



**HAL**  
open science

# Découplage de la thermodynamique et hydrodynamique et solutions asymptotiques des problèmes d'écoulement compositionnel gaz-liquide en milieux poreux

Sergey Oladyshkin

► **To cite this version:**

Sergey Oladyshkin. Découplage de la thermodynamique et hydrodynamique et solutions asymptotiques des problèmes d'écoulement compositionnel gaz-liquide en milieux poreux. Autre. Institut National Polytechnique de Lorraine, 2006. Français. NNT : 2006INPL059N . tel-01752758

**HAL Id: tel-01752758**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01752758>**

Submitted on 29 Mar 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

**INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE**

**Ecole Nationale Supérieure de Géologie**

**Laboratoire Environnement, Géomécanique & Ouvrages**

**Ecole Doctorale RP2E**

## **THÈSE**

Présentée en vue de l'obtention du grade de

**DOCTEUR DE L'I.N.P.L.**

Spécialité :

**Génie civil - Hydrosystèmes - Géotechnique**

Par :

**Sergey OLADYSHKIN**

---

**DÉCOUPLAGE DE LA THERMODYNAMIQUE ET  
HYDRODYNAMIQUE ET SOLUTIONS  
ASYMPTOTIQUES DES PROBLÈMES  
D'ÉCOULEMENT COMPOSITIONNEL GAZ-LIQUIDE  
EN MILIEUX POREUX**

---

Soutenue publiquement le 25 Octobre 2006

Composition du jury :

Président	Mr Jean-Pierre BRANCHER
Rapporteur	Mr Benoit NOETINGER
Rapporteur	Mr Jean-Marie CROLET
Examineur	Mr Christopher FARMER
Examineur	Mr Christian BESSON
Invité	Mne Irina PANFILOVA
Directeur de thèse	Mr Mikhail PANFILOV



LA VIE D'UN ÊTRE HUMAIN C'EST UNE CHUTE  
LIBRE. SI PENDANT CE TEMPS IL APPREND À  
VOLER, IL PEUT ARRIVER AUX SOMMETS DES PLUS  
HAUTES MONTAGNES. SINON IL VA TOMBER DANS  
UN PRÉCIPICE SOMBRE ET PROFOND ...

ARTEM EVGENIEVICH ARLAZAROV



# AVANT PROPOS

Je tiens à remercier tout particulièrement Monsieur Mikhail PANFILOV, Professeur à l'INPL, pour le travail productif et stimulant que nous avons mené ensemble.

Je remercie également M. Benoit NOETINGER Professeur à l'Institut Français du Pétrole, M. Jean-Marie CROLET Professeur à l'Université de Sciences et Techniques de Besançon, M. Jean-Pierre BRANCHER Professeur à l'Institut National Polytechnique de Lorraine, M. Grigori, M. Christopher FARMER Professor à Oxford University et Scientific Advisor of SCHLUMBERGER Abingdon Technology Center, M. Christian BESSON Professeur et Directeur de Recherche à SCHLUMBERGER Clamart Technology Center, Mne. Irina PANFILOVA Doctor à l'Institut National Polytechnique de Lorraine pour avoir accepté de juger mon travail en participant au jury.

Je remercie tout mes amis du Laboratoire Environnement, Géomécanique et Ouvrages de Nancy pour leur accueil et leur soutien durant ces années de travail.

Je remercie l'entreprise Schlumberger pour l'intérêt qu'ils ont porté à cette étude, ainsi que pour la prise en charge de son financement.

Je tiens enfin à remercier Madame le Professeur F. HOMAND, Directrice du Laboratoire Environnement, Géomécanique et Ouvrages de Nancy (site ENSG-INPL) de m'avoir accueillie dans son laboratoire.





## Qualités et spécialités des membres du jury

**Benoit NOETINGER**  
Rapporteur

Professeur, L'Institut Français du Pétrole, HDR Université Paris VI, Direction Ingénierie de Réservoir Direction Scientifique, 232, Avenue Napoléon Bonaparte, 92852 Rueil-Malmaison, France.  
Spécialité : Mécanique, Génie mécanique, Génie civil

**Jean-Marie CROLET**  
Rapporteur

Professeur, L'Université de Besançon, UFR Sciences et Techniques, Equipe de mathématiques à Besançon, 6, route de Gray, 25030 Besançon, France.  
Spécialité : Mathématiques appliquées et application des mathématiques

**Jean-Pierre BRANCHER**  
Président

Professeur, L'Institut National Polytechnique de Lorraine, ENSEM, LEMTA, BP 160, 2 avenue de la Forêt de Haye, 54502, Vandoeuvre-lès-Nancy, France  
Spécialité : Mécanique, Génie mécanique, Génie civil

**Christopher FARMER**  
Examineur

Professor, Oxford University, Scientific Advisor of SCHLUMBERGER Abingdon Technology Center, Lambourn Court, Wyndyke Furlong, Abingdon Business Park, Abingdon, Oxfordshire, OX14 1UJ, United Kingdom.

**Christian BESSON**  
Examineur

Professeur Honoris Causa au Moscow Institute of Physics and Technology, Directeur de Recherche SCHLUMBERGER Clamart Technology Center, Product Development Center (SRPC) 1, rue Becquerel, BP 202, 92142 Clamart, France.

**Irina PANFILOVA**  
Invité

Doctor, L'Institut National Polytechnique de Lorraine, LEMTA, BP 160, 2 avenue de la Forêt de Haye, 54502, Vandoeuvre-lès-Nancy, France.  
Spécialité : Mécanique, Génie mécanique, Génie civil

**Mikhail PANFILOV**  
Directeur de thèse

Professeur, L'Institut National Polytechnique de Lorraine, ENSG, LEMTA, BP 160, 2 avenue de la Forêt de Haye, 54502, Vandoeuvre-lès-Nancy, France.  
Spécialité : Mécanique, Génie mécanique, Génie civil





# Table des matières

<b>1</b>	<b>Écoulement de gaz-condensat avec transitions de phase en milieux poreux</b>	<b>28</b>
1.1	Introduction . . . . .	29
1.1.1	Problème de représentation d'un puits de gaz à condensat . .	33
1.1.2	Les solutions analytiques pour le modèle d'écoulement de gaz-condensat . . . . .	38
1.2	Modèle compositionnel de l'écoulement gaz-condensat avec transitions de phase en milieux poreux . . . . .	41
1.2.1	Équations de conservation . . . . .	41
1.2.2	Relations thermodynamiques de fermeture . . . . .	43
1.2.3	Conditions frontières et initiales . . . . .	44
<b>2</b>	<b>Modèle compositionnel limite et HT-découplage</b>	<b>46</b>
2.1	Modèle compositionnel semi-stationnaire limite du contraste . . . . .	47
2.1.1	Forme canonique du modèle compositionnel . . . . .	47
2.1.2	Fonctions de la neutralité composante . . . . .	48
2.1.3	Forme canonique sans dimensions . . . . .	50
2.1.4	Forme canonique limite pour des fluides avec des propriétés de contraste . . . . .	51
2.1.5	Forme semi-stationnaire limite . . . . .	52
2.2	Découplage de la thermodynamique et hydrodynamique dans le modèle limite . . . . .	55
2.2.1	Monovariance de l'écoulement compositionnel limite le long d'une ligne de courant . . . . .	55

2.2.2	Transformation des équations de transport dans des équations thermodynamiques le long d'une ligne de courant . . . . .	56
2.2.3	Forme HT-décompose du modèle limite . . . . .	57
2.2.4	Signification physique de l'équation pour la saturation . . . . .	58
2.2.5	Analogie avec un modèle proche-critique . . . . .	58
<b>3</b>	<b>Justification au semi-stationnarite de l'écoulement de gaz-condensat</b>	<b>62</b>
3.1	Instabilité d'écoulement stationnaire de gaz-condensat . . . . .	63
3.1.1	Modèle compositionnel monovariant . . . . .	64
3.1.2	Description de la perturbation . . . . .	65
3.1.3	Propriétés de la solution stationnaire . . . . .	66
3.1.4	Analyse qualitative d'évolution de perturbation . . . . .	67
3.1.5	Analyse formelle de stabilité . . . . .	68
3.2	Justification numérique au semi-stationnarite pour les mélanges pseudo-binaires . . . . .	70
3.2.1	Thermodynamique de mélange . . . . .	70
3.2.2	Problème compositionnel complet d'écoulement . . . . .	73
3.2.3	Problème d'écoulement asymptotique non-stationnaire . . . . .	74
3.2.4	Problème d'écoulement asymptotique semi-stationnaire . . . . .	74
3.2.5	Problème entièrement stationnaire . . . . .	75
3.2.6	Méthodes numériques . . . . .	75
3.2.7	Résultats des simulations : Comportement de pression . . . . .	77
3.2.8	Résultats des simulations : Comportement de saturation . . . . .	78
3.2.9	Résultats des simulations : Comportement aux haute saturations de condensat . . . . .	79
3.3	Justification numérique du semi-stationnarite pour l'écoulement multi-compositionnel de gaz-condensat . . . . .	81
3.3.1	Description du cas examiné . . . . .	81
3.3.2	Comportement de la pression et la saturation avec du temps . . . . .	82
<b>4</b>	<b>Modèle Thermodynamique Découplé : description du système multicompositionnel ouvert</b>	<b>86</b>
4.1	Propriétés du modèle thermodynamique décompose . . . . .	87

4.1.1	Formulation . . . . .	87
4.1.2	Signification physique du modèle : équilibre de phase dans un système ouvert . . . . .	88
4.1.3	Delta-loi . . . . .	89
4.1.4	Type mathématique du modèle. Condition initial . . . . .	90
4.2	Validité de la Delta-loi . . . . .	94
4.2.1	Principe de l'essai . . . . .	94
4.2.2	Résultat de l'essai numérique . . . . .	95
4.3	Validité de le modèle thermodynamique totale . . . . .	97
4.3.1	Description d'exemple . . . . .	97
4.3.2	Résultats de la simulation . . . . .	97
4.4	Simulateur numérique basé sur le modèle thermodynamique découplé	100
4.4.1	Conversion des équations thermodynamiques en un système transcendant récurrent . . . . .	100
4.4.2	Conditions d'équilibre de phase pour le fluide de réservoir . . .	101
4.4.3	Équations d'état pour les systèmes multicompositionnel . . . .	101
4.4.4	Relations thermodynamiques de fermeture . . . . .	103
4.4.5	Algorithme numérique dans le STCM-simulator . . . . .	104

**5 Modèle Hydrodynamique Découplé : l'analyse des cas d'écoulement simplifier 108**

5.1	Solution analytique aux problèmes auto-similaire . . . . .	109
5.1.1	Problème d'écoulement radial de gaz-condensat à un puits . .	109
5.1.2	Propriétés de l'équation de saturation transport. Effets de convective masse échange . . . . .	110
5.1.3	Solution exacte auto-similaire . . . . .	112
5.2	Linéarisation partielle dans les problèmes non auto-similaire . . . . .	113
5.2.1	Linéarisation de le terme dans l'équation de saturation . . . .	113
5.2.2	Solution générale non linéarisé au problème auto-similaire . .	114
5.2.3	Comparaison des solutions linéarisées et exactes dans le cas auto-similaire . . . . .	115
5.3	Le cas d'un milieu hétérogène et une débit variable . . . . .	116
5.3.1	Solution analytique linéarisée pour le cas d'un milieu hétérogène	116
5.3.2	Comparaison avec le modèle non-linéaire . . . . .	118

5.3.3	Solutions analytiques pour un débit de production variable . . .	118
-------	--	-----

**6 Méthode asymptotique pour les problèmes d'écoulement gaz-liquide** **122**

6.1	Phénomène de couche limite dans les problèmes d'écoulement de gaz-condensat . . . . .	123
6.1.1	Problème modèle menant au phénomène de la couche limite . . .	123
6.1.2	Expansion asymptotique extérieure . . . . .	124
6.1.3	Dégénération du type de singularité . . . . .	124
6.2	Construction de la couche limite expansion asymptotique . . . . .	127
6.2.1	Détermination de la taille de la couche limite . . . . .	127
6.2.2	Expansion de la couche limite . . . . .	128
6.2.3	Correspondance des expansions . . . . .	128
6.2.4	Type de la couche limite . . . . .	129

**7 Solution asymptotique au problème d'écoulement compositionnel de gaz-condensat** **130**

7.1	Écoulement à puits en termes de modèle compositionnel décomposé .	131
7.1.1	Problème compositionnel d'écoulement dans un domaine fini et un débit variable . . . . .	131
7.1.2	Première intégration . . . . .	132
7.2	Méthode de perturbation singulière : Expansion extérieure . . . . .	134
7.2.1	Forme de l'expansion asymptotique extérieure . . . . .	134
7.2.2	Expansion extérieure : approximation nulle . . . . .	135
7.2.3	Expansion extérieure : première approximation . . . . .	136
7.3	Expansion à la couche limite . . . . .	137
7.3.1	Structure de l'expansion à la couche limite . . . . .	137
7.3.2	Expansion pour la perméabilité relative . . . . .	137
7.3.3	Détermination de la taille de la couche limite . . . . .	138
7.3.4	Expansion à la couche limite : première approximation . . . . .	139
7.3.5	Correspondance des expansions . . . . .	140
7.3.6	Propriétés des solutions asymptotiques . . . . .	141
7.4	Approximations d'ordre élevé . . . . .	143
7.4.1	Forme compacte de l'équation pour la saturation . . . . .	143

7.4.2	Structure des limites d'ordre élevé dans l'expansion à couche limite . . . . .	144
7.4.3	Structure améliorée de l'expansion intérieure . . . . .	145
7.5	Solution asymptotique en forme différentielle . . . . .	147
7.5.1	Solution extérieure en forme différentielle . . . . .	147
7.5.2	Solution à la couche limite en forme différentielle . . . . .	148
7.6	Solution analytique à un problème partiellement linéarisé . . . . .	149
7.6.1	Solution extérieure en forme analytique . . . . .	149
7.6.2	Solution à la couche limite en forme analytique . . . . .	150
7.6.3	Congélation de les coefficients . . . . .	152
<b>8</b>	<b>Analyse numérique de les solutions asymptotiques</b>	<b>154</b>
8.1	Simulateur AHS basé sur la solution asymptotique . . . . .	155
8.1.1	Base théorique pour le simulateur . . . . .	155
8.1.2	Méthode de discrétisation . . . . .	156
8.1.3	Exécution d'algorithme . . . . .	157
8.2	Comparaison des solutions asymptotiques et exactes . . . . .	158
8.2.1	Description de l'essai numérique . . . . .	158
8.2.2	Résultats de la simulation . . . . .	160
8.2.3	Domaine de validité de la solution asymptotique . . . . .	161
8.3	Comparaison des solutions asymptotique et des solutions compositionnel complet . . . . .	163
8.3.1	Description de l'essai numérique . . . . .	163
8.3.2	Comportement au bord de domaine . . . . .	163
8.3.3	Résultats des simulations. Comparaison de deux modèles . . .	164
8.3.4	Essai de la méthode de congélation de coefficient . . . . .	165
8.4	Simulation d'autres problèmes d'écoulement . . . . .	172
8.5	Application au problème de représentation d'un puits . . . . .	174
8.5.1	Formulation de problème . . . . .	174
8.5.2	Première étape : simulation de réservoir avec la correction de Peacemen . . . . .	175
8.5.3	Deuxième étape : calcul des concentrations de phase de puits .	176
8.5.4	Troisième étape : calcul de la saturation . . . . .	178
8.5.5	Quatrième étape : calcul de la composition total de puits . . .	179



<b>9</b>	<b>Influence d'effets capillaire sur l'écoulement de gaz-condensat avec transitions de phase en milieux poreux</b>	<b>182</b>
9.1	Modèle compositionnel avec les effets capillaires . . . . .	183
9.1.1	Modèle compositionnel avec la capillarité . . . . .	183
9.1.2	Forme canonique . . . . .	184
9.1.3	Modèle compositionnel semi-stationnaire limite du contraste .	185
9.1.4	Le modèle HT-décompose semi-stationnaire avec les forces capillaires . . . . .	185
9.1.5	Problème d'écoulement à un puits . . . . .	186
9.1.6	Première intégration . . . . .	187
9.2	Solution asymptotique dans le cas avec les forces capillaires . . . . .	189
9.2.1	Expansion asymptotique extérieure . . . . .	189
9.2.2	Solution à la couche limite . . . . .	189
9.3	Analyse numérique des solutions avec les forces capillaires . . . . .	192

# Table des figures

1.1	Diagramme de phase "Pression-Température" d'un mélange d'hydrocarbure. Le point critique est C. . . . .	30
1.2	Puits-cellules d'une grille numérique . . . . .	34
1.3	Comportement de pression au voisinage du puits . . . . .	35
1.4	Distribution de saturation de liquide autour d'un puits de gaz-condensat . . . . .	36
1.5	Distribution de saturation liquide réel et "thermodynamique" au voisinage d'un puits de gaz-condensat . . . . .	37
2.1	La neutralité fonctionne dans la phase de gaz et de liquide pour un mélange du gaz-condensat avec 9 component . . . . .	54
3.1	Comportement de pression : a) modèle compositionnel complet (courbes noires) et modèle entièrement stationnaire (courbe rouge), b) modèle asymptotique semi-stationnaire (courbes blue) et modèle entièrement stationnaire (courbe pointillée rouge) . . . . .	77
3.2	Stabilisation de pression (modèle compositionnel complet) . . . . .	78
3.3	Comportement de saturation : a) modèle compositionnel complet ; b) modèle semi-stationnaire . . . . .	79
3.4	Comportement de saturation : saturation réel (courbes noires) ; solution stationnaire (courbe rouge) . . . . .	80
3.5	Croissance rapide de pression aux haute saturations de puits : pression (a), saturation (b) . . . . .	80
3.6	Variation de pression avec du temps . . . . .	82
3.7	Variation de saturation de condensat avec du temps à deux distances du puits : a) au bord du puits, et b) 15 m du puits . . . . .	83

3.8	Comparaison du comportement de la saturation de puits et de la pression avec du temps . . . . .	84
4.1	Interprétation de la simulation d'écoulement basée sur l'ECLIPSE en termes de côté droit ( $F_1(P)$ ) et côté à gauche $F_2(P)$ de la Delta-loi (4.1d) . . . . .	95
4.2	Diagramme de phase du mélange de trois-composant . . . . .	98
4.3	Fractions molaire en liquide et gaz : les simulations hydrodynamiques basées sur l'ECLIPSE (cercles) et les simulations basées sur le model thermodynamique découplé (4.1) (ligne continu) . . . . .	99
5.1	La saturation condensat pour un écoulement auto-similaire ou voisinage de un puits : la solution analytique exacte reqssim2 (courbe continu) et la solution linéarisée (5.14) (courbe pointillé) . . . . .	115
5.2	Profil de saturation dans un réservoir hétérogène quand la zone au bord de puits est plus perméable . . . . .	118
5.3	Le profil de saturation dans un réservoir hétérogène pendant trois instants de temps. La zone au bord du puits est petit perméable. . . . .	119
6.1	Illustration au phénomène de dégénération de singularité : la solution réel (1) et l'expansion formelle (6.3) (2) . . . . .	126
8.1	Illustration de la discrétisation de la différence-finie . . . . .	156
8.2	Comportement de saturation au voisinage du puits : a) expansion extérieure (courbe verte); b) expansion intérieure (courbe violette); c) solution exacte (courbe noire) . . . . .	160
8.3	Comportement de saturation pendant trois instants de temps, $\varepsilon = 0.002, \omega = 0.01$ : a) expansion intérieure (courbe verte); b) expansion extérieure (courbe violette); c) solution exacte (courbe rouge) . . . . .	161
8.4	Comportement de saturation pendant trois instants de temps, $\varepsilon = \omega = 0.01$ : a) solution exacte (courbes rouges); b) expansion intérieure, approximation de premier ordre (courbes violettes); c) expansion intérieure, approximation de second ordre (courbe noire) . . . . .	162
8.5	Le diagramme ternaire et le diagramme de phase PT pour le système examiné . . . . .	166

8.6	Dynamique en temps de la pression et la saturation au bord de domaine	167
8.7	Dynamique des concentrations liquides au bord de domaine . . . . .	167
8.8	Dynaics des concentrations en gaz au bord de domaine . . . . .	168
8.9	Dynamique des densités de liquide et de gaz au bord de domaine . . .	168
8.10	Dynamique de la viscosité de liquide et de gaz au bord de domaine .	168
8.11	Comportement de la pression pendant deux instants de temps : 300 jours (le graphique haut) et 1500 jours (le graphique bas). Les cercles sont la solution de ECLIPSE, les courbes correspondent à la solution asymptotique . . . . .	169
8.12	Comportement de la saturation pendant deux instants de temps : 300 jours (le graphique haut) et 1500 jours (le graphique haut). Les cercles sont la solution de ECLIPSE, les courbes correspondent à la solution asymptotique . . . . .	170
8.13	Comportement de saturation au voisinage d'un puits : la solution de ECLIPSE (courbes rouges), la solution asymptotique congelée (courbes bleues) . . . . .	171
8.14	Évolution de saturation en gaz autour de puits dans le problème de l'injection de gaz . . . . .	173
8.15	Solution asymptotique d'écoulement de gaz-condensat à une fracture (technique de lignes de courant) . . . . .	173
8.16	Les concentrations en phase obtenues par le modèle thermodynamique décompose . . . . .	177
8.17	Saturation autour du puits recalculé en utilisant la solution asympto- tique pour $t = 100$ jours . . . . .	179
9.1	Saturation de condensat autour d'un puits de production pour 30 jour-instantanés : sans capillarité (la courbe pointillé) et avec la ca- pillarité (la courbe continu) . . . . .	193
9.2	Saturation de condensat autour d'un puits de production pour 300 jour-instantanés : sans capillarité (la courbe pointillé) et avec la ca- pillarité (la courbe continu) . . . . .	193
9.3	Saturation de condensat autour d'un puits de production pour 900 jour-instantanés : sans capillarité (la courbe pointillé) et avec la ca- pillarité (la courbe continu) . . . . .	194

9.4	Saturation de condensat autour d'un puits de production pour 500 jour-instantanés dans le cas des valeurs maximales de la pression de capillarité : sans capillarité (la courbe pointillé) et avec la capillarité (la courbe continu) . . . . .	194
-----	--	-----

## Résumé

La plupart des réserves de gaz naturel existent sous la forme de "réservoirs rétrogrades gaz-liquide" dans lesquels la phase liquide provient du gaz quand la pression diminue. Ce processus est inverse (rétrograde) par rapport à la transition de phase traditionnelle. Les systèmes rétrogrades semblent être très importants car ils constituent une énorme classe de réservoirs souterrains d'hydrocarbure connus sous le nom de champs de gaz-condensat. Le liquide rétrograde d'hydrocarbure de ces réservoirs, connu comme le condensat et peut être considéré en tant qu'huile très légère, lequel ne contenant aucune cire, des résines ou d'autres impuretés.

En effet, tous les systèmes de gaz-condensat sont multicomposants et contiennent  $N$  composants chimiques comme des hydrocarbures de  $C_1H_{10}$  à  $C_{10}H_{22}$  et plus lourd. L'écoulement d'un tel mélange est décrit par  $N$  équations différentielles non-linéaires de conservation de masse pour chaque composant et  $N$  relations de fermeture transcendantales thermodynamiques. Une analyse constructive d'un tel modèle est pratiquement impossible et la théorie générale d'écoulement d'un gaz-condensat est peu développée à l'heure actuelle. La seule méthode pour analyser ce système est la simulation numérique : [Eilerts, Sumner and Potts 1965], [Eilerts and Sumner 1967], [Aziz and Settari 1979], [Coats 1980]. Cependant, cela semble être peu efficace même méthodes numériques appliquées à des systèmes non-linéaires de la dimension élevée. D'ailleurs, dans quelques cas très importants comme, par exemple, le voisinage des points singuliers, les méthodes numériques sont impuissantes. Dans ce cas, les solutions analytiques sont préférables. Les solutions analytiques sont également demandées pour certains besoins industriels, en tant qu'outil efficace pour résoudre les problèmes de simulations des réservoirs compositionnels.

La première tendance pour simplifier le modèle est de réduire le bloc thermodynamique, qu'on peut en particulier effectuer en réduisant le nombre de composants chimiques jusqu'à deux ou trois. Les mélanges binaires sont fréquemment employés en la recherche théorique, [Koldoba and Koldoba 2003]. En même temps, ils ne sont pas très appréciés dans les études pratiques, étant considéré comme trop loin des systèmes réels. Dans la théorie de conception des réservoirs, un mélange binaire est suffisant pour décrire un épuisement naturel d'un réservoir gaz-huile ou de gaz-

condensat, alors qu'un modèle trois-composants pour décrire les processus du déplacement d'huile/condensat par le gaz.

La deuxième tendance pour développer les modèles compositionnels simplifiés concerne les équations d'écoulement. La simplification unique qui a été suggérée dans la littérature consiste à employer les solutions stationnaires. En effet, le modèle compositionnel complet possède une solution stationnaire qui a été obtenue d'abord par [O'Dell and Miller 1967], [Fussell 1973] et [Dinariev 1996] ou un modèle semi-stationnaire développé par [Oladyshkin & Panfilov(2005)]. Dans les travaux de [Whitson *et al* 2003] la solution stationnaire a été appliquée comme un modèle approximatif d'écoulement de gaz-condensat. Des modèles stationnaires sont fréquemment utilisés dans la pratique comme une approximation d'écoulement réels déroulant pendant des courtes périodes de temps. Une tentative pour donner une justification à cette théorie stationnaire a été faite par [Chopra and Carter 1986] en négligeant la dispersion, la capillarité et la gravité. En fait, la description par les modèles stationnaires est possible seulement si les solutions stationnaires des équations d'écoulement existent et ont une signification physique.

Malheureusement les deux simplifications ne mènent pas à la décomposition entre la thermodynamique et l'hydrodynamique.

L'objectif de nos recherches a été de travailler avec le modèle compositionnel complet, le plus proche de réalité, donc sans aucune simplification dans la thermodynamique et le nombre des composants chimiques. L'approche proposée est basée sur l'analyse des propriétés asymptotiques des systèmes gaz-liquide et peut être décrite par les directions principales présentées ci-dessous.

L'approche fréquemment utilisée basée sur les solutions stationnaires est montrée pour correspondre seulement à un cas particulier quand l'échange de masse entre les phases devient zéro. Dans toutes autres situations, les solutions stationnaires s'avèrent instables. L'instabilité est provoquée par le comportement de la saturation condensat qui ne tend à aucune limite stationnaire à temps et ne demeure pas toujours mobile. L'analyse de la stabilité d'écoulement est exécutée par des méthodes de perturbation et est accomplie des simulations numériques d'écoulement de gaz-condensat vers un puits.

Nous avons vérifié numériquement la stationarité du modèle compositionnel complet. La pression réelle est montrée de tendre à la limite stationnaire, alors que le véri-

table comportement de saturation demeure toujours mobile comme prévu théoriquement. Les simulations ont été effectuées utilisant l'ECLIPSE et un code numérique spécial que nous avons développé pour l'écoulement radial de gaz-condensat.

Au lieu des solutions stationnaires, nous suggérons une autre modification du modèle compositionnel. Le *modèle compositionnel limite* représente une double limite du modèle compositionnel complet quand : I) les propriétés de phase sont un contraste (des mobilités de phase et des compressibilités de phase), qui est typique pour un système gaz-liquide, et II) la stabilisation de pression est très rapide comparée au temps de processus caractéristique. La première propriété s'appelle une *propriété de contraste*, alors que le second est le *semi-stationnarite*. Ce modèle s'avère stationnaire en ce qui concerne la pression et des concentrations, mais est non-stationnaire en ce qui concerne la saturation.

Nous avons montré que des  $N - 2$  équations décrivant le transport des concentrations de phase peuvent être transformées en équations ordinaires (différentiation en ce qui concerne la pression) indépendantes du temps et de l'espace examinant le long des lignes de courant. Ces équations transformées représentent des relations thermodynamiques additionnelles réduisant le degré de liberté thermodynamique. En raison de ceci le variance thermodynamique du modèle compositionnel limite s'avère égal à 1 pour tout nombre de composants chimiques.

Cette transformation assurent se découplage total du modèle compositionnel limite dans le nouveau modèle thermodynamique et le modèle hydrodynamique, qui peut être résolu indépendamment d'un autre.

Le modèle thermodynamique décomposé est totalement indépendant sur l'hydrodynamique, et décrit le comportement d'équilibre d'un système gaz-liquide ouvert. Ce modèle contient les équations d'équilibre et la EOS classiques, aussi bien que les  $N - 2$  nouvelles équations appelées la "Delta-loi", qui déterminent la variation de composition d'un système ouvert dans lequel la masse de chaque composant n'est pas conservée.

Le modèle hydrodynamique décomposé se compose de deux équations pour la pression et la saturation. Les coefficients de l'équation de saturation dépendent de la pression et peuvent être calculés en utilisant le modèle thermodynamique décomposé.

Le nouveau simulateur thermodynamique numérique est développé, basé sur le modèle thermodynamique décomposé. Nous avons élaboré un algorithme spécial de



solution à un système combiné des équations algébriques et non-linéaires.

Nous avons exécuté une analyse numérique avec l'objectif de justifier le domaine de la validité pour le modèle thermodynamique décompose. Nous avons simulé un cas d'écoulement compositionnel radial avec l'ECLIPSE et traité les résultats avons obtenu en termes de la "Delta-loi". La validité de la "Delta-loi" a été confirmée avec une précision élevée.

Deuxièmement, nous avons traité les résultats de la simulation d'ECLIPSE du même problème hydrodynamique en termes de concentrations de phase comme la fonction de la pression. Ces données ont été comparées à une solution numérique du modèle thermodynamique décompose. Cette comparaison a montré un bon ajustement.

Le modèle hydrodynamique décompose a été comparé numériquement au modèle compositionnel complet. Un mélange à plusieurs composants de gaz-condensat a été traité. Les simulations ont indiqué un bon ajustement entre le modèle compositionnel complet et le modèle décompose limite.

Le modèle hydrodynamique décompose a été utiliser pour développer les solutions asymptotiques des problèmes d'écoulement de gaz-condensat. Le problème a été montré perturbé singulièrement avec la formation d'une couche limite à voisinage du puits. Dans cette couche la propriété basique de contraste des mobilités de gaz et de liquide est perturbée. On développe une technique spéciale qui permet de construire des expansions asymptotiques sous forme de deux diverses séries : le premier est valide loin du puits (l'expansion extérieure), alors que le second dans valide à voisinage du puits (la couche limite ou l'expansion intérieure).

Les problèmes divers est traité en termes de méthode développée. Nous avons obtenu une solution analytique exacte au problème auto-similaire de l'écoulement dans un réservoir infini à un débit constant, un problème non auto-similaire d'écoulement dans un réservoir fini avec une hétérogénéité zonale, et un problème non auto-similaire d'écoulement dans un réservoir fini à un débit variable.

En appliquant la méthode asymptotique suggérée, nous avons développé les solutions asymptotiques pour le problème de l'écoulement multicompositionnel de gaz-condensat au puits dans un domaine borné à un débit variable. En plusieurs cas la solution peut être obtenue sous la forme analytique, alors qu'en cas général de l'écoulement la méthode mène à une solution de semi-analytical, présentée comme

problème initial pour une équation. Cette solution, même étant présentée en forme non-analytique, est beaucoup plus simple que le modèle compositionnel original, car l'équation pour la saturation ne dépend pas de la pression locale, mais dépend de la pression de bord seulement.

Pour les solutions asymptotiques nous suggérons une méthode approximative de geler tous les paramètres dans l'opérateur intégral, afin d'obtenir une forme entièrement analytique. La précision de cette méthode n'est pas trop haute, mais la forme analytique est facile pour utiliser en pratique.

Les solutions asymptotiques construites au problème de l'écoulement compositionnel a les propriétés significatives suivantes : 1) toute la thermodynamique est incluse dans les coefficients de l'équation de transport de saturation ; 2) la thermodynamique devrait être calculée seulement au point de départ des lignes de courant (qui est la bord de domaine) ; 3) le comportement de bord peut être décrit par la thermodynamique classique, car il y a un état de aucun-écoulement.

Nous avons exécuté deux genres d'essais numériques avec l'objectif pour vérifier les solutions hydrodynamiques asymptotiques obtenues. Le premier essai a été consacré pour comparer la solution asymptotique (sous la forme différentielle) à la solution exacte au modèle hydrodynamique décompose. Les résultats des simulations ont prouvé que la solution asymptotique adapte bien la solution exacte dans le cas quand le le temps de stabilisation  $\varepsilon$  est plus petit que le paramètre de mobilité de contraste  $\omega$ . Si les deux paramètres sont du même ordre, la solution asymptotique intérieure peut être amélioré en ajoutant la deuxième approximation de l'expansion asymptotique.

Le deuxième genre des essais que nous avons réalisés consisté dans une comparaison entre la solution asymptotique (sous la forme différentielle) avec le modèle compositionnel complet classique, non-décompose et non-asymptotique. Ces simulations ont été confirmées le résultat semblable : la solution asymptotique adapte très bien le modèle compositionnel complet si  $\varepsilon < \omega$ .

L'avantage significatif des solutions asymptotiques développées est une simulation très rapide même si la forme différentielle et non-analytique est utiliser. Le rapport du temps de simulation pour le simulateur asymptotiques et l'ÉCLIPSE est 1 :1500. Comme un exemple, le problème compositionnelle examiné par le simulateur ECLIPSE prend environ 2 jours, tandis que le simulateur asymptotique prend

moins puis 2 minutes pour le même cas. C'est dû au fait que la solution asymptotique pour la saturation est indépendant de la pression locale, mais dépend seulement de la pression de bord. Dans toutes les caisses examiner la pression a été très bien rapprochée par les expansions asymptotiques développées.

Dans le dernier chapitre nous avons prolongé cette approche au cas quand la pression capillaire n'est pas négligée. Nous avons supposé cependant que les forces capillaires sont inférieures à la différence de pression entre le puits et la bord de réservoir, dus à ce que nous avons appliqué la méthode de perturbation pour petit nombre capillaire inverse. On obtient les solutions asymptotiques améliorées qui tiennent compte de l'effet capillaire. Simulations numériques montrées que ces effets sont maximaux à voisinage du puits.

Les solutions asymptotiques obtenues, pour la pratique, peut être utiliser de la façon suivante pour résoudre le problème de la représentation d'un puits de gaz-condensat et problème de l'écoulement de gaz-condensat à une fracture.

*Le cas d'une exploitation à long terme du réservoir.* Tout d'abord, la simulation traditionnelle du comportement de réservoir peut être effectuée avec l'ECLIPSE en ajoutant la méthode de Peaceman de représentation bonne, qui est une relation analytique pour la pression de puits par l'intermédiaire du débit de production. Cette relation inclut une saturation condensat qui peut être évaluée comme saturation moyenne de réservoir. Une telle simulation fournit un bon résultat pour la pression de puits (ou le débit de production), et un bon résultat pour la saturation de bord, mais des données faibles pour la saturation de puits. Cette valeur peut être calculée en utilisant les solutions asymptotiques suggérées dans le présent projet.

*Le cas d'un puits de production à court terme (un essai de puits).* Il est suffisant de simuler le comportement de réservoir dans le domaine de l'influence de puits, en supposant que l'état de frontière demeure invariable (et connu a priori). Dans ce cas-ci les solutions asymptotiques suggérées dans le travail de presnet peuvent être directement employées pour simuler le problème (sans employer l'ECLIPSE).

*Le problème de l'écoulement de gaz-condensat à une fracture.* Nous avons construit un champ plutôt arbitraire avec des lignes de courant orientées à la fracture, en supposant que la fracture joue le rôle d'une décharge, et les lignes de courant sont stationnaire. Pour une ligne de courant arbitraire nous avons reformulé le modèle d'écoulement de gaz-condensat dans des coordonnées cartésiennes. Pour ce problème

nous avons développé les expansions asymptotiques.

## ABSTRACT

The present work deals with the problem of the compositional gas-liquid flow for the well representation in reservoir simulations. The objective is to develop analytical relationships which would be able to link the wellbore pressure, saturation and component concentrations to their mean values within each zone of the well influence. It is shown that  $N-2$  equations describing the transport of phase concentrations can be transformed into the space- and time-independent ordinary differential equations (differentiation with respect to pressure) when examined along flow streamlines. These transformed equations represent additional thermodynamic relations reducing the thermodynamic degree of freedom. Due to this the thermodynamic variance of the limit compositional model is shown to be equal to 1 for any number of chemical components. This transformation ensure a total splitting of the limit compositional model into the new thermodynamic model and a hydrodynamic model, which may be resolved independently of one another. The split thermodynamic model is totally independent on the hydrodynamic one, and describes the equilibrium behaviour of an open gas-liquid system. This model contains the classic equilibrium equations and EOS, as well as  $N-2$  new differential equations called the "delta-law" which determine the composition variation in an open system, in which the mass of each component is not conserved. The split hydrodynamic model consists of two equations for pressure and saturation. The split hydrodynamic model was used to develop asymptotic solutions of gas-condensate flow problems. The problem was shown to be singularly perturbed with formation of a boundary layer in the vicinity of the well. In this layer the basic contrast property of gas and liquid mobilities is perturbed. A special technique is developed which enables to construct asymptotic expansions in the form of two various series, one of them is valid far from the well (the exterior expansion), while the second one is valid in the vicinity of the well (the boundary-layer or interior expansion). By applying the suggested asymptotic method, we have developed the asymptotic solutions for the problem of multi-component gas-condensate flow to a well in a bounded domain at a variable flow rate. In several cases the solution may be obtained in the analytical form, while in general case of flow the method leads to a semi-analytical solution presented as an initial problem for a differential equation. This solution, even being presented in non-analytical form, is much simpler than the original compositional model, as the equation for saturation does not depend on the local pressure, but on the boundary pressure only. In the last chapter we extended this approach to the case when the capillary pressure is not neglected. We assumed however that the capillary forces are lower than the pressure difference between the wellbore and reservoir boundary, due to which we applied the perturbation method over the small inverse capillary number. The improved asymptotic solutions are obtained which take into account the capillary effect. Numerical simulations shown that these effects are maximal in the vicinity of the well. For the practice, the obtained asymptotic solutions may be used in the following way to resolve the problem of gas-condensate well representation. The case of a long-term exploitation of the reservoir}. First of all, the traditional simulation of the reservoir behaviour can be performed with ECLIPSE by adding the Peaceman method of well representation, which is an analytical relation for the wellbore pressure via the production rate. This relation includes a condensate saturation which can be evaluated as a mean reservoir saturation. Such a simulation provides a good result for the wellbore pressure (or the production rate), and a good result for the boundary saturation, but poor data for the wellbore saturation. This value can be calculated next by using the asymptotic solutions suggested in the presented project. The case of a short-term well production (a well test). It is sufficient to simulate the reservoir behaviour in the domain of the well influence, by assuming that the boundary state remains invariable (and known a priori). In this case the asymptotic solutions suggested in the present work can be directly used to simulate the problem (without using ECLIPSE).



# Chapitre 1

## Écoulement de gaz-condensat avec transitions de phase en milieux poreux

### 1.1 Introduction

La plupart des réserves de gaz naturel existent sous la forme de "réservoirs rétrogrades gaz-liquide" dans lesquels la phase liquide provient du gaz quand la pression diminue. Ce processus est inverse (rétrograde) par rapport à la transition de phase traditionnelle. Les systèmes rétrogrades semblent être très importants car ils constituent une énorme classe des réservoirs souterrains d'hydrocarbure connus sous le nom des champs de gaz-condensat.

Une classe importante des réservoirs pétroliers appartient aux prétendus systèmes proche-critiques, dans lesquels l'état thermodynamique pendant toute la période de l'exploitation de réservoir demeure près du point critique. La proximité à l'état critique peut être qualitativement évaluée de la façon suivante [Gorodetsky *et al* 2000].

Une telle condition est habituellement satisfaite pour les réservoirs de gaz-condensat, jusqu'à ce que la pression atteigne le minimum technologique. Dans le diagramme de phase de la pression-température, un système de gaz-condensat est situé vers la droite du point critique, comme montré dans Fig. 1.1. L'état initial à une haute pression est gazeux. Quand la pression diminue, la phase liquide apparaît du gaz. Un tel processus est rétrograde en ce qui concerne la transition traditionnelle de phase quand le liquide est formé pendant la croissance de pression.

En effet, tous les systèmes de gaz-condensat sont multicomposants et contiennent  $N$  composants chimiques comme des hydrocarbures de  $C_1H_{10}$  à  $C_{10}H_{22}$  et plus lourd. L'écoulement d'un tel mélange est décrit par  $N$  équations différentielles non-linéaires de conservation de la masse pour chaque composant et  $N$  relations de fermeture transcendantales thermodynamiques. Une analyse constructive d'un tel modèle est pratiquement impossible et la théorie générale d'écoulement de gaz-condensat est maintenant faiblement développée. La seule méthode pour analyser ce système est la simulation numérique, [Eilerts, Sumner and Potts 1965], [Eilerts and Sumner 1967], [Aziz and Settari 1979], [Coats 1980]. Cependant, semble être peu efficace même la méthode numérique appliquée au système non-linéaire de la dimension élevée. D'ailleurs, dans quelques cas très importants comme, par exemple, le voisinage des points singuliers, les méthodes numériques sont impuissantes. Dans ce cas, les solutions analytiques sont plus préférables. Les solutions analytiques



# CHAPITRE 1. ÉCOULEMENT DE GAZ-CONDENSAT

## 1.1. INTRODUCTION

---

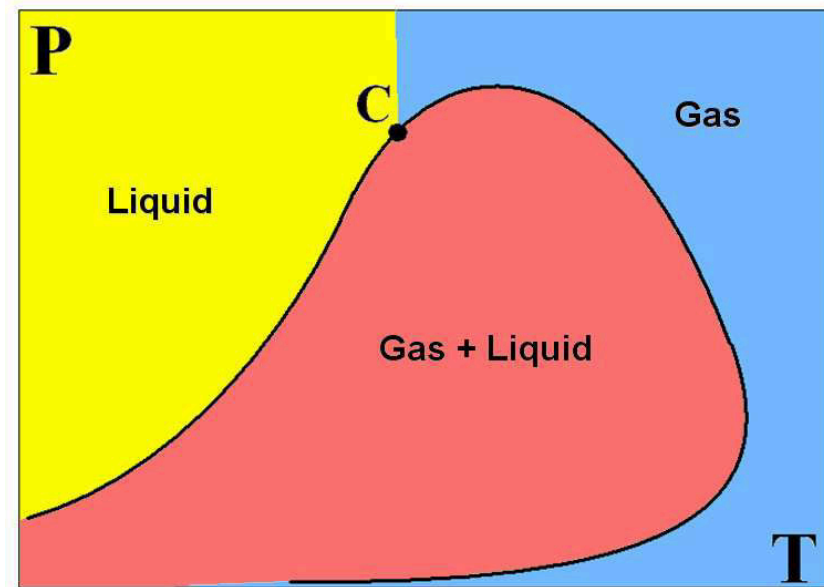


FIG. 1.1 – Diagramme de phase "Pression-Température" d'un mélange d'hydrocarbure. Le point critique est C.

sont également demandées pour certains besoins industriels, en tant qu'un outil efficace pour résoudre le problème des simulations de réservoirs compositionnels [Panfilova and Panfilov 1997].

Le modèle mathématique complet de l'écoulement de gaz-condensat se compose des équations d'équilibre pour chaque phase, des équations d'équilibre de matière pour chaque composant chimique présent dans le mélange, et des relations thermodynamiques de fermeture décrivant un équilibre d'état de phase.

De diverses tentatives de développer la théorie analytique sont connues dans la littérature, mais elles concernent des mélanges de deux-composant. D'ailleurs, de diverses prétentions fortes additionnelles sont présentées. Par exemple, dans [Mirzadzandeh 1970], on a assumé que la phase liquide est immobile. Pour les problèmes du déplacement condensat par un gaz [Bedrikovetsky 1993], la loi approximative d'Amagat est employée pour décrire l'échange de masse entre les phases, ou une approximation de gradient de basse pression. Pour trois composants mélanges quelques résultats théoriques sont obtenus quand la pression est pratiquement constante [Orr 1999]. Les solutions analytiques pour un écoulement à plusieurs

# CHAPITRE 1. ÉCOULEMENT DE GAZ-CONDENSAT

## 1.1. INTRODUCTION

---

composants de mélange avec des transitions de phase ont été suggérées dedans [Panfilov 1986], [Panfilov and Shilovich 2000], [Volik, Shilovich and Panfilov 2000] pour un problème particulier d'écoulement dans un réservoir infini. Dans ce cas l'écoulement est l'auto-similaire et le modèle mathématique peut être transformé aux équations ordinaires.

Dans un milieu poreux un tel fluide normalement prend la forme d'un système finement dispersé avec une balance caractéristique des gouttes ou des bulles liquides de gaz de l'ordre de la taille de pore. L'interface entre les phases devient également fortement dispersée et irrégulière. Dans de telles conditions le système examiné peut être efficacement décrit en termes d'approche phénoménologique quand les deux phases sont considérées en tant que deux continuum interpénétrants, chacune d'eux occupe l'espace global. D'ailleurs, on peut assumer que le système est dans l'équilibre local, dû à un fortement développé d'interface espace assurant des transferts de masse rapides.

Le comportement statique d'un tel système, même si il est tout à fait compliqué du point de vue physique, ne pose pas des problèmes énormes en modelant. La théorie thermodynamique de tels systèmes est bien développée dans les travaux fondamentaux : [Sedov 1976], [Nigmatulin 1987], aussi bien que dans la technologie de réservoir : [Coats 1980], [Nikolaevsky *et al* 1968], [Firoozabadi(1999)], [Danesh 1998], [Batalin, Brusilovskiy and Zaharov 1992]. La description mathématique, qui s'appelle fréquemment *le modèle compositionnel*, se compose des  $N$  équations de bilan de matière pour chaque composant, de deux équations d'état de phase et des  $N + 2$  équations des équilibres de phase reliant les potentiels chimiques de chaque composant en les deux phases, des pressions de phase et des températures de phase. Habituellement un tel modèle représente un système transcendant non-linéaire d'équation d'ordre supérieur qui peut être résolu numériquement en utilisant de diverses procédures d'itération.

Le problème de base en employant un tel modèle apparaît quand le comportement dynamique d'un système compositionnel est analysé. Dans ce cas le système est compliqué par les équations d'équilibre et de bilan énergétique. La résolution du sous-système hydrodynamique exige pour résoudre le sous-système d'ordre élevé non-linéaire thermodynamique mentionné ci-dessus à chaque point de l'espace et dedans chaque instant du temps. L'algorithme global devient tellement complexes

# CHAPITRE 1. ÉCOULEMENT DE GAZ-CONDENSAT

## 1.1. INTRODUCTION

---

qu'il fréquemment ne peut pas réaliser dans la pratique, en menant à une mémoire CPU/manque de temps, divergences d'algorithme, ou des instabilités numériques. Le problème de découplage de la thermodynamique de l'hydrodynamique afin de simuler le système thermodynamique une fois pour toutes les points de l'espace et de temps a ainsi une recherche élevée et une signification pratique.

Un modèle compositionnel simplifié peut être obtenu en réduisant le bloc thermodynamique, qui peut être exécuté en particulier en réduisant le nombre de composants chimiques par deux ou trois. Les mélanges binaires sont fréquemment employés dans la recherche théorique. En même temps, ils ne sont pas très appréciés dans des études pratiques, étant considéré comme trop approximatifs pour les systèmes réel. Dans la théorie de technologie de réservoir un mélange binaire est suffisant pour décrire un épuisement normal d'un réservoir gaz-huile ou de gaz-condensat, alors qu'un modèle de trois-composant est suffisant pour décrire les processus du déplacement d'huile/condensat par le gaz. En papier [Panfilova and Panfilov 2004] les mélanges proche-critiques se sont avérés asymptotiquement binaires, indépendamment du processus hydrodynamique examiné.

Une autre manière de développer les modèles compositionnels simplifiés est de modifier les équations d'écoulement. Ceci peut être fait en employant l'approximation stationnaire [Whitson *et al* 2003], [O'Dell and Miller 1967], [Fussell 1973], [Chopra and Carter 1986], [Dinariev 1996], [Mitlin 1990] ou un modèle de semi-stationnaire en tant que dedans le papier [Oladyshkin & Panfilov(2005)].

Dans le papier [Whitson *et al* 2003] est présenté une approche approximative aux puits modèles de gaz-condensat, qui est basée sur l'hypothèse d'un rôle dominant de la région au voisinage du puits et d'écoulement stationnaire dans cette région. Une théorie stationnaire de l'écoulement di-phasique présentée près [O'Dell and Miller 1967] et modifiée plus tard par [Fussell 1973] prévoit l'exécution des systèmes de seul puits de gaz-condensat quand il y a renvoi condensat liquide. La preuve de cette théorie est développée [Chopra and Carter 1986] avec des équations de matériel-équilibre et le concept d'équilibre de phase. Dans cette dispersion de preuve le capillaire et les effets de pesanteur sont négligés. Des écoulements cylindrique-symétriques de filtration d'un mélange di-phasique à plusieurs composants de type un gaz-condensat avec des transitions de phase sont considérés [Dinariev 1996]. Attribut suffisant de stabilité pour des écoulements stationnaires à

# CHAPITRE 1. ÉCOULEMENT DE GAZ-CONDENSAT

## 1.1. INTRODUCTION

---

l'certaines prétentions, les plus fortes de quel - l'absence du seuil de la mobilité pour la phase liquide, est trouvée [Dinariiev 1996]. L'article [Dinariiev 1996] est basé sur la prétention très forte que tout le mélange de composant ont une influence égale sur l'état de phase.

On le connaît, que les écoulements monophasés stationnaires sont stable. La stabilité des écoulements stationnaires dans la théorie de la filtration d'un mélange à plusieurs composants avec des transitions de phase n'est pas étudiée complètement. On a observé sur la base de modeler numérique [Mitlin 1990] les processus oscillants d'effacement à une filtration d'un mélange de gaz-condensat au voisinage du puits opérationnel. Habituellement l'instabilité est possible, et d'ailleurs, est largement écarté dans la pratique. En effet, des modèles stationnaires sont fréquemment employés comme approximation à de vrais procédés d'écoulement disponibles pendant des périodes de temps courtes. C'est possible pour faire seulement si les solutions stationnaires aux équations d'écoulement existent et ont une signification physique. Pour des écoulements di-phasique en médias poreux avec l'échange de masse, l'existence des solutions stationnaires est prouvée dans le travail [Whitson *et al* 2003], [Chopra and Carter 1986], [Dinariiev 1996]. Ces solutions sont fréquemment employées dans la pratique pour décrire le fonctionnement des puits de gaz-huile ou de gaz-condensat. Cependant, nous montrerons que dans le plusieurs cas les solutions stationnaires n'ont aucune signification physique, ou décrire des processus physiques insatisfaisants.

Malheureusement les deux simplifications ne mènent pas découplage de la thermodynamique de l'hydrodynamique.

### 1.1.1 Problème de représentation d'un puits de gaz à condensat

La simulation numérique de l'hydrodynamique des réservoirs pétroliers est basée sur une discrétisation spatiale du domaine. Chaque cellule de la grille numérique contient une valeur simple de chaque fonction décrivant le comportement de réservoir (pression, vitesse, saturation...), qui est égal à la valeur moyenne de cette fonction dans la cellule examinée. Ceci concerne n'importe quelle cellule comprenant ceux ce qui contiennent des puits. Ces cellules s'appelleront les puits-cellules, Fig. 1.2. Dans une puits-cellule  $Y_{ij}$  la variation spatiale de la pression (et de la vitesse) est très

# CHAPITRE 1. ÉCOULEMENT DE GAZ-CONDENSAT

## 1.1. INTRODUCTION

---

grande, tels que la pression moyenne  $P_{ij}$  est fortement différente de la pression au voisinage du puits,  $P_w$ , dû à une loi logarithmique bien connue du comportement de pression, Fig. 1.3.

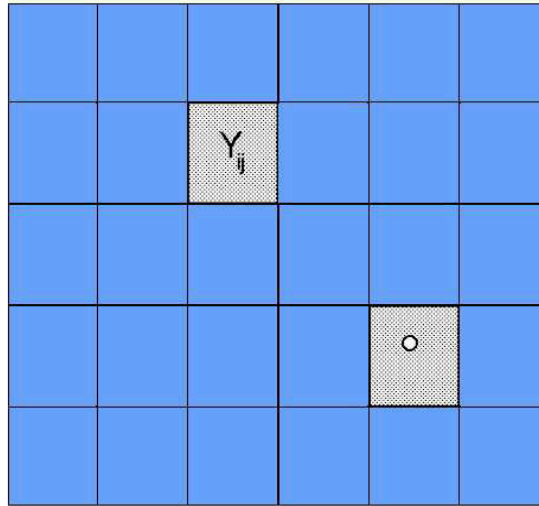


FIG. 1.2 – Puits-cellules d’une grille numérique

Une différence significative entre la pression au puits et la pression moyenne au la cellule sont des résultat des quelques conséquences négatives. Les véritables conditions de valeur limite à un puits sont formulées en termes de puits-pression, toutefois ces conditions sont transférées sur la pression moyenne dans le simulateur numérique. Ceci mène aux erreurs considérables dans le calcul de puits de production. Deux approches pour résoudre ce problème sont connues : l’amélioration locale de grille, ou l’utilisation des solutions analytiques.

Dans le cas d’un mélange à multi-composant l’approche locale d’amélioration de grille exige pour résoudre les sous-systèmes hydrodynamiques et thermodynamiques en chaque cellule de fin-grille, qui augmente le temps de simulation au manière significative.

Un autre approche, analytique, est basé sur la formule de Dupuit qui relie la pression de puits avec de la pression à la frontière de cellule dans le cas quand la cellule a la forme d’un cercle, qui est très près de la pression moyenne de cellules :

$$P_{ij} = p_w + \frac{q}{2\pi Kh} \ln \left( \frac{l/2}{r_w} \right) \quad (1.1)$$

# CHAPITRE 1. ÉCOULEMENT DE GAZ-CONDENSAT

## 1.1. INTRODUCTION

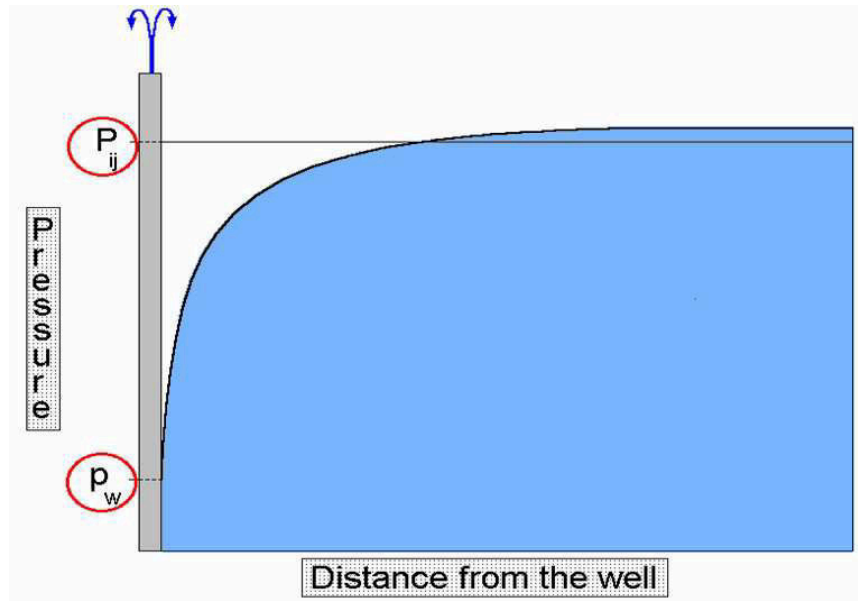


FIG. 1.3 – Comportement de pression au voisinage du puits

où  $K$  est la perméabilité,  $h$  est la épaisseur de réservoir,  $r_w$  est le rayon de puits,  $q$  est le débit de puits,  $l$  est la taille de puits-cellule.

Étant appliqué à chaque phase, cette relation rapporte la formule de Peacemen suivante :

$$q_\alpha = T \cdot M_\alpha (P - p_w) \quad (1.2)$$

où  $T$  est la transmissibilité ;  $S$  est le skin-facteur se rappelant une résistance additionnelle d'écoulement produite par un zone juste autour du puits ;  $r_0$  ;  $\alpha$  est l'index de phase ;  $q_\alpha$  est le débit du  $\alpha$ -phase ;  $M_\alpha(s)$  est la mobilité de phase ;  $s$  est la saturation liquide.

Habituellement la saturation  $s$  change de manière significative dans l'espace et le temps, ainsi la formule de Peacemen devient indéterminée : quelle valeur de saturation devrions-nous prendre ? Dans l'simulateur ECLIPSE, la saturation  $s$  en chaque puits-cellule est toujours égale à celle à la frontière de cellules.

Cette prétention est justifiée quand la saturation est une variable modeste dans l'espace. C'est le cas de l'écoulement sans échanges de masse.

Malheureusement, dans le cas de l'écoulement de gaz-condensat (avec des échanges de masse) cette approximation semble être inutilisable, car la saturation

# CHAPITRE 1. ÉCOULEMENT DE GAZ-CONDENSAT

## 1.1. INTRODUCTION

condensat subit des variations énormes de l'espace. Si un mélange de gaz-condensat coule vers puits, la variation de saturation de liquide au voisinage du puits est montrée sur le schéma Fig. 1.4. La saturation de condensat change d'une petite valeur entre 0% et 10% loin du puits jusqu'à une valeur de 70%-90% au bord du puits. En d'autres termes, l'état de phase d'un système de gaz-condensat change de monophasé gazeux au monophasé liquide.

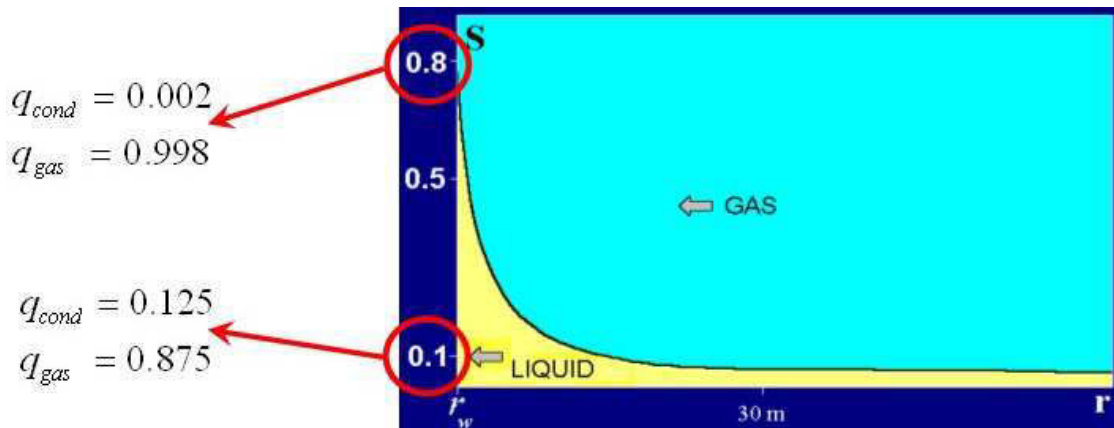


FIG. 1.4 – Distribution de saturation de liquide autour d'un puits de gaz-condensat

La formule de Peacemen avec une valeur fixe de saturation ne peut pas être employée. Si nous calculons maintenant le débit de production en utilisant la formule 1.2 de Peacemen pour deux valeurs limites de saturation, nous obtenons ce qui suit, le Fig. 1.4 : le débit liquide (mesuré dans quelques unités sans dimensions) égale 0.002 une fois calculé pour la saturation au bord du puits ( $s = 0.8$ ), et est égal à 0.125 pour la saturation de cellules de frontière ( $s = 0.1$ ). La différence en valeurs de débit de liquides est 6000% (!). Pour la phase gazeuse, la différence est inférieure, mais demeure plutôt significative : 15%.

Par conséquent, la simulation du débit de production de puits mène à une erreur de 6000% pour le liquide, et jusqu'à à 15% pour le gaz, si la saturation de frontière est employée au lieu de la véritable valeur de saturation au bord du puits.

Une autre méthode employée dans ECLIPSE-100 consacré pour calculer le débit de production d'un puits de gaz-condensat est la méthode généralisée de pseudo-pression. Selon cette méthode, la variation de saturation de l'espace est prise en considération, mais on assume que la saturation est une fonction thermodynamique

# CHAPITRE 1. ÉCOULEMENT DE GAZ-CONDENSAT

## 1.1. INTRODUCTION

de la pression, donc la fonction qui dépend strictement de la pression seulement et cette dépendance est déterminée par des états d'équilibre de phase :  $s = s(p)$ . Il peut montrer [Whitson *et al* 2003] que le domaine de la validité de cette méthode est un écoulement stationnaire de gaz-condensat.

Malheureusement, dans un processus dynamique la saturation peut ne jamais être examinée comme fonction thermodynamique de pression. Selon au [Panfilov 1986], [Panfilov and Shilovich 2000] le véritable comportement de saturation et "la saturation thermodynamique" (dépendre du la pression seulement) sont présentés sur le Fig. 1.5.

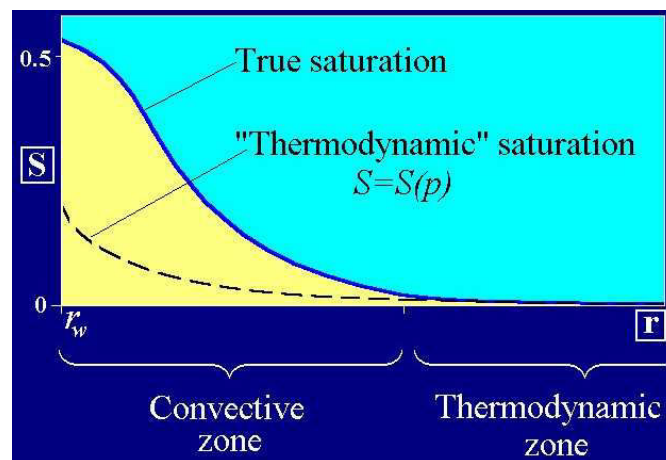


FIG. 1.5 – Distribution de saturation liquide réel et "thermodynamique" au voisinage d'un puits de gaz-condensat

Juste au bord de puits la différence entre deux extensions de courbes 100-300%. Le processus est cette "zone convective" est entièrement régi par des effets dynamiques en système thermodynamiquement ouvert, et n'a rien commun avec un processus thermodynamique classique dans une cellule d'isolement.

Le deuxième défaut des solutions stationnaires pour des systèmes de gaz-condensat est qu'ils sont toujours instables, qui seront montrés dans ce travail.



### 1.1.2 Les solutions analytiques pour le modèle d'écoulement de gaz-condensat

Dans ce projet nous développons les solutions analytiques des problèmes d'écoulement de gaz-condensat qui peuvent être employés pour représenter des puits dans les simulations de réservoir. Nous basée sur le modèle compositionnel complet. Comme dit ci-dessous, le problème principal, de l'écoulement compositionnel est une complexité élevée du modèle mathématique, qui cause de diverses tendances de développer les modèles simplifiés.

La première tendance pour simplifier le modèle est de réduire le bloc thermodynamique, qu'on peut en particulier achever en réduisant le nombre de composants chimiques jusqu'à deux ou trois. Les mélanges binaires sont fréquemment employés dans la recherche théorique, [Koldoba and Koldoba 2003]. En même temps, ils ne sont pas très appréciés dans des études pratiques, étant considéré comme trop loin des systèmes réels. Les mélanges binaires sont fréquemment employés dans la recherche théorique. En même temps, ils ne sont pas très appréciés dans des études pratiques, étant considéré comme trop approximatifs pour les systèmes vrais. Dans la théorie de conception des réservoirs un mélange binaire est suffisant pour décrire un épuisement naturel d'un réservoir gaz-huile ou de gaz-condensat, alors qu'il faut un modèle trois-composants est suffisant pour décrire les processus du déplacement d'huile/condensat par le gaz. Ce n'est pas trop exact, comme en papier [Somov, Zotov, Li 1978], on a montré qu'un mélange binaire est un modèle suffisant pour décrire l'écoulement au voisinage du puits, tandis que le nombre minimal de composants suffisamment pour décrire en l'écoulement de gaz est trois. Ainsi, tout dépend des objectifs de recherches. En papier [Panfilova and Panfilov 2004] le comportement de tous les mélanges proche-critiques avéré asymptotiquement binaire (y compris le gaz-condensat), qui peut augmenter la signification des modèles binaires.

La deuxième tendance pour développer les modèles compositionnels simplifiés concerne les équations d'écoulement. La simplification unique qui a été suggérée dans la littérature consiste à employer les solutions stationnaires. En effet, le modèle compositionnel complet possède une solution stationnaire qui a été obtenue par [O'Dell and Miller 1967], [Fussell 1973] et [Dinariiev 1996]. Dans les travaux de [Whitson *et al* 2003] la solution stationnaire a été appliquée comme un modèle approximatif d'écoulement de gaz-condensat. Cette approche est basée sur la prétention

# CHAPITRE 1. ÉCOULEMENT DE GAZ-CONDENSAT

## 1.1. INTRODUCTION

---

sur un rôle dominant de la région au bord du puits et une stabilisation rapide dans cette région. Des modèles stationnaires sont fréquemment utilisés dans la pratique comme une approximation aux procédés d'écoulement réels déroulant pendant les courtes périodes de temps. Une tentative de donner une justification à cette théorie stationnaire a été faite par le [Chopra and Carter 1986] en négligeant la dispersion, la capillarité et la gravité.

En même temps, notre propre expérience de modéliser de l'écoulement gaz-condensat divers montre que les solutions stationnaires sont très fréquemment insatisfaisantes, particulièrement pour le comportement de saturation. D'ailleurs, les simulations numériques multiples que nous avons effectuées avec un modèle compositionnel n'ont jamais prouvé que les solutions tendent à une limite stationnaire. Quelques résultats de ces simulations sont présentés dans le travail actuel.

Si un véritable système non-stationnaire a une solution stationnaire, mais cette solution stationnaire n'est pas une limite à  $t \rightarrow \infty$  pour le véritable processus non-stationnaire, alors ce solution stationnaire ne peut pas être réalisée et ainsi n'a aucune signification physique. Les mêmes idées peuvent être reformulées en termes de stabilité de solution. Examinons une solution stationnaire qui n'attire pas les solutions non-stationnaire. Perturbons cette solution stationnaire et toutes autres solutions non-stationnaire. Si une perturbation non-stationnaire ne sera pas attirée la solution stationnaire, par conséquent la perturbation ne disparaît pas à temps, qui signifie que la solution stationnaire est instable. Ainsi le problème de la stabilité des solutions stationnaire au modèle compositionnel devient crucial.

L'objectif de nos recherches a été de travailler avec le modèle compositionnel complet, le plus proche de réalité, donc sans aucune simplification dans la thermodynamique et les nombres des composants chimiques. L'approche proposée est basé sur l'analyse des propriétés asymptotiques des systèmes gaz-liquide et peut être décrit par les directions principales présentées ci-dessous.

Au lieu d'un modèle compositionnel général nous suggérons un modèle compositionnel limité qui représente une double limite du modèle compositionnel complet : i) les propriétés de phases sont en contraste (les mobilités de phases et les compressibilités de phases), ce qui est typique pour un système gaz-liquide, et ii) le temps de la stabilisation de pression est très rapide par rapport au temps de processus caractéristique. La première propriété s'appelle une propriété de contraste alors que

# CHAPITRE 1. ÉCOULEMENT DE GAZ-CONDENSAT

## 1.1. INTRODUCTION

---

la deuxième est une propriété semi-stationnaire. Ce modèle s'avère stationnaire pour la pression et les concentrations, mais non-stationnaire pour la saturation.

Nous avons trouvé que l'équation décrivant le transport des concentrations de phase peut être transformée en équations différentielles ordinaires (différentiation par pression) indépendantes du temps et de l'espace. Ces équations transformées représentent des relations thermodynamiques additionnelles réduisant le degré de liberté thermodynamique. Cette transformation assure la décomposition totale du modèle compositionnel limité sur des nouveaux modèles thermodynamique et hydrodynamique, qui peut être résolu séparément d'un à l'autre.

Le modèle thermodynamique décomposé est totalement indépendant de l'hydrodynamique, et décrit l'équilibre d'un système ouvert gaz-liquide. Ce modèle contient les équations d'équilibre classiques et les équations d'état, aussi bien que les nouvelles équations appelées "delta-loi" qui déterminent la variation de composition d'un système ouvert, dans lequel la masse de chaque composant n'est pas conservée.

Le modèle hydrodynamique décomposé est constitué de deux équations pour la pression et la saturation. Les coefficients de l'équation de saturation dépendent de la pression et peuvent être calculés à partir de la thermodynamique.

Le modèle hydrodynamique décomposé a été employé pour développer les solutions asymptotiques des problèmes d'écoulement de gaz-condensat. Il a été découvert que le problème contient de perturbations singulières avec la formation d'une couche limite à voisinage du puits. Dans cette couche la propriété de contraste de base de gaz et de liquide est perturbée. On a développé une technique spéciale qui permet de construire des expansions asymptotiques sous une forme de deux séries diverses. L'une d'entre elles est valide loin du puits (l'expansion extérieure), alors que la deuxième est valide au voisinage du puits (la couche limite ou l'expansion intérieure).

Toutes les études ont été accompagnées et vérifiées par l'analyse numérique pour les systèmes gaz-condensat avec transition des phases en milieu poreux.

## 1.2 Modèle compositionnel de l'écoulement gaz-condensat avec transitions de phase en milieux poreux

Considérons un mélange composé des  $N$  composants chimiques lequel capables former deux phases diverses thermodynamiques avec séparation par une interface. Nous choisirons une phase "primaire" (gaz) existante au état initial dans le système, et une phase "secondaire" (liquide) apparaissant après une perturbation de système (une diminution de pression). La précipitation de liquide du gaz est considérée comme direction principale des transitions de phase.

Aucune réaction chimique n'est observée dans le système, mais chaque composant peut être dissous en les deux phases. Le degré de dissolution est variable à de diverses conditions thermodynamiques, ce détermine un échange de masse permanent des composants entre deux phases.

### 1.2.1 Équations de conservation

Selon l'approche phénoménologique [Nikolaevsky *et al* 1968], [Nigmatulin 1987], [Sedov 1976], nous examinons le gaz, le liquide et le solide en tant que trois continus interpénétrants. Ceci implique un système dispersé fin, qui justifie l'équilibre local. Comme admis en thermo-hydrodynamique de réservoir, nous considérons un processus isotherme, car la masse globale de la terre de entourage de réservoir joue le rôle d'un calorimètre énorme possédant une capacité calorifique intégrale énorme qui maintient une température constante à l'intérieur du réservoir d'une manière normale.

Nous emploierons le modèle compositionnel général qui représente  $N$  équations de bilan de matière pour chaque composant chimique et deux équations de l'équilibre pour chaque phase, [Nigmatulin 1987], [Sedov 1976], [Coats 1980], [Aziz and Settari 1979], dans le domaine  $\Omega = R_w < R < R_*$  :

# CHAPITRE 1. ÉCOULEMENT DE GAZ-CONDENSAT

## 1.2. MODÈLE COMPOSITIONNEL DE L'ÉCOULEMENT GAZ-CONDENSAT

---

$$\phi \frac{\partial}{\partial t} \left( \rho_l c_l^{(k)} s + \rho_g c_g^{(k)} [1-s] \right) + \operatorname{div} \left( \rho_l c_l^{(k)} \mathbf{V}_l + \rho_g c_g^{(k)} \mathbf{V}_g \right) = 0, \quad (1.3a)$$
$$k = 1, \dots, N$$

$$\mathbf{V}_l = -\frac{Kk_l}{\mu_l} \operatorname{grad} P_l, \quad \mathbf{V}_g = -\frac{Kk_g}{\mu_g} \operatorname{grad} P_g \quad (1.3b)$$

où l'indice supérieur "k" se rapporte à composant chimique ( $k=1, \dots, N$ ), l'indice  $g$  et  $l$  à gaz et liquide;  $\phi$  est porosité;  $\rho$  est la densité de phase;  $c_g^{(k)}$  ou  $c_l^{(k)}$  est la concentration de masse de composant  $k$  dans le gaz ou le liquide;  $s$  est la saturation de volume des pores par le liquide;  $k_g$  et  $k_l$  sont les perméabilités relatives;  $\mu$  est la viscosité de phase;  $K$  est la perméabilité absolue;  $P$  est les pressions de phase;  $V$  est la vitesse de Darcy;  $R_w$  est le rayon de puits,  $R_*$  est le rayon de l'influence du puits. On assume que les composants sont arrangés dans l'ordre croissant du poids moléculaire, tel que le composant 1 est le plus léger, tandis que le composant  $N$  est le plus lourd.

Les équations (1.3b) de bilan des forces sont écrites sous forme de loi de Darcy pour chaque phase, ainsi nous négligeons l'échange de moment aux transitions de phase.

La structure de la perméabilité relative peut être arbitraire, en particulier elles peuvent être examinées comme fonctions de vitesse en tant que dedans le travaux [Henderson *et al* 1995], mais non seulement de saturation.

La viscosité de la phase est une fonction connue de composition de la pression et de la phase. La perméabilité absolue  $K$  et la porosité  $\phi$  sont données comme des fonctions des coordonnées de l'espace et de la pression.

Le système  $N + 2$  des équations (1.3) est écrit en ce qui concerne la pression  $P$ , la saturation  $s$ , les vitesses  $V_l$ ,  $V_g$ , et les  $N - 2$  concentrations indépendantes qui seront dénotées comme "la concentration basique"  $\chi^{(k)}$ . D'autres concentrations et densités de phase sont déterminées à partir des relations thermodynamiques additionnels. Pour les systèmes de gaz-condensat il est plus commode choisissent les  $N - 2$  composants plus légers en tant que de base :

$$\chi^{(j)} = c_g^{(j)}, \quad j = 1, \dots, N - 2 \quad (1.4)$$

### 1.2.2 Relations thermodynamiques de fermeture

Les relations de fermeture pour le système (1.3) décrivent le comportement thermodynamique d'équilibre local. Ils se composent des  $N$  équations d'équilibre en termes de potentiels chimiques (1.5a) pour chaque composant, de deux équations de état (1.5b) de phase et de deux équations de normalisation pour les concentrations (1.5c) :

$$\nu_g^{(k)} \left( P, \{c_g^{(q)}\}_{q=1}^N \right) = \nu_l^{(k)} \left( P, \{c_l^{(q)}\}_{q=1}^N \right), \quad k=1, \dots, N \quad (1.5a)$$

$$\rho_g = \rho_g \left( P, \{c_g^{(q)}\}_{q=1}^N \right), \quad \rho_l = \rho_l \left( P, \{c_l^{(q)}\}_{q=1}^N \right) \quad (1.5b)$$

$$\sum_{k=1}^N c_g^{(k)} = 1, \quad \sum_{k=1}^N c_l^{(k)} = 1 \quad (1.5c)$$

où  $\nu_i^{(k)}$  est le potentiel chimique de composant  $k$  dans la phase  $i^{th}$ . Des équations d'état (1.5b) sont écrites en forme général. Des fonctions  $\nu_g^{(k)}(P, \dots)$  sont données. De diverses versions de ces fonctions peuvent être trouvées dedans [Danesh 1998] et [Batalin, Brusilovskiy and Zaharov 1992].

Dans la première approximation nous supposons que la pression capillaire  $P_c$  peut être négligée en ce qui concerne la différence caractéristique de pression au-dessus du domaine  $\Delta P$ . Ceci implique que le nombre capillaire  $Ca \equiv \Delta P / \langle P_c \rangle$  est grand ( $\langle P_c \rangle$  est la pression capillaire moyenne), ou la vitesse de l'écoulement est plutôt important. Dans le cas particulier d'un système de gaz-condensat l'acceptation d'une valeur  $P_c$  petit est vraie même pour une petit vitesse d'écoulement, car la tension superficielle est basse dans un tel système dans lequel les compositions en phase sont familières [Panfilova and Panfilov 2004] :  $P_c = \frac{\sigma}{r} \sim 10^3 - 10^4 \text{ Pa} = 0.01 - 0.1 \text{ bar}$ . L'influence de la capillarité sera étudiée dans la dernière partie du thèse (section 9).

Si la capillarité est négligée, le système a une pression unique :

$$P_l = P_g \equiv P \quad (1.6)$$

En raison de ceci, le système (1.5a) – (1.5c) ne contient pas la saturation  $s$ , parce que les densités de phase et les concentrations sont indépendant de  $s$ .

# CHAPITRE 1. ÉCOULEMENT DE GAZ-CONDENSAT

## 1.2. MODÈLE COMPOSITIONNEL DE L'ÉCOULEMENT GAZ-CONDENSAT

---

Le système (1.5a) – (1.5c) inclut des  $(N + 4)$  équations en ce qui concerne des  $(2N + 3)$  variables :  $P, \rho_g, \rho_l, \left\{c_g^{(q)}\right\}_{q=1}^N, \left\{c_l^{(q)}\right\}_{q=1}^N$ . La différence entre le nombre de variables et le nombre d'équations,  $v = (2N + 3) - (N + 4) = N - 1$ , s'appelle *la variance thermodynamique* et détermine le nombre de variables indépendantes. Nous choisissons la pression et les  $N - 2$  concentrations premières en gaz comme ensemble de variables indépendantes :

$$P, \chi^{(q)} \equiv c_g^{(q)}, \quad q = 1, \dots, N - 2 \quad (1.7)$$

Ainsi les densités de phase et d'autres concentrations qui n'entrent pas dans la base (1.7) dépendent du  $P$  et du  $N - 2$  concentrations de basique  $\chi^{(q)}$ , qui constituent la règle de Gibbs de la phase.

### 1.2.3 Conditions frontières et initiales

Pour un écoulement radial vers puits, nous assumons les conditions frontières et initiales généraux suivants :

$$P=P^0, \quad s=s^0, \quad \chi^{(j)} = \chi^{(j)0} \equiv c_g^{(j)0}, \quad j = 1, \dots, N - 2, \quad \text{when } t=0, \quad (1.8a)$$

$$\left. \frac{\partial P}{\partial r} \right|_{R=R_*} = 0, \quad (1.8b)$$

$$2\pi RH \left. \frac{\partial}{\partial r} (\rho_l V_l + \rho_g V_g) \right|_{R=R_w} = G(t) \quad (1.8c)$$

ici  $G$  est le débit total de l'écoulement [ $kg/s$ ] et  $H$  est l'épaisseur de réservoir.

La distribution de la pression et de la saturation à l'état initial sont assumées d'être uniformes dans l'espace. La frontière de la zone d'influence de puits par définition est une surface à travers laquelle l'écoulement normal est zéro, qui est formulé en la condition (1.8b). La condition (1.8c) dit que la débit total  $G$  de écoulement au puits est donné.

**CHAPITRE 1. ÉCOULEMENT DE GAZ-CONDENSAT**  
**1.2. MODÈLE COMPOSITIONNEL DE L'ÉCOULEMENT GAZ-CONDENSAT**

---



## Chapitre 2

# Modèle compositionnel limite et HT-découplage

## 2.1 Modèle compositionnel semi-stationnaire limite du contraste

En cette section nous obtenons une forme de limite du modèle d'écoulement de gaz-condensat qui résulte du modèle compositionnel complet quand les propriétés de phase (des viscosités et des compressibilités) devient contrastant et le processus de relaxation de pression est rapide.

Le système (1.3) peut être présenté sous une forme équivalente ensuite à l'exclusion des vitesses :

$$\phi \frac{\partial \rho}{\partial t} = \text{div}([\Psi_l + \Psi_g] \text{grad}P), \quad (2.1a)$$

$$\phi \frac{\partial \rho^{(k)}}{\partial t} = \text{div}\left(\left[\Psi_l c_l^{(k)} + \Psi_g c_g^{(k)}\right] \text{grad}P\right), \quad k = 2, \dots, N \quad (2.1b)$$

où  $\Psi_i \equiv \rho_i K k_i / \mu_i$ ,  $i = l, g$  est la conductivité hydraulique de phase;  $\rho \equiv \rho_l s + \rho_g(1 - s)$  est la densité total;  $\rho^{(k)} \equiv \rho_l c_l^{(k)} s + \rho_g c_g^{(k)}(1 - s)$  est la densité partielle total du composant  $k$ .

La première équation dans le système (2.1) représente une somme de toutes les  $N$  équations (1.3).

### 2.1.1 Forme canonique du modèle compositionnel

Avant de développer la nouvelle modèle, le model compositionnel (2.1) devrait être transformé en forme asymétrique dans laquelle chaque équation a une signification physique stricte : une équation décrit l'écoulement de gaz, la seconde décrit l'écoulement liquide, alors que les  $N - 2$  équations restantes décriront le transport des composants chimiques de base. Cette forme s'appellera *canonique*.

L'équation (2.1a) formulée pour le mélange total peut être examinée en tant que cela qui décrit l'écoulement du gaz, car les terme correspondant au liquide sont petites. Pour obtenir l'équation décrivant l'écoulement liquide, il est nécessaire d'enlever les limites décrivant l'écoulement de gaz d'un les équations restantes.

Ainsi, prenons l'équation (2.1b) pour  $k = N$  et la représentons sous la forme :

$$\phi \frac{\partial \rho^{(N)}}{\partial t} = \text{div}\left(\Psi_l c_l^{(N)} \text{grad}P\right) + c_g^{(N)} \text{div}\left(\Psi_g \text{grad}P\right) + \Psi_g \text{grad}\left(c_g^{(N)}\right) \text{grad}P$$

## CHAPITRE 2. MODÈLE LIMITE ET HT-DÉCOUPLAGE

### 2.1. MODÈLE COMPOSITIONNEL SEMI-STATIONNAIRE LIMITE DU CONTRASTE

---

Le deuxième terme du côté droit signifie l'écoulement du gaz, nous a laissés l'enlèvent par substitution de (2.1a) et alors nous obtenons :

$$\begin{aligned} \phi \left[ \frac{\partial \rho^{(N)}}{\partial t} - c_g^{(N)} \frac{\partial \rho}{\partial t} \right] &= \Delta c^{(N)} \operatorname{div} (\Psi_l \operatorname{grad} P) + \\ &\Psi_l \operatorname{grad} (c_l^{(N)}) \operatorname{grad} P + \Psi_g \operatorname{grad} (c_g^{(N)}) \operatorname{grad} P \end{aligned} \quad (2.2)$$

où  $\Delta c^{(k)} \equiv c_l^{(k)} - c_g^{(k)}$ .

Le procédé semblable peut être exécuté avec toutes autres équations dans le système (2.1), au lequel mène :

$$\begin{aligned} \phi \left[ \frac{\partial \rho^{(k)}}{\partial t} - c_g^{(k)} \frac{\partial \rho}{\partial t} \right] &= \Delta c^{(k)} \operatorname{div} (\Psi_l \operatorname{grad} P) + \Psi_l \operatorname{grad} c_l^{(k)} \operatorname{grad} P + \\ &\Psi_g \operatorname{grad} c_g^{(k)} \operatorname{grad} P, \quad k = 1, \dots, N - 2 \end{aligned} \quad (2.3)$$

Dans le sous-système (2.3) maintenant nous pouvons enlever les limites responsables de l'écoulement liquide aussi par substitution de (2.2) :

$$\begin{aligned} \phi \left( \frac{1}{\Delta c^{(k)}} \left[ \frac{\partial \rho^{(k)}}{\partial t} - c_g^{(k)} \frac{\partial \rho}{\partial t} \right] - \frac{1}{\Delta c^{(N)}} \left[ \frac{\partial \rho^{(N)}}{\partial t} - c_g^{(N)} \frac{\partial \rho}{\partial t} \right] \right) &= \\ \Psi_l \operatorname{grad} P \left( \frac{\operatorname{grad} c_l^{(k)}}{\Delta c^{(k)}} - \frac{\operatorname{grad} c_l^{(N)}}{\Delta c^{(N)}} \right) + \\ \Psi_g \operatorname{grad} P \left( \frac{\operatorname{grad} c_g^{(k)}}{\Delta c^{(k)}} - \frac{\operatorname{grad} c_g^{(N)}}{\Delta c^{(N)}} \right), \quad k = 1, \dots, N - 2 \end{aligned} \quad (2.4)$$

#### 2.1.2 Fonctions de la neutralité composante

Présentons les nouvelles fonctions  $\zeta_g^{(k)}$  et  $\zeta_l^{(k)}$  appelé *les neutralités composantes* et défini comme :

$$d\zeta_l^{(k)} \equiv \frac{1}{\Delta c^{(k)}} dc_l^{(k)}, \quad d\zeta_g^{(k)} \equiv \frac{1}{\Delta c^{(k)}} dc_g^{(k)} \quad (2.5)$$

Chaque cette fonction a une signification physique claire : elle décrit la variation de concentration dans une phase fixe  $dc_i^{(k)}$  et la variation de concentration entre deux phases  $\Delta c^{(k)} = c_l^{(k)} - c_g^{(k)}$ .

## CHAPITRE 2. MODÈLE LIMITE ET HT-DÉCOUPLAGE

### 2.1. MODÈLE COMPOSITIONNEL SEMI-STATIONNAIRE LIMITE DU CONTRASTE

---

En particulier, le système des dérivés :

$$\frac{\partial \zeta_l^{(k)}}{\partial P}, \quad \frac{\partial \zeta_l^{(k)}}{\partial \chi^{(q)}}, \quad q = 1, \dots, N - 2$$

décrit les variations relatives de concentration produites par pression  $P$  ou des concentrations basic  $\chi^{(q)}$ .

Ces fonctions sont vraiment associées à cette propriété qui est appelée "neutralité composante". Un composant s'appelle le neutre en ce qui concerne les deux phases si ce composant n'a aucune préférence à dissoudre dans une phase. Autrement, les composants sont "en activité", comme par exemple composants les plus légers qui sont de préférence dissous en gaz, ou composants les plus élevés qui préfèrent le liquide. Que un composant purement neutre, il est possible montre deux propriétés de base [Panfilova and Panfilov 2004] : 1) ses concentrations en liquide et gaz sont équivalentes, et 2) sa concentration dans chaque phase fixe demeure constante. Ainsi pour le composant neutre, la variation de concentration d'une phase est égale à la différence de concentration entre les phases, ainsi les fonctions  $\zeta$  tendent 1. Pour un composant actif (par exemple le plus léger), sa différence de concentration entre les phases est haute, alors que la variation de sa concentration en gaz est lente, alors le fonctionnent  $\zeta_g$  tendent 0. Ainsi, les fonctions  $\zeta$  peuvent vraiment caractériser la neutralité composante : si elles sont petites puis le composant est en activité, autrement le composant est neutre.

Dans le Fig. 2.1 sont présentés deux exemples de la fonction

$$\frac{\Delta P}{\Delta c^k} \frac{\partial c_i^{(k)}}{\partial P}$$

où  $\Delta P$  est une chute de pression caractéristique le long du réservoir ( $\sim 40$  bar). La composition liquide correspond à cela utilisée dans des simulations numériques de la section 8.2.

La variation de base est appropriée au composant intermédiaire  $C4$ .

Réarrangeant tous les résultats, nous obtenons la forme canonique du modèle compositionnel :

## CHAPITRE 2. MODÈLE LIMITE ET HT-DÉCOUPLAGE

### 2.1. MODÈLE COMPOSITIONNEL SEMI-STATIONNAIRE LIMITE DU CONTRASTE

$$\phi \frac{\partial}{\partial t} (\rho_l s + \rho_g (1 - s)) = \operatorname{div} ([\Psi_g + \Psi_l] \operatorname{grad} P), \quad (2.6a)$$

$$\phi \left( \frac{\partial (\rho_l s)}{\partial t} + \rho_l s \frac{\partial \zeta_l^{(N)}}{\partial t} + \rho_g (1 - s) \frac{\partial \zeta_g^{(N)}}{\partial t} \right) = \operatorname{div} (\Psi_l \operatorname{grad} P) + \Psi_l \operatorname{grad} P \cdot \operatorname{grad} \zeta_l^{(N)} + \Psi_g \operatorname{grad} P \cdot \operatorname{grad} \zeta_g^{(N)}, \quad (2.6b)$$

$$\phi \left[ \rho_l s \frac{\partial}{\partial t} (\zeta_l^{(k)} - \zeta_l^{(N)}) + \rho_g (1 - s) \frac{\partial}{\partial t} (\zeta_g^{(k)} - \zeta_g^{(N)}) \right] = \Psi_l \operatorname{grad} P \cdot \operatorname{grad} (\zeta_l^{(k)} - \zeta_l^{(N)}) + \Psi_g \operatorname{grad} P \cdot \operatorname{grad} (\zeta_g^{(k)} - \zeta_g^{(N)}), \quad k = 1, \dots, N - 2 \quad (2.6c)$$

### 2.1.3 Forme canonique sans dimensions

Laissé  $L$ ,  $t_*$ ,  $\Delta P$ ,  $\mu_g^0$ ,  $\mu_l^0$ ,  $\rho_g^0$  et  $\rho_l^0$  soyez les valeurs caractéristiques de la longueur, du temps, de la pression, des viscosités et des densités. Alors le système (2.6) prend la forme sans dimensions suivante :

$$\varepsilon \frac{\partial}{\partial \tau} (\varphi_l \bar{\rho} s + \varphi_g (1 - s)) = \operatorname{div} ([\psi_g k_g + \omega \psi_l k_l] \operatorname{grad} p), \quad (2.7a)$$

$$\varepsilon \left( \bar{\rho} \frac{\partial (\varphi_l s)}{\partial \tau} + \bar{\rho} \varphi_l s \frac{\partial \zeta_l^{(N)}}{\partial \tau} + \varphi_g (1 - s) \frac{\partial \zeta_g^{(N)}}{\partial \tau} \right) = \omega \operatorname{div} (\psi_l k_l \operatorname{grad} p) + \omega \psi_l k_l \operatorname{grad} p \cdot \operatorname{grad} \zeta_l^{(N)} + \psi_g k_g \operatorname{grad} p \cdot \operatorname{grad} \zeta_g^{(N)}, \quad (2.7b)$$

$$\varepsilon \left[ \bar{\rho} \varphi_l s \frac{\partial}{\partial \tau} (\zeta_l^{(k)} - \zeta_l^{(N)}) + \varphi_g (1 - s) \frac{\partial}{\partial \tau} (\zeta_g^{(k)} - \zeta_g^{(N)}) \right] = \omega \psi_l k_l \operatorname{grad} p \cdot \operatorname{grad} (\zeta_l^{(k)} - \zeta_l^{(N)}) + \psi_g k_g \operatorname{grad} p \cdot \operatorname{grad} (\zeta_g^{(k)} - \zeta_g^{(N)}), \quad k = 1, \dots, N - 2 \quad (2.7c)$$

où les opérations  $\operatorname{div}$ ,  $\operatorname{grad}$  sont exécutés dans des coordonnées spatial sans dimensions, et d'autres définitions sont les suivants :

$$p \equiv \frac{P}{\Delta P}, \quad \varphi_i \equiv \frac{\phi \rho_i}{\langle \phi \rangle \rho_i^0}, \quad \psi_i \equiv \frac{K \rho_i \mu_i^0}{\langle K \rangle \rho_i^0 \mu_i}, \quad \tau \equiv t/t_*$$

$$\omega \equiv \frac{\rho_l^0 \mu_g^0}{\rho_g^0 \mu_l^0}, \quad \varepsilon \equiv \frac{t^*}{t_*}, \quad \bar{\rho} \equiv \frac{\rho_l^0}{\rho_g^0}; \quad t^* \equiv \frac{L^2 \mu_g^0 \langle \phi \rangle}{\langle K \rangle \Delta P}$$

## CHAPITRE 2. MODÈLE LIMITE ET HT-DÉCOUPLAGE

### 2.1. MODÈLE COMPOSITIONNEL SEMI-STATIONNAIRE LIMITE DU CONTRASTE

---

Le paramètre  $t^*$  est le temps de la propagation de la perturbation provoquée par une variation de pression  $\Delta P$ . En d'autres termes,  $t^*$  est le temps de la stabilisation du champ de pression après perturbation.

Le paramètre  $\varepsilon$  est alors le rapport du temps de propagation de perturbation au temps de processus  $t_*$ .

Le paramètre  $\omega$  est le rapport à la mobilité liquide et de la mobilité de gaz.

#### 2.1.4 Forme canonique limite pour des fluides avec des propriétés de contraste

Pour un mélange gaz-liquide (aux saturations liquides plutôt basses) les conditions suivantes sont toujours satisfaites :

1) la mobilité liquide est beaucoup inférieur relativement à gaz :

$$0 \ll \omega \ll 1$$

Pour des mélanges de gaz-condensat,  $\omega \sim 0.01 - 0.05$ .

2) la compressibilité liquide est très basse ainsi tout le coefficient isotherme sans dimensions de compressibilité de liquide est petit :

$$\left| \frac{1}{\rho_l^0} \frac{\partial \rho_l}{\partial p} \right| = \left| \frac{\partial \varphi_l}{\partial p} \right| \ll 1, \quad \left| \frac{1}{\rho_l^0} \frac{\partial \rho_l}{\partial \chi^{(q)}} \right| = \left| \frac{\partial \varphi_l}{\partial \chi^{(q)}} \right| \ll 1, \quad \forall q = 1, N - 2$$

Pour des liquides comme les huiles, le coefficient de compressibilité  $(1/\rho_l^0)\partial\rho_l/\partial P$  est d'ordre  $\sim 10^{-4}$  bar. Alors le coefficient sans dimensions de compressibilité (multiplié par  $P \sim 100$  bar) est  $\sim 0.01$ .

Une occasion d'addition de faire quelques simplifications consiste en supposant que le composant lourd ( $N$ ) est en activité dans le sens du paragraphe 2.1.2 avec préférer la phase liquide, ainsi toutes ses fonctions de neutralité dans le liquide devraient être petites. Cependant dans ce travail nous n'emploierons pas cette propriété.

## CHAPITRE 2. MODÈLE LIMITE ET HT-DÉCOUPLAGE

### 2.1. MODÈLE COMPOSITIONNEL SEMI-STATIONNAIRE LIMITE DU CONTRASTE

Alors le système (2.7) prend la forme :

$$\varepsilon \left( \bar{\rho} \varphi_l \frac{\partial s}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \tau} (\varphi_g(1-s)) \right) = \operatorname{div} (\psi_g k_g \operatorname{grad} p), \quad (2.8a)$$

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \varphi_l \frac{\partial s}{\partial \tau} + \bar{\rho} \varphi_l s \frac{\partial \zeta_l^{(N)}}{\partial \tau} + \varphi_g(1-s) \frac{\partial \zeta_g^{(N)}}{\partial \tau} &= \frac{\omega}{\varepsilon} \operatorname{div} (\psi_l k_l \operatorname{grad} p) + \\ &\quad \frac{1}{\varepsilon} \psi_g k_g \operatorname{grad} p \cdot \operatorname{grad} \zeta_g^{(N)}, \end{aligned} \quad (2.8b)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon \left[ \bar{\rho} \varphi_l s \frac{\partial}{\partial \tau} (\zeta_l^{(k)} - \zeta_l^{(N)}) + \varphi_g(1-s) \frac{\partial}{\partial \tau} (\zeta_g^{(k)} - \zeta_g^{(N)}) \right] &= \\ \psi_g k_g \operatorname{grad} p \cdot \operatorname{grad} (\zeta_g^{(k)} - \zeta_g^{(N)}), & \\ k = 1, \dots, N-2 & \quad (2.8c) \end{aligned}$$

La première équation peut être examinée comme ce qui décrit le comportement de pression, la deuxième équation est celui de la saturation et les dernières équations décrivent le transport de concentration.

#### 2.1.5 Forme semi-stationnaire limite

Selon le choix du temps caractéristique  $t_*$ , le système (2.8) peut être suffisamment simplifié. Si le temps  $t_*$  est du même ordre que le temps  $t^*$  de propagation de perturbation puis le paramètre  $\varepsilon \sim 1$  et le modèle ne peut pas être plus simplifié. Ainsi le système (2.8) avec  $\varepsilon \sim 1$  décrit des processus à court terme, quand la stabilisation du champ de pression n'est pas atteinte.

Si le temps caractéristique  $t_*$  est grand, de l'ordre de l'épuisement de réservoir, puis :

$$0 < \varepsilon \ll 1$$

Pour un tel genre de processus le système (2.8) devient :

$$\operatorname{div} (\psi_g k_g \operatorname{grad} p) = 0, \quad (2.9a)$$

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \varphi_l \frac{\partial s}{\partial \tau} + \bar{\rho} \varphi_l s \frac{\partial \zeta_l^{(N)}}{\partial \tau} + \varphi_g(1-s) \frac{\partial \zeta_g^{(N)}}{\partial \tau} &= \frac{\omega}{\varepsilon} \operatorname{div} (\psi_l k_l \operatorname{grad} p) + \\ &\quad \frac{1}{\varepsilon} \psi_g k_g \operatorname{grad} p \cdot \operatorname{grad} \zeta_g^{(N)}, \end{aligned} \quad (2.9b)$$

$$\psi_g k_g \operatorname{grad} p \cdot \operatorname{grad} (\zeta_g^{(k)} - \zeta_g^{(N)}) = 0, \quad k = 1, \dots, N-2 \quad (2.9c)$$

## CHAPITRE 2. MODÈLE LIMITE ET HT-DÉCOUPLAGE

### 2.1. MODÈLE COMPOSITIONNEL SEMI-STATIONNAIRE LIMITE DU CONTRASTE

---

Les équations limite sont valides pour  $\tau > \varepsilon$ . Dans la couche limite de temps ( $0 < \tau < \varepsilon$ ) autour de la perturbation instantané ( $\tau = 0$ ) les dérivés de temps ne peuvent pas être outrage égal enlevé d'un petit facteur  $\varepsilon$  derrière elles, parce qu'un tel procédé changerait le type d'équation.

Ainsi le model (2.9) décrit un processus après stabilisation de pression.

Dans la deuxième équation décrivant la saturation le côté à gauche et la première limite dans le côté droit sont du même ordre  $\omega \sim \varepsilon$ ). La dernière limite soit formellement un plus grand ( $\sim 1/\omega$ ), les dérivés de temps et l'opérateur de divergence ne pouvez pas être enlevé en tant que tels opération entièrement change le type d'équation. Ainsi, le champ de saturation demeure toujours non-stationnaire même à de grandes temps. En raison de ce fait, ce modèle s'appelle le semi-stationnaire.

La conclusion de base de cette analyse consiste en suivante : la pression et les concentrations stabilisent après une période de temps courte d'ordre  $\sim \varepsilon$ , tandis que le champ de saturation ne tend à aucune limite stationnaire.



## CHAPITRE 2. MODÈLE LIMITE ET HT-DÉCOUPLAGE

### 2.1. MODÈLE COMPOSITIONNEL SEMI-STATIONNAIRE LIMITE DU CONTRASTE

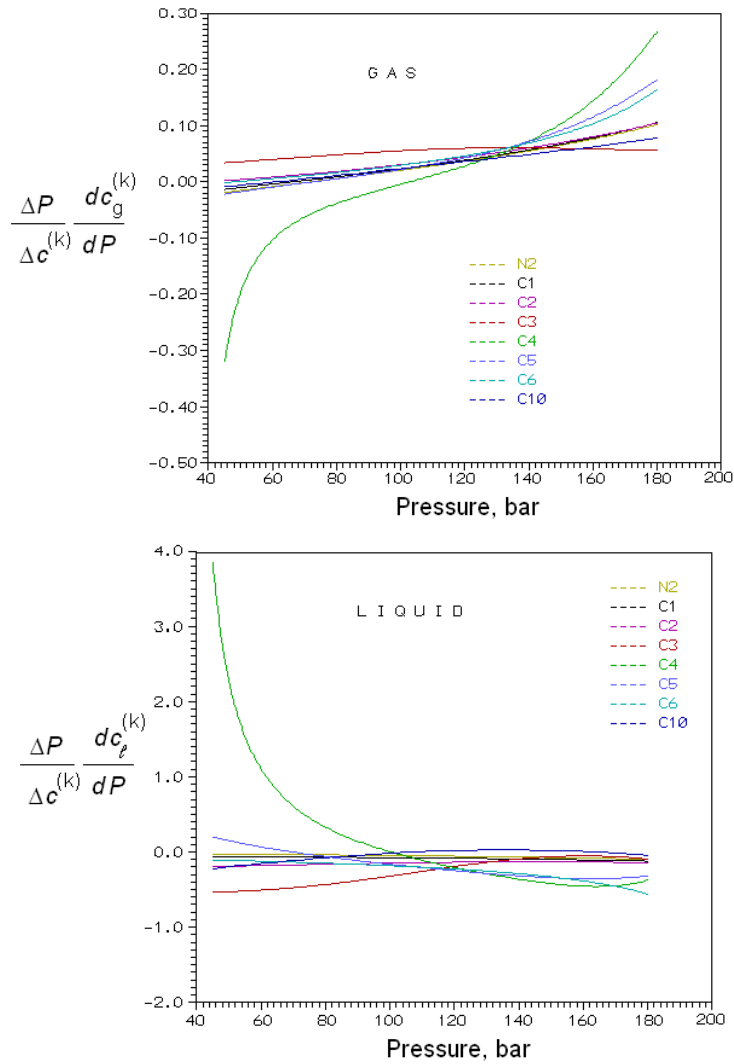


FIG. 2.1 – La neutralité fonctionne dans la phase de gaz et de liquide pour un mélange du gaz-condensat avec 9 composant

## 2.2 Découplage de la thermodynamique et hydrodynamique dans le modèle limite

### 2.2.1 Monovariance de l'écoulement compositionnel limite le long d'une ligne de courant

Les dernières relations (2.9) peuvent être réduites à des équations indépendantes du temps et espace. Montrons ceci. Récrivons (2.9c) le long d'une ligne de courant  $y$  (pour chaque  $k = 1, \dots, N - 2$ ) :

$$\psi_g k_g \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y} (\zeta_g^{(k)} - \zeta_g^{(N)}) = 0 \quad (2.10)$$

or

$$\frac{\partial}{\partial y} (\zeta_g^{(k)} - \zeta_g^{(N)}) = 0$$

Ceci signifie que la fonction  $(\zeta_g^{(k)} - \zeta_g^{(N)})$  ne dépend pas du  $y$  :

$$\zeta_g^{(k)} - \zeta_g^{(N)} = A^{(k)}, \quad k = 1, \dots, N - 2 \quad (2.11)$$

où  $A^{(k)}$  sont des valeurs constantes qui sont indépendant de temps, parce que la saturation, qui est seulement une variable non-stationnaire, n'est pas présente dans la dernière relation (la structure de  $\zeta$  ne contient pas  $s$ ), tandis que les autres variables (la pression et les concentrations) sont stabilisées. Cependant les paramètres  $A^{(k)}$  peuvent être différents pour différentes lignes de courant.

Des paramètres constants  $A^{(k)}$  peuvent être déterminés à un point fixe de la ligne de courant examinée en employant les conditions de valeur limite au problème concret d'écoulement. Par exemple, pour un problème dans un réservoir fermé avec une frontière imperméable, le comportement liquide à cette frontière est statique et peut être calculé par les PVT-modèles standard, qui fourniront en particulier les fonctions de neutralité de frontière  $\zeta_g^{(k)}$  et des paramètres  $A^{(k)}$ .

La saturation  $s$  est absente dans ces relations parce que la définition de  $\zeta$  est saturation librement, selon (2.5). Ainsi le système de  $N - 2$  équations algébrique décompose contiennent  $N - 1$  des variables ( $p$  et  $\chi^{(q)}$ ), qui détermine les concentrations basique  $\chi^{(q)}$  comme fonctions de pression :

$$\chi^{(q)} = \chi^{(q)}(p), \quad q = 1, \dots, N - 2 \quad (2.12)$$

Ainsi le système compositionnel limite est monovariant le long de chaque lignes de courant. Notez qu'en cas général les relations (2.12) sont différentes pour différentes lignes de courant.

### 2.2.2 Transformation des équations de transport dans des équations thermodynamiques le long d'une ligne de courant

En utilisant la propriété de découplage (2.11) nous pouvons maintenant transformer les équations de transport (2.10) dans des équations thermodynamiques.

En raison de (2.11) le différentiel du côté à gauche est zéro :

$$0 = d(\zeta_g^{(k)} - \zeta_g^{(N)}) = \frac{1}{\Delta c^{(k)}} \left( \frac{\partial c_g^{(k)}}{\partial p} dp + \sum_{q=1}^{N-2} \frac{\partial c_g^{(k)}}{\partial \chi^{(q)}} d\chi^{(q)} \right) - \frac{1}{\Delta c^{(N)}} \left( \frac{\partial c_g^{(N)}}{\partial p} dp + \sum_{q=1}^{N-2} \frac{\partial c_g^{(N)}}{\partial \chi^{(q)}} d\chi^{(q)} \right), \quad k = 1, \dots, N - 2$$

Tenant compte de la définition (1.4) des concentrations basique  $\chi^{(q)}$  nous obtenons :

$$\frac{1}{\Delta c^{(k)}} d\chi^{(k)} - \frac{1}{\Delta c^{(N)}} \left( \frac{\partial c_g^{(N)}}{\partial p} dp + \sum_{q=1}^{N-2} \frac{\partial c_g^{(N)}}{\partial \chi^{(q)}} d\chi^{(q)} \right) = 0, \quad k = 1, \dots, N - 2 \quad (2.13)$$

Les variables de temps et d'espace ne sont pas explicitement présentes dans ces relations.

En raison de (2.12) les relations (2.13) peut être récrit sous la forme suivante :

$$\frac{1}{\Delta c^{(k)}} \frac{d\chi^{(k)}}{dp} - \frac{1}{\Delta c^{(N)}} \left( \frac{\partial c_g^{(N)}}{\partial p} + \sum_{q=1}^{N-2} \frac{\partial c_g^{(N)}}{\partial \chi^{(q)}} \frac{d\chi^{(q)}}{dp} \right) = 0, \quad k = 1, \dots, N - 2$$

## CHAPITRE 2. MODÈLE LIMITE ET HT-DÉCOUPLAGE

### 2.2. DÉCOUPLAGE DE LA THERMODYNAMIQUE ET HYDRODYNAMIQUE

---

ou :

$$\sum_{q=1}^{N-2} \left( \frac{1}{\Delta c^{(q)}} \delta_{qk} - \frac{1}{\Delta c^{(N)}} \frac{\partial c_g^{(N)}}{\partial \chi^{(q)}} \right) \frac{d\chi^{(q)}}{dp} = \frac{1}{\Delta c^{(N)}} \frac{\partial c_g^{(N)}}{\partial p}, \quad k = 1, \dots, N-2 \quad (2.14)$$

C'est le système des équations ordinaires qui est équivalent au système algébrique (2.11) une fois accompli les valeurs initiales  $A^{(q)}$ ,  $q = 1, \dots, N-2$ . Ce système déterminent les concentrations basique  $\chi^{(k)}$  comme la fonctions de pression. Si nous additionnons (2.14) aux relations thermodynamiques de fermeture (1.5), alors nous obtiendrons un sous-système thermodynamique fermé avec un seul paramètre libre - pression. Ainsi, si la pression est donnée, alors ce sous-système thermodynamique agrandi est totalement indépendant des équations d'écoulement.

Ceci constitue un principe de *HT-découplage* (H=hydrodynamique, T=thermodynamique).

### 2.2.3 Forme HT-décompose du modèle limite

Le model (2.8) avec les relations thermodynamiques classique (1.5) et les relations thermodynamiques additionnelles (2.14) prend la forme décompose suivante :

*La partie hydrodynamique* détermine la pression  $p$  et la saturation  $s$  :

$$\operatorname{div}(\psi_g k_g \operatorname{grad} p) = 0, \quad (2.15a)$$

$$\bar{\rho} \varphi_l \frac{\partial s}{\partial \tau} + \bar{\rho} \varphi_l s \frac{\partial \zeta_l^{(N)}}{\partial \tau} + \varphi_g (1-s) \frac{\partial \zeta_g^{(N)}}{\partial \tau} = \frac{\omega}{\varepsilon} \operatorname{div}(\psi_l k_l \operatorname{grad} p) + \frac{1}{\varepsilon} \psi_g k_g \operatorname{grad} p \cdot \operatorname{grad} \zeta_g^{(N)} \quad (2.15b)$$

*La partie thermodynamique* détermine des  $N-2$  concentrations basique  $\chi^{(k)}$ ,  $N+2$  d'autres concentrations, et des densités de phases  $\rho_l$  et  $\rho_g$  comme la fonctions

de pression :

$$\nu_g^{(k)} \left( p, \{c_g^{(q)}\}_{q=1}^N \right) = \nu_l^{(k)} \left( p, \{c_l^{(q)}\}_{q=1}^N \right), \quad k=1, \dots, N \quad (2.16a)$$

$$\rho_g = \rho_g \left( p, \{c_g^{(q)}\}_{q=1}^N \right), \quad \rho_l = \rho_l \left( p, \{c_l^{(q)}\}_{q=1}^N \right) \quad (2.16b)$$

$$\sum_{k=1}^N c_g^{(k)} = 1, \quad \sum_{k=1}^N c_l^{(k)} = 1 \quad (2.16c)$$

$$\sum_{q=1}^{N-2} \left( \frac{1}{\Delta c^{(q)}} \delta_{qk} - \frac{1}{\Delta c^{(N)}} \frac{\partial c_g^{(N)}}{\partial \chi^{(q)}} \right) \frac{d\chi^{(q)}}{dp} = \frac{1}{\Delta c^{(N)}} \frac{\partial c_g^{(N)}}{\partial p},$$

$$k = 1, \dots, N - 2 \quad (2.16d)$$

où la forme des fonctions de potentiels chimiques  $\nu_i^{(k)}(P, \dots)$  est donné.

### 2.2.4 Signification physique de l'équation pour la saturation

L'équation (2.15b) a une interprétation physique claire : la variation de saturation est provoquée par trois effets :

I) un écoulement liquide menant à une diminution de saturation à un point donné (la première terme dans le côté droit) ;

II) un échange convecteur de masse dû à un condensation/evaporation provoqué par des gradients de pression, cet effet est décrit dans [Panfilova and Panfilov 2004] (la deuxième terme dans le côté droit) ;

III) un échange de masse quasistatique dû à une variation de pression du temps (les deux dernières termes dans le côté à gauche).

### 2.2.5 Analogie avec un modèle proche-critique

En [Panfilova and Panfilov 2004] un autre modèle a été obtenu à partir du modèle compositionnel complet pour les fluides proche-critiques. Le modèle proche-critique s'est également avéré monovariant et est formellement très semblable au model dimensionnaire (2.15), étant cependant basé sur différents principes physiques.

Le modèle proche-critique n'est pas du tout une abstraction, dans la pratique n'importe quel mélange de gaz-condensat existe dans de telles conditions qui sont

## CHAPITRE 2. MODÈLE LIMITE ET HT-DÉCOUPLAGE

### 2.2. DÉCOUPLAGE DE LA THERMODYNAMIQUE ET HYDRODYNAMIQUE

---

près du point critique. En effet, selon [Panfilova and Panfilov 2004], un système s'appelle proche-critique quand paramètre

$$\varepsilon_{PT} = \frac{|T-T_c|}{T_c} + \frac{|P-P_c|}{P_c}$$

est petit dans le domaine global des variations  $P$  et  $T$ . Ci-dessus  $T, P$  sont la température et la pression de réservoir, alors que  $T_c$  et  $P_c$  sont la température et la pression critiques pour le fluide de réservoir.

Une telle condition est habituellement satisfaite pour les réservoirs de gaz-condensat, jusqu'à ce que la pression atteigne le minimum technologique.

Pour des conditions proche-critiques, le modèle (1.3) peuvent être sensiblement simplifiées, car les concentrations des composants intermédiaires sont presque constantes :

$$c_l^{(j)} = c_g^{(j)} = \text{const}^j, \quad j = 2, 3, \dots, N-1 \quad (2.17)$$

Choix de ces valeurs de constante comme base :  $\{c_g^{(j)}\}_{j=2}^{N-1}$ , nous ramenons le nombre d'équations hydrodynamiques (1.3a) à 2, et le variance thermodynamique  $\nu_T$  à 1. Ainsi, selon la règle de Gibbs de la phase, toutes les variables thermodynamiques incluant  $c_l^{(N)}, c_g^{(N)}$  et des densités de phase sont les fonctions de la pression seulement. Nous obtenons alors le système de deux équations en ce qui concerne la pression  $P$  et la saturation  $s$  :

$$\phi \frac{\partial}{\partial t} \left( \rho_l c_l^{(N)} s + \rho_g c_g^{(N)} [1-s] \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \left[ \frac{\rho_l c_l^{(N)} k_l(s)}{\mu_l} + \frac{\rho_g c_g^{(N)} k_g(s)}{\mu_g} \right] KR \frac{\partial P}{\partial R} \right), \quad (2.18a)$$

$$\phi \frac{\partial}{\partial t} (\rho_l s + \rho_g [1-s]) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \left[ \frac{\rho_l k_l(s)}{\mu_l} + \frac{\rho_g k_g(s)}{\mu_g} \right] KR \frac{\partial P}{\partial R} \right) \quad (2.18b)$$

Il est évident que le modèle proche-critique soit formellement très semblable au model compositionnel semi-stationnaire (2.15).

## Conclusion pour le chapitre 2

Examinons le comportement d'un réservoir de gaz-condensat après une première perturbation. Notre analyse indique suivante :

1) La pression atteint un comportement stationnaire après une période courte  $\tau \sim \varepsilon$ , comme dans le cas monophasé. Tellement indépendamment de la présence des deuxièmes phase et masse de échanges, la pression demeure une fonction quasi stationnaire, stabilisant rapidement à temps.

2) Les concentrations  $\chi^{(k)}$  stabilisent également rapidement. D'ailleurs, les concentrations tend aux fonctions *processus-indépendantes*, donc indépendant des conditions de frontière et de la présence du milieu poreux. En d'autres termes, les concentrations deviennent des fonctions thermodynamiques déterminées par un système d'équations différentiel indépendant de l'espace et de temps.

On peut observer une telle propriété seulement dans le système des phases avec les propriétés de contraste ( $\omega \ll 1$ ).

3) La saturation n'atteint aucune limite stationnaire à tout temps et ne demeure pas toujours non-stationnaire. C'est également dû aux propriétés de phase de contraste, donc du fait que  $\omega \sim \varepsilon$ . Si les mobilités de phase étaient identiques, puis  $\omega \sim 1$  et les dérivés de temps dans le equation (2.15b) disparaîtraient. Ceci signifierait que la saturation atteindrait une limite stationnaire.

L'explication physique de cet effet est la suivante. La variation liquide du temps à un point fixe local est provoquée par deux processus de base : A) la transition de phase menant à une croissance de saturation, et B) l'écoulement liquide menant à une réduction de saturation au point donné. Une mobilité liquide relative bas signifie que le facteur A domine, ainsi la croissance liquide d'une manière continue. La situation demeure la même si la direction de la transition de phase est inverse. En effet, quand le système a passé à travers le maximum de la condensation, les deux facteurs, A et B, menez à une diminution de saturation, alors la saturation reste fortement non-stationnaire.

Cependant, si la mobilité liquide est comparable à celle du gaz, alors le facteur B devient plus significatif et peut équilibrer le facteur A. Dans ce cas-ci la saturation peut devenir une fonction stationnaire pendant une période de temps finie.

4) HT-découplage et les relations associées (2.12) prouvent que le système de gaz-condensat dans la semi-stationnaire limite est thermodynamiquement monovariant étant dépendez du un seul paramètre - pression  $p$ .

5) Le modèle semi-stationnaire est formellement semblable au modèle d'écoulement d'un système proche-critique qui est également monovariant.

6) L'explication courte du stationarity de pression et non-stationarity de la saturation est la suivante. L'équation pour la pression (2.8a) est parabolique relativement pression (si le champ de saturation est connu), alors que l'équation pour la saturation (2.8b) est hyperbolique du premier ordre (si le champ de pression est donné). La différence dans les types d'équation détermine une différence qualitative dans la saturation et le comportement de pression à de grandes temps. La pression tend à une limite stationnaire. Quant à la saturation, même si une véritable solution stationnaire à une équation hyperbolique existe, elle ne représente pas un objet physiquement significatif. En effet, une solution stationnaire à une équation parabolique décrivant un processus dispersif est une limite à de grandes temps de n'importe quelle solution non-stationnaire à un problème de Cauchy. Pour l'équation hyperbolique, étant le modèle des processus sans dissipation, la présence d'aucun état limiteur d'équilibre n'est pas stipulée. Par conséquent, les solutions non-stationnaire n'ont aucune limite  $\tau \rightarrow \infty$ . Par conséquent, les solutions stationnaires aux équations hyperboliques décrit un instant particulier du processus.



## Chapitre 3

# Justification au semi-stationnairite de l'écoulement de gaz-condensat

### 3.1 Instabilité d'écoulement stationnaire de gaz-condensat

Des modèles stationnaires sont fréquemment employés comme approximation à de vrais procédés d'écoulement disponibles pendant des périodes de temps courtes. C'est possible pour faire seulement si les solutions stationnaires aux équations d'écoulement existent et ont une signification physique. Pour des écoulements diphasique avec l'échange de masse en milieux poreux, l'existence des solutions stationnaires est prouvée dans le travail [Whitson *et al* 2003], [Chopra and Carter 1986] et [Dinariev 1996]. Ces solutions sont fréquemment employées dans la pratique pour décrire le fonctionnement des puits de gas-huile ou de gaz-condensat. Cependant, nous prouverons que dans beaucoup de cas les solutions stationnaires n'ont aucune signification physique, ou décrirons des processus physiques insatisfaisants. Au lieu des solutions stationnaires nous suggérons que les model semi-stationnaire (2.2).

Dans la littérature, l'analyse de la stabilité donne des résultats très différents pour l'écoulement compositionnel stationnaire. Dans les simulations numériques [Mitlin 1990] on a clairement observé un écoulement oscillant chaotique à voisinage d'un puits de gaz-condensat. Essayant d'expliquer ces oscillations avec une instabilité physique (mais non numérique), l'auteur a analysé la stabilité d'un état immobile d'un système compositionnel. Le système s'est avéré instable si  $d\rho/dP < 0$ , où  $\rho$  est la densité total de mélange,  $P$  est la pression. Malheureusement, cette inégalité correspond à une instabilité thermodynamique classique qui signifie l'impossibilité physique d'un tel état et l'aspect d'une nouvelle phase thermodynamique. Ainsi, le résultat obtenu est insignifiant. Un autre résultat a été obtenu dedans [Dinariev 1996] pour un écoulement à plusieurs composants compositionnel radial. Les solutions stationnaires se sont avérées stables pour un cas particulier quand : i) tous les composants de mélange ont une influence équivalente sur l'état de phase, et ii) aucun existence de la mobilité pour la phase liquide.

### 3.1.1 Modèle compositionnel monovariant

Pour analyser la stabilité d'écoulement, le modèle compositionnel complet représente un objet fortement compliqué, saturé cependant par un certain nombre de phénomènes physiques secondaires qui influencent très faiblement le comportement d'écoulement. Pour analyser la stabilité nous emploierons un cas particulier du modèle compositionnel d'écoulement qui est valide pour un système thermodynamiquement monovariant. Ceci est observé dans trois cas : i) le mélange est le binaire ( $N = 2$ ); ii) le mélange est à plusieurs composants mais l'écoulement est semi-stationnaire; comme montré dans la section 2.1 le système devient monovariant à un principe de HT-découplage; iii) le système est à plusieurs composants mais situé dans la proximité du point critique; comme montré dedans [Panfilova and Panfilov 2004] l'écoulement proche-critique est monovariant.

Dans toutes ces caisses, le modèle d'écoulement est sensiblement plus simple que le modèle compositionnel complet, d'ailleurs les équations régissant sont pratiquement identiques. En effet, nous illustrons ceci en se présentant au-dessous du modèle proche-critique et en le comparant à (2.15).

Nous emploierons le modèle monovariant sous une forme générale (2.18).

La zone du voisinage du puit seulement il peut accepter cela : (i) le rapport  $\omega = (\mu_g \rho_l) / (\mu_l \rho_g)$  est petit; (ii) la saturation n'est pas trop grande, donc la perméabilité au gaz relative est près de 1; (iii) les limites décrivant une condensation quasistatique sont négligeables dans cette zone en ce qui concerne la limite de masse convectrice d'échange, (iv) la compressibilité des deux phases peuvent être négligées en ce qui concerne l'effet de la variation de composition en phase. Alors l'équation suivante peut être obtenue à partir de (2.18) :

$$\Phi(r) \frac{\partial s}{\partial \tau} - \frac{\lambda_1^\circ q(\tau)}{2r} \frac{\partial k_l(s)}{\partial r} = \frac{\lambda_2^\circ(r, \tau) q^2(\tau)}{f(r) r^2} \quad (3.1)$$

$$\lambda_1^\circ = \frac{2\varepsilon\omega}{\bar{\rho}}, \quad \lambda_2^\circ(r, \tau) = \frac{c_{gp}^{N'} \varepsilon^2}{\bar{\rho} \Delta c^N}$$

Cette équation est sans dimensions  $r = R/L$ , avec la coordonnée radiale  $R$  avec la dimension, et la taille linéaire appropriée du domaine  $L$ ;  $\tau = t/t^*$ ,  $t^* = L^2 \langle \phi \rangle \mu_g^\circ / (\langle K \rangle P^\circ)$ ;  $f(x) = K(x) / \langle K \rangle$ ;  $\Phi(x) = \phi(x) / \langle \phi \rangle$ ;  $\bar{\rho} = \rho_l^\circ / \rho_g^\circ$ ;  $\omega = \rho_l^\circ \mu_g^\circ / (\rho_g^\circ \mu_l^\circ)$ ;  $\varepsilon = \langle G \rangle \mu_g^\circ / (2\pi H \langle K \rangle \rho_g^\circ P^\circ)$ ;  $q = G / \langle G \rangle$ ,  $\langle G \rangle$  est la valeur moyenne du débit  $\Delta c^N = c_l^N - c_g^N$ ;  $c_{gp}^{N'} = \partial c_g^N / \partial p$ .

## CHAPITRE 3. SEMI-STATIONNAIRITE DE L'ÉCOULEMENT

### 3.1. INSTABILITÉ D'ÉCOULEMENT STATIONNAIRE DE GAZ-CONDENSAT

---

La deuxième limite dans l'équation (3.1) signifiant le transport convecteur de la saturation est négative, car l'écoulement est orienté à la direction négative de l'axe  $r$ . Le terme de source dans la partie droite est provoqué par le phénomène de masse convecteur d'échange. Le paramètre  $\lambda_2^o$  caractérise l'intensité de la condensation (la vitesse de condensation en ce qui concerne des variations de pression). Pour une condensation (croissance de masse liquide) le paramètre  $\lambda_2^o$  est positif, tandis qu'il est négatif pour l'évaporation.

Le paramètre  $\varepsilon$  caractérise l'intensité de perturbation (la section 2.1.3). La perturbation est traitée comme petite, donc  $\varepsilon \ll 1$ . Dedans [Panfilov 1986] on a montré que l'extraction de pétrole/gaz/eau par des puits est déjà caractérisée par une petite valeur de  $\varepsilon$ , tels que  $\varepsilon \sim 10^{-4} - 10^{-2}$ .

#### 3.1.2 Description de la perturbation

Supposons que le milieu est homogène et l'écoulement ne pas perturber, ainsi la perméabilité et la porosité sont constantes, puis :  $\Phi(r) = 1$  et  $f(r) = 1$ . La perturbation sera transférée par le débit au puits :

$$q = q_0 + \delta q_1 \tag{3.2}$$

Ci-dessus et promouvez, l'index "0" correspond à l'état stationnaire, alors que l'index "1" correspond à la perturbation. Si le débit est constant, puis  $q_0 = 1$ , et puis, and then  $q = 1 + \delta q_1$ .

Nous considérerons une perturbation non-permanente, donc une éclaboussure semblable à la delta-fonction à temps. Car la delta-fonction peut être augmentée dans la série des fonctions exponentielles, il est alors possible de présenter la perturbation sous la forme  $e^{-ikt}$  avec  $(1/k)$  du petit temps. Ainsi, nous ferons l'analyse de stabilité en termes de perturbations d'onde courte.

Supposons, en vertu de l'hypothèse d'équilibre, que l'échange entre les phases est plutôt un rapide. Mais en réalité une telle prise de processus certain peu de temps. Nous supposons que ce processus plus lent que la perturbation. Alors la concentration se comportent comme non perturbé, pendant les temps courts environ  $(1/k)$ . D'autre part, nous supposons que la pression est établie très rapidement après la perturbation, ainsi la période caractéristique ( $t^*$ ) du stabilisation de pression est moins que  $(1/k)$ . De l'unicity de la solution stationnaire qu'il suit que la pression

## CHAPITRE 3. SEMI-STATIONNARITE DE L'ÉCOULEMENT

### 3.1. INSTABILITÉ D'ÉCOULEMENT STATIONNAIRE DE GAZ-CONDENSAT

---

sera stabilisée sur la même valeur qui a été maintenue avant la perturbation. Par conséquent, le champ de pression peut être considéré comme stationnaire.

Ainsi, la perturbation concernera seulement la saturation. Nous rechercherons alors la saturation car une somme d'une partie stationnaire non-perturbé ( $s_0$ ) et d'une partie perturbée ( $\delta s_1$ ) :

$$s = s_0 + \delta s_1 \quad (3.3)$$

Pour la saturation l'équation (3.1) peut être reformulée en utilisant la nouvelle variable  $\xi \equiv r^2$  :

$$\frac{\partial s}{\partial \tau} - \lambda_1^\circ q(\tau) \frac{\partial k_l(s)}{\partial x_i} = \frac{\lambda_2^\circ(\xi, \tau) q^2(\tau)}{\xi} \quad (3.4)$$

Substituant (3.3) nous obtenons l'équation suivante pour l'écoulement stationnaire :

$$-\lambda_1^\circ \frac{dk_l}{d\xi} = \frac{\lambda_{20}^\circ}{\xi} \quad (3.5)$$

et pour la perturbation de saturation :

$$\frac{\partial s_1}{\partial \tau} - \alpha(\xi) \frac{\partial s_1}{\partial x_i} - \beta(\xi) s_1 = \gamma(\xi) q_1 \quad (3.6)$$

où

$$\alpha(\xi) = \lambda_1^\circ k'_{ls_0} q_0, \quad \beta(\xi) = \lambda_1^\circ s'_0 k''_{ls_0} q_0, \quad \gamma(\xi) = \lambda_{20}^\circ q_0 / \xi$$
$$k'_{ls_0} \equiv \frac{dk_l}{ds}(s_0), \quad k''_{ls_0} \equiv \frac{d^2 k_l}{ds^2}(s_0), \quad s'_0 \equiv \frac{ds_0}{d\xi}$$

Pour simplifier l'analyse nous supposons que le débit était constant avant la perturbation :  $q_0 = 1$ .

L'équation (3.6) devrait être accompagnée par une condition initiale :

$$s_1|_{\tau=0} = 0 \quad (3.7)$$

#### 3.1.3 Propriétés de la solution stationnaire

Notons quelques propriétés de base de la saturation stationnaire (3.5). Tout d'abord, notons que pour des coefficients constants la solution est logarithmique :

$$k_l(s_0) = k_l(s_0^*) - \frac{\lambda_{20}^\circ q_0}{\lambda_1^\circ} \ln \left( \frac{\xi}{\xi^*} \right) \quad (3.8)$$

## CHAPITRE 3. SEMI-STATIONNAIRITE DE L'ÉCOULEMENT

### 3.1. INSTABILITÉ D'ÉCOULEMENT STATIONNAIRE DE GAZ-CONDENSAT

---

où  $\xi^*$  est la frontière de domaine,  $s_0^*$  est la saturation à la frontière de domaine. Notez également que la fonction  $k_l(s)$  augmente d'une manière monotone.

Le paramètre  $\lambda_1^o$  est toujours positif, tandis que  $\lambda_{20}^o$  peut changer le signe. Si l'état stationnaire correspond à une domination de condensation avant l'évaporation, alors  $\lambda_{20}^o > 0$  et alors la saturation stationnaire  $s_0(\xi)$  est une fonction décroissante en direction au puits :  $s'_0 < 0$ . Si en contraste, une région existe (normalement à voisinage de puits) quand l'évaporation domine, puis  $\lambda_{20}^o < 0$ , ainsi  $s'_0 > 0$  et la saturation diminue dans la direction au puits.

#### 3.1.4 Analyse qualitative d'évolution de perturbation

L'équation perturbée (3.6) a une signification physique claire, qui aide à comprendre les manières probables de l'évolution de perturbation.

La terme  $\alpha(\xi)s'_{1\xi}$  détermine la convection de saturation le long des lignes de courant sans n'importe quelle croissance ou diminution de saturation. En effet, la solution à la correspondance a tronqué le modèle de deux-termes :

$$\frac{\partial s_1}{\partial \tau} - \alpha(\xi) \frac{\partial s_1}{\partial x_i} = 0$$

est une vague le déplacement  $s(\eta)$  avec  $\eta = \int d\xi/\alpha(\xi) - \tau$  qui est déplacée dans l'espace sans aucun déformer de sa forme.

La terme  $\beta(\xi)s_1$  cause un croissance/diminution exponentiel de la saturation perturbée, donc  $s_1 \sim e^{\beta(\xi)\tau}$ . Comme  $\beta(\xi) = \lambda_1^o s'_{0k} \mu_{ls0}$ , avec  $\lambda_1^o > 0$ ,  $k \mu_{ls0} > 0$ , alors le signe de  $\beta(\xi)$  est déterminée par le signe de  $s'_0$ . Comme mentionné, si l'état stationnaire correspond à une domination de condensation avant l'évaporation, puis la saturation stationnaire augment dans la direction au puits :  $s'_0 < 0$ . Autrement, une région peut exister dans ce que  $s'_0 > 0$ .

Ainsi, pour une condensation pure dans le réservoir global, une diminution exponentielle de la perturbation est observé si  $\beta(\xi) < 0$  ou une croissance exponentielle de la perturbation se produit dans une région d'évaporation ( $\beta(\xi) > 0$ ). Le deuxième processus est évidemment instable.

La dernière terme  $\gamma(\xi)q_1$  dans (3.6) détermine un augmentation/diminution linéaire de la perturbation. En effet, pour une équation (3.6) de deux-terme suivant :

$$\frac{\partial s_1}{\partial \tau} = \gamma(\xi)q_1$$

## CHAPITRE 3. SEMI-STATIONNAIRITE DE L'ÉCOULEMENT

### 3.1. INSTABILITÉ D'ÉCOULEMENT STATIONNAIRE DE GAZ-CONDENSAT

---

la perturbation  $s_1 \sim \tau\gamma(\xi)q_1$ , qui est une croissance illimitée avec du temps. Rappelons que  $\gamma(\xi) = \lambda_{20}^\circ/\xi$ , et par conséquent la croissance de saturation devient plus significatif ou voisinage de puits.

On peut éliminer cette croissance de perturbation seulement si le côté droit de l'équation (5.8) est zéro, donc si  $\gamma(\xi) \equiv 0$  ou exactement  $\lambda_{20}^\circ \equiv 0$ , puis  $dc_{g0}^N/dp \equiv 0$ . Ceci signifie que l'échange de masse entre les phases est zéro.

Ainsi, notre analyse qualitative prouve qu'on s'attend à ce que la solution stationnaire soit instable dans toutes les caisses excepté un cas quand l'échange de masse entre les phases dans zéro dans le réservoir global.

#### 3.1.5 Analyse formelle de stabilité

L'analyse qualitative basée sur des considérations physiques sera accompagner l'analyse mathématique formelle de stabilité de l'équation (3.6).

Notons les propriétés suivantes des coefficients :

$$\frac{\partial\alpha}{\partial\xi} = \beta(\xi), \quad \frac{\partial\alpha}{\partial\tau} = \lambda_1^\circ \frac{\partial^2 k_i}{\partial s_0^2} \frac{\partial s_0}{\partial\tau} \equiv 0$$

Alors l'équation (3.6) prend la forme équivalente suivante :

$$\frac{1}{\alpha(\xi)} \frac{\partial(\alpha(\xi)s_1)}{\partial\tau} - \frac{\partial(\alpha(\xi)s_1)}{\partial x_i} = \gamma(\xi)q_1 \quad (3.9)$$

Laissé  $z \equiv \alpha(\xi)s_1$ , alors le problème de perturbation devient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial\tau} - \alpha(\xi) \frac{\partial z}{\partial x_i} &= \alpha(\xi)\gamma(\xi)q_1 \\ z|_{\tau=0} &= 0 \end{aligned} \quad (3.10)$$

Présentons la nouvelle variable  $\eta = -d\xi/d\alpha(\xi)$  (nous croyons que  $\alpha(\xi) \neq 0$ ). Alors l'équation (3.10) peut être écrite comme :

$$\frac{\partial z}{\partial\tau} + \frac{\partial z}{\partial\eta} = \alpha(\eta)\gamma(\eta)q_1, \quad (3.11)$$

La solution analytique à cette équation peut être obtenue en utilisant la méthode de caractéristiques, [Tikhonov *et al* 1980]. L'équation (3.11) peut être réécrite le long des lignes caractéristiques  $\eta - \tau = c$  sous la forme :

$$\frac{\partial z}{\partial\tau} = \alpha(c + \tau)\gamma(c + \tau)q_1 \quad (3.12)$$

## CHAPITRE 3. SEMI-STATIONNAIRITE DE L'ÉCOULEMENT

### 3.1. INSTABILITÉ D'ÉCOULEMENT STATIONNAIRE DE GAZ-CONDENSAT

---

Par conséquent, satisfaisant la condition initiale nous avons obtenu la solution exacte :

$$z = \int_0^{\tau} \alpha(c - \tau + t) \gamma(c - \tau + t) q_1(\tau) d\tau \quad (3.13)$$

On le voit que n'importe quelle perturbation  $q_1$  mène à une croissance illimitée de la saturation  $s_1$  avec du temps, si seulement le  $\alpha\gamma$  n'est pas une fonction d'oscillation avec une moyenne zéro. La fonction  $\alpha$  est toujours monotonique. La fonction  $\gamma$  est monotonique si la condensation domine avant l'évaporation. Si la condensation est alternée avec l'évaporation alors  $\gamma$  devient une fonction d'oscillation mais sa moyenne est différente de zéro en général enferment. Ainsi dans toutes les situations probables la croissance perturbée de saturation infiniment sans stabilisation.

Une seule exclusion concerne un cas particulier quand  $\gamma(\xi) \equiv 0$  dans le réservoir global. Alors la fonction  $z$  est zéro partout, qui signifie que le champ de saturation devient imperturbé. Ce cas correspond à un échange de masse zéro entre les phases et peut être observé en réalité à quelques instants particuliers de l'évolution de processus.



## 3.2 Justification numérique au semi-stationnairite pour les mélanges pseudo-binaires

Dans la section 3.1 en analysant un modèle particulier d'écoulement nous prouvés que la saturation de condensat est toujours instable, ce qui nous a permis d'obtenir la solution analytique à l'équation perturbée. Au lieu des solutions stationnaires, nous suggérons deux nouvelles versions du modèle compositionnel qui sont présentées dans la section 2.1. Tous les deux modèle sont sensiblement plus simples que le modèle compositionnel complet et peuvent être employées pour décrire l'écoulement de gaz-condensat :

I) le model asymptotique non-stationnaire (2.8) qui est la limite exacte du modèle compositionnel complet d'écoulement quand les propriétés de phase sont contraste ;

II) le model asymptotique semi-stationnaire (2.15) - (2.16) qui est la limite du model asymptotique (2.8) à de grandes temps après la perturbation de système.

Dans la section actuelle les deux modèles sont analysés numériquement avec les objectifs suivants : i) pour justifier l'applicabilité les des deux les modèles et comparer avec le modèle compositionnel complet ; ii) pour justifier numériquement l'inexactitude des solutions stationnaires.

Ainsi, dans la section nous examinerons quatre divers modèles :

1) le modèle compositionnel complet, 2) le modèle asymptotique non-stationnaire, 3) le modèle asymptotique semi-stationnaire, 4) le modèle entièrement stationnaire.

Nous analyserons le problème de l'écoulement radial vers un puits.

### 3.2.1 Thermodynamique de mélange

Nous examinons un mélange de gaz-condensat avec une composition semblable à celle du réservoir de gaz-condensat de Vuctyl (Komi, Russie). La composition liquide initiale dans des concentrations de masse est la suivante :

$$N_2 = 0.047$$

$$C_1 = 0.791$$

$$C_2 = 0.0672$$

## CHAPITRE 3. SEMI-STATIONNAIRITE DE L'ÉCOULEMENT

### 3.2. SEMI-STATIONNAIRITE POUR LES MÉLANGES PSEUDO-BINAIRE

---

$$C3 = 0.036$$

$$C4-N = 0.0149$$

$$C5 = 0.0196$$

$$C6 = 0.0162$$

$$C10 = 0.0071$$

$$C02 = 0.001$$

Le nombre de composants est  $N = 9$ .

Le comportement de phase de ce système a été simulé en utilisant la EOS de Peng-Robinson pour une température de réservoir fixe ( $T = 350K$ ) et les diverses pressions entre  $P = 180$  bar et  $P = 40$  bar. Le simulateur a été développé pendant la période de projet, avec résoudre le système des équations non-linéaires de EOS et d'équilibres en utilisant la méthode d'itération de Newton. L'approximation initiale pour les itérations a été obtenue en utilisant des corrélations empiriques pour les coefficients de distribution à de basses pressions.

Les résultats de ces simulations ont été traités statistiquement afin d'obtenir des relations analytiques pour toutes les fonctions thermodynamiques.

Pour toutes les concentrations nous avons obtenu ( $[P] = \text{bar}$ ) :

C1 :

$$c_g^{(1)}(P) = 0.605514 + 0.000611691 \cdot P - 4.57837 \cdot 10^{-6} P^2,$$

$$c_l^{(1)}(P) = -0.00704895 + 0.0007916 \cdot P + 1.14147 \cdot 10^{-6} P^2$$

C2 :

$$c_g^{(2)}(P) = 0.0973642 + 3.19353 \cdot 10^{-5} P - 3.95283 \cdot 10^{-7} P^2,$$

$$c_l^{(2)}(P) = -0.00499301 + 0.000589621 \cdot P - 2.49323 \cdot 10^{-6} P^2 + 4.74822 \cdot 10^{-9} P^3$$

N2 :

$$c_g^{(3)}(P) = 0.0623392 + 8.0116 \cdot 10^{-5} P - 5.54683 \cdot 10^{-7} P^2$$

$$c_l^{(3)}(P) = 0.000114099 + 1.57621 \cdot 10^{-5} P + 2.74231 \cdot 10^{-7} P^2$$

(3.14)

## CHAPITRE 3. SEMI-STATIONNAIRITE DE L'ÉCOULEMENT

### 3.2. SEMI-STATIONNAIRITE POUR LES MÉLANGES PSEUDO-BINAIRE

---

C3 :

$$c_g^{(4)}(P) = 0.0765422 - 3.95978 \cdot 10^{-5} P + 5.51974 \cdot 10^{-8} P^2$$

$$c_l^{(4)}(P) = -0.00150204 + 0.00104219 \cdot P - 6.34226 \cdot 10^{-6} P^2 + 1.31138 \cdot 10^{-8} P^3$$

C4 :

$$c_g^{(5)}(P) = 0.0404615 - 6.03215 \cdot 10^{-5} P + 2.92921 \cdot 10^{-7} P^2$$

$$c_l^{(5)}(P) = 0.0125412 + 0.000960372 \cdot P - 7.23732 \cdot 10^{-6} P^2 + 1.6276 \cdot 10^{-8} P^3$$

C5 :

$$c_g^{(6)}(P) = 0.0586184 - 0.0001371 \cdot P + 9.396 \cdot 10^{-7} P^2$$

$$c_l^{(6)}(P) = 0.101644 + 0.00171162 \cdot P - 1.639 \cdot 10^{-5} * P^2 + 3.945 \cdot 10^{-8} P^3$$

C6 :

$$c_g^{(7)}(P) = 0.0448441 - 0.000125783 \cdot P + 1.2919 \cdot 10^{-6} P^2$$

$$c_l^{(7)}(P) = C6L = 0.287622 - 0.00040877 \cdot P - 2.0681 \cdot 10^{-6} * P^2$$

C10 :

$$c_g^{(8)}(P) = C10g = 0.0143321 - 0.00036141 \cdot P + 2.95112 \cdot 10^{-6} * P^2$$

$$c_l^{(8)}(P) = C10L = 0.64678 - 0.00592968 \cdot P + 4.570177 \cdot 10^{-5} * P^2 - 1.12531 \cdot 10^{-7} P^3$$

Pour  $CO_2$  les concentrations sont obtenus en soustrayant la somme de 8 concentrations présentées de 1.

Ces corrélations seront employées comme relations de fermeture pour le modèle hydrodynamique.

Pour simplifier notre analyse, par les simulations hydrodynamiques nous avons groupé les composants dans deux pseudo-composants : un pseudo-composant léger représente une superposition de C1+C2+C3+N2+CO2 et un pseudo-composant lourd est C4+C5+C6+C10. Ainsi, par des simulations hydrodynamiques nous acceptons un modèle pseudo-binaire.

### 3.2.2 Problème compositionnel complet d'écoulement

Dans un vrai réservoir, qui est exploité par certain un nombre de puits, chaque puits forme son propre domaine d'influence. Deux domaines voisins d'influence sont séparés d'un autre par une surface appelée *le neutre*, auquel le fluide est également attiré par les deux puits. Par conséquent la vitesse normal d'écoulement sur une surface neutre est zéro.

Nous examinons l'écoulement radial vers un puits dans un domaine cylindrique d'une épaisseur constante  $H$ , d'une perméabilité et d'une porosité constantes. Le rayon de puits est  $R_w = 0.1\text{m}$ , le rayon de bord de domaine est  $R_* = 300\text{m}$ . La coordonnée sans dimensions est utiliser :  $r = R/R_*$ . Dans toutes les équations précédentes de section 2.1 la longueur caractéristique  $L$  est égal  $R_*$ . Le débit de écoulement au puits  $G$  est donnés. La bord externe de domaine est une surface neutre.

Le temps caractéristique d'épuisement  $t_*$  et le temps de stabilisation  $t^*$  sont alors :

$$t_* = \frac{\text{initial fluid mass}}{\text{mass flow rate}} = \frac{\pi R_*^2 H \phi \rho_g^0}{\langle G \rangle}, \quad t^* = \frac{R_*^2 \mu_g^0 \phi}{K P^0}$$

où  $\langle G \rangle$  est le débit moyen.

Alors le paramètre de perturbation  $\varepsilon$  est :

$$\varepsilon = \frac{t^*}{t_*} = \frac{G \mu_g^0}{\pi H K P^0 \rho^0}$$

Le model compositionnel complet (2.1) rapporte le problème suivant de l'écoulement ou puits pour un mélange pseudo-binaire :

$$\varepsilon \frac{\partial}{\partial \tau} (\bar{\rho} \varphi_l s + \varphi_g (1 - s)) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r [\omega \psi_l k_l + \psi_g k_g] \frac{\partial p}{\partial r} \right), \quad (3.15a)$$

$$\varepsilon \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \bar{\rho} \varphi_l c_l^{(N)} s + \varphi_g c_g^{(N)} (1 - s) \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \left[ \omega \psi_l c_l^{(N)} k_l + \psi_g c_g^{(N)} k_g \right] \frac{\partial p}{\partial r} \right) \quad (3.15b)$$

**CHAPITRE 3. SEMI-STATIONNAIRITE DE L'ÉCOULEMENT**  
**3.2. SEMI-STATIONNAIRITE POUR LES MÉLANGES PSEUDO-BINAIRE**

---

avec les conditions initiale et frontière aiment dans la section (1.4) :

$$p=1, \quad s=s^0, \quad \text{when } \tau=0, \quad (3.16a)$$

$$\left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{r=1} = 0, \quad (3.16b)$$

$$[\omega\psi_l k_l + \psi_g k_g] r \left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{r=r_w} = \frac{\varepsilon q(\tau)}{2} \quad (3.16c)$$

où  $q(\tau) \equiv G(\tau) / \langle G \rangle$  est le débit sans dimensions.

### 3.2.3 Problème d'écoulement asymptotique non-stationnaire

Le model asymptotique non-stationnaire (2.8) pour le même système thermodynamique rapporte le suivant :

$$\varepsilon \left( \bar{\rho}\varphi_l \frac{\partial s}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \tau} (\varphi_g(1-s)) \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \psi_g k_g \frac{\partial p}{\partial r} \right), \quad (3.17a)$$

$$\begin{aligned} \bar{\rho}\varphi_l \frac{\partial s}{\partial \tau} + \bar{\rho}\varphi_l s \frac{\partial \zeta_l^{(N)}}{\partial \tau} + \varphi_g(1-s) \frac{\partial \zeta_g^{(N)}}{\partial \tau} &= \frac{\omega}{\varepsilon} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r\psi_l k_l \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \\ &\frac{1}{\varepsilon} \psi_g k_g \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial \zeta_g^{(N)}}{\partial r} \end{aligned} \quad (3.17b)$$

avec les conditions initiale et frontière suivants :

$$s|_{\tau=0} = s^0, \quad p|_{\tau=0} = 1, \quad (3.17c)$$

$$\left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{r=1} = 0, \quad (3.17d)$$

$$r\psi_g k_g \left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{r=r_w} = \frac{\varepsilon q(\tau)}{2} \quad (3.17e)$$

### 3.2.4 Problème d'écoulement asymptotique semi-stationnaire

Le modèle asymptotique semi-stationnaire (2.15) à suivant :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r\psi_g k_g \frac{\partial p}{\partial r} \right) = 0, \quad (3.18a)$$

$$\begin{aligned} \bar{\rho}\varphi_l \frac{\partial s}{\partial \tau} + \bar{\rho}\varphi_l s \frac{\partial \zeta_l^{(N)}}{\partial \tau} + \varphi_g(1-s) \frac{\partial \zeta_g^{(N)}}{\partial \tau} &= \frac{\omega}{\varepsilon} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r\psi_l k_l \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \\ &\frac{1}{\varepsilon} \psi_g k_g \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial \zeta_g^{(N)}}{\partial r} \end{aligned} \quad (3.18b)$$

## CHAPITRE 3. SEMI-STATIONNAIRITE DE L'ÉCOULEMENT

### 3.2. SEMI-STATIONNAIRITE POUR LES MÉLANGES PSEUDO-BINAIRE

---

avec les conditions initiale et frontière :

$$s|_{\tau=0} = s^0, \quad (3.18c)$$

$$p|_{r=1} = 1, \quad (3.18d)$$

$$r\psi_g k_g \frac{\partial p}{\partial r} \Big|_{r=r_w} = \frac{\varepsilon q(\tau)}{2} \quad (3.18e)$$

#### 3.2.5 Problème entièrement stationnaire

Nous simulerons également le problème entièrement stationnaire qui suit du model compositionnel complet (3.15) :

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r [\omega\psi_l k_l + \psi_g k_g] \frac{dp}{dr} \right) = 0 \quad (3.19a)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r [\omega\psi_l c_l^{(N)} k_l + \psi_g c_g^{(N)} k_g] \frac{dp}{dr} \right) = 0 \quad (3.19b)$$

avec les conditions frontière suivants :

$$p|_{r=1} = 1, \quad (3.19c)$$

$$[\omega\psi_l k_l + \psi_g k_g] r \frac{dp}{dr} \Big|_{r=r_w} = \frac{\varepsilon}{2} \quad (3.19d)$$

Notez que  $q \equiv 1$  dans le cas stationnaire.

La condition avec le dérivé zéro à la frontière de domaine ne peut pas davantage être utiliser car la solution radiale stationnaire ne peut pas physiquement satisfaire une condition d'imperméabilité.

#### 3.2.6 Méthodes numériques

Pour simuler le problème de valeur limite pour les équations ordinaires (ODE) (3.19) nous avons utiliser une méthode de tir [Na 1979] qui sont basés sur une solution d'un ensemble des problèmes de Cauchy, qui tendent au problème donné de valeur frontière. Chaque problème de Cauchy pour le système de deux équations du deuxième ordre est résolu en utilisant la méthode de Runge-Kutta du 9ème ordre avec les facteurs de Prince et Dorman [Hairer, Norsett, Wanner 1987]. Pour un problème de Cauchy toutes les conditions sont formulées à la frontière de domaine.

## CHAPITRE 3. SEMI-STATIONNAIRITE DE L'ÉCOULEMENT

### 3.2. SEMI-STATIONNAIRITE POUR LES MÉLANGES PSEUDO-BINAIRE

---

L'état additionnel pour le dérivé est formulé d'une manière arbitraire à la première itération. Après la solution du problème de Cauchy, nous comparons les valeurs obtenues au rayon bon à ceux imposées par l'état de frontière de puits. Si ces valeurs ne sont pas équivalentes, nous modifions l'état additionnel de Cauchy et recalculons le nouveau problème de Cauchy afin d'atteindre la convergence.

Le estimation de convergence dépend de l'approximation initiale et de la méthode pour préciser l'état additionnel de Cauchy.

Dans tous les cas non-stationnaire et semi-stationnaire nous devons résoudre des problèmes non-linéaires et non-stationnaire pour des équations différentielles partielles. Nous avons employé la méthode basée sur une approximation de fini-différences à temps et dans l'espace [Fletcher 1991 (V.1)], [Fletcher 1991 (V.2)], [Rouch 1980], [Samarskiy 1999]. La discrétisation de l'espace était non-uniforme logarithmique.

Pour simuler l'équation pour la pression, qui est parabolique, nous avons utilisé un schéma implicite avec la relaxation pour la discrétisation à temps, suggérée dedans [Samarskiy 1999]. Cet arrangement est efficace quand la solution évolue lentement.

Pour simuler l'équation pour la saturation qui est hyperbolique nous a utilisé les schéma explicite et implicite pour la discrétisation à temps. Nos expériences numériques a indiqué que la différence entre les schéma explicite et implicite était epsilon carré (avec "epsilon" - l'erreur de simulation). Ceci nous a permis d'employer schéma explicite pour l'équation de saturation avec un gain significatif dans le estimation de simulation.

Les systèmes algébriques, obtenus comme résultat de la discrétisation, sont résolus par des méthodes directes ou itératives. Les méthodes directes sont plus universelles et permettent de trouver la solution exacte après un nombre fini des opérations déterminées a priori. Les méthodes itératives peuvent être plutôt à long terme mais sont plus faciles dans la réalisation pendant qu'elles représentent habituellement un algorithme récurrent relativement simple. Nous avons employé une méthode directe ([Fletcher 1991 (V.1)]) qui assure une exactitude absolue de calcul d'ordre  $10^{-6}$ , [Rouch 1980].

Pour simuler le problème semi-stationnaire (3.18) nous avons utilisé une approche synthétique qui est accorder à l'origine de ce modèle.

Les résultats des simulations numériques sont présenter ci-dessous.

### 3.2.7 Résultats des simulations : Comportement de pression

La comparaison du comportement de pression pour le model d'écoulement complet (3.15) et le model d'écoulement semi-stationnaire (3.18) est présentée dans Fig. 3.1.

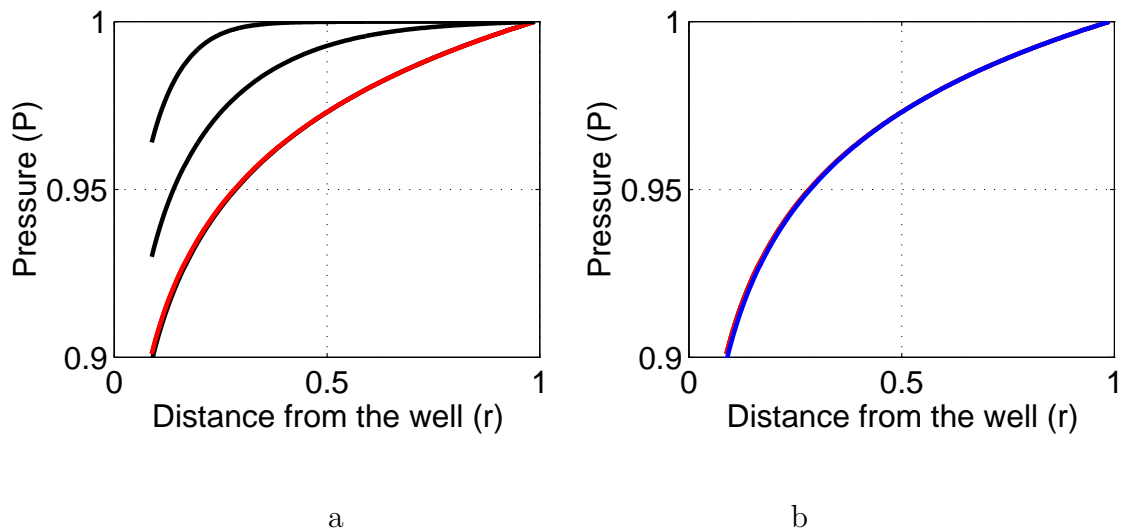


FIG. 3.1 – Comportement de pression : a) modèle compositionnel complet (courbes noires) et modèle entièrement stationnaire (courbe rouge), b) modèle asymptotique semi-stationnaire (courbes blue) et modèle entièrement stationnaire (courbe pointillée rouge)

Les lignes noires dans Fig. 3.1(a) sont obtenues pendant quelques instants consécutifs, alors que la ligne rouge est la solution stationnaire limiteuse de pression. On le voit que la solution non-stationnaire n'est déformée plus après un instant de l'ordre 0.01, qui est identique  $\varepsilon \sim 0.01$ . D'ailleurs, la limite de la solution non-stationnaire coïncide très bien avec la solution stationnaire.

La courbe bleue dans Fig. 3.1(b) est la pression correspondant au modèle semi-stationnaire. La ligne courbe pointillée rouge dans Fig. 3.1(b) correspondant au model entièrement stationnaire (3.19), donc on n'observe aucune différence. Ainsi, le comportement de pression limite en termes de tous les modèles est équivalent.

La stabilisation de pression a calculé en utiliser plein modèle complet est montrée dans Fig. 3.2.



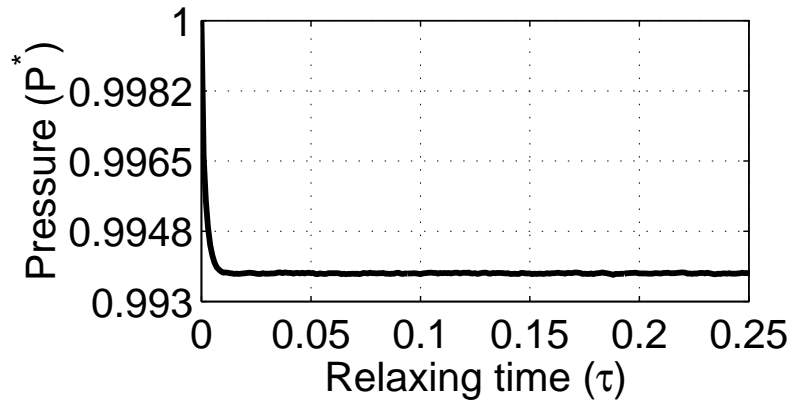


FIG. 3.2 – Stabilisation de pression (modèle compositionnel complet)

La stabilisation est atteinte exactement de façon que soit prévu théoriquement, et est pratiquement indépendante de la présence de la deuxième phase.

### 3.2.8 Résultats des simulations : Comportement de saturation

La comparaison du comportement de saturation pour le modèle complet (3.15) et le modèle semi-stationnaire (3.18) est présentée dans Fig. 3.3.

Les courbes noires dans Fig. 3.2(a) sont les solutions au modèle non-stationnaire, alors que les courbes bleues dans Fig. 3.2(b) sont les solutions au modèle semi-stationnaire calculées aux mêmes instants. On le voit que le modèle semi-stationnaire donne à résultats adéquats qui correspondent aux solutions exactes à une exactitude élevée.

Fig. 3.4 illustre la comparaison du comportement véritable de saturation (courbes noires) avec une solution entièrement stationnaire (courbe rouge). La saturation réelle ne coïncide pas avec les solutions stationnaires à tout instant, d'ailleurs la saturation réelle ne tend à aucune limite stationnaire.

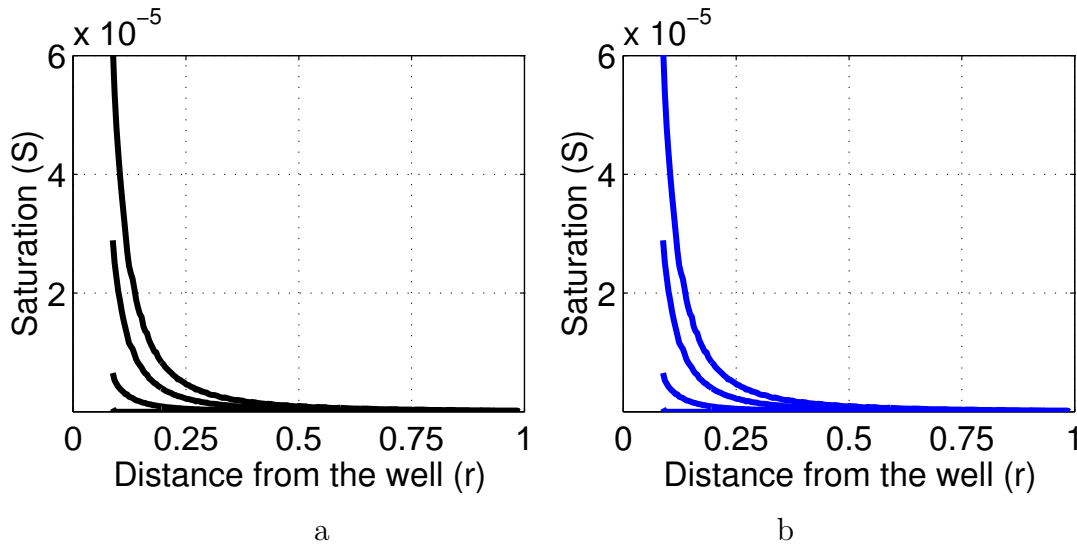


FIG. 3.3 – Comportement de saturation : a) modèle compositionnel complet ; b) modèle semi-stationnaire

### 3.2.9 Résultats des simulations : Comportement aux haute saturations de condensat

Si la saturation atteint une valeur tout à fait grande d'ordre 0.5 et le plus haute, alors la pression commence à jeûner augmentation à temps, comme montré dans Fig. 3.5 : la ligne noire est la limite stationnaire pour des saturations, alors que la courbe verte correspond à la haute saturation au puits.

La croissance de pression devient irréversible et très rapidement. Ceci est provoqué par une croissance significative de la résistance hydraulique à l'écoulement de gaz, donc le débit fixe donné puisse être maintenu seulement en augmentant les gradients de pression. Dans la pratique, le débit diminuera dans une telle situation en raison de un auto-regulation du puits.

## CHAPITRE 3. SEMI-STATIONNARITE DE L'ÉCOULEMENT

### 3.2. SEMI-STATIONNARITE POUR LES MÉLANGES PSEUDO-BINAIRE

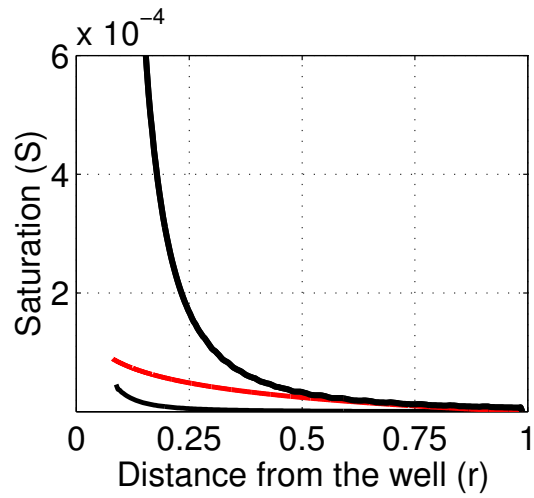


FIG. 3.4 – Comportement de saturation : saturation réel (courbes noires) ; solution stationnaire (courbe rouge)

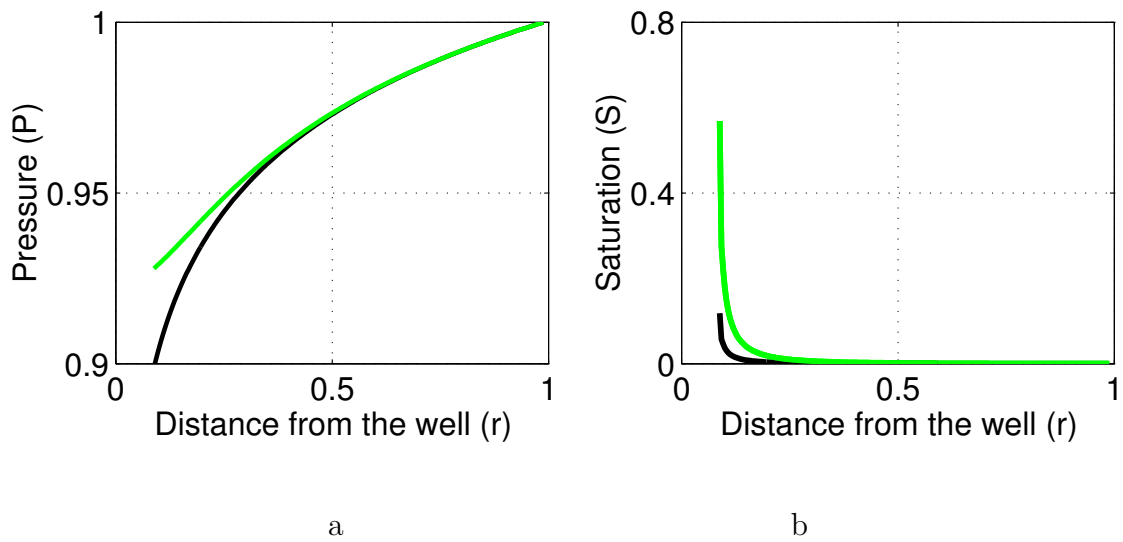


FIG. 3.5 – Croissance rapide de pression aux haute saturations de puits : pression (a), saturation (b)

### **3.3 Justification numérique du semi-stationnairite pour l'écoulement multi-compositionnel de gaz-condensat**

Le modèle de l'écoulement de gaz-condensat décompose qui forme le fondement de développements consécutifs est basé sur le fait que l'écoulement de gaz-condensat est semi-stationnaire, qui signifie un champ stabilisant rapide de pression et des concentrations de phase, mais sur une non-stabilisation, champ mobile de saturation. Cette propriété des systèmes de gaz-condensat a été indiquée par l'analyse asymptotique du modèle compositionnel classique.

Dans ce partie nous présentons les résultats de la vérification numérique à cette propriété, en effectuant un certain nombre de simulations numériques basées sur le modèle compositionnel complet en le simulateur ÉCLIPSE . Nous avons simulé plusieurs problèmes d'écoulement 3D du gaz-condensat vers puits pour différentes compositions liquides réels et divers paramètres de réservoirs avec l'objectif vérifier si le écoulement réel est en effet semi-stationnaire ou pas.

#### **3.3.1 Description du cas examiné**

Un écoulement 3D du gaz-condensat ou puitsn dans un réservoir cylindrique est examiné. Le rayon du réservoir est 500 m, la profondeur de la couverture de réservoir est 3000 m, l'épaisseur de réservoir est 80 m. Les conditions initiales : la pression de champ est 325 barres et la température de champ est 90°C. La frontière externe de domaine est imperméable. Le débit du mélange au puits est constant et égale 500000 m<sup>3</sup>/day pendant les 100 premiers jours de l'exploitation. La saturation condensat initiale est zéro, ainsi le fluide initial est monophasé gazeux. La pression initiale est 325 barres dans le réservoir global.

La composition composante est la suivante (fractions molaire) :

N2 0.043

C1 0.748

C2 0.088

## CHAPITRE 3. SEMI-STATIONNAIRITE DE L'ÉCOULEMENT

### 3.3. SEMI-STATIONNAIRITE POUR L'ÉCOULEMENT MULTI-COMPOSITIONNEL

C3 0.039  
IC4 0.006  
NC4 0.012  
C5 0.017  
C6 0.037  
C7 0.010

Les trois derniers composants sont les fractions lourdes basées sur les composants purs suivants.

#### 3.3.2 Comportement de la pression et la saturation avec du temps

La variation de pression typique du temps est montrée dans Fig. 3.6 pour deux sections verticales aux distances différentes du puits. Les valeurs fait la moyenne au-dessus de la coordonnée verticale sont présentées. Après la perturbation du système la pression est stabilisation rapide à tous les points.

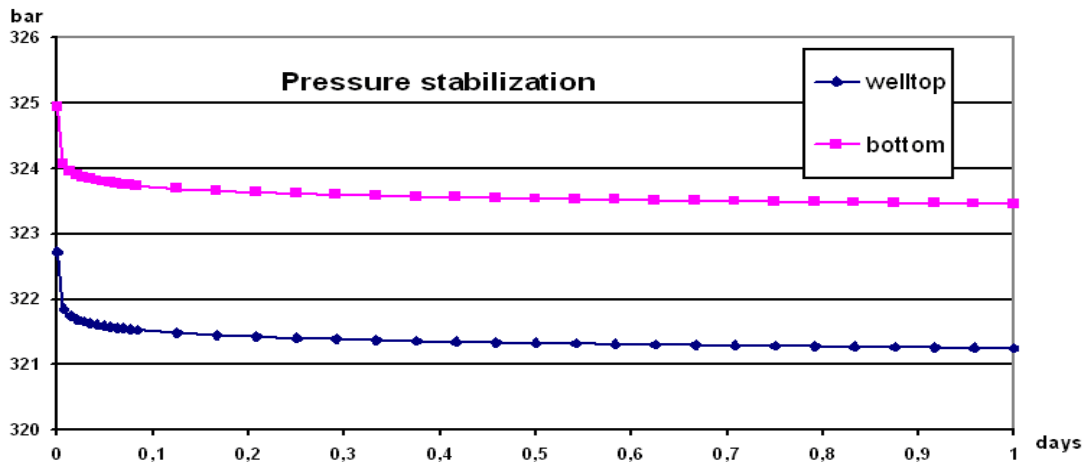


FIG. 3.6 – Variation de pression avec du temps

Le temps de stabilisation de pression est de l'ordre de plusieurs heures. La précipitation liquide ne dérange pas le caractère quasi-stationnaire du comportement de pression.

## CHAPITRE 3. SEMI-STATIONNAIRITE DE L'ÉCOULEMENT

### 3.3. SEMI-STATIONNAIRITE POUR L'ÉCOULEMENT MULTI-COMPOSITIONNEL

Dans les conditions initiales le fluide de réservoir est monophasé. Le liquide commence à apparaître à partir du trente-cinquième jour jusqu'à ce que la pression diminue jusqu'à 317 bar.

La variation de saturation avec du temps (fait la moyenne au-dessus de la coordonnée verticale) à deux sections verticales de l'espace est montrée dans Fig. 3.7.

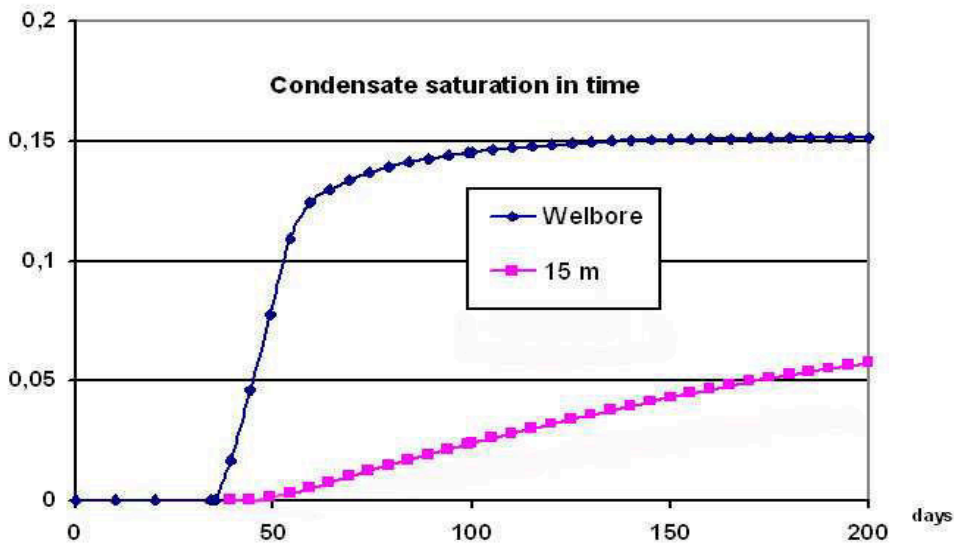


FIG. 3.7 – Variation de saturation de condensat avec du temps à deux distances du puits : a) au bord du puits, et b) 15 m du puits

Le comportement de saturation de liquide aux distances 15 m du puits est toujours non-stationnaire, car la précipitation liquide ne peut pas être équilibrée par le retrait liquide dû à une mobilité liquide très petit. On n'a observé aucune stabilisation.

La saturation au bord du puits peut atteindre un équilibre provisoire entre deux processus opposés : a) le retrait liquide du réservoir dans le puits tendant à réduire la saturation condensat, et b) la précipitation liquide du gaz dû à la condensation rétrograde qui augmente la saturation condensat. Cet équilibre est provisoire et sera rapidement dérangé quand l'évaporation condensat commence.

Dans Fig. 3.8 la saturation et la pression au puits sont montrées simultanément dans la même échelle de temps (le début de surgir de condensat est décalé à l'instant de temps zéro). Nous voyons que la saturation est une fonction fortement non-

## CHAPITRE 3. SEMI-STATIONNAIRITE DE L'ÉCOULEMENT

### 3.3. SEMI-STATIONNAIRITE POUR L'ÉCOULEMENT MULTI-COMPOSITIONNEL

---

stationnaire en ce qui concerne la pression.

Ainsi nous concluons que le comportement de saturation à grande proximité du puits non-stabilise, non-stationnaire avec du temps. On peut observer un certain stationarity de saturation temporairement pendant quelques jours seulement.

Ces simulations sont semblables à tous les autres exemples que nous avons analysés.

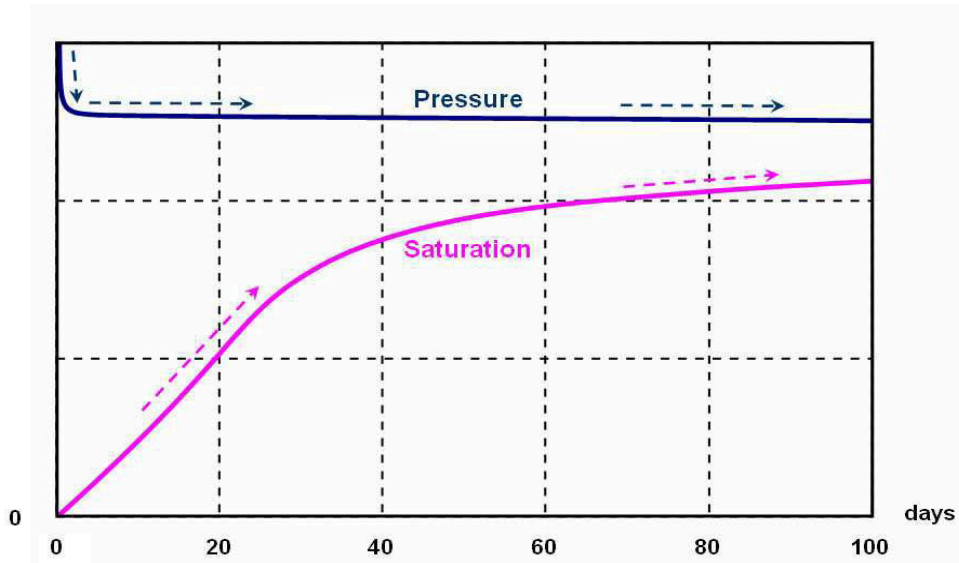


FIG. 3.8 – Comparaison du comportement de la saturation de puits et de la pression avec du temps

## Conclusion pour le chapitre 3

En raison du divers essai en ce chapitre, nous montrés la suit :

1. Le stationnarite de l'écoulement de gaz-condensat est fréquemment impossible, car la solution stationnaire s'avèrent instable dans une grand gamme des cas.

2. La pression est montrée de stabiliser rapidement comme dans le cas mono-phasé, avec du temps de stabilisation est de l'ordre  $\varepsilon$ . Les concentrations de phase sont également stabilisation rapide.

3. La stabilisation de la pression ne mène pas à la stabilisation du champ de saturation qui demeure de manière permanente changeant à temps.

4. Le modèle semi-stationnaire limite est montré pour fournir adéquat et précis des résultats pour la pression et la saturation, comparé avec modèle compositionnel complet.

5. Le modèle totalement stationnaire donne un bon résultat pour la pression stabilisée, mais est inadmissible en prévoyant le comportement de saturation.

6. A la valeur haute de saturation de puits peut perturber le comportement stationnaire de pression et mène à une croissance rapide de pression à temps (ou à une diminution rapide de débit).



## Chapitre 4

Modèle Thermodynamique

Découplé : description du système  
multicompositionnel ouvert

## 4.1 Propriétés du modèle thermodynamique décomposé

L'hydrodynamique et la thermodynamique peuvent être décomposées dans le cadre d'un modèle semi-stationnaire de contraste examiné le long des lignes de courant d'écoulement. Car le résultat d'un tel découplage nous obtient un modèle hydrodynamique s'est composé de deux équations (pour la pression et pour la saturation), et un nouveau modèle thermodynamique qui se compose des équations d'équilibre de phase formulé cependant pour un système thermodynamique ouvert dans lequel la masse des composants n'est pas conservée.

Cette chapitre est consacrée à l'analyse numérique de la validité de ce nouveau modèle thermodynamique.

### 4.1.1 Formulation

Le nouveau modèle thermodynamique nous avons obtenu en raison de découplage de sous-système hydrodynamique, qui décrit le comportement d'un mélange compositionnel se déplaçant dans le milieu poreux :

équations d'équilibre pour des potentiels chimiques :

$$\nu_g^{(k)} \left( p, \{c_g^{(q)}\}_{q=1}^N \right) = \nu_l^{(k)} \left( p, \{c_l^{(q)}\}_{q=1}^N \right), \quad k=1, \dots, N \quad (4.1a)$$

équations d'état de phase :

$$\rho_g = \rho_g \left( p, \{c_g^{(q)}\}_{q=1}^N \right), \quad \rho_l = \rho_l \left( p, \{c_l^{(q)}\}_{q=1}^N \right) \quad (4.1b)$$

normalisation de concentration :

$$\sum_{k=1}^N c_g^{(k)} = 1, \quad \sum_{k=1}^N c_l^{(k)} = 1 \quad (4.1c)$$

variation de la composition total dans un système ouvert :

$$\frac{1}{\Delta c^{(k)}} \frac{dc_g^{(k)}}{dp} = \frac{1}{\Delta c^{(N)}} \frac{dc_g^{(N)}}{dp}, \quad k = 1, \dots, N - 2 \quad (4.1d)$$

Les  $2N+2$  équations (4.1) contiennent  $2N+3$  des variables :  $c_g^{(k)}$ ,  $c_l^{(k)}$ ,  $p$ ,  $\rho_g$  and  $\rho_l$ . Le système est fermé si la pression est donnée. Dans ce cas-ci, ce système détermine

## CHAPITRE 4. MODÈLE THERMODYNAMIQUE DÉCOUPLÉ

### 4.1. PROPRIÉTÉS DU MODÈLE THERMODYNAMIQUE DÉCOMPOSÉ

---

toutes les concentrations et densités de phase comme fonctions de pression. En raison de ceci le modèle est caractérisé comme monovariant.

Ce système est totalement indépendant du sous-système hydrodynamique. En même temps ce modèle est valide seulement le long des lignes de courant.

#### 4.1.2 Signification physique du modèle : équilibre de phase dans un système ouvert

La différence entre le modèle (4.1d) et le modèle thermodynamique classique consiste en nouvelles équations ordinaires (4.1d) qui ont remplacé les équations traditionnelles du bilan de matière dans le système d'une masse et de composition constantes :

$$\eta^{(k)} = \frac{\rho_g c_g^{(k)}(1-s) + \rho_l c_l^{(k)}s}{\rho_g(1-s) + \rho_l s}, \quad k = 1, \dots, N-1 \quad (4.2)$$

le  $\eta^{(k)}$  sont toutes les concentrations de masse du composant  $k$  dans le système global qui sont considérées en tant que valeurs constantes données.

Ainsi les rapports thermodynamiques différentiels (4.1d) décrivent un système dans lequel la masse de chaque composant n'est pas conservée, donc un système ouvert. D'ailleurs les équations (4.1d) reflètent le fait du mouvement, car elles ont été obtenues à partir des équations de transport. De plus, elles valident le long des lignes de courant seulement pour une grande différence entre les mobilités gazeuse et liquide et seulement pour un système quasi stationnaire où la relaxation intégrale du système global est très rapidement.

Le caractère ouvert des systèmes gaz-liquides se déplaçant des médias poreux, qui implique que la masse globale du fluide et d'aucun composant chimique en volume fixe de l'espace n'est pas conservée, est réellement dû à la mobilité de phase de contraste. En effet, n'importe quel volume par lequel le gaz coule et le liquide est presque immobile est évidemment un système ouvert. Si les gradients de l'espace des concentrations de phase existent alors la composition du gaz entrant est différente de celle du gaz partant du volume. Par conséquent la masse de chaque composant n'est pas conservée en volume examiné, qui détermine, alternativement, une variation totale continue de composition de l'espace.

Dans le modèle limite aucune contrainte n'est imposée à toute la composition liquide, contrairement au modèle classique où toute la composition est fixe.

## CHAPITRE 4. MODÈLE THERMODYNAMIQUE DÉCOUPLÉ

### 4.1. PROPRIÉTÉS DU MODÈLE THERMODYNAMIQUE DÉCOMPOSÉ

---

Habituellement les systèmes ouverts sont en dehors du champ de la thermodynamique, comme dans un système ouvert la variation de la composition de phase total peut produire un non-équilibre dans le comportement de système. Dans le cas examiné le système ouvert est cependant dans l'équilibre, car il correspond à la limite  $\varepsilon \rightarrow 0$  ou à une relaxation rapide. Non-equilibrium néglige de ce fait. En raison d'un ce système si ouvert apparaît en tant que le thermodynamique.

#### 4.1.3 Delta-loi

Le dernier fait qui devrait être expliqué est la signification des équations (4.1d) qui représentent quelques contraintes thermodynamiques imposées par toute la variation de composition des systèmes ouverts analysés.

Examinons le sous-systèmes (4.1d) en volume fini mais très petit. Laissez  $c_g^{(k)}|_{in}$  et  $c_g^{(k)}|_{out}$  soient la concentration  $k^{th}$  du composant en gaz à l'entrée de volume et la sortie le long des lignes de courants passant à travers ce volume.

Alors le système (4.1) peut être écrit sous forme de "delta-loi" :

$$\begin{aligned} \frac{\delta c_g^{(k)}}{\Delta c^{(k)}} &= const, \quad \forall k=1, \dots, N \\ \delta c_g^{(k)} &\equiv c_g^{(k)}|_{in} - c_g^{(k)}|_{out}, \\ \Delta c^{(k)} &\equiv c_l^{(k)} - c_g^{(k)} \end{aligned} \tag{4.3}$$

Dans (4.3) valeur *const* est impliqué comme uniforme de valeur pour tous les nombres  $k$ , mais il peut dépendre de la pression. Les relations (4.3) en sont écrites pour tout  $k$ , qui résulte de (4.1). En effet, pour  $k=1, \dots, N-2$  ceci résulte directement. Pour  $k=N$  ceci résulte du fait que (4.1d) devient une identité quand  $k=N$ . Ainsi c'est également valide pour  $k=N-1$ , qui résulte du fait que la somme de concentration est 1.

La delta-loi signifie que la variation de concentration du gaz le long de la ligne de courant divisée par la différence de concentration en phases est la même pour n'importe quel composant dans la classe examinée des systèmes. Cette loi peut être considérée comme condition nécessaire assurant un comportement thermodynamique (d'équilibre) à un système gazeux liquide ouvert.

## CHAPITRE 4. MODÈLE THERMODYNAMIQUE DÉCOUPLÉ

### 4.1. PROPRIÉTÉS DU MODÈLE THERMODYNAMIQUE DÉCOMPOSÉ

---

#### 4.1.4 Type mathématique du modèle. Condition initial

Le model thermodynamique décompose examiné (4.1) est système mathématique mélangé composées des  $N - 2$  équations ordinaires différentielles et des  $N + 4$  équations algébriques non-linéaires non-différentielles. Pour assurer l'exactitude de n'importe quel problème pour des équations différentielles les conditions initiales doivent être ajoutées.

Notez que dans le cas examiné, les conditions initiales pour (4.1) ne correspondent pas aux conditions initiales imposées pour le problème original d'écoulement, comme (4.1) est rapporte à une limit stationnaire du système original et qui est atteint loin de l'instant initial.

Les véritables conditions initiales pour (4.1) peuvent suivre du (??) de relations écrit à un point fixe  $M$  de la ligne de courant examinée :

$$\begin{aligned}\Phi^{(k)}|_{x=M} &= A^{(k)}, & k &= 1, \dots, N - 2 \\ \Phi^{(k)} &\equiv \zeta_g^{(k)} - \zeta_g^{(N)}\end{aligned}\tag{4.4}$$

où  $\zeta_g^{(k)}$  sont les fonctions de neutralité définies comme : (2.5) :

$$d\zeta_g^{(k)} \equiv \frac{1}{\Delta c^{(k)}} dc_g^{(k)}$$

Des paramètres  $A^{(k)}$  devraient être connus a priori.

En d'autres termes, selon ces conditions, les fonctions de neutralité devraient être connues a priori à un point arbitraire  $M$  de chaque ligne de courant.

La formulation des conditions initiale par les fonctions de neutralité, qui ne sont pas fréquemment utiliser dans la pratique, n'est pas la meilleure. Une manière plus pratique de formuler les conditions initiales consistent les concentrations de phase :

$$c_g^{(k)}|_{x=M} = c_g^{(kM)}, \quad k = 1, \dots, N - 2\tag{4.5}$$

où  $c_g^{(kM)}$  devrait être connu a priori. Dans ce cas-ci on devrait ajouter quelques relations supplémentaires qui permettent de recalculer les fonctions de neutralité des concentrations au point  $M$ .

Le point  $M$  peut être choisi comme points de départ de chaque ligne profilée, qui constituent habituellement la bord du domaine d'écoulement. En effet, le comportement au bord de réservoir est habituellement connu a priori. Ainsi les conditions

## CHAPITRE 4. MODÈLE THERMODYNAMIQUE DÉCOUPLÉ

### 4.1. PROPRIÉTÉS DU MODÈLE THERMODYNAMIQUE DÉCOMPOSÉ

---

initiales pour (4.1) suivent des conditions au bord pour le problème hydrodynamique original.

Pour un réservoir réel l'état au bord correspondent habituellement à non-écoulement ou presque non-écoulement. Pour un fluide immobile toute la thermodynamique peut être calculée utiliser les modèles thermodynamiques classiques développés pour les systèmes fermés. Ces modèles sont capables pour calculer toutes les concentrations nécessaires aux points de départ  $M$  et fournissent les relations thermodynamiques pour calculer les fonctions de neutralité.

Habituellement, les conditions au bord pour le problème hydrodynamique ne sont pas formulées en ce qui concerne les compositions en phase,  $c_g^{(k)}$  et  $c_l^{(k)}$  pour toute la composition liquide. Dans ce cas-ci nous devons recalculer la composition en phase de frontière en utilisant les modèles thermodynamiques classiques mentionnés.

Considérons les exemples.

#### Exemple 1

Tout d'abord, laissez les conditions au bord impose la pression et toute la composition liquide. Comme exemple typique d'une telle situation, nous mentionnons l'écoulement vers un puits de production dans un réservoir infini. Les points de départ des lignes de courants sont situés à la bord externe de réservoir infini. L'état hydrodynamique correct à la bord infinie est une pression fixe et une composition totale du système. Comme écoulement dans zéro à l'infini, le fluide se comporte là comme système thermo-dynamique fermé. Ainsi la composition en phase au bord peut être calculée en utilisant le modèle thermodynamique classique. Une fois calculé d'une telle manière, les concentrations obtenues de phase,  $c_g^{(k)}$  et  $c_l^{(k)}$ , peuvent être employées comme état initial pour (4.1d).

#### Exemple 2

Le deuxième cas correspond à l'écoulement dans un réservoir fini. L'état au bord habituel pour le système hydrodynamique original est non-écoulement à travers la bord externe. On le sait qu'un tel état de frontière est suffisant au problème bien posé. Les compositions en pression et en phase au bord ne sont pas indiquées, mais elles peuvent être calculées. En effet, juste à la bord externe le système est immobile, ainsi il est thermodynamiquement fermé. Ceci signifie que sa composition totale

## CHAPITRE 4. MODÈLE THERMODYNAMIQUE DÉCOUPLÉ

### 4.1. PROPRIÉTÉS DU MODÈLE THERMODYNAMIQUE DÉCOMPOSE

---

demeure invariable et égale à toute la composition initiale qui devrait être indiquée a priori. En même temps, la pression au bord est inconnue, ce empêche de calculer la composition en phase au bord externe en utilisant le modèle thermodynamique classique. Dans ce cas-ci un autre modèle classique, savent comme condensation différentielle, devrait être utiliser. C'est une modification du système qui est accompli une équation totale de bilan de matière pour le réservoir global. Cette équation additionnelle nous permet de calculer la pression selon le débit de production.

#### Exemple 3

Une situation particulière surgit quand les points de départ des lignes des courants correspondent à l'état de transition de phase. Laissez le bord externe être de la condensation liquide dans les exemples décrits ci-dessus. Alors la saturation liquide de bord est zéro et la composition liquide totale, qui est donnée, est évidemment égale à la composition en gaz. Cependant la composition liquide est inconnue. La matière concerne la composition liquide limite quand la saturation liquide tend à zéro. Le calcul d'une composition liquide limite constitue un problème particulier qui peut être modélé par une version modifiée du problème thermodynamique classique dans lequel des équations (4.2) devraient être enlevées.

Ainsi, de toute façon quand les points initial des lignes de courants correspondent à un état thermodynamique fermé (un fluide immobile) ils peuvent être utiliser pour obtenir les conditions initiales pour (4.1). Notez qu'un fluide monophasé correspond à un système thermodynamique fermé même si ce fluide est mobile, car la composition en phase est invariable dans le système global (dans le cadre de l'approximation de diffusion libre).

Ainsi nous pouvons conclure que les conditions initiales pour le modèle thermodynamique décompose peuvent être utiliser sous forme de composition de phase donnée calculée par les modèles thermodynamiques classiques.

Ainsi les simulations dans le cadre du modèle thermodynamique décompose, qui fournissent le comportement compositionnel le long d'une ligne de courant donnée, devraient être effectuées dans deux étapes :

I) tout d'abord, il est nécessaire de calculer le comportement de phase comme la fonction de pression au point de départ de la ligne de courant, en employant le PVT-modèle classique ;

## CHAPITRE 4. MODÈLE THERMODYNAMIQUE DÉCOUPLÉ

### 4.1. PROPRIÉTÉS DU MODÈLE THERMODYNAMIQUE DÉCOMPOSE

---

II) deuxièmement, un calcule le comportement de phase comme la fonction de pression en utilisant le modèle thermodynamique décompose. Cette dernière simulation fournira les informations pour chaque point de la ligne de courant examinée.



## 4.2 Validité de la Delta-loi

Le premier essai numérique a été consacré pour vérifier implicitement la validité de la Delta-loi (4.1d).

### 4.2.1 Principe de l'essai

Le principe d'essai de la validité du nouveau modèle résulte du fait que les modèles (4.1) est une limite du modèle compositionnel complet dynamique à  $\omega \rightarrow 0$  et  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Ainsi nous simulerons l'écoulement d'un système compositionne complet non-décompose (utilisant ECLIPSE) et traitons les résultats obtenus en termes d'équations (4.1d).

Plus strictement, nous simulerons l'écoulement gaz-liquide jusqu'à ce que le processus soit stabilisé. Ceci nous fournira les champs de pression et de concentration de phase. Prenant ces données le long d'une ligne de courant nous obtenons des fonctions simulées  $c_g^{(k)}(p)$  et  $c_l^{(k)}(p)$ . En utilisant ces fonctions nous pouvons calculer le côté à gauche et le côté droit de chaque équation constituant la Delta-loi : (4.1d). Si la différence calculée entre les deux côtés est zéro, puis des équation (4.1d) sont valides.

Le cas examiné a été décrit par le modèle compositionnel complet. L'écoulement vers un puits a été simulé avec utiliser de logiciel ECLIPSE. Le système a été discrétisé avec la méthode de différence finie, un arrangement entièrement implicite, avec la maillage numérique raffiner à proximité du puits. Le sous-système thermodynamique classique a été basé sur l'équation d'état Peng-Robinson.

Pour ce genre d'essais numériques nous avons employé une liquide avec 3 composition : méthane-éthane-decane.

Les simulations ont été effectuées jusqu'à ce que le champ de pression autour du puits ait été stabilisé. Pour ce processus stationnaire nous avons obtenu le champ de pression, de saturation et de compositions de phase le long du rayon. Notez qu'un écoulement radial dans un domaine cylindrique est mono-dimensionnel dans des coordonnées radiales, ainsi la ligne de courant coïncide avec l'axe radial.

En utilisant ces données, nous avons traité le sous-système (4.1d). Dans le cas  $N = 3$  le sous-système (4.1d) réduit à une équation pour  $k=1$ . Nous avons laissés

## CHAPITRE 4. MODÈLE THERMODYNAMIQUE DÉCOUPLÉ

### 4.2. VALIDITÉ DE LA DELTA-LOI

présenter les deux fonctions :  $F_1(P)$  et  $F_2(P)$  qui sont les côtés à gauche et droits du sous-système (4.1d) :

$$\begin{aligned} F_1(P) &= \frac{1}{\Delta c^{(1)}} \frac{\partial c_g^{(1)}}{\partial p}, \\ F_2(P) &= \frac{1}{\Delta c^{(N)}} \frac{\partial c_g^{(N)}}{\partial p} \end{aligned} \quad (4.6)$$

#### 4.2.2 Résultat de l'essai numérique

Des fonctions  $F_1(P)$  et  $F_2(P)$  ont été calculées en utilisant les résultats des simulations d'écoulement. Dans Fig. 4.1 deux courbes correspondent aux fonctions  $F_1$  et  $F_2$  respectivement. Elle prouve que l'équivalence entre ces deux courbes est plus que satisfaisant, qui justifie la validité des équations limite (4.1d).

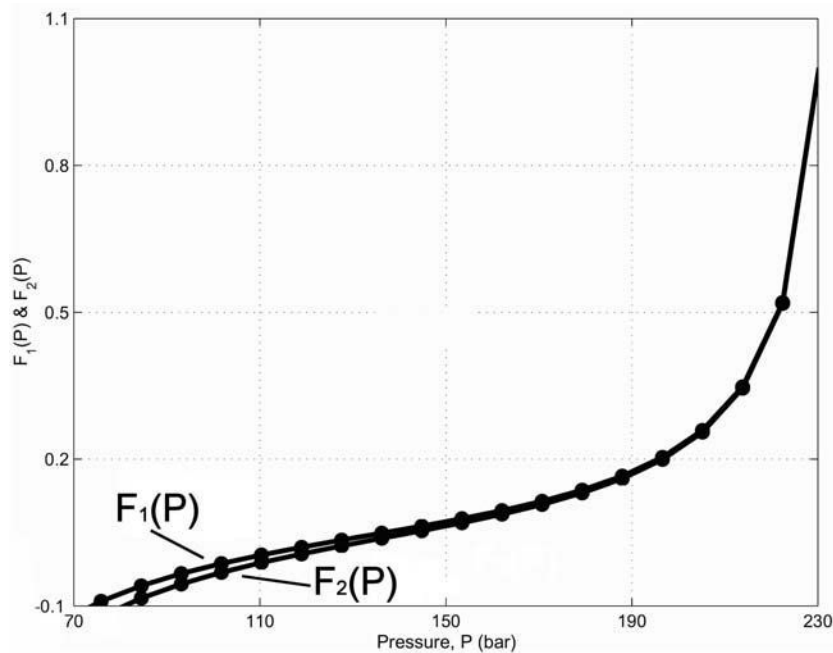


FIG. 4.1 – Interprétation de la simulation d'écoulement basée sur l'ECLIPSE en termes de côté droit ( $F_1(P)$ ) et côté à gauche  $F_2(P)$  de la Delta-loi (4.1d)

Bien que la dynamique de la concentration soit plus significative à voisinage de puits, même dans ce domaine les nouvelles relation thermodynamiques rapportent un bon approximation de un modèle compositionnel complet. En effet, à voisinage

## CHAPITRE 4. MODÈLE THERMODYNAMIQUE DÉCOUPLÉ

### 4.2. VALIDITÉ DE LA DELTA-LOI

---

de puits la déviation relative calculés entre les côtés à gauche et droits est moins que 0.14%, qui peut être négligé.

## 4.3 Validité de le modèle thermodynamique totale

Le deuxième essai que nous avons réalisé consisté en calculant le comportement d'un système compositionnel mobile (ouvert) en utilisant le nouveau modèle thermodynamique et comparer les résultats obtenus à la simulation d'ECLIPSE pour le même fluide.

### 4.3.1 Description d'exemple

Considérons un écoulement radial d'un mélange de gaz-condensat avec trois composant dans un réservoir cylindrique. Le rayon de réservoir est 300 m, l'épaisseur de réservoir est 80 m, la perméabilité et la porosité sont constantes. Le rayon du puits est 0.1m. Le bord externe de domaine est imperméable. Les conditions initiales sont suivant : la pression de champ est 325 barres et la température de champ est 90°C. Le débit de production du mélange est constant et égale 500000 st-m<sup>3</sup>/day. La saturation initiale de condensat est zéro, ainsi le fluide initial était monophasé gaz.

Le fluide de trois-composant se compose du méthane, de l'éthane et du decane. Ses propriétés thermodynamiques de composition sont présentées en Tabl. 4.1 et diagramme de phase en Fig. 4.2.

Composant	Masse molaire (en g/mol)	Pression critique (en bar)	Température critique (en K)	Facteur acentrique
CH <sub>4</sub>	16.046	46.042	190.6	0.013
C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	30.07	48.839	305.43	0.0986
C <sub>10</sub> H <sub>22</sub>	134	241.196	626	0.385

TAB. 4.1 – Propriétés de méthane, éthane, decane

### 4.3.2 Résultats de la simulation

Le model (4.1) a été simulé numériquement en utilisant le simulateur l'STCM, basé sur le modèle compositionnel thermodynamique découplé (décrit dans la sec-

## CHAPITRE 4. MODÈLE THERMODYNAMIQUE DÉCOUPLÉ

### 4.3. VALIDITÉ DE LE MODÈLE THERMODYNAMIQUE TOTALE

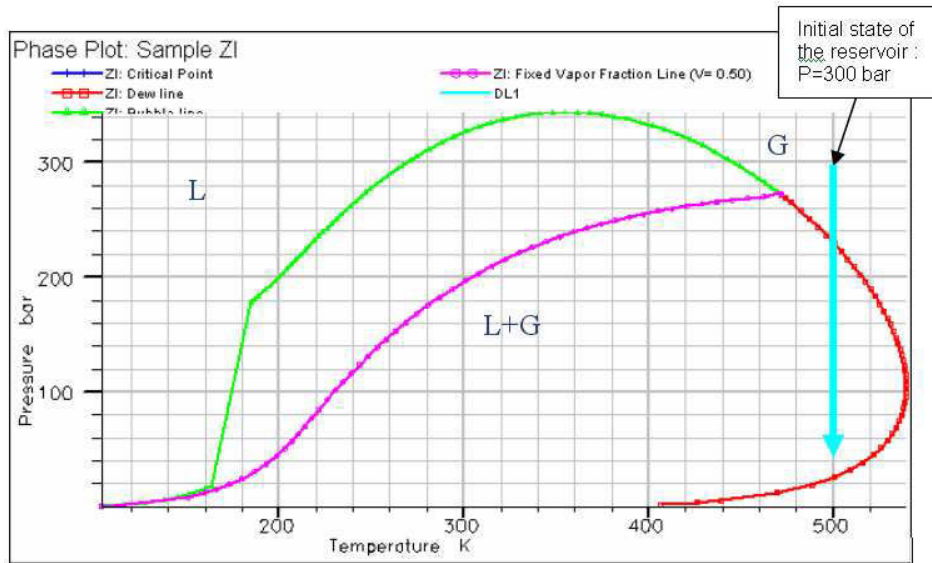


FIG. 4.2 – Diagramme de phase du mélange de trois-composant

tion prochaine) et par l'ECLIPSE. Les résultats de la simulation pour le problème d'écoulement décrit ci-dessus sont présentés en Fig.4.3 pour les fractions molaire en liquide et gaz. Les courbes continue sont obtenues par le model thermodynamique décompose (4.1), alors que les cercles correspondent à la simulation hydrodynamique de l'écoulement compositionnel complet en utilisant l'ECLIPSE.

Ces données montre que le modèle thermodynamique décompose décrit de véritables processus dynamiques dans un système multicompositionnel ouvert de gaz-condensat avec une haut précision.

# CHAPITRE 4. MODÈLE THERMODYNAMIQUE DÉCOUPLÉ

## 4.3. VALIDITÉ DE LE MODÈLE THERMODYNAMIQUE TOTALE

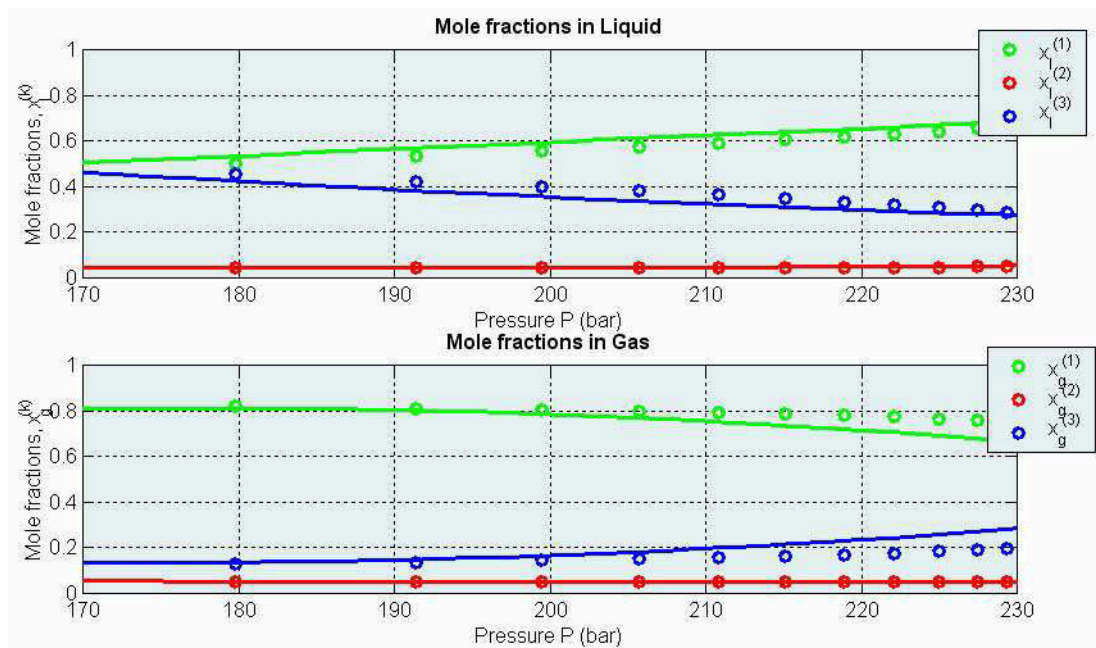


FIG. 4.3 – Fractions molaire en liquide et gaz : les simulations hydrodynamiques basées sur l'ECLIPSE (cercles) et les simulations basées sur le model thermodynamique découplé (4.1) (ligne continu)

## 4.4 Simulateur numérique basé sur le modèle thermodynamique découplé

Pour le model thermodynamique (4.1) nous avons développé un simulateur numérique qui produit les données sur l'équilibre de phase pour un système multi-compositionnel de gaz-liquide. Il est nécessaire de noter que ce système ouvert n'est pas statique, en revanche, le caractère ouvert signifie que ce un système est dans le mouvement (dynamique). La seule constriction a imposé au mouvement d'un tel système est la grand différence entre le vitesses d'écoulement de gaz et de liquide.

En ce qui concerne les modèles thermodynamiques standard des équilibres de phase, nous n'avons pas besoin de fixer la composition totale en mélange. Au lieu des conditions de composition totale fixe nous utilisant les relations thermodynamiques différentiels (4.1d) qui décrivent la loi de la variation de composition totale dans le système ouvert.

En même temps, d'autres relations : (4.1a) - (4.1c) - sont classiques et basés sur une équation d'état. Nous basons notre simulateur sur l'équation d'état Peng-Robinson.

### 4.4.1 Conversion des équations thermodynamiques en un système transcendant récurrent

Afin de résoudre un système mélangé des équations algébriques et différentiel, il est préférable de transformer les équations en équations algébriques récurrentes de différence-finie. Ceci peut être fait si nous remplaçons les équations par leurs analogues différence-finie. Laissé  $\{p^i\}$ ,  $i = 0, 1, \dots$  soyez un ensemble de valeurs de pression déterminées comme  $p^i = p^{i-1} + \Delta p$ , avec  $0 < |\Delta p| \ll 1$ . Ainsi (4.1d) peut être présenté sous la forme suivant :

$$\left(\frac{1}{\Delta c^{(k)}}\right)^i [(c_g^{(k)})^{(i)} - (c_g^{(k)})^{(i-1)}] = \left(\frac{1}{\Delta c^{(N)}}\right)^{(i)} [(c_g^{(N)})^{(i)} - (c_g^{(N)})^{(i-1)}],$$

$$k = 1, \dots, N - 2 \tag{4.7}$$

pour toute étape récurrente  $i$ .

## CHAPITRE 4. MODÈLE THERMODYNAMIQUE DÉCOUPLÉ

### 4.4. SIMULATEUR NUMÉRIQUE BASÉ SUR LE MODÈLE THERMODYNAMIQUE DÉCOUPLÉ

---

Les conditions initiales pour les équations (4.1d) deviennent maintenant les conditions initiales pour les équations récurrentes (4.7), qui sont nécessaires pour commencer le processus récurrent.

#### 4.4.2 Conditions d'équilibre de phase pour le fluide de réservoir

L'égalité des potentiels chimiques de chaque composant dans toutes les phases co-existante équilibré est décrite par l'équation (4.1a). Le potentiel chimique pour le gaz  $\nu_g^{(k)}$  et pour le liquide  $\nu_l^{(k)}$  peut être défini comme :

$$\nu_i^{(k)} \left( P, \left\{ c_i^{(q)} \right\}_{q=1}^N \right) = \nu_{ip}^{(k)} \left( P, T, \left\{ c_i^{(q)} \right\}_{q=1}^N \right) + RT \ln \left( f_i^{(k)} c_i^{(k)} \right), \quad (4.8)$$
$$k=\overline{1, N}; \quad i = g, l$$

où R est la constante universelle de gaz ; T et P sont la température et la pression de réservoir ;  $f_i^{(k)}$  est le fugacity du composant  $k$  dans la phase  $i$  ;  $\nu_{ip}^{(k)}$  est le potentiel chimique du gaz idéal :

$$\nu_{ip}^{(k)} \left( P, \left\{ c_i^{(q)} \right\}_{q=1}^N \right) = G_p^{(k)} (P, T) + RT \ln \left( c_i^{(k)} \right), \quad (4.9)$$
$$k=\overline{1, N}; \quad i = g, l$$

ici  $G_p^{(k)} (P, T)$  est le potentiel chimique du composant pur.

Par conséquent, en utilisant (4.8) et (4.9), les conditions d'équilibre de phase 4.1a) mènent à un équilibre entre les fugacités :

$$f_g^{(k)} \left( P, T, \left\{ c_g^{(q)} \right\}_{q=1}^N \right) = f_l^{(k)} \left( P, T, \left\{ c_l^{(q)} \right\}_{q=1}^N \right), \quad k=\overline{1, N} \quad (4.10)$$

Les fugacités seront décrits dans la section 4.4.4 après introduction de l'équation d'état pour le système gaz-liquide.

#### 4.4.3 Équations d'état pour les systèmes multicompositionnel

Des équations d'état (EOS) sont fondamentalement développées pour les composants purs [Redlich and Kwong 1949], [Walas 1984], mais peuvent être appliquées aux systèmes à plusieurs composants en employant quelques règles de



## CHAPITRE 4. MODÈLE THERMODYNAMIQUE DÉCOUPLÉ

### 4.4. SIMULATEUR NUMÉRIQUE BASÉ SUR LE MODÈLE THERMODYNAMIQUE DÉCOUPLÉ

---

mélange qui déterminent les paramètres utilisant une moyenne pour le mélange [Peng and Robinson 1976], [Orbey and Sandler 1998]. Les règles de mélange tiennent compte des forces entre les molécules des différentes substances qui forment le mélange.

La EOS, comme Peng-Robinson, est habituellement formulé dans une forme en ce qui concerne le z-facteur  $z$  comme le fonction implicite de  $P$ ,  $T$  et des concentrations :

$$z_i^3 - (1 - B_i)z_i^2 + (A_i - 3B_i^2 - 2B_i)z - (A_iB_i - B_i^2 - B_i^3) = 0, \quad i=g, l \quad (4.11)$$

où  $z_i$  est le z-facteur de la phase  $i$ ; les coefficients  $A_i$ ,  $B_i$  dépendent de la pression  $P$ , de la température  $T$  et de la composition en mélange :

$$A_i = \bar{a}_i \frac{P}{R^2 T^2}, \quad B_i = \bar{b}_i \frac{P}{RT}, \quad i=g, l \quad (4.12)$$

Les paramètres  $\bar{a}_i$  et  $\bar{b}_i$  décrivent la composition en mélange et les règles de mélange :

$$\bar{a}_i = \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N x_i^k x_i^j a^{kj}, \quad a^{kj} = \sqrt{a^k a^j} (1 - \delta^{kj}), \quad \bar{b}_i = \sum_{k=1}^N x_i^k b^k, \quad i=g, l \quad (4.13)$$

où  $\delta^{kj}$  est paramètre binaire d'interaction [Danesh 1998];  $x_i^k$  est la fraction molaire de composant  $k$  dans la phase  $i$ .

Des paramètres  $a^k$  et  $b^k$  pour composant chimique  $k$  sont définis par les équations suivantes :

$$a^k = 0.4274800232 \frac{R^2 T_{cr}^k{}^2}{P_{cr}^k} \left[ 1 + m^k \left( 1 - \sqrt{\frac{T}{T_{cr}^k}} \right) \right]^2, \quad (4.14a)$$

$$m^k = 0.37464 + 1.5422\omega^k - 0.26992\omega^k{}^2, \quad (4.14b)$$

$$b^k = 0.086640350 \frac{RT_{cr}^k}{P_{cr}^k}, \quad k=\overline{1, N} \quad (4.14c)$$

$T_{cr}^k$  et  $P_{cr}^k$  sont la température et la pression liquides critiques pour le composant  $k$ ;  $\omega^k$  est le facteur acentrique de Pitzer.

L'équation cubique (4.11) pour le z-facteur peut être résolue pour des phases de liquide et de vapeur. Généralement trois solutions sont obtenues. La racine plus petite correspond au liquide, alors que la racine plus grande décrit la vapeur.

## CHAPITRE 4. MODÈLE THERMODYNAMIQUE DÉCOUPLÉ

### 4.4. SIMULATEUR NUMÉRIQUE BASÉ SUR LE MODÈLE THERMODYNAMIQUE DÉCOUPLÉ

---

#### 4.4.4 Relations thermodynamiques de fermeture

Les relations de fermeture sont nécessaires pour décrire les fugacités et quelques paramètres de l'équation d'état responsable de l'attraction/répulsion entre les molécules

Le rapport du fugacity à la pression s'appelle le facteur de fugacity  $\phi_i^{(k)}$  :

$$\phi_i^{(k)} = \frac{f_i^{(k)}}{P x_i^k}, \quad k = \overline{1, N}; \quad i = g, l \quad (4.15)$$

Les facteurs de fugacity sont utiliser calculé :

$$\ln(\phi_i^{(k)}) = \frac{b^k}{\bar{b}_i}(z_i - 1) - \ln(z_i - B_i) - \frac{A_i}{2\sqrt{2}B_i} \left( \frac{2 \sum_{j=1}^N x_i^k a^{kj}}{\bar{a}_i} - \frac{b^k}{\bar{b}_i} \right) \ln \left( \frac{z_i + (\sqrt{2} + 1)B_i}{z_i - (\sqrt{2} - 1)B_i} \right) \quad (4.16)$$

ici  $z_i$ ,  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $\bar{a}_i$ ,  $\bar{b}_i$  et  $a^{kj}$  sont définis par des équations au-dessus ( $i=g, l$ ;  $k=\overline{1, N}$ ).

Ainsi, le facteur de fugacity d'un composant dépend de la composition et z-facteur du mélange de gaz ( $z_i$ ), des fonctions additionnelles ( $\bar{a}_i$  et  $\bar{b}_i$ ), des propriétés des composants purs ( $T_{cr}^k$ ,  $P_{cr}^k$  et  $\omega^k$ ) et des paramètres de travers  $\delta^{kj}$

Faites-nous présentent une relation entre les fractions molaire  $x_i^k$  et les concentrations de masse  $c_i^k$  définies comme :

$$c_i^k = \frac{m^k}{V} \quad (4.17)$$

où  $V$  est le volume,  $m^k$  est la masse du composant chimique  $k$ , qui est le produit des nombre de mole  $n^k$  et de la masse molaire  $M^k$  :

$$m^k = n^k M^k \quad (4.18)$$

Par conséquent :

$$n^k = \frac{c_i^k V}{M^k} \quad (4.19)$$

## CHAPITRE 4. MODÈLE THERMODYNAMIQUE DÉCOUPLÉ

### 4.4. SIMULATEUR NUMÉRIQUE BASÉ SUR LE MODÈLE THERMODYNAMIQUE DÉCOUPLÉ

---

D'autre part, la fraction molaire  $x_i^k$  dans la phase  $i$  est le rapport du nombre de mole pour le composant  $k$  à le nombre de mole totale :

$$x_i^k = \frac{n^k}{n} \quad (4.20)$$

Tenir compte du fait que le nombre de mole totale est la somme de le nombre de mole pour chaque composant ( $n = n_1 + \dots + n_N$ ) nous obtenons :

$$x_i^k = \frac{\frac{c_i^k}{M^k}}{\sum_{k=1}^N \frac{c_i^k}{M^k}} \quad k = \overline{1, N}; \quad i = g, l \quad (4.21)$$

Nous devons également utiliser la relation inverse entre les concentrations  $c_i^k$  :

$$c_i^k = \frac{x_i^k M^k}{\sum_{k=1}^N x_i^k M^k}, \quad k = \overline{1, N}; \quad i = g, l \quad (4.22)$$

Les densités liquides peuvent être calculées comme :

$$\rho_i = \frac{PM_i}{zRT}, \quad i = g, l \quad (4.23)$$

où  $M_i$  est le masse molaire pour la phase  $i$ ,  $M_i = \sum_{k=1}^N x_i^k M^k$ .

#### 4.4.5 Algorithme numérique dans le STCM-simulator

L'algorithme de la simulation pour le système décrit est le suivant :

1. La pression initiale  $p^0$  est imposée comme paramètre d'entrée.
2. Le équilibre de phase complet pour la pression initiale du un système fermé immobile à une composition fixe est calculé en utilisant les méthodes classiques.
3. La nouvelle pression  $P^1$  est imposée, avec une petit différence entre  $P^0$  et  $P^1$ . Le système des équations d'équilibre de phase, des équations d'état de phase et des équations récurrentes de composition en phase dans un système ouvert (4.7) sont simulées simultanément comme le système transcendant non-linéaire par la méthode itérative de Raphson-Newton.

## CHAPITRE 4. MODÈLE THERMODYNAMIQUE DÉCOUPLÉ

### 4.4. SIMULATEUR NUMÉRIQUE BASÉ SUR LE MODÈLE THERMODYNAMIQUE DÉCOUPLÉ

---

4. Pour la nouvelle pression,  $p^2$ , l'algorithme est répété, et ainsi de suite.

L'approximation initiale pour les itérations est obtenue en utilisant des corrélations empiriques pour les coefficients de distribution à de petit pressions.

## Conclusion pour le chapitre 4

Nous avons examiné quelques propriétés du nouveau système thermodynamique qui décrit le comportement d'un système multicompositionnel gaz-liquide mobile et ouvert. Mathématiquement il se compose d'un système mélangé des équations non-différentielles non-linéaires classiques et des nouvelles équations non-linéaires (différentiation en ce qui concerne la pression) appelées la "Delta-loi". Le sous-système non différentiel interprète les conditions classiques des équilibres de phase et de l'état de phase, alors que les Delta-lois différentielles décrivent la variation de composition dans un système thermodynamique ouvert, dans lequel les masses des composants chimiques ne sont pas conservées. Une Delta-loi indique que le rapport de la différence dans l'entrée et la sortie des concentrations de gaz à la différence entre et des concentrations de gaz et de liquide est uniforme pour tous les composants. Nous prouvés que cette loi devrait être considérée comme condition nécessaire pour un système ouvert, qui a examiné comme système d'équilibre.

Le modèle thermodynamique obtenu peut être seulement appliqué pour décrire le processus le long des lignes de courant.

Les conditions initiales nécessaires pour les équations thermodynamiques différentielles devraient être imposées aux points de départ des lignes de courant qui correspond à le bord de domaine. Nous montrés plusieurs exemples manifestant comment transformer les conditions de frontière formulés pour le problème hydrodynamique complet en initiale conditionne pour le problème thermodynamique limite. Ceci peut être habituellement fait comme état de bord est immobile et correspond ainsi à un système thermodynamique traditionnel fermé.

Nous présentons une justification numérique au modèle thermodynamique limite obtenu, en réalisant deux essais. D'abord, nous avons simulé l'écoulement d'un modèle compositionnel dans un réservoir de gaz-condensat, en utilisant le modèle compositionnel complet. Les résultats obtenus ont été interprétés en termes de Delta-loi : nous avons calculé le côté droit et le côté à gauche de cette loi. La comparaison de ces deux fonctions a montré leur équivalence avec une haut précision, qui a manifesté la validité de la Delta-loi. En second, nous avons simulé le système de trois-composant

## CHAPITRE 4. MODÈLE THERMODYNAMIQUE DÉCOUPLÉ

### 4.4. SIMULATEUR NUMÉRIQUE BASÉ SUR LE MODÈLE THERMODYNAMIQUE DÉCOUPLÉ

---

utilisant le modèle thermodynamique découplé. Ces résultats comparé aux simulations basées sur le modèle compositionnel complet. Les résultats sont identiques.

Pour le nouveau modèle thermodynamique nous avons développé un simulateur numérique, qui est décrit dans les derniers paragraphes de ce chapitre. Nous avons développé un algorithme spécial basé sur convertir le sous-système thermodynamique différentiel en les équations algébriques récurrentes de différence-finies, et appliquer la méthode d'itération de Newton pour résoudre le système transcendant non-linéaire global.

# Chapitre 5

## Modèle Hydrodynamique Découplé : l'analyse des cas d'écoulement simplifier

## 5.1 Solution analytique aux problèmes auto-similaire

Dans cette section nous montrons comment le modèle semi-stationnaire peut être utilisé afin d'obtenir les solutions analytiques. Ceci résulte représente une première tentative avant développement de la méthodologie générale en analysant des exemples particuliers développent une solution analytique générale formelle.

### 5.1.1 Problème d'écoulement radial de gaz-condensat à un puits

Examinons le problème (3.18) décrivant l'écoulement au puits en termes de le modèle semi-stationnaire :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \psi_g k_g \frac{\partial p}{\partial r} \right) = 0, \quad (5.1a)$$

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \varphi_l \frac{\partial s}{\partial \tau} + \bar{\rho} \varphi_l s \frac{\partial \zeta_l^{(N)}}{\partial \tau} + \varphi_g (1-s) \frac{\partial \zeta_g^{(N)}}{\partial \tau} = \\ \frac{\omega}{\varepsilon} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \psi_l k_l \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{\varepsilon} \psi_g k_g \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial \zeta_g^{(N)}}{\partial r} \end{aligned} \quad (5.1b)$$

avec les conditions initiale et frontière suivants :

$$s|_{\tau=0} = s^0, \quad (5.1c)$$

$$p|_{r=1} = 1, \quad (5.1d)$$

$$r \psi_g k_g \frac{\partial p}{\partial r} \Big|_{r=r_w} = \frac{\varepsilon q(\tau)}{2} \quad (5.1e)$$

La première équation peut être intégrée exactement, qui rapporte, en prenant en compte les conditions frontière (5.1e), le rapport suivant :

$$r \psi_g k_g \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\varepsilon q(\tau)}{2}, \quad \forall r \quad (5.2)$$



## CHAPITRE 5. MODÈLE HYDRODYNAMIQUE DÉCOUPLÉ

### 5.1. SOLUTION ANALYTIQUE AUX PROBLÈMES AUTO-SIMILAIRE

Alors l'équation pour la saturation (5.1b) devient :

$$\begin{aligned} \bar{\rho}\varphi_l \frac{\partial s}{\partial \tau} + \left( \bar{\rho}\varphi_l s \frac{d\zeta_l^{(N)}}{dp} + \varphi_g(1-s) \frac{d\zeta_g^{(N)}}{dp} \right) \frac{\partial p}{\partial \tau} = \\ \frac{\omega q(\tau)}{2r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\psi_l k_l}{\psi_g k_g} \right) + \frac{\varepsilon \lambda q^2(\tau)}{r^2} \end{aligned} \quad (5.3)$$

$$\lambda \equiv \frac{1}{\psi_g k_g \Delta c^{(N)}} \frac{dc_g^{(N)}}{dp}$$

Nous avons utiliser le monovariance du modèle semi-stationnaire, qui signifie que toutes les variables thermodynamiques dépendent de la pression seulement.

Comme montré [Panfilova and Panfilov 2004], dans la zone de bord du puits les dérivés des concentrations responsables de l'échange de masse quasistatique négligent.

Ainsi pour la zone de bord du puits nous obtenons :

$$\Phi(r) \bar{\rho} \tilde{\varphi}_l \frac{\partial s}{\partial \tau} = \frac{\omega q(\tau)}{2r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\psi_l k_l}{\psi_g k_g} \right) + \frac{\varepsilon \lambda q^2(\tau)}{f(r) r^2} \quad (5.4a)$$

avec un condition initial (5.1c) :

$$s|_{\tau=0} = s^0 \quad (5.4b)$$

où  $\Phi \equiv \phi / \langle \phi \rangle$ ,  $f \equiv K / \langle K \rangle$ ,  $\tilde{\varphi}_l \equiv \rho_l / \rho_l^0$ .

Ce problème représente une base pour développent des solutions analytiques.

#### 5.1.2 Propriétés de l'équation de saturation transport. Effets de convective masse échange

La relation (5.3) est l'équation de transport en ce qui concerne la saturation  $s$ . Ce signifie qu'à un point quelconque  $r$  la variation de saturation du temps est provoquée par trois mécanismes : (i) échange de masse quasistatique (terme proportionnelle à transport convecteur de  $\partial p \partial \tau$ ); (ii) (premières termes dans la partie droite), (iii) échange de masse convecteur (deuxième lterme dans la partie droite).

La terme quasistatique décrit une variation locale en temps de paramètres thermodynamiques (pression), qui a lieu en l'absence du mouvement. En réalité, on observe un tel processus dans la PVT-cellule. Le transport convective de saturation

## CHAPITRE 5. MODÈLE HYDRODYNAMIQUE DÉCOUPLÉ

### 5.1. SOLUTION ANALYTIQUE AUX PROBLÈMES AUTO-SIMILAIRE

---

est provoqué par l'écoulement liquide de phase. Dans le model (5.4) ces termes sont omises.

Le plus non trivial est la terme de convective masse échange. La notion de convective échange de masse (appelé également la condensation dynamique) signifie une superposition (non-linéaire en général le cas) d'un écoulement relatif de gaz après le liquide avec un échange de masse entre ces phases. En d'autres termes, l'échange de masse convective est les résultats de deux processus : (A) *condensation convective* qui consiste en aspect liquide d'une partie de gaz venant d'une zone avec de la pression plus élevée, et (B) *évaporation convective* qui signifie l'aspect de gaz d'une partie liquide venant d'une zone à haute pression. On observe ces deux processus dans la structure du paramètre  $\lambda$ . Le résultat de ces deux mécanismes est différent pour un système fermé et ouvert.

Si les vitesses de phase sont identiques, n'importe quel volume individuel rigidement lié au liquide est également rigidement relié au gaz. Ce volume individuel est thermodynamiquement fermé. En revanche, en raison d'un écoulement relatif de phase, en chaque volume individuel rigidement lié au liquide, la phase gazeuse est de manière permanente renouvelée : nouveaux apports d'une masse de gaz en remplaçant la partie outflowing de gaz. Ainsi, n'importe quel volume individuel est thermodynamiquement ouvert. Dans un système ouvert toute la composition et toute la masse n'est pas conservée. Ainsi, le paramètre  $\lambda$  est non zéro seulement quand le système est ouvert, ou quand les vitesses de phase sont différentes d'un autre. Dans ce cas-ci, la condensation et l'évaporation convectrices citées ci-dessus ne sont pas équilibrées et leur somme est non zéro. En particulier, quand le liquide est immobile, la condensation convectrice n'a aucun n'importe quel contrebalancer. Par conséquent dans ce cas-ci, l'échange de masse convective consiste en aspect liquide du gaz dû aux gradients de pression.

Notons que la terme d'échange convective ne contient pas des gradients de saturation, ainsi ne décrit pas un transport de saturation, mais joue le rôle d'une source locale de saturation.

Le paramètre  $\lambda$  caractérise l'intensité de la condensation (la vitesse de condensation en ce qui concerne des variations de pression). Pour un paramètre  $\lambda$  pour la condensation (croissance de masse liquide) est positif, tandis qu'il est négatif pour l'évaporation. En réalité, ce paramètre change dans le temps et l'espace d'une valeur

## CHAPITRE 5. MODÈLE HYDRODYNAMIQUE DÉCOUPLÉ

### 5.1. SOLUTION ANALYTIQUE AUX PROBLÈMES AUTO-SIMILAIRE

---

positive à négative pendant une diminution de pression. Si la pression est connue, ce paramètre peut être calculé à partir du sous-système thermodynamique (2.16).

#### 5.1.3 Solution exacte auto-similaire

Dans un cas particulier d'écoulement auto-similaire, le problème non-linéaire(5.4) a une solution analytique exacte.

Examinons l'écoulement dans un réservoir infini homogène. Puis  $\Phi = 1$ ,  $f = 1$ . Laissez le débit de puits soit constant  $G$ , puis  $q \equiv 1$ .

Pour des saturations relativement petites, la perméabilité au gaz relative est pratiquement constante et près de 1. Supposons que des paramètres

$$\lambda_1 = \frac{\omega\psi_l}{2\bar{\rho}\bar{\varphi}_l\psi_g k_g}, \quad \lambda_2 = \frac{\varepsilon\lambda}{\bar{\rho}\bar{\varphi}_l}$$

soyez constant.

Alors l'équation (5.4) devient :

$$\frac{\partial s}{\partial \tau} = \frac{\lambda_1}{r} \frac{\partial k_l(s)}{\partial r} + \frac{\lambda_2}{r^2} \quad (5.5)$$

Le système examiné n'a aucune longueur et temps caractéristiques, et peut être réduit à un problème de Cauchy pour une équation ordinaire par une transformation auto-similaire,  $s(r, \tau) \rightarrow S(\eta)$ , où  $\eta = r^2/\tau$  :

$$\eta(\eta + \lambda_1 k'_l(S)) \frac{dS}{d\eta} = -\lambda_2, \quad S|_{\eta \rightarrow \infty} = s^0 \quad (5.6)$$

C'est une équation de Bernoulli en ce qui concerne la fonction renversée  $\eta(S)$ , qui peut être transformée à une équation linéaire par le remplacement  $u=1/\eta$  :

$$\lambda_2 \frac{du}{dS} - 1 - \lambda_1 k'_l(S)u = 0, \quad u(s^0) = 0$$

La solution à ce problème linéaire est obtenue de la manière habituelle. Certainement, la solution au (5.6) obtient la forme :

$$\frac{\tau}{r^2} = \int_{s^0}^S \exp\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} [k_l(S) - k_l(\bar{S})]\right) d\bar{S} \quad (5.7)$$

C'est une formule implicite pour la saturation  $S(r^2, \tau)$ . Le comportement de cette solution est montré dans la Fig. 5.1 par la ligne pointillé.

## 5.2 Linéarisation partielle dans les problèmes non auto-similaire

### 5.2.1 Linéarisation de le terme dans l'équation de saturation

Dans quelques classes d'écoulement de condensat en médias poreux, la non-linéarité de système apportée par les permeabilities jeux un rôle très important. C'est le cas du déplacement condensat par d'autres fluides, quand la non-linéarité provoque un phénomène de choc onde, [Bedrikovetsky 1993], [Stalkup 1983], [Orr 1999], déterminant tout le comportement de système. Cependant, dans les problèmes décrivant le processus de l'épuisement de réservoir avec la transition de phase, la non-linéarité de système n'est pas trop importante car elle ne présente aucun effet non-linéaire spécial. Le rôle de non-linéarité est seulement quantitatif. Ainsi, une linéarisation du modèle mathématique de l'écoulement de gaz-condensat est admissible dans ce cas-ci.

La seule linéarisation de leconvective convectrice dans (5.4) ou (5.5) en ce qui concerne la saturation  $s$  est suffisante pour obtenir les solutions analytiques. Plus strictement, nous suggérons de remplacer le dérivé du rapport de perméabilité  $d(k_l/k_g)/ds$  par sa valeur moyenne  $\langle d(k_l/k_g)/ds \rangle$  dans le terme convective de l'équation de transport. Alors le modèle linéarisé de l'écoulement proche-critique est :

$$\Phi(r)\bar{\rho}\tilde{\varphi}_l \frac{\partial s}{\partial \tau} = \frac{\omega q(\tau)\gamma}{2r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\psi_l s}{\psi_g} \right) + \frac{\varepsilon \lambda q^2(\tau)}{f(r)r^2} \quad (5.8)$$

$$\gamma \equiv \left\langle \frac{d}{ds} \left( \frac{k_l}{k_g} \right) \right\rangle$$

Dans l'analyse, nous supposerons que les paramètres  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  sont des fonctions connues de temps seulement, ou même sont constants et positifs. Ceci correspond à la première étape après perturbation quand seulement la condensation a lieu. Dans ce cas-ci le modèle (5.8) prise la forme :

$$\Phi \frac{\partial s}{\partial \tau} = \frac{\lambda_1 q(\tau)\gamma}{r} \frac{\partial s}{\partial r} + \frac{\lambda_2 q^2(\tau)}{r^2} \quad (5.9)$$

### 5.2.2 Solution générale non linéarisé au problème auto-similaire

La solution analytique au problème initial pour (5.9) peut être obtenue en utilisant la méthode de caractéristiques, [Tikhonov *et al* 1980]. Le long des lignes caractéristiques, l'équation (5.9) peut être réécrite sous la forme :

$$\begin{aligned} \frac{d\xi}{d\tau} &= -\frac{\lambda_1 \gamma q(\tau)}{\Phi(\xi)}, \\ \frac{ds(\xi(\tau), \tau)}{d\tau} &= \frac{\lambda_2(\xi(\tau), \tau) q^2(\tau)}{f(\xi)\Phi(\xi)\xi}, \quad s|_{\tau=0} = s^0 \end{aligned} \quad (5.10)$$

où  $\xi = r^2$  ; la première équation est celui des caractéristiques pour Eq. (5.9).

La solution à ce système est :

$$\begin{aligned} s(\xi, \tau) &= s^0 + \int_0^{\theta(\tau)} \frac{\lambda_2(\xi(\eta), \tau(\bar{\theta})) q(\tau(\bar{\theta})) d\bar{\theta}}{W(\xi(\eta + \lambda_1 \gamma [\theta(\tau) - \bar{\theta}]))} \\ \theta(\tau) &\equiv \int_0^\tau q(\bar{\tau}) d\bar{\tau}, \quad \eta(\xi) \equiv \int_0^\xi \Phi(\bar{\xi}) d\bar{\xi}, \quad W(\xi) \equiv \xi f(\xi) \Phi(\xi) \end{aligned} \quad (5.11)$$

Deux cas particuliers sont d'intérêt.

Le premier est celui d'une porosité constante :  $\Phi \equiv 1$ , pour lequel (5.11) rendement :

$$s(\xi, \tau) = s^0 + \int_0^{\theta(\tau)} \frac{\lambda_2(\xi, \tau(\bar{\theta})) q(\tau(\bar{\theta})) d\bar{\theta}}{(\xi + \lambda_1 \gamma [\theta - \bar{\theta}]) f(\xi + \lambda_2 \gamma [\theta - \bar{\theta}])} \quad (5.12)$$

La seconde est celle d'une porosité constante et d'un débit constant :  $q(\tau) \equiv 1$ . La solution correspondante est

$$s(\xi, \tau) = s^0 + \int_0^\tau \frac{\lambda_2(\xi, \bar{\tau}) d\bar{\tau}}{(\xi + \lambda_1 \gamma [\tau - \bar{\tau}]) f(\xi + \lambda_1 \gamma [\tau - \bar{\tau}])} \quad (5.13)$$

Ensuite nous emploierons ces solutions pour analyser quelques modes non triviaux d'écoulement de gaz-condensat ou voisinage de puits.

### 5.2.3 Comparaison des solutions linéarisées et exactes dans le cas auto-similaire

Examinons le problème auto-similaire de l'écoulement dans un milieu homogène infini au débit constant, lequel correspond au (5.6) avec  $\Phi, f = 1, \lambda_1, \lambda_2, q = const.$  La solution exacte à la forme linéarisée de ce problème suit de (5.13) :

$$s(\xi, \tau) = s^0 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 \gamma} \ln \left( \frac{\xi + \lambda_1 \gamma \tau}{\xi} \right) \quad (5.14)$$

La comparaison de cette relation à la solution non-linéaire exacte (5.7) est présentée dans la Fig. 5.1

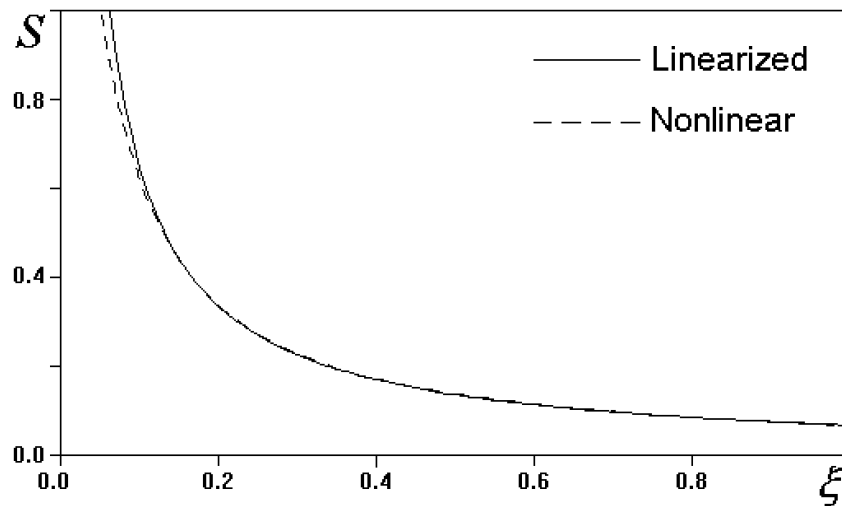


FIG. 5.1 – La saturation condensat pour un écoulement auto-similaire ou voisinage de un puits : la solution analytique exacte reqssim2 (courbe continu) et la solution linéarisée (5.14) (courbe pointillé)

Ainsi, l'effet de non-linéarité disparaît même quantitativement.

## 5.3 Le cas d'un milieu hétérogène et une débit variable

### 5.3.1 Solution analytique linéarisée pour le cas d'un milieu hétérogène

Le cas d'un milieu hétérogène peut être également examiné analytiquement. Un problème avec une hétérogénéité moyenne contient une balance caractéristique de longueur qui est la balance d'hétérogénéité, ainsi un tel problème ne peut pas être auto-similaire.

Dans la pratique, la perméabilité au bord du puits est différente de celle du réservoir. Ceci peut être un résultat de pollution par le fluide de sondage, puis la zone au bord du puits se produit petit perméable. En revanche, la perméabilité au bord du puits peut être plus haute cela du réservoir après des traitements chimiques consacrés pour stimuler la production de puits.

Laissez la perméabilité moyenne être morceaux-constante. Dans le même temps, négligeons des variations de porosité, qui sont habituellement beaucoup faibles qui ceux de la perméabilité :

$$\Phi(\xi) = \text{const} = 1, \quad f(\xi) = \begin{cases} f^-, & \xi \leq \xi_* \\ f^+, & \xi > \xi_* \end{cases}$$

où  $\xi_* \equiv r_*^2$  est la coordonnée d'une surface cylindrique de discontinuité moyenne.

Des valeurs  $f^-$  et  $f^+$  sont reliées par une formule évidente pour la perméabilité sans dimensions moyenne est 1 :

$$f^- (r_*^2 - r_w^2) + f^+ (1 - r_*^2) = 1 - r_w^2$$

Laissez le débit être constant,  $q=1$ . Laissez l'intensité de masse d'échange  $\lambda_2$  est positif et constante aussi. Ceci signifie que la seule condensation est examinée.

## CHAPITRE 5. MODÈLE HYDRODYNAMIQUE DÉCOUPLÉ

### 5.3. LE CAS D'UN MILIEU HÉTÉROGÈNE ET UNE DÉBIT VARIABLE

Utilisant (5.13) et changer des variables :  $\vartheta = \tau - \bar{\tau}$ , nous obtenons :

$$s(\xi, \tau) = s^0 + \int_0^\tau \frac{\lambda_2 d\vartheta}{(\xi + \lambda_2 \gamma \vartheta) f(\xi + \lambda_1 \gamma \vartheta)} \quad (5.15)$$

Par une perméabilité ou morceaux nous permet d'effectuer l'intégration dans (5.13) sous une forme explicite. Il est facile de voir cela :

$$f(\xi + \lambda_1 \gamma \vartheta) = \begin{cases} f^-, & \text{où } \vartheta \leq \vartheta_* \equiv \frac{\xi_* - \xi}{\lambda_1 \gamma}, \\ f^+, & \text{où } \vartheta > \vartheta_* \end{cases} \quad (5.16)$$

Ceci provoque trois possibilités.

*I* :  $\xi \geq \xi_*$ , ou  $\vartheta_* < 0$ .

Puis toujours  $\vartheta > \vartheta_*$ , et, selon (5.16),  $f = f^+$ . Puis equation (5.15) 1.6.11 rendement :

$$s = s^0 + \frac{\lambda_2}{f^+} \int_0^\tau \frac{d\vartheta}{(\xi + \lambda_1 \gamma \vartheta)} = s^0 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 \gamma f^+} \ln \left( \frac{\xi + \lambda_1 \gamma \tau}{\xi} \right) \quad (5.17a)$$

Cette fonction correspond à la zone *I* en Fig. 5.2.

*II* :  $\xi_* - \lambda_1 \gamma \tau \leq \xi < \xi_*$ , ou  $0 < \vartheta_* \leq \tau$ .

Alors nous obtenons à partir de (5.15) et de (5.16) :

$$\begin{aligned} s &= s^0 + \frac{\lambda_2}{f^-} \int_0^{\vartheta_*} \frac{d\vartheta}{(\xi + \lambda_1 \gamma \vartheta)} + \frac{\lambda_2}{f^+} \int_{\vartheta_*}^\tau \frac{d\vartheta}{(\xi + \lambda_1 \gamma \vartheta)} = \\ &= s^0 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 \gamma} \ln \left\{ \left( \frac{\xi_*}{\xi} \right)^{\frac{1}{f^-}} \left( \frac{\xi + \lambda_1 \gamma \tau}{\xi_*} \right)^{\frac{1}{f^+}} \right\} \end{aligned} \quad (5.17b)$$

Cette fonction correspond à la zone *II* en Fig. 5.2.

*III* :  $\xi < \xi_* - \lambda_1 \gamma \tau$ , ou  $\vartheta_* > \tau$ .

Dans ce cas-ci,  $f = f^-$  selon (5.16), puis

$$s = s^0 + \frac{\lambda_2}{f^-} \int_0^\tau \frac{d\vartheta}{(\xi + \lambda_1 \gamma \vartheta)} = s^0 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 \gamma f^-} \ln \left( \frac{\xi + \lambda_1 \gamma \tau}{\xi} \right) \quad (5.17c)$$

Cette fonction correspond à la zone *III* dans Fig. 5.2.



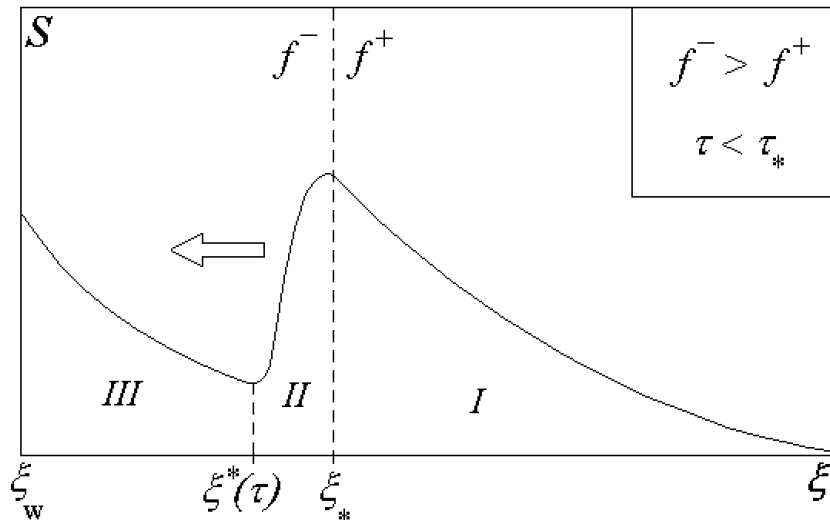


FIG. 5.2 – Profil de saturation dans un réservoir hétérogène quand la zone au bord de puits est plus perméable

### 5.3.2 Comparaison avec le modèle non-linéaire

Pour analyser la qualité de l'approximation par le modèle linéarisé, nous avons calculé le problème non-linéaire exact (5.8) dans les mêmes conditions, en utilisant un schéma numérique explicite. La perméabilité relative liquide a été décrite par relation :  $k_l(s)=s^2$ . Le paramètre  $\gamma$  est alors égal 0.5. à la comparaison est montré dans Fig. 5.3 pendant trois instants de temps. La ligne pointillé correspond à la solution non-linéaire, tandis que la solution linéarisée est montrée par la ligne continu. Ces résultats sont obtenus pour :  $\lambda_1\gamma=0.1$ ,  $\lambda_2=0.1$ ,  $f^-/f^+=5$ ,  $s^0=0$ .

On voit que les solution linéarisé approximates bien le véritable profil de la saturation non-linéaire, jusqu'à ce que les valeurs de saturation deviennent trop hautes. Pour la saturation élevée, une certaine différence apparaît juste dans la zone intermédiaire à proximité de la discontinuité moyenne.

### 5.3.3 Solutions analytiques pour un débit de production variable

Les processus avec un débit variable sont également non auto-similaire. Cependant ils peuvent être également efficacement étudiés dans le cadre du modèle de

## CHAPITRE 5. MODÈLE HYDRODYNAMIQUE DÉCOUPLÉ

### 5.3. LE CAS D'UN MILIEU HÉTÉROGÈNE ET UNE DÉBIT VARIABLE

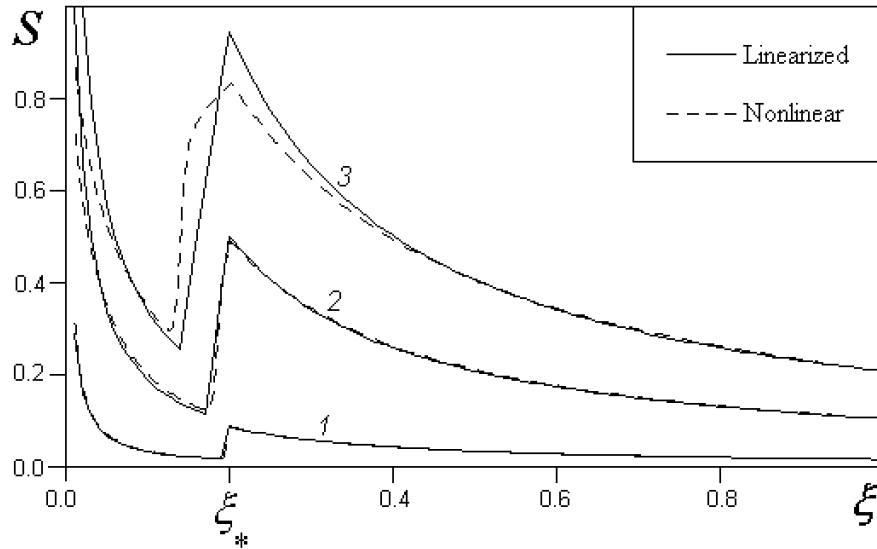


FIG. 5.3 – Le profil de saturation dans un réservoir hétérogène pendant trois instants de temps. La zone au bord du puits est petit perméable.

semi-stationnaire.

Examinons le processus avec un sauts instantanés dans le débit aux un instants de temps consécutifs fixes  $\tau_i$ ,  $i=1, \dots, N-1$ . Ceci est décrit par une fonction morceaux constante  $q(\tau)$  :

$$q(\tau) = q_i, \quad \tau_{i-1} < \tau \leq \tau_i; \quad i=1, 2, \dots, N; \quad \tau_0 = 0, \tau_N = T$$

où  $T$  est un instant de processus final.

Laissez le moyen être homogène, puis  $f \equiv 1$  et  $\Phi \equiv 1$ , l'intensité de transition de phase  $\lambda_2$  est constante.

Pour une fonction morceaux constante  $q$  l'intégration dans (5.13) peut être ef-

## CHAPITRE 5. MODÈLE HYDRODYNAMIQUE DÉCOUPLÉ

### 5.3. LE CAS D'UN MILIEU HÉTÉROGÈNE ET UNE DÉBIT VARIABLE

---

fectuée dans la manière explicite, qui rapporte :

$$s(\xi, \tau) - s^0 = \frac{\lambda_2}{\Lambda} \sum_{i=1}^{N-m} q_i \ln \left( \frac{\xi + \Lambda \left[ \sum_{k=i}^{N-m-1} q_k (\tau_k - \tau_{k-1}) + q_{N-m} (\tau - \tau_{N-m-1}) \right]}{\xi + \Lambda \left[ \sum_{j=i+1}^{N-m-1} q_j (\tau_j - \tau_{j-1}) + q_{N-m} (\tau - \tau_{N-m-1}) \right]} \right),$$

$$\Lambda = \lambda_1 \gamma$$

when  $\tau_{N-m-1} < \tau \leq \tau_{N-m}$ ,  $m=0, 1, 2, \dots < N-1$  (5.18)

En particulier, pour un saut simple de débit à l'instant  $\tau_1$  nous avons :

$$s(\xi, \tau) - s^0 = \begin{cases} \frac{\lambda_2 q_1}{\lambda_1 \gamma} \ln \left( \frac{\xi + \lambda_1 \gamma q_1 \tau}{\xi} \right), & \tau \leq \tau_1 \\ \frac{\lambda_2 q_1}{\lambda_1 \gamma} \ln \left( \frac{\xi + \lambda_1 \gamma [q_1 \tau_1 + q_2 (\tau - \tau_1)]}{\xi + \lambda_1 \gamma q_2 (\tau - \tau_1)} \right) + \\ \frac{\lambda_2 q_2}{\lambda_1 \gamma} \ln \left( \frac{\xi + \lambda_1 \gamma q_2 (\tau - \tau_1)}{\xi} \right), & \tau > \tau_1 \end{cases} \quad (5.19)$$

Ceci prouve que la variation de saturation pendant une diminution et une croissance de débit n'est pas symétrique.

## Conclusion pour le chapitre 5

Nous avons montré les possibilités du modèle semi-stationnaire en développant des solutions analytiques à trois problèmes divers d'écoulement de gaz-condensat vers un puits :

1) Un problème auto-similaire d'écoulement dans un réservoir infini au débit constant. La solution analytique exacte est obtenue.

2) Un problème (non auto-similaire) d'écoulement dans un réservoir fini avec une hétérogénéité zonale. La solution est obtenue en utilisant une linéarisation partielle de la terme convectrice de transport en ce qui concerne la saturation.

3) Un problème (non auto-similaire) d'écoulement dans un réservoir homogène mais à un débit variable.

4) Ces exemples constituent une base pour développer une solution analytique générale au problème de l'écoulement de gaz-condensat au voisinage de puits, valide pour un réservoir hétérogène, un débit variable, et une thermodynamique variable.

## Chapitre 6

# Méthode asymptotique pour les problèmes d'écoulement gaz-liquide

## 6.1 Phénomène de couche limite dans les problèmes d'écoulement de gaz-condensat

Chaque problème d'écoulement de gaz-condensate est caractérisé par *le phénomène de la couche limite logarithmique de puissance-partiel* qui détermine une structure non triviale du comportement de saturation. Cette couche limitee surgit à voisinage du puits et est provoquée par des mobilités de phase de contraste. Nous l'illustrerons premièrement par un modèle simplifié qui indiquera toutes les propriétés de ce phénomène et du comportement de saturation. Ensuite cette analyse sera utiliser pour développer la méthode générale de solution.

### 6.1.1 Problème modèle menant au phénomène de la couche limit

Examinons le problème (5.1) de l'écoulement de gaz-condensat vers un puits en milieu homogène en termes de modèle dimi-stationnaire, qui peut être transformé au système approximatif (5.2) et (5.5) si nous assumons cela :

a) les paramètres

$$\lambda_1 = \frac{\omega\psi_l}{2\bar{\rho}\tilde{\varphi}_l\psi_g k_g}, \quad \lambda_2 = \frac{\varepsilon\lambda}{\bar{\rho}\tilde{\varphi}_l}$$

est constant,

b) le débit est constant  $q = 1$ ,

c) la perméabilité relative liquide dépend seulement de la saturation et est une fonction monotonously croissante :

$$k_l = k_l(s) = s^\beta, \quad s \ll 1; \quad \beta > 1$$

Puis (5.2) et (5.5) rendement :

$$r\psi_g k_g \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\varepsilon}{2} \tag{6.1a}$$

$$\frac{\partial s}{\partial \tau} = \frac{\omega\lambda_1^\circ}{2r} \frac{\partial s^\beta}{\partial r} + \frac{\varepsilon\lambda_2^\circ}{r^2} \tag{6.1b}$$

$$\lambda_1^\circ \equiv \frac{\psi_l}{\bar{\rho}\tilde{\varphi}_l\psi_g k_g}, \quad \lambda_2^\circ \equiv \frac{\lambda}{\bar{\rho}\tilde{\varphi}_l} = \frac{1}{\bar{\rho}\tilde{\varphi}_l\psi_g k_g \Delta c^{(N)}} \frac{dc_g^{(N)}}{dp}$$

## CHAPITRE 6. MÉTHODE ASYMPTOTIQUE

### 6.1. PHÉNOMÈNE DE LA COUCHE LIMITE DANS L'ÉCOULEMENT DE GAZ-CONDENSAT

Notez que le modèle semi-stationnaire s'est avéré un monovariante, qui signifie que toutes les variables thermodynamiques dépendent de la pression seulement.

Laissez le réservoir être illimité, alors le problème ne contient pas des tailles caractéristiques (et de temps), ainsi c'est l'auto-similaire. Par conséquent la solution dépend seulement de une variable

$$s = s(\xi), \quad \xi \equiv \frac{r}{\sqrt{\tau}}$$

Alors le problème (6.1) devient :

$$\begin{aligned} (\xi^3 + \omega \lambda_1^\circ \beta \xi s^{\beta-1}) \frac{ds}{d\xi} &= -2\varepsilon \lambda_2^\circ, \quad \xi \in \Omega = \{\xi > 0\} \\ s(\infty) &= 0 \end{aligned} \quad (6.2)$$

#### 6.1.2 Expansion asymptotique extérieure

Construisons l'expansion asymptotique pour la solution, quand  $\varepsilon \rightarrow 0$ ,  $\omega \rightarrow 0$ , and  $\xi = O(1)$ . La technique habituelle de perturbation mène à ce qui suit :

$$s_{ex}(\xi; \varepsilon, \omega) = \frac{\lambda_2^\circ \varepsilon}{\xi^2} - \frac{2\lambda_1^\circ \lambda^\beta \varepsilon^{2\beta+1}}{2(\beta+1)\xi^{2(\beta+1)}} + o(\varepsilon^{2\beta+1}) \quad (6.3)$$

Nous employons la notation suivante :

- une expansion à  $\varepsilon, \omega \rightarrow 0$ ,  $\xi = O(1)$  s'appelle "*extérieure*" (index *em*);
- une expansion à  $\varepsilon, \omega \rightarrow 0$ ,  $\xi \rightarrow 0$  s'appelle "*intérieure*", ou "*expansion de couche limite*" (index *in*).

#### 6.1.3 Dégénération du type de singularité

La solution au problème (6.3) quand  $\xi \rightarrow 0$  se comporte

$$s \sim \left( -\frac{2\lambda_2^\circ \varepsilon}{\omega \lambda_1^\circ} \ln \xi \right)^{1/\beta}, \quad \xi \rightarrow 0, \quad \forall \varepsilon, \omega \quad (6.4)$$

Le point  $\xi$  est une singularité logarithmique de puissance-partiel.

En même temps, l'expansion formelle dans la série puissance-valeur par  $\varepsilon$  a la forme (6.3) avec la limite suivante :

$$s \sim \frac{\varepsilon \lambda_2^\circ}{\xi^2}, \quad \varepsilon, \omega \rightarrow 0, \quad \xi = O(1) \quad (6.5)$$

## CHAPITRE 6. MÉTHODE ASYMPTOTIQUE

### 6.1. PHÉNOMÈNE DE LA COUCHE LIMITE DANS L'ÉCOULEMENT DE GAZ-CONDENSAT

---

La fonction (6.5) est définie dans le domaine global  $\Omega$  où le point  $\xi=0$  est une singularité appelée le pôle.

En d'autres termes, deux limites avec une permutation de l'ordre ont différents résultats :

– la limite :

$$\lim_{\xi \rightarrow 0} \lim_{\varepsilon, \omega \rightarrow 0} s(\xi; \varepsilon, \omega) \rightarrow \left( -\frac{2\lambda_2^0 \varepsilon}{\omega \lambda_1^0} \ln \xi \right)^{1/\beta}$$

– considérant que la limite :

$$\lim_{\varepsilon, \omega \rightarrow 0} \lim_{\xi \rightarrow 0} s(\xi; \varepsilon, \omega) \rightarrow \frac{\lambda_2^0 \varepsilon}{\xi^2}$$

Nous voyons que la permutation dans l'ordre des limites mène à une dégénération du type de singularité : un point logarithmique de puissance partiel se dégrade à un pôle.

Ainsi, une série de perturbation converge non-uniformly dans le domaine global  $\Omega$ , donc le problème est singulièrement perturbé [Lomov 1975].

Le figure 6.1 illustre le comportement de tous les deux : la solution réel (6.4) (courbe 1) et l'expansion formelle (6.3) (courbe 2).

Le domaine de la divergence entre les ces asymptotiques est *la couche limite*.



## CHAPITRE 6. MÉTHODE ASYMPTOTIQUE

### 6.1. PHÉNOMÈNE DE LA COUCHE LIMITE DANS L'ÉCOULEMENT DE GAZ-CONDENSAT

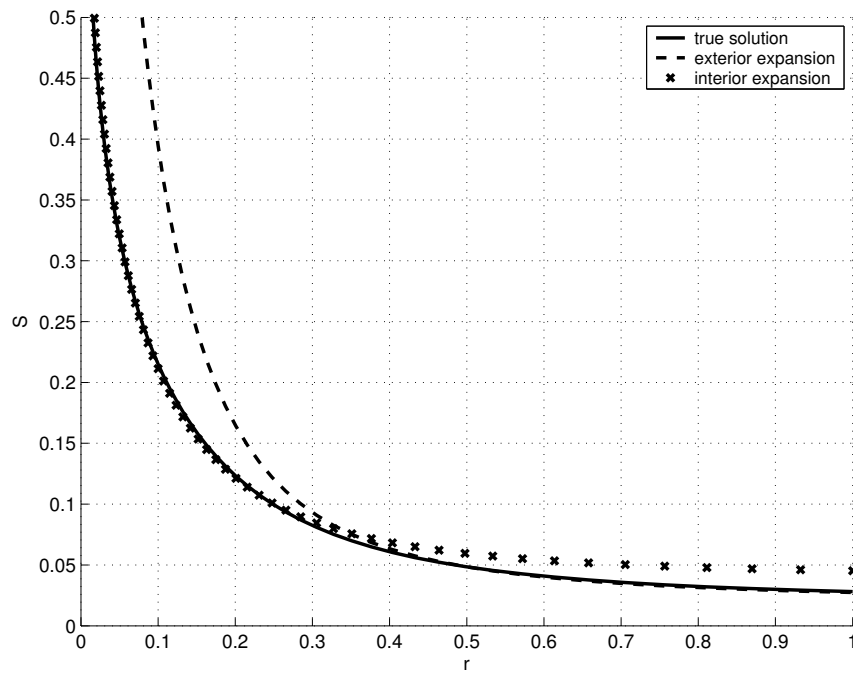


FIG. 6.1 – Illustration au phénomène de dégénération de singularité : la solution réel (1) et l'expansion formelle (6.3) (2)

## 6.2 Construction de la couche limite expansion asymptotique

### 6.2.1 Détermination de la taille de la couche limite

La taille de la couche limite  $\Delta(\varepsilon, \omega)$  peut être déterminée en utilisant la méthode de la dégénération minimale.

Si  $\xi \rightarrow 0$ , alors la limite  $\omega \lambda_1^\circ \xi \beta s^{\beta-1} s'$  domine dans le côté à gauche de (6.2), tandis que dans l'expansion formelle (6.3) la limite  $\xi^3 s'$  domine. Ainsi, l'expansion (6.3) devient incorrecte à partir d'une zone où les deux termes dans le côté à gauche de (6.2) deviennent du même ordre. La taille de cette zone est la taille de la couche limite.

Présentons les nouvelles variables dans la couche de frontière :

$$\eta = \xi / \Delta(\varepsilon, \omega), \quad s(\eta \cdot \Delta) \sim \delta$$

avec  $\eta$  étant de l'ordre 1 dans la couche limite ;  $\Delta$  et  $\delta$  ne sont pas définis encore. Alors suit de (6.2) :

$$\Delta^3 = \Delta \omega \delta^{\beta-1} \tag{6.6}$$

Le deuxième rapport nécessaire résulte d'égaliser la partie à gauche et droite dans (6.2), qui signifie que la transition de phase (le côté droit) est significative dans toutes les zones. Il se tient alors :

$$\Delta^2 \delta = \varepsilon \tag{6.7}$$

Deux équations (6.6) et (6.7) déterminent deux paramètres inconnus :  $\Delta$  et  $\delta$  qui peut être maintenant obtenu sous la forme explicite :

$$\Delta(\varepsilon, \omega) = \omega^{\frac{1}{2\beta}} \varepsilon^{\frac{\beta-1}{2\beta}}, \quad \delta(\varepsilon, \omega) = \left( \frac{\varepsilon}{\omega} \right)^{\frac{1}{\beta}} \tag{6.8}$$

Ans, la taille de la couche limite est une fonction non triviale partielle puissance-valeur des paramètres de perturbation.

### 6.2.2 Expansion de la couche limite

Selon (6.8) nous obtenons pour l'expansion intérieure :

$$s_{in} = \left(\frac{\varepsilon}{\omega}\right)^{1/\beta} s_1(\eta) + \dots, \quad \varepsilon, \omega \rightarrow 0, \quad \eta = \frac{\xi}{\Delta} = O(1) \quad (6.9)$$

L'équation (6.2) a reformulé en termes de nouvelles variables mène à la relation suivante pour  $s_1$  :

$$\left(\eta^3 + \lambda_1^\circ \beta \eta s_1^{\beta-1}\right) \frac{ds_1}{d\eta} = -2\lambda_2^\circ$$

C'est l'équation de Bernoulli respectivement à la fonction inverse  $\eta(s_1)$ . La solution à cette équation a une forme analytique :

$$\frac{\lambda_2^\circ}{\eta^2} = \int_0^{s_1} \exp \left[ \alpha \left( s_1^\beta - u^\beta \right) \right] du + C \cdot \exp \left[ \alpha s_1^\beta \right] \quad (6.10)$$

où  $\alpha = \lambda_1^\circ / \lambda_2^\circ$ .

Le coefficient  $C$  devrait être déterminé à partir de la condition de correspondance les expansions intérieures et extérieures.

### 6.2.3 Correspondance des expansions

La correspondance est fait pour les fonctions inverses  $\xi_{ex}(s)$  et  $\xi_{in}(s)$  qui peuvent près déduit de (6.3) et de (6.10) :

$$\xi_{ex}^2 = \frac{\lambda_2^\circ \varepsilon}{s} + \dots, \quad (6.11)$$

$$\xi_{in}^2 = \frac{\varepsilon \lambda_2^\circ}{\int_0^s \exp \left[ \frac{\alpha \omega}{\varepsilon} (s^\beta - u^\beta) \right] du + C \cdot \left(\frac{\varepsilon}{\omega}\right)^{1/\beta} \exp \left[ \frac{\omega \alpha}{\varepsilon} s^\beta \right]} \quad (6.12)$$

Laissez-nous introduire la saturation "intermédiaire" et coordonnons :

$$\sigma = \frac{s}{\gamma(\varepsilon, \omega)}, \quad \varepsilon < \gamma < \left(\frac{\varepsilon}{\omega}\right)^{1/\beta}$$

ce correspondent à la zone intermédiaire entre l'extérieur et l'intérieur zones.

## CHAPITRE 6. MÉTHODE ASYMPTOTIQUE

### 6.2. CONSTRUCTION DE LA COUCHE LIMITE EXPANSION ASYMPTOTIQUE

---

Expansions (6.11) et (6.12) devenus :

$$\xi_{ex} = \frac{\lambda_2^{\circ}\varepsilon}{\gamma\sigma} + \dots,$$
$$\xi_{in} = \frac{\lambda_2^{\circ}\varepsilon}{C \cdot \left(\frac{\varepsilon}{\omega}\right)^{1/\beta} + \gamma\sigma + \dots}$$

Dans la zone intermédiaire les deux expansions doivent être identiques, puis :

$$C = 0$$

La première terme de l'expansion (6.12) est totalement déterminée.

Courbe 3 dans le Figure 6.1 montre le comportement de l'expansion intérieure.

#### 6.2.4 Type de la couche limite

L'intégrale dans (6.12) peut être présentée de la façon suivante, quand  $\eta \rightarrow 0$  :

$$s_1(\eta) \sim \left\{ \frac{1}{\alpha} \ln \left[ \frac{\lambda_1^{\circ} \beta \alpha^{1/\beta}}{\eta^2 \Gamma\left(\frac{1}{\beta}\right)} \right] \right\}^{1/\beta}$$

avec la gamma-fonction *Gamma*.

Retournant à saturation  $s(\xi)$ , nous obtenons :

$$s(\xi) \sim \left\{ \frac{\varepsilon}{\omega\alpha} \ln \left[ \frac{\lambda_2^{\circ} \beta \varepsilon}{\Gamma\left(\frac{1}{\beta}\right) \xi^2} \left(\frac{\omega\alpha}{\varepsilon}\right)^{1/\beta} \right] \right\}^{1/\beta}$$

Cette relation prouve que dans la couche limite la saturation se comporte comme

$$s \sim A \cdot \left[ \frac{\varepsilon}{\omega} \ln \left( \varepsilon \left(\frac{\omega\alpha}{\varepsilon}\right)^{1/\beta} \right) \right]^{1/\beta}$$

avec  $A$  une valeur constante.

C'est la couche limite logarithmique de puissance-valeur partielle.

## Chapitre 7

Solution asymptotique au  
problème d'écoulement  
compositionnel de gaz-condensat

## 7.1 Écoulement à puits en termes de modèle compositionnel décomposé

### 7.1.1 Problème compositionnel d'écoulement dans un domaine fini et un débit variable

Examinez le problème de l'écoulement (3.18) de gaz-condensat en termes de modèle semi-stationnaire sans simplifications.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \psi_g k_g \frac{\partial p}{\partial r} \right) = 0, \quad (7.1a)$$

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \varphi_l \frac{\partial s}{\partial \tau} + \bar{\rho} \varphi_l s \frac{\partial \zeta_l^{(N)}}{\partial \tau} + \varphi_g (1-s) \frac{\partial \zeta_g^{(N)}}{\partial \tau} = \frac{\omega}{\varepsilon} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \psi_l k_l \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \\ \frac{1}{\varepsilon} \psi_g k_g \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial \zeta_g^{(N)}}{\partial r} \end{aligned} \quad (7.1b)$$

avec les conditions initiale et frontière suivants :

$$s|_{\tau=0} = s^0, \quad (7.1c)$$

$$p|_{r=1} = p_*(\tau), \quad (7.1d)$$

$$r \psi_g k_g \frac{\partial p}{\partial r} \Big|_{r=r_w} = \frac{\varepsilon q(\tau)}{2} \quad (7.1e)$$

La pression de frontière  $p_*(\tau)$  et le débit  $q(\tau)$  sont les fonctions donnés.

En raison du principe de HT-découplage, les concentrations composantes  $\chi^{(k)}$  peuvent être calculées indépendamment en utiliser un sous-système thermodyna-

## CHAPITRE 7. SOLUTION ASYMPTOTIQUE

### 7.1. ÉCOULEMENT À PUIXS EN TERMES DE MODÈLE COMPOSITIONNEL DÉCOMPOSÉ

mique (2.16) :

$$\nu_g^{(k)} \left( P, \{c_g^{(q)}\}_{q=1}^N \right) = \nu_l^{(k)} \left( p, \{c_l^{(q)}\}_{q=1}^N \right), \quad k=1, \dots, N \quad (7.2a)$$

$$\rho_g = \rho_g \left( P, \{c_g^{(q)}\}_{q=1}^N \right), \quad \rho_l = \rho_l \left( p, \{c_l^{(q)}\}_{q=1}^N \right) \quad (7.2b)$$

$$\sum_{k=1}^N c_g^{(k)} = 1, \quad \sum_{k=1}^N c_l^{(k)} = 1 \quad (7.2c)$$

$$\sum_{q=1}^{N-2} \left( \frac{1}{\Delta c^{(q)}} \delta_{qk} - \frac{1}{\Delta c^{(N)}} \frac{\partial c_g^{(N)}}{\partial \chi^{(q)}} \right) \frac{d\chi^{(q)}}{dp} = \frac{1}{\Delta c^{(N)}} \frac{\partial c_g^{(N)}}{\partial p}, \quad k = 1, \dots, N-2 \quad (7.2d)$$

où la forme des fonctions potentielles chimiques  $\nu_i^{(k)}(P, \dots)$  est donné.

### 7.1.2 Première intégration

La première équation dans (7.1) peut être facilement intégrée :

$$\begin{aligned} r\psi_g k_g \frac{\partial p}{\partial r} &= \frac{\varepsilon q(\tau)}{2} \\ \frac{\partial s}{\partial \tau} + s \frac{\partial \zeta_l^{(N)}}{\partial \tau} + \frac{\varphi_g}{\bar{\rho} \varphi_l} (1-s) \frac{\partial \zeta_g^{(N)}}{\partial \tau} &= \\ &= \frac{\omega}{\varepsilon \bar{\rho} \varphi_l} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \psi_l k_l \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{\varepsilon} \frac{\psi_g k_g}{\bar{\rho} \varphi_l} \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial \zeta_g^{(N)}}{\partial r} \end{aligned}$$

En substituant la première équation dans le second nous obtenons :

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\varepsilon q(\tau)}{2r\psi_g k_g} \quad (7.3a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial s}{\partial \tau} + \left[ s \frac{d\zeta_l^{(N)}}{dp} + \frac{\varphi_g}{\bar{\rho} \varphi_l} (1-s) \frac{d\zeta_g^{(N)}}{dp} \right] \frac{\partial p}{\partial \tau} &= \\ \frac{\omega q(\tau)}{2\bar{\rho} \varphi_l} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\psi_l k_l}{\psi_g k_g} \right) + \frac{\varepsilon q^2(\tau)}{4\bar{\rho} \varphi_l \psi_g k_g r^2} \frac{d\zeta_g^{(N)}}{dp} \end{aligned} \quad (7.3b)$$

Les dérivés  $\frac{d\zeta_g^{(N)}}{dp}$  et  $\frac{d\zeta_l^{(N)}}{dp}$  sont total :

$$\frac{d}{dp} \zeta_g^{(N)} \left( p, \chi^{(1)}(p), \dots, \chi^{(N-2)}(p) \right) = \frac{\partial \zeta_g^{(N)}}{\partial p} + \sum_{q=1}^{N-2} \frac{\partial \zeta_g^{(N)}}{\partial \chi^{(q)}} \frac{d\chi^{(q)}}{dp}$$

## CHAPITRE 7. SOLUTION ASYMPTOTIQUE

### 7.1. ÉCOULEMENT À PUIITS EN TERMES DE MODÈLE COMPOSITIONNEL DÉCOMPOSE

---

où le monovariance du modèle semi-stationnaire est employé.



## 7.2 Méthode de perturbation singulière : Expansion extérieure

### 7.2.1 Forme de l'expansion asymptotique extérieure

Nous appliquerons la méthode de perturbation singulière décrite dans le chapitre 6 au problème (7.3), en utilisant le fait que deux paramètres  $\varepsilon$  et  $\omega$  sont petits. Représentons la solution sous forme de série régulière de perturbation :

$$s^{ex}(r, \tau; \varepsilon, \omega) = s_*(\tau) + \varepsilon s_{11}^{ex}(r, \tau) + \omega s_{12}^{ex}(r, \tau) + O(\varepsilon^2 + \omega^2 + \varepsilon\omega), \quad (7.4a)$$

$$p^{ex}(r, \tau; \varepsilon, \omega) = p_*(\tau) + \varepsilon p_{11}^{ex}(r, \tau) + O(\varepsilon^2 + \omega^2 + \varepsilon\omega) \quad (7.4b)$$

où  $s_*(\tau)$  est la saturation à la frontière de domaine qui est a priori inconnue.

Substitution de ces expansions dans l'équation (7.3) 1.8.3 que nous obtenons :

*Approximation nulle* pour  $s_*(\tau)$  :

$$\begin{cases} \frac{ds_*}{d\tau} + s_* \left[ \zeta_{lp_*}^{(N)'} - \frac{\varphi_{g_*} \zeta_{gp_*}^{(N)'}}{\bar{\rho} \varphi_{l_*}} \right] \frac{dp_*}{d\tau} = - \frac{\varphi_{g_*} \zeta_{gp_*}^{(N)'}}{\bar{\rho} \varphi_{l_*}} \frac{dp_*}{d\tau}, \\ s_*|_{\tau=0} = s^0 \end{cases} \quad (7.5)$$

où l'index  $*$  se rapporte à la frontière de domaine  $\zeta_{gp_*}^{(N)'} \equiv (d\zeta_g^{(N)}/dp)_{p=p_*}$ .

*Première approximation* :

$$\begin{cases} \frac{\partial p_{11}^{ex}}{\partial r} = \frac{q(\tau)}{2r\psi_{g_*} k_{g_*}}, \\ p_{11}^{ex}|_{r=1} = 0 \end{cases} \quad (7.6a)$$

## CHAPITRE 7. SOLUTION ASYMPTOTIQUE

### 7.2. MÉTHODE DE PERTURBATION SINGULIÈRE : EXPANSION EXTÉRIEURE

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial s_{11}^{ex}}{\partial \tau} + s_{11}^{ex} \left[ \zeta_{lp^*}^{(N)'} - \frac{\varphi_{g^*} \zeta_{gp^*}^{(N)'}}{\bar{\rho} \varphi_{l^*}} \right] \frac{dp_*}{d\tau} = - \left[ s_* \zeta_{lp^*}^{(N)'} + (1-s_*) \frac{\varphi_{g^*} \zeta_{gp^*}^{(N)'}}{\bar{\rho} \varphi_{l^*}} \right] \frac{\partial p_{11}^{ex}}{\partial \tau} + \\ \frac{q^2(\tau) \zeta_{gp^*}^{(N)'}}{4 \bar{\rho} \varphi_{l^*} \psi_{g^*} k_{g^*} r^2} - \left[ s_* \zeta_{lp^*}^{(N)''} + (1-s_*) \left( \frac{\varphi_{g^*} \zeta_{gp^*}^{(N)'}}{\bar{\rho} \varphi_{l^*}} \right)' \right]_{p^*} p_{11}^{ex} \frac{dp_*}{d\tau}, \\ s_{11}^{ex}|_{\tau=0} = 0 \end{array} \right. \quad (7.6b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial s_{12}^{ex}}{\partial \tau} + s_{12}^{ex} \left[ \zeta_{lp^*}^{(N)'} - \frac{\varphi_{g^*} \zeta_{gp^*}^{(N)'}}{\bar{\rho} \varphi_{l^*}} \right] \frac{dp_*}{d\tau} = \frac{q(\tau)}{2 \bar{\rho} \varphi_{l^*}} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\psi_{l^*} k_{l^*}}{\psi_{g^*} k_{g^*}} \right) = 0, \\ s_{12}^{ex}|_{\tau=0} = 0 \end{array} \right. \quad (7.6c)$$

#### 7.2.2 Expansion extérieure : approximation nulle

Le problème (7.5) pour l'approximation nulle peut être libéré de  $\tau$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{ds_*}{dp_*} + s_* \left[ \zeta_{lp^*}^{(N)'} - \frac{\varphi_{g^*} \zeta_{gp^*}^{(N)'}}{\bar{\rho} \varphi_{l^*}} \right] = - \frac{\varphi_{g^*} \zeta_{gp^*}^{(N)'}}{\bar{\rho} \varphi_{l^*}}, \\ s_*|_{p_*=1} = s^0 \end{array} \right. \quad (7.7)$$

C'est le problème de Cauchy à une équation ordinaire linéaire qui a une solution explicite :

$$s_*(p_*) = \exp \left( - \int_1^{p_*} f_1(\bar{p}_*) d\bar{p}_* \right) \left[ s^0 + \int_1^{p_*} f_2(\bar{p}_*) \exp \left( \int_1^{\bar{p}_*} f_1(\bar{p}_*) d\bar{p}_* \right) d\bar{p}_* \right] \quad (7.8)$$

où

$$f_1(p_*(\tau)) \equiv \zeta_{lp^*}^{(N)'} - \frac{\varphi_{g^*} \zeta_{gp^*}^{(N)'}}{\bar{\rho} \varphi_{l^*}}, \quad f_2(p_*(\tau)) \equiv \frac{\varphi_{g^*} \zeta_{gp^*}^{(N)'}}{\bar{\rho} \varphi_{l^*}}$$

L'intégration dans (7.8) est faite numériquement. Au lieu de ceci, il est possible de résoudre directement le problème (7.7) par un d' des méthodes explicites, par exemple la méthode de Runge-Kutta.

### 7.2.3 Expansion extérieure : première approximation

Notons que le problème linéaire homogène (7.6c) a une solution triviale :

$$s_{12}^{ex} \equiv 0$$

Pour la fonction  $s_{11}^{ex}$  nous obtenons à partir de (7.6b) :

$$\begin{cases} \frac{\partial s_{11}^{ex}}{\partial \tau} + s_{11}^{ex} f_1(p_*) \frac{dp_*}{d\tau} = \frac{f_3(\tau)}{r^2} - f_4(\tau) \ln r, \\ s_{11}^{ex}|_{\tau=0} = 0 \end{cases} \quad (7.9)$$

$$\begin{aligned} f_3(\tau) &\equiv \frac{q^2(\tau) \zeta_{gp}^{(N)'}}{4\bar{\rho}\varphi_{l*}\psi_{g*}k_{g*}}, \\ f_4(\tau) &\equiv \frac{1}{2} \left[ s_* \zeta_{lp}^{(N)'} + (1-s_*) \frac{\varphi_{g*} \zeta_{gp}^{(N)'}}{\bar{\rho}\varphi_{l*}} \right] \frac{d}{d\tau} \left( \frac{q(\tau)}{\psi_{g*}k_{g*}} \right) + \\ &\quad \frac{1}{2} \left[ s_* \zeta_{lp}^{(N)''} + (1-s_*) \left( \frac{\varphi_{g*} \zeta_{gp}^{(N)'}}{\bar{\rho}\varphi_{l*}} \right)' \right]_{p_*} \frac{q(\tau)}{\psi_{g*}k_{g*}} \frac{dp_*}{d\tau} \end{aligned}$$

La solution est alors semblable à (7.8) :

$$s_{11}^{ex}(r, \tau) = \frac{J_1(\tau)}{r^2} \int_0^\tau f_3(\tau') J_1^{-1}(\tau') d\tau' - J_1(\tau) \ln r \int_0^\tau f_4(\tau') J_1^{-1}(\tau') d\tau' \quad (7.10)$$

où

$$J_1(\tau) = \exp \left( - \int_0^\tau f_1(\tau') \frac{dp_*}{d\tau'} d\tau' \right) = \exp \left( - \int_1^{p_*} f_1(p'_*) dp'_* \right) \quad (7.11)$$

## 7.3 Expansion à la couche limite

L'expansion à la couche limite s'appelle également l'"expansion intérieure".

### 7.3.1 Structure de l'expansion à la couche limite

Présentons une nouvelle variable de l'espace  $\eta$  de telle manière que cette variable soit d'ordre 1 à la couche limite :

$$\eta = \frac{r}{\Delta(\varepsilon, \omega)} = O(1), \quad (7.12)$$

ici  $\Delta(\varepsilon, \omega)$  est la taille caractéristique de la couche limite.

L'expansion à la couche limite pour la saturation  $s$  et la pression  $p$  est :

$$s^{in}(r, \tau) = s_*(\tau) + \delta(\varepsilon, \omega)s_1^{in}(r, \tau) + \dots, \quad (7.13a)$$

$$p^{in}(r, \tau) = p_*(\tau) + \varepsilon p_1^{in}(r, \tau) + \dots, \quad (7.13b)$$

Des fonctions  $\delta(\varepsilon, \omega)$  et  $\Delta(\varepsilon, \omega)$  ne sont pas définies encore.

Notons que l'approximation intérieure (nulle) principale est identique que l'expansion extérieure nulle,  $s_*(\tau)$  et  $p_*(\tau)$ . D'ailleurs, la structure d'expansion pour la pression ne change pas. Cela suit de l'équation (7.3a) :

$$\frac{1}{\Delta} \frac{\partial p_1^{in}}{\partial \eta} = \frac{\varepsilon q(\tau)}{2\eta \Delta \psi_{g^*} k_{g^*}}$$

donc

$$\frac{\partial p_1^{in}}{\partial \eta} = \frac{\varepsilon q(\tau)}{2\eta \psi_{g^*} k_{g^*}} \quad (7.14)$$

Ainsi l'équation pour la pression est invariable relativement la transformation (7.12)

### 7.3.2 Expansion pour la perméabilité relative

Les permeabilities relatifs définissent la structure de l'expansion intérieure pour le problème (7.3). Le propriété principal de leperméabilité relatif est le comportement à

## CHAPITRE 7. SOLUTION ASYMPTOTIQUE

### 7.3. EXPANSION À LA COUCHE LIMITE

---

le voisinage le limite-point, qui ont de significatif influencer à le structure de solution et à le asymptotique expansion. Selon la théorie de percolation, dans cette zone la perméabilité se comporte comme fonction de puissance-valeur de saturation et a un dérivé zéro. Par conséquent le RP-modèle non-linéaire suivant est valide :

$$k_l(s) = \begin{cases} 0, s \leq s_r, \\ \gamma(s - s_r)^\beta, s > s_r \end{cases} \quad (7.15)$$

où  $s_r$  est la limite-point qui correspond à la saturation condensat immobile maximale.

La perméabilité relative pour le gaz a la forme :

$$k_g(s) = 1 - as - O(s^2), \quad a = \text{const} \quad (7.16)$$

Nous supposons que la limite-point  $s_r$  est plus grande que la saturation à le bord de réservoir  $s_*(\tau)$  ( $s_* \leq s_r$ ). Alors l'expansion pour  $k_l(s)$  devient :

$$\begin{aligned} k_l(s) &= k_l(s_* + \delta s_1^{in} + \dots) = k_l(s_r + \delta s_1^{in} - (s_r - s_*)) = \\ &= k_l(s_r) + \left. \frac{dk_l}{ds} \right|_{s=s_r} (\delta s_1^{in} - (s_r - s_*)) + \dots \end{aligned}$$

Ici  $k_l(s_r) = 0$ . Supposons que la différence entre  $s_r$  et  $s_*$  est toujours plus petit que  $\delta s_1^{in}$ , par conséquent

$$k_l(s) = \left. \frac{dk_l}{ds} \right|_{s=s_r} \delta s_1^{in} + \dots \quad (7.17)$$

La relation (7.17) peut être écrite comme :

$$k_l(s) = k_l(s_r + \delta s_1^{in}) + \dots = \gamma(s_r + \delta s_1^{in} - s_r)^\beta + \dots$$

ou, finalement

$$k_l(s) = \gamma \delta^\beta (s_1^{in})^\beta + \dots \quad (7.18)$$

### 7.3.3 Détermination de la taille de la couche limite

Pour déterminer la taille de la couche limite nous appliquons la méthode de dégénération minimale, comme en chapitre on 5.

## CHAPITRE 7. SOLUTION ASYMPTOTIQUE

### 7.3. EXPANSION À LA COUCHE LIMITE

---

Substituant les expansions (7.13a), (7.16) et (7.18) dans l'équation (7.3) nous obtenons pour la première approximation :

$$\delta \frac{\partial s_1^{in}}{\partial \tau} + \delta s_1^{in} f_1(\tau) \frac{\partial p_*}{\partial \tau} = \frac{\omega f_{5n}(\tau) \delta^\beta}{2\Delta^2 \eta} \frac{dk_l(s_1^{in})}{ds_1^{in}} \frac{\partial s_1^{in}}{\partial \eta} + \frac{\varepsilon f_3(\tau)}{\eta^2 \Delta^2} \quad (7.19)$$

où

$$f_{5n}(\tau) = \frac{q(\tau) \psi_{l*}}{\bar{\rho} \varphi_{l*} \psi_{g*} k_{g*}} \quad (7.20)$$

Les paramètres  $\delta(\varepsilon, \omega)$  et  $\Delta(\varepsilon, \omega)$  peut être défini d'analyser les termes dans le côté droit et gauche de l'équation (7.19) :

$$\delta = \frac{\omega \delta^\beta}{\Delta^2} = \frac{\varepsilon}{\Delta^2}$$

puis :

$$\Delta = \varepsilon^{\frac{\beta-1}{2\beta}} \omega^{\frac{1}{2\beta}}, \quad (7.21a)$$

$$\delta = \left( \frac{\varepsilon}{\omega} \right)^{\frac{1}{\beta}} \quad (7.21b)$$

Par conséquent, pour l'expansion non-linéaire intérieure, selon (7.13a) nous obtenons :

$$s^{in}(r, \tau) = s_*(\tau) + \left( \frac{\varepsilon}{\omega} \right)^{\frac{1}{\beta}} s_1^{in}(\eta, \tau) + \dots, \quad (7.22)$$

avec la transformation :

$$\eta = \frac{r}{\varepsilon^{\frac{\beta-1}{2\beta}} \omega^{\frac{1}{2\beta}}} \quad (7.23)$$

#### 7.3.4 Expansion à la couche limite : première approximation

En la première approximation de (7.19) nous obtenons un problème non-linéaire :

$$\frac{\partial s_1^{in}}{\partial \tau} + f_1(\tau) \frac{\partial p_*}{\partial \tau} s_1^{in} - \frac{f_{5n}(\tau)}{2\eta} \frac{dk_l(s_1^{in})}{ds_1^{in}} \frac{\partial s_1^{in}}{\partial \eta} = \frac{f_3(\tau)}{\eta^2} \quad (7.24)$$

Cette équation devrait être complété par un constante de intégration ou avec un état initiale ou de valeur frontière, qui suit des conditions de la correspondance avec l'expansion extérieure.

Afin de développer le procédé de la correspondance, il est utile de présenter la solution à l'équation partielle non-linéaire (7.24) sous une forme analytique. Une

## CHAPITRE 7. SOLUTION ASYMPTOTIQUE

### 7.3. EXPANSION À LA COUCHE LIMITE

---

solution analytique approximative peut être obtenue en appliquant la méthode de linéarisation.

Rapprochons le dérivé  $dk_l/ds$  par une valeur constante :

$$\lambda \equiv \frac{dk_l}{ds} = \gamma\beta(s - s_r)^{\beta-1} \approx \gamma\beta(\langle s \rangle - s_r)^{\beta-1} = \text{const}, \quad \forall s$$

où  $\langle s \rangle$  est une valeur moyenne de saturation.

La construction de la solution dans ce cas-ci est montrée dans la section 7.6. La solution analytique à l'équation linéarisée (7.24) prend la forme :

$$s_1^{in}(\eta, \tau) = J_1(\tau) \int_0^\tau \frac{f_3(\tau') J_1^{-1}(\tau') d\tau'}{J_{2n}(\tau) - J_{2n}(\tau') + \eta^2} + M J_1(\tau) \quad (7.25)$$

où

$$J_{2n}(\tau) = \gamma \int_0^\tau f_{5a}(\tau') d\tau'$$
$$J_1(\tau) = \exp\left(-\int_1^{p^*} A(p) dp\right)$$
$$f_3(\tau) \equiv \frac{q^2(\tau) \zeta_{gp}^{(N)'}}{4\bar{\rho} \varphi_{l^*} \psi_{g^*} k_{g^*}}$$

La constante d'intégration  $M$  devrait être déterminée en utilisant la condition de la correspondance des expansions intérieures et extérieures.

#### 7.3.5 Correspondance des expansions

Laissez-nous la coordonnée "intermédiaire"  $\zeta$  qui est de l'ordre 1 dans la zone de la correspondance,  $\zeta \sim O(1)$  :

$$\zeta = \frac{r}{\Delta^*} = \frac{\eta \Delta}{\Delta^*}, \quad (7.26)$$

où  $\Delta^*$  est la taille caractéristique de la zone "intermédiaire",  $\Delta \ll \Delta^* \ll 1$ .

## CHAPITRE 7. SOLUTION ASYMPTOTIQUE

### 7.3. EXPANSION À LA COUCHE LIMITE

---

Les expansions extérieur et intérieure ont la forme suivante dans la zone "intermédiaire" :

$$s^{ex}(\zeta\Delta^*, \tau) = s_* + \frac{\varepsilon^\beta}{\Delta^{*2}} J_1(\tau) \int_0^\tau \frac{f_3(\tau') J_1^{-1}(\tau') d\tau'}{\zeta^2} + 0 (\varepsilon^\beta \ln \Delta^* + \omega + \varepsilon^2)$$
$$s^{in}(\zeta\Delta^*/\Delta, \tau) = s_* + \frac{\varepsilon^\beta}{\Delta^{*2}} J_1(\tau) \int_0^\tau \frac{f_3(\tau') J_1^{-1}(\tau') d\tau'}{\zeta^2} + \left(\frac{\varepsilon}{\omega}\right)^\beta M + 0 \left(\frac{\varepsilon^\beta \omega}{\Delta^{*4}}\right)$$

Dans la zone intermédiaire les deux expansions doivent être équivalentes, ainsi nous obtenons la valeur constante  $M$  en comparant deux dernières relations :

$$M = 0 \tag{7.27}$$

Ainsi l'expansion intérieure a la forme :

$$s_1^{in}(\eta, \tau) = J_1(\tau) \int_0^\tau \frac{f_3(\tau') J_1^{-1}(\tau') d\tau'}{J_{2n}(\tau) - J_{2n}(\tau') + \eta^2} \tag{7.28}$$

Si nous examinons la solution générale (7.25), alors nous verrons que la condition de la correspondance (7.27) est équivalent à la condition frontière pour le problème intérieur :

$$s_1^{in}(\eta, \tau) \Big|_{\eta \rightarrow \infty} = 0 \tag{7.29}$$

ce qui est la condition frontière pour le problème intérieur (7.24).

### 7.3.6 Propriétés des solutions asymptotiques

Les propriétés significatives des solutions asymptotiques déterminent son efficacité :

1. Toute la thermodynamique est incluse dans les coefficients de l'équation de transport de saturation
2. La thermodynamique devrait être calculée seulement à le bord de domaine
3. Le comportement de bord peut être décrit par la thermodynamique classique, comme dans le bord est état de aucun-écoulement.
4. L'équation pour la saturation à n'importe quel point l'espace et instant de temps est indépendant de la pression locale, mais dépend seulement de la pression



## CHAPITRE 7. SOLUTION ASYMPTOTIQUE

### 7.3. EXPANSION À LA COUCHE LIMITE

---

de bord. C'est déterminé par le fait que tous les paramètres de la solution asymptotique (7.55) sont définis par la pression de bord  $p_*$  seulement. Cette propriété des solutions asymptotiques détermine son rendement élevé, même si on utilise la forme différentielle mais pas l'analytique.

## 7.4 Approximations d'ordre élevé

La structure des expansions asymptotiques dépend du rapport entre le paramètre de perturbation  $\varepsilon$  et le paramètre de mobilité relatif  $\omega$ . Les solutions obtenues en sections précédentes correspondent à la caisse quand  $\varepsilon \leq \omega$ . Pour le cas de limite quand  $\varepsilon \sim \omega$  la précision des solutions obtenues peut être insuffisante. Il est alors utile d'améliorer la structure d'expansions en ajoutant la deuxième approximation.

### 7.4.1 Forme compacte de l'équation pour la saturation

Alors le problème (7.3b) pour la saturation peut être reformulé :

$$\begin{cases} \frac{\partial s}{\partial \tau} + As + \omega C \cdot u(s) \frac{\partial s}{\partial r} = \varepsilon \frac{f_a}{r^2} + f_b + \varepsilon \omega \frac{f_c}{r^2}, & r_w < r < 1, \tau > 0 \\ s|_{\tau=0} = s^0 \end{cases} \quad (7.30)$$

Ou, dans le nouveau coordonnées  $\chi = \ln r^2$  :

$$\begin{cases} e^\chi \frac{\partial s}{\partial \tau} + Ae^\chi s + 2\omega C \cdot u(s) \frac{\partial s}{\partial \chi} = \varepsilon f_a + e^\chi f_b + \varepsilon \omega f_c, & \chi_w < \chi < 0, \tau > 0 \\ s|_{\tau=0} = s^0 \end{cases} \quad (7.31)$$

ici

$$A = \left( \zeta_{lp}^{(N)'} - \frac{\varphi_g \zeta_{gp}^{(N)'}}{\bar{\rho} \varphi_l} \right) \frac{\partial p}{\partial \tau}, \quad C = -\frac{\psi_l}{2\bar{\rho} \varphi_l \psi_g}, \quad u(s) = \frac{k_l'(s)}{k_g(s)}$$

$$f_a = \frac{\zeta_{gp}^{(N)'}}{4\bar{\rho} \varphi_l \psi_g k_g}, \quad f_b = -\frac{\varphi_g \zeta_{gp}^{(N)'}}{\bar{\rho} \varphi_l} \frac{\partial p}{\partial \tau}, \quad f_c = -\frac{\psi_l k_l \psi_g'}{4\bar{\rho} \varphi_l k_g^2 \psi_g^3},$$

$$\zeta_{gp}^{(N)'} = \frac{1}{\Delta C^N} \frac{dC_g^N}{dp}, \quad \zeta_{lp}^{(N)'} = \frac{1}{\Delta C^N} \frac{dC_l^N}{dp}$$

Ce modèle sera utiliser pour obtenir des termes plus élevées dans les expansions asymptotiques.

### 7.4.2 Structure des limites d'ordre élevé dans l'expansion à couche limite

Dans l'équation de la couche limite (7.30) prend la forme suivante en termes de nouvelle variable  $\eta = \frac{r}{\Delta}$ ,  $\Delta = \varepsilon^{\frac{\beta-1}{2\beta}} \omega^{\frac{1}{2\beta}}$  :

$$\frac{\partial s}{\partial \tau} + As + \frac{\omega}{\varepsilon} \left( \frac{\varepsilon}{\omega} \right)^{\frac{1}{\beta}} \frac{\tilde{C} s^{\beta-1}}{\eta} \frac{\partial s}{\partial \eta} = \left( \frac{\varepsilon}{\omega} \right)^{\frac{1}{\beta}} \frac{f_a}{\eta^2} + f_b + \omega \left( \frac{\varepsilon}{\omega} \right)^{\frac{1}{\beta}} \frac{f_c}{\eta^2} \quad (7.32)$$

Pour la pression nous obtenons directement de (7.3a) l'expansion valide dans le milieu global :

$$p = p_* + \frac{\varepsilon \ln r}{2k_g \psi_{g*}} = p_* + \frac{\varepsilon \ln \Delta}{2k_g \psi_{g*}} + \frac{\varepsilon \ln \eta}{2k_g \psi_{g*}} \quad (7.33)$$

L'équation (7.32) fournit des informations suffisantes au sujet de la structure des limites d'ordre élevé dans l'expansion de la couche limite pour la saturation. En effet, par les coefficients  $A$ ,  $f_a$ ,  $f_b$  et  $f_c$  dépendent de la pression les termes de l'ordre  $\varepsilon \ln \Delta$  et  $\varepsilon$ . En raison de ceci les termes d'ordre élevé pour la saturation refléteront un calcul plus précis du champ de pression que la solution obtenue en section précédente.

Ainsi l'expansion de la couche limite pour la saturation sera :

$$s_{in}(r, \tau) = s_*(\tau) + \left( \frac{\varepsilon}{\omega} \right)^{\frac{1}{\beta}} s_1^{in}(r, \tau) + \varepsilon \ln \Delta s_{21}^{in}(r, \tau) + \varepsilon s_{22}^{in}(r, \tau) \quad (7.34)$$

Laissez-nous l'expansion de remplacement (7.34) dedans (7.32) :

$$\begin{aligned} & \varepsilon \ln \Delta \frac{\partial s_{21}^{in}}{\partial \tau} + \varepsilon \frac{\partial s_{22}^{in}}{\partial \tau} + \varepsilon \ln \Delta A_* s_{21}^{in} + \varepsilon A_* s_{22}^{in} + \varepsilon \ln \Delta A_{21} s_* + \varepsilon A_{22} s_* + \dots \\ & = \left[ \left( \frac{\varepsilon}{\omega} \right)^{\frac{1}{\beta}} \frac{f_{a21}}{\eta^2} + f_{b21} \right] \varepsilon \ln \Delta + \left[ \left( \frac{\varepsilon}{\omega} \right)^{\frac{1}{\beta}} \frac{f_{a22}}{\eta^2} + f_{b22} \right] \varepsilon + \dots, \end{aligned}$$

où nous pris en considération cela :

$$\frac{\partial p}{\partial \tau} = \frac{\partial p_*}{\partial \tau} + \frac{\varepsilon \ln \Delta}{2} \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{1}{k_{g*} \psi_{g*}} \right) + \frac{\varepsilon \ln \eta}{2} \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{1}{k_{g*} \psi_{g*}} \right) \quad (7.35)$$

Nous obtenons pour les termes d'ordre élevé :

$$\frac{\partial s_{21}^{in}}{\partial \tau} + A_* s_{21}^{in} = \left( \frac{\varepsilon}{\omega} \right)^{\frac{1}{\beta}} \frac{f_{a21}}{\eta^2} + f_{b21} - A_{21} s_*, \quad (7.36)$$

$$\frac{\partial s_{22}^{in}}{\partial \tau} + A_* s_{22}^{in} = \left( \frac{\varepsilon}{\omega} \right)^{\frac{1}{\beta}} \frac{f_{a22}}{\eta^2} + f_{b22} - A_{22} s_* \quad (7.37)$$

## CHAPITRE 7. SOLUTION ASYMPTOTIQUE

### 7.4. APPROXIMATIONS D'ORDRE ÉLEVÉ

ici

$$f_{a21} = \left( \frac{\zeta_{gp}^{(N)'}}{4\bar{\rho}\varphi_l\psi_g k_g} \right)'_{p_*} = \frac{1}{4\bar{\rho}} \left( \frac{\zeta_{gp*}^{(N)''}}{\varphi_{l*}\psi_{g*}k_{g*}} - \frac{\zeta_{gp*}^{(N)'}}{(\varphi_{l*}\psi_{g*}k_{g*})^2} (\varphi_l\psi_g k_g)'_{p_*} \right) \frac{1}{2\psi_{g*}k_{g*}} \quad (7.38)$$

$$f_{a22} = f_{a21} \ln \eta \quad (7.39)$$

$$f_{b21} = - \left( \frac{\varphi_g \zeta_{gp}^{(N)'}}{\bar{\rho}\varphi_l} \right)'_{21} \frac{\partial p_*}{\partial \tau} - \left( \frac{\varphi_g \zeta_{gp}^{(N)'}}{\bar{\rho}\varphi_l} \right)'_* \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{1}{2k_{g*}\psi_{g*}} \right) = - \frac{1}{\bar{\rho}} \left[ \left( \frac{\varphi_g}{\varphi_l} \right)'_{p_*} \zeta_{gp}^{(N)'} + \frac{\varphi_{g*} \zeta_{gp*}^{(N)''}}{\varphi_{l*}} \right] p_{21} \frac{\partial p_*}{\partial \tau} + \frac{\varphi_{g*} \zeta_{gp*}^{(N)'}}{2\bar{\rho}\varphi_{l*}} (\psi_g k_g)'_* \frac{\partial p_*}{\partial \tau}, \quad (7.40)$$

$$f_{b22} = f_{b21} \ln \eta \quad (7.41)$$

$$A_{21} = \left( \zeta_{lp}^{(N)'} - \frac{\varphi_g \zeta_{gp}^{(N)'}}{\bar{\rho}\varphi_l} \right)'_{21} \frac{\partial p_*}{\partial \tau} + \left( \zeta_{lp*}^{(N)'} - \frac{\varphi_{g*} \zeta_{gp*}^{(N)'}}{\bar{\rho}\varphi_{l*}} \right)' \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{1}{2k_{g*}\psi_{g*}} \right) = \left( \zeta_{lp*}^{(N)''} - \frac{1}{\bar{\rho}} \left[ \left( \frac{\varphi_g}{\varphi_l} \right)'_{p_*} \zeta_{gp}^{(N)'} + \frac{\varphi_{g*} \zeta_{gp*}^{(N)''}}{\varphi_{l*}} \right] \right) p_{21} \frac{\partial p_*}{\partial \tau} - \left( \zeta_{lp*}^{(N)'} - \frac{\varphi_{g*} \zeta_{gp*}^{(N)'}}{\bar{\rho}\varphi_{l*}} \right) \frac{(\psi_g k_g)'_*}{2(\psi_{g*} k_{g*})^2} \frac{\partial p_*}{\partial \tau} \quad (7.42)$$

$$f_{A22} = f_{A21} \ln \eta \quad (7.43)$$

Laissez-nous les nouvelles fonctions,  $f_{41} \equiv f_{b21} - A_{21}s_*$ , and  $f_{42} \equiv f_{b22} - A_{22}s_*$  :

$$f_{41} = - \left( \zeta_{lp*}^{(N)''} s_* + \frac{1-s_*}{\bar{\rho}} \left[ \left( \frac{\varphi_g}{\varphi_l} \right)'_{p_*} \zeta_{gp}^{(N)'} + \frac{\varphi_{g*} \zeta_{gp*}^{(N)''}}{\varphi_{l*}} \right] \right) \frac{\partial p_*}{\partial \tau} \frac{1}{2\psi_{g*}k_{g*}} - \left( \zeta_{lp*}^{(N)'} s_* + (1-s_*) \frac{\varphi_{g*} \zeta_{gp*}^{(N)'}}{\bar{\rho}\varphi_{l*}} \right) \frac{(\psi_g k_g)'_*}{2(\psi_{g*} k_{g*})^2} \frac{\partial p_*}{\partial \tau} \quad (7.44)$$

$$f_{42} = f_{41} \ln \eta \quad (7.45)$$

### 7.4.3 Structure améliorée de l'expansion intérieure

En utilisant les propriétés des relations (7.36) - (7.45) nous pouvons regrouper les limites  $s_{21}^{in}$  et  $s_{21}^{in}$  sous la forme suivante :

$$s_2^{in} = s_{21}^{in} \ln \Delta + s_{22}^{in} \quad (7.46)$$

## CHAPITRE 7. SOLUTION ASYMPTOTIQUE

### 7.4. APPROXIMATIONS D'ORDRE ÉLEVÉ

---

Par conséquent, à partir des expansions (7.36) et (7.37) nous obtenons :

$$\frac{\partial(s_{21}^{in} \ln \Delta + s_{22}^{in})}{\partial \tau} + A_*(s_{21}^{in} \ln \Delta + s_{22}^{in}) = \left(\frac{\varepsilon}{\omega}\right)^{\frac{1}{\beta}} \frac{f_{a21} \ln \Delta + f_{a22}}{\eta^2} + f_{41} \ln \Delta + f_{42}$$

En conclusion, en utilisant les propriétés (7.45) - (7.39), nous obtenons le problème pour le deuxième therm :

$$\frac{\partial s_2^{in}}{\partial \tau} + A_* s_2^{in} = \left(\frac{\varepsilon}{\omega}\right)^{\frac{1}{\beta}} f_{a21} \frac{\ln(\Delta \eta)}{\eta^2} + f_{41} \ln(\Delta \eta) \quad (7.47)$$

ou pour le coordiat  $r$  :

$$\frac{\partial s_2^{in}}{\partial \tau} + A_* s_2^{in} = \varepsilon f_{a21} \frac{\ln r}{r^2} + f_{41} \ln r \quad (7.48)$$

Ainsi, l'expansion asymptotique améliorée pour la saturation a la forme :

$$s^{in} = s_* + \left(\frac{\varepsilon}{\omega}\right)^{\frac{1}{\beta}} s_1^{in} + \varepsilon s_2^{in} \quad (7.49)$$

Les équations différentiel qui déterminent les approximations d'ordre élevé devraient être accomplies par le conditions frontière résultant du procédé de la correspondance :

$$s_2^{in} \Big|_{r=1} = 0$$

## 7.5 Solution asymptotique en forme différentielle

En général, la non-linéarité de l'équation partielle pour la saturation est conservée dans les expansions asymptotiques, dues à ce que le problème n'a aucune solution analytique exacte. Ainsi la solution asymptotique peut être obtenue seulement sous forme de problème différentielle, ou sous la forme approximative analytique. Même étant formulé en termes d'équation différentielle cette solution est beaucoup plus simple que le modèle hydrodynamique original.

### 7.5.1 Solution extérieure en forme différentielle

La solution asymptotique extérieure a la forme :

$$s = s_*(\tau) + \varepsilon s_1^{ex}(r, \tau) \quad (7.50)$$

Le index "\*" signifie une valeur à la bord de domaine. La fonction de bord  $s_*$  est calculée à partir du problème de Cauchy suivant :

$$\begin{cases} \frac{ds_*}{d\tau} + A_* s_* = -\frac{\varphi_{g*} \zeta_{gp*}^{(N)'}}{\bar{\rho} \varphi_{l*}} \frac{dp_*}{d\tau}, \\ s_*|_{\tau=0} = s^0 \end{cases} \quad (7.51)$$

La fonction  $s_1^{ex}$  vérifie le problème suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial s_1^{ex}}{\partial \tau} + A_* s_1^{ex} = \frac{f_{1*}}{r^2} - f_{2*} \ln r, & r_w < r < 1, \quad \tau > 0 \\ s_1^{ex}|_{\tau=0} = 0 \end{cases} \quad (7.52)$$

La formulation équivalente par une coordonnée logarithmique  $\chi = \ln r^2$  est :

$$\begin{cases} e^\chi \frac{\partial s_1^{ex}}{\partial \tau} + A_* e^\chi s_1^{ex} = f_{1*} - \frac{\chi e^\chi}{2} f_{2*}, & \chi_w < \chi < 0, \quad \tau > 0 \\ s_1^{ex}|_{\tau=0} = 0 \end{cases} \quad (7.53)$$

## CHAPITRE 7. SOLUTION ASYMPTOTIQUE

### 7.5. SOLUTION ASYMPTOTIQUE EN FORME DIFFÉRENTIELLE

Ici

$$\begin{aligned}
 f_{1*} &\equiv \frac{q^2(\tau)\zeta_{gp*}^{(N)'}}{4\bar{\rho}\varphi_{l*}\psi_{g*}k_{g*}}, \\
 f_{2*} &\equiv \frac{1}{2} \left[ s_*\zeta_{lp*}^{(N)'} + (1-s_*)\frac{\varphi_{g*}\zeta_{gp*}^{(N)'}}{\bar{\rho}\varphi_{l*}} \right] \frac{d}{d\tau} \left( \frac{q(\tau)}{\psi_{g*}k_{g*}} \right) + \\
 &\quad \frac{1}{2} \left[ s_*\zeta_{lp*}^{(N)''} + (1-s_*) \left( \frac{\varphi_{g*}\zeta_{gp*}^{(N)'}}{\bar{\rho}\varphi_{l*}} \right)'_{p*} \right] \frac{q(\tau)}{\psi_{g*}k_{g*}} \frac{dp_*}{d\tau}
 \end{aligned}$$

#### 7.5.2 Solution à la couche limite en forme différentielle

La solution asymptotique intérieure a la forme :

$$s = s_* + \left( \frac{\varepsilon}{\omega} \right)^{\frac{1}{\beta}} s_1^{in} \quad (7.54)$$

La fonction  $s_1^{in}$  est obtenue à partir du problème intérieur (7.24) et (7.29) :

$$\begin{cases} \frac{\partial s_1^{in}}{\partial \tau} + A_* s_1^{in} + C_* \cdot u(s_1^{in}) \frac{\Delta^2}{r} \frac{\partial s_1^{in}}{\partial r} = \frac{f_{1*} \Delta^2}{r^2}, & r_w < r < 1, \quad \tau > 0 \\ s_1^{in}|_{r \rightarrow \infty} = 0 \end{cases} \quad (7.55)$$

où, utilisant une coordonnée logarithmique,  $\chi = \ln r^2$  :

$$\begin{cases} e^\chi \frac{\partial s_1^{in}}{\partial \tau} + A_* e^\chi s_1^{in} + 2\Delta^2 C_* \cdot u(s_1^{in}) \frac{\partial s_1^{in}}{\partial \chi} = \Delta^2 f_{1*}, & \chi_w < \chi < 0, \quad \tau > 0 \\ s_1^{in}|_{\chi \rightarrow \infty} = 0 \end{cases} \quad (7.56)$$

La condition de valeur limite dans (7.55) est obtenue comme résultat de correspondance des expansions asymptotiques.

## 7.6 Solution analytique à un problème partiellement linéarisé

Si nous linéarisons l'équation (7.30) de transport en assumant la fonction  $u(s)$  indépendant de la saturation, nous obtenons un problème de Cauchy pour l'équation hyperbolique linéaire qui a une solution analytique explicite.

### 7.6.1 Solution extérieure en forme analytique

L'expansion asymptotique extérieure a la forme :

$$s_{ex}(r, \tau; \varepsilon, \omega) = s_*(\tau) + \varepsilon s_{11}^{ex}(r, \tau) \quad (7.57)$$

$s_*(\tau)$  est la saturation au bord de domaine qui est calculée comme approximation nulle en utilisant (7.8).

La fonction  $s_{11}^{ex}(r, \tau)$  a également la forme explicite :

$$s_{11}^{ex}(r, \tau) = \frac{J_1(\tau)}{r^2} \int_0^\tau f_3(\tau') J_1^{-1}(\tau') d\tau' - J_1(\tau) \ln r \int_0^\tau f_4(\tau') J_1^{-1}(\tau') d\tau' \quad (7.58)$$

où

$$J_1(\tau) = \exp \left( - \int_0^\tau f_1(\tau') \frac{dp_*}{d\tau'} d\tau' \right) = \exp \left( - \int_1^{p_*} f_1(p'_*) dp'_* \right) \quad (7.59)$$



## CHAPITRE 7. SOLUTION ASYMPTOTIQUE

### 7.6. SOLUTION ANALYTIQUE À UN PROBLÈME PARTIELLEMENT LINÉARISÉ

$$\begin{aligned}
 f_1(p_*(\tau)) &\equiv \zeta_{lp_*}^{(N)'} - \frac{\varphi_{g_*} \zeta_{gp_*}^{(N)'}}{\bar{\rho} \varphi_{l_*}} \\
 f_2(p_*(\tau)) &\equiv \frac{\varphi_{g_*} \zeta_{gp_*}^{(N)'}}{\bar{\rho} \varphi_{l_*}} \\
 f_3(\tau) &\equiv \frac{q^2(\tau) \zeta_{gp_*}^{(N)'}}{4 \bar{\rho} \varphi_{l_*} \psi_{g_*} k_{g_*}}, \\
 f_4(\tau) &\equiv \frac{1}{2} \left[ s_* \zeta_{lp_*}^{(N)'} + (1-s_*) \frac{\varphi_{g_*} \zeta_{gp_*}^{(N)'}}{\bar{\rho} \varphi_{l_*}} \right] \frac{d}{d\tau} \left( \frac{q(\tau)}{\psi_{g_*} k_{g_*}} \right) + \\
 &\quad \frac{1}{2} \left[ s_* \zeta_{lp_*}^{(N)''} + (1-s_*) \left( \frac{\varphi_{g_*} \zeta_{gp_*}^{(N)'}}{\bar{\rho} \varphi_{l_*}} \right)'_{p_*} \right] \frac{q(\tau)}{\psi_{g_*} k_{g_*}} \frac{dp_*}{d\tau}
 \end{aligned}$$

#### 7.6.2 Solution à la couche limite en forme analytique

Examinons le problème à la couche limite (7.24) et (7.29) sous la forme linéarisée, quand le dérivé  $dk_l/ds$  dans la deuxième termes est rapproché par une valeur constante :

$$\lambda \equiv \frac{dk_l}{ds} = \gamma \beta (s - s_r)^{\beta-1} \approx \gamma \beta (\langle s \rangle - s_r)^{\beta-1} = \text{const}, \quad \forall s$$

où  $\langle s \rangle$  est une valeur moyenne de saturation.

Alors, le problème a la forme suivante :

$$\frac{\partial s_1^{in}}{\partial \tau} + A(\tau) s_1^{in} - B(\tau) \frac{\partial s_1^{in}}{\partial \eta^2} = \frac{f_3(\tau)}{\eta^2}, \quad (7.60)$$

$$s_1^{in}(\eta, \tau) \Big|_{\eta \rightarrow \infty} = 0 \quad (7.61)$$

où

$$A(\tau) \equiv f_1(\tau) \frac{\partial p_*}{\partial \tau}, \quad B \equiv \lambda f_{5n}(\tau)$$

La solution analytique à ce problème est obtenue par la méthode de caractéristiques. Laissez-nous introduire une famille des lignes caractéristiques :

$$\frac{d\eta^2}{d\tau} = -B(\tau), \quad \text{or} \quad \eta^2 = - \int_0^\tau B(\tau') d\tau' + N \quad (7.62)$$

## CHAPITRE 7. SOLUTION ASYMPTOTIQUE

### 7.6. SOLUTION ANALYTIQUE À UN PROBLÈME PARTIELLEMENT LINÉARISÉ

---

où  $N$  est une valeur constante. Introduisons également le dérivé suivant une ligne caractéristique :

$$\frac{d}{d\tau} = \frac{\partial}{\partial\tau} + \frac{d\eta^2}{d\tau} \frac{\partial}{\partial\eta^2}$$

Puis l'équation (7.60) prend la forme suivante le long d'une caractéristique :

$$\frac{ds_1^{in}}{d\tau} + A(\tau)s_1^{in} = \frac{f_3(\tau)}{-\int_0^\tau B(\tau')d\tau' + N} \quad (7.63)$$

En raison du remplacement des variables :  $s_1^{in} = u(\tau) \exp\left(-\int_0^\tau A(\tau')d\tau'\right)$ , l'équation (7.63) peut être converti en forme suivante :

$$\frac{du}{d\tau} = \frac{f_3(\tau) \exp\left(-\int_0^\tau A(\tau')d\tau'\right)}{-\int_0^\tau B(\tau')d\tau' + N}$$

La solution à cette équation est :

$$u = \int_0^\tau \frac{f_3(\tau') \exp\left(-\int_0^{\tau'} A(\tau'')d\tau''\right) d\tau'}{-\int_0^{\tau'} B(\tau'')d\tau'' + N} + M$$

où  $M$  est la constante d'intégration.

Remplaçant  $N$  du (7.62), nous obtenons :

$$u = \int_0^\tau \frac{f_3(\tau') \exp\left(-\int_0^{\tau'} A(\tau'')d\tau''\right) d\tau'}{\eta^2 + \int_0^\tau B(\tau')d\tau' - \int_0^{\tau'} B(\tau'')d\tau''} + M$$

Pour  $s_1^{in}$  nous obtenons alors :

$$s_1^{in} = \exp\left(\int_0^\tau A(\tau')d\tau'\right) \int_0^\tau \frac{f_3(\tau') \exp\left(-\int_0^{\tau'} A(\tau'')d\tau''\right) d\tau'}{\eta^2 + \int_0^\tau B(\tau')d\tau' - \int_0^{\tau'} B(\tau'')d\tau''} + M$$

## CHAPITRE 7. SOLUTION ASYMPTOTIQUE

### 7.6. SOLUTION ANALYTIQUE À UN PROBLÈME PARTIELLEMENT LINÉARISÉ

Le condition (7.61) rendements :  $M = 0$ . Ainsi, pour la première approximation, la solution analytique assortie au problème linéarisé a la forme :

$$s_1^{in}(\eta, \tau) = J_1^{-1}(\tau) \int_0^\tau \frac{f_3(\tau') J_1(\tau') d\tau'}{J_{2n}(\tau) - J_{2n}(\tau') + \eta^2}, \quad \eta = \frac{r}{\varepsilon^{\frac{\beta-1}{2\beta}} \omega^{\frac{1}{2\beta}}} \quad (7.64)$$

ici

$$J_1(p_*) \equiv \exp \left( \int_1^{p_*} f_1(p) dp \right), \quad J_{2n}(\tau) = \lambda \int_0^\tau f_{5a}(\tau') d\tau'$$

$$f_{5a}(\tau) = \frac{q(\tau) \psi_{l*}}{\rho \varphi_{l*} \psi_{g*} k_{g*}}, \quad \lambda = \langle dk_l/ds \rangle$$

où  $\lambda$  est la valeur moyenne du dérivé de la perméabilité relative pour le liquide, qui est dû présenté à la linéarisation de problème.

Le rapport analytique complet pour la saturation condensat comme un fonction de temps sans dimensions  $\tau$  et de coordonnée de radial  $r$  peut alors être écrit sous la forme suivante :

$$s(r, \tau) = s_*(p_*) + \left( \frac{\varepsilon}{\omega} \right)^{\frac{1}{\beta}} J_1^{-1}(p_*(\tau)) \int_0^\tau \frac{f_3(\tau') J_1(p_*(\tau')) d\tau'}{\eta^2 + \lambda \int_{\tau'}^\tau f_{5a}(\bar{\tau}) d\bar{\tau}} \quad (7.65)$$

La précision de cette formule est déterminée par le choix du paramètre  $\lambda$ .

### 7.6.3 Congélation de les coefficients

Le solution analytique linéarisé (7.65) a une forme qui est suffisamment compliquée pour l'usage pratique dans la technologie. Dans cette section, nous analysons de diverses occasions de simplifier cette solution. Ceci peut être exécuté par la méthode de congélation de les coefficients.

Examinons la solution sous la forme analytique, (7.65). Toutes les variables en cela des relations dépendent de la pression, excepté la fonction  $q(\tau)$  qui dépend explicitement du temps. Alternativement, toutes les fonctions de pression sont calculées en utilisant le modèle thermodynamique.

Prenant en compte le fait que la pression est une stabilisation rapide, la fonction quasi-stationnaire, et supposant que la pression  $p_*(\tau)$  est une fonction très lentement

## CHAPITRE 7. SOLUTION ASYMPTOTIQUE

### 7.6. SOLUTION ANALYTIQUE À UN PROBLÈME PARTIELLEMENT LINÉARISÉ

variable en ce qui concerne le débit  $q(\tau)$ , nous pouvons "gelé" tous les paramètres qui dépendent de la pression dans le (7.65). Alors nous obtenons :

$$s(r, \tau) \approx s_*(p_*) + \frac{\varepsilon^{\frac{1}{\beta}} e^{-A_0 \tau}}{\omega^{\frac{1}{\beta}}} \int_0^\tau \frac{C_0 q^2(\bar{\tau}) e^{A_0 \bar{\tau}}}{\eta^2 + \lambda B_0 [Q(\tau) - Q(\bar{\tau})]} d\bar{\tau}, \quad (7.66)$$

où

$$A_0 = f_3(p_*(\tau)), \quad B_0 = \frac{\psi_{l*}}{\bar{\rho} \varphi_{l*} \psi_{g*} k_{g*}}$$

$$C_0 = \frac{\zeta_{gp*}^{(N)'}}{4 \bar{\rho} \varphi_{l*} \psi_{g*} k_{g*}}, \quad Q = \int_0^\tau q(\bar{\tau}) d\bar{\tau}$$

Car la pression  $p_*$  est une fonction lente, nous pouvons extraire la fonction exponentielle à partir de l'intégrale :

$$s(r, \tau) \approx s_*(p_*) + \frac{\varepsilon^{\frac{1}{\beta}} C_0}{\omega^{\frac{1}{\beta}}} \int_0^\tau \frac{q^2(\bar{\tau})}{\eta^2 + \lambda B_0(\tau) [Q(\tau) - Q(\bar{\tau})]} d\bar{\tau} \quad (7.67)$$

Si la variation du débit,  $q(\tau)$ , n'est pas trop rapide à temps, alors l'intégrale peut être résolue explicitement ("en gelant" le débit) :

$$s(r, \tau) \approx s_*(p_*) - \frac{\varepsilon^{\frac{1}{\beta}} C_0(\tau) q}{\omega^{\frac{1}{\beta}} \lambda B_0(\tau)} \ln \left\{ \frac{\eta^2}{\eta^2 + \lambda B_0(\tau) q \tau} \right\} \quad (7.68)$$

La fonction  $C_0$  est déterminée par le sous-système thermodynamique.

Ceci rapporte les équations algébriques simples qui relient la saturation de puits et la saturation moyenne de bloc,  $s_*$ .

# Chapitre 8

## Analyse numérique de les solutions asymptotiques

## 8.1 Simulateur AHS basé sur la solution asymptotique

### 8.1.1 Base théorique pour le simulateur

Les solutions asymptotiques développées ont été réalisées sous forme de nouveau simulateur AHS (Asymptotique Simulateur du Hydrodynamique) que nous avons développé dans le cadre de ce projet.

Comme nous avons précédemment expliqué, en cas général, la solution asymptotique pouvons être obtenus seulement sous la forme de problème pour une équation différentiel, ou sous la forme approximative analytique. Ainsi l'asymptotique ont la forme générale pour chaque zone suivante :

$$p = p_*(\tau) + \varepsilon p_1(r, \tau), \quad (8.1)$$

$$s = s_*(\tau) + \sum_{i=1}^L \delta_i s_i(r, \tau) \quad (8.2)$$

ici  $L$  est le nombre de termes pour l'expansion asymptotique. ( $L = 1$ , or  $2$ );  $\delta_i$  est le coefficient a contenu les propriétés de singularités du système.

Des fonctions  $p_1(r, \tau)$  et  $s_i(r, \tau)$  peuvent être calculées à partir des équations partielles obtenues en section 7.5, qui contiennent la non-linéarité pour les expansions asymptotiques :

$$\begin{cases} \frac{\partial p_1}{\partial \tau} + \frac{A_{1*}(\tau)}{r} = 0, & r_w < r < 1, \quad \tau > 0 \\ p_1|_{\tau=0} = 0 \end{cases} \quad (8.3)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial s_i}{\partial \tau} + B_{i*}(\tau)s_i + \frac{C_{i*}(\tau)}{r^2} + D_{i*}(\tau) \ln r + E_{i*}(\tau) = 0, & r_w < r < 1, \quad \tau > 0 \\ s_i|_{\tau=0} = 0 \end{cases} \quad (8.4)$$

## CHAPITRE 8. ANALYSE NUMÉRIQUE

### 8.1. SIMULATEUR AHS BASÉ SUR LA SOLUTION ASYMPTOTIQUE

Même étant formulé en termes d'équation, cette solution est beaucoup plus simple que le modèle hydrodynamique original, dû aux propriétés des solutions asymptotiques. Tout d'abord, la thermodynamique est incluse dans les coefficients des équation :  $A_{i*}(\tau)$ ,  $B_{i*}(\tau)$ ,  $C_{i*}(\tau)$ ,  $D_{i*}(\tau)$  et  $E_{i*}(\tau)$ . Deuxièmement, la thermodynamique devrait être calculée seulement au bord de domaine (les valeurs sont marquées par l'index "i\*"). D'ailleurs, le comportement au bord peuvent être décrites par la thermodynamique classique, comme il y a aucun-écoulement.

#### 8.1.2 Méthode de discrétisation

Nous avons développé un simulateur traitant les problèmes (8.3) et (8.4) en termes d'approximation de la différence-finie [Fletcher 1991 (V.1)], [Fletcher 1991 (V.2)], [Rouch 1980] et [Samarskiy 1999]. Ainsi, le domaine continu a été remplacé par les points isoler, dans lesquels la solution a été recherchée. L'illustration à la discrétisation de la différence-finie est présentée dans Fig. 8.1.

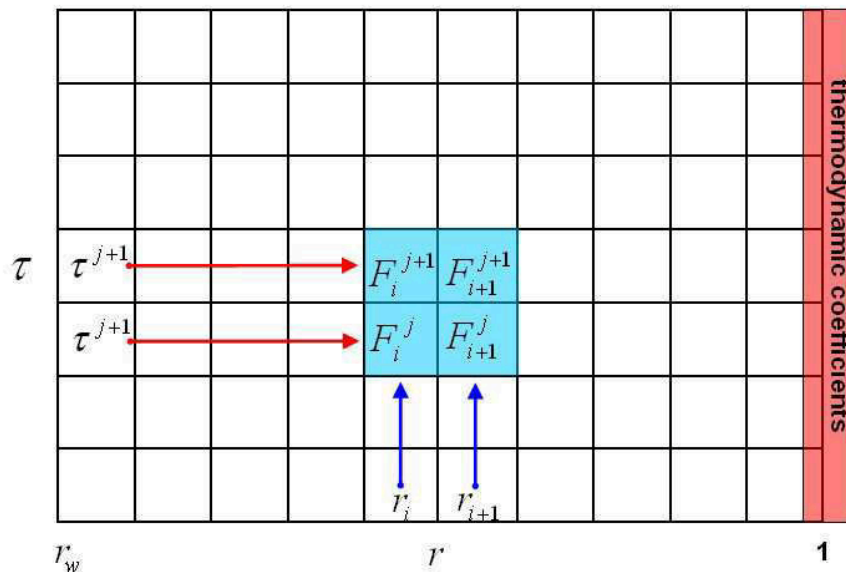


FIG. 8.1 – Illustration de la discrétisation de la différence-finie

Un grille non-uniforme de différence-finie utilisé avec l'amélioration à voisinage du puits.

## CHAPITRE 8. ANALYSE NUMÉRIQUE

### 8.1. SIMULATEUR AHS BASÉ SUR LA SOLUTION ASYMPTOTIQUE

---

La discrétisation à temps a été effectuée en termes de schéma explicite. Les essais numériques ont confirmé que la différence entre les solutions basées sur les schéma explicites et implicites était epsilon carré.

Les opérateurs de différence-finie ont ainsi la forme suivante :

$$\frac{\partial F}{\partial r} = \frac{F_{i+1}^j - F_i^j}{r_{i+1}^j - r_i^j} \quad (8.5)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} = \frac{F_i^{j+1} - F_i^j}{r_i^{j+1} - r_i^j} \quad (8.6)$$

Par conséquent, les équations (8.3) et (8.4) ont été transformées en système des équations algébriques qui peuvent être résolues directement [Rouch 1980].

#### 8.1.3 Exécution d'algorithme

L'algorithme développé est consacré pour résoudre plusieurs problèmes :

1. Simulation d'un PVT-modèle thermodynamique classique basé sur des équations d'état de Peng-Robinson. Ceci peut être utilisé pour déterminer le comportement au bord de domaine (prétendu "expérience PVT basique").

2. Calcul des coefficients pour la solution asymptotique :  $A_{i*}(\tau)$ ,  $B_{i*}(\tau)$ ,  $C_{i*}(\tau)$ ,  $D_{i*}(\tau)$  et  $E_{i*}(\tau)$ . Tous ces coefficients dépendent du comportement au bord seulement.

3. Calcul numérique de la saturation et de la pression dans l'espace et le temps, en utilisant les solutions asymptotiques.

Les concentrations de phase ne sont pas simulées dans le cadre de ce simulateur, car elles sont enlevées de la pièce hydrodynamique à la thermodynamique. Ainsi elles peuvent être simulées par le modèle thermodynamique décomposé comme fonctions de pression.

Les résultats des simulations numériques sont des présentés ci-dessous.



## 8.2 Comparaison des solutions asymptotiques et exactes

Dans cette section nous analysons quelques essais numériques réalisés avec employer les solutions asymptotiques obtenues pour les problèmes hydrodynamiques.

Tout d'abord, nous avons comparé deux solutions obtenues pour le même problème formulé utilisant de le model hydrodynamique décompose (6.1) : 1) la solution asymptotique (7.52) et (7.55), 2) la solution numérique exacte que nous avons obtenue pour le même problème.

Dans la section prochaine 8.3 nous avons comparé deux solutions obtenues pour différents modèles hydrodynamiques : 1) la solution asymptotique (7.52) et (7.55) ont obtenu pour le modèle décompose, et 2) la solution numérique exacte obtenue pour le modèle compositionnel complet (utilisant l'ECLIPSE).

### 8.2.1 Description de l'essai numérique

Nous analysons le problème d'écoulement radial vers un puits. Nous examinons un mélange de gaz-condensat avec une composition semblable à celle du réservoir de gaz-condensat de Vuctyl (Komi, la Russie). Le nombre de composants est  $N = 9$ ; la température de réservoir est  $T = 350K$ , la pression peut changer entre 180 barre et 40 barre. La composition liquide initiale dans des concentrations de masse est suivante :

$$N_2 = 0.047$$

$$C_1 = 0.791$$

$$C_2 = 0.0672$$

$$C_3 = 0.036$$

$$C_{4-N} = 0.0149$$

$$C_5 = 0.0196$$

$$C_6 = 0.0162$$

$$C_{10} = 0.0071$$

$$C_{02} = 0.001$$

## CHAPITRE 8. ANALYSE NUMÉRIQUE

### 8.2. COMPARAISON DES SOLUTIONS ASYMPTOTIQUES ET EXACTES

---

Les résultats des simulations thermodynamiques pour ce système ont été rapprochés par des rapports analytiques pour toutes les fonctions thermodynamiques ( $[P] = \text{bar}$ ) :

C1 :

$$c_g^{(1)}(P) = 0.605514 + 0.000611691 \cdot P - 4.57837 \cdot 10^{-6} P^2,$$

$$c_l^{(1)}(P) = -0.00704895 + 0.0007916 \cdot P + 1.14147 \cdot 10^{-6} P^2$$

C2 :

$$c_g^{(2)}(P) = 0.0973642 + 3.19353 \cdot 10^{-5} P - 3.95283 \cdot 10^{-7} P^2,$$

$$c_l^{(2)}(P) = -0.00499301 + 0.000589621 \cdot P - 2.49323 \cdot 10^{-6} P^2 + 4.74822 \cdot 10^{-9} P^3$$

N2 :

$$c_g^{(3)}(P) = 0.0623392 + 8.0116 \cdot 10^{-5} P - 5.54683 \cdot 10^{-7} P^2$$

$$c_l^{(3)}(P) = 0.000114099 + 1.57621 \cdot 10^{-5} P + 2.74231 \cdot 10^{-7} P^2$$

C3 :

$$c_g^{(4)}(P) = 0.0765422 - 3.95978 \cdot 10^{-5} P + 5.51974 \cdot 10^{-8} P^2$$

$$c_l^{(4)}(P) = -0.00150204 + 0.00104219 \cdot P - 6.34226 \cdot 10^{-6} P^2 + 1.31138 \cdot 10^{-8} P^3$$

C4 :

$$c_g^{(5)}(P) = 0.0404615 - 6.03215 \cdot 10^{-5} P + 2.92921 \cdot 10^{-7} P^2$$

$$c_l^{(5)}(P) = 0.0125412 + 0.000960372 \cdot P - 7.23732 \cdot 10^{-6} P^2 + 1.6276 \cdot 10^{-8} P^3$$

C5 :

$$c_g^{(6)}(P) = 0.0586184 - 0.0001371 \cdot P + 9.396 \cdot 10^{-7} P^2$$

$$c_l^{(6)}(P) = 0.101644 + 0.00171162 \cdot P - 1.639 \cdot 10^{-5} * P^2 + 3.945 \cdot 10^{-8} P^3$$

C6 :

$$c_g^{(7)}(P) = 0.0448441 - 0.000125783 \cdot P + 1.2919 \cdot 10^{-6} P^2$$

$$c_l^{(7)}(P) = 0.287622 - 0.00040877 \cdot P - 2.0681 \cdot 10^{-6} * P^2$$

C10 :

$$c_g^{(8)}(P) = 0.0143321 - 0.00036141 \cdot P + 2.95112 \cdot 10^{-6} * P^2$$

$$c_l^{(8)}(P) = 0.64678 - 0.00592968 \cdot P + 4.570177 \cdot 10^{-5} * P^2 - 1.12531 \cdot 10^{-7} P^3$$

Ces corrélations sont utiliser comme la relations de fermeture pour le modèle

hydrodynamique décompose (6.1).

### 8.2.2 Résultats de la simulation

Comme un point de comparaison nous avons simulé, tout d'abord, le problème initial original pour le problème hydrodynamique décompose (6.1), qui nous a fourni une solution exacte. Deuxièmement, nous avons simulé la solution asymptotique obtenue sous la forme différentielle (7.52) et (7.55). Les problèmes exacts et asymptotiques ont été résolus avec utilisant le logiciel COMSOL Multiphysics. La discrétisation explicite à temps et les éléments finis dans l'espace ont été utiliser.

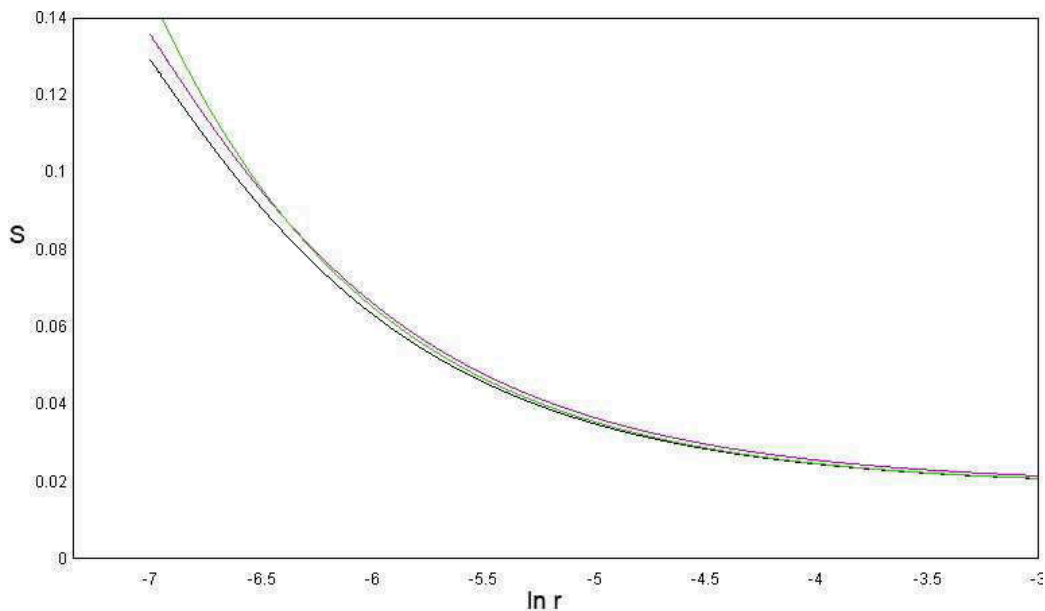


FIG. 8.2 – Comportement de saturation au voisinage du puits : a) expansion extérieure (courbe verte) ; b) expansion intérieure (courbe violette) ; c) solution exacte (courbe noire)

Les résultats des simulations sont présentés dans Fig.8.2. La solution exacte à (6.1) correspond aux courbes noires, l'expansion extérieure (7.52) est violette, et l'expansion intérieure (7.55) est verte. Cette simulation est effectuée pour le cas quand le paramètre de perturbation  $\varepsilon$  est plus petit que le paramètre relatif de mobilité  $\omega$  :  $\varepsilon = 0.02$  et  $\omega = 0.1$ . Donc, dans ce cas-ci la solution asymptotique donne une approximation très bonne à la solution réel

La dynamique de saturation à temps est présentée dans Fig. 8.3

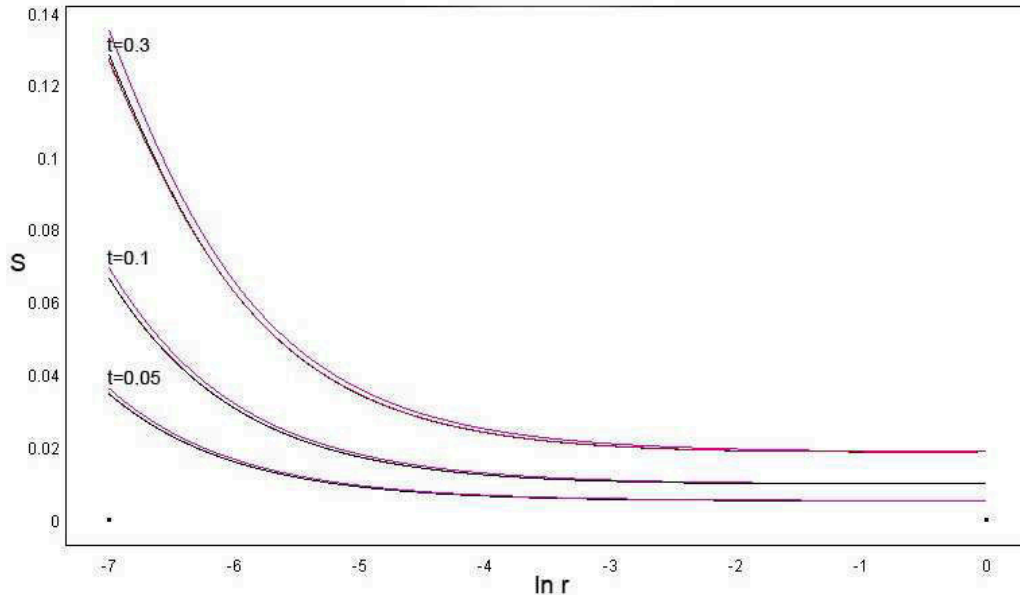


FIG. 8.3 – Comportement de saturation pendant trois instants de temps,  $\varepsilon = 0.002, \omega = 0.01$  : a) expansion intérieure (courbe verte); b) expansion extérieure (courbe violette); c) solution exacte (courbe rouge)

### 8.2.3 Domaine de validité de la solution asymptotique

L'analyse numérique que nous avons exécutée a prouvé que les solutions asymptotiques donnent des résultats très bons quand  $\varepsilon < \omega$ . Dans le cas quand ces paramètres sont du même ordre, la solution asymptotique intérieure (7.55) peut donner quelques erreurs juste au voisinage du puits, comme ceci est montré dans Fig. 8.4.

Dans ce cas-ci, il est nécessaire utiliser l'expansion asymptotique avancée qui inclut les termes d'ordre élevé.

## CHAPITRE 8. ANALYSE NUMÉRIQUE

### 8.2. COMPARAISON DES SOLUTIONS ASYMPTOTIQUES ET EXACTES

---

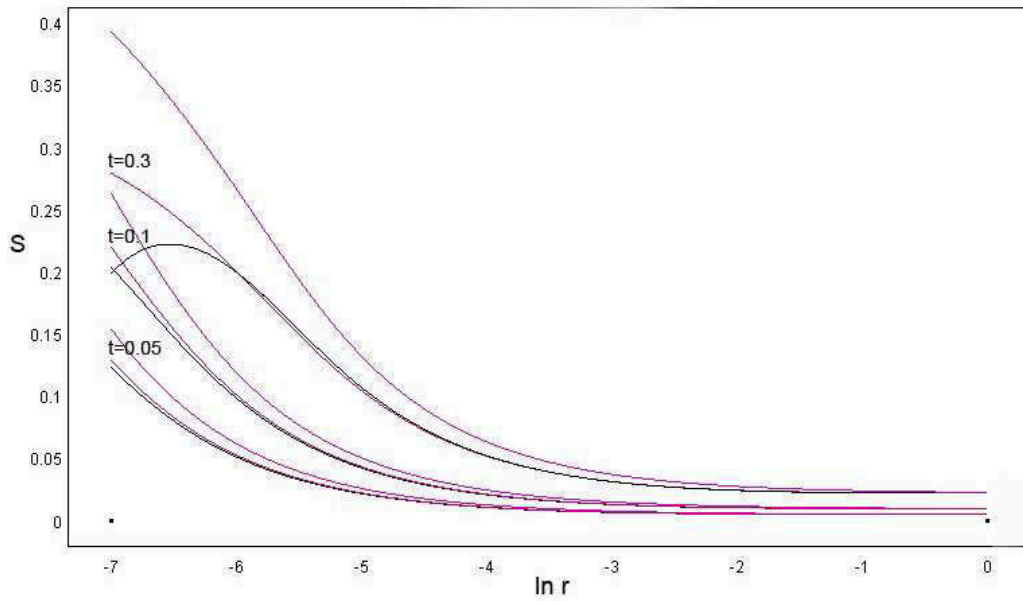


FIG. 8.4 – Comportement de saturation pendant trois instants de temps,  $\varepsilon = \omega = 0.01$  : a) solution exacte (courbes rouges) ; b) expansion intérieure, approximation de premier ordre (courbes violettes) ; c) expansion intérieure, approximation de second ordre (courbe noire)

## 8.3 Comparaison des solutions asymptotique et des solutions compositionnel complet

Le deuxième essai que nous avons réalisé était celui de la comparaison de la solution asymptotique (7.55) obtenue pour le modèle hydrodynamique décomposé avec la solution numérique exacte obtenue pour le modèle compositionnel complet, non-décomposé, simulé utilisant l'ÉCLIPSE.

### 8.3.1 Description de l'essai numérique

Nous considérerons la composition de 9-composant pour le mélange qui est présenté par les composants chimiques suivants : Azote, Méthane, Ethane, Propane, Iso-butane, N-Bbutane et trois composants neutres :

Index	Name	Group Inde	Group Narr	New Index	New Name
1	N2	1	C1	1	C1
2	C1	1	C1	1	C1
3	C2	2	C2-6	2	C2-6
4	C3	2	C2-6	2	C2-6
5	IC4	2	C2-6	2	C2-6
6	NC4	2	C2-6	2	C2-6
7	F1	2	C2-6	2	C2-6
8	F2	3	C7+	3	C7+
9	F3	3	C7+	3	C7+

Le diagramme ternaire et le diagramme de phase PT pour ce mélange sont présentés dans Fig.8.5

La pression initiale est 325 barres et la température initiale est 90°C.

### 8.3.2 Comportement au bord de domaine

La terme zéro dans toutes les solutions obtenues décrit le comportement de système au bord de réservoir. La pression au bord,  $p_*$ , est une fonction de temps donnée a priori, alors que la saturation au bord,  $s_*$ , est la fonction de  $p$  qui est déterminée

## CHAPITRE 8. ANALYSE NUMÉRIQUE

### 8.3. COMPARAISON DES ASYMPTOTIQUE ET DES SOLUTIONS COMPOSITIONNEL

---

comme la terme zéro des expansions asymptotiques que nous avons développées : (7.7) ou (7.8).

Ces formules pour  $s_*$  incluent les diverses variables qui dépendent de la pression implicitement, par les densités de phase et les concentrations de composantes dans le gaz et le liquide. Ces fonctions sont données par les conditions initiales (4.5) pour le modèle thermodynamique décomposé. Comme expliqué dans (2.1.4), cette composition en phase au point de départ des lignes de courant est calculée comme fonction de pression utilisant les modèles PVT classiques.

Nous avons calculé la composition en phase au bord pour différentes valeurs de pression utilisant l'équation d'état de Peng-Robinson, implémenté dans le module de PVT en l'ECLIPSE.

Dans Fig. 8.6, 8.7, 8.8, 8.9 et 8.10 nous présentons la fonction  $p_*(t)$  qui a été utilisée dans l'essai actuel, la saturation  $s_*(t)$  qui a été calculée en utilisant (7.7), les concentrations de phase, les densités de phase et les viscosités calculées par les modèles PVT classiques.

Ici et après, les cercles dans les graphiques signifient les points de contrôle d'ECLIPSE tandis que les courbes correspondent aux solutions asymptotiques.

#### 8.3.3 Résultats des simulations. Comparaison de deux modèles

La simulation du problème (7.55) à voisinage du puits a été effectuée avec utilisation du simulateur AHS (Simulateur Hydrodynamique Asymptotique) que nous avons développé, qui est décrit dans la section 8.1. La simulation du problème compositionnel complet aux mêmes conditions a été produite avec le simulateur ECLIPSE. Dans le système examiné le paramètre de perturbation est plus petit que le paramètre de mobilité de contraste :  $\varepsilon = 0.01130$  et  $\omega = 0.41096$ .

Après la perturbation initiale la pression est rapidement stabilisée, Fig. 8.11, et la saturation change lentement, Fig. 8.12, sans atteindre un état stationnaire, comme ceci a été prévu théoriquement en termes de semi-stationnarité. Dans les figures les données calculées sont présentées pendant deux instants de temps : 300 jours et 1500 jours après perturbation respectivement.

Semblable à cela observé dans la section précédente, les solutions asymptotiques semblent bien approximer la solution de ECLIPSE (dans le cas quand  $\varepsilon < \omega$ ).

## CHAPITRE 8. ANALYSE NUMÉRIQUE

### 8.3. COMPARAISON DES ASYMPTOTIQUE ET DES SOLUTIONS COMPOSITIONNEL

---

La comparaison des simulations a indiqué que le simulateur basé sur la solution asymptotique est beaucoup plus rapide qui a basé sur la discrétisation du modèle compositionnel complet. Ce gain est assuré par le fait que la solution asymptotique (7.55) pour la saturation est indépendant de la pression locale, mais de la pression au bord  $p_*$  seulement, comme expliqué dans la section 7.3.6. En raison de la présente, toute la partie thermodynamique pour la solution asymptotique est calculé seulement une fois. Ainsi même si nous utilisant la forme différentielle de la solution asymptotique ((7.55)) et la résolvons numériquement, une telle simulation est à 1500 fois plus rapidement que cela effectuée par l'ECLIPSE.

#### 8.3.4 Essai de la méthode de congélation de coefficient

La solution asymptotique congelée au problème compositionnel d'écoulement fournit une équation analytique simple qui relie la saturation de puits avec la saturation moyenne de bloc (section 7.6.3). En même temps la solution gelée est fortement approximative, étant fondé sur quelques hypothèses non-rigoureuses.

L'exemple de la solution congelée est présenté dans le Fig.8.13 en comparaison la solution de ECLIPSE obtenu pour le modèle compositionnel complet.

Enfin, la solution congelée ne donnent pas pourtant une évaluation réaliste de saturation à proximité de puits. Les diverses possibilités pour améliorer la méthode de congélation sont possibles, mais n'ont pas été analysées dans cette recherche.



## CHAPITRE 8. ANALYSE NUMÉRIQUE

### 8.3. COMPARAISON DES ASYMPTOTIQUE ET DES SOLUTIONS COMPOSITIONNEL

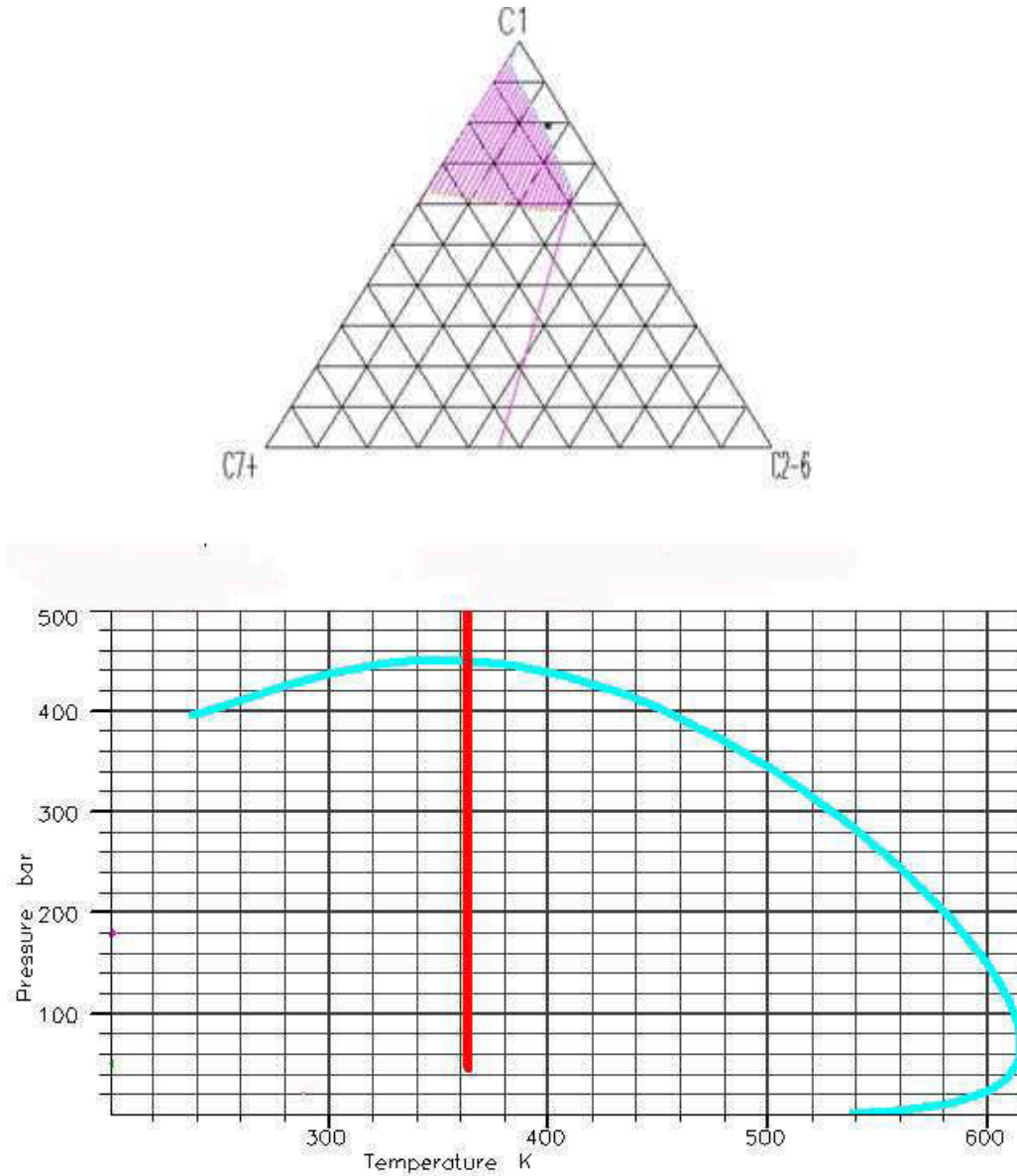


FIG. 8.5 – Le diagramme ternaire et le diagramme de phase PT pour le système examiné

# CHAPITRE 8. ANALYSE NUMÉRIQUE

## 8.3. COMPARAISON DES ASYMPTOTIQUE ET DES SOLUTIONS COMPOSITIONNEL

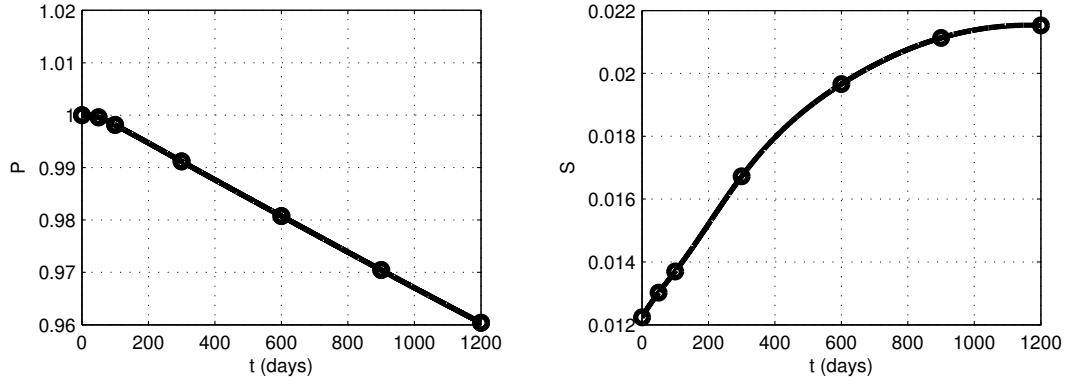


FIG. 8.6 – Dynamique en temps de la pression et la saturation au bord de domaine

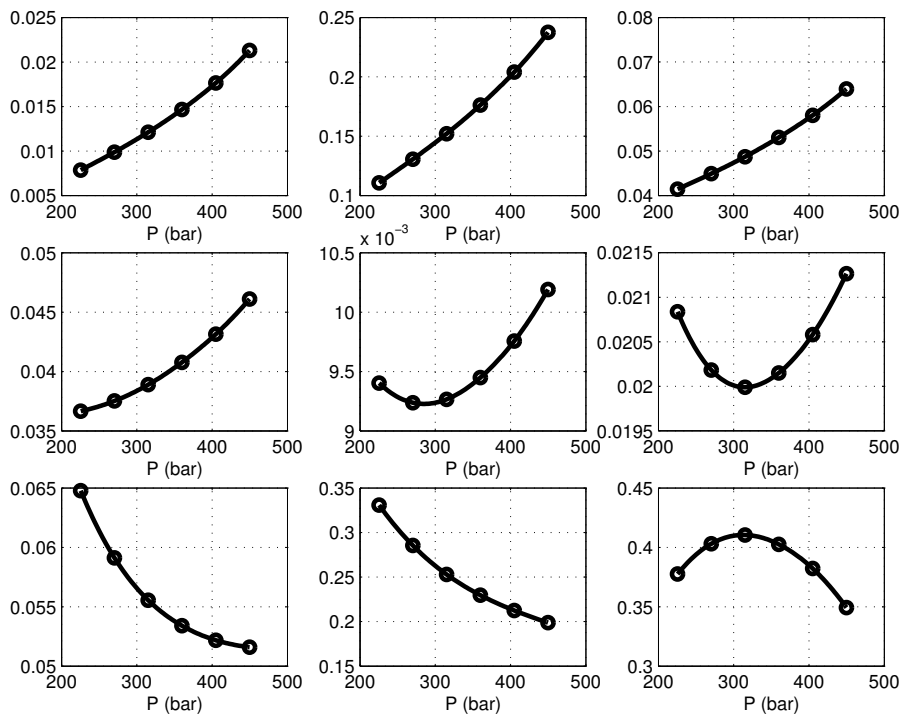


FIG. 8.7 – Dynamique des concentrations liquides au bord de domaine

# CHAPITRE 8. ANALYSE NUMÉRIQUE

## 8.3. COMPARAISON DES ASYMPTOTIQUE ET DES SOLUTIONS COMPOSITIONNEL

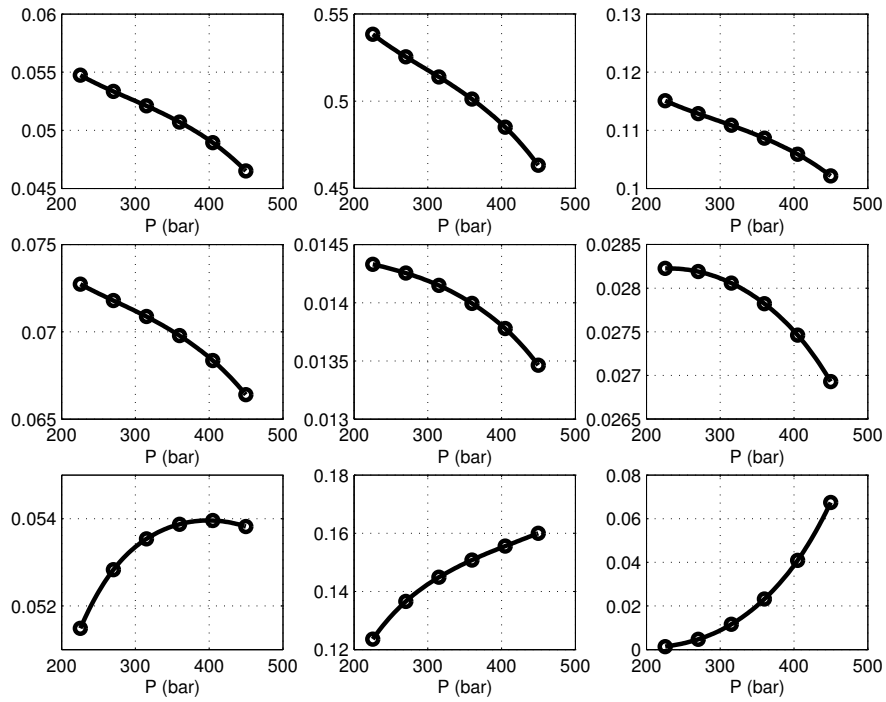


FIG. 8.8 – Dynaics des concentrations en gaz au bord de domaine

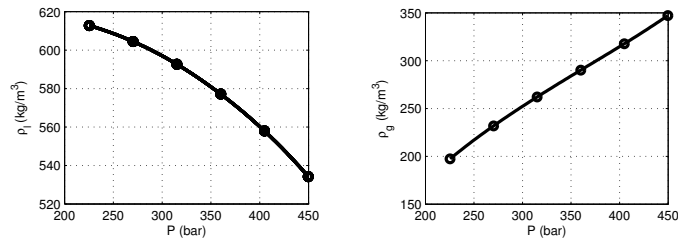


FIG. 8.9 – Dynamique des densités de liquide et de gaz au bord de domaine

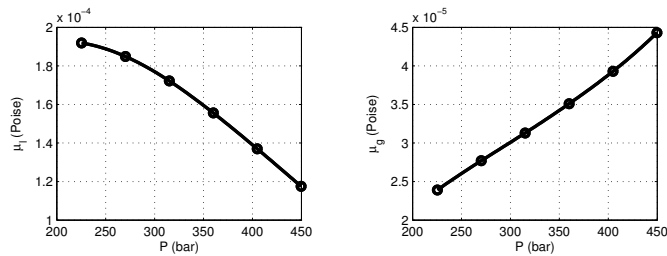


FIG. 8.10 – Dynamique de la viscosité de liquide et de gaz au bord de domaine

## CHAPITRE 8. ANALYSE NUMÉRIQUE

### 8.3. COMPARAISON DES ASYMPTOTIQUE ET DES SOLUTIONS COMPOSITIONNEL

---

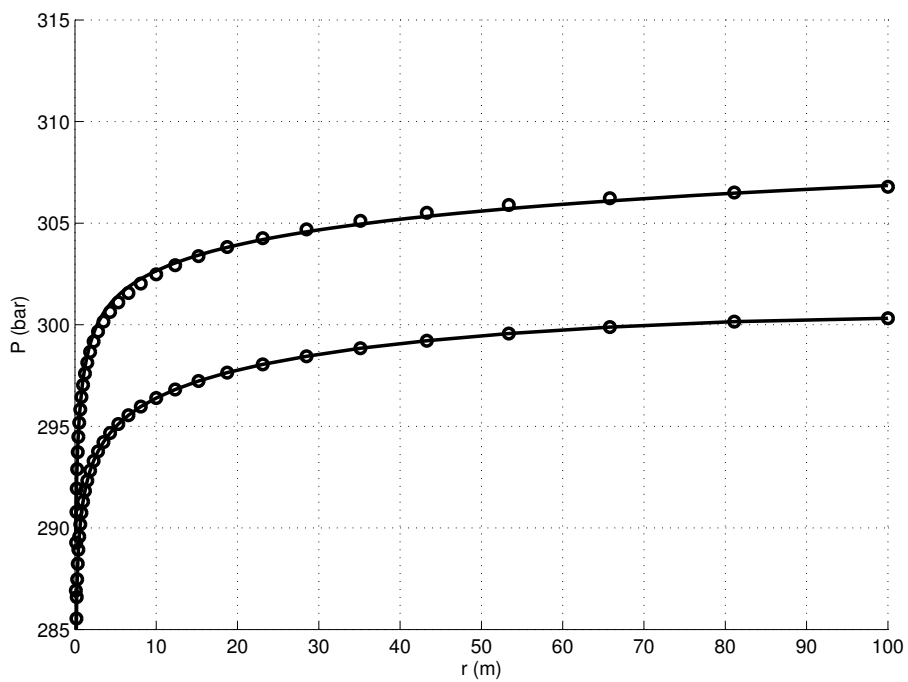


FIG. 8.11 – Comportement de la pression pendant deux instants de temps : 300 jours (le graphique haut) et 1500 jours (le graphique bas). Les cercles sont la solution de ECLIPSE, les courbes correspondent à la solution asymptotique

## CHAPITRE 8. ANALYSE NUMÉRIQUE

### 8.3. COMPARAISON DES ASYMPTOTIQUE ET DES SOLUTIONS COMPOSITIONNEL

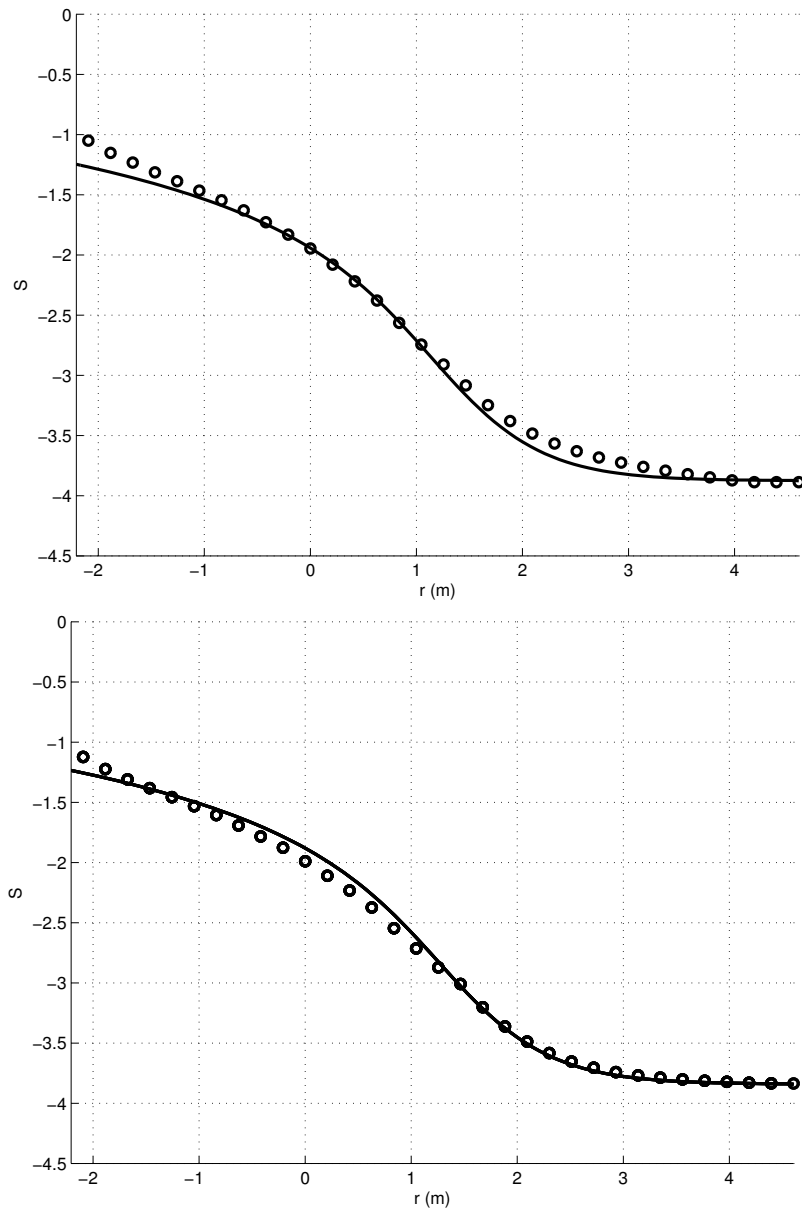


FIG. 8.12 – Comportement de la saturation pendant deux instants de temps : 300 jours (le graphique haut) et 1500 jours (le graphique haut). Les cercles sont la solution de ECLIPSE, les courbes correspondent à la solution asymptotique

## CHAPITRE 8. ANALYSE NUMÉRIQUE

### 8.3. COMPARAISON DES ASYMPTOTIQUE ET DES SOLUTIONS COMPOSITIONNEL

---

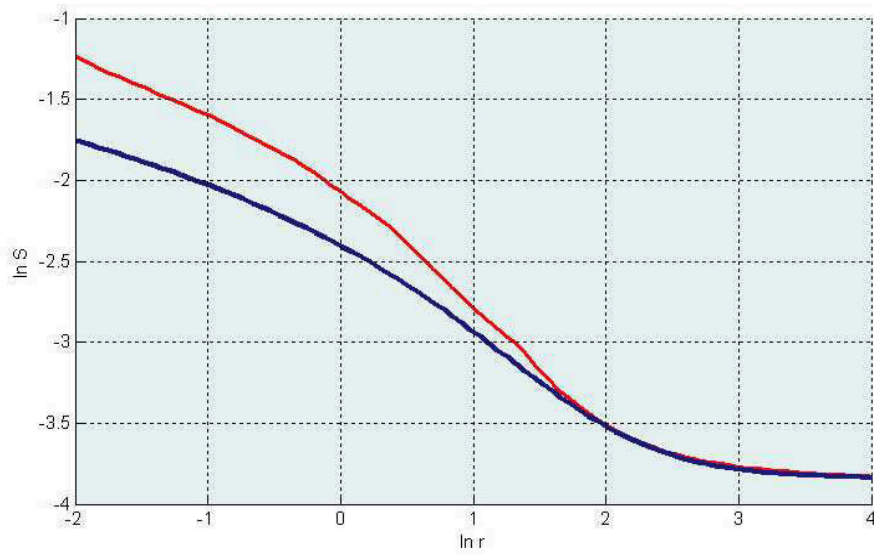


FIG. 8.13 – Comportement de saturation au voisinage d'un puits : la solution de ECLIPSE (courbes rouges), la solution asymptotique congelée (courbes bleues)

## 8.4 Simulation d'autres problèmes d'écoulement

Nous avons réalisé plusieurs essais numériques qui ont indiqué que la théorie développée peut être avec succès appliquée aux autres problèmes que l'écoulement de gaz-condensat à un puits. En particulier, nous avons traité la caisse d'injection de gaz dans un réservoir d'huile, et un écoulement de gaz-condensat à une fracture.

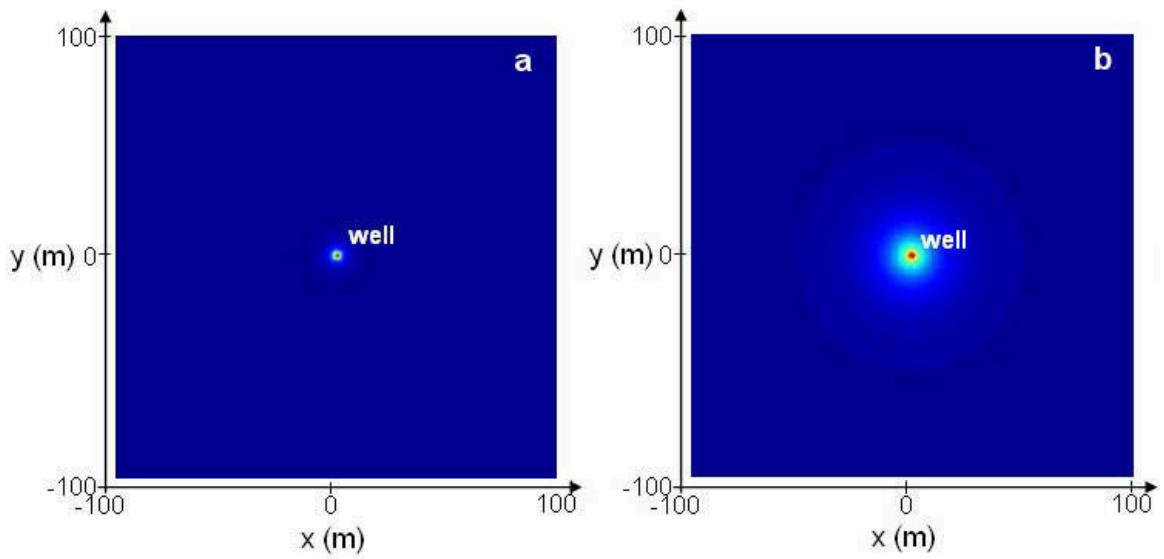
Dans les deux caisses nous avons employé HT-découplages le long des lignes de courant, qui nous fournit le modèle hydrodynamique décomposé. Pour ce modèle nous avons obtenu la solution asymptotique en forme différentielle.

Le problème de l'injection de gaz diffère de celui de l'écoulement de gaz-condensat seulement par les conditions de conditions frontière. Les solutions asymptotiques gardent la même structure. Les résultats des simulations sont montrés dans Fig. 8.14.

Le problème de l'écoulement de gaz-condensat à une fracture a été formulé de la façon suivante. Nous avons construit un champ plutôt arbitraire avec des lignes de courant orientées à la fracture, en supposant que la fracture joue le rôle d'une décharge, et les lignes de courant sont stationnaire. À la bord du domaine nous avons assumé une pression constante. La saturation de bord et la composition en fluide ont été calculées en employant le PVT-modèle classique. Pour une ligne de courant arbitraire nous avons reformulé le modèle d'écoulement de gaz-condensat dans des coordonnées cartésiennes (selon  $x$ ). Pour ce problème nous avons développé les expansions asymptotiques semblables au cas de l'écoulement à un puits. Tous ces développements sont omis, étant extérieur les objectifs directs de projet. La solution asymptotique obtenue a été simulée numériquement par notre simulateur AHS. Les résultats obtenus ont été après rapportés à de diverses lignes de courant tenant compte de leurs diverses longueurs, courbures et orientations. Les résultats de la simulation pour la saturation de condensat sont montrés dans Fig. 8.15.

## CHAPITRE 8. ANALYSE NUMÉRIQUE

### 8.4. SIMULATION D'AUTRES PROBLÈMES D'ÉCOULEMENT



a) 100 days; b) 1500 days

FIG. 8.14 – Évolution de saturation en gaz autour de puits dans le problème de l'injection de gaz

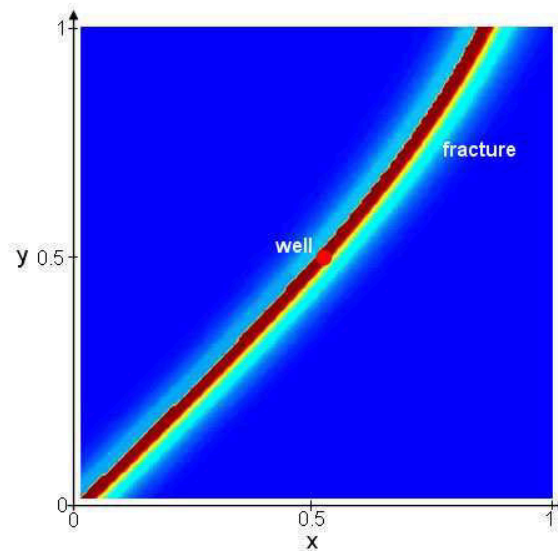


FIG. 8.15 – Solution asymptotique d'écoulement de gaz-condensat à une fracture (technique de lignes de courant)



## 8.5 Application au problème de représentation d'un puits

Dans cette section nous montrons à une manière pratique comment appliquer les solutions asymptotiques obtenues au problème de représentation d'un puits de gaz-condensat dans une simulation de réservoir.

### 8.5.1 Formulation de problème

Assumons un réservoir de gaz-condensat soit simulé numériquement utilisant une grille hydrodynamique. La technologie de recovery peut être arbitraire, un épuisement naturel ou une réutilisation de dry gaz. Chaque production ou puits injecteur est située dans une cellule de la grille hydrodynamique, ces cellules s'appelleront puits-cellule. La taille linéaire d'une cellule est de cent ou même plusieurs centaines de mètres. L'un ou l'autre débit de la production/injection de la pression de puits est donné, selon le régime technologique des puits. Notez que dans le premier cas la condition frontière au puits est formulée par le dérivé de pression.

Il est également suffisant que la saturation de condensat et la composition en production ne puissent pas être indiquées par les conditions frontière, mais peut être seulement calculé. En particulier, toute la composition du fluide produit  $\eta^{(k)}$  est calculée par les compositions en phase  $c_l^{(k)}$  et  $c_g^{(k)}$  et la saturation liquide  $s$ , en utilisant la relation classique :

$$\eta^{(k)} = \frac{\rho_g c_g^{(k)} (1 - s) + \rho_l c_l^{(k)} s}{\rho_g (1 - s) + \rho_l s} \quad (8.7)$$

$\rho_g$  et  $\rho_l$  sont les densités de phase. Ainsi toute la composition dépend de la pression et de la saturation. Si la pression moyenne de cellules et la saturation moyenne de cellules sont utilisées, alors toute la composition en puits sera également calculée inexactement.

En chaque puits-cellule seulement la pression moyenne de cellules, la saturation moyenne de cellules et les concentrations moyennes en cellules peut être calculée. Ceci détermine trois problèmes numériques.

## CHAPITRE 8. ANALYSE NUMÉRIQUE

### 8.5. APPLICATION AU PROBLÈME DE REPRÉSENTATION D'UN PUIITS

---

Tout d'abord, la pression moyenne de cellules sera sous-estimée. En effet, dans le cas quand la pression de puits est donnée a priori, cette valeur sera interprétée par le simulateur comme valeur moyenne de cellules. Ceci mènera à une sous-estimation de la pression de cellules. Dans le cas quand le débit de production est donné a priori, la condition frontière au puits est formulée par la différence entre la pression moyenne de cellules et la pression dans la cellule voisine. Ainsi la pression moyenne de cellules sera également sous-estimée.

Deuxièmement, la saturation moyenne de cellules, qui peut être seulement calculée, est très différente de la saturation de puits, en tant que ceci a été montrée dans le travail actuel. Ainsi la saturation de puits sera sous-estimée.

Troisièmement, toute la composition du fluide produit au puits sera également calculée inexactement, comme elle dépend de la pression et de la saturation de puits.

Nous montrerons comment les solutions asymptotiques développées devraient être utilisées pour améliorer la simulation des variables de puits. L'amélioration peut être apportée dans quatre étapes : à la première étape on peut simuler le réservoir utilisant simplement la correction de Peacemen au champ de pression. À la deuxième étape on calcule la composition en phase de bord, à la troisième étape on recalcule la bord et les saturations de puits, et à la quatrième étape on calcule la composition total de puits. La seconde, les troisième et quatrième étapes sont exécutées en utilisant nos solutions asymptotiques et le modèle thermodynamique décompose.

#### 8.5.2 Première étape : simulation de réservoir avec la correction de Peacemen

Selon les résultats obtenus, le champ de pression autour du puits peut être calculé en utilisant l'équation (7.6a) ou (7.14) :

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\varepsilon q(\tau)}{2r\psi_{g^*}k_{g^*}}, \\ p|_{r=1} = p_*(\tau) \end{cases} \quad (8.8)$$

où l'index \* correspond à la valeur de bord ou à la valeur moyenne de cellules.

La première équation peut être facilement intégrée, qui donne le résultat suivant

## CHAPITRE 8. ANALYSE NUMÉRIQUE

### 8.5. APPLICATION AU PROBLÈME DE REPRÉSENTATION D'UN PUIITS

---

pour la pression de puits  $p_w$  :

$$p_w = p_* + \frac{\varepsilon q(\tau)}{2\psi_{g^*}k_{g^*}} \ln r_w \quad (8.9)$$

ici  $r_w$  est le rapport du rayon de puits au rayon de bord.

Évidemment cette équation peut être facilement écrite sous forme d'équation de Peacemen  $Q = T(s_*) (p_* - p_w)$  avec le débit de production  $Q$ , et le paramètre de transmissivité  $T$  - déterminé par la saturation de frontière  $s_*$ .

Cette équation justifie l'approximation de Peacemen et prouve que la pression de puits est pratiquement indépendante de la saturation de puits. En raison de ceci la simulation de la pression de puits et de la saturation de puits peut être exécuté progressivement, l'un après l'autre.

En raison de ceci, à la première étape nous pouvons calculer le comportement de réservoir, utilisant une grille brute sans amélioration, mais avec présenter l'équation de Peacemen (8.9) dans le condition frontière au puits.

Une telle simulation fournira de bons résultats pour la moyenne de cellule et la pression de puits, pour les concentrations moyennes de phase, mais une erreur dans la saturation et la composition en fluide aux puits-cellules.

#### 8.5.3 Deuxième étape : calcul des concentrations de phase de puits

Une fois que le champ de pression est calculé à la bord de cellules et au puits, on peut calculer la composition de chaque phase au puits.

Ceci est fait en utilisant le modèle compositionnel thermodynamique décomposé. Cette simulation peut être effectuée indépendamment de la simulation hydrodynamique de réservoir, même avant de commencer les simulations hydrodynamiques. Le modèle thermodynamique décomposé fournit les compositions en phase comme fonctions de pression. En connaissant le pression de puits nous pouvons calculer la composition de chaque phase au puits.

Dans Fig. 8.16 un exemple de la simulation pour un système de trois-composant décrit dans la section 4.3.1.

Il est nécessaire de noter que dans l'approche suggérée, la composition en phase peut être calculé une fois.

## CHAPITRE 8. ANALYSE NUMÉRIQUE

### 8.5. APPLICATION AU PROBLÈME DE REPRÉSENTATION D'UN PUIT

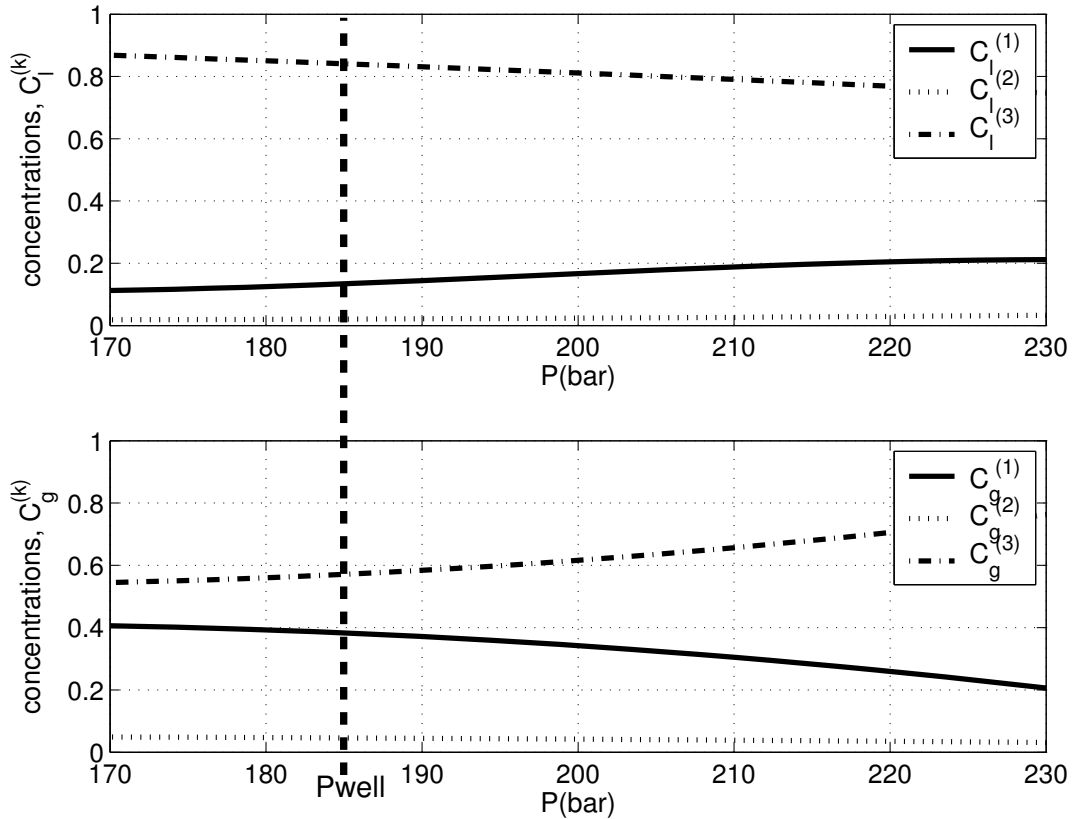


FIG. 8.16 – Les concentrations en phase obtenues par le modèle thermodynamique décomposé

En particulier, pour l'instant de temps de 100 jours la pression améliorée stabilisée de puits est 185.2 barres. Ainsi, en utilisant le résultat de la simulation de la thermodynamique ouverte nous obtenons les concentrations de puits, qui correspondent à la pression  $P_{well} = 185.2$  barre :

$$\begin{aligned}
 C_{l_{well}}^{(1)} &= 0.1341, & C_{l_{well}}^{(2)} &= 0.0202, & C_{l_{well}}^{(3)} &= 0.8437 \\
 C_{g_{well}}^{(1)} &= 0.3823, & C_{g_{well}}^{(2)} &= 0.5711, & C_{g_{well}}^{(3)} &= 0.1476
 \end{aligned}$$

Nous pouvons également calculer les densités de phase de puits en utilisant le modèle thermodynamique décomposé :

$$\rho_{l_{well}} = 417.1402 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_{g_{well}} = 156.6849 \text{ kg/m}^3$$

### 8.5.4 Troisième étape : calcul de la saturation

À la prochaine étape on peut calculer : 1) la saturation de condensat à la bord de cellules, 2) la saturation de condensat au puits, et 3) toutes les concentrations de phase au puits.

La saturation à la bord de cellules est calculée comme fonction de la pression de bord en utilisant l'approximation nulle (7.51) : (7.51) :

$$\begin{cases} \frac{ds_*}{d\tau} + A_* s_* = -\frac{\varphi_{g*} \zeta_{gp*}^{(N)'}}{\bar{\rho} \varphi_{l*}} \frac{dp_*}{d\tau}, \\ s_*|_{\tau=0} = s^0 \end{cases} \quad (8.10)$$

les notations peuvent être trouvées dans le section 7.5.2.

Cette valeur peut être pas nécessairement calculée avec le (8.10).

Les paramètres de ces solutions asymptotiques pour la saturation qui dépend de la composition en phase de bord peuvent être empruntés aux simulations directes de réservoir au curry dehors à la première étape.

La saturation au puits,  $s_w$ , est calculée en employant la solution asymptotique dans la zone de couche limite, (7.54) et (7.55) :

$$s_w = s_* + \left(\frac{\varepsilon}{\omega}\right)^{\frac{1}{\beta}} s_{1w}^{in} \quad (8.11)$$

La fonction  $s_{1w}^{in}$  est obtenue à partir du problème intérieur qui fournit la fonction  $s_1^{in}$  à tout point de la cellule examinée :

$$\begin{cases} \frac{\partial s_1^{in}}{\partial \tau} + A_* s_1^{in} + C_* \cdot u(s_1^{in}) \frac{\Delta^2}{r} \frac{\partial s_1^{in}}{\partial r} = \frac{f_{1*} \Delta^2}{r^2}, & r_w < r < 1, \quad \tau > 0 \\ s_1^{in}|_{r \rightarrow \infty} = 0 \end{cases} \quad (8.12)$$

les définitions sont dans le de section 7.5.2.

La fonction  $s_{1w}^{in}$  est obtenue à partir  $s_1^{in}$  :

$$s_{1w}^{in} = s_1^{in}(r = r_w)$$

L'exemple de la simulation pour la caisse de mélange de trois-composant mentionnée ci-dessus est montré dans Fig. 8.17.

La saturation de puits sera alors :  $s_w = 0.3917$ .

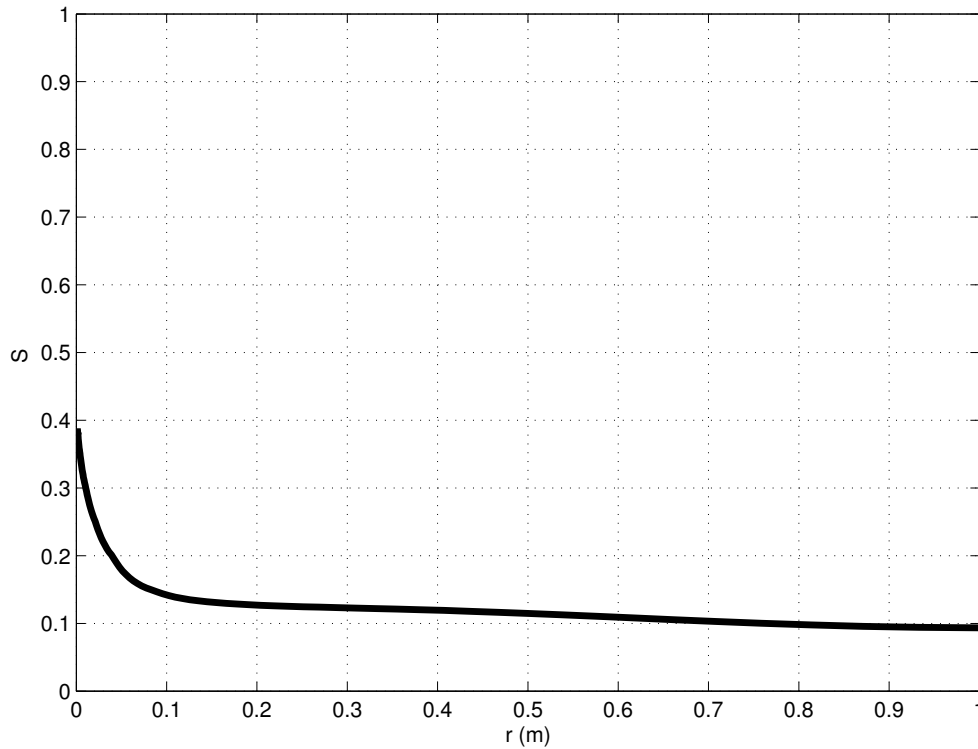


FIG. 8.17 – Saturation autour du puits recalculé en utilisant la solution asymptotique pour  $t = 100$  jours

### 8.5.5 Quatrième étape : calcul de la composition total de puits

Toutes les concentrations total de masse du composant  $k$  dans le système global  $\eta^{(k)}$  peuvent être calculées en utilisant la relation traditionnelle :

$$\eta^{(k)} = \frac{\rho_g c_g^{(k)}(1 - s) + \rho_l c_l^{(k)} s}{\rho_g(1 - s) + \rho_l s}, \quad k = 1, \dots, 3$$

où toutes les valeurs sont déjà calculées aux étapes précédentes.

Pour le cas examiné, nous obtenons les concentrations total de masse au puits :

$$\eta^{(1)} = 0.2255, \quad \eta^{(2)} = 0.2231, \quad \eta^{(3)} = 0.6624$$

L'algorithme décrit peut être réalisé sous forme de le plug-in qui exécutent le second, le troisième et le quatrième étapes, alors que la première étape devrait être exécutée par le simulateur standard de réservoir (l'ECLIPSE).

## Conclusion pour le chapitre 8

Nous avons exécuté deux genres d'essais numériques avec l'objectif pour vérifier le domaine de la validité des solutions asymptotiques développées dans le projet. Nous traite la solution asymptotique au problème (7.30) obtenu sous forme de deux expansions asymptotiques : Eq. (7.52) valides loin du puits, et Eq. (7.55) valides à voisinage du puits. Les deux expansions sont correspondre dans une zone intermédiaire.

Le premier essai a été consacré à une comparaison entre la solution asymptotique sous la forme différentielle (7.52) et (7.55) avec la solution numérique exacte obtenue pour le modèle hydrodynamique décomposé (7.30). Tout les trois problèmes ont été calculés numériquement utilisant la méthode d'élément fini, le discretisation explicite de temps (simulateur COMSOL Multiphysics et un nouveau code de Fortran AHS développé dans le projet).

Les résultats des simulations ont prouvé que la solution asymptotique adapte bien la solution exacte dans le cas quand le paramètre de perturbation (ou "le temps de stabilisation")  $\varepsilon$  est plus petit que le paramètre de mobilité de contraste  $\omega$ . Si les deux paramètres sont du même ordre, la solution asymptotique intérieure n'est pas trop précis juste à voisinage au puits et devrait être amélioré. Comme montré, quelques avancements pour améliorer la solution intérieure peuvent être atteints en ajoutant la deuxième approximation pour l'expansion asymptotique.

Le deuxième type des essais que nous avons réalisés consisté dans une comparaison entre la solution asymptotique sous la forme différentielle (7.55) et le modèle compositionnel complet classique, non-décomposé et non-asymptotique. Les simulations pour la solution asymptotique exécutée utilisant le simulateur AHS, alors que le problème semblable formulé en termes de modèle compositionnel complet était simulé utilisant l'ECLIPSE.

Ces simulations ont été confirmées le résultat semblable : la solution asymptotique adapte très bien le modèle compositionnel complet si  $\varepsilon < \omega$ . Ci ces paramètres sont du même ordre, alors la précision de la solution asymptotique est réduite dans le cas quand on observe l'évaporation secondaire juste à voisinage du puits.

## CHAPITRE 8. ANALYSE NUMÉRIQUE

### 8.5. APPLICATION AU PROBLÈME DE REPRÉSENTATION D'UN PUIT

---

Le troisième type des essais est concerné la validité de la solution asymptotique congelée ce qui ont été comparés à l'ECLIPSE-solution. L'outrage du fait que la solution congelée fournit des équations algébriques simples faciles pour le pratique, ces genre de solutions sont trop approximatif et devraient être améliorés en utilisant une technique de congélation partielle. Un tel démuni probable d'améliorations étudié dans le présent projet.

L'avantage significatif de la solution asymptotique développée (7.55) est une simulation très rapide, même si la solution est prise dans le forme différentiel non-analytique. Le rapport du temps de simulation pour le simulateur asymptotique (AHS) et l'ECLIPSE est 1 :1500. Comme un exemple, le problème compositionnelle examiné par le simulateur ECLIPSE prend environ 2 jours, tandis que le simulateur asymptotique prend moins puis 2 minutes pour le même cas. C'est dû au fait que la solution asymptotique pour la saturation est indépendant de la pression locale, mais dépend seulement de la pression de bord. En raison de ceci la partie thermodynamique devrait être calculée seulement à la frontière extérieure du domaine. D'ailleurs, aux conditions frontière, le fluide se comporte habituellement comme système thermodynamique fermé avec aucun écoulement. Un tel comportement peut être efficacement décrit par un modèle thermodynamique classique.

Au sujet de la pression champs, dans toutes les caisses la pression a été très bien rapprochée par les expansions asymptotiques développées.

Dans la dernière section de ce chapitre, nous avons expliqué comment le problème de la de représentation d'un puits de gaz-condensat devrait être résolu dans la pratique en utilisant les solutions asymptotiques développées.



## Chapitre 9

Influence d'effets capillaire sur  
l'écoulement de gaz-condensat  
avec transitions de phase en  
milieux poreux

## 9.1 Modèle compositionnel avec les effets capillaires

Dans la section nous ajoutons la pression capillaire dans le modèle compositionnel. Nous tiendrons compte du fait que la capillarité joue un rôle secondaire dans des systèmes de gaz-condensat, en tant que ceci avons été mentionnés dans la section 1.2.2. Ainsi nous supposerons partout que la pression capillaire  $P_c$  est basse respectivement à la différence caractéristique de pression du domaine,  $\Delta P$ . Ceci implique que le nombre capillaire  $Ca \equiv \Delta P / \langle P_c \rangle$  (où  $\langle P_c \rangle$  est la pression capillaire moyenne) est grand.

Pour le système de gaz-condensat :  $Ca \equiv 100 - 1000$ .

Ceci signifie que nous pouvons examiner la capillarité comme petite perturbation du résultat obtenu en chapitres précédents. Techniquement, nous appliquerons la méthode de perturbation en ce qui concerne le petit nombre capillaire inverse  $Ca^{-1} \ll 1$ .

### 9.1.1 Modèle compositionnel avec la capillarité

En raison de la capillarité, une différence de pression de phase apparaît dans le model compositionnel (1.3) :

$$P_g - P_l = P_c(s) \quad (9.1)$$

où  $P_c$  est la fonction donnée de la pression capillaire efficace.

Alors le modèle compositionnel, après remplacement des vitesses d'écoulement par la loi de Darcy's, prend la forme suivante :

$$\phi \frac{\partial \rho}{\partial t} = \text{div}([\Psi_l + \Psi_g] \text{grad}P) - \text{div}(\Psi_l \text{grad}P_c), \quad (9.2a)$$

$$\phi \frac{\partial \rho^{(k)}}{\partial t} = \text{div}\left([\Psi_l c_l^{(k)} + \Psi_g c_g^{(k)}] \text{grad}P\right) - \text{div}\left(\Psi_l c_l^{(k)} \text{grad}P_c\right), \quad (9.2b)$$

$k = 2, \dots, N$

où  $\Psi_i \equiv \rho_i K k_i / \mu_i$ ,  $i = l, g$  est la conductivité hydraulique de phase ;  $\rho \equiv \rho_l s + \rho_g(1 - s)$  est la densité total ;  $\rho^{(k)} \equiv \rho_l c_l^{(k)} s + \rho_g c_g^{(k)}(1 - s)$  est la densité partielle total du composant  $k$ .

## CHAPITRE 9. INFLUENCE D'EFFETS CAPILLAIRE

### 9.1. MODÈLE COMPOSITIONNEL AVEC LES EFFETS CAPILLAIRES

En raison d'une petite capillarité, le sous-système thermodynamique n'est pas changé et peut être considéré en tant que cela qui contient une pression simple (pression de gaz) presque équivalente dans les deux phases. C'est une propriété très importante qui protège le sous-système thermodynamique contre la pénétration sur la saturation  $s$  comme variable additionnelle.

#### 9.1.2 Forme canonique

La forme sans dimensions canonique, semblable à (2.7), est alors :

$$\varepsilon \frac{\partial}{\partial \tau} (\varphi_l \bar{\rho} s + \varphi_g (1 - s)) = \quad (9.3a)$$

$$\operatorname{div}([\psi_g k_g + \omega \psi_l k_l] \operatorname{grad} p) - \frac{\omega}{Ca} \operatorname{div}(\psi_l k_l \operatorname{grad} p_c),$$

$$\varepsilon \left( \bar{\rho} \frac{\partial (\varphi_l s)}{\partial \tau} + \bar{\rho} \varphi_l s \frac{\partial \zeta_l^{(N)}}{\partial \tau} + \varphi_g (1 - s) \frac{\partial \zeta_g^{(N)}}{\partial \tau} \right) = \omega \operatorname{div}(\psi_l k_l \operatorname{grad} p) \quad (9.3b)$$

$$- \frac{\omega}{Ca} \operatorname{div}(\psi_l k_l \operatorname{grad} p_c) + \omega \psi_l k_l \operatorname{grad} p \cdot \operatorname{grad} \zeta_l^{(N)} + \psi_g k_g \operatorname{grad} p \cdot \operatorname{grad} \zeta_g^{(N)},$$

$$\varepsilon \left[ \bar{\rho} \varphi_l s \frac{\partial}{\partial \tau} (\zeta_l^{(k)} - \zeta_l^{(N)}) + \varphi_g (1 - s) \frac{\partial}{\partial \tau} (\zeta_g^{(k)} - \zeta_g^{(N)}) \right] = \quad (9.3c)$$

$$\omega \psi_l k_l \operatorname{grad} p \cdot \operatorname{grad} (\zeta_l^{(k)} - \zeta_l^{(N)}) + \psi_g k_g \operatorname{grad} p \cdot \operatorname{grad} (\zeta_g^{(k)} - \zeta_g^{(N)})$$

$$- \frac{\omega}{Ca} \psi_l k_l \operatorname{grad} p_c \cdot \operatorname{grad} (\zeta_l^{(k)} - \zeta_l^{(N)}), \quad k = 1, \dots, N - 2$$

où les opérations  $\operatorname{div}$  et  $\operatorname{grad}$  sont effectuées dans des coordonnées sans dimensions de l'espace, d'autres définitions sont les suivantes :

$$p \equiv \frac{P}{\Delta P}, \quad p_c \equiv \frac{P_c}{\langle P_c \rangle}, \quad \varphi_i \equiv \frac{\phi \rho_i}{\langle \phi \rangle \rho_i^0}, \quad \psi_i \equiv \frac{K \rho_i \mu_i^0}{\langle K \rangle \rho_i^0 \mu_i}, \quad \tau \equiv t/t_*$$

$$\omega \equiv \frac{\rho_l^0 \mu_g^0}{\rho_g^0 \mu_l^0}, \quad \varepsilon \equiv \frac{t^*}{t_*}, \quad \frac{1}{Ca} \equiv \frac{\langle P_c \rangle}{\Delta P}, \quad \bar{\rho} \equiv \frac{\rho_l^0}{\rho_g^0}, \quad t^* \equiv \frac{L^2 \mu_g^0 \langle \phi \rangle}{\langle K \rangle \Delta P}$$

Les valeurs caractéristiques de la longueur, le temps, la pression de gaz et la pression de capillaire, les viscosité et les densités sont :  $L$ ,  $t_*$ ,  $\Delta P$ ,  $\hat{P}_c$ ,  $\mu_g^0$ ,  $\mu_l^0$ ,  $\rho_g^0$  et  $\rho_l^0$ .

La première équation est celle qui décrit le comportement de pression, la deuxième équation est celle de la saturation, les dernières équations décrivent le transport de concentration.

## CHAPITRE 9. INFLUENCE D'EFFETS CAPILLAIRE

### 9.1. MODÈLE COMPOSITIONNEL AVEC LES EFFETS CAPILLAIRES

---

Le paramètre  $t^*$  est la période de la propagation de la perturbation provoquée par une variation de pression  $\Delta P$ . En d'autres termes,  $t^*$  est la période de la stabilisation du champ de pression après perturbation.

En tant que précédemment, le paramètre  $\varepsilon$  est le rapport du temps de propagation de perturbation au temps de processus  $t_*$ , alors que le paramètre  $\omega$  est le rapport de la mobilité liquide à la mobilité de gaz.

#### 9.1.3 Modèle compositionnel semi-stationnaire limite du contraste

Dans la limite quand  $\varepsilon \rightarrow 0$  et  $\omega \rightarrow 0$  nous obtenons le modèle de limite semblable à (2.9) mais avec les effets capillaires :

$$\operatorname{div}(\psi_g k_g \operatorname{grad} p) = 0, \quad (9.4a)$$

$$\bar{\rho} \varphi_l \frac{\partial s}{\partial \tau} + \bar{\rho} \varphi_l s \frac{\partial \zeta_l^{(N)}}{\partial \tau} + \varphi_g (1 - s) \frac{\partial \zeta_g^{(N)}}{\partial \tau} = \quad (9.4b)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\omega}{\varepsilon} \operatorname{div}(\psi_l k_l \operatorname{grad} p) - \frac{\omega}{\varepsilon Ca} \operatorname{div}(\psi_l k_l \operatorname{grad} p_c) + \frac{1}{\varepsilon} \psi_g k_g \operatorname{grad} p \cdot \operatorname{grad} \zeta_g^{(N)}, \\ & \psi_g k_g \operatorname{grad} p \cdot \operatorname{grad} (\zeta_g^{(k)} - \zeta_g^{(N)}) = 0, \quad k = 1, \dots, N - 2 \end{aligned} \quad (9.4c)$$

Ce modèle décrit un écoulement des liquides avec des propriétés de contraste après stabilisation de pression.

#### 9.1.4 Le modèle HT-décompose semi-stationnaire avec les forces capillaires

L'hydrodynamique et la thermodynamique peuvent être décomposé de la manière semblable cette section 2.2. Nous obtenons le résultat semblable à (2.15) :

*La partie hydrodynamique* détermine la pression  $p$  et la saturation  $s$  :

$$\operatorname{div}(\psi_g k_g \operatorname{grad} p) = 0, \quad (9.5a)$$

$$\bar{\rho} \varphi_l \frac{\partial s}{\partial \tau} + \bar{\rho} \varphi_l s \frac{\partial \zeta_l^{(N)}}{\partial \tau} + \varphi_g (1 - s) \frac{\partial \zeta_g^{(N)}}{\partial \tau} = \quad (9.5b)$$

$$\frac{\omega}{\varepsilon} \operatorname{div}(\psi_l k_l \operatorname{grad} p) - \frac{\omega}{\varepsilon Ca} \operatorname{div}(\psi_l k_l \operatorname{grad} p_c) + \frac{1}{\varepsilon} \psi_g k_g \operatorname{grad} p \cdot \operatorname{grad} \zeta_g^{(N)}$$

## CHAPITRE 9. INFLUENCE D'EFFETS CAPILLAIRE

### 9.1. MODÈLE COMPOSITIONNEL AVEC LES EFFETS CAPILLAIRES

---

Le modèle contient quelques nouvelles termes responsables des effets capillaires. Les conditions frontière changent également.

#### 9.1.5 Problème d'écoulement à un puits

Nous examinerons le problème de l'écoulement radial de gaz-condensat vers un puits de production (9.5) en termes de modèle limite :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \psi_g k_g \frac{\partial p}{\partial r} \right) = 0, \quad (9.6a)$$

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \varphi_l \frac{\partial s}{\partial \tau} + \bar{\rho} \varphi_l s \frac{\partial \zeta_l^{(N)}}{\partial \tau} + \varphi_g (1-s) \frac{\partial \zeta_g^{(N)}}{\partial \tau} = \\ \frac{\omega}{\varepsilon} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \psi_l k_l \frac{\partial p}{\partial r} \right) - \frac{\omega}{\varepsilon C a} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \psi_l k_l \frac{\partial p_c}{\partial r} \right) + \frac{1}{\varepsilon} \psi_g k_g \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial \zeta_g^{(N)}}{\partial r} \end{aligned} \quad (9.6b)$$

avec des conditions initiale et frontière :

$$s|_{\tau=0} = s^0, \quad (9.6c)$$

$$p|_{r=1} = p_*(\tau), \quad (9.6d)$$

$$r \left( (\psi_g k_g + \omega \psi_l k_l) \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{\omega}{C a} \psi_l k_l \frac{\partial p_c}{\partial r} \right) \Big|_{r=r_w} = \frac{\varepsilon q(\tau)}{2}, \quad (9.6e)$$

Ce problème n'est pas fermé parce que l'aspect de la capillarité change le type de l'équation décrivant le transport de saturation. En effet, equation (9.6b), qui était une équation hyperbolique de premier ordre dans le cas sans capillarité  $Ca \rightarrow \infty$ , devient le parabolique quand la capillarité n'est pas négligée. En raison de ceci un état additionnel doit être formulé à la bord de domaine pour la saturation. Une telle condition devrait refléter natural ou la limitation technologique imposée au caractère des forces capillaires.

À la frontière externe nous pouvons formuler le condition natural, imperméabilité en ce qui concerne le flux de diffusion, qui rapportent évidemment :

$$\frac{\partial s}{\partial r} \Big|_{r=1} = 0 \quad (9.6f)$$

La deuxième condition devrait être formulée au puits. Une des occasions est au reflet le fait que la saturation juste au mur de puits est discontinue. En effet, à l'intérieur du puits le liquide est accumulé au fond dû aux forces de gravité, donc la

## CHAPITRE 9. INFLUENCE D'EFFETS CAPILLAIRE

### 9.1. MODÈLE COMPOSITIONNEL AVEC LES EFFETS CAPILLAIRES

saturation liquide à l'intérieur du puits,  $\sigma[-]$ , soit près de 1 sur le côté intérieur du mur de puits. Pendant qu'un gradient de saturation cause une diffusion capillaire, une telle discontinuité de saturation au mur de puits cause un écoulement capillaire élevé de diffusion qui est proportionnel au saut de saturation. En raison de ceci nous obtenons un condition frontière additionnel :

$$r \left( \frac{\omega}{Ca} \psi_l k_l \frac{\partial p_c}{\partial r} \right) \Big|_{r=r_w} = \lambda_0 (s_w - \sigma) \quad (9.6g)$$

où  $\lambda_0$  est un paramètre constant qui dépend de la géométrie de puits.

Le problème (9.6) est fermé.

En même temps, pour le cas examiné d'une petite valeur du paramètre  $Ca^{-1}$ , le rôle de la deuxième dérivé dans l'équation de transport de saturation sera secondaire. Ceci signifie que la formulation précise des conditions de frontière additionnels (9.6f) et (9.6g) n'a aucune signification. En particulier, nous prouverons que les conditions peuvent être ignorées quand la technique de perturbation est appliquée.

En raison du principe de HT-découplage, les concentrations composantes  $\chi^{(k)}$  peuvent être calculées indépendamment en utilisant un sous-système thermodynamique.

#### 9.1.6 Première intégration

L'équation (9.6a) pour la pression peut être intégrée, à la laquelle mène :

$$r \psi_g k_g \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\varepsilon q(\tau)}{2} \quad (9.7)$$

Par substitution de equation (9.7) dans (9.6b) nous obtenons :

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\varepsilon q(\tau)}{2r \psi_g k_g} \quad (9.8a)$$

$$\frac{\partial s}{\partial \tau} + \left[ s \frac{d\zeta_l^{(N)}}{dp} + \frac{\varphi_g}{\bar{\rho}\varphi_l} (1-s) \frac{d\zeta_g^{(N)}}{dp} \right] \frac{\partial p}{\partial \tau} = \frac{\omega q(\tau)}{2\bar{\rho}\varphi_l} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\psi_l k_l}{\psi_g k_g} \right) \quad (9.8b)$$

$$- \frac{\omega}{\varepsilon Ca \bar{\rho}\varphi_l} \left[ \psi_l k_l \frac{1}{r} \frac{\partial p_c}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} (\psi_l k_l) \frac{\partial p_c}{\partial r} + \psi_l k_l \frac{\partial^2 p_c}{\partial r^2} \right] + \frac{\varepsilon q^2(\tau)}{4\bar{\rho}\varphi_l \psi_g k_g r^2} \frac{d\zeta_g^{(N)}}{dp}$$

## CHAPITRE 9. INFLUENCE D'EFFETS CAPILLAIRE

### 9.1. MODÈLE COMPOSITIONNEL AVEC LES EFFETS CAPILLAIRES

---

ci-dessus les dérivés  $\frac{d\zeta_g^{(N)}}{dp}$  et  $\frac{d\zeta_l^{(N)}}{dp}$  sont complet :

$$\frac{d}{dp}\zeta_g^{(N)}(p, \chi^{(1)}(p), \dots, \chi^{(N-2)}(p)) = \frac{\partial\zeta_g^{(N)}}{\partial p} + \sum_{q=1}^{N-2} \frac{\partial\zeta_g^{(N)}}{\partial\chi^{(q)}} \frac{d\chi^{(q)}}{dp}$$

## 9.2 Solution asymptotique dans le cas avec les forces capillaires

### 9.2.1 Expansion asymptotique extérieure

En appliquant la méthode de perturbation singulier décrite dans le chapitre 6 au problème (9.8), et en utilisant le fait que trois paramètres  $\varepsilon$ ,  $\omega$  et  $\frac{\omega}{\varepsilon Ca}$  sont petits, nous obtenons la forme de l'expansion asymptotique extérieure suivante :

$$s_{ex}(r, \tau; \varepsilon, \omega) = s_*(\tau) + \varepsilon s_{11}^{ex}(r, \tau) + \omega s_{12}^{ex}(r, \tau) + \frac{\omega}{\varepsilon Ca} s_{13}^{ex}(r, \tau) + \dots, \quad (9.9a)$$

$$p_{ex}(r, \tau; \varepsilon, \omega) = p_*(\tau) + \varepsilon p_{11}^{ex}(r, \tau) + \dots \quad (9.9b)$$

où  $s_*(\tau)$  est la saturation à la bord de domaine. .

La nouvelle terme reflétant la capillarité est  $s_{13}^{ex}$ . Toutes les autres termes sont définies de la manière semblable comme dans la section 7.2 : equations (7.7) ou (7.8) pour  $s_*$ ; equations (7.9) ou (7.10) pour  $s_{11}^{ex}$ ; equation (7.6a) pour  $p_{11}$ ; et  $s_{12}^{ex} \equiv 0$ .

La nouvelle terme est définie comme :

$$\begin{cases} \frac{\partial s_{13}^{ex}}{\partial \tau} + s_{13}^{ex} f_1(p_*) \frac{dp_*}{d\tau} + f_6(\tau) \frac{\partial p_{c^*}(s)}{\partial s} \frac{\partial s_{13}^{ex}}{\partial r} = 0, \\ s_{13}^{ex}|_{\tau=0} = 0 \end{cases} \quad (9.10)$$

$$f_6(\tau) \equiv \frac{1}{\bar{\rho} \varphi_{l^*}} \left[ \psi_{l^*} k_{l^*} \frac{1}{r} + \frac{\partial}{\partial r} (\psi_{l^*} k_{l^*}) \right]$$

### 9.2.2 Solution à la couche limite

La structure de l'expansion pour la pression demeure valide dans le milieu global. La taille de la couche limite demeure également invariable, ainsi nous avons :

$$\Delta = \varepsilon^{\frac{\beta-1}{2\beta}} \omega^{\frac{1}{2\beta}} \quad (9.11)$$



## CHAPITRE 9. INFLUENCE D'EFFETS CAPILLAIRE

### 9.2. SOLUTION ASYMPTOTIQUE DANS LE CAS AVEC LES FORCES CAPILLAIRES

Nous recherchons l'expansion pour la saturation sous la forme suivante :

$$s_{in}(r, \tau) = s_*(\tau) + \delta(\varepsilon, \omega) s_1^{in}(\eta, \tau) + \theta \left( \varepsilon, \omega, \frac{1}{Ca} \right) s_2^{in}(\eta, \tau) + \dots, \quad (9.12)$$

$$\eta = \frac{r}{\Delta}, \quad \delta = \left( \frac{\varepsilon}{\omega} \right)^{\frac{1}{\beta}}$$

La fonction inconnue  $\theta(\varepsilon, \omega, \frac{1}{Ca}) < \delta(\varepsilon, \omega)$  devrait être déterminée. Le therm correspondant  $s_2^{in}(r, \tau)$  reflète l'influence de la capillarité.

Substituons l'expansion (9.12) dans equation (9.8b) nous obtenons pour la terme  $s_2$  :

$$\theta \frac{\partial s_2^{in}}{\partial \tau} + \theta f_1(\tau) \frac{\partial p_*}{\partial \tau} s_2^{in} + \frac{\omega \gamma \delta^{\beta+1}}{\Delta^2 \varepsilon Ca \bar{\rho} \varphi_{l*} \eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta \psi_{l*} (s_1^{in})^\beta \frac{dp_{c*}}{ds} \frac{\partial s_1^{in}}{\partial \eta} \right) = 0 \quad (9.13)$$

Notons que le therm  $\frac{\omega \gamma \theta \delta^\beta}{\Delta^2 \varepsilon Ca \bar{\rho} \varphi_{l*} \eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta \psi_{l*} (s_2^{in})^\beta \frac{dp_{c*}}{ds} \frac{\partial s_2^{in}}{\partial \eta} \right)$  a l'ordre inférieur relativement au therm  $\frac{\omega \gamma \delta^{\beta+1}}{\Delta^2 \varepsilon Ca \bar{\rho} \varphi_{l*} \eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta \psi_{l*} (s_1^{in})^\beta \frac{dp_{c*}}{ds} \frac{\partial s_1^{in}}{\partial \eta} \right)$ , parce que  $\theta < \delta$ .

Des fonctions  $\theta(\varepsilon, \omega, \frac{1}{Ca})$  peuvent être déterminées à partir de comparer les termes de l'équation (9.13), qui rapportent :

$$\theta = \frac{\omega \delta^{\beta+1}}{\Delta^2 \varepsilon Ca}$$

En utilisant (9.11) et (9.12), nous obtenons certainement :

$$\theta = \frac{1}{\varepsilon Ca} \left( \frac{\varepsilon}{\omega} \right)^{\frac{2}{\beta}} \quad (9.14)$$

Pour la terme  $s_2^{in}(r, \tau)$  nous obtenons un problème linéaire :

$$\frac{\partial s_2^{in}}{\partial \tau} + f_1(\tau) \frac{\partial p_*}{\partial \tau} s_2^{in} + \frac{\gamma}{\bar{\rho} \varphi_{l*} \eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta \psi_{l*} (s_1^{in})^\beta \frac{dp_{c*}}{ds} \frac{\partial s_1^{in}}{\partial \eta} \right) = 0 \quad (9.15)$$

Par conséquent, l'expansion intérieure (9.12) est définie comme :

$$s_{in}(r, \tau) = s_*(\tau) + \left( \frac{\varepsilon}{\omega} \right)^{\frac{1}{\beta}} s_1^{in}(\eta, \tau) + \frac{1}{\varepsilon Ca} \left( \frac{\varepsilon}{\omega} \right)^{\frac{2}{\beta}} s_2^{in}(\eta, \tau) + \dots, \quad (9.16)$$

$$s_2|_{\tau=0} = 0 \quad (9.17)$$

## CHAPITRE 9. INFLUENCE D'EFFETS CAPILLAIRE

### 9.2. SOLUTION ASYMPTOTIQUE DANS LE CAS AVEC LES FORCES CAPILLAIRES

---

La condition que cette série est asymptotique exige que  $\theta < \delta$ . Ceci est satisfait quand

$$Ca \geq \varepsilon^{-1} \quad (9.18)$$

ce qui est la restriction mathématique résultant de la méthode appliquée.

Ainsi, le nouveau therm responsable pour la capillarité,  $s_2^{in}(r, \tau)$ , est desribed par une équation partielle linéaire (9.15) du premier ordre. Le problème initial (9.17) est bien posé. Partant, les conditions additionnels (9.6f) et (9.6g) de conditions frontière peuvent être ignorés.

## 9.3 Analyse numérique des solutions avec les forces capillaires

Dans cette section nous présentons l'analyse numérique de la solution asymptotique obtenue dans le cas des forces capillaires non négligées.

Nous considérerons la même caisse liquide comme décrit dans la section 8.3.1, un mélange 9-component. En outre, nous supposons que la pression capillaire  $P_c$  une petite valeur en ce qui concerne la différence caractéristique de pression du domaine,  $\Delta P$  :  $P_c = \frac{\sigma}{r} \sim 10^3 - 10^4 \text{ Pa} = 0.01 - 0.1 \text{ bar}$ .

La saturation condensat est la fonction plus sensible en ce qui concerne l'impact de capillarité. Un exemple des simulations est présenté sur la Figure 9.1 pour l'instant de temps de 30 jours. La courbe pointillé correspond à l'approximation sans capillarité, alors que la courbe continu inclut l'effet capillaire.

L'influence des forces capillaires se développe à temps, tel que leur impact est plus significatif à voisinage de puits, comme montré dans Figure 9.2 pour 300 jours, et Figure 9.3 pour 900 jours.

Ainsi, un système gaze-liquide est caractérisé par une différence significative entre les pressions de phase juste à voisinage du puits. Figure 9.4 illustre le comportement de saturation pour une valeur maximale de la pression capillaire :  $P_c = 0.05 - 0.5 \text{ bar}$ .

## CHAPITRE 9. INFLUENCE D'EFFETS CAPILLAIRE

### 9.3. ANALYSE NUMÉRIQUE DES SOLUTIONS AVEC LES FORCES CAPILLAIRES

---

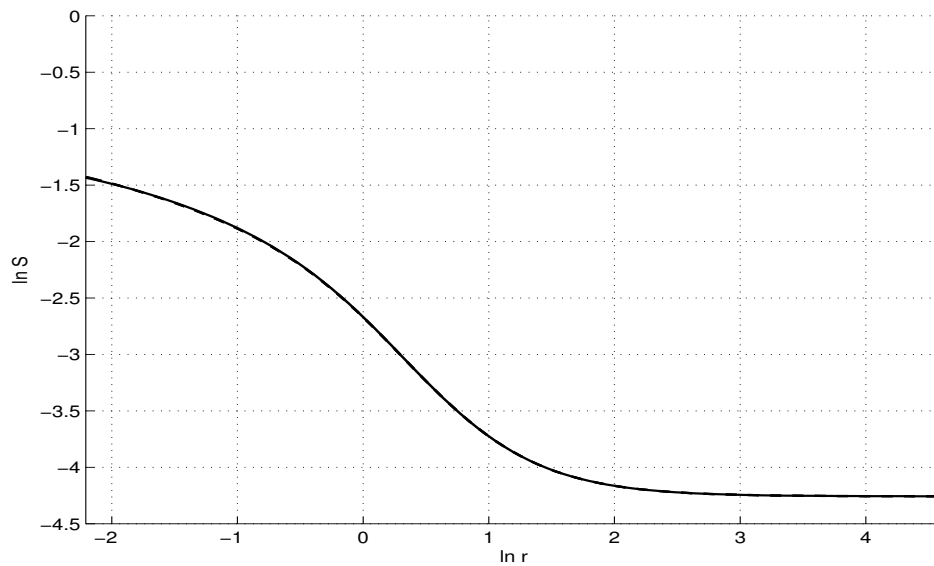


FIG. 9.1 – Saturation de condensat autour d'un puits de production pour 30 jour-instantanés : sans capillarité (la courbe pointillé) et avec la capillarité (la courbe continu)

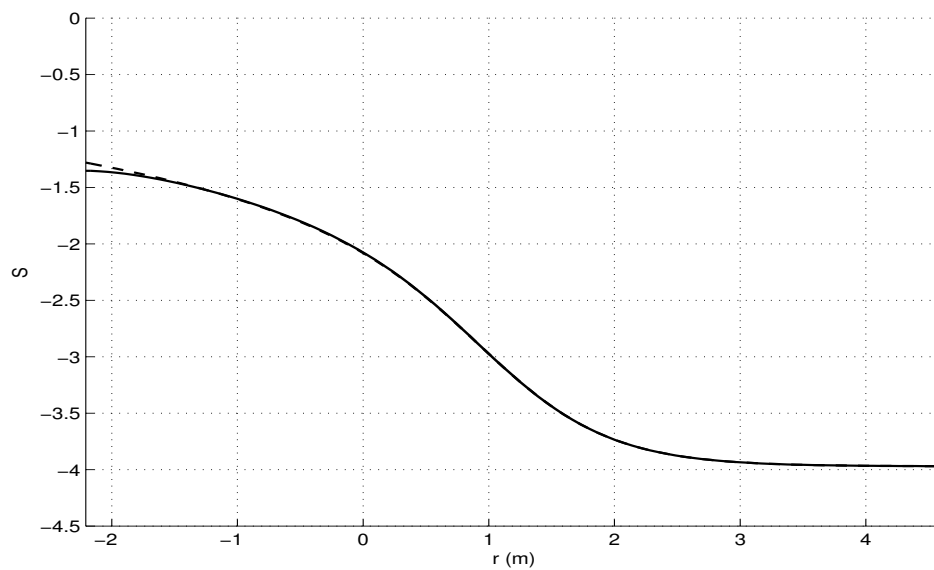


FIG. 9.2 – Saturation de condensat autour d'un puits de production pour 300 jour-instantanés : sans capillarité (la courbe pointillé) et avec la capillarité (la courbe continu)

## CHAPITRE 9. INFLUENCE D'EFFETS CAPILLAIRE

### 9.3. ANALYSE NUMÉRIQUE DES SOLUTIONS AVEC LES FORCES CAPILLAIRES

---

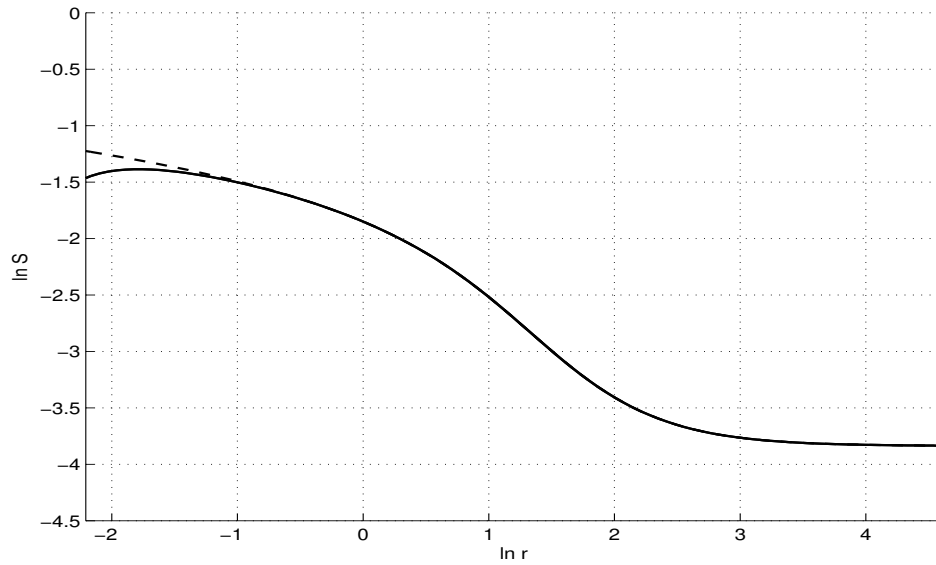


FIG. 9.3 – Saturation de condensat autour d'un puits de production pour 900 jour-instantanés : sans capillarité (la courbe pointillé) et avec la capillarité (la courbe continu)

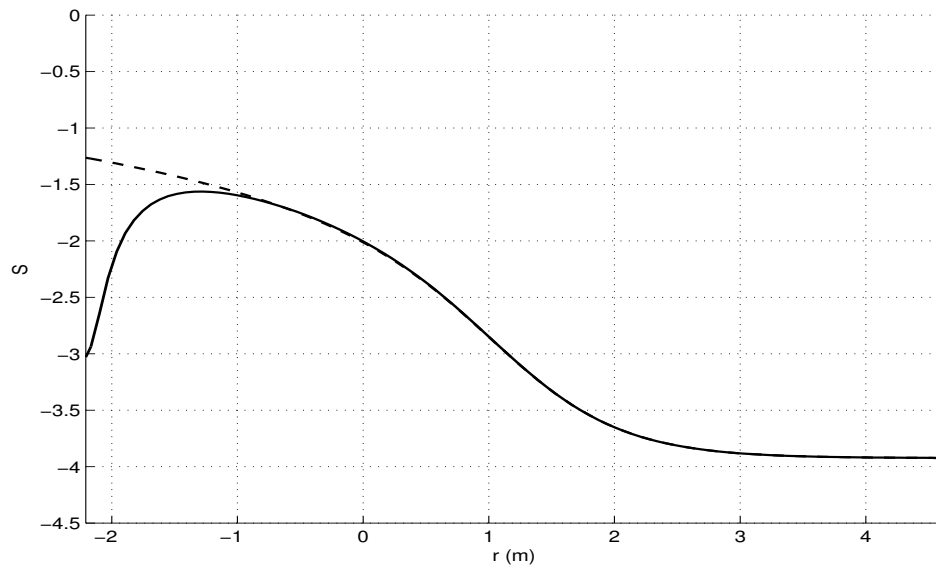


FIG. 9.4 – Saturation de condensat autour d'un puits de production pour 500 jour-instantanés dans le cas des valeurs maximales de la pression de capillarité : sans capillarité (la courbe pointillé) et avec la capillarité (la courbe continu)

## CHAPITRE 9. INFLUENCE D'EFFETS CAPILLAIRE

### 9.3. ANALYSE NUMÉRIQUE DES SOLUTIONS AVEC LES FORCES CAPILLAIRES

---

## Conclusions

Le travail actuel traite le problème de l'écoulement gaz-liquide compositionnel pour la représentation d'un puits dans des simulations de réservoir. L'objectif est de développer les rapports analytiques qui pourraient lier la pression de puits, la saturation et les concentrations de composant à leurs valeurs moyennes dans chaque zone de l'influence de puits.

**1** L'approche fréquemment utilisée basée sur les solutions stationnaires est montrée pour correspondre seulement à un cas particulier quand l'échange de masse entre les phases devient zéro. Dans toutes autres situations, les solutions stationnaires s'avèrent instables. L'instabilité est provoquée par le comportement de la saturation condensat qui ne tend à aucune limite stationnaire à temps et ne demeure pas toujours mobile. L'analyse de la stabilité d'écoulement est exécutée par des méthodes de perturbation et est accomplie des simulations numériques d'écoulement de gaz-condensat vers un puits.

Nous avons vérifié numériquement le stationarity du modèle compositionnel complet. La pression réel est montrée de tendre à la limite stationnaire, alors que le véritable comportement de saturation demeure toujours mobile comme prévu théoriquement. Les simulations ont été effectuées utilisant l'ECLIPSE et un code numérique spécial que nous avons développé pour l'écoulement radial de gaz-condensat.

**2** Au lieu des solutions stationnaires, nous suggérons une autre modification du modèle compositionnel. Le *modèle compositionnel limite* représente une double limite du modèle compositionnel complet quand : I) les propriétés de phase sont un contraste (des mobilités de phase et des compressibilités de phase), qui est typique pour un système gaz-liquide, et II) la stabilisation de pression est très rapide comparée au temps de processus caractéristique. La première propriété s'appelle une *propriété de contraste*, alors que le second est le *semi-stationnarite*. Ce modèle s'avère stationnaire en ce qui concerne la pression et des concentrations, mais est non-stationnaire en ce qui concerne la saturation.

**3** Nous avons montré que des  $N - 2$  équations décrivant le transport des concentrations de phase peuvent être transformées en équations ordinaires (différentiation en ce qui concerne la pression) indépendantes du temps et de l'espace examinant

le long des lignes de courant. Ces équations transformées représentent des relations thermodynamiques additionnelles réduisant le degré de liberté thermodynamique. En raison de ceci le variance thermodynamique du modèle compositionnel limite s'avère égal à 1 pour tout nombre de composants chimiques.

**4** Cette transformation assurent se découplage total du modèle compositionnel limite dans le nouveau modèle thermodynamique et le modèle hydrodynamique, qui peut être resoved inedpendently d'un un autre.

**5** Le modèle thermodynamique décompose est totalement indépendant sur l'hydrodynamique, et décrit le comportement d'équilibre d'un système gaz-liquide ouvert. Ce modèle contient les équations d'équilibre et la EOS classiques, aussi bien que les  $N - 2$  nouvelles équations appelées la "Delta-loi", qui déterminent la variation de composition d'un système ouvert dans lequel la masse de chaque composant n'est pas conservée.

**6** Le modèle hydrodynamique décompose se compose de deux équations pour la pression et la saturation. Les coefficients de l'équations de saturation dépend de la pression et peut être calculés en utilisant le modèle thermodynamique décompose.

**7** Le nouveau simulateur thermodynamique numérique est développé, basé sur le modèle thermodynamique décompose. Nous avons élaboré un algorithme spécial de solution à un système combiné des équations algébriques et non-linéaires.

**8** Nous avons exécuté une analyse numérique avec l'objectif de justifier le domaine de la validité pour le modèle thermodynamique décompose. Nous avons simulé un cas d'écoulement compositionnel radial avec l'ECLIPSE et traité les résultats avons obtenu en termes de la "Delta-loi". La validité de la "Delta-loi" a été confirmée avec une précision élevée.

Deuxièmement, nous avons traité les résultats de la simulation d'ECLIPSE du même problème hydrodynamique en termes de concentrations de phase comme la fonction de la pression. Ces données ont été comparées à une solution numérique du modèle thermodynamique décompose. Cette comparaison a montré un bon ajustement.

**9** Le modèle hydrodynamique décompose a été comparé numériquement au modèle compositionnel complet. Un mélange à plusieurs composants de gaz-condensat a été traité. Les simulations ont indiqué un bon ajustement entre le modèle compositionnel complet et le modèle décompose limite.



**10** Le modèle hydrodynamique décomposé a été utilisé pour développer les solutions asymptotiques des problèmes d'écoulement de gaz-condensat. Le problème a été montré perturbé singulièrement avec la formation d'une couche limite à voisinage du puits. Dans cette couche la propriété basique de contraste des mobilités de gaz et de liquide est perturbée. On développe une technique spéciale qui permet de construire des expansions asymptotiques sous forme de deux diverses séries : le premier est valide loin du puits (l'expansion extérieure), alors que le second dans valide à voisinage du puits (la couche limite ou l'expansion intérieure).

**11** Les problèmes divers est traité en termes de méthode développée. Nous avons obtenu une solution analytique exacte au problème auto-similaire de l'écoulement dans un réservoir infini à un débit constant, un problème non auto-similaire d'écoulement dans un réservoir fini avec une hétérogénéité zonale, et un problème non auto-similaire d'écoulement dans un réservoir fini à un débit variable.

**12** En appliquant la méthode asymptotique suggérée, nous avons développé les solutions asymptotiques pour le problème de l'écoulement multicompositionnel de gaz-condensat au puits dans un domaine borné à un débit variable. En plusieurs cas la solution peut être obtenue sous la forme analytique, alors qu'en cas général de l'écoulement la méthode mène à une solution de semi-analytical, présentée comme problème initial pour une équation. Cette solution, même étant présentée en forme non-analytique, est beaucoup plus simple que le modèle compositionnel original, car l'équation pour la saturation ne dépend pas de la pression locale, mais dépend de la pression de bord seulement.

**13** Pour les solutions asymptotiques nous suggérons une méthode approximative de geler tous les paramètres dans l'opérateur intégral, afin d'obtenir une forme entièrement analytique. La précision de cette méthode n'est pas trop haute, mais la forme analytique est facile pour utiliser en pratique.

**14** Les solutions asymptotiques construites au problème de l'écoulement compositionnel a les propriétés significatives suivantes : 1) toute la thermodynamique est incluse dans les coefficients de l'équation de transport de saturation ; 2) la thermodynamique devrait être calculée seulement au point de départ des lignes de courant (qui est la bord de domaine) ; 3) le comportement de bord peut être décrit par la thermodynamique classique, car il y a un état de aucun-écoulement.

**15** Nous avons exécuté deux genres d'essais numériques avec l'objectif pour vé-

rifier les solutions hydrodynamiques asymptotiques obtenues. Le premier essai a été consacré pour comparer la solution asymptotique (sous la forme différentielle) à la solution exacte au modèle hydrodynamique décompose. Les résultats des simulations ont prouvé que la solution asymptotique adapte bien la solution exacte dans le cas quand le le temps de stabilisation  $\varepsilon$  est plus petit que le paramètre de mobilité de contraste  $\omega$ . Si les deux paramètres sont du même ordre, la solution asymptotique intérieure peut être amélioré en ajoutant la deuxième approximation de l'expansion asymptotique.

Le deuxième genre des essais que nous avons réalisés consisté dans une comparaison entre la solution asymptotique (sous la forme différentielle) avec le modèle compositionnel complet classique, non-décompose et non-asymptotique. Ces simulations ont été confirmées le résultat semblable : la solution asymptotique adapte très bien le modèle compositionnel complet si  $\varepsilon < \omega$ .

**16** L'avantage significatif des solutions asymptotiques développées est une simulation très rapide même si la forme différentielle et non-analytique est utiliser. Le rapport du temps de simulation pour le simulateur asymptotiques et l'ÉCLIPSE est 1 :1500. Comme un exemple, le problème compositionnelle examiné par le simulateur ECLIPSE prend environ 2 jours, tandis que le simulateur asymptotique prend moins puis 2 minutes pour le même cas. C'est dû au fait que la solution asymptotique pour la saturation est indépendant de la pression locale, mais dépend seulement de la pression de bord. Dans toutes les caisses examiner la pression a été très bien approchée par les expansions asymptotiques développées.

**17** Dans le dernier chapitre nous avons prolongé cette approche au cas quand la pression capillaire n'est pas négligée. Nous avons supposé cependant que les forces capillaires sont inférieures à la différence de pression entre le puits et la bord de réservoir, dus à ce que nous avons appliqué la méthode de perturbation pour petit nombre capillaire inverse. On obtient les solutions asymptotiques améliorées qui tiennent compte de l'effet capillaire. Simulations numériques montrées que ces effets sont maximaux à voisinage du puits.

**18** Les solutions asymptotiques obtenues, pour la pratique, peut être utiliser de la façon suivante pour résoudre le problème de la représentation d'un puits de gaz-condensat et problème de l'écoulement de gaz-condensat à une fracture.

*Le cas d'une exploitation à long terme du réservoir.* Tout d'abord, la simulation

traditionnelle du comportement de réservoir peut être effectuée avec l'ECLIPSE en ajoutant la méthode de Peaceman de représentation bonne, qui est une relation analytique pour la pression de puits par l'intermédiaire du débit de production. Cette relation inclut une saturation condensat qui peut être évaluée comme saturation moyenne de réservoir. Une telle simulation fournit un bon résultat pour la pression de puits (ou le débit de production), et un bon résultat pour la saturation de bord, mais des données faibles pour la saturation de puits. Cette valeur peut être calculée en utilisant les solutions asymptotiques suggérées dans le présent projet.

*Le cas d'un puits de production à court terme (un essai de puits).* Il est suffisant de simuler le comportement de réservoir dans le domaine de l'influence de puits, en supposant que l'état de frontière demeure invariable (et connu a priori). Dans ce cas-ci les solutions asymptotiques suggérées dans le travail de presnet peuvent être directement employées pour simuler le problème (sans employer l'ECLIPSE).

*Le problème de l'écoulement de gaz-condensat à une fracture.* Nous avons construit un champ plutôt arbitraire avec des lignes de courant orientées à la fracture, en supposant que la fracture joue le rôle d'une décharge, et les lignes de courant sont stationnaire. Pour une ligne de courant arbitraire nous avons reformulé le modèle d'écoulement de gaz-condensat dans des coordonnées cartésiennes. Pour ce problème nous avons développé les expansions asymptotiques.



# Bibliographie

- [Aziz and Settari 1979] Aziz, K., and Settari, A. *Petroleum Reservoir Simulation*. Applied Science Publishers, London, 1979.
- [Batalin, Brusilovskiy and Zaharov 1992] Batalin O.Y., Brusilovskiy A.I. and Zaharov M.Y. *Phase equilibrium in the systems of natural hydrocarbons*. Nedra, Moscow (in Russian), 272 p., 1992.
- [Bedrikovetsky 1993] Bedrikovetsky P. G. *Mathematical Theory of Oil and Gas Recovery*. Kluwer Academic Publishers, London/Boston/Dordrecht, 1993.
- [Cheb-Terrab and von Bulow 1995] Cheb-Terrab E.S. and von Bulow K. *A Computational Approach for the Analytical Solving of Partial Differential Equations*. Computer Physics Communications 90, 102-116, 1995.
- [Chopra and Carter 1986] Chopra A. K., Carter R. D. *Proof of the two-phase steady-state theory for flow through porous media*. SPE Formation Evolution, December : 603-608, 1986.
- [Coats 1980] Coats, K. H. *An Equation of State Compositional Model*. SPE J., Oct. : 363–376, 1980.
- [Danesh 1998] Danesh A. *PVT and phase behaviour of peroleum reservoir fluid*. Elsevier Science, p. 390, 1998.
- [Dinariev 1996] Dinariev O. Yu. *Dinariev About stability of stationary gas-condensate filtrational flow of mixture*. Prikl. Mat. Mekh., V. 60 , 768-777, 1996.
- [Eilerts, Sumner and Potts 1965] Eilerts, C. K., Sumner, E.F. and Potts, N. L. *Integration of partial differential equations for transient radial flow of gas-condensate fluids in porous structures*. SPE J., 1965, 141-152.

- [Eilerts and Sumner 1967] Eilerts, C. K. and Sumner, E. F. *Integration of partial differential equations for multicomponent, two-phase transient radial flow*. SPE J., 3, 125-135, 1967.
- [Firoozabadi(1999)] FIROOZABADI, A. 1999 Thermodynamics of hydrocarbon reservoirs. *McGraw-Hill, New York* .
- [Fletcher 1991 (V.1)] Fletcher K. *Computing methods in fluid dynamics. Fundamental regulations and the general methods*. Mir, Moscow (in Russian), V.1, 504 p., 1991.
- [Fletcher 1991 (V.2)] Fletcher K. *Computing methods in fluid dynamics. Calculation methods of a various flows*. Mir, Moscow (in Russian), V.2, 552 p., 1991.
- [Fussell 1973] Fussell D.D. *Single-well performance predictions for gas-condensate reservoir*. JTP, Jul : 860-870, 1973.
- [Gorodetsky *et al* 2000] Gorodetsky, E, Kabanov, N., and Sedykh, A. *Near-Critical Model of Thermodynamic Behavior for Gas-Condensate Mixtures*. In *Proceedings Gas Technology Conference*, Calgary Alberta, Canada, 3-5 April 2000, paper SPE 60177 : 775–780.
- [Henderson *et al* 1995] Henderson, G. D., Danesh, A., Tehrani, D., and Peden, J. M. *The Effect of Velocity and Interfacial Tension on the Relative Permeability of Gas Condensate Fluids in the Wellbore Region*. In *8th European IOR Symposium, May 15-17, 1995, Vienna*.
- [Hairer, Norsett, Wanner 1987] Hairer E., Norsett S., Wanner G. *Solving ordinary differential equations. Nonstiff problems*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1987.
- [Koldoba and Koldoba 2003] Koldoba A. V., Koldoba E. V. *The Discontinuous Solutions of the Transport Equations for Compositional Flow in Porous Media*. *Transport in Porous Media*, Volume 52, Issue 2, Aug : 267-277, 2003.
- [Lomov 1975] Lomov S.A. *Perturbation theory of the singular boundary-layer problems*. Alma-Ata : Kazhakhskiy University im. S.M. Kirov, 66 p., 1975 (in Russian).
- [Mirzadjanzadhe 1970] Mirzadjanzadhe A. Kh. *Engineering of Gas Condensate Reservoirs*. Nedra, Moscow (in Russian), 1970.
- [Mitlin 1990] Mitlin V.S. *Two-phase multicomponent filtration : instabilities, auto-waves and retrograde phenomena*. J. of Fluid Mech., V. 220, 369-395, 1990.

- [Na 1979] Na T. *Computations methods for boundary-value problems in engineering science*. University of Michigan, Dearborn, 1979.
- [Nigmatulin 1987] Nigmatulin, R. I. *Mechanics of heterogeneous media*. Nauka, Moscow, 1987 (in Russian).
- [Nikolaevsky *et al* 1968] Nikolaevski, V. N., Bondarev, E. A., Mirkin, M. I. *et al*, *Flow of hydrocarbon liquids in porous media*. Nedra, Moscow, 1968 (in Russian).
- [O'Dell and Miller 1967] O'Dell H.G. and Miller R.N. *Successfully cycling a low-permeability, high-yield gas-condensate reservoir*. JTP, Jan. : 41-47, 1967.
- [Oladyshkin & Panfilov(2005)] OLADYSHKIN, S. & PANFILOV, M. 2005 Two-phase flow with phase transitions in porous media : instability of stationary solutions and a semi-stationary model. *Third Biot Conference on Poromechanics. Norman, Oklahoma, USA*. pp. 529 – 535.
- [Orbey and Sandler 1998] Orbey H. and Sandler I. *Modeling Vapor-Liquid Equilibria : cubic equations of state and their mixing rules*. Cambridge University Press, 1998.
- [Orr 1999] Orr L. *Theory of Gas Injection Processes*. Stanford University, Stanford, California, 1999.
- [Panfilov 1986] Panfilov, M. *Asymptotic Form with Boundary Layer for the Solution of Problems of Multicomponent Mixtures Porous Flow in Depletion Processes of Gas-Condensate Fields*. *Fluid Dynamics*, no 4 : 574–580, 1986.
- [Panfilova and Panfilov 1997] Panfilova I., and Panfilov M. *Representation of gas-condensate wells in numerical reservoir simulations*. In *Proc. of the 14th Reservoir Simulation Symposium*, SPE, Dallas, TX, USA, Paper SPE 38022, 8-11 June, 1997
- [Panfilov and Shilovich 2000] Panfilov, M., and Shilovich, N. *Flow of Fluids with Substantially Different Mobilities through a Porous Medium in the Presence of Phase Transitions : Boundary Layer Phenomena, Spatial Phase Structures, and Instability of the Flow*. *Fluid Dynamics*, **35**, no 2 : 258–267, 2000.
- [Panfilova and Panfilov 2004] Panfilova I., and Panfilov M. *Near-critical gas-liquid flow in porous media : monovariant model, analytical solutions and convective mass exchange effects*. *Transport in Porous Media*, Volume 56, Issue 1, Jul : 61-85, 2004.

- [Peng and Robinson 1976] Peng D.Y. and Robinson D.B. *A new two-constant equation of state*. Industr. and Eng. Chem. Fundam., Volume 15, N 1. 59-64, 1976.
- [Redlich and Kwong 1949] Redlich O. and Kwong JNS *On the thermodynamics of solutions V : an equation of state. Fugacities of gaseous solutions..* Chemical Reviews, 44, 233-244, 1949.
- [Rouch 1980] Rouch P. *Computational fluid dynamics*. Mir, Moscow (in Russian), 616 p., 1980.
- [Samarskiy 1999] Samarskiy A.A., Vabishevich P.N. *Numerical methods of the solving a convection-diffusion problems*. Editorial, Moscow (in Russian), 248 p., 1999.
- [Sedov 1976] Sedov, L. I. *Continuum Mechanics*. Nauka, Moscow, 1976 (in Russian).
- [Somov, Zotov, Li 1978] Somov B.E., Zotov G.A., Li I.S. *Investigation of the gas-condensate wells*. Nauch.tr., MIHX i GP im. I.M. Gubkina, N121, 102-110, 1978 (in Russian).
- [Stalkup 1983] Stalkup Jr. *Miscible Displacement*. F.I., Monograph Series 8, SPE, Richardson, TX, 1983.
- [Tikhonov *et al* 1980] Tikhonov, A. N., Vasilieva, A. B., and Sveshnikov, A. G. *Differential Equations*. Nauka, Moscow, 1980 (in Russian).
- [Volik, Shilovich and Panfilov 2000] Volik S., Shilovich N. and Panfilov M. *Gas-liquid flow with retrograde phase transitions through porous media : boundary layer phenomena and instability* In : A. Dmitrievsky and M. Panfilov (eds), Porous Media : Physics, Models, Simulations, World Scientific Publishing, Singapore, 57-74, 2000.
- [Walas 1984] Walas Stanley M. *Phase Equilibria in Chemical Engineering*. Butterworth Publishers, Boston, 1984.
- [Whitson *et al* 2003] Whitson C. H., Fevang O. and Svareid A. *Gas condensate relative permeability for well calculations*. Transport in Porous Media, Special Issue, August : 279-311, 2003.





*L'auteur à conscience de la difficulté à comprendre ce travail dans son intégralité, du fait de sa relation aux différents champs de connaissances abordé. L'auteur est ouvert à toute personne se posant des interrogations et reste disponible pour tout ceux qui souhaite ouvrir un dialogue scientifique afin d'approfondir ce sujet.*



**AUTORISATION DE SOUTENANCE DE THESE  
DU DOCTORAT DE L'INSTITUT NATIONAL  
POLYTECHNIQUE DE LORRAINE**

o0o

VU LES RAPPORTS ETABLIS PAR :

**Monsieur Benoît NOETINGER, Professeur, Institut Français du Pétrole, Rueil-Malmaison**

**Monsieur Jean-Marie CROLET, Professeur, Université de Besançon, UFR Sciences & Techniques,  
Besançon**

Le Président de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, autorise :

**Monsieur Sergey OLADYSHKIN**

NANCY BRABOIS  
2, AVENUE DE LA  
FORET-DE-HAYE  
BOITE POSTALE 3  
F - 54501  
VANDŒUVRE CEDEX

à soutenir devant un jury de l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE,  
une thèse intitulée :

**"Décomposition de la thermodynamique et hydrodynamique et solutions asymptotiques  
des problèmes d'écoulement compositionnel gaz-liquide en milieux poreux"**

en vue de l'obtention du titre de :

**DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE**

Spécialité : « **Génie civil - hydrosystèmes - géotechnique** »

Fait à Vandœuvre, le 16 octobre 2006

Le Président de l'I.N.P.L.,

L. SCHUFFENECKER

