modèles à flux continus avec délais des lignes de transfert et des lignes d'assemblage/désassemblage gérées par différentes politiques de pilotage.

5.2 Optimisation de la politique Kanban pour un système avec une machine et un stock

5.2.1 Description du système

Nous considérons un modèle à flux continus avec délais d'un système composé d'une seule machine et produisant un seul type de produits en considérant le délai de transport (voir Fig. 5.1). Les matières arrivent dans le système, d'une manière continue, sur la machine M , après elles attendent une période appelée délai τ correspondant au transfert des matières, avant l'arrivée dans le stock B en aval de la machine où elles restent jusqu'à ce que la demande D arrive. Nous supposons que la capacité de transport est illimitée (voir [MOU05b]).

La machine M peut tomber en panne. Soit $\alpha(t)$ l'état de la machine M à l'instant t avec $\alpha(t) = 1$ si M est en état de marche et $\alpha(t) = 0$ sinon.

Le taux de production de la machine M à l'instant t est dénoté par $u(t)$. Lorsque la machine est en état de marche (c'est-à-dire, $\alpha(t) = 1$), elle produit de façon continue à un taux $u(t)$ avec $0 \leq u(t) \leq U$. Lorsque la machine est en panne (c'est-à-dire, $\alpha(t) = 0$), le taux de production est nul.

Nous considérons un délai de transport de τ unités de temps. La production de la machine M à l'instant t arrive dans le stock de produits finis B à l'instant $t + \tau$.

La machine M est sujette soit aux pannes dépendantes du temps (TDF) soit aux pannes dépendantes des opérations (ODF). Pour les pannes dépendantes du temps, la machine M peut tomber en panne même si elle ne travaille pas sur une pièce. Pour les pannes dépendantes des opérations, la machine M ne peut pas tomber en panne si elle ne travaille pas sur une pièce.

Les temps de bon fonctionnement TBF et les temps de réparation TTR sont des variables aléatoires de distribution générale. Par conséquent, si la machine M est sujette aux pannes dépendantes du temps, elle tombe en panne après TBF unités de temps à partir de sa dernière réparation. Si la machine M est sujette aux pannes dépendantes des opérations, elle tombe en panne après avoir produit $U \times TBF$ pièces à partir de sa dernière réparation.

Nous supposons que le taux maximal de production est plus grand que la demande, c'est-à-dire que $U > D$ et que la capacité moyenne du système est supérieure à la demande, c'est-à-dire que $[U \times MTBF / (MTBF + MTTR)] > D$, où $MTBF$, $MTTR$ représentent respectivement la moyenne des temps de bon fonctionnement et la moyenne des temps de réparation.

La demande arrive dans le stock B d'une manière continue à taux D . Lorsque le stock B n'est pas vide, la demande est satisfaite immédiatement. Lorsque le stock B est vide, la demande est mise en attente et sera satisfaite dès que des produits arrivent dans le stock B .

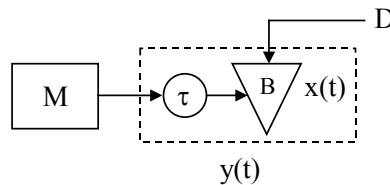


Fig. 5.1 – Système de production d'une machine avec retard

Soit $x(t)$ l'état du stock B à l'instant t . Il représente le niveau de stock si $x(t) > 0$ et la demande en attente si $x(t) < 0$. Soit $y(t)$ la position du stock correspondant à la somme de l'état de stock $x(t)$ et la quantité totale des matières en transit vers le stock B . La dynamique du système peut être décrite comme suit (voir [MOU05b] et [MOU06d]) :

$$dy(t) / dt = u(t) - D, \quad (5.1)$$

$$dx(t) / dt = u(t - \tau) - D, \quad (5.2)$$

$$0 \leq u(t) \leq U \times \alpha(t). \quad (5.3)$$

La politique de commande utilisée est une politique du point de séparation (hedging point). Elle est donnée par :

$$u(y, \alpha) = \begin{cases} U & \text{si } y(t) < h \text{ et } \alpha(t) = 1, \\ D & \text{si } y(t) = h \text{ et } \alpha(t) = 1, \\ 0 & \text{si } \alpha(t) = 0 \text{ ou } y(t) > h. \end{cases} \quad (5.4)$$

où $h \geq 0$ dénote le point de séparation.

Sous la politique du point de séparation, la machine produit à sa capacité maximale U si la position du stock $y(t)$ est inférieure à ce point de séparation h et la machine est en état de

marche, elle suit la demande D si la position du stock est égale à ce point de séparation et la machine est en état de marche. Elle ne produit rien si la position du stock est supérieure à ce point de séparation ou lorsque la machine est en panne (voir chapitre 3).

Notre objectif est de déterminer le point de séparation h qui minimise le coût moyen de stockage et de retard sur un intervalle $[0, \infty)$, donné par :

$$J(h) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T g(x(t)) dt \quad (5.5)$$

où $g(x(t))$ correspond au coût lié au stockage donné par l'équation suivante :

$$g(x(s)) = \begin{cases} c^+ x(s) & \text{si } x(s) \geq 0 \\ c^- x(s) & \text{si } x(s) < 0 \end{cases} \quad (5.6)$$

où c^+ , c^- représentent respectivement le coût unitaire de stockage et le coût unitaire de retard avec $c^+ > 0$ et $c^- > 0$.

La politique du point de séparation est choisie pour les raisons suivantes : premièrement elle est simple et peut être implémentée facilement. En présence du délai de transport, il est naturel d'utiliser la position du stock au lieu du niveau du stock afin de choisir la politique de commande $u(t)$. De plus, pour le cas sans délai de transport, c'est-à-dire que $\tau = 0$, il est prouvé que la politique de point de séparation est optimale si le temps de bon fonctionnement est exponentiellement distribué et proche d'être optimale si le temps de bon fonctionnement est de distribution générale. Grâce aux résultats du cas sans délai, le Théorème 5.1 donné ci-dessous implique que la politique de point de séparation est optimale si le temps de bon fonctionnement est exponentiellement distribué, et, proche d'être optimale si le temps de bon fonctionnement est généralement distribué.

Hypothèse 5.1 : la limite de la fonction de coût définie par l'équation 5.5 existe et $J(h)$ est indépendant de l'état initial caractérisé par $x(0)$, $\alpha(0)$, $u(s)$, $\forall -\tau < s < 0$.

Cette hypothèse sera utilisée implicitement dans la suite de cette étude.

5.2.2 Etude de la trajectoire de l'état du stock et ses dérivées

Pour calculer les estimateurs de gradients, nous examinons la trajectoire du niveau de stock $x(t)$, qui est dérivée de la trajectoire de la position de stock $y(t)$ en considérant le délai de transport τ . (voir Fig. 5.2).

5.2.2.1 Cas de pannes dépendantes du temps (TDF)

Sans perte de généralité, nous supposons qu'initialement il n'y a pas de matière en transit vers le stock B , c'est-à-dire :

$$y(0) = x(0) = x_0. \quad (5.7)$$

Soit $y^h(t)$ (resp. $x^h(t)$) la trajectoire de la position du stock (respectivement le niveau du stock) en fonction du point de séparation h , appelée la *trajectoire nominale*. $y^{h+\Delta}(t)$ ou $x^{h+\Delta}(t)$ pour une perturbation Δ sera appelé la *trajectoire perturbée*. Notons que la trajectoire perturbée est dérivée à partir de la trajectoire nominale en perturbant de Δ le point de séparation h . Nous considérons une perturbation positive $\Delta > 0$. Une perturbation négative peut être considérée d'une manière similaire. Dans la Fig. 5.2, la trajectoire nominale est tracée comme une ligne solide et la trajectoire perturbée comme une ligne pointillée.

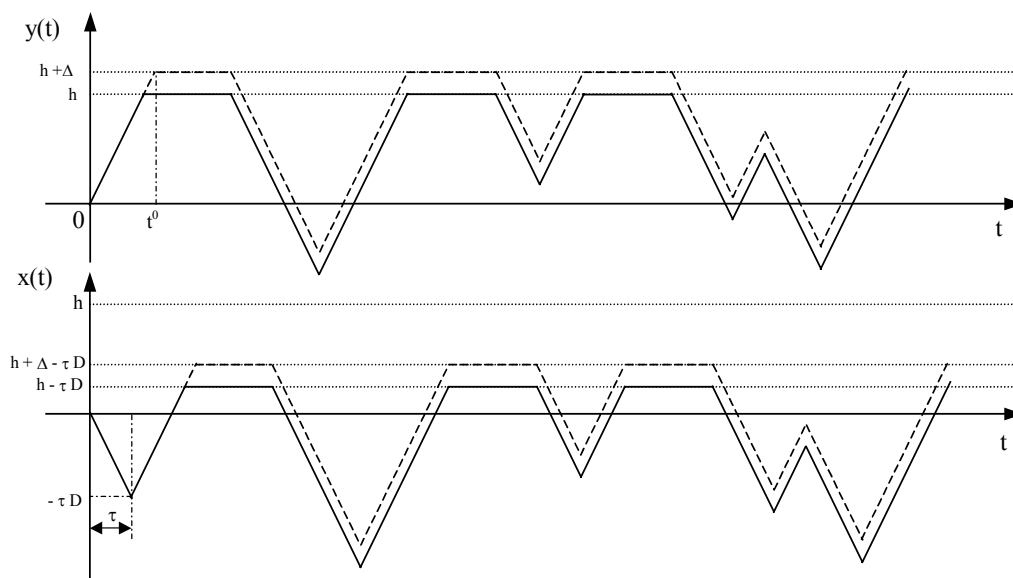


Fig. 5.2 – Trajectoires pour la position de stock et le niveau de stock avec $\alpha(0) = 1$, $y(0) = x(0) = 0$

Puisque la machine M est sujette aux pannes dépendantes du temps, un changement de la valeur de h ne modifie pas le processus de pannes/réparations. Par conséquent, la trajectoire nominale et sa trajectoire perturbée correspondante peuvent être générées avec le même processus d'états de la machine, c'est-à-dire que pour les deux trajectoires, la machine tombe en panne et devient réparée au même instant. La seule différence entre eux est le point de séparation correspondant. Bien que la trajectoire perturbée soit utilisée pour dériver les équations pour obtenir les estimateurs des gradients, seule la trajectoire nominale est nécessaire pour calculer les estimateurs.

Considérons l'exemple de la Fig. 5.2. Comme $y(0) = x(0) = 0$ et la machine est initialement en état de marche et la capacité du système est supérieure à la demande, la position du stock $y(t)$ tend à atteindre le point de séparation h à une vitesse de $U - D$. En raison du délai de transport τ le niveau de stock $x(t)$ commence par diminuer à la vitesse $-D$ jusqu'à ce que les matières produites par la machine M arrivent à l'instant $t = \tau$ où le niveau de stock est égal à $(-\tau \times D)$ et après il commence à prendre une trajectoire similaire à celle de la position du stock $y(t)$ pour atteindre le niveau de stock $(h - \tau \times D)$ où le niveau de stock est saturé.

La relation entre le niveau du stock et la position du stock est définie par le Théorème suivant (voir [MOU05b] et [MOU06d]).

Théorème 5.1 : $x^h(t) = y^h(t - \tau) - \tau \times D, \forall t \geq \tau$

Preuve du Théorème 5.1 : Pour tout $t \geq \tau$,

$$\begin{aligned} x^h(t) &= x_0 + \int_0^t (u(s - \tau) - D) ds = x_0 + \int_0^\tau (u(s - \tau) - D) ds + \int_\tau^t (u(s - \tau) - D) ds \\ &= x_0 + \int_{-\tau}^0 u(s) ds - \tau D + \int_0^{t-\tau} (u(s) - D) ds \end{aligned}$$

Selon la définition de la position du stock

$$y_0 = x_0 + \int_{-\tau}^0 u(s) ds ,$$

et avec l'équation (5.1)

$$y(t) = y_0 + \int_0^\tau [u(s) - D] ds .$$

Alors

$$x^h(t) = y_0 - (D \times \tau) + \int_0^{t-\tau} [u(s) - D] ds = y^h(t - \tau) - \tau D$$

C.Q.F.D.

Corollaire 5.1 :

$$J(h) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T g(x(t)) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T g(y(t) - \tau \times D) dt$$

Preuve du Corollaire 5.1 : à partir du Théorème 5.1,

$$\begin{aligned} J(h) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T g(x(t)) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left(\int_0^\tau g(x(t)) dt + \int_\tau^T g(y(t - \tau) - \tau D) dt \right) \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^\tau g(x(t)) dt + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{T - \tau}{T} \left(\frac{1}{T - \tau} \int_0^{T - \tau} g(y(t) - \tau D) dt \right) \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T g(y(t) - \tau D) dt \end{aligned}$$

C.Q.F.D.

Corollaire 5.2 :

$$J(h) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T g(y^{h-\tau D}(t)) dt$$

Preuve du Corollaire 5.2 : Selon la propriété de la politique de point de séparation, si $h' > h$, alors $y^h(t) \leq y^{h'}(t) \leq y^h(t) + h' - h$ pour tout t . Si $y(0) < h - \tau \times D$, quand $y^h(t)$ atteint le point de séparation h à l'instant t^* , $y^{h-\tau D}(t) = h - \tau \times D$. De plus, au-delà de t^* , $u(t)$ est le même avec la trajectoire $y^h(t)$ ou avec la trajectoire $y^{h-\tau D}(t)$, ce qui implique $y^{h-\tau D}(t) = y^h(t) - \tau \times D$, pour tout $t \geq t^*$. Ceci, ainsi que le Corollaire 5.1, conclut la preuve. Si $y(0) \geq h - \tau \times D$, la preuve est similaire avec t^* la première fois que $y^h(t)$ atteint le point de séparation h au-delà de $t > (y(0) - h)/D + \tau$.

C.Q.F.D.

Notons que la trajectoire de la position du stock $y(t)$ est indépendante du délai de transport et semblable à la trajectoire du niveau de stock dans le cas où il n'y a pas de délai de transport. Par conséquent, nous pouvons déterminer le point de séparation h_{ND} à partir de la position du stock pour le cas sans délai et ensuite nous pouvons estimer le point de séparation h_{WD} pour le cas avec délai en considérant le Corollaire 5.2, c'est-à-dire que $h_{WD} = h_{ND} + \tau \times D$.

Lemme 5.1 : la trajectoire nominale de la position du stock est toujours inférieure ou égale à la trajectoire perturbée de la position du stock pour toute perturbation positive du point de séparation $\Delta > 0$. Formellement,

$$y^h(t) \leq y^{h+\Delta}(t) \leq y^h(t) + \Delta, \forall t \geq 0$$

$$y^{h+\Delta}(t) = y^h(t) + \Delta, \forall t \geq t^0$$

où t^0 est la première fois où $y^{h+\Delta}(t)$ atteint son point de séparation $h + \Delta$ après un temps $t \geq \max\{(y(0) - h)/D, 0\}$.

La preuve est similaire à celle du Corollaire 5.2 et elle est négligée. $(y(0) - h)/D$ est en fait le temps nécessaire pour que les deux trajectoires de la position de stock $y^{h+\Delta}(t)$ et $y^h(t)$ soient au dessous de leur point de séparation respectif si $y(0) > h$.

À partir du Lemme 5.1 nous obtenons le théorème suivant :

Théorème 5.2 :

$$J(h + \Delta) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T g(y^{h+\Delta}(t) - \tau D) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T g(y^h(t) + \Delta - \tau D) dt$$

Comme $g(x)$ est une fonction convexe, le Théorème 5.2 implique que la fonction de coût $J(h)$ est convexe au point de séparation.

5.2.2.2 Cas de pannes dépendantes des opérations (ODF)

L'analyse de la trajectoire pour le cas de pannes dépendantes du temps est basée sur le fait que le changement de la valeur de h ne change pas les dates des pannes et réparations de la machine. Considérons le cas de la Fig. 5.2. L'augmentation de h va augmenter la production de la machine M . Par conséquent, la quantité $U \times TBF$ sera produite dans une période du temps plus courte et la machine M va tomber en panne plus tôt.

Pour surmonter cette difficulté, grâce à la propriété d'ergodicité de l'hypothèse 5.1, nous pouvons choisir de commencer par l'état initial suivant :

$$y(0) = x(0) = h. \tag{5.8}$$

qui implique qu'initialement il n'y a pas des matières en transit vers le stock B .

Considérons la variable d'état $z(t) = h - y(t)$ que nous appelons la capacité restante. Elle est déterminée comme suit :

$$dz(t)/dt = D - u(t) \tag{5.9}$$

avec

$$z(0) = 0. \quad (5.10)$$

La politique du point de séparation peut être exprimée d'une manière équivalente en termes de la capacité restante :

$$u(z, \alpha) = \begin{cases} U & \text{si } z(t) > 0 \text{ et } \alpha(t) = 1, \\ D & \text{si } z(t) = 0 \text{ et } \alpha(t) = 1, \\ 0 & \text{si } z(t) < 0 \text{ ou } \alpha(t) = 0. \end{cases} \quad (5.11)$$

Généralement, avec des pannes dépendantes des opérations, le processus de pannes dépend de la production $u(t)$. À partir des équations (5.9) – (5.11), il est évident que le processus de pannes ne dépend pas de h . Plus précisément, en commençant avec un état initial (5.8), le changement dans la valeur de h ne change pas les processus de pannes et de réparations de la machine M . Par conséquent,

Théorème 5.3 : Sous l'hypothèse 5.1 et en considérant l'état initial (5.8),

a) $z^h(t) = z^0(t), u^h(t) = u^0(t), \forall t$

b) $y^h(t) = h + y^0(t), \forall t$

c) $x^h(t) = h + x^0(t), \forall t$

d) $x^h(t) = y^h(t - \tau) - \tau D, \forall t \geq \tau$

e) $J(h) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T g(y^{h-\tau D}(t)) dt$

f) $J(h + \Delta) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T g(y^{h+\Delta}(t) - \tau D) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T g(y^h(t) + \Delta - \tau D) dt$

Pour conclure, en commençant avec un état initial approprié, tous les résultats du cas des pannes dépendantes du temps restent valables pour le cas des pannes dépendantes des opérations. De plus, le Théorème 5.3 implique la convexité de la fonction de coût $J(h)$ au point de séparation.

5.2.3 Algorithme d'optimisation basé sur la simulation

À partir du Corollaire 5.2 et du Théorème 5.3, le coût moyen à long terme du système avec délai de transport peut être dérivé à partir d'un système sans délai de transport et cela par une simple translation du point de séparation h . Cela implique que le point de séparation

optimal h_{WD} du système avec délai peut être dérivé à partir du point de séparation optimal h_{ND} du système sans délai comme suit : $h_{WD} = h_{ND} + \tau \times D$. Par conséquent, cette section se concentre sur l'optimisation du système sans délai de transport.

5.2.3.1 Gradients de la fonction de coût

Puisque la capacité moyenne de la machine est supérieure à la demande, à partir de l'hypothèse 5.1, le coût moyen $L(h)$ ne dépend pas des conditions initiales. Nous choisissons donc les conditions initiales suivantes : $\alpha^h(0) = \alpha^{h+\Delta}(0) = 1$, $y^h(0) = 0$, $y^{h+\Delta}(0) = \Delta$. De plus, pour le cas sans délai, $y(t) = x(t)$.

Le coût pour la trajectoire nominale est donné par :

$$L(h) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left[\int_0^T g(y^h(t)) dt \left| \begin{array}{l} y^h(0) = 0, \\ \alpha^h(0) = 1. \end{array} \right. \right]$$

avec l'estimation échantillonnée suivante :

$$L_T(h) = \frac{1}{T} \left[\int_0^T g(y^h(t)) dt \left| \begin{array}{l} y^h(0) = 0, \\ \alpha^h(0) = 1. \end{array} \right. \right] \quad (5.12)$$

Semblable aux Lemme 5.1 et Théorème 5.3, la position du stock pour la trajectoire perturbée est donnée par : $y^{h+\Delta}(t) = y^h(t) + \Delta$, pour tout t . Par conséquent, le coût pour la trajectoire perturbée ($h + \Delta$) est donné par :

$$L_T(h + \Delta) = \frac{1}{T} \int_0^T g(y^h(t) + \Delta) dt \quad (5.13)$$

Pour $\Delta > 0$ suffisamment petit, ce coût peut être écrit comme suit :

$$L_T(h + \Delta) = \frac{1}{T} \int_0^T [g(y^h(t)) + c^+ \cdot \Delta \cdot \mathbf{1}(y^h(t) \geq 0) - c^- \cdot \Delta \cdot \mathbf{1}(y^h(t) < 0)] dt \quad (5.14)$$

où $\mathbf{1}(y^h(t) \geq 0) = 1$ si $y^h(t) \geq 0$, et, nul sinon (une définition similaire pour $\mathbf{1}(y^h(t) < 0)$). Cela conduit à l'équation suivante :

$$L_T(h + \Delta) = L_T(h) + T_{\geq 0}(h) \cdot c^+ \cdot \Delta / T - T_{< 0}(h) \cdot c^- \cdot \Delta / T \quad (5.15)$$

où $T_{\geq 0}(h)$ (respectivement $T_{< 0}(h)$) représente le temps total où $y^h(t) \geq 0$ (respectivement $y^h(t) < 0$) sur un horizon du temps $[0, T]$. Puisque la fonction de coût $L_T(h)$ est convexe selon h donc les gradients à droite et à gauche pour le coût $L(h)$ existent et sont définis par :

$$\partial^+ L_T(h) / \partial h^+ = T_{\geq 0}(h) \cdot c^+ / T - T_{< 0}(h) \cdot c^- / T \quad (5.16)$$

$$\partial^- L_T(h) / \partial h^- = T_{> 0}(h) \cdot c^+ / T - T_{\leq 0}(h) \cdot c^- / T \quad (5.17)$$

Alors, le gradient à droite sera utilisé par la suite.

5.2.3.2 Algorithme d'optimisation de la trajectoire

Nous proposons une approche basée sur la simulation comme celle utilisée dans [XIE02a] pour résoudre ce problème d'optimisation. L'approche utilise une seule trajectoire $\omega = \{(t_0, y_0), (t_1, y_1), \dots, (t_n, y_n)\}$ avec $t_0 = 0$.

L'algorithme utilisé pour calculer le point de séparation h est donné comme suit (voir [MOU05b] et [MOU06d]) :

Algorithme d'optimisation

Étape 1. Générer une trajectoire $\omega = \{(t_0, y_0), (t_1, y_1), \dots, (t_n, y_n)\}$ avec un point de séparation $h = 0$ et $y(0) = 0$ où t_n dénote le temps du $n^{ième}$ événement tel que la panne, la réparation et le fait d'atteindre le point de séparation h , et y_n est la position de stock à l'instant t_n , c'est-à-dire que $y_n = y(t_n)$.

Étape 2. Déterminer l'intervalle $[h_{min}, h_{max}]$ qui peut contenir h (par la méthode de dichotomie, voir chapitre 1).

Étape 2.1. Mettre $h_{min} = 0$;

Étape 2.2. Déterminer $h_{max} > 0$ tel que $h_{max} = MTTR \times D$.

Étape 3. Utiliser l'équation (5.16) afin de déterminer la dérivée à droite $\partial^+ L(h) / \partial h \Big|_{h=h_{max}}$ de $L_T(h_{max})$.

Étape 4. Si $\partial^+ L(h) / \partial h \Big|_{h=h_{max}} \leq 0$, mettre $h_{min} \leftarrow h_{max}$ et $h_{max} \leftarrow 2 \times h_{max}$ et revenir à l'Étape 3, sinon passer à l'Étape 5.

Étape 5. Mettre $h_n = (h_{max} + h_{min})/2$ et utiliser l'équation (5.16) afin de déterminer la dérivée à droite $\partial^+ L(h) / \partial h \Big|_{h=h_n}$.

Étape 6. Si $\partial^+ L(h) / \partial h \Big|_{h=h_n} < 0$, mettre $h_{min} \leftarrow h_n$, sinon $h_{max} \leftarrow h_n$.

Étape 7. Si $h_{max} - h_{min} > \varepsilon$ revenir à l'Étape 4, sinon passer à l'Étape 8

Étape 8. Déterminer le point de séparation optimal $h_{ND} = h_n$, $h_{WD} = h_n + \tau \times D$ et utiliser l'équation (5.12) pour déterminer le coût optimal correspondant $L(h_n)$ où h_{ND} et h_{WD} dénotent le point optimal de séparation pour le cas sans délai et respectivement avec délai.

5.2.4 Résultats obtenus

Pour le cas des pannes dépendantes du temps sans délai de transport et avec une distribution exponentielle des temps de bon fonctionnement et des temps de réparation, selon T. Bielecki et P.R. Kumar [BIE88], le point de séparation (hedging point) h et le coût minimal correspondant $J(h)$ sont donnés analytiquement comme suit :

$$h = \frac{1}{\mu/D - \lambda/(U-D)} \ln \frac{U \cdot \lambda \cdot (c^+ + c^-)}{c^+(U-D)(\lambda + \mu)} \quad (5.18)$$

$$J(h) = \frac{c^+ \cdot D}{\lambda + \mu} + \frac{c^+}{\mu/D - \lambda/(U-D)} \ln \frac{U \cdot \lambda \cdot (c^+ + c^-)}{c^+(U-D)(\lambda + \mu)} \quad (5.19)$$

où les temps de bon fonctionnement et les temps de réparation sont exponentiellement distribués avec un taux λ et μ respectivement, c'est-à-dire que la moyenne des temps de bon fonctionnement $MTBF = 1/\lambda$ et la moyenne des temps de réparation $MTTR = 1/\mu$.

Dans les expériences numériques, nous considérons d'abord les temps de bon fonctionnement de distribution exponentielle et ensuite les temps de bon fonctionnement d'une distribution normale tronquée avec une moyenne de $MTBF$ et un écart-type de σ . Les temps de réparation sont toujours exponentiellement distribués avec un taux μ . Les conditions initiales sont $x(0) = y(0) = h$ et $\alpha(0) = 1$. Les paramètres sont donnés dans le Tableau 5.1. Chaque système est simulé pour $n = 10^5$ événements.

c^+ (unité monétaire)	c^- (unité monétaire)	<i>MTBF</i> (unité de temps)	<i>MTTR</i> (unité de temps)	<i>U</i> (pièce/unité de temps)	<i>D</i> (pièce/unité de temps)	τ (unité de temps)
5	250	100	20	4	3	5

Tableau 5.1 – Données de simulation pour le cas d'une machine

Pour chaque distribution d'une variable aléatoire, l'algorithme d'optimisation basé sur la simulation est exécuté pour les pannes dépendantes du temps et les pannes dépendantes des opérations. Pour chaque cas, l'algorithme basé sur la simulation est répété 10 fois afin d'estimer la moyenne et l'intervalle de confiance du point optimal de séparation, et du coût correspondant.

Pour le cas des pannes dépendantes du temps sans délai et avec une distribution exponentielle pour les temps de bon fonctionnement et les temps de réparation, les résultats numériques suivants sont obtenus :

- Solution analytique : $h_{ND} = 528.954$ pièces, $J(h_{ND}) = 2894.77$ unités monétaires,
- Simulation : $h_{ND} = 530.605 \pm 3.055$ pièces, $J(h_{ND}) = 2858.42 \pm 27.225$ unités monétaires, $h_{WD} = 545.605$ pièces.

où les nombres qui suivent le signe \pm correspondent à l'intervalle de confiance. Cela montre que l'algorithme d'optimisation basé sur la simulation est capable d'identifier le point optimal de séparation. La valeur exacte du point optimal de séparation est dans l'intervalle de confiance du point de séparation obtenu par la simulation et l'intervalle de confiance est petit. On peut constater la même chose pour le coût optimal.

Le Tableau 5.2 fournit les résultats de simulation pour le point de séparation et le coût optimal pour les deux types de pannes, à savoir pannes dépendantes du temps et pannes dépendantes des opérations, et pour différentes distributions des variables aléatoires. Des intervalles de confiance sont également fournis. h_{ND} et h_{WD} représentent le point de séparation pour le cas sans délai de transport et respectivement avec délai de transport avec $h_{WD} = h_{ND} + \tau \times D$.

Pour le cas d'une distribution normale tronquée (*N.T.*), nous considérons *MTBF* comme la moyenne de cette distribution et nous varions l'écart-type entre zéro et 50. Notons qu'il n'y a pas de solutions analytiques pour ce cas-ci.

<i>Distribution</i>	<i>Résultats de simulation pour TDF</i> (intervalle de confiance)			<i>Résultats de simulation pour ODF</i> (intervalle de confiance)		
	h_{ND}	h_{WD}	coût	h_{ND}	h_{WD}	coût
<i>Exp.(MTBF)</i>	530.605 (3.055)	545.605	2858.419 (27.2245)	486.729 (6.613)	501.729	2677.807 (68.850)
<i>N.T. (MTBF, 0)</i>	315.825 (2.537)	330.825	1723.745 (18.647)	285.523 (5.945)	300.523	1648.700 (49.644)
<i>N.T.(MTBF, 10)</i>	318.541 (3.339)	333,541	1737.500 (14.2597)	286.471 (6.906)	301.471	1649.241 (56.626)
<i>N.T.(MTBF, 20)</i>	325.209 (2.330)	340.209	1774.282 (19.757)	290.620 (4.952)	305.620	1668.803 (43.519)
<i>N.T.(MTBF, 30)</i>	334.951 (2.561)	349.951	1839.435 (20.324)	302.359 (5.676)	317.359	1759.984 (53.724)
<i>N.T.(MTBF, 40)</i>	348.891 (3.700)	363.891	1920.537 (25.996)	307.303 (6.580)	322.303	1790.857 (48.687)
<i>N.T.(MTBF, 50)</i>	352.356 (3.468)	367.356	1948.619 (30.331)	310.285 (5.095)	325.285	1865.952 (34.423)

Tableau 5.2 – Résultats de simulation avec 10 simulations indépendantes pour des pannes TDF et ODF

À partir du Tableau 5.2, en comparant les deux types de pannes *TDF* et *ODF*, le point optimal de séparation et le coût optimal correspondant pour les pannes de type *ODF* sont inférieurs à ceux pour les pannes de type *TDF*. Intuitivement, puisqu'une machine sujette aux pannes de type *TDF* tombe en panne même si elle ne travaille pas sur une pièce, une machine sujette à ce type de pannes *TDF* a une fréquence de pannes plus élevée qu'une machine sujette aux pannes de type *ODF*. Alors, un système sujet aux pannes de type *TDF* nécessite un stock de sécurité plus grand, c'est-à-dire un point de séparation plus grand, qu'un système sujet aux pannes de type *ODF*.

De plus, à partir de la distribution normale tronquée pour les deux types de pannes *TDF* et *ODF*, le niveau du point optimal de séparation augmente lorsque la variance de temps de bon fonctionnement (*TBF*) devient plus grande. Cette position du point de séparation en fonction de la variance est discutée analytiquement dans le travail de P. Ciprut, M.-O. Hongler et Y. Salama [CIP89].

À partir des résultats précédents nous concluons que le point de séparation h_{WD} dépend du délai de transport, de la variance du temps de bon fonctionnement de la machine et du modèle de pannes. Plus le délai est grand, plus la valeur du point de séparation est grande. En outre, plus la variance du temps de bon fonctionnement est grande, plus le niveau du point de séparation est élevé. De plus, un système sujet aux pannes de type *TDF* nécessite un point de

séparation plus grand qu'un système sujet aux pannes de type *ODF*. En pratique le taux de pannes est croissant avec l'age de la machine et le type de pannes *ODF* est plus fréquent que le type de pannes *TDF*. Le niveau du stock de sécurité exigé pour faire face aux pannes de machine pour les systèmes réels est plus petit que les résultats analytiques de l'équation (5.18) obtenus avec l'hypothèse d'un taux constant de pannes.

Etude de la robustesse des résultats d'optimisation

Dans cette section nous allons étudier la robustesse des résultats de simulation en variant en premier lieu, la valeur initiale dans la séquence de nombres aléatoires générés c'est-à-dire le « seed » dans « srand48(seed) » en utilisant langage C. Deuxièmement, en comparant la valeur du coût optimal pour le nouveau « seed » et la valeur du coût obtenue par le niveau de stock optimal obtenu lors de la première génération de variables aléatoires (srand48(10000)). Notons que pour les résultats obtenus dans le tableau 5.2 la valeur initiale est « srand48(10000) ».

- ◆ Pour le cas où « srand48(1500) » avec distribution exponentielle et pannes *TDF*, nous avons obtenu les résultats suivants :
 - Optimisation : $h_{ND}(srand48(10000)) = 530.60$ pièces, $J(h_{ND}(srand48(10000))) = 2858.42$ unités monétaires,
 - Optimisation : $h_{ND}(srand48(1500)) = 529.75$ pièces, $J(h_{ND}(srand48(1500))) = 2825.47$ unités monétaires,
 - Simulation : si $h = 530.60$ pièces, nous trouvons que la valeur s de coût est $J(h_{530.60}(srand48(1500))) = 2830.13$ unités monétaires,
 - La différence de coût = $(|2825.47 - 2830.13| / 2825.47) * 100 = 0.16 \%$.

Les résultats de la robustesse sont donnés dans le tableau 5.3.

Distribution	Différence de coût (TDF)		Différence de coût (ODF)	
	srand48(1500)	srand48(15000)	srand48(1500)	srand48(15000)
Exp.(MTBF)	0.16%	0.18%	0.11%	0.13%
N.T.(MTBF, 0)	0.15%	0.14%	0.16%	0.14%
N.T.(MTBF, 10)	0.17%	0.15%	0.17%	0.16%
N.T.(MTBF, 20)	0.18%	0.16%	0.19%	0.18%
N.T.(MTBF, 30)	0.22%	0.18%	0.22%	0.21%
N.T.(MTBF, 40)	0.25%	0.20%	0.24%	0.23%
N.T.(MTBF, 50)	0.30%	0.21%	0.27%	0.25%

Tableau 5.3 – Robustesse de résultats d'optimisation pour des pannes *TDF* et *ODF*

Nous constatons que le pourcentage maximal de la différence de coût obtenu pour le cas d'une distribution exponentielle est de 0.18% pour des pannes *TDF* et une valeur initiale « *rand48(15000)* » et de 0.13% pour des pannes *ODF* et une valeur initiale « *rand48(15000)* ». Pour le cas d'une distribution normale tronquée le pourcentage maximal de la différence de coût obtenu est de 0.30% pour le cas des pannes *TDF* et une valeur initiale « *rand48(1500)* » et de 0.27% pour le cas des pannes *ODF* et une valeur initiale « *rand48(1500)* ». Par conséquent les résultats de simulation sont robustes (voir Tableaux 5.3).

5.3 Optimisation des politiques de pilotage d'une ligne de transfert soumise à des pannes dépendantes du temps

5.3.1 Etude de la trajectoire et analyse des perturbations

Cette étude considère un modèle à flux continu avec délais d'une ligne de transfert produisant un seul type de produits et composée de N machines (M_1, M_2, \dots, M_N) et N stocks intermédiaires (B_1, B_2, \dots, B_N) (voir Fig. 5.3).

Les matières arrivent dans le système d'une manière continue et sans interruption, sur la première machine, après ils attendent une période appelée délai τ_1 pour le transfert des matières, avant l'arrivée dans le premier stock B_1 , puis la deuxième machine M_2 , et ensuite ils attendent une deuxième période appelée délai τ_2 avant l'arrivée dans le deuxième stock B_2 , et ainsi de suite jusqu'au dernier stock B_N , où ils restent jusqu'à ce que la demande D arrive.

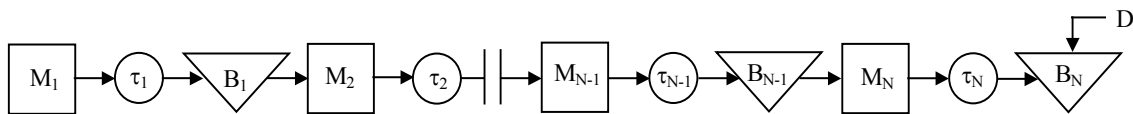


Fig. 5.3 – Ligne de transfert composée de N machines et N stocks avec délai entre M_i et B_i

Nous supposons que $\tau_i > 0, \forall i = 1, 2, \dots, N$ et que la première machine n'est jamais affamée et la dernière machine n'est jamais bloquée. Les notations suivantes seront utilisées dans le reste de ce chapitre :

$\alpha_i(t)$: état de la machine M_i avec $\alpha_i(t) = 1$ si la machine M_i est en état de marche à l'instant t et $\alpha_i(t) = 0$ sinon.

- Soit $\alpha(t) = [\alpha_1(t), \alpha_2(t), \dots, \alpha_N(t)]$.
- $r_i(t)$: temps restant avant le changement d'état de M_i (jusqu'à la panne de la machine M_i si $\alpha_i(t) = 1$ ou la réparation de M_i si $\alpha_i(t) = 0$).
- h_i : capacité du stock B_i . Elle est étendue afin d'inclure les matières dans le stock B_i et les matières produites par la machine M_{i-1} et qui sont en transit avant le stock B_i . La signification physique de cette capacité de stock est soit le nombre de Kanbans (que nous allons détailler par la suite) dans un système Juste à Temps (JIT) ou soit la capacité physique de stock plus la capacité du convoyeur connectant la machine M_{i-1} et le stock B_i .
- Z_i : le niveau de Echelon Base Stock de l'étape i .
Soit $\vec{Z} = (Z_1, Z_2, \dots, Z_N)$.
- EI_i : la Echelon Inventory de l'étape i qui correspond à la somme du niveau de stock disponible et les matières en transit dans toutes les étapes en aval de la machine M_i moins la demande en attente.
- $z_i(t)$: déficit de l'étape i , c'est-à-dire, la différence entre le niveau du stock de base et la position du stock d'échelon de l'étape i c'est-à-dire que $z_i(t) = Z_i - EI_i$.
Soit $z(t) = [z_1(t), z_2(t), \dots, z_N(t)]$.
- $x_i(t)$: niveau de stock B_i avec $x_i(t) \in [0, h_i] \forall i < N, x_N(t) \in (-\infty, h_N]$.
Soit $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)]$.
- $y_i(t)$: position du stock B_i , c'est-à-dire la somme du niveau du stock $x_i(t)$ et les pièces en transit avant B_i (voir Fig. 5.4).
 h_i est la borne supérieure de $y_i(t)$.
Soit $y(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_N(t)]$.
- e_k : $k^{\text{ième}}$ événement.
- t_k : date de l'événement e_k avec $t_0 = 0$.
- $u_i(t) \in [0, U_i]$: taux de production de la machine M_i avec U_i comme le taux maximal de production de M_i .
- $ud_i(t)$: taux de flux entrant dans le stock B_i avec $ud_i(t) = u_i(t - \tau_i)$ (voir Fig. 5.4).
- δ_k : temps entre deux événements successifs (temps entre e_k et e_{k+1} i.e.,

$$\delta_k = t_{k+1} - t_k).$$

$TBF_{i,k}$: $k^{ième}$ temps de bon fonctionnement de la machine M_i . Pour chaque i , $TBF_{i,k}$ sont des variables aléatoires continues indépendantes et identiquement distribuées (i.i.d.), de distribution générale.

$TTR_{i,k}$: $k^{ième}$ temps de réparation de la machine M_i . Pour chaque i , $TTR_{i,k}$ sont des variables aléatoires continues (i.i.d.) de distribution générale.

D : taux constant de la demande

Les machines sont sujettes aux pannes dépendantes du temps. Cela signifie que la machine peut tomber en panne même si elle ne travaille pas sur une pièce. Chaque machine peut être soit en état de marche ($\alpha_i(t) = 1$) soit en panne ($\alpha_i(t) = 0$). Lorsqu'elle est en état de marche, elle peut soit fabriquer soit être affamée soit être bloquée.

Différents événements sont possibles : la panne d'une machine M_i , la réparation de M_i , le stock B_i est saturé (c'est-à-dire que $y_i(t)$ atteint h_i), le stock B_i est vide (c'est-à-dire que $x_i(t)$ devient 0), dénotés respectivement, F_i, R_i, BF_i, BE_i .

En outre, chaque changement dans le taux de production u_i (avec $i = 1, 2, \dots, N$) d'une machine M_i est couplé avec un événement appelé (DL_i). Ainsi, s'il y a un changement dans le taux de production u_i à l'instant t_k , donc le flux ud_i entrant au stock B_i changera au même taux à l'instant ($t_k + \tau_i$). Donc $e_k \in \{F_i, R_i, BF_i, BE_i, DL_i\}$.

Pour l'implémentation de la simulation, une file d'attente de type FIFO est utilisée pour enregistrer tous les événements actifs (DL_i). Chaque fois que le taux de production d'une machine change à l'instant t , nous ajoutons à la file d'attente un couple contenant la nouvelle valeur de u_i et $t + \tau_i$, c'est-à-dire le temps correspondant au changement de ud_i .

Cas d'une politique Kanban

La politique de commande est définie comme suit :

$$u_i(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } \alpha_i(t) = 0, \\ U_i, & \text{si } x_{i-1} > 0, y_i < h_i, \alpha_i(t) = 1, \\ \min(ud_{i-1}(t), U_i), & \text{si } x_{i-1} = 0, y_i < h_i, \alpha_i(t) = 1, \\ \min(u_{i+1}(t), U_i), & \text{si } x_{i-1} > 0, y_i = h_i, \alpha_i(t) = 1, \\ \min(u_{i+1}(t), ud_{i-1}(t), U_i), & \text{si } x_{i-1} = 0, y_i = h_i, \alpha_i(t) = 1. \end{cases} \quad (5.20)$$

où $ud_0(t) = \infty$, $u_{K+1}(t) = D$. La politique de commande est une politique de type Kanban qui assure que les matières dans le stock B_i et les matières en transit avant le stock B_i ne dépassent pas un nombre donné de Kanbans. Le taux de production de chaque machine M_i est également limité par la disponibilité des matières dans son stock en amont B_{i-1} et la disponibilité de Kanbans libres $h_i - y_i$ de l'étape i .

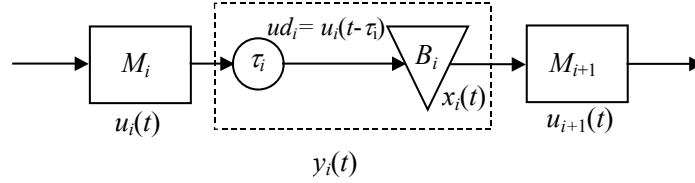


Fig. 5.4 – Délai entre M_i et B_i pour une politique Kanban

La dynamique du système est donnée par les équations suivantes :

- L'état $S(t)$ du système à l'instant t :

$$\forall t \in [t_k, t_{k+1})$$

$$y_i(t) = y_i(t_k) + [(u_i(t_k) - u_{i+1}(t_k)) \times (t - t_k)],$$

$$x_i(t) = x_i(t_k) + [(u_i(t_k - \tau_i) - u_{i+1}(t_k)) \times (t - t_k)],$$

$$r_i(t) = r_i(t_k) - (t - t_k).$$

- La date du prochain événement $\delta_k = t_{k+1} - t_k$ peut être déterminée comme suit :

$$\delta_k = t_{k+1} - t_k = \begin{cases} r_i(t_k), & \text{si } e_{k+1} = R_i \text{ ou } F_i \\ \frac{x_i(t_k)}{u_{i+1}(t_k) - u_i(t_k - \tau_i)}, & \text{si } e_{k+1} = BE_i \\ \frac{h_i - y_i(t_k)}{u_i(t_k) - u_{i+1}(t_k)}, & \text{si } e_{k+1} = BF_i \\ t_{N_i(t_k - \tau_i)} + \tau_i - t_k & \text{si } e_{k+1} = DL_i \end{cases}$$

où $N_i(t)$ est l'indice k de l'événement e_k correspondant au dernier changement de u_i avant l'instant t .

- Prochain état $S(t_{k+1})$ est déterminé comme suit :

$$r_i(t_{k+1}) = \begin{cases} TBF_i \text{ ou } TTR_i, & \text{si } e_{k+1} = R_i \text{ ou } F_i \\ r_i(t_k) - \delta_k & \text{sinon} \end{cases}$$

$$x_i(t_{k+1}) = \begin{cases} 0, & \text{si } e_{k+1} = BE_i \\ x_i(t_k) + ((u_i(t_k - \tau_i) - u_{i+1}(t_k)) \times \delta_k) & \text{sinon} \end{cases}$$

$$y_i(t_{k+1}) = \begin{cases} h_i, & \text{si } e_{k+1} = BF_i \\ y_i(t_k) + ((u_i(t_k) - u_{i+1}(t_k)) \times \delta_k) & \text{sinon} \end{cases}$$

$$t_{k+1} = t_k + \delta_k$$

Cas d'une politique Echelon Base Stock

Cette politique s'appuie sur le concept de "Echelon Inventory" qui correspond à la somme des flux en aval d'une machine moins la demande finale en attente. La politique conduit ce "Echelon Inventory" vers un seuil Z_i , paramètre de la politique appelé "Echelon Base Stock". La différence entre Z_i et le "déficit de l'étape i " noté $z_i(t)$ est utilisée pour piloter le flux. Cette politique est définie comme suit :

$$u_i(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } \alpha_i(t) = 0, \\ U_i, & \text{si } x_{i-1} > 0, z_i > 0, \alpha_i(t) = 1, \\ \min(ud_{i-1}(t), U_i), & \text{si } x_{i-1} = 0, z_i > 0, \alpha_i(t) = 1, \\ \min(D, U_i), & \text{si } x_{i-1} > 0, z_i = 0, \alpha_i(t) = 1, \\ \min(D, ud_{i-1}(t), U_i), & \text{si } x_{i-1} = 0, z_i = 0, \alpha_i(t) = 1. \end{cases} \quad (5.21)$$

où $ud_0(t) = \infty, u_{N+1}(t) = D$.

Notons que, lorsque tous les "Echelon Base Stocks" sont égaux, c'est-à-dire $Z_1 = Z_2 = \dots = Z_N$, cette politique est équivalente à la politique bien connue CONWIP qui commande tout le système avec une seule boucle de Kanban. De plus, une politique avec $Z_{i+1} > Z_i$ est équivalente à une politique avec $Z_{i+1} = Z_i$.

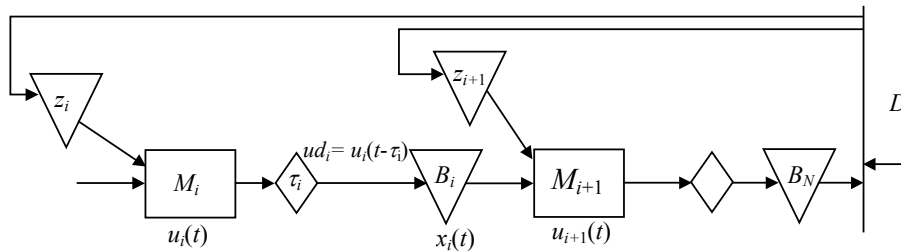


Fig.5.5 – La politique Echelon base stock pour le cas avec délai entre M_i et B_i

La dynamique du système est donnée par les équations suivantes :

- L'état $S(t)$ du système à l'instant t ,
- $\forall t \in [t_k, t_{k+1})$
- $z_i(t) = z_i(t_k) + [(D - u_i(t_k)) \times (t - t_k)],$

$$x_i(t) = x_i(t_k) + [(u_i(t_k - \tau_i) - u_{i+1}(t_k)) \times (t - t_k)],$$

$$r_i(t) = r_i(t_k) - (t - t_k).$$

- La date du prochain événement $\delta_k = t_{k+1} - t_k$ peut être déterminée comme suit :

$$\delta_k = \begin{cases} r_i(t_k) & \text{si } e_{k+1} = R_i \text{ or } F_i \\ \frac{x_i(t_k)}{u_{i+1}(t_k) - u_i(t_k - \tau_i)} & \text{si } e_{k+1} = BE_i \\ \frac{z_i(t_k)}{u_i(t_k) - D} & \text{si } e_{k+1} = BF_i \\ t_{N_i(t_k - \tau_i)} + \tau_i - t_k & \text{si } e_{k+1} = DL_i \end{cases}$$

où $N_i(t)$ a la même définition que celle donnée pour le cas d'une politique Kanban et BF_i correspond à l'événement $z_i(t) = 0$.

- Prochain état $S(t_{k+1})$ est déterminé comme suit :

$$r_i(t_{k+1}) = \begin{cases} TBF_i \text{ ou } TTR_i, & \text{si } e_{k+1} = R_i \text{ ou } F_i \\ r_i(t_k) - \delta_k & \text{sinon} \end{cases}$$

$$x_i(t_{k+1}) = \begin{cases} 0, & \text{si } e_{k+1} = BE_i \\ x_i(t_k) + ((u_i(t_k - \tau_i) - u_{i+1}(t_k)) \times \delta_k) & \text{sinon} \end{cases}$$

$$z_i(t_{k+1}) = z_i(t_k) + ((D - u_i(t_k)) \times \delta_k)$$

$$t_{k+1} = t_k + \delta_k$$

5.3.2 Gradients de la trajectoire

Pour appliquer la technique d'IPA, nous dérivons premièrement la date du prochain événement δ_k et ensuite le prochain état $S(t_{k+1})$ par rapport au vecteur de niveau optimal de stock qui est donné par :

$$\vec{\theta} = \vec{h} = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ h_N \end{bmatrix} \text{ ou } \vec{\theta} = \vec{Z} = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ Z_N \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

Cas d'une politique Kanban :

- Les dérivées de la date du prochain événement δ_k par rapport à $\vec{\theta} = \vec{h}$ sont données comme suit :

$$\frac{\partial \delta_k}{\partial \vec{\theta}} = \begin{cases} \frac{\partial r_i(t_k)}{\partial \vec{\theta}}, & \text{si } e_{k+1} = R_i \text{ or } F_i \\ \frac{1}{u_{i+1}(t_k) - u_i(t_k - \tau_i)} \frac{\partial x_i(t_k)}{\partial \vec{\theta}}, & \text{si } e_{k+1} = BE_i \\ \frac{1}{u_i(t_k) - u_{i+1}(t_k)} \left(\frac{\partial h_i}{\partial \vec{\theta}} - \frac{\partial y_i(t_k)}{\partial \vec{\theta}} \right), & \text{si } e_{k+1} = BF_i \\ \frac{\partial t_{N_i(t_k - \tau_i)}}{\partial \vec{\theta}} + \frac{\partial \tau_i}{\partial \vec{\theta}} - \frac{\partial t_k}{\partial \vec{\theta}} & \text{si } e_{k+1} = DL_i \end{cases}$$

- Les dérivées du prochain état $S(t_{k+1})$ par rapport à $\vec{\theta} = \vec{h}$ sont données par :

$$\frac{\partial r_i(t_{k+1})}{\partial \vec{\theta}} = \begin{cases} 0, & \text{si } e_{k+1} = R_i \text{ ou } F_i \\ \frac{\partial r_i(t_k)}{\partial \vec{\theta}} - \frac{\partial \delta_k}{\partial \vec{\theta}} & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\frac{\partial x_i(t_{k+1})}{\partial \vec{\theta}} = \begin{cases} 0, & \text{si } e_{k+1} = BE_i \\ \frac{\partial x_i(t_k)}{\partial \vec{\theta}} + (u_i(t_k - \tau_i) - u_{i+1}(t_k)) \frac{\partial \delta_k}{\partial \vec{\theta}} & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\frac{\partial y_i(t_{k+1})}{\partial \vec{\theta}} = \begin{cases} \frac{\partial h_i}{\partial \vec{\theta}}, & \text{si } e_{k+1} = BF_i \\ \frac{\partial y_i(t_k)}{\partial \vec{\theta}} + (u_i(t_k) - u_{i+1}(t_k)) \frac{\partial \delta_k}{\partial \vec{\theta}} & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\frac{\partial t_{k+1}}{\partial \vec{\theta}} = \frac{\partial t_k}{\partial \vec{\theta}} + \frac{\partial \delta_k}{\partial \vec{\theta}}.$$

- Les dérivées de l'état $S(t_0)$ à l'instant t_0 par rapport à $\vec{\theta} = \vec{h}$ sont données comme suit :

$$\frac{\partial r_i(t_0)}{\partial \vec{\theta}} = 0,$$

$$\frac{\partial t_0}{\partial \vec{\theta}} = 0.$$

Cas d'une politique Echelon Base stock :

Dans cette section et dans la section suivante, nous considérons une famille de lignes de transfert en variant un paramètre θ égal au "Echelon Base Stock" Z_j de n'importe quelle étape donnée. Notons que tous les résultats peuvent être étendus aux paramètres θ qui sont des fonctions des "Echelon Base Stock" Z_j . Par conséquent, toutes les variables d'état et le coût

moyen sont des fonctions de θ . La technique d'IPA est utilisée pour déduire les gradients des variables d'état et d'autres fonctions de performance. Cette section dérive les gradients de la date de prochain événement δ_k , et toutes les variables d'état. Les gradients de la fonction de coût considérée dans ce travail font l'objet de la section suivante.

Les conditions initiales suivantes sont considérées dans cette étude : $z_i(0) = Z_i$ et $\alpha_i(0) = 1$, qui mène à $x_i(0) = 0$, $u_1(0) = U_1$ et $u_i(0) = 0$, pour $i > 1$ et il n'y a pas de matières en transit.

- Les dérivées de la date du prochain événement δ_k par rapport à θ sont données comme suit :

$$\frac{\partial \delta_k}{\partial \theta} = \begin{cases} \frac{\partial r_i(t_k)}{\partial \theta} & \text{si } e_{k+1} = R_i \text{ or } F_i \\ \frac{1}{u_{i+1}(t_k) - u_i(t_k - \tau_i)} \times \frac{\partial x_i(t_k)}{\partial \theta} & \text{si } e_{k+1} = BE_i \\ \frac{1}{u_i(t_k) - D} \times \frac{\partial z_i(t_k)}{\partial \theta} & \text{si } e_{k+1} = BF_i \\ \frac{\partial t_{N_i(t_k - \tau_i)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_i}{\partial \theta} - \frac{\partial t_k}{\partial \theta} & \text{si } e_{k+1} = DL_i \end{cases}$$

- Les dérivées du prochain état $S(t_{k+1})$ par rapport à θ sont données comme suit :

$$\frac{\partial r_i(t_{k+1})}{\partial \theta} = \begin{cases} 0, & \text{si } e_{k+1} = R_i \text{ ou } F_i \\ \frac{\partial r_i(t_k)}{\partial \theta} - \frac{\partial \delta_k}{\partial \theta} & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\frac{\partial x_i(t_{k+1})}{\partial \theta} = \begin{cases} 0, & \text{si } e_{k+1} = BE_i \\ \frac{\partial x_i(t_k)}{\partial \theta} + (u_i(t_k - \tau_i) - u_{i+1}(t_k)) \frac{\partial \delta_k}{\partial \theta} & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\frac{\partial z_i(t_{k+1})}{\partial \theta} = \begin{cases} 0, & \text{si } e_{k+1} = BF_i \\ \frac{\partial z_i(t_k)}{\partial \theta} + (D - u_i(t_k)) \frac{\partial \delta_k}{\partial \theta} & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\frac{\partial t_{k+1}}{\partial \theta} = \frac{\partial t_k}{\partial \theta} + \frac{\partial \delta_k}{\partial \theta}$$

- Les dérivées de l'état $S(t_0)$ à l'instant t_0 par rapport à $\theta = Z_j$ sont données comme suit :

$$\frac{\partial r_i(t_0)}{\partial \theta} = 0$$

$$\frac{\partial x_i(t_0)}{\partial \theta} = 0$$

$$\frac{\partial z_i(t_0)}{\partial \theta} = \begin{cases} 1, & \text{si } i = j \\ 0, & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

$$\frac{\partial t_0}{\partial \theta} = 0$$

5.3.3 Fonction de coût et ses dérivées

La fonction de coût moyen est le coût moyen de stockage et de retard à long terme $J(\vec{\theta})$ défini par :

$$J_K(\vec{\theta}) = \frac{1}{t_K} \int_0^{t_K} \sum_i g_i(x_i(s)) ds \quad (5.23)$$

où K est le nombre constant d'événements

Notons que la structure du coût est courante dans la littérature de la gestion du stock. Les résultats de cette étude peuvent être facilement étendus pour prendre en compte le coût de stockage spécifié pour chaque étape et le coût relié au stockage en transit.

Cette fonction de coût peut être écrit comme suit :

$$J_K(\vec{\theta}) = \frac{1}{t_K} \sum_{k=0}^{K-1} \sum_i G_{ik}(\vec{\theta}) \quad (5.24)$$

avec

$$G_{ik}(\vec{\theta}) = \int_{t_k}^{t_{k+1}} g_i(x_i(s)) ds. \quad (5.25)$$

La dérivée de la fonction de coût par rapport au vecteur de niveau optimal de stock peut être écrit comme suit :

$$\frac{\partial J_K(\vec{\theta})}{\partial \vec{\theta}} = -\frac{\partial t_K / \partial \vec{\theta}}{t_K} J(\vec{\theta}) + \frac{1}{t_K} \sum_k \sum_i \frac{\partial G_{ik}(\vec{\theta})}{\partial \vec{\theta}} \quad (5.26)$$

Pour calculer cette dérivée, nous avons besoin d'évaluer la fonction de coût entre chaque deux événements successifs $G_{ik}(\vec{\theta})$ et sa dérivée $\partial G_{ik}(\vec{\theta}) / \partial \vec{\theta}$. Nous allons, alors, étudier tous les cas possibles nécessaires pour un calcul exact de la fonction de coût et sa dérivée.

Dans la suite et pour simplifier $x_{i,k}$, $x_{i,k+1}$ sont utilisés afin de noter respectivement $x_i(t_k)$ et $x_i(t_{k+1})$ utilisés précédemment.

Cas 1 : $x_{i,k} \geq 0, x_{i,k+1} \geq 0$ (voir Fig. 5.6)

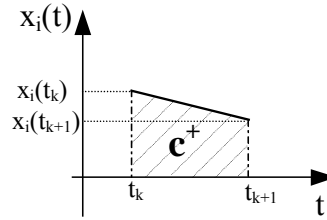


Fig. 5.6 – Fonction de coût pour le cas où $x_{i,k} \geq 0, x_{i,k+1} \geq 0$

$$G_{i,k}(\vec{\theta}) = \left(\frac{x_{i,k+1} + x_{i,k}}{2} \right) \times \delta_k \times c^+$$

$$\frac{\partial G_{i,k}(\vec{\theta})}{\partial \vec{\theta}} = \frac{c^+}{2} \left(\left(\frac{\partial x_{i,k+1}}{\partial \vec{\theta}} + \frac{\partial x_{i,k}}{\partial \vec{\theta}} \right) \delta_k + \frac{\partial \delta_k}{\partial \vec{\theta}} (x_{i,k+1} + x_{i,k}) \right)$$

Cas 2 : $x_{i,k} \leq 0, x_{i,k+1} \leq 0$ (voir Fig. 5.7)

$$G_{i,k}(\vec{\theta}) = - \left(\frac{x_{i,k+1} + x_{i,k}}{2} \right) \times \delta_k \times c^-$$

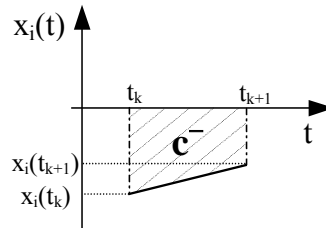


Fig. 5.7 – Fonction de coût pour le cas où $x_{i,k} \leq 0, x_{i,k+1} \leq 0$

$$\frac{\partial G_{i,k}(\vec{\theta})}{\partial \vec{\theta}} = - \frac{c^-}{2} \left(\left(\frac{\partial x_{i,k+1}}{\partial \vec{\theta}} + \frac{\partial x_{i,k}}{\partial \vec{\theta}} \right) \delta_k + \frac{\partial \delta_k}{\partial \vec{\theta}} (x_{i,k+1} + x_{i,k}) \right)$$

Cas 3 : $x_{i,k} \geq 0, x_{i,k+1} \leq 0$

Ce cas est illustré dans la Fig. 5.8. La trajectoire du stock croise 0 à l'instant t^* , c'est-à-dire que $x_i(t^*) = 0$ avec :

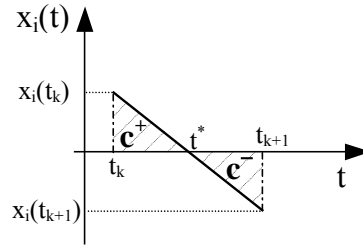


Fig. 5.8 – Fonction de coût pour le cas où $x_{i,k} \geq 0, x_{i,k+1} \leq 0$

$$t^* - t_k = \frac{x_{i,k}}{u_{i+1,k} - ud_{i,k}}$$

Alors,

$$G_{i,k}(\vec{\theta}) = \frac{1}{2} \frac{(c^+ x_{i,k}^2 + c^- x_{i,k+1}^2)}{u_{i+1,k} - ud_{i,k}}$$

$$\frac{\partial G_{i,k}(\vec{\theta})}{\partial \vec{\theta}} = \frac{1}{u_{i+1,k} - ud_{i,k}} (c^+ \times x_{i,k} \times \frac{\partial x_{i,k}}{\partial \vec{\theta}} + c^- \times x_{i,k+1} \times \frac{\partial x_{i,k+1}}{\partial \vec{\theta}})$$

Cas 4 : $x_k \leq 0, x_{k+1} \geq 0$ (voir Fig. 5.9)

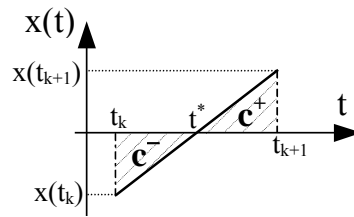


Fig. 5.9 – Fonction de coût pour le cas où $x_{i,k} \leq 0, x_{i,k+1} \geq 0$

$$G_{i,k}(\vec{\theta}) = -\frac{1}{2} \frac{(-c^- x_{i,k}^2 + c^+ x_{i,k+1}^2)}{u_{i+1,k} - ud_{i,k}} = \frac{1}{2} \frac{(c^- x_{i,k}^2 + c^+ x_{i,k+1}^2)}{ud_{i,k} - u_{i+1,k}}$$

$$\frac{\partial G_{i,k}(\vec{\theta})}{\partial \vec{\theta}} = \frac{1}{ud_{i,k} - u_{i+1,k}} (c^- \times x_{i,k} \times \frac{\partial x_{i,k}}{\partial \vec{\theta}} + c^+ \times x_{i,k+1} \times \frac{\partial x_{i,k+1}}{\partial \vec{\theta}})$$

5.3.4 Propriétés des estimateurs des gradients de la fonction de coût

Dans cette section nous nous limitons à la politique de Kanban et étudions les propriétés des gradients de la fonction de coût. Plus précisément, nous prouvons que les dérivées de la fonction de coût sont sans biais. Pour cela, nous considérons la dérivation par rapport au paramètre $\theta = h_i$. Deux systèmes sont considérés : le système nominal avec $h_i = \theta$ et le système perturbé avec $h_i = \theta + \Delta$.

Considérons les deux hypothèses suivantes dans la preuve :

Hypothèse 5.2 : $\tau_i > 0, \forall i$,

Hypothèse 5.3 : avec probabilité 1, il n'y a pas deux événements qui se produisent au même instant sauf les événements DL_i .

Le niveau du stock à l'instant t est donné par l'équation suivante :

$$x_i(t) = x_i(0) + TP_i(t - \tau_i) - TP_{i+1}(t) \quad (5.27)$$

où $TP_i(t)$ est la production totale (production cumulée) de chaque machine M_i à l'instant t .

La capacité restante qui est appelée également déficit du stock B_i à l'instant t est donnée par l'équation suivante :

$$y_i(t) = y_i(0) + TP_{i+1}(t) - TP_i(t) \quad (5.28)$$

Lemme 5.2 : $\forall t, \forall i$,

$$TP_i(t) = \min \left\{ \int_0^t U_i(\omega) d\omega, \inf_{0 < s < t} \int_s^t U_i(\omega) d\omega + \min \left\{ x_{i-1}(0) + TP_{i-1}(s - \tau_{i-1}), y_i(0) + TP_{i+1}(s) \right\} \right\} \quad (5.29)$$

où $U_i(s)$ est le taux maximal de production de la machine M_i à l'instant s , c'est-à-dire que $U_i(s) = U_i \alpha_i(s)$.

Preuve du Lemme 5.2 : D'une part, à chaque instant s et à partir des relations (5.27) et (5.28),

$$x_{i-1}(s) = x_{i-1}(0) + TP_{i-1}(s - \tau_{i-1}) - TP_i(s)$$

$$y_i(s) = y_i(0) + TP_{i+1}(s) - TP_i(s).$$

Puisque $x_{i-1}(s) \geq 0$ et $y_i(s) \geq 0$ et puisque la contrainte de la capacité de production devrait être satisfaite à chaque instant, $TP_i(t)$ est inférieur ou égal au terme droit de la relation (5.29).

D'autre part, deux cas sont possibles : soit la machine M_i n'est jamais ralentie jusqu'à l'instant t ce qui implique que

$$TP_i(t) = \int_0^t U_i(\omega) d\omega,$$

ou soit la machine M_i a été ralentie ce qui implique qu'il existe $s < t$ à partir duquel la machine M_i n'est plus ralentie jusqu'à l'instant t . Dans le dernier cas, soit $y_i(s) = 0$ ou $x_{i-1}(s) = 0$ qui implique que

$$TP_i(t) = \int_s^t U_i(\omega) d\omega + \min \{x_{i-1}(0) + TP_{i-1}(s - \tau_{i-1}), y_i(0) + TP_{i+1}(s)\}.$$

La combinaison de deux cas prouve la relation (5.29).

C.Q.F.D.

Corollaire 5.3 : Si

$$TP_{i-1}^\Delta(s - \tau_{i-1}) \leq TP_{i-1}(s - \tau_{i-1}) + C \quad \text{et} \quad TP_{i+1}^\Delta(s) \leq TP_{i+1}(s) + C - \Delta \cdot 1\{i = I\},$$

$\forall s \leq t$ avec $C > 0$ et $\Delta \geq 0$, alors :

$$TP_i^\Delta(t) \leq TP_i(t) + C$$

où $TP_i^\Delta(t)$ est la production cumulée du système perturbé.

Corollaire 5.4 : Si $TP_{i-1}^\Delta(s - \tau_{i-1}) \geq TP_{i-1}(s - \tau_{i-1})$ et $TP_{i+1}^\Delta(s) \geq TP_{i+1}(s)$, $\forall s \leq t$ avec $\Delta \geq 0$, alors :

$$TP_i^\Delta(t) \geq TP_i(t).$$

Lemme 5.3 : Si $TP_{i+1}^\Delta(t) \leq TP_{i+1}(t) + C$ avec $C \geq 0$, $\forall t \leq T$, alors :

$$TP_i^\Delta(t) \leq TP_i(t) + C + \Delta, \quad \forall t \leq T, \quad \forall i \leq I.$$

Preuve du Lemme 5.3 : Notons que $TP_i^\Delta(0) = TP_i(0) = 0$. Soit $t_{i+1} = T$

a) A partir du Corollaire 5.3,

$$TP_i^\Delta(t) \leq TP_i(t) + C + \Delta, \quad \forall t \leq t_i$$

avec $t_i = t_{i+1} \wedge \tau_{i-1}$ où $x \wedge y = \min\{x, y\}$.

b) En appliquant le Corollaire 5.3 aux étapes $I-1, I-2, \dots, 1$:

$$TP_i^\Delta(t) \leq TP_i(t) + C + \Delta, \quad \forall t \leq t_i, \quad \forall i = I, \dots, 2$$

avec $t_i = t_{i+1} \wedge \tau_{i-1}$ et

$$TP_1^\Delta(t) \leq TP_1(t) + C + \Delta, \quad \forall t \leq t_2,$$

c) Si $t_2 < t_3$, c'est-à-dire que $\tau_1 < t_3$, à partir de b) et Corollaire 5.3

$$TP_2^\Delta(t) \leq TP_2(t) + C + \Delta, \quad \forall t \leq (t_2 + \tau_1) \wedge t_3$$

$$TP_1^\Delta(t) \leq TP_1(t) + C + \Delta, \quad \forall t \leq (t_2 + \tau_1) \wedge t_3$$

d) Répéter c) mène à :

$$TP_i^\Delta(t) \leq TP_i(t) + C + \Delta, \quad \forall t \leq t_3, \forall i = 1, 2, 3.$$

e) En utilisant des arguments similaires pour les étapes 3, 4, ..., I,

$$TP_i^\Delta(t) \leq TP_i(t) + C + \Delta, \quad \forall t \leq t_{i+1} = T, \forall i \leq I.$$

C.Q.F.D.

Lemme 5.4 : Si $TP_i^\Delta(t) \leq TP_i(t) + C, \forall t \leq T - \tau_i$ avec $C \geq 0$, alors :

$$TP_i^\Delta(t) \leq TP_i(t) + C, \quad \forall t \leq T, \forall i > I.$$

Preuve du Lemme 5.4 :

a) Puisque $TP_{N+1}^\Delta(s) = TP_{N+1}(s) = s \times D$, à partir du Corollaire 5.3,

$$TP_N^\Delta(t) \leq TP_N(t) + C, \quad \forall t \leq T$$

$$\text{si } TP_{N-1}^\Delta(t) \leq TP_{N-1}(t) + C, \quad \forall t \leq T - \tau_{N-1}$$

b) Supposons que $TP_{N-2}^\Delta(t) \leq TP_{N-2}(t) + C, \quad \forall t \leq T - \tau_{N-2}$

Puisque $TP_{N-1}^\Delta(t) = TP_{N-1}(t), \quad \forall t \leq 0$, à partir de a),

$$TP_N^\Delta(t) \leq TP_N(t) + C, \quad \forall t \leq \tau_{N-1}.$$

À partir du Corollaire 5.3,

$$TP_{N-1}^\Delta(t) \leq TP_{N-1}(t) + C, \quad \forall t \leq \tau_{N-1} \wedge T.$$

En répétant ces arguments,

$$TP_i^\Delta(t) \leq TP_i(t) + C, \quad \forall t \leq T, \forall i = N-1, N.$$

c) D'une façon similaire à b), on peut montrer que

$$TP_i^\Delta(t) \leq TP_i(t) + C, \quad \forall t \leq T, \forall i > j$$

si $TP_j^\Delta(t) \leq TP_j(t) + C, \quad \forall t \leq T - \tau_j$ avec $j \geq I$.

C.Q.F.D.

Lemme 5.5 : Si $TP_{i+1}^\Delta(t) \geq TP_{i+1}(t)$, $\forall t \leq T$, alors :

$$TP_i^\Delta(t) \geq TP_i(t), \quad \forall t \leq T, \forall i \leq I.$$

La preuve du Lemme 5.5 est semblable à celle du Lemme 5.3 avec le Corollaire 5.3 remplacé par le Corollaire 5.4.

Lemme 5.6 : Si $TP_i^\Delta(t) \geq TP_i(t)$, $\forall t \leq T - \tau_I$, alors :

$$TP_i^\Delta(t) \geq TP_i(t), \quad \forall t \leq T, \forall i > I.$$

La preuve du Lemme 5.6 est semblable à celle du Lemme 5.4 avec le Corollaire 5.3 remplacé par le Corollaire 5.4.

Théorème 5.3 : Si $x_i^\Delta(0) = x_i(0), u_i^\Delta(t) = u_i(t), \forall t < 0$, alors :

$$0 \leq TP_i^\Delta(t) \leq TP_i(t) + (n+1)\Delta, \quad \forall i \leq I,$$

$$0 \leq TP_i^\Delta(t) \leq TP_i(t) + n \times \Delta, \quad \forall i > I$$

Pour tout $n \tau_I < t \leq (n+1) \tau_I$ avec $n \geq 0$.

Preuve du Théorème 5.3 :

- a) Par hypothèse, la perturbation Δ change en premier la production de la machine M_I .
Par conséquent,

$$TP_i^\Delta(t) = TP_i(t); \quad \forall i > I, \forall t \leq \tau_I,$$

- b) À partir de a) et Lemme 5.3 et Lemme 5.5,

$$0 \leq TP_i^\Delta(t) \leq TP_i(t) + \Delta; \quad \forall i \leq I, \forall t \leq \tau_I,$$

- c) En combinant b) et Lemmes 5.4 et 5.6,

$$0 \leq TP_i^\Delta(t) \leq TP_i(t) + \Delta; \quad \forall i > I, \forall t \leq 2\tau_I,$$

La répétition de b) et c) pour $n \tau_I < t \leq (n+1) \tau_I$ avec $n = 2, 3, \dots$ établit la preuve.

C.Q.F.D.

Théorème 5.4 : Si $x_i^\Delta(0) = x_i(0), u_i^\Delta(0) = u_i(t), \forall t < 0$ et $\Delta \leq 0$ alors :

$$TP_i(t) + (n+1)\Delta \leq TP_i^\Delta(t) \leq 0, \quad \forall i \leq I$$

$$TP_i(t) + n \times \Delta \leq TP_i^\Delta(t) \leq 0, \quad \forall i > I$$

Pour tout $n \tau_I < t \leq (n+1) \tau_I$ avec $n \geq 0$.

Preuve du Théorème 5.4 : A partir du Théorème 5.3 et en considérant le système actuel perturbé comme un système nominal, c'est-à-dire, avec $h_I + \Delta$ et en considérant le système actuel nominal comme un système perturbé, c'est-à-dire avec $h_I + \Delta + (-\Delta)$ où $(-\Delta \geq 0)$, on obtient le Théorème 5.4.

C.Q.F.D.

Théorème 5.5 : a) Sous l'hypothèse 5.3, avec probabilité 1, pour chaque θ , il existe $\delta > 0$, tel que la séquence d'événements ne change pas pour tout $\theta' \in (\theta - \delta, \theta + \delta)$.

b) De plus, toutes les variables continues $\delta_k, r_i(t_k), x_i(t_k), y_i(t_k), t_k$ sont différentiables et peuvent être déterminées comme dans l'analyse d'IPA.

c) Les dérivées à droite et à gauche du $J_N(\theta)$ existent et peuvent être déterminées comme dans la section précédente.

Théorème 5.6 : Sous les hypothèses 5.3 et 5.4,

$$\frac{\partial^+ E [J_N(\theta)]}{\partial \theta} = E \left[\frac{\partial^+ J_N(\theta)}{\partial \theta} \right]$$

$$\frac{\partial^- E [J_N(\theta)]}{\partial \theta} = E \left[\frac{\partial^- J_N(\theta)}{\partial \theta} \right]$$

et si $E [J_N(\theta)]$ est différentiable,

$$\frac{\partial E [J_N(\theta)]}{\partial \theta} = E \left[\frac{\partial^+ J_N(\theta)}{\partial \theta} \right] = E \left[\frac{\partial^- J_N(\theta)}{\partial \theta} \right]$$

Preuve du Théorème 5.6 : À partir des Théorèmes 5.3 et 5.4,

$$|TP_i^\Delta(t) - TP_i(t)| \leq \frac{t}{\tau_I} \Delta + \Delta, \quad \forall t$$

De plus ,

$$x_i(t) = x_i(0) + TP_i(t - \tau_i) - TP_{i+1}(t)$$

$$J_N = \frac{1}{t_N} \int_0^{t_N} \sum_{i=1}^k g_i(x_i(t)) dt$$

$$\text{avec } g_i(x_i(t)) = \begin{cases} c^+ x_i(t) & \text{si } x_i(t) \geq 0 \\ -c^- x_i(t) & \text{si } x_i(t) < 0 \end{cases}$$

Par conséquent,

$$\begin{aligned} |\Delta x_i(t)| &= |x_i^\Delta(t) - x_i(t)| \\ &\leq |\Delta TP_i(t - \tau_i)| + |\Delta TP_{i+1}(t)| \\ &\leq 2 \frac{t}{\tau_I} \Delta + 2\Delta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |\Delta J_N| &\leq \frac{1}{t_N} \int_0^{t_N} \sum_{i=1}^k |\Delta g_i(x_i(t))| dt \\ &\leq \frac{1}{t_N} \int_0^{t_N} \sum_{i=1}^k (c^+ \vee c^-) \times |\Delta(x_i(t))| dt \\ &\leq \frac{1}{t_N} \int_0^{t_N} k \times (c^+ \vee c^-) \times \left(2 \frac{t}{\tau_I} \Delta + 2\Delta\right) dt \\ &= k \times (c^+ \vee c^-) \times \left(\frac{t_N}{\tau_I} + 2\right) \Delta \end{aligned}$$

Puisque $k \times (c^+ \vee c^-) \times \left(\frac{t_N}{\tau_I} + 2\right)$ est intégrable, $J_N(\theta)$ est continue au sens de Lipschitz (voir chapitre 1).

C.Q.F.D.

5.3.5 Algorithme d'optimisation basé sur la simulation

Dans cette section, nous présentons un algorithme afin de minimiser le coût moyen $J(\vec{\theta})$. L'idée de base est d'approcher l'optimisation du coût moyen de long terme par l'optimisation d'une fonction de trajectoire. Dans cette étude, nous exploitons la propriété suivante.

Si (i) le nombre total d'événements K est défini comme une fonction d'événements pannes/réparations tel que la $k^{\text{ième}}$ réparation d'une machine M_N et si (ii) les mêmes temps de bon fonctionnement (TBF) et les mêmes temps de réparation (TTR) sont utilisés pour tout $\vec{\theta}$, la fonction de coût $J_K(\vec{\theta})$ est alors une fonction continue.

Nous utilisons ensuite un algorithme d'optimisation basé sur le gradient afin de minimiser $J_K(\vec{\theta})$. Cette solution optimale converge vers une solution optimale de $J(\vec{\theta})$ lorsque K augmente.

La procédure d'optimisation basée sur le gradient est une méthode itérative comme suit :

$$h_i^{n+1} = \left(h_i^n + s_n \frac{\partial}{\partial h_i} J_N(\vec{\theta}^n) \right)^+ \quad (5.30)$$

où s_n est le pas de l'itération n .

Deux pas sont utilisés. Au début, nous utilisons le pas d'Armijo (voir [ARM66], [POL97]), c'est-à-dire que le pas $s_n = \gamma^m$ est tel que

$$J_N(\vec{\theta}^{n+1}) - J_N(\vec{\theta}^n) \leq -\alpha \gamma^m \|\nabla J_N(\vec{\theta}^n)\|^2 \quad (5.31)$$

avec $\alpha = 0.5$ et $\gamma = 0.5$.

Le pas d'Armijo ([ARM66], [POL97]) permet une descente rapide mais sa détermination consomme du temps. En conséquent, quand l'amélioration du coût $J_K(\vec{\theta}^{n+1}) - J_K(\vec{\theta}^n)$ est plus petite qu'un pourcentage donné, nous utilisons le pas suivant (voir [NED02]) :

$$s_n = \eta \frac{J_N(\vec{\theta}^n)}{\|\nabla J_N(\vec{\theta}^n)\|^2} \quad (5.32)$$

Au début, η est choisi tel que s_n est égal au dernier pas d'Armijo. S'il n'y a pas d'amélioration de $J_K(\vec{\theta})$ après un certain nombre d'itérations, nous réduisons la valeur de η .

Algorithme d'optimisation basé sur la simulation :

Étape 1. Initialisation : $h \leftarrow h^0$

Étape 2. Simuler le modèle à flux continus avec un vecteur de paramètres (h) et avec des variables aléatoires communes afin de déterminer $J_M(\vec{\theta})$ et $\partial J_M(\vec{\theta})/\partial \vec{\theta}$ en utilisant les résultats des Sections 5.3.1, 5.3.2, et 5.3.3.

Étape 3. Mettre à jour h en utilisant la méthode de gradient avec le pas d'Armijo ou le pas (5.32).

Étape 4. Répéter les Etapes 2-3 jusqu'à la convergence.

La simulation du modèle à flux continus avec délais est un algorithme à événements discrets comme décrit dans la Section 5.3.1 et progresse d'un événement à un autre événement. À chaque événement, les variables d'état, les variables d'horloge et leurs gradients sont mis à jour selon les équations données dans les Sections 5.3.1- 5.3.2. Le coût cumulé $\sum_{k=0}^n \sum_i G_{ik}(\vec{\theta})$ et son gradient $\sum_{k=0}^n \sum_i \partial G_{ik}(\vec{\theta}) / \partial \vec{\theta}$ sont également calculés selon les équations de la Section 5.3.3. À la fin de la simulation, $J_N(\vec{\theta})$ et $\partial J_N(\vec{\theta}) / \partial \vec{\theta}$ sont déterminés en utilisant les résultats de la Section 5.3.3.

5.3.6 Résultats de l'optimisation et comparaison des différentes politiques de pilotage

Dans cette section, nous considérons une ligne de transfert composée de trois machines identiques sauf les délais : $\tau_1 = 2.0$ unités de temps, $\tau_2 = 2.2$ unités de temps et $\tau_3 = 2.5$ unités de temps. Les temps de bon fonctionnement et les temps de réparation sont exponentiellement distribués avec un taux λ_i et μ_i respectivement, c'est-à-dire que la moyenne des temps de bon fonctionnement $MTBF_i = 1/\lambda_i$ et la moyenne des temps de réparation $MTTR_i = 1/\mu_i$.

Par la suite, nous allons étudier les résultats d'optimisation pour les différentes politiques de pilotage.

Notons que pour toutes les politiques de pilotage, l'optimisation basée sur la simulation est réalisée pour $K = 1000$ réparations de la machine M_3 et la valeur initiale du générateur de nombres aléatoires est « srand48(10000) ».

5.3.6.1 Politique KANBAN

Les conditions initiales sont $x_i(0) = y_i(0) = h_i/2$ et $\alpha_i(0) = 1$. Les paramètres sont donnés dans le Tableau 5.4.

c^+ (unité monétaire)	c^- (unité monétaire)	$MTBF_i$ (unité de temps)	$MTTR_i$ (unité de temps)	U_i (pièce/unité de temps)	D (pièce/unité de temps)
5	250	100	20	4	0.5

Tableau 5.4 – Données de simulation pour la politique Kanban

D'abord, nous utilisons la simulation pour évaluer la fonction de coût $J(\vec{\theta})$ en variant h_1 , h_2 et h_3 par des points entiers. Le coût minimal est obtenu avec $h_1 = 7$ pièces. La fonction de coût avec $h_1 = 7$ pièces est tracée dans la Fig. 5.10.

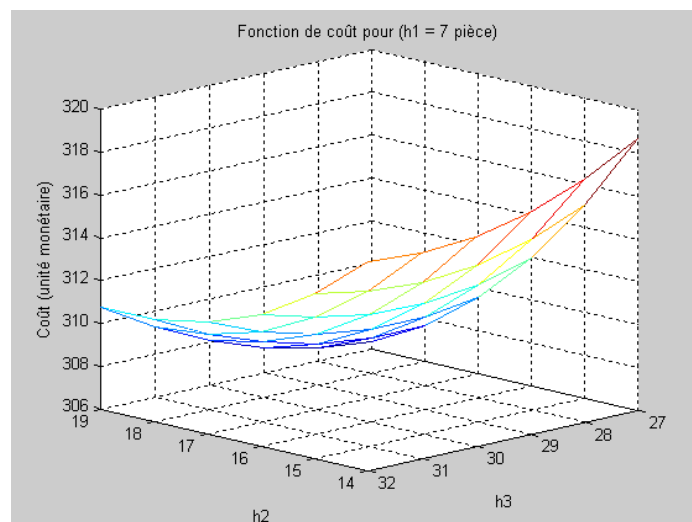


Fig. 5.10 – Coût vs nombre de Kanbans pour une ligne de transfert de 3 machines avec une politique Kanban

La fonction de coût est convexe et il existe une valeur minimum de coût égale à (306.34 unités monétaires) ce qui correspond au vecteur suivant du niveau de stock : ($h_1 = 7$ pièces, $h_2 = 14$ pièces, $h_3 = 32$ pièces).

Ensuite un algorithme d'optimisation basée sur la simulation est utilisé afin d'optimiser le modèle de la ligne de transfert.

Nombre d'itération	Valeur de coût (unité monétaire)	Vecteur de niveau de stock (h_1 (pièces), h_2 (pièces), h_3 (pièces))
0	387.88	(20.00, 20.00, 20.00)
1 (Avec un pas d'Armijo)	327.28	(11.69, 18.99, 31.36)
2 (Avec un pas d'Armijo)	309.58	(7.61, 16.98, 30.92)
3	307.84	(5.77, 16.01, 31.51)
4	307.23	(7.07, 15.98, 32.11)
5	306.63	(6.74, 15.78, 32.22)
6	306.41	(6.61, 15.7, 32.29)
7	306.31	(6.55, 15.66, 32.32)
8	306.27	(6.52, 15.64, 32.34)
9	306.25	(6.51, 15.64, 32.33)
10	306.24	(6.50, 15.63, 32.35)
11	306.23	(6.49, 15.63, 32.36)

Tableau 5.5 – Résultats d'optimisation basée sur la simulation pour la politique Kanban

À partir du Tableau 5.5, nous constatons que la fonction de coût converge rapidement vers la valeur optimale obtenue dans la Fig. 5.10 (306.23 unités monétaires), et le vecteur de niveau de stock optimal correspondant à cette valeur de coût est ($h_1 = 6.49$ pièces, $h_2 = 15.63$ pièces, $h_3 = 32.36$ pièces) (voire [MOU06a]).

Etude de la robustesse des résultats de simulation pour la politique Kanban

Dans cette section nous allons étudier la robustesse des résultats de simulation en utilisant la même procédure que celle utilisée dans la section 5.2.5. Nous varions également le nombre d'événements considérés.

Les résultats sont donnés dans le Tableau 5.6 :

Nombre d'événements	Différence de Coût	
	srand48(1500)	srand48(15000)
1000	2.99%	0.19%
100000	0.08%	0.095%

Tableau 5.6 – Robustesse des résultats de la simulation pour la politique Kanban

Le pourcentage maximal correspondant à l'écart entre les valeurs de coût est de 2.99% quand nous simulons pour 1000 événements avec une valeur initiale « srand48(1500) », pour

100000 événements est de 0.08% avec des valeurs initiales « srand48(1500) ». Les résultats de simulation sont alors robustes et cette robustesse devient plus forte lorsque le nombre d'événements augmente (voir Tableau 5.6).

5.3.6.2 Politiques Echelon Base Stock et CONWIP

Les conditions initiales sont $z_i(0) = Z_i$, $x_i(0) = 0$ et $\alpha_i(0) = 1$, qui mène à $u_1(0) = U_1$ et $u_i(0) = 0$, pour chaque $i > 1$. Les paramètres sont donnés dans le Tableau 5.7.

c^+ (unité monétaire)	c^- (unité monétaire)	$MTBF_i$ (unité de temps)	$MTTR_i$ (unité de temps)	U_i (pièce/unité de temps)
5	250	100	20	4

Tableau 5.7 – Données de simulation pour les politiques Echelon Base Stock et CONWIP

Nous considérons deux demandes différentes :

Cas 1 ($D = 0.5$ pièce/unité de temps)

La ligne de transfert est chargée légèrement dans ce cas avec seulement une charge moyenne de 15%. En utilisant la simulation, comme dans la section 5.3.61, nous évaluons la fonction de coût $J(\vec{Z})$ en variant Z_1 , Z_2 et Z_3 sur des points entiers. Le coût minimal est obtenu avec $Z_1 = 42$ pièces. La Fig.5.11 présente la fonction de coût pour $Z_1 = 42$ pièces.

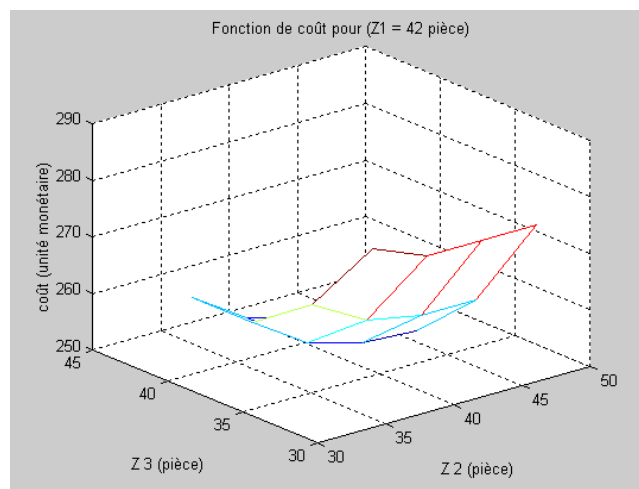


Fig. 5.11 - Coût vs Echelon Base Stock avec $Z_1 = 42$ et $D = 0.5$ et une politique Echelon Base Stock

La valeur minimale de coût égale à (250.201 unités monétaires) qui correspond au vecteur suivant du niveau de stock de base ($Z_1 = 42$ pièces, $Z_2 = 42$ pièces, $Z_3 = 42$ pièces) (voir Fig. 5.11).

Par conséquent, la politique optimale est une politique de type CONWIP avec $Z_1 = Z_2 = Z_3$. Ce résultat semble naturel puisque nous supposons dans cette étude que le coût de stockage est identique pour tous les stocks.

L'algorithme d'optimisation basé sur la simulation est ensuite utilisé afin d'optimiser le modèle de la ligne de transfert avec des solutions initiales différentes, c'est-à-dire, des vecteurs différents \vec{Z} . La fonction de coût converge vers la valeur optimale obtenue dans la Fig. 5.11 à savoir (250.201 unités monétaires) donnée dans le Tableau 5.8.

Valeurs initiales (Z_1 (pièce), Z_2 (pièce), Z_3 (pièce))	Valeur optimale du coût (unité monétaire)	Vecteur de niveau optimal du stock de base (Z_1 (pièce), Z_2 (pièce), Z_3 (pièce))
(10, 10, 10)	250.18	(42.07, 41.74, 40.33)
(20, 20, 20)	250.20	(41.98, 41.86, 40.28)
(100, 100, 100)	250.19	(42.20, 42.16, 42.13)

Tableau 5.8 – Résultats d'optimisation basée sur la simulation pour $D = 0.5$

En utilisant la politique Kanban et un algorithme d'optimisation basé sur la simulation, nous avons montré que le vecteur de niveau optimal de stock est (6.49 pièces, 15.63 pièces, 32.36 pièces) et la valeur de coût optimal est (306.23 unités monétaires) (voir la section 5.3.6.1).

Ce résultat suggère que la politique de Echelon Base Stock est meilleure que la politique de type Kanban.

Etude de la robustesse des résultats de simulation pour $D = 0.5$

Pour la première solution trouvée dans le Tableau 5.8 ($Z_1 = 42.07$ pièces, $Z_2 = 41.74$ pièces, $Z_3 = 40.33$ pièces) nous avons suivi la même procédure que celle utilisée pour étudier la robustesse pour le cas d'une politique Kanban. Les résultats sont donnés dans le Tableau 5.9 :

Nombre d'événements	Différence de Coût	
	<i>srand48(1500)</i>	<i>srand48(15000)</i>
1000	0.17%	0.13%
100000	0.003%	0.036%

Tableau 5.9 – Robustesse des résultats de la simulation pour la politique Echelon Base Stock et $D = 0.5$ et valeurs initiales ($Z_1 = 10$ pièces, $Z_2 = 10$ pièces, $Z_3 = 10$ pièces)

Pour la deuxième solution dans le Tableau 5.8 ($Z_1 = 41.98$ pièces, $Z_2 = 41.86$ pièces, $Z_3 = 40.28$ pièces), nous avons trouvé les résultats suivants :

Nombre d'événements	Différence de Coût	
	<i>srand48(1500)</i>	<i>srand48(15000)</i>
1000	0.14%	0.03%
100000	0.02%	0.01%

Tableau 5.10 – Robustesse des résultats de la simulation pour la politique Echelon Base Stock et $D = 0.5$ et valeurs initiales ($Z_1 = 20$ pièces, $Z_2 = 20$ pièces, $Z_3 = 20$ pièces)

Pour la troisième solution dans le Tableau 5.10 ($Z_1 = 42.20$ pièces, $Z_2 = 42.16$ pièces, $Z_3 = 42.13$ pièces), nous avons trouvé les résultats suivants :

Nombre d'événements	Différence de Coût	
	<i>srand48(1500)</i>	<i>srand48(15000)</i>
1000	0.22%	0.31%
100000	0.008%	0.003%

Tableau 5.11 – Robustesse des résultats de la simulation pour la politique Echelon Base Stock et $D = 0.5$ et valeurs initiales ($Z_1 = 100$ pièces, $Z_2 = 100$ pièces, $Z_3 = 100$ pièces)

À partir des Tableaux 5.9, 5.10 et 5.11, nous remarquons que le pourcentage maximal de la différence entre les valeurs de coût quand nous simulons pour 1000 événements est de 0.22% avec des valeurs initiales ($Z_1 = 100$ pièces, $Z_2 = 100$ pièces, $Z_3 = 100$ pièces), pour

100000 événements est de 0.036% avec des valeurs initiales ($Z_1 = 10$ pièces, $Z_2 = 10$ pièces, $Z_3 = 10$ pièces). Ces résultats de simulation sont robustes.

Cas 2 ($D = 3.0$ pièces/unité de temps)

La ligne de transfert est très chargée dans ce cas avec une charge moyenne de travail de 90% et les niveaux optimaux de stock de base sont très élevés. Par conséquent, une recherche exhaustive prend beaucoup de temps. Nous nous limitons à une recherche exhaustive des politiques de type CONWIP avec $Z_1 = Z_2 = Z_3$. Les résultats sont tracés dans la Fig. 5.12. Le coût minimal est (5684.19 unités monétaires) obtenu avec $Z_1 = Z_2 = Z_3 = 1035$ pièces.

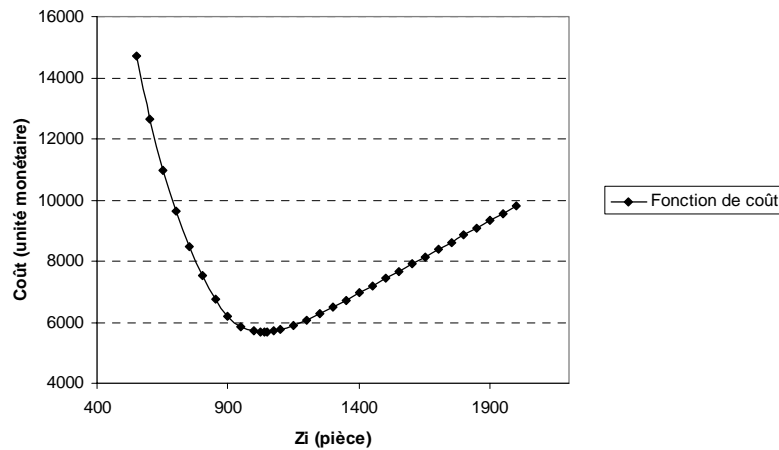


Fig. 5.12 - Fonction de coût pour la politique de CONWIP avec $D = 3$

Nous appliquons ensuite l'algorithme d'optimisation basé sur la simulation de cette étude avec un vecteur initial différent de stock de base d'échelon. La fonction de coût converge vers la valeur optimale obtenue dans la Fig. 5.12 (5684.07 unités monétaires) donnée dans le Tableau 5.12.

Deux politiques très différentes et optimales de stock de base d'échelon sont obtenues. Les coûts dans les deux politiques sont proches du coût minimal des politiques de type CONWIP. La politique obtenue en commençant avec $\vec{Z} = (1000, 1000, 1000)$ est proche de la politique optimale de type CONWIP.

Nous constatons que la politique obtenue en commençant avec $\vec{Z} = (10, 10, 10)$ n'est pas du tout une politique de type CONWIP et la nouvelle politique a un niveau de stock plus faible mais elle a plus de demandes en attente.

Notons que chaque combinaison de ces deux solutions est également une solution optimale. Cela implique que, pour ce cas, la fonction de coût est très plate près de la solution optimale.

Valeurs initiales (Z_1 (pièce), Z_2 (pièce), Z_3 (pièce))	Valeur optimale du coût (unité monétaire)	Vecteur de niveau optimal du stock de base (Z_1 (pièce), Z_2 (pièce), Z_3 (pièce))
(10, 10, 10)	5684.84	(1034, 984, 678)
(1000, 1000, 1000)	5684.07	(1037, 1024, 1011)

Tableau 5.12 – Résultats d'optimisation basée sur la simulation pour $D = 3$

Etude de la robustesse des résultats de simulation pour $D = 3$

Pour la première solution obtenue dans le Tableau 5.12 ($Z_1 = 1034$ pièces, $Z_2 = 984$ pièces, $Z_3 = 678$ pièces) nous avons suivi la même procédure que précédemment. Les résultats sont donnés dans le Tableau 5.13 :

Nombre d'événements	Différence de Coût	
	srand48(1500)	srand48(15000)
1000	1.77%	2.43%
100000	0.19%	0.7%

Tableau 5.13 – Robustesse des résultats de la simulation pour la politique Echelon Base Stock et $D = 3$ et valeurs initiales ($Z_1 = 10$ pièces, $Z_2 = 10$ pièces, $Z_3 = 10$ pièces)

Pour la deuxième solution dans le tableau 5.12 ($Z_1 = 1037$ pièces, $Z_2 = 1024$ pièces, $Z_3 = 1011$ pièces), nous avons trouvé les résultats suivants :

Nombre d'événements	Différence de Coût	
	srand48(1500)	srand48(15000)
1000	0.58%	2.67%
100000	0.09%	0.54%

Tableau 5.14 – Robustesse des résultats de la simulation pour la politique Echelon Base Stock et $D = 3$ et valeurs initiales ($Z_1 = 1000$ pièces, $Z_2 = 1000$ pièces, $Z_3 = 1000$ pièces)

Le pourcentage maximal de la différence entre les valeurs de coût est de 2.67% quand nous simulons pour 1000 événements avec des valeurs initiales ($Z_1 = 1000$ pièces, $Z_2 = 1000$

pièces, $Z_3 = 1000$ pièces) (voir Tableaux 5.14), pour 100000 événements est de 0.7% avec des valeurs initiales ($Z_1 = 10$ pièces, $Z_2 = 10$ pièces, $Z_3 = 10$ pièces) (voir Tableaux 5.13). Par conséquent, les résultats de simulation sont robustes.

5.4 Optimisation des politiques de pilotage des lignes d'assemblage / désassemblage

5.4.1 Lignes d'assemblage

Cette étude considère un modèle à flux continu avec délais d'une ligne d'assemblage produisant un seul type de produits et composée de $N-1$ machines d'entrée (M_1, M_2, \dots, M_{N-1}) et une machine d'assemblage M_N et N stocks intermédiaires ($B_1, B_2, \dots, B_{N-1}, B_N$) où B_N représente le stock en aval de la machine d'assemblage M_N et (B_1, B_2, \dots, B_{N-1}) représente les stocks qui séparent les machines d'entrée (M_1, M_2, \dots, M_{N-1}) et la machine d'assemblage M_N . (voir Fig. 5.13).

Les matières arrivent dans le système, d'une manière continue et sans interruption, sur les machines d'entrée M_i où $i = 1, 2, \dots, N-1$, après ils attendent une période appelée délai τ_i pour le transfert des matières, avant l'arrivée dans son stock en aval B_i , puis la machine d'assemblage M_N , et ensuite ils attendent une période τ_N avant l'arrivée dans le stock B_N , où ils restent jusqu'à ce que la demande D arrive.

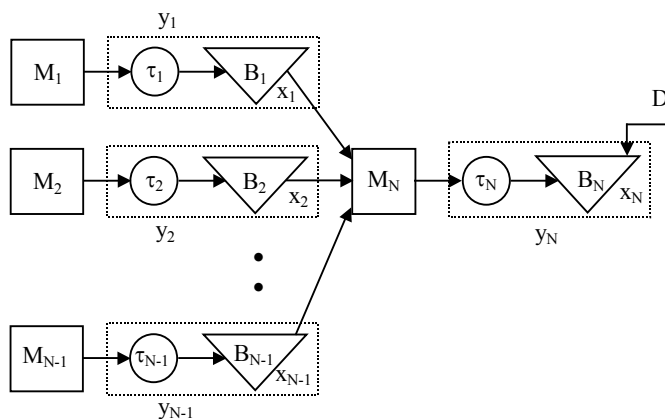


Fig. 5.13 – Ligne d'assemblage avec un délai entre M_i et B_i

La politique de commande est une politique de type Kanban utilisée précédemment et définie comme suit :

- Pour la machine d'assemblage M_N (voir Fig. 5.13) :

$$u_N(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } \alpha_N(t) = 0, \\ U_N & \text{si tout } x_i(t) > 0, y_N < h_N, \alpha_N(t) = 1, \\ \min(ud_i(t), U_N), & \text{si un } x_i(t) = 0, y_N < h_N, \alpha_N(t) = 1, \\ \min(D, U_N), & \text{si tout } x_i(t) > 0, y_N = h_N, \alpha_N(t) = 1, \\ \min(ud_i(t), D, U_N), & \text{si un } x_i(t) = 0, y_N = h_N, \alpha_N(t) = 1. \end{cases} \quad (5.33)$$

où $i = 1, 2, \dots, N-1$.

- Pour les machines d'entrée M_i où $i = 1, 2, \dots, N-1$:

$$u_i(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } \alpha_i(t) = 0, \\ U_i & \text{si } y_i < h_i, \alpha_i(t) = 1, \\ \min(U_i, u_N(t)), & \text{si } y_i = h_i, \alpha_i(t) = 1. \end{cases} \quad (5.34)$$

Notons que nous avons utilisé la même démarche que celle utilisée dans le cas d'une ligne de transfert avec une politique de type Kanban. Plus précisément, la dynamique du système, l'utilisation de la technique d'IPA, la fonction du coût et l'algorithme d'optimisation sont exactement les mêmes que pour le cas d'une ligne de transfert avec une politique de type Kanban.

5.4.2 Lignes de désassemblage

Dans ce cas nous considérons un modèle à flux continu avec délais d'une ligne de désassemblage composée de deux machines M_1 et une machine de désassemblage M_2 et N stocks intermédiaires $(B_1, B_2, B_3, \dots, B_N)$ de où B_1 représente le stock en aval de la machine M_1 et (B_2, B_3, \dots, B_N) représente les stocks en aval de la machine d'assemblage M_2 (voir Fig. 5.14).

Les matières arrivent dans le système, d'une manière continue et sans interruption, sur la machine M_1 , après ils attendent une période appelée délai τ_1 pour le transfert des matières, avant l'arrivée dans son stock en aval B_1 , puis la machine de désassemblage M_2 , et ensuite ils attendent une période appelée délai τ_j où $j = i, i+1, i+2, \dots, N$ avant l'arrivée dans le stock B_j , où ils restent jusqu'à ce que les demandes D identiques arrivent.

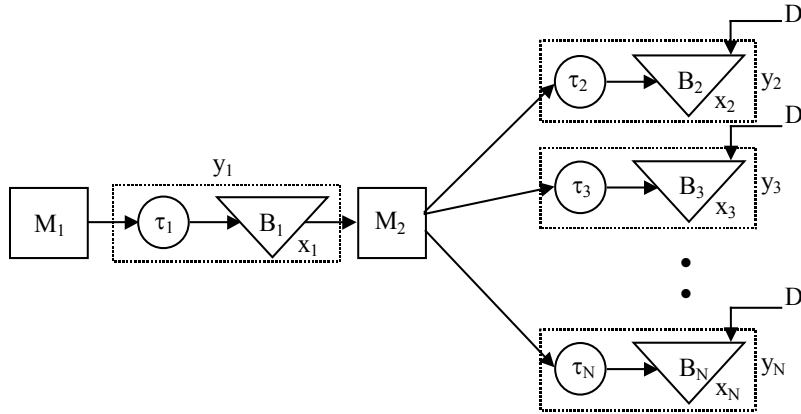


Fig. 5.14 – Ligne de désassemblage avec un délai entre M_i et B_i

La politique de commande pour la machine de désassemblage M_2 est de type Kanban et définie comme suit :

$$u_i(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } \alpha_i(t) = 0, \\ U_i & \text{si tout } x_{i-1}(t) > 0, \text{ tout } y_j < h_j, \alpha_i(t) = 1, \\ \min(ud_{i-1}(t), U_i), & \text{si } x_{i-1}(t) = 0, \text{ tout } y_j < h_j, \alpha_i(t) = 1, \\ \min(u_{j+1}(t), U_i), & \text{si } x_{i-1}(t) > 0, \text{ un } y_j = h_j, \alpha_i(t) = 1, \\ \min(ud_{i-1}(t), u_{j+1}(t), U_i), & \text{si } x_{i-1}(t) = 0, \text{ un } y_j = h_j, \alpha_i(t) = 1. \end{cases} \quad (5.35)$$

où dans notre cas $u_{j+1} = D$ et $j = i, i+1, i+2, \dots, N$

La politique de commande pour la machine M_1 dans la ligne est définie comme suit :

$$u(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } \alpha(t) = 0, \\ U & \text{si } y < h, \alpha(t) = 1, \\ \min(u_i(t), U), & \text{si } y = h, \alpha(t) = 1. \end{cases} \quad (5.36)$$

où $u_i(t)$ représente la politique de commande pour la machine de désassemblage M_2 .

5.4.3 Résultats d'optimisation

Pour les expériences numériques, nous considérons que les temps de bon fonctionnement et les temps de réparation sont exponentiellement distribués avec un taux λ_i et μ_i respectivement, c'est-à-dire que la moyenne des temps de bon fonctionnement $MTBF_i = 1/\lambda_i$ et la moyenne des temps de réparation $MTTR_i = 1/\mu_i$.

Les conditions initiales et les données de simulation sont $x_i(0) = y_i(0) = h_i/2$ et $\alpha_i(0) = 1$. Les paramètres sont donnés dans le Tableau 5.6.

Notons que pour le cas d'une ligne d'assemblage et le cas d'une ligne de désassemblage, l'optimisation basée sur la simulation est réalisée pour $K = 1000$ réparations de la dernière machine dans la ligne M_N et la valeur initiale du générateur de nombres aléatoires est « `srand48(10000)` ».

5.4.3.1 Cas d'une ligne d'assemblage

Dans ce cas nous considérons une ligne d'assemblage composée de trois machines identiques (2 machines d'entrée M_1, M_2 et une machine d'assemblage M_3) sauf les délais avec $\tau_1 = 2.0$ unités de temps, $\tau_2 = 2.2$ unités de temps, $\tau_3 = 2.5$ unités de temps.

Pour évaluer la fonction de coût nous utilisons la même procédure que celle utilisé dans la section 5.3.6.1. Le coût minimal est obtenu avec $h_1 = 12$ pièces. La fonction de coût résultant pour $h_1 = 12$ pièces est donnée dans la Fig. 5.15.

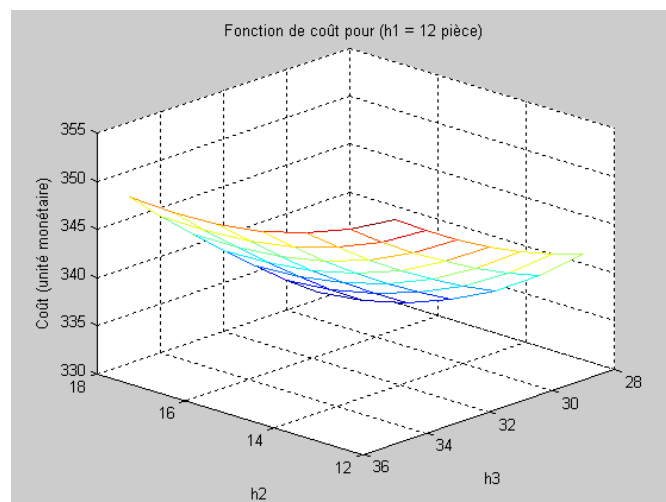


Fig. 5.15 – Coût vs nombre de Kanbans pour une ligne d'assemblage de 3 machines avec une politique Kanban

La valeur minimum de coût obtenu par simulation est égale à 330.72 unités monétaires et le vecteur du niveau de stock correspondant est : ($h_1 = 12$ pièces, $h_2 = 12$ pièces, $h_3 = 35$ pièces) (voir [MOU06b]).

Les résultats d'optimisation basés sur la simulation pour la ligne d'assemblage considérée sont donnés dans le Tableau 5.15.

Nombre d'itération	Valeur de coût (unité monétaire)	Vecteur de niveau de stock (h_1 (pièces), h_2 (pièces), h_3 (pièces))
0	419.03	(20.00, 20.00, 20.00)
1 (Avec un pas d'Armijo)	372.14	(17.88, 18.29, 28.01)
2 (Avec un pas d'Armijo)	335.63	(12.63, 13.46, 32.22)
3	331.94	(11.53, 11.45, 35.29)
4	330.43	(11.49, 11.45, 35.30)

Tableau 5.15 – Résultats d'optimisation basée sur la simulation pour une ligne d'assemblage avec la politique Kanban

Nous remarquons que la fonction de coût converge rapidement vers la valeur optimale obtenue par simulation (330.43 unités monétaires), et le vecteur de niveau de stock optimal correspondant à cette valeur de coût est ($h_1 = 11.49$ pièces, $h_2 = 11.45$ pièces, $h_3 = 35.3$ pièces) (voir Tableau 5.15).

Etude de la robustesse des résultats d'optimisation

Pour la solution optimale donnée dans le Tableau 5.15 ($h_1 = 11.49$ pièces, $h_2 = 11.45$ pièces, $h_3 = 35.30$ pièce) nous avons suivi la même procédure que celle utilisée pour étudier la robustesse pour le cas d'une politique Kanban. Les résultats sont donnés dans le Tableau 5.16 :

Nombre d'événements	Différence de Coût	
	<i>srand48(1500)</i>	<i>srand48(15000)</i>
1000	3.34%	2.06%
100000	1.93%	1.19%

Tableau 5.16 – Robustesse des résultats de la simulation pour une ligne d'assemblage

Nous notons que le pourcentage maximal de la différence entre les valeurs de coût est de 3.34% quand nous simulons pour 1000 événements, pour 100000 événements est de 1.93% (voir Tableau 5.16). Les résultats de simulation sont robustes.

5.4.3.2 Cas d'une ligne de désassemblage

Dans ce cas nous considérons une ligne de désassemblage composé de deux machines identiques (une machine d'entrée M_1 et une machine de désassemblage M_2) sauf les délais avec $\tau_1 = 2.0$ unités de temps, $\tau_2 = 2.2$ unités de temps, $\tau_3 = 2.2$ unités de temps.

Pour évaluer la fonction de coût nous utilisons la même procédure que celle utilisé dans la section 5.3.6.1. Le coût minimal est obtenu avec $h_1 = 18$ pièces. La Fig. 5.16 présente la fonction de coût résultant pour $h_1 = 18$ pièces.

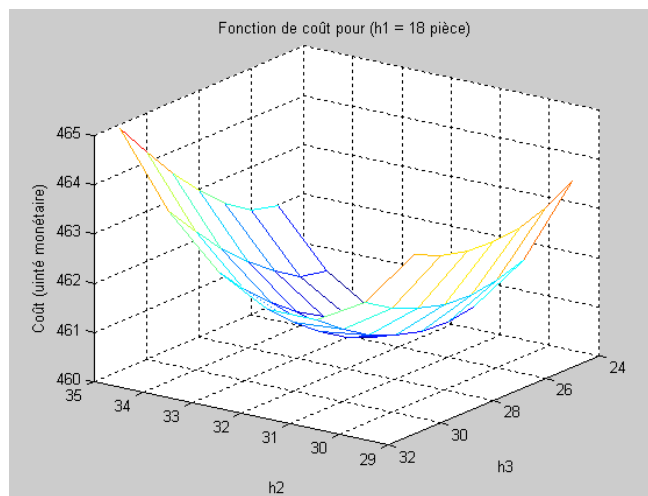


Fig. 5.16 – Coût vs nombre de Kanbans pour une ligne de désassemblage avec une politique Kanban

La valeur minimum de coût obtenu par simulation est égale à 460.23 unités monétaires ce qui correspond au vecteur suivant du niveau de stock : ($h_1 = 18$ pièces, $h_2 = 29$ pièces, $h_3 = 28$ pièces).

Les résultats d'optimisation basée sur la simulation pour la ligne de désassemblage considérée sont donnés dans le Tableau 5.17.

<i>Nombre d'itération</i>	<i>Valeur de coût</i> (unité monétaire)	<i>Vecteur de niveau de stock</i> (h_1 (pièces), h_2 (pièces), h_3 (pièces))
0	498.21	(20.00, 20.00, 20.00)
1 (Avec un pas d'Armijo)	460.29	(18.02, 28.8, 27.9)
2	460.13	(17.90, 29.1, 28.03)

Tableau 5.17 – Résultats d'optimisation basée sur la simulation pour une ligne de désassemblage avec la politique Kanban

À partir des résultats d'optimisation donnés dans le Tableau 5.17, nous constatons que la fonction de coût converge rapidement vers la valeur optimale obtenue dans la Fig. 5.16 (460.23 unités monétaires), qui correspond au vecteur de niveau de stock optimal suivant ($h_1 = 18.00$ pièces, $h_2 = 29.10$ pièces, $h_3 = 28.03$ pièces).

Etude de la robustesse des résultats d'optimisation

Pour la solution optimale donnée dans le tableau 5.17 ($h_1 = 17.90$ pièces, $h_2 = 29.10$ pièces, $h_3 = 28.03$ pièces) nous avons suivi la même procédure que précédemment. Les résultats sont donnés dans le Tableau 5.18 :

<i>Nombre d'événements</i>	<i>Différence de Coût</i>	
	<i>srand48(1500)</i>	<i>srand48(15000)</i>
1000	0.86%	0.54%
100000	0.15%	0.47%

Tableau 5.18 – Robustesse des résultats de la simulation pour une ligne de désassemblage

Le pourcentage maximal de la différence entre les valeurs de coût est faible : 0.86% pour 1000 événements, et 0.47% pour 100000 événements (voir Tableau 5.18). Ces résultats de simulation sont robustes.

5.6 Conclusions

Nous avons considéré l'optimisation du modèle à flux continus avec délais d'un système de fabrication composé d'une seule machine sujette aux pannes et produisant un seul type de produits avec des délais de transport et une demande constante. La machine est sujette aux pannes dépendantes du temps (la machine peut tomber en panne même s'elle ne travaille pas sur une pièce) ou aux pannes dépendantes des opérations (la machine ne tombe pas en panne si elle ne travaille pas sur une pièce). Les temps de bon fonctionnement et les temps de réparation sont des variables aléatoires avec une distribution générale. Les matières arrivent dans le système, d'une manière continue, sur la machine M , elles attendent une période appelée délai τ pour le transfert des matières, avant l'arrivée dans le stock en aval B . Nous avons supposé que ce délai est constant. En utilisant la technique d'IPA et l'algorithme

d'optimisation de la trajectoire, nous avons dérivé les estimateurs de gradients et déterminé le point de séparation pour une distribution générale. En outre, nous avons étudié la robustesse des résultats d'optimisation en changeant les conditions initiales pour le générateur de nombres aléatoires et nous avons trouvé que ces résultats sont robustes.

Ensuite, nous avons considéré un modèle à flux continus des lignes de transfert et des lignes d'assemblage/désassemblage produisant un seul type de produits avec retard (comme le délai de transport) et une demande constante. Les matières attendent une période appelée délai pour le transfert des matières avant l'arrivée de la machine dans son stock en aval. Les machines sont sujettes aux pannes dépendantes du temps. Les temps de bon fonctionnement et les temps de réparation sont des variables aléatoires avec une distribution générale. Pour le cas d'une ligne de transfert, nous avons comparé différentes politiques de pilotage (comme Kanban, Echelon Base Stock et CONWIP) et nous avons trouvé que la politique Echelon Base Stock est meilleure que la politique simple de type Kanban pour le cas où la demande $D = 0.5$ (pièce/unité de temps). De plus, nous avons étudié les propriétés des estimateurs des gradients de la fonction de coût et nous avons trouvé que ces estimateurs sont non biaisés. Pour le cas d'une ligne d'assemblage/désassemblage nous avons considéré la politique Kanban. En développant un algorithme d'optimisation basé sur la simulation avec des gradients de trajectoire, nous avons déterminé le vecteur du niveau de stock optimal, qui minimise le coût moyen à long terme. En plus, nous avons étudié la robustesse des résultats d'optimisation en changeant les conditions initiales pour le générateur de nombres aléatoires et variant le nombre d'événements et nous avons trouvé que ces résultats deviennent plus robustes lorsque le nombre d'événement augmente.

Les recherches futures concernent l'extension des résultats aux lignes à flux continus et aux lignes de production plus générales avec une demande aléatoire. Il serait également intéressant d'étudier la convexité de la fonction de coût obtenue par la simulation pour tout les cas traité. En outre, il serait important d'étudier le cas de la ligne de transfert et la ligne d'assemblage/désassemblage où les machines sont sujettes à des pannes dépendantes des opérations et d'autres politiques de pilotages. Il serait également intéressant d'étudier d'autres paramètres θ du système comme le taux de flux d'entrée, le taux de service, etc.

Conclusion générale

Dans ce mémoire, nous avons étudié l'évaluation des performances, le pilotage de flux et l'optimisation des lignes de transfert en utilisant différents modèles (modèles à flux continus et modèles à flux discrets) tout en considérant différents modèles de pannes (pannes dépendantes de temps et pannes dépendantes des opérations), les délais de transfert des matières et différentes politiques de pilotage (Kanban, Echelon Base Stock, CONWIP).

Les principales contributions de cette thèse sont les suivantes :

- L'impact du modèle de pannes sur la productivité d'un modèle à flux discrets d'une ligne de transfert. Nous avons prouvé que la modélisation d'une machine sujette aux pannes dépendantes des opérations, avec des temps de bon fonctionnement exponentiellement distribués, comme une machine sujette aux pannes dépendantes du temps mène à une sous-estimation de la productivité. Une approche basée sur un modèle réseau de Petri temporisé est proposée pour l'évaluation des performances et la simulation des lignes de transfert avec les deux types de pannes. Les résultats numériques obtenus montrent que ces résultats restent valables sous des conditions plus générales. De plus ces résultats numériques montrent que l'erreur dans la productivité diminue lorsque les capacités des stocks augmentent et lorsque nous utilisons des modèles à flux continus, l'erreur augmente lorsque le nombre de machines sujettes aux pannes dépendantes du temps est grand et lorsque la longueur de la ligne augmente. En outre ces résultats montrent que le résultat théorique reste vrai même pour le cas d'un modèle à flux continus.

- L'étude de la politique optimale qui minimise le coût actualisé de sur-stockage/pénurie sur un horizon infini pour un modèle à flux discrets d'un système de production. Nous avons montré que la politique optimale est similaire à la politique obtenue pour un modèle à flux continus. Ceci montre la possibilité d'utiliser un modèle à flux continus pour déterminer la politique optimale pour le pilotage des flux d'un système de production discrète. Basé sur le principe d'itération et les méthodes d'analyse de la trajectoire, nous avons prouvé la convexité de la fonction de coût, l'optimalité de la politique du point de séparation et la non-négativité de ce point de séparation. Par simulation nous avons évalué la valeur du point de séparation

pour les deux modèles de pannes : pannes dépendantes du temps et pannes dépendantes des opérations et étudié l'évolution de ce point de séparation selon les différentes variables représentant le système.

- La définition d'un modèle à flux continu avec délais pour la modélisation des lignes de transfert avec délais de transport. Un modèle RdP continu avec délais est utilisé pour modéliser explicitement les délais, et un algorithme basé sur ce modèle a été développé pour l'évaluation des performances. L'impact des délais sur la productivité de la ligne de transfert est étudié pour différentes distributions des variables aléatoires et pour les deux types de pannes : pannes dépendantes du temps et pannes dépendantes des opérations. Nous avons constaté que l'impact du délai est le plus grand pour une valeur de la capacité de stock $H_i = 1$, et il diminue lorsque H_i augmente et devient nul quand H_i tend vers l'infini. En plus, plus le délai est grand, plus l'impact de la capacité des stocks sur la productivité est grand. Enfin, nous avons présenté les différents modèles réseau de Petri continus avec délais utilisés pour la modélisation des différentes politiques de commande considérées (Kanban, Echelon Base Stock, CONWIP).

- L'optimisation du modèle à flux continu avec délais est ensuite considérée :

- Tout d'abord, nous traitons le cas simple d'une machine et d'un stock avec demande constante. La politique de production considérée est la politique Kanban, les temps de bon fonctionnement et les temps de réparation sont des variables aléatoires de distribution générale. En utilisant la technique d'IPA (Infinitesimal Perturbation Analysis) et l'algorithme d'optimisation de la trajectoire, nous avons dérivé les estimateurs de gradients et déterminé le point de séparation pour une distribution générale.
- Puis nous avons généralisé au cas des lignes de transfert et des lignes d'assemblage/désassemblage. La demande reste constante, les temps de bon fonctionnement et les temps de réparation sont des variables aléatoires avec une distribution générale. Plusieurs politiques de pilotage sont considérées : Kanban, Echelon Base Stock et CONWIP et pour chacune de ces politiques nous obtenons grâce à la technique IPA les estimateurs des différents gradients ce qui nous permet d'obtenir une estimation du niveau optimal des stocks par simulation. De plus, dans le cas d'une politique Kanban nous prouvons que les estimateurs sont non biaisés.

Pour chaque cas nous avons étudié la robustesse des résultats d'optimisation en modifiant les conditions initiales pour le générateur de nombres aléatoires et nous avons trouvé que ces résultats sont robustes.

Dans le cadre de l'étude de l'impact du modèle de pannes sur la productivité, les recherches futures concernent l'extension des résultats obtenus aux lignes à flux continu et aux lignes de production plus générales. Il serait également intéressant de modéliser les lignes avec les deux types de pannes simultanément. Une fois l'erreur sur la productivité connue dans le cas de modèles à flux continu (erreur selon les deux types de pannes) nous pourrions utiliser le modèle à flux continu avec pannes dépendantes du temps pour résoudre des problèmes à flux discrets avec pannes dépendantes des opérations.

Pour l'études du pilotage des flux d'un système de production soumis à panne, il serait intéressant de traiter le cas du modèle à flux discrets avec des machines sujettes à des pannes dépendantes des opérations et déterminer analytiquement la valeur exacte du point de séparation, comme réalisé par R. Akella et P. R. Kumar [AKE86]. De plus, il serait important de déterminer si la politique du point de séparation (hedging point) dans le cas du modèle à flux continu pourrait être appliquée dans celui à flux discrets et ses conditions d'application. En outre, il serait de grand intérêt d'étendre nos résultats avec d'autres distributions des variables stochastiques.

En ce qui concerne le cas des modèles à flux continu avec délais, les perspectives de recherche progresseront dans plusieurs directions. D'abord, nous pensons que les résultats observés par la simulation peuvent être établis formellement sous des hypothèses raisonnables. Une deuxième direction est la simulation et l'optimisation des performances des réseaux de Petri continu généraux avec délais. Une troisième direction est la modélisation des performances des systèmes de production généraux avec les deux modèles de pannes : pannes dépendantes des opérations et pannes dépendantes de temps.

Pour l'optimisation des politiques de pilotage des modèles à flux continu avec délais à l'aide de la simulation, les recherches futures concernent l'extension des résultats obtenus aux lignes à flux continu et aux lignes de production plus générales avec une demande aléatoire. Il serait également intéressant d'étudier la convexité de la fonction de coût obtenue par la simulation pour tous les cas traités. En outre, il serait important d'étudier le cas de la ligne de transfert et la ligne d'assemblage/désassemblage où les machines sont sujettes à des pannes

Conclusion générale

dépendantes des opérations et d'autres politiques de pilotages. Il serait également intéressant d'étudier d'autres paramètres θ du système comme le taux de flux d'entrée, le taux de service, etc.

Bibliographie

- [ADA97] M. Adamou, *Contribution à la modélisation en vue de la conduite des systèmes flexibles d'assemblage à l'aide des réseaux de Petri orientés objet*, Thèse de doctorat, Université de Franche-comté, 1997.
- [ADL94] A. Adlmo, S. A. Andreasson, M. Fabian, P. Gullander and B. Lennartson, "Towards a true flexible manufacturing system", *Proceedings of the 10th ISPE – IFAC Conference on CAD/CAM, Robotics and Factories of the future*, Ottawa, pp. 401-410, 1994.
- [AKE86] R. Akella and P. R. Kumar, "Optimal control of production rate in a failure prone manufacturing system", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 31, No. 2, pp. 116-126, 1986.
- [ALV94] R. Alvarez-Vargas, Y. Dallery and R. David, "A Study of the Continuous Flow Model of Production Lines with Unreliable Machines and Finite Buffers", *Journal of Manufacturing Systems*, vol. 13, no.3, pp.221-234, 1994.
- [ARM66] L. Armijo, , "Minimization of functions having Lipschitz continuous first-partial derivatives", *Pacific Journal of Mathematics*, vol. 16, pp. 1 - 3, 1966.
- [BEL77] M. Bello, "The estimation of delay gradient for purpose of routing in data communication networks", S. M. Thesis, Electrical Engineering Department, M.I.T., 1977.
- [BER01] D. P. Bertsekas, *Dynamic Programming and Optimal Control*, Vol. I, II, 2nd edition, Athena Scientific, Belmont, Massachusetts, USA, 2001.
- [BIE88] T. Bielecki and P. R. Kumar, "Optimality of zero-inventory policies for unreliable manufacturing systems", *Operations Research*, vol. 36, No. 4, pp. 532-541, 1988.
- [BOO05] K. Boonlertvanich, "Extended-CONWIP-Kanban system: control and performance analysis", thèse de doctorat, Georgia Institute of Technology, 2005.
- [BOR90] P. Borne, G. Dauphin-Tanguy, J.-P. Richard, F. Rotella, et I. Zambettakis, *Commande et optimisation des processus*, Edition Technip – Paris, 1995.
- [BTE91] B. T. E. *La gestion de production : connaissance fondamentales*, B. T. E., 1991.

- [BUZ67] J. A. Buzacott, “Automatic transfer lines with buffer stocks”, *The International Journal of Production Research*, vol. 5, No. 3, pp.183-200, 1967.
- [BUZ78] J. A. Buzacott and L. E. Hanifin, “Models of Automatic Transfer Lines with Inventory Banks: A Review and Comparison”, *AIIE Transactions*, vol. 10, no. 2, pp.197-207, 1978.
- [BUZ92] J. A. Buzacott and J. G. Shanthikumar, *Stochastic Models of Manufacturing Systems*, Englewood Cliff, NJ: Prentice-Hall, 1992.
- [CAO85] X. R. Cao, “Convergence of parameter sensitivity estimates in a stochastic environment”, *IEEE Transaction on Automatic Control*, AC-30, pp. 834-843, 1985.
- [CAR92] M. Caramanis and G. Liberopoulos, “Perturbation analysis for the design of flexible manufacturing system flow controllers”, *Operation Research*, vol. 40, pp. 1107-1125, 1992.
- [CAS93] C. G. Cassandras, *Discrete Event Systems: Modeling and Performance Analysis*, Richard D. Irwin, Inc., and Aksen Associates, Inc., 1993.
- [CAS99] C. G. Cassandras, S. Lafortune, *Introduction to Discrete Event Systems*, Kluwer Academic Publishers, September 1999.
- [CAS02a] C. G. Cassandras, “From discrete event to hybrid systems”, *Proceeding of 6th International Workshop on Discrete Event Systems (WODES’02)*, 2002.
- [CAS02b] C. G. Cassandras, Y. Wardi, B. Melamed, G. Sun, and C. G. Panayiotou, “Perturbation analysis for on line control and optimization of stochastic Fluid models”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 47, pp. 1234–1248, 2002.
- [CAS03] C. G. Cassandras, G. Sun, C. G. Panayiotou, and Y. Wardi, “Perturbation analysis and control of two-class stochastic fluid models for communication networks”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 48, No. 5, pp. 770–782, 2003.
- [CIP98] P. Ciprut, M.-O. Hongler and Y. Salama, “Hedging point for non-markovian piecewise deterministic production processes”, *Discrete Event Dynamic Systems: Theory and Applications*, vol. 8, No. 4, pp. 365–375, 1998.
- [CIP99] P. Ciprut, M.-O. Hongler and Y. Salama, “On the variance of the production output of transfer lines”, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 15, No. 1, pp. 33–43, 1999.
- [CHA77] C. C. Chang, H. J. Keisler, “Model theory”, *Series Studies in Logic*, vol. 73, North-Holland Publishing Comp., 1977.

- [CLA60] A. J. Clark and H. Scarf, "Optimal policies for the multi-echelon inventory problem." *Management Science*, vol. 6, No. 4, pp. 475-490, 1960.
- [COM90] C. Commault and A. Semery, "Taking into account delays in buffers for analytical performance evaluation of transfer lines", *IIE Transactions*, vol. 22, No. 2, pp. 133–142, 1990.
- [DAL88] Y. Dallery, R. David and X. Xie, "An efficient algorithm for analysis of transfer lines with unreliable machines and finite buffers ", *IIE Transactions*, vol. 20, No. 3, pp. 280-283, 1988.
- [DAL89] Y. Dallery, R. David and X. Xie, "Approximate Analysis of Transfer Lines with Unreliable Machines and Finite Buffers", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 34, No. 9, pp. 943-953, 1989.
- [DAL92] Y. Dallery, and S. B. Gershwin, "manufacturing flow line systems: a review of models and analytical results", *Queuing Systems*, vol. 12, pp. 3-94, 1992.
- [DAL95] Y. Dallery and H. Le Bihan, "An Improved decomposition method for the Analysis of production lines with unreliable machines and Finite Buffers", *International Journal of production Research*, vol. 37, No. 5, pp. 1093-1117, 1999.
- [DAV90] R. David, X. Xie and Y. Dallery, "Properties of Continuous Models of Transfer Lines with Unreliable Machines and Finite Buffers", *IMA Journal of Mathematics Applied in Business and Industry*, vol. 6, pp. 281-308, 1990.
- [DAV92] R. David and H. Alla, *Petri Nets and Grafcet-Tools for Modeling Discrete Event Systems*, Prentice Hall, New York, London, 1992.
- [DE00] F. De Vericourt, F. Karaesmen and Y. Dallery, "Dynamic scheduling in make-to-stock system: a partial characterization of optimal policies", *Operations Research*, vol. 48, No. 5, pp. 811-819, 2000.
- [DUB82] D. Dubois et J.-P. Forestier, "Productivité et en-cours moyens d'un ensemble de deux machines séparées par un zone de stockage", *R.A.I.R.O. Automatique/System Analysis and Control*, vol. 16, No. 2, pp. 105-132, 1982.
- [FEN00] Y. Feng and H. Yan, "Optimal production control in a discrete manufacturing system with unreliable machines and random demands", *IEEE transaction on Automatic Control*, vol. 45, No. 12, pp. 2280-2296, 2000.

- [FOR80] J.-P. Forestier, “Modélisation stochastique et comportement asymptotique d’un système automatisée de production”, *R.A.I.R.O. Automatique/System Analysis and Control*, vol. 14, No. 2, pp. 127-143, 1980.
- [FU92] M. Fu, J.-Q. Hu and R. Nagi, “Bias properties of infinitesimal perturbation analysis for systems with parallel servers”, *Computers Operation Research*, vol. 19, No. 5, pp. 409-423, 1992.
- [FU94] M. Fu, “Sample path derivatives for (s, S) inventory systems”, *Operation Research*, vol. 42, No. 2, 1994.
- [FU02a] M. Fu and X. Xie, “Derivative Estimation for Buffer Capacity of Continuous Transfer Lines Subject to Operation-Dependent Failures”, *J. Discrete Event Dynamic Systems: Theory and Applications*, vol. 12, pp. 447-469, 2002.
- [FU02b] B.-R. Fu, L. Shi and R. Suri, “Analysis of Departure Times in Discrete and Continuous Tandem Production Lines”, *J. Discrete Event Dynamic Systems: Theory and Application*, vol. 12, pp. 159-186, 2002.
- [GER87] S.B. Gershwin, “An efficient decomposition method for the approximate evaluation of tandem queues with finite storage space and blocking, *Operations Research*, vol. 35, No. 2, pp. 291-305, 1987.
- [GER91] S. B. Gershwin, “Assembly/disassembly systems: an efficient decomposition algorithm for tree-structured networks,” *IIE Transactions*, Vol. 23, No. 4, pp. 302-314, December, 1991.
- [GER94] S. B. Gershwin, *Manufacturing Systems Engineering*, Prentice Hall, 1994.
- [GER98] S.B. Gershwin and M.H. Burman, “A Decomposition Method for Analysing Inhomogeneous Assembly/disassembly Systems”, Technical Report, Laboratory for Manufacturing and Productivity, Massachusetts Institute of Technology, 1998.
- [GLA90] P. Glasserman, *Gradient Estimation via Perturbation Analysis*, Kluwer Academic Publisher, 1990.
- [GLA95] P. Glasserman, “Hedging-point production control with multiple failure modes”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 40, pp. 707-712, 1995.
- [GOU88] Y. Gousty, J. P. Kieffer, “Une nouvelle typologie pour les systèmes industriels de production”, *Revue française de gestion*, pp. 104-112, 1988.
- [GRO93] H. Groenvelt, *The Just-in-Time System. S. C. G. e. a. E. Handbooks in OR & MS 4*, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam: 629-671, 1993.

- [GU05] L. Gu, S. Hennequin and X. Xie, "Optimal control of a continuous-flow failure prone manufacturing system", *Proceeding of IFAC'05*, Prague, Czech Republic, July 4-8, 2005.
- [HAU94] A. Haurie, P. L'Ecuyer and Ch. Van Delft, "Monte-Carlo optimization of parameterized policies in a class of piecewise deterministic control systems arising in manufacturing flow control," *J. Discrete Event Dynamic Systems: Theory and Applications*, vol. 4, No. 1, pp. 87-111, 1994.
- [HES72] R. A. Hess, "Optimal control approximation for time delay systems", *AIAA Journal*, vol. 10, no. 11, November 1972.
- [HES73] R. A. Hess and J. G. Hyde, "Suboptimal control of time-delay systems", *IEEE Transaction on Automatic Control*, vol.18, no. 6 , December 1973.
- [HO79] Y. C. Ho, A. Eyler and T.T. Chien, "A gradient technique for general buffer storage design in a serial production line", *International Journal of Production Research*, vol. 17, pp. 557-580, 1979.
- [HO91] Y. C. Ho, and X. R. Cao, *Perturbation analysis of discrete event dynamic systems*, Boston, MA: Kluwer Academic Publishers, 1991.
- [HO92] Y.C. Ho, "Perturbation analysis: concepts and algorithms", *Proceedings of the 1992 Winter Simulation Conference*, pp. 231-240, 1992.
- [HON94] M.-O. Hongler, *Chaotic and stochastic behavior in automatic production lines*, Lecture Notes in Physics m 22, Springer-Verlag, 1994.
- [HON97] M.-O. Hongler, "Analytical results for the performance and the control of stochastic flow systems", *Journal of Intelligent Manufacturing*, vol. 8, pp. 435-447, 1997.
- [HON01] M.-O. Hongler and P. Ciprut, "Production indices obtained by a myopic policy for non-Markovian dynamics", *Int. J. Production Economics*, vol. 74, pp. 115-123, 2001.
- [HOP96] Hopp, W. J. and M. L. Spearman. *Factory Physics*. New York, NY, McGraw-Hill, 1996.
- [HU94a] J.-Q. Hu and D. Xiang, "Structural properties of optimal production controllers in failure prone manufacturing systems", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 39, pp. 640-643, 1994.
- [HU94b] J.-Q. Hu, P. Vakili et G.-x. Yu, "Optimality of hedging point policies in the production control of failure prone manufacturing systems", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 39, No. 9, pp. 1875-1880, 1994

- [HU95] J.-Q. Hu, "Production rate control for failure-prone production systems with no backlog permitted", *IEEE Transaction on Automatic Control*, vol. 40, No. 2, pp. 291-295, 1995.
- [KAR00] F. Karaesmen and Y. Dallery: "A performance comparison of pull type control mechanisms for multi-stage manufacturing", *International Journal of production economics*, vol. 68, pp. 59-71, 2000.
- [KEM76] J.G. Kemeny, J. L. Snell, *Finite Markov chains*, vol. 76, Springer Verlag, 1976.
- [KIM83] J. G. Kimemia and S. B. Gershwin, "An algorithm for the computer control of production in flexible manufacturing system", *IIE Transactions*, vol. 15, pp. 353-362, 1983.
- [KIM88] G. Kimball, "General principles of inventory control." *Journal of Manufacturing and Operations Management*, vol. 1, No.1, pp. 119-130, 1988.
- [KLE75] L. Kleinrock, *Queuing systems*, vol. 1: theory, J. Wiley and sons, 1975.
- [KRO00] D. P.Kroese, "On the decay rates of buffers in continuous flow lines", *Methodology and Computing in Applied Probability*, vol. 2, pp. 425-441, 2000.
- [LAM99] F. Lambersend, "Organisation et genie de production", Technosup, 1999.
- [LAN78] L. H. Landweber and E. L. Robertson, "Properties of conflict-free and persistent Petri Nets", *Journal of the Association for Computing Machinery*, vol. 25, No. 3, pp. 352-364, 1978.
- [LAW97] A. M. Law and W. D. Kelton, *Simulation Modeling and Analysis*, MacGraw-Hill Higher Education, 1997.
- [LEV03] R. Levantesi, A. Matta and T. Tolio, "Performance evaluation of continuous production lines with machines having different processing times and multiple failures modes", *Int. J. Performance Evaluation*, vol. 51, pp. 247-268, 2003.
- [LIB94] G. Liberopoulos et M. Caramanis, "Production control of manufacturing systems with production rate-dependent failure rates", *IEEE Transaction on Automatic Control*, vol. 39, No. 4, pp. 889-895, 1994.
- [LIT61] J. D. C. Little, "A proof for the queuing formula : $L = \lambda \times W$ ", *Operation Research*, vol. 9, No. 3, pp. 383-387, 1961.
- [MON83] Y. Monden, "Toyota Production System: Practical Approach to Production Management." *Industrial Engineering and Management Press*, 1983.

- [MOU03] I. Mourani, S. Hennequin and X. Xie. "Optimal discrete-flow control of a single-stage failure-prone manufacturing system," *Proceedings of 42nd IEEE International Conference on Decision and Control (CDC2003)*, Maui, Hawaii, USA, December 9-12, pp. 5462-5467, 2003.
- [MOU05a] I. Mourani, S. Hennequin, and X. Xie, "Continuous Petri nets with delays for performance evaluation of transfer lines", *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Barcelona, Spain, April 18-22, pp. 3732-3737, 2005.
- [MOU05b] I. Mourani, S. Hennequin, X. Xie, "Simulation-based Optimization of a Single-Stage Failure-Prone Manufacturing System with Transportation Delay" *Proceedings of International Conference on Industrial Engineering and Systems Management(IESM)*, Marrakech, Morocco, May 16 –19, 2005.
- [MOU05c] I. Mourani, S. Hennequin, X. Xie "Performance analysis of two-machine continuous-flow model with delay", *Proceedings of Intelligent Production Machines and Systems, 1st I*PROMS Virtual International Conference*, Cardiff, Wales, United Kingdom, 4 - 15 July, pp. 261-266, 2005.
- [MOU06a] I. Mourani, S. Hennequin and X. Xie, "Optimization of continuous-flow transfer lines with delay using IPA", *Proceedings of 12th IFAC Symposium of Information Control Problems in Manufacturing, INCOM2006*, Saint-Etienne, France, May 17-19, vol. 2, pp.323-328, 2006.
- [MOU06b] I. Mourani, S. Hennequin and X. Xie, "Optimization of assembly lines with transportation delay using IPA", *to be published in Intelligent Production Machines and Systems, 2nd I*PROMS Virtual International Conference*, 2006.
- [MOU06c] I. Mourani, S. Hennequin and X. Xie, "Optimization of Failure-Prone Continuous-Flow Transfer Lines with Delays and Echelon Base Stock Policy using IPA", *Accepted without modification in 45nd IEEE International Conference on Decision and Control (CDC2006)*, 2006.
- [MOU06d] I. Mourani, S. Hennequin and X. Xie, "Simulation-based Optimization of a Single-Stage Failure-Prone Manufacturing System with Transportation Delay", *accepted with revision in the special issue of International Journal of Production Economics*, 2006.
- [MOU06e] I. Mourani, S. Hennequin and X. Xie, "Failure models and throughput rate of transfer lines", *to be published in IJPR*, 2006.

- [MUR89] T. Murata, "Petri nets: properties, analysis and applications", *Proceeding of IEEE*, vol. 77, no. 4, pp. 541-580, 1989.
- [NED02] A. Nedić, and D.P. Bertsekas "Incremental subgradient methods for nondifferentiable optimization", *SIAM on Optimization*, vol. 12, No. 1, pp. 109-138, 2002.
- [OHN88] T. Ohno, "Toyota Production System: Beyond Large Scale Production." *Productivity Press*, Cambridge, MA, 1988.
- [PAN02] C. G. Panayiotou, C. G. Cassandras and P. Zhang, "On-line inventory cost minimization for make-to-stock manufacturing systems", *Proceedings of the American Control Conference*, Anchorage, AK, pp. 4469-4474, 2002.
- [PAN04] C. G. Panayiotou and C. G. Cassandras, "Infinitesimal perturbation analysis for make-to-stock manufacturing systems based on stochastic fluid models", *seventh International Workshop on Discrete Event Systems*, pp. 247-252, 2004.
- [PER01] J. R. Perkins et R. Srikant, "Failure-prone production systems with uncertain demand", *IEEE Transaction on Automatic Control*, vol. 46, No. 3, pp. 441-449, 2001.
- [PET65] C. A. Petri, "Kommunikation mit automaten", *Schriften des Rheinisch, Westfalischen Inst. für Instrum. Math. and der Universität Bonn*, 1962, traduit par C.F. Greene, Applied Data Research 1 to report RADC-TR-65-337, New York, 1965.
- [POL97] E. Polak, *Optimization: algorithms and consistent approximations*, Applied Mathematical Sciences Vol. 124, Springer, New York, 1997.
- [PON74] L. Pontriaguine, V. Boltianski, R. Gamkrélidzé, E. Michtchenko, "Théorie mathématique des processus optimaux", Editions Mir-MOSCOU, 1974.
- [PRO96] J.-M. Proth and X.-L. Xie. *Petri nets: A tool for design and management of manufacturing systems*, John Wiley & Sons, 1996.
- [PUT94] M. L. Puterman, *Markov Decision Processes*, John Wiley & Sons Inc., New York, USA; 1994.
- [RAM89] J. G. Ramadge, W. H. Wonham, "The control of discrete event systems", *Proc. IEEE*, vol. 77, no. 1, pp. 81-98, Jan. 1989.
- [REP65] I. M. Repin, "On the approximate replacement of systems with lag by ordinary dynamic systems", *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 29, pp. 254-264, 1965.
- [ROD89] G. Rodde, *Les systèmes de production*, Ed. Hermès, Paris, 1989.

- [SAV96] M. Savsar, "Stochastic modelling of an integrated pulp and paper factory with intermediate storage", *International Journal of Systems Science*, vol. 27, no.12, 1251-1264, 1996.
- [SHA88] A. Sharifnia, "Production control of a manufacturing system with multiple machine states", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 33, pp. 620-625, 1988.
- [SHI89] S. Shingo, "A Study of the Toyota Production System from an Industrial Engineering Viewpoint.", *Productivity Press*, Cambridge, MA, 1989.
- [SON01] D. P. Song and Y. X. Sun, "Optimal hedging point control for a failure-prone manufacturing system", *International Journal of Systems Science*, vol. 32, pp. 681-688, 2001.
- [SPE90] M. L. Spearman, D. L. Woodruff and W. J. Hopp, "CONWIP : a pull alternative to kanban." *International Journal of Production Research*, vol. 28, No. 5, pp. 879-894, 1990.
- [SPE91] M. L. Spearman, "An Analytic Congestion Model for Closed Production Systems with IFR Processing Times." *Management Science* vol. 37, No. 8, pp.1015-1029, 1991.
- [SPE92] M. L. Spearman and M. A. Zazanis, "Push and Pull Production Systems: Issues and Comparisons." *Operation Research* vol. 40, No. 3, pp. 521-532, 1992.
- [SRI98] N. Srivatsan and Y. Dallery, "Partial characterization of optimal hedging point policies in unreliable two-part-type manufacturing systems", *Operations Research*, vol. 46, No. 1, pp. 36-45, 1998.
- [SUN03] G. Sun, C. G. Cassandras, Y. Wardi and C. G. Panayiotou, "Perturbation analysis of stochastic flow networks". In *Proceedings of 42th IEEE conference on decision and control*, pp. 4831-4836, 2003.
- [SUR87] R. Suri, "Infinitesimal Perturbation Analysis for general discrete event systems", *Journal of the Association for computing Machinery*, vol. 34, No. 3, pp. 686-717, 1987.
- [SUR91] R. Suri et B.-R. Fu, "On using continuous flow lines for performance estimation of discrete production lines", *proceeding of the 1991 Winter Simulation Conference*, (B. L. Nelson, W. D. Kelton, and G. M. Clark, Eds.) Phoenix, Arizona, pp. 968-977, December 8-11, 1991.
- [SUR94] R. Suri and B.-R. Fu, "On using continuous lines to model discrete production lines", *J. Discrete Event Dynamic Systems: Theory and Applications*, vol. 4, pp.129-169, 1994.
- [TAK62] L. Takacs, *An introduction to the theory of queues*, Oxford University Press, 1962.

- [TAN97] B. Tan, “Variance of the throughput of an N-station production line with no intermediate buffers and time dependent failures”, *European Journal of Operational Research*, vol. 101, pp. 560-576, 1997.
- [TAN02] B. Tan, “Production control of a pull system with production and demand uncertainty”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 47, pp. 779-783, 2002.
- [TOL02] T. Tolio, A. Matta and S. B. Gershwin, “Analysis of two-machine lines with multiple failure modes”, *IIE Transactions*, vol. 34, pp. 51-62, 2002.
- [VAN91] G. J. Van Ryzin, S. X. C. Lou and S. B. Gershwin, “Scheduling job shops with delay”, *Int. J. Prod. Res*, vol. 29, no. 7, pp. 1407-1422, 1991.
- [VAN93] G. J. Van Ryzin, S. X. C. Lou and S. B. Gershwin, “Production control for a tandem two-machine system”, *IIE Transactions*, vol. 25, No. 5, pp. 5-20, 1993.
- [VEA94] M. H. Veatch and L. M. Wein, “Optimal control of a two-station tandem production/inventory system.” *Operations Research*, vol. 42, No. 2, pp. 337-350, 1994.
- [WAR02a] Y. Wardi, B. Melamed, C. G. Cassandras and C. G. Panayiotou, “Online IPA gradient estimators in stochastic continuous fluid models”, *Journal of Optimization Theory and Applications*, vol. 115, no. 2, pp. 369–405, 2002.
- [WAR02b] Y. Wardi and G. F. Riley, “IPA for loss volume and buffer workload in tandem SFM networks”, Proceedings. *Sixth International Workshop on Discrete Event Systems*, pp.393 –398, 2002.
- [WIJ79] J. Wijngaard, “The effect of interstage buffer storage on the output of two unreliable production units in series, with different production rates”, *AIIE Transactions*, vol. 11, No. 1, pp. 42-47, 1979.
- [XIE89] X. Xie, “Real time scheduling and routing for flexible manufacturing systems with unreliable machines”, *Operation Research*, vol. 23, No. 4, pp. 355-374, 1989.
- [XIE91] X. Xie, “Hierarchical Production control of a flexible manufacturing system”, *Applied Stochastic Models and Data Analysis*, vol. 7, pp. 343-360, 1991.
- [XIE93] X. Xie, “Performance Analysis of a Transfer Line with Unreliable Machines and Finite Buffers”, *IIE Transactions*, vol. 25, no.1, pp. 99-108, 1993.
- [XIE02a] X. Xie, “Evaluation and Optimization of two-stage Continuous Transfer Lines Subject to Time-Dependent Failures”, *J. Discrete Event Dynamic Systems: Theory and Applications*, vol. 12, pp.109-122, 2002.

- [XIE02b] X. Xie, "Fluid-stochastic-event graphs for evaluation and optimization of discrete-event system with failures", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 18, no. 3, pp. 360-367, 2002.
- [XIE04] X. Xie, I. Mourani and S. Hennequin, "Performance evaluation of production lines subject to time and operation dependent failures using Petri Nets", *Proceeding of Eighth International Conference on Control Automation, Robotics and Vision (ICARCV)*, pp. 2122-2127, December 2004.
- [YAN94] H. Yan, G. Yin and S.X.C. Lou, "Using stochastic optimization to determine threshold values for the control of unreliable manufacturing systems," *J. Optimization Theory and Applications*, vol. 83, pp. 511-539, 1994.
- [YAN95] H. Yan, "The optimal number of kanbans in a manufacturing system with general machine breakdowns and stochastic demands", *International Journal of Operations & Production Management*, vol. 15, No. 9, pp. 89-103, 1995.
- [YAN99] H. Yan, X.Y. Zhou and G. Yin, "Approximating an optimal production policy in a continuous flow line: recurrence and asymptotic properties", *Operations Research*, vol. 47, no. 4, pp. 535-549, 1999.
- [YU02] H. Yu and C. G. Cassandras, "Perturbation analysis and optimisation of a flow controlled manufacturing systems", *Proceeding of 6th International Workshop on Discrete Event Systems (WODES'02)*, 2002.
- [YU04] H. Yu and C. G. Cassandras, "Perturbation analysis for production control and optimization of manufacturing systems", *Automatica*, vol. 40, pp. 945-956, 2004.
- [ZIM56] B. Zimmern, "Etude de la propagation des arrêts aléatoires dans les chaînes de production" *Revue de Statistique Appl.*, vol. 4, pp. 85-104, 1956.
- [ZIP91] P. Zipkin, "Does manufacturing need a JIT revolution?" *Harvard Business Review (January-February)*, pp. 40-50, 1991.

Étude des systèmes de production automatisée soumis à des aléas

Résumé : Ce travail présente deux modèles de modélisation des systèmes de production à savoir le modèle à flux continu et le modèle à flux discrets. De plus, pour la simulation des différents systèmes de production le modèle réseaux de Petri est utilisé. L'évaluation des performances et spécialement la productivité d'un système de production est étudiée et une étude comparative analytique des deux modèles de pannes existant à savoir les pannes dépendantes du temps et les pannes dépendantes des opérations est réalisée. Une étude analytique de la fonction de coût du stockage et du pilotage optimale des flux est présentée. La majorité des modèles à flux continu ne tiennent pas compte de retards (délais de production et de transport) qui ont un grand impact sur les mesures des performances et l'optimisation. Alors, la modélisation et l'impact de ces retards sur la productivité dans les modèles à flux continu sont étudiés. Le pilotage des systèmes de production avec retards est adressé et la méthode IPA (Infinitesimal Perturbation Analysis) est utilisée pour optimiser notre système de production. Différentes politiques de pilotage sont considérées à savoir la politique Kanban, la politique Echelon Base Stock, et la politique CONWIP. A l'aide d'une optimisation basée sur la simulation le niveau optimal des stocks du système de production en fonction de la politique de pilotage choisie est déterminé.

Mots clés : Lignes de transfert, modèles à flux continu, modèles à flux discrets, pannes dépendantes des opérations, pannes dépendantes du temps, simulation, réseaux de Petri, productivité, optimisation, délais, analyse des perturbations, pilotage des flux.

Abstract: This work addresses both discrete-flow and continuous-flow manufacturing systems. Moreover, Petri nets model is used for the simulation of the various manufacturing systems. The performance evaluation and especially the throughput rate of a production system is studied and an analytical comparative study of the two existing failure models, namely operation-dependant failures and time-dependant failures is carried out. An analytical study of the inventory cost function and optimal control policy are presented. The majority of the continuous-flow models do not take into account delays (production lead-times and transportation) which have a great impact on performance measures and optimization. Hence, the modeling and the impact of these delays on the throughput rate in continuous-flow models are studied. The control of the production systems with delays is addressed and the IPA (Infinitesimal Perturbation Analysis) technique is used to optimize our production system. Various control policies are considered, namely, Kanban policy, Echelon Bases Stock policy, and CONWIP policy. A simulation-based optimization is used to determine the optimal buffer level according to the given control policy.

Keywords: Transfer lines, discrete-flow models, continuous-flow models, operation-dependant failures, time-dependant failures, simulation, Petri nets, throughput rate, optimization, perturbation analysis, control policy.