



HAL
open science

Etude biomécanique de la distraction ostéogénique et de sa mise en oeuvre en chirurgie maxillofaciale

Guillaume Dubois

► **To cite this version:**

Guillaume Dubois. Etude biomécanique de la distraction ostéogénique et de sa mise en oeuvre en chirurgie maxillofaciale. Médecine humaine et pathologie. Université Paul Verlaine - Metz, 2008. Français. NNT : 2008METZ023S . tel-01752591

HAL Id: tel-01752591

<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01752591>

Submitted on 29 Mar 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>



L.P.M.M.



THÈSE

Présentée par

Guillaume DUBOIS

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR

De l'Université Paul Verlaine de Metz

(Spécialité : Sciences de l'Ingénieur)

(Option : Biomécanique)

Étude biomécanique de la distraction ostéogénique et de sa mise en œuvre en chirurgie maxillo-faciale

Soutenu le 18 Novembre 2008

Composition du jury :

A. LODINI	Professeur à l'Université de Reims Champagne Ardenne	Président
D. MITTON	Professeur à l'ENSAM de Paris	Rapporteur
L. RAKOTOMANANA	Professeur à l'Université de Rennes 1	Rapporteur
J. VANDER SLOTEN	Professeur à l'Université Catholique de Louvain	Examineur
A.S. BONNET	Maître de Conférences à l'ENIM	Co directeur de thèse
P. LIPINSKI	Professeur à l'ENIM	Directeur de thèse
P. LONGEPIED	Directeur général d'OBL	Invité
D. LABBE	Chirurgien au CHU de Caen	Invité

Remerciements

Ce travail a été réalisé sous la direction de Monsieur Paul LIPINSKI et Madame Anne-Sophie BONNET, Professeur et Maître de Conférences à l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Metz.

Je tiens à leur exprimer ma profonde reconnaissance pour avoir accepté l'encadrement de ma thèse. Tout au long de ces trois années, leur contact m'a beaucoup appris. Ils ont su se montrer disponibles, me guider et me conseiller judicieusement dans mes recherches tout en me témoignant une grande confiance. J'espère que cette collaboration durera le plus longtemps possible. Qu'ils trouvent ici l'expression de mes plus sincères remerciements.

Je souhaite également témoigner toute ma gratitude à Monsieur Patrice LONGEPIED, Directeur de la société OBL, sans qui ce travail n'aurait pu être possible. Je le remercie sincèrement pour sa confiance et la grande liberté qu'il m'a laissée dans la réalisation de ce travail. Qu'il trouve ici l'expression de ma plus grande reconnaissance pour avoir rendu possible ce projet qui me tenait à cœur.

Je tiens à remercier Monsieur Daniel LABBE, Chirurgien au Centre Hospitalier Régional Universitaire de Caen, pour son implication, sa gentillesse et ses conseils qui m'ont permis d'appréhender l'aspect clinique de la distraction ostéogénique.

Je remercie également Monsieur Thomas SCHOUMAN, Chirurgien et Chef de Clinique Assistant au Groupe Hospitalier Pitié-Salpêtrière, pour son aide précieuse à ce travail, son amitié et nos longs échanges à propos du transport osseux.

Je souhaite aussi adresser mes remerciements à Monsieur Pascal DELCAMPE, Chirurgien au Centre Hospitalier de Rouen, pour son apport à la bonne réalisation de ce projet.

Merci également aux patients qui ont accepté de participer à notre projet.

Je remercie Messieurs David MITTON, Professeur des Universités à l'Ecole Nationale Supérieure des Arts et Métiers, et Lalaonirina R. RAKOTOMANANA, Professeur des Universités à l'Université de Rennes 1, d'avoir accepté de rapporter ce travail.

Mes remerciements s'adressent également à Monsieur Alain LODINI, Professeur des Universités à l'Université de Reims Champagne-Ardenne, président du jury, ainsi qu'à Monsieur Jos VANDER SLOTEN, Professeur des Universités à l'Université Catholique de Louvain, pour avoir accepté d'être membre du jury.

Que tous mes collègues et amis de l'ENIM, en particulier Julien, trouvent ici l'expression de mes remerciements, aussi bien pour les bons moments passés ensemble, que pour l'aide que nous avons pu échanger.

Je remercie aussi l'ensemble du personnel de l'ENIM et d'OBL, que j'ai cotoyé durant ces années.

Enfin, je tiens à remercier ma famille et mes amis pour leurs soutien tout au long de projet.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION	9
CHAPITRE I : LA DISTRACTION OSTEOGENIQUE ET SA MISE EN ŒUVRE	15
A. HISTORIQUE ET GENERALITES	17
1. PRINCIPE	17
2. NAISSANCE DE LA DISTRACTION OSTEOGENIQUE	19
3. LA DISTRACTION OSTEOGENIQUE EN CHIRURGIE MAXILLO-FACIALE	20
4. INTERETS ET INDICATIONS	21
5. LES DIFFERENTS TYPES DE DISTRIBUTEUR	22
B. LE DISTRIBUTEUR EXTERNE OSTEOGENIQUE SUR MESURE (DEOS)	27
1. INTRODUCTION	27
2. PRESENTATION DU DISPOSITIF	27
3. PROTOCOLE DE MISE EN ŒUVRE	33
4. RESULTATS ET OBSERVATIONS CLINIQUES	37
C. L'OS : DESCRIPTION, STRUCTURE ET PROPRIETES	39
1. LE SQUELETTE	39
2. OS DE LA TETE	39
3. NATURE ET COMPOSITION	41
4. TEXTURE, STRUCTURE ET ARCHITECTURE DE L'OS	42
5. COMPORTEMENT MECANIQUE DE L'OS	45
D. L'OS : UN TISSU EN EVOLUTION PERMANENTE	47
1. CONCEPTS DE BIOLOGIE OSSEUSE	47
2. REMODELAGE OSSEUX	50
3. OSTEOGENESE	52
4. PROCESSUS BIOLOGIQUES DE LA DISTRACTION OSTEOGENIQUE	55
E. CONCLUSION PARTIELLE	61
CHAPITRE II : APPROCHE MICROMECHANIQUE POUR LA MODELISATION DE LA DISTRACTION OSTEOGENIQUE	63
A. MODELES NUMERIQUES DE LA DISTRACTION OSTEOGENIQUE	65
B. RAPPEL DES CONCEPTS DE BASE DE LA MECANIQUE DES MILIEUX CONTINUS (MMC) EN GRANDES DEFORMATIONS	69

1.	GRADIENT DE TRANSFORMATION	69
2.	TENSEURS DE DEFORMATION	70
3.	TENSEURS DE VITESSE DE DEFORMATION	72
4.	MESURE DES CONTRAINTES ET DE LEURS VITESSES OBJECTIVES	73
5.	DEFORMATIONS REVERSIBLE ET PERMANENTE	75
6.	DECOMPOSITION ADDITIVE DE LA VITESSE DE DEFORMATION	77

C. APPROCHE MICROMECHANIQUE POUR LA MODELISATION DE LA DISTRACTION OSTEOGENIQUE 79

1.	INTRODUCTION	79
2.	DESCRIPTION DE LA MICROSTRUCTURE DU CAL	79
3.	COMPORTEMENT LOCAL DES TISSUS	81
a)	Comportement élastique	81
b)	Comportement irréversible du tissu granulaire	84
4.	COMPORTEMENT EFFECTIF DU VER	88
a)	Homogénéisation des propriétés élastiques	88
b)	Comportement effectif irréversible	99
5.	EVOLUTION DE LA MICROSTRUCTURE	105
a)	Modélisation de la phase d'élongation du cal : création de pores	105
b)	Modélisation de la phase de différenciation	108
6.	DEFINITION DU STIMULUS	114

D. CONCLUSION PARTIELLE 118

CHAPITRE III: DEVELOPPEMENT D'UNE ROUTINE POUR LE MODELE DE DISTRACTION OSTEOGENIQUE 119

A. INTRODUCTION DE L'APPROCHE ADOPTEE EN TRANSFORMATIONS FINIES 121

B. INTEGRATION IMPLICITE DE LA LOI DE COMPORTEMENT 123

1.	CAS GENERAL	123
2.	CAS ISOTROPE	129
3.	CALCUL DU MODULE TANGENT ALGORITHMIQUE	131

C. CALCUL DES PROPRIETES EFFECTIVES 134

D. FORMULATION INCREMENTALE 136

1.	PHASE D'ELONGATION	136
2.	PHASE DE DIFFERENCIATION	137

E. ALGORITHME 138

1.	ALGORITHME GENERAL	138
----	--------------------	-----

2.	ALGORITHME POUR L'INITIALISATION ET LA PREDICTION ELASTIQUE	139
3.	ALGORITHME POUR LA DIFFERENCIATION	139
4.	ALGORITHME POUR LA CORRECTION PLASTIQUE	140
5.	ALGORITHME POUR L'HOMOGENEISATION	140
6.	ALGORITHME POUR L'ELONGATION ET L'ACTUALISATION DES FRACTIONS VOLUMIQUES	140
F.	CONCLUSION PARTIELLE	141

CHAPITRE IV : VALIDATION DU MODELE POUR LA SIMULATION DE LA DISTRACTION EN TRACTION SIMPLE **143**

A.	PRESENTATION DU PROBLEME	145
B.	RESOLUTION	146
C.	ECRIURE INCREMENTALE	150
D.	DEMARCHE DE CALIBRATION ET DE VALIDATION DU MODELE	152
1.	RAPPEL DES PARAMETRES	152
2.	METHODOLOGIE	153
E.	SIMULATION D'UN CYCLE DE DISTRACTION	154
1.	AJUSTEMENT DES PARAMETRES D'ELONGATION ET DE REMPLISSAGE	154
2.	ANALYSE DES RESULTATS	156
3.	INFLUENCE DE LA VITESSE ET DE LA CONTRAINTE DE REFERENCE	163
4.	INFLUENCE DE LA SENSIBILITE A LA VITESSE DE DEFORMATION	166
5.	INFLUENCE DU COEFFICIENT D'AMPLIFICATION DE LA PARTIE SPHERIQUE	169
6.	INFLUENCE DE LA VITESSE DE REMPLISSAGE	172
7.	INFLUENCE DES GRANDEURS DE REFERENCE DU REMPLISSAGE	175
F.	SIMULATION D'UNE SEMAINE DE DISTRACTION	178
1.	INTRODUCTION	178
2.	ANALYSE DES RESULTATS	179
3.	QUELQUES CONSIDERATIONS IMPORTANTES	186
a)	Protocole de distraction	186
b)	Dispositif de distraction	188
G.	CONCLUSION PARTIELLE	190

CHAPITRE V : ETUDE EXPERIMENTALE DES EFFORTS DE DISTRACTION **191**

A.	REVUE DES ETUDES DE MESURE DE LA FORCE DE DISTRACTION	193
B.	METHODOLOGIE DE LA MESURE DES EFFORTS DE DISTRACTION A L'AIDE DU DEOS	199

1.	CAS CLINIQUES ET PROTOCOLES DE DISTRACTION RETENUS	199
2.	MATERIEL DE MESURE	200
3.	PROTOCOLE DE MESURE	202
4.	ANALYSE ET TRAITEMENT DES DONNEES	203
c)	Sollicitations des broches	204
d)	Efforts de distraction	205
5.	RESULTATS ET DISCUSSION	211
a)	Déformations des broches	211
b)	Sollicitations des broches	215
c)	Efforts de distraction	221
C.	CONCLUSION PARTIELLE	226

CHAPITRE VI : OPTIMISATION DU DISTRACTEUR EXTERNE OSTEOGENIQUE SUR MESURE **227**

A.	OBJECTIF ET CAHIER DES CHARGES	229
B.	ANALYSE DE L'EXISTANT ET DEMARCHE D'OPTIMISATION	230
1.	MASSE ET ENCOMBREMENT	230
2.	STABILITE ET AMPLITUDE DES REGLAGES	230
3.	EFFORT NECESSAIRE A L'ACTIVATION	233
C.	PRESENTATION DE LA SOLUTION RETENUE	235
1.	VUE D'ENSEMBLE	235
2.	PORTE-BROCHE	236
3.	CHARIOT FIXE	239
4.	CHARIOT MOBILE	240
D.	EVALUATION DE L'AMELIORATION DU DEOS	242
E.	CONCLUSION PARTIELLE	245

PERSPECTIVES ET CONCLUSION **247**

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES **251**

ANNEXES **263**

Introduction

Les affections du squelette cranio-facial présentent une particularité parmi l'ensemble des désordres qui peuvent perturber la santé d'un patient. En effet, en plus de leurs conséquences sur des fonctions vitales telles que la respiration ou la nutrition, elles touchent l'aspect esthétique du visage et ont donc un impact important sur le bien-être et l'état psychologique du patient. Pour ces raisons, la chirurgie maxillo-faciale tient une place spécifique parmi les différentes spécialités et les cliniciens cherchent continuellement à compléter leur arsenal thérapeutique.

L'os est un tissu qui possède la particularité de pouvoir se régénérer. Cette capacité a conduit l'homme à élaborer toutes sortes de techniques afin de pallier à diverses affections d'origine pathologique ou traumatique. Parmi ces techniques, on recense notamment les greffes (autogènes ou allogènes), la pose d'implants ou de prothèses et la stimulation biochimique (facteurs de croissance) ou mécanique (distraction ostéogénique).

Une de ces techniques présente de nombreux avantages dans le cas de certaines indications, en particulier en chirurgie maxillo-faciale : la distraction ostéogénique. Elle consiste à utiliser une action mécanique afin de produire de l'os. Cet effet requiert dans certains cas des efforts mécaniques importants qui peuvent parfois mettre en échec le matériel utilisé et donc l'issue du traitement. Par ailleurs, la distraction ostéogénique, relativement récente, est encore en voie de développement et de nombreux efforts restent encore à effectuer avant d'en maîtriser tous les paramètres.

Le travail présenté dans ce mémoire de thèse a été financé par la société Orthopédie Biomécanique Locomotion (OBL) située à Châtillon (France) dans le cadre d'une convention CIFRE. Cette entreprise, fondée en 1996, est engagée dans la production d'articles d'ostéosynthèse et de matériels ancillaires pour la chirurgie maxillo-faciale. Elle a réussi à acquérir au fil des ans une bonne notoriété grâce à son positionnement innovant et à ses actions de recherche permanentes. Elle a notamment participé jusqu'en 2001 au projet Brite Euram PISA (Personalised Implants and Surgical Aids).

OBL s'est spécialisé depuis cette période à la fois dans la chirurgie assistée par ordinateur et dans les guides chirurgicaux sur mesure, jusqu'à devenir aujourd'hui un intervenant significatif dans ce domaine. Elle a collaboré au lancement des applications d'un dispositif de type logiciel qui permet à un praticien de définir, très rapidement et avec la plus grande précision, la nature des implants et guides chirurgicaux nécessaires à son art.

Elle intervient également comme concepteur de produits pour la chirurgie maxillo-faciale. La fabrication des produits qu'elle développe est sous-traitée par des entreprises capables de traiter des matériaux tels que le titane dans le respect des normes internationales ISO. Pour assurer un service complet à ses clients, OBL est amenée à acheter quelques produits finis dont elle assure le négoce. Cette activité reste néanmoins faible. Répondant aux impératifs de la législation de ses activités et aux exigences de ses clients, OBL est aujourd'hui certifiée ISO 9000 version 2000 et EN ISO 13485.

D'autre part, cette société souhaite prendre une position prépondérante sur le marché des implants et des solutions de reconstruction personnalisés pour la chirurgie maxillo-faciale. Elle s'appuie, pour atteindre ses objectifs, sur le groupe Materialise (Leuven, Belgique) auquel elle appartient.

Materialise a émergé en 1990 de l'université de Leuven afin de développer un logiciel capable de réaliser des modèles informatiques tridimensionnels à partir des informations issues des scanners médicaux. Elle s'est ensuite rapidement diversifiée, notamment en réalisant des opérations de prototypage rapide pour de nombreux secteurs d'activité comme l'automobile.

Materialise est aujourd'hui un leader mondial reconnu dans le domaine de la fabrication rapide ainsi que dans la réalisation de logiciels innovants. Ses logiciels servent notamment à préparer et à optimiser la fabrication rapide avancée ainsi qu'à la manipulation des modèles tridimensionnels pour la Conception Assistée par Ordinateur (CAO). Materialise conçoit par exemple des logiciels de CAO numériques.

Dans le domaine médical, Materialise propose son savoir-faire aux cliniciens pour le diagnostic, la prise de décision et la planification des interventions chirurgicales. Elle produit notamment des modèles anatomiques et des guides chirurgicaux en stéréolithographie. Par ailleurs, le développement des logiciels basés sur l'imagerie médicale permet en effet d'optimiser les traitements chirurgicaux, notamment par la prévision du placement des implants et la simulation des interventions, en réduisant l'invasivité à son minimum.

Un des produits personnalisés qui fait partie des projets de recherche OBL est le Distracteur Externe Ostéogénique Sur mesure (DEOS). Il permet de réaliser la distraction ostéogénique dans certaines indications précises. Ce dispositif qui joue un rôle important dans la stratégie d'OBL, car témoin du savoir-faire qu'elle a capitalisé au cours des années, est l'objet du travail présenté ici.

Cette thèse devra permettre à la société OBL de se développer selon plusieurs axes en assurant une amélioration des connaissances de ses dispositifs médicaux, en particulier du DEOS. L'évaluation du matériel ainsi que la clarification de son fonctionnement permettra l'optimisation du dispositif. Cette amélioration, en plus de la meilleure compréhension des résultats générés par le distracteur ostéogénique externe permettra d'asseoir la position de leader de la société OBL sur ce type de produits.

Dans ce contexte, les objectifs de notre travail sont multiples. Il s'agira tout d'abord de comprendre et étudier le processus de la distraction ostéogénique d'un point de vue biomécanique. En outre, nous nous attacherons à optimiser la manière de la mettre en œuvre en tenant compte des particularités de ce type de traitement mais aussi des besoins des cliniciens et des patients.

Pour atteindre ces objectifs, nous nous intéresserons tout d'abord dans un premier chapitre au principe ainsi qu'aux intérêts de la distraction ostéogénique, plus particulièrement en chirurgie maxillo-faciale. Nous recenserons ensuite les différentes manières d'accomplir la distraction dans cette spécialité. Une attention particulière sera portée à l'étude du DEOS d'OBL. Nous nous attacherons ensuite à comprendre les processus mécano-biologiques mobilisés lors d'un traitement de ce type.

Le développement théorique d'un modèle micromécanique de guérison osseuse sera exposé au sein d'un deuxième chapitre. Ce nouveau modèle sera plus particulièrement formulé dans le but de tenir compte des spécificités de la distraction ostéogénique.

Le troisième chapitre visera à la mise en forme incrémentale de ce modèle. Un algorithme sera également établi dans le but de permettre son implémentation au sein d'un code de calcul éléments finis.

Dans le quatrième chapitre, un modèle de distraction simplifié sera proposé. Il sera ensuite utilisé dans le but de valider notre approche micromécanique de guérison osseuse et de calibrer ses différents paramètres.

Le cinquième chapitre portera sur la mesure des efforts de transport osseux lors de l'utilisation du DEOS. Une méthode originale de détermination des efforts sera développée. Les résultats d'une campagne de mesure chez deux patients seront présentés et analysés.

L'optimisation mécanique du DEOS sera détaillée lors d'un sixième chapitre. Cette nouvelle conception tiendra compte à la fois des résultats des différentes études mais également des échanges avec à la fois les cliniciens, les patients et les fabricants.

Enfin, nous terminerons par une conclusion permettant de dresser le bilan et de présenter les perspectives ouvertes par l'ensemble du travail présenté ici.

Chapitre I :

La distraction ostéogénique et sa mise en œuvre

A. Historique et généralités

1. Principe

La distraction ostéogénique est un procédé chirurgical utilisé pour reconstruire les défauts osseux ou pour allonger les os du corps humain. Quelque soit l'organe concerné, ce traitement est constitué de plusieurs temps qui peuvent être décomposés de la façon suivante. On réalise tout d'abord un geste chirurgical qui consiste principalement en une ostéotomie sous-périostée ou corticotomie afin de fracturer l'os et donc le diviser en plusieurs segments. Cette ostéotomie est amorcée à l'aide d'une scie alternative puis achevée à l'aide d'un ostéotome. On obtient une fracture dite en bois vert qui permet de préserver le périoste qui est le revêtement des os et qui est indispensable au bon afflux sanguin de ceux-ci. Il s'agit là d'un des principaux facteurs de succès des traitements par distraction ostéogénique.¹⁻³

Une période, dite de latence, permet d'initier les phénomènes de guérison osseuse qui permettront la formation d'os nouveau au sein de la zone ostéotomisée. On est alors en présence d'un processus naturel de guérison comme pour n'importe quelle autre fracture. Cette région est couramment appelée cal ou régénérat osseux.

Les segments osseux sont ensuite progressivement éloignés les uns des autres et la zone de guérison, encore malléable, est ainsi étirée. Il s'agit de la phase de distraction proprement dite. Cette opération mécanique est réalisée à l'aide d'un appareillage et l'écart ainsi formé est comblé au fur et à mesure par de l'os néo-formé.⁴⁻⁷ C'est une stimulation de type mécano-biologique qui permet la génération d'un nouveau tissu osseux.⁸⁻¹⁰

Ces deux étapes peuvent être menées en milieu hospitalier ou au domicile du patient selon l'état psychologique et l'environnement social de celui-ci. Dans tous les cas, des contrôles réguliers sont effectués par le chirurgien en charge du traitement.

Une fois que la longueur désirée est atteinte, la position des différents segments osseux est maintenue afin que la consolidation, ou guérison, de l'os néoformé puisse se produire. L'appareillage de distraction peut assurer ce maintien lui-même ou être remplacé par une plaque d'ostéosynthèse.

On peut noter qu'il est parfois nécessaire de sur-corriger faiblement le trajet osseux car un léger retrait de l'os néoformé peut apparaître.¹¹ Dans certains cas, la distraction ostéogénique présente l'énorme avantage d'accompagner le gain de longueur d'os d'un gain de volume des tissus mous environnants. A la fin du traitement, l'ensemble du matériel est déposé lors d'un nouveau geste chirurgical. D'un point de vue chronologique, ces différentes phases s'étalent sur des durées très différentes (voir figure I-1).

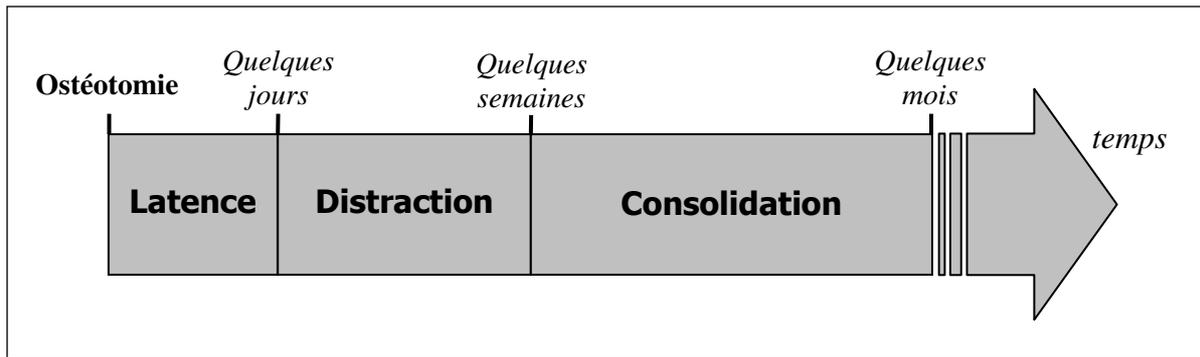


Fig. I-1 : Chronologie des différentes phases de la distraction ostéogénique.

On distingue trois types de distraction qui peuvent être utilisées selon la vitesse de croissance et l'effet souhaités (voir figure I-2). La distraction de type unifocale a pour but l'allongement des os. Elle est couramment utilisée pour l'agrandissement des membres inférieurs en orthopédie et pour la correction des malformations mandibulaires en chirurgie maxillo-faciale. Les distractions de type bi- et trifocale sont utilisées pour combler des défauts osseux d'origines diverses. La distraction trifocale est privilégiée à la distraction bifocale dans les cas de manque osseux de taille importante en raison de sa rapidité. En effet, elle est basée sur deux sites actifs donc la vitesse de gain osseux est doublée.

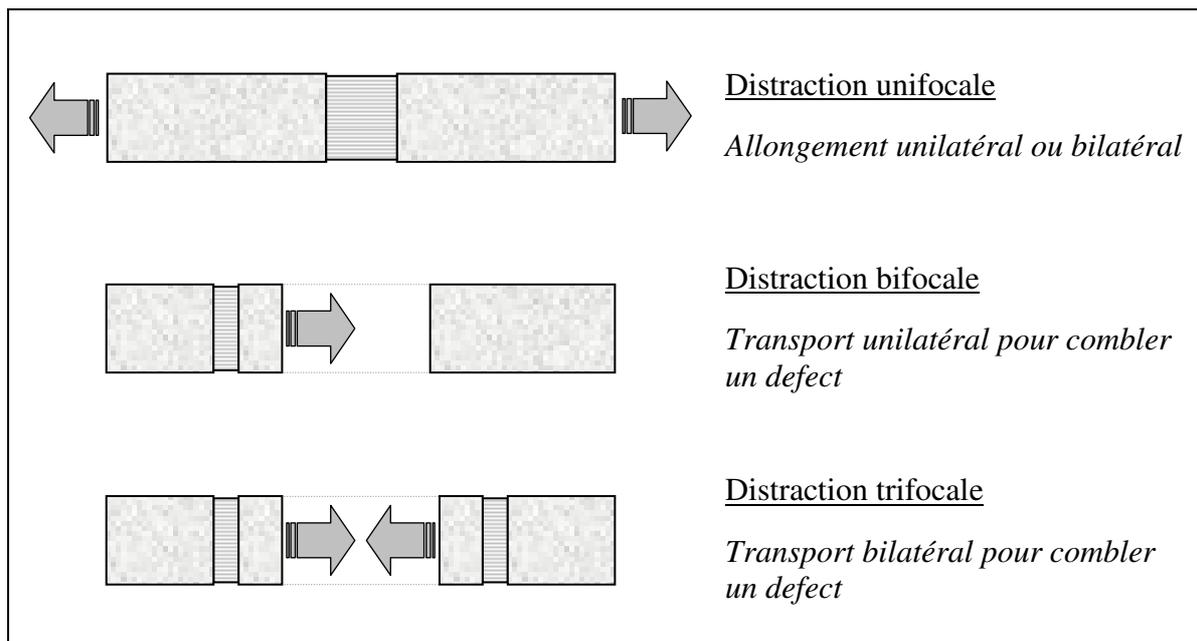


Fig. I-2 : Schéma des différents types de distraction.

La phase de distraction se déroule avec un déplacement imposé et donc contrôlé. En général, il est appliqué de manière incrémentale : on avance le segment osseux une ou deux fois par jour et le reste du temps permet la formation de l'os ou ostéogénèse. Le taux de distraction généralement admis est d'un millimètre par jour. Ces valeurs sont issues d'un consensus établi à partir du tibia canin en 1989.⁶ Cependant, rien ne prouve que le protocole est optimal, et ceci d'autant plus pour les spécialités autres que l'orthopédie. En effet, outre les différences liées à l'espèce et à l'os concernés, seulement trois valeurs de fréquence et de taux de distraction ont été étudiées dans ce travail.

La question du protocole idéal reste donc encore ouverte. Cependant, une plage de paramètres apparaît très clairement. Si l'avancement est trop lent, la consolidation interviendra prématurément et le transport osseux sera bloqué. Au contraire, s'il est trop rapide, le cal qui joindra les deux segments osseux ne sera pas de type osseux mais de type fibreux. Il s'agit alors du même phénomène que celui qui entraîne la formation de pseudarthroses dans les cas de fractures mal réduites ou stabilisées.¹²

Ces considérations amènent naturellement un autre point essentiel au succès de la distraction : la stabilité mécanique du cal osseux. Si l'appareil permettant d'effectuer la distraction est insuffisamment stable ou rigide, les segments osseux auront un mouvement relatif qui aboutira également à la formation d'un cal fibreux.¹³

On peut également ajouter que la forme et la structure du nouvel os généré sont dictées par la distraction. Elles évolueront cependant durant les années qui suivent la reconstruction pour s'adapter à leur environnement mécano-physiologique grâce au phénomène de remodelage.¹⁴ La qualité finale de l'os néoformé sera alors équivalente à celle de l'os natif.

2. Naissance de la distraction ostéogénique

La distraction ostéogénique a été mise au point en chirurgie orthopédique pour le traitement d'affections des membres inférieurs. Le but était de corriger certaines malformations entraînant des os anormalement courts et la reconstruction d'os broyés.

En 1905, Alessandro Codivilla s'intéressa à développer des techniques chirurgicales permettant l'allongement des membres inférieurs, et en particulier du fémur.¹⁵ En 1927, Abott appliqua le même concept au tibia.¹⁶ Ces premières tentatives conduisirent à de nombreuses complications, principalement durant la phase de guérison, qui amenèrent de nombreux échecs.¹⁷

Le tournant concernant le succès de ces techniques fut marqué par l'orthopédiste russe Gavril Ilizarov qui cherchait comment traiter des patients présentant des fractures sévères, des cals vicieux ou des pseudarthroses. Il mit au point un procédé basé sur la biologie osseuse et sur la capacité des tissus mous environnants à croître lorsqu'ils sont soumis à une tension. Ce procédé s'appuyait sur un dispositif qu'il développa, couramment appelé de nos jours fixateur externe d'Ilizarov (voir figure I-3). Cet appareil est constitué d'anneaux reliés par des tiges filetées permettant leur éloignement progressif. Ces anneaux sont reliés à l'os au moyen de broches piquées dans l'os à allonger.

Bien qu'Ilizarov rencontre le même type de complications que ces prédécesseurs (infections aux passages des broches, douleurs et irritations nerveuses et musculaires), sa technique permit de réduire fortement leur occurrence et leur sévérité.^{18,19} De plus, il fut le premier à établir un protocole, reproductible par d'autres praticiens, dès 1951. Ce protocole est encore utilisé de nos jours bien que d'autres soient décrits comme présentant de meilleurs résultats.¹⁸ L'autre fixateur externe couramment utilisé pour la distraction ostéogénique en orthopédie est celui de Wagner.²⁰

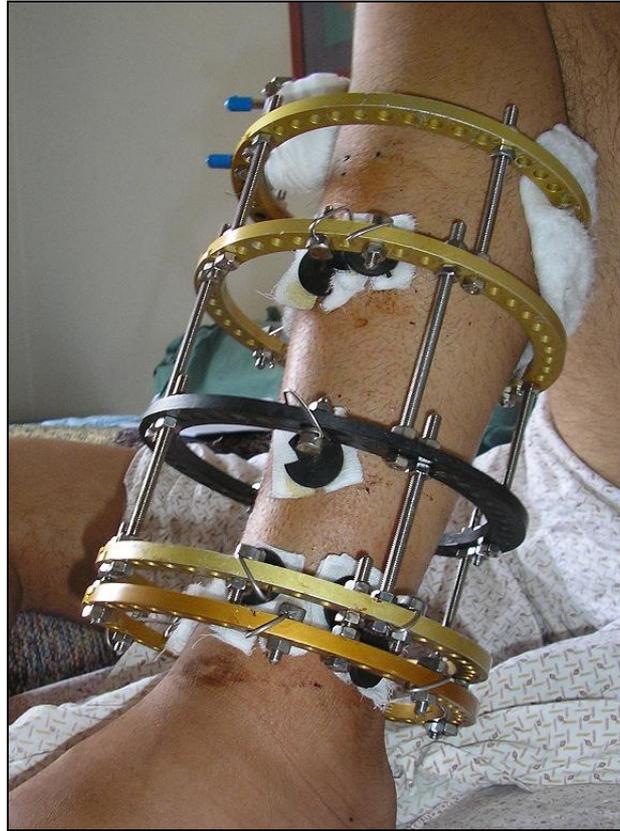


Fig. I-3 : Fixateur externe d'Ilizarov utilisé pour la distraction d'un tibia.²¹

3. La distraction ostéogénique en chirurgie maxillo-faciale

L'utilisation de la distraction ostéogénique a pris au cours des dernières années un essor important grâce à son application en chirurgie maxillo-faciale alors qu'elle est restée durant des décennies une modalité de traitement des os longs uniquement. Son apparition bien plus tardive qu'en orthopédie s'explique par sa plus grande difficulté d'application. En effet, la morphologie des os du massif facial est complexe et les cicatrices sont moins tolérables que sur d'autres parties du corps. Par ailleurs, des modifications, même légères, du squelette cranio-facial entraînent des bouleversements importants de la structure de la face.

Très intéressante dans cette spécialité, cette technique est très fréquemment utilisée pour la correction des affections cranio-faciales congénitales. D'autre part, comme en orthopédie, elle peut également permettre la reconstruction morpho-fonctionnelle de différentes parties du massif facial suite à des traumatismes (balistiques, accidents de la voie publique...) ou des pathologies tumorales (cancers).

Les pionniers de la distraction ostéogénique en chirurgie maxillo-faciale sont Snyder *et al.*²² Ils ont ainsi réalisé en 1973 un allongement de 1,5 centimètres sur une mandibule de chien sans l'aide d'aucune greffe. Étonnamment, malgré le succès de cette expérience et de quelques autres,²³⁻²⁶ il faudra attendre 1989 pour voir la première application de distraction mandibulaire chez l'humain. Ce cas, ainsi que la série qui en découlera, sont rapportés en 1992.²⁷

Le succès de ces premières tentatives, sans infection ou complication notable, a ouvert la voie à une véritable explosion du nombre de cas traités en seulement quelques années. Selon Tessier,²⁸ il s'agit d'une véritable révolution de la chirurgie maxillo-faciale qui s'est alors rapidement étendue de la mandibule au maxillaire puis à la partie moyenne de la face et enfin au crâne.

D'abord réservée à la traumatologie et au traitement des syndromes congénitaux sévères, l'excellent rapport bénéfice risque de la distraction ostéogénique a ensuite permis son extension à la chirurgie orthognatique.²⁹

4. Intérêts et indications

Si la distraction s'est si rapidement généralisée en chirurgie maxillo-faciale, on peut en conclure qu'elle présente des avancées notables. Selon Murray,³⁰ prix Nobel de médecine en 1990, on peut décomposer le développement de la chirurgie moderne en quatre grandes époques correspondant à la naissance successive de la résection (ablation des tissus lésés), de la reconstruction (utilisation de lambeaux), de la transplantation (remplacement d'une partie anatomique) et enfin de la régénération (réparation induite). L'introduction de la distraction dans la chirurgie maxillo-faciale marque son entrée dans la dernière période.

Elle présente malgré tout un certain nombre d'inconvénients. On dénote particulièrement les risques qui découlent de la délégation de l'activation du dispositif au patient ou à sa famille. Par ailleurs, la charge psychologique peut également être importante pour le patient, surtout dans le cas de dispositifs externes.

La principale alternative à la distraction pour la reconstruction en chirurgie maxillo-faciale est la technique de transferts de lambeaux libres micro-vascularisés. Il s'agit de prélever une portion de tissu accompagnée de son système vasculaire afin de la transposer sur le site à reconstruire. Pour la reconstruction des parties osseuses du massif facial, on utilise souvent de l'os issu des côtes, de la fibula ou de l'aile iliaque. Les lambeaux ainsi transférés peuvent être maintenus en place à l'aide de plaques et de vis d'ostéosynthèse. Les principaux avantages de cette technique sont l'immédiateté du résultat ainsi que le recul très important.³¹

Le caractère régénératif de la distraction engendre la plupart de ses intérêts. Les tissus reconstitués par cette technique sont d'excellente qualité et très bien adaptés à leur environnement car produits de manière autogène au voisinage immédiat du defect. Cette qualité osseuse, en plus d'engendrer un excellent pronostic à long terme, permet la mise en place postérieure d'implants ostéo-fixés (par exemple dentaires).³² De plus, elle présente une faible morbidité en raison du temps opératoire très court au regard des autres techniques.³³

Par ailleurs, ce caractère régénératif permet dans certains cas de reconstituer à la fois l'os et les parties molles environnantes, et en particulier la gencive attachée, impossible à reconstruire par d'autres techniques.³⁴ Le gain de tissus mous d'une manière générale est un avantage évident dans le cas de pertes de substances multi-tissulaires car il facilite alors la suite des opérations de reconstruction.

Un autre avantage est que la distraction permet dans la plupart des cas de réduire la complexité et le nombre des interventions à réaliser.²⁹ En plus de limiter les risques opératoires, cela permet bien souvent d'améliorer le rapport coût-bénéfice qui est devenu une problématique incontournable des hôpitaux modernes.

La distraction s'applique à différents types d'anomalies osseuses³⁵ : les agénésies (malformation correspondant à une insuffisance de développement) du condyle de la mandibule, les craniosténoses (soudure prématurée des sutures crâniennes) comme par exemple la maladie de Crouzon et toutes les carences en tissu osseux quelles qu'elles soient.

En chirurgie orthognatique, la distraction permet de réaliser des corrections importantes impossibles à effectuer³⁶ ou potentiellement instables³⁷ avec les techniques classiques (ostéotomie suivie d'une correction en une seule opération fixée par plaques et vis).

En implantologie dentaire, la distraction alvéolaire permet de créer un volume osseux suffisant à la mise en place d'implants pour la pose de prothèses complètes transfixées.

Bell et Guerrero³⁸ recensent les indications courantes de la distraction ostéogénique chez l'adulte et l'enfant pour lequel elle s'est d'abord révélée très utile. On compte notamment les défauts d'origine congénitale, post traumatique ou suivant la résection d'une tumeur. Les patients atteints de dysmorphoses cranio-maxillo-faciale, dento-faciale ou temporo-mandibulaires sont également des candidats potentiels à la distraction. Les indications qui nous intéressent plus particulièrement dans cette étude concernent la reconstruction mandibulaire ou de l'étage moyen de la face suite à une perte de tissus d'origine traumatique ou post résection tumorale. L'intérêt du transport osseux dans ce type de cas n'est plus à démontrer.^{27,33,39}

La réussite d'un traitement par distraction ostéogénique repose en grande partie sur la fiabilité et l'usabilité des appareils de distraction, couramment appelés distracteurs. Nous allons donc maintenant nous intéresser à quelques types de distracteurs utilisés en chirurgie maxillo-faciale.

5. Les différents types de distracteur

La grande majorité des distracteurs disponibles sur le marché pour la chirurgie maxillo-faciale sont basés sur des systèmes de type vis - écrou. Il existe néanmoins des procédés alternatifs comme par exemple des ensembles pignon - crémaillère. On active donc généralement le dispositif par un mouvement de rotation qui est transformé en un mouvement de translation qui permet d'effectuer la distraction. Les fabricants s'arrangent la plupart du temps pour qu'une rotation d'un tour au niveau de la commande génère un allongement d'un millimètre afin de simplifier le suivi du protocole. De plus, les mécanismes sont usuellement activés à l'aide d'une clé amovible afin de limiter leur encombrement et sont prévus pour être manipulés par les patients eux-mêmes.

Par ailleurs, on distingue les distracteurs de type interne et externe. Les distracteurs internes sont posés sous les parties molles de la face et sont donc invisibles. Leur activation s'effectue à l'aide d'une commande accessible depuis la cavité buccale ou au travers de la peau. Ce sont généralement des dispositifs simples et compacts qui ne permettent pas des longueurs de distraction très importante (quelques dizaines de millimètres). Ils sont donc très indiqués pour la chirurgie orthognatique ou la correction de syndromes congénitaux.

Les distracteurs externes sont caractérisés par le fait que l'ensemble du mécanisme se trouve à l'extérieur du corps. Ils sont reliés à l'os à distraire par des broches qui traversent les parties molles. Ils sont adaptés aux reconstructions importantes où un transport d'os de grande longueur doit être effectué (fréquemment plus de dix centimètres). Par ailleurs, ils sont particulièrement indiqués dans le cas de traumatismes multi-tissulaires. En effet, le fait que leur fixation soit réalisée au travers des parties molles engendre un gain de tissu mou considérable qui sera utile lors de la suite des opérations de reconstruction.^{32,34} Plus volumineux que les distracteurs internes, ils supportent d'ailleurs les efforts plus importants liés à leurs indications. Leurs principaux inconvénients sont leur impact psychologique sur le patient au travers de la modification de l'image qu'ils entraînent et les cicatrices au passage des broches.³⁸ Cependant, ces cicatrices sont souvent très acceptables en regard des indications nécessitant une distraction externe.⁴⁰ Par ailleurs, certains soins doivent être apportés au niveau des broches transcutanées afin d'assurer leur asepsie.

On distingue également les appareils destinés aux distractions uni-, bi- et trifocales. Leur conception diffère car les premiers servent à écarter deux segments osseux dont aucun n'est immobile. Les autres sont quant à eux fixés à l'os et servent à déplacer un ou deux segments. C'est pour cette raison qu'on les appelle également transporteurs d'os. Les distracteurs bi- et trifocaux se distinguent par le nombre de segments osseux qu'ils peuvent déplacer (respectivement un et deux). Généralement, les distracteurs unifocaux sont internes alors que les trifocaux sont externes pour des questions de complexité et d'encombrement. En revanche, les distracteurs bifocaux peuvent être internes ou externes.

Enfin, le dernier paramètre important concernant la conception d'un distracteur est le trajet qu'il permet de faire suivre à l'os. C'est ce parcours qui définira la forme finale de l'os reconstruit ou allongé. Ceci pourra avoir un impact fonctionnel important, comme sur l'articulé dentaire dans le cas de distraction des os maxillaires, mais également esthétique car le faciès d'un patient est largement conditionné par sa physiologie osseuse.

De nombreux distracteurs ne permettent de déplacer les segments qu'en suivant une ligne droite. On les appelle unidirectionnels. Un des moyens de jouer sur la direction de distraction de ces appareils, souvent appelée vecteur, est la position du dispositif. Le distracteur doit donc offrir des possibilités d'ancrage osseux suffisamment adaptables (voir figure I-4). Cependant, ce moyen est limité car c'est un paramètre initial difficilement modifiable en cours de traitement. Les besoins des chirurgiens maxillo-faciaux ont donc amené à développer des distracteurs permettant de changer le vecteur de distraction en cours de traitement.

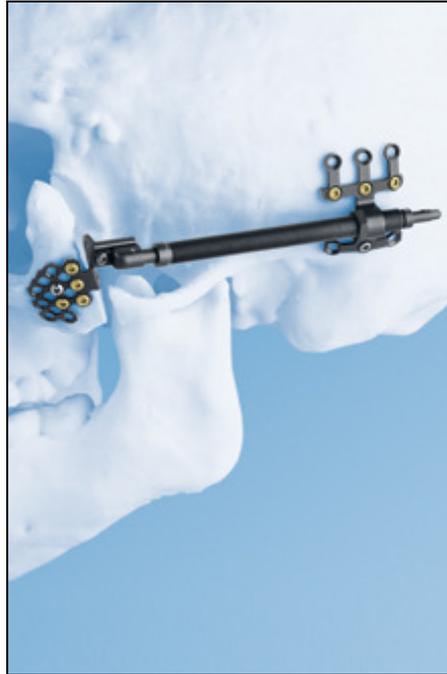


Fig. I-4 : Distracteur interne unidirectionnel unifocal Synthes indiqué pour le crâne ou l'étage moyen de la face.⁴¹

Sont alors apparus des distracteurs bi- puis multidirectionnels. Un distracteur bidirectionnel est un appareil qui possède des vecteurs de distraction qui sont activés indépendamment. Technologiquement, cela se rapproche de deux distracteurs reliés entre eux. Ceci offre donc au praticien une plus grande liberté de mouvement et surtout la possibilité de générer des parties osseuses possédant un angle, indispensable au traitement de certaines indications. Certains de ces appareils possèdent en plus la possibilité de faire varier en cours d'allongement l'angle entre ces vecteurs, ce qui autorise à suivre des trajets extrêmement complexes.

La différence entre un distracteur bi- et multidirectionnel est la possibilité ou non de réaliser un mouvement transverse (rotation ou translation) dans la troisième direction, c'est-à-dire de suivre une trajectoire non comprise dans un plan (voir figure I-5). Le principal défaut de ces dispositifs multivectoriels est la complexité de leur manipulation.



Fig. I-5 : Distracteur externe multidirectionnel unifocal Synthes destiné à la mandibule.⁴¹

En effet, leurs commandes d'activation multiples rendent la manipulation par le patient souvent impossible. D'autant plus qu'elles ne sont pas toutes activées à la même période du traitement et que le chirurgien adapte le protocole au jour le jour. Le patient doit donc rester hospitalisé durant la totalité du traitement, ce qui a un effet non négligeable sur le coût de celui-ci. Ce phénomène est accentué par le fait que ce type de distracteur complexe est principalement utilisé dans les cas de reconstructions importantes donc longues. De plus, même si leurs possibilités sont théoriquement illimitées, la trajectoire qu'ils font suivre au segment osseux n'est pas fixée au début du traitement. Cela rend toute opération de planification du traitement difficile et rend la qualité de reconstruction extrêmement dépendante de l'expérience du chirurgien.

Un dernier type de distracteur permettant de suivre un mouvement complexe existe. Il s'agit des distracteurs courbes. Ces dispositifs autorisent à suivre des trajectoires complexes tout en s'affranchissant des aléas liés à une manipulation trop fastidieuse. Leur principe est semblable à celui des distracteurs unidirectionnels à la différence que leur système de guidage (crémaillère ou vis) n'est pas rectiligne mais courbe. Ceci rend leur manipulation presque aussi simple que celle des distracteurs unidirectionnels et ils peuvent donc aisément être activés par les patients. Les autres avantages de ce type d'appareils sont une excellente fiabilité et une grande stabilité en raison de leur faible nombre de commandes d'activation. On pourrait en revanche leur reprocher un manque de flexibilité une fois le traitement débuté. En effet, il n'est pas possible de modifier la trajectoire suivie par l'os en cours de traitement sans démontage partiel de l'appareil. Nous verrons cependant par la suite que ceci n'est pas un réel inconvénient.



Fig. I-6 : Distracteur externe courbe trifocal mandibulaire Normed.⁴²

Ces dispositifs sont très indiqués dans le cas de reconstructions conséquentes, après par exemple un traumatisme multi-tissulaire. On recense actuellement deux distracteurs de ce type sur le marché : celui conçu par la société Normed (voir figure I-6) et celui mis au point par la société OBL qui fait l'objet de cette étude et qui sera détaillé par la suite.

Le distracteur Normed est basé sur l'utilisation d'une crémaillère courbe qui permet l'activation de la distraction à l'aide d'engrenages situés dans les chariots, pièces mobiles qui permettent le déplacement relatif des segments osseux. Il est fixé sur l'os à distraire grâce à deux broches transjugales sur chaque chariot. Il s'agit d'un système modulaire qui permet les distractions de type bi- et trifocale selon le nombre de chariots montés. Il autorise également selon la configuration une position verticale ou horizontale des broches. Par ailleurs, la crémaillère courbe existe en trois tailles différentes afin de s'adapter aux différentes morphologies que peuvent présenter les patients. Enfin, il présente pour avantages une grande simplicité et un très bon accès de la molette d'activation.

Nous allons maintenant examiner plus en détail les spécificités du distracteur externe OBL et de sa mise en œuvre.

B. Le Distracteur Externe Ostéogénique Sur mesure (DEOS)

1. Introduction

Le dispositif de distraction conçu par la société OBL s'appelle le Distracteur Externe Ostéogénique Sur mesure (DEOS). Il présente plusieurs particularités face à la concurrence. Il est tout d'abord l'un des rares distracteurs courbes disponibles sur le marché. Il a été développé à la fin des années 90 en collaboration avec le Docteur Labbé du Centre Hospitalier Universitaire de Caen. Il est né en raison du manque de réponse au besoin d'un dispositif de distraction bien adapté au traitement des tentatives d'autolyse par fusil de chasse.^{32,34} L'équipe du CHU de Caen a en effet utilisé successivement deux dispositifs non satisfaisants avant la mise au point du DEOS. Ils montraient un manque d'adaptabilité et même de fiabilité se manifestant par la rupture de certaines pièces.

Les traumatismes balistiques entraînent des défauts multi-tissulaires à la fois importants et variés. Il nécessite donc un dispositif externe solide capable de supporter les forces engendrées par ce type de transport et permettre une reconstruction des tissus mous. Le distracteur doit également être très adaptable afin de convenir aux différentes régions pouvant être touchées par ce type de traumatisme : symphyse et branches horizontales mandibulaires, maxillaire...

En réponse à ce besoin particulier, OBL a conçu un distracteur sur mesure dont le trajet est spécifiquement dessiné pour chaque patient. Ce type de fabrication s'avère bien adapté à la traumatologie et en particulier à la traumatologie balistique. Ces blessures sont en effet heureusement peu fréquentes et ont une incidence extrêmement variable selon les saisons et les années, rendant donc une fabrication classique en série peu justifiée.

Les indications du DEOS se sont par la suite élargies aux pathologies tumorales osseuses bénignes après réalisation de la tumorectomie. Dans le cas des tumeurs malignes et de l'irradiation nécessairement associée, l'application de la distraction ostéogénique reste sous la responsabilité du chirurgien en charge du traitement bien que les premiers résultats soient très encourageants.^{43,44} La résection réalisée dans ce type de traitement est également propre à chaque cas et le caractère sur mesure du DEOS apporte donc également un gros atout en permettant une excellente adaptation aux besoins précis du patient. Nous allons maintenant nous intéresser aux particularités et aux solutions technologiques retenues dans la conception du Distracteur Externe Ostéogénique Sur mesure.

2. Présentation du dispositif

Le fonctionnement du DEOS repose comme de nombreux distracteurs unidirectionnels sur un mécanisme de type vis écrou (voir figure I-7). Cependant, le caractère courbe du DEOS a nécessité la mise en œuvre de solutions originales afin de conserver ce genre de système comme nous le verrons par la suite.

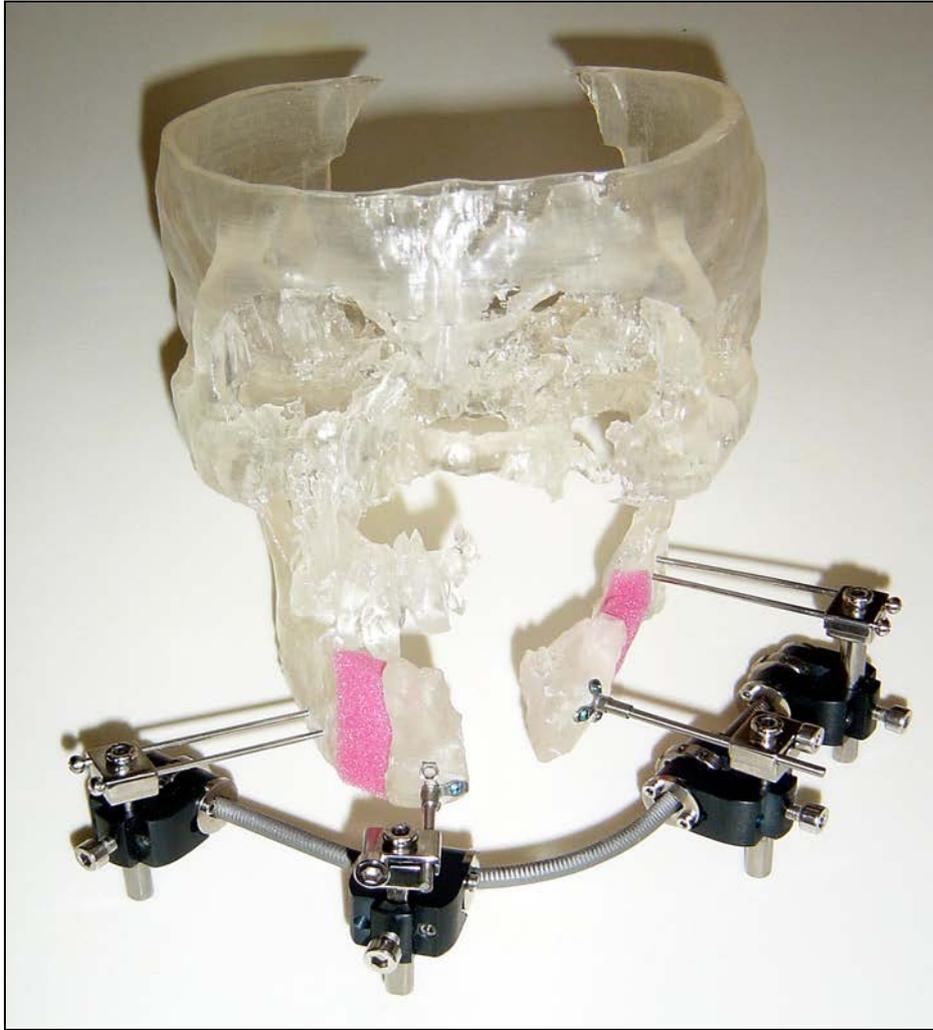


Fig. I-7 : DEOS pour un cas de distraction mandibulaire trifocale.

Le DEOS est composé d'une vis sans fin sur mesure dessinée spécifiquement en fonction de la perte de substance et du type de distraction (bi- ou trifocale). Cette vis, ou rail, est stabilisée sur les segments osseux immobiles à l'aide de chariots fixes. A ceux-là s'ajoutent le ou les chariots mobiles qui permettent le transport osseux. Le nombre de chariots mobiles et donc le type de distraction dépend de la localisation de la perte de substance ainsi que de la quantité d'os restant exploitable.

Chaque chariot du distracteur est relié à l'os par l'intermédiaire de broches. Ces broches peuvent être classiques ou spécialement destinées à être vissées sur un implant spécifique appelé Implant Plaque pour Os Plat (IPOP). Il s'agit d'un implant plat juxta osseux qui prend la conformation du relief osseux. Il se présente sous la forme d'une plaque en "T" possédant quatre trous de fixation osseuse et pouvant être recoupée au besoin (voir figure I-8).



Fig. I-8 : Implant OBL IPOP.

Cet implant est lui-même solidement ancré à l'os par l'intermédiaire de vis d'ostéosynthèse disponibles en plusieurs longueurs (voir figure I-9).

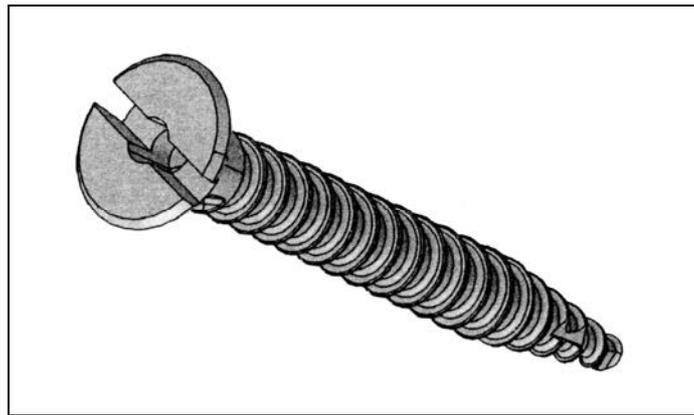


Fig. I-9 : Vis d'ostéosynthèse OBL HND.

Dans tous les cas, les broches sont pincées à l'endroit voulu sur le chariot par l'intermédiaire d'un ensemble appelé porte-broche (voir figure I-2). Elles peuvent être au nombre d'une ou deux par chariot selon les souhaits du chirurgien et l'espace disponible pour l'ancrage osseux. Par ailleurs, le porte-broche contient une rotule qui permet le réglage de l'orientation des broches. Une vis de réglage sur le chariot autorise également à régler la hauteur du porte-broche. Bien que le dispositif soit conçu spécifiquement pour chaque patient, cet ensemble de réglage permet de donner au chirurgien qui pose le dispositif la latitude nécessaire à la prise en compte des conditions opératoires réelles.



Fig. I-10 : Chariot du DEOS équipé d'un ensemble IPOP.

L'activation est commandée à partir de la molette-écrou crantée située au milieu du chariot. Celle-ci peut être manipulée au choix à la main ou à l'aide d'un outil. Elle est également indexée à l'aide d'un système bille-ressort, ce qui permet de contrôler précisément le déplacement qu'on applique au chariot. L'ensemble est conçu afin qu'un cran, correspondant à un dixième de tour de la molette, génère une avancée d'un dixième de millimètre. On peut noter que le mécanisme d'activation est totalement réversible et peut donc être utilisé indifféremment vers la droite ou la gauche.

Par ailleurs, la position des chariots fixes peut être bloquée à l'aide d'une vis de blocage de type pointeau (voir figure I-11). Cette vis peut également servir à éviter les activations accidentelles ou non raisonnées dans le cas de patients présentant des troubles psychologiques.

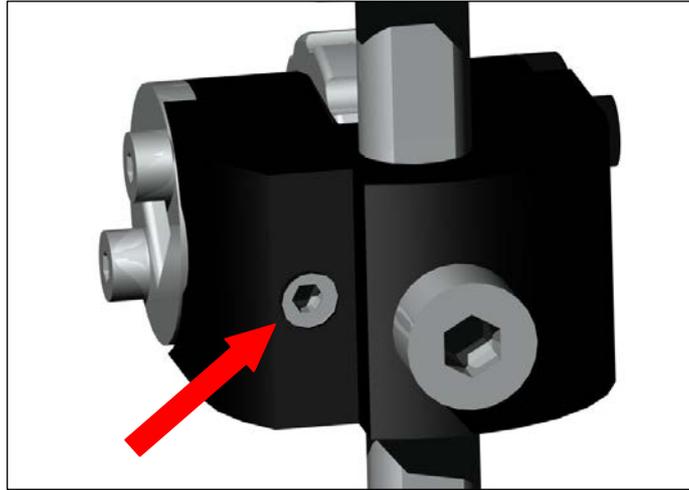


Fig. I-11 : Vis de blocage d'un chariot du DEOS.

Le DEOS engendre comme tous les distracteurs courbes existant pour le moment des mouvements bidimensionnels. En effet, pour des raisons liées à sa fabrication, la ligne génératrice du rail doit être comprise dans un plan. Néanmoins, même en restant dans le cas bidimensionnel, une géométrie originale a dû être introduite pour celui-ci. Cette géométrie est illustrée par la figure I-12 sur laquelle le plan du rail est représenté en brun. Une tige filetée classique simplement pliée n'aurait pas pu convenir puisqu'elle aurait engendré des phénomènes de coincement de l'écrou en raison de la variation de pas liée au pliage. La solution afin de s'affranchir de ces problèmes est d'usiner une partie du filet afin de ne le conserver que dans la zone où la variation du pas est négligeable, c'est-à-dire dans les régions les plus éloignées du plan de distraction.

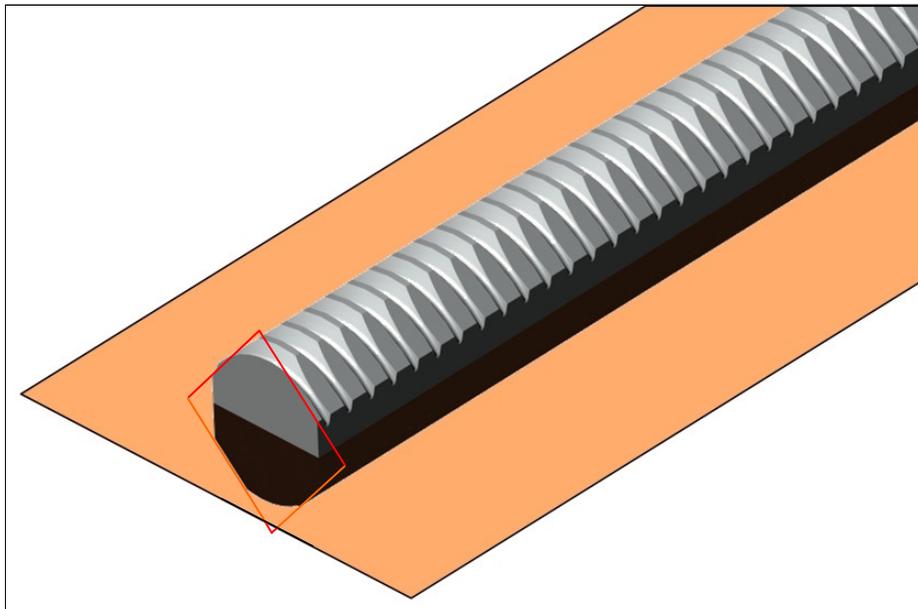


Fig. I-12 : Géométrie du rail du DEOS.

Par ailleurs, l'usinage spécifique du rail du DEOS répond à une autre fonction technologique. En effet, en observant la figure I-12, on peut remarquer la présence sur la vis de quatre plans formant chacun un angle de 45° par rapport au plan de distraction. L'intersection de ces quatre plans avec une section transversale du rail forme un carré représenté sur la figure. Ce carré a les mêmes dimensions que ceux situés sur les rondelles du chariot et visibles sur la figure I-10. Cette forme a pour fonction technologique d'empêcher la rotation des chariots autour du rail lors de la distraction. Elle permet néanmoins quatre positions angulaires espacées de 90° du chariot par rapport à l'axe de la vis. Différentes positions des chariots qui peuvent être utiles sont illustrées sur la figure I-13. Cette géométrie spécifique de la vis sans fin, ainsi que l'ensemble du DEOS, sont protégés par le brevet international W/2003/024241.

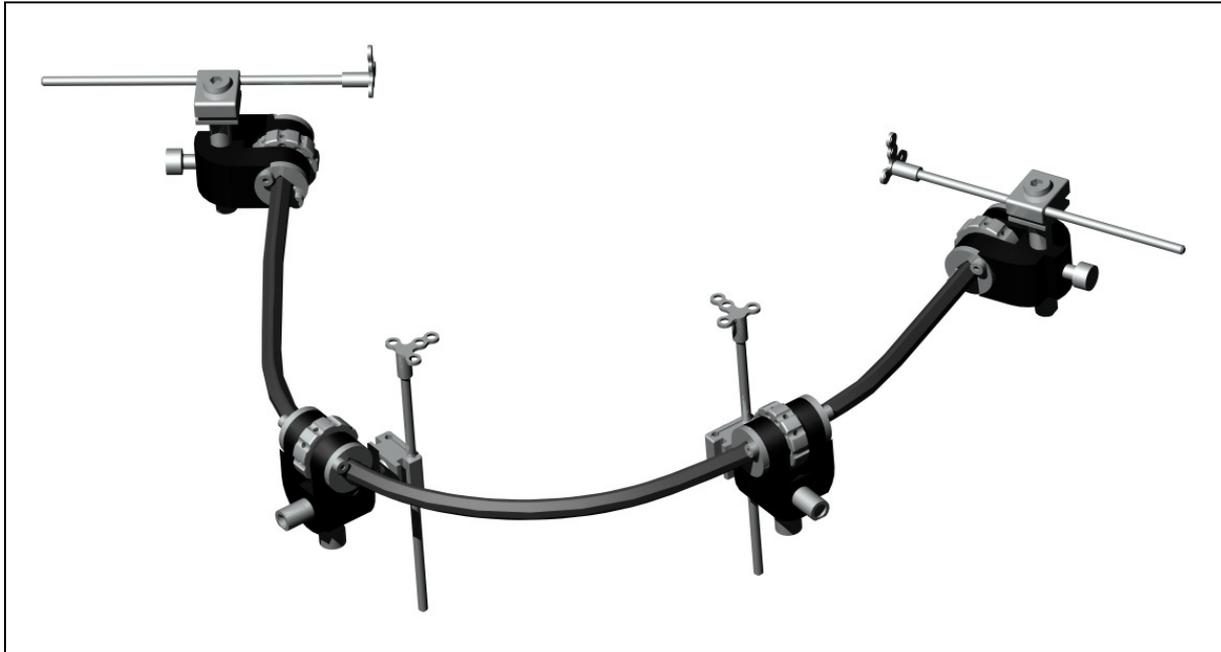


Fig. I-13 : Géométrie du rail du DEOS.

La construction du DEOS fait appel à différents matériaux qui respectent les normes concernant les dispositifs médicaux externes. Les broches et implants IPOP ainsi que les vis d'ostéosynthèse sont quant à eux conformes aux normes relatives aux dispositifs médicaux implantables. L'acier Z33C13 a été choisi pour le rail en raison de ses bonnes propriétés mécaniques et de son inoxydabilité en milieux peu agressifs. De plus, il convient bien à la mise en forme relativement complexe qui doit être réalisée sur cette pièce. Le corps des chariots est construit en alliage d'aluminium AU4G anodisé. Ce matériau procure en effet des propriétés mécaniques suffisantes tout en limitant la masse de l'ensemble.

L'ensemble des autres pièces du DEOS, ainsi que les broches IPOP et les vis d'ostéosynthèse, sont réalisés en alliage de titane TA6V ELI qui possède un excellent rapport masse - propriétés mécaniques tout en étant très bien toléré par l'organisme. L'implant IPOP est quant à lui composé d'un plot en TA6V ELI, pour des raisons de résistance du filetage, et d'une plaque en titane T40. Ceci lui apporte une biocompatibilité encore meilleure que celle du TA6V et une plus grande facilité à être conformée. Les principales caractéristiques de ces différents matériaux sont données dans la table I-1.

Matériau	Module d'Young [MPa]	Coefficient de Poisson	Résistance élastique normalisée [MPa]	Résistance mécanique [MPa]	Allongement à rupture
AU4G	75000	0,3	250	400	10 %
T40	105000	0,3	275	345	20 %
TA6V ELI	135000	0,3	795	860	10 %
Z33C13	235000	0,3	500	825	12 %

Table I-1 : Propriétés mécaniques des matériaux du DEOS.

La fabrication sur mesure du DEOS ainsi que la modularité apportée par la possibilité de choisir le nombre de chariots ainsi que leur position lui permet de s'adapter pleinement à chaque cas selon les désirs du chirurgien. Ces spécificités ont en revanche pour effet de nécessiter une préparation préopératoire particulière. Nous allons donc maintenant détailler le processus de mise en œuvre du DEOS.

3. Protocole de mise en œuvre

Lorsqu'un chirurgien souhaite utiliser un DEOS, il prescrit au patient un scanner de l'os qui devra être reconstruit. Cet examen doit couvrir une zone suffisamment large afin d'avoir toutes les informations anatomiques qui seront utiles par la suite. Le chirurgien demande ensuite au service de radiologie concerné d'expédier les fichiers à OBL.

OBL réalise alors une segmentation des images, ce qui permet par la suite de reconstruire un fichier tridimensionnel discret de l'anatomie du patient. Cette démarche, réalisée avec le logiciel Mimics de Materialise, peut être effectuée sans problème dans presque tous les cas grâce au standard d'imagerie médicale DICOM.

Un technicien en imagerie médicale procède alors à la définition du trajet osseux en collaboration avec le chirurgien en charge du projet chirurgical. Toutes les informations disponibles concernant l'anatomie du patient peuvent être utilisées lors de cette étape. On peut par exemple, lors d'une perte de tissus asymétrique, définir un trajet osseux en miroir par rapport au côté sain. Le praticien peut également décider d'appliquer une hypercorrection au trajet. La souplesse apportée par ce système permet de planifier une reconstruction qui respecte précisément les souhaits du chirurgien.

Une fois le trajet arrêté, un algorithme aide le technicien à définir la géométrie de rail correspondant à celui-ci. Cette étape prend en compte les désirs du chirurgien concernant l'emplacement des différents chariots, leur nombre et la distance de réserve du rail par rapport à la peau. Le trajet est ensuite exporté vers un logiciel de CAO qui permet d'obtenir le modèle tridimensionnel du DEOS du patient. Le chirurgien peut visualiser l'ensemble dans son environnement (voir figures I-14 et I-15) et peut encore réaliser des modifications s'il le souhaite. Une fois le projet validé par celui-ci, la fabrication est lancée. Un délai de six semaines est nécessaire à la réalisation de l'ensemble.

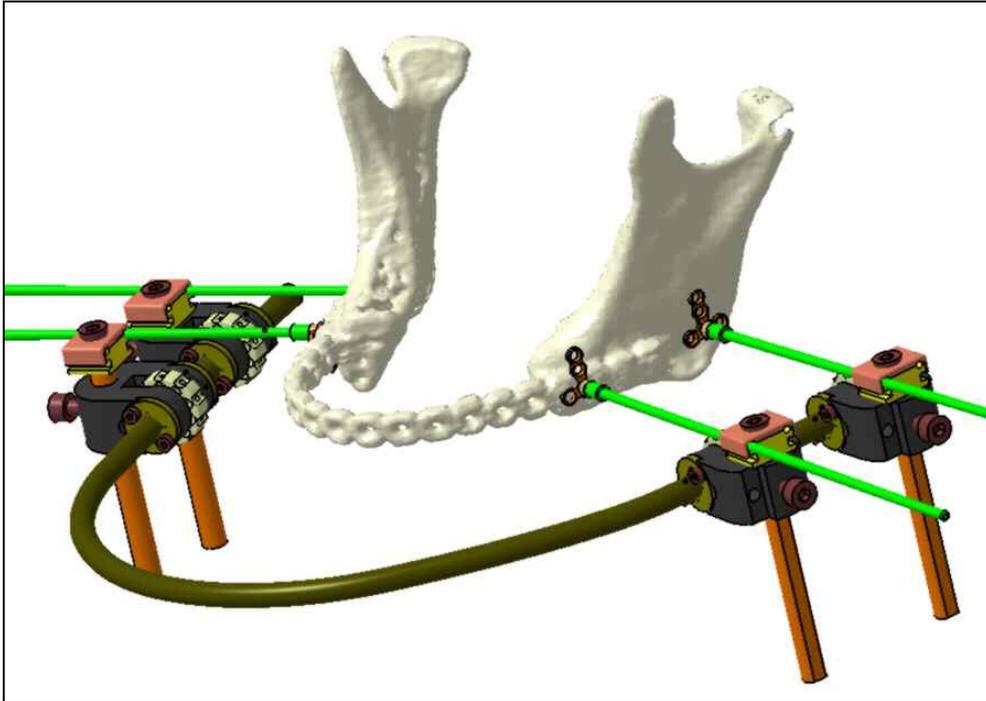


Fig. I-14 : Projet de DEOS mandibulaire.

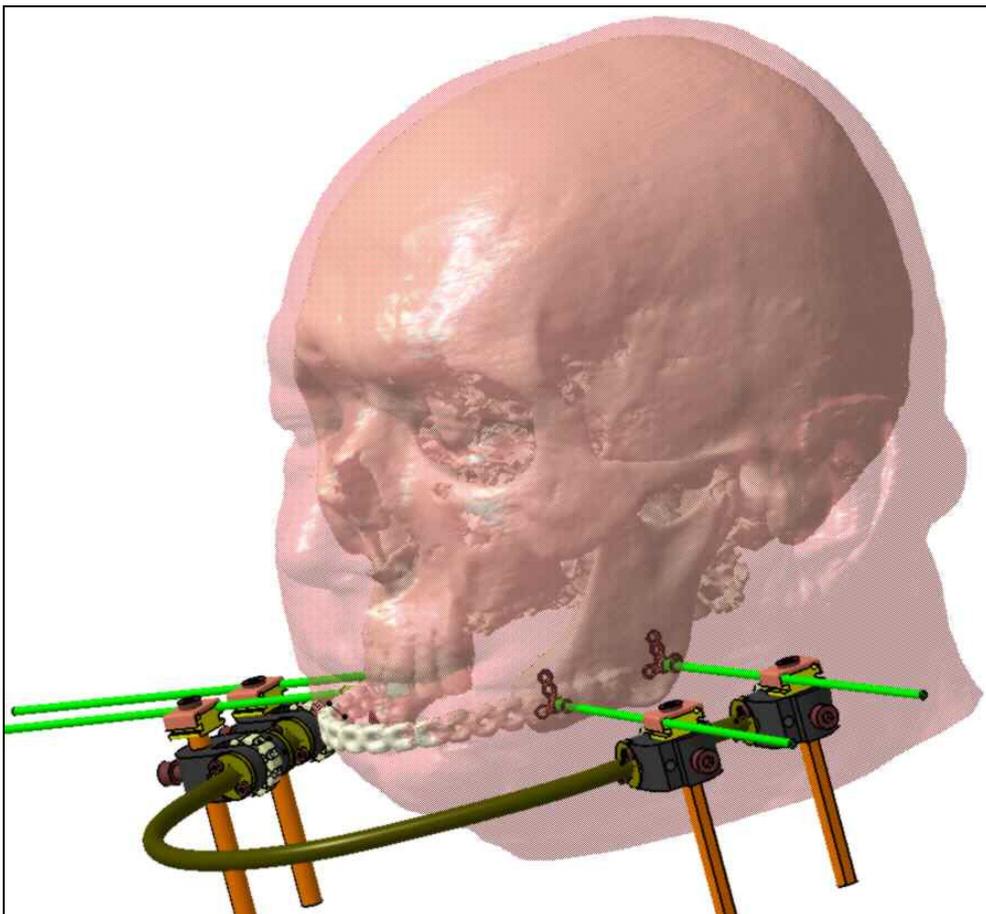


Fig. I-15 : Projet de DEOS mandibulaire avec son environnement.

Le DEOS est alors livré nettoyé mais non stérile à la pharmacie de l'hôpital qui prend en charge cette opération. Le DEOS est livré avec les outils nécessaires à sa manipulation et des images permettant à l'équipe chirurgicale de reproduire au bloc ce qui a été planifié (voir figure I-16). Une boîte d'instruments chirurgicaux adaptés à l'intervention de pose DEOS est également prêtée à l'hôpital et un représentant d'OBL se rend au bloc afin d'assister le chirurgien. Une image permettant d'identifier le sens d'activation est également remise à l'hôpital et au patient (voir figure I-17).

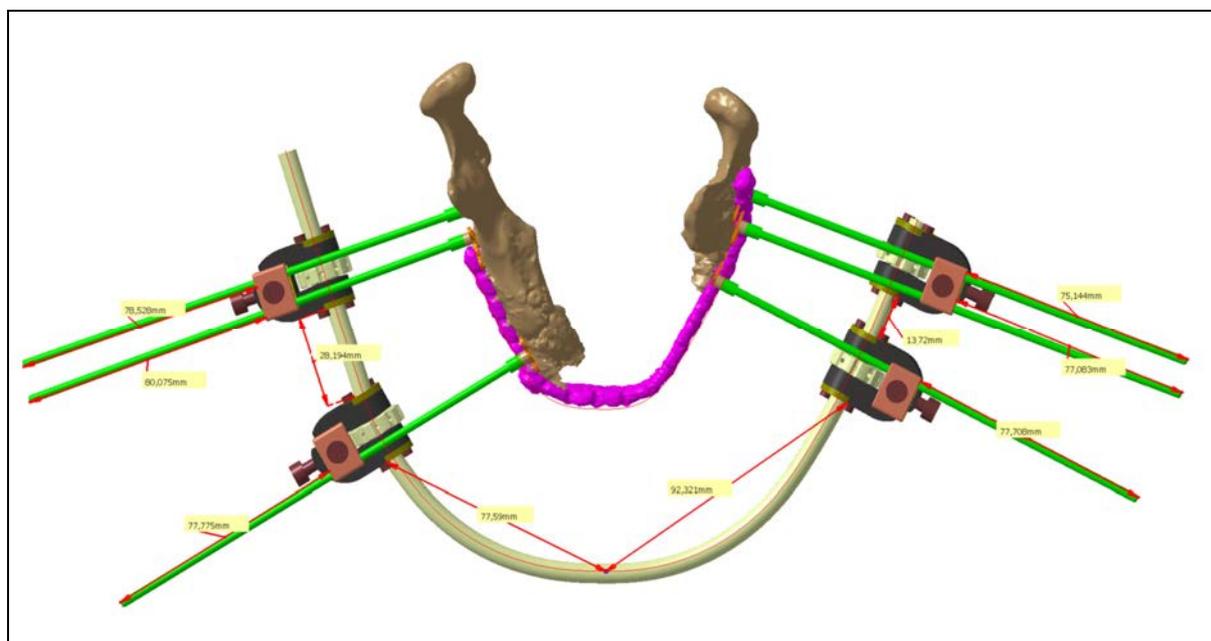


Fig. I-16 : Image indiquant la configuration du DEOS.

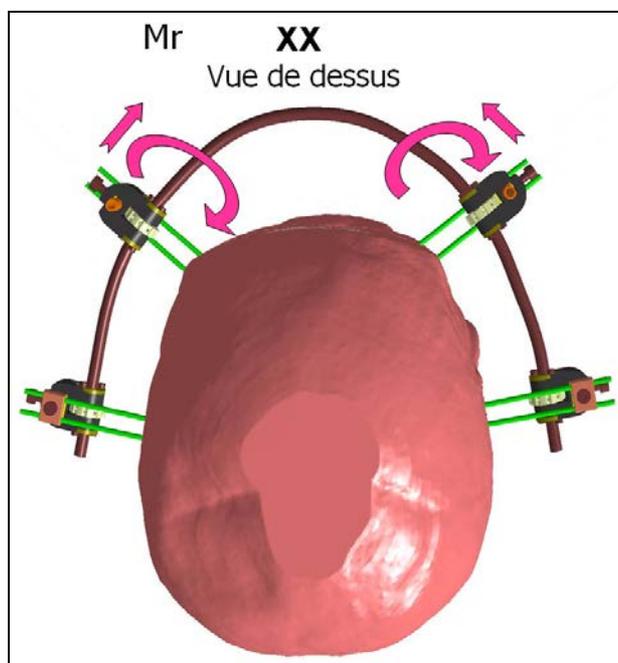


Fig. I-17 : Image permettant d'identifier le sens d'activation.

Une fois le DEOS posé, la procédure d'utilisation rejoint celle des traitements par distraction classiques : phase de latence, d'activation et de consolidation. Le chirurgien peut alors déposer le distracteur et éventuellement placer des implants dentaires dans le même temps opératoire.³² Ces implants serviront par la suite de base à une bonne réhabilitation de la fonction masticatoire.⁴⁵ La figure I-18 résume l'ensemble du protocole classique de mise en œuvre du DEOS.

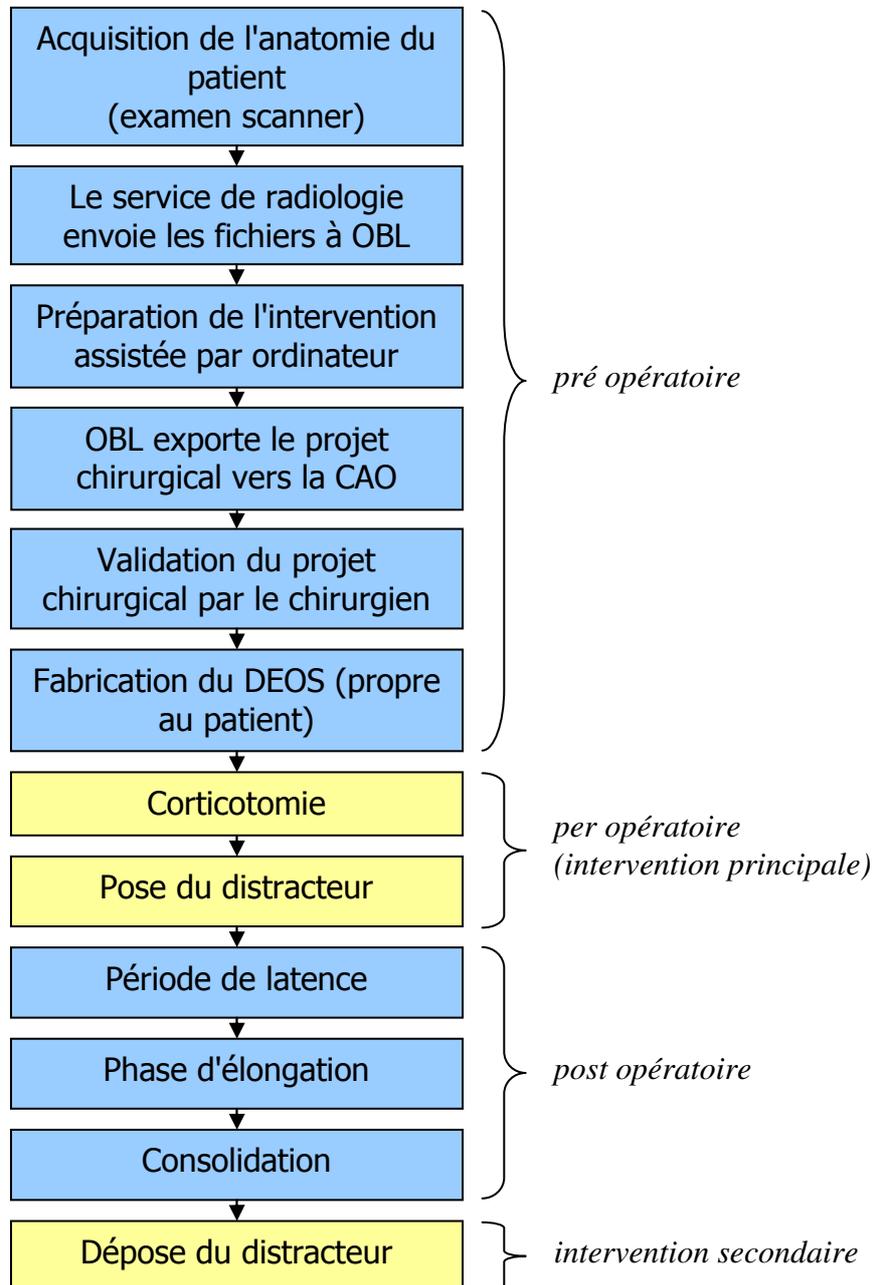


Fig. I-18 : Séquence de mise en œuvre du DEOS.

Nous allons maintenant nous intéresser plus en détail au point de vue de quelques cliniciens ayant utilisé le DEOS.

4. Résultats et observations cliniques

Cette partie vise à recueillir les observations des chirurgiens ayant utilisé le DEOS ainsi que leurs résultats cliniques. Elle est basée sur l'expérience de l'équipe du CHU de Caen qui est celle possédant le plus grand recul sur le DEOS.³² Cette étude inclut 11 patients masculins âgés de 20 à 72 ans (moyenne initiale de 50 ans) ayant bénéficié d'une distraction ostéogénique mandibulaire trifocale. La perte osseuse mandibulaire variait de 3 à 13,5 cm (moyenne de 7,88 cm).

Le même protocole fut utilisé pour tous les patients. Le périoste est détaché sur le côté externe de la corticale en creusant de la ligne basale à la crête alvéolaire de la manière la plus limitée possible. Le périoste du côté interne est quant à lui maintenu intégralement. Une corticotomie externe est réalisée à l'aide d'une scie alternative. Puis une pression suffisante est appliquée sur la ligne basale pour engendrer une fracture en bois vert du cortex interne après que le dispositif de distraction soit mis en place. Des radiographies préopératoires furent utilisées pour orienter les ostéotomies, pour placer les broches et pour déterminer le vecteur de distraction.

Cinq à sept jours après la pose du distracteur, une distraction biquotidienne est appliquée par les patients eux-mêmes avec un taux d'un millimètre par jour. Sur ces 11 patients, 3 ont bénéficié d'un prototype ayant précédé le DEOS et 2 du DEOS sous sa forme actuelle. Des dispositifs différents ont été utilisés pour les autres patients.

L'élongation proprement dite a duré entre 43 et 80 jours avec une moyenne de 53,75 jours. La phase de consolidation a été raccourcie d'un intervalle compris entre 3 et 4 mois pour les premiers patients à seulement 1 mois pour les derniers. Après un mois, le régénérat n'est pas encore calcifié et une modification morphologique est possible durant l'intervention de retrait du dispositif.

Dans chaque cas, les résultats esthétiques ont été jugés soit bons, soit excellents. Tous les patients ont pu ingérer de la nourriture par voie orale et les patients ayant bénéficié d'une réhabilitation occlusale ont pu manger normalement. Le suivi clinique fut appuyé par la radiologie. Dans certains cas, des examens par ultra-sons ont été entrepris car ils permettent d'obtenir des informations rapides sur l'ossification. La figure I-19 présente le cas d'un patient âgé de 54 ans ayant été distracté à l'aide du DEOS à la suite d'une tentative d'autolyse par arme de chasse.

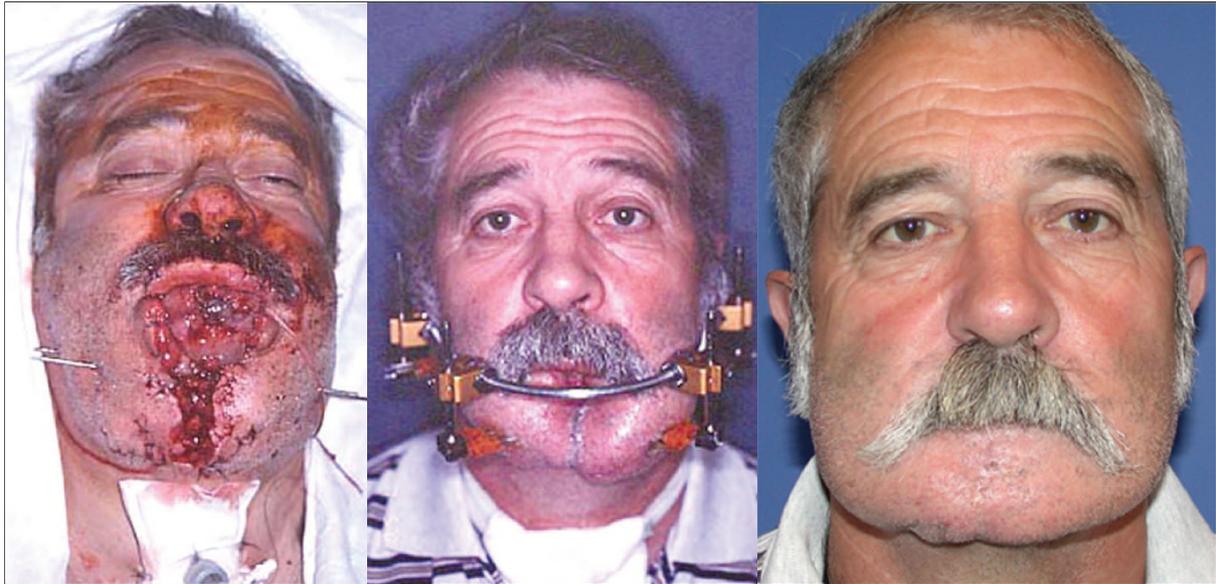


Fig. I-19 : (*Gauche*) Patient de 54 ans après tentative d'autolyse par fusil de chasse.
(*Centre*) Distraction ostéogénique à l'aide du DEOS.
(*Droite*) Après distraction, reconstruction des tissus mous (sans aucun lambeau)
et réhabilitation occlusale.³²

Avant la mise au point du DEOS, toutes les équipes utilisant la distraction ont subi des problèmes de matériel. C'est ce qui a poussé l'équipe de Caen à participer à son développement. Il leur a jusqu'alors donné entière satisfaction. La personnalisation du DEOS, en plus de permettre de diminuer l'inconfort du patient, permet une hypercorrection largement conseillée par toutes les équipes réalisant des distractions sur des os courbes. Elle rend également la reconstruction bien plus précise.

Les faillites de matériel de distraction qu'a subies l'équipe de Caen parmi d'autres sont dues aux efforts importants engendrés lors du transport osseux. La partie suivante sera donc consacrée à la description de l'os et en particulier de quelques caractéristiques importantes pour ce travail.

C. L'os : description, structure et propriétés

1. Le squelette

Le corps humain est composé de plus ou moins 206 os qui interfèrent au moyen de ligaments, tendons, muscles et du cartilage. L'ensemble des os forme le squelette dont la principale fonction est mécanique. Il constitue une charpente rigide qui permet de transmettre les efforts d'une partie du corps à une autre assurant ainsi le soutien du corps humain et permettant également le mouvement, mis en œuvre par les articulations et les muscles.

La deuxième fonction importante du squelette est de constituer un bouclier qui protège les organes vitaux de notre corps par les grandes cavités qu'il forme. C'est par exemple le cas du crâne qui présente a priori une structure étonnamment solide alors que son rôle dans la charpente du corps humain est quasi inexistant. Ceci s'explique par le fait qu'il protège notre cerveau, organe central du corps humain. Un autre exemple est la cage thoracique qui protège nos organes respiratoires et cardiaques.

Enfin, le squelette constitue aussi une grande réserve minérale pour notre organisme, en particulier de calcium et de phosphore, et la moelle osseuse permet la fabrication de cellules sanguines.

Il peut être noté que le fœtus n'a pas encore de squelette solide, celui-ci se formera graduellement durant les neuf mois de gestation. Un nouveau né a plus d'os qu'il n'en possèdera à l'âge adulte (environ 270). La différence vient de la fusion ultérieure de petits os au niveau du crâne, de la colonne vertébrale, du coccyx et du bassin.

2. Os de la tête

Située au-dessus du rachis, le squelette de la tête compte 30 os.⁴⁶ Il comprend deux parties : le crâne, qui renferme l'encéphale, et le massif facial qui contient les organes sensoriels et supporte les muscles et organes de la mastication, ainsi que les muscles de la mimique.⁴⁷

Le crâne est une cavité de forme ovoïde à grosse extrémité postérieure. Il comprend huit os plats. Le frontal présente une portion verticale et une horizontale. Il est creusé de deux sinus. L'éthmoïde est situé à la base du crâne, entre le frontal et le sphénoïde. Il prend part à la constitution des fosses nasales. Le sphénoïde est situé dans la partie moyenne de la base du crâne, entre l'éthmoïde et le frontal en avant, l'occipital et les temporaux en arrière. L'occipital forme la majeure partie du pôle postérieur du crâne. Il est percé du trou occipital communiquant avec le rachis. Les pariétaux sont situés de chaque côté au-dessus de l'écaille du temporal, en arrière du frontal, en avant de l'occipital. Les temporaux sont situés de chaque côté sous le pariétal, en avant de l'occipital, en arrière de la grande aile du sphénoïde. Ils présentent trois parties : l'écaille, partie supérieure qui entre dans la constitution de la paroi latérale du crâne, la mastoïde, postéro-inférieure et le rocher, interne. Près de l'union entre l'écaille et la mastoïde, se détache l'apophyse zygomatique ou malaire, dirigée d'abord en dehors et en avant, puis en avant. La table I-2 liste les os du crâne.

Nom de l'os	Nombre	Situation
Pariétal	2	Calotte et parties latérales du haut du crâne
Temporal	2	Sous les pariétaux
Malléus ou marteau	2	Oreille moyenne
Incus ou enclume	2	Oreille moyenne
Stapès ou étrier	2	Oreille moyenne
Frontal	1	Front et voûte orbitaire
Occipital ou occiput	1	Arrière et base du crâne
Sphénoïde	1	Base du crâne
Ethmoïde	1	Entre les orbites

Table I-2 : Os du crâne.

Le squelette de la face comprend de nombreux os. La description suivante ne concerne que les os qui importent dans ce travail: le maxillaire et la mandibule. Le maxillaire supérieur est situé au-dessus de la cavité buccale, en dehors des fosses nasales, au-dessous de l'orbite. Il participe à la constitution de ces trois cavités et forme la plus grande partie de la mâchoire supérieure. Il est creusé d'un sinus qui communique avec les fosses nasales. Il porte l'arcade dentaire supérieure.

La mandibule, en forme d'arcade à convexité antérieure, est formée de deux moitiés soudées en avant, au niveau de la symphyse mentonnière. Chaque héli-mandibule présente une branche horizontale et une branche montante. Sur son bord supérieur, cette dernière présente en avant l'apophyse coronoïde et en arrière le condyle, qui s'articule avec l'os temporal. Ces deux reliefs sont séparés par l'échancrure coronoïdienne. La branche horizontale supporte l'arcade dentaire inférieure et est percée du canal dentaire, occupé par un nerf. Sur sa face interne se trouve une crête très marquée, dirigée en bas et en avant, la crête mylo-hyoïdienne. La table I-3 recense les os du massif facial.

Nom de l'os	Nombre	Situation
Vomer	1	Cavité nasale
Maxillaire	2	Sous le frontal
Lacrymal	2	À l'intérieur des orbites
Palatin	2	Palais osseux
Cornet nasal inférieur	2	Cavité nasale
Nasal	2	En avant de la branche montante du maxillaire
Zygomatique ou malaire	2	Sous les orbites
Mandibule	2 (<i>soudées</i>)	Mâchoire inférieure
Hyoïde	1	En avant de la trachée

Table I-3 : Os du massif facial.

La figure I-20 illustre les principaux os de la tête.

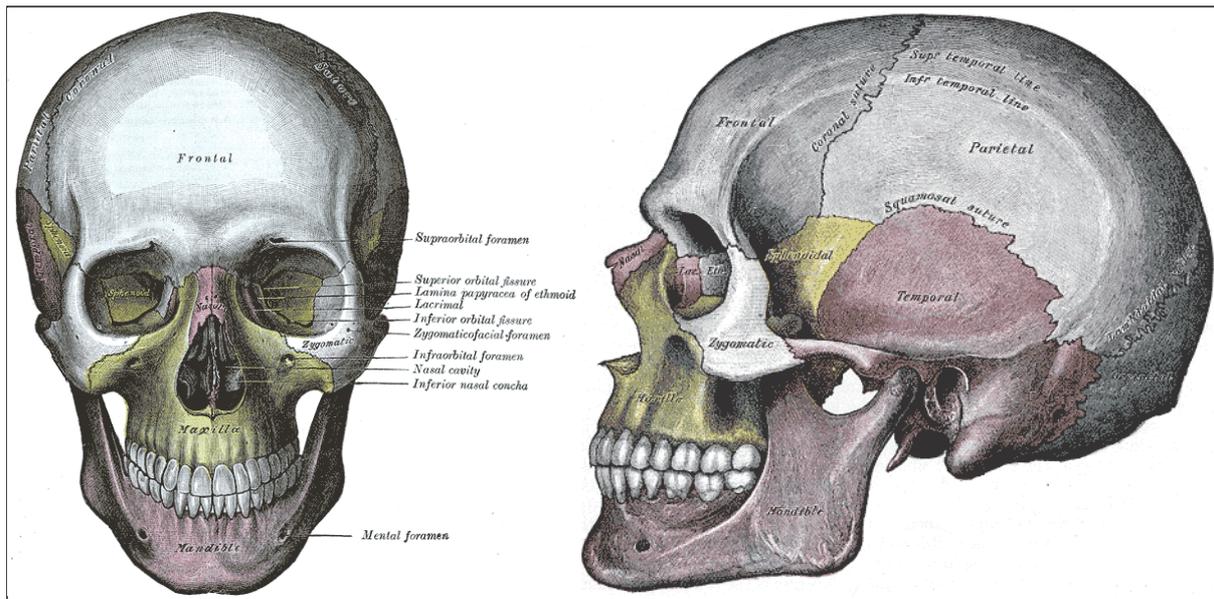


Fig. I-20 : Principaux os de la tête.⁴⁸

3. Nature et composition

Chaque pièce osseuse est composée principalement de deux tissus : la moelle hématopoïétique (65 à 70%) et le tissu osseux (20 à 25 %). A ceux-là s'ajoutent le système vasculaire et le périoste.⁴⁹

La moelle hématopoïétique se trouve dans les espaces médullaires, c'est-à-dire dans les cavités des os (voir figure I-21). Elle contient des cellules souches, des cellules sanguines en formation, des adypocytes et des cellules stromales. Ces dernières servent de soutien afin de permettre la différenciation des cellules souches. On y retrouve également des cytokines et des facteurs de croissance libres qui permettent une interaction avec les cellules osseuses.



Fig. I-21 : Moelle hématopoïétique au sein d'une section de tête fémorale humaine.²¹

Le tissu osseux est une classe de tissu conjonctif qui dérive du mésenchyme embryonnaire. Il est composé d'une matrice organique et d'une phase minérale. Ses éléments cellulaires principaux, les ostéocytes, proviennent de cellules mésenchymateuses^{50,51} qui se sont différenciées sur la lignée ostéogénique. Imbriqués dans la matrice osseuse, ils ont une forme étoilée et possèdent de nombreux et longs bras cytoplasmiques. Le tissu osseux contient également de l'eau à hauteur de 25 %.

La partie organique contient essentiellement des protéines de collagène de type I (environ 90 %) secrétées par des cellules ostéogéniques appelées ostéoblastes. Le reste est rempli par d'autres types de protéines (plus de 200) provenant des cellules osseuses et hématopoïétiques ainsi que du sang. Le collagène de type I possède une structure de microfibrilles de diamètre variant de 40 à 80 nm. Chaque microfibrille est composée de trois molécules de tropocollagène enroulées en triple hélice. Alors que les protéines jouent un rôle structurel, les autres types sont des messagers intervenant notamment dans les processus de formation et de minéralisation de la matrice osseuse.

La phase minérale est quant à elle essentiellement constituée de cristaux de phosphate de calcium (souvent appelé hydroxyapatite) et de carbonate de calcium. La calcification s'effectue par dépôt de sels de calcium, notamment phosphate et carbonate de calcium, dans la matrice intercellulaire, sels minéraux apportés par la circulation sanguine.

L'ensemble du tissu osseux est en effet vascularisé par un réseau complexe imbriqué dans la matrice. Chaque os, à l'exception des surfaces articulaires, est recouvert de périoste. Ce tissu conjonctif dense est composé d'une couche externe fibreuse, d'une couche intermédiaire fibroélastique et d'une couche interne cellulaire (ostéoblastes). Ce tissu permet notamment l'insertion des tendons et des ligaments sur l'os. Il est également vascularisé et innervé et joue également un rôle majeur dans la construction des os.

4. Texture, structure et architecture de l'os

Les microfibrilles de collagène qui constituent la matrice sont regroupées selon un alignement particulier. Cette organisation a pour conséquence de donner une texture de type lamellaire caractéristique à l'os mature (voir figure I-22).

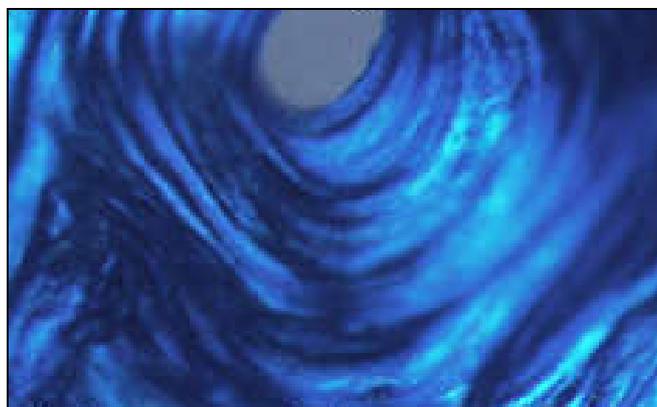


Fig. I-22 : Os lamellaire sous lumière polarisée.⁵²

Cette structure lamellaire provient de la manière dont est généré l'os : par apposition. Les ostéoblastes, cellules en charge de la construction osseuse, déposent les microfibrilles de collagène par couches successives, dans et entre lesquelles se disposent les ostéocytes. On peut noter que ces strates sont appliquées avec une orientation croisée. Les microfibrilles de deux couches consécutives forment un angle d'environ 45°. Les longs bras cytoplasmiques des ostéocytes noyés dans le tissu induisent la formation de micro-canaux appelés canaliculi.

Dans certains cas, on peut observer une texture osseuse différente et totalement désorganisée. Il s'agit de l'os tissé qui ne se trouve pas chez l'adulte sain (voir figure I-23). Il peut être observé lors de l'embryogenèse, en cas de certaines maladies comme la maladie de Paget et au sein des calcs de fracture récents. Hors pathologie, il s'agit d'une texture qui apparaît lorsque l'ossification doit se faire de manière rapide : cette construction désorganisée requiert moins de temps qu'une fabrication structurée. La maladie de Paget est caractérisée par une destruction excessive d'une partie du squelette par l'organisme lui-même. En contrepartie, les ostéoblastes maximisent leur vitesse de construction osseuse afin de pallier à la résorption.⁵³

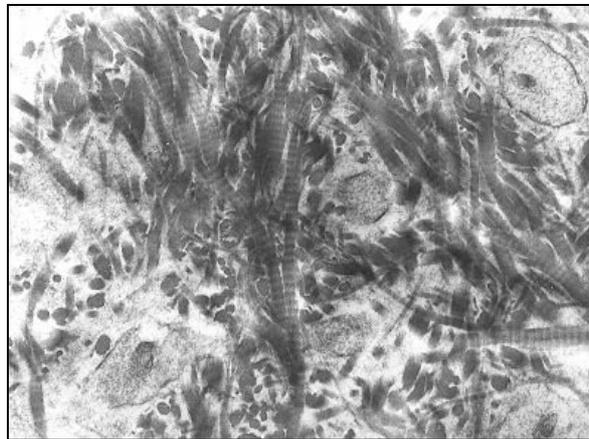


Fig. I-23 : Microfibrilles de collagène de la matrice d'un os tissé.⁴⁸

Par ailleurs, on constate la présence de deux structures osseuses différentes : corticale et spongieuse. L'os cortical, également appelé compact ou haversien, constitue les parois diaphysaires ou corticales des os longs. Cette coque de tissu compact et dense protège la partie interne constituée de tissu spongieux et participe grandement à la rigidité des os.

Il est composé de systèmes de Havers ou ostéons (voir figure I-24). Chaque système est formé d'un canal central (de Havers) entouré concentriquement de lamelles osseuses. La structure haversienne est en effet caractérisée par la disposition particulière des lamelles qui s'enroulent successivement les unes autour des autres. Au cours de sa formation, la croissance par apposition des ostéons s'est poursuivie jusqu'à ce qu'ils se rejoignent. C'est pour cette raison qu'on peut distinguer des ostéons complets et intermédiaires. L'espace non comblé par le tissu osseux se réduit alors aux canaux contenant la vascularisation et l'innervation. Par conséquent, la porosité n'est que de 5 à 15 % et sa masse représente environ 80 % de celle du squelette.

Ces canaux sont de véritables voies de communication permettant à la fois le transport de l'influx mais également de toutes les protéines impliquées dans les processus cellulaires. Les canaux principaux de Havers sont reliés par des canaux intermédiaires dits de Volkmann. L'ensemble crée un réseau inter-communicant qui se diffuse au travers des canaliculi.^{54,55}

Le diamètre d'un ostéon (couramment 200 à 300 μm) est déterminé par l'efficacité de la diffusion dans le système canaliculaire. Il est en général composé de 10 à 15 lamelles. La dernière couche, qui ferme l'ostéon, est appelée ligne cimentante. Le canal de Havers a un diamètre de l'ordre de 50 μm .

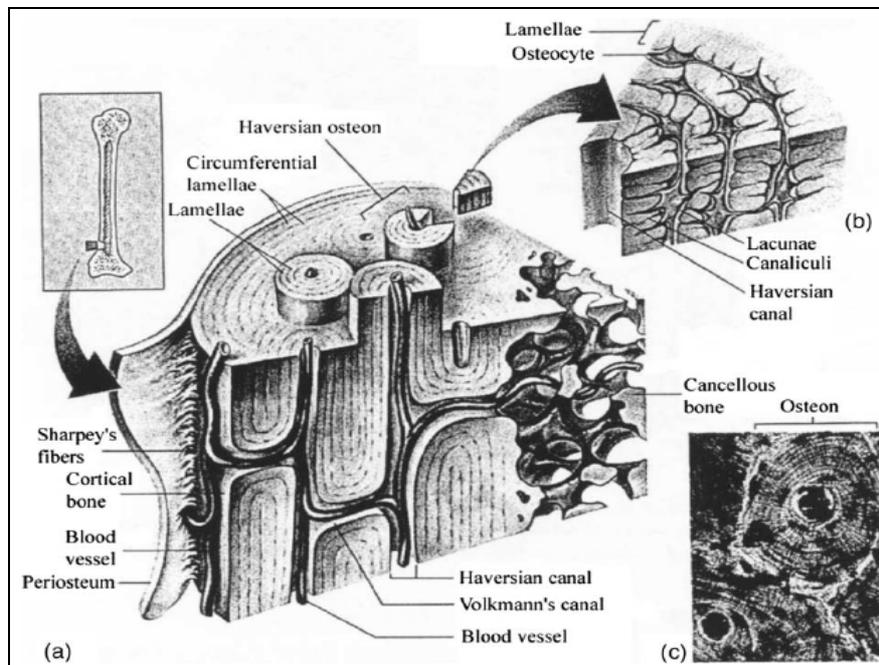


Fig. I-24 : (a) Structure de l'os cortical. (b) Coupe d'un système Haversien. (c) Micrographie d'un système Haversien.⁵⁶

Le tissu osseux spongieux constitue quant à lui la partie interne poreuse de l'os. Il est surtout présent dans les os courts, comme les vertèbres, et au niveau des épiphyses des os longs, comme la tête de fémur. L'os spongieux a une structure de plaques perforées distantes les unes des autres et dont l'épaisseur varie entre 120 et 180 μm (voir figure I-25). Cette épaisseur dépend de la performance du réseau canaliculaire. Ces plaques, appelées travées ou trabécules sont reliées entre elles par des piliers ou cordons. La porosité de ce type de tissu varie de 50 à 95 % et dépend principalement de l'espacement entre les trabécules. Les cavités formées entre les travées contiennent la moelle hématopoïétique et du tissu adipeux.

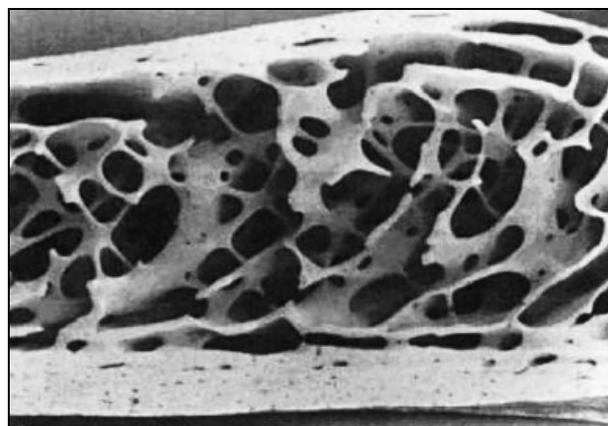


Fig. I-25 : Os de structure spongieuse bordé par l'os cortical.⁴⁸

Les lamelles constitutives ont la même orientation que les travées et ne sont donc pas concentriques contrairement à celles de l'os compact. Sur la figure I-26, les lacunes laissées par les ostéocytes illustrent l'orientation de la texture du tissu. Chaque travée est également recouverte d'une ligne cimentante.

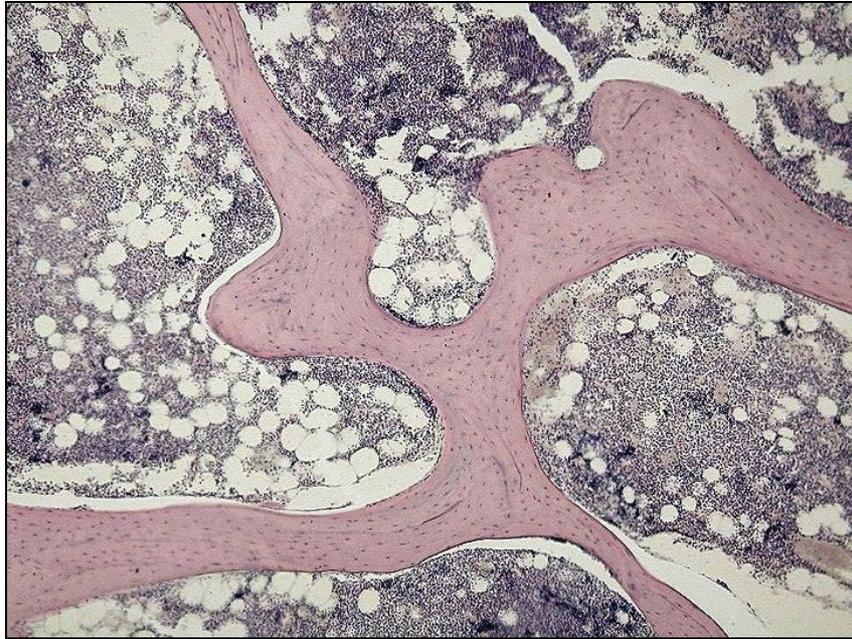


Fig. I-26 : Micrographie d'os spongieux
(tissu osseux marqué en rose et moelle hématopoïétique en bleu).²¹

Par ailleurs, si on considère l'architecture des os, on remarque qu'en dehors de l'os tissé, l'orientation mésoscopique des constituants osseux n'est pas quelconque. Tant les ostéons de l'os cortical que les trabécules du tissu spongieux ont une direction préférentielle. Cette caractéristique architecturale s'explique lorsqu'on considère la manière dont sont sollicitées les pièces osseuses. La partie suivante présente ainsi quelques considérations importantes sur le comportement mécanique de l'os. De plus amples détails sur la texture, la structure et l'architecture des os peuvent être trouvés dans la littérature.^{57,58}

5. Comportement mécanique de l'os

D'un point de vue mécanique, l'os constitue un matériau particulièrement complexe. Sa texture, sa structure et son architecture subtiles influencent fortement ses propriétés mécaniques à l'échelle mésoscopique. En effet, il est hétérogène, multiphasé, poreux, visqueux, anisotrope et réagit différemment à la compression et à la traction.⁵⁷

Les propriétés de l'os constituent un compromis entre la rigidité nécessaire à autoriser une cinématique efficiente, la viscosité permettant l'absorption des chocs et la masse du squelette. Les impératifs de ces fonctions ont permis à l'os d'acquérir au cours de milliers d'années d'adaptation ses propriétés actuelles. La texture de l'os en couches croisées lui procure des propriétés mécaniques massives excellentes.

Par ailleurs, on peut noter que chaque os est unique. Sa structure et son architecture se montrent parfaitement adaptées à celles requises. La forte anisotropie de l'os est due à sa structure : orientation des ostéons pour l'os cortical et des trabécules pour l'os spongieux. Ses propriétés dépendent également fortement de sa densité.

De nombreux auteurs ont donc cherché à mettre en évidence une corrélation entre composition et propriétés mécaniques qui sont utiles notamment pour la compréhension des phénomènes d'ostéoporose et de remodelage osseux. Le premier modèle recensé est celui de Vose & Kubala⁵⁹ qui établit une relation entre résistance à la flexion et contenu minéral. Ensuite, Carter & Hayes⁶⁰ ont proposé un modèle liant respectivement le module d'Young et la résistance de l'os trabéculaire et cortical au cube et au carré de la densité apparente. D'autres auteurs⁶¹⁻⁶⁵ ont par la suite développé des relations associant les propriétés mécaniques à la densité apparente et au contenu minéral. Lotz *et al.*⁶⁶ puis Pietruszczak *et al.*⁶⁷ ont fait évoluer ces modèles en ajoutant la dépendance de la direction.

Par ailleurs, la structure et l'architecture d'un os ne sont pas figées mais évoluent depuis l'embryogenèse où il est généré puis au cours de la vie où il va s'adapter à son environnement. Une description plus précise du comportement mécanique de l'os ne sera pas entreprise ici puisque notre travail s'oriente plutôt vers les phénomènes de formation et d'évolution. La partie suivante sera donc consacrée aux mécanismes qui permettent au tissu osseux toutes ces transformations.

D. L'os : un tissu en évolution permanente

1. Concepts de biologie osseuse

Les processus d'évolution osseuse font principalement appel à quatre types de cellules : les ostéoclastes,⁶⁸ les ostéoblastes,^{69,70} les ostéocytes⁵⁴ et les cellules bordantes.⁵⁵ Tout d'abord, interviennent les ostéoclastes (du grec *kla* : briser) qui sont les cellules en charge de la destruction ou résorption de l'os. Cette cellule d'origine hématopoïétique provient de la fusion de quelques macrophages et est caractérisée par sa grande taille (de 50 à 100 μm). Elle est multinucléée et renferme de nombreuses mitochondries, ce qui signifie qu'elle possède une forte activité. Par ailleurs, elle est capable de produire de nombreux enzymes. Comme illustré par la figure I-27, sa bordure possède une forme de brosse qui se fixe au tissu osseux calcifié à l'aide des intégrines et autres protéines, comme l'ostéopontine, qu'elle secrète.

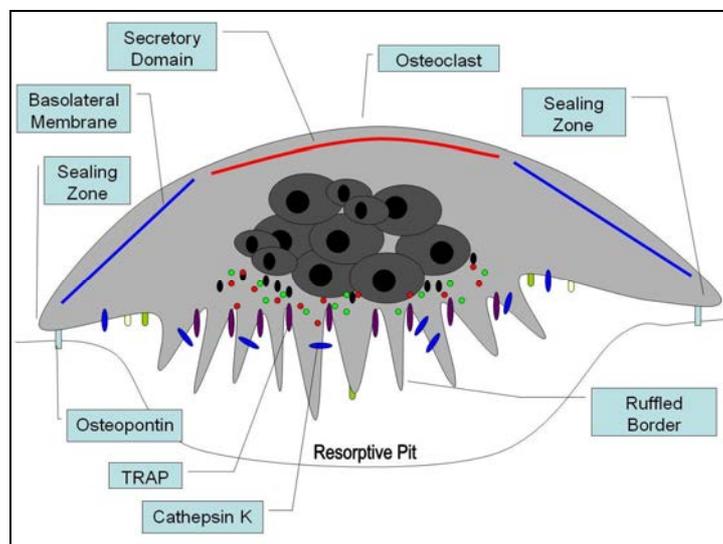


Fig. I-27 : Schéma d'un ostéoclaste.²¹

L'ostéoclaste acidifie ensuite le micro-compartiment situé sous lui par un processus appelé anhydrase carbonique. Cette acidification permet de solubiliser la phase minérale de l'os. Il secrète alors d'autres enzymes appelés métalloprotéases matricielles, comme la cathepsine K, qui dégradent la phase organique. Ces processus ont pour conséquence de produire sous l'ostéoclaste une encoche appelée lacune de Howship. L'ostéoclaste se détache alors de la surface puis se déplace par un saut afin de créer une nouvelle lacune aboutissant au final à une résorption sur la surface de l'os.

Les ostéoblastes sont des cellules mésenchymateuses différenciées servant à synthétiser l'os. Cette cellule mononucléée possède également une grande quantité de mitochondries mais aussi un grand nombre d'appareils de Golgi, qui permettent l'exocytose, c'est-à-dire l'expulsion, des éléments organiques constitutifs de l'os. Ces molécules sont le collagène de type I, les protéines non collagéniques et les protéoglycanes. L'ostéoblaste adhère à la matrice osseuse grâce à ses intégrines et se déplace progressivement. La figure I-28 montre des ostéoblastes actifs et les lignes de tissu ostéoïde qu'ils viennent de secréter.

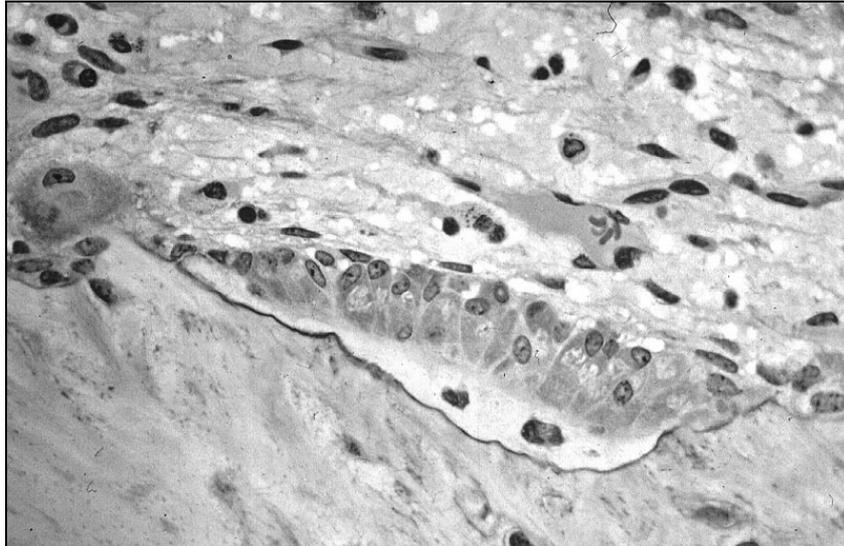


Fig. I-28 : Micrographies d'ostéoblastes actifs.⁴⁸

L'ostéoblaste joue également un rôle dans le processus de minéralisation en sécrétant la phosphatase alcaline. Cette dernière libère le phosphate inorganique qui en se liant au calcium donne du phosphate de calcium, principal constitutif minéral de l'os. Ces cellules sont situées sur les faces interne et externe de l'os, et sont présentes dans le tissu osseux en croissance ou en transformation.

En produisant du tissu osseux autour d'eux, les ostéoblastes s'emmurent vivants. Une grande partie (environ 70 %) meurt par apoptose alors que le reste évolue en ostéocytes. Un ostéocyte est en effet un ostéoblaste dont l'activité a chuté. Il conserve des liens avec les autres cellules via des prolongements cytoplasmiques créant des jonctions communicantes. Il reste ainsi au cœur du tissu osseux, logé dans une cavité appelée ostéoplaste. La figure I-29 montre des ostéocytes piégés dans la matrice osseuse et reliés par le réseau canaliculaire.

L'ostéocyte se nourrit grâce à la circulation du liquide osseux à travers les canaliculi. Il possède par ailleurs des mécano-récepteurs qui permettent de renseigner les autres cellules sur l'environnement mécanique de l'os. L'ostéocyte intervient de manière paracrine, c'est-à-dire à distance, sur la différenciation et l'activité des ostéoblastes. Il s'agit donc d'un phénomène de mécano-régulation.

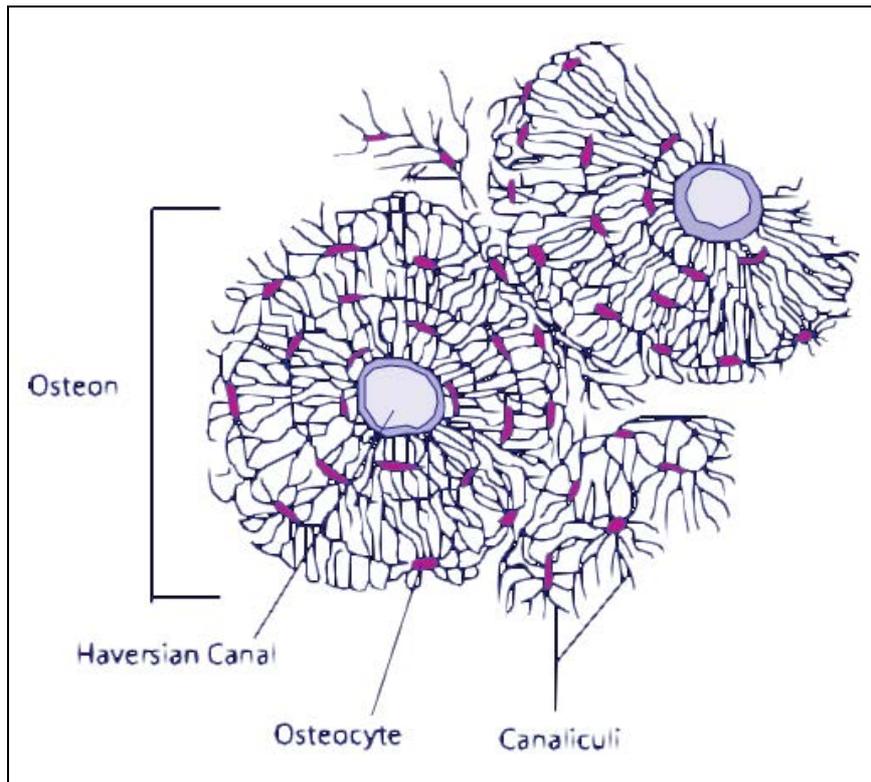


Fig. I-29 : Coupe transversale d'os cortical.²¹

Les dernières cellules impliquées dans les phénomènes d'évolution de l'os sont les cellules bordantes. Il s'agit d'ostéoblastes non actifs qui ne sont pas enfouis dans la matrice. Elles restent à la surface de l'os dans les zones où ne se produit ni résorption ni apposition. Elles peuvent être réactivées en cas de besoin grâce à leurs récepteurs aux facteurs de croissance permettant leur différenciation en ostéoblastes.

Par ailleurs, il est important de noter que l'ensemble de ces processus est régulé de manière très complexe permettant leur équilibre.⁷¹ On distingue un nombre important de voies de régulation qui peuvent être classées selon plusieurs types. Le premier mode est dit paracrine, il concerne la communication de cellules voisines entre elles, de même phénotype ou non. Le second est appelé autocrine : une cellule secrète un message que ses voisines mais également elle-même reçoivent. Le troisième est qualifié d'endocrine, il concerne un message venant d'un organe éloigné, transporté par le sang. Il s'agit par exemple des facteurs hormonaux.

Les messagers qui permettent cette régulation sont de type biochimique. Ils agissent sur des processus aussi divers que la prolifération, la différenciation, l'activation, l'inhibition, la quiescence et l'apoptose des cellules ostéoprogénitrices. C'est par ces différents facteurs qu'interviennent des données aussi variées que l'âge, le sexe, l'alimentation, l'activité physique, le tabagisme... Une description précise des différents messagers biochimiques impliqués ne sera pas réalisée ici mais peut aisément être trouvée dans la littérature.⁷²⁻⁷⁵

Nous allons maintenant nous intéresser à l'échelle du tissu au seul mécanisme d'évolution de l'os qui existe chez l'adulte sain : le remodelage osseux.

2. Remodelage osseux

Dès la fin du dix-neuvième siècle, Wolff s'est rendu compte de la relation existant entre la charge appliquée à l'os et son architecture.⁷⁶ Par la suite, de nombreux auteurs⁷⁷⁻⁷⁹⁸² ont cherché à comprendre et à modéliser ce phénomène par lequel l'os adapte en permanence ses propriétés aux contraintes qu'il subit et qui est appelé remodelage ou remaniement. Ceci permet à l'os de tendre vers un équilibre parfait entre des propriétés mécaniques suffisantes à sa fonction et une masse minimale permettant une dépense d'énergie la plus faible possible.

Les os d'un adulte sain ont en effet la capacité de s'entretenir et de s'adapter continuellement par leurs propriétés (remodelage interne) et par leur forme (remodelage externe). Le remodelage interne permet notamment l'adaptation des propriétés mécaniques et la réparation des micro-endommagements. Tous ces changements de l'os interviennent en fonction des conditions hormonales, mécaniques et physiologiques. Le remodelage osseux n'intervient que par les cellules osseuses se trouvant sur les surfaces internes de l'os, trabéculaires pour le spongieux et haversiennes pour le cortical. Il s'agit donc d'un mécanisme d'apposition.

Chez le fœtus et l'enfant, les os en formation font face à une évolution de leur contrainte durant la croissance. Par exemple, le squelette du tronc et des membres doit croître en proportion avec l'accroissement de l'organisme entier et en harmonie avec les muscles qui y sont attachés et qui eux aussi croissent. Il ne suffit pas de croître en longueur et en diamètre. Les os périphériques comme le crâne et les côtes doivent s'accommoder à la croissance des organes internes comme le cerveau ou le système cardio-pulmonaire. Ils subissent donc également un remodelage important, tant pour harmoniser leur croissance et leur forme avec celles d'autres organes que pour adapter leur résistance.

Le remodelage est assuré par des groupes organisés de cellules appelés Basic Multicellular Units (BMUs).⁸³ Elles renouvellent l'os par paquets (de manière discrète) selon une séquence bien définie : Activation-Résorption-Formation (ARF), voir figure **I-30**. Une BMU comprend un ensemble d'ostéoclastes et d'ostéoblastes collaborant en synergie avec les ostéocytes par le biais des différents facteurs impliqués dans ce processus. La résorption ostéoclastique et la formation ostéoblastique sont donc associées dans l'espace et le temps.

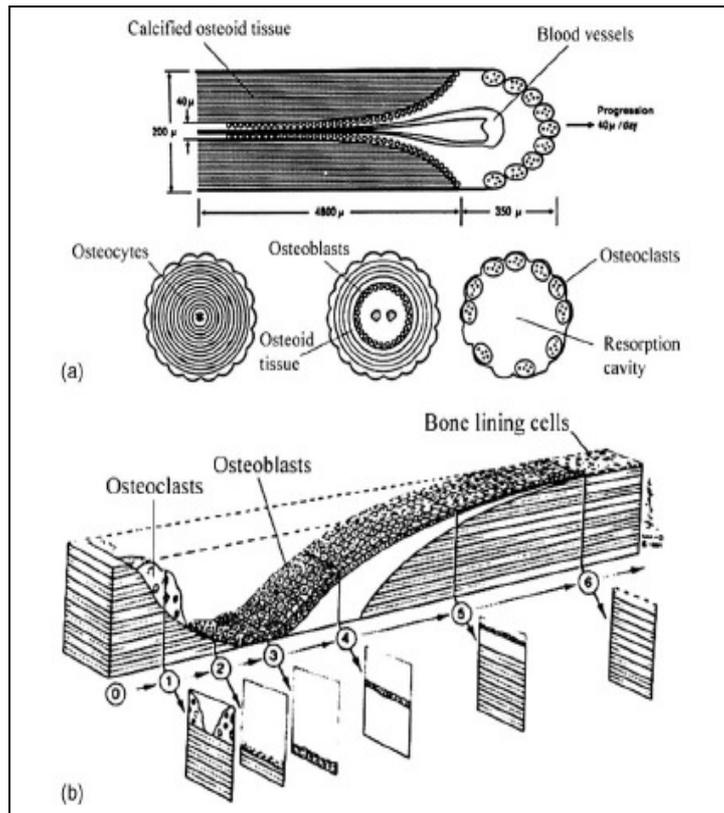


Fig. I-30 : Séquence Activation-Résorption-Formation (ARF) lors du remodelage.⁸⁴

Parmi ces facteurs, certains, comme le RGD ou l'intégrine $\beta 1$, permettent la régulation du remodelage par les ostéocytes selon les contraintes mécaniques, conformément à ce qui a été vu précédemment. Si le stimulus mécanique ressenti par les ostéocytes augmente, l'os se densifie (voir figure I-31). Au contraire, s'il diminue l'ostéof ormation ralentit. Par ailleurs, il existe une zone de pseudo-équilibre ou pour une variation faible du stimulus, la densité osseuse reste presque stable. On l'appelle souvent zone morte.⁸⁵ En revanche, plus on s'éloigne de l'état d'équilibre, plus la résorption ou l'apposition prend le pas sur le phénomène antagoniste.

Lorsque l'environnement mécanique le nécessite, les ostéocytes activent tout d'abord une phase de résorption osseuse par les ostéoclastes d'une durée d'une à deux semaines. Ce processus provoque à son tour une phase de resynthèse osseuse d'une durée d'environ 3 mois. Les ostéoblastes suivent donc les ostéoclastes. Une BMU a une durée de vie de quatre à cinq mois.

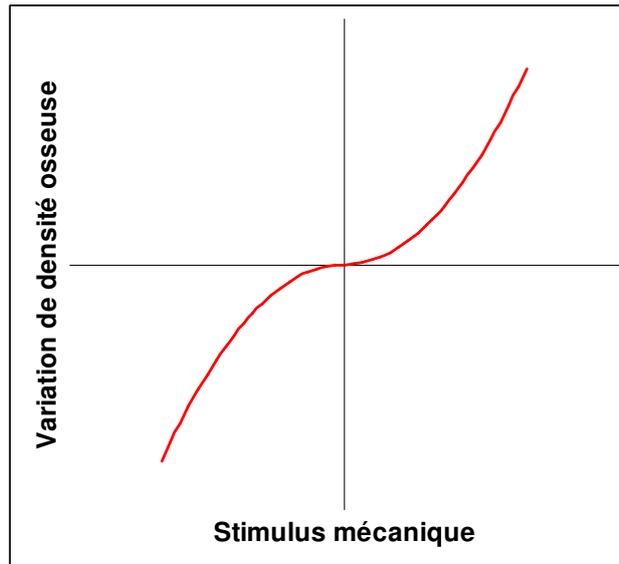


Fig. I-31 : Evolution de la variation de densité osseuse selon le stimulus mécanique.

La différence entre la quantité d'os formé et d'os résorbé constitue la balance osseuse. Dans le cas de certaines pathologies comme l'ostéoporose ou la maladie de Paget, cette balance est déséquilibrée engendrant une variation de masse osseuse pathologique. Chez les patients ostéoporotiques, la balance osseuse est négative. Les phénomènes de reconstruction diminuent au profit de la résorption, fragilisant ainsi l'os. Chez l'adulte sain, le squelette se renouvelle d'environ 10% tous les ans. Malgré tout, ce cycle de remodelage est ralenti avec le vieillissement des tissus, ce qui explique pourquoi les fractures sont plus fréquentes et plus longues à réparer chez les personnes âgées.

Dans le cas de la distraction ostéogénique, l'effet mécanique de l'allongement stimule fortement le remodelage de l'os néoformé. Par ailleurs, une fois le traitement terminé, l'architecture et la structure de l'os sont adaptées aux contraintes qu'il a subies durant l'élongation. Il faut donc que par la suite il s'adapte à son nouvel environnement mécanique physiologique. La partie suivante portera sur les différents processus de formation osseuse qui interviennent lors de la distraction ostéogénique et qui précèdent le remodelage.

3. Ostéogénèse

L'os est capable dans certains cas de se reconstruire lorsqu'il a été lésé. Il s'agit par exemple de la guérison des fractures qui se produit alors que le rôle du thérapeute se limite bien souvent à les stabiliser. On parle de guérison ou cicatrisation osseuse. Ce phénomène fait intervenir un processus biologique de construction osseuse appelé ostéogénèse. C'est également cette capacité qu'on exploite lorsqu'on réalise la distraction ostéogénique.

L'ostéogénèse, ou ossification, peut s'effectuer à partir de deux substrats différents. Le premier est le mésenchyme qui possède un aspect membranaire. On parle alors d'ossification intramembranaire. Le second est le cartilage en cours de désintégration. Il s'agit de l'ossification endochondrale.

Chez l'embryon, l'ossification intramembranaire, ou endoconjonctive, s'effectue là où se forment les petits os ou les os plats, tels que certains os du crâne, les côtes et le sternum. Chez l'adulte, elle intervient dans le comblement des zones de fracture de petite taille et très bien stabilisées. Contrairement à l'ossification endochondrale, ce processus permet dans la guérison des fractures une ossification directe.

Le mésenchyme se transforme tout d'abord en un tissu richement vascularisé. C'est l'angiogénèse. Les cellules mésenchymateuses incluses dans la matrice extracellulaire se différencient ensuite sur la lignée ostéoblastique. On les appelle pré-ostéoblastes. Elles émettent de longs et fins prolongements, ou bras cytoplasmiques, qui rejoignent ceux d'autres cellules ostéogéniques et s'y anastomosent. Ces cellules se différencient alors en ostéoblastes et débutent leur activité tel que décrit précédemment. La figure I-32 montre la génération du tissu ostéoïde par sécrétion d'un agrégat ostéoblastique dans le mésenchyme.

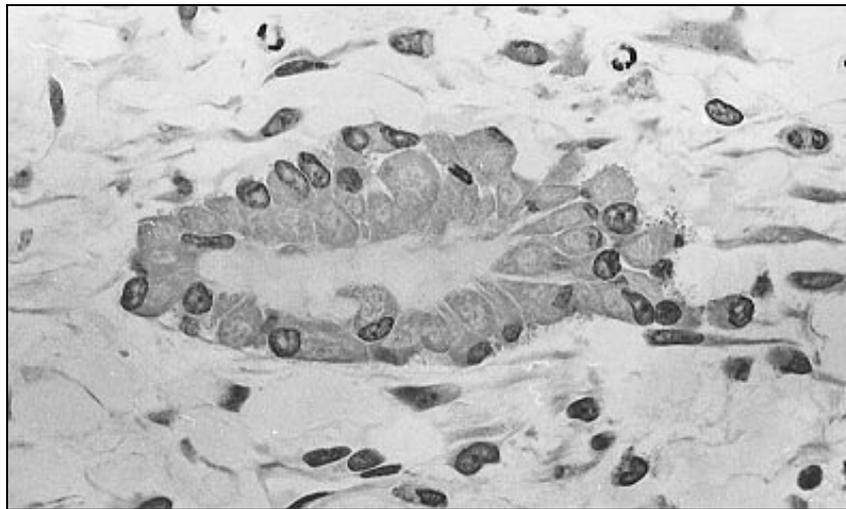


Fig. I-32 : Ostéoblastes sécrétant du tissu ostéoïde dans le mésenchyme.⁴⁸

Tel que mentionné précédemment, on décrit le tissu osseux comme troué d'alvéoles, dans lesquelles résident les ostéocytes. Il est également percé de canaliculi reliant les alvéoles et contenant les bras cytoplasmiques des ostéocytes. Ces ostéocytes provenant d'ostéoblastes anastomosés, les canaliculi se joignent. Ce phénomène explique pourquoi le réseau canaliculaire est continu et permet la diffusion du liquide interstitiel.

Les premiers foyers d'ossification intramembranaire, assez petits, ont souvent la forme d'une barre, d'où le terme de trabécule. Plusieurs travées plus ou moins distantes les unes des autres se forment dans le mésenchyme. Chacune contient en son centre des ostéocytes entourés de matrice qui est calcifiée à mesure qu'elle est synthétisée. Autour du centre se trouvent les ostéoblastes en activité.

On voit ainsi que la travée osseuse croît par apposition, ne permettant aucune croissance interstitielle par sa rigidité. En croissant ainsi, les travées grossissent, rejoignent d'autres travées et emprisonnent ainsi les vaisseaux sanguins et nerfs. La croissance se poursuit ainsi à un degré plus ou moins avancé selon que l'on tend vers un os cortical ou spongieux.

L'ossification endochondrale, ou enchondrale, s'effectue chez l'enfant là où se forment les os longs, surtout ceux des membres. Chez l'adulte, elle intervient dans la guérison des fractures mais n'existe pas chez un sujet sain. Elle suppose une formation préalable de cartilage qui peut se développer par apposition mais également de manière interstitielle puisqu'il n'est pas minéralisé.

Une fois le cartilage formé, des vaisseaux sanguins l'envahissent et amènent à sa surface des cellules ostéogéniques. La vascularisation cause l'apoptose des chondrocytes et la désintégration de la matrice cartilagineuse. Les cellules ostéogéniques prolifèrent et se différencient en ostéoblastes. Ces ostéoblastes débutent alors leur activité et les premiers foyers d'ossification se forment. L'ostéogenèse se poursuit alors d'une manière comparable à ce qui a été décrit pour l'ossification intramembranaire. Les processus d'ostéogenèse intramembranaire et enchondrale ne diffèrent en quelque sorte que par le substrat de départ.

La figure I-33 illustre un front d'ossification endochondrale dirigé vers le haut. On peut mettre en évidence trois zones principales. La première est celle de la croissance interstitielle du cartilage. Les chondroblastes sont en activité et s'alignent en colonnes séparées par les microfibrilles de collagène qu'ils secrètent (a). La deuxième région est celle de maturation du cartilage. Les chondroblastes sont hypertrophiés (b). Dans la troisième zone située sous les deux autres se produit l'angiogenèse qui cause la dégénérescence du cartilage et enclenche l'ossification.

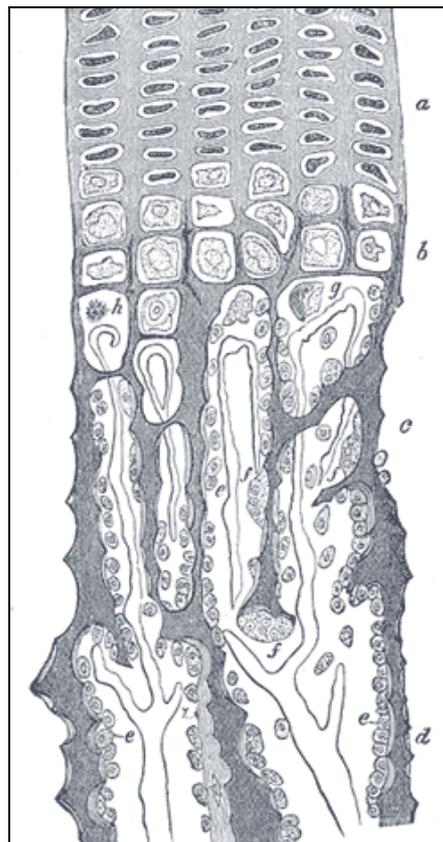


Fig. I-33 : Section longitudinale d'un fémur de lapin en développement.
 (a) Chondrocytes. (b) Chondrocytes hypertrophiés. (c),(d) Os néoformé.
 (e) Ostéoblastes. (f) Ostéoclastes. (g),(h) Chondrocytes en désintégration.⁸⁶

La dernière partie sera consacrée à la manière dont ces différents processus se combinent lors de la distraction ostéogénique afin d'aboutir dans le cas normal à la formation d'os lamellaire. On peut par ailleurs trouver de nombreux travaux traitant de l'ostéogénèse dans la littérature, comme ceux de Carter *et al.*^{87,88}

4. Processus biologiques de la distraction ostéogénique

La biologie de la distraction ostéogénique se rapproche énormément de celle de la guérison des fractures osseuses. En effet le régénérat formé lors de la distraction est un cal de fracture classique qu'on étire progressivement. La libération du segment osseux par fracture en bois vert déclenche une cascade de réponses biologiques faisant intervenir l'immigration, la différenciation et la prolifération de diverses cellules : cellules inflammatoires, angioblastes, fibroblastes, chondroblastes, ostéoblastes. Ces cellules synthétisent et secrètent du matériel extracellulaire bio-actif comme du collagène ou des facteurs de croissance. Cette partie a été réalisée par synthèse des nombreux travaux décrivant ces processus biologiques chez l'humain ou l'animal.^{14,89-96}

Plusieurs stades se succèdent tour à tour lors de la distraction. Il faut noter que la totalité du régénérat en formation n'est pas nécessairement au même stade d'ostéogénèse et que selon le protocole, cette même ossification peut échouer.

Dans les premières 48 heures qui suivent l'ostéotomie survient une phase d'inflammation. Une hémorragie remplit rapidement l'ostéotomie avec le sang provenant des vaisseaux lésés. Le périoste et les tissus mous externes enferment la zone ostéotomisée et participent grâce à leur vascularisation au remplissage du cal. Par ailleurs, ils forment un compartiment qui aide à contenir le saignement. Une vasoconstriction des vaisseaux lésés apparaît et crée une hémostase. Le sang encapsulé coagule alors et forme un caillot, tissu de type nécrotique. Les cellules inflammatoires (macrophages, leucocytes...) affluent dans le caillot et prolifèrent.

Le caillot est alors peu à peu détergé, servant de support à la création du mésenchyme ou tissu granulaire. Il s'agit d'un type particulier de tissu conjonctif qui constituera la base du régénérat osseux. Les cellules souches mésenchymateuses affluent du reste de l'organisme et prolifèrent. Certaines se différencient en fibroblastes qui synthétisent les protéines nécessaires à la création du tissu granulaire. Cette phase est appelée granulation. En parallèle se produit la phase d'angiogénèse qui aboutira à la formation d'un réseau vasculaire anastomosé avec celui des tissus environnants.

Après environ une semaine, c'est-à-dire à la fin de la période de latence ou au tout début de l'activation, le mésenchyme est constitué et revascularisé. Le cal granulaire ainsi constitué accroît la stabilité supplémentaire et la phase de différenciation peut alors intervenir. Les cellules souches produisent lors de leur division deux cellules différentes : une identique à elle-même (prolifération) et l'autre dont la différenciation est initiée et qui possède donc un nouveau phénotype (voir figure I-34). Ces cellules peuvent devenir des chondroblastes, des ostéoblastes ou des fibroblastes selon les conditions mécaniques et biologiques locales dans le régénérat. Ces cellules commencent alors à synthétiser la matrice extra-cellulaire du tissu correspondant à leur phénotype : os pour les ostéoblastes, cartilage pour les chondroblastes et tissu fibreux pour les fibroblastes.

Cette mécano-régulation de la différenciation va conditionner le type de tissu qu'on trouvera dans le cal de distraction. Dans le cas normal, de nombreux chondroblastes et ostéoblastes seront générés et aboutiront au final à l'ossification du régénérat par ostéogenèse endochondrale et intramembranaire. Dans le cas où trop de fibroblastes apparaissent, on obtiendra un cal fibreux qui dégénérera en pseudarthrose.

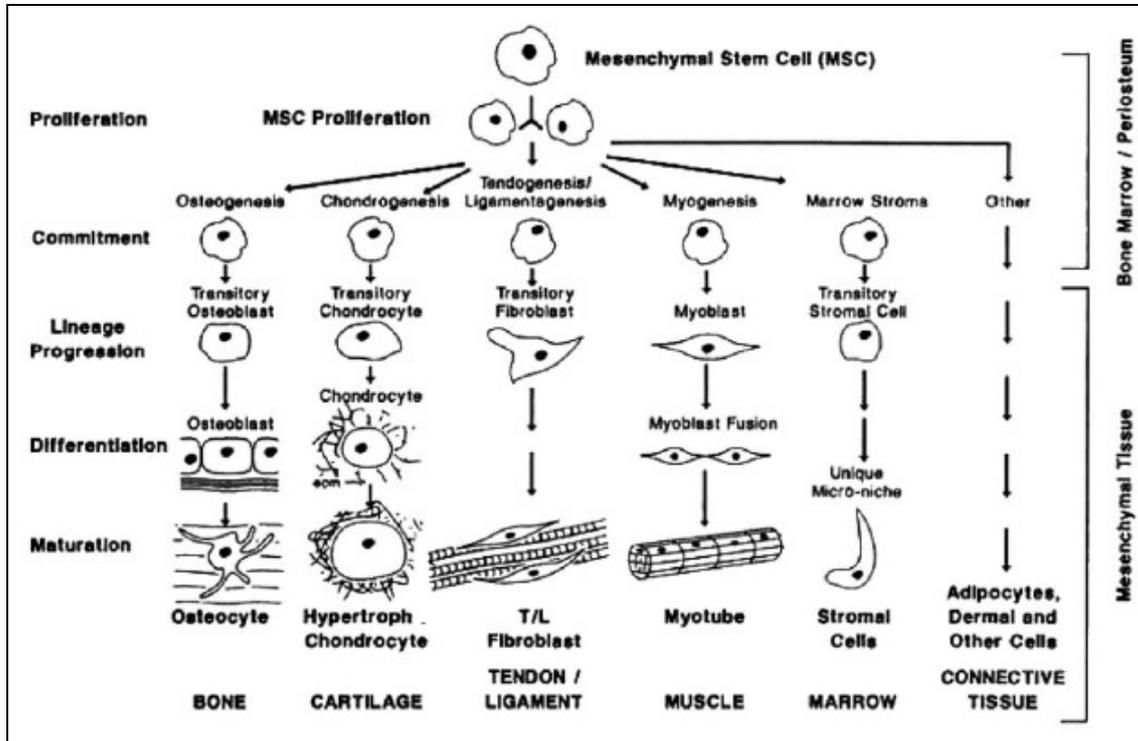


Fig. I-34 : Processus de différenciation des cellules mésenchymateuses.⁹⁷

Pauwels⁹⁸ fut l'un des premiers auteurs à proposer une théorie reliant la différenciation des cellules mésenchymateuses avec l'environnement mécanique (voir figure I-35). Il supposa que le déviateur des contraintes constitue un stimulus pour la formation des tissus fibreux et osseux, tandis que les contraintes hydrostatiques contrôlent la formation des tissus cartilagineux. Par la suite, de nombreux autres modèles ont été proposés.^{87,99-105}

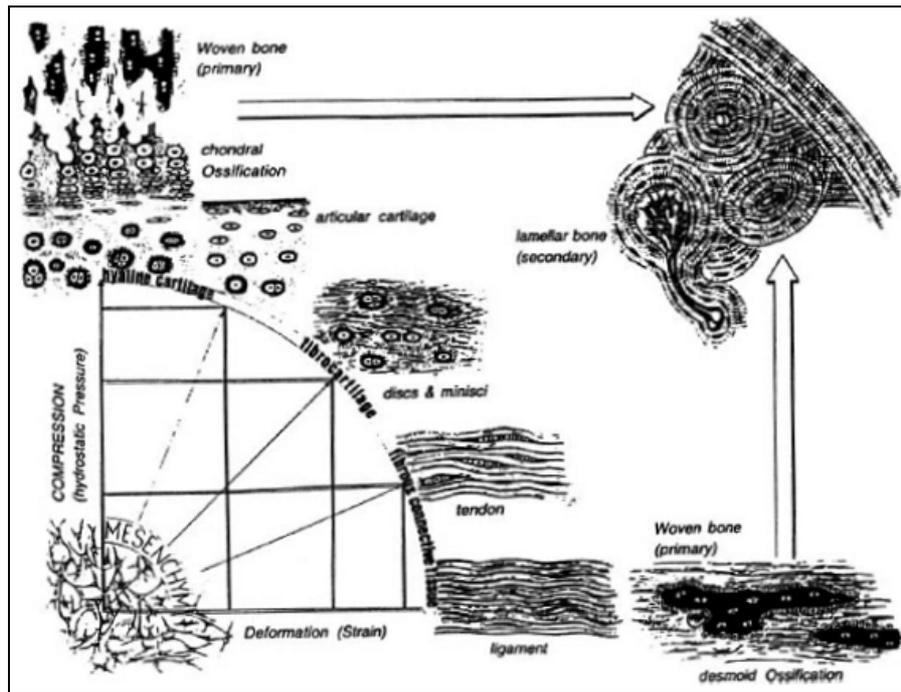


Fig. I-35 : Mécano-régulation de la différenciation des cellules mésenchymateuses selon Pauwels.⁹⁸

Dès le début de la distraction, c'est-à-dire au bout d'environ deux jours d'activation, on observe que de l'os intramembranaire est produit directement sur les deux faces du defect osseux, au niveau des arêtes périostées. Ceci s'explique par la stabilité mécanique de ces zones, abritées par les segments osseux distractés et donc suffisamment stables pour une production directe d'os. Ailleurs dans le cal, on assiste plutôt à une formation de cartilage.

A mesure que le temps passe, les deux fronts d'ossification progressent vers le centre du defect. Au bout d'une semaine, on peut noter l'alignement des fibres de collagène avec le vecteur de distraction. En même temps, la chondrogenèse se poursuit dans l'ensemble du régénérat et l'ostéogenèse endochondrale débute.

Ce phénomène se poursuit jusqu'à la fin de l'élongation. Le taux de cartilage et d'os continue d'augmenter dans l'ensemble du cal avec un alignement du collagène très net. Cependant, du mésenchyme reste présent dans le régénérat jusqu'à la fin de la phase d'activation.

C'est seulement après la fin du stade d'élongation, lors de la phase de maturation que le pont observé classiquement lors de la guérison des fractures apparaît dans le cal de distraction. A la fin de cette période, on observe déjà un début de corticalisation de la surface extérieure du régénérat. A ce moment il n'y a plus de cartilage et l'ensemble est rempli par de l'os. Cependant, cet os n'est encore que partiellement minéralisé.

Dès que l'ossification est suffisante, le remodelage du régénérat débute. Il va permettre de restaurer la structure et l'architecture (remodelage interne) ainsi que la forme (remodelage externe) adaptées à l'environnement mécanique de l'os. Cette étape est beaucoup plus longue (de l'ordre d'un an).

Le processus d'ostéogenèse lors de la distraction a été étudié par Rowe *et al.*⁸⁹ sur la mandibule du rat. Bien que les durées puissent varier en raison des différences de temps de guérison osseuse entre l'homme et le rat,¹⁰⁶ la cascade biologique reste identique.

Il s'agissait dans cette étude⁸⁹ d'une distraction unidirectionnelle et unifocale illustrée par la figure I-36. Elle incluait 80 animaux distractés pendant six jours répartis en deux groupes nommés I et II. Le premier comprenait 35 rats distractés avec un incrément quotidien de 0,25 mm (allongement total de 1,5 mm) et le second 35 avec un incrément biquotidien de 0,25 mm (allongement total de 3 mm). La période de latence était de trois jours et celle de consolidation de quatre semaines. L'ostéogenèse lors de la distraction était contrôlée par des études histologiques (marquage cellulaire réalisé à l'aide d'hématoxyline et d'éosine) et radiographiques. Les résultats pour la distraction du groupe II, ainsi que pour deux animaux témoins, sont illustrés par les figures I-37 et I-38. Les témoins sont d'une part un rat qui n'a pas été opéré et d'autre part un rat dont l'élongation mandibulaire a été effectuée en une seule fois.

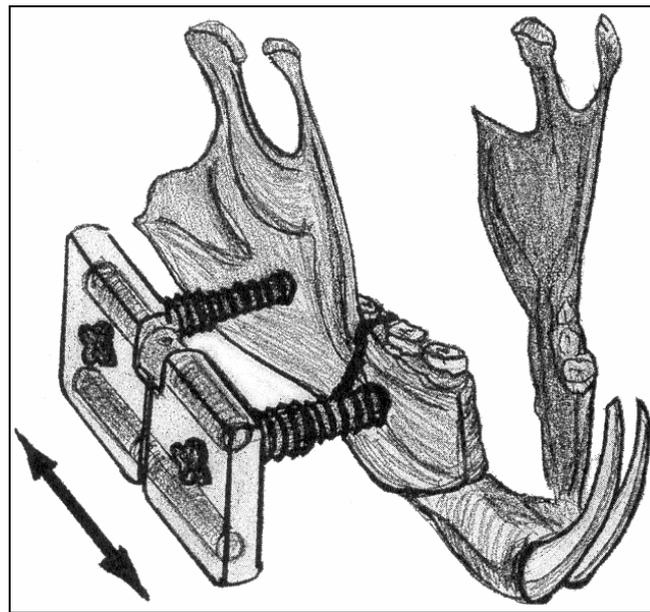


Fig. I-36 : Schéma de la distraction réalisée lors de l'étude de Rowe *et al.*⁸⁹
Ostéotomie perpendiculaire à la direction de distraction représentée par la flèche
et située entre la deuxième et la troisième molaire.

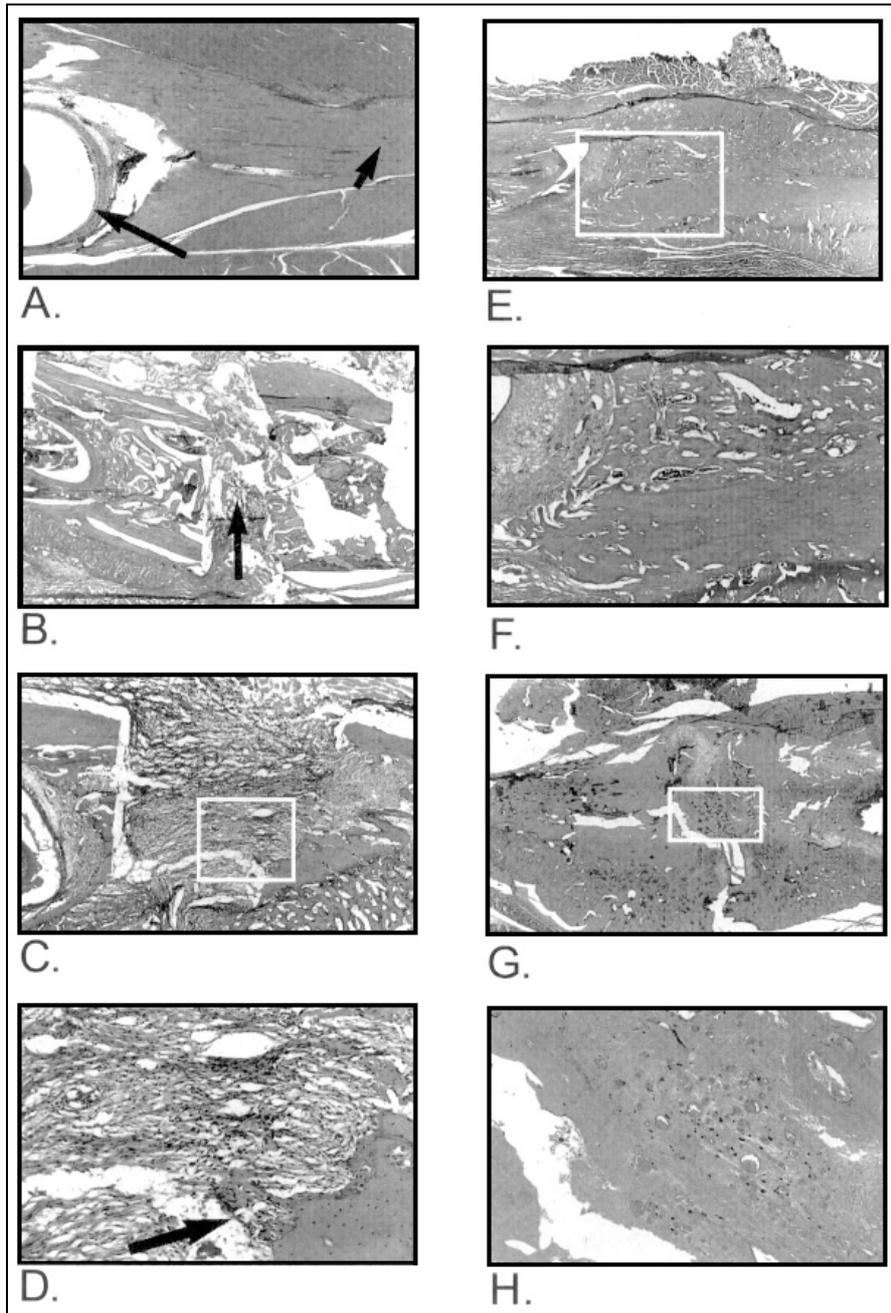


Fig. I-37 : Résultats histologiques issus de l'étude de Rowe *et al.*⁸⁹ (coupe sagittale mandibulaire)

(A.) Rat témoin (non opéré). Une flèche marque une racine dentaire et l'autre une lacune d'ostéocyte. On note la texture lamellaire de l'os. Grossissement original 10 x.

(B.) Après 1 jour de distraction. La flèche marque l'apparition de mésenchyme. On note une détersion partielle de l'hématome. Grossissement original 5 x.

(C.) Après 5 jours de distraction. On note l'apparition des fibres de collagène orientées dans la direction de distraction. Le carré délimite la portion grossie en (D.). Grossissement original 10 x.

(D.) La flèche marque des ostéoblastes actifs et de l'os néoformé. Grossissement original 33 x.

(E.) Après 4 semaines de consolidation. Le régénérat est complètement ossifié. On note un début de remodelage. Le carré délimite la portion grossie en (F.). Grossissement original 5 x.

(F.) Début de remodelage Grossissement original 10 x.

(G.) 37 jours après un allongement brutal de 3 mm. On note un cal fibreux et un réseau de collagène désorganisé. Le carré délimite la portion grossie en (H.). Grossissement original 5 x.

(H.) Tissu fibreux et absence d'ostéogénèse. Grossissement original 33 x.

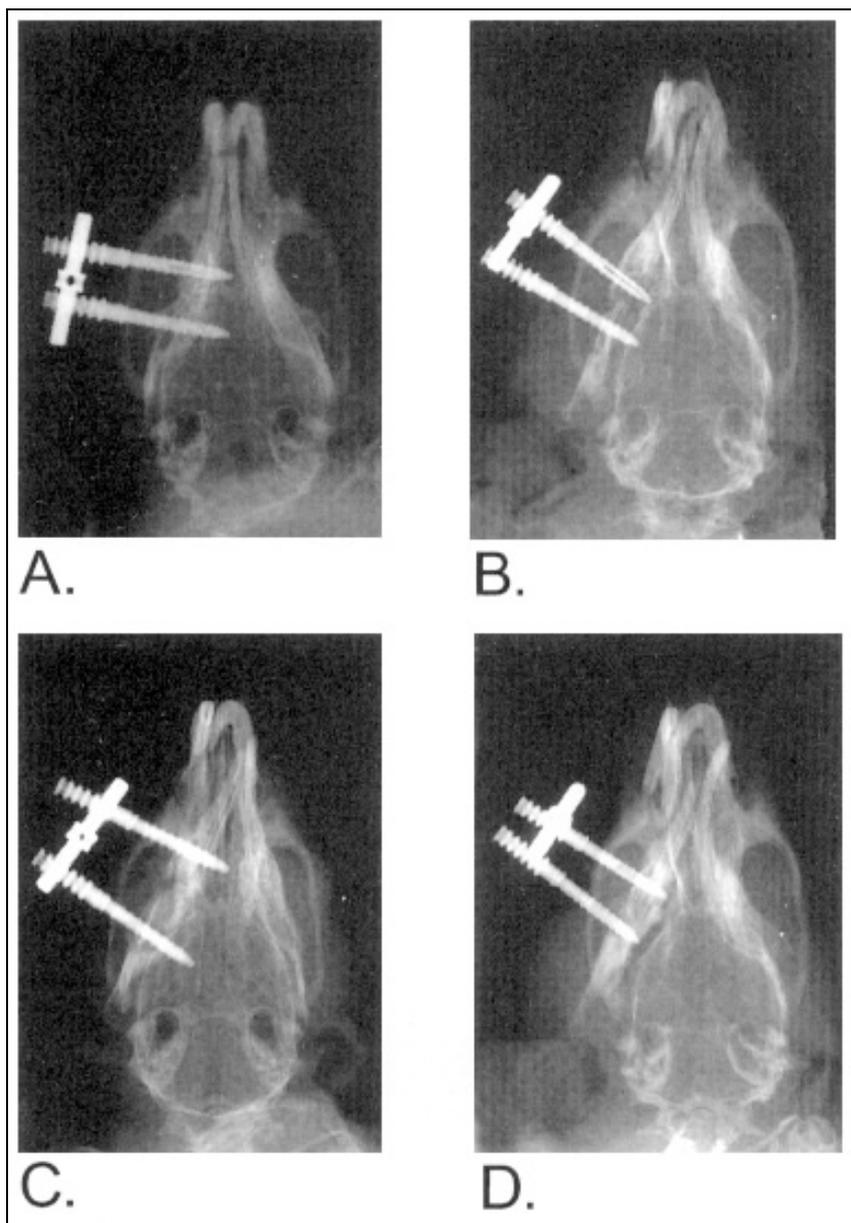


Fig. I-38 : Résultats radiographiques issus de l'étude de Rowe *et al.*⁸⁹ (céphalogramme basilaire).
(A.) Après 3 jours de latence. On note une apposition autour des broches.
(B.) Après 5 jours de distraction. On ne note pas encore d'os minéralisé.
(C.) Après 2 semaines de consolidation. On note des lignes d'os minéralisé.
(D.) Après 4 semaines de consolidation. On note une augmentation de l'os minéralisé.

E. Conclusion partielle

Ce chapitre a permis de mettre en évidence l'ensemble des enjeux et des précautions à prendre lors de l'application de la distraction ostéogénique en chirurgie maxillo-faciale. Par ailleurs, l'analyse des différents dispositifs utilisés pour la distraction des étages inférieur et moyen de la face sera utile lors de l'optimisation du Distracteur Externe Ostéogénique Sur mesure d'OBL.

Le point de vue des chirurgiens est également indispensable, tant pour la compréhension de la problématique posée par le transport osseux que pour être capable de concevoir des distracteurs pratiques et efficaces.

Tous les concepts biologiques qui ont été introduits sont nécessaires à la compréhension de la distraction ostéogénique et seront exploités lorsqu'il s'agira de la modéliser. Nous chercherons en effet à reproduire numériquement ce qui est observé par les biologistes et les cliniciens. Le chapitre suivant sera voué à cette tâche. Après avoir passé en revue les différents modèles disponibles dans la littérature ainsi que leurs avantages et inconvénients, nous proposerons une nouvelle approche permettant de pallier aux déficiences des autres modèles.

Chapitre II :

Approche micromécanique pour la modélisation de la distraction ostéogénique

A. Modèles numériques de la distraction ostéogénique

Ce chapitre sera consacré au développement d'un modèle théorique permettant de simuler la distraction ostéogénique au plus près possible de la réalité. Pour cela, nous utiliserons l'ensemble des considérations biologiques effectuées dans le chapitre I ainsi que les informations de la littérature. Nous commencerons par passer en revue les différents modèles de distraction existants en mettant en évidence leurs points forts et leurs défauts.

On peut par ailleurs noter que de nombreuses études numériques concernant la distraction ostéogénique ont été réalisées. Certaines ont pour but d'évaluer l'effet du changement de géométrie de l'os distracté sur son environnement.¹⁰⁷⁻¹¹³ Il s'agit alors d'évaluer le gain fonctionnel apporté par la distraction dans le cas du traitement d'une affection. L'application de ce type la plus fréquente est l'étude des conséquences d'une distraction mandibulaire sur la cinématique de l'occlusion et de l'articulation temporo-mandibulaire ainsi que sur les efforts masticatoires.¹⁰⁷⁻¹¹¹ D'autres ont cherché à étudier l'influence du dispositif utilisé.¹¹⁴⁻¹¹⁶

Comme nous l'avons vu lors du chapitre I, de nombreux auteurs ont cherché, dès les années soixante, à établir le lien existant entre l'environnement mécanique du tissu mésenchymateux et la différenciation des tissus.^{87,98-105} Même si tous ces travaux n'ont pas porté sur la distraction ostéogénique, il est néanmoins intéressant de les étudier car les phénomènes biologiques déclenchés lors de ce processus sont les mêmes que lors de tout autre phénomène de guérison osseuse. Quelques décennies après les premiers travaux de Pauwels,⁹⁸ Carter *et al.*^{87,99} proposèrent en 1998 le premier véritable modèle de mécano-régulation.

Celui-ci, considérant un comportement élastique pour le cal, corrèle la différenciation tissulaire avec l'histoire des contraintes et des déformations, en particulier avec une combinaison de la première déformation principale et de la pression hydrostatique. Ses règles sont présentées sur la figure II-1. Selon la composition du stimulus, on formera un des différents types de tissu potentiellement produit au sein du mésenchyme : tissu fibreux, cartilage ou os. On note également que la différenciation est bornée : au-delà des frontières visibles sur la figure, le tissu n'évolue pas.

Ce modèle a en particulier été utilisé pour la simulation de la différenciation tissulaire dans les cas de métaplasie fibro-cartilagineuse¹¹⁷ ainsi que lors de la formation des pseudarthroses,¹¹⁸ de la guérison des fractures^{87,101} et de la distraction ostéogénique.¹¹⁹ En 2003, Lobo *et al.*¹²⁰ ont fait évoluer ce modèle en supposant un comportement poro-élastique pour le cal et en remplaçant l'histoire de la pression hydrostatique par celle de la pression fluide dans la définition du stimulus. Dans la suite de ces travaux, Morgan *et al.*¹²¹ ont étudié la prise en compte de la dilatation volumique dans la définition du stimulus.

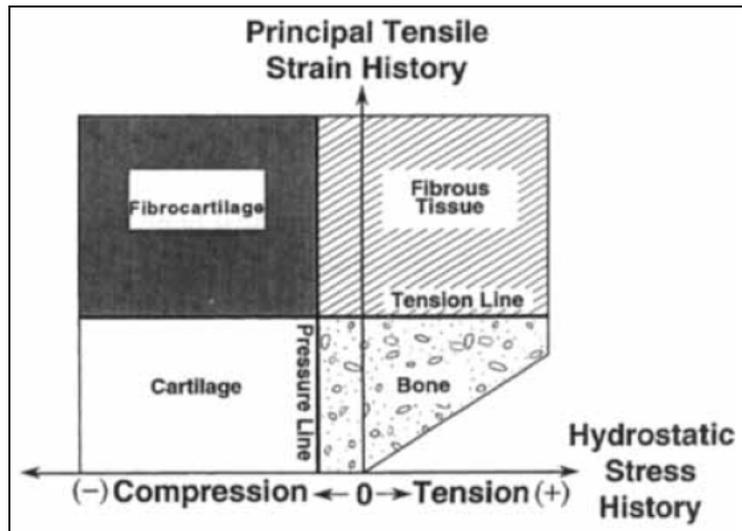


Fig. II-1 : Mécano-régulation de la différenciation des tissus selon Carter *et al.*⁸⁷

En 1997, Prendergast *et al.*¹⁰³ proposèrent un modèle de mécano-régulation où le régénérat est supposé être un matériau poro-élastique et où le stimulus régulant la différenciation est fonction de la déformation de cisaillement et de la vitesse fluide. Les règles de ce modèle sont illustrées par la figure II-2.

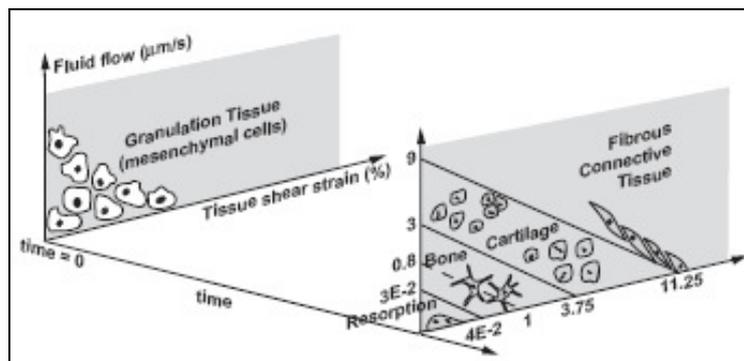


Fig. II-2 : Mécano-régulation de la différenciation des tissus selon Prendergast *et al.*¹²²

On remarque immédiatement qu'en plus de la nouvelle définition des stimuli, ce modèle apporte la dépendance au temps. C'est actuellement le plus diffusé. Il fut notamment utilisé pour prédire l'évolution des tissus osseux en formation lors de la guérison de fracture,^{122,123} aux interfaces os-implant,^{124,125} durant la réparation de défauts ostéochondraux,¹²⁶ dans les chambres biologiques,^{127,128} dans les cas d'ostéotomie mandibulaire¹²⁹ ainsi que lors de la distraction ostéogénique.¹³⁰⁻¹³²

L'étude détaillée de l'ensemble de ces travaux nous apprend que ces deux modèles permettent de simuler des champs de différenciation réalistes. Cependant, les travaux d'Isaksson *et al.*¹³³ ont mis en évidence la supériorité de l'approche de Prendergast *et al.*,¹²² notamment dans des défauts osseux soumis à du cisaillement ou à de la compression. Par ailleurs, de nombreux autres modèles ont été proposés mais ne seront pas présentés ici en raison de leurs résultats incertains. Une bibliographie exhaustive de ces modèles peut être trouvée dans la revue de Doblaré *et al.*¹⁴

En plus de la différenciation, les plus élaborés de ces modèles tiennent compte d'autres phénomènes biologiques tels que la diffusion, la prolifération et l'apoptose des cellules. C'est le cas par exemple de l'étude de Kelly et Prendergast sur la guérison des defects ostéochondraux.¹²⁶ Le diagramme de l'algorithme qu'ils ont utilisé lors de cette étude par éléments finis est représenté sur la figure II-3.

Leur hypothèse concernant la dispersion est que les cellules tendent à atteindre une densité homogène dans le cal et migrent donc vers des zones de densité plus faible. La concentration cellulaire est calculée grâce à une loi de diffusion (loi de Fick). De plus, ils considèrent les phénomènes de mitose et d'apoptose des cellules en faisant varier le nombre de cellule selon des stimuli mécaniques liés à ces phénomènes. Le cal est supposé poro-élastique et les règles de différenciation sont celles représentées sur la figure II-2. Les propriétés effectives sont calculées à l'aide d'une loi des mélanges où les propriétés de chaque tissu sont pondérées par le nombre de cellules de phénotype correspondant.

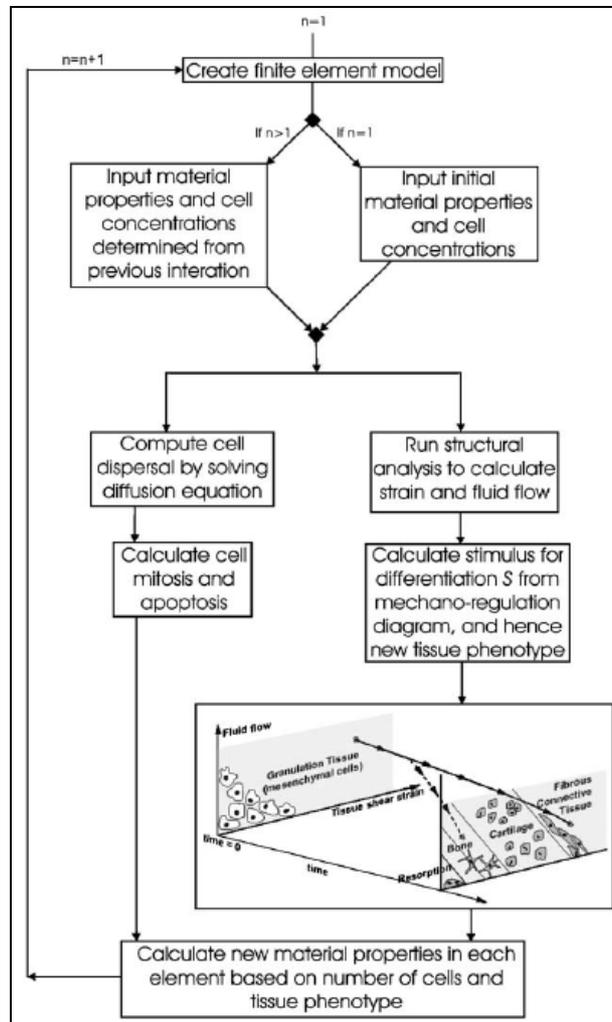


Fig. II-3 : Algorithme de guérison osseuse de Prendergast et Kelly.¹²⁶

Comme nous l'avons vu, les modèles présentés ci-dessus permettent de modéliser assez finement la biologie de la guérison et donc de simuler l'évolution de la microstructure des régénérats osseux de manière réaliste. Cependant, ils présentent une carence majeure pour la simulation de la distraction ostéogénique. Ils sont en effet tous basés sur des lois de comportement de type élastique et ne peuvent donc pas reproduire la déformation irréversible du cal de distraction lors de son allongement.

Pour contourner cette difficulté, les auteurs simulent la distraction^{119,121,130-132} soit en travaillant sur un cycle de distraction unique soit en prenant comme configuration initiale d'un nouveau cycle la configuration déformée du cycle précédent. Ceci leur permet de simuler artificiellement la croissance du cal de distraction mais pas la relaxation observée au cours d'un cycle.¹³⁴⁻¹³⁷

Le comportement à l'échelle mésoscopique du régénérat osseux n'est donc pas correctement décrit par ces modèles puisqu'ils ne permettent de reproduire ni sa déformation permanente, ni sa viscosité. Dans ce contexte, le but de la suite de ce chapitre sera de développer un modèle d'évolution du régénérat osseux tenant compte à la fois de l'évolution de sa microstructure et de son comportement mésoscopique spécifique.

B. Rappel des concepts de base de la Mécanique des Milieux Continus (MMC) en grandes déformations

1. Gradient de transformation

Dans cette partie, nous présentons les résultats classiques de la mécanique des milieux continus en grandes transformations en les adaptant à la distraction ostéogénique.

Nous supposons que $\mathcal{B} \subset R^3$ est la configuration de référence d'un solide déformable dont les particules, ou points massiques, sont identifiées par les vecteurs position $X \in \mathcal{B}$ de coordonnées X_i par rapport à un repère cartésien orthonormé direct. La déformation continue de ce milieu est alors décrite par une transformation χ définie pour tout point et $\forall t$ (temps) telle que :

$$\chi: \mathcal{B} \rightarrow \mathcal{S} \subset R^3. \quad (\text{II.1})$$

On dit que la fonction vectorielle χ est une bijection de \mathcal{B} dans \mathcal{S} . Les points matériels dans la configuration actuelle $\mathcal{S} = \chi(\mathcal{B})$ sont identifiés par le vecteur $x \in \mathcal{S}$ de coordonnées x_i . Il en résulte que :

$$x = \chi(X, t). \quad (\text{II.2})$$

Une application linéaire, appelée gradient de déformation (transformation), est introduite au voisinage d'un point du solide par l'expression :

$$F(X, t) = \frac{\partial \chi(X, t)}{\partial X} = \frac{\partial x}{\partial X}, \quad (\text{II.3})$$

La condition de continuité locale (au voisinage d'un point) exige que :

$$J(X, t) = \det[F(X, t)] > 0 \quad (\text{II.4})$$

Le jacobien de transformation J représente le rapport de volumes dans les configurations actuelle et initiale :

$$J = \frac{dV_t}{dV_0}. \quad (\text{II.5})$$

La conservation de la masse durant le mouvement ($dm_t = dm_0 = dm$), permet de transformer cette dernière expression en :

$$J = \frac{dV_t}{dV_0} = \frac{dm/\rho_t}{dm/\rho_0} = \frac{\rho_0}{\rho_t}. \quad (\text{II.6})$$

La propriété (II.4) garantit l'existence d'une transformation inverse χ^{-1} telle que $\mathcal{B} = \chi^{-1}(\mathcal{S})$ où :

$$\mathbf{X} = \chi^{-1}(\mathbf{x}, t). \quad (\text{II.7})$$

Nous pouvons alors introduire le gradient de transformation inverse $\mathbf{F}^{-1}(\mathbf{X}, t)$ défini par :

$$\mathbf{F}^{-1}(\mathbf{x}, t) = \frac{\partial \chi^{-1}(\mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{x}}. \quad (\text{II.8})$$

Le gradient de transformation admet, grâce au théorème de décomposition polaire, l'extraction d'un tenseur symétrique \mathbf{U} ou \mathbf{V} décrivant la dilatation du solide et d'un tenseur orthogonal \mathbf{R} renseignant sur la rotation des directions principales de \mathbf{U} (respectivement de \mathbf{V}) pendant le mouvement. Cette décomposition prend alors la forme :

$$\mathbf{F} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{R} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{U}. \quad (\text{II.9})$$

Puisque le tenseur de rotation est orthogonal, il vérifie :

$${}^T \mathbf{R} \cdot \mathbf{R} = \mathbf{1}, \quad (\text{II.10})$$

la multiplication de la relation (II.9) par ${}^T \mathbf{R}$ à gauche et puis à droite conduit alors à :

$$\mathbf{U} = {}^T \mathbf{R} \cdot \mathbf{V} \cdot \mathbf{R} \quad (\text{II.11})$$

et

$$\mathbf{V} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{U} \cdot {}^T \mathbf{R} \quad (\text{II.12})$$

Ces tenseurs symétriques portent le nom de *tenseurs de dilatation à droite et à gauche* ou encore de tenseurs de déformation pure. Le principal inconvénient de ces tenseurs de déformation est le fait qu'ils ne s'annulent pas pour un solide non déformé mais valent $\mathbf{1}$.

2. Tenseurs de déformation

Les deux tenseurs \mathbf{U} et \mathbf{V} introduits précédemment servent de base pour le calcul de toutes les mesures de déformation utilisées en mécanique. Hill¹³⁸ a proposé les définitions générales suivantes :

- dans la configuration de référence : $\mathbf{E}^{(m)} = \frac{1}{m}(\mathbf{U}^m - \mathbf{1}), \quad (\text{II.13})$

- dans la configuration actuelle : $\mathbf{e}^{(m)} = \frac{1}{m}(\mathbf{V}^m - \mathbf{1}), \quad (\text{II.14})$

valables pour tout entier $m \neq 0$.

Dans le cas particulier de $m = 0$, nous obtenons, grâce à la décomposition spectrale de \mathbf{U} et \mathbf{V} , les mesures de déformation de Hencky :

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\epsilon} = \ln \mathbf{U} &= \sum_{\alpha=1}^3 \ln(\lambda_{\alpha}) \mathbf{N}^{(\alpha)} \otimes \mathbf{N}^{(\alpha)} \\ \boldsymbol{\epsilon} = \ln \mathbf{V} &= \sum_{\alpha=1}^3 \ln(\lambda_{\alpha}) \mathbf{n}^{(\alpha)} \otimes \mathbf{n}^{(\alpha)}\end{aligned}, \quad (\text{II.15})$$

où λ_{α} , $\mathbf{N}^{(\alpha)}$ et $\mathbf{n}^{(\alpha)}$ sont respectivement les valeurs propres et les directions propres de \mathbf{U} et \mathbf{V} . C'est cette définition particulière de la déformation qui est utilisée par le logiciel ABAQUS. Pour des raisons de cohérence, nous l'utiliserons également dans notre travail.

Il est cependant utile de rappeler les deux définitions les plus courantes en grande déformation qui sont celles :

- de Green-Lagrange ($m = 2$) dans la configuration de référence :

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\mathbf{U}^2 - \mathbf{1}), \quad (\text{II.16})$$

- d'Almansi-Euler ($m = -2$) dans la configuration actuelle :

$$\mathbf{e} = \frac{1}{2}(\mathbf{1} - \mathbf{V}^{-2}). \quad (\text{II.17})$$

Dans le cadre des petites perturbations, le tenseur de déformation $\boldsymbol{\epsilon}$ est décomposé d'une manière additive en sa trace, décrivant avec une bonne approximation le changement de volume de la matière, et sa partie déviatorique correspondant à une déformation isochore, préservant le volume. Bien qu'elle reste valable, cette décomposition perd son sens physique dans le cas de grandes déformations. Une décomposition multiplicative est nécessaire dans ce cas. Elle a été proposée par Flory¹³⁹ et utilisée pour la première fois en viscoélasticité par Sidoroff.¹⁴⁰

Cette décomposition multiplicative s'opère sur le gradient de transformation qui prend la forme :

$$\mathbf{F} = J^{1/3} \bar{\mathbf{F}}, \quad (\text{II.18})$$

où $\bar{\mathbf{F}}$ est la partie isochorique de la transformation.

Nous vérifions sans difficulté, que :

$$\det[\bar{\mathbf{F}}] = \det[J^{-1/3} \mathbf{F}] = (J^{-1/3})^3 \det[\mathbf{F}] = \frac{J}{J} = 1$$

correspond bien à une transformation isochorique et que J décrit donc le changement de volume de la matière.

3. Tenseurs de vitesse de déformation

En fonction de la description choisie, différents tenseurs de vitesse de déformation peuvent être introduits. Commençons par le calcul de la vitesse du gradient de déformation (transformation) $\dot{\mathbf{F}}$, que nous définissons par l'expression suivante :

$$\dot{\mathbf{F}} = \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{X}, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \mathbf{x}(\mathbf{X}, t)}{\partial \mathbf{X}} \right). \quad (\text{II.19})$$

Puisque le vecteur position \mathbf{X} ne dépend pas du temps, les deux dérivations (par rapport au temps t et par rapport à \mathbf{X}) commutent. Il en résulte que :

$$\dot{\mathbf{F}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}} \left(\frac{\partial \mathbf{x}(\mathbf{X}, t)}{\partial t} \right) = \frac{\partial \mathcal{V}(\mathbf{X}, t)}{\partial \mathbf{X}} = \mathbf{G}(\mathbf{X}, t). \quad (\text{II.20})$$

Cette grandeur peut alors être interprétée comme le gradient de la vitesse matérielle $\mathcal{V}(\mathbf{X}, t)$ de la particule. Nous noterons cette mesure lagrangienne $\mathbf{G}(\mathbf{X}, t)$.

En changeant les variables indépendantes matérielles en variables spatiales nous obtenons la description eulérienne du problème. Ainsi, la vitesse $\mathcal{V}(\mathbf{X}, t)$ devient :

$$\mathcal{V}(\mathbf{X}, t) = \mathcal{V}(\chi^{-1}(\mathbf{x}, t), t) = \mathbf{v}(\mathbf{x}, t). \quad (\text{II.21})$$

En introduisant cette dernière dans la formule (II.20), nous obtenons :

$$\dot{\mathbf{F}} = \frac{\partial \mathcal{V}(\mathbf{X}, t)}{\partial \mathbf{X}} = \frac{\partial \mathbf{v}(\mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{X}}. \quad (\text{II.22})$$

Puisque la mesure eulérienne de la vitesse dépend du vecteur position dans la configuration actuelle, une dérivation en chaîne de l'expression (II.22) conduit à :

$$\dot{\mathbf{F}} = \frac{\partial \mathbf{v}(\mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{X}} = \frac{\partial \mathbf{v}(\mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{x}} \cdot \frac{\partial \mathbf{x}(\mathbf{X}, t)}{\partial \mathbf{X}} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{F}(\mathbf{X}, t) = \mathbf{G}(\mathbf{X}, t). \quad (\text{II.23})$$

Nous venons d'introduire le tenseur :

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}, t) = \frac{\partial \mathbf{v}(\mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{x}}, \quad (\text{II.24})$$

appelé gradient eulérien de la vitesse ou simplement gradient de vitesse.

La relation (II.23) exprime le lien entre les deux gradients de vitesse, que nous pouvons réécrire comme suit :

$$\mathbf{g} = \dot{\mathbf{F}} \cdot \mathbf{F}^{-1}. \quad (\text{II.25})$$

Le gradient de vitesse $\mathbf{g}(\mathbf{x}, t)$ peut être décomposé en partie symétrique :

$$\mathbf{d} = \frac{1}{2}(\mathbf{g} + \mathbf{g}^T), \quad (\text{II.26})$$

appelée vitesse de déformation, et en partie antisymétrique :

$$\mathbf{w} = \frac{1}{2}(\mathbf{g} - \mathbf{g}^T), \quad (\text{II.27})$$

nommée tenseur vitesse de rotation ou de spin.

4. Mesure des contraintes et de leurs vitesses objectives

La contrainte est définie dans la configuration actuelle par le tenseur symétrique de Cauchy $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t)$. Nous introduisons également dans la même configuration le tenseur de contrainte de Kirchhoff défini par la relation :

$$\boldsymbol{\tau} := J \boldsymbol{\sigma}. \quad (\text{II.28})$$

La contrainte de Piola-Kirchhoff \mathbf{n} , appelée contrainte nominale car elle est calculée par rapport à l'élément de surface orienté dans la configuration initiale, est définie par :

$$\mathbf{n} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \boldsymbol{\tau}. \quad (\text{II.29})$$

Elle porte également le nom de la contrainte de Piola-Kirchhoff I. Cette mesure est non symétrique.

Nous obtenons une mesure purement lagrangienne $\boldsymbol{\pi}$, appelée contrainte de Piola – Kirchhoff II en transportant la force agissant sur l'élément de surface, dans la configuration initiale :

$$\boldsymbol{\pi} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{F}^{-T}. \quad (\text{II.30})$$

Les relations (II.28) à (II.30) montrent qu'il existe un lien entre les différentes mesures des contraintes. Nous pouvons écrire :

$$J \boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\tau} = \mathbf{F} \cdot \boldsymbol{\pi} \cdot \mathbf{F}^T = \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}. \quad (\text{II.31})$$

A chacune de ces contraintes est associée une vitesse de déformation à travers des relations définissant la densité massique de la puissance des efforts intérieurs :

$$\dot{w} = \frac{1}{\rho_0} \boldsymbol{\tau} : \mathbf{d} = \frac{1}{\rho} \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{d} = \frac{1}{\rho_0} \mathbf{n} : \dot{\mathbf{F}} = \frac{1}{\rho_0} \boldsymbol{\pi} : \dot{\mathbf{E}}. \quad (\text{II.32})$$

Dans ces expressions apparaissent la masse volumique ρ_0 dans la configuration de référence et la masse volumique ρ dans la configuration actuelle.

En écrivant la dérivée par rapport au temps du jacobien :

$$\dot{J} = \frac{\dot{V}_t}{V_0} = \frac{\dot{V}_t}{V_t} \frac{V_t}{V_0} = J \operatorname{tr}(\mathbf{g}), \quad (\text{II.33})$$

nous pouvons obtenir à partir des expressions (II.28) et (II.31) le lien entre les vitesses de contrainte $\dot{\boldsymbol{\sigma}}$, $\dot{\boldsymbol{\tau}}$ et $\dot{\mathbf{n}}$, mesures que nous utiliserons par la suite du développement :

$$\dot{\boldsymbol{\tau}} = \dot{J} \boldsymbol{\sigma} + J \dot{\boldsymbol{\sigma}} = \dot{\mathbf{F}} \cdot \mathbf{n} + \mathbf{F} \cdot \dot{\mathbf{n}},$$

soit :

$$\dot{\boldsymbol{\tau}} = J \operatorname{tr}(\mathbf{g}) \boldsymbol{\sigma} + J \dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{g} \cdot \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} + \mathbf{F} \cdot \dot{\mathbf{n}}. \quad (\text{II.34})$$

Si on choisit la configuration actuelle comme configuration de référence ($\mathbf{F} = \mathbf{I}$ et $J = 1$), l'expression précédente devient :

$$\dot{\boldsymbol{\tau}} = \operatorname{tr}(\mathbf{g}) \boldsymbol{\sigma} + \dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{g} \cdot \boldsymbol{\sigma} + \dot{\mathbf{n}}, \quad (\text{II.35})$$

d'où on peut déduire :

$$\dot{\mathbf{n}} = \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \operatorname{tr}(\mathbf{g}) \boldsymbol{\sigma} - \mathbf{g} \cdot \boldsymbol{\sigma}. \quad (\text{II.36})$$

Comme pour les déformations, il n'y a pas de difficulté pour calculer la vitesse de contrainte objective de Piola-Kirchhoff II, car il s'agit d'une mesure lagrangienne. Par contre, pour les mesures eulériennes, il faut construire une dérivée objective. Plusieurs définitions ont été proposées pour satisfaire la condition d'objectivité. Il a été démontré, voir par exemple Marsden *et al.*,¹⁴¹ que toutes ces vitesses de contrainte constituent des cas particuliers de la dérivée de Lie.

Construisons comme exemple la dérivée de Lie de la contrainte de Cauchy. Nous définissons cette dérivée par l'expression :

$$\mathcal{L}_\tau \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{F} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{F}^{-1} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{F}^{-T}) \right) \cdot \mathbf{F}^T, \quad (\text{II.37})$$

où le premier transport de $\boldsymbol{\tau}$ conduit à la contrainte de Piola – Kirchhoff II, conformément au résultat (II.30). L'emploi de la formule (II.28) permet d'obtenir la relation suivante :

$$\mathcal{L}_\tau \boldsymbol{\sigma} = \dot{\boldsymbol{\sigma}} - \mathbf{g} \cdot \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{g}^T. \quad (\text{II.38})$$

D'autres dérivées sont fréquemment utilisées. Nous rappelons ici la dérivée de Zaremba-Jaumann utilisant le spin $\boldsymbol{\omega}$:

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \dot{\boldsymbol{\sigma}} - \boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\omega}^T. \quad (\text{II.39})$$

Notons que cette vitesse de contrainte objective est celle utilisée par le logiciel ABAQUS dans la construction des lois de comportement.

5. Déformations réversible et permanente

La distraction ostéogénique est un traitement ayant pour but de générer une croissance de tissu osseux. La nécessité d'introduire une déformation irréversible dans notre approche apparaît donc naturellement. Afin de pouvoir simuler la distraction ostéogénique, nous l'avons supposée constituée de deux processus simultanés et permanents durant le traitement.

Le premier, que nous appellerons l'élongation, correspond principalement à une déformation irréversible du régénérat osseux. C'est ce phénomène qui permet de simuler la croissance et le changement de forme du cal. Le second se réfère à l'évolution de la qualité des tissus due aux productions des cellules qui se différencient et à l'apport de matière par l'environnement du cal. Bien que ce phénomène ne soit pas lié uniquement aux processus de différenciation cellulaires, nous nous y référerons dans la suite par le terme de phase de différenciation.

L'élongation du cal générée durant la distraction par l'activation du dispositif engendre deux mécanismes de déformation distincts : une déformation réversible, que nous appellerons élastique, et une déformation permanente (irréversible). Cette déformation sera elle-même considérée comme résultant de deux mécanismes de déformation. Le premier, que nous appellerons déformation de croissance, correspond au changement de volume du régénérat. Le second, appelé plastique, décrira quant à lui le changement de forme irréversible du cal.

Notons que la déformation permanente est largement majoritaire devant la déformation élastique. En effet, lors de la distraction ostéogénique, on peut facilement observer que la déformation totale dépasse plusieurs centaines de pourcents alors que la contrainte relevée dans le cal, proportionnelle à la déformation élastique, reste très faible.

Afin d'étudier la manière dont la déformation totale se décompose en parties élastique et permanente, nous nous inspirons des théories de déformation élasto-plastique des métaux.

Une présentation très complète de ce type d'approches est donnée par Asaro.¹⁴² Une bibliographie exhaustive peut également être trouvée dans cet article. Le point de départ de cette approche est la décomposition multiplicative du gradient de déformation proposée par Lee¹⁴³ et reposant sur l'existence d'une configuration intermédiaire locale relâchée (libre de contraintes) du milieu continu, illustrée sur la figure II-4. Le gradient de transformation s'écrit alors :

$$F = \frac{\partial x}{\partial X} = \frac{\partial x}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial X} = F^e \cdot F^p, \quad (\text{II.40})$$

où F^e et F^p sont respectivement les gradients de transformation élastique et permanente.

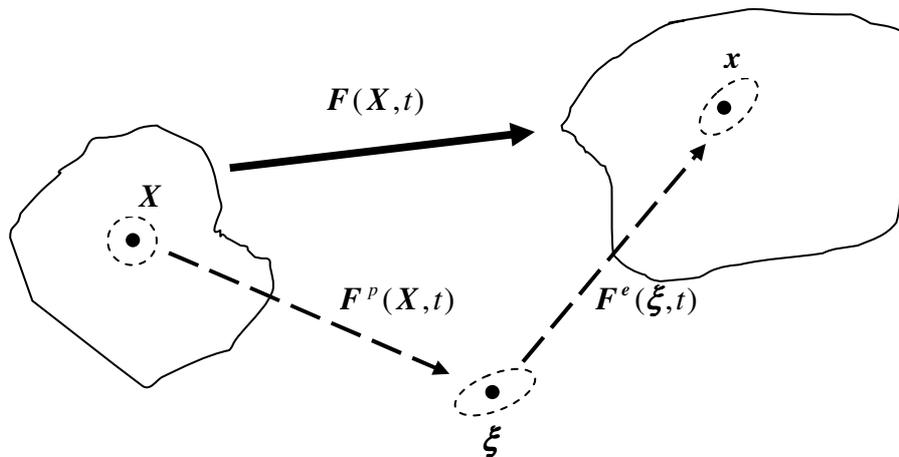


Fig. II-4 : Décomposition multiplicative du gradient de transformation.

En utilisant la décomposition polaire (II.9) pour chacune de ces parties :

$$F^e = V^e \cdot R^e = R^e \cdot U^e \quad (\text{II.41})$$

et :

$$F^p = V^p \cdot R^p = R^p \cdot U^p, \quad (\text{II.42})$$

nous pouvons introduire les mesures de Hencky des déformations élastique et permanente proposées dans la partie B.2.

La partie permanente peut être directement définie dans la configuration de référence (tenseur de Lagrange) :

$$\epsilon^p = \ln U^p. \quad (\text{II.43})$$

La partie élastique peut quant à elle être définie dans la configuration actuelle (tenseur d'Euler) :

$$\epsilon^e = \ln V^e. \quad (\text{II.44})$$

6. Décomposition additive de la vitesse de déformation

En partant de la définition du gradient de la vitesse (II.25) et de la décomposition multiplicative du gradient de transformation nous obtenons directement :

$$\mathbf{g} = \dot{\mathbf{F}}^e \cdot \mathbf{F}^p \cdot \mathbf{F}^{-p} \cdot \mathbf{F}^{-e} + \mathbf{F}^e \cdot \dot{\mathbf{F}}^p \cdot \mathbf{F}^{-p} \cdot \mathbf{F}^{-e} .$$

Grâce à la propriété $\mathbf{F}^p \cdot \mathbf{F}^{-p} = \mathbf{I}$, cette dernière devient :

$$\mathbf{g} = \dot{\mathbf{F}}^e \cdot \mathbf{F}^{-e} + \mathbf{F}^e \cdot \dot{\mathbf{F}}^p \cdot \mathbf{F}^{-p} \cdot \mathbf{F}^{-e} = \mathbf{g}^e + \mathbf{F}^e \cdot \mathbf{g}^p \cdot \mathbf{F}^{-e} , \quad (\text{II.45})$$

où par analogie avec l'expression (II.25), nous introduisons la partie élastique du gradient de vitesse :

$$\mathbf{g}^e = \dot{\mathbf{F}}^e \cdot \mathbf{F}^{-e} , \quad (\text{II.46})$$

définie dans la configuration actuelle, et la partie permanente :

$$\mathbf{g}^p = \dot{\mathbf{F}}^p \cdot \mathbf{F}^{-p} , \quad (\text{II.47})$$

définie dans la configuration relâchée. Le terme :

$$\tilde{\mathbf{g}}^p = \mathbf{F}^e \cdot \mathbf{g}^p \cdot \mathbf{F}^{-e} \quad (\text{II.48})$$

peut être considéré comme la partie permanente du gradient de vitesse dans la configuration actuelle. Nous obtenons alors une décomposition additive du gradient de vitesse s'écrivant :

$$\mathbf{g} = \mathbf{g}^e + \tilde{\mathbf{g}}^p . \quad (\text{II.49})$$

Conformément aux remarques effectuées dans la partie (A.1), nous supposons que $\mathbf{F}^e \simeq \mathbf{I}$ et nous pouvons donc écrire l'approximation suivante :

$$\tilde{\mathbf{g}}^p \simeq \mathbf{g}^p , \quad (\text{II.50})$$

et par conséquent :

$$\mathbf{g} \simeq \mathbf{g}^e + \mathbf{g}^p . \quad (\text{II.51})$$

Chacune des ces parties peut être décomposée en vitesse de déformation et vorticité (vitesse de rotation). Nous obtenons alors pour la partie élastique :

$$\mathbf{g}^e = \mathbf{d}^e + \mathbf{w}^e, \quad (\text{II.52})$$

et pour la partie permanente :

$$\mathbf{g}^p = \mathbf{d}^p + \mathbf{w}^p. \quad (\text{II.53})$$

Plus loin, une règle d'écoulement sera proposée pour définir la valeur de la vitesse de déformation permanente.

C. Approche micromécanique pour la modélisation de la distraction ostéogénique

1. Introduction

La distraction ostéogénique est caractérisée par deux phénomènes superposés : l'élongation du cal (changement de forme et de volume) et l'évolution de sa composition et de sa microstructure (changement de propriétés). En effet, comme décrit précédemment, la distraction a pour but de mener à l'ossification graduelle d'un régénérat progressivement allongé. Cette ostéogenèse, fonction de l'environnement mécanique, met en œuvre différentes qualités de tissus. Afin de construire une loi de comportement qui décrit fidèlement les deux mécanismes de transformation du cal, il semble indispensable de prendre en compte le caractère hétérogène et évolutif de ce milieu particulier. Le cadre des théories d'homogénéisation apparaît alors naturellement pour accomplir cette description.

Dans cette approche, nous considérons que la totalité de la déformation permanente se produit au sein du tissu granulaire. En effet, il est constitué d'inclusions désorganisées plongées dans une matrice visqueuse alors que l'ensemble des autres tissus du cal osseux affiche une texture fibreuse. Notons que cette différence de microstructure engendre une différence notable de propriétés mécaniques.

Afin d'éviter la double homogénéisation (propriétés élastiques et tangentes), nous admettons que la déformation permanente mésoscopique peut être assimilée à la déformation permanente du tissu granulaire pondérée par sa fraction volumique. Cette hypothèse forte est à relativiser par rapport aux autres conjectures et au manque de données concernant la caractérisation des tissus.

Un corolaire de cette hypothèse est la compatibilité de la déformation permanente. La déformation totale étant elle aussi compatible par définition, il résulte que dans notre approche la déformation élastique possède également cette caractéristique. Par conséquent, la déformation élastique mésoscopique sera égale à la moyenne volumique des déformations élastiques de chaque phase. Il découle de cette hypothèse que seules les propriétés élastiques devront être homogénéisées.

L'application des théories d'homogénéisation nécessite une description appropriée de la microstructure du milieu. Le paragraphe suivant est dédié à cette fin.

2. Description de la microstructure du cal

Nous considérons le tissu en cours de génération situé dans le cal de distraction constitué de $N+1$ phases isotropes. Chaque phase est représentée par des inclusions supposées sphériques pour simplifier le modèle. Le cas plus général d'inclusions ellipsoïdales de propriétés anisotropes ne demande aucune modification substantielle de l'approche développée plus loin, il engendre uniquement un calcul plus lourd des tenseurs de localisation de déformation.

Dans ce travail, six phases sont considérées, numérotées de (0) à (5), dans l'ordre croissant de leurs propriétés mécaniques pour les phases (0) à (4). La dernière phase, ici (5), est constituée de pores :

- phase (0) \Rightarrow tissu granulaire,
- phase (1) \Rightarrow tissu fibreux,
- phase (2) \Rightarrow cartilage,
- phase (3) \Rightarrow os tissé,
- phase (4) \Rightarrow os mature,
- phase (5) \Rightarrow pores.

Nous considérons que le milieu est micro-hétérogène et méso-homogène. Il vérifie les inégalités suivantes (voir figure II-5) :

$$\lambda \ll l \ll L,$$

où λ , l et L représentent les dimensions caractéristiques respectives de l'hétérogénéité, du volume mésoscopique et de l'os (par exemple son épaisseur).

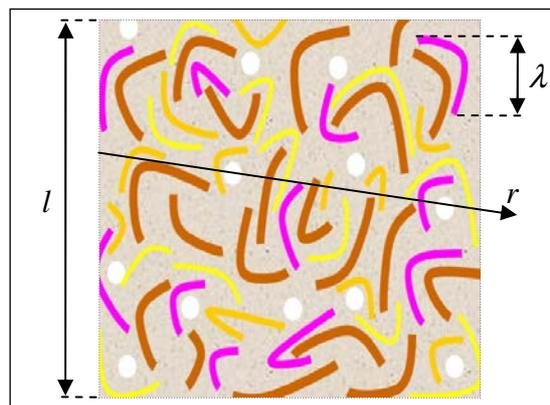


Fig. II-5 : Schéma du volume élémentaire représentatif (VER).

On supposera que les propriétés sont homogènes à l'intérieur de chaque phase et que les interfaces sont mécaniquement parfaites, c'est-à-dire que les vecteurs déplacement et contrainte sont continus à travers cette interface. La fig. II-3, schématise la distribution du module de cisaillement G le long d'un rayon r .

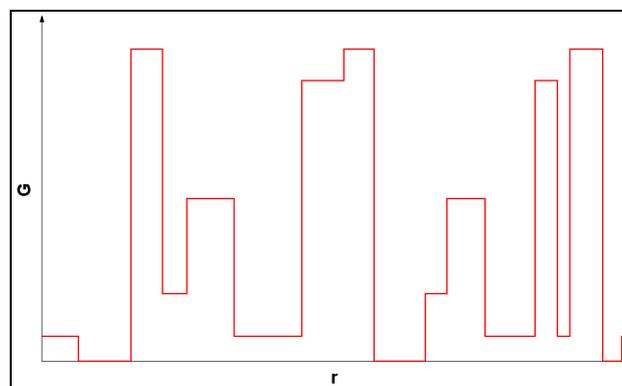


Fig. II-6 : Graphique du module de cisaillement en fonction du rayon de l'hétérogénéité.

Nous nous attacherons d'abord à décrire le comportement mécanique local de chaque phase constitutive puis effectif du milieu lui-même.

3. Comportement local des tissus

a) Comportement élastique

Dans cette étude, nous supposons que le comportement élastique de chaque constituant du tissu osseux est linéaire et isotrope. Leur loi de comportement correspond alors à la loi de Hooke généralisée s'écrivant :

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{J} \mathbf{C} : \boldsymbol{\epsilon}^e \quad (\text{II.54})$$

ou sous une forme matricielle correspondant à la notation de Voigt :

$$\{\boldsymbol{\sigma}\} = \frac{1}{J} [\mathbf{C}] \{\boldsymbol{\epsilon}^e\}. \quad (\text{II.55})$$

$\boldsymbol{\epsilon}^e = \ln(\mathbf{V}^e)$ est ici la déformation élastique logarithmique

\mathbf{C} est le tenseur des constantes élastiques dont la représentation matricielle s'exprime comme suit :

$$[\mathbf{C}] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{23} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix}. \quad (\text{II.56})$$

Son inverse est appelé tenseur de souplesses élastique et est noté \mathbf{S} ($[\mathbf{S}]$ en notation matricielle). Dans ce cas, les tenseurs de constantes et de souplesses élastiques sont définis par deux modules quelconques, tels que le module de Young E , le module de cisaillement G , le module de compressibilité κ , le module de Lamé λ ou le coefficient de Poisson ν .

L'emploi systématique des modules de cisaillement et de compressibilité est privilégié ici pour des raisons de commodité liées à l'opération d'inversion des tenseurs de constantes élastiques ou de localisation de déformation. Cependant, la référence au module d'Young ou au coefficient de Poisson d'un tissu pourra être faite car ces grandeurs sont fréquemment utilisées et ont un sens physique bien compris.

Nous rappelons ici le lien entre ces quatre constantes :

$$E = \frac{9\kappa G}{3\kappa + G} \quad (\text{II.57})$$

et

$$\nu = \frac{3\kappa - 2G}{2(3\kappa + G)}. \quad (\text{II.58})$$

Pour décrire le comportement élastique isotrope des phases, et surtout traiter le problème de comportement des milieux micro hétérogènes, nous faisons appel aux tenseurs idempotents \mathbf{I} , \mathbf{J} et \mathbf{K} définis par les expressions suivantes :

$$I_{ijkl} = \frac{1}{2}(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}), \quad (\text{II.59})$$

$$J_{ijkl} = \frac{1}{3}\delta_{ij}\delta_{kl}, \quad (\text{II.60})$$

$$K_{ijkl} = I_{ijkl} - J_{ijkl} = \frac{1}{2}\left(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\delta_{kl}\right). \quad (\text{II.61})$$

Les propriétés ci-dessous, qui justifient le nom idempotent, peuvent être facilement vérifiées :

$$\mathbf{I} : \mathbf{I} = \mathbf{I}, \quad (\text{II.62})$$

$$\mathbf{J} : \mathbf{J} = \mathbf{J}, \quad (\text{II.63})$$

$$\mathbf{K} : \mathbf{K} = \mathbf{K}. \quad (\text{II.64})$$

Une autre propriété de ces tenseurs est utile pour la construction d'inversion des matrices isotropes :

$$\mathbf{J} : \mathbf{K} = \mathbf{K} : \mathbf{J} = \mathbf{0}. \quad (\text{II.65})$$

Pour une phase donnée (i), le tenseur des constantes élastiques isotropes prend alors la forme ci-dessous :

$$\begin{aligned} \mathbf{C}^{(i)} &= 3\kappa^{(i)}\mathbf{J} + 2G^{(i)}\mathbf{K} \\ C_{ijkl}^{(i)} &= \kappa^{(i)}\delta_{ij}\delta_{kl} + G^{(i)}\left(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{kj} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\delta_{kl}\right). \end{aligned} \quad (\text{II.66})$$

En utilisant les propriétés (II.62 à II.65), nous démontrons facilement que le tenseur des souplesses élastiques doit avoir la forme :

$$\begin{aligned} \mathbf{S}^{(i)} &= \frac{1}{3\kappa^{(i)}} \mathbf{J} + \frac{1}{2G^{(i)}} \mathbf{K} \\ S_{ijkl}^{(i)} &= \frac{1}{9\kappa^{(i)}} \delta_{ij} \delta_{kl} + \frac{1}{4G^{(i)}} \left(\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{kj} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \delta_{kl} \right) \end{aligned} \quad (\text{II.67})$$

car, par définition, $\mathbf{S}^{(i)}$ doit être l'inverse de $\mathbf{C}^{(i)}$:

$$\mathbf{S}^{(i)} : \mathbf{C}^{(i)} = \mathbf{I} .$$

Les matrices des modules et des souplesses d'élasticité associées s'écrivent :

$$[\mathbf{C}^{(i)}] = \begin{bmatrix} \kappa^{(i)} + \frac{4}{3}G^{(i)} & \kappa^{(i)} - \frac{2}{3}G^{(i)} & \kappa^{(i)} - \frac{2}{3}G^{(i)} & 0 & 0 & 0 \\ \kappa^{(i)} - \frac{2}{3}G^{(i)} & \kappa^{(i)} + \frac{4}{3}G^{(i)} & \kappa^{(i)} - \frac{2}{3}G^{(i)} & 0 & 0 & 0 \\ \kappa^{(i)} - \frac{2}{3}G^{(i)} & \kappa^{(i)} - \frac{2}{3}G^{(i)} & \kappa^{(i)} + \frac{4}{3}G^{(i)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G^{(i)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G^{(i)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G^{(i)} \end{bmatrix} \quad (\text{II.68})$$

et

$$[\mathbf{S}^{(i)}] = \frac{1}{3\kappa^{(i)}G^{(i)}} \begin{bmatrix} \frac{G^{(i)}}{3} + \kappa^{(i)} & \frac{G^{(i)}}{3} - \frac{\kappa^{(i)}}{2} & \frac{G^{(i)}}{3} - \frac{\kappa^{(i)}}{2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{G^{(i)}}{3} - \frac{\kappa^{(i)}}{2} & \frac{G^{(i)}}{3} + \kappa^{(i)} & \frac{G^{(i)}}{3} - \frac{\kappa^{(i)}}{2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{G^{(i)}}{3} - \frac{\kappa^{(i)}}{2} & \frac{G^{(i)}}{3} - \frac{\kappa^{(i)}}{2} & \frac{G^{(i)}}{3} + \kappa^{(i)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3\kappa^{(i)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3\kappa^{(i)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3\kappa^{(i)} \end{bmatrix} . \quad (\text{II.69})$$

Dans le cas des lois de comportement non linéaires, on écrit habituellement le lien entre vitesse de contrainte objective au sens de Jaumann et vitesse de déformation :

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C} : \mathbf{d}^e . \quad (\text{II.70})$$

b) Comportement irréversible du tissu granulaire

Comme établi dans la partie précédente, la déformation irréversible du régénérat osseux se décompose en parties plastique et de croissance au sein du tissu granulaire. Il est donc nécessaire d'introduire une loi de comportement non linéaire pour décrire ce processus. Ce tissu étant supposé lâche, les théories de Roscoe développées par Schofield *et al.*¹⁴⁴ et Parry¹⁴⁵ permettent d'exprimer la vitesse de déformation irréversible :

$$\mathbf{d}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f(\boldsymbol{\sigma}^{(0)}, \{q\})}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{(0)}}, \quad (\text{II.71})$$

où \mathbf{d}^p est la vitesse de déformation permanente et f est un potentiel supposé fonction des contraintes $\boldsymbol{\sigma}^{(0)}$ et des variables d'écrouissage $\{q\}$ - scalaires, vectorielles ou tensorielles.

L'exemple typique est le critère de décohésion de Coulomb qui est représenté dans l'espace $\sigma_n - \tau$ par une droite (voir figure II-7). τ représente ici la composante de cisaillement du vecteur traction et σ_n est sa composante normale.

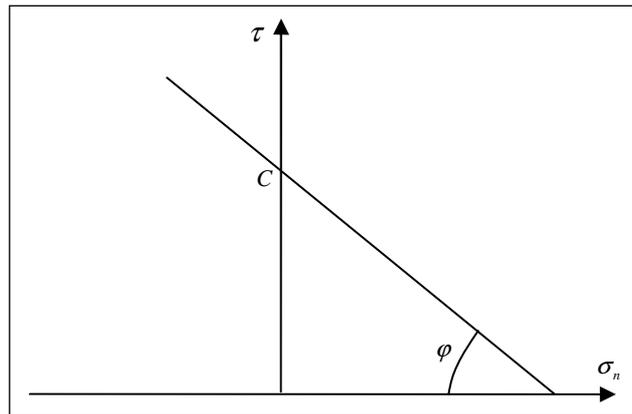


Fig. II-7 : Tracé du critère de décohésion de Coulomb dans l'espace $\sigma_n - \tau$.

Dans ce critère, C correspond à la cohésion du milieu et φ à l'angle de frottement interne. La règle (II.71) est appelée règle de normalité.

L'état actuel des connaissances concernant la croissance des tissus biologiques nous oblige à introduire l'hypothèse simplificatrice d'une croissance volumique des pores durant la phase d'élongation. De plus, nous supposons que la déformation permanente ne modifie pas le potentiel plastique. Ceci correspond à négliger la dépendance du potentiel f aux paramètres $\{q\}$.

Les observations rapportées dans la littérature montrent que la direction de la distraction ostéogénique est imposée par la contrainte appliquée.⁴ Ceci suggère alors la forme suivante pour le potentiel de la vitesse de déformation permanente :

$$f(\boldsymbol{\sigma}^{(0)}) = \sqrt{\boldsymbol{\sigma}^{(0)} : \boldsymbol{\sigma}^{(0)}} = \|\boldsymbol{\sigma}^{(0)}\|. \quad (\text{II.72})$$

La décomposition de la contrainte en parties sphérique et déviatorique permet de réécrire la dernière expression comme suit :

$$f(\boldsymbol{\sigma}^{(0)}) = \sqrt{(\mathbf{s}^{(0)} + \sigma_m^{(0)} \mathbf{I}) : (\mathbf{s}^{(0)} + \sigma_m^{(0)} \mathbf{I})} = \sqrt{\mathbf{s}^{(0)} : \mathbf{s}^{(0)} + 3(\sigma_m^{(0)})^2}, \quad (\text{II.73})$$

où

$$\sigma_m^{(0)} = \frac{1}{3} \text{tr} \boldsymbol{\sigma}^{(0)} = \frac{1}{3} I_1^{(0)} \quad (\text{II.74})$$

est la composante hydrostatique du tenseur de contrainte correspondant à un tiers de la trace $\text{tr} \boldsymbol{\sigma}^{(0)}$, ou du premier invariant de ce tenseur $I_1^{(0)}$, et :

$$\mathbf{s}^{(0)} = \boldsymbol{\sigma}^{(0)} - \sigma_m^{(0)} \mathbf{I} \quad (\text{II.75})$$

est le tenseur déviateur des contraintes.

En introduisant le deuxième invariant du déviateur $\mathbf{s}^{(0)}$, noté $J_2^{(0)}$ et tel que :

$$J_2^{(0)} = \frac{1}{2} \mathbf{s}^{(0)} : \mathbf{s}^{(0)}, \quad (\text{II.76})$$

le potentiel f devient :

$$f(\boldsymbol{\sigma}^{(0)}) = \sqrt{2J_2^{(0)} + \frac{1}{3}(I_1^{(0)})^2}. \quad (\text{II.77})$$

Pour exclure la croissance du régénérat sous une contrainte moyenne négative, nous généralisons cette expression, en introduisant la fonction rampe du premier invariant de la contrainte $\langle I_1^{(0)} \rangle$, définie par la relation :

$$\langle I_1^{(0)} \rangle = \frac{(I_1^{(0)} + |I_1^{(0)}|)}{2}. \quad (\text{II.78})$$

Le potentiel de la vitesse de déformation permanente devient alors :

$$f(\boldsymbol{\sigma}^{(0)}) = \sqrt{2J_2^{(0)} + \frac{1}{3} \langle I_1^{(0)} \rangle^2} = \frac{\sqrt{3}}{3} \sqrt{6J_2^{(0)} + \langle I_1^{(0)} \rangle^2}. \quad (\text{II.79})$$

Finalement, nous proposons une généralisation de ce potentiel en introduisant un facteur multiplicateur α du premier invariant. $I_1^{(0)}$:

$$f(\boldsymbol{\sigma}^{(0)}) = \frac{\sqrt{3}}{3} \sqrt{6J_2^{(0)} + \alpha \langle I_1^{(0)} \rangle^2}. \quad (\text{II.80})$$

En prenant différentes valeurs pour α , nous pourrions accroître ($\alpha > 1$) ou diminuer ($\alpha < 1$) la part relative de la vitesse de croissance par rapport à la vitesse de déformation plastique. Par exemple, pour $\alpha = 0$ nous obtenons le potentiel classique de von Mises.

La figure II-8 donne le tracé du potentiel $f = K$ dans l'espace du premier invariant de contraintes $I_1^{(0)}$ et du deuxième invariant du déviateur de contraintes $J_2^{(0)}$.

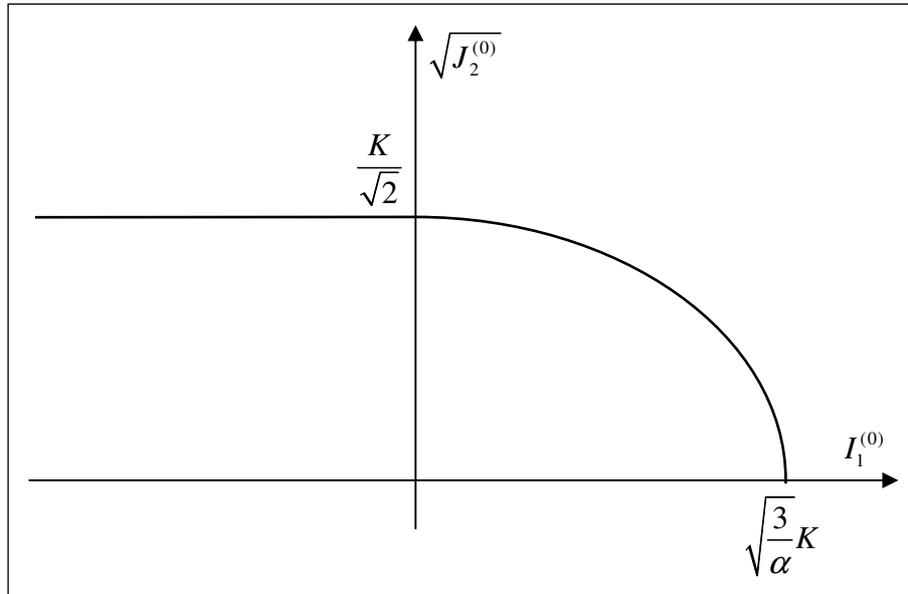


Fig. II-8 : Potentiel $f = K$ dans l'espace $I_1^{(0)} - J_2^{(0)}$

Introduisons également la notion de contrainte effective correspondant à la définition de ce potentiel :

$$\sigma_{eff}^{(0)} = \frac{\sqrt{3}}{3} \sqrt{6J_2^{(0)} + \alpha \langle I_1^{(0)} \rangle^2} = \sqrt{2J_2^{(0)} + 3\alpha \langle \sigma_m^{(0)} \rangle^2}. \quad (\text{II.81})$$

Nous pouvons alors décomposer la vitesse de déformation permanente en parties plastique et de croissance. La définition (II.71) devient en tenant compte de l'expression précédente :

$$\mathbf{d}^p = \dot{\lambda} \frac{\sqrt{3}}{3} \frac{\partial \left(\sqrt{6J_2^{(0)} + \alpha \langle I_1^{(0)} \rangle^2} \right)}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{(0)}},$$

soit :

$$\begin{aligned} \mathbf{d}^p &= \frac{\sqrt{3}}{3} \frac{\dot{\lambda}}{2\sqrt{6J_2^{(0)} + \alpha \langle I_1^{(0)} \rangle^2}} \left(6 \frac{\partial J_2^{(0)}}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{(0)}} + \alpha \frac{\partial \langle I_1^{(0)} \rangle^2}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{(0)}} \right) \\ &= \frac{\dot{\lambda}}{6\sigma_{eff}^{(0)}} \left(3 \frac{\partial (\mathbf{s}^{(0)} : \mathbf{s}^{(0)})}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{(0)}} + 2\alpha \langle I_1^{(0)} \rangle \frac{\partial I_1^{(0)}}{\partial \boldsymbol{\sigma}^{(0)}} \right) \end{aligned}$$

Puisque :

$$\frac{\partial \left(\frac{1}{2} s_{mn} s_{mn} \right)}{\partial \sigma_{ij}} = s_{mn} \frac{\partial s_{mn}}{\partial \sigma_{ij}} = s_{mn} \frac{\partial \left(\sigma_{mn} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{mn} \right)}{\partial \sigma_{ij}} = s_{mn} \delta_{mi} \delta_{nj} - 0 = s_{ij}$$

et :

$$\frac{\partial (\sigma_{mn})}{\partial \sigma_{ij}} = \delta_{mi} \delta_{nj} = \delta_{ij},$$

nous obtenons :

$$\mathbf{d}^p = \frac{\dot{\lambda}}{6\sigma_{eff}^{(0)}} \left(6\mathbf{s}^{(0)} + 2\alpha \langle I_1^{(0)} \rangle \mathbf{I} \right)$$

ou encore :

$$\mathbf{d}^p = \dot{\lambda} \frac{\left(\mathbf{s}^{(0)} + \alpha \langle \sigma_m^{(0)} \rangle \mathbf{I} \right)}{\sigma_{eff}^{(0)}}. \quad (\text{II.82})$$

La décomposition de cette vitesse de la déformation permanente en partie plastique et de croissance donne alors pour la partie plastique :

$$\mathbf{d}^{pl} = \dot{\lambda} \frac{\mathbf{s}^{(0)}}{\sigma_{eff}^{(0)}} \quad (\text{II.83})$$

et pour la partie de croissance :

$$\mathbf{d}^g = \dot{\lambda} \frac{\alpha \langle \sigma_m^{(0)} \rangle}{\sigma_{eff}^{(0)}} \mathbf{I}. \quad (\text{II.84})$$

La partie plastique \mathbf{d}^{pl} décrit le changement de forme irréversible du cal alors que la partie de croissance \mathbf{d}^g définit son changement de volume.

En visco-plasticité, le paramètre de consistance $\dot{\lambda}$ est donné par une formulation empirique :

$$\dot{\lambda} = \phi(\boldsymbol{\sigma}). \quad (\text{II.85})$$

Deux formes sont couramment utilisées pour cette fonction :

$$\phi(\boldsymbol{\sigma}) = \dot{\epsilon}_0 \left(\frac{\sigma_{eff}}{\sigma_{ref}} \right)^m \quad (\text{II.86})$$

et :

$$\phi(\boldsymbol{\sigma}) = \dot{\epsilon}_0 \left(\frac{\langle \sigma_{eff} - \sigma_c \rangle}{\sigma_c} \right)^m, \quad (\text{II.87})$$

où σ_{ref} , m , σ_c et $\dot{\epsilon}_0$ sont des constantes du matériau.

4. Comportement effectif du VER

a) Homogénéisation des propriétés élastiques

Nous chercherons dans cette partie à déterminer le comportement effectif du volume représentatif en fonction des nouvelles fractions volumiques. L'approche que nous développons ici est basée sur l'équation intégrale cinématique proposée en élasticité pour la première fois par Dederichs et Zeller.¹⁴⁶ Cette méthode a été utilisée pour décrire le comportement des matériaux micro-hétérogènes élastiques et élasto-plastiques en grandes déformations par Lipinski,¹⁴⁷ Lipinski et Berveiller.¹⁴⁸

L'approche développée par Lipinski,¹⁴⁷ et Lipinski et Berveiller,¹⁴⁸ est celle que nous retenons.

On démontre, comme en petites déformations, que :

$$\boldsymbol{\Sigma} = \frac{1}{V_t} \int_{V_t} \boldsymbol{\sigma} dV \equiv \overline{\boldsymbol{\sigma}} \quad (\text{II.88})$$

et :

$$\mathbf{E}^e = \frac{1}{V_t} \int_{V_t} \boldsymbol{\epsilon}^e dV \equiv \overline{\boldsymbol{\epsilon}^e}. \quad (\text{II.89})$$

En postulant l'existence du tenseur de localisation des déformations \mathbf{A} tel que :

$$\boldsymbol{\epsilon}^e(\mathbf{x}) = \mathbf{A}(\mathbf{x}) : \mathbf{E}^e, \quad (\text{II.90})$$

il est possible d'évaluer les propriétés effectives élastiques du matériau méso-homogène :

$$\boldsymbol{\Sigma} = \overline{\boldsymbol{\sigma}} = \overline{\mathbf{c} : \mathbf{A} : \mathbf{E}^e} = \overline{\mathbf{c} : \mathbf{A}} : \mathbf{E}^e. \quad (\text{II.91})$$

L'hypothèse de méso-homogénéité permet de reconnaître dans cette expression le tenseur des propriétés effectives élastiques du matériau :

$$\mathbf{C}^{eff} = \overline{\mathbf{c} : \mathbf{A}}, \quad (\text{II.92})$$

où \mathbf{c} représente le tenseur des propriétés élastiques du matériau tel que :

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}) = \mathbf{c}(\mathbf{x}) : \boldsymbol{\epsilon}^e(\mathbf{x}). \quad (\text{II.93})$$

En accord avec nos hypothèses, le champ des propriétés élastiques peut s'écrire comme suit :

$$\mathbf{c}(\mathbf{x}) = \mathbf{c}^{(0)}\theta^{(0)}(\mathbf{x}) + \mathbf{c}^{(1)}\theta^{(1)}(\mathbf{x}) + \dots + \mathbf{c}^{(n)}\theta^{(n)}(\mathbf{x}), \quad (\text{II.94})$$

où :

$$\theta^{(i)}(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \forall \mathbf{x} \in V^{(i)} \\ 0 & \forall \mathbf{x} \notin V^{(i)} \end{cases}. \quad (\text{II.95})$$

Afin de réaliser l'homogénéisation, un milieu de référence ou de comparaison doit être choisi. Ce milieu peut correspondre à une phase ou au milieu équivalent (méthode auto-cohérente). Dans ce travail, nous retenons le schéma de Mori-Tanaka en considérant le tissu granulaire comme matrice.

L'expression précédente devient alors :

$$\mathbf{c}(\mathbf{x}) = \mathbf{c}^{(0)} + (\mathbf{c}^{(1)} - \mathbf{c}^{(0)})\theta^{(1)}(\mathbf{x}) + \dots + (\mathbf{c}^{(n)} - \mathbf{c}^{(0)})\theta^{(n)}(\mathbf{x}), \quad (\text{II.96})$$

qu'on peut réécrire en posant $\Delta\mathbf{c}^{(i)} = \mathbf{c}^{(i)} - \mathbf{c}^{(0)}$:

$$\mathbf{c}(\mathbf{x}) = \mathbf{c}^{(0)} + \Delta\mathbf{c}^{(1)}\theta^{(1)}(\mathbf{x}) + \dots + \Delta\mathbf{c}^{(n)}\theta^{(n)}(\mathbf{x}) = \mathbf{c}^{(0)} + \sum_{i=1}^n \Delta\mathbf{c}^{(i)}\theta^{(i)}(\mathbf{x}). \quad (\text{II.97})$$

On peut alors introduire l'équation intégrale cinématique^{147,148} :

$$\boldsymbol{\epsilon}^e(\mathbf{x}) = \mathbf{E}^{e(0)} - \int_V \Gamma(\mathbf{x} - \mathbf{x}') : \delta\mathbf{c}(\mathbf{x}') : \boldsymbol{\epsilon}^e(\mathbf{x}') dV', \quad (\text{II.98})$$

où $\Gamma_{ijmn}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') = \mathcal{G}_{mj,in}(\mathbf{x} - \mathbf{x}')$ est le tenseur de Green modifié,

$\mathcal{G}_{ij}(\mathbf{x} - \mathbf{x}')$ est le tenseur de Green pour un milieu infini homogène,

$\mathbf{E}^{e(0)}$ correspond à la déformation élastique du milieu de référence (matrice),

$\delta c_{ijkl}(\mathbf{x})$ est la partie fluctuante du tenseur des propriétés élastiques.

En utilisant l'expression (II.97), cette partie fluctuante du tenseur des modules élastiques peut s'exprimer sous forme d'un champ constant par morceaux :

$$\delta\mathbf{c}(\mathbf{x}) = \Delta\mathbf{c}^{(1)}\theta^{(1)}(\mathbf{x}) + \dots + \Delta\mathbf{c}^{(n)}\theta^{(n)}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \Delta\mathbf{c}^{(i)}\theta^{(i)}(\mathbf{x}) \quad (\text{II.99})$$

conduisant à une nouvelle expression de l'équation intégrale cinématique (II.98) :

$$\boldsymbol{\epsilon}^e(\mathbf{x}) = \mathbf{E}^{e(0)} - \int_V \Gamma(\mathbf{x} - \mathbf{x}') : \left(\sum_{i=1}^n \Delta\mathbf{c}^{(i)}\theta^{(i)}(\mathbf{x}') \right) : \boldsymbol{\epsilon}^e(\mathbf{x}') dV'. \quad (\text{II.100})$$

Profitant des propriétés de la fonction caractéristique θ , l'expression précédente s'écrit :

$$\boldsymbol{\epsilon}^e(\mathbf{x}) = \mathbf{E}^{e(0)} - \sum_{i=1}^n \int_{V^i} \Gamma(\mathbf{x} - \mathbf{x}') : \Delta\mathbf{c}^{(i)} : \boldsymbol{\epsilon}^e(\mathbf{x}') dV'. \quad (\text{II.101})$$

Le traitement de cette équation est rendu difficile par la variation de la déformation élastique dans chaque phase. Pour contourner cette difficulté, et en accord avec l'hypothèse de la continuité par morceaux des propriétés élastiques, nous pouvons écrire une approximation du champ de déformations élastiques :

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\epsilon}^e(\mathbf{x}) &= \mathbf{E}^{e(0)} \boldsymbol{\theta}^{(0)}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\epsilon}^{e(1)} \boldsymbol{\theta}^{(1)}(\mathbf{x}) + \dots + \boldsymbol{\epsilon}^{e(n)} \boldsymbol{\theta}^{(n)}(\mathbf{x}) \\ &= \mathbf{E}^{e(0)} \boldsymbol{\theta}^{(0)}(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^n \boldsymbol{\epsilon}^{e(i)} \boldsymbol{\theta}^{(i)}(\mathbf{x})\end{aligned}\quad , \quad (\text{II.102})$$

ce qui conduit à une nouvelle expression de l'équation intégrale :

$$\boldsymbol{\epsilon}^e(\mathbf{x}) = \mathbf{E}^{e(0)} - \sum_{j=1}^n \left(\int_{V^{(j)}} \boldsymbol{\Gamma}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') dV' : \Delta \mathbf{c}^{(j)} : \boldsymbol{\epsilon}^{e(j)} \right), \quad (\text{II.103})$$

où

$$\boldsymbol{\epsilon}^{e(j)} = \frac{1}{V^{(j)}} \int_{V^{(j)}} \boldsymbol{\epsilon}^e(\mathbf{x}) dV \quad (\text{II.104})$$

est la déformation élastique moyenne dans la phase (j).

On calcule alors la déformation élastique moyenne dans la phase (i) à partir de l'expression (II.104) :

$$\boldsymbol{\epsilon}^{e(i)} = \mathbf{E}^{e(0)} - \frac{1}{V^{(i)}} \int_{V^{(i)}} \left[\sum_{j=1}^n \left(\int_{V^{(j)}} \boldsymbol{\Gamma}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') dV' : \Delta \mathbf{c}^{(j)} : \boldsymbol{\epsilon}^{e(j)} \right) \right] dV ,$$

soit :

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\epsilon}^{e(i)} &= \mathbf{E}^{e(0)} - \frac{1}{V^{(i)}} \int_{V^{(i)}} \left(\int_{V^{(i)}} \boldsymbol{\Gamma}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') dV' dV \right) : \Delta \mathbf{c}^{(i)} : \boldsymbol{\epsilon}^{e(i)} \\ &\quad - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \left[\frac{1}{V^{(i)}} \int_{V^{(i)}} \left(\int_{V^{(j)}} \boldsymbol{\Gamma}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') dV' dV \right) : \Delta \mathbf{c}^{(j)} : \boldsymbol{\epsilon}^{e(j)} \right] .\end{aligned}\quad (\text{II.105})$$

Introduisons à présent deux tenseurs d'interaction :

$$\mathbf{T}^{(i,i)} = \frac{1}{V^{(i)}} \int_{V^{(i)}} \int_{V^{(i)}} \boldsymbol{\Gamma}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') dV' dV , \quad (\text{II.106})$$

$$\mathbf{T}^{(i,j)} = \frac{1}{V^{(i)}} \int_{V^{(i)}} \int_{V^{(j)}} \boldsymbol{\Gamma}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') dV' dV . \quad (\text{II.107})$$

L'expression (II.106) définit l'interaction de la phase (i) avec le milieu de référence et l'expression (II.107) décrit les interactions de la phase (i) avec la phase (j) à travers le même milieu.

La relation (II.105) prend alors la forme suivante :

$$\boldsymbol{\epsilon}^{e(i)} = \mathbf{E}^{e(0)} - \mathbf{T}^{(i,i)} : \Delta \mathbf{c}^{(i)} : \boldsymbol{\epsilon}^{e(i)} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \mathbf{T}^{(i,j)} : \Delta \mathbf{c}^{(j)} : \boldsymbol{\epsilon}^{e(j)}. \quad (\text{II.108})$$

Cette relation exprime une approche d'homogénéisation appelée multi-sites car elle prend en compte les interactions des différentes phases entre elles. Il est facile à comprendre que les interactions d'une phase avec les autres (autres que le milieu de référence) sont faibles devant les interactions de cette phase avec le milieu de référence. Ceci peut être exprimé par l'inégalité suivante :

$$\mathbf{T}^{(i,j)} \ll \mathbf{T}^{(i,i)}.$$

En négligeant ces interactions ($\mathbf{T}^{(i,j)} = 0$), nous obtenons une approximation dite mono-site de l'équation intégrale :

$$\boldsymbol{\epsilon}^{e(i)} = \mathbf{E}^{e(0)} - \mathbf{T}^{(i,i)} : \Delta \mathbf{c}^{(i)} : \boldsymbol{\epsilon}^{e(i)}. \quad (\text{II.109})$$

Hill¹⁴⁹ et Mandel¹⁵⁰ ont démontré l'existence d'un tenseur de proportionnalité entre la déformation d'une phase et celle du milieu de référence. Ce tenseur porte le nom de tenseur de localisation des déformations et permet d'écrire :

$$\boldsymbol{\epsilon}^{e(i)} = \mathbf{a}^{(i)} : \mathbf{E}^{e(0)}. \quad (\text{II.110})$$

L'expression (II.108) permet la détermination de ce tenseur. En effet, en substituant dans (II.110) les déformations par leur expression dans la définition (II.108), nous obtenons :

$$\mathbf{a}^{(i)} : \mathbf{E}^{e(0)} = \mathbf{E}^{e(0)} - \mathbf{T}^{(i,i)} : \Delta \mathbf{c}^{(i)} : \mathbf{a}^{(i)} : \mathbf{E}^{e(0)} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \mathbf{T}^{(i,j)} : \Delta \mathbf{c}^{(j)} : \mathbf{a}^{(j)} : \mathbf{E}^{e(0)},$$

soit :

$$\left(\mathbf{I} + \mathbf{T}^{(i,i)} : \Delta \mathbf{c}^{(i)} \right) : \mathbf{a}^{(i)} : \mathbf{E}^{e(0)} = \left(\mathbf{I} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \mathbf{T}^{(i,j)} : \Delta \mathbf{c}^{(j)} : \mathbf{a}^{(j)} \right) : \mathbf{E}^{e(0)}.$$

Cette dernière relation est valable quelque soit la déformation du milieu de référence alors :

$$\left(\mathbf{I} + \mathbf{T}^{(i,i)} : \Delta \mathbf{c}^{(i)}\right) : \mathbf{a}^{(i)} = \left(\mathbf{I} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \mathbf{T}^{(i,j)} : \Delta \mathbf{c}^{(j)} : \mathbf{a}^{(j)} \right),$$

soit :

$$\mathbf{a}^{(i)} = \left(\mathbf{I} + \mathbf{T}^{(i,i)} : \Delta \mathbf{c}^{(i)}\right)^{-1} : \left(\mathbf{I} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \mathbf{T}^{(i,j)} : \Delta \mathbf{c}^{(j)} : \mathbf{a}^{(j)} \right). \quad (\text{II.111})$$

Ce résultat donne une définition implicite du tenseur de localisation. En effet, ce tenseur s'exprime à l'aide d'autres tenseurs $\mathbf{a}^{(j)}$ inconnus. Un traitement itératif est donc nécessaire pour la détermination de ces tenseurs. Kröner¹⁵¹ a démontré qu'un tel traitement est convergent.

Posons à l'itération (0) :

$$\mathbf{a}_{(0)}^{(i)} = \mathbf{I}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Nous obtenons alors à l'itération (1) :

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{(1)}^{(i)} &= \left(\mathbf{I} + \mathbf{T}^{(i,i)} : \Delta \mathbf{c}^{(i)}\right)^{-1} : \left(\mathbf{I} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \mathbf{T}^{(i,j)} : \Delta \mathbf{c}^{(j)} : \mathbf{a}_{(0)}^{(j)} \right) \\ &= \left(\mathbf{I} + \mathbf{T}^{(i,i)} : \Delta \mathbf{c}^{(i)}\right)^{-1} : \left(\mathbf{I} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \mathbf{T}^{(i,j)} : \Delta \mathbf{c}^{(j)} \right), \end{aligned}$$

et à l'itération (k) :

$$\mathbf{a}_{(k)}^{(i)} = \left(\mathbf{I} + \mathbf{T}^{(i,i)} : \Delta \mathbf{c}^{(i)}\right)^{-1} : \left(\mathbf{I} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \mathbf{T}^{(i,j)} : \Delta \mathbf{c}^{(j)} : \mathbf{a}_{(k-1)}^{(j)} \right). \quad (\text{II.112})$$

Ce processus peut être arrêté quand un critère de convergence (à définir) est satisfait. Nous avons alors :

$$\mathbf{a}^{(i)} \simeq \mathbf{a}_{(k)}^{(i)}.$$

Dans le cas de l'approximation mono-site, le calcul du tenseur de localisation devient explicite. En effet, à partir de l'expression (II.112), nous obtenons :

$$\mathbf{a}^{(i)} = \left(\mathbf{I} + \mathbf{T}^{(i)} : \Delta \mathbf{c}^{(i)} \right)^{-1}. \quad (\text{II.113})$$

Dans les deux cas (mono- et multi-sites), la déformation élastique dans la phase (i) s'obtient par l'expression (II.110) :

$$\boldsymbol{\epsilon}^{e(i)} = \mathbf{a}^{(i)} : \mathbf{E}^{e(0)}.$$

Il s'agit d'une opération de localisation entre la phase i et le milieu de référence. Cette expression n'est pas commode pour déterminer les propriétés effectives du VER car la déformation élastique du milieu de référence n'est pas connue. On va chercher à construire un opérateur de localisation mettant en jeu la déformation élastique effective. En partant de sa définition, nous avons :

$$\mathbf{E}^e = \overline{\boldsymbol{\epsilon}^{e(i)}} \equiv \frac{1}{V} \int_V \boldsymbol{\epsilon}^e(\mathbf{x}) dV = \sum_{i=0}^n f^{(i)} \boldsymbol{\epsilon}^{e(i)}. \quad (\text{II.114})$$

En remplaçant la déformation élastique de la phase (i) dans cette expression par (II.110), on obtient :

$$\mathbf{E}^e = \overline{\boldsymbol{\epsilon}^{e(i)}} = \overline{\mathbf{a}^{(i)}} : \mathbf{E}^{e(0)}$$

permettant de dégager la déformation élastique du milieu de référence et son opérateur de localisation :

$$\mathbf{E}^{e(0)} = \overline{\mathbf{a}^{(i)}}^{-1} : \mathbf{E}^e, \quad (\text{II.115})$$

$$\mathbf{A}^{(0)} = \overline{\mathbf{a}^{(i)}}^{-1}. \quad (\text{II.116})$$

On peut alors remplacer dans (II.110) la déformation élastique du milieu de référence par (II.115) :

$$\boldsymbol{\epsilon}^{e(i)} = \mathbf{a}^{(i)} : \overline{\mathbf{a}^{(i)}}^{-1} : \mathbf{E}^e.$$

Cette expression traduit l'opération de localisation de la déformation élastique de la phase (i) en fonction de la déformation élastique globale. Elle s'écrit :

$$\boldsymbol{\epsilon}^{e(i)} = \mathbf{A}^{(i)} : \mathbf{E}^e, \quad (\text{II.117})$$

où

$$\mathbf{A}^{(i)} = \mathbf{a}^{(i)} : \overline{\mathbf{a}^{(i)}}^{-1} \quad (\text{II.118})$$

est le tenseur de localisation de la déformation élastique de la phase (i).

L'emploi de la définition de la contrainte moyenne sur le VER permet de dégager l'expression des propriétés élastiques effectives de ce dernier :

$$\boldsymbol{\Sigma} = \overline{\boldsymbol{\sigma}^{(i)}} = \overline{\mathbf{c}^{(i)} : \boldsymbol{\epsilon}^{e(i)}} = \overline{\mathbf{c}^{(i)} : \mathbf{A}^{(i)} : \mathbf{E}^e} = \overline{\mathbf{c}^{(i)} : \mathbf{A}^{(i)}} : \mathbf{E}^e.$$

Par comparaison avec la loi de Hooke à l'échelle mésoscopique :

$$\boldsymbol{\Sigma} = \mathbf{C}^{MT} : \mathbf{E}^e, \quad (\text{II.119})$$

on identifie :

$$\mathbf{C}^{MT} = \overline{\mathbf{c}^{(i)} : \mathbf{A}^{(i)}} = \sum_{i=0}^n f^{(i)} \mathbf{c}^{(i)} : \mathbf{A}^{(i)}, \quad (\text{II.120})$$

où \mathbf{C}^{MT} représente l'approximation des propriétés élastiques effectives au sens de Mori-Tanaka.

Pour le calcul des tenseurs de localisation, il est nécessaire de déterminer les tenseurs d'interaction $\mathbf{T}^{(i,i)}$ et/ou $\mathbf{T}^{(i,j)}$. Ces derniers sont très difficiles à calculer dans le cas de phases avec une géométrie quelconque. Cependant, il est possible de les exprimer pour des géométries simples telles que le parallélépipède ou l'ellipsoïde. Nous optons ici, conformément au schéma choisi, pour la deuxième géométrie en raison de sa capacité à approximer de nombreuses autres formes telles que le cylindre, le disque, la sphère ou la plaque.

On peut alors déterminer les tenseurs d'interaction par les méthodes de quadrature numérique des doubles intégrales résultant de la transformation de Fourier de leur définition (II.106) et (II.107).

Ce traitement numérique peut être évité si le comportement du milieu de référence est supposé isotrope et la géométrie des différentes phases sphérique.

Les tenseurs d'interaction s'écrivent alors comme suit :

$$\mathbf{T}^{(i,i)} = \frac{\mathbf{J}}{3\kappa^{(0)} + 4G^{(0)}} + \frac{3}{5} \frac{\kappa^{(0)} + 2G^{(0)}}{G^{(0)}(3\kappa^{(0)} + 4G^{(0)})} \mathbf{K}, \quad (\text{II.121})$$

où $\kappa^{(0)}$ et $G^{(0)}$ sont respectivement les modules de compressibilité et de cisaillement du milieu de référence.

En raison du caractère évolutif du matériau, il est difficile de développer une approche multi-sites. Nous nous placerons donc en premier lieu dans le cas mono-site à constituants isotropes ($\mathbf{T}^{(i,j)} \simeq \mathbf{0}$). La forme du tenseur d'interaction dans le cas multi-sites à inclusions sphériques isotropes est néanmoins rappelée en annexe 1.

Nous pouvons alors exprimer le tenseur de localisation élastique par rapport au milieu de référence de manière analytique :

$$\mathbf{a}^{(i)} = \left(\mathbf{I} + \mathbf{T}^{(i,i)} : \Delta \mathbf{c}^{(i)} \right)^{-1}.$$

En remplaçant $\mathbf{T}^{(i,i)}$ par son expression (II.121), nous obtenons :

$$\mathbf{a}^{(i)} = \left(\mathbf{J} + \mathbf{K} + \left(\frac{\mathbf{J}}{3\kappa^{(0)} + 4G^{(0)}} + \frac{3}{5} \frac{\kappa^{(0)} + 2G^{(0)}}{G^{(0)}(3\kappa^{(0)} + 4G^{(0)})} \mathbf{K} \right) : (3\Delta\kappa^{(i)} \mathbf{J} + 2\Delta G^{(i)} \mathbf{K}) \right)^{-1},$$

soit :

$$\mathbf{a}^{(i)} = \left(\left(1 + \frac{3\Delta\kappa^{(i)}}{3\kappa^{(0)} + 4G^{(0)}} \right) \mathbf{J} + \left(1 + \frac{6\Delta G^{(i)}}{5} \frac{(\kappa^{(0)} + 2G^{(0)})}{G^{(0)}(3\kappa^{(0)} + 4G^{(0)})} \right) \mathbf{K} \right)^{-1}$$

ou encore :

$$\mathbf{a}^{(i)} = \frac{3\kappa^{(0)} + 4G^{(0)}}{3\kappa^{(i)} + 4G^{(0)}} \mathbf{J} + \frac{5G^{(0)}(3\kappa^{(0)} + 4G^{(0)})}{G^{(0)}(9\kappa^{(0)} + 8G^{(0)}) + 6G^{(i)}(\kappa^{(0)} + 2G^{(0)})} \mathbf{K}. \quad (\text{II.122})$$

On calcule l'inverse de la moyenne volumique de ces tenseurs en rappelant que $\mathbf{a}^{e(0)} = \mathbf{I}$:

$$\overline{\mathbf{a}^{(i)}}^{-1} = \left[f^{(0)} \mathbf{I} + \sum_{i=1}^n f^{(i)} \mathbf{a}^{(i)} \right]^{-1}.$$

En remplaçant $\mathbf{a}^{(i)}$ par son expression (II.122), nous obtenons :

$$\overline{\mathbf{a}^{(i)}}^{-1} = \left[f^{(0)}(\mathbf{J} + \mathbf{K}) + \sum_{i=1}^n f^{(i)} \frac{3\kappa^{(0)} + 4G^{(0)}}{3\kappa^{(i)} + 4G^{(0)}} \mathbf{J} + \sum_{i=1}^n f^{(i)} \frac{5G^{(0)}(3\kappa^{(0)} + 4G^{(0)})}{G^{(0)}(9\kappa^{(0)} + 8G^{(0)}) + 6G^{(i)}(\kappa^{(0)} + 2G^{(0)})} \mathbf{K} \right]^{-1},$$

soit :

$$\overline{\mathbf{a}^{(i)}}^{-1} = \left[\sum_{i=0}^n f^{(i)} \frac{3\kappa^{(0)} + 4G^{(0)}}{3\kappa^{(i)} + 4G^{(0)}} \mathbf{J} + \sum_{i=0}^n f^{(i)} \frac{5G^{(0)}(3\kappa^{(0)} + 4G^{(0)})}{G^{(0)}(9\kappa^{(0)} + 8G^{(0)}) + 6G^{(i)}(\kappa^{(0)} + 2G^{(0)})} \mathbf{K} \right]^{-1}$$

ou encore :

$$\overline{\mathbf{a}^{(i)}}^{-1} = \frac{\mathbf{J}}{\sum_{i=0}^n f^{(i)} \frac{3\kappa^{(0)} + 4G^{(0)}}{3\kappa^{(i)} + 4G^{(0)}}} + \frac{\mathbf{K}}{\sum_{i=0}^n f^{(i)} \frac{5G^{(0)}(3\kappa^{(0)} + 4G^{(0)})}{G^{(0)}(9\kappa^{(0)} + 8G^{(0)}) + 6G^{(i)}(\kappa^{(0)} + 2G^{(0)})}}. \quad (\text{II.123})$$

Afin de faciliter la manipulation de ces expressions nous introduisons les notations suivantes :

$$A_{\kappa}^0 = \frac{1}{\sum_{i=0}^n f^{(i)} \frac{3\kappa^{(0)} + 4G^{(0)}}{3\kappa^{(i)} + 4G^{(0)}}}, \quad (\text{II.124})$$

$$A_G^0 = \frac{1}{\sum_{i=0}^n f^{(i)} \frac{5G^{(0)}(3\kappa^{(0)} + 4G^{(0)})}{G^{(0)}(9\kappa^{(0)} + 8G^{(0)}) + 6G^{(i)}(\kappa^{(0)} + 2G^{(0)})}}, \quad (\text{II.125})$$

permettant d'écrire (II.116) comme suit :

$$\mathbf{A}^{(0)} = \overline{\mathbf{a}^{(i)}}^{-1} = A_{\kappa}^0 \mathbf{J} + A_G^0 \mathbf{K}. \quad (\text{II.126})$$

Nous pouvons alors calculer le tenseur de localisation de la déformation élastique de la phase i à partir de l'expression (II.118) :

$$\mathbf{A}^{(i)} = \mathbf{a}^{(i)} : \overline{\mathbf{a}^{(i)}}^{-1} = \left(\frac{3\kappa^{(0)} + 4G^{(0)}}{3\kappa^{(i)} + 4G^{(0)}} \mathbf{J} + \frac{5G^{(0)}(3\kappa^{(0)} + 4G^{(0)})}{G^{(0)}(9\kappa^{(0)} + 8G^{(0)}) + 6G^{(i)}(\kappa^{(0)} + 2G^{(0)})} \mathbf{K} \right) : (A_{\kappa}^0 \mathbf{J} + A_G^0 \mathbf{K}),$$

soit :

$$\mathbf{A}^{(i)} = A_{\kappa}^0 \frac{3\kappa^{(0)} + 4G^{(0)}}{3\kappa^{(i)} + 4G^{(0)}} \mathbf{J} + A_G^0 \frac{5G^{(0)}(3\kappa^{(0)} + 4G^{(0)})}{G^{(0)}(9\kappa^{(0)} + 8G^{(0)}) + 6G^{(i)}(\kappa^{(0)} + 2G^{(0)})} \mathbf{K}. \quad (\text{II.128})$$

Nous introduisons les notations :

$$A_{\kappa}^i = A_{\kappa}^0 \frac{3\kappa^{(0)} + 4G^{(0)}}{3\kappa^{(i)} + 4G^{(0)}}, \quad (\text{II.129})$$

$$A_G^i = A_G^0 \frac{5G^{(0)}(3\kappa^{(0)} + 4G^{(0)})}{G^{(0)}(9\kappa^{(0)} + 8G^{(0)}) + 6G^{(i)}(\kappa^{(0)} + 2G^{(0)})}, \quad (\text{II.130})$$

permettant d'écrire :

$$\mathbf{A}^{(i)} = A_{\kappa}^i \mathbf{J} + A_G^i \mathbf{K}. \quad (\text{II.131})$$

Nous pouvons alors calculer le tenseur des propriétés effectives à partir de la relation (II.120) :

$$\mathbf{C}^{MT} = \sum_{i=0}^n f^{(i)} \mathbf{c}^{(i)} : \mathbf{A}^{(i)} = \sum_{i=0}^n f^{(i)} (3\kappa^{(i)} \mathbf{J} + 2G^{(i)} \mathbf{K}) : (A_{\kappa}^i \mathbf{J} + A_G^i \mathbf{K}),$$

soit :

$$\mathbf{C}^{MT} = \left(\sum_{i=0}^n f^{(i)} 3\kappa^{(i)} A_{\kappa}^i \right) \mathbf{J} + \left(\sum_{i=0}^n f^{(i)} 2G^{(i)} A_G^i \right) \mathbf{K}. \quad (\text{II.132})$$

Par comparaison avec l'expression (II.66), on tire :

$$\kappa^{MT} = \sum_{i=0}^n f^{(i)} \kappa^{(i)} A_{\kappa}^i, \quad (\text{II.133})$$

$$G^{MT} = \sum_{i=0}^n f^{(i)} G^{(i)} A_G^i. \quad (\text{II.134})$$

b) *Comportement effectif irréversible*

Pour construire la réponse globale du matériau équivalent, nous sommes amenés alors à évaluer les vitesses de déformation plastique et de croissance au niveau mésoscopique. Le caractère non linéaire de cette réponse est dû au comportement irréversible du tissu granulaire. La loi de comportement de ce tissu que nous avons établie précédemment se résume principalement par les équations (II.82), (II.85) et (II.86).

L'équation (II.82) spécifie la vitesse de la déformation permanente du tissu granulaire :

$$\mathbf{d}^p = \dot{\lambda} \frac{\left(\mathbf{s}^{(0)} + \alpha \langle \boldsymbol{\sigma}_m^{(0)} \rangle \mathbf{I} \right)}{\sigma_{eff}^{(0)}}.$$

L'équation (II.85) formule d'une manière générale la loi empirique définissant le paramètre de consistance :

$$\dot{\lambda} = \phi(\boldsymbol{\sigma}^{(0)})$$

et l'expression (II.86) indique sa forme particulière utilisée dans ce travail :

$$\phi(\boldsymbol{\sigma}) = \dot{\epsilon}_0 \left(\frac{\sigma_{eff}}{\sigma_{ref}} \right)^m.$$

Nous constatons que, pour calculer la vitesse de déformation irréversible nous avons besoin de connaître le niveau de contrainte s'exerçant dans le tissu granulaire. Conformément à la théorie de localisation, cette contrainte est proportionnelle à la contrainte mésoscopique $\boldsymbol{\Sigma}$:

$$\boldsymbol{\sigma}^{(0)} = \mathbf{B}^{(0)} : \boldsymbol{\Sigma}. \quad (\text{II.135})$$

Le coefficient de proportionnalité $\mathbf{B}^{(0)}$, appelé tenseur de localisation de contraintes, est lié au tenseur de localisation de déformation $\mathbf{A}^{(0)}$. En effet, nous avons :

$$\boldsymbol{\sigma}^{(0)} = \mathbf{c}^{(0)} : \boldsymbol{\epsilon}^{(0)} = \mathbf{c}^{(0)} : \mathbf{A}^{(0)} \mathbf{E} = \mathbf{c}^{(0)} : \mathbf{A}^{(0)} : \mathbf{C}^{-MT} : \boldsymbol{\Sigma}.$$

Par identification, nous obtenons :

$$\mathbf{B}^{(0)} = \mathbf{c}^{(0)} : \mathbf{A}^{(0)} : \mathbf{C}^{-MT}. \quad (\text{II.136})$$

Ce tenseur nous permet le calcul de la contrainte moyenne et du tenseur déviateur s'exerçant dans le tissu granulaire :

$$\boldsymbol{\sigma}_m^{(0)} = \frac{1}{3} \mathbf{1} : \boldsymbol{\sigma}^{(0)} = \frac{1}{3} \mathbf{1} : \mathbf{B}^{(0)} : \boldsymbol{\Sigma}. \quad (\text{II.137})$$

Remarquons au passage que la partie sphérique du tenseur de contrainte est donnée par la formule :

$$\sigma_m^{(0)} \mathbf{1} = \frac{1}{3} \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} : \sigma^{(0)} = \mathbf{J} : \mathbf{B}^{(0)} : \Sigma. \quad (\text{II.138})$$

Ceci conduit directement à :

$$s^{(0)} = \sigma^{(0)} - \mathbf{J} : \sigma^{(0)} = (\mathbf{I} - \mathbf{J}) : \sigma^{(0)} = \mathbf{K} : \mathbf{B}^{(0)} : \Sigma. \quad (\text{II.139})$$

La contrainte effective vaut alors :

$$\begin{aligned} \sigma^{eff(0)} &= \sqrt{s^{(0)} : s^{(0)} + 3\alpha \langle \sigma_m^{(0)} \rangle^2} \\ &= \sqrt{\Sigma : {}^t \mathbf{B}^{(0)} : \mathbf{K} : \mathbf{B}^{(0)} : \Sigma + \alpha \langle \Sigma : {}^t \mathbf{B}^{(0)} : \mathbf{J} : \mathbf{B}^{(0)} : \Sigma \rangle}. \end{aligned} \quad (\text{II.140})$$

Ces expressions nous permettent la détermination de la vitesse de déformation permanente en fonction de la contrainte effective mésoscopique :

$$d^p = \dot{\lambda} \frac{\mathbf{K} : \mathbf{B}^{(0)} : \Sigma + \alpha \mathbf{J} : \mathbf{B}^{(0)} : \Sigma}{\sqrt{\Sigma : {}^t \mathbf{B}^{(0)} : \mathbf{K} : \mathbf{B}^{(0)} : \Sigma + \alpha \langle \Sigma : {}^t \mathbf{B}^{(0)} : \mathbf{J} : \mathbf{B}^{(0)} : \Sigma \rangle}}. \quad (\text{II.141})$$

Toutes ces expressions se simplifient considérablement dans le cas de l'isotropie. En effet, nous avons d'après les relations (II.66), (II.120) et (II.126) :

$$c^{(0)} = 3\kappa^{(0)} \mathbf{J} + 2G^{(0)} \mathbf{K},$$

$$C^{-MT} = \frac{1}{3\kappa^{MT}} \mathbf{J} + \frac{1}{2G^{MT}} \mathbf{K},$$

$$A^{(0)} = A_\kappa^{(0)} \mathbf{J} + A_G^{(0)} \mathbf{K}.$$

Ce qui conduit à :

$$\mathbf{B}^{(0)} = c^{(0)} : A^{(0)} : C^{-MT} = \frac{\kappa^{(0)}}{\kappa^{MT}} A_\kappa^{(0)} \mathbf{J} + \frac{G^{(0)}}{G^{MT}} A_G^{(0)} \mathbf{K}. \quad (\text{II.142})$$

En introduisant les notations :

$$B_\kappa^{(0)} = \frac{\kappa^{(0)}}{\kappa^{MT}} A_\kappa^{(0)} \quad \text{et} \quad B_G^{(0)} = \frac{G^{(0)}}{G^{MT}} A_G^{(0)}, \quad (\text{II.143})$$

le tenseur de localisation de contraintes s'écrit :

$$\mathbf{B}^{(0)} = B_\kappa^{(0)} \mathbf{J} + B_G^{(0)} \mathbf{K}. \quad (\text{II.144})$$

La contrainte moyenne devient dans ce cas :

$$\sigma_m^{(0)} = \frac{1}{3} \mathbf{1} : \mathbf{B}^{(0)} : \boldsymbol{\Sigma} = \frac{1}{3} \mathbf{1} : (B_\kappa^{(0)} \mathbf{J} + B_G^{(0)} \mathbf{K}) : \boldsymbol{\Sigma} = B_\kappa^{(0)} \Sigma_m. \quad (\text{II.145})$$

L'expression du tenseur déviateur de contrainte se simplifie en :

$$\mathbf{s}^{(0)} = \mathbf{K} : \mathbf{B}^{(0)} : \boldsymbol{\Sigma} = \mathbf{K} : (B_\kappa^{(0)} \mathbf{J} + B_G^{(0)} \mathbf{K}) : \boldsymbol{\Sigma} = B_G^{(0)} \mathbf{K} : \boldsymbol{\Sigma} = B_G^{(0)} \mathbf{S}, \quad (\text{II.146})$$

où Σ_m et \mathbf{S} sont respectivement la contrainte moyenne et le tenseur déviateur des contraintes mésoscopiques.

Finalement, la contrainte effective prend la forme :

$$\sigma^{eff(0)} = \sqrt{\mathbf{s}^{(0)} : \mathbf{s}^{(0)} + 3\alpha \langle \sigma_m^{(0)} \rangle^2} = \sqrt{(B_G^{(0)})^2 \mathbf{S} : \mathbf{S} + 3\alpha (B_\kappa^{(0)})^2 \langle \Sigma_m \rangle^2}. \quad (\text{II.147})$$

Grâce à ces résultats, la vitesse de déformation permanente dans le tissu granulaire s'écrit simplement en fonction de la contrainte mésoscopique :

$$\mathbf{d}^p = \dot{\lambda} \frac{(\mathbf{s}^{(0)} + \alpha \langle \sigma_m^{(0)} \rangle \mathbf{1})}{\sigma_{eff}^{(0)}} = \dot{\lambda} \frac{(B_G^{(0)} \mathbf{S} + \alpha B_\kappa^{(0)} \langle \Sigma_m \rangle \mathbf{1})}{\sqrt{(B_G^{(0)})^2 \mathbf{S} : \mathbf{S} + 3\alpha (B_\kappa^{(0)})^2 \langle \Sigma_m \rangle^2}}. \quad (\text{II.148})$$

Comme en plasticité classique, le facteur de $\dot{\lambda}$ définit la direction d'écoulement permanent. Il sera noté :

$$\mathbf{N} = \frac{(B_G^{(0)} \mathbf{S} + \alpha B_\kappa^{(0)} \langle \Sigma_m \rangle \mathbf{1})}{\sqrt{(B_G^{(0)})^2 \mathbf{S} : \mathbf{S} + 3\alpha (B_\kappa^{(0)})^2 \langle \Sigma_m \rangle^2}} = \mathbf{N}^{pl} + \mathbf{N}^g, \quad (\text{II.149})$$

où :

$$\mathbf{N}^{pl} = \frac{B_G^{(0)} \mathbf{S}}{\sqrt{(B_G^{(0)})^2 \mathbf{S} : \mathbf{S} + 3\alpha (B_\kappa^{(0)})^2 \langle \Sigma_m \rangle^2}}, \quad (\text{II.150})$$

$$\mathbf{N}^g = \frac{\alpha B_\kappa^{(0)} \langle \Sigma_m \rangle \mathbf{1}}{\sqrt{(B_G^{(0)})^2 \mathbf{S} : \mathbf{S} + 3\alpha (B_\kappa^{(0)})^2 \langle \Sigma_m \rangle^2}}. \quad (\text{II.151})$$

On remarque que le tenseur \mathbf{N} est de norme unitaire, contrairement aux deux parties \mathbf{N}^{pl} et \mathbf{N}^g . L'écoulement permanent s'effectue alors normalement à l'iso-surface du potentiel.

Nous pouvons identifier la vitesse de déformation plastique et de croissance :

$$\mathbf{d}^{pl} = \dot{\lambda} \frac{B_G^{(0)} \mathbf{S}}{\sqrt{(B_G^{(0)})^2 \mathbf{S} : \mathbf{S} + 3\alpha (B_\kappa^{(0)})^2 \langle \Sigma_m \rangle^2}} = \dot{\lambda} \mathbf{N}^{pl}, \quad (\text{II.152})$$

$$\mathbf{d}^g = \dot{\lambda} \frac{\alpha B_\kappa^{(0)} \langle \Sigma_m \rangle \mathbf{I}}{\sqrt{(B_G^{(0)})^2 \mathbf{S} : \mathbf{S} + 3\alpha (B_\kappa^{(0)})^2 \langle \Sigma_m \rangle^2}} = \dot{\lambda} \mathbf{N}^g. \quad (\text{II.153})$$

Conformément à la définition du comportement local du tissu granulaire (II.85) et (II.86), le paramètre de consistance $\dot{\lambda}$ est donné par :

$$\dot{\lambda} = \dot{\epsilon}_0 \left(\frac{\sigma_{eff}}{\sigma_{ref}} \right)^m. \quad (\text{II.154})$$

En remplaçant la contrainte effective par son expression (II.147), nous trouvons :

$$\dot{\lambda} = \dot{\epsilon}_0 \left(\frac{\sqrt{(B_G^{(0)})^2 \mathbf{S} : \mathbf{S} + 3\alpha (B_\kappa^{(0)})^2 \langle \Sigma_m \rangle^2}}{\sigma_{ref}} \right)^m \quad (\text{II.155})$$

et les composantes plastique et de croissance de la vitesse de déformation prennent leur forme définitive :

$$\mathbf{d}^{pl} = \dot{\epsilon}_0 \left(\frac{\sqrt{(B_G^{(0)})^2 \mathbf{S} : \mathbf{S} + 3\alpha (B_\kappa^{(0)})^2 \langle \Sigma_m \rangle^2}}{\sigma_{ref}} \right)^m \mathbf{N}^{pl}, \quad (\text{II.156})$$

$$\mathbf{d}^g = \dot{\epsilon}_0 \left(\frac{\sqrt{(B_G^{(0)})^2 \mathbf{S} : \mathbf{S} + 3\alpha (B_\kappa^{(0)})^2 \langle \Sigma_m \rangle^2}}{\sigma_{ref}} \right)^m \mathbf{N}^g, \quad (\text{II.157})$$

fonction de l'état de contrainte mésoscopique.

Au niveau mésoscopique, la vitesse de déformation permanente est par définition :

$$\mathbf{D}^p = f^{(0)} \mathbf{d}^p = f^{(0)} (\mathbf{d}^{pl} + \mathbf{d}^s), \quad (\text{II.158})$$

soit :

$$\mathbf{D}^p = f^{(0)} \dot{\epsilon}_o \left(\frac{\sqrt{(B_G^{(0)})^2 \mathbf{S} : \mathbf{S} + 3\alpha (B_\kappa^{(0)})^2 \langle \Sigma_m \rangle^2}}{\sigma_{ref}} \right)^m \mathbf{N}. \quad (\text{II.159})$$

Nous constatons alors qu'en posant les définitions suivantes :

$$\dot{\Lambda} = f^{(0)} \dot{\lambda} = f^{(0)} \dot{\epsilon}_o \left(\frac{\Sigma_{eff}}{\sigma_{ref}} \right)^m, \quad (\text{II.160})$$

$$\mathbf{D}^p = \dot{\Lambda} \mathbf{N}, \quad (\text{II.161})$$

avec :

$$\mathbf{N} = \frac{(B_G^{(0)} \mathbf{S} + \alpha B_\kappa^{(0)} \langle \Sigma_m \rangle \mathbf{I})}{\Sigma_{eff}},$$

on retrouve la forme d'un système d'équations de visco-plasticité classique pour lequel les algorithmes d'intégration numériques sont bien établis.

Nous terminons ce paragraphe en spécifiant les expressions permettant le calcul des déformations totale, permanente et élastique aussi bien globales que locales. Formellement, les déformations totale et permanente au niveau mésoscopique s'obtiennent par l'intégration de leurs vitesses :

$$\mathbf{E}(t) = \int_0^t \mathbf{D}(\tau) d\tau, \quad (\text{II.162})$$

$$\mathbf{E}^p(t) = \int_0^t \mathbf{D}^p(\tau) d\tau. \quad (\text{II.163})$$

La déformation de croissance mésoscopique correspond alors à la partie sphérique de la déformation permanente :

$$\mathbf{E}^g(t) = \frac{1}{3} \text{tr}(\mathbf{E}^p) \mathbf{I} \quad (\text{II.164})$$

et la déformation plastique à sa partie déviatorique :

$$\mathbf{E}^{pl}(t) = \mathbf{E}^p(t) - \frac{1}{3} \text{tr}(\mathbf{E}^p) \mathbf{I}. \quad (\text{II.165})$$

Pratiquement, nous exposerons dans le chapitre suivant, consacré à l'approche incrémentale, le calcul de ces grandeurs. La connaissance de ces déformations permet alors le calcul de la déformation élastique mésoscopique :

$$\mathbf{E}^e(t) = \mathbf{E}(t) - \mathbf{E}^p(t).$$

A présent, nous pouvons calculer la contrainte mésoscopique grâce à la loi de Hooke, en faisant appel au tenseur des propriétés élastiques effectives du cal :

$$\boldsymbol{\Sigma}(t) = \mathbf{C}^{MT}(t) : \mathbf{E}^e(t).$$

Les tenseurs de localisation des déformations et des contraintes nous permettent la détermination des mêmes grandeurs au niveau local :

$$\boldsymbol{\epsilon}^{e(i)}(t) = \mathbf{A}^{(i)}(t) : \mathbf{E}^e(t), \quad (\text{II.166})$$

$$\boldsymbol{\sigma}^{(i)}(t) = \mathbf{B}^{(i)}(t) : \boldsymbol{\Sigma}(t). \quad (\text{II.167})$$

Deux remarques doivent être formulées. Premièrement, les contraintes locales peuvent également être calculées en utilisant la loi de Hooke au niveau local :

$$\boldsymbol{\sigma}^{(i)}(t) = \mathbf{c}^{(i)}(t) : \boldsymbol{\epsilon}^{e(i)}(t).$$

La consistance de la formulation proposée assure que les deux méthodes conduisent aux mêmes résultats. Deuxièmement, puisque toutes les phases, sauf le tissu granulaire, sont élastiques, leur déformation totale est égale à leur déformation élastique :

$$\boldsymbol{\epsilon}^{(i)}(t) = \boldsymbol{\epsilon}^{e(i)}(t) \quad \text{pour } i=1,2,\dots,N. \quad (\text{II.168})$$

Pour le tissu granulaire, la déformation totale peut être déduite de la déformation totale mésoscopique à partir de la loi de mélange :

$$\boldsymbol{\epsilon}^{(0)}(t) = \frac{1}{f^{(0)}(t)} \left(\mathbf{E}(t) - \sum_{i=1}^N f^{(i)}(t) \boldsymbol{\epsilon}^{(i)}(t) \right). \quad (\text{II.169})$$

Sa déformation permanente vaut alors :

$$\boldsymbol{\epsilon}^p(t) = \boldsymbol{\epsilon}^{(0)}(t) - \boldsymbol{\epsilon}^{e(0)}(t).$$

On observe que ce résultat reste cohérent par rapport au lien entre les vitesses de déformation permanentes locale et mésoscopique. En effet, nous avons :

$$\boldsymbol{\epsilon}^p(t) = \boldsymbol{\epsilon}^{(0)}(t) - \boldsymbol{\epsilon}^{e(0)}(t) = \frac{1}{f^{(0)}(t)} \left(\mathbf{E}(t) - \sum_{i=1}^N f^{(i)}(t) \boldsymbol{\epsilon}^{(i)}(t) \right) - \boldsymbol{\epsilon}^{e(0)}(t).$$

En multipliant ce résultat par la fraction volumique du tissu granulaire, nous obtenons :

$$f^{(0)}(t) \boldsymbol{\epsilon}^p(t) = \mathbf{E}(t) - \sum_{i=1}^N f^{(i)}(t) \boldsymbol{\epsilon}^{(i)}(t) - f^{(0)}(t) \boldsymbol{\epsilon}^{e(0)}(t) = \mathbf{E}(t) - \mathbf{E}^e(t) = \mathbf{E}^p(t).$$

Il est important de souligner, que la déformation permanente locale du tissu granulaire, et par conséquent ses composantes de déformation plastique et de croissance, n'a pas de sens physique bien identifié à cause de l'évolution de la fraction volumique de ce tissu. En effet, elle mesure une déformation "moyennée" du tissu granulaire, existant depuis le début du processus de distraction, avec le tissu granulaire créé pendant la distraction.

Nous nous chargeons maintenant de développer l'évolution, durant l'élongation et la différenciation, des fractions volumiques des différentes phases définies comme suit :

$$f^{(i)} = \frac{V^{(i)}}{V} \quad i = 0, 1, 2, \dots, N. \quad (\text{II.170})$$

Dans cette expression, V représente le volume du VER et $V^{(i)}$ la partie du volume du VER occupée par la phase (i) et $f^{(i)}$ sa fraction volumique.

5. Evolution de la microstructure

a) Modélisation de la phase d'élongation du cal : création de pores

Nous supposons que le tissu (0) est constitué de grains dont la liaison est très faible. Nous dirons qu'il s'agit d'un tissu lâche. Ces hypothèses se justifient au regard des considérations biologiques rappelées plus haut. Soit $\mathbf{d}^{(0)}$ la vitesse de déformation s'exerçant dans ce tissu.

Cette vitesse se décompose d'une manière additive en parties élastique $\mathbf{d}^{e(0)}$ et permanente $\mathbf{d}^{p(0)}$:

$$\mathbf{d}^{(0)} = \mathbf{d}^{e(0)} + \mathbf{d}^{p(0)}. \quad (\text{II.171})$$

La partie permanente contient en elle, d'une part, la déformation plastique qui façonne la forme du régénérat et d'autre part, la vitesse de déformation de croissance qui change son volume :

$$\mathbf{d}^{p(0)} = \mathbf{d}^{pl(0)} + \mathbf{d}^g(0) . \quad (\text{II.172})$$

Puisque nous supposons que les autres phases du régénérat restent purement élastiques, l'exposant (0) indiquant la déformation permanente (plastique et de croissance) du tissu granulaire sera omis dans la suite de cet exposé. Nous avons alors :

$$\mathbf{d}^{(0)} = \mathbf{d}^{e(0)} + \mathbf{d}^p = \mathbf{d}^{e(0)} + \mathbf{d}^{pl} + \mathbf{d}^g .$$

La vitesse de déformation de croissance correspond à la création de vide (pores) au sein du tissu granulaire (phase (0)). La vitesse de changement de volume des pores (phase (N)) est donnée par :

$$\frac{\dot{V}^{(N)}}{V^{(0)}} = \text{tr}(\mathbf{d}^g) = 3\dot{\epsilon} , \quad (\text{II.173})$$

où $\dot{\epsilon}$ représente la vitesse de déformation moyenne.

Si nous admettons que le volume des autres phases ne change pas de manière irréversible durant l'élongation, nous pouvons écrire la vitesse de changement de volume de l'élément représentatif :

$$\dot{V} = \dot{V}^{(N)} , \quad (\text{II.174})$$

ce qui engendre pour les autres phases :

$$\dot{V}^{(i)} = 0 \quad i = 0, 1, 2, \dots, N-1 . \quad (\text{II.175})$$

La figure II-9 illustre le processus de création des vides dans le tissu granulaire.

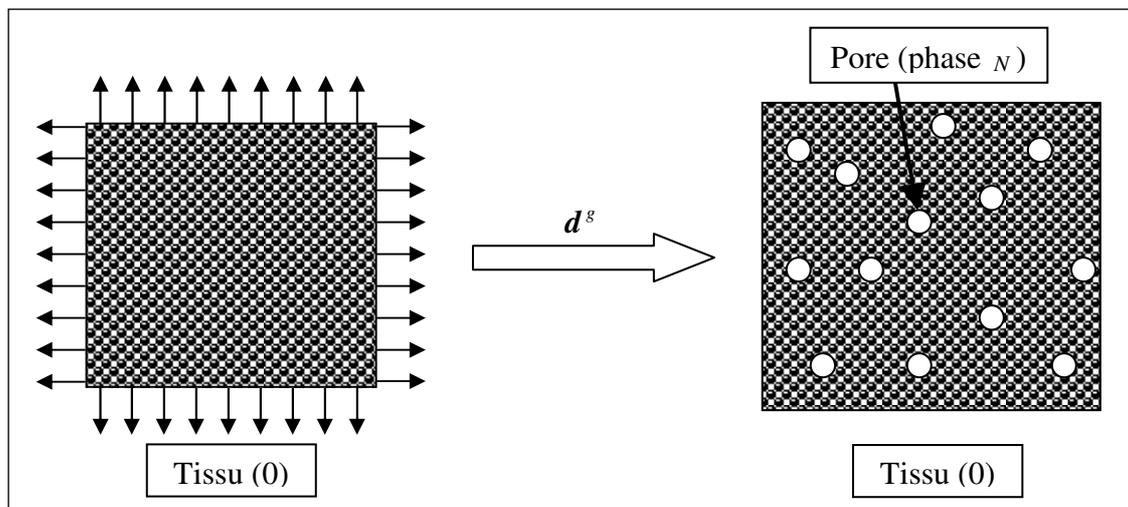


Fig. II-9 : Schéma du processus de créations des pores.
(0 - tissu granulaire, 5 - pores).

De plus, nous supposons que les pores sont créés uniquement pour une dilatation positive du tissu granulaire, c'est-à-dire :

$$\begin{cases} \dot{V}^{(N)} = 0 & \text{si } \dot{\epsilon} \leq 0 \\ \dot{V}^{(N)} = 3 V^{(0)} \dot{\epsilon} & \text{si } \dot{\epsilon} > 0 \end{cases} \quad (\text{II.176})$$

L'objectif de ce paragraphe est d'estimer la vitesse de changement des fractions volumiques des tissus composant le VER. Pour cela, nous partons de la définition des fractions volumiques donnée par l'expression (II.170). Il en résulte la relation :

$$\sum_{i=0}^{N-1} f^{(i)} + f^{(N)} = 1. \quad (\text{II.177})$$

La vitesse de changement des fractions volumiques des phases (0) à (N-1) est facile à calculer. En effet, si nous admettons que le volume $V^{(i)}$ de ces phases reste constant pendant l'élongation, nous obtenons :

$$\dot{f}^{(i)} = \frac{d}{dt} \left(\frac{V^{(i)}}{V} \right) = -\frac{V^{(i)}}{V^2} \dot{V} = -\frac{V^{(i)}}{V} \frac{\dot{V}}{V},$$

soit en utilisant la relation (II.174) :

$$\dot{f}^{(i)} = -\frac{V^{(i)}}{V} \frac{\dot{V}^{(N)}}{V}.$$

En utilisant (II.170) et (II.176), nous pouvons alors déduire :

$$\dot{f}^{(i)} = -3\dot{\epsilon} f^{(0)} f^{(i)}. \quad (\text{II.178})$$

Nous profitons également des relations (II.170) et (II.176) pour déterminer l'évolution de la fraction volumique de pores :

$$\dot{f}^{(N)} = 3\dot{\epsilon} f^{(0)}. \quad (\text{II.179})$$

En résumant, nous disposons des formules suivantes pour décrire l'évolution des fractions volumiques de phases constituant le tissu osseux :

- $\dot{f}^{(N)} = 3\dot{\epsilon} f^{(0)}$ pour le vide – phase (N),
- $\dot{f}^{(i)} = -3\dot{\epsilon} f^{(0)} f^{(i)}$ pour les autres phases (0) à (N-1).

Grâce aux résultats exposés dans le paragraphe précédent, nous pouvons calculer la vitesse de changement de fraction volumique du vide :

$$\dot{f}^{(N)} = 3\dot{\epsilon} f^{(0)} = d_{ii}^g f^{(0)} = 3\lambda\alpha f^{(0)} \frac{\langle \sigma_m^{(0)} \rangle}{\sigma_{eff}^{(0)}}. \quad (\text{II.180})$$

Nous admettons, pour le calcul du comportement effectif du volume représentatif, que les pores créés durant la distraction sont très rapidement remplis.

b) Modélisation de la phase de différenciation

La phase de différenciation des tissus produit, dans le cas souhaité, l'évolution progressive de ces derniers vers l'os mature. Deux phénomènes différents ont été regroupés dans cette phase en raison des similitudes qui existent entre ces transformations. Il s'agit tout d'abord du remplissage des pores par le tissu granulaire qui traduit l'apport de masse de l'environnement du cal. A cela s'ajoute la production de tissus par les cellules qui se différencient sous l'effet des stimuli mécaniques. Notons que le remplissage des pores peut également être considéré fonction d'un stimulus mécanique. Il s'agit en effet d'un phénomène d'aspiration.

Ces évolutions entraînent l'amélioration des propriétés mécaniques globales du tissu du régénérat osseux conjointement à l'augmentation de sa densité. Nous supposons que cette différenciation s'effectue à volume du VER constant. Cette hypothèse, comme nous le verrons plus loin, nous permet de dégager les équations d'évolution des fractions volumiques des phases constituant le tissu.

Considérons le cas particulier où uniquement deux phases (i) et (j) sont en évolution. Supposons que la phase (i) évolue vers la phase (j) sous l'effet d'un stimulus s'exerçant sur elle. Soit :

$$\dot{\mu}^{(i)} = -\frac{\dot{m}^{(i)}}{m^{(i)}}, \quad (\text{II.181})$$

la vitesse relative de transformation de la matière de la phase (i) où $m^{(i)}$ et $\dot{m}^{(i)}$ sont respectivement sa masse et sa vitesse d'évolution. Si la masse propre de cette phase est notée $\rho^{(i)}$, la relation précédente peut être transformée comme suit :

$$\dot{\mu}^{(i)} = -\frac{\rho^{(i)}\dot{V}^{(i)}}{\rho^{(i)}V^{(i)}} = -\frac{\dot{V}^{(i)}}{V^{(i)}} = -\frac{\dot{V}^{(i)}}{V} \frac{V}{V^{(i)}} = -\frac{\dot{f}^{(i)}}{f^{(i)}}$$

ou encore :

$$\dot{f}^{(i)} = -\dot{\mu}^{(i)} f^{(i)}. \quad (\text{II.182})$$

Cette expression donne l'évolution de la fraction volumique de la phase (i) en fonction de la vitesse de transformation de sa matière. Le raisonnement identique mené pour la phase (j) conduit au résultat :

$$\dot{f}^{(j)} = +\dot{\mu}^{(j)} f^{(j)}.$$

Le signe (+) témoigne d'une croissance du volume de cette phase.

L'hypothèse de la conservation de volume du tissu permet d'affirmer que

$$\dot{V}^{(i)} + \dot{V}^{(j)} = 0$$

ou d'une manière équivalente :

$$\dot{f}^{(i)} + \dot{f}^{(j)} = 0. \quad (\text{II.183})$$

Si la masse propre de la phase (j) est telle que :

$$\rho^{(j)} \geq \rho^{(i)},$$

nous constatons l'inégalité suivante :

$$\rho^{(i)} \|\dot{V}^{(i)}\| \leq \rho^{(j)} \|\dot{V}^{(j)}\|,$$

soit :

$$\|\dot{m}^{(i)}\| \leq \|\dot{m}^{(j)}\|. \quad (\text{II.184})$$

Cette inégalité témoigne alors, que pour qu'une transformation puisse avoir lieu, un apport de matière extérieur est nécessaire. Cette observation est illustrée par la figure **II-10**. C'est cette inégalité qui conditionne alors la transformation d'un tissu en un autre en fonction de la capacité d'apport d'une masse additionnelle nécessaire. Cet apport provient de la production de tissus des cellules dont les phénotypes correspondent à la transformation.

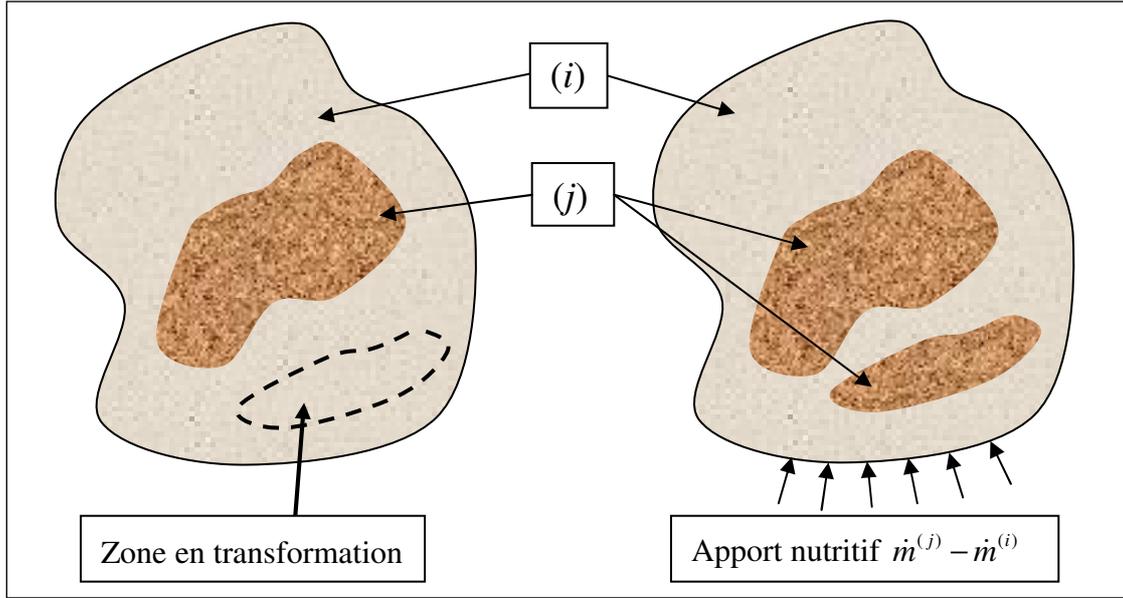


Fig. II-10 : Schéma de la transformation de la phase (i) en phase (j) avec un apport de matière.

La vitesse relative de transformation de matière est supposée être fonction du stimulus mécanique qui peut être global ou local et qui s'exerce sur le tissu (i). En fonction du couple de tissus considéré, différentes grandeurs mécaniques peuvent être combinées pour définir ce stimulus. Nous écrivons la vitesse de transformation de la phase (i) en la phase (j) en fonction du stimulus, que nous précisons plus loin :

$$\dot{\mu}^{(j)} = \omega^{(i \rightarrow j)} S^{(i)}. \quad (\text{II.185})$$

Dans cette expression, $\omega^{(i \rightarrow j)}$ représente la vitesse de production de masse relative au stimulus $S^{(i)}$. Notons que la mise à zéro de $\omega^{(i \rightarrow j)}$ permet d'interdire la transformation de la phase (i) en la phase (j) et que le stimulus est défini de manière adimensionnelle à partir d'une ou plusieurs grandeurs mécaniques quelconques.

L'hypothèse de conservation du volume (II.183) et l'équation d'évolution de la fraction volumique (II.182) nous permettent d'écrire :

$$\dot{\mu}^{(i)} = -\dot{\mu}^{(j)} \frac{f^{(j)}}{f^{(i)}}. \quad (\text{II.186})$$

En particulierisant les équations (II.185) et (II.186) à la transformation de la phase (N) vers la phase (0), nous obtenons l'équation traduisant le remplissage :

$$\dot{\mu}_{\text{remplissage}}^{(0)} = -\dot{\mu}_{\text{remplissage}}^{(N)} \frac{f^{(N)}}{f^{(0)}} = c S^{(0)}, \quad (\text{II.187})$$

où c est appelé coefficient de vitesse de remplissage.

Considérons à présent le cas plus général de N phases constituant un tissu et dont toutes les transformations s'effectuent simultanément. Rappelons que la phase (N) est celles des pores. Traitons le cas des transformations liées à la différenciation cellulaire à proprement parler, c'est-à-dire les transformations de toute phase (i) comprise entre (0) et ($N-2$) vers toute phase (j) comprise entre ($i+1$) et ($N-1$). L'expression (II.186) doit alors être généralisée pour prendre en compte cette différenciation simultanée et nous proposons l'écriture suivante :

$$\dot{\mu}_-^{(i)} = - \sum_{j=i+1}^{N-1} \omega^{(i \rightarrow j)} S^{(i)} . \quad (\text{II.188})$$

Nous avons une expression semblable pour prendre en compte la transformation de toutes les phases (k), de propriétés inférieures, en phase (i) :

$$\dot{\mu}_+^{(i)} = \sum_{k=0}^{i-1} \omega^{(k \rightarrow i)} S^{(k)} . \quad (\text{II.189})$$

Connaissant cette vitesse, nous pouvons calculer l'évolution de la fraction volumique de la phase (i) grâce à la relation (II.182) :

$$\dot{f}^{(i)} = \left(\dot{\mu}_+^{(i)} + \dot{\mu}_-^{(i)} \right) f^{(i)} = \dot{\mu}^{(i)} f^{(i)} . \quad (\text{II.190})$$

La structure de cette relation indique que la conservation du volume du tissu est respectée.

En considérant l'ensemble des transformations de la phase de différenciation (remplissage y-compris), nous remarquons le cas particulier de la phase (0). Le gain de masse de ce tissu provient uniquement du remplissage et nous avons :

$$\dot{f}^{(0)} = \left(\dot{\mu}_{\text{remplissage}}^{(0)} + \dot{\mu}_-^{(0)} \right) f^{(0)} = \dot{\mu}^{(0)} f^{(0)} . \quad (\text{II.191})$$

Dans la suite de ce paragraphe, nous considérons le cas d'un cal de distraction constitué des six phases définies au début de ce chapitre. En considérant les observations biologiques rappelées précédemment, un certain nombre de voies de formation osseuse peut être retenu.

Les pores se remplissent de tissu granulaire qui peut donner naissance aux autres tissus, à savoir tissu fibreux, cartilage et os tissé (ou immature) et mature (ossification intramembranaire). Les autres voies de transformation sont les processus d'ossification endochondrale et de maturation de l'os, permettant respectivement la transformation du cartilage en os (tissé ou mature) et de l'os immature en os mature. Ces différentes voies sont illustrées par la fig. II-11.

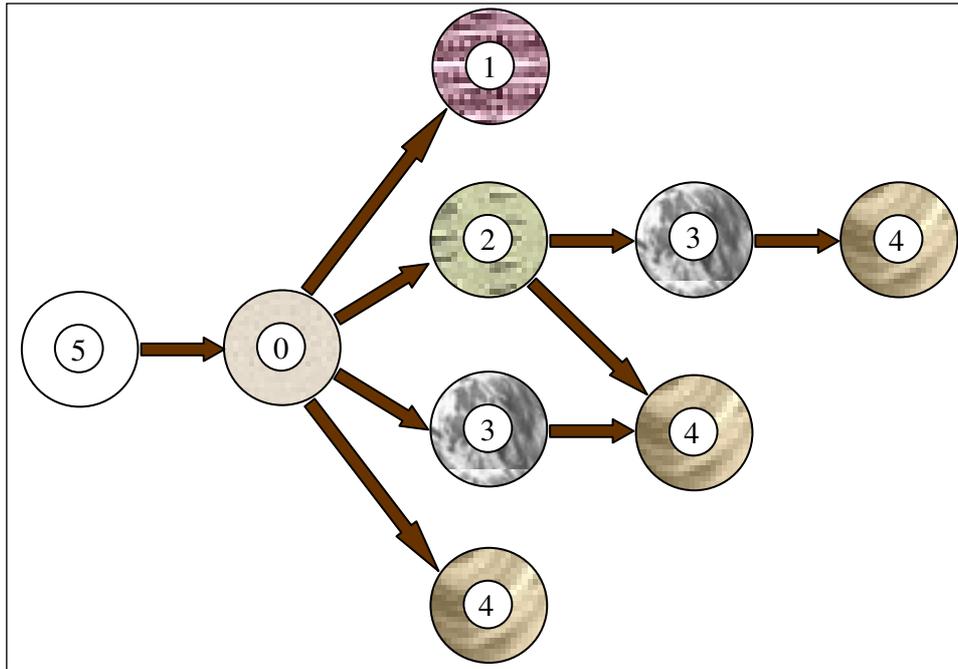


Fig. II-11 : Schéma des voies d'évolution des tissus selon la littérature (0 - tissu granulaire, 1 - tissu fibreux, 2 - cartilage, 3 - os mature, 4 - os immature, 5 - pores).

A ce schéma correspond la matrice de vitesse suivante pour les transformations liées à la différenciation cellulaire :

$$[\omega] = \begin{bmatrix} 0 & \omega^{(0 \rightarrow 1)} & \omega^{(0 \rightarrow 2)} & \omega^{(0 \rightarrow 3)} & \omega^{(0 \rightarrow 4)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega^{(2 \rightarrow 3)} & \omega^{(2 \rightarrow 4)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega^{(3 \rightarrow 4)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{II.192})$$

Comme décrit précédemment, l'impossibilité de transformation d'une phase en une autre s'établit en annulant le coefficient de vitesse $\omega^{(i \rightarrow j)}$ correspondant. On peut remarquer que les termes situés sur et sous la diagonale de cette matrice sont nuls. Cela traduit le fait qu'un tissu ne peut évoluer que vers un tissu de propriétés supérieures.

En première approche, un schéma plus simple, que nous appelons "différenciation hiérarchisée", peut être utilisé. Il correspond à une évolution séquentielle des tissus illustrée par la figure II-12. Le fluide contenu dans les pores se transforme en tissu granulaire, le tissu granulaire se transforme en tissu fibreux qui évolue en cartilage puis en os tissé et finalement en os mature.

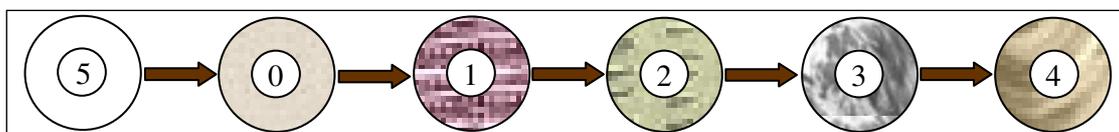


Fig. II-12 : Schéma de la voie hiérarchisée d'évolution des tissus

(0 - tissu granulaire, 1 - tissu fibreux, 2 - cartilage, 3 - os mature, 4 - os immature, 5 - pores).

A ce schéma correspond la matrice de vitesse suivante pour les transformations liées à la différenciation cellulaire :

$$[\omega] = \begin{bmatrix} 0 & \omega^{(0 \rightarrow 1)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega^{(1 \rightarrow 2)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega^{(2 \rightarrow 3)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega^{(3 \rightarrow 4)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{II.193})$$

Enfin, dans le but de nous approcher au plus près de la réalité, nous avons introduit pour les transformations liées à la différenciation cellulaire des seuils de début et de fin d'activité. Ces seuils apparaissent également naturellement quand on considère les concepts mécano-biologiques. En effet, tout comme pour la différenciation, il existe différents facteurs qui permettent de réguler l'activité des cellules.⁸⁷ Ces seuils ont par ailleurs pour effet de traduire que chaque tissu ne peut être produit que quand son environnement mécanique est suffisamment stable. Plus celui-ci est stable, meilleure est la qualité des tissus qui peut s'y développer.¹⁴

Notons que nous supposons que le remplissage des pores est inconditionnel. La transformation de la phase (N) vers la phase (0) n'est donc soumise à aucun seuil.

La stabilité mécanique pouvant être corrélée au stimulus, nous avons donc défini les seuils d'activité sur les valeurs de celui-ci. Nous avons ici considéré que sous un stimulus donné, une phase (i) ne peut se transformer qu'en une seule phase (j) supérieure à (i) et inférieure à (N). Ceci a pour conséquence d'obtenir des seuils contigus, c'est-à-dire que la fin d'activité de la transformation de la phase (i) vers la phase (j) correspond au début de l'activité de la transformation de cette même phase (i) vers la phase ($j+1$), tant que ($j+1$) reste inférieur à (N).

Ces seuils peuvent être représentés sous forme d'une matrice $\mathcal{T}^{(i,j)}$ qu'on appellera matrice d'activité et qui a la forme suivante :

$$[\mathcal{T}] = \begin{bmatrix} \mathcal{T}^{(1,1)} & \mathcal{T}^{(1,2)} & \mathcal{T}^{(1,3)} & \mathcal{T}^{(1,4)} & \mathcal{T}^{(1,5)} \\ 0 & \mathcal{T}^{(2,2)} & \mathcal{T}^{(2,3)} & \mathcal{T}^{(2,4)} & \mathcal{T}^{(2,5)} \\ 0 & 0 & \mathcal{T}^{(3,3)} & \mathcal{T}^{(3,4)} & \mathcal{T}^{(3,5)} \\ 0 & 0 & 0 & \mathcal{T}^{(4,4)} & \mathcal{T}^{(4,5)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{II.194})$$

Ceci est illustré par la figure II-13 dans laquelle (i) \rightarrow (j) signifie que la transformation de la phase (i) vers la phase (j) est active.

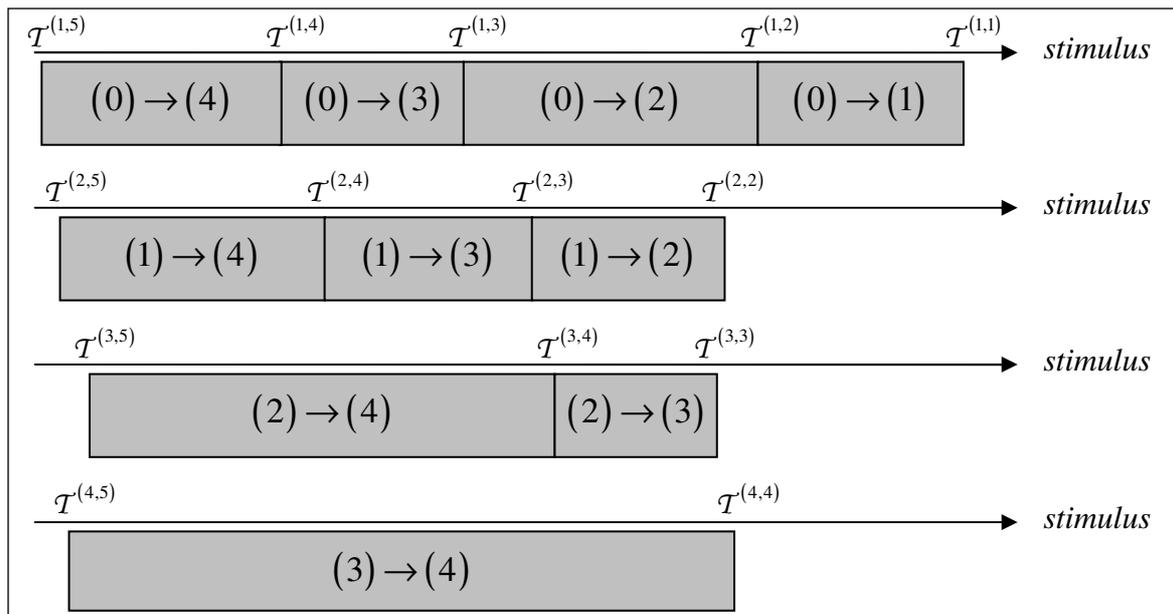


Fig. II-13 : Schéma des seuils d'activité
(0 - tissu granulaire, 1 - tissu fibreux, 2 - cartilage, 3 - os mature, 4 - os immature).

Il reste maintenant à déterminer quelles grandeurs nous utiliserons pour définir les différents stimuli.

6. Définition du stimulus

Ainsi qu'il a été montré précédemment, l'environnement mécanique des cellules joue un rôle capital dans le déroulement des processus biologiques permettant l'ostéogenèse lors du transport osseux. Il reste à déterminer lequel des champs mécaniques usuels (ou une combinaison) pourrait être utilisé afin de simuler l'effet mécano-biologique de la distraction osseuse.

On peut néanmoins remarquer que l'approche présentée ici reste valide quelque soit le ou les stimuli choisis. Devant le manque de données objectives de la littérature concernant ces grandeurs, nous avons été amenés à poser un certain nombre d'hypothèses.

Pour ce faire, il nous a semblé judicieux de nous baser sur les observations biologiques réalisées sur la mécano-transduction des cellules.⁸ En effet, la création des nouveaux tissus lors de la distraction ostéogénique repose sur les mécanismes cellulaires tels que la multiplication, la différenciation, l'activation ou l'apoptose. La régulation de ces activités, et par conséquent l'ostéogenèse, se fait par l'intermédiaire d'une communication étroite entre les cellules elles-mêmes et avec le reste de l'organisme. Nous avons donc cherché à modéliser la manière dont l'environnement mécanique agit sur cet échange d'informations.

Comme détaillé dans le chapitre I, les différents phénotypes de cellules considérés dans ce modèle possèdent deux voies de communication illustrés sur la figure II-1. La première est la trans-membranaire : le facteur traverse le cytosquelette et interagit avec le noyau cellulaire. La seconde est la voie des récepteurs membranaires : le facteur adhère au cytosquelette en se combinant au récepteur qui lui correspond.

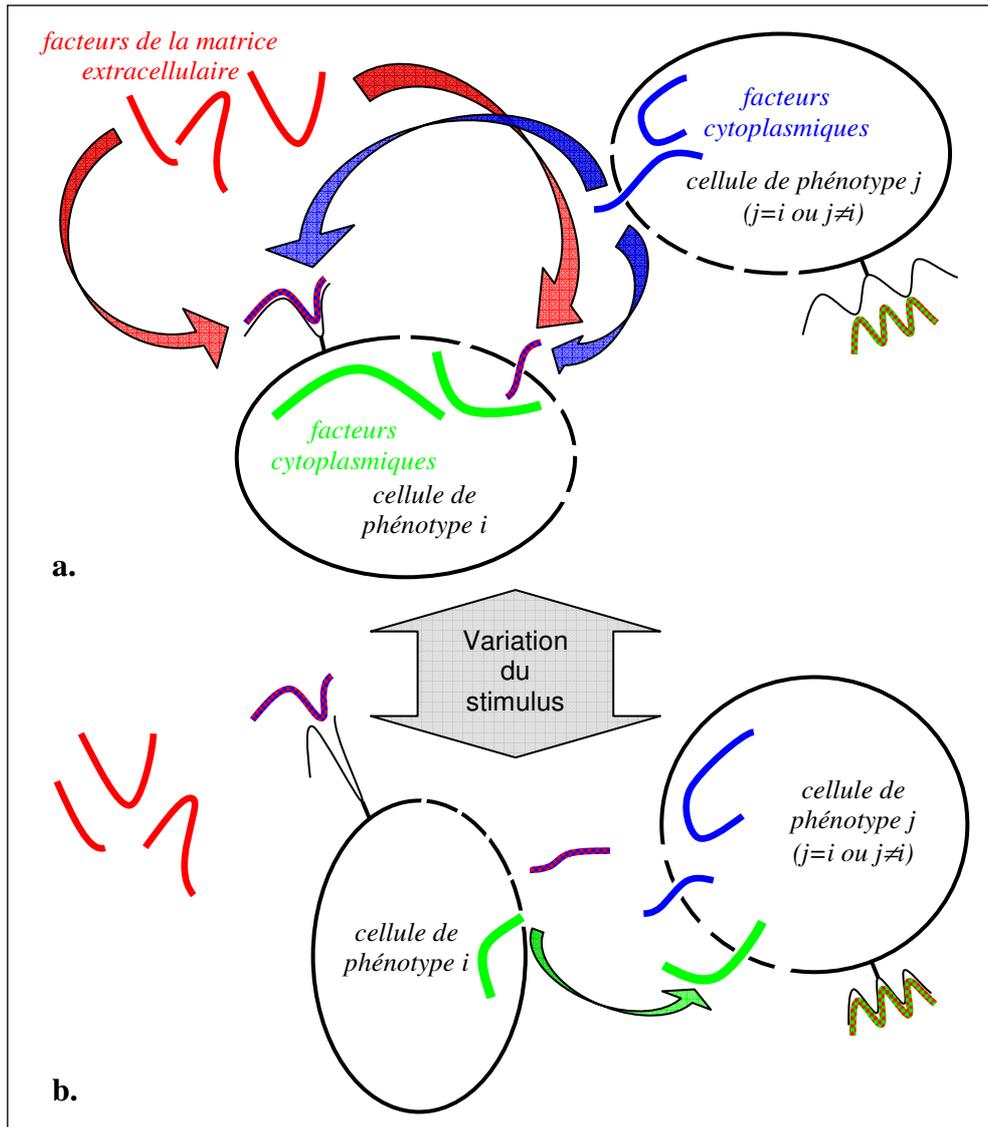


Fig. II-1 : Schéma présentant les voies de mécano-transduction.

On peut remarquer que ces deux voies concernent à la fois des facteurs sécrétés par les cellules avoisinantes (de même phénotype ou non) et des facteurs présents dans la matrice extracellulaire. Cela a pour conséquence de créer un grand nombre de mécanismes de régulation de fonctions aussi diverses que la multiplication, la différenciation, l'activité, l'apoptose...

Les développements récents de la mécano-biologie⁹ semblent montrer que la mécano-transduction est notamment liée au changement de forme du cytosquelette. Comme illustré sur la figure II-1, les changements morphologiques d'une cellule activent certaines voies de communication et en désactivent d'autres : dans certaines configurations la liaison entre un facteur et le récepteur correspondant peut se faire et dans d'autres, elle est impossible. La pression sur la membrane cytoplasmique semble également jouer un rôle en modifiant les dimensions des canaux trans-membranaires et en sélectionnant par conséquent les facteurs qui peuvent ou non la traverser.

Suite à ces observations, nous avons décidé de choisir deux grandeurs pour la définition de notre stimulus pour les transformations liées à la différenciation cellulaire, c'est-à-dire concernant toute phase (i) inférieure à (N). La première grandeur est la déformation élastique moyenne :

$$S_1^{diff} \equiv \begin{cases} E_m^e & - \text{approche globale} \\ \epsilon_m^{e(i)} & - \text{approche locale} \end{cases}, \quad (\text{II.195})$$

où :

$$E_m^e = \frac{E_{11}^e + E_{22}^e + E_{33}^e}{3} \quad (\text{II.196})$$

est la déformation moyenne élastique globale et :

$$\epsilon_m^{e(i)} = \frac{\epsilon_{11}^{e(i)} + \epsilon_{22}^{e(i)} + \epsilon_{33}^{e(i)}}{3} \quad (\text{II.197})$$

est la déformation moyenne élastique locale de la phase (i).

La seconde donnée utilisée est la déformation de cisaillement octaédrique élastique :

$$S_2^{diff} \equiv \begin{cases} \Gamma^e & - \text{approche globale} \\ \gamma^{e(i)} & - \text{approche locale} \end{cases} \quad (\text{II.198})$$

où :

$$\Gamma^e = \sqrt{2E_{ij}^e E_{ij}^e} \quad (\text{II.199})$$

est la déformation de cisaillement octaédrique élastique globale et :

$$\gamma^{e(i)} = \sqrt{2e_{ij}^{e(i)} e_{ij}^{e(i)}} \quad (\text{II.200})$$

est la déformation de cisaillement octaédrique élastique locale de la phase (i).

Ces définitions font appel à la partie déviatorique de la déformation respectivement globale et localisée sur la phase (i) :

$$E_{ij}^e = E_{ij}^e - \frac{1}{3} E_{mm}^e \delta_{ij}, \quad (\text{II.201})$$

$$e_{ij}^{e(i)} = e_{ij}^{e(i)} - \frac{1}{3} e_{mm}^{e(i)} \delta_{ij}. \quad (\text{II.202})$$

Dans le cas du passage de la phase (N) à la phase (0), c'est-à-dire de l'étape de constitution du tissu granulaire, il s'agit d'un problème d'écoulement dans les pores lié à l'élongation. Les rôles de la déformation moyenne élastique et de la vitesse de déformation de croissance apparaissent clairement. Nous définissons donc :

$$S_1^{rempl} \equiv \begin{cases} \overline{\epsilon}_m^e & - \text{approche globale} \\ \epsilon_m^{e(0)} & - \text{approche locale} \end{cases} . \quad (\text{II.203})$$

La seconde donnée utilisée est la trace de la vitesse de déformation de croissance :

$$S_2^{rempl} \equiv \begin{cases} tr(\mathbf{D}^g) & - \text{approche globale} \\ tr(\mathbf{d}^g) & - \text{approche locale} \end{cases} , \quad (\text{II.204})$$

où :

$$tr(\mathbf{D}^g) = D_{11}^g + D_{22}^g + D_{33}^g \quad (\text{II.205})$$

est la trace de la vitesse de déformation de croissance globale et :

$$tr(\mathbf{d}^g) = d_{11}^g + d_{22}^g + d_{33}^g \quad (\text{II.206})$$

est la trace de la vitesse de déformation de croissance locale de la phase (i).

Dans tous les cas, le stimulus $S^{(i)}$ est alors défini par une combinaison des grandeurs S_1 et S_2 :

$$S^{(i)} = \frac{S_1}{A^{(i)}} + \frac{S_2}{B^{(i)}} , \quad (\text{II.207})$$

où $A^{(i)}$ et $B^{(i)}$ sont respectivement les valeurs de référence des grandeurs S_1 et S_2 . Notons que chaque valeur de référence porte la même unité que la grandeur qui lui correspond. Les valeurs de référence ont à la fois pour objectif de rendre le stimulus adimensionnel et de donner une part relative différente à chaque grandeur constitutive. Notons que le stimulus $S^{(N)}$ agissant sur la phase (N) conditionne le remplissage des pores alors que les stimuli $S^{(i)}$ s'appliquant à toute phase (i) telle que $0 \leq i \leq N-1$ régissent la production de tissus liée aux processus de différenciation cellulaire.

D. Conclusion partielle

Ce chapitre a été dédié à l'étude de la modélisation numérique de la distraction ostéogénique. Les différents modèles déjà existants pour la simulation de la guérison osseuse ont été passés en revue en mettant en avant leurs intérêts et leurs défauts. Des efforts considérables ont été voués à la prise en compte des nombreux phénomènes mécano-biologiques responsables de l'ostéogénèse. Cependant, une carence capitale pour la modélisation de la distraction fut mise en évidence : aucun de ces modèles ne prend en compte la déformation permanente, pourtant importante, qui apparaît lors de ce processus.

Il fut donc décidé de développer un modèle de guérison osseuse adapté à la distraction et qui tient compte de cette spécificité. Ce traitement requérant la prise en compte de la théorie des grandes déformations, quelques rappels utiles furent consacrés à celle-ci. Le développement de notre modèle micromécanique fut alors présenté. Une décomposition de la déformation permanente en parties croissance et plastique a permis de tenir compte des transformations mésoscopiques liées aux changements de forme et de volume du régénérat. De plus, l'utilisation des théories d'homogénéisation a autorisé à simuler à l'échelle microscopique l'évolution des tissus constitutifs de celui-ci. Par ailleurs, nous avons également défini les stimuli que nous utiliserons lors de nos calculs en accord avec les principes biologiques mis en place précédemment.

Nous avons pu prendre en compte les déformations permanentes du régénérat qui sont essentielles à une description réaliste de la distraction ostéogénique. Le but étant de simuler numériquement cette dernière, il est nécessaire de pouvoir exploiter ce modèle dans un logiciel de calcul comme ABAQUS. Le prochain chapitre sera donc consacré à l'implémentation de ce modèle dans une routine UMAT.

Chapitre III : Développement d'une routine pour le modèle de distraction ostéogénique

A. Introduction de l'approche adoptée en transformations finies

Les développements théoriques présentés précédemment concernent le comportement évolutif en grandes déformations. La théorie des grandes déformations utilisée par ABAQUS, dont nous aurons besoin pour décrire le comportement des structures biologiques, appartient à la classe des approches corotationnelles.¹⁵² Une critique approfondie de ce type d'approches peut être trouvée dans l'article de Simo et Pister.¹⁵³

Pour toute loi inélastique, ABAQUS procure comme donnée d'entrée à la routine utilisateur UMAT un incrément de déformation totale ΔE , ainsi qu'un ensemble de variables d'état. Cet incrément est déduit de l'incrément du gradient de transformation ΔF qui permet le calcul du gradient de vitesse par la relation habituelle :

$$\mathbf{g} = \frac{d\Delta F}{dt} \Delta F^{-1}. \quad (\text{III.1})$$

L'incrément du gradient de transformation est décomposé d'une manière multiplicative (décomposition polaire) en incrément de déformation ΔV ou ΔU (respectivement tenseur d'élongation gauche et tenseur d'élongation droite) et incrément de rotation ΔR :

$$\Delta F = \Delta V \cdot \Delta R = \Delta R \cdot \Delta U. \quad (\text{III.2})$$

Tous les vecteurs et tenseurs associés à la loi de comportement du matériau, avant d'être transmis vers la routine UMAT, sont transportés de la configuration actuelle vers une configuration définie par la rotation ΔR . Cette configuration est appelée "matérielle".^{152,154} Ainsi le gradient de vitesse devient dans cette configuration :

$$\mathbf{G} = \Delta R \cdot \mathbf{g} \cdot {}^t \Delta R. \quad (\text{III.3})$$

Cette dernière grandeur permet le calcul de l'incrément de déformation en passant par l'expression :

$$\Delta E = \frac{1}{2} \int_t^{t+\Delta t} (\mathbf{G}(t+\tau) + {}^t \mathbf{G}(t+\tau)) d\tau = \int_t^{t+\Delta t} \mathbf{D}(t+\tau) d\tau, \quad (\text{III.4})$$

où \mathbf{D} , partie symétrique du gradient des vitesses, est appelé vitesse de déformation.

En utilisant l'approximation admettant que les directions principales de $\Delta U = {}^t \Delta R \cdot \Delta F$ restent inchangées durant l'incrément considéré, il est démontré que :

$$\Delta E = \ln(\Delta V), \quad (\text{III.5})$$

c'est-à-dire qu'il s'agit d'une mesure logarithmique de la déformation.

Pour les matériaux dont l'état dépend de l'histoire de chargement, les lois constitutives sont écrites en vitesse ou sous forme incrémentale. Soit $\boldsymbol{\sigma}$ la contrainte de Cauchy. La contrainte de Kirchhoff $\boldsymbol{\tau} = J\boldsymbol{\sigma}$, conjuguée avec la vitesse de déformation \boldsymbol{d} , est utilisée dans ABAQUS. Sa vitesse est définie par l'expression :

$$\frac{d}{dt}(J\boldsymbol{\sigma}) = \frac{d^\nabla}{dt}(J\boldsymbol{\sigma}) + J(\boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\omega}). \quad (\text{III.6})$$

La partie due au comportement du matériau est le terme $\frac{d^\nabla}{dt}(J\boldsymbol{\sigma}) \equiv (J^\nabla\boldsymbol{\sigma}) = \boldsymbol{\tau}^\nabla$ appelé vitesse corotationnelle de la contrainte de Kirchhoff. Dans cette dernière expression \equiv signifie que nous considérons l'équivalence des termes situés de part et d'autre de ce symbole. La vitesse corotationnelle de la contrainte de Kirchhoff est déterminée grâce à une loi hypo-élastique donnant, après son transport par $\Delta\boldsymbol{R}$:

$$\dot{\boldsymbol{T}} = \Delta\boldsymbol{R} \cdot \boldsymbol{\tau}^\nabla \cdot {}^t\Delta\boldsymbol{R}. \quad (\text{III.7})$$

Cette loi s'écrit dans le cas du comportement élastique adaptatif :

$$\dot{\boldsymbol{T}} = \boldsymbol{C} : \boldsymbol{D}, \quad (\text{III.8})$$

où \boldsymbol{C} est le tenseur des propriétés élastiques possédant toutes les symétries habituelles (voir chapitre II) et \boldsymbol{D} est la mesure transportée de la vitesse de déformation.

Ce tenseur \boldsymbol{C} , dans le cadre de l'élasticité adaptative, est fonction des fractions volumiques des phases. Par conséquent, elles peuvent être considérées comme variables internes et seront regroupées dans une matrice notée $\{f\}$ dont la dimension correspond au nombre de phases.

ABAQUS utilise une version incrémentale de cette loi de comportement qui peut être écrite sous la forme :

$$\Delta\boldsymbol{T} = \boldsymbol{C}(\{f\}) : \Delta\boldsymbol{E}. \quad (\text{III.9})$$

Cet incrément de la contrainte de Kirchhoff doit être déterminé dans UMAT et cumulé avec la valeur de \boldsymbol{T} du début du pas, transportée elle aussi dans la configuration matérielle. Ce transport est assuré par ABAQUS.

La dernière tâche à effectuer dans la routine UMAT est le calcul du module tangent cohérent avec l'approche incrémentale mise en place. Selon les procédures d'ABAQUS, ce module tangent (appelé *DDSDDE*) est défini par l'expression suivante :

$$DDSDDE = \frac{1}{J} \frac{\partial \Delta\boldsymbol{T}}{\partial \Delta\boldsymbol{E}} \quad (\text{III.10})$$

C'est dans le cadre qui vient d'être exposé que nous développons, dans la suite de ce chapitre, l'implantation des lois de comportement élastique adaptatif nécessaires à la simulation de la distraction ostéogénique par l'approche présentée plus tôt.

B. Intégration implicite de la loi de comportement

1. Cas général

Notre objectif est, pour un intervalle de temps donné $[0, T]$, de déterminer l'évolution de tous les champs mécaniques discutés au paragraphe précédent. La procédure utilisée par ABAQUS, comme pour la majorité de codes éléments finis, consiste en un traitement numérique par itérations d'une version discrétisée du principe des puissances virtuelles (PPV). Ce traitement se résume essentiellement en cinq étapes.

1. La version discrétisée du PPV permet, pour un incrément de sollicitations externes, l'obtention d'un mouvement incrémental nodal (traitement global).
2. Les relations cinématiques entre les déplacements et une mesure de déformation donnée permettent le calcul des incréments de déformation totale (traitement local – au niveau de points d'intégrations).
3. Pour cet incrément, les nouvelles valeurs de variables telles que $T, E, \{f\}$ sont déterminées par l'intégration d'une loi de comportement (traitement local).
4. Le PPV est réutilisé pour vérifier l'équilibre de la structure avec les nouvelles valeurs des contraintes (traitement global).
5. Les valeurs résiduelles des forces sont déterminées. Si leur niveau est inférieur à la tolérance prédéfinie, la solution courante est acceptée. Sinon le retour au point 1 est effectué.

Ce schéma correspond à une stratégie appelée *assumed strain*. Elle est également utilisée par ABAQUS.

De cette procédure résulte que l'implantation d'une nouvelle loi de comportement touche uniquement le point 3 et se déroule localement au niveau des points d'intégrations des éléments.

Admettons alors que suite à n incréments de temps, c'est à dire au temps $t_n \in [0, T]$ nous disposons des données suivantes : E_n et $\{f\}_n$, respectivement, les valeurs convergées de la déformation et des variables internes obtenues à la fin du $n^{\text{ième}}$ pas de temps. Elles seront considérées dans la suite comme variables indépendantes du processus itératif.

Soit ΔE_{n+1} l'incrément de déformation résultant du calcul lié aux points 1 et 2.

Notre problème est de réactualiser les valeurs de E_n et $\{f\}_n$ à la fin du pas de temps $n+1$, c'est à dire de déterminer les grandeurs E_{n+1} et $\{f\}_{n+1}$. Plusieurs approches sont possibles pour intégrer les équations du comportement. Les plus répandues sont les méthodes explicite, semi-implicite et implicite attribuées à Euler. Elles découlent toutes d'un algorithme commun présenté en annexe 2.

Nous cherchons ici à traiter l'intégration implicite de la loi de comportement introduite dans le chapitre précédent pour la distraction ostéogénique. En plus de E_n et $\{f\}_n$, nous supposons connues les grandeurs mésoscopiques suivantes :

- E_n^e - déformation élastique,
- E_n^p - déformation permanente,
- Σ_n - contrainte,
- C_n^{MT} - tenseur des propriétés élastiques équivalentes au sens de Mori-Tanaka.

Nous disposons également de toutes les mesures mécaniques locales nécessaires comme les propriétés élastiques des tissus constitutifs, des contraintes et déformations ainsi que leurs vitesses... Grâce au développement présenté dans le chapitre précédent, ce traitement d'intégration pourra ici être réalisé à l'échelle mésoscopique. Les grandeurs locales ne seront alors utiles que pour la détermination des stimuli et l'analyse des résultats des simulations.

L'hypothèse *assumed strain* rend le calcul de la déformation totale à l'incrément $n+1$ trivial :

$$E_{n+1} = E_n + \Delta E_{n+1}. \quad (\text{III.11})$$

Cependant, la réactualisation des autres grandeurs dépend de la réponse du matériau (élastique ou non). Le traitement demande alors une approche itérative. La méthode classiquement employée pour atteindre cet objectif est appelée *elastic predictor - plastic corrector*. C'est cette démarche que nous retiendrons dans notre travail.

La méthode *elastic predictor - plastic corrector*, de type implicite, permet d'affiner progressivement le partage de l'incrément de déformation totale en parties élastique et permanente.

Le traitement itératif demande l'introduction d'un symbole supplémentaire indiquant le numéro de l'itération en cours. Il sera noté k et sera placé entre parenthèses pour le différencier du numéro de l'incrément. Cet ajout alourdissant considérablement l'écriture, nous omettrons dans la suite l'indice $n+1$ indiquant l'incrément courant.

Dans la première phase, nommée *elastic predictor* et qui correspond à l'itération $k = 0$, on suppose que l'incrément de déformation totale est purement élastique. Ceci revient à "geler" la déformation permanente et les variables internes $\{f\}$ à leurs valeurs du pas précédent (n) :

$$\mathbf{E}_{(0)}^e = \mathbf{E}_n^e + \Delta \mathbf{E}, \quad (\text{III.12})$$

$$\mathbf{E}_{(0)}^p = \mathbf{E}_n^p, \quad (\text{III.13})$$

$$\{f\}_{(0)} = \{f\}_n. \quad (\text{III.14})$$

Par conséquent, les propriétés élastiques du cal sont également celles du pas précédent :

$$\mathbf{C}_{(0)}^{MT} = \mathbf{C}_n^{MT}. \quad (\text{III.15})$$

Cette remarque est également vraie pour les tenseurs de localisation de déformations et de contraintes de toutes les phases du cal :

$$\mathbf{A}_{(0)}^{(i)} = \mathbf{A}_n^{(i)}, \quad (\text{III.16})$$

$$\mathbf{B}_{(0)}^{(i)} = \mathbf{B}_n^{(i)}. \quad (\text{III.17})$$

Nous pouvons alors calculer la première approximation de l'état de contrainte $\boldsymbol{\Sigma}_{(0)}$ grâce à la loi d'Hooke :

$$\boldsymbol{\Sigma}_{(0)} = \mathbf{C}_{(0)}^{MT} : \mathbf{E}_{(0)}^e. \quad (\text{III.18})$$

A partir de la définition (II.147), nous déterminons la contrainte effective s'exerçant dans le tissu granulaire $\sigma_{(0)}^{eff(0)}$:

$$\sigma_{(0)}^{eff(0)} = \sqrt{\boldsymbol{\Sigma}_{(0)} : {}^t \mathbf{B}_{(0)}^{(0)} : \mathbf{K} : \mathbf{B}_{(0)}^{(0)} : \boldsymbol{\Sigma}_{(0)} + \alpha \langle \boldsymbol{\Sigma}_{(0)} : {}^t \mathbf{B}_{(0)}^{(0)} : \mathbf{J} : \mathbf{B}_{(0)}^{(0)} : \boldsymbol{\Sigma}_{(0)} \rangle} = \Sigma_{(0)}^{eff}. \quad (\text{III.19})$$

Puisque cette contrainte est calculée en fonction de la contrainte macroscopique $\boldsymbol{\Sigma}_{(0)}$, nous la notons $\Sigma_{(0)}^{eff}$ pour souligner le caractère mésoscopique de la procédure. Nous comparons alors la première approximation de la contrainte effective $\Sigma_{(0)}^{eff}$ à la contrainte critique σ_c au-delà de laquelle les déformations permanentes apparaissent.

Si la contrainte effective est inférieure à ce seuil, le comportement pendant l'incrément $n+1$ reste purement élastique et nous pouvons réactualiser toute grandeur X , qu'elle soit tensorielle, matricielle ou scalaire, globale ou locale, en écrivant :

$$X_{n+1} = X_{(0)}. \quad (\text{III.20})$$

Dans le cas contraire, la phase de correction plastique doit être enclenchée. Les équations à résoudre sont généralement non-linéaires, et on les traite usuellement à l'aide de la méthode de Newton.

Soit un résidu $\mathbf{R}_{(k)}$ de la déformation permanente $\mathbf{E}_{(k)}^p$ à l'incrément $n+1$:

$$\mathbf{R}_{(k)} = \mathbf{E}_n^p + \Delta\Lambda_{(k)}\mathbf{N}_{(k)} - \mathbf{E}_{(k)}^p \quad (\text{III.21})$$

et la loi empirique précisant l'évolution du paramètre de consistance :

$$\Delta\Lambda_{(k)} = \phi\left(\Sigma_{(k)}^{eff}\right)\Delta t_{(k)} \equiv \Delta\phi\left(\Sigma_{(k)}^{eff}\right). \quad (\text{III.22})$$

La solution du problème correspond au cas où $\mathbf{R}_{(k)}$ s'annule. S'agissant d'une méthode numérique, nous considérerons que la solution est atteinte quand la norme (à définir) de ce résidu devient inférieure à une valeur admissible appelée tolérance.

Si cette condition n'est pas satisfaite une opération de linéarisation des équations ci-dessus est effectuée pour diminuer ce résidu :

$$\begin{cases} \mathbf{R}_{(k+1)} = \mathbf{R}_{(k)} + \delta\mathbf{E}_n^p + \delta\left(\Delta\Lambda_{(k)}\mathbf{N}_{(k)}\right) - \delta\mathbf{E}_{(k)}^p = 0 \\ \delta\left(\Delta\Lambda_{(k)}\right) = \delta\left(\Delta\phi\left(\Sigma_{(k)}^{eff}\right)\right) \end{cases} \quad (\text{III.23})$$

Remarquons tout d'abord que la correction de la déformation permanente de l'incrément n est nulle car nous supposons que la solution du problème était convergée à cet instant :

$$\delta\mathbf{E}_n^p = 0. \quad (\text{III.24})$$

Estimons à présent la correction de la déformation permanente à l'incrément $n+1$. En partant de la loi de Hooke généralisée, nous avons :

$$\Sigma_{(k)} = \mathbf{C}_{(k)}^{MT} : \left(\mathbf{E}_{n+1} - \mathbf{E}_{(k)}^p\right). \quad (\text{III.25})$$

Cette équation permet de dégager la déformation plastique en fonction de la contrainte :

$$\mathbf{E}_{(k)}^p = \mathbf{E} - \mathbf{C}_{(k)}^{-MT} : \Sigma_{(k)}, \quad (\text{III.26})$$

où $\mathbf{C}_{(k)}^{-MT} = \left[\mathbf{C}_{(k)}^{MT}\right]^{-1}$ est le tenseur des souplesses élastiques.

La correction de la déformation permanente vaut alors :

$$\delta\mathbf{E}_{(k)}^p = \delta\mathbf{E} - \delta\left(\mathbf{C}_{(k)}^{-MT} : \Sigma_{(k)}\right). \quad (\text{III.27})$$

Dans le cadre de la méthode *assumed strain*, la déformation totale est supposée figée et sa correction est donc nulle. D'une manière générale, le tenseur des propriétés élastiques $\mathbf{C}_{(k)}^{MT}$ évolue avec la déformation permanente, qui contient en elle la déformation de croissance faisant évoluer les fractions volumiques des tissus. Cependant, pour simplifier la démarche, nous le supposons constant pour le calcul de la correction de déformation permanente. Nous obtenons alors :

$$\delta \mathbf{E}_{(k)}^p = -\mathbf{C}_{(k)}^{-MT} : \delta \boldsymbol{\Sigma}_{(k)}. \quad (\text{III.28})$$

Le vecteur $\mathbf{N}_{(k)}$ dépend de l'état de contrainte. D'une manière générale sa correction n'est pas nulle. Elle sera notée $\delta \mathbf{N}_{(k)} = \frac{\partial \mathbf{N}_{(k)}}{\partial \boldsymbol{\Sigma}_{(k)}} : \delta \boldsymbol{\Sigma}_{(k)}$ et estimée plus loin. La correction de la fonction d'écoulement $\Delta \phi(\boldsymbol{\Sigma}_{(k)}^{eff})$ s'écrit quant à elle :

$$\delta(\Delta \phi(\boldsymbol{\Sigma}_{(k)}^{eff})) = \frac{\partial \Delta \phi(\boldsymbol{\Sigma}_{(k)}^{eff})}{\partial \boldsymbol{\Sigma}_{(k)}} : \delta \boldsymbol{\Sigma}_{(k)} = \frac{\partial \Delta \phi(\boldsymbol{\Sigma}_{(k)}^{eff})}{\partial \boldsymbol{\Sigma}_{(k)}^{eff}} \frac{\partial \boldsymbol{\Sigma}_{(k)}^{eff}}{\partial \boldsymbol{\Sigma}_{(k)}} : \delta \boldsymbol{\Sigma}_{(k)}. \quad (\text{III.29})$$

En introduisant une nouvelle notation :

$$\Delta \phi'_{(k)} \equiv \frac{\partial \Delta \phi(\boldsymbol{\Sigma}_{(k)}^{eff})}{\partial \boldsymbol{\Sigma}_{(k)}^{eff}} \quad (\text{III.30})$$

et puisque :

$$\frac{\partial \boldsymbol{\Sigma}_{(k)}^{eff}}{\partial \boldsymbol{\Sigma}_{(k)}} = \mathbf{N}_{(k)}, \quad (\text{III.31})$$

nous avons :

$$\delta(\Delta \phi(\boldsymbol{\Sigma}_{(k)}^{eff})) = \Delta \phi'_{(k)} \mathbf{N}_{(k)} : \delta \boldsymbol{\Sigma}_{(k)}. \quad (\text{III.32})$$

Nous définissons également un tenseur d'ordre 4 qui s'écrit :

$$\partial_{\boldsymbol{\Sigma}} \mathbf{N}_{(k)} = \frac{\partial \mathbf{N}_{(k)}}{\partial \boldsymbol{\Sigma}_{(k)}}. \quad (\text{III.33})$$

Le système d'équations dû à la linéarisation devient alors :

$$\begin{cases} \mathbf{R}_{(k)} + \delta(\Delta \Lambda_{(k)}) \mathbf{N}_{(k)} + \Delta \Lambda_{(k)} \partial_{\boldsymbol{\Sigma}} \mathbf{N}_{(k)} : \delta \boldsymbol{\Sigma}_{(k)} + \mathbf{C}_{(k)}^{-MT} : \delta \boldsymbol{\Sigma}_{(k)} = 0 \\ \delta(\Delta \Lambda_{(k)}) = \Delta \phi'_{(k)} \mathbf{N}_{(k)} : \delta \boldsymbol{\Sigma}_{(k)} \end{cases}. \quad (\text{III.34})$$

Pour simplifier les transformations, introduisons un autre tenseur d'ordre 4, noté \mathbf{H} , tel que :

$$\mathbf{H}_{(k)} = \mathbf{C}_{(k)}^{-MT} + \Delta\Lambda_{(k)} \partial_{\boldsymbol{\Sigma}} \mathbf{N}_{(k)}. \quad (\text{III.35})$$

Nous avons :

$$\begin{cases} \mathbf{R}_{(k)} + \delta(\Delta\Lambda_{(k)}) \mathbf{N}_{(k)} + \mathbf{H}_{(k)} : \delta\boldsymbol{\Sigma}_{(k)} = 0 \\ \delta(\Delta\Lambda_{(k)}) = \Delta\phi'_{(k)} \mathbf{N}_{(k)} : \delta\boldsymbol{\Sigma}_{(k)} \end{cases}. \quad (\text{III.36})$$

En substituant la deuxième de ces relations dans la première, nous obtenons une équation pour la correction de la contrainte :

$$\mathbf{R}_{(k)} + \Delta\phi'_{(k)} \mathbf{N}_{(k)} \otimes \mathbf{N}_{(k)} : \delta\boldsymbol{\Sigma}_{(k)} + \mathbf{H}_{(k)} : \delta\boldsymbol{\Sigma}_{(k)} = 0. \quad (\text{III.37})$$

La solution s'écrit alors :

$$\delta\boldsymbol{\Sigma}_{(k)} = -\left(\Delta\phi'_{(k)} \mathbf{N}_{(k)} \otimes \mathbf{N}_{(k)} + \mathbf{H}_{(k)}\right)^{-1} : \mathbf{R}_{(k)}. \quad (\text{III.38})$$

Elle nous permet d'estimer la nouvelle approximation du tenseur de contraintes :

$$\boldsymbol{\Sigma}_{(k+1)} = \boldsymbol{\Sigma}_{(k)} + \delta\boldsymbol{\Sigma}_{(k)} \quad (\text{III.39})$$

et de calculer la correction de la déformation permanente en utilisant la relation (III.28) :

$$\delta\mathbf{E}_{(k)}^p = -\mathbf{C}_{(k)}^{-MT} : \delta\boldsymbol{\Sigma}_{(k)}.$$

La nouvelle approximation de la déformation permanente s'écrit alors :

$$\mathbf{E}_{(k+1)}^p = \mathbf{E}_{(k)}^p + \delta\mathbf{E}_{(k)}^p. \quad (\text{III.40})$$

A ce stade, les procédures de simulation de l'élongation et de la différenciation peuvent être enclenchées. En effet, nous disposons de toutes les données nécessaires pour calculer les nouvelles fractions volumiques des tissus. Cette étape sera détaillée dans le paragraphe suivant. Suite à ce calcul, nous disposerons de nouvelles approximations des fractions volumiques :

$$\{f\}_{(k+1)} = \{f\}_n + \Delta\{f\}_k, \quad (\text{III.41})$$

nous permettant le calcul des nouvelles propriétés élastiques $\mathbf{C}_{(k+1)}^{MT}$ et des tenseurs de localisations $\mathbf{A}_{(k+1)}^{(i)}$ et $\mathbf{B}_{(k+1)}^{(i)}$.

Le compteur d'itérations est alors incrémenté et suivi par le retour au calcul de la contrainte effective.

L'organigramme général de cette méthode sera présenté plus loin. Dans le paragraphe suivant, nous particularisons ces expressions et résultats au cas isotrope traité dans notre étude.

2. Cas isotrope

Dans le cas du comportement isotrope, les résultats présentés dans le paragraphe précédent sont considérablement simplifiés. La démarche générale reste cependant identique au cas général.

Calculons tout d'abord la contrainte test ou initiale liée à l'étape *elastic predictor* en admettant le comportement isotrope du cal :

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Sigma}_{(0)} &= \mathbf{C}_{(0)}^{MT} : \mathbf{E}_{(0)}^e \\ \boldsymbol{\Sigma}_{(0)} &= \left(3\kappa_{(0)}^{MT} \mathbf{J} + 2G_{(0)}^{MT} \mathbf{K} \right) : \mathbf{E}_{(0)}^e = \kappa_{(0)}^{MT} \text{tr} \left(\mathbf{E}_{(0)}^e \right) \mathbf{I} + 2G_{(0)}^{MT} \boldsymbol{\epsilon}_{(0)}^e, \end{aligned} \quad (\text{III.42})$$

où :

$$\boldsymbol{\epsilon}_{(0)}^e = \text{dev} \left(\mathbf{E}_{(0)}^e \right) \quad (\text{III.43})$$

est la partie déviatorique du tenseur des déformations élastiques.

Pour une itération (k) donnée, la contrainte effective s'exerçant dans le tissu granulaire s'écrit alors :

$$\boldsymbol{\Sigma}_{(k)}^{eff} = \sqrt{\left(B_{G(k)}^0 \right)^2 \mathbf{S}_{(k)} : \mathbf{S}_{(k)} + 3\alpha \left(B_{\kappa(k)}^0 \right)^2 \left\langle \boldsymbol{\Sigma}_{m(k)} \right\rangle^2}. \quad (\text{III.44})$$

En se référant à l'expression (II.149), le vecteur normal prend la forme :

$$\mathbf{N}_{(k)} = \frac{B_{G(k)}^0 \mathbf{S}_{(k)} + \alpha B_{\kappa(k)}^0 \left\langle \boldsymbol{\Sigma}_{m(k)} \right\rangle \mathbf{I}}{\boldsymbol{\Sigma}_{(k)}^{eff}}.$$

Afin de construire le tenseur \mathbf{H} , il faut d'abord calculer la dérivée du vecteur normal par rapport à la contrainte :

$$\partial_{\boldsymbol{\Sigma}} \mathbf{N}_{(k)} = \frac{\partial \mathbf{N}_{(k)}}{\partial \boldsymbol{\Sigma}_{(k)}} = \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\Sigma}_{(k)}} \left(\frac{B_{G(k)}^0 \mathbf{S}_{(k)} + \alpha B_{\kappa(k)}^0 \left\langle \boldsymbol{\Sigma}_{m(k)} \right\rangle \mathbf{I}}{\boldsymbol{\Sigma}_{(k)}^{eff}} \right). \quad (\text{III.45})$$

Ceci devient :

$$\begin{aligned} \partial_{\Sigma} N_{(k)} = & \frac{1}{(\Sigma_{(k)}^{eff})^2} \left[\frac{\partial}{\partial \Sigma_{(k)}} \left(B_{G(k)}^0 \mathbf{S}_{(k)} + \alpha B_{\kappa(k)}^0 \langle \Sigma_{m(k)} \rangle \mathbf{I} \right) \Sigma_{(k)}^{eff} \right. \\ & \left. - \left(B_{G(k)}^0 \mathbf{S}_{(k)} + \alpha B_{\kappa(k)}^0 \langle \Sigma_{m(k)} \rangle \mathbf{I} \right) \otimes \frac{\partial \Sigma_{(k)}^{eff}}{\partial \Sigma_{(k)}} \right] \end{aligned} \quad (III.46)$$

Rappelons les résultats élémentaires suivants :

$$\frac{\partial \Sigma_m}{\partial \Sigma} = \mathbf{I} : \mathbf{I} = \mathbf{I},$$

$$\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \Sigma} = \frac{\partial \left(\Sigma - \frac{1}{3} \Sigma_m \mathbf{I} \right)}{\partial \Sigma} = \mathbf{I} - \frac{1}{3} \mathbf{I} \otimes \mathbf{I} = \mathbf{I} - \mathbf{J} = \mathbf{K},$$

$$\frac{\partial \Sigma^{eff}}{\partial \Sigma} = \mathbf{N},$$

qui nous permettent de transformer la formule précédente en :

$$\partial_{\Sigma} N_{(k)} = \frac{\left(B_{G(k)}^0 \mathbf{K} + \alpha B_{\kappa(k)}^0 \mathbf{I} \otimes \mathbf{I} \right) \Sigma_{(k)}^{eff} - \left(B_{G(k)}^0 \mathbf{S}_{(k)} + \alpha B_{\kappa(k)}^0 \langle \Sigma_{m(k)} \rangle \mathbf{I} \right) \otimes N_{(k)}}{\left(\Sigma_{(k)}^{eff} \right)^2},$$

soit :

$$\partial_{\Sigma} N_{(k)} = \frac{\left(B_{G(k)}^0 \mathbf{K} + 3\alpha B_{\kappa(k)}^0 \mathbf{J} \right) - N_{(k)} \otimes N_{(k)}}{\Sigma_{(k)}^{eff}}. \quad (III.47)$$

L'addition de ce résultat au tenseur des souplesses élastiques nous donne le tenseur \mathbf{H} :

$$\mathbf{H}_{(k)} = \frac{1}{3\kappa_{(k)}^{MT}} \mathbf{J} + \frac{1}{2G_{(k)}^{MT}} \mathbf{K} + \frac{\left(B_{G(k)}^0 \mathbf{K} + 3\alpha B_{\kappa(k)}^0 \mathbf{J} \right) - N_{(k)} \otimes N_{(k)}}{\Sigma_{(k)}^{eff}},$$

devenant :

$$\mathbf{H}_{(k)} = \frac{\Sigma_{(k)}^{eff} + 3\alpha \kappa_{(k)}^{MT} B_{\kappa(k)}^0}{3\kappa_{(k)}^{MT} \Sigma_{(k)}^{eff}} \mathbf{J} + \frac{\Sigma_{(k)}^{eff} + 2G_{(k)}^{MT} B_{G(k)}^0}{2G_{(k)}^{MT} \Sigma_{(k)}^{eff}} \mathbf{K} - \frac{1}{\Sigma_{(k)}^{eff}} N_{(k)} \otimes N_{(k)}. \quad (III.48)$$

Sa somme avec $\Delta\phi'_{(k)} N_{(k)} \otimes N_{(k)}$ donne :

$$\begin{aligned} \Delta\phi'_{(k)} N_{(k)} \otimes N_{(k)} + \mathbf{H}_{(k)} &= \frac{\Sigma_{(k)}^{eff} + 3\alpha\kappa_{(k)}^{MT} B_{\kappa(k)}^0}{3\kappa_{(k)}^{MT} \Sigma_{(k)}^{eff}} \mathbf{J} + \frac{\Sigma_{(k)}^{eff} + 2G_{(k)}^{MT} B_{G(k)}^0}{2G_{(k)}^{MT} \Sigma_{(k)}^{eff}} \mathbf{K} \\ &+ \left(\Delta\phi'_{(k)} - \frac{1}{\Sigma_{(k)}^{eff}} \right) N_{(k)} \otimes N_{(k)} \end{aligned} \quad (\text{III.49})$$

La présence du dernier terme du membre de droite rend ce tenseur anisotrope et empêche une inversion analytique. Pour éviter cet inconvénient et en considérant le fait qu'il s'annule dans le cas de Von Mises, nous négligeons le changement de direction du vecteur normal dans la phase de correction plastique. Par conséquent, le tenseur \mathbf{H} devient égal au tenseur des constantes élastiques :

$$\mathbf{H}_{(k)} = 3\kappa_{(k)}^{MT} \mathbf{J} + 2G_{(k)}^{MT} \mathbf{K} . \quad (\text{III.50})$$

On peut maintenant calculer la correction du multiplicateur plastique :

$$\delta\Delta\Lambda_{(k)} = \frac{\Delta\phi'_{(k)} N_{(k)} : \mathbf{H}_{(k)} : \mathbf{R}_{(k)}}{1 + \Delta\phi'_{(k)} N_{(k)} : \mathbf{H}_{(k)} : N_{(k)}} . \quad (\text{III.51})$$

Pour cela, il est intéressant de calculer d'abord le terme $N_{(k)} : \mathbf{H}_{(k)}$ qui est répété deux fois :

$$\begin{aligned} N_{(k)} : \mathbf{H}_{(k)} &= \frac{B_{G(k)}^0 \mathbf{S}_{(k)} + \alpha B_{\kappa(k)}^0 \langle \Sigma_m^{(k)} \rangle \mathbf{I}}{\sigma_{tr}^{eff(0)}} : \left[3\kappa_{(k)}^{MT} \mathbf{J} + 2G_{(k)}^{MT} \mathbf{K} \right] \\ &= \frac{2G_{(k)}^{MT} B_{G(k)}^0 \mathbf{S}_{(k)} + 3\alpha\kappa_{(k)}^{MT} B_{\kappa(k)}^0 \langle \Sigma_m^{(k)} \rangle \mathbf{I}}{\sigma_{tr}^{eff(0)}} \end{aligned} \quad (\text{III.52})$$

Il reste maintenant à calculer le module tangent algorithmique nécessaire au calcul éléments finis sous ABAQUS.

3. Calcul du module tangent algorithmique

A la fin du pas $n+1$, la loi de Hooke permet d'écrire :

$$\Sigma_{n+1} = \mathbf{C}_{n+1} : \mathbf{E}_{n+1}^e , \quad (\text{III.53})$$

soit :

$$\Sigma_{n+1} = \mathbf{C}_{n+1} : (\mathbf{E}_{n+1} - \mathbf{E}_{n+1}^p) = \mathbf{C}_{n+1} : (\mathbf{E}_{n+1} - \mathbf{E}_n^p - \Delta\mathbf{E}_{n+1}^p) . \quad (\text{III.54})$$

Parce que la déformation plastique du pas précédent est convergée, la variation de la contrainte mésoscopique s'écrit :

$$d\boldsymbol{\Sigma}_{n+1} = \mathbf{C}_{n+1} : d\mathbf{E}_{n+1} - \mathbf{C}_{n+1} d\Delta\mathbf{E}_{n+1}^p. \quad (\text{III.55})$$

La définition de la déformation permanente (II.71) amène :

$$d\boldsymbol{\Sigma}_{n+1} = \mathbf{C}_{n+1} : d\mathbf{E}_{n+1} - \mathbf{C}_{n+1} d\left(\Delta\lambda \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\Sigma}}\right), \quad (\text{III.56})$$

soit :

$$d\boldsymbol{\Sigma}_{n+1} = \mathbf{C}_{n+1} : d\mathbf{E}_{n+1} - \mathbf{C}_{n+1} d\left(\frac{\partial \Delta\lambda}{\partial \boldsymbol{\Sigma}} : d\boldsymbol{\Sigma}_{n+1} \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\Sigma}} + \Delta\lambda \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\Sigma}} \left(\frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\Sigma}}\right) : d\boldsymbol{\Sigma}_{n+1}\right). \quad (\text{III.57})$$

La définition du vecteur normal N :

$$N = \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\Sigma}}$$

permet d'écrire :

$$d\boldsymbol{\Sigma}_{n+1} + \mathbf{C}_{n+1} : \left(N \otimes \frac{\partial \Delta\lambda}{\partial \boldsymbol{\Sigma}} + \Delta\lambda \frac{\partial N}{\partial \boldsymbol{\Sigma}} \right) : d\boldsymbol{\Sigma}_{n+1} = \mathbf{C}_{n+1} : d\mathbf{E}_{n+1}. \quad (\text{III.58})$$

La mise en facteur de l'incrément de contrainte produit :

$$\left[\mathbf{I} + \mathbf{C}_{n+1} : \left(N \otimes \frac{\partial \Delta\lambda}{\partial \boldsymbol{\Sigma}} + \Delta\lambda \frac{\partial N}{\partial \boldsymbol{\Sigma}} \right) \right] : d\boldsymbol{\Sigma}_{n+1} = \mathbf{C}_{n+1} : d\mathbf{E}_{n+1}.$$

En multipliant cette équation par l'inverse du crochet, nous obtenons :

$$d\boldsymbol{\Sigma}_{n+1} = \left[\mathbf{I} + \mathbf{C}_{n+1} : \left(N \otimes \frac{\partial \Delta\lambda}{\partial \boldsymbol{\Sigma}} + \Delta\lambda \frac{\partial N}{\partial \boldsymbol{\Sigma}} \right) \right]^{-1} : \mathbf{C}_{n+1} : d\mathbf{E}_{n+1},$$

soit en introduisant le tenseur de propriétés élastiques sous le signe d'inversion

$$d\boldsymbol{\Sigma}_{n+1} = \left\{ \mathbf{C}_{n+1}^{-1} : \left[\mathbf{I} + \mathbf{C}_{n+1} : \left(N \otimes \frac{\partial \Delta\lambda}{\partial \boldsymbol{\Sigma}} + \Delta\lambda \frac{\partial N}{\partial \boldsymbol{\Sigma}} \right) \right] \right\}^{-1} : d\mathbf{E}_{n+1}$$

ou finalement :

$$d\boldsymbol{\Sigma}_{n+1} = \left[\mathbf{C}_{n+1}^{-1} + N \otimes \frac{\partial \Delta\lambda}{\partial \boldsymbol{\Sigma}} + \Delta\lambda \frac{\partial N}{\partial \boldsymbol{\Sigma}} \right]^{-1} : d\mathbf{E}_{n+1}.$$

La définition du module tangent algorithmique **DDSDDE** permet d'identifier :

$$\mathbf{DDSDDE} = \frac{1}{J} \frac{\partial (d\boldsymbol{\Sigma}_{n+1})}{\partial (d\mathbf{E})} = \frac{1}{J} \left[\mathbf{C}_{n+1}^{-1} + \mathbf{N} \otimes \frac{\partial \Delta \lambda}{\partial \boldsymbol{\Sigma}} + \Delta \lambda \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \boldsymbol{\Sigma}} \right]^{-1}. \quad (\text{III.59})$$

Par ailleurs, les relations (II.85) et (II.86) permettent d'écrire:

$$\Delta \lambda = \Delta \phi(\boldsymbol{\Sigma}^{eff}),$$

donc sa dérivée par rapport à la contrainte vaut :

$$\frac{\partial \Delta \lambda}{\partial \boldsymbol{\Sigma}} = \frac{\partial \Delta \phi}{\partial \boldsymbol{\Sigma}^{eff}} \frac{\partial \boldsymbol{\Sigma}^{eff}}{\partial \boldsymbol{\Sigma}} = \frac{\partial \Delta \phi}{\partial \boldsymbol{\Sigma}^{eff}} \mathbf{N}, \quad (\text{III.60})$$

que nous avons notée :

$$\frac{\partial \Delta \lambda}{\partial \boldsymbol{\Sigma}} = \Delta \phi' \mathbf{N}. \quad (\text{III.61})$$

Dans le cas isotrope qui nous intéresse ici, la dérivée du vecteur normal par rapport à la contrainte s'écrit grâce à l'expression (III.47) comme suit :

$$\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \boldsymbol{\Sigma}} = \frac{(B_G^{(0)} \mathbf{K} + 3\alpha B_\kappa^{(0)} \mathbf{J}) - \mathbf{N} \otimes \mathbf{N}}{\boldsymbol{\Sigma}^{eff}}. \quad (\text{III.62})$$

Nous obtenons finalement :

$$\mathbf{DDSDDE} = \frac{1}{J} \left[\mathbf{C}_{n+1}^{-1} + \Delta \phi' \mathbf{N} \otimes \mathbf{N} + \Delta \phi'_{n+1} \frac{(B_G^{(0)} \mathbf{K} + 3\alpha B_\kappa^{(0)} \mathbf{J}) - \mathbf{N} \otimes \mathbf{N}}{\boldsymbol{\Sigma}^{eff}} \right]^{-1}. \quad (\text{III.63})$$

La substitution du tenseur de souplesses par son expression isotrope donne :

$$\mathbf{DDSDDE} = \frac{1}{J} \left[\frac{1}{2G^{MT}} \mathbf{K} + \frac{1}{3\kappa^{MT}} \mathbf{J} + \frac{\Delta \phi'_{n+1}}{\boldsymbol{\Sigma}^{eff}} (B_G^{(0)} \mathbf{K} + 3\alpha B_\kappa^{(0)} \mathbf{J}) + \left(\Delta \phi' - \frac{\Delta \phi'_{n+1}}{\boldsymbol{\Sigma}^{eff}} \right) \mathbf{N} \otimes \mathbf{N} \right]^{-1},$$

soit :

$$\mathbf{DDSDDE} = \frac{1}{J} \left[\frac{\boldsymbol{\Sigma}^{eff} + 2G^{MT} \Delta \phi'_{n+1} B_G^{(0)}}{2\boldsymbol{\Sigma}^{eff} G^{MT}} \mathbf{K} + \frac{\boldsymbol{\Sigma}^{eff} + 3\kappa^{MT} \alpha \Delta \phi'_{n+1} B_\kappa^{(0)}}{3\boldsymbol{\Sigma}^{eff} \kappa^{MT}} \mathbf{J} + \left(\Delta \phi' - \frac{\Delta \phi'_{n+1}}{\boldsymbol{\Sigma}^{eff}} \right) \mathbf{N} \otimes \mathbf{N} \right]^{-1}. \quad (\text{III.64})$$

On vérifie aisément que dans le cas élastique, quand $\Delta \phi'_{n+1}$ et $\Delta \phi'$ sont nuls, le module algorithmique est égal au tenseur des propriétés élastiques de la fin du pas.

C. Calcul des propriétés effectives

Le calcul des propriétés effectives passe par la détermination des modules effectifs de compressibilité κ^{MT} et de cisaillement G^{MT} donnés respectivement par les relations (II.133) et (II.134) :

$$\kappa^{MT} = \sum_{i=0}^n f^{(i)} \kappa^{(i)} A_{\kappa}^i,$$

$$G^{MT} = \sum_{i=0}^n f^{(i)} G^{(i)} A_G^i.$$

Ces relations font appel aux fractions volumiques des phases constitutives, à leurs propriétés élastiques $\kappa^{(i)}$ et $G^{(i)}$ ainsi qu'aux coefficients de localisation A_{κ}^i et A_G^i .

Ces derniers se déterminent grâce aux formules (II.129) et (II.130) :

$$A_{\kappa}^i = A_{\kappa}^0 \frac{3\kappa^{(0)} + 4G^{(0)}}{3\kappa^{(i)} + 4G^{(0)}},$$

$$A_G^i = A_G^0 \frac{5G^{(0)} (3\kappa^{(0)} + 4G^{(0)})}{G^{(0)} (9\kappa^{(0)} + 8G^{(0)}) + 6G^{(i)} (\kappa^{(0)} + 2G^{(0)})},$$

avec :

$$A_{\kappa}^0 = \left(\sum_{i=0}^n f^{(i)} \frac{3\kappa^{(0)} + 4G^{(0)}}{3\kappa^{(i)} + 4G^{(0)}} \right)^{-1}$$

et

$$A_G^0 = \left(\sum_{i=0}^n f^{(i)} \frac{5G^{(0)} (3\kappa^{(0)} + 4G^{(0)})}{G^{(0)} (9\kappa^{(0)} + 8G^{(0)}) + 6G^{(i)} (\kappa^{(0)} + 2G^{(0)})} \right)^{-1},$$

définissant ces coefficients dans le cas du tissu granulaire (matrice).

La matrice des modules d'élasticité effectifs devient alors :

$$\left[C^{MT} \right] = \begin{bmatrix}
 \kappa^{MT} + \frac{4}{3}G^{MT} & \kappa^{MT} - \frac{2}{3}G^{MT} & \kappa^{MT} - \frac{2}{3}G^{MT} & 0 & 0 & 0 \\
 \kappa^{MT} - \frac{2}{3}G^{MT} & \kappa^{MT} + \frac{4}{3}G^{MT} & \kappa^{MT} - \frac{2}{3}G^{MT} & 0 & 0 & 0 \\
 \kappa^{MT} - \frac{2}{3}G^{MT} & \kappa^{MT} - \frac{2}{3}G^{MT} & \kappa^{MT} + \frac{4}{3}G^{MT} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & G^{MT} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & G^{MT} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G^{MT}
 \end{bmatrix} \cdot \quad \text{(III.65)}$$

D. Formulation incrémentale

1. Phase d'élongation

La définition des fractions volumiques (II.170) et l'hypothèse concernant les changements de volume (II.174) nous permettent d'écrire pour l'itération k de l'incrément N :

$$\left\{ \begin{array}{l} f_{(k)}^{(i)} = \frac{V_n^{(i)}}{V_n + \Delta V_{(k)}} \quad \text{pour } i \neq N \\ f_{(k)}^{(N)} = \frac{V_n^{(N)} + \Delta V_{(k)}}{V_n + \Delta V_{(k)}} \end{array} \right. ,$$

soit en tenant compte de la relation (II.173) :

$$\left\{ \begin{array}{l} f_k^{(i)} = \frac{f_n^{(i)}}{1 + \Delta f_{el(k)}} \quad \text{pour } i \neq N \\ f_k^{(N)} = \frac{f_n^{(N)} + \Delta f_{el(k)}}{1 + \Delta f_{el(k)}} \end{array} \right. ,$$

avec :

$$\Delta f_{el(k)} = \frac{\Delta V_{(k)}}{V_n} = \Delta \epsilon_{mm}^p .$$

Les incréments de fraction volumique liés à l'élongation $\Delta f_{el(k)}^{(i)}$ s'écrivent alors :

$$\Delta f_{el(k)}^{(i)} = f_{(k)}^{(i)} - f_n^{(i)} ,$$

soit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta f_{el(k)}^{(i)} = \frac{f_n^{(i)}}{1 + \Delta f_{el(k)}} - f_n^{(i)} = -f_n^{(i)} \left(1 - \frac{1}{1 + \Delta f_{el(k)}} \right) \quad \text{pour } i \neq N \\ \Delta f_{el(k)}^{(N)} = \frac{f_n^{(N)} + \Delta f_{el(k)}}{1 + \Delta f_{el(k)}} - f_n^{(N)} = \frac{f_n^{(N)} + \Delta f_{el(k)} - f_n^{(N)} - f_n^{(N)} \Delta f_{el(k)}}{1 + \Delta f_{el(k)}} \end{array} \right. .$$

Finalement, on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta f_{el(k)}^{(i)} = -f_n^{(i)} \frac{\Delta f_{el(k)}}{1 + \Delta f_{el(k)}} \quad \text{pour } i \neq N \\ \Delta f_{el(k)}^{(N)} = \Delta f_{el(k)} \frac{1 - f_n^{(N)}}{1 + \Delta f_{el(k)}} \end{array} \right. \quad . \quad (\text{III.66})$$

2. Phase de différenciation

A partir de l'équation (II.187), nous pouvons traiter pour l'itération k de l'incrément n l'écriture incrémentale de la transformation de la phase (N) vers la phase (0), traduisant le remplissage :

$$\Delta f_{rempl(k)}^{(0)} = -\Delta f_{(k)}^{(N)} = c S^{rempl} f_{(k)}^{(N)} \Delta t . \quad (\text{III.67})$$

Passons maintenant au cas des transformations liées à la différenciation cellulaire à proprement parler, c'est-à-dire les transformations de toute phase (i) comprise entre (0) et ($N-2$) vers toute phase (j) comprise entre ($i+1$) et ($N-1$). L'expression (II.188) permet d'écrire à condition que $\mathcal{T}^{(i,j)} < S_{(k)}^{(i)} \leq \mathcal{T}^{(i,j-1)}$:

$$\Delta \mu_{diff-(k)}^{(i)} = - \sum_{j=i+1}^{N-1} \omega^{(i \rightarrow j)} S_{(k)}^{(i)} \Delta t . \quad (\text{III.68})$$

De la même manière grâce à (II.189), nous avons pour la transformation de toutes les phases (k), de propriétés inférieures, en phase (i) si $\mathcal{T}^{(k,i)} < S_{(k)}^{(k)} \leq \mathcal{T}^{(k,i-1)}$:

$$\Delta \mu_{diff+(k)}^{(i)} = \sum_{k=0}^{i-1} \omega^{(k \rightarrow i)} S_{(k)}^{(k)} \Delta t . \quad (\text{III.69})$$

Nous pouvons alors calculer l'évolution de la fraction volumique de la phase (i) grâce à la relation (II.182) :

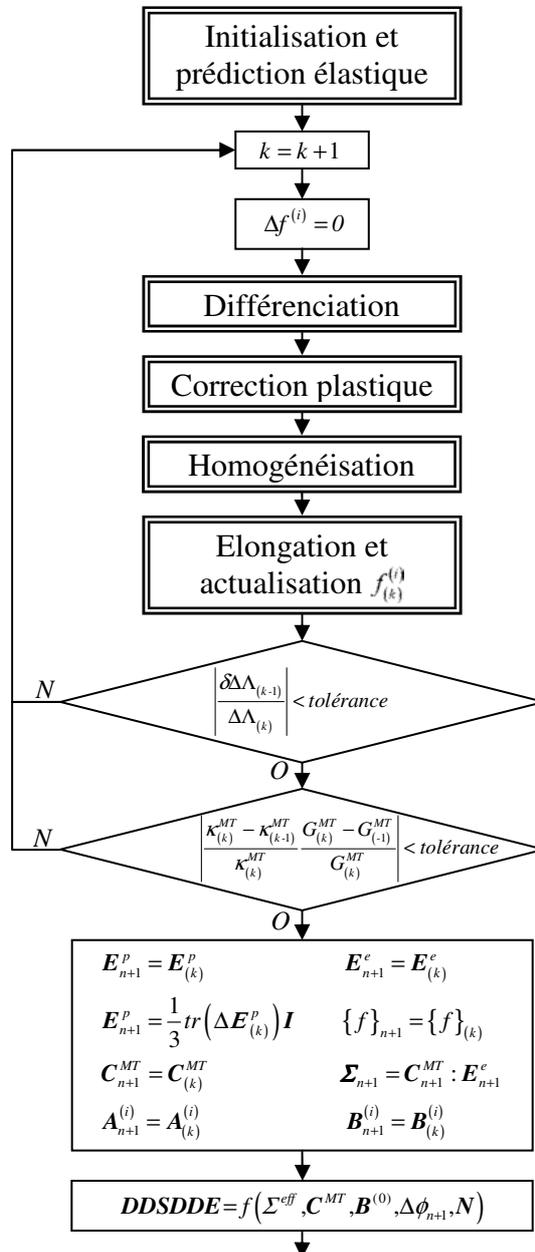
$$\Delta f_{diff(k)}^{(i)} = \left(\Delta \mu_{diff-(k)}^{(i)} + \Delta \mu_{diff+(k)}^{(i)} \right) f_{(k)}^{(i)} \Delta t . \quad (\text{III.70})$$

Nous allons maintenant terminer ce chapitre en établissant l'algorithme qui permettra l'implémentation du modèle dans le logiciel ABAQUS.

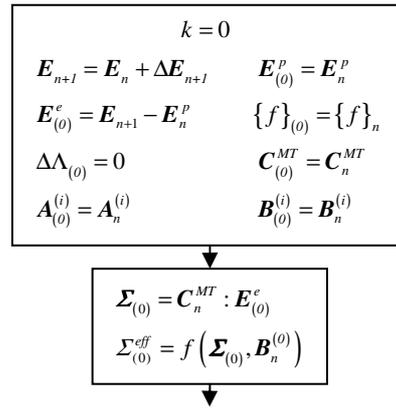
E. Algorithme

L'ensemble de la démarche proposée dans ce chapitre a été codé sous Fortran afin de permettre l'implémentation du modèle dans ABAQUS par l'intermédiaire d'une routine UMAT. L'algorithme de ce programme est présenté sous la forme de plusieurs organigrammes. Le premier représente la démarche général alors que les suivants détaillent des processus particuliers qui sont appelés dans l'algorithme général. Dans un souci de clarté, toutes les boucles n'ont pas été représentées. Elles sont induites dans ces algorithmes par la présence de l'exposant (i) marquant le fait qu'une grandeur dépend du type de tissus.

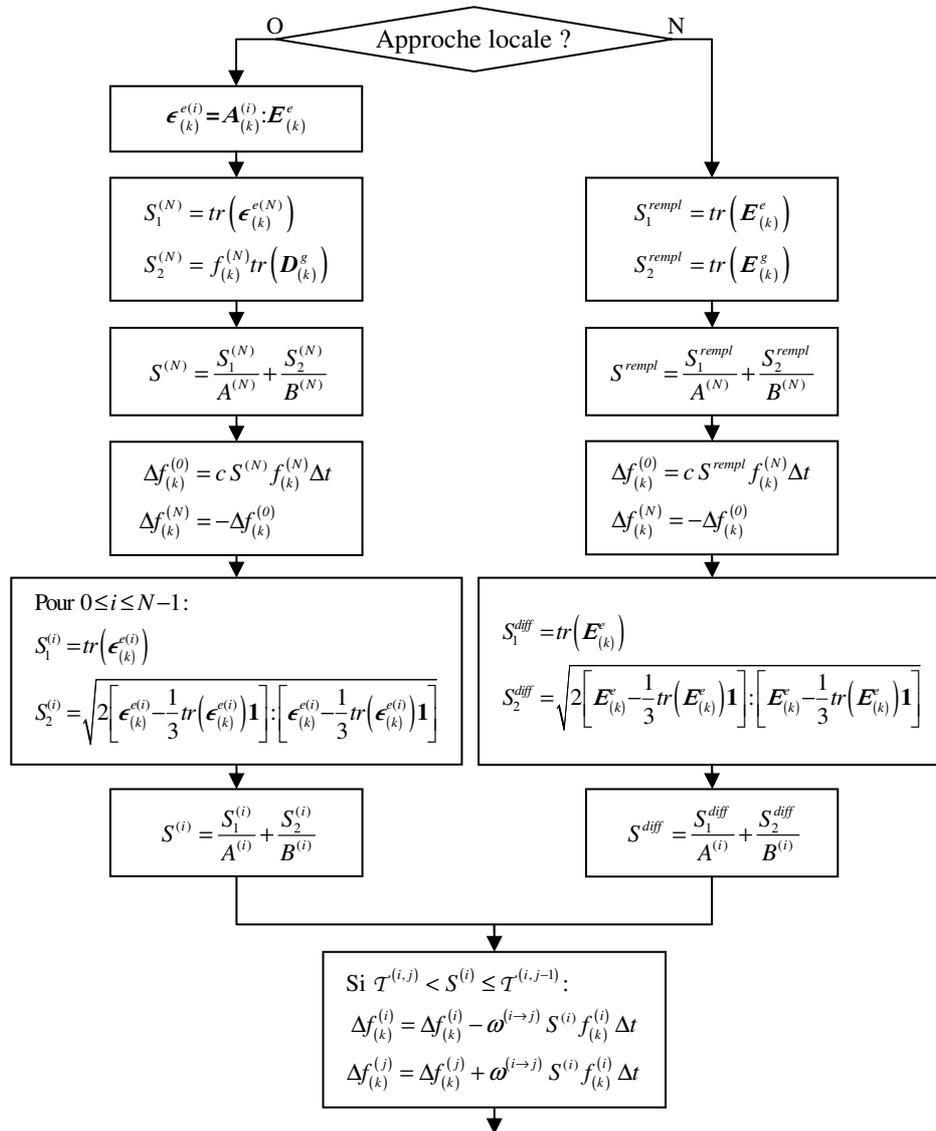
1. Algorithme général



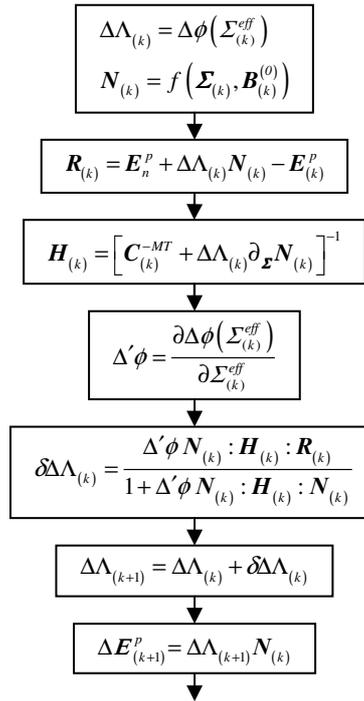
2. Algorithme pour l'initialisation et la prédiction élastique



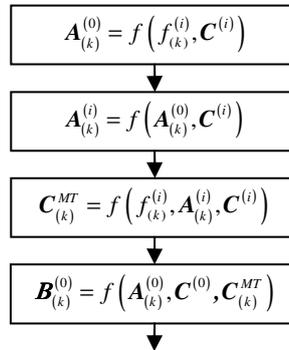
3. Algorithme pour la différenciation



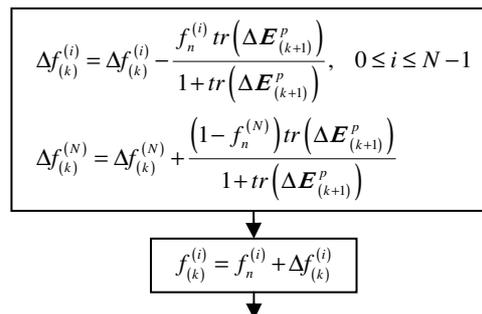
4. Algorithme pour la correction plastique



5. Algorithme pour l'homogénéisation



6. Algorithme pour l'élongation et l'actualisation des fractions volumiques



F. Conclusion partielle

Ce chapitre a été consacré à la description du cheminement nécessaire à l'implémentation du modèle introduit dans le chapitre précédent dans une routine UMAT pour le logiciel ABAQUS. La première partie est dédiée à l'approche générale basée sur l'hypothèse *assumed strain*. Le caractère implicite du problème nécessitant un traitement itératif, les différentes lois proposées pour simuler les transformations du cal de distraction tant à l'échelle mésoscopique que microscopique ont été écrites de manière incrémentales.

Par ailleurs, la démarche utilisée pour l'intégration implicite de la loi de comportement non linéaire du tissu granulaire, basée sur la méthode *elastic predictor - plastic corrector*, a été présentée. Enfin, un algorithme permettant de situer les différentes étapes de la simulation et d'explicitier la logique du programme Fortran a été proposé.

Nous pouvons maintenant passer au chapitre suivant qui sera consacré à la calibration des différents paramètres que contient notre modèle ainsi qu'à la présentation de quelques résultats. Pour cela, nous utiliserons un modèle de distraction simplifié ainsi que les informations disponibles dans la littérature. Enfin, nous utiliserons notre modèle pour apporter quelques considérations importantes à la fois sur les protocoles et les dispositifs de distraction.

Chapitre IV :

Validation du modèle pour la simulation de la distraction en traction simple

A. Présentation du problème

Dans le but de valider l'algorithme proposé précédemment et d'estimer ses différentes constantes constitutives, nous nous proposons de l'appliquer à un modèle simplifié de la distraction ostéogénique à l'aide du DEOS. Pour cela, il a été décidé de développer un programme Fortran qui simulera ce modèle et interagira avec la routine UMAT codée précédemment en jouant le rôle d'ABAQUS. Ceci a pour but de régler tous les paramètres du modèle de guérison dans un cadre simplifié et totalement maîtrisé.

La distraction peut être schématisée comme décrit sur la figure IV-1. Le cal est relié à une extrémité au segment osseux fixe et à l'autre extrémité au segment osseux libéré, lui-même fixé à la broche mobile du distracteur. Cette dernière peut être modélisée comme un ressort. Le segment osseux libéré n'est pas représenté sur le schéma car son rôle n'est que d'assurer la liaison entre le cal et la broche mobile. L'ensemble est considéré dans deux configurations différentes : initiale et actuelle. L'activation du dispositif revient alors à l'application d'un déplacement u_d sur l'extrémité de la broche liée au chariot. Les longueurs initiales respectives de la broche et du cal sont notées L_p et L_c . La position d'un point matériel P quelconque est repérée par la coordonnée X dans la configuration initiale et x dans la configuration actuelle. On note respectivement la raideur du dispositif de distraction et la raideur tangente du cal k_p et k_{ct} . Nous supposons que la raideur du dispositif reste constante tandis que la raideur du cal évolue durant la distraction en raison des phénomènes mécano-biologiques qui s'y déroulent.

Notons que cette analyse peut être appliquée à d'autres dispositifs de distraction ostéogénique en jouant sur la valeur des paramètres u_d et k_p .

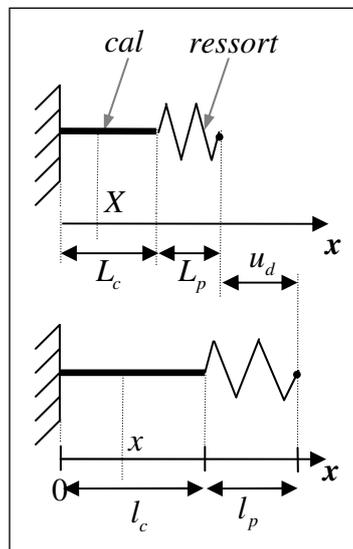


Fig. IV-1 : Schéma simplifié de la distraction avec le DEOS.

B. Résolution

L'allongement axial u_d de l'ensemble représenté sur la figure IV-1 se répartit d'une manière additive (assemblage en série):

$$u_d = u_c + u_p, \quad (\text{IV.1})$$

où u_c et u_p sont respectivement les allongements du cal et du dispositif de distraction. Par conséquent, la longueur actuelle du cal et du ressort valent :

$$l_c = L_c + u_c \quad (\text{IV.2})$$

et

$$l_p = L_p + u_p \quad (\text{IV.3})$$

Pour connaître l'état de contraintes et de déformations s'exerçant dans le cal, l'allongement du cal doit être déterminé en fonction de l'allongement total u_d . On admet que la raideur du dispositif est connue et que celle du cal peut être exprimée à l'aide de ses propriétés géométriques et mécaniques.

L'hypothèse d'assemblage en série permet d'affirmer que la même force axiale s'exerce dans chaque élément constitutif de l'ensemble modélisé. Nous pouvons alors écrire l'équation d'équilibre suivante :

$$F(t) = k_{ct}(t)u_c(t) = k_p u_p(t) = K_t(t)u_d(t), \quad (\text{IV.4})$$

où $K_t(t) = \frac{k_{ct}(t)k_p}{k_{ct}(t) + k_p}$ est la raideur globale tangente de l'ensemble constitué par le cal et le dispositif.

De cette équation nous déduisons l'allongement du cal :

$$u_c(t) = \frac{K_t(t)u_d(t)}{k_{ct}(t)} = \frac{k_p}{k_{ct}(t) + k_p} u_d(t).$$

La longueur courante du cal vaut alors :

$$l_c(t) = L_c + u_c(t) = L_c + \frac{k_p}{k_{ct}(t) + k_p} u_d(t) \quad (\text{IV.5})$$

En admettant une déformation homogène du cal, le champ de déplacement axial de ce dernier vaut :

$$u(X,t) = \frac{X}{L_c} u_c(t), \quad (\text{IV.6})$$

permettant d'écrire la position actuelle d'un point quelconque du cal :

$$x(X,t) = X + \frac{X}{L_c} u_c(t), \quad (\text{IV.7})$$

Grâce à ce résultat, il est possible de calculer la composante F_{11} du gradient de transformation F . Par définition, nous avons :

$$F_{11}(t) = \frac{\partial x(X,t)}{\partial X} = \frac{\partial \left(X + \frac{X}{L_c} u_c(t) \right)}{\partial X} = 1 + \frac{u_c(t)}{L_c}, \quad (\text{IV.8})$$

soit :

$$F_{11}(t) = 1 + \frac{k_p}{k_{ct}(t) + k_p} \frac{u_d(t)}{L_c}. \quad (\text{IV.9})$$

La distraction du cal induit les déformations importantes de ce dernier. La simulation de ce processus doit donc être réalisée en grandes transformations. Plusieurs mesures de la déformation ont été introduites en mécanique. Dans ce travail, nous retiendrons la mesure logarithmique qui est utilisée par le logiciel ABAQUS et définie par la relation :

$$E = \ln V \quad (\text{IV.10})$$

où V est le tenseur de déformation pur à gauche .

En traction simple, et pour un milieu isotrope, le gradient de transformation et le tenseur de déformation sont diagonaux :

$$[F] = \begin{bmatrix} F_{11} & 0 & 0 \\ 0 & F_{22} & 0 \\ 0 & 0 & F_{33} \end{bmatrix}, \quad (\text{IV.11})$$

et :

$$[E] = \begin{bmatrix} E_{11} & 0 & 0 \\ 0 & E_{22} & 0 \\ 0 & 0 & E_{33} \end{bmatrix}. \quad (\text{IV.12})$$

Dans un tel cas, le tenseur de rotation vaut l'identité :

$$\mathbf{R} = \mathbf{1},$$

et par conséquent :

$$\mathbf{F} = \mathbf{V} = \mathbf{U}. \quad (\text{IV.13})$$

La déformation logarithmique est donc directement liée au gradient de transformation :

$$\mathbf{E}(t) = \ln \mathbf{F}(t). \quad (\text{IV.14})$$

Ces résultats permettent le calcul de la déformation logarithmique axiale globale E_{11} du cal :

$$E_{11}(t) = \ln(F_{11}) = \ln\left(\frac{l_c(t)}{L_c}\right) = \ln\left(1 + \frac{u_c(t)}{L_c}\right).$$

De plus, grâce à l'hypothèse de l'isotropie, les composantes E_{22} et E_{33} sont identiques et telles que :

$$E_{22}(t) = E_{33}(t) = -\nu_{ct}^{eff} E_{11}(t) = -\nu_{ct}^{eff} \ln\left(1 + \frac{u_c(t)}{L_c}\right), \quad (\text{IV.15})$$

où ν_{ct}^{eff} est le coefficient de Poisson tangent du cal.

Les deux relations précédentes permettent la déduction des composantes $F_{22} = F_{33}$ du gradient de transformation :

$$\ln F_{22}(t) = -\nu_{ct}^{eff} \ln F_{11}(t) = \ln(F_{11}(t))^{-\nu_{ct}^{eff}},$$

où :

$$F_{22}(t) = F_{33}(t) = (F_{11}(t))^{-\nu_{ct}^{eff}}. \quad (\text{IV.16})$$

La section courante du cal est définie par le gradient de transformation \mathbf{F} . En effet, nous avons :

$$J(t) = \det \mathbf{F}(t) = \frac{v_c(t)}{V_c},$$

où V_c et $v_c(t)$ représentent respectivement le volume initial et courant du cal.

Puisque, dans notre cas :

$$J = F_{11}F_{22}F_{33} = (F_{11})^{1-2\nu_c^{eff}}, \quad (\text{IV.17})$$

nous obtenons :

$$(F_{11})^{1-2\nu_c^{eff}} = \frac{a_c l_c}{A_c L_c}.$$

D'autre part, en sachant que $F_{11} = \frac{l_c}{L_c}$, nous avons :

$$(F_{11})^{1-2\nu_c^{eff}} = \frac{a_c}{A_c} F_{11},$$

conduisant à l'expression de la section courante du cal :

$$a_c = A_c (F_{11})^{-2\nu_c^{eff}} = A_c \left(\frac{l_c}{L_c} \right)^{-2\nu_c^{eff}}. \quad (\text{IV.18})$$

C. Ecriture incrémentale

Analysons à présent deux instants t et $t + \Delta t$. Le gradient de transformation à l'instant $t + \Delta t$ est noté $\mathbf{F}(t + \Delta t)$. Nous supposons que ce gradient a évolué pendant l'incrément de temps Δt soit à cause du chargement imposé (déplacement $u_d = u_d(t + \Delta t)$) soit à cause de l'évolution des tissus provoquant le changement de la raideur du cal ($E_c^{eff}(t + \Delta t)$ et $\nu_c^{eff}(t + \Delta t)$). Dans les deux cas la longueur courante l_c du cal change. Nous noterons son incrément Δl_c . L'incrément du gradient de transformation ainsi obtenu est noté :

$$\Delta \mathbf{F}(t) = \mathbf{F}(t + \Delta t) - \mathbf{F}(t). \quad (\text{IV.19})$$

Il vaut :

$$[\Delta \mathbf{F}(t)] = \begin{bmatrix} \frac{\Delta l_c}{L_c} & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{l_c + \Delta l_c}{L_c}\right)^{-\nu_{ct}^{eff}} - \left(\frac{l_c}{L_c}\right)^{-\nu_{ct}^{eff}} & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{l_c + \Delta l_c}{L_c}\right)^{-\nu_{ct}^{eff}} - \left(\frac{l_c}{L_c}\right)^{-\nu_{ct}^{eff}} \end{bmatrix}. \quad (\text{IV.20})$$

Il peut être assimilé à $\dot{\mathbf{F}}(t)$ par l'expression :

$$\dot{\mathbf{F}}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{F}}{\Delta t}.$$

Ce dernier s'exprime en fonction du gradient de vitesse comme suit :

$$\dot{\mathbf{F}} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{X}} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}} \cdot \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} = \mathbf{g} \cdot \mathbf{F},$$

conduisant à l'expression du gradient de vitesse :

$$\mathbf{g} = \dot{\mathbf{F}} \cdot \mathbf{F}^{-1}. \quad (\text{IV.21})$$

La partie symétrique du gradient de vitesse est appelée vitesse de déformation \mathbf{d} . Grâce à l'expression précédente, nous pouvons alors associer à l'incrément du gradient de transformation, l'incrément de déformation $\Delta \mathbf{E}$:

$$\Delta \mathbf{E} = \text{sym}(\Delta \mathbf{F} \cdot \mathbf{F}^{-1}), \quad (\text{IV.22})$$

où l'opérateur $\text{sym}(\bullet)$ extrait la partie symétrique de la variable entre parenthèses.

Dans notre cas, grâce à la structure diagonale du gradient de transformation et de son incrément, l'incrément de déformation s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \Delta E_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \Delta E_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \Delta E_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta F_{11}}{F_{11}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\Delta F_{22}}{F_{22}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\Delta F_{33}}{F_{33}} \end{bmatrix}, \quad (\text{IV.23})$$

soit :

$$\begin{bmatrix} \Delta E_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \Delta E_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \Delta E_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta l_c}{l_c} & 0 & 0 \\ 0 & \left(1 + \frac{\Delta l_c}{l_c}\right)^{-\nu_{cr}^{eff}} - 1 & 0 \\ 0 & 0 & \left(1 + \frac{\Delta l_c}{l_c}\right)^{-\nu_{cr}^{eff}} - 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{IV.24})$$

Les résultats obtenus dans ce paragraphe permettent la simulation de la distraction du cal osseux en admettant que ce dernier travaille en traction simple. L'algorithme de guérison et la routine UMAT développés au chapitre précédent peuvent alors être validés en dehors d'un code de calcul aux éléments finis. En effet la routine UMAT, en plus des constantes de matériaux et variables d'état, demande comme paramètres d'entrée l'incrément de la déformation et la valeur du gradient de transformation aux instants t et $t + \Delta t$, grandeurs explicitées plus haut.

D. Démarche de calibration et de validation du modèle

1. Rappel des paramètres

Comme énoncé précédemment, de nombreux paramètres interviennent tant dans les règles de la partie élongation que celles de la partie différenciation. Ces grandeurs seront calées en calquant la réponse du modèle sur les informations tirées de la littérature.

Il fut décidé de simuler le cas d'application le plus fréquent du DEOS, c'est-à-dire une distraction biquotidienne avec un taux journalier de 1 mm. Suite à une discussion avec les cliniciens habitués au DEOS, la durée moyenne d'activation fut estimée à 6 secondes. Les indications des chirurgiens ont également permis d'estimer la longueur initiale du cal de distraction à 1 mm. L'aire initiale a quant à elle été supposée égale à 100 mm². Comme présenté précédemment, les broches utilisées pour réaliser la distraction transmettent les efforts de transport en travaillant en flexion. Elles sont caractérisées par une section circulaire de 2,5 mm de diamètre et sont constituées de titane TA6V ELI qui présente un module d'Young de 135000 MPa. En considérant une longueur libre moyenne de 90 mm, ces valeurs permettent d'estimer la raideur en flexion de deux broches montées en parallèle à 2 N/mm. Cette méthode de fixation est en effet couramment utilisée avec le DEOS. Le régénérat est supposé au début de la distraction composé uniquement de tissu granulaire, ce qui correspond à son état après une période de latence d'une semaine.⁹⁰

Les valeurs retenues pour les modules d'élasticité des différents tissus présentés dans la table IV-1 correspondent aux propriétés utilisées dans la plupart des études de guérison osseuse et en particulier des simulations de la distraction ostéogénique recensées dans la littérature.^{121,130,132} Elles proviennent de différentes sources.^{99,122,155,156,157,158} A cela s'ajoute le vide qui présente des modules d'élasticité nuls.

Phase	Module de cisaillement G [MPa]	Module de compressibilité κ [MPa]
Tissu granulaire	$1,00000 \cdot 10^{-1}$	$6,66667 \cdot 10^{-2}$
Tissu fibreux	$8,56898 \cdot 10^{-1}$	$1,00100 \cdot 10^0$
Cartilage	$4,28449 \cdot 10^0$	$5,00500 \cdot 10^0$
Os immature	$3,84615 \cdot 10^2$	$8,33333 \cdot 10^2$
Os mature	$2,30769 \cdot 10^3$	$5,00000 \cdot 10^3$
Vide	0	0

Table IV-1 : Modules de cisaillement et de compressibilité des différentes phases

En ce qui concerne le modèle de guérison osseuse, les différents paramètres à régler touchent tout d'abord la partie élongation et en particulier la loi de croissance. On recense la vitesse de déformation de référence $\dot{\epsilon}_0$, la contrainte de référence σ_{ref} et la sensibilité à la vitesse m . A cela s'ajoute le coefficient d'amplification de la partie sphérique α pour le calcul de la contrainte effective σ_{eff} .

En ce qui concerne les paramètres de la phase de différenciation, on recense le coefficient de vitesse de remplissage du vide par le tissu granulaire c , la matrice des coefficients de vitesse de différenciation $\omega^{(i \rightarrow j)}$ et la matrice des seuils de différenciation $\mathcal{T}^{(i,j)}$. Par ailleurs, les stimuli de remplissage et de différenciation étant ici définis comme la combinaison de deux grandeurs, il faut ajouter leurs valeurs de référence respective $A^{(i)}$ et $B^{(i)}$. La calibration de ces différents paramètres est un point capital de ce chapitre puisqu'elle conditionne d'une part la convergence et d'autre part la validité de notre modèle.

2. Méthodologie

Afin de proposer une valeur pour ces différentes grandeurs, nous nous sommes appuyés sur des études expérimentales animales tirées de la littérature.^{89,90,93,159} Même si nous ne maîtrisons pas tous les paramètres de ces travaux, ils présentent l'avantage de fournir des résultats tels que des coupes histologiques ou des essais mécaniques. Ceux-ci ne peuvent en effet pas être obtenus pour l'homme pour des raisons éthiques évidentes.

Cependant, certaines précautions devront être prises lors de l'utilisation de ces données en raison de la différence de vitesse de métabolisme osseux entre les différentes espèces.¹⁶⁰ A titre d'exemple, la durée du cycle de remodelage osseux est d'environ 125 jours chez l'homme,¹⁰⁶ 45 jours chez le lapin¹⁰⁶ et 6 jours chez le rat.¹⁶¹ Afin de définir des valeurs probables pour les différentes constantes de notre modèle, d'étudier leur influence et enfin de statuer sur sa validité, il a été décidé d'étudier dans un premier temps un cycle d'activation puis dans un second une semaine de distraction.

E. Simulation d'un cycle de distraction

Dans cette partie, il sera question d'étudier un cycle de distraction. Ce cycle ayant une durée de 12 heures (distraction biquotidienne), nous négligerons ici les transformations liées à la différenciation cellulaire. Nous pourrons ainsi calibrer et étudier l'influence des paramètres concernant l'élongation ($\dot{\epsilon}_0$, σ_{ref} , m et α) et le remplissage (c , $A^{(5)}$ et $B^{(5)}$).

1. Ajustement des paramètres d'élongation et de remplissage

La première étape fut d'ajuster ces différents paramètres sur les résultats expérimentaux. Pour cela, nous avons utilisé l'étude de Richards *et al.*¹⁵⁹ portant sur la distraction ostéogénique du tibia du lapin. Le but de cette étude est la caractérisation du tissu mésenchymateux présent initialement dans le cal de distraction par une loi visco-élastique non linéaire. Les auteurs ont plus particulièrement étudié la relaxation du tissu mésenchymateux en raison de la similitude de ce type de sollicitation avec celui utilisé lors de la distraction avec les dispositifs les plus répandus.

Afin d'obtenir du tissu mésenchymateux à caractériser, Richards *et al.* ont réalisé des distractions tibiales mi-diaphysaires bilatérales sur 8 lapins adultes. Un dispositif unilatéral externe fut utilisé à raison d'un incrément de 0,25 mm toutes les 8 heures pendant 12 jours après une période de latence de 6 jours, conduisant à un allongement total de 9 mm. Au jour post-opératoire 18, les animaux furent sacrifiés. Un total de 6 zones de distraction fut prélevé sur 6 animaux différents. Les spécimens furent plongés dans un bain à 39°C cinq minutes avant leur test et maintenus à l'intérieur de celui-ci jusqu'à la fin des essais.

Chaque échantillon fut testé à l'aide d'un essai de relaxation : un déplacement est appliqué en une seconde et maintenu pendant 100 secondes pendant lesquelles la relaxation de la force est enregistrée. La mesure simultanée de la section des cals a permis d'obtenir l'évolution de la contrainte. Les auteurs fournissent un exemple de résultat correspondant à un déplacement de 50 μm (voir figure IV-2). Il s'agit de l'évolution de la contrainte axiale dans le cal lors de l'essai de relaxation.

Nous avons choisi de calibrer les paramètres de nos lois d'élongation et de remplissage en calant l'évolution de la contrainte prédite par notre modèle sur ce résultat. Pour cela, nous avons reproduit numériquement cet essai en tenant compte de l'ensemble de ses paramètres : longueur initiale de l'échantillon, valeur et vitesse du déplacement appliqué et temps de maintien. Nos paramètres ont alors été ajustés dans le but de faire correspondre la courbe prédite par notre modèle à celle obtenue par Richards *et al.* (voir figure IV-2).

Etant donné que leur étude porte sur le tibia du lapin distracté depuis une semaine, il nous était impossible de connaître la composition exacte des régénérats donc leurs propriétés mécaniques effectives. Nous avons ainsi été amenés à jouer également sur ce paramètre afin de faire correspondre les valeurs de contraintes simulée et mesurée. Pour cela, nous avons dû considérer des propriétés élastiques effectives 13 fois supérieures à celles que nous utilisons pour le tissu granulaire. Cette opération de calibration nous a permis d'obtenir pour les différents paramètres les valeurs données dans la table IV-2.

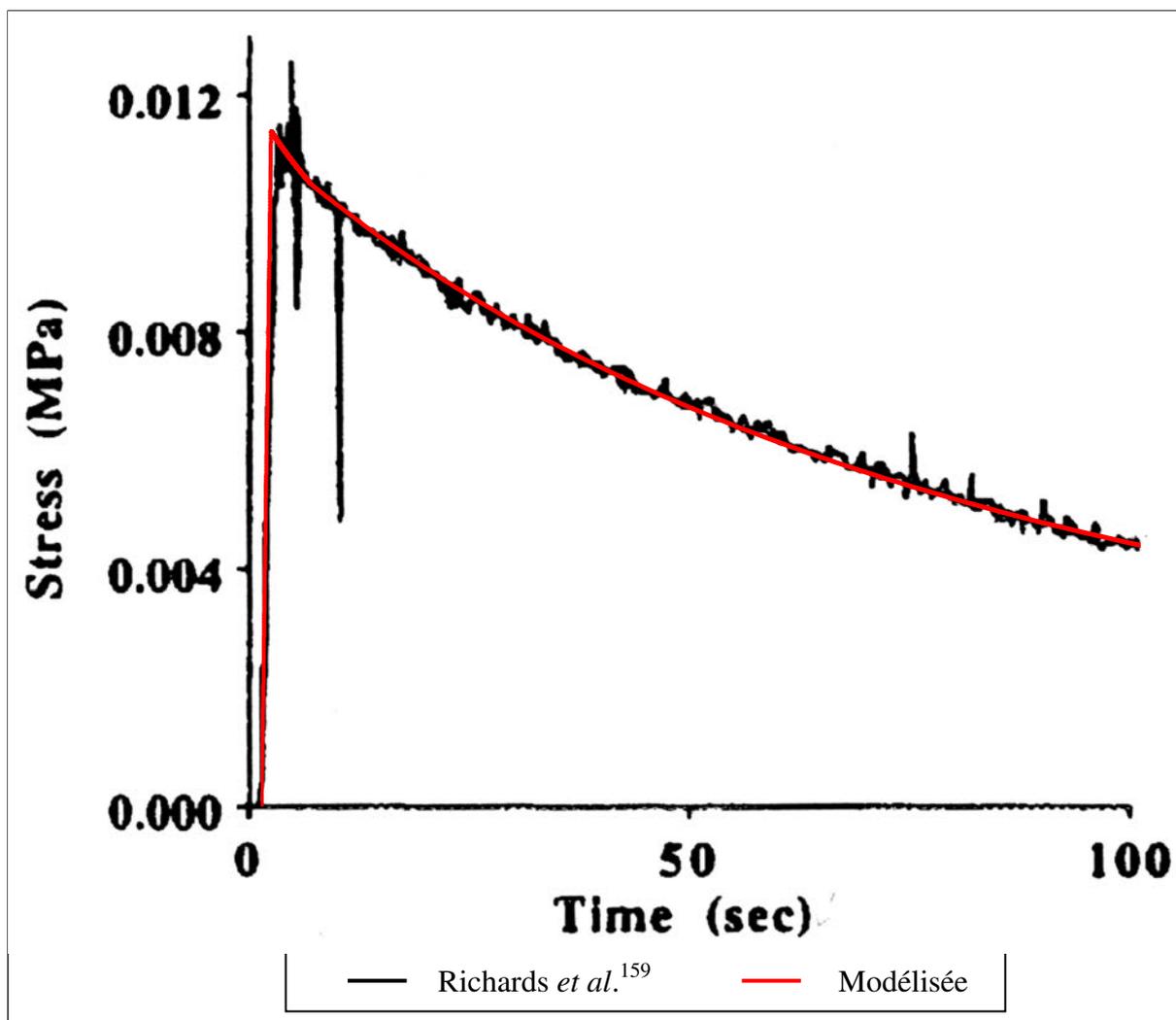


Fig. IV-2 : Comparaison des contraintes axiales dans le cal modélisée et mesurée par Richards *et al.*¹⁵⁹ après calibration des paramètres de la loi d'élongation et de remplissage.

Paramètre	Symbole	Unité	Valeur
Vitesse de déformation de référence	$\dot{\epsilon}_0$	s^{-1}	1.10^{-3}
Contrainte de référence	σ_{ref}	MPa	0,1
Sensibilité à la vitesse de déformation	m	—	1,25
Coefficient d'amplification de la partie sphérique	α	—	5
Vitesse de remplissage	c	s^{-1}	4.10^{-2}
Première grandeur de référence du remplissage	$A^{(5)}$	—	1
Seconde grandeur de référence du remplissage	$B^{(5)}$	s^{-1}	1

Table IV-2 : Paramètres utilisés pour la croissance et le remplissage.

Nous allons maintenant étudier un cycle de distraction simulé à l'aide de la loi ainsi déterminée.

2. Analyse des résultats

L'étude d'un incrément nous a permis de déterminer l'évolution d'un certain nombre de résultats, comme celle de la force de distraction illustrée par la figure IV-3. Rappelons que cette simulation concerne l'allongement de 0,5 mm sur une durée de 6 secondes d'un cal de longueur et section initiales de respectivement 1 mm et 100 mm².

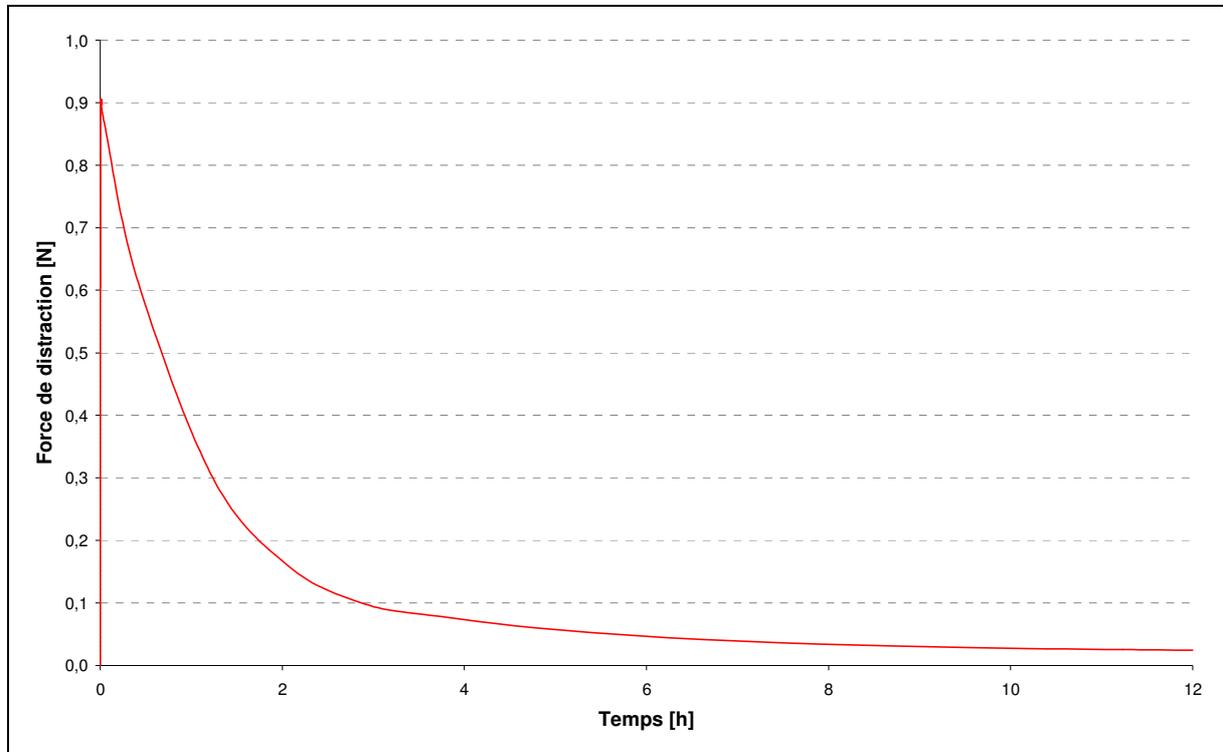


Fig. IV-3 : Evolution de la force de distraction.

On observe tout d'abord une brusque hausse de la force lors de l'activation. Cette force se relaxe par la suite progressivement sous l'effet de la visco-plasticité et de l'avancement du segment osseux libéré. Nous avons pu ainsi décrire la dépendance au temps de ce procédé décrit par de nombreux auteurs.¹³⁴⁻¹³⁷

On remarque une différence entre l'effort prédit par notre modèle et celui mesuré par Robinson et al.¹⁶² Ces auteurs ont en effet estimé la force moyenne de distraction mandibulaire à 35,6 N chez l'humain pour un incrément de 0,5 mm. Cet écart peut avoir plusieurs causes. Tout d'abord, la section moyenne des segments distractés dans leur étude n'est pas précisée mais est sans doute supérieure à 100 mm². Néanmoins, ce paramètre n'est pas suffisant pour expliquer le facteur 40 entre nos simulations et leurs mesures.

L'autre raison probable de cette différence est la valeur des propriétés élastiques adoptées pour le tissu granulaire. En effet, bien que ces valeurs conduisent à un module d'Young de 0,2 MPa retenu dans la plupart des études numériques de distraction et de guérison osseuse,^{121,130,132} elles restent incertaines.¹²² Nous avons dans ce travail choisi ces valeurs en raison de leur popularité et en gardant à l'esprit que leur modification ne remettrait pas en cause la consistance du modèle. Cependant, quelques considérations sur l'effet des propriétés du tissu granulaire seront réalisées plus loin.

Le périoste et les tissus mous environnant le cal ne sont pas pris en compte dans ce modèle simplifié. Cependant, ces tissus ne semblent pas jouer un rôle prépondérant dans la résistance à la distraction, même dans le cas des os longs où cette résistance est relativement plus importante en raison de l'orientation des tissus.¹³⁵

Il peut également être noté que même si la force de distraction ne s'annule pas totalement en fin de distraction, elle reste cependant négligeable : de l'ordre de 0,03 N soit 3,3 % de l'effort initial. Ceci tend à montrer que le protocole de distraction choisi permet d'éviter l'accumulation de contraintes au cours des premières distractions et ainsi risquer d'endommager le régénérat.¹⁶³ La figure IV-4 représente l'évolution des différents déplacements au cours de la distraction. L'allure de ces courbes corrobore les différentes étapes mises en évidence lors de l'observation de la force.

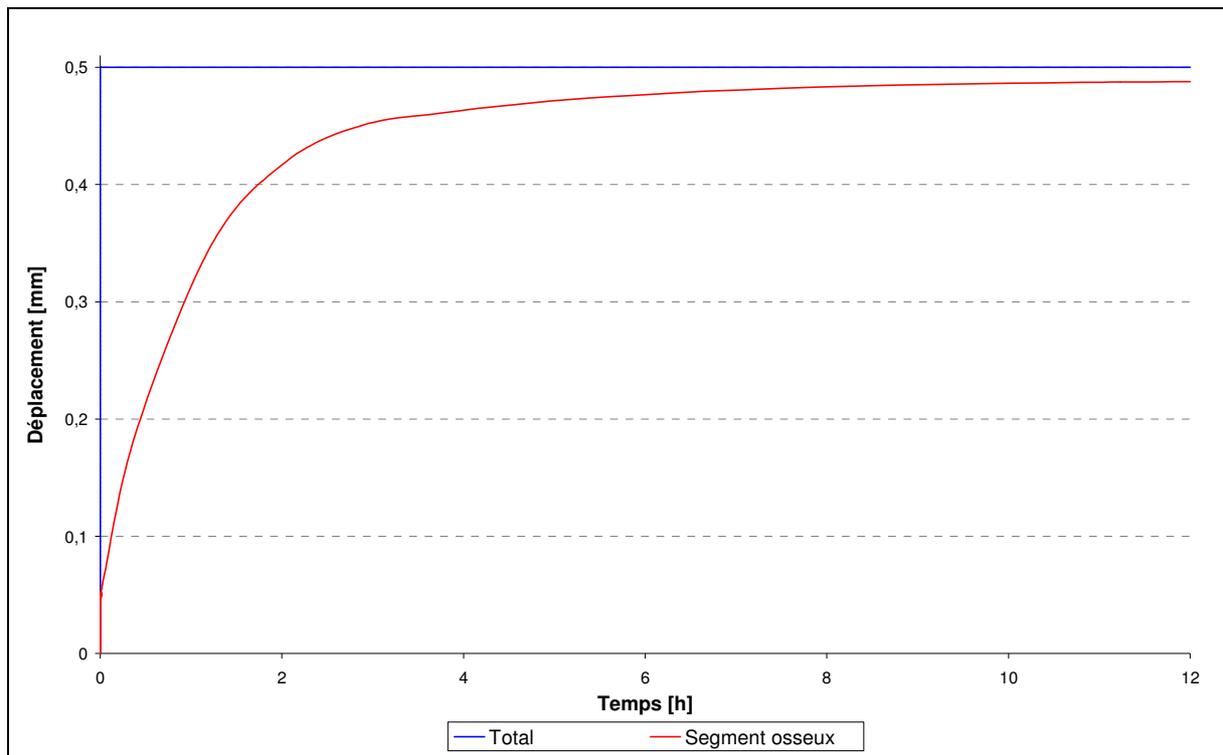


Fig. IV-4 : Evolution des déplacements total et du segment osseux libéré.

On peut remarquer que la différence entre la courbe bleue et la rouge, donc entre le déplacement total et celui du segment osseux libéré correspond à la flèche de la broche. Lors de l'activation, on observe une réponse immédiate du cal engendrant un déplacement osseux d'environ 0,05 mm. Cette valeur est supportée par la raideur initiale du cal de 20 N/mm (non tracée ici) qui doit être comparée à celle de 2 N/mm pour la broche. Le reste du déplacement imposé est contenu dans la flèche de la broche. A mesure que le temps passe, le régénérat se relaxe : le segment osseux avance et la flèche de la broche diminue. A la fin du cycle, la flèche résiduelle de la broche est négligeable (environ 0,01 mm) et presque la totalité du déplacement appliqué est transmise au segment osseux.

Ces tendances sont confirmées par l'évolution des déformations du régénérat illustrées par la figure IV-5. On peut noter que ces déformations ont été uniquement tracées dans la direction 11 (direction de traction). Cependant, la déformation de croissance, sphérique, reste la même dans les directions 11 et 22 :

$$E_{22}^g = E_{33}^g = E_{11}^g.$$

La déformation permanente dans les directions 22 et 33 peut quant à elle être obtenue par la relation suivante en gardant à l'esprit que la déformation plastique est incompressible :

$$E_{22}^p = E_{33}^p = E_{22}^g + E_{22}^{pl} = E_{11}^g - \frac{1}{2} E_{11}^{pl} = E_{11}^g - \frac{1}{2} (E_{11}^p - E_{11}^g) = \frac{3}{2} E_{11}^g - \frac{1}{2} E_{11}^p.$$

Enfin, la déformation totale peut être exprimée dans les directions 11 et 22 à l'aide des propriétés effectives en rappelant que :

$$E_{22} = E_{33} = E_{22}^p + E_{22}^e = E_{22}^p - \nu^{MT} E_{11}^e = \frac{3}{2} E_{11}^g - \frac{1}{2} E_{11}^p - \frac{3\kappa^{MT} - 2G^{MT}}{2(3\kappa^{MT} + G^{MT})} E_{11}^e.$$

On peut également observer que les différences entre les courbes rouge et verte et entre les courbes bleue et verte correspondent respectivement aux déformations plastique et élastique.

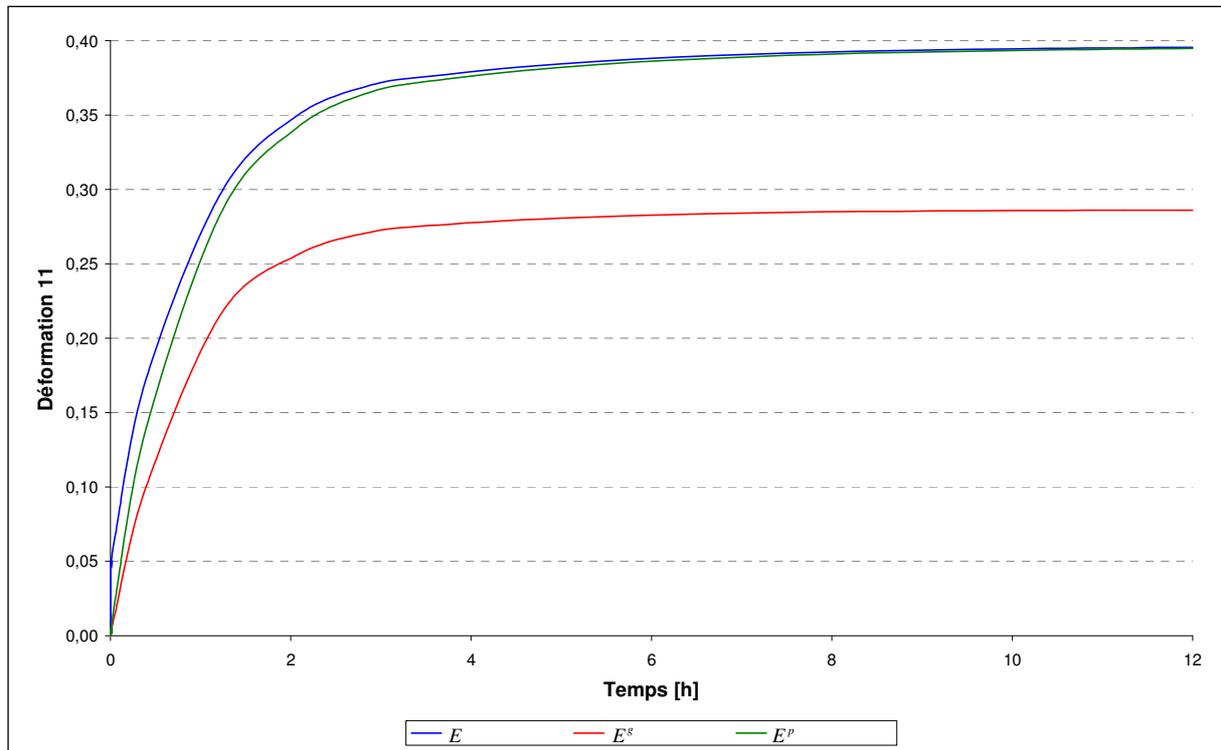


Fig. IV-5 : Evolution des déformations axiales totale, de croissance et permanente du cal.

En examinant l'évolution des déformations suite à l'activation, on constate que la réponse immédiate du cal est quasi nulle (environ 5 %), ce qui s'explique par le rapport des raideurs introduit plus haut. Cette valeur de déformation justifie également le faible effort de distraction observé précédemment.

Initialement, la totalité de la déformation est élastique. La relaxation débute alors immédiatement et les déformations de croissance et plastique croissent fortement. Leur vitesse diminue à mesure que la broche se détend. C'est ce phénomène qui explique la chute asymptotique de la part élastique de la déformation et de la force de distraction. La différence finale entre les déformations totale et permanente résiduelles est négligeable. Elle correspond à la force de distraction résiduelle.

Par ailleurs, le phénomène de croissance du cal est illustré par la présence d'une déformation de croissance importante devant la partie plastique : le volume du cal a notablement augmenté. La figure IV-6 illustre l'évolution de la section du cal. On constate une augmentation de 6,7 % correspondant à un élargissement de 2,6 %. En considérant l'allongement de 49 %, cela nous permet d'estimer le gain de volume du cal durant ce cycle à 59 %.

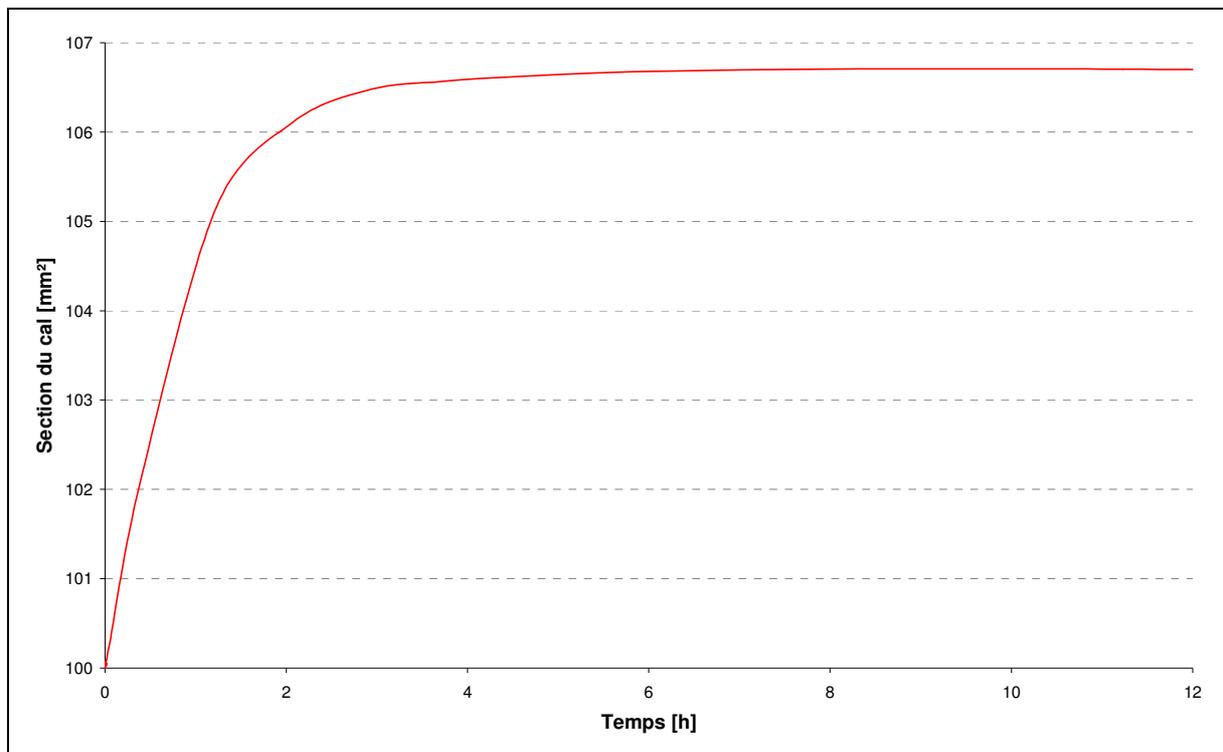


Fig. IV-6 : Evolution de la section du cal.

L'augmentation de la section témoigne de la capacité du modèle à simuler le gonflement du cal classiquement observé.^{87,89,90,93} Cependant, la valeur de cette augmentation reste difficile à calibrer en raison du manque de données chiffrées. La seule étude ayant quantifié cet accroissement est celle de Loboa *et al.*⁸⁹ portant sur la mandibule du rat. Ces auteurs ont mesuré un triplement de la section du cal lors de la première semaine de distraction. Cette valeur n'est cependant pas transposable à l'homme. La formation du bourrelet autour du cal observée engendre une augmentation relative de la section bien plus importante chez le rat que chez l'homme en raison de sa valeur initiale. La hausse du volume est confirmée par la courbe contrainte axiale - déformation totale axiale représentée sur la figure IV-7.

On observe tout d'abord une phase quasi-linéaire où la contrainte augmente jusqu'à son maximum. Elle correspond à la réponse immédiate du cal de distraction qui est presque purement élastique (voir figure IV-5). Dans la seconde partie de la courbe, la déformation permanente devient prépondérante. En raison de la viscosité, la déformation continue d'augmenter alors que la contrainte chute. On peut noter que la déformation ne retombe pas à zéro, confirmant le constat effectué pour la force de distraction résiduelle. L'ensemble de ces tendances est appuyé par l'évolution des fractions volumiques tracée sur la figure IV-8.

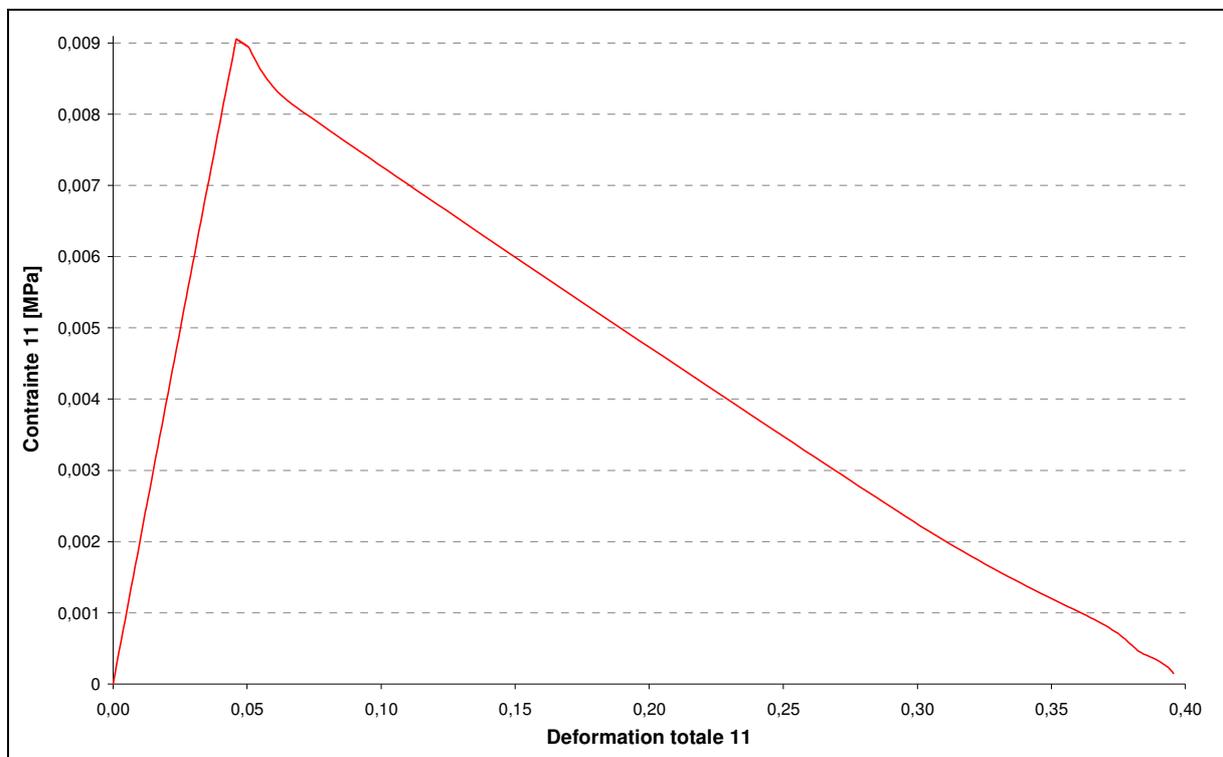


Fig. IV-7 : Contrainte axiale en fonction de la déformation axiale du cal.

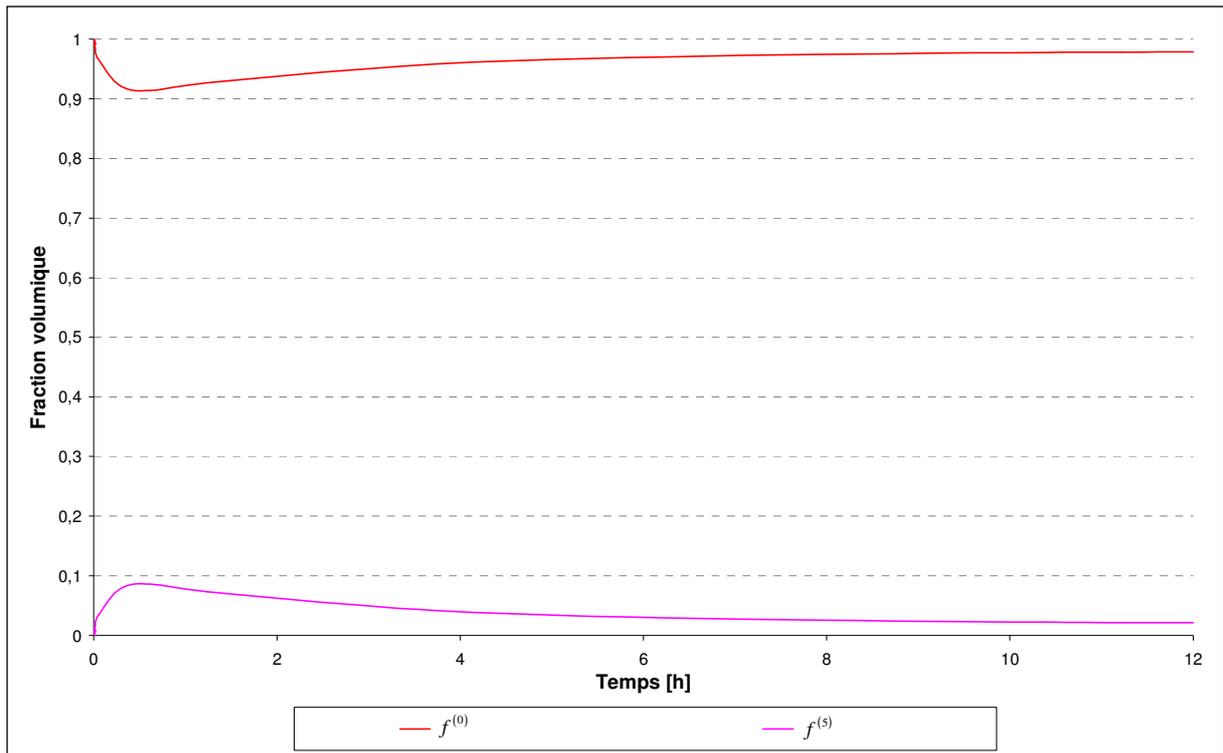


Fig. IV-8 : Evolution des fractions volumiques du cal.

En raison des hypothèses faites sur les phénomènes biologiques durant un incrément de distraction, seules les fractions volumiques du tissu granulaire ($f^{(0)}$) et des pores ($f^{(5)}$) sont représentées. La création des pores est la seule transformation qui s'effectue avec changement de volume et donc qui permet de simuler la croissance du cal.

On assiste à une compétition entre les phénomènes de création des pores (élongation) et de remplissage. Initialement, la mise en charge assez rapide engendre une forte apparition de vide. Le comportement visqueux retarde l'arrivée du maximum de la fraction de pores à 24 minutes du départ. A ce point, les grandeurs régissant l'élongation ont suffisamment chuté pour que le remplissage prenne le pas sur l'élongation. La fraction de vide diminue alors jusqu'à tomber à 2,15 % à la fin des 12 heures. On peut également remarquer que ces tendances se retrouvent sur l'évolution des propriétés effectives (voir figure IV-9).

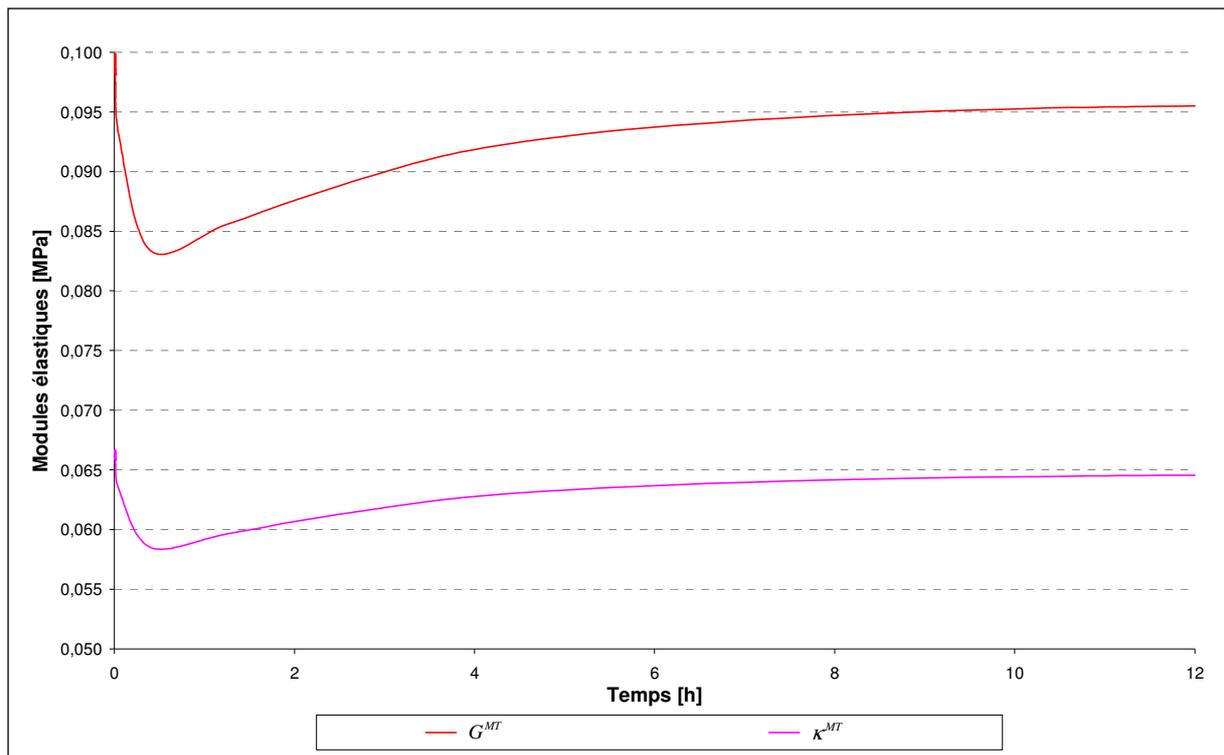


Fig. IV-9 : Evolution des modules de cisaillement et de compressibilité effectifs du cal.

On note immédiatement que la croissance des pores fait chuter les propriétés effectives du régénérat durant les 25 premières minutes. La prédominance du remplissage leur permet ensuite de remonter. On peut remarquer que les propriétés au bout des 12 heures restent inférieures d'environ 4 % à celles du départ. Ceci s'explique par les propriétés élastiques nulles du vide qui font chuter les modules équivalents malgré une fraction de seulement 2,15 %.

Afin de mieux comprendre comment fonctionne le modèle, nous allons maintenant étudier l'influence sur différents résultats des grandeurs intervenant dans l'élongation et le remplissage, en commençant par la vitesse de déformation de référence.

3. Influence de la vitesse et de la contrainte de référence

En considérant l'équation (II.86) que nous avons utilisée ici pour la définition du multiplicateur de croissance :

$$\dot{\lambda} = \phi(\sigma) = \dot{\epsilon}_0 \left(\frac{\sigma_{eff}}{\sigma_{ref}} \right)^m,$$

nous constatons que la vitesse de référence $\dot{\epsilon}_0$ et la contrainte de référence σ_{ref} jouent un rôle semblable. Nous considérerons donc ici uniquement l'influence de la vitesse de référence $\dot{\epsilon}_0$ en gardant à l'esprit que multiplier cette grandeur par un facteur x revient à multiplier la contrainte de référence σ_{ref} par un facteur $x^{-1/m}$.

Nous avons choisi de tester trois valeurs de vitesse de référence $\dot{\epsilon}_0$: celle de référence ($1,0 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$), une inférieure à celle-ci ($0,6 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$) et une supérieure ($1,4 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$). La figure IV-10 montre l'effet de cette variation sur la force de distraction.

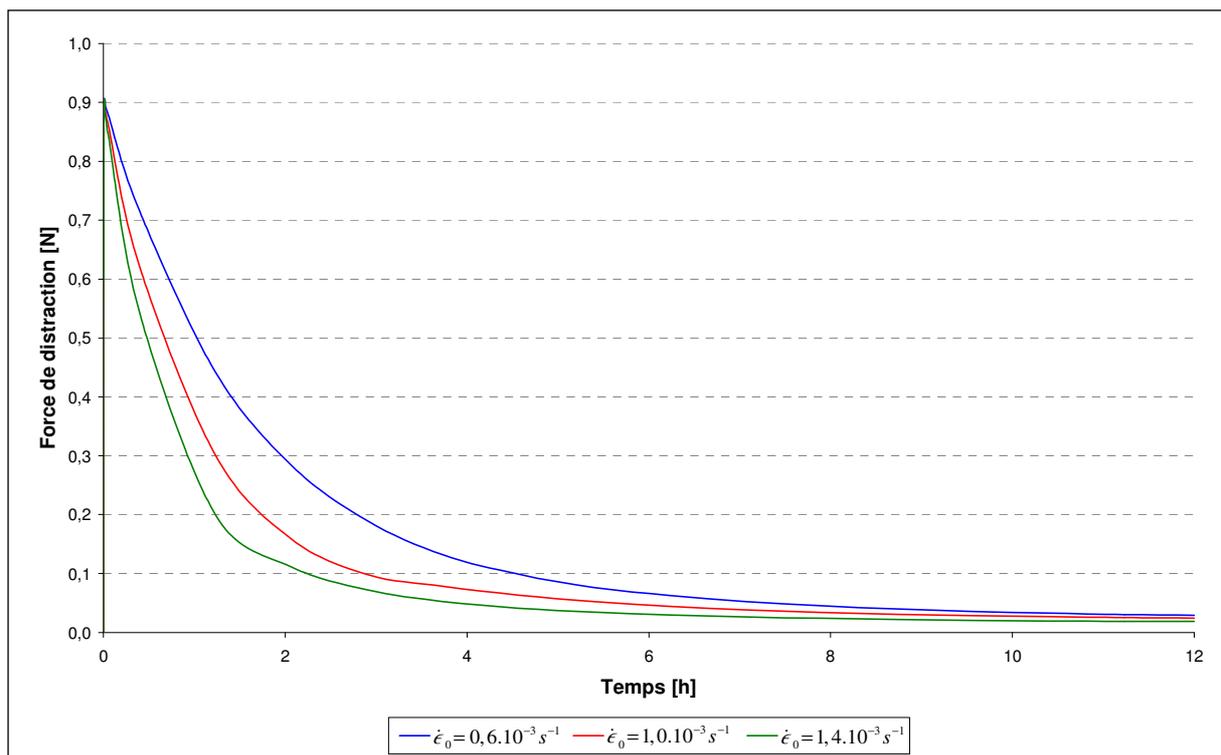


Fig. IV-10 : Evolution de la force de distraction pour différentes vitesses de déformation de référence.

Comme attendu, il peut être observé que l'augmentation de la vitesse de référence a pour conséquence d'accroître l'influence du temps sur l'évolution de la force. En effet, plus la vitesse de référence est élevée, plus la chute de la force de distraction est rapide : la viscosité diminue.

De plus, on peut également remarquer que ce paramètre a un effet sur la valeur de la force à la fin du cycle de distraction (12 heures) et donc probablement sur l'accumulation des contraintes dans le cal au cours des activations successives.

Ce paramètre est donc un de ceux sur lesquels on peut jouer afin d'ajuster le temps de relaxation du régénérat. Nous allons maintenant analyser l'effet engendré sur la décomposition de la déformation permanente représentée sur la figure IV-11.

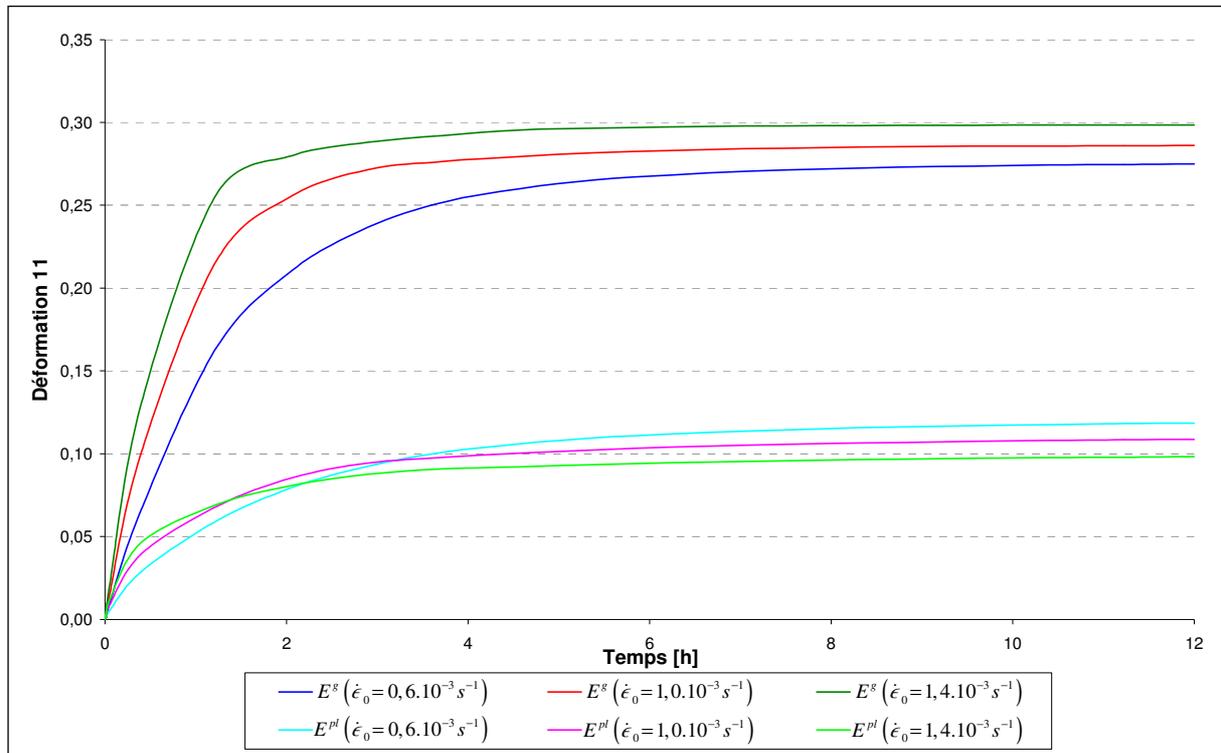


Fig. IV-11 : Evolution des déformations axiales de croissance et plastique du cal pour différentes vitesses de déformation de référence.

La déformation permanente, somme des déformations de croissance et plastique, est en accord avec l'évolution de la force. En effet, plus la vitesse de déformation de référence est importante, plus la déformation permanente est grande. Par conséquent, la partie élastique est plus faible.

On peut également observer que la portée sur les déformations de croissance et plastique n'est pas la même. Lorsque la vitesse de référence augmente, la déformation de croissance s'intensifie alors que la partie plastique diminue.

Cet effet est également visible sur la composition du cal au travers des fractions volumiques illustrées sur la figure IV-12. La plus forte baisse de la force de distraction et la plus grande déformation permanente dans le cas des hautes vitesses de référence témoignent d'une elongation importante. Ceci a alors pour conséquence d'engendrer une fraction volumique de vide importante.

Ce résultat se répercute sur les propriétés effectives tracées sur la figure IV-13. Plus la vitesse de référence est grande, plus les modules de compressibilité et de cisaillement sont faibles en raison de la fraction volumique de vide.

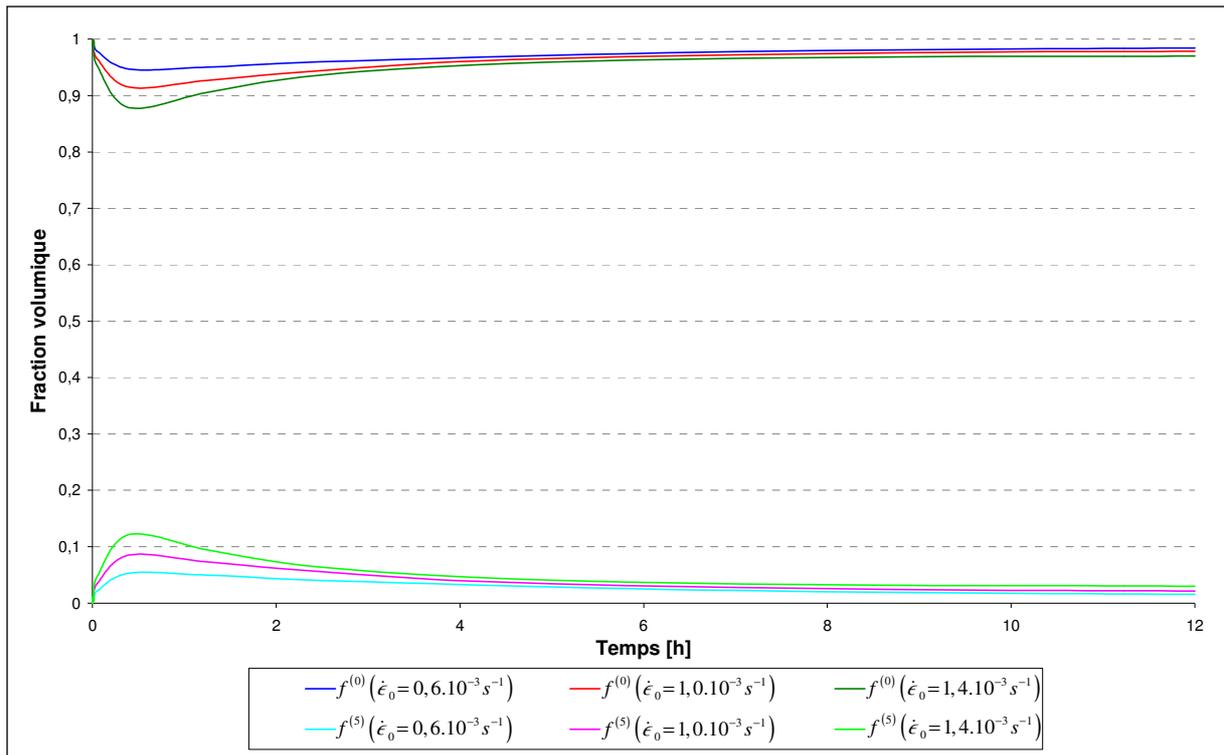


Fig. IV-12 : Evolution des fractions volumiques du cal pour différentes vitesses de déformation de référence.

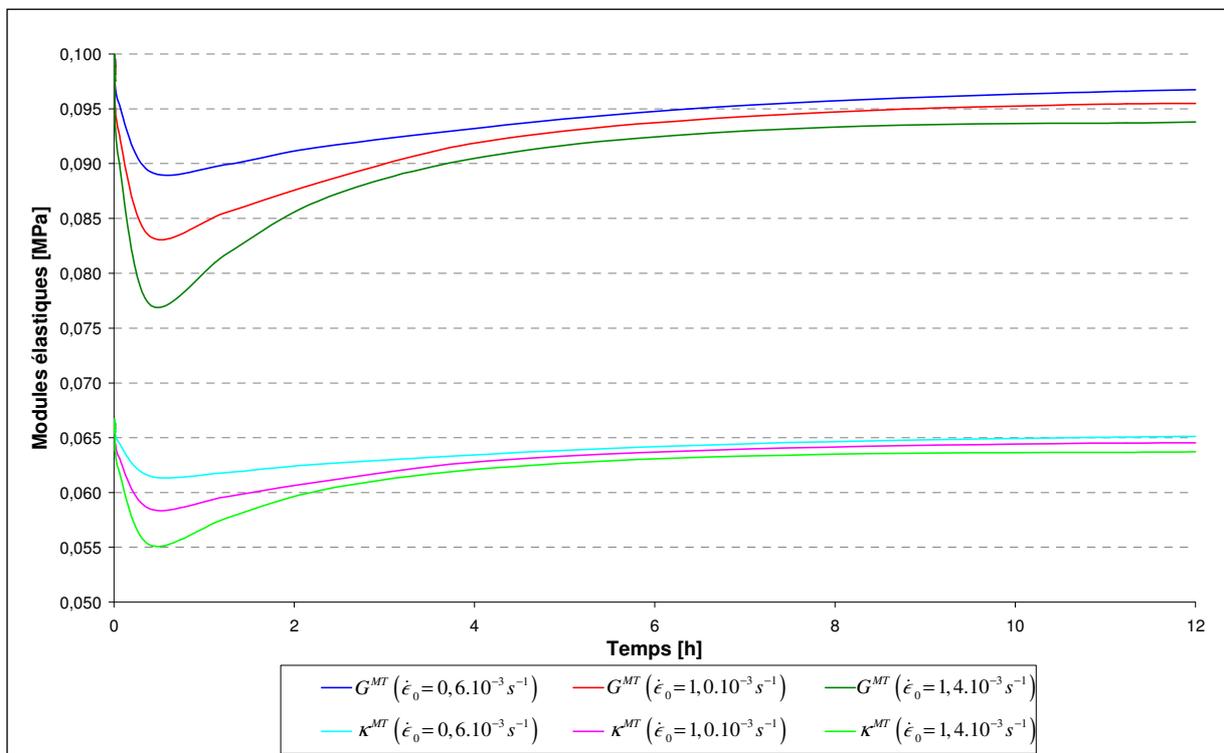


Fig. IV-13 : Evolution des modules de cisailment et de compressibilité effectifs du cal pour différentes vitesses de déformation de référence.

Nous allons maintenant nous intéresser à l'influence de la sensibilité à la vitesse de déformation.

4. Influence de la sensibilité à la vitesse de déformation

Nous avons choisi de tester l'effet de trois valeurs de sensibilité à la vitesse de déformation m : celle retenue (1,25), une inférieure à celle-ci (1) et une supérieure (1,5). La figure IV-14 représente l'évolution de la force de distraction dans ces trois cas.

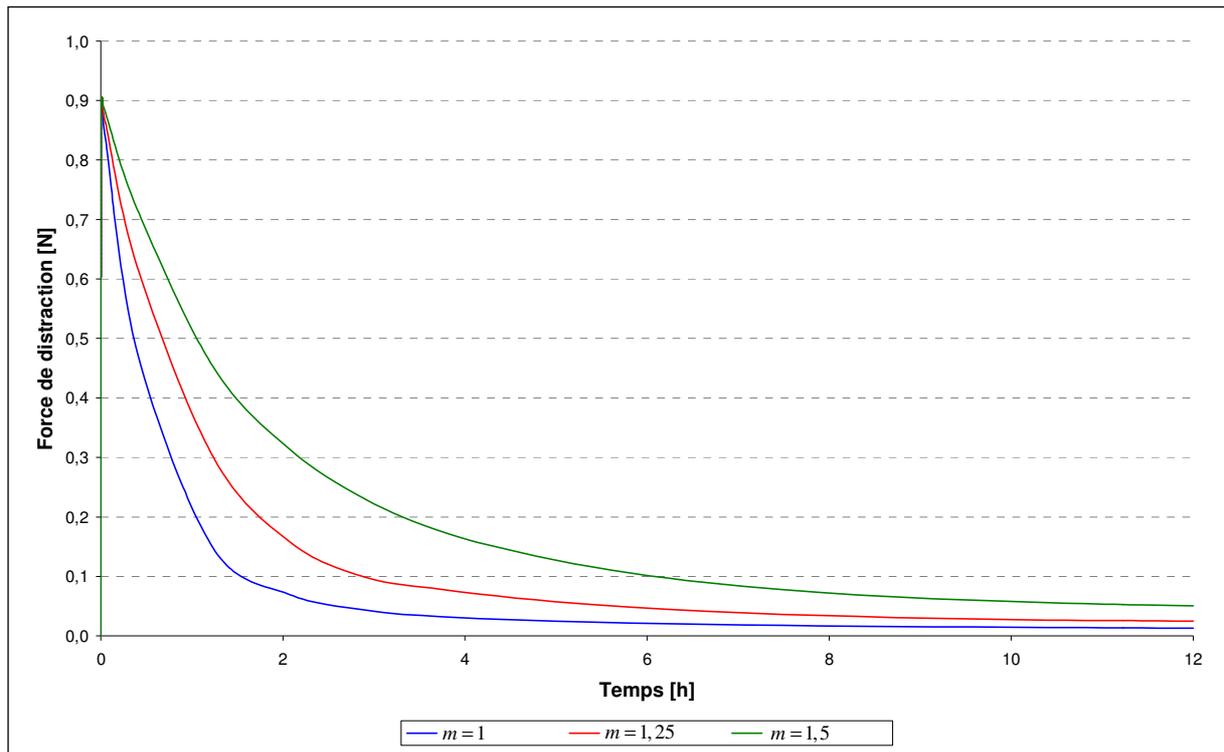


Fig. IV-14 : Evolution de la force de distraction pour différentes sensibilités à la vitesse de déformation.

Tout comme la vitesse de déformation de référence, la sensibilité à la vitesse influence le temps de relaxation de la force. Plus la sensibilité est élevée, plus la chute de la force de distraction est lente. Elle a aussi un effet sur la valeur de la force à la fin du cycle distraction.

Ce paramètre permet donc également un ajustement de l'allure de la courbe de relaxation du régénérat. Nous allons maintenant analyser l'effet engendré sur les déformations de croissance et plastique tracées sur la figure IV-15.

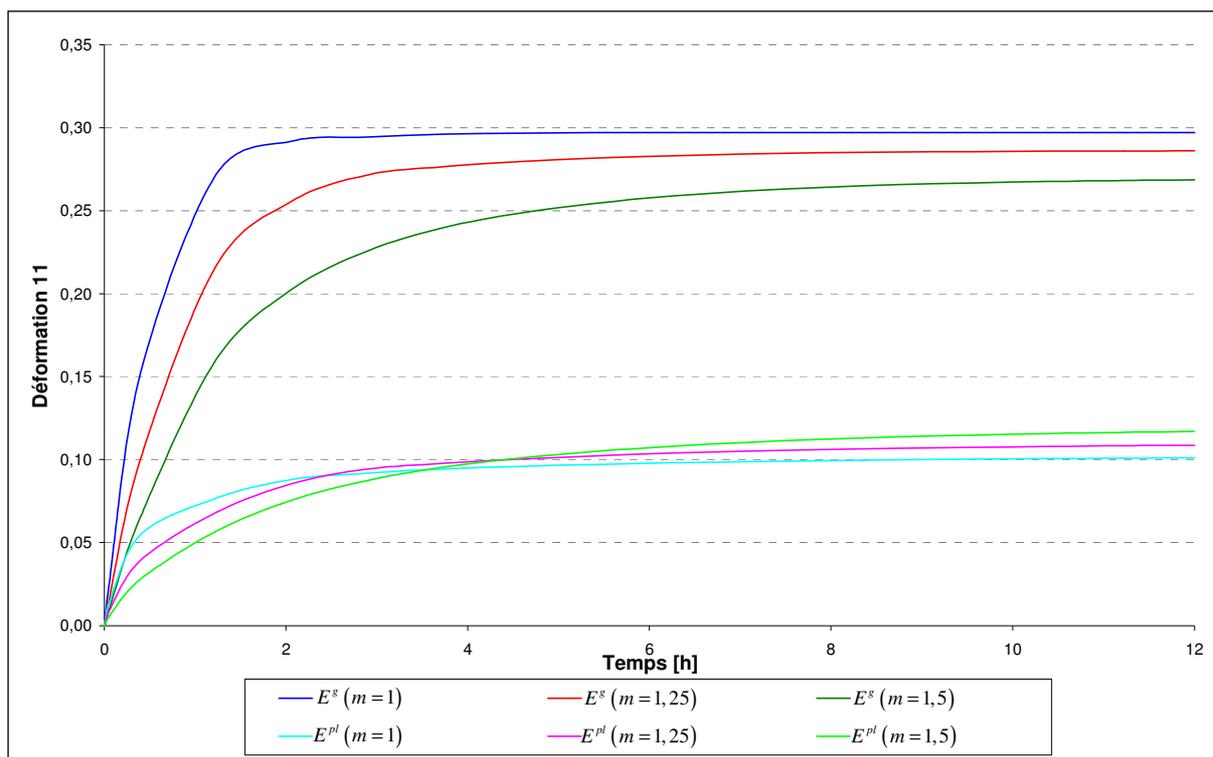


Fig. IV-15 : Evolution des déformations axiales de croissance et plastique du cal pour différentes sensibilités à la vitesse de déformation.

On voit immédiatement que l'augmentation de la sensibilité à la vitesse de déformation retarde l'apparition de la déformation permanente. Ici, la partie de croissance diminue, contrairement à la partie plastique. Cet effet se répercute sur l'évolution des fractions volumiques illustrée sur la figure IV-16 par le biais des lois d'élongation et de remplissage.

En retardant la déformation permanente, une plus forte valeur de sensibilité a pour conséquence de réduire la fraction volumique de vide formée. On note une fraction finale de pores de 5,52 %, 2,15 % et 1,01 % pour une sensibilité respective de 1, 1,25 et 1,5. En revanche, la sensibilité n'affecte que très peu l'instant où le taux maximal de pores apparaît.

L'ensemble de ces remarques se confirment par l'évolution des propriétés tracée sur la figure IV-17. En fin de cycle, les modules de compressibilité et de cisaillement restent faibles devant leur valeur initiale pour une sensibilité faible.

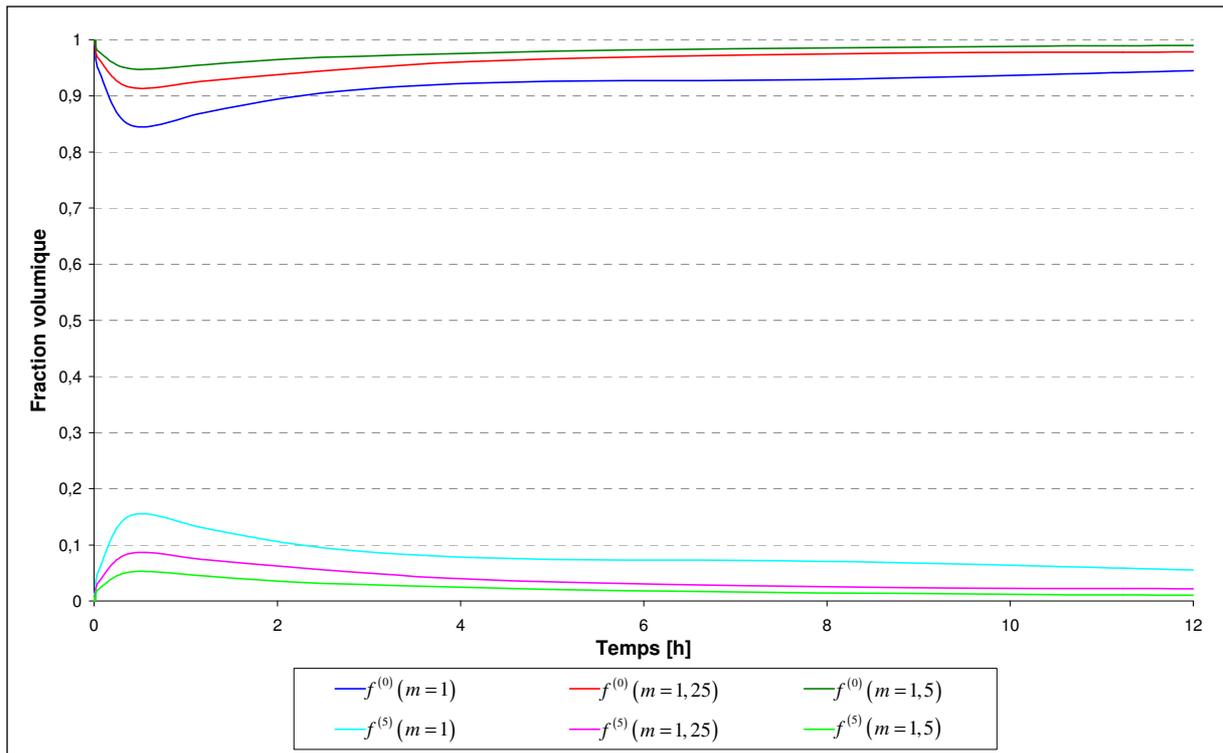


Fig. IV-16 : Evolution des fractions volumiques du cal pour différentes sensibilités à la vitesse de déformation.

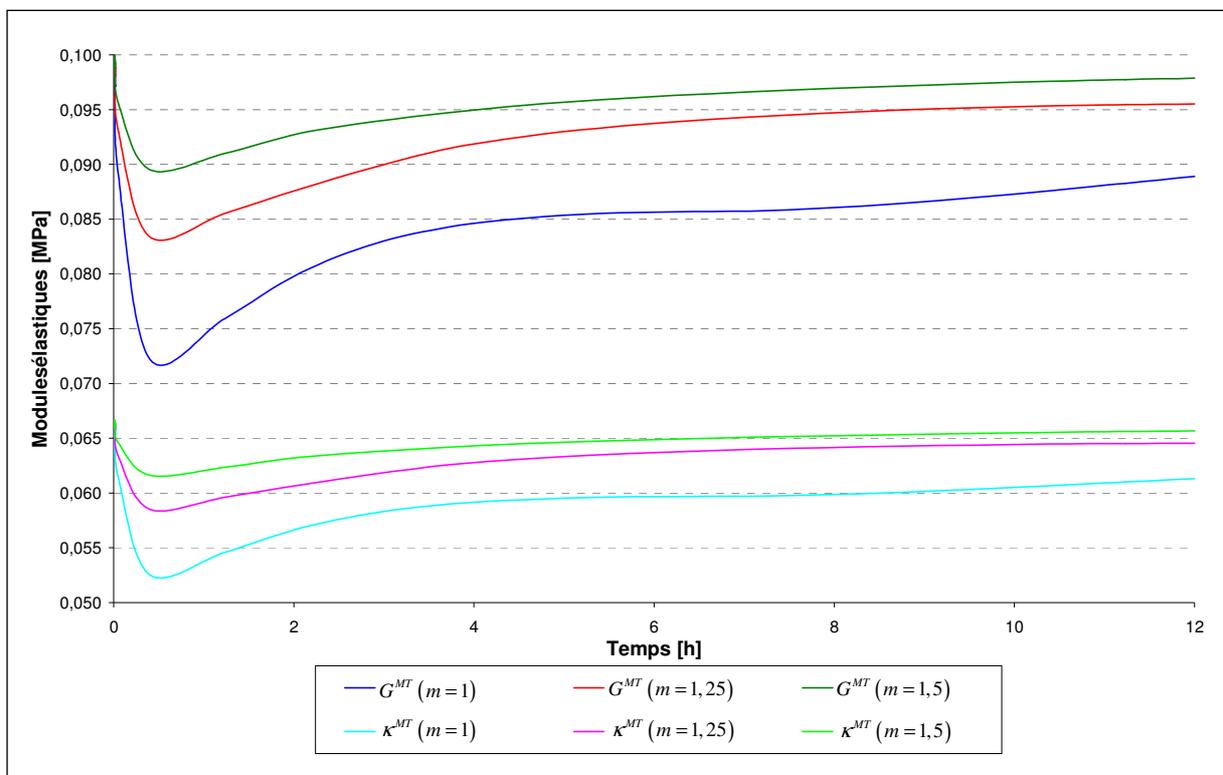


Fig. IV-17 : Evolution des modules de cisaillement et de compressibilité effectifs du cal pour différentes sensibilités à la vitesse de déformation.

Nous allons maintenant étudier l'impact du coefficient d'amplification de la partie sphérique.

5. Influence du coefficient d'amplification de la partie sphérique

Le coefficient d'amplification de la partie sphérique α intervient dans la définition de la contrainte effective (II.81). Trois valeurs ont été comparées : celle déterminée lors de la calibration (5) et deux autres encadrant celle-ci (3 et 7). Le résultat sur la force de distraction est représenté par la figure IV-18.

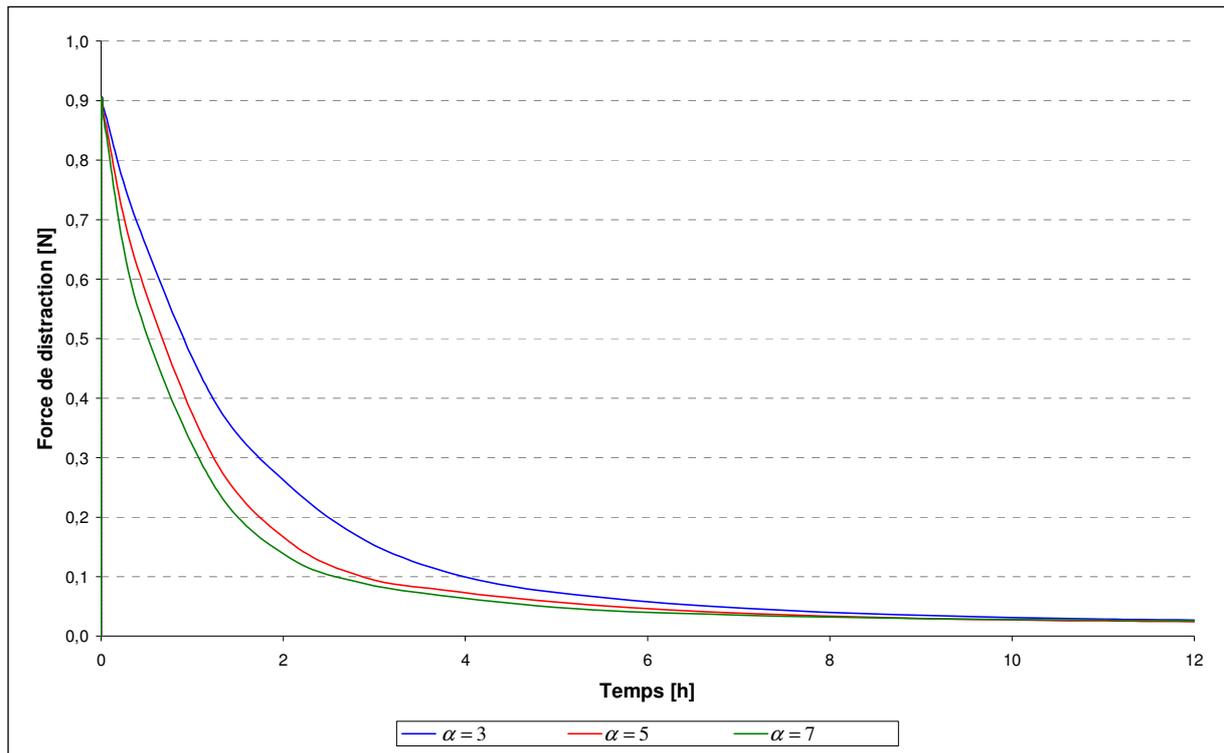


Fig. IV-18 : Evolution de la force de distraction pour différents coefficients d'amplification de la partie sphérique.

En faisant intervenir de manière différente les parties croissance et plastique dans les lois d'élongation, le coefficient α influe sur le comportement du cal et donc sur l'évolution du cal. On observe que plus la valeur de ce paramètre est faible, plus la viscosité est importante. La force en fin de cycle n'est en revanche ici que très peu affectée.

En examinant les déformations de croissance et plastique illustrées sur la figure IV-19, on retrouve la même tendance concernant l'effet du coefficient α sur la réponse visqueuse. De plus, on constate que ce paramètre modifie la décomposition de la déformation permanente. Ceci peut être observé en considérant la position relative des différentes courbes.

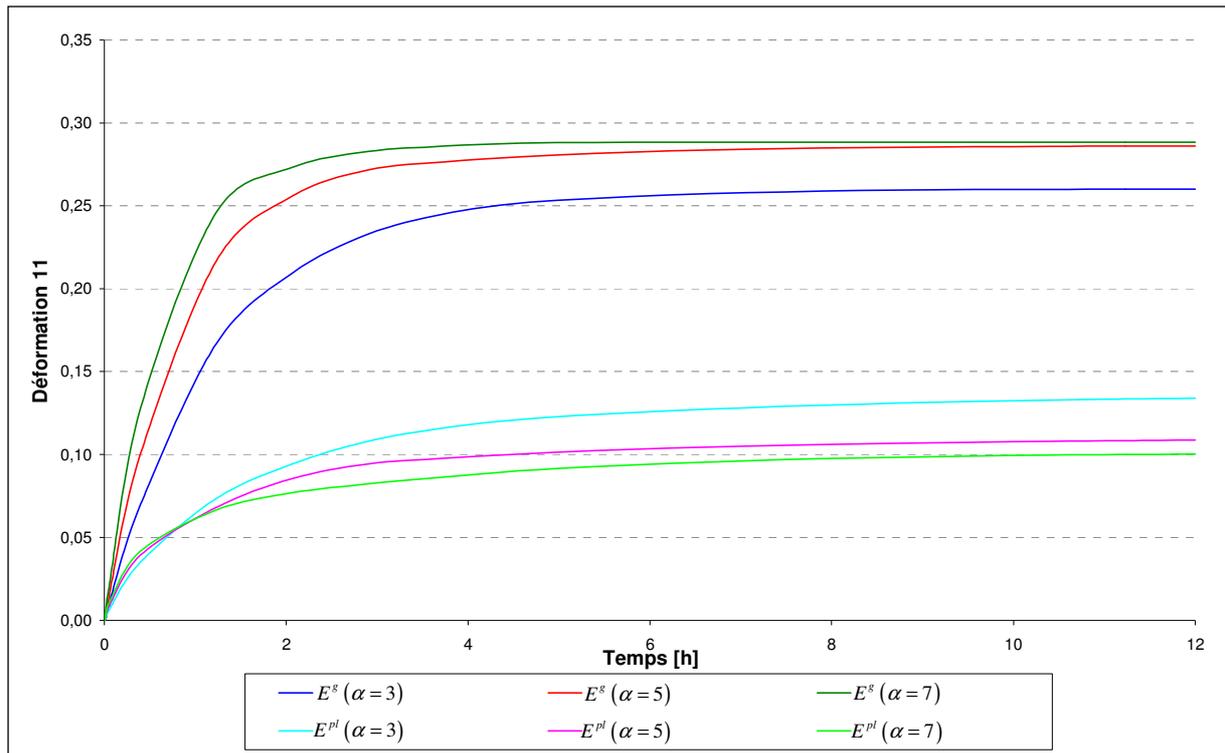


Fig. IV-19 : Evolution des déformations axiales de croissance et plastique du cal pour différents coefficients d'amplification de la partie sphérique.

Plus ce paramètre est élevé, plus la partie de croissance devient importante en regard de la partie plastique. Il permet donc comme attendu de faire varier la part de ces deux types de déformation permanente dans la phase d'élongation et donc de moduler le gain de volume pour un allongement donné.

Les considérations concernant la viscosité se répercutent à nouveau sur les fractions volumiques tracées sur la figure IV-20. Plus la viscosité est faible, plus la création de pores est forte. On remarque cependant ici que, conformément à ce que laissait prédire l'évolution de la force, les fractions finales ne dépendent que très faiblement du coefficient d'amplification.

On retrouve cette tendance sur l'évolution des propriétés effectives qui sont très différentes à la fin de l'activation mais tendent ensuite à se rejoindre à mesure que le cycle se termine (voir figure IV-21).

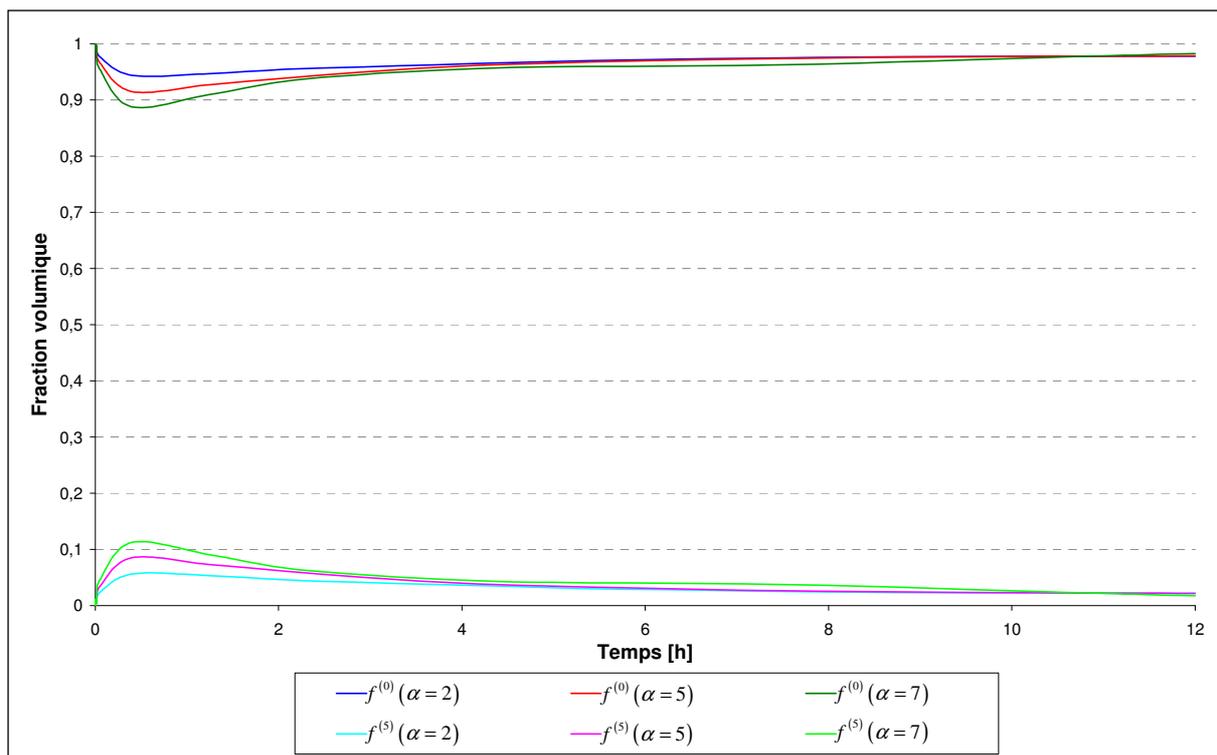


Fig. IV-20 : Evolution des fractions volumiques du cal pour différents coefficients d'amplification de la partie sphérique.

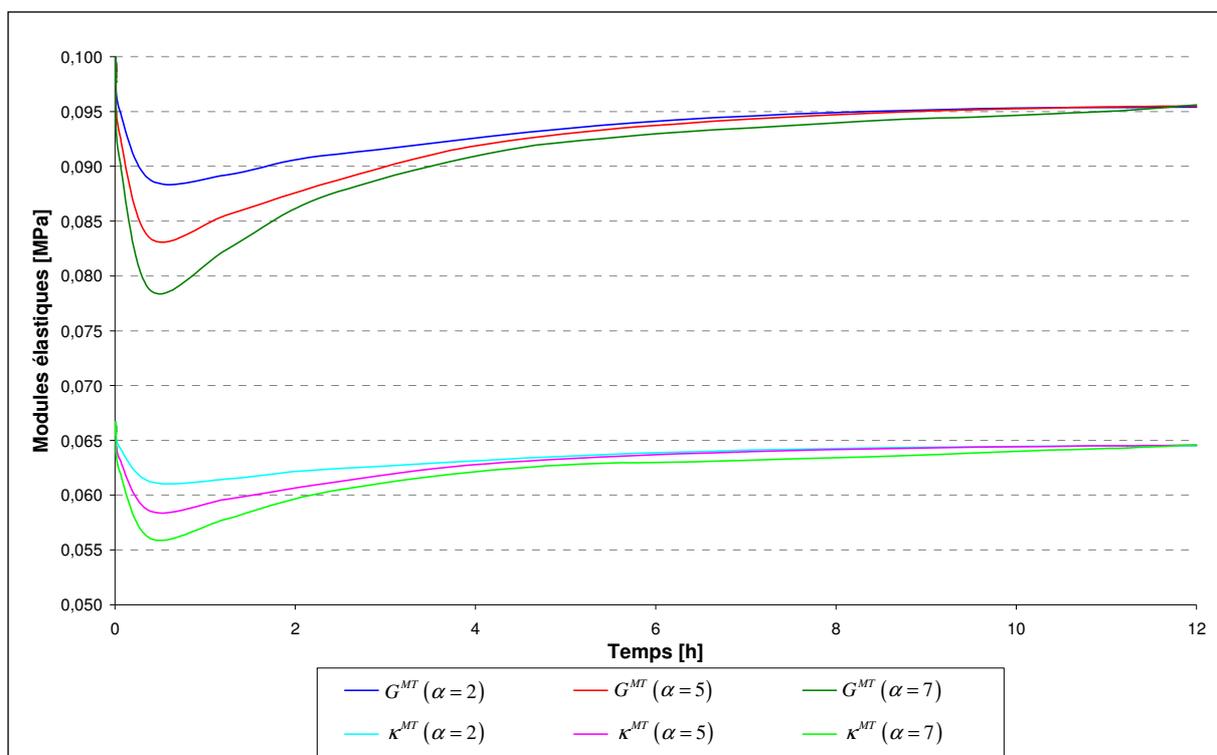


Fig. IV-21 : Evolution des modules de cisailment et de compressibilité effectifs du cal pour différents coefficients d'amplification de la partie sphérique.

Nous allons à présent aborder le rôle du premier paramètre concernant le remplissage.

6. Influence de la vitesse de remplissage

La vitesse de remplissage c permet de conditionner la part du vide qui est comblée par le tissu granulaire. Nous avons testé deux valeurs en plus de celle choisie ($0,04 \text{ s}^{-1}$) : une inférieure ($0,03 \text{ s}^{-1}$) et une supérieure ($0,05 \text{ s}^{-1}$). L'évolution de la force de distraction pour ces différentes valeurs est tracée sur la figure IV-22. On constate que plus la vitesse de remplissage est élevée, plus la force résiduelle est faible.

Ceci s'explique en considérant l'évolution des déformations de croissance et plastique représentée sur la figure IV-23. En effet, une vitesse de remplissage plus importante permet d'augmenter la fraction de tissu granulaire dans le régénérat. Or, l'élongation se déroulant au sein de ce tissu, elle devient elle-même plus importante quand la fraction de tissu granulaire est élevée.

Ce processus permet alors d'augmenter la déformation de croissance et par conséquent de réduire la partie élastique donc la force de distraction et la partie plastique. En effet, le déplacement du segment osseux ne peut excéder le déplacement total et la déformation permanente est donc limitée.

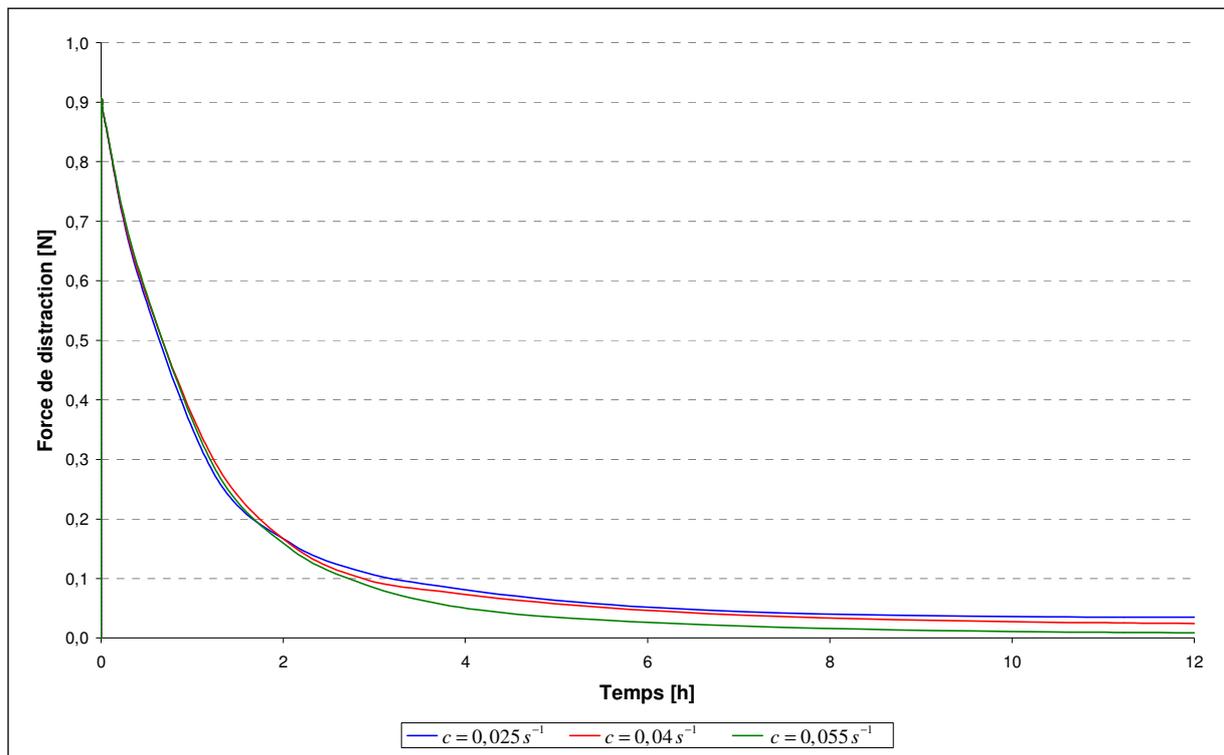


Fig. IV-22 : Evolution de la force de distraction pour différentes vitesses de remplissage.

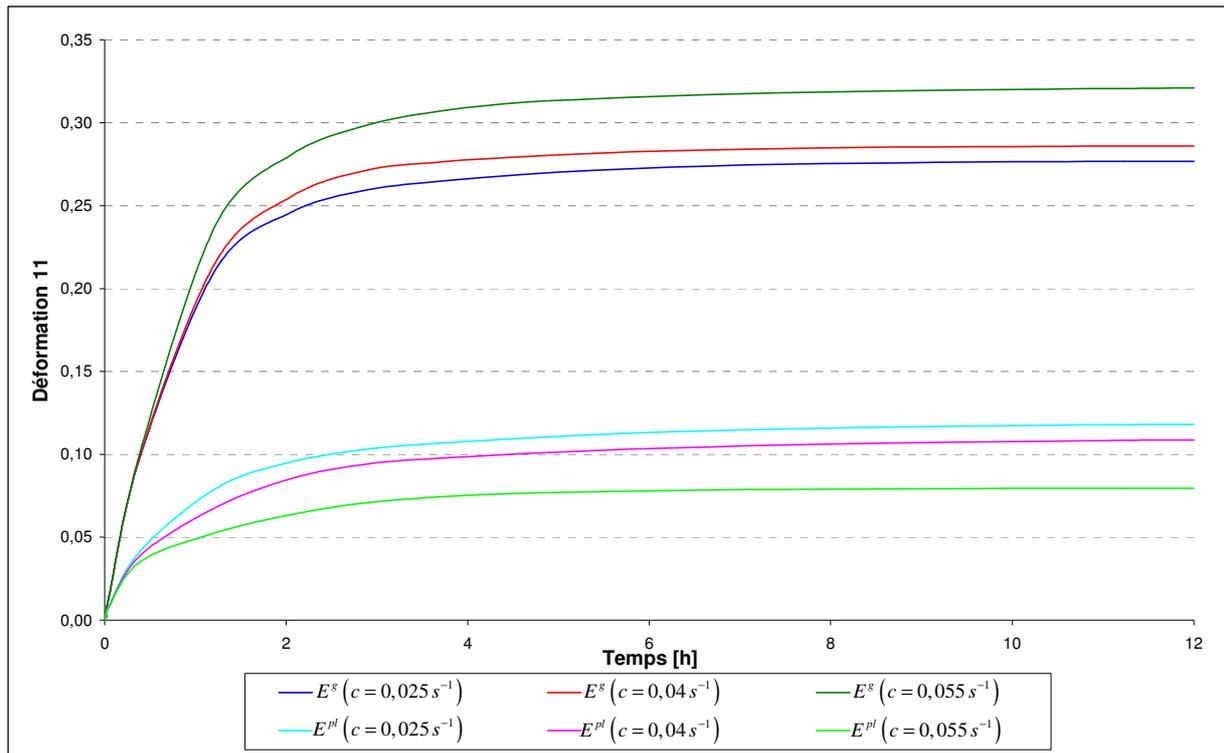


Fig. IV-23 : Evolution des déformations axiales de croissance et plastique du cal pour différentes vitesses de remplissage.

La figure IV-24 illustre l'évolution des fractions volumiques. Comme attendu, plus la vitesse de remplissage est élevée, moins le vide est présent au sein du cal. Ceci se répercute sur les propriétés élastiques tracées sur la figure IV-25 qui chutent fortement lorsque la vitesse de remplissage diminue.

On est alors face à un résultat qui paraît paradoxal au premier abord : malgré des propriétés plus importantes, le cal généré avec une vitesse de remplissage élevée engendre une force de distraction résiduelle plus faible. Ceci peut être clarifié comme décrit plus haut en considérant la croissance supplémentaire induite par un remplissage plus important.

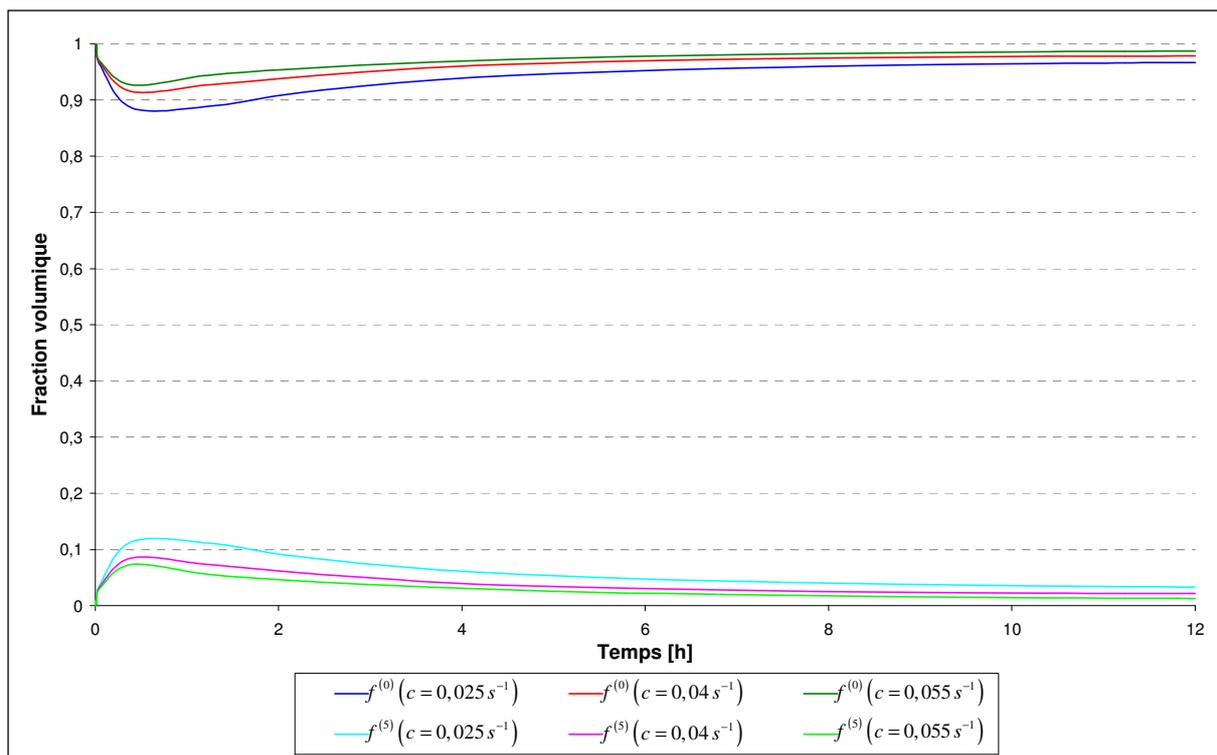


Fig. IV-24 : Evolution des fractions volumiques du cal pour différentes vitesses de remplissage.

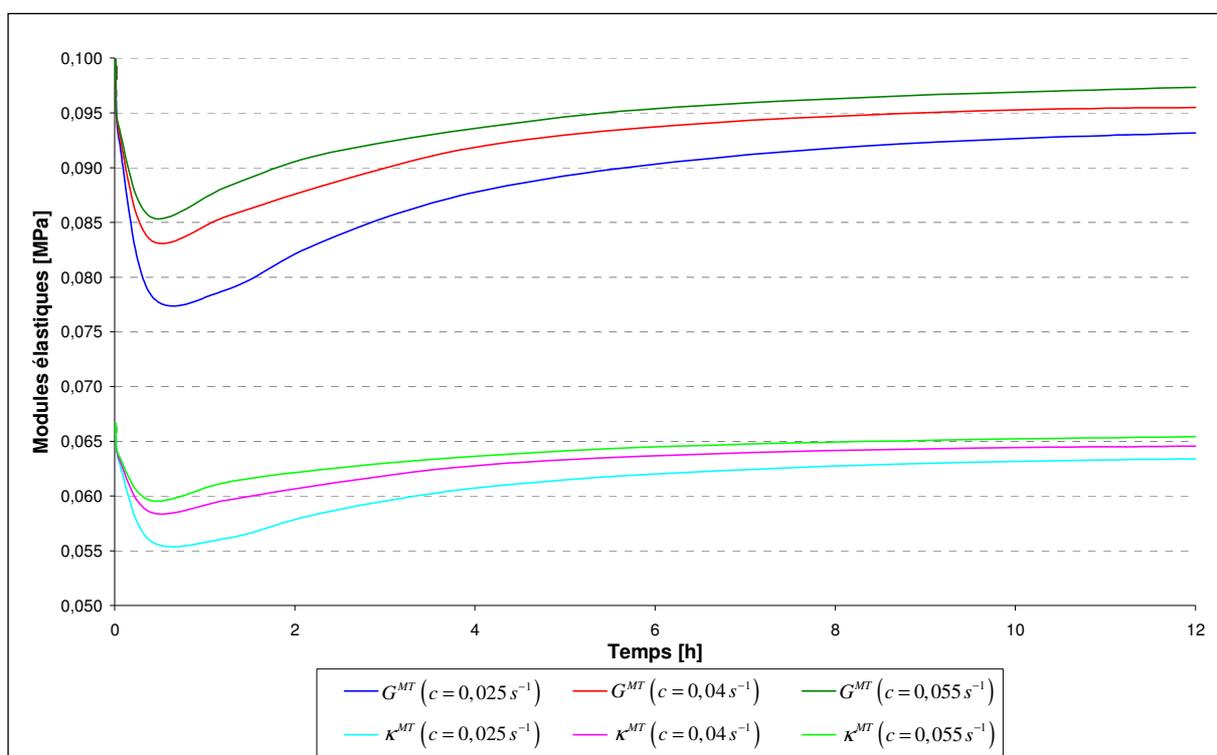


Fig. IV-25 : Evolution des modules de cisailment et de compressibilité effectifs du cal pour différentes vitesses de remplissage.

Les derniers paramètres intervenant dans le remplissage sont les grandeurs de référence du stimulus de remplissage.

7. Influence des grandeurs de référence du remplissage

Les valeurs de référence $A^{(5)}$ et $B^{(5)}$ permettent à la fois de rendre le stimulus de remplissage adimensionnel et de faire varier le poids de ses grandeurs constitutives. Nous avons ici analysé l'influence de ces paramètres couplés par l'intermédiaire de trois jeux de valeurs. Le premier couple provient de la phase de calibration et est constitué des valeurs suivantes : $A^{(5)} = 1$ et $B^{(5)} = 1 \text{ s}^{-1}$. Les deux autres couples considérés sont $A^{(5)} = 0,7$ et $B^{(5)} = 1,3 \text{ s}^{-1}$ ainsi que $A^{(5)} = 1,3$ et $B^{(5)} = 0,7 \text{ s}^{-1}$. Rappelons qu'en raison de la définition du stimulus, augmenter une valeur de référence revient à diminuer la part relative de la grandeur associée. La figure IV-26 montre l'influence de ces paramètres sur la force de distraction.

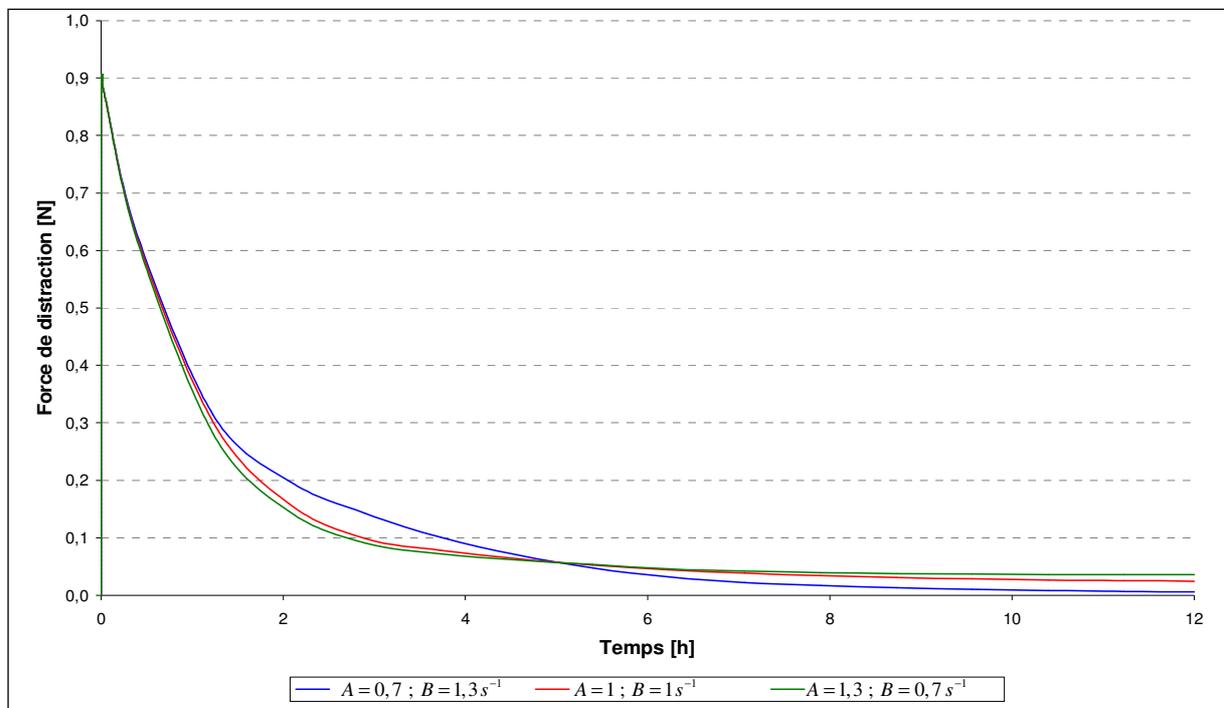


Fig. IV-26 : Evolution de la force de distraction pour différentes grandeurs de référence du remplissage.

On constate que plus la part relative de la seconde grandeur du stimulus est grande, plus la force de distraction chute vite. Cette tendance est confirmée par l'évolution des déformations de croissance et plastique (voir figure IV-27). En effet on observe dans ce cas qu'en fin de cycle la partie croissance est plus faible, de même que la déformation permanente. La partie élastique est donc plus importante. Ces résultats peuvent être éclaircis en considérant les fractions volumiques tracées sur la figure IV-28. Plus la part relative de la seconde grandeur du stimulus est grande, plus la fraction volumique de vide est restée élevée. Le remplissage a donc été moins fort et l'élongation, qui se produit au sein du tissu granulaire, est devenue plus faible. L'augmentation du volume du cal est alors réduite, comme déjà illustrée par la déformation de croissance.

La part importante de pores dans le cas du troisième couple se traduit par des propriétés effectives plus faibles, comme illustré par la figure IV-29.

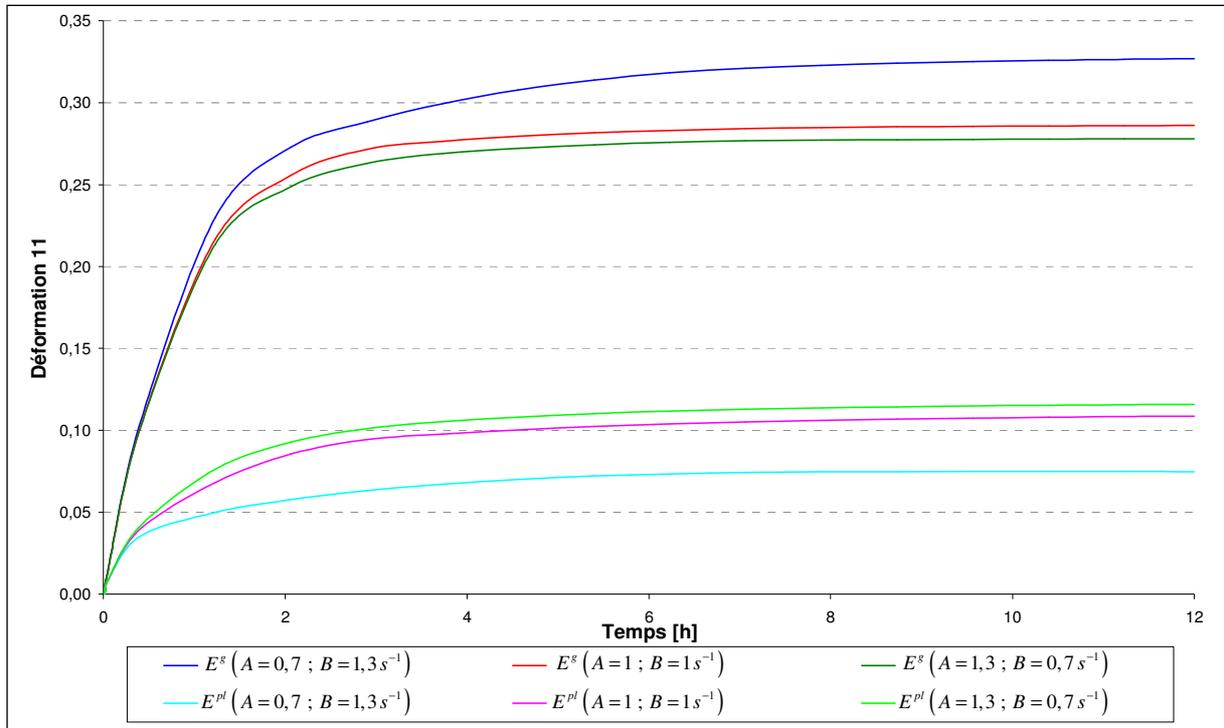


Fig. IV-27 : Evolution des déformations axiales de croissance et plastique du cal pour différentes grandeurs de référence du remplissage.

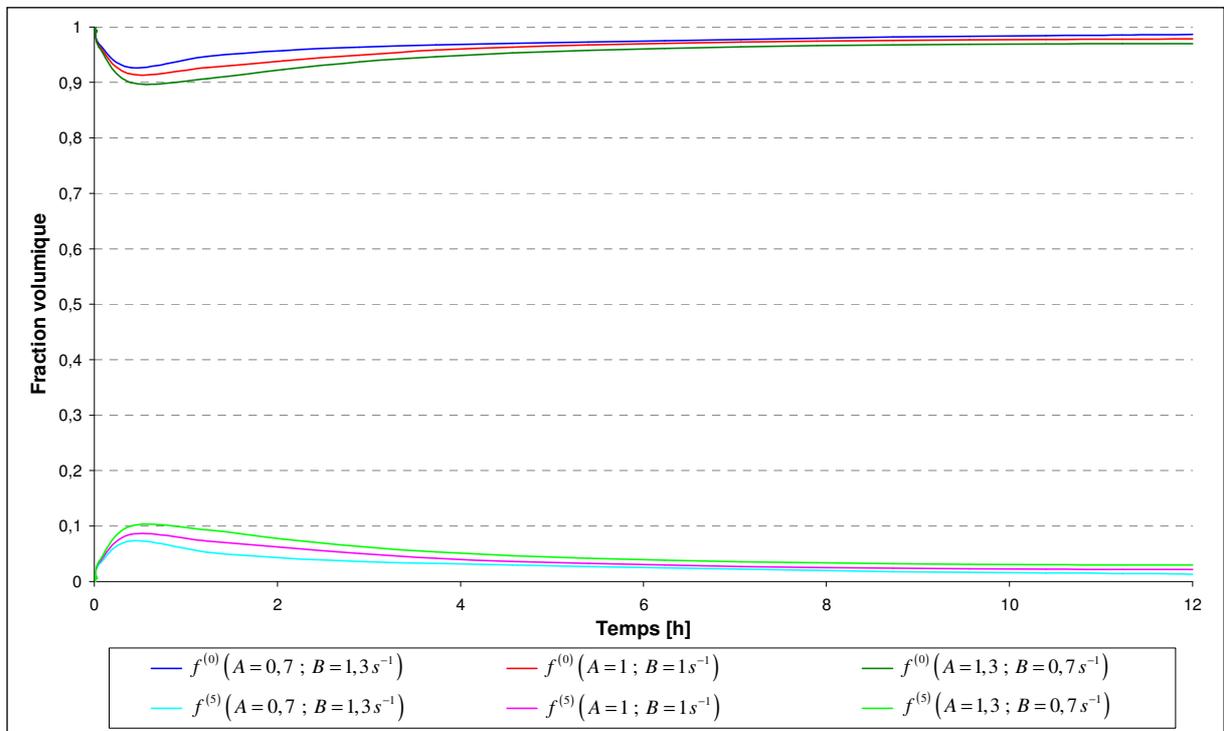


Fig. IV-28 : Evolution des fractions volumiques du cal pour différentes grandeurs de référence du remplissage.

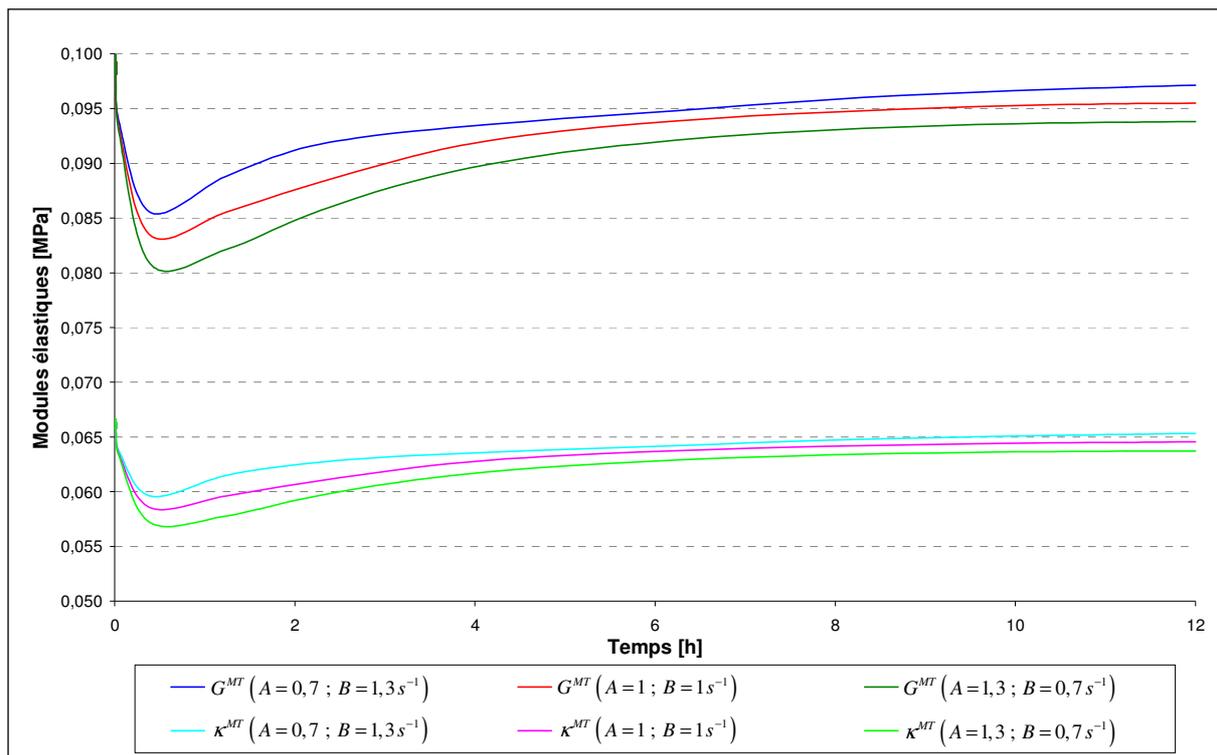


Fig. IV-29 : Evolution des modules de cisaillement et de compressibilité effectifs du cal pour différentes grandeurs de référence du remplissage.

Nous venons de passer en revue l'ensemble des paramètres des processus d'élongation et de remplissage sur un cycle de distraction durant lequel les processus de différenciation cellulaires étaient figés. La prochaine partie sera consacrée à la simulation d'une semaine de distraction.

F. Simulation d'une semaine de distraction

1. Introduction

Dans cette partie de l'étude, nous avons cherché à simuler une distraction sur une durée d'une semaine. Comme exposé au début de ce chapitre, le protocole retenu est de type bi-quotidien avec un incrément de 0,5 mm conduisant à un allongement total de sept millimètres. Les résultats qui vont être présentés font suite à une étude préliminaire de calibration des paramètres de différenciation qui ne sera pas présentée ici pour des raisons d'espace. On peut toutefois noter que ceux-ci ont été déterminés à partir de considérations biologiques sur les études expérimentales de la distraction ostéogénique.⁸⁹⁻⁹⁵

Les paramètres utilisés pour les équations régissant l'élongation et le remplissage sont ceux qui ont déjà été présentés pour la simulation d'un cycle de distraction. En ce qui concerne la production de tissus liée à la différenciation cellulaire, la calibration a permis d'obtenir pour la matrice des coefficients de vitesse de différenciation :

$$[\omega] = \begin{bmatrix} 0 & \omega^{(0 \rightarrow 1)} & \omega^{(0 \rightarrow 2)} & \omega^{(0 \rightarrow 3)} & \omega^{(0 \rightarrow 4)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega^{(2 \rightarrow 3)} & \omega^{(2 \rightarrow 4)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega^{(3 \rightarrow 4)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 5.10^{-4} & 1,3.10^{-4} & 2.10^{-5} & 1.10^{-5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3.10^{-2} & 3.10^{-2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3.10^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

pour la matrice des seuils de différenciation :

$$[\mathcal{T}] = \begin{bmatrix} \mathcal{T}^{(1,1)} & \mathcal{T}^{(1,2)} & \mathcal{T}^{(1,3)} & \mathcal{T}^{(1,4)} & \mathcal{T}^{(1,5)} \\ 0 & \mathcal{T}^{(2,2)} & \mathcal{T}^{(2,3)} & \mathcal{T}^{(2,4)} & \mathcal{T}^{(2,5)} \\ 0 & 0 & \mathcal{T}^{(3,3)} & \mathcal{T}^{(3,4)} & \mathcal{T}^{(3,5)} \\ 0 & 0 & 0 & \mathcal{T}^{(4,4)} & \mathcal{T}^{(4,5)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.10^{-1} & 2.10^{-2} & 5.10^{-4} & 2.10^{-5} & 1.10^{-10} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5.10^{-4} & 5.10^{-6} & 1.10^{-10} \\ 0 & 0 & 0 & 2.10^{-2} & 1.10^{-10} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

et pour les valeurs de référence des stimuli :

$$[A^{(i)}] = \begin{bmatrix} 9,5 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad [B^{(i)}] = \begin{bmatrix} 145 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Nous allons maintenant nous intéresser à l'évolution de quelques résultats au cours de la semaine de distraction simulée.

2. Analyse des résultats

La simulation d'une semaine de distraction incluant les transformations liées à la différenciation nous a permis d'obtenir des informations sur l'évolution de la force de distraction, tracée sur la figure IV-30.

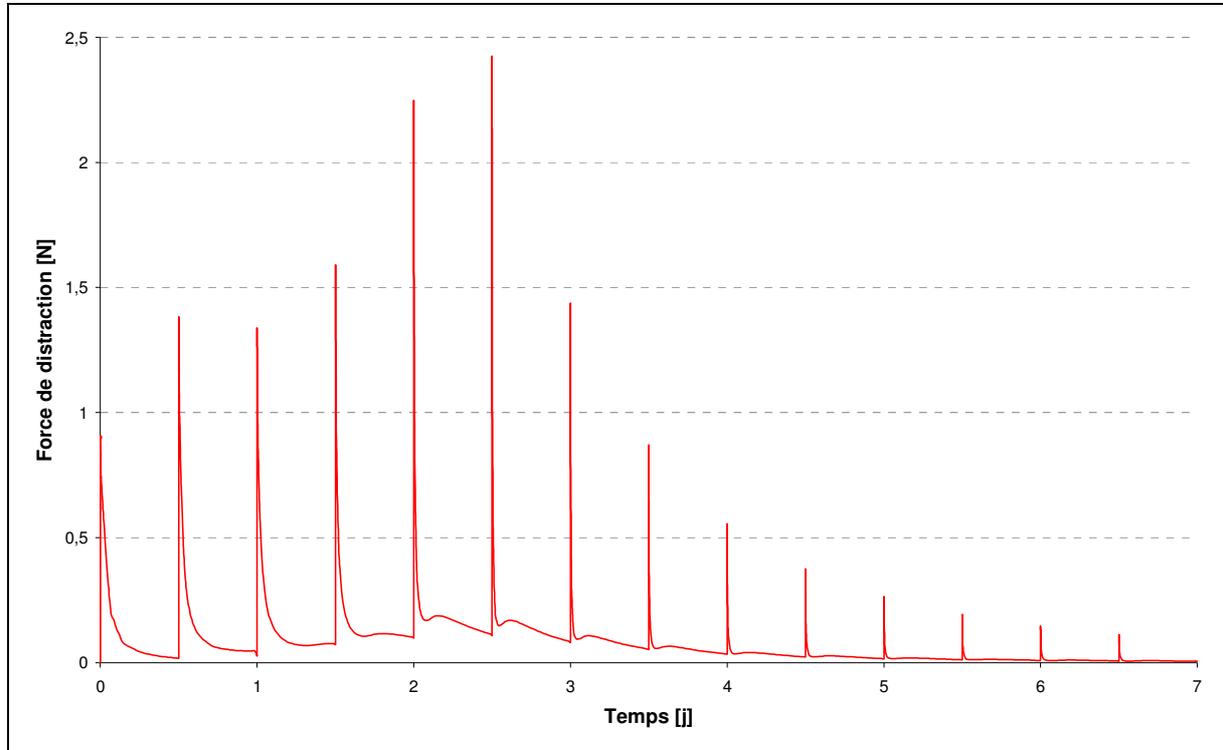


Fig. IV-30 : Evolution de la force de distraction.

On remarque tout d'abord que l'évolution des pics d'effort, correspondant à la fin de l'activation aux effets de viscosité près, n'est pas monotone. Lors des six premières activations, la force maximale a tendance à monter alors qu'elle chute de manière asymptotique par la suite. Ceci s'explique par la compétition existant entre l'évolution de la composition du cal, donc de ses propriétés élastiques, et sa croissance permanente. En effet, alors que le premier type de transformation augmente la résistance à l'allongement du régénérat, le second la réduit.

La même remarque peut être faite concernant la force de distraction en fin de cycle. Sur les premiers incréments, une tension s'accumule au sein du cal. Celle-ci se relâche par la suite. On remarque d'ailleurs que l'allure de la décroissance de la force évolue au cours du temps. Plus le nombre de cycles est important et plus la relaxation est rapide. Ceci est particulièrement visible sur la figure IV-31 qui représente l'évolution de la force sur l'ensemble des cycles superposés. Cela revient à réinitialiser le temps au début de chaque cycle de distraction.

On voit également que la chute de la force de distraction n'est plus monotone lors des distractions trois à neuf. Ce phénomène s'explique par la forte activité de différenciation durant cette période qui influe sur l'état de contrainte du tissu granulaire et donc sur l'élongation. L'ensemble de ces considérations se retrouve sur la courbe contrainte axiale - déformation axiale tracée en figure IV-32.

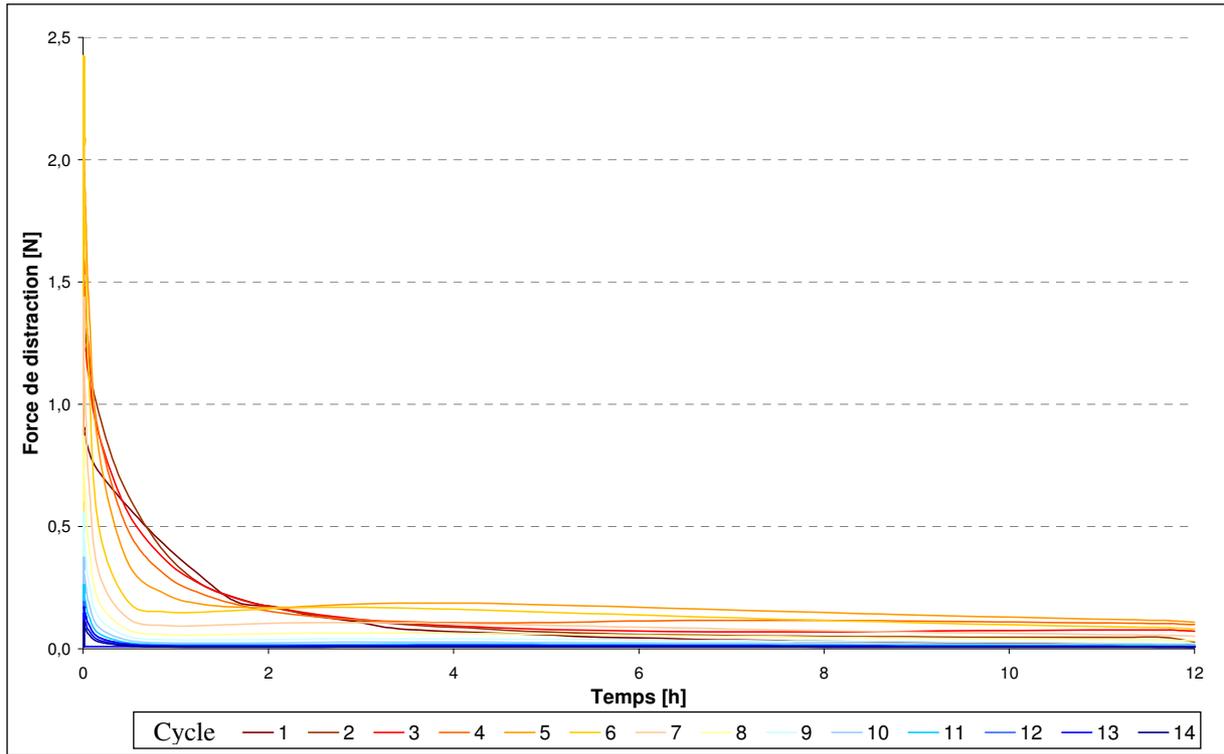


Fig. IV-31 : Evolution de la force de distraction (cycles superposés).

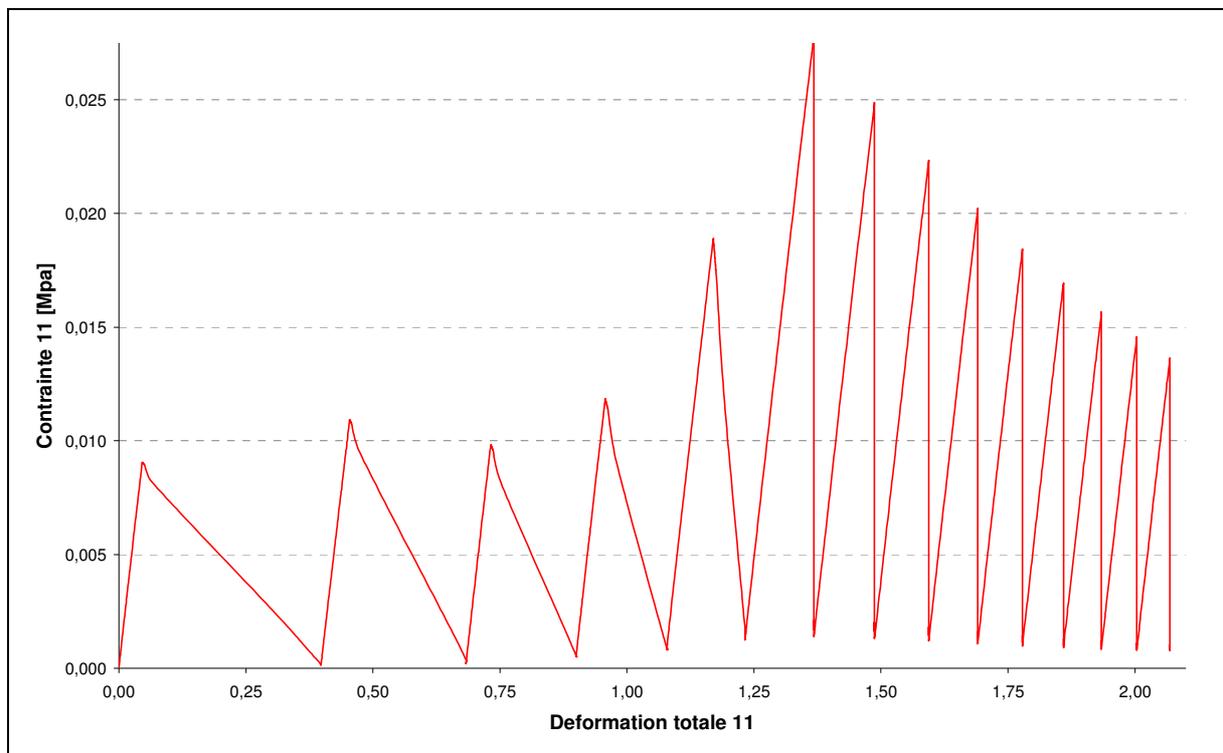


Fig. IV-32 : Contrainte axiale en fonction de la déformation axiale du cal.

Tout d'abord, on voit immédiatement que la distraction simulée a engendré une déformation totale d'environ 210 %. On constate aussi que la déformation apportée par chaque incrément de distraction diminue à mesure que le nombre de cycles augmente. Ceci s'explique par l'allongement permanent du cal. De la même manière, on peut observer que plus le nombre de cycles est important, plus la part relative de la réponse instantanée par rapport à la déformation totale de l'incrément augmente.

La tendance concernant l'accumulation des tensions établie lors de l'analyse de la force de distraction est de nouveau visible. La valeur de la contrainte en fin de cycle augmente sur les six premiers incréments puis redescend ensuite. La même remarque peut être faite sur les pics de contrainte, correspondant à ceux de la force. On peut néanmoins noter que l'évolution de ces points ne correspond pas tout-à-fait à celle de la force en raison de la variation de la section. L'évolution des déplacements tracée sur la figure IV-33 appuie les différentes observations réalisées sur les autres résultats.

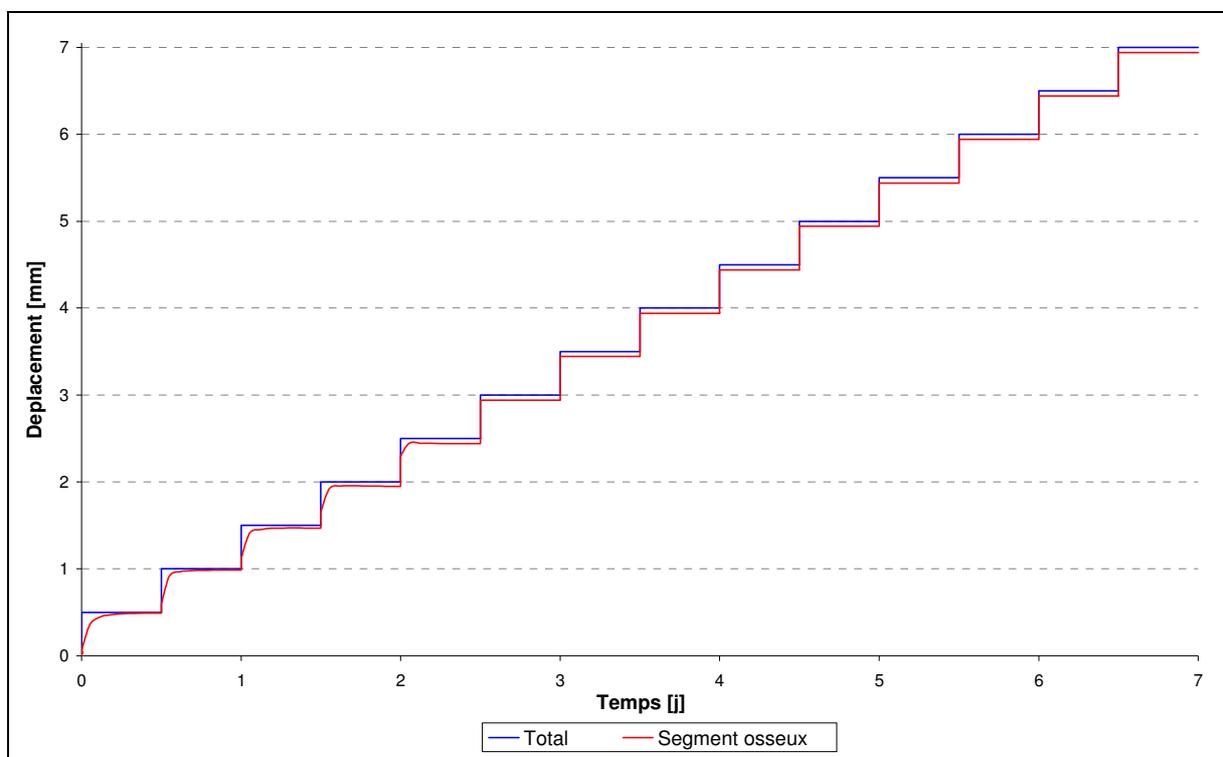


Fig. IV-33 : Evolution des déplacements total et du segment osseux libéré.

On observe, conformément à ce qui a été remarqué plus haut, que plus le nombre de cycles avance, plus le déplacement du segment osseux libéré se produit tôt. A partir de la sixième distraction, la quasi-totalité de ce déplacement intervient pendant l'activation du dispositif. Ceci confirme l'accélération de la décroissance de la force de distraction.

On constate également que le déplacement du cal n'atteint jamais totalement celui imposé à la broche. Ce phénomène particulièrement visible à partir du quatrième cycle s'explique par la loi utilisée pour la croissance qui dépend de la contrainte effective dans le cal. Plus la contrainte effective s'affaiblit, plus la croissance, donc la vitesse de déplacement du segment osseux, en-dehors de la réponse immédiate, chute.

Celui-ci tend donc asymptotiquement vers le déplacement total à mesure que la force de distraction, donc la force dans le cal, chute. La flèche résiduelle de la broche en fin de cycle dépend donc de l'évolution de la contrainte au cours de celui-ci, qui est elle-même conditionnée par la longueur et les propriétés effectives du régénérat. Au final, c'est donc à la fois l'élongation et la différenciation, phénomènes dont les effets s'opposent, qui affectent sa valeur, comme celle de la force de distraction résiduelle qui lui correspond.

Les effets de cette compétition sont particulièrement remarquables lors de la cinquième distraction. On voit en effet que l'évolution du déplacement du segment osseux mobilisé n'est pas monotone, de même que celle de la force durant l'incrément correspondant. Cela s'explique par le fait que durant ce cycle, la différenciation a engendré une rigidification du cal qui a, par équilibre, engendré le recul du segment osseux. Ce phénomène existe également lors d'autres activations mais n'est pas aisément identifiable sur la figure IV-33 en raison de sa faible amplitude. Nous allons maintenant passer à l'analyse des déformations du cal représentées sur la figure IV-34.

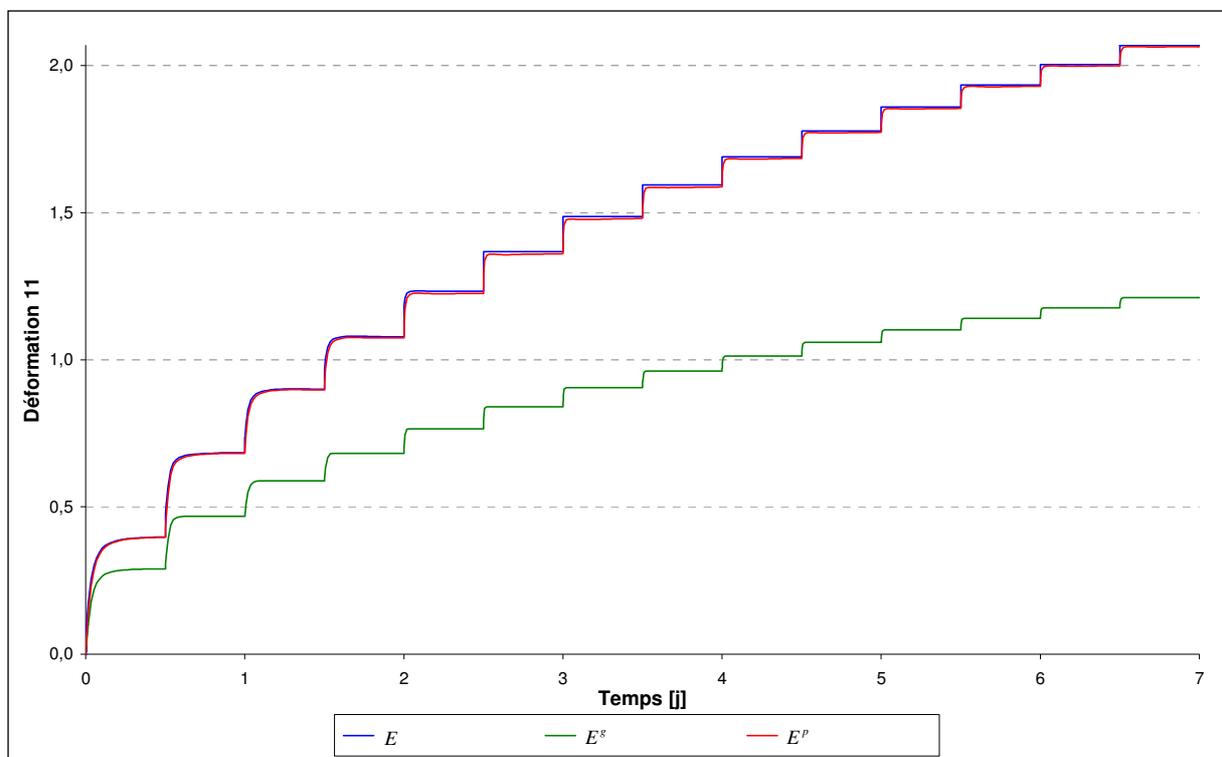


Fig. IV-34 : Evolution des déformations axiales totale, de croissance et permanente du cal.

On retrouve tout d'abord le fait que chaque incrément de distraction apporte une déformation plus faible que le précédent en raison de l'augmentation de la longueur du cal. De plus, on constate que la répartition de la déformation permanente entre parties croissance et plastique reste stable au cours du temps. En revanche, l'évolution de la force de distraction, correspondant ici à celle de la déformation élastique, est peu lisible sur cette figure.

Nous allons maintenant observer la répercussion des différents phénomènes mis en évidence sur la composition du régénérat au travers de l'évolution des fractions volumiques tracée sur les figures IV-35 et IV-36. La différence entre ces deux figures concerne l'axe des ordonnées correspondant à la fraction volumique. Sur le premier graphique, il est de type linéaire et permet de bien suivre l'évolution du tissu granulaire (phase (0)) et des pores (phases (5)). Sur le second, cet axe est de type logarithmique, ce qui facilite l'observation des autres phases dont la fraction reste faible. Il s'agit du tissu fibreux (phase (1)), du cartilage (phase (2)) et de l'os immature (phase (3)) et mature (phase (4)).

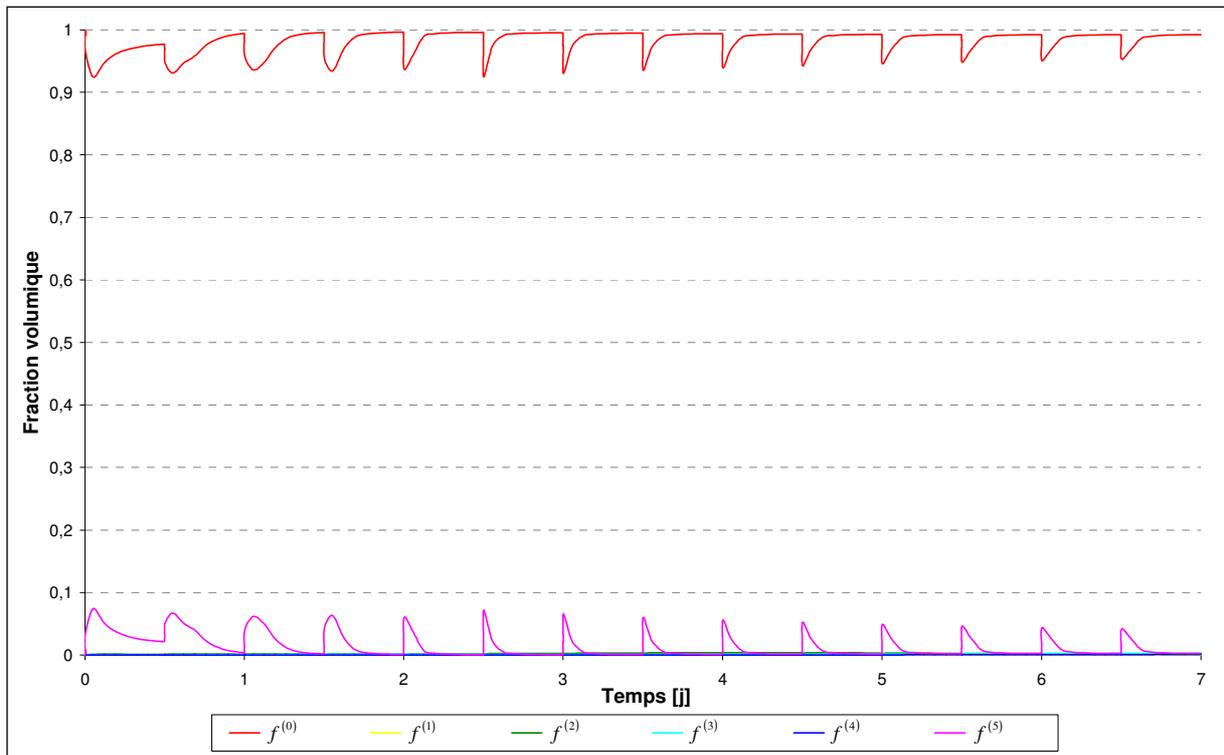


Fig. IV-35 : Evolution des fractions volumiques du cal.

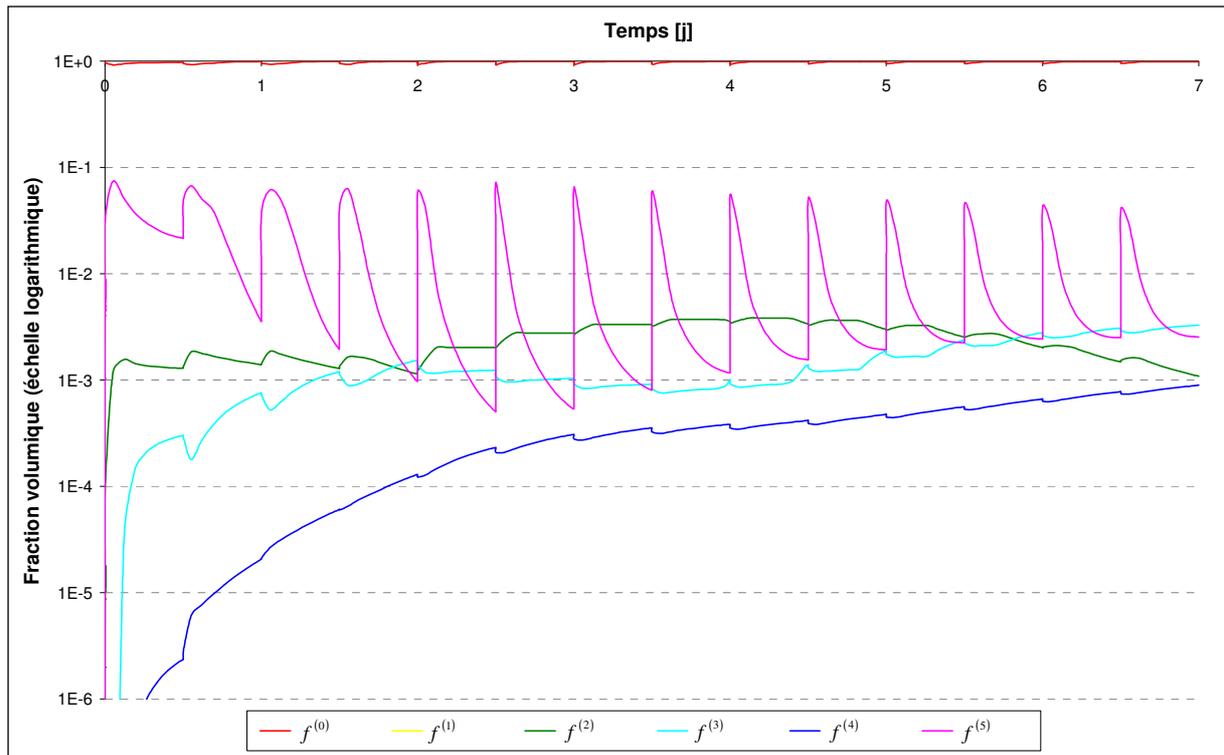


Fig. IV-36 : Evolution des fractions volumiques du cal (échelle logarithmique).

Sur la figure IV-35, on note qu'en dehors du premier cycle, la quasi-totalité des pores créés au cours de chaque incrément est remplie durant celui-ci. De plus, on remarque que la valeur des pics de fraction de vide ne correspondent que très peu à ceux de la force alors que celle-ci conditionne la création du vide par le biais de la contrainte. En effet, on ne retrouve pas sur l'évolution des pics de fraction de vide la montée puis la chute constatées pour la force. Ceci s'explique par le fait que le remplissage est également fonction de l'environnement mécanique du régénérat. Lorsque la vitesse de création de pores est plus faible, celle de remplissage l'est aussi. La valeur des pics de fraction de vide ne varie donc que très peu au cours de la semaine simulée. C'est ce même phénomène qui explique le fait que le changement de pente de la force de distraction remarqué plus haut ne se retrouve pas sur cette figure.

La figure IV-36 permet de s'intéresser à la différenciation des tissus. On remarque immédiatement qu'avec les paramètres et le protocole choisi, le tissu fibreux n'a pas été généré. Notons que les fractions de cartilage et d'os obtenues ici sont indicatives. En effet, même en se basant sur les études disponibles dans la littérature,⁸⁹⁻⁹⁵ il est difficile de statuer sur ces valeurs, en particulier pour l'humain. Cependant, nos résultats sont semblables à ceux des derniers travaux d'Isaksson *et al.*¹³¹ Leurs simulations prédisent en effet entre en cinq et dix jours une fraction très majoritaire de tissu granulaire avec de faibles quantités de cartilage et d'os mature et immature. En revanche, contrairement à nos résultats, ils obtiennent également une légère fraction de tissu granulaire. Notons que les schémas de différenciation que nous calculons peuvent être modifiés par une variation des paramètres des lois de différenciation.

En outre, même si ces phénomènes sont écrasés par l'échelle des fractions volumiques, on peut observer l'activation et la désactivation de plusieurs voies de différenciation. Le premier tissu qui se forme est le cartilage. Ensuite interviennent respectivement les ossifications endochondrale et intra-membranaire. On remarque que la fraction de cartilage plafonne rapidement. Ceci s'explique d'une part par l'ossification endochondrale qui transforme progressivement le cartilage formé et d'autre part par la chute de l'ensemble des stimuli de différenciation liée à l'augmentation de la longueur du cal. Cette dernière raison explique également l'augmentation de la fraction de vide résiduelle à partir du cinquième cycle. Nous allons maintenant observer l'effet de ces transformations sur les propriétés effectives du cal représentées sur la figure IV-37.

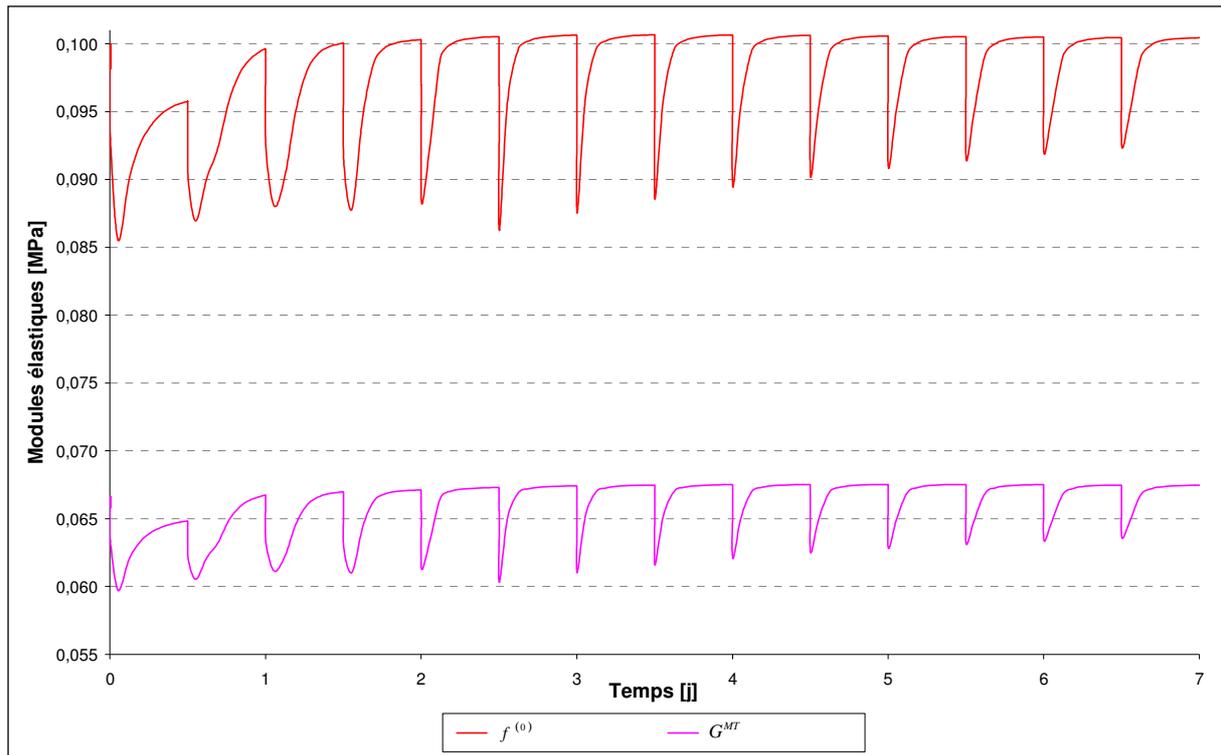


Fig. IV-37 : Evolution des modules de cisaillement et de compressibilité effectifs.

Chaque début de cycle est caractérisé par une chute brusque des propriétés due à la création des pores suivie d'une remontée progressive permise par le remplissage. Par ailleurs, à partir du quatrième incrément les propriétés finales du cycle dépassent celles du début du traitement. Ceci se produit grâce à l'augmentation de la fraction des tissus créés par différenciation. A partir du sixième cycle, les modules élastiques semblent stagner alors que la fraction de tissus différenciés augmente. Cette évolution provient de l'augmentation de la fraction résiduelle de vide mise en évidence plus haut. La partie suivante sera consacrée à soulever quelques réflexions importantes sur la distraction ostéogénique en général.

3. Quelques considérations importantes

a) Protocole de distraction

Les résultats présentés dans la partie précédente permettent d'apporter quelques informations pratiques à la fois pour les protocoles et pour les dispositifs de distraction. Cependant, l'ensemble de ces remarques fournit des pistes de réflexion à envisager dans les limites du modèle. L'approfondissement par des études éléments finis et expérimentales est indispensable pour aller plus loin vers la mise en pratique de ces considérations. Malgré cela, les différentes tendances mises en évidence paraissent raisonnables et, comme établi plus haut, sont consistantes avec les données de la littérature.

Les résultats précédents tendent tout d'abord à montrer que l'utilisation d'un taux de distraction constant tout au long du traitement n'est pas la solution la mieux adaptée. En effet, cela a pour conséquence d'engendrer des incréments de déformation énormes au début de la distraction alors qu'ils deviennent bien plus faibles par la suite. Ce phénomène transparaît dans notre étude tant au niveau de la force de distraction et de la contrainte dans le cal qu'au niveau de l'évolution des fractions volumiques. Un démarrage lent suivi d'une augmentation progressive du taux semble donc mieux indiqué. Ceci permettrait de limiter les efforts de distraction tout en optimisant l'ostéogenèse par l'intermédiaire du stimulus mécano-biologique appliqué.

La plupart du temps, et conformément aux recommandations d'Ilizarov,⁶ la distraction est réalisée de manière mono- ou bi-quotidienne. Bien que celle-ci soit moins pratique à l'usage, on observe dans la plupart des cas de meilleurs résultats avec la distraction bi-quotidienne.⁶ Nous avons ici utilisé notre modèle pour expliciter cet état de fait. Pour cela, nous avons comparé trois protocoles d'activation sur une semaine : mono- bi- et quadri-quotidien. Notons que dans chaque cas, le taux et la vitesse d'activation ont été maintenus respectivement à 1 mm/j et 0,0833 mm/s. L'évolution de la force de distraction pour chacun de ces protocoles est tracée sur la figure IV-38.

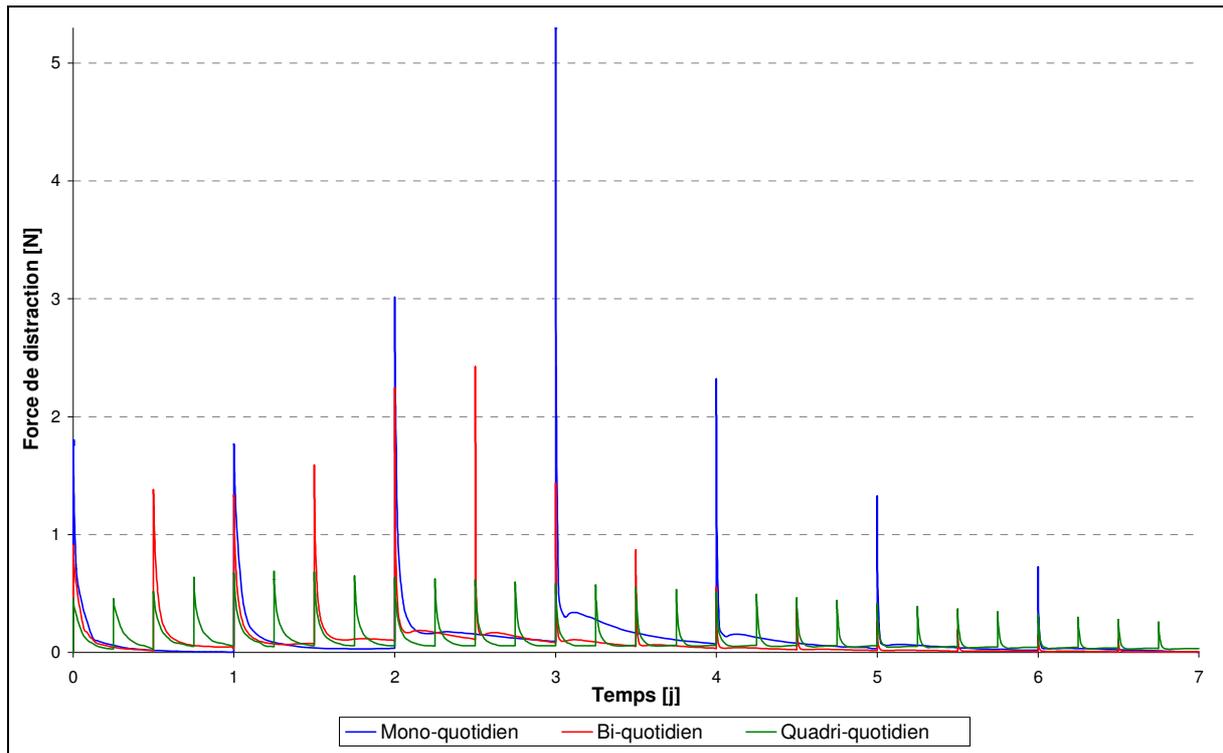


Fig. IV-38 : Evolution de la force de distraction selon le type de distraction : mono-, bi- ou quadri-quotidien.

La première chose visible sur cette figure est que plus la fréquence de distraction est faible, plus les pics de force sont importants. Au début du troisième jour, la force générée par une activation mono-quotidienne est dix fois plus forte que par une distraction quadri-quotidienne. Le fait d'augmenter la fréquence de distraction permet donc de réduire la valeur des pics de force et par conséquent la contrainte dans le régénérat osseux. Au final, cela permet de réduire les risques d'endommager celui-ci, en particulier lors du début du traitement où la déformation appliquée est grande.^{163,164}

Au contraire, la force résiduelle est plus faible dans le cas des activations peu fréquentes. D'une manière plus générale, une fréquence plus élevée permet de réduire l'écart entre les valeurs maximales et minimales de la force de distraction. Ceci a pour conséquence de générer au sein du cal un stimulus plus constant et donc de favoriser l'ostéogénèse. Ceci se confirme par les fractions volumiques finales prédites par notre modèle pour les trois types de protocole rapportées dans la table IV-3. On voit en effet que l'augmentation de la fréquence de distraction permet d'augmenter la formation d'os mature.

Tissu \ Protocole	Tissu					
	Granulaire	Fibreux	Cartilage	Os immature	Os mature	Pores
Mono-quotidien	$9,885 \cdot 10^{-1}$	0	$1,260 \cdot 10^{-3}$	$2,592 \cdot 10^{-3}$	$7,507 \cdot 10^{-4}$	$6,918 \cdot 10^{-3}$
Bi-quotidien	$9,922 \cdot 10^{-1}$	0	$1,091 \cdot 10^{-3}$	$3,286 \cdot 10^{-3}$	$8,944 \cdot 10^{-4}$	$2,545 \cdot 10^{-3}$
Quadri-quotidien	$9,919 \cdot 10^{-1}$	0	$5,020 \cdot 10^{-4}$	$3,103 \cdot 10^{-3}$	$1,023 \cdot 10^{-3}$	$3,470 \cdot 10^{-3}$

Table IV-3 : Fractions volumiques du cal après une semaine de distraction selon le type de distraction : mono-, bi- ou quadri-quotidien.

De plus, en réduisant l'écart entre les valeurs extrêmes de la force, l'augmentation de la fréquence permet d'augmenter la force moyenne, donc le taux de distraction, tout en évitant la formation de cals fibreux. En effet, même si ici la fraction de tissu fibreux reste nulle dans tous les cas, augmenter le taux de distraction ferait d'abord apparaître ce tissu dans le cas d'un protocole mono-quotidien en raison de la force plus importante dans ce cas.

b) Dispositif de distraction

L'ensemble des résultats présentés plus haut permet de montrer que la raideur du dispositif joue un rôle important dans la distraction ostéogénique. En effet, nous avons notamment pu observer que le déplacement total imposé se répercutait progressivement sur le cal, évitant l'apparition d'efforts trop importants.

Au contraire du DEOS qui utilise des broches de fixation apportant une certaine souplesse, la plupart des dispositifs du marché utilise des moyens d'ancrage assez rigide. Les dispositifs internes sont en général directement apposés sur l'os et sont donc très rigides. Les distracteurs externes sont quant à eux en général fixés à l'aide de broches courtes, ce qui augmente leur raideur. Afin d'estimer l'influence de la rigidité du dispositif sur la distraction, nous avons effectué des simulations avec trois raideurs : celle de deux broches du DEOS en parallèle (2 N/mm), une valeur correspondant à une seule (1 N/mm) et une représentant un distracteur rigide (200 N/mm). La figure IV-39 représente l'évolution de la force de distraction avec ces différentes rigidités.

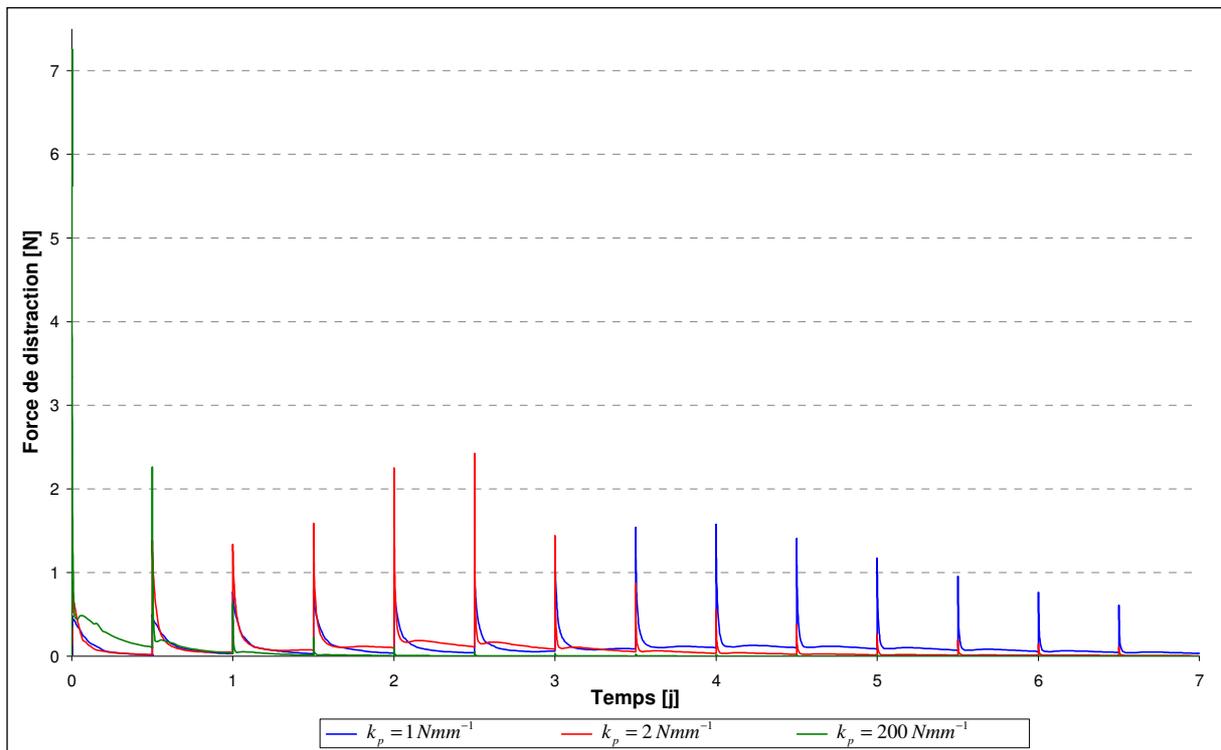


Fig. IV-39 : Evolution de la force de distraction selon plusieurs raideurs du dispositif.

On remarque immédiatement que plus la raideur du dispositif est importante, plus la force de distraction maximale est grande. Une broche plus souple permet de filtrer les efforts importants. Il peut également être remarqué que l'assouplissement du dispositif a pour conséquence de retarder la baisse de la force au fil des cycles constatée plus haut. Cela permet de maintenir la valeur des stimuli sur une durée plus importante et donc de conserver une activité de différenciation plus durable.

Une broche possédant une souplesse adaptée permet de jouer un rôle de tampon et ainsi de réguler la force transmise au cal. Celle-ci est moins discontinue : l'écart entre les valeurs minimale et maximale d'un cycle est réduit et le stimulus mécano-biologique est donc plus constant. On obtiendrait alors une ostéogenèse plus efficiente. Ces différentes simulations ont abouti à la fin de la semaine aux fractions volumiques répertoriées dans la table IV-4.

Tissu Raideur	Granulaire	Fibreux	Cartilage	Os immature	Os mature	Pores
1 N/mm	$9,937.10^{-1}$	0	$9,564.10^{-4}$	$2,725.10^{-3}$	$8,968.10^{-4}$	$1,747.10^{-3}$
2 N/mm	$9,922.10^{-1}$	0	$1,091.10^{-3}$	$3,286.10^{-3}$	$8,944.10^{-4}$	$2,545.10^{-3}$
200 N/mm	$9,915.10^{-1}$	$1,923.10^{-4}$	$9,592.10^{-4}$	$3,508.10^{-3}$	$9,159.10^{-4}$	$2,881.10^{-3}$

Table IV-4 : Fractions volumiques du cal après une semaine de distraction selon plusieurs raideurs du dispositif.

On voit que c'est le dispositif avec la raideur la plus forte qui a engendré la formation d'os la plus forte. Cependant, ceci est à considérer en parallèle avec l'évolution de la force présentée sur la figure IV-39. On remarque en effet que la force de distraction est presque nulle sur l'ensemble des derniers cycles pour ce dispositif alors qu'elle reste assez importante pour la raideur la plus faible. Ceci se répercute sur le stimulus de différenciation et laisse prévoir que le régénérat distracté par le dispositif le plus souple va par la suite plus évoluer que celui lié au distracteur rigide.

De plus, on peut également voir que le stimulus élevé en début de cycle, à cause de l'effort important apparaissant durant cette période, a engendré la production de tissu fibreux.

G. Conclusion partielle

Ce chapitre a permis de valider et de calibrer l'algorithme proposé dans le chapitre III et basé sur le modèle développé au cours du chapitre II. Celui permet de décrire correctement la distraction ostéogénique tant par l'évolution de sa microstructure que par ses changements macroscopiques irréversibles. Nous avons identifié l'influence de chacun des paramètres de notre modèle, ce qui pourra permettre d'améliorer sa fidélité selon les données expérimentales ou biologiques qui pourront être disponibles dans le futur.

Bien que notre prise en compte des phénomènes biologiques soit pour le moment en retrait des meilleurs modèles de mécanobiologie, nous avons pu simuler l'évolution de la section et l'augmentation du volume du cal. De plus, contrairement à ce qui est permis par les autres modèles, nous avons pu décrire l'évolution de la force de distraction et des contraintes au sein du régénérat.

Grâce à ces données, il a été possible de mettre clairement en évidence certains points concernant la mise en œuvre de la distraction ostéogénique. Tout d'abord, une fréquence d'activation élevée s'est montrée très avantageuse tant au niveau du risque de lésion du cal que pour la qualité et la rapidité de l'ostéogénèse. Elle permettrait sans doute des taux plus importants. Ensuite, une augmentation progressive de ce même taux pourrait s'avérer très favorable. Enfin, le fait d'induire une souplesse correctement déterminée dans les dispositifs permet également une ostéogénèse plus efficiente tout en protégeant le régénérat d'un effort excessif.

Dans le chapitre suivant, il sera question de mesurer les efforts de distraction lors de l'utilisation du DEOS. Ceci sera réalisé dans le but de pousser plus avant la connaissance de la distraction tout en apportant des informations capitales pour l'amélioration des dispositifs et la validation des modèles.

Chapitre V :

Etude expérimentale des efforts de distraction

A. Revue des études de mesure de la force de distraction

Le but de ce chapitre est de déterminer l'évolution de la force de distraction au cours d'un cycle de distraction effectué à l'aide du DEOS. En effet, bien que la dépendance au temps du comportement des cals de distraction ait été mise en évidence par Richards *et al.*,¹⁵⁹ les informations sur les efforts de distraction en chirurgie maxillo-faciale restent rares, en particulier sur leur évolution au cours d'un cycle.

Les efforts engendrés par la distraction de la mandibule humaine ont déjà été étudiés par Robinson *et al.*¹⁶² Cependant, cette étude s'intéressait uniquement à la force moyenne d'activation et ne permet donc pas d'observer la relaxation du cal. Les auteurs ont employé un distracteur interne unidirectionnel de type vis-écrou (Bone Generator, Inter-Os Technologies Inc, Lone Tree, USA). La distraction était bi-quotidienne à raison d'un millimètre par jour. La mesure fut réalisée par le biais du couple nécessaire à appliquer sur le distracteur lors de l'activation.

Cette étude a donc comporté deux phases. Tout d'abord, il était nécessaire de caractériser expérimentalement la relation existant entre le couple d'activation et la force axiale. Cette tâche a été réalisée à l'aide de masses suspendues au dispositif placé verticalement. Elles ont ainsi permis de générer une réaction s'opposant à l'expansion du distracteur. Cette étape a été répétée sur cinq dispositifs différents (voir figure V-1).

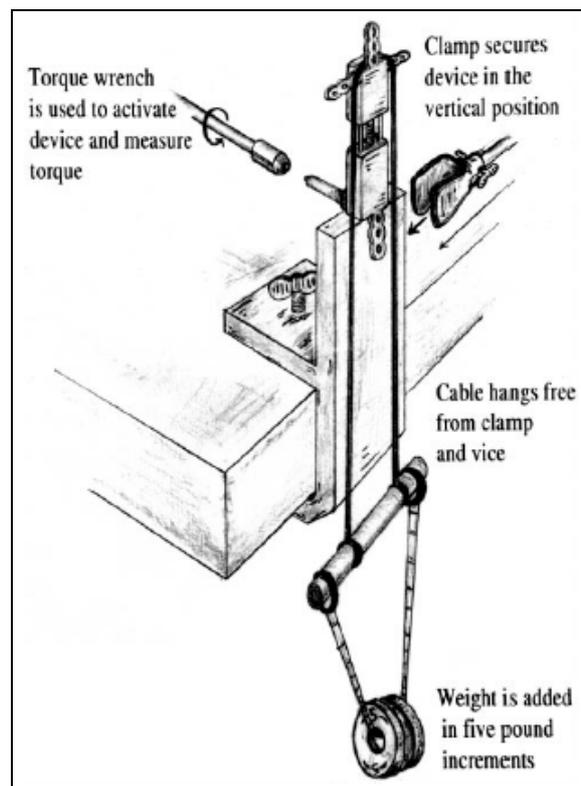


Fig. V-1 : Schéma du distracteur utilisé par Robinson *et al.*¹⁶² au cours de la phase de calibration.

Ensuite, la mesure du couple, qui permet de remonter à l'effort sur le cal, a été effectuée *in vivo*. Lors de cette étape, les auteurs ont noté la valeur moyenne du couple obtenue durant chaque activation de 0,5 mm. Cette étude clinique a porté sur 14 distracteurs posés sur 8 patients âgés de 6 à 20 ans (7 féminins, 1 masculin) atteints de malformations congénitales et traités par distraction uni- ou bilatérale. L'activation a débuté au jour post-opératoire 5 ou 6 et l'avancement total variait entre 4 et 17 mm (moyenne de 11,2 mm). La table V-1 présente les résultats des mesures *in vivo*, réalisées entre les jours post-opératoires 5 et 21.

Case	Measurement No. 1 (N-cm)			Measurement No. 2 (N-cm)			Measurement No. 3 (N-cm)			Measurement No. 4 (N-cm)			Measurement No. 5 (N-cm)			Measurement No. 6 (N-cm)		
	POD	Right	Left	POD	Right	Left	POD	Right	Left	POD	Right	Left	POD	Right	Left	POD	Right	Left
1	15	2.83- 5.65	2.83- 5.65	17	2.83- 7.06	2.83- 7.06												
2	20	xx	2.83- 5.65															
3	5	9.89	1.41	6	9.89	1.41	7	14.13	xx	12	2.83	7.06	14	4.24	5.65	16	2.83	5.65
4	9	2.08	4.24															
5	14	4.24	4.24															
6	6	2.83	2.83	9	2.83	2.83	11	2.83- 8.48*	2.83- 8.48*									
7	14	1.41	xx	21	4.24	xx												
8	13	2.83	xx															
										Number of Turns*								
										Right	2.83	4.24	8.48	N-cm				
										Left	2.83	4.24	8.48	N-cm				

* Torque increased with each successive turn.
Abbreviations: POD, postoperative day; XX, unilateral case or no data obtained.

Table V-1 : Résultats de l'étude clinique de Robinson *et al.*¹⁶²

On obtient une force moyenne de $35,6 \pm 13,4$ N. On remarque également qu'aucune variation significative de cet effort de distraction en fonction du jour post-opératoire ne peut être observée sur la période étudiée. Comme précisé précédemment, on remarque que la force mesurée par Robinson *et al.* est bien plus importante que celle prédite par notre modèle. Ce point sera discuté plus en détail lors du chapitre suivant.

Bien qu'elle ne porte pas sur l'humain et ne concerne pas la chirurgie maxillo-faciale, l'étude de Gardner *et al.*¹⁶⁵ présente un intérêt certain. Ces auteurs se sont en effet intéressés à la caractérisation du comportement force - déplacement des tissus mis en jeu dans la distraction ostéogénique de la jambe ainsi qu'à la détermination de l'origine des forces de distraction (*ie* régénérat vs tissus mous). Il s'agit de la seule étude que nous ayons pu trouver qui mesure la relaxation de la force de distraction au cours d'un cycle.

Selon eux, la déformation permanente du cal pourrait provenir du mouvement relatif des phases solide et liquide des tissus, ainsi que de la réorientation et d'un éventuel endommagement de la structure de la phase solide. Le caractère biphasé de ces tissus entraîne deux types de réponse : une réponse immédiate où la phase liquide est prisonnière de la structure et une réponse à long terme où la phase liquide s'écoule dans le tissu.

Cette étude a porté sur deux patients âgés de 10 et 14 ans subissant un allongement unilatéral de la jambe (de 6,2 et 5,5 cm) suite à une malformation congénitale. L'activation a débuté une semaine après l'ostéotomie du tibia et de la fibula et était appliquée quotidiennement par trois incréments de 0,25 mm. Le matériel utilisé était un fixateur externe d'Ilizarov maintenu par des broches transfixées et deux vis d'ostéosynthèse. Les mesures biomécaniques étaient réalisées d'abord toutes les semaines puis deux fois toutes les trois semaines, à chaque fois sur un incrément de distraction.

Les 3 déplacements et les 3 rotations du mouvement relatif entre les deux segments osseux étaient mesurés à l'aide d'un système basé sur des capteurs à effet Hall (voir V-2a). La force était quant à elle mesurée par quatre cellules de charge fixées sur les quatre tiges du fixateur (voir V-2b).

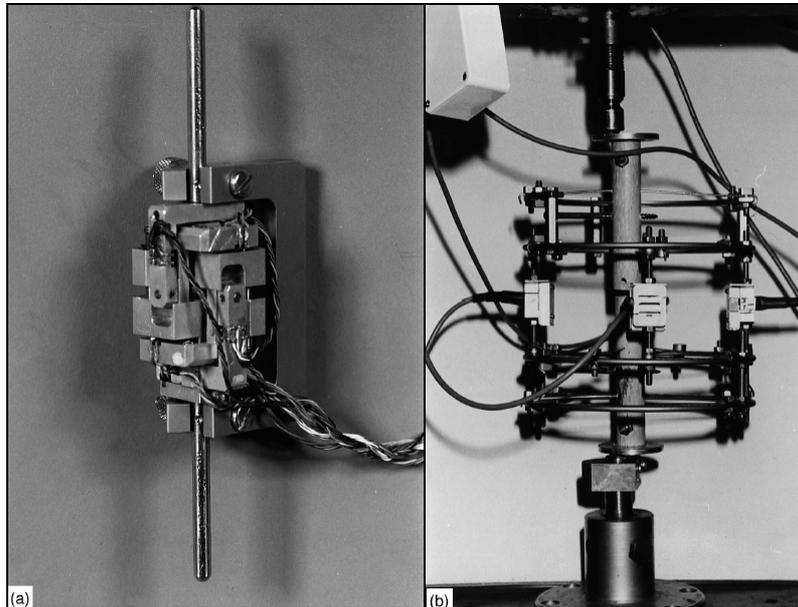


Fig. V-2 : Matériel utilisé par Gardner *et al.*¹⁶⁵ pour la mesure du déplacement (a) et de la force (b) lors de la distraction de la jambe chez l'humain.

Les déplacements étaient enregistrés avant, pendant et après la distraction sur une durée de 15 minutes alors que le patient n'avait pas la jambe appuyée. Les efforts étaient enregistrés simultanément et également épisodiquement pendant les trois semaines suivant la phase d'allongement.

La figure V-3 montre une courbe typique de l'évolution de la force totale lors de l'activation. On peut repérer sur cette courbe la force pré-distraction, le pic de force et la force post-distraction (à 15 minutes).

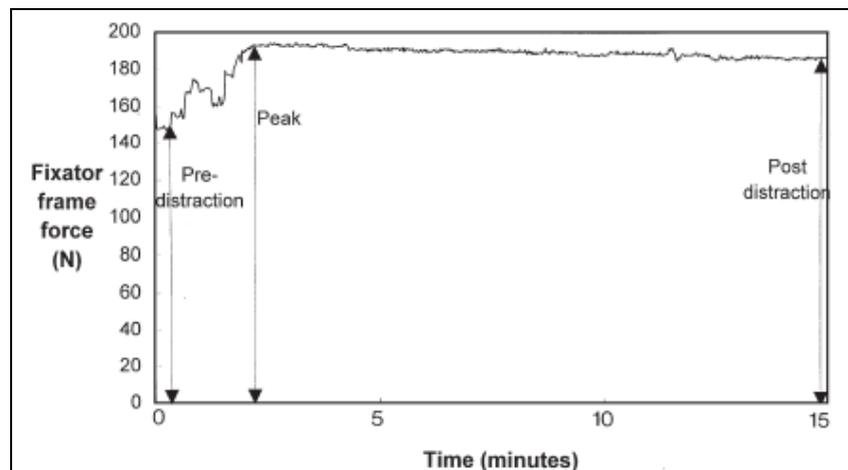


Fig. V-3 : Evolution de la force au cours d'un cycle pour le sujet 2 après 12 semaines de distraction.¹⁶⁵

On retrouve la montée brusque suivie d'une relaxation de l'effort mise en évidence avec notre modèle, même si le temps est ici plus court que la période simulée. On peut noter l'importance des valeurs mesurées par rapport à celles relevées dans le cas de la mandibule.¹⁶² Elles s'expliquent par la forte section de la jambe. De plus, on constate qu'il y a eu ici une accumulation importante de tension puisque la force au début du cycle est importante. La figure V-4 montre l'évolution de la force pré-distraction, du pic de force et de la force post-distraction au cours du traitement.

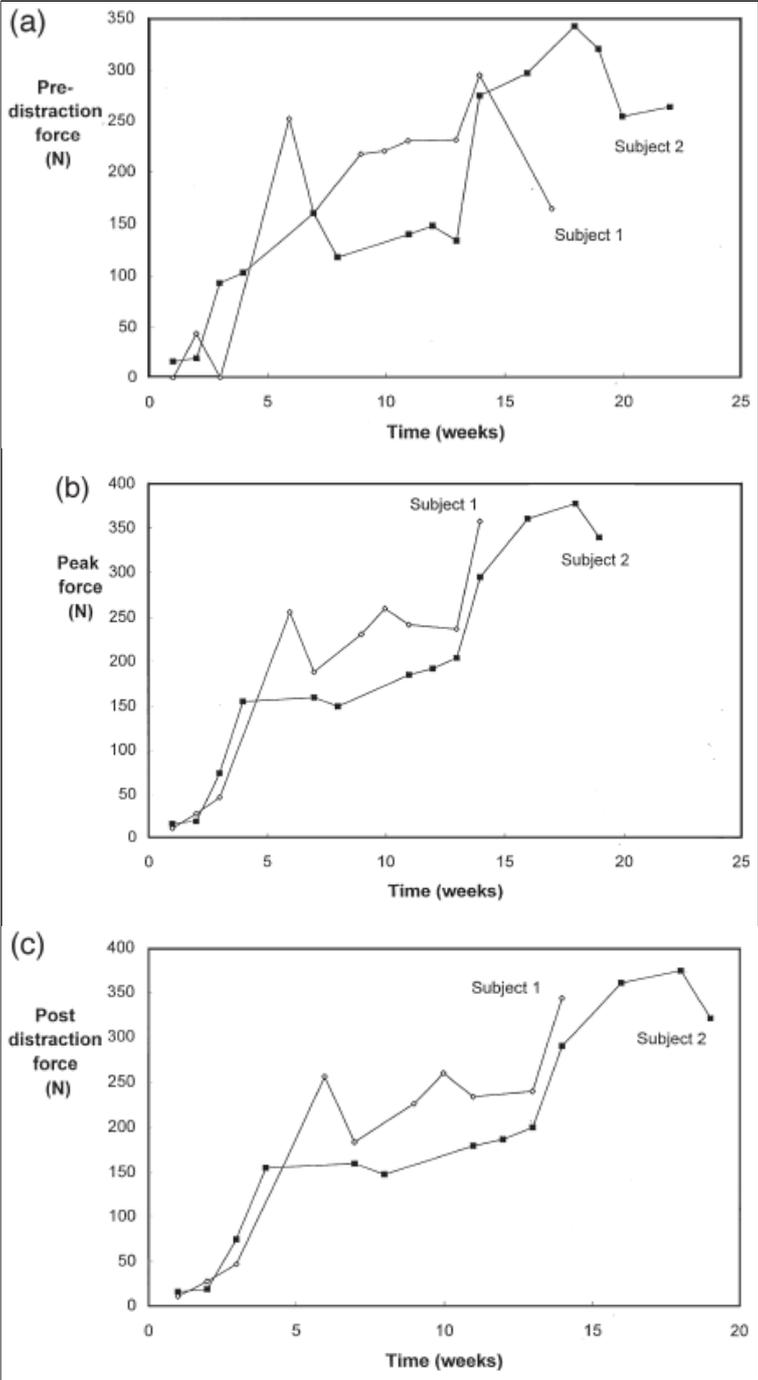


Fig. V-4 : Evolution des forces de distraction au cours du traitement.¹⁶⁵

L'augmentation des différents efforts témoigne du phénomène d'accumulation de tension. D'après les auteurs, l'annulation de la force pré-distraction pour le patient 1 à la troisième mesure pourrait être expliquée par un détachement de tissus initialement résistants. Par ailleurs, la valeur élevée de toutes les forces à la semaine 6 pour le patient 1 correspond cliniquement à une période de limitation articulaire, attestant d'une tension excessive dans le membre inférieur. Une courbe typique de l'allongement des tissus en fonction du temps sur un incrément de distraction est donnée en figure V-5.

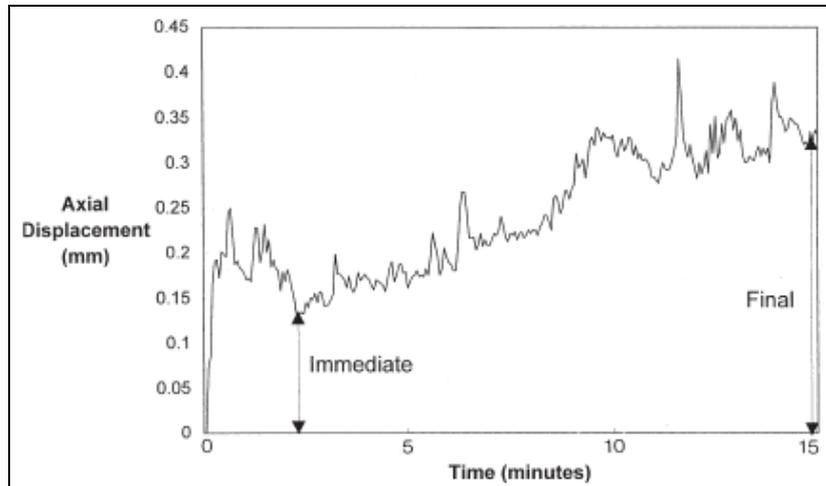


Fig. V-5 : Evolution du déplacement au cours d'un cycle pour le sujet 2 après 12 semaines de distraction.¹⁶⁵

Le déplacement, comme observé lors de nos simulations, est composé d'une réponse immédiate suivie d'une augmentation de type visqueuse. La partie chaotique avant la valeur immédiate correspond d'après les auteurs à la manipulation des quatre tiges du fixateur d'Iizarov. On peut en revanche noter un paradoxe entre l'incrément de déplacement annoncé dans le protocole du traitement (0,25 mm) et la valeur finale mesurée ici qui atteint 0,35 mm.

En outre, les auteurs ont utilisé un examen scanner afin de définir géométriquement la section du cal de chaque jambe distractée. La direction de la force de distraction a ensuite été calculée à l'aide de la valeur de l'effort dans chacune des tiges. L'intersection du vecteur force avec la coupe anatomique leur a permis d'estimer la provenance de la résistance à la distraction. Selon la période observée, celle-ci a résulté alternativement du cal ou des tissus mous. Ces deux types de tissus semblent donc participer de manière notable à la résistance à la distraction.

Cette observation concernant le rôle notable des tissus mous dans la résistance à la distraction est supportée par une autre étude de la même équipe concernant le fémur humain qui a montré une résistance majoritaire du vaste latéral.¹⁶⁶

Cependant, on peut raisonnablement penser que le rapport entre la résistance du régénérat et celle des tissus mous est tout autre dans le cas de la distraction de la mandibule ou du maxillaire. En effet, ces pièces ne sont pas des os longs et, contrairement au cas de la jambe, n'ont pas de muscle directement parallèle à leur direction.

De plus, plusieurs études supportent l'idée d'une résistance due en grande partie au régénérat, même dans le cas des os longs pour le fémur humain¹⁶⁷ le tibia canin,^{168,169} et le tibia ovin.¹⁷⁰ Une autre étude a enfin démontré le rôle important du régénérat osseux en mesurant des forces importantes produites lors de la distraction d'un os détaché des tissus mous environnants.¹⁷¹

Un autre travail a comparé la réponse mécanique en traction d'une jambe cadavérique dont le tibia avait été ostéotomisé avec celle de la jambe distractée d'un sujet vivant.¹⁷² Les auteurs ont noté une différence de réponse importante : alors que la résistance de la jambe cadavérique est fortement exponentielle, celle de la jambe du sujet vivant croît presque linéairement. Cette différence est attribuée aux changements structuraux et biologiques qui engendrent une déformation durable du cal. On peut également noter que ce constat appuie fortement l'approche proposée pour la modélisation de la distraction proposée dans le chapitre II.

On recense encore de nombreuses autres études qui se sont attachées à mesurer les efforts ou la rigidité du régénérat lors de la distraction des membres inférieurs.¹⁷³⁻¹⁷⁸ Elles ne seront cependant pas détaillées ici car elles n'apportent pas d'information concernant le niveau d'effort pour la chirurgie maxillo-faciale et ne fournissent pas non plus d'information sur la relaxation de la force de distraction.

Devant cette absence concernant l'évolution de la force au cours d'un cycle de distraction de l'os maxillaire et mandibulaire, nous avons décidé de développer notre campagne expérimentale. La partie suivante sera consacrée à sa présentation.

B. Méthodologie de la mesure des efforts de distraction à l'aide du DEOS

1. Cas cliniques et protocoles de distraction retenus

Devant le manque de données constaté dans la littérature, une campagne de mesures expérimentales s'est montrée incontournable dans la poursuite de notre étude de la mise en œuvre de la distraction ostéogénique en chirurgie maxillo-faciale. Les objectifs de cette partie sont multiples. Les résultats expérimentaux devront tout d'abord apporter des informations supplémentaires sur le comportement des cals de distraction, notamment concernant sa viscosité. Ils permettront également de confirmer le mode de fonctionnement particulier du DEOS mis en avant par notre modèle ainsi que de valider et d'améliorer la calibration de nos simulations. En outre, ils pourront aider à constituer un cahier des charges fiable pour le dimensionnement des distracteurs en chirurgie maxillo-faciale.

Cette étude a pu être menée grâce à la collaboration des services de chirurgie maxillo-faciale des centres hospitaliers universitaires de Lille et de Rouen, et en particulier des docteurs Schouman et Delcampe. Elle a porté sur deux patients bénéficiant d'une distraction ostéogénique de la mandibule pour le premier (âgé de 37 ans) et de l'os zygomatique (ou malaire) pour le second (âgé de 41 ans). L'indication était pour les deux patients un traumatisme balistique à la suite d'une tentative d'autolyse par fusil de chasse. Les defects multi-tissulaires comportaient une perte de substance osseuse de respectivement 60 et 70 mm.

Les DEOS des deux patients comportaient respectivement un et deux chariots mobiles, permettant d'effectuer respectivement une distraction bi- et tri-focale. Dans les deux cas, une planification pré-opératoire très précise fut réalisée. En plus de la préparation réalisée sur le logiciel Mimics, les interventions furent répétées sur un modèle stéréolithographique réalisé sur mesure à partir de l'examen scanner. Celui du patient atteint à la mandibule, accompagné du DEOS associé, est visible en figure V-6.

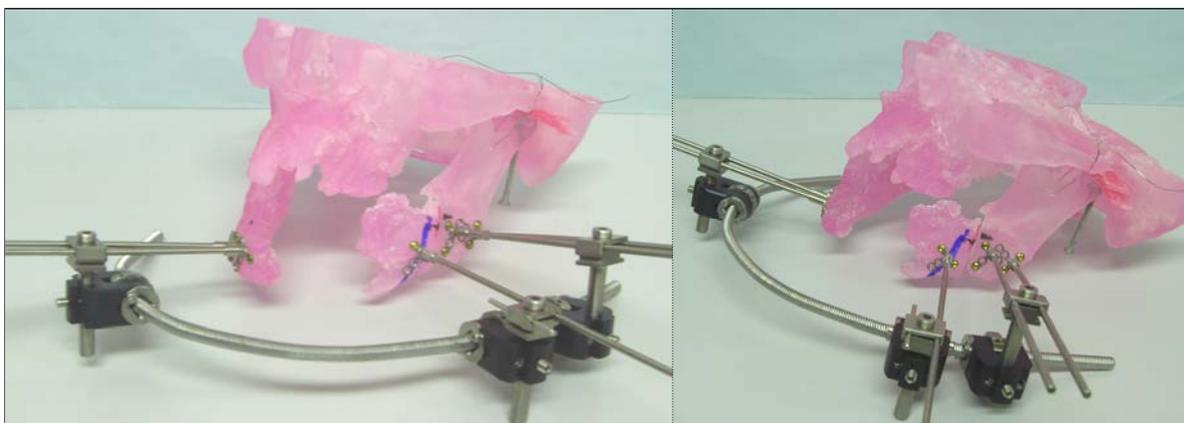


Fig. V-6 : Vues du DEOS utilisé pour le premier patient monté sur le modèle stéréolithographique sur mesure.

Cette étape permit, en plus de la préparation de l'intervention, de définir précisément la position de chacun des éléments du DEOS afin d'apporter les informations nécessaires à la suite de notre étude. Une fois la planification achevée, les interventions comprenant la pose du DEOS et l'ostéotomie furent réalisées et se déroulèrent sans complication.

La distraction débuta alors après une période de latence post-opératoire de six jours. Le protocole retenu comportait une activation bi-quotidienne pour le premier patient et mono-quotidienne pour le second. Dans les deux cas, le taux moyen était de 1 mm/j.

2. Matériel de mesure

Au regard du caractère *in vivo* de cette étude réalisée sur l'humain, le cahier des charges relatif à l'équipement des dispositifs pour la mesure des efforts de distraction était très restrictif. Il fallait tout d'abord évidemment utiliser une méthode qui n'interfère pas du tout avec le traitement. De plus, l'équipement devait soit être posé après l'intervention soit ne pas gêner les chirurgiens lors de celle-ci tout en garantissant une bonne asepsie. Enfin, pour le bien-être des patients, le matériel choisi devait conserver un encombrement et une masse raisonnables.

Dans ce contexte, la méthode que nous avons retenue est basée sur l'utilisation de jauges de déformation. Celles-ci apportent en effet de nombreux avantages. Outre leur encombrement et leur masse réduits, elles permettent l'utilisation d'un système d'acquisition des données extérieur qui ne dérange pas le patient en dehors des phases de mesure et n'a pas besoin d'être stérilisé. Grâce au vaste choix possible pour le type, le nombre, l'orientation et l'emplacement de ces jauges, une grande liberté est offerte pour adapter la configuration aux besoins précis de l'étude.

Pour que la mesure soit sensible, il fallait positionner les jauges à un endroit subissant des déformations non négligeables. Les parties les plus souples du DEOS sont les broches qui le lient à l'os. Nos simulations rapportées au chapitre IV nous ont permis de prévoir un niveau de déformation suffisant pour la mesure par jauges d'extensométrie. Il fut donc décidé de coller les jauges sur cette partie du distracteur. Ceci pose néanmoins un certain nombre de problèmes. Ces broches sont en effet utilisées en transjugal, ce qui impose des conditions d'asepsie encore plus strictes que pour les autres parties du DEOS. Dans tous les cas, l'ensemble des pièces qui composent le distracteur doit être stérilisé avant la pose. La méthode utilisée est basée sur un autoclave où le distracteur est exposé à de la vapeur d'eau à une température de 134°C et à une pression absolue de 200 kPa durant 20 minutes.

De plus, les jauges devaient nécessairement se trouver entre la peau de la joue du patient et les porte-broches pour pouvoir mesurer leur déformation sans interférer avec l'intervention. L'espace disponible étant de l'ordre de 50 mm, une bonne préparation fut nécessaire afin de prévoir à quelle distance du bout de la broche placer les jauges. A cela s'ajoute le diamètre réduit de ces pièces (2,5 mm) qui limite énormément la surface disponible pour leur installation. Enfin, le collage sur le titane crée également des difficultés spécifiques.

En conséquence de ces restrictions, des jauges de type Vishay (USA) EA-06-015LA-120 furent utilisées. Elles possèdent une matrice rectangulaire mesurant 4,6 mm de long par 2,5 mm de large et une grille carrée de 0,51 mm de côté. Elles sont également capables d'endurer une température de 205°C. Elles furent fixées à l'aide de la colle Vishay M600 adaptée au titane.

Afin d'assurer la résistance à la vapeur, elles furent encapsulées après collage dans un revêtement silicone Vishay pouvant supporter une immersion totale dans l'eau et une température de 305°C. Leur connexion électrique était assurée par un câble de cuivre multibrins recouvert d'argent et isolé par une gaine Teflon autorisant l'immersion dans l'eau à une température de 260°C. Un bornier fut également collé sur la partie de la broche située à l'arrière du porte-broche afin de permettre la connexion avec le matériel de mesure. Un prototype de broche équipée pour la mesure de déformation est illustré par figure V-7.

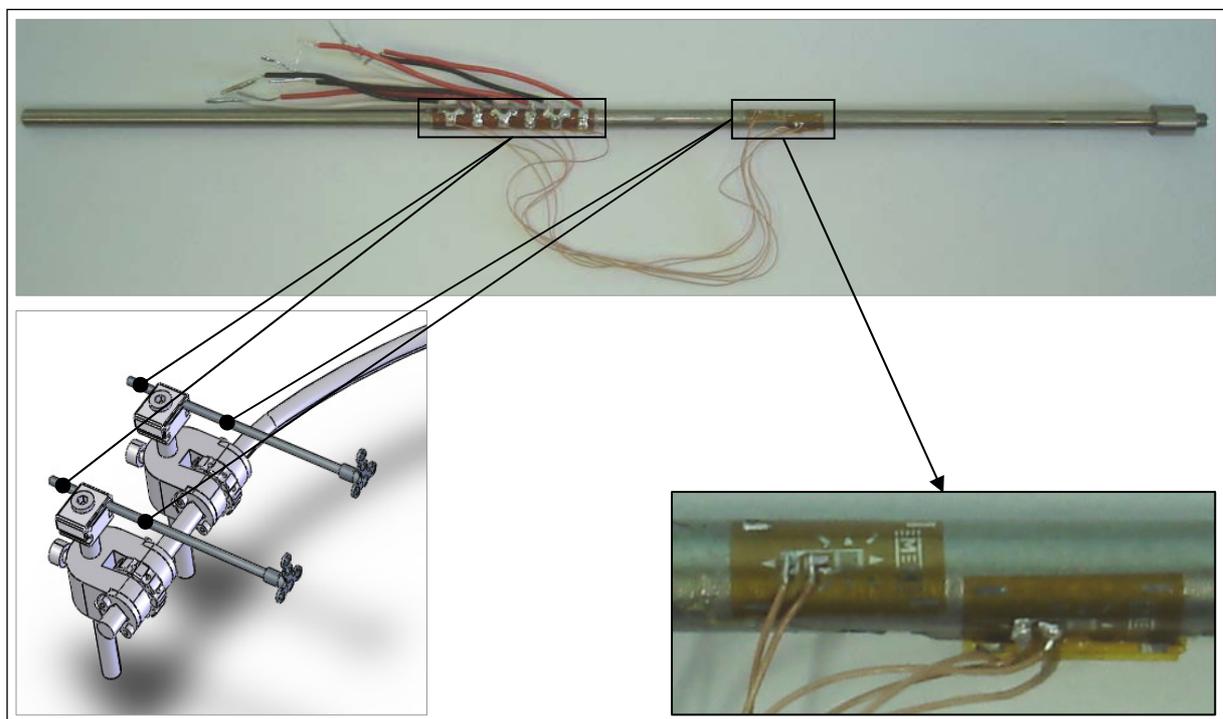


Fig. V-7 : Vues d'un prototype de broche IPOPOP équipée pour la mesure de déformation.

Pour le patient bénéficiant de la distraction mandibulaire, les conditions opératoires ont permis à l'équipe chirurgicale de placer uniquement deux broches équipées pour la mesure : une située sur le chariot mobile et l'autre sur le chariot fixe situé en regard. Les chirurgiens ont par ailleurs dû ajouter au planning initial illustré sur la figure V-6 une seconde broche au niveau du segment osseux libéré afin de le stabiliser. Nous n'avons donc pu obtenir qu'un résultat partiel.

Le planning de la seconde intervention était conçu pour une distraction trifocale et comportait donc deux chariots fixes et deux mobiles. La fixation de chacun des chariots était réalisée à l'aide de deux broches IPOPOP. Afin de pouvoir étudier complètement un des deux foyers de distraction, quatre broches équipées ont été mises en place au niveau d'un chariot mobile et du chariot fixe correspondant. Cependant, deux jauges collées sur une broche du chariot fixe furent endommagées lors du montage, interdisant une mesure complète des déformations sur celle-ci.

3. Protocole de mesure

Les valeurs de déformation furent enregistrées au moyen d'un système d'acquisition (SCXI, National Instruments, USA) connecté à un ordinateur PC. Le programme utilisé pour l'enregistrement des données fut développé sous LabView (National Instruments, USA) et permettait de suivre l'évolution des déformations en temps réel. Pour chaque mesure effectuée, les enregistrements commençaient environ une minute avant l'activation du dispositif et s'arrêtaient quelques dizaines de minutes plus tard selon la disponibilité du patient. Notons que les valeurs de déformations étaient mises à zéro avant chaque mesure et que les acquisitions étaient réalisées à une fréquence d'un Hertz. Cette procédure est illustrée par la figure V-8. Dans tous les cas, les patients étaient allités ou au fauteuil et il leur était demandé de rester immobile dans la mesure du possible durant la mesure.

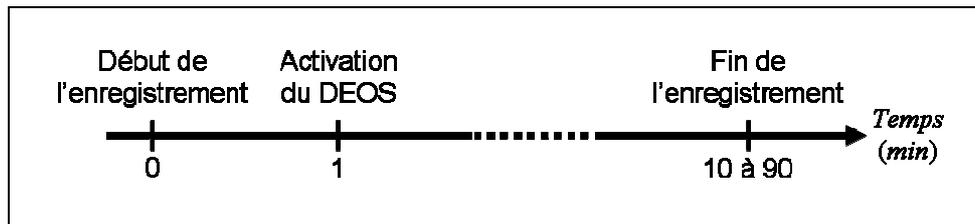


Fig. V-8 : Procédure d'acquisition pour la mesure de déformation.

Cette procédure fut répétée pour chaque incrément de distraction de la première semaine d'activation pour les deux patients. D'autres enregistrements ont été effectués durant les consultations de contrôle à l'hôpital : au cours des semaines post-opératoires quatre et six pour le premier patient et trois, cinq et sept pour le second. L'acquisition lors de la première activation pour le premier patient est illustrée par la figure V-9.

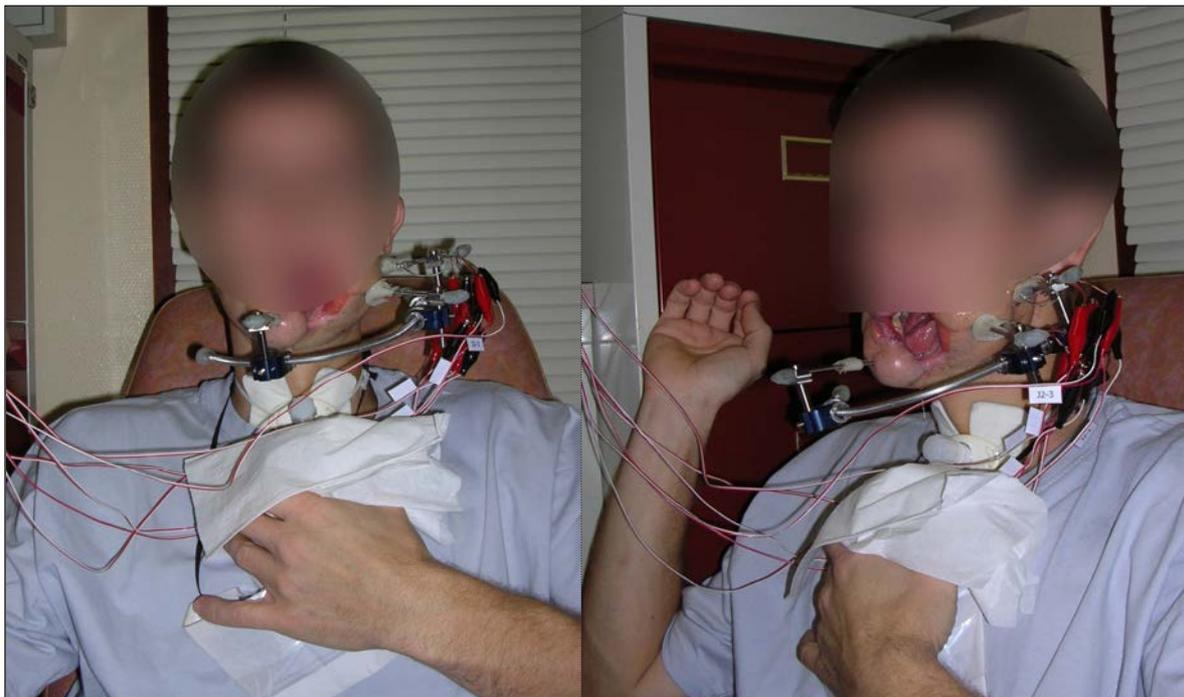


Fig. V-9 : Vues de l'acquisition des déformations lors de la première activation du DEOS du patient bénéficiant d'une distraction mandibulaire.

Cependant, après la première semaine d'hospitalisation les patients ont regagné leur domicile et retrouvé leur vie de tous les jours. Et même s'il leur fut demandé de prendre des précautions, certaines jauges de mesure de déformation furent endommagées. En effet, le matériel de mesure s'est montré plutôt fragile mais il était presque impossible de s'affranchir de ce problème en raison des restrictions d'encombrement.

Ces endommagements s'expliquent par le fait que le matériel de mesure était soumis à des sollicitations liées par exemple à la toilette et l'habillage du patient et à la manipulation du distracteur. Ces dégradations eurent pour conséquence d'empêcher l'acquisition des valeurs de déformation à certains points ou de les rendre imprécises à d'autres à cause de faux contacts.

La campagne d'essai ainsi réalisée a permis de constituer une base de données de 18 enregistrements de l'évolution de la déformation des broches autour d'un incrément de distraction (voir table V-2 et V-3).

Semaine d'activation	1	4	6
Nombre d'enregistrements	8	1	1

Table V-2 : Bilan des enregistrements effectués sur le patient bénéficiant d'une distraction mandibulaire.

Semaine d'activation	1	3	5	7
Nombre d'enregistrements	5	1	1	1

Table V-3 : Bilan des enregistrements effectués sur le patient bénéficiant d'une distraction malaire.

4. Analyse et traitement des données

L'analyse permettant de remonter à la force de distraction fut découpée en trois phases successives illustrées sur la figure V-10.

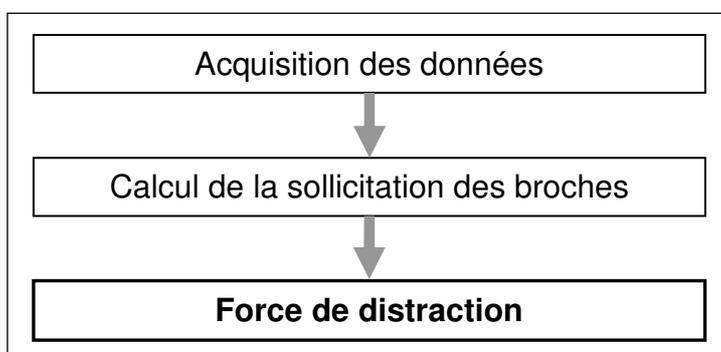


Fig. V-10 : Etapes de l'analyse permettant le calcul de la force de distraction.

L'ensemble des paramètres concernant l'acquisition des données a été exposé dans la partie précédente. Nous allons donc maintenant nous intéresser aux sollicitations des broches.

c) Sollicitations des broches

Il fut supposé en première approche que dans chaque section de la broche s'exercent un moment fléchissant et un effort normal. Pour résoudre le problème considéré, il est nécessaire d'identifier la valeur de trois paramètres :

- l'intensité du moment fléchissant notée $\|\vec{B}\|$,
- son angle d'orientation par rapport à la géométrie noté φ ,
- et valeur de la force de traction-compression portée par la broche, notée N .

Afin de déterminer ces grandeurs, trois valeurs de déformation sont donc nécessaires. Trois jauges de déformation, appelées G_1 , G_2 et G_3 , furent collées sur chaque broche et orientées longitudinalement selon l'axe de celle-ci. Les jauges G_2 et G_3 sont repérées respectivement par rapport à la jauge G_1 par les angles α et β . La figure V-11 illustre cette configuration.

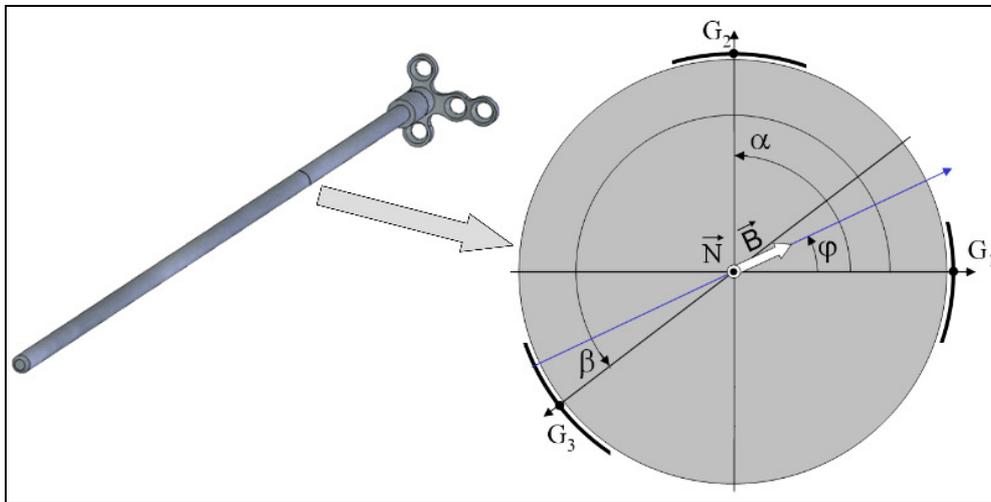


Fig. V-11 : Paramétrage de la section d'une broche contenant les jauges pour l'analyse de ses sollicitations.

A partir de ces hypothèses, une étude statique de la broche nous permet d'exprimer pour chaque broche la valeur des paramètres φ , B et N en fonction des valeurs de déformation ε_1 , ε_2 et ε_3 mesurées respectivement par les jauges G_1 , G_2 et G_3 . On obtient après résolution les résultats suivants :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi = \arctan \left(\frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \sin \beta - (\varepsilon_3 - \varepsilon_1) \sin \alpha}{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) (\cos \beta - 1) - (\varepsilon_3 - \varepsilon_1) (\cos \alpha - 1)} \right) \\ B = \frac{E\pi d^3}{32} \frac{\varepsilon_3 - \varepsilon_1}{\sin \beta \cos \varphi - (\cos \beta - 1) \sin \varphi} \\ N = \frac{E\pi d^2}{12} \left[(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) - B \frac{128}{E\pi d^3} ((\sin \alpha + \sin \beta) \cos \varphi - (\cos \alpha + \cos \beta + 1) \sin \varphi) \right] \end{array} \right. , \quad (V.1)$$

où E et d sont respectivement le module d'Young et le diamètre de la broche.

Lors du collage des jauges, nous avons cherché à atteindre les valeurs suivantes : $\alpha = 90^\circ$ et $\beta = 225^\circ$. Notons qu'il faut éviter le cas où $\alpha = 120^\circ$ et $\beta = 240^\circ$ car on obtient alors une configuration où la périodicité de l'angle réduit le système précédent et empêche sa résolution. En raison des dimensions considérées, il est très difficile de maîtriser précisément l'angle de collage. Afin de pallier à ce problème, nous avons procédé pour chaque broche à une phase de calibration. Pour cela, nous avons encastré chacune d'entre elles et lui avons appliqué un chargement connu à l'aide d'une masse (voir figure V-12). Sur ce schéma, la force \vec{F} représente l'action de la masse et le point G est situé dans la section de collage des jauges. Ces deux entités sont respectivement repérées par les abscisses x et l .

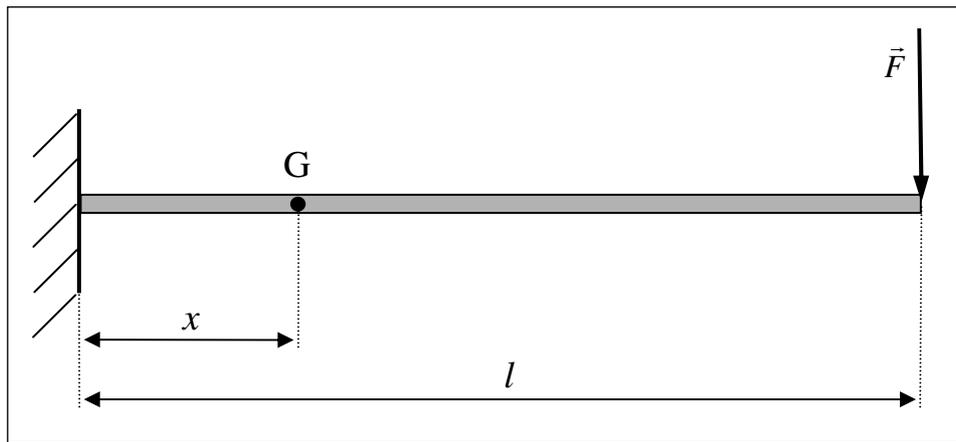


Fig. V-12 : Chargement appliqué pour la calibration des broches.

L'analyse statique de ce cas de chargement nous permet d'obtenir :

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = F(x-l) \frac{32}{E\pi d^3} \sin(-\varphi) \\ \varepsilon_2 = F(x-l) \frac{32}{E\pi d^3} \sin(\alpha - \varphi) \\ \varepsilon_3 = F(x-l) \frac{32}{E\pi d^3} \sin(\beta - \varphi) \end{cases} \quad (\text{V.2})$$

En mesurant les valeurs de déformation ε_1 , ε_2 et ε_3 , nous avons alors pu extraire pour chaque broche les vrais angles α et β .

d) Efforts de distraction

Une analyse statique du DEOS permet d'obtenir les efforts de distraction à partir de la sollicitation d'une broche située d'un côté du cal. Dans le cas où les deux broches d'un même chariot sont équipées pour la mesure, nous pourrions vérifier nos résultats par comparaison. De même, la mise en place de broches équipées de jauges de part et d'autre du cal nous permet de calculer la force de distraction depuis les côtés fixe et mobile. La cohérence de ces deux mesures nous autorisera également à évaluer la qualité de nos résultats.

Le schéma de la figure V-13 représente les paramètres nécessaires au calcul des efforts de distraction depuis la broche postérieure du côté mobile. Une analyse similaire peut être menée pour chacune des autres broches. Sur ce schéma, le point C représente le centre de gravité de la section ostéotomisée du segment osseux libéré. Nos informations sont les sollicitations de la broche \vec{N} et \vec{B} introduites précédemment. Nous cherchons à déterminer les efforts au point C , c'est-à-dire la décomposition de la force en \vec{F} , partie portée par l'axe \vec{x} , et \vec{C} , partie portée par l'axe \vec{y} , ainsi que le moment \vec{M} . Pour cela, nous isolons le système constitué du segment osseux libéré et de la partie des broches située entre l'os et la pince du chariot. Le bilan des actions fait alors intervenir, en plus des efforts de distraction, les réactions à l'encastrement de chaque broche i , c'est-à-dire la décomposition de la force en \vec{F}_i et \vec{N}_i , parties respectivement portées par les axes \vec{x} et \vec{y} ainsi que le moment \vec{M}_i .

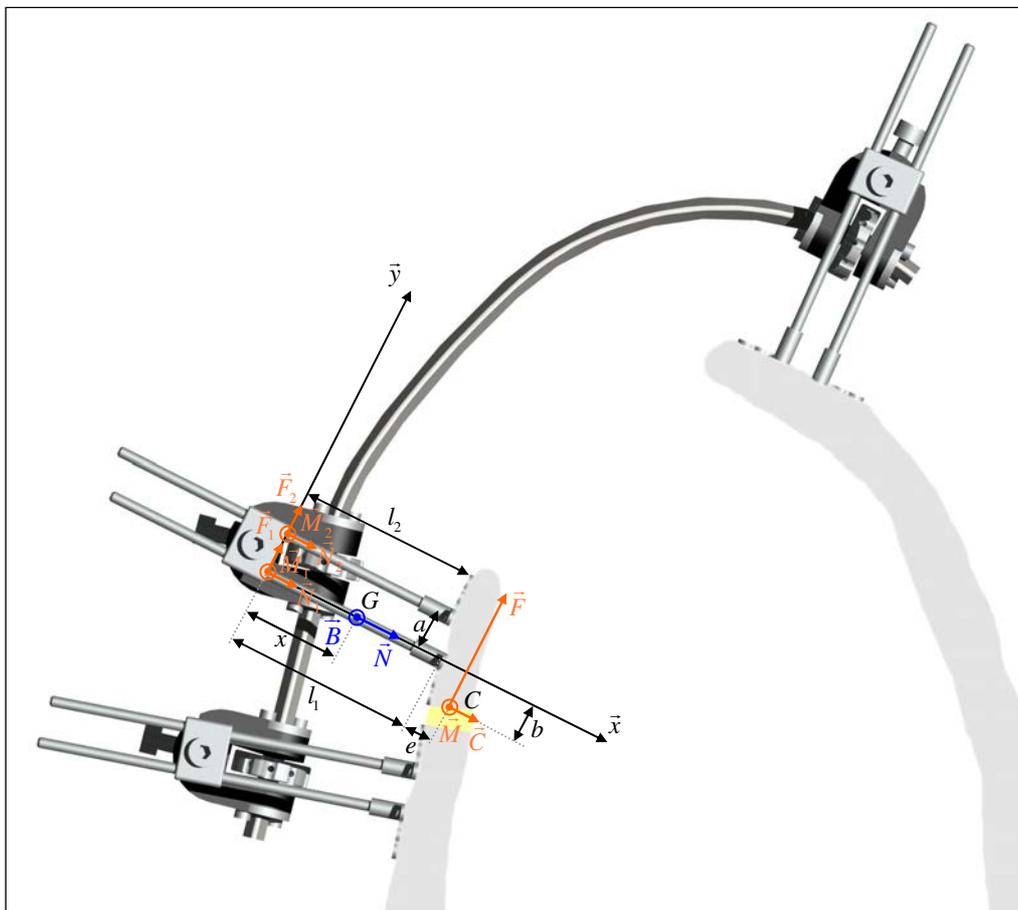


Fig. V-13 : Paramétrage de l'analyse statique du DEOS.

Les paramètres géométriques du DEOS ont été mesurés directement après l'intervention. Les propriétés de la section ostéotomisée ont pu être évaluées grâce à l'importation des données anatomiques dans le logiciel SolidWorks (voir figure V-14). La conversion nécessaire des fichiers a été effectuées grâce aux logiciels Mimics et 3-Matic.

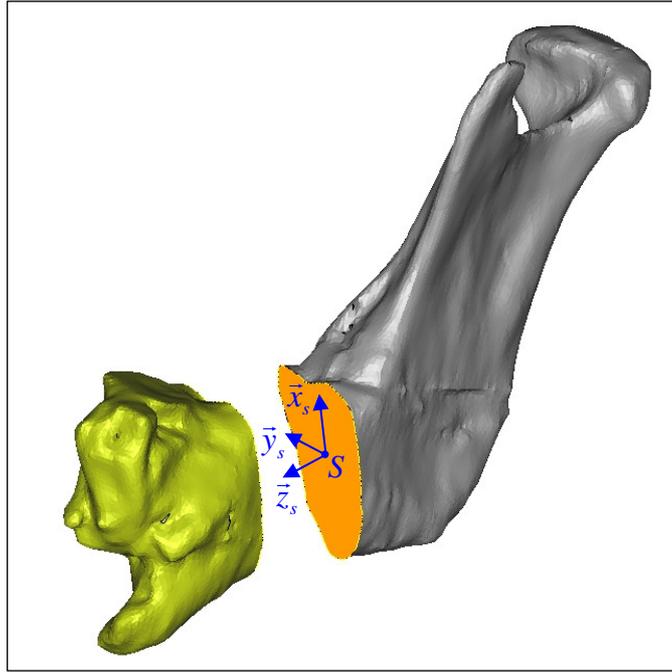


Fig. V-14 : Centre de gravité de la section ostéotomisée et repère d'inertie .

Nous avons ainsi obtenu une aire de 285 mm^2 et les moments d'inertie suivants dans le repère $(S, \vec{x}_s, \vec{y}_s, \vec{z}_s)$:

$$\begin{bmatrix} I_{xx} \\ I_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3777 \text{ mm}^4 \\ 12419 \text{ mm}^4 \end{bmatrix}.$$

L'équation d'équilibre permet alors d'écrire :

$$\begin{cases} N_1 + N_2 + C = 0 \\ F_1 + F_2 + F = 0 \\ M_1 + M_2 - N_1 a - F_1 (l_1 - l_2) + M - C(a + b) + F(l_2 + e) = 0 \end{cases} \quad . \quad (\text{V.3})$$

En admettant que le segment osseux libéré est parfaitement rigide, ce qui se justifie par le rapport de module d'Young entre le cal et l'os, et en considérant l'encastrement des broches à leurs extrémités, nous pouvons écrire :

$$\theta_1 = \theta_2 = \theta, \quad (\text{V.4})$$

où θ , θ_1 et θ_2 sont respectivement les angles de rotation du segment osseux et des extrémités liées à l'os des broches 1 et 2.

Le calcul de la déformée des broches en flexion conduit à :

$$EI v_i'(l_i) = EI \theta_i = F_i \frac{l_i^2}{2} - M_i l_i, \quad (\text{V.5})$$

soit :

$$F_1 \frac{l_1^2}{2} - M_1 l_1 = F_2 \frac{l_2^2}{2} - M_2 l_2. \quad (\text{V.6})$$

La figure V-15 illustre la décomposition du déplacement de l'extrémité des broches.

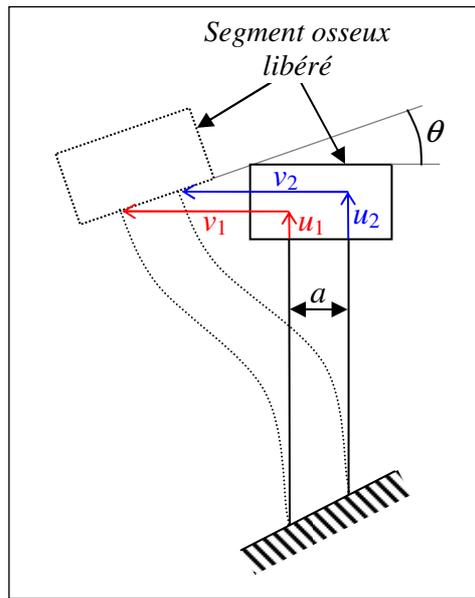


Fig. V-15 : Schéma de la décomposition du déplacement de l'extrémité des broches.

Celle-ci s'écrit :

$$\begin{cases} u_2(l_2) = u_1(l_1) + a \tan \theta \\ a + v_1(l_1) = v_2(l_2) + a \cos \theta \end{cases} \quad (\text{V.7})$$

En considérant que l'angle θ reste faible, on peut linéariser ces équations, ce qui aboutit à :

$$\begin{cases} u_2(l_2) = u_1(l_1) + a \theta \\ v_1(l_1) = v_2(l_2) \end{cases} \quad (\text{V.8})$$

D'autre part, l'intégration de l'expression (V.5) donne :

$$EI v_i(l_i) = F_i \frac{l_i^3}{6} - M_i \frac{l_i^2}{2}, \quad (\text{V.9})$$

soit grâce à l'expression (V.8) :

$$F_1 \frac{l_1^3}{6} - M_1 \frac{l_1^2}{2} = F_2 \frac{l_2^3}{6} - M_2 \frac{l_2^2}{2}. \quad (\text{V.10})$$

Par ailleurs, le déplacement axial de l'extrémité d'une broche vaut :

$$u_i(l_i) = \frac{N_i}{AE} l_i, \quad (\text{V.11})$$

soit en tenant compte de l'équation (V.8) :

$$\frac{N_2}{AE} l_2 = \frac{N_1}{AE} l_1 + a \theta. \quad (\text{V.12})$$

En remplaçant θ par son expression issue de la formule (V.5) dans la dernière expression, nous obtenons :

$$\frac{N_2}{AE} l_2 = \frac{N_1}{AE} l_1 + \frac{a}{EI} \left(\frac{F_1 l_1^2}{2} - M_1 l_1 \right),$$

qui se réarrange sous la forme :

$$N_2 = \frac{l_1}{l_2} \left[N_1 + \frac{16a}{d^2} \left(\frac{F_1 l_1}{2} - M_1 \right) \right]. \quad (\text{V.13})$$

En résumant les équations issues de la statique et de la cinématique, nous obtenons le système suivant :

$$\begin{cases} N_1 + N_2 + C = 0 \\ F_1 + F_2 + F = 0 \\ M_1 + M_2 - N_1 a - F_1 (l_1 - l_2) + M - C(a + b) + F(l_2 + e) = 0 \\ F_1 \frac{l_1^2}{2} - M_1 l_1 = F_2 \frac{l_2^2}{2} - M_2 l_2 \\ F_1 \frac{l_1^3}{6} - M_1 \frac{l_1^2}{2} = F_2 \frac{l_2^3}{6} - M_2 \frac{l_2^2}{2} \\ N_2 = \frac{l_1}{l_2} \left[N_1 + \frac{16a}{d^2} \left(\frac{F_1 l_1}{2} - M_1 \right) \right] \end{cases}. \quad (\text{V.14})$$

Dans la suite, nous supposons que les broches ont la même longueur :

$$l_1 = l_2 = l. \quad (\text{V.15})$$

Nous négligerons également l'effort transversal du cal C pour des raisons qui seront expliquées plus tard.

La résolution du système précédent donne dans ce cas :

$$\begin{cases} F_1 = F_2 = -\frac{F}{2} \\ N_1 = -N_2 = \frac{2a(2Fe + Fl + 2M)}{4a^2 - d^2} \\ M_1 = M_2 = \frac{(M + F(l + e))d^2 - 2Fl a^2}{8a^2 - 2d^2} \end{cases}. \quad (\text{V.16})$$

En isolant une portion de la broche 1, nous pouvons écrire les expressions de $B(x)$, son moment fléchissant au point de collage des jauges :

$$B(x) = M_1 - F_1 x, \quad (\text{V.17})$$

et de N , l'effort normal à sa section :

$$N = N_1. \quad (\text{V.18})$$

Grâce aux deux formules précédentes et au système (V.16), nous pouvons extraire :

$$\begin{cases} F = -\frac{8Ba - Nd^2}{2a(l - 2x)} \\ M = \frac{-4Ba(l + 2e) + N[d^2(l + e - x) - 2a^2(l - 2x)]}{2a(l - 2x)} \end{cases}. \quad (\text{V.19})$$

Au final, nous exprimons ainsi la force de distraction à partir des grandeurs géométriques du DEOS et des sollicitations de la broche, donc des mesures de déformation. Afin de pouvoir traiter rapidement l'ensemble des enregistrements réalisés, nous avons codé les différents résultats obtenus ci-dessus dans un programme Fortran. La partie suivante sera consacrée à la présentation et l'analyse de ces résultats.

5. Résultats et discussion

Les mesures de déformation effectuées ont permis de tracer l'évolution des différents résultats avant, pendant et durant quelques dizaines de minutes suivant l'activation du dispositif. Comme dit précédemment, sur les 18 enregistrements effectués, certains furent inutilisables pour différentes raisons. En effet, même si il est demandé aux patients de rester immobile, il leur est impossible de rester sans bouger sur des périodes qui dépassent une heure. Cela entraîne des perturbations importantes sur la mesure de déformation rendue très sensible par la souplesse des broches. Lors de l'enregistrement, le moindre mouvement du patient se traduisait immédiatement sur l'allure des déformations, suivies en temps réel. Ce phénomène était également très visible durant la phase d'activation pendant laquelle le patient ou le chirurgien manipulait le dispositif.

Par ailleurs, il a déjà été mentionné que certains fils de liaison des jauges furent détruits au cours des premières semaines post-opératoires, dérangeant le bon déroulement de la campagne de mesure. Malgré ces difficultés, tous les enregistrements qui ont pu être exploités ont mené à des courbes ayant la même allure.

Nous avons choisi de présenter ici les résultats en nous intéressant à un enregistrement représentatif pour chacun des deux cas. Il s'agit pour la distraction mandibulaire de l'activation réalisée le matin du quatrième jour (septième activation) et pour le cas malaire de celle effectuée le deuxième jour (deuxième activation). Nous rappelons que le protocole était bi-quotidien pour le premier patient et mono-quotidien pour le second. Les incréments respectifs étaient de 0,5 mm et 1 mm.

Les résultats présentés pour le cas mandibulaire concernent les broches antérieure du chariot fixe et postérieure du chariot mobile. Pour le cas malaire, les quatre broches ont été équipées mais les résultats sont incomplets pour la broche postérieure du chariot mobile.

a) Déformations des broches

Les figures V-16 et V-17 présentent l'évolution respective des déformations dans les broches antérieure du chariot fixe (jauges 1.1 à 1.3) et postérieure du chariot mobile (jauges 2.1 à 2.3).

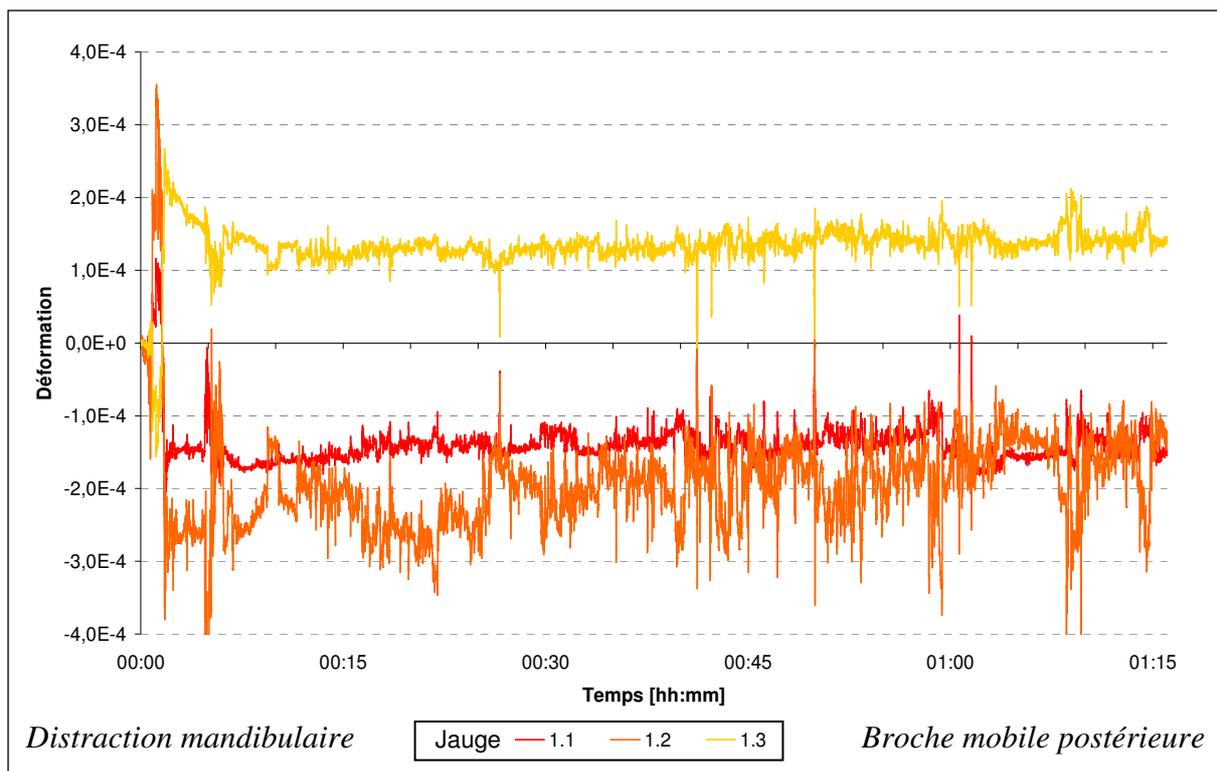


Fig. V-16 : Evolution des déformations de la broche mobile postérieure (distraction mandibulaire), matin du quatrième jour (septième activation).

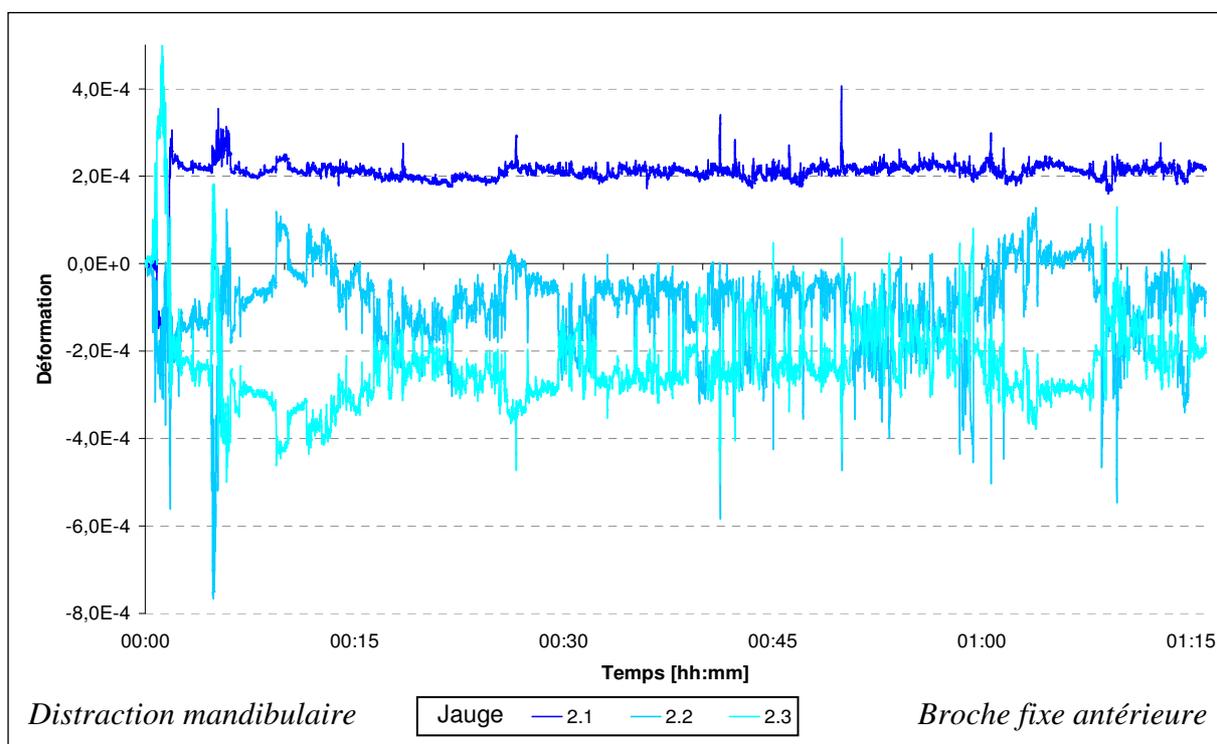


Fig. V-17 : Evolution des déformations de la broche fixe antérieure (distraction mandibulaire), matin du quatrième jour (septième activation).

Comme dit précédemment, on remarque que les mesures sont très bruitées en raison du fait que nous travaillons avec un patient éveillé. Sur chacune des deux figures, on peut voir l'augmentation des déformations liée à l'activation suivie d'une baisse progressive de celles-ci lorsque le cal se relaxe. On remarque des niveaux de déformation comparables entre les deux broches même si des différences existent. Celles-ci peuvent être expliquées par deux raisons. Tout d'abord, leur orientation par rapport au DEOS peut être différente car les chirurgiens ont placé celles-ci en fonction des conditions opératoires. Ensuite, puisque nous ne pouvons mesurer les déformations que d'une broche par chariot, rien ne nous assure que la déformation est répartie équitablement entre les deux.

Les mêmes grandeurs sont tracées pour la distraction malaire respectivement pour les broches mobiles antérieure (jauges 1.1 à 1.3) et postérieure (jauge 2.2) puis fixes antérieure (jauges 3.1 à 3.3) et postérieure (jauges 4.1 à 4.3) sur les figures V-18 à V-21. On peut noter que seule la déformation de la jauge 2 est tracée pour la broche 2 puisque les deux autres ont été endommagées lors de l'intervention de pose du DEOS.

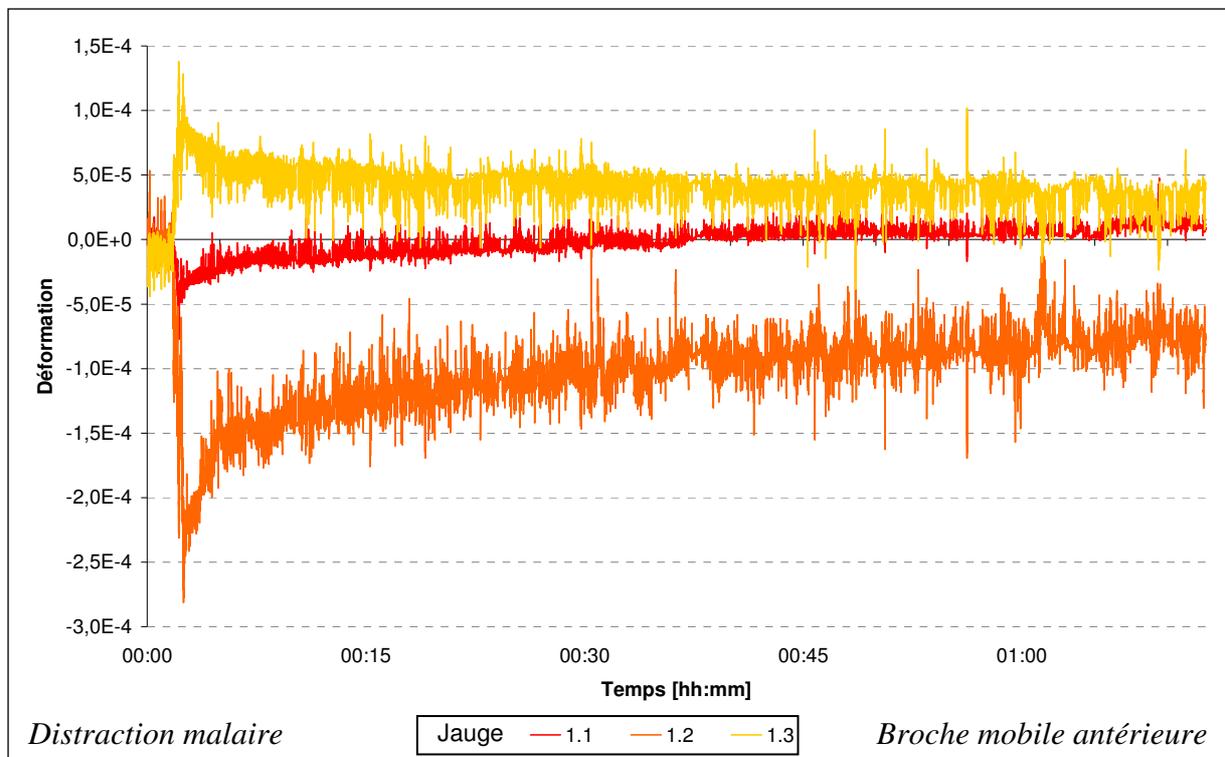


Fig. V-18 : Evolution des déformations de la broche mobile antérieure (distraction malaire), deuxième jour (deuxième activation).

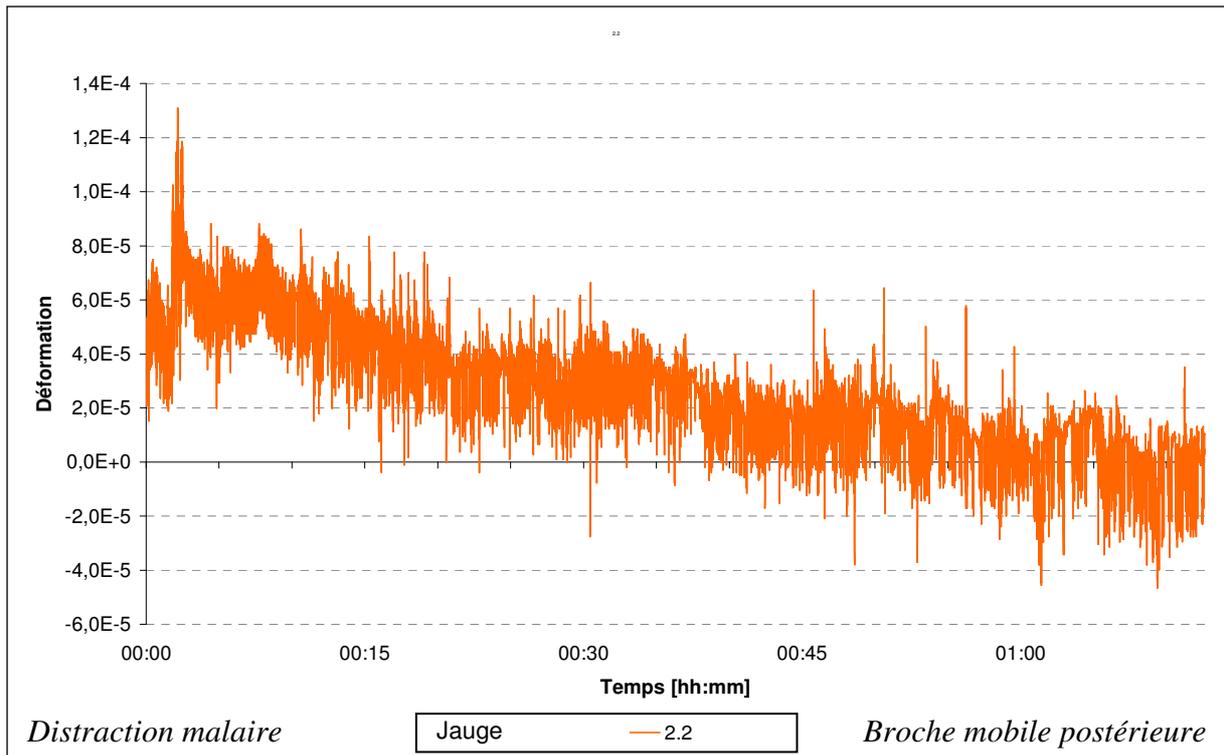


Fig. V-19 : Evolution des déformations de la broche mobile postérieure (distraction malaire), deuxième jour (deuxième activation).

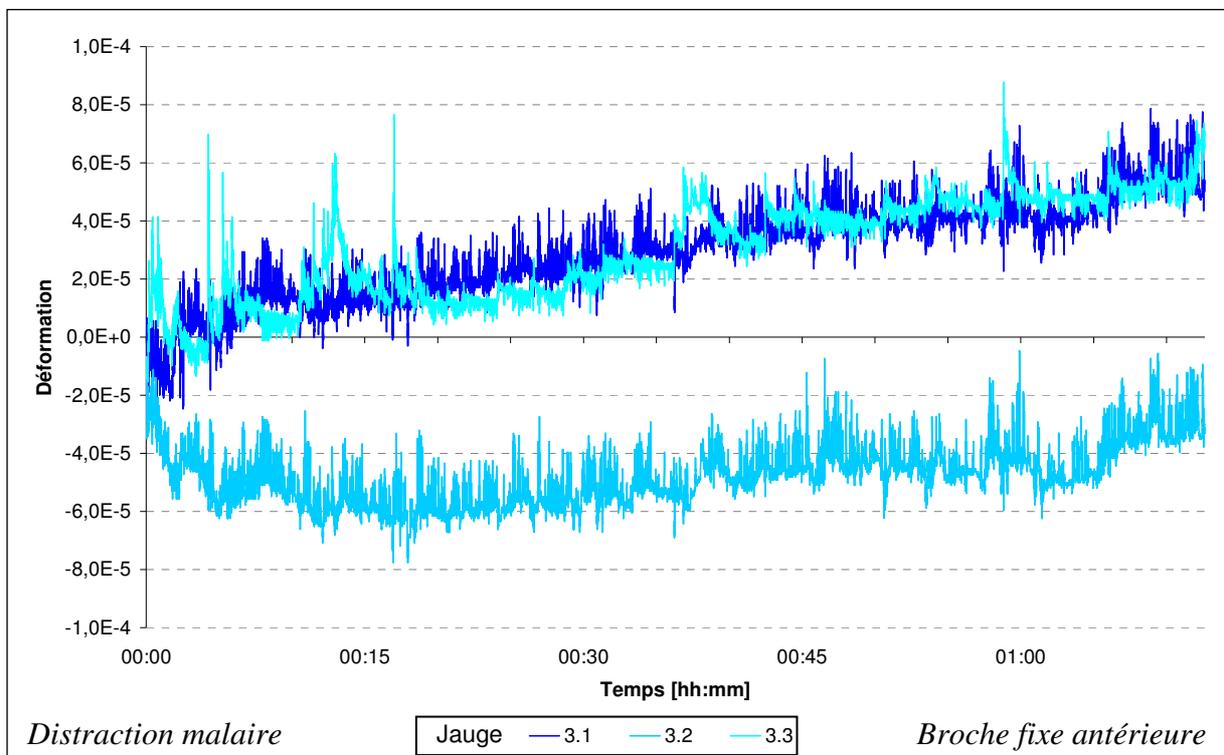


Fig. V-20 : Evolution des déformations de la broche fixe antérieure (distraction malaire), deuxième jour (deuxième activation).

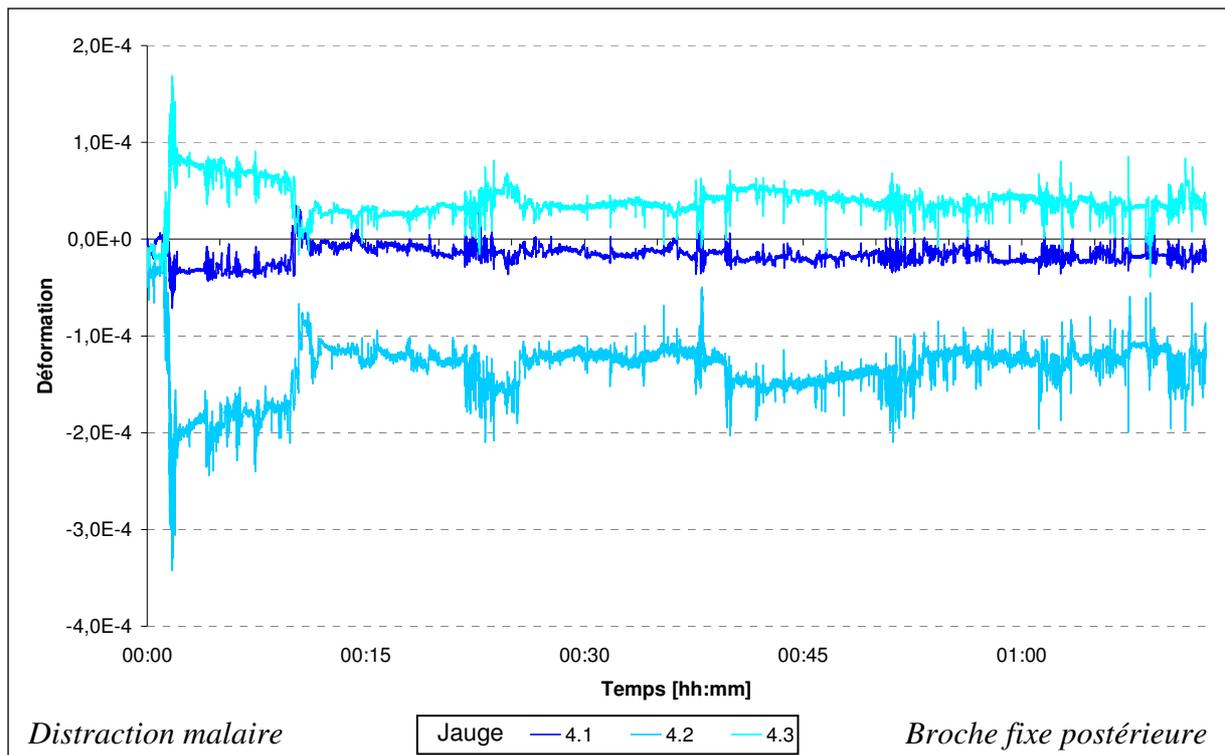


Fig. V-21 : Evolution des déformations de la broche fixe postérieure (distraction malaire), deuxième jour (deuxième activation).

On retrouve le comportement mis en évidence pour la distraction mandibulaire sur toutes les broches, exceptée la fixe antérieure. Cependant, dans le cas de cette dernière, les déformations sont initialement bien plus faibles que dans les autres. Il semblerait donc qu'au départ la broche fixe postérieure participe bien plus à la distraction que l'antérieure. La situation semble s'équilibrer dans la suite, même si ces observations doivent être pondérées par les angles d'orientation différents.

De plus, on note que les déformations relevées pour la distraction malaire sont environ deux fois plus faibles que pour le cas mandibulaire. Même si la comparaison directe est délicate puisque les longueurs de broches et les positions des jauges sont différentes, cela semble raisonnable. En effet, la section du cal de la première est quatre à cinq fois plus petite que celle de la seconde mais l'incrément de distraction appliqué est double.

b) Sollicitations des broches

La suite de cette partie présente les résultats issus de nos analyses. La broche mobile postérieure n'apparaîtra donc plus en raison des mesures incomplètes sur celles-ci empêchant le traitement des données. Les figures V-22 et V-23 présentent l'évolution de l'angle d'orientation du moment fléchissant dans les deux cas.

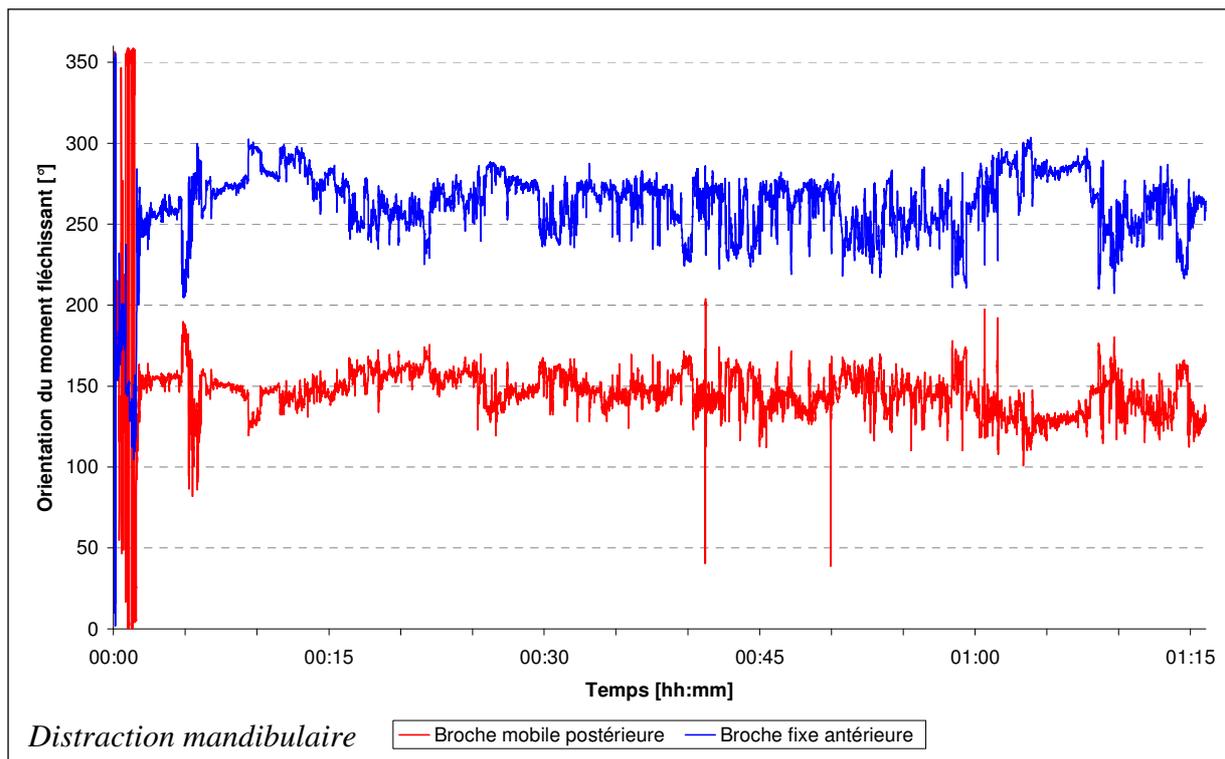


Fig. V-22 : Evolution de l'orientation du moment de flexion (distraction mandibulaire), matin du quatrième jour (septième activation).

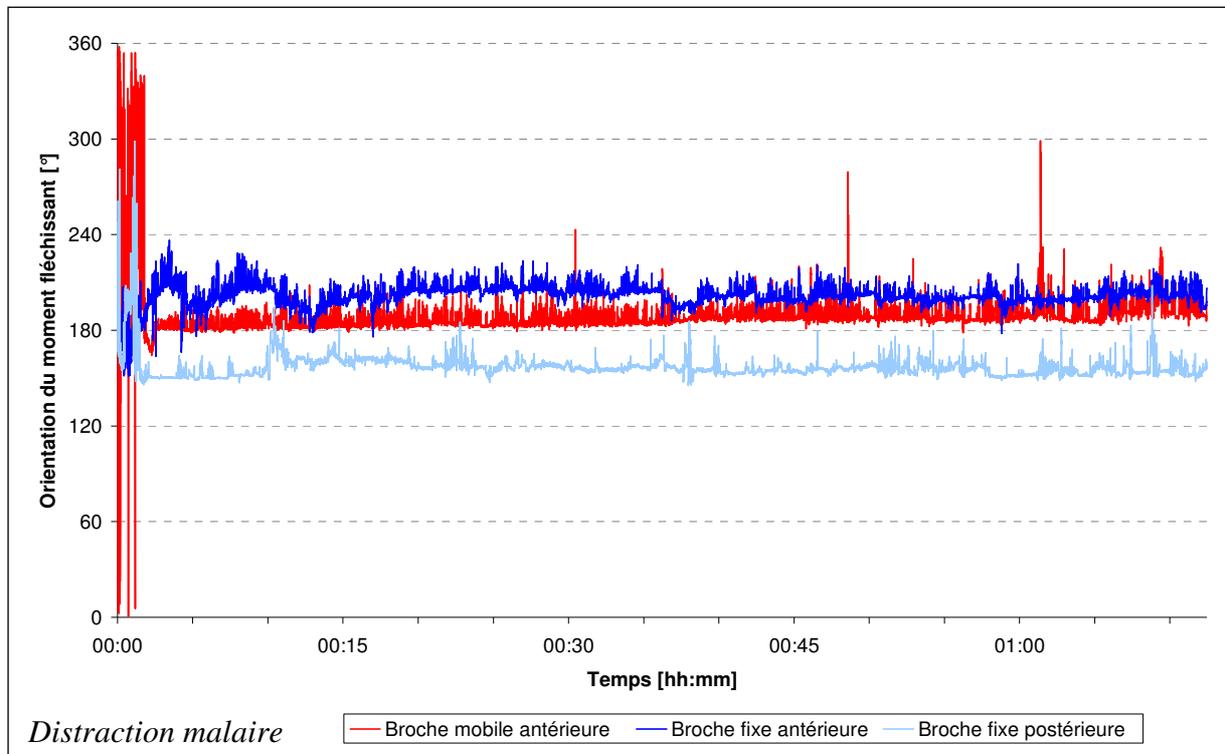


Fig. V-23 : Evolution de l'orientation du moment fléchissant (distraction malaire), deuxième jour (deuxième activation).

Pour toutes les broches, l'angle calculé est très perturbé durant la phase d'activation. En revanche, il reste assez stable pour le premier patient et très stable pour le second durant la phase de relaxation. Ceci indique que le plan de distraction n'a pas varié durant la mesure. Le rail du DEOS étant lui-même planaire, cette constatation appuie la qualité de nos mesures. Les différences de valeur moyenne entre les broches indiquent qu'elles n'ont pas la même position angulaire. Celles-ci étant en effet filetées, l'angle d'orientation est conditionné par la position de l'implant IPOP et par le couple de serrage.

Nous allons maintenant nous intéresser à l'évolution des moments de flexion représentée sur les figures V-24 pour le cas mandibulaire et V-25 pour le cas malaire.

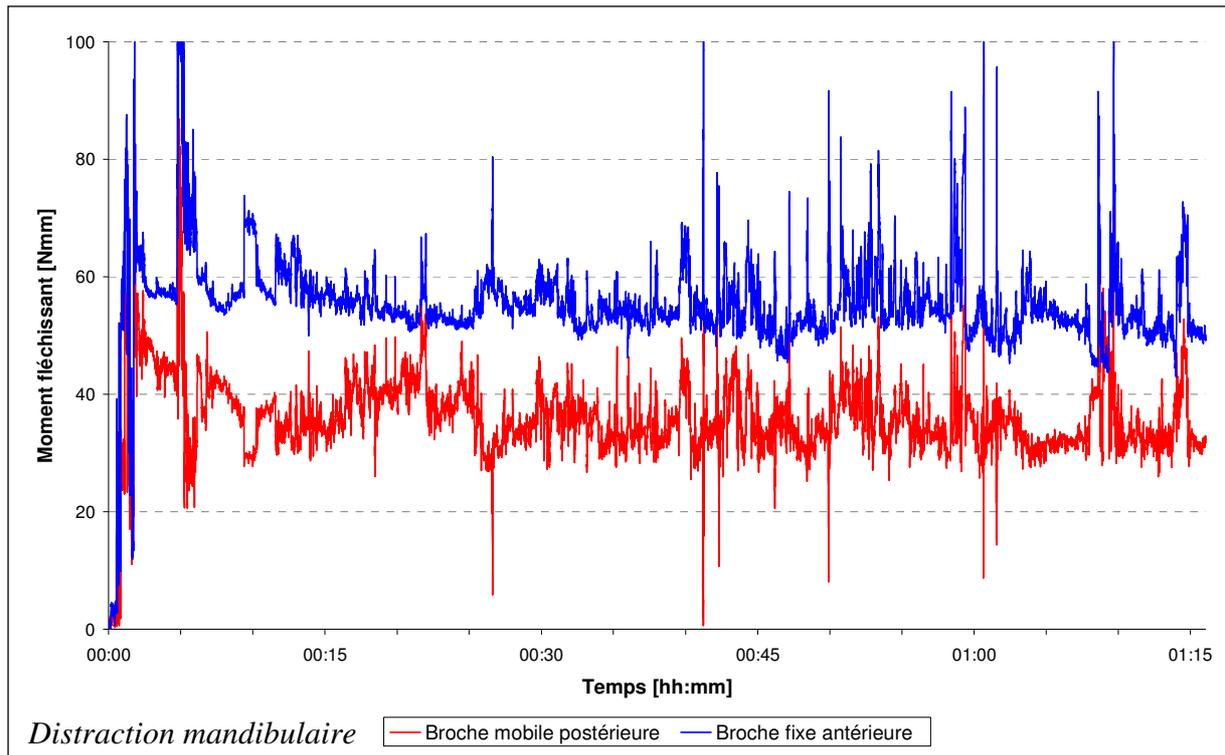


Fig. V-24 : Evolution du moment fléchissant (distraction mandibulaire), matin du quatrième jour (septième activation).

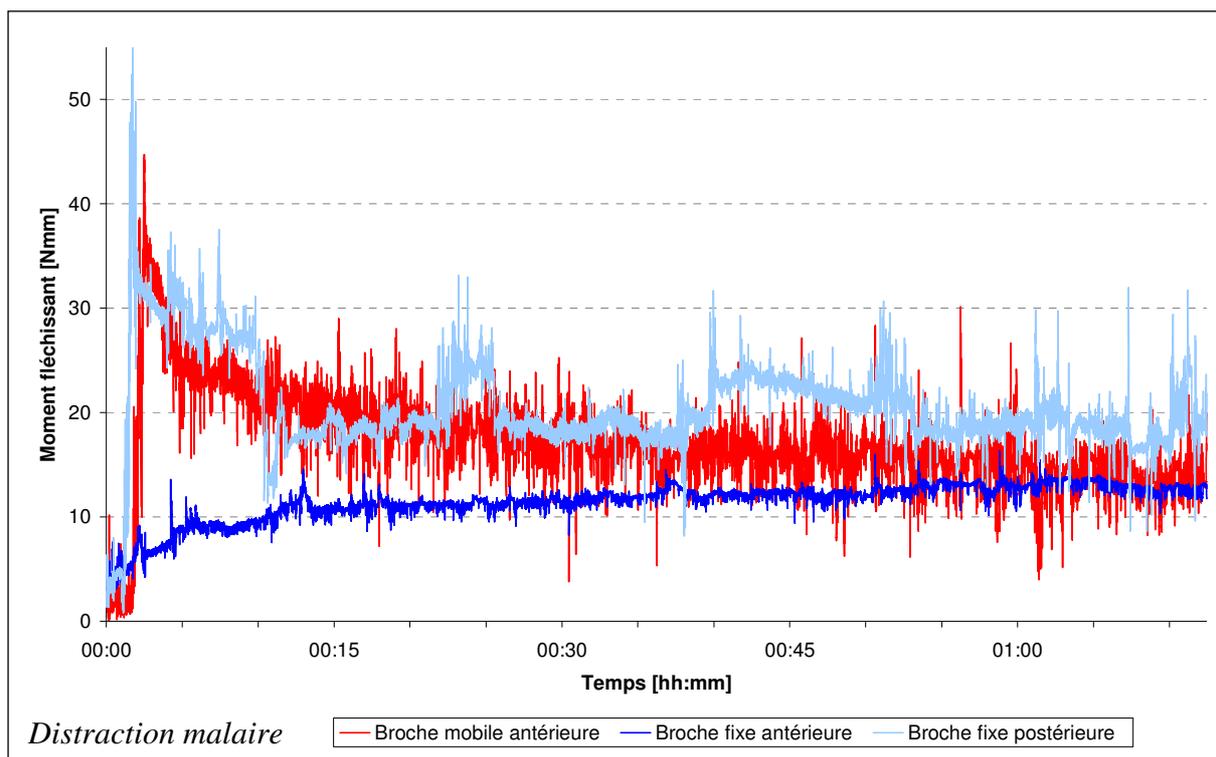


Fig. V-25 : Evolution du moment fléchissant (distraction malaire), deuxième jour (deuxième activation).

Excepté pour la broche fixe antérieure du cas malaire, on retrouve clairement sur l'évolution du moment les phases d'activation et de relaxation : la broche fléchit brusquement lors de l'application de l'incrément de déplacement puis se détend ensuite progressivement. On peut remarquer que la valeur du moment n'a pas beaucoup chuté au bout d'un temps légèrement supérieur à une heure. Les moments mesurés pour la mandibule sont environ deux fois plus importants que pour l'os malaire.

En outre, en observant les résultats du chariot fixe pour le second patient, on s'aperçoit qu'initialement la quasi-totalité du moment est supportée par la broche postérieure alors que la répartition tend à s'équilibrer par la suite. Ce constat pourrait s'expliquer par une résistance à la réorientation relative des segments osseux lors de l'activation, ce qui empêcherait l'équilibrage des moments fléchissants. On peut notamment imaginer la présence de structures anatomiques attachées au cal et aux segments osseux contigus qui joueraient un rôle dans la résistance à la distraction.

Le prochain résultat que nous allons étudier est l'effort normal à la section de la broche tracé respectivement sur les figures V-26 et V-27 pour le premier et le second patient.

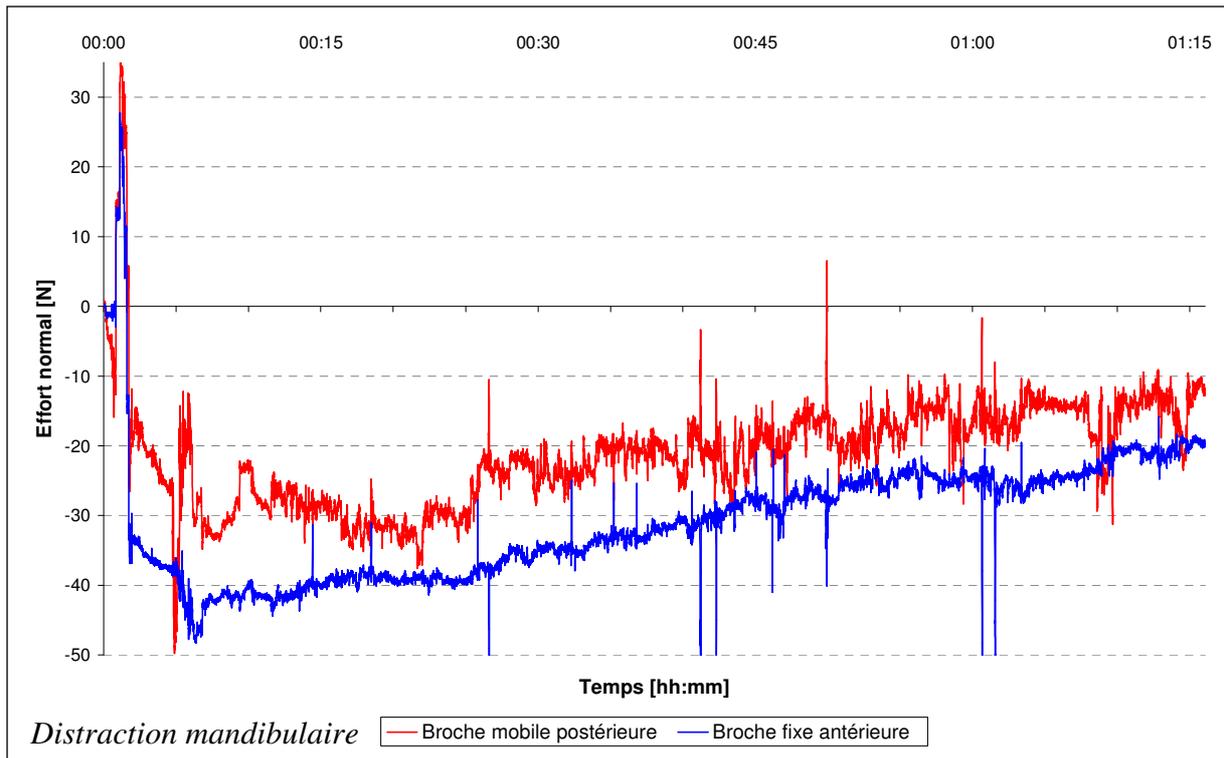


Fig. V-26 : Evolution de l'effort normal (distraction mandibulaire), matin du quatrième jour (septième activation).

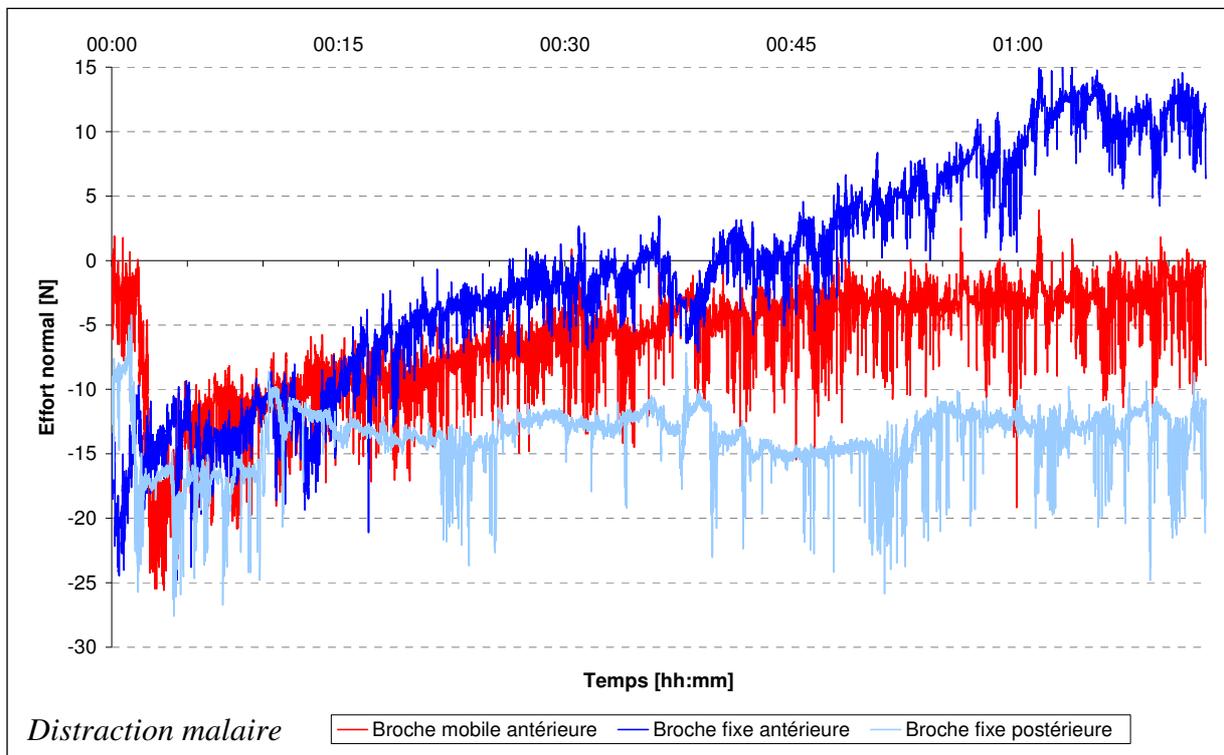


Fig. V-27 : Evolution de l'effort normal (distraction malaire), deuxième jour (deuxième activation).

En raison de la présence de deux broches dans chaque chariot, les deux distractions ont donné naissance à des efforts normaux importants. Selon notre supposition concernant l'effort transversal du cal, ces efforts sont auto-équilibrés et ne jouent aucun rôle dans la force de distraction. Cette hypothèse est assez bien vérifiée dans le cas mandibulaire pour lequel les efforts normaux des broches mobile postérieure et fixe antérieure sont proches. Elle est également partiellement supportée par l'évolution de l'effort normal dans le cas malaire. En effet, dans la seconde moitié de la période étudiée, une broche est comprimée alors que l'autre est en traction. La somme des efforts normaux de ces deux broches est alors quasi-nulle. Dans la première partie de la mesure, nous ne retrouvons pas l'équilibre, comme pour les moments fléchissants.

Toujours afin d'appuyer notre hypothèse, nous avons utilisé ABAQUS pour réaliser une étude éléments finis de la distraction mandibulaire pour laquelle nous possédions les fichiers scanner. Nous avons pu construire un modèle respectant fidèlement l'anatomie de la mandibule du patient. La configuration du DEOS a été calquée sur la maquette stéréolithographique utilisée lors de la préparation pré-opératoire et que nous avons à notre disposition. Ce modèle ne sera pas plus détaillé ici car notre intention est uniquement d'illustrer le comportement de deux broches voisines lors de l'activation. La simulation d'une activation nous a permis d'obtenir les réactions en bout de broche visibles sur la figure V-28.

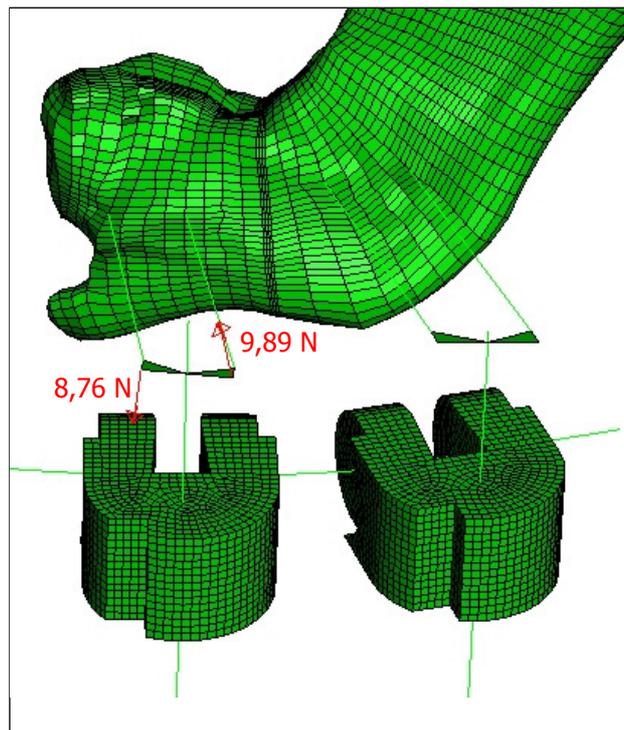


Fig. V-28 : Réactions en bout de broche pour le chariot mobile.

Comme attendu, la somme des deux vecteurs est quasi-nulle. Les valeurs simulées diffèrent fortement des valeurs mesurées mais nous devons garder à l'esprit le fait que notre modèle est basé sur le planning pré-opératoire et non sur le positionnement réel du DEOS de ce patient. De plus, le cal a été supposé entièrement granulaire et les efforts dépendent donc fortement des propriétés de ce tissu,¹²² qui sont incertaines. Il faut enfin considérer que nous avons réalisé ici une simple analyse en élasticité linéaire et isotrope.

D'autre part, on peut noter que l'allure des efforts normaux expérimentaux respecte celle des autres données. On distingue à nouveau la phase de chargement et la phase de relaxation. Cette dernière est d'ailleurs plus marquée que pour le moment, tendant à montrer que la réorientation du cal est plus rapide que son allongement. On remarque également, dans le cas de la distraction mandibulaire, un retard de la montée de l'effort suite à l'activation du dispositif qui pourrait être lié à la réorientation relative des segments osseux.

c) Efforts de distraction

Nous pouvons maintenant calculer et tracer l'évolution de la force de distraction pour les différentes configurations (voir figures V-29 et V-30).

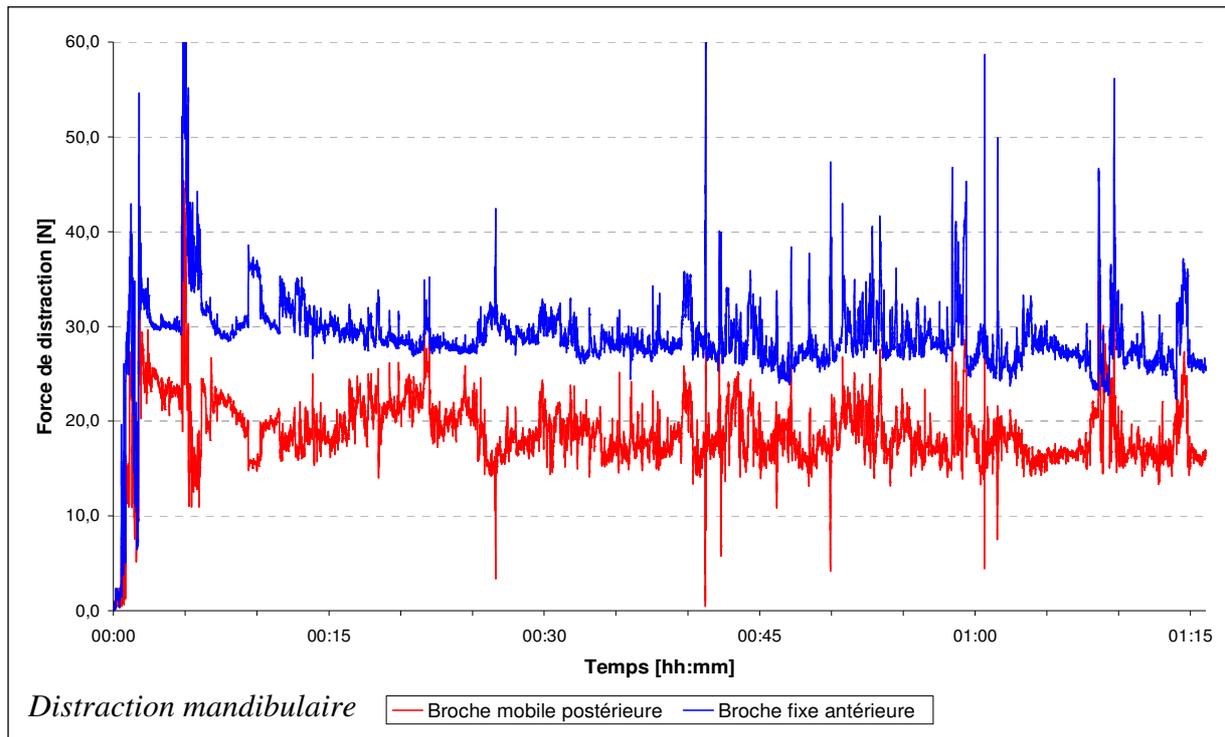


Fig. V-29 : Evolution de la force de distraction (distraction mandibulaire), matin du quatrième jour (septième activation).

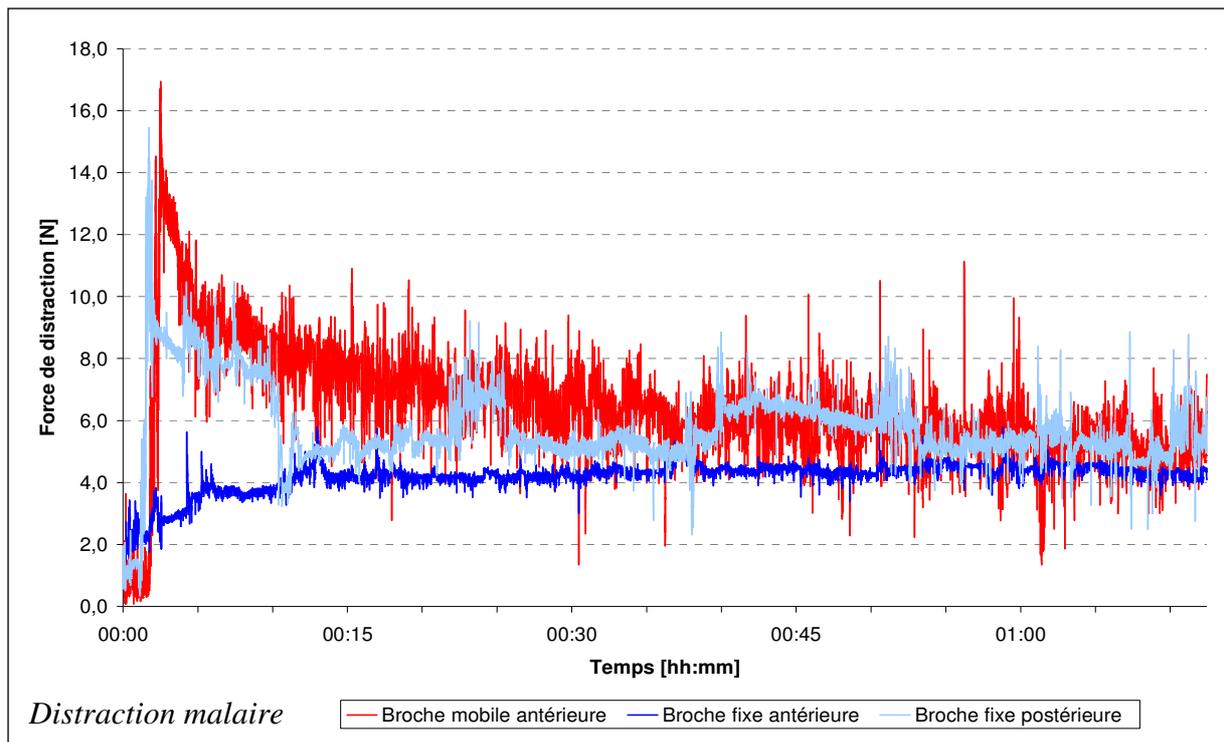


Fig. V-30 : Evolution de la force de distraction (distraction mandibulaire), deuxième jour (deuxième activation).

La consistance de ce résultat est plutôt bonne, surtout aux temps importants. Selon l'expression de la force de distraction dans (V.16), toutes les courbes d'un cas donné devraient idéalement être superposées. Les différences qui subsistent peuvent être expliquées selon les mêmes pistes que celles évoquées précédemment.

En éliminant les pics parasites et la mesure sur la broche fixe antérieure du cas malaire, nous obtenons des valeurs maximales moyennes de force de distraction d'environ 30 N pour la mandibule et 11 N pour l'os malaire. La valeur pour le cas mandibulaire est tout-à-fait en accord avec celles mesurées par Robinson *et al.*¹⁶² pour un protocole identique ($35,6 \pm 13,4$ N), puisqu'elle se situe dans l'écart-type.

En comparant les résultats du cas mandibulaire avec ceux de nos simulations présentées au chapitre IV et en tenant compte du rapport des sections, on obtient un effort environ 12 fois plus grand lors des essais. Les valeurs des propriétés élastiques utilisées pour le tissu granulaire lors des simulations ont sans doute été fortement sous-estimées lors de l'étude de Lacroix *et al.*¹²²

Ce point semble également se confirmer par le travail de Richards *et al.*¹⁵⁹ que nous avons utilisé pour calibrer la viscosité de notre modèle. Même s'il s'agissait dans cette étude d'un cal formé dans un tibia de lapin distracté durant 12 jours, leurs mesures correspondent à un module d'Young 13 fois supérieur à celui estimé par Prendergast *et al.*¹²² et utilisé dans la plupart des études numériques de la distraction, dont la nôtre. Ce constat appelle à réaliser des nouveaux travaux sur la caractérisation mécanique du tissu granulaire.

D'autre part, la réponse visqueuse obtenue lors de nos mesures semble consistante avec celle calculée lors de nos simulations, donc avec le comportement mesuré par Richards *et al.*¹⁵⁹ sur lequel nous avons calibré notre modèle. Même si la tendance concernant la chute de l'effort est la même que celle relevée par Gardner *et al.*,¹⁶⁵ il est délicat de comparer quantitativement cette étude avec la nôtre en raison des différences entre les régions anatomiques distractées et les protocoles utilisés.

Après avoir analysé la force de distraction, nous pouvons maintenant nous intéresser au moment qui agit sur le cal et qui est tracé sur la figure V-31 pour le cas mandibulaire et la figure V-32 pour le cas malaire.

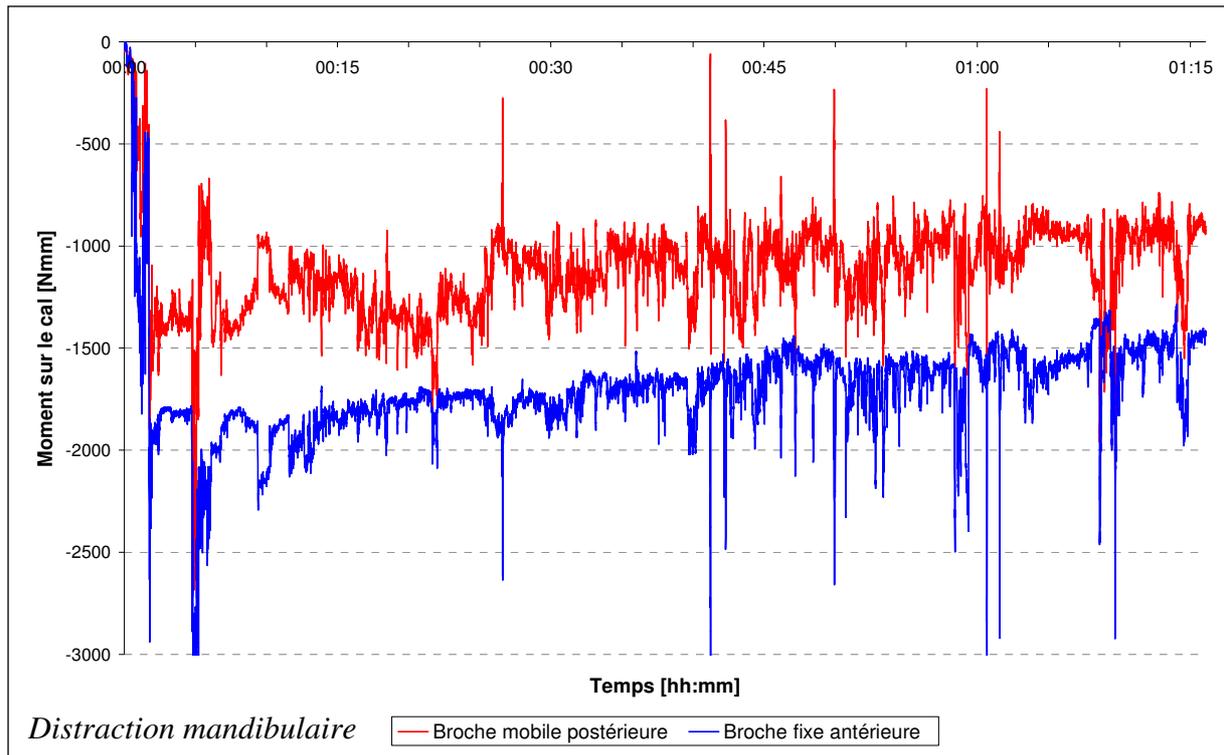


Fig. V-31 : Evolution du moment sur le cal (distraction mandibulaire), matin du quatrième jour (septième activation).

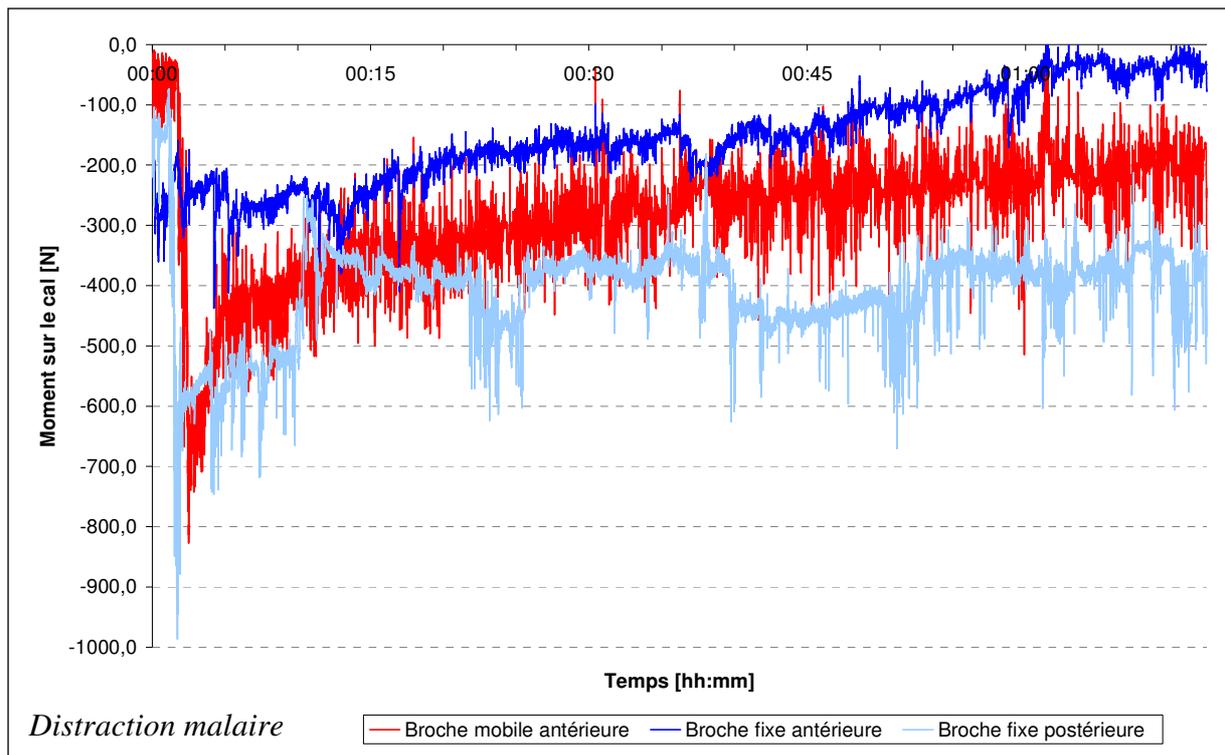


Fig. V-32 : Evolution du moment sur le cal (distraction mandibulaire), deuxième jour (deuxième activation).

Nous retrouvons une consistance correcte pour ce résultat. En effet, les moments calculés pour différentes broches d'un même cas restent proches. Il nous apprend que lors des premiers incréments de transport osseux avec le DEOS, le cal subit, en plus de la force longitudinale, un moment de flexion important dont la direction est normale au plan de distraction. Ceci est d'ailleurs confirmé par notre analyse éléments finis évoquée plus haut (voir figure V-33).

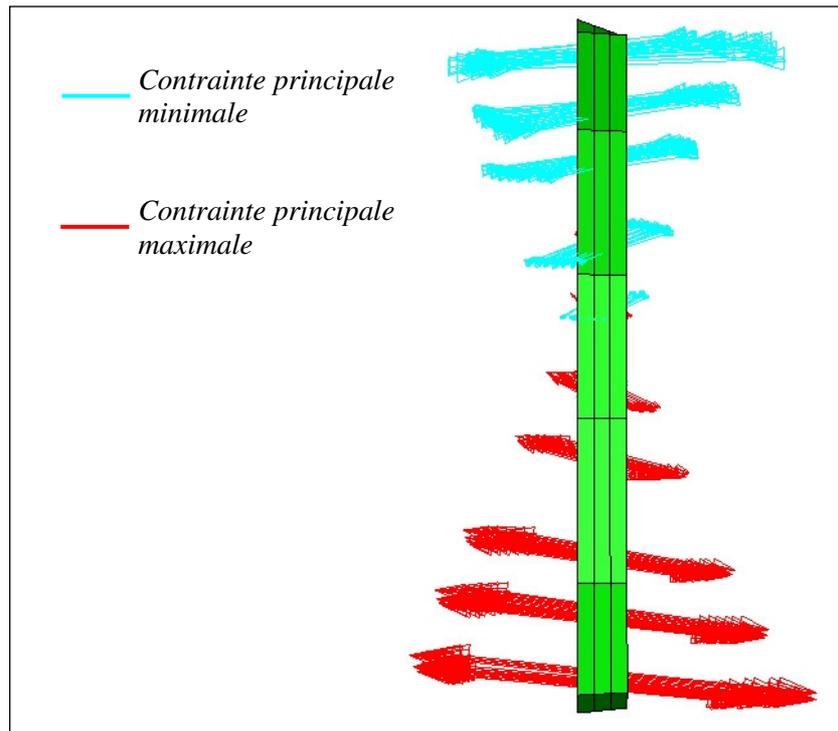


Fig. V-33 : Vue de dessus des contraintes principales minimale et maximale dans le cal.

Nous mettons en évidence le fait que sous l'effet de l'activation, le segment osseux libéré tourne. Il retrouve alors progressivement son orientation à mesure que la broche se détend. Nous notons des valeurs absolues moyennes maximales respectives de 1750 Nmm et 750 Nmm pour les cas mandibulaire et malaire.

C. Conclusion partielle

Ce chapitre concernant la mesure des efforts de distraction nous a tout d'abord permis de recenser et d'analyser les différentes études expérimentales reportées dans la littérature. Le peu d'information concernant l'évolution des efforts de transport osseux en chirurgie maxillo-faciale, et notamment des phénomènes de relaxation classiquement observés, nous a amené à développer une procédure permettant de mesurer ces grandeurs dans le cas du DEOS.

Nous avons alors conçu une méthode originale de mesure de ces efforts basée sur l'utilisation de jauges d'extensométrie couplées à un système d'acquisition, puis mis en place une campagne d'essais *in vivo*. Cette campagne a porté sur deux cas cliniques : une distraction mandibulaire et une autre de l'os malaire. Même si des difficultés liées à la durabilité du matériel de mesure ont été rencontrées, une base de résultats a pu être constituée.

Les résultats qui en ressortent nous ont permis de confirmer le caractère visqueux des régénérats osseux. Nous avons pu mettre en évidence le comportement de la distraction avec le DEOS. La mise en charge du cal est accompagnée par une rotation du segment osseux qui se réoriente ensuite lorsque le régénérat s'allonge. Ceci se traduit par l'apparition d'un moment de flexion sur le cal lors de l'activation qui se relaxe ultérieurement.

Des efforts plus importants dans le cas mandibulaire que dans le cas malaire ont logiquement été mis en évidence. D'autre part, nos résultats expérimentaux ont montré une bonne cohérence avec la littérature tant pour le comportement visqueux^{159,165} que pour la valeur de la force de distraction.¹⁶²

Nos essais sont également consistants avec nos simulations du point de vue de la relaxation. En revanche, nous avons mesuré une force environ 12 fois supérieure à celle simulée.

Au final, nos essais tendent, comme ceux de Richards *et al.*,¹⁵⁹ à remettre en cause les valeurs de propriétés élastiques classiquement utilisées pour le tissu granulaire,¹²² qui semblent sous-estimées d'un facteur de l'ordre de 12.

Le prochain chapitre sera consacré à l'utilisation de l'ensemble des résultats obtenus jusqu'à maintenant pour optimiser le DEOS afin d'améliorer encore ses caractéristiques.

Chapitre VI : **Optimisation du Distracteur** **Externe Ostéogénique Sur** **mesure**

A. Objectif et cahier des charges

La principale attente pour la société OBL concernant notre travail s'attache à l'amélioration du DEOS. En effet, même si celui-ci a jusqu'à présent toujours donné entière satisfaction, OBL tient à maintenir l'avance qu'elle a creusée sur le segment des transporteurs d'os externes courbes. Pour cela, elle a à cœur de conserver une activité de recherche importante afin de faire bénéficier ses clients de tous les progrès possibles. On s'attachera donc dans cette partie à travailler sur une version améliorée du DEOS tenant compte de tous les enseignements tirés de l'ensemble des études effectuées précédemment.

Afin de pouvoir atteindre cet objectif, la première tâche à effectuer consistait à recenser les besoins et remarques des utilisateurs du DEOS : chirurgiens et patients. Cela a permis de mettre en place en concertation avec OBL un cahier des charges pour la reconception du DEOS. Celui-ci fut enrichi par l'étude approfondie et l'analyse de risques du dispositif actuel. Par ailleurs, le brevet a également été pris en compte afin que les évolutions du DEOS restent sous couvert de sa protection. A cela s'ajoute enfin les contraintes de fabrication. L'incidence des indications du DEOS étant faibles et s'agissant d'un dispositif sur mesure, il ne peut être fabriqué qu'en série très petite ou unitaire. Nous privilégierons donc des méthodes de fabrication adaptées telles que l'usinage.

A la suite de ce travail préliminaire, deux critères d'optimisation principaux ont été mis en avant : la masse et l'encombrement. En effet, réduire la masse du DEOS permettrait d'améliorer le confort des patients tout en réduisant les contraintes sur les structures anatomiques telles que les muscles ou l'articulation temporo-mandibulaire.

Plus encore, la réduction de l'encombrement du dispositif serait un grand progrès pour les patients. Un distracteur externe constitue en effet une gêne importante dans la vie de tous les jours. On recense tout d'abord les contraintes liées par exemple à l'habillement, à la toilette ou au sommeil. Une réflexion sur la forme des pièces constitutives du DEOS peut permettre de réduire le risque d'accrochage de celui-ci, notamment dans les textiles. Une réduction des dimensions permet également de limiter les risques de chocs avec l'environnement qui pourraient engendrer des lésions. Enfin, il faut également considérer l'aspect psychologique. Le port d'un distracteur externe constitue en effet une épreuve supplémentaire pour ces patients déjà atteints d'affections graves. Ceci est d'autant plus vrai qu'une des principales indications du DEOS est la traumatologie balistique, souvent à la suite de tentatives d'autolyse. Dans ce contexte, une réduction de l'encombrement du dispositif en veillant à conserver une forme discrète peut aider à réduire l'impact psychologique de celui-ci.

En dehors de ces deux axes de développement prioritaires, d'autres points pouvant être améliorés ont été mis en évidence. Ils concernent notamment la stabilité et l'amplitude des réglages du DEOS et en particulier de ses chariots. Enfin, le dernier point soulevé concernait l'effort nécessaire à l'activation du distracteur.

B. Analyse de l'existant et démarche d'optimisation

1. Masse et encombrement

L'examen des différentes pièces du DEOS nous permet d'observer que dans le cas d'un appareil destiné à la distraction tri-focale, environ 45 % de la masse totale se situe dans le rail. Ce constat est d'autant plus important que cette pièce est la plus éloignée de l'os, donc celle qui participe le plus aux réactions générées aux points de fixation du DEOS.

La géométrie spécifique du rail étant protégée par le brevet, les seules possibilités d'abaisser sa masse sont la réduction de son diamètre ou l'utilisation d'un matériau moins dense. La première solution fut écartée car elle nuirait à la qualité du guidage des chariots par la réduction des surfaces de contact. En tenant compte des efforts mis en évidence lors de l'étude expérimentale, nous avons envisagé l'utilisation de l'alliage de titane TA6V en remplacement de l'acier Z33C13. Ce matériau couvre en effet tous les besoins du rail tout en offrant une densité 42 % plus faible.

Dans la hiérarchie des masses se situent ensuite les chariots avec une valeur très légèrement inférieure au rail. Dans le cas d'un DEOS quadri-focal, ils peuvent même devenir prépondérants. Le reste des composants ne participe à la masse totale qu'à hauteur de 15 %. La principale source de gain de masse se situe donc dans les chariots. En plus du travail sur leur design, la solution offrant le plus d'avantages consiste à différencier les chariots mobiles et les chariots fixes. Sur la version actuelle du DEOS, tous les chariots sont identiques et ceux destinés à rester immobiles contiennent donc inutilement le mécanisme d'activation.

Cette solution nous permet également de réduire le nombre de composants des chariots fixes, ce qui engendre une diminution de leur encombrement tout en améliorant leur fiabilité. De plus, l'absence de mécanisme d'activation sur ces chariots nous a autorisé une conception facilitant leur montage. Enfin, nous nous sommes efforcés de rechercher la compacité maximale de ces chariots qui sont les pièces les plus imposantes.

2. Stabilité et amplitude des réglages

L'analyse de risques du DEOS a mis en évidence une piste d'amélioration de la stabilité des réglages du DEOS. En effet, l'ablocage des porte-broches du dispositif actuel est garanti par une vis de pression (voir figure VI-1).

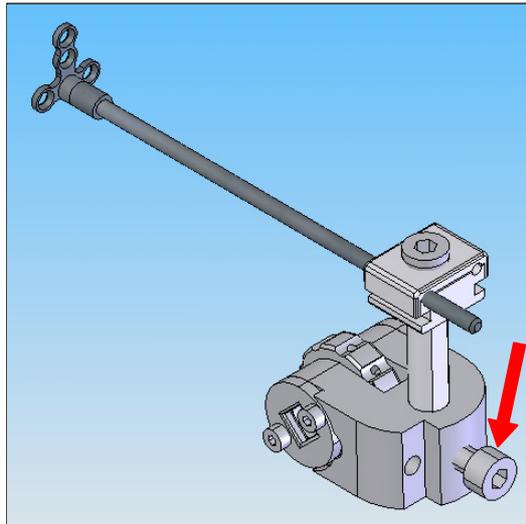


Fig. VI-1 : Vis de pression pour l'ablocage du porte-broche.

On peut noter que cette vis prend appui sur un méplat afin d'empêcher la rotation du porte-broche sous l'effet des efforts de distraction. Cependant, rien ne garantit lors du montage que la vis tombe en face de ce plan. Si par mégarde le chirurgien et le représentant d'OBL ne veillent pas à ce point lors de la pose, le traitement risque d'être perturbé. Il faut cependant noter que cela ne constituerait qu'une gêne et non pas un danger pour le patient.

L'autre point pouvant être amélioré concernant à la fois l'amplitude et la stabilité des réglages se trouve au niveau du système de pince orientable pour le maintien des broches IPOP (voir figures VI-2 et VI-3).

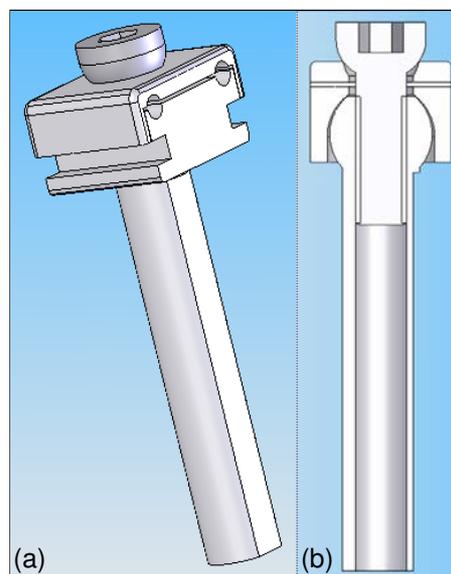


Fig. VI-2 : Pince de maintien des broches (angle d'orientation nul).
(a) Vue isométrique. (b) Vue en coupe.

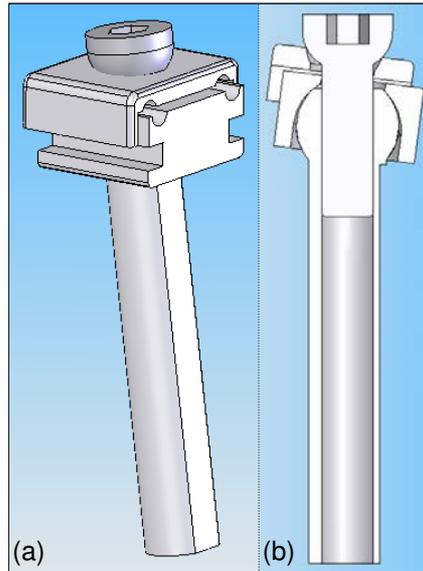


Fig. VI-3 : Pince de maintien des broches (angle d'orientation non nul).
 (a) Vue isométrique. (b) Vue en coupe.

L'observation de ces deux figures nous permet de comprendre le principe utilisé pour le maintien et le réglage des broches. Lorsque la vis située au sommet du porte-broche n'est pas serrée, il est possible de faire glisser la ou les broches dans les gorges prévues à cet effet. La présence des deux rotulages entre d'une part la vis et la pince supérieure et d'autre part le corps du porte-broche et la pince inférieure permet le réglage de l'orientation de la ou des broches. Lorsque qu'on serre la vis, les broches se retrouvent bloquées dans les gorges par adhérence et un phénomène de coincement apparaît dans chacun des rotulages.

Cependant, la comparaison des surfaces de contact entre les configurations d'angle d'orientation nul (figure VI-2) et non nul (figure VI-3) nous permet de constater que la qualité du coincement se dégrade à mesure que l'angle augmente. De plus, on peut remarquer que plus l'angle est important, moins la vis est enfoncée dans le corps du porte-broche. Le maintien de la ou des broches est donc grandement conditionné par le couple de serrage. En cas de serrage insuffisant, le système devient immédiatement lâche. Finalement, ce système limite pour ces raisons fortement la liberté angulaire dans le plan vertical.

Dans notre recherche de solutions technologiques alternatives à ces systèmes de réglage, nous avons choisi de n'utiliser qu'une seule broche IPOP pour chaque chariot. Cette décision fut prise à la lumière de l'expérience clinique des chirurgiens ayant utilisé le DEOS et des réflexions faites lors de nos simulations du chapitre IV concernant la raideur des dispositifs de distraction. De plus, nous avons privilégié dès que possible des solutions de serrage utilisant des pincements pour créer l'adhérence qui procurent une plus grande facilité de mise en œuvre et une meilleure stabilité que les systèmes basés sur des vis de pression ou des coincements.

3. Effort nécessaire à l'activation

Nous avons pu identifier deux manières de faciliter d'activation du DEOS. Le premier point concerne l'accessibilité des molettes de réglage. En effet, en considérant la figure VI-4, il apparaît que ces commandes se situent derrière les porte-broches et sous les broches. Le patient ou le chirurgien qui réalise l'activation a donc très peu d'espace pour les atteindre, d'autant plus qu'elles se situent à une trentaine de millimètres de la peau.

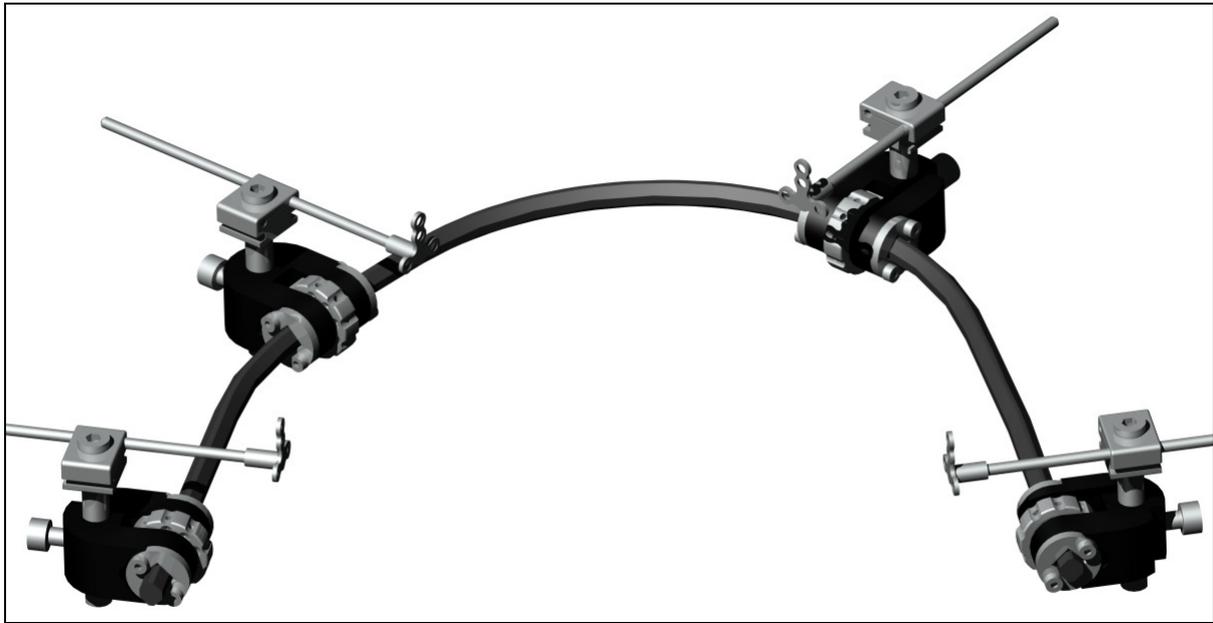


Fig. VI-4 : Vue générale du DEOS.

La seconde solution que nous avons retenue pour soulager l'activation vise à réduire le couple à fournir sur la molette de commande. Considérons la vue de dessous d'un chariot du DEOS coupée par le plan de distraction (voir figure VI-5) illustrée sur la figure VI-6.

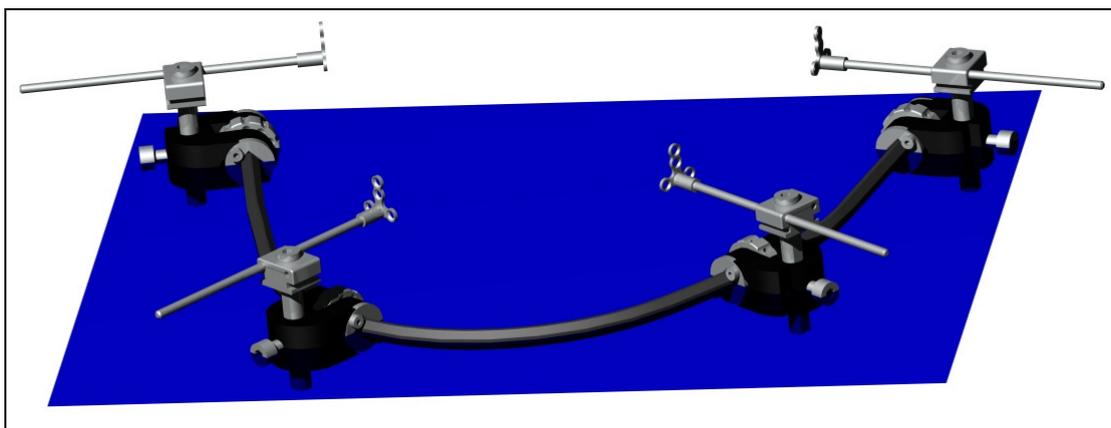


Fig. VI-5 : Plan de distraction du DEOS.

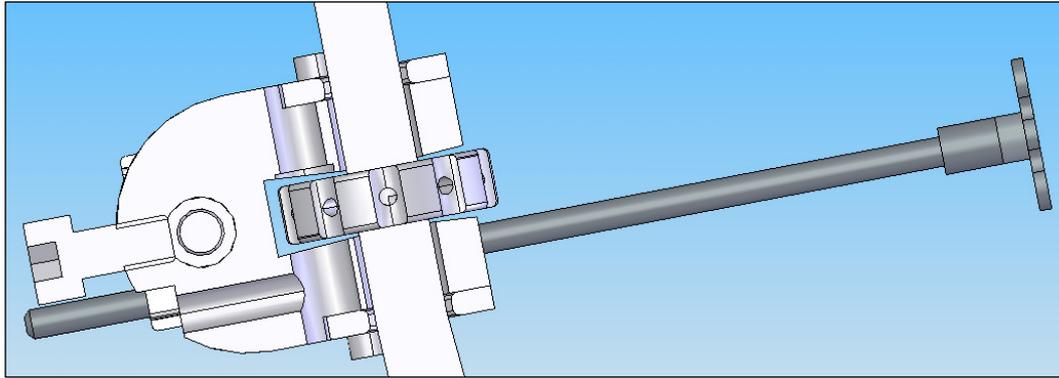


Fig. VI-6 : Vue en coupe du DEOS au niveau d'un chariot.

Comme expliqué au chapitre I, le guidage du rail du DEOS se fait au moyen de surfaces spécialement usinées sur celui-ci. Afin que le coulisement se passe correctement, il est nécessaire de laisser un jeu fonctionnel entre le rail et les rondelles de guidage. Cette solution fonctionne parfaitement dans les portions où le rail est rectiligne.

En revanche, on devine aisément que l'avancement des chariots devient plus délicat lorsque la courbure de la vis sans fin augmente. En effet, si le jeu n'est pas suffisant, des phénomènes de blocage des chariots risquent d'intervenir. Les concepteurs du DEOS ont donc dû trouver un compromis entre un jeu de fonctionnement fort qui permet un coulisement sans encombre des chariots sur l'ensemble du rail et un jeu faible qui permet un guidage précis.

Nous avons donc travaillé lors de la reconception du DEOS sur des solutions permettant d'obtenir à la fois un jeu faible et un glissement sans risque de coincement lorsque le rail est courbé. Cela permet donc de réduire le couple nécessaire à l'activation tout en maintenant une bonne précision sur le déplacement appliqué.

C. Présentation de la solution retenue

1. Vue d'ensemble

La démarche d'optimisation qui vient d'être présentée nous a amenés naturellement à un certain nombre d'évolutions technologiques pour le DEOS. Quelques vues générales de la nouvelle version du DEOS sont exposées sur les figures VI-7 à VI-9. Notons que le filet du rail n'est pas représenté. Cette configuration correspond au DEOS réalisé pour le patient avec lequel nous avons pu effectuer l'étude expérimentale sur la mesure des efforts dans le cas de la mandibule. La dernière de ces trois images représente le DEOS monté sur la mandibule du patient extraite d'un examen scanner.

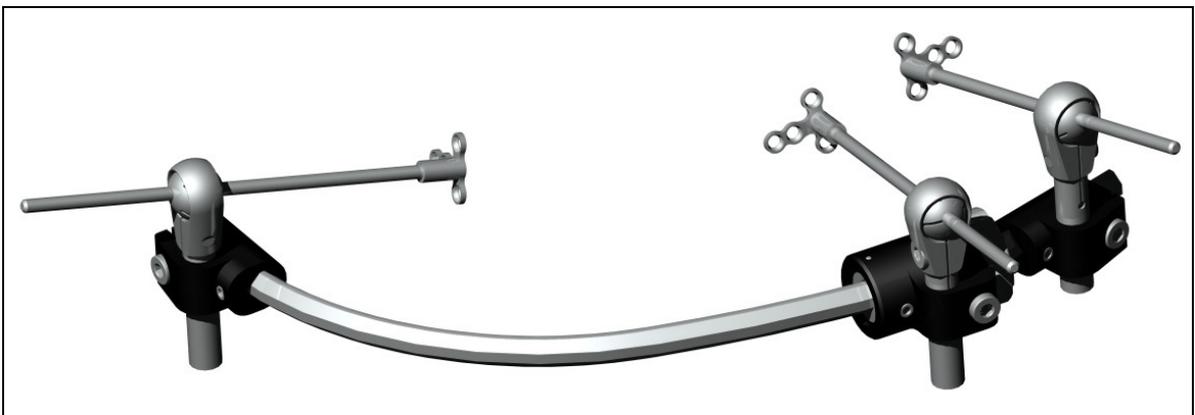


Fig. VI-7 : Vue de devant du nouveau DEOS.

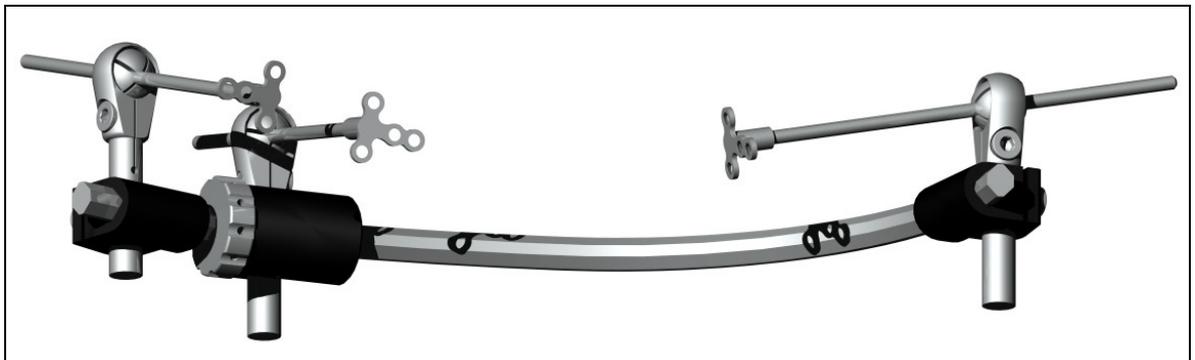


Fig. VI-8 : Vue de derrière du nouveau DEOS.

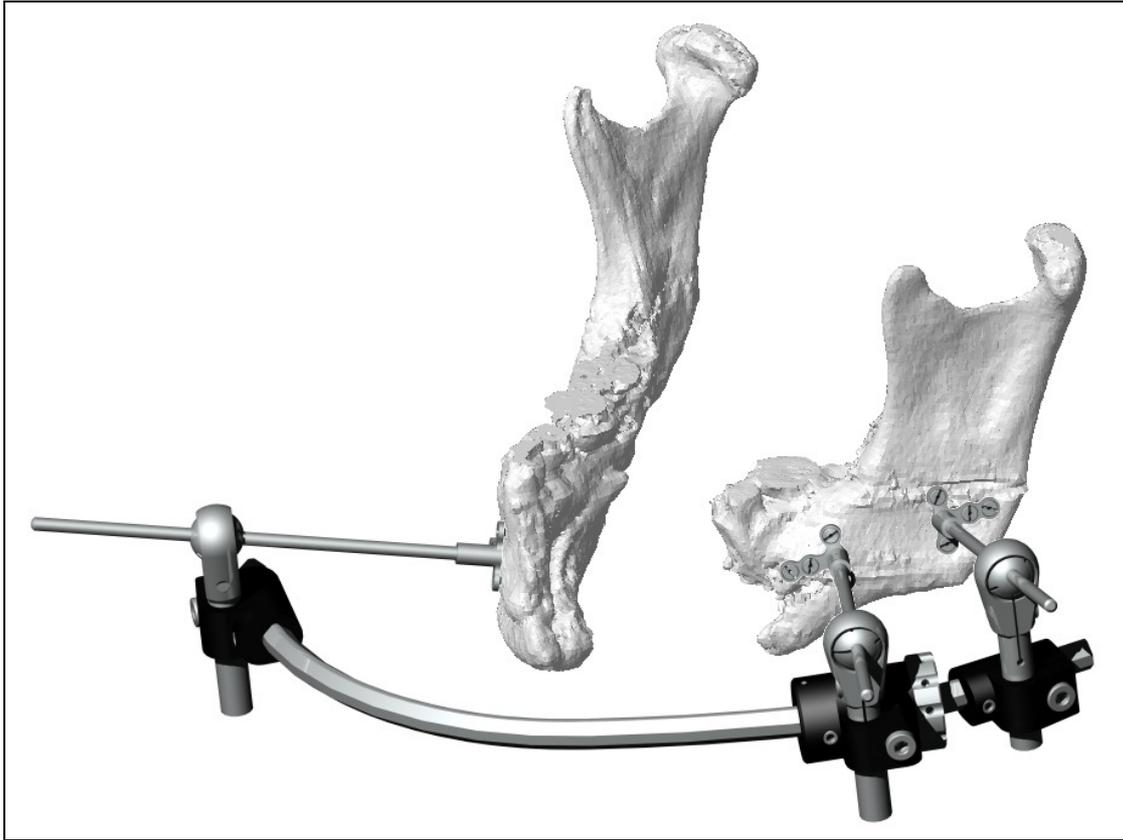


Fig. VI-9 : Vue du nouveau DEOS accompagné de la mandibule à distraquer.

On peut voir sur ses images que nous nous sommes efforcés d'arrondir dans la mesure du possible les parties contiguës du DEOS afin de limiter les risques d'accrochage du dispositif avec l'environnement du patient. Pour les mêmes raisons, l'ensemble des vis utilisées ont été noyées dans la structure. Comme dans le cas du DEOS actuel, il est également possible de couper la partie dépassante des broches afin de limiter la gêne. La fabrication de prototypes de rail en alliage de titane TA6V est actuellement à l'étude chez les sous-traitants d'OBL. Nous allons maintenant passer en revue les différents composants du DEOS modifié.

2. Porte-broche

Le nouveau porte-broche, illustré par les figures VI-10 et VI-11, se compose de quatre pièces réalisées en alliage de titane TA6V. Un système basé sur une liaison rotule permettant le réglage de l'orientation de la broche est utilisé.



Fig. VI-10 : Vue du porte-broche.

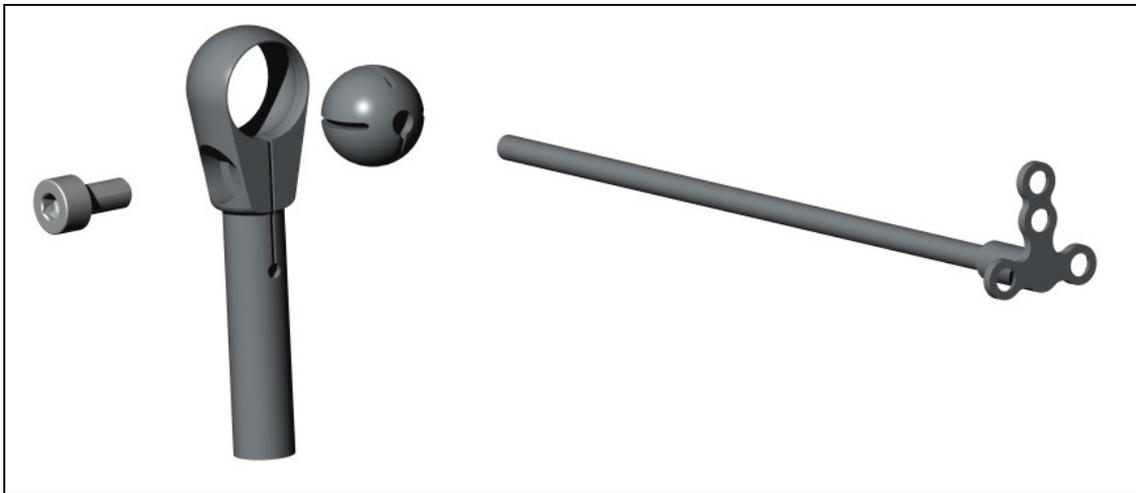


Fig. VI-11 : Vue éclatée du porte-broche.

Cette rotule est constituée d'une olive qui prend place au sein d'une gorge située dans le corps du porte-broche. Cette olive est fendue afin de permettre le serrage de la broche. Une vue en coupe selon le plan passant par l'axe du porte-broche perpendiculaire à l'axe de la vis permet de visualiser cet ensemble (voir figure VI-12).

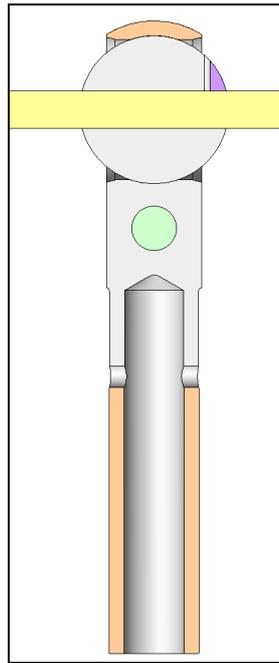


Fig. VI-12 : Vue en coupe du porte-broche.

Lorsque la vis est débloquée, la broche coulisse librement dans l'olive qui peut elle-même tourner dans le corps du porte-broche. Le serrage de la vis permet de pincer l'olive qui elle-même bride la broche. L'ensemble est alors immobilisé grâce à l'adhérence générée. Par ailleurs, le réglage peut-être facilité par le pré-serrage de la vis qui permet de contrôler la friction entre les différentes pièces. Ceci évite que l'ensemble ne bouge trop librement quand l'équipe chirurgicale pose le dispositif. On peut également observer sur cette figure que le corps du porte-broche est évidé afin de minimiser sa masse.

Lors de la fabrication, l'olive est d'abord montée par pression. On peut remarquer les chanfreins situés à l'entrée de son logement qui permettent de faciliter le montage. La broche peut alors être introduite dans l'olive. Une étude élasto-plastique par éléments finis a été utilisée pour vérifier la faisabilité de l'assemblage. Elle a également permis de calculer le couple transmissible par le porte-broche. Celui-ci est de 18 Nm pour un serrage de la vis de 1 Nm, ce qui est largement suffisant pour notre application.

Au final, ce système présente l'avantage d'offrir une grande latitude de réglage tout en garantissant une bonne stabilité.

3. Chariot fixe

Le développement d'un chariot fixe est parmi les avancées apportées au DEOS l'une de celles qui présente le plus d'intérêt. Ce composant, visible sur les figures VI-13 et VI-14, est constitué de quatre pièces. Le corps du chariot est fabriqué en alliage d'aluminium AU4G, contrairement au reste constitué de TA6V.

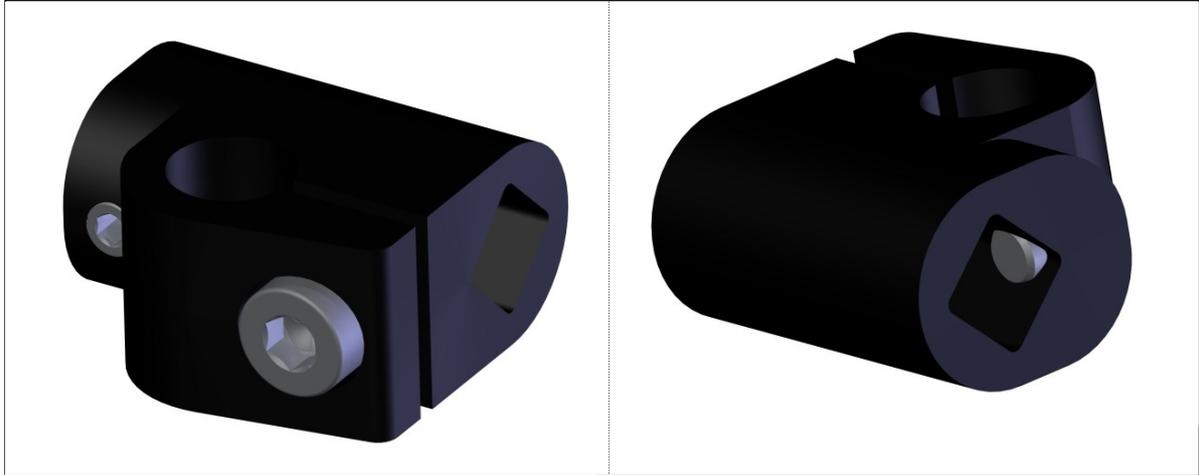


Fig. VI-13 : Vues du chariot fixe.

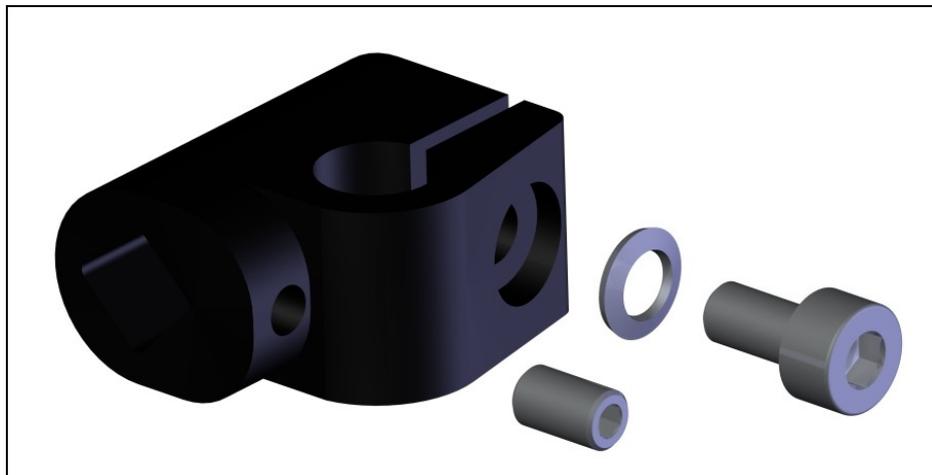


Fig. VI-14 : Vue éclatée du chariot fixe.

La vis sans tête permet le bridage du chariot fixe sur le rail. Elle est assistée pour accomplir cette tâche par la seconde vis. Grâce à la rondelle ressort, celle-ci assure également le pincement du porte-broche. Notons que ce serrage permet de s'affranchir du risque de mauvais positionnement du porte-broche mis en évidence plus haut.

Par ailleurs, l'axe de ce dernier a été rapproché au maximum du rail afin contenir le plus possible les dimensions totales. On peut enfin remarquer que lorsque les vis sont desserrées, le chariot peut être positionné de manière bien plus rapide et pratique qu'avec un chariot mobile.

Cet assemblage comporte 13 pièces qui sont, hormis le corps du chariot réalisé en aluminium AU4G, fabriquées en titane TA6V. On distingue deux vis dont l'une sert au pinçage du porte-broche et l'autre sert au blocage du chariot sur le rail qui peut être utile dans certains cas exposés dans le chapitre I. Par ailleurs, le corps du chariot a été dessiné de manière à minimiser la distance entre le porte-broche et le rail afin de diminuer l'encombrement global.

On trouve ensuite la molette d'activation accompagnée de son système d'indexation composé d'un ressort et d'une bille. L'ensemble est maintenu par un anneau élastique. Comme pour le DEOS actuel, l'utilisation d'une clé à griffe pour l'activation est possible. On peut noter que la molette de commande a été déportée sur un côté du chariot afin de la rendre facilement accessible.

De plus, les rondelles servant au guidage sur le rail ont été montées sur une liaison pivot normale au plan de distraction pour améliorer le guidage. En effet, en laissant libre la rotation des rondelles, leur orientation peut s'adapter à la courbure du rail et on parvient à conserver un jeu fonctionnel réduit, synonyme de bonne précision de la position du chariot. Ce degré de liberté supplémentaire est obtenu au moyen de goupilles. Ceci nécessite également un usinage sphérique du contour des rondelles. On peut enfin remarquer que la surface fonctionnelle de guidage de celles-ci a aussi été travaillée afin de favoriser le glissement. La vue en coupe du chariot présentée sur la figure VI-17 permet de comprendre comment ce composant est assemblé.

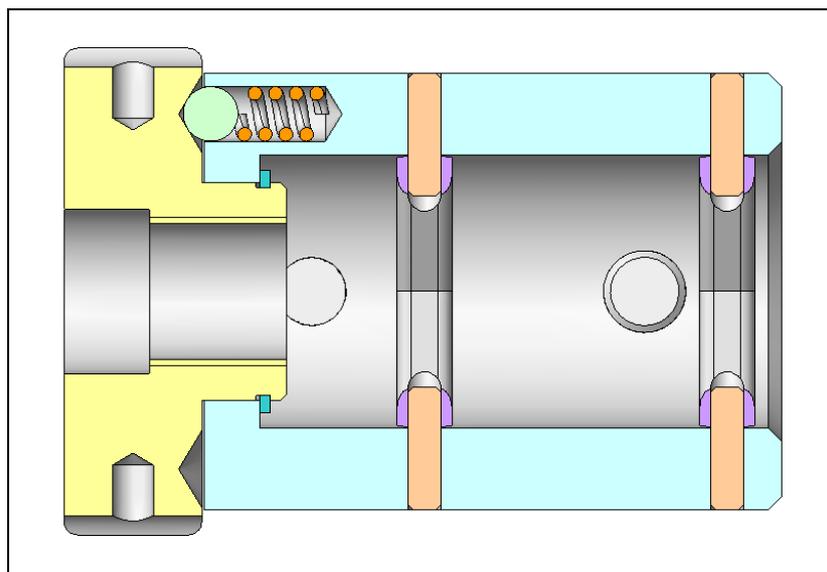


Fig. VI-17 : Vue en coupe du chariot mobile.

La première étape consiste à installer le système d'indexation. On peut ensuite introduire la molette et arrêter l'ensemble grâce à l'anneau élastique. Il est alors possible d'assembler tour à tour les rondelles à l'aide de leurs goupilles. On remarquera que la longueur du taraudage de la molette est limitée afin d'éviter tout problème de blocage lors des passages où la courbure du rail est forte. Nous allons maintenant dresser le bilan des améliorations apportées au DEOS.

D. Evaluation de l'amélioration du DEOS

Dans un premier temps, l'effet des modifications sur l'un des deux paramètres principaux d'optimisation, à savoir la masse, va être étudié. La table VI-1 présente le gain obtenu pour chacun des composants du nouveau DEOS par rapport à la version actuelle.

Composant	Gain de masse
Rail	42 %
Chariot mobile	33 %
Chariot fixe	75 %
Porte-broche	4 %

Table VI-1 : Gain de masse lié à l'optimisation du DEOS.

On observe que les bénéfices les plus importants ont été obtenus sur les composants les plus lourds : chariots et rail. On doit cependant noter que, comme précisé plus haut, la faisabilité du rail en alliage de titane TA6V est encore à l'étude. Le gain de seulement 4 % pour le porte-broche est à relativiser par la faible masse de ce composant et par l'apport fonctionnel réalisé sur celui-ci.

La figure VI-18 illustre l'impact des modifications réalisées sur le DEOS au complet. Nous avons considéré pour chaque version du DEOS l'utilisation d'un rail en titane et en acier. La configuration analysée ici correspond au cas de distraction mandibulaire étudié lors de la campagne d'essais présentée dans le chapitre précédent.

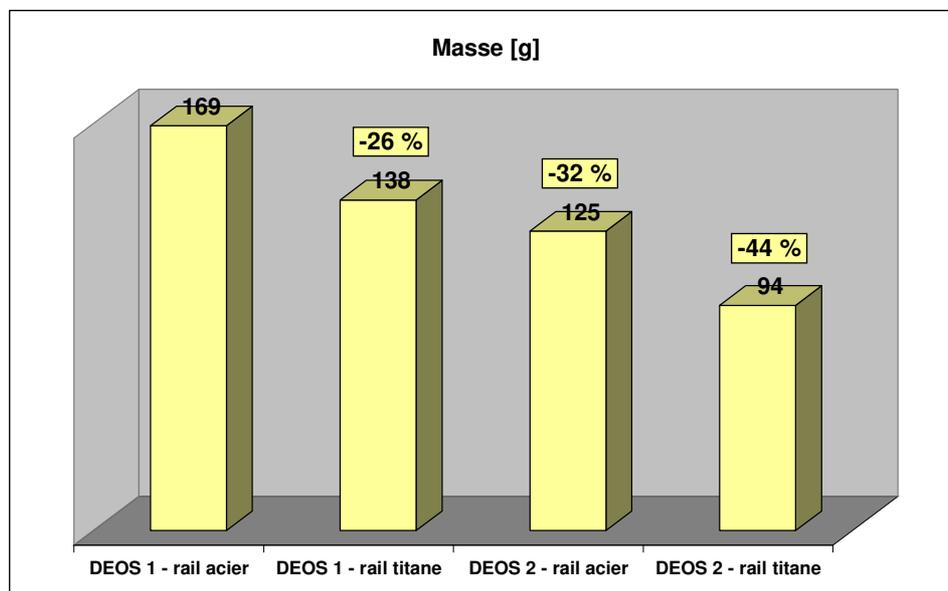


Fig. VI-18 : Comparaison de la masse des différentes versions du DEOS.

On peut observer que le remplacement du rail par une version en titane permettrait un gain d'environ un quart de la masse du DEOS actuel. Cependant, même avec un rail en acier, la nouvelle version reste plus intéressante que celle-ci avec environ un tiers de la masse économisée. Dans le cas d'un rail en titane, on réduit presque de moitié la masse du DEOS qui peut ainsi passer sous la barre des 100 g pour la configuration étudiée. Ce gain est accentué par le rapprochement vers le rail des divers composants qui permet de réduire les réactions générées sur l'os distracté.

Afin d'illustrer la réduction de l'encombrement obtenue, trois images permettant la comparaison des deux versions du DEOS sont proposées sur les figures VI-19 à VI-21.

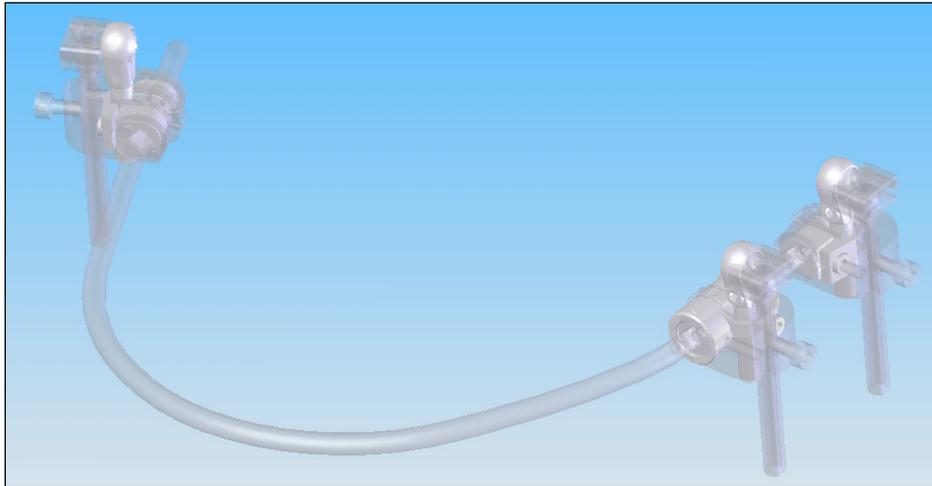


Fig. VI-19 : Comparaison des deux versions du DEOS - vue globale.

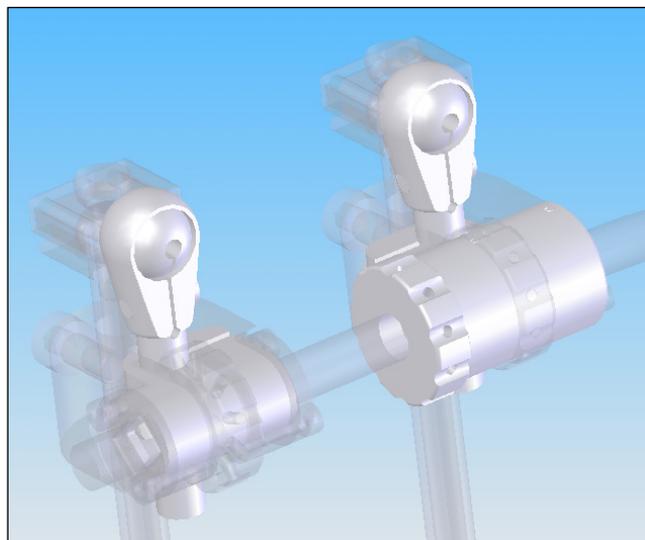


Fig. VI-20 : Comparaison des deux versions du DEOS - vue de l'avant des chariots.

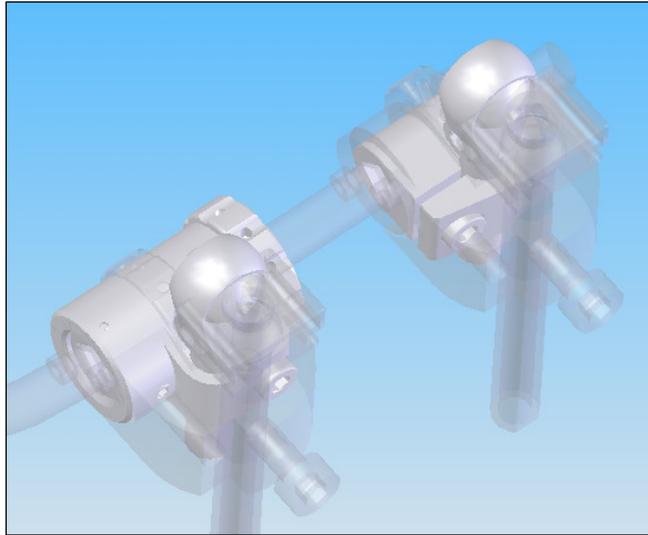


Fig. VI-21 : Comparaison des deux versions du DEOS - vue de l'arrière des chariots.

On remarque tout d'abord le rapprochement vers le rail des divers composants qui réduit de manière notable les dimensions globales. De plus, on peut également observer le gain significatif obtenu pour le chariot fixe. Le dernier point qui apparaît concerne la forme globale des différentes pièces qui est bien moins accidentée pour le distracteur modifié. Ceci permettra de diminuer considérablement les risques d'accrochage dans l'environnement du patient.

E. Conclusion partielle

Ce chapitre, consacré au perfectionnement du DEOS, a débuté par le recensement des besoins et souhaits de ses utilisateurs dans le but de définir précisément nos critères d'optimisation. Deux points sont ressortis comme primordiaux : la masse et l'encombrement du dispositif. Ces paramètres sont en effet un facteur de gêne important pour les patients bénéficiant du DEOS, tant du point de vue physiologique que psychologique. D'autres aspects concernant la fonctionnalité ont également été abordés. Par ailleurs, ces critères ont été enrichis par des contraintes technologiques et commerciales afin de constituer un cahier des charges complet.

Sur cette base et en nous appuyant sur le reste de nos travaux sur la distraction ostéogénique en chirurgie maxillo-faciale, nous avons alors travaillé à la recherche de solutions technologiques visant l'amélioration du DEOS. Les meilleures ont été réunies afin d'aboutir à la reconception quasi-complète du dispositif.

Nous avons pu au final, et conformément aux attentes d'OBL, développer une nouvelle version du DEOS largement plus légère et moins encombrante. Celle-ci présente de plus une meilleure fonctionnalité. Elle constitue en quelque sorte la mise en application de tous les résultats qui ont pu être obtenus tout au long de nos travaux. La fabrication de prototypes est actuellement à l'étude en collaboration avec les sous-traitants d'OBL.

Perspectives et conclusion

Lors de ce travail, nous nous sommes attachés à aborder la distraction ostéogénique sous plusieurs aspects. Son intérêt repose en grande partie sur le fait qu'il reste attaché à améliorer les traitements par distraction. Nous avons en effet constamment cherché à tirer des enseignements pratiques de nos résultats afin d'en faire bénéficier les patients.

Tout le début de cette thèse est dédié à établir l'ensemble des connaissances nécessaires à une bonne compréhension des phénomènes mis en jeu lors de la distraction. L'aspect clinique a été longuement considéré afin de bien appréhender dans quelles directions orienter nos recherches dans le but de répondre aux problématiques concrètes posées par les chirurgiens.

L'étude de la biologie osseuse, et en particulier de l'ostéogenèse, a permis de mettre en évidence les mécanismes cellulaires impliqués dans la distraction. Cela s'est avéré indispensable dans notre réflexion sur les moyens d'optimiser ce type de traitement.

En biomécanique, le recours à l'expérience est toujours difficile pour des questions éthiques évidentes. Certaines données, comme l'évolution précise des constituants et des propriétés mécaniques des régénérats de distraction, sont même impossibles à obtenir expérimentalement, au moins chez l'humain. Pour ces raisons, le recours à la modélisation numérique s'est rapidement montré indispensable. En passant en revue l'ensemble des approches proposées dans la littérature, nous avons constaté la pénurie de modèles capables de décrire correctement le comportement global des cals de distraction.

Afin de pallier à ce manque, nous avons proposé une approche micromécanique basée sur la prise en compte de l'évolution de la fraction volumique des tissus potentiellement présents dans les régénérats. Ces transformations de la microstructure sont intégrées à notre approche au travers des phénomènes de mécano-transduction bien décrits dans la littérature. Notre modèle, développé en grandes déformations, présente la particularité de considérer la croissance du cal comme une déformation permanente de type visqueuse. Celle-ci a été définie comme la superposition d'une partie plastique, correspondant au changement de forme, et d'une déformation de croissance qui décrit le gain de volume irréversible.

Une routine destinée au logiciel ABAQUS a été développée sur la base d'une approche en transformations finies afin de pouvoir mettre en pratique notre modèle. Celle-ci est basée sur une intégration implicite de la loi de comportement que nous proposons. Afin de valider et de calibrer notre modèle ainsi que pour obtenir des premiers résultats, la distraction a été simulée à l'aide d'un modèle simplifié. L'influence des différents paramètres de notre approche a pu être identifiée.

Nous avons alors pu simuler des phénomènes liés à la distraction ostéogénique encore jamais décrits numériquement. L'évolution de la force de distraction, dont la dépendance au temps est bien établie, a pu être reproduite, de même que celles de la section du cal et du déplacement relatif des segments osseux. Nous avons aussi pu simuler l'évolution de toutes grandeurs mésoscopiques telles que la contrainte et les différentes déformations. De plus, l'évolution de la composition du cal par les phénomènes de différenciation tissulaire a également pu être décrite.

Ce modèle a enfin été utilisé pour établir des propositions pratiques pour l'amélioration des protocoles et des dispositifs de distraction. Nous avons mis en évidence l'intérêt d'une fréquence d'activation élevée permettant de réduire les risques de lésion du cal tout en favorisant une ostéogenèse plus efficiente. Augmenter la fréquence d'activation autorise potentiellement une augmentation du taux de distraction donc un raccourcissement du temps de traitement, principal inconvénient de cette technique. De la même manière, une augmentation progressive du taux de distraction au cours du traitement pourrait également présenter des avantages notables par rapport aux rythmes constants classiquement utilisés. Enfin, la conception des dispositifs de distraction, et en particulier la maîtrise de la manière dont l'incrément de distraction est imposé à l'os, a une importance capitale.

La suite logique de ce travail est l'incorporation de la routine de distraction dans le logiciel ABAQUS. Celle-ci permettra notamment d'obtenir l'évolution de la répartition des tissus au sein du régénérat. Ces résultats pourront alors être comparés aux coupes histologiques disponibles dans la littérature.

Afin de mieux connaître l'évolution des efforts générés lors de la distraction, une campagne d'essais a été menée avec la participation de deux patients bénéficiant du DEOS. Même si les résultats de ces essais ne sont pas complets en raison de certains aléas liés à la complexité des études expérimentales chez l'humain, ils ont pu permettre de dégager certaines conclusions.

En premier lieu, nous avons retrouvé le comportement visqueux attendu. La relaxation obtenue corrobore à la fois les informations disponibles dans la littérature et nos simulations. Les pics de force de distraction mesurés après chaque activation sont également très consistants avec les informations de la littérature. En outre, nos travaux, comme d'autres, remettent en cause la valeur des propriétés élastiques généralement utilisées pour le tissu granulaire dans les études numériques.

D'autre part, un moment de flexion sur le cal a été enregistré lors de la distraction. Il illustre le fait que lors du transport osseux, l'allongement du cal s'accompagne d'une réorientation. Dans le futur, nous tenterons de mieux caractériser ce comportement par l'utilisation de modèles numériques par éléments finis. L'action éventuelle des tissus environnants pourra également être étudiée. Nous nous appuyerons sur notre capacité à produire des modèles spécifiques à chaque patient qui autorisent des résultats plus fidèles aux essais. De plus, nous tenterons également d'enrichir notre base de résultats par la réalisation de nouveaux essais en tâchant de rendre notre matériel de mesure plus fiable.

Enfin, il sera très intéressant de réaliser des études croisant expérimentation et simulation de la distraction. Nous chercherons à effectuer des analyses éléments finis intégrant notre routine de distraction sur les données spécifiques à un patient pour lequel une étude expérimentale a été menée. Nous pourrions ainsi éprouver notre modèle et affiner ses paramètres constitutifs.

Un autre apport de ce travail, primordial pour OBL, est la reconception du DEOS qui a permis des avancées notables sur les paramètres essentiels que sont sa masse, son encombrement et sa fonctionnalité. Après la fabrication des prototypes, une validation expérimentale du dispositif amélioré est prévue. Il pourra ensuite être testé cliniquement.

Références bibliographiques

- [1] Aldegheri R, Renzi-Brivio L, Agostini S. The callotasis method of limb lengthening. *Clin Orthop Relat Res.* 1989;241:137-45.
- [2] Guichet JM, Braillon P, Bodenreider O, Lascombes P. Periosteum and bone marrow in bone lengthening: a DEXA quantitative evaluation in rabbits. *Acta Orthopaedica Scandinavia* 1998;69:527-31.
- [3] Frayssinet P, Guichet JM. Cellular aspects of bone regeneration: role of bone marrow periostium. *Rev Chir Orthop Reparatrice Appar Mot.* 2004;90:765-70.
- [4] Ilizarov GA. The principles of the Ilizarov method. *Bull Hosp Jt Dis Orthop Inst.* 1988; 48:1-11.
- [5] Ilizarov GA. The tension-stress effect on the genesis and growth of tissues. Part I. The influence of stability of fixation and soft-tissue preservation. *Clin Orthop Relat Res.* 1989; 238:249-81.
- [6] Ilizarov GA. The tension-stress effect on the genesis and growth of tissues. Part II. The influence of the rate and frequency of distraction. *Clin Orthop* 1989;239:263-85.
- [7] Ilizarov GA. The possibilities offered by our method for lengthening various segments in upper and lower limbs. *Basic Life Sci.* 1988; 48:323-4.
- [8] Mullender M, El Haj AJ, Yang Y, van Duin MA, Burger EH, Klein-Nulend J. Mechanotransduction of bone cells *in vitro*: mechanobiology of bone tissue. *Medical & Biological Engineering & Computing* 2004;42:14-21.
- [9] Klein-Nulend J, Bacabac RG, Mullender MG. Mechanobiology of bone tissue. *Pathologie Biologie* 2005;53:576-80.
- [10] Pedersen JA, Swartz MA. Mechanobiology in the third dimension. *Annals of Biomedical Engineering* 2005;33:1469-90.
- [11] McCarthy JG, Stelnicki EJ, Grayson BH. Distraction osteogenesis of the mandible: A ten-tear experience. *Seminars in Orthodontics* 1999;5:3-8.
- [12] Warren SM, Mehara BJ, Steinbrech DS, Paccione MF, Greenwald JA, Spector JA, Longaker MT. Rat mandibular distraction osteogenesis: Part III. Gradual distraction versus acute lengthening. *Experimental Plastic & Reconstructive Surgery* 2001;107:441-53.
- [13] Esterhai JL Jr, Brighton CT, Heppenstall RB, Thrower A. Nonunion of the humerus. Clinical, roentgenographic, scintigraphic, and response characteristics to treatment with constant direct current stimulation of osteogenesis. *Clin Orthop Relat Res.* 1986;211:228-34.
- [14] Doblaré M, García JM, Gómez MJ. Modelling bone tissue fracture and healing: a review. *Engineering Fracture Mechanics* 2004;71:1809-40.
- [15] Codivila A. On the means of lengthening in the lower limbs, the muscles, and tissues which are shortened through deformity. *American Journal of Orthopaedics Surgery* 1905;2:353.
- [16] Abott L. The operative lengthening of the tibia and fibula. *J Bone Joint Surgery* 1927;9:128-52.
- [17] Mosca V, Moseley CF. Complications of Wagner leg lengthening and their avoidance. *Orthop Trans* 1986;10:462.

- [18] Paley D. Problems, obstacles and complications of limb lengthening by the Ilizarov technique. *Clinical Orthopaedics & Related Research* 1990;343:135-43.
- [19] Paley D. Current techniques of limb lengthening. *Journal of Pediatric Orthopaedics* 1988;8:73-92.
- [20] Zarycki D, Tesiorowski M, Zarzycka M, Kacki W, Jasiewicz B. Long-term results of lower limb lengthening by the Wagner method. *Journal of Pediatric Orthopaedics* 2002;22:371-4.
- [21] Wikipedia - <http://en.wikipedia.org>
- [22] Snyder CC, Levine GA, Swanson HM, Browne EZ Jr. Mandibular lengthening by gradual distraction. Preliminary report. *Plast Reconstr Surg* 1973; 51:506-8.
- [23] Michieli S, Miotti B. Lengthening of mandibular body by gradual surgical-orthodontic distraction. *J Oral Surgery* 1977;35:187-92.
- [24] Kutsevliak VI, Sukachev VA. Distraktsiia nizhnei cheliusti. v eksperimente. *Stomatologiia* 1984;63:13-5.
- [25] Karp NS, Thorne CH, McCarthy JG, Sissons HA. Bone lengthening in the craniofacial skeleton. *Ann Plast Surg* 1990;24:231-7.
- [26] Karp NS, McCarthy JG, Schreiber JS, Sissons HA, Thorne CH. Membranous bone lengthening: A serial histological study. *Ann Plast Surg* 1992;29:2-7.
- [27] McCarthy JG, Schreiber J, Karp N, Thorne CH, Grayson BH. Lengthening the human mandible by gradual distraction. *Plast Reconstr Surg* 1992;89:1-8.
- [28] Tessier P. Foreword. Dans : McCarthy JG. *Distraction of the craniofacial skeleton*. Ed. Springer, 1999.
- [29] Van Sickels JE. Need for distraction osteogenesis. Dans : *Distraction osteogenesis of the facial skeleton*. Ed. BC Decker Inc, 2007.
- [30] Murray JE. *Surgery of the Soul: Reflections on a Curious Career*. Ed. Science History Pubns, 2004.
- [31] Ollier L. *Traité expérimental et clinique de la régénération des os et de la production artificielle du tissu osseux*. Ed. Masson, 1867.
- [32] Labbé D, Nicolas J, Kaluzinski E, Soubeyrand E, Sabin P, Compère JF, Bénateau H. Gunshot Wounds: Reconstruction of the lower face by osteogenic distraction. *Plastic and Reconstructive Surgery* 2005;116:1596-603.
- [33] Labbé D, Badie Modiri B, Kaluzinski E, Compère JF. Reconstruction mandibulaire par distraction osseuse progressive chez les traumatisés par arme de chasse. A propos de cinq cas. *Ann Chir Plast Esthet* 1998;43,2:142-8.
- [34] Labbé D, Bénateau H, Kaluzinski E, Sabin P. Distraction ostéogénique mandibulaire et prothèse sur implants. À propos d'un cas clinique. *Ann Chir Plast Esthet* 2001;46:323-9.
- [35] Van Sickels JE. Distraction osteogenesis: advancements in the last 10 years. *Oral Maxillofac Surg Clin North Am* 2007;19:565-74.
- [36] Morovic CG, Monasterio L. Distraction osteogenesis for obstructive apneas in patients with congenital craniofacial malformations. *Plast Reconstr Surg* 2000;105:2324-30.

- [37] Dean A, Alamillos F. Mandibular distraction in temporo-mandibular joint ankylosis. *Plast Reconstr Surg* 1999;104:2021-31.
- [38] Bell WH, Guerrero CA. Distraction osteogenesis of the facial skeleton. Ed. BC Decker Inc, 2007.
- [39] Molina F, Ortiz Monasterio F. Mandibular elongation and remodelling by distraction : a farewell to major osteotomies. *Plast reconstr Surg* 1995;96:825-42.
- [40] Labbé D, Bénateau H, Kaluzinski E, Sabin P. Mandibular Distraction Osteogenesis and Gunshot Injuries. 3rd International Congress on Cranial and Facial Bone Distraction Processes. 19-21 juin, Paris, France. *Monduzzi Editorre*:413-8.
- [41] Synthes - <http://www.synthes.com>
- [42] Normed - <http://www.normed-online.com>
- [43] González-García R, Rodríguez-Campo FJ, Naval-Gías L, Sastre-Pérez J, Díaz-González FJ. The effect of radiation in distraction osteogenesis for reconstruction of mandibular segmental defects. *Br J Oral Maxillofac Surg* 2007;45:314-6.
- [44] Kashiwa K, Kobayashi S, Kimura H, Honda T, Nohara T, Fujiwara H, Hosoya Y, Arai Y. Reconstruction of a severe maxillofacial deformity after tumorectomy and irradiation using distraction osteogenesis and LeFort I osteotomy before vascularized bone graft. *J Craniofac Surg* 2007;18:1133-7.
- [45] Postaire M, Daas M, Dada K. Prothèses et implants pour l'édenté complet mandibulaire. Ed. Quintessence International, 2006.
- [46] Ramé A, Théron S. Anatomie et physiologie. Ed. Elsevier Masson, 2006.
- [47] Gaudy JF. Anatomie clinique. Ed. CdP, 2003.
- [48] Williams PL. Gray's anatomy. Ed. Churchill Livingstone, 1995.
- [49] Weiner S, Wagner HD. The material bone: structure-mechanical function relations. *Ann Rev Mater Sci* 1998;28:271-98.
- [50] Caplan AI. Mesenchymal stem cells. *J Orthop Res* 1991;9:641-50.
- [51] Pittenger MF, Mackay AM, Beck SC, Jaiswal RK, Douglas R, Mosca JD. Multilineage potential of adult mesenchymal stem cells. *Science* 1999;284:143-7.
- [52] Lerat JL. CHU Pitié-Salpêtrière (AP-HP) - <http://www.chups.jussieu.fr>
- [53] Paget J. On a form of chronic inflammation of bones (osteitis deformans). *Trans Med-Chir Soc* 1877;60:37-63.
- [54] Burger EH, Klein-Nulend J. Mechanotransduction in bone - role of the lacuno-canalicular network. *FASEB J* 1999;13 Suppl:S101-12.
- [55] Curtis TA, Ashrafi SH, Weber DF. Canalicular communication in the cortices of human long bones. *Anat Rec* 1985;212:336-44.
- [56] Doblaré M, García JM, Gómez MJ. Modelling bone tissue fracture and healing: a review. *Engineering Fracture Mechanics* 2004;71:1809-40.
- [57] Ginebra MP, Planell JA, Ontañón M, Aparicio C. Structure and mechanical properties of cortical bone. Dans : *Structural biological materials*. Ed. Pergamon Press, 2000.
- [58] Williams PL. Gray's anatomy. Ed. Churchill Livingstone, 1995.

- [59] Vose GP, Kubala AL. Bone strength - its relationship to X-ray-determined ash content. *Human Biol* 1959;31:261-70.
- [60] Carter DR, Hayes WC. The compressive behavior of bone as a two-phase porous structure. *J Bone Joint Surg* 1977;59A:954-62.
- [61] Carter DR, Spengler DR. Mechanical properties and composition of cortical bone. *Clin Orthop Rel Res* 1978;135:192-217.
- [62] Gibson LJ. The mechanical behaviour of cancellous bone. *J Biomech* 1985;18:317-28.
- [63] Goldstein SA. The mechanical properties of trabecular bone: dependence on anatomic location and function. *J Biomech* 1987;20:1055-61.
- [64] Rice JC, Cowin SC, Bowman JA. On the dependence of the elasticity and strength of cancellous bone on apparent density. *J Biomech* 1988;21:155-68.
- [65] Martin RB. Determinants of the mechanical properties of bones. *J Biomech* 1991;24(S1):79-88.
- [66] Lotz JC, Gerhart TN, Hayes WC. Mechanical properties of metaphyseal bone in the proximal femur. *J Biomech* 1991;24:317-29.
- [67] Pietruszczak S, Inglis D, Pande GN. A fabric-dependent fracture criterion for bone. *J Biomech* 1999;32(10):1071-9.
- [68] Fujikawa Y, Quinn JM, Sabokbar A, McGee JO, Athanasou NA. The human osteoclast precursor circulates in the monocyte fraction. *Endocrinology* 1996;137:4058-60.
- [69] Ducky P, Schinke T, Karsenty G. The osteoblast: a sophisticated fibroblast under central surveillance. *Science* 2000;289:1501-4.
- [70] Donahue HJ, McLeod KJ, Rubin CT, Andersen J, Grine EA, Hertzberg EL, Bronk PR. Cell-to-cell communication in osteoblastic networks: cell line-dependent hormonal regulation of gap junction function. *J Bone Miner* 1995;10:881-9.
- [71] Hofbauer LC, Khosla S, Dunstan CR, Lacey DL, Boyle WJ, Riggs BL. The roles of osteoprotegerin ligand in the paracrine regulation of bone resorption. *J Bone Miner Res* 2000;15:2-12.
- [72] Albright J, Skinner H. Bone: structural organization and remodelling dynamics. Dans : Albright J, Brand R. *The scientific basis of orthopaedics*. Ed. Appleton and Lange, 1987.
- [73] Aszodi A, Bateman JF, Gustafsson E, Boot-Handford R, Fassler R. Mammalian skeletogenesis and extra-cellular matrix: what can we learn from knockout mice ? *Cell Struct Funct* 2000;25:73-84.
- [74] Aubin JE. Bone stem cells. *J Cell Biomech* 1998; Suppl. 30-31:73-82.
- [75] Aubin JE, Bonnelye E. Osteoprotegerin and its ligand: a new paradigm for regulation of osteoclastogenesis and bone resorption. *Medscape Womens Health* 2000;5:5.
- [76] Wolff J. *Das gesetz der transformation der knochen*. 1892; Berlin: Hirschwald; 488.
- [77] Beaupré GS, Orr TE, Carter DR. An approach for time-dependant bone modelling and remodelling-theoretical development. *J Orthopaed Res* 1990;8:651-61.
- [78] Weinans H, Huiskes R, Grootenboer HJ. The behavior of adaptative bone remodeling simulation models. *J Biomech* 1992;25:1425- 49.

- [79] Turner CH, Anne V, Pidaparti RMV. A uniform strain criterion for trabecular bone adaptation: do continuum-level strain gradients drive adaptation ? *J Biomech* 1997;30:555-63.
- [80] Doblaré M, García JM. Application of an anisotropic bone-remodelling model based on a damage-repair theory to the analysis of the proximal femur before and after total hip replacement. *J Biomech* 2001;34:1157– 70.
- [81] Carter DR, Orr TE, Pyhrie DP. Relationships between loading history and femoral cancellous bone architecture. *J Biomech* 1989;22:231–44.
- [82] Cowin SC, Sadegh AM, Luo GM. An evolutionary Wolff's law for trabecular architecture. *Journal of Biomechanical Engineering* 1992;114:129–36.
- [83] Frost HM. Bone remodeling dynamics. Ed. Charles C. Thomas, 1963.
- [84] Fridez P. Modélisation de l'adaptation osseuse externe. Thèse, Physics Department, EPFL, Lausanne, 1996.
- [85] Jacobs CR. Adaptive bone remodeling incorporating simultaneous density and anisotropy considerations. *J Biomech* 1997;30:603-13.
- [86] Klein E, Noble Smith E. Atlas of histology. Ed. Elder and Co, 1880.
- [87] Carter DR, Beaupre GS, Giori NJ, Helms JA. Mechanobiology of skeletal regeneration. *Clin Orthop* 1998;S41-55
- [88] Carter DR, Beaupre GS. Mechanobiology of skeletal development, aging, and regeneration. Ed. Cambridge Univ. Press, 2001.
- [89] Rowe N, Mehrara B, Dudziak M, Steinbreck D, Mackool R, Gittes G, McCarthy J, Longaker M. Rat mandibular distraction osteogenesis: Part I. Histologic and radiographic analysis. *Plast Reconstr Surg* 1998;102:2022-2032.
- [90] Loba E, Fang T, Warren S, Lindsey D, Fong K, Longaker M, Carter D. Mechanobiology of mandibular distraction osteogenesis: experimental analyses with a rat model. *Bone* 2004;34:336-43.
- [91] Bouletreau PJ, Warren SM, Longaker MT. The molecular biology of distraction osteogenesis. *J Craniomaxillofac Surg* 2002;30:1-11
- [92] Califano L, Cortese A, Zupi A, Tajana G. Mandibular lengthening by external distraction: an experimental study in the rabbit. *J Oral Maxillofac Surg* 1994;52:1179-83.
- [93] Karaharju T, Karaharju ED, Ranta R. Mandibular distraction: an experimental study on sheep. *J Craniomaxillofac Surg* 1990;18:280-3.
- [94] Komuro Y, Takato T, Harri K, Yonemara Y. The histological analysis of distraction osteogenesis of the mandible in rabbits. *Plast Reconstr Surg* 1994;94:153-9.
- [95] Paccione MF, Mehrara BJ, Warren SM, Greenwald JA, Spector JA, Luchs JS. Rat mandibular distraction osteogenesis: latency, rate and rhythm determine the adaptive response. *J Craniofac Surg* 2001;12:175-82.
- [96] Richards M, Goulet JA, Weiss JA, Waanders NA, Schaffler MB, Goldstein SA. Bone regeneration and fracture healing. Experience with distraction osteogenesis model. *Clin Orthop* 1998;S191-204.

- [97] Caplan AI, Boyan BD. Endochondral bone formation: the lineage cascade. Dans : Raton B. Mechanism of bone development and growth. Ed. CRC Press, 1994.
- [98] Pauwels F. Eine neue theorie über den einflub mechanischer reize auf die differenzierung der steutzgewebe. *Z Anat Entwicklungsgeschichte* 1960;121:478–515.
- [99] Carter DR, Blenman PR, Beaupré GS. Correlations between mechanical stress history and tissue differentiation in initial fracture healing. *J Orthop Res* 1988;6:736-48.
- [100] Lacroix D. Simulation of tissue differentiation during fracture healing. Thèse, University of Dublin, 2000.
- [101] Claes LE, Heigele CA. Magnitudes of local stress and strain along bony surfaces predict the course and type of fracture healing. *J Biomech* 1999;32:255-66.
- [102] Gardner TN, Stoll T, Marks L, Mishra S, Knothe Tate M. The influence of mechanical stimulus on the pattern of tissue differentiation in a long bone fracture-an FEM study. *J Biomech* 2000;33:415–25.
- [103] Prendergast PJ, Huiskes R, Soballe K. Biophysical stimuli on cells during tissue differentiation at implant interfaces. *J Biomech* 1997;6:539-48.
- [104] Bailón-Plaza A, Van Der Meulen MCH. A mathematical framework to study the effects of growth factor influences on fracture healing. *J Theor Biol* 2001;212:191-209.
- [105] Claes LE, Wilke HJ, Augat P, Reubenacker S, Margevicius K. Effect of dynamization of gap healing of diaphyseal fractures under external fixation. *Clin Biomech* 1995;8:227-34.
- [106] Roberts WE, Turley PK, Brezniak N, Fielder PJ. Bone physiology and metabolism. *Calif Dent Assoc J* 1987;15:54–61.
- [107] Cattaneo PM, Kofod T, Dalstra M, Melsen B. Using the finite element method to model the biomechanics of the asymmetric mandible before, during and after skeletal correction by distraction osteogenesis. *Comput Methods Biomech Biomed Engin.* 2005;8:157-65.
- [108] Kofod T, Cattaneo PM, Dalstra M, Melsen B. Three-dimensional finite element analysis of the mandible and temporomandibular joint during vertical ramus elongation by distraction osteogenesis. *J Craniofac Surg.* 2005;16:586-93.
- [109] Kofod T, Cattaneo PM, Melsen B. Three-dimensional finite element analysis of the mandible and temporomandibular joint on simulated occlusal forces before and after vertical ramus elongation by distraction osteogenesis. *J Craniofac Surg.* 200;16:421-9.
- [110] Basciftci FA, Korkmaz HH, Işeri H, Malkoç S. Biomechanical evaluation of mandibular midline distraction osteogenesis by using the finite element method. *Am J Orthod Dentofacial Orthop.* 200;125:706-15.
- [111] Del Santo M Jr. Biomechanical FEM evaluation of distraction osteogenesis. *Am J Orthod Dentofacial Orthop.* 200;126:19A-20A.
- [112] Bellini CM, Raimondi MT, Grecchi F. Bi-directional distraction in the treatment of micro-orbitism: a case report. *J Craniomaxillofac Surg.* 2007;35:234-40.
- [113] Remmler D, Olson L, Duke D, Ekstrom R, Matthews D, Ullrich CG. Presurgical finite element analysis from routine computed tomography studies for craniofacial distraction: II. An engineering prediction model for gradual correction of asymmetric skull deformities. *Plast Reconstr Surg.* 1998;102:1395-404.

- [114] Boccaccio A, Lamberti L, Pappalettere C, Cozzani M, Siciliani G. Comparison of different orthodontic devices for mandibular symphyseal distraction osteogenesis: a finite element study. *Am J Orthod Dentofacial Orthop.* 200;134:260-9.
- [115] Boccaccio A, Lamberti L, Pappalettere C, Carano A, Cozzani M. Mechanical behavior of an osteotomized mandible with distraction orthodontic devices. *J Biomech.* 2006;39:2907-18.
- [116] Kim UK, Chung IK, Lee KH, Swift JQ, Seong WJ, Ko CC. Bone regeneration in mandibular distraction osteogenesis combined with compression stimulation. *J Oral Maxillofac Surg.* 2006;64:1498-505.
- [117] Wren TA, Beaupré GS, Carter DR. A model for loading-dependent growth, development, and adaptation of tendons and ligaments. *J Biomech.* 1998;31:107-14.
- [118] Loba EG, Beaupre GS, Carter DR. Mechanobiology of initial pseudarthrosis formation with oblique fractures. *J Orthop Res.* 2001;19:1067-72.
- [119] Loba EG, Fang TD, Parker DW, Warren SM, Fong KD, Longaker MT, Carter DR. Mechanobiology of mandibular distraction osteogenesis: finite element analysis with a rat model. *J Orthop Res.* 2005;23:663-70.
- [120] Loba EG, Wren TAL, Beaupré GS, Carter DR. Mechanobiology of soft skeletal tissue differentiation - a computational approach of a fiber-reinforced poroelastic model based on homogeneous and isotropic simplifications. *Biomech Model Mechanobiol.* 2003;2:83-96.
- [121] Morgan EF, Longaker MT, Carter DR. Relationships between tissue dilatation and differentiation in distraction osteogenesis. *Matrix Biology* 2006;25:94-103.
- [122] Lacroix D, Prendergast PJ. A mechano-regulation model for tissue differentiation during fracture healing: analysis of gap size and loading. *J Biomech.* 2002;35:1163-71.
- [123] Isaksson H, Donkelaar CC, Huiskes R, Ito K. Corroboration of mechanoregulatory algorithms for tissue differentiation during fracture healing: comparison with in vivo results. *J Orthop Res.* 2006;24, 898-907.
- [124] Andreykiv A, Prendergast PJ, van Keulen F, Swieszkowski W, Rozing PM. Bone ingrowth simulation for a concept glenoid component design. *J Biomech.* 2005;38:1023-33.
- [125] Huiskes R, van Driel WD, Prendergast PJ, Søballe K. A biomechanical regulatory model of periprosthetic tissue differentiation. *J Mater Sci Mater Med.* 1997;8:785-8.
- [126] Kelly DJ, Prendergast PJ. Mechano-regulation of stem cell differentiation and tissue regeneration in osteochondral defects. *J Biomech.* 2005;38:1413-22.
- [127] Geris L, Van Oosterwyck H, Vander Sloten J, Duyck J, Naert I. Assessment of mechanobiological models for the numerical simulation of tissue differentiation around immediately loaded implants. *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering.* 2003;6:277-88.
- [128] Geris L, Andreykiv A, Oosterwyck, HV, Vander Sloten J, van Keulen F, Duyck J, Naert I. Numerical simulation of tissue differentiation around loaded titanium implants in a bone chamber. *J Biomech.* 2004;37:763-9.
- [129] Boccaccio A, Prendergast PJ, Pappalettere C, Kelly DJ. Tissue differentiation and bone regeneration in an osteotomized mandible: a computational analysis of the latency period. *Med Bio Eng Comput.* 2008;46:283-98.

- [130] Boccaccio A, Pappalettere C, Kelly DJ. The influence of expansion rates on mandibular distraction osteogenesis: a computational analysis. *Ann Biomed Eng.* 2007;35:1940-60.
- [131] Isaksson H, Comas O, van Donkelaar CC, Mediavilla J, Wilson W, Huijskes R, Ito K. Bone regeneration during distraction osteogenesis: mechano-regulation by shear strain and fluid velocity. *J Biomech.* 2007;40:2002-2011.
- [132] Reina-Romo E, Gómez-Benito MJ, García-Aznar JM, Domínguez J, Doblaré M. Limb lengthening: influence of the load history. 16th Congress of the European Society of Biomechanics. 19-21 juillet, Lucerne, Suisse.
- [133] Isaksson H, Wilson W, van Donkelaar CC, Huijskes R., Ito K.. Comparison of biophysical stimuli for mechano-regulation of tissue differentiation during fracture healing. *J Biomech.* 2006;39:1507-16.
- [134] Younger AS, Mackenzie WG, Morisson JB. Femoral forces during limb lengthening in children. *Clinical Orthopaedics and Related Research.* 1994;301:55-63.
- [135] Aronson J, Harp JH. Mechanical forces as predictors of healing during tibial lengthening by distraction osteogenesis. *Clinical Orthopaedics and Related Research.* 1994;301:73-9.
- [136] Dwyer JS, Owen PJ, Evans GA. Stiffness measurements to assess healing during leg lengthening. *Journal of Bone and Joint Surgery.* 1996;78B:286-9.
- [137] Simpson AH, Cunningham JK, Kenwright J. The forces which develop in the tissues during leg lengthening. A clinical study. *Journal of Bone and Joint Surgery.* 1996;78B:979-83.
- [138] Hill R. On constitutive macro-variables for heterogeneous solids at finite strain. *Proc R Soc Lond. - A.* 1972;326:131-47.
- [139] Flory RJ. Thermodynamic relations for high elastic materials. *Trans Faraday Soc.* 1961;57:829-36.
- [140] Sidoroff F. Un modèle viscoélastique non linéaire avec configuration intermédiaire. *J Mech.* 1974;13:679-713.
- [141] Marsden JE, Hughes TJR. *Mathematical foundations of elasticity.* Ed. Dover, 1994.
- [142] Asaro RJ. Micromechanics of crystals and polycrystals. Dans : *Advances in Applied Mechanics - Volume 23.* Ed. Academic Press, 1983.
- [143] Lee EH. Elastic-plastic deformations at finite strains. *Journal of Applied Mechanics.* 1969;36:1-6.
- [144] Schofield A, Wroth CP. *Critical State Soil Mechanics.* Ed. McGraw-Hill, 1968.
- [145] Parry RHG. *Stress-Strain Behaviour of Soils.* Ed. G.T. Foulis and Co., 1972.
- [146] Dederichs PH, Zeller R. Variational treatment of the elastic constants of disordered materials. *Z. Phys.* 1973;29:103-16.
- [147] Lipinski P. Modélisation du comportement des métaux en transformations élasto-plastiques finies à partir des méthodes de transition d'échelle. *Habilitation, Université de Metz,* 1993.
- [148] Lipinski P, Berveiller M. Elastoplasticity of microinhomogeneous metals at large strains. *Int. J. Plasticity.* 1989;5:149-72.

- [149] Hill R. Elastic properties of reinforced solids: some theoretical principles. *J. Mech. Phys. Solids*. 1963;11:357-72.
- [150] Mandel J. *Plasticité classique et viscoplasticité*. Ed CISM, 1972.
- [151] Kröner E. Graded and perfect disorder in random media elasticity. *Journal of Engineering - Mechanics Division*. 1980;106:889-911.
- [152] Hibbitt HD, Karlsson BI, Sorensen P. *Abaqus theory Manual*, 2002.
- [153] Simo JC, Hughes TJR. *Computational inelasticity*. Ed. Springer, 2000.
- [154] Simo JC, Pister KS. Remarks on rate constitutive equations for finite deformation problems: computational implications. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 1984;46:201-15.
- [155] Anderson CB. Mechanics of fluids. Dans : Baumeister T. Marks' *Saturated Handbook of Mechanical Engineers*. Ed. MacGraw-Hill, 1967.
- [156] Cowin SC. Bone poroelasticity. *J Biomech*. 1999;32:217-38.
- [157] Hori RY, Lewis JL. Mechanical properties of the fibrous tissue found at the bone cement interface following total joint replacement. *J Biomed Mater Res*. 1982;16:911-27.
- [158] Schaffer MB, Burr DB. Stiffness of compact bone: effects of porosity and density. *J Biomech*. 1988;21:13-6.
- [159] Richards M, Wineman AS, Alsberg E, Goulet JA, Goldstein SA. Viscoelastic characterization of mesenchymal gap tissue and consequences for tension accumulation during distraction. *Journal of Biomechanical Engineering*. 1999;121:116-23.
- [160] Brunski JB. Biomaterials and biomechanics of oral and maxillofacial implants: current status and future developments. *The International Journal of Oral & Maxillofacial Implants*. 2000;15:15-46.
- [161] Vignery A, Baron R. Dynamic histomorphometry of alveolar bone remodeling in the adult rat. *Anat Rec*. 1980;196:191-200.
- [162] Robinson RC, O'Neal BJ, Robinson GH. Mandibular distraction force: laboratory data and clinical correlation. *J Oral Maxillofac Surg*. 2001;59:539-544.
- [163] Lai WL, Hou JS, Mow VC. A triphasic theory for the swelling and deformation behavior of articular cartilage. *ASME Journal of Biomechanical Engineering*. 1991;113:245-58.
- [164] Lee DY, Chung CY, Choi IH. Longitudinal growth of the rabbit tibia after callotaxis. *Journal of Bone and Joint Surgery*. 1993;75B:898-903.
- [165] Gardner TN, Evans M, Simpson H, Kenwright J. Force-displacement Behaviour of Biological Tissue during Distraction Osteogenesis. *Med Eng Phys*. 1998;20:708-15.
- [166] Gardner TN, Evans M, Simpson AH, Kenwright J. A method of examining the magnitude and origin of soft and hard tissue forces resisting limb-lengthening. *Journal of Biomedical Engineering and Physics*. 1997;19:405-11.
- [167] Younger ASE, Mackensie WG, Morrison JB. Femoral forces during limb lengthening in children. *Clin Orthop* 1994;301:55-63.

- [168] Hollis JM, Aronson J, Hofmann OE. Differential loads in tissues during limb lengthening. *Trans Orthop Res Soc.* 1992;14:388-9.
- [169] Aronson J, Harp JH. Noninvasive determination of bone stiffness for distraction osteogenesis by quantitative computed tomography scans. *Clin Orthop Rel Res.* 1994;301:42-8.
- [170] Aronson J. Experimental and clinical experience with distraction osteogenesis. *Cleft Palate Craniofac J.* 1994;31:473-81.
- [171] Brunner UH, Cordey J, Schweiberer L, Perren SM. Force required for bone segment transport in the treatment of large bone defects using medullary nail fixation. *Clin Orthop Rel Res.* 1994;301:147-55.
- [172] Wolfson N, Hearn TC, Thomason JJ, Armstrong PF. Force and stiffness changes during Ilizarov leg lengthening. *Clin Orthop.* 1990;250:58-60.
- [173] Paley D. Problems, obstacles and complications of limb lengthening by the Ilizarov technique. *Clin Orthop.* 1990;250:81-104.
- [174] Paterson D. Leg lengthening procedures: A historical review. *Clin Orthop.* 1990;250:27-33.
- [175] Van-Roermund PM, Wjilens RA, Renooij W. Continuous monitoring of forces during tibial lengthening by distraction epiphysiolysis. *Acta Orthop Belg.* 1992;58:63-8.
- [176] Dahl MT, Gulli B, Berg T. Complications of limb lengthening: A learning curve. *Clin Orthop.* 1994;301:10-8.
- [177] Taylor KF, Rafiee B, Inoue N, McHale KA, Howard RS, Chao EY. Linear increase in axial stiffness of regenerate callus during limb lengthening. *Clinical Orthopaedics and Related Research.* 2005;435:239-44.
- [178] Lauterburg MT, Exner GU, Jacob HA. Forces involved in lower limb lengthening: an in vivo biomechanical study. *Journal of Orthopaedic Research.* 2006;24:1815-22.

Annexes

ANNEXE 1 : Tenseur d'interaction dans le cas multi-sites à inclusions sphériques isotropes

On considère deux inclusions sphériques de rayon respectif r_1 et r_2 dont les centres placés sur l'axe z sont espacés de la distance R .

En posant :

$$\rho^2 = \frac{r_1^2 + r_2^2}{R^2},$$

on peut écrire les composantes non nulles de $\mathbf{T}^{(i,j)}$:

$$\left. \begin{aligned} T_{1111}^{(i,j)} = T_{2222}^{(i,j)} &= \frac{1}{2} \left(\frac{r_2}{R} \right)^3 \frac{3\kappa^{(0)} + G^{(0)}}{G^{(0)}(3\kappa^{(0)} + 4G^{(0)})} \left(\frac{-\kappa^{(0)} + 2G^{(0)}}{3\kappa^{(0)} + 2G^{(0)}} + \frac{3}{5} \rho^2 \right) \\ T_{1122}^{(i,j)} = T_{2211}^{(i,j)} &= \frac{1}{6} \left(\frac{r_2}{R} \right)^3 \frac{3\kappa^{(0)} + G^{(0)}}{G^{(0)}(3\kappa^{(0)} + 4G^{(0)})} \left(-1 + \frac{3}{5} \rho^2 \right) \\ T_{1133}^{(i,j)} = T_{2233}^{(i,j)} = T_{3311}^{e(i,j)} = T_{3322}^{e(i,j)} &= \frac{1}{3} \left(\frac{r_2}{R} \right)^3 \frac{3\kappa^{(0)} + G^{(0)}}{G^{(0)}(3\kappa^{(0)} + 4G^{(0)})} \left(1 - \frac{6}{5} \rho^2 \right) \\ T_{1212}^{(i,j)} = T_{1221}^{(i,j)} &= \frac{1}{6} \left(\frac{r_2}{R} \right)^3 \frac{3\kappa^{(0)} + G^{(0)}}{G^{(0)}(3\kappa^{(0)} + 4G^{(0)})} \left(\frac{-G^{(0)}}{3\kappa^{(0)} + G^{(0)}} + \frac{3}{5} \rho^2 \right) \\ T_{1313}^{(i,j)} = T_{2323}^{(i,j)} &= \frac{1}{2} \left(\frac{r_2}{R} \right)^3 \frac{3\kappa^{(0)} + G^{(0)}}{G^{(0)}(3\kappa^{(0)} + 4G^{(0)})} \left(\frac{-G^{(0)}}{3\kappa^{(0)} + G^{(0)}} - \frac{4}{5} \rho^2 \right) \\ T_{1331}^{(i,j)} = T_{2332}^{(i,j)} &= \frac{1}{2} \left(\frac{r_2}{R} \right)^3 \frac{3\kappa^{(0)} + G^{(0)}}{G^{(0)}(3\kappa^{(0)} + 4G^{(0)})} \left(\frac{3\kappa^{(0)} + 2G^{(0)}}{3\kappa^{(0)} + G^{(0)}} - \frac{4}{5} \rho^2 \right) \\ T_{3333}^{(i,j)} &= \frac{-2}{3} \left(\frac{r_2}{R} \right)^3 \frac{1}{G^{(0)}} \left(1 - \frac{12\rho^2}{5} \frac{3\kappa^{(0)} + G^{(0)}}{3\kappa^{(0)} + 4G^{(0)}} \right) \end{aligned} \right\}$$

Soit une équation d'évolution :

$$\left. \begin{array}{l} \dot{q}(t) = \varphi(q(t)) \\ q(0) = q_0 \end{array} \right\} \quad t \in [0, T] \quad (\text{VI.71})$$

La méthode d'Euler consiste à remplacer le système précédent par un système incrémental (discret) de la forme :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{q_{n+1} - q_n}{\Delta t} = \varphi(q(t_n + \theta \Delta t)) \\ q_n = q(t_n) \end{array} \right\} \quad \theta \in [0, 1] \quad (\text{VI.72})$$

avec

$$q(t_n + \theta \Delta t) = (1 - \theta) q_n + \theta q_{n+1} \quad (\text{VI.73})$$

La condition initiale $q(0) = q_0$ est remplacée par (III.72)₂ en admettant que la solution est connue au temps $t_n = \sum_{i=1}^n \Delta t_i$. Les trois méthodes attribuées à Euler correspondent aux trois choix particuliers du paramètre θ , à savoir :

$$\theta = 0 \quad \Leftrightarrow \text{méthode explicite} \quad q_{n+1} = q_n + \Delta t \varphi(q_n) \quad (\text{VI.74})$$

$$\theta = \frac{1}{2} \quad \Leftrightarrow \text{méthode semi-implicite} \quad q_{n+1} = q_n + \Delta t \varphi\left(\frac{q_n + q_{n+1}}{2}\right) \quad (\text{VI.75})$$

$$\theta = 1 \quad \Leftrightarrow \text{méthode implicite} \quad q_{n+1} = q_n + \Delta t \varphi(q_{n+1}) \quad (\text{VI.76})$$

Leur interprétation géométrique est donnée sur la fig. III-10.

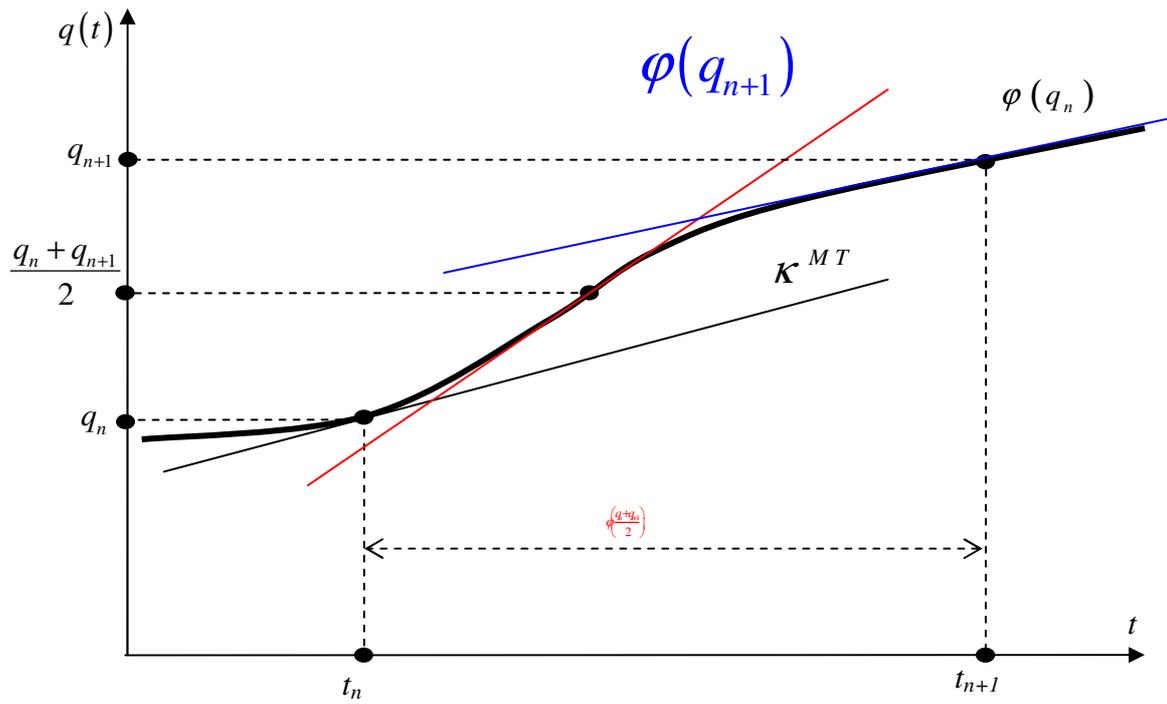


Fig. VI-2 : Représentation géométrique des trois méthodes d'Euler.