

Modélisation et commande de systèmes linéaires de micro-positionnement : application à la production de micro-composants électroniques

Ioana Corina Bogdan

▶ **To cite this version:**

Ioana Corina Bogdan. Modélisation et commande de systèmes linéaires de micro-positionnement : application à la production de micro-composants électroniques. Ordinateur et société [cs.CY]. Université Paul Verlaine - Metz, 2010. Français. NNT : 2010METZ018S . tel-01752807

HAL Id: tel-01752807
https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01752807

Submitted on 29 Mar 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4
Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10
http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php
http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm

THÈSE DE DOCTORAT

PRÉSENTÉE A

L'UNIVERSITÉ PAUL VERLAINE de METZ

POUR L'OBTENTION DU GRADE DE

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE METZ
ÉCOLE DOCTORALE INFORMATIQUE, AUTOMATIQUE, ÉLECTRONIQUE-ÉLECTROTECHNIQUE ET MATHEMATIQUES

SPÉCIALITÉ : AUTOMATIQUE

PAR

Ioana Corina BOGDAN

Modélisation et commande de systèmes linéaires de micropositionnement : application à la production de micro-composants électroniques

SOUTENUE LE 23 **SEPTEMBRE** 2010 **DEVANT LE JURY COMPOSÉ DE :**

Philippe LUTZ, Professeur, *AS2M*, FEMTO-ST, Univ. de Franche-Comté ..... Président
Maxime GAUTIER, Professeur, IRCCYN, Univ. de Nantes ..... Rapporteur
Eric OSTERTAG, Professeur, ENSPS, Univ. de Strasbourg ..... Rapporteur
Mohamed BOUTAYEB, Professeur, Univ. de Nancy, IUT de Longwy ..... Examinateur
Laurent PIERRE, Directeur Développement, Meusonic SAS, Marville ..... Examinateur
Gabriel ABBA, Professeur, LCFC, École Nationale d'Ingénieurs de Metz ..... Directeur de Thèse

Les travaux relatifs à cette thèse ont été effectués au
Laboratoire de Conception, Fabrication et Commande (LCFC EA 4495),
ENSAM ParisTech, 4 rue Augustin Fresnel, 57078 METZ Cedex 3,Technopôle

Remerciements

Je tiens à exprimer tout d'abord mes remerciements aux membres du jury, qui ont accepté d'évaluer mon travail de thèse.

Je tiens, tout particulièrement à remercier M. Maxime GAUTIER, professeur à l'Université de Nantes et M. Eric OSTERTAG, professeur émérite à l'Université de Strasbourg d'avoir accepté d'être les rapporteurs de ce manuscrit et pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail.

J'associe à ces remerciements M. Mohamed BOUTAYEB, professeur à l'Université de Nancy, M. Philippe LUTZ, professeur à l'Université de Franche-Comté et M. Laurent PIERRE, directeur technique et des ventes chez Meusonic SAS Marville pour avoir accepté d'examiner mon travail.

Je souhaite adresser toute ma gratitude et remercier mon directeur de thèse, Gabriel ABBA, professeur à l'École Nationale d'Ingénieurs de Metz pour la confiance et la sympathie qu'il m'a témoignées au cours de ces années de thèse.

Je remercie Patrick MARTIN, directeur du laboratoire de Conception Fabrication Commande (Arts et Métiers ParisTech de Metz) de m'avoir accueilli au sein de son laboratoire.

Je remercie les ingénieurs de recherche Codrut VISA et Doru MIHALACHI pour leurs conseils et leurs encouragements. Également, je remercie Sorin STRATULAT, professeur à l'Université de Metz, Crinela PISLARU, professeur à l'Université de Huddersfield, François LEONARD et Nafissa LAKBAKBI, maîtres de conférence à l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Metz et les professeurs de l'Université Transilvania de Brasov : Vasile COMNAC, Florin MOLDOVEANU et Sorin MORARU pour leur confiance accordée et l'ouverture de ce chemin . . .

Je remercie également à l'Entreprise Meusonic SAS et le Conseil Régional de Lorraine pour les financements de ce travail.

Je tiens à remercier mes amis et les doctorants du laboratoire qui m'ont soutenue durant cette thèse : Mathieu HOBON, Cyril NICOLAS, Maria C., Ramona N. ...

Merci enfin à mes parents et mon frère, à qui je dédie ce mémoire, pour leurs encouragements et leur soutien moral.

A mes parents et mon frère

Table des matières

Table des figures **V**

Liste des tableaux **IX**

Liste des symboles **XI**

1 Introduction sur l'intérêt des études d'axes linéaires **1**

1.1 Contexte du travail 1

1.1.1 Présentation de la Machine à Bobiner 2

1.1.2 Fonctionnement de la Machine à Bobiner 3

1.2 Contraintes de réalisation 5

1.2.1 Micro-composant RFID 5

1.2.2 Contraintes au niveau du micro-produit 6

2 Modélisation d'axes linéaires et modèles de frottement **13**

2.1 Problématique 13

2.2 Modélisation d'axes linéaires 14

2.3 Modélisation du système mécanique utilisé 17

2.3.1 Simplification du système mécanique 20

2.3.2 Deuxième simplification du système mécanique 21

2.4 Modélisation des termes de frottement 23

2.4.1 Le phénomène physique du frottement 23

2.4.2 Les modèles de frottement couramment utilisés 26

2.4.3 Nouveau modèle de frottement proposé 34
2.4.4 Conclusion sur les modèles de frottement 36
2.5 Conclusion 40

3 Système expérimental **43**
3.1 Description du système expérimental 43
3.2 Description technologique du système expérimental 45
3.2.1 Les axes linéaires 45
3.2.2 Les moteurs synchrones à aimants dit Brushless 49
3.2.3 Les accouplements mécaniques 50
3.2.4 La règle de mesure incrémentale 51
3.2.5 Les Micro-contrôleurs EPOS 24/5 51
3.2.6 Le mode de fonctionnement *Profile Position Mode* 58
3.2.7 Le mode de fonctionnement *Current Mode* 59
3.3 Signaux d'acquisition 59
3.3.1 Acquisition des signaux avec l'Interface Graphique 59
3.3.2 Acquisition des signaux avec le programme conçu en Visual C++ 60
3.3.3 Le bruit des signaux 62
3.3.4 Formules théoriques liés au bruit des signaux 62
3.3.5 Traitement des signaux 64
3.4 Conclusion 70

4 Méthodes d'identification appliquées au système de positionnement **73**
4.1 L'identification de systèmes mécaniques 73
4.2 Principe et méthodes d'identification 76
4.3 Méthode par le modèle inverse des moindres carrés 79
4.3.1 Identification avec le modèle à une inertie par la méthode du modèle inverse des moindres carrés 82

4.3.2 Résultats de la méthode du modèle inverse des moindres carrés pour le système à une inertie . . . 83
4.3.3 Identification des paramètres du modèle compliant par la méthode du modèle inverse des moindres carrés . . . 87
4.3.4 Résultats de la méthode du modèle inverse des moindres carrés pour le modèle compliant . . . 89
4.4 Méthode d'identification à erreur de sortie en boucle ouverte . . . 90
4.4.1 Principe de la méthode d'identification récursive . . . 92
4.4.2 Algorithmes de minimisation de l'erreur . . . 93
4.4.3 Critères de convergence . . . 94
4.4.4 Identification par la méthode à erreur de sortie en boucle ouverte du système de positionnement . . . 95
4.5 Précision des paramètres identifiés . . . 99
4.5.1 Précision des paramètres identifiés par la méthode à erreur de sortie en boucle ouverte . . . 101
4.6 Conclusion . . . 102

5 Méthodes d'identification en boucle fermée appliquées au système de positionnement 105

5.1 Méthode d'identification en boucle fermée . . . 105
5.1.1 Principe de la méthode d'identification en boucle fermée . . . 107
5.1.2 Identification par la méthode à erreur de sortie en boucle fermée du système de positionnement . . . 108
5.2 Résultats d'identification paramètrique obtenus par la méthode à erreur de sortie en boucle fermée . . . 111
5.2.1 Modèle et mesures utilisés en simulation . . . 111
5.2.2 Résultats pour l'axe rigide (ESL et EAL) . . . 112
5.2.3 Définition des unités . . . 116
5.2.4 Résultats pour l'axe compliant (THL) . . . 119
5.2.5 Calcul de la précision des paramètres identifiés . . . 125

5.3 Evaluation statistique des résultats d'identification 133
5.3.1 Validation croisée des résultats de l'identification 135
5.4 Conclusion 135

6 Conclusion et perspectives **137**
6.1 Conclusion générale 137
6.1.1 Contribution à la modélisation du système de positionnement 137
6.1.2 Contribution à l'identification paramétrique des systèmes de positionnement 138
6.2 Perspectives 140

9 Annexes **150**

A Méthode d'identification par optimisation d'un critère **151**

B Couples mesurés et simulés dans les cas $2-24$ **157**

C Simulations pour les axes rigide EAL et compliant THL **161**

Table des figures

1.1 Composant micro-électronique 2
1.2 Composant micro-électronique 3
1.3 Étapes du fonctionnement semi-automatique de la machine à bobiner 4
1.4 Communication schématisée émetteur-récepteur 6
1.5 Courbe de resonance 8
1.6 Courbe de résonance et fréquence d'émission décalée 9
1.7 Courbe de resonance pour des fréquences différentes et facteur de qualité diminuant 10

2.1 Diagramme bloc pour un système de transmission rotation-translation, [14] . . . 15
2.2 Diagramme bloc du système mécanique, [14] 16
2.3 Structure schématique du système de positionnement linéaire 18
2.4 Schéma bloc du système mécanique 20
2.5 Schéma bloc du système mécanique simplifié 21
2.6 Schéma bloc du système mécanique avec la deuxième hypothèse de simplification 22
2.7 Le modèle de frottement de Stribeck 24
2.8 Régimes dynamiques du frottement d'après [27] 25
2.9 Modèles de frottement statique 27
2.10 Modèle de frottement statique asymétrique 29
2.11 Courbe de variation du frottement avec hystérésis en fonction de la vitesse . . . 35

3.1 Photographie du système expérimental 44

3.2 Architecture des liaisons du système expérimental avec deux axes linéaires . . . 44
3.3 Architecture du système expérimental avec l'axe linéaire couplé à une règle de mesure incrémentale . . . 45
3.4 Différents montages d'axes, selon Elitec . . . 46
3.5 Axes linéaires . . . 47
3.6 Les systèmes Vis-Écrou des deux axes linéaires utilisés . . . 48
3.7 Accouplements mécaniques utilisés sur le système expérimental . . . 50
3.8 Micro-contrôleur EPOS 24/5 . . . 51
3.9 La structure des boucles de commande,[51] . . . 53
3.10 Schéma de réglage de la régulation en courant, [51] . . . 54
3.11 Architecture du régulateur PI pour la boucle de commande en courant, [51] . . . 54
3.12 Schéma de réglage de la régulation en vitesse, [52] . . . 55
3.13 Architecture du régulateur PI pour la boucle de commande en vitesse, [51] . . . 55
3.14 Schéma de réglage de la régulation en position, [52] . . . 56
3.15 Architecture du régulateur PID pour la boucle de commande en position, [53] . . . 57
3.16 Architecture du "*Profile Position Mode*", [54] . . . 58
3.17 Étapes de l'acquisition de signaux en utilisant l'Interface Graphique fournie par Maxon Motor . . . 60
3.18 Architecture générale du programme d'acquisition de signaux réalisé en Visual C++ 6.0 . . . 61
3.19 La forme schématisée d'un signal mesuré , [56] . . . 62
3.20 Comparaison des diagrammes de Bode des filtres moyenneurs et de Tchebychev, Type II ordre 3 . . . 66
3.21 Comparaison des diagrammes de Bode des filtres moyenneurs et de Tchebychev, Type II ordre 5 . . . 66
3.22 Comparaison des diagrammes de Bode des filtres moyenneurs et de Tchebychev, Type II ordre 9 . . . 67
3.23 Courant et position angulaire du moteur à $Te = 5ms$ . . . 68

3.24 Erreur entre le courant filtré et le courant mesuré et entre la position filtrée et la position mesurée pour différents filtres 68
3.25 Profil du courant mesuré et filtré pour 3mm ($T_e = 1\,ms$) et 50mm ($T_e = 8\,ms$) respectivement 69
3.26 Dérivées de la position mesurée déterminées par 3 méthodes 70
3.27 Calcul de l'erreur de Vitesse pour différents filtres et Accélération calculée . . . 71

4.1 Étapes dans la procédure d'identification, [8] 75
4.2 Principe de l'identification, [71] 76
4.3 Couples mesurés (en rouge) et simulés (en bleu) dans les cas 1 et 15 84
4.4 Couples mesurés (en rouge) et simulés (en bleu) dans le cas 20 85
4.5 Schéma de l'algorithme d'identification récursif, [83] 92
4.6 *Résultats des simulations en boucle ouverte* 97

5.1 Schéma de principe de l'identification en boucle fermée, [65] 108
5.2 Schéma de commande du système mécanique en boucle fermée 109
5.3 Profil de la vitesse selon le cas 110
5.4 *Comparaison du courant estimé et du critère pour ESL et un profil en triangle* 113
5.5 *Comparaison du courant estimé et du critère pour ESL et un profil trapézoïdal* 113
5.6 *Comparaison modèles de frottement pour ESL et un profil en triangle* 114
5.7 *Comparaison des modèles de frottement pour ESL et un profile trapézoïdal* 114
5.8 *Simulations pour différents modèles de frottement pour l'axe compliant* 119
5.9 *Simulations pour différents modèles de frottement pour l'axe compliant THL* 125
5.10 *Comparaison des courants simulés et mesurés, EAL* 135

Annexes 150

A.1 Méthode des polyèdres flexibles, [55] 154

B.1 Couples mesurés (en rouge) et simulés (en bleu) dans les cas 2 à 5 157
B.2 Couples mesurés (en rouge) et simulés (en bleu) dans les cas 5 à 11 158

B.3 Couples mesurés (en rouge) et simulés (en bleu) dans les cas 12 à 18 159
B.4 Couples mesurés (en rouge) et simulés (en bleu) dans les cas 19 à 24 160

C.1 *Comparaison du courant estimé et du critère pour EAL et un profil en triangle* 161
C.2 *Comparaison des modèles de frottement pour EAL et un profile en triangle* 161
C.3 *Comparaison du courant estimé et du critère pour EAL et un profil trapézoïdal* 162
C.4 *Comparaison des modèles de frottement pour EAL et un profile trapézoïdal* 162
C.5 *Comparaison des modèles de frottement pour THL et un profile en triangle* 163
C.6 *Comparaison du courant estimé et du critère pour THL et un profil en triangle* 163
C.7 *Comparaison du courant estimé pour THL et un profil trapézoïdal* 164

Liste des tableaux

2.1 Bilan des modèles de frottement symétriques selon leurs propriétés, [28] 36

2.2 Bilan des modèles de frottement asymétriques selon leurs propriétés 37

2.3 Bilan des paramètres à identifier pour le système mécanique non-simplifié . . . 38

2.4 Bilan des paramètres à identifier selon la première hypothèse de simplification du système mécanique 39

2.5 Bilan des paramètres à identifier selon la deuxième hypothèse de simplification du système mécanique 40

3.1 Caractéristiques mécaniques d'axes 47

3.2 Caractéristiques mécaniques du moteur $ECMAX40L$ 49

4.1 Valeurs numériques des paramètres identifiés du modèle à une inertie 86

4.2 Valeurs numériques des paramètres du modèle compliant 91

4.3 Précision sur les paramètres du modèle compliant 91

4.4 Paramètres estimés avec deux consignes différents et en boucle ouverte 98

4.5 Précision des paramètres identifiés en boucle ouverte 102

5.1 Valeurs des critères C_{CL}, P_{CL} et MSE pour l'axe ESF 116

5.2 Paramètres estimés pour l'axe ESL (avec transmission par vis à billes sans lubrifiant), trajectoire à profil en triangle, (unités : voir le paragraphe 5.2.3) . . . 117

5.3 Paramètres estimés pour l'axe ESL (avec transmission par vis à billes sans lubrifiant), trajectoire à profil trapézoïdal, (unités : voir paragraphe 5.2.3) 118

5.4 Paramètres estimés pour l'axe EAL (avec transmission par vis à billes sans lubrifiant), trajectoire à profil en triangle, (unités : voir paragraphe 5.2.3) 120

5.5 Paramètres estimés pour l'axe EAL (avec transmission par vis à billes sans lubrifiant) trajectoire à profil trapézoïdal, (unités : voir paragraphe 5.2.3) 121

5.6 Valeurs des critères C_{CL}, P_{CL} et MSE pour l'axe EAF 122

5.7 Paramètres estimés pour l'axe THL avec un profil en triangle, (unités : voir paragraphe 5.2.3) 123

5.8 Paramètres estimés pour l'axe THL avec un profil trapézoïdal, (unités : voir paragraphe 5.2.3) 124

5.9 Valeurs des critères C_{CL}, P_{CL} et MSE pour l'axe THL 126

5.10 Précision des paramètres identifiés, profil en triangle 127

5.11 Précision des paramètres estimés, profil trapézoïdal 128

5.12 Précision des paramètres estimés, profil en triangle 128

5.13 Précision des paramètres estimés, profil trapézoïdal 128

5.14 Précision des paramètres estimés, profil en triangle 128

5.15 Précision des paramètres estimés, profil trapézoïdal 129

5.16 Précision des paramètres estimés, profil en triangle 129

5.17 Précision des paramètres estimés, profil trapézoïdal 129

5.18 Précision des paramètres estimés, trajectoire à profil en triangle 129

5.19 Précision des paramètres estimés, profil trapézoïdal 130

5.20 Précision des paramètres estimés, profil en triangle 130

5.21 Précision des paramètres estimés, profil trapézoïdal 130

5.22 Valeurs des paramètres du modèle identifié pour 10 essais differents 134

5.23 Valeur moyenne, écart type et précision des paramètres identifiés 134

Annexes **150**

Liste des symboles

$a(z)$	Frottement au démarrage
A_s	Matrice
b_i	Position des cils considérés répartis aléatoirement
b_s	Bruit de la mesure
B_b	Biais
B_s	Matrice
B_m, B_t	Frottement visqueux
C	Capacité (F)
C_1, C_2	Termes avec effet d'hystéresis
C_{BO}, C_{CL}	Critère d'erreur en boucle ouverte, en boucle fermée respectivement
C_g	Modèle de frottement
C_m	Frottement au niveaux de paliers du moteur
C_{m1}, C_{m2}, C_r	Modèle de frottement
C_s	Matrice
C_{s1}, C_{s1}	Constantes dans le modèle proposé (Nm)
C_t	Frottement de Coulomb (N)
C_v	Frottement au niveaux de la vis
d	Dimension matrice
d_b	Diamètre moyen de la bobine (cm)
$E[X]$	Espérance mathématique
f_0	Fréquence de résonance du récepteur (Hz)
f_0'	Fréquence de résonance de l'émetteur (Hz)
f_1	Force de Coulomb
$f_1 - f_2$	Frottement dynamique
F	Force de frottement

F_C, F_{C1}, F_{C2}	Frottement de Coulomb (N)
F_d	Force appliquée par l'écrou sur la table (N)
F_e	Force externe
F_f	Force de frottement entre la table et les glissières du guidage linéaire (N)
F_N	Force normale
F_S	Frottement au démarrage
F_v	Coefficient de frottement visqueux
F_t	Frottement de Coulomb
$G(s)$	Fonction de transfert
G_0, G_1, G_2	Facteurs de qualité
I, I_c, I_{dv}	Courant, Courant - loi de commande, Valeur du courant final
J, J_m	Inertie du moteur (Kgm^2)
J_v	Inertie de la vis (Kgm^2)
J_t, J_T	Inertie totale au niveau de l'axe moteur (Kgm^2)
$J(\hat{\Theta})$	Valeur minimale du critère d'erreur sur le vecteur de paramètres Θ
k	Coefficient dans la formule de Nagaoka
k_e	Constante de couple (Nm/A)
K	Raideur équivalente de la liaison vis à billes-écrou
K_l	Rigidité longitudinale
K_P, K_I, K_D	Gains proportionnel, intégral et dérivé du correcteur PID
K_{P_P}, K_{I_P} et K_{D_P}	Gains proportionnel, intégral et dérivé du correcteur PID en boucle de commande en position
K_{P_V} et K_{I_V}	Gains proportionnel, intégral et dérivé du correcteur PI en boucle de commande en vitesse
K_{P_I} et K_{I_I}	Gains proportionnel, intégral et dérivé du correcteur PI en boucle de commande en courant
K_{SP}, K_{SI}, K_{SD}	Constantes du correcteur PID
K_θ	Rigidité en torsion (Nm/rd)
l	Longueur de la bobine (cm)
L	Inductance (H)
m	Signal mesuré

M_1	Masse de la table (Kg)
M	Matrice d'observation
M_t	Masse de la table (Kg)
n	Nombre des échantillons
n_s	Nombre de spires
N	Nombre d'itérations
N_c	Nombre de cils flexibles
N_{pi}	Nombre total de paramètres à identifier
N_{pm}	Nombre de paramètres du système mécanique
$N_{pf_{moteur}}$	Nombre de paramètres du modèle de frottement du moteur
$N_{pf_{vis}}$	Nombre de paramètres du modèle de frottement de la vis
$N_{pf_{table}}$	Nombre de paramètres du modèle de frottement de la table
p, P	Pas de la vis (m/tr)
P_{BO}, P_{CL}	Critère d'erreur sur la précision des paramètres identifiés en boucle ouverte et en boucle fermée respectivement
R	Facteur de conversion : déplacement linéaire en angle de rotation
s	Variable d'espace
S_c, S_{P2}, S_{P3}, S_v	Fonction de saturation du courant
S_{P1},	Fonctions de saturation de l'erreur de la position
Q, Q_1, Q_2	Facteurs de qualité
x	Déplacement de la table
$\bar{x}$	Moyenne des échantillons
X	Sortie d'un système, dans une fonction de transfert
x_a, x_c	Partie certaine et partie aléatoire d'un signal
$x_i - b_i$	Déformation des cils
$\ddot{x}$	Accélération de la table
x_s	Déplacement linéaire de l'écrou
x_{ss}	Vecteur d'état
$\dot{x}_s$	Vitesse de l'écrou
x_t	Déplacement de la table
x_u	Signal utile
x_{3m}, x_{3M}	Filtre médian, filtre moyen

$\dot{x}_t$	Vitesse de la table
$\dot{x}(t_k)$, $\dot{x}_c(t_k)$, $\dot{x}_g(t_k)$, $\dot{x}_d(t_k)$	Dérivées : centrée, à gauche et à droite à l'instant d'échantillonnage t_k
$\ddot{x}_t$	Accélération de la table
$u(kT_e)$	Entrée du système à chaque période d'échantillonnage kT_e
U	Entrée du système
v	Vitesse relative
v_{var}	Variance
v_d	Vitesse de Stribeck, dans des conditions de changement de l'amortissement avec l'augmentation de la vitesse
v_s	Vitesse de Stribeck
v_{ss}	Fonction mathématique *signe*
V, V_{mini}	Tension, Tension minimale
V_s	Vitesse de Stribeck
t	Temps
T	Couple moteur (Nm)
T_1, T_2	Transpondeurs
T_e, T_s	Période d'échantillonnage
T_{ff}	Constante de temps
y, $\hat{y}$, $\hat{y}(kT_s)$	Sortie du système, sortie estimée du système et sortie du système à l'instants d'échantillonnage kT_s
z	Variable interne
z_0	Valeur maximale de la déflexion
α	Coefficient dans le modèle de Dahl
α_0	Frottement de Coulomb
$\alpha_0 + \alpha_1$	Frottement au démarrage
α_d	Paramètre caractérisant la distance antenne-puce
δ_s	Exposant déterminé empirique
Δ_f, Δ_{f1}, Δ_{f2}	Largeurs de bande
Δ_{Θ_i}	Somme des paramètres estimés
ϵ	Erreur de sortie
$\bar{\epsilon}, \epsilon_{eff}, \epsilon(kT_s)$	Erreur relative, erreur efficace, erreur de sortie à l'instant d'échantillonnage kT_s
ϵ_f	Déplacement

ϵ_T	Critère d'erreur
η	Paramètre constant
θ	Position angulaire du moteur (rd)
$\hat{\theta}$, Θ	Vecteur de paramètres estimés, Vecteur de paramètres
θ^*,	Estimation du vecteur de paramètres
θ_{dv}, θ_{mz}	Valeur de la position finale et la valeur de la position angulaire du moteur quantifiée
$\dot{\theta}$, $\dot{\theta}_m$	Vitesse du moteur (rad/s)
$\ddot{\theta}$, $\ddot{\theta}_m$	Accélération du moteur (rad/s^2)
θ_m	Position angulaire du moteur (rd)
$\ddot{\theta}_m$	Accélération du moteur (rad/s^2)
θ_s	Position angulaire de la vis (rd)
$\dot{\theta}_s$	Vitesse de la vis (rad/s)
$\ddot{\theta}_s$	Accélération de la vis (rd/s^2)
θ_t	Angle fictif dépendant du déplacement linéaire de la table (rd)
$\dot{\theta}_t$	Vitesse fictive
$\ddot{\theta}_t$	Accélération
μ	Coefficient de frottement
σ	Coefficient de rigidité
σ_0	Coefficient du frottement statique
σ_1	Amortissement
σ_2	Coefficient de frottement visqueux
σ_C	Raideur de cils
σ_F	Facteur
τ_f	Couple transmis par l'accouplement (Nm)
$\tau_{f'}$	Couple exercé par l'écrou sur la vis (Nm)
τ_m, $\hat{\tau}_m$	Couple moteur (Nm), Estimation du couple moteur
$\Omega_d v$, $\Omega_m z$	Valeur de la vitesse finale du moteur et la valeur de la vitesse du moteur quantifiée

CHAPITRE 1

Introduction sur l'intérêt des études d'axes linéaires

Ce chapitre est constitué de deux parties. D'abord une présentation du contexte du travail est faite. Le travail s'interesse au domaine de la micro-robotique et de la conception des machines industrielles utilisées dans la production des transpondeurs RFID. Dans les dernières années, la technologie RFID a connu une demande croissante sur tous les marchés, dans le contrôle d'accès, la traçabilité des biens, la billetterie ou bien les paiements automatiques. Une des étapes clés de la production est la réalisation par une machine appelée bobineuse d'un micro-bobinage monté sur un barreau de ferrite de petits dimensions. Nous présentons ensuite le principe de fonctionnement de la technologie RFID. Un résumé des contraintes que nous avons rencontrées durant le développement du projet industriel termine ce chapitre.

1.1 Contexte du travail

Le mémoire de thèse traite de la modélisation phénoménologique et de l'identification paramétrique d'axes linéaires dans le but de développer et commander des machines spéciales de production utilisées dans l'industrie électronique. Le point de départ est issu d'un projet avec un partenaire industriel, Meusonic SAS (Marville, France), qui nous a demandé de réaliser une étude sur la faisabilité d'une chaîne de fabrication de micro-composants électroniques RFID (Radio Frequency Identification). Les travaux ont été effectués d'abord dans le cadre du laboratoire LGIPM (Laboratoire de Génie Industriel et Production Mécanique) de l'Université de Metz, puis du laboratoire LCFC (Laboratoire de Conception, Fabrication et Commande) d'Arts et Métiers ParisTech de Metz, et les tests effectués chez Meusonic SAS.

Ce travail concerne essentiellement le domaine de la robotique et est orienté vers les technologies de miniaturisation, avec pour objectif l'obtention de produits et de composants de tailles très petites. La miniaturisation est un sujet très répendu de nos jours et est

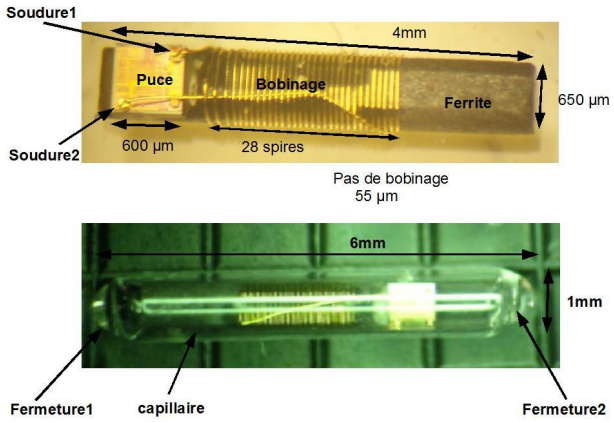


FIG. 1.1: *Composant micro-électronique*

demandée par l'industrie de fabrication de produits de grande consommation et de produits électroniques ou optiques.

Les machines de production industrielle pour être rentables doivent amener des gains de temps, permettre une production sans interruption et remplacer le travail de l'homme quand il y a des tâches difficiles à effectuer (tâches répétitives, fastidieuses ou bien dangereuses).

Nous avons développé dans ce projet quatre machines pour effectuer différentes opérations de fabrication du composant micro-électronique faisant l'objet essentiel de l'étude. Une des machines plus particulièrement et qui demande le plus d'attention est la machine de micro-bobinage (Machine à bobiner) qui réalise une étape complexe de fabrication. Durant cette opération de bobinage, un fil d'or de $20\mu m$ de diamètre est utilisé et bobiné sur une ferrite de dimensions de l'ordre du millimètre (voir figure 1.1). La haute précision de réalisation du bobinage est assurée par la bonne synchronisation des déplacements des axes linéaires et de la rotation de la ferrite (voir figure 1.2). Le mode de fonctionnement de la machine à bobiner et les étapes de fabrication sont présentés dans le paragraphe 1.1.1 et 1.1.2 respectivement.

1.1.1 Présentation de la Machine à Bobiner

La Machine à Bobiner est composée de deux axes linéaires entraînés par des moteurs synchrones, d'un mandrin, de trois électro-aimants, d'une pince, d'une lampe de réticulation à UV muni d'un guide optique, d'une machine de thermosonie, d'un micromètre de mesure et d'un dispositif de chauffage.

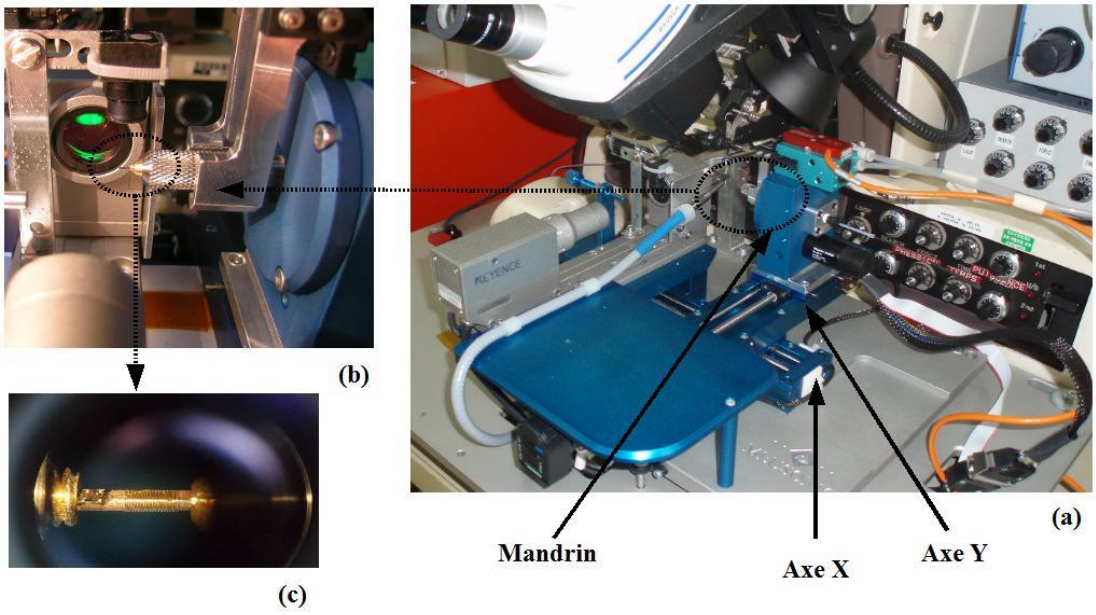


FIG. 1.2: *Composant micro-électronique*

- La pince a pour rôle de bloquer l'écrou du mandrin lors des opérations de serrage et de desserrage du mandrin tenant la ferrite.
- La lampe de réticulation à UV produit la lumière UV nécessaire pour la polymérisation de la colle.
- La machine de thermosonie réalise les soudures du fil d'or du bobinage sur la puce RFID.
- Le dispositif de chauffage est composé d'une résistance placée sur une pièce qui est mise en contact avec la ferrite via la commande d'un électro-aimant.

La pince, la lampe de réticulation à UV et la machine de thermosonie sont commandés par l'intermédiaire de relais.

1.1.2 Fonctionnement de la Machine à Bobiner

La machine à bobiner a deux modes de fonctionnement : un mode Opérateur et un mode Technicien. Le premier mode permet le fonctionnement automatique de la machine à bobiner. Le mode Technicien permet à l'utilisateur le travail en mode manuel ou semi-automatique et la réalisation des mises à jour de la machine.

L'étape complexe de synchronisation d'axes pour la réalisation du bobinage est montrée sur les figures 1.2(a), 1.2(b) et 1.2(c). Sur la figure 1.2(a), on voit une table XY sur laquelle est montée le *mandrin fixé sur axe Y*. La ferrite est chargée manuellement dans le mandrin (voir figure 1.2(b)) et durant l'étape de bobinage, le mandrin tourne la ferrite à une vitesse de $5,8 tr/s$. Pour 28 spires, le temps de bobinage est d'environ $5\,s$.

Le déplacement/positionnement d'axes et le bobinage sont des étapes réalisées en mode automatique, et le chargement de la ferrite, les soudures et le dépôt de la colle se font manuellement.

La réalisation du bobinage nécessite 12 étapes. L'ordre de succession des étapes est représenté sur la figure 1.3, [1] :

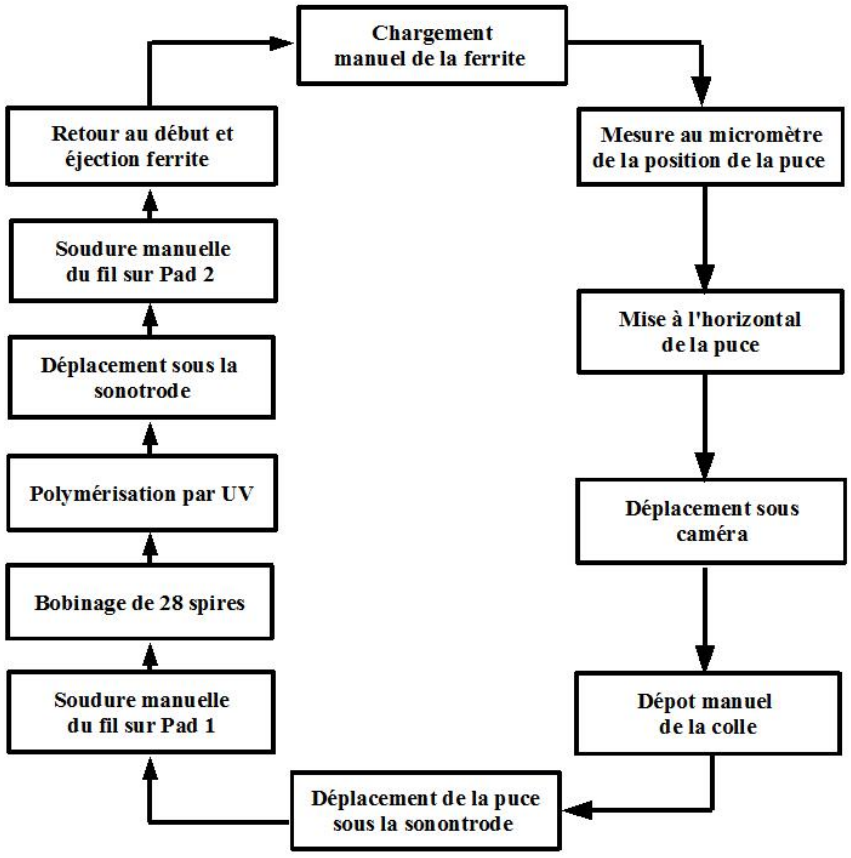


FIG. 1.3: *Étapes du fonctionnement semi-automatique de la machine à bobiner*

Le fil d'or est soudé par la machine de thermosonie sur les "Pad" du circuit intégré de transmission RFID collé sur la ferrite (voir figure 1.2(c)). Par la suite, le déplacement de l'axe

X doit être synchronisé avec la rotation du mandrin, ainsi le fil d'or ne se casse pas, les spires du bobinage ne se touchent pas et gardent une distance relativement constante entre elles. Les contraintes rencontrées au niveau de la réalisation du micro-bobinage et du fonctionnement de la machine à bobiner sont détaillées dans le paragraphe 1.2 .

1.2 Contraintes de réalisation

1.2.1 Micro-composant RFID

L'acronyme de RFID vient de l'anglais "Radio Frequency Identification" et peut se traduire en français par "Système d'Identification par Radio-Fréquence". La technologie RFID date de plus de 60 ans. Durant ces dernières années, l'intérêt pour cette technologie a augmenté avec en particulier des applications dans le contrôle de la sécurité (le contrôle d'identification des personnes), le management (des systèmes d'accès dans des endroits différents), le contrôle social (et des applications dans l'armée) et les services médicaux (l'administration de médicaments), bio-médicaux (bio-capteurs) et thérapeutiques (pace-makers), [2].

Selon [3], il y a deux types de technologies RFID : passive et active. La technologie RFID active concerne les transpondeurs qui permettent une communication à une distance plus importante et ont une grande capacité de stockage. Les transpondeurs RFID passifs sont disponibles avec ou sans puces, et nécessitent pour fonctionner une énergie transmise sous la forme d'une onde électromagnétique. Le micro-composant pour lequel les machines de fabrication ont été développées utilise la technologie RFID passive haute fréquence.

Le stockage ou la récupération de données sont réalisés par l'intermédiaire de la puce attachée ou incorporée au produit. La technologie RIFD utilise une liaison radio-fréquence entre un émetteur et un récepteur. La puce est un circuit électronique située sur l'émetteur/récepteur appelé aussi transpondeur ou "*tag*". Le transpondeur reçoit, stocke ou transmet des données. Dans [3], les transpondeurs ont été classifiés en trois catégories :

- des transpondeurs Read Only(R/O), programmés pour une seule identification (lecture),
- des transpondeurs Read Write(R/W), programmés pour des applications demandant le stockage des données, et qui peuvent être mises à jour dynamiquement,

– des transpondeurs Write Once Read Many(WORM) programmés pour une seule écriture et plusieurs lectures.

Le récepteur fixe ou lecteur assure l'échange de données avec l'utilisateur. La communication entre le transpondeur et le lecteur est réalisée par l'intermédiaire d'une antenne connectée au lecteur. Le fonctionnement de la puce est assuré par l'énergie transmise par le lecteur au transpondeur. L'action peut être interprétée comme la communication entre une antenne qui émet (l'émetteur) le signal, et une deuxième antenne qui reçoit l'énergie transmise, [4].

Parmi les avantages de la technique RFID on trouve : la lecture sans contact et sans visibilité, la possibilité d'écriture dans un produit, la protection antivol, un produit très miniaturisé, donc intégrable aux articles de manière invisible et une bonne sécurité envers les contrefaçons [2].

1.2.2 Contraintes au niveau du micro-produit

Un des problèmes rencontrés lors de l'utilisation des micro-composants RFID est lié à la miniaturisation du produit. Lorsque le transpondeur est miniaturisé, la communication entre l'émetteur et le récepteur n'est pas garantie. Le circuit intégré (la puce) situé sur le transpondeur doit fonctionner dans une bande de fréquence élevée de $13,56MHz$ (la fréquence spécifique pour des systèmes RFID à champ proche). Il est donc nécessaire d'avoir une forte puissance émise pour assurer le fonctionnement du transpondeur.

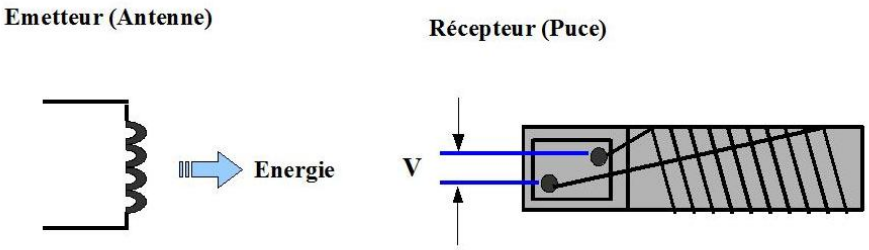


FIG. 1.4: *Communication schématisée émetteur-récepteur*

La transmission d'énergie entre le transpondeur et le lecteur utilise une antenne "bobine". Cette antenne est conçue selon le type d'application et des contraintes physiques. Le transpondeur reçoit l'énergie par l'intermédiaire d'un bobinage en fil d'or à une seule

couche de spires. Dans notre cas, le nombre total des spires est de 28 et le pas de bobinage de $55\,\mu m$.

Il faut noter que dans la conception des composants RFID, il y a un certain nombre de paramètres qui doivent être pris en compte : en particulier la fréquence de résonance et le facteur de qualité de la bobine. On doit trouver un compromis entre le facteur de qualité et la tension induite aux bornes de la puce. La fréquence de résonance est calculée selon l'équation (1.1) et le facteur de qualité selon (1.2).

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \tag{1.1}$$

$$Q = \frac{f_0}{\Delta_f} \tag{1.2}$$

L'inductance caractérise les propriétés d'une bobine. Selon la formule de Nagaoka (1.3) issue de [5], on peut calculer sa valeur par :

$$L = \frac{d_b^2 n_s^2}{40d_b + 110l} \tag{1.3}$$

où d_b le diamètre moyen de la bobine en centimètres, l est la longueur de la bobine en centimètres et n_s le nombre de spires.

Le facteur de qualité représente le rapport entre la fréquence de résonance f_0 et la largeur de bande de transmission Δ_f (voir la figure (1.5)). Le facteur de qualité Q du circuit bobine-puce est un paramètre clé pour les performances du système RFID qui influence la distance de lecture, l'amortissement et la largeur de la bande de réception. La qualité du circuit résonnant augmente avec la valeur croissante du facteur Q.

La bobine est caractérisée par une inductance L et le circuit équivalent puce-bobine par une capacité C. Entre la première et la deuxième soudure réalisées sur la puce, une tension sinusoïdale V apparaît. Son amplitude est donnée par la courbe représentée sur la figure 1.5. Cette courbe dépend de la fréquence, de différents facteurs dimensionnels et des matériaux. L'amplitude maximale de la tension V est obtenue lorsque la fréquence d'émission de $13,65MHz$ coïncide avec la fréquence de résonance f_0.

L'émetteur émet un signal sinusoïdal à la fréquence f_0'. Le récepteur est caractérisé par une fréquence de résonance f_0. Les deux fréquences, de l'émetteur et du récepteur doivent être comparées. Pour cela, il y a trois cas d'étude :

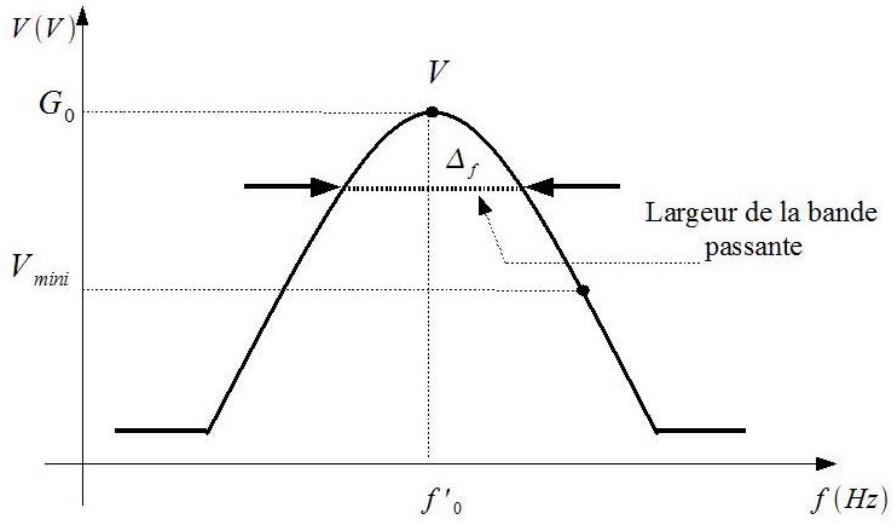


FIG. 1.5: *Courbe de resonance*

Dans le premier cas, si les fréquences d'émission de l'émetteur et de résonance du récepteur sont égales ($f_0 = f'_0$), le signal transmet une grande énergie (la tension V a une amplitude maximale) et la puce présente un bon fonctionnement. La distance de lecture est importante.

Ce premier cas est idéal pour le fonctionnement du micro-produit développé. Mais, on peut rencontrer des erreurs de production, comme des décalages entre les spires bobinées, ou des spires en court circuit. En ce cas la fréquence de résonance varie, la bande passante peut être plus large ou plus restreinte ou la fréquence $f_0 \neq f'_0$.

Si on s'éloigne de l'antenne, la tension V va diminuer vers une valeur plus petite V_{mini} (voir V_{mini}, figure 1.5). En ce cas la puce ne fonctionne pas, le signal transmis par l'antenne ne permet pas d'alimenter la puce.

La distance d entre l'émetteur (antenne) et le récepteur (puce) est caractérisée par un coefficient α_d. Ce coefficient varie de la façon suivante : pour une distance croissante entre l'antenne est la puce, α_d diminue, donc la tension V décrite par la relation 1.4 diminue, et la puce ne fonctionne pas.

$$V = G_0 \alpha_d(d(antenne, puce))V'_0 \tag{1.4}$$

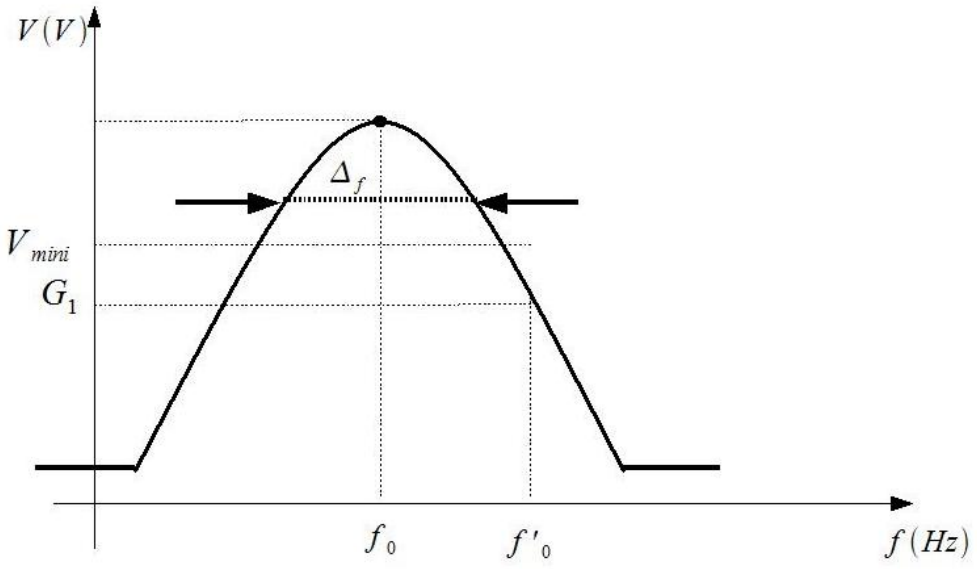


FIG. 1.6: *Courbe de résonance et fréquence d'émission décalée*

Un deuxième cas d'étude est celui où la fréquence de résonance d'émission de l'émetteur et de résonance du récepteur sont différentes ($f_0 \neq f_0'$).

Sur la figure 1.6, on peut voir le changement qui se produit lorsque la fréquence de résonance du récepteur (la courbe en rouge) est décalée par rapport à la fréquence de l'émetteur f_0'. L'amplitude G_1 du signal reçu par la puce du transpondeur est plus faible, ce qui ne permet plus la réception du signal.

Le troisième cas, si les fréquences de résonance de l'émetteur et du récepteur sont égales ($f_0 = f_0'$), mais les amplitudes des courbes de deux transpondeurs T_1 et T_2 représentées sur la figure 1.7 sont différentes. La bande passante de T_2 est plus large et le facteur de qualité plus faible ($Q_2 = \frac{f_0}{\Delta_{f2}} < Q_1 = \frac{f_0}{\Delta_{f1}}$). En ce cas, le transpondeur va avoir une performance de fonctionnement réduite ($G_2 < V_{mini}$ et $G_1 > V_{mini}$). Par contre, si l'on rapproche l'émetteur du transpondeur (α augmente), la distance de lecture est certes réduite mais l'ensemble autorise des écarts entre f_0 et f_0' plus important.

En conclusion, une rapide description de la machine à bobiner et de son fonctionnement a été exposée. Nous avons ensuite rappelé brièvement le fonctionnement des transpondeurs RFID, les différents types de circuit existant et leur mode de transmission des données. Enfin, la dernière partie du chapitre a permis de voir les différentes contraintes de réalisation. En effet, les incertitudes de réalisation du bobinage conduisent à la dispersion des caractéris-

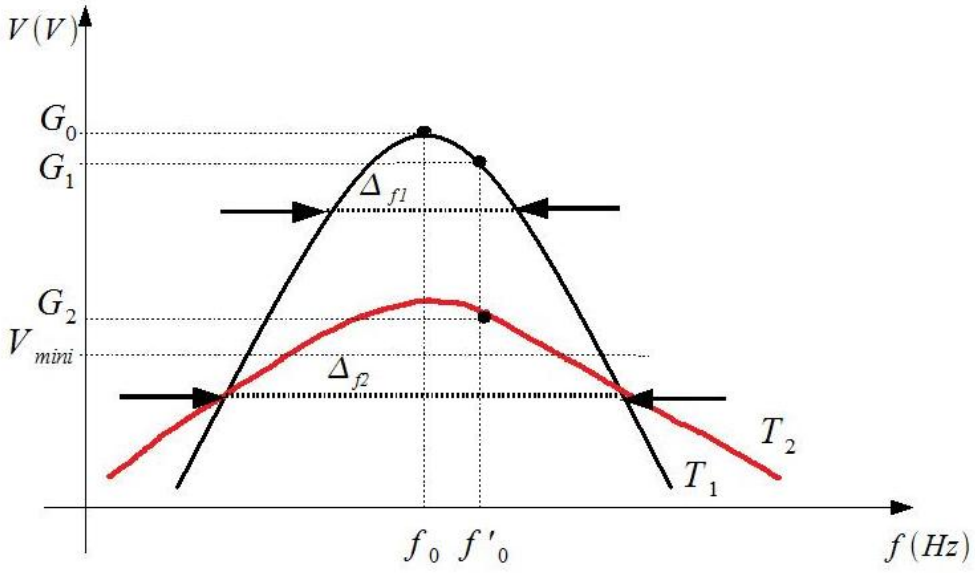


FIG. 1.7: *Courbe de resonance pour des fréquences différentes et facteur de qualité diminuant*

tiques du circuit résonnant du récepteur, ce qui influence directement les performances du transpondeur. Une attention toute particulière doit donc être apportée à la réalisation et au respect des dimensions du micro-bobinage.

Chapitre 1 - Introduction sur l'intérêt des études d'axes linéaires

Le contexte de travail est présenté dans le premier chapitre. La machine à bobiner, une des machines industrielles de la chaîne de production, est décrite avec les étapes nécessaires pour effectuer le bobinage utilisé dans le transpondeur RFID. Ensuite le fonctionnement des transpondeurs RFID, les différents types de circuit existant et leur mode de transmission des données sont rappelés brièvement.

Chapitre 2 - Modélisation d'axes linéaires et modèles de frottement

Dans le chapitre 2 est abordé la modélisation phénoménologique : la modélisation d'axes linéaires utilisés pour le micro-positionnement et la modélisation des phénomènes de frottement qui ont lieu aux différents endroits de liaisons entre les pièces mécaniques. Deux hypothèses de simplification sont posés pour une représentation moins complexe du système. Ensuite les phénomènes de frottement et les différents modèles de frottement les plus souvent utilisés sont décrits en vue de leur compensation ultérieure par la commande. Un nouveau modèle de frottement est proposé dans le but de traduire l'effet de l'hystérésis par un terme d'accélération et l'effet de Stribeck.

Chapitre 3 - Système expérimental

Le chapitre 3 présente les méthodes d'acquisition de signaux et leur traitement ainsi que les données nécessaires pour l'identification paramètrique. Pour cela, le système expérimental sur lequel l'acquisition de signaux est effectuée a été présenté. Dans le même contexte ont également été présentés les détails techniques sur les composantes mécaniques et les correcteurs utilisés dans les boucles de commandes. Les formules théoriques du signal et du bruit sont rappelés et le traitement des signaux par différentes types des filtres a été réalisé. Dans le même chapitre est présentée la méthode de calcul de la vitesse et de l'accélération, des grandeurs qui ne sont pas acquises directement.

Chapitre 4 - Méthodes d'identification appliquées au système de positionnement

Dans le chapitre 4, nous avons proposé d'étudier deux méthodes d'identification paramètrique (la méthode des moindres carrés et la méthode itérative) et nous avons déterminé la précision des paramètres identifiés.

Pour la méthode des moindres carrés, le système mécanique étudié est modélisé de deux manières différentes - un modèle à une inertie et un deuxième modèle compliant. Le premier modèle contient un modèle de frottement simple avec un terme de frottement sec et un terme

de frottement visqueux. Le deuxième modèle compliant comporte une inertier, une masse, une raideur linéaire et deux modèles de frottement simples, l'un côté moteur et l'autre côté table.

L'identification itérative est la deuxième méthode appliquée au système de positionnement. La méthode a ensuite été appliquée au modèle compliant. Le vecteur de sortie du modèle est obtenu par simulation du modèle en boucle ouverte.

Chapitre 5 - Méthodes d'identification en boucle fermée appliquées au système de positionnement

Le chapitre 5 concerne l'identification des paramètres du système mécanique en utilisant la méthode d'identification en boucle fermée. La méthode est appliquée pour le système compliant. Six différentes simulations sont réalisées en considérant chaque fois un modèle de frottement différent côté table. De plus la méthode est appliquée pour trois mesures qui proviennent de l'axe rigide sans lubrifiant, de l'axe rigide avec lubrifiant et de l'axe compliant. Pour tous les paramètres identifiés, nous avons calculé la précision des paramètres identifiés et nous avons donné les intervalles de confiance pour les simulations effectuées avec le modèle Proposé côté table pour l'axe rigide et l'axe compliant.

Les conclusions et les perspectives de ce travail sont donnés dans le dernier chapitre.

CHAPITRE 2

Modélisation d'axes linéaires et modèles de frottement

Ce chapitre traite de la modélisation d'axes linéaires utilisés pour le micro-positionnement et de la modélisation des phénomènes de frottement qui ont lieu aux différents endroits de liaisons entre les pièces mécaniques. Une étude sur la modélisation d'axes est décrite dans la première partie du chapitre avant de continuer avec la présentation de notre propre modélisation. Dans la troisième partie du chapitre, une présentation de modèles de frottement, ainsi que les modèles de frottement retenus pour la modélisation du système mécanique utilisés sur la machine à bobiner est effectuée.

2.1 Problématique

La modélisation représente la conception d'un modèle mathématique permettant de simuler le mieux possible le comportement du système réel et est une étape essentielle dans l'analyse, l'optimisation ou bien la commande de tous les systèmes de positionnement. Au contraire, quand la modélisation est absente dans la conception d'un système mécanique, ils en résultent souvent des architectures de commande ayant des performances limitées.

En physique, les modèles mathématiques se présentent dans la plupart des cas sous la forme d'équations différentielles, d'équations aux différences, d'équations d'état ou bien de fonctions de transfert. La modélisation la plus répondue est la construction d'équations mathématiques basées sur des lois physiques qui gouvernent le système. On parle alors de modélisation phénoménologique [6].

Il y a trois phases nécessaire à suivre dans la construction du modèle mathématique : la structuration du problème, la formulation des équations et l'écriture des équations sous la forme d'équations d'état [7].

La première phase nécessite la division du système mécanique dans des sous-système pour mieux comprendre les causes, les effets, les plus importantes variables et leur interactions (dans le paragraphe 2.3 est appliquée la première phase de structuration du problème). Les équations mathématiques des sous-systèmes mécaniques se présentent sous la forme soit de modèles simples, soit de modèles complexes. Les modèles simples demandent peu de calculs par rapport aux modèles complexes qui conduisent à des problèmes plus difficiles à résoudre. Les modèles simples ne sont pas toujours satisfaisants car ils provoquent des incertitudes sur certaines caractéristiques. En réalité, un modèle mathématique qui sert à la modélisation doit être un modèle très précis qui aboutit souvent à des calculs complexes [8].

La deuxième phase de construction des modèles mathématiques implique l'examen de chaque sous-système mécanique. Le modèle mathématique n'est pas simple à estimer directement à partir de données disponibles à cause de problèmes d'identification survenant suite à une sur-paramétrisation [7]. Pour cela on introduit des approximations et des hypothèses, comme dans les paragraphes 2.3.1 et 2.3.2, pour simplifier les expressions mathématiques les plus compliqués. Enfin dans la dernière phase avant d'utiliser un programme de calcul, on décrit les équations sous la forme de modèles d'état [7].

Dans l'étude de notre système, nous proposons la modélisation du système mécanique, suivie d'une autre étape de modélisation au niveau des frottements. Cette étape est plus spécialement dédiée à la traduction des effects non-linéaires de frottement sur le système mécanique.

Le système modélisé avec une seule inertie nous permet d'identifier les valeurs initiales des paramètres mécaniques. Les méthodes d'identification seront présentes dans le chapitre 4. Les modèles de frottement classiques et dynamiques proposés pour le système à une inertie, respectivement à une inertie et une masse seront détaillés dans le paragraphe 2.4.

2.2 Modélisation d'axes linéaires

Le modélisation complète d'un axe linéaire est relativement difficile à établir. Le nombre des composants mécaniques intervenant et leur complexité demandent des études mathématiques approfondies. Pour cela, dans la majorité des cas, sont prises en compte des approches et des hypothèses de simplification. Une étude plus détaillée sur la modélisation d'axe linéaire avec transmission par vis à billes peut être trouvée dans [9], [10], [11].

Le processus de modélisation doit traduire la cinématique de conversion du mouvement de rotation du moteur en mouvement de translation par une liaison vis-écrou, et en un mouvement linéaire d'une table attachée à l'écrou [12]. Les liaisons moteur-vis et écrou-table sont modélisées sous la forme de systèmes élastiques [13] caractérisés par une raideur en torsion, respectivement une raideur longitudinale. Une telle représentation est schématisée sur la figure 2.1.

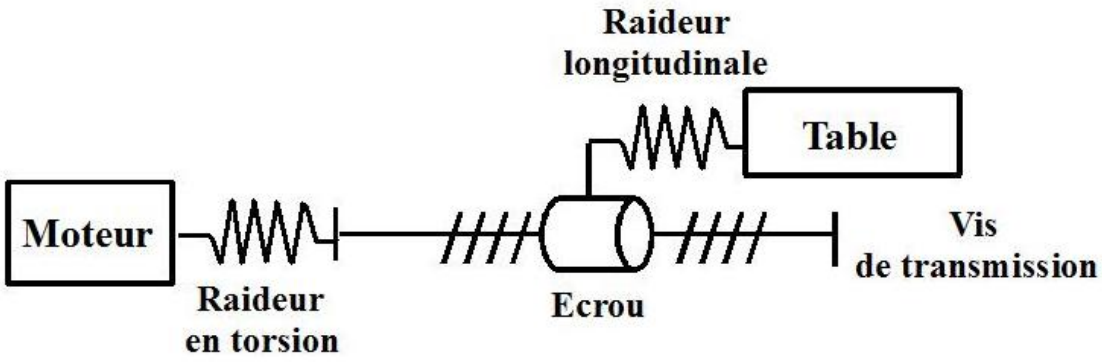


FIG. 2.1: *Diagramme bloc pour un système de transmission rotation-translation, [14]*

Pour la modélisation, le système mécanique est divisé dans trois parties (moteur - vis écrou - table) selon la figure 2.2 proposé en [14].

Mathématiquement le diagramme traduit un système caractérisé par une constante J d'inertie en rotation du rotor du moteur couplé à la vis, une raideur équivalente K de la liaison vis-à-billes-écrou, un couple moteur T, une masse M de la table qui se déplace linéairement et P le pas de la vis exprimé en m/tr. Dans l'article [14], les auteurs ont réduit le plus possible la complexité du système. Pour cela les effets non-linéaires (les frottements) sont négligés, et d'après la description mathématique, le système mécanique est réduit à deux corps : un corps qui tourne (le rotor du moteur avec la vis à billes) et un autre corps en translation (la table avec l'écrou). Cette modélisation typique pour les systèmes de positionnement peut également se retrouver dans [15], [9], [13] alors que les systèmes mécaniques sont différents du point de vue de leur construction.

[14] modélise un système composé par deux axes liés par l'intermédiaire d'un couplage mécanique. Pour simplifier le problème de l'étude, [14] préfère modéliser un seul axe et d'appliquer ensuite le principe de superposition pour les deux axes.

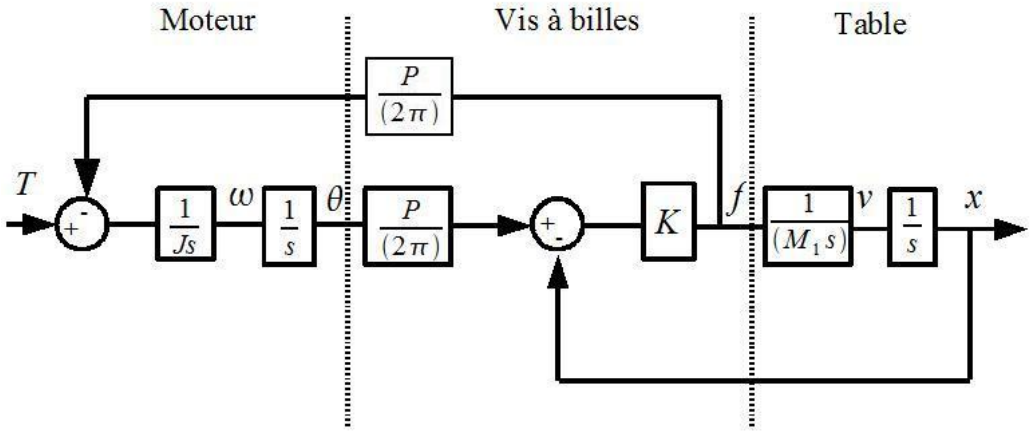


FIG. 2.2: *Diagramme bloc du système mécanique, [14]*

Le système représenté sur la figure 2.2 est décrit par les équations différentielles suivantes :

$$J\ddot{\theta} + K\theta\frac{p^2}{(2\pi)^2} = T + K\frac{P}{2\pi}x \tag{2.1}$$

$$M_1\ddot{x} + Kx = K\frac{P}{2\pi}\theta \tag{2.2}$$

La complexité des modèles mathématiques des systèmes dépend des hypothèses de simplification. Parmi les simplifications les plus utilisés, on peut considérer deux catégories :

- la première catégorie considére que dans le système mécanique il n'y a pas de non-linéarités [14], [13] ou bien de prendre en compte juste des modèles classiques de frottement, par exemple le modèle de Coulomb ou le frottement visqueux [9], [16], [15]. Les modèles dynamiques de frottement amènent des équations différentielles d'ordre plus élevé, ce qui conduit à des calculs lourds, mais aussi à des temps de simulation importants.
- une deuxième catégorie suppose qu'une des raideurs du modèle de la figure 2.1 a une valeur très grande. Dans ce cas, on obtient un système constitué d'une inertie totale ramenée sur le moteur et d'une masse en translation (voir la figure 2.2). Les valeurs numériques des raideurs ne sont pas faciles à estimer [15], de plus l'accouplement et la vis à billes doivent avoir des raideurs grandes pour un positionnement précis [13].

Quand les deux raideurs sont infinies le système est réduit à un système avec une seule inertie [17], [18] et est décrit par une seule équation différentielle du second ordre.

La complexité du modèle mathématique dépend de la tâche à laquelle le modèle est destiné : soit pour la commande des systèmes de positionnement, soit pour l'identification des paramètres mécaniques du système.

Dans notre travail, les études sont orientés vers l'identification des paramètres mécaniques et la modélisation du système dans le but d'identifier le plus précisément les frottements au niveau du moteur et au niveau du système de transmission.

Contrairement aux travaux de [15] où la raideur longitudinale est supposée infinie, il nous faut considérer que la raideur en torsion a moins d'influence. Ainsi on suppose que dans notre système mécanique la raideur en torsion a une valeur infinie. Le modèle du système est réduit à une inertie et une masse. La simplification du système est faite dans le but de réduire le nombre des paramètres mécaniques inconnus, et de réaliser une modélisation initiale du système de micro-positionnement.

2.3 Modélisation du système mécanique utilisé

Dans la partie expérimentale du chapitre 3, nous avons deux types de systèmes mécaniques d'axes linéaires à comparer : un avec entraînement par vis à billes - écrou précontraint et un autre avec entraînement par vis-écrou compliant à rattrapage de jeu.

Le système de positionnement linéaire est composé d'une table et d'une vis reliée par l'intermédiaire d'un accouplement flexible à un moteur synchrone. Sur la figure 2.3 sont schématisés les composants mécaniques intervenant dans le système mécanique avec les notations caractéristiques.

Dans la modélisation mathématique du sous-système mécanique, le principe fondamentale de la dynamique (la seconde loi de Newton) est appliqué. Les équations obtenues sont données par les relations (2.3)-(2.10).

La première équation résultante du principe fondamental de la dynamique est (2.3) :

$$\tau_m = J_m\ddot{\theta}_m + C_m + \tau_f \tag{2.3}$$

avec τ_m le couple moteur, J_m moment d'inertie du rotor du moteur, C_m le frottement au niveau des paliers du moteur, τ_f le couple transmis par l'accouplement et $\ddot{\theta}_m$ l'accélération

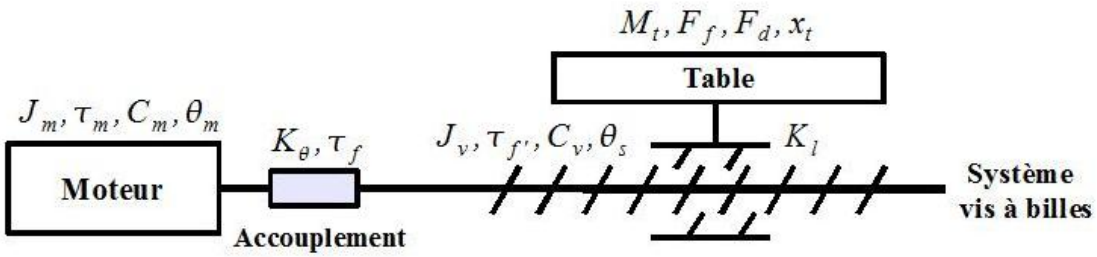


FIG. 2.3: *Structure schématique du système de positionnement linéaire*

du moteur. Le frottement C_m va être modélisé dans la troisième partie de ce chapitre sous différentes formes, soit avec des modèles de frottement classiques, soit avec des modèles dynamiques de frottement.

La rigidité en torsion K_θ représente le rapport du couple transmis par l'accouplement τ_f et la différence angulaire entre l'angle de l'axe moteur et l'angle de la vis. Cette différence angulaire porte aussi l'appellation de déformation en torsion élastique.

$$\tau_f = K_\theta(\theta_m - \theta_s) \tag{2.4}$$

Le principe fondamental de la dynamique appliqué à la vis fournit l'équation (2.5) :

$$\tau_f = J_v\ddot{\theta}_s + C_v + \tau'_f \tag{2.5}$$

avec J_v moment d'inertie de la vis, C_v le frottement au niveau de la vis, τ'_f le couple exercé par l'écrou sur la vis et $\ddot{\theta}_s$ l'accélération de la vis. Le modèle du couple de frottement C_v va être modélisé par la suite par un modèle de frottement statique ou dynamique.

La relation cinématique de la liaison vis-écrou permet d'écrire l'équation (2.6) :

$$x_s = \frac{p}{2\pi}\theta_s = R\theta_s \tag{2.6}$$

avec x_s le déplacement linéaire de l'écrou, p le pas de la vis exprimé en mètre/tour, θ_s la position angulaire de la vis, $R = \frac{p}{2\pi}$ le facteur de conversion entre le déplacement linéaire et l'angle en rotation.

On considère maintenant que la liaison entre la vis et l'écrou est une liaison parfaite, donc on suppose qu'il n'y a pas de pertes. Les pertes réelles de la liaison vis-écrou peuvent toujours être comptabilisées dans le couple de frottement C_v ou dans la force de frottement F_f (voir équation (2.10)).

La conservation de la puissance dans la liaison permet d'écrire (2.7) :

$$\tau'_f \dot{\theta}_s = F_d \dot{x}_s \tag{2.7}$$

avec F_d la force appliquée par l'écrou sur la table. En dérivant l'équation (2.6) et en remplaçant $\dot{x}_s$ dans (2.7), on obtient par simplification :

$$\tau'_f = R F_d \tag{2.8}$$

La raideur longitudinale K_l représente le rapport entre la force F_d et la différence de déplacement linéaire entre l'écrou et la table.

$$F_d = K_l (x_s - x_t) \tag{2.9}$$

avec x_t le déplacement linéaire de la table.

Le principe fondamental de la dynamique en translation appliqué à la table donne :

$$F_d = M_t \ddot{x}_t + F_f \tag{2.10}$$

avec F_d la force appliquée par l'écrou à la table, M_t la masse de table et F_f la force de frottement entre la table et les glissières du guidage linéaire. Nous verrons par la suite que la force F_f dépend en réalité de x_t le déplacement linéaire de la table, $\dot{x}_t$ la vitesse de la table et $\ddot{x}_t$ l'accélération de la table.

Le schéma bloc du système mécanique global résultant des équations (2.3) à (2.10) est représenté sur la figure 2.4. L'équation d'état du système est d'ordre 6 et présente des termes non linéaires dus aux modèles de frottement.

Cette modélisation nécessite d'identifier les deux moments d'inerties J_m et J_v, la raideur en torsion K_θ et la raideur longitudinale K_l, la masse de la table M_t et un certain nombre de coefficients provenant des trois modèles de frottement C_m, C_v et F_f.

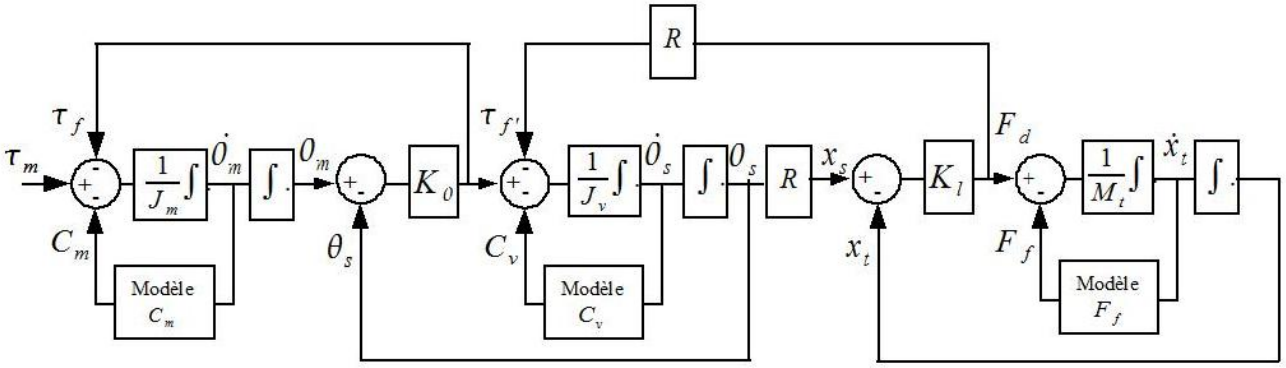


FIG. 2.4: *Schéma bloc du système mécanique*

2.3.1 Simplification du système mécanique

La première hypothèse de simplification pour réduire la complexité du modèle du système est présentée dans cette partie. Supposons que la raideur en torsion K_θ soit très grande. Dans ce cas, elle influence très peu les dynamiques du système global et elle peut éliminer des équations de comportement du système. On fait donc tendre K_θ vers l'infini dans l'équation (2.4) et comme τ_f est une grandeur finie, on peut écrire :

$$K_\theta \rightarrow \infty \Rightarrow \theta_m = \theta_s \tag{2.11}$$

Suivant l'hypothèse de simplification exprimée en (2.11), on remplace (2.5) dans l'équation (2.3). On obtient :

$$\tau_m = J_m\ddot{\theta}_m + C_m + J_v\ddot{\theta}_m + C_v + \tau'_f \tag{2.12}$$

Les modèles de frottement provenant du moteur et de la vis peuvent être regroupés dans un seul modèle de frottement noté C_{m1} (2.13).

$$C_m + C_v = C_{m1} \tag{2.13}$$

En définissant $J_t = J_m + J_v$, l'équation (2.12)devient :

$$\tau_m = J_t\ddot{\theta}_m + C_{m1} + \tau'_f \tag{2.14}$$

Introduisons un angle virtuel θ_t qui dépend du déplacement linéaire de la table x_t et du facteur de conversion R.

$$\theta_t = \frac{x_t}{R} \tag{2.15}$$

L'équation (2.9) devient alors :

$$F_d = RK_l(\theta_m - \theta_t) \tag{2.16}$$

Le nouveau schéma bloc du système simplifié construit à partir des équations (2.14)-(2.16) et (2.10) est représentée sur la figure 2.5. L'équation d'état du système est d'ordre 4 et présente des termes non linéaires dus aux nouveaux modèles de frottement.

Le nombre de paramètres à identifier est réduit à : un moment d'inertie totale au niveau de l'axe moteur J_t, une masse de la table M_t, une raideur longitudinale K_l et des paramètres du modèle de frottement côté moteur et côté table.

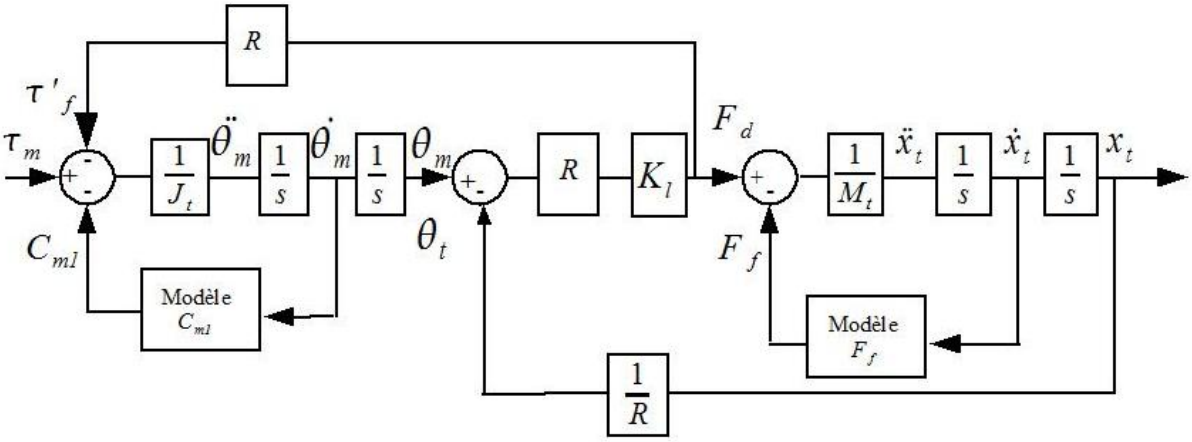


FIG. 2.5: *Schéma bloc du système mécanique simplifié*

2.3.2 Deuxième simplification du système mécanique

Le système représenté sur la figure 2.5 peut encore être réduit. Pour cela supposons cette fois que la raideur longitudinale K_l est très grande et que son influence sur la dynamique du

système global n'est pas très importante. On fait tendre K_l vers l'infinie dans l'équation (2.15) et comme F_d est une grandeur finie on peut écrire :

$$K_l \rightarrow \infty \Rightarrow \theta_m = \theta_t \tag{2.17}$$

On remplace les équations (2.8) et (2.10) dans (2.14) :

$$\tau_m = J_t\ddot{\theta}_m + C_{m1} + RM_t\ddot{x}_t + RF_f \tag{2.18}$$

On peut définir un nouveau couple de frottement C_{m2} qui réunit les deux couples de frottement côté moteur et côté table par :

$$C_{m2} = C_{m1} + RF_f \tag{2.19}$$

A partir de la relation (2.16), x_t va être remplacé par $R\theta_t = R\theta_m$. En notant $J_T = J_t + R^2M_t$ la somme des moments d'inerties, l'équation (2.18) s'écrit sous la forme plus simple :

$$\tau_m = J_T\ddot{\theta}_m + C_{m2} \tag{2.20}$$

Le nouveau schéma bloc est représenté sur la figure 2.6. L'équation d'état est d'ordre 2 et présente également dans ce cas de simplification des termes non linéaires provenant du modèle de frottement C_{m2}. Les paramètres à identifier dans ce cas sont : le moment d'inertie totale $J_T = J_t + R^2M_t$ au niveau de l'axe moteur et les paramètres du modèle de frottement C_{m2}

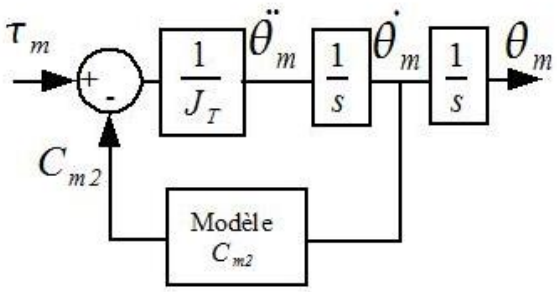


FIG. 2.6: *Schéma bloc du système mécanique avec la deuxième hypothèse de simplification*

2.4 Modélisation des termes de frottement

2.4.1 Le phénomène physique du frottement

Le frottement est une intéraction mécanique entre deux surfaces en contact et en mouvement relatif l'une par rapport à l'autre. Ce phénomène a été un sujet de recherche pendant des siècles, et a d'abord été étudié par Leonardo da Vinci, Guillaume Amontons, John Theophilius Desaguliers, Leonard Euler, Charles-Augustin de Coulomb. Selon Da Vinci et Amontons, le frottement est défini par une force proportionnelle à la force normale à la surface, indépendante de l'aire de contact et qui s'oppose au déplacement relatif entre les surfaces. La tribologie, la mécanique, l'automatique, l'acoustique, la géophysique et la sismologie sont des disciplines qui s'occupent de l'étude du frottement. En tribologie, l'étude du frottement est étendue au niveau macroscopique et microscopique grâce aux connaissances de propriétés physiques et chimiques. Dans les systèmes mécaniques le frottement a des conséquences plus ou moins importantes dans les applications industrielles [19]. Parmi les caractéristiques indésirables du frottement peuvent être cités l'usure, les dégagements de chaleur et les dépenses d'énergie. Mais il existe également des attributs favorables au frottement comme la possibilité de réaliser de la traction ou du freinage et où les forces de frottement doivent être maintenues à un niveau élevé [19].

Le frottement est le résultat de plusieurs phénomènes physiques dépendant de la géométrie et la topologie du contact, des propriétés des matériaux de la surface des corps, du déplacement et de la vitesse relative des corps et de la présence de lubrifiant, [20]. C'est un phénomène mécanique non-linéaire difficile à modéliser, qui limite les performances des servo-mécanismes et détériore la précision de positionnement par une erreur en régime permanent, des cycles limites ou bien de l'instabilité, [21], [22].

Le phénomène du frottement peut être divisé en deux régimes : le pré-glissement et le glissement, [23], [24], [25], [26]. Dans le régime de pré-glissement, pour des déplacements très petits, les forces d'adhésion sont dominantes ainsi la force de frottement est une fonction à hystérésis qui dépend de la position [25]. Le régime de glissement est caractérisé par des déplacements plus importants, donc la force de frottement est une fonction non-linéaire dépendant de la vitesse. Sur la courbe de la force de frottement dépendant de la vitesse de la figure 2.7 quatre différents types de frottements dominants peuvent être observés : un frottement statique, un frottement limite, un frottement mixte et un frottement fluide.

Cette courbe est connue dans les publications scientifiques sous l'appellation de "Courbe de Stribeck", [27].

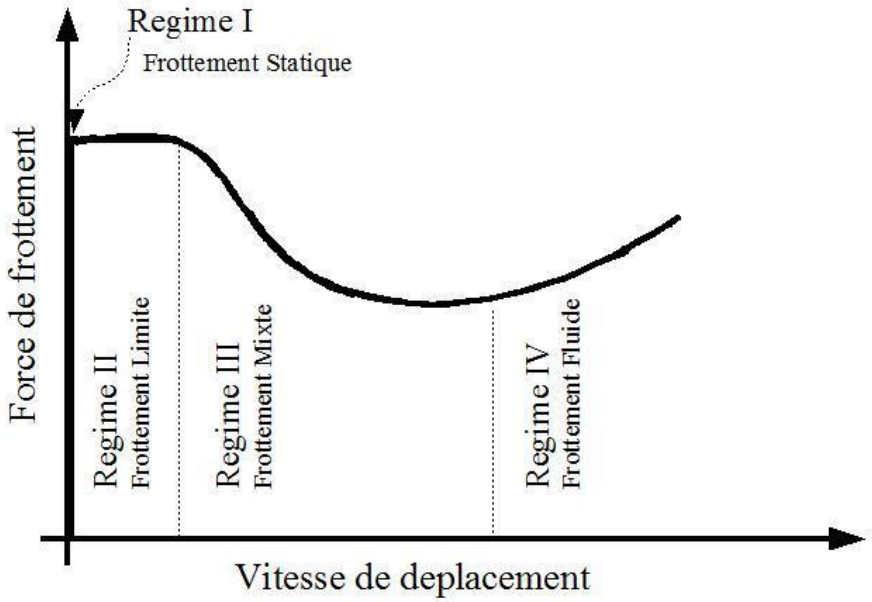


FIG. 2.7: *Le modèle de frottement de Stribeck*

Le régime de frottement statique représenté sur la figure 2.8(A) est caractérisée par des micro-déplacements sans glissement au niveau des jonctions des aspérités. Dans ce régime la surface de film fluide et les aspérités se déforment sous l'action de la force normale, ainsi la force de frottement statique augmente. Le passage entre le régime de pré-glissement et le glissement n'est pas brusque. Le glissement commence [27] dans une zone limite de contact représentée sur la figure 2.8(B). Dans ce deuxième régime, la vitesse de déplacement est encore trop faible pour créer un film fluide entre les surfaces de contact. Le frottement dans ce régime est plus important que dans les régimes avec lubrification fluide (les régimes correspondant aux frottement mixte et fluide) qui sont détaillés plus loin.

Le troisième régime correspond au frottement mixte (voir figure 2.8(C)). Le lubrifiant est amené par le déplacement dans la région de contact. Ce régime est dominé par les interactions entre la viscosité du lubrifiant, la géométrie du contact et la vitesse. Plus la viscosité ou la vitesse augmentent, plus le film fluide devient épais. Dès que le film fluide est plus épais que la hauteur des aspérités, on observe une diminution des forces de frottement, cet effet porte le nom d'effet Stribeck.

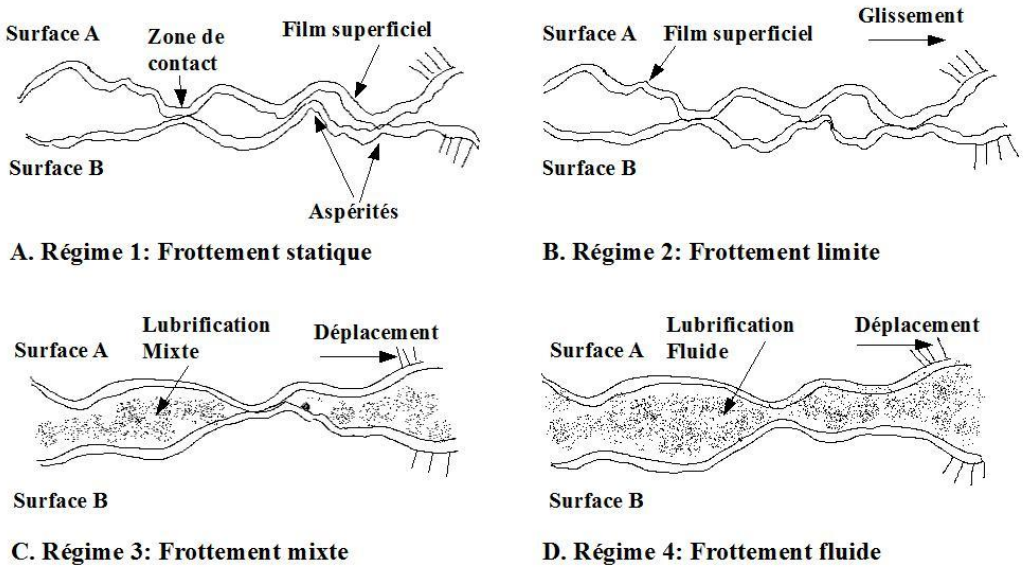


FIG. 2.8: *Régimes dynamiques du frottement d'après [27]*

Dans le régime de frottement fluide, tous les contacts entre les surfaces sont éliminés, (voir la 2.8(d)). La force de frottement dominante dans ce cas est la somme du frottement de Coulomb qui est toujours présent et du frottement visqueux, [27].

L'évolution du frottement est caractérisée par deux propriétés temporelles : le temps de blocage (dwell-time) et la mémoire frictionnelle (friction memory). Le temps de blocage intervient dans le régime statique. La mémoire frictionnelle décrit le retard intervenant entre l'évolution du frottement et les modifications de la vitesse relative, [28]. Une conséquence de ces deux propriétés est le glissement saccadé (le phénomène de stick-slip/collage-décollage), [29], [28]. Pour observer le collage-décollage il faut bien identifier le frottement statique quand les surfaces en contact collent (sticking), et le frottement dynamique lorsque le glissement a démarré (sliding), [30]. Le comportement de collage-décollage est défini en [31] par une seule condition : tant qu'un système passe par une vitesse égale à 0 à n'importe quel moment de temps le système colle (sticking) et le déplacement va être imprévisible. Le collage-décollage peut apparaître entre les régimes statiques et les régimes fluides de démarrage et dans les cycles d'hystérésis, [28].

2.4.2 Les modèles de frottement couramment utilisés

Le phénomène de frottement peut être décrit par plusieurs modèles mathématiques classifiés en deux catégories : des modèles de frottement statiques et des modèles de frottement dynamiques, [32]. Ces modèles de frottement sont décrits par des équations différentielles, des équations algébriques différentielles ou bien des modèles hybrides [20].

Les modèles de frottement statiques sont décrits par des fonctions dépendant uniquement de la vitesse. Les modèles statiques comprennent le frottement de Coulomb, le frottement visqueux, le frottement statique et différentes combinaisons de ces trois modèles, en rajoutant aussi l'effet de Stribeck. Les modèles de frottement statiques seront détailles dans le paragraphe 2.4.2.1.

Les modèles dynamiques ont comme base les modèles statiques avec des variables internes supplémentaires et l'addition de différents phénomènes : le phénomène d'hystérésis et le phénomène de collage-décollage. Les variables internes déterminent le niveau du frottement par rapport à la vitesse de déplacement et leur évolution dans le temps est gouvernée par un ensemble d'équations différentielles. L'idée d'utiliser des variables internes revient à des géophysiciens qui ont pensé à étudier les séismes comme des phénomènes de stick-slip [33]. Rabinowicz a étudié la transition entre le collage (stick) et décollage (slip) comme une fonction dépendante du déplacement [20]. Quelques modèles de frottement dynamiques seront détailles dans le paragraphe 2.4.2.2. Notre choix de modèle de frottement devra privilégier ceux qui sont plus aptes à traduire le frottement lors du micro-déplacement.

2.4.2.1 Modèles statiques

Les modèles les plus simples intégrent le frottement de Coulomb et/ou le frottement visqueux [34]. Ces modèles sont des modèles sans effet mémoire et sont limités, n'ayant pas la capacité de reproduire le mouvement de collage-décollage [32].

Le frottement de Coulomb [35] (figure 2.9(a)) est souvent présent et s'oppose à la vitesse. Sa représentation mathématique est la suivante :

$$F = F_C Sg(v) \tag{2.21}$$

où F est la force de frottement, F_C la force de Coulomb et v la vitesse relative entre les surfaces. La fonction $Sg(v)$ est définie par l'équation (2.22). Pour une vitesse nulle, le

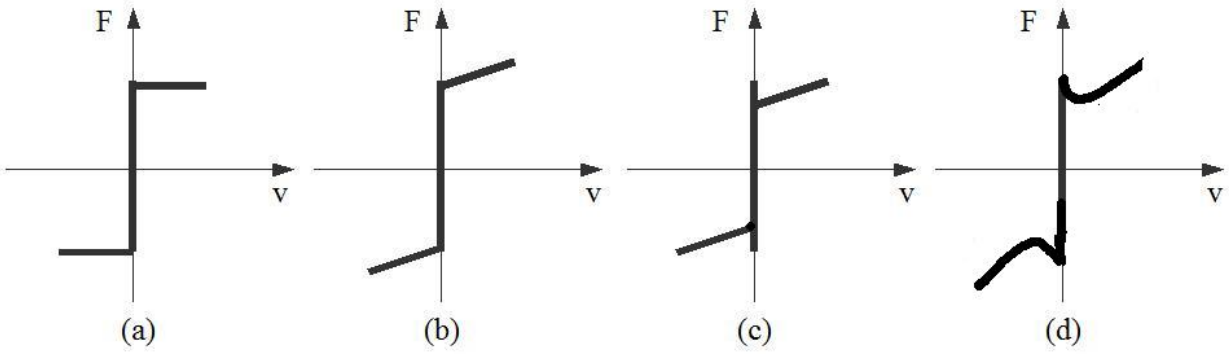


FIG. 2.9: *Modèles de frottement statique*

frottement de Coulomb peut prendre la valeur zéro ou peut prendre n'importe quelle valeur dans l'intervalle $[-F_C, F_C]$.

$$Sg(v) = \begin{cases} 1, & v > 0\,; \\ \text{[-1, 1]}, & v = 0\,; \\ -1, & v < 0. \end{cases} \tag{2.22}$$

L'amplitude de la force de Coulomb dépend de la force normale F_N et des propriétés des matériaux et de la topologie des surfaces [20] :

$$F_C = \mu F_N \tag{2.23}$$

avec μ le coefficient de frottement.

Le frottement visqueux est essentiellement dû à la viscosité des lubrifiants. La représentation mathématique est donné par l'équation (2.24).

$$F = F_v v \tag{2.24}$$

où F_v est le coefficient de frottement visqueux et v la vitesse relative. Ce type de frottement est souvent combiné avec le frottement de Coulomb , [20], [36], [37] (voir figure 2.9(b)).

Le frottement au démarrage (frottement sec ou bien phénomène statique connu en anglais sous l'appellation "stiction") décrit la force de frottement à vitesse nulle. C'est une force d'adhésion qui tient le corps immobile. Elle est plus importante (en valeur absolue) que la force de Coulomb. Cette force de maintien peut être modélisée par une force externe F_e de la façon suivante :

$$F = \begin{cases} F_e, & \text{si } v = 0 \quad et \quad |F_e| < F_S \\ F_S Sg(F_e), & \text{si } v = 0 \quad et \quad |F_e| \geq F_S \end{cases} \tag{2.25}$$

avec F_S le frottement au démarrage et $Sg(F_e)$ définie par l'équation (2.26). Cette force de frottement peut prendre toutes les valeurs dans l'intervalle $[-F_S, F_S]$.

$$Sg(F_e) = \begin{cases} 1, & F_e > 0\,; \\ \text{[-1, 1]}, & F_e = 0\,; \\ -1, & F_e < 0. \end{cases} \tag{2.26}$$

Les composants du frottement classique peuvent être combinés en différents modèles : le frottement de Coulomb et le frottement visqueux (voir figure 2.9(c)), ou le frottement de Coulomb, le frottement au démarrage, le frottement visqueux et l'effet de Stribeck (voir figure 2.9(d)). L'effet de Stribeck montre que pour des faibles vitesses, la force de frottement décroit en continu lorsque la vitesse augmente.

Une description générale de la force de frottement pour la figure 2.9(d) est donné par l'équation (2.27) :

$$F = \begin{cases} F_C + (F_S - F_C)e^{-|\frac{v}{v_s}|^{\delta_S}} + F_v v, & \text{si } v \neq 0 \\ F_e, & \text{si } v = 0 \quad et \quad |F_e| < F_S \\ F_S Sg(F_e), & autres \quad cas \end{cases} \tag{2.27}$$

avec F_e la force externe, F_S la force statique, F_C la force de Coulomb, v la vitesse, v_s la vitesse de Stribeck et δ_S un exposant déterminé empiriquement. $Sg(F_e)$ est définie par l'équation (2.26).

Dans certains systèmes mécaniques, les phénomènes de frottement peuvent conduire à l'obtention de modèles de frottement asymétriques [38], [39]. Un exemple est donné sur la figure 2.10, où la force de Coulomb $F_{C1}, v > 0$ est différente de la force de Coulomb $F_{C2}, v < 0$. Dans ce cas le nombre des paramètres des modèles classiques augmentent (voir tableau 2.1, pour les principaux modèles classiques).

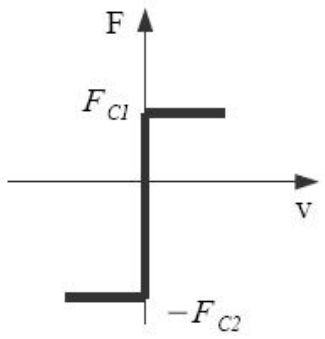


FIG. 2.10: *Modèle de frottement statique asymétrique*

2.4.2.2 Modèles de frottement dynamiques

Les modèles dynamiques présentés dans ce paragraphe sont des extensions des modèles classiques de frottement. Les modèles de Dahl, Bristle, "Reset-Integrator", Bliman et Sorine, et LuGre seront décrits par la suite.

2.4.2.3 Le modèle de Dahl

Ce modèle a été proposé par Dahl dans les années 60 [33], [20], [40]. Ses développements ont permis la description du comportement de frottement en régime de pré-glissement [23], par une courbe "contrainte-déformation" provenant de l'équation (2.28) [32] :

$$F = F_C \left(1 - exp\left(\frac{-\sigma|x|}{F_C}\right)\right) sgn(v) \tag{2.28}$$

et

$$sgn(v) = \begin{cases} 1, & v > 0\,; \\ 0, & v = 0\,; \\ -1, & v < 0. \end{cases} \tag{2.29}$$

où F est la force de frottement, F_C la force de frottement de Coulomb, σ le coefficient de rigidité, x le déplacement entre les surfaces de contact et $v = \frac{dx}{dt}$ la vitesse relative entre les surfaces. Par la dérivation par rapport à x de l'équation (2.28) on obtient :

$$\frac{dF}{dx} = \sigma \left(1 - \frac{F}{F_C} sgn(v)\right) \tag{2.30}$$

La force de frottement F ne va pas dépasser la valeur de la force de Coulomb tant qu'elle respecte la condition initiale $|F(0)| < F_C$. Le modèle de Dahl approxime le régime de frottement par pré-glissement qui traduit un comportement à hystérésis sans effets de mémoire locale [23].

Le modèle de Dahl dans le domaine temporel utilise les transformations suivantes, [27] :

$$\frac{dF}{dt} = \frac{dF}{dx}\frac{dx}{dt} = \frac{dF}{dx}v = \sigma \left(1 - \frac{F}{F_C} sgn(v)\right) v \tag{2.31}$$

La variable d'état z caractérise les modèles de frottement dynamiques avec un rôle de détermination du niveau de frottement [33]. En introduisant z par l'intermédiaire de $F = \sigma z$ dans l'équation (2.31), le modèle de Dahl se présente sous la forme suivante :

$$\frac{dz}{dt} = v - \sigma \frac{|v|}{F_C} z \tag{2.32}$$

Ce modèle est souvent utilisé dans les systèmes mécaniques de précision, mais il n'a pas la capacité à prendre en compte l'effet Stribeck et le phénomène de collage-décollage [32], [33]. Certains auteurs [20], [23] considèrent dans le modèle de Dahl un paramètre supplémentaire α qui détermine la forme de la courbe "contrainte-déformation".

Par l'introduction de α et la substitution de $F = \sigma z$, les équations (2.28), (2.30) et (2.32) se présente sous la forme suivante :

$$F = F_C \left(1 - exp\left(\frac{-\sigma |x|}{F_C}\right)\right)^{\alpha} sgn(v) \tag{2.33}$$

$$\frac{dF}{dx} = \sigma \left(1 - \frac{F}{F_C} sgn(v)\right)^{\alpha} \tag{2.34}$$

$$\frac{dz}{dt} = \left(1 - \sigma \frac{z}{F_C} sgn(v)\right)^{\alpha} v \tag{2.35}$$

Les paramètres à identifier dans le modèle de Dahl sont en nombre de trois : le frottement de Coulomb F_C, le coefficient de rigidité σ et le paramètre α.

2.4.2.4 Le modèle Bristle et le modèle "Reset-Integrator"

Le modèle Bristle a été introduit par Haessig et Friendland dans les années 80 [33]. Le modèle propose de traduire le comportement microscopique entre deux surfaces caractérisés par un certain nombre de points de contact localisés aléatoirement [20]. Les points de contact peuvent être interprétés comme des cils flexibles élastiques [28].

La force de frottement est exprimée selon l'équation (2.36).

$$F = \sum_{i=1}^{N_c} \sigma_C (x_i - b_i) \tag{2.36}$$

où F est la force de frottement, N_c le nombre de cils flexibles élastiques, σ_C la raideur des cils, b_i la position des cils considérés supposée réparties aléatoirement et $(x_i - b_i)$ représentant la déformation des cils.

Ce modèle n'est pas facilement utilisable dans les simulations à cause de la complexité due au nombre de points de contact. Les auteurs ont donc développé un nouveau modèle plus utilisable en simulation - le modèle "Reset-Integrator" [27]. Une variable interne z est introduite avec une dynamique décrite par l'équation différentielle :

$$\frac{dz}{dt} = \begin{cases} 0, & \text{si } (v > 0 \quad et \quad z \geq z_0) \quad ou \quad (v < 0 \quad et \quad z \leq -z_0) \\ v, & \text{dans les autres cas} \end{cases} \tag{2.37}$$

où v est la vitesse relative entre les surfaces de contact, z la variable interne et z_0 la valeur maximale de la déflexion.

Le modèle de la force de frottement est donné par l'équation (2.38).

$$F = (1 + a(z))\sigma_C z + \sigma_F \frac{dz}{dt} \tag{2.38}$$

avec

$$a(z) = \begin{cases} a, & \text{si } (|z| < z_0)\,; \\ 0, & \text{dans les autres cas.} \end{cases} \tag{2.39}$$

où $\frac{dz}{dt}$ est un terme qui traduit l'amortissement du facteur σ_F quand le phénomène de collage-décollage intervient, σ_C la raideur des cils et $a(z)$ traduit le frottement au démarrage.

La force de frottement décrit le collage et est une fonction dépendante de z quand $|z| < z_0$. Une fois atteinte la valeur maximale z_0, la force de frottement correspond à un

glissement rapide, la variable interne z reste constante et $a(z)$ devient nul. Ce modèle est plus efficace que le modèle de Bristle, mais n'est pas précis dès que $|z| \geq z_0$ n'est pas déterminé, [27].

Le modèle "Reset-Integrator" comporte trois paramètres à identifier : le frottement au démarrage a, la raideur des cils σ_0 et le terme d'amortissement σ_1.

2.4.2.5 Le modèle Bliman et Sorine

Le modèle Bliman et Sorine peut être vu comme un parallèle au modèle Dahl [20]. Bliman et Sorine ont développé ce modèle pour intégrer l'effect Stribeck dans le modèle de Dahl. Leur travail a été présenté dans plusieurs articles [41], [42], en montrant que la force de frottement dépend juste du signe de la vitesse et d'une variable d'espace s définie par :

$$s(t) = \int_0^t |v| dt \tag{2.40}$$

Le modèle Bliman et Sorine dépend de la direction du déplacement du système et utilise la théorie des opérateurs d'hystérésis, [20]. La vitesse de déplacement du système n'a aucune importance dans ce modèle.

$$\frac{dx_{ss}}{ds} = Ax_{ss} + Bv_{ss} \qquad F = C_s x_s \tag{2.41}$$

L'équation (2.41) exprime le modèle de Bliman et Sorine présenté comme un système linéaire dépendant de la variable s. x_{ss} représente un vecteur d'état et $v_{ss} = signe(v)$.

Il y a deux modèles proposés avec des niveaux de complexité différents. Dans le cas d'un modèle du premier ordre l'équation (2.41) est scalaire et les coefficients sont donnés par les équations suivantes :

$$A_s = -\frac{1}{\epsilon_f} \quad B_s = \frac{f_1}{\epsilon_f} \quad et \quad C_s = 1 \tag{2.42}$$

avec ϵ_f un déplacement et f_1 la force de Coulomb.

Le modèle du deuxième ordre utilise les matrices A_s, B_s et C_s de la forme suivante :

$$A_s = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\eta\epsilon_f} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\epsilon_f} \end{pmatrix} B_s = \begin{pmatrix} \frac{f_1}{\eta\epsilon_f} \\ -\frac{f_2}{\epsilon_f} \end{pmatrix} etC_s = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} \tag{2.43}$$

avec $f_1 - f_2$ représentant le frottement dynamique quand s tend vers l'infini, $\frac{f_1}{\epsilon_f}$ la raideur et η un paramètre constant.

La variante simple du modèle Bliman et Sorine pour une valeur de ϵ_f qui tend vers zéro, nous renvoie vers le modèle classique du Coulomb, tandis que la deuxième variante prend en compte le frottement de Coulomb et le frottement au décollage [20].

Le modèle (2.43) peut être interprétée comme une mise en parallèle de deux modèles de Dahl, un modèle rapide et un modèle lent. Le nombre des paramètres à identifier pour le modèle de l'ensemble des équations du (2.42) est de deux (f_1, ϵ_f), ou de quatre pour l'ensemble des équations du (2.43) (f_1, f_2, ϵ_f et η).

2.4.2.6 Le modèle de LuGre

Le modèle de LuGre a été développé par Canudas de Wit en 1995. C'est un modèle avec des propriétés non-linéaires très souvent utilisé en identification et en commande adaptive des systèmes mécaniques [23]. Le modèle de LuGre permet de prendre en compte l'ensemble des phénomènes de frottement avec les différents comportements : le frottement au démarrage, le phénomène de collage-décollage, le phénomène d'hystérésis, l'effet Stribeck) [43].

Ce modèle combine deux modèles de frottement [32], [20], [23], [44] dont les régimes de frottement sont décrits par un ensemble d'équations (2.44)-(2.46), avec comme résultat une transition lente entre le frottement statique et le frottement dynamique.

$$\frac{dz}{dt} = v - \sigma_0 \frac{|v|}{g(v)} z \tag{2.44}$$

$$g(v) = \alpha_0 + \alpha_1 exp^{-(\frac{v}{V_s})^2} \tag{2.45}$$

$$F_f = \sigma_0 z + \sigma_1(v)\frac{dz}{dt} + \sigma_2 v \tag{2.46}$$

La première équation (2.44) décrit le régime de pré-glissement. La deuxième équation (2.45) exprime le comportement en hystérésis, et la troisième équation (2.46) donne la force de frottement appliquée.

Le modèle de LuGre est caractérisé par sept paramètres. σ_0 est le coefficient de frottement statique, σ_2 le coefficient de frottement visqueux, V_s la vitesse de Stribeck, α_0 le frottement de Coulomb et le terme $(\alpha_0 + \alpha_1)$ représente le frottement au démarrage [20].

L'amortissement σ_1 est considéré décroissant dans la phase d'augmentation de la vitesse, [27]. σ_1 est exprimé par l'équation (2.47) qui montre que les caractéristiques de l'amortissement changent avec l'augmentation de la vitesse v, et est une conséquence provenant du fait que la viscosité est forcée à l'interface [27]. v_d est la vitesse de Stribeck, dans les conditions de changement de l'amortissement avec l'augmentation de la vitesse.

$$\sigma_1(v) = \sigma_1 exp^{\left(-\left(\frac{v}{v_d}\right)^2\right)} \tag{2.47}$$

La vitesse de Stribeck V_s traduit la variation de la courbe $g(v)$ dans l'intervalle des forces de Coulomb et de démarrage ($\alpha_0 < g(v) < \alpha_0 + \alpha_1$).

La variable z dans les équations (2.44) et (2.46) a été introduite comme variable d'état interne dans le but de décrire l'hystérésis du frottement (frictional lag) en régime de glissement, le comportement en hystérésis dans le régime de pré-glissement et la force de décollage en fonction des changements de force appliquée.

Les modèles de frottement présentés dans ce paragraphe seront utilisés pour l'identification paramètrique du système mécanique au niveau du moteur et de la table, (voir figure 2.5).

2.4.3 Nouveau modèle de frottement proposé

Un nouveau modèle de frottement est proposé dans le but d'identifier le comportement du frottement et de compenser au mieux ses effets au niveau du pré-glissement, sachant que le système étudié est utilisé pour réaliser des micro-déplacements précis.

On considère dans ce modèle le frottement de Coulomb et le frottement visqueux car ces deux termes représentent le modèle de frottement le plus couramment utilisé. Ce modèle simple n'est pas toujours suffisant dans la description et la compensation du frottement. L'effet de l'hystérésis est pris en compte car c'est une caractéristique du régime de pré-glissement. La vitesse limite de Stribeck permet de traduire la phase de démarrage du mécanisme.

Les termes composant ce nouveau modèle sont les suivants : le frottement de Coulomb désigné par F_t, le frottement visqueux désigné par B_t, l'effet Stribeck défini par les termes C_1 et C_2 avec V_s la vitesse limite de Stribeck.

Comme on va le montrer dans le chapitre des résultats, aucun des modèles de frottement présentés dans les paragraphes 2.4.4.1 – 2.4.2.6 n'a fourni de meilleures performances que le nouveau modèle proposé.

L'expression de la force de frottement F est donnée par :

$$F = F_t sign(\dot{\theta}_t) + B_t\dot{\theta}_t + C_1 + C_2 \tag{2.48}$$

avec θ_t l'angle de rotation virtuel défini en (2.15).

$$C_1 = \begin{cases} C_{s1}e^{-\left(\frac{\dot{\theta}_t}{V_s}\right)^2}, & \text{si } \ddot{\theta}_t > 0 \text{ et } \dot{\theta}_t > 0 \\ 0, & \text{si } \ddot{\theta}_t \leq 0 \text{ ou } \dot{\theta}_t \leq 0 \end{cases} \tag{2.49}$$

$$C_2 = \begin{cases} 0, & \text{si } \ddot{\theta}_t \geq 0 \text{ ou } \dot{\theta}_t \geq 0 \\ -C_{s2}e^{-\left(\frac{\dot{\theta}_t}{V_s}\right)^2}, & \text{si } \ddot{\theta}_t < 0 \text{ et } \dot{\theta}_t < 0 \end{cases} \tag{2.50}$$

L'effet d'hystérésis est traduit par l'introduction de l'accélération $\ddot{\theta}_t$ dans les termes C_1 et C_2 puisque l'effet Stribeck n'intervient pas durant la phase de décroissance de la vitesse, comme représenté sur la figure 2.7.

Le principal avantage de ce modèle est de tenir compte des effets majeurs du frottement tout en limitant le nombre des paramètres. Il faut en effet 4 paramètres dans le cas d'un modèle de frottement symétrique et 5 paramètres pour le modèle asymétrique.

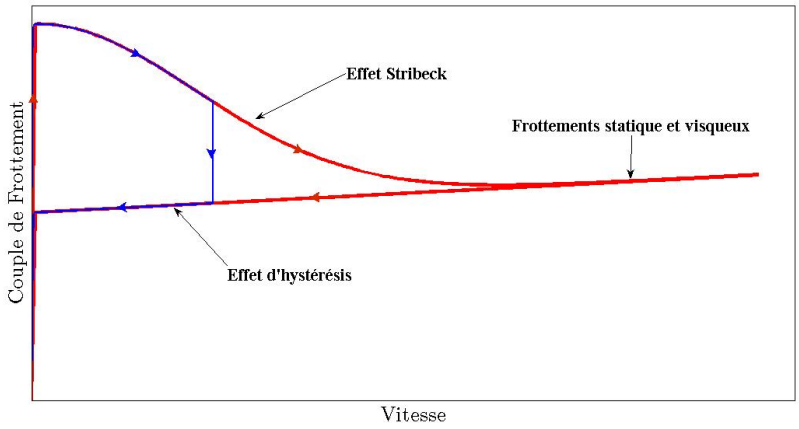


FIG. 2.11: *Courbe de variation du frottement avec hystérésis en fonction de la vitesse*

2.4.4 Conclusion sur les modèles de frottement

Dans ce paragraphe, nous avons proposé un bilan sur les modèles de frottement selon leurs propriétés et les phénomènes physiques qui interviennent lors du contact entre deux surfaces.

Le tableau 2.1 résume le bilan des modèles de frottement statiques et dynamiques analysés. Les modèles asymétriques sont présentés dans le tableau 2.2.

Modèles de Frottement	Coulomb	Coulomb + Visqueux	Coulomb + Statique + Visqueux + Stribeck	Dahl	Bliman Sorine	Reset Integrator	LuGre	Proposé
Nombre des paramètres	1	2	4	3	2/4	3	7	4
Statique			x	x	x	x	x	
Coulomb	x	x	x	x	x			x
Visqueux		x	x			x	x	x
Stribeck			x		x	x	x	x
Temps de retard				x	x	x	x	
Mémoire Frictionnelle				x	x			
Hystérésis				x	x	x	x	x
Collage-Décollage					x	x	x	

TAB. 2.1: *Bilan des modèles de frottement symétriques selon leurs propriétés, [28]*

Les critères de choix des modèles de frottement dépendent de leurs capacités à traduire différents types de comportements comme le régime statique ou dynamique, l'effet Stribeck, le collage-décollage, ou bien la possibilité de simuler et d'adapter un modèle de frottement au système étudié [28].

En utilisant les tableaux 2.1 et 2.2, on peut calculer le nombre total de paramètres à identifier pour le système mécanique présenté dans le paragraphe 2.3 et pour les systèmes mécaniques simplifiés (voir les paragraphes 2.3.1 et 2.3.2). Ce nombre total de paramètres

Modèles de Frottement Asymétriques	Coulomb	Coulomb + Visqueux	Statique + Visqueux + Stribeck	Dahl	Bliman Sorine	LuGre	Proposé
Nombre des paramètres	2	4	7	4	3/6	11	8
Statique			x	x	x	x	
Coulomb	x	x	x	x	x		x
Visqueux		x	x			x	x
Stribeck			x		x	x	x
Temps de retard				x	x	x	
Mémoire Frictionnelle				x	x		
Hystérésis				x	x	x	x
Collage-Décollage					x	x	

TAB. 2.2: *Bilan des modèles de frottement asymétriques selon leurs propriétés*

montre la difficulté du problème d'identification. Pour un nombre de paramètres grand, il est plus difficile de trouver une méthode qui prouve la précision avec laquelle l'identification a été réalisée. Pour cela on cherche à modéliser le système mécanique avec un nombre de paramètres inconnus le plus petit. Les valeurs obtenues pour un système moins complexe peuvent être comparées aux valeurs réelles fournies par les fabricants dans les catalogues techniques, ainsi que par des calculs effectués par nous mêmes.

Par la suite, on se propose de montrer le calcul du nombre total de paramètres. Pour un système mécanique à deux inerties et une masse à 6 paramètres mécaniques ($J_m, J_v, M_t, K_\theta, K_l$ et T_{ff}), on utilise l'équation (2.51). Le nombre total de paramètres est calculé pour différents modèles de frottement placés côté moteur, côté vis et côté table.

$$N_{pi} = N_{pm} + N_{pf_{moteur}} + N_{pf_{vis}} + N_{pf_{table}} \tag{2.51}$$

où N_{pi} désigne le nombre total de paramètres à identifier, N_{pm} désigne le nombre de paramètres du système mécanique et $N_{pf_{moteur}}$, $N_{pf_{vis}}$, $N_{pf_{table}}$ désignent le nombre de paramètres du modèle de frottement côté moteur, côté vis et côté table.

Dans le tableau 2.3, quatre modèles de frottement ont été choisis pour calculer le nombre de paramètres à identifier. Les deux valeurs trouvées dans la colonne "Nombre de Paramètres" mettent en évidence la différence des paramètres à identifier pour les modèles symétriques et les modèles asymétriques. Dans le cas des modèles asymétriques, le frottement de Coulomb, le frottement visqueux et la vitesse de Stribeck peuvent avoir des valeurs différentes selon le sens de déplacement. Cette supposition est prise en compte aussi pour le calcul des paramètres indiqués dans les tableaux 2.4 et 2.5.

Pour calculer la valeur minimale de N_{pi}, nous avons considéré deux modèles de frottement simples. Pour la valeur maximale de N_{pi}, le modèle de LuGre a été choisi car c'est le modèle le plus souvent utilisé dans l'identification du frottement et il a un grand nombre de paramètres qui permettent de prendre en compte l'ensemble des phénomènes de frottement. Le nouveau modèle de frottement, appelé "Proposé", est pris en compte pour voir les différences avec le modèle de LuGre au niveau des performances et du nombre total de paramètres à identifier (voir chapitre Résultats).

Coté Moteur	Coté Vis	Coté Table	Nombre de Paramètres
Coulomb	Coulomb	Coulomb	9/12
Coulomb+Visqueux	Coulomb+Visqueux	Coulomb+Visqueux	12/18
Coulomb+Visqueux	Coulomb+Visqueux	LuGre	17/25
Coulomb+Visqueux	LuGre	LuGre	22/32
LuGre	LuGre	LuGre	27/39
Coulomb+Visqueux	Coulomb+Visqueux	Proposé	14/22
Coulomb+Visqueux	Proposé	Proposé	16/26
Proposé	Proposé	Proposé	18/30
Proposé	Proposé	LuGre	21/33
Proposé	LuGre	LuGre	24/36

TAB. 2.3: *Bilan des paramètres à identifier pour le système mécanique non-simplifié*

Le système mécanique à une inertie et une masse a 4 paramètres mécaniques (J_t, J_t, K_l et T_{ff}). Selon l'équation (2.52), le nombre de paramètres est calculé pour différents modèles de frottement placés côté moteur et côté table. Dans le tableau 2.4, on trouve les valeurs de N_{pi} pour différentes combinaisons de modèles de frottement.

$$N_{pi} = N_{pm} + N_{pf_{moteur}} + N_{pf_{table}} \tag{2.52}$$

Modèle	Coté Table					
Symétrique/ Asymétrique Coté Moteur	Coulomb	Coulomb+ Visqueux	Coulomb + Visqueux + Statique + Stribeck	LuGre	Proposé	Dahl
Coulomb	6/8	7/10	9/13	12/17	9/14	8/10
Coulomb + Visqueux	7/10	8/12	10/15	13/19	10/16	9/12
Coulomb + Visqueux Statique + Stribeck	9/13	10/15	12/18	15/22	12/19	9/15
LuGre	12/17	13/19	15/22	18/26	15/23	14/19
Proposé	9/14	10/16	12/19	15/23	12/20	11/16
Dahl	8/10	9/12	11/15	14/19	11/16	10/12

TAB. 2.4: *Bilan des paramètres à identifier selon la première hypothèse de simplification du système mécanique*

Le système mécanique à une inertie a 2 paramètres mécaniques (J_T et T_{ff}) et on peut calculer de la même façon N_{pi} comme dans les deux cas précédents. L'équation (2.53) fournit N_{pi} comme la somme des paramètres mécaniques N_{pm} et le nombre de paramètres côté moteur $N_{pf_{moteur}}$ pour différents modèles de frottement considérés. Le nombre total de paramètres à identifier se retrouve dans le tableau 2.5.

$$N_{pi} = N_{pm} + N_{pf_{moteur}} \tag{2.53}$$

Pour notre étude, on a proposé étudier un système à une inertie et une masse. Les modèles de frottement présentés seront utilisés pour la modélisation du frottement au niveau du moteur et de la table (voir figure 2.5). Dans une première étape, on considérera un modèle

	Modèle de frottement					
Modèle Symétrique/ Asymétrique	Coulomb	Coulomb+ Visqueux	Coulomb + Visqueux Statique + Stribeck	LuGre	Proposé	Dahl
	3/4	4/6	6/9	9/13	6/10	5/6

TAB. 2.5: *Bilan des paramètres à identifier selon la deuxième hypothèse de simplification du système mécanique*

de frottement statique côté moteur (le frottement de Coulomb avec le frottement visqueux), et pour la table on teste les modèles de frottement dynamiques présentés dans le tableau 2.1. Ensuite dans une deuxième étape, le modèle statique est utilisé côté table, et les modèles dynamiques sont considérés sur le côté moteur. Le but est de trouver à quel endroit du système mécanique, le frottement est le plus important et quel est le meilleur modèle du frottement pour traduire la réalité du système physique.

2.5 Conclusion

La modélisation d'axes linéaires et les modèles de frottement ont fait l'objet de ce chapitre.

Dans la modélisation d'axes linéaires, un ensemble d'équations a été développé par application du principe fondamental de la dynamique. Ensuite, deux hypothèses de simplification du système ont été présentées. Le système simplifié a une représentation moins complexe qui nous permet de faire des études au niveau de l'identification des paramètres mécaniques et d'ajouter des modèles de frottement au niveau de l'axe moteur et du guidage linéaire de la table.

Différents modèles de frottement (statiques et dynamiques) ont été recensés, et un nouveau modèle de frottement a été proposé. Le modèle de frottement proposé traduit l'effet de l'hystérésis par un terme d'accélération et l'effet de Stribeck. Ces deux effets sont très importants dans l'étude du micro-déplacement.

Dans le cas d'identification du système mécanique non-simplifié, on rencontre des difficultés car on a un nombre grand des paramètres inconnus. Pour cela, le système simplifié à une inertie est utilisé pour l'identification des paramètres par la méthode des moindres

carrés (voir le paragraphe 4.2.2), pour nous en servir par la suite lors de l'initialisation du vecteur des paramètres utilisé pour l'étude du système réduit à une inertie et une masse (voir le paragraphe 4.2.5, la méthode d'estimation récursive).

Le but de ce travail est de modéliser et d'identifier le frottement au niveau du moteur et de la table pour acquérir un meilleur modèle utilisable pour le micro-positionnement.

CHAPITRE 3

Système expérimental

Ce chapitre est divisé en trois parties. La première partie présente le banc d'essai conçu pour l'étude de la précision de micro-positionement d'axes linéaires. Les différents éléments constituant le banc sont décrits d'un point de vue technologique dans la deuxième partie et enfin, la troisième partie est centrée sur les signaux d'acquisition, les rappels des formules théoriques sur les propriétés des signaux et du bruit, et sur les techniques de traitement des signaux.

3.1 Description du système expérimental

Le présent paragraphe porte sur la présentation du banc d'essai (système expérimental) utilisé dans l'étude de l'identification de l'axe linéaire en micro-positionnement. Sur la figure 3.1, on peut voir les éléments constituants :

- deux moteurs synchrones à aimants permanents ($ECMAX40L$, Maxon Motor) couplés à des codeurs incrémentaux ($HEDL5540$),
- deux micro-contrôleurs numériques de position ($EPOS24/5$, Maxon Motor),
- deux guidages linéaires, le premier entraîné par vis à billes ($LVP75C$, Elitec) , et le deuxième par vis-écrou compliant ($MS25LIA$, Thomson),
- une règle de mesure incrémentale ($LS476$, Heidenhain) et
- une alimentation ($S240$, Meanwell)

Sur la diagramme de la figure 3.2, les deux moteurs synchrones sont reliés chacun aux micro-contrôleurs par trois connecteurs, un destiné au moteur, un destiné au capteur à effet hall et un pour le codeur incrémental. Les deux micro-contrôleurs ($EPOS24/5(1)$ et $EPOS24/5(2)$) sont connectés selon le mode maître-esclave ("master-slave"), et reliés à une source d'alimentation. Ils communiquent par un câble de communication CAN-COM.

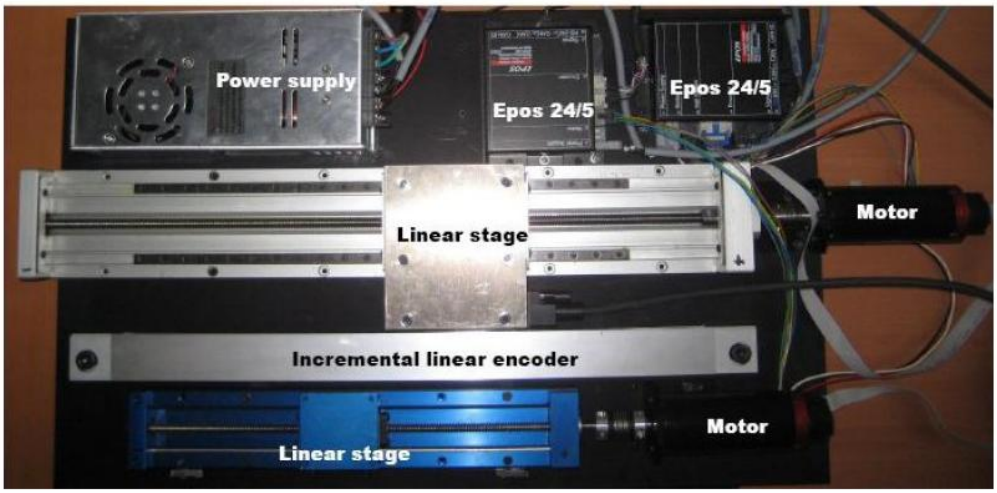


FIG. 3.1: *Photographie du système expérimental*

La communication pour la programmation, le transfert des données et les commandes entre l'ordinateur (PC) et le micro-contrôleur maître (*EPOS*24/5(1)) est réalisée par une liaison série RS-232. Cette liaison série est caractérisée par cinq paramètres de réglage : le port de communication, le débit de transfer (115200 bauds), le délai d'attente (100*ms*), les essais de transit (4) et le point d'adresse (Node1, Node2 pour deux micro-contrôleurs). Le fonctionnement des micro-contrôleurs va être détaillé dans le paragraphe 3.1.2.4.

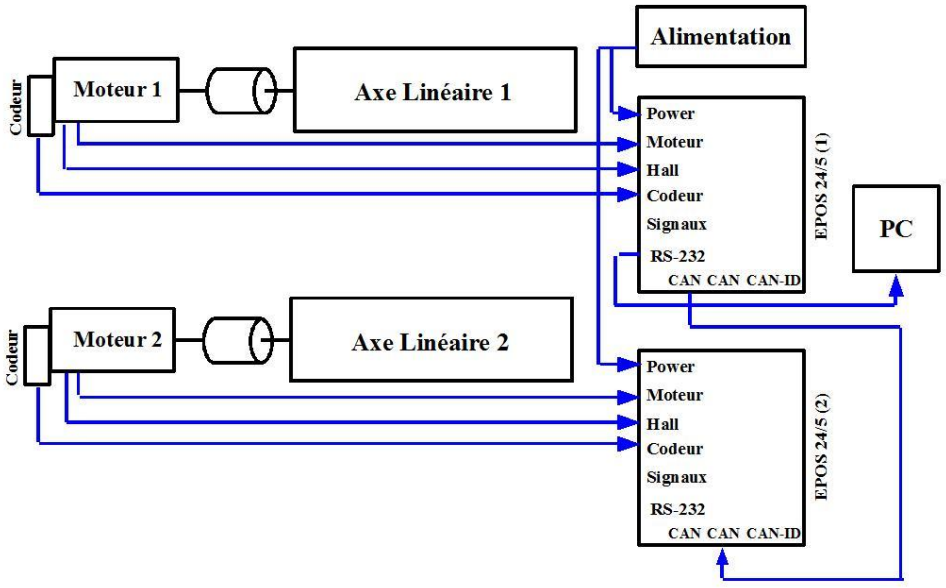


FIG. 3.2: *Architecture des liaisons du système expérimental avec deux axes linéaires*

On utilise une règle de mesure incrémentale dans le but de réaliser des mesures qui seront comparées à celles des codeurs incrémentaux des moteurs. L'architecture de communication entre un axe linéaire et la règle de mesure incrémentale est représentée sur la figure 3.3. La tête de lecture de la règle est reliée à l'axe linéaire par une liaison mécanique. Le connecteur de la règle permet de la relier au micro-contrôleur $EPOS24/5(1)$. Pour récupérer les signaux provenant de la règle, on remplace le connecteur du codeur par celui de la règle. La commande de déplacement est transmise au moteur par l'$EPOS24/5$, et les incréments de déplacement de la règle sont stockés dans la mémoire du micro-contrôleur. Le paragraphe 2.3 décrit la méthode d'acquisition des signaux, soit par une Interface Graphique fournie par le fabricant Maxon Motor, soit par une interface que nous avons développé avec un logiciel de programmation.

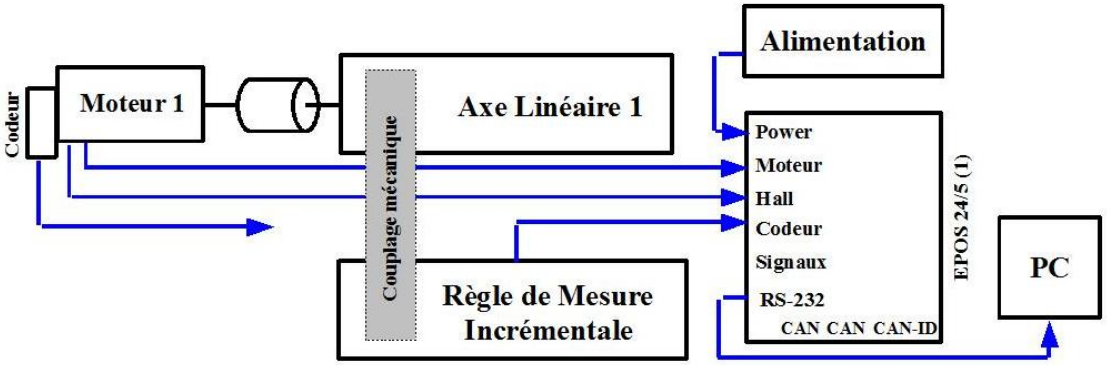


FIG. 3.3: *Architecture du système expérimental avec l'axe linéaire couplé à une règle de mesure incrémentale*

3.2 Description technologique du système expérimental

3.2.1 Les axes linéaires

Les axes linéaires ou bien les guidages linéaires sont les éléments mobiles des systèmes mécaniques. Ils sont utilisés pour effectuer différentes fonctions sur des machines intervenant dans la réalisation d'un produit.

On rencontre les guidages linéaires dans nombreux domaines d'application (production des semi-conducteurs, robotique, machines de précision, machines de contrôle, équipements médicaux et d'autres systèmes utilisés dans la production industrielle). Leurs composants

doivent remplir un grand nombre d'exigences pour assurer un bon fonctionnement du système mécanique. Selon [45] on peut citer quelques caractéristiques générales :

- haute précision de déplacement et de positionnment ;
- vitesse et accélération importantes,
- grande rigidité,
- capacités de charge statique et dynamique élevées,
- faible besoin en lubrifiant,
- montage facile,
- prix adapté.

Parmi les auteurs qui ont étudié les systèmes de transmission par vis à billes, on peut citer [18], [46], [47], [15], [48].

Pour notre étude, nous avons choisi deux types des guidages : un axe linéaire avec transmission par vis-à-billes et un autre axe linéaire par transmission vis-écrou compliant (voir paragraphe 3.2.1.1). Les deux types d'axes linéaires sont flexibles et modulables entre eux et également on peut obtenir facilement des systèmes multi-axes. L'application du principe modulaire permet de combiner les axes linéaires pour obtenir les systèmes proposés sur la figure 3.4.

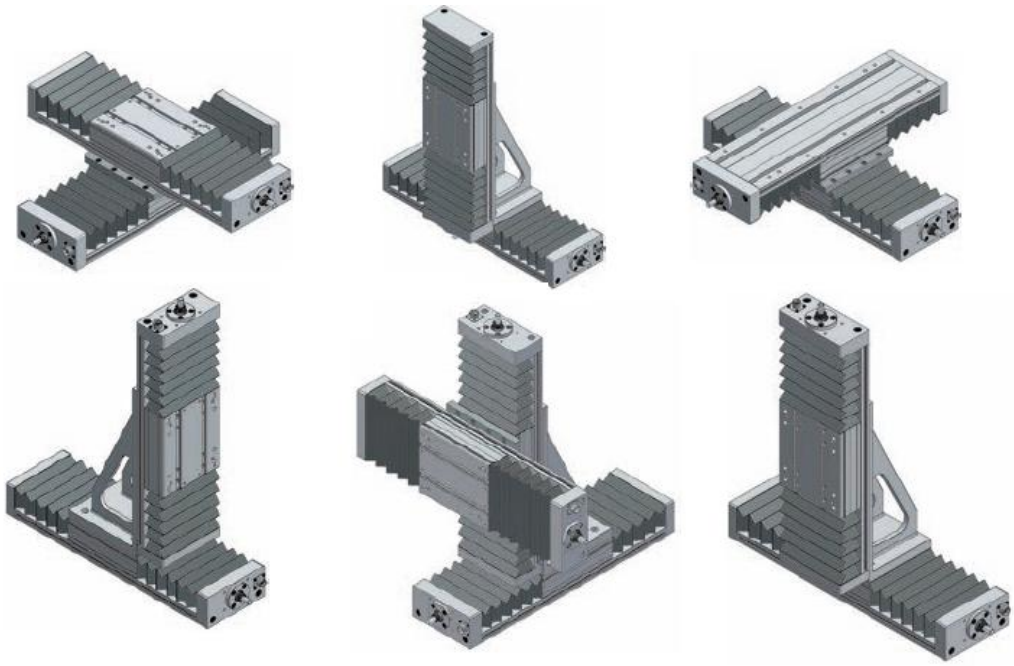
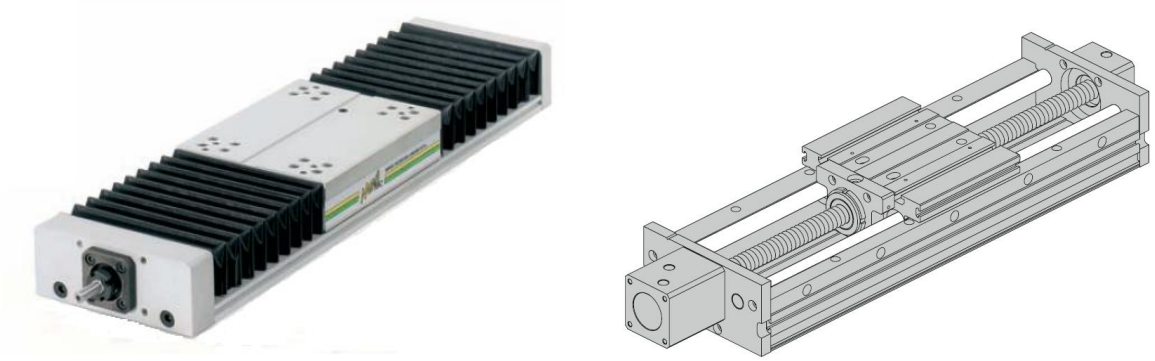


Fig. 3.4*: Différents montages d'axes, selon Elitec*

3.2.1.1 Les axes Elitec et Thomson

Dans la figure 3.5 peuvent être visualisés les deux types d'axes : Elitec ($LVP-75C$) et Thomson ($MicrostageMS25-LIA$). Les caractéristiques techniques principales des deux axes sont données dans le tableau 3.1.



(a) Axe linéaire, Elitec (b) Axe linéaire, Thomson

FIG. 3.5: *Axes linéaires*

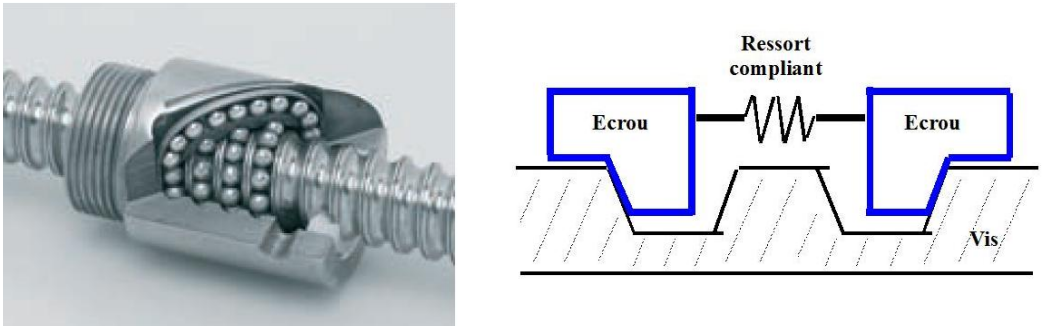
Axe	Elitec	Thomson
Transmission	Vis à billes recirculantes	Vis écrou compliant
Longueur [mm]	449	288
Largeur [mm]	75	50
Course [mm]	210	283
Pas de la vis [m]	$2 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$
Répétibilité [mm]	$\pm 0,01$	$\pm 0,01$
Vitesse maxi. [m/s]	0,1 à 0,3	0,15
Masse [kg]	1,87	0,75
Température [°C]	-20 à $+80$	-20 à $+70$
Jeu [mm]	≤ 0.01	pas de jeu
État à la livraison	Sans lubrification	Avec lubrification

TAB. 3.1: *Caractéristiques mécaniques d'axes*

L'axe linéaire Elitec caractérisé par une transmission par écrou-vis-à-billes roulée a été choisi pour son avantage d'une haute précision de positionnement. Le système vis à billes-écrou est équivalent au mécanisme vis-écrou, mais les billes fournissent l'avantage de

diminuer fortement le frottement et d'éliminer (ou de diminuer fortement) le phénomène de collage-décollage. Les désavantages de ce type d'axe sont liés aux difficultés de réalisation des surfaces parfaites des billes et au mécanisme de recirculation des billes, de plus le coût dû à la complexité de fabrication est important.

L'axe linéaire Thomson a été conçu pour fournir une rigidité et une résistance optimales. L'élément de transmission, le système vis-écrou compliant a pour rôle d'annuler le jeu. Cet axe est caractérisé par une haute précision de positionnement, un faible frottement, un couple d'entraînement réduit et le phénomène de collage-décollage est minimisé. Ces dimensions physiques permettent de réduire l'encombrement et facilitent son insertion dans toutes sortes de machines de précision.



(a) Vis à Billes Roulée-écrou (b) Vis-Écrou Compliant

FIG. 3.6: *Les systèmes Vis-Écrou des deux axes linéaires utilisés*

Les figures 3.6(a) et 3.6(b) représentent le système de vis-écrou à recirculation de billes et le système vis-écrou compliant. L'écrou à recirculation des billes a été conçu pour réduire le jeu axial inférieur à $\leq 0.01mm$. Il est caractérisé par un fonctionnement à faible frottement sans effet de collage-décollage, une usure minimale, une fiabilité et une longévité importantes. La vis et l'écrou sont réalisés en acier trempé.

Le vis-écrou compliant utilise une méthode standard de compensation du jeu par un écrou constitué de deux moitiés d'écrous reliés par un ressort en compression.

Les deux axes linéaires avec des transmissions mécaniques différentes ont été choisis pour réaliser une comparaison au niveau du micro-positionnement. Cette comparaison doit permettre d'améliorer la machine à bobiner présentée dans le chapitre 1 qui doit réaliser des déplacements extrêmement précis et la synchronisation de l'axe linéaire avec la rotation du mandrin.

3.2.2 Les moteurs synchrones à aimants dit Brushless

Pour l'entraînement de l'axe linéaire, on a la possibilité de choisir entre des moteurs linéaires et rotatifs. Selon [17], il est difficile de trouver un tel moteur qui satisfait toutes les contraintes.

Les moteurs linéaires produisent une force linéaire en créant un champ électromagnétique de déplacement et peuvent être couplés directement aux tables en déplacement.

Les moteurs rotatifs sont les moteurs traditionnels utilisés pour le positionnment précis des machine outils [49], caractérisés par des puissances et des couples massiques élevés, des bonnes performances au niveau de l'accélération et de la vitesse et avec une grande durée de vie. Dans la catégorie des moteurs rotatifs, on trouve les moteurs synchrones qui présentent les avantages suivants : l'absence de balais réduit la maintenance du moteur et élimine les effets non-désirés de la commutation, le faible moment d'inertie du rotor augmente la rapidité de réponse mécanique, la forte puissance massique est obtenue avec l'utilisation de matériaux magnétiques en terre-rare, et comme les bobinages sont placés sur le stator, il en résulte une dissipation de chaleur facilitée [50].

Pour notre système expérimental, on utilise des moteurs brushless $ECMAX40L$ fournies par Maxon Motor, caractérisés par une commutation électronique, un faible niveau de bruit, des vitesses de rotation élevées même à basses tensions, une bonne évacuation de la chaleur, une haute résistance à la surcharge, une constante de temps électrique très faible et une faible inductance. Les principales caractéristiques du moteur sont données dans le tableau 3.2.

Caractéristiques Moteur	$ECMAX40L$
Puissance [W]	77
Inertie $[Kg \cdot m^2]$	$101 \cdot 10^{-7}$
Rendement maximum [%]	85
Vitesse limite [tr/mn]	12000
Courant maximum permanent [mA]	4560
Constante de couple $[mN \cdot m/A]$	45,5
Poids [g]	660
Paliers	Roulements pré-contraints

TAB. 3.2: *Caractéristiques mécaniques du moteur $ECMAX40L$*

Le codeur incrémental $HEDL5540$ couplé au moteur a une résolution de 500 impulsions/tour et trois canaux. La précision de la mesure de l'angle pour l'axe moteur dépend essentiellement de la précision du codeur. La résolution en position vaut donc $\frac{2\pi}{4*500} = \frac{\pi}{1000} rad$.

3.2.3 Les accouplements mécaniques

Dans le système expérimental, deux types d'accouplements mécaniques peuvent être utilisés pour chacun des axes. Pour le montage de l'axe Elitec, un accouplement flexible est utilisé (voir figure 3.7(a), référence $MWC20-5-5-SS$), et pour l'axe Thomson, un accouplement à soufflet (voir figure 3.7(b), référence $MBS19-5-5-A$). Les deux accouplements mécaniques proviennent du même fabricant Ruland.



(a) Accouplement flexible, Ruland



(b) Accouplement à soufflet, Ruland

FIG. 3.7: *Accouplements mécaniques utilisés sur le système expérimental*

Les accouplements flexibles en aluminium sont conçus pour une utilisation répondant aux grandes vitesses, à un grand désalignement et à une lubrification limitée. Ce type d'accouplement est fabriqué d'une seule pièce, avec un diamètre intérieur de $5mm$, un diamètre extérieur de $19mm$, une longueur hors tout de $31,75mm$, un couple maximum de $4,64Nm$, une rigidité en torsion de $1,428Nm/Deg$.

Les accouplements à soufflets en acier inoxydable sont caractérisés par un couple élevé, une faible inertie, une rigidité en torsion élevée, une longue durée de vie, un jeu entre dents nul et conviennent aux désalignements angulaire, parallèle et axial. Ce type d'accouplement est composé de deux moyeux en aluminum et d'un soufflet en acier, ayant un diamètre intérieur de $5mm$, un diamètre extérieur de $19mm$, une longueur hors tout de $30mm$, un couple maximum de $4,5Nm$ et une rigidité en torsion de $14Nm/Deg$.

3.2.4 La règle de mesure incrémentale

La règle de mesure *LS*476 effectue une mesure incrémentale. Le système de mesure est conçu pour un pas de $1\mu m$, une classe de précision de $\pm 3\mu m$, une longueur de mesure de $320mm$ et des signaux incrémentaux en TTL.

3.2.5 Les Micro-contrôleurs EPOS 24/5

L'EPOS 24/5 (voir figure 3.8), en anglais "Easy to use Positioning System", est un micro-contrôleur de position conçu pour des petits moteurs avec ou sans balais, et souvent utilisé dans les équipements de test et de mesure, les manipulateurs de manutention, l'imagerie médicale, la robotique et en production.



FIG. 3.8: *Micro-contrôleur EPOS* 24/5

L'EPOS24/5 est caractérisé par 6 entrées numériques, 4 sorties numériques et 2 entrées analogiques, une tension de fonctionnement située entre $11VDC$ et $24VDC$, un courant continu en sortie maximal de $5A$ et un courant de crête de $10A$. La zone mémoire de stockage de l'EPOS 24/5 est de $1Moctet$, dont $768koctet$ représentent la mémoire pour l'application et 4 *Koctet* représentent la mémoire non-volatile.

Le micro-contrôleur nous permet de transmettre des commandes au moteur par l'intermédiaire d'une Interface Graphique, conçue avec plusieurs fonctions et un assistant de procédures de démarrage qui permet faire des réglages de commandes automatiques, la configuration des entrées/sorties et des tests. Le micro-contrôleur a une bibliothèques DLL qui nous permet en utilisant un language de programmation (Borland C++, Visual C++, LabView

ou Borland Delphi) de commander le moteur par des interfaces graphiques réalisées par nous même (voir dans le paragraphe 3.2).

Le micro-contrôleur a été conçu avec plusieurs modes de fonctionnement qui influencent le comportement du mécanisme. Il y a neuf modes de fonctionnement énumérés ci dessous :

- ***Profile Position Mode*** - Dans ce mode de fonctionnement, on définit la position finale du mécanisme. La vitesse, la position et l'accélération peuvent être limités. Les déplacements sont possibles en utilisant le générateur de trajectoire.
- ***Position Mode*** - Dans ce mode de fonctionnement la valeur de la position finale peut être fixée directement. Cette fonction correspond à l'exécution d'une réponse à un échelon de position
- ***Homing Mode*** - Ce mode de fonctionnement permet de trouver la position "home" - le point de référence ou bien la position zéro du système.
- ***Profile Velocity Mode*** - Ce mode de fonctionnement est utilisé pour contrôler la vitesse du mécanisme sans indiquer de position. Le générateur de trajectoire réalise un profil de vitesse en trapèze avec accélération/décélération limitées.
- ***Velocity Mode*** - Dans ce mode de fonctionnement, la valeur de la vitesse finale peut être fixée directement. Ceci correspond à réaliser une réponse en échelon de vitesse.
- ***Current Mode*** - Dans ce mode de fonctionnement, juste la boucle de contrôle en courant et la limitation de la vitesse sont actives.
- ***Diagnostic Mode*** - Ce mode de fonctionnement sert au diagnostic de l'interface graphique.
- ***Master Encoder Mode*** - Dans ce mode de fonctionnement, la valeur de la position finale est fixée en unités d'incréments codeur.
- ***Step / Direction Mode*** - Dans ce mode de fonctionnement, la valeur de la position finale est fixée à partir des signaux externes.

Pour ce travail, on a surtout utilisé le mode de fonctionnement ***Profile Position Mode*** pour réaliser des trajectoires à différentes vitesses et accélérations et avec des périodes d'échantillonnage différentes. Cette partie sera détaillée dans le paragraphe 3.2 liée à l'acquisition des signaux.

La figure 3.9 représente l'architecture du micro-contrôleur, conçu avec trois boucles de contrôle : une boucle de commande en courant, une boucle de commande en vitesse et une boucle de commande en position. La boucle de commande en courant est utilisée dans tous les

modes de fonctionnement énumérés auparavant. Par l'intermédiaire de l'Interface Graphique, on réalise les réglages des régulateurs pour les trois boucles de commande.

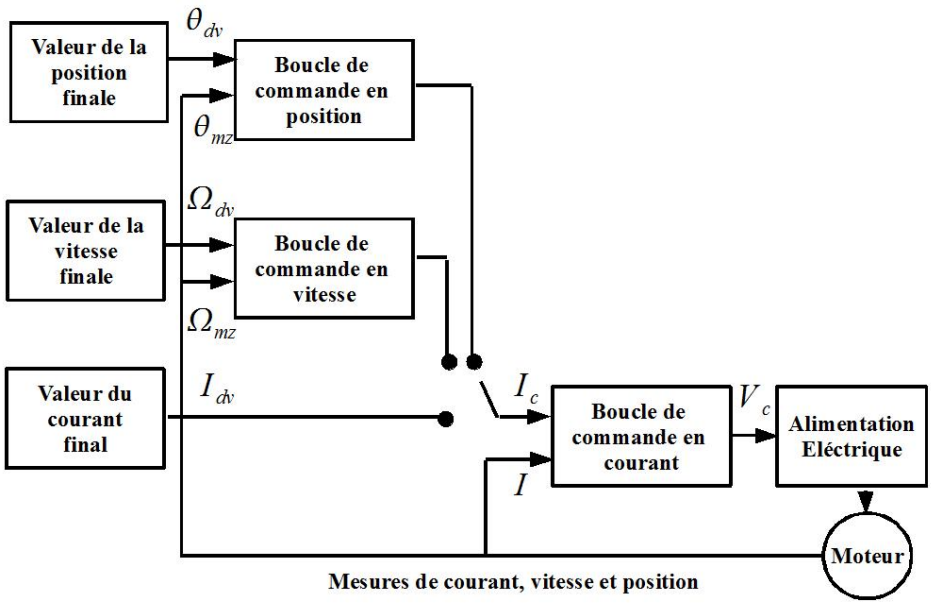


FIG. 3.9: *La structure des boucles de commande,[51]*

Par la suite, les trois boucles de commande avec leurs régulateurs sont détaillées.

Boucle de commande en courant

La boucle de commande en courant est la première structure de régulation nécessaire à la commande. Le courant de consigne est fourni par la sortie d'un des régulateurs de position ou de vitesse utilisés dans les modes de fonctionnement ***Profile Position Mode*** et ***Profile Velocity Mode***. Le contrôle en courant peut également servir comme commande directe en courant, dans ce cas, on a $I_c = I_{dv}$

La boucle de courant utilise un régulateur PI avec une action proportionnelle et intégrale. La fonction de transfert du régulateur PI est représentée par l'équation (3.1).

$$\begin{cases} V_c = V_1, & si\ k_S|V_1| \leq S_c; \\ V_c = \frac{S_c}{k_S} sign(V_1), & si\ k_S|V_1| > S_c; \end{cases} \tag{3.1}$$

avec $V_1 = \frac{I_{dv}-I}{k_s}\left(\frac{K_{I_I}K_{SI}}{1-z^{-1}} + K_{P_I}K_{SP}\right)$

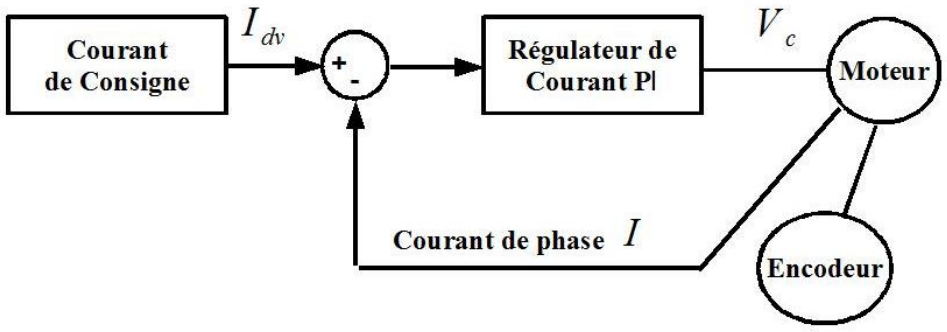


FIG. 3.10: *Schéma de réglage de la régulation en courant, [51]*

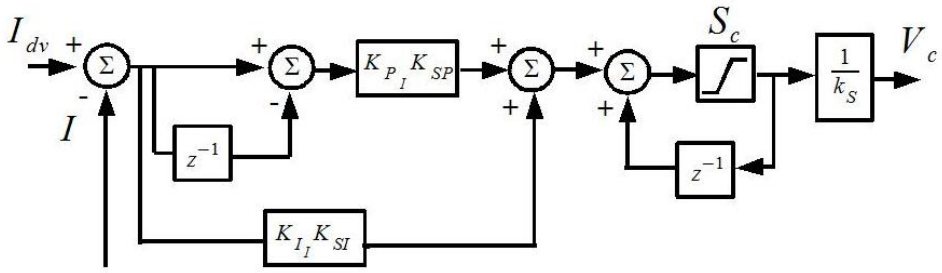


FIG. 3.11: *Architecture du régulateur PI pour la boucle de commande en courant, [51]*

K_{P_I} et K_{I_I} représentent les valeurs des gains proportionnel et intégral réglés par l'intermédiaire de l'Interface Graphique, et S_C est une saturation en courant. La relation (3.1) est exécutée à une période d'échantillonnage de $T_{e1} = 100\mu\,s$.

Boucle de commande en vitesse

La boucle de commande en vitesse représente la deuxième boucle de régulation disponible. La représentation schématisée est donnée sur la figure 3.12. Le régulateur utilisé est un PI avec la loi de commande (3.2).

$$\begin{cases} I_c = I_2, & si\ k_S|I_2| \leq S_v; \\ I_c = \frac{S_v}{k_S} sign(I_2), & si\ k_S|I_2| > S_v; \end{cases} \tag{3.2}$$

avec $I_2 = \frac{\Omega_{dv} - \Omega_{mz}}{k_s} \left(\frac{K_{I_V} K_{SI}}{1 - z^{-1}} + K_{P_V} K_{SP} \right)$

K_{P_V} et K_{I_V} représentent les valeurs des gains proportionnel et intégral réglés par l'intermédiaire de l'Interface Graphique et S_V une saturation du courant.

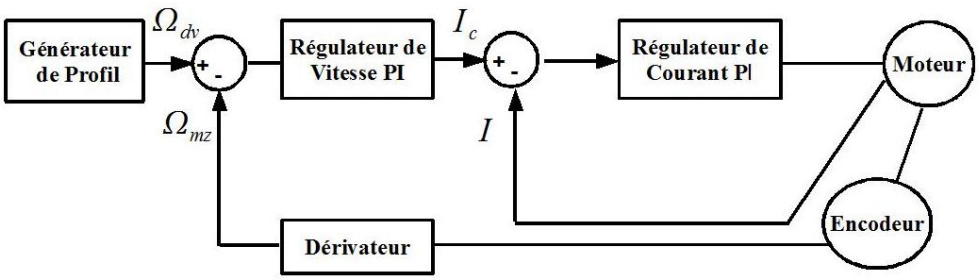


FIG. 3.12: *Schéma de réglage de la régulation en vitesse, [52]*

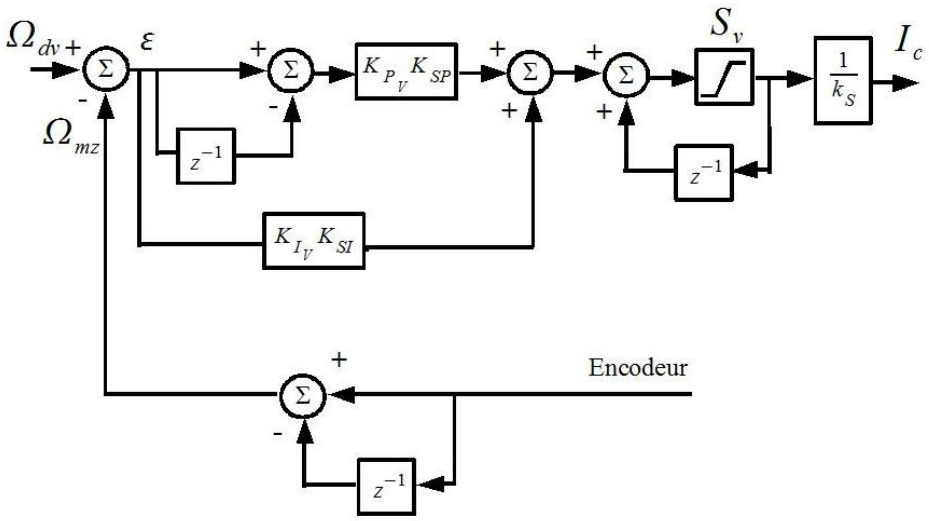


FIG. 3.13: *Architecture du régulateur PI pour la boucle de commande en vitesse, [51]*

Boucle de commande en position

La boucle de commande en position représentée sur la figure 3.14 est la troisième boucle de régulation possible. Le régulateur de position est un PID avec action proportionnelle, intégrale et dérivée. La fonction de transfert du PID se présente sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \epsilon_S = \epsilon_\theta, & si\ |\epsilon_\theta| \leq S_{P_1}; \\ \epsilon_S = S_{P_1} sigm(\epsilon_\theta), & si\ |\epsilon_\theta| > S_{P_1}. \end{cases} \tag{3.3}$$

avec $\epsilon_\theta = \theta_{dv} - \theta_{mz}$

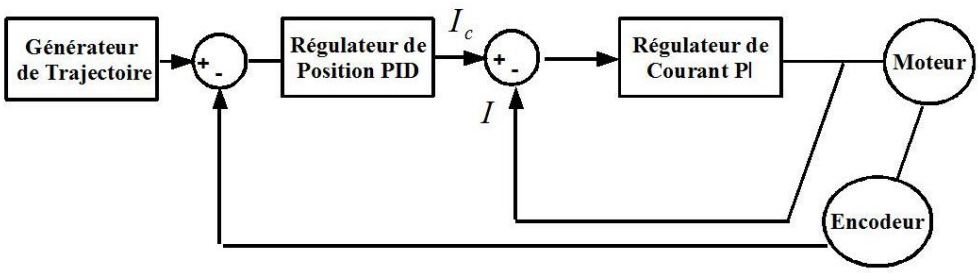


FIG. 3.14: *Schéma de réglage de la régulation en position, [52]*

$$\begin{cases} V_I = \frac{\epsilon_I}{k_{SI}}, & si\ |\epsilon_I| \leq S_{P_2}; \\ V_I = \frac{S_{P_2}}{k_{SI}} sign(\epsilon_I), & si\ |\epsilon_I| > S_{P_2}. \end{cases} \tag{3.4}$$

avec $\epsilon_I = \frac{K_{I_P}\epsilon_S}{1-z^{-1}}$

$$\begin{cases} I_C = I_3, & si\ k_s|I_3| \leq S_{P_2}; \\ I_C = S_{P_3} sign(I_3), & si\ k_s|I_3| > S_{P_2}. \end{cases} \tag{3.5}$$

avec $I_3 = \frac{1}{k_S}\left[V_I + \frac{K_{P_P}}{k_{SP}}\epsilon_S + \frac{K_{D_P}}{k_{SD}}(1-z^{-1})\epsilon_S\right]$

K_{P_P}, K_{I_P} et K_{D_P} représentent les valeurs des gains proportionnel, intégral et dérivé réglés par l'intermédiaire de l'Interface Graphique. S_{P_1} représente une saturation de l'erreur de position et S_{P_2}, S_{P_3} des saturations du courant.

L'architecture du régulateur PID est représentée sur la figure 3.15.

Les constantes K_{SP}, K_{SI} et K_{SD} sont données par le constructeur. Les valeurs numériques des gains du régulateur PID (K_{P_P}, K_{I_P} et K_{D_P}) sont obtenues lors de plusieurs essais.

Par l'intermédiaire de l'Interface Graphique on a la possibilité de réaliser le réglage du correcteur PID. Le réglage peut être réalisé en mode automatique ou bien en mode manuel. En mode automatique le moteur réalise des mouvements dans les deux sens de rotation avec des gains initiaux choisis par défaut. Le moteur tourne sans charge. Le mode manuel est appliqué en cas d'erreur survenue dans le mode automatique ou quand le réglage en mode automatique n'est pas suffisant. Cette procédure suppose une recherche itérative des gains du correcteur suivant les règles suivantes :

– en cas de dépassement le gain proportionnel est réduit ou le gain dérivé est augmenté,

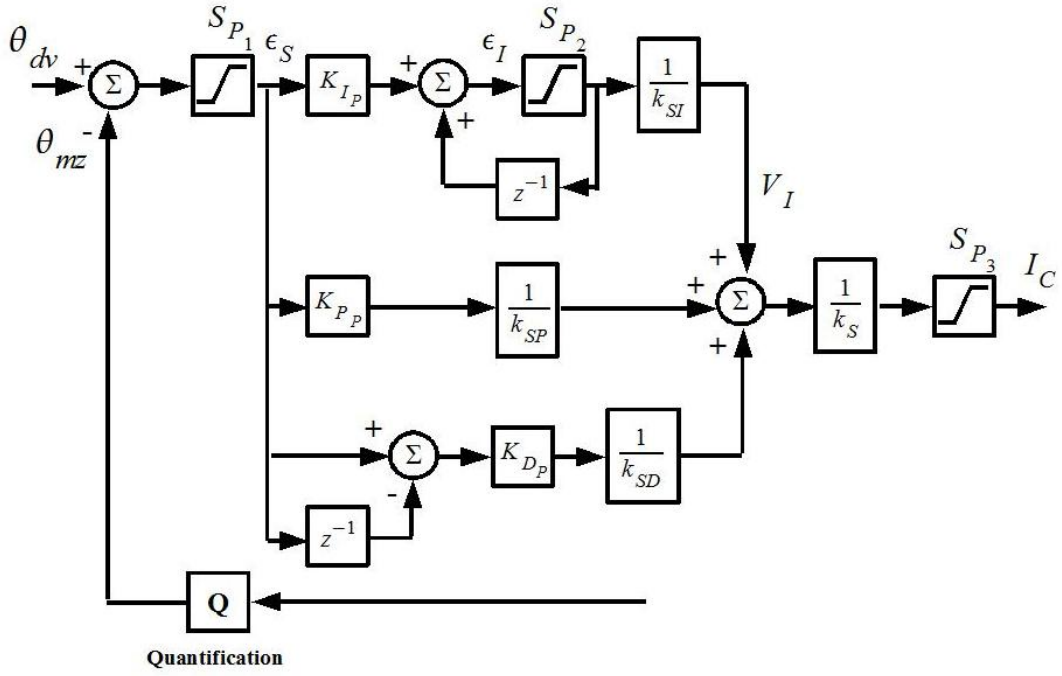


FIG. 3.15: *Architecture du régulateur PID pour la boucle de commande en position, [53]*

– en cas d'erreur de position il faut augmenter le gain proportionnel et le gain dérivé,
– et finalement, quand les gains proportionnel et dérivé sont optimisés, le gain intégral est ajusté en augmentant sa valeur tant que l'erreur de position statique est suffisamment réduite.

Pour notre système on a effectué plusieurs mesures avec différents réglages sur le correcteur PID. Les mesures ont été utilisées dans l'étape d'identification des paramètres. Suite aux simulations (faisant référence aux paramètres estimés, critères d'optimisation), on a retenu les valeurs des gains suivants : $K_P = 400$, $K_I = 100$ et $K_D = 200$.

Les gains des correcteurs PI dans la boucle de commande en courant et en vitesse sont obtenus en mode automatique par l'intermédiaire de l'Interface Graphique. Les gains du correcteur PI en boucle de commande en courant sont $K_{P_I} = 950$, $K_{I_I} = 918$, et pour le correcteur PI en boucle de commande en vitesse $K_{P_V} = 2311$, $K_{I_V} = 773$.

3.2.6 Le mode de fonctionnement *Profile Position Mode*

Le mode de fonctionnement *Profile Position Mode* utilise l'architecture représentée sur la figure 3.16. La position demandée (position cible) est fournie au générateur de trajectoire. Le générateur de trajectoire transmet à chaque période d'échantillonnage $T_e = 1ms$ la valeur de la position de consigne θ_{dv} de la boucle de commande en position.

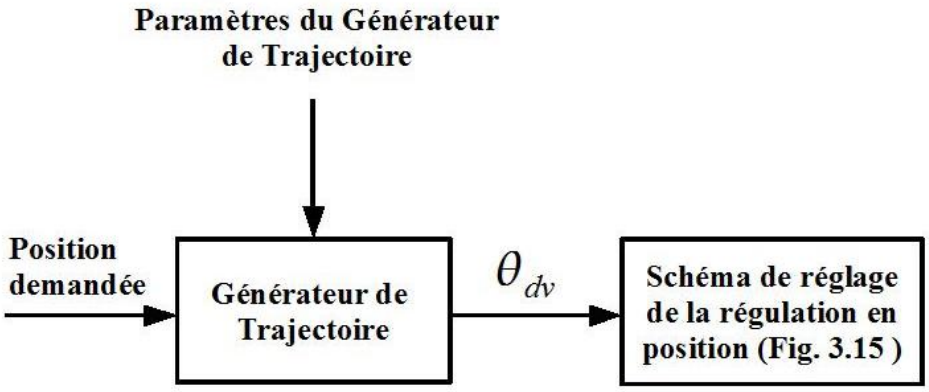


FIG. 3.16*: Architecture du* "Profile Position Mode"*, [54]*

Profile Position Mode dispose de paramètres de configuration (la limite maximale et minimale de la position, la limite maximale de la vitesse), des paramètres de commande (la position demandée), le profil de la vitesse, le profil de l'accélération/déccélération et des paramètres de sortie (la valeur de la position de consigne).

Fonction de commande en position

La fonction de commande en position est utilisée dans tous les modes de base du fonctionnement : Profile Position Mode, Position Mode, Homing Mode, Master/Encoder Mode, Step/Direction Mode. Son comportement est influencé par l'ensemble des paramètres du générateur de trajectoire. La sortie du régulateur impose la valeur de consigne à l'entrée du régulateur de courant.

3.2.7 Le mode de fonctionnement *Current Mode*

Le mode de fonctionnement *Current Mode* impose la consigne de courant au régulateur de courant qui commande le système. Dans ce mode, les autres boucles de commande ne sont pas actives.

3.3 Signaux d'acquisition

L'acquisition des signaux est effectuée par l'Interface Graphique mise à disposition par Maxon Motor. Un autre programme d'acquisition a été développé et testé. Ce programme est écrit en language Visual C++. Les deux modes d'acquisition de signaux sont présentés dans les paragraphes 3.2.1 et 3.2.2, en détaillant les étapes à suivre, leurs avantages et leurs inconvénients.

3.3.1 Acquisition des signaux avec l'Interface Graphique

L'acquisition de signaux obtenu en utilisant l'Interface Graphique est schématisée sur la figure 3.17. Il est nécessaire d'effectuer plusieurs étapes en remplissant les trois fenêtres graphiques (Données d'Acquisition, Configuration Acquisition Données et Profile Position Mode).

L'interface **Profile Position Mode** permet de réaliser des déplacements relatifs ou absolus avec une vitesse, une accélération et une décéleration différentes pour chaque position cible choisie. Pour récupérer les signaux d'un déplacement, il faut réaliser une configuration d'enregistrement des données : choisir les variables (positions, vitesses, courants - valeurs actuelles ou filtrées) correspondantes aux canaux 1 à 4, choisir la période d'échantillonnage (de quelques μs à quelques s), choisir la configuration du trigger et le temps de retard du trigger.

Une fois effectué le déplacement, dans l'interface graphique **Données d'Acquisition**, on visualise les courbes des données, et on les sauvegarde sous la forme d'un fichier texte.

L'utilisation de l'Interface Graphique impose quelques contraintes d'utilisation :
- la taille mémoire du micro-contrôleur est limitée,
- seulement quatre signaux peuvent être acquis en même temps

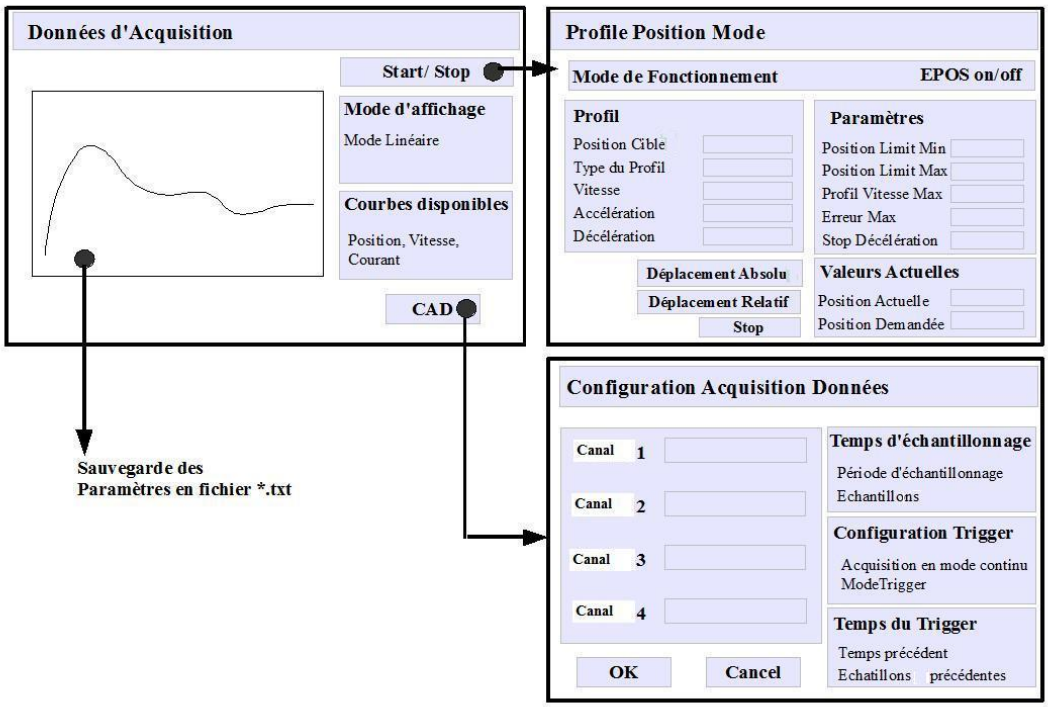


FIG. 3.17: *Étapes de l'acquisition de signaux en utilisant l'Interface Graphique fournie par Maxon Motor*

- l'acquisition des signaux provient d'un seul micro-contrôleur, on ne peut pas faire dans le même temps l'acquisition des signaux de plusieurs micro-contrôleurs
- l'acquisition des signaux se fait avec un seul sens de déplacement pour une acquisition donnée.

3.3.2 Acquisition des signaux avec le programme conçu en Visual C++

Le programme d'acquisition des signaux est conçu en language C++, plus précisément en Microsoft Visual C++ 6.0. La condition nécessaire pour l'utilisation du logiciel est la disponibilité d'un ordinateur avec le support d'application informatique Windows XP Service Pack 2.

L'architecture générale du programme est représentée sur la figure 3.18. Le **Programme Principal** utilise des fonctions communes et des bibliothèques du micro-contrôleur *EPOS*24/5. La bibliothèque **EPOScmd.dll** permet de réaliser la communication entre le micro-contrôleur de position et l'ordinateur. Cette bibliothèque permet de commander les moteurs par des

fonctions prédéfinies. Dans les **Fonctions Communes**, on déclare des fonctions qui permettent de fixer les paramètres du moteur et des asservissements (vitesse, accélération, gains du régulateur PID), l'activation/l'initialisation/l'arrêt du micro-contrôleur, et la déclaration des fonctions qu'on veut réaliser (déplacements d'axe, acquisition des signaux).

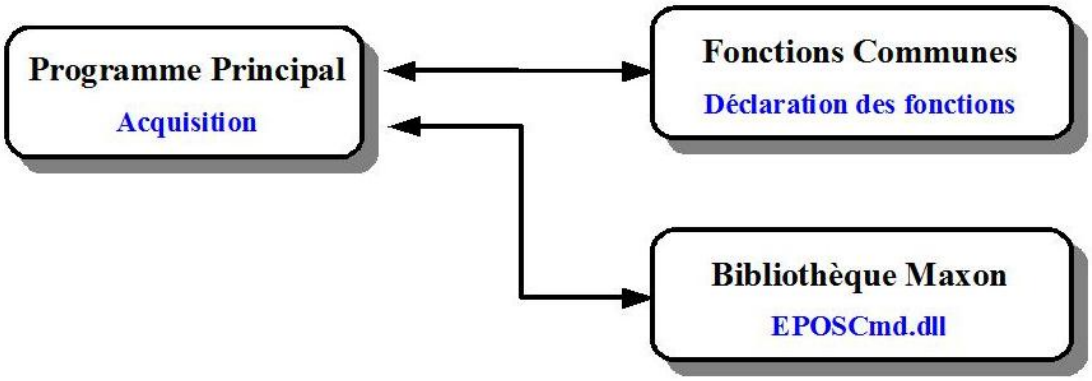


FIG. 3.18: *Architecture générale du programme d'acquisition de signaux réalisé en Visual C++ 6.0*

Les avantages du programme développé par rapport à l'Interface Graphique sont : la possibilité d'acquisition de plusieurs signaux provenant de plusieurs micro-contrôleurs durant le même temps, la taille mémoire n'est pas limitée (on a le choix de définir dans notre programme le nombre des points (incréments) qu'on veut acquérir) et l'acquisition des déplacements aller et retour (donc avec une vitesse avec changement de signe).

Le désavantage du programme est que le transfert des données par la liaison série RS-232 est lent. Le transfert d'une seule donnée (par exemple la position du moteur) dure environ $4ms$ alors qu'il est nécessaire de récupérer plusieurs données à la période d'échantillonnage de T_s donnée. Il est donc clair que ce programme ne convient pas pour la majorité des acquisitions qui sont nécessaires pour le travail d'identification.

Les simulations et les résultats présentés dans le paragraphe 3.4.2 et le chapitre 4 sont basés sur l'acquisition des signaux en utilisant l'Interface Graphique décrite dans le paragraphe 3.3.1. Les mesures effectuées sur le système expérimental consistent en l'acquisition du courant I et de la position angulaire θ_m du moteur pour des périodes d'échantillonnage de $1ms$ et $5ms$.

3.3.3 Le bruit des signaux

Dans les signaux d'acquisition, il y a toujours des perturbations avec une influence néfaste sur la mesure et qui cause des problèmes dans l'étude du système. Ces perturbations sont connues aussi sous l'appellation de bruits qui affecte les mesures d'entrée et de sortie [55]. Les sources de provenance des bruits sont différentes : l'instrumentation, le système de transmission, le blindage des câbles insuffisant, la proximité de commutation de forts courants, le voisinage de sources hertziennes, le système de codage [55], [56].

3.3.4 Formules théoriques liés au bruit des signaux

Les valeurs mesurées d'un signal se présentent sous la forme d'une somme des deux composants, [56], [57] (voir la figure 3.19) :

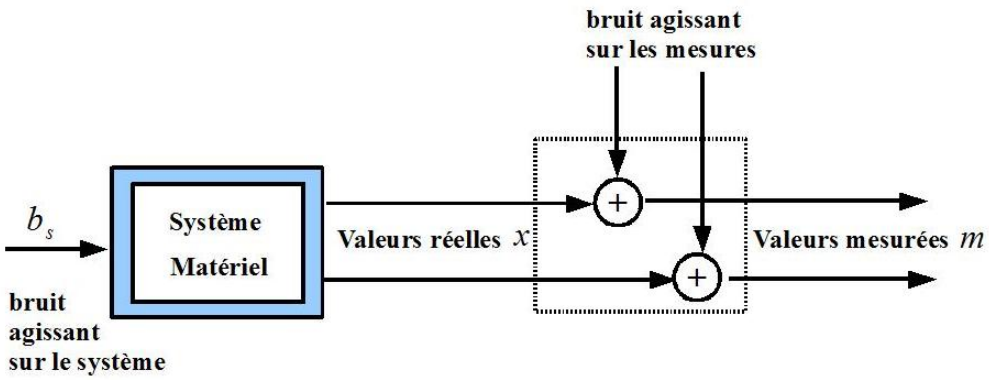


FIG. 3.19: *La forme schématisée d'un signal mesuré , [56]*

$$m = x_u + b_s \tag{3.6}$$

où m est le signal mesuré, x_u le signal utile ou réel et b_s le bruit de mesure. Le bruit est caractérisé par un spectre de fréquence plus large que celui du signal utile [55].

Le signal utile x_u (voir équation (3.7)) est composé à son tour d'une partie certaine due à la loi d'évolution x_c et une partie aléatoire x_a due à l'influence du bruit agissant sur la commande [56].

$$x_u = x_c + x_a \tag{3.7}$$

Parce que les mesures effectuées sur le système expérimental ont conduit à des signaux aléatoires, les deux composants, le signal utile x et le bruit b_s, peuvent être séparés si le contenu spectral et les propriétés statistiques sont différentes [57], [58]. Pour la description du bruit et du signal utile il faut faire appel aux méthodes de calcul probabilistes [56], [59] en utilisant les paramètres de caractérisation statistiques suivants : valeur moyenne (espérance mathématique ou bien moment d'ordre 1), variance (écart quadratique moyen ou bien moment d'ordre 2), écart type et fonction d'autocorrélation statistique. Ces paramètres apportent des informations partielles, mais intéressantes sur le signal aléatoire [60]. Par la suite sont données les formules mathématiques permettant de déterminer les grandeurs mentionnées plus haut.

Soit un signal aléatoire composé de n échantillons $(x_1, x_2, ..., x_n)$. La moyenne des échantillons peut être calculée selon l'équation (3.8). Cette moyenne calculée pour une infinité d'expériences converge vers une valeur unique [60] lorsque l'expérience est déterministe.

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \tag{3.8}$$

$$E[x] = \lim_{n->\infty} \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \tag{3.9}$$

où $E[x]$ est l'espérance mathématique de la variable aléatoire x équiprobable. Les variables aléatoires sont susceptibles de constituer des modèles convenables pour divers phénomènes aléatoires réels [60], qui décrivent un signal numérique [58].

La variance représente l'espérance mathématique du carré des écarts par rapport à la valeur moyenne :

$$v_{var} = E[(x - \bar{x})^2] = \lim_{n->\infty} \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \tag{3.10}$$

$$\sigma = \sqrt{E[(x - \bar{x})^2]} \tag{3.11}$$

La fonction d'autocorrélation statistique $\Sigma(\tau)$ par son calcul donne une liaison statistique entre les valeurs du signal aléatoire x et le signal mesuré x' à deux instants séparés de τ :

$$\Sigma(\tau) = E[x(t)x(t-\tau)] \tag{3.12}$$

3.3.5 Traitement des signaux

Le traitement du signal a pour but d'extraire un maximum d'information provenant d'un environnement parasité (bruité) [61], [57]. La méthode plus souvent utilisée dans le traitement du signal est le filtrage qui consiste à éliminer les bruits superposés aux signaux utiles [61]. Selon [62], des techniques de filtrage passe-bas (anti-repliement) sont nécessaires pour éliminer le bruit haute fréquence. Pour cela les techniques de filtrage sont utilisées dans le but d'éliminer les composants indésirables afin d'obtenir une forme du signal convenable pour l'étude du système.

Dans le paragraphe 3.4.2.1 sont présentés les filtres utilisés dans le traitement de signaux acquis à différentes périodes d'échantillonnage. La période d'échantillonnage a été choisie en essayant de récupérer les signaux à des périodes pas trop larges, pour pas perdre d'information. Dans le même paragraphe est réalisé une étude sur le comportement fréquentiel des différents filtres. Par la suite, dans le paragraphe 3.4.2.2, les filtres sont appliqués dans le traitement des dérivées des mesures.

Le travail de filtrage et de dérivation des signaux est utilisé dans l'identification paramètrique présentée dans le chapitre 4, dans les paragraphes 4.3 et 4.5, dont l'estimation paramètrique a été effectuée par la méthode des moindres carrés et la méthode d'estimation en boucle fermée respectivement.

3.3.5.1 Filtres median et filtres moyenneurs

Dans le traitement des signaux acquis des deux axes linéaires, il y a deux types de filtres utilisés : le filtre median et le filtre moyenneur. Ces deux filtres sont appliqués successivement dans le filtrage des dérivées de la position (voir le paragraphe 3.4.2.2) et le filtre median est utilisé pour le filtrage du courant. Après la description théorique des filtres median et moyenneur, des exemples de filtrages sont donnés dans ce paragraphe pour différents déplacements et périodes d'échantillonnage. Le choix des filtres median et moyenneurs est motivé par comparaison avec les filtres de Tchebychev de différents ordres.

Le filtre median est un filtre de troisième ordre appliqué sur 3 échantillons consécutifs :

$$x_{3m}(kT_e) = median[x((k-1)T_e), x(kT_e), x((k+1)T_e)] \tag{3.13}$$

pour $\forall k \in [1...(n-1)]$ et T_e la période d'échantillonnage. La valeur medianne permet d'atténuer l'influence perturbatrice des valeurs extrêmes enregistrés localement.

Le filtre moyenneur est un filtre passe bas non-causal appliqué sur 3 échantillons :

$$x_{3M}(kT_e) = \frac{x((k-1)T_e) + x(kT_e) + x((k+1)T_e)}{3} \tag{3.14}$$

pour $\forall k \in [1...(n-1)]$.

Le filtre moyenneur ne possède pas une phase nulle sur la bande de fréquence utile. Il est ainsi nécessaire de le modifier afin d'obtenir une phase minimale. Après étude, on obtient les relations (3.15) et (3.16) pour les filtres moyenneurs d'ordre 3 (fichier filtremoy.m) et d'ordre 5 (fichier filtremoy5.m). On peut bien sûr étendre ces filtres sur un nombre plus important d'échantillons. Les propriétés du bruit résultant des filtres sont à étudier avec soin puisque ces signaux interviendront dans la matrice d'observation.

$$x_3(kT_e) = \frac{0.5x((k-1)T_e) + x(kT_e) + 0.5x((k+1)T_e)}{2} \tag{3.15}$$

pour $\forall k \in [1...(n-1)]$.

$$x_5(kT_e) = \frac{0.5x((k-2)T_e) + 2x((k-1)T_e) + 3x(kT_e) + 2x((k+1)T_e) + 0.5x((k+2)T_e)}{8} \tag{3.16}$$

pour $\forall k \in [2...(n-2)]$.

Afin de comparer les effets des filtres, il est souvent nécessaire de connaître leur comportement fréquentiel. Les figures 3.20 à 3.22 montrent les diagrammes de Bode de gain et de phase des filtres moyenneurs indiqués précédemment et des filtres de Tchebychev d'ordre 3, 5 et 9.

La figure 3.20 montre le diagramme des filtres de Tchebychev de type II et d'ordre 3 pour des fréquences de coupure placées en deux valeurs différentes de f. On voit clairement que le gain et la phase ne sont pas constants dans la bande de fréquence. Par contre, on voit que la phase des filtres moyenneurs est nulle pour toutes les fréquences mais que la fonction de gain diminue beaucoup plus lentement. La figure 3.21 montre le diagramme des filtres de Tchebychev de type II et d'ordre 5 pour différentes fréquences de coupure indiquées en Hertz. On voit clairement que le gain est constant dans la bande de fréquence et que la phase ne l'est pas. On peut chercher à minimiser la phase avec un décalage et un filtre non causal. La figure 3.22 indique les mêmes résultats pour un ordre 9.

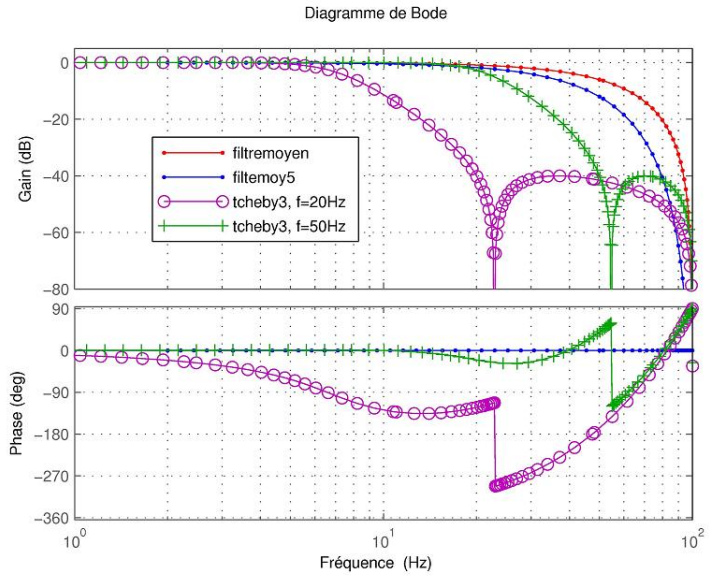


FIG. 3.20: *Comparaison des diagrammes de Bode des filtres moyenneurs et de Tchebychev, Type II ordre 3*

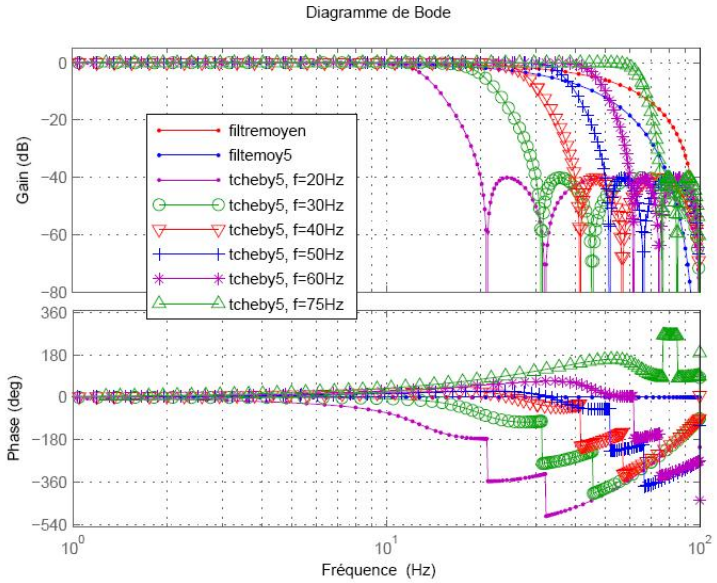


FIG. 3.21: *Comparaison des diagrammes de Bode des filtres moyenneurs et de Tchebychev, Type II ordre 5*

Suite à la comparaison des filtres, on applique le filtrage à la position et au courant. Le profil de la courbe 3.23 représente l'acquisition de la position à un échantillonnage de 5 ms et pour un déplacement de 32mm avec un profil trapézoidal. Si le filtre median est appliqué pour la mesure de la position, on peut voir sur la figure 3.23, à droite, que la courbe de la

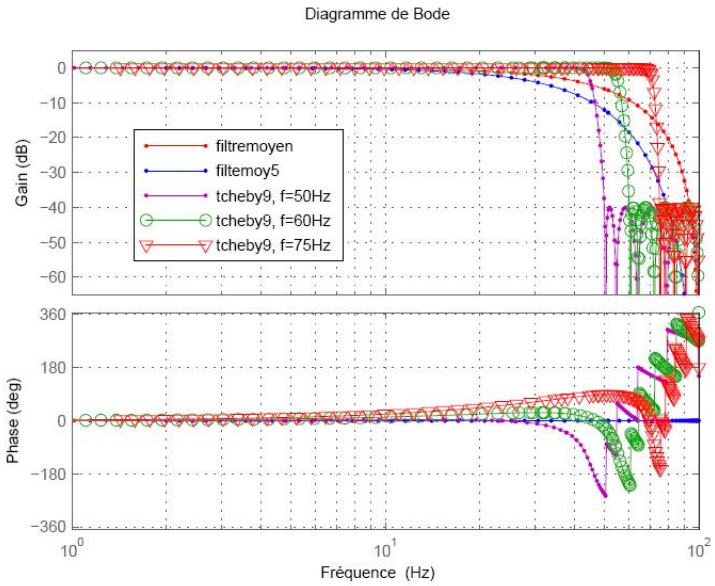


FIG. 3.22: *Comparaison des diagrammes de Bode des filtres moyenneurs et de Tchebychev, Type II ordre 9*

position est très "propre". Le filtre median ne modifie rien pour la mesure de la position et il a été appliqué pour différents déplacements acquis à différentes périodes d'échantillonnage.

Au contraire, pour la courbe du courant représentée à gauche (voir figure 3.23), le filtre median modifie énormément, en lissant les maximums. Un autre exemple de courbe pour laquelle le filtre median ne convient pas est représenté sur la figure 3.25. La mesure a été effectuée pour un échantillonnage à 8 ms et pour un déplacement de 50 mm avec un profil trapézoidal, en utilisant le programme en Visual C++.

De même le filtre median a été appliqué au courant acquis à 1 ms et pour un déplacement de 3 mm avec un profil en triangle. La courbe du courant est représentée à gauche sur la figure 3.25. On peut voir que le filtre median nous permet réduire un peu les maximums trouvés sur la courbe du courant.

La figure 3.24 montre la différence entre le courant mesuré et le courant filtré par différents filtres. Pour le filtre median, la valeur efficace de l'erreur étant de $0,097A$ alors que la valeur efficace du courant mesuré est de $0,59A$, ce qui correspond à une valeur efficace de couple de $2,69\ 10^{-2}Nm$. Le filtre median modifie donc la valeur de 16%.

Une étape suivante est le calcul de la dérivée et de la dérivée seconde de la position. Dans le paragraphe 3.3.5.2 sont données les formules théoriques de calcul et ensuite un exemple est présenté. Les dérivées de la position sont utilisées dans l'application de la méthode des

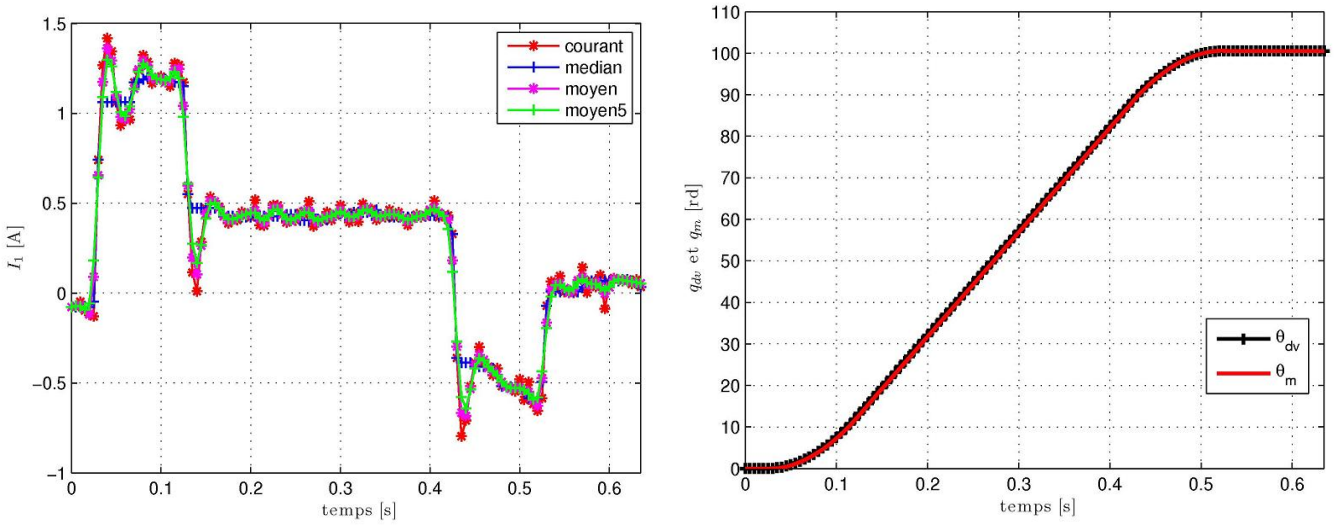


FIG. 3.23: *Courant et position angulaire du moteur à Te = 5ms*

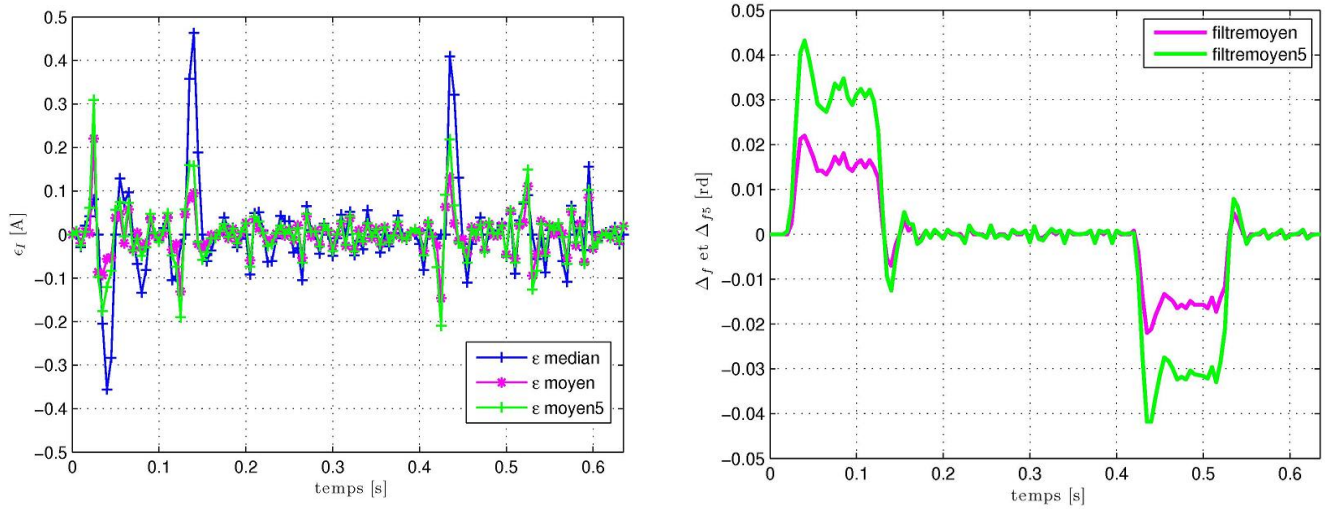


FIG. 3.24: *Erreur entre le courant filtré et le courant mesuré et entre la position filtrée et la position mesurée pour différents filtres*

moindres carrés et la méthode récursive en boucle fermée traitées dans les paragraphes 4.3 et 4.5 respectivement.

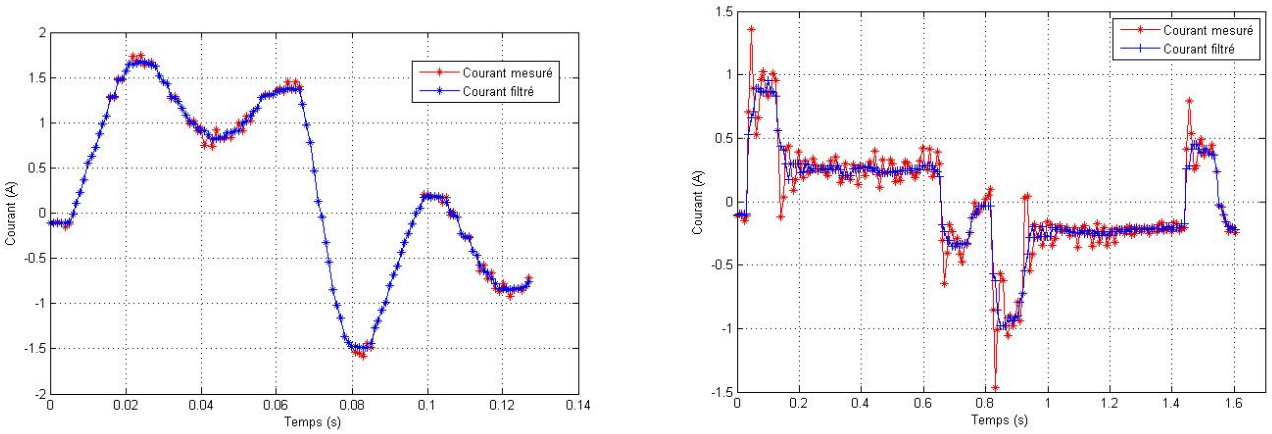


FIG. 3.25: *Profil du courant mesuré et filtré pour 3mm ($T_e = 1\,ms$) et 50mm ($T_e = 8\,ms$) respectivement*

3.3.5.2 Calcul de la vitesse et de l'accélération

Dans les équations mécaniques du système (2.3, 2.5, 2.14, 2.20) et dans les équations des modèles de frottement présentés dans le paragraphe 2.4.3 apparaissent des dérivées successives (la vitesse et l'accélération) qui ne sont pas mesurées directement par le micro-contrôleur.

Le moyen de déterminer la vitesse et ses dérivées est l'utilisation des algorithmes de dérivation présentés par la suite. Il faut imposer une période d'échantillonnage T_e constante et on considère x une grandeur mesurée à différents instants d'echantillonnage $t_k = kT_e$.

Il y a trois possibilités de calculer la vitesse et ses dérivées : soit par l'expression de la dérivée à droite (3.17), soit par l'expression de la dérivée à gauche (3.18), soit par l'expression de la dérivée centrée (3.19).

$$\dot{x}_d(t_k) = \dot{x}_d(kT_e) = \frac{x((k+1)T_e) - x(kT_e)}{T_e} \tag{3.17}$$

pour $\forall k \in [0...(n-1)]$. Pour la valeur de kT_e, soit on l'élimine de la liste des valeurs, soit on recopie la valeur en $(n-1)T_e$ (dérivée à gauche pour la dernière valeur de dérivée).

$$\dot{x}_g(t_k) = \dot{x}_g(kT_e) = \frac{x((k)T_e) - x((k-1)T_e)}{T_e} \tag{3.18}$$

$$\dot{x}_c(t_k) = \dot{x}_c(kT_e) = \frac{x((k+1)T_e) - x((k-1)T_e)}{2T_e} \tag{3.19}$$

pour $\forall k \in [1...(n-1)]$. Les valeurs de la dérivée aux instants t_0 et t_n sont données par $\dot{x}_c(t_0) = \frac{x(T_e)-x(0)}{T_e}$ (dérivée à droite) et $\dot{x}_c(t_n) = \frac{x(nT_e)-x((n-1)T_e)}{T_e}$ (dérivée à gauche).

La position mesurée qui intervient dans le calcul de la vitesse et ses dérivées est bruitée. La dérivation va augmenter l'influence du bruit. Lorsque l'on considère un bruit gaussien superposé à un signal, la dérivation augmente la variance du bruit sur la dérivée. Cette augmentation va de plus dépendre de la période d'échantillonnage.

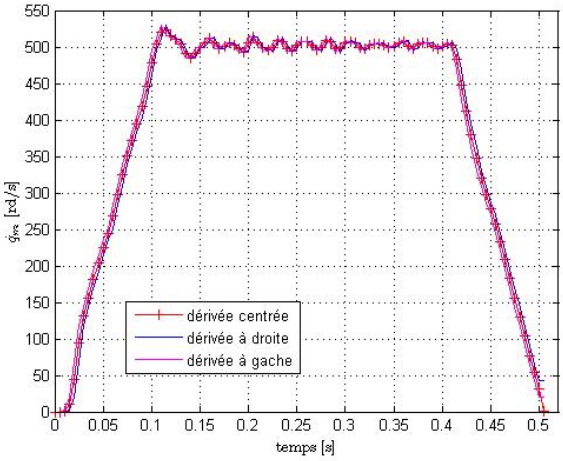


FIG. 3.26*: Dérivées de la position mesurée déterminées par 3 méthodes*

Les résultats du calcul de la dérivée de la position sont donnés sur la figure 3.26. Les différences ne sont pas très visibles sur ces courbes, mais comme on pouvait s'y attendre, la dérivée à droite est en avance de phase et la dérivée à gauche présente un retard. Il vaut donc mieux sélectionner la dérivée centrée pour la suite des calculs.

Les résultats de calcul de l'erreur de vitesse et de l'accélération sont donnés sur la figure 3.27. La figure de gauche montre le résultat de calcul de l'erreur de la vitesse en utilisant et la figure de droite montre l'accélération calculée différents filtres.

3.4 Conclusion

Dans ce troisième chapitre, le système expérimental a été présenté ainsi que la description technologique de ses composants.

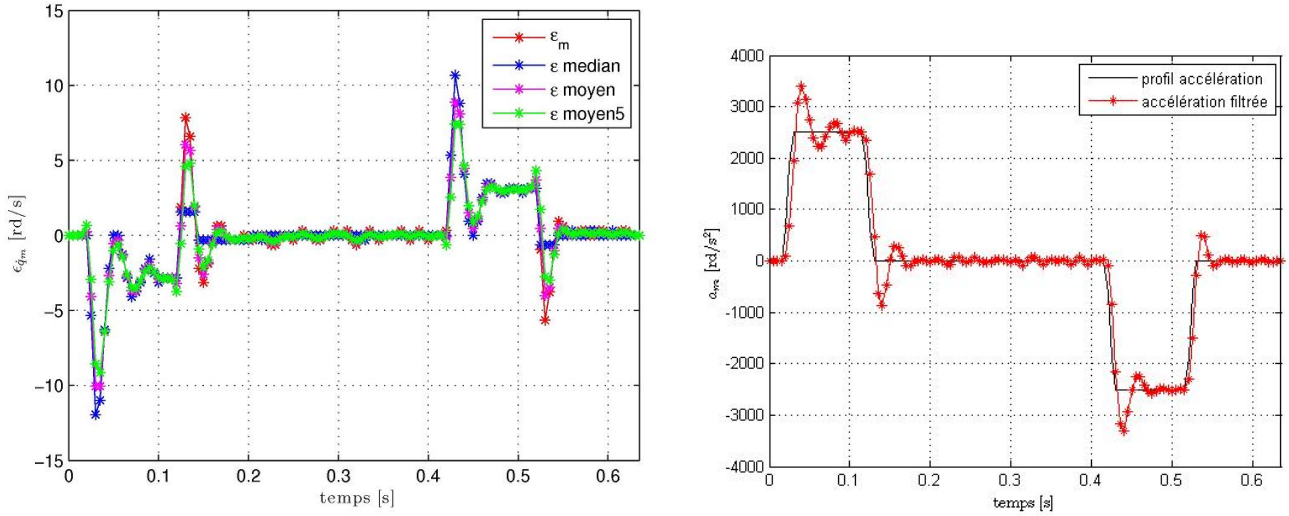


FIG. 3.27: *Calcul de l'erreur de Vitesse pour différents filtres et Accélération calculée*

Le micro-contrôleur EPOS 24/5 a constitué une partie importante dans la deuxième partie du chapitre qui a nécessité une description plus détaillée. Pour cela, les différents modes de fonctionnement de l'EPOS 24/5 ont été brièvement présentés, de plus les lois de commande en courant, en vitesse et en position ont ensuite été décrites.

L'acquisition de signaux à partir du système expérimental a été réalisée soit par l'utilisateur d'une Interface Graphique mise à la disposition de l'utilisation par le fournisseur des moteurs, soit par un programme d'acquisition réalisé en Visual C++. L'Interface Graphique a été choisie pour la suite des travaux car il permet l'acquisition des signaux à des périodes d'échantillonnage plus petites que celles du programme en Visual C++.

Le traitement des signaux mesurés a été présenté par la suite. Le filtres moyen, median et Tchebychev ont été comparés. Les deux premiers filtres sont à privilégier pour le traitement de signaux. Leur description a été détaillée dans ce chapitre. On utilise le filtre median dans le filtrage du courant acquis avec la période d'échantillonnage de $1\,ms$. La position angulaire mesurée du moteur est utilisée en simulation sans être filtrée. Par contre la vitesse et l'accélération dérivées de la position angulaire du moteur sont filtrées successivement par le filtre median et le filtre moyenneur.

CHAPITRE 4

Méthodes d'identification appliquées au système de positionnement

Ce chapitre est organisé en cinq parties. La première partie traite des aspects théoriques de l'identification des systèmes mécaniques. Les méthodes d'identification appliquées à l'estimation paramètrique des systèmes mécaniques sont présentées dans la deuxième partie du chapitre. La troisième partie est consacrée au rappel de la méthode des moindres carrés, une des méthodes d'identification souvent utilisée pour les systèmes mécaniques. Ensuite la méthode est appliquée au système de micro-positionnement étudié et les résultats sont présentés. Dans la quatrième partie, une méthode d'identification itérative par simulation/optimisation est décrite ainsi que son application au système de positionnement. Finalement, une méthode de calcul de la précision des paramètres identifiés est présentée et les résultats pour l'identification réalisée en boucle ouverte sont montrés.

4.1 L'identification de systèmes mécaniques

L'identification a un caractère pluridisciplinaire avec des applications dans des domaines très différents. On peut trouver l'identification dans le traitement des signaux (le traitement de la parole, les applications du sonar et du radar), dans l'identification et la modélisation des systèmes mécaniques, dans la biologie et les applications médicales (l'analyse des données de l'électro-encéphalogramme (EEG)), dans la géophysique (l'analyse des signaux séismiques) ou bien en économie (tester les théorie économiques, estimer les paramètres de comportement ("deep" parameters)).

L'identification permet l'élaboration d'un modèle mathématique à partir des données expérimentales et de connaissances a priori (des modèles boite-blanche, boite-verte, boite-noire, [63]) décrivant la dynamique d'un système. Le modèle mathématique résultant doit

décrire fidèlement le comportement dynamique du système réel. Cette tâche n'est pas toujours simple à résoudre, ce qui a conduit au développement des différentes méthodes et théories dans le domaine de l'identification.

Dans notre travail, nous nous sommes intéressés à voir l'identification du point de vue de l'automatique (la théorie des systèmes), c'est à dire d'identifier un modèle mathématique qui dépend d'un nombre fini de paramètres (paramètres mécaniques et paramètres traduisant les effets non-linéaires du système), qui se présente sous une forme moins complexe et qui garantie une bonne précision d'approche. Une fois qu'on a une bonne connaissance du modèle mathématique, cela permet d'estimer les paramètres mécaniques, de concevoir des algorithmes de simulation, de prévision, de surveillance ou de commande [64].

Dans l'identification des systèmes dynamiques, il y a deux types des modèles qui peuvent être utilisés : soit les modèles non-paramétriques présentés sous la forme d'une réponse fréquentielle, ou la forme d'une réponse à un échelon, soit des modèles paramétriques exprimés sous la forme des fonctions de transfert ou d'équations différentielles. La deuxième catégorie des modèles paramétriques est plus souvent utilisée dans l'identification des systèmes échantillonnés [65], et sont définies par un nombre fini de paramètres [66].

Les modèles paramétriques utilisent deux descriptions, [67], [68] :

- le *modèle direct* qui exprime le système dynamique sous forme d'équation d'état ou de fonction de transfert, continu ou discret,
- le *modèle inverse* qui exprime l'entrée (couple moteur, tension de commande) en fonction de l'état et de sa dérivée sous une forme linéaire ou non-linéaire par rapport aux paramètres physiques.

Selon [67], le modèle inverse est plus souvent utilisée dans l'estimation paramètrique.

En fonction des systèmes mécaniques étudiés, l'identification peut être réalisée selon des techniques d'identification "on-line" ou bien "off-line". L'identification "on-line" intervient quand les paramètres du modèle sont calculés dans le même temps que la commande qui tient compte directement de la variation des paramètres. Le contrôleur va ajuster les valeurs des paramètres ainsi qu'il va assurer la correction des performances. L'identification "off-line" est plus souvent utilisée pour les systèmes dynamiques complexes, en calculant les paramètres à partir d'une série de mesures. Les systèmes sur lesquelles l'identification "on-line" ou bien "off-line" est appliquée peuvent être soit des systèmes en boucle ouverte soit des systèmes en boucle fermée [69], [65]. Pour notre étude, nous allons montrer que l'identification du système en boucle fermée conduit à un modèle de meilleure précision. Cette partie est présentée dans

le paragraphe 4.5, en détaillant les avantages de cette méthode et en montrant les résultats obtenus pour les deux systèmes de positionnement.

Sur la figure 4.1 est représentée l'approche de l'identification expérimentale. Pour la détermination du modèle dynamique d'un système, il y a quatre étapes à effectuer, et toutes les quatres sont obligatoires pour une identification approfondie, [70]. La troisième étape concerne l'identification des paramètres. Il faut choisir un modèle minimisant les erreurs résultant de la différence entre les mesures et le calcul à partir du modèle. L'étape de validation du modèle peut être réalisée de plusieurs manières : le calcul direct de l'erreur de prédiction sur le signal d'excitation utilisé lors de l'identification, la validation croisée sur un signal d'excitation différent, la validation par l'élaboration d'une simulation [8].

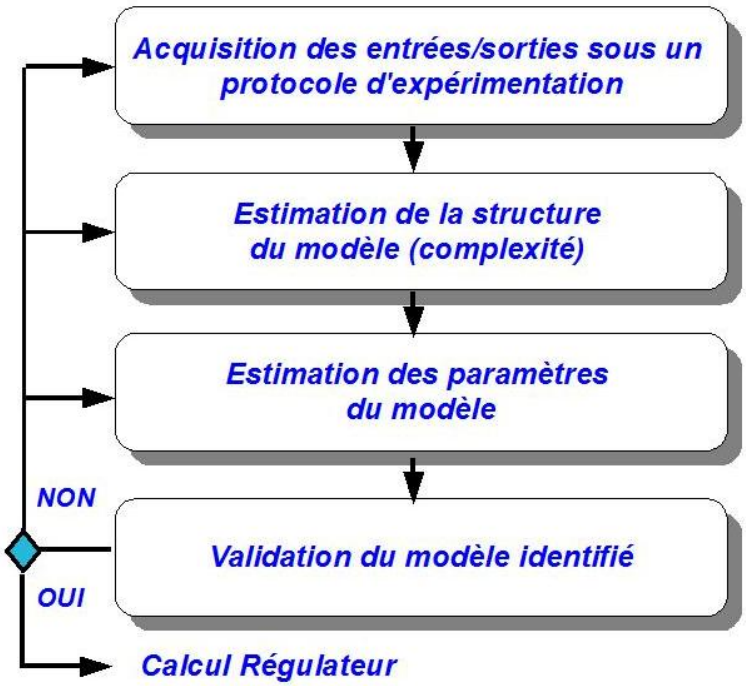


FIG. 4.1: *Étapes dans la procédure d'identification, [8]*

4.2 Principe et méthodes d'identification

La figure 4.2 représente le principe d'identification paramétrique, qui est en général basée sur le calcul de l'erreur de prédiction ϵ qui est la différence entre la sortie du système S_S et la sortie du modèle S_M. L'erreur va être minimisée dans le bloc $Identification$ par un algorithme d'adaptation paramétrique.

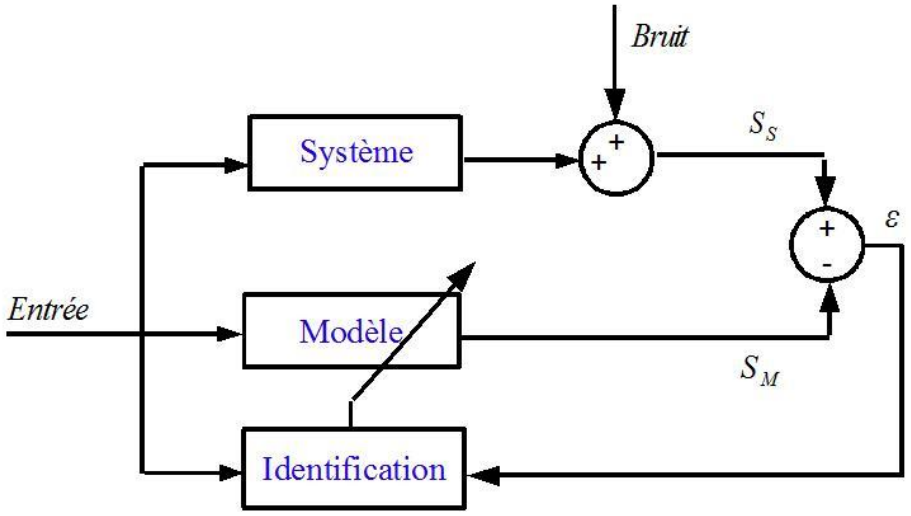


FIG. 4.2: *Principe de l'identification, [71]*

Les algorithmes utilisés dans l'adaptation paramétrique peuvent être classifiés en algorithmes non-récursifs et récursifs respectivement. La première catégorie d'algorithmes traite les entrées/sorties du système dans un intervalle de temps donné, tandis que les algorithmes récursifs traite les entrées/sorties à chaque nouvel instant d'acquisition [23]. Dans le livre de [72], on trouve une présentation détaillée des algorithmes non-récursifs et récursifs utilisés pour l'identification des systèmes.

Les préférences vont d'habitude vers les algorithmes récursifs parce que l'estimation des paramètres du modèle est obtenue au fur et à mesure de l'évolution du procédé. Ces algorithmes nécessitent habituellement une capacité d'identification en temps réel, l'économie de mémoire et une grande puissance de calcul, [65]. L'algorithme récursif de base appliqué pour la minimisation de l'erreur quadratique est l'algorithme des moindres carrés récursifs (MCR) [73]. Une description de l'algorithme MCR peut être trouvée dans [74].

Les algorithmes utilisent plusieurs méthodes numériques pour l'identification paramétrique et peuvent être classifiés selon [55] en :

- des méthodes *analytiques*, qui utilisent les dérivées de premier (la méthode du gradient) et de deuxième ordre (la méthode de Gauss-Newton)
- des méthodes *géométriques* basés soit sur la variation successive des paramètres (la méthode de Gauss), soit les direction de recherche sont orientés vers des modification en fonction des essais précédentes.
- des méthodes *heuristiques*, ce sont des méthodes mixtes (analytique - géométrique) rencontrées dans la bibliographie sous l'appellation de la méthode des polyèdres flexibles ou bien la méthode du simplex.
- des méthodes *aléatoires* basées sur le choix de processus aléatoires (la méthode de Monte-Carlo) mais leur utilisation est à éviter par le fait que sont des modèles généraux qui demandent un long temps de calcul.

Pour choisir une bonne méthode, il faut savoir que les méthodes analytiques du premier ordre et les méthodes heuristiques ne sont pas convenables si la convergence s'arrête loin du minimum. De plus les méthodes analytiques du deuxième ordre et les méthodes géométriques convergeant lentement peuvent s'arrêter loin du minimum et sont très sensibles en présence de bruit [55]. Pour cela le choix de la meilleure méthode suit une stratégie dépendant de trois différentes phases :

- L'initialisation est la première phase dans l'estimation paramétrique, qui suppose qu'à partir des connaissances antérieures, on peut estimer une valeur initiale des paramètres. La méthode des moindres carrés est une des solutions les plus simples à appliquer. Cette méthode ne nécessite pas de simulateur et est un bon point de départ pour les méthodes d'identification itératives.
- La minimisation à partir du point initial constitue la deuxième phase, dont la méthode analytique de premier ordre peut être choisie pour un problème mathématique simple et pour des fonctions de sensibilité calculables. Le désavantage de la méthode analytique est la sensibilité au bruit. Sinon les méthodes heuristiques sont plus convenables en présence de bruit.
- La recherche au voisinage du minimum est la dernière phase dans la stratégie de choix de la méthode. A l'aide de la phase précédente, la recherche du minimum est réalisée dans un espace paramétrique plus restreint, et la méthode de deuxième ordre et les méthodes géométriques sont utilisées.

Les méthodes choisies pour la minimisation du critère adopté pour l'identification itérative des paramètres du système de positionnement sont présentées dans le paragraphe 4.4 (la méthode analytique du premier ordre (gradient, voir Annexe A) et la méthode heuristique - la méthode des polyèdres flexibles ou bien du Simplex (voir l'annexe B)).

On peut trouver dans la littérature spécialisée différentes méthodes pour l'identification paramétrique des systèmes de positionnement :

- la méthode d'identification basée sur différentes techniques de l'intelligence artificielle, comme la logique floue, les réseaux neuronaux, ou bien les systèmes neuronaux-flous [75]. Cette méthode peut aussi utiliser des algorithmes génétiques basés sur la théorie évolutionnaire [76], [77] qui fournissent des solutions optimales [75]. Cette méthode présente le désavantage que la vitesse de convergence par rapport aux autres méthodes de recherche conventionnelles est assez lente [39].
- la méthode d'identification fréquentielle est appliquée en général aux systèmes linéaires, mais peut être appliquée aussi aux systèmes non-linéaires de la façon suivante : tous les éléments linéaires sont regroupés dans une seul bloc et le bloc non-linéaire séparément. Ensuite les deux blocs sont modélisés et à l'aide de l'analyse du cycle limite dans la boucle de vitesse les paramètres à identifier sont estimés [78]. Cette méthode s'applique d'habitude aux modèles non-paramétriques, et ensuite ces modèles sont paramétrés afin de réaliser l'estimation des paramètres des systèmes mécaniques [8].
- la méthode d'identification par la description du système mécanique sous la forme d'équations dynamiques, [16]. Cette méthode permet l'identification des termes de l'inertie équivalente provenant du moteur et de la charge mécanique, et du frottement visqueux. La stratégie est basée sur la dérivation des équations dynamiques du système en fonction de la vitesse de rotation, suivie ensuite d'une opération d'intégration par rapport au temps au début et à la fin de l'identification.
- la méthode d'identification par les moindres carrés est très souvent appliquée dans les systèmes mécaniques linéaires. Cette méthode est utilisée dans plusieurs études [79], [80], [81], [68], [82]. Malgré son application facile, il y a aussi des désavantages. La méthode des moindres carrés n'offre pas de bons résultats si les mesures sont fortement bruitées et les modèles de frottement utilisés dans la modélisation du système doivent être linéaires [68].

La première méthode appliquée dans l'identification paramétrique de notre système est la méthode des moindres carrés. Dans le paragraphe 4.3, la méthode des moindres carrés est

d'abord décrite, ensuite les équations dynamiques utilisées pour l'identification et les résultats sont présentés respectivement.

4.3 Méthode par le modèle inverse des moindres carrés

Le modèle du système entrée-sortie doit pouvoir se mettre sous une forme linéaire par rapport aux paramètres à identifier qui sont eux-mêmes supposés constants. Supposons que le comportement entrée-sortie du système réel SISO se mette sous la forme suivante :

$$y = M\Theta \tag{4.1}$$

avec $dim\Theta = d$ et $dimM = 1 \times d$.

Le vecteur d'observation M est constitué des termes de l'expression de la sortie y écrits par rapport au vecteur des paramètres Θ. Deux cas se présentent très couramment.

Supposons que l'équation entrée-sortie soit définie par une fonction de transfert $G(s)$. On a donc :

$$G(s) = \frac{X}{U} = \frac{b_0 + b_1 s + ... + b_{p-1}s^{p-1}}{1 + a_1 s + ... + a_p s^p} \tag{4.2}$$

On peut alors écrire cette équation sous forme d'équation différentielle reliant la sortie à l'entrée et à ses dérivées.

$$x = b_0 u + b_1 \dot{u} + ... + b_{p-1}u^{(p-1)} - a_1 \dot{x} - ... - a_p x^{(p)} \tag{4.3}$$

Cette équation est linéaire en fonction des coefficients de la fonction de transfert, on peut donc l'écrire sous forme matricielle comme suite :

$$x = [u\ \dot{u}\ ...\ u^{(p-1)}\ -\dot{x}\ ...\ -x^{(p)}] \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ ... \\ b_{p-1} \\ a_1 \\ ... \\ a_p \end{bmatrix} \tag{4.4}$$

Par comparaison avec l'équation (4.1), on peut écrire :
$y = x$, $M = [u\ \dot{u}\ ...\ u^{(p-1)}\ -\dot{x}\ ...\ -x^{(p)}]$ et $\theta = [b_0\ b_1\ ...b_{p-1}\ a_1\ ...a_p]^T$.

L'équation (4.4) est donc de même forme que l'équation (4.1). Résoudre cette équation revient donc à déterminer l'ensemble des coefficients d'une fonction de transfert.

Le deuxième cas est un cas particulier du premier. On suppose que tous les coefficients b_1 à b_{p-1} sont nuls. L'équation (4.2) peut alors se mettre sous la forme suivante :

$$u = \frac{1}{b_0}x + \frac{a_1}{b_0}\dot{x} + ... + \frac{a_p}{b_0}x^{(p)} \tag{4.5}$$

L'écriture matricielle correspondante est :

$$u = [x\ \dot{x}\ ...\ x^{(p)}] \begin{bmatrix} \frac{1}{b_0} \\ \frac{a_1}{b_0} \\ ... \\ \frac{a_p}{b_0} \end{bmatrix} \tag{4.6}$$

Par comparaison à l'équation (4.1), on écrit dans ce cas :
$y = u$, $M = [x\ \dot{x}\ ...\ x^{(p)}]$ et $\theta = \begin{bmatrix} \frac{1}{b_0} & \frac{a_1}{b_0} & ... & \frac{a_p}{b_0} \end{bmatrix}^T$

La seule connaissance de l'entrée u et de la sortie x et de ses dérivées permet de trouver tous les coefficients de l'équation différentielle entrée-sortie. C'est cette forme que nous allons utiliser par la suite.

Le problème de la méthode des moindres carrées provient essentiellement du bruit de mesure. Si seule la grandeur y de l'équation (4.1) est bruitée, on écrit :

$$y = \hat{y} + \epsilon = M\hat{\Theta} + \epsilon \tag{4.7}$$

avec ϵ le bruit de mesure sur y et $\hat{y}$ l'estimée de y.

Très souvent, la connaissance d'une seule valeur de la sortie y ne suffit pas pour déterminer l'ensemble des paramètres. On réécrit alors l'équation (4.7) pour n différents instants de mesure t_i. On obtient l'équation vectorielle suivante :

$$y = [y(t_i)] = [M(t_i)\hat{\Theta} + \epsilon(t_i)] = M\hat{\Theta} + \epsilon \tag{4.8}$$

avec $dim\ y = n \times 1$ et $dim\ M = n \times d$.

Le problème de l'identification du modèle entrée-sortie (4.1) revient alors à chercher la valeur optimale Θ^* qui minimise les erreurs de modèle. La solution est donnée dans de nombreuses références bibliographiques. On a :

$$\Theta^* = (M^T M)^{-1} M^T y \tag{4.9}$$

Remarque 1 Il peut arriver que la matrice $M^T M$ ne soit pas inversible. Ce cas pathologique correspond soit à un modèle non identifiable (un ou plusieurs paramètres non identifiables) soit à une ou plusieurs entrées trop pauvres. Les entrées trop pauvres peuvent être éliminées en effectuant de nouvelles mesures. On peut même chercher à vouloir optimiser les entrées afin d'avoir la meilleure matrice d'observation possible [67].

Remarque 2 La valeur $\hat{y}$ obtenue par l'expression $\hat{y} = M(M^T M)^{-1} M^T y$ signifie que $\hat{y}$ est la projection de la mesure y par l'opérateur $M(M^T M)^{-1} M^T$ ce qui revient aussi à dire que $\hat{y}$ et ϵ sont orthogonaux.

Il existe un biais (erreur systématique) de la valeur de $\hat{\Theta}$ lorsque l'espérance mathématique $E[\hat{\Theta}]$ est non nulle ou que la matrice d'observation M est corrélée avec le bruit ϵ. Ce biais est défini par $B_b = E[\hat{\Theta}] - \Theta^*$ et il peut être déterminé par :

$$B_b = E[\hat{\Theta}] - \Theta^* = E[(M^T M)^{-1} M^T \epsilon] \tag{4.10}$$

Lorsque la matrice d'observation M n'est pas corrélée avec le bruit ϵ, alors l'équation (4.10) revient à :

$$B_b = (M^T M)^{-1} M^T E[\epsilon] \tag{4.11}$$

L'estimateur (4.9) ne sera donc pas biaisé si $E[\epsilon] = 0$, c'est-à-dire si le bruit est centré (moyenne nulle).

La variance de l'estimateur permet de déterminer des informations statistiques sur l'erreur d'estimation. Soit $e = \hat{\Theta} - \Theta^*$. On a :

$$Var[e] = Var[\hat{\Theta}] = E[e^T e] \tag{4.12}$$

Lorsque l'estimation n'est pas biaisée, on montre que :

$$Var[\hat{\Theta}] = \sigma^2 (M^T M)^{-1} \tag{4.13}$$

avec $\sigma^2 I = E[\epsilon \epsilon^T]$ le carré de la variance du bruit de mesure centré. Lorsque la variance du bruit est inconnue et que l'on suppose qu'il n'y a pas d'erreur de modèle, on peut déterminer une valeur approchée de la variance par la formule suivante :

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{J(\hat{\Theta})}{n - d} \tag{4.14}$$

avec $J(\hat{\Theta}) = (y - \hat{y})^T (y - \hat{y}) = \epsilon^T \epsilon$ la valeur minimale du critère d'erreur.

En supposant que le bruit ϵ est gaussien, l'erreur sur les paramètres du modèle est donné par leur écart-type :

$$\Delta\Theta = \pm\sqrt{Var[\hat{\Theta}]} = \pm\sqrt{\sigma^2(M^TM)^{-1}} = \pm\sqrt{\frac{J(\hat{\Theta})}{n-d}(M^TM)^{-1}} \tag{4.15}$$

On peut ainsi calculer l'erreur relative en % sur chaque paramètre par la formule :

$$\Delta\Theta_{iR} = 100\frac{\Delta\Theta_i}{\Theta_i},\ i \in [1...d] \tag{4.16}$$

On peut remarquer que l'erreur relative est d'autant plus faible que le bruit de mesure est faible, que le nombre de valeurs acquises n est grand et que la matrice d'observation est bien conditionnée.

La qualité de l'estimateur $\hat{\Theta}$ est évaluée par le calcul de l'erreur quadratique moyenne (MSE) donnée par :

$$MSE = 100\frac{\hat{\sigma}^2}{\|y-\bar{y}\|}(n-d) \tag{4.17}$$

4.3.1 Identification avec le modèle à une inertie par la méthode du modèle inverse des moindres carrés

La méthode du modèle inverse des moindres carrés est appliquée pour le système dynamique décrit par l'équation (2.20), dont le modèle de frottement utilise la forme la plus simple dans le but d'avoir un vecteur de paramètres inconnus Θ de dimension réduite.

Le comportement du système défini par l'équation (2.20) est traduit par (4.18), et le modèle de frottement du C_{m2} est représenté par le frottement de Coulomb $C_t sign(\dot{\theta}_m)$ et le frottement visqueux $B_t\dot{\theta}_m$:

$$J_T\frac{d^2\theta_m}{dt^2} + C_t sign(\dot{\theta}_m) + B_t\dot{\theta}_m = \tau_m \tag{4.18}$$

En écrivant sous une forme matricielle, l'équation (4.18) devient :

$$\left[\frac{d^2\theta_m}{dt^2}\ sign(\dot{\theta}_m)\ \dot{\theta}_m\right]\begin{bmatrix} J_T \\ C_t \\ B_t \end{bmatrix} = \tau_m \tag{4.19}$$

Comme on peut voir, la matrice d'observation M est définie par $\left[\frac{d^2\theta_m}{dt^2}\ sign(\dot{\theta}_m)\ \dot{\theta}_m\right]$ et donc constituée de trois colonnes. Le vecteur de paramètres Θ est représenté par $[J_T\ C_t\ B_t]^T$ et y est obtenu par le couple moteur $\tau_m = k_e I$. L'estimation $\hat{\Theta}$ du vecteur Θ est calculée selon l'équation (4.9), où le valeur du courant I est mesurée et l'accélération et la vitesse sont dérivées de la position mesurée du moteur θ_m. A l'acquisition, le nombre de lignes est limité par la taille mémoire du micro-contrôleur à 102 lignes.

4.3.2 Résultats de la méthode du modèle inverse des moindres carrés pour le système à une inertie

Dans ce paragraphe sont présentés les résultats de l'identification par la méthode du modèle inverse des moindres carrés pour le modèle à une inertie. Ces résultats sont obtenus avec des mesures effectuées sur l'axe de transmission par vis-à-billes, sans lubrifiant, axe noté par la suite ESL.

Suivant le tableau 4.1, il y a 24 cas traités dans l'identification des paramètres J_t, C_t et B_t, en fonction des filtres appliqués aux données mesurées. Dans le "cas 1", le "cas 15" et le "cas 20", les paramètres sont identifiés sans utiliser de techniques de filtrage. Les profils des couples mesurés et estimés pour les trois cas sont donnés sur les figures 4.3 et 4.4. Les profils des autres cas étudiés sont donnés en annexe B.

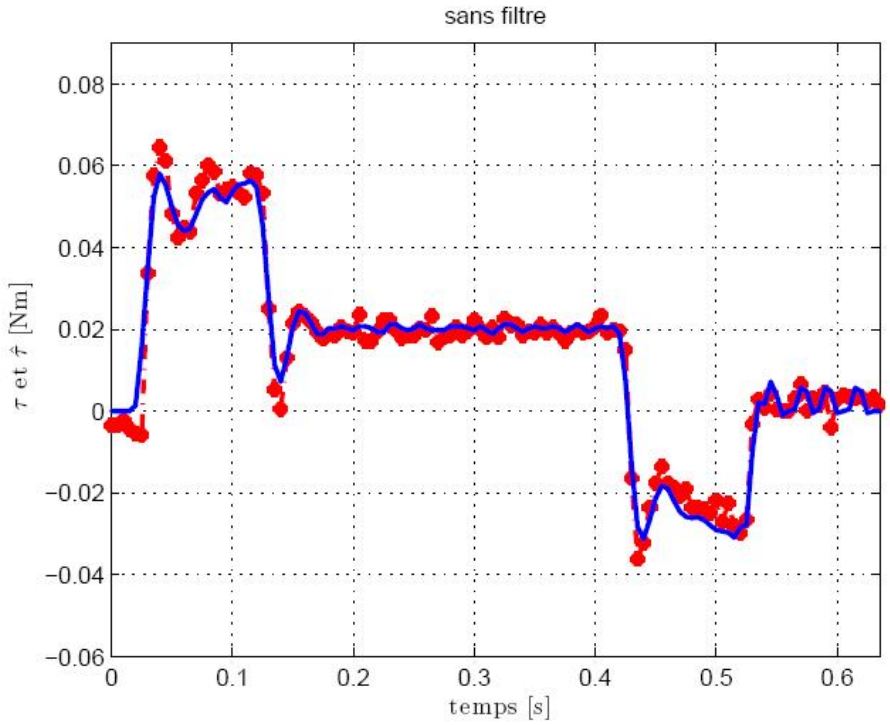
Dans chaque cas, on peut recalculer l'erreur de modèle ϵ par l'équation (4.20).

$$\epsilon = \tau_m - \hat{\tau}_m \tag{4.20}$$

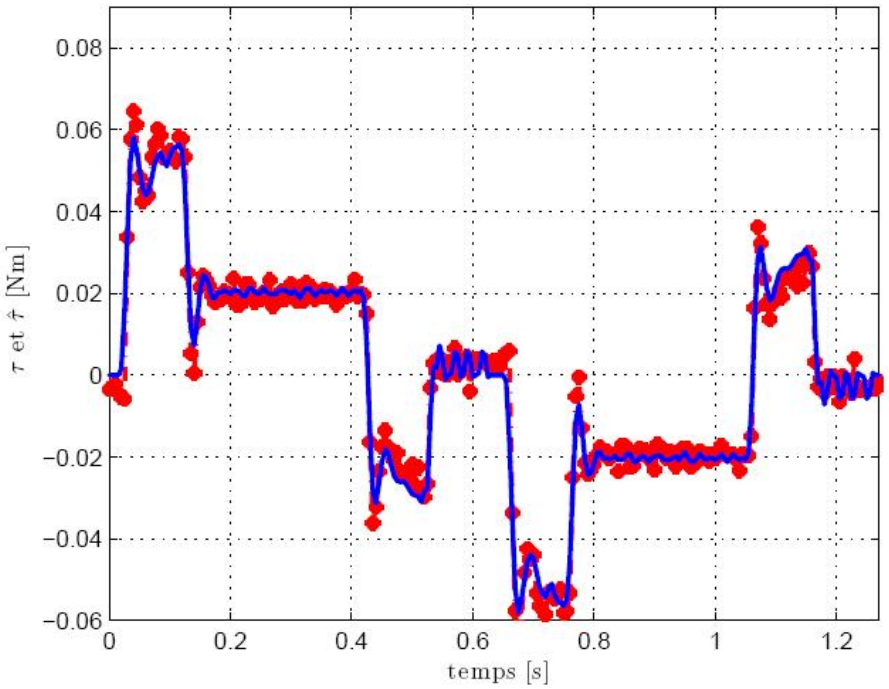
où τ_m est le couple moteur calculé selon (4.42) et $\hat{\tau}_m$ est le couple moteur estimé à partir du modèle identifié. De plus, l'erreur moyenne (ou bien l'erreur de biais) est donnée par $\bar{\epsilon}$ et l'erreur relative (ou bien l'erreur de bruit) par ϵ_{eff}. Les incertitudes sur les paramètres J_t, C_t et B_t sont obtenues par l'équation (4.16) dans laquelle $\Delta\Theta$ est obtenu par (4.15).

La dernière colonne du tableau 4.1 représente le nombre n de points de mesure, et à partir du "cas 15" jusqu'au "cas 24" les données mesurées ont été concaténées les unes derrière les autres afin d'augmenter la longueur du vecteur de mesure et ainsi affiner les résultats.

Les données non filtrées et la relation (4.9) conduisent aux résultats de la ligne "cas 1" du tableau 4.1. Plusieurs types des filtres sont ensuite appliqués aux données mesurées. Dans le "cas 2", un filtre median a été appliqué à l'ensemble des colonnes de la matrice d'observation

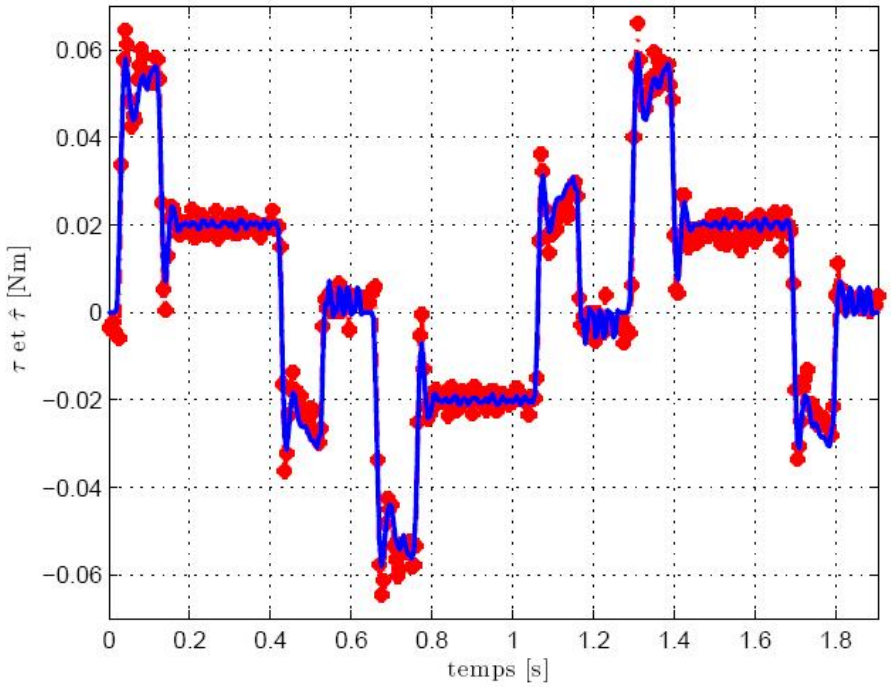


(a) Cas 1



(b) Cas 15

FIG. 4.3: *Couples mesurés (en rouge) et simulés (en bleu) dans les cas 1 et 15*



(a) Cas 20

FIG. 4.4: *Couples mesurés (en rouge) et simulés (en bleu) dans le cas 20*

M ainsi qu'au vecteur de sortie τ_m. Les filtres moyenneurs d'ordre 3 et 5 sont appliqués pour le "cas 3" et le "cas 4" respectivement. Par la suite, les mêmes filtres sont appliqués pour les deux mesures concatenées dans le "cas 16" et le "cas 17", et les trois mesures concatenées dans le "cas 21" et le "cas 22" respectivement. On observe que l'augmentation du nombre de mesure permet de diminuer l'incertitude sur les paramètres. Une autre étape de filtrage sur différents composants de l'équation (4.19) en utilisant les filtres moyenneurs d'ordre 3 et 5 est réalisée dans les cas suivants : sur la colonne de la position θ_m uniquement dans le "cas 8" et le "cas 9", sur la vitesse $\dot{\theta}_m$ uniquement dans le "cas 10" et le "cas 11", sur l'accélération $\ddot{\theta}_m$ dans le "cas 12" et le "cas 13" respectivement. Le "cas 14" donne les paramètres identifiés suite au filtrage successif de la position, la vitesse et l'accélération et sans filtrage sur le couple. On observe que les incertitudes sur les trois paramètres estimés sont les mêmes, avec une faible différence sur le terme C_t due au filtrage de l'accélération (voir "cas 8-9", "cas 10-11", "cas 12-13").

Un filtre de Tchebychev de type II et d'ordre 3 est appliqué dans le "cas 5" (pour $f = 20HZ$), le "cas 6" (pour $f = 50Hz$), le "cas 18" (pour un $f = 50Hz$ et deux fichiers de mesure sont concaténées) et le "cas 23" (les fichiers de mesure sont concaténées trois fois). Un filtre Tchebychev de type II et d'ordre 9 avec une fréquence de coupure de $50Hz$ est utilisé

dans les cas 7, 19 et 24. On observe que la valeur efficace de l'erreur dans les cas 7, 19 et 24 est plus grande et les valeurs des paramètres J_t et C_t connaissent une augmentation par rapport aux autres identifications alors que la valeur du paramètre B_t est plutôt inférieur aux autres cas.

	$J_t \cdot 10^5$ $kg.m^2$	$C_t \cdot 10^3$ Nm	$B_t \cdot 10^5$ Nm/s	$\frac{\Delta J_t}{J_t}$ %	$\frac{\Delta C_t}{C_t}$ %	$\frac{\Delta B_t}{B_t}$ %	$\overline{\epsilon} \cdot 10^4$ Nm	$\epsilon_{eff} \cdot 10^3$ Nm	n	MSE %	Filtre
cas 1	1,49	5,2	5,99	4,2	39	16	1,7	3,8	128	2,66	Pas de filtre
cas 2	1,44	4,7	6,25	4,2	47	17	1,7	3,8	128	2,66	Median
cas 3	1,48	6,4	5,46	4,2	36	20	8,3	3,8	128	2,66	Moyen3
cas 4	1,47	7,0	5,22	4,3	35	22	−6,4	3,8	128	2,80	Moyen5
cas 5	1,48	5,9	5,69	4,2	37	18	7,8	3,8	128	2,66	Tcheby3(20 Hz)
cas 6	1,49	5,3	5,93	4,2	38	17	1,5	3,8	128	2,66	Tcheby3(50 Hz)
cas 7	1,68	7,0	5,35	2,8	22	15	−3,0	4,8	128	4,24	Tcheby9
cas 8	1,51	3,7	6,66	4,2	48	13	3,7	3,8	128	2,66	Moyen3(θ_m)
cas 9	1,52	3,1	6,92	4,2	54	12	4,4	3,9	128	2,80	Moyen5(θ_m)
cas 10	1,51	3,7	6,66	4,2	48	13	3,7	3,8	128	2,66	Moyen3($\dot{\theta}_m$)
cas 11	1,52	3,1	6,92	4,2	54	12	4,4	3,9	128	2,80	Moyen5($\dot{\theta}_m$)
cas 12	1,50	4,9	6,11	4,2	41	16	2,0	3,8	128	2,66	Moyen3($\ddot{\theta}_m$)
cas 13	1,51	4,7	6,20	4,2	42	16	2,3	3,8	128	2,66	Moyen5($\ddot{\theta}_m$)
cas 14	1,52	2,9	7,01	4,2	57	12	4,7	3,9	128	2,80	Moyen3 sur M)
cas 15	1,49	5,2	5,99	2,9	27	12	0	3,7	256	1,88	Pas de filtre
cas 16	1,48	6,4	5,46	3,0	25	14	0	3,8	256	1,98	Moyen3
cas 17	1,47	7,0	5,22	3,0	25	16	0	3,8	256	1,98	Moyen5
cas 18	1,49	5,3	5,94	2,9	27	12	0	3,7	256	1,88	Tcheby3(50Hz)
cas 19	1,62	7,8	4,97	2,2	15	12	0	4,4	256	2,65	Tcheby9(50Hz)
cas 20	1,49	5,2	5,91	2,4	22	9,7	0,32	3,7	384	1,96	Pas de filtre
cas 21	1,48	6,5	5,37	2,4	21	12	−0,25	3,7	384	1,96	Moyen3
cas 22	1,47	7,1	5,11	2,5	20	13	−0,53	3,8	384	2,06	Moyen5
cas 23	1,49	5,3	5,86	2,4	22	9,9	0,27	3,7	384	1,96	Tcheby3(50 Hz)
cas 24	1,60	7,9	4,83	1,9	13	11	−1,3	4,2	384	2,52	Tcheby9(50 Hz)

TAB. 4.1: *Valeurs numériques des paramètres identifiés du modèle à une inertie*

On peut remarquer qu'il y a très peu de différences entre tous ces résultats d'identification. Tout d'abord, la valeur efficace ϵ_{eff} de l'erreur de modèle est toujours du même ordre de grandeur sauf dans le cas de l'utilisation d'un filtre de Tchebychev d'ordre 9 (cas 7, 19 et 24) où cette erreur est plus grande. Quant à l'erreur de biais $\bar{\epsilon}$, elle est très faible dans les cas 15 à 19 car le courant mesuré et la vitesse sont eux-mêmes bien symétriques, ce qui diminue le biais. Les erreurs relatives des paramètres sont d'autant plus faibles que le nombre de valeurs de mesures est grand ce qui est tout à fait logique. De plus on remarque que le terme J_t présente une incertitude plus petite que les termes C_t et B_t. On remarque également que les cas traités avec les mêmes filtres conduisent à des valeurs des paramètres très proches. Globalement, les différents filtres apportent peu d'amélioration, en particulier sur la valeur du MSE ou la valeur efficace de l'erreur. On pourra donc retenir comme valeur d'initialisation pour d'autres méthodes d'identification les résultats obtenus dans le cas 20, c'est-à-dire $J_T = 1,49 \cdot 10^{-5} kgm^2$, $C_t = 5,2 \cdot 10^{-3} Nm$ et $B_t = 5,9 \cdot 10^{-5} Nm/s$.

4.3.3 Identification des paramètres du modèle compliant par la méthode du modèle inverse des moindres carrés

Dans ce paragraphe est présentée l'identification par la méthode des moindres carrés du modèle compliant.

Les équations utilisées pour arriver à construire la matrice d'observation et le vecteur de paramètres sont (2.11)-(2.16) du paragraphe 2.3.1.

A partir de l'équation (2.14), en remplaçant C_{m1}, τ'_f, F_d et x_s issus des équations (2.6), (2.8), (2.9) et (2.13), on obtient l'équation (4.21).

$$(J_m + J_v)\ddot{\theta}_m = \tau_m - C_m - C_v - RK_l(R\theta_m - x_t) \tag{4.21}$$

Le déplacement de la table x_t va être remplacé dans l'équation (4.21) en utilisant un artifice de calcul à partir des équations (2.10), (2.15) et (2.16). Dans ce cas, l'équation du déplacement en translation (2.10) devient :

$$M_t\ddot{x}_t = K_l(R\theta_m - x_t) - F_f \tag{4.22}$$

Sur la plupart des systèmes physiques, toutes les grandeurs ne sont pas mesurées. Supposons que l'on mesure la position angulaire de θ_m et le couple τ_m du moteur. Dans

ces conditions, pour pouvoir identifier le modèle du système, il est nécessaire de réécrire les équations (4.21) et (4.22) pour ne faire apparaître que les grandeurs mesurées.

L'équation (4.21) est dérivée deux fois pour obtenir le terme $\ddot{x}_t$ qui peut alors être remplacé par l'expression issue de (4.22).

$$(J_m + J_v)\theta_m^{(4)} = \dddot{\tau}_m - \dddot{C}_m - \dddot{C}_v - R^2 K_l \ddot{\theta}_m + R K_l \ddot{x}_t \tag{4.23}$$

$$(J_m + J_v)\theta_m^{(4)} = \dddot{\tau}_m - \dddot{C}_m - \dddot{C}_v - R^2 K_l \ddot{\theta}_m + R K_l \frac{K_l(R\theta_m - x_t) - F_f}{M_t} \tag{4.24}$$

Par la suite, $K_l(R\theta_m - x_t)$ est remplacé par $\frac{\tau_m - C_m - C_v - (J_m + J_v)\ddot{\theta}_m}{R}$ issu de l'équation (4.21).

La nouvelle équation résultante est multipliée par $\frac{M_t}{K_l}$ puis arrangée selon les dérivées de θ_m afin de construire la matrice d'observation et le vecteur de paramètres.

$$\frac{M_t(J_m + J_v)}{K_l}\theta_m^{(4)} + J_T\ddot{\theta}_m + \frac{M_t}{K_l}(\dddot{C}_r - \dddot{\tau}_m) + C_r + RF_f = \tau_m \tag{4.25}$$

avec $J_T = J_m + J_v + R^2 M_t$ le moment d'inertie totale du système et $C_r = C_m + C_v$ le couple de frottement global de l'axe moteur. Pour pouvoir identifier les coefficients du modèle, il faut dont choisir un modèle de frottement au niveau de l'axe moteur et de la table, puis réécrire l'équation (4.25) en fonction des coefficients identifiables.

On choisit les modèles de frottement côté moteur et côté table de la forme la plus simple, on a alors :

$$C_r = F_m sign(\dot{\theta}_m) + B_m\dot{\theta}_m \tag{4.26}$$

et

$$C_v = C_t sign(\dot{\theta}_m) + B_t\dot{\theta}_m = C_r + RF_f \tag{4.27}$$

avec $F_f = F_t sign(\dot{x}_t) + B_t\dot{\theta}_m$.

Le comportement du système défini par l'équation (4.25) se traduit par :

$$\frac{M_t(J_m + J_v)}{K_l}\frac{d^4\theta_m}{dt^4} + J_T\frac{d^2\theta_m}{dt^2} + \frac{M_t}{K_l}\left(B_m\frac{d^3\theta_m}{dt^3} - \frac{d^2\tau_m}{dt^2}\right) + C_t sign(\dot{\theta}_m) + B_t\dot{\theta}_m = \tau_m \tag{4.28}$$

Par la méthode des moindres carrés, on peut donc identifier le vecteur de paramètres Θ suivant :

$$\Theta = \left[\frac{M_t(J_m + J_v)}{K_l} \ \frac{M_t B_m}{K_l} \ J_T \ B_t \ C_t \ \frac{M_t}{K_l} \right]^T \tag{4.29}$$

La matrice de mesure ou d'observation M est définie par :

$$M = \left[\frac{d^4\theta_m}{dt^4} \ \frac{d^3\theta_m}{dt^3} \ \frac{d^2\theta_m}{dt^2} \ \dot{\theta}_m \ sign(\dot{\theta}_m) \ - \frac{d^2\tau_m}{dt^2} \right] \tag{4.30}$$

Le vecteur de paramètres $\hat{\Theta}$ est obtenu suivant la relation (4.9). Les paramètres J_T, B_t et C_t sont obtenus directement par l'application de la relation (4.9).

En notant $\Theta = [\theta_1 \ \theta_2 \ J_T \ B_t \ C_t \ \theta_6]^T$, on remarque que l'on peut calculer :

$$J_m + J_v = \frac{\theta_1}{\theta_6} \tag{4.31}$$

$$B_m = \frac{\theta_2}{\theta_6} \tag{4.32}$$

La valeur de la masse M_t est calculée à partir de la définition de J_T. Pour $J_m + J_t$ et R connus, M_T devient :

$$M_t = \frac{J_T - (J_m + J_v)}{R^2} \tag{4.33}$$

Finalement, la valeur de K_l est obtenue à partir de la valeur de $\frac{M_t}{K_l}$ et de la masse de la table M_t.

$$K_l = \frac{M_t}{\theta_6} \tag{4.34}$$

4.3.4 Résultats de la méthode du modèle inverse des moindres carrés pour le modèle compliant

Les résultats sont d'abord donnés pour différents filtres ("cas 25 à 30") et une séquence de 128 points de mesure, puis pour affiner les résultats, les données mesurées ont été concaténées les unes derrière les autres ("cas 31 à 36") afin d'augmenter la longueur du vecteur de mesure. Le nombre de points augmente ainsi et est indiqué à la fin de chaque ligne du tableau 4.2.

Les résultats du "cas 25" et "cas 32" sont obtenus sans utiliser de filtres sur les données mesurées. Un filtre median est utilisé dans le "cas 26". Les filtres moyenneurs d'ordre 3 et 5

sont appliqués pour le "cas 27" et le "cas 28" respectivement. Dans la suite, les mêmes filtres sont appliqués pour des mesures concatenées dans le "cas 33" et le "cas 34". Les filtres de Tchebychev type II d'ordre 3 sont appliqués dans les "cas 29", "cas 30" et "cas 35", et Tchebychev type II d'ordre 9 dans les "cas 31" et "cas 36".

Dans chaque cas, l'erreur efficace du modèle et les incertitudes sur les paramètres identifiés sont calculées (voir tableau 4.3). On montre à travers ces exemples de calcul que la longueur du vecteur de mesure intervient en premier lieu dans la précision des paramètres et que de plus un profil de vitesse symétrique introduit un biais nettement plus faible. Les paramètres J_t, C_t et B_t sont connus avec la meilleure précision. Les autres paramètres sont mal connus voir complètement faux, par exemple dans certains cas le paramètre B_m est négatif ou alors la masse M_t est beaucoup trop importante par rapport à la réalité du système physique. Néanmoins, ces données permettent d'avoir une idée des ordres de grandeurs pour l'initialisation des autres méthodes d'identification. On peut remarquer que la valeur efficace de l'erreur est plus faible dans tous les cas par rapport aux identifications faites avec le modèle plus simple, ce qui aurait tendance à prouver que le modèle est plus juste.

On remarque que les cas 25, 29, 32 et 35 conduisent à la valeur efficace de l'erreur ϵ_{ff} et au MSE les plus faibles. Le cas 36 conduit aux erreurs relatives les plus faibles, mais comme le coefficient B_m est négatif, ces valeurs ne peuvent pas servir à la suite pour l'initialisation des paramètres. Le "cas 35" présente donc le meilleur compromis pour l'initialisation des paramètres J_T, C_t et B_t, les valeurs étant d'ailleurs très proches de celles du paragraphe 4.3.2. Le "cas 32" présente les erreurs relatives les plus faibles pour l'initialisation des paramètres J_T, B_m, M_t et K_l.

4.4 Méthode d'identification à erreur de sortie en boucle ouverte

La méthode d'identification à erreur de sortie en boucle ouverte, appelée aussi récursive, permet l'estimation des paramètres d'une façon récursive en temps, donc la valeur du paramètre estimé dépend de la valeur estimée antérieurement et d'un terme de correction (appelé aussi erreur de prédiction). Parmi les caractéristiques générales de la méthode d'identification récursive énumérées dans [72], on présente les suivantes :

	$J_T \cdot 10^5$ $kg.m^2$	$C_t \cdot 10^3$ Nm	$B_t \cdot 10^5$ Nm/s	$(J_m + J_v) \cdot 10^5$ $kg \cdot m^2$	$B_m \cdot 10^5$ Nm/s	M_t kg	$K_l \cdot 10^{-6}$ N/m	$\bar{\varepsilon} \cdot 10^4$ Nm	n	Filtre
cas 25	1,45	4,9	6,12	1,05	4,49	39	1,39	2,0	128	Pas de filtre
cas 26	1,43	4,6	6,30	2,75	−25,4	-131	2,83	1,7	128	Median
cas 27	1,45	6,2	5,57	0,95	−1,3	49	1,82	4,5	128	Moyen
cas 28	1,44	6,7	5,35	0,97	−2,9	47	1,63	−1,3	128	Moyen5
cas 29	1,45	5,1	6,03	0,95	3,3	49	1,91	1,8	128	Tcheby3
cas 30	1,44	5,8	5,73	0,88	2,5	55	2,18	8,8	128	Tcheby3
cas 31	1,45	5,4	5,89	1,05	−17	39	1,06	1,9	128	Tcheby9
cas 32	1,45	4,9	6,12	1,05	4,49	39	1,39	$-3,6\,10^{-3}$	256	Pas de filtre
cas 33	1,45	6,2	5,57	0,95	−0,11	49	1,81	$-3,1\,10^{-3}$	256	Moyen
cas 34	1,44	6,7	5,34	0,97	−2,9	47	1,64	$-3,4\,10^{-3}$	256	Moyen5
cas 35	1,45	5,1	6,05	0,99	3,7	45	1,70	$-3,2\,10^{-3}$	256	Tcheby3
cas 36	1,45	5,4	5,87	1,04	−12	40	1,16	$-4,5\,10^{-3}$	256	Tcheby9

TAB. 4.2: *Valeurs numériques des paramètres du modèle compliant*

	$\frac{\Delta J_T}{J_T}$ %	$\frac{\Delta C_t}{C_t}$ %	$\frac{\Delta B_t}{B_t}$ %	$\frac{\Delta(J_m+J_v)}{J_m+J_v}$ %	$\frac{\Delta B_m}{B_m}$ %	$\frac{\Delta M_t}{M_t}$ %	$\frac{\Delta K_l}{K_l}$ %	$\varepsilon_{eff} \cdot 10^3$ Nm	MSE %
cas 25	4,6	42,4	16,7	145	1197	507	552	2,4	1,06
cas 26	5,1	48,3	17,3	1187	3533	2327	2994	3,9	2,80
cas 27	5	39	21	244	4642	1837	1844	2,5	1,15
cas 28	4,7	39	23	301	2337	941	1039	2,6	1,24
cas 29	4,6	41	17	162	1743	693	740	2,4	1,06
cas 30	4,7	40	19	244	2584	984	1054	2,5	1,15
cas 31	4,6	35	17	122	229	99	136	2,7	1,34
cas 32	3,3	30	12	102	846	358	390	2,4	0,79
cas 33	3	28	15	172	4117	1631	1636	2,5	0,86
cas 34	3,4	28	16	214	1621	652	721	2,5	0,86
cas 35	3,3	29	12	111	1068	436	469	2,4	0,79
cas 36	3,2	25	12	96	241	102	132	2,6	0,93

TAB. 4.3: *Précision sur les paramètres du modèle compliant*

– la méthode peut être interprétée comme un noyau (partie centrale) dans les systèmes adaptifs (commande, traitement de signaux) où l'action (commande, filtrage) est basée sur le modèle le plus récent,
– les méthodes récursives peuvent être facilement modifiées dans des algorithmes en temps réel,
– la méthode peut détecter le défaut d'un algorithme utilisé dans l'étude des changements intervenant dans un système

Le principe de la méthode récursive est présenté dans le paragraphe 4.4.1. Par la suite, des algorithmes et critères de minimisation utilisés pour la minimisation de l'erreur sont décrits dans les paragraphes 4.4.2 et 4.4.3.

4.4.1 Principe de la méthode d'identification récursive

Toutes les méthodes d'identification récursive sont décrites par un schéma représenté sur la figure 4.5, [82]. L'approche générale est de former un modèle de la sortie $y(kT_s)$ caractérisé par un vecteur des paramètres inconnus $\Theta = [\theta_1, \theta_2, ..., \theta_{d\theta}]^T$.

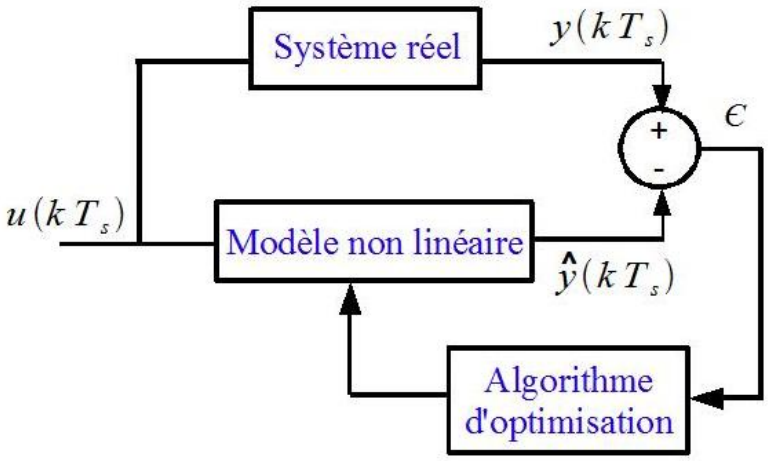


FIG. 4.5: *Schéma de l'algorithme d'identification récursif, [83]*

$$\hat{y} = [\hat{y}(kT_s)] = f(\hat{\Theta}, u(kT_s)) \tag{4.35}$$

où $u(kT_s)$ contient les valeurs de signaux mesurés. Avec une simulation du modèle hors-ligne, en connaissant l'entrée $u(kT_s)$ et le vecteur de paramètres Θ on obtient une estimation

de la sortie $\hat{y}(k)$. L'erreur entre la sortie $y(kT_s)$ du système mesurée et l'estimation $\hat{y}(kT_s)$ est donnée par la relation (4.36).

$$\epsilon(kT_s) = y(kT_s) - \hat{y}(kT_s) \tag{4.36}$$

où cette erreur $\epsilon(kT_s) = \epsilon_0(kT_s) + \epsilon_p(kT_s)$ est composée d'une erreur $\epsilon_0(kT_s)$ due au bruit et d'une erreur $\epsilon_p(kT_s)$ due au modèle et qui dépend donc du vecteur des paramètres .

La minimisation de l'erreur est réalisée par l'intermédiaire d'une fonction critère $J(\hat{\Theta})$, en appliquant différents algorithmes de minimisation. Le critère le plus couramment utilisé est une fonction quadratique.

$$J(\hat{\theta}) = \sum_{k=1}^{n} (y(kT_s) - \hat{y}(kT_s))^2 = \sum_{k=1}^{n} \epsilon^2(kT_s, \Theta) \tag{4.37}$$

où n représente le nombre d'échantillons.

Le problème de l'estimation peut alors être exprimé par

$$\Theta^* = arg \min_{\hat{\Theta}} J(\hat{\Theta}) \tag{4.38}$$

où Θ^* est le meilleure estimation du vecteur paramètre Θ avec $dim(\Theta^*) = d$ le nombre de paramètres à estimer.

La valeur minimale de la fonction critère $J(\hat{\Theta})$ conduit à l'estimation précise des paramètres. La fonction de performance $J(\hat{\Theta})$ est une mesure de l'erreur du modèle et aussi une mesure de l'erreur sur les paramètres du modèle. Une petite valeur de $J(\hat{\Theta})$ ne garantie pas que l'erreur sur les paramètres identifiés sera petite [84].

4.4.2 Algorithmes de minimisation de l'erreur

Un des algorithmes utilisé dans la minimisation de l'erreur est l'algorithme récursif des moindres carrés. L'algorithme résoud le problème d'estimation des paramètres par la réalisation des essais en parallèle entre le modèle et le système, et les paramètres sont estimés par la minimisation de la mesure de l'erreur de prédiction du modèle [85]. Cet algorithme présente l'avantage de l'obtention d'une solution numérique facile et une convergence rapide des paramètres, en fournissant des modèles précis [86].

La méthode récursive des moindres carrés est présentée dans [65] et [85]. Cette méthode est appliquée dans [65] pour l'identification paramétrique d'un système en boucle fermé (voir le paragraphe 4.5), et dans [85] les paramètres d'un moteur asynchrone sont estimés.

[86] propose l'identification "on-line" d'un système électromécanique avec trois masses en utilisant la méthode récursive des moindres carrés. Les paramètres inconnus sont estimés par l'adaptation du comportement entrée-sortie du système physique. [77] utilise un G-code (langage de commande des machines outils) dans l'identification des paramètres. La méthode de [77] est applicable pour des systèmes de transmission par vis à billes commandés par différents régulateurs (P, PI, PID, P-PI Cascade).

Dans [87], une méthode récursive est appliquée pour l'identification des paramètres d'un robot. La même méthode est appliquée aussi dans [88] et [83]. La méthode propose la transcription des équations mécaniques dans un logiciel de simulation, en considérant que les mesures expérimentales représentent les entrées du modèle. Suite à la simulation, on obtient en sortie des valeurs simulées. A l'aide des valeurs simulées et des mesures expérimentales, le critère d'erreur est appliqué dans le sens de la minimisation de l'erreur.

D'autres algorithmes utilisés pour la minimisation de l'erreur sont ceux évoqués dans le paragraphe 4.2. Plus particulièrement, dans les systèmes mécatroniques, l'algorithme du gradient est le plus souvent utilisé [89], [90], [77], mais aussi l'algorithme des polyèdres flexibles (simplex, voir annexe A), ou bien les algorithmes génétiques [91].

L'algorithme du gradient (voir annexe B) utilise la dérivée de premier ordre de $J(\Theta)$ en fonction des paramètres du vecteur Θ.

$$\frac{\partial J}{\partial \hat{\Theta}} = -2 \sum_{k=1}^{N} \epsilon(k) s(k, \hat{\Theta}) \tag{4.39}$$

où $s(k, \hat{\Theta}) = \frac{\partial \hat{y}(k)}{\partial \hat{\Theta}}$ est une fonction de sensibilité et n est le nombre d'échantillons.

4.4.3 Critères de convergence

Un des critères utilisé pour tester le modèle est l'erreur quadratique moyenne calculée selon la relation (4.40). Ce critère est appliqué dans [69] pour évaluer le modèle d'un moteur à courant continu qui tourne dans les deux directions avec des essais en temps réel. Les paramètres à identifier proviennent des modèles linéaires, mais aussi des modèles non-linéaires contenant un frottement de Coulomb et une zone morte (dead zone).

$$MC(\hat{y}) = \frac{1}{nT_s} \sum_{k=1}^{n} (y(kT_s) - \hat{y}(kT_s))^2 \tag{4.40}$$

avec n le nombre total des échantillons de mesure.

Un deuxième critère est donné par le calcul de l'erreur quadratique moyenne normalisée (4.41). Dans [92], le critère est utilisé pour mesurer les performances d'identification des paramètres du frottement dans le régime de pré-glissement et le régime de glissement est identifié dans [63]. Ce critère est appliqué aussi par [93] pour un système électromécanique et par [69] pour un moteur à courant continu.

$$MSE(y) = \frac{100}{N\sigma_y^2} \sum_{k=1}^{n} (y(kT_s) - \hat{y}(kT_s))^2 \tag{4.41}$$

où $\sigma_y^2 = \frac{1}{n}\sum(y(kT_s) - \bar{y})^2$ est la variance et $\bar{y} = \frac{1}{n}\sum(y(kT_s)$ la moyenne des mesures. D'après [92], un MSE entre 1% et 5% indique une bonne identification des paramètres et pour les valeurs plus petites que 1% on a une excellente identification.

4.4.4 Identification par la méthode à erreur de sortie en boucle ouverte du système de positionnement

Suivant le schéma synthétique de l'algorithme d'identification (figure 4.5), l'entrée $u(kT_s)$ dans l'identification du système de positionnemnt est définie par la relation (4.42). Le couple moteur τ_m est calculé en fonction du courant mesuré I, la constante de couple $k_e = 45.5[Nm/A]$ qui est donnée par le constructeur du moteur à une température donnée et une constante de temps T_{ff}. Donc le couple moteur se présente sous la forme d'une fonction de transfert du premier ordre. La durée totale des mesures étant toujours inférieure à deux secondes, on suppose pour la suite que la température du moteur reste constante et que cette valeur k_e est constante.

Le courant est utilisé comme entrée du modèle de simulation.

$$u(kT_s) = \tau_m(kT_s) = \frac{k_e}{1 + sT_{ff}} I(kT_s) \tag{4.42}$$

Le modèle non linéaire est décrit par les équations de comportement du système (2.13)-(2.16) et par deux modèles de frottement. Suivant la figure 2.5, pour le côté moteur on applique un frottement classique, composé d'un frottement de Coulomb et un frottement visqueux, et pour le côté table, on utilise le modèle Proposé, décrit dans le paragraphe 2.4.3.

Le modèle non-linéaire est utilisé pour simuler le comportement de la sortie du modèle pour l'entrée de commande I mesurée sur le système expérimental.

La sortie du modèle non linéaire $\hat{y}$ est la position estimée par simulation. Une méthode d'optimisation des coefficients des modèles est ensuite utilisée pour réduire la valeur du critère (4.43). La simulation est répétée jusqu'à ce que le critère ε_T soit proche de zéro.

Le critère (4.43) est donné par la norme de l'erreur de position ε.

$$\varepsilon_T(\theta) = MSE_{BO} = 100\,\frac{\|y-\hat{y}\|^2}{\|y-\bar{y}\|^2} \tag{4.43}$$

La valeur efficace de l'erreur sur la position est calculée selon la relation (4.44) avec n le nombre de échantillons de mesure, et l'erreur relative est calculée par (4.45).

$$C_{BO} = \frac{1}{n}(\|y-\hat{y}\|) \tag{4.44}$$

$$P_{BO} = \frac{\|y-\hat{y}\|}{\|y\|} \tag{4.45}$$

On utilise les fonctions $fmincon$ et $fminsearch$ de Matlab pour trouver le minimum du critère $\varepsilon_T(\theta)$ qui dépend, à chaque étape de la simulation, du vecteur des paramètres du modèle. La fonction $fmincon$ est basée sur l'algorithme du gradient, tandis que $fminsearch$ est basé sur l'algorithme du simplex. Les deux algorithmes sont présentés en annexe A.

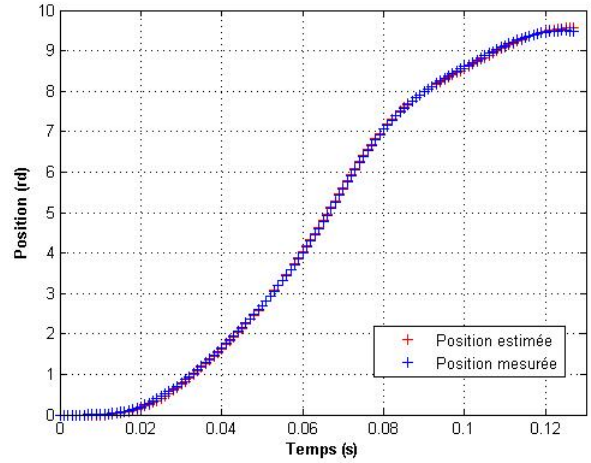
Le problème à résoudre peut être écrit sous la forme :

$$min_\theta\, MSE_{BO}(\theta),\ \theta_{\min} \leq \theta \leq \theta_{\max} \tag{4.46}$$

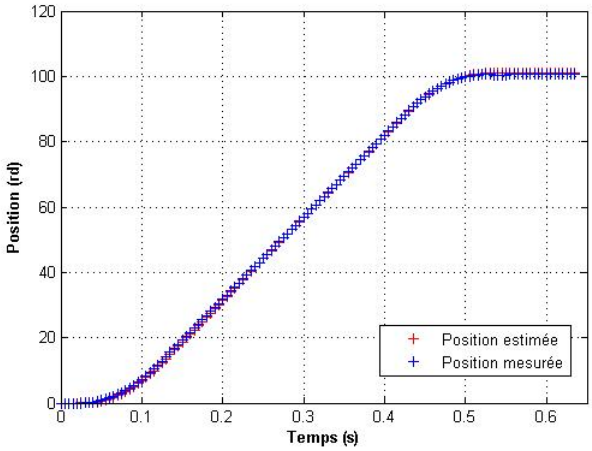
La condition initiale θ_0 est obtenue à partir de la méthode du modèle inverse des moindres carrés appliquée aux équations (2.14) à (2.16). Les limites $\theta_{\min}$ et $\theta_{\max}$ de l'intervalle d'estimation des paramètres sont choisies après une suite d'essai de simulation.

L'identification paramètrique décrite dans ce paragraphe porte aussi le nom d'identification en boucle ouverte. Dans le tableau 4.4 sont données les valeurs de paramètres estimés avec deux consignes différents ainsi que les valeurs du critère MSE_{BO}, l'erreur efficace de C_{BO} et l'erreur relative P_{BO}.

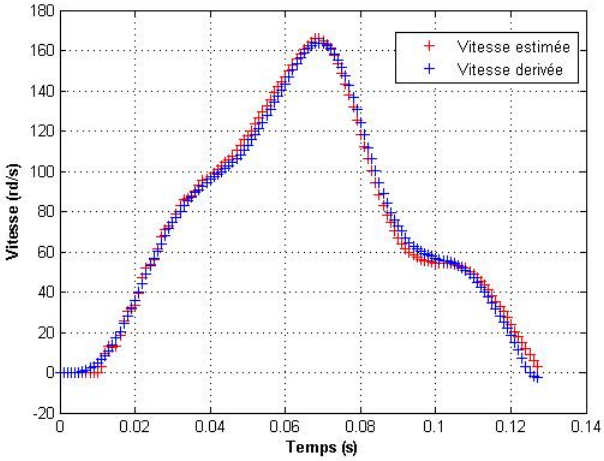
Les figures 4.6 (a) et 4.6 (b) montrent les profils de la position mesurée et estimée pour les deux consignes différentes. La mesure de la position n'est pas filtrée et on voit qu'il y a une bonne estimation de la position. Sur les figures 4.6 (c) et 4.6 (d) sont données les vitesses dérivées de la position angulaire du moteur et leurs estimations suite aux simulations en boucle ouverte. On peut observer que la vitesse de profil trapézoïdal (figure 4.6 (d)) présente



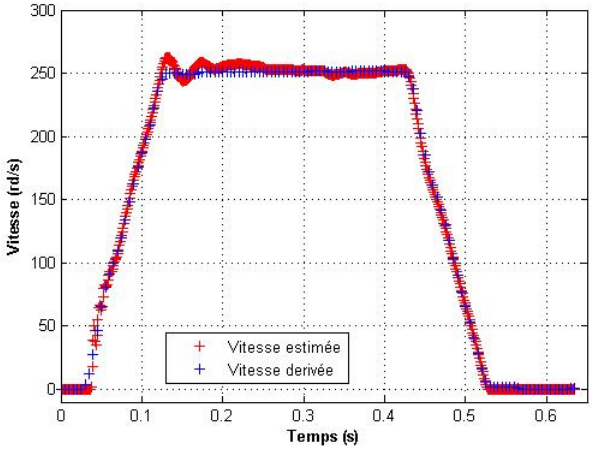
(a)



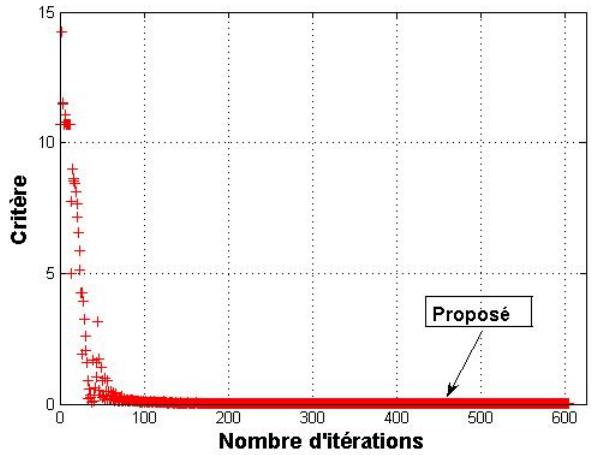
(b)



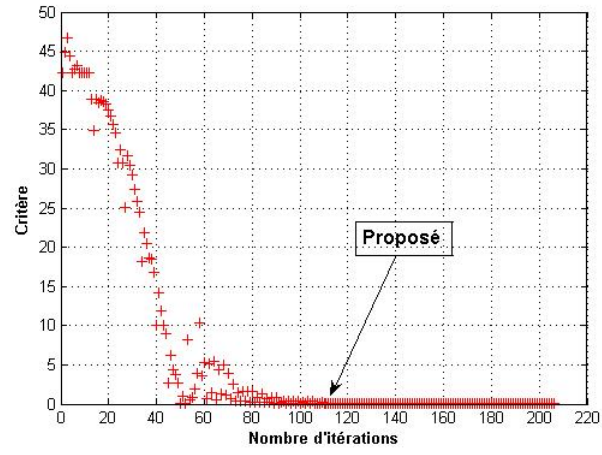
(c)



(d)



(e)



(f)

FIG. 4.6: *Résultats des simulations en boucle ouverte*

TAB. 4.4: *Paramètres estimés avec deux consignes différents et en boucle ouverte*

Modèle	Paramètres Moteur	Paramètres Table	Couplage
Proposé	$J_t[kg \cdot m^2]$, $B_m[Nm \cdot s]$, $F_m[Nm]$	$M_t[g]$, $B_t[Ns/m]$, $F_t[N]$, $C_{s1}[Nm]$, $C_{s2}[Nm]$, $V_s[rad/s]$	$K_l[N/m]$
Consigne en triangle	$J_t = 1,436\ 10^{-5}$ $B_m = 1,446\ 10^{-4}$ $F_m = 1,87\ 10^{-3}$	$M_t = 344$ $B_t = 3,59\ 10^{-6}$ $F_t = 0,40$ $C_{s1} = 3,58$ $C_{s2} = 3,67$ $V_s = 0,23$	$K_l = 55,06\ 10^4$ $C_{BO} = 0,0026[rad]$ $P_{BO} = 0,51\%$ $MSE_{BO} = 0,0070\%$
Consigne en trapezoïde	$J_t = 1,445\ 10^{-5}$ $B_m = 0,43\ 10^{-4}$ $F_m = 5,68\ 10^{-3}$	$M_t = 422$ $B_t = 9,56\ 10^{-6}$ $F_t = 9,78$ $C_{s1} = 1,65$ $C_{s2} = 2,59$ $V_s = 0,23$	$K_l = 41,86\ 10^4$ $C_{BO} = 0,0255[rad]$ $P_{BO} = 0,42\%$ $MSE_{BO} = 0,0060\%$

une erreur quand la vitesse est constante. Les figures 4.6 (e) et 4.6 (f) montrent la convergence du critère MSE pour les deux simulations.

La valeur de l'inertie J_t (voir tableau 4.4) représente la somme de l'inertie du moteur et de la vis. La valeur de l'inertie du moteur donnée par le catalogue du constructeur est $1,01\,10^{-5}\ kg\,m^2$. La différence entre la valeur de l'inertie estimée et celle du catalogue permet d'obtenir l'inertie de la vis. Dans les simulations avec les deux consignes, les valeurs du frottement visqueux obtenues pour le côté moteur et le côté table sont respectivement de l'ordre de $10^{-4} Nm\,s/rad$ à $10^{-6} N\,s/m$. Ces valeurs sont faibles mais ont une influence non négligeable sur les résultats de simulation. La vitesse de Stribeck V_s est la même dans les deux profils de vitesse, mais les termes de Stribeck C_{s1}, C_{s2} présentent des valeurs différentes. L'erreur de précision et l'intervalle de confiance sur quelques paramètres estimés sont données dans le paragraphe 4.5.2.

Pour le système considéré, cette méthode est d'application difficile car le bruit de mesure sur I, l'entrée du modèle, est important et génère l'instabilité dans la convergence du critère

d'optimisation. Le profil du courant a été montré au paragraphe 3.3.5.1. De plus le temps de calcul en boucle ouverte est très grand. L'utilisation d'une méthode de simulation de la boucle fermée de position est présentée dans le chapitre suivant.

4.5 Précision des paramètres identifiés

La précision des paramètres identifiés est calculée par l'utilisation des propriétés statistiques appliqués au signal de mesure [94].

On suppose que le système a la même structure que le modèle. Le signal de sortie mesuré $y(i)$ est défini par la relation (4.47), où $\hat{y}(\hat{\Theta})$ représente le signal estimé et $\epsilon(i)$ le bruit sur cette sortie.

$$y(i) = \hat{y}(i, \hat{\Theta}) + \epsilon(i) \tag{4.47}$$

L'erreur entre le vecteur des paramètres estimés $\hat{\Theta}$ et la valeur optimale Θ^* est calculée par la relation (4.48) et le critère de convergence par la relation (4.49).

$$e = \hat{\Theta} - \Theta^* \tag{4.48}$$

$$C = \sum_{i=1}^{n} \epsilon(2)^2 = \sum_{i=1}^{n} [\hat{y}(i, \hat{\Theta}) + \epsilon(i) - \hat{y}(i, \hat{\Theta}) - \frac{\partial \hat{y}^T}{\partial \hat{\Theta}}(i, \hat{\Theta}) e]^2 \tag{4.49}$$

Le terme $\frac{\partial \hat{y}^T}{\partial \hat{\Theta}}$ désigne le vecteur de sensibilité et est noté par la suite avec $s(i)$.

$$s(i) = \frac{\partial \hat{y}}{\partial \hat{\Theta}}(i, \hat{\Theta}) \tag{4.50}$$

Pour la valeur optimale de $\hat{\Theta}$, on a :

$$C = \sum_{i=1}^{n} [\epsilon(i) - s^T(i) e]^2 = \sum_{i=1}^{n} [\epsilon(i)^2 - 2\epsilon(i) s(i)^T e + e^T s(i) s(i)^T e] \tag{4.51}$$

$$B = \sum_{i=1}^{n} s(i) s(i)^T \tag{4.52}$$

$$\beta^T = \sum_{i=1}^{n} \epsilon(i) s(i) \tag{4.53}$$

En replaçant $s(i)$ dans (4.49)et en utilisant les relations (4.52) et (4.53), l'expression du critère est réduite à la forme suivante :

$$C = \sum_{i=1}^{n} \epsilon^2(i) - 2\beta^T e + e^T B e \tag{4.54}$$

L'optimum de Θ^* est obtenu pour $\frac{\partial \epsilon}{\partial \hat{\Theta}} = 0$ et par la relation (4.55) est montré que l'écart entre les paramètres vrais et estimés dépendent à la fois du bruit et à la fois des fonctions de sensibilité du modèle.

$$e = B^{-1}\beta \tag{4.55}$$

La valeur moyenne de l'écart e est calculée par (4.55).

$$E[e] = E[B^{-1}\beta] = B^{-1}E[\beta] \tag{4.56}$$

Pour un bruit $\epsilon(i)$ centré, l'estimateur est sans biais (4.57). Donc la matrice de covariance de $\hat{\Theta}$ peut être calculée selon (4.58).

$$E[e] = 0_d \tag{4.57}$$

$$E[(\hat{\Theta} - \Theta^*)(\hat{\Theta} - \Theta^*)^T] = E[B^{-1}\beta\beta^T B^{-1}] = B^{-1}E[\beta\beta^T]B^{-1} = B^{-1}E[(\sum_{i=1}^{N}\epsilon(i)s(i))(\sum_{i=1}^{N}\epsilon(i)s(i))^T]B^{-1} \tag{4.58}$$

En introduisant l'expression de β dans le terme $E[\beta\beta^T]$ et en considérant que cette fois le bruit $\epsilon(i)$ est blanc avec une variance σ^2, la matrice de covariance de $\hat{\Theta}$ se présente sous la forme de l'expression (4.59).

$$E[(\hat{\Theta} - \Theta^*)(\hat{\Theta} - \Theta^*)^T] = B^{-1}\left(\sum_{i=1}^{n}\sigma^2 s(i)s(i)^T\right)B^{-1} = B^{-1}\sigma^2 B B^{-1} = \sigma^2 B^{-1} \tag{4.59}$$

La variance de l'estimateur et sa précision dépendent de la puissance du bruit et des fonctions de sensibilité du modèle.

Le critère appliqué pour le calcul de la précision des paramètres identifiés utilise la relation (4.60).

$$CRT = \sum_{i=1}^{n}[\epsilon^2(i) - \beta e] \tag{4.60}$$

La variance du bruit σ^2 qui intervienne dans le calcul de la précision du vecteur des paramètres $\hat{\Theta}$ est donnée par :

$$\sigma^2 = \frac{CRT}{n-d} \tag{4.61}$$

où n est le nombre d'échantillons de mesure et d le nombre de paramètres à identifier.

Finalement, la précision des paramètres identifiés est calculée selon P_Θ.

$$P_\Theta = 100\frac{(diag\ \sigma^2)^{0,5}}{\hat{\Theta}(i)} \tag{4.62}$$

Il peut arriver que la matrice B ne soit pas inversible, fait qui ne permet pas continuer le calcule de la précision (à cause de e). En ce cas on élimine les paramètres qui sont pauvres en information.

Dans le paragraphe 4.5.1, suivant la méthode de calcul de la précision déjà présentée, sont données les précisions de chaque paramètre identifié en boucle ouverte (voir paragraphe 4.4.4).

4.5.1 Précision des paramètres identifiés par la méthode à erreur de sortie en boucle ouverte

Dans le tableau 4.5 sont données les précisions des paramètres identifiés avec les profils en triangle (1ms, 3 mm) et trapézoïdal (5ms, 32 mm).

Avec le profil triangulaire, seule la précision sur les 6 premiers paramètres du modèle a pu être calculée. Sur les 5 autres termes, le vecteur de sensibilité est trop faible voir carrément nul, ce qui interdit l'inversion de la matrice de sensibilité B.

Les paramètres identifiés sur le côté moteur présentent une bonne précision. L'inertie totale du moteur J_t est identifiée avec une erreur de précision de $0,17\%$ et le frottement visqueux B_m avec une erreur de précision de $0,65\%$. Le frottement de Coulomb présente une précision relativement bonne de $4,47\%$. Les paramètres côté table présentent une erreur de précision plus grande, soit $17,5\%$ pour M_t et $12,6\%$ pour F_t.

En profil trapézoïdal, on a une bonne précision juste sur les deux premiers paramètres : l'inertie du moteur et le frottement visqueux du moteur. La précision sur le 6 premiers paramètres en profil trapézoïdal est moins bonne que dans le cas du triangle. En comparaison avec le profil en triangle, pour le profil trapézoïdal, la précision des termes V_s et K_l a pu être calculée mais ces valeurs sont grandes.

En résumé, nous pouvons donner des indications sur les valeurs des paramètres du modèle et les intervalles de confiance à 95% correspondant à $\pm 2\sigma$ associés. On a donc pour le profil triangulaire :

$$J_t \in [1,431...1,441] \cdot 10^{-5}\ kg \cdot m^2$$
$$M_t \in [224...464] g$$

et pour le profil trapézoïdal :

$$J_t \in [1,435...1,455] \cdot 10^{-5}\ kg \cdot m^2$$
$$M_t \in [272...572]g$$

Seul les paramètres J_t et M_t présentent un intervalle de confiance avec un recouvrement. Pour les autres paramètres, on obtient respectivement pour les profils triangulaire et trapézoïdal

$$F_m \in [1,70...2,04] \cdot 10^{-3}\ Nm \text{ et } F_m \in [4,55...6,81] \cdot 10^{-3}\ Nm$$
$$B_m \in [1,43...1,47] \cdot 10^{-4}\ Nm \cdot s \text{ et } B_m \in [0,39...0,47] \cdot 10^{-4}\ Nm \cdot s$$
$$F_t \in [0,30...0,50]\ N \text{ et } F_t \in [6,10...13,46]\ N$$
$$B_t \in [3,17...4,00] \cdot 10^{-6}\ Ns/m \text{ et } B_t \in [5,45...13,67] \cdot 10^{-6}\ Ns/m$$

On constate que pour le modèle de frottement, il y a clairement une augmentation des frottements côté table avec le profil en trapèze et une diminution du coefficient visqueux du côté moteur.

TAB. 4.5*: Précision des paramètres identifiés en boucle ouverte*

Précision	J_T %	B_m %	F_m %	M_t %	B_t %	F_t %	C_{s1} %	C_{s2} %	V_s %	K_l %
Profil triangulaire	0,17	0,65	4,47	17,5	5,73	12,6				
Profil trapézoïdal	0,34	4,93	9,98	17,8	21,5	18,8			44,0	30,4

4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié deux méthodes d'identification paramètrique (la méthode du modèle inverse des moindres carrés, la méthode d'identification à erreur de sortie en boucle ouverte) et une méthode de calcul de la précision des paramètres identifiés. Les aspects théoriques, le principe et les méthodes existantes d'identification ont d'abord été présentés.

Le système mécanique étudié a été modélisé de deux manières différentes. Le premier modèle appelé modèle à une inertie comporte une inertie et un modèle de frottement très simple avec un terme de frottement sec et un terme de frottement visqueux. Un deuxième

modèle appelé modèle compliant comporte une inertie, une masse, une raideur linéaire et deux modèles de frottement simples, l'un côté moteur et l'autre côté table.

La méthode du modèle inverse des moindres carrés a permis d'identifier les paramètres dépendant linéairement des mesures pour les deux modèles précédents. L'inertie totale est obtenue avec une relativement bonne précision. Les autres paramètres sont par contre déterminés avec une erreur plus grande voir très importante. Plusieurs filtres (median, moyenneurs d'ordre 3 et 5, de Tchebychev, de type II d'ordre 3, 5 et 9) ont été utilisés et appliqués aux mesures. Aucun filtre n'a permis d'améliorer les résultats de manière significative. Par contre, la concaténation de plusieurs mesures successives a permis d'augmenter la longueur du vecteur de mesures et ainsi de diminuer l'incertitude sur les paramètres.

L'identification à erreur de sortie en boucle ouverte est la deuxième méthode appliquée au système de positionnement. La méthode, son principe d'application et le critère de convergence de l'algorithme ont été présentés. La méthode a ensuite été appliquée au modèle compliant. Le vecteur de sortie du modèle est obtenu par simulation du modèle en boucle ouverte.

Pour un modèle de frottement simple côté moteur, l'inertie, le frottement visqueux et le frottement de Coulomb sont déterminés avec une bonne précision. Par contre, les paramètres identifiés côté table, c'est-à-dire la vitesse de Stribeck, la raideur linéaire, la masse de la table et les coefficients de frottement de Coulomb et visqueux ont une incertitude importante.

La précision sur les paramètres est déterminée dans ce dernier cas à partir de la matrice de sensibilité de la sortie. Cette matrice a également été calculée par simulation. Cette étude montre que les paramètres de Stribeck du modèle sont en réalité non-identifiables.

La sortie du modèle en boucle ouverte étant la position du moteur qui est acquise avec une erreur de quantification de $\frac{\pi}{1000}$ *rad* est sans doute responsable de ce défaut d'identifiabilité.

Nous allons dans le chapitre suivant appliquer une méthode d'identification en boucle fermée pour tenter de remédier aux problèmes évoqués précédemment.

CHAPITRE 5

Méthodes d'identification en boucle fermée appliquées au système de positionnement

Le cinquième chapitre est organisé en trois parties. La première partie présente la méthode d'identification en boucle fermée en décrivant son principe d'estimation et le système de positionnement inertie-masse commandé en boucle fermée. La deuxième partie du chapitre est constituée des résultats obtenus à partir des mesures des deux axes linéaires. Les paramètres identifiés pour différents modèles de frottement et les critères de convergence sont ensuite établis. La précision sur le vecteur des paramètres est déterminée par une méthode de simulation numérique. Finalement, la dernière partie du chapitre expose une méthode de validation des résultats (paramètres identifiés), appelée méthode de validation croisée.

5.1 Méthode d'identification en boucle fermée

L'identification en boucle fermée utilise une procédure d'acquisition de données expérimentales obtenues à partir d'un processus fonctionnant avec la commande d'une boucle de retour, et qui utilise ces données afin de développer un modèle dynamique fidèle au processus. D'habitude l'identification en boucle fermée est à préférer à l'identification en boucle ouverte, car elle donne la possibilité de restreindre la variation de la sortie du système et permet d'obtenir une précision optimale dans l'estimation des paramètres [95].

Dans le développement des applications industrielles, les responsables des systèmes de production préfèrent garder les lois de commande en boucle fermée opérationnelles car elles leurs garantissent une meilleure sécurité [86]. Les boucles ouvertes peuvent être instables [96], et sont parfois trop lentes, ce qui conduit le procédé à s'écarter de son point de fonctionnement [86].

Dans l'identification en boucle fermée, il y a trois différents méthodes qui peuvent être appliquées : la méthode indirecte, la méthode directe et la méthode entrée-sortie commune [72], [7], [97], [8].

- La méthode indirecte pour être appliquée nécessite la connaissance du régulateur et la nature du retour (feedback) du système en boucle fermée. L'identification des paramètres est réalisée à partir de la fonction du transfert du système en boucle fermée. Cette méthode est applicable sans avoir une parfaite connaissance du bruit. Du point de vue des algorithmes utilisés en boucle fermée, selon [98], les moindres carrés ne conviennent pas pour cette méthode indirecte.
  L'avantage de cette méthode est qu'il est possible d'appliquer les méthodes utilisées en boucle ouverte. L'approche indirecte est appliquée dans [69] pour l'identification de paramètres d'un moteur à courant continu avec charge.

- La méthode directe peut être appliquée sans connaître la complexité du régulateur, sans connaître la boucle de retour, sans utiliser des algorithmes ou des logiciels spéciaux. Les mesures d'entrée et de sortie sont utilisées pour identifier les paramètres en boucle ouverte.
  L'inconvénient de cette approche est la nécessité de connaître un modèle du bruit afin d'obtenir une bonne identification des paramètres. L'approche directe en boucle fermée est utilisée dans les travaux de [86], où les paramètres d'un moteur à courant continu sont estimés.

- La méthode entrée-sortie commune suppose que l'entrée et la sortie du système en boucle fermée constituent la réponse d'un nouveau système multivariable à une entrée externe - le bruit. Les informations sur la boucle de retour sont impérativement nécessaires pour l'application de cette méthode, et la bonne estimation du système demande un retour linéaire.

La méthode directe par ses propriétés statistiques, sa simplicité et son application générale est le premier choix à faire parmi les trois méthodes proposées pour l'identification en boucle fermée. Les résultats ont été présentés dans le chapitre 4 et n'ont pas permis d'identifier avec une bonne précision certains paramètres du modèle compliant. La méthode indirecte et la méthode entrée-sortie commune donnent en général une précision sous-optimale [99].

Les méthodes d'identification en boucle fermée ont déjà été appliquées aux robots industriels et aux systèmes de positionnement (systèmes d'axes). Dans les travaux de [67],

la méthode d'identification en boucle fermée est appliquée pour des systèmes mécatroniques (axe, robot) en utilisant le modèle direct des équations dynamiques. Par la simulation, la sortie du système est obtenue avec le même mouvement de référence et la même commande d'un régulateur PD utilisé pour l'expérience. L'erreur dans les deux cas est minimisée par la méthode des moindres carrés linéaires. Par la suite [100] réalise une identification en boucle fermée par le modèle inverse des paramètres physiques de systèmes mécatroniques. La même méthode des moindres carrés linéaires est appliquée dans la minimisation de l'erreur dans [67]. Une autre application de la méthode sur un robot industriel peut être trouvée dans [97]. La méthode directe d'identification est appliquée pour identifier les paramètres physiques.

Une identification en boucle fermée pour un système d'axes linéaires est réalisée dans [88] et [83]. Cette identification est détaillée dans le paragraphe 4.5.2.

5.1.1 Principe de la méthode d'identification en boucle fermée

La méthode d'identification en boucle fermée est schématisée sur la figure 5.1. [65] a repris le développement de la méthode d'identification en boucle fermée décrite dans [72], et a proposé des algorithmes récursifs d'identification, en montrant que l'utilisation de la méthode est relativement simple et qu'elle offre de bons résultats dans l'estimation paramétrique.

Afin de réaliser l'identification du procédé, les algorithmes proposés par [65] minimisent l'erreur entre le système expérimental et le modèle identifié en utilisant les nouvelles données simulées en boucle fermée. Deux types d'algorithmes sont appliqués dans l'identification en boucle fermée : soit des algorithmes d'identification récursifs basés sur l'erreur de sortie en boucle fermée (closed loop output error recursive identification - CLOE), soit des algorithmes récursifs basés sur l'identification en boucle ouverte filtrée (Filtered open loop recursive identification algorithms - FOL).

- CLOE permet d'écrire l'équation de sortie du système en boucle fermée en fonction du retour estimé ($\hat{u}$, $\hat{y}$) et la valeur antérieure de l'erreur estimée en boucle fermée. Par l'algorithme d'adaptation paramétrique, les paramètres du modèle sont corrigés afin de minimiser l'erreur de sortie en boucle fermée ϵ.
- FOL permet d'exprimer l'erreur de sortie en boucle fermée comme une erreur estimée entrée-sortie, sous la forme d'une erreur estimée du type des moindres carrés filtrés calculée à partir des mesures d'entrée-sortie.

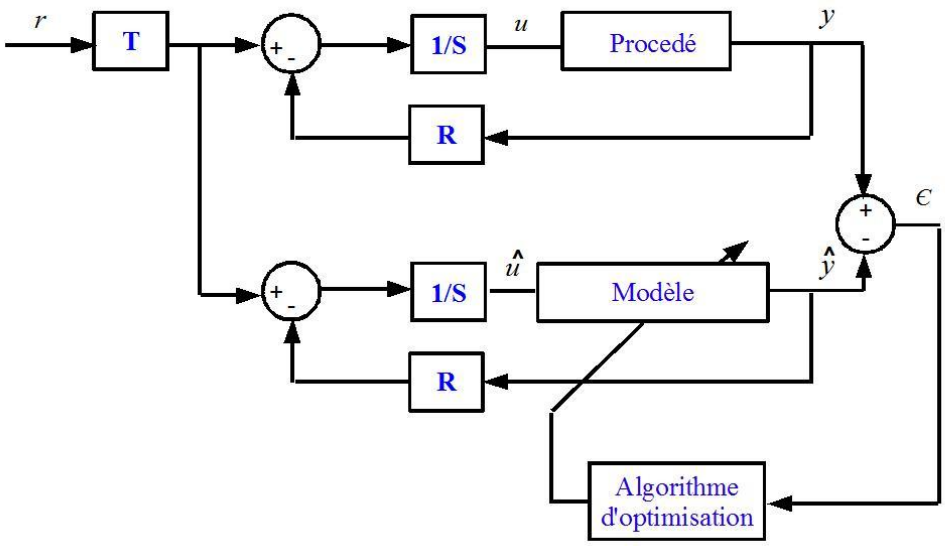


FIG. 5.1: *Schéma de principe de l'identification en boucle fermée, [65]*

5.1.2 Identification par la méthode à erreur de sortie en boucle fermée du système de positionnement

La figure 5.2 montre le modèle du système mécanique commandé en boucle fermée par le micro-contrôleur. La simulation est effectuée avec la même loi de commande de type PID numérique que celle implémentée sur le micro-contrôleur et modélisée à partir de l'algorithme fourni par le constructeur de la commande intelligente de position EPOS (voir PID présenté dans le paragraphe 3.2.5). Les non-linéarités de la loi de commande du PID numérique sont également reproduites à l'identique en simulation comme sur le micro-contrôleur.

Le fonctionnement des convertisseurs de puissance des trois phases du moteur synchrone et des boucles internes de contrôle des courants de phases n'a pas été détaillé dans ce travail.

L'ensemble compris entre la sortie du régulateur PID numérique notée $\hat{I}$ et le couple produit par le moteur est modélisé par une simple fonction de transfert du premier ordre. Le couple moteur est ainsi obtenu par :

$$\tau_m = \frac{k_e}{T_{ff}s + 1}\,\hat{I} \tag{5.1}$$

La constante k_e est supposée connue ainsi que la constante T_{ff} qui est donnée par la programmation de l'EPOS. On choisit pour la suite $T_{ff} = 15\ \mu s$.

La sortie du régulateur est limitée par une saturation entre $[-5\,A, 5\,A]$ et un processus de quantification est appliqué dans le but de décrire le mécanisme de mesure du codeur du moteur.

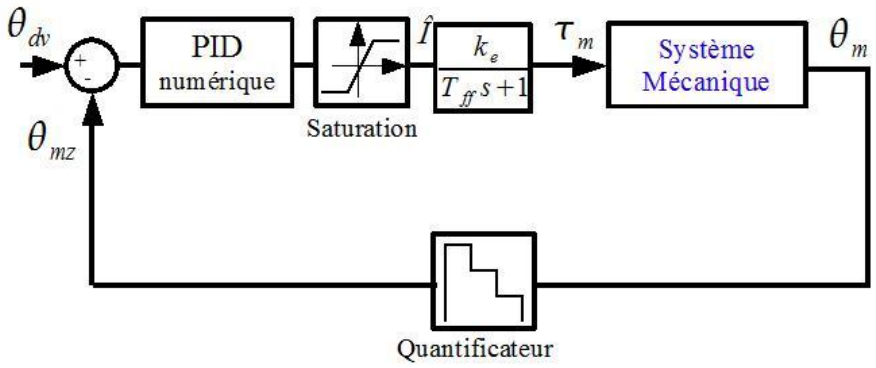


FIG. 5.2: *Schéma de commande du système mécanique en boucle fermée*

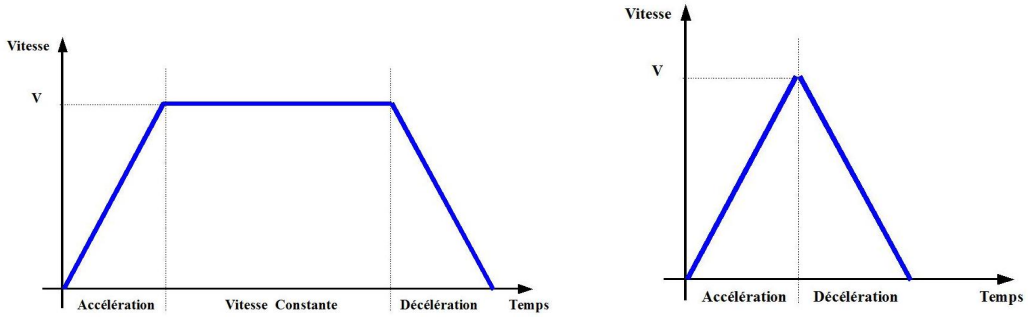
En simulation, la position angulaire du moteur θ_m est acquise à la période d'échantillonnage, avec une erreur de quantification $\Delta\theta$ et mémorisée sous une valeur notée θ_{mz}.

La position de consigne θ_{dv} n'a pas été mesurée parce que la taille mémoire de l'EPOS 24/5, est trop réduite. Un algorithme de calcul est appliquée qui prend en compte la position, la vitesse et l'accélération en fonction des trois phases présentées par la suite et schématisées sur la figure (5.3(a)).

- Dans la première phase, pour une accélération constante, la vitesse augmente linéairement,
- Dans la deuxième phase, pour une accélération nulle, la vitesse est constante et maximale,
- Finalement, dans la troisième phase pour une décélération constante, la vitesse diminue linéairement.

Le profil de la trajectoire en triangle (voir figure 5.3(b)) peut arriver quand la vitesse maximale n'est pas atteinte, et la phase de décélération commence directement.

La simulation en boucle fermée permet de connaître pour un jeu de paramètres du modèle du système mécanique, l'évolution de toutes les grandeurs et en particulier celle



(a) Profil de vitesse trapezoidal (b) Profil de vitesse en triangle

FIG. 5.3: *Profil de la vitesse selon le cas*

du courant moteur simulé $\hat{I}$. Cette estimation du courant $\hat{I}$ est plus sensible aux variations de paramètres que la position de sortie simulée. On considère donc le courant $\hat{I}$ comme sortie du modèle simulé ce qui permet d'établir un nouveau critère d'optimisation. Ce critère d'optimisation MSE donné par (5.2)(voir [63]) représente l'erreur quadratique normalisée du courant et est utilisé pour l'identification des paramètres.

$$MSE = 100 \frac{\|I - \hat{I}\|^2}{\|I - \bar{I}\|^2} \tag{5.2}$$

avec I la valeur du courant mesuré, $\bar{I}$ la valeur moyenne du courant mesuré et $\hat{I}$ la valeur du courant simulé.

Pour calculer la précision d'identification, on utilise la relation (5.3) en calculant l'erreur relative P_{CL} [101], et l'erreur efficace entre le courant mesuré et le courant simulé est obtenue par la relation (5.4).

$$P_{CL} = \frac{\|I - \hat{I}\|}{\|I\|} \tag{5.3}$$

$$C_{CL} = \|I - \hat{I}\| \tag{5.4}$$

Par la suite, les résultats d'identifications en boucle fermée sont donnés pour les deux axes, l'un à vis-à-billes (de marque Elitec) qui est appelé axe rigide et l'autre avec écrou compliant (de marque Thomson) qui est appelé axe compliant. Les mesures ont d'abord été effectuées sur l'axe rigide et dans un premier temps sans lubrifiant. Ensuite, on a réalisé une nouvelle série des mesures sur l'axe rigide, sachant que l'axe a été lubrifié. Dans ce cas, on peut observer le changement de la précision de micro-positionnement de l'axe en utilisant différents

modèles de frottement côté table. L'axe compliant est livré graissé par le constructeur et est donc étudié dans ces conditions.

5.2 Résultats d'identification paramètrique obtenus par la méthode à erreur de sortie en boucle fermée

Dans ce paragraphe sont présentés les résultats des deux axes linéaires (axe rigide sans lubrifiant (ESL), axe rigide avec lubrifiant (EAL) et axe compliant (THL)). Le modèle utilisé pour l'identification paramètrique est d'abord exposé. Par la suite, les profils de courants, de forces de frottement, de couples de frottement et la convergence de l'ensemble des modèles de frottement sont tracés. Les tableaux avec les paramètres identifiés pour l'ensemble des simulations avec différents modèles de frottement sont donnés, et finalement la précision sur les paramètres identifiés et l'intervalle de confiance sont calculés.

5.2.1 Modèle et mesures utilisés en simulation

Les résultats sont obtenus à partir des mesures des deux axes linéaires. Les mesures ont été utilisés dans la simulation et l'identification avec plusieurs modèles de frottement du système physique présenté dans le chapitre 2.

Les mesures ont été réalisées d'une part à une période d'échantillonnage de $1\,ms$ pour un profil triangulaire caractéristique d'un déplacement de $3\,mm$, et d'autre part à une période d'échantillonnage de $5\,ms$ pour un profil trapézoïdal et un déplacement de $32\,mm$.

Pour les trois cas étudiés (ESL, EAL et THL), la commande du système physique a été réalisée en boucle fermée et avec un correcteur PID. Plusieurs valeurs pour les gains proportionnel, intégral et dérivé du correcteur PID ont été testées afin d'obtenir des signaux les moins bruités. Un bon correcteur PID conduit à un critère d'optimisation plus faible et à une meilleure identification des paramètres.

Le modèle utilisé en simulation comprend à une inertie et une masse en mouvement reliées par un élément flexible (modèle conforme à la figure 2.5). Les deux liaisons sont caractérisées par un modèle de frottement propre. Plusieurs modèles de frottement sont testés sur le côté moteur et le côté table. Le modèle simple composé d'un frottement de Coulomb et un frottement visqueux est utilisé pour le côté moteur. Pour le côté table, il y a six modèles de frottement testés : le modèle Statique, le modèle de Dahl, le modèle de LuGre, le modèle de

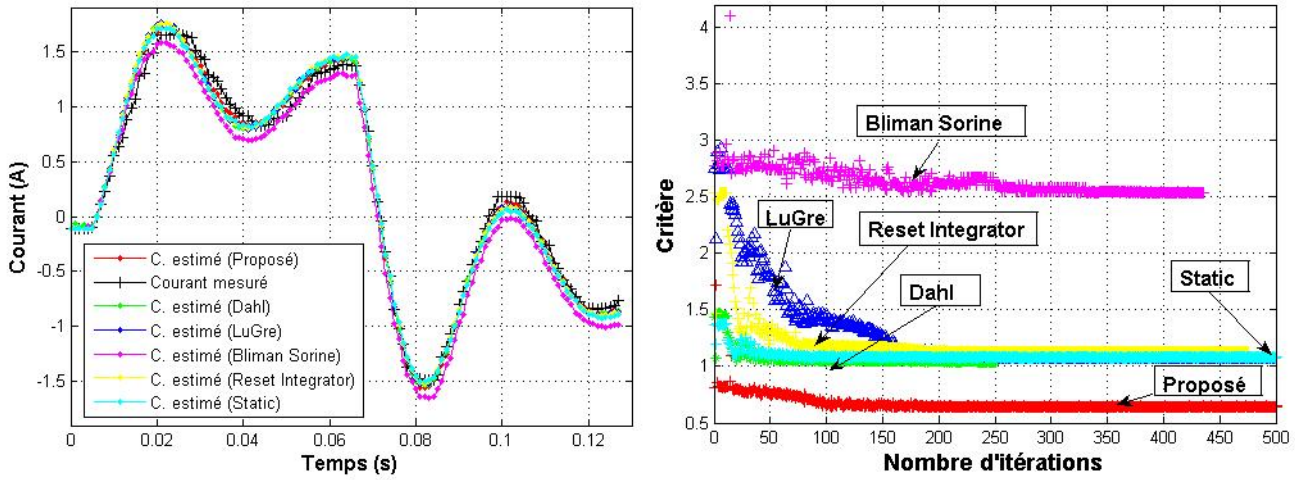
Bliman et Sorine, le modèle "Reset Integrator" et le modèle Proposé. Les modèles de frottement ont été présentés dans les paragraphes 2.4.2.2 à 2.4.3. Dans les modèles de Dahl, de Bliman et Sorine et "Reset Integrator", un frottement visqueux est ajouté dans le but d'obtenir un meilleur critère d'erreur et une meilleure compensation du frottement côté table. Le modèle Statique a été choisi pour être comparé avec le modèle Proposé. Le modèle Statique dépend seulement de la vitesse tandis que le modèle Proposé dépend de la vitesse et de l'accélération.

5.2.2 Résultats pour l'axe rigide (ESL et EAL)

Nous allons d'abord analyser les résultats obtenus en simulation pour l'axe rigide sans lubrifiant (ESL). La figure 5.4(a) montre le courant mesuré et les courants estimés pour les six modèles de frottement considérés. La mesure du courant a été réalisée pour un déplacement de $3\,mm$ avec un profil de vitesse en triangle. Comme on peut le voir, le modèle de Bliman et Sorine est le moins précis. On remarque une différence entre le courant mesuré et celui estimé avec le modèle de Bliman Sorine, de plus la valeur du critère MSE est de $2,54\%$ (voir le tableau 5.1), une valeur deux fois plus grande que pour les modèles de frottement de Dahl, de LuGre, "Reset Integrator" et Statique (voir la figure 5.4(b)). La simulation avec le modèle Proposé fournie la valeur de l'erreur la plus faible $0,63\%$. La figure 5.4(b) montre que l'ensemble des simulations ont correctement convergé au bout de 400 itérations maximum (avec la précision que nous avons choisie). Le modèle Statique conduit à un temps de calcul très long par rapport aux cinq autres modèles de frottement. Les modèles de Dahl et Bliman et Sorine s'exécutent avec le temps de calcul le plus rapide.

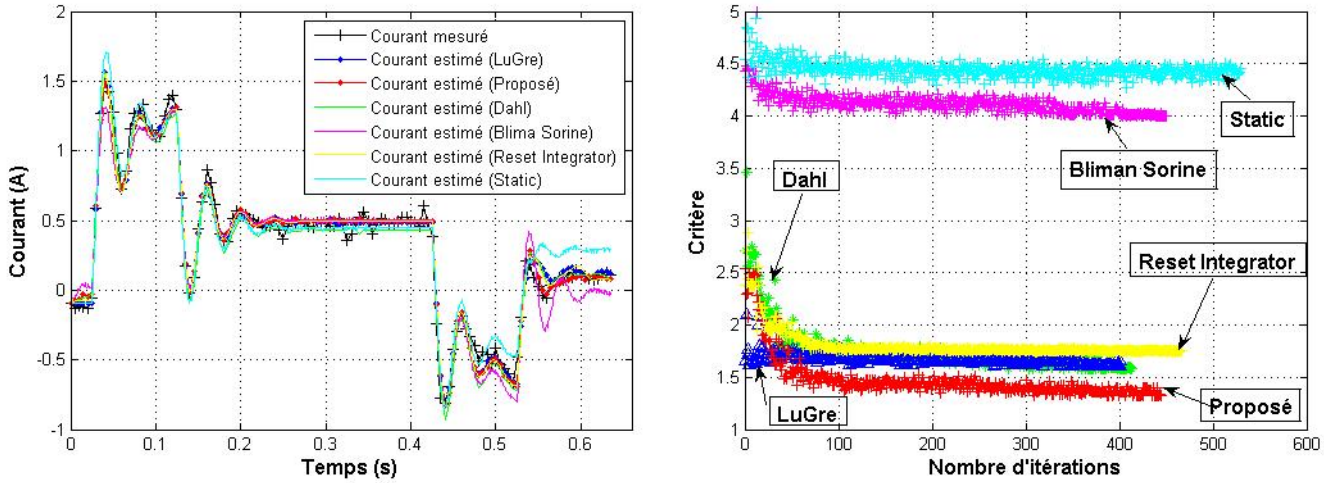
La figure 5.5(a) montre le courant mesuré et les courants estimés pour différents modèles de frottement pour l'axe ESL et un profil trapézoïdal. Les modèles de frottement Statique et Bliman et Sorine présentent une erreur durant les phases d'arrêt. Cette erreur s'observe également sur la figure 5.5(b) qui montre la convergence du critère MSE et où la simulation avec le modèle de Bliman et Sorine présente un MSE égal à 4% et la simulation avec le modèle Statique un MSE égal à $4,31\%$. Les modèles Proposé, Dahl, LuGre et "Reset Integrator" convergent vers des valeurs de MSE comprises entre $1,32\%$ et $1,77\%$.

Les figures 5.6(a) et 5.6(b) montrent les courbes des forces de frottement côté table et les courbes des couples de frottement côté moteur pour le déplacement avec un profil triangulaire. Les simulations sont réalisées pour les six modèles de frottement mentionnés au début du paragraphe.



(a) (b)

FIG. 5.4: *Comparaison du courant estimé et du critère pour ESL et un profil en triangle*

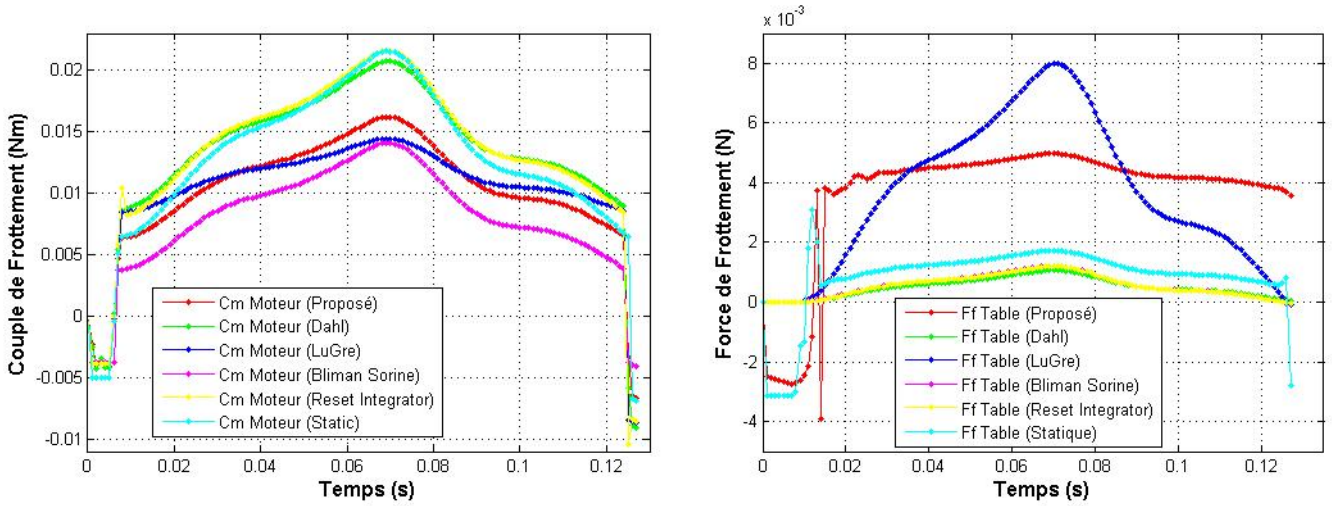


(a) (b)

FIG. 5.5: *Comparaison du courant estimé et du critère pour ESL et un profil trapézoïdal*

Sur la figure 5.6(b), on peut observer que la force de frottement du modèle LuGre est fortement corrélée avec le profil de la vitesse, la simulation a donc convergé vers un frottement visqueux important par rapport aux autres modèles. D'autre part, les autres modèles privilégient les termes de frottement sec et de Stribeck. Le modèle Proposé présente un coefficient de frottement sec environ deux fois supérieur aux autres modèles.

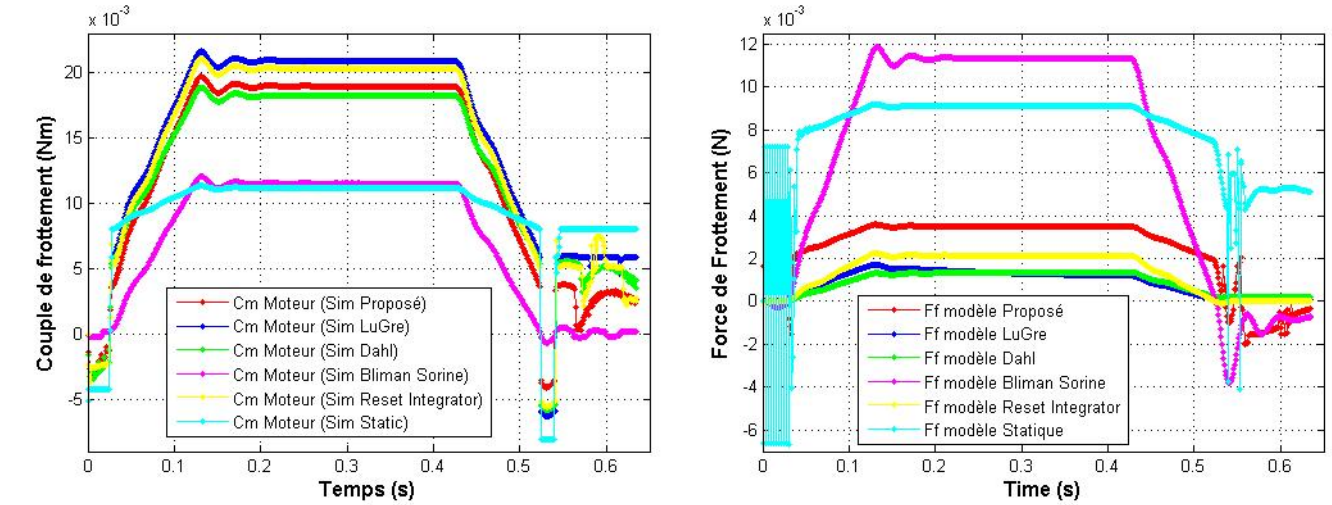
Les forces de frottement en profil trapézoïdal sont représentées sur la figure 5.7(b). La force de frottement du modèle Bliman et Sorine est la plus importante. Pour le modèle



(a) (b)

FIG. 5.6: *Comparaison modèles de frottement pour ESL et un profil en triangle*

Statique, la simulation a fait converger les valeurs vers une force de frottement relativement importante sur le côté table et un couple de frottement plus faible côté moteur. Pour tous les autres modèles testés, la simulation a convergé vers une force de frottement relativement faible, et sensiblement identique et un couple de frottement côté moteur relativement important. Dans les zones de démarrage et d'arrêt de déplacement de l'axe, les allures de force et de couple de frottement sont très différentes et traduisent la richesse des modèles testés.



(a) (b)

FIG. 5.7: *Comparaison des modèles de frottement pour ESL et un profile trapézoïdal*

Les figures des simulations en profil triangulaire et trapézoïdal réalisées pour l'axe rigide EAL sont données en annexe C. Suite à la lubrification de l'axe, les résultats obtenus montrent une diminution globale de 25% de forces et couples de frottement.

Dans le cas du profil triangulaire, le critère d'optimisation obtenu pour chacun des modèles est légèrement plus faible que celui obtenu dans l'étude de l'axe sans lubrifiant (voir courbes annexe C, C.1(b)).

Les valeurs du MSE (voir le tableau 5.6) sont comprises entre $0,86\%$ et $0,90\%$ pour les modèles de LuGre, Dahl, "Reset Integrator" et Statique. Le modèle de Bliman et Sorine conduit à un MSE de $0,66\%$, c'est-à-dire une nette amélioration par rapport à l'étude de l'axe sans lubrifiant. Quant au modèle Proposé, le MSE reste le même et présente toujours la valeur la plus faible à $0,63\%$.

Par contre, les simulations avec le profil trapézoïdal conduisent à des valeurs du critère MSE supérieures au profil triangulaire sauf avec le choix du modèle Statique. Le modèle de frottement de Bliman et Sorine conduit toujours à un critère MSE relativement important de $5,5\%$. Globalement, on constate qu'il est plus difficile d'obtenir dans ce dernier cas un modèle de comportement correct.

Les allures des couples et forces de frottement sont représentées en annexe C, figures C.2(a) et C.2(b). Comme avec l'axe sans lubrifiant, le modèle de Bliman et Sorine se différentie de tous les autres par une force de frottement plus importante côté table et un couple de frottement moins important côté moteur. Dans le cas de l'axe EAL, tous les autres modèles de frottement conduisent à des allures de forces et de couples de frottement très similaires.

Les temps de calcul pour la convergence du critère MSE pour les différents modèles testés sont de l'ordre de 15 à 30 minutes pour les modèles Dahl, LuGre et "Reset Integrator", de l'ordre de 2 heures pour le modèle Proposé et bien plus importants (6 à 12 heures) pour les modèles Statique et de Bliman et Sorine. Ces valeurs peuvent bien sûr s'expliquer par un nombre différent de paramètres à identifier mais également par une difficulté plus importante pour le simulateur de tester les fonctions discontinues.

Analysons maintenant le sens physique des paramètres identifiés. Les valeurs des paramètres identifiés pour l'axe ESL sont données dans les tableaux 5.2 et 5.3 et pour l'axe EAL dans les tableaux 5.4 et 5.5.

Les expériences effectuées ont montré que les paramètres de frottement sont très sensibles aux vibrations, à la vitesse de glissement, à la température, à l'humidité ou bien

aux poussières. Pour notre expérience, la vitesse relative de déplacement choisie est d'environ 40 tr/s et l'accélération de 400 tr/s^2.

Les valeurs du frottement visqueux obtenues pour le côté moteur et le côté table sont respectivement de l'ordre de $10^{-4} Nm\,s/rad$ et de $10^{-6} N\,s/m$. Ces valeurs sont faibles mais ont une influence non négligeable sur les résultats de simulation (voir tableaux 5.2, 5.3, et 5.4, 5.5).

Axe ESL	Déplacement [mm]	Échantillonnage [ms]	Vitesse [tr/s]	Accélération [tr/s^2]	C_{CL} [mA]	P_{CL} [%]	MSE [%]
Proposé	3	1	40	400	6,8	8	0,64
	32	5	40	400	5,3	10	1,32
Static	3	1	40	400	8,7	10	1,07
	32	5	40	400	9,4	17	4,31
Dhal	3	1	40	400	8,6	10	1,05
	32	5	40	400	5,7	11	1,58
LuGre	3	1	40	400	8,7	10	1,05
	32	5	40	400	5,8	11	1,61
Reset-Integrator	3	1	40	400	8,9	10	1,13
	32	5	40	400	6,1	11	1,77
Bliman et Sorine	3	1	40	400	13,4	15	2,54
	32	5	40	400	9,1	17	4,00

TAB. 5.1: *Valeurs des critères C_{CL}, P_{CL} et MSE pour l'axe ESF*

5.2.3 Définition des unités

Les unités des mesures pour les paramètres estimés dans les tableaux 5.2 à 5.5, 5.7 à 5.8 sont les suivantes : J_t $[kg \cdot m^2]$, B_m $[Nm/s]$, F_m $[N]$, M_t $[g]$, K_l $[N/m]$ ainsi que pour

- le modèle Proposé : B_t $[N.s/m]$, F_t $[N]$, C_{s1} $[N]$, C_{s2} $[N]$ et V_s $[rad/s]$.
- le modèle de LuGre : σ_2 $[N.s/m]$, α_0 $[N]$, α_1 $[N]$, σ_0 $[N/m]$, σ_1 $[N.s/m]$, V_s $[rad/s]$.
- le modèle de Dahl : B_t $[N.s/m]$, F_t $[N]$, σ_0 $[N]$, α_0 $[N.s/m]$.
- le modèle Bliman et Sorine : f_1 $[N]$, f_2 $[N]$, η $[sansunit]$, ϵ_f $[m]$, B_t $[N.s/m]$.
- le modèle "Reset Integrator" : σ_0 $[sansunit]$, σ_1 $[N/m]$, z_0 $[sansunit]$ et B_t $[N.s/m]$.

Modèle	Paramètres Moteur	Paramètres Table	
Proposé	$J_t = 1,475\ 10^{-5}$ $B_m = 0,605\ 10^{-4}$ $F_m = 6,33\ 10^{-3}$	$M_t = 200$ $B_t = 7,29\ 10^{-6}$ $F_t = 11,88$ $C_{s1} = 1,20,\ C_{s2} = 0,94$ $V_s = 0,56$	$K_l = 23,4\ 10^4$
LuGre	$J_t = 1,466\ 10^{-5}$ $B_m = 0,367\ 10^{-4}$ $F_m = 8,46\ 10^{-3}$	$M_t = 439$ $\sigma_2 = 4,45\ 10^{-6}$ $\alpha_0 = 2,87\ 10^{-5}$ $\alpha_1 = 9,26\ 10^{-6}$ $\sigma_0 = 1,64\ 10^{-6}$ $\sigma_1 = 5,85\ 10^{-6}$ $V_s = 0,51$	$K_l = 40,3\ 10^4$
Dahl	$J_t = 1,462\ 10^{-5}$ $B_m = 0,735\ 10^{-4}$ $F_m = 8,72\ 10^{-3}$	$M_t = 233$ $B_t = 6,22\ 10^{-6}$ $F_t = 0,83\,;\ \alpha_0 = 0,73$ $\sigma_0 = 0,1\ 10^{-4}$	$K_l = 32,0\ 10^4$
Bliman Sorine	$J_t = 1,461\ 10^{-5}$ $B_m = 0,636\ 10^{-4}$ $F_m = 3,71\ 10^{-3}$	$M_t = 428$ $f_1 = 1,05\ 10^{-8}$ $f_2 = 1,03\ 10^{-8}$ $\eta = 0,10\ 10^{-1}\,;\ \epsilon_f = 0,10\ 10^{-1}$ $B_t = 7,41\ 10^{-6}$	$K_l = 33,1\ 10^4$
Reset Integrator	$J_t = 1,463\ 10^{-5}$ $B_m = 0,825\ 10^{-4}$ $F_m = 8,14\ 10^{-3}$	$M_t = 335$ $\sigma_0 = 6,58\ 10^{-6}$ $\sigma_1 = 1,16\ 10^{-3}$ $z_0 = 7,30\ 10^{-8}$ $B_t = 2,32\ 10^{-6}$	$K_l = 19,7\ 10^4$
Statique	$J_t = 1,465\ 10^{-5}$ $B_m = 0,928\ 10^{-4}$ $F_m = 6,42\ 10^{-3}$	$M_t = 316$ $B_t = 7,26\ 10^{-6}$ $F_t = 10,1$ $F_c = 1,71\,;\ V_s = 0,49$	$K_l = 32,7\ 10^4$

TAB. 5.2: *Paramètres estimés pour l'axe ESL (avec transmission par vis à billes sans lubrifiant), trajectoire à profil en triangle, (unités : voir le paragraphe 5.2.3)*

Modèle	Paramètres Moteur	Paramètres Table	
Propose	$J_t = 1,405\ 10^{-5}$ $B_m = 0,614\ 10^{-4}$ $F_m = 3,52\ 10^{-3}$	$M_t = 419$ $B_t = 6,34\ 10^{-6}$ $F_t = 6,03$ $C_{s1} = 2,32\,;\ C_{s2} = 1,7$ $V_s = 0,51$	$K_l = 32,7\ 10^4$
LuGre	$J_t = 1,394\ 10^{-5}$ $B_m = 0,600\ 10^{-4}$ $F_m = 5,84\ 10^{-3}$	$M_t = 503$ $\sigma_2 = 4,12\ 10^{-6}$ $\alpha_0 = 8,58\ 10^{-5}$ $\alpha_1 = 7,89\ 10^{-6}$ $\sigma_0 = 2,13\ 10^{-6}$ $\sigma_1 = 3,28\ 10^{-6}$ $V_s = 0,43$	$K_l = 32,7\ 10^4$
Dahl	$J_t = 1,446\ 10^{-5}$ $B_m = 0,512\ 10^{-4}$ $F_m = 5,37\ 10^{-3}$	$M_t = 467$ $B_t = 6,34\ 10^{-6}$ $F_t = 6,03\,;\ \alpha_0 = 1,07$ $\sigma_0 = 0,1\ 10^{-5}$	$K_l = 41,2\ 10^4$
Bliman-Sorine	$J_t = 1,403\ 10^{-5}$ $B_m = 0,774\ 10^{-4}$ $F_m = 8,56\ 10^{-3}$	$M_t = 405$ $f_1 = 1,14\ 10^{-8}$ $f_2 = 0,01\ 10^{-8}$ $\eta = 0,45\ 10^{-1}\,;\ \epsilon_f = 0,15\ 10^{-1}$ $B_t = 9,94\ 10^{-6}$	$K_l = 32,5\ 10^4$
Reset Integrator	$J_t = 1,400\ 10^{-5}$ $B_m = 0,608\ 10^{-4}$ $F_m = 5,07\ 10^{-3}$	$M_t = 425$ $\sigma_0 = 26,0\ 10^{-6}$ $\sigma_1 = 1,75\ 10^{-3}$ $z_0 = 7,28\ 10^{-8}$ $B_t = 8,54\ 10^{-6}$	$K_l = 32,8\ 10^4$
Statique	$J_t = 1,407\ 10^{-5}$ $B_m = 0,126\ 10^{-4}$ $F_m = 8,02\ 10^{-3}$	$M_t = 306$ $B_t = 6,61\ 10^{-6}$ $F_t = 1,65$ $F_c = 7,45\,;\ V_s = 0,59$	$K_l = 40,1\ 10^4$

TAB. 5.3: *Paramètres estimés pour l'axe ESL (avec transmission par vis à billes sans lubrifiant), trajectoire à profil trapézoïdal, (unités : voir paragraphe 5.2.3)*

– le modèle Statique : B_t $[N.s/m]$, F_t $[N]$, F_C $[N]$ et V_s $[rad/s]$.

5.2.4 Résultats pour l'axe compliant (THL)

Les valeurs des paramètres identifiés pour l'axe compliant (THL) pour les six modèles de frottement étudiés sont données dans les tableaux 5.7 et 5.8 et les critères d'optimisation correspondant dans le tableau 5.9.

L'axe THL est étudié pour les mêmes profils de consigne triangulaire et trapézoïdal comme pour l'axe rigide. Les simulations sont réalisées avec les six modèles de frottement côté table et un seul modèle pour le côté moteur. Sur la figure 5.8 sont représentés les courants estimés et le courant mesuré pour le profil triangulaire. On constate qu'il existe une bonne similitude entre les courants estimés et la mesure du courant. Le critère MSE converge vers des valeurs comprises entre $0,39\%$ et $0,66\%$ (voir tableau 5.9) et la précision d'identification P_{CL} calculée selon la relation (5.3), a des valeurs comprises entre 6% et 8%. Comme dans toutes les simulations effectuées sur l'axe rigide, les simulations montrent que sur l'axe compliant le modèle Proposé est le plus adapté pour modéliser le frottement côté table.

Avec une consigne de profil trapézoïdal, le critère MSE converge vers des valeurs comprises entre $3,87\%$ et $5,8\%$ pour les modèles Proposé, de Dahl, de LuGre, Statique et "Reset Integrator". Le modèle Bliman et Sorine montre une mauvaise convergence de 10% et un précision d'identification des paramètres de 25%.

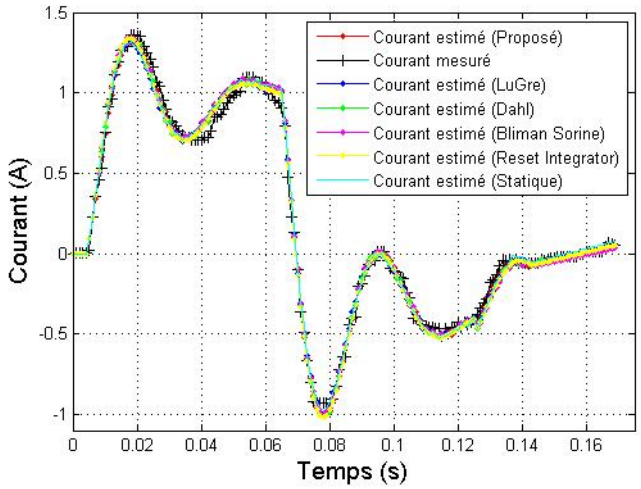


FIG. 5.8: *Simulations pour différents modèles de frottement pour l'axe compliant*

Modèle	Paramètres Moteur	Paramètres Table	
Proposé	$J_t = 1,448\ 10^{-5}$ $B_m = 0,661\ 10^{-4}$ $F_m = 4,18\ 10^{-3}$	$M_t = 506$ $B_t = 5,55\ 10^{-6}$ $F_t = 7,13$ $C_{s1} = 2,10\,;\ C_{s2} = 2,12$ $V_s = 0,6$	$K_l = 23,3\ 10^4$
LuGre	$J_t = 1,449\ 10^{-5}$ $B_m = 0,699\ 10^{-4}$ $F_m = 5,79\ 10^{-3}$	$M_t = 428$ $\sigma_2 = 4,52\ 10^{-6}$ $\alpha_0 = 7,86\ 10^{-5}$ $\alpha_1 = 6,6\ 10^{-6}$ $\sigma_0 = 1,6\ 10^{-6}$ $\sigma_1 = 4,78\ 10^{-5}$ $V_s = 0,34$	$K_l = 22,9\ 10^4$
Dahl	$J_t = 1,449\ 10^{-5}$ $B_m = 0,725\ 10^{-4}$ $F_m = 5,81\ 10^{-3}$	$M_t = 203$ $B_t = 7,15\ 10^{-6}$ $F_t = 0,24\,;\ \alpha_0 = 1,35$ $\sigma_0 = 0,09\ 10^{-4}$	$K_l = 25,2\ 10^4$
Bliman-Sorine	$J_t = 1,447\ 10^{-5}$ $B_m = 0,897\ 10^{-4}$ $F_m = 4,45\ 10^{-3}$	$M_t = 293$ $f_1 = 1,25\ 10^{-8}$ $f_2 = 0,95\ 10^{-8}$ $\eta = 0,11\ 10^{-1}\,;\ \epsilon_f = 0,11\ 10^{-1}$ $B_t = 6,71\ 10^{-6}$	$K_l = 31,3\ 10^4$
Reset Integrator	$J_t = 1,451\ 10^{-5}$ $B_m = 0,759\ 10^{-4}$ $F_m = 5,32\ 10^{-3}$	$M_t = 348$ $\sigma_0 = 10,7\ 10^{-6}$ $\sigma_1 = 1,47\ 10^{-3}$ $z_0 = 4,89\ 10^{-8}$ $B_t = 7,68\ 10^{-6}$	$K_l = 16,8\ 10^4$
Statique	$J_t = 1,449\ 10^{-5}$ $B_m = 0,779\ 10^{-4}$ $F_m = 5,04\ 10^{-3}$	$M_t = 330$ $B_t = 7,57\ 10^{-6}$ $F_t = 10,5$ $F_c = 1,90\,;\ V_s = 0,5$	$K_l = 22,6\ 10^4$

TAB. 5.4: *Paramètres estimés pour l'axe EAL (avec transmission par vis à billes sans lubrifiant), trajectoire à profil en triangle, (unités : voir paragraphe 5.2.3)*

Modèle	Paramètres Moteur	Paramètres Table	
Proposé	$J_t = 1,380\ 10^{-5}$ $B_m = 0,428\ 10^{-4}$ $F_m = 3,54\ 10^{-3}$	$M_t = 432$ $B_t = 6,49\ 10^{-6}$ $F_t = 6,30$ $C_{s1} = 2,40\,;\ C_{s2} = 1,81$ $V_s = 0,53$	$K_l = 34,0\ 10^4$
LuGre	$J_t = 1,382\ 10^{-5}$ $B_m = 0,454\ 10^{-4}$ $F_m = 5,55\ 10^{-3}$	$M_t = 509$ $\sigma_2 = 4,06\ 10^{-6}$ $\alpha_0 = 8,62\ 10^{-5}$ $\alpha_1 = 8,40\ 10^{-6}$ $\sigma_0 = 2,30\ 10^{-6}$ $\sigma_1 = 3,41\ 10^{-6}$ $V_s = 0,44$	$K_l = 25,9\ 10^4$
Dahl	$J_t = 1,397\ 10^{-5}$ $B_m = 0,444\ 10^{-4}$ $F_m = 5,64\ 10^{-3}$	$M_t = 365$ $B_t = 7,18\ 10^{-6}$ $F_t = 8,44\,;\ \alpha_0 = 1,09$ $\sigma_0 = 0,1\ 10^{-5}$	$K_l = 25,1\ 10^4$
Bliman-Sorine	$J_t = 1,423\ 10^{-5}$ $B_m = 0,796\ 10^{-4}$ $F_m = 8,99\ 10^{-3}$	$M_t = 415$ $f_1 = 1,20\ 10^{-8}$ $f_2 = 0,01\ 10^{-8}$ $\eta = 0,37\ 10^{-1}\,;\ \epsilon_f = 0,15\ 10^{-1}$ $B_t = 8,19\ 10^{-6}$	$K_l = 32,0\ 10^4$
Reset Integrator	$J_t = 1,392\ 10^{-5}$ $B_m = 0,458\ 10^{-4}$ $F_m = 5,13\ 10^{-3}$	$M_t = 394$ $\sigma_0 = 6,09\ 10^{-6}$ $\sigma_1 = 1,86\ 10^{-3}$ $z_0 = 8,00\ 10^{-8}$ $B_t = 9,82\ 10^{-6}$	$K_l = 29,0\ 10^4$
Statique	$J_t = 1,386\ 10^{-5}$ $B_m = 0,436^{-4}$ $F_m = 4,42\ 10^{-3}$	$M_t = 357$ $B_t = 7,83\ 10^{-6}$ $F_t = 10,7$ $F_c = 1,67\,;\ V_s = 0,59$	$K_l = 24,8\ 10^4$

TAB. 5.5: *Paramètres estimés pour l'axe EAL (avec transmission par vis à billes sans lubrifiant) trajectoire à profil trapézoïdal, (unités : voir paragraphe 5.2.3)*

Axe EAL	Déplacement [mm]	Échantillonnage [ms]	Vitesse [tr/s]	Accélération $[tr/s^2]$	C_{CL} [mA]	P_{CL} [%]	MSE [%]
Proposé	3	1	40	400	6,6	8	0,63
	32	5	40	400	7,3	14	2,65
LuGre	3	1	40	400	7,9	8	0,90
	32	5	40	400	7,7	15	2,99
Dahl	3	1	40	400	7,7	9	0,87
	32	5	40	400	7,7	15	2,93
Reset Integrator	3	1	40	400	8,1	9	0,95
	32	5	40	400	8,1	16	3,25
Statique	3	1	40	400	7,7	9	0,86
	32	5	40	400	7,6	15	2,84
Bliman et Sorine	3	1	40	400	6,7	8	0,66
	32	5	40	400	10,5	20	5,51

TAB. 5.6: *Valeurs des critères C_{CL}, P_{CL} et MSE pour l'axe EAF*

La convergence du critère MSE pour les profils triangulaire et de trapézoïdale est représentée sur les figures 5.9(a) et la figure 5.9(b). Les courants estimés dans ce cas (voir annexe C, figure C.7) présentent une erreur durant la phase d'arrêt. On peut remarquer qu'en profil triangulaire le modèle de Dahl présente le temps de calcul le plus rapide et le modèle Statique s'exécute avec un temps plus important. En profil trapézoïdal, les temps de calcul sont similaires à ceux obtenus pour l'axe rigide.

Sur les figures 5.9(c) et 5.9(d) sont représentées les allures des forces et des couples de frottement en profil trapézoïdal. Les forces de frottement des modèles Proposé et Bliman et Sorine sont les plus importantes. Pour ces deux modèles, la simulation a fait converger les valeurs vers des forces de frottement relativement importantes sur la table et des couples de frottement plus faibles côté moteur. Les autres modèles testés présentent une force de frottement relativement faible, et sensiblement identique et le couple de frottement côté moteur est relativement important. Comme sur l'axe rigide, la richesse des modèles testés est traduite par les allures de force et de couple de frottement très différentes dans les zones de démarrage et d'arrêt de déplacement de l'axe.

Les unités de mesure pour les paramètres estimés sont données dans le paragraphe 5.2.3.

Modèle	Paramètres Moteur	Paramètres Table	
Proposé	$J_t = 1,126\ 10^{-5}$ $B_m = 0,512\ 10^{-4}$ $F_m = 4,86\ 10^{-3}$	$M_t = 48,5$ $B_t = 6,99\ 10^{-6}$ $F_t = 13,9$ $C_{s1} = 1,34\,;\ C_{s2} = 2,12$ $V_s = 0,26$	$K_l = 32,1\ 10^{6}$
LuGre	$J_t = 1,116\ 10^{-5}$ $B_m = 0,55'\ 10^{-4}$ $F_m = 8,71\ 10^{-3}$	$M_t = 39$ $\sigma_2 = 3,72\ 10^{-6}$ $\alpha_0 = 7,12\ 10^{-5}$ $\alpha_1 = 8,4\ 10^{-6}$ $\sigma_0 = 1,6\ 10^{-6}$ $\sigma_1 = 4,1\ 10^{-6}$ $V_s = 0,25$	$K_l = 26,3\ 10^{6}$
Dahl	$J_t = 1,116\ 10^{-5}$ $B_m = 0,535\ 10^{-4}$ $F_m = 9,12\ 10^{-3}$	$M_t = 37,8$ $B_t = 2,91\ 10^{-6}$ $F_t = 1,42\,;\ \sigma_0 = 0,08$ $\alpha_0 = 0,92$	$K_l = 32,3\ 10^{6}$
Bliman-Sorine	$J_t = 1,125\ 10^{-5}$ $B_m = 0,492\ 10^{-4}$ $F_m = 9,10\ 10^{-3}$	$M_t = 48,5$ $f_1 = 0,69\ 10^{-8}$ $f_2 = 0,8\ 10^{-8}$ $\eta = 8\ 10^{-3}$ $\epsilon_f = 8\ 10^{-3}$ $B_t = 9,48\ 10^{-6}$	$K_l = 38,8\ 10^{6}$
Reset Integrator	$J_t = 1,127\ 10^{-5}$ $B_m = 0,479\ 10^{-4}$ $F_m = 8,99\ 10^{-3}$	$M_t = 48$ $\sigma_0 = 8,72\ 10^{-6}$ $\sigma_1 = 1,19\ 10^{-3}$ $z_0 = 5,13\ 10^{-8}$ $B_t = 8,08\ 10^{-6}$	$K_l = 23,1\ 10^{6}$
Statique	$J_t = 1,118\ 10^{-5}$ $B_m = 0,632\ 10^{-4}$ $F_m = 7,74\ 10^{-3}$	$M_t = 46,5$ $B_t = 6,29\ 10^{-6}$ $F_t = 11,2$ $F_c = 1,89\,;\ V_s = 0,35$	$K_l = 18,1\ 10^{6}$

TAB. 5.7: *Paramètres estimés pour l'axe THL avec un profil en triangle, (unités : voir paragraphe 5.2.3)*

Modèle	Paramètres Moteur	Paramètres Table	
Proposé	$J_t = 1,103\ 10^{-5}$ $B_m = 0,163\ 10^{-4}$ $F_m = 4,93\ 10^{-3}$	$M_t = 53,6$ $B_t = 6,49\ 10^{-6}$ $F_t = 13,3$ $C_{s1} = 1,48\,;\ C_{s2} = 1,88$ $V_s = 0,31$	$K_l = 35,5\ 10^{6}$
LuGre	$J_t = 1,085\ 10^{-5}$ $B_m = 0,215\ 10^{-4}$ $F_m = 7,74\ 10^{-3}$	$M_t = 40$ $\sigma_2 = 4,12\ 10^{-6}$ $\alpha_0 = 4,35\ 10^{-5}$ $\alpha_1 = 9,01\ 10^{-6}$ $\sigma_0 = 1,9\ 10^{-6}$ $\sigma_1 = 2,6\ 10^{-6}$ $V_s = 0,25$	$K_l = 27,6\ 10^{6}$
Dahl	$J_t = 1,107\ 10^{-5}$ $B_m = 0,180\ 10^{-4}$ $F_m = 8,18\ 10^{-3}$	$M_t = 13,4$ $B_t = 7,95\ 10^{-6}$ $F_t = 5,26\,;\ \alpha_0 = 1,27$ $\sigma_0 = 0,79\ 10^{-5}$	$K_l = 39,4\ 10^{6}$
Bliman-Sorine	$J_t = 1,090\ 10^{-5}$ $B_m = 0,754\ 10^{-4}$ $F_m = 3,24\ 10^{-3}$	$M_t = 17$ $f_1 = 0,88\ 10^{-8}$ $f_2 = 0,75\ 10^{-8}$ $\eta = 0,24\ 10^{-1}$ $\epsilon_f = 2,95\ 10^{-1}$ $B_t = 11,9\ 10^{-6}$	$K_l = 5,91\ 10^{6}$
Reset Integrator	$J_t = 1,124\ 10^{-5}$ $B_m = 0,151\ 10^{-4}$ $F_m = 8,46\ 10^{-3}$	$M_t = 51$ $\sigma_0 = 10,3\ 10^{-6}$ $\sigma_1 = 1,42\ 10^{-3}$ $z_0 = 5,20\ 10^{-8}$ $B_t = 8,25\ 10^{-6}$	$K_l = 25,1\ 10^{6}$
Statique	$J_t = 1,108\ 10^{-5}$ $B_m = 0,295\ 10^{-4}$ $F_m = 4,88\ 10^{-3}$	$M_t = 48$ $B_t = 6,16\ 10^{-6}$ $F_t = 11,4$ $F_c = 2,25\,;\ V_s = 0,38$	$K_l = 20,5\ 10^{6}$

TAB. 5.8: *Paramètres estimés pour l'axe THL avec un profil trapézoïdal, (unités : voir paragraphe 5.2.3)*

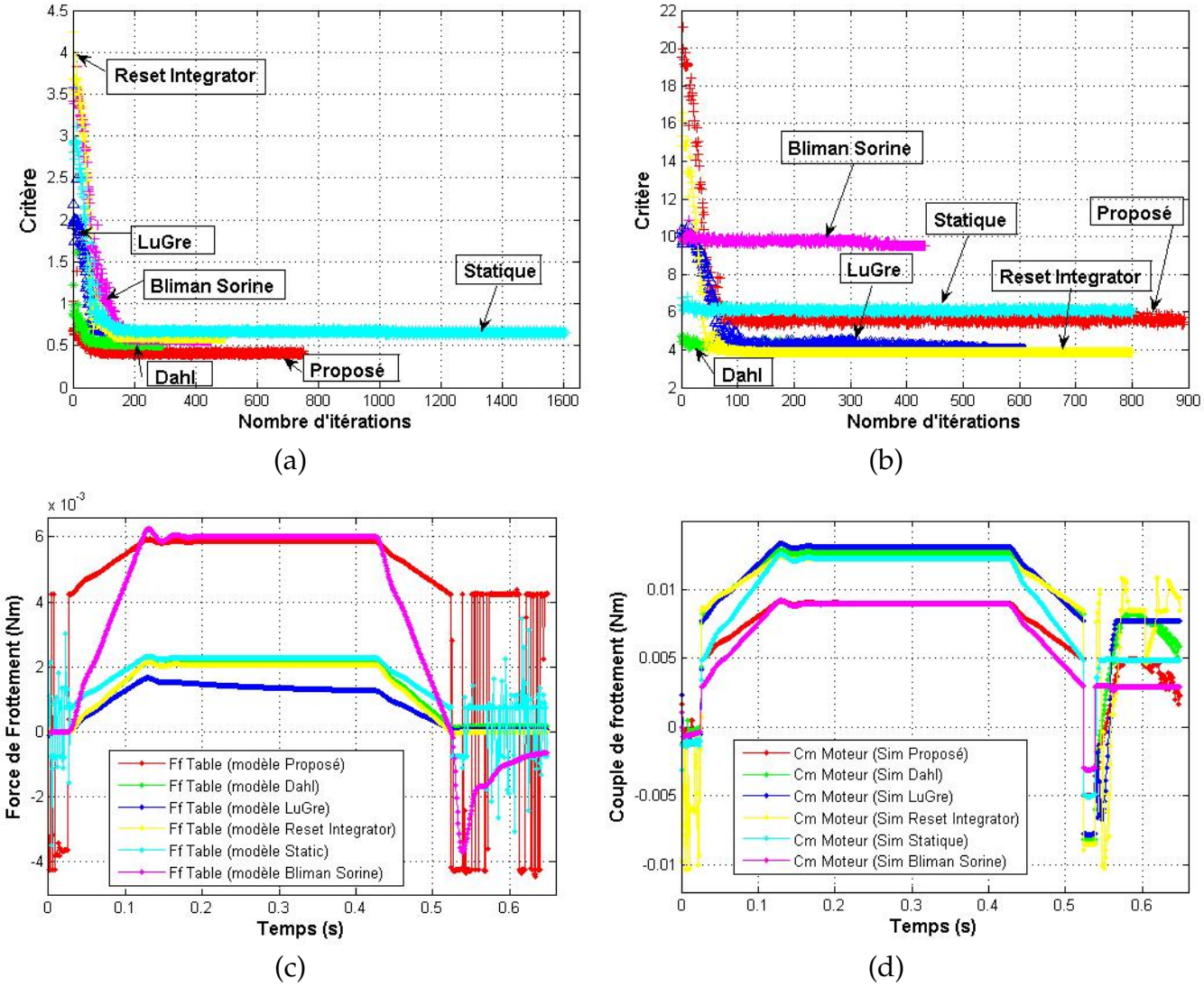


FIG. 5.9: *Simulations pour différents modèles de frottement pour l'axe compliant THL*

5.2.5 Calcul de la précision des paramètres identifiés

On propose maintenant de calculer la précision des paramètres identifiés pour les axes rigide et compliant. Le calcul de la précision utilise l'équation (4.62) et les paramètres donnés dans tableaux 5.2, 5.3, 5.4, 5.5, 5.7 et 5.8.

Les tableaux 5.10-5.21 donnent la précision des paramètres identifiés par la méthode d'identification en boucle fermée. Les cases des tableaux qui ne sont pas remplies correspondent à des paramètres pour lesquels le vecteur de sensibilité est trop faible voir carrément nul, ce qui a interdit l'inversion de la matrice de sensibilité B.

Axe THL	Déplacement [mm]	Échantillonnage [ms]	Vitesse [tr/s]	Accélération $[tr/s^2]$	C_{CL} [mA]	P_{CL} [%]	MSE [%]
Proposé	3	1	40	400	3,0	6	0,39
	32	5	40	400	7,8	19	5,47
Statique	3	1	40	400	3,9	8	0,66
	32	5	40	400	8,1	20	5,87
Dahl	3	1	40	400	3,5	7	0,51
	32	5	40	400	6,8	17	4,10
LuGre	3	1	40	400	3,7	7	0,59
	32	5	40	400	6,7	16	3,99
Reset-Integrator	3	1	40	400	3,6	7	0,56
	32	5	40	400	6,6	16	3,87
Bliman et Sorine	3	1	40	400	3,7	7	0,59
	32	5	40	400	10,3	25	10

TAB. 5.9: *Valeurs des critères C_{CL}, P_{CL} et MSE pour l'axe THL*

5.2.5.1 Résumé sur l'ensemble des tableaux

Ce paragraphe résume les résultats sur l'ensemble des tableaux sur la précision des paramètres.

Les tableaux 5.10 et 5.11 ont déjà été présentés, mais on peut faire une comparaison avec les résultats obtenus avec le modèle Statique (voir tableaux 5.16 et 5.17). On remarque que les erreurs avec le modèle Proposé sont plus basses que pour le modèle Statique, ainsi le modèle Proposé offre de meilleures performances pour simuler le comportement du système physique.

Les précisions des paramètres obtenus suite aux simulations avec le modèle de Dahl côté table pour les deux profils de vitesse sont donnés dans les tableaux 5.12 et 5.13 . Avec le profil triangulaire, la précision des termes F_t de frottement de Coulomb et K_l de raideur longitudinale élastique n'a pas pu être calculée pour tous les modèles, ou bien présente une mauvaise précision pour le coefficient de déformation élastique α_0 pour l'axe EAL. Par contre, pour la trajectoire en trapèze, on a réussi à calculer la précision de tous les paramètres . Les

Modèle Proposé	J_t %	B_m %	F_m %	M_t %	B_t %	F_t %	C_{s1} %	C_{s2} %	V_s %	K_l %
ESL	0,42	2,51	2,20	3,26	3,85	1,82	7,92	4,03	3,24	2,69
EAL	0,45	2,00	2,16	4,40	3,10	3,29	5,04	7,07	3,47	2,41
THL	0,29	0,80	0,77	0,92	0,80	0,99	0,81	1,13	1,17	1,14

TAB. 5.10*: Précision des paramètres identifiés, profil en triangle*

erreurs obtenues pour les axes ESL et THL (les huit premiers termes) sont plus grandes que celles obtenues avec le modèle Proposé (voir tableau 5.11)

La précision des paramètres identifiés par les simulations avec le modèle de LuGre côté table sont données dans les tableaux 5.14 et 5.15. On voit que pour une moitié des paramètres du tableau 5.15, la précision n'a pas pu être calculée. Le vecteur des fonctions de sensibilité ne permet pas à la matrice B d'être inversible. On remarque aussi pour les axes ESL et EAL que les précisions sur les 4 premiers termes (J_t, B_m, F_m et M_t) et K_l sont plus mauvaises que celles obtenus avec le modèle Proposé.

Le modèle "Reset Integrator" 5.18 et 5.19 donne les plus mauvaises précision sur les paramètres identifiés. Juste l'inertie du moteur J_t est identifiée avec une bonne précision dans les deux profils de vitesse sur les trois différentes simulations (ESL, EAL et THL).

Finalement les tableaux 5.20 et 5.21 donnent les précisions des paramètres identifiés par les simulations effectuées avec le modèle de Bliman et Sorine. On voit qu'en profil triangulaire, la précision des paramètres f_1, f_2, η, ϵ_f n'a pas pu être calculée car la matrice B n'est pas inversible. L'inertie du moteur est identifiée avec une bonne précision dans les trois différentes simulations. On voit aussi que pour l'axe EAL, les termes présentent une bonne précision. Le modèle de Bliman et Sorine n'est donc pas souhaitable pour la compensation du frottement tant qu'on ne connaît pas la précision sur le reste des paramètres, même si le critère est proche de celui du modèle Proposé. En profil trapézoïdal, les trois premiers termes présentent une précision relativement bonne. Ce modèle n'est utilisable pour aucun des axes.

5.2.5.2 Intervalles de confiance pour l'axe ESL avec le modèle Proposé

En profil triangulaire, les paramètres ont été estimés avec une précision relativement bonne, sauf le terme de frottement de Stribeck C_{s1}. L'inertie du moteur J_t présente la meilleure

Modèle Proposé	J_t %	B_m %	F_m %	M_t %	B_t %	F_t %	C_{s1} %	C_{s2} %	V_s %	K_l %
ESL	0,69	1,07	1,07	1,33	1,67	1,51	1,78	1,49	1,28	1,51
EAL	0,92	1,78	1,99	2,59	4,36	3,10	4,57	2,73	3,34	3,65
THL	1,02	1,22	1,26	1,17	1,25	1,58	1,11	1,22	1,05	1,19

TAB. 5.11: *Précision des paramètres estimés, profil trapézoïdal*

Modèle Dahl	J_t %	B_m %	F_m %	M_t %	B_t %	F_t %	K_l %	α %	σ_0 %
ESL	0,55	2,23	2,16	3,10	3,21				
EAL	0,59	2,06	2,89	3,68	3,08			11,2	4,19
THL	0,34	1,04	0,79	2,11	1,28				1,82

TAB. 5.12: *Précision des paramètres estimés, profil en triangle*

Modèle Dahl	J_t %	B_m %	F_m %	M_t %	B_t %	F_t %	K_l %	α %	σ_0 %
ESL	0,73	1,25	1,32	3,04	1,62	1,77	2,62	1,98	1,75
EAL	1,09	1,84	1,57	2,30	1,98	2,01	2,02	2,07	1,93
THL	0,84	1,95	1,26	1,75	1,76	1,51	1,58	1,73	1,28

TAB. 5.13: *Précision des paramètres estimés, profil trapézoïdal*

Modèle LuGre	J_t %	B_m %	F_m %	M_t %	σ_2 %	α_0 %	α_1 %	V_s %	K_l %	σ_0 %	σ_1 %
ESL	0,58	3,46	2,30	4,29		5,36			3,84	7,22	3,97
EAL	0,52	2,13	2,67	3,11					5,85	9,80	4,00
THL	0,37	1,13	1,03							2,48	1,16

TAB. 5.14: *Précision des paramètres estimés, profil en triangle*

Modèle LuGre	J_t %	B_m %	F_m %	M_t %	σ_2 %	α_0 %	α_1 %	V_s %	K_l %	σ_0 %	σ_1 %
ESL	0,67	0,93	1,05	1,47	1,47	1,37			1,02	1,42	1,27
EAL	1,07	1,43	1,65	1,74		1,82			2,31	1,82	1,64
THL	0,83	1,18	1,20	1,53		2,69			2,85	1,29	

TAB. 5.15: *Précision des paramètres estimés, profil trapézoïdal*

Modèle Statique	J_t %	B_m %	F_m %	M_t %	B_t %	F_t %	F_c %	V_s %	K_l %
ESL	0,56	2,20	2,53	4,93	4,78	3,93	4,19	4,26	4,71
EAL	0,56	2,20	2,58	3,43	3,63	4,07	3,41	4,59	5,79
THL	0,41	1,27	1,02	1,34	1,47	1,70	1,39	1,33	1,26

TAB. 5.16: *Précision des paramètres estimés, profil en triangle*

Modèle Statique	J_t %	B_m %	F_m %	M_t %	B_t %	F_t %	F_c %	V_s %	K_l %
ESL	1,86	4,11	2,52	3,89	5,81	4,76	4,59	3,72	4,58
EAL	1,06	2,39	3,09	3,87	2,59	2,97	4,31	3,31	2,54
THL	1,15	2,04	2,52	2,44	1,95	2,30	2,69	1,95	3,74

TAB. 5.17: *Précision des paramètres estimés, profil trapézoïdal*

Modèle Reset Integrator	J_t %	B_m %	F_m %	J_v %	σ_0 %	σ_1 %	K_l %	z_0 %	B_v %
ESL	0,77	12,8	9,21	67			144		61
EAL	0,55	10	11	82			95		57
THL	0,42	6,87	1,70	72			112		21,6

TAB. 5.18: *Précision des paramètres estimés, trajectoire à profil en triangle*

Modèle Reset Integrator	J_t %	B_m %	F_m %	J_v %	σ_0 %	σ_1 %	K_l %	z_0 %	B_v %
ESL	1,12	5,47	9,17	17,3			45		27,3
EAL	1,75	13,5	13,5	49,8		170	61		43
THL	1,91	19,7	3,91	28,6		37,1	56		27,4

TAB. 5.19: *Précision des paramètres estimés, profil trapézoïdal*

Modèle Bliman et Sorine	J_t %	B_m %	F_m %	M_t %	f_1 %	f_2 %	η %	ϵ_f %	K_l %	B_v %
ESL	0,82	6,09	6,29	36,2						33,9
EAL	0,35	0,51	0,56	0,61						0,60
THL	0,41	1,72	1,42	3,46					570	2,39

TAB. 5.20: *Précision des paramètres estimés, profil en triangle*

Modèle Bliman et Sorine	J_t %	B_m %	F_m %	M_t %	f_1 %	f_2 %	η %	ϵ_f %	K_l %	B_v %
ESL	1,83	2,77	3,60	5,64	31,1				7,68	3,73
EAL	2,57	3,82	4,77	9,65					11,6	7,83
THL	1,94	3,60	3,36	14,4	66				65	4,78

TAB. 5.21: *Précision des paramètres estimés, profil trapézoïdal*

précision de 0,42% et les termes de frottement côté moteur et côté table ont des précisions avec des valeurs comprises entre 1,82% et 3,85%.

En profil trapézoïdal, tous les paramètres sont identifiés avec une bonne précision. En comparaison avec le profil triangulaire, l'erreur sur l'inertie du moteur augmente avec 0,69%, mais sur le reste des paramètres, les erreurs sont plus faibles.

En résumé, nous pouvons donner des indications sur les valeurs des paramètres du modèle et les intervalles de confiance à 95% correspondant à $\pm 2\sigma$ associés.

On a donc pour les profils triangulaire et trapézoïdal respectivement :

$$J_t \in [1,463...1,487] \cdot 10^{-5}\ kg \cdot m^2 \text{ et } J_t \in [1,391...1,429] \cdot 10^{-5}\ kg \cdot m^2$$
$$M_t \in [187...213]g \text{ et } M_t \in [408...430]g$$
$$F_m \in [6,05...6,61] \cdot 10^{-3}\ Nm \text{ et } F_m \in [3,44...3,59] \cdot 10^{-3}\ Nm$$
$$B_m \in [0,58...0,64] \cdot 10^{-4}\ Nm \cdot s \text{ et } B_m \in [0,59...0,62] \cdot 10^{-4}\ Nm \cdot s$$
$$F_t \in [11,66...12,10]\ N \text{ et } F_t \in [5,85...6,21]\ N$$
$$B_t \in [6,73...7,85] \cdot 10^{-6}\ Ns/m \text{ et } B_t \in [6,13...6,55] \cdot 10^{-6}\ Ns/m$$
$$C_{s1} \in [1,01...1,39]\ N \text{ et } C_{s1} \in [2,24...2,40]\ N$$
$$C_{s2} \in [0,86...1,20]\ N \text{ et } C_{s2} \in [1,65...1,75]\ N$$
$$V_s \in [0,52...0,60]\ rad/s \text{ et } V_s \in [0,49...0,52]\ rad/s$$
$$K_l \in [22,2...24,7] \cdot 10^4\ N/m \text{ et } K_l \in [31,7...33,7] \cdot 10^4\ N/m$$

L'inertie du moteur J_t diminue avec le profil trapézoïdal, ainsi que les termes de frottement de Coulomb F_m et F_t et la vitesse de Stribeck V_s. Par contre, la masse de la table M_t, la raideur longitudinale K_l et les termes de Stribeck C_{s1} et C_{s2} connaissent une augmentation avec la trajectoire trapézoïdale. Seul le frottement visqueux côté moteur B_m et la vitesse V_s présentent un intervalle avec recouvrement, ce qui laisse penser que le modèle de frottement ne permet pas de décrire le fonctionnement du système sur l'ensemble des zones de fonctionnement pour différentes vitesses de consigne.

5.2.5.3 Intervalles de confiance pour l'axe EAL avec le modèle Proposé

Les précisions des paramètres identifiés avec les consignes à profils triangulaire et trapézoïdal présentent des erreurs de précision situées entre 0,45% et 5,05%. Dans le cas de l'axe rigide EAL également, le terme d'inertie du moteur J_t est identifié avec la meilleure précision, soit 0,45% en profil triangulaire et 0,92% en profil trapézoïdal.

Les intervalles de confiance pour les deux profils de vitesse (triangulaire et trapézoïdal) sont les suivants :

$$J_t \in [1,435...1,461] \cdot 10^{-5}\ kg \cdot m^2 \text{ et } J_t \in [1,374...1,386] \cdot 10^{-5}\ kg \cdot m^2$$
$$M_t \in [461...561]g \text{ et } M_t \in [410...454]g$$
$$F_m \in [4,00...4,36] \cdot 10^{-3}\ Nm \text{ et } F_m \in [3,40...3,68] \cdot 10^{-3}\ Nm$$
$$B_m \in [0,63...0,69] \cdot 10^{-4}\ Nm \cdot s \text{ et } B_m \in [0,41...0,45] \cdot 10^{-4}\ Nm \cdot s$$
$$F_t \in [6,66...7,60]\ N \text{ et } F_t \in [5,91...6,69]\ N$$
$$B_t \in [5,21...5,89] \cdot 10^{-6}\ Ns/m \text{ et } B_t \in [5,92...7,06] \cdot 10^{-6}\ Ns/m$$
$$C_{s1} \in [1,89...2,31]\ N \text{ et } C_{s1} \in [2,18...2,62]\ N$$
$$C_{s2} \in [1,82...2,42]\ N \text{ et } C_{s2} \in [1,72...1,90]\ N$$
$$V_s \in [0,56...0,64]\ rad/s \text{ et } V_s \in [0,50...0,56]\ rad/s$$
$$K_l \in [22,1...24,6] \cdot 10^4\ N/m \text{ et } K_l \in [31,5...36,5] \cdot 10^4\ N/m$$

On remarque qu'avec le profil trapézoïdal l'inertie du moteur J_t, le frottement de Coulomb côté moteur F_m et le frottement visqueux côté moteur B_m diminuent, et les frottements côté table B_t et F_t, la raideur longitudinale K_l, la vitesse V_s et la masse M_t connaissent une augmentation.

Certains termes côté table présentent des intervalles de recouvrement. On peut énumérer le frottement visqueux F_t, les termes de Stribeck C_{s1} et C_{s2}, et la vitesse de Stribeck V_s.

5.2.5.4 Intervalles de confiance pour l'axe THL avec le modèle Proposé

L'axe compliant THL présente les erreurs de précision les plus faibles en comparaison avec l'axe rigide. Les paramètres du profil triangulaire ont des erreurs comprises entre 0,29% et 1,14% et en profil trapézoïdal des valeurs entre 1,02% et 1,26%.

Les intervalles de confiance pour les deux profils de vitesse (triangulaire et trapézoïdal) sont les suivants :

$$J_t \in [1,119...1,133] \cdot 10^{-5}\ kg \cdot m^2 \text{ et } J_t \in [1,08...1,12] \cdot 10^{-5}\ kg \cdot m^2$$
$$M_t \in [47,5...49,5]g \text{ et } M_t \in [52,33...54,83]g$$
$$F_m \in [4,781...4,929] \cdot 10^{-3}\ Nm \text{ et } F_m \in [4,81...5,11] \cdot 10^{-3}\ Nm$$
$$B_m \in [0,504...0,520] \cdot 10^{-4}\ Nm \cdot s \text{ et } B_m \in [0,157...0,163] \cdot 10^{-4}\ Nm \cdot s$$
$$F_t \in [13,7...14,2]\ N \text{ et } F_t \in [5,91...6,69]\ N$$
$$B_t \in [6,9...7,1] \cdot 10^{-6}\ Ns/m \text{ et } B_t \in [6,3...6,7] \cdot 10^{-6}\ Ns/m$$

$$C_{s1} \in [1,321...1,365]\ N \text{ et } C_{s1} \in [1,45...1,51]\ N$$
$$C_{s2} \in [2,07...2,18]\ N \text{ et } C_{s2} \in [1,83...1,93]\ N$$
$$V_s \in [0,25...0,27]\ rad/s \text{ et } V_s \in [0,30...0,32]\ rad/s$$
$$K_l \in [31,4...32,8] \cdot 10^4\ N/m \text{ et } K_l \in [34,6...36,3] \cdot 10^4\ N/m$$

L'inertie du moteur J_t présente une faible augmentation avec le profil trapézoïdal.

Pour ce modèle de frottement, il y a clairement une diminution des frottements côté table avec le profil en trapèze ainsi que du coefficient visqueux du côté moteur.

Enfin, on constate que les termes qui connaissent une augmentation en profil trapézoïdal sont la masse M_t, la vitesse de Stribeck V_s et la raideur longitudinale K_l. Les termes qui présentent des intervalles de recouvrement sont l'inertie du moteur J_t, le frottement de Coulomb côté moteur F_t et le frottement visqueux côté table B_t.

5.3 Evaluation statistique des résultats d'identification

Dans ce paragraphe est présentée une technique particulière de détermination des erreurs des paramètres estimés pour la méthode d'identification en boucle fermée.

Dix essais ont été effectués avec la même consigne en trapèze et au voisinage de la même zone de fonctionnement de l'axe rigide avec lubrifiant EAL. Les essais sont réalisés pour un déplacement de $32\,mm$ échantillonné à $5\,ms$. La simulation a permis d'obtenir le vecteur de paramètres qui minimise le critère pour chacun des dix essais. On a donc dix vecteurs de paramètres. Le tableau 5.22 donne les résultats obtenus.

Les résultats de ces simulations peuvent être utilisés pour calculer les valeurs moyennes et les écarts types σ sur les paramètres. On peut alors simplement calculer la précision relative sur chaque paramètre par $\Delta p/p = 2\sigma/\bar{p}$. On obtient les valeurs du tableau 5.23. La valeur moyenne et l'écart type sont exprimés dans les mêmes unités que le paramètre lui-même. La précision est exprimée en %.

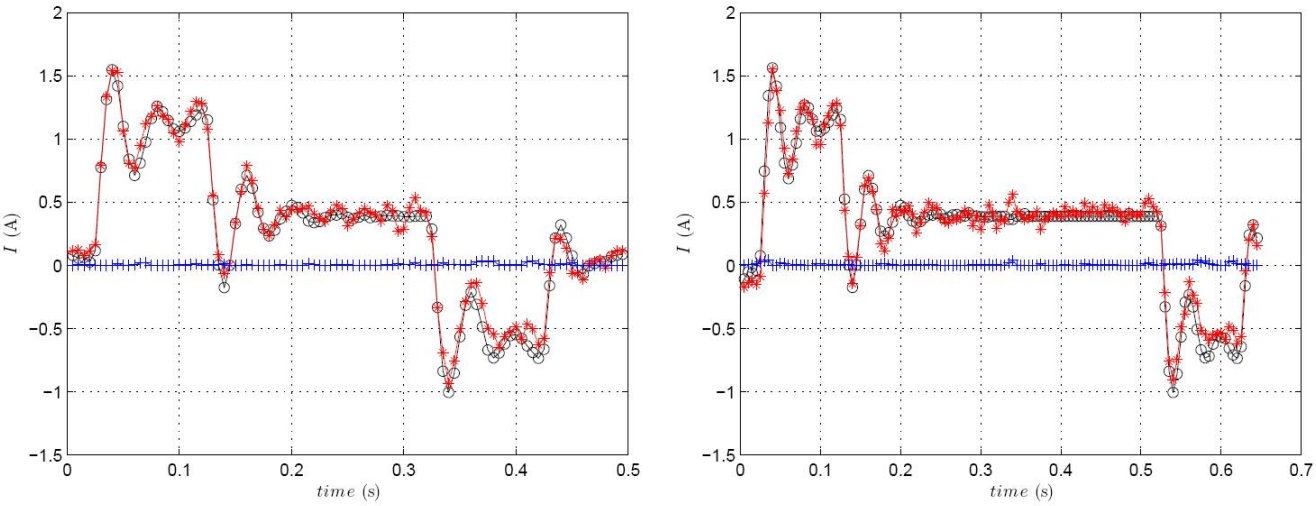
Ce tableau montre que les résultats sont peu influencés par le bruit de mesure. On a donc une méthode robustesse par rapport au bruit. Par contre, ces simulations ne nous permettent pas de conclure sur le biais des paramètres ou sur leur valeur réelle. En effet, un paramètre qui influence peu le critère va toujours rester proche de sa valeur d'initialisation et variera très faiblement durant les itérations de la boucle de minimisation. Seule une solution minimum globale nous permet de savoir si les paramètres ont convergé vers leur valeur optimale.

	J_t $\times 10^5$ kg m^2	B_m $\times 10^4$ Nm s	F_m $\times 10^3$ Nm	M_t g	B_t $\times 10^6$ Nm s	F_t N	C_{s1} N	C_{s2} N	V_s $\times 10^1$ rad/s	K_l $\times 10^{-4}$
es1	1,429	0,410	3,61	429	6,67	6,18	2,452	1,865	5,34	33,98
es2	1,481	0,420	3,59	434	6,30	6,18	2,389	1,837	5,30	33,98
es3	1,508	0,417	3,53	413	6,40	6,56	2,301	1,877	5,40	33,98
es4	1,502	0,415	3,69	418	6,31	6,37	2,415	1,784	5,48	33,69
es5	1,445	0,410	3,40	435	6,52	6,44	2,352	1,827	5,37	35,16
es6	1,518	0,436	3,70	425	6,06	6,15	2,465	1,843	5,18	34,08
es7	1,527	0,416	3,63	447	6,27	6.18	2,405	1,821	5,35	33,09
es8	1,428	0,406	3,57	432	6,67	6,25	2,405	1,853	5,30	35,07
es9	1,425	0,419	3,62	440	6,32	6,15	2,471	1,824	5,24	33,59
es10	1.432	0,415	3,65	445	5,99	6,31	2,398	1,881	5,26	35,07

TAB. 5.22: *Valeurs des paramètres du modèle identifié pour 10 essais differents*

	J_t $\times 10^5$ kg m^2	B_m $\times 10^4$ Nm s	F_m $\times 10^3$ Nm	M_t g	B_t $\times 10^6$ Nm s	F_t N	C_{s1} N	C_{s2} N	V_s $\times 10^1$ rad/s	K_l $\times 10^{-4}$ Nm/rad
$\bar{p}$	1,473	0,417	3,60	432	6,32	6,310	2,408	1,840	5,32	34,18
σ	0,042	0,008	0,09	0,001	0,002	0,044	0,017	0,0096	0,0009	0,0008
$2\frac{\sigma}{\bar{p}}$ (%)	5,66	3,9	4,60	5,242	6,56	1,39	1,41	1,04	3,442	4,68

TAB. 5.23: *Valeur moyenne, écart type et précision des paramètres identifiés*



(a) (b)

FIG. 5.10: *Comparaison des courants simulés et mesurés, EAL*

5.3.1 Validation croisée des résultats de l'identification

On peut chercher à valider les résultats de l'identification en faisant des mesures dans d'autres conditions expérimentales que lors des mesures servant à l'identification du vecteur des paramètres. Deux essais de mesures ont été effectués. On change simplement la longueur totale de déplacement de l'axe sans modifier les valeurs maximales des vitesses et des accélérations du profil de vitesse. En effet, si l'on suppose que les paramètres dépendent de ces deux grandeurs, il est nécessaire d'effectuer la validation croisée avec ces deux paramètres laissés identiques. La simulation est effectuée avec le vecteur moyen des paramètres issu des dix identifications précédentes.

On obtient les figures 5.10(a) et 5.10(b) pour les comparaisons des courants simulés et mesurés. L'erreur MSE pour les deux simulations croisées est respectivement de 1,88% et 2,69%.

5.4 Conclusion

Ce chapitre montre l'identification des paramètres du système mécanique en utilisant la méthode d'identification en boucle fermée.

D'abord a été présenté le principe de la méthode d'identification en boucle fermée, ensuite la méthode a été appliquée au système de positionnement. La commande du système physique en boucle fermée a été réalisée par un régulateur PID. La sortie du régulateur, le courant estimé, a permis d'établir le critère d'optimisation basé sur le calcul de l'erreur quadratique normalisée.

Il y a trois cas étudiés : la simulation et l'identification de l'axe rigide sans lubrifiant (ESL), l'axe rigide avec lubrifiant (EAL) et l'axe compliant (THL) pour deux profils de vitesse triangulaire et trapézoïdal.

Le modèle utilisé en simulation comporte une inertie, une masse, une raideur linéaire et des modèles de frottement, l'un côté moteur (un modèle composé d'un frottement de Coulomb et un frottement visquex) et six différents côté table (les modèles Proposé, de Dahl, de LuGre, Statique, "Reset Integrator" et Bliman et Sorine).

Par les six différentes simulations, pour chaque axe ESL, EAL et THL, on a identifié les paramètres en profil triangulaire et trapézoïdal et on a calculé leur précision. De plus, pour le modèle Proposé nous avons calculé les intervalles de confiance. En profil triangulaire et trapézoïdal le modèle Proposé est le plus adapté pour modéliser le frottement côté table sur les axes ESL, EAL et THL.

L'analyse de la précision de chaque paramètre identifié par les différentes simulations, conduit à montrer que les paramètres identifiés avec le modèle Proposé côté table sont bien identifiés. De plus, l'axe THL présente les paramètres avec l'erreur de précision la plus faible.

Finalement, l'évolution statistique des résultats d'identification a été étudié pour l'axe rigide EAL. Les résultats de l'identification pour le modèle Proposé côté table ont été validés par des mesures dans d'autres conditions expérimentales et différents déplacements. Le vecteur de paramètres utilisé a été obtenu par la moyenne des paramètres issu des dix identifications précédentes. Les critères d'erreur MSE pour deux simulations croisées réalisées donnent de bons résultats.

CHAPITRE 6

Conclusion et perspectives

6.1 Conclusion générale

Le travail présenté dans ce rapport porte sur la modélisation phénoménologique d'un système de micro-positionnement d'une machine à bobiner utilisée pour la réalisation de micro-bobinage dans l'industrie électronique. Le modèle a été développé à partir des travaux récents relatifs à ces dispositifs. Ce modèle a ensuite été utilisé pour l'identification paramétrique du système.

L'identification paramétrique est réalisée pour deux axes linéaires de technologies différentes, l'une avec une transmission par vis-à-billes pré-contraint et l'autre avec une transmission par vis-écrou compliant. Notre objectif est de réaliser une comparaison entre les performances de ces deux systèmes, sachant que l'axe avec transmission par vis-écrou compliant est utilisé pour effectuer des micro-déplacements sur la machine à bobiner. Un des problèmes que nous avons voulu mettre en évidence est lié aux non-linéarités intervenants dans le système mécanique au niveau du moteur et de la table et qui affectent la précision de positionnement de l'axe.

Les principales contributions de notre travail sont résumées ci-dessous.

6.1.1 Contribution à la modélisation du système de positionnement

On entend par modélisation phénoménologique, l'écriture d'un modèle mathématique de comportement utilisant principalement les lois de la physique. Cette démarche est délicate car elle nécessite de traduire en équations mathématiques des phénomènes physiques complexes, non-linéaires et dépendants d'un grand nombre de grandeurs physiques. De ce fait, plusieurs auteurs utilisent des modèles simplifiés en particulier pour les phénomènes de frottement modélisés alors simplement par un frottement sec et un frottement visqueux.

Dans notre travail, nous proposons de traduire les phénomènes de frottement par des modèles plus élaborés, mais ceci augmente la complexité du modèle. Notre choix s'est porté sur un modèle à deux corps en mouvement (d'une part, l'axe moteur relié à la vis et à l'écrou, et d'autre part le chariot guidé linéairement) couplés par une raideur longitudinale. Ce modèle appelé par la suite "système compliant" se traduit par une équation différentielle d'ordre 4. Pour l'application de certaines techniques d'identification, il est nécessaire de simplifier le modèle en une équation différentielle d'ordre 2 appelé "système à une inertie". Le modèle "système compliant" est complété par deux modèles de frottement, l'un appliqué au mouvement de l'axe moteur (appelé coté moteur) et l'autre appliqué au mouvement du chariot (appelé coté table).

Concernant la modélisation des frottements, les modèles les plus souvent utilisés ne donnent pas entière satisfaction. Nous proposons alors un nouveau modèle de frottement qui permet d'introduire un effet d'hystérésis dépendant de l'accélération et tenant compte de l'effet de Stribeck et des phénomènes de collage-décollage de la partie mobile.

Afin de simplifier les opérations d'identification, nous avons décidé d'appliquer un modèle de frottement très simple coté moteur et de comparer l'influence de différents modèles de frottement coté table. Les performances obtenues en identification avec les modèles de frottement de Dahl, de LuGre, Statique, "Reset Integrator" et Bliman et Sorine et le modèle Proposé ont ainsi pu être comparées.

6.1.2 Contribution à l'identification paramétrique des systèmes de positionnement

La contribution à l'identification paramétrique des systèmes de positionnement a constitué l'étape suivante du travail. Nous avons étudié plusieurs méthodes : la méthode des moindres carrés, une méthode d'identification en boucle ouverte et une méthode d'identification en boucle fermée.

– La méthode du modèle inverse des moindres carrés est une procédure bien connue, rapide et souvent utilisée dans l'identification paramétrique. Elle permet de trouver une solution approchée du vecteur de paramètres. Nous avons appliqué cette méthode au système à une inertie, puis au modèle compliant. Cette méthode fournit de bons résultats tant que les mesures utilisées ne sont pas fortement bruitées. Elle nécessite également que l'on puisse exprimer les équations du modèle linéairement par rapport

aux paramètres, ce qui n'est pas le cas pour certains des modèles de frottement étudiés. L'identification a été effectuée pour l'axe rigide sans lubrifiant. L'inertie totale a été identifiée avec une bonne précision, par contre les autres termes sont obtenus avec de grandes erreurs.

– La méthode d'identification à erreur de sortie en boucle ouverte consiste à rechercher le vecteur des paramètres qui minimise un critère d'erreur. L'erreur est obtenue par différence entre la sortie mesurée et la sortie simulée à partir du modèle. Un modèle non linéaire est utilisé pour simuler le comportement de la sortie du modèle pour la même entrée de commande que celle appliquée au système expérimental. Les simulations ont été effectuées pour l'axe rigide sans lubrifiant. Pour l'optimisation, nous avons utilisé l'erreur quadratique normalisée, la sortie étant la position du moteur. L'optimisation du critère conduit à une valeur finale proche de zéro. La méthode appliquée au modèle compliant fournit les termes de frottement coté moteur avec une bonne précision. On ne peut pas dire la même chose pour les termes de frottement coté table (la vitesse de Stribeck, la raideur linéaire, la masse de la table, les coefficients de frottement de Coulomb et visqueux) pour lesquels la précision relative n'a pas pu être déterminée.
– La méthode d'identification à erreur de sortie en boucle fermée est une alternative possible afin d'améliorer les résultats de l'estimation des paramètres. Nous avons appliqué la méthode d'identification en boucle fermée au modèle compliant. Les acquisitions ont été effectuées pour l'axe rigide sans lubrifiant (ESL), l'axe rigide avec lubrifiant (EAL) et l'axe compliant (THL) pour deux profils de vitesse (triangulaire et trapézoïdal). La sortie du modèle considérée, qui a permis d'obtenir les meilleurs résultats, est le courant moteur. Le critère est calculé avec la moyenne quadratique de l'erreur. Le vecteur d'initialisation est celui obtenu par la méthode des moindres carrés. La précision des paramètres est déterminée par le calcul de la matrice de sensibilité de l'erreur de sortie par rapport aux différents paramètres du modèle. Nous avons montré que le modèle Proposé est le mieux adapté pour la modélisation du frottement coté table, quelque soit la forme du profil de vitesse de la consigne. La lubrification de l'axe rigide a permis une amélioration de la précision de l'identification lorsque l'on applique une consigne de profil triangulaire. Les intervalles de confiance des paramètres identifiés ont été établies par la méthode de la matrice de sensibilité de l'erreur de sortie. Cette analyse permet d'établir que les paramètres identifiés pour le modèle Proposé coté table présentent une bonne précision. L'ensemble de cette

démarche permet de conclure que l'axe à vis-écrou compliant est le mieux adapté pour le micro-positionnement précis. L'évaluation statistique des résultats d'identification pour l'axe rigide EAL montre que la convergence du vecteur de paramètres vers un même jeu de valeurs est reproductible pour différentes mesures (dix mesures successives ont été testées). Le critère MSE a convergé vers des valeurs faibles dans chaque cas. La moyenne des dix vecteurs de paramètres nous permet de proposer un modèle de simulation robuste du dispositif expérimental. Ce modèle a également été confirmé par une validation croisée.

6.2 Perspectives

Le travail présenté dans cette thèse est une première étape dans l'amélioration de la machine à bobiner et plus généralement des machines utilisées dans l'industrie micro-électronique. Nous proposons d'aborder pour la suite de ce travail les points énumérés ci-dessous.

Dans l'élaboration de notre modèle ; nous avons testé plusieurs modèles de frottement sur le coté table. Il est parfaitement possible de modifier également le modèle de frottement coté moteur afin d'améliorer éventuellement encore la précision du modèle. Cette démarche est cependant limitée car elle introduit encore plus des paramètres à identifier.

D'autre part, certaines opérations effectuées sur la machine de bobiner sont réalisées à très faibles vitesses. Il est donc important de confirmer la validité du modèle dans cette plage d'utilisation. Les premiers tests que nous avons réalisés montrent qu'il est alors important d'introduire en plus dans le modèle de frottement un terme dépendant de la position angulaire de l'axe du moteur.

Un des objectifs de la modélisation phénoménologique est de faciliter l'élaboration d'une loi de commande permettant d'obtenir une meilleure précision du positionnement. Dans ce cadre, une démarche conjointe de développement de loi de commande et de modélisation physique doit être entreprise.

D'un point de vue expérimental, l'utilisation de la règle de mesure incrémentale disponible sur notre maquette peut conduire à améliorer la qualité des mesures. De même, l'utilisation d'un dispositif d'acquisition des signaux relié directement au CAN Bus de micro-contrôleur permet d'augmenter la fréquence d'échantillonnage et de modifier le profil de

vitesse de la consigne. Ces deux opérations ayant clairement comme objectif d'améliorer la sensibilité aux mesures du vecteur de paramètres.

Enfin, des propositions ont déjà été faites par certains chercheurs d'augmenter la précision de positionnement par l'association d'axes en parallèle. Cette solution qui semble intéressante conduit cependant à des chaînes cinématiques hyperstatiques qui modifient les efforts internes. Ces efforts peuvent avoir une influence non-négligeable sur les modèles de frottement, ce qui nécessitent une nouvelle modélisation.

Bibliographie

[1] Lutronic. Transpondeur miniature et système d'identification comportant un tel transpondeur et un lecteur adapté. *(WO/2008/065127) Miniature transponder and identification system including said transponders and a suitable reader*, 2008.

[2] A. Masters and K. Michael. Lend me your arms : The use and aplications of humancentric rfid. *Electronic Commerce Research and Applications, pages* $1 - 11$, *doi :10.1016/j.elerap.2006.04.008*, April 2006.

[3] R Moroz LTD. Understanding radio frequency identification, *www.rmoroz.com*. November 2004.

[4] Swatch Group. Rfid made easy. *Em Microelectronic Marin SA*, (AppNote 411), 2002.

[5] R. Besson. *Technologie des composants électroiques, Editions Radio*, volume Tome 1. $5^{ème}$ edition, 1980.

[6] W.E. Pronzato. *Identification de modèles paramétriques à partir de données expérimentales, Dunod*. 1997.

[7] L. Ljung and T. Glag. *Modeling of dynamic systems, Prentice Hall*. England Cliffs, 1994.

[8] C. Visa. *Commande non-linéaire et observateurs : Applications à la MRV en grande vitesse*. PhD thesis, Université Paul Verlaine de Metz, Thèse de Doctorat, Decembre 2004.

[9] Min-Seok Kim and Sung-Chong Chung. Integrated design methodology of ball-screw driven servomechanisms with discrete controllers. part 1 : Modelling and performance analysis. *Mechatronics* 16, *pages* $491 - 502$, 2006.

[10] Min-Seok Kim and Sung-Chong Chung. Integrated design methodology of ball-screw driven servomechanisms with discrete controllers. part 2 : Formulation and synthesis of integrated design. *Mechatronics,* 16, *pages* $503 - 512$, 2006.

[11] Min-Seok Kim and Sung-Chong Chung. Integrated design methodology for high-precision/speed servomechanisms. *Transactions of NAMRI/SME,* 32, *pages* $487 - 494$, 2004.

[12] M. Nakamura, S. Goto, and N. Kyura. *Mechatronic Servo System Control, Problems in Industries and Their Theoretical Solutions*. Number ISBN 3-540-21096-2. Springer-Verlag Berlin Heidelberg NewYork, 1998.

[13] K. Sato, K. Watanabe, H. Honda, and R. Oguro. A design method of an adaptive pi controller for a positionning mechanism with stand. *Proceeding of the 2000 IEEE, International Conference on Control Applications, Anchorage, Alaska, USA, September* 25 – 27, *pages* 162 – 167, 2000.

[14] Min-Fu Hsieh, Wu-Sung Yao, and Chia-Rong Chiang. Modeling and synchronous control of a single-axis stage driven by dual mechanically-coupled parallel ball-screws. *International Journal of Advanced Manufactures and Technologies*, 18 *June*, 34, *pages* 933 – 943, 2007.

[15] Y.F. Li and J. Wikander. Discrete-time sliding mode control of a dc motor and ball-screw driven positioning table. *15 Triennial World Congress, Barcelona, Spain*, 2002.

[16] Tae-Suk Kwon, Hiroshi Nakmura, and Kazuhiro Tsuruta. Identification of the mechanical parameters for servo drive. *Industry Applications Conference, 41st IAS Annual Meeting, Tampa, Florida*, 2, *pages* 905 – 910, 2006.

[17] J. Lin and C.H. Chen. Positionning and tracking of a motion stage with friction compensation by fuzzy logic appproch. *ISA Transactions*, 46, *pages* 327 – 342, 2007.

[18] Paul I. Ro, Wombo Shim, and Sanghwa Jeong. Robust friction compensation for submicrometer positioning and traking for a ball-screw-driven slide system. *Precision Enginnering*, 24, *pages* 160 – 173, 2000.

[19] H. Avraham, B. Friedland, and S. Cohn. Modeling and measuring friction effects. *IEEE Control Systems Magazine, pages* 82 – 91, 2008.

[20] H. Olsson, K.J. Astrom, C. Canudas de Wit, M. Gafvert, and P. Lischinsky. Friction models and friction compensation. *European Journal of Control*, (4), *pages* 176 – 195, 1998.

[21] S.S. Ge, T.H. Lee, and S.X. Ren. Adaptive friction compensation of servo mechanisms. *International Journal of Systems Science*, 32(4), *pages* 525 – 532, 2001.

[22] C.L. Chen, Y.C. Lin, and C. Hsieh. Presliding friction mode : modelling and experimental study with a ball-screw-driven set-up. *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*, 11(4), *pages* 397 – 410, 2005.

[23] V. Lampaert, J. Swevers, and F. Al-bender. Experimental comparison of different friction models accurate low-velocity tracking. *Proceedings of the 10th Mediterranean conference on Control and Automation-MED2002 Lisbon, Portugal*, 2002.

[24] V. Lampaert, F. Al-bender, and J. Swevers. A generalized maxwell-slip friction model appropriate for control purposes. *International Conference on Physics and Control, St.Petersburg, Russia, pages* 1170 – 1177, 2003.

[25] J. Swevers, F. Al-Bender, and C.G. Ganseman. An integrated friction model structure with improved presliding behavior for accurate friction compensation. *IEEE Transaction on Automatic Control,* 45(4), *pages* 675 – 686, 2004.

[26] F. Al-Bender, V. Lampaert, and J. Swevers. A novel generic model at asperity level for dry friction force dynamics. *Tribology Letters,* 16(1 – 2), *pages* 81 – 93, 2004.

[27] B. Armstrong-Hélouvry, P. Dupont, and C. Canudas de Wit. A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction. *Automatica,* 30(7), *pages* 1084 – 1138, 1994.

[28] W. Nuninger, W. Perruquetti, and J.P. Richard. Bilan et enjeux des modèles de frottement : tribologie et contrôle au service de la sécurité des transports. *JEF06, 5th European Conference on Braking, Lille, France*, 2005.

[29] B. Armstrong-Hélouvry. Stick-slip and control in low-speed motion. *IEEE Transactions on Automatic Control,* 38(10), *pages* 1843 – 1496, 1993.

[30] P. Vielsack. Stick-slip instability of decelerative sliding. *International Journal of Non-Linear Mechanics,* (36), *pages* 237 – 247, 2001.

[31] Ch. Wensrich. Slip-stick motion in harmonic oscillator chains subject to coulomb friction. *Tribology International* 36, *pages* 157 – 169, 2006.

[32] K. Astrom. Revisiting the lugre friction model. *IEEE Control Systems Magasine,* (28), *pages* 101 – 115, 2009.

[33] A. Hensen and H.Ronnie. *Controlled Mechanical Systems with Friction*. PhD thesis, Technische Universiteit Eindhoven, 2002.

[34] R. Kelly. Enhancement to the lugre model for global description of friction phenomena. *Latin American Applied Research,* (34), *pages* 173 – 177, 2004.

[35] P.R. Dahl. A solid friction model. *Space and Missile Systems Organisation, Air Force Systems Command, Los Angeles Air Force Station*, (TOR-0158(3107-18)-1), may 1968.

[36] P. Dupont, B. Armstrong, and V. Hayard. Elasto-plastic friction model : Contact compliance and stiction. *Proceedings American Control Conference, pages* 1072 – 1077, 2006.

[37] E.G. Papadopoulos and G.C. Chasparis. Analysis and model-based control of servomechanism with friction. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control,* 126(4), *pages* 911 – 916, 2002.

[38] N. Antoni, J.L. Ligier, P. Saffré, and J. Pastor. Asymetric friction : Modelling and experiments. *International Journal of Engineering Science*, (45), *pages* 587 – 600, 2007.

[39] Y.Y. Chen, P.Y. Huang, and J.Y. Yen. Frequency-domain identification algorithms for servo-systems with friction. *IEEE, Transation On Control Systems Technology*, 10(5), *pages* 654 – 665, 2002.

[40] C. Canudas de Wit. A new model for control of systems with friction. *IEEE Transactions on automatic control*, 43(8), *pages* 1189 – 1191, 1998.

[41] M. Sorine and P.A. Bliman. Modelling and control of a class of systems with hysteresis. application to friction compensation. *IEEE Mediterranean symposium on new directions in control theory and applications, Chania*, 1993.

[42] M. Sorine and P.A. Bliman. Easy to use realistic dry friction models for automtic control. *Proceedings of the 3th European Control Conference, Rome, Italy*, 5 – 8 *September* 1995, *pages* 3788 – 3894, 1995.

[43] Jeong Ju Choi, Seong Ik Han, and Jong Shik Kim. Developement of a novel dynamic friction model and precise tracking control using adaptive back-stepping sliding mode controller. *Mechatronics*, 16, *pages* 97 – 104, 2006.

[44] N.P. Hoffmann. Linear stability of steady sliding in point contacts with velocity dependent and lugre type friction. *Journal of Sound ans Vibration*, (301), *pages* 1023 – 1034, 2007.

[45] M. Wiemer, S. Lenssen, J. Sarfert, D. Gaupp, A. Herrmann, and E. Leclerc. Guidage linéire. *Technique de l'Ingénieur, Génie Mécanique, RéférenceBM*5410, 1998.

[46] K. Erkorkmaz and A. Kamalzadeh. High bandwidth control of ball screw drives. *Annals of CIRP*, 55(1), *pages* 393 – 398, 2006.

[47] M. Yamamoto, K. Ito, and N. Matsui. Disturbance compensation in inching motion of ball screw-driven system. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 128(11), *pages* 1308 – 1316, 2008.

[48] C. Pislaru. *Parameter identification and hybrid mathematical modelling techniques applied to non-linear control systems*. PhD thesis, University of Huddersfield, November 2001.

[49] J. Moscrop, C. Cook, and F. Naghdy. Developement and performance analysis of a single axis linear motor test-bed. *School of Electrical, Computer and Telecommunications Engineering, University of Wollongong, NSW 2522 Australia*, 2008.

[50] R.L. Hecker, G.M. Flores, Q. Xie, and R. Haran. Servocontrol of machine-tools : A review. *Latin American Applied Research*, 38, *pages* 85 – 94, 2008.

[51] Maxon Motor. Application note : Controller architecture. *Maxon Motor Control, pages* $1-25$, (March 09), 2009.

[52] Maxon Motor. Epos user interface : Regulation tuning-interface graphique. *Maxon Motor Control*, 2006.

[53] Maxon Motor. Application note, position regulation with feed forward. *Maxon Motor Control, pages* $1-7$, (*Revision*05), 2006.

[54] Maxon Motor. Epos positioning controller : Firmware specification-profile position mode. *Maxon Motor Control*, 2006.

[55] J. Richalet. *Pratique de l'identification, Hermes*. 1991.

[56] J.C. Radix. *Introduction au Filtrage Numérique, Lissage de données, Estimation de paramètres, Identification de processus, Eyrolles*. 1970.

[57] J. Auvray. Traitement des signaux. *Technique de l'Ingénieur, traité de Mesures et Contrôle*, 1987.

[58] G. Blanchet and M. Charbit. Traitement numérique du signal. *Technique de l'Ingénieur, Traité Electronique, RéférenceE*3087, 1998.

[59] Ph.de Larminat. *Analyse des systèmes linéaires, Paris, Hermes Science Publication*. 2002.

[60] Ph.de Larminat and Y. Thomas. *Automatique des systèmes linéaires, Signaux et Systèmes, Paris, Flamarion Sciences*. 1975.

[61] G. Desodt. Techniques de traitement du signal. *Techniques de l'Ingénieur, Référence E*3700, 1985.

[62] G.C. Goodwin, J.C. Aguero, J.S. Welsh, J.I. Yuz, G.J Adams, and C.R. Rojas. Robust identification of process models from plant data. *Journal of Process Control,* (18), *pages* $810-820$, 2008.

[63] K. Worden, C.X. Wong, U. Parlitz, A. Hornstein, D. Engster, T. Tjahjowidoo, F. Al-Bender, D.D. Rizis, and S.D. Fassois. Identification of pre-sliding and sliding friction dynamics : Grey box and black-box models. *Mechanical Systems and Signal Processing,* (21), *pages* $514-534$, 2007.

[64] H. Garnier, M. Gilson, and T. Bastogne. Identification de modèles paramétriques à temps continu. méthodes, outils logiciel et avantages. *Journées Identification et Modélisation Expérimentale JIME* $-$ 2006, *Poitiers,* $1(S7140)$, 2007.

[65] I.D. Landau. *Identification des systèmes, Paris, Hermes Science Publication*. 1998.

[66] R.D. Nowak. Nonlinear systems identification. *Circuits Systems Signal Processing*, 21(1), *pages* 109 − 122, 2002.

[67] M. Gautier and Ph. Poignet. Identification non-linéaire continue en boucle fermée des paramètres physiques de systèmes mécatroniques par le modèle inverse et moindres carres d'erreur d'entrée. *Journées Identification et Modélisation Expérimentale, JIME* − 2001, 29 − 30 *mars* 2001, 2001.

[68] N. Farhat, V. Mata, V. Page, and F. Valero. Identification of dynamic parameters of a 3dof rps parallel manipulator. *Mechanism and Machine Theory*, (43), *pages* 1 − 17, 2008.

[69] T. Kara and I. Eker. Nonlinear modeling and identification od a dc motor for bidirectional operation with real time experiments. *Energy Conversion and Management*, 45(7 − 8), *pages* 1087 − 1106, 2008.

[70] A. Lennart. *System identification - Theory for user, Prentice Hall*. 1987.

[71] I.D. Landau. *Identification et commande des systèmes, Paris, Hermes Science Publication*. 1993.

[72] T. Soderstrom and P. Stoica. *System identification, Prentice Hall*. 1989.

[73] L. Dugard and I.D. Landau. Recursive output error identification algorithms, theory and evaluation. *Automatica*, 16, *pages* 443 − 462, 1980.

[74] A. Maddi, A. Guessoum, D. Berkani, and O. Belkina. Etude de la méthode des moindres carrés récursive et application au signal de parole. *3rd International Conference : Science of Electronic, Technologies of Information and Telecommunications*, 2005.

[75] W.D. Chang. An improved real-coded genetic algorithm for parameters estimation of nonlinear systems. *Mechanical Systems and Signal Processing*, (20), *pages* 236 − 246, 2006.

[76] Rong-Fong Fung, Yi-Lung Hsu, and Ming-Shyan Huang. System identification of a dual-stage xy precision positionning table. *Precision Engineering, DOI :10.1016/j.precisioneng.2008.04.002*, 2008.

[77] K. Erkorkmaz and W. Wilson. Rapid identifcation techniques for virtual cnc drives. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 47, *pages* 1381 − 1392, 2007.

[78] Min-Seok Kim and Sung-Chong Chung. Friction identification of ball-srew driven servosystems through the limit cycle analysis. *Mechatronics* 16, *pages* 131 − 140, 2006.

[79] B. Armstrong. *Dynamics for robot control : Friction modelling and ensuring excitation during parameter identification*. PhD thesis, Standfort University, USA, 1988.

[80] R. Merzouki, J.A. Davila, L. Fridman, and J.C. Cadiou. Backlash phenomenon observation and identification in electromechanical systems. *Control Engineering Practice*, (15), *pages* 447 − 457, 2007.

[81] R. Krneta, S. Antic, and D. Stojanovic. Recursive least squares method in parameters identification of dc motors models. *Facta Universitatis, Electrical Engineering*, 18(3), *pages* 467 – 478, 2005.

[82] M.T. Pham. *Contribution à la modélisation, l'identification et la commande de systèmes mécaniques à la flexibilités localisées. Application à des axes de machines-outils rapides*. Thèse de doctorat en automatique et informatique appliquée, Ecole Centrale de Nantes, 2002.

[83] I.C. Bogdan and G. Abba. Modélisation phénoménologique et identification d'un système de micro-positionnement. *Conférence Internationale Francophone d'Automatique, Nancy, France,* 2 – 4 *Juin* 2010, 2010.

[84] M. Knudsen. A sensitivity approach for estimation of physical parameters. *10th IFAC Symposium on System Identification,* 2, *page* 231, 1994.

[85] Y. Koubaa. Recursive identification of induction motor parameters. *Simulation Modelling Practice and Theory,* 12, *pages* 363 – 381, 2004.

[86] I. Eker. Open-loop and closed-loop experimental on-line identification of a three-mass electromechanical system. *Mechatronics,* (14), *pages* 549 – 565, 2004.

[87] G. Abba and Ph. Sardain. Modeling of friction in the transmission elements of a robot axis for its identification. *Proc. IFAC World Congres, Prague, Republique Tcheque, July* 4 – 8, *CdROM* 03808.*pdf*, 2005.

[88] I.C. Bogdan and G. Abba. Identification of the servomechanism used for micro-displacement. *IEEE, International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), St-Louis, Missouri, USA,* 11 – 15 *October* 2009, *pages* 1986 – 1991, 2009.

[89] T. Tutunji, M. Molhim, and E. Turki. Mechatronic systems identification using an impulse response recursive algorithm. *Simulation Modelling Practice and Theory,* 15, *pages* 970 – 988, 2007.

[90] L. Ljung and S. Gunnarsson. Adaptive and tracking in system identification - a survey. *Automatica,* 26(1), *pages* 7 – 21, 1990.

[91] J.C. Trigeassou, F.J. Carillo, T. Poinot, and O. Grospeaud. Convergence des algorithmes à erreur de sortie hors-ligne et récursifs. *APII - JESA, Identification de systemès,* (36), *pages* 397 – 415, 2002.

[92] U. Parlitz, F. Al-Bender, S.D. Fassois, and C.X. Wong. Identification of pre-sliding friction dynamics. *American Institute pf Physics, Chaos,* 14(2), *pages* 420 – 430, 2004.

[93] P.R. Ouyang, R.C. Tjiptoprodjo, W.J. Zhang, and G.S. Yang. Micro-motion devices technologies : The state of arts review. *International Journal of Advanced Manufactures and Technologies*, $36(5-6)$, 2007.

[94] C. Foulard, S. Gentil, and J.P. Sandraz. *Commande de régulation par calculateur numérique, Eyrolles*. Eyrolles, 1987.

[95] J.F. MacGregor and D.T. Fogal. Closed-loop identification : the role of the noise model and prefilters. *J. Proc. Control*, $5(3)$, *pages* $163-171$, 1995.

[96] A. Karimi, M. Kunze, and R. Longchamp. Robust controller design by linear programming with application to a double-axis positionneing system. *Control Engineering Practice*, (15), *pages* $197-208$, 2007.

[97] M. Ostring, S. Gunnarsson, and M. Norrlof. Closed-loop identification of an industrial robot containing flexibilities. *Control Engineeing Practice, 11, pages* $291-300$, 2003.

[98] W.X. Zhang. Identification of closed-loop systems with low-order controllers. *Automatica*, $32(12)$, *pages* $1753-1757$, 1996.

[99] U. Forssell and L. Ljung. Closed-loop identification - revisited. *Automatica*, (35), *pages* $1215-1241$, 1998.

[100] M. Gautier and Ph. Poignet. Identification en boucle fermée par modèle inverse des paramétres physiques de systèmes mécatroniques. *Identification de systèmes, APII-JESA*, (36), *pages* $465-480$, 2002.

[101] H. Wang, K. Ju, and K.H. Chon. Closed-loop nonlinear system identification via the vector optimal parameter search algorithm : Application to heart rate baroreflex control. *Medical Engineering and Physics*, $29(4)$, *pages* $505-515$, 2007.

ANNEXE A

Méthode d'identification par optimisation d'un critère

La méthode d'identification présentée dans cette annexe permet de définir les notions nécessaires dans la comprehension des notations des annexes A et B respectivement.

Dans une méthode d'identification sont toujours comparés le comportement du système réel avec le comportement du modèle. La différence entre ces deux comportements est appelée erreur de sortie ou bien une distance D exprimée par la relation (A.1). Le calcul de la distance D prend en compte les sorties du système réel S_M et du modèle S_0 respectivement, où n représente le nombre d'échantillons d'un signal mesuré .

$$D = \Sigma_{n=1}^{N} \{S_M(n) - S_0(n)\}^2 \tag{A.1}$$

Ce principe d'identification s'applique quelle que soit la structure du modèle et le but est de minimiser la distance D en utilisant des algorithmes itératifs qui relèvent des techniques de programmation non-linéaire.

Les algorithmes itératifs sont basés sur un principe de progression pas à pas dans l'espace paramètrique, à partir d'un point initial, de façon à favoriser la convergence des paramètres vers le point recherché. Ces algorithmes ont la forme suivante :

$$\underline{p}^{m+1} = \underline{p}^{m} + \gamma^m \underline{d}^m \tag{A.2}$$

où $\underline{p}^m$ est le vecteur des paramètres après m iterations, $\underline{d}^m$ est la direction de recherche utilisée au cours de l'itération $m+1$ et γ^m un scalaire fixe ou calculé de facon à minimiser la fonction le long de la direction $\underline{d}^m$ c'est-à-dire :

$$D(\underline{p} + \gamma^m \underline{d}^m) \leq D(\underline{p}^m + \gamma \underline{d}^m) \qquad \forall \gamma \tag{A.3}$$

Algorithme de la méthode du Gradient

L'algorithme de la méthode du Gradient nécessite la connaissance des dérivées de première ordre du critère (gradient) à minimiser par rapport aux paramètres. Cet algorithme se présente de la façon suivante : au voisinage d'un point $\underline{p}$ de l'espace paramètrique, la fonction distance peut s'écrire :

$$D(\underline{p} + \hat{m}) = D(\underline{p}) + g(\underline{p})^T \delta \underline{p} \tag{A.4}$$

g désignant le vecteur gradient de D au point p.

$$g \equiv gradD \equiv \nabla D \equiv \left(\frac{\partial D}{\partial p_1}, \frac{\partial D}{\partial p_2}, ..., \frac{\partial D}{\partial p_n} \right) \tag{A.5}$$

Le vecteur $\delta_{\underline{p}}$ qui maximise la variation de D est colinéaire au vecteur gradient, d'où :

$$\delta_{\underline{p}} = -\gamma g(\underline{p}) \tag{A.6}$$

où λ est une constante positive de façon à suivre :

$D(\underline{p} + \delta \underline{p}) < D(\underline{p})$

L'algorithme de la méthode du gradient explore la direction de la plus grande pente ; il est caractérisé par (A.6). La variation des paramètres se fait alors par la relation itérative suivante :

$$\underline{p}^{m+1} = \underline{p}^m - \gamma^m g(\underline{p}^m) \tag{A.7}$$

où γ^m est la valeur du coefficient du γ qui minimise $D(\underline{p}^m - \gamma^m g(\underline{p}^m))$.

La méthode du gradient est simple et facile à mettre en oeuvre. Elle permet de diminuer rapidement la valeur du critère lorsque le point initial est situé loin du point recherché. Cependant, l'utilisation du premier ordre uniquement rend la convergence très lente au voisinage du point optmum. Le choix optimal de γ n'est pas aisé : trop petit la convergence est lente, trop grand il y a risque de divergence ou d'oscillations autour du minimum.

Algorithme de la méthode du simplex

L'algorithme du simplex appelé parfois la méthode des polyèdres fait partie des méthodes de recherche heuristiques dont l'espace paramétrique est exploré par essais successifs en tenant compte des résultats de l'étape précédente.

Pour utiliser cet algorithme, il faut construire successivement des polyèdres à $K+1$ sommets dans l'espace paramétrique de dimension K. Dans chaque étape d'avancement de l'algorithme, le sommet du polyèdre qui a le critère le plus élevé est remplacé par un autre point passant par ce sommet et le centre de gravité de tous les autres sommets.

La taille du polyèdre change à chaque itération au moyen de processus d'expansion ou de réduction afin de s'adapter à la topologie de la fonction à minimiser. Les composants intervenants à chaque itération sont les suivants :

- $\underline{p}^m$ qui représente les sommets du polyèdre, avec $m = 1, ..., K+1$
- $\underline{p}^h_{(i)}$, $\underline{p}^l_{(i)}$ qui représentent les sommets du polyèdre où les valeurs de la distance sont la plus élevée et la plus faible respectivement
- $\underline{p}^m_{(i)}$ qui représente les centres de gravité des sommets différents des $\underline{p}^h_{(i)}$

$$\underline{p}^{k+2}_{(i)} = \frac{1}{K}\left[\sum_{i=1}^{K+1} \underline{p}^j_{(i)} - \underline{p}^h_{(i)}\right] \tag{A.8}$$

-Réflection : on construit le point :

$$\underline{p}^{k+3}_{(i)} = \underline{p}^{k+2}_{(i)} + \alpha\{\underline{p}^{k+2}_{(i)} - \underline{p}^h_{(i)}\} \tag{A.9}$$

où $\alpha > 0$ est le coefficient de réflexion.

Ensuite, suivant la valeur du critère $D(\underline{p}^{k+3}_{(i)})$ obtenu pour ce point, une des trois autres opérations est effectuée :

Si $D(\underline{p}^{k+3}_{(i)}) \leq D(\underline{p}^l_{(i)})$, on procède par *expansion* qui consiste à obtenir le point :

$$\underline{p}^4_{(i+1)} = \underline{p}^{k+2}_{(i)} + \lambda\{\underline{p}^{k+3}_{(i)} - \underline{p}^{k+2}_{(i)}\} \tag{A.10}$$

où $\lambda > 0$ est le coefficient d'expansion (généralement $\lambda \sim 3$). Puis passage à l'itération suivante avec les sommets :

$$\underline{p}^{m}_{(i+1)} = \underline{p}^{m}_{(i)} - \underline{p}^{h}_{(i)} + \underline{p}_{(i)} \qquad m = 1, 2, ..., k+1 \tag{A.11}$$

où

$$\underline{p}_{(i)} = \begin{cases} \underline{p}^{4}_{(i+1)}, & D(\underline{p}^{k+4}_{(i)}) < D(\underline{p}^{l}_{(i)}) ; \\ \underline{p}^{3}_{(i+1)}, & \text{dans le cas contraire.} \end{cases}$$

Si $D(\underline{p}^{k+3}_{(i)}) > D(\underline{p}^{m}_{(i)})$, pour tout $m \neq h$, on procède par *contraction*, ce qui consiste à obtenir le point :

$$\underline{p}^{5}_{(i+1)} = \underline{p}^{k+2}_{(i)} + \beta\{\underline{p}^{h}_{(i)} - \underline{p}^{k+2}_{(i)}\} \tag{A.12}$$

où $\beta \in (0,1)$ est le coefficient de contraction, (généralement $\beta \sim 0.5$). Puis l'on passe à l'itération suivante avec comme sommets de polyèdre les points :

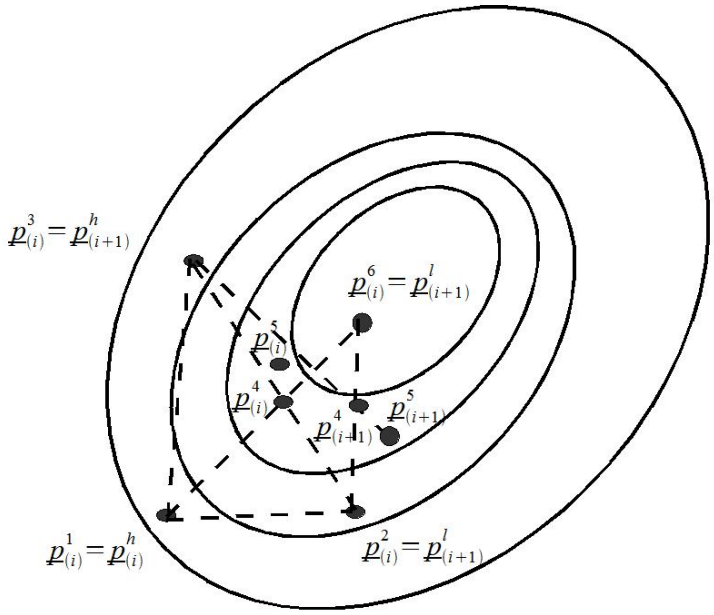


FIG. A.1*: Méthode des polyèdres flexibles, [55]*

$$\underline{p}^{m}_{(i+1)} = \underline{p}^{m}_{(i)} - \underline{p}^{h}_{(i)} + \underline{p}^{k+5}_{(i)} \qquad m = 1, 2, ..., k+1 \tag{A.13}$$

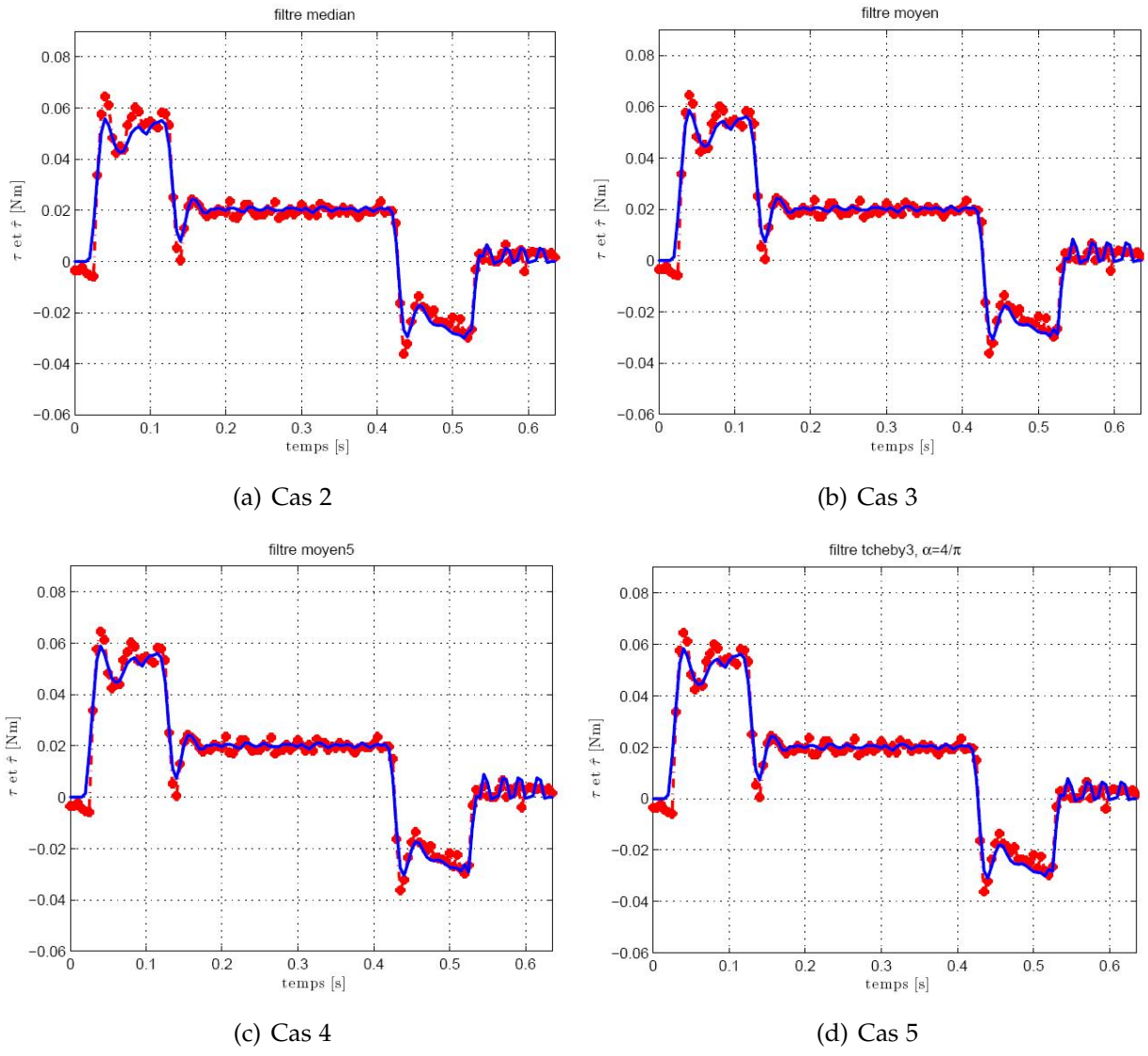
Si $D(\underline{p}^{k+3}_{(i)}) > D(\underline{p}^{h}_{(i)})$, on procède par *réduction* qui consiste à déterminer les sommets de l'itération suivante par :

$$\underline{p}^{m}_{(i+1)} = \underline{p}^{l}_{(i)} + \frac{1}{2}\underline{p}^{m}_{(i)} - \underline{p}^{l}_{(i)} \qquad m = 1, 2, ..., k+1 \tag{A.14}$$

La méthode des polyèdres flexibles a l'avantage de s'adapter à la topologie du critère, elle a donc un bon comportement dans les vallées courbes. Par ailleurs, cette méthode est peu sensible aux erreurs d'évaluation du critère car la progression est fondée sur la comparaison de plusieurs valeurs du critère entre elles. Cependant, la méthode n'est vraiment efficace que lorsque la dimension K du problème est faible (< 10).

ANNEXE B

Couples mesurés et simulés dans les cas 2 – 24



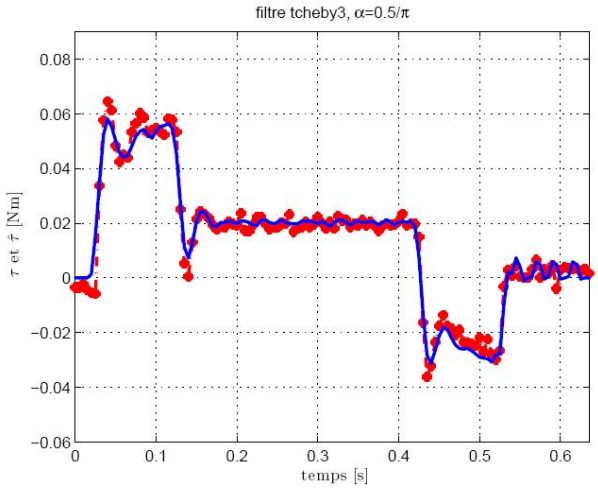
(a) Cas 2

(b) Cas 3

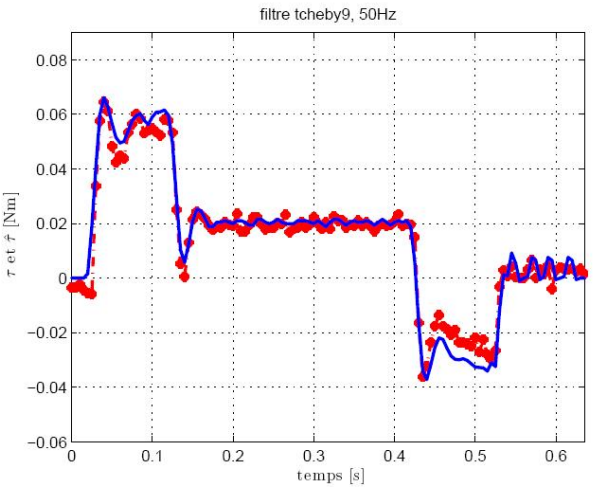
(c) Cas 4

(d) Cas 5

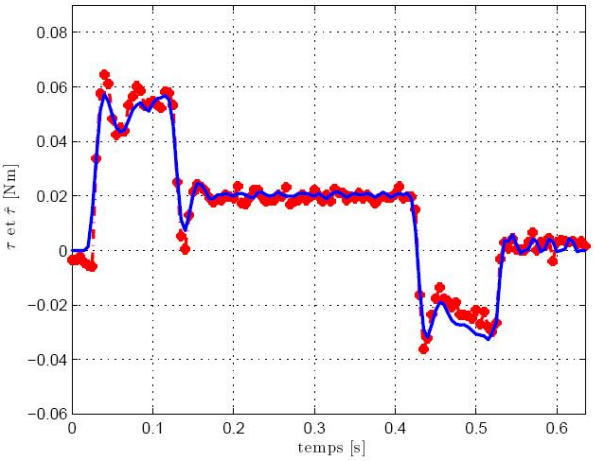
FIG. B.1: *Couples mesurés (en rouge) et simulés (en bleu) dans les cas 2 à 5*



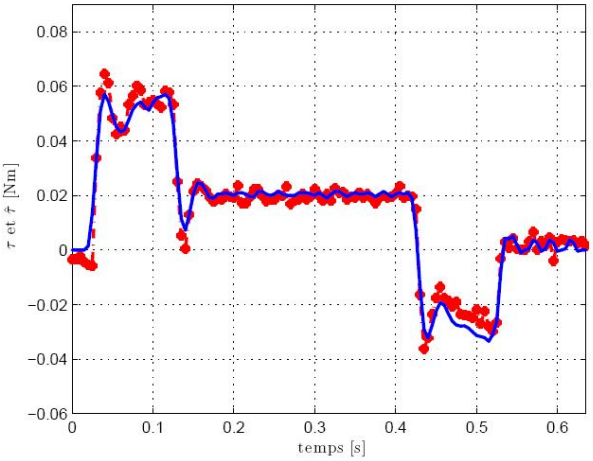
(a) Cas 6



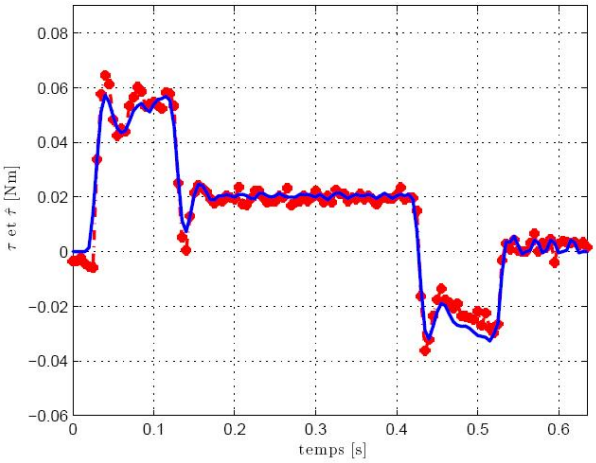
(b) Cas 7



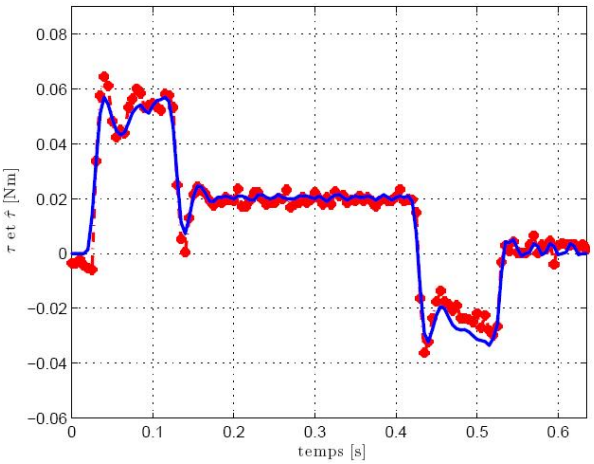
(c) Cas 8



(d) Cas 9

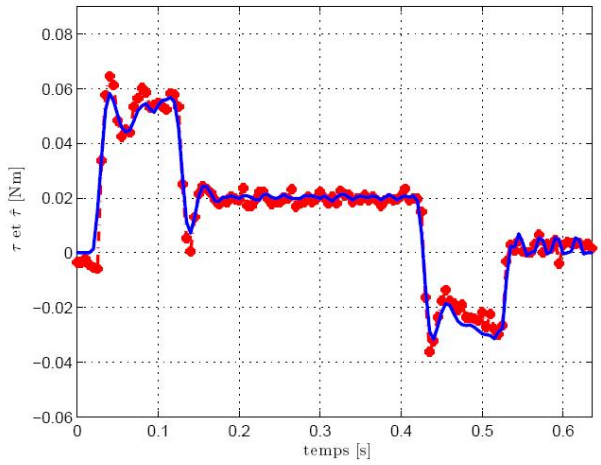


(e) Cas 10

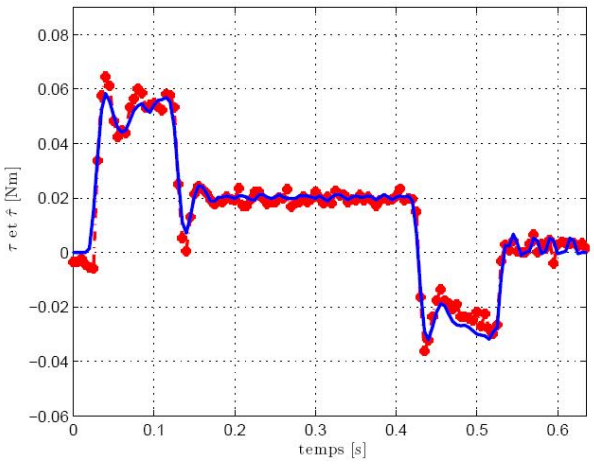


(f) Cas 11

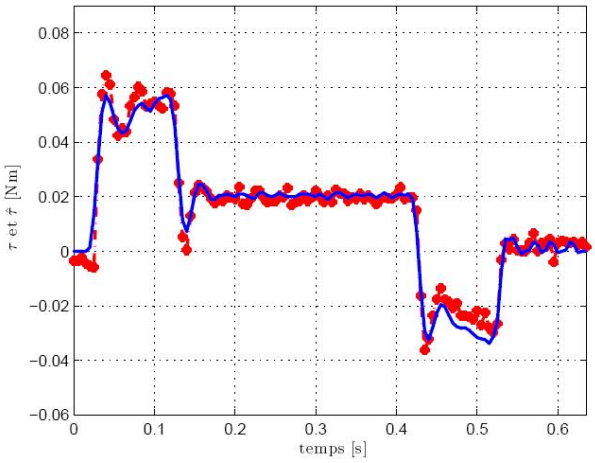
FIG. B.2: *Couples mesurés (en rouge) et simulés (en bleu) dans les cas 5 à 11*



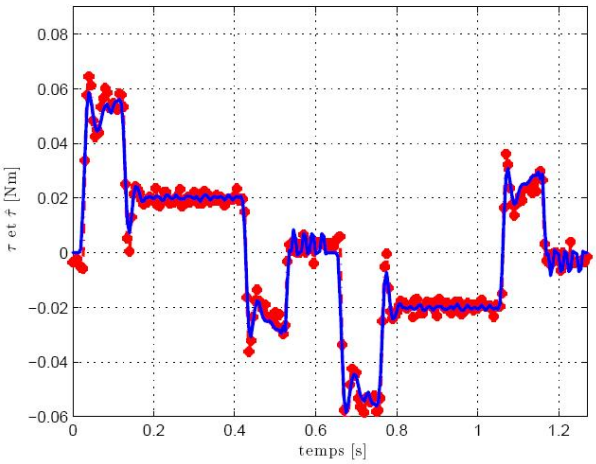
(a) Cas 12



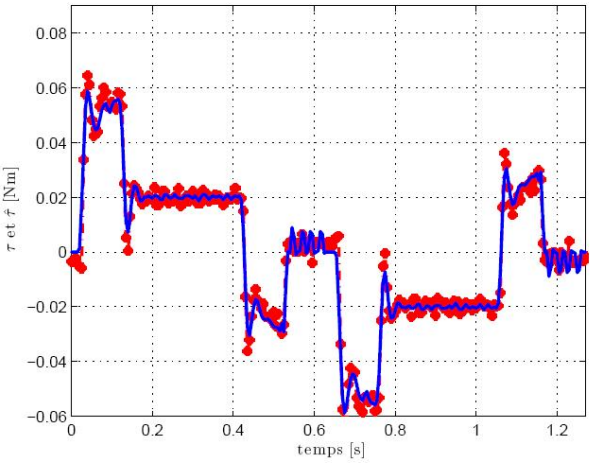
(b) Cas 13



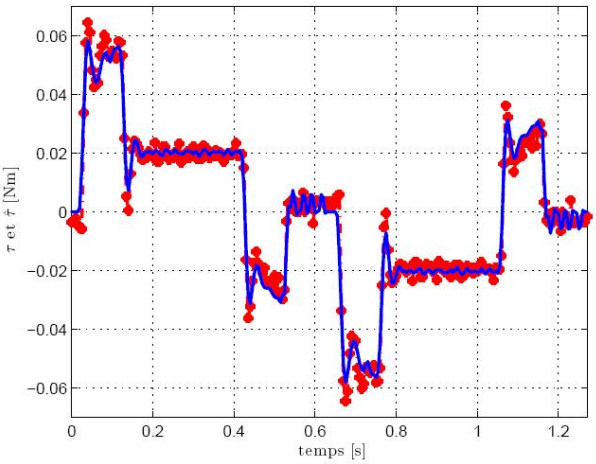
(c) Cas 14



(d) Cas 16

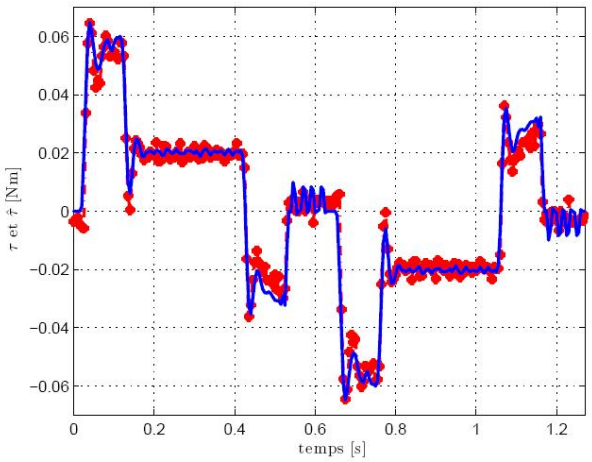


(e) Cas 17

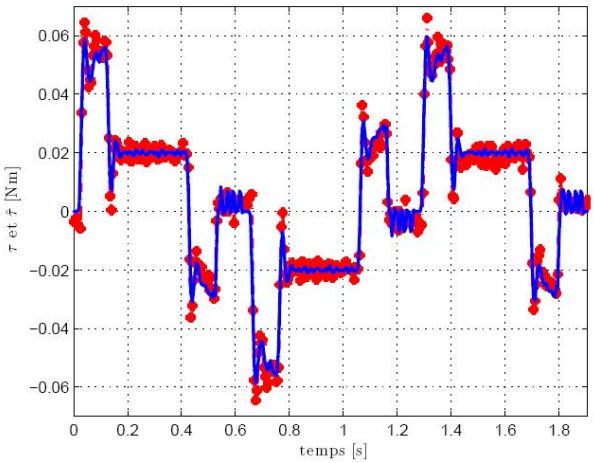


(f) Cas 18

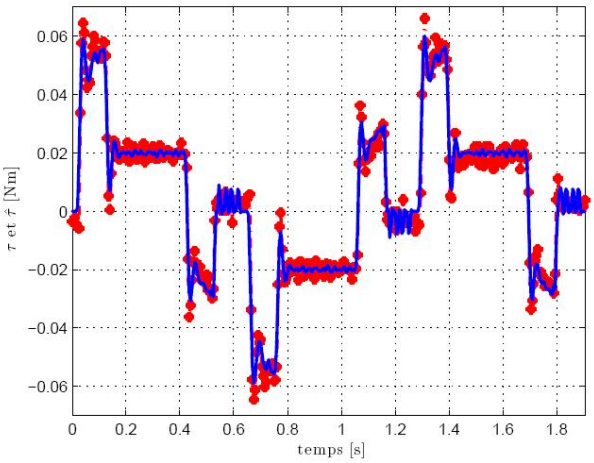
FIG. B.3: *Couples mesurés (en rouge) et simulés (en bleu) dans les cas 12 à 18*



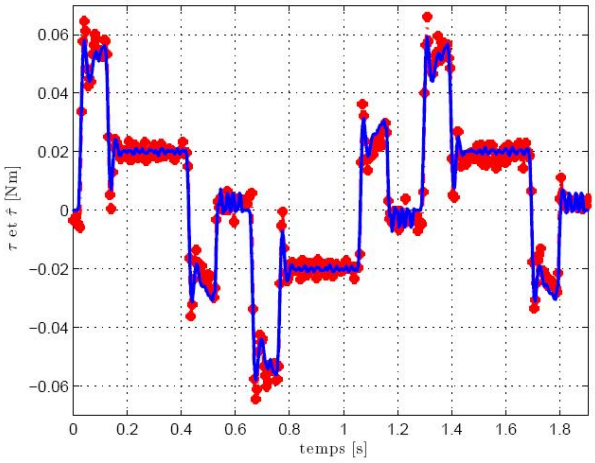
(a) Cas 19



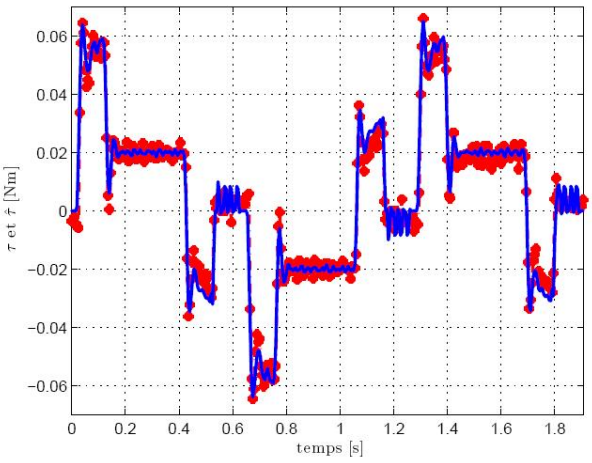
(b) Cas 21



(c) Cas 22



(d) Cas 23

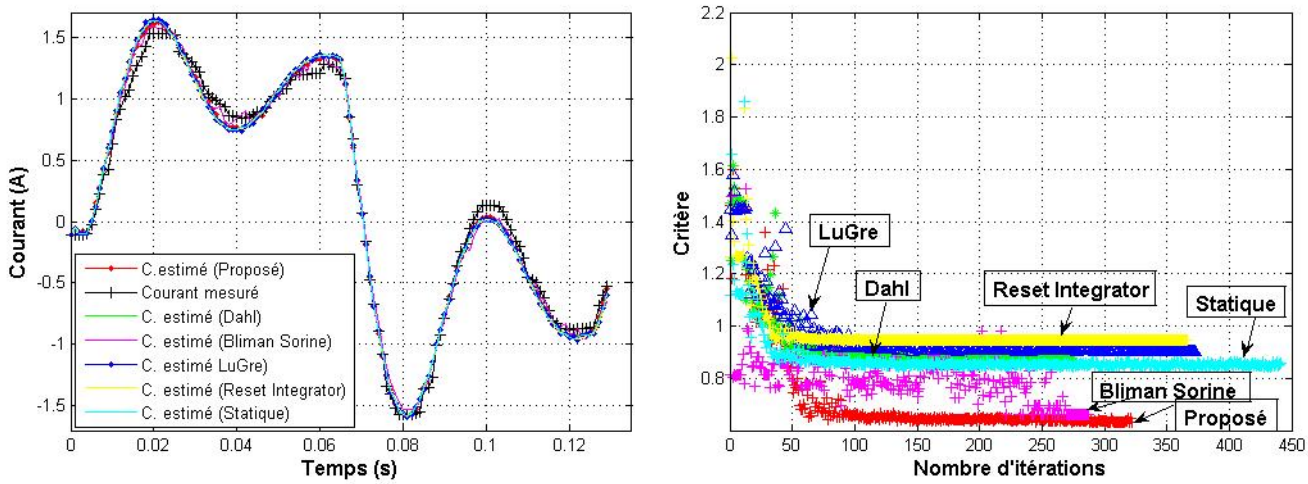


(e) Cas 24

FIG. B.4: *Couples mesurés (en rouge) et simulés (en bleu) dans les cas 19 à 24*

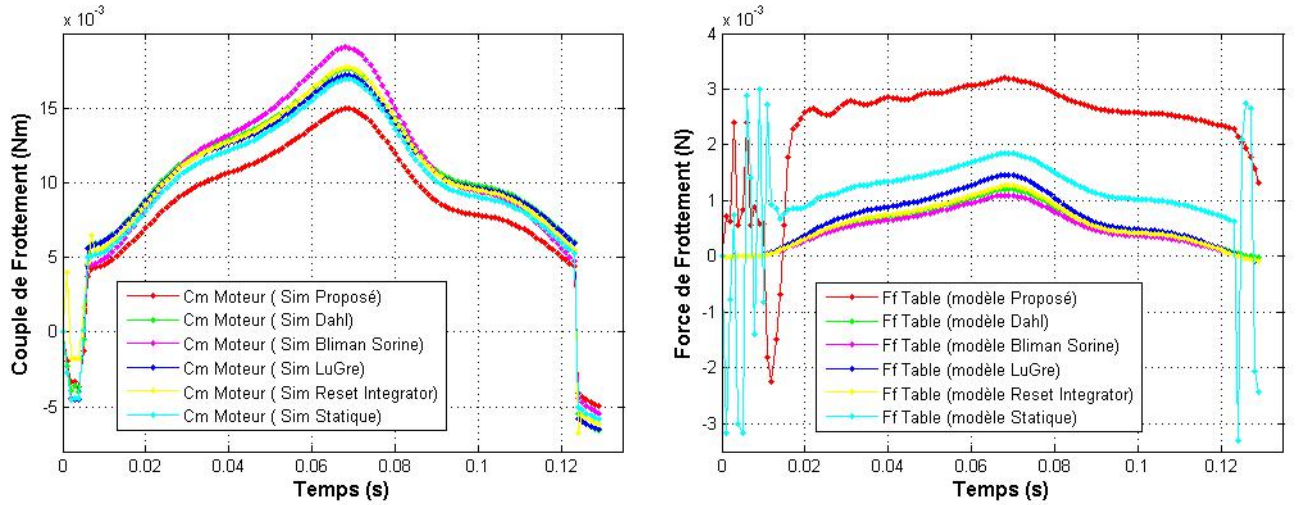
ANNEXE C

Simulations pour les axes rigide EAL et compliant THL



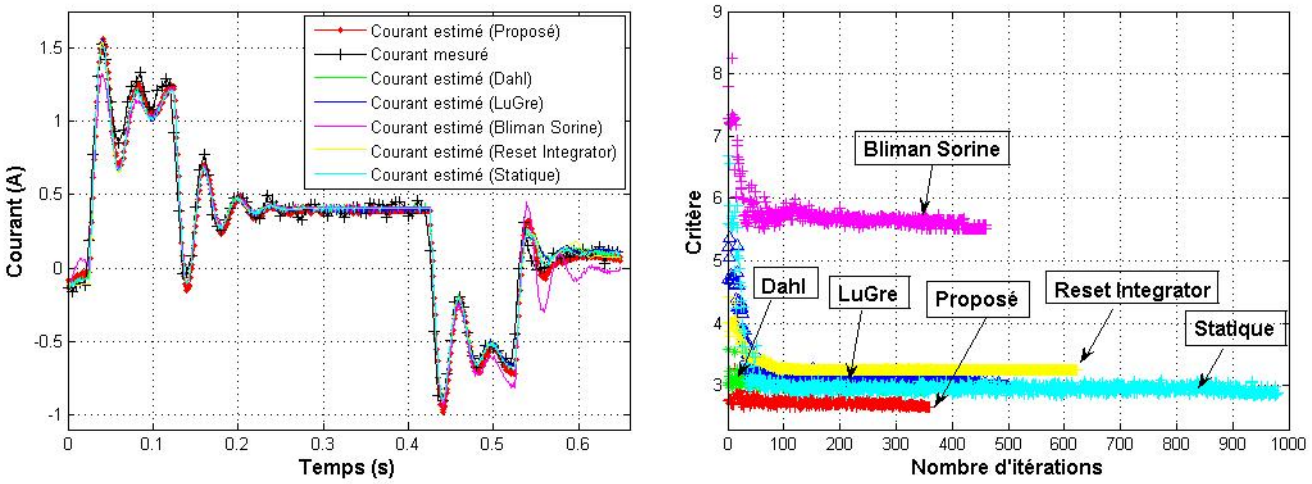
(a) (b)

FIG. C.1: *Comparaison du courant estimé et du critère pour EAL et un profil en triangle*



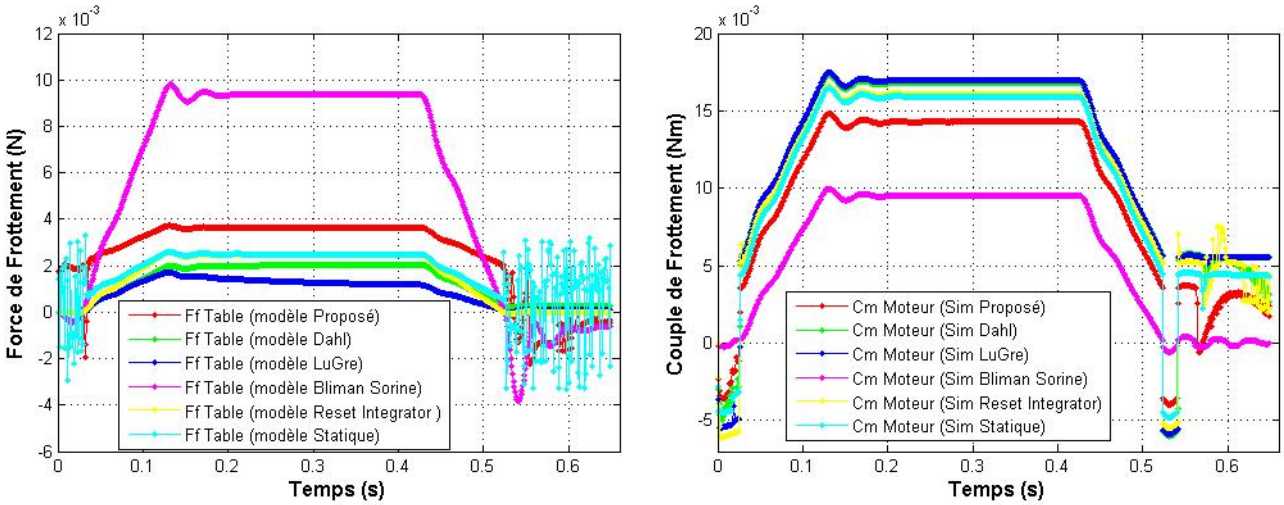
(a) (b)

FIG. C.2: *Comparaison des modèles de frottement pour EAL et un profile en triangle*



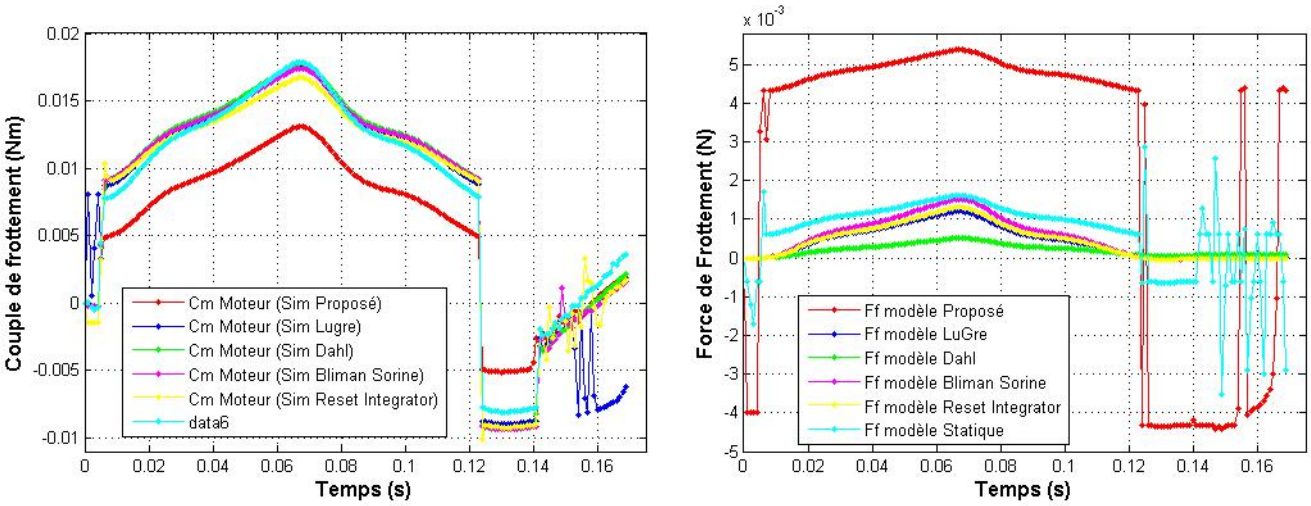
(a) (b)

FIG. C.3: *Comparaison du courant estimé et du critère pour EAL et un profil trapézoïdal*



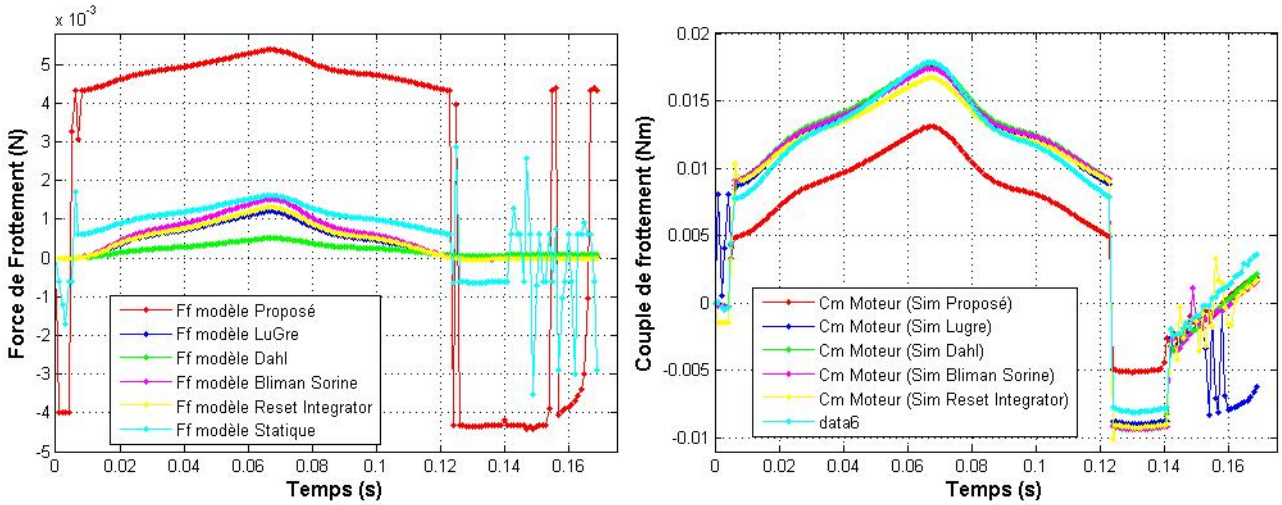
(a) (b)

FIG. C.4: *Comparaison des modèles de frottement pour EAL et un profile trapézoïdal*



(a) (b)

FIG. C.5: *Comparaison des modèles de frottement pour THL et un profile en triangle*



(a) (b)

FIG. C.6: *Comparaison du courant estimé et du critère pour THL et un profil en triangle*

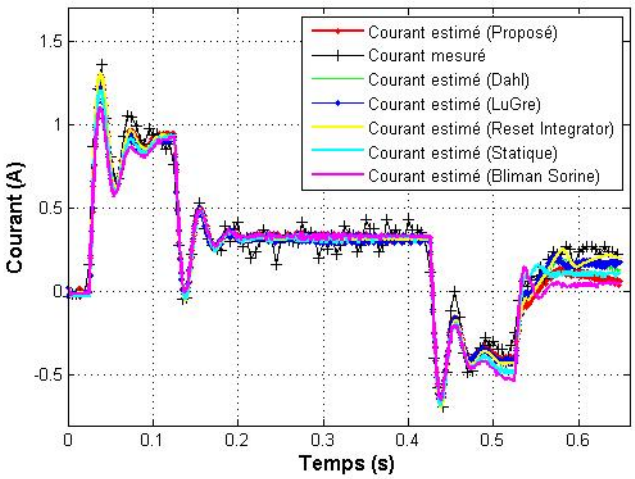


FIG. C.7: *Comparaison du courant estimé pour THL et un profil trapézoïdal*

Résumé

Dans le cadre du développement d'une machine de micro-bobinage caractérisée par une haute précision de micro-positionnement, nous avons élaboré une méthodologie phénoménologique pour l'identification du modèle d'un axe linéaire soumis à des frottements au niveau de l'entraînement et du guidage. Deux guidages linéaires l'un avec transmission par vis à billes pré-contraint et l'autre par transmission vis-écrou compliant à rattrapage du jeu ont été étudiés. Le moteur est asservi en position par un micro-contrôleur qui effectue également l'acquisition des données entree-sortie. L'étude a permis la modélisation du système mécanique, la modélisation des frottements et l'identification des paramètres mécaniques. La modélisation mathématique a conduit à un système d'équations complexes, ayant des nombreux paramètres à identifier. Une hypothèse de simplification a conduit à réduire le modèle du système à une équation du 4^{eme} ordre correspond à une inertie couplée à une masse par une raideur longitudinale et soumis à des force et couples de frottement non-linéaire. La méthode des moindres carrés a permis de fournir une base d'informations pour l'initialisation de l'identification paramètrique du système. Pour étudier la précision du modèle, les frottements du système mécanique doivent être correctement modélisés et identifiés. Différents modèles de frottements dynamiques pour le mouvement de translation et un modèle statique pour la rotation du moteur ont été simulés. Un nouveau modèle de frottement a été proposé, qui permet d'introduire l'effet de hystérésis dépendant de l'accélération en tenant compte de l'effet Stribeck et du phénomène de stick-slip. L'identification paramétrique est ensuite réalisée par une méthode d'identification en boucle fermée. Les résultats expérimentaux montrent que le modèle Proposé demande moins des calculs et offre une précision légèrement meilleure en comparaison avec les autres modèles de frottement. Ce travail a permis de valider une démarche d'élaboration de modèles de systèmes mécaniques, incluant une modélisation fine des phénomènes de frottement.

Mots clés : Modélisation phénoménologique, axe linéaire, identification, micro-bobinage, modèle de frottement

Abstract

Within the development context of a winding machine having a high precision of micro-positioning, we have elaborated a phenomenological methodology for the identification of a linear axis subjected to frictions at driving and guideway level. Two linear guideways were studied, the first one with ball-screw transmission, and the second one with compliant nut-screw. The brushless motor is controlled by a position micro-controller which realize the input/output data acquisition. The study allowed the mechanical system modeling, the friction modeling and the parameter identification. The mathematical modeling is conducted for a complex equations system, having a large number of parameters to be identified. A simplification hypothesis is conducted to reduce the model system to a 4^{th} order equation corresponding to an inertia coupled with a mass by a longitudinal stiffness and subjected to non-linear friction forces and torques. The least square method allowed to provide information data about the initialization of the parameters identification of the system. In order to study the model precision, the mechanical system friction should be correctly modeled and identified. There were simulated different dynamic friction models for the translation displacement and one static friction model for the motor rotation. In addition to this, a new friction model was proposed in order to introduce the hysteresis effect depending on the acceleration, taking into account the Stribeck effect and the stick-slip phenomenon. A closed loop identification method is used to identify parameters. The obtained experimental results show that the proposed model requires less computational time and provides more precision in comparison with other friction models. This work allowed to validate an approach in the development of mechanical system models, including a fine modeling of friction phenomena.

Keywords : Phenomenological modeling, linear axis, identification, micro-winding, friction model