



HAL
open science

Changement d'échelle dans les modèles hydromécaniques couplés des réservoirs fracturés

Rémy Marmier

► **To cite this version:**

Rémy Marmier. Changement d'échelle dans les modèles hydromécaniques couplés des réservoirs fracturés. Autre. Institut National Polytechnique de Lorraine, 2007. Français. NNT : 2007INPL059N . tel-01752825

HAL Id: tel-01752825

<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01752825>

Submitted on 29 Mar 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

École Nationale Supérieure de Géologie de Nancy

Laboratoire Environnement, Géomécanique et Ouvrages

École Doctorale RP2E

THÈSE

Présentée à l'Institut National Polytechnique de Lorraine

pour obtenir le grade de

Docteur de l'Institut National Polytechnique de Lorraine

Discipline : Génie Civil - Hydrosystèmes - Géotechnique

par

Rémy MARMIER

Sujet de la thèse :

CHANGEMENT D'ÉCHELLE DANS LES MODÈLES HYDROMÉCANIQUES COUPLÉS DES RÉSERVOIRS FRACTURÉS

Soutenue publiquement le 27 septembre 2007 devant le jury composé de :

P. ACKERER,
M. QUINTARD,
D. KONDO,
A. GIRAUD,
L. JEANNIN,
M. PANFILOV,
D. HOXHA,

PRESIDENT
RAPPORTEUR
RAPPORTEUR
EXAMINATEUR
EXAMINATEUR
DIRECTEUR
CO-DIRECTEUR

Remerciements

Cette thèse a été réalisée dans les locaux de l'Institut Français du Pétrole (IFP) à Rueil-Malmaison, au sein de la direction Mécanique Appliquée, dans le département Géomécanique et en collaboration avec le Laboratoire Environnement Géomécanique et Ouvrage (LAEGO) à Nancy.

Mes premiers remerciements, ainsi que toute ma reconnaissance, s'adressent à M. Panfilov (LEMETA), D. Hoxha (LAEGO) et L. Jeannin (IFP) pour leur encadrement efficace et les excellents conseils dont ils m'ont fait profiter durant ces trois années, mais aussi et surtout pour leur patience et leurs qualités personnelles.

Je remercie également F. Fournier et E. Heintzé qui m'ont accueilli à l'IFP ainsi que F. Homand (LAEGO) qui ont cru en l'intérêt de mon travail et en mes capacités.

Je tiens aussi à remercier les membres du jury d'avoir accepté d'examiner attentivement mon travail, P. Acquerer, M. Quintard, D. Kondo et A. Giraud.

Ces années de travail auraient été bien plus difficiles sans le soutien et l'amitié de mes collègues. Mes amitiés s'adressent à toute l'équipe géomécanique, Florence, Sandrine, Axelle, Elisabeth, Evelyne, Olivier, Jean-Pierre, Marc, Guillaume, Jean-François ; à la division mécanique appliquée ; ainsi qu'aux doctorants et stagiaires...

Enfin, mes remerciements les plus personnels s'adressent à ma famille, parents, grands-parents, oncles et tantes, à Nadège, ainsi qu'à mes amis les plus proches, qui ont toujours cru en moi et sans lesquels je ne serais pas ce que je suis aujourd'hui.

Table des matières

INTRODUCTION GÉNÉRALE	i
PARTIE I : MISE EN ÉVIDENCE DES EFFETS HYDROMÉCANIQUES INDUITS PAR L'EXPLOITATION DES RÉSERVOIRS FRACTURÉS	1
I Observations <i>in situ</i> et interprétations des variations de perméabilité des fractures	3
1 Effets induits par la déplétion	3
1.1 Diminution rapide de la perméabilité : champs de Valhall et de Lisburne	3
1.1.1 Champ de Valhall, en Mer du Nord	3
1.1.2 Champ de Lisburne, en Alaska	7
1.1.3 Conclusion	8
1.2 Augmentation rapide de la perméabilité : le champ de Lacq	9
1.3 Perméabilité constante, champ d'Ekofisk	11
1.3.1 La minéralisation des fractures	11
1.3.2 La compétition entre plusieurs effets antagonistes, cas du champ d'Ekofisk, en Mer du Nord	12
1.3.3 Conclusion	16
2 Effets induits par l'injection de fluide : réactivation et / ou création de nouveaux réseaux de fractures	16
3 Conclusion	18
PARTIE II : CONTRIBUTION DES TECHNIQUES DE L'HOMOGÉNÉISATION ASYMPTOTIQUE	19
II Homogénéisation en double milieu déformable	23
1 Formulation des équations constitutives	23
1.1 Hypothèses	23
1.2 Equations de conservation	24
1.3 Forme adimensionnelle des équations constitutives	25
2 Homogénéisation	26
2.1 Développements asymptotiques	26
2.2 Formulation moyennée	29
2.2.1 Formulation partiellement homogénéisée	29
2.2.2 Problèmes de fermeture	30
2.2.3 Formulation homogénéisée	32
3 Analyse du modèle	33
3.1 <i>Cas 1</i> : fluide et grains de roche incompressibles	33

3.2	<i>Cas 2</i> : fluide compressible et grains de roche incompressibles	34
3.3	Cas général	35
4	Simulation de tests de puits en milieu fracturé déformable	36
4.1	Propriétés de symétrie de la géométrie cellulaire	36
4.1.1	Symétrie des fonctions cellulaires	36
4.1.2	Symétrie des coefficients macroscopiques	37
4.2	Reformulation du <i>cas 2</i>	38
4.3	Analyse d'un test de puits en milieu fracturé déformable	38
4.3.1	Propriétés du réservoir	38
4.3.2	Résultats	39
5	Conclusion	43

PARTIE III : CONTRIBUTION D'UNE MÉTHODE DE CHAMP MOYEN, L'APPROCHE MICROMÉCANIQUE **45**

III Comportement macroscopique d'un milieu fracturé sec **49**

1	Principe d'homogénéisation du problème microscopique	50
2	Le schéma de localisation de Mori-Tanaka	52
3	Géomatériau contenant des fractures élastiques	54
3.1	Loi de comportement élastique de l'ellipsoïde	54
3.2	Comportement homogénéisé du géomatériau	56
4	Géomatériau contenant des fractures de comportement non-linéaire	57
4.1	Loi de comportement non-linéaire de l'interface	57
4.2	Comportement homogénéisé du géomatériau	57
5	Irréversibilité dans les milieux fracturés	59
5.1	Le modèle plastique de Plesha (Plesha, 1987)	59
5.2	Le modèle tridimensionnel de fracture	60
5.2.1	Critère de plasticité et règle d'écoulement	60
5.2.2	Loi de localisation	61
5.3	Comportement homogénéisé	63
5.4	Fractures dilatantes avec dégradation des aspérités	64
5.5	Géomatériau fracturé chargé en pression	65
5.5.1	Loi constitutives	65
5.5.2	Tests numériques	65
5.5.3	Réactivation de fractures pendant l'injection	65
5.5.4	Réouverture de fractures pendant la déplétion	66
6	Conclusion	67

IV Validité de l'approche micromécanique **69**

1	Comparaison avec d'autres approches	70
1.1	Modélisation sous UDEC	70
1.2	Approche par modèle de joint	71
1.3	Approche micromécanique	72
1.4	Résultats et comparaison des différentes approches	74
1.4.1	<i>Cas 1</i> : une famille de fractures horizontales	74
1.4.2	<i>Cas 2</i> : deux familles de fractures perpendiculaires de mêmes propriétés	76

1.4.3	<i>Cas 3</i> : deux familles de fractures perpendiculaires de propriétés mécaniques différentes	80
1.4.4	<i>Cas 4</i> : deux familles de fractures d'orientations quelconques	82
1.5	Conclusion	84
2	Application aux données du champ d'étude de Nirex	85
2.1	Description du site de Nirex et des données <i>in situ</i>	85
2.1.1	Localisation du site	85
2.1.2	Propriétés de la roche et des fractures	86
2.2	Détermination des propriétés élastiques effectives par l'approche micro-mécanique	87
2.3	Comparaison des résultats avec d'autres approches	90
3	Conclusion	92
V Comportement poromécanique d'un milieu fracturé : modèle à double porosité		93
1	Poroélasticité en simple milieu	94
2	Poroélasticité en milieu à double porosité, détermination des lois d'état	96
3	Lien avec la perméabilité	102
4	Conclusion	103
PARTIE IV : COUPLAGE HYDROMÉCANIQUE EN SIMULATION DE RÉSERVOIRS FRACTURÉS		105
VIMéthodologie de couplage hydromécanique en simulation de réservoirs fracturés		109
1	Simulation de réservoir	109
1.1	Modèle physique et simulation simple milieu	110
1.1.1	Loi de conservation de la masse	110
1.1.2	Loi de Darcy	110
1.1.3	Modèle numérique	111
1.1.4	Schémas numériques	113
1.2	Réservoirs fracturés et simulation double milieu	113
1.2.1	Effets de compressibilité du fluide	113
1.2.2	Description des effets polyphasiques, processus d'imbibition capillaire et de drainage gravitaire	114
1.2.3	Modélisation numérique des écoulements dans les réservoirs fracturés	115
1.3	Conclusion	116
2	Apports de la simulation géomécanique à la modélisation des réservoirs fracturés	116
2.1	Introduction au couplage : description poromécanique	116
2.1.1	Apport de la description poromécanique	116
2.1.2	Description poromécanique	117
2.2	Méthode de résolution	118
2.2.1	Généralités	118
2.2.2	Couplage total	118
2.2.3	Couplage partiel	119
2.2.4	Les approximations du problème de couplage	119
3	Mise en oeuvre en simulation hydromécanique des réservoirs fracturés	121

3.1	Méthodologie employée	121
3.2	Actualisation de la perméabilité de fracture	122
3.3	Actualisation des propriétés mécaniques	123
3.4	Actualisation de la porosité matricielle	123
3.5	Conclusion	124
VII Application : simulation hydromécanique des réservoirs fracturés en couplage explicite		125
1	Présentation du modèle 3-D	125
1.1	Propriétés géométriques	125
1.2	Propriétés pétrophysiques du réservoir	125
1.3	Propriétés mécaniques de l'ensemble de la structure	127
1.4	Définition des conditions initiales	128
1.5	Production et historique de production	130
2	Mise en oeuvre en phase de production primaire	130
2.1	Analyse des écoulements dans le réservoir	130
2.2	Analyse des déplacements	131
2.3	Comparaison entre les approches réservoir et hydromécanique	132
2.4	Etude paramétrique	135
2.4.1	Influence des propriétés des fractures	135
2.4.2	Influence du comportement mécanique des épontes	139
2.5	Modèle double milieu	142
2.6	Conclusion	143
3	Récupération par injection d'eau	144
3.1	Présentation du cas 3-D diphasique	144
3.1.1	Description des propriétés du réservoir	144
3.1.2	Schéma de production secondaire	145
3.2	Résultats	146
4	Conclusions	149
CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES		151
ANNEXES		153
A MÉTHODES D'HOMOGENÉISATION ASYMPTOTIQUE		155
1	Forme des développements asymptotiques	155
2	Problèmes cellulaires des cas simplifiés	156
2.1	<i>Cas 1</i>	156
2.2	<i>Cas 2</i>	156
3	Symétrie du tenseur de Biot	157
4	Résolution des problèmes cellulaires bidimensionnels et estimation des coefficients et des temps de relaxation du modèle macroscopique dans le <i>cas 2</i>	157
4.1	Grandeurs adimensionnelles	157
4.2	Forme des fonctions cellulaires	159
5	Estimation des coefficients macroscopiques :	164

B	MODÉLISATION D'UN MASSIF ROCHEUX FRACTURÉ	167
1	Propriétés mécaniques d'une matrice rocheuse	167
2	Propriétés mécaniques des joints rocheux	167
2.1	Mesures en laboratoire	167
2.1.1	Comportement sous chargement normal	168
2.1.2	Comportement sous cisaillement	169
2.2	Modèles mécaniques du comportement des joints rocheux	169
2.2.1	Comportement élastique linéaire	169
2.2.2	Comportement élastique non linéaire	170
2.2.3	Comportement irréversible : le comportement élastoplastique . .	170
2.2.4	Observations in situ :	175
C	MÉTHODE MICROMÉCANIQUE	177
1	Coefficients du tenseur d'Eshelby	177
1.1	Inclusions sphériques dans un milieu isotrope	177
1.2	Inclusion ellipsoïdale dans un milieu isotrope	177
1.3	Inclusions cylindrique dans un milieu isotrope	179
2	Extension du modèle à double porosité pour plusieurs familles de fractures . . .	180
D	SIMULATION DE RÉSERVOIR	183
1	Discrétisation des équations d'écoulement pour la simulation réservoir	183
1.1	Discrétisation de la loi de conservation de masse	183
1.2	Discrétisation en temps et en espace du terme d'accumulation	183
1.3	Discrétisation en espace du terme de flux	183
1.4	Discrétisation en temps du terme de flux	185
1.5	Discrétisation des lois de bilan	186
1.6	Discrétisation de l'équation d'état	186
1.7	Résolution du système d'équations discrètes	187
2	Calcul des termes d'échanges polyphasiques matrice - fracture	187
2.1	Option PC	189
2.2	Option GR	189
2.3	Perméabilités relatives d'échange matrice-fracture	190

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Cette thèse s'inscrit dans le domaine de la modélisation numérique des réservoirs pétroliers. L'objectif de ce travail est de proposer des outils mathématiques et numériques permettant d'optimiser la récupération des hydrocarbures en place. Cette étude concerne le cas particulier des réservoirs fracturés pour lesquels l'impact sur la production du couplage entre les écoulements des fluides au sein de la formation et les déformations de la roche est particulièrement important.

Qu'est ce qu'un réservoir naturellement fracturé ?

La formation du pétrole résulte de l'évolution au cours de l'enfouissement de la matière organique piégée dans les sédiments : il s'agit de la future roche mère. Au fur et à mesure de l'enfouissement, cette roche est soumise à des augmentations de pression et de température qui transforment la matière organique en kérogène puis en pétrole par craquage thermique ("fenêtre à huile" entre 70°C et 130°C). A plus grande profondeur, le kérogène évolue et se transforme tout d'abord en gaz humide par craquage naturel puis toujours sous l'augmentation de la température en gaz sec (hydrocarbure plus léger). Le pétrole est un mélange de solides (bitumes), de liquides (huiles) et de gaz.

La formation d'un gisement de pétrole exploitable nécessite ensuite un mécanisme de migration des hydrocarbures contenus dans la roche mère vers une roche réservoir. Une roche réservoir désigne une roche poreuse et perméable, contrairement à la roche mère. Lors de la migration dite primaire, les hydrocarbures sont expulsés de la roche mère par un ensemble complexe de mécanismes physiques et chimiques (compaction des sédiments, micro-fracturation, transformations chimiques, ...). Ensuite, pendant la migration secondaire, les hydrocarbures sont drainés vers des roches poreuses sous l'effet de la gravité et des forces capillaires. Lorsque les hydrocarbures rencontrent une roche couverture étanche (évaporite ou argile) appelée piège, ils s'accumulent dans les dernières couches poreuses traversées. La géométrie des pièges peut résulter de la tectonique (anticlinaux, failles, diapirs), on parle alors de pièges structuraux, ou de la sédimentation (discontinuité, onlap,...), on parle alors de pièges stratigraphiques. Lorsque la trilogie roche mère, réservoir et roche couverture est présente et surtout lorsque la chronologie de maturation, de migration et de piégeage du pétrole est favorable, un réservoir d'hydrocarbure est alors constitué (figure -1).

Après les phases d'exploration et de délimitation du gisement, le pétrolier fore des puits de production et d'injection. Le soutirage des fluides par les puits producteurs provoque une baisse de la pression des fluides contenus dans le réservoir. Deux types de récupération sont couramment employés. La première, appelée récupération primaire (*primary recovery*), est due essentiellement aux effets de compressibilité du réservoir.

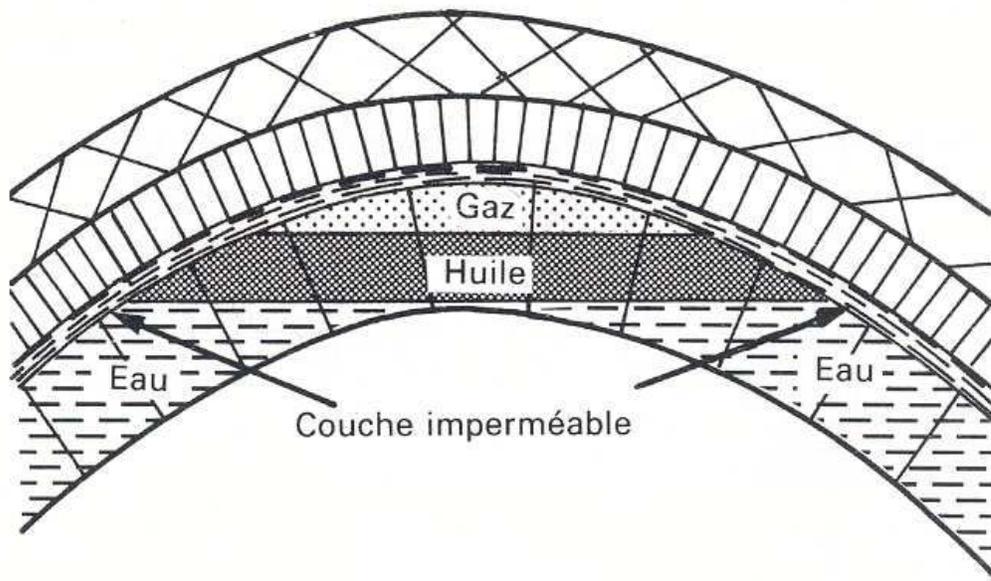


Figure -1: Coupe d'un réservoir dans une structure anticlinale (Cossé, 1988).

Suivant les types de gisement et de fluide, le taux de récupération ne dépassera pas quelques pourcents des quantités en place (25% en moyenne pour l'huile) ou au contraire atteindra ou dépassera 75% pour le gaz (fortement compressible). La récupération secondaire (*secondary recovery*) consiste généralement en l'injection d'eau ou de gaz, injection associée à la production. L'injection permet de maintenir la pression dans le réservoir pour favoriser la production et de "balayer" ainsi l'huile en place vers les puits producteurs. La récupération de l'huile dépasse cependant rarement 40%. D'autres méthodes (*enhanced oil recovery*) comme l'injection de CO_2 ou de produit chimiques additionnés à de l'eau peuvent être également mises en oeuvre.

Les réservoirs fracturés se distinguent des réservoirs conventionnels par la présence de réseaux de fractures. Parmi les grands gisements fracturés aujourd'hui exploités, on peut citer notamment Haft Kel en Iran, Ekofisk en Mer du Nord, Emeraude au Congo et Rhourde el Baguel en Algérie.

La fracturation des roches réservoirs résulte d'épisodes tectoniques successifs au cours des temps géologiques laissant chacun une empreinte caractéristique. On distingue entre autres :

- des fractures, dites hydrauliques, qui se développent lors de l'enfouissement sédimentaire (compaction) par augmentation de la pression des fluides contenus dans la porosité matricielle. Les fractures ainsi créées sont le plus souvent subverticales à verticales, avec une extension parallèle à la contrainte compressive dominante ;
- d'autres types de fractures peuvent se développer, liées à des phénomènes géologiques compressifs, lors de la formation de plis ou de failles, ou extensifs (faille normale principalement). L'orientation de ces fractures dépend des directions des contraintes à l'origine de la fracturation, laquelle se développe parallèlement à la contrainte principale ;
- une fracturation subhorizontale liée à la décompaction des couches sédimentaires lors d'une érosion.

Dans la suite de cette étude, nous désignerons sous le terme de fracture toute discontinuité d'échelle métrique à décamétrique sans distinction de son mécanisme d'apparition.

Un réservoir fracturé est constitué de fractures et de roche poreuse appelée matrice. L'huile ou le gaz sont principalement stockés dans le milieu matriciel ; le réseau de fractures est, quant à lui, le lieu de transport et d'écoulement privilégié du fluide. Ce type de réservoirs fracturés est intéressant du point de vue pétrolier car le réseau de fractures offre une grande surface d'échange avec la matrice et l'huile peut être efficacement drainée vers les puits de production. D'autres réservoirs fracturés, moins nombreux, présentent l'essentiel des réserves dans les fractures (Rospo Mare, en Italie).

Les gisements fracturés apparaissent comme des milieux à la géométrie et à la physique extrêmement complexes (figure -2). Pour comprendre et modéliser un réservoir fracturé, une bonne connaissance de la distribution spatiale du réseau de fractures au sein du massif rocheux est primordiale : orientation, fréquence, extension, ouverture, rugosité, degré d'altération et matériaux de remplissage sont autant de propriétés permettant de renseigner les propriétés des fractures.

- l'orientation : une discontinuité est, au moins localement, plane. La position du plan de discontinuité est décrite par son orientation dans l'espace muni d'un repère ayant un axe parallèle au nord magnétique. Une étude statistique permet d'identifier les familles et de dégager une loi de distribution des discontinuités au sein de chaque famille. Bien qu'apparemment désordonnées, les discontinuités d'un massif peuvent être regroupées le plus souvent en un ensemble structuré et leur orientation observée se répartit en un nombre fini de familles (figure -2) ;
- l'espacement et la densité : l'espacement représente la distance moyenne séparant deux discontinuités d'une même famille et la densité le nombre de discontinuités d'une même famille par unité de volume, de surface ou de longueur ;
- l'extension : ce paramètre caractérise les dimensions de la discontinuité dans l'espace. Sa mesure est dans les faits très difficile à obtenir, les mesures réalisées ne pouvant être que locales. En général, la forme de la discontinuité est représentée par un disque ou un plan. Il existe dans la littérature des corrélations entre l'extension et l'ouverture des discontinuités ;
- l'ouverture : l'ouverture est un paramètre représentant la distance qui sépare les deux lèvres d'une discontinuité. Cette caractéristique est difficile à mesurer du fait du remplissage de la discontinuité, de sa rugosité et de sa grande variabilité. En pratique, on suppose que chaque famille de fracture possède une ouverture égale à son ouverture moyenne.

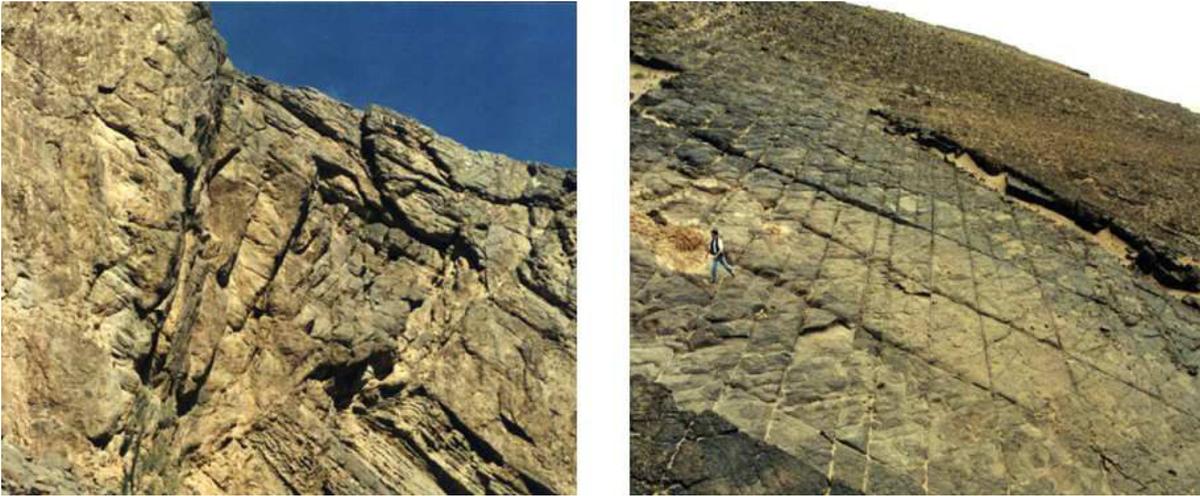


Figure -2: Photographies d'affleurements de roches fracturées.

Les modèles géologiques permettent de reconstruire une image des milieux fracturés (figure -3) en utilisant des approches stochastiques. Ils intègrent des informations descriptives données par l'étude des affleurements en surface, les diagraphies (surtout les mesures acoustiques dans les puits), les données sismiques et des données dynamiques (information sur les écoulements de fluide) estimées essentiellement par les tests de puits et les tests d'interférences.

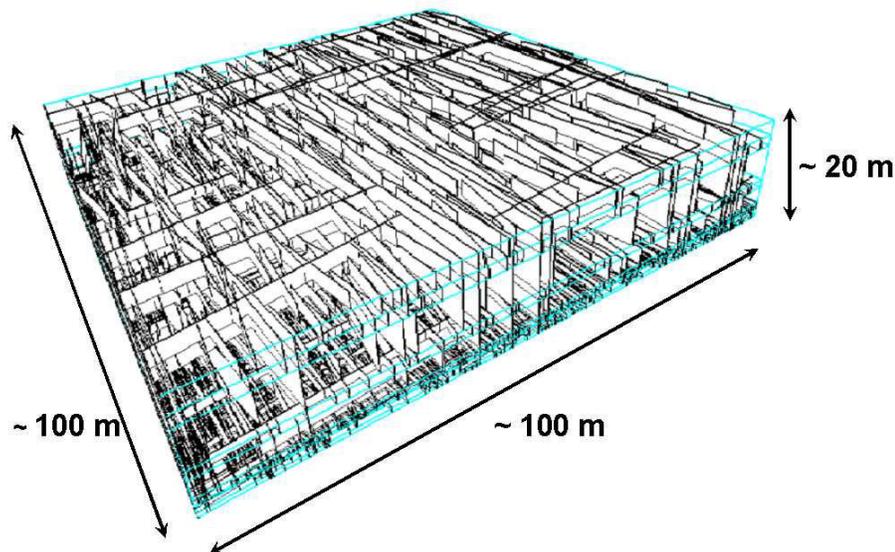


Figure -3: Modèle géologique d'une maille réservoir avec le logiciel IFP Fraca^{Flow}.

Les réseaux de fractures confèrent à la fois une anisotropie hydraulique et une anisotropie mécanique au massif rocheux. D'une part, ils constituent des chemins préférentiels d'écoulement caractérisés par une forte perméabilité k et un faible volume poreux ϕ :

$$k_{fracture} \sim 1 \text{ à } 10\text{D} \gg k_{matrice} \sim 1 \text{ à } 200\text{mD}$$

$$\phi_{fracture} \sim 0,01\% \ll \phi_{matrice} \sim 10 \text{ à } 40\%$$

D'autre part, ils constituent des plans de faiblesse mécanique ou de renforcement : les fractures peuvent glisser, s'ouvrir, se fermer ou ne pas se déformer lorsqu'elles sont fortement minéralisées. Ces propriétés hydrauliques et mécaniques des fractures donnent à certains réservoirs fracturés un comportement spécifique pendant la production : ces gisements sont qualifiés de "stress-sensitive" dans la littérature pétrolière (Lorenz, 1999).

Un certain nombre d'observations réalisées lors de la production de gisements fracturés montre que la perméabilité globale du réservoir varie pendant les phases de déplétion ou d'injection. La perméabilité globale étant assurée principalement par le réseau de fractures, ces variations sont attribuées aux déformations des fractures. Par exemple, pour les champs de Lisburne, en Alaska (Hanks *et al.*, 1997) et de Valhall, en Mer du Nord (Powley *et al.*, 1992), une diminution importante de la perméabilité a été observée au cours de la déplétion. Cet effet s'explique soit par un cisaillement des fractures et la formation d'une zone fortement altérée entre les lèvres des fractures ("gouge zone"), soit par l'augmentation des contraintes de compression sur les lèvres des fractures. Inversement, une augmentation de la perméabilité est observée pendant l'injection d'eau froide en raison de l'augmentation de la pression et d'un effet thermique de contraction de la roche. Ces effets ont été observés sur le champ de Spraberry, au Texas (Schechter *et al.*, 1996) ou encore en géothermie avec la technologie H.D.R., Hot Dry Rock, sur le site de Los Alamos, aux Etats Unis (Duchane, 1995).

Modélisation des réservoirs fracturés et méthodes d'homogénéisation

Les études de réservoir ont pour objectif d'optimiser l'exploitation des réserves. Pour cela, un modèle conceptuel du milieu fracturé basé sur la description géologique et pétrophysique du réservoir est construit. Ensuite, un modèle numérique du réservoir fracturé est élaboré. Les modèles de réservoir classiques calculent l'évolution de la production sur la base d'un maillage s'appuyant sur la structure géologique. Une maille d'un modèle numérique de réservoir possède généralement une extension d'une centaine de mètres de côté et de plusieurs dizaines de mètres en extension verticale. L'ingénieur utilise alors une description dite "homogénéisée" du milieu à modéliser.

Deux approches peuvent être employées pour déterminer le comportement homogénéisé d'un milieu fracturé :

- l'approche discrète : chaque fracture ainsi que la roche matricielle sont modélisées explicitement. Ces méthodes numériques sont efficaces lorsque le réseau de fractures est peu dense. En revanche, elles deviennent rapidement inopérantes pour les milieux de grande taille fortement fracturés, essentiellement pour des raisons de maillage (figure -4) et de coût numérique ;
- l'approche continue (ou par homogénéisation) que nous utilisons dans ce travail : le milieu fracturé est représenté par un milieu homogène équivalent. Ce type d'approche propose une analyse de la structure à étudier à une échelle supérieure dite macroscopique, de sorte que l'on ne distingue plus géométriquement les discontinuités qui la composent (figure -5).

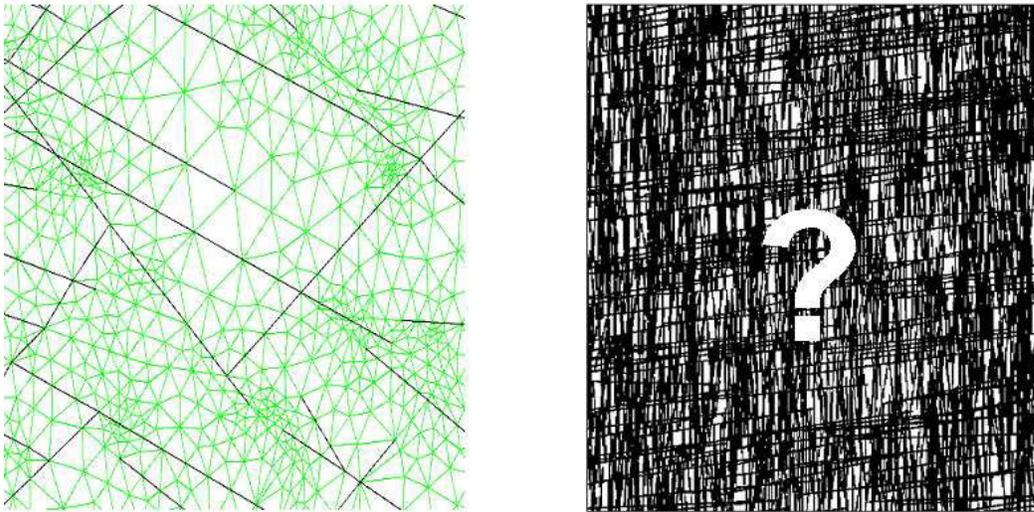


Figure -4: Les fractures sont représentées par les discontinuités noires. Pour de faibles densités de fractures, le milieu fracturé peut être maillé (image de gauche) ; pour de fortes densités de fractures, le maillage est difficilement réalisable (image de droite).

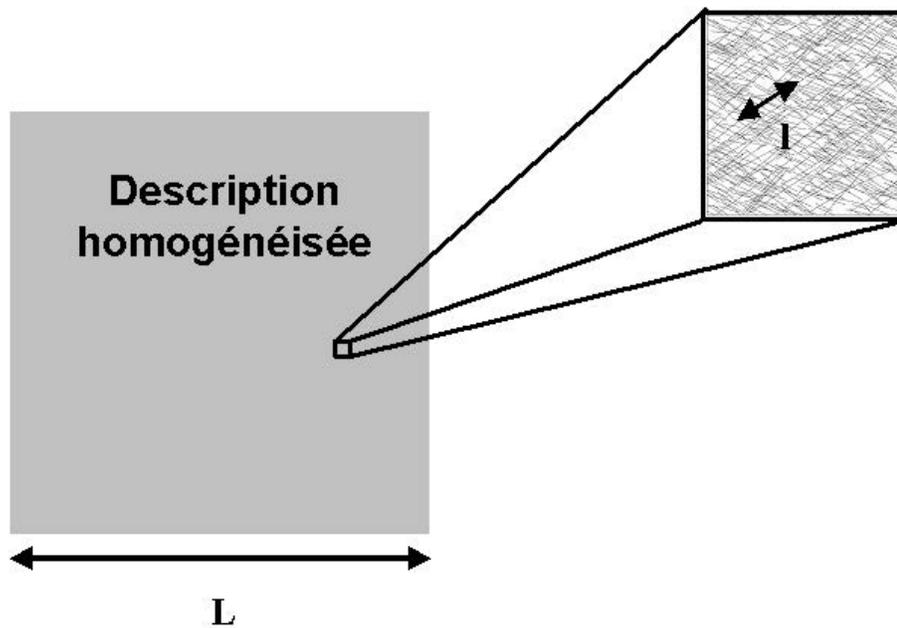


Figure -5: Approche par homogénéisation : la structure à analyser est étudiée à l'échelle macroscopique L alors que les discontinuités qui la constituent sont à l'échelle microscopique l .

La description homogénéisée des écoulements dans les milieux fracturés fait appel au modèle “double milieu”. Ce modèle a été introduit pour la première fois par Barenblatt et Zheltov en 1960, puis développé par Warren et Root en 1963. Le milieu fracturé est décrit par la superposition en tout point de deux champs de pression macroscopiques, l’un représentatif du milieu matriciel P_m et l’autre représentatif du milieu fracturé P_f , liés par un terme d’échange Q (figure -6).

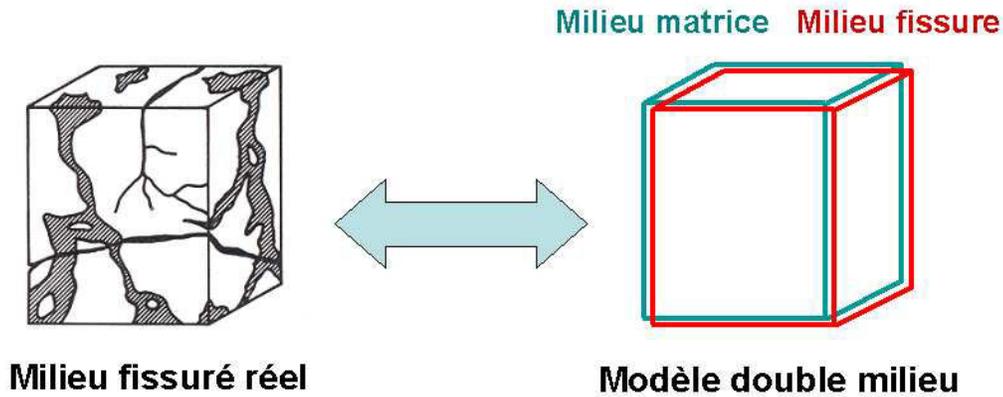


Figure -6: Représentation double milieu d’un milieu fracturé.

Dans le cas d’un fluide monophasique, la formulation de Warren et Root s’écrit :

$$\begin{aligned} c_f \phi_f \frac{\partial P_f}{\partial t} - \nabla \cdot \left(\frac{k_f}{\mu} \vec{\nabla} P_f \right) &= -Q \\ c_m \phi_m \frac{\partial P_m}{\partial t} &= Q \end{aligned} \quad \text{avec } Q = \alpha \frac{k_m}{\mu} (P_f - P_m)$$

où les indices m et f sont les indices correspondant respectivement au milieu matrice et au milieu fracture, α désigne le facteur de forme, k la perméabilité macroscopique, c la compressibilité, ϕ la porosité macroscopique et μ la viscosité du fluide.

Ce modèle à deux équations exprime la conservation de la masse pour le milieu matrice et la conservation de la masse pour le milieu fracture. Le terme Q est proportionnel à l’échange de masse entre les deux milieux. Le terme $\frac{\mu \phi_m c_m}{\alpha k_m}$ est homogène à un temps et représente le temps caractéristique de mise à l’équilibre du milieu matriciel. De nombreuses études proposent des expressions du coefficient α (Warren et Root, 1963 ; Quintard, 1996a et 1996b ; Kazemi, 1976 ; Coat, 1989).

Cette formulation peut être justifiée en utilisant des techniques d’homogénéisation reposant sur des développements mathématiques rigoureux telles que :

- des techniques de développements asymptotiques (Auriault, 1983 ; Arbogast, 1990 ; Panfilov, 1990) ;
- des techniques de prise de moyenne (Quintard et Whitaker, 1996a et 1996b).

L’approche asymptotique fait appel aux théories de l’homogénéisation développées par Bakhvalov et Panasenko, 1989, Bensoussan *et al.*, 1978 et Sanchez-Palencia, 1980, pour des milieux périodiques. Dans le cas des milieux fracturés déformables, nous mettons en place l’approche proposée par Panfilov (1994 et 2000). Cette approche permet de construire un modèle macroscopique complètement homogénéisé et d’interpréter les effets hydromécaniques sur des temps courts par rapport à la durée de production d’un gisement, par exemple l’échelle de temps de la

journee pour un test de puits. Le modèle hydromécanique macroscopique que nous construisons n'est pas élastique mais viscoélastique ; de plus, on montre que l'évaluation du terme d'échange du modèle de Warren et Root doit être revisitée.

A l'échelle de temps de la simulation de réservoir (i.e. pour des temps longs devant les temps caractéristiques du problème) et dans le cas d'un fluide monophasique, le problème d'homogénéisation se simplifie car les pressions dans les milieux fracture et matrice sont identiques. Le problème à homogénéiser peut alors être abordé à l'aide de techniques de champs moyens telles que l'approche micromécanique. Ce type d'approche permet de construire une loi de comportement utilisable par l'ingénieur à partir d'une représentation stochastique du milieu fracturé. En laboratoire de mécanique des roches, les fractures sont considérées comme des interfaces bidimensionnelles ; leur comportement mécanique est décrit par une loi de contact. En les considérant comme des objets tridimensionnels de faible épaisseur plongés dans une matrice élastique, on régularise le problème d'homogénéisation. Il est alors possible de considérer le milieu fracturé comme un matériau composite et d'appliquer des méthodes d'homogénéisation dédiées à ce type de matériaux. Cette approche permet de construire des lois d'état poroélastiques et poroplastiques à partir des informations des modèles géologiques et pétrophysiques (densité, orientation, longueur, loi de comportement des fractures et propriétés de la matrice). Elle permet également de proposer une méthodologie de remise à jour de la perméabilité du réseau de fractures, en vue de la simulation hydromécanique des réservoirs fracturés.

Dans l'industrie pétrolière, les simulations de réservoirs fracturés intègrent les effets polyphasiques de réimbibition capillaire et de drainage gravitaire des blocs matriciels pendant l'injection d'eau. La prise en compte des déformations du réservoir et des épontes repose dans les études classiques sur des hypothèses simplificatrices ne permettant pas de prendre en compte la diversité des chemins de chargement et de reproduire les variations de perméabilité observées pendant la production des réservoirs pétroliers fracturés : les déformations de la roche fracturée sont prises en compte sous la forme d'une compressibilité moyenne ajoutée à la compressibilité de fluide. Le problème hydromécanique peut être résolu en utilisant conjointement un simulateur réservoir, qui résout le problème d'écoulement polyphasique dans le réservoir, et un simulateur mécanique qui estime les champs de contrainte et de déplacement dans le réservoir et le milieu géologique environnant (épontes). Les résultats de l'approche micromécanique permettent d'estimer le comportement mécanique du milieu fracturé et d'actualiser la perméabilité des réseaux de fractures. Nous mettons en place une méthodologie permettant de coupler les calculs du simulateur de réservoir IFP, Puma^{Flow}, et les calculs du simulateur mécanique Abaqus pour la modélisation hydromécanique des réservoirs fracturés.

Contenu de l'étude

Dans la **PREMIÈRE PARTIE**, nous présentons un certain nombre d'études portant sur des champs pétroliers dont le comportement hydromécanique des fractures a modifié l'exploitation des ressources en place. On procède à une description détaillée permettant une interprétation claire des phénomènes physiques hydromécaniques mis en jeu en vue de leur modélisation.

La description homogénéisée des écoulements dans un milieu fracturé déformable est étudiée dans la **DEUXIÈME PARTIE** en utilisant les techniques de l'homogénéisation asymptotique. Un modèle macroscopique complètement homogénéisé a été construit afin de mettre en évidence les interactions entre les déformations et les écoulements dans les milieux fracturés. Ce modèle,

qui concerne des temps courts, permet l'évaluation du terme d'échange entre la matrice et les fractures en s'appuyant sur des tests de puits.

Pour des simulations de l'ordre du temps de la production d'un gisement pétrolier, nous utilisons dans la **TROISIÈME PARTIE** l'approche micromécanique afin de construire des lois de comportement mécanique des milieux fracturés à partir des données de laboratoire. Ces résultats permettent de proposer une méthodologie de réactualisation de la perméabilité des réseaux de fractures utilisable par l'ingénieur.

Enfin, dans la **QUATRIÈME PARTIE**, des simulations hydromécaniques fondées sur les résultats de l'approche micromécanique sont réalisées. Des algorithmes de couplage adaptés pour cette étude au cas des milieux fracturés permettent de reproduire les effets hydromécaniques de modification de la perméabilité des fractures pendant une production primaire ou secondaire.

**PARTIE I : MISE EN ÉVIDENCE DES EFFETS
HYDROMÉCANIQUES INDUITS PAR
L'EXPLOITATION DES RÉSERVOIRS
FRACTURÉS**

Chapitre I

Observations *in situ* et interprétations des variations de perméabilité des fractures

Les procédés de production perturbent l'état d'équilibre initial du gisement en modifiant la pression des fluides dans le réservoir. Le nouvel état d'équilibre peut induire des déformations au niveau des fractures et de la matrice. Dans cette partie, nous présentons des cas d'étude réels où l'impact du couplage entre les écoulements et les déformations des fractures a été observé. Cette étude permet une meilleure compréhension et une description réaliste des phénomènes mis en jeux en vue de leur modélisation.

1 Effets induits par la déplétion

L'analyse du comportement hydromécanique des réservoirs fracturés pendant leur déplétion (production primaire) a permis de mettre en évidence plusieurs types de réponses en terme de variation de perméabilité et donc de productivité, attribués au rôle hydromécanique des fractures :

- une diminution rapide de la perméabilité (cas le plus fréquent) attribuée à une fermeture du réseau de fractures : champs de Valhall, en Mer du Nord et de Lisburne, en Alaska ;
- une augmentation rapide de la perméabilité attribuée à une fracturation de la matrice : champ de Lacq, en France ;
- aucune variation significative de la perméabilité s'expliquant notamment par la compétition entre les deux effets antagonistes précédents : champ d'Ekofisk, en Mer du Nord.

1.1 Diminution rapide de la perméabilité : champs de Valhall et de Lisburne

1.1.1 Champ de Valhall, en Mer du Nord

Présentation du champ :

Le champ de Valhall est un réservoir crayeux fracturé d'âge Crétacé Supérieur situé en Mer du Nord à environ 290 km au Sud-Ouest de la Norvège (figure I-1). Le réservoir se présente sous la forme d'un anticlinal (figure I-2).

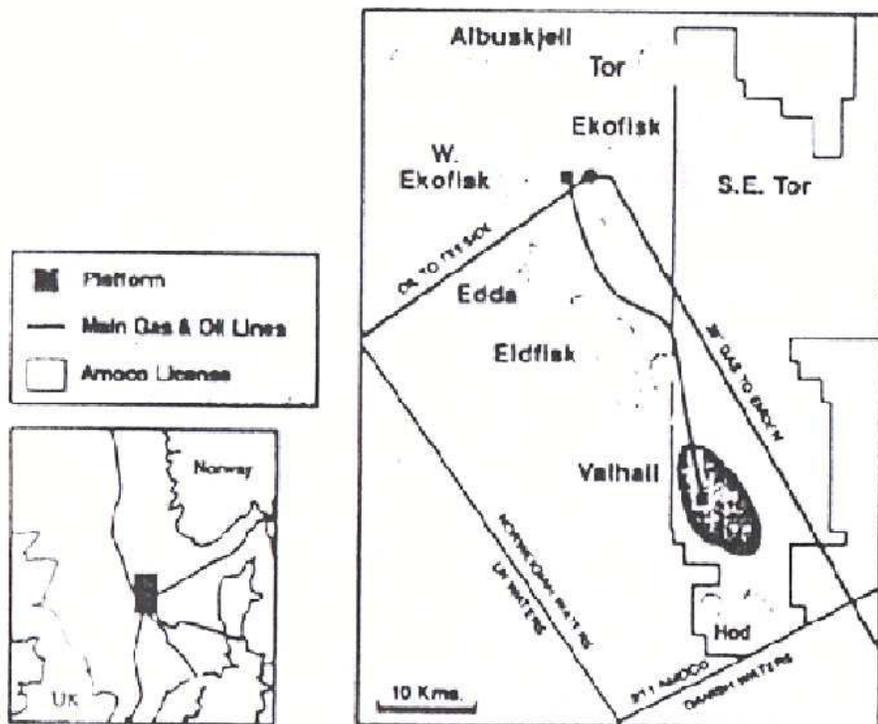


Figure I-1: Localisation du champ de Valhall et des formations Tor et Hod (York *et al.*, 1990).

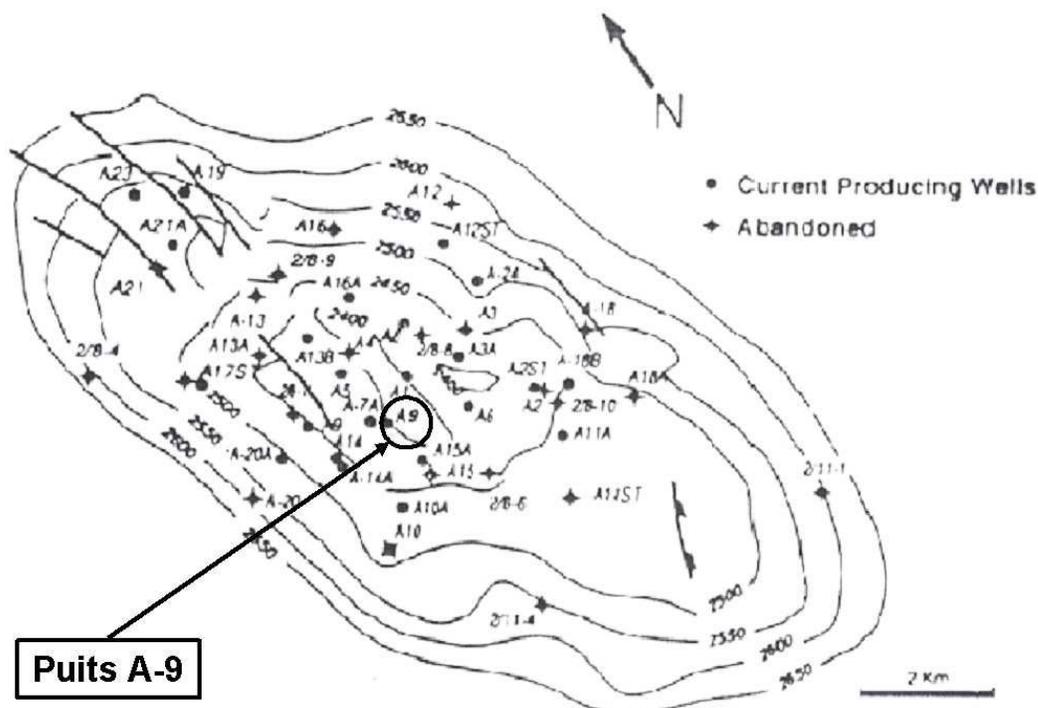


Figure I-2: Isobathe du champ de Valhall présentant la fracturation majeure ainsi que la localisation des puits producteurs (York *et al.*, 1990).

Il se compose de deux formations, la formation Tor et la formation Hod. Les deux tiers de l'huile en place et la majorité de la production sont localisés dans la formation Tor à 2500 m de profondeur (York *et al.*, 1990).

De nombreux projets de modélisation du comportement hydromécanique de ce champ (Peng *et al.*, 1987; Powley *et al.*, 1992) se sont appuyés sur les caractéristiques des contraintes en place ainsi que sur les propriétés de la matrice et des fractures du réservoir :

- l'état des contraintes *in situ* a été déterminé par les travaux de Kristiansen (Kristiansen, 1996) à partir des logs¹ de densité, de Leak of Test (LOT²) et de Formation Integrity Tests (FIT³). A titre indicatif, nous donnons les magnitudes des contraintes principales au sommet de la formation Tor (Powley *et al.*, 1992), celles relatives aux flancs étant différentes. La contrainte verticale effective a été calculée à partir du poids des terres en intégrant les mesures de densité de six puits et a été évaluée à 3 MPa (48 MPa pour la contrainte verticale totale et 45 MPa de pression de pore). La valeur de la contrainte horizontale minimum σ_h a été estimée en utilisant les tests de LOT et FIT intégrant des données de forage dans différentes zones; en revanche, comme dans de nombreux réservoirs, la détermination de la valeur de la contrainte horizontale maximum σ_H ne se limite pas à des mesures *in situ* difficilement réalisables. Des techniques plus sophistiquées sont employées telles l'inversion de LOT (Aadnoy, 1998) ou l'utilisation de corrélations (Pesta, 1995). Les résultats montrent que le rapport des contraintes effectives horizontales minimale et maximale est de l'ordre de 0,95. L'orientation des contraintes a été estimée à partir de l'observation des parois de puits et de méthodes d'inversion de LOT : l'orientation moyenne de la contrainte horizontale maximale pour ces deux méthodes est NW-SE (Kristiansen, 1998). De plus, des mesures *in situ* ont permis d'estimer la valeur du rapport K_0 de variation de la contrainte effective horizontale par celle de la contrainte effective verticale au cours de la déplétion : $K_0 \sim 0,16$ (Kristiansen, 1998);
- les propriétés de la roche provenant des deux formations ont été déterminées par des essais en laboratoire. La roche étudiée est une craie très poreuse (porosité de 50% dans le toit et de 30% dans le flanc de la formation Tor; 20% à 30% dans la formation Hod) et saturée en huile (Kristiansen, 1998). Les propriétés de rupture de la craie (type Mohr-Coulomb) ont été déterminées pour des échantillons de porosités différentes (Kristiansen, 1998). Les propriétés mécaniques de la roche telles que la cohésion interne (de l'ordre de 4 MPa) et l'angle de friction (de l'ordre de 18°), ainsi que le module d'Young (entre 400 et 600 MPa) et le coefficient de Poisson (entre 0,16 et 0,43) ont été mesurées expérimentalement. Il s'agit d'une craie qualifiée de fragile;
- des observations d'échantillons et les analyses des tests de puits (York *et al.*, 1990; Powley *et al.*, 1992) permettent d'affirmer qu'il existe une distribution uniforme de fractures sub-verticales orientées NW-SE seulement au sommet de la formation Tor : cette orientation coïncide avec celle de la contrainte horizontale maximale. Les perméabilités de matrice et de fracture ont été déterminées pour des échantillons provenant de différents puits au toit de la formation Tor (tableau. I.1). Les perméabilités de matrice dans la formation Hod et dans les flancs de la formation Tor sont très faibles, < 10 mD (York *et al.*, 1990).

¹log : mesure en fonction de la profondeur et / ou du temps d'une ou de plusieurs propriétés physiques dans et autour du puits

²Leak of Test : mesure de la pression maximum (pression de fracturation de la roche) qui peut être appliquée au cours du forage

³Formation Integrity Tests : tests permettant d'établir la tenue mécanique de la paroi du puits sous pression.

Puits	Perméabilité de la matrice (mD)	Perméabilité des fractures (mD)
A-3	1	110
A-4	7	130
A-5	1	50
A-6	4	70
A-8	4	70
A-9	5	350

Tableau I.1: Perméabilité de la matrice et des réseaux de fractures de quelques puits au toit de la formation Tor du champ de Valhall (Hermanson et Gudmundsson, 1990).

Comportement en phase de production :

Pendant la déplétion de près de 27 MPa, plusieurs phénomènes ont été observés menant à une diminution générale de la perméabilité du champ :

- en fin de production, la perméabilité globale dans le toit de la formation Tor ne représente plus que 10 % de la perméabilité globale initiale (Powley *et al.*, 1992) ; à titre indicatif, la perméabilité au niveau du puits A-9, représenté sur la figure I-2, est passée de 270 mD (à 42 MPa) à 50 mD (à 25 MPa) ;
- des mesures en laboratoire montrent aussi une diminution de 40 % de la perméabilité de matrice pendant la déplétion (Powley *et al.*, 1992). Un phénomène de compaction accompagné de subsidence a été également observé (Cook et Jewel, 1996).

Les réseaux de fractures constituant l'essentiel de la perméabilité ($k_f \gg k_m$), la diminution de la perméabilité mesurée au puits correspond à la diminution de la perméabilité du réseau de fractures. Cette forte diminution de la perméabilité affectant l'ensemble du réservoir ne représente pas un phénomène localisé au niveau des puits. En effet, l'augmentation des contraintes effectives au niveau des lèvres de la fracture a pour effet de fermer partiellement ou totalement cette dernière : le tableau I.2 présente l'évolution de la pression de pore et de la contrainte effective horizontale maximale σ_H de quelques puits du champ de Valhall lors de la déplétion. La faible valeur du rapport des contraintes ($K_0 \sim 0,16$) indique que les contraintes effectives horizontales sont moins modifiées que les contraintes effectives verticales (Zoback et Zinke, 2002). La déplétion a pu induire des contraintes et des déformations en cisaillement conduisant à une diminution de la perméabilité.

Au cours d'un tel cisaillement, il se crée une zone broyée appelée "gouge zone" (Teufel, 1987) générée par le glissement des lèvres de la fracture et constituée de débris arrachés et transportés. Lorsque la contrainte normale à la fracture augmente, un déclin plus rapide de la perméabilité apparaît. Pendant la production, de tels débris de roches ont été remontés avec le fluide, pouvant attester de la création de cette "gouge zone" et de la ré-activation des fractures (Hermanson et Gudmundsson, 1990).

Puits	Pression dans le réservoir (MPa)	σ'_H (MPa)
A oct.21.1983(start-up)		
oct.27.1983	42,99 ↘	6,41 ↗
nov.12.1983	42,91 ↘	6,55 ↗
nov.17.1983	42,9 ↘	6,62 ↗
dec.23.1983	42,88 ↘	6,82 ↗
jul.5.1985	39,57 ↘	9,93 ↗
jan.5.1986	38,58 ↘	10,9 ↗
B jul.13.1984(start-up)		
jul.21.1984	41,32 ↘	8,16 ↗
aug.3.1984	39,24 ↘	10,24 ↗
aug.15.1984	39,18 ↘	10,3 ↗
C jan.18.1984(start-up)		
feb.5.1984	42,64 ↘	7,72 ↗
mar.27.1984	42,26 ↘	8,17 ↗
sep.28.1984	41,02 ↘	9,78 ↗

Tableau I.2: Evolution de la contrainte effective horizontale maximale en fonction de la pression dans le réservoir (Teufel, 1996). Lorsque la pression de pore diminue pendant la déplétion, la contrainte effective horizontale augmente : cet effet tend à cisailer les fractures du champ de Valhall (Hermanson et Gudmundsson, 1990).

Toutefois l'évolution du champ de contraintes effectives pendant la déplétion a conduit à une fracturation de la roche sur les flancs de la formation Tor. Des mesures *in situ* dans cette région montrent que le chemin de chargement suivi pendant la déplétion permet d'atteindre le critère de rupture de la roche (Zoback et Zinke, 2002). Les mesures de Maxwell (Maxwell, 2000) corrélaient la localisation de cette fracturation avec des événements microsismiques. Cependant, il ne s'agit pas d'une fracturation "utile" qui aurait permis d'augmenter la perméabilité. La fracturation de la roche dans cette zone est à l'origine de plusieurs incidents de production (Hermanson et Gudmundsson, 1990) tels que des ruptures de "casing".

1.1.2 Champ de Lisburne, en Alaska

Le champ de Lisburne est un réservoir carbonaté d'âge Carbonifère situé au Nord de l'Alaska (figure I-3) dans la Prudhoe Bay (une partie du champ est offshore). Il est constitué de la formation Wahoo et de la formation Alapah (Paige et Dayton, 1987). Ce champ est délimité au nord par la faille normale Niakuk orientée E-W, au sud par une faille chevauchante d'orientation NE-SW et à l'est par une discordance d'âge Crétacé. La formation est principalement constituée de calcaires et de dolomies. Il existe de nombreuses failles (Jameson, 1994) possédant des rejets de moins de trente mètres. Deux familles dominantes de fractures (Missman et Jameson, 1991) subverticales d'orientation N-E (réseau dominant) et N-W sont présentes et classées suivant trois types (Hanks *et al.*, 1997) :

- "open" fractures avec une ouverture moyenne de 70-100 μm . Elles représentent près de 30% des fractures. Leurs surfaces sont minéralisées par des cristaux de calcite ;

- “open / incipient” fractures avec une ouverture de 10-60 μm . Elles sont de petite taille ;
- “incipient” fractures d’une faible ouverture (moins de 10 μm). Ce sont les plus récentes.

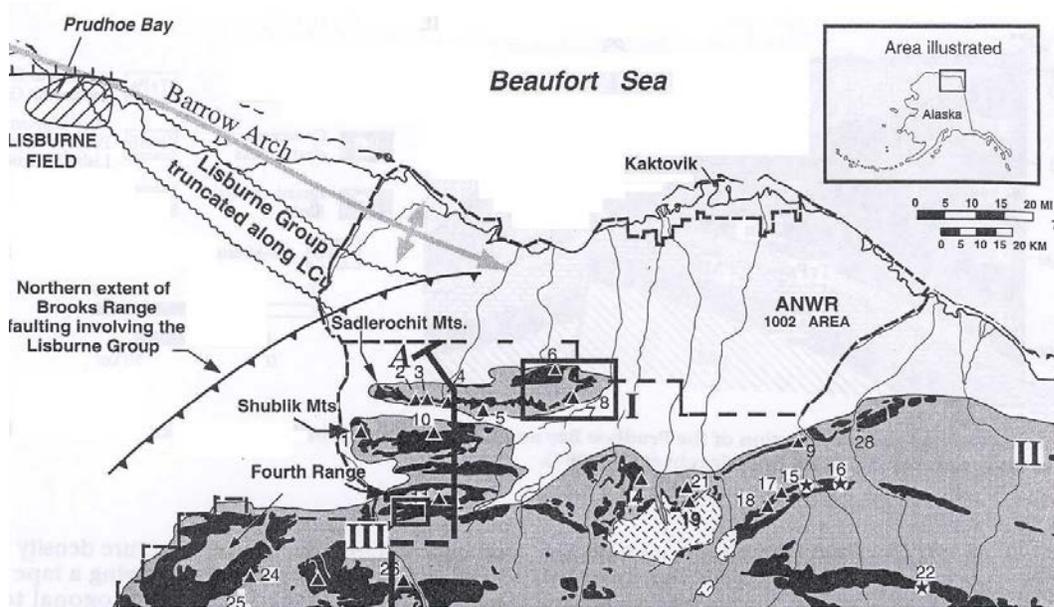


Figure I-3: Localisation du champ de Lisburne et contexte géologique (Hanks *et al.*, 1997).

Des tests d’interférence entre puits par injection de traceurs ont été réalisés (Sampson et Marcou, 1988) afin de caractériser dans le temps les écoulements dans le réservoir. Les zones de forte perméabilité sont corrélées avec l’orientation du réseau de fractures d’orientation N-E. Les mesures *in situ* et sur des échantillons confirment que la perméabilité du réseau de fractures d’orientation N-E diminue pendant la déplétion. De plus, au delà d’un certain seuil, les déformations des fractures sont irréversibles (figure I-4).

1.1.3 Conclusion

Les deux exemples précédents mettent en évidence que la déplétion peut induire une diminution de la perméabilité attribuée à la fermeture des réseaux de fractures. Ce type de comportement est aussi proposé pour interpréter la diminution de perméabilité locale ou globale des champs fracturés suivants :

- Austin Chalk, au Texas (Scholle, 1977 ; Stapp, 1977 ; Chen *et al.*, 1986) ;
- Mesaverde, Piceance Basin, au Texas (Finley et Lorenz, 1989a ; Lorenz *et al.*, 1989 ; Lorenz et Finley, 1989b) ;
- Cupiaga, en Colombie (Giraldo *et al.*, 2000).

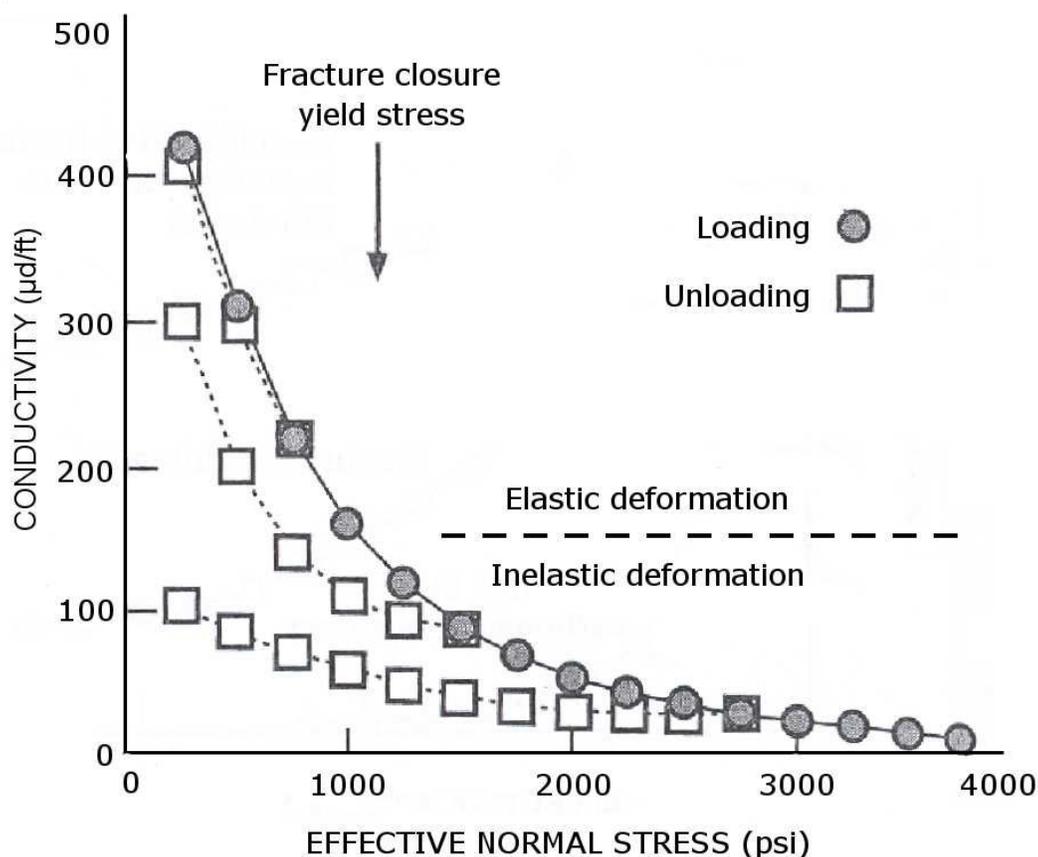


Figure I-4: Evolution de la conductivité de fracture en fonction de la contrainte effective normale. Au delà d'un certain seuil de chargement, les déformations induites au niveau des fractures sont irréversibles : la courbe de déchargement n'est plus superposée à celle du chargement (Hanks *et al.*, 1997).

1.2 Augmentation rapide de la perméabilité : le champ de Lacq

Présentation du champ :

Il s'agit d'un réservoir carbonaté à gaz d'âge Crétacé Inférieur situé dans le Sud-Ouest de la France. Ce gisement est un large anticlinal orienté E-W structuré lors de la phase pyrénéenne à l'Eocène (figure I-5). La partie Nord-Est est monoclinale avec un pendage régulier, tandis que la partie Sud-Est est très structurée avec des failles compressives orientées E-W. Ce champ possède une extension E-W de 16 km et N-S de 8 à 9 km. L'épaisseur du réservoir est de 500 m et son toit est localisé à 3240 m de profondeur. Au début de la production en 1957, la pression était de 64 MPa. La capacité initiale était de 269 milliards de m^3 .

Des études pétrophysiques réalisées sur des échantillons montrent que la perméabilité matricielle est très faible (0,001 mD), alors que des essais de puits indiquent des perméabilités de 5 à 200 mD dues à la présence de fractures.

Comportement en phase de production :

L'exploitation du gisement de Lacq Profond, durant quarante ans, a provoqué une déplétion de près de 60 MPa. Conjointement à cette déplétion, une augmentation de la productivité des puits a été enregistrée.

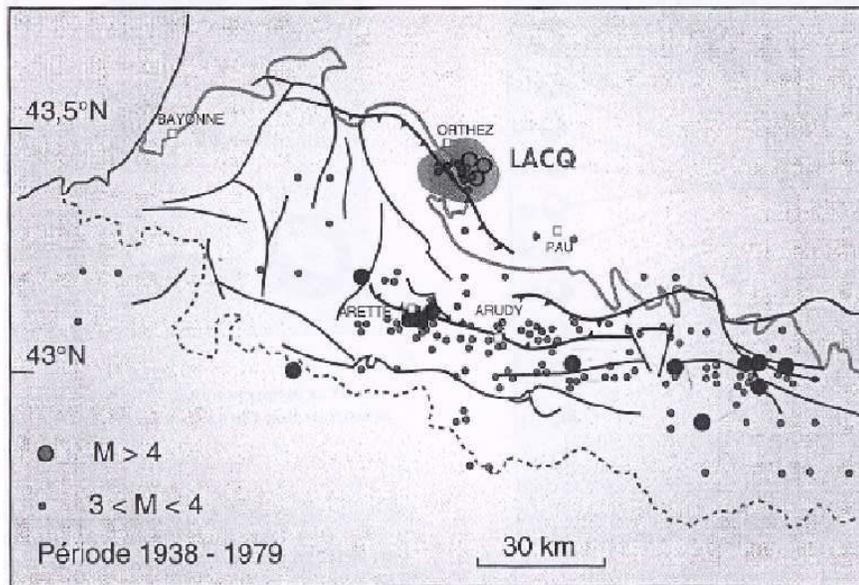


Figure I-5: Carte de la région de Lacq sur laquelle ont été reportés les failles et les événements sismiques enregistrés entre 1938 et 1979 (Paux et Zhou, 1997).

En fait, une telle évolution de la productivité (Paux et Zhou, 1997; Massonnat et Rolando, 1997) ne peut s'expliquer que par l'évolution du produit $K \times H$ de la perméabilité K par la hauteur productrice H et donc par une augmentation de la perméabilité moyenne ou de la hauteur productrice si de nouvelles fractures apparaissent (Massonnat et Rolando, 1997; Cussey et Pabian-Goyheneche, 1997). Ce phénomène n'est pas local, il touche l'ensemble des puits du gisement. Globalement, le produit $K \times H$ a été multiplié par vingt en 10 ans de production.

Une étude de la sismicité menée dans le cadre d'une campagne de prévention des risques sismiques a montré que l'augmentation de la perméabilité est reliée à la fracturation de la roche. Une activité sismique différente de celle de la zone active de la chaîne pyrénéenne a été localisée dans la région de Lacq (Maury, 1997). Les événements sismiques s'organisent selon les plans de fractures (figure I-5). En 1978, la densité annuelle des événements sismiques indique une forte activité concentrée dans le réservoir. En 1985, soit sept ans plus tard, les événements sismiques se sont déplacés en périphérie du réservoir : cette observation atteste d'une propagation centrifuge de l'onde de fracturation affectant d'abord les zones déplétées puis les formations profondes. Un nouveau cycle de fracturation s'est amorcé en 1998 témoignant de la même tendance.

Conclusion

Le schéma de fonctionnement du champ de Lacq proposé par de nombreux auteurs est représenté par la figure I-6. La présence initiale des réseaux de fractures est à l'origine d'une anisotropie de perméabilité : pendant la déplétion, les contraintes deviennent elles aussi de plus en plus anisotropes ce qui contribue à une réactivation et / ou une nouvelle fracturation de la roche induisant une augmentation de la perméabilité.

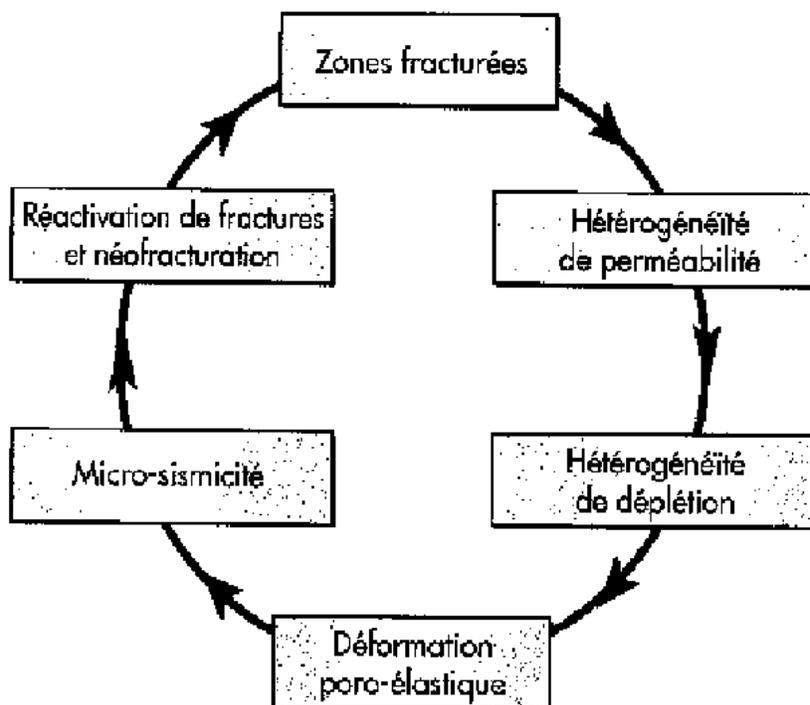


Figure I-6: Schéma d'auto-fracturation du champ de Lacq (Paux et Zhou, 1997 ; Odonne *et al.*, 1997) expliquant la fracturation de la roche au cours de la production.

1.3 Perméabilité constante, champ d'Ekofisk

Pour les réservoirs que nous présentons ci-dessous, la déplétion ne semble pas affecter la perméabilité initiale du réservoir. Cette absence de variation peut être attribuée à plusieurs effets (Dyke, 1992) :

- une atténuation des déformations due à la minéralisation interne (cimentation) des fractures par les fluides et / ou à la présence d'un champ de contraintes en place bloquant la déformation de certaines fractures ;
- une compétition entre les effets antagonistes de formation et de fermeture des réseaux de fractures ;
- une orientation des contraintes en place s'opposant à la déformation des réseaux de fractures (Lorenz, 1999).

1.3.1 La minéralisation des fractures

La circulation de fluides est à l'origine de la formation de dépôts de minéraux (calcite, quartz, pyrite, dolomite, ankérite, ...) qui précipitent à l'intérieur des fractures selon des processus chimiques de cimentation. Ces ciments constituent la minéralisation de la fracture. De telles fractures minéralisées (figure I-7) possèdent des propriétés mécaniques particulières qui les rendent moins sensibles aux variations de contraintes (Dyke, 1992) :

- les cristaux sont beaucoup plus durs et moins déformables que la roche ;

- les points de contact entre les deux lèvres de la fracture sont plus nombreux.

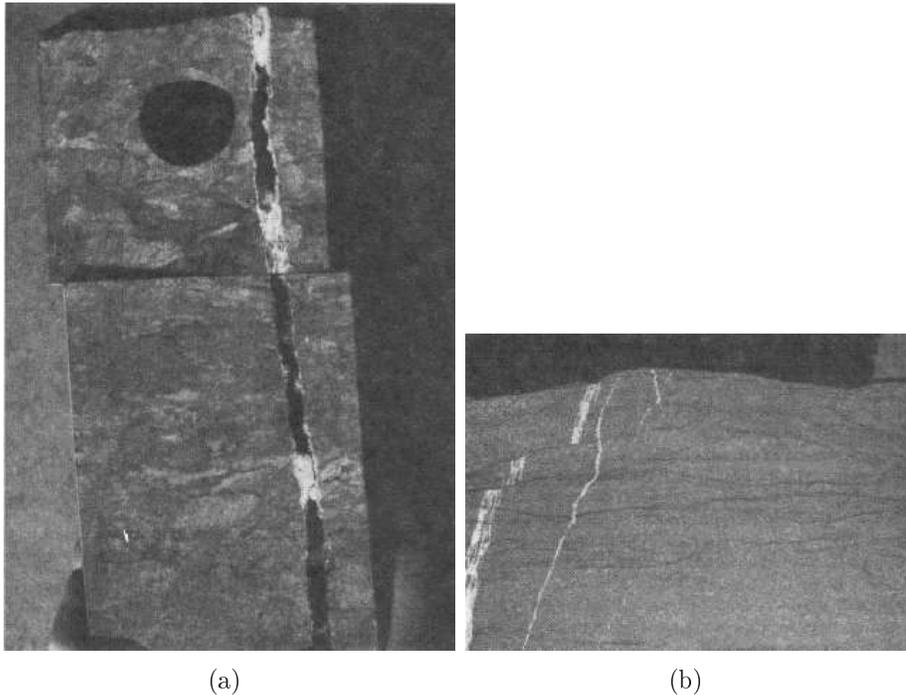


Figure I-7: Minéralisation interne partielle (a) et minéralisation interne totale (b), Wyoming, aux Etats-Unis (Lorenz *et al.*, 1989).

A titre d'illustration, des tests en laboratoire sur des échantillons de roches fracturées provenant du champ de Lisburne, en Alaska, mettent en évidence l'influence de la cimentation de l'espace poreux des fractures sur les variations de leur perméabilité (figure I-8).

1.3.2 La compétition entre plusieurs effets antagonistes, cas du champ d'Ekofisk, en Mer du Nord

Lorsque plusieurs effets antagonistes interviennent simultanément, la perméabilité peut rester globalement constante : l'augmentation de perméabilité liée à la création des nouveaux réseaux de fractures utiles peut être compensée par la diminution de perméabilité liée à la fermeture d'autres réseaux de fractures. C'est l'interprétation qui est proposée pour le champ d'Ekofisk (Dyke, 1992 ; Teufel et Rhett, 1991 ; Teufel *et al.*, 1993).

Présentation du champ :

Le champ d'Ekofisk est un réservoir crayeux fracturé d'âge Danian et Maastrichtian situé dans la partie Sud de la Mer du Nord. Il s'agit d'un anticlinal dont les extensions N-S et E-W sont respectivement de 7,8 km et de 13,3 km. Le toit du réservoir est à une profondeur de 2900 m et son épaisseur est de 305 m. Le gisement se compose de deux intervalles de craie fracturée séparés par une couche argileuse imperméable (Feazel *et al.*, 1990).

Les porosités de la craie varient entre 5 % et 51 % dans les deux formations ; la perméabilité de matrice est faible, de l'ordre de 1 mD (Thomas *et al.*, 1987).

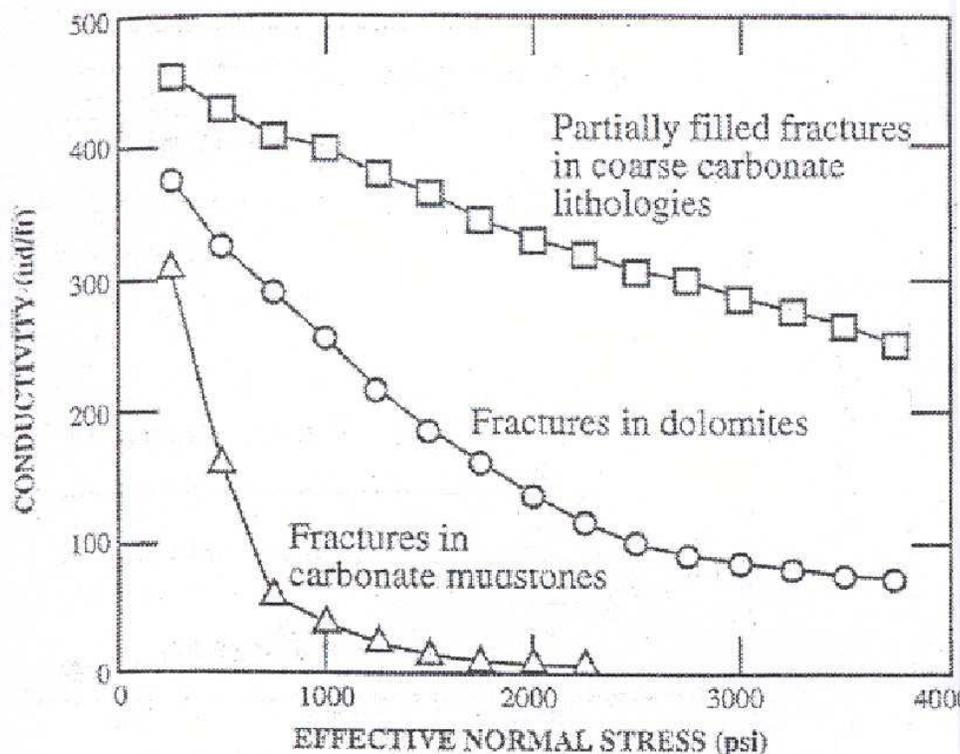


Figure I-8: Evolution de la conductivité des fractures d'un échantillon du champ de Lisburne, en Alaska (Hanks *et al.*, 1997), en fonction de la contrainte effective normale aux fractures : la cimentation interne des fractures atténue les variations de perméabilité des fractures.

Des essais mécaniques en laboratoire sur des échantillons de cette craie pour plusieurs porosités ont permis de déterminer les enveloppes de rupture dans le plan des contraintes de Mohr-Coulomb (Teufel et Rhett, 1991) :

$$\tau' = 4,1 + 0,24\sigma'_n \quad \text{pour une porosité de 39 \%} \quad (\text{I.1})$$

où τ' désigne la contrainte effective de cisaillement et σ'_n la contrainte effective normale.

Le réservoir d'Ekofisk comporte plusieurs types de fractures (Teufel, 1990; Teufel et Farrell, 1995). Les fractures de type tectonique possèdent un pendage de 65° à 80° et ne sont pas minéralisées. Elles sont représentées par une famille dominante d'orientation N-E et une secondaire, orthogonale à cette dernière. Elles sont en partie localisées au toit de la formation et sont associées à l'extension du bassin de la Mer du Nord. L'espacement entre les fractures varie entre 5 cm pour le premier réseau et 15 cm à 1 m pour le second.

Des tests d'interférence entre quelques puits situés dans la partie N-W du champ (zone pilote d'injection d'eau, Thomas *et al.*, 1987) ont permis de déterminer l'anisotropie du champ de perméabilité. Les perméabilités horizontales maximale et minimale ont été estimées respectivement à 159 mD et 36 mD.

Des études supplémentaires ont permis de déterminer le champ de contraintes en place (Teufel et Farrell, 1995; Zoback et Zinke, 2002). Son orientation dans le champ suit la perpendiculaire du contour de l'anticlinal (Teufel et Rett, 1991); la valeur de la contrainte minimale est plus élevée au sommet de la formation que sur les flancs.

Comportement en phase de production :

Des mesures en cours de déplétion ont permis de donner une estimation du rapport des

contraintes effectives : $K_0 \sim 0,2$. Après vingt ans de déplétion, les magnitudes des contraintes horizontales minimale et maximale sont respectivement de 34 à 40 MPa et de 41 à 47 MPa. Dans la zone pilote, la contrainte maximale horizontale coïncide avec l'orientation du champ de perméabilité.

L'exploitation de ce gisement, pendant près de vingt ans, a induit une déplétion de 25 MPa : accompagnée d'un effet de subsidence considérable de près de six mètres (Sulak, 1991), la productivité (et donc la perméabilité globale) est restée sensiblement constante (Teufel et Rhett, 1991 ; Dyke, 1992 ; Zoback et Zinke, 2002) :

- d'une part, les travaux de Teufel (Teufel et Rett, 1991) montrent que le pendage combiné avec la valeur du rapport des contraintes effectives K_0 rend les fractures du champ d'Ekofisk particulièrement sensibles à la variation des contraintes : la contrainte effective normale à la fracture varie moins que la contrainte en cisaillement pendant la déplétion. Les réseaux de fractures sont soumis à des déformations en cisaillement conduisant à une diminution de la perméabilité. Des études expérimentales (Teufel, 1987 ; Trimmer *et al.*, 1979 ; Makurat *et al.*, 1990) montrent que ce type de déformation diminue fortement la perméabilité des fractures. La craie étant une roche fragile, les aspérités de surfaces sont facilement arrachées pendant le cisaillement et obstruent l'ouverture des fractures : il s'agit d'une "gouge zone" (Teufel, 1987) ;
- d'autre part, la modification des contraintes a conduit à une fracturation de la roche. Les travaux de Teufel (Teufel et Farrell, 1995) ont permis d'établir que le critère de rupture de la roche a été atteint (I.1) dans les flancs de la formation (Zoback et Zinke, 2002) et qu'elle s'est fracturée pendant la déplétion. Ce phénomène tend à augmenter la perméabilité à travers une densité de fractures plus importante, une diminution de la taille des blocs matriciels (Teufel et Rhett, 1991) et la création de nouveaux réseaux de fractures perméables (Berget *et al.*, 1989). Comme dans le cas de Valhall, les mesures de Maxwell (Maxwell *et al.*, 1998) corréleront la localisation de la fracturation de la roche avec une activité microsismique. La fracturation initiale au toit du réservoir se propage dans les flancs.

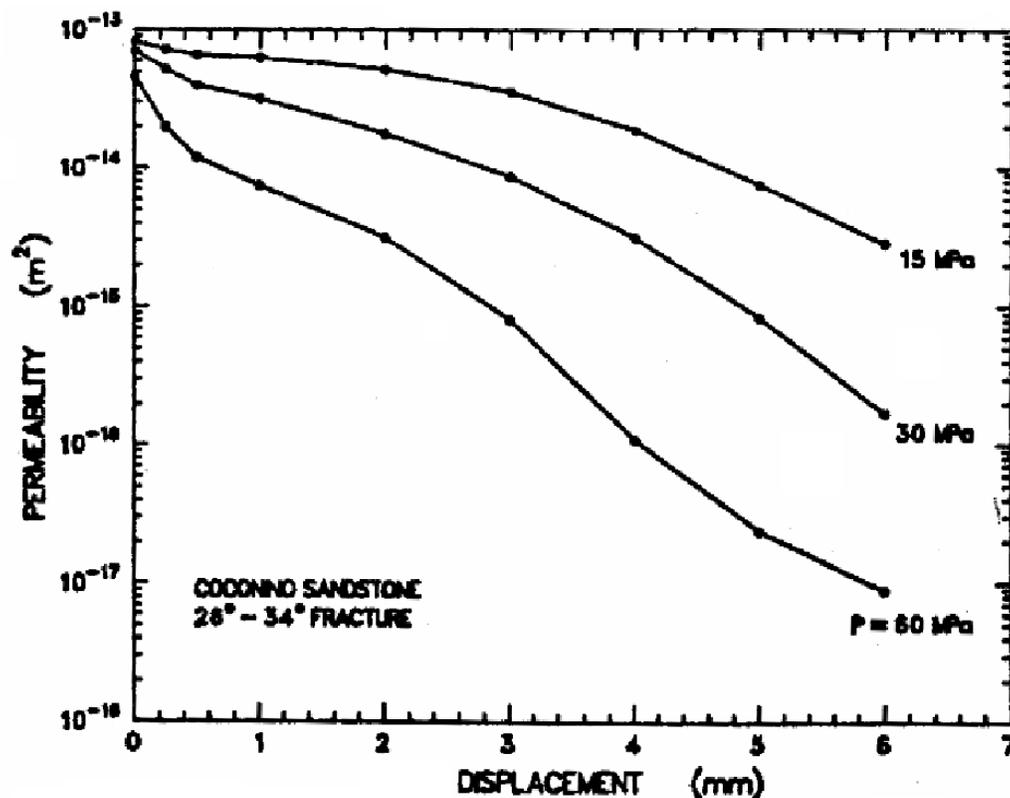


Figure I-9: Mesures sur des échantillons de grès de la perméabilité des fractures en fonction du déplacement en cisaillement : la perméabilité de fracture diminue au cours de la sollicitation en cisaillement (Teufel, 1987).

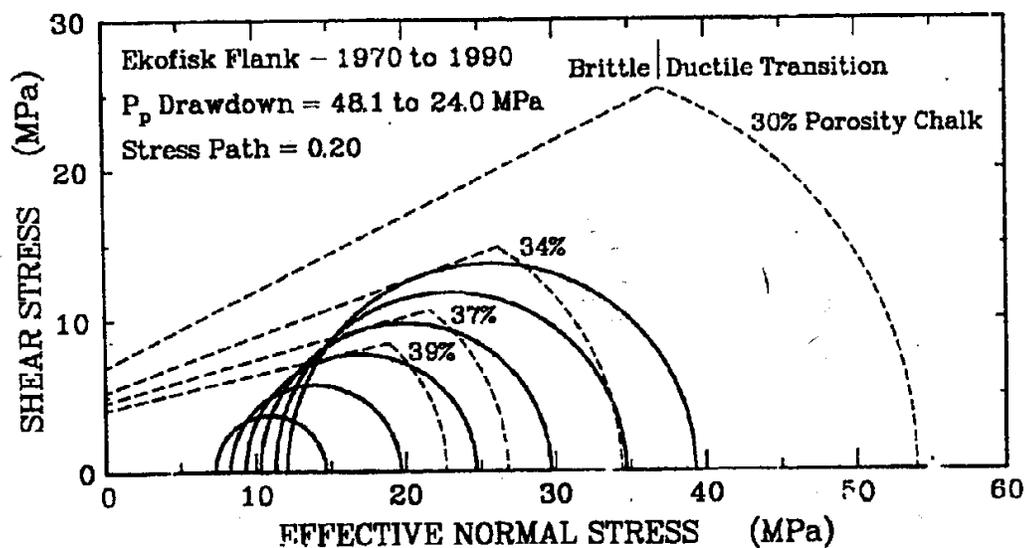


Figure I-10: Pendant la déplétion du champ d'Ekofisk, en Mer du Nord, les critères de rupture de craies de différentes localisations (et de différentes porosités) dans la formation sont atteints (Teufel, 1992).

1.3.3 Conclusion

Ces observations montrent que pour certaines conditions, il peut exister une compétition entre les effets antagonistes de création et de fermeture des fractures induits par la variation des contraintes en place. Dans ce cas, la perméabilité reste globalement constante pendant la déplétion. La forte compaction rend les interprétations difficiles.

2 Effets induits par l'injection de fluide : réactivation et / ou création de nouveaux réseaux de fractures

L'injection d'eau ou de gaz dans des champs fracturés matures a pour effet de réactiver les fractures existantes fermées pendant la déplétion en les réouvrant et / ou en les propageant (Heffer, 2002 ; Heffer et Lean, 1993). L'augmentation de la pression diminue les contraintes effectives au niveau des fractures : elles peuvent alors être réouvertes normalement (Warpinski, 1991) ou en cisaillement (Wiprut et Zoback, 2000 ; Barton *et al.*, 1995 ; Maury, 1997).

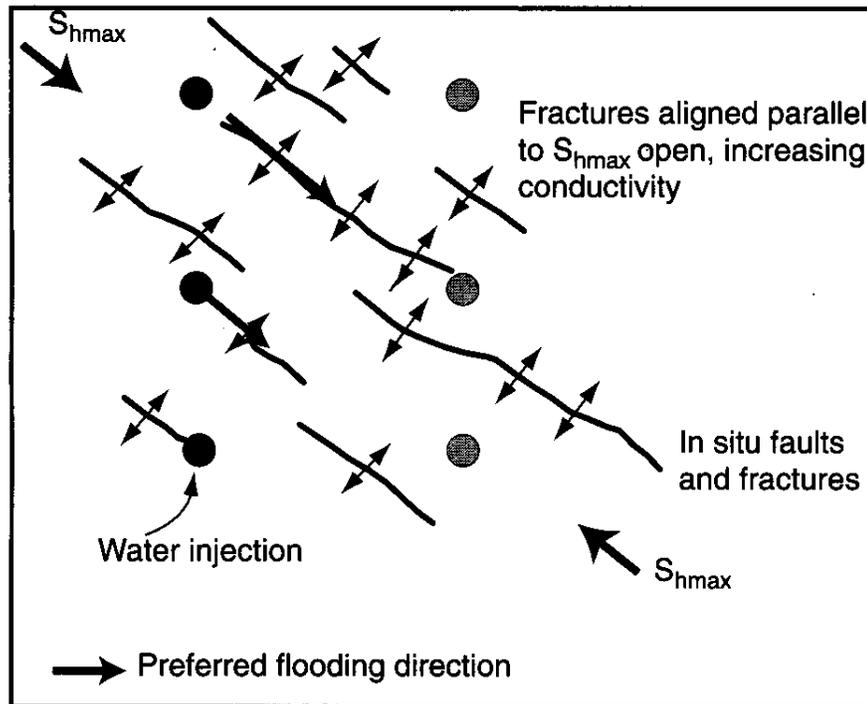


Figure I-11: Réactivation d'un réseau de fractures fermées pendant l'injection d'eau (Heffer et Lean, 1993).

Les effets thermiques dus à l'injection de fluide froid accentuent ces effets en produisant une contraction de la roche. Ce processus est d'ailleurs très utilisé en géothermie (Duchane, 1995). De nombreuses études corrént l'activité sismique et la fracturation induite pendant les phases d'injection (Milne et Berry, 1976). Le champ de Spraberry, au Texas, est un bon exemple illustrant les effets de la fracturation sur la perméabilité des réseaux de fractures naturelles et sur la perméabilité globale du réservoir.

Description du champ de Spraberry, au Texas :

Le champ de Spraberry est un réservoir fracturé situé à l'Ouest du Texas. Il s'agit de l'un des champs les plus étendus du monde avec une superficie atteignant 400000 hectares, découpé en de nombreuses zones d'exploitation (figure I-12). Il est formé de trois niveaux de faible épaisseur principalement constitués de grès, d'argile et de calcaire. Des réseaux de fractures sont présents seulement dans les formations supérieures et inférieures (Putra et Schechter, 1999). Dans ces zones, la perméabilité de la matrice est de l'ordre de 0,3 à 0,5 mD alors que la perméabilité totale est de l'ordre de 2 à 180 mD. Les porosités de matrice et du réseau de fractures sont respectivement 8% et 0,1%. Ces propriétés montrent qu'il s'agit bien d'un gisement double milieu.

La phase de production primaire a permis de récupérer moins de 10% des ressources en place (Putra et Schechter, 1999 ; Schechter et McDonald, 1996) puis la productivité a rapidement chuté. Finalement, après plus de quarante ans d'injection, seulement 12% des ressources ont pu être récupérées.

Effets de l'injection :

De nombreux programmes d'injection de CO_2 ont été entrepris dans différentes zones du champ afin d'optimiser la production (Brownscombe et Dyes, 1952 ; Barfield *et al.*, 1959). Dans un premier temps, des études ont été réalisées pour l'injection d'eau. Nous décrivons les résultats du "Humble Pilot Flood" dans la zone Midkiff.

Cette étude a montré que la zone Midkiff est constituée de fractures naturelles verticales orientées N-S et de pendage 50°. L'anisotropie de perméabilité a été corrélée avec cette direction (figure I-12). Les travaux de Wilkinson (Wilkinson, 1953) ont mis en évidence la présence d'un réseau de fractures secondaires, orthogonales aux premières. Cependant, l'origine de ces fractures est discutée car elles pourraient résulter de la phase de forage.

Des séries de "pulse tests"⁴ ont été réalisées dans les années 1960 avant et après l'injection d'eau afin de déterminer la transmissivité entre quelques puits. Une augmentation de la perméabilité dans la direction des fractures principales a été mise en évidence, se traduisant par la réactivation du réseau de fractures fermées pendant la déplétion (Schechter et McDonald, 1996). Les tests menés en mars 1968 avant et après injection montrent la création d'un nouveau chemin d'écoulement entre les puits 17-8 et 17-6 (figure I-12) : cette orientation correspond à celle du réseau de fractures secondaires. L'injection a eu pour effet d'ouvrir et de propager ce réseau de fractures (Schechter et McDonald, 1996).

⁴Pulse Test : estimation de la perméabilité par l'interprétation de la relaxation de la pression du puits suite à une phase d'injection

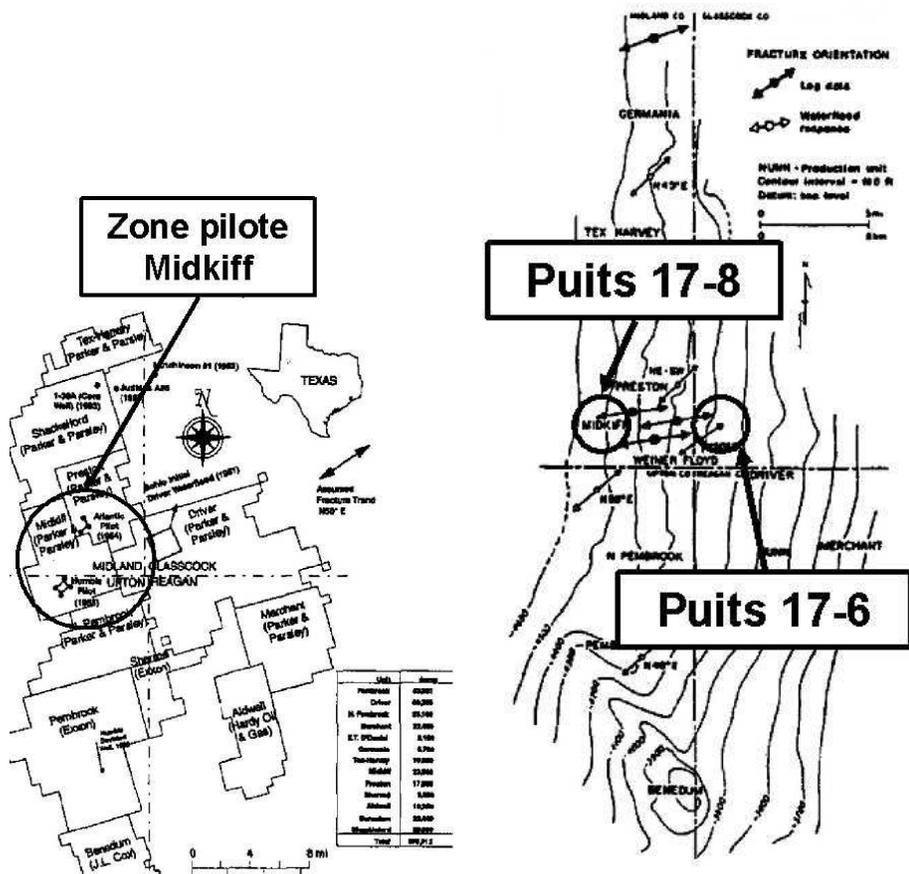


Figure I-12: Localisation de la zone pilote Midkiff (image de gauche); isobathe de la zone Midkiff présentant l'orientation des fractures données par les logs ainsi que par l'analyse des écoulements (Schechter et McDonald, 1996).

3 Conclusion

Cette étude a permis de mettre en évidence l'importance des effets mécaniques sur les écoulements et la production des réservoirs fracturés. Elle souligne également la diversité des comportements observés.

Cependant, on notera à travers cette analyse bibliographique, que la mise en évidence des effets hydromécaniques est indirecte : les variations de perméabilités mesurées pendant la production sont attribuées aux déformations des fractures. Une interprétation à la fois qualitative et quantitative de ces phénomènes nécessite une caractérisation géologique du réservoir fracturé, une détermination de l'état initial des champs de contrainte et de perméabilité ainsi que la connaissance du comportement à la fois mécanique et hydraulique des fractures et de la matrice.

Cette revue bibliographique souligne, par conséquent, tout l'intérêt d'avoir un modèle quantitatif réaliste pour une compréhension fine des effets hydromécaniques dans les réservoirs fracturés pendant la production, afin d'améliorer la prévision de leur comportement. Cette thèse s'inscrit bien dans le cadre de cet objectif ambitieux, puisqu'elle vise au développement de lois de comportements hydromécaniques macroscopiques à intégrer dans des modèles de réservoir où les effets mécaniques sont pris en compte de manière trop simplifiée à l'heure actuelle.

PARTIE II : CONTRIBUTION DES
TECHNIQUES DE L'HOMOGENÉISATION
ASYMPTOTIQUE

On étudie dans cette partie le problème d'homogénéisation d'un milieu fracturé déformable en utilisant les techniques d'homogénéisation asymptotique.

Définissons ω le rapport de la perméabilité de matrice par la perméabilité de fracture et ϵ le rapport de la taille caractéristique des hétérogénéités par la taille caractéristique du modèle macroscopique. L'hypothèse classique en double milieu correspond au cas où $\omega \sim \epsilon^2$: ce modèle est appelé ϵ^2 -modèle (Auriault et Boutin, 1992 et 1993 ; Arbogast *et al.*, 1991 ; Arbogast, 1991 ; Murad et Cushman, 1996 et 2000). Le temps caractéristique de stabilisation dans la matrice est alors $\epsilon^2/\omega \sim 1$.

La principale difficulté pour homogénéiser simultanément les équations d'écoulement et d'équilibre mécanique dans un milieu fracturé est l'apparition, à l'échelle macroscopique, de termes fortement couplés en espace et en temps. Les fonctions de transfert décrivant les échanges de masse entre le milieu matrice et le milieu fracture apparaissent sous la forme de produits de convolution (Murad et Cushman, 1996 et 2000). On souhaite proposer une approche simplifiée ne faisant pas intervenir de produits de convolution. Panfilov (1994 et 2000) propose de mettre à l'échelle les paramètres ω et ϵ de la manière suivante : $\epsilon^2 < \omega \ll 1$. Le temps de stabilisation dans la matrice est alors plus court. Dans le cas des milieux non-déformables, on retrouve avec cette hypothèse le modèle de Warren et Root (Panfilov, 2000).

Dans cette partie, nous étudions l'hypothèse $\epsilon^2 < \omega \ll 1$ dans le cas des milieux fracturés déformables. Nous montrons que les termes intégro-différentiels apparaissent alors à l'échelle macroscopique de manière découplée sous la forme d'opérateurs différentiels (Panfilov *et al.*, 2006). Cette approche permet de mettre en évidence le couplage entre les déformations et les écoulements en milieu fracturé pour des temps courts (temps d'un test de puits).

Chapitre II

Homogénéisation en double milieu déformable

1 Formulation des équations constitutives

1.1 Hypothèses

Le milieu fracturé, représenté par le domaine périodique Ω , est constitué d'un milieu matrice poreux (sous-domaine $\Omega^{\mathcal{M}}$) de porosité $\phi^{\mathcal{M}}$ et d'un milieu fracture poreux (sous-domaine $\Omega^{\mathcal{F}}$) de porosité $\phi^{\mathcal{F}}$. La frontière $\Gamma = \Omega^{\mathcal{M}} \cap \Omega^{\mathcal{F}}$ est orientée vers l'extérieur par le vecteur normal \mathbf{n} . l désigne la distance séparant deux fractures, L désigne la taille caractéristique de la maille réservoir. Dans le cas des milieux fracturés, l est d'échelle centimétrique à métrique alors que L est de l'ordre de la centaine de mètres. L'hétérogénéité d'échelle, notée ε est alors définie par :

$$\varepsilon = l/L \sim 10^{-5} - 10^{-3} \ll 1$$

La procédure de mise à l'échelle suppose que le milieu possède une structure périodique représentée sur la figure II-1 par une cellule unitaire, dans laquelle chaque bloc matriciel est entouré par les fractures.

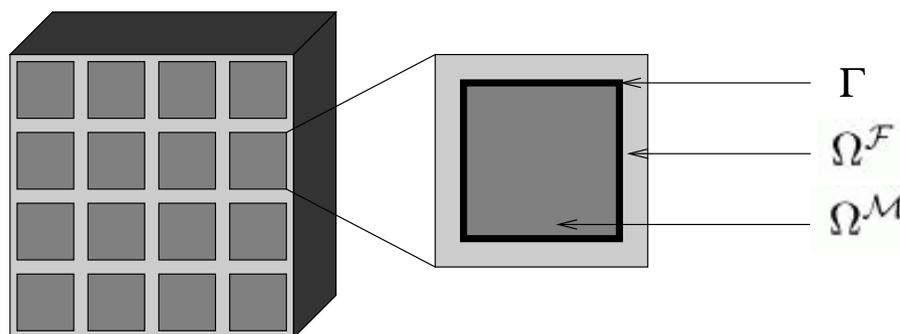


Figure II-1: Représentation de la structure périodique du géomatériau double milieu ainsi que d'une cellule.

Les forces de pesanteur sont supposées négligeables et on se place dans l'hypothèse de petites déformations.

Les fractures sont supposées remplies par un constituant rocheux poreux de forte perméabilité. Chacun des milieux poreux $\Omega^{\mathcal{M}}$ et $\Omega^{\mathcal{F}}$ est isotrope ; le comportement mécanique est décrit la théorie de la poroélasticité de Biot (Biot, 1941 et 1955) et les écoulements sont décrits par la

loi d'écoulement de Darcy (Darcy, 1856). Le degré d'hétérogénéité de perméabilité, noté ω , est défini par :

$$\omega = \frac{K^{\mathcal{M}}}{K^{\mathcal{F}}} \sim 10^{-4} - 10^{-3} \ll 1$$

1.2 Equations de conservation

Les variables en gras désignent des tenseurs d'ordre supérieur ou égal à un. Dans les équations, les indices répétés sont sommés. Nous désignons par t le temps et par $\mathbf{X} = \{X_1, X_2, X_3\}$ le repère des coordonnées. Les symboles $\nabla \cdot$ et ∇ désignent respectivement les opérateurs de divergence et de gradient associés à l'espace des coordonnées \mathbf{X} .

On note $\mathbf{U}^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}}$ et $P^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}}$ respectivement les champs de déplacements et de pression dans chacun des milieux $\Omega^{\mathcal{M}}$ et $\Omega^{\mathcal{F}}$.

L'opérateur de déformation relatif à l'espace des coordonnées \mathbf{X} est défini par :

$$e_{\mathbf{X},ij}(\mathbf{U}^i) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_j^i}{\partial X_i} + \frac{\partial U_i^j}{\partial X_j} \right), \quad \mathbf{X} \in \Omega^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}} \quad (\text{II.1})$$

L'équation d'équilibre mécanique dans le domaine Ω est décrite par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \boldsymbol{\Sigma} &= 0, \quad \mathbf{X} \in \Omega \\ \boldsymbol{\Sigma}^i &= 2\bar{\mu}^i \mathbf{e}(\mathbf{U}^i) + \bar{\lambda}^i \boldsymbol{\delta} \nabla \cdot \mathbf{U}^i - \bar{\alpha}^i P^i \boldsymbol{\delta}, \quad \mathbf{X} \in \Omega^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}} \end{aligned} \quad (\text{II.2})$$

où $\boldsymbol{\Sigma}^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}}$, $\{\bar{\lambda}^i, \bar{\mu}^i\}$ et $\bar{\alpha}^i$ désignent respectivement le tenseur de contrainte, les coefficients de Lamé et le coefficient de Biot dans chacun des milieux $\Omega^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}}$.

Les propriétés poromécaniques sont caractérisées par les compressibilités de roche $K_s^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}}$, les compressibilités en conditions drainées $K_0^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}}$ et la compressibilité de fluide K_f . Les propriétés poroélastiques sont définies dans chacun des milieux $\Omega^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}}$ par :

$$\begin{cases} \bar{\alpha}^i &= 1 - \frac{K_s^i}{K_s^i} \\ \frac{1}{\bar{M}^i} &= \frac{(\bar{\alpha}^i - \phi^i)}{K_s^i} + \phi^i K_f \end{cases}, \quad \mathbf{X} \in \Omega^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}} \quad (\text{II.3})$$

où \bar{M}^i désigne le module de Biot dans $\Omega^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}}$ (Coussy, 2004).

L'équation de conservation de la masse fluide s'écrit dans chacun des milieux $\Omega^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}}$:

$$\frac{1}{\bar{M}^i} \frac{\partial P^i}{\partial t} + \bar{\alpha}^i \frac{\partial \nabla \cdot \mathbf{U}^i}{\partial t} = \nabla \cdot (\kappa^i \nabla P^i), \quad \mathbf{X} \in \Omega^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}} \quad (\text{II.4})$$

où κ^i représente la mobilité du fluide dans les milieux $\Omega^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}}$ définie comme le rapport de la perméabilité $K^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}}$ par la viscosité du fluide μ_f .

Les équations constitutives (II.2) et (II.4) sont complétées par les conditions de continuité du déplacement, de la traction, de la pression et du flux de fluide à l'interface Γ :

$$\begin{aligned} \mathbf{U}^{\mathcal{M}}|_{\Gamma} &= \mathbf{U}^{\mathcal{F}}|_{\Gamma} \\ \boldsymbol{\Sigma}^{\mathcal{M}} \cdot \mathbf{n}|_{\Gamma} &= \boldsymbol{\Sigma}^{\mathcal{F}} \cdot \mathbf{n}|_{\Gamma} \\ P^{\mathcal{M}}|_{\Gamma} &= P^{\mathcal{F}}|_{\Gamma} \\ \frac{K^{\mathcal{M}}}{\mu_f} \nabla P^{\mathcal{M}} \cdot \mathbf{n}|_{\Gamma} &= \frac{K^{\mathcal{F}}}{\mu_f} \nabla P^{\mathcal{F}} \cdot \mathbf{n}|_{\Gamma} \end{aligned} \quad (\text{II.5})$$

1.3 Forme adimensionnelle des équations constitutives

Introduisons les paramètres et variables caractéristiques (II.6) afin d'obtenir une formulation adimensionnelle des équations (II.2), (II.4) et (II.5) :

$$\begin{aligned}
L & \quad \text{Longueur macroscopique de } \Omega \\
P^0 & \quad \text{Pression caractéristique dans } \Omega \\
N^0 & \quad \text{Coefficient de Lamé moyen dans } \Omega \\
\kappa^0 (\text{ou } K^0) & \quad \text{Mobilité (ou perméabilité) moyenne dans } \Omega \\
\alpha^0 & \quad \text{Coefficient de Biot moyen dans } \Omega \\
M^0 & \quad \text{Module de Biot moyen dans } \Omega \\
t^* = \frac{L^2}{\kappa^0 \mathcal{F} M^0} & \quad \text{Temps caractéristique dans } \Omega \\
U^0 = \frac{P^0 L}{\alpha^0 M^0} & \quad \text{Déplacement caractéristique dans } \Omega
\end{aligned} \tag{II.6}$$

Le temps caractéristique t^* correspond au temps de propagation d'une perturbation de pression dans le milieu fracturé de longueur L . Le déplacement caractéristique U^0 correspond au déplacement induit par une perturbation de pression P^0 .

Les variables et paramètres (II.6) permettent alors de définir les paramètres adimensionnels suivants :

$$\begin{aligned}
\{\lambda^i, \mu^i\} &= \{\bar{\lambda}^i/N^0, \bar{\mu}^i/N^0\} \quad \text{Coefficients de Lamé adimensionnels} \\
& \quad \text{dans } \Omega^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}} \\
\alpha^i &= \frac{\bar{\alpha}^i}{\alpha^0} \quad \text{Coefficients de Biot adimensionnels} \\
& \quad \text{dans } \Omega^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}} \\
\beta^i &= M^0/\bar{M}^i \quad \text{Modules de Biot adimensionnels} \\
& \quad \text{dans } \Omega^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}} \\
a^i &= \kappa^i/\kappa^0 = K^i/K^0 \quad \text{Mobilités adimensionnelles} \\
& \quad \text{dans } \Omega^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}}
\end{aligned} \tag{II.7}$$

et les variables adimensionnelles suivantes :

$$\begin{aligned}
\mathbf{x} &= \mathbf{X}/L \quad \text{Coordonnées macroscopiques adimensionnelles} \\
\tau &= t/t^* \quad \text{Temps adimensionnel} \\
\mathbf{u}^i &= \mathbf{U}^i/U^0 \quad \text{Champ de déplacement adimensionnel dans } \Omega^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}} \\
p^i &= P^i/P^0 \quad \text{Pression adimensionnelle dans } \Omega^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}}
\end{aligned} \tag{II.8}$$

En introduisant les paramètres et variables adimensionnels (II.7) et (II.8) dans le système des

équations constitutives (II.2), (II.4) et (II.5), on obtient la forme suivante :

$$\beta^{\mathcal{M}} \frac{\partial p^{\mathcal{M}}}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \tau} (\alpha^{\mathcal{M}} \nabla \cdot \mathbf{u}^{\mathcal{M}}) = \omega \nabla \cdot (a^{\mathcal{M}} \nabla p^{\mathcal{M}}), \quad \mathbf{x} \in \Omega^{\mathcal{M}} \quad (\text{II.9a})$$

$$\beta^{\mathcal{F}} \frac{\partial p^{\mathcal{F}}}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \tau} (\alpha^{\mathcal{F}} \nabla \cdot \mathbf{u}^{\mathcal{F}}) = \nabla \cdot (a^{\mathcal{F}} \nabla p^{\mathcal{F}}), \quad \mathbf{x} \in \Omega^{\mathcal{F}} \quad (\text{II.9b})$$

$$\nabla \cdot (2\mu^i \mathbf{e}(\mathbf{u}^i) + \lambda^i \delta \nabla \cdot \mathbf{u}^i) = \chi \nabla \cdot (\alpha^i p^i \delta), \quad \mathbf{x} \in \Omega^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}} \quad (\text{II.9c})$$

$$\begin{aligned} (2\mu^{\mathcal{M}} \mathbf{e}(\mathbf{u}^{\mathcal{M}}) + \lambda^{\mathcal{M}} \delta \nabla \cdot \mathbf{u}^{\mathcal{M}} - \chi \alpha^{\mathcal{M}} p^{\mathcal{M}} \delta) \cdot \mathbf{n}|_{\Gamma} = \\ (2\mu^{\mathcal{F}} \mathbf{e}(\mathbf{u}^{\mathcal{F}}) + \lambda^{\mathcal{F}} \delta \nabla \cdot \mathbf{u}^{\mathcal{F}} - \chi \alpha^{\mathcal{F}} p^{\mathcal{F}} \delta) \cdot \mathbf{n}|_{\Gamma} \end{aligned} \quad (\text{II.9d})$$

$$(\omega a^{\mathcal{M}} \nabla p^{\mathcal{M}}) \cdot \mathbf{n}|_{\Gamma} = (a^{\mathcal{F}} \nabla p^{\mathcal{F}}) \cdot \mathbf{n}|_{\Gamma} \quad (\text{II.9e})$$

$$\mathbf{u}^{\mathcal{M}}|_{\Gamma} = \mathbf{u}^{\mathcal{F}}|_{\Gamma} \quad (\text{II.9f})$$

$$p^{\mathcal{M}}|_{\Gamma} = p^{\mathcal{F}}|_{\Gamma} \quad (\text{II.9g})$$

Les opérateurs différentiels ∇ , $\nabla \cdot$ et \mathbf{e} sont maintenant implicitement relatifs à l'espace des coordonnées $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, x_3\}$.

La formulation (II.9) fait apparaître trois paramètres adimensionnels :

$$\chi = (\alpha^0)^2 \frac{M^0}{N^0}, \quad \omega = \frac{\kappa^{\mathcal{M}}}{\kappa^{\mathcal{F}}} = \frac{K^{\mathcal{M}}}{K^{\mathcal{F}}} \quad \text{et} \quad \varepsilon \quad (\text{II.10})$$

χ désigne le rapport de la variation de contrainte liée au champ de pression par la variation de contrainte liée aux déplacements. Dans le cadre de cette étude, nous supposons d'une part l'égalité entre les grandeurs M^0 et N^0 et d'autre part que le coefficient de Biot adimensionnel α^0 est unitaire de sorte que $\chi = 1$.

2 Homogénéisation

L'étape d'homogénéisation est accomplie en utilisant un développement à deux échelles. On considère l'extension \mathbf{y} -périodique notée Y du domaine Ω : Y est composé de deux sous-domaines $Y^{\mathcal{M}}$ et $Y^{\mathcal{F}}$, désignant respectivement les extensions des sous-domaines $\Omega^{\mathcal{M}}$ et $\Omega^{\mathcal{F}}$. Chaque variable est ainsi étendue à l'espace des fonctions \mathbf{y} -périodiques et dépend maintenant à la fois de la variable globale (ou macroscopique) \mathbf{x} et de la variable locale (ou microscopique) \mathbf{y} .

D'un point de vue mathématique, la procédure de mise à l'échelle est obtenue lorsque $\varepsilon \rightarrow 0$. On peut se représenter cette procédure comme une compression homothétique de chaque hétérogénéité jusqu'à ce qu'un milieu équivalent soit atteint. Les coefficients du modèle physique doivent être mis à l'échelle correctement afin d'obtenir un modèle macroscopique cohérent.

2.1 Développements asymptotiques

Les variables de pression p^i et de déplacement \mathbf{u}^i sont approchées dans $Y^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}}$ par des développements asymptotiques à deux variables (Sanchez-Palencia, 1980). La relation entre les

petits paramètres $\varepsilon \ll 1$ et $\omega \ll 1$ a été présentée en introduction de cette partie. On rappelle que la relation s'écrit :

$$\varepsilon^2 < \omega \ll 1 \quad (\text{II.11})$$

La forme des développements asymptotiques s'écrit alors :

$$\begin{aligned} p^i &= p_0^i(\mathbf{x}, \tau, \mathbf{y}) + \frac{\varepsilon^2}{\omega} p_{01}^i(\mathbf{x}, \tau, \mathbf{y}) + \varepsilon p_{10}^i(\mathbf{x}, \tau, \mathbf{y}) + \varepsilon \frac{\varepsilon^2}{\omega} p_{11}^i(\mathbf{x}, \tau, \mathbf{y}) + \dots, \mathbf{y} \in Y^{i=\mathcal{M}, \mathcal{F}} \\ \mathbf{u}^i &= \mathbf{u}_0^i(\mathbf{x}, \tau, \mathbf{y}) + \frac{\varepsilon^2}{\omega} \mathbf{u}_{01}^i(\mathbf{x}, \tau, \mathbf{y}) + \varepsilon \mathbf{u}_{10}^i(\mathbf{x}, \tau, \mathbf{y}) + \varepsilon \frac{\varepsilon^2}{\omega} \mathbf{u}_{11}^i(\mathbf{x}, \tau, \mathbf{y}) + \dots, \mathbf{y} \in Y^{i=\mathcal{M}, \mathcal{F}} \end{aligned} \quad (\text{II.12})$$

Les fonctions p_0^i , p_{01}^i , p_{10}^i , p_{11}^i , \mathbf{u}_0^i , \mathbf{u}_{01}^i , \mathbf{u}_{10}^i et \mathbf{u}_{11}^i pour $i = \mathcal{M}, \mathcal{F}$ sont \mathbf{y} -périodiques.

En rappelant que $\mathbf{y} = \mathbf{x}/\varepsilon$, l'opérateur de dérivation s'écrit en fonction de la variable locale \mathbf{y} et de la variable globale \mathbf{x} :

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \rightarrow \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} + \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial \mathbf{y}} \quad (\text{II.13})$$

et les opérateurs de divergence et de gradient s'écrivent :

$$\begin{aligned} \nabla \cdot &\rightarrow \nabla \cdot + \frac{1}{\varepsilon} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \\ \nabla &\rightarrow \nabla + \frac{1}{\varepsilon} \nabla_{\mathbf{y}} \end{aligned} \quad (\text{II.14})$$

Le système des équations adimensionnelles (II.9) s'écrit maintenant en fonction de la variable locale \mathbf{y} et de la variable globale \mathbf{x} :

$$\begin{aligned}
 \beta^{\mathcal{M}} \frac{\partial p^{\mathcal{M}}}{\partial \tau} + \alpha^{\mathcal{M}} \frac{\partial \nabla \cdot \mathbf{u}^{\mathcal{M}}}{\partial \tau} + \frac{\alpha^{\mathcal{M}}}{\varepsilon} \frac{\partial \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{u}^{\mathcal{M}}}{\partial \tau} &= \omega \nabla \cdot (a^{\mathcal{M}} \nabla p^{\mathcal{M}}) \\
 + \frac{\omega}{\varepsilon} [\nabla \cdot (a^{\mathcal{M}} \nabla_{\mathbf{y}} p^{\mathcal{M}}) + \nabla_{\mathbf{y}} \cdot (a^{\mathcal{M}} \nabla p^{\mathcal{M}})] \\
 + \frac{\omega}{\varepsilon^2} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot (a^{\mathcal{M}} \nabla_{\mathbf{y}} p^{\mathcal{M}}), \quad \mathbf{y} \in Y^{\mathcal{M}}
 \end{aligned} \tag{II.15a}$$

$$\begin{aligned}
 \beta^{\mathcal{F}} \frac{\partial p^{\mathcal{F}}}{\partial \tau} + \alpha^{\mathcal{F}} \frac{\partial \nabla \cdot \mathbf{u}^{\mathcal{F}}}{\partial \tau} + \frac{\alpha^{\mathcal{F}}}{\varepsilon} \frac{\partial \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{u}^{\mathcal{F}}}{\partial \tau} &= \nabla \cdot (a^{\mathcal{F}} \nabla p^{\mathcal{F}}) \\
 + \frac{1}{\varepsilon} [\nabla \cdot (a^{\mathcal{F}} \nabla_{\mathbf{y}} p^{\mathcal{F}}) + \nabla_{\mathbf{y}} \cdot (a^{\mathcal{F}} \nabla p^{\mathcal{F}})] \\
 + \frac{1}{\varepsilon^2} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot (a^{\mathcal{F}} \nabla_{\mathbf{y}} p^{\mathcal{F}}), \quad \mathbf{y} \in Y^{\mathcal{F}}
 \end{aligned} \tag{II.15b}$$

$$\begin{aligned}
 \nabla \cdot (2\mu^i \mathbf{e}(\mathbf{u}^i) + \lambda^i \delta \nabla \cdot \mathbf{u}^i) + \frac{1}{\varepsilon^2} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot (2\mu^i \mathbf{e}_{\mathbf{y}}(\mathbf{u}^i) + \lambda^i \delta \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{u}^i) \\
 + \frac{1}{\varepsilon} [\nabla \cdot (2\mu^i \mathbf{e}_{\mathbf{y}}(\mathbf{u}^i) + \lambda^i \delta \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{u}^i) + \nabla_{\mathbf{y}} \cdot (2\mu^i \mathbf{e}(\mathbf{u}^i) + \lambda^i \delta \nabla \cdot \mathbf{u}^i)] \\
 = \nabla \cdot (\alpha^i p^i \boldsymbol{\delta}) + \frac{1}{\varepsilon} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot (\alpha^i p^i \boldsymbol{\delta}), \quad \mathbf{y} \in Y^{i=\mathcal{M}, \mathcal{F}}
 \end{aligned} \tag{II.15c}$$

$$\begin{aligned}
 \left[2\mu^{\mathcal{M}} \mathbf{e}(\mathbf{u}^{\mathcal{M}}) + \lambda^{\mathcal{M}} \delta \nabla \cdot \mathbf{u}^{\mathcal{M}} + \frac{1}{\varepsilon} 2\mu^{\mathcal{M}} \mathbf{e}_{\mathbf{y}}(\mathbf{u}^{\mathcal{M}}) + \lambda^{\mathcal{M}} \delta \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{u}^{\mathcal{M}} \right. \\
 \left. - \alpha^{\mathcal{M}} p^{\mathcal{M}} \boldsymbol{\delta} \right] \cdot \mathbf{n} \Big|_{\Gamma} \\
 = \left[2\mu^{\mathcal{F}} \mathbf{e}(\mathbf{u}^{\mathcal{F}}) + \lambda^{\mathcal{F}} \delta \nabla \cdot \mathbf{u}^{\mathcal{F}} + \frac{1}{\varepsilon} 2\mu^{\mathcal{F}} \mathbf{e}_{\mathbf{y}}(\mathbf{u}^{\mathcal{F}}) + \lambda^{\mathcal{F}} \delta \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{u}^{\mathcal{F}} \right. \\
 \left. - \alpha^{\mathcal{F}} p^{\mathcal{F}} \boldsymbol{\delta} \right] \cdot \mathbf{n} \Big|_{\Gamma}
 \end{aligned} \tag{II.15d}$$

$$\begin{aligned}
 \left(\omega a^{\mathcal{M}} \nabla p^{\mathcal{M}} + \frac{\omega}{\varepsilon} a^{\mathcal{M}} \nabla_{\mathbf{y}} p^{\mathcal{M}} \right) \cdot \mathbf{n} \Big|_{\Gamma} = \\
 \left(a^{\mathcal{F}} \nabla p^{\mathcal{F}} + \frac{1}{\varepsilon} a^{\mathcal{F}} \nabla_{\mathbf{y}} p^{\mathcal{F}} \right) \cdot \mathbf{n} \Big|_{\Gamma}
 \end{aligned} \tag{II.15e}$$

$$\mathbf{u}^{\mathcal{M}} \Big|_{\Gamma} = \mathbf{u}^{\mathcal{F}} \Big|_{\Gamma} \tag{II.15f}$$

$$p^{\mathcal{M}} \Big|_{\Gamma} = p^{\mathcal{F}} \Big|_{\Gamma} \tag{II.15g}$$

En utilisant (II.15) et (II.12), on montre en **Annexe A.1** que les développements asymptotiques des variables de pression $p^{i=\mathcal{M}, \mathcal{F}}$ et de déplacement $u^{i=\mathcal{M}, \mathcal{F}}$ s'écrivent alors :

$$\begin{aligned}
 p^{\mathcal{M}}(\mathbf{x}, \tau, \mathbf{y}) &= p_0(\mathbf{x}, \tau) + \frac{\varepsilon^2}{\omega} p_{01}^{\mathcal{M}}(\mathbf{x}, \tau, \mathbf{y}) + \varepsilon p_{10}^{\mathcal{M}}(\mathbf{x}, \tau, \mathbf{y}) + \dots, \quad \mathbf{y} \in \Omega^{\mathcal{M}} \\
 p^{\mathcal{F}}(\mathbf{x}, \tau, \mathbf{y}) &= p_0(\mathbf{x}, \tau) + \frac{\varepsilon^2}{\omega} p_{01}^{\mathcal{F}}(\mathbf{x}, \tau, \mathbf{y}) + \varepsilon p_{10}^{\mathcal{F}}(\mathbf{x}, \tau, \mathbf{y}) + \varepsilon \frac{\varepsilon^2}{\omega} p_{11}^{\mathcal{F}}(\mathbf{x}, \tau, \mathbf{y}) + \dots, \quad \mathbf{y} \in \Omega^{\mathcal{F}} \\
 \mathbf{u}^{i=\mathcal{M}, \mathcal{F}}(\mathbf{x}, \tau, \mathbf{y}) &= \mathbf{u}_0(\mathbf{x}, \tau) + \frac{\varepsilon^2}{\omega} \mathbf{u}_{01}^i(\mathbf{x}, \tau, \mathbf{y}) + \varepsilon \mathbf{u}_{10}^i(\mathbf{x}, \tau, \mathbf{y}) + \varepsilon \frac{\varepsilon^2}{\omega} \mathbf{u}_{11}^i(\mathbf{x}, \tau, \mathbf{y}) + \dots, \quad \mathbf{y} \in \Omega^{i=\mathcal{M}, \mathcal{F}}
 \end{aligned} \tag{II.16}$$

2.2 Formulation moyennée

Le système d'équations (II.15) doit être moyenné afin de construire une estimation du comportement homogénéisé.

2.2.1 Formulation partiellement homogénéisée

La procédure d'homogénéisation nécessite d'introduire un opérateur de prise de moyenne noté $\langle \cdot \rangle$:

$$\langle \cdot \rangle_{\iota} = \int_{Y^{\iota}} (\cdot) dy \quad \iota = \mathcal{M}, \mathcal{F} \quad (\text{II.17})$$

La moyenne volumique dans Ω d'une grandeur se décompose alors de la façon suivante :

$$\langle \cdot \rangle = \langle \cdot \rangle_{\mathcal{M}} + \langle \cdot \rangle_{\mathcal{F}}$$

L'opérateur $\langle \cdot \rangle$ ne dépend pas de la variable locale \mathbf{y} et commute avec les opérateurs $\nabla \cdot$ et ∇ par rapport à la variable \mathbf{x} .

Remarque : la moyenne de la dérivée spatiale d'une fonction périodique est nulle.

Afin de construire une formulation homogénéisée de l'équation de conservation de la masse, les équations (II.15a) et (II.15b) sont moyennées avec l'opérateur (II.17) puis additionnées. Les propriétés de l'intégration par partie et la \mathbf{y} -périodicité des variables sont utilisées. En utilisant les équations de continuité du flux (II.15e) et de la pression (II.15g) à l'interface Γ , on obtient :

$$\begin{aligned} \left\langle \beta \frac{\partial p}{\partial \tau} \right\rangle + \nabla \cdot \left\langle \alpha \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \tau} \right\rangle + \frac{1}{\varepsilon} \left\langle \frac{\partial \nabla_{\mathbf{y}} \cdot (\alpha \mathbf{u})}{\partial \tau} \right\rangle &= \frac{\omega}{\varepsilon} \nabla \cdot \langle a^{\mathcal{M}} \nabla_{\mathbf{y}} p \rangle_{\mathcal{M}} + \omega \nabla \cdot \langle a^{\mathcal{M}} \nabla p \rangle_{\mathcal{M}} \\ &+ \frac{1}{\varepsilon} \nabla \cdot \langle a^{\mathcal{F}} \nabla_{\mathbf{y}} p \rangle_{\mathcal{F}} + \nabla \cdot \langle a^{\mathcal{F}} \nabla p \rangle_{\mathcal{F}} \end{aligned} \quad (\text{II.18})$$

De la même manière, afin de construire une formulation homogénéisée de l'équation d'équilibre mécanique, l'équation (II.15c) est moyennée avec l'opérateur (II.17). En utilisant les équations de continuité de la traction (II.15d) et du déplacement (II.15f) à l'interface Γ , on obtient :

$$\nabla \cdot \langle 2\mu \mathbf{e}(\mathbf{u}) + \lambda \delta \nabla \cdot \mathbf{u} \rangle + \frac{1}{\varepsilon} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \langle 2\mu \mathbf{e}_{\mathbf{y}}(\mathbf{u}) + \lambda \delta \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{u} \rangle = \nabla \cdot \langle \alpha p \delta \rangle \quad (\text{II.19})$$

En introduisant la forme des développements (II.16) dans les deux équations (II.18) et (II.19) puis en identifiant les termes aux ordres 0 et $\frac{\varepsilon^2}{\omega}$, on obtient :

$$\begin{aligned} \langle \beta \rangle \frac{\partial \mathcal{P}^{\mathcal{F}}}{\partial \tau} + \frac{\varepsilon^2}{\omega} \frac{\partial}{\partial \tau} (\langle \beta p_{01} \rangle - \langle \beta \rangle p_{01}^{\mathcal{F}}) + \langle \alpha \rangle \frac{\partial \nabla \cdot \mathcal{U}}{\partial \tau} \\ = \nabla \cdot \langle a (\nabla \mathcal{P}^{\mathcal{F}} + \nabla_{\mathbf{y}} p_{10}) \rangle + \frac{\varepsilon^2}{\omega} \langle a \nabla_{\mathbf{y}} p_{11} \rangle \end{aligned} \quad (\text{II.20a})$$

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \langle 2\mu \mathbf{e}(\mathcal{U}) + \lambda \delta \nabla \cdot \mathcal{U} \rangle + \nabla \cdot \langle 2\mu \mathbf{e}_{\mathbf{y}}(\mathbf{u}_{10}) + \lambda \delta \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{u}_{10} \rangle \\ + \frac{\varepsilon^2}{\omega} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \langle 2\mu \mathbf{e}_{\mathbf{y}}(\mathbf{u}_{11}) + \lambda \delta \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{u}_{11} \rangle \\ - \nabla \cdot \left\langle \alpha \delta \left(\mathcal{F} + \frac{\varepsilon^2}{\omega} (p_{01} - p_{01}^{\mathcal{F}}) \right) \right\rangle = 0 \end{aligned} \quad (\text{II.20b})$$

où les variables macroscopiques de pression dans le milieu fracture $Y^{\mathcal{F}}$ et de déplacement \mathcal{U} dans Y sont définies par :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}^{\mathcal{F}} &= p_0 + \frac{\varepsilon^2}{\omega} p_{01}^{\mathcal{F}} \\ \mathcal{U}_k &= u_{k0} + \frac{\varepsilon^2}{\omega} u_{k01} \end{aligned} \quad (\text{II.21})$$

Les formulations (II.20a) et (II.20b) ne peuvent pas être considérées comme totalement homogénéisées car les équations dépendent encore des variables locales. La résolution de problèmes de fermeture doit être employée pour obtenir une formulation complètement homogénéisée.

2.2.2 Problèmes de fermeture

Afin d'obtenir une formulation complètement homogénéisée du système d'équations (II.20), les fonctions $p_{11}^{\mathcal{F}}$, $p_{01}^{\mathcal{M}}$, $p_{10}^{\mathcal{F}}$, $\mathbf{u}_{10}^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}}$ et $\mathbf{u}_{11}^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}}$ doivent être exprimées en fonction des variables macroscopiques \mathcal{U} et $P^{\mathcal{F}}$. On se propose de construire les problèmes cellulaires en substituant la forme des développements asymptotiques (II.16) des variables $p^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}}$ et $\mathbf{u}^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}}$ dans le système d'équations (II.20). On identifie alors les termes de même ordre.

2.2.2.1 Fonction $p_{10}^{\mathcal{F}}$

En identifiant les termes d'ordre $\frac{1}{\varepsilon}$ dans (II.15b) et les termes d'ordre ε^0 dans (II.15e), la fonction $p_{10}^{\mathcal{F}}$ vérifie le problème suivant :

$$\begin{cases} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot (a^{\mathcal{F}} (\nabla_{\mathbf{y}} p_{10}^{\mathcal{F}} + \nabla p_0)) = 0 \\ a^{\mathcal{F}} (\nabla_{\mathbf{y}} p_{10}^{\mathcal{F}} + \nabla p_0) \cdot \mathbf{n}|_{\Gamma} = 0 \\ p_{10}^{\mathcal{F}} \text{ y-périodique} \end{cases} \quad (\text{II.22})$$

Soit :

$$p_{10}^{\mathcal{F}} = \Psi^{\mathcal{F}}(\mathbf{y}) \cdot \nabla p_0 + p_{10}^*(\mathbf{x}, \tau), \quad \mathbf{y} \in Y^{\mathcal{F}} \quad (\text{II.23})$$

où la fonction $\Psi^{\mathcal{F}}$ est solution dans Y du problème :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial y_i} \left(a^{\mathcal{F}} \frac{\partial \Psi_k^{\mathcal{F}}}{\partial y_i} \right) = -\frac{\partial a^{\mathcal{F}}}{\partial y_k} \\ a^{\mathcal{F}} \left(\frac{\partial \Psi_k^{\mathcal{F}}}{\partial y_i} + \delta_{ik} \right) \cdot n_i|_{\Gamma} = 0 \\ \Psi_k^{\mathcal{F}} \text{ y-périodique et } \langle \Psi_k^{\mathcal{F}} \rangle_{\mathcal{F}} = 0 \end{cases} \quad (\text{II.24})$$

La condition $\langle \Psi_k^{\mathcal{F}} \rangle_{\mathcal{F}} = 0$ implique l'unicité de la fonction $\Psi^{\mathcal{F}}$.

On remarque que $p_{10}^{\mathcal{F}}(\mathbf{x}, \tau) = \langle p_{10}^{\mathcal{F}} \rangle_{\mathcal{F}}$.

2.2.2.2 Fonction $p_{11}^{\mathcal{F}}$

En identifiant les termes d'ordre $\frac{\varepsilon}{\omega}$ dans (II.15b) et les termes d'ordre $\frac{\varepsilon^2}{\omega}$ dans (II.15e), la fonction $p_{11}^{\mathcal{F}}$ vérifie :

$$\begin{cases} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot (a^{\mathcal{F}} (\nabla_{\mathbf{y}} p_{11}^{\mathcal{F}} + \nabla p_{01}^{\mathcal{F}})) = 0 \\ a^{\mathcal{F}} (\nabla_{\mathbf{y}} p_{11}^{\mathcal{F}} + \nabla p_{01}^{\mathcal{F}}) \cdot \mathbf{n}|_{\Gamma} = 0 \\ p_{11}^{\mathcal{F}} \text{ y-périodique} \end{cases} \quad (\text{II.25})$$

Soit :

$$p_{11}^{\mathcal{F}} = \Psi^{\mathcal{F}}(\mathbf{y}) \cdot \nabla p^{\mathcal{F}} + p_{11}^*(\mathbf{x}, \tau), \quad \mathbf{y} \in Y^{\mathcal{F}} \quad (\text{II.26})$$

où la fonction $\Psi^{\mathcal{F}}$ est la même que celle définie dans (II.24).

On remarquera que $p_{11}^{\mathcal{F}}(\mathbf{x}, \tau) = \langle p_{11}^{\mathcal{F}} \rangle_{\mathcal{F}}$.

2.2.2.3 Fonction \mathbf{u}_{10}

En identifiant les termes d'ordre $\frac{1}{\varepsilon}$ dans (II.15c), la fonction \mathbf{u}_{10} vérifie :

$$\begin{cases} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot (2\mu \mathbf{e}_{\mathbf{y}}(\mathbf{u}_{10}) + \lambda \delta \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{u}_{10}) + \nabla_{\mathbf{y}} \cdot (2\mu \mathbf{e}(\mathbf{u}_0) + \lambda \delta \nabla \cdot \mathbf{u}_0) = p_0 \nabla_{\mathbf{y}} \cdot (\alpha \delta) \\ \mathbf{u}_{10} \text{ y-périodique} \end{cases} \quad (\text{II.27})$$

Soit

$$\mathbf{u}_{10} = \boldsymbol{\xi}_{mn}(\mathbf{y}) e_{mn}(\mathbf{u}_0) + \boldsymbol{\Psi}(\mathbf{y}) p_0 + \mathbf{u}_{10}^*(\mathbf{x}, \tau), \quad \mathbf{y} \in Y \quad (\text{II.28})$$

où les fonctions $\boldsymbol{\xi}_{mn}$ et $\boldsymbol{\Psi}$ sont solutions dans Y des problèmes suivants :

$$\begin{cases} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot (2\mu \mathbf{e}_{\mathbf{y},ki}(\boldsymbol{\xi}_{mn}) + \lambda \delta_{ki} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \boldsymbol{\xi}_{mn} + 2\mu \delta_{km} \delta_{in} + \lambda \delta_{ki} \delta_{mn}) = 0 \\ \boldsymbol{\xi}_{kmn} \text{ y-périodique et } \langle \boldsymbol{\xi}_{kmn} \rangle = 0 \end{cases} \quad (\text{II.29})$$

$$\begin{cases} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot (2\mu \mathbf{e}_{\mathbf{y}}(\boldsymbol{\Psi}) + \lambda \delta \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \boldsymbol{\Psi} - \alpha \delta) = 0 \\ \boldsymbol{\Psi}_k \text{ y-périodique et } \langle \boldsymbol{\Psi}_k \rangle = 0 \end{cases} \quad (\text{II.30})$$

2.2.2.4 Fonction $p_{01}^{\mathcal{M}}$

En identifiant les termes d'ordre ε^0 dans (II.15a) et les termes d'ordre $\frac{\varepsilon^2}{\omega}$ dans (II.15d), la fonction $p_{01}^{\mathcal{M}}$ vérifie :

$$\begin{cases} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot (a^{\mathcal{M}} \nabla_{\mathbf{y}} p_{01}^{\mathcal{M}}) = \beta^{\mathcal{M}} \frac{\partial p_0}{\partial \tau} + \alpha^{\mathcal{M}} \frac{\partial \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{u}_{10}^{\mathcal{M}}}{\partial \tau} + \alpha^{\mathcal{M}} \frac{\partial \nabla \cdot \mathbf{u}_0^{\mathcal{M}}}{\partial \tau} \\ p_{01}^{\mathcal{M}}|_{\Gamma} = p_{01}^{\mathcal{F}}|_{\Gamma}(\mathbf{x}, \tau) \end{cases} \quad (\text{II.31})$$

En utilisant (II.27), (II.31) peut se réécrire :

$$\nabla_{\mathbf{y}} \cdot (a^{\mathcal{M}} \nabla_{\mathbf{y}} p_{01}^{\mathcal{M}}) = \beta^{\mathcal{M}} \frac{\partial p_0}{\partial \tau} + \alpha^{\mathcal{M}} \frac{\partial \nabla \cdot \mathbf{u}_0^{\mathcal{M}}}{\partial \tau} + \alpha^{\mathcal{M}} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \left(\boldsymbol{\xi}_{mn} \frac{\partial e_{mn}(\mathbf{u}_0)}{\partial \tau} \right) + \alpha^{\mathcal{M}} \frac{\partial p_0}{\partial \tau} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \boldsymbol{\Psi} \quad (\text{II.32})$$

Soit :

$$p_{01}^{\mathcal{M}} = \varphi(\mathbf{y}) \frac{\partial p_0}{\partial \tau} + \theta_{mn}(\mathbf{y}) \frac{\partial e_{mn}(\mathbf{u}_0)}{\partial \tau} + p_{01}^{\mathcal{F}}(\mathbf{x}, \tau), \quad \mathbf{y} \in Y^{\mathcal{M}} \quad (\text{II.33})$$

où les fonctions φ et θ_{mn} sont solutions dans $Y^{\mathcal{M}}$ des problèmes suivants :

$$\begin{cases} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot (a^{\mathcal{M}} \nabla_{\mathbf{y}} \varphi) = \beta^{\mathcal{M}} + \alpha^{\mathcal{M}} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \boldsymbol{\Psi} \\ \varphi|_{\Gamma} = 0 \end{cases} \quad (\text{II.34})$$

$$\begin{cases} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot (a^{\mathcal{M}} \nabla_{\mathbf{y}} \theta_{mn}) = \alpha^{\mathcal{M}} (\delta_{mn} + \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \boldsymbol{\xi}_{mn}) \\ \theta_{mn}|_{\Gamma} = 0 \end{cases} \quad (\text{II.35})$$

2.2.2.5 Fonction \mathbf{u}_{11}

En identifiant les termes d'ordre $\frac{\varepsilon}{\omega}$ dans (II.15c), la fonction \mathbf{u}_{11} vérifie :

$$\nabla_{\mathbf{y}} \cdot [2\mu \mathbf{e}_{\mathbf{y}}(\mathbf{u}_{11}) + \lambda \delta \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{u}_{11} + 2\mu \mathbf{e}(\mathbf{u}_{01}) + \lambda \delta \nabla \cdot \mathbf{u}_{01} - \alpha p_{01} \delta] = 0 \quad (\text{II.36})$$

Soit :

$$\mathbf{u}_{11} = \begin{cases} \boldsymbol{\xi}_{mn}(\mathbf{y}) e_{mn}(\mathbf{u}_{01}) + \mathbf{u}_{11}^*(\mathbf{x}, \tau), & \mathbf{y} \in Y^{\mathcal{F}} \\ \boldsymbol{\xi}_{mn}(\mathbf{y}) e_{mn}(\mathbf{u}_{01}) + \mathbf{u}_{11}^*(\mathbf{x}, \tau) + \bar{\varphi}(\mathbf{y}) \frac{\partial p_0}{\partial \tau} + \bar{\theta}_{mn}(\mathbf{y}) \frac{\partial e_{mn}(\mathbf{u}_0)}{\partial \tau}, & \mathbf{y} \in Y^{\mathcal{M}} \end{cases} \quad (\text{II.37})$$

où les fonctions $\boldsymbol{\xi}_{mn}$ et $\boldsymbol{\Psi}$ sont les mêmes que dans (II.29) et (II.30); les fonctions $\bar{\varphi}$ et $\bar{\theta}_{mn}$ sont solutions dans $Y^{\mathcal{M}}$ des problèmes suivants :

$$\begin{cases} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot (2\mu \mathbf{e}_{\mathbf{y}}(\bar{\varphi}) + \lambda \delta \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \bar{\varphi} - \alpha^{\mathcal{M}} \varphi \delta) = 0 \\ \bar{\varphi}|_{\Gamma} = 0 \end{cases} \quad (\text{II.38})$$

$$\begin{cases} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot (2\mu \mathbf{e}_{\mathbf{y}}(\bar{\theta}_{mn}) + \lambda \delta \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \bar{\theta}_{mn} - \alpha^{\mathcal{M}} \theta_{mn} \delta) = 0 \\ \bar{\theta}_{mn}|_{\Gamma} = 0 \end{cases} \quad (\text{II.39})$$

2.2.3 Formulation homogénéisée

Finalement, en introduisant les solutions $p_{10}^{\mathcal{F}}, p_{11}^{\mathcal{F}}, \mathbf{u}_{10}, p_{01}^{\mathcal{M}}$ et \mathbf{u}_{11} des problèmes cellulaires (II.23), (II.26), (II.28), (II.33) et (II.37) dans les équations (II.20a) et (II.20b) et en ne conservant que les termes d'ordres inférieurs ou égaux à $\frac{\varepsilon^2}{\omega}$, on obtient :

$$\begin{aligned} \langle \beta \rangle \frac{\partial \mathcal{P}^{\mathcal{F}}}{\partial \tau} + \langle \alpha \rangle \frac{\partial \nabla \mathcal{U}}{\partial \tau} - \nabla \cdot \left(\hat{\mathbf{K}} \cdot \nabla \mathcal{P}^{\mathcal{F}} \right) = \\ - \tau^\varphi \frac{\partial^2 \mathcal{P}^{\mathcal{F}}}{\partial \tau^2} - \tau_{mn}^\theta \frac{\partial^2 e_{mn}(\mathcal{U})}{\partial \tau^2} - \langle \alpha \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \Psi \rangle \frac{\partial \mathcal{P}^{\mathcal{F}}}{\partial \tau} \end{aligned} \quad (\text{II.40})$$

$$- \langle \alpha \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \xi_{mn} \rangle \frac{\partial e_{mn}(\mathcal{U})}{\partial \tau} - \tau \bar{\varphi} \frac{\partial^2 \mathcal{P}^{\mathcal{F}}}{\partial \tau^2} - \tau_{mn}^{\bar{\theta}} \frac{\partial^2 e_{mn}(\mathcal{U})}{\partial \tau^2}$$

$$\nabla \cdot \left(\hat{\mu}_{mnki} e_{mn}(\mathcal{U}) - \hat{l}_{ki} \mathcal{P}^{\mathcal{F}} \right) = \nabla \cdot \left(\bar{\tau}_{mnki}^\theta \frac{\partial e_{mn}(\mathcal{U})}{\partial \tau} - \bar{\tau}_{ki}^\varphi \frac{\partial \mathcal{P}^{\mathcal{F}}}{\partial \tau} \right) \quad (\text{II.41})$$

Le champ de pression macroscopique $\mathcal{P}^{\mathcal{M}}$ dans le milieu matrice $Y^{\mathcal{M}}$ est défini par :

$$\mathcal{P}^{\mathcal{M}} = \frac{1}{s} \langle p \rangle_{\mathcal{M}} = p_0 + \frac{\varepsilon^2}{\omega s} \langle p_{01}^{\mathcal{M}} \rangle \quad (\text{II.42})$$

où $s = |Y^{\mathcal{M}}|$ désigne le volume du domaine matriciel $Y^{\mathcal{M}}$.

En utilisant le problème de fermeture (II.23) et en ne conservant que les termes d'ordres inférieurs ou égaux à $\frac{\varepsilon^2}{\omega}$, on obtient :

$$\mathcal{P}^{\mathcal{M}} = \mathcal{P}^{\mathcal{F}} + \tau^p \frac{\partial \mathcal{P}^{\mathcal{F}}}{\partial \tau} + \tau_{mn}^G \frac{\partial e_{mn}(\mathcal{U})}{\partial \tau} \quad (\text{II.43})$$

Les équations (II.40), (II.41) et (II.43) constituent le modèle macroscopique à double porosité. Deux champs de pressions macroscopiques $\mathcal{P}^{\mathcal{M}}$ et $\mathcal{P}^{\mathcal{F}}$ sont définis et résultent de la forte hétérogénéité en perméabilité entre le milieu matrice et le milieu fracture.

Les coefficients macroscopiques du modèle sont donnés ci-dessous :

- le tenseur de perméabilité macroscopique est défini par :

$$\hat{K}_{ij} = \left\langle a^{\mathcal{F}} \left(\frac{\partial \Psi_j^{\mathcal{F}}}{\partial x_i} + \delta_{ij} \right) \right\rangle_{\mathcal{F}} \quad (\text{II.44})$$

- le tenseur de raideur macroscopique du milieu fracturé sec $\hat{\mu}_{mnki}$ ainsi que le tenseur de Biot macroscopique \hat{l}_{ki} sont définis par :

$$\hat{\mu}_{mnki} = \langle 2\mu e_{\mathbf{y},ki}(\xi_{mn}) + \lambda \delta_{ki} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \xi_{mn} + 2\mu \delta_{km} \delta_{in} + \lambda \delta_{ki} \rangle \quad (\text{II.45})$$

$$\hat{l}_{ki} = \langle 2\mu e_{\mathbf{y},ki}(\Psi) + \lambda \delta_{ki} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \Psi - \alpha \delta_{ki} \rangle$$

- six tenseurs de relaxation hydromécanique résultent de la double porosité du milieu étudié. Ils sont définis dans le milieu matrice par :

$$\begin{aligned} \tau^\varphi &= \frac{\varepsilon^2}{\omega} \langle \beta \varphi \rangle_{\mathcal{M}} & \tau_{mn}^\theta &= \frac{\varepsilon^2}{\omega} \langle \beta \theta_{mn} \rangle_{\mathcal{M}} \\ \tau^p &= \frac{\varepsilon^2}{\omega} \langle \varphi \rangle_{\mathcal{M}} & \tau_{mn}^G &= \frac{\varepsilon^2}{\omega} \langle \theta_{mn} \rangle_{\mathcal{M}} \\ \tau \bar{\varphi} &= \frac{\varepsilon^2}{\omega} \langle \alpha \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \bar{\varphi} \rangle_{\mathcal{M}} & \tau_{mn}^{\bar{\theta}} &= \frac{\varepsilon^2}{\omega} \langle \alpha \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \bar{\theta}_{mn} \rangle_{\mathcal{M}} \end{aligned} \quad (\text{II.46})$$

- les tenseurs macroscopiques du comportement viscoélastique $\tau_{mnki}^{\bar{\theta}}$ et $\tau_{ki}^{\bar{\varphi}}$ sont définis par :

$$\begin{aligned}\tau_{mnki}^{\bar{\theta}} &= \frac{\varepsilon^2}{\omega} \langle 2\mu^{\mathcal{M}} e_{\mathbf{y},ki}(\bar{\theta}_{mn}) + \lambda^{\mathcal{M}} \delta_{ki} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \bar{\theta}_{mn} - \alpha^{\mathcal{M}} \theta_{mn} \delta_{ki} \rangle_{\mathcal{M}} \\ \tau_{ki}^{\bar{\varphi}} &= \frac{\varepsilon^2}{\omega} \langle 2\mu^{\mathcal{M}} e_{\mathbf{y},ki}(\bar{\varphi}) + \lambda^{\mathcal{M}} \delta_{ki} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \bar{\varphi} - \alpha^{\mathcal{M}} \varphi \delta_{ki} \rangle_{\mathcal{M}}\end{aligned}\quad (\text{II.47})$$

Le modèle obtenu (II.40), (II.41) et (II.43) est complètement homogénéisé. Dans la section suivante, une interprétation physique en est proposée.

3 Analyse du modèle

Afin d'interpréter le modèle macroscopique général (II.40), (II.41) et (II.43), deux cas simplifiés sont présentés et interprétés :

- le *cas 1* où à la fois le fluide et les grains de roche sont incompressibles,
- le *cas 2* où seulement le fluide est compressible et les grains de roche sont incompressibles.

3.1 Cas 1 : fluide et grains de roche incompressibles

Supposons que les coefficients de Biot soient unitaires,

$$\alpha^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}} = 1$$

et que le fluide soit incompressible

$$\beta^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}} = 0$$

En reprenant une démarche analogue à celle présentée dans les sections (1) et (2), on montre que le modèle homogénéisé s'écrit dans ce cas :

$$\nabla \cdot \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial \tau} = \nabla \cdot (\hat{\mathbf{K}} \cdot \nabla \mathcal{P}^{\mathcal{F}}) \quad (\text{II.48a})$$

$$\mathcal{P}^{\mathcal{M}} = \mathcal{P}^{\mathcal{F}} + \tau_{mn}^G \frac{\partial e_{mn}(\mathcal{U})}{\partial \tau} \quad (\text{II.48b})$$

$$\nabla \cdot (\hat{\mu}_{mnki} e_{mn}(\mathcal{U}) - \delta_{ki} \mathcal{P}^{\mathcal{F}}) = \nabla \cdot \left(\bar{\tau}_{mnki}^{\theta} \frac{\partial e_{mn}(\mathcal{U})}{\partial \tau} \right) \quad (\text{II.48c})$$

où le tenseur de perméabilité macroscopique $\hat{\mathbf{K}}$, le tenseur de raideur macroscopique du milieu fracturé sec $\hat{\mu}_{mnki}$, le tenseur macroscopique du comportement viscoélastique $\bar{\tau}_{mnki}^{\theta}$ et le tenseur de relaxation τ_{mn}^G sont définis en terme de problèmes de fermeture simplifiés présentés en **Annexe A.2.1**.

L'équation d'équilibre mécanique (II.48c) peut être reformulée en faisant apparaître à l'échelle macroscopique deux champs de contraintes, un champ de contrainte effective élastique :

$$\Sigma_{ki}^{(0)} = \hat{\mu}_{mnki} e_{mn}(\mathcal{U}) - \delta_{ki} \mathcal{P}^{\mathcal{F}}$$

et un champ de contrainte viscoélastique :

$$\Sigma_{ki}^{(1)} = \bar{\tau}_{mnki}^{\theta} \frac{\partial e_{mn}(\mathcal{U})}{\partial \tau}$$

L'équilibre entre les champs de pressions macroscopiques $\mathcal{P}^{\mathcal{M}}$ et $\mathcal{P}^{\mathcal{F}}$ dans l'équation (II.48b) est régi seulement par les déformations macroscopiques du milieu, alors que les écoulements du fluide incompressible sont décrits à l'échelle macroscopique par l'équation (II.48a).

3.2 Cas 2 : fluide compressible et grains de roche incompressibles

Supposons que les coefficients de Biot soient unitaires,

$$\alpha^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}} = 1$$

et que le fluide soit compressible

$$\beta^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}} = \phi^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}} K_f$$

On montre que le modèle homogénéisé s'écrit dans ce cas :

$$\langle \beta \rangle_{\mathcal{F}} \frac{\partial \mathcal{P}^{\mathcal{F}}}{\partial \tau} + \frac{\partial \nabla \cdot \mathcal{U}}{\partial \tau} - \nabla \cdot \left(\hat{\mathbf{K}} \nabla \mathcal{P}^{\mathcal{F}} \right) = \mathcal{Q} \quad (\text{II.49a})$$

$$\text{avec } \mathcal{Q} = - \langle \beta \rangle_{\mathcal{M}} \frac{\partial \mathcal{P}^{\mathcal{F}}}{\partial \tau} - \tau^\varphi \frac{\partial^2 \mathcal{P}^{\mathcal{F}}}{\partial \tau^2} - \tau_{mn}^\theta \frac{\partial^2 e_{mn}(\mathcal{U})}{\partial \tau^2}$$

$$\mathcal{P}^{\mathcal{M}} = \mathcal{P}^{\mathcal{F}} + \tau^p \frac{\partial \mathcal{P}^{\mathcal{F}}}{\partial \tau} + \tau_{mn}^G \frac{\partial e_{mn}(\mathcal{U})}{\partial \tau} \quad (\text{II.49b})$$

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \left(\hat{\mu}_{mnki} e_{mn}(\mathcal{U}) - \mathcal{P}^{\mathcal{F}} \delta_{ik} \right) + \\ \nabla \cdot \left(\bar{\tau}_{mnki}^\theta \frac{\partial e_{mn}(\mathcal{U})}{\partial \tau} - \bar{\tau}_{ki}^\varphi \frac{\partial \mathcal{P}^{\mathcal{F}}}{\partial \tau} \right) = 0 \end{aligned} \quad (\text{II.49c})$$

Le tenseur de perméabilité macroscopique $\hat{\mathbf{K}}$, le tenseur de raideur macroscopique du milieu fracturé sec $\hat{\mu}_{mnki}$, les coefficients viscoélastiques $\bar{\tau}_{mnki}^\theta$ et $\bar{\tau}_{ki}^\varphi$ ainsi que les quatre tenseurs de relaxation $\tau^\varphi, \tau_{mn}^\theta, \tau_{mn}^G, \tau^p$ sont définis par des problèmes cellulaires simplifiés présentés en **Annexe A.2.2**.

Le terme source \mathcal{Q} dans l'équation (II.49a) représente les effets couplés hydrodynamique - mécanique entre le milieu matrice et le milieu fracture. Il peut être présenté comme la somme de deux contributions $\mathcal{Q}^{(1)}$ et $\mathcal{Q}^{(2)}$:

$$\mathcal{Q} = \mathcal{Q}^{(1)} + \mathcal{Q}^{(2)}$$

En utilisant (II.49b), elle s'expriment :

$$\mathcal{Q}^{(1)} = - \langle \beta \rangle_{\mathcal{M}} \frac{\partial \mathcal{P}^{\mathcal{F}}}{\partial \tau} = \frac{\langle \beta \rangle_{\mathcal{M}}}{\tau^p} (\mathcal{P}^{\mathcal{F}} - \mathcal{P}^{\mathcal{M}}) + \frac{\langle \beta \rangle_{\mathcal{M}} \tau_{mn}^G}{\tau^p} \frac{\partial e_{mn}(\mathcal{U})}{\partial \tau} \quad (\text{II.50})$$

et

$$\mathcal{Q}^{(2)} = - \tau^\varphi \frac{\partial^2 \mathcal{P}^{\mathcal{F}}}{\partial \tau^2} - \tau_{mn}^\theta \frac{\partial^2 e_{mn}(\mathcal{U})}{\partial \tau^2} = \langle \beta \rangle_{\mathcal{M}} \frac{\partial}{\partial \tau} (\mathcal{P}^{\mathcal{F}} - \mathcal{P}^{\mathcal{M}}) \quad (\text{II.51})$$

$\mathcal{Q}^{(1)}$ est composé de deux termes : le premier terme représente un terme d'échange hydraulique de la forme classique de Warren & Root proportionnel à la différence de pression entre le milieu matrice et le milieu fracture. Ce terme est aussi obtenu dans le cas non déformable (Panfilov, 2000). Le second terme est lié au caractère déformable du milieu : les déformations de la matrice créent un écoulement de la matrice vers les fractures (Panfilov *et al.*, 2006).

$\mathcal{Q}^{(2)}$ représente un rééquilibrage différé entre les pressions de matrice et de fracture.

L'équation macroscopique d'équilibre mécanique (II.49c) fait apparaître à l'échelle macroscopique un champ de contrainte effective élastique :

$$\Sigma^{(0)} = \hat{\mu}_{mnki} e_{mn}(\mathcal{U}) - \mathcal{P}^{\mathcal{F}} \delta_{ki}$$

et un champ de contrainte effective viscoélastique :

$$\Sigma^{(1)} = \bar{\tau}_{mnki}^{\theta} \frac{\partial e_{mn}(\mathcal{U})}{\partial \tau} - \bar{\tau}_{ki}^{\varphi} \frac{\partial \mathcal{P}^{\mathcal{F}}}{\partial \tau}$$

3.3 Cas général

Reprenons le cas général présenté dans la section (2). L'équation macroscopique de conservation de la masse (II.40) peut être reformulée :

$$\begin{aligned} \langle \beta + \alpha \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \Psi \rangle_{\mathcal{F}} \frac{\partial \mathcal{P}^{\mathcal{F}}}{\partial \tau} + \langle \alpha \rangle \frac{\partial \nabla \cdot \mathcal{U}}{\partial \tau} + \langle \alpha \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \xi_{mn} \rangle \frac{\partial e_{mn}(\mathcal{U})}{\partial \tau} \\ - \nabla \cdot (\hat{K} \nabla \mathcal{P}^{\mathcal{F}}) = \mathcal{Q} \end{aligned} \quad (\text{II.52})$$

La fonction de transfert \mathcal{Q} entre le milieu matrice et le milieu fracture se décompose sous la forme de deux contributions $\mathcal{Q}^{(1)}$ et $\mathcal{Q}^{(2)}$: ces contributions conservent les formes (II.50) et (II.51) du cas précédent, mais les effets de compressibilité du fluide sont complétés par les effets de compressibilité des grains de roche.

$$\begin{aligned} \mathcal{Q}^{(1)} &= - \langle \beta + \alpha \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \Psi \rangle_{\mathcal{M}} \frac{\partial \mathcal{P}^{\mathcal{F}}}{\partial \tau} \\ &= - \frac{\langle \beta + \alpha \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \Psi \rangle_{\mathcal{M}}}{\tau^p} \left[(\mathcal{P}^{\mathcal{M}} - \mathcal{P}^{\mathcal{F}}) - \tau_{mn}^G \frac{\partial e_{mn}(\mathcal{U})}{\partial \tau} \right] \end{aligned} \quad (\text{II.53a})$$

$$\mathcal{Q}^{(2)} = - (\tau^{\varphi} + \bar{\tau}^{\varphi}) \frac{\partial^2 \mathcal{P}^{\mathcal{F}}}{\partial \tau^2} - \left(\tau_{mn}^{\theta} + \bar{\tau}_{mn}^{\theta} \right) \frac{\partial^2 e_{mn}(\mathcal{U})}{\partial \tau^2} \quad (\text{II.53b})$$

$\mathcal{Q}^{(1)}$ présente la forme entière de la contribution hydraulique de Warren & Root et de la contribution des déformations matricielles : les effets de la compressibilité de fluide et des grains de roche apparaissent simultanément.

$\mathcal{Q}^{(2)}$ est composé d'effets hydrauliques et mécaniques retardés attribués au comportement de la matrice.

L'équation macroscopique d'équilibre mécanique (II.41) fait apparaître à l'échelle macroscopique un champ de contrainte effective élastique :

$$\Sigma^{(0)} = \hat{\mu}_{mnki} e_{mn}(\mathcal{U}) - \hat{\iota}_{ki} \mathcal{P}^{\mathcal{F}}$$

et un champ de contrainte effective viscoélastique :

$$\Sigma^{(1)} = \bar{\tau}_{mnki}^{\theta} \frac{\partial e_{mn}(\mathcal{U})}{\partial \tau} - \bar{\tau}_{ki}^{\varphi} \frac{\partial \mathcal{P}^{\mathcal{F}}}{\partial \tau}$$

De plus, on montre en **Annexe A.3** que la symétrie entre les tenseurs de Biot macroscopiques définis dans les équations (II.41) et (II.52) est respectée :

$$\langle \alpha \delta_{mn} + \alpha \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \xi_{mn} \rangle = - \langle \iota_{mn} \rangle$$

Remarques :

- en négligeant les termes de l'ordre de $\frac{\varepsilon^2}{\omega}$, on retrouve une formulation poroélastique classique,
- dans le cas où $\mathcal{P}^{\mathcal{F}} = \mathcal{P}^{\mathcal{M}}$, on retrouve la forme classique des écoulements en simple milieu.

Dans la section suivante, nous mettons en oeuvre le *cas 2* en supposant que la géométrie cellulaire est bidimensionnelle, unitaire et périodique.

4 Simulation de tests de puits en milieu fracturé déformable

Dans cette section, nous supposons que le milieu périodique est bidimensionnel et que la géométrie cellulaire est unitaire et symétrique. Le modèle macroscopique obtenu pour des grains de roche incompressibles, *cas 2*, peut être reformulé et on simule alors la réponse d'un essai de test de puits en milieu fracturé déformable.

4.1 Propriétés de symétrie de la géométrie cellulaire

La géométrie cellulaire est définie dans le repère $\mathbf{y} = \{y_1, y_2\}$. La symétrie de la géométrie impose que les coefficients λ^i , μ^i , β^i , α^i et a^i sont y_1 -pairs et y_2 -pairs dans $Y^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}}$.

4.1.1 Symétrie des fonctions cellulaires

En utilisant le problème cellulaire (II.38), ainsi les propriétés de symétrie de $a^{\mathcal{F}}$, on montre que :

$$\begin{aligned} \Psi_1^{\mathcal{F}} &\text{ est } y_1\text{-impaire et } y_2\text{-paire,} \\ \Psi_2^{\mathcal{F}} &\text{ est } y_1\text{-paire et } y_2\text{-impaire.} \end{aligned} \tag{II.54}$$

En utilisant les problèmes cellulaires (II.29) et (II.30) ainsi les propriétés de symétrie de $\lambda^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}}$ et $\mu^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}}$, on montre que :

$$\begin{aligned} \xi_{111} &\text{ est } y_1\text{-impaire et } y_2\text{-paire,} \\ \xi_{211} &\text{ est } y_1\text{-paire et } y_2\text{-impaire.} \end{aligned} \tag{II.55a}$$

$$\begin{aligned} \xi_{112} &\text{ est } y_1\text{-paire et } y_2\text{-impaire,} \\ \xi_{212} &\text{ est } y_1\text{-impaire et } y_2\text{-paire.} \end{aligned} \tag{II.55b}$$

$$\begin{aligned} \xi_{121} &\text{ est } y_1\text{-paire et } y_2\text{-impaire,} \\ \xi_{221} &\text{ est } y_1\text{-impaire et } y_2\text{-paire.} \end{aligned} \tag{II.55c}$$

$$\begin{aligned} \xi_{122} &\text{ est } y_1\text{-impaire et } y_2\text{-paire,} \\ \xi_{222} &\text{ est } y_1\text{-paire et } y_2\text{-impaire.} \end{aligned} \tag{II.55d}$$

et que :

$$\begin{aligned} \Psi_1 &\text{ est } y_1\text{-impaire et } y_2\text{-paire,} \\ \Psi_2 &\text{ est } y_1\text{-paire et } y_2\text{-impaire} \end{aligned} \tag{II.56}$$

En utilisant les problèmes cellulaires (II.34) et (II.35), ainsi les propriétés de symétrie de $\alpha^{\mathcal{M}}$ et $\beta^{\mathcal{M}}$ et les propriétés de symétrie (II.55) et (II.56), on montre que :

$$\varphi \text{ est } y_1\text{-paire et } y_2\text{-paire.} \quad (\text{II.57})$$

et que :

$$\theta_{11} \text{ est } y_1\text{-paire et } y_2\text{-paire,} \quad (\text{II.58a})$$

$$\theta_{12} \text{ est } y_1\text{-impaire et } y_2\text{-impaire,} \quad (\text{II.58b})$$

$$\theta_{21} \text{ est } y_1\text{-impaire et } y_2\text{-impaire,} \quad (\text{II.58c})$$

$$\theta_{22} \text{ est } y_1\text{-paire et } y_2\text{-paire.} \quad (\text{II.58d})$$

En utilisant les problèmes cellulaires (II.38) et (II.39), ainsi les propriétés de symétrie de $\lambda^{\mathcal{M}}$, $\mu^{\mathcal{M}}$ et $\alpha^{\mathcal{M}}$ et les propriétés de symétrie (II.57) et (II.58), on montre que :

$$\begin{aligned} \bar{\varphi}_1 &\text{ est } y_1\text{-impaire et } y_2\text{-paire,} \\ \bar{\varphi}_2 &\text{ est } y_1\text{-paire et } y_2\text{-impaire.} \end{aligned} \quad (\text{II.59})$$

et que :

$$\begin{aligned} \bar{\theta}_{111} &\text{ est } y_1\text{-impaire et } y_2\text{-paire,} \\ \bar{\theta}_{211} &\text{ est } y_1\text{-paire et } y_2\text{-impaire.} \end{aligned} \quad (\text{II.60a})$$

$$\begin{aligned} \bar{\theta}_{112} &\text{ est } y_1\text{-paire et } y_2\text{-impaire,} \\ \bar{\theta}_{212} &\text{ est } y_1\text{-impaire et } y_2\text{-paire.} \end{aligned} \quad (\text{II.60b})$$

$$\begin{aligned} \bar{\theta}_{121} &\text{ est } y_1\text{-paire et } y_2\text{-impaire,} \\ \bar{\theta}_{221} &\text{ est } y_1\text{-impaire et } y_2\text{-paire.} \end{aligned} \quad (\text{II.60c})$$

$$\begin{aligned} \bar{\theta}_{122} &\text{ est } y_1\text{-impaire et } y_2\text{-paire,} \\ \bar{\theta}_{222} &\text{ est } y_1\text{-paire et } y_2\text{-impaire.} \end{aligned} \quad (\text{II.60d})$$

La résolution numérique des problèmes de fermeture est présentée en **Annexe A.4**.

4.1.2 Symétrie des coefficients macroscopiques

Ainsi, les propriétés de symétrie (II.58) de la fonction θ_{mn} permettent de montrer que :

$$\begin{aligned} \langle \theta_{11} \rangle &= \langle \theta_{22} \rangle = \theta \neq 0 \\ \langle \theta_{12} \rangle &= \langle \theta_{21} \rangle = 0 \end{aligned} \quad (\text{II.61})$$

Les coefficients τ_{mn}^{θ} , τ_{mn}^G et $\tau_{mnki}^{\bar{\theta}}$ du modèle macroscopique se simplifient alors :

$$\begin{aligned} \tau_{mn}^G &= \frac{\varepsilon^2}{\omega} \langle \theta \rangle_{\mathcal{M}} \delta_{mn} = \tau^G \delta_{mn} \\ \tau_{mn}^{\theta} &= \frac{\varepsilon^2}{\omega} \langle \beta \theta \rangle_{\mathcal{M}} \delta_{mn} = \langle \beta \rangle_{\mathcal{M}} \tau^G \delta_{mn} \\ \tau_{mnki}^{\bar{\theta}} &= \frac{\varepsilon^2}{\omega} \langle -\theta \rangle_{\mathcal{M}} \delta_{mn} \delta_{ki} \end{aligned} \quad (\text{II.62})$$

et on peut écrire :

$$\begin{aligned} \tau_{mn}^G \frac{\partial e_{mn}(\mathcal{U})}{\partial \tau} &= \tau^G \frac{\partial \nabla \cdot \mathcal{U}}{\partial \tau} \\ \tau_{mn}^{\theta} \frac{\partial^2 e_{mn}(\mathcal{U})}{\partial \tau^2} &= \langle \beta \rangle_{\mathcal{M}} \tau^G \frac{\partial^2 \nabla \cdot \mathcal{U}}{\partial \tau^2} \end{aligned} \quad (\text{II.63})$$

Les propriétés de symétrie (II.54) de la fonction $\Psi^{\mathcal{F}}$ permettent de montrer que :

$$\begin{aligned} \hat{K}_{11} &= \hat{K}_{11} \neq 0 \\ \hat{K}_{12} &= \hat{K}_{21} = 0 \end{aligned} \quad (\text{II.64})$$

4.2 Reformulation du *cas 2*

En utilisant (II.63) et (II.64) d'une part, et les problèmes cellulaires de l'**Annexe A.2.2** ainsi que les propriétés de l'intégration par partie d'autre part, on montre que le modèle homogénéisé (II.49) se reformule alors :

$$\langle \beta \rangle_{\mathcal{F}} \frac{\partial \mathcal{P}^{\mathcal{F}}}{\partial \tau} + \frac{\partial \nabla \cdot \mathcal{U}}{\partial \tau} - \nabla \cdot \left(\hat{\mathbf{K}} \nabla \mathcal{P}^{\mathcal{F}} \right) = -\mathcal{Q} \quad (\text{II.65a})$$

$$\langle \beta \rangle_{\mathcal{M}} \frac{\partial \mathcal{P}^{\mathcal{M}}}{\partial \tau} = \mathcal{Q} \quad (\text{II.65b})$$

$$\mathcal{Q} = \frac{\langle \beta \rangle_{\mathcal{M}}}{\tau^p} (\mathcal{P}^{\mathcal{M}} - \mathcal{P}^{\mathcal{F}}) + \langle \beta \rangle_{\mathcal{M}} \frac{\partial (\mathcal{P}^{\mathcal{M}} - \mathcal{P}^{\mathcal{F}})}{\partial \tau} + \frac{\langle \beta \rangle_{\mathcal{M}} \tau^G}{\tau^p} \frac{\partial \nabla \cdot \mathcal{U}}{\partial \tau} \quad (\text{II.65c})$$

$$\nabla \cdot \left(\hat{\mu}_{mnki} e_{mn}(\mathcal{U}) - \delta_{ki} \mathcal{P}^{\mathcal{F}} \right) = \nabla \cdot \left(\tau_{mnki}^{\bar{\theta}} \frac{\partial e_{mn}(\mathcal{U})}{\partial \tau} - \tau_{ki}^{\bar{\varphi}} \frac{\partial \mathcal{P}^{\mathcal{F}}}{\partial \tau} \right) \quad (\text{II.65d})$$

avec :

$$\begin{aligned} \hat{\mu}_{mnki} &= \langle 2\mu e_{y,ki}(\boldsymbol{\xi}_{mn}) + \lambda \delta_{ki} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \boldsymbol{\xi}_{mn} + 2\mu \delta_{km} \delta_{in} + \lambda \delta_{ki} \rangle \\ \tau^p &= \frac{\varepsilon^2}{\omega} \langle \varphi \rangle_{\mathcal{M}} \\ \tau^G &= \frac{\varepsilon^2}{\omega} \langle \theta \rangle_{\mathcal{M}} \tau_{mnki}^{\bar{\theta}} = \frac{\varepsilon^2}{\omega} \langle -\theta_{mn} \delta_{ki} \rangle_{\mathcal{M}} \\ \tau_{ki}^{\bar{\varphi}} &= \frac{\varepsilon^2}{\omega} \langle \varphi \delta_{ki} \rangle_{\mathcal{M}} \end{aligned} \quad (\text{II.66})$$

Une estimation des coefficients macroscopiques est présentée en **Annexe A.5**.

Dans la partie suivante, nous mettons en oeuvre le modèle général en analysant les réponses d'un test de puits.

4.3 Analyse d'un test de puits en milieu fracturé déformable

Nous utilisons le logiciel Femlab développé par Comsol afin de simuler des essais de tests de puits en milieu fracturé. Nous comparons les réponses obtenues dans le cas d'un milieu fracturé non déformable à celles obtenues avec le modèle macroscopique du *cas 2* (II.65) pour un milieu fracturé déformable.

4.3.1 Propriétés du réservoir

Le réservoir, représenté dans la figure II-2, possède un rayon de 500 m et une hauteur de 100m.

L'arrête (1) représente la paroi du puits le long de laquelle un débit constant est imposé. Les conditions aux limites hydrauliques et mécaniques sont présentées dans le tableau I.1. Les propriétés pétrophysiques, hydrauliques et mécaniques du réservoir sont celles présentées dans les **Annexe A.4** et **A.5** lors de la résolution des problèmes cellulaires.

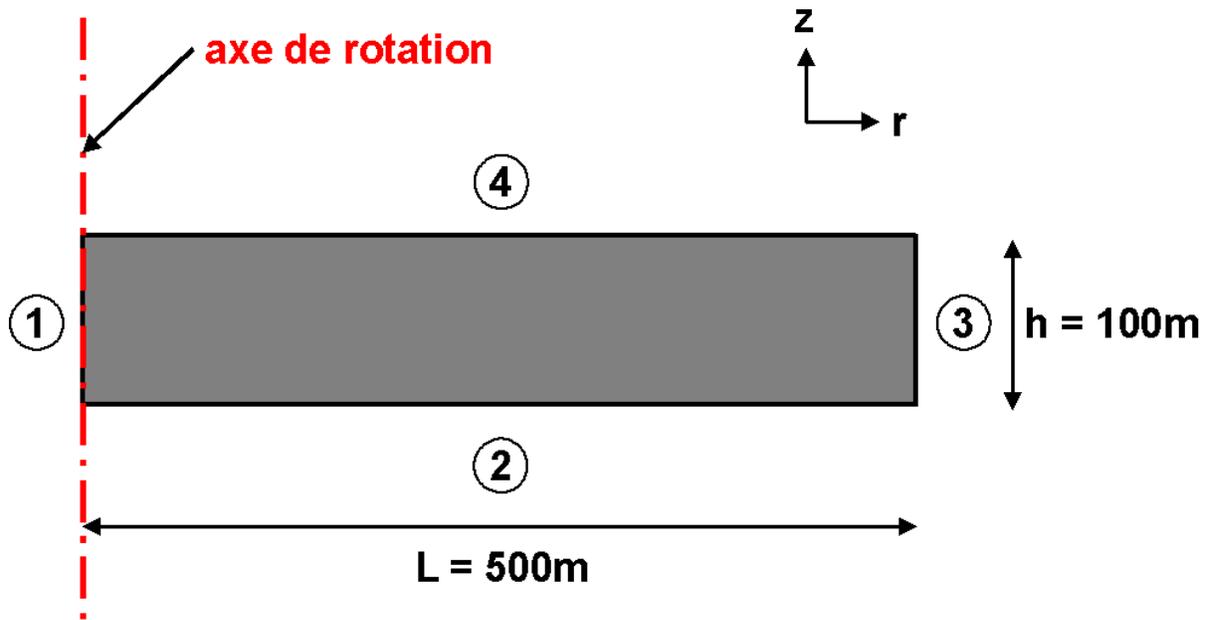


Figure II-2: Propriétés géométriques du réservoir.

Numéro de l'arrête	Condition aux limites
(1)	flux constant déplacements nuls selon r déplacements libres selon z
(2)	flux nul déplacements nuls selon r déplacements nuls selon z
(3)	flux nul déplacements nuls selon r déplacements nuls selon z
(4)	flux nul déplacements libres selon r déplacements libres selon z

Tableau II.1: Conditions aux limites hydrauliques et mécaniques.

4.3.2 Résultats

Nous présentons tout d'abord la réponse à un test de puits en milieu fracturé non déformable avant d'ajouter les composantes du modèle en milieu fracturé déformable.

4.3.2.1 Test de puits en double milieu non déformable

La réponse au puits d'un essai simulé en double milieu non déformable est, en général, caractérisée par trois périodes d'écoulements comme le montre la figure II-3 pour des pressions adimensionnelles.

- une période dominée par l'écoulement dans le milieu fracture. En raison de leur forte perméabilité, les fractures sont les premières à participer à la production. Le réservoir répond comme un milieu homogène de même perméabilité que le milieu fracture.
- une période dominée par les échanges entre le milieu fracture et le milieu matrice. Il s'agit d'une période de transition durant laquelle le milieu matrice se met à produire. Cette période est caractérisée par le terme d'échange \mathcal{Q} .
- une période dominée par l'écoulement de l'ensemble milieu fracture - milieu matrice. Le réservoir se comporte à nouveau comme un milieu homogène de perméabilité équivalente proportionnelle aux perméabilités du milieu matrice et du milieu fracture.

Chacune de ces périodes est caractérisée par des temps caractéristiques dépendant des propriétés des milieux matrice et fracture.

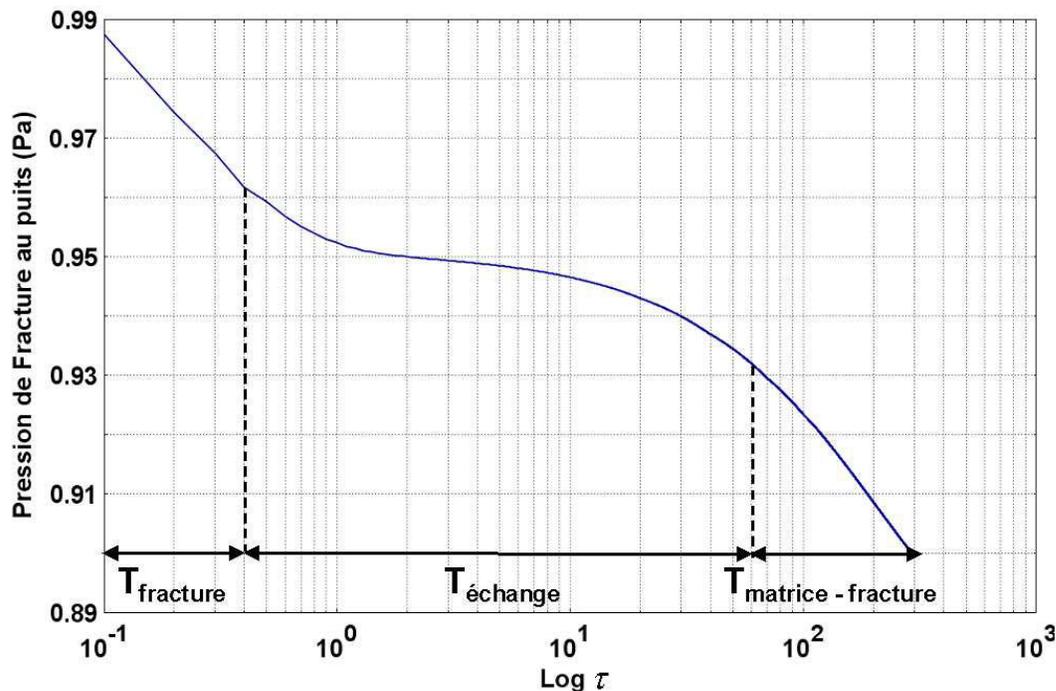


Figure II-3: Caractérisation en trois périodes d'un test de puits en double milieu non déformable : une période dominée par les écoulements dans le milieu fracturé, une période dominée par les échanges entre le milieu fracture et le milieu matrice et une période dominée par l'écoulement de l'ensemble milieu fracture - milieu matrice.

4.3.2.2 Test de puits en double milieu déformable

La figure II-4 présente la réponse au puits d'essais simulés avec un modèle double milieu non déformable et avec le modèle du *cas 2*. Ces différentes contributions sont rassemblées dans la figure II-5. La prise en compte de la mécanique modifie la réponse d'un essai de test de puits : le réservoir est rendu moins compressible par la participation de la composante mécanique et la période transitoire est caractérisée par une cinétique différente.

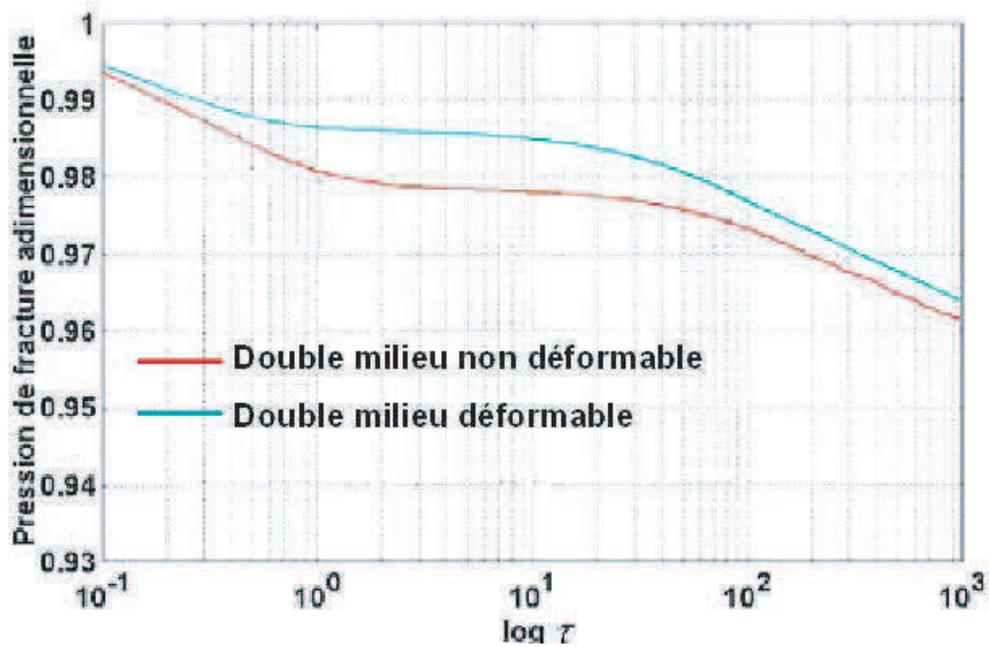


Figure II-4: Réponses au puits d'essais simulés en double milieu non déformable et déformable. Selon les contributions ajoutées, les réponses sont différentes.

$$\begin{aligned}
 & \langle \beta \rangle_F \frac{\partial P^F}{\partial \tau} + \frac{\partial \nabla \cdot U}{\partial \tau} - \nabla \cdot (\hat{K} \nabla P^F) = Q_{\text{puits}} - Q \\
 & \langle \beta \rangle_M \frac{\partial P^M}{\partial \tau} = Q \\
 & Q = \langle \beta \rangle_F \frac{\partial (P^M - P^F)}{\partial \tau} + \frac{\langle \beta \rangle_F \tau^G}{\tau^p} \frac{\partial \nabla \cdot U}{\partial \tau} \\
 & \nabla \cdot (\hat{\mu}_{mnki} e_{mn}(U) - P^F \delta_{ki}) = \nabla \cdot \left(\tau^{\bar{\theta}}{}_{mnki} \frac{\partial e_{mn}(U)}{\partial \tau} - \tau^{\bar{\varphi}}{}_{ki} \frac{\partial P^F}{\partial \tau} \right)
 \end{aligned}$$

Simple milieu
 Double milieu non déformable
 Double milieu déformable, cas 2

Figure II-5: Composantes des modèles simple milieu, double milieu non déformable et double milieu déformable, cas 2.

Les figures (II-6) et (II-7) présentent respectivement le champ de déplacement et le champ de pression adimensionnels dans le réservoir avec le modèle du cas 2.

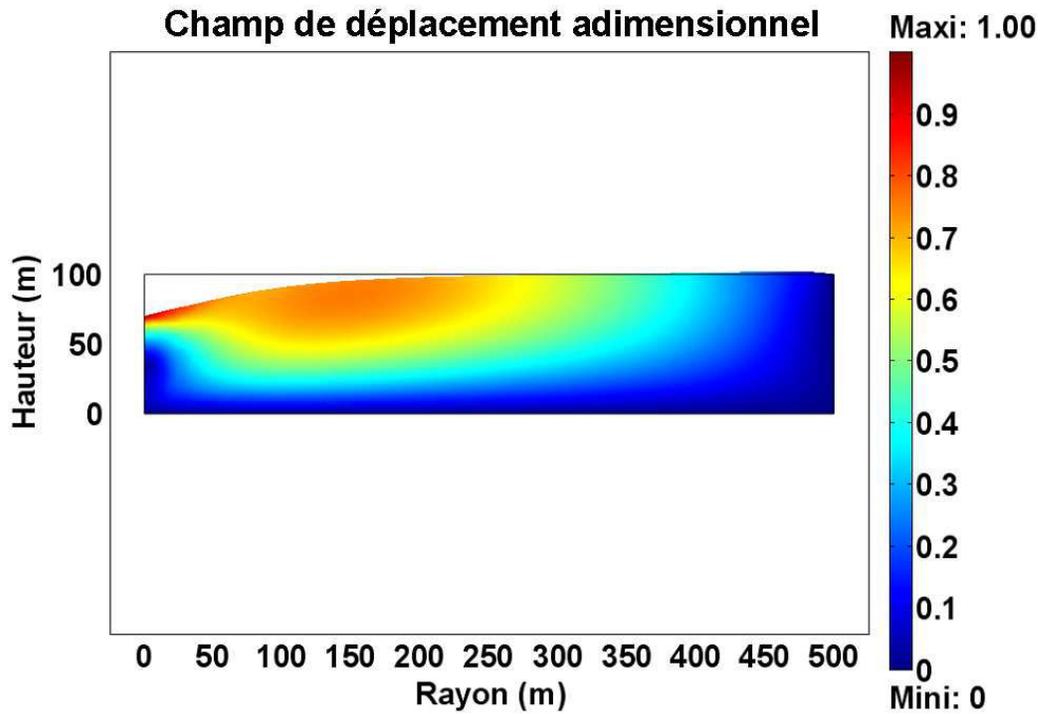


Figure II-6: Représentation du champ de déplacement adimensionnel et de la déformée amplifiée dans le réservoir à $\tau = 20$ selon une coupe (r, z) .

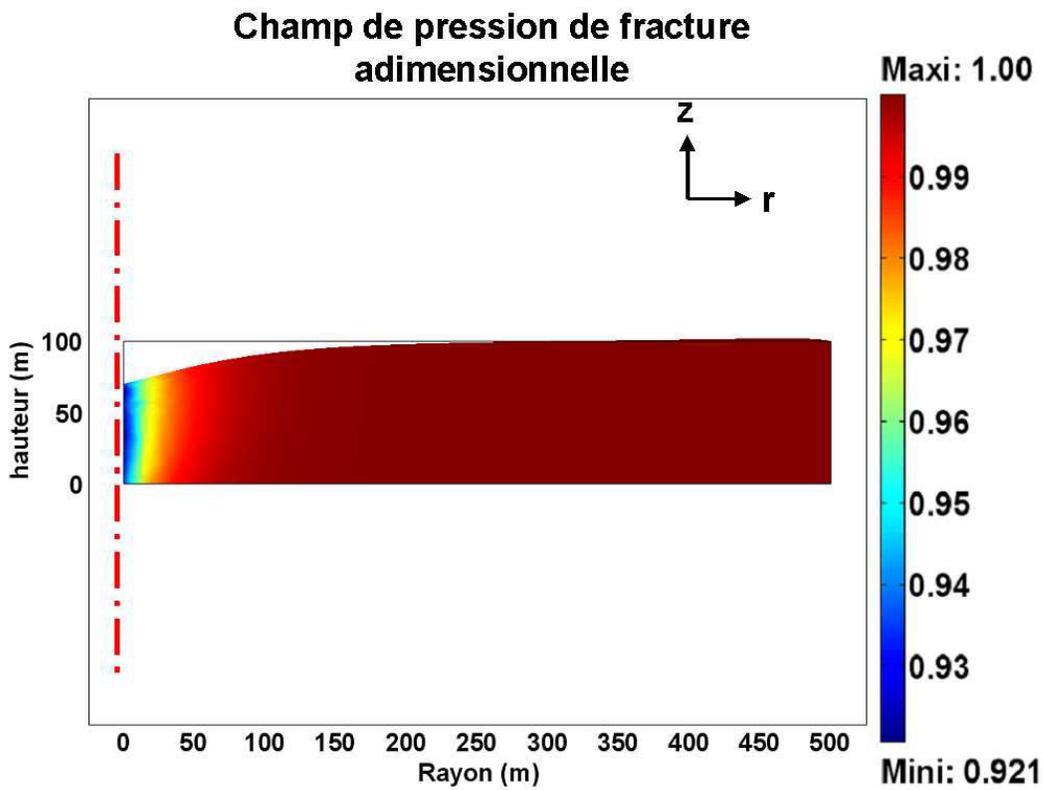


Figure II-7: Représentation du champ de pression de fracture et de la déformée amplifiée dans le réservoir à $\tau = 20$ selon une coupe (r, z) .

Remarque : pour des temps de simulation de l'ordre du temps de production d'un gisement pétrolier, les effets de rééquilibrage entre la pression du milieu matrice et celle du milieu fracture sont négligeables et les pressions sont égales comme le montre la figure II-8 pour des pressions adimensionnelles.

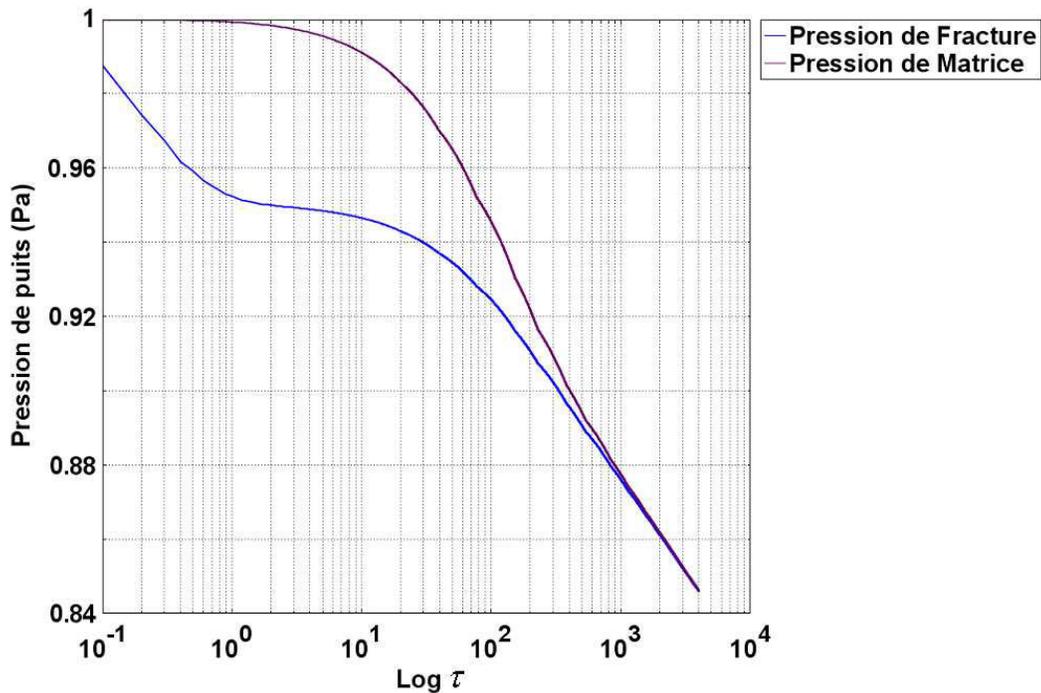


Figure II-8: Evolution de la pression du milieu matrice et de la pression du milieu fracture au puits au cours du temps : pour des temps longs, les pressions sont identiques et les effets de rééquilibrage sont négligés.

5 Conclusion

Pour traiter mathématiquement le problème d'homogénéisation d'un milieu fracturé déformable et étudier la forme des équations, nous avons supposé que la perméabilité des fractures reste constante. Cette approche simplifiée montre néanmoins que la généralisation du modèle de Warren et Root au cas des milieux déformables n'est pas immédiate. Les fonctions de transfert entre la matrice et les fractures consistent en la superposition d'effets hydrauliques, d'effets mécaniques et d'effets hydrauliques et mécaniques retardés. La contrainte macroscopique est la somme d'une contribution élastique et d'une contribution viscoélastique.

Ces travaux peuvent être utilisés pour modéliser et interpréter des tests de puits dans les milieux fracturés et quantifier les effets mécaniques. Les simulations montrent que les déformations modifient la réponse d'un essai de test de puits. Ces résultats préliminaires mériteraient d'être complétés par des travaux complémentaires mettant en évidence par exemple la signature de chacune des contributions mécaniques et hydromécaniques.

A l'échelle de la simulation réservoir (pour des temps de l'ordre de l'année ou la dizaine d'années), les temps de relaxation du modèle hydromécanique peuvent être négligés : les pressions dans le milieu matrice et le milieu fracture sont supposées égales. Le problème d'homogénéisation se simplifie et les paramètres du modèle macroscopique seront estimés en utilisant dans la **PARTIE III** une méthode de champ moyen, l'approche micromécanique.

**PARTIE III : CONTRIBUTION D'UNE
MÉTHODE DE CHAMP MOYEN, L'APPROCHE
MICROMÉCANIQUE**

Dans le cadre d'une modélisation réservoir ou mécanique, il n'est en général pas possible de décrire explicitement chacune des fractures du milieu. Seuls les grands objets d'échelle kilométrique, c'est-à-dire les failles, peuvent être pris en compte dans les modèles numériques. L'approche par homogénéisation consiste à représenter le milieu fracturé par un milieu homogène équivalent. Les hétérogénéités sont alors prises en compte dans la définition de la loi de comportement du matériau et d'une perméabilité équivalente. Par exemple, une famille de fractures parallèles sera associée à un milieu homogénéisé anisotrope.

L'approche classique en modélisation des réservoirs fracturés consiste à construire à partir des données géologiques statiques (logs, analogues de terrain, ...) et dynamiques (tests de puits et tests d'interférence) une image géostatistique du réseau de fractures. Les perméabilités des fractures sont ensuite calées sur les données dynamiques. Les fractures peuvent être de taille finie ou traverser le volume d'homogénéisation considéré. Cette image est utilisée dans le "work-flow" réservoir pour estimer un champ de perméabilité homogénéisé. On étend cette démarche à l'évaluation d'un comportement mécanique et hydromécanique à grande échelle d'un milieu fracturé.

On s'intéresse dans cette partie à des objets de taille finie : la taille caractéristique des fractures est petite devant celle du volume élémentaire représentatif (*v.e.r.*). Pour mettre en oeuvre les techniques d'homogénéisation, on régularise le problème en considérant les fractures non pas comme des interfaces mais comme des objets tridimensionnels fictifs de faible épaisseur. Les techniques d'homogénéisation développées pour les matériaux hétérogènes contenant des inclusions volumiques (par exemple les composites) peuvent alors être employées.

Dans le *chapitre III*, nous montrons à partir des mesures de laboratoire de mécanique des roches comment estimer le comportement mécanique d'un milieu fracturé à l'échelle de la maille de réservoir, afin de renseigner les modèles numériques de réservoir. Les résultats sont confrontés dans le *chapitre IV* aux résultats obtenus par l'approche dite 'de joints' dans laquelle le volume à homogénéiser contient des fractures traversantes, ainsi qu'à des résultats d'homogénéisation numérique réalisés avec le code aux éléments distincts UDEC. Les résultats sont appliqués et comparés aux données du site d'expérimentation Nirex de stockage de déchets nucléaires. Dans le *chapitre V*, on propose une estimation de la variation du volume poreux des fractures en construisant une loi de comportement poroélastique à deux porosités. On propose également une méthodologie d'actualisation de la perméabilité des fractures en vue de la simulation hydromécanique des réservoirs fracturés.

Chapitre III

Comportement macroscopique d'un milieu fracturé sec

Les fractures sont généralement modélisées par des surfaces de discontinuité, dont le comportement mécanique est décrit par une loi d'interface. Ces lois sont déterminées expérimentalement sur des échantillons contenant des fractures traversantes (ou joint) : elles sont présentées en **Annexe B**. Des méthodes de régularisation (Nemat et Hori, 1993 ; Barthélémy, 2005 ; Pensée *et al.*, 2002) ont été proposées récemment : elles permettent de considérer la fracture non pas comme une interface, mais comme une inclusion tridimensionnelle de faible épaisseur, dite inclusion d'Eshelby (Eshelby, 1957). Il est alors possible de faire appel aux méthodes d'homogénéisation de type champs moyens utilisées pour les milieux composites (Zaoui, 1997) afin de décrire le comportement mécanique homogénéisé de la maille réservoir :

- Deudé (Deudé, 2002) a utilisé ces méthodes pour des fractures ouvertes ou fermées glissantes ;
- Barthélémy (Barthélémy, 2005) a traité le cas de fractures plastiques adhérentes décrites par une loi d'écoulement plastique associée.

On montre dans ce chapitre comment généraliser ces résultats à des comportements de fractures plus réalistes (Marmier *et al.*, 2006) afin de reproduire les effets observés sur champ et de construire des outils utilisables pour les études réservoir. On considère successivement :

- une loi de comportement élastique linéaire permettant de rendre compte d'un comportement élastique de fractures et de reproduire par exemple leur minéralisation interne partielle ;
- une loi de comportement élastique non-linéaire : plus une fracture se ferme, plus il est difficile de la fermer puisque le rapprochement des aspérités augmente le nombre de points de contacts entre les lèvres de la fracture ;
- une loi de comportement élastoplastique non associée afin de reproduire les effets de dilataance et d'irréversibilité du comportement induits par la présence des aspérités.

On intègre ces différents comportements dans un schéma d'homogénéisation de type Mori-Tanaka afin de rendre compte des interactions entre les fractures et d'estimer le comportement mécanique homogénéisé d'une roche fracturée sèche. Enfin, nous illustrons l'intérêt et l'appli-

cabilité de la méthode par des tests numériques.

1 Principe d'homogénéisation du problème microscopique

Nous considérons dans ce chapitre une famille de fractures identiques de type "penny-shaped" plongées dans une matrice rocheuse (figure III-1). Chaque fracture est représentée par une inclusion ellipsoïdale de révolution, de rayon R et d'épaisseur $2C$. Ces inclusions sont aussi caractérisées par leur rapport de forme $X = C/R$, leur orientation définie par le vecteur normal \vec{e}_3 , leur loi de comportement représentée par le tenseur \mathbb{C}_f et leur densité N (nombre de fractures par m^3). Nous définissons le paramètre de densité de Budiansky (Budiansky et O'Connell, 1976) de la famille de fractures $\bar{d} = NR^3$ et la fraction volumique de fractures $\Phi^f = \frac{4}{3}\pi\bar{d}X$. Nous supposons que la condition de séparation d'échelle $l \ll L$ est satisfaite. Le *v.e.r.* Ω apparaît donc comme un milieu composite constitué d'un milieu matrice Ω^M et d'un milieu fracture Ω^F ; la frontière externe est notée $\partial\Omega$.

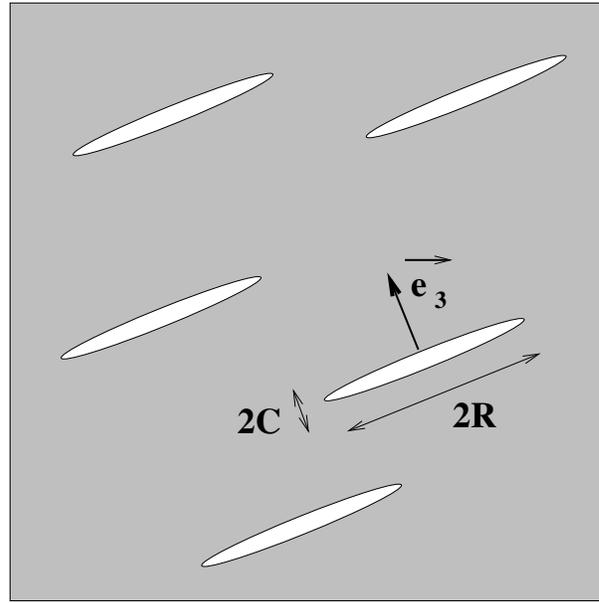


Figure III-1: Paramètres géométriques des inclusions ellipsoïdales.

Les variables surmontées d'une flèche désignent des vecteurs, les variables en gras désignent des tenseurs d'ordre deux et les variables doubles désignent des tenseurs d'ordre quatre. On notera $\langle v \rangle$ la moyenne d'une grandeur physique v sur le domaine Ω :

$$\langle v \rangle = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} v(\vec{x}) d\Omega \quad (\text{III.1})$$

$|\Omega|$ désigne le volume du domaine Ω .

En tout point du *v.e.r.*, le tenseur du taux de déformation microscopique $\dot{\epsilon}(\vec{x})$ est défini à partir des composantes du champ de taux de déplacement $\vec{\dot{u}}(\vec{x})$ par :

$$\dot{\epsilon}(\vec{x}) = \frac{1}{2} \left(\text{grad}(\vec{\dot{u}}(\vec{x})) + {}^T \text{grad}(\vec{\dot{u}}(\vec{x})) \right) \quad (\text{III.2})$$

Nous imposons un taux de déplacement sur le contour $\partial\Omega$:

$$\vec{\dot{u}}(\vec{x}) = \dot{\mathbf{E}} \cdot \vec{x} \quad \vec{x} \in \partial\Omega \quad (\text{III.3})$$

où $\dot{\mathbf{E}}$ est un tenseur taux de déformation constant.

On a alors :

$$\dot{\mathbf{E}} = \langle \dot{\boldsymbol{\epsilon}} \rangle \quad (\text{III.4})$$

On définit (Zaoui, 1997) le taux de contrainte macroscopique $\dot{\boldsymbol{\Sigma}}$ en utilisant (III.1) par :

$$\dot{\boldsymbol{\Sigma}} = \langle \dot{\boldsymbol{\sigma}} \rangle \quad (\text{III.5})$$

$\dot{\boldsymbol{\sigma}}$ est le taux de contrainte microscopique. De manière analogue, une condition aux limites en contrainte imposée sur $\partial\Omega$ par $\dot{\boldsymbol{\sigma}}(\vec{x}) \cdot \vec{n} = \dot{\boldsymbol{\Sigma}} \cdot \vec{x}$ mène à la définition du taux de déformation macroscopique $\dot{\mathbf{E}} = \langle \dot{\boldsymbol{\epsilon}} \rangle$ (Zaoui, 1997). \vec{n} représente le vecteur normal à frontière $\partial\Omega$.

La formulation incrémentale du problème à homogénéiser s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{div} \dot{\boldsymbol{\sigma}}(\vec{x}) = 0 & (\vec{x} \in \Omega) \\ \dot{\boldsymbol{\sigma}}(\vec{x}) = \mathbb{C}(\vec{x}) : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}(\vec{x}) & (\vec{x} \in \Omega) \\ \vec{u}(\vec{x}) = \dot{\mathbf{E}} \cdot \vec{x} & (\vec{x} \in \partial\Omega) \end{array} \right. \quad (\text{III.6})$$

$$\text{avec } \mathbb{C}(\vec{x}) = \begin{cases} \mathbb{C}_m & (\vec{x} \in \Omega^{\mathcal{M}}) \\ \mathbb{C}_f & (\vec{x} \in \Omega^{\mathcal{F}}) \end{cases}$$

Appliquons le raisonnement présenté dans Zaoui, 1997, pour construire le tenseur de rigidité macroscopique \mathbb{C}_{hom} . La linéarité des équations du problème (III.6) implique l'existence d'une relation linéaire entre les champs de déformation microscopique $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}(\vec{x})$ et macroscopique $\dot{\mathbf{E}}$:

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}(\vec{x}) = \mathbb{A}(\vec{x}) : \dot{\mathbf{E}} \quad (\text{III.7})$$

\mathbb{A} représente le tenseur d'ordre quatre de localisation en déformation et exprime la manière dont le champ macroscopique $\dot{\mathbf{E}}$ appliqué sur la frontière $\partial\Omega$ est transmis à l'échelle microscopique. La définition de $\dot{\boldsymbol{\Sigma}}$ dans (III.5) combinée avec les équations (III.6) et (III.7) permet de retrouver l'expression de \mathbb{C}_{hom} (Zaoui, 1997) :

$$\mathbb{C}_{hom} = \langle \mathbb{C} : \mathbb{A} \rangle \quad (\text{III.8})$$

avec :

$$\dot{\boldsymbol{\Sigma}} = \mathbb{C}_{hom} : \dot{\mathbf{E}} \quad (\text{III.9})$$

L'utilisation de conditions aux limites en contrainte imposée aurait mené à la définition et à la construction du tenseur de souplesse macroscopique $\mathbb{S}_{hom} = \mathbb{C}_{hom}^{-1}$ tel que $\dot{\mathbf{E}} = \mathbb{S}_{hom} : \dot{\boldsymbol{\Sigma}}$ avec $\mathbb{S}_{hom} = \mathbb{S} : \mathbb{B}(\vec{x})$, \mathbb{B} tenseur de localisation en contrainte et \mathbb{S} , tenseur de souplesse.

Quant on ne connaît que des éléments statistiques de la morphologie du *v.e.r.*, il n'est pas possible de résoudre exactement le problème de localisation (III.7), c'est-à-dire de déterminer le champ de tenseur \mathbb{A} (respectivement de \mathbb{B}) dont les moyennes par phases sont nécessaires (III.9) pour déterminer le tenseur macroscopique de rigidité \mathbb{C}_{hom} (respectivement de souplesse \mathbb{S}_{hom}). Néanmoins, à partir des connaissances ou des hypothèses concernant la forme des phases et leur répartition spatiale, des estimations du champ de tenseur \mathbb{C}_{hom} peuvent être déterminées. Celles-ci sont construites à partir des solutions de problèmes auxiliaires basés sur le problème d'Eshelby (Eshelby, 1957).

2 Le schéma de localisation de Mori-Tanaka

Plusieurs méthodes de champs moyens font appel à la solution d'Eshelby présentée ci-après :

- la méthode diluée : dans ce cas, il n'y a pas d'interaction entre les inclusions car la concentration en inclusion est faible. Chaque fracture voit la même déformation macroscopique ;
- la méthode de Mori-Tanaka : cette méthode permet de prendre en compte des interactions entre les inclusions en supposant que chacune d'entre elles voit une déformation effective ;
- la méthode de Ponté Castadéna : elle tient compte de la distribution spatiale des fractures. Tant qu'il n'y a pas de recouvrement, elle a un statut de borne plus restrictive que les bornes de Hashrin Strikman ;
- la méthode auto-cohérente : chaque fissure voit un milieu effectif et l'estimation des propriétés homogénéisées nécessite d'utiliser une méthode itérative.

Les travaux d'Eshelby (Eshelby, 1957) montrent que si \mathcal{I} est un ellipsoïde de tenseur d'élasticité $\mathbb{C}_{\mathcal{I}}$, plongé dans une matrice homogène infinie de tenseur d'élasticité \mathbb{C}_0 , avec des conditions aux limites à l'infini du type (III.3), alors pour tout $\vec{x} \in \mathcal{I}$, la déformation microscopique $\epsilon(\vec{x})$ est uniforme et ne dépend que de \vec{x} :

$$\forall \vec{x} \in \mathcal{I}, \epsilon(\vec{x}) = [\mathbb{I} + \mathbb{P}^{0,\mathcal{I}} : (\mathbb{C}_{\mathcal{I}} - \mathbb{C}_0)]^{-1} : \mathbf{E} \quad (\text{III.10})$$

$\mathbb{S}^{0\mathcal{I}} = \mathbb{P}^{0,\mathcal{I}} : \mathbb{C}_0$ et $\mathbb{P}^{0,\mathcal{I}}$ désignent respectivement les tenseurs d'Eshelby et de polarisation de l'inclusion \mathcal{I} relatifs au milieu matrice et \mathbb{I} le tenseur identité $\mathbb{I}_{ijkl} = \delta_{ik}\delta_{jl}$. Les tenseurs $\mathbb{S}^{0\mathcal{I}}$ et $\mathbb{P}^{0,\mathcal{I}}$ dépendent à la fois des propriétés mécaniques de la matrice et des caractéristiques géométriques de l'ellipsoïde : leurs expressions pour des configurations simples sont données en **Annexe C**.

En supposant que la densité des fractures est suffisamment faible pour que l'on puisse négliger les interactions entre elles, on peut ramener la résolution du problème d'homogénéisation à une superposition de problèmes d'Eshelby (Eshelby, 1957). Une telle méthode constitue le schéma dit dilué. On obtient alors :

$$\langle \dot{\epsilon} \rangle_f \simeq [\mathbb{I} + \mathbb{S} : \mathbb{C}_m^{-1} : (\mathbb{C}_f - \mathbb{C}_m)]^{-1} : \dot{\mathbf{E}} \quad (\text{III.11})$$

$\dot{\mathbf{E}}$ est la déformation vue par l'inclusion que l'on suppose confondue avec la déformation moyenne macroscopique. A partir de cette expression, on évalue $\langle \mathbb{A} \rangle_f$ puis \mathbb{C}_{hom} (Zaoui, 1997). Cependant la pertinence du schéma dilué se limite à de faibles densités (Zaoui, 1997). Pour des densités de fractures plus élevées, il est plus intéressant d'utiliser le schéma de Mori-Tanaka qui permet de prendre en compte des interactions entre les fractures. L'idée est de considérer que la déformation à l'infini intègre d'une certaine manière les interactions entre phases à travers une déformation effective $\dot{\mathbf{E}}_0$:

$$\langle \dot{\epsilon} \rangle_f \simeq [\mathbb{I} + \mathbb{S} : \mathbb{C}_m^{-1} : (\mathbb{C}_f - \mathbb{C}_m)]^{-1} : \dot{\mathbf{E}}_0 \quad (\text{III.12})$$

En introduisant (III.7) dans la décomposition $\langle \dot{\epsilon} \rangle = \Phi^f \langle \dot{\epsilon} \rangle_f + (1 - \Phi^f) \langle \dot{\epsilon} \rangle_m$, la déformation effective $\dot{\mathbf{E}}_0$ s'écrit :

$$\dot{\mathbf{E}}_0 = \left[\Phi^m \mathbb{I} + \Phi^f [\mathbb{I} + \mathbb{S} : \mathbb{C}_m^{-1} : (\mathbb{C}_f - \mathbb{C}_m)]^{-1} \right]^{-1} : \dot{\mathbf{E}} \quad (\text{III.13})$$

En combinant (III.12) et (III.13), l'estimation de la moyenne du tenseur de localisation en déformation sur la phase $\Omega^{\mathcal{F}}$ est :

$$\langle \mathbb{A} \rangle_f = [\mathbb{I} + \mathbb{S} : \mathbb{C}_m^{-1} : (\mathbb{C}_f - \mathbb{C}_m)]^{-1} : \left[(1 - \Phi^f) \mathbb{I} + \Phi^f [\mathbb{I} + \mathbb{S} : \mathbb{C}_m^{-1} : (\mathbb{C}_f - \mathbb{C}_m)]^{-1} \right]^{-1} \quad (\text{III.14})$$

En introduisant (III.14) dans la décomposition $\langle \mathbb{A} \rangle = \Phi^f \langle \mathbb{A} \rangle_f + (1 - \Phi^f) \langle \mathbb{A} \rangle_m$, l'estimation de la moyenne du tenseur de localisation en déformation sur la phase $\Omega^{\mathcal{M}}$ s'écrit :

$$\begin{aligned} \langle \mathbb{A} \rangle_m &= \frac{1}{1 - \Phi^f} \mathbb{I} - \frac{\Phi^f}{1 - \Phi^f} \langle \mathbb{A} \rangle_f \\ &= \frac{1}{1 - \Phi^f} \mathbb{I} - \frac{\Phi^f}{1 - \Phi^f} [\mathbb{I} + \mathbb{S} : \mathbb{C}_m^{-1} : (\mathbb{C}_f - \mathbb{C}_m)]^{-1} : \left[(1 - \Phi^f) \mathbb{I} + \Phi^f [\mathbb{I} + \mathbb{S} : \mathbb{C}_m^{-1} : (\mathbb{C}_f - \mathbb{C}_m)]^{-1} \right]^{-1} \end{aligned} \quad (\text{III.15})$$

Finalement, l'expression du tenseur de rigidité macroscopique \mathbb{C}_{hom} est obtenue en introduisant (III.14) dans (III.8) :

$$\mathbb{C}_{hom} = \mathbb{C}_m + \Phi^f (\mathbb{C}_f - \mathbb{C}_m) : [\mathbb{I} + \mathbb{S} : \mathbb{C}_m^{-1} : (\mathbb{C}_f - \mathbb{C}_m)]^{-1} : \left[(1 - \Phi^f) \mathbb{I} + \Phi^f [\mathbb{I} + \mathbb{S} : \mathbb{C}_m^{-1} : (\mathbb{C}_f - \mathbb{C}_m)]^{-1} \right]^{-1} \quad (\text{III.16})$$

Les inclusions étant des ellipsoïdes de rapport de forme petit, on considère X comme un infiniment petit.

En suivant les travaux de Deudé *et al.* (Deude *et al.*, 2002), on définit le tenseur limite \mathbb{T} :

$$\mathbb{T} = \lim_{X \rightarrow 0} X (\mathbb{I} + \mathbb{S} : \mathbb{C}_m^{-1} : (\mathbb{C}_f - \mathbb{C}_m))^{-1} \quad (\text{III.17})$$

En introduisant l'expression de la porosité, \mathbb{C}_{hom} se réécrit, en combinant avec (III.17) :

$$\mathbb{C}_{hom} = \mathbb{C}_m + \left[\frac{4\pi}{3} \bar{d} (\mathbb{C}_f - \mathbb{C}_m) : \mathbb{T} \right] : \left[\mathbb{I} + \frac{4\pi}{3} d \mathbb{T} \right]^{-1} \quad (\text{III.18})$$

Il convient maintenant de différencier les expressions de \mathbb{T} défini dans (III.17) selon le comportement mécanique \mathbb{C}_f de l'ellipsoïde. Nous avons choisi une représentation tridimensionnelle de la fracture : la fracture est un ellipsoïde aplati de type "penny-shaped" de rayon R et de rapport d'aspect X infinitésimal (figure III-2).

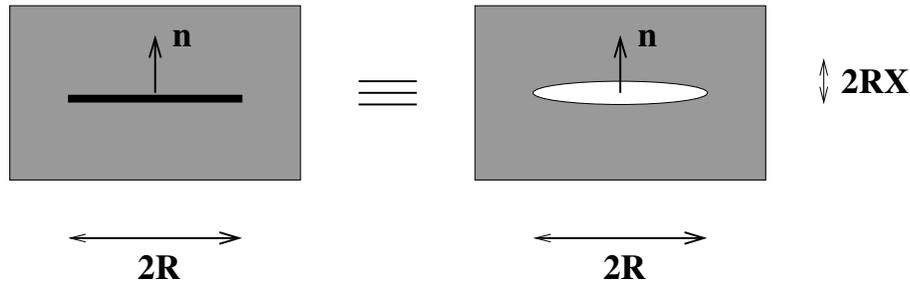


Figure III-2: Identification géométrique du modèle bidimensionnel au modèle tridimensionnel.

Il est nécessaire de construire une loi de comportement tridimensionnelle à partir des lois d'interface bidimensionnelles. Différentes lois de comportements ont été proposées dans la littérature (Deude *et al.*, 2002) :

- cas de fractures ouvertes : l'élasticité de la fracture étant nulle $\mathbb{C}_f = 0$, le tenseur \mathbb{T} s'écrit directement à partir de (III.17), $\mathbb{T} = \lim_{X \rightarrow 0} X (\mathbb{I} - \mathbb{S})^{-1}$ et on obtient $\mathbb{C}_{hom} = \lim_{X \rightarrow 0} \mathbb{C}_m : [\mathbb{I} + \frac{4\pi}{3} \bar{d} X (\mathbb{I} - \mathbb{S})^{-1}]^{-1}$.
- cas de fractures parfaitement adhérentes : si l'on considère que les lèvres des fractures sont parfaitement adhérentes, cela revient à représenter le comportement de la fracture par celui de la matrice $\mathbb{C}_f = \mathbb{C}_m$. On obtient alors $\mathbb{T} = 0$ et $\mathbb{C}_{hom} = \mathbb{C}_m$.
- cas de fractures fermées sans frottement : il s'agit maintenant de rendre compte de l'absence de contrainte tangentielle sur les faces de la fracture. Deudé *et al.* proposent de représenter la fracture fermée par un milieu isotrope de modules de compression k_m et de cisaillement nul : $\mathbb{C}_f = 3k_m \mathbb{J}$ avec $\mathbb{J} = \frac{1}{3} \boldsymbol{\delta} \otimes \boldsymbol{\delta}$. Dans ces conditions, $\mathbb{T} = \lim_{X \rightarrow 0} X (\mathbb{I} - \mathbb{S} : \mathbb{K})^{-1}$ où $\mathbb{K} = \mathbb{I} - \mathbb{J}$, ce qui conduit à $\mathbb{C}_{hom} = \lim_{X \rightarrow 0} \mathbb{C}_m : [\mathbb{I} + \frac{4\pi}{3} \bar{d} X (\mathbb{I} - \mathbb{S} : \mathbb{K})^{-1}]^{-1}$

3 Géomatériau contenant des fractures élastiques

Dans cette section, nous montrons comment construire une loi de comportement linéaire et élastique des ellipsoïdes représentant les fractures. Dans les sections suivantes, nous généraliserons la méthodologie à des comportements élastique non linéaire puis élastoplastique.

3.1 Loi de comportement élastique de l'ellipsoïde

Dans le cadre de la théorie linéaire des joints rocheux (Goodman et Dubois, 1976), la loi de comportement élastique bidimensionnelle de l'interface (III.19) relie les composantes de la traction \vec{t} à l'interface à celles du champ de déplacement à l'interface :

$$\begin{cases} \dot{t}_n \vec{e}_3 &= k_n [\dot{u}_3] \\ \vec{\tau} &= k_t [\dot{\vec{u}}_t] \end{cases} \quad (\text{III.19})$$

$[v]$ désigne le saut de discontinuité de la variable v . $[\dot{u}_3]$ et $[\dot{\vec{u}}_t]$ représentent respectivement les taux de discontinuités des déplacements normal selon \vec{e}_3 (ouverture du joint) et en glissement dans le plan du joint (\vec{e}_1, \vec{e}_2). Rappelons que $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ forme une base orthonormée (\vec{e}_1 et \vec{e}_2 sont deux vecteurs normaux à \vec{e}_3 tels que $\vec{e}_3 \wedge \vec{e}_1 = \vec{e}_2$).

Notons :

- $\dot{\beta} = \langle [\dot{u}_3] \rangle_f$ la moyenne du taux d'ouverture du joint,
- $\dot{\gamma} = \left\langle \left[\dot{\vec{u}}_t \right] \right\rangle_f$ la moyenne du taux de glissement dans le plan du joint.

k_n et k_t désignent respectivement les raideurs normale et tangentielle.

Enfin, $t_n \vec{e}_3$ et $\vec{\tau}$ définissent respectivement les composantes normale et en cisaillement dans le plan du joint de la traction $\vec{t} = t_n \vec{e}_3 + \vec{\tau}$.

En considérant la fracture en tant qu'objet tridimensionnel, l'intégration sur le volume du domaine $\Omega^{\mathcal{F}}$ de $\dot{\epsilon}$ s'écrit :

$$\int_{\Omega^{\mathcal{F}}} \dot{\epsilon} d\Omega = V^{\mathcal{F}} \langle \dot{\epsilon} \rangle_f \quad \text{avec} \quad V^{\mathcal{F}} = \frac{4}{3} \pi R^3 X \quad (\text{III.20})$$

La cohérence cinématique (Barthélémy, 2005) entre les deux modèles se traduit alors par :

$$V^{\mathcal{F}} \langle \dot{\epsilon} \rangle_f = S^{\mathcal{F}} \left(\vec{\gamma} + \dot{\beta} \vec{e}_3 \right) \otimes^s \vec{e}_3 \quad (\text{III.21})$$

Par la suite, on note $\dot{\eta}$, le tenseur d'ordre deux représentatif du champ de taux de discontinuité à l'interface :

$$\dot{\eta} = X \langle \dot{\epsilon} \rangle_f = \frac{3}{4R} \left(\vec{\gamma} + \dot{\beta} \vec{e}_3 \right) \otimes^s \vec{e}_3 \quad (\text{III.22})$$

Ce qui permet de réécrire (III.21) avec (III.22) sous la forme :

$$\frac{4R}{3} \dot{\eta} = \left(\vec{\gamma} + \dot{\beta} \vec{e}_3 \right) \otimes^s \vec{e}_3 \quad (\text{III.23})$$

Dans le cadre de l'élasticité linéaire, la loi de comportement tensorielle incrémentale d'un matériau isotrope, reliant la moyenne du champ de contrainte $\langle \dot{\sigma} \rangle_f$ à la moyenne du champ de déformation $\langle \dot{\epsilon} \rangle_f$, s'écrit :

$$\langle \dot{\sigma} \rangle_f = \mathbb{C}_f : \langle \dot{\epsilon} \rangle_f \quad \text{avec} \quad \mathbb{C}_f = 3k_f \mathbb{J} + 2\mu_f \mathbb{K} \quad (\text{III.24})$$

En multipliant l'équation précédente (III.24) par $\frac{4R}{3}X$ puis en la contractant avec le vecteur \vec{e}_3 , on obtient :

$$\frac{4R}{3}X \langle \dot{t} \rangle_f = \left[(3k_f \mathbb{J} + 2\mu_f \mathbb{K}) : \left(\frac{4R}{3} \dot{\eta} \right) \right] \cdot \vec{e}_3 \quad (\text{III.25})$$

Finalement, en identifiant l'équation (III.25) avec l'équation (III.23), on obtient :

$$\begin{cases} k_f &= \frac{4R}{3}X \left(k_n - \frac{4}{3}k_t \right) \\ \mu_f &= \frac{4R}{3}X k_t \end{cases} \quad (\text{III.26})$$

ou de façon équivalente en terme de module d'Young E_f et de coefficient de Poisson ν_f du milieu fictif tridimensionnel :

$$\begin{cases} E_f &= 4RX \left(k_n - \frac{4}{3}k_t \right) \frac{k_t}{k_n - k_t} \\ \nu_f &= \frac{k_n - 2k_t}{2(k_n - k_t)} \end{cases} \quad (\text{III.27})$$

Le tenseur de rigidité élastique \mathbb{C}_f du matériau fictif s'écrit alors, en tenant compte de (III.24) et de (III.26) :

$$\mathbb{C}_f = X \mathbb{C}_{f0} \quad \text{avec} \quad \mathbb{C}_{f0} = 4R \left(k_n - \frac{4}{3}k_t \right) \mathbb{J} + \frac{8R}{3} k_t \mathbb{K} \quad (\text{III.28})$$

Un tel matériau est thermodynamiquement stable pour $E_f > 0$ et $0 < \nu_f < 1/2$, ce qui est vérifié pour :

$$k_n \geq 2k_t \quad (\text{III.29})$$

Enfin, l'énergie élastique e stockée par une fracture demeure finie lorsque le rapport de forme $X \rightarrow 0$:

$$e = \frac{1}{2} \epsilon_f : \mathbb{C}_f : \epsilon_f V^{\mathcal{F}} = \frac{1}{2} \eta : \mathbb{C}_{f0} : \eta \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \right) \quad (\text{III.30})$$

3.2 Comportement homogénéisé du géomatériau

En utilisant les expressions des coefficients de \mathbb{C}_f obtenues précédemment (III.28) et les expressions analytiques du tenseur d'Eshelby présentées en **Annexe C**, nous déterminons les composantes du tenseur limite \mathbb{T} défini dans (III.17). Les composantes non-nulles de \mathbb{T} pour une inclusion élastique plongée dans une matrice élastique isotrope, de coefficient de Poisson ν et de module d'Young E , sont données ci-dessous :

$$\begin{cases} T_{3311} = T_{3322} \\ = -\frac{12E(\nu-1)\nu}{16Rk_n(\nu^2-1)(2\nu-1)+3\pi E(1-2\nu)} \\ T_{3333} = \frac{12E(\nu-1)^2}{16Rk_n(\nu^2-1)(2\nu-1)+3\pi E(1-2\nu)} \\ T_{1313} = T_{2323} \\ = \frac{6E(\nu-1)}{32Rk_t(\nu^2-1)+3\pi E(\nu-2)} \end{cases} \quad (\text{III.31})$$

L'expression du tenseur de rigidité homogénéisé du géomatériau est alors obtenue en combinant (III.18) et (III.31) :

$$\mathbb{C}_{hom} = \mathbb{C}_m : \left(\mathbb{I} + \frac{4}{3}\pi\bar{d}\mathbb{T} \right)^{-1} \quad (\text{III.32})$$

(III.32) permet de vérifier que le matériau homogénéisé est bien isotrope transverse.

Enfin, en multipliant (III.7) par le rapport de forme X et en utilisant (III.22), nous obtenons la loi de localisation suivante :

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = X \langle \mathbb{A} \rangle_f : \dot{\boldsymbol{E}} \quad (\text{III.33})$$

En combinant (III.33) avec (III.9), nous obtenons :

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = X \langle \mathbb{A} \rangle_f : \mathbb{C}_{hom}^{-1} : \dot{\boldsymbol{\Sigma}} \quad (\text{III.34})$$

En utilisant les expressions de $\langle \mathbb{A} \rangle_f$ (III.14) et celle de \mathbb{C}_{hom} (III.32), (III.34) se réécrit :

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbb{T} : \mathbb{C}_m^{-1} : \dot{\boldsymbol{\Sigma}} \quad (\text{III.35})$$

Finalement, l'intégration par rapport au temps de (III.35) donne la loi de localisation :

$$\boldsymbol{\eta} = \mathbb{T} : \mathbb{C}_m^{-1} : \boldsymbol{\Sigma} \quad (\text{III.36})$$

Cette loi fournit une estimation des déformations de la fracture en fonction des grandeurs macroscopiques : en particulier, en contractant son expression deux fois sur l'axe normal \vec{e}_3 , on peut accéder directement à la variation d'ouverture.

Les résultats obtenus dans cette section permettent de généraliser les travaux de Deudé [53] pour des fractures ouvertes, fermées parfaitement adhérentes et fermées non-adhérentes :

- $(k_t, k_n) = (0, 0)$ correspond à des fractures ouvertes ;
- $(k_t, k_n) = (\infty, \infty)$ correspond à des fractures fermées parfaitement adhérentes ;
- $(k_t, k_n) = (0, \infty)$ correspond à des fractures fermées non-adhérentes.

Pour un géomatériau comportant plusieurs familles de fractures, les résultats obtenus (III.32) et (III.36) peuvent être généralisés en conservant l'utilisation du schéma de localisation de Mori-Tanaka. Si \bar{d}_i et \mathbb{T}_i désignent respectivement le paramètre de densité de Budiansky (Budiansky et O'Connell, 1976) et le tenseur limite de la i -ème famille de fracture, alors :

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\eta}_i &= \mathbb{T}_i : \mathbb{C}_m^{-1} : \boldsymbol{\Sigma} \\ \mathbb{C}_{hom} &= \mathbb{C}_m : \left(\mathbb{I} + \frac{4}{3}\pi \sum_i \bar{d}_i \mathbb{T}_i \right)^{-1}\end{aligned}\tag{III.37}$$

4 Géomatériau contenant des fractures de comportement non-linéaire

4.1 Loi de comportement non-linéaire de l'interface

Pendant la fermeture d'une fracture et à mesure que les deux lèvres se rapprochent, la présence des aspérités génère une augmentation des points de contacts. Du point de vue mécanique, cela se traduit par une augmentation de la raideur normale k_n : plus la fracture se referme, plus il est difficile de la refermer. Ce comportement peut être décrit par le modèle de Barton (Barton et Choubey, 1977) :

$$k_n = k_{n0} \frac{1}{1 + \frac{[u_3]}{\xi_0}} \quad \text{pour} \quad -\xi_0 < [u_3] \leq 0\tag{III.38}$$

$\xi_0 > 0$ désigne l'ouverture maximale du joint, k_{n0} la raideur normale initiale et $[u_3]$ l'ouverture du joint.

Lorsque $[u_3] \geq 0$, nous supposons que $k_n = k_{n0}$.

La formulation non-linéaire de la loi de comportement de l'interface s'écrit :

$$\vec{t} = k_n([u_3]) [u_3] \vec{e}_3 + k_t [\vec{u}_t]\tag{III.39}$$

avec

$$\begin{aligned}k_n &= k_{n0} \quad \text{lorsque} \quad [u_3] \geq 0 \\ k_n &= k_{n0} \frac{1}{1 + \frac{[u_3]}{\xi_0}} \quad \text{lorsque} \quad [u_3] \leq 0\end{aligned}\tag{III.40}$$

4.2 Comportement homogénéisé du géomatériau

Nous reprenons à présent la méthodologie de la section 3 afin d'accéder au comportement homogénéisé du géomatériau contenant des fractures de comportement non-linéaire et à la variation de l'ouverture des fractures.

L'opérateur de différenciation sera noté d .

On suppose que la formulation moyennée incrémentale (III.41) vérifie :

$$d \langle \vec{t} \rangle = \frac{d(k_n(\beta) \beta)}{d\beta} d\beta \vec{e}_3 + k_t d(\vec{\gamma})\tag{III.41}$$

où la raideur normale s'écrit :

$$\begin{aligned}k_n &= k_{n0} \quad \text{lorsque} \quad (\beta \geq 0) \\ k_n &= k_{n0} \frac{1}{1 + \frac{\beta}{\xi_0}} \quad \text{lorsque} \quad (\beta \leq 0)\end{aligned}\tag{III.42}$$

$\beta = \langle [u_3] \rangle_f$ désigne la moyenne de l'ouverture du joint. En reprenant l'analogie effectuée entre les modèles 2d et 3d (III-2), on définit un comportement élastique incrémental pour la fracture donné par :

$$\begin{cases} k_f^t &= \frac{4R}{3} X \left(k_n(\beta) + \frac{dk_n(\beta)}{d\beta} \beta - \frac{4}{3} k_t \right) \\ \mu_f^t &= \frac{4R}{3} X k_t \end{cases} \quad (\text{III.43})$$

t fait référence au caractère tangent du comportement. \mathbb{T}^t désigne alors le tenseur limite défini par (III.17) pour une formulation incrémentale. Les composantes non-nulles du tenseur \mathbb{T}^t sont :

$$\begin{cases} T_{3311}^t &= T_{3322}^t \\ &= -\frac{12E(\nu-1)\nu}{16R\left(\frac{dk_n(\beta)}{d\beta}\right)(\nu^2-1)(2\nu-1)+3\pi E(1-2\nu)} \\ T_{3333}^t &= \frac{12E(\nu-1)^2}{16R\left(\frac{dk_n(\beta)}{d\beta}\right)(\nu^2-1)(2\nu-1)+3\pi E(1-2\nu)} \\ T_{1313}^t &= T_{2323}^t \\ &= \frac{6E(\nu-1)}{32Rk_t(\nu^2-1)+3\pi E(\nu-2)} \end{cases} \quad (\text{III.44})$$

L'équation de localisation incrémentale s'écrit alors :

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbb{T}^t(\beta) : \mathbb{C}_m^{-1} : \dot{\boldsymbol{\Sigma}} \quad (\text{III.45})$$

En notant $\mathbb{T}'^t(\beta) = \mathbb{T}^t(\beta) : \mathbb{C}_m^{-1}$, les composantes non-nulles de \mathbb{T}'^t sont calculées :

$$\begin{cases} T_{3333}'^t &= \frac{12(1-\nu^2)}{16R\left(\frac{dk_n(\beta)}{d\beta}\right)(1-\nu^2)+3\pi E} \\ T_{1313}'^t &= T_{2323}'^t \\ &= \frac{6(1-\nu^2)}{32Rk_t(1-\nu^2)+3\pi E(2-\nu)} \end{cases} \quad (\text{III.46})$$

Nous intégrons la loi de localisation (III.45) en temps puis nous la contractons avec \vec{e}_3 :

$$\begin{aligned} \frac{3}{4R} (\beta - \beta_0) \vec{e}_3 &= \frac{12(1-\nu^2)}{16Rk_n(\beta)(1-\nu^2)+3\pi E} \Sigma_{33} \vec{e}_3 \\ \frac{3}{4R} \vec{\gamma} &= \frac{12(1-\nu^2)}{32Rk_t(1-\nu^2)+3\pi E(2-\nu)} (\Sigma \cdot \vec{e}_3 - \Sigma_{33} \vec{e}_3) \end{aligned} \quad (\text{III.47})$$

Ce résultat permet finalement de reconstruire le tenseur limite \mathbb{T} dont les composantes non-nulles sont données par :

$$\begin{cases} T_{3311} &= T_{3322} \\ &= -\frac{12E(\nu-1)\nu}{16R(k_n(\beta))(\nu^2-1)(2\nu-1)+3\pi E} E (1 - 2\nu) \\ T_{3333} &= \frac{12E(\nu-1)^2}{16R(k_n(\beta))(\nu^2-1)(2\nu-1)+3\pi E(1-2\nu)} \\ T_{1313} &= T_{2323} \\ &= \frac{6E(\nu-1)}{32Rk_t(\nu^2-1)+3\pi E(\nu-2)} \end{cases} \quad (\text{III.48})$$

On obtient alors la formulation :

$$\boldsymbol{\eta} = \mathbb{T}(\beta) : \mathbb{C}_m^{-1} : \boldsymbol{\Sigma} \quad (\text{III.49})$$

De même pour la loi de comportement macroscopique, il vient :

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbb{S}_{hom}(\beta) : \boldsymbol{\Sigma} \\ &= \left(\mathbb{I} + \frac{4}{3} \pi \bar{d} \mathbb{T} \right) : \mathbb{C}_m^{-1} : \boldsymbol{\Sigma} \end{aligned} \quad (\text{III.50})$$

Nous avons vérifié que la formulation incrémentale tangente définie par (III.45) est équivalente à la formulation sécante (III.49) pour une loi de comportement non-linéaire des fractures. De

plus, \mathbb{C}_{hom} est le même que dans le cas linéaire (III.32) dans lequel on remplace \mathbb{T} par $\mathbb{T}^t(\beta)$ défini dans (III.48).

Nous avons donc étendu les résultats obtenus dans la section 3, pour un comportement élastique de la fracture, au comportement élastique non-linéaire attribué à la non-linéarité de la raideur normale pendant la fermeture. Dans la section suivante, nous généralisons ces résultats à des fractures de comportement élastoplastique puis poroélastoplastique.

5 Irréversibilité dans les milieux fracturés

5.1 Le modèle plastique de Plesha (Plesha, 1987)

L'irrégularité de l'état de surface des joints rocheux est décrit par le modèle de Patton (Patton, 1966). Ce modèle considère qu'un joint est composé par deux surfaces en dents de scies : les aspérités sont caractérisées par l'angle α par rapport à l'horizontal (III-3). Le modèle de Patton suppose une loi de friction de type Coulomb à la surface des dents de sorte que le critère plastique s'écrit :

$$F(\vec{\tau}_i, t_{n,i}) = \|\vec{\tau}_i\| + t_{n,i} \tan \Phi = 0 \quad (\text{III.51})$$

τ_i et $t_{n,i}$ désignent respectivement les composantes tangentielle et normale du champ de contrainte dans le repère local défini par le plan d'une dent et sa normale (figure III-3) ; Φ représente l'angle de friction du matériau. Les paramètres peuvent être déterminés expérimentalement (Betis *et al.*, 1983 ; Nguyen et Selvadurai, 1998). Le glissement (ou le régime plastique) débute lorsque le critère (III.51) est saturé.

La loi d'écoulement plastique est non associée et définie par le potentiel plastique G :

$$G = \|\vec{\tau}_i\| \quad (\text{III.52})$$

La loi d'écoulement étant non associée, le gradient de G détermine la direction de l'écoulement. Dans le cadre du modèle de Plesha, le critère de plasticité (III.51) et la loi d'écoulement (III.52) sont réécrits en fonction des composantes tangentielle τ et normale t_n au plan du joint du champ de contraintes (Patton, 1966 ; Scotti et Cornet, 1994). On obtient :

$$F_{2d} = \|\vec{\tau}\| + t_n Q = 0$$

$$\text{avec } Q = \tan(\Phi + \alpha) \quad \text{lorsque } t_n \sin(\alpha) + \|\tau\| \cos(\alpha) > 0 \quad (\text{III.53})$$

$$Q = \tan(\Phi - \alpha) \quad \text{lorsque } t_n \sin(\alpha) + \|\tau\| \cos(\alpha) < 0$$

et

$$G_{2d} = \|\vec{\tau}\| + t_n Q' = 0 \quad (\text{III.54})$$

$$\text{avec } Q' = \tan(\alpha)$$

Afin de rendre compte d'une dégradation des aspérités pendant leur glissement, Plesha introduit un coefficient de dégradation c . L'angle des aspérités décroît de manière exponentielle en fonction du travail plastique W_p , selon la loi : (III.56) et de c :

$$\alpha = \alpha_0 \exp\left(-\int_0^{W_p} c dW_p\right) \quad (\text{III.55})$$

$$W_p = \int \vec{\tau} d\vec{\gamma}_p \quad (\text{III.56})$$

α_0 désigne la valeur initiale de l'angle des aspérités.

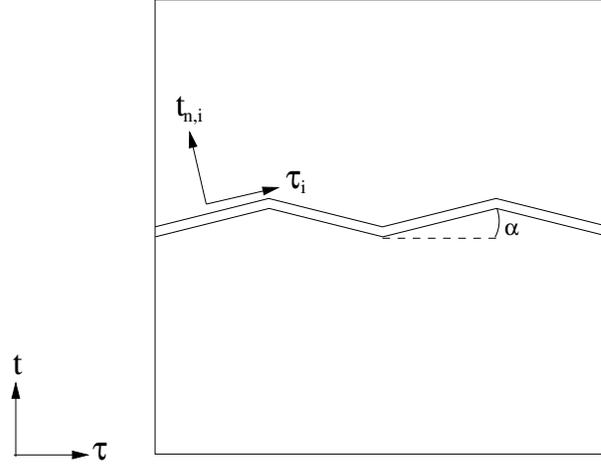


Figure III-3: Modèle de Patton (Patton, 1966)

5.2 Le modèle tridimensionnel de fracture

Nous montrons dans cette section comment utiliser le critère de plasticité et la loi de comportement non associée pour construire un modèle élastoplastique tridimensionnel de fractures et estimer le comportement macroscopique du géomatériau fracturé sec. On généralise l'approche développée par Barthélémy pour une fracture ayant un comportement plastique associé (Barthélémy, 2005) au cas d'un comportement élastoplastique non associé (ouverture de la fracture en dilatance et dégradation des aspérités).

5.2.1 Critère de plasticité et règle d'écoulement

On suppose qu'en régime plastique, l'état de contrainte est uniforme sur les faces de la fracture et que le taux de déformation plastique peut être estimé par sa valeur moyenne (comme pour le cas élastique précédemment traité). En utilisant la loi d'écoulement plastique pour le modèle d'interface bidimensionnelle, le taux de discontinuité plastique s'écrit :

$$\dot{\beta}_p \vec{e}_3 + \dot{\gamma}_p = \dot{\lambda} \left(Q' \vec{e}_3 + \frac{\vec{\tau}}{\|\vec{\tau}\|} \right) \quad \dot{\lambda} \geq 0 \quad (\text{III.57})$$

λ désigne le multiplicateur plastique pour la loi de la moyenne des déformations plastiques (III.57) d'un interface bidimensionnel.

L'idée de la modélisation tridimensionnelle est de construire un milieu fictif de critère de plasticité noté F_{3d} à partir du critère bidimensionnel F_{2d} (Barthélémy, 2005) :

$$F_{3d} = F_{2d}(\boldsymbol{\sigma} \cdot \vec{e}_3) \quad (\text{III.58})$$

De même, on suppose que le potentiel plastique 3d s'écrit en fonction du potentiel 2d (Barthélémy, 2005) :

$$G_{3d} = G_{2d}(\boldsymbol{\sigma} \cdot \vec{e}_3) \quad (\text{III.59})$$

En différenciant (III.59), on obtient :

$$\begin{aligned} dG_{3d} &= \frac{dG(\boldsymbol{\sigma} \cdot \vec{e}_3)}{d\boldsymbol{\sigma} \cdot \vec{e}_3} d(\boldsymbol{\sigma} \cdot \vec{e}_3) \\ &= \left(\frac{dG(\vec{t})}{d\vec{t}} \otimes \vec{e}_3 \right) : d(\boldsymbol{\sigma}) \end{aligned} \quad (\text{III.60})$$

Soit finalement :

$$\frac{dG_{3d}}{d(\boldsymbol{\sigma})} = \frac{dG}{d\vec{t}} \otimes \vec{e}_3 \quad (\text{III.61})$$

On introduit alors (III.22) et (III.57) dans (III.61) multipliée par $\dot{\lambda}$:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \dot{\mu} \frac{\partial G_{3d}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad \text{avec} \quad \dot{\mu} = \frac{3}{4R} \dot{\lambda} \quad (\text{III.62})$$

On introduit alors le repère cylindrique d'axe \vec{e}_3 tel que $\vec{e}_r = \frac{\vec{r}}{\|\vec{r}\|}$ et $\vec{e}_\theta = \vec{e}_3 \wedge \vec{e}_r$. L'angle formé par (\vec{e}_1, \vec{e}_r) est appelé θ .

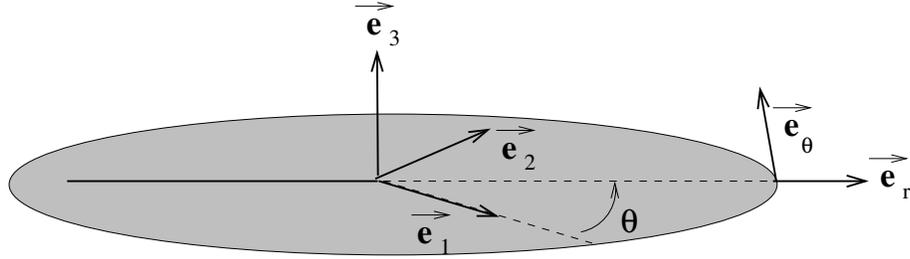


Figure III-4: Repères de l'ellipsoïde.

Nous définissons aussi les tenseurs d'ordre deux définis par :

$$\boldsymbol{\tau}_i = \vec{e}_i \otimes \vec{e}_3 + \vec{e}_3 \otimes \vec{e}_i \quad \text{pour } i = 1, 2, r, \theta \quad (\text{III.63})$$

On peut remarquer que $\boldsymbol{\tau}_i : \boldsymbol{\tau}_i = 2$ pour $i = 1, 2, r, \theta$ et que $\boldsymbol{\tau}_r \otimes \boldsymbol{\tau}_r + \boldsymbol{\tau}_\theta \otimes \boldsymbol{\tau}_\theta = \boldsymbol{\tau}_1 \otimes \boldsymbol{\tau}_1 + \boldsymbol{\tau}_2 \otimes \boldsymbol{\tau}_2$. En notant $\dot{\boldsymbol{\eta}}_p$ le taux de vitesse de discontinuité de la fracture plastique :

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_p = X \langle \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_p \rangle \quad (\text{III.64})$$

La règle d'écoulement (III.65) est obtenue pour le matériau fictif plastique 3d :

$$\frac{4R}{3} \dot{\boldsymbol{\eta}}_p = \frac{4R}{3} \left(\dot{\beta}_p \vec{e}_3 + \dot{\gamma}_p \right) \stackrel{s}{\otimes} \vec{e}_3 = \dot{\lambda} \left(Q' \vec{e}_3 \otimes \vec{e}_3 + \frac{1}{2} \boldsymbol{\tau}_r \right) \quad (\text{III.65})$$

5.2.2 Loi de localisation

Définissons $\dot{\boldsymbol{\sigma}}_p$:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_p = -\mathbb{C}_f : \langle \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_p \rangle_f = -\mathbb{C}_{f0} : \dot{\boldsymbol{\eta}}_p \quad (\text{III.66})$$

On souhaite construire une règle de localisation reliant $\dot{\boldsymbol{\eta}}$, $\dot{\boldsymbol{\sigma}}_p$ et la contrainte macroscopique $\dot{\boldsymbol{\Sigma}}$. Considérons alors le problème (\mathcal{P}) défini ci-dessous :

$$(\mathcal{P}) \quad \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{div} \dot{\boldsymbol{\sigma}}(\vec{x}) = 0 \quad (\vec{x} \in \Omega) \\ \dot{\boldsymbol{\sigma}}(\vec{x}) = \mathbb{C}(\vec{x}) : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}(\vec{x}) + \dot{\boldsymbol{\sigma}}_p(\vec{x}) \quad (\vec{x} \in \Omega) \\ \dot{u}(\vec{x}) = \dot{\boldsymbol{E}} \cdot \vec{x} \quad (\vec{x} \in \partial\Omega) \end{array} \right. \quad (\text{III.67})$$

$$\mathbb{C}(\vec{x}) = \begin{cases} \mathbb{C}_m & (\vec{x} \in \Omega_m) \\ \mathbb{C}_f & (\vec{x} \in \Omega_f) \end{cases}$$

avec

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_p(\vec{x}) = \begin{cases} 0 & (\vec{x} \in \Omega_m) \\ \dot{\boldsymbol{\sigma}}_p & (\vec{x} \in \Omega_f) \end{cases}$$

Décomposons linéairement le problème (III.67) en la somme de deux sous-problèmes (figure III-5) :

– le problème (\mathcal{P}') tel que le *v.e.r.* est soumis à une déformation

$(\dot{\mathbf{E}} - \mathbb{C}_m^{-1} : \dot{\boldsymbol{\sigma}}_p)$ sur le contour $\partial\Omega$ et à la précontrainte nulle dans les fractures :

$$(\mathcal{P}') \quad \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{div} \dot{\boldsymbol{\sigma}}'(\vec{x}) = 0 \quad (\vec{x} \in \Omega) \\ \dot{\boldsymbol{\sigma}}'(\vec{x}) = \mathbb{C}(\vec{x}) : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}'(\vec{x}) \quad (\vec{x} \in \Omega) \\ \dot{u}'(\vec{x}) = (\dot{\mathbf{E}} - \mathbb{C}_m^{-1} : \dot{\boldsymbol{\sigma}}_p) \cdot \vec{x} \quad (\vec{x} \in \partial\Omega) \end{array} \right. \quad (\text{III.68})$$

– le problème (\mathcal{P}'') tel que le *v.e.r.* est soumis à une déformation $(\mathbb{C}_m^{-1} : \dot{\boldsymbol{\sigma}}_p)$ sur le contour $\partial\Omega$ et à la précontrainte $\dot{\boldsymbol{\sigma}}_p$ dans les fractures :

$$(\mathcal{P}'') \quad \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{div} \dot{\boldsymbol{\sigma}}''(\vec{x}) = 0 \quad (\vec{x} \in \Omega) \\ \dot{\boldsymbol{\sigma}}''(\vec{x}) = \mathbb{C}(\vec{x}) : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}(\vec{x})'' + \dot{\boldsymbol{\sigma}}_p(\vec{x}) \quad (\vec{x} \in \Omega) \\ \dot{u}''(\vec{x}) = (\mathbb{C}_m^{-1} : \dot{\boldsymbol{\sigma}}_p) \cdot \vec{x} \quad (\vec{x} \in \partial\Omega) \end{array} \right. \quad (\text{III.69})$$

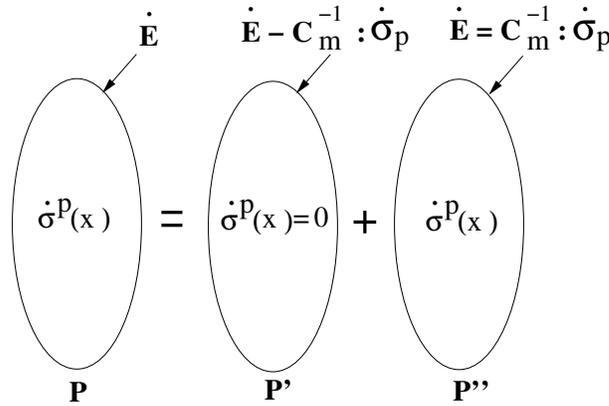


Figure III-5: Décomposition de problème (\mathcal{P}) en deux sous-problèmes (\mathcal{P}') et (\mathcal{P}'')

Le problème (\mathcal{P}') a été résolu précédemment. Le taux de discontinuité de la fracture s'écrit :

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}' = \mathbb{T} : \mathbb{C}_m^{-1} : \dot{\boldsymbol{\Sigma}}' \quad (\text{III.70})$$

où \mathbb{T} a été défini dans (III.17) et $\dot{\boldsymbol{\Sigma}}'$ représente le champ de contrainte solution du problème (\mathcal{P}') .

Le champ de contrainte solution du problème (\mathcal{P}'') s'écrit :

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}'' = \dot{\boldsymbol{\sigma}}_p \quad (\text{III.71})$$

on obtient $\dot{\boldsymbol{\eta}}'' = 0$.

La solution $\dot{\boldsymbol{\Sigma}}$ du problème (\mathcal{P}) est déterminée par la superposition :

$$\dot{\boldsymbol{\Sigma}} = \dot{\boldsymbol{\Sigma}}' + \dot{\boldsymbol{\sigma}}_p \quad (\text{III.72})$$

Il vient :

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbb{T} : \mathbb{C}_m^{-1} : (\dot{\boldsymbol{\Sigma}} - \dot{\boldsymbol{\sigma}}_p) \quad (\text{III.73})$$

5.3 Comportement homogénéisé

Dans cette partie, nous supposons qu'il n'y pas de dégradation des aspérités $c = 0$ dans (III.55). La fracture possède un comportement plastique non associé. En utilisant la décomposition du taux de discontinuité en sa contribution élastique et sa contribution plastique $\dot{\boldsymbol{\eta}} = \dot{\boldsymbol{\eta}}_e + \dot{\boldsymbol{\eta}}_p$, on obtient l'équation tensorielle :

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_p + \dot{\boldsymbol{\eta}}_p + = \mathbb{T} : \mathbb{C}_m^{-1} : \left(\dot{\boldsymbol{\Sigma}} - \dot{\boldsymbol{\sigma}}_p \right) \quad (\text{III.74})$$

En utilisant (III.23) on obtient :

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_e = \frac{3}{4Rk_n} \dot{t}_n (\vec{e}_3 \otimes \vec{e}_3) - \frac{3}{8Rk_t} \left(Q \dot{t}_n \boldsymbol{\tau}_r + Q \dot{t}_n \dot{\theta} \boldsymbol{\tau}_\theta \right) \quad (\text{III.75})$$

$\dot{\boldsymbol{\eta}}_p$ est exprimée à partir de la loi d'écoulement plastique (III.65). On obtient pour $\dot{\boldsymbol{\sigma}}_p$:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_p = -k_n \dot{\lambda} Q' \vec{e}_3 \otimes \vec{e}_3 - k_t \dot{\lambda} \boldsymbol{\tau}_r - (k_n - 2k_t) \dot{\lambda} Q' (\vec{e}_1 \otimes \vec{e}_1 + \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_2) \quad (\text{III.76})$$

$\mathbb{C}_{f0}^{-1} : \dot{\boldsymbol{\sigma}}_f$ et $\mathbb{T} : \mathbb{C}_m^{-1}$ s'écrivent :

$$\mathbb{C}_{f0}^{-1} : \dot{\boldsymbol{\sigma}}_f = \frac{3}{4Rk_n} \dot{t}_n (\vec{e}_3 \otimes \vec{e}_3) - \frac{3}{8Rk_t} \left(Q \dot{t}_n \boldsymbol{\tau}_r + Q \dot{t}_n \dot{\theta} \boldsymbol{\tau}_\theta \right) \quad (\text{III.77})$$

$$\begin{aligned} \mathbb{T} : \mathbb{C}_m^{-1} &= \frac{12(1-\nu^2)}{3\pi E + 16Rk_n(1-\nu^2)} \vec{e}_3 \otimes \vec{e}_3 \otimes \vec{e}_3 \otimes \vec{e}_3 \\ &+ \frac{12(1-\nu^2)}{3\pi E(2-\nu) + 32Rk_t(1-\nu^2)} \frac{1}{2} (\boldsymbol{\tau}_r \otimes \boldsymbol{\tau}_r + \boldsymbol{\tau}_\theta \otimes \boldsymbol{\tau}_\theta) \end{aligned} \quad (\text{III.78})$$

Les inconnues de l'équation sont la moyenne du taux de déplacement normal \dot{t}_n , la variation du multiplicateur plastique $\dot{\lambda}$ ainsi que la variation de l'angle $\dot{\theta}$. En contractant successivement l'équation tensorielle obtenue par $\vec{e}_3 \otimes \vec{e}_3$, $\boldsymbol{\tau}_r$ puis $\boldsymbol{\tau}_\theta$, le système suivant est obtenu :

$$\begin{aligned} \dot{t}_n \left(\frac{3\pi E}{4Rk_n} + 4(1-\nu^2) \right) + \frac{3\pi E}{4R} Q' \dot{\lambda} &= 4(1-\nu^2) \dot{\Sigma}_{33} \\ -\dot{t}_n Q \left(\frac{3\pi E(2-\nu)}{8Rk_t} + 4(1-\nu^2) \right) + \frac{3\pi E(2-\nu)}{8R} \dot{\lambda} &= 4(1-\nu^2) \dot{\Sigma}_{3r} \\ -\dot{\theta} \dot{t}_n Q \left(\frac{3\pi E(2-\nu)}{8Rk_t} + 4(1-\nu^2) \right) &= 4(1-\nu^2) \dot{\Sigma}_{3\theta} \end{aligned} \quad (\text{III.79})$$

Les trois inconnues $\dot{\lambda}$, \dot{t}_n et $\dot{\theta}$ peuvent être exprimées en fonction des variables macroscopiques. En combinant la première et la deuxième équation de (III.79), nous obtenons :

$$\dot{t}_n = \frac{\left(\dot{\Sigma}_{33} - \frac{2Q'}{2-\nu} \dot{\Sigma}_{3r} \right)}{\left(1 + 2 \frac{QQ'}{(2-\nu)} \right) + \frac{9\pi E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{1}{4Rk_n} + \frac{QQ'}{4Rk_t} \right)} \quad (\text{III.80})$$

En notant $D = \left(1 + 2 \frac{QQ'}{(2-\nu)} \right) + \frac{9\pi E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{1}{4Rk_n} + \frac{QQ'}{4Rk_t} \right)$, l'expression du multiplicateur plastique $\dot{\lambda}$ est obtenue en combinant la deuxième équation de (III.79) et (III.80) :

$$\begin{aligned} \dot{\lambda} &= \frac{32R(1-\nu^2)}{3\pi E(2-\nu)} \frac{1}{D} \left[Q \dot{\Sigma}_{33} \left(1 + \frac{3\pi E(2-\nu)}{32Rk_t(1-\nu^2)} \right) \right. \\ &\quad \left. + \dot{\Sigma}_{3r} \left(D - \frac{2QQ'}{2-\nu} \left(1 + \frac{3\pi E(2-\nu)}{32Rk_t(1-\nu^2)} \right) \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{III.81})$$

Enfin, la dernière équation de (III.79) combinée avec l'expression de \dot{t}_n dans (III.80) permet de déterminer $\dot{\theta}$:

$$\dot{\theta}t_n = -\frac{\dot{\Sigma}_{3\theta}}{Q\left(\frac{3\pi E(2-\nu)}{32Rk_t(1-\nu^2)} + 1\right)} \quad (\text{III.82})$$

Dans le cas de fractures adhérentes $(k_n, k_t) = (\infty, \infty)$, les expressions (III.80), (III.81) et (III.82) se simplifient et on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\eta}} &= h\mathbb{H} : \dot{\boldsymbol{\Sigma}} \\ \dot{\boldsymbol{E}} &= \mathbb{C}_m^{-1} : \dot{\boldsymbol{\Sigma}} + \frac{4}{3}\pi\bar{d}h\mathbb{H} : \dot{\boldsymbol{\Sigma}} \end{aligned} \quad (\text{III.83})$$

tel que

$$h = \frac{8(1-\nu^2)}{\pi E(2-\nu+2QQ')} \quad (\text{III.84})$$

et les composantes non-nulles de \mathbb{H} s'écrivent :

$$\begin{aligned} H_{3333} &= QQ' \\ H_{333r} &= H_{33r3} = \frac{1}{2}Q' \\ H_{3r33} &= H_{r333} = \frac{1}{2}Q \\ H_{3r3r} &= H_{3rr3} = \frac{1}{4} \\ H_{r33r} &= H_{r3r3} = \frac{1}{4} \end{aligned} \quad (\text{III.85})$$

5.4 Fractures dilatantes avec dégradation des aspérités

Nous prenons en compte la dégradation des aspérités en utilisant le modèle de Plesha (III.55). L'angle de dilatance Q n'est plus constant. La loi de consistance du critère plastique s'écrit alors :

$$\frac{d\|\vec{\tau}\|}{dt} + Qt_n + \frac{dQ}{d\alpha}\dot{\alpha}t_n = 0 \quad (\text{III.86})$$

On obtient alors le problème incrémental suivant :

$$\begin{aligned} \dot{t}_n \left(\frac{3\pi E}{4Rk_n} + 4(1-\nu^2) \right) + \frac{3\pi E}{4R}Q'\dot{\lambda} &= 4(1-\nu^2)\dot{\Sigma}_{33} \\ -\dot{t}_n Q \left(\frac{3\pi E(2-\nu)}{8Rk_t} + 4(1-\nu^2) \right) - \\ t_n \frac{dQ}{d\alpha}\dot{\alpha} \left(\frac{3\pi E(2-\nu)}{8Rk_t} + 4(1-\nu^2) \right) + \frac{3\pi E(2-\nu)}{8R}\dot{\lambda} &= 4(1-\nu^2)\dot{\Sigma}_{3r} \\ -\dot{\theta}t_n Q \left(\frac{3\pi E(2-\nu)}{8Rk_t} + 4(1-\nu^2) \right) &= 4(1-\nu^2)\dot{\Sigma}_{3\theta} \\ \dot{\alpha} &= -cW_p\alpha \end{aligned} \quad (\text{III.87})$$

Pour des fractures de comportement défini par $(k_n, k_t) = (\infty, \infty)$, on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\eta}} &= h\mathbb{H} : \dot{\boldsymbol{\Sigma}} + \mathbf{L} \\ \dot{\boldsymbol{E}} &= \mathbb{C}_m^{-1} : \dot{\boldsymbol{\Sigma}} + \frac{4}{3}\pi\bar{d}h\mathbb{H} : \dot{\boldsymbol{\Sigma}} + \frac{4}{3}\pi\bar{d}\mathbf{L} \end{aligned} \quad (\text{III.88})$$

où h et \mathbb{H} ont été définis dans respectivement (III.84) et (III.85). \mathbf{L} est un tenseur du second ordre défini par :

$$\mathbf{L} = ht_n \frac{dQ}{d\alpha}\dot{\alpha} (Q'\vec{e}_3 \otimes \vec{e}_3 + \frac{1}{2}\boldsymbol{\tau}_r) \quad (\text{III.89})$$

En rappelant que $\dot{\alpha} - cQt_n\lambda\alpha = 0$, on peut encore mettre (III.88) sous la forme :

$$\dot{\mathbf{E}} = \mathbf{C}_m^{-1} : \dot{\mathbf{\Sigma}} + \frac{4}{3}\pi\bar{d}h'\mathbb{H} : \dot{\mathbf{\Sigma}} \quad (\text{III.90})$$

avec

$$h' = \frac{8(1-\nu^2)}{\pi E (2-\nu + 2QQ' - cQt_n^2\alpha \frac{dQ}{d\alpha} (1-\nu^2) \frac{32R}{3})}$$

5.5 Géomatériau fracturé chargé en pression

5.5.1 Loi constitutives

Dans le cas présent, nous nous intéressons au cas où la matrice poreuse et les fractures sont saturées par un fluide ; on suppose que le principe de Terzaghi pour la contrainte effective est vérifié.

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\sigma}}(\vec{x}) + \dot{p}(\vec{x})\boldsymbol{\delta} &= \mathbf{C}_f : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}(\vec{x}) + \dot{\boldsymbol{\sigma}}_p \quad (\vec{x} \in \Omega^{\mathcal{F}}) \\ \dot{\boldsymbol{\sigma}}(\vec{x}) + \dot{p}(\vec{x})\boldsymbol{\delta} &= \mathbf{C}_m : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}(\vec{x}) \quad (\vec{x} \in \Omega^{\mathcal{M}}) \end{aligned} \quad (\text{III.91})$$

Le taux de pression \dot{p} apparaît comme un taux de chargement supplémentaire et s'apparente à une précontrainte. Le critère de plasticité en poroplasticité s'écrit en fonction de la pression p :

$$F = \|\vec{\tau}\| + Q(t_n + p) \quad (\text{III.92})$$

En reprenant le formalisme introduit dans la partie 5 et dans le cas de fractures adhérentes, on montre que :

$$\dot{\eta}_p = h\mathbb{H} : (\dot{\mathbf{\Sigma}} + \dot{p}\boldsymbol{\delta}) + \mathbf{L}' \quad (\text{III.93})$$

où h et \mathbb{H} ont été définis précédemment et \mathbf{L}' est un tenseur d'ordre deux défini par :

$$\mathbf{L}' = h(t_n + p) \frac{dQ}{d\alpha} \dot{\alpha} (Q'\vec{e}_3 \otimes \vec{e}_3 + \frac{1}{2}\boldsymbol{\tau}_r) \quad (\text{III.94})$$

Rappelons que pendant le régime élastique, le comportement macroscopique est donné par :

$$\dot{\mathbf{E}} = \mathbf{C}_m : (\dot{\mathbf{\Sigma}} + \dot{p}\boldsymbol{\delta}) \quad (\text{III.95})$$

5.5.2 Tests numériques

Dans cette partie, nous nous proposons d'illustrer les résultats de ce chapitre à travers deux cas tests : l'un en injection, l'autre en dépletion où nous déterminons la variation d'ouverture des fractures en fonction de la pression du fluide. Nous considérons un géomatériau constitué d'une matrice poreuse et d'une famille de fractures de même comportement élastoplastique donné par le modèle de Plesha. On suppose que la pression est uniformément répartie dans les pores et les fractures (on ne considère que la loi d'état en contrainte). Ces deux cas tests permettent de reproduire qualitativement les effets mis en évidence sur les champs pétroliers.

5.5.3 Réactivation de fractures pendant l'injection

Considérons une famille de fractures, de paramètre de densité de Budiansky $\bar{d} = 1$ faisant un angle de $\pi/5$ avec l'axe vertical plongées dans une matrice élastique isotrope. Les fractures sont supposées fermées adhérentes. Le régime plastique est décrit par les paramètres du modèle de Plesha : $\Phi = 20^\circ$, $i = 10^\circ$ et $c = 0,5 \times 10^{-4} \text{ m.N}^{-1}$. Les contraintes macroscopiques imposées sont supposées constantes au cours du chargement en pression : la contrainte verticale (poids

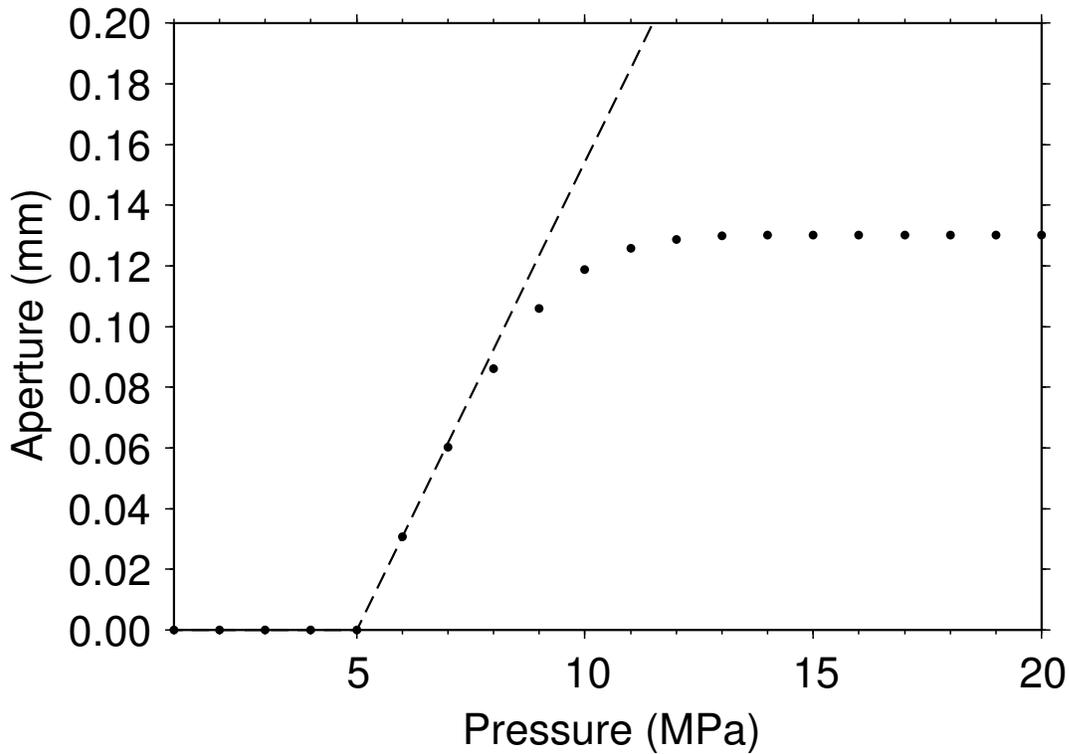


Figure III-6: Ouverture des fractures pendant une phase d'injection de fluide.

des terre) est fixée à 3×10^7 Pa et les contraintes horizontales égales à $8,175 \times 10^6$ Pa. La figure III-6 représente l'évolution de l'ouverture des fractures en fonction de l'augmentation de la pression. Les courbes en trait-pointillés et en points représentent respectivement les cas où $c = 0$ (pas de dégradation des aspérités) et $c = 0,5 \times 10^{-4} \text{ m.N}^{-1}$ (figure III-6)

Lorsque le critère de plasticité est saturé pour une augmentation de la pression de 45 bars, les fractures s'ouvrent par dilatance. Pour $c \neq 0$, les aspérités sont rapidement cisailées et l'ouverture atteint une valeur maximale de $6,2 \times 10^{-5} \text{ m}$.

5.5.4 Réouverture de fractures pendant la déplétion

Les conditions initiales et les paramètres physiques sont les mêmes que pour le cas précédent mais les fractures font maintenant un angle de 45° avec la verticale. On impose cette fois un chargement oedométrique. La figure III-6 représente l'ouverture des fractures en fonction de la diminution de la pression (figure III-7).

Le critère de plasticité est saturé lorsque 80 bars ont été déplétés et une ouverture des fractures par dilatance apparaît. Cependant, les conditions de chargement étant oedométriques, les déformations macroscopiques sont nulles et atténuent le glissement et la dégradation des aspérités.

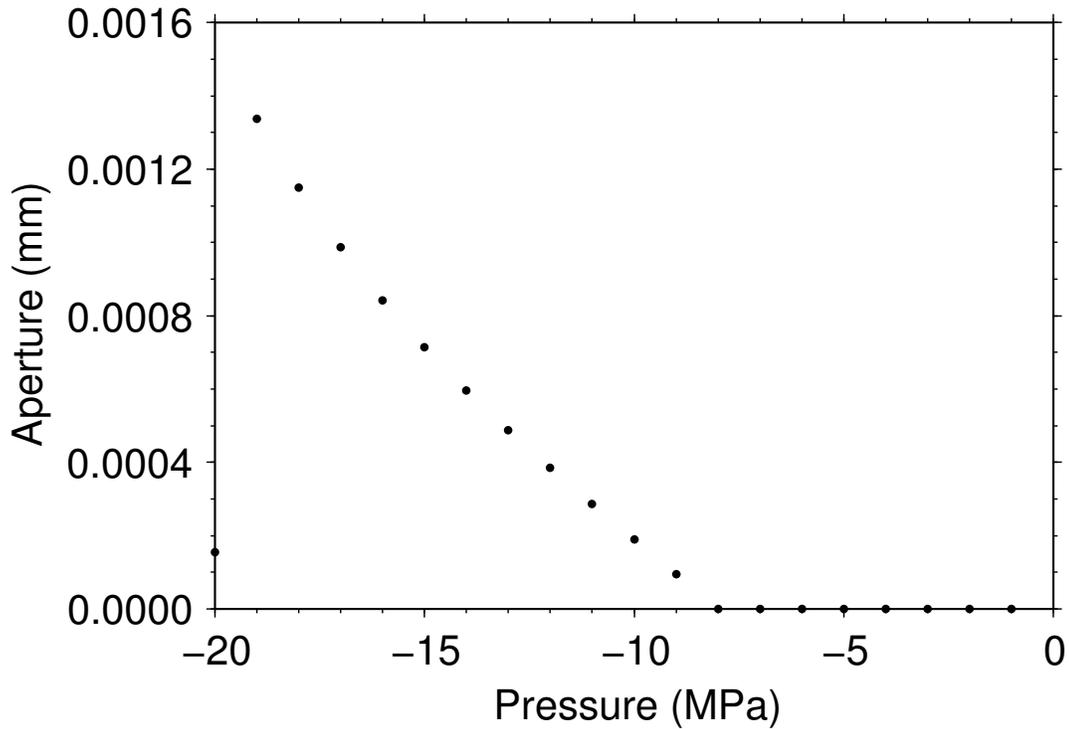


Figure III-7: Variation de l'ouverture des fractures pendant une phase de déplétion (production primaire).

6 Conclusion

Le comportement mécanique des fractures est caractérisé en laboratoire de mécanique sur des échantillons de roches fracturées. Nous avons montré dans ce chapitre comment construire, à l'aide d'une méthode de champs moyens basée sur la solution d'Eshelby, des lois de comportement mécanique à l'échelle de la maille de réservoir d'un matériau fracturé permettant de tenir compte des déformations réversibles et irréversibles des fractures pendant leur sollicitation. Les paramètres décrivant ces lois de comportement utilisent les caractérisations expérimentales des massifs rocheux. Le comportement macroscopique du géomatériau fracturé sec ainsi que la variation d'ouverture des fractures peuvent alors être estimés. Dans le chapitre suivant, ces résultats seront comparés à ceux obtenus par une homogénéisation numérique du milieu fracturé et seront appliqués à un cas réel pour lequel on dispose d'une caractérisation détaillée de la roche et des fractures.

Chapitre IV

Validité de l'approche micromécanique

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la validité de l'approche développée dans le *chapitre III*. En effet, on peut s'interroger sur l'influence des hypothèses simplificatrices de l'approche (milieu infini et matériau de propriétés mécaniques fictives) sur le résultat de l'homogénéisation. Deux voies de validation peuvent être envisagées consistant à comparer les prédictions du modèle soit avec des mesures *in situ* soit avec d'autres approches numériques et semi-analytiques. En ce qui concerne la première voie de validation, on se heurte rapidement à un manque de données limitant le choix des sites. Un exemple de ce type de comparaison avec les données d'un site d'expérimentation sera traité dans ce chapitre. En ce qui concerne la deuxième voie de validation, la difficulté réside dans le fait que très souvent les résultats trouvés dans la littérature concernent soit le cas des fractures ouvertes soit le cas de fractures fermées, mais dans les deux cas, il s'agit de fractures non remplies, sans propriétés mécaniques :

- pour le cas bidimensionnel : l'estimation du tenseur homogénéisé donnée par la méthode d'homogénéisation a été comparée à une résolution numérique du problème mécanique dans le cas d'un milieu fracturé contenant des fractures ouvertes de taille finie : on impose les déformations et on calcule numériquement la contrainte moyenne pour obtenir le comportement homogénéisé. Afin de contourner les problèmes de maillage, Renaud, 1998, a utilisé des méthodes intégrales et supposé une distribution isotrope de fractures. Pour de faibles densités de fractures, les schémas d'homogénéisation sont tous en accord avec les calculs numériques ;
- pour le cas tridimensionnel : des comparaisons numériques ont été réalisées par Grechka et Kachanov, 2006, pour des fractures ouvertes. Le schéma d'homogénéisation suppose implicitement que les fractures ne se coupent pas (ce n'est en général pas le cas des modèles géostatistiques de réseaux de fractures). Grechka et Kachanov, 2006, utilisent les éléments finis pour mailler un volume contenant des fractures qui se coupent et résoudre le problème d'élasticité en utilisant les éléments finis. Ils valident l'utilisation de ces méthodes d'homogénéisation (ici Mori-Tanaka) et montrent sur des exemples que l'effet des intersections a peu d'influence sur le calcul du tenseur homogénéisé.

Des résultats plus réalistes ont été obtenus par un calcul direct en utilisant des codes de calculs spécialisés permettant de tenir compte explicitement de chaque fracture dans un bloc de massif rocheux.

Nous proposons tout d'abord dans ce chapitre, de comparer les résultats de l'homogénéisation par l'approche micromécanique obtenus dans le *chapitre III*, pour des inclusions de

comportement élastique linéaire, avec les résultats de l'homogénéisation obtenus par des calculs directs utilisant la méthode des éléments distincts (calcul par le code UDEC) sur des configurations géométriques de fractures simples. Nous appliquons ensuite l'approche micromécanique dans le cas réel du site d'expérimentation de Nirex afin de montrer son applicabilité.

1 Comparaison avec d'autres approches

Nous ne disposons pas de code tridimensionnel permettant de représenter les fractures par des objets de taille finie comme c'est le cas dans l'approche micromécanique. Nous utilisons alors le logiciel aux éléments distincts UDEC (Universal Distinct Element Code) pour estimer numériquement le comportement mécanique homogénéisé d'un bloc de géomatériau sec contenant des fractures de la taille du bloc. De telles fractures sont dites traversantes, par opposition aux fractures de taille finie, et sont représentées sous UDEC par deux plans parallèles très proches, que l'on nommera joint, caractérisés par une raideur normale et une raideur tangentielle. Les résultats sont aussi comparés à une approche analytique de joint, appelée modèle de joint. Des approches similaires sur lesquelles nous nous appuyons ont été proposées dans le cas des milieux fracturés (Min et Jing, 2003).

1.1 Modélisation sous UDEC

Description d'un milieu fracturé sous UDEC :

UDEC est un logiciel bidimensionnel, développé par ITasca, particulièrement adapté à l'analyse géotechnique des sols. Il s'agit d'un code permettant de simuler la réponse mécanique à un chargement quasi-statique ou dynamique d'une roche contenant des joints (UDEC user's guide, 2000). Le milieu fracturé est décrit explicitement par des familles de joints et des blocs matriciels (figure IV-1) ;

- chaque famille de joints est définie par une orientation, une densité (nombre de joints), une longueur l et un comportement mécanique décrit par une raideur normale k_n et une raideur tangentielle k_t ;
- les blocs matriciels sont constitués d'une roche non poreuse de comportement élastique isotrope décrit par un module d'Young E et un coefficient de Poisson ν .

Estimation des coefficients élastiques macroscopiques :

L'estimation numérique des coefficients du tenseur de compliance homogénéisé \mathbb{S}_{hom} est réalisée en imposant des chargements en contrainte sur l'un des bords, les déformations sur les autres bords étant nulles, puis en mesurant les contraintes et les déformations associées dans chacune des directions. La figure IV-2 donne l'expression des coefficients de la forme matricielle du tenseur de compliance dans le cas général anisotrope tridimensionnel. La modélisation sous UDEC étant bidimensionnelle, tous les paramètres élastiques du comportement homogénéisé (modules d'Young, coefficients de Poisson et modules de cisaillement) ne peuvent pas être estimés comme le montre la figure IV-2.

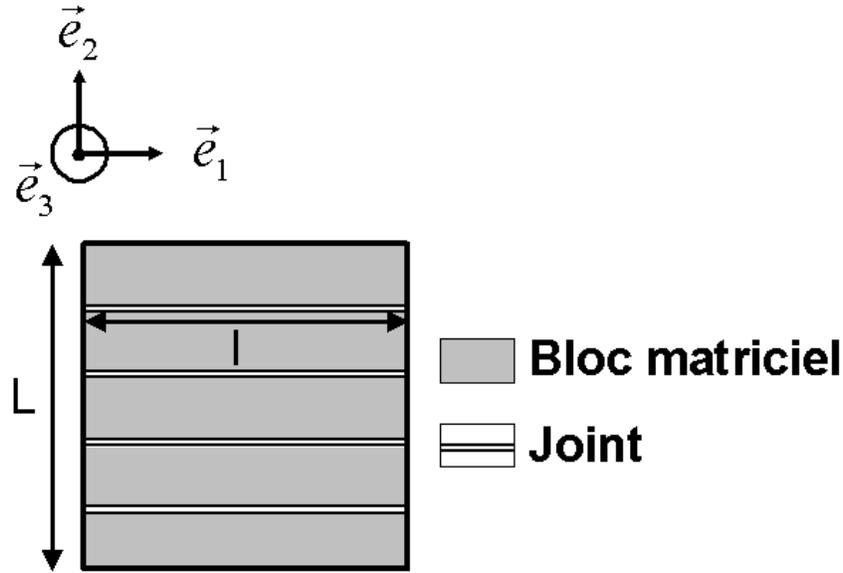


Figure IV-1: Représentation sous UDEC d'un bloc de géomatériau contenant une famille de quatre fractures.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & \frac{\eta_{1,23}}{G_{23}} & \frac{\eta_{1,13}}{G_{13}} & \frac{\eta_{1,12}}{G_{12}} \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & \frac{\eta_{2,23}}{G_{23}} & \frac{\eta_{2,13}}{G_{13}} & \frac{\eta_{2,12}}{G_{12}} \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & \frac{\eta_{3,23}}{G_{23}} & \frac{\eta_{3,13}}{G_{13}} & \frac{\eta_{3,12}}{G_{12}} \\ \eta_{23,1} & \eta_{23,2} & \eta_{23,3} & 1 & \mu_{23,13} & \mu_{23,12} \\ \frac{E_1}{\eta_{13,1}} & \frac{E_2}{\eta_{13,2}} & \frac{E_3}{\eta_{13,3}} & \frac{G_{23}}{\mu_{13,23}} & \frac{G_{13}}{1} & \frac{G_{12}}{\mu_{13,12}} \\ \frac{E_1}{\eta_{12,1}} & \frac{E_2}{\eta_{12,2}} & \frac{E_3}{\eta_{12,3}} & \frac{G_{23}}{\mu_{12,23}} & \frac{G_{13}}{\mu_{12,13}} & \frac{G_{12}}{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{bmatrix}$$

 : ne peut pas être estimé par une simulation 2-D d'UDEC
 : peut être estimé pour des raisons de symétrie et en supposant que $E_3 = E_{\text{roche intacte}}$ et $\nu_{31} = \nu_{32} = \nu_{\text{roche intacte}}$.
 : 0 car l'axe \vec{e}_3 est dans le plan des fractures.

Figure IV-2: Dans le cadre d'une modélisation UDEC bidimensionnelle, seuls certains coefficients de la forme matricielle du tenseur de compliance peuvent être estimés.

1.2 Approche par modèle de joint

Considérons une famille de joints tous parallèles, de vecteur normal \vec{e}_2 , séparés par la distance notée ℓ comme le montre la figure IV-3. On considère que la roche intacte entourant les discontinuités possède un comportement linéaire, élastique et isotrope caractérisé par le tenseur

de compliance \mathbb{S}_m . Le comportement mécanique moyen est estimé en extrayant une cellule de taille finie et en appliquant un champ de contraintes sur le bord de cette dernière. On vérifie que l'état de contrainte uniforme est solution du problème. Dans ce cas, la solution est analytique (IV.1) et doit correspondre à celle d'UDEEC.

$$\begin{aligned}\mathbb{S}^{\text{hom}} &= \mathbb{S}^m + S_{\alpha\beta} \frac{1}{\ell} \vec{e}_\alpha \otimes^s \vec{e}_2 \otimes^s \vec{e}_\beta \otimes^s \vec{e}_2 \\ \mathbf{S} &= \frac{1}{k_t} \vec{e}_1 \otimes^s \vec{e}_1 + \frac{1}{k_n} \vec{e}_2 \otimes^s \vec{e}_2 + \frac{1}{k_t} \vec{e}_3 \otimes^s \vec{e}_3\end{aligned}\quad (\text{IV.1})$$

avec sommation sur $\alpha = 1, 3$ et $\beta = 1, 3$.

Les discontinuités naturelles d'un massif rocheux étant généralement réparties suivant des directions bien définies, les contributions de chacune des M familles de joints sont sommées : les interactions entre les familles de fractures sont négligées (Maghous, 2002). Le tenseur de compliance homogénéisé \mathbb{S}^{hom} d'un milieu fracturé contenant M familles de fractures, d'espacements $\ell_{j=1..M}$, de vecteurs normaux $\vec{n}_{j=1..M}$ et de propriétés mécaniques k_{nj} et k_{tj} , s'écrit dans le repère principal $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ (Pande, 1985 ; Atta, 2004 ; Bagheri, 2006) :

$$\mathbb{S}^{\text{hom}} = \mathbb{S}_m + S_{\alpha\beta}^j \frac{1}{\ell_j} e_\alpha^j \otimes^s n_j \otimes^s e_\beta^j \otimes^s n_j \quad (\text{IV.2})$$

avec sommation sur $j = 1, M$, $\alpha = 1, 3$ et $\beta = 1, 3$.

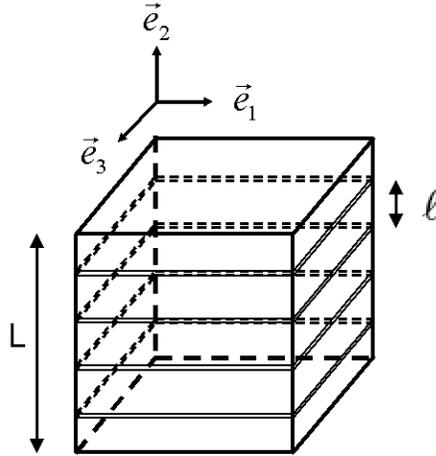


Figure IV-3: Représentation selon le modèle de joint d'un bloc de géomatériau contenant une famille de quatre fractures.

1.3 Approche micromécanique

Dans le *chapitre III*, une loi de comportement élastique d'un ellipsoïde de révolution a été construite à partir d'une loi d'interface bidimensionnelle élastique de joint caractérisée expérimentalement. Nous reprenons cette approche afin de déterminer le comportement d'un cylindre elliptique infini à partir d'une loi d'interface élastique (figure IV-4). L'inclusion représentant la fracture est maintenant représentée par un cylindre elliptique de hauteur infinie et de base elliptique (demi grand axe R et demi petit axe c). On rappelle que le comportement mécanique élastique d'un interface de joint est décrit par les raideurs normale k_n et tangentielle k_t .

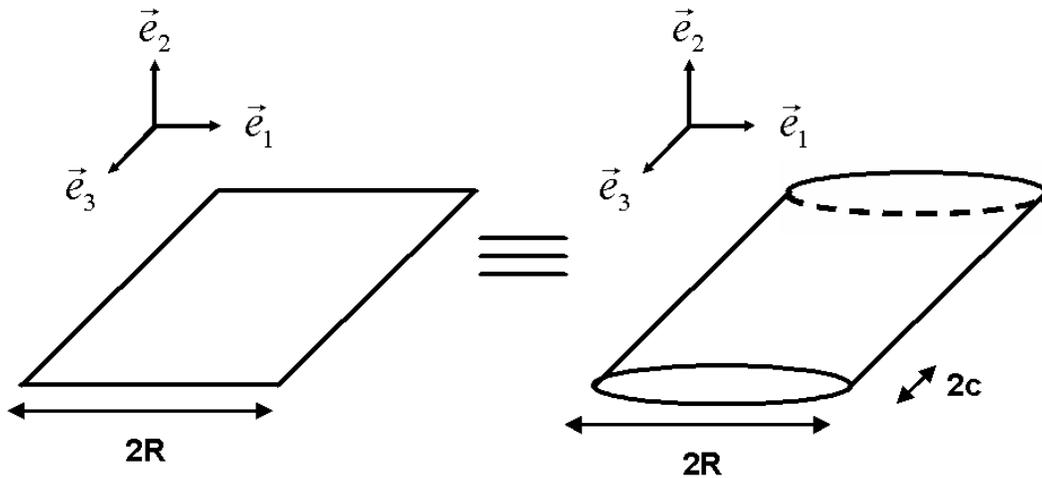


Figure IV-4: Identification géométrique entre le modèle d'interface bidimensionnel (à gauche) et le modèle micromécanique cylindre elliptique (à droite).

En suivant la même démarche que dans la section précédente, on montre alors que les coefficients de Lamé caractérisant le comportement du cylindre elliptique sont :

$$\begin{cases} \lambda_f = \frac{\pi R X}{6} (3k_n - 4k_t) \\ \mu_f = \frac{k_t \pi R X}{2} \end{cases} \quad (\text{IV.3})$$

On utilise la forme du tenseur d'Eshelby d'un cylindre elliptique dans une matrice isotrope définie dans l'Annexe C et un schéma de localisation de Mori-Tanaka pour estimer le tenseur de compliance homogénéisé \mathbb{S}^{hom} lorsque $X \rightarrow 0$.

La figure IV-5 illustre, dans le cadre de l'approche micromécanique, un bloc de géomatériau contenant une famille de quatre fractures représentées par des ellipsoïdes de révolution ou par des cylindres elliptique.

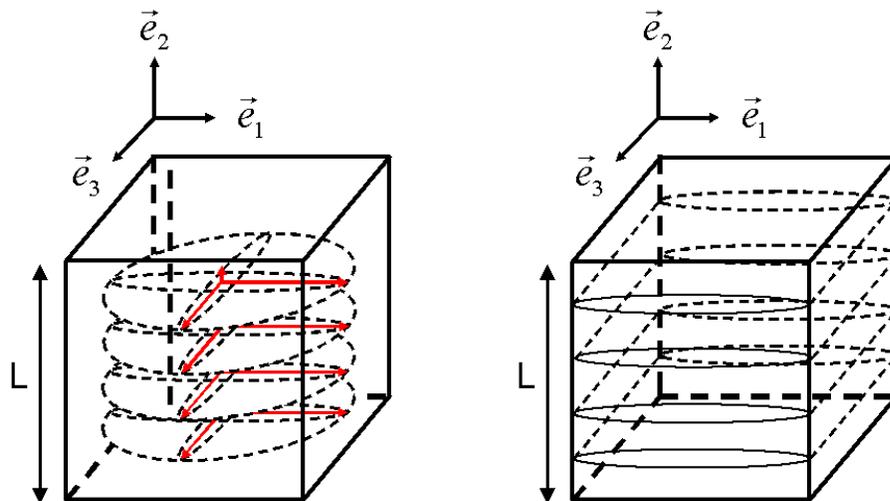


Figure IV-5: Représentation selon l'approche micromécanique d'un bloc de géomatériau contenant une famille de quatre fractures assimilées soit à des ellipsoïde de révolution de type "Penny shape" (à gauche) soit à des cylindres elliptiques (à droite) dans le cas où $2R = L$.

1.4 Résultats et comparaison des différentes approches

On compare les estimations du comportement homogénéisé d'un bloc de géomatériau fracturé de 1 m par 1 m, obtenues par l'approche micromécanique (représentation des fractures sous forme de cylindres elliptiques et d'ellipsoïdes de révolution), par la modélisation numérique avec le logiciel UDEC ainsi que par le modèle de joint. Trois distributions de fractures sont testées : une famille de fractures horizontales, deux familles de fractures orthogonales et deux familles de fractures d'orientations quelconques.

1.4.1 Cas 1 : une famille de fractures horizontales

Le bloc de géomatériau fracturé est constitué d'une famille de dix fractures, parallèles au plan $\{\vec{e}_1, \vec{e}_3\}$, plongées dans une matrice isotrope. Le vecteur \vec{e}_2 désigne la direction normale au plan des fractures. Les propriétés géométrique et mécanique des fractures pour les différentes approches que nous souhaitons comparer sont présentées dans le tableau IV.1. Le comportement de la matrice est supposé élastique isotrope de module d'Young $E=8,46 \times 10^{11}$ Pa et de coefficient de Poisson $\nu=0,24$.

	Propriétés géométriques	Propriétés mécaniques
Micromécanique cylindre	$R=0,5$ m	$\begin{cases} \lambda_f = \frac{\pi R X}{6} (3k_n - 4k_t) \\ \mu_f = \frac{k_t \pi R X}{2} \end{cases}$
Micromécanique ellipsoïde	$R=0,5$ m	$\begin{cases} \lambda_f = \frac{4 R X}{9} (3k_n - 4k_t) \\ \mu_f = \frac{4 \pi R X k_t}{3} \end{cases}$
UDEC	$l = 1$ m $\ell = 0,1$ m	$\begin{cases} k_n = 4,34 \times 10^{11} \text{ Pa.m}^{-1} \\ k_t = 8,68 \times 10^{10} \text{ Pa.m}^{-1} \end{cases}$
Modèle de joint	$\ell = 0,1$ m	$\begin{cases} k_n = 4,34 \times 10^{11} \text{ Pa.m}^{-1} \\ k_t = 8,68 \times 10^{10} \text{ Pa.m}^{-1} \end{cases}$

Tableau IV.1: Propriétés géométrique et mécanique des fractures utilisées pour l'approche micromécanique, pour l'approche numérique sous UDEC et pour le modèle de joint.

Afin de déterminer les propriétés homogénéisées sous UDEC, deux chargements sont réalisés selon les directions \vec{e}_1 et \vec{e}_2 (figure IV-6) :

- un premier chargement, en imposant une contrainte constante $\sigma_{22}=1 \times 10^7$ Pa sur l'un des bords et des déformations nulles sur les autres, permet d'estimer la déformation $\epsilon_{22}=3,31 \times 10^{-4}$ m et les contraintes $\sigma_{11}=\sigma_{33}=3,16 \times 10^6$ Pa.
- un second chargement, en imposant une contrainte constante $\sigma_{11}=1 \times 10^{10}$ Pa sur l'un des bords et des déformations nulles sur les autres, permet d'estimer la déformation $\epsilon_{11}=1,08 \times 10^{-4}$ m et les contraintes $\sigma_{22}=2,64 \times 10^6$ Pa et $\sigma_{33}=9,95 \times 10^6$ Pa.

En utilisant les propriétés de la matrice de compliance (figure IV-2), ces deux chargements permettent d'estimer les coefficients $E_1, E_2, E_3, \nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{21}, \nu_{23}, \nu_{31}, \nu_{32}$ et $G_{13} = \frac{E}{2(1+\nu)}$.

Remarque : le coefficient de cisaillement G_{12} pourrait être estimé en imposant un chargement en cisaillement σ_{12} et en mesurant les contraintes et les déformations dans chacune des directions.

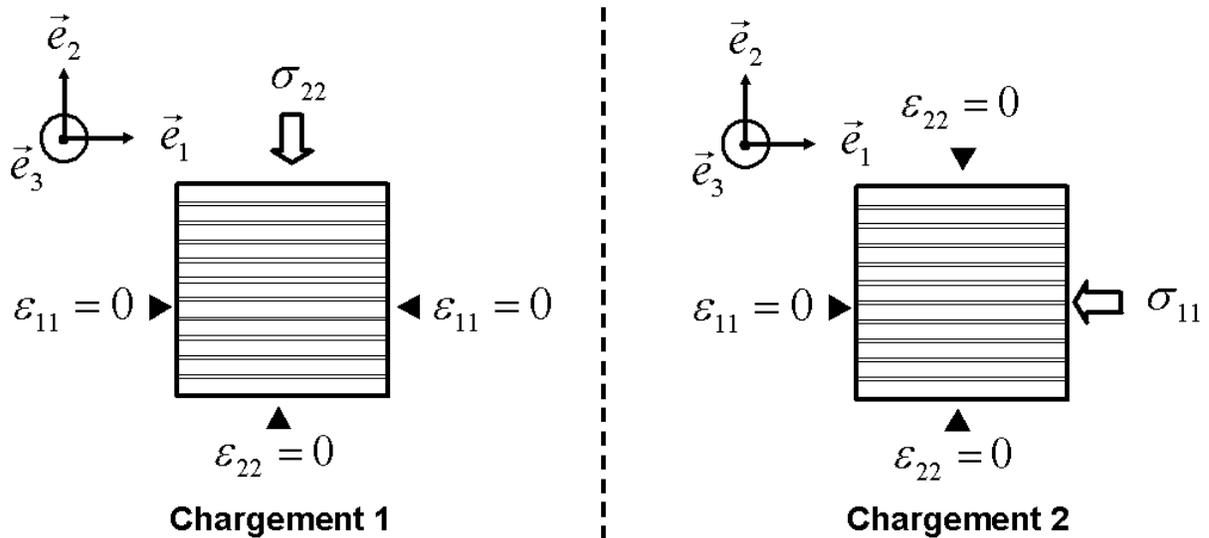


Figure IV-6: Deux chargements sont appliqués sous UDEC selon les directions principales pour déterminer les modules d'Young et les coefficients de Poisson homogénéisés - *Cas 1*.

Cependant, les déformations sont localisées au niveau des premiers joints sollicités (figure IV-7) et aucune valeur moyenne ne peut être mesurée.

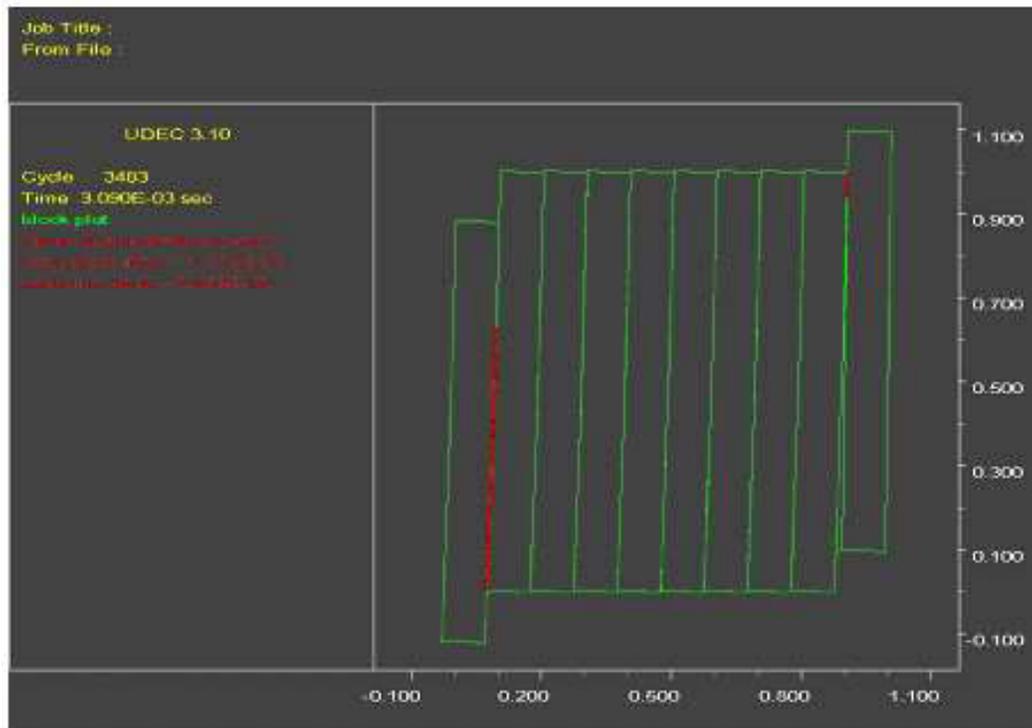


Figure IV-7: Localisation des déformations en cisaillement pendant un chargement en cisaillement : les déformations sont localisées au niveau des premiers joints sollicités.

Les résultats de chacune des approches sont présentés dans le tableau IV.2. Les différentes approches fournissent des estimations identiques. En particulier, on peut montrer que pour certaines valeurs des propriétés mécanique et géométrique des fractures et de la matrice, le modèle micromécanique et le modèle de joint sont équivalents.

En effet, d'après le **chapitre III**, le tenseur de complianc homogénéisé dans le cas d'ellipsoïdes de révolution s'écrit en utilisant (III.32) :

$$\mathbb{S}^{\text{hom}} = \mathbb{S}_m + \mathbb{S}_f \quad \text{avec} \quad \mathbb{S}_f = \frac{4\pi\bar{d}}{3} \mathbb{C}_m^{-1} : \mathbb{T}$$

En supposant que $16Rk_n(1 - \nu^2) \gg 3\pi E$ (c'est-à-dire que les fractures sont plus raides que la matrice et perturbent peu le champ de contrainte macroscopique) et en utilisant l'expression de \mathbb{T} dans (III.31), on montre alors que :

$$\begin{aligned} S_{2222}^{\text{hom}} &= \frac{1}{\ell k_n} \\ S_{1111}^{\text{hom}} &= S_{1111} = \frac{1}{\ell k_t} \end{aligned} \quad (\text{IV.4})$$

Les mêmes résultats peuvent être obtenus pour des cylindres elliptiques.

Dans ce cas où $2R = L$, les résultats de l'approche micromécanique (IV.4) sont rigoureusement identiques à ceux du modèle de joint (IV.1).

Enfin, on remarque que les résultats obtenus avec des ellipsoïdes de révolution sont, comme nous nous y attendions, globalement plus raides que pour des cylindres elliptiques.

	Micromécanique cylindre	Micromécanique ellipsoïde	UDEC	Modèle de joint
E_1 (Pa)	$8,46 \times 10^{10}$	$8,46 \times 10^{10}$	$8,46 \times 10^{10}$	$8,46 \times 10^{10}$
E_2 (Pa)	$2,87 \times 10^{10}$	$3,79 \times 10^{10}$	$2,87 \times 10^{10}$	$2,87 \times 10^{10}$
E_3 (Pa)	$8,46 \times 10^{10}$	$8,46 \times 10^{10}$	$8,46 \times 10^{10}$	$8,46 \times 10^{10}$
ν_{12}	0,24	0,24	0,24	0,24
ν_{21}	0,0814	0,108	0,0814	0,0814
ν_{13}	0,24	0,24	0,24	0,24
ν_{31}	0,24	0,24	0,24	0,24
ν_{23}	0,0814	0,108	0,0814	0,0814
ν_{32}	0,24	0,24	0,24	0,24
G_{23} (Pa)	$1,38 \times 10^{10}$	$2,74 \times 10^{10}$	X	$1,38 \times 10^{10}$
G_{13} (Pa)	$6,82 \times 10^{10}$	$6,82 \times 10^{10}$	$6,82 \times 10^{10}$	$6,82 \times 10^{10}$
G_{12} (Pa)	$1,38 \times 10^{10}$	$2,74 \times 10^{10}$	X	$1,38 \times 10^{10}$

Tableau IV.2: Comparaison des estimations obtenues par l'approche micromécanique, par l'approche numérique sous UDEC et par le modèle de joint - *Cas 1*.

1.4.2 *Cas 2* : deux familles de fractures perpendiculaires de mêmes propriétés

Le milieu fracturé est maintenant constitué de deux familles de dix fractures orthogonales, l'une parallèle au plan $\{\vec{e}_1, \vec{e}_3\}$ et l'autre parallèle au plan $\{\vec{e}_2, \vec{e}_3\}$, plongées dans une matrice isotrope. Les propriétés géométrique et mécanique des fractures et de la matrice sont les mêmes que pour le cas précédent.

Dans l'approche micromécanique, on peut se représenter de manière équivalente deux familles de 10 fractures de demi grand axe 0,5 m ou deux familles de 100 fractures de demi grand axe 0,05 m (figure IV-8).

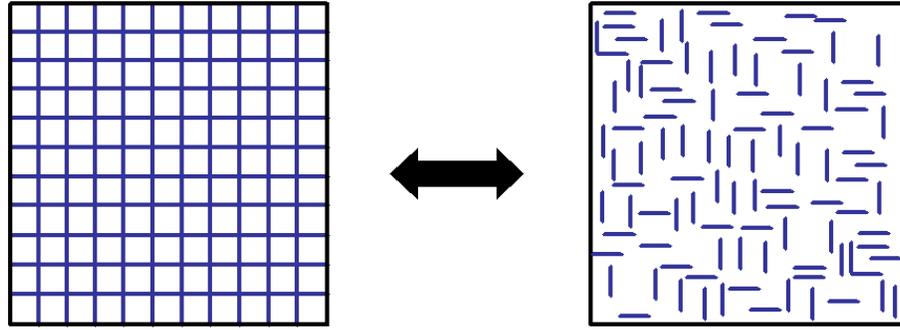


Figure IV-8: Dans l'approche micromécanique, on compare les résultats obtenus pour deux familles de 10 fractures de demi grand axe 0,5 m et pour deux familles de 100 fractures de demi grand axe 0,05 m.

Nous pouvons alors non seulement confronter les résultats des différentes approches dans le cas où les fractures sont traversantes, mais aussi les comparer à ceux de l'approche micromécanique dans le cas où les fractures sont de taille finie $2R \ll L$.

Un seul chargement est réalisé, pour des raisons de symétrie du problème (figure IV-9), en imposant une contrainte constante $\sigma_{22}=1 \times 10^7$ Pa sur l'un des bords et des déformations nulles sur les autres. Ceci permet d'estimer la déformation $\epsilon_{22}=3,43 \times 10^{-4}$ m et les contraintes $\sigma_{11}=9,80 \times 10^6$ Pa et $\sigma_{33}=2,65 \times 10^6$ Pa.

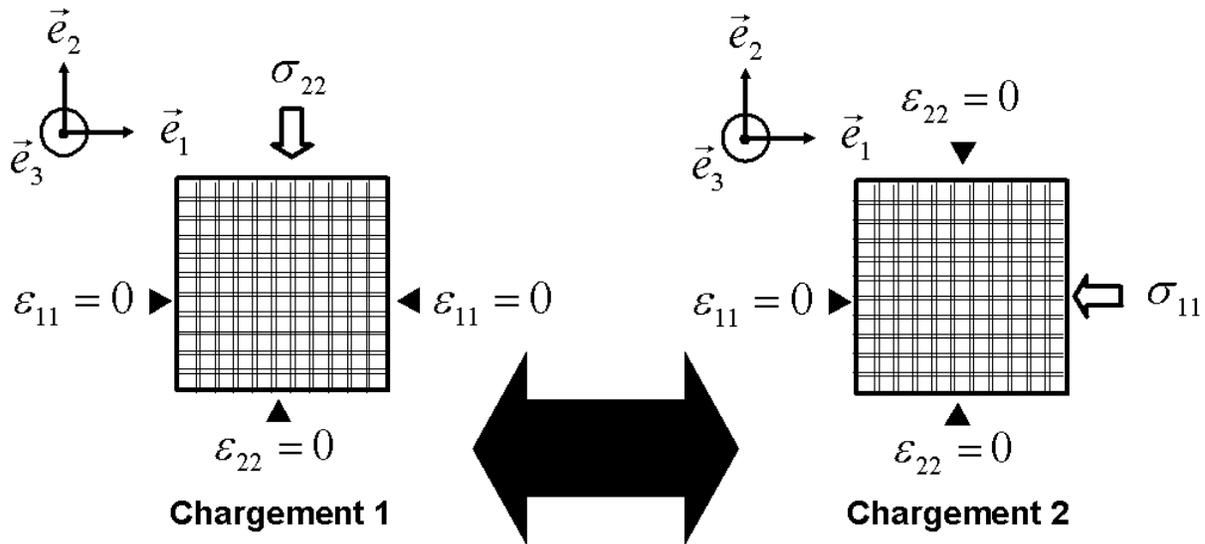


Figure IV-9: Deux chargements sont appliqués sous UDEC pour déterminer les modules d'Young et les coefficients de Poisson homogénéisés - Cas 2.

Les modules d'Young et les coefficients de Poisson homogénéisés sont alors estimés comme précédemment et en remarquant que dans ce cas $G_{12} = \frac{E_1}{2(1+\nu_{12})}$. Les résultats de chacune des approches sont présentés dans le tableau IV.3.

Pour des fractures traversantes, les résultats obtenus par les différentes approches sont identiques. Seule la représentation des fractures sous la forme d'ellipsoïdes de révolution rigidifie le milieu.

Lorsque les fractures sont de taille finie, les résultats de l'approche micromécanique sont différents. En effet, plus les fractures sont grandes, plus elles sont faciles à fermer. Nous montrons

ainsi que le comportement homogénéisé d'un milieu contenant uniquement des fractures traversantes ou uniquement des fractures de taille finie est très différent. L'approche micromécanique permet de compléter l'estimation réalisée avec un modèle de joint pour le cas où les fractures sont de taille finie.

	Micromécanique cylindre	Micromécanique cylindre $2R \ll L$
E_1 (Pa)	$2,87 \times 10^{10}$	$4,47 \times 10^{10}$
E_2 (Pa)	$2,87 \times 10^{10}$	$4,47 \times 10^{10}$
E_3 (Pa)	$8,46 \times 10^{10}$	$8,46 \times 10^{10}$
ν_{12}	0,0814	0,23
ν_{21}	0,0814	0,23
ν_{13}	0,0814	0,23
ν_{31}	0,24	0,24
ν_{23}	0,0814	0,23
ν_{32}	0,24	0,24
G_{23} (Pa)	$1,38 \times 10^{10}$	$3,98 \times 10^{10}$
G_{13} (Pa)	$1,38 \times 10^{10}$	$3,98 \times 10^{10}$
G_{12} (Pa)	$8,76 \times 10^9$	$3,23 \times 10^{10}$

	Micromécanique ellipsoïde	Micromécanique ellipsoïde $2R \ll L$
E_1 (Pa)	$3,79 \times 10^{10}$	$8,10 \times 10^{10}$
E_2 (Pa)	$3,79 \times 10^{10}$	$8,10 \times 10^{10}$
E_3 (Pa)	$8,46 \times 10^{10}$	$8,46 \times 10^{10}$
ν_{12}	0,108	0,127
ν_{21}	0,108	0,127
ν_{13}	0,108	0,127
ν_{31}	0,24	0,24
ν_{23}	0,108	0,127
ν_{32}	0,24	0,24
G_{23} (Pa)	$2,74 \times 10^{10}$	$6,65 \times 10^{10}$
G_{13} (Pa)	$2,74 \times 10^{10}$	$6,65 \times 10^{10}$
G_{12} (Pa)	$1,71 \times 10^{10}$	$6,48 \times 10^{10}$

	UDEC	Modèle de joint
E_1 (Pa)	$2,87 \times 10^{10}$	$2,87 \times 10^{10}$
E_2 (Pa)	$2,87 \times 10^{10}$	$2,87 \times 10^{10}$
E_3 (Pa)	$8,46 \times 10^{10}$	$8,46 \times 10^{10}$
ν_{12}	0,0814	0,0814
ν_{21}	0,0814	0,0814
ν_{13}	0,0814	0,0814
ν_{31}	0,24	0,24
ν_{23}	0,0814	0,0814
ν_{32}	0,24	0,24
G_{23} (Pa)	X	$1,38 \times 10^{10}$
G_{13} (Pa)	X	$1,38 \times 10^{10}$
G_{12} (Pa)	$1,33 \times 10^{10}$	$7,70 \times 10^9$

Tableau IV.3: Comparaison des estimations obtenues par l'approche micromécanique, par l'approche numérique sous UDEC et par un modèle de joint - *Cas 2*.

1.4.3 Cas 3 : deux familles de fractures perpendiculaires de propriétés mécaniques différentes

Comme dans le cas précédent, le milieu fracturé est constitué de deux familles de dix fractures orthogonales, l'une parallèle au plan $\{\vec{e}_1, \vec{e}_3\}$ et l'autre parallèle au plan $\{\vec{e}_2, \vec{e}_3\}$, plongées dans une matrice isotrope. Cependant, on suppose maintenant que la raideur normale de la famille de fractures parallèles au plan $\{\vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ est deux fois plus grande que celle de la famille de fractures parallèles au plan $\{\vec{e}_1, \vec{e}_3\}$.

Afin de déterminer les propriétés homogénéisées sous UDEC, deux chargements sont réalisés selon les directions \vec{e}_1 et \vec{e}_2 (figure IV-10) :

- un premier chargement, en imposant une contrainte constante $\sigma_{22}=1\times 10^7$ Pa sur l'un des bords et des déformations nulles sur les autres, permet d'estimer la déformation $\epsilon_{22}=3,41\times 10^{-4}$ m et les contraintes $\sigma_{11}=1,49\times 10^6$ Pa et $\sigma_{33}=2,77\times 10^6$ Pa.
- un second chargement, en imposant une contrainte constante $\sigma_{11}=1\times 10^{10}$ Pa sur l'un des bords et des déformations nulles sur les autres, permet d'estimer la déformation $\epsilon_{11}=2,25\times 10^{-4}$ m et les contraintes $\sigma_{22}=2,65\times 10^6$ Pa et $\sigma_{33}=9,64\times 10^6$ Pa.

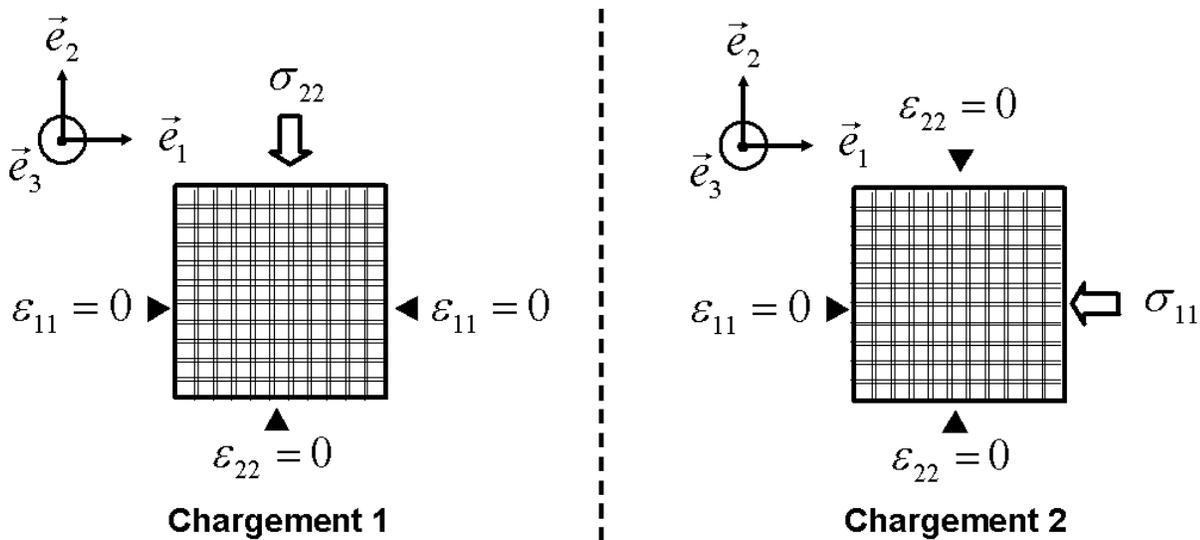


Figure IV-10: Deux chargements sont appliqués sous UDEC selon les directions principales pour déterminer les modules d'Young et les coefficients de Poisson homogénéisés - Cas 3.

Les résultats de chacune des approches sont présentés dans le tableau IV.4. On montre ainsi la sensibilité des différentes approches aux paramètres mécaniques des fractures.

	Micromécanique cylindre	Micromécanique cylindre $2R \ll L$
E_1 (Pa)	$4,28 \times 10^{10}$	$5,25 \times 10^{10}$
E_2 (Pa)	$2,87 \times 10^{10}$	$4,47 \times 10^{10}$
E_3 (Pa)	$8,46 \times 10^{10}$	$8,46 \times 10^{10}$
ν_{12}	0,121	0,149
ν_{21}	0,0814	0,127
ν_{13}	0,121	0,149
ν_{31}	0,24	0,24
ν_{23}	0,0814	0,127
ν_{32}	0,24	0,24
G_{23} (Pa)	$1,38 \times 10^{10}$	$3,98 \times 10^{10}$
G_{13} (Pa)	$1,38 \times 10^{10}$	$3,98 \times 10^{10}$
G_{12} (Pa)	$8,76 \times 10^{10}$	$3,23 \times 10^{10}$

	Micromécanique ellipsoïde	Micromécanique ellipsoïde $2R \ll L$
E_1 (Pa)	$5,03 \times 10^{10}$	$8,18 \times 10^{10}$
E_2 (Pa)	$3,79 \times 10^{10}$	$8,10 \times 10^{10}$
E_3 (Pa)	$8,46 \times 10^{10}$	$8,46 \times 10^{10}$
ν_{12}	0,143	0,232
ν_{21}	0,108	0,23
ν_{13}	0,143	0,232
ν_{31}	0,24	0,24
ν_{23}	0,108	0,23
ν_{32}	0,24	0,24
G_{23} (Pa)	$2,74 \times 10^{10}$	$6,65 \times 10^{10}$
G_{13} (Pa)	$2,74 \times 10^{10}$	$6,65 \times 10^{10}$
G_{12} (Pa)	$1,71 \times 10^{10}$	$6,48 \times 10^{10}$

	UDEC	Modèle de joint
E_1 (Pa)	$4,28 \times 10^{10}$	$4,28 \times 10^{10}$
E_2 (Pa)	$2,87 \times 10^{10}$	$2,87 \times 10^{10}$
E_3 (Pa)	$8,46 \times 10^{10}$	$8,46 \times 10^{10}$
ν_{12}	0,122	0,122
ν_{21}	0,0814	0,0814
ν_{13}	0,122	0,122
ν_{31}	0,24	0,24
ν_{23}	0,0814	0,0814
ν_{32}	0,24	0,24
G_{23} (Pa)	X	$1,38 \times 10^{10}$
G_{13} (Pa)	X	$1,38 \times 10^{10}$
G_{12} (Pa)	X	$7,70 \times 10^9$

Tableau IV.4: Comparaison des estimations obtenues par l'approche micromécanique, par l'approche numérique sous UDEC et par un modèle de joint - *Cas 3*.

1.4.4 Cas 4 : deux familles de fractures d'orientations quelconques

Le milieu fracturé est maintenant constitué de deux familles de fractures, l'une parallèle au plan $\{\vec{e}_1, \vec{e}_3\}$ et l'autre faisant un angle de 45° avec la précédente dans le plan $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$, plongées dans un matrice isotrope. Les propriétés géométrique et mécanique des fractures et de la matrice sont les mêmes que pour les cas précédents. Deux chargements sont réalisés afin de déterminer les propriétés homogénéisées sous UDEC (figure IV-11) :

- un premier chargement en imposant une contrainte constante $\sigma_{22}=1 \times 10^7$ Pa sur l'un des bords et des déformations nulles sur les autres permet d'estimer la déformation $\epsilon_{22}=5,897 \times 10^{-4}$ m et les contraintes $\sigma_{11}=9,73 \times 10^6$ Pa et $\sigma_{33}=4,724 \times 10^6$ Pa.
- un second chargement en imposant une contrainte constante $\sigma_{11}=1 \times 10^7$ Pa sur l'un des bords et des déformations nulles sur les autres permettant d'estimer le déformation $\epsilon_{11}=6,787 \times 10^{-4}$ m et les contraintes $\sigma_{22}=9,625 \times 10^6$ Pa et $\sigma_{33}=4,726 \times 10^6$ Pa.

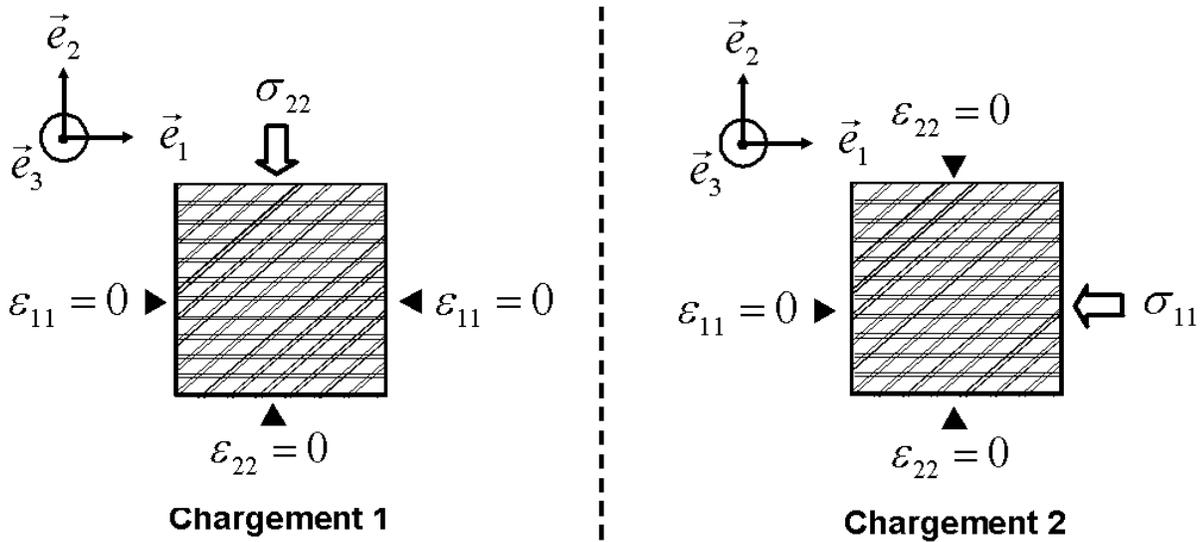


Figure IV-11: Deux chargements sont appliqués sous UDEC pour déterminer les modules d'Young et les coefficients de Poisson homogénéisés - Cas 4.

Les modules d'Young et les coefficients de Poisson homogénéisés sont alors estimés comme précédemment. Les résultats de chacune des approches sont présentés dans le tableau IV.5.

Il est intéressant de remarquer que les modèles homogénéisés donnent une rigidité plus forte pour une direction se trouvant dans le plan des fractures, contrairement au modèle numérique UDEC où la direction normale sur le plan des fractures est la plus raide (déformations plus petites pour la même sollicitation). Cela peut s'expliquer par les effets des déformations localisées lorsqu'on sollicite dans la direction \vec{e}_2 (figure IV-12).

	Micromécanique cylindre	Micromécanique ellipsoïde	UDEC	Modèle de joint
E_1 (Pa)	$2,36 \times 10^{10}$	$3,79 \times 10^{10}$	$1,07 \times 9^9$	$2,16 \times 10^{10}$
E_2 (Pa)	$1,53 \times 10^{10}$	$2,44 \times 10^{10}$	$9,43 \times 8^8$	$1,44 \times 10^{10}$
E_3 (Pa)	$8,46 \times 10^{10}$	$8,46 \times 10^{10}$	$8,61 \times 10^{10}$	$8,46 \times 10^{10}$
ν_{12}	0,517	0,384	0,84	0,558
ν_{21}	0,335	0,247	1,11	0,373
ν_{13}	0,0668	0,108	0,00263	0,0612
ν_{31}	0,24	0,24	0,934	0,24
ν_{23}	0,0433	0,0693	0,00297	0,0409
ν_{32}	0,24	0,24	1,26	0,24
G_{23} (Pa)	$9,9 \times 10^9$	$2,11 \times 10^{10}$	X	$9,89 \times 10^9$
G_{13} (Pa)	$2,30 \times 10^{10}$	$3,91 \times 10^{10}$	X	$2,30 \times 10^{10}$
G_{12} (Pa)	$1,32 \times 10^{10}$	$2,28 \times 10^{10}$	X	$1,19 \times 10^{10}$

Tableau IV.5: Comparaison des estimations obtenues par l'approche micromécanique, par l'approche numérique sous UDEC et par un modèle de joint - *Cas 4*

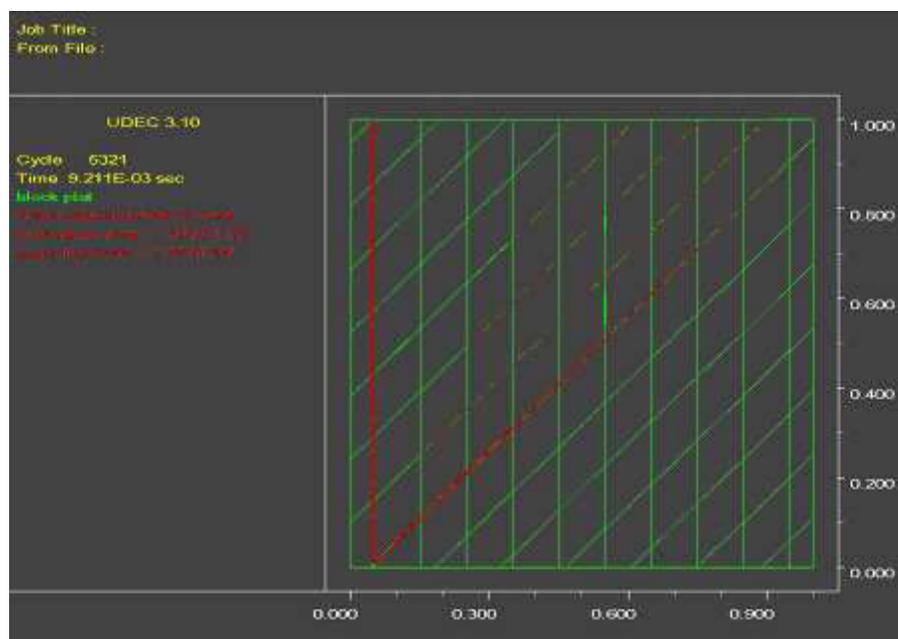


Figure IV-12: Pendant un chargement en contrainte selon \vec{e}_2 , les déformations sont localisées (en rouge) : ce phénomène est une source d'erreur pour l'homogénéisation numérique.

Notons également que les résultats sont très sensibles au moindre changement de la position des fractures inclinées. Ce changement de position modifie les glissements sur les plans des fractures. A titre d'exemple, la figure IV-13 présente les mêmes calculs, avec comme seule différence un déplacement de 5 cm vers la gauche de la position des fractures inclinées (on peut remarquer ce changement de la position en regardant la façon dont les fractures se croisent). Le glissement sur les fractures se produit alors d'une façon très différente.

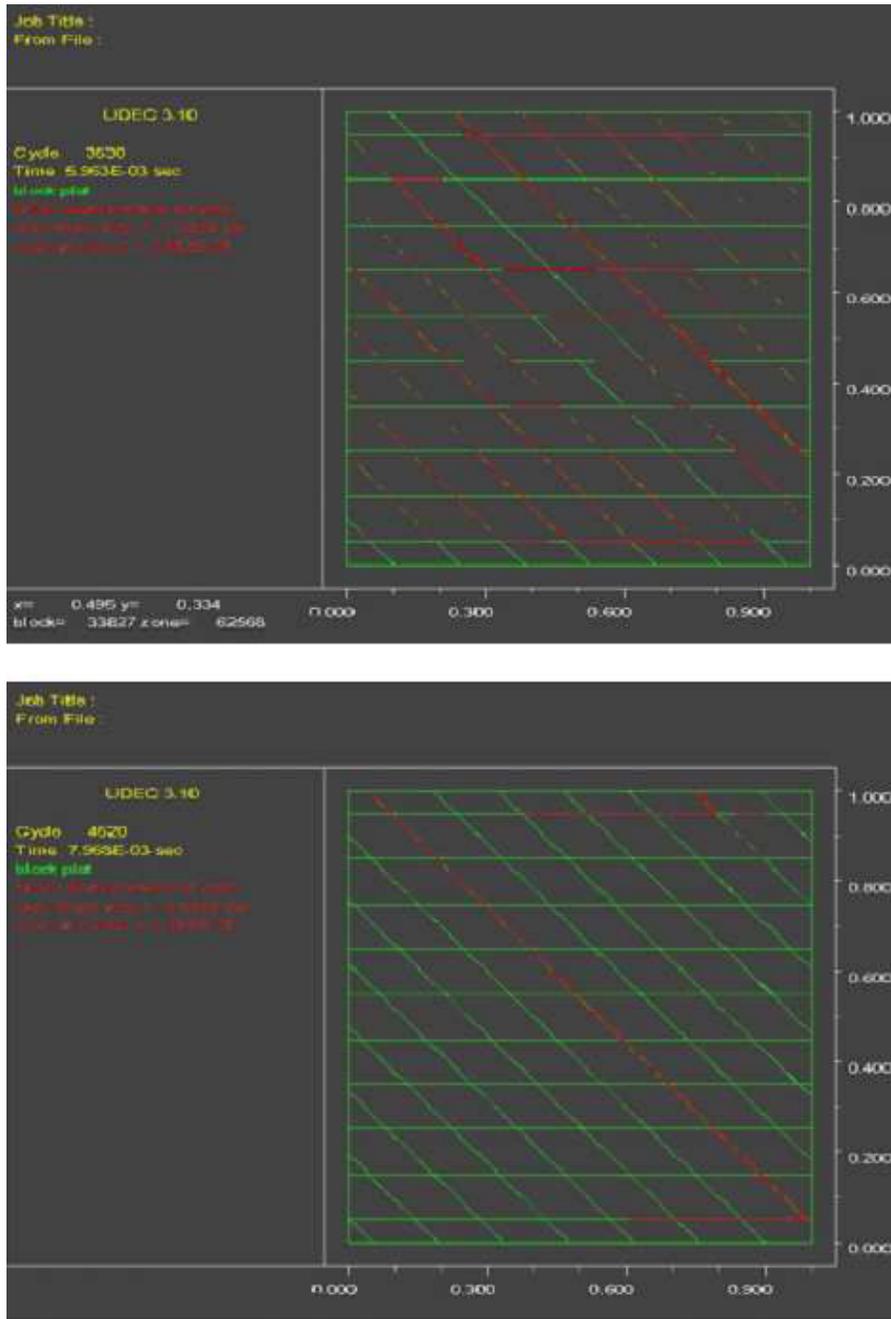


Figure IV-13: Pendant un même chargement mais pour une position des joints légèrement différente, les glissements (en rouge) ne sont pas localisés aux mêmes endroits.

1.5 Conclusion

Les différents cas présentés dans cette section ont permis de montrer d'une part que l'approche micromécanique est valable pour des fractures de la taille du bloc, par comparaison avec les résultats du modèle de joint et de l'homogénéisation numérique réalisée sous UDEC. D'autre part, l'approche micromécanique permet de compléter l'estimation réalisée avec un modèle de joint pour le cas où les fractures sont de taille finie et lorsque les fractures sont ouvertes ou plus souples que la matrice : l'approche micromécanique peut être combinée au modèle de joint. Pour une distribution anisotrope des fractures (*cas 4*, par exemple), la localisation des déformations rend l'homogénéisation numérique par UDEC difficilement réalisable. Dans la section suivante,

nous mettons en l'oeuvre l'approche micromécanique dans le cadre d'un site d'expérimentation (champ de Nirex).

2 Application aux données du champ d'étude de Nirex

La méthodologie développée dans la section précédente est mise en oeuvre en utilisant les données du programme d'investigation du site d'expérimentation Sellafield (Borrowdale Volcanic Group, Royaume-Uni) réalisée par United Kingdom Nirex Limited (Nirex), dans une série rocheuse volcano-clastique d'âge Ordovicien. Un laboratoire souterrain y a été construit pour étudier la roche en vue du stockage de déchets faiblement radioactifs.

Le choix de cette étude a été favorisé par la facilité d'accès aux données publiques de ce site d'expérimentation et par les possibilités de comparaison des résultats avec d'autres approches telle que celle menée par Min et Jing, 2003, avec une homogénéisation numérique. Les données utilisées dans cette section sont celles définies dans le cadre du BenchMark Test (BMT2) du programme DECOVALEX III/BENCHPAR (Min et Jing, 2003 ; Blum *et al.*, 2003 ; Eloranta, 2000). Ces données concernent la caractérisation mécanique en laboratoire de la roche intacte et des fractures ainsi que des mesures *in situ*. Ces dernières ont été réalisées en utilisant la méthode de mesure de la déformabilité des roches recommandée par l'ISRM (International Society for Rock Mechanics), Brown, 1981. Les détails du programme ainsi que l'ensemble des investigations *in situ* de ce site ne seront pas détaillés ici. On pourra se référer au site web du programme (www.decovalex.com).

2.1 Description du site de Nirex et des données *in situ*

2.1.1 Localisation du site

Le laboratoire souterrain (Rock Characterisation Facility, RCF) de Sellafield est situé au Nord-Est de la côte de Cumbrian (Royaume-Uni) entre la mer d'Irlande à l'Ouest et les montagnes de Cumbrian à l'Est (figure IV-14).



Figure IV-14: Photographie, à gauche, et carte régionale, à droite, du site d'expérimentation de Nirex (www.bnfl.education.com).

2.1.2 Propriétés de la roche et des fractures

Les propriétés mécaniques de la roche intacte sont présentées dans la figure IV-15 (Eloranta, 2000).

Property	Core data			Wireline data		
	Max.	Min.	Mean	Max.	Min.	Mean
UCS (MPa)	308.8	29.1	157.0			
Young's Modulus (GPa)	97.50	73.80	84.60	99.56	31.17	69.08
Poisson's Ratio	0.25	0.22	0.24	0.354	0.168	0.263
Effective Porosity (%)	4.53	0.05	0.86			
Porosity (%)				12.66	0.01	5.19
Saturated density (Mg/m ³)	2.92	2.66	2.75			
Bulk density (Mg/m ³)				2.82	2.58	2.69
Hoek-Brown m value	9.78	3.171	7.453			
Hoek-Brown s value	1.71	0.63	1.62			
Apparent cohesion of intact rock from triaxial test (MPa)	56.55	11.32	30.0			
Compressional Sonic Velocity (km/s)				6.59	3.89	5.60
Shear Sonic Velocity (km/s)				3.84	2.11	3.18

Figure IV-15: Propriétés mécaniques de la roche intacte estimées à partir d'essais en laboratoire sur des échantillons et des logs (Eloranta, 2000).

Les propriétés mécaniques et l'orientation moyenne des fractures issues d'essais mécaniques en laboratoire sur les trois formations principales du RFC sont présentées dans la figure IV-16.

	Set 1	Set 2	Set 3	Set 4
Mean Dir/Dip Dir	08/145	88/148	76/021	69/087
Max/Min Spacing (m)	5.35/0	2.21/0	2.01/0	3.54/0
Mean Spacing (m)	0.29	0.26	0.28	0.31
Residual Friction Angle	24.9	28.0	27.0	31.0
JRC _{90°}	2.84	4.20	2.75	3.00
JCS _{90°}	61	196	160	220

Figure IV-16: Propriétés mécaniques et orientation des fractures estimées à partir d'essais en laboratoire sur des échantillons et des logs (Eloranta, 2000).

Notons cependant qu'avant les essais de laboratoire, lors de la préparation des échantillons, les fractures peuvent avoir subi une décompression modifiant leurs ouvertures par rapport à leur état *in situ*. Il est donc légitime de penser qu'*in situ* la rigidité des fractures est bien plus élevée que celle mesurée au laboratoire. Dans le cas des fractures de Sellafield, en tenant compte de l'état de contrainte *in situ*, les raideurs normale k_n et en cisaillement k_s des fractures ont été estimées respectivement à 434 GPa.m⁻¹ et 86,8 GPa.m⁻¹ (Min, 2004 ; Min et Jing, 2003 ; Blum *et al*, 2003). Ces valeurs sont présentées dans la figure IV-17.

RFC1 k_n (GPa/m)	RFC2 k_n (GPa/m)	RFC3 k_n (GPa/m)
5.73	7.35	7.91
7.61	5.9	5.72
3.66	8.47	4.81
5.72	6.79	
5.68		
8.06		
5.25		
7.63		
mean 6.17	mean 7.13	mean 6.15

Figure IV-17: Propriétés mécaniques moyennes des fractures pour chacune des trois formations principales du RFC (Min, 2004 ; Min et Jing, 2003 ; Blum *et al*, 2003).

Comme indiqué dans la figure IV-16, le massif rocheux est sujet à une fracturation désorientée. Cependant, on distingue principalement quatre familles de fractures dont les pendages varient de 8° (pour la famille 1, quasi horizontale) à 88° (pour la famille 2, quasi verticale).

La densité de la fracturation (espacement) est quasi uniforme pour chacune des familles avec un espacement moyen de fractures variant de 0,26 m à 0,31 m. Une caractérisation plus fine de la géométrie de fractures laisse apparaître une distribution fractale des longueurs L des traces des fractures suivant l'équation (IV.5), Min et Jing, 2003 :

$$N = 4L^{-D} \quad (\text{IV.5})$$

Dans cette expression, D désigne la dimension fractale, L la longueur des traces de fractures et N le nombre de fractures de longueur L .

Pour les fractures de Sellafield, la dimension fractale D a une valeur d'environ $2,2 \pm 0,2$ et la longueur moyenne est de 0,92 m (Min et Jing 2003). La figure IV-18 présente les distributions des longueurs des fractures observées dans le site de Sellafield (Nirex, 1997b).

2.2 Détermination des propriétés élastiques effectives par l'approche micromécanique

On se restreint à une estimation semi-déterministe des propriétés élastiques du massif afin de pouvoir comparer ces prédictions avec les mesures *in situ* et les estimation d'autres modélisations. En effet, les propriétés mécaniques des fractures et de la roche ainsi que l'orientation des familles des fractures (azimut et pendage) ont été supposées constantes et égales à leurs valeurs moyennes respectives (figure IV-16). En revanche, la longueur des fractures a été obtenue par une approche probabilistique. Selon Min, 2004, une distribution de fractures de longueur L et de dimension fractale D peut être obtenue en utilisant l'équation génératrice suivante :

$$L = [\text{cut}_{\min}^{-D} - F(\text{cut}_{\min}^{-D} - \text{cut}_{\max}^{-D})]^{-\frac{1}{D}} \quad (\text{IV.6})$$

Dans cette expression cut_{\min} et cut_{\max} désignent les valeurs minimale et maximale des longueurs de fractures. On suppose, en cohérence avec les autres études sur le même sujet (Min et Jing, 2003), que la longueur minimale acceptée est de 0,5 m tandis que la longueur maximale acceptée est fonction de la taille du volume représentatif (L_{\max}), égale à $0,8L_{\max}$. La fonction F indique une fonction de probabilité de distribution uniforme ($0 < F < 1$).

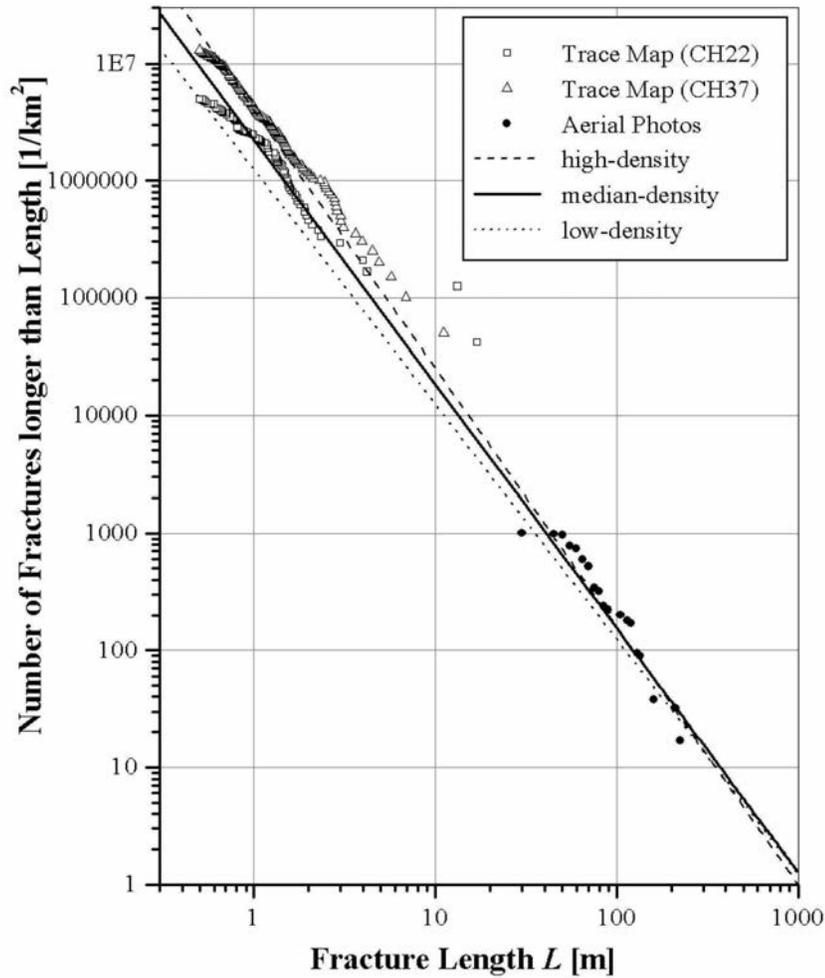


Figure IV-18: Distributions des longueurs des fractures observées dans le site de Sellafield (Nirex, 1997b).

En fixant le nombre de fractures d'une famille égal à la valeur moyenne par unité de volume présentée dans la figure IV-16 et en choisissant la taille du volume représentatif $L_{\max}=40$ m, on connaît alors le nombre totale de fractures par famille à générer N_{total} . En utilisant l'équation (IV.6), plusieurs séries de générations de N_{total} longueurs de fractures sont réalisées jusqu'à ce que les conditions sur les valeurs de la dimension fractale (égale à $2,2\pm 0,2$) et de la longueur moyenne des fractures (égale à 0,92 m) soient satisfaites.

Nous présentons sur la figure IV-19 un exemple d'histogramme d'une famille de fractures ainsi générées, tandis que sur la figure IV-20, nous présentons la vérification que la dimension fractale est respectée.

Cette distribution des densités et des longueurs sera la même pour chacune des trois familles. Chaque famille de fractures générées a été organisée, par souci de simplicité, selon 50 classes définies par des intervalles de longueurs. Les fractures appartenant à la même classe ont été par la suite considérées comme ayant les mêmes caractéristiques géométriques.

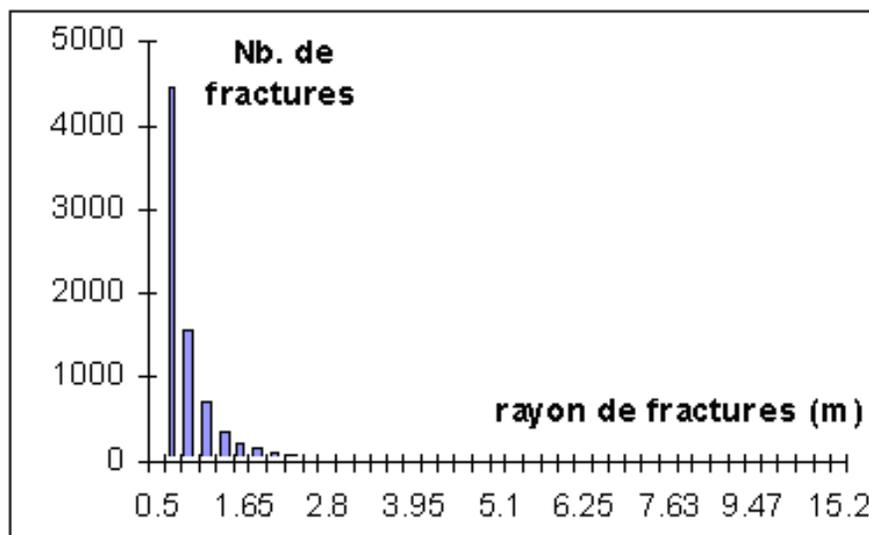


Figure IV-19: Histogramme représentant le nombre de fractures générées pour chaque classe.

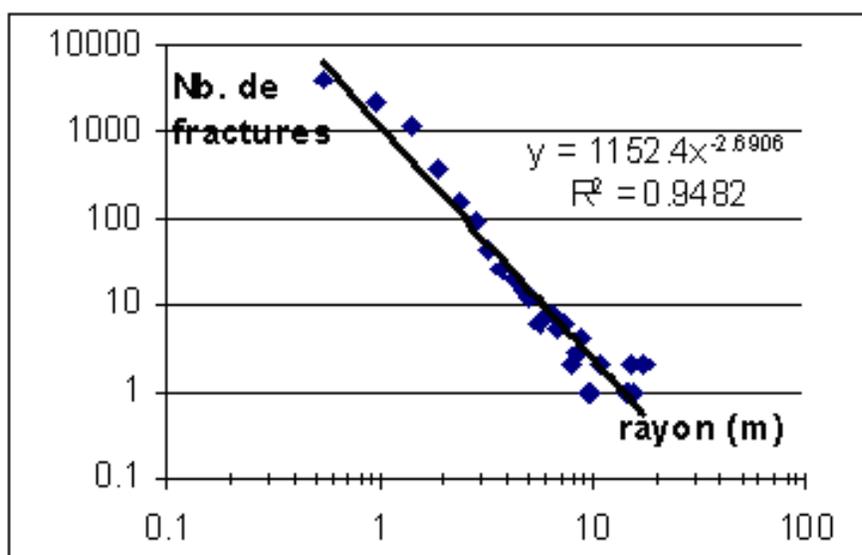


Figure IV-20: Représentation du nombre de fractures en fonction du logarithme de la longueur : pour cette génération, la valeur de la dimension fractale est $\sim 2,7$.

En conservant le formalisme de la section précédente (schéma de localisation de Mori-Tanaka), on considère que les quatre familles de fractures sont assimilées, dans le cadre de l'approche micromécanique, à quatre familles de cylindres elliptiques. Les propriétés mécaniques de chacune des familles sont estimées à partir des valeurs des raideurs normale et en cisaillement présentées dans la figure IV-17 ; les valeurs des demi-grand axes sont estimées à partir des résultats de la génération des fractures et de leurs longueurs ; les orientations des familles de fractures sont celles présentées dans la figure IV-16.

Les propriétés effectives élastiques du massif rocheux \mathbb{C}^{hom} , calculées dans le repère Nord-Est-Vertical, sont présentées dans la figure IV-21 sous la forme d'un tenseur d'ordre 4. La présentation choisie est celle proposée par Mathematica : le tenseur d'ordre 4 est présenté comme une super matrice 3x3 contenant des matrices 3x3. Les deux premiers indices du tenseur

indiquent la position d'un élément-matrice dans la super-matrice, et les deux autres indices indiquent la position dans une matrice-élément. On remarque le caractère anisotrope du tenseur homogénéisé. Néanmoins, dans ce repère, la différence entre les termes C_{iii}^{hom} ($i=1,3$) est assez faible notamment entre les termes $C_{1111}^{\text{hom}} = C_{\text{Nord}}^{\text{hom}}$ et $C_{2222}^{\text{hom}} = C_{\text{Est}}^{\text{hom}}$.

$$\left(\begin{array}{ccc} \left(\begin{array}{ccc} 6.63237 \times 10^{10} & 4.15792 \times 10^8 & -1.4809 \times 10^9 \\ 4.15792 \times 10^8 & 2.18289 \times 10^{10} & 2.11551 \times 10^8 \\ -1.4809 \times 10^9 & 2.11551 \times 10^8 & 2.02611 \times 10^{10} \end{array} \right) & \left(\begin{array}{ccc} 4.15792 \times 10^8 & 2.11348 \times 10^{10} & -4.84675 \times 10^7 \\ 2.11348 \times 10^{10} & 1.56955 \times 10^8 & -1.00447 \times 10^9 \\ -4.84675 \times 10^7 & -1.00447 \times 10^9 & 5.57465 \times 10^8 \end{array} \right) & \left(\begin{array}{ccc} -1.4809 \times 10^9 & -4.84675 \times 10^7 & 2.08059 \times 10^{10} \\ -4.84675 \times 10^7 & 2.04409 \times 10^8 & 7.03317 \times 10^8 \\ 2.08059 \times 10^{10} & 7.03317 \times 10^8 & -4.44514 \times 10^9 \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{ccc} 4.15792 \times 10^8 & 2.11348 \times 10^{10} & -4.84675 \times 10^7 \\ 2.11348 \times 10^{10} & 1.56955 \times 10^8 & -1.00447 \times 10^9 \\ -4.84675 \times 10^7 & -1.00447 \times 10^9 & 5.57465 \times 10^8 \end{array} \right) & \left(\begin{array}{ccc} 2.18289 \times 10^{10} & 1.56955 \times 10^8 & 2.04409 \times 10^8 \\ 1.56955 \times 10^8 & 6.4717 \times 10^{10} & 1.03605 \times 10^9 \\ 2.04409 \times 10^8 & 1.03605 \times 10^9 & 1.82354 \times 10^{10} \end{array} \right) & \left(\begin{array}{ccc} 2.11551 \times 10^8 & -1.00447 \times 10^9 & 7.03317 \times 10^8 \\ -1.00447 \times 10^9 & 1.03605 \times 10^9 & 1.89907 \times 10^{10} \\ 7.03317 \times 10^8 & 1.89907 \times 10^{10} & -2.55572 \times 10^9 \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{ccc} -1.4809 \times 10^9 & -4.84675 \times 10^7 & 2.08059 \times 10^{10} \\ -4.84675 \times 10^7 & 2.04409 \times 10^8 & 7.03317 \times 10^8 \\ 2.08059 \times 10^{10} & 7.03317 \times 10^8 & -4.44514 \times 10^9 \end{array} \right) & \left(\begin{array}{ccc} 2.11551 \times 10^8 & -1.00447 \times 10^9 & 7.03317 \times 10^8 \\ 2.11551 \times 10^8 & -1.00447 \times 10^9 & 7.03317 \times 10^8 \\ -1.00447 \times 10^9 & 1.03605 \times 10^9 & 1.89907 \times 10^{10} \end{array} \right) & \left(\begin{array}{ccc} 2.02611 \times 10^{10} & 5.57465 \times 10^8 & -4.44514 \times 10^9 \\ 5.57465 \times 10^8 & 1.82354 \times 10^{10} & -2.55572 \times 10^9 \\ -4.44514 \times 10^9 & -2.55572 \times 10^9 & 7.25684 \times 10^{10} \end{array} \right) \end{array} \right)$$

Figure IV-21: Forme générale du tenseur de raideur homogénéisé obtenu par l'approche micromécanique pour des cylindres elliptiques.

La figure IV-22 présente la forme matricielle du tenseur de raideur homogénéisé.

$$\left(\begin{array}{cccccc} 6.63237 \times 10^{10} & 2.18289 \times 10^{10} & 2.02611 \times 10^{10} & 2.99178 \times 10^8 & -2.09432 \times 10^9 & 5.88019 \times 10^8 \\ 2.18289 \times 10^{10} & 6.4717 \times 10^{10} & 1.82354 \times 10^{10} & 1.46519 \times 10^9 & 2.89078 \times 10^8 & 2.21968 \times 10^8 \\ 2.02611 \times 10^{10} & 1.82354 \times 10^{10} & 7.25684 \times 10^{10} & -3.61433 \times 10^9 & -6.28638 \times 10^9 & 7.88374 \times 10^8 \\ 2.99178 \times 10^8 & 1.46519 \times 10^9 & -3.61433 \times 10^9 & 3.79813 \times 10^{10} & 1.40663 \times 10^9 & -2.00894 \times 10^9 \\ -2.09432 \times 10^9 & 2.89078 \times 10^8 & -6.28638 \times 10^9 & 1.40663 \times 10^9 & 4.16117 \times 10^{10} & -9.6935 \times 10^7 \\ 5.88019 \times 10^8 & 2.21968 \times 10^8 & 7.88374 \times 10^8 & -2.00894 \times 10^9 & -9.6935 \times 10^7 & 4.22695 \times 10^{10} \end{array} \right)$$

Figure IV-22: Forme simplifiée du tenseur de raideur homogénéisé obtenu par l'approche micromécanique pour des cylindres elliptiques.

Les valeurs directionnelles des modules d'Young (IV.7) sont alors estimées comme dans la section précédente (figure IV-2) à partir de la matrice de compliance.

$$\begin{aligned} E_{\text{Nord}} &= 55,98 \text{ GPa} \\ E_{\text{Est}} &= 55,32 \text{ GPa} \\ E_{\text{Vertical}} &= 62,85 \text{ GPa} \end{aligned} \quad (\text{IV.7})$$

2.3 Comparaison des résultats avec d'autres approches

Une comparaison de ces estimations (IV.7) avec les résultats obtenus par Min et Jing, 2003, montre que les valeurs que nous avons obtenues sont supérieures à celles rapportées par ces auteurs. Ces auteurs ont obtenu des valeurs par un calcul numérique direct à l'aide du code UDEC et en utilisant une méthodologie similaire à celle que nous avons utilisée dans la section précédente. Les valeurs des modules d'Young obtenus dans ces travaux varient entre 35 GPa et 45 GPa. Rappelons que ces calculs sont des estimations 2D et que les fractures sont donc ramenées à une certaine équivalence de configuration 2D. Cette procédure constitue déjà une première source de différences. Par ailleurs, de part la nature du code de calcul utilisé, UDEC, ces travaux sont contraints à représenter soit des fractures traversantes, soit des fractures débouchant sur d'autres fractures (figure IV-23) : toute fracture non-débouchante est effacée avant calcul. Ceci conduit automatiquement à un système plus souple que ce qu'il peut être *in situ*.

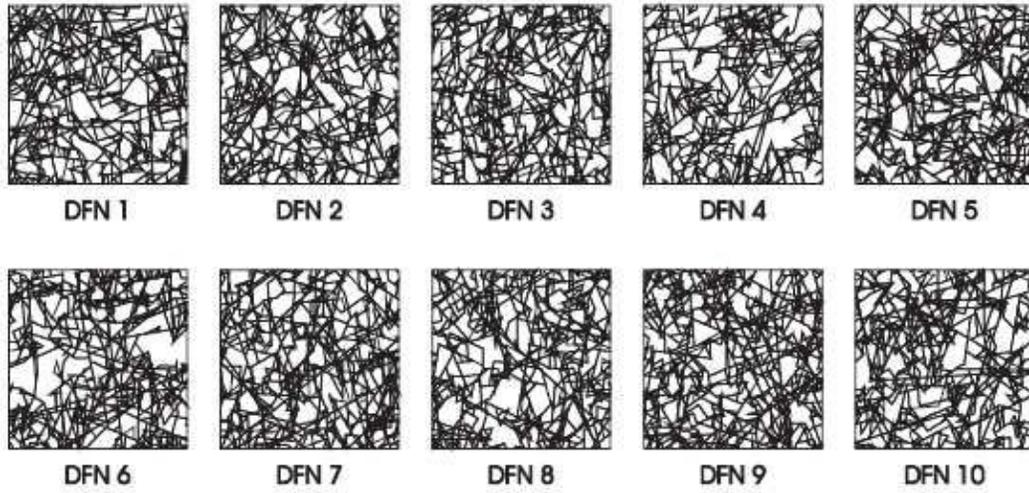


Figure IV-23: Représentation 2D sous UDEC d'une série de dix générations de distributions de fractures pour des blocs de 3m par 3 m. Les fractures sont soit traversantes soit délimitées par d'autres fractures.

Un autre calcul est réalisé en utilisant le modèle de joint présenté dans la section précédente. Les fractures sont représentées par des plans infinis caractérisés par les propriétés mécaniques et les espacements présentés dans les figures IV-17 et IV-16. La forme complète du tenseur de compliance homogénéisé est présentée dans ce cas sur la figure IV-24.

$$\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3.83134 \times 10^{-11} & -4.47141 \times 10^{-13} & 5.70418 \times 10^{-13} \\ -4.47141 \times 10^{-13} & -1.35721 \times 10^{-11} & -1.1592 \times 10^{-12} \\ 5.70418 \times 10^{-13} & -1.1592 \times 10^{-12} & -7.27837 \times 10^{-12} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -4.47141 \times 10^{-13} & 2.79564 \times 10^{-11} & -1.15883 \times 10^{-13} \\ 2.79564 \times 10^{-11} & 1.08984 \times 10^{-13} & 2.7312 \times 10^{-12} \\ -1.15883 \times 10^{-13} & 2.7312 \times 10^{-12} & -5.25133 \times 10^{-13} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5.70418 \times 10^{-13} & -1.15883 \times 10^{-13} & 2.99802 \times 10^{-11} \\ -1.15883 \times 10^{-13} & -2.98222 \times 10^{-12} & -1.60425 \times 10^{-12} \\ 2.99802 \times 10^{-11} & -1.60425 \times 10^{-12} & 6.98254 \times 10^{-12} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} -4.47141 \times 10^{-13} & 2.79564 \times 10^{-11} & -1.15883 \times 10^{-13} \\ 2.79564 \times 10^{-11} & 1.08984 \times 10^{-13} & 2.7312 \times 10^{-12} \\ -1.15883 \times 10^{-13} & 2.7312 \times 10^{-12} & -5.25133 \times 10^{-13} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -1.35721 \times 10^{-11} & 1.08984 \times 10^{-13} & -2.98222 \times 10^{-12} \\ 1.08984 \times 10^{-13} & 3.85255 \times 10^{-11} & -3.48409 \times 10^{-12} \\ -2.98222 \times 10^{-12} & -3.48409 \times 10^{-12} & -5.03294 \times 10^{-12} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -1.1592 \times 10^{-12} & 2.7312 \times 10^{-12} & -1.60425 \times 10^{-12} \\ 2.7312 \times 10^{-12} & -3.48409 \times 10^{-12} & 3.52976 \times 10^{-11} \\ -1.60425 \times 10^{-12} & 3.52976 \times 10^{-11} & 5.47794 \times 10^{-12} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 5.70418 \times 10^{-13} & -1.15883 \times 10^{-13} & 2.99802 \times 10^{-11} \\ -1.15883 \times 10^{-13} & -2.98222 \times 10^{-12} & -1.60425 \times 10^{-12} \\ 2.99802 \times 10^{-11} & -1.60425 \times 10^{-12} & 6.98254 \times 10^{-12} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -1.1592 \times 10^{-12} & 2.7312 \times 10^{-12} & -1.60425 \times 10^{-12} \\ 2.7312 \times 10^{-12} & -3.48409 \times 10^{-12} & 3.52976 \times 10^{-11} \\ -1.60425 \times 10^{-12} & 3.52976 \times 10^{-11} & 5.47794 \times 10^{-12} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -7.27837 \times 10^{-12} & -5.25133 \times 10^{-13} & 6.98254 \times 10^{-12} \\ -5.25133 \times 10^{-13} & -5.03294 \times 10^{-12} & 5.47794 \times 10^{-12} \\ 6.98254 \times 10^{-12} & 5.47794 \times 10^{-12} & 2.88159 \times 10^{-11} \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Figure IV-24: Tenseur de compliance complet dans de cas du modèle de joint.

On retrouve le même type d'anisotropie que pour le modèle micromécanique, mais le matériau effectif, comme on pouvait s'y attendre, est beaucoup plus souple. Les modules d'Young calculés à partir des valeurs de la figure IV-2 sont :

$$\begin{aligned} E_{\text{Nord}} &= 26,10 \text{ GPa} \\ E_{\text{Est}} &= 25,95 \text{ GPa} \\ E_{\text{Vertical}} &= 34,73 \text{ GPa} \end{aligned} \tag{IV.8}$$

Ces valeurs sont plus faibles encore que celles calculées par Min et Jing, 2003 . L'explication réside dans le fait que dans le modèle de joint toutes les fractures sont infinies alors que ce n'est évidemment pas le cas dans les calculs de Min et Jing, 2003.

Enfin, des valeurs du module d'Young *in situ* ont été obtenues à partir de mesures géotechniques le long de forages sur le site faisant intervenir des corrélations de logs et des mesures de déformabilités (on se référera au rapport Nyrex, 1997b). Ces valeurs ne sont pas reliées à une direction en particulier mais fournissent un ordre de grandeur du module d'Young *in situ*. Ces estimations varient entre 37 GPa et 65 GPa : l'ordre de grandeur est comparable à celui obtenu par l'approche micromécanique.

3 Conclusion

Ce chapitre d'application a permis de comparer les résultats de l'approche micromécanique que nous avons développés dans le **chapitre III** avec d'autres approches (homogénéisation numérique et modèle analytique de joint). Les estimations obtenues par l'approche micromécanique restent valables même lorsque les fractures sont traversantes. Lorsque les fractures sont de taille finie, nous ne disposons pas de modèle de comparaison. Ce chapitre a aussi mis en évidence l'applicabilité de l'approche micromécanique au cas d'étude du site d'expérimentation de Nirex. A partir de la caractérisation, en laboratoire et *in situ*, de la roche et des fractures, des estimations du comportement mécanique homogénéisé ont été proposées. Les valeurs obtenues sont en accord avec les valeurs mesurées *in situ*.

Dans le chapitre suivant, nous généralisons les résultats de l'approche micromécanique à l'étude du comportement poroélastique des milieux fracturés en proposant une estimation des coefficients, dits à double porosité, des milieux fracturés.

Chapitre V

Comportement poromécanique d'un milieu fracturé : modèle à double porosité

Dans ce chapitre, nous montrons tout d'abord comment l'approche micromécanique permet de retrouver la forme classique des lois d'état poroélastiques (Biot, 1941 ; Biot, 1955 ; Coussy, 2004). Ce type de modèle peut être utilisé pour décrire le comportement poromécanique équivalent d'un milieu fracturé. Les milieux fracturés sont généralement décrits par des modèles à double porosité caractérisés par la superposition de deux champs de pressions. On considère alors un matériau, constitué de deux milieux poroélastiques, avec deux pressions P_m et P_f uniformes dans chacun des milieux. On généralise alors la théorie de Biot en reliant le champ de contrainte Σ , la variation de porosité de matrice $\Delta\Phi^m$ et la variation de porosité du milieu fracture $\Delta\Phi^f$ d'une part et le champ de déformation \mathbf{E} , la pression de matrice p^m et la pression du réseau de fractures p^f d'autre part.

Cette formulation linéaire prend la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \Sigma \\ \Delta\Phi^m \\ \Delta\Phi^f \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbb{C} & \mathbf{b} & \mathbf{c} \\ \mathbf{b} & d & e \\ \mathbf{c} & e & f \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ p^m \\ p^f \end{bmatrix} \quad (\text{V.1})$$

\mathbb{C} est un tenseur d'ordre quatre. \mathbf{b} et \mathbf{c} sont des tenseurs d'ordre deux. La symétrie des lois d'état est imposée par la thermodynamique (i.e. les lois d'état permettant de décrire le comportement poroélastique dérivent d'un potentiel thermodynamique).

On montre ensuite comment évaluer les variations de porosité des milieux matrice et fracture. Ces estimations permettent de rendre compte de l'anisotropie mécanique résultant de l'anisotropie de distribution des fractures et de déterminer leur variation d'ouverture et de perméabilité.

1 Poroélasticité en simple milieu

On rappelle dans cette première section comment la micromécanique permet de retrouver les théories de la poroélasticité simple milieu (Biot, 1941 ; Biot, 1955 ; Coussy, 2004) pour un milieu poreux.

Le *v.e.r.* Ω est constitué d'une partie solide $\Omega^{\mathcal{M}}$ de comportement élastique \mathbb{C}_m et de pores Ω^p remplis par un fluide à la pression p . $\Phi^p = |\Omega^p|/|\Omega|$ désigne la porosité des pores.

Considérons le problème (\mathcal{P}) à homogénéiser pour lequel les deux paramètres de chargement sont le taux de déformation macroscopique $\dot{\mathbf{E}}$ sur le contour $\partial\Omega$ et l'état de contrainte $\dot{\boldsymbol{\sigma}}_p = -\dot{p}\boldsymbol{\delta}$ dans les pores :

$$(\mathcal{P}) : \begin{cases} \operatorname{div} \dot{\boldsymbol{\sigma}}(\vec{x}) = 0 & (\vec{x} \in \Omega) \\ \dot{\boldsymbol{\sigma}}(\vec{x}) = \mathbb{C}(\vec{x}) : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}(\vec{x}) + \dot{\boldsymbol{\sigma}}^p & (\vec{x} \in \Omega) \\ \vec{u}(\vec{x}) = \dot{\mathbf{E}} \cdot \vec{x} & (\vec{x} \in \partial\Omega) \end{cases} \quad (\text{V.2})$$

$$\mathbb{C}(\vec{x}) = \begin{cases} \mathbb{C}_m & (\vec{x} \in \Omega^{\mathcal{M}}) \\ 0 & (\vec{x} \in \Omega^p) \end{cases}$$

avec

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}^p(\vec{x}) = \begin{cases} 0 & (\vec{x} \in \Omega^{\mathcal{M}}) \\ -\dot{p}\boldsymbol{\delta} & (\vec{x} \in \Omega^p) \end{cases}$$

Le problème (\mathcal{P}) étant linéaire, on décompose le chargement dans Ω défini par $\dot{\mathbf{E}}$ et $\dot{\boldsymbol{\sigma}}^p$ en deux sous-problèmes (figure V-1) :

- le problème (\mathcal{P}') tel que le *v.e.r.* est soumis à $\dot{\mathbf{E}}$ sur le contour $\partial\Omega$ et à la contrainte nulle dans les pores :

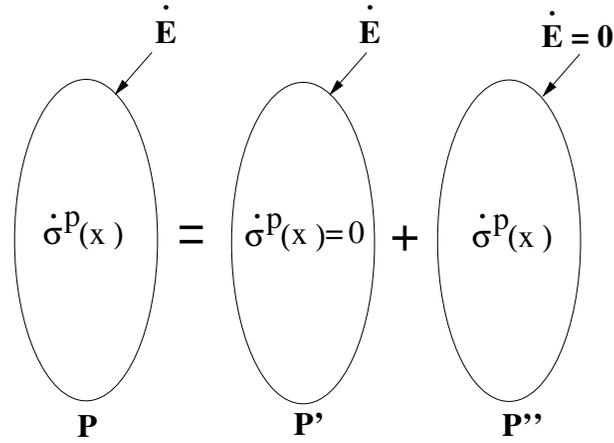
$$(\mathcal{P}') : \begin{cases} \operatorname{div} \dot{\boldsymbol{\sigma}}'(\vec{x}) = 0 & (\vec{x} \in \Omega) \\ \dot{\boldsymbol{\sigma}}'(\vec{x}) = \mathbb{C}(\vec{x}) : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}'(\vec{x}) & (\vec{x} \in \Omega) \\ \vec{u}'(\vec{x}) = \dot{\mathbf{E}} \cdot \vec{x} & (\vec{x} \in \partial\Omega) \end{cases} \quad (\text{V.3})$$

- le problème (\mathcal{P}'') tel que le *v.e.r.* est soumis à un taux de déformation macroscopique $\dot{\mathbf{E}} = 0$ sur le contour $\partial\Omega$ et à $\dot{\boldsymbol{\sigma}}^p$ dans les pores :

$$(\mathcal{P}'') : \begin{cases} \operatorname{div} \dot{\boldsymbol{\sigma}}''(\vec{x}) = 0 & (\vec{x} \in \Omega) \\ \dot{\boldsymbol{\sigma}}''(\vec{x}) = \mathbb{C}(\vec{x}) : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}''(\vec{x}) + \dot{\boldsymbol{\sigma}}_p(\vec{x}) & (\vec{x} \in \Omega) \\ \vec{u}''(\vec{x}) = 0 & (\vec{x} \in \partial\Omega) \end{cases} \quad (\text{V.4})$$

Le problème (\mathcal{P}') représente le comportement macroscopique du milieu sec et peut être résolu comme dans la première section du chapitre précédent. En rappelant que $\langle \mathbb{A} \rangle = \Phi^m \langle \mathbb{A} \rangle_m + \Phi^p \langle \mathbb{A} \rangle_p = \mathbb{I}$, on montre que :

$$\langle \mathbb{A} \rangle_p = \mathbb{I} - \frac{1}{\Phi^p} \mathbb{C}_m^{-1} : \mathbb{C}_{hom} \quad (\text{V.5})$$


 Figure V-1: Décomposition du problème (\mathcal{P}) en deux sous-problèmes (\mathcal{P}') et (\mathcal{P}'')

Dans ce cas, on obtient alors :

$$\begin{aligned} \dot{\Sigma} &= \mathbb{C}_{hom} : \dot{E} \\ \text{avec } \mathbb{C}_{hom} &= \Phi^m \langle \mathbb{C}_m : \mathbb{A} \rangle_m + \Phi^p \langle \mathbb{C}^p : \mathbb{A} \rangle_p \\ &= \Phi^p \mathbb{C}_m : \left(\mathbb{I} - \langle \mathbb{A} \rangle_p \right) \end{aligned} \quad (\text{V.6})$$

On définit :

$$\dot{\Sigma}'' = \langle \dot{\sigma}'' \rangle \quad (\text{V.7})$$

La solution du problème (\mathcal{P}'') est proportionnelle au taux de pression \dot{p} de sorte qu'il existe un tenseur d'ordre deux \mathbf{B} tel que :

$$\dot{\Sigma}'' = -\dot{p}\mathbf{B} \quad (\text{V.8})$$

En utilisant le lemme de Hill, on obtient (Zaoui, 1997) :

$$\mathbf{B} = \Phi^p \boldsymbol{\delta} : \langle \mathbb{A} \rangle_p \quad (\text{V.9})$$

Ainsi (V.9) se réécrit en fonction de \mathbb{C}_{hom} :

$$\mathbf{B} = \Phi^p \boldsymbol{\delta} : \langle \mathbb{A} \rangle_p = \boldsymbol{\delta} : \left(\mathbb{I} - \mathbb{C}_m^{-1} : \mathbb{C}_{hom} \right) \quad (\text{V.10})$$

On remarquera que dans le cas d'un comportement macroscopique isotrope (module de compressibilité macroscopique k_{hom}) et d'un comportement isotrope des constituants de la matrice (module de compressibilité k_s), l'expression (V.9) se réécrit :

$$\mathbf{B} = b\boldsymbol{\delta} \quad b = 1 - \frac{k_{hom}}{k_s} \quad (\text{V.11})$$

La première loi de la poromécanique s'écrit donc :

$$\dot{\Sigma} = \mathbb{C}_{hom} : \dot{E} - \dot{p}\mathbf{B} \quad (\text{V.12})$$

La variation du volume de l'espace poreux $\Delta\Phi^p$ fait l'objet de la seconde équation d'état macroscopique :

$$\Delta\Phi^p = \Phi^p - \Phi^{p0} = \Phi^p \boldsymbol{\delta} : \langle \dot{\epsilon} \rangle_p = \Phi^p \boldsymbol{\delta} : \left(\langle \dot{\epsilon}' \rangle_p + \langle \dot{\epsilon}'' \rangle_p \right) \quad (\text{V.13})$$

On peut montrer [145] que :

$$(1 - \Phi^p) \langle \dot{\boldsymbol{\sigma}}'' \rangle_m = \dot{p}(\Phi^p \boldsymbol{\delta} - \mathbf{B}) \quad (\text{V.14})$$

D'une part, on déduit de (V.9) que :

$$\Phi^p \boldsymbol{\delta} : \langle \dot{\boldsymbol{\epsilon}}' \rangle_p = \Phi^p \boldsymbol{\delta} : \langle \mathbb{A} \rangle_p : \dot{\mathbf{E}} = \mathbf{B} : \dot{\mathbf{E}} \quad (\text{V.15})$$

D'autre part, (V.14) permet de montrer que :

$$\Phi^p \boldsymbol{\delta} : \langle \dot{\boldsymbol{\epsilon}}'' \rangle_p = -(1 - \Phi^p) \boldsymbol{\delta} : \langle \dot{\boldsymbol{\epsilon}}'' \rangle_m = \frac{\dot{p}}{M} \quad (\text{V.16})$$

$$\text{avec } \frac{1}{M} = \boldsymbol{\delta} : \mathbb{C}_m^{-1} : (\mathbf{B} - \Phi^p \boldsymbol{\delta})$$

La seconde équation d'état de la poroélasticité s'écrit alors en introduisant (V.15) et (V.16) dans (V.13) :

$$\Phi^p - \Phi^{p0} = \mathbf{B} : \dot{\mathbf{E}} + \frac{\dot{p}}{M} \quad (\text{V.17})$$

On remarquera que dans le cas de comportements macroscopique et microscopique isotropes, le coefficient $1/M$ s'écrit en utilisant (V.11) :

$$\frac{1}{M} = \frac{b - \Phi^f}{k_s} \quad (\text{V.18})$$

Les lois d'état (V.12) et (V.17) sont les lois de la poroélasticité de Biot.

2 Poroélasticité en milieu à double porosité, détermination des lois d'état

Dans cette section, nous ne considérons qu'une seule famille de fractures identiques. On se place à l'échelle de la maille réservoir représentée par le domaine Ω de frontière $\partial\Omega$.

On considère le milieu matriciel $\Omega^{\mathcal{M}}$ comme un milieu poroélastique dont la loi de comportement a été établie dans la section précédente :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\Phi^m = \alpha^m \text{tr} \langle \boldsymbol{\epsilon} \rangle_m + \frac{1}{M} p^m \\ \boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C}_m : \boldsymbol{\epsilon} - \alpha^m p^m \boldsymbol{\delta} \end{array} \right. \quad \vec{x} \in \Omega^{\mathcal{M}} \quad (\text{V.19})$$

où α^m et $1/M$ désignent respectivement les nombre et module de Biot de la roche poreuse.

De même, on considère que le milieu fracture, de porosité $\Phi^f = |\Omega^{\mathcal{F}}|/|\Omega|$, est caractérisé par un comportement poroélastique :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\Phi^f = \text{tr} \langle \boldsymbol{\epsilon} \rangle_f \\ \boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C}_f : \boldsymbol{\epsilon} - p^f \boldsymbol{\delta} \end{array} \right. \quad \vec{x} \in \Omega^{\mathcal{F}} \quad (\text{V.20})$$

On suppose enfin que les deux milieux possèdent une pression différente p^m et p^f uniformément répartie dans chacun des domaines.

En suivant le formalisme de la section précédente et les notations en vitesse, les taux de pressions

\dot{p}^m et \dot{p}^f dans les domaines $\Omega^{\mathcal{M}}$ et $\Omega^{\mathcal{F}}$ agissent comme des taux de précontraintes dans chacun des milieux, de sorte qu'elles s'écrivent :

$$\dot{\sigma}^p(x) = \begin{cases} -\alpha^m \dot{p}^m \boldsymbol{\delta} & \vec{x} \in \Omega^{\mathcal{M}} \\ -\dot{p}^f \boldsymbol{\delta} & \vec{x} \in \Omega^{\mathcal{F}} \end{cases} \quad (\text{V.21})$$

Le taux de contrainte macroscopique $\dot{\mathbf{E}}$ est appliqué sur le contour $\partial\Omega$.

Considérons alors le problème (\mathcal{P}) sur le *v.e.r.* pour lequel les trois paramètres de chargement sont le taux de déformation macroscopique $\dot{\mathbf{E}}$ sur le contour $\partial\Omega$, le champ de précontrainte lié au taux de pression \dot{p}^m dans le domaine $\Omega^{\mathcal{M}}$ et le champ de précontrainte lié au taux de pression \dot{p}^f dans le domaine $\Omega^{\mathcal{F}}$:

$$(\mathcal{P}) : \begin{cases} \operatorname{div} \dot{\sigma}(\vec{x}) = 0 & (\vec{x} \in \Omega) \\ \dot{\sigma}(\vec{x}) = \mathbb{C}(\vec{x}) : \dot{\epsilon}(\vec{x}) + \dot{\sigma}^p & (\vec{x} \in \Omega) \\ \vec{u}(\vec{x}) = \dot{\mathbf{E}} \cdot \vec{x} & (\vec{x} \in \partial\Omega) \end{cases} \quad (\text{V.22})$$

$$\text{avec} \quad \begin{cases} \mathbb{C}(\vec{x}) & = \begin{cases} \mathbb{C}_m & (\vec{x} \in \Omega^{\mathcal{M}}) \\ \mathbb{C}_f & (\vec{x} \in \Omega^{\mathcal{F}}) \end{cases} \\ \dot{\sigma}^p(\vec{x}) & = \begin{cases} -\alpha^m \dot{p}^m \boldsymbol{\delta} & (\vec{x} \in \Omega^{\mathcal{M}}) \\ -\dot{p}^f \boldsymbol{\delta} & (\vec{x} \in \Omega^{\mathcal{F}}) \end{cases} \end{cases}$$

Le problème (\mathcal{P}) étant linéaire, on décompose le chargement dans Ω défini par $\dot{\mathbf{E}}$, et les taux de pression \dot{p}^m et \dot{p}^f dans les domaines $\Omega^{\mathcal{M}}$ et $\Omega^{\mathcal{F}}$ en trois sous-problèmes (figure V-2) :

- le problème \mathcal{P}' tel que le *v.e.r.* est soumis à $\dot{\mathbf{E}}$ sur le contour $\partial\Omega$ et à la contrainte nulle dans les fractures :

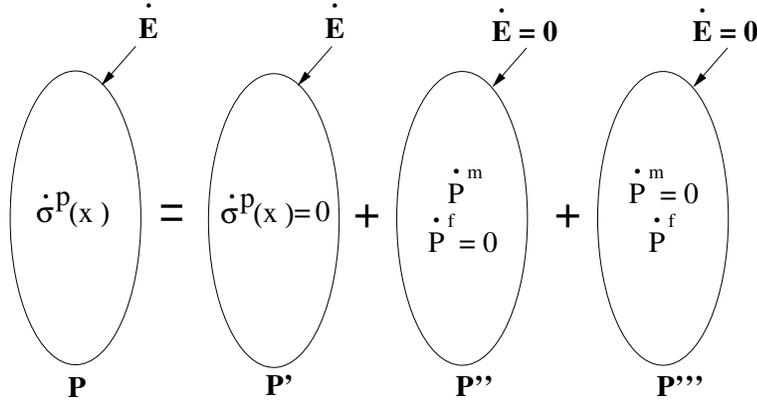
$$(\mathcal{P}') : \begin{cases} \operatorname{div} \dot{\sigma}'(\vec{x}) = 0 & (\vec{x} \in \Omega) \\ \dot{\sigma}'(\vec{x}) = \mathbb{C}(\vec{x}) : \dot{\epsilon}'(\vec{x}) & (\vec{x} \in \Omega) \\ \vec{u}'(\vec{x}) = \dot{\mathbf{E}} \cdot \vec{x} & (\vec{x} \in \partial\Omega) \end{cases} \quad (\text{V.23})$$

- le problème \mathcal{P}'' tel que le *v.e.r.* est soumis à un taux de déformation macroscopique $\dot{\mathbf{E}} = 0$ sur le contour $\partial\Omega$ et à la précontrainte $-\alpha^m \dot{p}^m \boldsymbol{\delta}$ dans le domaine $\Omega^{\mathcal{M}}$:

$$(\mathcal{P}'') : \begin{cases} \operatorname{div} \dot{\sigma}''(\vec{x}) = 0 & (\vec{x} \in \Omega) \\ \dot{\sigma}''(\vec{x}) = \mathbb{C}(\vec{x}) : \dot{\epsilon}''(\vec{x}) + \dot{\sigma}_p(\vec{x}) & (\vec{x} \in \Omega) \\ \vec{u}''(\vec{x}) = 0 & (\vec{x} \in \partial\Omega) \end{cases} \quad (\text{V.24})$$

- le problème \mathcal{P}''' tel que le *v.e.r.* est soumis à un taux de déformation macroscopique $\dot{\mathbf{E}} = 0$ sur le contour $\partial\Omega$ et à la précontrainte $-\dot{p}^f \boldsymbol{\delta}$ dans le domaine $\Omega^{\mathcal{F}}$:

$$(\mathcal{P}''') : \begin{cases} \operatorname{div} \dot{\sigma}'''(\vec{x}) = 0 & (\vec{x} \in \Omega) \\ \dot{\sigma}'''(\vec{x}) = \mathbb{C}(\vec{x}) : \dot{\epsilon}'''(\vec{x}) + \dot{\sigma}_p(\vec{x}) & (\vec{x} \in \Omega) \\ \vec{u}'''(\vec{x}) = 0 & (\vec{x} \in \partial\Omega) \end{cases} \quad (\text{V.25})$$


 Figure V-2: Décomposition du problème (\mathcal{P}) en trois sous-problèmes (\mathcal{P}'), (\mathcal{P}'') et (\mathcal{P}''')

Le champ de contrainte macroscopique solution du problème (\mathcal{P}) correspond donc à la somme des champs de contrainte macroscopiques solutions des trois sous-problèmes ; il en est de même pour le champ de déformation.

D'autre part, on rappelle les relations suivantes sur les valeurs moyennes spatiales des champs microscopiques :

$$\langle \dot{\sigma} \rangle = \langle \dot{\sigma}' \rangle + \langle \dot{\sigma}'' \rangle + \langle \dot{\sigma}''' \rangle$$

$$\text{tel que } \begin{cases} \langle \dot{\sigma} \rangle &= (1 - \Phi^f) \langle \dot{\sigma} \rangle_m + \Phi^f \langle \dot{\sigma} \rangle_f \\ \langle \dot{\sigma}' \rangle &= (1 - \Phi^f) \langle \dot{\sigma}' \rangle_m + \Phi^f \langle \dot{\sigma}' \rangle_f \\ \langle \dot{\sigma}'' \rangle &= (1 - \Phi^f) \langle \dot{\sigma}'' \rangle_m + \Phi^f \langle \dot{\sigma}'' \rangle_f \\ \langle \dot{\sigma}''' \rangle &= (1 - \Phi^f) \langle \dot{\sigma}''' \rangle_m + \Phi^f \langle \dot{\sigma}''' \rangle_f \end{cases} \quad (\text{V.26})$$

Et

$$\langle \dot{\epsilon} \rangle = \langle \dot{\epsilon}' \rangle + \langle \dot{\epsilon}'' \rangle + \langle \dot{\epsilon}''' \rangle$$

$$\text{tel que } \begin{cases} \langle \dot{\epsilon} \rangle &= (1 - \Phi^f) \langle \dot{\epsilon} \rangle_m + \Phi^f \langle \dot{\epsilon} \rangle_f \\ \langle \dot{\epsilon}' \rangle &= (1 - \Phi^f) \langle \dot{\epsilon}' \rangle_m + \Phi^f \langle \dot{\epsilon}' \rangle_f \\ \langle \dot{\epsilon}'' \rangle &= (1 - \Phi^f) \langle \dot{\epsilon}'' \rangle_m + \Phi^f \langle \dot{\epsilon}'' \rangle_f \\ \langle \dot{\epsilon}''' \rangle &= (1 - \Phi^f) \langle \dot{\epsilon}''' \rangle_m + \Phi^f \langle \dot{\epsilon}''' \rangle_f \end{cases} \quad (\text{V.27})$$

On rappelle enfin la propriété (V.28) du tenseur de localisation $\mathbb{A}(x)$ obtenue en combinant (III.4) et (III.7) :

$$\langle \mathbb{A} \rangle = (1 - \Phi^f) \langle \mathbb{A} \rangle_m + \Phi^f \langle \mathbb{A} \rangle_f = \mathbb{I} \quad (\text{V.28})$$

Dans la suite, nous utiliserons les équations (V.23), (V.24) et (V.25) ainsi que les propriétés (V.26), (V.27) et (V.28) sans y faire explicitement référence.

Détermination de la première loi d'état

Les taux de pression \dot{p}^m et \dot{p}^f dans les domaines $\Omega^{\mathcal{M}}$ et $\Omega^{\mathcal{F}}$ sont nuls dans le problème (\mathcal{P}') et permettent de décrire le comportement macroscopique du milieu sec à travers le tenseur de

rigidité macroscopique \mathbb{C}_{hom} :

$$\begin{aligned}\langle \dot{\boldsymbol{\sigma}}' \rangle &= \Phi^f \langle \dot{\boldsymbol{\sigma}}' \rangle_f + (1 - \Phi^f) \langle \dot{\boldsymbol{\sigma}}' \rangle_m \\ &= \Phi^f \mathbb{C}_f : \langle \mathbb{A} \rangle_f : \dot{\mathbf{E}} + (1 - \Phi^f) \mathbb{C}_m : \langle \mathbb{A} \rangle_m : \dot{\mathbf{E}} \\ &= \mathbb{C}_{hom} : \dot{\mathbf{E}}\end{aligned}\tag{V.29}$$

$$\begin{aligned}\text{avec } \mathbb{C}_{hom} &= \mathbb{C}_f + (1 - \Phi^f) (\mathbb{C}_m - \mathbb{C}_f) : \langle \mathbb{A} \rangle_m \\ &= \mathbb{C}_m + \Phi^f (\mathbb{C}_f - \mathbb{C}_m) : \langle \mathbb{A} \rangle_f\end{aligned}$$

Dans chacun des problèmes (\mathcal{P}'') et (\mathcal{P}'''), la moyenne du champ de contrainte est proportionnelle respectivement aux taux de pression \dot{p}^f et \dot{p}^m du fluide de sorte qu'il existe deux tenseurs d'ordre deux \mathbf{B}^f et \mathbf{B}^m tels que :

$$\begin{aligned}\langle \dot{\boldsymbol{\sigma}}'' \rangle &= -\dot{p}^f \mathbf{B}^f \\ \langle \dot{\boldsymbol{\sigma}}''' \rangle &= -\dot{p}^m \mathbf{B}^m\end{aligned}\tag{V.30}$$

où \mathbf{B}^f et \mathbf{B}^m désignent les tenseurs de Biot respectivement des domaines $\Omega^{\mathcal{M}}$ et $\Omega^{\mathcal{F}}$.

En appliquant le lemme de Hill (Zaoui, 1997), on peut alors montrer que

$$\begin{aligned}\langle \dot{\boldsymbol{\sigma}}'' \rangle &= \langle \dot{\boldsymbol{\sigma}}^p : \mathbb{A} \rangle \\ &= \Phi^f \langle \dot{\boldsymbol{\sigma}}^p : \mathbb{A} \rangle_f \\ &= \Phi^f (-\dot{p}^f \boldsymbol{\delta}) : \langle \mathbb{A} \rangle_f\end{aligned}\tag{V.31}$$

$$\begin{aligned}\langle \dot{\boldsymbol{\sigma}}''' \rangle &= \langle \dot{\boldsymbol{\sigma}}^p : \mathbb{A} \rangle \\ &= (1 - \Phi^f) \langle \dot{\boldsymbol{\sigma}}^p : \mathbb{A} \rangle_m \\ &= (1 - \Phi^f) (-\alpha^m \dot{p}^m \boldsymbol{\delta}) : \langle \mathbb{A} \rangle_m\end{aligned}$$

De telle sorte que (V.30) se réécrit :

$$\begin{aligned}\mathbf{B}^f &= \Phi^f \boldsymbol{\delta} : \langle \mathbb{A} \rangle_f \\ \mathbf{B}^m &= \alpha^m (1 - \Phi^f) \boldsymbol{\delta} : \langle \mathbb{A} \rangle_m\end{aligned}\tag{V.32}$$

Au final, en utilisant (V.29) et (V.32), la première loi d'état de la poroélasticité en double s'écrit :

$$\dot{\boldsymbol{\Sigma}} = \mathbb{C}_{hom} : \dot{\mathbf{E}} - \mathbf{B}^m \dot{p}^m - \mathbf{B}^f \dot{p}^f\tag{V.33}$$

Détermination de la seconde loi d'état

La variation de volume de la famille de fracture $\Delta\Phi^f$ est déterminée en fonction des déformations volumiques du *v.e.r.* qui se décomposent en :

$$\Delta\Phi^f = \Phi^f \text{tr} \left(\langle \dot{\boldsymbol{\epsilon}} \rangle_f \right) = \Phi^f \left[\boldsymbol{\delta} : \langle \dot{\boldsymbol{\epsilon}}' \rangle_f + \boldsymbol{\delta} : \langle \dot{\boldsymbol{\epsilon}}'' \rangle_f + \boldsymbol{\delta} : \langle \dot{\boldsymbol{\epsilon}}''' \rangle_f \right]\tag{V.34}$$

Les taux de pression \dot{p}^m et \dot{p}^f dans les domaines $\Omega^{\mathcal{M}}$ et $\Omega^{\mathcal{F}}$ sont nuls dans le problème (\mathcal{P}') de sorte que la moyenne du champ de taux de déformation dans le réseau de fractures est directement exprimée en fonction du tenseur de biot \mathbf{B}^f du domaine $\Omega^{\mathcal{F}}$:

$$\Phi^f \boldsymbol{\delta} : \langle \dot{\boldsymbol{\epsilon}}' \rangle_f = \Phi^f \boldsymbol{\delta} : \langle \mathbb{A} \rangle_f : \dot{\mathbf{E}} = \mathbf{B}^f : \dot{\mathbf{E}}\tag{V.35}$$

En exprimant la contribution du deuxième chargement, relatif au problème (\mathcal{P}''), au taux de déformation volumique du domaine Φ^f et en utilisant le fait que $\langle \dot{\boldsymbol{\epsilon}}'' \rangle = 0$, on obtient :

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\delta} : \left(\Phi^f \langle \dot{\boldsymbol{\epsilon}}'' \rangle_f \right) &= \boldsymbol{\delta} : \left[-(1 - \Phi^f) \langle \dot{\boldsymbol{\epsilon}}'' \rangle_m \right] \\ &= (\mathbb{C}_m)^{-1} \boldsymbol{\delta} : \left[-(1 - \Phi^f) \langle \dot{\boldsymbol{\sigma}}'' \rangle_m \right]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Soit } \mathbb{C}_m : \boldsymbol{\delta} : \Phi^f \langle \dot{\boldsymbol{\epsilon}}'' \rangle_f &= -\boldsymbol{\delta} : \left[(1 - \Phi^f) \langle \dot{\boldsymbol{\sigma}}'' \rangle_m \right] \\
 &= -\boldsymbol{\delta} : \left[\langle \dot{\boldsymbol{\sigma}}'' \rangle - \Phi^f \langle \dot{\boldsymbol{\sigma}}'' \rangle_f \right] \\
 &= -\boldsymbol{\delta} : \left[-\dot{p}^f \mathbf{B}^f - \Phi^f \left(-\dot{p}^f \boldsymbol{\delta} + \mathbb{C}_f : \langle \dot{\boldsymbol{\epsilon}}'' \rangle_f \right) \right]
 \end{aligned}$$

$$\text{Soit } \Phi^f (\mathbb{C}_m - \mathbb{C}_f) : \boldsymbol{\delta} : \langle \dot{\boldsymbol{\epsilon}}'' \rangle_f = \boldsymbol{\delta} : (\mathbf{B}^f - \Phi^f \boldsymbol{\delta}) \dot{p}^f$$

Finalement :

$$\begin{aligned}
 \Phi^f : \boldsymbol{\delta} : \langle \dot{\boldsymbol{\epsilon}}'' \rangle_f &= \boldsymbol{\delta} : (\mathbb{C}_m - \mathbb{C}_f)^{-1} : (\mathbf{B}^f - \Phi^f \boldsymbol{\delta}) \dot{p}^f \\
 &= \frac{\dot{p}^f}{M^f}
 \end{aligned} \tag{V.36}$$

$$\text{avec } \frac{1}{M^f} = \boldsymbol{\delta} : (\mathbb{C}_m - \mathbb{C}_f)^{-1} : (\mathbf{B}^f - \Phi^f \boldsymbol{\delta})$$

Cette formulation fait intervenir un scalaire $1/M^f$ représentant de module de Biot macroscopique relatif au domaine $\Omega^{\mathcal{M}}$.

Enfin, en remarquant que $\langle \dot{\boldsymbol{\epsilon}}''' \rangle = 0$, la contribution du troisième chargement au taux de déformation volumiques du domaine $\Omega^{\mathcal{F}}$ s'écrit :

$$\begin{aligned}
 \boldsymbol{\delta} : \left(\Phi^f \langle \dot{\boldsymbol{\epsilon}}''' \rangle_f \right) &= \boldsymbol{\delta} : \left[- (1 - \Phi^f) \langle \dot{\boldsymbol{\epsilon}}''' \rangle_m \right] \\
 &= - (1 - \Phi^f) \boldsymbol{\delta} : (\mathbb{C}_m)^{-1} \left[\langle \dot{\boldsymbol{\sigma}}''' \rangle_m + \alpha^m \dot{p}^m \boldsymbol{\delta} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Soit } \mathbb{C}_m : \boldsymbol{\delta} : \left(\Phi^f \langle \dot{\boldsymbol{\epsilon}}''' \rangle_f \right) &= -\boldsymbol{\delta} : \left[-\dot{p}^m \mathbf{B}^m - \Phi^f \langle \dot{\boldsymbol{\sigma}}''' \rangle_f \right] \\
 &\quad - \alpha^m (1 - \Phi^f) \dot{p}^m \boldsymbol{\delta} \\
 &= -\boldsymbol{\delta} : \left[-\dot{p}^m \mathbf{B}^m - \Phi^f \mathbb{C}_f : \langle \dot{\boldsymbol{\epsilon}}''' \rangle_f \right] \\
 &\quad - \alpha^m (1 - \Phi^f) \dot{p}^m \boldsymbol{\delta}
 \end{aligned}$$

$$\text{Soit } \Phi^f (\mathbb{C}_m - \mathbb{C}_f) : \boldsymbol{\delta} : \langle \dot{\boldsymbol{\epsilon}}''' \rangle_f = \boldsymbol{\delta} : (\mathbf{B}^m - \alpha^m (1 - \Phi^f) \boldsymbol{\delta}) \dot{p}^m$$

Finalement :

$$\begin{aligned}
 \Phi^f \boldsymbol{\delta} : \langle \dot{\boldsymbol{\epsilon}}''' \rangle_f &= \boldsymbol{\delta} : (\mathbb{C}_m - \mathbb{C}_f)^{-1} : [\mathbf{B}^m - \alpha^m (1 - \Phi^f) \boldsymbol{\delta}] \dot{p}^m \\
 &= \Pi (\dot{p}^m)
 \end{aligned} \tag{V.37}$$

$$\text{avec } \Pi = \boldsymbol{\delta} : (\mathbb{C}_m - \mathbb{C}_f)^{-1} : [\mathbf{B}^m - \alpha^m (1 - \Phi^f) \boldsymbol{\delta}]$$

Au final, en utilisant (V.35), (V.36) et (V.37), la seconde loi d'état poroélastique (V.34) double milieu s'écrit :

$$\Delta \Phi^f = \mathbf{B}^f : \dot{\mathbf{E}} + \frac{\dot{p}^f}{M^f} + \Pi \dot{p}^m \tag{V.38}$$

Détermination de la troisième loi d'état

La variation de volume du domaine $\Delta \Phi^m$ fait intervenir la variation du volume des pores et la compressibilité de la roche. Elle est déterminée en fonction des déformations volumiques du *v.e.r.* qui se décompose en :

$$\begin{aligned}
 \Delta \Phi^m &= \alpha^m (1 - \Phi^f) \text{tr} \langle \dot{\boldsymbol{\epsilon}} \rangle_m \\
 &= \alpha^m (1 - \Phi^f) \left[\boldsymbol{\delta} : \langle \dot{\boldsymbol{\epsilon}}' \rangle_m + \boldsymbol{\delta} : \langle \dot{\boldsymbol{\epsilon}}'' \rangle_m + (\boldsymbol{\delta} : \langle \dot{\boldsymbol{\epsilon}}''' \rangle_m + \frac{\dot{p}^m}{M}) \right]
 \end{aligned} \tag{V.39}$$

Les taux de pression \dot{p}^m et \dot{p}^f dans les domaines $\Omega^{\mathcal{M}}$ et $\Omega^{\mathcal{F}}$ sont nuls dans le problème (\mathcal{P}') de sorte que la moyenne du champ de taux de déformation dans le domaine $\Omega^{\mathcal{M}}$ est directement exprimée en fonction du tenseur de biot \mathbf{B}^m du domaine $\Omega^{\mathcal{M}}$:

$$\alpha^m (1 - \Phi^f) \boldsymbol{\delta} : \langle \dot{\boldsymbol{\epsilon}}' \rangle_m = \alpha^m (1 - \Phi^f) \boldsymbol{\delta} : \langle \mathbb{A} \rangle_m : \dot{\mathbf{E}} = \mathbf{B}^m : \dot{\mathbf{E}} \tag{V.40}$$

En exprimant la contribution du deuxième chargement, relatif au problème (\mathcal{P}'') , au taux de déformation volumique du domaine Φ^m et en utilisant le fait que $\langle \dot{\epsilon}'' \rangle = 0$, on obtient :

$$\alpha^m \boldsymbol{\delta} : (1 - \Phi^f) \langle \dot{\epsilon}'' \rangle_m = \alpha^m \boldsymbol{\delta} : (\mathbb{C}_m)^{-1} : (1 - \Phi^f) \langle \dot{\sigma}'' \rangle_m$$

$$\begin{aligned} \text{Soit } \alpha^m \mathbb{C}_m : \boldsymbol{\delta} : (1 - \Phi^f) \langle \dot{\epsilon}'' \rangle_m &= \alpha^m \boldsymbol{\delta} : \left[-\dot{p}^f \mathbf{B}^f - \Phi^f \langle \dot{\sigma}'' \rangle_f \right] \\ &= \alpha^m \boldsymbol{\delta} : \left[-\dot{p}^f \mathbf{B}^f - \Phi^f \left(\mathbb{C}_f : \langle \dot{\epsilon}'' \rangle_f - \dot{p}^f \boldsymbol{\delta} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\text{Soit } \alpha^m (\mathbb{C}_m - \mathbb{C}_f) : \boldsymbol{\delta} : (1 - \Phi^f) \langle \dot{\epsilon}'' \rangle_m = \alpha^m (\Phi^f \boldsymbol{\delta} - \mathbf{B}^f) \dot{p}^f$$

Finalement :

$$\begin{aligned} \alpha^m \boldsymbol{\delta} : (1 - \Phi^f) \langle \dot{\epsilon}'' \rangle_m &= -\alpha^m \boldsymbol{\delta} : (\mathbb{C}_m - \mathbb{C}_f)^{-1} : [\Phi^f \boldsymbol{\delta} - \mathbf{B}^f] (-\dot{p}^f) \\ &= \Pi (-\dot{p}^f) \end{aligned} \tag{V.41}$$

$$\text{Avec } \Pi = \alpha^m \boldsymbol{\delta} : (\mathbb{C}_m - \mathbb{C}_f)^{-1} : [\Phi^f \boldsymbol{\delta} - \mathbf{B}^f]$$

On vérifie que les expressions de Π dans (V.37) et (V.41) sont bien identiques. En utilisant (V.28) et (V.32), on peut écrire :

$$\boldsymbol{\delta} = \boldsymbol{\delta} : \mathbb{I} = \Phi^f \boldsymbol{\delta} : \langle \mathbb{A} \rangle_f + (1 - \Phi^f) \boldsymbol{\delta} : \langle \mathbb{A} \rangle_m = \mathbf{B}^f + \frac{\mathbf{B}^m}{\alpha^m}$$

ainsi :

$$\begin{aligned} \mathbf{B}^m - \alpha^m (1 - \Phi^f) \boldsymbol{\delta} &= \mathbf{B}^m - (1 - \Phi^f) \mathbf{B}^m - \alpha^m (1 - \Phi^f) \mathbf{B}^f \\ &= \Phi^f \mathbf{B}^m - \alpha^m (1 - \Phi^f) \mathbf{B}^f \\ \alpha^m (\Phi^f \boldsymbol{\delta} - \mathbf{B}^f) &= \Phi^f \mathbf{B}^m + \alpha^m \Phi^f \mathbf{B}^f - \alpha^m \mathbf{B}^f \\ &= \Phi^f \mathbf{B}^m - (1 - \Phi^f) \mathbf{B}^f \end{aligned}$$

Enfin, en remarquant que $\langle \dot{\epsilon}''' \rangle = 0$, la contribution du troisième chargement au taux de déformation volumiques du domaine Ω^M s'écrit :

$$\begin{aligned} \alpha^m (1 - \Phi^f) \left[\boldsymbol{\delta} : \langle \dot{\epsilon}''' \rangle_m + \frac{\dot{p}^m}{M} \right] &= \alpha^m (1 - \Phi^f) \boldsymbol{\delta} : \langle \dot{\epsilon}''' \rangle_m + \alpha^m \frac{(1 - \Phi^f)}{M} \dot{p}^m \\ &= \alpha^m \left[\frac{(1 - \Phi^f)}{M} - \Pi \right] \dot{p}^m \\ &= \frac{\dot{p}^m}{M^m} \end{aligned} \tag{V.42}$$

$$\text{Avec } \frac{1}{M^m} = \alpha^m \frac{(1 - \Phi^f)}{M} - \Pi$$

Au final, en utilisant (V.40), (V.41) et (V.42), la troisième équation d'état poroélastique (V.39) double milieu s'écrit :

$$\Delta \Phi^m = \mathbf{B}^m : \dot{\mathbf{E}} + \Pi \dot{p}^f + \frac{\dot{p}^m}{M^m} \tag{V.43}$$

Nous pouvons alors réécrire les trois équations d'état (V.33), (V.38) et (V.43) sous la même forme matricielle que (V.1) :

$$\begin{pmatrix} \dot{\Sigma} \\ \Delta \Phi^m \\ \Delta \Phi^f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbb{C}_{hom} & \mathbf{B}^m & \mathbf{B}^f \\ \mathbf{B}^m & \frac{1}{M^m} & \Pi \\ \mathbf{B}^f & \Pi & \frac{1}{M^f} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{E}} \\ \dot{p}_m \\ \dot{p}_f \end{pmatrix} \tag{V.44}$$

Remarque : il est possible de généraliser cette approche à plusieurs familles de fractures dans le cas du schéma de Mori-Tanaka (en **Annexe C**).

3 Lien avec la perméabilité

D'un point de vue pratique, le modèle mécanique permet également d'évaluer la variation d'ouverture mécanique des fractures lorsque le chargement mécanique est modifié. Il est possible de remettre à jour les propriétés hydrauliques du réseau de fractures en fonction du chargement en utilisant la loi de Poiseuille (la principale limitation reste le lien entre l'ouverture mécanique de la fracture et son ouverture hydraulique). Une telle approche permet de rendre compte des observations sur champ décrites dans la **PARTIE I** et sera mise en oeuvre dans les simulations réservoir dans la **PARTIE IV**.

Les schémas d'homogénéisation développés dans ce chapitre permettent de construire une estimation du comportement mécanique homogénéisé du milieu fracturé ; on peut également estimer les paramètres hydrauliques du milieu fracturé à partir d'une même représentation de ce milieu.

Différentes approches sont possibles :

- une approche numérique. Pour obtenir la perméabilité équivalente du réseau de fractures, il suffit généralement de mailler le réseau (et pas la matrice) ; cette méthode est utilisée dans les logiciels générant des réseaux discrets de fractures.
- une approche type champ moyen faisant appel à des schémas d'homogénéisation comme ceux utilisés pour la mécanique. Les grandeurs contrainte et déformation sont alors remplacées dans le problème hydraulique d'homogénéisation par le débit et le gradient de pression.

Avec cette deuxième approche, Dormieux et Kondo (Dormieux et Kondo, 2004) s'intéressent à une distribution isotrope de fractures et étudient la perméabilité macroscopique en fonction de la densité de fractures. Pour rendre compte des phénomènes de percolation à une densité critique de fractures, Dormieux et Kondo, 200, mettent en oeuvre une méthode d'homogénéisation de type auto-cohérent (chaque fracture voit un milieu dont les propriétés hydrauliques résultent de la présence de la matrice et de toutes les autres fractures). Ils s'intéressent plus particulièrement aux problèmes d'endommagement et à l'évolution de la perméabilité en fonction de la densité de fractures. Cette approche peut être utilisée à plus grande échelle (i.e. à l'échelle du réservoir). De plus, cette méthode a été généralisée à plusieurs familles de fractures (Barthélémy, 2006) ; le tenseur de perméabilité homogénéisé n'est alors plus isotrope.

On construit ainsi une estimation des propriétés mécaniques et une estimation des propriétés hydrauliques à partir d'une même représentation du milieu. A l'inverse, on peut se demander si les données de la perméabilité à grande échelle et celles des propriétés élastiques à grande échelle (par exemple obtenues à partir de données sismiques) peuvent contraindre la représentation que l'on a du réseau de fractures.

4 Conclusion

A partir d'une représentation du milieu (propriétés des familles de fractures et de la matrice), nous avons proposé une estimation, à l'échelle de la maille réservoir, du comportement mécanique et hydromécanique homogénéisé d'un milieu fracturé intégrant un comportement linéaire et non linéaire des fractures et un comportement linéaire de la matrice. Les résultats concernent des fractures de taille finie. Nous avons montré qu'ils restent valables pour des fractures traversantes en comparant les estimations avec celles obtenues par une homogénéisation numérique du milieu fracturé et par un modèle de joint. Notre approche est utilisable en ingénierie et a été mise en pratique avec les données du site d'expérimentation de Nirex pour le stockage de déchets nucléaires. A plus petite échelle, cette approche peut être appliquée pour modéliser le comportement de roches microfracturées et interpréter les mesures en laboratoire réalisées sur des échantillons de roche récupérées pendant la production des réservoirs pétroliers ("cuttings"). Elle pourrait aussi être utilisée pour l'évaluation de l'anisotropie des vitesses de propagation d'une onde sismique dans une roche fracturée (Barthélémy, 2006). Dans la **PARTIE IV**, nous allons mettre en oeuvre cette approche dans le cadre d'une modélisation hydromécanique des réservoirs fracturés.

PARTIE IV : COUPLAGE HYDROMÉCANIQUE EN SIMULATION DE RÉSERVOIR FRACTURÉ

Dans l'industrie pétrolière, les simulations des réservoirs fracturés intègrent les effets polyphasiques de réimbibition capillaire et de drainage gravitaire des blocs matriciels pendant l'injection d'eau. La prise en compte des déformations du réservoir et des épontes repose, dans les études classiques, sur des hypothèses simplificatrices ne permettant pas modéliser la diversité des chemins de chargement et de reproduire les variations de perméabilité observées pendant la production des réservoirs pétroliers fracturés. En effet, dans de nombreuses études, le terme de compressibilité du fluide dans l'équation de conservation de la masse est complété par une compressibilité de roche adimensionnelle. Nous proposons de résoudre le problème hydromécanique en utilisant conjointement un simulateur réservoir, qui résout le problème d'écoulements polyphasiques dans le réservoir, et un simulateur mécanique qui estime les champs de contrainte et de déplacement dans le réservoir et le milieu géologique environnant (épontes). Nous présentons dans le **chapitre VI** les méthodologies de résolution du problème hydromécanique pouvant être appliquées au cas des réservoirs fracturés. Les résultats de l'approche micromécanique sont mis en oeuvre dans le **chapitre VII** afin d'estimer le comportement mécanique homogénéisé du milieu fracturé et d'actualiser la perméabilité de fracture au cours de la production. Des simulations hydromécaniques d'un réservoirs fracturé entouré d'éponte sont effectuées afin de reproduire les variations de perméabilité pouvant apparaître pendant la production primaire par déplétion, puis pendant la production secondaire par injection d'eau.

Chapitre VI

Méthodologie de couplage hydromécanique en simulation de réservoirs fracturés

On présente, dans un premier temps, les modèles de simulation réservoir permettant de décrire et de reproduire les écoulements polyphasiques dans les milieux fracturés. La prise en compte de l'information mécanique n'étant prise en compte que de façon simplifiée dans ces modèles, nous présentons ensuite comment intégrer les résultats de l'approche micromécanique de la **PARTIE III** dans les modèles de simulation mécanique des structures géologiques et comment mettre en oeuvre ces modèles pour la simulation hydromécanique des réservoirs fracturés.

1 Simulation de réservoir

La modélisation numérique des gisements est utilisée depuis de nombreuses années dans l'industrie pétrolière. Elle permet d'étudier le comportement des réservoirs, de prévoir la récupération des hydrocarbures et de guider l'exploitation du gisement (emplacement des nouveaux puits à forer, choix techniques et économiques de récupération, optimisation des débits et complétion des puits, ...). La qualité des prévisions numériques est avant tout dépendante du modèle et des données physiques (les propriétés thermodynamiques des fluides, la géométrie du réservoir, les propriétés pétrophysiques des formations).

La modélisation numérique permet d'étudier les différentes méthodes de récupération qui peuvent être mises en oeuvre lors de l'exploitation d'un réservoir comme, par exemple :

- la déplétion et l'injection d'eau ou de gaz ;
- l'injection de gaz miscibles tels que le gaz carbonique ;
- l'injection de tensio-actifs (pour diminuer les effets de tension superficielle), de polymères (pour augmenter la viscosité de l'eau injectée), les méthodes thermiques telles que l'injection de vapeur (utilisée par exemple pour l'exploitation des bruts lourds au Canada) ou la combustion *in situ*.

La modélisation des écoulements en milieu poreux dans les réservoirs pétroliers fait intervenir en général trois phases : l'eau, l'huile et le gaz. L'écoulement des fluides, sous l'effet de l'injection

et / ou de la production, est lié à une variation spatiale du champ de pression des fluides au sein du réservoir. L'écoulement des fluides modifie également leur répartition dans le réservoir et donc les champs de saturation relatifs à chacune des phases.

1.1 Modèle physique et simulation simple milieu

Les écoulements de fluide dans les milieux poreux sont gouvernés par les lois de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie (cas des simulations thermiques). Par la suite, nous considérons un réservoir initialement isotherme et une évolution isotherme du réservoir.

1.1.1 Loi de conservation de la masse

La loi de conservation de la masse dans un volume élémentaire de roche donné pour une phase p à l'échelle du milieu poreux s'écrit de la façon suivante :

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\phi\rho_p S_p)}_{\text{Accumulation}} = \underbrace{-\nabla \cdot (\rho_p \vec{V}_p)}_{\text{Flux}} - \underbrace{\delta q_p}_{\text{Source}} \quad (\text{VI.1})$$

où ϕ est la porosité du volume de roche considéré, S_p la saturation de la phase p dans ce volume, ρ_p la masse volumique de la phase p et \vec{V}_p sa vitesse de filtration. δq_p est la masse par unité de volume et par unité de temps injectée ($\delta q_p > 0$) ou soutirée ($\delta q_p < 0$) dans le volume.

La loi de conservation de la masse exprime l'égalité au cours du temps entre les flux entrants et sortants et les variations de masse. Ces flux proviennent des échanges entre éléments de volume, des débits soutirés ou injectés par les puits et des échanges entre les frontières du réservoir ; la variation de la masse peut être due à la variation de saturation (balayage d'un fluide par un autre), de compressibilité ou de concentration du fluide.

Dans le cas où plusieurs constituants sont transportés dans les phases avec possibilité de transfert entre les différentes phases, on écrit la conservation de chaque constituant dans chacune des phases :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\phi \sum_p C_{cp} \rho_p S_p \right) = -\nabla \cdot \left(\sum_p C_{cp} \rho_p \vec{V}_p \right) - \delta q_c \quad (\text{VI.2})$$

1.1.2 Loi de Darcy

La vitesse de filtration du fluide est décrite par loi de Darcy.

Écoulement monophasique : Darcy (Darcy, 1856) a établi expérimentalement l'expression de la vitesse de filtration d'un écoulement monodimensionnel :

$$V = -\frac{K_x}{\mu} \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right) \quad (\text{VI.3})$$

K_x est la perméabilité intrinsèque du milieu dans la direction x , μ la viscosité dynamique du fluide, P la pression macroscopique du fluide et x la direction de l'écoulement.

Écoulement polyphasique : A l'échelle du laboratoire ou du champ, la différence des pressions macroscopiques des phases considérées (eau, huile, gaz) définit la capillarité macroscopique. Pour une phase p , la pression capillaire est exprimée généralement en fonction de la

saturation. Pour un écoulement triphasique eau-huile-gaz, les pressions capillaires eau-huile ($P_{c_{ow}}$), dans le cas où l'eau est le fluide mouillant, et gaz-huile ($P_{c_{og}}$) dans le cas où l'huile est le fluide mouillant, s'expriment de la façon suivante :

$$\begin{aligned} P_{c_{ow}}(S_w) &= P_o - P_w \\ P_{c_{og}}(S_g) &= P_g - P_o \end{aligned} \quad (\text{VI.4})$$

Les pressions capillaires sont estimées à partir de mesures de laboratoire (Marle, 1984; Cossé, 1988).

Les perméabilités relatives permettent de généraliser la loi de Darcy à des écoulements multiphasiques. Il est généralement supposé qu'elles dépendent essentiellement des saturations. Leurs valeurs sont comprises entre 0 et 1. Leur somme ($kr_w + kr_o + kr_g$) est inférieure à 1 : ceci traduit que les fluides se gênent mutuellement pendant l'écoulement. La capacité totale de l'écoulement est alors réduite par rapport au cas monophasique. Les courbes de perméabilités relatives peuvent être obtenues par des mesures de laboratoire effectuées sur des carottes. Il existe aussi des relations empiriques établies pour des roches difficiles à carotter (Marle, 1984).

Lorsque l'écoulement est multiphasique et tridimensionnel, la loi de Darcy, généralisée pour une phase p , constitue un modèle simplifié couramment employé et s'écrit de la façon suivante :

$$\vec{V}_p = -\frac{k_{rp}\mathbf{K}}{\mu_p} \cdot \left(\vec{\nabla}(P - P_{c_p}) - \rho_p \vec{g} \right) \quad (\text{VI.5})$$

où \mathbf{K} est le tenseur de perméabilité qui peut être déterminé expérimentalement ; P est la pression de la phase huile ; k_{rp} et P_{c_p} sont respectivement la perméabilité relative et la pression capillaire de la phase p et \vec{g} le vecteur accélération de pesanteur.

1.1.3 Modèle numérique

En introduisant la loi de Darcy généralisée (VI.5) dans les lois de conservation de la masse d'un composant c (VI.2), on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial t}(A_c) + \nabla \cdot (\vec{F}_c) + \delta q_c = 0 \quad (\text{VI.6})$$

où le terme d'accumulation A_c et le vecteur flux \vec{F}_c sont définis de la façon suivante :

$$\begin{aligned} A_c &= \phi \sum_p C_{cp} \rho_p S_p \\ \vec{F}_c &= \mathbf{K} \cdot \sum_p M_{cp} \left(\vec{\nabla}(P - P_{c_p}) - \rho_p \vec{g} \right) \end{aligned} \quad (\text{VI.7})$$

M_{cp} désigne la mobilité massique du constituant c dans la phase p . Elle est définie par :

$$M_{cp} = c_{cp} \rho_p \frac{k_{rp}}{\mu_p} \quad (\text{VI.8})$$

L'équation (VI.6) est complétée par le bilan des fractions massiques C_{cp} des constituants c d'une phase p :

$$\sum_p C_{cp} = 1 \quad (\text{VI.9})$$

et par l'équation traduisant l'hypothèse que les fluides remplissent la totalité du volume poreux disponible :

$$S_w + S_o + S_g = 1 \quad (\text{VI.10})$$

Lorsque le transfert entre deux phases est limité à la présence d'un seul composant gaz dans les phases huile et gaz, l'écoulement est modélisé par une seule équation par phase : il s'agit du **modèle black-oil**. La phase eau n'est alors constituée que du composant eau, la phase gaz que du composant gaz et la phase huile que d'huile et de gaz dissous (selon la valeur de la pression de bulle).

En indiquant e , h et v respectivement les composants eau, huile et gaz, et w , o et g respectivement les phases eau, huile et gaz, le bilan des fractions massiques s'écrit :

$$\begin{aligned} C_{ew} = 1 \quad \text{et} \quad C_{hw} = C_{vw} = 0 \\ C_{vg} = 1 \quad \text{et} \quad C_{eg} = C_{hg} = 0 \\ C_{vo} + C_{ho} = 1 \quad \text{et} \quad C_{eo} = 0 \end{aligned} \quad (\text{VI.11})$$

Si l'on ne considère que les phases eau et huile, le bilan des fractions massiques (VI.11) se simplifie alors :

$$C_{ew} = 1 \quad \text{et} \quad C_{ho} = 1 \quad (\text{VI.12})$$

Dans le cas où le composant gaz est présent, on adopte l'hypothèse qu'il est à l'équilibre thermodynamique entre les phases huile et gaz. Ceci s'exprime par une équation d'état, notée b :

$$b(C_{ho}, C_{vo}, P) = 0 \quad (\text{VI.13})$$

Dans le cas du modèle black-oil, nous disposons d'un système de six équations continues : une loi de conservation de la masse (VI.6) par composant, deux équations reliant les saturations et fractions massiques (VI.10) et (VI.11) et l'équation d'état pour le modèle thermodynamique (VI.13).

Ce système comprend six inconnues qui doivent être déterminées en tout point du réservoir noté Ω et de frontière notée Γ_Ω :

- P : pression de la phase huile (pression de référence) ;
- S_w : saturation de la phase eau ;
- S_o : saturation de la phase huile ;
- S_g : saturation de la phase gaz ;
- C_{ho} : fraction massique du composant huile dans la phase huile ;
- C_{vo} : fraction massique du composant gaz dans la phase huile.

Les masses volumiques, les viscosités des fluides et la porosité dépendent de la pression de la phase huile. Les perméabilités relatives et les pressions capillaires dépendent des saturations.

Pour résoudre ce système d'équation, il faut connaître :

- les conditions initiales. On suppose l'équilibre hydrostatique. Il suffit de connaître la pression en un point et la position des contacts eau-huile et gaz-huile pour définir les champs de pression et de saturation en tout point du réservoir ;
- les conditions aux limites. A l'instant initial, nous supposons que nous connaissons, via des mesures en laboratoire et sur champs, la valeur de toutes les inconnues dans le domaine Ω . Dans le cas d'un gisement fermé, les conditions aux limites correspondent à une paroi imperméable, c'est-à-dire à une condition de flux nul pour chaque composant. Les puits interviennent comme des points sources à débit ou pression constantes.

L'objectif est de résoudre le système d'équations (VI.6), (VI.9) et (VI.10), c'est-à-dire connaître en tout point du domaine et à chaque instant la valeur des inconnues. Ce système est cependant trop complexe pour trouver une solution analytique. De ce fait, on résout les équations continues en espace et en temps en estimant les inconnues en un nombre fini de points de discrétisation, de l'espace et du temps : les équations continues sont approchées par des équations discrètes.

1.1.4 Schémas numériques

Le système mathématique à résoudre constitue un système d'équations différentielles non linéaires. Il est discrétisé en espace à l'aide de la méthode des volumes finis, les équations aux dérivées partielles sont intégrées sur un volume de contrôle (c'est-à-dire la maille définissant le maillage). Les schémas volumes finis sont les plus employés dans l'industrie pétrolière car ils garantissent la conservation de la masse (ou du composant) sur chaque maille et permettent de discrétiser aisément des équations ayant des termes diffusifs (diffusion capillaire par exemple) et hyperboliques (advection). Le détail des méthodes numériques utilisées en simulation de réservoir est présenté en **Annexe D**.

1.2 Réservoirs fracturés et simulation double milieu

Dans le cas des réservoirs fracturés, l'essentiel de la perméabilité est assuré par le réseau de fractures de porosité très faible, alors que l'essentiel de l'accumulation d'huile réside dans la porosité matricielle. Les fractures jouent le rôle de drains entre les puits et les blocs matriciels. Les mécanismes physiques de production de l'huile en place sont l'expansion du système rocheux saturé de fluides et les échanges polyphasiques matrice - fracture : le déplacement de l'huile des blocs par un autre fluide (eau ou gaz) par imbibition capillaire et / ou par drainage gravitaire.

1.2.1 Effets de compressibilité du fluide

Les effets de compressibilité sont liés au rééquilibrage de pression entre les blocs et la matrice. Ils sont décrits à une échelle homogénéisée par les équations de Warren et Root, (Warren et Root, 1967). Le temps caractéristique des échanges matrice - fracture est donné par τ_p , le temps de diffusion d'une perturbation de pression dans un bloc matriciel :

$$\tau_p = \frac{c_{fl}\mu L^2}{K}$$

où c_{fl} désigne la compressibilité de fluide, μ la viscosité du fluide, L la taille caractéristique des blocs et K la perméabilité. Pour une viscosité de l'ordre de 10^{-3} Pa.s, une perméabilité de

10^{-15} m^2 , une longueur caractéristique de bloc de 0.1 m et une compressibilité de fluide de 10^{-9} Pa^{-1} , le retour à l'équilibre est rapide au vue des temps de simulation :

$$\tau_p \simeq 10s$$

1.2.2 Description des effets polyphasiques, processus d'imbibition capillaire et de drainage gravitaire

1.2.2.1 Imbibition capillaire

L'imbibition capillaire n'est autre que le rééquilibrage des pressions capillaires de part et d'autre de la frontière séparant deux milieux alors que l'équilibre initial a été rompu. Les gisements fracturés présentent le cas extrême où l'un des milieux, le milieu fissuré, possède une pression capillaire nulle (sauf pour les valeurs extrêmes de saturation pour lesquelles elle n'est pas définie).

Considérons un bloc matriciel vertical initialement saturé en eau et en huile entouré de fractures ouvertes. Les deux milieux, matrice et fracture, qui le composent sont à l'équilibre capillaire. Pendant un balayage à l'eau, le milieu fracture, plus perméable, est plus rapidement saturé par le fluide non mouillant, que le milieu matriciel. Un nouvel état d'équilibre va tendre à s'établir dans chacun des deux milieux : *les fractures vont perdre de leur eau au bénéfice de la matrice qui va en échange perdre de l'huile jusqu'à ce que la pression capillaire y soit devenue nulle : c'est le processus de récupération d'huile par imbibition capillaire.*

Remarque : le temps caractéristique de diffusion de la saturation peut être estimé par :

$$\tau_s = \frac{\mu L^2}{K P_c}$$

où P_c désigne la pression capillaire.

Pour une pression capillaire caractéristique $P_c = 10^5 \text{ Pa}$, on estime le rapport des temps caractéristiques τ_p/τ_s :

$$\frac{\tau_p}{\tau_s} = c_{fl} P_c \simeq 10^{-4}$$

1.2.2.2 Drainage gravitaire

Les forces de pesanteur tendent à provoquer une ségrégation verticale des fluides selon leur densité. Le drainage gravitaire résulte de la perturbation de cet état initial.

Considérons de nouveau le cas d'un bloc matriciel vertical entouré de fractures ouvertes balayées à l'eau (figure VI-1). *La différence de position entre les fronts d'eau dans le milieu fracture (position X) et dans le milieu matrice (position x) d'une part, et la différence de densité entre l'eau et l'huile d'autre part, créent un écoulement de l'huile matricielle vers les fractures et de l'eau des fractures vers le bloc matriciel : c'est le phénomène de récupération d'huile par drainage gravitaire.*

En raison du fort contraste entre les densités du gaz et de l'huile, le potentiel de gravité du couple gaz-huile est supérieur à celui du couple eau-huile. Il peut même être supérieur au potentiel total imbibition + gravité du couple eau-huile.

Remarque : les phénomènes d'imbibition capillaire et de drainage gravitaire peuvent avoir lieu simultanément :

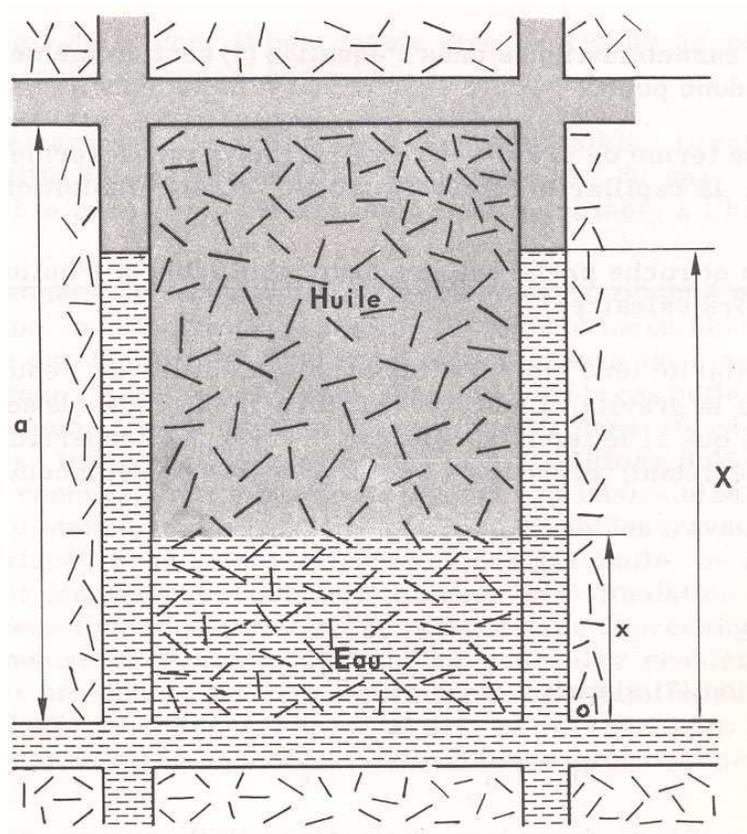


Figure VI-1: Effets de drainage gravitaire dans les réservoirs fracturés (Marle, 1984) : l'huile matricielle est remplacée par l'eau de fractures.

- dans le cas où la roche est préférentiellement mouillable à l'eau, les forces gravitaires et capillaires jouent dans le même sens : l'eau pénètre dans la matrice et l'huile est expulsée.
- dans le cas où la roche est préférentiellement mouillable à l'huile, la capillarité tend à s'opposer à l'entrée de l'eau dans le bloc matriciel sous l'effet de la gravité. L'entrée de l'eau, et par conséquent la sortie de l'huile, ne sont possible que si le terme de gravité, moteur, est supérieur au terme de capillarité, résistant. La littérature pétrolière fait état de réservoirs calcaires préférentiellement mouillables à l'huile, expliquant certains échecs d'injection d'eau dans ces réservoirs.

1.2.3 Modélisation numérique des écoulements dans les réservoirs fracturés

Pour simuler des écoulements polyphasiques dans les réservoirs fracturés, aucune solution analytique et approche théorique n'ont permis de calculer un facteur de forme α . On utilise alors des modèles simplifiés basés sur le concept de double milieu. On généralise la modélisation de Warren et Root au cas d'écoulements polyphasiques. Ces approches reposent sur une démarche heuristique permettant d'évaluer les flux de chacune des phases entre le milieu fracture et le milieu matrice. Elles sont validées en les comparant à des simulations dites "fines" (la fracture et la matrice sont alors maillées explicitement). Les simulateurs de réservoir intègrent les effets polyphasiques dans l'estimation des termes d'échange. Ces approches sont décrites en **Annexe C**.

1.3 Conclusion

Les effets polyphasiques de capillarité et de drainage gravitaire sont des mécanismes essentiels à une modélisation fine des réservoirs fracturés en double milieu. Pour des écoulements monophasiques, une représentation simple milieu du milieu fracturé est suffisante.

2 Apports de la simulation géomécanique à la modélisation des réservoirs fracturés

La modification de l'état d'équilibre mécanique au sein du réservoir pendant la production peut induire des déformations pouvant impacter la production et l'environnement de manière non négligeable. Il s'agit notamment :

- des roches très poreuses : la diminution du volume des pores peut provoquer un tassement de la roche réservoir en profondeur assez important pour générer une subsidence en surface. Par exemple, en Mer du Nord, les plateformes du gisement d'Ekofisk ont dû être relevées de six mètres pour s'adapter à la subsidence du fond marin (Sulak et Danielsen, 1989).
- de la récupération des huiles lourdes par le procédé SAGD (Steam Assisted Gravity Drainage) qui consiste à injecter de la vapeur d'eau : la roche se dilate sous l'effet de la température, se soulève autour des puits d'injection et éventuellement se fracture (Chalaturnyk *et al.*, 1997; Chakrabarty *et al.*, 1998).
- des réservoirs fracturés : comme nous l'avons montré dans la première partie, la fermeture des réseaux de fractures pendant la déplétion du champ de Valhall a diminué de près de 90% la perméabilité du puits producteur A-9 (Powley, 1992).

Les formulations simplifiées d'ingénierie de réservoir utilisant une compressibilité de roche constante pour décrire les déformations de la roche ne sont pas suffisantes en général pour prendre en compte ces phénomènes. La prise en compte de chemins de chargements mécaniques complexes en utilisant conjointement à la simulation de réservoir une modélisation mécanique permet de reproduire ces phénomènes mécaniques et de prendre en compte leurs effets sur la production.

2.1 Introduction au couplage : description poromécanique

2.1.1 Apport de la description poromécanique

En ingénierie de réservoir, la variation de volume poreux n'est représentée que par la compressibilité de pore, qui dépend uniquement de la pression. La théorie des milieux poroélastiques considère que la porosité de la roche est une variable mécanique dépendant de la pression et des contraintes (ou des déformations). L'approximation utilisée en simulation de réservoir n'est justifiée que dans quelques cas bien particuliers, comme pour le chargement oedométrique où la roche ne peut pas se déformer latéralement (Bouteca, 1992; Bévilion, 2000).

2.1.2 Description poromécanique

On note Ω le domaine mécanique modélisé. Ω est constitué du domaine réservoir Ω_{res} et des épontes Ω_{epo} . Les épontes seront supposées imperméables. Nous présentons les équations couplées hydromécanique-mécanique décrivant l'écoulement monophasique d'un fluide faiblement compressible dans un milieu poroélastique isotrope.

- Le comportement du réservoir est décrit par la loi d'équilibre mécanique d'un milieu poreux poroélastique :

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} &= \mathbf{F} \\ \boldsymbol{\sigma} &= \mathbb{C}_{\text{res}} : \boldsymbol{\epsilon} - bP\mathbf{I} \end{aligned} \quad \text{dans } \Omega_{\text{res}} \quad (\text{VI.14})$$

on rappelle que $\boldsymbol{\sigma}$ désigne le tenseur des contraintes, b le coefficient de Biot et $\boldsymbol{\epsilon}$ le tenseur des déformations. \mathbf{F} représente le vecteur des forces extérieures.

Au sein de chaque maille, le tenseur homogénéisé \mathbb{C}_{res} doit être estimé. Dans le cadre de notre étude consacrée aux réservoirs fracturés, \mathbb{C}_{res} est estimé par la méthode de champ moyen décrite dans la **PARTIE III**.

La variation de la porosité ϕ dans le réservoir s'exprime de la façon suivante :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = b \frac{\partial \text{tr} \boldsymbol{\epsilon}}{\partial t} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (\text{VI.15})$$

où η désigne une propriété réservoir définie par :

$$\frac{1}{\eta} = \frac{1}{M} - \phi_0 K_{fl} = \frac{b - \phi_0}{K_s}$$

On rappelle que les paramètres de Biot font intervenir les propriétés de la roche et du fluide :

$$\begin{aligned} b &= 1 - \frac{K_d}{K_s} \\ \frac{1}{M} &= \frac{b - \phi_0}{K_s} + \frac{\phi_0}{K_{fl}} \end{aligned}$$

où K_s désigne le module d'incompressibilité de la matrice solide, K_{fl} le module d'incompressibilité du fluide, K_d le module de rigidité drainé et ϕ_0 la porosité initiale du milieu. Par conséquent, le problème hydraulique s'écrit :

$$\nabla \cdot \left(\frac{k}{\mu} \nabla P \right) = \frac{1}{M} \frac{\partial P}{\partial t} + b \frac{\partial \text{tr} \boldsymbol{\epsilon}}{\partial t} \quad (\text{VI.16})$$

- le comportement des épontes est décrit par :

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} &= \mathbf{F} \\ \boldsymbol{\sigma} &= \mathbb{C}_{\text{epo}} : \boldsymbol{\epsilon} \end{aligned} \quad \text{dans } \Omega_{\text{epo}} \quad (\text{VI.17})$$

Nous allons présenter comment mettre en oeuvre numériquement le couplage entre les écoulements et les déformations, c'est-à-dire comment résoudre les équations (VI.14), (VI.15), (VI.16) et (VI.17).

2.2 Méthode de résolution

2.2.1 Généralités

Le problème couplé hydromécanique peut se formuler de la manière générale suivante (Settari et Walters, 2001) :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{B}' \\ -\mathbf{B} & \mathbf{A} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta_t \mathbf{P} \\ \Delta_t \mathbf{u} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{G} \\ \mathbf{F} \end{pmatrix} \quad (\text{VI.18})$$

La première ligne du système représente la résolution du problème hydraulique (conservation de la masse) dans le réservoir. La seconde ligne est liée à la résolution du problème d'équilibre mécanique dans les épontes et le réservoir. Le symbole Δ_t désigne une variation entre deux pas de temps :

$$\begin{aligned} \Delta_t \mathbf{P} &= \mathbf{P}^{n+1} - \mathbf{P}^n \\ \Delta_t \mathbf{u} &= \mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^n \end{aligned}$$

où \mathbf{P} et \mathbf{u} désignent les vecteurs représentant les inconnues de pression et de déplacement. Les vecteurs \mathbf{P} et \mathbf{u} sont respectivement de dimensions N_m et N_e .

On définit ci-dessous les différentes matrices de la formulation (VI.18) :

- \mathbf{A} représente la matrice de raideur linéaire ou non linéaire du matériau sec de dimension $N_e \times N_e$.
- \mathbf{C} désigne l'opérateur (éventuellement non linéaire dans le cas des écoulements polyphasiques) de l'application réservoir $R^{N_m} \rightarrow R^{N_m}$ associée au problème d'écoulement. Il peut être exprimé par l'équation suivante :

$$\mathbf{C} = \mathbf{T} - \mathbf{D}$$

où \mathbf{T} représente la matrice de transmissivité et \mathbf{D} la matrice d'accumulation définies toutes deux dans (VI.7).

- \mathbf{B} et \mathbf{B}' sont des matrices respectivement de dimensions $N_m \times N_e$ et $N_e \times N_m$ prenant en compte le couplage entre les vecteurs $\Delta_t \mathbf{P}$ et $\Delta_t \mathbf{u}$. Dans le cadre de la poroélasticité, $\mathbf{B}' = {}^t \mathbf{B}$. La matrice \mathbf{B} permet d'estimer la variation de volume poreux en chaque maille.
- \mathbf{F} désigne le chargement de pesanteur et \mathbf{G} les termes source de la simulation réservoir :

$$\mathbf{G} = \mathbf{Q} - \mathbf{TP}^n$$

où \mathbf{Q} désigne le terme source des puits (masse par unité de volume et par unité de temps injectée ou soutirée).

On notera que ces termes dépendent tous des valeurs \mathbf{P}^n et \mathbf{u}^n .

2.2.2 Couplage total

L'approche en couplage total résout simultanément les problèmes d'écoulement et de déplacement. A chaque pas de temps, le système d'équations non linéaires couplées (VI.18) est résolu par un algorithme de Newton. Différents modèles spécifiques en couplage total ont été développés : ils sont dédiés à la modélisation des écoulements polyphasiques (Lewis et Sukirman,

1993), à la modélisation des aspects thermiques (Onaisi, 1991 ; Skoczylas et al, 1992) ou à la description des milieux fracturés. Cependant, les modèles en couplage total proposent une description simplifiée des écoulements dans le gisement par rapport à un simulateur de réservoir classique. D'un point de vue pratique, l'approche en couplage total nécessite des développements informatiques importants.

2.2.3 Couplage partiel

L'approche en couplage partiel propose de résoudre le problème couplé en résolvant de manière itérative les problèmes d'écoulement et de mécanique.

En notant \mathbf{R} l'opérateur non linéaire associé à la simulation de réservoir, le système d'équations (VI.18) peut être réécrit comme un problème de point fixe non linéaire en déplacement \mathbf{u} :

$$\mathbf{H}(\mathbf{u}^{n+1}) = \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{B}(\mathbf{R}({}^t\mathbf{B}\mathbf{u}^{n+1})) - \mathbf{F}) = \mathbf{u}^{n+1} \quad (\text{VI.19})$$

Un algorithme itératif résout le système d'équations couplées (VI.19) en effectuant une itération composée d'une simulation réservoir suivie d'une simulation mécanique (opérateur \mathbf{H}). En supposant que les vecteurs \mathbf{u}^n et \mathbf{P}^n aient été calculés au temps t^n , on recherche une estimation de leurs valeurs au pas de temps suivant t^{n+1} .

L'algorithme itératif le plus simple est un algorithme de point fixe classique. Une itération débute alors par un calcul hydraulique (simulation réservoir) qui fournit une estimation de la variation de pression. Cette variation de pression perturbe l'équilibre mécanique ; elle est utilisée comme chargement pour le problème mécanique. Au nouvel état d'équilibre est associée une variation de porosité, dont on tient compte dans le calcul hydraulique à l'itération suivante. Ce procédé est itéré jusqu'à ce que le critère de convergence (imposé par l'utilisateur) sur les inconnues de pression et de déplacement soit satisfait.

Les simulateurs de réservoir supposent généralement que la porosité varie linéairement en fonction de la pression à travers la compressibilité de la roche :

$$\Phi = \phi_0(1 + c_p(P - P_0)) \quad (\text{VI.20})$$

où P_0 et ϕ_0 désignent la pression et la porosité initiales et c_p la compressibilité de roche utilisée pour la simulation réservoir. Bévilion et Masson (Bévilion et Masson, 2000) ont montré que la compressibilité de roche c_p peut être utilisée pour accélérer la convergence de l'algorithme de point fixe. La résolution itérative d'un tel système peut alors être interprétée comme un algorithme de Gauss-Seidel (figure VI-2) avec un paramètre de relaxation égal à $(1 + c_p/c_{fl})$ où c_{fl} désigne la compressibilité de fluide. La compressibilité de roche c_p est alors assimilée à un paramètre numérique permettant d'accélérer la convergence de l'algorithme.

D'autres algorithmes plus complexes que l'algorithme de Gauss-Seidel permettent d'augmenter l'efficacité du couplage tel que l'algorithme GMRES ou l'algorithme de gradient conjugué nonlinéaire (Jeannin *et al.*, 2005).

2.2.4 Les approximations du problème de couplage

Les résolutions du système couplé sont en pratique coûteuses numériquement. On se contente dans les études d'une solution approchée, en particulier lorsque le milieu est peu déformable.

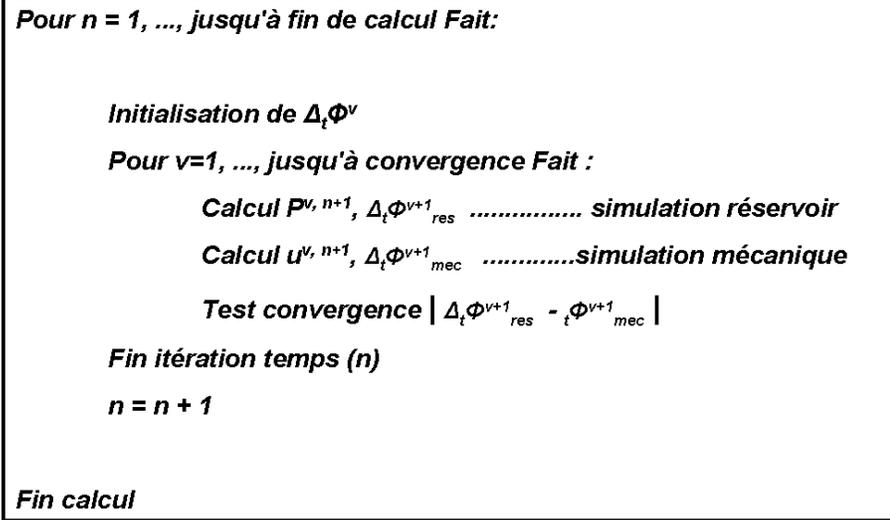


Figure VI-2: Pseudo-algorithme de Gauss-Seidel.

2.2.4.1 Résolution découplée

Lorsque les variations de porosité sont négligées dans la simulation d'écoulement, le problème mécanique est complètement découplé du problème hydraulique :

$$C\Delta u = F - L\Delta P \quad (\text{VI.21})$$

Le simulateur réservoir est utilisé pour déterminer l'évolution de P au cours de la production. Chaque nouvelle distribution de pression dans le réservoir est appliquée comme un chargement dans les simulations mécaniques.

2.2.4.2 Couplage partiel explicite

Une alternative au couplage itératif est le couplage dit "explicite" : il s'agit d'un cas particulier du couplage partiel itératif, puisqu'une seule itération est réalisée par pas de temps. Supposons que P^n et u^n soient connus. La porosité au temps t^{n+1} est estimée à la fin de la résolution du temps t^n . La simulation réservoir permet de déterminer le champ de pression P^{n+1} par :

$$(T - D) \Delta_t P^{n+1} = Q - T \cdot P^n - L\Delta_t u^n \quad (\text{VI.22})$$

Ensuite, en utilisant les valeurs de $\Delta_t P^{n+1}$, on peut déterminer les valeurs de $\Delta_t u^{n+1}$ par :

$$K\Delta_t u^{n+1} = F - L\Delta_t P^{n+1} \quad (\text{VI.23})$$

Cette méthode a été appliquée par plusieurs auteurs (Dean *et al.*, 2003 ; Samier *et al.*, 2003) et possède l'avantage de réduire les coûts informatiques par rapport à l'approche en couplage total et itératif : pour des pas de temps suffisamment courts ($\Delta t \rightarrow 0$), les résultats sont proches de ceux fournis par l'approche itérative de type Gauss-Seidel.

3 Mise en oeuvre en simulation hydromécanique des réservoirs fracturés

3.1 Méthodologie employée

Nous avons fait le choix lors de l'implémentation d'un algorithme de couplage dédié aux milieux fracturés d'un algorithme de couplage partiel explicite : à la suite de chaque itération, constituée d'une simulation réservoir avec le logiciel IFP Puma^{Flow} (Athos User's guide, 2003) et d'une simulation mécanique avec le logiciel Abaqus (Abaqus User's guide, 2006), la perméabilité de fracture et la porosité de matrice sont mises à jours. Le couplage partiel explicite a également été étendu aux paramètres mécaniques de la fracture (cas d'une loi élastique nonlinéaire) et au comportement mécanique homogénéisé de la maille. Des implémentations plus sophistiquées concernant le couplage ou la nonlinéarité de la loi de comportement sont développés dans la littérature pour un milieu sec (Xu, 2003 pour une modélisation de l'endommagement avec des fractures frottantes).

A chaque itération, les propriétés mécaniques homogénéisées de chaque maille ainsi que la perméabilité des fractures sont estimées en faisant appel aux résultats de la **PARTIE III**.

Ce type d'approche permet de fournir une solution peu coûteuse du point de vue numérique et d'estimer quels peuvent être les effets hydromécaniques sur la récupération des ressources. La figure VI-3 résume la méthodologie employée. En pratique, le couplage entre les logiciels réservoir et mécanique a été réalisé en langage Python. Au cours d'une période de calcul, ce programme gère les fichiers d'entrée et de sortie, ainsi que l'exécution des différentes applications.

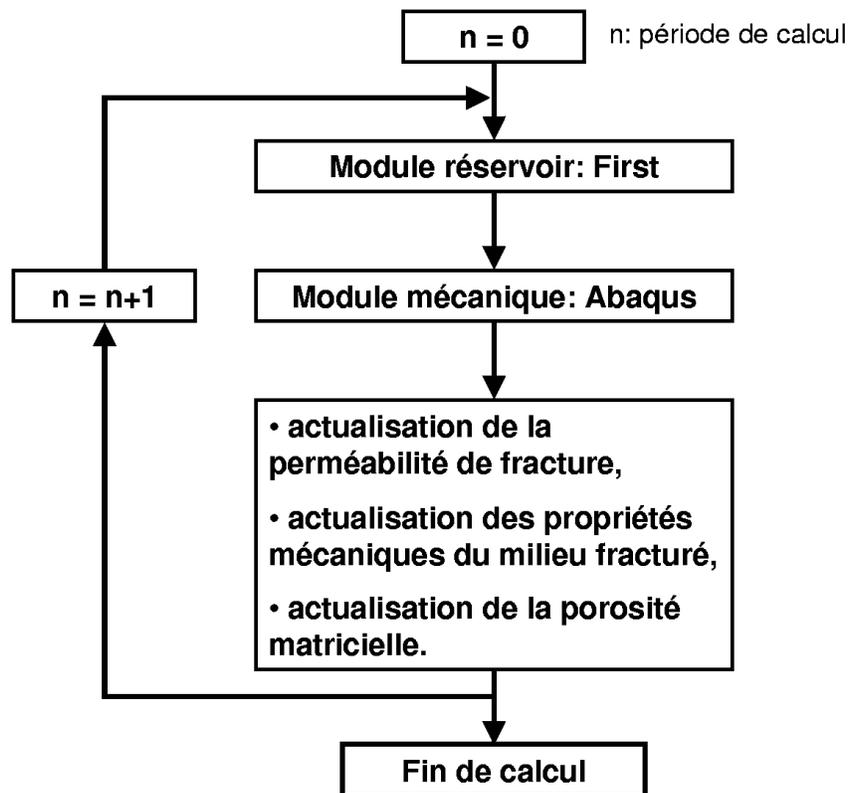


Figure VI-3: Méthodologie du couplage partiel réservoir - mécanique.

3.2 Actualisation de la perméabilité de fracture

Les valeurs du tenseur de perméabilité sont remises à jour à chaque période de couplage à partir de l'estimation de l'ouverture mécanique des fractures.

La variation d'ouverture de la j -ème famille de fractures $\Delta^{n+1}\beta_j$, pour le simple milieu, est estimée dans le cadre de l'approche micromécanique présentée dans la **PARTIE III** par :

$$\Delta^{n+1}\beta_j = \frac{4R_j}{3}\delta : \mathbb{T}_j^{n+1} : \mathbb{C}_m^{-1} : (\Delta^n\Sigma + \Delta^n p \delta) \quad (\text{VI.24})$$

Cette estimation fait intervenir les propriétés géométriques et mécaniques de la matrice et des fractures. \mathbb{T}_j^{n+1} est estimé conjointement comme nous le présentons dans la partie suivante.

Dans le cas du double milieu, pour lequel deux champs de pression sont superposés, le chargement hydraulique $\Delta^n p$ de l'équation (VI.24) est remplacé par le chargement hydraulique moyen :

$$\Delta^n \bar{p} = \left(\frac{\phi_f}{\phi_m + \phi_f} \right) \Delta^n p_f + \left(\frac{\phi_m}{\phi_m + \phi_f} \right) \Delta^n p_m \quad (\text{VI.25})$$

L'ouverture de la j -ème famille de fracture pour la période de temps suivante t^{n+1} est :

$$\beta_j^{n+1} = \beta_j^n + \Delta^{n+1}\beta_j \quad (\text{VI.26})$$

Le tenseur de perméabilité de chaque famille de fracture est alors estimé par une loi cubique de l'écoulement d'un fluide entre deux plaques (loi de Poiseuille) :

$$k_j^{(n+1)} = \frac{\beta_j^{(n+1)}}{12} \quad (\text{VI.27})$$

Remarque : la loi cubique en régime laminaire est valable pour de faibles nombres de Reynolds. Nous supposons que cette condition est vérifiée.

Le tenseur de perméabilité du milieu fracturé dans chaque direction $k_{\alpha=\{x,y,z\}}$ est estimé par une loi de mélange. Il pourrait être calculé par une méthode d'homogénéisation analogue à celle mise en oeuvre pour la mécanique. D'autre part, les simulateurs réservoirs supposent en général que les directions propres du tenseur de perméabilité sont alignées avec les directions principales du maillage. Cette limitation peut être levée en utilisant des schémas Volumes Finis adaptés (schémas en 0, Aavatsmark *et al.*, 1996).

La figure VI-4 présente la structure du code d'actualisation de la perméabilité de fracture.

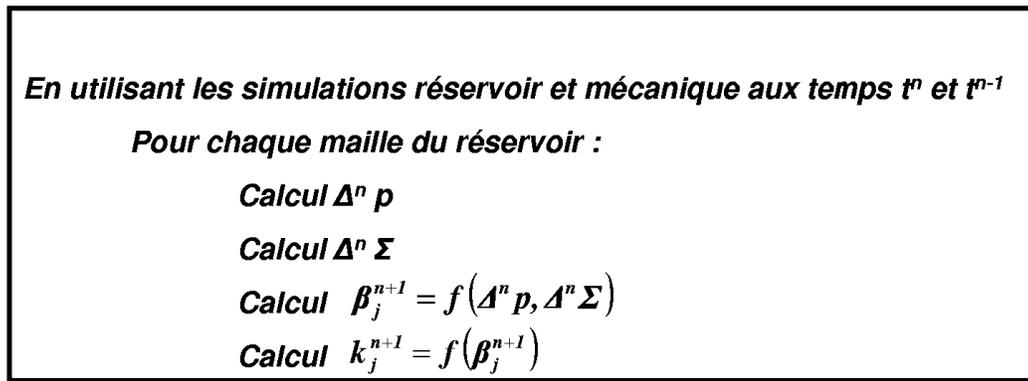


Figure VI-4: Structure du code d'actualisation de la perméabilité de fracture.

3.3 Actualisation des propriétés mécaniques

A partir des nouvelles valeurs des ouvertures des familles des fractures β_j^{n+1} , la valeur de la raideur normale de chacune des familles de fractures $k_{n,j}^{n+1}$ est estimée (loi non linéaire de type Barton) pour chaque maille. Les nouveaux coefficients de Lamé équivalents pour des inclusions elliptiques sont estimés, permettant d'actualiser pour chaque maille la valeur du tenseur \mathbb{T}_j^{n+1} et le tenseur de raideur homogénéisé $\mathbb{C}^{\text{hom},n+1}$ (figure VI-5) comme nous l'avons présenté dans le *chapitre V*.

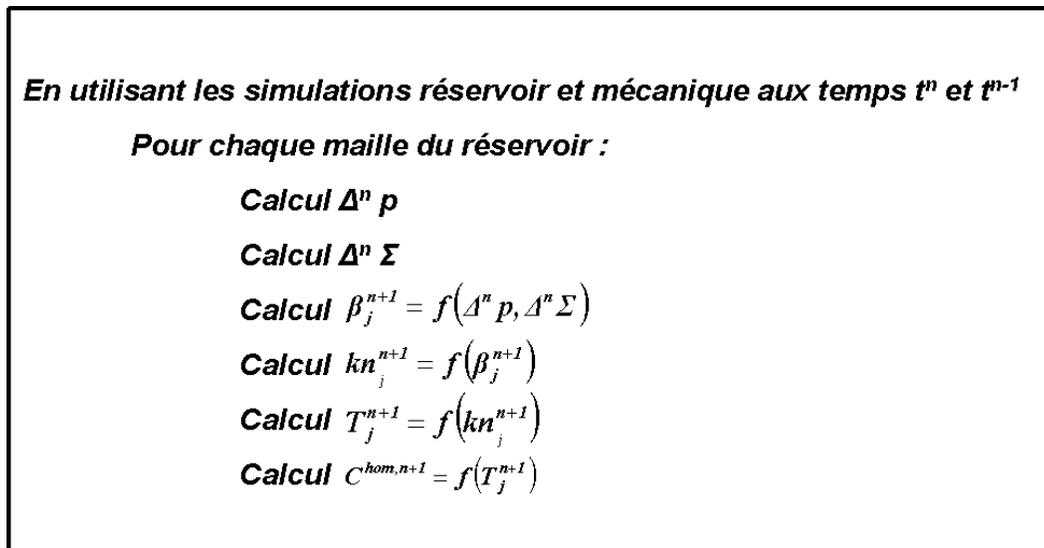


Figure VI-5: Structure du code d'actualisation des propriétés mécaniques.

3.4 Actualisation de la porosité matricielle

La porosité totale (matrice et fractures) résulte essentiellement de la contribution de la porosité matricielle ($\phi_m \ll \phi_f$). Dans le cas d'une représentation simple milieu ou double milieu du milieu fracturé, la variation de volume poreux matriciel $\Delta^n V_p$ sera assimilée à la variation de volume poreux total.

La variation de volume poreux matricielle $\Delta^n V p_{\text{réserv}}$ associée à la simulation réservoir, entre les temps n et $n + 1$, s'écrit :

$$\Delta^n V p_{\text{réserv}} = \Delta^n \phi_{\text{réserv}} V_{\text{maille}} = V p_{\text{réserv}}^n - V p_{\text{réserv}}^{n-1} \quad (\text{VI.28})$$

où $V p_{\text{réserv}}^n$ et $V p_{\text{réserv}}^{n-1}$ désignent respectivement les volumes poreux calculés par le simulateur réservoir aux pas de temps n et $n-1$.

La variation de volume poreux matriciel $\Delta^n V p_{\text{méca}}$ associée à la simulation mécanique, entre les temps n et $n + 1$, s'écrit :

$$\Delta^n V p_{\text{méca}} = \Delta^n \phi_{\text{méca}} V_{\text{maille}} = V p_{\text{méca}}^n - V p_{\text{méca}}^{n-1} \quad (\text{VI.29})$$

où $V p_{\text{méca}}^n$ et $V p_{\text{méca}}^{n-1}$ désignent respectivement les volumes poreux calculés par le simulateur réservoir aux pas de temps n et $n-1$.

Pour le calcul réservoir au pas de temps suivant $n+1$, la correction à la variation de volume poreux matriciel calculée par le simulateur réservoir est donnée par :

$$\Delta^n V p_{\text{correct}} = \Delta^n V p_{\text{méca}} - \Delta^n V p_{\text{réserv}} \quad (\text{VI.30})$$

En pratique, on définit, à chaque pas de temps et pour chaque maille, une correction du volume poreux matriciel relative au pas de temps effectué :

$$DPV^n = \frac{\Delta^n V p_{\text{correct}}}{\Delta^n t} = \frac{\Delta^n V p_{\text{méca}} - \Delta^n V p_{\text{réserv}}}{\Delta^n t} \quad (\text{VI.31})$$

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré que la prise en compte simplifiée de l'information mécanique ne permet pas de décrire, dans le cadre d'une simulation réservoir classique, la diversité des phénomènes observés et en particulier les phénomènes de ré-ouverture / fermeture des réseaux de fractures. Les résultats de l'approche micromécanique que nous avons développés dans la **PARTIE III** vont être mis en oeuvre, conjointement à des simulations réservoir, afin de déterminer d'une part les propriétés mécaniques homogénéisées d'un géomatériau fracturé utilisées par les simulations mécaniques, et d'actualiser la perméabilité des fractures d'autre part.

Chapitre VII

Application : simulation hydromécanique des réservoirs fracturés en couplage explicite

1 Présentation du modèle 3-D

A partir de la modélisation tridimensionnelle d'un réservoir (cas issu la littérature Chin et al., 1999), on étudie l'influence de la fracturation sur le comportement mécanique et hydraulique du réservoir. On montre en particulier comment la présence des fractures affecte les prévisions de production, dans le cas d'une récupération primaire par déplétion (cas monophasique) puis dans le cas d'une récupération secondaire par injection d'eau (cas diphasique).

1.1 Propriétés géométriques

Pour décrire la réponse mécanique de la production d'un réservoir fracturé, il est nécessaire de le replacer dans son contexte structural en ajoutant un maillage complémentaire dans lequel il sera contenu. La structure complète est donc constituée d'un réservoir disposé en position centrale à une profondeur de 2500 m et d'épentes latérale, supérieure et inférieure. Le réservoir que nous avons modélisé consiste en un parallélépipède rectangle d'extensions horizontales 1500 m et d'extension verticale 150 m. La structure globale quant à elle possède une extension horizontale de 4750 m et une extension verticale de 3300 m.

L'ensemble du domaine est discrétisé en 10206 mailles hexaédriques : 27 mailles selon chacune des directions horizontales (\vec{x} et \vec{y}) et 14 mailles selon la direction verticale (\vec{z}). La représentation du maillage est donnée dans le tableau VII.1. L'ensemble de la structure et du maillage sont représentés sur la figure 1.2.

1.2 Propriétés pétrophysiques du réservoir

Les écoulements sont autorisés uniquement dans le réservoir, les épentes sont considérées comme imperméables. Le fluide est une huile monophasique compressible et faiblement visqueuse dont les propriétés sont présentées dans le tableau VII.2.

Le réservoir est constitué d'une famille de fractures verticales denses orientées selon l'axe \vec{x} plongées dans une matrice poreuse. Les propriétés géométriques de référence des fractures sont présentées dans le tableau VII.3.

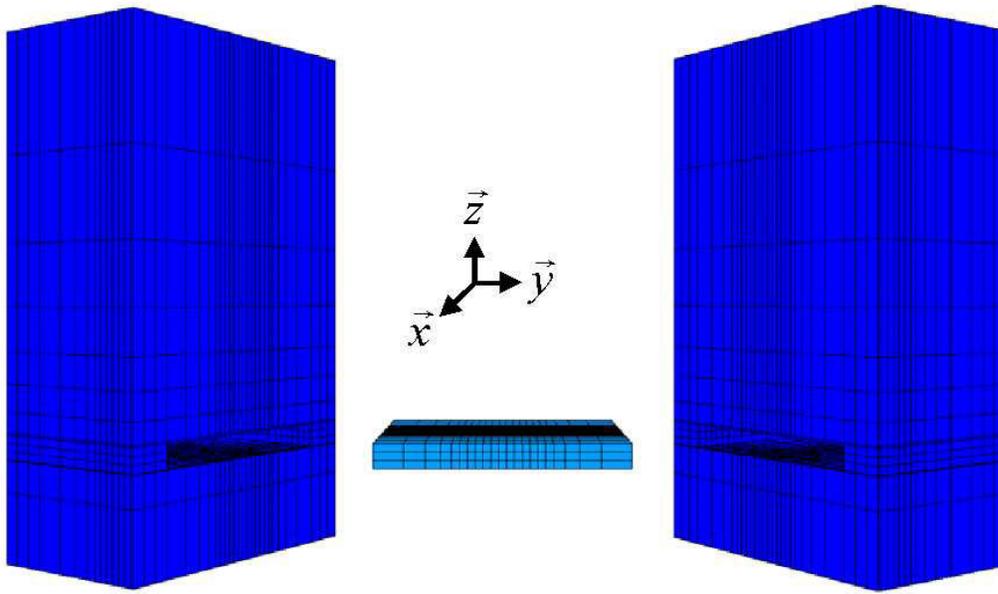


Figure VII-1: Représentation et maillage de la structure géomécanique complète.

	Réservoir					
Direction \vec{x} (m)	2 × 175	2 × 125	2 × 90	2 × 65	13 × 45	
Direction \vec{y} (m)	2 × 175	2 × 125	2 × 90	2 × 65	13 × 45	
Direction \vec{z} (m)	3 × 50					

	Epointe supérieure						
Direction \vec{x} (m)	6 × 95	2 × 175	2 × 125	2 × 90	2 × 65	13 × 45	
Direction \vec{y} (m)	6 × 95	2 × 175	2 × 125	2 × 90	2 × 65	13 × 45	
Direction \vec{z} (m)	770	550	390	280	210	170	130

	Epointe inférieure					
Direction \vec{x} (m)	6 × 95	2 × 175	2 × 125	2 × 90	2 × 65	13 × 45
Direction \vec{y} (m)	6 × 95	2 × 175	2 × 125	2 × 90	2 × 65	13 × 45
Direction \vec{z} (m)	200 450					

	Epointe latérale	
Direction \vec{x} (m)	6 × 95	
Direction \vec{y} (m)	6 × 95	
Direction \vec{z} (m)	3 × 50	

Tableau VII.1: Propriétés du maillage de la structure géomécanique.

Pression initiale de l'huile (bars) à 2500m de profondeur	478
Densité de l'huile (g.cm^{-3})	0,85
Compressibilité de l'huile (Pa^{-1})	6×10^{-9}
Viscosité de l'huile à P_{initiale} (Pa.s^{-1})	$0,21^{-3}$

Tableau VII.2: Propriétés de l'huile en place.

Densité (m^{-3})	1
Ouverture initiale (m)	2×10^{-4}
Ouverture minimale (m)	1×10^{-4}
Longueur des fractures (m)	2

Tableau VII.3: Propriétés géométriques de référence des fractures

La connaissance de l'ouverture de référence des fractures permet d'estimer la perméabilité de fracture par une loi cubique. La porosité de fracture est estimée par le calcul du volume des ellipsoïdes de révolution. La perméabilité et la porosité de la matrice ainsi que la compressibilité sont celles d'un grès. Elles sont présentées dans le tableau VII.4.

	Milieu matrice	Milieu fracture
Porosité (%)	20	0,01
Perméabilité (mD)	10	4000

Tableau VII.4: Propriétés pétrophysiques double milieu du réservoir

Dans cette partie, nous faisons l'hypothèse d'une représentation "simple milieu" du milieu fracturé : la porosité et la perméabilité du milieu équivalent sont calculées en additionnant les porosités de la matrice et des fractures d'une part, et en utilisant une loi de mélange entre les perméabilités de matrice et de fracture d'autre part. Le tenseur de perméabilité équivalent du milieu obtenu prend la forme :

$$\begin{bmatrix} 10mD & 0 & 0 \\ 0 & 675mD & 0 \\ 0 & 0 & 675mD \end{bmatrix}$$

Des simulations "double milieu" seront effectuées dans la partie suivante.

1.3 Propriétés mécaniques de l'ensemble de la structure

Les épontes sont considérées comme des solides déformables de comportement élastique isotrope. Les propriétés mécaniques de référence des épontes sont présentées dans le tableau VII.5.

Le comportement de la roche matricielle du réservoir est supposé poroélastique et isotrope : les propriétés poromécaniques de la matrice sont présentées dans le tableau VII.6.

Le comportement des fractures est estimé en utilisant l'approche micromécanique développée dans la **PARTIE III** à partir du comportement d'un joint élastique non-linéaire (la loi de Bandis,

1985) : les propriétés mécaniques de référence des joints sont présentées dans le tableau VII.7. Les plans de fractures apparaissent comme des plans de faiblesse mécanique.

Le comportement mécanique homogénéisé de la roche réservoir contenant les fractures est estimé par l'approche micromécanique présentée dans la **PARTIE III**.

	Eponge supérieure	Eponge latérale	Eponge inférieure
Module d'Young (GPa)	2	14	14
Coefficient de Poisson	0,3	0,35	0,35
Densité (kg.m ³)	2220	2220	2220

Tableau VII.5: Propriétés mécaniques de référence des éponges

Module d'Young (GPa)	10
Coefficient de Poisson	0,3
Densité (kg.m ⁻³)	2200
Coefficient de Biot	1

Tableau VII.6: Propriétés poromécaniques de la matrice

Raideur normale initiale (Pa ⁻¹)	2×10^{10}
Raideur tangentielle initiale (Pa ⁻¹)	$0,25 \times 10^9$

Tableau VII.7: Propriétés mécaniques de référence des joints

1.4 Définition des conditions initiales

La résolution des équations de la mécanique nécessite que l'on définisse un champ de contraintes initiales, à la fois dans les éponges et dans le réservoir.

Dans les éponges, le champ des contraintes initiales est défini par les contraintes totales. La distribution de la contrainte verticale correspond au poids des terres. L'état des contraintes horizontales est défini en fonction du rapport d'anisotropie de contrainte : il s'agit du rapport entre la contrainte horizontale maximum σ_H ou minimum σ_h et la contrainte verticale σ_v . L'état de contrainte initiale dans les éponges a été calculé et est présenté dans le tableau VII.8. Les valeurs des contraintes horizontales minimum et maximum sont identiques, car nous choisissons de traiter un cas sans anisotropie horizontale.

Les valeurs du champ de pression dans le réservoir sont présentées dans le tableau VII.9.

La condition de déplacement nul est imposée sur les parois latérales et inférieure des éponges comme représenté dans la figure VII-2.

	σ_v (MPa)	σ_H/σ_v	σ_h/σ_v
Eponte supérieure :			
à 0 m :	0	0,8	0,8
à -2500m :	-63,5	0,8	0,8
Eponte latérale :			
à -2500 m :	-63,5	0,8	0,8
à -2650 m :	-67	0,8	0,8
Eponte inférieure :			
à -2650 m :	-67	0,8	0,8
à -3300 m :	-81	0,8	0,8

Tableau VII.8: Champ de contraintes initiales dans les épontes.

	Pression hydrostatique (MPa)
Couche 1 :	
à -2500 m :	47,89
à -2550 m :	48,09
Couche 2 :	
à -2550 m :	48,09 8
à -2600 m :	48,51
Couche 3 :	
à -2600 m :	48,51
à -2650 m :	48,71

Tableau VII.9: Champ de contraintes initiales dans le réservoir.

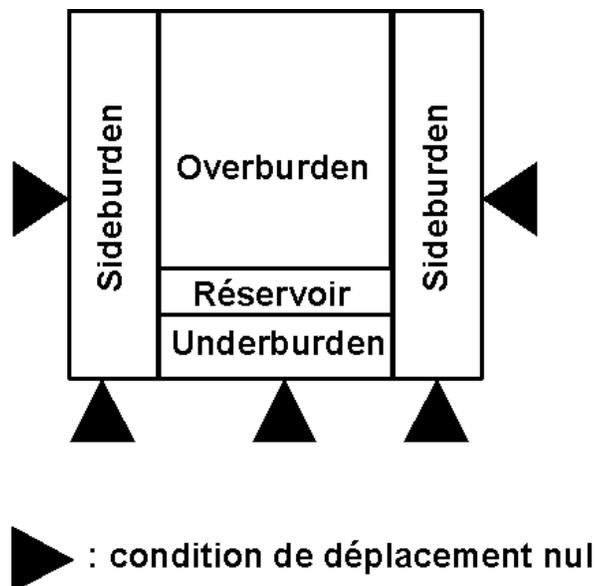


Figure VII-2: Conditions de déplacement nul aux limites pour la simulation mécanique.

1.5 Production et historique de production

La production est simulée à l'aide d'un puits localisé au centre du réservoir, dans les trois couches verticales. Le débit global de référence est fixé à $4000 \text{ m}^3 \cdot \text{j}^{-1}$. L'huile contenue dans la porosité de matrice et des fractures est drainée par les fractures jusqu'au puits producteur. On étudie l'évolution de la pression et des déplacements en trois points situés dans la deuxième couche du réservoir :

- le point (1) est disposé dans la maille puits ;
- le point (2) est disposé selon la direction des fractures ;
- le point (3) est disposé selon la direction normale aux fractures.

Ces points sont représentés sur la figure VII-3.

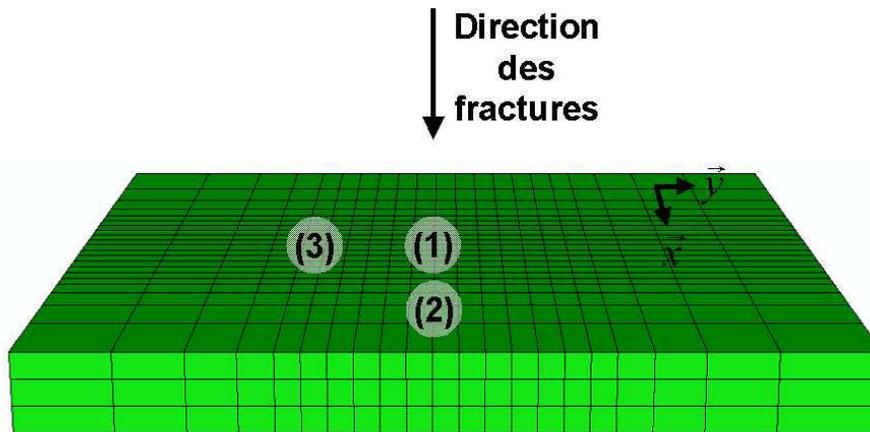


Figure VII-3: Disposition des points témoins dans le réservoir pour le suivi de l'évolution des grandeurs physiques pendant les simulations.

2 Mise en oeuvre en phase de production primaire

2.1 Analyse des écoulements dans le réservoir

La figure VII-4 présente les variations de la perméabilité moyenne selon la direction des fractures pour les trois points témoins au cours de la production. La diminution de la perméabilité des fractures est un phénomène anisotrope. Les fractures ont atteint leur fermeture maximale après 450 jours, 500 jours et 600 jours de production, respectivement pour les points (1), (2) et (3). On constate que la fermeture des fractures a lieu préférentiellement au puits et selon la direction des fractures. Lorsque les fractures ont atteint leur fermeture maximale, nous avons choisi de conserver une perméabilité résiduelle selon la direction des fractures (égale à 85 mD) supérieure à celle de la roche poreuse (10 mD). La figure VII-5 montre l'évolution du champ de perméabilité moyenne selon la direction des fractures au cours de la déplétion à différents pas de temps : 0 j, 100 j, 200 j, 350 j, 500 j et 600 j.

La présence des fractures conduit le réservoir à se dépléter de façon anisotrope. La figure VII-6 montre l'évolution du champ de pression dans le réservoir au cours de la déplétion à différents pas de temps : 0 j, 100 j, 200 j, 350 j, 500 j et 600 j.

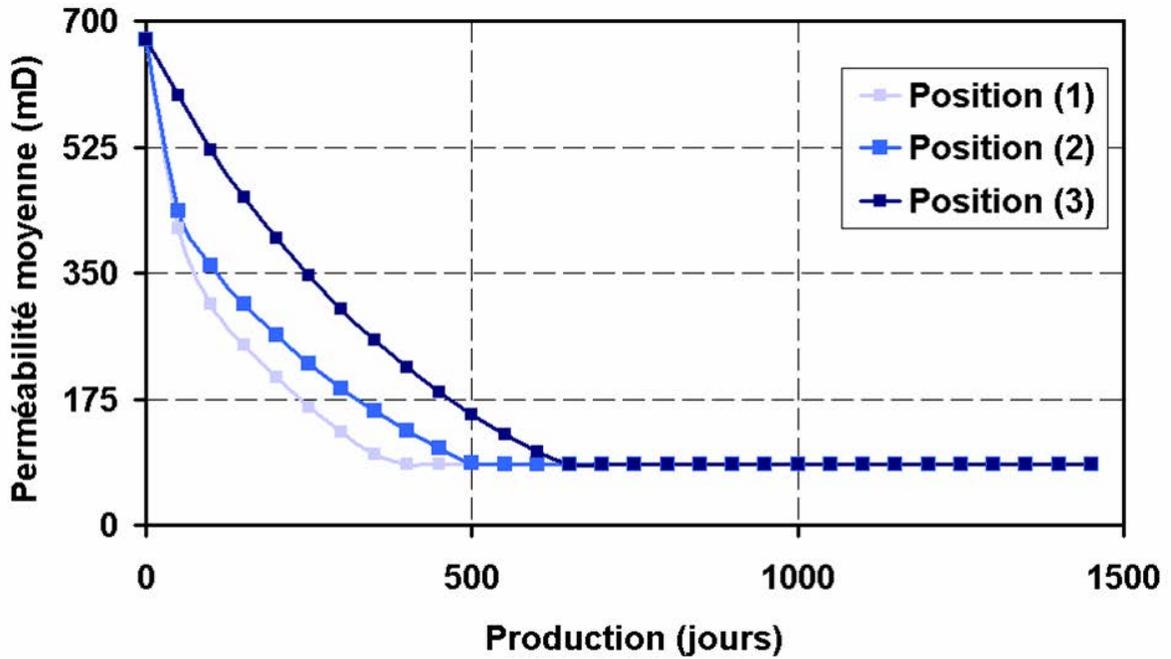


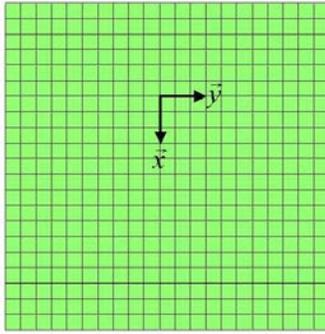
Figure VII-4: Variation de la perméabilité moyenne selon la direction des fractures au cours de la production : la diminution de la perméabilité a lieu préférentiellement au puits et selon la direction des fractures.

2.2 Analyse des déplacements

La chute de la pression au cours de la production induit localement une modification de l'état d'équilibre. Cette perturbation induit des déformations au niveau des fractures et de la matrice poreuse. La figure VII-7 présente l'évolution des déplacements horizontaux au niveau du puits producteur dans la direction \vec{x} (déplacements u_x) et dans la direction \vec{y} (déplacements u_y).

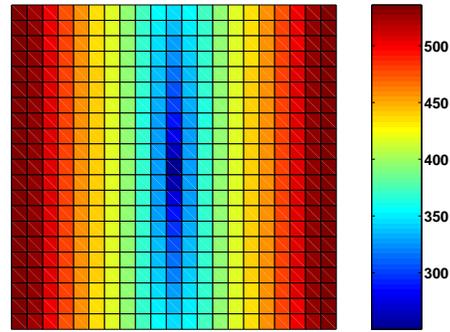
- selon la direction \vec{x} , la perturbation de l'état d'équilibre induit des déplacements dilatants : la pression dans le réservoir diminue du fait de la production et le réservoir s'affaisse sous l'augmentation de la contrainte effective verticale.
- selon la direction \vec{y} , les déplacements horizontaux sont dans un premier temps contractants : le soutirage du fluide en place tend préférentiellement à refermer les réseaux de fractures. En effet, celles-ci constituent des plans de déformation préférentiels. A mesure que les fractures se referment, leur raideur normale augmente et leur perméabilité diminue. Lorsque les fractures ont atteint leur fermeture maximale, soit ici la moitié de leur ouverture initiale, le rééquilibrage des contraintes induit des déplacements dilatants. Les taux de déplacements \dot{u}_x et \dot{u}_y dans chacune des directions \vec{x} et \vec{y} sont alors égaux puisque les propriétés mécaniques dans chacune des directions sont égales. Les pentes des droites représentent la variation de déplacement par rapport au pas de temps : elles sont identiques dans les deux directions (figure VII-7).

Mean fracture permeability field, bottom (mD)



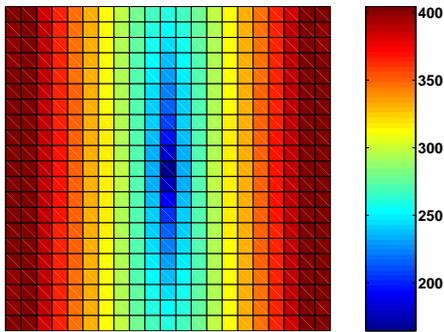
(a) Champ de perméabilité, couche inférieure à $t=0$ j

Mean fracture permeability field, bottom (mD)



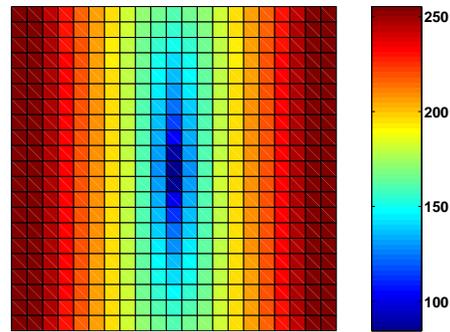
(b) Champ de perméabilité, couche inférieure à $t=100$ j

Mean fracture permeability field, bottom (mD)



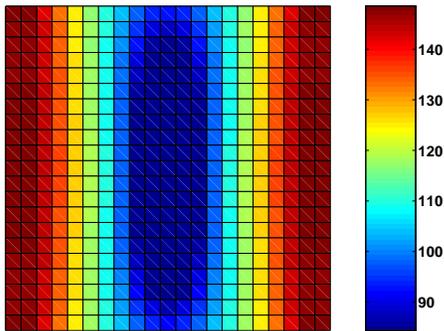
(c) Champ de perméabilité, couche inférieure à $t=200$ j

Mean fracture permeability field, bottom (mD)



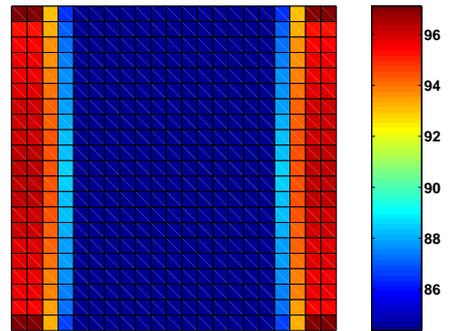
(d) Champ de perméabilité, couche inférieure à $t=350$ j

Mean fracture permeability field, bottom (mD)



(e) Champ de perméabilité, couche inférieure à $t=500$ j

Mean fracture permeability field, bottom (mD)



(f) Champ de perméabilité, couche inférieure à $t=600$ j

Figure VII-5: Evolution du champ de la perméabilité moyenne selon la direction des fractures au cours de la production : la diminution de la perméabilité est anisotrope et affecte l'ensemble du réservoir.

2.3 Comparaison entre les approches réservoir et hydromécanique

La figure VII-8 quantifie l'impact de la production sur la fermeture des réseaux de fractures. Plus le débit de production est important, plus la perméabilité du milieu diminue rapidement et donc plus les effets sur la récupération de l'huile en place seront importants.

La figure VII-9 compare l'évolution de la pression au niveau du puits producteur pour plusieurs

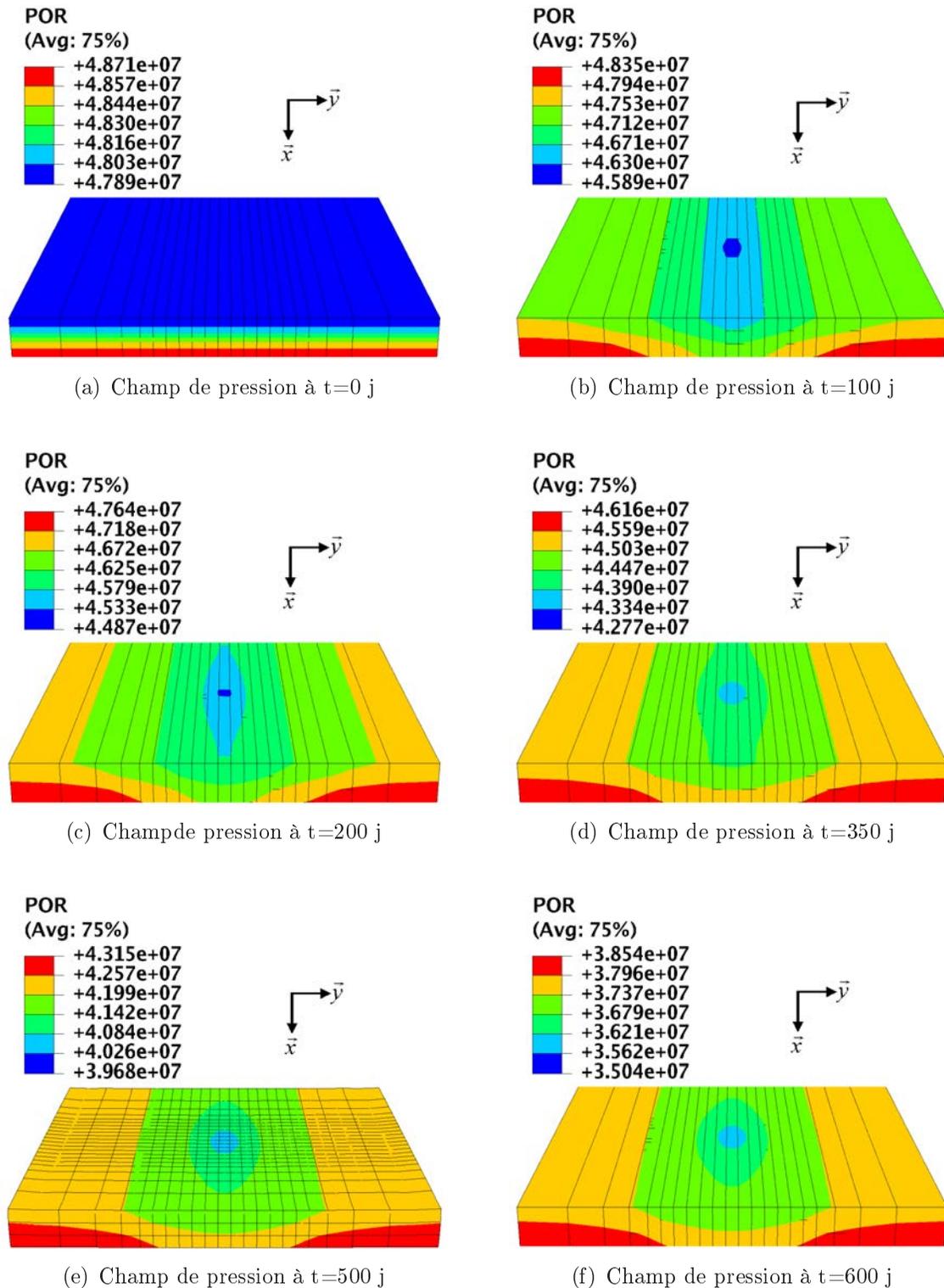


Figure VII-6: Evolution du champ de pression au cours de la production : l'évolution du champ de pression suit l'évolution anisotrope de la perméabilité moyenne des fractures.

débits lorsque la perméabilité moyenne des fractures est mise à jour à chaque période (cas *couplé*) et lorsque la perméabilité moyenne des fractures reste constante (cas *non couplé*).

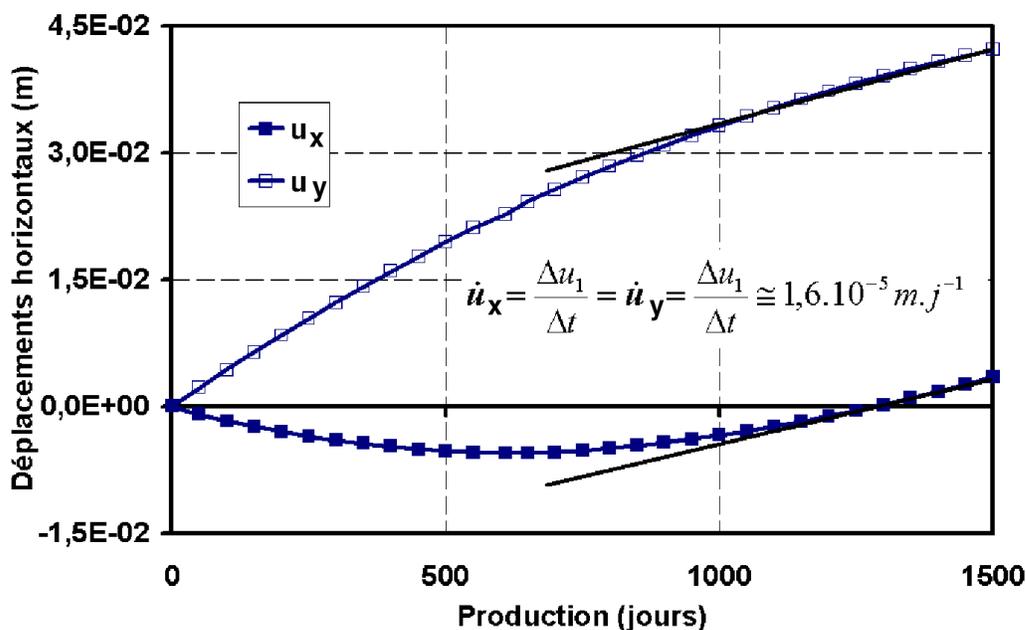


Figure VII-7: Déplacements horizontaux u_x et u_y au niveau de l'ensemble des puits producteurs : les fractures constituent des plans de faiblesse induisant des déplacements contractants puis dilatants dans la direction normale des fractures alors que les déplacements restent dilatants dans l'autre direction, très peu affectée par la présence des fractures.

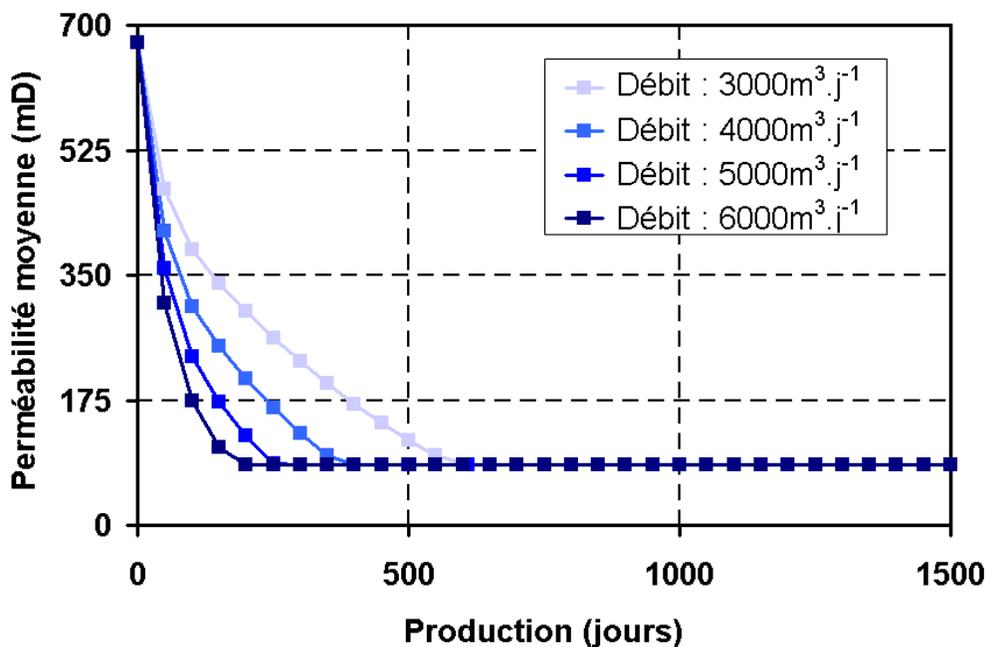


Figure VII-8: Influence du débit de production sur la perméabilité moyenne selon la direction des fractures au niveau du puits producteur : plus les débits sont importants, plus la perméabilité diminue rapidement.

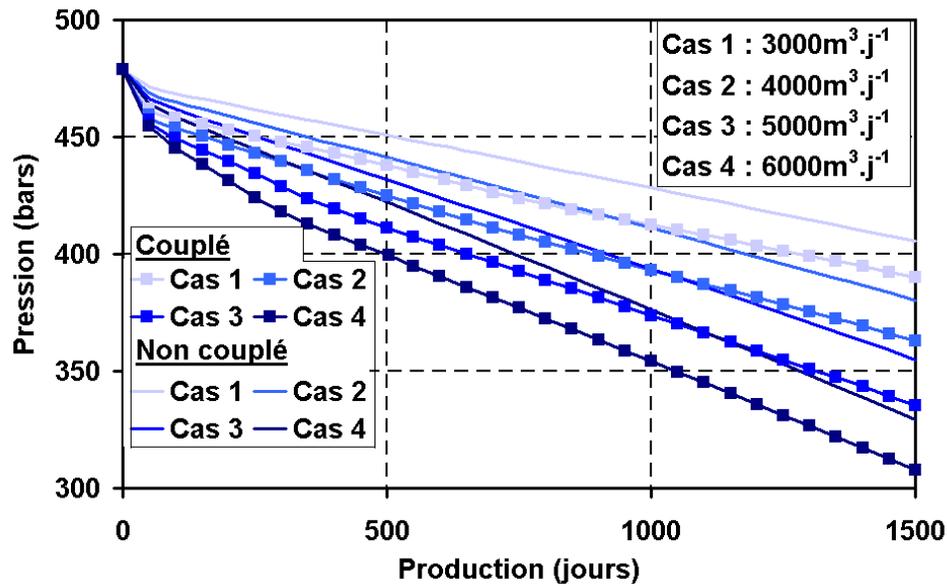


Figure VII-9: Ecart de la variation de pression au niveau du puits producteur entre les cas *non couplé* et *couplé* pour différents débits : plus les débits sont importants, plus les effets hydromécaniques sont importants.

2.4 Etude paramétrique

On étudie maintenant l'influence des propriétés des fractures (densité et raideur normale) ainsi que l'influence des propriétés mécaniques des épontes sur les effets hydromécaniques liés à la production.

2.4.1 Influence des propriétés des fractures

On étudie le même réservoir que précédemment : la famille de fractures n'est plus verticale mais horizontale.

- La figure VII-10 présente les déplacements verticaux en surface au niveau du puits producteur en fonction de la densité de fractures. Plus la densité de fractures est importante, plus les effets de subsidence sont importants. La présence du réseau de fractures horizontales tend à rendre le réservoir plus déformable verticalement. La courbe en traits pointillés représente la compaction pour un milieu non fracturé.

La figure VII-11 illustre au cours de la déplétion les variations de perméabilité moyenne selon la direction des fractures au niveau du puits producteur selon la densité de fractures. Plus la densité de fractures est importante, plus les fractures atteignent leur fermeture maximum tardivement. Les variations de déformation sont réparties sur un plus grand nombre de fractures.

- La figure VII-12 présente les déplacements verticaux en surface au niveau du puits producteur pour plusieurs valeurs de la raideur normale des fractures. Plus la raideur normale des fractures est importante, moins les déplacements verticaux sont importants.

La figure VII-13 présente la perméabilité moyenne selon la direction des fractures au

niveau du puits producteur pour plusieurs valeurs de la raideur normale des fractures. Plus les fractures sont rigides, moins la perméabilité est affectée par la diminution de la pression dans le réservoir.

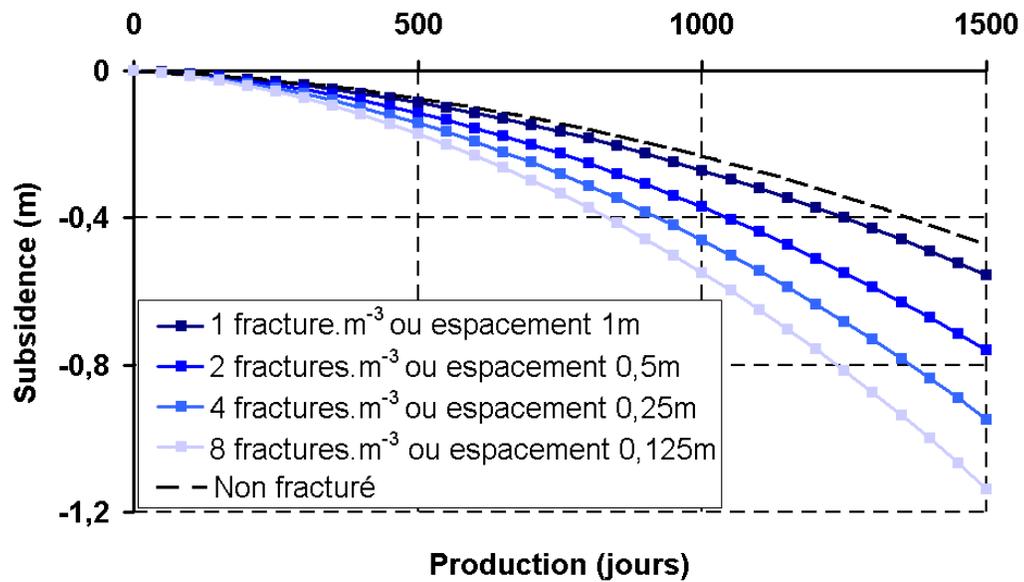


Figure VII-10: Influence de la densité des fractures horizontales sur les déplacements verticaux en surface au niveau du puits producteur : les fractures horizontales rendent le réservoir plus déformable verticalement.

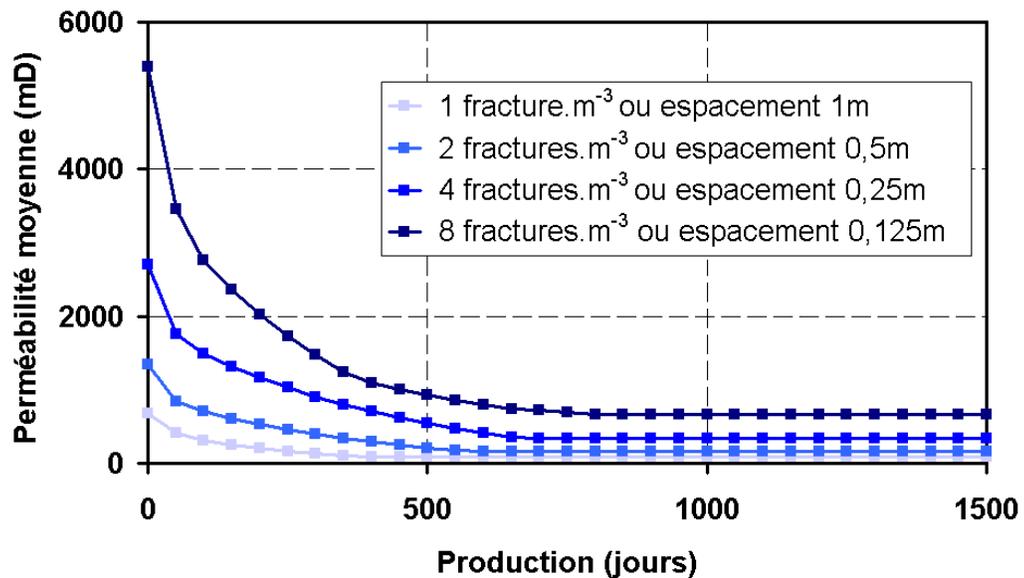


Figure VII-11: Influence de la densité de fractures sur les variations de la perméabilité moyenne selon la direction des fractures au niveau du puits producteur : plus la densité de fractures est importante, plus les fractures atteignent leur fermeture maximum tardivement.

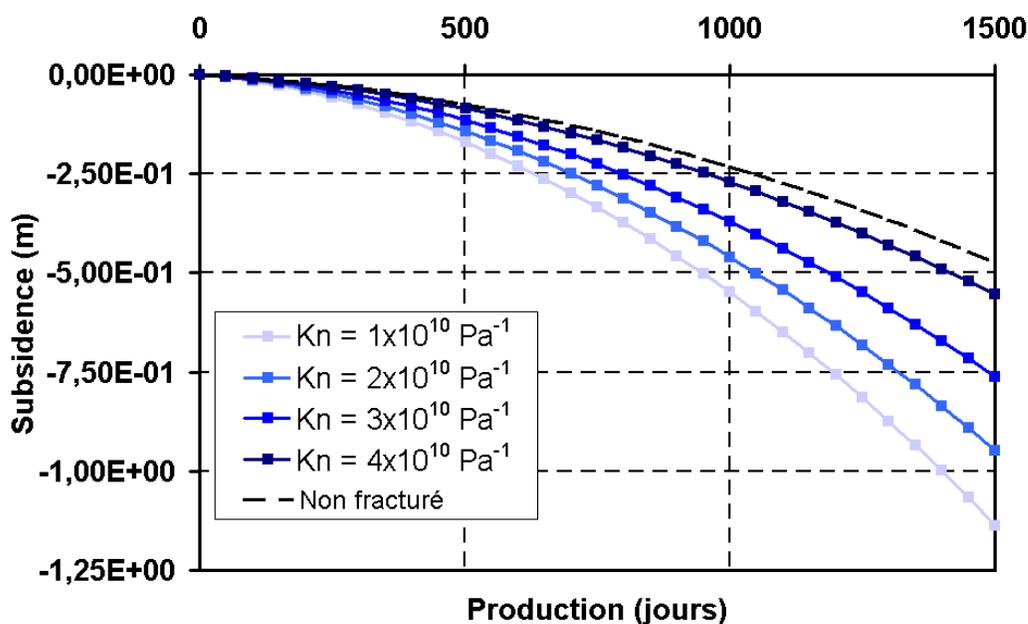


Figure VII-12: Influence de la raideur normale des fractures sur les déplacements verticaux en surface au niveau du puits producteur : plus la raideur normale des fractures est importante, moins les déplacements verticaux sont importants.

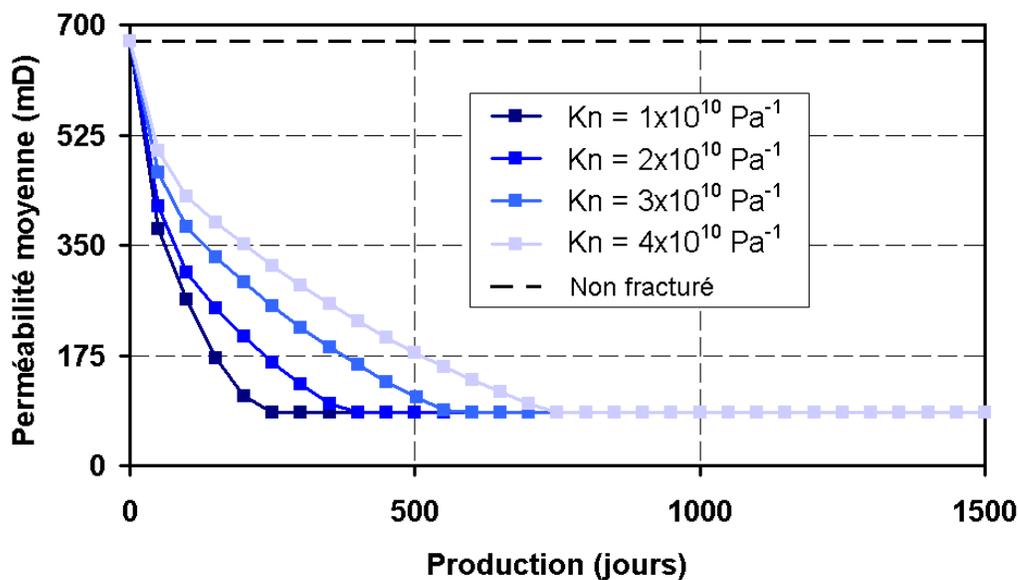


Figure VII-13: Influence de la raideur normale des fractures sur les variations de la perméabilité moyenne selon la direction des fractures au niveau du puits producteur : plus les fractures sont rigides, moins la perméabilité est affectée par la déplétion.

2.4.2 Influence du comportement mécanique des épontes

L'influence des épontes dépend essentiellement de leur capacité à se déformer. Lorsque le module d'Young des épontes est plus important que celui du réservoir, la capacité de l'éponte à se déformer est plus faible. Globalement, l'éponte se comporte comme un bloc rigide. Lorsque le module d'Young des épontes est moins important que celui du réservoir, les déplacements du réservoir sont plus importants. Ainsi, les déplacements verticaux à la base du réservoir dépendent essentiellement de la rigidité de l'éponte supérieure et les déplacement horizontaux du réservoir dépendent essentiellement de la rigidité des épontes latérales. Cependant, la rigidité des épontes agit aussi à travers le module de cisaillement du réservoir. Ces effets des épontes sont amplifiés par la présence des fractures qui constituent dans notre cas des plans de déformation préférentiels.

On considère successivement un milieu avec des fractures verticales, puis un milieu contenant des fractures horizontales.

Fractures verticales :

La figure VII-14 illustre au cours de la déplétion les déplacements horizontaux au niveau du puits producteur, selon la rigidité des épontes latérales. Plus les épontes latérales sont rigides, moins les déplacements horizontaux dans le réservoir sont autorisés.

La figure VII-15 illustre au cours de la déplétion les variations de la perméabilité moyenne selon la direction des fractures en fonction de la rigidité des épontes latérales. La fermeture maximale des réseaux de fractures intervient respectivement après 250 jours, 350 jours et 500 jours de production pour des rigidités croissantes des épontes latérales.

Remarque : les déplacements verticaux sont affectés dans une moindre mesure par la rigidité des épontes latérales (figure VII-16).

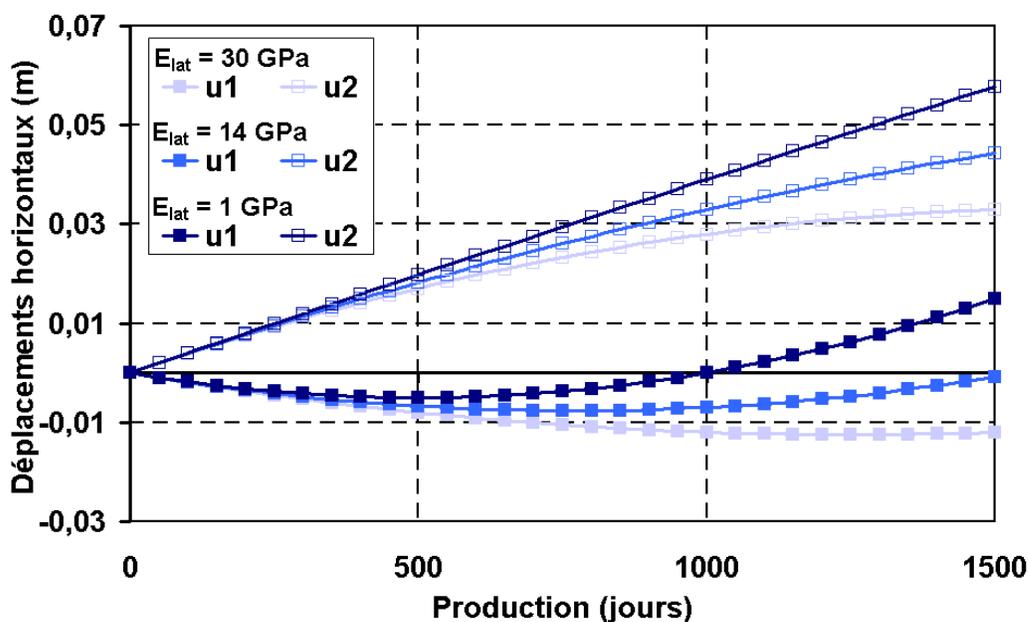


Figure VII-14: Influence de la rigidité des épontes latérales sur les déplacements horizontaux au niveau du puits producteur : plus les épontes latérales sont rigides, moins les déplacements horizontaux dans le réservoir sont autorisés.

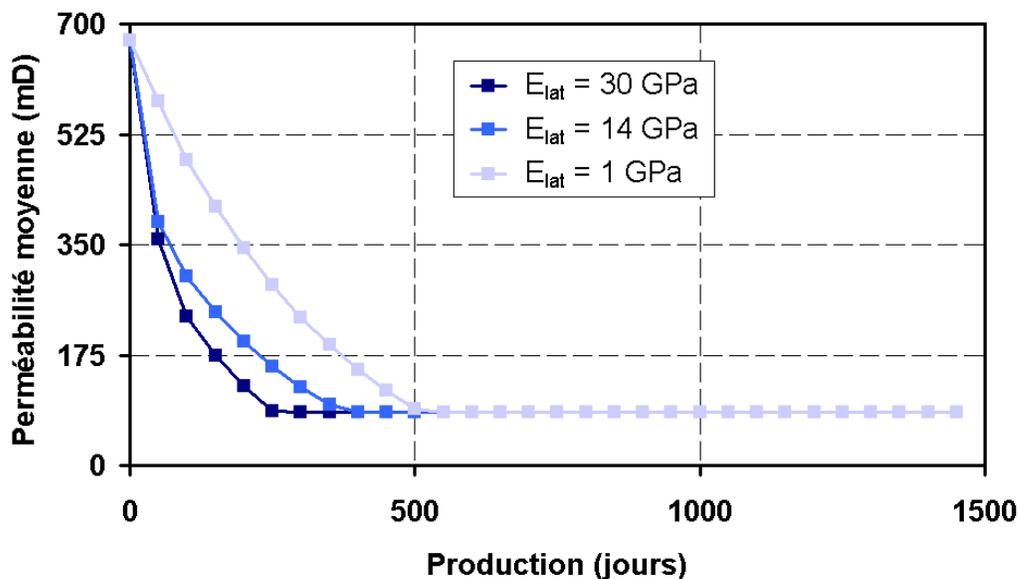


Figure VII-15: Influence de la rigidité des épontes latérales sur les variations de perméabilité moyenne selon la direction des fractures au niveau du puits producteur : la fermeture maximale des réseaux de fractures intervient respectivement après 250 jours, 350 jours et 500 jours de production pour des rigidités croissantes des épontes latérales.

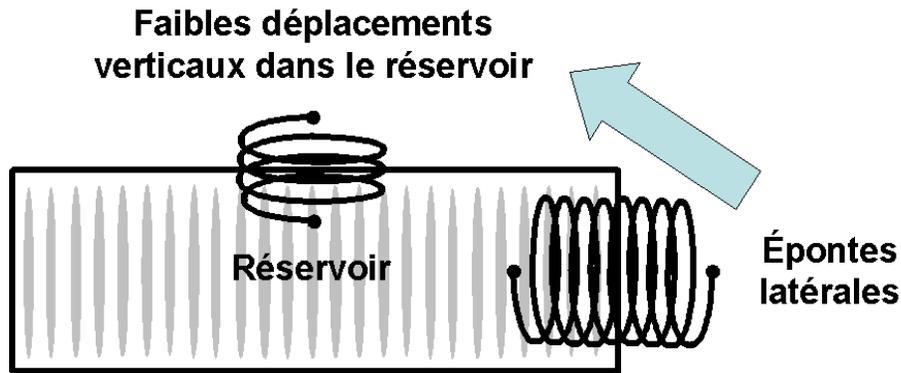


Figure VII-16: Pour une distribution verticale de fractures : faible influence de l'éponte latérale sur les déplacements verticaux dans le réservoir - forte influence de l'éponte latérale sur les déplacements horizontaux dans le réservoir.

Fractures horizontales :

Dans ce cas, les déformations verticales et l'effet de subsidence en surface dépendent essentiellement de la rigidité de l'éponte supérieure.

La figure VII-17 illustre au cours de la déplétion les déplacements verticaux en surface au niveau du puits producteur, selon la rigidité de l'éponte supérieure. Pour une distribution horizontale de fractures, leur déformation est fortement influencée par la rigidité de l'éponte supérieure.

Remarque : les déplacements verticaux sont affectés dans une moindre mesure par la rigidité de l'éponte supérieure (figure VII-18).

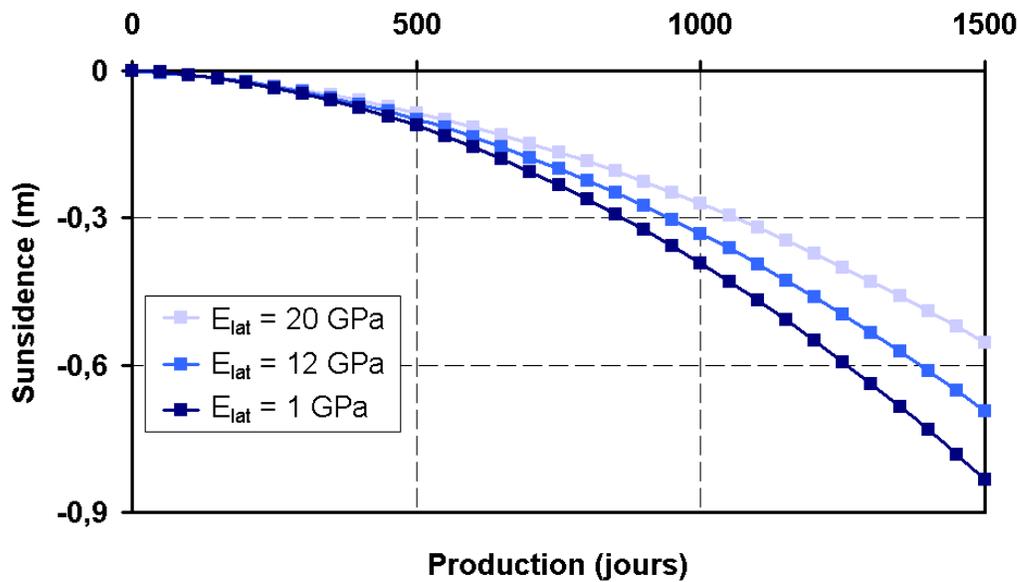


Figure VII-17: Influence de la rigidité de l'éponte supérieure sur les déplacements verticaux au niveau de l'ensemble des puits producteurs - distribution verticale de fractures : leur déformation est fortement influencée par la rigidité de l'éponte supérieure.

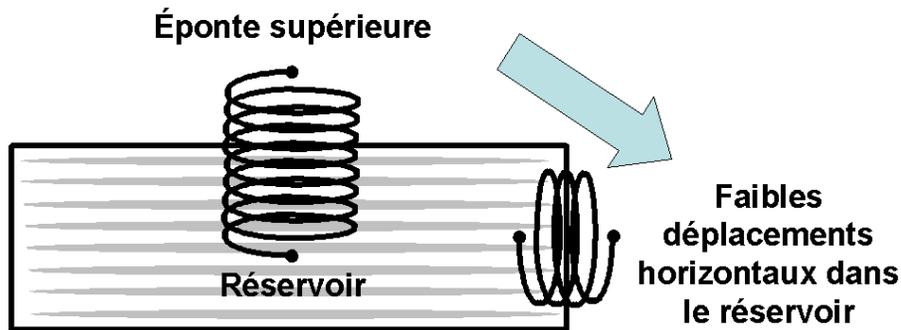


Figure VII-18: Pour une distribution horizontale de fractures : faible influence de l'éponte supérieure sur les déplacement horizontaux du réservoir - forte influence de l'éponte supérieure sur les déplacements verticaux dans le réservoir.

2.5 Modèle double milieu

Dans ce paragraphe, nous utilisons une représentation double milieu du milieu fracturé toujours dans le cas d'un fluide monophasique. On applique le même algorithme en actualisant la perméabilité et les propriétés mécaniques des fractures, ainsi que la porosité de la matrice. La figure VII-19 présente les variations de la pression de matrice et de fracture au niveau du puits producteur. Les valeurs sont proches du cas simple milieu.

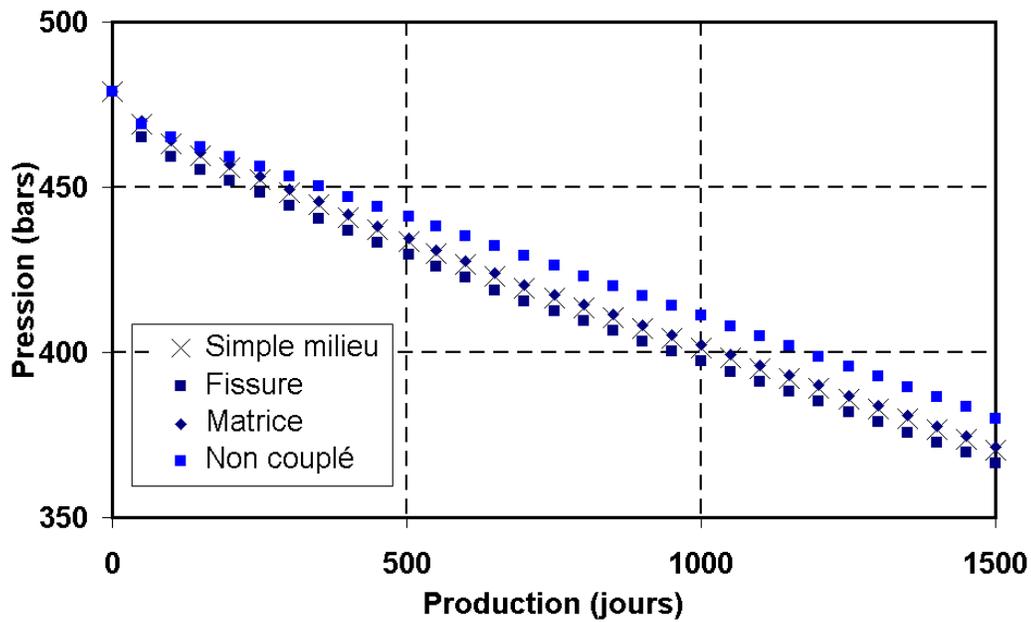


Figure VII-19: Variation des pressions du puits producteur pour une représentation simple milieu et double milieu du milieu fracturé : les résultats sont proches.

2.6 Conclusion

Les effets de la déplétion sur la production des ressources en place ont été mis en évidence : les propriétés hydrauliques (perméabilité de fracture) d'une part ainsi que les déplacements horizontaux et la subsidence d'autre part sont modifiées par la présence des fractures. L'étude paramétrique a révélé la sensibilité des résultats aux propriétés des fractures (densité et raideur normale) et des épontes (module d'Young). Nous avons vérifié que les résultats de l'approche simple milieu utilisée dans cette partie pour un fluide monophasique sont proches de ceux d'une approche double milieu. Dans la partie suivante, nous utilisons une représentation double milieu pour modéliser les effets diphasiques liés à une récupération secondaire.

3 Récupération par injection d'eau

Le soutirage des fluides par les puits provoque un abaissement de la pression des fluides contenus dans le réservoir. Le taux de récupération pourra ne pas dépasser quelques pourcents des quantités en place, 25% en moyenne pour l'huile (Cossé, 1988). Une récupération secondaire est mise en oeuvre ; elle consiste généralement en l'injection d'eau (ou de gaz) pour maintenir la pression dans le réservoir (on évite ainsi de passer sous le point de bulle) et pour balayer l'huile en place par le fluide injecté. Dans le cas des réservoirs fracturés, les effets polyphasiques des fluides favorisent l'expulsion de l'huile des blocs matriciels vers les fractures.

Dans cette partie, nous montrons quels peuvent être les effets du comportement hydromécanique des fractures sur la production secondaire.

3.1 Présentation du cas 3-D diphasique

La géométrie et le maillage du réservoir et de la structure géomécanique ainsi que les conditions initiales et aux limites sont les mêmes que celles employées dans la partie précédente. Seules les données réservoir et le schéma de production sont différents.

3.1.1 Description des propriétés du réservoir

Le réservoir est constitué de la même roche poreuse et de deux distributions orthogonales et verticales de fractures. Les propriétés hydrauliques et mécaniques des fractures sont les mêmes que dans le cas précédent.

Le réservoir est supposé saturé en huile et en eau (modèle black-oil simplifié). Les propriétés pétrophysiques des fluides en place sont présentées dans les tableaux VII.10 et VII.11.

	Milieu matrice	Milieu fracture
Porosité (%)	20	0,1
Perméabilité K_x (mD)	10	4000
Perméabilité K_y (mD)	10	4000
Perméabilité K_z (mD)	10	4000
Saturation résiduelle S_{orw}	0,25	0
Saturation irréductible S_{wi}	0,2	0
Pression capillaire min. $P_{c_{w,min}}$ (Pa)	0	0
Pression capillaire max. $P_{c_{w,max}}$ (Pa)	$2,3 \times 10^5$	0
Perméabilité relative à l'huile max. $k_{row_{max}}$	0,23	0,23
Perméabilité relative à l'eau max. $k_{rw_{max}}$	1	1

Tableau VII.10: Propriétés pétrophysiques double milieu du réservoir

	Phase eau	Phase huile
Compressibilité de fluide (Pa^{-1})	5×10^{-10}	6×10^{-9}
Masse volumique (kg.m^{-3})	1000	819
Viscosité (cPo)	0,35	0,21

Tableau VII.11: Propriétés thermodynamiques double milieu du réservoir

Le contact eau - huile est défini à la côte -2600m.

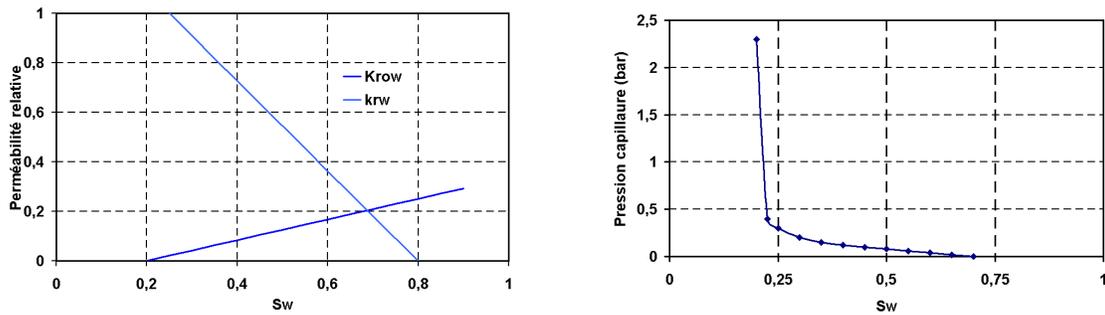
La courbe de pression capillaire matricielle (on rappelle que la pression capillaire du milieu fracturé est nulle) est présentée sur la figure VII-20.

Les courbes de perméabilités relatives à l'eau k_{rw} et à l'huile k_{ro} sont linéaires :

$$\begin{aligned} k_{rw}(S_w) &= k_{rw_{\max}} \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{orw} - S_{wi}} \\ k_{ro}(S_w) &= k_{ro_{\max}} \frac{1 - S_w - S_{orw}}{1 - S_{orw} - S_{wi}} \end{aligned} \quad (\text{VII.1})$$

où S_w , S_{or} et S_{wi} désignent respectivement la saturation en eau, la saturation résiduelle en huile et la saturation interstitielle en eau dans le milieu matriciel.

Les courbes de pression capillaires sont présentées sur la figure VII-20.



(a) Perméabilités relatives à l'eau et à l'huile.

(b) Pression capillaire matricielle.

Figure VII-20: Propriétés polyphasiques des fluides.

3.1.2 Schéma de production secondaire

Les quatre puits injecteurs sont implantés en “five-spot” autour du puits producteur (figure VII-21) : cette disposition des puits injecteurs et producteur permet de drainer un volume optimal.

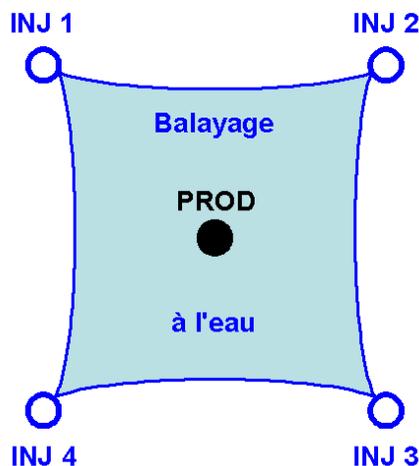


Figure VII-21: Disposition en “five-spot” des puits injecteurs et producteur.

Les puits injecteurs sont localisés dans la couche inférieure du réservoir ; le puits producteur est

	Position	Débit min - max ($\text{m}^3.\text{j}^{-1}$)	Pression (bars)
INJ 1	5 17 3	0 - 500	400
INJ 2	17 17 3	0-500	400
INJ 3	17 5 3	0-500	400
INJ 4	5 5 3	0-500	400
PROD 1	11 11 1-3	0-3000	>200

Tableau VII.12: Localisation et propriétés de production des puits injecteurs et du puits producteur.

implanté en position centrale à travers toute la hauteur du réservoir. Les propriétés des puits injecteurs et du puits producteur sont présentées dans le tableau VII.12. Durant la première phase de production, le réservoir est déplété de 100 MPa. Pendant la seconde phase, l'injection d'eau au niveau des quatre puits injecteurs est réalisée conjointement à la production. Ce schéma de production est présenté sur la figure VII-22.

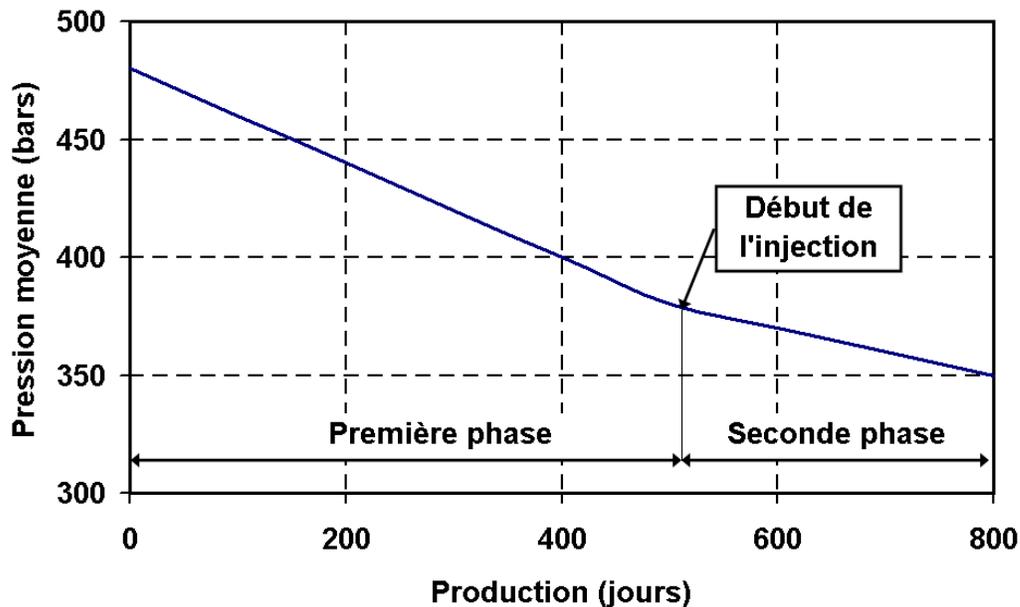
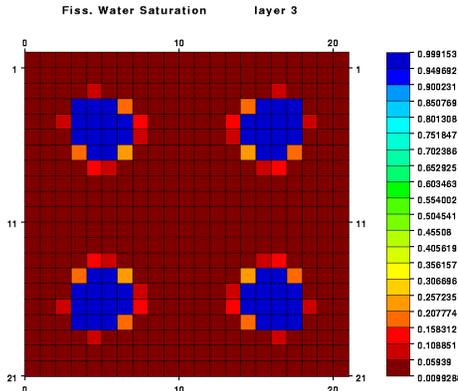


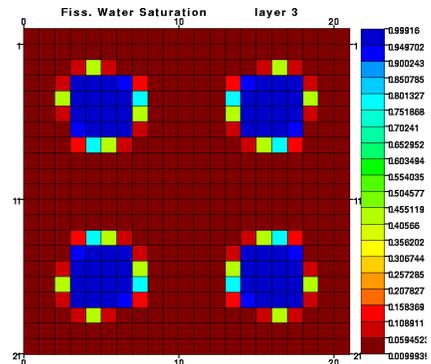
Figure VII-22: La phase de production primaire précède une phase de production par injection d'eau.

3.2 Résultats

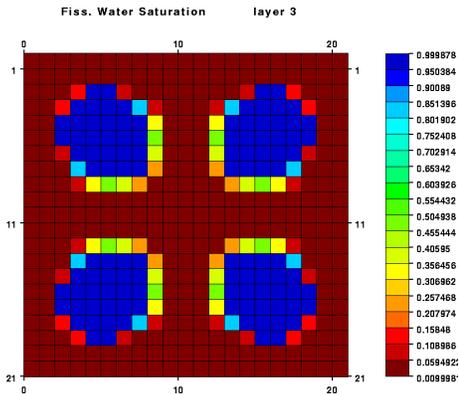
L'injection d'eau augmente localement la pression et réouvre les réseaux de fractures. L'évolution des champs de saturation en eau dans les fractures est représentée sur la figure VII-23. La réouverture des fractures au niveau des puits injecteurs est responsable d'un envahissement de l'eau plus important et d'une venue d'eau au puits producteur plus rapide que lorsque la perméabilité des fractures est supposée constante (figure VII-24).



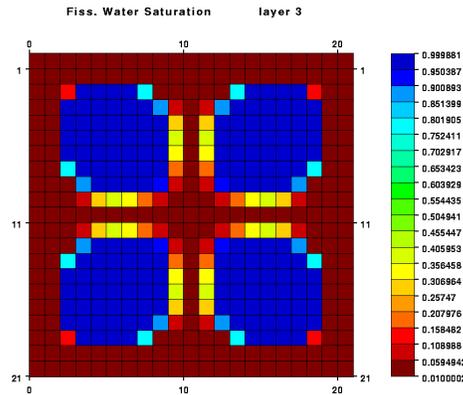
(a) 100j. d'injection, perméabilité constante.



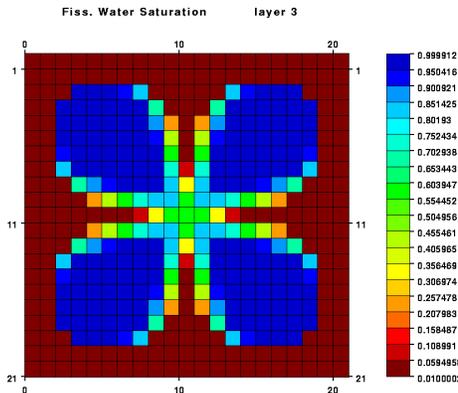
(b) 100j. d'injection, perméabilité variable.



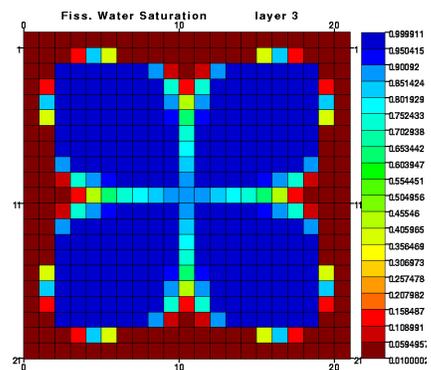
(c) 200j. d'injection, perméabilité constante.



(d) 200j. d'injection, perméabilité variable.



(e) 300j. d'injection, perméabilité constante.



(f) 300j. d'injection, perméabilité variable.

Figure VII-23: Evolution du champ de saturation en eau dans les fractures au cours de la production dans la couche inférieure du réservoir.

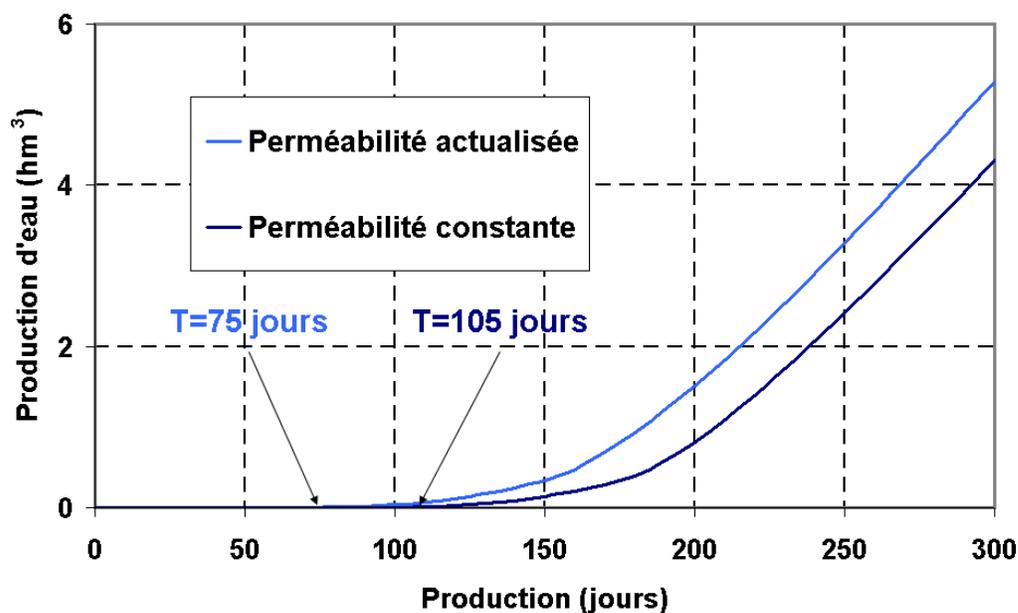


Figure VII-24: Quantité d'eau produite par le puits producteur pendant la phase d'injection : la ré-activation des réseaux de fractures est responsable de venue d'eau plus rapide.

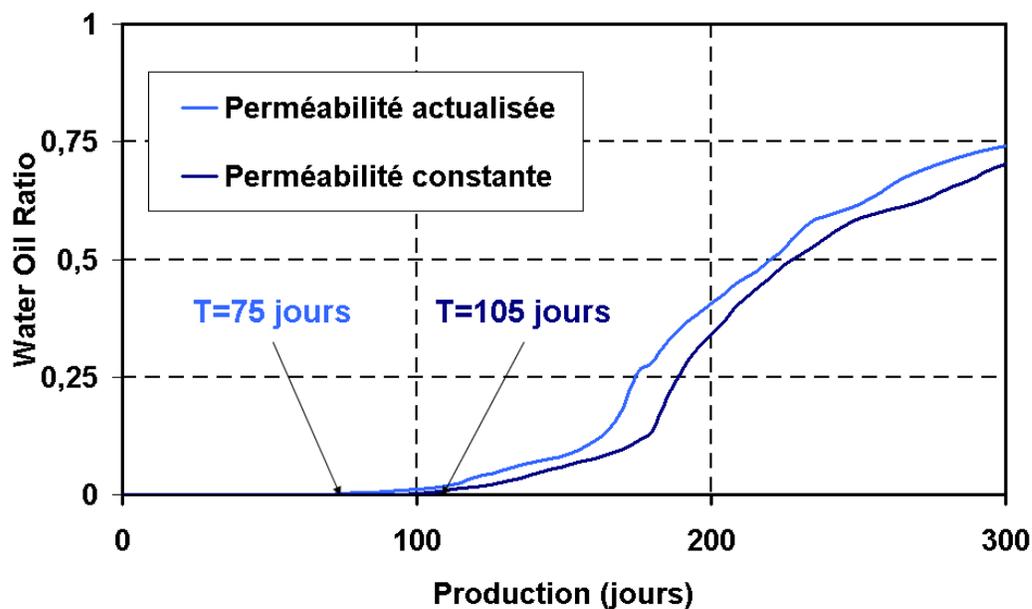


Figure VII-25: Water-Oil ratio au cours du temps : la ré-activation des réseaux de fractures est responsable d'une venue d'eau plus rapide.

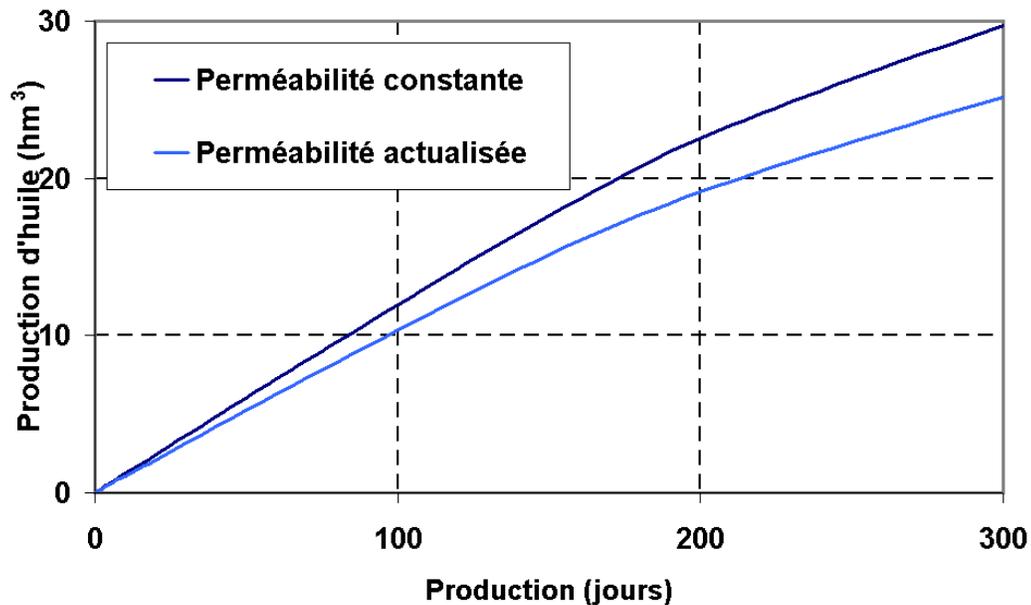


Figure VII-26: Quantité d'huile produite par le puits producteur au cours du temps : la surproduction d'eau est responsable d'une production d'huile plus faible que lorsque la perméabilité des fractures est supposée constante.

4 Conclusions

Nous avons mis en place une méthodologie pour modéliser le comportement hydromécanique des réservoirs fracturés ; cette approche permet effectivement de modéliser l'anisotropie mécanique et hydraulique, ainsi que les variations de perméabilité à partir d'une description en terme de familles des propriétés hydrauliques et mécaniques du milieu fracturé.

Le problème principal concernant la modélisation des réservoirs fracturés reste cependant la détermination des lois de comportement des fractures ainsi que la relation entre l'ouverture mécanique et l'ouverture hydraulique. Seules quelques études hydrogéologiques ou de stockage de déchets radioactifs permettent de renseigner avec suffisamment de précision les modèles. La littérature pétrolière ne fournit que des observations et des interprétations à posteriori en terme de variations de perméabilité. Une manière d'acquérir des données pour contraindre le modèle mécanique et le modèle hydraulique serait, par exemple, d'utiliser des données sismiques, conjointement aux données hydrauliques (Barthélémy, 2006).

Le modèle mis en place peut être utilisé comme un outil pour valider les interprétations proposées. Une manière de prendre en compte la connaissance insuffisante des lois de comportement des fractures que l'on peut avoir dans le cadre de l'étude d'un site de stockage est de construire un modèle hydromécanique intégrant les fractures et d'étudier sa sensibilité aux paramètres de la loi de comportement des fractures, et ce dans des gammes de valeurs réalistes. On pourra par exemple utiliser des méthodes de plan d'expérience pour mettre en oeuvre ce type d'analyse de risques.

D'un point de vue numérique, ce modèle mériterait d'être complété par des lois élastoplastiques (dilatance ou fermeture en cisaillement). Les algorithmes de couplage en porosité et en perméabilité devront être testés pour ces lois élastoplastiques. L'évaluation de la perméabilité pourrait également être améliorée (Barthélémy, 2006), plutôt que d'utiliser une loi de mélange qui ne décrit pas les phénomènes de percolation.

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

L'objectif de cette thèse était de proposer des outils mathématiques et numériques permettant de reproduire l'impact des déformations de la roche sur la récupération des hydrocarbures pendant la production des réservoirs pétroliers fracturés.

Les simulations industrielles permettent de simuler des écoulements polyphasiques en milieu fracturé. Néanmoins, la prise en compte des déformations du réservoir et des épontes repose, dans les études classiques sur des hypothèses simplificatrices, ne permettant pas de modéliser la diversité des chemins de chargement et de reproduire les variations de perméabilité observées pendant la production des réservoirs pétroliers fracturés. En effet, le soutirage et / ou l'injection de fluides pendant les phases d'exploitation d'un champ pétrolier perturbent l'état d'équilibre initial de la structure géologique et des déformations de la roche peuvent se produire. Des variations de la perméabilité mesurée au puits ont été observées et sont interprétées en terme de variations d'ouverture des fractures. Ces mesures mettent en évidence le couplage entre les écoulements et les déformations. En laboratoire de mécanique, les déformations des fractures peuvent être analysées et des modèles bidimensionnels du comportement mécanique des fractures sont proposés. L'utilisation de ces données issues des laboratoires et des mesures de puits pose un problème majeur lié à la différence des échelles d'observations.

Dans cette thèse, une représentation continue du milieu fracturé a été utilisée, par opposition à une représentation explicite pour laquelle le grand nombre de fractures dans les structures géologiques pose rapidement des problèmes de maillage et de coût numérique. Des méthodes d'homogénéisation ont été mises en oeuvre afin de décrire et d'estimer le comportement hydro-mécanique d'une roche fracturée à l'échelle de la maille de réservoir.

La première partie de notre étude montre la difficulté de la généralisation des modèles de milieux fracturés non déformables utilisés en ingénierie de réservoir à des milieux fracturés déformables. Un modèle complètement homogénéisé a été construit à l'aide des méthodes d'homogénéisation asymptotique. Ce modèle peut être utilisé pour interpréter des tests de puits en milieu fracturé et fournir des interprétations différentes des modèles classiques en tenant compte de la déformation de la roche.

Pour des temps d'observation de l'ordre du temps d'exploitation d'un réservoir pétrolier (de l'année à la dizaines d'années), les pressions du milieu matrice et du milieu fracture sont supposées identiques et le problème d'homogénéisation se simplifie. Dans la deuxième partie de la thèse, on se place donc à l'échelle de temps de la production d'un champ pétrolier et une méthode de champ moyen basée sur la solution d'Eshelby est utilisée afin d'estimer le comportement poroélastique macroscopique d'un milieu fracturé contenant des fractures élastiques et élastoplastiques. Les résultats de cette approche ont été validés par une homogénéisation numérique et mis en oeuvre avec les données d'un site d'expérimentation de stockage de déchets radioactifs. L'intérêt de l'approche micromécanique est qu'elle permet d'estimer les variations

d'ouverture mécanique des fractures : ainsi, une méthodologie de remise à jour de la perméabilité des fractures a été proposée en vue de la simulation hydromécanique des réservoirs fracturés.

Dans la dernière partie de la thèse, un simulateur réservoir permettant de calculer les écoulements dans le réservoir a été couplé explicitement à un simulateur mécanique permettant de calculer les variations de déplacements dans le réservoir et les épontes. Les résultats de l'approche micromécanique ainsi que la méthodologie de réactualisation de la perméabilité des fractures ont ainsi été mis en oeuvre. Dans un premier temps, la modélisation hydromécanique de la production primaire d'un réservoir fracturé contenu dans des épontes géologiques a permis de reproduire les effets de fermeture des fractures et de montrer l'impact d'un tel comportement sur la production. Une étude paramétrique sur les propriétés des fractures (propriétés mécaniques, distribution et densité) et des épontes (propriétés mécaniques) a été réalisée montrant la pertinence du modèle. Dans un second temps, la modélisation de la production secondaire par injection d'eau a montré que l'hydrodynamisme des fractures pouvait être responsable de venues d'eau précoces au puits producteur. Ces développements sont utilisables en ingénierie de réservoir et permettent d'interpréter les variations de perméabilité observées sur champs dans un cadre mécanique.

La principale difficulté de notre approche concerne l'incertitude sur les données d'entrée des modèles. Par exemple, pour renseigner le modèle de fracture, on ne dispose que d'observations a posteriori des variations de perméabilité. Pour une étude réservoir, il apparaît nécessaire d'acquérir plus de données relatives à la fracturation (longueur, distribution, remplissage, lois de comportement hydrauliques et mécaniques de la matrice et des fractures, ...) et de les intégrer dans les modèles. Les événements microsismiques enregistrés sur certains champs pétroliers pendant leur production, ainsi que les déformations de surface apportent également de nouvelles informations et permettent de mieux contraindre le modèle géomécanique. Enfin, des études de type plan d'expérience permettraient d'évaluer la sensibilité du modèle aux paramètres de fractures mal connus. Il serait également intéressant d'appliquer la méthodologie à des sites d'expérimentation hydrogéologiques ou de stockage nucléaire pour lesquels les mesures in situ sont plus nombreuses que dans le domaine pétrolier.

ANNEXES

Annexe A

MÉTHODES D'HOMOGENÉISATION ASYMPTOTIQUE

1 Forme des développements asymptotiques

Les formes des développements asymptotiques (II.12) des variables de pression $p^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}}$ et de déplacement $u^{i=\mathcal{M},\mathcal{F}}$ sont justifiées ci-dessous :

- en substituant l'équation (II.12) dans les équations (II.15b) et (II.15d) puis en identifiant les termes d'ordre $\frac{1}{\varepsilon^2}$ et d'ordre $\frac{1}{\varepsilon}$, on obtient :

$$\begin{cases} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot (a^{\mathcal{F}} \nabla_{\mathbf{y}} p_0^{\mathcal{F}}) = 0 \\ (a^{\mathcal{F}} \nabla_{\mathbf{y}} p_0^{\mathcal{F}}) \cdot \mathbf{n}|_{\Gamma^{\mathcal{F}}} = 0 \\ p_{01}^{\mathcal{F}} \mathbf{y}\text{-périodique} \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

La solution $p_0^{\mathcal{F}}$ de ce problème est indépendante de la variable \mathbf{y} :

$$p_0^{\mathcal{F}}(\mathbf{x}, \tau, \mathbf{y}) = p_0^{\mathcal{F}}(\mathbf{x}, \tau) \quad (\text{A.2})$$

- en substituant l'équation (II.12) dans les équations (II.15a) et (II.15c) puis en identifiant les termes d'ordre $\frac{\omega}{\varepsilon^2}$ et d'ordre $\frac{1}{\varepsilon}$, on obtient :

$$\begin{cases} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot (a^{\mathcal{M}} \nabla_{\mathbf{y}} p_0^{\mathcal{M}}) = 0 \\ p_0|_{\Gamma^{\mathcal{M}}} = p_0^{\mathcal{F}}(\mathbf{x}, \tau) \\ p_{01}^{\mathcal{M}} \mathbf{y}\text{-périodique} \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

La solution $p_0^{\mathcal{M}}$ de ce problème est indépendante de la variable \mathbf{y} :

$$p_0^{\mathcal{M}}(\mathbf{x}, \tau, \mathbf{y}) = p_0^{\mathcal{F}}(\mathbf{x}, \tau) \quad (\text{A.4})$$

Soit :

$$p_0 = p_0^{\mathcal{F}}(\mathbf{x}, \tau) = p_0^{\mathcal{M}}(\mathbf{x}, \tau) \quad (\text{A.5})$$

- en substituant l'équation (II.12) dans les équations (II.15b) et (II.15c) puis en identifiant les termes d'ordre $\frac{\omega}{\varepsilon^2}$ et d'ordre $\frac{1}{\varepsilon}$, on obtient :

$$\begin{cases} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot (a^{\mathcal{F}} \nabla_{\mathbf{y}} p_{01}^{\mathcal{M}}) = 0 \\ (a^{\mathcal{F}} \nabla_{\mathbf{y}} p_{01}^{\mathcal{F}}) \cdot \mathbf{n}|_{\Gamma^{\mathcal{F}}} = 0 \\ p_{01}^{\mathcal{F}} \mathbf{y}\text{-périodique} \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

La solution $p_{01}^{\mathcal{F}}$ de ce problème est indépendante de la variable \mathbf{y} :

$$p_{01}^{\mathcal{F}}(\mathbf{x}, \tau, \mathbf{y}) = p_{01}^{\mathcal{F}}(\mathbf{x}, \tau) \quad (\text{A.7})$$

- en substituant l'équation (II.12) dans l'équation (II.15c) puis en identifiant les termes d'ordre $\frac{1}{\varepsilon^2}$, on obtient :

$$\begin{cases} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot (2\mu \mathbf{e}_{\mathbf{y}}(\mathbf{u}_0) + \lambda \delta \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{u}_0) = 0 \\ u_{k0} \mathbf{y}\text{-périodique} \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

La solution \mathbf{u}_0 de ce problème est indépendante de \mathbf{y} :

$$\mathbf{u}_0(\mathbf{x}, \tau, \mathbf{y}) = \mathbf{u}_0(\mathbf{x}, \tau) \quad (\text{A.9})$$

- en substituant l'équation (II.12) dans l'équation (II.15c) puis en identifiant les termes d'ordre $\frac{1}{\omega}$, on obtient :

$$\begin{cases} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot (2\mu \mathbf{e}_{\mathbf{y}}(\mathbf{u}_{01}) + \lambda \delta \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{u}_{01}) = 0 \\ \mathbf{u}_{01} \mathbf{y}\text{-périodique} \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

La solution \mathbf{u}_{01} de ce problème est indépendante de la variable \mathbf{y} :

$$\mathbf{u}_{01}(\mathbf{x}, \tau, \mathbf{y}) = \mathbf{u}_{01}(\mathbf{x}, \tau) \quad (\text{A.11})$$

2 Problèmes cellulaires des cas simplifiés

Dans cette partie, nous présentons la forme des problèmes cellulaires des modèles macroscopiques obtenus pour les cas simplifiés.

2.1 Cas 1

- les fonctions $\Psi^{\mathcal{F}}$ et ξ_{mn} sont les solutions respectivement des problèmes cellulaires (II.24) et (II.29).
- les fonctions θ_{mn} et $\bar{\theta}_{mn}$ sont solutions des problèmes cellulaires suivants :

$$\begin{cases} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot (a^{\mathcal{M}} \nabla_{\mathbf{y}} \theta_{mn}) = \delta_{mn} + \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \xi_{mn} & \mathbf{y} \in Y^{\mathcal{M}} \\ \theta_{mn}|_{\Gamma} = 0 \end{cases} \quad (\text{A.12a})$$

$$\begin{cases} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot (2\mu \mathbf{e}_{\mathbf{y}}(\bar{\theta}_{mn}) + \lambda \delta \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \bar{\theta}_{mn} - \theta_{mn} \delta) = 0 & \mathbf{y} \in Y^{\mathcal{M}} \\ \bar{\theta}_{kmn}|_{\Gamma} = 0 \end{cases} \quad (\text{A.12b})$$

2.2 Cas 2

- les fonctions $\Psi^{\mathcal{F}}$ et ξ_{mn} sont les solutions respectivement des problèmes cellulaires (II.24) et (II.29).
- les fonctions θ_{mn} , $\bar{\theta}_{mn}$, φ et $\bar{\varphi}$ sont les solutions des problèmes cellulaires suivants :

$$\begin{cases} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot (a^{\mathcal{M}} \nabla_{\mathbf{y}} \theta_{mn}) = \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \xi_{mn} & \mathbf{y} \in Y^{\mathcal{M}} \\ \theta_{mn}|_{\Gamma} = 0 \end{cases} \quad (\text{A.13a})$$

$$\begin{cases} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot (2\mu \mathbf{e}_{\mathbf{y}}(\bar{\theta}_{mn}) + \lambda \delta \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \bar{\theta}_{mn} - \theta_{mn} \delta) = 0 & \mathbf{y} \in Y^{\mathcal{M}} \\ \bar{\theta}_{kmn}|_{\Gamma} = 0 \end{cases} \quad (\text{A.13b})$$

$$\begin{cases} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot (a^{\mathcal{M}} \nabla_{\mathbf{y}} \varphi) = \beta^{\mathcal{M}} & \mathbf{y} \in Y^{\mathcal{M}} \\ \varphi|_{\Gamma} = 0 \end{cases} \quad (\text{A.13c})$$

$$\begin{cases} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot (2\mu \mathbf{e}_{\mathbf{y}}(\bar{\varphi}) + \lambda \delta \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \bar{\varphi} - \varphi \delta) = 0 & \mathbf{y} \in Y^{\mathcal{M}} \\ \bar{\varphi}_k|_{\Gamma} = 0 \end{cases} \quad (\text{A.13d})$$

3 Symétrie du tenseur de Biot

Le problème elliptique (II.27) peut être réécrit :

$$\begin{cases} \nabla_{\mathbf{y}} \cdot [a_{ijmn}(\mathbf{y})e_{\mathbf{y},mn}(\mathbf{u}_{01}) + a_{ijmn}(\mathbf{y})e_{mn}(\mathbf{u}_0)] = \nabla_{\mathbf{y}} \cdot (\alpha(\mathbf{y})p_0\boldsymbol{\delta}) \\ u_{01} \text{ } \mathbf{y}\text{-périodique} \end{cases} \quad (\text{A.14})$$

où $a_{ijmn}(\mathbf{y})$ désigne les coefficients de la matrice de raideur satisfaisant la condition de symétrie :

$$a_{ijmn}(\mathbf{y}) = a_{jimn}(\mathbf{y}) = a_{ijnm}(\mathbf{y}) = a_{jinm}(\mathbf{y}) \quad \mathbf{y} \in Y$$

Afin d'étudier la formulation (A.14), nous introduisons l'espace de Hilbert H_Y pour le produit scalaire défini par :

$$\begin{cases} H_Y = \{\mathbf{u}; u_i \in L^2(\mathcal{R}^3), Y\text{-périodique}\} \\ (\mathbf{u}, \mathbf{v})_{H_Y} = \int_Y u_i v_i dy \end{cases} \quad (\text{A.15})$$

En multipliant (A.14) par la fonction test $\mathbf{z} \in H_Y$, puis en intégrant sur le volume Y , et en utilisant l' \mathbf{y} -périodicité pour l'intégration par partie, la solution de (A.14) s'écrit comme dans (II.28), où les fonctions $\boldsymbol{\xi}_{mn}$ et $\boldsymbol{\Psi}$ sont solutions des sous-problèmes suivants :

$$\int_Y a_{ijpq}(\mathbf{y})e_{\mathbf{y},pq}(\boldsymbol{\xi}_{mn})e_{\mathbf{y},ij}(\mathbf{z})dy = - \int_Y a_{ijmn}e_{\mathbf{y},ij}(\mathbf{z})dy \quad (\text{A.16a})$$

$$\int_Y a_{ijmn}(\mathbf{y})e_{\mathbf{y},mn}(\boldsymbol{\Psi})e_{\mathbf{y},ij}(\mathbf{z})dy = \int_Y \alpha(\mathbf{y})\nabla_{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{z} dy \quad (\text{A.16b})$$

En remplaçant \mathbf{z} par $\boldsymbol{\Psi}$ dans la première formulation et \mathbf{z} par $\boldsymbol{\xi}_{mn}$ dans la seconde formulation, on obtient l'égalité suivante :

$$\langle a_{ijmn}e_{\mathbf{y},ij}(\boldsymbol{\Psi}) \rangle = - \langle \alpha \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \boldsymbol{\xi}_{mn} \rangle \quad (\text{A.17})$$

Ainsi (A.17) permet d'écrire l'égalité suivante entre les paramètres macroscopiques :

$$\langle \alpha \delta_{mn} + \alpha \nabla_{\mathbf{y}} \cdot \boldsymbol{\xi}_{mn} \rangle = \langle -a_{ijmn}e_{\mathbf{y},ij}(\boldsymbol{\Psi}) + \alpha \delta_{mn} \rangle = - \langle t_{mn} \rangle \quad (\text{A.18})$$

4 Résolution des problèmes cellulaires bidimensionnels et estimation des coefficients et des temps de relaxation du modèle macroscopique dans le *cas 2*

Dans un premier temps, la résolution des problèmes cellulaires 2-D permet d'estimer les fonctions non triviales $\boldsymbol{\Psi}^{\mathcal{F}}$, $\boldsymbol{\xi}_{mn}$, $\boldsymbol{\Psi}$, φ , θ , $\bar{\boldsymbol{\varphi}}$ et $\bar{\boldsymbol{\theta}}_{mn}$ définies respectivement par les problèmes cellulaires (II.24), (II.29), (II.30), (II.34), (II.35), (II.38) et (II.39). On estime ensuite le coefficient du modèle macroscopique.

4.1 Grandeurs adimensionnelles

Les problèmes cellulaires sont résolus, en utilisant le logiciel Femlab, sur une cellule unitaire bidimensionnelle, notée Ω , dont la géométrie symétrique est composée d'un milieu matrice $\Omega^{\mathcal{M}}$ et d'un milieu fracture $\Omega^{\mathcal{F}}$ (figure A-1). La taille caractéristique séparant deux fractures est $l = 1$ m de sorte pour une maille réservoir de 200 m de longueur :

$$\varepsilon = 5 \times 10^{-3} \ll 1$$

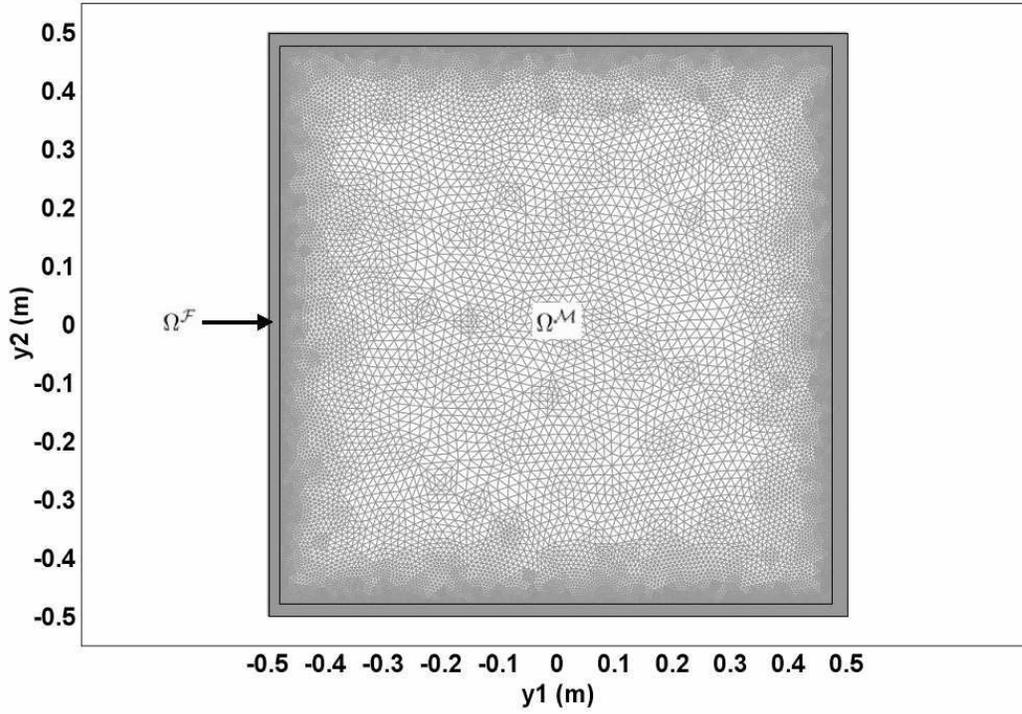


Figure A-1: Représentation du domaine Ω , constitué du milieu matrice Ω^M et du milieu fracture Ω^F , ainsi que du maillage.

On suppose que l'ouverture des fractures est 0,001 m. Les fractions surfaciques des milieux matrice et fracture sont alors estimés :

$$S = \begin{cases} 0,96 & \text{dans } \Omega^M \\ 0,04 & \text{dans } \Omega^F \end{cases}$$

Les propriétés mécaniques du domaine Ω sont caractérisées par les modules d'Young et les coefficients de Poisson dans chacun des milieux matrice et fissure. Dans notre cas, le milieu fracture est plus rigide que le milieu matrice :

$$\bar{E} = \begin{cases} 1 \times 10^{10} \text{Pa} & \text{dans } \Omega^M \\ 4 \times 10^{10} \text{Pa} & \text{dans } \Omega^F \end{cases}$$

$$\bar{\nu} = \begin{cases} 0,25 & \text{dans } \Omega^M \\ 0,25 & \text{dans } \Omega^F \end{cases}$$

Les coefficients de Lamé adimensionnels sont calculés à partir des valeurs de \bar{E} et $\bar{\nu}$ et du coefficient de Lamé moyen $N^0 = \mu_{\max} = 1,6 \times 10^{10}$:

$$\lambda = \begin{cases} 0,25 & \text{dans } \Omega^M \\ 1 & \text{dans } \Omega^F \end{cases}$$

$$\mu = \begin{cases} 0,25 & \text{dans } \Omega^M \\ 1 & \text{dans } \Omega^F \end{cases}$$

Les propriétés du fluide sont celles d'un fluide monophasique faiblement compressible et visqueux :

$$\begin{cases} K_f & = 6 \times 10^{-9} \text{Pa} \\ \mu & = 10^3 \text{Pa.s} \end{cases}$$

Le milieu fracture est plus perméable que le milieu matrice :

$$K = \begin{cases} 10^{-15}\text{m}^2 & \text{dans } \Omega^{\mathcal{M}} \\ 10^{-13}\text{m}^2 & \text{dans } \Omega^{\mathcal{F}} \end{cases} \quad (\text{A.19})$$

Les valeurs des mobilités adimensionnelles a sont calculées à partir des valeurs des perméabilités $K^{\mathcal{M},\mathcal{F}}$ et de $K_0 = K^{\mathcal{F}}$:

$$a = \begin{cases} 0,01 & \text{dans } \Omega^{\mathcal{M}} \\ 1 & \text{dans } \Omega^{\mathcal{F}} \end{cases}$$

Nous supposons les valeurs suivantes pour le coefficient de Biot $\bar{\alpha}$ et la compressibilité de la roche K_s :

$$\bar{\alpha} = \begin{cases} 0,1 & \text{dans } \Omega^{\mathcal{M}} \\ 1 & \text{dans } \Omega^{\mathcal{F}} \end{cases}$$

$$K_s = \begin{cases} 5 \times 10^9\text{Pa} & \text{dans } \Omega^{\mathcal{M}} \\ 5 \times 10^9\text{Pa} & \text{dans } \Omega^{\mathcal{F}} \end{cases}$$

Les valeurs du coefficient de Biot adimensionnel α et du module de Biot adimensionnel β sont calculées à partir des valeurs de $\bar{\alpha}$, S , $\alpha_0 = \bar{\alpha}^{\mathcal{F}}$, K_s et de K_f :

$$\alpha = \begin{cases} 0,1 & \text{dans } \Omega^{\mathcal{M}} \\ 1 & \text{dans } \Omega^{\mathcal{F}} \end{cases}$$

$$\beta = \begin{cases} 1 & \text{dans } \Omega^{\mathcal{M}} \\ 0,01 & \text{dans } \Omega^{\mathcal{F}} \end{cases}$$

4.2 Forme des fonctions cellulaires

Les figures A-2, A-3, A-4, A-5, A-6 et A-7 et A-8 représentent respectivement les fonctions ξ_{mn} , θ_{mn} , φ , $\bar{\theta}_{mn}$, $\bar{\varphi}$, Ψ et $\Psi^{\mathcal{F}}$ solutions des problèmes cellulaires (II.29), (II.35), (II.34), (II.39), (II.38), (II.30) et (II.24).

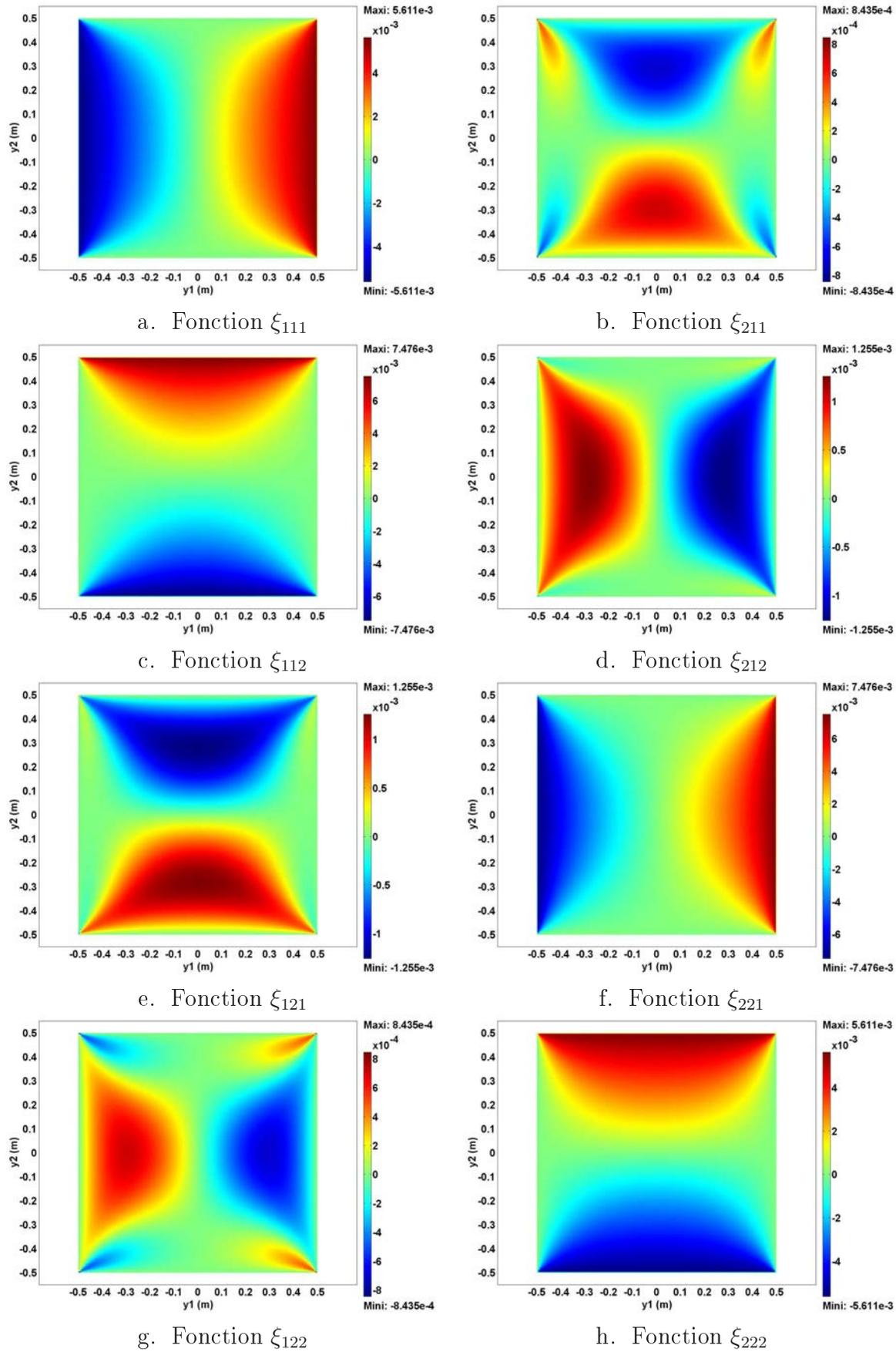


Figure A-2: Fonctions ξ_{mn} définies par le problème cellulaire (II.29).

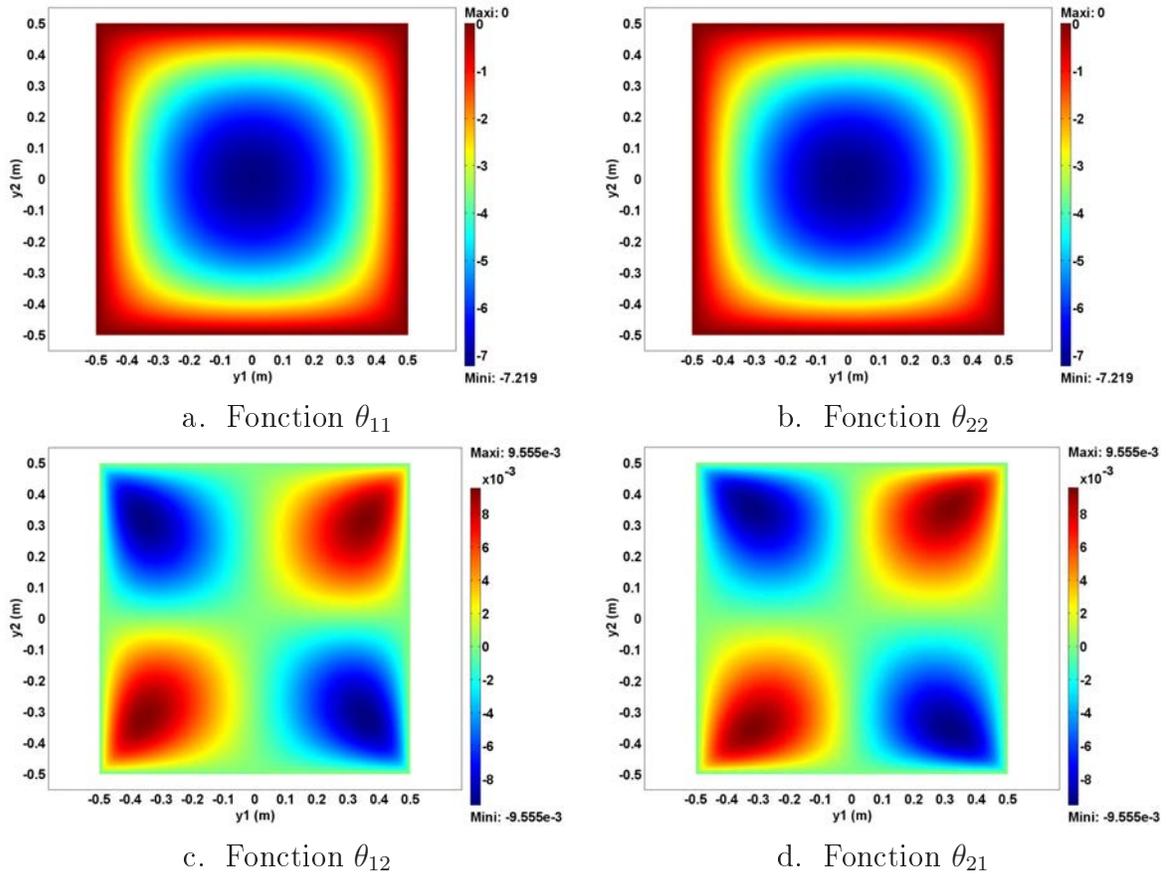


Figure A-3: Fonctions θ_{mn} définies par le problème cellulaire (II.35)

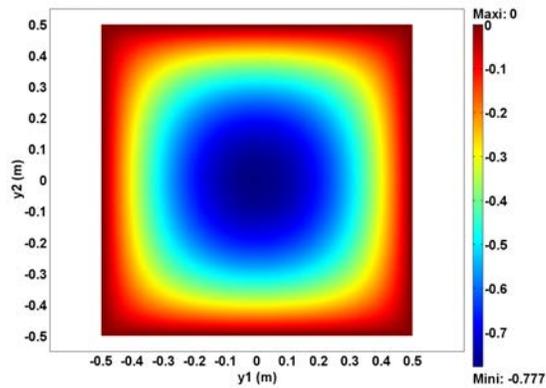


Figure A-4: Fonction φ définie par le problème cellulaire (II.34)

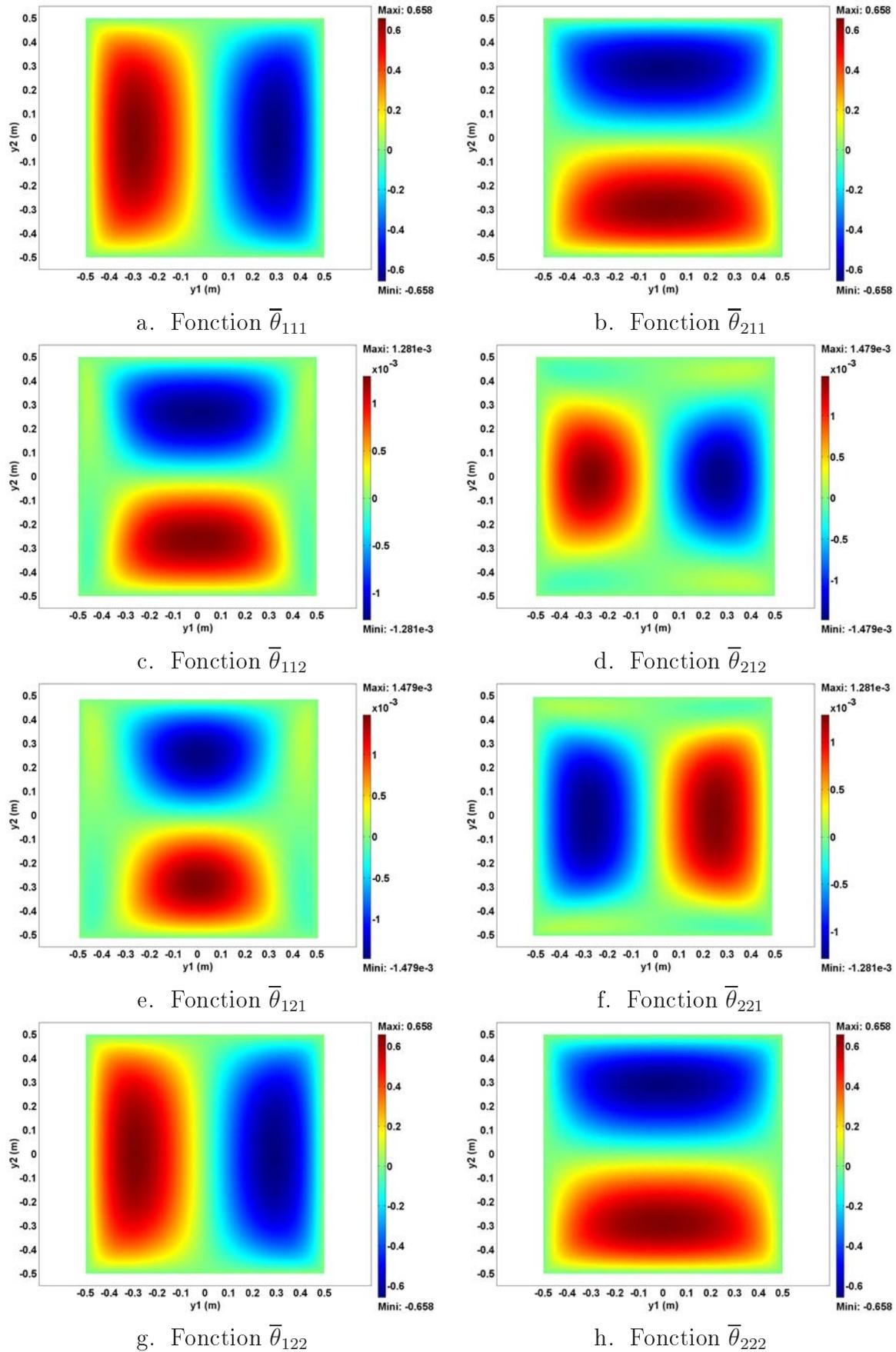


Figure A-5: Fonctions $\bar{\theta}_{mn}$ définies par le problème cellulaire (II.39)

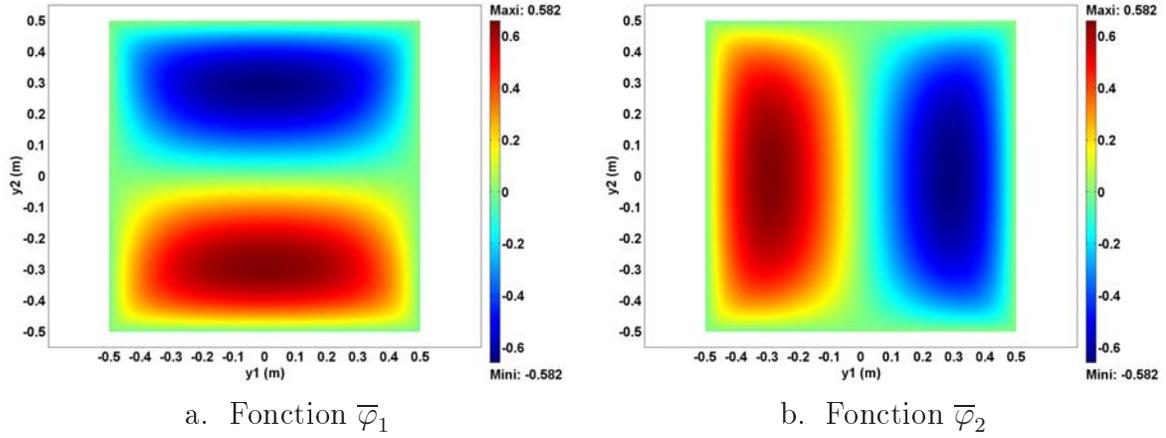


Figure A-6: Fonctions $\bar{\varphi}$ définies par le problème cellulaire (II.38)

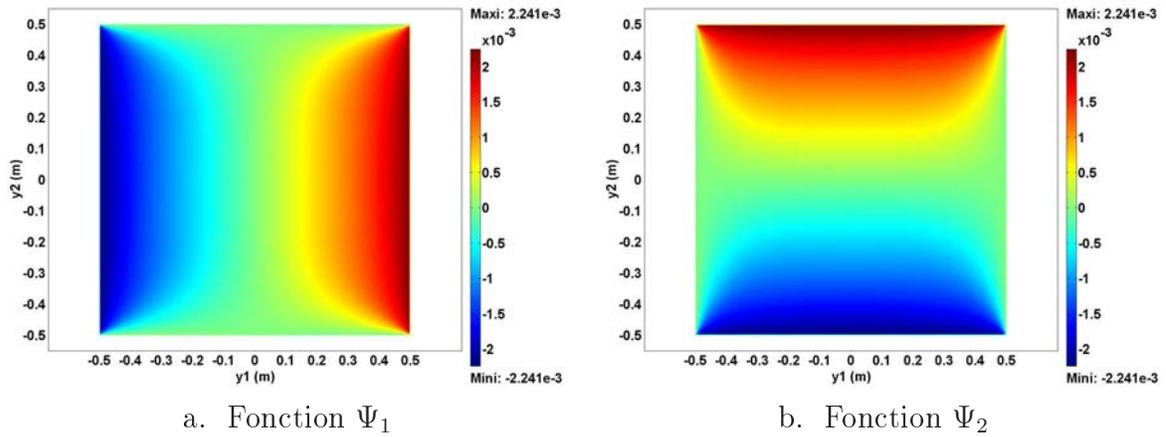


Figure A-7: Fonctions Ψ définies par le problème cellulaire (II.30)

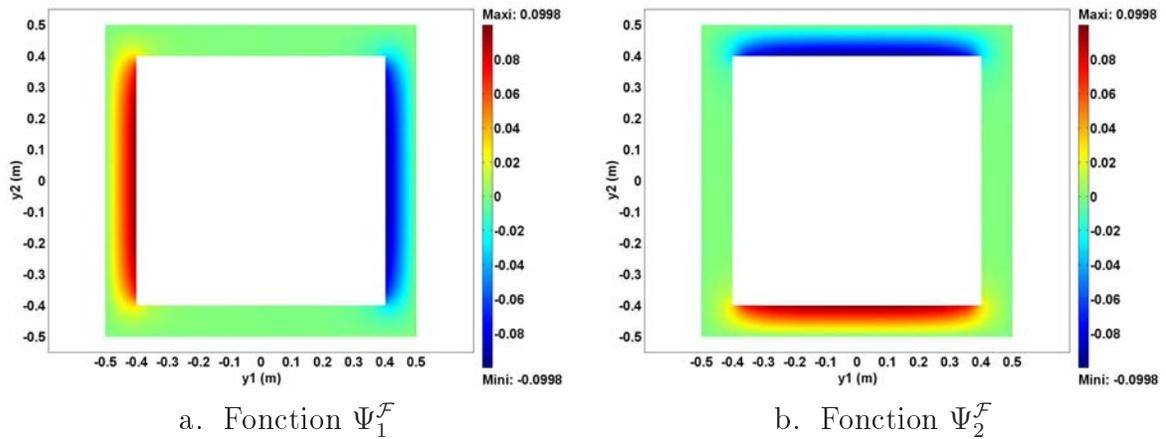


Figure A-8: Fonctions $\Psi^{\mathcal{F}}$ définies par le problème cellulaire (II.24)

Remarque : les propriétés de symétries (II.54), (II.55), (II.56), (II.57), (II.58), (II.59) et (II.60) des fonctions $\Psi^{\mathcal{F}}$, ξ_{mn} , Ψ , φ , θ_{mn} , $\bar{\varphi}$ et $\bar{\theta}_{mn}$ sont vérifiées.

5 Estimation des coefficients macroscopiques :

La figure A-9 présente les variations du coefficient τ^p en fonction de la fraction surfacique de fracture S^F pour différentes valeurs des propriétés hydrauliques des milieux matrice et fracture. Les variations du coefficient $\tau_{ki}^{\bar{\varphi}}$ peuvent également être estimées à partir de celles de τ^p en rappelant que $\tau_{ki}^{\bar{\varphi}} = \tau^p \delta_{ki}$. Les temps de relaxations τ^p et $\tau_{ki}^{\bar{\varphi}}$ dépendent des propriétés géométriques et hydrauliques du milieu matrice et du milieu fracture.

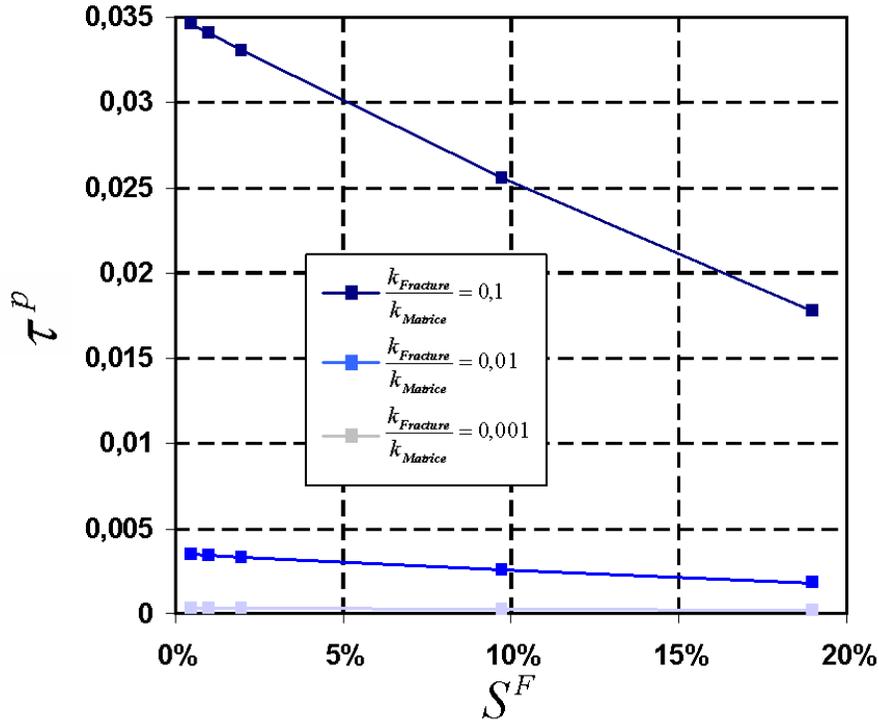


Figure A-9: Variations du temps de relaxation τ^p en fonction de la fraction surfacique de fracture pour plusieurs valeurs du rapport $k_{Matrice}/k_{Fracture}$.

Les figures A-10 et A-11 présentent les variations du coefficient τ_{mn}^G en fonction de la fraction surfacique de fracture S^F pour différentes valeurs des propriétés hydrauliques et mécaniques des milieux matrice et fracture. Les variations du coefficient $\tau_{mnki}^{\bar{\theta}}$ peuvent également être estimées à partir de celles de τ_{mn}^G en rappelant que $\tau_{mnki}^{\bar{\theta}} = \langle \tau_{mn}^G \delta_{ki} \rangle$. Les temps de relaxation τ_{mn}^G et $\tau_{mnki}^{\bar{\theta}}$ dépendent des propriétés géométriques, hydrauliques et mécaniques du milieu matrice et du milieu fracture.

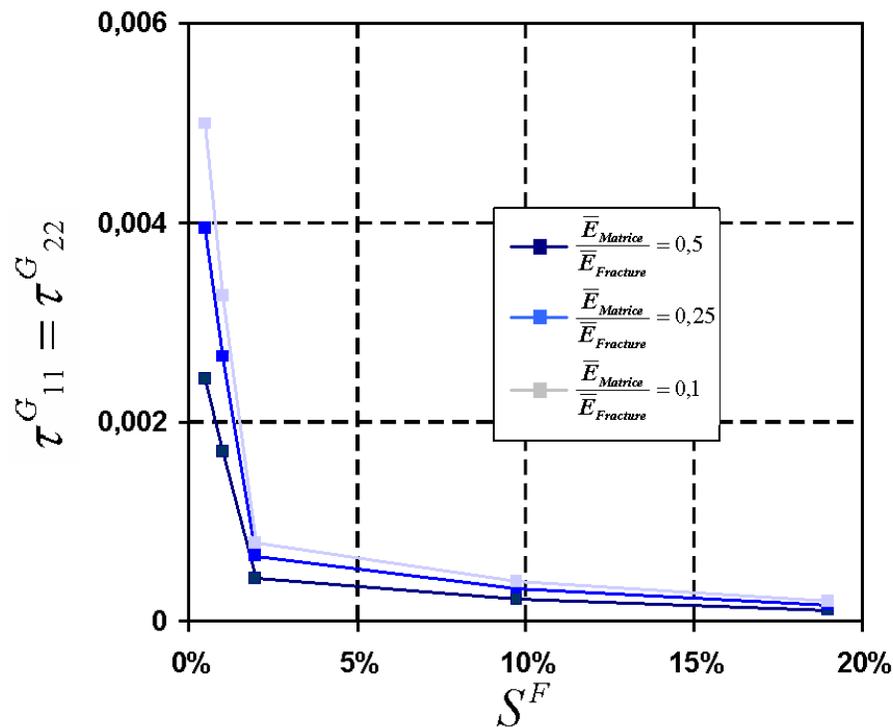


Figure A-10: Variations des temps de relaxation $\tau_{11}^G = \tau_{22}^G$ en fonction de la fraction surfacique de fracture pour plusieurs valeurs du rapport $\bar{E}_{Matrice}/\bar{E}_{Fracture}$, τ_{12}^G et τ_{21}^G étant nuls.

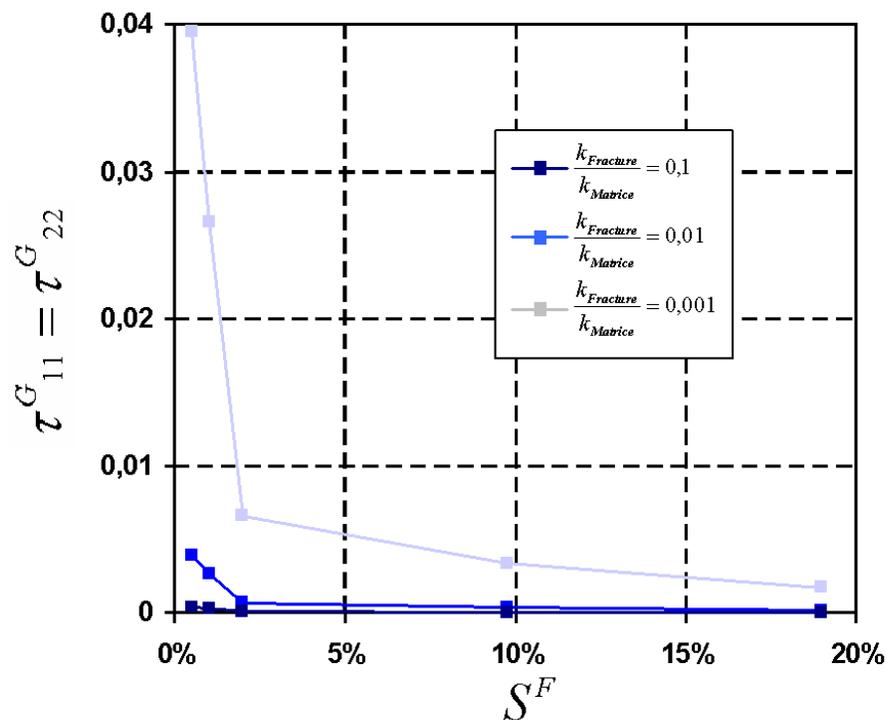


Figure A-11: Variations des temps de relaxation $\tau_{11}^G = \tau_{22}^G$ en fonction de la fraction surfacique de fracture pour plusieurs valeurs du rapport $k_{Matrice}/k_{Fracture}$, τ_{12}^G et τ_{21}^G étant nuls.

La figure A-12 présente les variations du tenseur de perméabilité macroscopique $\hat{\mathbf{K}}$ en fonction de la fraction surfacique $S^{\mathcal{F}}$ de fracture pour différentes valeurs de perméabilité du milieu fracture.

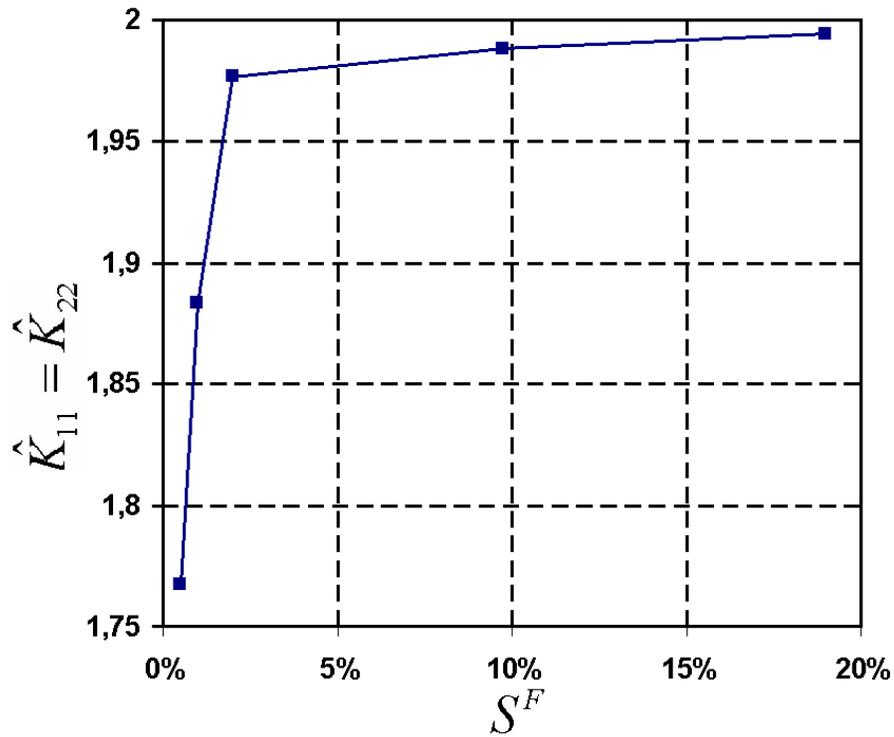


Figure A-12: Variations des composantes $\hat{K}_{11} = \hat{K}_{22}$ en fonction de la fraction surfacique de fracture pour plusieurs valeurs de la perméabilité du milieu fracture, \hat{K}_{12} et \hat{K}_{21} étant nuls.

Annexe B

MODÉLISATION D'UN MASSIF ROCHEUX FRACTURÉ

1 Propriétés mécaniques d'une matrice rocheuse

De nombreux travaux sont dédiés à la caractérisation du comportement de la matrice rocheuse. Leur description exhaustive dépasse le cadre de ce chapitre.

La plupart du temps la matrice rocheuse peut être considérée comme isotrope. Le comportement élastique linéaire est donc caractérisé par la donnée du module d'Young E et du coefficient de Poisson ν . Dans le cadre de la poroélasticité, la roche est en plus caractérisée par le coefficient de Biot b . Le tableau B.1 présente leurs valeurs pour quelques roches intactes couramment rencontrées en mécanique des roches.

	σ_c (MPa)	σ_t (Mpa)	E (Mpa)	ν	b
Granite	166	12	45	0,23	0,3 - 0,5
Quartzite	250	25	90	0,16	
Grès	100	6	22	0,24	0,65 - 0,85
Calcaire	102	14	48	0,25	

Tableau B.1: Caractéristiques mécaniques de roches (Bieniawski, 1974).

Dans la phase des déformations irréversibles, le comportement de la matrice rocheuse est décrit par une loi élastoplastique, intégrant parfois des aspects d'endommagement. Le plus souvent, les caractéristiques post-élastiques se réduisent aux valeurs des résistances à la compression σ_c et à la traction σ_t . Le tableau B.1 montre que cette dernière est d'un ordre de grandeur inférieure à la résistance en compression. Ces grandeurs peuvent être estimées expérimentalement (Goodman *et al.*, 1968).

2 Propriétés mécaniques des joints rocheux

2.1 Mesures en laboratoire

Soumis à un chargement mécanique, les joints rocheux se déforment. L'étude du comportement mécanique des joints s'appuie sur des études expérimentales.

Les fractures sont constituées de deux surfaces rugueuses en contact éventuellement cimentées entre elles. La loi de comportement est une loi d'interface. Les études de laboratoire permettent de la déterminer sur des échantillons fracturés de l'ordre de quelques centimètres de long.

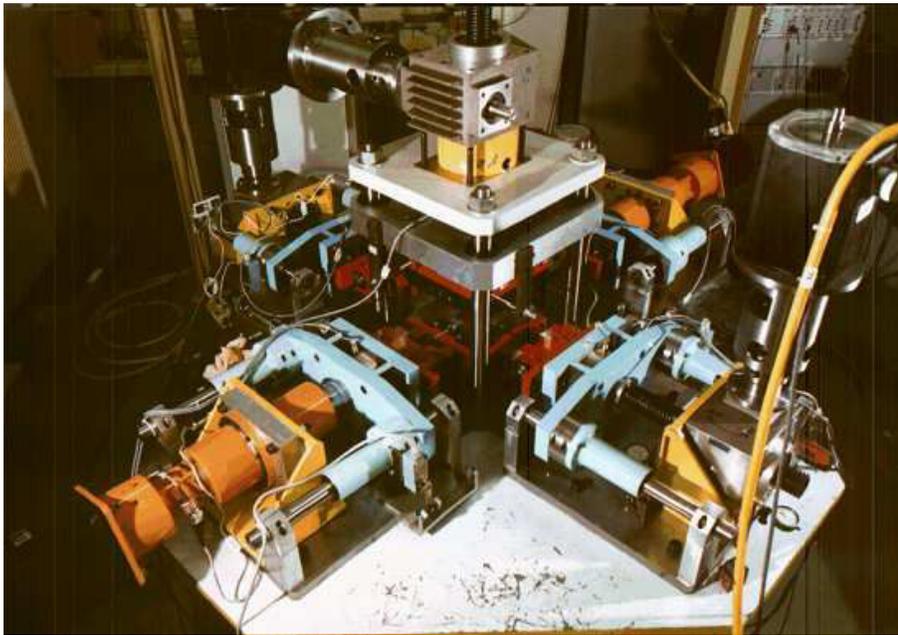


Figure B-1: Cellule à cisaillement du laboratoire Laego à Nancy.

La figure B-1 montre le dispositif du laboratoire Laego à Nancy : il s'agit d'une " boîte de cisaillement " adaptée aux roches fracturées permettant de mesurer simultanément les propriétés hydrauliques et mécaniques (éventuellement anisotropes) d'une fracture naturelle ou artificielle. D'une part, on peut étudier l'échantillon sous chargement normal ; d'autre part, on peut également cisailier l'échantillon suivant deux directions orthogonales. L'essai classique en cisaillement consiste à imposer une vitesse de déplacement constante entre les deux épontes, la contrainte normale étant maintenue constante. De nombreux travaux ont été réalisés avec cette cellule (Souley, 1993 ; Belem, 1997)

La conductivité hydraulique est étudiée en considérant une injection radiale dans la fracture au centre de l'échantillon.

Les mesures en laboratoire permettent en particulier de déterminer :

- les raideurs normales et en cisaillement de la fracture,
- l'angle de friction et la cohésion de la fracture,
- la morphologie de la surface (rugosité par mesure Laser par exemple),
- l'angle de dilatance,
- la conductivité hydraulique.

2.1.1 Comportement sous chargement normal

On observe que plus la fermeture de la fracture est importante, plus la contrainte normale appliquée augmente. Plusieurs cycles charge-décharge (figure B-2) sont réalisés. Un fort hystérésis est observé lors des premiers cycles, puis il s'estompe après quelques cycles. Il est attribué à la perturbation expérimentale des épontes. Le cycle limite obtenu est supposé être représentatif du comportement du joint en conditions in situ. La fermeture de la fracture se stabilise à une valeur limite appelée fermeture maximale.

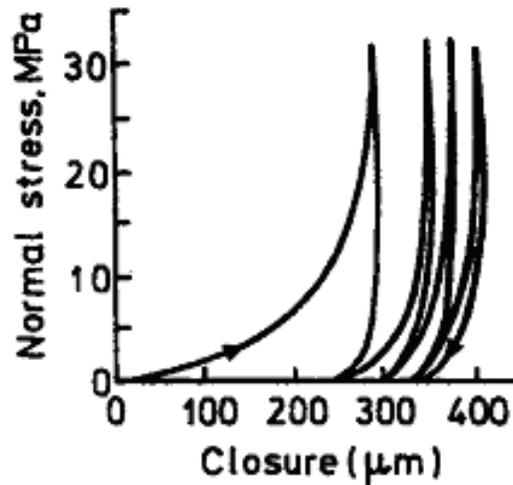


Figure B-2: Comportement de joints rocheux sous chargement et déchargement normaux (Goodman *et al.*, 1968).

2.1.2 Comportement sous cisaillement

La contrainte normale à la fracture étant maintenue constante, on impose un déplacement relatif entre les deux épontes de la fracture. La contrainte de cisaillement augmente avec le déplacement imposé de manière linéaire pour les faibles déplacements (typiquement de l'ordre du millimètre pour les expériences de laboratoire). Les aspérités constituant la surface de la fracture sont ensuite endommagées si le déplacement est plus important : la contrainte de cisaillement croît moins vite, jusqu'à atteindre le pic de résistance en cisaillement. Puis, le déplacement tangentiel augmentant, on atteint le régime plastique. Il y a alors des déformations irréversibles des aspérités ; la contrainte de cisaillement décroît pour atteindre une limite résiduelle (figure B-3).

Le glissement s'accompagne d'une dilatance ; la surface de la fracture n'étant pas parfaitement lisse, la fracture s'ouvre sous cisaillement à cause du glissement des aspérités les unes sur les autres. Puis la dilatance est limitée en raison de l'endommagement des aspérités. Si la contrainte normale est élevée, la contrainte de cisaillement au pic est plus faible que pour des faibles contraintes normales. En d'autres termes, le pic de résistance en cisaillement dépend de la contrainte normale.

2.2 Modèles mécaniques du comportement des joints rocheux

2.2.1 Comportement élastique linéaire

Le modèle linéaire élastique de Goodman (Goodman *et al.*, 1968) suppose que les variations de la contrainte normale σ_n et de la contrainte de cisaillement τ sont proportionnelles respectivement à la variation de déplacement normal u_n et à celle de cisaillement u_s . Les deux paramètres de ce modèle sont la rigidité normale k_n et la rigidité en cisaillement k_s ; ils peuvent être quantifiés à partir des expériences. Ces paramètres sont reliés les uns aux autres par la relation élastique suivante :

$$\begin{pmatrix} \sigma_n \\ \tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_n & 0 \\ 0 & k_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_n \\ u_s \end{pmatrix} \quad (\text{B.1})$$

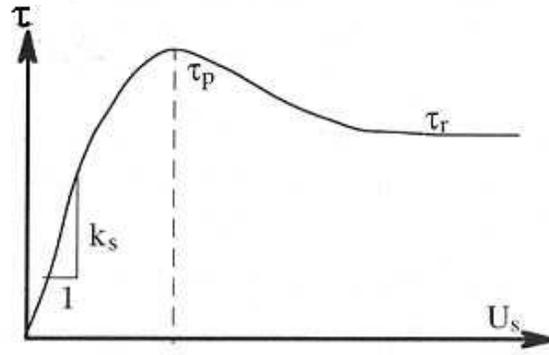


Figure B-3: Exemple de courbe expérimentale contrainte - déplacement tangentiel : le comportement est linéaire jusqu'au pic - pour les glissements au delà du pic, la contrainte de cisaillement est égale à la contrainte résiduelle .

La rigidité de cisaillement est souvent plus faible que la rigidité normale (Bandis *et al.*, 1981). Ce modèle correspond à la linéarisation des raideurs mesurées au laboratoire au voisinage d'un état donné dans le domaine élastique. Il ne permet pas de décrire les phénomènes non-linéaires :

- lorsque la contrainte normale augmente, la raideur normale augmente ;
- sous cisaillement important, les aspérités se dégradent de manière irréversible ;
- enfin, la dilatance n'est pas prise en compte.

2.2.2 Comportement élastique non linéaire

Bandis *et al.*, 1981, suggère la relation ci-dessous pour un chargement normal :

$$\sigma_n = \frac{u_n}{1 - \frac{u_n}{u_n^m}} \quad (\text{B.2})$$

k_{ni} (lorsque $u_n \rightarrow 0$) désigne la rigidité normale initiale et u_n^m la fermeture maximale de la fracture.

2.2.3 Comportement irréversible : le comportement élastoplastique

Le modèle de Coulomb :

Le critère de résistance d'une fracture lisse est généralement décrit par un critère de Mohr-Coulomb :

$$\tau = c + \sigma_n \tan(\phi) \quad (\text{B.3})$$

où c désigne la cohésion interne de la roche et ϕ l'angle de friction statique.

Le modèle de Patton, 1966 :

La fracture est constituée de surfaces rugueuses ; les aspérités de la fracture sont de taille et de forme irrégulière. Néanmoins, le comportement mécanique et la forme du critère de rupture peuvent être expliqués à partir d'un modèle simple dit en " dents de scie " (figure B-4). L'angle des dents avec le plan de fracture est noté i . Patton a réalisé des essais sur des échantillons synthétiques taillés en dents de scie et a proposé le modèle suivant :

$$\begin{aligned} \tau &= \sigma_n \tan(\phi_u + i) \quad \text{lorsque} \quad \sigma_n < \sigma_T \\ \tau &= c + \sigma_n \tan(\phi_r) \quad \text{lorsque} \quad \sigma_n \geq \sigma_T \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

σ_T est la contrainte de transition entre deux régimes de contrainte normale définis ci-dessous. La relation $\tau = \sigma_n \tan(\phi_u + i)$ décrit un critère de rupture de type Mohr-Coulomb appliqué sur

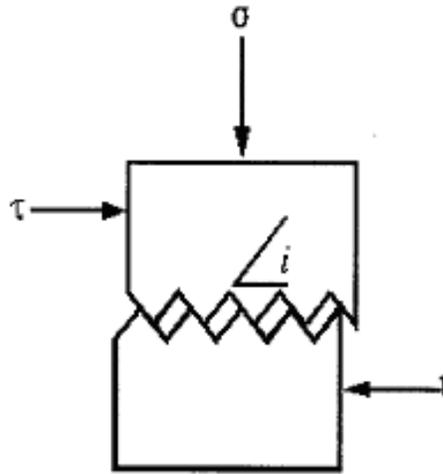


Figure B-4: Représentation en dents de scie de la surface des fractures.

la surface des dents (ϕ_u est l'angle de frottement entre les deux surfaces des dents composant la fracture). La cohésion est supposée nulle. Lorsque la contrainte normale est plus élevée, les dents sont endommagées et le critère de rupture est alors donné par l'angle de frottement résiduel de la surface ϕ_r , et une cohésion apparente c .

Le modèle de Barton :

Le critère le plus largement accepté pour la résistance au cisaillement des joints rocheux a été développé par Barton et Choubey, 1977. Il décrit l'enveloppe du pic de résistance et prend la forme suivante :

$$\frac{\tau}{\sigma_n} = \tan \left[JRC \log \left(\frac{JCS}{\sigma_n} \right) + \phi_r \right] \quad (B.5)$$

Les paramètres de ce critère, JCS (MPa) Joint Compressive Stiffness, JRC (sans dimension), Joint Roughness Coefficient, l'angle de friction ϕ_r peuvent être estimés par des mesures en laboratoire.

Le JRC peut être choisi en comparant les profils standards (figures B-5 et B-6), avec le profil de la surface pour laquelle il doit être estimé. Le terme JCS mesure la résistance en compression du joint :

- pour un joint qui n'est pas érodé ou altéré, le JCS est égal à la résistance à la compression non confinée du matériau ;
- pour un joint érodé, le JCS a la valeur de la résistance à la compression relative à l'état de surface du joint. Plus la paroi est rigide, plus le JCS est élevée.

Les paramètres du modèle peuvent être déterminés à partir de deux tests de laboratoire (Barton et Choubey, 1977) : un test de glissement et un test de percussion dit de Schmidt.

L'essai de Schmidt consiste à appliquer au matériau un chargement par impact grâce à un cylindre en métal et à déterminer le nombre de rebonds. Les corrélations suivantes ont été

Typical Roughness Profiles		
Profile Number	100 mm	JRC Range
1		0-2
2		2-4
3		4-6
4		6-8
5		8-10
6		10-12
7		12-14
8		14-16
9		16-18
10		18-20

Figure B-5: Profils standart de rugosité (Barton et Choubey, 1977).

proposées :

$$\phi_r = (\Phi_b - 20) + 20 \frac{r}{R}$$

$$\log_{10} JCS = 0,00088 + 1,01 \quad (\text{B.6})$$

$$JRC = \frac{\beta - \phi_r}{\log\left(\frac{JCS}{\sigma_0}\right)}$$

où r est le nombre de rebond de Schmidt sur les surfaces de joint mouillées, R est le nombre de rebond de Schmidt sur les surfaces de joint sèches et ϕ_b l'angle de friction pour une surface du joint lisse. ρ est le poids de la roche en kN.m^{-3} . Les deux paramètres suivants sont donnés par le test de glissement : β est l'angle de glissement, σ_0 la contrainte normale induite sur le joint au moment du glissement.

Les paramètres déterminés au laboratoire sont relatifs à l'échelle de l'échantillon. Ce type de comportement est généralement attribué à la diminution de l'aire de contact réelle entre les épontes lorsque la taille du joint augmente (Barton *et al.*, 1985). On observe en laboratoire que les valeurs de JRC et JCS sont dépendantes de la taille de l'échantillon. La figure (figure B-7) illustre le fait que plus l'échantillon est grand, moins la résistance au pic est marquée. Bandis

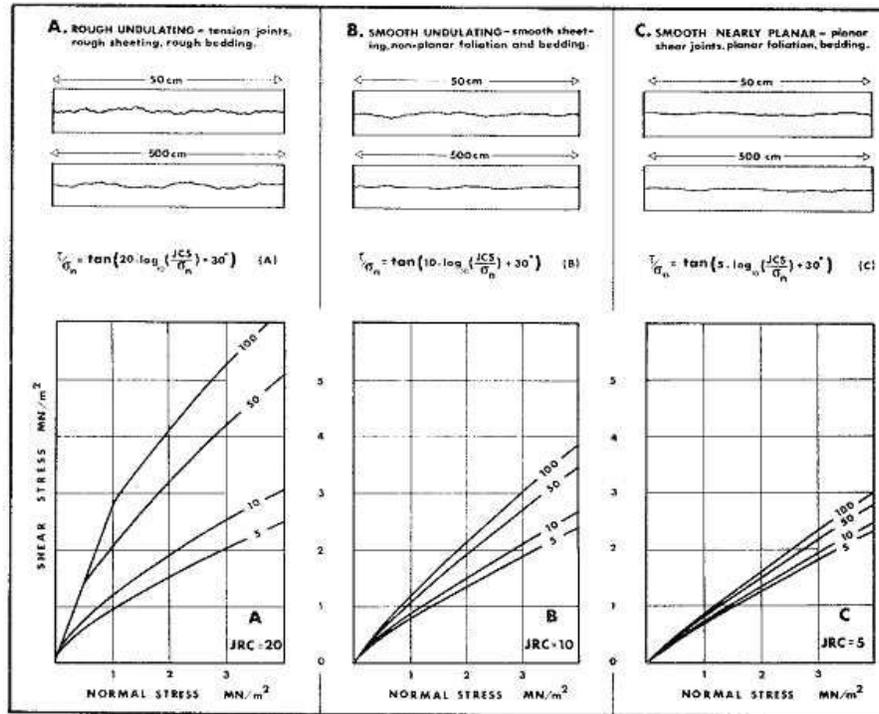


Figure B-6: Le critère de Barton (Bandis *et al.*, 1981).

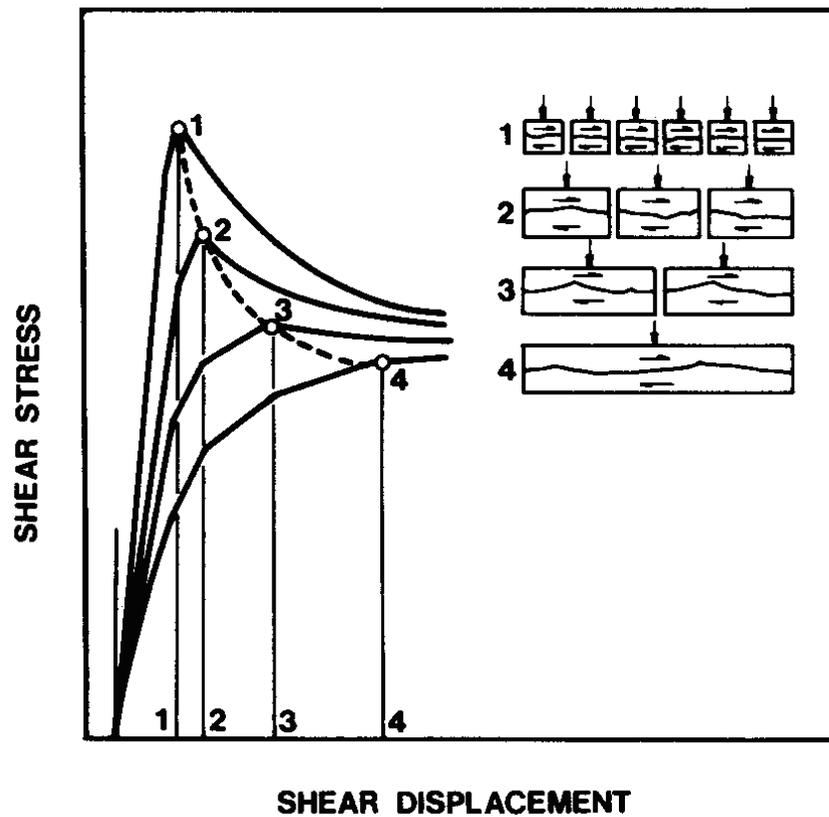


Figure B-7: Effet d'échelle - test en cisaillement (Bandis *et al.* 1981).

et al., 1981 a proposé les lois d'échelle suivante pour calculer le JRC et le JCS :

$$\begin{aligned}
 JRC &= JRC_0 \left(\frac{L}{L_0}\right)^{-0,02JRC_0} \\
 JCS &= JCS_0 \left(\frac{L}{L_0}\right)^{-0,03JCS_0}
 \end{aligned}
 \tag{B.7}$$

JRC_0 et JCS_0 sont les valeurs déterminées en laboratoire pour un échantillon de taille $L_0=10$ cm. Les indices JRC (rugosité) comme ceux JCS (compression) diminuent lorsque la longueur augmente.

Barton *et al.*, 1985 a également étudié le glissement au pic de résistance. Il est indépendant de la contrainte normale et prend la forme suivante :

$$u_{peak} = \frac{L}{500} \left(\frac{JRC}{L_0} \right)^{0,33} \quad (B.8)$$

Lorsque le pic de résistance est atteint, le joint est endommagé. La rugosité de la fracture est donc modifiée. Olsson et Barton, 2001 proposent le modèle incrémental adimensionnel résumé dans la figure B-8 :

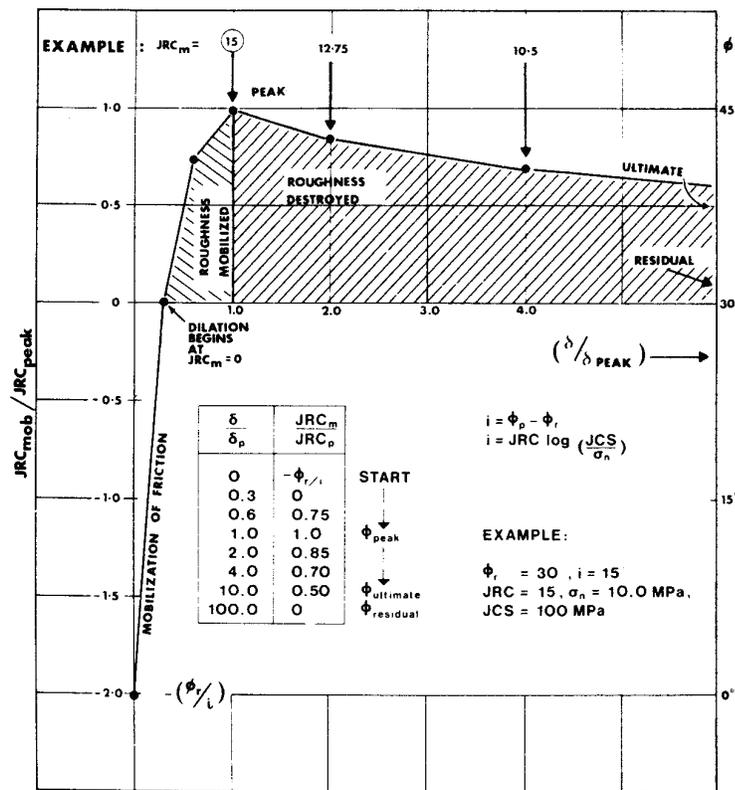


Figure B-8: Modèle adimensionnel pour la modélisation contrainte de cisaillement - déplacement (Olsson et Barton, 2001).

La valeur de JRC_{mob} (figure B-8) fait référence à la rugosité au pic de résistance. On observe en particulier que :

- la résistance maximale est atteinte à $JRC_{mob} / JRC_{peak} = 1,0$ et $\delta / \delta_{peak} = 1,0$
- l'angle de dilatance diminue quand la rugosité diminue après le pic.

Il existe dans la littérature un grand nombre de critères pour les fractures (critère de Ladanyi et Archambault, 1970 ; critère de Amadei et Saeb, 1990, par exemple). On pourra se reporter

au manuel de mécanique des roches du C.F.M.R. (Comité Français de Mécanique des Roches, 2000).

2.2.4 Observations in situ :

Outre les effets de variation de perméabilité recensés dans le premier chapitre de cette étude, on dispose de certaines mesures liées à des expériences en carrière ou à des études hydrogéologiques.

Des études à l'échelle métrique (André, 2004) sur un bloc de carrière instrumenté montrent un comportement hydromécanique réversible de l'ensemble du bloc. Ces essais réalisés sur du granite montrent un comportement linéaire réversible dans la gamme des contraintes appliquées (4,5 Mpa au maximum). Les essais permettent également d'estimer les raideurs normales des fractures ; les valeurs sont de l'ordre de 10^{11} MPa.m⁻¹, de plus d'un ordre de grandeur inférieur aux mesures de laboratoire. Des études hydro-géologiques à l'échelle d'un massif de 30mx30mx15m du site de Coaraze (Kadiri, 2002 ; Cappa, 2005) modélisent les fractures avec des raideurs élastiques normales linéaires et non-linéaires et tangentielles constantes pour interpréter les observations. L'expérience consiste en une succession de charge et décharge hydraulique dans une structure réservoir traversée par des failles verticales et des plans de stratification. Les comparaisons des résultats expérimentaux montrent que le comportement hydrodynamique du réservoir peut être reproduit si un contraste élevé de raideur est utilisé entre les discontinuités de forte et de faible perméabilité. On pourra se rapporter également à Cornet *et al.*, 2003 pour l'étude du comportement réversible d'une fracture in situ.

Les effets élasto-plastiques sont également observés pour interpréter le cisaillement des puits par glissement des failles (Maury et Sauzay, 1989) ou des expériences d'injection et de sollicitation de fractures (Scotti et Cornet, 1994). Scotti et Cornet interprètent les variations de contraintes autour d'une fracture après injection comme le résultat d'un glissement plastique d'une faille considérée comme une inclusion dans un milieu élastique.

Le comportement d'une fracture est caractérisé dans le domaine élastique par une raideur tangente et une raideur normale. On peut lui associer une loi élastoplastique pour décrire les déformations irréversibles. On notera cependant qu'il y a beaucoup d'incertitudes sur les paramètres mécaniques à utiliser pour les joints. On peut par exemple se demander si les mesures en laboratoire sur un échantillon de quelques centimètres sont représentatives du comportement d'une fracture d'une dizaine de mètres. Ces aspects sont présentés dans Borri-Brunetto *et al.*, 2001 ; Turcote, 1990.

Annexe C

MÉTHODE MICROMÉCANIQUE

1 Coefficients du tenseur d'Eshelby

1.1 Inclusions sphériques dans un milieu isotrope

Dans le cas d'une inclusion sphérique, de modules de compression k^0 et de cisaillement μ^0 , plongée dans un milieu infini isotrope, le tenseur d'Eshelby $\mathbb{S}^{0\mathcal{I}}$ s'écrit :

$$\mathbb{S}^{0\mathcal{I}} = \frac{1}{3k^0 + 4\mu^0} \mathbb{J} + \frac{5}{3\mu^0} \frac{k^0 + 2\mu^0}{3k^0 + 4\mu^0} \mathbb{K} \quad (\text{C.1})$$

1.2 Inclusion ellipsoïdale dans un milieu isotrope

Dans cette section, le milieu est isotrope mais l'inclusion est maintenant de forme ellipsoïdale de révolution autour d'un axe que l'on prendra par convention orienté selon \vec{e}_3 . Les demi-axes $a_1 = a_2$ sont orientés selon \vec{e}_1 et \vec{e}_2 . Le rapport $X = \frac{a_3}{a_1} = \frac{a_3}{a_2}$ définit le rapport de forme de l'ellipsoïde.

Outre le cas déjà traité de la sphère $X = 1$, on distingue deux types d'ellipsoïdes : l'ellipsoïde aplati $X < 1$ et l'ellipsoïde allongé $X > 1$. Quelque soit le rapport d'aspect X de l'ellipsoïde,

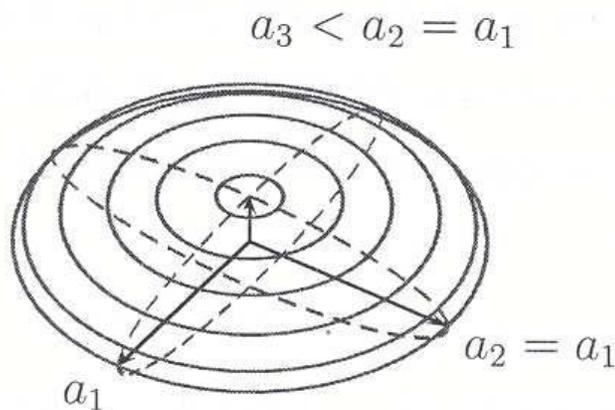


Figure C-1: Ellipsoïdes de révolution : ellipsoïde aplati (image de gauche) et ellipsoïde allongé (image de droite).

la symétrie du problème mène naturellement à un tenseur \mathbb{P}^{0I} transverse. On introduit les

notations suivantes :

$$\begin{aligned}
 Q &= \frac{3}{8\pi(1-\nu^s)} \\
 R &= \frac{1-2\nu^s}{8\pi(1-\nu^s)} \\
 I_1 &= \begin{cases} 2\pi X \frac{\arccos X - X\sqrt{1-X^2}}{(1-X^2)^{3/2}} & \text{pour } X < 1 \\ 2\pi X \frac{X\sqrt{1-X^2} - \operatorname{argch} X}{(1-X^2)^{3/2}} & \text{pour } X > 1 \end{cases} \\
 I_3 &= 4\pi - 2I_1 \\
 I_{13} &= -\frac{I_1 - I_3}{3(1-X^2)} \\
 I_{12} &= \frac{\pi}{3} - \frac{I_{33}}{4} \\
 I_{11} &= 3I_{12} \\
 I_{33} &= \frac{4\pi}{3X^2} - 2I_{13}
 \end{aligned} \tag{C.2}$$

Les composantes non-nulles de $\mathbb{S}^{0,\mathcal{I}}$ et en invoquant soit l'isotropie transverse soit la propriété de symétrie entre les deux premiers et entre les deux derniers indice, $S_{ijkl} = S_{jikl} = S_{ijlk}$, alors on déduit que :

$$\begin{aligned}
 S_{1111} &= QI_{11} + RI_1 \\
 S_{3333} &= QX^2I_{33} + RI_3 \\
 S_{1122} &= QI_{12} - RI_1 \\
 S_{1133} &= QX^2I_{13} - RI_1 \\
 S_{3311} &= QI_{13} - RI_3 \\
 S_{2323} &= \frac{Q}{2}(1+X^2)I_{13} + \frac{R}{2}(I_1 + I_3)
 \end{aligned} \tag{C.3}$$

L'isotropie transverse et les rôles symétriques joués par les axes 1 et 2 impliquent que le coefficient S_{1212} s'écrit :

$$S_{1212} = \frac{1}{2}(S_{1111} - S_{1122}) \tag{C.4}$$

Les autres composantes non nulles sont obtenues par permutation entre l'axe 1 et l'axe 2 et par permutation entre les deux premiers indices et / ou les deux derniers. Toutes les autres composantes sont nulles.

Pour des inclusions ellipsoïdales aplaties ("penny-shaped"), les composantes de \mathbb{S} sont déterminées à partir des développements en série de Taylor autour de $X = 0$ à l'ordre 1 de (C.2)

introduits dans (C.3) et s'écrivent :

$$\begin{aligned}
 S_{1111} &= \frac{\pi}{32} \frac{13-8\nu^0}{1-\nu^0} X + (X^2) \\
 S_{3333} &= 1 - \frac{\pi}{4} \frac{1-2\nu^0}{1-\nu^0} X + (X^2) \\
 S_{1122} &= -\frac{\pi}{32} \frac{1-8\nu^0}{1-\nu^0} X + (X^2) \\
 S_{1133} &= -\frac{\pi}{8} \frac{1-2\nu^0}{1-\nu^0} X + (X^2) \\
 S_{3311} &= \frac{\nu^0}{1-\nu^0} - \frac{\pi}{8} \frac{1+4\nu^0}{1-\nu^0} X + (X^2) \\
 S_{2323} &= \frac{1}{2} - \frac{\pi}{8} \frac{2-\nu^0}{1-\nu^0} X + (X^2)
 \end{aligned} \tag{C.5}$$

Pour des inclusions allongées, les composantes de \mathbb{S} sont obtenues à partir des développements de Taylor autour de $X = +\infty$ de (C.2) introduits dans (C.3) et s'écrivent :

$$\begin{aligned}
 S_{1111} &= \frac{1}{8} \frac{5-4\nu^0}{1-\nu^0} - \frac{1}{4} \frac{1-2\nu^0}{1-\nu^0} \frac{\ln X}{X^2} + \left(\frac{1}{X^2}\right) \\
 S_{3333} &= \frac{2-\nu^0}{1-\nu^0} \frac{\ln X}{X^2} + \left(\frac{1}{X^2}\right) \\
 S_{1122} &= -\frac{1}{8} \frac{1-4\nu^0}{1-\nu^0} + \frac{1}{4} \frac{1-2\nu^0}{1-\nu^0} \frac{\ln X}{X^2} + \left(\frac{1}{X^2}\right) \\
 S_{1133} &= \frac{1}{2} \frac{\nu^0}{1-\nu^0} + \frac{1}{2} \frac{1+\nu^0}{1-\nu^0} \frac{\ln X}{X^2} + \left(\frac{1}{X^2}\right) \\
 S_{3311} &= -\frac{1}{2} \frac{1-2\nu^0}{1-\nu^0} \frac{\ln X}{X^2} + \left(\frac{1}{X^2}\right) \\
 S_{2323} &= \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \frac{1+\nu^0}{1-\nu^0} \frac{\ln X}{X^2} + \left(\frac{1}{X^2}\right)
 \end{aligned} \tag{C.6}$$

1.3 Inclusions cylindrique dans un milieu isotrope

L'ellipsoïde n'est plus de révolution mais s'apparente dans ce cas limite à un cylindre à base elliptique : Toutes les composantes du tenseur d'Eshelby qui ne sont pas engendrées par les symétries $S_{ijkl} = S_{jikl} = S_{ijlk}$ à partir des composantes suivantes sont nulles :

$$\begin{aligned}
 S_{1111} &= \frac{X(3-2\nu^0+2X(1-\nu^0))}{2(1+X)^2(1-\nu^0)} \\
 S_{2222} &= \frac{2(1-\nu^0)+X(3-2\nu^0)}{2(1+X)^2(1-\nu^0)} \\
 S_{1122} &= \frac{X(-(1-2\nu^0)+2X\nu^0)}{2(1+X)^2(1-\nu^0)} \\
 S_{2211} &= \frac{2\nu^0-X(1-2\nu^0)}{2(1+X)^2(1-\nu^0)} \\
 S_{1133} &= \frac{X\nu^0}{(1+X)(1-\nu^0)} \\
 S_{3311} &= \frac{\nu^0}{(1+X)(1-\nu^0)} \\
 S_{1212} &= \frac{1-\nu^0+X(1-2\nu^0)+X^2(1-\nu^0)}{2(1+X)^2(1-\nu^0)} \\
 S_{2323} &= \frac{1}{2(1+X)} \\
 S_{3131} &= \frac{X}{2(1+X)}
 \end{aligned} \tag{C.7}$$

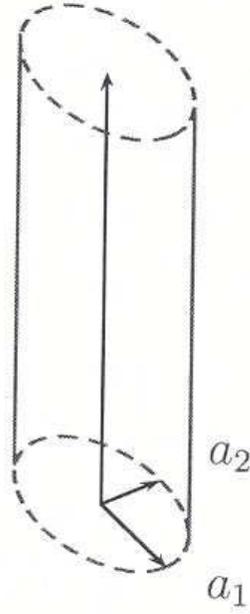


Figure C-2: Inclusion cylindrique.

2 Extension du modèle à double porosité pour plusieurs familles de fractures

On suppose que n familles de fractures sont saturées par un fluide monophasique incompressible à la pression p_f . En reprenant une démarche analogue à celle présentée dans le **chapitre V**, le modèle macroscopique obtenu par décomposition du chargement s'écrit :

$$\begin{pmatrix} \dot{\Sigma} \\ \dot{\Phi}_m \\ \dot{\Phi}_{f1} \\ \vdots \\ \dot{\Phi}_{fn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbb{C}_{hom} & \mathbf{B} & \mathbf{B}_{f1} & \dots & \mathbf{B}_{fn} \\ \mathbf{B}_m & H_{m,m} & H_{m,f1} & \dots & H_{m,fn} \\ \mathbf{B}_{f1} & H_{f1,m} & H_{f1,f1} & \dots & H_{f1,fn} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \mathbf{B}_{fn} & H_{fn,m} & H_{fn,f1} & \dots & H_{fn,fn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{E}} \\ -\dot{p}_m \\ -\dot{p}_f \\ \vdots \\ -\dot{p}_f \end{pmatrix} \quad (\text{C.8})$$

Dans lequel :

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{fj} &= \Phi_{fj} \langle \boldsymbol{\delta} : \mathbb{A} \rangle_{fj} \\ \mathbb{C}_{hom} &= \mathbb{C}_m : \langle \mathbb{A} \rangle_m + \sum_j \mathbb{C}_{fj} : \langle \mathbb{A} \rangle_{fj} \\ H_{fj,fj} &= -\Phi_{fj} \boldsymbol{\delta} : (\mathbb{C}_m - \mathbb{C}_{fj})^{-1} : \left(\langle \boldsymbol{\delta} : \mathbb{A} \rangle_{fj} - \boldsymbol{\delta} \right) \\ M_{m,m} &= \alpha_m^2 \Phi_f \boldsymbol{\delta} : (\mathbb{C}_m - \mathbb{C}_{fj})^{-1} : \left(\langle \boldsymbol{\delta} : \mathbb{A} \rangle_{fj} - \boldsymbol{\delta} \right) - \frac{(1-\Phi_f)}{\chi} \\ H_{m,f} = H_{f,m} &= \alpha_m \Phi_f \boldsymbol{\delta} : (\mathbb{C}_m - \mathbb{C}_{fj})^{-1} : \left(\langle \boldsymbol{\delta} : \mathbb{A} \rangle_{fj} - \boldsymbol{\delta} \right) \end{aligned} \quad (\text{C.9})$$

Les tenseurs de localisation alors sont estimés avec un schéma dilué par

$$\langle \mathbb{A}^{\text{dilué}} \rangle_{fj} = [\mathbb{I} + \mathbb{S} : \mathbb{C}_m^{-1} : (\mathbb{C}_{fj} - \mathbb{C}_m)]^{-1} \quad (\text{C.10})$$

avec un schéma de Mori-Tanaka :

$$\begin{aligned}\langle \mathbb{A}^{\text{M-T}} \rangle_{fj} &= [\mathbb{I} + \mathbb{S} : \mathbb{C}_m^{-1} : (\mathbb{C}_{fj} - \mathbb{C}_m)]^{-1} : \\ &= \left[(1 - \Phi_f) \mathbb{I} + \sum_j \Phi_{fj} [\mathbb{I} + \mathbb{S} : \mathbb{C}_m^{-1} : (\mathbb{C}_{fj} - \mathbb{C}_m)]^{-1} \right]^{-1}\end{aligned}\tag{C.11}$$

Annexe D

SIMULATION DE RÉSERVOIR

Dans la première partie de cette annexe, nous présentons les méthodes de discrétisation utilisées dans le Logiciel IFP Puma^{Flow}. Nous présentons ensuite comment sont intégrés les effets polyphasiques dans le terme d'échange matrice - fracture.

1 Discrétisation des équations d'écoulement pour la simulation réservoir

1.1 Discrétisation de la loi de conservation de masse

Avec un schéma aux volumes finis, la discrétisation des lois de conservation de la masse (VI.6) consiste à intégrer sur le volume d'une maille les termes d'accumulation, de flux et source (VI.6) et (VI.7). On note Θ_N le maillage du domaine Ω où N est le nombre de mailles. Pour toute fonction u , on note sa valeur approchée u_h , fonction constante par maille telle que :

$$\begin{aligned} u_h(x) &= u_i \quad \text{pour } x \in G_i \\ \Theta_N &= \{G_i, i = 1, \dots, N\} \end{aligned} \quad (\text{D.1})$$

1.2 Discrétisation en temps et en espace du terme d'accumulation

Si on note V_i le volume de la maille G_i , le terme d'accumulation de cette maille pour un composant c entre les temps n et $n+1$ est approximé de la façon suivante :

$$\iiint_{V_i} \frac{\partial A_c}{\partial t} dV \simeq V_i \frac{A_{c,i}^{n+1} - A_{c,i}^n}{t^{n+1} - t^n} \quad (\text{D.2})$$

1.3 Discrétisation en espace du terme de flux

D'après le théorème de Green, pour une maille G_i , l'intégrale sur son volume V_i de la divergence du vecteur flux \vec{F}_c sera égale à l'intégrale sur son contour ∂G_i du produit scalaire entre le vecteur flux et le vecteur unitaire normal au contour $\vec{n}_{\partial G_i}$:

$$\iiint_{V_i} \text{div}(\vec{F}_c) dV = \iint_{\partial G_i} \vec{F}_c \cdot \vec{n}_{\partial G_i} d\Gamma \quad (\text{D.3})$$

$\vec{n}_{\partial G_i}$ est le vecteur unitaire normal dirigé vers l'extérieur de la maille G_i . Si H désigne l'ensemble des mailles voisines de G_i , on peut alors écrire :

$$\iint_{\partial G_i} \vec{F}_c \cdot \vec{n}_{\partial G_i} d\Gamma = \sum_{G_j \in H} F_{c,ij} \quad (\text{D.4})$$

$F_{c,ij}$ désigne le flux discrétisé du composant c calculé à l'interface des mailles $G_i \in H$ et $G_j \in H$. Il est positif s'il est dirigé de la maille G_j vers la maille G_i . On écrit alors généralement :

$$F_{c,ij} = T_{ij} \sum_p M_{cp,up(i,j)} (P_j - Pc_{p,j} - P_i + Pc_{p,i} + \bar{\rho}_{p,ij} g \Delta z_{ij}) \quad (D.5)$$

où T_{ij} désigne la transmissivité entre les mailles i et j ; $up(i,j)$ est la fonction "amont", z est la côte verticale et $\bar{\rho}_{p,ij}$ est une masse volumique moyenne.

L'expression du flux discret (D.5) a été obtenue en considérant plusieurs points détaillés ci-dessous :

- on considère que les masses volumiques sont constantes à l'intérieur de chaque maille. De ce fait, on peut mettre le terme de gravité dans le gradient lorsqu'on intègre pour une maille G_i la divergence du vecteur flux (D.2).
- nous avons considéré un axe vertical dirigé vers le haut : $\vec{g} = -g\vec{z}$.
- la composante suivant x du gradient d'une grandeur W à l'interface de deux mailles G_i et G_j dont les noeuds sont distants d'une longueur L_{ij} dans la direction x est approchée par différence finie :

$$\vec{\nabla}W \cdot \vec{x}_{ij} = \frac{\partial W}{\partial x_{ij}} \simeq \frac{W_j - W_i}{L_{ij}}$$

- pour les mailles G_i et G_j , on note Su_{ij} l'aire de la surface de contact et K_{ij} une perméabilité moyenne des deux perméabilités K_i et K_j . Dès lors, la transmissivité T_{ij} s'exprime de la façon suivante :

$$T_{ij} = \frac{K_{ij} Su_{ij}}{L_{ij}}$$

- $\bar{\rho}_{p,ij}$ est la moyenne des masses volumiques de la phase p calculées dans les mailles G_i et G_j par :

$$\bar{\rho}_{p,ij} = \frac{\rho_{p,i} \times pres(p,i) + \rho_{p,j} \times pres(p,j)}{pres(p,i) + pres(p,j)}$$

$pres(p,i)$ est un indicateur de présence de la phase p dans la maille G_i : il est égal à 0 si la phase p est absente de la maille G_i ou à 1 sinon.

- $M_{cp,up(i,j)}$ est la mobilité du composant c dans la phase p prise dans la maille amont de l'écoulement.
- Δz_{ij} est la différence de côte entre les mailles G_i et G_j .
- on définit la différence de potentiel de phase $\Delta\Phi_{p,ij}$ par :

$$\Delta\Phi_{p,ij} = P_j - Pc_{p,j} - P_i + Pc_{p,i} + \bar{\rho}_{p,ij} g \Delta z_{ij}$$

- la fonction "amont" est définie en fonction du signe de $\Delta\Phi_{p,ij}$ par :

$$up(i,j) = \begin{cases} j & \text{lorsque } \Delta\Phi_{p,ij} > 0 \\ i & \text{lorsque } \Delta\Phi_{p,ij} < 0 \end{cases} \quad (D.6)$$

Précisions concernant la fonction "amont" :

Précédemment, nous avons vu que pour calculer un flux discret à l'interface de deux mailles

G_i et G_j , il fallait calculer, lors de la discrétisation en espace, une mobilité $M_{cp,up(i,j)}$ dont la définition (VI.8) est reprécisée ci-dessous :

$$M_{cp,up(i,j)} = C_{cp,ij} \rho_{p,ij} \frac{kr_{p,ij}}{\mu_{p,ij}} \quad (\text{D.7})$$

Par l'intermédiaire de la masse volumique, de la viscosité et de la fraction massique, la mobilité est une fonction de la pression de l'huile (pression de référence P). Elle est aussi fonction de la perméabilité relative. Le choix de la discrétisation en espace est délicat uniquement pour la perméabilité relative, car il y a très peu de variation des autres grandeurs ($C_{cp,ij}$, $\rho_{p,ij}$, et $\mu_{p,ij}$) entre deux mailles.

Nous avons choisi de calculer cette mobilité à partir des données de la maille amont de l'écoulement pour la phase concernée. Le choix qui aurait semblé le plus approprié du point de vue de la consistance numérique aurait été le schéma centré :

$$kr_{p,ij} = \frac{kr_{p,i} + kr_{p,j}}{2} \quad (\text{D.8})$$

Bien que plus précis car d'ordre 2, le schéma centré est numériquement instable (Aziz et Settari, 1979). La stabilité du schéma "amont" fait de lui le schéma le plus utilisé en simulation de réservoirs. Il existe aussi des schémas "amont" à deux points d'ordre 2 et plus stables (Todd et al, 1972).

La mobilité caractérise les fluide qui vont passer d'une maille à l'autre. Il apparaît naturel d'évaluer cette mobilité, ainsi que la perméabilité relative, dans la maille amont de l'écoulement. Lorsque l'un des deux fluides n'est plus mobile dans la maille amont, il ne s'écoule plus. Ceci n'est plus respecté dans le schéma "centré". Cependant, le schéma "amont" peut être mis en défaut pour certaines configurations.

Nous avons donc choisi d'utiliser le schéma "amont" pour la discrétisation spatiale de la perméabilité relative.

1.4 Discrétisation en temps du terme de flux

La loi de conservation de la masse discrète permet de déterminer à l'instant t^{n+1} les inconnues du problème en connaissant leurs valeurs à l'instant précédent t^n . Cette détermination dépend de l'instant choisi pour les grandeurs qui composent le terme de flux discrétisé (D.4). La transmissivité est un invariant. La question à se poser est alors de savoir quels temps choisir entre t^n et t^{n+1} pour la mobilité M , la pression P , la pression capillaire Pc et la masse volumique moyenne $\bar{\rho}$ du terme de gravité.

Le schéma Impes :

Ce schéma consiste à estimer la pression en implicite, c'est-à-dire au temps $n+1$ et la pression capillaire, la mobilité et le terme de gravité en explicite, c'est-à-dire au temps n . L'expression discrète du flux (D.5) s'écrit alors :

$$F_{c,ij} = T_{ij} \sum_p M_{cp,up(i,j)}^n (P_j^{n+1} - Pc_{p,j}^n - P_i^{n+1} + Pc_{p,i}^n + \bar{\rho}_{p,ij}^n g \Delta z_{ij}) \quad (\text{D.9})$$

Le choix de prendre la mobilité et la pression capillaire, grandeurs dépendant des saturations, au temps n permet d'obtenir un système linéaire avec la seule inconnue de pression. Les saturations sont obtenues explicitement.

Ce schéma numérique est précis car il génère une faible diffusion numérique (Aziz et Settari, 1979). Néanmoins, il a l'inconvénient majeur d'être instable. Il y a deux limites de stabilité qui peuvent être analysées indépendamment. La première vient du traitement explicite de la pression capillaire. Elle dépend de l'ordre de grandeur de la dérivée de la pression capillaire par rapport à la saturation. Une forte valeur de ces dérivées conduit à de très faibles pas de temps pour assurer la stabilité. La deuxième limite de stabilité vient du traitement explicite des perméabilités relatives. On doit limiter le pas de temps Δt de telle sorte qu'au cours d'un pas de temps, aucune maille ne se voit traversée par un volume fluide supérieur au volume des pores V_{Pores} qu'elle contient. Dès lors, le pas de temps Δt doit impérativement satisfaire :

$$Q_T \Delta t < V_{\text{Pores}} \quad (\text{D.10})$$

où Q_T désigne le débit total.

Cette condition de stabilité s'applique pour chaque maille. Ainsi, elle est très contraignante pour les simulations de réservoirs où des vitesses de fluide peuvent être rapides localement, comme à proximité des puits ou dans les fractures.

Le schéma Solss :

Ce schéma consiste à prendre toutes les grandeurs composant le terme de flux en implicite, c'est-à-dire au temps $n + 1$. L'équation discrète du flux (D.5) se réécrit :

$$F_{c,ij} = T_{ij} \sum_p M_{cp,up(i,j)}^{n+1} (P_j^{n+1} - P_{p,j}^{n+1} - P_i^{n+1} + P_{p,i}^{n+1} + \bar{\rho}_{p,ij}^{n+1} g \Delta z_{ij}) \quad (\text{D.11})$$

Ce schéma numérique est très stable mais plus dispersif que le schéma Impes (Aziz et Settari, 1979). L'obtention des inconnues au temps $n + 1$ ne peut se faire que par un processus de résolution itératif [Discrétisation des équations d'écoulement pour la simulation mécanique]. De ce fait, la résolution d'un pas de temps est plus longue qu'avec un schéma Impes. Néanmoins, le pas de temps peut augmenter nettement au cours de la simulation quelles que soient les vitesses d'écoulements considérées.

Notre modèle a été programmé avec le schéma Solss pour ne pas être contraints, à cause des écoulements rapides dans les milieux fracturés, par les conditions de stabilité du schéma Impes.

1.5 Discrétisation des lois de bilan

Les lois de bilan (VI.9) et (VI.10) sont établies pour un volume déterminé, qui, dans le modèle discret, correspond à une maille. Pour une maille G_i à l'instant t^n , les équations discrètes des lois de bilan s'écrivent :

$$\begin{aligned} S_{w,i}^n + S_{o,i}^n + S_{g,i}^n &= 1 \\ C_{ho,i}^n + C_{vo,i}^n &= 1 \end{aligned} \quad (\text{D.12})$$

1.6 Discrétisation de l'équation d'état

Dans le cas où le composant gaz est présent, l'équation d'état modélisant les transferts entre les phases huile et gaz (VI.13) est établie pour un volume déterminé qui, sans le modèle discret, correspond à une maille. Pour une maille G_i , à l'instant t^n , l'équation discrète correspondante est :

$$b(C_{ho,i}^n, C_{vo,i}^n, P_i^n) = 0 \quad (\text{D.13})$$

1.7 Résolution du système d'équations discrètes

Comme nous utilisons dans notre modèle un schéma Solls, la solution du système d'équations obtenue après discrétisation ne peut pas être trouvée explicitement. La méthode itérative de Newton est utilisée. La forme du système d'équation discrétisées peut être donnée par :

$$C(W) = 0 \quad (\text{D.14})$$

où W désigne l'ensemble des inconnues du problème. La méthode de Newton consiste, connaissant une approximation de la solution W^λ , à en calculer une meilleure approximation par la formule suivante :

$$J_C(W^\lambda) = \frac{\partial C_i}{\partial W_i^\lambda}(W^\lambda) \quad (\text{D.15})$$

λ est l'indice d'itération, il n'a aucun lien avec l'indice de temps. $J_C(W_i^\lambda)$ est la matrice jacobienne du système. L'élément (i, j) de cette matrice est défini par :

$$J_{C_{i,j}}(W^\lambda) = \frac{\partial C_i}{\partial W_j^\lambda}(W^\lambda) \quad (\text{D.16})$$

Le second membre de (D.15) tend vers 0 au cours des itérations de l'algorithme de Newton. Lorsqu'il est inférieur au critère de Newton connu par le modèle, on arrête les itérations et on passe au pas de temps suivant. La méthode de Newton ne converge pas si le pas de temps est trop grand. Néanmoins, le pas de temps limite accepté pour que la méthode de Newton converge est beaucoup plus grand que le pas de temps maximal autorisé lorsqu'on utilise un schéma Impes.

A chaque itération de Newton, on résout un système linéaire soit par une méthode directe, comme la méthode du pivot de Gauss, soit par une méthode itérative, comme la méthode des gradients conjugués. Dans notre modèle, nous utilisons la méthode des gradients conjugués.

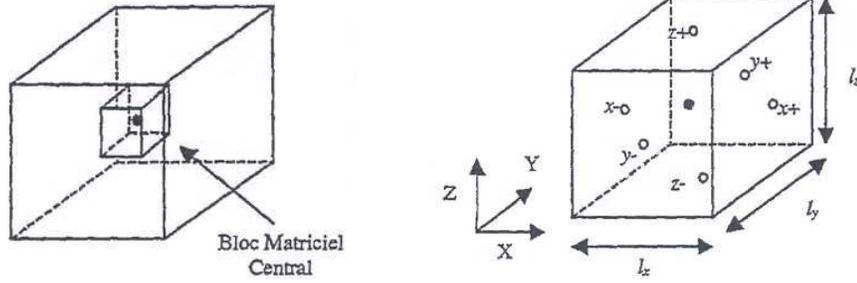
Pour résoudre un pas de temps Δt , on réalise des itérations de Newton amenant à la résolution du système linéaire. Ainsi, il faut distinguer deux types d'itération indépendantes, celle de Newton et celle du solveur.

2 Calcul des termes d'échanges polyphasiques matrice - fracture

On considère que chaque maille du modèle numérique contient n blocs matriciels identiques. Le modèle de simulation réservoir considère que, pour une maille donnée, tous les blocs matriciels se comportent tous de la même manière qu'un bloc situé au centre de la maille. Les propriétés du bloc matriciel central sont présentées par la figure (2) :

Si l'on note F_{cp}^{dm} le flux d'échange d'un composant c d'une phase p entre les deux noeuds d'une maille double milieu et f_{cp} le flux d'échange entre le bloc matriciel centré dans la maille et les fractures l'entourant, on a la relation suivante :

$$F_{cp}^{dm} = \frac{f_{cp}}{l_x l_y l_z} \quad (\text{D.17})$$



(a) Représentation du bloc matriciel central.

(b) Orientation dans le bloc matriciel central.

Figure D-1: Représentation et orientation du bloc matriciel central.

où l_x , l_y et l_z sont les dimensions des blocs matriciels. Le flux se décompose en une somme de six termes correspondant chacun à la contribution d'une face du bloc matriciel central.

$$\begin{aligned}
 f_{cp} = & -K_{xm} \frac{2l_y l_z}{l_x} \left(\frac{kr_p C_{cp} \rho_p}{\mu_p} \right)_{up,m,f}^{x^+} \left(\Phi_{pf}^{x^+} - \Phi_{pm} \right) \\
 & -K_{xm} \frac{2l_y l_z}{l_x} \left(\frac{kr_p C_{cp} \rho_p}{\mu_p} \right)_{up,m,f}^{x^-} \left(\Phi_{pf}^{x^-} - \Phi_{pm} \right) \\
 & -K_{ym} \frac{2l_x l_z}{l_y} \left(\frac{kr_p C_{cp} \rho_p}{\mu_p} \right)_{up,m,f}^{y^+} \left(\Phi_{pf}^{y^+} - \Phi_{pm} \right) \\
 & -K_{ym} \frac{2l_x l_z}{l_y} \left(\frac{kr_p C_{cp} \rho_p}{\mu_p} \right)_{up,m,f}^{y^-} \left(\Phi_{pf}^{y^-} - \Phi_{pm} \right) \\
 & -K_{zm} \frac{2l_x l_y}{l_z} \left(\frac{kr_p C_{cp} \rho_p}{\mu_p} \right)_{up,m,f}^{z^+} \left(\Phi_{pf}^{z^+} - \Phi_{pm} \right) \\
 & -K_{zm} \frac{2l_x l_y}{l_z} \left(\frac{kr_p C_{cp} \rho_p}{\mu_p} \right)_{up,m,f}^{z^-} \left(\Phi_{pf}^{z^-} - \Phi_{pm} \right)
 \end{aligned} \tag{D.18}$$

x^+ , x^- , y^+ , y^- , z^+ et z^- sont les centres des six faces du bloc matriciel central. Les indices f et m font respectivement référence à la maille fracture et la maille matrice, up est la fonction "amont". Les potentiels de phase dans chaque milieu fracture Φ_{pf} ou matrice Φ_{pm} sont définis au centre de la maille double milieu qui est aussi le centre du bloc matriciel central. Ils ne sont pas définis sur les faces du bloc matriciel. Par conséquent, les potentiels de phase à la limite des blocs doivent être calculés à partir de ceux définies aux noeud central. Dans First, trois options sont possibles :

- Option PC tenant compte des forces d'expansion et de capillarité,
- Option GR tenant compte des forces d'expansion, de capillarité et de gravité,
- Option VI tenant compte des forces d'expansion, de capillarité, de gravité et de viscosité.

Nous détaillons de manière succincte les deux premières modes d'échanges double milieu que nous utiliserons dans notre modèle.

2.1 Option PC

Avec cette option, on approche les potentiels de fractures aux limites du bloc matriciel central par la pression de fracture au centre de la maille :

$$\Phi_{pf}^{x^+} = \Phi_{pf}^{x^-} = \Phi_{pf}^{y^+} = \Phi_{pf}^{y^-} = \Phi_{pf}^{z^+} = \Phi_{pf}^{z^-} = P_{pf}$$

Les potentiels exprimés au centre du bloc matriciel sont égaux à la pression de la maille matrice :

$$\Phi_{pm} = P_{pm}$$

Dans ce cas d'un bloc matriciel isotrope, le flux d'échange F_{cp}^{dm} est égal à :

$$F_{cp}^{dm} = -K_m \alpha \left(\frac{kr_p C_{cp} \rho_p}{\mu_p} \right)_{up,m,f} (P_{pf} - P_{pm})$$

Cette option est une bonne approximation des échanges matrice - fracture si les gradients de pression dans les fractures sont faibles en comparaison des gradients de pression dans la matrice. Ceci est le cas lorsque les forces capillaires sont les principales forces motrices des échanges et prédominent sur les forces de gravité.

2.2 Option GR

Les flux horizontaux sont calculés de la même manière que dans la première option. Les pressions des faces z^+ et z^- sont déduites de la pression au centre de la maille en tenant compte du terme de gravité :

$$\begin{aligned} \Phi_{pf}^{x^+} &= \Phi_{pf}^{x^-} = \Phi_{pf}^{y^+} = \Phi_{pf}^{y^-} = P_{pf} \\ \Phi_{pf}^{z^+} &= P_{pf} - \bar{\rho}_f g \frac{l_z}{2} \\ \Phi_{pf}^{z^-} &= P_{pf} + \bar{\rho}_f g \frac{l_z}{2} \end{aligned}$$

Les potentiels exprimés au centre du bloc matriciel sont égaux à la pression de la maille matrice :

$$\Phi_{pm} = P_{pm}$$

$\bar{\rho}_f$ est la masse volumique moyenne des phases dans la maille fracture :

$$\bar{\rho}_f = S_{wf} \rho_{wf} + S_{of} \rho_{of} + S_{gf} \rho_{gf}$$

Dans ce cas d'un bloc matriciel isotrope, le flux d'échange F_{cp}^{dm} est égal à :

$$\begin{aligned} F_{cp}^{dm} &= -4K_m \left(\frac{1}{l_x^2} + \frac{1}{l_y^2} \right) \left(\frac{kr_p C_{cp} \rho_p}{\mu_p} \right)_{up,m,f} (P_{pf} - P_{pm}) \\ &\quad - K_m \frac{2}{l_z^2} \left(\frac{kr_p C_{cp} \rho_p}{\mu_p} \right)_{up,m,f}^{z^+} (P_{pf} - P_{pm} + (\rho_{pm} - \bar{\rho}_f) g \frac{l_z}{2}) \\ &\quad - K_m \frac{2}{l_z^2} \left(\frac{kr_p C_{cp} \rho_p}{\mu_p} \right)_{up,m,f}^{z^-} (P_{pf} - P_{pm} - (\rho_{pm} - \bar{\rho}_f) g \frac{l_z}{2}) \end{aligned}$$

où ρ_{pm} est la masse volumique de la phase p dans la maille matrice.

2.3 Perméabilités relatives d'échange matrice-fracture

Pour les flux dirigés positivement de la maille fracture vers la maille matrice, le logiciel réservoir utilise des perméabilités relatives d'échange "amont" spécifiques car les écoulements sont gouvernés essentiellement par les propriétés matricielles :

$$kr_p = kr_{pmaxm} g_{pf}(S_{pf}) \quad (D.19)$$

kr_{wmaxm} , kr_{omaxm} et kr_{gmaxm} désignent les perméabilités matricielles maximales pouvant être atteintes dans la matrice pour les phases eau, huile et gaz. $g_{pf}(S_{pf})$ est une fonction de la saturation de la phase p dans la maille fracture qui traduit le taux de "recouvrement" du bloc par cette phase. Elle dépend de la saturation de phase dans la fracture. Généralement, elle est égale à la saturation.

Dans les simulateurs de réservoir, on distingue généralement deux options pour les modèles double milieu figure (2.3) :

- l'option simple - perméabilité : le modèle considère que l'écoulement du fluide a lieu uniquement dans le réseau de fractures, la matrice agissant comme terme source. La grille fracture est "continue" au contraire de la grille matrice. Cette option concerne le cas où l'essentiel de la perméabilité est lié aux fractures.
- l'option double - perméabilité : le modèle calcule en plus les écoulements entre les mailles matrice. Les grilles fracture et matrice sont continues. Cette option concerne le cas où, à l'échelle du réservoir, la contribution de la perméabilité de la matrice aux déplacements, n'est pas négligeable devant celle des fractures. Les temps de calcul en double - perméabilité sont beaucoup plus longs qu'en simple - perméabilité.

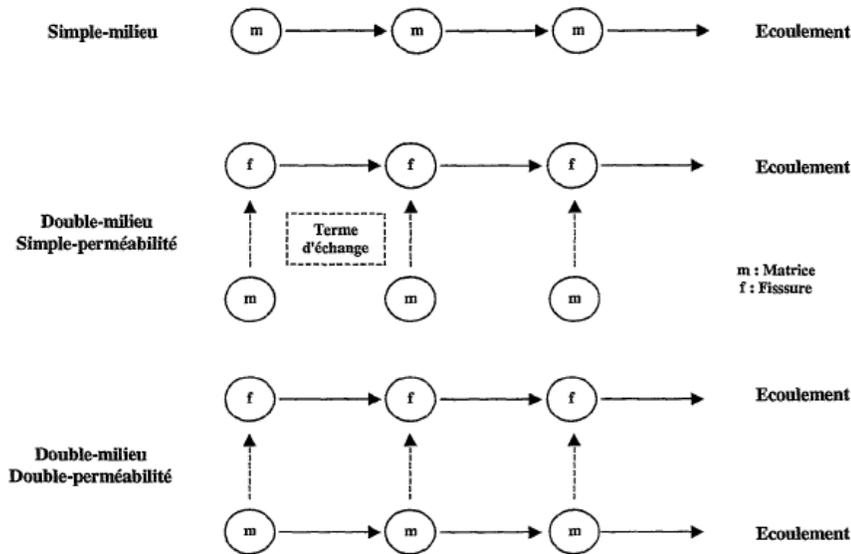


Figure D-2: Différentes représentations pour les modèles double milieu.

Bibliographie

- Itasca Consulting Group, Inc. UDEC user's guide, Minnesota, 2000.*
- Athos user's guide, 2003.*
- Abaqus user's guide, 2006.*
- Comsol Consulting Group, Inc. Femlab user's guide, 2007.*
- B Amadei and Saeb S. Constitutive models of rock joints. *Proceedings of the International Symposium on Rock Joints*, 1990.
- E. André. *Comportement hydromécanique d'un réseau de fractures dans une formation granitique*. PhD thesis, Institut de Physique du Globe de Paris, 2004.
- A. Arbogast. A simplified dual-porosity model for two-phase flow. *Computational Methods in Water Resources, Computational Mechanics Publication, Southampton, UK*, pages 419–426, 1992.
- T. Arbogast, J. Douglas, and U. Hornung. Derivation of the double porosity model of single phase flow via homogenization theory. *SIAM J. Appl. Math.*, 21, 1990.
- T. Arbogast, J. Douglas, and U. Hornung. Modelling of naturally fractured reservoirs by formal homogenization techniques. *Frontiers in Pure and Applied Mathematics, R. Dautray (Ed.), Elsevier, Amsterdam*, pages 1–19, 1991.
- A. Atta. *Analyse par Homogénéisation Elastoplastique des Ouvrages en Milieux Rocheux Fracturés*. PhD thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2004.
- J.L. Auriault. Effective macroscopic description for heat conduction in periodic composites. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 26(6) :861–869, 1983.
- J.L. Auriault and C. Boutin. Deformable Porous Media with Double Porosity. Quasi-Statics. I : Coupling Effects. *Transport In Porous Media*, (7) :63–82, 1992.
- J.L. Auriault and C. Boutin. Deformable Porous Media with Double Porosity. Quasi-Statics. II : Memory Effects. *Transport In Porous Media*, (10) :153–169, 1993.
- M.A. Bagheri. *Modeling Geomechanical Effects on the Flow Properties of Fractured Reservoirs*. PhD thesis, University of Calgary, Alberta, 2006.
- N.S. Bakhvalov and G.P. Panasenko. *Homogenization : Averaging Processes in Periodic Media*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1989.
- S. Bandis, A.C. Lumdsen, and N.R. Barton. Experimental studies of scale effects on shear behaviour of rock joints. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 18 :1–21, 1981.
- S.C. Bandis, A.C. Lumdsen, and N.R. Barton. Fundamentals of Rock Joint Deformation. *International Journal Rock Mech. Min. Sci. and Geomech.*, 10(6) :249–268, 1983.
- A.K. Banik, D. S. Schechter, P. McDonald, Sheffield T., and R. Baker. Reservoir characterization and CO₂ pilot design in the naturally fractured Spraberry trend Area. *SPE Paper 35469*, 1996.

- G.E. Barenblatt, I.P. Zheltov, and I.N. Kochina. Basic concepts in the theory of seepage of homogeneous liquids in fissured media. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, pages 1286–1303, 1960.
- E.C. Barfield, J.K. Jordan, and W.D. Moore. An Analysis of Large-Scale Flooding in the fractured Spraberry Trend Area Reservoir. *J. Pet. Tech.*, pages 15–19, 1959.
- J.F. Barthélémy. *Approche micromécanique de la rupture et de la fissuration dans les géomatériaux*. PhD thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2005.
- J.F. Barthélémy. Etude multi-physique des milieux fissurés par changement d'échelle. Technical report, IFP, 2006.
- C.A. Barton, M.D. Zoback, and D. Moos. Fluid flow along potentially active faults in crystalline rock. *Geology*, 23(8) :683–686, 1995.
- N. Barton, S. Bandis, and K. Bakhtar. Strength, deformation and conductivity coupling of rock joints. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 22 :121–140, 1985.
- N. Barton and V. Choubey. Fundamentals of rock joint deformation. *Rock Mechanics*, 10 :1–54, 1977.
- T. Belem. *Morphologie et comportement mécanique des discontinuités rocheuses*. PhD thesis, INPL, Nancy, 1997.
- A. Bensoussan, J.-L. Lions, and G. Papanicolaou. *Asymptotic analysis for periodic structures*. Amsterdam : North-Holland, 1978.
- O.P. Berget, O. Dretvik, K. Tonstad, and E. Mathiesen. Production of oil and gaz from chalk reservoirs in the Norvegian part of the North Sea. *Proc. Int. Chalk Symp., Brighton*, pages 649–654, 1989.
- Z.T. Bieniawski. Engineering classification of jointed rock masses. *Trans. S. Afr. Instn. Civ. Engrs*, 15(12), 1974.
- M.A. Biot. General theory of the three-dimensional consolidation. *J. of Appl. Phys.*, 12 :155–164, 1941.
- M.A. Biot. Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid. *J. of Appl. Phys.*, 26 :182–182, 1955.
- P. Blum, R. Mackay, and M. Riley. *Coupled hydro-mechanical modelling of flow in fractures rock, Groundwater in Fractured Rocks*. Krásný-Hrkal-Bruthnans, Prague, 2003.
- M. Borri-Brunetto, BN. Chaia, and I Ciaverella. Incipient sliding of rough surfaces in contact : a multiscale numerical analysis. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg*, 2001.
- M. Boutéca. Elements of poro-elasticity for reservoir engineering. *Revue de l'Institut Français du Pétrole*, 47(4) :479–490, 1992.
- E.T. Brown. *Rock Characterization Testing and Monitoring : ISRM Suggested Methods, Commission on Testing Methods ISRM*. Pergamon Press, Oxford, 1981.
- E.R. Brownscombe and A.B. Dyes. Water-Imbibition Displacement - Can it Release Reluctant Spraberry Oil? *Oil and Gas J.*, pages 264–265, 1952.
- B. Budiansky and R.J. O'Connel. Elastic moduli of cracked solid. *Int. J. Solids Structures*, vol. 22, 22 :81–97, 1976.
- D. Bévilion. *Couplage d'un modèle de gisement et d'un modèle mécanique : application à l'étude de la compaction des réservoirs pétroliers et de subsidence associée*. PhD thesis, Université des Sciences et des Technologies de Lille, 2000.

- D. Bévilion and R. Masson. Stability and convergence analysis of partially coupled schemes for geomechanical-reservoir simulations. *Proceedings of ECMOr VII, Baveno*, 2000.
- F. Cappa, Y. Gugliemi, P. Fénart, V. Merrien-Soukatchoff, and A. Thoraval. Hydromechanical interactions in a fractured carbonate reservoir from hydraulic and mechanical measurements. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 22 :287–306, 2005.
- C. Chakrabarty, J.P. Fossey, G. Renard, and C. Gadelle. SAGD Process in the East Senlac Field : From Reservoir Characterization to Field Application. 1998.
- R. Chalaturnyk and J. Don Scott. Geomechanical Response of Heavy Oil Reservoirs to the Steam Assisted Gravity Drainage Process. *SPE Paper 37569*, 1997.
- H.T. Chen, S.W. Poston, and C.H. Wu. Characterization of the Austin Chalk producing trend. *SPE Paper 15533*, 1986.
- L.Y. Chin and L.K. Thomas. Fully Analysis of Improved Oil Recovery by Reservoir Compaction. *SPE Paper 56753*, 1999.
- K.H. Coats. Implicit compositional simulation of single-porosity and dual-porosity reservoirs. *10th SPE Symposium Reservoir Simulation and Exhibition, Houston*, 1989.
- C.C. Cook and S. Jewel. Simulation of a North Sea field experiencing significant compaction drive. *SPE reservoir evaluation and engineering*, pages 48–53, 1996.
- F.H. Cornet, L. Li, J.P. Hulin, I. Ippolito, and P. Kurowski. 2003. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 40 :1257–1270, 2003.
- R. Cossé. *Le gisement*. Institut Français du Pétrole, 1988.
- O. Coussy. *Poromechanics*. Wiley, New-York, 2004.
- R. Cussey and C. Pabian-Goyheneche. Nouvelle interprétation séquentielle du réservoir profond à gaz du champ de Lacq. *Bull. Centre Rech. Elf Explor. Prod.*, 21(2).
- Comité Français de Mécanique des Roches. *Manuel de Mécanique des Roches, tome 1*. Eds. Les Presses de l'Ecole des Mines, 2000.
- R.H. Dean, X. Gai, C.M. Stone, and S.E. Minkoff. Techniques for Coupling Porous Flow and Geomechanics. *SPE Paper 79709*, 2003.
- V. Deudé, L. Dormieux, D. Kondo, and V. Pensée. Propriétés élastiques non linéaires d'un milieu mésosfissuré. *C.R. Acad. Sci. Paris, Série Iib*, 330 :587–592, 2002.
- L. Dormieux and D. Kondo. Approche micromécanique du couplage perméabilité-endommagement. *C.R. Acad. Sci. Paris, Série Iib*, 332 :135–140, 2004.
- D.V. Duchane. Hot Dry Rock : A Versatile Alternative Energy Technology. *Proceeding of the SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas, Texas*, 1985.
- C.G. Dyke. Stress insensitive natural fracture permeability within hydrocarbon reservoirs. *Eurock'92, Thomas Telford, London*, 1992.
- E. Eloranta. DECOVALEXII . The summary report of the Finish contributions 1995-1999. Technical report, 2000.
- J.B. Eshelby. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems, a241. *Proc. Roy. Soc. London*, pages 235–251, 1957.
- C.T. Feazel, I.A. Knight, and L.J. Pekot. Ekofisk Field. Norwegian Sector. North Sea. *Am. Assoc. Petr. Geol. Atlas of Petroleum Geology*, 1990.
- S.J. Finley and J.C. Lorenz. Characterization and significance of natural fractures in mesaverde reservoir at the multiwell experiment site. *SPE Paper 19007*, 1989.

- L.A. Giraldo, H.Y. Chan, and L.W. Teufel. Field case study of geomechanical impact of pressure depletion in the low-permeability Cupiaga Gas-Condensate reservoir. *SPE Paper 60297*, 2000.
- E. Goodman, R.L. Taylor, and T.L. Brekke. A model for the mechanics of jointed Rock. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division ASCE*, pages 637–659, 1968.
- R.E. Goodman and J. Dubois. *Methods of Geological Engineering in Discontinuous rocks*. Eds. West publishing Company, New York, 1976.
- C.L. Hanks, J. Lorenz, L. Teufel, and A.P. Krumhardt. Lithologic and structural controls on natural fracture distribution and behavior within the Lisburne Group, northeastern Brook Range and north slope subsurface, Alaska. *AAPG Bulletin*, 10 :1700–1720, 1997.
- K. Heffer. Geomechanical influences in water injection projects : an overview. *Oil & Gas Science and Technology*, 57(5).
- K.J. Heffer and J.C. Lean. Earth stress orientation - A control on, and guide to, flooding directionality in a majority of reservoirs. *Reservoir characterization III*.
- L. Hermansson and J.S. Gudmundsson. Influence of production on chalk failure in the Valhall Field. *SPE Paper 20952*, 1990.
- J. Jameson. Model of porosity formation and their impact on reservoir description, Lisburne field, Prudhoe Bay, Alaska. *AAPG Bulletin*, 78(11) :1651–1678, 1994.
- L. Jeannin, M. Mainguy, and R. Masson. Comparison of coupling algorithms for geomechanical-reservoir simulations. *ARMA*, 2005.
- I. Kadiri. Modélisation hydromécanique des milieux fracturés. Master's thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2002.
- H. Kasemi, L.S. Merrill, K.L. Porttfield, and P.R. Zeman. Numerical simulation of water-oil flow in natural fractured reservoirs. *SPE Reservoir Engineering*, pages 317–326, 1976.
- T.G. Kristiansen. A review of completion techniques and the impact of geomechanical processes on their performance in the Valhall Field. *5th North Sea chalk symp., october 7-9, Reims, France*, 1996.
- T.G. Kristiansen. Geomechanical characterization of the overburden above the compacting chalk reservoir at Valhall. *SPE Paper 47348*, 1998.
- B. Ladanyi and G. Archambault. Simulation of shear behavior of a jointed rock mass. *11th Symp. Rock Mech.*, 4 :105–125, 1970.
- R.W. Lewis and R. Sukirman. Finite Element Modelling of three-Phase Flow in Deforming Saturated Oil Reservoirs. *International Journal for numerical and Analytical Methods in geomechanics*, 17 :577–598, 1993.
- J.C. Lorenz. Stress-sensitive reservoirs. *SPE Paper 50977*, 1999.
- J.C. Lorenz, R.L. Billingsley, and L.W. Evans. Permeability Reduction by Pyrobitumen, Mineralization, and Stress Along Large Natural Fractures in Sandstones at 18,300-ft Depth : Destruction of a Reservoir. *SPE Paper 36655*, 1998.
- J.C. Lorenz and S.J. Finley. Differences in fracture characteristics and related production : Mesaverde Formation, Northwestern Colorado. *SPE Paper 16809*, 1989.
- J.C. Lorenz, N.R. Warpinski, P.T. Branagan, and A.R. Sattler. Fracture characteristics and reservoir behavior of stress-sensitive fracture systems in flat-lying lenticular formations. *SPE Paper 15244*, 1989.
- S. Maghous, P. de Buhan, and L. Dormieux. Non-linear global elastic behaviour of a periodically jointed material. *Mechanics Research Communications*, 29 :45–51, 2002.

- A. Makurat, N. Barton, and N.S. Rad. Joint conductivity variation due to normal and shear deformation. *Rock Joints*, edited by Barton, N. and Stephanson, A.A., Balkema, Brookfield, pages 535–540, 1990.
- C. Marle. *Cours de production Tome IV : les écoulements polyphasiques en milieu poreux*. Institut Français du Pétrole, 1984.
- R. Marmier, L. Jeannin, and J.-F. Barthélémy. A new approach to homogenize constitutive laws of fractured rocks. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2007.
- G. Massonnat and J.P. Rolando. Caractérisation et modélisation d'un phénomène inattendu : l'augmentation de la perméabilité au cours de l'exploitation d'un réservoir fissuré (Lacq Profond, France). *Bull. Centre Rech. Elf Explor. Prod.*, 21(2).
- V. Maury. Effets de la décompression du champ de Lacq point récapitulatif à fin 1989 sur l'activité sismique et l'affaissement. *Bull. Centre Rech. Elf Explor. Prod.*, 21(2).
- V. Maury and J.M. Sauzay. *Rupture de puits provoquée par glissement sur faille : cas vécu, mécanisme, remèdes, conséquences*. 1989.
- S.C. Maxwell. Comparison of Production-induced Microseismicity from Valhall and Ekofisk. *Paper presented at the Passive Seismic Method in E&P of Oil and Gas Workshop, 62nd EAGE Conference*, 2000.
- S.C. Maxwell, R.P. Young, R. Bossu, A. Jupe, and J. Dangerfield. Microseismic Loggin of the Ekofisk Reservoir. *Eurock'98, SPE/ISRM Rock Mechanics in Petroleum Engineering. The Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway*, pages 387–393, 1998.
- W.G. Milne and M.J. Berry. Induced seismicity in Canada. *Eng. Geol.*, 10 :219–226, 1993.
- K.-B. Min. *Fractured Rock Masses Equivalent Continua - A numerical study*. PhD thesis, Stockholm, 2004.
- K.B. Min and L. Jing. Numerical determination of the equivalent elastic compliance tensor for fractured rock masses using the distinct element method. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 40(6) :795–816, 2003.
- R.A. Missman and J. Jameson. An evolving description of a fractured carbonate reservoir : the Lisburne field, Prudhoe field, Prudhoe Bay, Alaska. *AAPG-SPE-SPWLA Archie Conference*, pages 204–224, 1991.
- M.A. Murad and J.H. Cushman. Multiscale flow and deformation in hydrophilic swelling porous media. *Int. J. Engng Sci.*, 34(3) :313–338, 1996.
- M.A. Murad and J.H. Cushman. Thermomechanical theories for swelling porous media with microstructure. *International Journal of Engineering Science*, pages 1–19, 2000.
- S. Nemat-Nasser and M. Hori. *Micromechanics : overall properties of heterogeneous materials*. Eds. West publishing Company, New York, 1993.
- T.S. NGuyen and A.P.S. Selvadurai. A model for coupled mechanical and hydraulic behaviour of a rock joint. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 22 :49–48, 1998.
- F. Odonne, I. Menard, G. Massonnat, and J.P. Rolando. Modélisation analogique de failles inverses à fort pendage formées par l'exploitation d'un gisement de gaz : application des premiers résultats au champ de lacq. *Bull. Centre Rech. Elf Explor. Prod.*, 21(2).
- R. Olsson and B. Barton. An improved model for hydromechanical coupling during shearing of rock joints. *International Journal of Rock Mechanics*, 38, 2001.

- A. Onaisi. Linear porothermoelastic coupling by the finite element method and application to petroleum problems. *Revue de l'Institut Français du Pétrole*, 46(6) :749–758, 1991.
- K.T. Paige and J.S. Dayton. Development of the lisburne reservoir. *SPE Paper 16845*, 1987.
- G.N. Pande, G. beer, and J.R. Williams. *Numerical Methods in Rock Mechanics*. John Wiley, Chichester, 1990.
- M. Panfilov. Mean mode of porous flow in highly inhomogeneous media. *Soviet Physics Doklady*, 35 :225–234, 1990.
- M. Panfilov. Averaged Model-Type Transition In Flows Through Multiple Heterogeneous Porous Media. *C.R. Acad. Sci. Paris, Ser.II*, 318 :1437–1444, 1994.
- M. Panfilov. *Averaged models of flow in highly heterogeneous media*. Kluwer, Dordrecht, 2000.
- M. Panfilov, R. Marmier, and L. Jeannin. Averaged model of crossed flow and deformation processes in a double porosity medium. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 2006.
- F.D. Patton. Multiples modes of shear failure in rock. *Proc. 1st Congress of Int. Society of Rock Mech, Lisbon*, 1 :509–513, 1966.
- F. Paux and H. Zhou. Field case : match of a 600 bars depletion and 40 years of history in a fractured carbonate sour gaz field. *SPE Paper 38909*, 1997.
- C.P. Peng, J.L. Yanosik, and R.E. Stephenson. A generalized compositional model for naturally fractured reservoirs. *SPE Paper 16340*, 1987.
- V. Pensée, D. Kondo, and L. Dormieux. A micromechanical analysis of anisotropic damage in brittle materials. *Journal of Engineering Mechanics-ASCE*, 128(8), pages 869–875, 2002.
- P. Pesta and M.D. Zoback. Sfib : stress and failure of inclined boreholes, an interactive set of computer programs for analysis of stress and borehole failure of inclined wellbores. *Stanford U.*, 1995.
- M.E. Plesha. Constitutive models for rock discontinuities with dilatancy and surface degradation. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 11 :354–362, 1987.
- K.D. Powley, C.P Peng, and A. Nazir. Simulation of a north sea chalk reservoir with dynamic rock and natural fracture properties : case study of the valhall field. *SPE Paper 24914*, 1992.
- E. Putra and D. S. Schechter. Reservoir simulation of waterflood pilot in naturally fractured Spraberry trend. *SPE Paper 54336*, 1999.
- M. Quintard and S. Whitaker. Transport in chemically and mechanically heterogeneous porous media (i) : Theoretical developement of region-averaged equations for slightly compressible single-phase flow. *Advances in water ressources*, 19(1) :29–47, 1996.
- M. Quintard and S. Whitaker. Transport in chemically and mechanically heterogeneous porous media (ii) : Comparison with numerical experiments for slightly compressible single-phase flow. *Advances in water ressources*, 19(1) :49–60, 1996.
- Nirex Report. Data summary sheets in support of gross geotechnical predictions. Technical Report SA/97/052, Harwell, 1997.
- Nirex Report. Evaluation of heterogeneity and scaling of fractures in the Borrowdale Volcanic Group in the Sellafield area. Technical Report SA/97/028, Harwell, 1997.
- P. Samier, A. Onaisi, and G. Fontaine. Coupled Analysis of Geomechanics and Fluid Flow in Reservoir Simulation. *SPE Paper 79698*, 2003.
- L.E. Sampson and J.A. Marcou. Interference test in a fractured carbonate : a lisburne case history. *SPE Paper 18138*, 1988.

- E. Sanchez-Palencia. *Non-homogeneous media and vibration theory*. J. Ehlers(Ed.), Lecture Notes in Physics, Springer, New York, 1980.
- D.S. Schechter and P. McDonald. Characterization of the Naturally Fractured Spraberry Trend Shaly Bands Based on Core and Log Data. *SPE Paper 35224*, 1996.
- P.A. Scholle. Chalk diagenesis and its relation to petroleum exploration : oil from chalks, a modern miracle. *AAPG Bulletin*, 61 :985–1009, 1977.
- O. Scotti and F.H. Cornet. In situ evidence for fluid-induced aseismic slip events along fault zones. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 31(4) :347–358, 1994.
- E. Setari and D.A. Walters. Advances in Coupled Geomechanical and Reservoir Modeling with Application to Reservoir Compaction. *SPE Journal*, 6(3) :334–342, 2001.
- F. Skoczylas, I. Shahrour, and J.P. Henry. Etude numérique du couplage thermohydro-mécanique dans les roches. Influence des termes de couplage non linéaires pour un matériau isotrope linéaire. *Revue de l'Institut Français du Pétrole*, 47(1) :45–55, 1992.
- M. Souley. *Modélisation des massifs rocheux fracturés par la méthode des éléments distincts : influence de la loi de comportement des discontinuités sur la stabilité des ouvrages*. PhD thesis, INPL, Nancy, 1993.
- W.L. Stapp. Comments on the geology of the fractured Austin and Buda formations in the subsurface of South Texas. *Bull., South Texas Geol. Soc.*, 17 :13–47, 1977.
- R.M. Sulak. Ekofisk Field. The first 20 years. *J. Petrol. Tech.*, 41 :1265–1271, 1991.
- R.M. Sulak and J. Danielsen. Reservoir aspects of Ekofisk subsidence. *SPE Paper 17852*, 1989.
- L.W. Teufel. Permeability changes during shear deformation of fractured rock. *28th US Symposium on Rock Mechanics, Tucson, 29 June-1 July 1987*, 1987.
- L.W. Teufel. Influence of Pore Pressure and Production-Induced Changes in Pore Pressure on In Situ Stress. Technical report, Sandia National Laboratories, 1996.
- L.W. Teufel and H.E. Farell. Distribution of in situ stress and natural fractures in the Ekofisk field, North Sea. *Third North Sea Chalk Symposium Proceedings, Copenhagen, Denmark, June 11-12*, 1990.
- L.W. Teufel and H.E. Farell. Interrelationship between in situ stress, natural fractures, and reservoir permeability anisotropy - a case study of the Ekofisk field, North Sea. *from Fractured and jointed rock masses, Myer, Cook, Goodman Tsang (eds), Balkena, Rotterdam*, 1995.
- L.W. Teufel, D.W. Rett, and H.E. Farell. Control of fractured reservoir permeability by spatial and temporal variations in stress magnitude and orientation. *SPE Paper 26437*, 1993.
- L.W. Teufel and D.W. Rhett. Geomechanical evidence for shear failure of chalk during production of the Ekofisk field. *SPE Paper 22755*, 1991.
- L.W. Teufel and D.W. Rhett. Failure of Chalk During Waterflooding of the Ekofisk Field. *SPE Paper 24911*, 1992.
- L.K. Thomas, T.N Dixon, C.E. Evans, and M.E. Vienot. Ekofisk waterflood pilot. *J. Pet. Sci. Eng.*, pages 221–232, 1987.
- D. Trimmer, B. Bonner, and Duba A. Heard, H.C. Effect of pressure and stress on water transport in intact fractured gabbro and granite. *J. Geophys. Res.*, 85 :7059–7071, 1979.
- D.L. Turcotte. *Fractals and chaos in geology and geophysics*. Cambridge University Press, 1992.

- N.R. Warpinski. Hydraulic fracturing in tight fissured media. *Journal of Petroleum Engineering*, pages 146–152, 1991.
- J.E. Warren and P.J. Root. The behavior of naturally fractured reservoirs. *SPE Reservoir Engineering*, pages 403–413, 1963.
- W.M. Wilkinson. Fracturing in the Spraberry reservoir, West Texas. *AAPG Bulletin*, pages 250–265, 1953.
- D. Wiprut and M.D. Zoback. Fault reactivation and fluid flow along a previously dormant normal fault in the northern North Sea. *Geology*, 28(7).
- S.D. York, C.P Peng, and T.H. Joslir. Reservoir management of Valhall field, Norway : a high porosity , natirally fractured chalk formation. *SPE Paper 20992*, 1990.
- A. Zaoui. *Matériaux hétérogènes et composites*. Cours de l’Ecole Polytechnique, 1997.
- M.D. Zoback and J.C. Zinke. Production-induced Normal Faulting in the Valhall and Ekofisk Oil Fields. *Pure Appl. Geophys.*, 159 :403–420, 2002.

AUTORISATION DE SOUTENANCE DE THESE
DU DOCTORAT DE L'INSTITUT NATIONAL
POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

o0o

VU LES RAPPORTS ETABLIS PAR :
Monsieur Michel QUINTARD, Directeur de Recherche, Institut de Mécanique des Fluides, Toulouse
Monsieur Djimedo KONDO, Professeur, UFR de Mathématiques, Villeneuve d'Ascq

Le Président de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, autorise :

Monsieur MARMIER Rémy

à soutenir devant un jury de l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE,
une thèse intitulée :

**"Changement d'échelle dans les modèles hydromécaniques couplés des réservoirs
fracturés"**

en vue de l'obtention du titre de :

DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

Spécialité : « Génie civil - Hydrosystèmes - Géotechnique »

Fait à Vandoeuvre, le 17 septembre 2007

Le Président de l'IN.P.L.,

F. LAURENT



NANCY BRABOIS
2, AVENUE DE LA
FORET-DE-HAYE
BOITE POSTALE 3
F - 5 4 5 0 1
VANDOEUVRE CEDEX

RÉSUMÉ

L'étude présentée dans ce travail a pour objectif d'apporter une amélioration de la description du couplage entre les déformations et les écoulements pour la modélisation pétrolière de la production des réservoirs fracturés. La perturbation de l'état d'équilibre initial dans le réservoir par l'extraction des hydrocarbures et / ou l'injection de fluides peut induire des déformations à la fois de la matrice poreuse et des fractures. Ces dernières représentent les chemins d'écoulement préférentiels des hydrocarbures et leur déformation peut modifier considérablement la récupération des ressources en place. Les simulations conventionnelles des réservoirs fracturés reposent sur une description homogénéisée simplifiée dite "double milieu" et supposent que le milieu n'est pas déformable. Nous proposons tout d'abord une généralisation de ces modèles au cas des milieux déformables en construisant un modèle hydromécanique complètement homogénéisé. Nous présentons ensuite une estimation des coefficients poromécaniques des milieux fracturés à partir des lois de comportement expérimentales des fractures ainsi qu'une méthodologie de réactualisation de la perméabilité des fractures. Dans le cadre de la simulation industrielle des réservoirs pétroliers, un modèle poromécanique basé sur ces résultats et un modèle de réservoir sont utilisés séquentiellement afin de satisfaire l'ensemble des équations d'équilibre mécanique et d'écoulement. A l'aide de simulations hydromécaniques nous reproduisons l'impact de la fermeture et / ou de l'ouverture des fractures sur la production des ressources en place pour des schémas de production primaire et secondaire.

Mots clés : réservoirs fracturés - interactions hydromécaniques - changement d'échelle - simulation couplée

ABSTRACT

This study aims at providing a better description of the coupling effects between deformation and flow for the simulation of the production of fractured reservoirs. The modification of the initial equilibrium state of stress in the reservoir, due to hydrocarbon extraction and /or fluid injection, may lead both the porous matrix and the fracture network to suffer deformation. As the fractures usually constitute the preferentially flow pathways, their deformation may considerably affect the recovery of the resources in place. Simulations of fractured reservoir usually make use of homogenized and simplified description referred to "double porosity" model and assume a non-deformable fractured medium. We first develop a generalization of these models to the case of double porosity deformable media building a fully homogenized hydromechanical model. Then, we both investigate estimations of the poromechanical coefficients for fractured media based on experimental behaviour laws of fractures and present a methodology for the actualization of the fracture permeability. In the framework of the industrial simulation of fractured reservoirs, a poromechanical simulator based on these results and a reservoir simulator are sequentially combined to satisfy the set of equations of mechanical equilibrium and flow. In this study, hydromechanical simulations reproduce the impact of the fracture closure and / or re-opening on recovery efficiency during primary and secondary production schemes of fractured reservoirs.

Keywords : fractured reservoirs - hydromechanical interactions - upscaling - coupled simulation