



**HAL**  
open science

# Modélisation et optimisation du comportement mécanique des outils d'emboutissage stratifiés précontraints par vissage

Mourad Oudjene

► **To cite this version:**

Mourad Oudjene. Modélisation et optimisation du comportement mécanique des outils d'emboutissage stratifiés précontraints par vissage. Autre. Institut National Polytechnique de Lorraine, 2005. Français. NNT : 2005INPL109N . tel-01752502

**HAL Id: tel-01752502**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01752502>**

Submitted on 29 Mar 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>



École doctorale EMMA Lorraine  
Département de Formation Doctorale en Mécanique



# Modélisation et optimisation du comportement mécanique des outils d'emboutissage stratifiés précontraints par vissage

## THÈSE

présentée et soutenue publiquement le 09 Décembre 2005

pour l'obtention du grade de

**Docteur de l'Institut National Polytechnique de Lorraine**  
(spécialité mécanique)

par

**Mourad OUDJENE**

### Composition du jury

<i>Président :</i>	D. COUTELLIER	Professeur, ENSIMEV Valenciennes
<i>Rapporteurs :</i>	J-M. ROELANDT	Professeur, UTC Compiègne
	M. SARTOR	Professeur, INSA de Toulouse
<i>Examineurs :</i>	J-L. BATOZ	Professeur, INPL Nancy/GIP-InSIC (Saint-Dié)
	L. PENAZZI	Maître-Assistant, ENSTIMAC d'Albi
	F. MERCIER	Maître-Assistant, GIP-InSIC de Saint-Dié
<i>Invités :</i>	C. BARLIER	Professeur, Directeur CIRTES/GIP-InSIC
	A. COL	Consultant, Consultac - ARCELOR Research

Mis en page avec la classe thloria.

## Avant-Propos

Le travail présenté dans cette thèse a été effectué au sein de l'Equipe de Recherche en Mécanique et Plasturgie (ERMeP) de l'Institut Supérieur d'Ingénierie de la Conception de Saint-Dié-des-Vosges (InSIC), sous la direction du Professeur Jean-Louis Batoz.

Je tiens à lui témoigner ma profonde gratitude de m'avoir accueilli dans son équipe de recherche et suivi régulièrement en me faisant bénéficier de sa compétence. Par ces connaissances hautement reconnues dans le domaine, il a su m'éclairer sur les orientations scientifiques de la thèse tout au long de ces trois années. Il a également veillé au bon déroulement de la thèse en assurant son financement grâce aux soutiens de l'ENSTIMAC et du projet RNTL OPTIMAT.

Je remercie vivement Messieurs Luc Penazzi, Maître-Assistant au Centre de Recherche Outillages, Matériaux et Procédés (CROMeP) de l'École des Mines d'Albi-Carmaux (ENSTIMAC) et Frédéric Mercier, Maître-Assistant au GIP-InSIC de Saint-Dié-des-Vosges d'avoir contribué à ce travail en tant que tuteurs de thèse. Luc Penazzi m'a régulièrement suivi, je lui suis très reconnaissant pour la confiance qu'il m'a témoigné et le temps qu'il m'a consacré, en particulier dans la phase de rédaction de ce mémoire.

J'exprime ma gratitude à Messieurs les Professeurs Jean-Marc Roelandt et Marc Sartor d'avoir accepté de rapporter sur cette thèse et pour l'intérêt qu'ils ont voulu porter à ce travail. Leur lecture approfondie de la thèse, leurs remarques et interrogations judicieuses m'ont été très précieuses.

Je tiens également à remercier vivement Monsieur le Professeur Daniel Coutellier d'avoir accepté d'examiner ce travail et d'assurer la présidence du jury. Mes remerciements vont aussi à Messieurs Claude Barlier et Alain Col pour leur participation au jury.

Mes remerciements vont aussi à la société QUANTECH ATZ (Espagne), en particulier au Docteur Laurentiu Neamtu, pour les nombreuses et fructueuses discussions sur l'utilisation du logiciel STAMPACK. Laurentiu a accepté d'effectuer des développements internes au logiciel STAMPACK pour le calcul des forces de contact tôle/outils. Je lui en suis très reconnaissant.

Je remercie vivement les ingénieurs du CIRTES, en particulier Christophe Abel et Cyril Pelaingre pour leur coopération et les discussions précieuses, en particulier sur les outils stratifiés issus du projet européen Craft-Fastool.

Je voudrais également adresser ma profonde reconnaissance au Docteur François Bilteryst pour la préparation des modèles CAO avec CATIA V5, au Docteur Arnaud Delamézière pour le rôle qu'il a joué dans la partie optimisation des outils stratifiés.

Je tiens à remercier tous les thésards de l'InSIC, en particulier Lanouar Ben Ayed pour son aide et pour les travaux effectués ensemble dans le domaine de la simulation numérique de l'emboutissage.

J'exprime ma sympathie la plus vive à tout le personnel de l'InSIC. Que tous ceux qui m'ont soutenu ou qui, d'une manière ou d'une autre ont contribué à l'élaboration de ce travail trouvent ici l'expression de ma profonde reconnaissance.

## Résumé

Dans le contexte de l'emboutissage des tôles minces, les outils jouent un rôle crucial et le coût global d'une pièce emboutie est fortement influencé par le coût des outils, dépendant du volume de production. Pour la petite et moyenne série ou pour le prototypage rapide, les outils d'emboutissage peuvent être fabriqués par un empilement de strates métalliques, assemblés par diverses techniques (collage, vissage, boulonnage...). Chaque strate est obtenue par découpe laser et micro-fraisage (comme dans la Stratoconception®).

Ce travail, original en ce qui concerne les outils d'emboutissage, consiste à proposer une méthodologie numérique permettant l'analyse tridimensionnelle des outils d'emboutissage, en particulier les outils prototypes fabriqués par empilement successif de couches métalliques (strates) et assemblés par vissage, l'objectif final étant de pouvoir dimensionner, voire optimiser les outils stratifiés, notamment le système d'assemblages des strates par des vis précontraintes.

Afin de surmonter les difficultés qu'implique la simulation de l'emboutissage en considérant les outils déformables (maillages, temps CPU...) ainsi que celles liées à l'aspect stratifié des outils, nous proposons et nous développons une approche simplifiée en deux étapes qui a l'avantage de découpler les non-linéarités de l'emboutissage et le comportement élastique des outils déformables :

- Une première simulation classique de l'emboutissage réalisée avec le code STAMPACK et en considérant les outils rigides, nous permet d'accéder à la répartition des forces de contact tôle/outils ;
- Dans une deuxième étape, l'outil déformable (stratifié ou non) est analysé à l'aide de CATIA V5, en utilisant la répartition des forces de contact statiques issues de la simulation de l'emboutissage.

L'approche proposée est simple d'utilisation et conduit à des temps de calculs acceptables, puisque l'emboutissage est simulé classiquement en considérant les outils rigides. Elle peut mener à l'analyse tridimensionnelle des outils prototypes stratifiés ou non.

La démarche a été appliquée avec succès dans le cadre des outils stratifiés assemblés par vissage (obtenus par Stratoconception®). Dans ce contexte, nous avons également proposé une procédure d'optimisation des positions des vis précontraintes afin d'améliorer la conception et la tenue mécanique des outils stratifiés, notamment en augmentant la durée de vie des liaisons vissées. La fonction objectif étant une fonction écart des variations (en valeur absolue) de précontraintes occasionnées dans les vis, sous l'effet des charges d'emboutissage, les limitations étant de type faisabilité. Pour la résolution du problème d'optimisation, nous avons utilisé la technique des plans d'expériences couplée à un algorithme de minimisation sous Matlab.

## Mots-Clés

Procédé d'emboutissage - éléments finis - modélisation numérique - simulation numérique - forces de contact - outillage rapide - assemblages vissés - optimisation.



## Abstract

In sheet metal stamping, the forming tools play a crucial role and the global cost of stamped parts is highly influenced by the cost of the tools, depending on the production volume. For low volume or for rapid prototyping, stamping tools can be made by an assemblage of steel sheets or layers, assembled by different techniques (glue, screws, bolts...). Each layer is obtained by laser cutting and micro-milling (as in the Stratoconception<sup>®</sup> approach).

The present work deals with the design of stamping tools obtained by the assemblage of plates in layers and fixed by screws. We propose and validate a numerical approach for the 3D stress analysis of the multilayered tools.

The final original objective is to optimize the layered stamping tools assembled by screws.

In order to avoid the great difficulties involved for the numerical simulation of the stamping process taking into account deformable and layered tools assembled by screws, we develop a simplified approach based on two steps, based on the decoupling of the non-linearities of the stamping process and the linear elastic behaviour of deformable tools :

- First, the stamping simulation is conducted classically by considering rigid tools in order to obtain an estimation of the contact force distribution acting on the rigid tools using the STAMPAK software ;
- Secondly, the considered deformable tool is analyzed separately in CATIA V5, by considering static external loads obtained as the result of the contact force distribution, obtained from the stamping simulation with rigid tools.

The present approach leads to acceptable (realistic) computational times. It can be applied to the 3D analysis of stamping tools, layered or not.

Several examples are considered with multilayered steel tools assembled by screws and produced by the Stratoconception<sup>®</sup> approach. We finally proposed an optimization procedure of the screw positions as an attempt to improve the design of the layered tools assembled by screws, by increasing the strength and the life duration of the screwed connections. The objective function is defined as a function of the increments occurring in axial screw forces, due to the stamping forces. Constraint functions related to the maximum von Mises stress and to the feasibility of joining by screws are considered. To solve the optimization problem, computations based on the Design of Experiments technique were conducted and coupled to an optimization algorithm in Matlab.

## **Key-Words**

Sheet metal stamping process - finite elements - numerical modelling - numerical simulation - contact forces - rapid tooling - screwed joints - optimization.

# Table des matières

Résumé . . . . .	iii
Abstract . . . . .	v

## Chapitre 1

### Introduction générale 1

1.1	Introduction . . . . .	1
1.2	Le projet Craft-Fastool . . . . .	6
1.2.1	Les partenaires industriels . . . . .	6
1.2.2	Les produits . . . . .	6
1.2.3	Réalisation du poinçon d'emboutissage . . . . .	7
1.2.3.1	Le procédé de Stratoconception® . . . . .	7
1.2.3.2	Réalisation des strates . . . . .	8
1.2.3.3	Technique d'assemblage des strates . . . . .	9
1.2.4	Délais et coûts de fabrication . . . . .	10
1.3	Motivations et objectifs de la thèse . . . . .	12
1.3.1	Description de la problématique . . . . .	12
1.3.2	Plan de travail et organisation de la thèse . . . . .	12

## Chapitre 2

### État de l'art sur l'outillage rapide pour l'emboutissage

2.1	Introduction . . . . .	16
2.1.1	Le prototypage rapide . . . . .	16
2.1.2	L'outillage rapide . . . . .	17
2.1.3	La fabrication rapide . . . . .	20
2.2	Les procédés de fabrication par couches . . . . .	20
2.2.1	Historique . . . . .	20
2.2.1.1	La topographie . . . . .	21

2.2.1.2	La photosculpture . . . . .	22
2.2.2	Classification des procédés . . . . .	24
2.2.2.1	Famille Liquide/Solide . . . . .	24
2.2.2.2	Famille Solide/Solide . . . . .	26
2.2.2.3	Famille Poudre/Solide . . . . .	28
2.3	État de l’art sur les outils stratifiés . . . . .	29
2.3.1	Études antérieures . . . . .	29
2.3.2	Choix de la direction de stratification . . . . .	35
2.3.3	Choix de l’épaisseur des strates . . . . .	35
2.3.4	Modes d’assemblages des strates . . . . .	36
2.3.5	Travaux de finition des empreintes . . . . .	37
2.3.6	Modes de déformation des outils stratifiés . . . . .	38
2.4	Généralités sur les outils conventionnels . . . . .	39
2.4.1	Description générale . . . . .	39
2.4.2	Conception des outils . . . . .	40
2.4.3	Fabrication des outils . . . . .	40
2.4.4	Coûts des outils . . . . .	41
2.4.5	Résistance mécanique des outils . . . . .	43
2.5	Conclusion . . . . .	44

### Chapitre 3

#### Analyse mécanique des outils déformables homogènes

3.1	Introduction . . . . .	48
3.2	Mise en forme de tôles par emboutissage . . . . .	51
3.2.1	Modes de déformation d’une pièce emboutie . . . . .	51
3.2.2	Défauts dans les pièces embouties . . . . .	53
3.2.3	Méthodes de simulation de l’emboutissage . . . . .	54
3.2.3.1	Les méthodes incrémentales . . . . .	54
3.2.3.2	Les méthodes simplifiées . . . . .	55
3.3	Stratégie et choix des modèles éléments finis . . . . .	55
3.3.1	Approche numérique par éléments finis . . . . .	56
3.3.2	Résolution statique implicite . . . . .	57
3.3.3	Résolution dynamique explicite . . . . .	57
3.4	Exemples bi-dimensionnels . . . . .	57
3.4.1	Godet cylindrique (Numisheet’02) . . . . .	57

3.4.1.1	Description du problème . . . . .	57
3.4.1.2	Modèle E.F 3D avec outils rigides . . . . .	58
3.4.1.3	Modèles E.F avec poinçon déformable . . . . .	63
3.4.2	Godet cylindrique avec contre-embouti . . . . .	72
3.4.2.1	Description géométrique . . . . .	72
3.4.2.2	Modèle E.F avec poinçon déformable . . . . .	73
3.5	Exemples tridimensionnels . . . . .	76
3.5.1	Boite carrée (Numisheet'93) . . . . .	77
3.5.2	Cas industriel (pièce Craft-Fastool) . . . . .	80
3.6	Description de l'approche proposée . . . . .	83
3.6.1	Objectifs de l'approche . . . . .	83
3.6.2	Principe et hypothèses . . . . .	83
3.6.3	Estimation des forces de contact . . . . .	85
3.6.4	Charges statiques équivalentes . . . . .	86
3.7	Validation numérique . . . . .	86
3.8	Conclusion . . . . .	88

## Chapitre 4

### Applications aux outils stratifiés précontraints par vissage

4.1	Introduction . . . . .	92
4.2	Aspects bibliographiques . . . . .	93
4.3	Position du problème . . . . .	94
4.4	Assemblage : théorie et aspects mécaniques . . . . .	95
4.4.1	Comportement d'un joint boulonné . . . . .	95
4.4.2	Précontrainte de serrage . . . . .	97
4.4.2.1	Cas des charges faiblement excentrées . . . . .	99
4.4.2.2	Cas des charges fortement excentrées . . . . .	100
4.4.3	Pression à l'interface des pièces assemblées . . . . .	101
4.5	Modélisation des assemblages par éléments finis : modèle adopté . . . . .	103
4.6	Validation sur un cas d'assemblage cylindrique . . . . .	104
4.6.1	Modélisation analytique . . . . .	105
4.6.2	Modélisation par éléments finis . . . . .	107
4.6.3	Comparaison des résultats . . . . .	108
4.7	Applications aux outils d'emboutissage . . . . .	109
4.7.1	Poinçon cylindrique (Numisheet'02) . . . . .	109

---

4.7.1.1	Description . . . . .	109
4.7.1.2	Analyse des résultats . . . . .	111
4.7.2	Poinçon carré (Numisheet'93) . . . . .	117
4.7.2.1	Description . . . . .	117
4.7.2.2	Analyse des résultats . . . . .	119
4.7.3	Poinçon industriel (Craft-Fastool) . . . . .	122
4.7.3.1	Description . . . . .	122
4.7.3.2	Analyse des résultats . . . . .	124
4.8	Conclusion . . . . .	127

<b>Chapitre 5</b>
-------------------

<b>Optimisation du vissage des outils stratifiés</b>
--

5.1	Introduction . . . . .	130
5.2	Les différentes classes d'optimisation . . . . .	131
5.3	Problème général d'optimisation . . . . .	131
5.4	Formulation du problème d'optimisation . . . . .	132
5.4.1	Variables d'optimisation . . . . .	132
5.4.2	Choix de la fonction objectif . . . . .	133
5.4.3	Limitations d'optimisation . . . . .	134
5.4.4	Organigramme du processus d'optimisation . . . . .	134
5.5	Applications numériques . . . . .	135
5.5.1	Poinçon carré (Numisheet'93) . . . . .	135
5.5.2	Résultats . . . . .	136
5.5.3	Poinçon industriel (Craft-Fastool) . . . . .	138
5.5.4	Résultats . . . . .	140
5.6	Conclusion . . . . .	141

<b>Chapitre 6</b>
-------------------

<b>Conclusions et perspectives</b>
------------------------------------

6.1	Conclusions . . . . .	143
6.2	Perspectives . . . . .	146

**Bibliographie**

**149**

<b>Annexe</b>
---------------

---

**Annexe****Annexe A : Aspects numériques**

.1	Principe des Travaux Virtuels (P.T.V)	157
.1.1	Description du problème mécanique	157
.1.2	Discrétisation spatiale du P.T.V	158
.1.3	Méthode statique implicite	160
.1.4	Méthode dynamique explicite	161

**Annexe****Annexe B : Contact-Frottement**

.1	Modélisation du contact-frottement	165
.1.1	Principaux modèles de frottement	165
.1.1.1	Phénoménologie	165
.1.1.2	Modélisation du frottement	166
.1.1.3	Les modèles de frottement	168
.2	Traitement du contact frottement	170
.2.1	Régularité des modèles de frottement	171
.2.2	Gestion numérique du contact	172
.2.3	Gestion du contact entre deux surfaces déformables	174
.2.4	Analyse statique du contact	175
.2.5	Analyse dynamique du contact	175

**Annexe C : Quelques éléments théoriques en optimisation**

1	Optimisation : éléments théoriques	177
1.1	La méthode classique	177
1.2	La méthode des plans d'expérience	178
1.2.1	Équation du modèle	179
1.2.2	Matrice des effets	180
1.2.3	Coordonnées centrées réduites	180
1.2.4	Méthode des moindres carrés	181
1.2.5	Plans composites	181
1.3	Optimisation par surface de réponse	184





# 1

## Introduction générale

### 1.1 Introduction

L'emboutissage est un procédé de formage par déformation plastique à chaud ou à froid des métaux. Il est largement employé dans plusieurs domaines industriels : l'automobile, l'aéronautique, l'électroménager, ou les appareillages électriques...etc. Il permet de fabriquer à partir d'une feuille de métal initialement plane, appelée "flan", des pièces de forme complexe non développables [Col 96, Ronde-Ousteau 95].

L'obtention de la pièce emboutie se fait par l'entraînement de la tôle sous l'action d'un poinçon qui forme celle-ci à son empreinte en fond de matrice [Martin 77]. La tôle est initialement maintenue contre la matrice avec un serre-flan qui contrôle l'écoulement du métal pour prévenir la formation de plis sur la pièce finie (figure 1.1). Ce type de procédé permet d'atteindre des cadences de production élevées, jusqu'à 60 pièces/minute [Burlat 98]. L'opération d'emboutissage est effectuée sur une presse (figure 1.2), au moyen d'un outillage dont la configuration la plus simple, appelée outil simple effet, comprend trois pièces principales : la matrice, le poinçon et le serre-flan. L'une est bridée sur la table fixe, l'autre sur le coulisseau animé d'un mouvement rectiligne alternatif. L'outillage double effet comprend en plus un serre-flan.

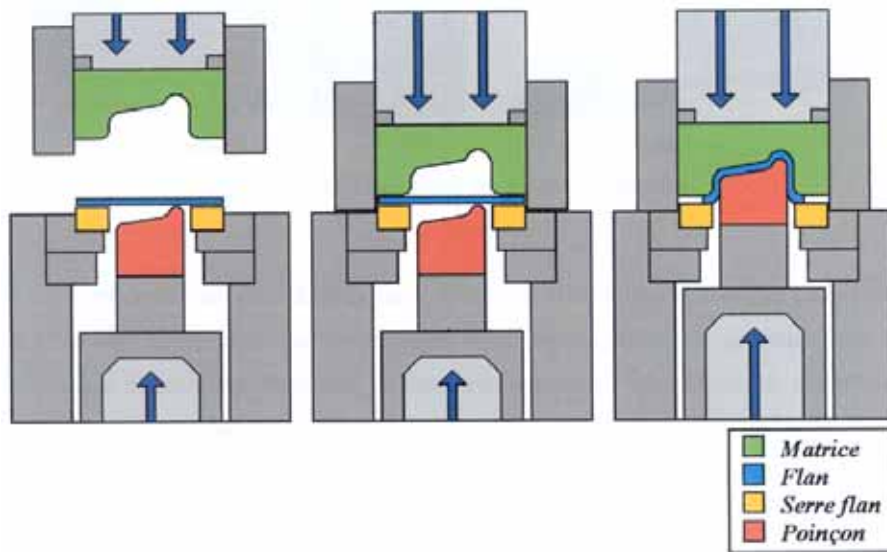


FIG. 1.1 – Schématisation de l'opération d'emboutissage [Gati 02]

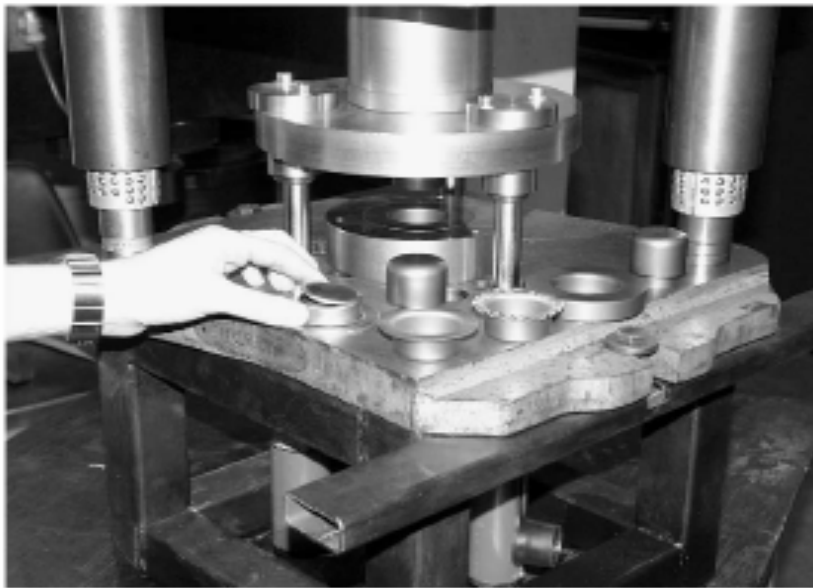
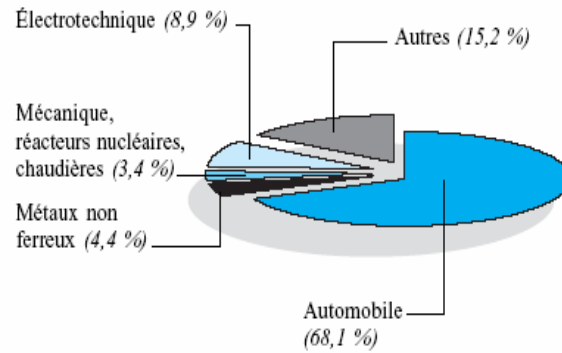


FIG. 1.2 – Exemple de presse d'emboutissage [Colgan 03]

D'après une étude du Service des Etudes et des Statistiques Industrielles (SESSI) du Ministère de l'Économie, des Finances et de l'Industrie [Sessi 04] (figure 1.3), parmi le secteur d'activités industrielles de transformation des métaux sous forme solide, les entreprises de découpage-emboutissage sont les premiers fournisseurs de l'automobile (figure 1.4).

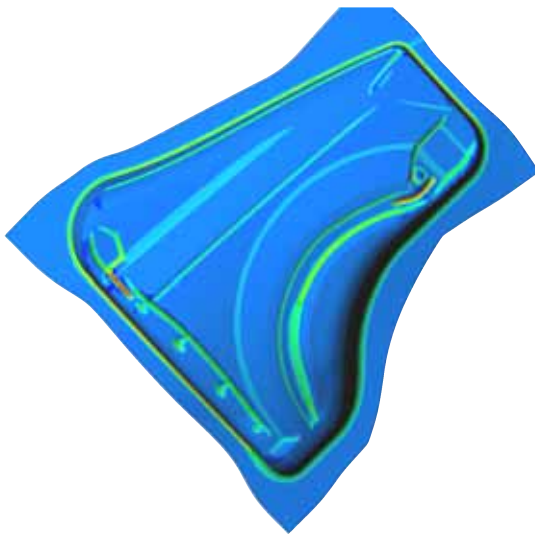
### L'AUTOMOBILE : MARCHÉ MAJORITAIRE

Facturations : 4 872 millions d'euros



SESSI - Enquête de Branche 2003 -

FIG. 1.3 – Clientèles des entreprises de découpage-emboutissage [Sessi 04]



Pièce obtenue par simulation numérique (Stampack), source: Quantech ATZ



Aile avant de la Citroën Picasso (expérience), source : Chausson-Outillage

FIG. 1.4 – Exemples de pièces embouties tridimensionnelles

Les fabricants de matériel électroménager sont également des clients importants des entreprises de découpage-emboutissage. Le reste des débouchés concerne des activités plus réduites en terme de chiffres d'affaires. Ces activités sont liées aux industries du bâtiment

et du génie civil, de la construction aéronautique, de l'industrie de l'armement et du conditionnement de l'emballage.

Les changements de forme des produits sont de plus en plus fréquents, conséquence de notre société de consommation. D'une part, dans le domaine de l'automobile, ces changements concernent la forme des pièces de carrosserie qui s'intensifient encore par le développement de marchés toujours différents car, dans le contexte actuel, l'industrie automobile cherche à renouveler de manière plus fréquente ses modèles. D'autre part, plusieurs études montrent que les coûts et les délais de fabrication des outils d'emboutissage conventionnels ont une incidence directe sur le prix de la pièce emboutie et sur ses délais de mise sur le marché [Burlat 98]. Ainsi, le coût des outils d'emboutissage, actuellement fabriqués par usinage conventionnel de bloc d'acier ou de fonte est de plus en plus pénalisant pour les services études des entreprises créatrices et productives, qui cherchent à réduire les coûts et les délais de développement de nouveaux produits.

Durant ces dix dernières années, les besoins grandissants en réduction de coûts de fabrication des outils d'emboutissage, ont motivé un grand nombre de chercheurs.

En 1998 et 1999, Cartwright et al. [Cartwright 98-99] ont présenté une étude sur l'influence du prix (et donc des caractéristiques) du matériau des outils (poinçons et matrice) sur la formabilité des tôles embouties. L'objectif principal de cette étude était de trouver un compromis entre le prix du matériau à utiliser pour la fabrication des outils et la formabilité de la tôle à emboutir en fonction du critère de qualité recherché. Par ailleurs, plusieurs types de matériaux ont fait l'objet d'une étude approfondie en vue de fabriquer des outils d'emboutissage à moindre coût [George 97, Siegert 98]. Les nouvelles techniques de fabrication, notamment les techniques de prototypage rapide, qui impliquent l'utilisation de matériaux différents, entraînent systématiquement des besoins en dimensionnement et en modélisation numérique du comportement mécanique des outils, voire en conception optimale de ces derniers.

L'apparition et l'évolution importante des techniques de prototypage rapide au cours de ces dix dernières années constituent sans doute une solution alternative aux techniques conventionnelles pour la fabrication des outils d'emboutissage [Oudjene 05c]. Pour profiter des avantages de ces nouvelles techniques de prototypage rapide, une extension du concept prototypage rapide a vu le jour. En écho au terme de "prototypage rapide", ce nouveau concept est appelé "outillage rapide". L'outillage rapide est donc l'extension du prototypage rapide, il désigne le processus ou le système susceptible de produire des outillages tels que les outils d'emboutissage de manière sensiblement plus rapide que par l'usinage conventionnel.

Ainsi, les techniques de fabrication des outils d'emboutissage par empilement successif de plaques métalliques, ont permis la réalisation et la validation expérimentale de plusieurs

applications [Abel 03, Mueller 00, Müller 01, Nakagawa 00, King 03, Schneider 03, Oudjene 04-05b, Walczyk 97-98a-98b-99,...]. En effet, les outils stratifiés permettent non seulement de réaliser rapidement, voire à moindre coût les poinçons et matrices d'emboutissage, mais ils apportent aussi bien une possibilité fonctionnelle telle que celle de varier les matériaux des plaques ainsi que leur épaisseur [Pepelnjak 98].

En ce qui concerne l'outillage stratifié, auquel nous nous intéressons dans ce travail, il n'en est qu'à ses premiers pas industriels et on ne peut encore recenser que très peu d'applications et/ou de travaux (voir chapitre 2). En effet, tout comme dans le cas des outils standards (conventionnels), les outils prototypes ou rapides, en particulier les outils stratifiés sont conçus et fabriqués sans calculs préalables sur leur comportement mécanique, bien que leur viabilité en dépend principalement. Cela constitue évidemment un obstacle pour le développement de nouvelles techniques de fabrication des outils.

Récemment, dans le cadre du projet européen Craft-Fastool (voir §1.2), des outils d'emboutissage (poinçon et matrice) basés sur le procédé de Stratoconception<sup>®</sup> ont été réalisés et testés avec succès pour produire quelques dizaines de pièces.

Quelles que soient les technologies et matériaux utilisés pour la fabrication des outils de mise en forme par emboutissage, il est nécessaire de garantir une bonne résistance mécanique et durée de vie, une bonne résistance à l'usure et des déformations avec une tolérance maximum permettant de s'assurer de la conformité géométrique des pièces embouties.

Il est donc nécessaire de réaliser une étude numérique du comportement tridimensionnel des outils stratifiés assemblés par diverses techniques afin de prédire leur tenue mécanique en service et d'optimiser leur conception, voire leur coûts de fabrication. Mais aussi pour choisir parmi les différentes solutions envisageables et optimiser la conception du système d'assemblage. C'est dans ce cadre que s'inscrivent les travaux de recherche présentés dans cette thèse.

Ce travail original en ce qui concerne les outils d'emboutissage, porte sur le développement d'une démarche numérique permettant l'analyse tridimensionnelle des outils d'emboutissage, en particulier les outils stratifiés, dont le comportement est considéré linéaire élastique. Ce qui nous permettra dans le cadre des outils stratifiés assemblés par vissage de réaliser une étude numérique et technologique en vue de leur dimensionnement, voire leur conception optimale. Les paramètres de l'étude sont les principales sollicitations mécaniques dues aux efforts d'emboutissage et à la précontrainte initiale de vissage. Les effets thermiques dus au frottement, ainsi que les phénomènes limitant en général la durée de vie des outils tels que la fatigue et l'usure ne seront pas traités.

## 1.2 Le projet Craft-Fastool

Le projet européen Craft-Fastool est un projet de développement d'une technologie stratifiée avancée pour l'outillage rapide basé sur le procédé de Stratoconception® pour l'emboutissage et l'injection plastique. La combinaison des technologies de découpe laser 5 axes et l'usinage rapide pour la fabrication des strates du modèle était le principal objectif du projet. Par ailleurs, l'utilisation de la découpe laser en 5 axes autorise des gains de temps relativement conséquents [Barlier 03].

### 1.2.1 Les partenaires industriels

Plusieurs centres de recherche technologique et entreprises (MPE-PMI) ont été impliqués dans le projet Craft-Fastool [Abel 03].

- CIRTES, Centre européen de prototypage et outillage rapide (France) ;
- IREPA Laser, Centre expert de la découpe laser (France) ;
- PROFACTOR, Centre expert des techniques d'usinage (Australie) ;
- Rp2i, Fabricant de machines de prototypage et outillage rapide (France) ;
- PRECICAL, Fabricant de moules pour l'injection plastique (Belgique) ;
- HEBNER, Société spécialisée dans l'injection plastique (Australie) ;
- FUSO, Entreprise spécialisée dans l'injection plastique (Australie) ;
- FORMATYPE, Société spécialisée dans l'emboutissage pour l'automobile (France) ;
- PIONNEER, Société spécialisée dans la fonderie et l'injection plastique (Estonie).

### 1.2.2 Les produits

En ce qui concerne l'emboutissage, les travaux ont porté sur la réalisation d'un poinçon (figure 1.5a et b) et d'une matrice (figure 1.5c) destinés à l'emboutissage de tôles d'acier DC04(XES) de dimensions : 550 mm x 350 mm x 1 mm. L'outil d'injection (figure 1.5d), quant à lui, a été défini pour une pièce en polypropylène. Le matériau choisi pour les outillages est un acier 2C45 (XC48), qui autorise une bonne découpe au laser ainsi qu'une usinabilité très acceptable pour le micro-fraisage, malgré la trempe superficielle laissée par la découpe laser. Dans ce travail, nous nous limiterons à l'étude mécanique du poinçon d'emboutissage.

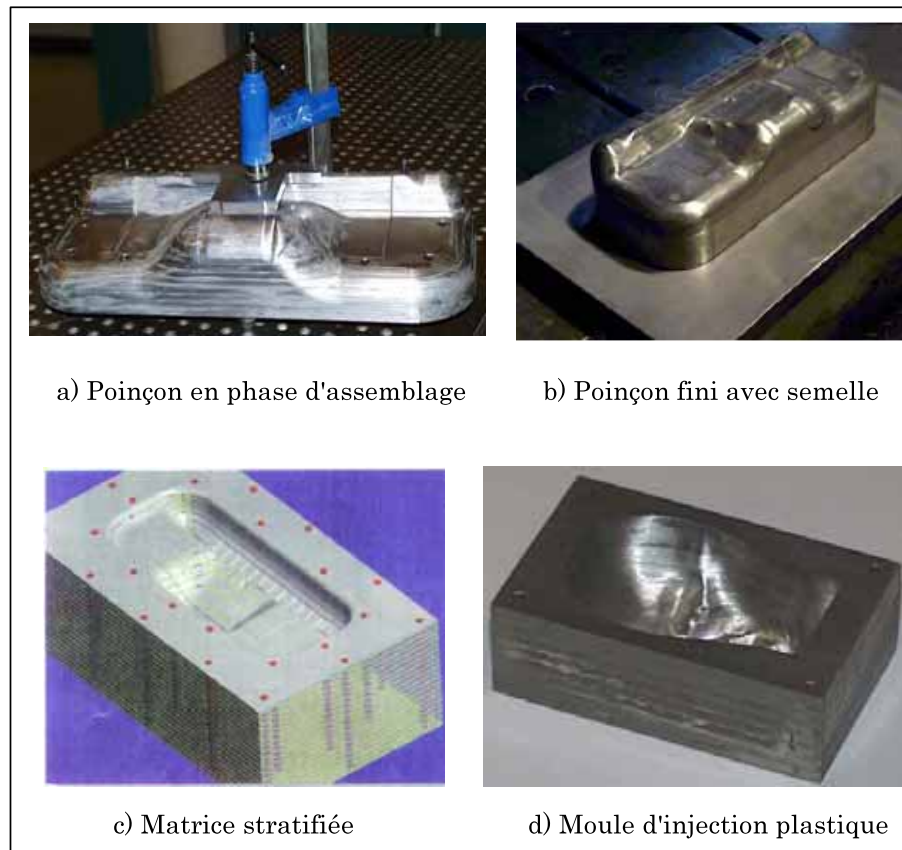


FIG. 1.5 – Les outillages issus du projet Craft-Fastool (source : CIRTES)

### 1.2.3 Réalisation du poinçon d'emboutissage

#### 1.2.3.1 Le procédé de Stratoconception®

La Stratoconception® est un procédé breveté et développé par le CIRTES (centre européen de prototypage et d'outillage rapide), à Saint-Dié-des-Vosges, depuis 1991 [Barlier 91]. Ce procédé consiste à trancher la pièce en couches élémentaires 2D ou 3D appelées strates (figure 1.6), dans lesquelles sont prévus des inserts. Les couches élémentaires sont ensuite découpées dans un matériau en plaque à partir des procédés d'usinage avancé en 2,5 axes ou 5 axes : micro fraisage rapide, laser, jet d'eau. Les strates sont ensuite positionnées les unes par rapport aux autres à l'aide d'inserts pour reconstituer le prototype final. L'assemblage est pris en compte dès la décomposition de l'objet. Afin d'assurer une liaison appropriée des différentes strates, tous les types d'assemblage classique sont envisageables : assemblage vissé, collé, brasé, soudé, etc. Le procédé est rapide, il est sans limitation de forme, ni de matériaux : bois, plastiques, métaux. Il est applicable aussi bien pour des maquettes, des prototypes technologiques, que pour des outillages.



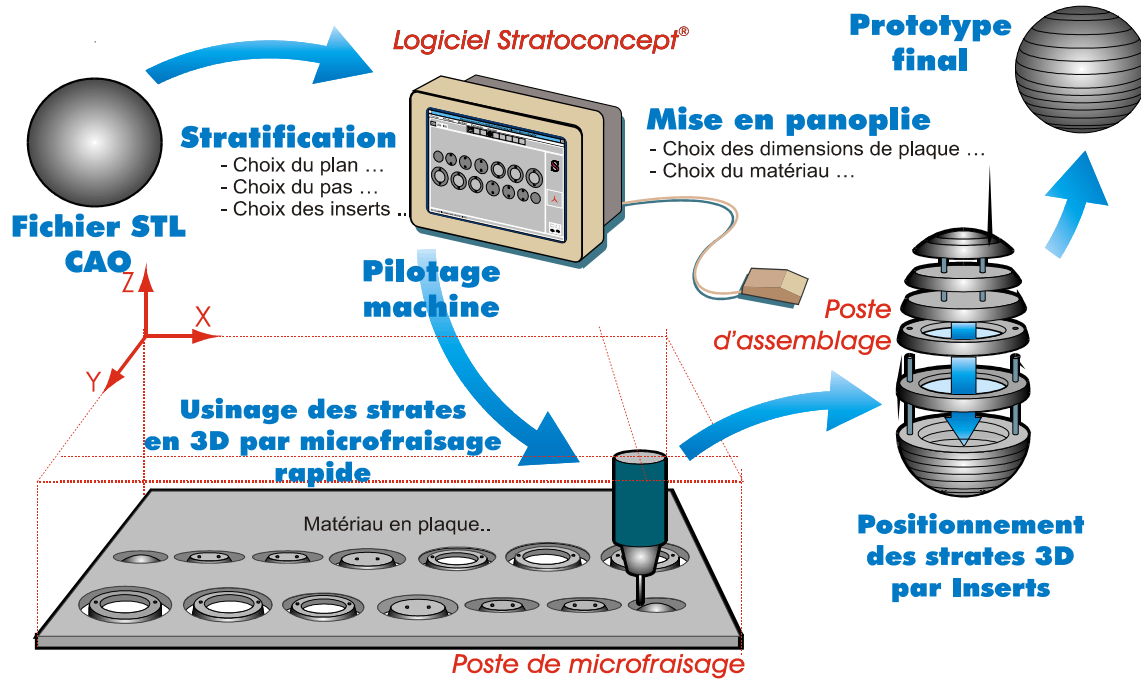
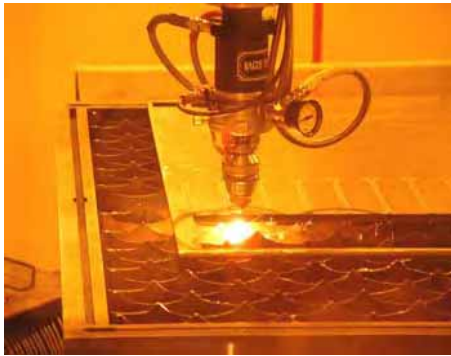


FIG. 1.6 – Principe du procédé de Stratoconception® (source : CIRTES).

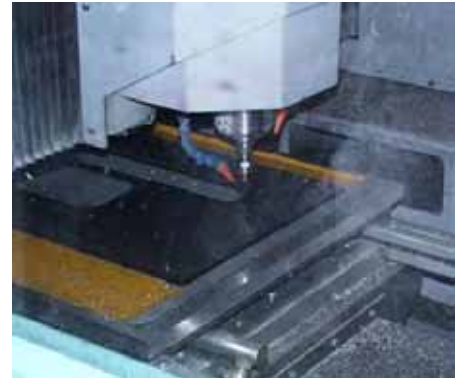
### 1.2.3.2 Réalisation des strates

A partir du fichier STL du modèle considéré, l'utilisateur choisit un axe ainsi qu'une épaisseur de tranchage, correspondant à un matériau, puis impose des plans de tranchage (plan de joint, etc.). En ce qui concerne les outils présentés en figure 1.5, les strates sont réalisées par découpe laser (figure 1.7a) CO<sup>2</sup>5 axes d'une puissance de 2 KW. Il a été également prévu dans chaque strate des trous de positionnement pour la reprise sur machine de micro-fraisage (figure 1.7b), les passages d'inserts et de vis ont été également ébauchés au laser [Abel 03, Barlier 03]. Par ailleurs, entre chaque deux strates, il a été prévu un logement d'une profondeur comprise entre 0.1 et 0.2 mm pour la couche de colle.





a) Découpe laser



b) Micro-fraisage

FIG. 1.7 – Découpe laser et micro-fraisage des strates (source : CIRTES).

### 1.2.3.3 Technique d'assemblage des strates

L'ensemble des strates obtenues est d'abord centré (guidé), puis positionné à l'aide de quatre inserts de 6 mm de diamètre (voir figure 1.8a). Dans ce type de procédés, plusieurs techniques d'assemblage des strates sont envisagées : boulonnage, vissage, brasage, soudage, collage...etc. Ici l'assemblage des différentes strates est assuré par la combinaison d'une colle structurale et des vis de 6 mm de diamètre (voir figure 1.8b) [Abel 03]. Les liaisons vissées présentent une haute résistance mécanique et sont utilisées dans les assemblages de joints structuraux ou de parties de structures dans plusieurs domaines. Notons que la conception de ce système d'assemblage des strates n'a fait l'objet d'aucun calcul préalable. Elle est basée sur de simples règles de conception ainsi que sur l'expérience des outilleurs.



a) Inserts de positionnement des strates



b) Assemblage des strates par vissage

FIG. 1.8 – Technique utilisée pour l'assemblage des strates (source : CIRTES).

Afin de valider de manière expérimentale la technique de Stratoconception® pour l'outillage rapide dédiés à l'emboutissage, un test de production a été effectué sur presse d'emboutissage au sein de la société FORMATYPE. Le poinçon stratifié a permis d'emboutir quelques dizaines de pièces (figure 1.9) sans détérioration visible.



FIG. 1.9 – Déroulement du test expérimental (source : CIRTES).

#### 1.2.4 Délais et coûts de fabrication

L'objectif principal des techniques de prototypage rapide (P.R), en particulier la Stratoconception<sup>®</sup>, est de réduire les délais et les coûts de fabrication des outillages. Il est donc important d'évaluer l'intérêt économique que peut réaliser cette technique par rapport aux méthodes conventionnelles.

En ce qui concerne les outils d'emboutissage (poinçon et matrice) issus du projet Craft-Fastool, la société FORMATYPE a établi un devis estimatif en terme de délais et de coût

global de leur fabrication par la méthode conventionnelle. Les chiffres présentés dans le tableau 1.1 ont été obtenus par l'exploitation des données qui nous ont été communiquées par le CIRTES.

	Délai de fabrication	Coût global	Nombre de pièces
Méthode conventionnelle	100 %	100 %	> 10000
Stratoconception <sup>®</sup>	70 %	104 %	entre 1000 et 10000
Outils prototypes en résine	59 %	42 %	<100

TAB. 1.1 – Comparatif des coûts et délais de fabrication des outillages

Nous remarquons que le coût global des outils réalisés par Stratoconception<sup>®</sup> est légèrement supérieur (de 4% environ) à celui des outils conventionnels, bien que la Stratoconception<sup>®</sup> ait permis un gain d'environ 30 % en terme de délais de réalisation. En effet, le prix du matériau XC 48 utilisé pour la semelle du poinçon stratifié (figure 1.5b) représente environ 32% du coût global. Selon le CIRTES, l'utilisation d'un matériau moins cher pour la semelle réduirait considérablement le coût global de fabrication des outils. Par ailleurs, les outils conventionnels fabriqués par usinage de blocs d'acier ou de fonte restent les plus avantageux en terme de durée de vie vis à vis des outils prototypes fabriqués par toute autre technique, bien qu'ils ne le soient pas en terme de délai de fabrication, voire de coût (tableau 1.1).

Afin de comparer le pourcentage que représentent les opérations d'usinage et de travaux main dans le coût global des outils fabriqués par la méthode conventionnelle, nous avons sollicité la société Chausson-Outillage afin d'avoir un devis estimatif concernant l'usinage des outils. Le tableau 1.2 donne la répartition des coûts de fabrication des outils. Par ailleurs, les données fournies ont montré que le temps d'assemblage de la matrice stratifiée (sans collage) était cinq fois moins important que celui du poinçon (environ 30mn pour la matrice contre 2h30mn pour le poinçon).

	Stratoconception <sup>®</sup>	Méthode conventionnelle
Matière	68%	25.4%
Usinage	22%	50.4%
Assemblage	5%	
Travaux main	5%	24.2%
Coût global	100%	100%

TAB. 1.2 – Comparaison de la répartition des coûts de fabrication des outils

## 1.3 Motivations et objectifs de la thèse

### 1.3.1 Description de la problématique

Comme nous l'avons déjà mentionné, si les outils stratifiés pour l'emboutissage peuvent être obtenus à moindre coût et dans un délai de fabrication nettement réduit en utilisant les techniques de prototypage rapide, il n'en demeure pas moins qu'un bon outil d'emboutissage doit répondre à certaines exigences, notamment à celles de résistance mécanique, de rigidité, de comportement au frottement (état de surface)...etc. La problématique de l'outillage rapide pour l'emboutissage, en particulier l'outillage stratifié ne se limite pas uniquement au choix de la bonne matière et du bon procédé de fabrication.

Le but principal de cette étude est d'identifier les outils de simulation numérique nécessaires pour mettre en place une méthode simplifiée permettant l'analyse tridimensionnelle du comportement mécanique des outils d'emboutissage stratifiés, notamment les liaisons vissées afin d'appréhender et de comprendre avec précision les modes de déformations et de contraintes auxquels sont soumis les outils au cours du formage. Ce qui permettra d'optimiser leur conception et d'augmenter leur résistance ainsi que leur durée de vie.

L'effet congruent est d'accroître les connaissances objectives et scientifiques sur l'outillage rapide ou prototype pour l'emboutissage en général et sur l'outillage stratifié en particulier. Pour cela, ce travail ne se contente pas uniquement de simuler l'emboutissage afin d'évaluer les contraintes auxquelles sont soumis les outils au cours de l'opération d'emboutissage mais, porte également sur les aspects méthodologiques pour l'aide à l'analyse, voire à la conception optimale des outils d'emboutissage stratifiés, assemblés mécaniquement.

Ces aspects méthodologiques permettront de pré-concevoir des outils stratifiés, d'élaborer des règles générales de conception avant de passer à un prototype toujours coûteux. Il est donc impératif de fournir des preuves objectives et rigoureuses d'une bonne conception. La définition d'un bon outil d'emboutissage stratifié repose sur deux niveaux de connaissances, à savoir :

- Les connaissances objectives : résultats des théories, notamment mécaniques ;
- Les connaissances empiriques : résultats des tests, expériences et connaissances accumulées par les outilleurs.

### 1.3.2 Plan de travail et organisation de la thèse

Le présent mémoire de thèse, décomposé en six chapitres est organisé de la manière suivante :

## Chapitre 2

Ce chapitre est consacré à l'état de l'art sur l'outillage stratifié, dédié à l'emboutissage. Nous nous intéresserons dans ce chapitre aux procédés de fabrication qui procèdent par empilement successif de couches découpées dans des matériaux métalliques. Tout d'abord, nous définissons, de manière générale, les concepts du prototypage rapide, de l'outillage rapide et de la fabrication rapide de produits. Ensuite, nous aborderons l'historique des procédés de fabrication par couches ainsi que leur classification selon l'état initial du matériau utilisé. Nous rapporterons quelques applications et travaux antérieurs sur les outils stratifiés, assemblés mécaniquement, dédiés aux procédés de mise en forme en général et à l'emboutissage en particulier. Enfin, nous donnons quelques généralités sur la fabrication et la conception des outils d'emboutissage conventionnels. A titre indicatif, nous rapporterons également quelques chiffres, issus de la littérature, en relation avec la répartition des coûts et délais de fabrication dans le processus de conception des outils conventionnels.

## Chapitre 3

Ce chapitre est consacré à l'analyse mécanique des outils d'emboutissage conventionnels (déformables et homogènes). C'est un chapitre essentiel dans cette thèse qui présente d'abord une simulation classique de l'emboutissage, en considérant les outils rigides, puis étudie de façon détaillée le problème des simulations numériques de l'emboutissage couplées avec la déformabilité des outils. On s'intéresse principalement à l'estimation des efforts de formage imposés aux outils au cours de l'emboutissage ainsi qu'aux niveaux de contraintes qui peuvent être atteints dans les outils supposés déformables homogènes. Après plusieurs simulations de l'emboutissage en considérant les outils déformables, nous avons été confrontés à de fortes difficultés, particulièrement dans le cas des modèles tridimensionnels. Pour remédier à ces difficultés et permettre ainsi l'analyse mécanique du comportement tridimensionnel des outils d'emboutissage, qui constitue notre premier objectif, nous proposerons une approche numérique simplifiée qui consiste à découpler la simulation de l'emboutissage de l'analyse mécanique des outils considérés déformables. L'approche est donc basée essentiellement sur deux analyses éléments finis. Pour se faire, nous avons dans un premier temps évalué les capacités et les performances des logiciels éléments finis ABAQUS et STAMPACK. Nous avons donc retenu ABAQUS pour traiter les simulations de l'emboutissage couplées avec la déformabilité des outils dans les cas 2D, ce qui nous a permis de valider numériquement l'approche proposée. Quant au code STAMPACK, il est utilisé pour estimer la répartition des forces de contact entre la tôle et les outils rigides dans le cas des modèles 3D, puisque il a l'avantage de calculer les efforts de contact directement en surface des outils rigides.

## Chapitre 4

Dans ce chapitre nous appliquerons l'approche développée dans le chapitre précédent sur des cas d'outils d'emboutissage stratifiés, assemblés mécaniquement. L'objectif principal est de confirmer la possibilité de fabriquer des outils d'emboutissage par assemblage mécanique de plaques métalliques, en particulier par la Stratoconception®.

Comme dans toute modélisation numérique de structures mécaniques, il est important que les modèles développés décrivent le plus "finement" possible l'ensemble des phénomènes physiques qui influencent la réponse de la structure, dans des conditions d'environnement et de sollicitations données. Pour l'analyse numérique des outils stratifiés vissés, on s'appuie sur les éléments théoriques développés dans le cadre de la mécanique des assemblages par éléments filetés. Dans notre cas, nous avons choisi d'utiliser la modélisation par éléments finis en utilisant le module de CATIA V5, qui a l'avantage de gérer les connexions vissées avec une grande facilité. Afin d'évaluer les capacités du module de CATIA V5 et de valider notre modélisation numérique, nous avons commencé par traiter des exemples simples d'assemblages de plaques cylindriques permettant la confrontation des résultats avec ceux de la littérature et de l'expérience. Après avoir validé notre modélisation, nous avons examiné plusieurs types de liaisons des strates, notamment les strates vissées et les strates vissées-collées dans le cadre des outils d'emboutissage stratifiés. Dans un premier temps, nous avons considéré un exemple simple 2D, puis nous avons traité des cas tridimensionnels à caractère académique et industriel.

## Chapitre 5

Ce chapitre vise à améliorer la conception des outils stratifiés, notamment le système d'assemblage des strates. En effet, tous les paramètres qui sont pris en compte dans une simulation numérique peuvent faire l'objet d'une optimisation. Dans notre cas nous avons retenu les positions des vis précontraintes comme paramètres d'optimisation. Nous ne prétendons pas utiliser les méthodes mathématiques les plus robustes pour résoudre le problème d'optimisation mais, nous concentrerons nos efforts sur l'identification du problème d'optimisation ainsi que sur sa formulation (fonctions objectifs, fonctions contraintes, limitations...). Nous validerons la procédure d'optimisation proposée sur un cas très simple, puis nous présenterons une application numérique sur un cas à caractère industriel, avec une géométrie relativement complexe.

## Chapitre 6

Enfin, le chapitre 6 conclut le travail et donne quelques perspectives sur les plans théorique, numérique et économique.

# 2

## État de l'art sur l'outillage rapide pour l'emboutissage

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>16</b>
2.1.1	Le prototypage rapide	16
2.1.2	L'outillage rapide	17
2.1.3	La fabrication rapide	20
<b>2.2</b>	<b>Les procédés de fabrication par couches</b>	<b>20</b>
2.2.1	Historique	20
2.2.2	Classification des procédés	24
<b>2.3</b>	<b>État de l'art sur les outils stratifiés</b>	<b>29</b>
2.3.1	Études antérieures	29
2.3.2	Choix de la direction de stratification	35
2.3.3	Choix de l'épaisseur des strates	35
2.3.4	Modes d'assemblages des strates	36
2.3.5	Travaux de finition des empreintes	37
2.3.6	Modes de déformation des outils stratifiés	38
<b>2.4</b>	<b>Généralités sur les outils conventionnels</b>	<b>39</b>



2.4.1	Description générale . . . . .	39
2.4.2	Conception des outils . . . . .	40
2.4.3	Fabrication des outils . . . . .	40
2.4.4	Coûts des outils . . . . .	41
2.4.5	Résistance mécanique des outils . . . . .	43
<b>2.5</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>44</b>

---

## 2.1 Introduction

Lors de ces dernières années, l'industrie est confrontée à une concurrence de plus en plus vive et une réactivité de plus en plus grande de la part des entreprises. Ainsi, les entreprises qui souhaitent conserver et/ou acquérir de nouvelles parts de marché doivent :

- maîtriser les coûts ;
- améliorer la qualité des produits et des études ;
- réduire leur délais de développement.

Pour répondre à la complexité des besoins exprimés, elles doivent proposer des solutions fiables dans des délais de plus en plus courts. C'est dans ce contexte, qu'après les outils de CFAO, sont apparus au début des années 90 les outils de Prototypage Rapide (P.R). D'abord perçus comme des moyens de reproduction d'objets en 3D, ils s'intègrent aujourd'hui complètement dans le processus de création et de développement des produits (figure 2.1).

Ce chapitre, vise à faire un état de l'art, de manière générale, sur l'outillage rapide pour l'emboutissage et en particulier sur l'outillage stratifié obtenu par les techniques de prototypage rapide qui procèdent par empilement successif de couches (strates) métalliques. Au préalable, définissons les notions de prototypage, d'outillage et de fabrication rapide de produits.

### 2.1.1 Le prototypage rapide

Dans le contexte de compétitivité industrielle actuelle, le prototypage rapide représente une famille de procédés permettant, à partir des techniques de fabrication par couche, la réalisation rapide et systématique de modèles ou de prototypes tridimensionnels aux formes intérieures et extérieures complexes. Le concept du prototypage rapide met en oeuvre une chaîne numérique continue qui repose sur l'utilisation, dès le stade initial de la conception, d'une modélisation CAO 3D volumique.

Les procédés de prototypage rapide sont basés sur les techniques utilisées par les procédés de fabrication par couche. Ainsi, la fabrication ne se fait plus par enlèvement de



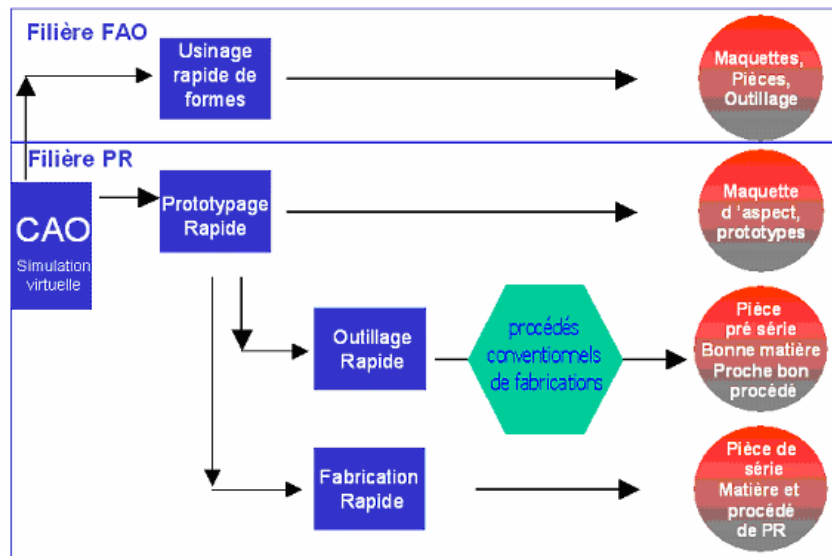


FIG. 2.1 – Intégration du Prototypage Rapide dans la filière numérique (source : CIRTES)

matière comme dans les procédés traditionnels dits soustractifs, mais par apport itératif de celle-ci. Les procédés de prototypage rapide sont des procédés additifs dont l'unité de base n'est plus le volume de copeau mais la couche.

Il est possible de définir différents types de prototypes : les prototypes virtuels, esthétiques, géométriques, fonctionnels, technologiques et les prototypes de pré-séries. Il existe de nombreux procédés de prototypage rapide, mais ils ont tous en commun l'utilisation des moyens informatiques pour décomposer les fichiers STL en couches. Les couches sont ensuite réalisées les unes après les autres à partir de matériaux pouvant se présenter sous formes de poudres, de liquides ou encore sous forme de solides. Suivant leur nature et le procédé utilisé, le montage et l'assemblage des couches peuvent être réalisés avant, pendant, ou après leur fabrication.

### 2.1.2 L'outillage rapide

Les prototypes fonctionnels et technologiques sont destinés à être soumis aux conditions d'utilisation réelles des pièces qu'ils représentent. Ces sollicitations peuvent leur être appliquées sous formes d'essais in situ ou bien encore sous forme de campagnes d'essais en laboratoire visant à simuler ces sollicitations (essais mécaniques, thermiques, chimiques, etc.). Ces prototypes sont donc souvent utilisés dans la phase de conception d'un nouveau produit comme outils de vérification et de validation de celle-ci. Ainsi, pour des raisons de représentativité, ils doivent être nécessairement réalisés à partir de la bonne matière mais également suivant le bon procédé.

La plupart des procédés de prototypage rapide ne permettent pas d'obtenir une telle qualité de pièces. Ceux qui s'approchent le plus de ces exigences ne procurent qu'un choix limité de matériaux qui est rarement compatible avec la diversité des matériaux disponibles lors de la conception des pièces et qui dans tous les cas ne sont pas bon procédé. Pour répondre à cette exigence et afin de profiter des avantages de ces nouvelles techniques, une extension du concept de prototypage rapide a vu le jour. En écho au terme de " prototypage rapide ", ce nouveau concept a été appelé " outillage rapide ". Dans ce concept, ce ne sont plus les pièces qui sont réalisées grâce aux techniques de P.R. mais ce sont leur outil de production. Ainsi, ce n'est plus une pièce qui est produite mais un lot pouvant avoir la taille d'un lot de présérie. Cette extension du P.R. continue de révolutionner l'organisation de la phase de conception de produit en améliorant le fonctionnement des équipes de projet. Ces améliorations portent principalement sur une augmentation de leur réactivité, de leur créativité et sur l'amélioration des échanges d'informations (ingénierie concourante).

Deux familles d'outillage rapide peuvent être identifiées : l'outillage rapide direct et l'outillage rapide indirect. Dans le cas d'outillage rapide indirect, c'est encore la pièce qui est produite par une technique de prototypage rapide. La CAO de la pièce doit être adaptée et préparée afin de permettre la réalisation des outillages comme par exemple création des dépouilles, adjonction de formes supplémentaires (canaux d'alimentation, seuil d'injection, etc.). Le modèle obtenu est ensuite utilisé pour réaliser l'outillage par voie traditionnelle (contre moulage, fonderie sable, fonderie cire perdue, etc.). La chaîne numérique est donc interrompue avant la réalisation finale de l'outil. Pour l'outillage rapide direct, la conception CAO de la pièce est suivie d'une conception CAO de l'outillage. C'est cette seconde conception qui est ensuite produite à l'aide de techniques de prototypage rapide après réalisation d'un maillage STL des différents éléments de l'outillage. La réalisation d'outillage rapide par voie directe ne nécessite donc pas d'interrompre la chaîne numérique.

Bien entendu un des objectifs majeurs de l'outillage rapide (O.R.) est de permettre la validation complète de la relation " produits-procédé " afin de produire, dès les premiers essais, la pièce de série en éliminant ainsi les risques liés à l'étude et à la réalisation des outillages. Les pièces produites possèdent donc les bonnes caractéristiques mécaniques et l'optimisation de leur conception se fait alors également en terme d'optimisation de leurs conditions de production et de leur outil de production et ceci grâce à l'opportunité offerte de prendre en compte le procédé de fabrication et ses contraintes dès le début du projet afin de réaliser la validation globale de la conception d'un produit. Ainsi, les outillages rapides directs doivent être encore divisés en deux groupes : celui qui concerne les outillages dits " durs " c'est-à-dire l'outillage produit à partir de matériaux tels que

l'acier ou l'aluminium, et celui concernant les outillages dits " tendres " c'est-à-dire ceux étant produits à partir de matériaux tels que les résines polymères. Dans toute la suite, c'est sur le groupe des outillages rapides directs " durs ", que portera notre attention. Ces outils sont destinés à être utilisés dans les mêmes conditions de production que les outils conventionnels. Ce sont ces outils qui permettront la validation globale de la conception des pièces. De tels outils définissent un second niveau de performance de l'outillage rapide auquel répond le procédé d'outillage rapide Stratoconception<sup>®</sup> Métal. Les procédés de prototypage rapide aptes à répondre à une demande d'outillage rapide " dur " direct sont actuellement les procédés de frittage de poudre métallique (SLS, EOSINT, DMLS, EBM), les procédés projection localisée de poudre métallique en fusion (LENS, LAM, DMD ) et les procédés de découpe de plaque (Stratoconception<sup>®</sup> Métal). Le développement de tels outils intéresse donc particulièrement le secteur des moulistes mais également leurs clients et ceci dans des domaines aussi variés que la plasturgie, la fonderie et l'emboutissage.

Parallèlement au développement de ces techniques, est apparu l'Usinage Rapide de Forme (URF). Les nouvelles possibilités du fraisage à grandes vitesses (vitesse d'avance et vitesse de coupe), celles du fraisage multi-axes et de la FAO ont permis de réaliser des maquettes de grandes dimensions en matériaux tendres. Aujourd'hui, les progrès de l'usinage grandes vitesses dans les aciers traités permettent d'envisager la réalisation de prototypes technologiques, mais surtout d'outillages pour l'injection plastique, pour la fonderie sous pression et la mise en forme. L'URF a l'avantage de permettre d'usiner des matériaux durs avec la précision de l'usinage et donc d'être ainsi bien adapté à l'outillage de série, mais également de permettre de réaliser des usinages à partir d'une définition surfacique. Mais, cette technique a l'inconvénient de nécessiter des investissements lourds et l'appui d'une équipe de professionnels en CFAO et usinage. Son utilisation requiert également un travail préalable d'analyse de fabrication, ainsi que la définition et l'approvisionnement d'un brut " capable", mais également l'étude du posage et l'ablocage des pièces avec reprises (étude et réalisation de montages d'usinage). Il possède également les mêmes limitations de forme que l'usinage conventionnel et ne permet donc pas l'obtention de toutes les formes complexes et notamment les cavités et les formes intérieures : l'URF se limite, lui aussi, aux formes extérieures accessibles en dehors du posage. De plus, ces opérations de posage et d'ablocage, nécessitent le plus souvent l'intervention humaine et interrompent ainsi la chaîne numérique.

En conclusion, cette filière est très professionnelle. Elle apporte des solutions très techniques et conventionnelles en particulier pour la réalisation d'outillage. Pour l'avenir, les nouveaux procédés d'outillage rapide montrent une nouvelle voie (et même une rupture) : apporter de la matière où elle est fonctionnellement utile plutôt que de procéder à son enlèvement. L'usinage direct à partir de surfaces, sans définition volumique, apporte des

solutions rapides à court terme. La maîtrise de la chaîne numérique de développement de produit impose en effet une définition CAO amont totale.

### 2.1.3 La fabrication rapide

Plusieurs interprétations peuvent être données au mot "fabrication rapide". Il peut s'agir d'une approche de réalisation rapide (rapid manufacturing), en série, de pièces par les procédés de Prototypage Rapide (PR), donc sans outillage. Il est alors possible d'obtenir des formes difficiles voire impossible à réaliser par les procédés conventionnels. Cette démarche permet ainsi d'augmenter le potentiel de conception-fabrication. Pour le concepteur, la Fabrication Rapide est un compromis entre :

- caractéristiques mécaniques et thermiques liées à la matière et au procédé de PR ;
- précision et état de surface ;
- prix et délais de réalisation d'une petite série très intéressants par rapport à la filière conventionnelle.

Une autre interprétation peut être admise ou donnée au concept de fabrication rapide, à savoir, la production de produits, à l'unité (comme le ferai un artisan), donc personnalisés, mais en s'appuyant sur les démarches et les technologies actuelles de prototypage et d'outillage rapides. La filière numérique joue alors, comme dans le cas précédent, un rôle déterminant pour une productivité importante.

## 2.2 Les procédés de fabrication par couches

### 2.2.1 Historique

Différents brevets, dont les premiers datent du début du siècle, ont permis d'aboutir à un ensemble de procédés. Principalement à la suite d'initiatives américaines ou japonaises [Bernard 98]. Pionnière parmi ces procédés, la stéréolithographie est apparue industriellement en 1986, avec une machine américaine mise au point et commercialisée par 3D Systems [Joseph 97].

Depuis cette époque, de nombreux procédés sont apparus reposant tous sur un principe de fabrication par couches, à partir de liquides, poudres, fils, granulés ou feuilles. Dans ce qui suit, nous allons introduire ce qui est reconnu aujourd'hui comme la source des technologies utilisées de nos jours, que sont la topographie et la photosculture. Ces deux domaines ont permis de marier le principe de reconstruction par couches planes, découpées puis empilées et l'acquisition des formes couplées à l'action de la lumière sur la matière.

### 2.2.1.1 La topographie

Dès 1890, Blather [Joseph 97, Bernard 98] suggéra une méthode à base de couches pour fabriquer un moule destiné aux cartes du relief topographique. La méthode consistait à imprimer les lignes de contours topographiques (courbes de niveau) sur une série de plaques en cire, à découper les plaques de cire le long des lignes précédemment tracées et ensuite à lisser les sections de cire. Ceci permettait d'obtenir à la fois des formes positives et négatives qui correspondaient au terrain défini à partir de ces courbes de niveau. Ensuite, il suffisait de presser une feuille de papier spécial entre les deux parties (positive et négative) pour créer une carte en relief, cela est illustré sur la figure 2.2.

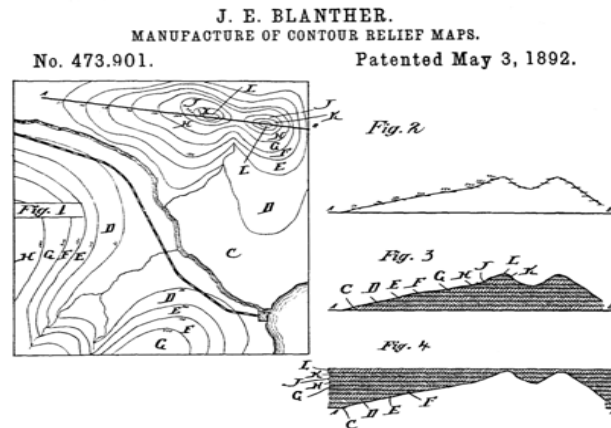


FIG. 2.2 – Moule pour cartes de relief topographique (Blather, 1892) [Joseph 97]

En 1940, Perera [Joseph 97] proposa une méthode similaire pour fabriquer les cartes en relief, en utilisant une découpe de carton le long de courbes de niveau et en les assemblant ensuite pour créer une carte en trois dimensions. Des raffinements de cette approche ont été proposés par Zang [Bernard 98]. Ce dernier a suggéré d'utiliser des plaques transparentes avec des détails topographiques inscrits sur chaque plaque.

En 1972, Matsubara de Mitsubishi Motors proposa un processus topographique qui utilisait des matériaux photosensibles. Dans ce processus, une résine polymère était répandue sur des particules réfractaires (poudre de graphite ou sable, par exemple), qui était étalées sur une couche plane, puis cuites afin de former une plaque cohérente. De la lumière était projetée de manière sélective et scannée sur la plaque afin d'en solidifier une portion préalablement définie. La partie non scannée, donc non solidifiée, était dissoute avec un solvant. Les fines couches ainsi formées étaient ensuite assemblées pour former un moule de fonderie.

### 2.2.1.2 La photosculpture

La photosculpture est apparue au 19<sup>ème</sup> siècle au travers d'essais de duplication exacte d'objets tridimensionnels, intégrant les formes humaines [Joseph 97]. Une réalisation utilisant cette technologie a été créée par François Willème en 1860. Un objet ou une personne a été placé dans une chambre circulaire et photographié simultanément par vingt quatre appareils photo régulièrement répartis tout autour de la chambre. La silhouette de chaque photographie était ensuite utilisée par un artisan dans le studio de François Willème pour creuser le 1/24<sup>ème</sup> de la portion circulaire de la figure.

Afin d'améliorer l'étape un peu fastidieuse de façonnage manuel, Baese décrit en 1904 une technique utilisant une lumière progressive dans le but d'exposer une gélatine photosensible, qui se dilatait proportionnellement à l'exposition reçue, après un traitement à l'eau. Des anneaux de gélatine ainsi traités étaient ensuite fixés sur un support afin de fabriquer une réplique de l'objet. Des techniques similaires ainsi que des améliorations furent développées par Monteah [Bernard 98].

On peut également souligner les travaux de Luzy et Dupuis qui déposèrent en 1912 un brevet sur l'utilisation de la lumière pour créer des objets.

Dans quelques travaux effectués au Japon, Morioka [Joseph 97, Bernard 98] a développé un processus hybride combinant les aspects de la photosculpture et de la topographie. Cette méthode utilisait de la lumière structurée (bandes de lumière blanche et noire) pour créer par la technique photographique les courbes de niveaux d'un objet. Les courbes étaient ensuite développées sur les plaques, puis découpées et assemblées, ou projetées sur un bloc de matériau afin d'aider à la gravure. Le processus de fabrication des reliefs proposé par Morioka est donné par la figure 2.3.

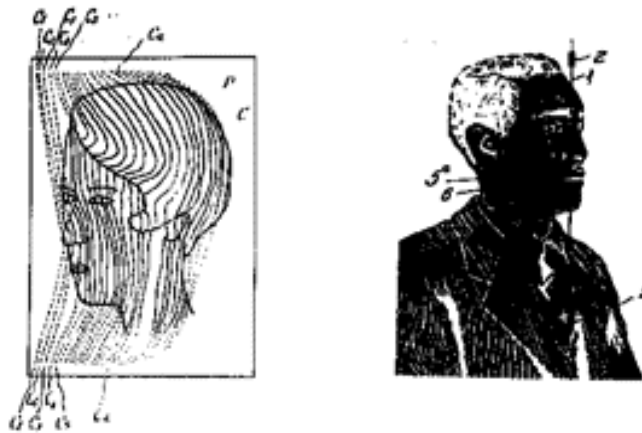


FIG. 2.3 – Processus de fabrication de relief, par Morioka (1935, 1944) [Joseph 97]

En 1951, Munz proposa un système qui a les caractéristiques des techniques actuelles de stéréolithographie. Il révéla un système basé sur l'exposition sélective d'une émulsion photographique transparente couche par couche, où chaque couche était définie à partir d'une section particulière de l'objet scanné. Les couches étaient empilées en descendant un piston dans un cylindre et en ajoutant suffisamment d'émulsion photographique et d'argent fixant. Après exposition et solidification, le cylindre transparent résultant contenait une image de l'objet. Par la suite, cet objet pouvait être manuellement découpé ou gravé photochimiquement pour créer un objet tridimensionnel.

En 1968, Swainson [Joseph 97, Bernard 98] proposa un procédé pour fabriquer directement un modèle plastique par photopolymérisation sélective tridimensionnelle d'un polymère photosensible à l'intersection de deux faisceaux lasers.

Des travaux parallèles furent conduits à Batelle Laboratories. Les caractéristiques essentielles de ce procédé, appelé fabrication photochimique, sont les suivantes : l'objet est mis en forme aussi bien par les croisements photochimiques que par la dégradation du polymère par exposition simultanée à l'intersection des deux faisceaux lasers. Bien qu'un laboratoire de fabrication ait été construit pour ce procédé, sa version commerciale n'a jamais été achevée [Joseph 97, Bernard 98].

Un procédé qui s'apparente plus à du revêtement de surface par laser qu'à de la photosculpture a été proposé et publié en 1971 par Ciraud. Cette publication décrit un procédé pour la fabrication d'objets dans divers matériaux particulièrement fusibles. Afin de fabriquer l'objet, des particules sont appliquées sur une matière par gravité, par effet magnétostatique ou électrostatique, ou positionnées par une buse située près de la matrice. Les particules étaient alors chauffées localement par un laser, un faisceau d'électrons, ou un faisceau plasma. A la suite de cet échauffement, les particules adhéraient les une, aux autres pour former une couche continue. Il faut souligner que l'on pouvait utiliser plusieurs laser afin d'augmenter l'effort de cohésion entre les particules.

Hideo Kodama du "Nagoya Municipal Industrial Research Institute" a été le premier à publier un livre sur un système fonctionnel de prototypage rapide à base de photopolymères [Joseph 97, Bernard 98]. Dans cette méthode, un modèle solide était obtenu en fabriquant successivement des couches les unes sur les autres, les zones exposées correspondant aux sections planes du modèle.

Un autre effort, parallèle mais indépendant, fut conduit par Herbert chez 3M Corporation. Herbert décrit dans son travail un système qui dirige un laser UV sur une couche photopolymère, grâce à un miroir monté sur une table x-y.

Dans la technique expérimentale d'Herbert, un ordinateur était utilisé pour la commande du laser au travers de la couche à construire, le bac de photopolymère étant baissé d'un millimètre et un complément de photopolymère étant ajouté en vue de la création



de la couche suivante.

Dans le cadre de la fabrication rapide, on distingue deux voies principales :

- les procédés basés sur l'ajout de matière ;
- et ceux basés sur l'enlèvement de matière.

Les procédés de fabrication par couche utilisent tous le même principe de fabrication. L'objet à réaliser est conçu en utilisant la conception assistée par ordinateur ou les outils de numérisation, puis il est facetté au format STL. Il existe de nombreux procédés de prototypage rapide, mais ils ont tous en commun l'utilisation des moyens informatiques pour décomposer les fichiers STL en couches. Les couches sont ensuite réalisées les unes après les autres à partir de matériaux pouvant se présenter sous formes de poudres, de liquides ou encore sous forme de solides. Suivant leur nature et le procédé utilisé, le montage et l'assemblage des couches peuvent être réalisés avant, pendant, ou après leur fabrication.

## 2.2.2 Classification des procédés

Si l'état initial du matériau est utilisé comme critère de classement, 4 grandes familles de procédés peuvent être identifiées.

### 2.2.2.1 Famille Liquide/Solide

Il est possible de classer ces procédés en deux catégories selon le mode d'éclairage [Dubois 00] :

- solidification par faisceau laser, dite stéréolithographie point par point (figure 2.4) ;
- solidification par flashage, c'est-à-dire par utilisation d'un masque et d'une lampe à ultraviolet, dite stéréolithographie par couches entières (figure 2.5).

Les procédés liquide/solide utilisent le principe de la stéréolithographie. Ils se caractérisent par l'emploi d'une résine photosensible liquide qui se solidifie sous l'action d'une source lumineuse [Barlier 99, Dubois 00]. On passe d'un monomère à un polymère solide par l'apport d'énergie lumineuse. Guidé par un système dynamique de miroir, le laser dessine les points de la couche en cours à la surface du bain de résine. Seule la section exacte de l'objet est solidifiée.

Le choix de l'épaisseur de couche influence la précision, l'état de surface et en particulier le temps de fabrication. La plate forme qui porte l'objet descend après chaque couche dans le bain. L'empilage des couches successives permet ainsi d'obtenir une pièce 3D. Pour éviter les répartitions irrégulières de résine, un système racleur passe au-dessus de la surface. Les figures 2.4 et 2.5 montrent respectivement le schéma de principe de la stéréolithographie et du flashage par lampe ultraviolet.



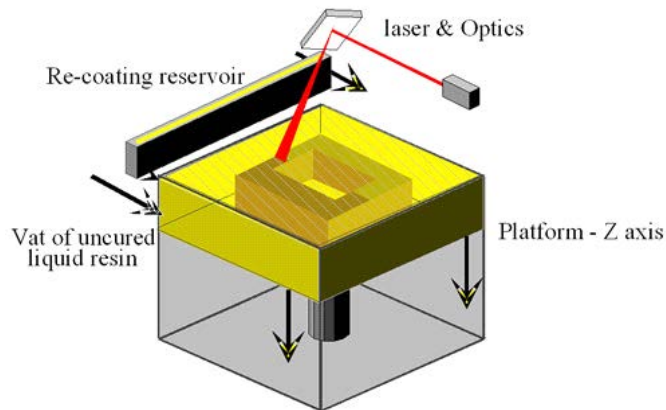


FIG. 2.4 – Schéma de principe de la stéréolithographie (source : CIRTES)

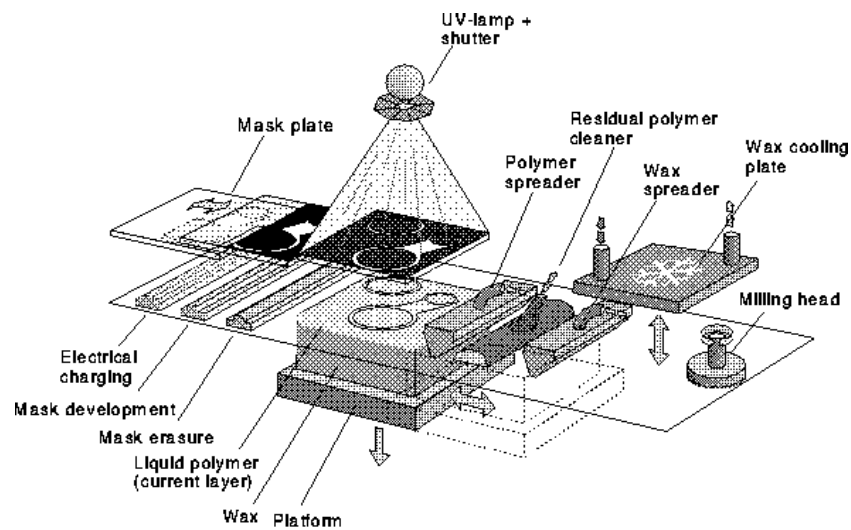


FIGURE 2. A schematic drawing of a SOLIDER process.

FIG. 2.5 – Schéma de principe du procédé de flashage par lampe UV [Joseph 97]

Les principaux constructeurs de ce procédé sont : 3D Systems (USA), CMET / Mitsubishi (Japon), EOS (Allemagne), jusqu'en 1997, D-MEC / Sony (Japon), Teijin Seiki / DuPont (Japon), Aaroflex (USA). Quant aux matériaux utilisés, ce sont généralement : les résines photo polymérisables acrylates et époxy, les résines exactomères, etc [Bernard 98].

### 2.2.2.2 Famille Solide/Solide

Les procédés solide/solide se déclinent en trois classes : extrusion et laminage d'un filament, découpage et collage de strates et projection de matière. C'est dans cette famille de procédés que s'inscrit le procédé de Stratoconception<sup>®</sup>.

- **Extrusion et laminage d'un filament (FDM)**

Le principe consiste à extruder un filament de matière à l'aide d'une tête se déplaçant dans le plan x-y. La tête est constituée d'une chambre, chauffant le matériau au-dessus de son point de fusion, et d'une buse qui permet de déposer et de laminier le filament entre la couche précédente et sa surface plane [Barlier 99, Dubois 00], figure 2.6. Le filament au contact de la couche précédente se solidifie instantanément. Chaque couche est remplie par des balayages successifs de la tête. Les matériaux employés sont des thermo fusibles et de la cire pour un usage en fonderie à modèle perdu.

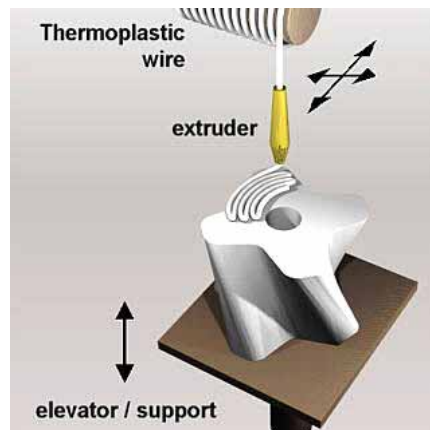


FIG. 2.6 – Schéma de principe du procédé FDM (source : CIRTES)

- **Découpage et collage de couches (LOM)**

Le principe repose sur le découpage de sections de pièces dans des feuilles ou des plaques de matériaux calibrés. Chaque section réalisée est ensuite empilée manuellement ou automatiquement (figure 2.7). L'assemblage est réalisé par collage, par fusion des matériaux ou mécaniquement [Dubois 00, Tari 98]. Le découpage peut être réalisé avec un laser, un couteau, une fraise (fraisage à commande numérique), un jet d'eau. Le principe du procédé est similaire à la Stratoconception<sup>®</sup>. La différence réside dans le type de matériau utilisé et le mode d'assemblage. Tous les matériaux se présentant sous forme d'une feuille peuvent théoriquement être employés. Il faut s'assurer de la compatibilité avec le mode de découpage et d'assemblage.

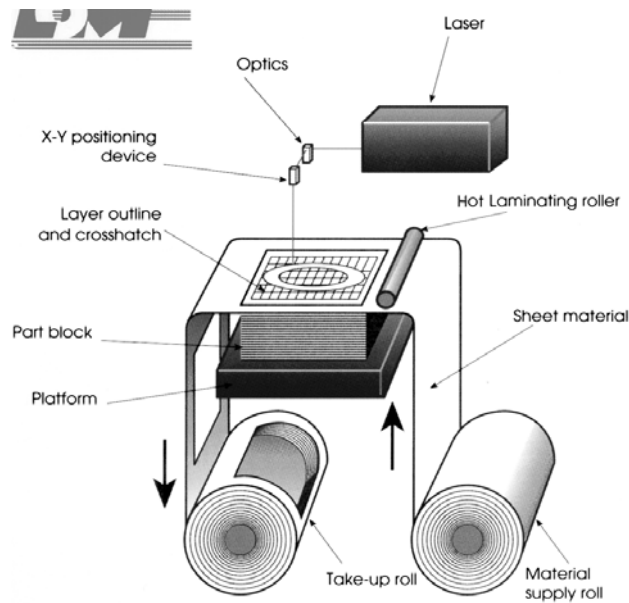


FIG. 2.7 – Schéma de principe du procédé LOM [Tari 98]

• **Projection de matières (LENS)**

Le principe utilisé peut être comparé avec la technologie des imprimantes à jet d'encre. Une tête se déplaçant dans le plan x-y projette des gouttes de matière liquide à une température au-dessus du point de fusion, figure 2.8.

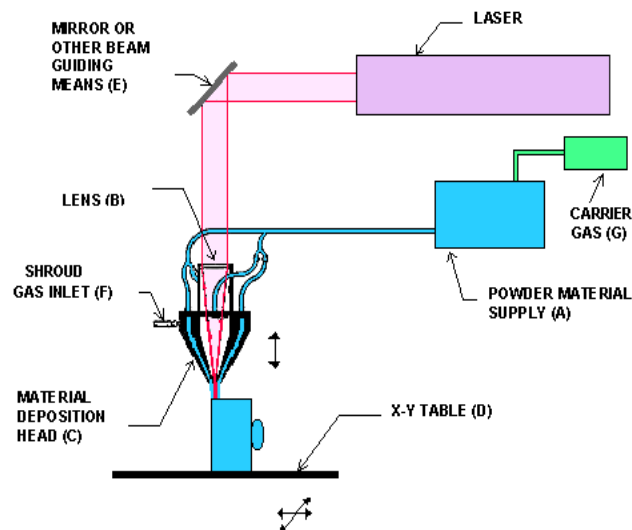


FIG. 2.8 – Schéma de principe du procédé LENS (source : CIRTES)

### 2.2.2.3 Famille Poudre/Solide

Les procédés poudre/solide peuvent être classés selon deux catégories bien distinctes :

- frittage de poudre ;
- projection de liant.

#### • Frittage laser de poudre (SLS)

Le principe est analogue à celui de la stéréo lithographie : la résine photo polymérisable est remplacée par de la poudre et le laser argon (ou HeCd) par un laser infrarouge (CO<sub>2</sub>) [Dubois 00]. Il est développé à l'Université de Texas et fut commercialisé par DTM Corporation. Récemment, la société EOS (Allemagne) a sorti différentes machines de frittage EOSint, spécialisées en fonction du matériau. Egalement, la société Cubital (Israël) travaille sur le frittage de céramique [Bernard 98, Barlier 99]. La figure 2.9, illustre le dispositif du procédé.

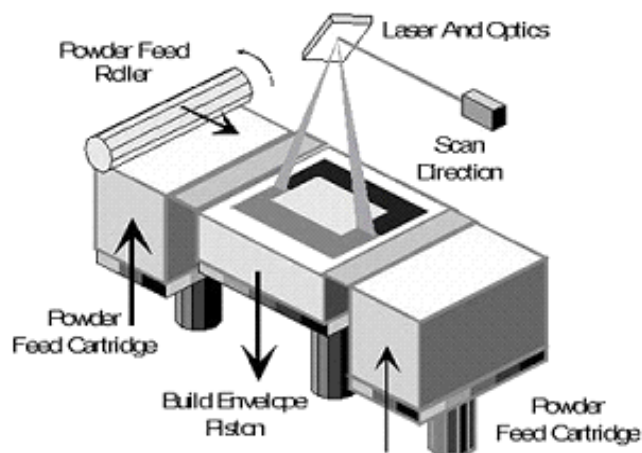


FIG. 2.9 – Schéma de principe du procédé SLS (source : CIRTES)

#### • Projection de liant

Le principe repose sur la projection d'un liant liquide à la surface d'une cuve remplie de poudre. La projection est effectuée grâce à une tête se déplaçant dans le plan x-y [Dubois 00]. A l'issue de la fabrication d'une section d'objet, le plateau support descend d'une épaisseur. Ce type de fabrication peut nécessiter un traitement thermique afin d'évacuer le liant et fritter la poudre. Les pièces fabriquées peuvent présenter un retrait lors du frittage. La figure 2.10 montre le schéma de principe de ce procédé.

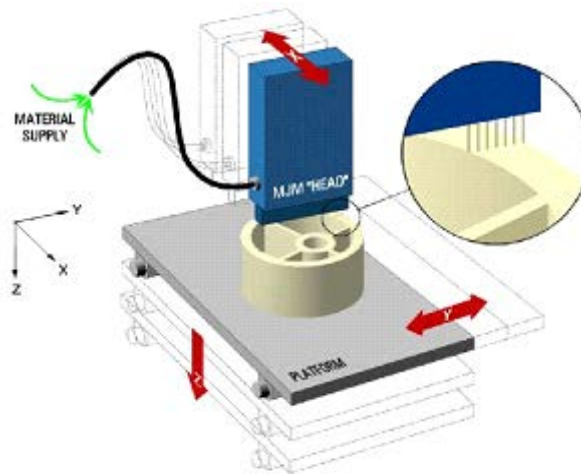


FIG. 2.10 – Schéma de principe du procédé de projection 3D (source : CIRTES)

## 2.3 État de l'art sur les outils stratifiés

### 2.3.1 Études antérieures

Nous présentons dans cette section une revue de l'état de l'art sur l'outillage rapide dédié à l'emboutissage en se limitant volontairement à l'outillage stratifié.

Les techniques de fabrication d'objets par empilement successif de couches découpées dans des matériaux en plaques, ne sont pas nouvelles. En raison des avantages qu'elles présentent en terme de temps et de coût de fabrication, ces techniques intéressent plusieurs secteurs industriels (l'injection thermo-plastique [Dickens 97, Bryden 99, Nafi 05], la fonderie sous pression, l'industrie céramique, la mise en forme, l'architecture, le secteur biomédical...etc). En 1974, DiMatteo [Joseph 97] reconnut que ces mêmes techniques d'empilement de couches pouvaient être utilisées pour produire des surfaces qui sont particulièrement difficiles avec des opérations standards d'usinage. Les exemples qu'il mentionne sont relatifs à des hélices, des profils d'ailes, des cames tridimensionnelles et aux outils de presse pour la mise en forme, en particulier l'emboutissage et l'hydroformage (voir figure 2.11).

Ainsi, des plaques métalliques détournées sont obtenues par fraisage et sont ensuite positionnées et assemblées par collage ou par boulonnage. En 1979, Nakagawa [Müller 01, Mueller 00, Dickens 97], de l'Université de Tokyo, commença à employer les techniques à base de plaques pour produire des outils destinés à l'emboutissage, au formage des métaux et à l'injection thermo-plastique. En particulier, dans l'injection thermo-plastique, l'auteur souligna la possibilité de mettre en place des systèmes de refroidissement complexes dans

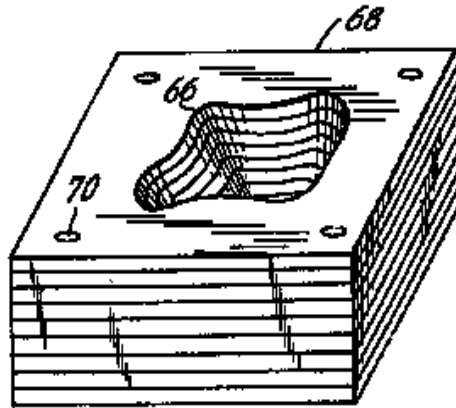


FIG. 2.11 – Matrice d'emboutissage stratifiée (DiMatteo, 1974) [Joseph 97].

les moules d'injection.

Sepold, Geiger et Franke [Dickens 97] ont proposé d'empiler des plaques métalliques horizontalement en les fixant par diverses techniques pour fabriquer des outils stratifiés dans plusieurs domaines.

Parallèlement, Walczyk et Hardt [Walczyk 97-98-99] ont présenté des méthodes de conception de matrices stratifiées dites " discrètes " pour les procédés de mise en forme des tôles métalliques. Il y a deux types de construction de matrices " discrètes " qui ont été employés : une matrice à tiges séparées et une matrice à tiges assemblées. Ils mentionnent également la possibilité de fabriquer des outils de mise en forme par assemblage de plaques métalliques. Dans tous les cas de configurations, les tiges (à longueur égale) et/ou les plaques formant la matrice sont placées sous la forme désirée, puis maintenues dans une enceinte rigide (figure 2.12).

En particulier, dans le cas des matrices "discrètes", Il existe plusieurs formes de tiges qui les constituent, voir figure 2.13 : forme carrée, forme triangulaire, forme hexagonale et octogonale.

L'utilisation de ce type de matrices (discrètes) dans les procédés de mise en forme pour la fabrication de pièces est assez étendu, mais l'investigation dans la connaissance en terme de conception de tels outils reste toujours très limitée. En d'autres termes, les matrices " discrètes " ont un grand intérêt mais le savoir-faire avec succès pour les concevoir, les construire, et les employer dans une application industrielle n'est pas encore maîtrisé. Beaucoup de questions fondamentales de conception doivent toujours être abordées, y compris des détails de conception des tiges et/ou des plaques constitutives de l'outil et des méthodes de fixation de celles-ci.

Les auteurs, dans leur travaux, ont abordé la question du dimensionnement et du calcul à la résistance de ce type de matrices. En admettant que la tige soit suffisamment

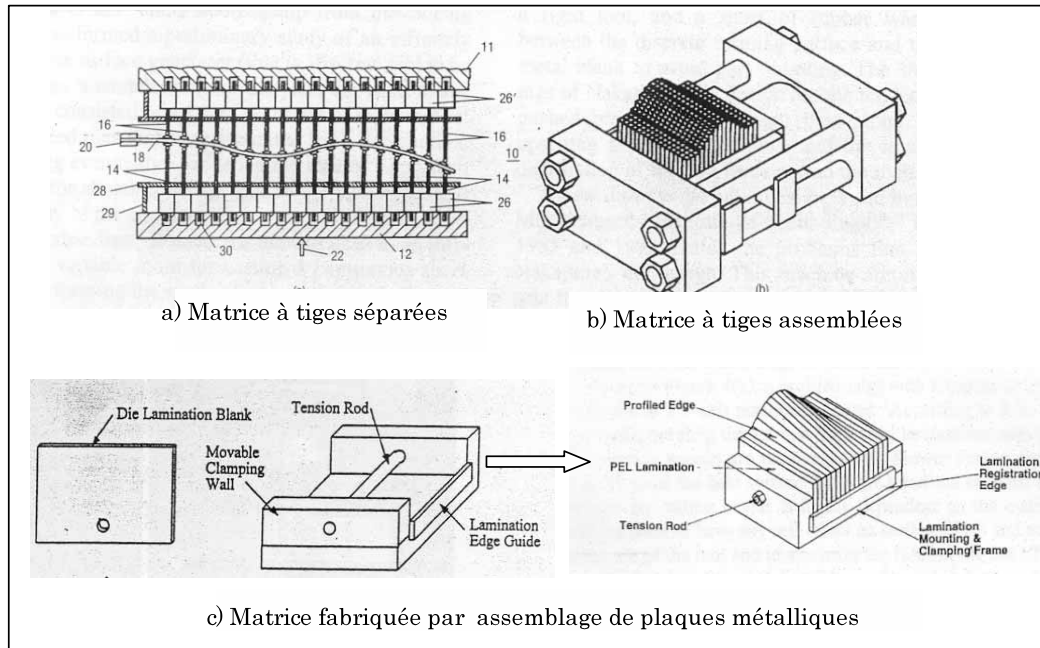


FIG. 2.12 – Fabrication de matrices stratifiées ou discrètes [Walczyk 97-98-99].

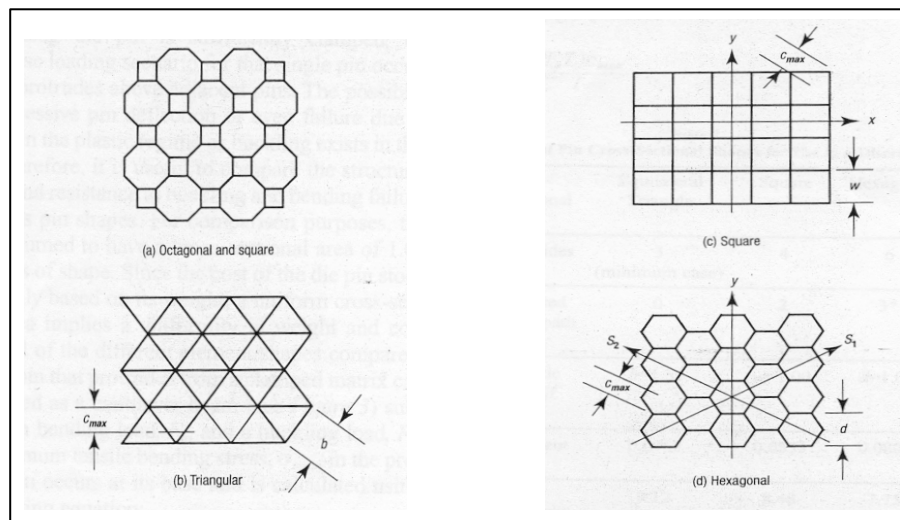


FIG. 2.13 – Forme des tiges constitutives des matrices " discrètes " [Walczyk 97-98-99].

encastrée à sa base, le scénario de cas de chargement le plus défavorable pour cette tige se produit quand elle dépasse (en sortant) les tiges adjacentes, voir figure 2.14. La possibilité de flexion excessive (dans le domaine plastique) ou même de rupture de la tige sous l'effet des sollicitations de formage, est dans ce cas très probable. Par conséquent, il est nécessaire



de vérifier la rigidité des tiges ainsi que leurs résistances vis-à-vis des sollicitations de flexion et de compression engendrées par les composantes de l'effort de formage [Walczyk 98-99].

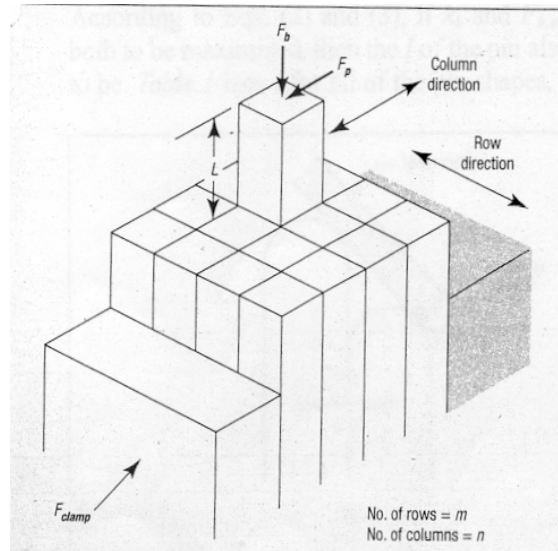


FIG. 2.14 – Sollicitations sur une tige sortant d'une matrice " discrètes " [Walczyk 98-99].

Dans le cas des matrices obtenues par assemblage de plaques métalliques, le mode de rupture mécanique d'une plaque sous l'action de la composante verticale de la force de formage est régi par le comportement vis-à-vis du flambement [Walczyk 98-99]. Pour la vérification à la stabilité des plaques, les auteurs utilisent la théorie de Timoshenko sur le comportement de plaques. Il calcule alors, les valeurs critiques des forces appliquées au plan médian d'une plaque (figure 2.15) auquel la forme plate en équilibre devient instable, les mêmes formules que dans le cas des barres comprimées peuvent donc être employées. La charge critique d'une plaque isolée du reste des plaques adjacentes peut être estimée par la formulation de flambement d'Euler.

L'application du procédé LOM (Laminated Object Manufacturing) à l'outillage stratifié pour la mise en forme a également permis la réalisation de matrices (figure 2.16) à partir d'assemblage de plaques métalliques [Mueller 00]. La matrice stratifiée a été utilisée avec succès pour produire plusieurs bonnes pièces embouties sans déformation excessive. L'auteur mentionne également que le temps de fabrication de cette matrice était de 120% comparé au temps de fabrication que requiert une même matrice conventionnelle. En revanche, le coût total de fabrication était seulement de 38%.

Des outils stratifiés dédiés au pliage de tôles (figure 2.17) ont été également obtenus par le procédé de Stratoconception® [Schneider 03].



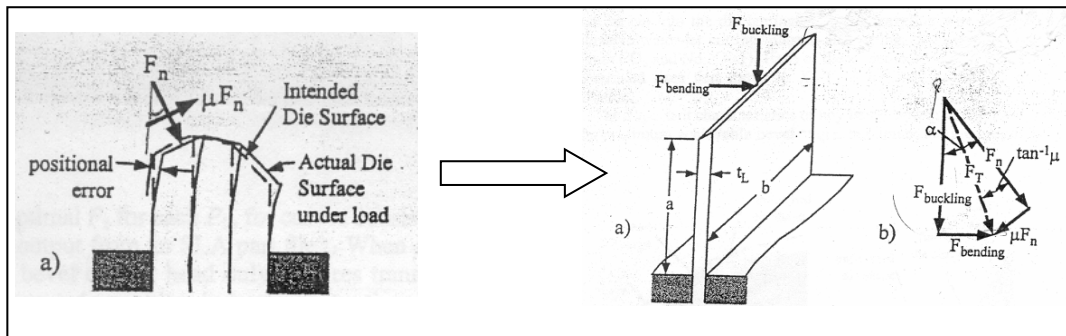


FIG. 2.15 – Plaque soumise aux composantes de l'effort de formage [Walczyk 98-99].

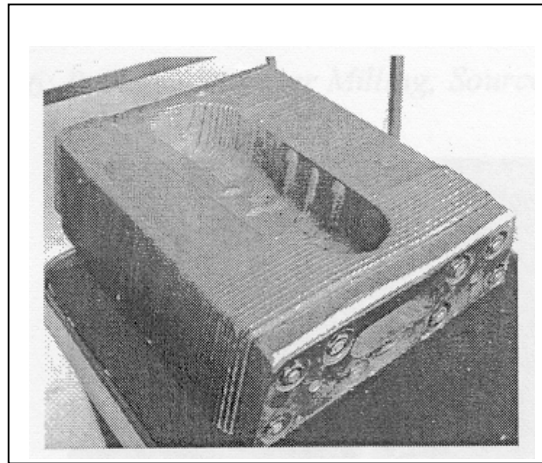


FIG. 2.16 – Matrice stratifiée pour les procédés de mise en forme [Mueller 00].

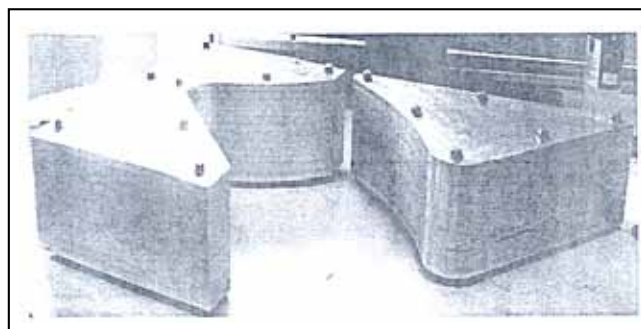


FIG. 2.17 – Poinçon et matrice stratifiés pour le pliage de tôles [Schneider 03].

Un autre exemple de poinçon et matrice d'emboutissage stratifiés (figure 2.18) a été présenté par Nakagawa [Nakagawa 00].

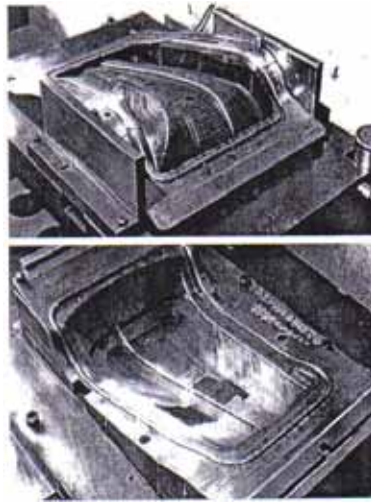


FIG. 2.18 – Poinçon et matrice stratifiés pour la mise en forme de tôles [Nakagawa 00].

Une étude comparative entre les outils directs-indirects et entre les outils tendres-durs, fabriqués par différentes techniques de prototypage rapide, montrent que les outils directs et durs, obtenus par assemblage mécanique de plaques métalliques sont les plus avantageux en terme de résistance mécanique et de durée de vie, bien qu'ils ne le soient pas en terme de coûts et de délais de fabrication, comparés aux autres techniques de fabrication rapide [Chua 99].

Par ailleurs, des tests expérimentaux, notamment des tests de compression (120 MPa), des tests à l'usure, des tests de fatigue ont été effectués sur presse de mise en forme pour évaluer la résistance mécanique de deux types de géométrie (figure 2.19) d'outils d'emboutissage fabriqués par différentes techniques de prototypage rapide, entre autre la Stratoconception<sup>®</sup>. Les résultats des tests ont révélé que les outils stratifiés sont les plus avantageux en terme de rigidité et de résistance mécanique [Wadman 03].

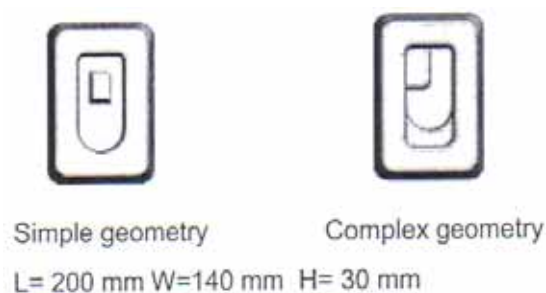


FIG. 2.19 – Type de géométries testés [Wadman 03].

### 2.3.2 Choix de la direction de stratification

Dans la fabrication des outils stratifiés, il existe deux façons possibles d'empiler successivement les strates par rapport au plan de joint (supposé horizontal) : soit horizontalement, soit verticalement (figure 2.20) et chaque façon de procéder a ses avantages et ses inconvénients [Bryden 00, Soar 01].

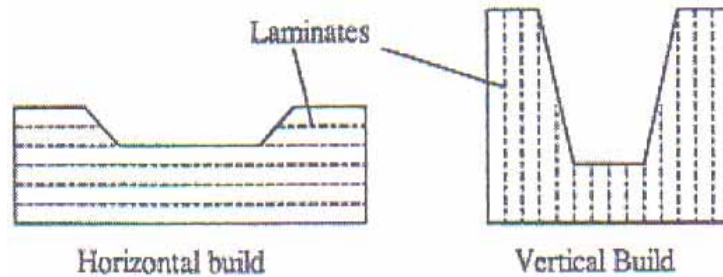


FIG. 2.20 – Stratification horizontale et verticale [Soar 01, Bryden 00].

Dans le cas de l'assemblage horizontal, les efforts de compression dus à l'action d'emboutissage sont perpendiculaires au sens de stratification, ce qui est favorable à la tenue mécanique de l'outil. Dans le cas de l'assemblage vertical, les efforts de compression dus à l'action d'emboutissage sont parallèles au plan de joint ce qui accentue le cisaillement au niveau des joints assemblés.

### 2.3.3 Choix de l'épaisseur des strates

La méthode la plus rapide pour fabriquer un outil stratifié par les méthodes d'empilement successif de plaques métalliques, en particulier par la Stratoconception<sup>®</sup>, est d'utiliser des strates les plus épaisses possibles en relation avec les outils de fraisage utilisés, afin d'usiner avec de forte profondeur de passe, mais ce choix peut conduire à des problèmes de finition des empreintes car, sauf à réaliser un usinage 2,5D (usinage de contour en plusieurs profondeurs de passe), celui-ci laisse un effet d'escalier sur la surface de l'empreinte [Nafi 05]. Le choix se porte donc sur la réalisation de couches d'épaisseurs variables suivant les variations de géométrie de la pièce [Delebecque 00]. On choisira donc des épaisseurs de plaques de façon à minimiser le nombre de plaques en fonction des détails désirés sur l'empreinte ; par ailleurs, on évitera d'utiliser des plaques trop fines car elles ne supportent pas les efforts de travail lors de la découpe et on risquerait d'observer des déformations permanentes [Soar 01, Nafi 05].

L'effet d'escalier laissé par l'usinage en surface de l'empreinte n'a cependant de valeur que vis-à-vis d'un usinage 2D (usinage de contour en une seule profondeur de passe ou de

type prismatique). En effet, un usinage 2,5D des plaques, de manière à contrôler la forme 3D, réduit grandement les besoins de finition, puisque les angles de découpe se raccordent avec les plaques adjacentes (figure 2.21).

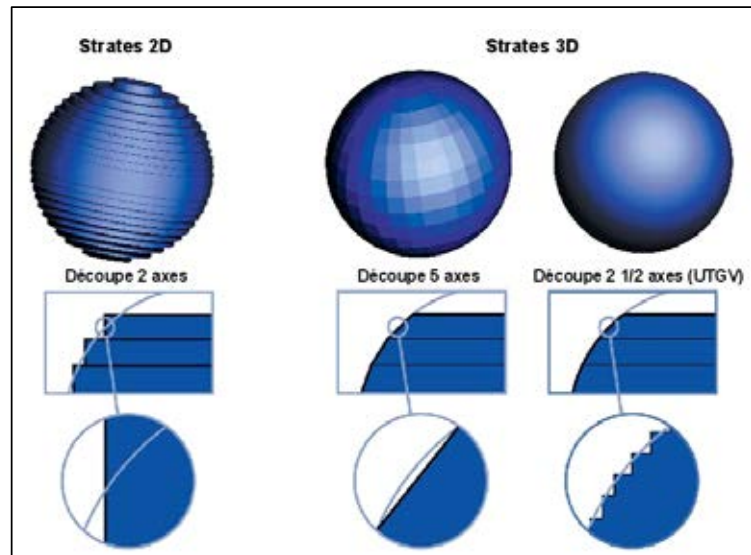


FIG. 2.21 – Amélioration de l'état de surface des outils stratifiés (source : CIRTES).

### 2.3.4 Modes d'assemblages des strates

Dans les techniques de fabrication basées sur l'empilement successif de plaques métalliques, plusieurs modes d'assemblage des plaques sont envisagés. En général, le mode d'assemblage est choisi en fonction du mode de sollicitation de l'outil. Pour les moules d'injection thermoplastique, qui travaillent à des températures de fonctionnement inférieures à 250°C, le collage et le brazage sont les deux techniques candidates ; pour les moules qui travaillent à des températures supérieures à 250°C, il n'y a que le brazage qui puisse répondre à ces exigences. Sous réserve d'être bien maîtrisé, le procédé de brazage peut sans doute faire l'objet d'une automatisation, par assemblage successif de tôles (figure 2.22) [Nafi 05, Bryden 00].

Pour les outils stratifiés de mise en forme (poinçon et matrice), l'assemblage est souvent réalisé à l'aide de vis ou de boulons (figure 2.23 et 2.24) [Dickens 97, Mueller 00, Pepelnjak 98]. Une autre technique, qui consiste à combiner le vissage et le collage, a été également présentée [Schneider 03, Abel 03, Oudjene 04-05]. Pour assurer un bon alignement aux extrémités des strates, un guidage et un positionnement de celles-ci les unes par rapport aux autres sont réalisés via des inserts.

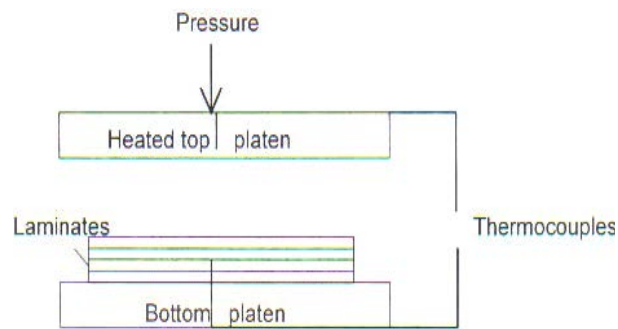


FIG. 2.22 – Assemblage séquentiel de strates par brazage [Bryden 99]

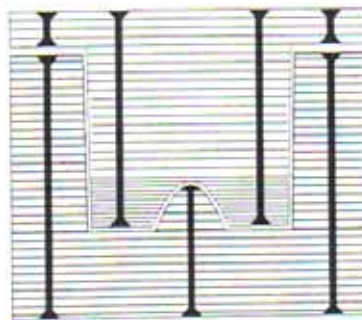


FIG. 2.23 – Assemblage de strates par vissage [Dickens 97]

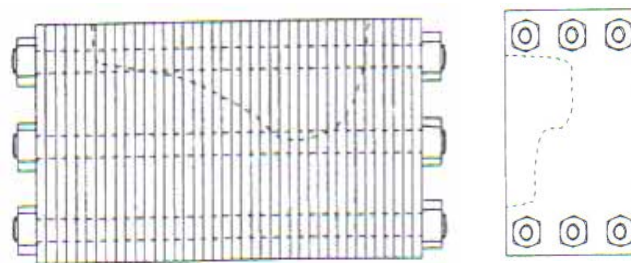


FIG. 2.24 – Assemblage de strates par boulonnage [Dickens 97].

### 2.3.5 Travaux de finition des empreintes

Dans l'opération d'emboutissage, l'état de surface de l'empreinte des outils (poinçon et matrice) a une influence fondamentale sur le comportement au frottement et donc sur la qualité de surface de la pièce à produire (pièce emboutie). Comme dans les méthodes de fabrication conventionnelle, il est donc nécessaire de procéder à une tâche supplémentaire de finition par polissage afin d'améliorer l'état de surface des outils. En général, le polissage peut être réalisé : manuellement, par ultrasons, ou à l'aide d'équipement pneumatiques ou électriques [Nafi 05].

### 2.3.6 Modes de déformation des outils stratifiés

Au cours de l'opération d'emboutissage, la tôle exerce sur l'empreinte des outils (poinçon et matrice) des sollicitations de compression dans toutes les directions, à savoir les forces normales et les forces tangentielles dues au frottement [Oudjene 05]. Si la structure des outils est stratifiée, ce type de sollicitations est de nature à provoquer plusieurs modes de déformation des strates, ce qui ne peut pas se produire dans le cas des outils conventionnels.

Plusieurs modes de déformation, notamment le flambement et la flexion de strates, ont été étudiés par Walczyk et Hardt [Walczyk 98-99]. Cependant, les études effectuées sont basées sur les méthodes classiques de la résistance des matériaux en utilisant des hypothèses simplificatrices, induisant ainsi des surdimensionnements.

Par ailleurs, plusieurs modes de flexion d'outils stratifiés ont été reportés par Dickens [Dickens 97], à savoir la flexion verticale, la flexion horizontale et la torsion (figures 2.25 et 2.26). Un autre exemple de déformation des strates a été également reporté dans le cadre des moule d'injection thermo-plastique [Soar 01]. On peut remarquer que la déformation des strates est importante quand la valeur du porte-à-faux de celles-ci est importante (figure 2.27).

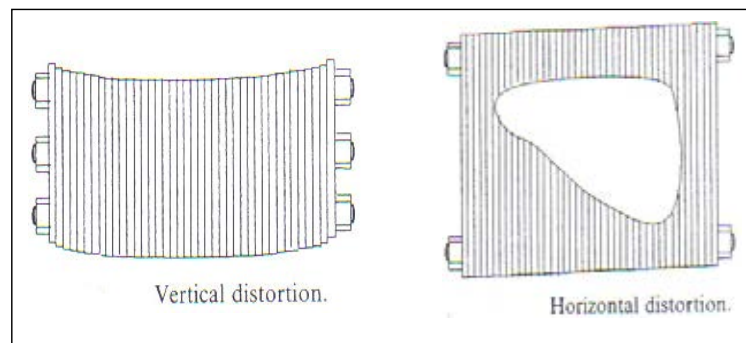


FIG. 2.25 – Distorsion verticale et horizontale d'outils stratifiés [Dickens 97].



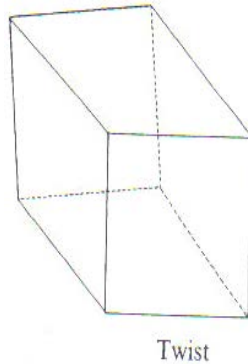


FIG. 2.26 – Torsion d’outils stratifiés [Dickens 97].

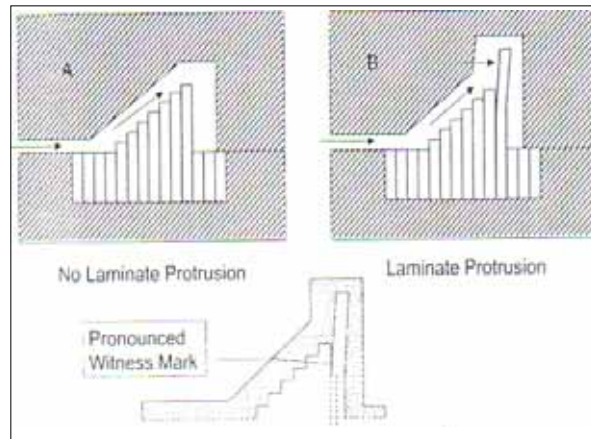


FIG. 2.27 – Flexion de strates sous l’effet de l’injection [Soar 01].

## 2.4 Généralités sur les outils conventionnels

### 2.4.1 Description générale

Les outils d’emboutissage (poinçon, matrice, serre-flan) de série sont actuellement fabriqués en fonte ou en acier. Les études actuelles portent principalement sur les problèmes de grippage et de frottement.

La fabrication des outillages d’emboutissage est généralement assurée sur machines-outils conventionnelles [Martin 77, Burlat 98].

L’outil qui exécute une opération dans la gamme de fabrication d’une pièce peut être monté seul ou groupé sur une même presse. Généralement, dans ce cas, un opérateur sert deux outillages. Sur les presses transfert, les outillages sont montés en ligne sur le plateau de la presse. Les petites pièces de grandes séries, fabriquées à haute cadence (supérieure à 120 coups/min), sont exécutées sur outils progressifs (ou outils à suivre) ; dans ce cas, la

découpe du flan est telle que la pièce reste attachée en deux points au moins à la bande jusqu'à la dernière opération. Les différentes parties de l'outillage sont assemblées sur un même bloc [Burlat 98].

Dans tous les cas de groupage d'outils, on détermine les efforts nécessaires à chacun d'eux ; cela permet d'une part de vérifier que l'effort nominal de la presse est suffisant, et d'autre part de disposer ces outils de façon que le point d'application de l'effort résultant soit le plus près possible de l'axe du coulisseau de la presse [Martin 77].

## 2.4.2 Conception des outils

La fonction première d'une presse est de fournir un effort nominal et une énergie ; s'il existe une certaine précision dans le guidage des coulisseaux, il est quand même recommandé de concevoir l'outillage de sorte qu'il assure au mieux le guidage de ses parties en mouvement : poinçon par rapport à la matrice. La fabrication des outillages d'emboutissage est généralement assurée de façon que l'on recherche, au niveau de leur conception au bureau d'études, à les réaliser en plusieurs parties pour faciliter les opérations d'usinage (critère économique = coût horaire machine + coût matière).

Les outils ne sont que rarement calculés par les formules issues de la résistance des matériaux car l'on ne connaît pas avec exactitude l'intensité des sollicitations que subit chaque partie de l'outillage. L'emprise de l'empirisme à ce niveau conduit généralement à un dimensionnement surabondant. Seules, les opérations de pliage et d'étirage se prêtent à des calculs d'efforts, assez précis. L'outil ne doit pas être une source d'accident pour l'opérateur. Il faut donc lui assurer une alimentation aisée et une extraction facile des pièces, de sorte que le temps de l'action manuelle sous l'outillage soit très court [Burlat 98, Martin 77].

## 2.4.3 Fabrication des outils

Les outils pour petites pièces sont directement fabriqués par usinage de blocs d'aciers de qualité E24 à Z 160 CDV 12 avec ou sans traitement de surface. Les outils pour grosses pièces sont par contre le plus souvent réalisés à partir de moulage en fonte grise lamellaire de type FGL 240 ou en fonte à graphite sphéroïdale FGS 600 [Rondé-Oustau 95, Burlat 98].

Les gros outils sont obtenus à partir d'ébauches de fonderie dont les surépaisseurs sont usinées sur des machines à commande numérique. A partir du fichier de données informatique de la géométrie de l'outil, une forme en polystyrène expansée est usinée par commande numérique à des côtes légèrement supérieures à celles de l'outil final désiré. Celle-ci est alors utilisée comme mandrin perdu en moulage au sable pour fabriquer



l'outil masse en fonte. C'est seulement après refroidissement de celui-ci (cela peut durer jusqu'à 30 jours) que l'usinage est effectué. Des traitements ou des revêtements de surface peuvent être appliqués à ces outils. Les opérations de polissage, généralement manuelles, constituent la phase finale de la réalisation de ces outils. Elles ont pour but de préserver l'état de surface des pièces embouties et de faciliter les écoulements de métal de certaines zones. Il est également possible d'effectuer sur ces outils, après une première mise sous presse, un ajustement de leur géométrie par une recharge de matériaux ou un usinage complémentaire.

#### 2.4.4 Coûts des outils

Le coût de fabrication des outils d'emboutissage est très élevé et a une incidence directe sur le coût de la pièce à produire. Il en ressort que l'utilisation de tôles n'est actuellement bien adaptée qu'aux fabrications de grandes séries de pièces embouties, sur des lignes de presse travaillant à des cadences élevées avec des outillages coûteux [Burlat 98].

Pour l'application aux petites et moyennes séries, en particulier pour les pièces de peau dans le domaine automobile, l'utilisation de composite SMC/BMC (Sheet Moulding Compound ou Bulk Moulding Compound, composites polyester et fibres de verre mis en forme par compression ou par injection), peut alors être plus intéressant. En effet, leur inconvénient majeur est le prix de revient matière élevé alors que les outillages nécessaires à leur mise en forme représentent des coûts inférieurs bien que devant travailler à des cadences plus faibles et pour un nombre de pièces produites également plus faible. Ces matériaux deviennent donc très intéressants dès que le nombre de pièces à produire est réduit (figure 2.28).

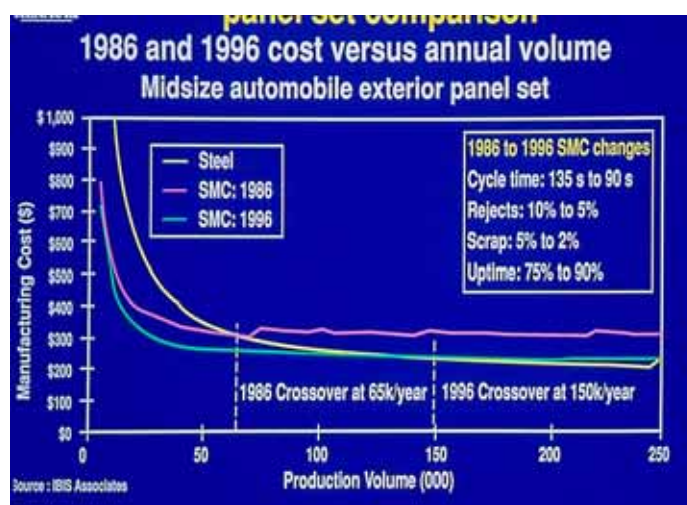


FIG. 2.28 – Coût de fabrication d'un panneau automobile (source : IBIS Associates)

En 1991, Chen [Burlat 98] a effectué une étude comparative complète du prix de fabrication d'un capot automobile en fonction du matériau utilisé, ce qui a permis de déterminer le coût total de production pour 500.000 pièces produites en fonction de trois matériaux, acier, aluminium et composite SMC (figure 2.29). On constate que l'utilisation de l'acier représente un gain important par rapport aux autres matériaux. Cependant, il faut noter que l'utilisation de composite SMC nécessite, pour la fabrication en grandes séries, de multiplier le nombre de lignes de production pour permettre de suivre la cadence de production, d'où un coût de transformation élevé.

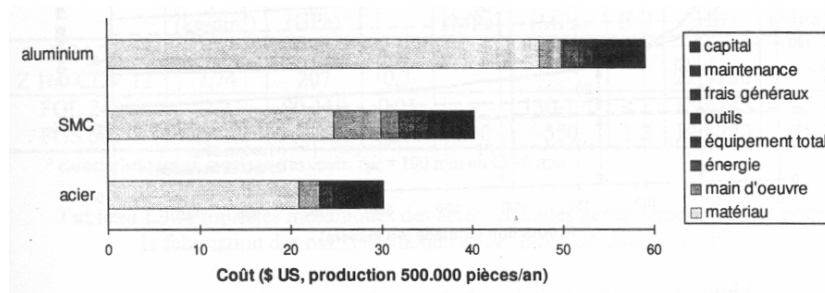


FIG. 2.29 – Coût de fabrication d'un capot automobile en fonction du matériau utilisé (source : [Burlat 98])

On peut noter aussi que dans le cas des petites séries et lorsqu'on ne considère qu'une seule ligne de production, le coût des outils de formage se retrouve ainsi largement à l'avantage de l'utilisation de composite SMC, tableau 2.1, ce qui confirme le résultat de la figure 2.28. Le coût total de fabrication de la pièce finale est largement fonction du nombre de pièces produites et du choix du matériau à utiliser.

	Acier	Aluminium	Composite SMC
Formage du panneau extérieur	36%	36%	14%
Formage de la doublure	54%	54%	15%
Assemblage	10%	28%	1.2%
Coût total	100%	118%	30.2%

TAB. 2.1 – Comparatif des coûts des outillages pour la fabrication d'un capot de voiture en fonction du matériau utilisé (source : [Burlat 98])

D'après les études faites sur la comparaison de prix de revient d'une pièce produite en fonction du matériau utilisé et de la quantité de pièces produites annuellement, on remarque que dans ce cas, il faut produire annuellement un minimum de 100.000 pièces

pour être compétitif quant à l'utilisation de l'acier. Il est donc nécessaire pour rendre l'acier compétitif de réduire le prix de revient des outils d'emboutissage.

Le coût actuel des outils d'emboutissage fabriqués en fonte ou en acier est surtout concentré dans l'usinage des matériaux utilisés, voir tableau 2.2. En effet, pour un gros outil de production série, l'usinage et l'assemblage concerne plus de la moitié du coût total de fabrication. C'est donc la diminution des opérations d'usinage de l'acier qui peuvent permettre de réduire les coûts de fabrication des outils d'emboutissage [Burlat 98]. D'où la nécessité de développer des techniques de fabrication d'outil autres que l'usinage classique. Dans notre cas, nous adopterons la technique de fabrication par assemblage mécanique de plaques d'acier (procédé de Stratoconception<sup>®</sup>) appliquée à l'outillage rapide pour l'emboutissage.

	Coûts
Méthodes d'emboutissage	3%
Etudes d'outillage	5%
Modelage	8%
Matières	18%
Usinage et assemblage	54%
Mise au point sous presse	12%
Total	100%

TAB. 2.2 – Coûts de fabrication d'un gros outil d'emboutissage de production de série (source : [Burlat 98])

### 2.4.5 Résistance mécanique des outils

Les caractéristiques mécaniques des matériaux généralement utilisés pour la fabrication des outils d'emboutissage sont reportées dans le tableau 2.3.

On remarque que la fonte grise à graphite lamellaire FGL 240 est un matériau fragile et relativement peu résistant. Il ne présente pas de limite d'élasticité réelle et le module d'élasticité  $E$  est donné à l'origine.

En revanche, les outils de petites dimensions, qui sont fabriqués en général à partir d'acier, de l'acier de construction  $E24$  à l'acier allié au chrome et à très haute teneur en carbone  $Z160CDV12$  ont une haute résistance mécanique.

La modification de la couche superficielle des outils d'emboutissage par traitements ou revêtements de surface a pour but, entre autre, d'augmenter leur dureté.

Matériaux	$\rho$ ( $kg/dm^3$ )	$E$ ( $MPa$ )	$\nu$	$\sigma_0$ ( $MPa$ )	$\sigma_{rup}$ ( $MPa$ )	$A$ (%)	( $HB$ )
<i>E24 – 3</i>	7.8	210	0.3	215	340 – 470	24	
<i>Z160CDV12</i>	7.74	207	0.3				220 – 260
<i>FGL 240</i>	7.2	90 – 110	0.25		130 – 170	< 1	150 – 175
<i>FGS 600</i>	7.1 – 7.2	160 – 180	0.25	340	550	1 – 2	190 – 270

TAB. 2.3 – Propriétés mécaniques des aciers et fontes utilisés en général pour la fabrication des outils d'emboutissage (source : [Burlat 98])

Comme nous l'avons déjà mentionné dans le premier chapitre, les outils d'emboutissage sont fabriqués sans calculs préalables sur leur comportement mécanique (résistance mécanique). Les matériaux employés, fonte ou acier, sont considérés suffisamment résistants pour les emboutissages considérés. Cependant, en pratique, il se produit parfois des cassures ou ruptures partielles dans les outils, dues généralement à des erreurs de manipulation ou des défauts d'emboutissage [Burlat 98].

## 2.5 Conclusion

Nous avons vu tout au long de cette étude bibliographique que le coût des outils d'emboutissage conventionnels est très élevé et a une incidence directe sur le prix des pièces embouties, dans la production de petites et moyennes séries. En effet, les opérations d'usinage conventionnel, qui coûtent très cher, représentent en général plus de 50% du coût global de fabrication des l'outils, d'où la nécessité de diminuer les opérations d'usinage conventionnel. Dans ce contexte, les outils d'emboutissage stratifiés ont un grand intérêt en matière de délais, voire de coût de fabrication, mais le savoir-faire pour les concevoir, les construire et les employer avec succès dans l'industrie de l'emboutissage n'est pas encore maîtrisé. D'une part, la mise en oeuvre pratique de ces techniques dépend très fortement de la maîtrise des techniques d'assemblage des strates. De plus, la recherche dans ce domaine est limitée aux investigations expérimentales touchant à la faisabilité des outils stratifiés et aussi à leur fabrication rapide. Cependant, si les outils d'emboutissage peuvent être obtenus dans un délai réduit, voire à moindre coût en utilisant les méthodes de prototypage rapide, les outils conventionnels restent les plus avantageux en terme de durée de vie.

Par ailleurs, au regard de l'application industrielle visée, les assemblages vissés présentent un attrait indéniable en terme de résistance mécanique.

La revue de l'état de l'art présentée dans ce chapitre montre que les résultats des études expérimentales et numériques effectuées sur les outils d'emboutissage stratifiés ne nous apportent malheureusement pas la moindre information sur les méthodes de dimensionnement potentiellement applicable pour la conception des outils. En effet, tout comme dans le cas des outils standards, les outils prototypes (stratifiés ou non) sont conçus sans calculs préalables sur leur résistance mécanique car, le procédé d'emboutissage est complexe et l'on ne connaît pas la répartition des efforts de contact appliqués aux outils au cours de l'opération d'emboutissage.

Par conséquent, la modélisation et l'analyse tridimensionnelle des outils d'emboutissage est un sujet qui peut intéresser beaucoup de partenaires dans l'industrie de l'emboutissage de petites et moyennes séries de pièces. Dans ce cadre, nous développerons et nous validerons dans le chapitre suivant une méthodologie générale pour l'analyse tridimensionnelle du comportement des outils d'emboutissage prototypes, indispensable pour le dimensionnement des outils stratifiés.



# 3

## Analyse mécanique des outils déformables homogènes

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>48</b>
<b>3.2</b>	<b>Mise en forme de tôles par emboutissage</b>	<b>51</b>
3.2.1	Modes de déformation d'une pièce emboutie	51
3.2.2	Défauts dans les pièces embouties	53
3.2.3	Méthodes de simulation de l'emboutissage	54
<b>3.3</b>	<b>Stratégie et choix des modèles éléments finis</b>	<b>55</b>
3.3.1	Approche numérique par éléments finis	56
3.3.2	Résolution statique implicite	57
3.3.3	Résolution dynamique explicite	57
<b>3.4</b>	<b>Exemples bi-dimensionnels</b>	<b>57</b>
3.4.1	Godet cylindrique (Numisheet'02)	57
3.4.2	Godet cylindrique avec contre-embouti	72
<b>3.5</b>	<b>Exemples tridimensionnels</b>	<b>76</b>
3.5.1	Boite carrée (Numisheet'93)	77
3.5.2	Cas industriel (pièce Craft-Fastool)	80

<b>3.6</b>	<b>Description de l'approche proposée . . . . .</b>	<b>83</b>
3.6.1	Objectifs de l'approche . . . . .	83
3.6.2	Principe et hypothèses . . . . .	83
3.6.3	Estimation des forces de contact . . . . .	85
3.6.4	Charges statiques équivalentes . . . . .	86
<b>3.7</b>	<b>Validation numérique . . . . .</b>	<b>86</b>
<b>3.8</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>88</b>

---

## 3.1 Introduction

Les niveaux de contraintes qui sont réellement atteints dans les outils d'emboutissage ne sont connus que partiellement. En pratique, les outils d'emboutissage conventionnels obtenus par usinage de blocs de fonte ou d'acier ne sont que rarement dimensionnés par les méthodes classiques de la résistance des matériaux [Martin 77, Burlat 98]. Ceci est évidemment un obstacle principal au développement de nouvelles techniques de fabrication des outils d'emboutissage, notamment les techniques de fabrication qui procèdent par empilement successif de couches métalliques telle que la Stratoconception<sup>®</sup>, entre autres.

Depuis plusieurs années, les études expérimentales et numériques relatives au procédé d'emboutissage, portent majoritairement sur la pièce à produire (pièce emboutie), et très peu sur les outillages (poinçon, matrice, serre-flan) [Oudjene 04-05d]. Notons qu'il existe de nombreux travaux traitant les aspects numériques, la modélisation et la simulation numérique des procédés de mise en forme en général et de l'emboutissage en particulier. Ces travaux, trop nombreux pour être tous cités, sont disponibles dans la littérature spécialisée, et en particulier dans les actes des conférences suivantes : Numiform, Numisheet, Esaform, IDDRG,... En France, de nombreuses équipes travaillent dans le domaine comme l'UTC [Batoz 89-90-97-00, Naceur 04, Roelandt 92...], le LMARC de Besançon [Gelin 85, Boisse 96, ...], le LMSo de l'INSA de Lyon [Brunet 97,...], l'ERMeP du GIP-InSIC de Saint-Dié-des-Vosges [Batoz 05,...], le GMMS de l'Université de Reims [Guo 00,...] et bien d'autres.

Par ailleurs, un autre domaine de la littérature concerne le comportement au frottement et à l'usure des outils d'emboutissage. L'étude mécanique, par simulation numérique d'un rayon de matrice sollicité par un passage de tôle a été abordée notamment par Damborg (1996) [Damborg 96], Danckert (1998) [Danckert 98], Jensen (1998) [Jensen 98], Attaf (2003) [Attaf 03], Hortig (2001) [Hortig 01]...etc. Les modèles étudiés sont bidimensionnels (axisymétrie, déformations planes). Ils ont permis d'accéder à la répartition de la pression de contact sur les rayons de matrices. En 1996, Sniekers [Attaf 03] a effectué une étude



similaire sur le frottement en emboutissage. Il a ainsi simulé, numériquement, en déformation plane, le passage d'une tôle sur un cylindre, ainsi qu'une opération d'emboutissage en axisymétrie. Tous ces travaux mettent en évidence deux zones de forte pression sur les rayons d'outils (figure 3.1). La première zone est attribuée au pliage de la tôle lorsqu'elle entre en contact avec le rayon de l'outil. La seconde est attribuée au dépliage de celle-ci lorsqu'elle quitte le contact avec le rayon.

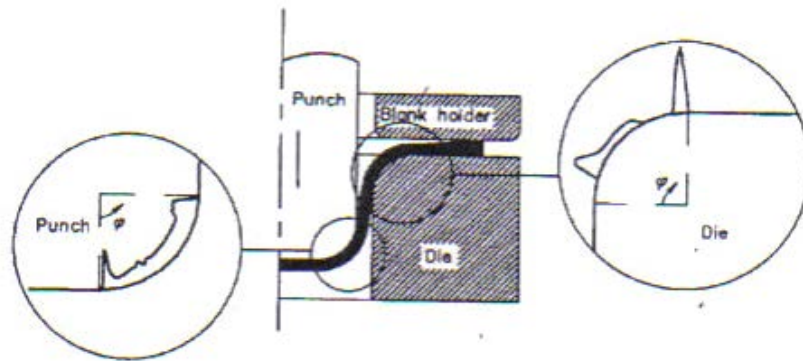


FIG. 3.1 – Distribution des pressions de contact sur les rayons d'outils (source : [Attaf 03])

Quelques années plus tard, Hortig et al. [Hortig 01] ont présenté une étude à l'usure d'un rayon de matrice ainsi qu'une étude paramétrique sur la distribution des pressions de contact. Ils ont étudié notamment, l'influence du coefficient de frottement, du rayon de matrice, de la pression de serre-flan et de l'épaisseur de la tôle sur la répartition de la pression de contact.

En ce qui concerne la bibliographie d'origine plus académique, nous disposons de très peu de travaux qui se reportent au dimensionnement et aux calculs préalables à la résistance mécanique des outils d'emboutissage. En effet, dans l'industrie de l'emboutissage, il y a un besoin très faible de dimensionner les outils conventionnels, car les outils, fabriqués en acier ou en fonte, sont considérés suffisamment résistants pour effectuer les opérations d'emboutissage vis à vis des tôles classiques. Cependant, l'utilisation de tôle à haute limite d'élasticité (THLE), type TRIP ou DP, peut nécessiter le dimensionnement des outils conventionnels. De plus, la recherche dans le domaine de la fabrication des outils par les nouvelles méthodes, notamment les techniques de prototypage rapide, qui suscitent la curiosité et la nécessité d'étudier le comportement mécanique des outils, est pour le moment au stade des applications industrielles.

En 1998, Burlat [Burlat 98] a examiné la possibilité de fabriquer des outils d'emboutissage par combinaison de différents matériaux. Il considère alors trois types d'outillages :

- Poinçon fabriqué en acier (conventionnel) ;
- Poinçon fabriqué par moulage d'un béton de résine avec un gel-coat de 1 mm en surface ;
- Poinçon fabriqué en multi-matériaux : nickel électroformé, béton hydraulique, et colle de liaison.

Les différents matériaux envisagés dans la méthode de fabrication des outils décrite ci-dessus, possèdent un comportement mécanique différent l'un par rapport à l'autre mais, surtout du point de vue comportement au frottement. De plus, si les conditions de frottement tôle/outils influent sur la répartition des déformations dans la pièce emboutie, elles influent également sur la durée de vie des l'outils en terme d'état de surface, d'usure et de sensibilité au grippage. Pour cette raison, une étude tribologique a été effectuée afin de choisir le matériau le plus adapté en surface de l'outil. Il en résulte que la fabrication des outils d'emboutissage par ce type de méthode nécessite une couche métallique en surface de l'outil.

Afin d'analyser les trois cas de fabrication sus-cités, l'auteur s'est intéressé dans un premier temps aux niveaux de contraintes atteints dans chaque type de fabrication considéré (ou dans chaque type de matériau). Dans ce cadre, l'auteur a effectué des simulations numériques de l'emboutissage couplées avec la déformabilité des outils en utilisant ABAQUS/Implicite. Les résultats obtenus ont ensuite été comparés à ceux obtenus en considérant des outils en acier homogènes (outils conventionnel), (figure 3.2). Cependant, l'auteur s'est limité à l'étude de cas bidimensionnels (axisymétrie, déformation plane) à cause de la complexité que présentent les modèles tridimensionnels (discrétisation des outils par éléments déformables, gestion du contact).

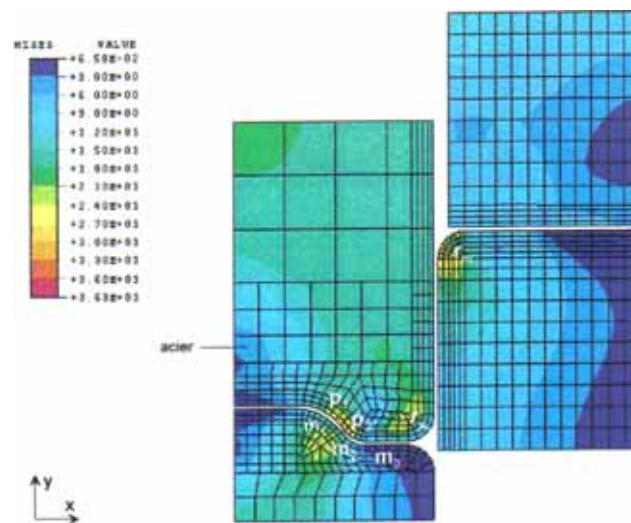


FIG. 3.2 – Distribution des contraintes de Von Mises dans les outils [Burlat 98]

Ce chapitre vise à identifier et à mettre au point les outils de simulation numérique nécessaires à l'analyse mécanique des outils d'emboutissage. L'objectif principal est de proposer une démarche numérique permettant d'accéder à l'analyse du comportement tridimensionnel des outils d'emboutissage. Ce qui nous permettra de réaliser, dans le cadre des outils stratifiés, une étude numérique et technologique pour l'aide à la conception et au dimensionnement de ces derniers, notamment le système d'assemblage des strates par vissage, qui fera l'objet du chapitre suivant. Au préalable, nous donnons quelques prérequis sur le procédé d'emboutissage.

## 3.2 Mise en forme de tôles par emboutissage

### 3.2.1 Modes de déformation d'une pièce emboutie

La forme des outils d'emboutissage (poinçon, matrice) impose à la tôle divers modes de déformation, les deux cas limites rencontrés dans la pratique étant l'expansion et le retrait [Barlet 98]. La visualisation des déformations subies en surface par une tôle pour réaliser un embouti peut être obtenue par le marquage de réseaux de cercles sur le flan initial. Ceux-ci après emboutissage de la tôle, deviennent des ellipses (figure 3.3).

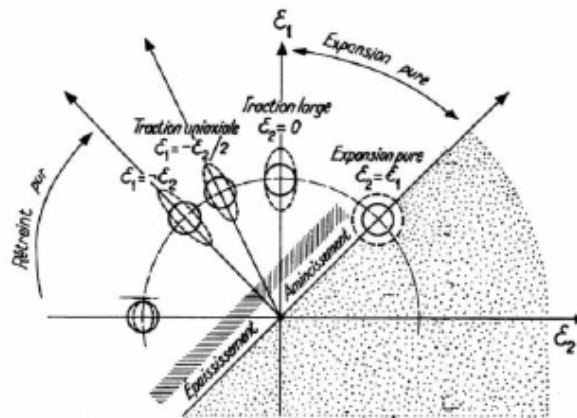


FIG. 3.3 – Déformations subies en surface d'une tôle, en cours d'emboutissage [Martin 77]

L'état mécanique d'un élément d'une tôle emboutie est défini par les déformations principales ( $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ ) et les contraintes principales ( $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ). Les déformations en expansion et en retrait induisent des modifications de l'épaisseur de la tôle. Les zones sollicitées en expansion s'amincissent ( $\epsilon_3 < 0$ ) tandis que celles sollicitées en compression s'épaississent ( $\epsilon_3 > 0$ ).

Trois zones de sollicitations différentes peuvent être identifiées sur un embouti axisymétrique (figure 3.4) :

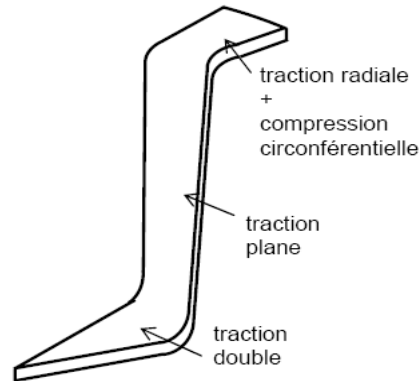


FIG. 3.4 – Zones de sollicitations de la tôle (source : [Delamézière 02])

La partie du flan qui se trouve dans un état d'expansion biaxiale au début du formage. La partie verticale qui joint la partie en contact avec le poinçon et celle en contact avec la matrice subit une traction plane. La partie sous serre-flan subit une compression associée à de la traction, si ces deux sollicitations se compensent il s'agit d'un cisaillement. C'est le trajet idéal de formage car l'épaisseur reste constante, l'amincissement dû à la traction et l'épaississement dû à la compression se compensent [Delamézière 02]. Un point de la tôle peut passer de la zone sous le serre-flan à la zone en traction plane, il subit alors un phénomène de flexion alternée (cambrage-décambrage) en passant par le rayon de la matrice.

Dans le cas des tôles minces, on considère l'hypothèse des contraintes planes ; la contrainte 3, normale au plan, est alors négligeable. Le domaine de sollicitation en expansion correspond à un état de contraintes où les deux contraintes dans le plan sont positives. Le domaine de sollicitation en retreint correspond quant à lui à des contraintes de signes opposés ( $\sigma_1 > 0$ ,  $\sigma_2 < 0$ ). Les déformations en retreint sont donc associées à un champ de contraintes de compression.

On distingue ainsi deux domaines [Barlet 98] :

- Le domaine des déformations en retreint, limité par la traction et la compression uniaxiale ;
- Le domaine des déformations en expansion, limité par l'expansion biaxiale et la traction uniaxiale.

Il est intéressant de noter que l'on peut obtenir des déformations :

- En expansion avec  $\epsilon_2 < 0$  ;
- En retreint avec  $\epsilon_3 < 0$ .

### 3.2.2 Défauts dans les pièces embouties

L'acceptation ou le refus d'une pièce emboutie dépend de son utilisation. Suivant le type de pièce, on juge donc de la réussite selon des critères différents. L'aspect et la planéité (plis et défauts de surface) sont des qualités premières des pièces de peaux tandis que la tenue mécanique et la géométrie sont des qualités demandées aux pièces de structures. Dans l'automobile par exemple, on distingue deux types de pièces embouties suivant leurs fonctions futures au sein du véhicule [Barlet 98] :

- Pièces de structures (longeron, doublure, renfort...);
- Pièces de peau ou de robe (capot, coffre, portière...).

Il existe plusieurs types de défauts, voir figure 3.5 :

- La striction;
- Les plis;
- Le retour élastique;
- Les défauts de surface et les zones de plats.

La striction est un amincissement localisé de la tôle. Cette localisation de la déformation fragilise la pièce et peut conduire à la rupture sous l'effet de sollicitations. L'apparition de la rupture signifie que l'on a dépassé la capacité d'allongement plastique du métal.

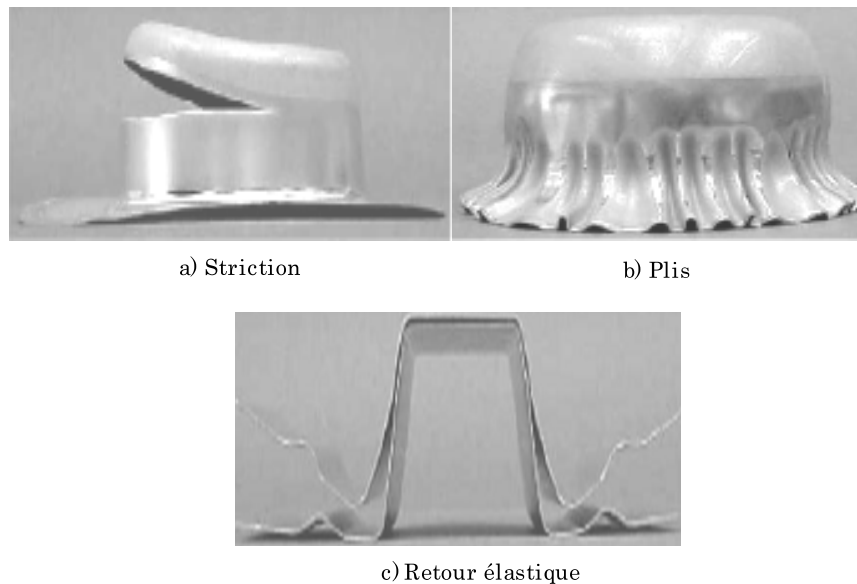


FIG. 3.5 – Défauts dans les pièces embouties

Les plis résultent d'un flambement local de la tôle sous l'effet de contraintes de compression [Barlet 98]. Les phénomènes d'instabilité se manifestent sous la forme d'ondulations, qui peuvent apparaître :

- Sous le serre flan lors de l'opération de retreint, la pression de serrage est alors parfois suffisante pour éviter ces plis générant grippage et usure de l'outil ;
- Dans les zones sous contact avec les outils, ces plis apparaissent dans le meilleur des cas à la fin de l'emboutissage ;
- Après retour élastique, les plis résultent alors des contraintes résiduelles libérées lors de l'extraction de la pièce.

L'aspect de surface est un critère d'acceptation déterminant pour les pièces de carrosserie par exemple. Les défauts de surface résultent d'une hétérogénéité de la déformation, d'un glissement tôle/outils, ou de l'état de surface des l'outils produisant alors des rayures. La pièce peut aussi présenter des défauts de plats lorsque la déformation plastique est trop faible pour assurer une tension suffisante de la tôle [Barlet 98].

Après extraction de la pièce, on observe souvent des défauts de tolérances dimensionnelles dus au retour élastique. Il est donc nécessaire de procéder à des opérations de calibrage pour garantir une géométrie correcte.

### 3.2.3 Méthodes de simulation de l'emboutissage

La modélisation numérique de l'emboutissage utilise les développements faits sur les méthodes de simulation numérique des procédés de mise en forme. A ce titre, l'emboutissage est un exemple des trois grandes non-linéarités rencontrées habituellement :

- Les non-linéarités géométriques qui apparaissent à cause des grands déplacements, des grandes rotations et des grandes déformations ;
- Les non-linéarités matérielles dues au comportement élasto-plastique des matériaux ;
- Les non-linéarités dues au contact (annexe B).

La simulation numérique permet de satisfaire des objectifs industriels, notamment les constructeurs automobiles, qui souhaitent augmenter le nombre de nouveaux produits et réduire les temps de développement [Delamézière 02]. Il existe plusieurs méthodes de simulation numérique de l'emboutissage, à savoir les méthodes incrémentales et les méthodes simplifiées.

#### 3.2.3.1 Les méthodes incrémentales

Il existe actuellement plusieurs logiciels de simulation numérique de l'emboutissage de tôle (ABAQUS, STAMPACK, LS-DYNA3D, PAM-STAMP, RADIOSS, ...), utilisant différentes approches non linéaires incrémentales (statique implicite/explicite ou dynamique explicite), qui permettent de prédire avec précision les éventuels défauts qui peuvent apparaître en cours ou en fin de formage.

Toutes ces méthodes nécessitent la connaissance précise de tous les paramètres du

procédé (géométrie des outils et du flan, propriétés matériaux...etc.). Les méthodes incrémentales sont assez largement employées pour les codes dédiés à la simulation car, elles prennent en compte de manière précise les différentes non linéarités (grandes transformations élasto-plastiques, contacts frottements), qui combinées, forment un système fortement non linéaire. L'expression des lois de comportement est fonction des taux de déformations et de contraintes. Deux types d'algorithme sont couramment utilisés pour actualiser les champs de déplacements : l'algorithme statique implicite et l'algorithme dynamique explicite dont les aspects numériques sont présentés dans l'annexe A.

### 3.2.3.2 Les méthodes simplifiées

Depuis 1980, plusieurs méthodes simplifiées pour la simulation numérique de l'emboutissage ont été proposées [Naceur 98] : l'approche dite "Geometric Mapping Method" proposée par Gerdeen et al., l'approche à un pas par Chung et Lee, l'approche dite "Ideal Forming Theory" par Chung et Richmond, la méthode dite à un pas par Liu et Karima, la méthode dite "the ideal deformation algorithm" par Sklad et al.

Parallèlement, depuis 1987, au sein de l'Université de Technologie de Compiègne (l'UTC), une méthode originale dite " Approche Inverse " (AI) pour l'analyse numérique simplifiée de l'emboutissage a été proposée par Batoz, Duroux, Guo et al. [Batoz 90a, Batoz 97, Duroux 92]..., Cette approche par éléments finis, utilise la forme finale, connue de l'embouti pour déterminer la position initiale des particules dans le flan plan de départ, permettant ainsi de calculer les distributions d'épaisseurs, de déformations et de contraintes dans la pièce finale.

La version actuelle du code STAMPAK contient deux modules, à savoir : le module "STAMPAK-Incremental" et le module "STAMPAK-One step", basé sur le logiciel de recherche FAST-STAMP développé par Batoz et al. [Batoz 05].

## 3.3 Stratégie et choix des modèles éléments finis

Nous avons jugé important d'appréhender et de comprendre avec précision le comportement des outils d'emboutissage homogènes (conventionnels) au cours du formage, avant d'aborder l'analyse des outils prototypes fabriqués par différentes techniques, notamment les outils stratifiés.

Dans cette partie du travail, on s'intéresse à la répartition et aux niveaux de contraintes qui peuvent être atteints dans les outils d'emboutissage considérés déformables et homogènes.

Toute modélisation ou simulation numérique nécessite d'être confrontée avec la littérature, l'expérience ou encore aux modèles analytiques. Pour cela, nous avons logiquement



choisi de traiter des cas d'emboutissage bien connus dans la littérature. Les cas d'études considérés sont dans un premier temps analysés de manière classique en considérant les outils rigides (poinçon, matrice, serre-flan) afin de confronter les résultats des modèles développés avec ceux de la littérature, en ce qui concerne la pièce emboutie. Dans un second temps, nous effectuerons des simulations de l'emboutissage en considérant le poinçon déformable dans des cas de géométries axisymétriques.

La mise au point d'une simulation de l'emboutissage en considérant les outils déformables est relativement difficile. De plus, nous ne disposons d'aucun résultat de référence concernant le comportement des outils. Pour cela, nous considérons un problème bi-dimensionnel relativement simple que nous résolvons en utilisant un modèle statique implicite. Il nous permettra d'obtenir une solution de référence. Ensuite, nous entreprenons de simuler en dynamique explicite le même problème, en utilisant des modèles 2D et 3D, pour vérifier que nous obtenons bien les mêmes résultats.

### 3.3.1 Approche numérique par éléments finis

L'équilibre du solide à l'instant  $t$  peut être décrit sous forme variationnelle, par le PTV [Batoz 90b] :

$$\begin{aligned} W_{stat} &= \int_V D^* : \sigma dV - \int_S \vec{u}^* \cdot \vec{f}_S dS - \int_V \vec{u}^* \cdot \vec{f}_V dV \\ W_{dyn} &= \int_V \vec{u}^* \cdot \rho \ddot{u} dV + \int_V \vec{u}^* \cdot c \dot{u} dV \\ W &= W_{stat} + W_{dyn} = 0 \quad \forall u^* \quad C.A \end{aligned} \quad (3.1)$$

avec :  $\sigma$  tenseur de Cauchy,  $D^* = \frac{1}{2} \text{sym} \left[ \overrightarrow{\text{grad}} \vec{u}^* \right]$  tenseur des déformations virtuelles.  $\vec{f}_S$  et  $\vec{f}_V$  sont respectivement les vecteurs des forces surfaciques et volumiques.  $\vec{u}$ ,  $\dot{u}$ ,  $\ddot{u}$  déplacement, vitesse et accélération,  $\rho$  la densité et  $V$  la configuration déformée.

En utilisant la discrétisation par éléments finis (voir annexe A), l'équation (3.1) s'écrit :

$$[M] \{\ddot{u}\} + [C] \{\dot{u}\} - \{F^{ext}\} + \{F^{int}(u)\} = 0 \quad (3.2)$$

avec :  $[M]$  matrice masse diagonale,  $[C]$  matrice amortissement diagonale,  $\{F^{int}\}$  et  $\{F^{ext}\}$  respectivement les vecteurs forces internes et externes, obtenus par assemblage.

L'emboutissage est un procédé ou problème quasi-statique mais fortement non linéaire, en raison des contacts entre la tôle et les différents outils. Ainsi nous pouvons utiliser soit, une méthode de résolution implicite ou explicite.



### 3.3.2 Résolution statique implicite

Dans le cas d'une résolution implicite, on utilise pour résoudre un problème quasi-statique :

$$W_{stat} = \int_V D^* : \sigma dV - \int_S \vec{u}^* \cdot \vec{f}_S dS - \int_V \vec{u}^* \cdot \vec{f}_V dV$$

La résolution numérique du problème mécanique non linéaire consiste à chercher les champs de contraintes et de déplacements pour différentes sollicitations. Généralement, la méthode de Newton est utilisée à chaque itération pour linéariser le problème (voir annexe A), conduisant ainsi à la relation :

$$[K_T]^i \{\Delta u\} = \{R\}^i \quad (3.3)$$

où  $[K_T]$  est dite matrice tangente et  $\{R\} = \{F^{int}\} - \{F^{ext}\}$  est le vecteur résidu global.

### 3.3.3 Résolution dynamique explicite

La résolution explicite des équations du mouvement (équation 3.4) est généralement traitée de façon simple avec une matrice masse diagonalisée. Elle consiste à choisir un grand nombre de petits pas temporels sans itérations.

$$\{\ddot{u}^n\} = [M]^{-1} (\{F^{ext}(t^n)\} + \{F^{int}(\sigma^n, t^n)\}) \quad (3.4)$$

Les contraintes sont évaluées par la formulation de la loi de comportement. Les vecteurs forces externes dépendent des conditions aux limites et des lois de contacts. L'opérateur temporel est discrétisé par un schéma de différences finis centrales. Pour plus de détails sur les aspects numériques concernant la discrétisation temporelle par la méthode des différences finis centrales, nous recommandons aux lecteurs l'annexe A.

## 3.4 Exemples bi-dimensionnels

### 3.4.1 Godet cylindrique (Numisheet'02)

#### 3.4.1.1 Description du problème

L'exemple, décrit en figure 3.6, est le "benchmark" proposé dans la conférence "Numisheet'2002". Le problème consiste à former un godet cylindrique de 40 mm de profondeur à partir d'une tôle de 210 mm de diamètre et d'une épaisseur de 1 mm. Un serre-flan permet de contrôler le glissement de la tôle. La pression exercée par ce serre-flan sur la tôle ainsi que le comportement à l'interface entre la tôle et les outils jouent un rôle déterminant dans le contrôle de l'écoulement du matériau afin d'éviter la formation des plis et d'éviter

l'apparition micro-fissures. Plusieurs résultats numériques de références concernant ce cas test sont disponibles dans [Numisheet 02].

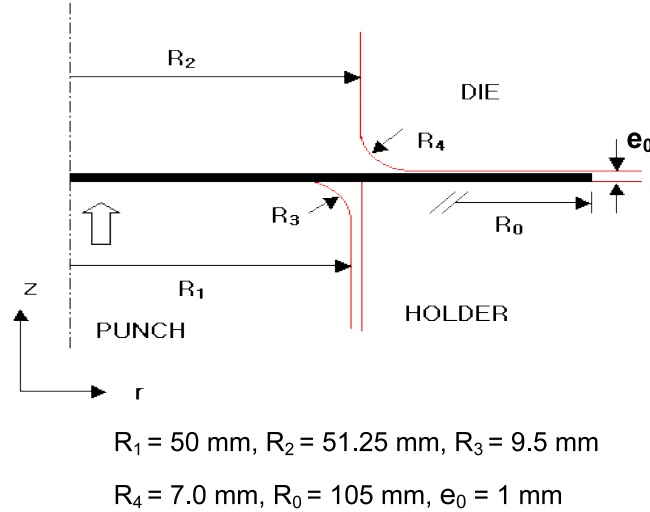


FIG. 3.6 – Description géométrique du godet Numisheet'02 [Numisheet 02]

### 3.4.1.2 Modèle E.F 3D avec outils rigides

Nous présentons dans cette section, les résultats obtenus en utilisant les codes ABAQUS/Explicite et STAMPACK, pour l'emboutissage du godet cylindrique en considérant les outils rigides. Il est donc possible d'utiliser un modèle éléments finis tridimensionnel, similaire à celui développé dans [Numisheet 02]. Les résultats obtenus sont ensuite comparés à ceux issus de [Numisheet 02].

La mise au point d'un modèle avec un logiciel de type statique implicite (ABAQUS/Standard) est relativement difficile pour les problèmes 3D fortement non-linéaires et peu efficace pour des problèmes avec contacts complexes, d'où la nécessité fréquente d'utiliser ABAQUS/Explicite.

La tôle est discrétisée à l'aide de 2196 éléments finis de coque à 4 noeuds, à interpolation linéaire en déplacements et avec intégration réduite (S4R) dans ABAQUS et 5008 éléments de coque à 3 noeuds (BST) dans STAMPACK (figure 3.7). Les outils poinçon, matrice et serre-flan sont représentés par des surfaces rigides (discrétisés par des éléments rigides). La tôle a un comportement élasto-plastique avec une loi d'écrouissage isotrope. Les caractéristiques mécaniques du matériau utilisé sont reportées dans le tableau 3-1.

Les conditions de contact sont régies par une loi de type Coulomb avec un frottement de 0.04 identique entre la tôle et les différents outils (poinçon, matrice, serre-flan). La force de serrage vaut 70 kN. La course du poinçon est de 40 mm.

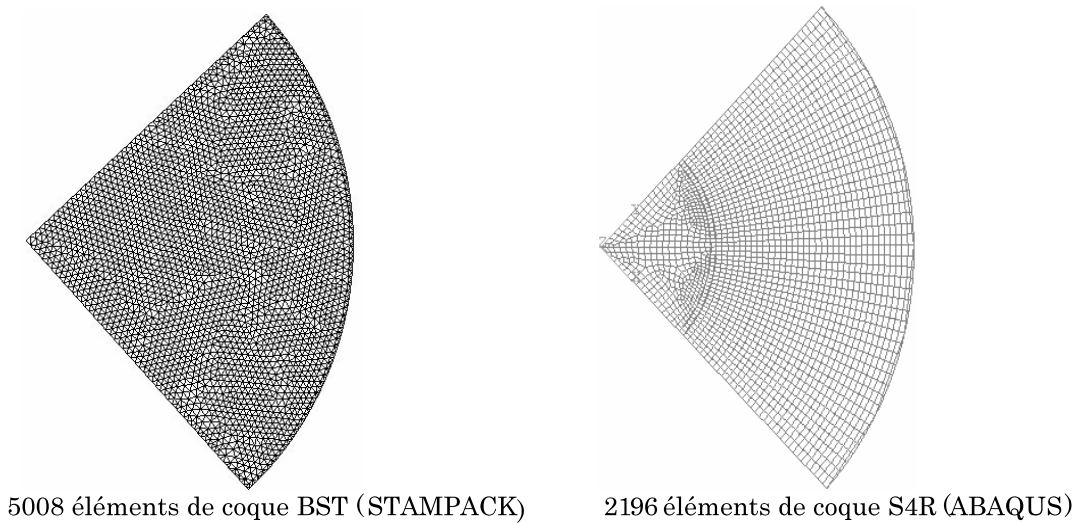


FIG. 3.7 – Maillages éléments finis utilisés pour un quart de tôle

	$E$ (MPa)	$\nu$	$TS$ (MPa)	$r$	$K$ (MPa)	$n$
$0^\circ$	213.14	0.3	288.82	2.160	539.87	0.270
$45^\circ$	227.07	0.3	298.18	1.611	558.23	0.266
$90^\circ$	218.19	0.3	284.89	2.665	534.72	0.273

TAB. 3.1 – Caractéristiques mécaniques du matériau de la tôle [Numisheet 02]

Les paramètres qui influencent la répartition de l'épaisseur de la tôle et la force d'emboutissage (forces de contact) sont très nombreux pour être tous étudiés ici (matériau de la tôle, frottement, pression du serre-flan, rayons des outils, finesse des maillages, vitesse d'emboutissage, algorithme de contact,...etc.). Dans notre cas, nous avons choisi d'effectuer une étude de sensibilité aux paramètres numériques (vitesse d'emboutissage et méthode de traitement du contact) afin de déterminer les paramètres numériques les plus adaptés, pour calculer la solution avec une bonne précision, notamment les forces de contact tôle/outils.

### A) Choix de la vitesse du poinçon

Quand on utilise un modèle dynamique, les conditions initiales concernent les déplacements et les vitesses. Pour le choix de la vitesse du poinçon, nous disposons des résultats de référence issus de la littérature pour comparer un modèle quasi-statique avec un modèle dynamique explicite. Pour vérifier que nous n'ajoutons pas d'effets d'inertie indésirables à notre modèle, il y a plusieurs moyens de vérification [Abbas 02] :

- le premier indice est de ne pas utiliser des vitesses supérieures à 1% de la vitesse du

- son dans le matériau (soit 52 m/s pour un acier) ;
- il ne faut pas que l'énergie cinétique soit supérieure à 5% de l'énergie interne ;
- on peut comparer avec les résultats de l'analyse statique implicite et avec les résultats expérimentaux.

Les simulations effectuées avec ABAQUS/Explicite montrent que la sensibilité de la solution n'est pas notable pour des vitesses de poinçon au dessous de 10 m/s. La figure 3.8 illustre l'évolution de l'effort d'emboutissage pour plusieurs vitesses du poinçon.

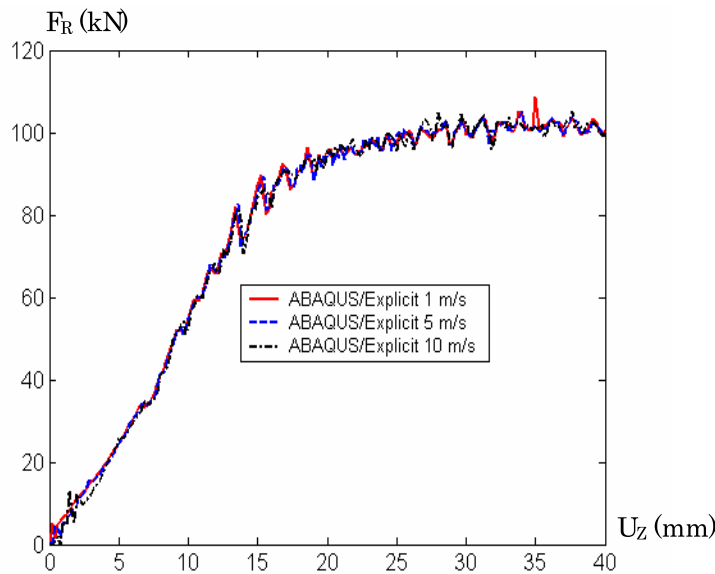


FIG. 3.8 – Influence de la vitesse de poinçon sur l'effort d'emboutissage

Plus la vitesse du poinçon est faible plus le temps CPU est élevé. Par conséquent, nous retiendrons une vitesse de 10 m/s pour la suite des simulations, afin de rester dans des temps CPU acceptables.

Nous attirons l'attention du lecteur sur le fait que la vitesse d'emboutissage utilisée dans le code STAMPACK est divisée par un facteur de 5 environ par rapport à celle utilisée dans ABAQUS, car le code STAMPACK utilise une masse volumique artificielle (mass scaling). Les simulations effectuées dans STAMPACK, ont montré que l'épaisseur de la pièce n'est pas sensible à la vitesse du poinçon. En revanche, l'effort d'emboutissage en dépend principalement. La figure 3.9 montre l'évolution de l'effort d'emboutissage pour plusieurs vitesses du poinçon.

On remarque une chute importante de la force d'emboutissage à la fin de la course du poinçon pour une vitesse de 2 m/s (vitesse équivalente à 10 m/s environ dans ABAQUS). Plus la vitesse est élevée, plus la courbe est bruitée et moins les résultats sont fiables. Il convient donc d'adopter une vitesse de 0.2 m/s pour la suite des simulations si l'on veut

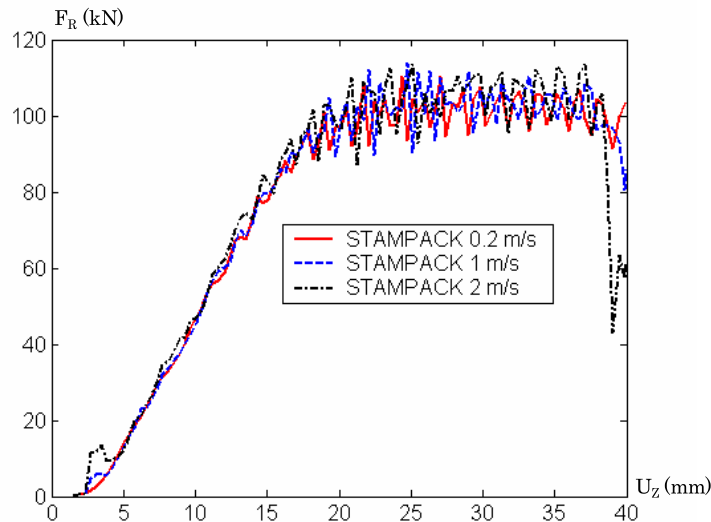


FIG. 3.9 – Influence de la vitesse de poinçon sur l'effort d'emboutissage

calculer la solution avec une bonne précision.

### B) Choix de la méthode de traitement du contact

Deux problèmes se posent quand il peut y avoir contact entre deux structures ou parties de structures : la détection du contact, puis le traitement du contact s'il a lieu. Quelle que soit la méthode employée, il faut calculer une distance normale pour détecter, puis traiter le contact éventuel. Il existe deux approches pour calculer "la distance" : l'approche noeud à noeud et l'approche noeud sur surface. Le traitement du contact ne dépend pas de la méthode employée pour le détecter [Craveur 03]. Même si le contact noeud à noeud est numériquement plus précis que le contact noeud sur surface, il impose de très fortes difficultés à l'utilisateur. Les maillages des zones en contact doivent être identiques et se superposer. Dans le cas de l'emboutissage, il n'est pas envisageable de faire coïncider les maillages des zones en contact, puisque la tôle glisse sur les outils (poinçon, matrice, serre-flan) au cours de l'emboutissage.

Pour traiter le contact dans ABAQUS, nous disposons des méthodes suivantes :

- "general contact" : il utilise la méthode par pénalisation ;
- "contact pair" : il utilise la méthode cinématique et la méthode par pénalisation.

Dans notre cas, nous avons choisi d'évaluer le "contact pair" avec la méthode cinématique et la méthode par pénalisation. En effet, l'utilisation du "general contact", conduit à des temps CPU conséquents et pour une qualité de la solution proche de celle que l'on obtiendrait si l'on utilisait le "contact pair" (voir thèse de L. Ben Ayed [Ben Ayed 05]). Par ailleurs, la seule méthode possible pour traiter le contact dans STAMPACK est le

"contact pair" avec la méthode par pénalisation.

Sur la figure 3.10, nous avons reporté l'évolution de la courbe force-déplacement obtenue pour deux méthodes de traitement du contact dans le cas du "contact pair".

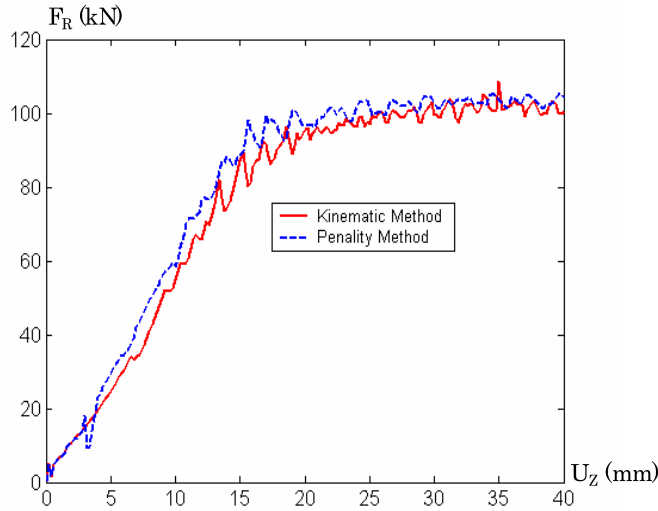


FIG. 3.10 – Influence de la méthode de traitement du contact sur l'effort d'emboutissage

On remarque que les deux méthodes conduisent pratiquement à la même qualité de résultats, bien que dans le cas de la méthode par pénalisation, le temps CPU ait légèrement augmenté. En revanche, la méthode par pénalisation conduirait sans doute à une chute importante de l'effort d'emboutissage si les conditions d'emboutissage (force de serrage faible, par exemple) étaient favorables à l'apparition de plis dans la pièce emboutie (voir thèse L. Ben Ayed [Ben Ayed 05]). En effet, la méthode par pénalisation favorise l'interpénétration des surfaces en contact. Par conséquent, c'est la méthode cinématique qui est retenue pour traiter le contact dans ABAQUS.

Ci-après, sont présentés les résultats obtenus avec ABAQUS/Explicite et STAMPACK en utilisant les paramètres numériques définis précédemment.

Afin de confronter nos résultats avec la littérature, nous avons tracé la répartition de l'épaisseur suivant un axe de symétrie de la pièce (figure 3.11) ainsi que l'évolution de l'effort total d'emboutissage (figure 3.12). Nous constatons que nos résultats sont en bon accord avec ceux de la littérature [Alves 02, Siguang 02]. Nous remarquons également que les résultats obtenus avec STAMPACK sont comparables à ceux d'ABAQUS/Explicite.

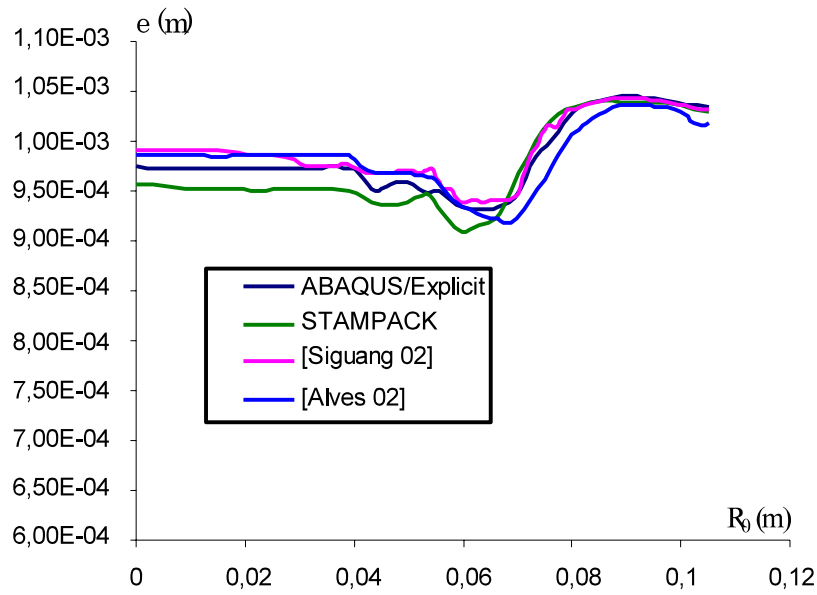


FIG. 3.11 – Répartition de l'épaisseur suivant le rayon initial du flan

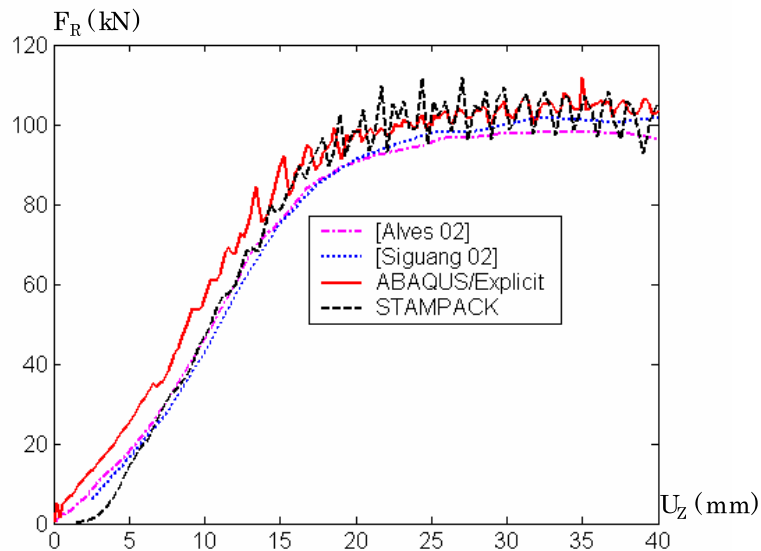


FIG. 3.12 – Force d'emboutissage en fonction de la course du poinçon

### 3.4.1.3 Modèles E.F avec poinçon déformable

L'objectif de ce modèle est d'étudier le comportement du poinçon en acier supposé homogène isotrope (poinçon conventionnel). On s'intéresse principalement aux niveaux de contraintes qui peuvent être atteints dans celui-ci au cours du formage.

La qualité de la procédure de simulation est évaluée en comparant les résultats concer-

nant la pièce emboutie et le poinçon déformable. Les résultats obtenus avec le modèle précédent (modèle avec outils rigides) ont été confrontés à la littérature et constituent des résultats de référence concernant la pièce finale emboutie. Nous ne disposons d'aucun résultat de référence concernant le poinçon déformable. Nous avons donc logiquement adopté une stratégie de simulation, qui consiste à développer un modèle axisymétrique 2D relativement simple à simuler avec ABAQUS/Standard (statique implicite), afin de construire une solution de référence pour le poinçon.

### A) Modèle E.F 2D statique implicite

Le modèle élément fini utilisé est présenté à la figure 3.13.

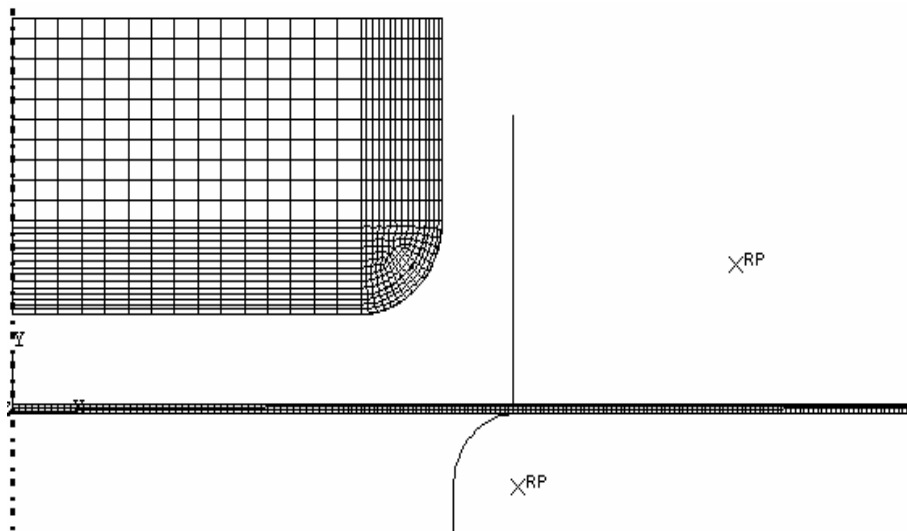


FIG. 3.13 – Modèle élément fini 2D axisymétrique avec poinçon déformable [Oudjene 04]

La tôle est discrétisée à l'aide de 270 éléments axisymétriques, à 4 noeuds à interpolation linéaire en déplacements (CAX4R), dans la direction radiale et 4 éléments dans son épaisseur. Le poinçon, de 40 mm de hauteur, est supposé élastique linéaire et isotrope avec les caractéristiques suivantes :  $E = 210$  GPa et  $\nu = 0.3$ . Il est discrétisé à l'aide de 821 éléments finis axisymétriques à 4 noeuds (CAX4), à interpolation linéaire en déplacements. Quant aux autres outils, serre-flan et matrice, ils ont été supposés rigides. La taille des éléments a été diminuée dans la partie de la tôle en contact avec le rayon d'entrée du poinçon. Le poinçon est piloté en déplacement depuis sa surface supérieure. Les simulations ont été effectuées en utilisant le code ABAQUS/Implicite.

Ci-après, nous avons reporté les courbes de distribution de l'épaisseur dans la pièce emboutie suivant la direction radiale (figure 3.14) ainsi que l'effort d'emboutissage (figure 3.15).



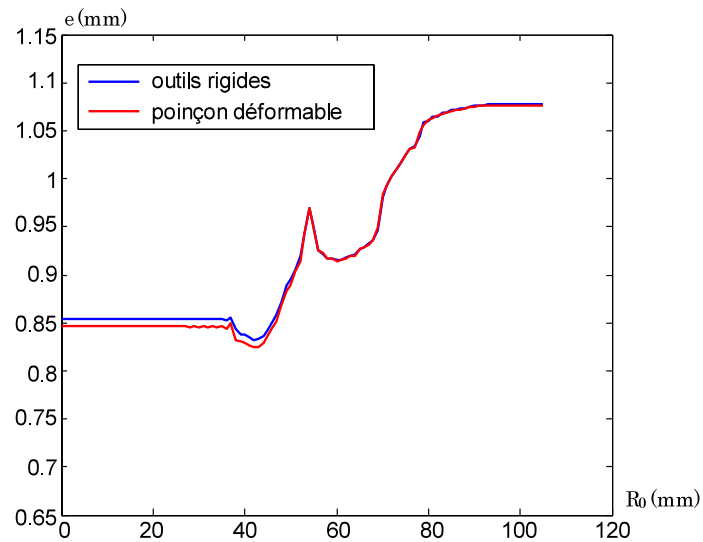


FIG. 3.14 – Distribution de l'épaisseur suivant la direction radiale

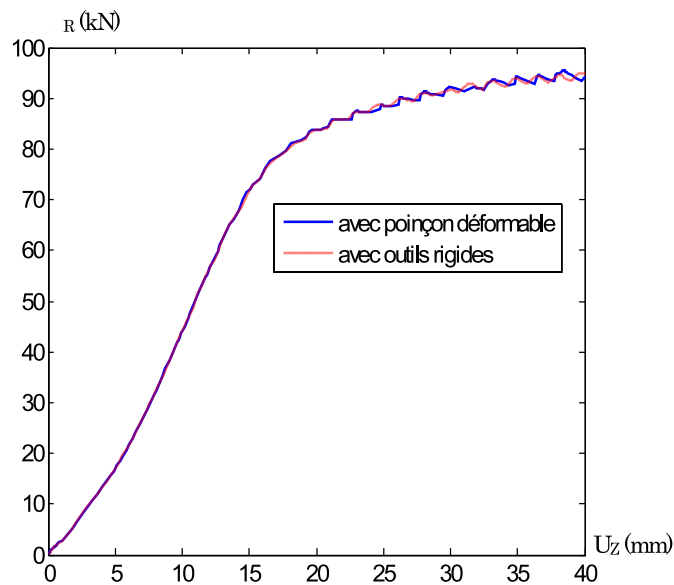


FIG. 3.15 – Courbe force-déplacement du poinçon

Les résultats sont comparés à ceux obtenus avec le même modèle en considérant les outils rigides. Les résultats issus des deux modèles sont en bon accord. En effet, les déformations élastiques du poinçon n'ont pas d'influence notable sur les résultats. Autrement dit, le poinçon en acier est suffisamment rigide pour garantir une conformité géométrie de la pièce emboutie.

Nous avons également examiné la distribution des forces de contact et des pressions entre la tôle et les différents outils (poinçon, matrice, serre-flan) au cours de l'emboutissage. La figure 3.16 illustre la distribution des pressions de contact à la fin de la course de poinçon.

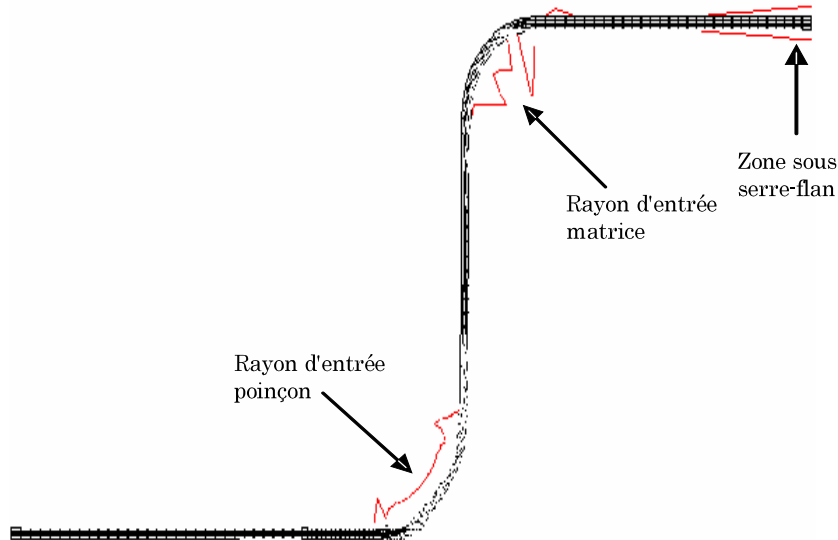


FIG. 3.16 – Distribution de la pression de contact tôle/outils [Oudjene 04-05d]

Ce type de résultat peut être obtenu, à l'aide du code ABAQUS, en considérant les outils rigides ou déformables. On remarque que les efforts de contact entre le poinçon et la tôle n'existent qu'au niveau du rayon d'entrée poinçon avec un maximum d'environ 54 MPa. Nous remarquons également l'existence de zones de forte pression de contact qui sont attribuées au pliage et au dépliage de la tôle sur le rayon d'entrée du poinçon, ce qui est cohérent avec la littérature [Attaf 03, Danckert 98, Hortig 01, Burlat 98]. Par ailleurs, les pressions de contact apparaissent sous le serre-flan et sous le rayon d'entrée matrice. Sous le serre-flan, les pressions sont concentrées vers le rayon extérieur du flan, où l'épaississement est maximum.

La prise en compte de la déformabilité du poinçon au cours de l'emboutissage, nous a permis d'accéder la répartition des contraintes équivalentes dans le poinçon. La figure 3.17 montre la distribution des contraintes de Von Mises dans le poinçon avec un maximum global d'environ 35 MPa atteint à la fin de la course du poinçon.

Les calculs ont été effectués sur une machine de type Pentium (R)4, 2.8 Ghz et 1.0 Go de RAM en utilisant ABAQUS/Standard version 6.3. Le temp CPU dans le cas du modèle axisymétrique 2D avec poinçon déformable était de 900 (s). Soit 1.5 fois plus grand que le temps CPU du modèle axisymétrique 2D avec outils rigides.

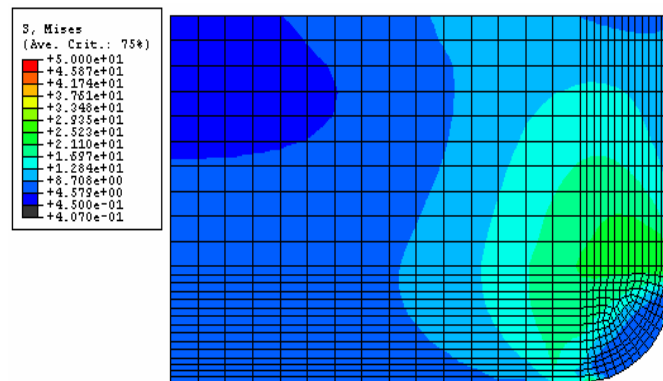


FIG. 3.17 – Contraintes de Von Mises dans le poinçon (ABAQUS/Standard) [Oudjene 04]

### B) Modèle E.F 2D dynamique explicite

La simulation numérique des procédés de mise en forme, en particulier l'emboutissage, est souvent réalisée en utilisant une résolution dynamique explicite en raison des fortes non linéarités dues au contact avec les différents outils. L'objectif principal de ce modèle est de vérifier que nous obtenons les mêmes résultats qu'avec l'algorithme statique implicite. L'influence de la finesse du maillage ainsi que la vitesse d'emboutissage est particulièrement prépondérante dans les modèles éléments finis avec une résolution de type dynamique/explicite. Ainsi, nous avons testé l'influence de la finesse du maillage du poinçon déformable ainsi que l'influence de la vitesse d'emboutissage sur la distribution des contraintes équivalentes dans le poinçon. Dans un premier temps, les calculs ont été réalisés en considérant une vitesse d'emboutissage de 10 m/s, puis nous avons fait varier celle-ci. Les différents maillages testés sont donnés par la figure 3.18.

Sur la figure 3.19, nous avons reporté les différentes distributions de contraintes de von Mises dans le poinçon, obtenues en considérant une vitesse d'emboutissage de 10 m/s, la solution de référence étant celle de la figure 3.17. Nous remarquons une influence importante du maillage sur la distribution de contraintes. Même en considérant un maillage fin (maillage 4), la solution obtenue est différente de celle obtenue avec le modèle statique/implicite (voir figure 3.17). L'approche dynamique explicite, pour une "vitesse normale" de 10 m/s en simulation de l'emboutissage, exige un maillage très fin des outils déformables élastiques, afin de respecter le mieux possible l'équilibre et la bonne propagation des ondes élastiques.

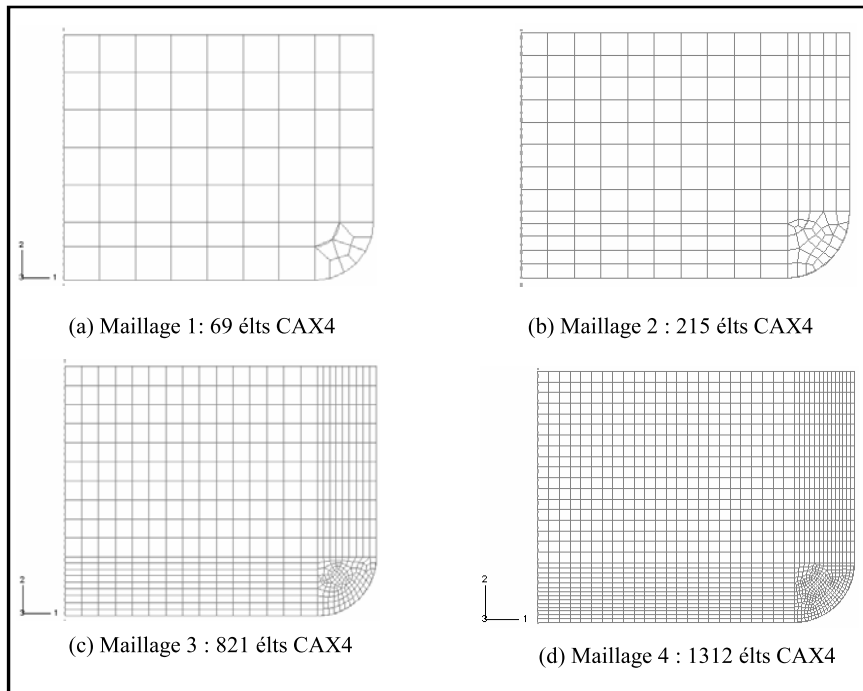


FIG. 3.18 – Les différents maillages testés

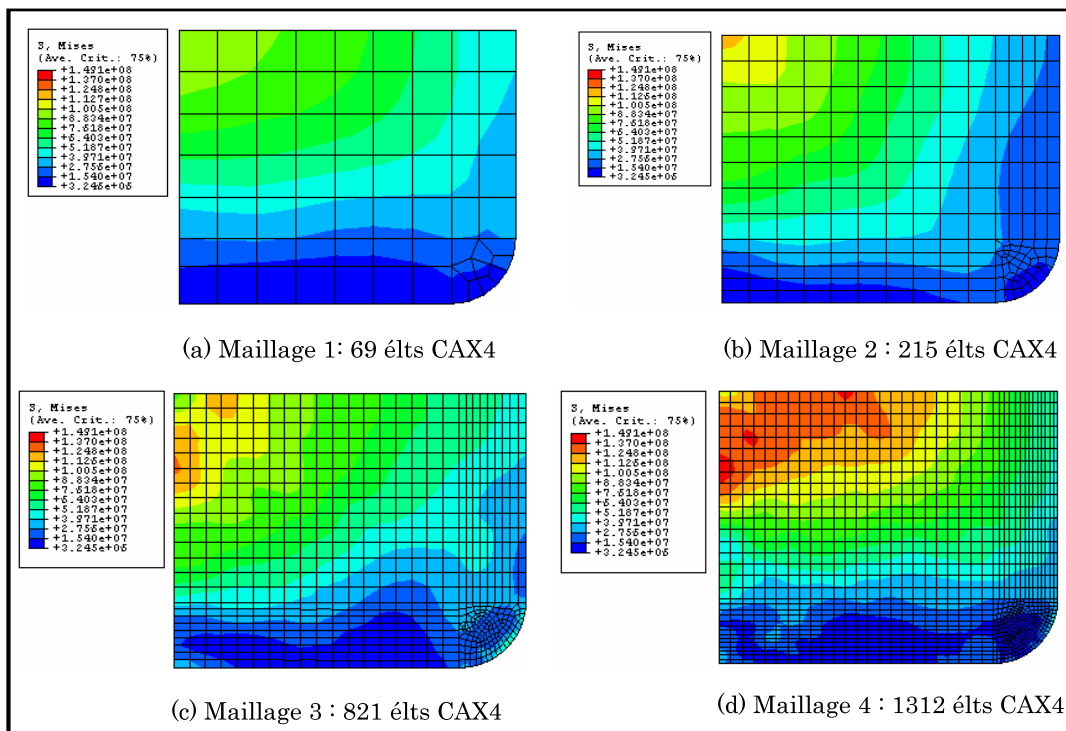


FIG. 3.19 – Effets de la finesse du maillage sur les contraintes, cas de  $V_P=10$  m/s

Afin d'examiner l'effet de la vitesse d'emboutissage sur l'état de contraintes dans le poinçon, des simulations numériques ont été effectuées avec plusieurs vitesses du poinçon et en considérant les différents maillages précédents. Les résultats montrent une forte influence (figures 3.20a et 3.20b) de la vitesse d'emboutissage sur l'état de contraintes développé dans le poinçon déformable. Nous remarquons que la solution obtenue en considérant une vitesse de 1 m/s (figure 3.20b), est comparable à la solution de référence (figure 3.20c), issue du modèle statique/implicite : le couplage des comportements de la tôle (élastoplasticité) et du poinçon déformable (linéaire élastique) nécessite une vitesse d'emboutissage très faible, lorsque on souhaite obtenir une solution acceptable, en raison de la transmission des ondes dans le solide élastique (poinçon déformable).

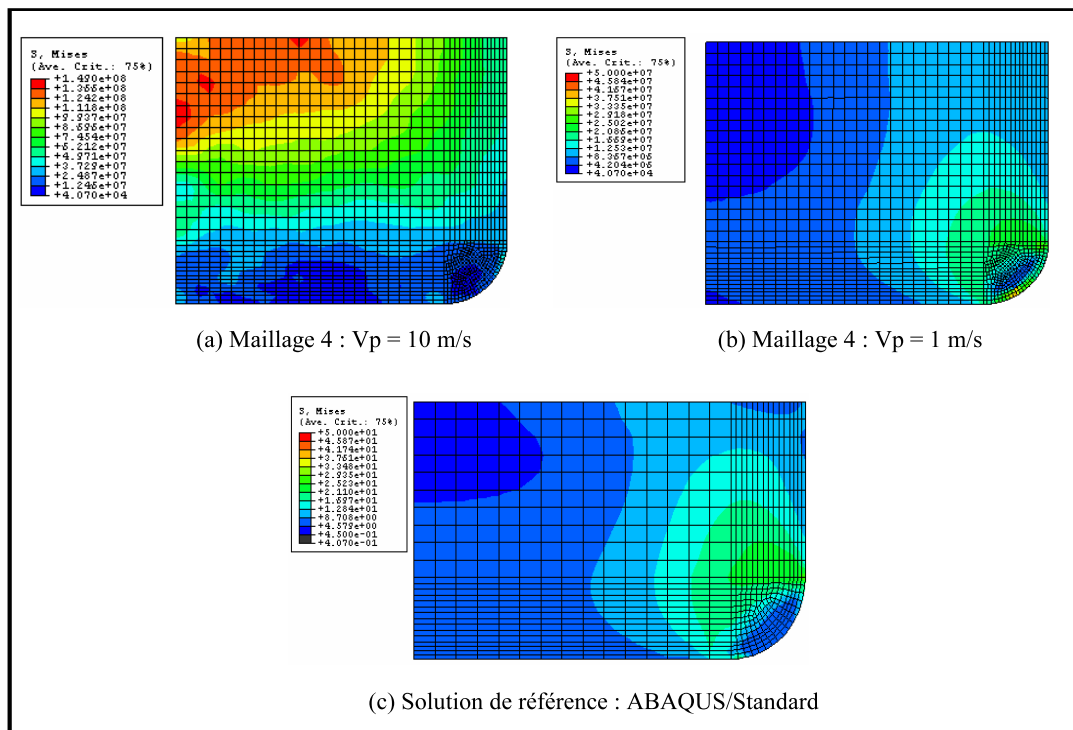


FIG. 3.20 – Effets de la vitesse d'emboutissage sur l'état de contraintes dans le poinçon

La vitesse d'emboutissage a aussi une forte influence sur les forces de contact tôle/outils. Les figures 3.21 et 3.22 illustrent respectivement les courbes force-déplacement du poinçon déformable pour deux cas de vitesse de poinçon :  $V_P = 10$  m/s et  $V_P = 1$  m/s, comparées à la courbe de référence obtenue en considérant les outils rigides. On remarque que dans le cas du modèle avec poinçon déformable, la force d'emboutissage présente une phase très oscillatoire au début de l'emboutissage, correspondant à l'impact initial poinçon/tôle. La suite de la courbe retrouve sa forme "normale" avec une légère amplification par rapport à celle obtenue en considérant les outils rigides. En effet, la vitesse du poinçon de 10

m/s est trop élevée, les degrés de liberté du poinçon participent à l'inertie du système et interagissent avec ceux du flan au travers leurs surfaces de contact (voir annexe B).

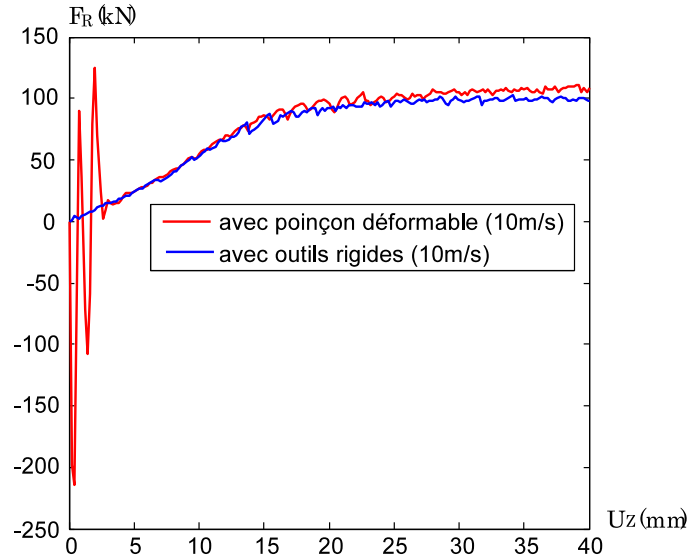


FIG. 3.21 – Courbes force-déplacement du poinçon déformable,  $V_P=10$  m/s

Plus la vitesse du poinçon est élevée, plus l'effet d'inertie est élevé et moins le résultat est fiable.

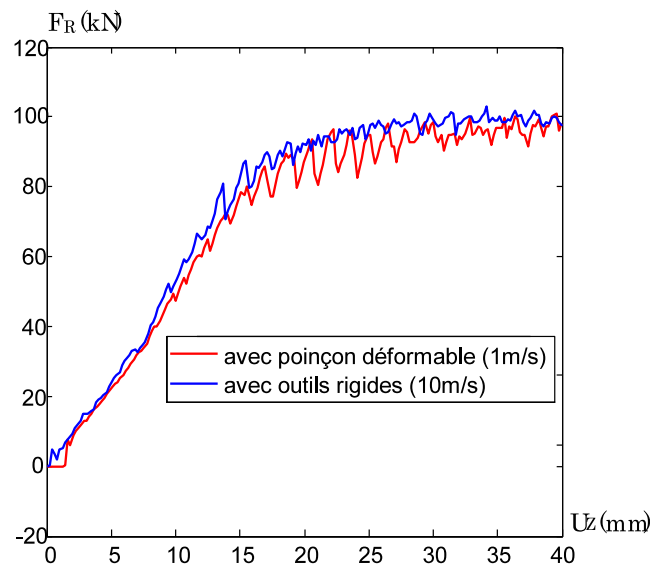


FIG. 3.22 – Courbes force-déplacement du poinçon déformable,  $V_P=1$  m/s

### C) Modèle E.F 3D dynamique explicite

En général, l'emboutissage est une opération tridimensionnelle avec une géométrie plus au moins complexe. Ce modèle a pour but principal de montrer la lourdeur de la procédure de simulation numérique de l'opération d'emboutissage lorsque celle-ci est prise dans toute sa complexité (géométrie 3D, maillages des outils par éléments déformables, gestion du contact...).

Le maillage de la tôle est identique à celui de la figure 3.4. Le poinçon déformable quant à lui, a été discrétisé à l'aide de 16469 éléments finis hexaédriques à 8 noeuds avec une faible épaisseur des éléments frontières afin de minimiser la perte d'énergie cinétique (voir annexe B), à interpolation linéaire en déplacements (figure 3.23).

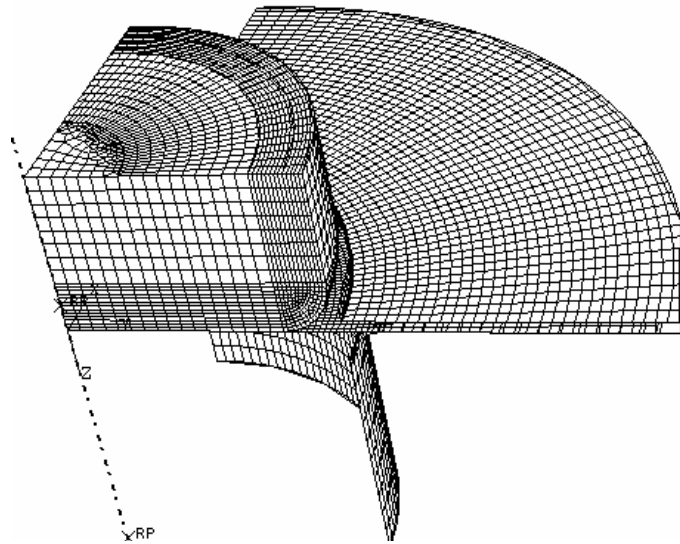


FIG. 3.23 – Modèle élément fini 3D avec poinçon déformable [Oudjene 04-05d]

Nous avons donc utilisé ABAQUS/Explicite en considérant les paramètres numériques définis précédemment. Le poinçon déformable est piloté en déplacement depuis sa surface supérieure avec une vitesse de 1 m/s.

L'état de contraintes dans le poinçon déformable, obtenu pour une vitesse d'emboutissage de 1 m/s est illustré sur la figure 3.24. On remarque que le résultat est en bon accord comparé à celui obtenu avec un modèle statique implicite (figure 3.17). En effet, l'utilisation d'une vitesse de poinçon de 1 m/s a permis de minimiser l'effet d'inertie (énergie cinétique) et d'obtenir ainsi une solution acceptable. Comme conséquence, le temps CPU est grandement amplifié et atteint 33 heures (contre 3 heures 25 minutes avec une vitesse classique de 10 m/s) sur une machine de type Pentium (R) 4 avec 2.8 Ghz et 1.0 Go de RAM.

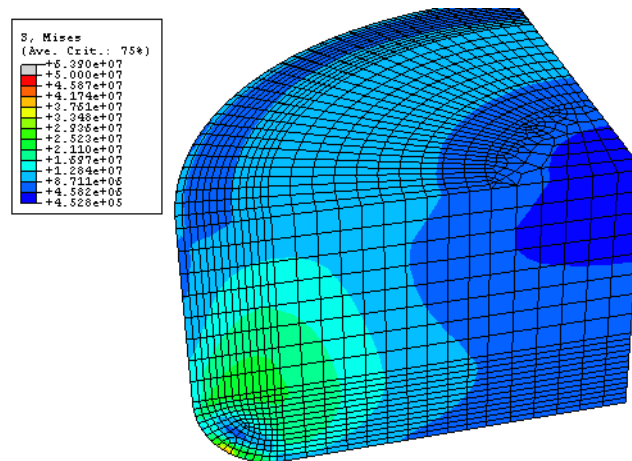


FIG. 3.24 – Distribution des contraintes de Von Mises dans le poinçon, ABAQUS/Explicite avec  $V_p=1$  m/s [Oudjene 04-05d]

Les récapitulatifs des temps CPU des différentes simulations effectuées avec ABAQUS/Explicite et STAMPACK sont reportés respectivement dans les tableaux 3.2 et 3.3. Nous rappelons également que les calculs sous ABAQUS/Explicite ont été effectués sur une machine de type Pentium (R) 4 avec 2.8 Ghz et 1.0 Go de RAM. Quant aux calculs sous STAMPACK, ont été effectués sur une machine de type Pentium (R) 4 avec 3.2 Ghz et 3.0 Go de RAM.

ABAQUS/Explicite	$V_p = 10$ m/s	$V_p = 5$ m/s	$V_p = 1$ m/s
Modèle 3D avec outils rigides	0 : 43 : 48	1 : 23 : 10	6 : 19 : 48
Modèle 3D avec poinçon déformable	3 : 25 : 33		33 : 04 : 10

TAB. 3.2 – Récapitulatif des temps CPU sous ABAQUS/Explicite

STAMPACK	$V_p = 2$ m/s	$V_p = 1$ m/s	$V_p = 0.2$ m/s
Modèle 3D avec outils rigides	0 : 17 : 11	0 : 30 : 07	2 : 11 : 30

TAB. 3.3 – Récapitulatif des temps CPU sous STAMPACK

## 3.4.2 Godet cylindrique avec contre-embouti

### 3.4.2.1 Description géométrique

Ce cas d'emboutissage, consiste à former un godet cylindrique de 40 mm de profondeur à partir d'une tôle de 150 mm de diamètre et d'une épaisseur de 0.7 mm. Un contre embouti



d'une profondeur de 7 mm et qui correspond à la forme d'un fond de bouteille est réalisé à la fin de l'emboutissage. La description géométrique du godet est donnée par la figure 3.25. Ce cas d'étude a été traité dans les travaux de thèse de M. Burlat en axisymétrie (voir [Burlat 98]).

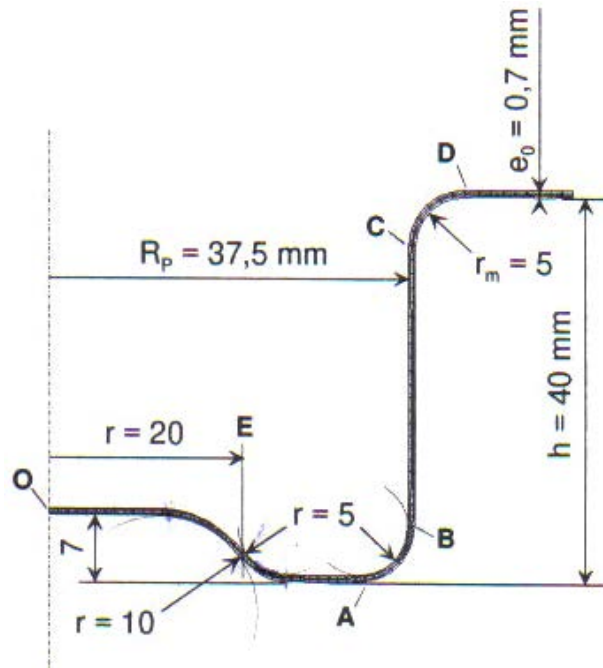


FIG. 3.25 – Description géométrique du godet avec contre embouti [Burlat 98]

### 3.4.2.2 Modèle E.F avec poinçon déformable

La tôle est discrétisée à l'aide de 210 éléments axisymétriques, à 4 noeuds à interpolation linéaire en déplacements (CAX4R) dans la direction radiale et 3 éléments dans son épaisseur. Le poinçon est supposé avoir un comportement élastique linéaire avec les caractéristiques :  $E = 210$  GPa et  $\nu = 0.3$ . Il est discrétisé à l'aide de 1038 éléments axisymétriques à 4 noeuds (CAX4) à interpolation linéaire en déplacements (figure 3.26).

Les outils matrice et serre-flan ont été supposés rigides, décrits par leur équations paramétriques. Dans cet exemple, nous nous sommes volontairement limités au modèle 2D.

Le matériau de la tôle est supposé élasto-plastique avec une loi d'érouissage isotrope dont les caractéristiques sont celles données dans le tableau 3.1.

Les conditions de contact sont régies par une loi de type Coulomb avec un frottement de 0.19 identique entre la tôle et les différents outils (poinçon, matrice, serre-flan). La force de serrage vaut 50 kN. La course du poinçon est de 40 mm.

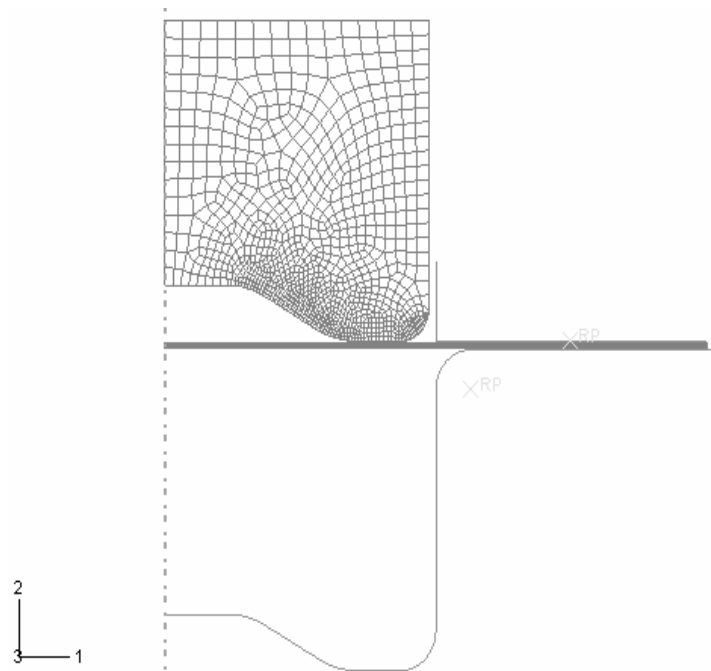


FIG. 3.26 – Modèle élément fini avec poinçon déformable

Sur la figure 3.27 nous avons reporté les courbes force-déplacement du poinçon obtenues avec ABAQUS/Implicite et ABAQUS/Explicite en considérant deux vitesses de poinçon : 10 m/s et 1 m/s.

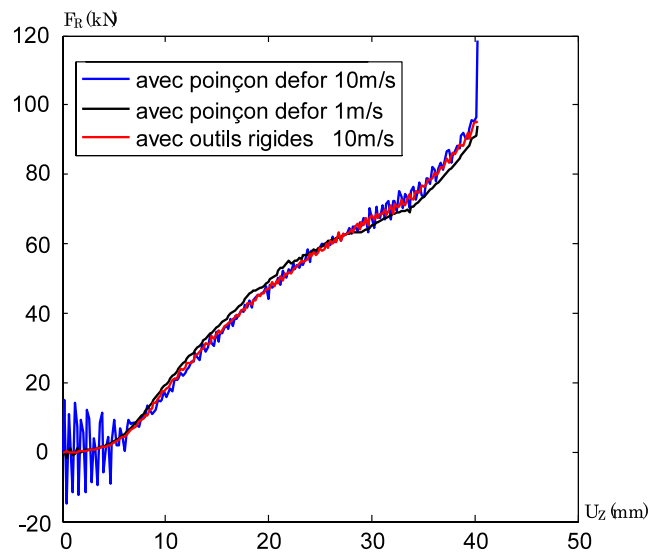


FIG. 3.27 – Courbes force-déplacement du poinçon

De la même manière que précédemment, l'ensemble des courbes est comparé à la solution de référence, obtenue en considérant les outils rigides.

Les différentes courbes comportent une phase brutalement ascendante à partir de 33 mm de la course du poinçon, ceci correspond évidemment à la présence du contre-embouti de 7 mm. Concernant la qualité des résultats, nous pouvons émettre des remarques analogues au cas précédemment traité. En effet, les résultats montrent que la solution est fiable pour une vitesse du poinçon de 1 m/s.

La figure 3.28 montre la distribution de la pression de contact imposée aux outils à la fin de l'emboutissage (comme forces de réaction appliquées à la tôle déformée). On peut remarquer que la tôle n'est jamais en contact en même temps sur ses deux surfaces, hormis sous serre-flan, ce qui implique qu'il n'y a pas de pincement de la tôle entre le poinçon et le contre-embouti. Ces résultats sont cohérents avec la littérature (voir [Burlat 98]).

Le poinçon n'est en contact avec la tôle sur ses différents rayons. Ce qui implique que la partie basse du poinçon peut être considérée comme la seule partie active de celui-ci.

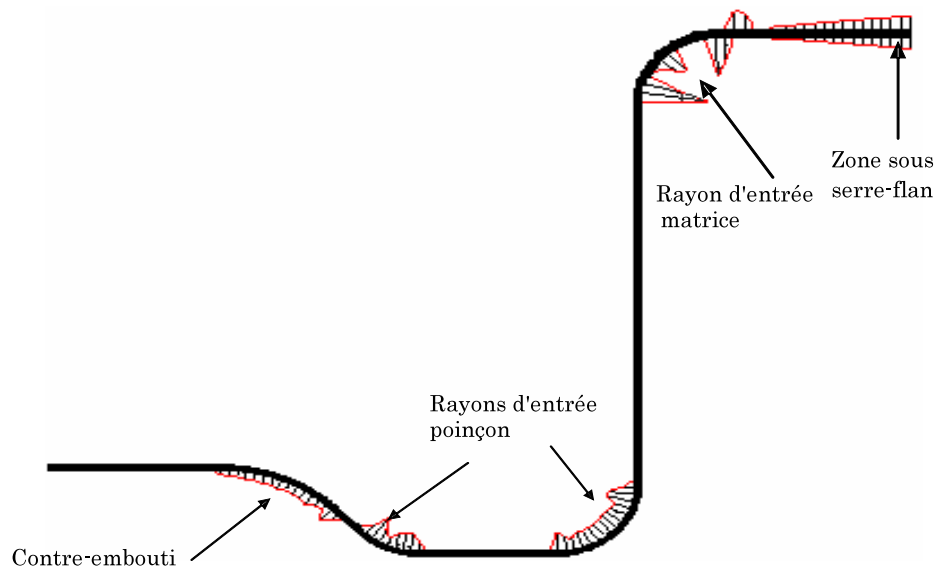


FIG. 3.28 – Distribution de la pression de contact entre la tôle et les outils

L'état de contraintes dans le poinçon, correspondant à cette situation, obtenu en utilisant ABAQUS/Implicite, est illustré sur la figure 3.29. Le maximum de contrainte de Von Mises calculé est d'environ 63 MPa.

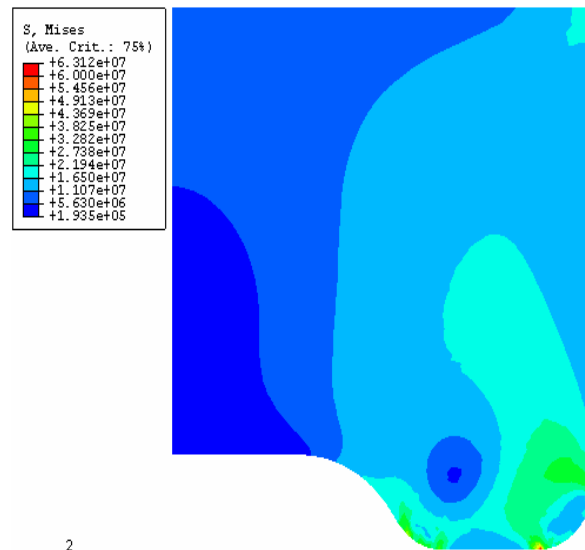


FIG. 3.29 – Distribution des contraintes de Von Mises dans le poinçon

### 3.5 Exemples tridimensionnels

Pour prédire de manière précise le comportement tridimensionnel des outils d'emboutissage, il conviendrait de considérer leur déformabilité élastique au cours de l'opération d'emboutissage. Cependant, nous avons constaté à travers les simulations effectuées précédemment que des résultats de précision acceptables ne peuvent être obtenus qu'au moyen de modèles de grandes tailles (maillage des outils par éléments déformables) et des temps CPU très conséquent (vitesse d'emboutissage faible). Compte tenu de toutes ces difficultés, la simulation de l'emboutissage de cas tridimensionnels, en considérant les outils déformables, n'est pas envisageable. Nous avons donc entrepris d'effectuer des simulations classiques en considérant les outils rigides et en utilisant les codes éléments finis STAMPACK et ABAQUS/Explicite. Par ailleurs on s'intéresse principalement à la répartition des forces de contact imposées en surface des outils rigides au cours de l'emboutissage. Notons que le code STAMPACK fournit la répartition des forces de contact directement en surface des outils rigides au cours de l'emboutissage. La connaissance de cette répartition est particulièrement intéressante dans le cadre de l'analyse du comportement élastique des outils.

### 3.5.1 Boite carrée (Numisheet'93)

Le premier exemple d'application tridimensionnelle choisi est celui du "benchmark Numisheet'93" dont la description géométrique est donnée par la figure 3.30. Le problème consiste en l'emboutissage d'une boîte carrée à partir d'un flan initialement carré, en acier, de 150 mm x 150 mm et d'une épaisseur de 0.78 mm. La profondeur d'emboutissage est de 40 mm. La force de serrage vaut 19.6 kN.

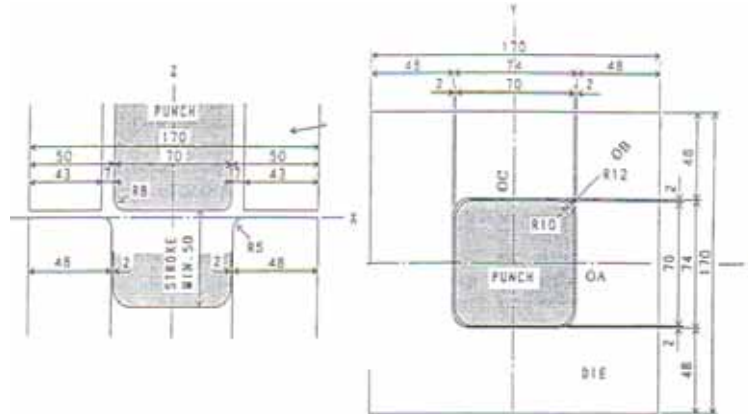


FIG. 3.30 – Description géométrique de la boîte carrée [Numisheet 93]

Le matériau de la tôle est supposé élasto-plastique anisotrope dont les caractéristiques sont reportées dans le tableau 3.4.

	$E$ (MPa)	$\nu$	$TS$ (MPa)	$r$	$K$ (MPa)	$n$
0°	206000	0.3	308.5	1.79	567.29	0.2637
45°	206000	0.3	316.0	1.51	578.00	0.2589
90°	206000	0.3	305.0	2.27	554.38	0.2543

TAB. 3.4 – Caractéristiques mécaniques du matériau de la tôle [Numisheet 93]

En raison des symétries que présente la géométrie, on ne discrétise qu'un quart du modèle. Ainsi, nous avons utilisé 5000 éléments finis de coques à 3 noeuds de type BST, à interpolation linéaire en déplacements, pour le maillage dans STAMPACK et 2500 éléments finis de coque à 4 noeuds de type S4R pour le maillage dans ABAQUS (figure 3.31).

On considère un frottement de type Coulomb avec un coefficient de 0.14 identique entre la tôle et les différents outils rigides.

Les répartitions de l'épaisseur dans la pièce obtenues avec les deux codes sont données par la figure 3.32 (le résultat de STAMPACK est donné en terme d'épaisseur relative).

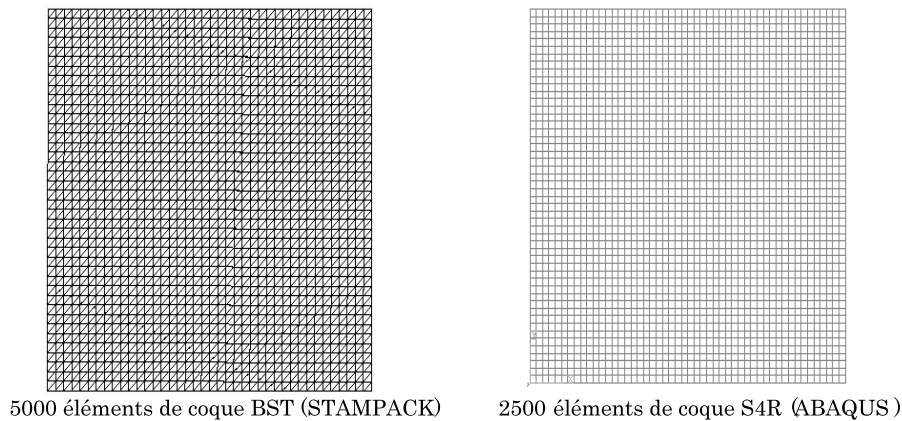


FIG. 3.31 – Maillages éléments finis utilisés pour le quart du flan

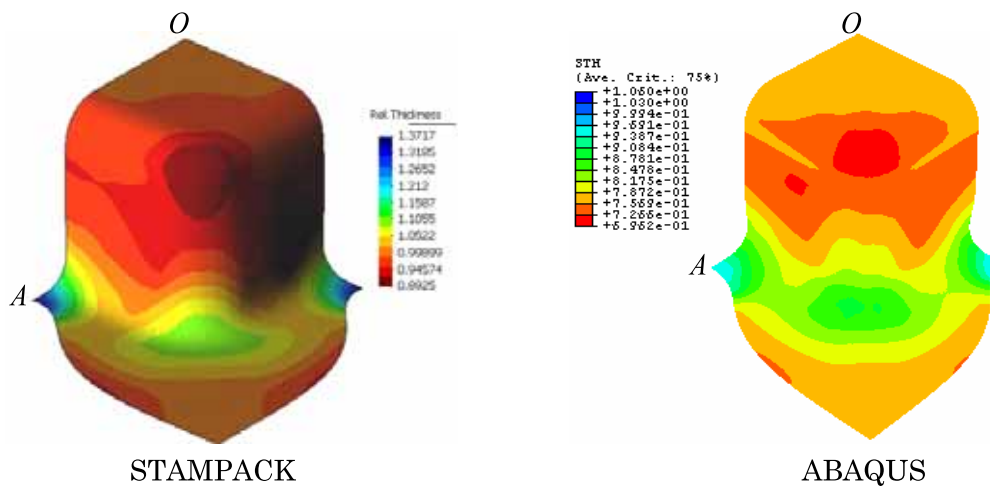


FIG. 3.32 – Distribution de l'épaisseur dans la pièce emboutie

Afin de confronter les résultats issus des deux codes, nous avons tracé l'évolution de l'épaisseur le long du profil  $OA$ , correspondant à  $0^0$  (figures 3.33) ainsi que l'évolution de l'effort d'emboutissage (figures 3.34) en fonction de la course du poinçon. Les résultats sont cohérents.

Par ailleurs, en plus de la connaissance de l'effort global d'emboutissage, l'utilisation du code STAMPACK nous offre l'avantage d'accéder à la répartition des forces de contact imposées aux outils rigides. Ainsi, nous pouvons connaître les composantes du vecteur force de contact en tout point de la surface de l'outil rigide considéré.

La figure 3.35 montre la distribution de la pression de contact sur le poinçon rigide, à la fin de l'emboutissage, où la charge est maximale.

Tout comme dans les cas 2D précédents, les sollicitations sur le poinçon sont localisées

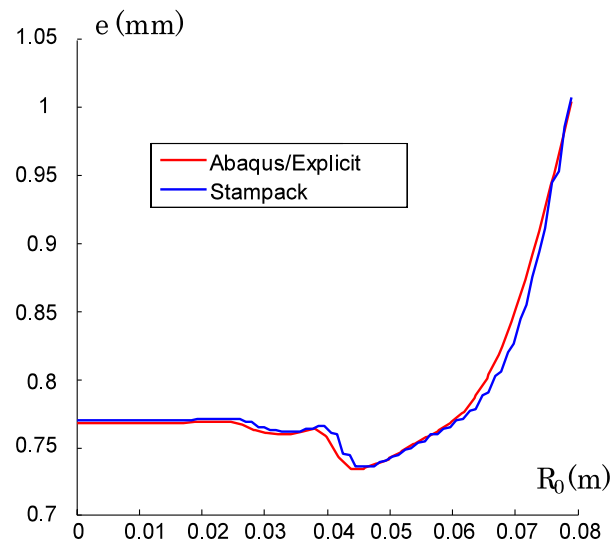


FIG. 3.33 – Distribution de l'épaisseur le long de l'axe de symétrie

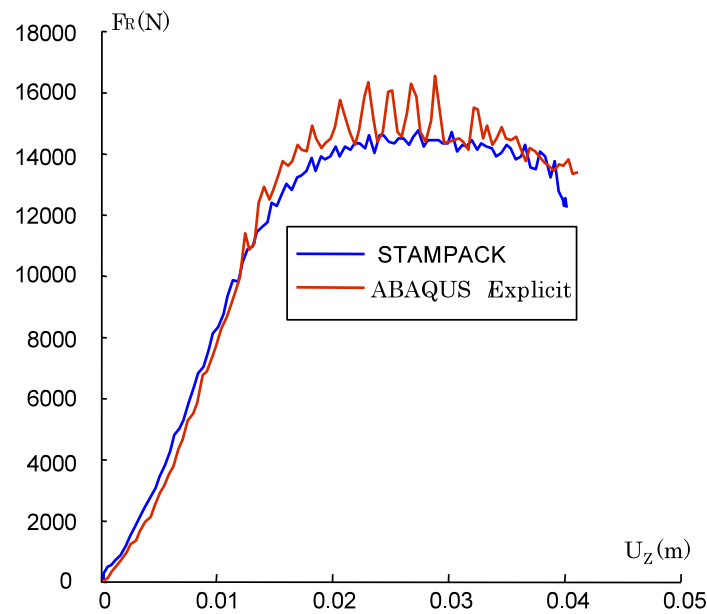


FIG. 3.34 – Courbe force-déplacement du poinçon

principalement sur le rayon d'entrée de celui-ci. Un maximum de pression de contact d'environ 70 MPa est observé au niveau de l'arrondi au coin du poinçon, à la fin de l'opération d'emboutissage.

La connaissance de la distribution des forces de contact entre la pièce et les outils

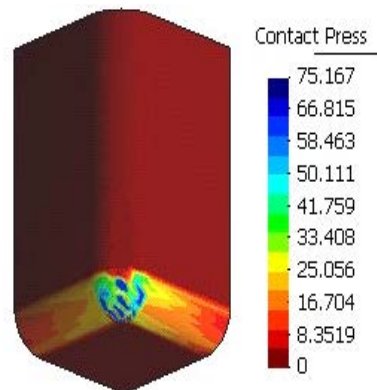


FIG. 3.35 – Distribution de la pression de contact sur le poinçon rigide (STAMPACK)

rigides doit, a priori, permettre l'analyse des outils déformables, discrétisés par éléments finis. En effet, en faisant l'hypothèse que les forces de contact imposées à l'outil supposé rigide sont équivalentes à celles qui s'exercent sur l'outil déformable dans une opération réelle d'emboutissage, ce dernier peut être analysé par l'exploitation de la répartition des forces de contact calculées sur l'outil rigide comme cas de chargement statique sur l'outil réel, déformable.

Désormais, c'est le code STAMPACK qui sera retenu pour la simulation des cas tridimensionnels, pour deux principales raisons :

- L'utilisation de STAMPACK, permet l'obtention de la répartition des forces de contact directement en surface de l'outil rigide, alors que ABAQUS ne le permet pas ;
- De plus, STAMPACK conduit à des temps CPU relativement faibles devant les temps CPU réalisés par ABAQUS (voir tableaux 3.2 et 3.3).

### 3.5.2 Cas industriel (pièce Craft-Fastool)

En ce qui concerne le cas industriel, nous avons choisi d'étudier l'emboutissage de la pièce correspondant à la géométrie du poinçon d'emboutissage issu du projet européen Craft-Fastool dont la description est donnée par la figure 3.36. Il s'agit dans ce cas d'évaluer la répartition des forces de contact (solicitations) imposées aux outils rigides pour un cas d'emboutissage tridimensionnel, réel et sévère en ce qui concerne les conditions d'emboutissage.

Le problème consiste alors à emboutir une tôle, en acier DC04 (XES), de 550 mm x 350 mm et d'une épaisseur de 1 mm. La profondeur d'emboutissage est de 50 mm. La force de serrage vaut 50 kN. Le matériau de la tôle est supposé élasto-plastique isotrope dont les caractéristiques sont reportées dans le tableau 3.5.



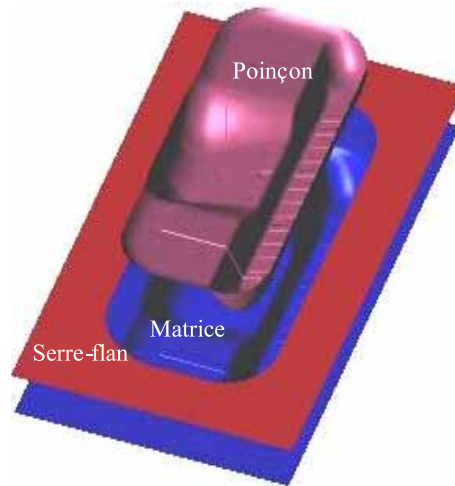


FIG. 3.36 – CAO des outils rigides du cas d’emboutissage Craft-Fastool

Matériau	$E$ (MPa)	$\nu$	$\sigma_0$ (MPa)	$K$ (MPa)	$n$
DC04 (XES)	210000	0.3	169	522.4	0.23

TAB. 3.5 – Caractéristiques mécaniques de l’acier XES [Labergère 03]

Étant donné la complexité de la géométrie de la pièce, la tôle a été discrétisée avec un maillage très fin, en utilisant 382518 éléments finis de coque BST à 3 noeuds, à interpolation linéaire en déplacements (figure 3.37). Les outils poinçon, matrice et serre-flan ont été considérés rigides.

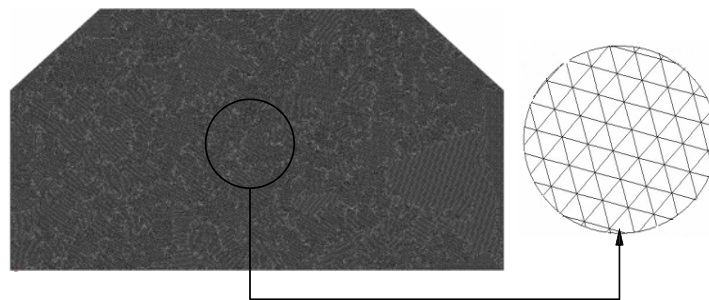


FIG. 3.37 – Discrétisation du flan initial avec zoom sur le maillage

Le contact tôle/outils est supposé de type Coulomb. Nous avons considéré un coefficient de frottement de 0.1, identique sur toutes les surfaces de contact.

En raison de manque de résultats expérimentaux, nous nous sommes contentés de comparer la géométrie de la pièce finale emboutie (contour de l’embouti et épaisseur)

avec celle obtenue expérimentalement, voir figure 3.38. Nous constatons que la qualité de la pièce obtenue par simulation numérique est globalement identique à celle issue de l'expérience. Des maxima d'amincissement de l'ordre de 26%, calculés sur la pièce emboutie (figure 3.39), ont été observés dans les mêmes endroits sur la pièce réelle. En outre, le détail mentionné sur la figure 3.38b ne correspond pas à un avalement réel mais, à une découpe du flan initial avant emboutissage.

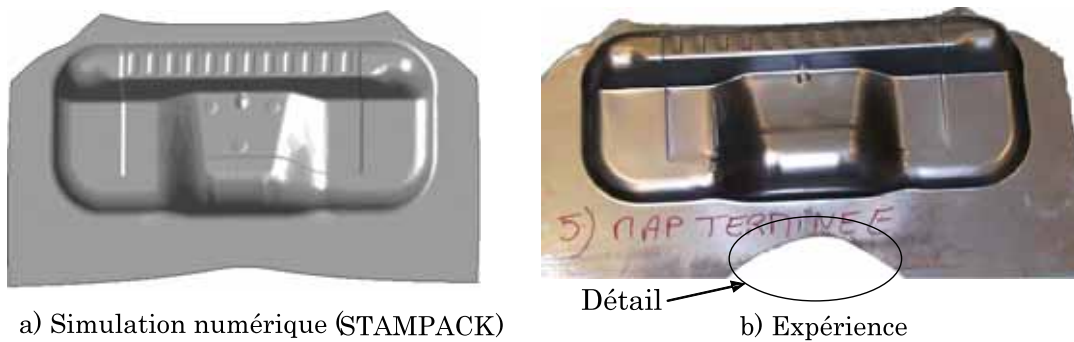


FIG. 3.38 – Comparaison de la pièce finale emboutie avec l'expérience

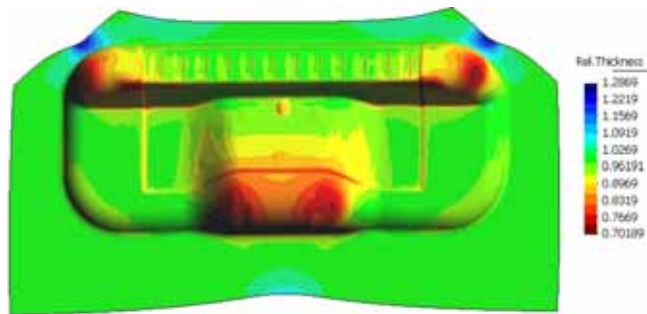


FIG. 3.39 – Distribution de l'épaisseur dans la pièce finale emboutie

Afin d'examiner la distribution des sollicitations imposées aux outils rigides, la figure 3.40 illustre la distribution de la pression de contact imposée en surface du poinçon rigide à la fin de l'emboutissage. Le résultat montre que les forces de contact sont réparties principalement sur les différents rayons de l'empreinte du poinçon. Les maxima sont localisés sur les petits rayons où les conditions d'emboutissage sont les plus sévères.

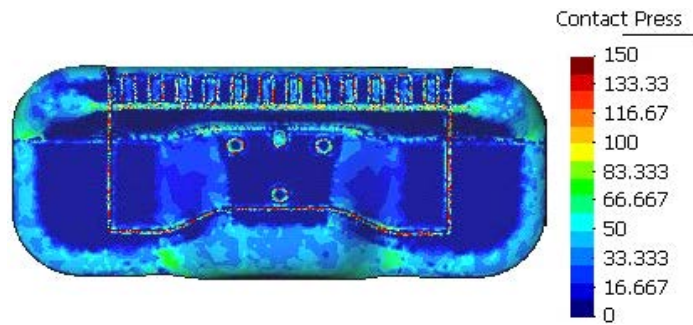


FIG. 3.40 – Distribution des pressions de contact sur le poinçon rigide

## 3.6 Description de l'approche proposée

### 3.6.1 Objectifs de l'approche

Idéalement, l'analyse mécanique des outils d'emboutissage nécessite la prise en compte de leurs comportements dans une simulation couplée de l'emboutissage en considérant les outils déformables. Comme nous avons pu le constater précédemment, cette procédure de simulation est très coûteuse en temps de calcul (tableau 3.2). Particulièrement dans le cas des situations 3D, elle impose à l'utilisateur de très fortes difficultés, notamment les problèmes de discrétisation des outils par éléments déformables et la gestion du contact entre surfaces déformables. De plus, une autre difficulté liée à la stratification et au vissage des outils vient s'ajouter à la complexité du problème.

L'approche proposée ici consiste à découpler la simulation numérique de l'emboutissage de l'analyse du comportement de l'outil déformable. Elle doit :

1. remédier aux fortes difficultés pratiques qu'impose la simulation couplée de l'emboutissage en considérant les outils déformables ;
2. être exploitable et valide dans le cas des situations tridimensionnelles (notre principal objectif) ;
3. pouvoir être couplée avec des procédures d'optimisation, d'où le souhait de rester dans des temps CPU acceptables.

### 3.6.2 Principe et hypothèses

L'approche présentée est inspirée de la technique des critères de dimensionnement des structures élastiques. Ces techniques exploitent des hypothèses concernant les cas de chargement les plus défavorables pour dimensionner la structure étudiée. Ici, on suppose que les forces de contact imposées en surface de l'outil supposé rigide sont identiques à

celles qui s'exercent sur l'outil réel. Ainsi, les forces de contact quasi-statiques calculées numériquement sur l'outil rigide, sont remplacées par un système de forces statiques dont les effets sont considérés équivalents à ceux de l'opération réelle d'emboutissage. Cette hypothèse est vérifiée et valide dans le cas des outils d'emboutissage suffisamment rigides.

L'approche développée ici repose essentiellement sur deux étapes (deux analyses éléments finis), voir figure 3.41 :

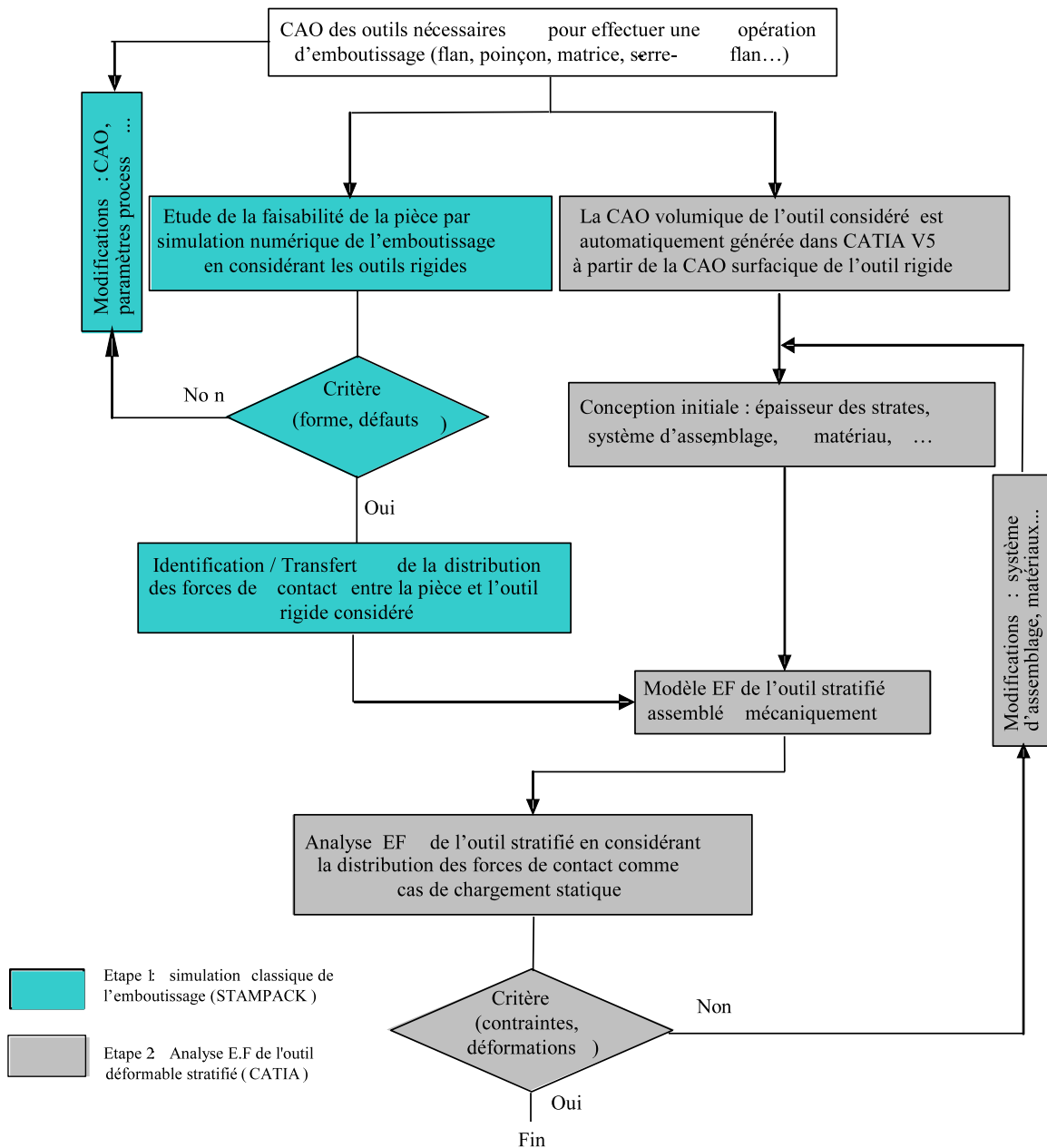


FIG. 3.41 – Processus d'analyse 3D par éléments finis des outils d'emboutissage

- étape 1, simulation classique de l'emboutissage en considérant les outils rigides, permettant ainsi d'obtenir la répartition des forces de contact que le flan exerce sur l'outil rigide au cours du formage. Cette étape de simulation est réalisée en utilisant le code STAMPACK qui a l'avantage de calculer les forces de contact directement en surface de l'outil rigide considéré [Quantech ATZ 04];
- étape 2, analyse mécanique de l'outil (stratifié ou non) considéré déformable et en lui appliquant la répartition des forces de contact issue de l'étape 1. Cette étape est réalisée séparément à l'aide du module éléments finis de CATIA V5.

### 3.6.3 Estimation des forces de contact

La simulation classique de l'emboutissage en considérant les outils rigides permet de connaître la répartition des forces de contact pièce/outils. Cette répartition des forces de contact est obtenue directement en surface de l'outil rigide en utilisant le code STAMPACK.

Pour une géométrie surfacique donnée, la partie de la surface de l'outil rigide en contact avec la pièce (partie active de l'outil) est décomposée en plusieurs surfaces élémentaires appelées "Sets" (figure 3.42). Chaque "Set" correspond à un groupe d'éléments rigides. Cette décomposition de la surface de l'outil en plusieurs surfaces élémentaires peut être réalisée tout au début de la définition de la CAO.

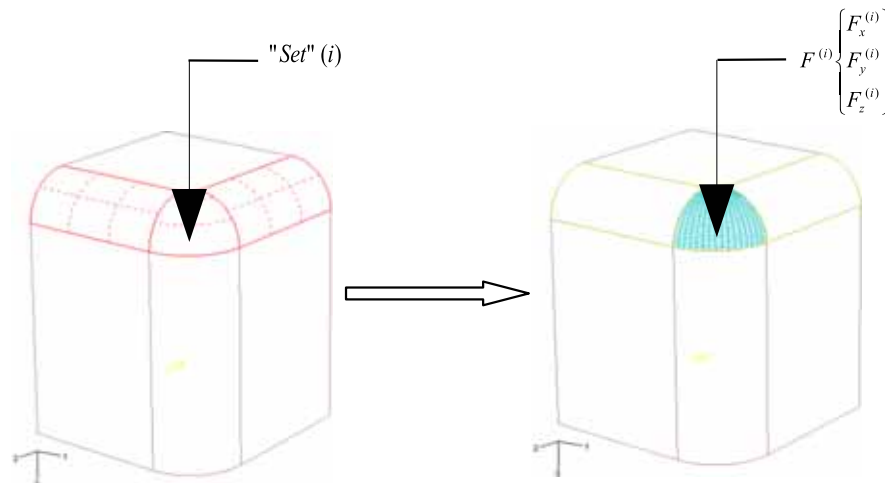


FIG. 3.42 – "Sets" élémentaires et vecteurs forces de contact correspondant

Ainsi, le vecteur force de contact global agissant sur le "Set" ( $i$ ) est la somme sur les éléments qui le constituent :

$$F^{(i)} = \sum_{j=1}^{nelt} F_j^{(i)} \quad \text{avec} \quad F^{(i)} \begin{Bmatrix} F_x^{(i)} \\ F_y^{(i)} \\ F_z^{(i)} \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

avec  $nelt$  le nombre d'éléments rigides sur le "Set" ( $i$ ).

La force totale d'emboutissage est alors la somme des composantes verticales  $F_z$  sur tous les "Sets" et peut être exprimée par la relation :

$$F_p = \sum_{i=1}^{nset} F_z^{(i)} \quad (3.6)$$

avec  $nset$  le nombre de "Sets" (ou de surfaces élémentaires)

### 3.6.4 Charges statiques équivalentes

Le vecteur force de contact  $F^{(i)}$  calculé sur le "Set" ( $i$ ) de l'outil rigide est remplacé par un système de charge statique équivalente, distribuée selon la relation :

$$F^{(i)} = \iint_s P^{(i)} ds^{(i)} \quad (3.7)$$

Avec :  $ds^{(i)}$  l'aire du "Set" ( $i$ ).  $P^{(i)}$  est l'intensité de la charge distribuée sur le "Set" ( $i$ ).

Dans notre cas, les vecteurs forces de contact sont automatiquement calculés et sauvegardés pour chaque "Set" élémentaire, dans l'étape de simulation numérique de l'emboutissage en utilisant le code STAMPAK. Le transfert de ces vecteurs forces de contact en forces équivalentes distribuées, pour l'analyse de l'outil déformable (stratifié ou non) se fait de manière automatique dans CATIA V5 en utilisant l'option "force importée".

## 3.7 Validation numérique

Afin de valider l'approche numérique proposée, nous avons choisi d'effectuer les calculs sur des exemples axisymétriques simples, déjà traités précédemment en utilisant une simulation couplée de l'emboutissage et dont les solutions de référence concernant les distributions des contraintes ont été obtenues avec ABAQUS/Implicite.

### Exemple 1 :

Le premier exemple, décrit en figure 3.43, est le poinçon cylindrique simulé précédemment avec le code ABAQUS. Dans cet exemple simple, nous comparons les résultats

obtenus avec l'approche proposée et ceux obtenus par simulation couplée de l'emboutissage en utilisant ABAQUS/Implicite. Nous considérons un modèle 3D avec un maillage identique à celui de la figure 3.18, soit 16469 éléments finis (H8). Le poinçon est encastré à sa base (surface supérieure) avec les conditions de symétrie imposées à ses deux faces latérales et soumis aux sollicitations de contact imposées le long de son rayon d'entrée (figure 3.16). Il est considéré élastique linéaire et isotrope dont les caractéristiques sont  $E = 210$  GPa et  $\nu = 0.3$ . Le calcul a été réalisé avec ABAQUS/Implicite.

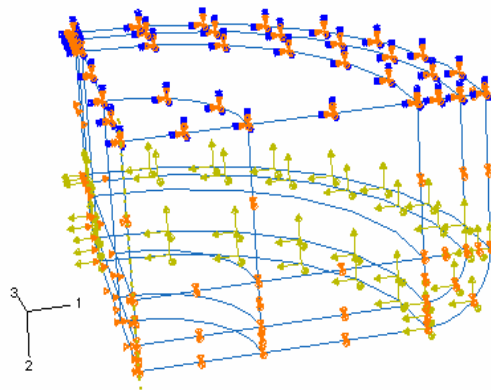


FIG. 3.43 – Exemple étudié : géométrie, conditions aux limites, chargement

La figure 3.44 illustre la distribution des contraintes de Von Mises. Nous remarquons que le résultat obtenu est en bon accord avec celui de la figure 3.17, obtenu par simulation couplée de l'emboutissage. Nous vérifions bien que la réaction verticale calculée à la base encastrée du poinçon correspond à la force totale d'emboutissage, obtenue par simulation numérique.

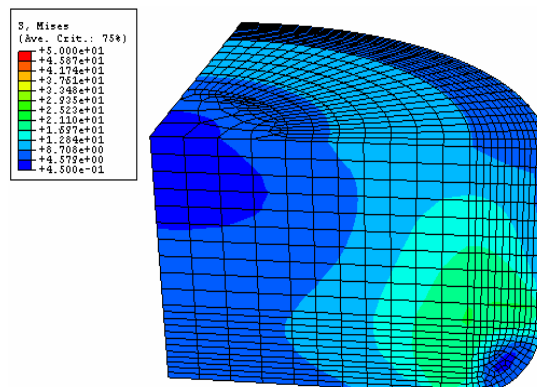


FIG. 3.44 – Distribution des contraintes de Von Mises

**Exemple 2 :**

Le deuxième exemple est le poinçon cylindrique avec contre-embouti traité précédemment en 2D. Nous considérons donc un modèle éléments finis 3D construit à l'aide d'éléments tétraédriques à 4 noeuds. Le poinçon est considéré élastique linéaire et isotrope dont les caractéristiques sont  $E = 210$  GPa et  $\nu = 0.3$ . On considère le chargement issu des sollicitations de contact imposées sur le rayon d'entrée et du contre-embouti du poinçon (figure 3.28). Le calcul a été également réalisé avec ABAQUS/Implicite.

La figure 3.45 montre la distribution des contraintes de Von Mises obtenue. Nous constatons que le résultat est similaire à celui de la figure 3.29, obtenu par simulation couplée de l'emboutissage. La réaction verticale calculée à la base encastrée correspond bien à la force de réaction totale du poinçon obtenue par simulation numérique de l'emboutissage.

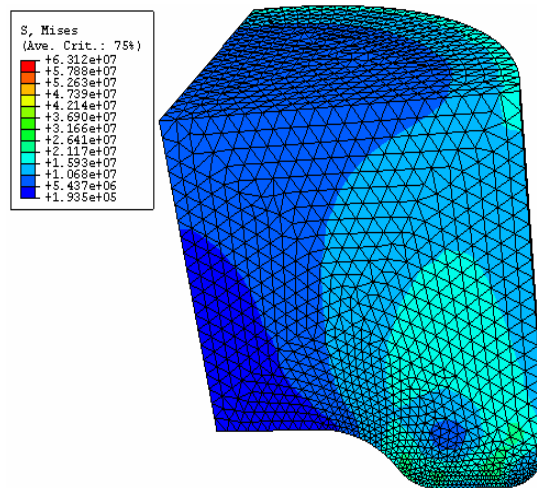


FIG. 3.45 – Distribution des contraintes de Von Mises

### 3.8 Conclusion

L'étude rapportée dans ce chapitre, concerne le comportement tridimensionnel des outils d'emboutissage. En ce qui concerne la modélisation et/ou la simulation numérique du comportement tridimensionnel des outils d'emboutissage, nous n'avons malheureusement recensé aucun travail publié dans la littérature.

Les simulations numériques effectuées en utilisant le code ABAQUS/Explicite ont permis de mettre en évidence les fortes difficultés pratiques qu'impose la simulation numérique de l'emboutissage en considérant les outils déformables, en particulier dans les cas 3D. Le couplage fort de l'opération d'emboutissage avec le comportement élastique des



outils déformables n'est donc pas envisageable, en particulier dans le cas des géométries 3D complexes. En effet, des résultats de précision acceptable ne peuvent être atteints qu'au moyen de modèles de très grandes tailles (discrétisation des outils en éléments déformables) et des temps CPU très conséquents, puisque l'algorithme de résolution dynamique/explicite, principalement utilisé, nécessite de réduire la vitesse d'emboutissage de manière significative, pour stabiliser la solution.

Pour contourner toutes ces difficultés, tout en conservant une bonne qualité d'évaluation des déformations et des contraintes dans les outils, nous avons proposé et développé une approche simplifiée, en deux étapes, permettant l'analyse tridimensionnelle du comportement des outils d'emboutissage. L'approche développée est originale en ce qui concerne l'emboutissage, elle consiste à découpler (séparer) les nonlinéarités de l'emboutissage et le comportement élastique de l'outil déformable considéré. On suppose alors que les forces de contact imposées en surface de l'outil rigide au cours de l'emboutissage sont identiques à celles qui s'exercent sur l'outil réel, en acier. Ainsi, les forces de contact quasi-statiques calculées numériquement sur l'outil rigide, sont remplacées par un système de forces statiques dont les effets sont considérés équivalents à ceux de l'opération réelle d'emboutissage. Cette procédure de calcul est basée essentiellement sur deux étapes :

- étape 1, simulation classique de l'emboutissage en considérant les outils rigides, permettant ainsi d'obtenir la répartition des forces de contact que le flan exerce sur l'outil rigide au cours du formage. Cette étape de simulation est réalisée en utilisant le code STAMPAK qui a l'avantage de calculer les forces de contact directement en surface de l'outil rigide considéré [Quantech ATZ 04];
- étape 2, analyse mécanique de l'outil (stratifié ou non) considéré déformable et en lui appliquant la répartition des forces de contact issue de l'étape 1. Cette étape est réalisée séparément à l'aide du module éléments finis de CATIA V5.

Sur le plan numérique, la société Quantech ATZ (Espagne) a effectué des développements internes (spécifiques à notre problématique) au logiciel STAMPAK, afin de calculer et de sauvegarder automatiquement la distribution des forces de contact sur les outils rigides, au cours de l'emboutissage.

L'approche développée peut mener à l'analyse d'outils prototypes stratifiés ou non. Elle est simple d'utilisation et conduit à des temps CPU habituels, puisque l'emboutissage est simulé classiquement en considérant les outils rigides. Les résultats obtenus en utilisant cette approche, en terme de contraintes, sont en bon accord avec ceux issus d'une simulation couplée de l'emboutissage, en considérant l'outil déformable; ce qui a contribué à valider numériquement l'approche proposée.



# 4

## Applications aux outils stratifiés précontraints par vissage

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>92</b>
<b>4.2</b>	<b>Aspects bibliographiques</b>	<b>93</b>
<b>4.3</b>	<b>Position du problème</b>	<b>94</b>
<b>4.4</b>	<b>Assemblage : théorie et aspects mécaniques</b>	<b>95</b>
4.4.1	Comportement d'un joint boulonné	95
4.4.2	Précontrainte de serrage	97
4.4.3	Pression à l'interface des pièces assemblées	101
<b>4.5</b>	<b>Modélisation des assemblages par éléments finis : modèle adopté</b>	<b>103</b>
<b>4.6</b>	<b>Validation sur un cas d'assemblage cylindrique</b>	<b>104</b>
4.6.1	Modélisation analytique	105
4.6.2	Modélisation par éléments finis	107
4.6.3	Comparaison des résultats	108
<b>4.7</b>	<b>Applications aux outils d'emboutissage</b>	<b>109</b>
4.7.1	Poinçon cylindrique (Numisheet'02)	109

4.7.2	Poinçon carré (Numisheet'93) . . . . .	117
4.7.3	Poinçon industriel (Craft-Fastool) . . . . .	122
<b>4.8</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>127</b>

---

## 4.1 Introduction

En général, le choix de l'épaisseur des strates pour la fabrication des outils stratifiés dépend des détails de la géométrie de l'empreinte de l'outil à réaliser mais aussi du prix des plaques métalliques utilisées pour l'usinage des strates. Actuellement, le CIRTES utilise des plaques d'acier rectifiées de 7 mm d'épaisseur. Par conséquent, nous adoptons l'épaisseur de 7 mm pour toutes les strates dans tous nos calculs, au cours de cette étude. En ce qui concerne l'assemblage des strates, l'épaisseur du joint de colle dépend du type de colle utilisé. En effet, pour garantir une meilleure tenue mécanique des assemblages collés, il est nécessaire de gérer l'épaisseur des joints de colle. Pour la colle utilisée par le CIRTES (DELO-Monopox 1196), l'épaisseur doit être comprise entre 0.1 et 0.2 mm. Quant au choix de l'emplacement des vis et inserts, il dépend des contraintes géométriques imposées par l'empreinte de l'outil stratifié à réaliser. Le choix de cet emplacement est souvent réalisé de manière empirique, sans calcul préalable et souvent basé sur de simples règles de conception et de l'expérience des outilleurs.

La répartition des contraintes dans un outil d'emboutissage stratifié, soumis à des sollicitations de formage, dépend de la géométrie de l'outil ainsi que du mode d'assemblage utilisé. D'une manière générale, la résistance mécanique d'un outil d'emboutissage stratifié, assemblé par vissage (ou toute autre technique) dépend principalement du matériau des strates utilisé ainsi que du choix du système d'assemblage de celles-ci. La modélisation numérique par éléments finis est un outil indispensable pour réaliser une étude sur la répartition des contraintes dans la structure des outils stratifiés et notamment dans le système d'assemblage utilisé.

Dans ce chapitre, nous présenterons quelques applications numériques sur des cas d'outils d'emboutissage stratifiés académiques (virtuels) et industriels (réels) en utilisant l'approche simplifiée développée dans le chapitre précédent (en couplant les codes STAMPAK et CATIA V5). La répartition des sollicitations imposées aux outils au cours de l'opération d'emboutissage étant connue, les outils stratifiés peuvent être, désormais, considérés et analysés comme étant des structures vissées (ou boulonnées).

Les travaux de simulation numérique exposés dans ce chapitre, fournissent les résultats en terme de répartition des contraintes mécaniques développées dans un outil d'emboutissage stratifié en considérant plusieurs modes d'assemblage (collage, vissage, combinaison

du collage avec le vissage) et bien entendu en terme de comportement des différents systèmes (modes) d'assemblage testés. Dans un premier temps, nous avons commencé par traiter un cas très simple, qui consiste en l'assemblage de deux plaques cylindriques, dont les résultats numériques et expérimentaux sont disponibles dans la littérature [Massol 94], afin de tester et d'évaluer les capacités du module de CATIA V5, en ce qui concerne l'analyse des assemblages par éléments filetés. Ceci permettra de disposer d'informations pour la conception d'outils stratifiés pour l'emboutissage. Ainsi, les objectifs des simulations effectuées ci-dessous, peuvent s'articuler principalement autour des points suivants :

- Prédire le comportement et la résistance mécanique des outils d'emboutissage stratifiés, assemblés par diverses techniques, notamment le vissage ;
- Disposer de règles générales et d'informations essentielles pour l'aide à la conception des outils stratifiés, en particulier le système d'assemblage des strates ;
- Proposer une méthodologie pratique de dimensionnement du système d'assemblage des strates, pour garantir une résistance mécanique suffisante et augmenter la fiabilité des outils stratifiés.

## 4.2 Aspects bibliographiques

En pratique, les assemblages structuraux sont présents dans les structures ou parties de structures mécaniques. Ces assemblages structuraux sont très répandus dans les constructions civiles, mécaniques, aéronautiques, navales...etc. Ils sont réalisés en général par boulonnage, vissage, rivetage ou collage.

La conception et l'analyse détaillées des assemblages structuraux est une spécialité qui fait l'objet de recherches intensives comme en témoignent le grand nombre de publications techniques et scientifiques [Bazergui 02, Guillot 87, Massol 94, Vadean 00, Ziada 80, Yoneno 99,...etc.]. Bien entendu, nous ne prétendons pas citer tous les travaux qui couvrent le sujet, dans ce chapitre. Par ailleurs, une revue bibliographique sur l'analyse par éléments finis de plusieurs types d'assemblage (boulonné, vissé, collé...etc.) a été présentée par Mackerle [Mackerle 03]. Pour une documentation plus académique, nous recommandons au lecteur les références collectées dans [Mackerle 03], qui contient 726 documents de référence, publiés dans la littérature entre 1990 et 2002, référencés et classés selon le type d'assemblage traité.

A partir des travaux de Wöhler en 1870 et de Von Bach en 1891 sur la fatigue des matériaux, Camerer [Guillot 87], au début du siècle, se préoccupa de la distinction à faire entre la charge de travail, la variation de la charge dans l'élément de fixation et de la force de serrage résiduelle dans l'interface en fonction des rigidités de l'assemblage étudié. A partir de ces travaux, Rotscher conçut le diagramme de l'assemblage qui est resté la base

du système de calcul (figure 4.2).

Les sollicitations extérieures sur les assemblages peuvent être :

- axiales (ou très faiblement excentrées) ;
- moyennement ou fortement excentrées.

Dans le cas des charges très faiblement excentrées, les calculs peuvent être effectués avec les méthodes (ou modèles) analytiques développées, notamment :

- Le modèle de Rasmussen (1978) ;
- Le modèle VDI 2230 (1986) ;
- Le modèle de N’Guyen (1989) ;
- Le modèle de Wileman (1991).

Toutefois, ces modèles existants impliquent la connaissance précise de la rigidité des boulons (ou des vis) et des pièces assemblées, ce qui n’est pas toujours facile à déterminer, lorsque la forme des pièces est complexe ou dans le cas d’empilage de pièces de dimensions ou de matériaux différents [Massol 94]. A ce titre, l’assemblage des outils d’emboutissage stratifiés, que nous souhaitons traiter dans ce chapitre, est un exemple de ces complexités, notamment les complexités de forme et de dimensions des couches à assembler. Dans le cas des assemblages sollicités par des charges moyennement ou fortement excentrées, les résultats donnés par les modèles analytiques développés sont moins fiables. En effet, ces modèles utilisent des hypothèses simplificatrices qui limitent leur domaine de validité (se référer à [Massol 94] pour les hypothèses simplificatrices).

Actuellement, la méthode des éléments finis est, sans aucun doute, la plus employée pour l’analyse numérique des assemblages par éléments filetés, en particulier pour les cas de géométries complexes.

### 4.3 Position du problème

En pratique, on souhaite que l’outil d’emboutissage ne travaille que dans le domaine élastique. Dans le cas des outils stratifiés, en particulier les outils réalisés par Stratoconception<sup>®</sup>, assemblés par collage et vissage, deux sollicitations principales peuvent être considérées potentiellement endommageables : le cisaillement et la traction au niveau du système d’assemblage, notamment par les vis précontraintes.

L’étude sera donc orientée sur la répartition des contraintes dans la structure stratifiée et le comportement des vis précontraintes en tenant compte ou non du rôle de la colle dans l’assemblage.

## 4.4 Assemblage : théorie et aspects mécaniques

### 4.4.1 Comportement d'un joint boulonné

Considérons une partie d'un joint boulonné soumis à une charge axiale directe et formé de deux plaques de même épaisseur  $t$  et de même matériau (figure 4.1a). Si on effectue un serrage initial  $(F_b)_i$  du boulon (préserrage) avant d'appliquer la charge externe  $P$  sur le joint, il se crée, à l'interface des plaques, une surface de contact  $A_m$  ; par ailleurs, une force de compression  $(F_m)_i$ , supposée uniformément répartie sur  $A_m$ , se développe (figure 4.1b). Ainsi l'assemblage obéit à l'équation d'équilibre suivante :

$$(F_b)_i = (F_m)_i \quad (4.1)$$

Après l'application de la charge externe  $P$ , les forces internes sont réparties différemment, et les conditions finales d'équilibre (figure 4.1c) exigent que [Bazergui 02] :

$$(F_b)_f = (F_m)_f + P \quad (4.2)$$

En outre, sous l'action de la charge externe  $P$ , le boulon et les plaques sont respectivement soumis à un allongement  $\delta_b$  et à un relâchement  $\delta_m$ , dont les expressions sont données par les relations suivantes :

$$\delta_b = \frac{(F_b)_f - (F_b)_i}{A_b E_b} t \quad (4.3)$$

$$\delta_m = \frac{(F_m)_i - (F_m)_f}{A_m E_m} t \quad (4.4)$$

où :  $A_b$  = aire de la section du boulon ;  $A_m$  = aire de contact entre les deux plaques ;  $E_b$  = module d'élasticité du boulon ;  $E_m$  = module d'élasticité des plaques.

Tant que le contact entre les deux plaques subsiste après application de la charge externe  $P$ , la compatibilité des déplacements exige que :

$$\delta_b = \delta_m \quad (4.5)$$

D'où

$$(F_b)_f = (F_b)_i + \frac{P}{1 + \frac{A_m E_m}{A_b E_b}} \quad (4.6)$$

que l'on peut aussi écrire en fonction des raideurs  $K_b$  ( $= \frac{E_b \cdot A_b}{t}$ ) et  $K_m$  ( $= \frac{E_m \cdot A_m}{t}$ ) respectivement du boulon et des plaques

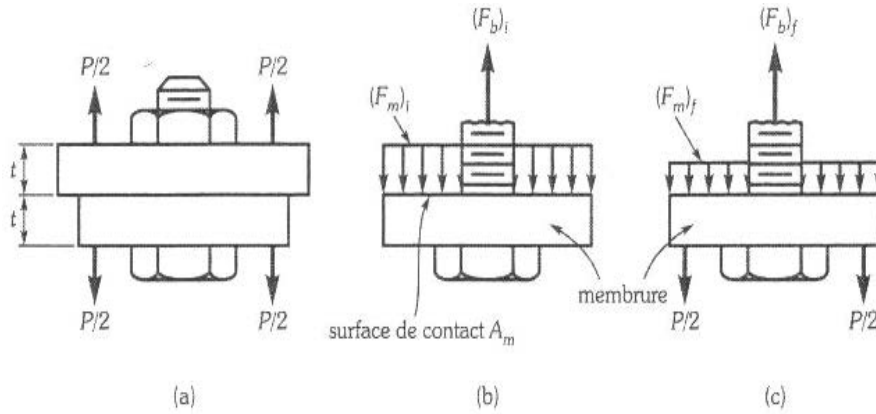


FIG. 4.1 – a) Joint soumis à un chargement ; b) équilibre après préserrage ; c) équilibre après chargement [Bazergui 02]

$$\frac{1}{K_b} \left( (F_b)_f - (F_b)_i \right) = \frac{1}{K_m} \left( (F_m)_i - (F_m)_f \right) \quad (4.7)$$

A partir des équations (4.2) et (4.6), on peut écrire le système d'équations :

$$\begin{cases} (F_b)_f = (F_b)_i + \frac{K_b}{K_b + K_m} \cdot P \\ (F_m)_f = (F_b)_i + \frac{K_b}{K_b + K_m} \cdot P \end{cases} \quad (4.8)$$

Ainsi la tension finale du boulon est proportionnelle à la charge  $P$ . Lorsque les plaques se séparent, c'est à dire qu'il n'y a plus de contact entre elles ( $(F_m)_f = 0$ ), le boulon supporte entièrement la charge  $P$ . La charge particulière, notée  $P^*$ , qui correspond à cette situation peut être obtenue à partir de l'équation (4.6) ; ainsi :

$$P^* = (F_b)_i \left( 1 + \frac{A_b E_b}{A_m E_m} \right) \quad (4.9)$$

La représentation graphique des équations (4.1) à (4.9) est donnée par le diagramme de la figure 4.2.

- La branche  $AB$  représente le préserrage du boulon : le boulon passe de l'état libre à l'état chargé par la force  $(F_b)_i$  ; ainsi l'allongement de celui-ci peut être exprimé comme suit :

$$\Delta_b = \frac{(F_b)_i}{K_b} \quad (4.10)$$

- La branche  $EB$  représente la compression des plaques lors du préserrage : les plaques subissent une relaxation  $\delta_m$  tel que :



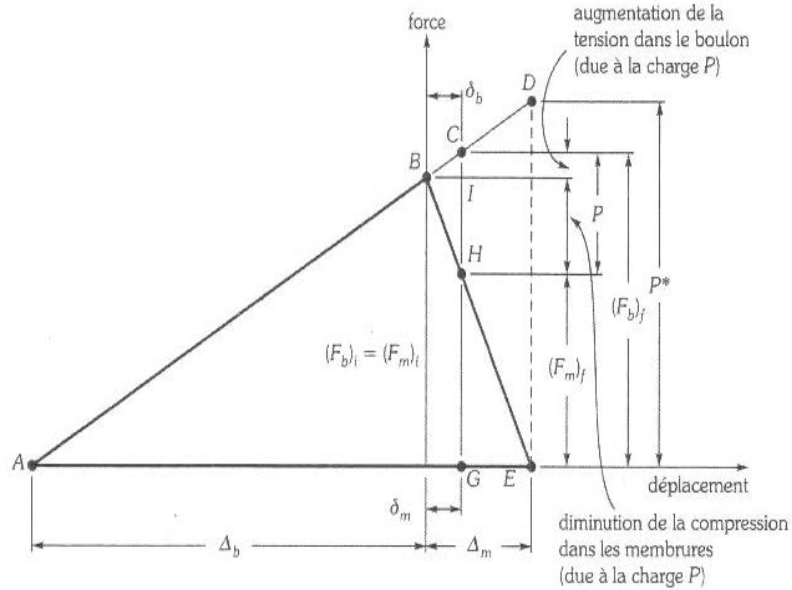


FIG. 4.2 – Diagramme des efforts internes d'un joint préserré [Bazergui 02]

$$\Delta_m = \frac{(F_m)_i}{K_m} \quad (4.11)$$

- La rigidité de l'ensemble boulon/plaques est donnée par l'équation :

$$K_{assemblage} = K_b + K_m \quad (4.12)$$

Lorsqu'on applique la charge externe  $P$  sur le joint, la tension dans le boulon augmente de ( $B$  à  $C$ ), et la compression dans les plaques diminue de ( $B$  à  $H$ ), ainsi nous pouvons retrouver l'équation (4.6) en utilisant la compatibilité des déplacements ( $\delta_b = \delta_m$ ).

- Lorsque la charge  $P$  atteint la valeur  $P^*$ , il n'y a plus de contact entre les plaques (point  $E$  du diagramme). Tout accroissement de la charge  $P$  au-delà de  $P^*$  est alors supporté entièrement par le boulon. Les plaques ne contribuent plus à la rigidité de l'assemblage.

#### 4.4.2 Précontrainte de serrage

En pratique, pour réaliser un assemblage boulonné ou vissé, on applique à l'écrou ou à la tête de vis un couple de serrage à l'aide d'une clé, provoquant ainsi un effort de tension dans l'élément d'assemblage. Cet effort de tension est appelé précontrainte de serrage (ou précharge).

Il est important de distinguer deux cas d'assemblage :

- assemblage vissé, soumis à des charges statiques : la précontrainte de serrage à installer, devra respecter les impératifs de tenue en statique et éviter le décollement complet des pièces assemblées. Dans ce cas, il n'est pas nécessaire de rechercher une valeur optimale de la précontrainte [Guillot 87, Massol 94].
- assemblage vissé, soumis à des charges dynamiques (d'intensité variable) : ici, la précontrainte de serrage à installer, devra être précise afin de respecter les impératifs de tenue en fatigue en plus des impératifs de tenue en statique [Guillot 87, Massol 94]. Contrairement au cas de l'assemblage soumis à des charges statiques, c'est la variation de la précontrainte de serrage dans la vis sous l'effet des charges externes et non la précontrainte totale, qui est la plus dommageable, en ce qui concerne la fatigue.

Dans la modélisation des assemblages boulonnés (ou vissés) par éléments finis, la plus grande difficulté concerne l'introduction de la précontrainte de serrage. Pour cela il existe deux possibilités [Massol 94] :

- **chargement thermique** : la précontrainte de serrage (mise en tension de la vis) peut être réalisé en refroidissant la vis ou en amenant les pièces assemblées à une température plus élevée provoquant ainsi leur dilatation. Les noeuds inférieurs de la vis étant bloqués. Cette méthode semble donner des résultats corrects, mais elle ne représente pas tout à fait la réalité du phénomène physique, puisque dans les deux cas on induit des dilatations radiales, ce qui pose des problèmes à l'interface des pièces assemblées.
- **chargement mécanique** : la précontrainte de serrage peut être obtenue mécaniquement en introduisant un déplacement imposé aux noeuds inférieurs de la vis. En effet, lors de l'opération réelle de serrage, la mise en tension de la vis est bien obtenue par étirement de celle-ci. Par conséquent, nous adopterons une technique similaire pour introduire la précontrainte de serrage dans tout nos modèles de calcul éléments finis en utilisant l'option "propriété de serrage virtuelle" disponible dans le module éléments finis de CATIA V5.

A défaut de non disponibilité des valeurs expérimentales de la précontrainte de serrage, on procède au calcul d'une précontrainte minimale à installer dans l'assemblage, qui doit éviter :

- le décollement complet des pièces assemblées ;
- le desserrage spontané dû aux sollicitations transverses.

Pour évaluer cette précontrainte minimale de serrage, on distingue deux types d'assemblage : les assemblages soumis à des charges faiblement excentrées et ceux soumis à des charges fortement excentrées.

#### 4.4.2.1 Cas des charges faiblement excentrées

Dans ce cas de figure, le problème est simplifié. En effet, la charge externe  $P$  appliquée sur un assemblage vissé va induire une variation de l'effort de précontrainte dans la vis (4.6) proportionnelle à  $P$  et à un coefficient  $K_b/(K_b + K_m)$  qui sera toujours bien inférieur à 1 [Massol 94, Guillot 87]. Ainsi le comportement de l'équation (4.7) se conserve tant qu'il n'y a pas décollement complet des pièces assemblées, ce qui devra être assuré par la précontrainte minimale de serrage. La valeur de l'effort minimal de précontrainte peut alors être exprimée comme suit :

$$(F_b)_i = (F_b)_f - \frac{K_b}{K_b + K_m} \cdot P \quad (4.13)$$

On constate que le décollement se produit pour  $P \geq \frac{K_b + K_m}{K_b} (F_b)_i$  (4.9). Ainsi, la valeur minimale de la précontrainte de serrage est choisie telle que la condition de non décollement soit vérifiée, soit  $(F_b)_i \leq \frac{K_b}{K_b + K_m} \cdot P$ .

Tout ce que nous avons présenté jusqu'ici, concerne les assemblages chargés axialement et sollicités par un effort extérieur supposé être appliqué sous la tête de vis. En pratique, suivant la forme des pièces assemblées, la sollicitation peut être introduite à des niveaux différents, plus ou moins proche de la tête de vis (figure 4.3).

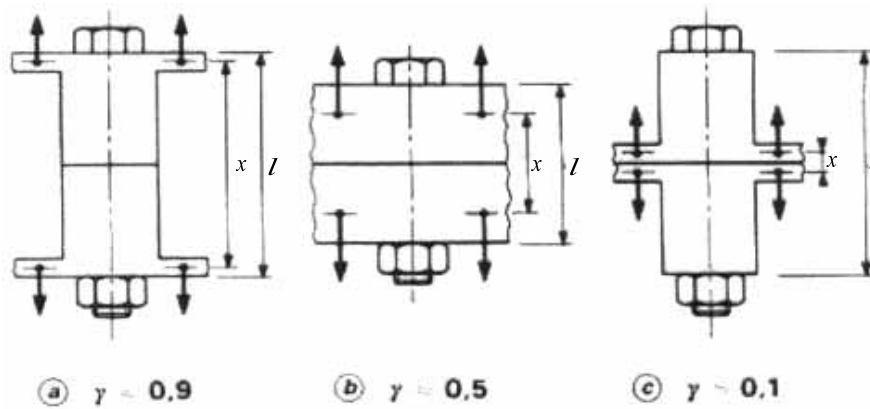


FIG. 4.3 – Facteur d'introduction de la charge [Guillot 87]

Pour tenir compte de l'influence du niveau d'introduction de la charge, on introduit un paramètre  $\gamma$ , appelé facteur d'introduction de la charge [Guillot 87, Massol 94], fonction de la hauteur de l'assemblage ( $l$ ) et de l'éloignement du niveau d'introduction de la charge ( $x$ ) tel que :  $(0 \leq \gamma = \frac{x}{l} \leq 1)$ . Les équations (4.8) et (4.13) deviennent alors :

$$\begin{cases} (F_b)_f = (F_b)_i + \gamma \frac{K_b}{K_b + K_m} \cdot P \\ (F_m)_f = (F_b)_i + \gamma \frac{K_b}{K_b + K_m} \cdot P \end{cases} \quad (4.14)$$



On obtient alors :

$$\begin{cases} \sigma(x) = \frac{(F_b)_i - (1 - \phi_{ex}) \cdot P}{A_m} + P \cdot \frac{(m - \phi_{ex} \cdot n) - (F_b)_i \cdot n}{I_{GZ}} \cdot x \\ \text{avec } \phi_{ex} = \gamma \cdot \frac{K_b(1 + mn \cdot \frac{A_m}{I_m})}{K_m + K_b(1 + n^2 \frac{A_m}{I_m})} \end{cases} \quad (4.18)$$

Avec  $A_m$  : section réelle de contact à l'interface.  $I_{GZ}$  moment quadratique de la section  $A_m$ .

A partir de la condition  $\sigma(x = U) \geq 0$ , on peut écrire :

$$\sigma(U) = \frac{U(m - n)}{\frac{I_{GZ}}{A_p} + nU} \cdot P + (1 - \phi_{ex}) \cdot P \quad (4.19)$$

Et à partir de l'équation (4.19), on peut immédiatement déduire la force minimale de serrage nécessaire :

$$(F_b)_i = \frac{U(m - n)}{\frac{I_{GZ}}{A_m} + nU} \cdot P \quad (4.20)$$

### 4.4.3 Pression à l'interface des pièces assemblées

Pour deux plaques de dimensions infinies, pour un chargement de pression uniforme  $P_c$  et pour des proportions définies, Fernlund [Guillot 87, Massol 94] a montré que la répartition de pression de contact à l'interface des pièces assemblées pouvait être calculée analytiquement. La figure 4.5 donne cette répartition de pression suivant le rayon des pièces  $R$ . On peut remarquer que la pression est maximale au bord du trou et vaut  $0.35 P_c$  et qu'elle s'annule pour  $R = 3.8a$ , rayon à partir duquel il y a décollement des pièces assemblées ( $a$  est le rayon du trou du boulon ou de la vis considéré).

Depuis, de nombreux travaux ont été publiés sur ce problème. Plus particulièrement, Ziada [Ziada 80] donne des résultats obtenus à partir d'un modèle éléments finis pour des plaques de diamètre  $D_p = 125$  mm, pour un diamètre du boulon considéré sans jeu  $d = 25$  mm, pour une épaisseur totale des pièces  $L_p = 50$  mm et pour des épaisseurs relatives variables telles que :  $1 \leq \frac{L_p}{L_{p1}} \leq 10$ .

La figure 4.6 donne la répartition des pressions de contact calculées dans un plan très voisin de l'interface. On remarque que l'épaisseur des pièces assemblées intervient de façon importante sur la répartition des pressions de contact, et notamment sur la valeur maximale, ainsi que sur la grandeur de la zone de contact.

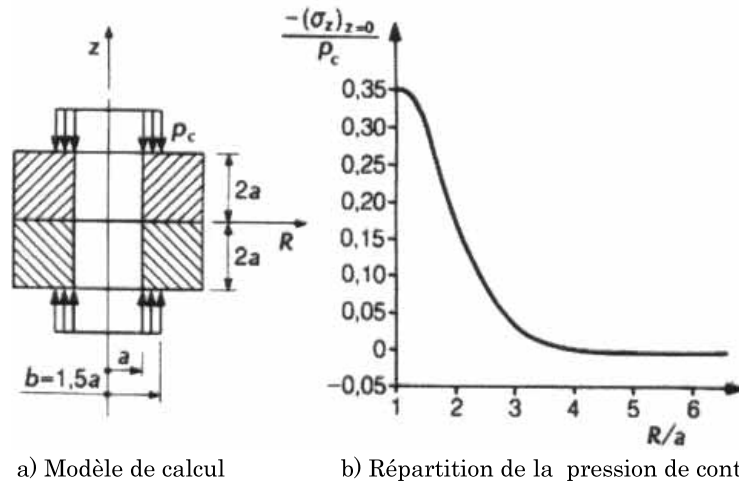


FIG. 4.5 – Répartition de la pression de contact à l'interface pour le modèle de calcul défini [Guillot 87]

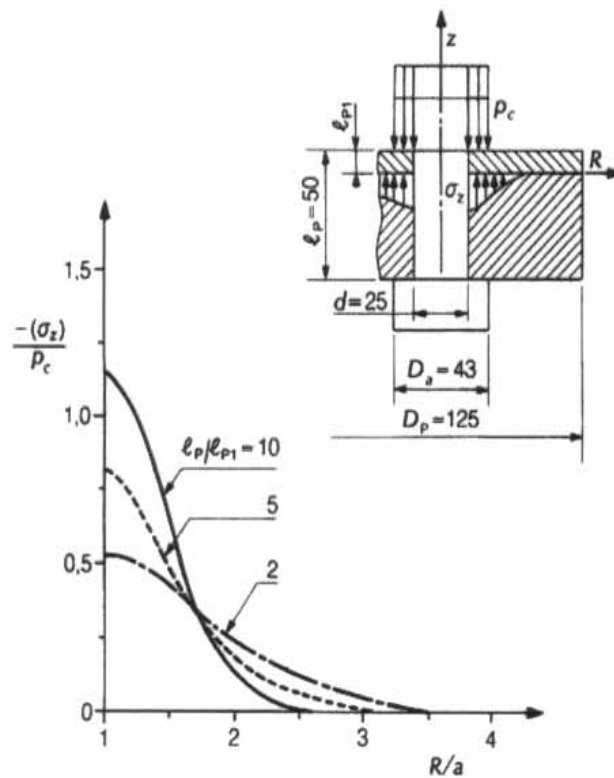


FIG. 4.6 – Répartition des pressions de contact pour différents rapports d'épaisseurs de pièces [Ziada 80]

## 4.5 Modélisation des assemblages par éléments finis : modèle adopté

Plusieurs logiciels éléments finis permettent l'analyse des assemblages par éléments finis, notamment les codes ABAQUS, CATIA, MOSAIC...etc. Dans notre cas, nous avons retenu le module éléments finis de CATIA V5, en raison de sa simplicité et la facilité qu'il offre quant à la gestion des liaisons vissées (ou boulonnées). L'utilisation de CATIA V5 nous évite également les opérations de transfert des fichiers CAO entre les logiciels de CAO et de calculs, qui sont souvent des opérations pénalisantes.

Parmi les différentes possibilités de modélisation d'une liaison vissée (ou boulonnée) dans CATIA V5, nous avons adopté un modèle dit "connection virtuelle rigide de serrage". Cette connection tient compte de la prétension d'un assemblage avec serrage dans lequel le boulon (ou la vis) n'est pas représenté en tant que tel (figure 4.7).

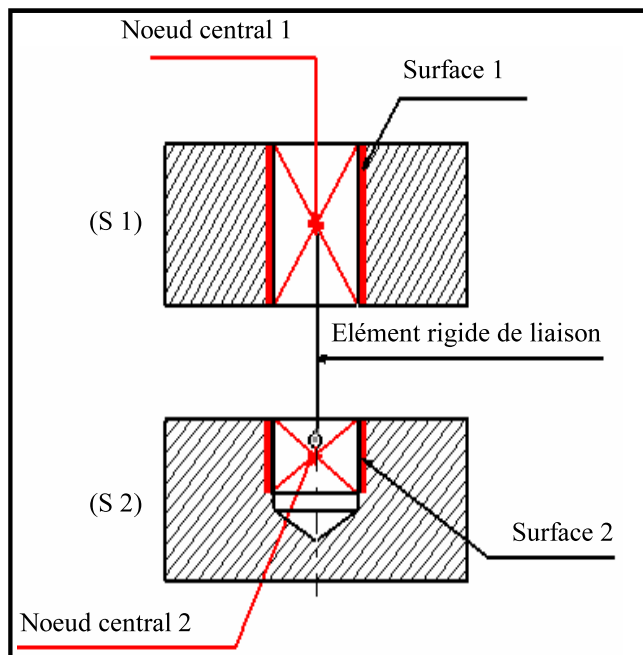


FIG. 4.7 – Gestion d'une liaison vissée dans le module éléments finis de CATIA V5

Les calculs sont effectués en deux étapes : lors de la première étape, le modèle est soumis à des forces de tension relatives au préserrage par l'application de forces opposées sur les surfaces intérieures des trous de vis, des deux corps (S1) et (S2), (figure 4.7). Puis, dans la seconde étape, le déplacement relatif des deux surfaces (calculé lors de la première étape) est imposé au modèle. Durant ces deux étapes, les rotations et les translations transversales des surfaces sont liées, tout en tenant compte de la déformabilité élastique des surfaces. Les deux corps (S1) et (S2) peuvent être discrétisés indépendamment, la

connection rigide de serrage est justement conçue pour s'appliquer à des maillages incompatibles. Les deux surfaces sont liées de façon rigide (élément rigide de liaison) pour transmettre les efforts transversaux, à l'exception de la translation dans la direction de l'axe de la vis.

## 4.6 Validation sur un cas d'assemblage cylindrique

Nous présentons dans cette section, les résultats obtenus à partir de modèles analytique et éléments finis concernant un cas simple d'assemblage par éléments filetés. Afin de comparer nos résultats à ceux de la littérature et de l'expérience, nous avons logiquement choisi un cas simple, déjà traité dans la littérature dont les résultats issus des calculs éléments finis et de l'expérience sont disponibles dans [Massol 94]. Le problème consiste alors en l'assemblage de deux plaques cylindriques de même épaisseur, de même diamètre et du même matériau, ayant un trou concentrique par rapport au diamètre extérieur des pièces (figure 4.9). Les paramètres géométriques sont :  $D_p=35$  mm et  $L_p=80$  mm. Les caractéristiques du matériau des plaques sont :  $E=75$  GPa et  $\nu=0.3$ . On considère un boulon M10 de module d'élasticité  $E=205$  GPa.

L'assemblage est chargé axialement avec une charge extérieure  $P$  qui vaut 4905 N (figure 4.9). La charge est introduite à une distance  $x$  par rapport à la surface de l'assemblage tel que  $\gamma = x/L_p = 0.41$ . Dans notre cas, nous simplifions le problème en supposant que la charge  $P$  est introduite en surface de l'assemblage, soit  $\gamma = 1$ . Pour que le problème ait un même sens physique et pour des raisons de comparaison des résultats, nous avons multiplié nos résultats par un facteur de 0.41, cela ne modifie pas qualitativement les résultats numériques. On étudiera principalement la variation de la précontrainte de serrage dans le boulon sous l'effet de la charge extérieure  $P$  en considérant des modèles analytique et éléments finis.



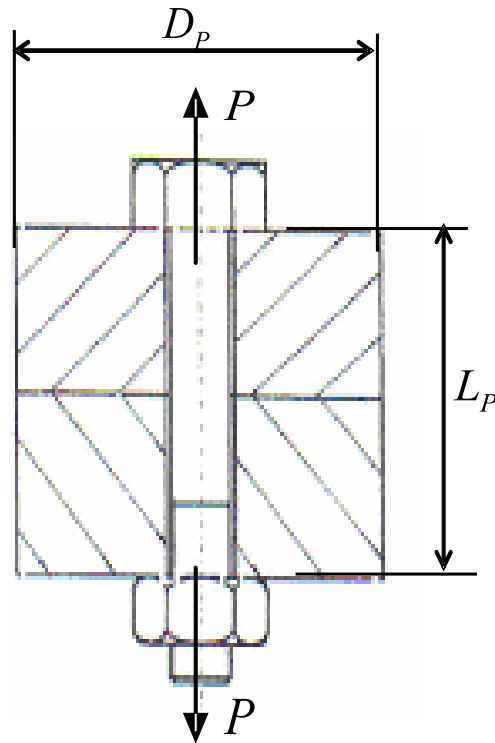


FIG. 4.8 – Paramètres de l'assemblage étudié [Massol 94]

#### 4.6.1 Modélisation analytique

Le problème, décrit en figure 4.7, peut être analysé en utilisant les modèles analytiques cités en introduction. Dans notre cas, nous avons opté pour le modèle VDI 2230, qui est le plus utilisé actuellement dans les bureaux d'études et qui possède l'avantage d'être simple et d'être uniquement issu d'essais expérimentaux.

Tout comme les autres modèles analytiques, le modèle VDI 2230 est basé sur la connaissance de la raideur de l'assemblage étudié, autrement dit le coefficient de raideur de l'assemblage  $\frac{K_b}{K_b+K_m}$ . Nous avons donc deux inconnues à calculer :  $K_b$  et  $K_m$ .

- **Calcul de  $K_m$**

Selon le modèle VDI 2230, le calcul de la raideur des pièces assemblées  $K_m$  s'effectue en considérant un modèle équivalent de section  $A_p$  soumis à une pression uniforme, de longueur  $L_{p1}$  et  $L_{p2}$  et de module d'élasticité  $E_{p1}$  et  $E_{p2}$  identiques aux pièces réelles (figure 4.9).

Il vient alors :

$$\frac{1}{K_m} = \frac{1}{A_p} \cdot \left[ \frac{L_{p1}}{E_{p1}} + \frac{L_{p2}}{E_{p2}} \right] \quad (4.21)$$

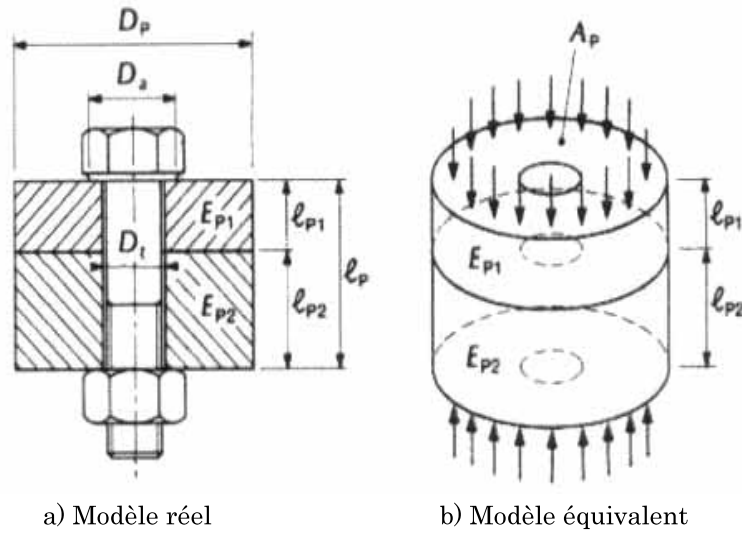


FIG. 4.9 – Définition du modèle équivalent selon les règles VDI 2230 [Guillot 87]

La rigidité des pièces est inversement proportionnelle à la hauteur totale de celles-ci.

La section équivalente  $A_p$  se calcule en fonction des paramètres géométriques des pièces assemblées :

$$A_p = \frac{\pi}{4} \cdot (D_a^2 - D_t^2) \quad \text{pour } D_p \leq D_a \quad (4.22)$$

$$\begin{cases} A_p = \frac{\pi}{4} \cdot (D_a^2 - D_t^2) + \frac{\pi}{8} \cdot D_a \cdot (D_p - D_a) \cdot [(x + 1)^2 - 1] & \text{pour } D_a \leq D_p \leq D_a + L_p \\ \text{avec } x = \sqrt[3]{\frac{L_p \cdot D_a}{D_p^2}} \end{cases} \quad (4.23)$$

Pour  $D_a < D_p < 1.5 D_a$ , l'équation (4.23) reste valable pour des rapports  $\frac{L_p}{d} \leq 10$  ( $d$  étant le diamètre nominal de la vis).

Pour  $D_p > D_a + L_p$ , la rigidité des pièces reste constante même pour des diamètres de pièces croissants. Le calcul de la section équivalente  $A_p$  s'effectue en prenant  $D_p = D_a + L_p$  dans l'équation (4.23).

#### • Calcul de $K_b$

La raideur équivalente  $K_b$  du boulon qui assemble les pièces de longueur totale  $L_p$  est prise égale à celle du modèle équivalent (figure 4.10) considéré comme soumis à une tension uniforme [Guillot 87, Massol 94].

Cette modélisation est facile à appliquer ; elle consiste à faire l'hypothèse que la tête de vis ou l'écrou (quelle que soit leur longueur) intervient comme une longueur supplé-

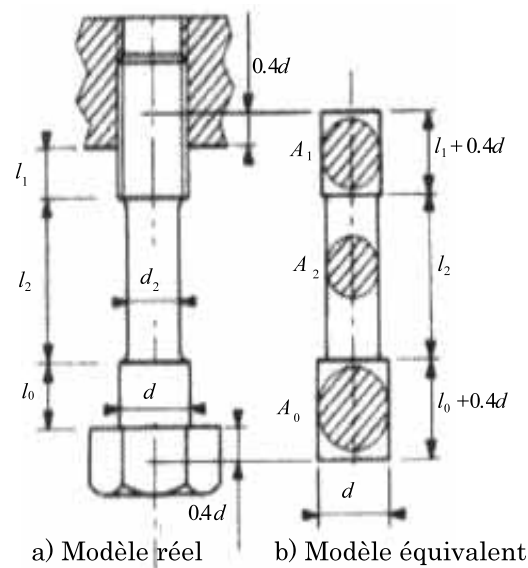


FIG. 4.10 – Modèle équivalent pour le calcul de la raideur d'une vis [Guillot 87]

mentaire égale à  $0.4 d$ .

Pour une vis de forme spéciale (figure 4.10), on a :

$$\frac{1}{K_b} = \frac{1}{E_b} \left[ \frac{l_0 + 0.4d}{A_0} + \frac{l_2}{A_2} + \frac{l_1 + 0.4d}{A_1} \right] \quad (4.24)$$

Pour l'exemple, décrit en figure 4.7, on obtient :  $K_m = 226020 \text{ N/mm}$  et  $K_b = 182962 \text{ N/mm}$ .

Les raideurs  $K_m$  et  $K_b$ , des pièces assemblées et du boulon étant connues, le calcul de l'assemblage s'effectue désormais en utilisant les équations (4.14) à (4.17).

## 4.6.2 Modélisation par éléments finis

L'objectif principal de cette analyse est d'évaluer le module éléments finis de CATIA V5 concernant les assemblages par éléments filetés. L'analyse de l'exemple d'assemblage, décrit en figure 4.7, est simple à mettre en oeuvre dans le module éléments finis de CATIA V5. L'existence de la symétrie (axe de la vis) nous permet de limiter l'étude à un quart de l'assemblage. L'analyse éléments finis sera donc effectuée en utilisant le modèle tridimensionnel de CATIA V5. Le maillage est réalisé à l'aide de 8574 éléments tétraédriques à 4 noeuds (TE4), à interpolation linéaire en déplacements, soit 2055 noeuds. Au niveau du joint (interface de contact des pièces assemblées), nous considérons les éléments de contact sans frottement du module éléments finis de CATIA V5. Le serrage des pièces est réalisé en utilisant l'option "connexion virtuelle de serrage" disponible dans CATIA V5. Cette option, permet d'introduire la précontrainte initiale de vissage sans discrétiser la vis par

éléments finis (la vis est présente virtuellement). En effet, dans le module éléments finis de CATIA V5, on applique un effort de serrage (vissage) sur l'axe de coïncidence des centres des trous de vis que l'on veut serrer, qui se traduit par des conditions de chargement sur les bords des trous considérés.

### 4.6.3 Comparaison des résultats

Sur la figure 4.11, nous comparons les résultats issus des modèles théorique et éléments finis avec la littérature et l'expérience. Les résultats éléments finis confirment la linéarité de la variation de la précontrainte de serrage vis à vis de la charge extérieure. Néanmoins, la valeur de  $\Delta F_b$  (perte de précontrainte) issue de la théorie est bien supérieure à celle issue du calcul éléments finis et de l'expérience : le modèle théorique surestime l'effort (ou la variation d'effort) supporté par la vis, ce qui est cohérent avec la littérature ([Guillot 87, Massol 94]). Par ailleurs, le module éléments finis de CATIA V5 donne des résultats satisfaisants et proches des résultats expérimentaux.

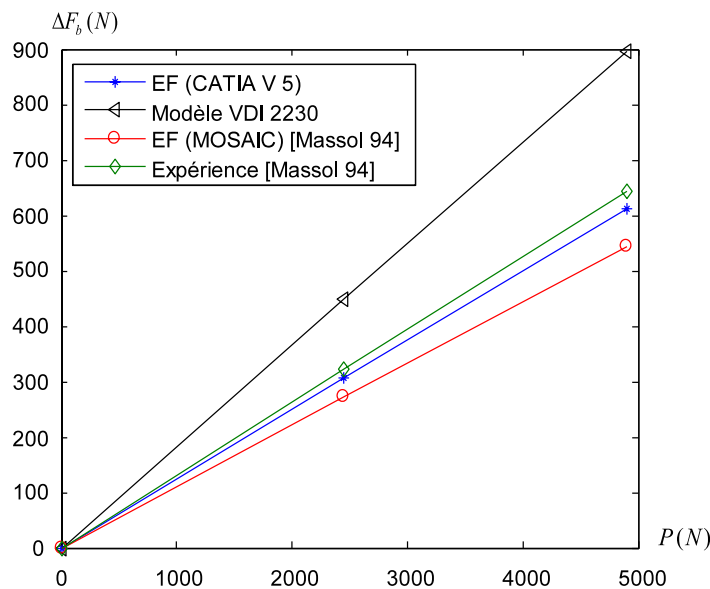


FIG. 4.11 – Variation de l'effort de serrage sous l'effet de la charge externe

## 4.7 Applications aux outils d'emboutissage

### 4.7.1 Poinçon cylindrique (Numisheet'02)

#### 4.7.1.1 Description

Comme premier exemple d'application, nous avons considéré un cas simple de poinçon cylindrique. A partir du modèle CAO du poinçon du "benchmark Numisheet'02", nous avons généré, automatiquement, dans CATIA V5 un modèle de poinçon stratifié (virtuel). Les six strates ont un diamètre de 100 mm et une épaisseur de 7 mm. Le matériau de ces dernières est considéré linéaire élastique et isotrope avec les caractéristiques :  $E = 210$  GPa,  $\nu = 0.3$ .

Dans un premier temps, nous avons simplifié le problème en considérant une seule vis M10, concentrique par rapport au diamètre extérieur des strates (figure 4.12).

L'assemblage étant sollicité en compression (forces d'emboutissage), le problème de décollement complet des strates ne se pose pas dans ce cas de figure. Ainsi, la précontrainte de serrage initiale est déterminée en utilisant l'équation (4.16) telle que la vis demeure en tension ( $(\sigma_b)_f > 0$ ) après application de la répartition du vecteur charge externe  $P$  (figure 3.16). Le chargement de l'assemblage est alors composé :

- D'un effort initial de serrage  $(F_b)_i = 1500$  N, appliqué sur  $S_{F_1}$ , soit une précontrainte  $(\sigma_b)_i = 19.10$  (MPa) ;
- D'un vecteur charge externe  $P$  de composantes  $P_x$ ,  $P_y$  et  $P_z$ , due aux forces d'emboutissage, répartie sur le rayon d'entrée du poinçon représenté par  $S_{F_2}$ .

La base inférieure du poinçon ( $S_U$ ) est encastée.

L'analyse éléments finis est effectuée en utilisant le module éléments finis de CATIA V5. En ce qui concerne les conditions aux interfaces assemblées, nous avons considéré les trois cas suivants :

1. Poinçon collé uniquement, sans vis (cas a) : pour la modélisation des interfaces collées, nous avons fait appel à la fonction "contact collant" de CATIA V5, fonction qui ne représente pas le joint de colle en tant que tel. Ce choix nous permet de limiter la taille du modèle et nous évite ainsi de faire appel à une loi de comportement spécifique aux joints de colle (cette hypothèse est valide dans le domaine élastique, tant que la contrainte à la rupture de la colle n'est pas atteinte). Notons que les perturbations dans les transferts de charge entre les strates susceptibles d'être introduites réellement par la présence des joints de colle, sont négligées. Cependant, l'épaisseur des joints de colle n'affecte pas la rigidité en compression de l'assemblage car, dans le procédé de Stratoconception, les joints de colle sont logés sur toute l'interface des strates ;

2. Poinçon vissé uniquement (cas b) : nous avons considéré les éléments de contact cinématique de CATIA V5, pour toutes les interfaces en contact. Il est important de noter que l'utilisation de CATIA V5 ne permet pas de définir le coefficient de frottement ;
3. Poinçon collé-vissé (cas c) : c'est la combinaison des deux modes précédents.

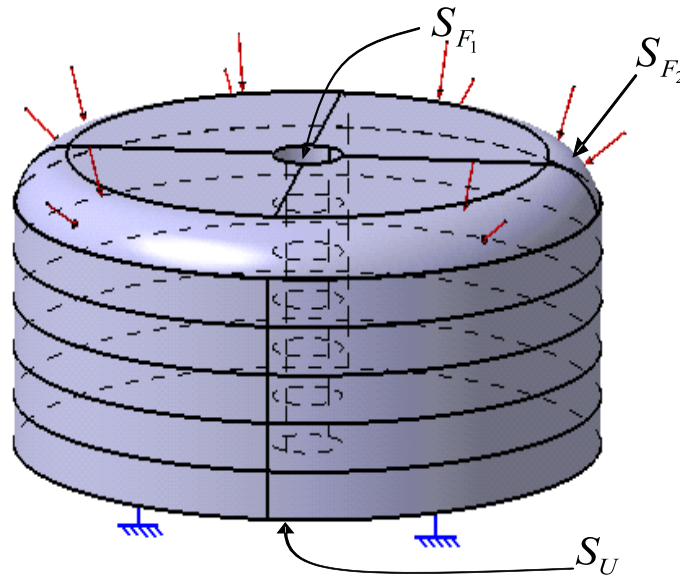


FIG. 4.12 – L'assemblage étudié : géométrie, conditions aux limites, chargement

Dans le cas du poinçon collé uniquement (sans vis), le modèle éléments finis a été construit à l'aide de 15641 éléments tétraédriques à 4 noeuds (TE4), à interpolation linéaire en déplacements, soit 4198 noeuds. Quant au modèle comportant la vis, il a été discrétisé à l'aide de 110234 éléments TE4 (soit 25918 noeuds) avec un maillage raffiné au niveau du trou de la vis.

### 4.7.1.2 Analyse des résultats

#### Distribution des contraintes équivalentes

Les résultats des distributions des contraintes présentés ci-après, sont comparés à la distribution (considérée comme référence) des contraintes obtenue en considérant un poinçon massif homogène (conventionnel). Pour cela, nous avons réalisé des coupes, dans le poinçon homogène correspondant aux interfaces étudiées dans le poinçon stratifié.

La figure 4.13, illustre les distributions des contraintes équivalentes, selon le critère de Von Mises, dans le poinçon stratifié pour les trois modes d'assemblage étudiés (vues du demi poinçon).

Nous remarquons que l'état de contraintes dans le poinçon collé est globalement identique à celui du poinçon homogène, bien qu'une légère différence due à la discrétisation ait été observé. En effet, les maillages des strates collées ne sont pas compatibles et ne coïncident pas, car ils sont réalisés séparément, tandis que dans le cas du poinçon homogène le maillage est continu. Lorsque les strates sont collées sur toute leur interface, les contraintes sont transmises de manière continue et homogène, tout comme dans le cas d'un solide homogène. En revanche, lorsque les strates sont assemblées uniquement par vis, la structure du poinçon est mécaniquement très hétérogène car, les strates ne sont pas solidaires les unes aux autres. Ainsi, la plus grande partie de la charge externe  $P$  est supportée par la seule strate chargée du poinçon. Ce qui fait que les contraintes sont concentrées dans la partie active du poinçon avec un maximum de 111 (MPa) et sont atténuées partout ailleurs. Par ailleurs, lorsque le poinçon est collé-vissé, on retrouve globalement la même distribution de contraintes que dans le cas du poinçon collé (ou homogène), bien que les contraintes soient légèrement amplifiées (avec un maximum de 45 MPa) à cause de la précontrainte de vissage. Visiblement, du point de vue mécanique, le collage des interfaces assemblées solidarise la structure de l'outil stratifié, réduit grandement les contraintes équivalentes dans celui-ci et homogénéise leur distributions.

La figure 4.14 illustre les déformées des maillages du poinçon vissé sous l'effet de la seule précontrainte de vissage et sous l'effet combiné de la précontrainte de vissage et du chargement externe. Sous l'effet de la précontrainte de vissage, il se produit un bâillement des strates avec un maximum de 0.0004 mm observé aux bords extérieurs de la strate chargée (figure 4.14a). Par ailleurs, les strates demeurent en contact au voisinage du trou de la vis. Lorsqu'on applique la charge externe, la périphérie chargée se referme (figure 4.14b) et déforme les strates adjacentes (0.0064 mm de déplacement radial). Toutefois, les strates ne sont pas en contact sur une partie située entre leurs rayons intérieur et extérieur. En ce qui concerne les déformations de l'outil, qui garantit la géométrie de la pièce finale emboutie, celles-ci restent faibles comparées à celles de l'outil massif homogène.

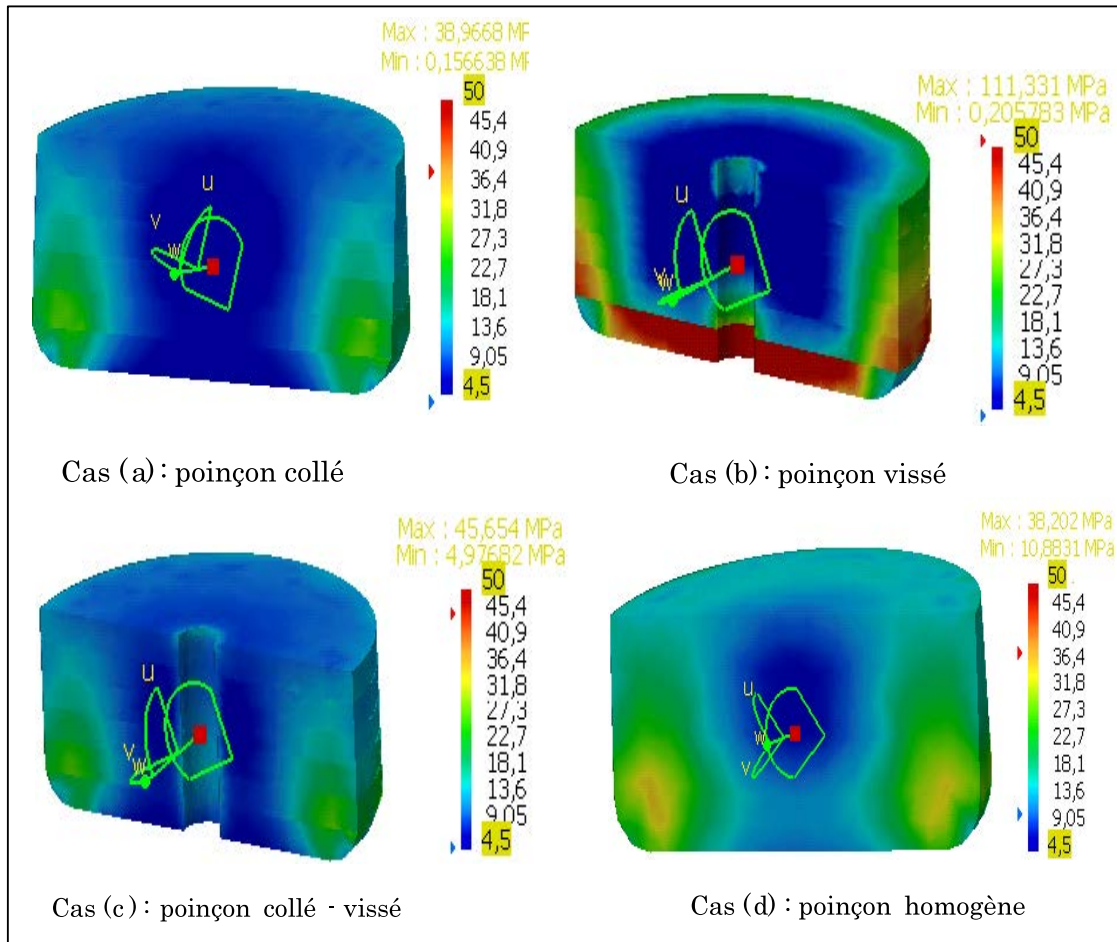


FIG. 4.13 – Distribution des contraintes de Von Mises ( $\sigma_{VM}$ ) dans l'assemblage étudié

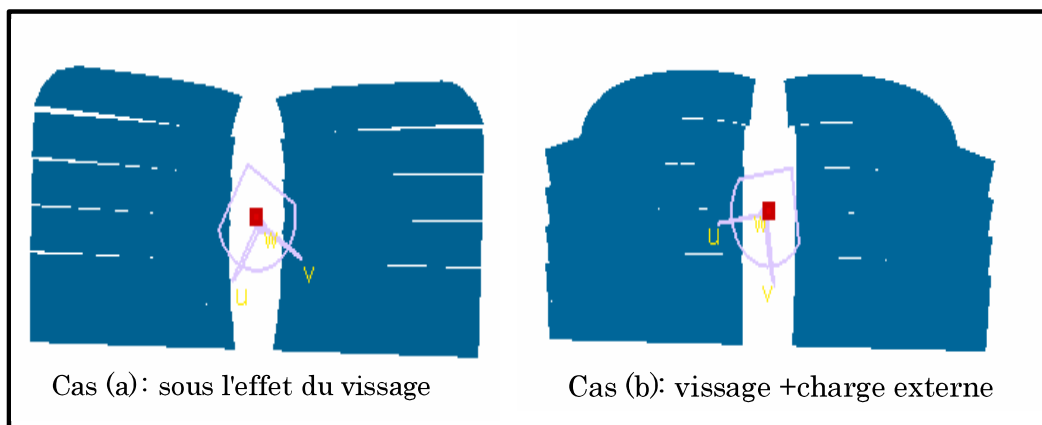


FIG. 4.14 – Déformée des strates pour le cas de l'assemblage simplement vissé



### Distribution des contraintes normales

La figure 4.15, montre les distributions des contraintes normales à l'interface de la première strate comportant le rayon d'entrée du poinçon en tenant compte des forces externes d'emboutissage et de la précontrainte due au vissage.

Nous remarquons que l'interface de la strate étudiée est sollicitée principalement en compression ( $\sigma_N < 0$ ), et ce pour les cas (a), (c) et (d). Dans tous les cas étudiés, la contrainte normale de compression est maximale aux bords de l'interface avec un maximum d'environ 75 MPa observé dans le cas (b) (poinçon vissé). En effet, lorsque les strates sont vissées, l'aire de contact de celles-ci est réduite à cause des bâillements (figure 4.14b), ce qui explique l'amplification des contraintes dans ce cas. Par ailleurs, les contraintes normales restent faibles dans la zone centrale du poinçon (environ 0.5 MPa) avec apparition des contraintes normales de tension (d'environ 5 MPa) dans le cas (b). Toutefois, les maxima des contraintes normales de tension restent négligeables devant la limite de la colle en traction (46 MPa).

En outre, la structure du poinçon stratifié, précontraint par vissage doit obéir à l'équation d'équilibre (4.2), ainsi la force totale, normale, agissant sur une interface donnée est obtenue en superposant la force due à l'effet du vissage et la force due à la composante  $P_Z$  de la charge  $P$ . Ce qui nous permet d'écrire :

$$F_N = P_Z + (F_b)_f = P_Z + [(F_b)_i - \Delta(F_b)] \quad (4.25)$$

Lorsque la structure stratifiée est assemblée par  $n$  vis, l'équation (4.24) devient :

$$F_N = P_Z + \sum_{j=1}^n (F_{bj})_f = P_Z + \left[ \sum_{j=1}^n (F_{bj})_i - \sum_{j=1}^n (\Delta F_{bj}) \right] \quad (4.26)$$

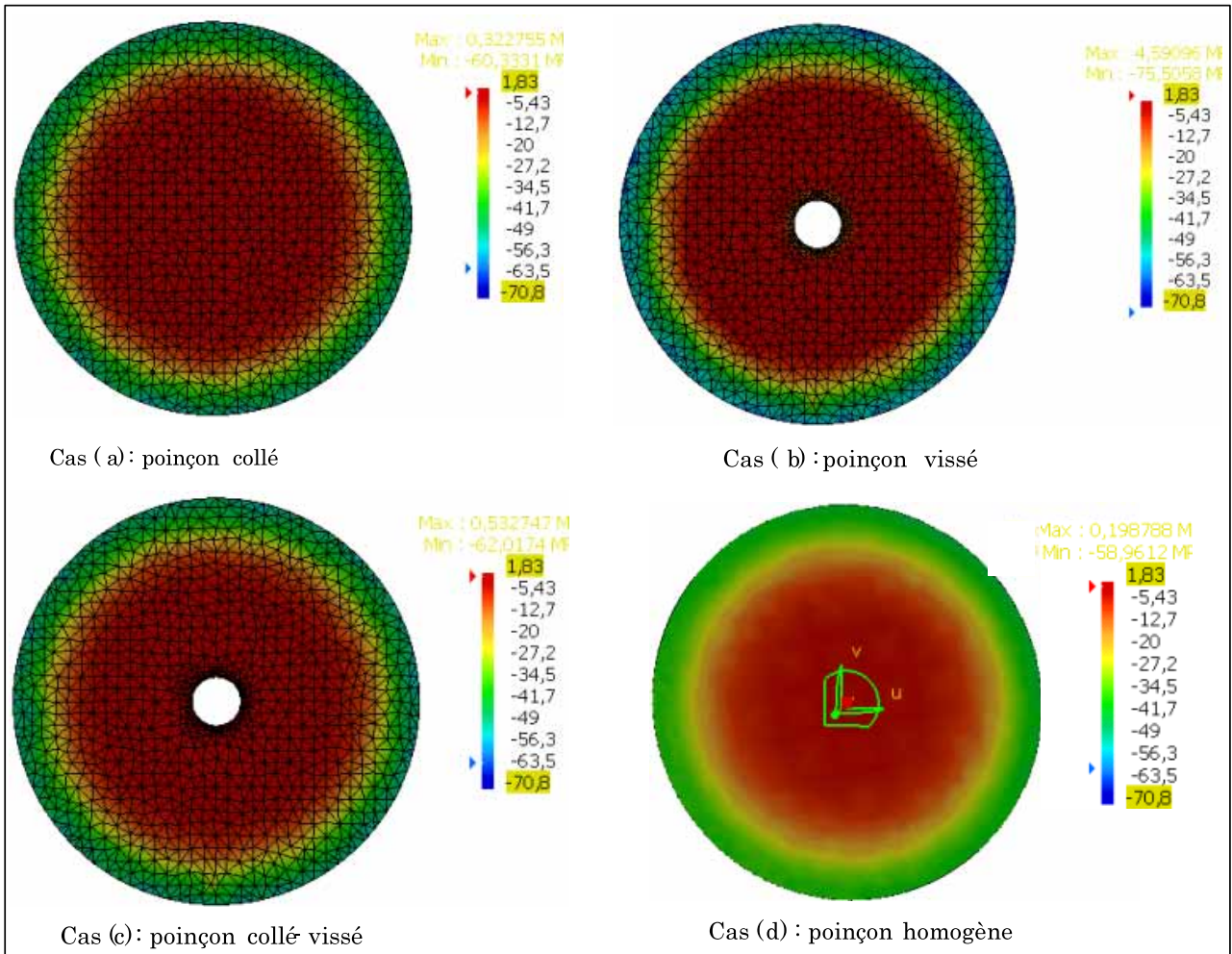


FIG. 4.15 – Distribution des contraintes normales ( $\sigma_N$ ) pour plusieurs modes d'assemblage

### Distribution des contraintes de cisaillement

En ce qui concerne le cisaillement développé à l'interface étudiée, la figure 4.16 montre les distributions du cisaillement maximal pour les cas étudiés. L'objectif étant de vérifier l'hypothèse faite précédemment sur le rôle de la colle dans l'assemblage. Le calcul du cisaillement maximal à l'interface étudiée nécessite le calcul des contraintes dans le plan, ce qui n'est pas toujours facile à obtenir en 3D. Pour cela, on simplifie le problème en considérant le cisaillement principal qui est logiquement supérieur au cisaillement maximal dans le plan. Ce qui nous garantit la sécurité vis à vis de la résistance de la colle.

On remarque que dans le cas du poinçon collé (cas a), le cisaillement est concentré aux bords de l'interface (où la charge externe  $P$  est maximale) avec un maximum d'environ 20 MPa et diminue progressivement vers le centre de celle-ci. Ce résultat est cohérent

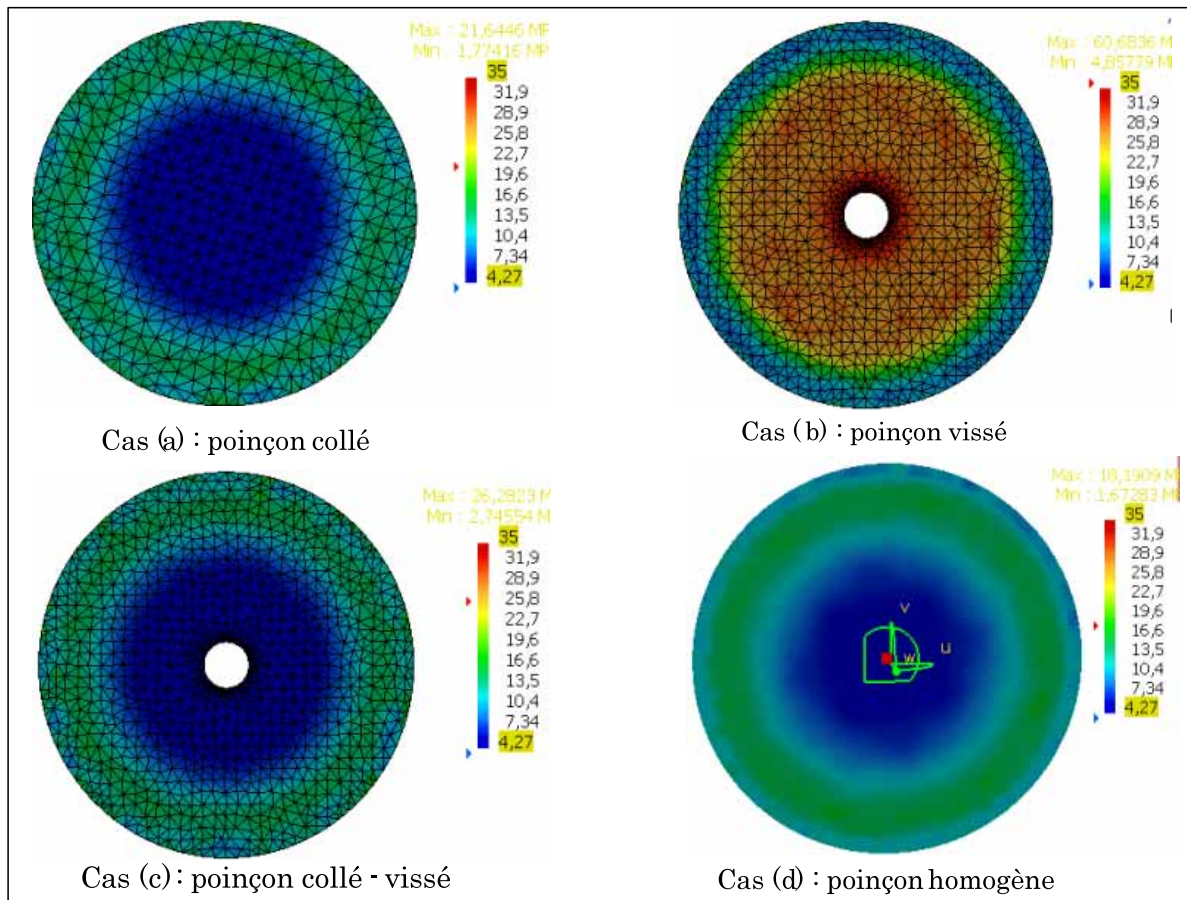


FIG. 4.16 – Distribution du cisaillement pour plusieurs modes d'assemblage

avec la littérature sur les assemblages collés [Tarfaoui 05, Cognard]. La distribution du cisaillement est comparable au cas de référence (cas d), qualitativement et quantitativement. Au contraire, dans le cas du poinçon vissé (cas b), le cisaillement est redistribué différemment. Il est concentré aux bords de l'alésage de la vis avec un maximum de 60 MPa et diminue progressivement vers le bord du rayon extérieur de l'interface, ce qui est cohérent avec la littérature sur les assemblages vissés [Cognard]. Tout comme pour les contraintes équivalentes et les contraintes normales, nous constatons également que le collage des strates permet de retrouver la distribution du cisaillement la plus proche de celle obtenue dans le cas de référence. Dans tous les cas étudiés, le cisaillement maximal calculé reste bien inférieur à la limite (57 MPa) que peut supporter la colle en cisaillement. Dans le cas du poinçon vissé, le cisaillement est entièrement supporté par la seule vis.

### Variation de la précontrainte de vissage

Le problème étant axisymétrique, les forces tangentielles, dues à la charge d'emboutissage  $P$ , s'auto-équilibrent et s'annulent. Ainsi, la vis précontrainte est sollicitée principalement en traction/compression. Dans le cas du poinçon collé-vissé (cas c), l'application des forces de contact (charge  $P$ ) sur la périphérie du poinçon provoque une perte de l'effort de précontrainte dans la vis initialement précontrainte de 1500 N (soit 19 MPa). L'effort axial dans la vis passe de 1500 N à 737 N, soit une perte  $\Delta F_b = 763$  N (voir figure 4.17). Au contraire, dans le cas du poinçon vissé (cas b), il se produit un supplément d'effort de précontrainte dans la vis (figure 4.17). L'effort de précontrainte dans la vis passe alors de 1500 N à 2628 N, soit un supplément  $\Delta F_b = -1128$  N. En effet, lorsque les strates ne sont pas solidaires (non collées), les forces d'emboutissage provoquent des tensions dans la zone centrale du poinçon (au voisinage de la vis), induisant ainsi un supplément d'effort dans la vis initialement en tension. Par ailleurs, quelque soit la variation de l'effort dans la vis (perte ou supplément), celle-ci est linéaire vis à vis de la charge externe. Ce résultat est cohérent avec la littérature [Yoneno 99, Guillot 87, Massol 94]. La théorie le confirme également (voir équation (4.16)). La relation liant la variation de la force initiale de serrage (ou la précontrainte) et les charges verticales (dans la direction axiale des vis) d'emboutissage est la suivante :

$$\Delta F_b = (F_b)_i - (F_b)_f = \gamma \cdot \frac{K_b}{K_b + K_m} \cdot P_Z$$

avec  $\gamma = \frac{K'_m}{K_{pb}}$  (4.27)

Où  $K'_m$  et  $K_{pb}$  [Yoneno 99] sont respectivement les déplacements moyens de la surface du trou de la vis sous l'effet respectif de la précontrainte initiale de serrage et de la charge externe d'emboutissage (cette équation est analogue à l'équation 4.15).

En résumé, la vis est sollicitée principalement en traction.

En utilisant l'équation (4.27), on en déduit facilement la variation de précontrainte de vissage :

$$\Delta \sigma_b = \frac{(F_b)_i - (F_b)_f}{A_b} = \frac{\phi \cdot P_Z}{A_b}$$
(4.28)

Avec :  $A_b$  section de la vis et  $\phi$  facteur de charge de la vis (ou coefficient de rigidité de l'assemblage).

A partir des informations précédentes, deux situations peuvent être distinguées :

- La variation de précontrainte est un supplément (la précontrainte finale dans la vis a augmenté, cas de l'assemblage simplement vissé) : la valeur minimale de la précontrainte initiale de vissage à installer doit garantir le non décollement des pièces au voisinage de la vis (sous tête de vis) ;

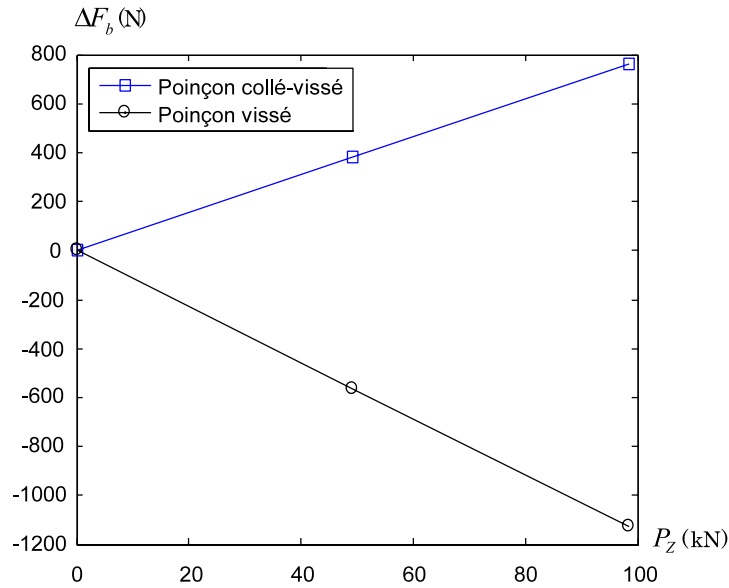


FIG. 4.17 – Variation de l'effort de précontrainte, sous l'effet de la charge externe

- La variation de précontrainte est une perte (la précontrainte finale dans la vis a diminué, cas de l'assemblage simplement vissé) : la valeur minimale de la précontrainte initiale de vissage à installer doit respecter les impératifs de non décharge complète de la vis pour éviter le desserrage spontané de celle-ci. Cette condition peut être facilement déduite de l'équation (4.16) :

$$(F_b)_i > \phi \cdot P = \Delta F_b \quad (4.29)$$

Par ailleurs, la variation de la précontrainte de vissage, sous l'effet des forces d'emboutissage (charge externe) est une caractéristique particulièrement intéressante quand on considère la résistance de la vis en fatigue. En effet, c'est cette variation de précontrainte, et non la contrainte totale, qui est dommageable, en ce qui concerne la fatigue. En effet, cette variation de précontrainte induit une contrainte alternée dans la vis qui peut être calculée comme suit :

$$\sigma_{alt} = \frac{(F_b)_f - (F_b)_i}{2 \cdot A_b} = \frac{\phi \cdot P_z}{2 \cdot A_b} \quad (4.30)$$

## 4.7.2 Poinçon carré (Numisheet'93)

### 4.7.2.1 Description

L'exemple, décrit en figure 4.18, est obtenu à partir du poinçon carré du "benchmark Numisheet'93". Il a pour dimensions : 70 mm x 70 mm x 42 mm (la hauteur de 42 mm



est justifiée par la profondeur d'emboutissage de 40 mm).

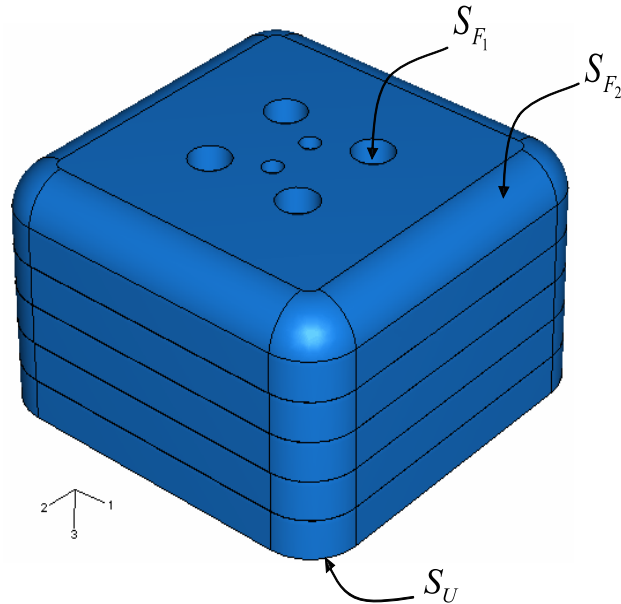


FIG. 4.18 – CAO de l'assemblage vissé étudié

La CAO a été automatiquement générée dans CATIA V5 à partir de la CAO surfacique du poinçon rigide de départ (figure 3.24). Le modèle est ensuite tranché en 6 strates de 7 mm d'épaisseur pour être conforme au principe de la Stratoconception<sup>®</sup>. Deux inserts de positionnement sont nécessaires pour assurer le guidage de l'ensemble des strates. On considère que l'assemblage de ces dernières est assuré par 4 vis M7 (M7=diamètre 7 mm), disposées symétriquement par rapport aux axes de symétrie du poinçon.

L'existence de deux plans de symétrie, nous a permis de modéliser un quart du poinçon, ainsi nous avons discrétisé le modèle à l'aide de 116146 éléments TE4 (soit 25689 noeuds) avec un maillage fin au niveau des alésages des vis. Les inserts de positionnement (non précontraints) n'ont pas été considérés dans le modèle éléments finis, vu leur influence négligeable sur la réponse de la structure stratifiée. La base ( $S_U$ ) du poinçon stratifié est encadrée tandis que sa partie active (rayons d'entrée), schématisée par  $S_{F_2}$ , est chargée par les forces de contact, issues de la simulation de l'emboutissage (cf figure 3.29). Nous considérons un effort minimal de précontrainte de vissage de 3000 N, appliqué sur  $S_{F_1}$  (soit une précontrainte d'environ 60 MPa), identique pour toutes les vis.

Les mêmes modes de liaisons que précédemment ont été considérés dans les analyses éléments finis, à savoir : poinçon collé (cas a), poinçon vissé (cas b) et poinçon collé-vissé (cas c).

## 4.7.2.2 Analyse des résultats

## Distribution des contraintes équivalentes

La figure 4.19, illustre les distributions des contraintes équivalentes, selon le critère de Von Mises, pour les trois modes d'assemblage considérés, comparés à la distribution de référence obtenue en considérant un poinçon homogène (non stratifié).

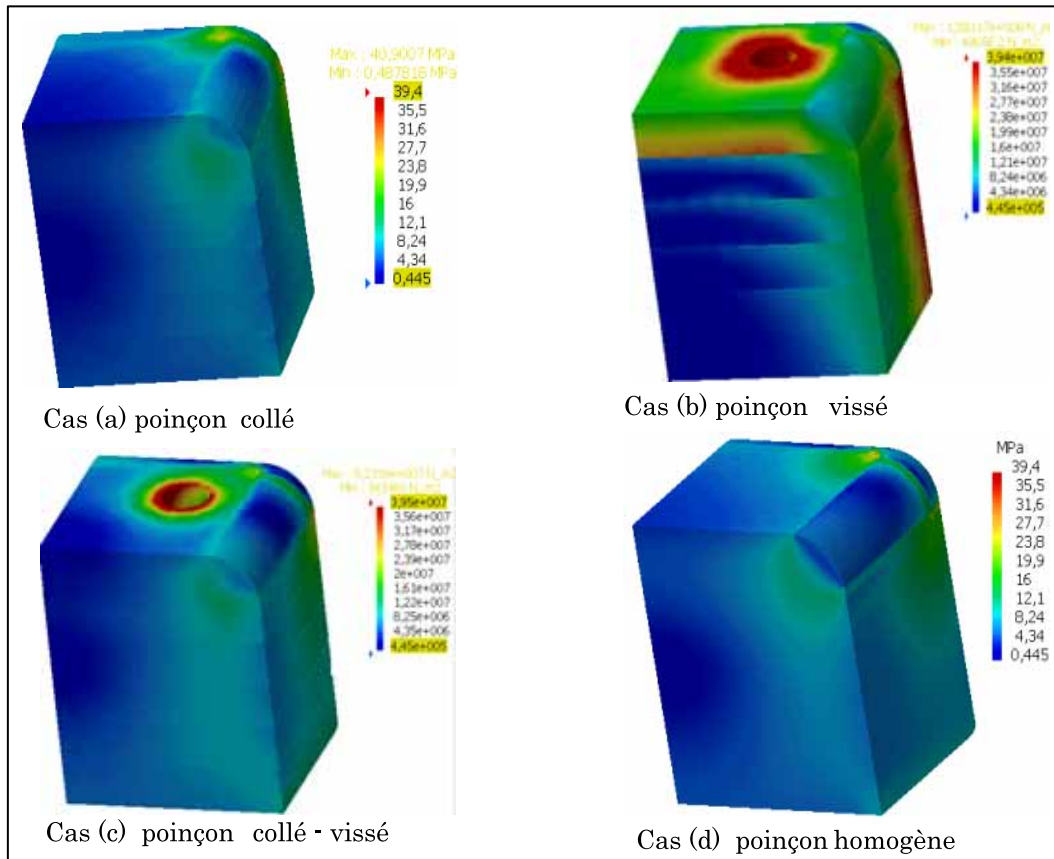


FIG. 4.19 – Distribution des contraintes de Von Mises ( $\sigma_{VM}$ ) dans l'assemblage étudié

Les mêmes remarques que précédemment peuvent être faites sur la qualité des résultats. En effet, lorsque les strates ne sont pas collées, la transmission des efforts dans la structure stratifiée est discontinue, ainsi les contraintes sont concentrées dans celle-ci avec un maximum d'environ 158 MPa.

Le collage assure la meilleure condition de continuité des interfaces assemblées et répartit ainsi les contraintes de manière la plus proche du cas homogène. Toutefois, la contrainte maximum de Von Mises (80 MPa) dans le poinçon collé-vissé reste supérieure à celle du poinçon collé (40 MPa) à cause de la présence de la précontrainte de vissage.

Sur la figure 4.20, nous avons reporté la déformée des strates pour le poinçon simplement vissé, avec ou sans l'effet des forces d'emboutissage (charge externes). Sous l'effet du

vissage, le bûillement maximal est d'environ 0.0006 mm (figure 4.20a). Lorsque les forces d'emboutissage sont appliquées, les bûillements de la périphérie se referment (figure 4.20b) et les strates sont déformées avec un déplacement radial maximal de 0.0057 mm.

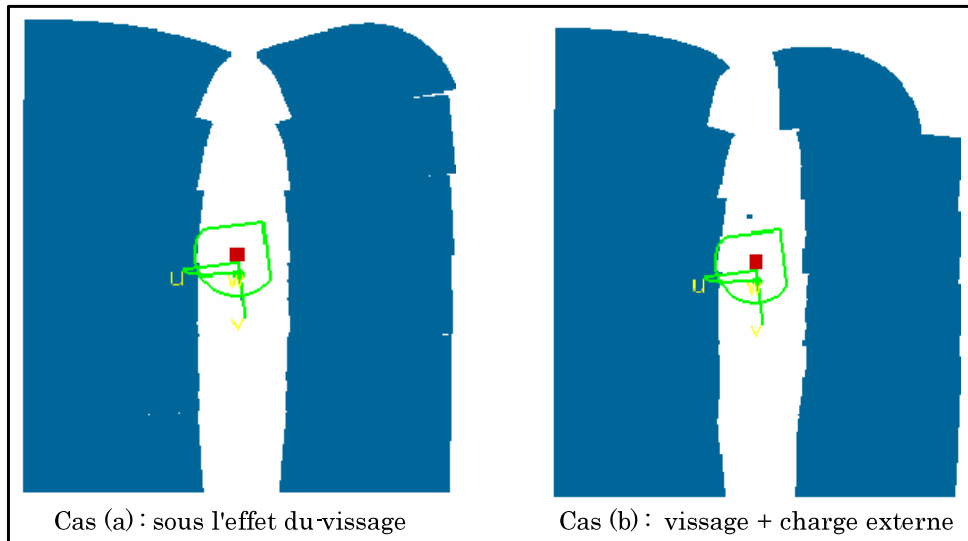


FIG. 4.20 – Déformée des strates pour le cas de l'assemblage simplement vissé



### Variation de la précontrainte de vissage

Dans le tableau 4-1, nous avons reporté les forces agissant sur la vis précontrainte, sous l'effet de la charge externe, pour les cas b et c. Nous pouvons remarquer, que les forces tangentielles, supportées par la vis, sont plus importantes dans le cas du poinçon vissé. En effet, lorsque le poinçon est vissé, les forces tangentielles sont entièrement reprises par la seule vis, tandis que lorsque le poinçon est collé-vissé, les forces tangentielles sont reprises conjointement par la vis et l'interface collée. Cela induit également des moments de flexion plus importants dans le cas du poinçon vissé que dans le cas du poinçon collé-vissé.

	$F_x$ (N)	$F_y$ (N)	$F_z$ (N)	$M_x$ (N.m)	$M_y$ (N.m)	$M_z$ (N.m)
Poinçon vissé	-253	-247	3563	-51	44	-0.60
Poinçon collé-vissé	-96	-95	1780	-24	21	-0.30

TAB. 4.1 – Forces exercées sur la vis, sous l'effet de la charge  $P$

Sur la figure 4.21, nous avons reporté la variation de l'effort de précontrainte de vissage en fonction de la charge externe appliquée (forces de contact). L'application des forces de contact (charge  $P$ ) sur la partie active du poinçon carré provoque une perte de l'effort de précontrainte dans la vis initialement précontrainte de 60 MPa. Ainsi l'effort dans la vis passe de 3000 N à 1780 N, soit une perte  $\Delta F_b = 1220$  N (figure 4.21). Au contraire, dans le cas du poinçon vissé (cas b), il se produit un supplément d'effort de précontrainte dans la vis (figure 4.21). L'effort de précontrainte dans la vis passe alors de 3000 N à 3563 N, soit un supplément  $\Delta F_b = 563$  N. On remarque également que la variation de l'effort dans la vis est linéaire vis à vis de la charge externe.

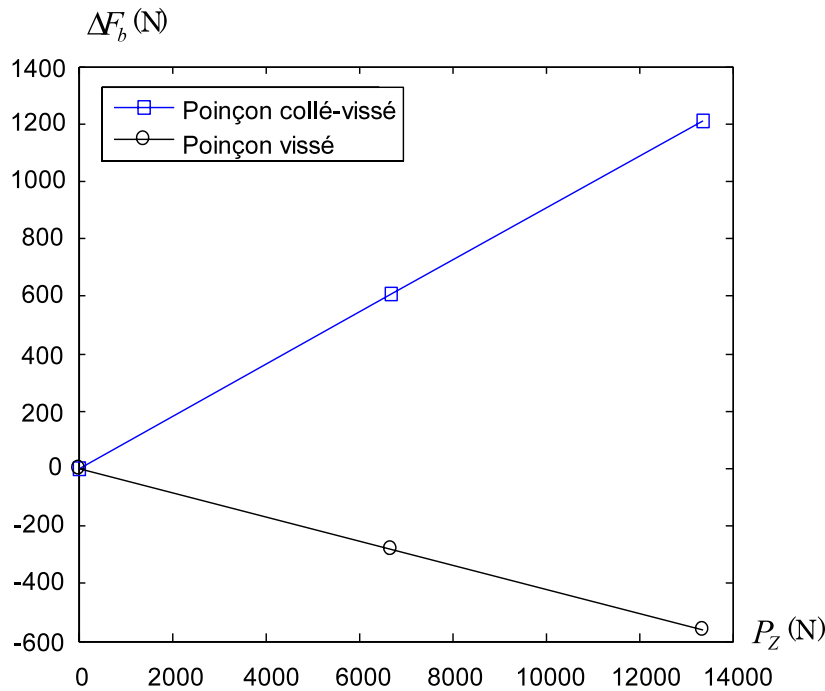


FIG. 4.21 – Variation de l'effort de précontrainte, sous l'effet de la charge externe

### 4.7.3 Poinçon industriel (Craft-Fastool)

#### 4.7.3.1 Description

L'exemple du poinçon stratifié, décrit en figure 4.22, est le poinçon réel, issu du projet européen Craft-Fastool. Le modèle CAO a été généré dans CATIA V5 et tranché en 11 strates de 7 mm d'épaisseur. L'existence d'un plan de symétrie nous permet de considérer la moitié du poinçon qui comprend 2 inserts de positionnement ( $I_1$  et  $I_2$ ) et 5 vis M6 précontraintes ( $V_1$  à  $V_5$ ) qui assure l'assemblage des différentes strates, en plus d'une colle structurale d'environ 0.1 mm d'épaisseur sur toutes les interfaces de celles-ci. Nous avons choisi de classer les vis en deux groupes selon le nombre de strates dont elles assurent l'assemblage :

- Le groupe de vis n°1 : constitué des vis  $V_1$  et  $V_5$  qui assurent respectivement l'assemblage de 11 et 10 strates ;
- Le groupe de vis n°2 : constitué des vis  $V_2$  à  $V_4$  qui assurent l'assemblage de 6 strates.

Le matériau des plaques est supposé élastique linéaire et isotrope avec les caractéristiques suivantes :  $E = 210$  GPa et  $\nu = 0.3$ . Pour les analyses éléments finis nous avons considéré essentiellement deux cas de poinçon : un poinçon collé-vissé et un poinçon vissé.

Le maillage éléments finis a été réalisé à l'aide de 210124 éléments TE4, linéaires en déplacements, avec un maillage plus fin aux niveaux des alésages des vis et inserts (figure

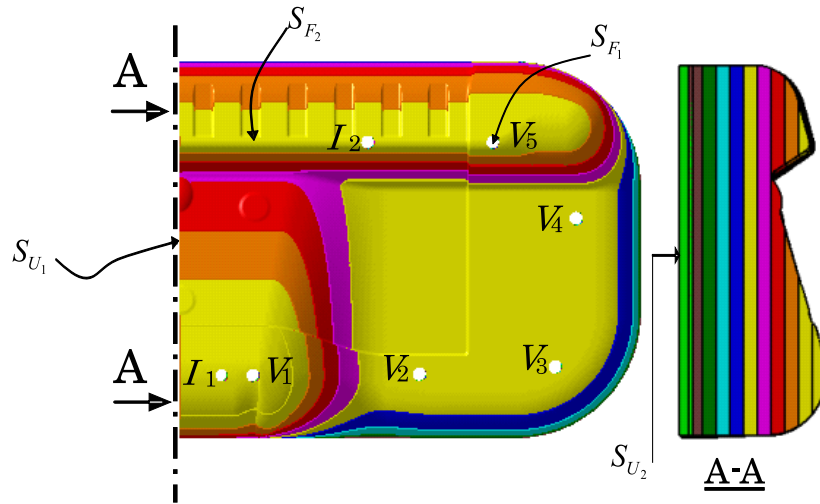


FIG. 4.22 – Modèle CAO du poinçon stratifié vissé

4.23).

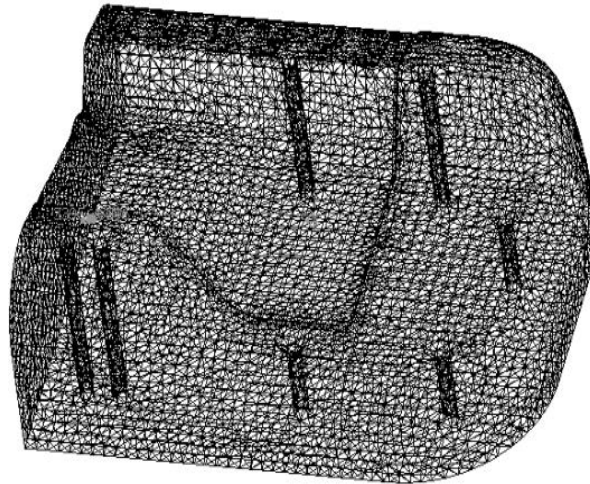


FIG. 4.23 – Modèle EF utilisé pour le demi poinçon

Le chargement du poinçon est ainsi composé :

- D'une précontrainte minimale de vissage de 200 MPa, appliquée sur ( $S_{F_1}$ ), soit un effort de 5560 N, identique pour toutes les vis ;
- Des forces de contact issues de la simulation de l'emboutissage (figure 3.34), réparties sur ( $S_{F_2}$ ), qui schématise la partie active du poinçon.

La base du poinçon ( $S_{U_2}$ ) est encadrée. Des conditions de symétrie ont été appliquées sur ( $S_{U_1}$ )

### 4.7.3.2 Analyse des résultats

#### Distribution des contraintes équivalentes

La figure 4.24 montre les distribution des contraintes de Von Mises pour les cas a et b. On remarque que dans le cas a, les contraintes sont concentrées dans les alésages des vis avec un maximum de 178 MPa, tandis que la contrainte maximum calculée en considérant un poinçon homogène était seulement d'environ 46 MPa.

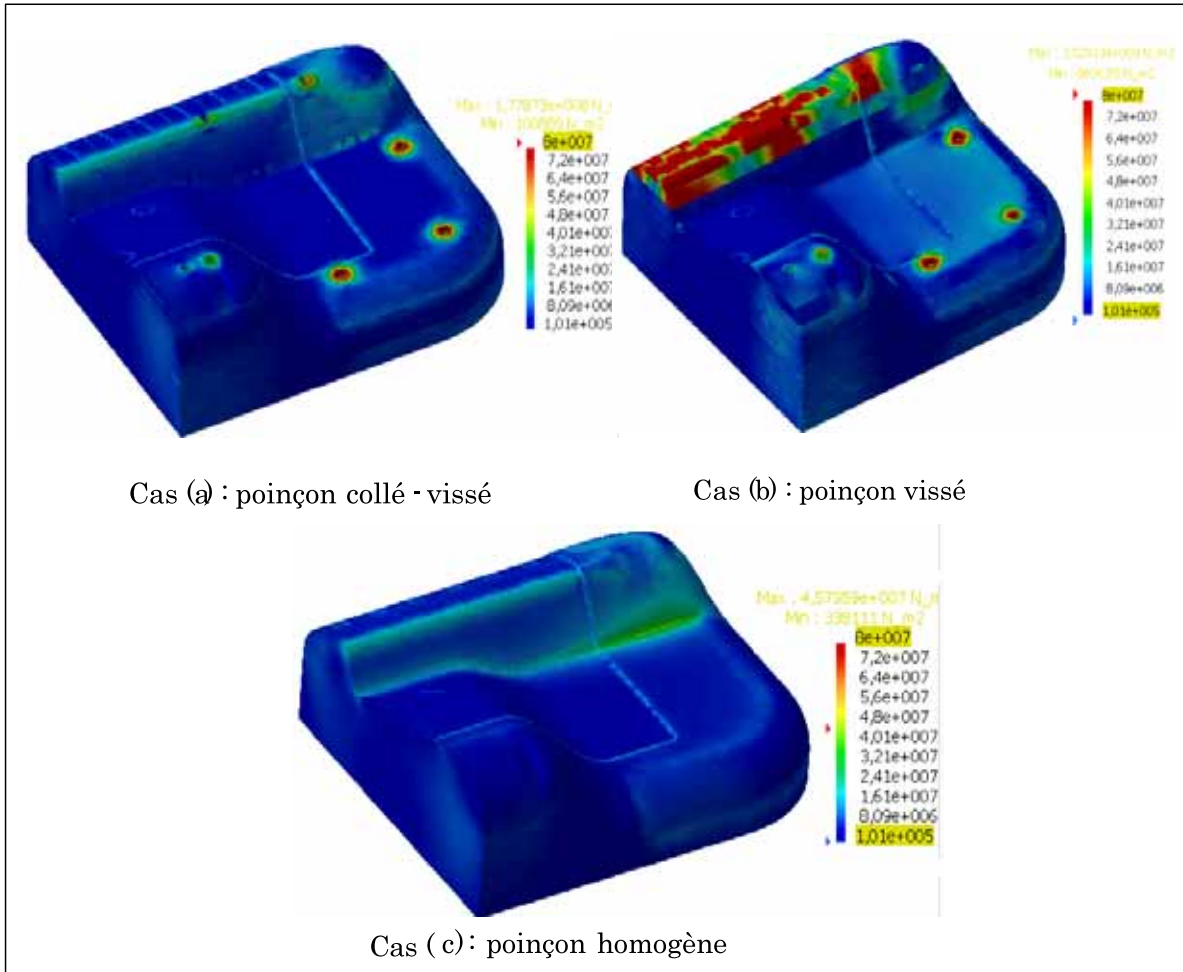


FIG. 4.24 – Distribution des contraintes de Von Mises

En ce qui concerne le poinçon vissé, les contraintes sont localisées dans les alésages des vis précontraintes, notamment la vis  $V_5$  mais aussi dans les alésages de l'insert  $I_2$  non précontraint avec un maximum qui dépasse grandement la limite élastique du matériau.

En effet, le fait que les strates soient juste en contact (non collées), les charges externes appliquées induisent des déplacements excessifs (avec un maximum de déplacement relatif

de 0.77 mm) de la strate (où des strates) la plus chargée (figure 4.25), car les espacements entre les vis et inserts sont importants pour empêcher des déplacements de celles-ci. Ainsi, des déformations excessives sont produites aux niveaux des alésages des vis et inserts, où les déplacements sont empêchés. Ce qui explique l'amplification importante des contraintes équivalentes dans ces positions.

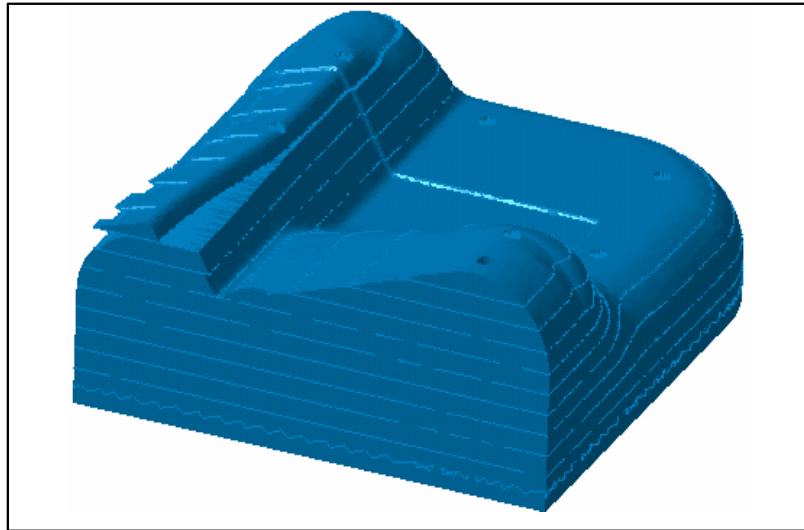


FIG. 4.25 – Déformée du maillage pour le poinçon simplement vissé

Par ailleurs, le cisaillement maximal calculé (45 MPa environ) dans le cas du poinçon collé-vissé est significatif comparé à la limite que peut supporter la colle en cisaillement, bien qu'il reste dans les limites admissibles.

A partir de ce résultat, nous pouvons conclure qu'il est nécessaire de rajouter des vis supplémentaires sur la partie présentant des déplacements excessifs, pour renforcer les liaisons de l'assemblage, bien que dans ce cas les dispositions constructives qu'imposent les règles de conception des assemblages par éléments filetés (type VDI 2230, CM66) [CM66 95], en terme d'assise minimale des vis ne soient pas respectées. On voit bien que le collage des strates ayant une faible section est indispensable pour réduire les déplacements et donc les déformations imposés par les charges externes, mais insuffisant pour garantir la tenue mécanique des liaisons assemblées.

La conception des outils d'emboutissage stratifiés implique une bonne liaison entre les strates assemblées. Dans le cas des strates de très faibles sections, le collage de celles-ci est nécessaire mais pas suffisant, et reste un problème à ne pas négliger.

En effet, dans le cas des outils d'emboutissage stratifiés, aucune application de collage direct sans vissage ou boulonnage n'existe aujourd'hui. De ces résultats, il ressort que l'assemblage des strates par collage ne semble pas pouvoir être utilisé sans le vissage

comme système d'assemblage des outils stratifiés pour l'emboutissage.

### Variation de la précontrainte de vissage

Sur la figure 4.26, nous avons reporté les variations de la précontraintes dans les vis  $V_1$  à  $V_5$ , initialement précontraintes à 200 MPa.

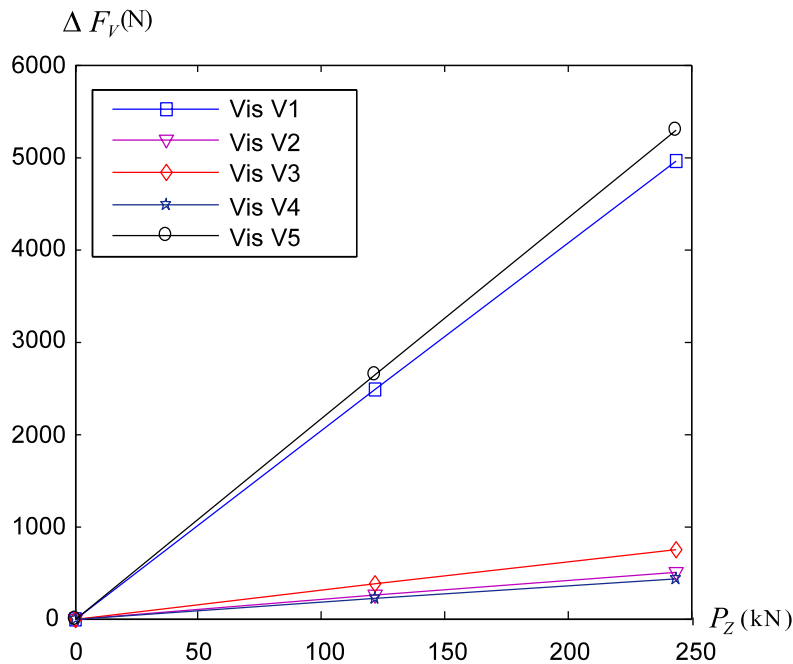


FIG. 4.26 – Variation dans l'effort de précontrainte, sous l'effet de la charge externe

Nous remarquons que les vis se déchargent différemment. La perte de précontrainte dans le groupe 2 (vis  $V_2$  à  $V_4$ ) est moins importante que dans celles du groupe 1 (vis  $V_1$  et  $V_5$ ), ceci peut être expliqué par l'équation (4.27). En effet, la rigidité au voisinage du groupe de vis n°1 est faible comparée à la rigidité au voisinage du groupe de vis n°2, autrement dit le facteur de charge  $\phi$  au voisinage du groupe de vis n°1 est plus important que le facteur de charge au voisinage du groupe de vis n°2. Ce qui explique cette grande différence dans les pertes de précontraintes de vissage. A partir de ces informations, nous pouvons conclure que la précontrainte minimale de vissage nécessaire pour le groupe de vis n°1 est très importante comparée à celle nécessaire pour le vissage du groupe de vis n°2. De plus, les contraintes alternées calculées dans les vis  $V_1$  et  $V_5$ , à partir de l'équation (4.30), dépassent largement la contrainte limite de fatigue des vis, ce qui est défavorable en ce qui concerne les assemblages sollicités en fatigue.

Par ailleurs, l'emplacement des vis sur les rayons d'entrée de l'outil (parties les plus chargées), notamment la vis  $V_5$  à grandement amplifié les pertes de précontrainte de vissage. Il convient donc d'éviter ce type de conception dans la mesure du possible.

---

## 4.8 Conclusion

A partir des résultats obtenus, sur les différentes géométries de pièces, nous pouvons envisager deux possibilités d'assemblage des outils stratifiés :

1. **Assemblage par vissage** : les outils avec une géométrie relativement simple, qui ne présentent pas de strates de faible section, notamment les matrices peuvent être conçus par vissage (sans collage). En effet, lorsque la section de la plus petite strate du modèle permet l'emplacement de plusieurs vis tout en respectant les dispositions constructives imposées par les règlements (type DVI 2230, CM66), en terme de section minimale d'assise des vis, le vissage peut largement garantir la tenue mécanique de l'outil stratifié, sous l'effet des forces d'emboutissage (les vis présentent une haute résistance en traction et en cisaillement). Par conséquent, le choix du vissage comme système d'assemblage présente les avantages et inconvénients suivants :
  - **Inconvénients** : dans le cas des outils stratifiés vissés, les contraintes développées sont concentrées dans la seule partie active de l'outil et distribuées de manière hétérogène, discontinue. De plus les sollicitations de cisaillement sont reprises principalement par les vis précontraintes.
  - **Avantages** : un outil stratifié vissé, permet de remplacer les strates de la partie active aisément en cas de besoin, puisque leur démontage est facile. Il offre également la possibilité d'utiliser des matériaux différents dans la partie non active (où les contraintes sont faibles), à condition de maîtriser la variation des efforts de précontrainte dans les vis car, la rigidité de l'outil est modifiée et la résistance de l'assemblage en dépend principalement. Il permet de plus un gain en terme de coûts et de délais de fabrication comparé à un outil collé-vissé.
2. **Assemblage par collage et vissage** : la combinaison du collage avec le vissage, est particulièrement intéressante lorsque la partie active de l'outil stratifié présente des petite strates ayant une section suffisamment faible pour ne pas garantir une assise minimale des vis. Dans ce type d'assemblage les avantages sus-cités qui nécessitent le démontage de l'outil ne sont pas obtenus. En revanche, le collage des interfaces vissées permet une meilleure répartition des contraintes dans la structure stratifiée, réduit considérablement les maxima des contraintes développées et accroît la rigidité de l'assemblage.

A partir des calculs effectués, nous pouvons constater que la déformation et la rigidité des strates qui constituent l'outil stratifié n'est pas un critère direct pour la conception des outils d'emboutissage stratifiés par le procédé de Stratoconception®. En revanche, le système d'assemblage des strates doit être maîtrisé.



Par ailleurs, dans le cas des outils stratifiés assemblés par vissage, la variation de la précontrainte de vissage, sous l'effet de la distribution des forces d'emboutissage, est une caractéristique mécanique particulièrement intéressante et qu'il convient de maîtriser. En effet, selon l'emplacement de la vis dans la structure stratifiée, la variation peut être un supplément ou une perte de précontrainte de vissage. Lorsque'il s'agit d'un supplément de précontrainte, la condition de non décollement des pièces sous la tête de vis doit être satisfaite, tandis que si la variation est une perte de précontrainte, la condition donnée par l'équation (4.29) doit être vérifiée.

A partir de ces informations, nous pouvons conclure que du point de vue mécanique, voire économique, la conception des outils d'emboutissage stratifiés, notamment par le procédé de Stratoconception<sup>®</sup>, est envisageable et particulièrement intéressante pour les matrices. Nous pensons également que le processus de définition des plans de stratification des outils doit éviter, dans la mesure du possible, les strates à faibles sections. Ce qui permettra au concepteur de concevoir le système d'assemblage sans violer les règles de conception en vigueur et par la même éviter de placer des vis sur les rayons des outils (parties les plus chargées).



# 5

## Optimisation du vissage des outils stratifiés

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>130</b>
<b>5.2</b>	<b>Les différentes classes d'optimisation</b>	<b>131</b>
<b>5.3</b>	<b>Problème général d'optimisation</b>	<b>131</b>
<b>5.4</b>	<b>Formulation du problème d'optimisation</b>	<b>132</b>
5.4.1	Variables d'optimisation	132
5.4.2	Choix de la fonction objectif	133
5.4.3	Limitations d'optimisation	134
5.4.4	Organigramme du processus d'optimisation	134
<b>5.5</b>	<b>Applications numériques</b>	<b>135</b>
5.5.1	Poinçon carré (Numisheet'93)	135
5.5.2	Résultats	136
5.5.3	Poinçon industriel (Craft-Fastool)	138
5.5.4	Résultats	140
<b>5.6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>141</b>

---

## 5.1 Introduction

L'optimisation est un outil important en sciences appliquées et pour l'analyse des systèmes physiques [Naceur 98]. Ainsi, dans le domaine de la mécanique des structures à comportement linéaire, l'optimisation a attiré l'attention d'un grand nombre de chercheurs, ainsi qu'en témoigne le grand nombre de livres et d'articles scientifiques publiés. Les travaux qui couvrent ce sujet étant très nombreux, nous nous sommes volontairement limités à une liste non exhaustive. Les premières recherches en optimisation de structures élastiques ont été menées par Schmit en 1960 [Naceur 98]. Ces recherches concernent la résolution d'un problème d'optimisation de structures linéaires élastiques sous chargement variable avec limitations non linéaires d'inégalités, cela a permis également la compréhension des techniques de programmation mathématiques.

En 1973, Zienkiewicz et Campbell [Naceur 98] ont présenté une méthode utilisant la technique des éléments finis, permettant l'optimisation de forme de structures constituées de barres où les variables d'optimisation étaient les coordonnées des noeuds.

En 1984 et 1985, Bennett et Botkin [Bennett 84, Botkin 85] ont présenté une méthode d'optimisation de forme de structures avec une description de la CAO ainsi qu'une technique de maillage adaptatif durant les cycles d'optimisation.

En 1987, Domaszewski et al. [Domaszewski 87] ont présenté une technique pour l'optimisation de forme d'arches avec limitations sur le poids total.

Ce chapitre a pour objectif la formulation et la résolution du problème d'optimisation des outils d'emboutissage stratifiés, assemblés par vissage dont le comportement est considéré linéaire élastique. Nous citerons tout d'abord les différentes classes d'optimisation, puis nous présenterons le problème général d'optimisation en mécanique des structures. Nous formulerons ensuite le problème d'optimisation de structures stratifiées, assemblées par vissage. Pour la résolution du problème d'optimisation, nous utiliserons la technique des plans d'expériences permettant de construire une surface de réponse couplée avec un algorithme de minimisation dans Matlab. Il existe beaucoup de plans d'expérience. Ils sont différents selon : l'objectif de l'étude, le nombre et les interactions possibles entre les variables d'optimisation, le type de variables et leur précision. Dans notre cas, nous avons choisi d'utiliser les plans d'expériences de type composites à faces centrées (voir annexe C). Les applications numériques présentées dans ce chapitre concernent des cas académique simple et industriel avec une géométrie relativement complexe.

## 5.2 Les différentes classes d'optimisation

Il existe trois grandes classes d'optimisation de forme de structures mécaniques. On distingue : le dimensionnement, l'optimisation de forme et l'optimisation topologique [Naceur 98].

- **Le dimensionnement** : ce sont toutes les méthodes de détermination des dimensions géométriques pour des classes de conception pré-définies, telles que l'épaisseur des coques, sections droites des éléments structuraux...etc.
- **L'optimisation de forme** : elle introduit des variables de conception qui permettent le mouvement des frontières (bords) dans une structure. A cause de sa difficulté relative par rapport au dimensionnement, les changements géométriques envisagés ont été historiquement limités [Botkin 85, Naceur 98]. Cependant, elle a connu énormément d'importance dans les industries aéronautique, navale, automobile, en contribuant à la réduction des coûts de fabrication tout en améliorant les outils de travail, la sécurité et le confort [Botkin 85, Domaszewski 87, Naceur 98...]
- **L'optimisation topologique** : cette classe d'optimisation nécessite aussi bien des modifications topologiques que des modifications de forme et de dimensions. Les modifications topologiques concernent les éléments d'assemblages, ou bien la création ou la suppression de trous dans des milieux continus. Les éléments dans un assemblage peuvent être modifiés, on peut en ajouter, en enlever ou en déplacer dans le but d'obtenir une conception améliorée. C'est dans cette classe d'optimisation que s'inscrit l'étude envisagée dans ce chapitre.

## 5.3 Problème général d'optimisation

En général, le but de l'optimisation consiste à trouver les variables de conception "réalisables" qui permettent d'optimiser (ou d'améliorer) au sens de minimiser ou de maximiser une ou plusieurs fonctions (contraintes, poids, énergie de déformation...), tout en respectant certaines contraintes ou limitations. Cette recherche de variables nécessite un grand nombre d'essais et de calculs.

Mathématiquement le problème d'optimisation se présente comme suit :

$$\begin{cases} \min & f(v), \quad v = \langle v_1, \dots, v_n \rangle^T \\ \text{avec} & g_i(v) \leq 0 \\ \text{et} & g_j(v) = 0 \end{cases} \quad (5.1)$$

Où  $f$  est la fonction objectif,  $v_i$  sont les variables de conception,  $g_i$  et  $g_j$  sont respectivement les fonctions limitations d'inégalités et les fonctions limitations d'égalités.

Une classification des problèmes d'optimisation est réalisée à partir de l'existence et du type de fonctions composant le problème. Le problème est-il avec ou sans limitations? Les fonctions objectifs ou contraintes sont-elles linéaires, quadratiques ou non linéaires en fonction des variables de conception?. Cette classification offre l'avantage de pouvoir estimer la difficulté du problème à résoudre [Delamézière 02].

## 5.4 Formulation du problème d'optimisation

### 5.4.1 Variables d'optimisation

En général, tous les paramètres qui sont pris en compte dans une méthode de simulation numérique du comportement de structures mécaniques peuvent faire l'objet d'une optimisation. Dans notre cas, nous avons pensé, a priori, à quatre paramètres : l'épaisseur ( $e$ ) des strates composant l'outil stratifié, le diamètre ( $d$ ) des vis et leur positions ( $p_j$ ) et éventuellement la précontrainte initiale de vissage ( $(\sigma_b)_i$ ).

Le choix de l'épaisseur des strates utilisées par le CIRTES pour la fabrication des outillages stratifiés dépend essentiellement du prix et de la disponibilité des plaques métalliques dans lesquelles sont usinées les strates. En effet, plus l'épaisseur des strates est faible, plus le coût matière est élevé et plus les temps d'assemblage sont longs. En revanche, plus l'épaisseur des strates est importante, plus le coût matière est faible et plus les temps d'usinage sont longs et donc coûteux (l'usinage des grandes épaisseurs est très long car, il est souvent réalisé en plusieurs passes). Cela constitue, évidemment, une des contraintes technologiques du procédé de Stratoconception<sup>®</sup>, bien qu'en théorie on puisse faire varier l'épaisseur des strates. L'optimisation des épaisseurs des strates ne peut donc être dissociée de l'aspect économique.

Nous avons choisi de ne pas considérer l'épaisseur des strates comme paramètre d'optimisation. En ce qui concerne le diamètre des vis qui représente une variable de conception discrète, celui-ci dépendra de l'épaisseur des strates adoptée. En effet, pour une épaisseur donnée de la strate, le diamètre des vis doit être choisi de manière à avoir une longueur minimale de filetage. Plus précisément, il faut que le diamètre de la vis soit au plus égal à l'épaisseur de la strate. Quant à la précontrainte initiale de vissage, il n'est pas utile de rechercher une valeur optimale pour celle-ci lorsqu'on ne considère pas le comportement en fatigue. Seule la position des vis a une grande influence sur la réponse de la structure stratifiée, notamment sur les variations de la précontrainte de vissage, indésirables dans toute conception d'assemblages vissés (ou boulonnés). Pour toutes ces considérations nous avons retenu comme seul paramètre d'optimisation la position des vis définie par les coordonnées  $(x, y)$  du centre du trou de chaque vis (figure 5.1).

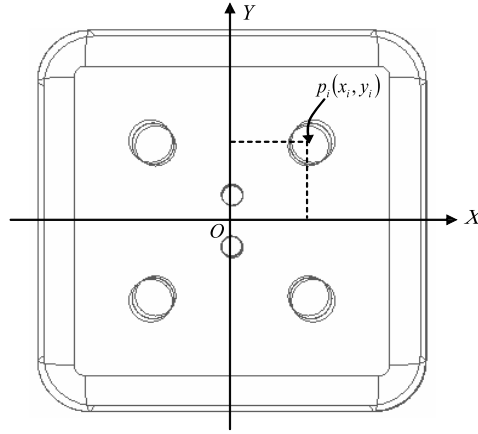


FIG. 5.1 – Outil stratifié, vissé : traitement de l'optimisation des positions de vis

Ainsi le problème d'optimisation consiste en la recherche des meilleures coordonnées  $(x, y)$  du centre du trou de chaque vis qui permettent de minimiser une fonction objectif préalablement choisie.

### 5.4.2 Choix de la fonction objectif

L'objectif principal de l'étude est d'améliorer la conception des outils stratifiés, notamment le système d'assemblage des strates par vissage. Ainsi la fonction objectif a été définie, dans le but d'obtenir une structure stratifiée vissée où les variations de précontraintes de vissage après chargement externe soient les plus faibles. La fonction objectif que nous utilisons, est composée de valeurs de caractéristiques mécaniques évaluées par des calculs éléments finis. Dans notre cas, il n'est pas possible de trouver une forme analytique reliant cette fonction aux variables de conception. La fonction objectif est alors définie comme étant la moyenne des variations de précontraintes occasionnées dans les vis, sous l'effet des charges externes (forces d'emboutissage). Elle s'écrit :

$$f_{obj} = \frac{1}{nv} \sum_{j=1}^{nv} [\Delta\sigma_{bj}]^2 = \frac{1}{nv} \sum_{j=1}^{nv} [(\sigma_{bj})_i - (\sigma_{bj})_f]^2 \quad (5.2)$$

Avec :  $\Delta\sigma_{bj} = \frac{(F_{bj})_i - (F_{bj})_f}{A_{bj}}$  la variation de précontrainte dans la vis  $j$ .  $nv$  le nombre de vis dans la structure.

Cette fonction est normalisée en considérant comme référence commune l'intervalle  $[0; 1]$  où la valeur 0 correspond à une parfaite solution et la valeur 1 à une solution inadaptée :

$$f_{obj} = \frac{1}{nv} \sum_{j=1}^{nv} \left[ \frac{(\Delta\sigma_{bj})^2 - (\Delta\sigma_{bj})_{\min}^2}{(\Delta\sigma_{bj})_{\max}^2 - (\Delta\sigma_{bj})_{\min}^2} \right] \quad (5.3)$$

### 5.4.3 Limitations d'optimisation

Nous utilisons dans cette étude deux types de limitations :

- La première limitation concerne des limitations sur les maxima de contraintes équivalentes développées dans la structure étudiée : on souhaite alors que la contrainte maximum de Von Mises soit inférieure à la limite élastique du matériau. Ainsi la fonction limitation peut s'écrire sous la forme d'inégalité suivante :

$$g = \sigma_{cal}^{vm} - \sigma_e < 0 \quad (5.4)$$

Avec :  $\sigma_{cal}^{vm}$  la contrainte maximum de Von Mises calculée.  $\sigma_e$  la contrainte limite d'élasticité.

- La deuxième limitation concerne des limitations dites "naturelles", qui représentent les bornes inférieures et supérieures des variables d'optimisation. Ce type de limitations est facile à prendre en compte, car elles sont linéaires. Elles s'écrivent :

$$v_{\inf} \leq v_i \leq v_{\sup}, \quad i = 1, \dots, n \quad (5.5)$$

En général, dans la conception d'assemblages par éléments filetés, ces derniers doivent respecter les impératifs de distances minimale et maximale aux bords des plaques assemblées ainsi que les impératifs de distances minimale et maximale entre les éléments filetés, que préconise les règles de conception en vigueur (VDI 2230, CM66, ...). Selon les règles CM66 [CM66 95], par exemple, la distance  $d_b$  entre axes des vis et bords des plaques assemblées et la distance  $d_v$  entre axes des vis doivent satisfaire les inégalités suivantes :

$$\begin{cases} 1.5 d \leq d_b \leq 3.5 d \\ 3.5 d \leq d_v \leq 7 d \end{cases} \quad (5.6)$$

Avec :  $d$  est le diamètre de la vis considérée.

### 5.4.4 Organigramme du processus d'optimisation

La figure 5.2 présente le schéma général du processus d'optimisation topologique des outils stratifiés vissés. Le processus commence par une conception initiale satisfaisant les conditions minimales de faisabilité (épaisseurs des strates, diamètre et positions des vis...). On distingue quatre étapes principales dans ce processus. La première étape concerne

le choix et la selection des paramètres à optimiser. La deuxième étape est celle de la formulation du problème d'optimisation qui se fait par la définition de fonctions objectifs à satisfaire ainsi que des fonctions limitations qui limitent le domaine de recherche des variables de conception. Ensuite, on procède à la résolution du problème d'optimisation qui nécessite le choix d'une méthode d'optimisation et d'un algorithme de minimisation (dans notre cas, nous avons utilisé la méthode des plans d'expérience couplée avec un algorithme de minimisation dans Matlab). Dans la dernière étape, on actualise les variables de conception afin d'obtenir une conception optimale.

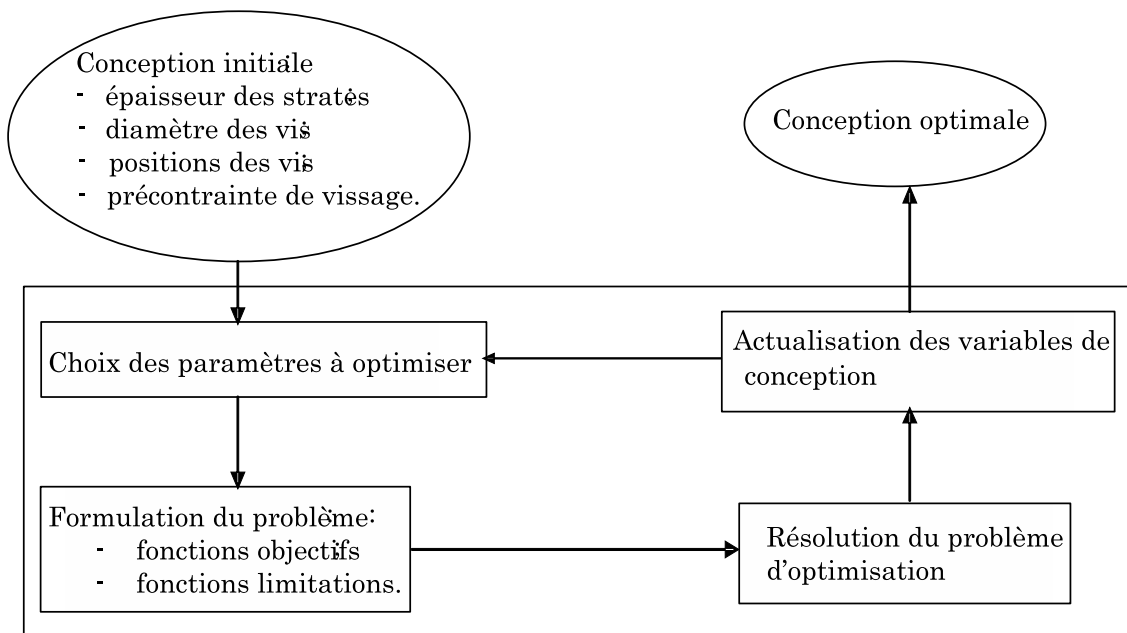


FIG. 5.2 – Processus général d'optimisation topologique des outils stratifiés

## 5.5 Applications numériques

### 5.5.1 Poinçon carré (Numisheet'93)

Comme premier exemple d'application, nous avons choisi de procéder à l'optimisation des positions des vis dans le cadre du poinçon carré du "benchmark Numisheet'93" (figure 4.18). Il est à noter que la structure initiale (de dimensions : 70 mm x70 mm x42 mm) à quatre vis donne lieu à huit variables d'optimisation (deux coordonnées par vis). L'exploitation de la symétrie du modèle nous permet de réduire le problème à deux variables  $v_1$  et  $v_2$  (figure 5.3). Par ailleurs, nous attirons l'attention du lecteur sur le fait que la solution de l'exemple choisi peut être obtenue sans faire appel à une procédure d'optimisation. En

effet, le fait de considérer un huitième de la structure ramène le problème à une variable de conception, ainsi la vis se déplace suivant une direction située à  $45^\circ$  (figure 5.3) par rapport au repère  $(OXY)$  et la solution optimale peut être obtenue en faisant un certain nombre d'essais.

Ainsi l'objectif principal de cet exemple choisi est de tester et de valider la procédure d'optimisation.

Le domaine de recherche admissible pour les variables de conception  $v_1$  et  $v_2$  est délimité par des bornes inférieure et supérieure (figure 5.3). Pour l'étude du problème d'optimisation, les données du tableau 5.1 sont utilisées.

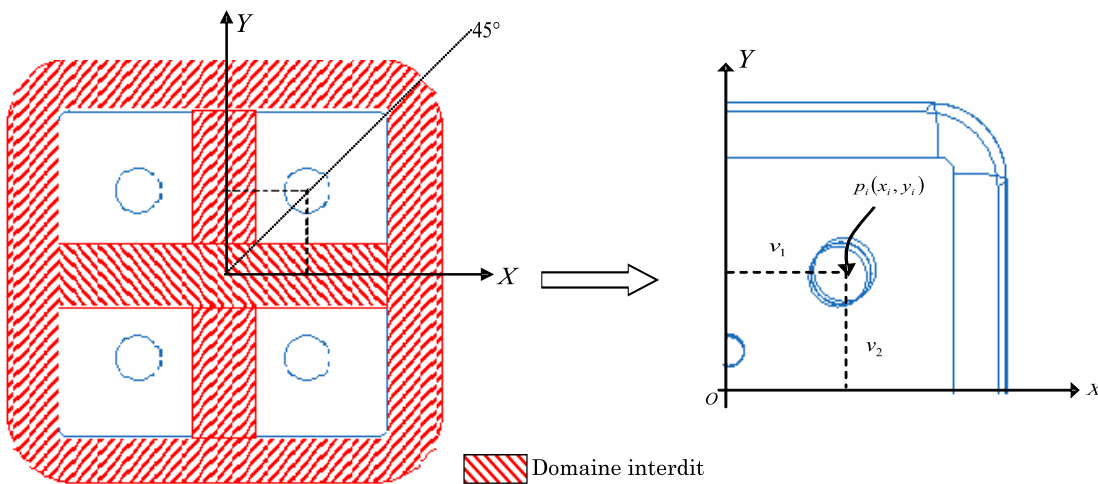


FIG. 5.3 – Variables de conception et domaine de recherche

	Variable $v_1$	Variable $v_2$
Born. Sup. (mm)	23	23
Born. Inf. (mm)	14	14

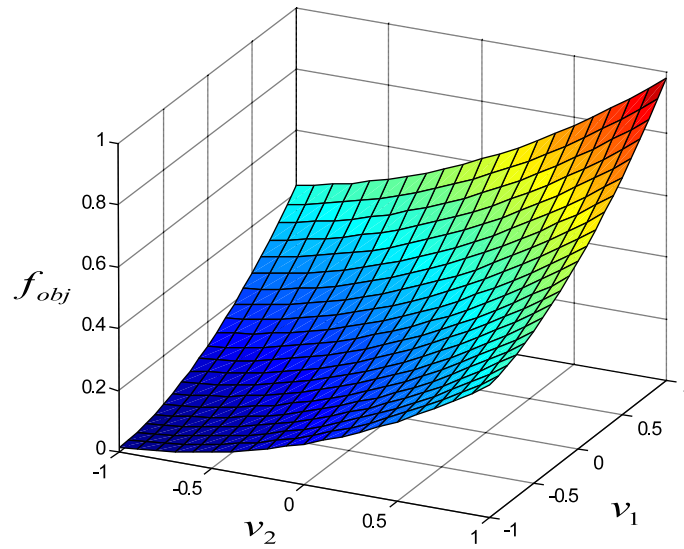
TAB. 5.1 – Paramètres de calcul

Nous avons réalisé un plan d'expérience de type composite à faces centrées à deux variables (facteurs), impliquant 9 analyses éléments finis dans CATIA V5.

### 5.5.2 Résultats

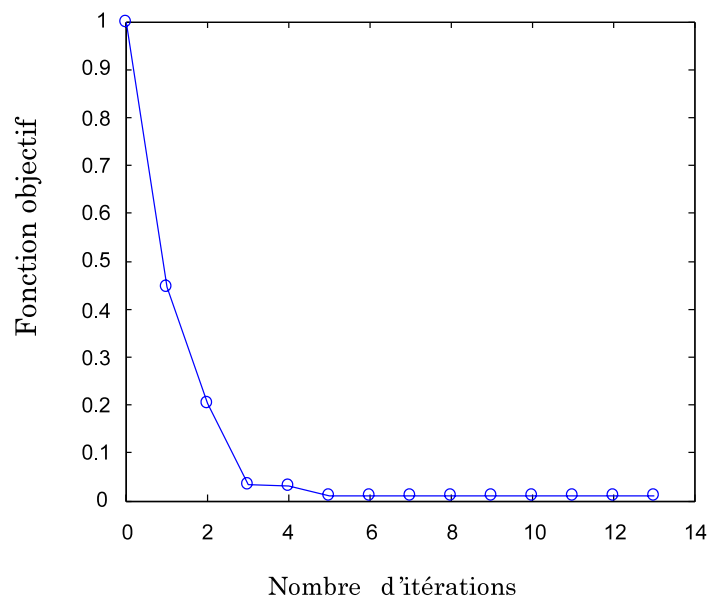
Sur la figure 5.4, nous avons reporté la surface de réponse de la fonction objectif  $f_{obj}$ .



FIG. 5.4 – Surface de réponse de la fonction objectif  $f_{obj}$ 

La fonction  $f_{obj}$  est minimisée en utilisant un algorithme de minimisation sous contrainte dans Matlab, avec une précision sur la convergence de  $10^{-6}$ .

La convergence de l'algorithme de minimisation est obtenue après 5 itérations (figure 5.5).

FIG. 5.5 – Evolution de la fonction objectif  $f_{obj}$  en fonction des itérations

Les résultats de la procédure d'optimisation sont reportés dans le tableau 5.2.

	$f_{obj}$ (MPa)	$v_1$ (mm)	$v_2$ (mm)
Avant optimisation	47.24	17.5	17.5
Après optimisation	32.29	14.0	14.0

TAB. 5.2 – Résultats d'optimisation et comparaison avec la conception initiale

La position de la vis avant et après optimisation est illustrée sur la figure 5.6.

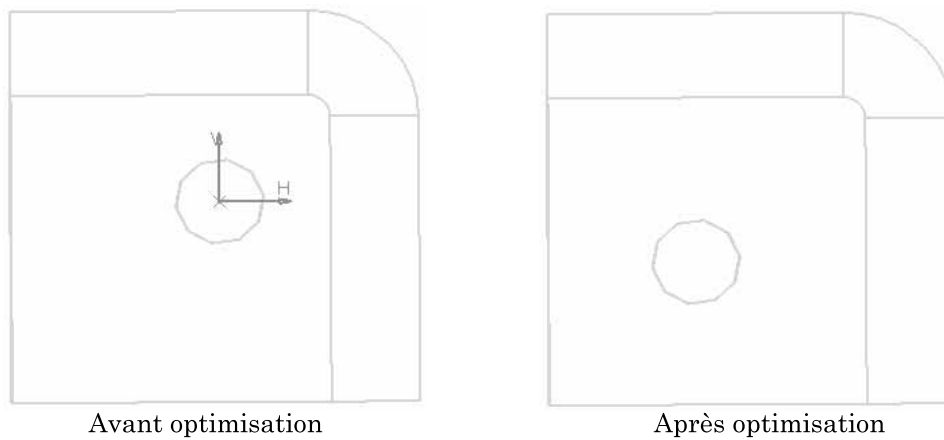


FIG. 5.6 – Position de la vis avant et après optimisation

### 5.5.3 Poinçon industriel (Craft-Fastool)

Dans cet exemple, on procède à l'optimisation topologique du poinçon industriel issu du projet européen Craft-Fastool. La moitié du poinçon contient 5 vis précontraintes ( $V_1$  à  $V_5$ ), figure 5.7, ce qui implique 10 variables d'optimisation, soit 2 variables (coordonnées  $x, y$ ) par vis. La taille du problème d'optimisation devient importante, car l'utilisation des plans composites à faces centrées implique la réalisation de 1045 calculs éléments finis sous CATIA V5.

Afin de réaliser cette étude à moindre coût, nous avons procédé à la réduction du nombre de variables tout en conservant à l'esprit que le problème d'optimisation à dix variables est plus complet qu'un problème à moins de dix variables. De ce fait, le problème devient un problème "d'amélioration" de la conception initiale plutôt qu'un problème "d'optimisation" au sens propre. Pour ce faire, nous avons donc utilisé la stratégie suivante :

- pour les vis  $V1$  et  $V5$ , nous n'avons pas souhaité qu'elles se déplacent dans la direction  $Y$  car, le déplacement suivant celle-ci réduirait la longueur minimale de filetage, puisque l'épaisseur de la strate diminue suivant cette direction ;
- pour les vis  $V2$  à  $V4$ , nous avons introduit une contrainte sur les coordonnées  $(x_i, y_i)$ , définies dans le nouveau repère  $(O'X'Y')$ , en utilisant la relation :  $x_i=y_i$ . Ainsi les vis  $V2$  et  $V4$  se déplacent suivant la droite  $(D)$  tandis que la vis  $V3$  se déplace suivant la droite  $(D')$  (figure 5.7) ;

Ainsi, nous avons ramené le nombre de variables à une par vis, soit 5 variables d'optimisation au total, impliquant 43 calculs éléments finis sous CATIA V5.

Les simulations numériques effectuées ont montré que le groupe de vis n°1 (vis  $V_1$  et  $V_5$ ) n'a pas d'influence sur le groupe de vis n°2 (vis  $V_2$  à  $V_4$ ), autrement dit, chaque groupe contrôle une partie du poinçon vissé. Nous avons ainsi réalisé la procédure d'optimisation en deux étapes, bien qu'elle puisse être réalisée en une seule étape en considérant les cinq variables :

- dans la première étape, nous avons procédé à l'optimisation des positions des vis  $V_2$  à  $V_4$  uniquement, soit un problème à trois variables, impliquant 15 calculs éléments finis sous CATIA V5 ;
- dans la deuxième étape, nous avons considéré l'optimisation des vis  $V_1$  et  $V_5$ , soit un problème à deux variables, impliquant 9 calculs éléments finis sous CATIA V5.

Cela nous a permis de réduire considérablement le nombre d'expériences ou de calculs à réaliser. On passe alors de 1045 calculs prévus initialement à 21 calculs.

Les données initiales pour l'optimisation des positions des vis  $V_1$  et  $V_5$  sont reportées dans le tableau 5.3 et sont données dans le repère d'origine  $(OXY)$ .

	$V_1(x_1, y_1)$	$V_5(x_5, y_5)$
Born. Inf. (mm)	(31.25, -56)	(100, 55.5)
Born. Sup. (mm)	(44.25, -56)	(154.25, 55.5)

TAB. 5.3 – Paramètres de calcul utilisés pour l'optimisation des vis  $V_1$  et  $V_5$

Quant aux données initiales pour l'optimisation des positions des vis  $V_2$  à  $V_4$ , elles sont reportées dans le tableau 5.4 et sont données dans le nouveau repère  $(O'X'Y')$ .

	$V_2(x'_1, y'_1)$	$V_3(x'_3, y'_3)$	$V_4(x'_4, y'_4)$
Born. Inf. (mm)	(-30.75, -30.75)	(30.75, -30.75)	(33.30, 33.30)
Born. Sup. (mm)	(-43.75, -43.75)	(43.70, -43.70)	(46.00, 46.00)

TAB. 5.4 – Paramètres de calcul utilisés pour l'optimisation des vis  $V_2$  à  $V_4$

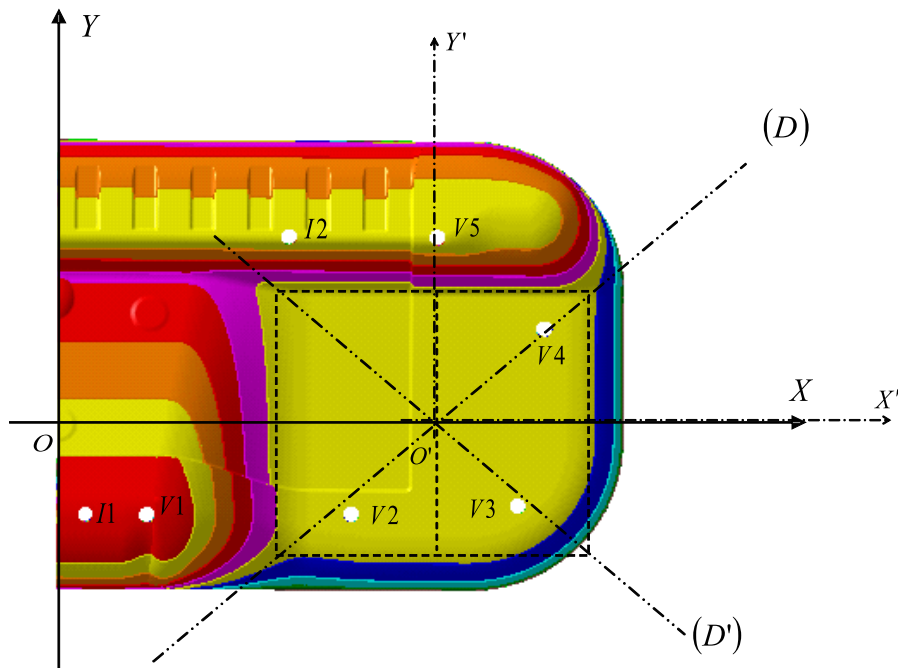


FIG. 5.7 – Variables d'optimisation

### 5.5.4 Résultats

La minimisation est réalisée via Matlab avec un algorithme de minimisation sous contrainte, avec une précision sur la convergence de  $10^{-6}$ . La figure 5.8 montre l'évolution de la fonction objectif au cours des itérations. On remarque que la convergence est obtenue après seulement 7 itérations.

Les résultats de la procédure d'optimisation sont reportés dans le tableau 5.5 et sont donnés dans le repère d'origine ( $OXY$ ). Après actualisation des variables de conception, nous proposons que l'insert de positionnement  $I_2$  prenne la place de la vis  $V_5$  avec un décalage suivant l'axe des  $Y$  (figure 5.9), puisque la vis  $V_5$  est déplacée.

	Avant optimisation	Après optimisation
$f_{obj}$ (MPa)	74.85	54.42
$V_1(x_1, y_1)$ (mm)	(35, -56)	(35, -56)
$V_2(x_2, y_2)$ (mm)	(115, -55.5)	(110, -53.5)
$V_3(x_3, y_3)$ (mm)	(180, -52)	(178.2, -42)
$V_4(x_4, y_4)$ (mm)	(190, 19)	(186.5, 15.8)
$V_5(x_5, y_5)$ (mm)	(148, 55.5)	(112, 55.5)

TAB. 5.5 – Résultats d'optimisation et comparaison avec la conception initiale

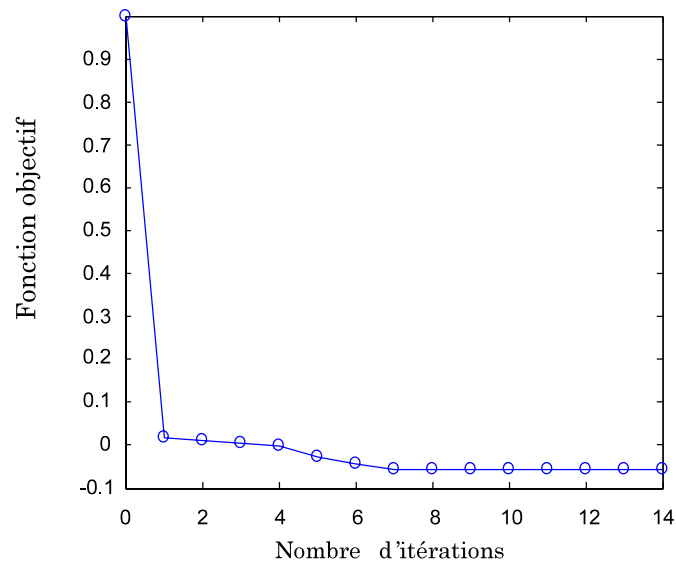
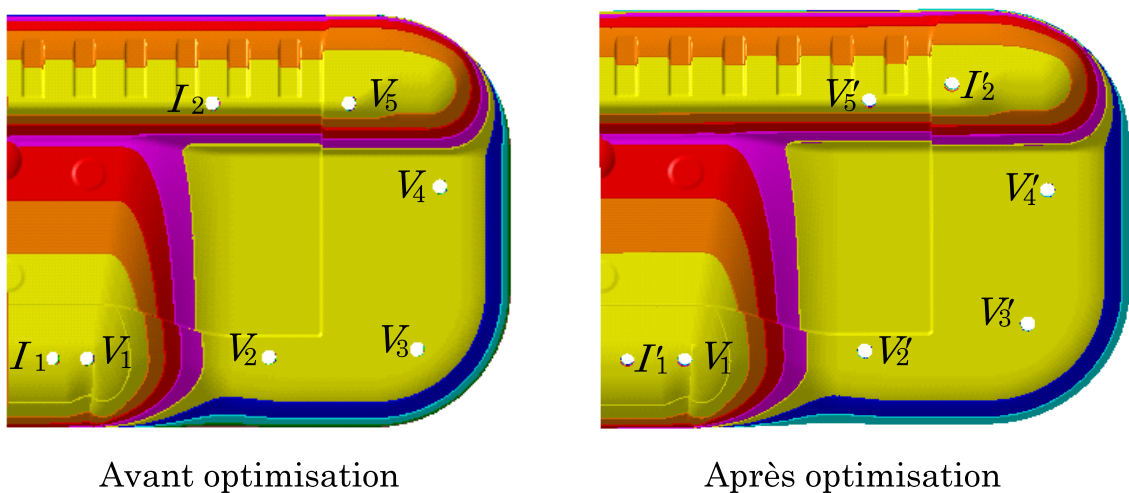
FIG. 5.8 – Evolution de la fonction objectif  $f_{obj}$  en fonction des itérations

FIG. 5.9 – Positions des vis et inserts avant et après optimisation

## 5.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré l'intérêt que peut apporter le choix des positions des vis dans une structure assemblée par vissage. En effet, l'optimisation des positions des vis précontraintes permet d'améliorer le comportement de celles-ci tout en réduisant les variations de précontraintes occasionnées par les charges externes appliquées. Ces variations de précontraintes dans les vis initialement préserrées sont souvent à l'origine de rupture des vis, de desserrage spontané de celles-ci ou encore de rupture par fatigue.

Nous avons traité des exemples académique simple et industriel avec une géométrie relativement complexe, où nous avons réduit considérablement les variations de la précontrainte de vissage tout en gardant le maxima des contraintes équivalentes, bien inférieur à la limite élastique du matériau considéré, grâce à la résolution du problème d'optimisation sous contraintes. Par ailleurs, nous avons montré que la procédure d'optimisation peut être réalisée en plusieurs étapes par groupes de vis, ce qui est intéressant notamment dans le cas de structures stratifiées comportant un grand nombre de vis.

# 6

## Conclusions et perspectives

### Sommaire

---

<b>6.1</b>	<b>Conclusions . . . . .</b>	<b>143</b>
<b>6.2</b>	<b>Perspectives . . . . .</b>	<b>146</b>

---

### 6.1 Conclusions

L'objectif principal de cette thèse était de développer une modélisation visant à disposer d'une méthodologie générale pour l'analyse tridimensionnelle du comportement mécanique des outils d'emboutissage prototypes, en particulier les outils stratifiés, assemblés par vissage dans le but général d'en améliorer leur conception.

Les outils logiciels et méthodologies de modélisation numérique sont ceux de la mise en forme des tôles minces par emboutissage et ceux du calcul de structures élastiques multicouches, précontraintes par vissage pour l'étude du comportement des outils stratifiés.

Ce mémoire contient une revue de l'état de l'art sur l'outillage stratifié dédié à la mise en forme et à l'emboutissage en particulier. A partir du constat du prix de revient et du délai de fabrication des outils standards, nous avons constaté que les techniques de fabrication des outils d'emboutissage par empilement successif de couches métalliques peuvent présenter un intérêt en matière de coût et de temps de fabrication, mais le savoir-faire

pour les concevoir, les construire et les employer avec succès dans l'industrie de l'emboutissage n'est pas encore maîtrisé. Cette partie du travail nous a également permis d'avoir une idée générale sur les gains que peuvent apporter ces différentes techniques. En particulier dans le cas du procédé de Stratoconception<sup>®</sup>, nous avons rapporté quelques chiffres comparatifs en terme de coût global et de délais de fabrication des outils. Les opérations d'usinage conventionnel qui représentent souvent plus de 50% du coût global des outillages peuvent être considérablement réduites (environ 30% pour la Stratoconception<sup>®</sup>). En revanche, nous n'avons pas observé de gains matière car, les plaques métalliques utilisées aujourd'hui dans la Stratoconception<sup>®</sup> sont rectifiées et coûtent très cher. Il convient donc d'améliorer les gains matière, notamment en jouant sur l'épaisseur des strates ainsi que sur le type de matériau utilisé (autre que l'acier 2C45 (XC48)).

Du point de vue mécanique, la revue des travaux antérieurs sur le sujet ne nous apporte aucun élément complémentaire sur la modélisation et/ou le dimensionnement des outils d'emboutissage prototypes, en particulier les outils stratifiés.

Dans la deuxième partie (Chapitre 3), nous avons discuté l'analyse mécanique des outils d'emboutissage considérés déformables et homogènes. Pour examiner la possibilité de fabriquer des outils d'emboutissage stratifiés par le procédé de Stratoconception<sup>®</sup>, il a été indispensable d'effectuer une analyse tridimensionnelle du comportement mécanique des outils afin d'évaluer les performances mécaniques de la structure stratifiée, notamment le système d'assemblage des strates.

Nous avons donc jugé indispensable de comprendre et d'appréhender le comportement des outils d'emboutissage considérés déformables et homogènes avant de passer aux modèles d'outils stratifiés, toujours très complexes. Des simulations numériques de l'emboutissage couplées avec la déformabilité des outils (poinçon) ont été effectuées afin d'évaluer les maxima de contrainte pouvant apparaître dans les outils au cours de l'emboutissage et aussi les efforts de contact tôle/outils. Nous avons examiné des cas simples bien connus dans la littérature (godet cylindrique avec ou sans contre embouti) en utilisant des modèles 2D implicite (pour obtenir une solution de référence) et 3D explicite. Les résultats concernant la pièce emboutie, obtenus avec les codes ABAQUS (statique implicite et dynamique explicite) et STAMPACK, ont été comparés à ceux de la littérature. En ce qui concerne les résultats du poinçon déformable obtenus avec ABAQUS/Explicite, ils ont été comparés à la solution de référence obtenue avec ABAQUS/Implicite (STAMPACK ne prend pas en compte la déformabilité des outils dans sa version actuelle).

Nous avons ainsi pu confirmer les fortes difficultés (gestion du contact, discrétisation des outils par éléments déformables) qu'impose à l'utilisateur la simulation couplée de l'emboutissage en considérant les outils déformables, particulièrement dans les mo-



dèles 3D avec une géométrie complexe. De plus, l'utilisation d'une résolution de type dynamique explicite pour la simulation de l'emboutissage en considérant les outils déformables, exige la réduction de la vitesse du poinçon, si l'on veut analyser le comportement de l'outil déformable avec une bonne précision. Comme conséquence, les temps CPU sont considérablement amplifiés. Cela rend évidemment la simulation de l'emboutissage avec outils déformables très complexe et coûteuse, voire non envisageable. L'utilisation du code STAMPAK pour simuler classiquement l'emboutissage en considérant les outils rigides, nous permet d'accéder à la répartition des efforts de contact tôle/outils directement en surface de l'outil rigide considéré. Ceci est très intéressant, puisque la connaissance de la répartition des efforts de contact tôle/outils au cours de l'emboutissage, doit, a priori, permettre l'analyse des outils déformables.

Pour remédier à toutes ces difficultés, nous avons proposé une méthode simplifiée deux étapes pour l'analyse tridimensionnelle des outils d'emboutissage, en :

- Une première simulation de l'emboutissage est effectuée en considérant les outils rigides en utilisant STAMPAK, ce qui nous permet d'une part d'étudier la faisabilité de la pièce et d'une autre part de connaître la répartition des efforts de contact imposés à l'outil rigide au cours de l'emboutissage ;
- Dans une deuxième étape, l'outil déformable considéré (stratifié ou non) est analysé comme une structure 3D élastique en utilisant la distribution des forces de contact d'emboutissage comme cas de chargement statique en utilisant CATIA V5.

Les résultats obtenus par cette méthode ont été comparés à ceux issus de la simulation couplée de l'emboutissage en considérant les outils déformables effectuée dans ABAQUS/Implicite.

Dans le Chapitre 4, nous avons appliqué la méthode proposée sur des cas d'outil d'emboutissage stratifiés assemblés par vissage (avec ou sans collage des interfaces assemblées). Pour ce faire, nous avons développé des modèles éléments finis sous CATIA V5 en s'appuyant sur la théorie développée dans le cadre de la mécanique des assemblage par éléments filetés. De ces calculs, il est ressorti qu'il est possible, d'un point de vue mécanique, de fabriquer des outils d'emboutissage par le procédé de Stratoconception®. Cependant, les poinçons stratifiés avec une géométrie complexe, impliquent des strates de faible section qui rend la conception de leur assemblage difficile. En effet, cela impose le perçage des rayons d'entrée des poinçons les plus chargés pour positionner les vis qui doivent assurer l'assemblage. Ce qui amplifie considérablement les contraintes équivalentes développées dans la structure stratifiée et aussi les variations des précontraintes de vissage, sous l'effet des charges externes. En ce qui concerne les matrices stratifiées, le problème se pose moins et l'assemblage peut être assuré uniquement par vissage. Ainsi, le coût de l'opération d'assemblage est considérablement réduit, ce qui rend la fabrication de matrices

par le procédé de Stratoconception<sup>®</sup> plus rentable vis à vis des poinçons, du point de vue mécanique et économique.

Dans le Chapitre 5, nous avons proposé une procédure d'optimisation visant à améliorer la conception des outils d'emboutissage stratifiés. Dans cette étude, nous nous sommes limités à considérer les positions des vis précontraintes comme variables de conception définies par les coordonnées des centres des trous de vis. Les résultats obtenus mettent en avant le rôle prépondérant du choix des positions de vis dans un assemblage vissé. Nous avons montré que nous pouvons considérablement réduire les variations de précontraintes de vissage, indésirables en conception de structures vissées (ou boulonnées), en modifiant les positions des vis précontraintes, tout en gardant le maxima des contraintes équivalentes développées bien inférieur à la limite élastique du matériau considéré.

## 6.2 Perspectives

Les résultats obtenus sont, bien entendu, améliorables en perfectionnant la méthodologie proposée sur de nombreux points :

1. Sur les plans théoriques et expérimentaux de la modélisation, les points suivant seraient à développer :
  - prendre en compte une loi de comportement spécifique aux joints collés dans le cas des outils stratifiés collés-vissés. Ce qui permettra de prédire avec précision la plastification, voire la rupture des joints collés ;
  - effectuer une étude numérique et expérimentale sur le comportement des joints collés-vissés pour prédire avec précision le comportement de ce type d'assemblage et d'estimer la tenue mécanique des outils stratifiés assemblés par vissage et collage ;
  - évaluer le coefficient de frottement spécifique aux outils stratifiés, ce qui permettra d'estimer avec précision les efforts de contact qui peuvent réellement être appliqués aux outils stratifiés. Cela passe par une étude tribologique de la réponse au frottement des outils stratifiés, notamment l'étude de l'influence de la direction de stratification (horizontale et verticale) ;
2. Sur le plan numérique, nous proposons :
  - l'utilisation de l'Approche Inverse (par exemple via STAMPACK-One Step) pour l'estimation de la répartition des efforts de contact tôle/outils ainsi que l'automatisation de la procédure de récupération et de transfert des résultats. Cela nous permettra de réduire considérablement le temps que requiert la simulation numérique de l'emboutissage en considérant les outils rigides.

- l’automatisation de la procédure d’optimisation des positions des vis précontraintes.
3. Sur le plan économique, nous proposons :
- l’optimisation des matériaux des plaques métalliques utilisées pour l’usinage des strates et donc du coût matière afin de valider la technique de Stratoconception<sup>®</sup> au niveau de sa faisabilité économique vis à vis des gains observés, en ce qui concerne les outils d’emboutissage. Cela passe nécessairement par une étude technico-économique des différents matériaux pouvant être utilisés pour la conception des outils d’emboutissage en fonction de l’épaisseur de plaque et de leurs performances mécaniques, mais aussi de leur usinabilité.



# Bibliographie

- [Abaqus 04] *"Abaqus Analysis User's Manuel" version 6.4*, Hibbit, Karson, Sorensen, Inc., 2004
- [Abbas 02] M. Abbas, *Modélisation et optimisation du sertissage de connecteurs électriques utilisés dans l'industrie automobile*, Thèse de Doctorat, Université de Technologie de Compiègne, France, 2002.
- [Abel 03] C. Abel, L. Velnom, C. Barlier, P. Poirier, *Fastool et Molstra : deux projets européens de recherche coopérative pour les PME (CRAFT) ; intégration du procédé de Stratoconception en outillage rapide direct pour l'injection, l'emboutissage et la fonderie sous pression*, Micad 2003, Paris expo Porte de Versailles, 1-3 avril 2003.
- [Alves 02] J.L. Alves, M.C Oliveira, L.F Menezes, In [Numisheet'02].
- [Attaf 03] D. Attaf, *Etude et analyse de la dégradation des rayons de matrice en emboutissage*, Thèse de Doctorat, Ecole des Mines de Paris, France, 2003.
- [Barlet 98] O. Barlet, *Contribution à l'optimisation de forme des pièces embouties pour l'industrie automobile*, Thèse de Doctorat, Université de Technologie de Compiègne, France, 1998.
- [Barlier 03] C. Barlier, C. Abel, L. Velnom, *La Stratoconception pour l'outillage rapide*, cad.magazine, N°107, juin/juillet 2003.
- [Barlier 91] C. Barlier, *Procédé pour la création et la réalisation de pièces par CAO et pièces ainsi obtenues*, Brevets Européens, février 1991.
- [Batoz 89] J. L. Batoz , Y. Q. Guo, P. Duroux, J. M. Detraux , *"An efficient algorithm to estimate the large strains in deep drawing"*, NUMIFORM'89, fort Collins, Colorado, 26-30 June, 1989.
- [Batoz 90a] J. L. Batoz et al., *An inverse finite element procedure to estimate the large plastic strain in sheet metal forming*, 3rd International Conference on technology of Plasticity, Kyoto, Japon, 6 pages, 1990.

- [Batoz 90b] J. L. Batoz, G. Dhatt, *Modélisation des structures par éléments finis*, Vol. 1, édition Hermès 1990.
- [Batoz 92] J. L. Batoz, G. Dhatt, *Modélisation des structures par éléments finis, Coques*, Vol. 3, Edition Hermès, Paris, 1992.
- [Batoz 97] J. L. Batoz, Y. Q. Guo, *Analysis and design of sheet forming parts using a simplified inverse approach*, 5th International Conference on Computational Plasticity, Barcelona, Spain, 17-20 March, 1997.
- [Batoz 00] J. L. Batoz, F. Hammadi, C. Zheng, W. Zhong, *On the linear analysis of plates and shells using a new 16 degrees of freedom flat shell element*, Computational Structures, Vol.78, pp. 11-20, 2000.
- [Batoz 05] J. L. Batoz, H. Naceur, Y. Q. Guo, *Formability Predictions in Stamping and Process Parameter Optimization Based on The Inverse Approach Code Fast-Stamp*, Proceedings of the Numisheet 2005 International Conference, Detroit, MI, USA, August 15-19 2005, pp. 831-836.
- [Bazergui 02] A. Bazergui, T. Bui-Quoc, A. Biron, G. McIntyre, C. Laberge, *Résistance des Matériaux - Troisième édition*, Presses Internationales Polytechniques, 2002.
- [Bennett 84] J.A. Bennett, M.E. Botkin, *"Structural shape optimisation with geometric description and adaptive mesh refinement"*, AIAA Journal, Vol. 23, n°3, 1984. pp. 458-464.
- [Ben Ayed 05] L. Ben Ayed, *Modélisation numérique de l'emboutissage et optimisation des outils serre-flans*, Thèse de Doctorat, Université de Technologie de Compiègne, France, 2005.
- [Bernard 98] A. Bernard, G. Taillandier, *Le prototypage rapide*, Edition Hermès science, Paris, 1998.
- [Boisse 96] P. Boisse, J.C. Gelin, J.L. Daniel, *Computation of Thin Structures at Large Strains and Large Rotations Using Simple C° Isoparametric Three Node Shell Element*, Computers and Structures, Vol. 58, 1996. pp. 249-261
- [Botkin 85] M.E. Botkin, J.A. Bennett, *"Structural shape optimisation with geometric description and adaptive mesh refinement"*, AIAA Journal, Vol. 23, n°11, 1985. pp. 1804-1810.
- [Brunet 97] M. Brunet, S. Maguil-Toushal, F. Morestin *Numerical and Experimental Analysis of Necking in 3D Sheet Metal Forming Processes Using Damage Variable*, in : Advanced Methods in Materials Processing Defects, Elsevier Science, 1997. pp. 205-214.

- 
- [Bryden 99] B.G. Bryden, I.R. Pashby, *Sequential laminated tooling, joined by brazing, for injection moulding*, Rapid Prototyping Journal, Vol. 5, N° 2, 1999. pp. 89-93.
- [Bryden 01] B.G. Bryden, I.R. Pashby, *Hot platen brazing to produce laminated steel tooling*, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 110, 2001. pp. 206-210.
- [Burlat 98] M. Burlat, *Analyse mécanique et tribologique de l'emboutissage : application aux outils fabriqués par combinaison de différents matériaux*, Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lyon, France, 1998.
- [Cartwright 98] D. Cartwright, P.R. Drake, M.J. Godwin *Effect of low cost press tool materials on formability of sheet steel*, Ironmaking and Steelmaking, Vol. 25, n°2, 1998. pp. 131-135.
- [Cartwright 99] D. Cartwright, P.R. Drake, M.J. Godwin *A method comparing the performance of low-cost press tools for sheet forming*, Journal of Materilas Processing Technology, Vol. 95, 1999. pp. 49-54.
- [Chua 99] C.K. Chua, K.H. Hong, S.L. Ho2, *Rapid Tooling Technology. Part 1. A Comparative Study*, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Vol. 15, 1999. pp. 604-608.
- [CM66 95] *Règles de calcul de construction en acier "Règles CM66"*, Centre Technique Industriel de la Construction Métallique, Edition Eyrolles, 11ème édition, 1995.
- [Cognard] P. Cognard, *Collage des métaux : Généralités - Caractéristiques*, Techniques de l'Ingénieur, Traité de Génie Mécanique, art. BM 7620, Paris.
- [Col 96] A. Col, *Tôles pour mise en forme. Travail des métaux en feuilles. Assemblages*, Techniques de l'Ingénieur, Vol. B7-II, art BM 7520, Paris, 1996. 14 p.
- [Colgan 03] M. Colgan, J. Monaghan, *Deep drawing process : analysis and experiment*, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 132, 2003. pp. 35-41.
- [Craveur 03] J.C. Craveur, I.R. Pashby, *Modélisation du contact entre un visage rigide et un équipement de protection*, Actes du 6ème Colloque National en Calcul des Structures, Giens, 20-23 mai 2003. pp. 401-408.
- [Damborg 96] F.F. Damborg, M.R. Jensen, K.B. Nielsen, J. Danckert, *Optimization of the draw die profile with regard to wear using the FEM*, 19th IDDRG Biennial Congress, Eger, 10-14 June 1996. pp. 277-286.
- [Danckert 95] J. Danckert, *Reduction of the Residual Stresses in a Deep-Drawn Cup by Modifying the Draw Die Profile*, Annals of the CIRP, Vol. 44/1, 1995. pp. 259-262.
- [Delamézière 02] A. Delamézière, *Contribution à l'optimisation des paramètres du procédé d'emboutissage des tôles minces par l'approche inverse*, Thèse de Doctorat, Université de Technologie de Compiègne, France, 2002.

- [Delebecque 00] B. Delebecque, G. Lauvaux, C. Barlier, "*Stratoconception adaptative*" : *Une évolution logicielle pour améliorer la qualité et optimiser le temps de réalisation des prototypes par le procédé de Stratoconception*, Techniques de l'Ingénieur, Traité Génie Mécanique, BM 7017, Paris, 2000.
- [Dickens 97] P.M. Dickens, *Principles of design for laminated tooling*, INT. J. PROD. RES 35, Vol. 35, N° 5, 1997. pp. 1349-1357.
- [Domaszewski 87] M. Domaszewski, C. Knof-Lenoir, J.L. Batoz, G. Touzot, "*Shape optimization and minimum weight limit design of arches*", Eng. Opt., Vol. 11, 1987. pp. 173-193.
- [Dubois 00] P. Dubois, A. Aoussat, R. Duchamp, "*Prototypage rapide : Généralités*", 8ème Assises Européennes du Prototypage Rapide, CNIT, Paris, 2000.
- [Duroux 92] P. Duroux, *Evaluation numérique des déformations dans les tôles embouties*, Thèse de Doctorat, Division Modèles Numériques en Mécanique, Université de Technologie de Compiègne, France, 1992.
- [Gati 02] W. Gati, *Approche Pseudo Inverse pour simulations rapides du procédé d'emboutissage et de retour élastique des pièces en tôles minces*, Thèse de Doctorat, Université de Technologie de Compiègne, France, 2002.
- [Gelin 85] J.C. Gelin, J. Oudin, Y. Ravalard "*An Improved Finite Element Method for the Analysis of Damage and Ductile Fracture in Cold Forming Processes*", Ann. CIRP, Vol. 34, n°1, 1985. pp. 209-213.
- [George 97] S.C.H. George, M. Evans, K. Lowe *Technoeconomic evaluation of autobody materilas*, Ironmaking and Steelmaking, Vol. 24, n°1, 1997. pp. 64-71.
- [Goupy 00] J. Goupy, *Introduction aux plans d'expériences*, Dunod, 2ème Edition, ISBN 2 10 005606 9, Paris, 2000.
- [Goupy 99] J. Goupy, *Plans d'expériences pour surface de réponse*, Dunod, ISBN 2 10 005765 0, Paris, 1999.
- [Guillot 87] J. Guillot, *Assemblages par éléments filetés : calcul*, Techniques de l'Ingénieur, Traité de Génie Mécanique, B 5560, Paris, 1987.
- [Guo 00] Y.Q. Guo, J.L. Batoz, H. Naceur, S. Bouabdallah, F. Mercier, O. Barlet, *Recent developments on the analysis and optimum design of sheet metal forming parts using a simplified inverse approach*, Computers and Structures, Vol. 78, 2000. pp. 133-148.
- [Hammi 00] Y. Hammi, *Simulation numérique de l'endommagement dans les procédés de mise en forme*, Thèse de Doctorat, Université de Technologie de Compiègne, France, 2000.



- 
- [Hortig 01] D. Hortig, D. Schmoeckel, *Analysis of local loads on the draw die profile with regard to wear using the fem and experimental investigations*, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 115, 2001. pp. 153-158.
- [Jensen 98a] M.R. Jensen, F.F. Damborg, K.B. Nielsen, J. Danckert, *Applying the finite element method for determination of tool wear in conventional deep-drawing*, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 83, 1998. pp. 98-105.
- [Jensen 98b] M.R. Jensen, F.F. Damborg, K.B. Nielsen, J. Danckert, *Optimization of the draw-die design in conventional deep-drawing in order to minimise tool wear*, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 83, 1998. pp. 106-114.
- [Joseph 97] Joseph, J. Beaman, *JTE/WTEC Panel Report on Rapid Prototyping in Europe and Japan : analytical chapters*, Vol. I, Websites : <http://www.wtec.org/loyola/rp/toc.html>
- [King 03] D. King, T. Tansey, *Rapid tooling : selective laser sintering injection tooling*, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 132, 2003.
- [Labergère 03] C. Labergère, *Contribution à la modélisation, à l'optimisation et au contrôle des procédés d'hydroformage de tubes et flans*, Thèse de Doctorat, Université Franche-Comté, France, 2003.
- [Mackerle 03] J. Mackerle, *Finite element analysis of fastening and joining : a bibliography (1990-2002)*, Int. J. of Pressure Vessels and Piping, Vol. 80, 2003. pp. 253-271.
- [Martin 77] R. Martin, *Formage à la presse : travail des métaux en feuilles ; assemblage*, Techniques de l'Ingénieur, Traité de Génie Mécanique, Vol. B7-II, art. B 7510, Paris, 1977.
- [Massol 94] J. Massol, *Etude des assemblages boulonnés à chargement faiblement excentré soumis à des sollicitations de fatigue*, Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse, France, 1994.
- [Mueller 00] D.H. Mueller, and H. Mueller, *Experiences using rapid prototyping techniques to manufacture sheet metal forming tools*, ISATA 2000, Dublin, Ireland, Sept. 25-27, 2000. 9 pages.
- [Mueller 99] B. Mueller, D. Kochan *Laminated object manufacturing for rapid tooling and patternmaking in foundry industry*, Computers in Industry, Vol. 39, 1999. pp. 47-53.
- [Müller 01] H. Müller, J. Sladojevic *Rapid tooling approaches for small lot production of sheet-metal parts*, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 115, 2001. pp. 97-103.

- [Naceur 98] H. Naceur, *Contribution à l'optimisation de forme de structures minces en présence de non linéarités géométriques et matérielles*, Thèse de Doctorat, Université de Technologie de Compiègne, France, 1998.
- [Naceur 04] H. Naceur, A. Delamézière, J.L. Batoz, Y.Q. Guo, C. Knopf-Lenoir *Some improvements on the optimum process design in deep drawing using the Inverse Approach*, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 145, Issue 2, 2004. pp. 250-262.
- [Nafi 05] A. Nafi, *Etude expérimentale et numérique du comportement mécanique de moules d'injection de plastique obtenus par le procédé de Stratoconception*, Thèse de Doctorat, Université de Toulouse III, France, 2005.
- [Nakagawa 00] T. Nakagawa, *Advances in prototype and low volume sheet forming and tooling*, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 98, 2000. pp. 244-250.
- [Numisheet 93] A. Makinouchi, E. Nakamachi, E. Onate, R.H. Wagoner, *2nd International Conference Numerical Simulation of 3-D Sheet Metal Forming Processes - Verification of Simulation with Experiments -*, Proceedings of Numisheet'93, Isehara, Japon, 31 August - 2 September, 1993.
- [Numisheet 02] D-Y. Yang, Soo Ik Oh, H. Huh, Y. Hwan Kim, *5th International Conference Numerical Simulation of 3-D Sheet Metal Forming Processes - Verification of Simulation with Experiments -*, Proceedings of Numisheet'02, Vol. 2, Jeju Island, Korea, October 21-25, 2002.
- [Oudjene 04] M. Oudjene, J.L. Batoz, F. Mercier, L. Penazzi and C. Pelaingre, *Mechanical Analysis of Prototyping Tools for Sheet Metal Stamping*, in : Proceedings of RPD2004 Conference in Advance Solutions and Development, Marinha Grande - Portugal, 2004.
- [Oudjene 05a] M. Oudjene, F. Mercier, L. Penazzi, J.L. Batoz, *Finite Element Analysis of Laminated Tools for Sheet Metal Stamping*, in : Proceedings of the 8th ESA-FORM Conference on Material Forming, Cluj-Napoca, Romania, April 27-29, 2005. pp. 695-698.
- [Oudjene 05b] M. Oudjene, F. Mercier, L. Penazzi, J.L. Batoz, *3D Finite Element Modeling and Analysis of the Laminated Tooling Behaviour in Sheet Metal Stamping Process*, in : Proceedings of the 24th IDDRG Biennial Congress, Besançon, France, June 20-22, 2005.
- [Oudjene 05c] M. Oudjene, F. Mercier, L. Penazzi, J.L. Batoz, *Modélisation du comportement d'outillages stratifiés basés sur la Stratoconception pour le procédé d'emboutissage*, Actes du 17ème Congrès Français de Mécanique, Troyes, France, 29 aout/02 septembre, 2005.

- 
- [Oudjene 05d] M. Oudjene, J.L. Batoz, F. Mercier, L. Penazzi and C. Pelaingre, *Análisis mecánico de útiles de prototipado para estampación de chapa metálica*, Revista IMHE, ISSN 0210-1777, N° 312-313, junio/julio, Ediciones Tecnicas IZARO, España, 2005. pp. 177-180.
- [Pepelnjak 98] T. Pepelnjak, K. Kuzman *Adaptable tooling sets for metal forming of geometrically similar products*, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 80-81, 1998. pp. 413-420.
- [Quantech ATZ 04] Quantech ATZ, *Stampack user guide - version 5.6*, Quantech edt., Edificio Nexus, Gran Capitàn, 2-4, 08034, Barcelona, Spain, 2004.
- [Roelandt 92] J.M. Roelandt, J.L. Batoz, *Shell finite element for deep drawing problems : computational aspects and results*, IUTAM Symposium on finite inelastic deformations, D. Besdo, E. Stein, Eds., Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1992. pp. 423-430.
- [Ronde-Ousteau 95] F. Ronde-Ousteau, *Conception et mise au point d'une gamme d'em-boutissage. Travail des métaux en feuille. Assemblage*, Techniques de l'Ingénieur, Vol. B7-II, art. B 7540, Paris, 1977.
- [Sessi 04] Service des Études et des Statistiques Industrielles (Sessi) du Ministère de l'Economie des Finances et de l'Industrie, *"La sous-traitance en chiffres (métaux, plastiques, caoutchouc, électronique)"*, Dossiers sectoriels, téléchargeable depuis <http://www.industrie.gouv.fr/sessi/>, 2004.
- [Schneider 01] J.M. Schneider, E. Huguenin, E. Durand, C. Barlier, *Etude de cas en outillage rapide par le procédé de Stratoconception*, 9ème Assises Européennes du Prototypage Rapide/10th European Conference on Rapid Prototyping and Manufacturing, 2001.
- [Siegert 98] K. Siegert, B. Haller, *Prototype Draw Dies for Sheet Metal Parts*, Automotive Engineers, n°980078, 1998. pp. 41-51.
- [Siguang 02] Siguang. Xu, R. Joshi, J. Zang, C-T. Wang, "NUMISHEET 2002", Proceedings of 5th International Conference and Workshop on Numerical Simulation of 3D Sheet Forming Processes-Verification of Simulation with Experiment-, Jeju Island, Korea, 21-25 Septembre 2002.
- [Soar 01] R. Soar, P. Dickens, *"Design limits of unbonded laminate tooling for pressure die-casting"*, Proc Instn Mech Engrs, Vol. 215, Part B, 2001. pp. 531-543.
- [Song 02] Y. Song, Y. Yan, R. Zhang, D. Xu, F. Wang, *Manufacturing of the die of an automobile deck part based on rapid prototyping and rapid tooling technology*, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 120, 2000. pp. 237-242.

- [Takamura 04] M. Takamura, K. Ohura, H. Sunaga, T. Kuwabara, A. Makinouchi and C. Teodosiu, *Sheet Forming Simulation Using a Static FEM Program and Considering the Elastic Deformation of Tools*, 8th International Conference on Numerical Methods in Industrial Forming Process, NUMIFORM 2004, Colomb's, Ohio, USA, Juin 2004.
- [Tarfaoui 05] M. Tarfaoui, R.A. Shenoï, *Etude numérique du comportement de joints collés simple recouvrement*, Actes du 17ème Congrès Français de Mécanique, Troyes (France), 29 août - 2 septembre, 2005.
- [Tari 98] M.J. Tari, A. Bals, J. Park, M.Y. Lin, H. Thomas Hahn, *Rapid prototyping of composite parts using resin transfer molding and laminated object manufacturing*, Composites Part A 29A, 1998. pp. 651-661.
- [Vadean 00] A. Vadean, *Modélisation et simulation du comportement des liaisons par éléments filetés de roulements de très grand diamètre*, Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées, Toulouse, 2000.
- [Wadman 03] B. Wadman, *Fluid Cell Forming Tools Produced by Different Rapid Prototyping Methods*, in : Proceedings of the 22th IDDRG Biennial Congress, Bled, Slovenia, 2003. pp. 205-214.
- [Walczyk 98a] D. F. Walczyk, and D.E. Hardt, *Design and analysis of Reconfigurable Discrete Dies for Sheet Metal Forming*, Journal of Manufacturing Systems, Vol. 17, n°6, 1998. pp. 436-454.
- [Walczyk 98b] D. F. Walczyk, and D.E. Hardt, *Rapid Tooling for Sheet Metal Forming Using Profiled Edge Laminations-Design Principles and Demonstration*, Journal of Manufacturing Systems, Vol. 120, 1998. pp. 746-754.
- [Walczyk 99] D. F. Walczyk, and D.E. Hardt, *A Comparison of Rapid Fabrication Methods for Sheet Metal Forming Dies*, Transactions of the ASME, Vol. 121, May 1999. pp. 214-224.
- [Yoneno 99] M. Yoneno, T. Sawa and T. Ishihara, *The Strength of Joints Combining Adhesives with Bolts (Case where Adherends are Pipe Flanges of which the Interfaces are Bonded Partially)*, JSME International Journal. Series A, Vol. 42, N°. 1, 1999. pp. 126-134.
- [Ziada 80] H. H. Ziada, A. K. Abd El Latif, *Loading Conditions in Bolted and Riveted Joints Affected by Plate Thickness Ratio*, Journal of Mechanical Design, Vol. 102, October 1980. pp. 851-856.
- [Zienkiewicz 91] O. C. Zienkiewicz, *Formulation de base et problèmes linéaires*, Afnor techniques, 1991.

# Annexe A : Aspects numériques

## .1 Principe des Travaux Virtuels (P.T.V)

### .1.1 Description du problème mécanique

Soit un solide constitué d'un matériau élastoplastique qui occupe un volume  $V_0$  de frontière  $S_0$  dans sa configuration initiale  $C_0$  (non déformée), libre de toute contrainte initiale. Après déformation, le solide occupe une nouvelle configuration  $C$  de volume  $V$  et de frontière  $S$ .

Dans sa configuration déformée  $C$  le solide est soumis à :

- une densité de forces volumiques  $\mathbf{f}_v$  dans  $C$  ;
- des efforts surfaciques  $\mathbf{f}_s$  sur une partie  $S_F$  de  $S$  ;
- des efforts de contact  $\mathbf{f}_c$  (avec un autre solide) sur une partie  $S_c$  ;
- des déplacements imposés  $\mathbf{u}$  sur une partie  $S_u$ .

avec  $S_F \cup S_C \cup S_u = S$  et  $S_F \cap S_C \cap S_u = \emptyset$

Le problème posé est alors la détermination en tout point du solide  $C$  et à tout instant  $t \in [0, T]$ , la position  $x(t)$  (ou le champ des déplacement  $\mathbf{u}$ ), le champ des déformations totales  $\varepsilon(x, t)$ , le champ des contraintes  $\sigma(x, t)$  ainsi que les champs des variables d'état. Ces champs doivent vérifier :

- les équations d'équilibre dans  $C$  :

$$\operatorname{div} \sigma + \mathbf{f} = \rho \ddot{\mathbf{u}} \quad (.1)$$

- les équations de compatibilité dans  $C$  :

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2} \left( \operatorname{grad} \mathbf{u} + [\operatorname{grad} \mathbf{u}]^T \right) \quad (.2)$$

- les équations de comportement dans  $C$ .
- les conditions aux limites sur la frontière  $S$  :

$$\sigma \cdot \mathbf{n} = \mathbf{f}_s \quad \text{sur } S_F \quad (.3)$$

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{f}_c \quad \text{sur } S_C \quad (.4)$$

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} \quad \text{sur } S_u \quad (.5)$$

- les conditions initiales relatives à chaque champ mécanique.

Le Principe des Travaux Virtuels (P.T.V), ou l'écriture faible du problème mécanique ci-dessus, s'écrit :

$$\int_V \boldsymbol{\varepsilon}^* : \boldsymbol{\sigma} dV - \int_V \mathbf{u}^* \cdot \mathbf{f}_V dV - \int_{S_F} \mathbf{u}^* \cdot \mathbf{f}_S dS - \int_{S_C} \mathbf{u}^* \cdot \mathbf{f}_C dS = \int_V \rho \ddot{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{u}^* dV \quad (.6)$$

où  $\mathbf{u}^*$  est le champ de déplacements virtuels cinématiquement admissible et  $\boldsymbol{\varepsilon}^*$  est le champ de déformations virtuelles.

$$\boldsymbol{\varepsilon}^* = \text{sym}(L^*) = \frac{1}{2} (L^* + L^{*T}) \quad (.7)$$

Le premier terme de l'équation (.6), qui représente le travail virtuel des efforts internes, peut s'exprimer en fonction du tenseur des contraintes de Kirchhoff  $\boldsymbol{\tau} = J\boldsymbol{\sigma}$  par :

$$\int_V \boldsymbol{\varepsilon}^* : \boldsymbol{\sigma} dV = \int_{V_0} \boldsymbol{\varepsilon}^* : \boldsymbol{\tau} dV_0 \quad (.8)$$

où  $V_0$  est le volume du solide dans la configuration initiale ( $dV = JdV_0$ ) et  $J = \det \mathbf{F}$  le Jacobien de la transformation entre les configuration  $C_0$  et  $C$ .

La résolution du problème d'évolution ci-dessus (équation (.6)) nécessite le recours à :

- la discrétisation spatiale du domaine  $C$  par éléments finis ;
- la discrétisation temporelle du domaine  $[0, T]$  en utilisant un schéma approprié par différences finies.

## .1.2 Discrétisation spatiale du P.T.V

Considérant le domaine  $\Omega$  discrétisé en sous-domaines  $\Omega_e$  de volume élémentaires  $V_e$  (figure .1)

Les éléments sont considérés comme isoparamétriques, la géométrie de chaque élément est approchée par les mêmes fonctions de forme que le champ des déplacements. Les champs de déplacement réel et virtuel sont alors :

$$\mathbf{u}_e = \mathbf{N}_N u_e^N \quad (.9)$$

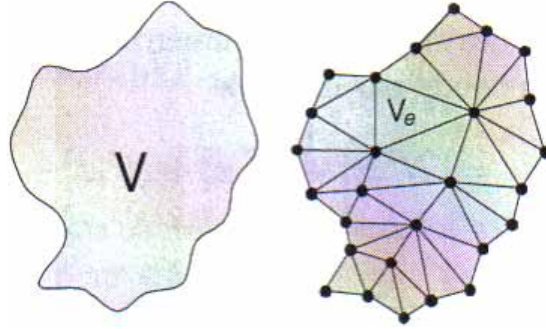


FIG. .1 – Discrétisation du domaine  $C$

$$\mathbf{u}_e^* = \mathbf{N}_N u_e^{*N} \quad (.10)$$

où  $\mathbf{N}_N$  est la matrice des fonctions d'interpolation du noeud  $N$  de l'élément  $e$ . ces fonctions dépendent des coordonnées spatiales et non du temps. La composante  $u_e^N$  est le déplacement du noeud  $N$  de l'élément  $e$  exprimé dans le repère global et dépendant du temps.

Les champs des vitesses pour le même élément s'écrivent :

$$\dot{\mathbf{u}}_e = \mathbf{N}_N \dot{u}_e^N \quad (.11)$$

et l'accélération réelle pour l'élément  $e$  :

$$\ddot{\mathbf{u}}_e = \mathbf{N}_N \ddot{u}_e^N \quad (.12)$$

En utilisant les approximations décrites ci-dessus et la forme faible (équation (.6)) sur l'élément  $e$ , on obtient la contribution élémentaire suivante :

$$I_e = u_e^{*N} (M^{NM} \ddot{u}_e^M + F_{e|int}^N - F_{e|ext}^N) \quad (.13)$$

où  $M^{NM}$  est la matrice masse de l'élément  $e$  définie par :

$$M_e^{NM} = \int_{V_e^0} \rho_0 \mathbf{N}^N \cdot \mathbf{N}^M dV_e^0 \quad (.14)$$

$F_{e|int}^N$  le vecteur des efforts internes de l'élément  $e$  :

$$F_{e|int}^N = \int_{V_e} \mathbf{B}_e^N : \sigma dV \quad (.15)$$

$F_{e|ext}^N$  le vecteur des efforts externes de l'élément  $e$  :



$$F_{e|ext}^N = \int_{V_e} \mathbf{N}^N \cdot \mathbf{f}_v dV + \int_{S_F^e} \mathbf{N}^N \cdot \mathbf{f}_s dS + \int_{S_c^e} \mathbf{N}^N \cdot \mathbf{f}_c dS \quad (.16)$$

où

$$\mathbf{B}_e^N = \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x^N} \quad (.17)$$

est la matrice déformation-déplacement de l'élément  $e$ .

Par sommation des  $I_e$  sur l'ensemble des éléments, on en déduit le système algébrique traduisant l'équilibre global du solide :

$$I = \sum_e I_e = \left[ \sum_e U_e^N (M^{NM} \ddot{u}_e^M + F_{e|int}^N - F_{e|ext}^N) \right] = 0 \quad (.18)$$

où  $u_e^{*N}$  sont arbitraires et sont cinématiquement admissibles. L'équilibre global se traduit par :

**a. statique :**

$$F_{|int}^N - F_{|ext}^N = 0 \quad (.19)$$

que l'on écrira symboliquement sous la forme :

$$R^N (u^M) = 0 \quad (.20)$$

où  $R^N$  est la composante du résidu de l'équilibre associé à la  $N^{ime}$  variable du problème et  $u^M$  est la valeur de la  $M^{ime}$  variable.

**b. dynamique :**

$$M^{NM} \ddot{u}^M + R^N (u^M) = 0 \quad (.21)$$

### .1.3 Méthode statique implicite

L'approche implicite est utilisée pour résoudre les problèmes statiques en considérant un algorithme incrémental de type Newton-Raphson qui a l'avantage d'une convergence quadratique si la matrice Jacobienne (ou tangente) est cohérente avec le schéma de discrétisation temporelle locale. La méthode est très robuste pour un problème fortement non linéaire de type géométrique et physique. Par contre, elle est peu efficace pour des problèmes de contact complexe. Le code ABAQUS/Standard l'utilise.



Supposant que la solution approchée après l'itération ( $i$ ) soit  $u_i^M$ . Appelons  $c_{i+1}^M$  la différence entre cette solution approchée et la solution (inconnue) du problème discret décrit par l'équation (.20). Cette différence devrait être telle que :

$$R^N (u_i^M + c_{i+1}^M) = 0 \quad (.22)$$

En linéarisant l'équation (.23) autour de la solution approchée  $u_i^M$  grâce à un développement en série de Taylor à l'ordre un, on obtient :

$$R^N (u_i^M) + \frac{\partial R^N (u_i^M)}{\partial u^p} c_{i+1}^p + \dots = 0 \quad (.23)$$

ou encore :

$$K_i^{NP} c_{i+1}^p = -R^N (u_i^M) = -R_i^N \quad (.24)$$

où

$$K_i^{NP} = \frac{\partial R^N (u_i^M)}{\partial u^p} \quad (.25)$$

est la matrice tangente qui joue un rôle central dans les performances numériques (vitesse de convergence) de ce schéma itératif implicite. A l'itération suivante, la solution approchée s'écrit :

$$u_{i+1}^M = u_i^M + c_{i+1}^M \quad (.26)$$

et ce processus itératif continue jusqu'à ce que les corrections  $c_{i+1}^M$  et le résidu  $R_i^N$  soient suffisamment petits en vérifiant les critères fixés.

#### .1.4 Méthode dynamique explicite

La méthode consiste à obtenir une solution de l'équation (.22) à l'instant  $t + \Delta t$  en fonction des quantités connues à l'instant  $t$  exclusivement. Comme toute méthode explicite, elle est conditionnellement stable en fonction de la taille du pas  $\Delta t$ . Par contre, elle a l'avantage de ne pas nécessiter d'itérations et de construction de la matrice tangente. Elle est très efficace et de plus en plus utilisée pour la simulation numérique des procédés de mise en forme. ABAQUS/Explicite et STAMPACK l'utilisent.

A partir de l'équation (.22) écrite à l'instant  $t$  de pas  $\Delta t_i$ , on a :

$$\ddot{\mathbf{u}}^{(i)} = \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{R}^{(i)} \quad (.27)$$

où  $\mathbf{M}$  est la matrice masse et  $\mathbf{R}^{(i)}$  est le vecteur résidu défini par les équations (.20) et (.23).

- Calcul de  $\dot{\mathbf{u}}^{(i+\frac{1}{2})}$  au milieu de l'incrément :

$$\dot{\mathbf{u}}^{(i+\frac{1}{2})} = \dot{\mathbf{u}}^{(i-\frac{1}{2})} + \frac{\Delta t^{(i+1)} + \Delta t^{(i)}}{2} \ddot{\mathbf{u}}^{(i)} \quad (.28)$$

- Calcul de  $\dot{\mathbf{u}}^{(i+1)}$  à l'instant  $t^{i+1}$  fin de l'incrément :

$$\mathbf{u}^{(i+1)} = \mathbf{u}^{(i)} + \Delta t^{(i+1)} \dot{\mathbf{u}}^{(i+\frac{1}{2})} \quad (.29)$$

Dans ABAQUS/Explicite, la valeur initiale à  $t = 0$  de la vitesse est nulle par défaut. A cet instant, on a :

$$\dot{\mathbf{u}}^{(+\frac{1}{2})} = \dot{\mathbf{u}}^{(0)} + \frac{\Delta t^{(1)}}{2} \ddot{\mathbf{u}}^{(0)} \quad (.30)$$

$$\dot{\mathbf{u}}^{(-\frac{1}{2})} = \dot{\mathbf{u}}^{(0)} - \frac{\Delta t^{(0)}}{2} \ddot{\mathbf{u}}^{(0)} \quad (.31)$$

Le plus grand avantage de cette méthode est que le code ABAQUS/Explicite utilise une matrice masse concentrée diagonale. Comme nous l'avons déjà vu, la stabilité d'un schéma explicite par différences finies est conditionné par la taille du pas de temps  $\Delta t$ . Dans ABAQUS/Explicite, la limite de stabilité est définie conjointement par le pas de discrétisation temporelle  $\Delta t$  et le pas de discrétisation spatiale  $\Delta x$  (taille de l'élément fini).

En l'absence de l'amortissement, la limite de stabilité est définie comme suit :

$$\Delta t \leq \frac{2}{\omega_{\max}} \quad (.32)$$

où  $\omega_{\max}$  est la plus grande valeur propre du système. Pour contrôler les oscillations à hautes fréquences, on introduit un peu d'amortissement dans la solution. Le domaine de stabilité pour l'incrément de temps est alors :

$$\Delta t \leq \frac{2}{\omega_{\max}} \left( \sqrt{1 + \zeta^2} - \zeta \right) \quad (.33)$$

où  $\zeta$  est la part de l'amortissement critique dans le mode d'oscillations le plus élevé.

Pour chaque élément du maillage, l'incrément de temps stable est calculé suivant l'expression :

$$\Delta t \leq \frac{2}{\omega_{\max}^e} \quad (.34)$$

où  $\omega_{\max}^e$  est la plus grande valeur propre élémentaire. Une estimation licite de l'incrément de temps stable est donnée par la plus petite valeur prise parmi tous les éléments. La limite de stabilité définie ci-dessus peut être réécrite par :

$$\Delta t \leq \min \left( \frac{L_e}{c_d} \right) \quad (.35)$$

où  $L_e$  est la plus petite longueur caractéristique de l'élément et  $c_d$  la vitesse de propagation du son dans le matériau.

On peut remarquer que l'incrément critique peut se révéler extrêmement petit si le maillage utilisé est très fin, ce qui a pour conséquence d'augmenter le nombre d'incrémentes et donc le temps de calcul.



# Annexe B : Contact-Frottement

## .1 Modélisation du contact-frottement

La simulation numérique de l'emboutissage, implique la gestion du frottement et de tous les contacts possibles entre la tôle et les outils. Il existe deux formulations pour la gestion du contact : la formulation cinématique et la formulation par pénalisation. L'avantage de la formulation cinématique est qu'elle n'a pas d'effet sur le pas de temps en explicite (ABAQUS/Explicit l'emploie), contrairement à la méthode par pénalisation. En revanche, la méthode par pénalisation permet une certaine souplesse sur la condition d'imperméabilité (ABAQUS/Explicite et STAMPAK l'emploient).

### .1.1 Principaux modèles de frottement

#### .1.1.1 Phénoménologie

Les modèles que nous allons présenter ici concernent pour la plupart une approche globale, macroscopique des phénomènes de contact et de frottement. La figure .1 illustre un relevé du profil de rugosité de surface d'une tôle d'emboutissage à l'échelle de quelques dizaines de microns [Hammi 00]. Les états de surface sont caractérisés à l'aide des premiers moments statistiques de ces profils aléatoires (moyenne, écart quadratique,...). Les plus utilisés sont le  $R_\alpha$  (valeur moyenne des amplitudes d'aspérités mesurées par rapport à une surface moyenne) et le  $R_p$  (profondeur d'aplatissement ou valeur moyenne des amplitudes crête à crête). Ces grandeurs sont utilisées parmi d'autres pour définir des critères de résistance des tôles aux grippage.

Le critère se fera d'abord sur les sommets des aspérités et la surface réelle de contact va donc évoluer en fonction de la charge normale (voir figure .2).

Par ailleurs, la composition du matériau au voisinage des surfaces de contact est en général complexe et différente de celle du matériau classique (voir figure .3).

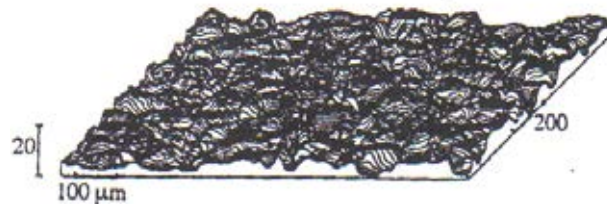


FIG. .1 – Rugosité de surface d'une tôle d'emboutissage [Hammi 00]

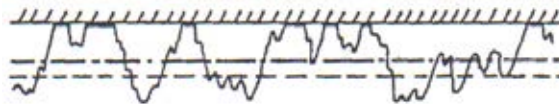


FIG. .2 – Ecrasement d'aspérités lors du contact [Hammi 00]

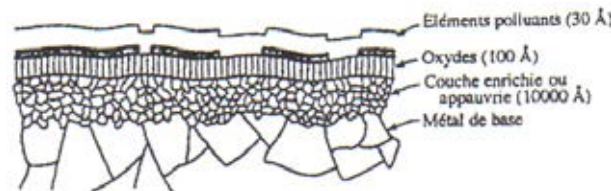


FIG. .3 – Complexité de la composition du matériau au voisinage du contact [Hammi 00]

### .1.1.2 Modélisation du frottement

#### Les variables de contact.

La condition de contact unilatéral est représentée par l'écriture stricte de la condition de non pénétration d'un solide déformable en contact avec un solide rigide. On considère l'hypothèse simplificatrice des petits déplacements.

Soit un solide qui occupe le domaine  $C$  (figure .4) de frontière  $S$  suffisamment régulière décomposée en  $S_F \cup S_D \cup S_C$  où  $S_F$  est la surface des efforts imposés,  $S_D$  celle des déplacements imposés et  $S_C$  la zone initiale de contact. On décompose sur le bord  $S_C$  le déplacement et les vecteurs contraintes de contact en composantes normales et tangentielles :

$$\mathbf{u} = u_N \mathbf{n} + \mathbf{u}_T \quad (.1)$$

$$\mathbf{F} = F_N \mathbf{n} + \mathbf{F}_T \quad (.2)$$

où  $\mathbf{F}_T$  et  $\mathbf{u}_T$  sont des vecteurs appartenant au plan tangent, et  $u_N$  et  $F_N$  des me-

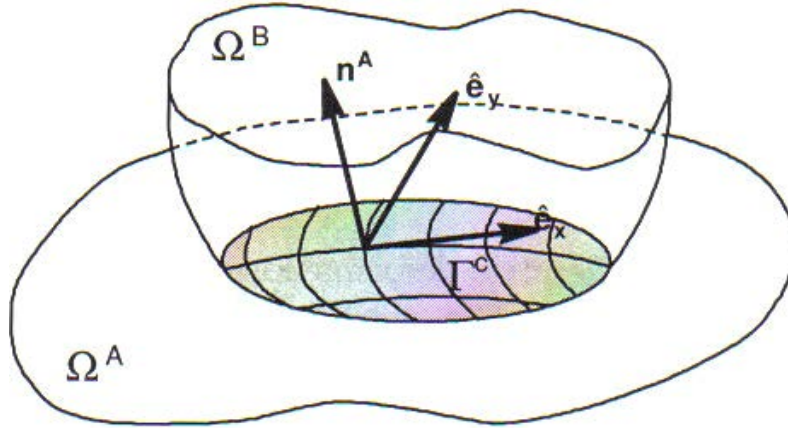


FIG. .4 – Schématisation de deux corps en contact

sures algébriques suivant la direction normale ( $\mathbf{n}$  désigne la normale extérieure à  $\Gamma_C$ ). Les conditions de contact unilatéral (relations de Signorini) s'écrivent alors :

$$u_N \leq 0, \quad F_N \leq 0 \quad \text{et} \quad u_N F_N = 0 \quad (.3)$$

Les relations suivantes caractérisent bien le contact unilatéral :

- non pénétration du solide dans l'obstacle rigide ( $u_N \leq 0$ ) ;
- la force normale exercée par l'obstacle sur le solide est bien une force de compression, et d'après le principe d'action et de réaction, en chaque point de contact, ces forces sont égales et de sens opposé ( $F_N \leq 0$ ) ;
- la relation de complémentarité  $u_N F_N = 0$  décrit bien deux situation possibles :
  - contact établi ( $u_N = 0$ ), la force normale est active ( $F_N \leq 0$ ) ;
  - décollement des surfaces ( $u_N < 0$ ), la force normale doit être nulle ( $F_N = 0$ ).

Le terme "contact bilatéral" (ou contact persistant) est quelquefois utilisé pour signifier que le contact normal est maintenu tout en laissant éventuellement libre le déplacement tangentiel relatif.

Remarquons que les relations de Signorini peuvent s'exprimer en fonction des contraintes et des vitesses des déplacements :

$$\Delta \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \leq 0, \quad \sigma_N \leq 0 \quad \text{et} \quad (\Delta \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) \sigma_N = 0 \quad (.4)$$

◦  $\sigma_N = \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}$  est la contrainte normale à la surface de contact. notons que le vecteur contrainte tangentielle s'écrit :

$$\mathbf{F}_t = \mathbf{F} - \sigma_N \mathbf{n} = (\mathbf{F} \cdot \mathbf{t}) \mathbf{t} = \tau \mathbf{t} = \tau_1 \mathbf{t}_1 + \tau_2 \mathbf{t}_2 \quad (.5)$$

ce qui permet de définir la contrainte tangentielle ou la cission de frottement :

$$\tau_{eq} = \sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2} \quad (.6)$$

o  $\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2$  vitesse relative de deux points, de vitesses respectives  $\mathbf{v}_1$  et  $\mathbf{v}_2$ , censés rentrer en contact. Notons que la vitesse de glissement  $\mathbf{v}_g$  des deux points n'est autre que la composante tangentielle de  $\Delta \mathbf{v}$  :

$$\mathbf{v}_g = \Delta \mathbf{v} \cdot \mathbf{t} = \Delta \mathbf{v} - (\Delta \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n} \quad (.7)$$

où  $\mathbf{t}$  est le vecteur tangentiel tel que  $(\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2, \mathbf{n})$  soit un repère orthonormé direct.

### .1.1.3 Les modèles de frottement

Dans ce qui suit, nous allons présenter les trois principaux modèles de frottement les plus utilisés dans les codes de calcul. Au préalable, définissons le seuil de glissement entre deux corps  $S_1$  et  $S_2$  en un point  $M$ . L'expérience montre qu'il existe une force (ou une contrainte) de traction tangentielle minimale à appliquer pour qu'un glissement significatif se produise. Cela se traduit par :

$$Si \quad \tau_{eq} < \tau_{crit} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{v}_g = 0 \quad \text{contact collant}, \quad (.8)$$

$$Si \quad \tau_{eq} = \tau_{crit} \quad \Rightarrow \quad \exists \lambda \geq 0, \quad \mathbf{v}_g = -\lambda \tau \quad \text{contact glissant}, \quad (.9)$$

Cette notion de seuil ( $\tau_{crit}$ ) introduit une discontinuité (non dérivabilité) des modèles de frottement très similaire au modèles de plasticité à seuil.

Rappelons qu'il existe des modèles de frottement isotropes et anisotropes. Nous nous limiterons ici aux seuls modèles isotropes qui postulent que le vecteur cission de frottement est parallèle à la vitesse de glissement et de plus que  $\tau_{crit}$  ne dépend pas de la direction de  $\mathbf{v}_g$  dans le plan tangent.

#### Modèle isotrope de Tresca.

Ce modèle repose sur la relation  $\tau_{eq} \leq \tau_{crit}$  très similaire à une relation de plasticité parfaite rigide incompressible. Si la cission critique est de la forme :

$$\tau_{crit} = m \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \quad \text{avec} \quad 0 \leq m \leq 1 \quad (.10)$$

alors le modèle de frottement (voir figure .5) s'écrit :

$$\tau_{eq} = \|F_t\| < \tau_{crit} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{v}_g = 0 \quad (.11)$$



$$\tau_{eq} = \tau_{crit} \quad \Rightarrow \quad \exists \lambda \geq 0, \quad \mathbf{v}_g = -\lambda \boldsymbol{\tau} \quad (.12)$$

$$\tau_{eq} > \tau_{crit} \quad \Rightarrow \quad impossible \quad (.13)$$

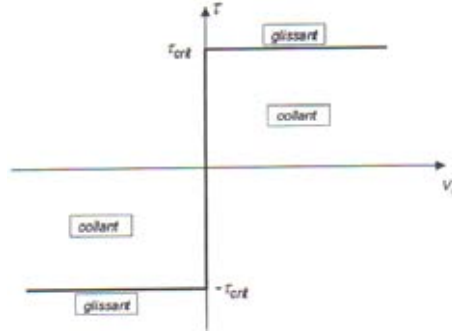


FIG. .5 – Schématisation du modèle de Tresca [Hammi 00]

De point de vue mécanique, le fait que la limite de glissement ne dépende pas de la contrainte normale est très limitatif. Toutefois, dans les cas où cette contrainte normale est assez bien connue à priori, cette forme pourra être utile. Il faut noter qu'une loi de Tresca ne pourra être simplement couplée avec un modèle de contact unilatéral car il faudrait imposer  $\mathbf{v}_g = 0$  sur la partie décollée, et celle-ci est une des inconnues du problème unilatéral.

### Modèle isotrope de Coulomb.

Un tel modèle est schématisé par la figure .6. Il se caractérise par la pression de contact  $P = -\sigma_N$  :

ce qui se donne :

$$\tau_{eq} < \mu P \quad \Rightarrow \quad \mathbf{v}_g = 0 \quad (.14)$$

$$\tau_{eq} = \mu P \quad \Rightarrow \quad \exists \lambda \geq 0, \quad \mathbf{v}_g = -\lambda \boldsymbol{\tau} \quad (.15)$$

$$\tau_{eq} > \mu P \quad \Rightarrow \quad impossible \quad (.16)$$

$$\tau_{crit} = \mu P \quad (.17)$$

Là aussi ce modèle est assez semblable au frottement rigide plastique en 2D (dans le plan tangent). Par contre, c'est un écoulement non associé car la règle de normalité n'est

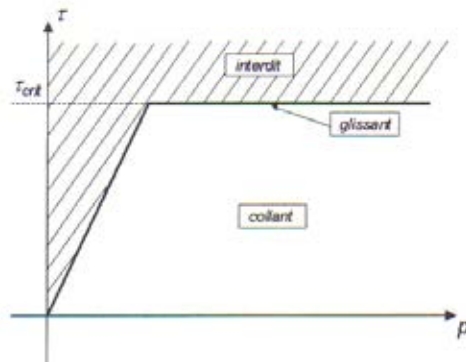


FIG. .6 – Schématisation du modèle de Coulomb [Hammi 00]

pas vérifiée.

### Modèle de type visco-plastique.

Nous avons vu dans les modèles de Tresca et de Coulomb la présence à la fois de la notion de seuil et de critère "d'écoulement". Ceci caractérise les modèles de type plasticité indépendante du temps. Pour éviter les discontinuités inhérentes à la notion explicite du seuil, il est normal de passer à un formalisme de type viscoplastique. On utilise alors des critères d'écoulement sous forme de fonctions puissances sans utiliser la notion de seuil. Le seuil est donc implicite et il n'existe pas de domaine interdit. Par analogie avec le modèle de fluage de Norton-Hoff, le modèle de frottement s'écrit [Hammi 00] :

$$\tau_{eq} < \tau_{crit} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{v}_g = 0 \quad (.18)$$

$$\tau_{eq} > \tau_{crit} \quad \Rightarrow \quad \tau - \tau_{crit} = \alpha \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \left( \frac{\|\mathbf{v}_g\|}{v_{ref}} \right)^{pf} \quad (.19)$$

les termes  $v_{ref}$  et  $\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}$  sont introduits pour rendre le coefficient de frottement  $\alpha$  adimensionnel. La figure .7 illustre le schéma du modèle Norton-Hoff dans le cas 1D.

Ce sont ces trois modèles que nous pouvons utiliser dans les codes de calcul de type ABAQUS.

## .2 Traitement du contact frottement

La simulation numérique de l'emboutissage implique le traitement et la gestion du frottement et de tous les contacts possibles entre la tôle et les différents outils (poinçon, matrice, serre-flan).

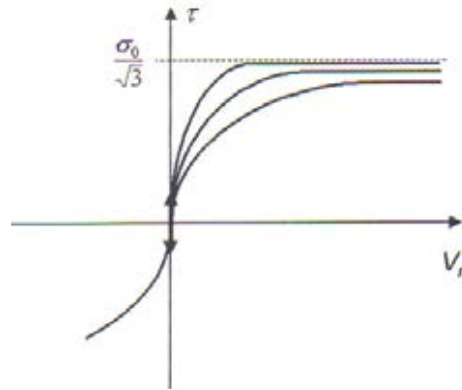


FIG. .7 – Schématisation du modèle de Norton-Hoff [Hammi 00]

Deux problèmes se posent quant il peut y avoir contact entre deux structures ou parties de structure : la détection du contact, puis le traitement du contact s'il a lieu. Quelle que soit la méthode employée, il faut calculer une distance normale pour détecter puis traiter le contact éventuel. Il existe deux approches pour déterminer la «distance» : l'approche noeud à noeud et l'approche noeud sur surface. Le traitement du contact ne dépend pas de l'approche utilisée pour le détecter [Craveur 01, Zienkiewicz 91]. Nous nous limiterons ici aux aspects de ce problème relatifs aux codes de calcul que nous utiliserons, à savoir ABAQUS et STAMPACK.

Rappelons que les problèmes numériques liés au traitement du contact frottement sont de deux natures :

- Les problèmes liés à la régularité des modèles de frottement ;
- Les problèmes algorithmiques liés à la gestion numérique du contact entre deux solides discrétisés.

## .2.1 Régularité des modèles de frottement

Pour pouvoir simuler numériquement le contact en particulier dans les procédé de mise en forme, il faudrait résoudre les problèmes numériques que posent les discontinuités des modèles de frottement à seuil. Pour remédier à cela, il est généralement procédé à la modification de la notion du seuil sans modifier sensiblement la solution du problème. Nous nous limiterons ici à la régularisation dite en vitesse qui consiste à remplacer l'équation (.9) traduisant le contact glissant par :

$$\tau = \tau_{crit} f(\|\mathbf{v}_g\|) \quad (.20)$$

où  $f(\|\mathbf{v}_g\|)$  est une fonction continue (et dérivable) partout et en particulier aux points  $\|\mathbf{v}_g\| = 0$ .

Pour le modèle de Coulomb ( $\tau_{crit} = \mu.P$ ), plusieurs formes de  $f(\|\mathbf{v}_g\|)$  ont été proposées. Nous citons ci-dessous quelques une les plus rencontrées dans la littérature :

$$\bullet f(\|\mathbf{v}_g\|) = \frac{\|\mathbf{v}_g\|}{\sqrt{\|\mathbf{v}_g\|^2 + \varepsilon^2}} \quad (.21)$$

$$\bullet f(\|v_g\|) = \tanh \frac{\|v_g\|}{\varepsilon} \quad (.22)$$

où  $\varepsilon$  n'est rien d'autre qu'une vitesse limite de glissement.

## .2.2 Gestion numérique du contact

La résolution numérique des problèmes de contact avec ou sans frottement est d'une grande importance pour la simulation numérique des procédé de mise en forme, en particulier l'emboutissage. En effet, aux interfaces de contact entre la pièce et les outils les matériaux ne doivent pas s'interpénétrer et les contraintes aux points de contact sont compressives et doivent vérifier les équations de frottement au même temps de les équations de comportement (y compris l'équilibre). De plus, le fait que les zones de contact ainsi que le distribution des forces de contact sont souvent inconnues, rend le problème fortement non linéaire avec des conditions aux limites inconnues et variables.

Un grand nombre de techniques de résolution associées à ces problèmes sont disponibles dans la littérature. Nous nous limiterons ici à la description des techniques utilisées dans les codes de calcul commerciaux que nous utiliserons.

Soient deux solides  $S_1$  et  $S_2$  de frontières  $\Gamma_1$  et  $\Gamma_2$  qui sont candidats au contact, voir figure .8. Supposons que  $S_2$  représente la pièce déformable en plasticité (discrétisée par éléments finis), et  $S_1$  représente l'outil qui peut être soit rigide indéformable (représenté par son équation implicite ou paramétrique), soit déformable (discrétisé par éléments finis).

La condition de non-pénétration s'écrit (figure .8) :

$$d(M_1, M_2) \geq 0 \quad \text{sur } \Gamma_1, \Gamma_2 \quad (.23)$$

où la distance  $d$  est mesurée selon la normale au solide (pièce) déformé  $S_2$ . Elle est souvent appelée fonction "gap" ou résidu du contact (détection du contact).

Deux cas peuvent se présenter :

- cas de non contact :

$$d > 0 \Rightarrow \sigma_N = 0 \quad \text{et } , \forall, \Delta V_N \quad (.24)$$

- cas de contact :

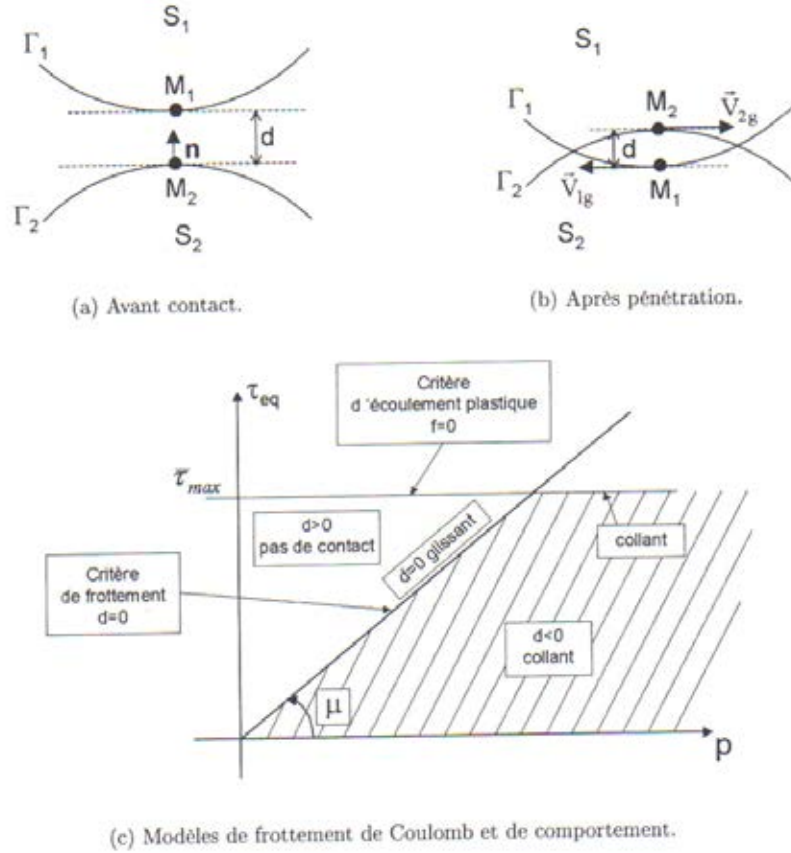


FIG. .8 – Problème de contact en plasticité avec frottement de Coulomb [Hammi 00]

$$d \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} \sigma_N < 0 & \text{et } \Delta V_N = 0 \\ \text{ou} \\ \sigma_N = 0 & \text{et } \Delta V_N < 0 \end{cases} \quad (.25)$$

En général, la résolution numérique du contact n'est pas triviale et elle consiste à :

- écrire en chaque point (ou noeud pour les surfaces discrétisées) les inégalités de non-pénétration (équation .23). La difficulté majeure réside dans la détection et le suivi de surfaces candidates au contact, pour pouvoir exprimer les contraintes à chaque pas de calcul et compte tenu des relations de frottement.
- résoudre numériquement le problème d'évolution (problème d'équilibre) sous ces contraintes (inégalité de non-pénétration) sur chaque incrément de charge (ou de temps).

Dans tous les cas, on est amené à linéariser les relations de contact sous forme symbolique suivante :

$$d(x) = d_0 + \frac{\partial d}{\partial x} \Delta x \quad (.26)$$

$$M_1 M_2 = M_{10} + M_{20} + x_{M_2} - x_{M_1} \quad (.27)$$

$$\mathbf{n} = \mathbf{n}_0 + \Delta \mathbf{n} \quad (.28)$$

### .2.3 Gestion du contact entre deux surfaces déformables

Dans la simulation classique de l'emboutissage en considérant les outils rigides, le problème de contact est simplifié. En effet, les outils rigides ne possèdent pas de degrés de liberté. Cependant, lorsque un ou plusieurs outils (poinçon, matrice, serre-flan) sont discrétisés par éléments déformables, les degrés de liberté des outils et du flan interagissent au travers leur surface de contact. Le code ABAQUS, utilise le concept de surface "maître-esclave" pour définir une surface (surface maître) à travers laquelle les noeuds frontières de la deuxième surface (surface esclave) ne peuvent pas pénétrer (figure .9).

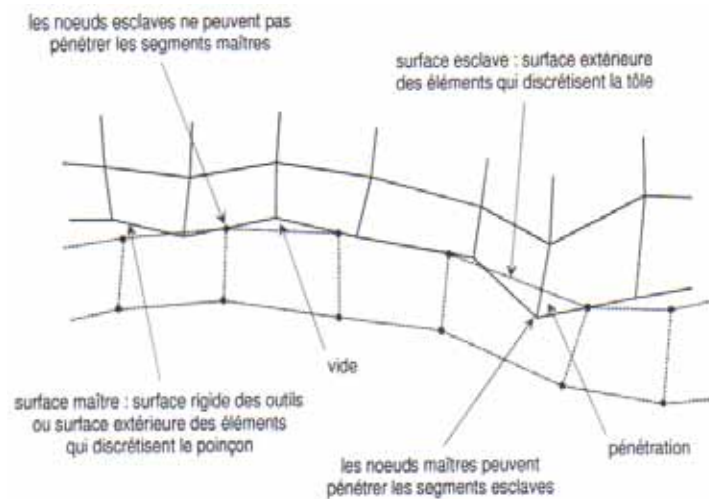


FIG. .9 – Gestion du contact avec la notion de surfaces maître-esclave [Abaqus 04]

Comme les noeuds de la surface "esclave" ne peuvent pas pénétrer la surface "maître", la direction de contact est toujours perpendiculaire à la surface "maître". A l'inverse, les noeuds frontières de la surface "maître" peuvent pénétrer la surface "esclave".

## .2.4 Analyse statique du contact

L'algorithme, décrit en figure .10, est l'algorithme de gestion du contact en statique utilisé par ABAQUS/Implicit.

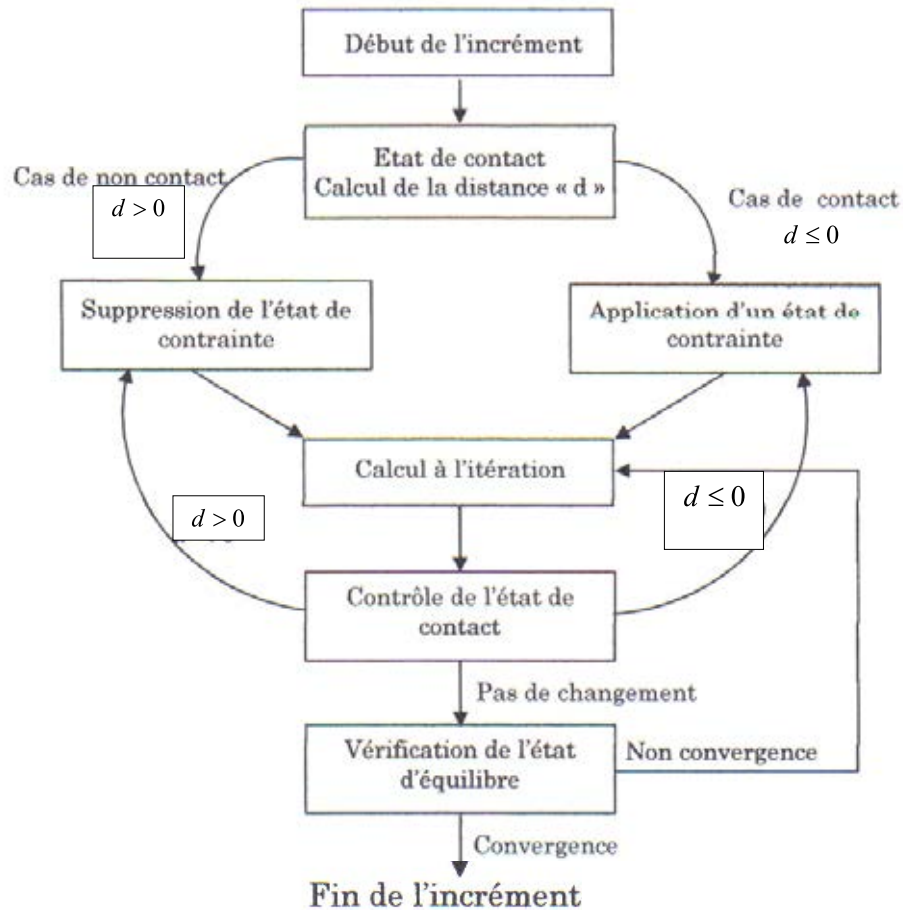


FIG. .10 – Algorithme de gestion du contact dans ABAQUS/Standard

## .2.5 Analyse dynamique du contact

Lorsque deux noeuds  $A_1$  et  $A_2$  de vitesses  $\mathbf{v}_1$  et  $\mathbf{v}_2$  et de masses  $m_1$  et  $m_2$  rentrent en contact, on suppose qu'ils prennent instantanément la même vitesse  $\mathbf{v}$ . On considère ainsi un impact parfaitement plastique. La vitesse après impact est déterminée par le bilan de la quantité de mouvement [Burlat 98] :

$$m_1 (\mathbf{v}_1)_{t^-} + m_2 (\mathbf{v}_2)_{t^-} = (m_1 + m_2) (\mathbf{v})_{t^+} \quad (.29)$$

où  $t^-$  et  $t^+$  indiquent respectivement les temps avant et après impact.

Il y a dans ce cas, perte d'énergie cinétique :

$$\Delta E_C = \frac{1}{2}m_1 ((\mathbf{v}_1)_{t^-} - (\mathbf{v})_{t^+})^2 + \frac{1}{2}m_2 ((\mathbf{v}_2)_{t^-} - (\mathbf{v})_{t^+})^2 \quad (.30)$$

Afin de limiter cette perte d'énergie cinétique, le maillage en éléments finis peut être réalisé de sorte que les masses liées aux noeuds frontières et pouvant rentrer en contact soient minimales, c'est à dire en utilisant une épaisseur des éléments frontières la plus faible possible.

L'algorithme simplifié de la gestion de l'impact en dynamique est le suivant [Burlat 98] :

- calcul de la solution à l'instant  $t^-$  ;
- application des contraintes aux noeuds permettant l'impact entre eux ;
- calcul des vitesses à l'instant  $t^+$ , à partir du bilan de la quantité de mouvement ;
- calcul des accélérations à partir des équations d'équilibre dynamique ;
- utilisation des nouvelles vitesses et accélérations comme conditions initiales afin de continuer l'analyse avec les contraintes en place ;
- suppression des contraintes lorsque celles-ci impliquent une pression de contact négative.



# Annexe C : Quelques éléments théoriques en optimisation

## 1 Optimisation : éléments théoriques

L'étude d'un système physique peut se schématiser de la manière suivante : lorsque l'on fait appel à la modélisation numérique, nous ne connaissons pas, en général, de relations explicites reliant les paramètres du système physique à sa réponse. L'expérimentateur s'intéresse alors aux réponses du système étudié, calculées ou mesurées en un certain nombre de points. Sous forme mathématique, on peut écrire que la réponse du système, appelée  $y$ , est une fonction de plusieurs paramètres que l'on appelle variables  $x_i$  :

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_k) \quad (1)$$

L'étude du système physique se ramène alors au calcul de la réponse en fonction des différentes variables. La fonction  $y$  peut être étudiée par plusieurs méthodes. Ici, nous décrirons la méthode classique et la méthode des plans d'expérience.

### 1.1 La méthode classique

Pour étudier classiquement la fonction  $y$  précédente, on fixe toutes les variables  $x_i$  sauf une ( $x_1$ , par exemple) et on calcule la réponse  $y$  en fonction de plusieurs valeurs de la variable non fixée  $x_1$ . A la fin de l'expérience, on peut tracer une courbe représentative de  $y = f(x_1)$ , voir figure 1.

Pour étudier toutes les variables, il faut recommencer de la même manière pour chacune. En général, une expérience de  $n$  variables à  $k$  niveaux représente  $k^n$  expériences à réaliser. Si l'on décide par exemple d'étudier simplement sept variables et que l'on désire prendre cinq points expérimentaux par variable, il faut effectuer  $5^7 = 78125$  expériences [Goupy 00]. On voit bien que le nombre de calculs à faire est gigantesque et qu'il dépasse les limites du raisonnable. En général, dans cette situation, l'expérimentateur doit réduire

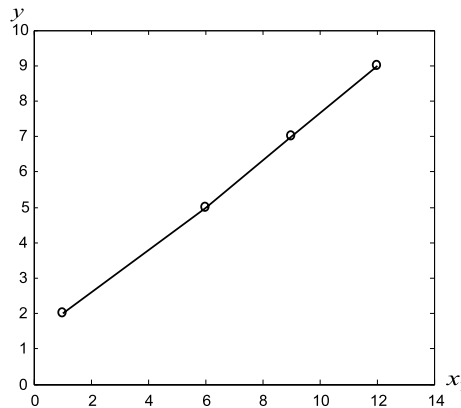


FIG. 1 – La réponse  $y$  en fonction de la variable  $x_1$

le nombre de calculs (ou d'essais) à effectuer. Deux attitudes uniquement sont possibles pour réduire le nombre de calculs [Goupy 00] :

- Diminuer le nombre de points expérimentaux : cette procédure consiste à considérer le moins possible de points expérimentaux. Comme il est impossible de réaliser moins de deux expériences par variables, l'expérimentateur peut toujours être confronté à un nombre gigantesque de calculs à réaliser.
- Diminuer le nombre de variables : pour diminuer le nombre de variables, l'expérimentateur doit abandonner certaines variables, ce qui laisse toujours planer un doute sur la qualité des résultats.

## 1.2 La méthode des plans d'expérience

La méthode des plans d'expérience est une méthode générale pour étudier l'influence des variables dans une expérience (au sens large du terme) [Abbas 02]. Dans cette méthode, nous pouvons faire varier, de manière structurée, les points expérimentaux des variables à la fois à chaque expérience sans inconvénients, mais au contraire avec certains avantages :

- diminution du nombre d'expériences, ce qui implique la réduction du coût de réalisation du plan ;
- un grand nombre de variables peut être étudié ;
- existence d'outils analytiques et statistiques pour analyser les résultats obtenus.

Il existe beaucoup de plans d'expérience. Ils sont différents selon : l'objectif de l'étude, le nombre et les interactions possibles entre les variables d'optimisation, le type des variables et leur précision. Comme les plans d'expérience permettent l'étude de nombreuses variables tout en maintenant le nombre d'essais dans des proportions acceptables, l'une de leurs applications principales est la recherche des variables influentes. Au lieu de limi-

ter le nombre de variables à étudier, l'expérimentateur réduira, dans un premier temps, le nombre de points expérimentaux par variables. La recherche des variables influentes consiste alors à :

- fixer deux valeurs (points expérimentaux) seulement pour chaque variable ;
- étudier le plus grand nombre possible de variables, même celles, qui semblent, a priori, ne jouer qu'un faible rôle.

Parmi toutes les variables étudiées, beaucoup seront sans influence et seules quelques unes joueront un rôle dans les variations de la réponse du système physique étudié. En fonction des résultats obtenus, il sera alors facile de choisir de nouveaux points expérimentaux pour préciser tel ou tel aspect de l'étude. Ainsi, toutes les variables auront été étudiées tout en maintenant le nombre d'essais dans le domaine du juste nécessaire.

Un plan d'expérience est formalisé par la matrice des expériences  $[U]$  réunissant l'ensemble des  $p$  expériences pour  $n$  variables.

$$[X] = \begin{bmatrix} X_{i1} & \dots & X_{in} \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ X_{pj} & \dots & X_{pn} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Avec :  $i = 1, P$  et  $j = 1, n$

### 1.2.1 Équation du modèle

Il existe une équation qui relie les  $n$  variables  $x_i$  d'un plan à sa réponse  $y$ . Pour un modèle quadratique, par exemple, on écrit :

$$y = c + a_1.x_1 + \dots + a_n.x_n + A_{12}.x_1.x_2 + \dots + A_{nn}.x_n.x_n \quad (3)$$

Cette équation contient le terme constant  $c$ , les termes linéaires  $a_i$  et les termes quadratiques  $A_{nn}$ . Les variables sont donc des vecteurs comportant les différents niveaux  $x_i$ . Sous forme matricielle, on écrit :

$$y(\{x_1, \dots, x_n\}) = m + \langle a \rangle . \{x\} + \langle x \rangle . [A] . \{x\} \quad (4)$$

Avec  $m$  la partie moyenne de la réponse,  $a_i$  est l'effet moyen de la variable  $x_i$  et  $A_{ij}$  est la matrice des effets d'interaction entre les variables  $x_i$  et  $x_j$ .

### 1.2.2 Matrice des effets

On définit la matrice des effets  $[E]$  comme la matrice qui transforme les coefficients  $a_i$  pour donner la réponse  $y$  (voir [Goupy 00]). On peut alors écrire l'ensemble des valeurs de  $y$ , noté  $\{y\}$ , pour un ensemble de valeurs  $x_i$  choisies comme suit :

$$\{y\} = [E] \cdot \{a\} \quad (5)$$

Avec le vecteur des coefficients  $\langle a \rangle$

$$\langle a \rangle = \langle c \quad a_1 \quad \dots \quad a_n \quad A_{11} \quad \dots \quad A_{nn} \rangle \quad (6)$$

Pour un plan de  $p$  expériences (essais) et de  $n$  variables, la matrice des effets  $[E]$  vaut :

$$[E] = \begin{bmatrix} \overbrace{1}^{cte} & \overbrace{X_{ij} \dots X_{ij}}^{linaire} & \overbrace{X_{ij} \cdot X_{ij} \dots X_{ij} \cdot X_{ij}}^{quadratique} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & X_{ij} \dots X_{ij} & X_{ij} \cdot X_{ij} \dots X_{ij} \cdot X_{ij} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Avec :  $i = 1, P$  et  $j = 1, n$

### 1.2.3 Coordonnées centrées réduites

Les différentes variables  $x_i$  d'un problème physique donné ne sont généralement pas de la même nature ou de la même amplitude. Il convient donc d'effectuer un changement d'unité de mesure et un changement d'origine qui permettent de traiter toutes les variables de la même manière. Les variables sont alors dites centrées réduites. L'utilisation de ce type de variables simplifie considérablement la présentation de la théorie des plans d'expérience.

La relation qui permet de passer des variables courantes  $x_i$  aux variables centrées réduites  $x_{cri}$  est la suivante :

$$x_{cri} = \frac{x_i - \bar{x}_i}{p} \quad \text{avec } x_{cri} \in [-1; 1] \quad (8)$$

$\bar{x}_i = \frac{x_i^{\max} + x_i^{\min}}{2}$  est la moyenne arithmétique des coordonnées réelles.

$p = \frac{x_i^{\max} - x_i^{\min}}{2}$  est le pas.

C'est les variables centrées réduites que l'on utilisera dans la suite de cette étude.

Pour calculer les coefficients  $\langle a \rangle$  de l'équation (5) précédente, il existe plusieurs méthodes. Dans notre cas, nous avons choisi d'utiliser la méthode des moindres carrés, simple et facile à mettre en oeuvre dans Matlab.

### 1.2.4 Méthode des moindres carrés

Pour calculer les coefficients  $\langle a \rangle$ , il faut résoudre le système multi-linéaire suivant :

$$\begin{aligned} \{r\} &= \{y\} - \{y\}_{ext} \\ \text{avec } \{y\}_{ext} &= [E] \{a\} \end{aligned} \quad (9)$$

Soit

$$\{y\} = [E] \cdot \{a\} + \{r\} \quad (10)$$

Avec  $\{r\}$  le vecteur qui représente les résidus (écarts entre la réponse exacte et la réponse approchée). Il s'agit alors dans ce cas de minimiser les résidus. Pour cela, nous recherchons le jeu de coefficients  $\langle a \rangle$  qui minimise la somme des carrés des résidus  $\langle r \rangle \cdot \{r\}$ . Cette somme est minimale par rapport aux coefficients  $\{a\}$  si :

$$\frac{\partial (\langle r \rangle \cdot \{r\})}{\partial \{a\}} = 0 \quad (11)$$

La solution approchée  $\{\hat{a}\}$  par les moindres carrés est donc :

$$\{\hat{a}\} = \left( [E]^T \cdot [E] \right)^{-1} \cdot [E]^T \cdot \{y\} \quad (12)$$

### 1.2.5 Plans composites

Un plan composite est un plan composé de trois parties :

- un plan factoriel à deux niveaux par facteur [Goupy 00] ;
- au moins un point expérimental situé au centre du domaine expérimental ;
- les points axiaux. Ces points expérimentaux sont situés sur les axes de chacun des facteurs.

Un exemple de plan composite à deux facteurs est représenté sur la figure 2.

Les points 1, 2, 3 et 4 sont les points d'un plan  $2^2$ . Le point 5 est le point central. Ce point peut avoir été répliqué une ou plusieurs fois. Les points 6, 7, 8 et 9 sont les points axiaux. Ces quatre derniers points forment ce que l'on appelle le plan en étoile. Dans cet exemple, l'expérimentateur réalise 9 essais et doit déterminer 6 coefficients. Il faut donc résoudre un système de 9 équations à 6 inconnues.

Il existe trois grandes classes de plans composites [Goupy 99] :

- Plan central composite à faces centrées : dans ce type de plans, les points en étoile sont sur les faces du cube (figure 3). C'est ce type de plans que nous utilisons dans cette étude ;
- Plan central composite extérieur : dans ce type de plans, les points en étoile sont à l'extérieur (figure 4) ;

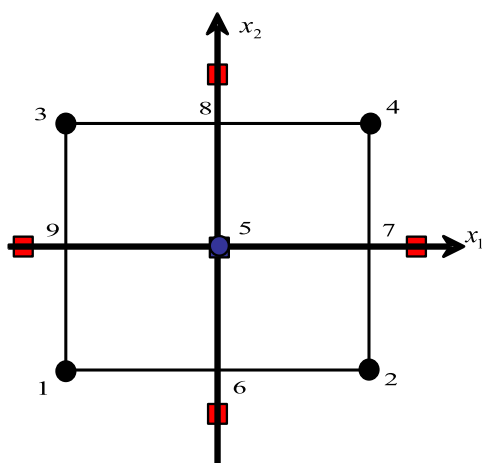


FIG. 2 – Plan composite à deux facteurs

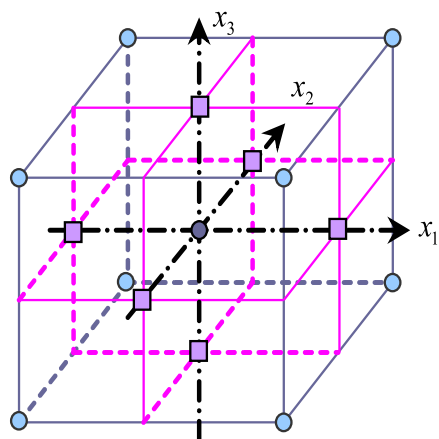


FIG. 3 – Plan composite central à faces centrées

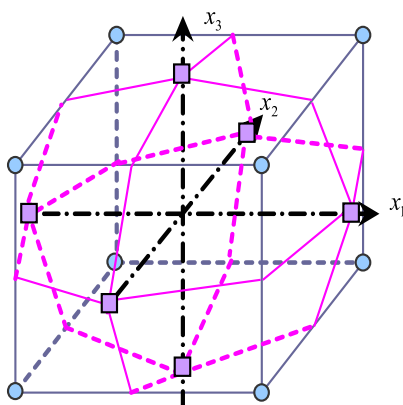


FIG. 4 – Plan composite central extérieur

- Plan central composite intérieur : les points en étoile sont à l'intérieur du domaine cubique (figure 5).

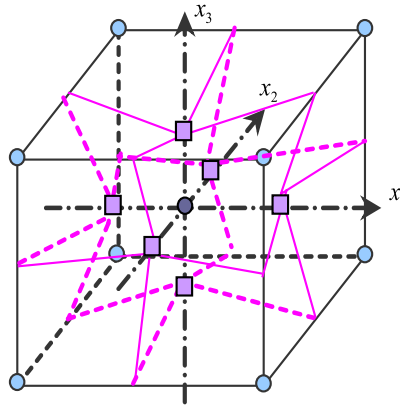


FIG. 5 – Plan composite central intérieur

Le nombre de niveaux d'un plan composite est de cinq par facteur : le point central, les deux niveaux du plan factoriel et les deux niveaux des points en étoile. Lorsque les points en étoile sont situés sur les axes des facteurs, le nombre de niveaux du plan composite est de trois par facteur.

Pour un problème à cinq variables d'optimisation, par exemple, le plan composite à faces centrées est réalisé selon le tableau 1.

Essai n°	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$
1 à 2	±	-	-	-	-
3 à 4	±	+	-	-	-
5 à 6	±	-	+	-	-
7 à 8	±	+	+	-	-
9 à 10	±	-	-	+	-
11 à 12	±	+	-	+	-
13 à 14	±	-	+	+	-
15 à 16	±	+	+	+	-
17 à 18	±	-	-	-	+
19 à 20	±	+	-	-	+
21 à 22	±	-	+	-	+
23 à 24	±	+	+	-	+
25 à 26	±	-	-	+	+
27 à 28	±	+	-	+	+
29 à 30	±	-	+	+	+
31 à 32	±	+	+	+	+
33 à 34	0	0	0	0	0
35 à 36	±	0	0	0	0
37 à 38	0	±	0	0	0
39 à 40	0	0	±	0	0
40 à 41	0	0	0	±	0
42 à 43	0	0	0	0	±

TAB. 1 – Tableau des essais pour cinq variables d’optimisation

Le plan d’expériences choisi permet de définir  $\{y\}$  pour obtenir  $\{\widehat{a}\}$  par l’équation (11) et ainsi l’équation (4) approchée.

### 1.3 Optimisation par surface de réponse

Pour résoudre le problème d’optimisation, où les limitations sur les variables de conception ne sont que des bornes, nous utilisons la méthode par surface de réponse. Cette méthode est issue des techniques des plans d’expérience. Elle est basée sur une approximation de la surface de réponse du système étudié, construite à partir des valeurs de la fonction objectif en un certain nombre de points du domaine de conception, appelés points expérimentaux. Si l’on reprend l’équation (4), le modèle mathématique de la surface de réponse s’écrit :



$$y_{app} = a_{x0} + \langle x \rangle \cdot \{a_x\} + \langle x \rangle \cdot [A_x] \cdot \{x\} \quad (13)$$

C'est ensuite  $y_{app}$  qui est minimisée et non la fonction objectif réelle. Cette méthode nous offre également l'avantage de séparer les analyses éléments finis de la structure étudiée et l'étape de minimisation. L'approximation est donc réalisée à partir du calcul préalable de la fonction objectif pour un nombre limité de points expérimentaux. Dans notre cas, ce calcul nécessite pour chaque point une analyse éléments finis, de la structure stratifiée vissée, en utilisant le module éléments finis de CATIA V5.